



Thèse

pour l'obtention du grade de Docteur en Sciences de Gestion

Présentée et soutenue publiquement par

Marwane El Alaoui

Gestion de Portefeuille Dynamique : Analyse, Comparaison et Evaluation

Directeur de thèse : Pr. Saâd Benbachir

Pr. ABOUCH Mohamed	Professeur de l'Enseignement Supérieur à la FSJES Agdal	Président
Pr. EL HADDAD Mohammed	Professeur de l'Enseignement Supérieur à la FSJES Agdal	Suffragant
Pr. BENBACHIR Saâd	Professeur de l'Enseignement Supérieur à la FSJES Agdal	Suffragant
Pr. BOUSLIHIM Aomar	Professeur de l'Enseignement Supérieur à l'Ecole Nationale Forestière d'Ingénieurs	Suffragant

9 février 2016

*A mon père,
A ma mère,
A ma sœur.*

Remerciements

En rédigeant cette thèse, j'étais convaincu que ce travail ne saurait être achevé sans les orientations, le soutien et l'encadrement pertinents de mon Directeur de thèse Pr. Saâd Benbachir.

Je tiens à le remercier infiniment pour sa disponibilité, sa modestie et son humilité. Grâce à lui j'ai appris beaucoup de choses sur le plan de la recherche mais également sur les qualités scientifiques et humaines que devrait avoir tout chercheur scientifique. Je le remercie pour ses patientes relectures, sa perspicacité scientifique et son support sans défaillance.

J'espère que j'aurais encore le plaisir de continuer à travailler avec lui dans les futurs projets de recherche.

Je tiens à remercier Pr. Abouch de m'avoir fait l'honneur de présider le jury de cette soutenance, mais aussi au Pr. El Haddad d'avoir accepté d'examiner ce travail de doctorat. Mes remerciements sont adressés également au Pr. Bouslihim d'avoir accepté de participer à l'examen de cette thèse.

Je passe enfin une dédicace spéciale à toute la famille et à tous mes amis pour leur soutien et leurs encouragements.

Sommaire

Remerciements.....	3
Sommaire	4
Liste des figures	5
Liste des tableaux	8
Introduction générale.....	9
Chapitre 1 : Méthodologie de recherche et sciences sociales : Quelle philosophie ?.....	11
Section 1: Méthodologie de recherche en sciences : Une analyse exploratoire	12
Section 2: Complexité sociale et méthodologie de recherche en finance : Quel compromis ?	22
Chapitre 2 : Optimisation de portefeuille au cœur des théories controversées	31
Section 1 : Essence de la théorie de portefeuille	32
Section 2 : Théorie moderne de portefeuille au cœur de la polémique	50
Chapitre 3. Dynamique des marchés financiers : Quelles hypothèses ?.....	80
Section 1 : Dynamique des marchés financiers et multifractalité	81
Section 2 : Effet de contagion et transmission des chocs de la volatilité	114
Section 3 : L'inter-corrélation multifractale des marchés financiers.....	135
Chapitre 4. Gestion de portefeuille dynamique : Une approche interdisciplinaire.....	150
Section 1 : Physique nucléaire et analyse de la structure de corrélation d'un portefeuille : la méthode du <i>Random Matrix Theory</i>	151
Section 2 : Biologie et optimisation de portefeuille	165
Bibliographie.....	180
Annexes	191
Table des matières	212

Liste des figures

Figure 1 : Transfert de la connaissance (<i>Strangification</i>) (Source : (Dijkum, 2001)).....	29
Figure 2: Courbe d'efficience de 71 valeurs cotées à la Bourse de Casablanca (établi par nos propres soins)	40
Figure 3: Courbe d'efficience de 71 valeurs cotées à la Bourse de Casablanca avec deux demi-droites d'efficience pour deux valeurs différentes de Rf au point tangent M représentant le portefeuille à n actifs risqués (maximisant le ratio de Sharpe).....	42
Figure 4: Frontière d'efficience du portefeuille de 71 valeurs cotées à la Bourse de Casablanca en déterminant le portefeuille ayant le ratio maximum de Sharpe (établi par nos propres soins).....	47
Figure 5: L'alpha de Jensen	48
Figure 6 : Les rentabilités quotidiennes logarithmiques de la série MASI.....	83
Figure 7 : Les rentabilités quotidiennes logarithmiques de la série MADEX.....	84
Figure 8 : Représentation des logarithmes des fonctions de fluctuation $\log(Fq(s))$ versus $\log(s)$ pour 54 valeurs de q	90
Figure 9 : Représentation des logarithmes des fonctions de fluctuation $\log(Fq(s))$ versus $\log(s)$ pour 9 valeurs de q	90
Figure 10 : Présentation des exposants généraux de Hurst $h(q)$ vs. les ordres q	91
Figure 11 : Présentation des exposants globaux de Hurst $\tau(q)$ vs. les ordres q	92
Figure 12 : La partie centrale du graphique des exposants de Rényi $\tau(q)$ et de leurs ordres q ajustée par un polynôme de second degré	93
Figure 13 : Le spectre multifractal de la série MASI	94
Figure 14 : Les ordres q et les exposants généralisés de Hurst de la série MASI originale, shuffled et surrogate	99
Figure 15 : Les ordres q et les exposants de Hurst globaux $\tau(q)$ de la série originale, shuffled et surrogate	100
Figure 16 : le spectre multifractal de la série MASI originale, shuffled et surrogate.....	101
Figure 17 : Le spectre multifractal de la série MADEX (originale, shuffled et surrogate)	102
Figure 18 : Le spectre multifractal de la série MASI et MADEX.....	103
Figure 19 : Les ordres q versus les exposants généralisés de Hurst des indices sectoriels de la Bourse de Casablanca.....	104
Figure 20 : Les ordres q versus les exposants de Rényi des indices sectoriels de la Bourse de Casablanca.....	104
Figure 21 : Spectres multifractals des indices sectoriels de la Bourse de Casablanca	105
Figure 22 : Les ordres q vs les exposants généralisés de Hurst de la série Pétrole et Gaz	106

Figure 23 : Les ordres q vs les exposants de Rényi de la série Pétrole et Gaz	106
Figure 24 : Spectre multifractal de la série Pétrole et Gaz de la série originale, shuffled et surrogate	107
Figure 25 : Les ordres q vs les exposants généralisés de Hurst de l'indice Chimie.....	107
Figure 26 : Les ordres q vs les exposants de Rényi de l'indice Chimie.....	108
Figure 27 : Spectre multifractal de la série représentant l'indice Chimie de la série originale, shuffled et surrogate	108
Figure 28 : Les ordres q vs les exposants généralisés de Hurst de l'indice Distributeurs (série originale, shuffled et surrogate).....	109
Figure 29 : Les ordres q vs les exposants de Rényi de l'indice Distributeurs de la série originale, shuffled et surrogate	109
Figure 30 : Spectre multifractal de la série représentant l'indice Distributeurs de la série originale, shuffled et surrogate	110
Figure 31 : Les ordres q vs les exposants généralisés de Hurst de l'indice Boissons (série originale, shuffled et surrogate).....	110
Figure 32 : Les ordres q vs les exposants de Rényi de l'indice Boissons de la série originale, shuffled et surrogate	111
Figure 33 : Spectre multifractal de la série représentant l'indice Boissons de la série originale, shuffled et surrogate	111
Figure 34: Le spectre de singularité f_α vs. α des indices PX, BUX et RTS	112
Figure 35 : Les copules gaussiennes bivariées	128
Figure 36 : Les copules t-Student bivariées	129
Figure 37: Les copules de Gumbel bivariées	130
Figure 38 : Les copules de Clayton bivariées.....	131
Figure 39 : Les copules de Frank bivariées.....	132
Figure 40 : La statistique de cross-corrélation pour les paires d'indices de l'AMX, EGX, MASI et TUNINDEX	142
Figure 41 : Les fonctions de fluctuation pour chaque cas bivarié des indices AMX, EGX, MASI & TUNINDEX	143
Figure 42 : L'exposant généralisé de Hurst pour différentes valeurs de q pour chaque cas bivarié de AMX, EGX, MASI & TUNINDEX.....	144
Figure 43 : L'exposant de Rényi pour différentes valeurs de q pour chaque cas bivarié de AMX, EGX, MASI & TUNINDEX	144
Figure 44 : Le spectre de singularité des séries bivariées des indices AMX, EGX, MASI & TUNINDEX	145

Figure 45 : Le coefficient de cross-corrélation DCCA pour chaque paire d'indices AMX, EGX, MASI & TUNINDEX	147
Figure 46: Distributions théorique (de Marčenko-Pastur) et empirique des valeurs propres	156
Figure 47: Les risques réalisés et prévus en utilisant les matrices de corrélation normales et nettoyées	158
Figure 48: Distribution des composants du vecteur propre correspondant à la valeur propre la plus grande	159
Figure 49: Distribution des composants d'un vecteur propre correspondant à une valeur propre située en dehors de l'intervalle des prévisions du RMT	160
Figure 50: Distribution des composants d'un vecteur propre correspondant à une valeur propre située en dehors de l'intervalle des prévisions du RMT	161
Figure 51: Distribution des composants d'un vecteur propre correspondant à une valeur propre située dans l'intervalle des prévisions du RMT	162
Figure 52: Le ratio de participation inverse vs. les valeurs propres	163
Figure 53: le ratio de participation inverse vs. le rang	164
Figure 54: Frontière d'efficience et portefeuille optimal obtenu par la méthode PSO (le point vert) .	170
Figure 55: Proportions optimales à investir selon la méthode PSO	171
Figure 56: Frontière d'efficience et portefeuille optimal obtenu par la méthode de l'algorithme génétique (le point vert)	173
Figure 57: Proportions optimales à investir selon la méthode de l'algorithme génétique	174
Figure 58: Frontière d'efficience et portefeuille optimal obtenu par la méthode PSO hybridée (le point vert)	175
Figure 59: Proportions optimales à investir selon la méthode PSO hybridée	176

Liste des tableaux

Tableau 1:Capitalisation boursière (en million de \$U.S.) de l’Egypte, le Maroc, la Jordanie et la Tunisie	127
Tableau 2 : Nombre des entreprises cotées en bourse en Egypte, au Maroc, à la Jordanie et à la Tunisie	127
Tableau 3 : Les indices MSCI pour les marchés de l’Egypte, Maroc, Jordanie et Tunisie	127
Tableau 4 : Statistiques sur les séries	137
Tableau 5 : Test statistique de Dickey-Fuller augmenté des séries	137
Tableau 6 : Valeurs de α_{max} , α_{min} et $\Delta\alpha$	145
Tableau 7 : Le coefficient de corrélation de Pearson pour chaque paire de séries	146
Table 8 :Les P-valeurs du coefficient de corrélation de Pearson	146
Tableau 9 : Valeurs propres déviantes de l’intervalle des prédictions du <i>Random Matrix Theory</i>	157

Introduction générale

Depuis le début du 20^{ème} siècle, la théorie financière a connu un essor considérable en raison des travaux effectués dans ce sens. Ces travaux se sont intéressés essentiellement à la modélisation des séries financières et à l'optimisation des problèmes financiers sous contraintes. L'objectif est d'assurer une meilleure allocation des ressources.

Les travaux de Bachelier (1900) ont été d'une grande inspiration aux théoriciens de la finance ayant comme hypothèse fondamentale l'efficacité des marchés financiers. Cette hypothèse a permis de construire des modèles fascinants sur le plan théorique mais qui restent aussi discutables sur le plan pratique.

Dans le même ordre d'idées, la gestion de portefeuille est l'une des importants domaines de la finance, car elle est à l'origine de l'optimisation de la richesse des investisseurs. Pour ce faire, Markowitz tient compte de deux éléments de base qui sont la moyenne et la variance. Cette approche a eu beaucoup de succès dans le monde de la finance vu sa simplicité en termes d'utilisation et de computation.

Or, la réalité des marchés financiers est autre, ce sont des marchés qui exhibent des caractéristiques de non linéarité et de turbulence. En outre, l'observation de l'évolution des marchés financiers montre la présence des cycles redondants et de différentes tailles. D'autant plus, les acteurs sur le marché interagissent de manière non linéaire et sur des horizons temporels qui sont différents. En effet, l'asymétrie informationnelle sur les marchés pourrait exacerber leur dynamique et leur comportement chaotique.

Pour cette raison, il est nécessaire que les gestionnaires de portefeuille se dotent d'outils et de méthodes sophistiqués capables d'optimiser leurs problèmes et qui tiennent compte du comportement du marché en réalité. Ainsi, il est possible de faire appel à des méthodes heuristiques évolutionnaires ou à des méthodes ayant plus de rigueur scientifique dans leur analyse. A cet effet, il est nécessaire de s'ouvrir sur les autres disciplines scientifiques afin d'améliorer les performances en termes d'optimisation.

Dans cette thèse, on s'intéressera à étudier la gestion de portefeuille dynamique en explorant plusieurs méthodes interdisciplinaires. Cette approche cernerait de manière plus rigoureuse les problématiques pratiques liées à la gestion de portefeuille.

En effet, la problématique de ce travail est la suivante :

**Dans quelle mesure les méthodes dynamiques interdisciplinaires puissent
améliorer l'optimisation de portefeuille ?**

Plusieurs questions de recherche peuvent se décliner de cette problématique :

- Quelle méthodologie pour un système financier et social dynamique et complexe ?
- Les marchés financiers, sont-ils dynamiques ?
- Existe-t-il une corrélation entre les marchés financiers ?
- Quelles sont les méthodes de gestion de portefeuille dynamique ?
- Quel aurait l'impact des méthodes dynamiques sur la gestion de portefeuille ?

De prime abord, il est important de présenter le choix méthodologique à adopter pour approcher la problématique de la thèse. Pour ce faire, il est judicieux de rappeler les principales approches méthodologiques avant de montrer l'intérêt de la méthodologie adoptée dans ce travail de recherche. Ensuite, il est question d'aborder la théorie de la gestion de portefeuille afin de comprendre le cadre théorique de base et discuter les principales critiques y adressées.

Puis, on s'intéressera à étudier la dynamique des marchés financiers avec des méthodes interdisciplinaires afin de justifier l'utilisation d'une gestion de portefeuille dynamique. Dans ce cadre, on fera appel à des méthodes de la statistique physique et des méthodes inspirées de la biologie pour rendre possible une véritable compréhension du comportement du marché boursier marocain.

Dans un dernier chapitre, on étudiera l'optimisation de portefeuille en analysant d'abord la structure de corrélation d'un portefeuille par une méthode utilisée en physique nucléaire et en utilisant ensuite des méthodes heuristiques évolutionnaire à savoir les algorithmes génétiques et l'optimisation par essais particuliers. On proposera également une hybridation de la méthode d'optimisation par essais particuliers pour améliorer les résultats de l'optimisation.

Chapitre 1 : Méthodologie de recherche et sciences sociales : Quelle philosophie ?

Corollaire de la recherche scientifique, la méthodologie de recherche constitue la pierre angulaire d'un travail de recherche. A cet effet, plusieurs courants philosophiques ont été développés justement pour chercher à trouver la méthode la plus rigoureuse afin d'approcher la vérité scientifique.

Dans ce sens, il est nécessaire de mettre le point sur le développement des principales pensées philosophiques ainsi que leurs impacts sur le choix méthodologique. A ce titre, l'examen de ces courants permettrait d'avoir une vue d'ensemble sur l'évolution des sciences et de la réflexion scientifique. Par conséquent, ceci nous aidera à mieux choisir la position méthodologique adéquate au sujet de recherche et qui permettrait d'aboutir à des résultats probants.

Dans le même ordre d'idées, on essayera de rappeler le contexte de développement des courants méthodologiques au fil du temps. Ainsi, on s'intéressera davantage aux méthodes de recherche les plus utilisées en finance surtout dans la gestion de portefeuille. Cette dernière s'inscrit dans un cadre théorique controversé et sujet d'une grande polémique. Chose qui justifierait l'intérêt d'adopter une approche méthodologique interdisciplinaire faisant appel à plusieurs disciplines scientifiques et permettant ainsi de mieux cerner la problématique de recherche.

Section 1: Méthodologie de recherche en sciences : Une analyse exploratoire

D'après le Petit Robert, la méthode vient du mot latin *methodus* qui est un ensemble de démarches que suit l'esprit pour découvrir et démontrer la vérité. La méthodologie, quant à elle, s'intéresse à l'étude des méthodes scientifiques et techniques.

Plusieurs philosophes, tel que Bertrand Russell (Russel, 1945) dans son ouvrage *A History of Western Philosophy*, affirment que les origines de la pensée occidentale reviennent aux grecques, qui eux-mêmes se sont inspirés de leur propre héritage social et religieux mais aussi des autres cultures méditerranéennes. En outre, il avance que la plupart du contenu culturel de la civilisation occidentale vient de la méditerranée orientale et des grecques.

Par ailleurs, plusieurs développements ont été apportés à ces conceptions philosophiques pour adopter des méthodes scientifiques plus rigoureuses.

1. Evolution de la pensée philosophique et méthodologique au fil des civilisations

L'évolution de la civilisation grecque était le prolongement d'autres civilisations qui existaient en Egypte, à la Mésopotamie, et aux autres pays de l'orient et du moyen orient. Cette époque était dominée par les Egyptiens, les Babyloniens, les Phéniciens qui ont réalisé plusieurs développements en termes d'art, d'écriture, d'architecture, d'agriculture, d'arsenal militaire, de commerce, de commerce maritime, ... La civilisation musulmane a joué un rôle de maillage entre la civilisation grecque et la civilisation occidentale en vue de transmettre les idées philosophiques qui régnaient auparavant en traduisant plusieurs œuvres grecques. Cela a permis à cette époque de développer plusieurs sciences liées à l'astrologie, astronomie, zoologie, la médecine, les mathématiques...

« La suprématie de l'Orient n'était pas seulement militaire. La science, la philosophie, la poésie et les arts s'épanouissaient tous en Chine et dans le monde musulman à une époque où l'Europe était plongée dans la barbarie. Les Européens avec une insularité impardonnable appellent cette époque L'« Âge sombre » - mais seule l'Europe était dans les ténèbres. Seule l'Europe chrétienne, car l'Espagne qui était musulmane, possédait une culture brillante » (Russell, 1954)

Grosso modo, les idées d'Aristote avaient marqué les travaux de recherche de plusieurs chercheurs orientaux et occidentaux.

2. L'empirisme et le rationalisme

La méthodologie scientifique s'est penchée dans ses débuts sur l'importance accordée aux croyances rationnelles (rationalisme) et perceptuelles (empirisme) du chercheur. A cet effet, l'empirisme et le rationalisme sont des approches célèbres en recherche scientifique.

Dans ce sens, le rationalisme était présent dans les écrits de Socrate qui considère que la connaissance est innée chez l'Homme. Or, son élève Platon est allé plus loin dans les idées de Socrate pour intégrer la dimension de la raison afin que la vérité soit accessible.

Toutefois, Aristote prône pour l'empirisme comme méthodologie scientifique en argumentant que la vérité est acquise par l'observation répétitive des expériences pour arriver à des conclusions pertinentes tout en niant l'existence de formes idéales issues de la simple raison.

Au moyen âge, René Descartes (1596 – 1650) utilisait le terme « rationalisme » pour dire que la vérité scientifique ne devrait être acquise que par la seule raison à l'instar des idées de Platon. Cette méthode a beaucoup inspiré les travaux de Hegel et Marx.

Dans la même époque, les empiristes anglais étaient plutôt adeptes des méthodes basées sur l'expérimentation et l'observation minutieuse des objets. Or, les empiristes modernes acceptent aujourd'hui de prendre en considération certaines idées du rationalisme en combinaison avec l'approche empiriste.

A ce titre, l'empirisme avait la plus grande influence sur les méthodes de la recherche scientifique puisqu'il est à l'origine de plusieurs écoles notamment l'école positiviste dont ses travaux ont fortement influencé la recherche en sciences économiques et financières.

Une autre classification est souvent adoptée pour opposer le réalisme à l'idéalisme où le premier considère que la réalité subsiste dans les objets alors que le second énonce qu'elle est à l'intérieur de l'esprit du sujet.

Comme les rationalistes, les idéalistes pensent que le savoir se dérive de la raison et de l'idée qui est construite mentalement sur les objets, ces derniers ne peuvent continuer à exister qu'en la présence d'un esprit conscient.

Les réalistes à l'instar des empiristes, déclarent que la réalité des choses est indépendante de notre perception sur elles. Dans ce sens, le philosophe et l'empiriste écossais David Hume (1711-1776) soutient que la réalité subsiste dans les objets et puis elle est construite de manière comportementale. De même, pour l'empiriste un énoncé n'est vrai que

si on compare ce qui est revendiqué par des « preuves empiriques ». Ce qui a donné naissance ainsi à la « théorie de la correspondance de la vérité » qui vise à ne déduire la théorie sous-jacente qu'après avoir découvert la vérité scientifique empiriquement.

Par ailleurs, l'empiriste Bishop Berkeley fait valoir que les objets qualitatifs que nous percevons, comme la couleur ou la texture, sont des représentations mentales des données des sens et ce sont elles qui forment la « réalité » de ce que nous vivons. A cet effet, la connaissance peut être construite mentalement, pour déterminer sa véracité ou sa fausseté, on le fait non pas en fonction de sa correspondance avec la réalité, mais plutôt en fonction de sa « cohérence » avec les croyances des autres. Cela conduit à l'idée que la connaissance scientifique et, plus encore, la réalité peuvent être construites socialement. Toutefois, les relativistes soutiennent que la vérité est relative aux croyances de l'observateur. Elle peut être construite sur la base de lois transcendantes du comportement humain ou social et non seulement individuellement ou socialement construite. En outre, les relativistes avancent que ces lois sont socialement construites relativement à un système de valeurs sociales qui transcendent le niveau individuel et non le niveau social.

Du moment où chaque approche présente ses propres limites et atouts, il faut chercher donc à combler le fossé entre les apparences de la réalité que nous percevons, d'une part, et la réalité des choses en soi, d'autre part.

3. L'idéalisme transcendantal et la raison pure

Kant (1724-1804) considère la méthodologie de la raison pure pratique comme « *l'ensemble des procédés à suivre dans l'étude ou dans l'exposition des principes purs pratiques, pour en composer une connaissance scientifique...* ». Il avance également que la méthodologie est « *l'ensemble des moyens à employer pour ouvrir aux lois de la raison pure pratique un accès dans l'âme humaine et leur donner l'influence sur ses maximes, c'est-à-dire pour rendre pratique subjectivement la raison objectivement pratique* » (Kant, 1848).

Il incite à ce que l'être humain va au-delà de la légalité (des actions) à la moralité (motifs pour lesquels on agit). Pour lui, il faut montrer à l'âme le motif moral pour que l'on puisse fonder un caractère et sentir notre dignité personnelle.

La pure moralité, selon Kant, doit nous servir comme une pierre de touche pour juger de la valeur morale de toute action.

Kant finit par dire que la loi morale exige qu'on la pratique par devoir et non par amour (par exemple, un brave qui sauve des naufragés en sacrifiant sa vie). Pour Kant la marche de la méthode commence par exercer le jugement moral, puis l'action sera faite dans une intention moralement bonne. On finit, selon lui, par sentir croître le développement de nos facultés de connaître. La raison peut, à cet effet, développer sa faculté de déterminer a priori suivant des principes ce qui doit être. Cette satisfaction reçue de l'intention morale qu'on admire, fait élever l'Homme de la nature animale (Kant, 1848).

La loi morale est un règne de Dieu, c'est l'objet et but final de la raison pratique et à regarder tous les devoirs comme des commandements de Dieu. « Ce n'est qu'en ayant recours à la religion que nous pouvons espérer de participer au bonheur en proportion des efforts que nous aurons faits pour n'en pas être indignes » (Kant, 1848).

La loi morale en effet, toujours selon l'expression de Kant, se fonde sur l'autonomie de sa volonté, c'est-à-dire d'une volonté libre, qui doit nécessairement pouvoir s'accorder, en suivant des lois universelles, avec ce à quoi elle doit se soumettre.

A travers son idéalisme transcendantal, Kant a essayé de résoudre les problèmes posés par l'empirisme et le rationalisme en vue de donner du sens à chacun. La notion de l'espace et du temps sont importantes dans l'analyse des objets discrets. Les méta-principes sont d'une importance cruciale, selon Kant, pour donner du sens au monde empirique.

A ce titre, Emmanuel Kant a tenté de résoudre les problèmes posés par l'empirisme et le rationalisme d'une part et le réalisme et l'idéalisme d'autre part. Il a essayé d'établir les méta-principes qui nous permettent de relier et donner du sens au monde empirique. La vérité est plutôt construite mentalement que découverte.

4. Une théorie réaliste de la science

Plus tard, Roy Bhaskar (1997) a utilisé la méthode transcendantale de Kant en plaçant à une version réaliste qui partage beaucoup de similitudes avec les idées de Platon.

Bhaskar distingue dans ce tableau le « fait » du « réel » : (Source : (Bhaskar, 2008))

	Le réel	Le fait	L'empirique
Mécanismes	×		
Événements	×	×	
Expériences	×	×	×

Pour Bhasker et l'école réaliste critique, la réalité ne subsiste pas seulement dans la « couche de surface » des objets. Ainsi, les lois du mouvement physique ou les équations de la mécanique quantique n'existeraient pas s'il n'y avait pas d'êtres humains à penser à eux.

Il faut donc aller au-delà de l'idéalisme transcendantal de Kant pour arriver à un réalisme transcendantal. Bhaskar avance également que les lois sur l'univers n'ont pas été construites mais elles étaient plutôt découvertes.

Selon Bhaskar, il se peut que les lois de la physique et de la biologie soient des caractéristiques permanentes de l'existence, indépendamment de l'esprit qui les perçoit. Mais est-ce que ceci est vrai pour les systèmes sociaux ?

De ce fait, le problème essentiel qui réside dans les soi-disant lois de comportement social, c'est qu'elles se vouent à l'échec dès que l'on tente de les observer sur le plan opérationnel. Toutefois, les réalistes critiques ne considèrent pas ce problème comme insurmontable.

5. Le positivisme logique et l'instrumentalisme

Au début du 20^{ème} siècle, à l'issue des travaux du Cercle de Vienne des philosophes Schlick, Carnap, Feigl et d'autres, le positivisme logique a connu un succès important. Il est dérivé de l'empirisme et dominé par la théorie de la correspondance de la vérité.

Ce courant de positivistes partage certains points communs avec les empiristes, car on considère que la croyance est fondée sur ce qu'on a perçu et que cette perception ou conception est rattachée à une valeur libre correspondant à une réalité indépendante. Mais, ils ajoutent qu'un appel à l'observation est indispensable pour valider telle ou telle proclamation. Cependant, la notion de valeur reste un peu ambiguë, par exemple pour le cas d'une évaluation d'une entreprise, on dispose d'une panoplie de méthodes à utiliser et chacune donnerait sa propre valeur en fonction de l'approche utilisée.

En économie, l'un des travaux les plus influents est celui de Milton Friedman (1953) intitulé « La méthodologie de l'économie positive ». Ce travail a fortement inspiré une grande partie de chercheurs en économie et en finance, il avait un effet positif sur le développement des sciences économiques et de gestion.

Il y a eu deux grandes pistes de réflexion sur le positivisme logique, la première ne fait pas de distinction entre ce qui est observé et ce qui est théorique alors que la seconde le fait. A cet effet, la théorie n'est qu'une construction analytique commode de ce qui est observé en vue d'aider à faire de nouvelles prévisions sur l'observation et déduire de nouvelles implications. Cette dernière approche est connue sous le nom de l'« instrumentalisme », on l'assimile à un idéalisme kantien sous un autre déguisement. Comme Kant, les instrumentalistes disaient que la croyance est fondée sur des éléments observables.

Par conséquent, l'objectif des théories serait de faire des prédictions qui peuvent être vérifiées empiriquement. Si elles échouent dans cette tâche alors, elles peuvent être abandonnées une fois une théorie alternative plus satisfaisante apparaisse.

Dans le même ordre d'idée, l'utilisation des théories comme des objets artefacts convenables pour générer des prévisions sur la base d'observations a donné un coup de pouce au courant instrumentaliste. Il suffit que l'argument soit rédigé sous une forme conditionnelle (c'est-à-dire, si X est vrai, alors Y est vrai) pour qu'il y ait une prédiction à effectuer.

Dans ce sens, les presque-lois généralisés à partir d'un cas sont faites pour expliquer certains phénomènes. A ce titre, il est généralement constaté que les lois qui semblent avoir un bon pouvoir prédictif ont souvent un mauvais pouvoir explicatif, et vice-versa. Dans le même sens d'analyse, les généralisations par exemple reliant le sexe et la grossesse, les nuages et la pluie, la non liquidité et la faillite sont souvent suffisantes pour produire des explications des observations particulières de la grossesse, la pluie ou de la faillite, mais ne sont pas suffisantes pour générer des prédictions sur ces phénomènes.

6. Le falsificationnisme de Popper

Karl Popper (1959) a été particulièrement préoccupé de trouver le rôle clair de l'observation dans la vérification des théories dans son livre « La Logique de la découverte scientifique » et d'éliminer aussi le problème de l'induction.

Popper avance les propos suivants :

- La science progresse via la création d'hypothèses conjecturées qui dans une forme simple peuvent être décrites comme une ou plusieurs généralisations universelles agissant comme une sorte de prémisses à un argument logique à partir duquel les implications

conditionnelles et réfutables peuvent être tirées déductivement. Par conséquent, les théories qui n'admettent pas la réfutation, sont considérées comme non-scientifiques.

- Le rôle de la science expérimentale est de concevoir convenablement des tests discriminants qui, dans la mesure du possible, démontrent la fausseté des implications théoriques et réfutent ainsi la théorie concernée.

- Une théorie qui survit à un certain nombre de tentatives de réfutations est considérée comme étant « bien corroborée » par l'expérience. Il faut noter, cependant, qu'une théorie ne peut jamais être considérée comme prouvée, elle peut être bien corroborée par les faits, mais la réfutation est toujours inévitable. Les théories progressent en accumulant les « valeurs de vérité » via une logique darwinienne où le plus apte survit. En effet, la vérité théorique absolue est un idéal inatteignable, mais il est un but ultime de toute science.

- La modification ad hoc d'une théorie comme tactique visant à contourner la possibilité de réfutation est inadmissible. Selon Popper, la théorie n'a aucune utilité si elle ne peut pas être falsifiée.

En se basant sur ces éléments, à la fois la psychologie Freudienne et la vision « scientifique » de Marx de l'histoire tombent en échec selon les critères de Popper, puisque les deux présentent à leurs protagonistes des idées qui peuvent être utilisés pour défendre n'importe quel état particulier du monde.

Bien qu'il ne fût pas un positiviste, les idées de Popper ont été extrêmement influentes et se situent en symétrie avec la vérification scientifique. Toutefois, la principale critique qu'on adresse au falsificationnisme est qu'il suffit d'avoir une seule infirmation pour remettre en cause toute une théorie. Or, aucun test ne pourrait, à lui seul, déterminer si une théorie est valable où si ses hypothèses sont en défaut. Selon Kuhn et Lakatos, on ne peut jamais dire qu'une observation donnée peut réfuter une théorie particulière ou des présupposés théoriques particuliers. D'autant plus, ils insistent sur le fait que le travail empirique est conditionné par des présupposés théoriques. Cette dépendance théorique de l'observation a pris sa forme la plus extrême dans l'hypothèse du « sens de la variance » qui dit que le changement d'une théorie causera le changement des observations y attachées. Mais on reproche à Kuhn qu'il ne fournit pas les outils nécessaires pour faire des projections et des prévisions dans le futur.

7. Postmodernisme et poststructuralisme

Empruntant ses racines du philosophe allemand Nietzsche Friedrich et au fondateur de l'existentialisme moderne Martin Heidegger, le postmodernisme a été profondément influencé par l'architecture, l'art et la linguistique. Plus récemment, les philosophes postmodernes se sont inspirés des critiques adressées à l'épistémologie classique surtout celles présentées par le néo-pragmatiste Rorty Richard. Ce dernier déclare que la philosophie n'a pas un accès privilégié à la vérité scientifique et qu'elle n'est pas la meilleure façon pour la discuter, elle est tout simplement une autre façon avec laquelle les gens parlent les uns des autres. De surcroît, le postmodernisme est un courant qui trouve que la floraison des sciences au siècle des Lumières a permis de créer de nouveaux instruments de contrôle tout en dénonçant l'objectivisation du langage, des relations et de la société. Certains philosophes considèrent que le postmodernisme et le poststructuralisme sont une forme de relativisme sans contrainte en leur accusant de nihilisme et de scepticisme.

Par ailleurs, le courant poststructuraliste est inspiré fortement des idées de la philosophie linguistique développée en France. Les principaux disciples de cette école sont Michel Foucault et Jacques Derrida. Ces derniers avancent que la vérité est linguistiquement construite. Pour Derrida, le sens subsiste dans la lecture et non pas dans les intentions de l'auteur. En parallèle, la déconstruction est un outil qui permet de subvertir le texte et de montrer que le sens, qui est signifié, peut être réinterprété de manière à renverser l'intention de l'auteur. Il s'agit d'une position relativiste de manière à ce que le sens est déterminé socialement et culturellement, et donc le produit de la déconstruction réussirait à subvertir le sens superficiel du texte qui était dans l'esprit du lecteur.

Ce que l'on reproche aux postmodernistes, c'est leur opposition à toute réfutation que ça soit empirique ou analytique, ce qui rend difficile la possibilité de parvenir à une vérité scientifique qui ferait des progrès dans le futur. D'autant plus, les postmodernistes ne fournissent pas des réponses - ils diraient sans doute qu'il n'en existe pas - mais ils privilégient plutôt le discours critique comme la seule unique alternative. Néanmoins, l'un des aspects les plus attrayants du postmodernisme, c'est qu'il est une source abondante de frivolité et d'humour selon certains chercheurs, bien que le relativisme extrême conduise à l'absurde, il a rendu le sens de l'humour à la philosophie.

8. Méthodologie dominante en Finance

A la fin des années 1980, plusieurs travaux en finance se sont apparus pour remettre en question les principales hypothèses de la théorie financière surtout celle de l'efficience informationnelle. A cet effet, beaucoup d'attention a été accordée au développement de modèles à travers de processus de raffinement et de validation plutôt que la construction de théories. Cette méthodologie est considérée comme Lakatosienne du nom du chercheur Lakatos. Ainsi, le modèle est construit sur la base d'une abstraction de la réalité car ça permet une manipulation facile et flexible en théorie et en pratique.

Pour que le modèle puisse être adapté aux besoins de recherche, il doit posséder un certain nombre de caractéristiques cruciales :

- Il doit être en mesure de générer des implications théoriques à partir desquelles les prévisions peuvent être effectuées ;
- Les hypothèses du modèle doivent être cohérentes, logiques et aussi simples que l'intégrité logique du modèle le permettrait ;
- Le modèle devrait être théoriquement en rapport avec les faits empiriques du domaine ;
- La portée théorique du modèle est définie avec ses implications explicatives et prédictives ;
- La combinaison d'un ensemble de modèles connexes forme, en interaction avec des observations pertinentes, le domaine littéraire d'un programme de recherche particulier ;
- Une cartographie de toute la littérature de recherche peut être construite sous la forme d'un réseau en expansion présentant les connexions théoriques et empiriques et où les liens sont effectués par l'intermédiaire de la « syntaxe d'échange ».

Dans le même sens d'analyse, les chercheurs sont tenus, depuis la phase initiale de la formulation du modèle, d'entretenir les principales actions suivantes :

- Etablir le minimum d'hypothèses pour le modèle en application du principe du rasoir d'Occam ou de la loi de parcimonie (*less is more*) ;
- Mener une recherche empirique pour tester les principales implications du modèle et les principales divergences ;
- La création des nouveaux modèles concurrents doit s'appuyer sur moins d'hypothèses ou sur des hypothèses qui subissent le moins de critiques.

- Formaliser les relations entre les hypothèses avec des liens de causalité. Comme par exemple, l'interconnexion entre l'efficacité informationnelle, les coûts d'information et les coûts de transaction, qui est, à titre d'indication, un domaine fécond de recherche (Ryan, Scapens, & Theobald, 2002).

Section 2: Complexité sociale et méthodologie de recherche en finance : Quel compromis ?

Il est évident que la recherche en finance ainsi que la complexité de la modélisation des phénomènes sociaux rend difficile de trouver une méthodologie de recherche assez rigoureuse. A cet effet, on essayera de présenter les principales difficultés dont la recherche en finance pâtit. Ensuite, on se focalisera dans un deuxième paragraphe sur la méthodologie à adopter pour notre sujet de recherche et qui pourrait, dans la mesure du possible, mener à des résultats plus rigoureux.

1. La méthodologie au cœur de la dynamique sociale

Entraînant une grande polémique dans la recherche en sciences sociales, la causalité probabiliste, l'analyse contrefactuelle, l'inférence causale, la transitivité, la modélisation causale et la linéarité rencontrent beaucoup de problèmes en raison de leur inefficacité. A cet effet, la théorie de la complexité sociale tente de surmonter ces problèmes afin d'obtenir une vision plus réaliste capable d'explicitier les interactions sociales en utilisant des outils pluridisciplinaires.

De surcroît, les limites de la causalité probabiliste et de l'inférence causale se présentent par la relation causale déterministe qui doit exister entre l'effet et la cause. En effet, la causalité n'est pas toujours observable et on ne peut pas la cerner en observant juste les effets. D'autant plus, une cause produit rarement un seul effet et par conséquent la multiplicité des causes et des effets rend difficile la détermination des causes de chaque effet à part.

Ainsi, des erreurs peuvent également subvenir dans le cas où les questions qui cherchent à déterminer la causalité sont toutes confirmatoires, ou encore lorsqu'on fait la sélection des données de manière itérative jusqu'à la confirmation des hypothèses prédéfinies. En outre, on pourrait aboutir à des déductions douteuses qui assimilent des effets à certaines causes sur la base d'une simple corrélation sans qu'il y ait une relation de conséquence.

Par ailleurs, l'analyse contrefactuelle suppose que si la cause ne s'est pas réalisée, il n'y aura pas d'effet. Or, en réalité, si une cause est absente, l'effet peut rester apparent. La présence d'autres causes pourrait influencer l'importance d'une telle ou telle cause.

En outre, la règle de transitivité dans la recherche de la causalité en sciences sociales est loin d'être respectée dans la majorité des cas. Ainsi, chaque chose est causée par une autre chose et donc on se trouverait dans une chaîne de causalité sans limite.

Dans ce sens, la manipulation des variables explicatives et à expliquer pour contrôler leur relation à travers les réajustements entretenus en éliminant certaines et en introduisant d'autres, conduirait à la négligence de certaines variables consistantes soit par erreur soit par oubli, ce qui rend le modèle complexe et marqué par une grande dose de subjectivité.

Dans le même ordre d'analyse, la modélisation n'a pas permis, quant à elle, de trouver la causalité recherchée puisque généralement les modèles modélisent la théorie plutôt que le monde empirique, ainsi, la pertinence des variables varient en fonction de chaque angle de vue et donc son degré change d'une vision à une autre. En conséquence, un modèle aurait une portée réductionniste qui simplifie la réalité sociale. De même, il permet de gérer le monde social proportionnellement avec ses causes. Or cette réduction est souvent trompeuse si on fait l'analogie avec la théorie du chaos qui énonce que les petits changements dans les conditions initiales pourraient avoir des conséquences énormes mais aussi des grandes causes pourraient avoir des petits effets. Autrement dit, les effets ne sont pas proportionnels à leurs causes et donc la prise en considération de la non-linéarité des interactions sociales est aussi importante. De même, la théorie de la bifurcation ou de points de basculement en physique va dans le même sens d'analyse où les petits changements pourraient avoir des conséquences majeures.

Par ailleurs, la théorie de la complexité sociale énonce que les effets émergent imprévisiblement de plusieurs variables non linéaires. On ne pourrait plus trancher sur les variables à inclure ou à exclure dans la mesure où les prévisions sont impossibles ou hasardeuses dans un monde non linéaire. En effet, des petites variations dans les conditions initiales comme dans la théorie du chaos ou l'émergence des effets comme dans la théorie de la complexité peuvent causer des changements majeurs et rendant la prédiction difficile voire même impossible malgré la présence des larges échantillons. Ces derniers ne prouvent pas nécessairement la causalité.

A cet effet, la causalité pourrait être mieux explicitée par la théorie de la complexité où l'évolution, l'adaptation et le changement sont la conséquence des interventions causales d'une série de processus et d'événements dans des conditions et des contextes bien spécifiques.

Pour comprendre les processus entraînant l'émergence de ces systèmes, cela demande une vision holistique plutôt qu'individualiste en incluant toutes les conditions agissant dans un certain contexte. L'interaction de ces éléments produit un système inattendu, imprévisible, émergent où les auto-catalyseurs du nouvel ordre apparaissent à travers une interaction auto

organisationnelle et rétroactive. Par conséquent, le changement serait non linéaire et imprévisible et les événements ne seront connus qu'après leur survenance.

« La théorie de la complexité marque un véritable tournant dans la pensée sur la causalité. Elle est une théorie de multiplicité en termes de dimensions, de causes, de chaînes causales, de liens et chemins, de niveaux, de toiles de causalité, de systèmes, de sous-systèmes, de relations, de connexions et de résultats. Il s'agit des résultats prévus et imprévus, d'un ordre émergent auto-organisé non contrôlé à terme, des effets principaux et secondaires, des effets directs et indirects, des effets des causes qui deviennent subséquemment les causes des effets supplémentaires, et les effets de tous ces uns sur chacune d'autre. La théorie de la complexité nécessite tous ces éléments d'être recherchés simultanément et interactivement dans la compréhension d'un phénomène. » (Morrison, 2012)

« La compréhension de la complexité théorique de la causalité nécessite une approche épistémologique qui voit les systèmes dans leur ensemble et imbriqués les uns dans les autres en vue de comprendre la nature ontologique de leurs toiles et leurs réseaux. »

« La numérisation et la détection de l'environnement causal cherche à comprendre comment l'ensemble est venu grâce à des toiles temporelles, spatiales, historiques, conditions individuelles et externes, événements et processus. » (Morrison, 2012)

Grosso modo, on pourrait dire que la théorie de la complexité permet au chercheur de garder un esprit ouvert à toutes les disciplines complémentaires susceptibles d'apporter des éléments de réponse à l'explication des systèmes économiques et sociaux. Entre autres, l'Econophysique apparaît comme un champ complémentaire qui s'inscrit dans le cadre de l'approche transdisciplinaire la plus développée à l'heure actuelle afin d'étudier la complexité économique. Ce terme a été choisi à l'instar d'autres champs disciplinaires comme l'astrophysique, la biophysique et la géophysique.

A l'inverse de ce qui est répandu en économie et en finance, l'Econophysique commence sa démarche de recherche à partir des données existantes en les étudiant de manière méticuleuse en vue de déduire ensuite les théories explicatives. Alors que les économistes supposent que leurs théories sont justes et qu'elles doivent fonctionner ensuite sur les données.

Comparativement à la théorie économique et financière standard, l'éconophysique est considéré comme une réaction révolutionnaire. Il est à rappeler qu'Einstein (1905) avait fait la distinction entre la thermodynamique (principes théoriques) et la statistique mécanique

(théorie construite). Dans ce sens, les éconophysiciens utilisent l'analogie de la statistique physique (plutôt que thermodynamique) en adoptant une approche théorique constructive. Il s'agit de partir des données pour construire les modèles y afférents. Cette étude microscopique permet de décomposer un système complexe pour comprendre ses éléments sans donner de l'importance à l'ensemble contrairement à la théorie néoclassique.

Certains chercheurs se demandent si les lois régulant les marchés financiers émergent abstraction faite des détails microscopiques du système. Ces lois ne possèdent pas les mêmes caractéristiques des autres lois naturelles. Toutefois, certaines lois sont souvent observables dans plusieurs sociétés comme c'est le cas de la loi de Pareto. Cette loi de puissance est souvent présente dans l'analyse des séries économiques et financières, encore faut-il chercher d'autres propriétés largement observables et communes aux différents systèmes socioéconomiques.

D'autant plus, plusieurs chercheurs, surtout les éconophysiciens, considèrent la complexité des marchés financiers comme un fait, alors que d'autres (Durlauf, 2005) (Brock, 1999) restent sceptiques et trouvent que le fait de chercher des faits stylisés (comme la loi de puissance) pourrait poser des contraintes à l'analyse détaillée des systèmes économiques et financiers.

Dans l'article de (Medd, 2005), l'auteur présente la science de la complexité comme un champ multidisciplinaire qui analyse les systèmes complexes. Cette science n'est pas assez bien définie considérée comme une science moderne ou postmoderne. Dans le même sens, les systèmes complexes se caractérisent par une émergence auto-organisée, par une non linéarité, par une criticité auto-organisée (le système maintient un équilibre approprié entre l'ordre et le chaos en assurant ainsi la continuité et l'adaptabilité), par une dynamique évolutionnaire, par des attracteurs (notamment les attracteurs étranges) et par une interdépendance avec d'autres systèmes. En outre, la science de la complexité reconnaît l'impossibilité d'une prédiction absolue.

Ainsi, les modèles éconophysiques constituent donc des véritables alternatives aux modèles économiques connaissant plusieurs défaillances. L'interaction des économistes et des physiciens est importante comme on a fait au Santa Fe Institute qui travaille plusieurs problèmes économiques financiers par des techniques empruntées à d'autres disciplines.

Il est également intéressant de rappeler que la relation entre les économistes et les physiciens est très profonde, à ce titre, plusieurs exemples peuvent être cités comme

l'application de loi de puissance aux données économiques qui était déjà faite par Pareto (1897) et qui a été réintroduite après par le physicien et mathématicien Benoît Mandelbrot. Un autre exemple est l'application du mouvement brownien par Louis Bachelier en 1900 dans sa théorie de spéculation mathématique cinq ans avant Einstein (1905), sa réintroduction a été faite par le physicien Osborne en 1959. D'autant plus, l'économiste Fölmer en 1974 avait appliqué les modèles de la statistique mécanique à l'économie.

Dans le même ordre d'idées, l'Econobiologie constitue également une possible approche transdisciplinaire à l'étude de la complexité qui assimile par analogie l'étude des systèmes économiques et financiers à l'étude des systèmes biologiques qui sont dynamiques et complexes et qui traitent des insectes, des oiseaux, des arbres dans les forêts... D'autres théories peuvent être jointes à ces systèmes comme la théorie du chaos qui illustre dans contenu l'effet papillon. Cet effet pourrait être source de plusieurs analyses biologiques, par exemple des petits changements dans les comportements migratoires des oiseaux pourraient amener à des effets catastrophiques sur les forêts.

D'autant plus, l'Econobiologie étudie l'un des éléments les plus controversées de la complexité dynamique qui est le concept de l'émergence dans l'évolution comme les modèles de flocage et d'élevage des espèces dont l'analogie présente plusieurs similitudes avec les systèmes économiques et financiers. Ces derniers peuvent faire appel à des modèles multi-agents où le comportement des agents soit également dynamique, évolutif et non linéaire à l'instar des autres espèces biologiques.

A cet effet, de véritables potentielles de recherche apparaîtraient en adoptant une approche transdisciplinaire qui associe plusieurs disciplines comme la physique, la biologie et l'économie.

Dans cet esprit d'analyse, les marchés financiers présentent une certaine complexité dans leur analyse surtout en la présence de plusieurs instruments financiers (produits dérivés, contrats à terme, commodités, ...) qui rendraient l'évolution des marchés ainsi que l'interaction entre les agents dynamique et turbulente. De surcroît, la présence des traders et des teneurs de marché alimente davantage cette turbulence. De même, l'analyse se limitant à analyser la seule variance comme mesure statistique de la volatilité, risque de négliger les autres mesures comme le kurtosis qui pourrait se situer à des niveaux élevé (larges queues de distribution) malgré une faible variance. Afin d'adopter une analyse plus réaliste du comportement des marchés financiers, certains chercheurs font appel à des modèles à agents

hétérogènes en vue de mieux expliciter la dynamique des interactions de ces agents (Rosser Jr., 2010).

(Bonanno, Lillo, & Mantegna, 2001) ont plutôt parlé de trois niveaux de complexité dans les marchés financiers. Le premier niveau de complexité est lié à la fonction d'autocorrélation des séries de rentabilités qui mesure l'effet de mémoire. Ainsi, la stationnarité doit être trouvée asymptotiquement. Donc, c'est un niveau de complexité liée aux propriétés statistiques des séries temporelles. Le deuxième niveau est relatif à la corrélation croisée qui existe entre un ensemble de titres évoluant de manière synchronique, l'étude de cette cross-corrélation permettrait une meilleure modélisation surtout dans le cadre de la gestion de portefeuille de titres. Pour estimer la cross-corrélation entre les titres, on pourrait faire appel à plusieurs méthodes à savoir l'analyse en composante principale, l'analyse de la corrélation par regroupement, par l'estimation ultramétrique sous-dominante, par la méthode *detrended cross analysis*, etc. Il s'agit donc d'une complexité due aux interactions synchrones entre plusieurs séries temporelles. Alors que le troisième niveau de complexité selon les mêmes auteurs (Bonanno, Lillo, & Mantegna, 2001) est lié au comportement collectif des séries financières négociées simultanément dans un marché lorsqu'il y a une survenance d'événements extrêmes sur ledit marché. Il faut dire alors que la modélisation de la dynamique du marché financier constitue un vrai challenge en raison des différents niveaux de complexité et qui s'aggravent en période de crise.

Selon (Rickles, 2011), il existe deux principales approches pour étudier la science de la complexité qui sont l'éconophysique et l'éconobiologie. Les deux approches sont des approches ascendantes qui partent du bas vers le haut, du niveau micro au niveau macro. Les propriétés des systèmes complexes sont dites émergentes. A cet effet, la statistique physique permet d'étudier les particules d'un système, son application en économie et finance permet d'étudier les particules économiques comme les investisseurs, les traders, etc. Les éconophysiciens essaient d'expliquer la réalité des marchés financiers en analysant la réalité des faits stylisés apportés par les économistes et financiers. A ce titre, la méthodologie des physiciens est basée sur une approche beaucoup plus empirique : « Les données en premier, la modélisation après ». En effet, Plusieurs propriétés dynamiques sont trouvées dans les systèmes financiers dynamiques comme la propriété d'échelle, l'universalité, la criticité, la multifractalité et d'autres propriétés émergeant sur le marché.

(Rickles, 2011) avance également qu'il ne faut pas adopter des approches unificatrices pour étudier la complexité puisque le système complexe en tant que système unique doit avoir

certaines caractéristiques comme le fait qu'il soit composé de plusieurs sous-unités. Ces dernières doivent être interdépendantes et leurs interactions sont non linéaires. Ces propriétés sont considérées comme émergentes lorsqu'elles créent une nouvelle structure complexe. Il est à signaler que ces sous-unités ne sont pas forcément identiques. Par ailleurs, les systèmes complexes adaptatifs possèdent, en plus des caractéristiques précédentes, des sous-unités qui modifient leurs propriétés et leur comportement en fonction du changement environnemental. D'autant plus, les systèmes complexes adaptatifs auto-organisés doivent comporter, en plus de ce qui est vu dans les systèmes complexes adaptatifs, des sous-unités qui modifient leurs propres propriétés et comportements en fonction des propriétés et du comportement du système.

Dans ce sens, les systèmes complexes exhibent souvent des grands changements surprenants, ces changements sont le résultat des événements extrêmes. Dans les marchés financiers, les bulles spéculatives correspondent à des processus auto-organisationnels qui se forment avant le crash financier. Ces crashes sont des conséquences naturelles des marchés financiers qui sont caractérisés par la complexité. A cet effet, les événements extrêmes correspondent à un phénomène critique dont lequel l'effet de mémoire longue existe et donc une petite variation dans les valeurs des paramètres peut causer des changements brutaux dans le système. Ce qui laisse déduire que les comportements extrêmes dans un système sont un fort indice de l'existence de la complexité.

Grosso modo, l'étude des marchés financiers nécessite alors une étude quantique à l'instar de la physique quantique. La finance quantique permet alors de comprendre les effets cohérents macroscopiques. De ce fait, une description quantique des systèmes en finance serait d'un grand intérêt pour détecter les interférences des ondes comme en physique. Au niveau des marchés financiers, les ondes présentent l'équivalent des tendances oscillantes sur un axe de temps donné. Ainsi, leur interférence produit des résultats si complexes (Schaden, 2002).

2. Méthodologie interdisciplinaire de la recherche en finance

Source de polémique, la méthodologie de recherche en sciences sociales a tenu une autre forme en essayant d'effleurer plusieurs disciplines pour qu'elle soit conduite de manière interdisciplinaire. Dans ce sens, Dijkum (2001) admet l'imprédictibilité du futur, puisqu'il considère le monde comme dynamique, ainsi, les changements se font de manière rapide et adaptative, ce qui justifie la nécessité de faire appel à des méthodes qui intègrent les principes

de survie et d'évolution dans un contexte marqué par l'incertitude. A cet effet, ceci permettrait de manier avec plus d'aisance la complexité des phénomènes sociaux. Cette complexité sociale ne peut pas être expliquée par les seuls outils mathématiques mais par l'interaction de plusieurs disciplines scientifiques pour que l'analyse soit plus fine et plus exhaustive.

En conséquence, il est judicieux d'adopter une méthodologie interdisciplinaire associant plusieurs disciplines (mathématiques, physiques, biologie, ...) pour expliquer un phénomène. En essayant de comprendre ces phénomènes, Wallner Peschl (1990, 1991) emploie le concept de « *strangification* » en essayant de démystifier les problèmes complexes grâce aux efforts interdisciplinaires. *Strangification* est un concept central dans le réalisme constructif voire même une méthode. Il s'agit du passage du système des théories et des paradigmes à un système reposant sur des méthodes scientifiques plus rigoureuses. L'objectif est de détecter les structures cachées présentes implicitement dans le système des théories et des paradigmes (Wallner, 1992).

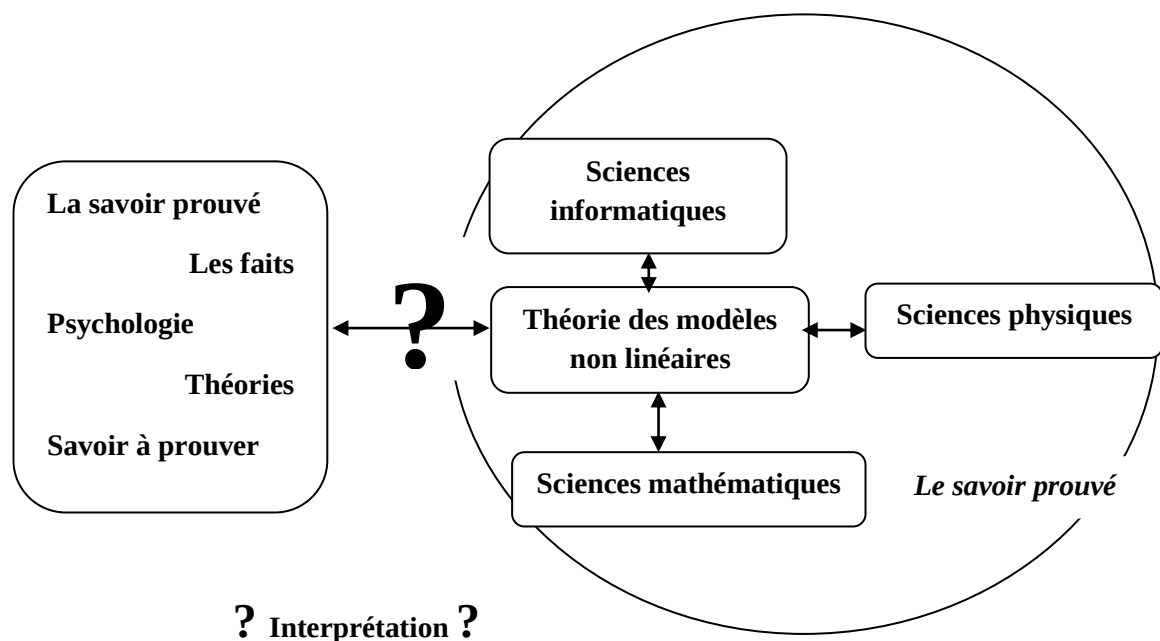


Figure 1 : Transfert de la connaissance (*Strangification*) (Source : (Dijkum, 2001))

Dans le même sens d'analyse, Dijkum (2001) se concentre sur la question de savoir comment la complexité du monde social peut être comprise dans une analyse interdisciplinaire surtout qu'elle est influencée par des valeurs, des systèmes de croyances, une culture et des structures de pouvoir (Kuhn, 1962) (Dijkum, 2001).

Conclusion du chapitre

Après avoir fait le tour d'horizon des principaux courants méthodologiques, il s'avère que l'examen de ces différents types de méthodologies va nous permettre de se situer par rapport à l'objet de recherche et d'adopter une méthodologie au service de la science et qui pourrait répondre aux problèmes réels posés par le système financier, les marchés financiers et par les outils de gestion de portefeuille utilisés. Cela permettra également de comprendre le sous-bassement théorique et méthodologique des principaux modèles utilisés en finance.

Par ailleurs, dans les sciences sociales, en l'occurrence la finance, il est difficile de se limiter à une seule démarche suite à la complexité des phénomènes sociaux. Ces derniers nécessitent une analyse pluridisciplinaire capable d'explicitier la dynamique des sujets surtout dans leurs comportements économiques et financiers.

Pour cette raison, on s'intéressera dans cette thèse à utiliser des méthodes provenant de différentes disciplines pour se prononcer sur un constat en adoptant une méthodologie interdisciplinaire. Il s'agit de s'ouvrir sur plusieurs disciplines à savoir la statistique physique, la statistique mathématique, les mathématiques, la physique nucléaire et la biologie. Ces différentes disciplines seront d'une grande importance pour l'étude de notre problématique objet de cette thèse.

Chapitre 2 : Optimisation de portefeuille au cœur des théories controversées

La finance moderne a connu un essor considérable au début du 20^{ème} siècle, dans ce sens, les travaux de Bachelier et de plusieurs chercheurs ont été d'une forte inspiration pour les théoriciens de la finance. A cet effet, l'efficience des marchés était l'une des principales conséquences de ces travaux qui ont fortement influencé tous les domaines de la recherche en finance notamment la gestion de portefeuille dans les marchés financiers.

L'un des travaux les plus célèbres est celui d'Harry Markowitz sur l'optimisation du portefeuille qui date de 1952. En outre, l'approche de Markowitz continue à dominer et à régner comme étant le noyau dur de la gestion de portefeuille. D'autres méthodes ont également été développées s'inspirant de ces travaux, ainsi, des mesures de la performance ont été proposées pour mieux juger la pertinence des choix d'un portefeuille.

Toutefois, ces théories ont été largement controversées en raison de plusieurs déficiences marquant leurs hypothèses de base à savoir l'efficience des marchés. On l'avait bien vu dans le 2^{ème} chapitre de cette thèse où on a réfuté cette hypothèse d'efficience de manière absolue pour les cas qu'on a étudiés. Ainsi, certains auteurs, comme Nassim Nicholas Taleb et Benoît Mandelbrot, ont sonné la cloche d'alarme pour revoir ces théories et proposer de nouvelles alternatives qui s'adaptent à la réalité des marchés financiers.

Dans ce chapitre, on présentera le corpus théorique de base de la gestion de portefeuille moderne, ensuite on s'intéressera à discuter les principales critiques adressées à ces théories.

Section 1 : Essence de la théorie de portefeuille

Il est nécessaire de rappeler les principaux éléments de base de la théorie de portefeuille moderne afin d'avoir une vision plus lucide sur ses apports et ses points positifs. A cet effet, on présentera d'abord le modèle de Markowitz comme étant un modèle de base, ensuite on mettra l'accent sur les principales mesures de performance.

1. Le modèle de moyenne-variance de Markowitz

Ayant reçu le prix Nobel en 1990, Harry Markowitz continue d'avoir un succès dans le monde de la finance à travers ses travaux surtout ceux en relation avec l'optimisation de portefeuille. Dans ce sens, Markowitz s'est intéressé davantage à étudier la notion du portefeuille efficient existant sur la frontière d'efficience en se basant sur deux critères de choix : la moyenne et la variance (Markowitz H. , 1952).

1.1. Le modèle de Markowitz

Etant donné le choix difficile d'une combinaison de portefeuille optimale, un individu pourrait se baser sur deux critères simples qui sont l'espérance des rentabilités et la variance de celles-ci. A cet effet, l'investisseur doit chercher le compromis optimal entre ces deux critères. Markowitz avance que l'investisseur cherche à maximiser sa rentabilité future qui n'est pas connue avec certitude. Ce qui revient à l'estimer à travers son espérance.

Dans un premier lieu, on présentera une définition des notations mathématiques qui seront utilisées ci-après.

Soient :

C : richesse initiale de l'investisseur (en début de période)

$\tilde{C}$: richesse finale de l'investisseur (en fin de période)

P_j : le prix de l'actif j en début de période

$\tilde{P}_j$: le prix de l'actif j en fin de période

$\tilde{r}_j$: le rendement aléatoire de l'actif j sur la période

$\tilde{r}_p$: le rendement aléatoire du portefeuille P sur la période

$$\tilde{r} = \begin{pmatrix} \tilde{r}_1 \\ \vdots \\ \tilde{r}_n \end{pmatrix} : \text{matrice (vecteur) des rendements des } n \text{ actifs risqués}$$

$$\mu_j = E(\tilde{r}_j) : \text{le rendement espéré de l'actif } j$$

$$\mu = E(\tilde{r}) = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \vdots \\ \mu_n \end{pmatrix} : \text{l'espérance mathématique de } \tilde{r}$$

$$\sigma_j^2 = \text{var}(\tilde{r}_j) : \text{la variance du rendement de l'actif } j$$

$$\sigma_{ij} = \text{cov}(\tilde{r}_i, \tilde{r}_j) : \text{covariance entre actifs } i \text{ et } j$$

$$\Omega = (\text{cov}(\tilde{r}_i, \tilde{r}_j)) : \text{matrice des variances-covariances des rendements des } n \text{ actifs}$$

$$n_j : \text{le nombre d'actifs } j \text{ détenus par l'agent}$$

$$x_j : \text{la proportion de la richesse initiale investie dans l'actif } j$$

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} : \text{la matrice des proportions}$$

$$\mathbf{1} = \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} : \text{matrice de type } (n,1)$$

$$\mu_p = E(\tilde{r}_p) : \text{le rendement espéré du portefeuille } P$$

$$\sigma_p^2 = \text{var}(\tilde{r}_p) : \text{la variance du rendement du portefeuille } P$$

Il faut rappeler également que le modèle de Markowitz se fait sur la base d'une analyse monopériodique qui concerne un seul intervalle de temps.

$$\begin{array}{ccc} 0 & \text{-----} & t \\ P_j & & \tilde{P}_j \\ \underbrace{\hspace{10em}} & & \\ & \tilde{r}_j & \end{array}$$

Dans ce sens, la rentabilité du titre sera calculée comme suit :

$$\tilde{r}_j = \frac{\tilde{P}_j - P_j}{P_j}$$

Alors que les richesses initiale et finale seront :

$$C = \sum_{j=1}^n n_j P_j$$

$$\tilde{C} = \sum_{j=1}^n n_j \tilde{P}_j$$

En considérant $n_j P_j$ la richesse investie dans l'actif j .

La rentabilité aléatoire du portefeuille sur la période sera :

$$\begin{aligned} \tilde{r}_p &= \frac{\tilde{C} - C}{C} = \frac{\sum_{j=1}^n n_j \tilde{P}_j - \sum_{j=1}^n n_j P_j}{\sum_{j=1}^n n_j P_j} = \frac{\sum_{j=1}^n n_j (\tilde{P}_j - P_j)}{C} \\ &= \frac{\sum_{j=1}^n n_j P_j \left(\frac{\tilde{P}_j - P_j}{P_j} \right)}{C} = \sum_{j=1}^n \frac{n_j P_j}{C} \times \tilde{r}_j = \sum_{j=1}^n x_j \tilde{r}_j \end{aligned}$$

$$\tilde{r}_p = \sum_{j=1}^n x_j \tilde{r}_j$$

Où

$$x_j = \frac{n_j P_j}{C} = \frac{n_j P_j}{\sum_{j=1}^n n_j P_j} \text{ représente la proportion de la richesse } C \text{ investie dans l'actif } j$$

Pour calculer $\mu_p = E(\tilde{r}_p)$ et $\sigma_p^2 = \text{var}(\tilde{r}_p)$, on a :

$$\mu_p = E(\tilde{r}_p) = \sum_{j=1}^n x_j \cdot \mu_j$$

et

$$\sigma_p^2 = \text{var}(\tilde{r}_p) = \text{var}\left(\sum_{j=1}^n x_j \cdot \tilde{r}_j\right) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij} = X' \Omega X$$

Le problème de Markowitz peut se présenter de deux manières différentes et équivalentes. Soit en posant un rendement espéré μ_p fixé, on cherche les proportions x_j à investir dans chaque actif j tout en minimisant la variance $\sigma_p^2 = \text{var}(\tilde{r}_p)$. Soit, on fixe la variance $\sigma_p^2 = \text{var}(\tilde{r}_p)$ pour chercher les proportions x_j à investir dans chaque actif j tout en maximisant le rendement espéré μ_p .

En l'absence de la possibilité des ventes à découvert comme hypothèse, nous aurons $x_j \geq 0$ avec $\sum_{j=1}^n x_j = 1$.

1.2. Cas d'un portefeuille composé de n actifs risqués

$$\text{Minimiser } \sigma_p^2 = \text{var}(\tilde{r}_p)$$

Sous contraintes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n x_j = 1 \\ \mu_p = E(\tilde{r}_p) = \sum_{j=1}^n x_j \cdot \mu_j \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} (1 \quad \cdots \quad 1) \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = 1 \\ (\mu_1 \quad \cdots \quad \mu_n) \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \mu_p \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \mathbf{1}' \cdot X = 1 \\ \mu' \cdot X = \mu_p \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} \mathbf{1}' \\ \mu' \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 \\ \mu_p \end{pmatrix}$$

On pose $D = \begin{pmatrix} \mathbf{1}' \\ \mu' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ \mu_1 & \cdots & \mu_n \end{pmatrix}$

$$d = \begin{pmatrix} 1 \\ \mu_p \end{pmatrix}$$

La contrainte s'écrit $D \cdot X = d$

Le problème s'écrit donc de cette manière :

$$\text{Min } \sigma_p^2 = X' \Omega X$$

Sous contrainte $D \cdot X = d$

Pour trouver X, on utilise le lagrangien suivant :

$$L(X; \lambda) = X' \Omega X + 2\lambda'(d - DX)$$

où

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \text{ sont des inconnus.}$$

$$\lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} \text{ sont les multiplicateurs de Lagrange.}$$

Les conditions nécessaires de 1^{er} ordre sont :

$$\nabla_x L(X; \lambda) = \frac{\partial(X' \Omega X)}{\partial X} - 2 \frac{\partial(\lambda' DX)}{\partial X}$$

$$\nabla_{\lambda} L(X; \lambda) = 2 \frac{\partial(\lambda' (d - DX))}{\partial \lambda} = 2 \frac{\partial((d - DX)' \lambda)}{\partial \lambda}$$

Le résultat mathématique sera :

$$\begin{cases} \frac{\partial(X' A X)}{\partial X} = 2AX \\ \frac{\partial(Y' X)}{\partial X} = Y \end{cases}$$

$$\text{Donc : } \nabla_X L(X; \lambda) = 2\Omega X - 2D'\lambda = 0 \quad (1)$$

$$\nabla_{\lambda} L(X; \lambda) = 2(d - DX) = 0 \quad (2)$$

$$(1) \quad \Rightarrow \quad X = \Omega^{-1} D' \lambda$$

$$(2) \quad \Rightarrow \quad \lambda = (D\Omega^{-1} D')^{-1} d \quad (3)$$

$$\text{D'où les proportions seront égales à : } X = \Omega^{-1} D' (D\Omega^{-1} D')^{-1} d \quad (4)$$

Pour trouver la frontière d'efficiencia on a :

$$\sigma_p^2 = X' \Omega X$$

$$\sigma_p^2 = d' (D\Omega^{-1} D')^{-1} D\Omega^{-1} \Omega \Omega^{-1} D' (D\Omega^{-1} D')^{-1} d$$

$$\sigma_p^2 = d' (D\Omega^{-1} D')^{-1} d \Leftrightarrow \sigma_p^2 = \begin{pmatrix} 1 & \mu_p \end{pmatrix} \left[\begin{pmatrix} \mathbf{1}' \\ \mu' \end{pmatrix} \Omega^{-1} \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mu \end{pmatrix} \right]^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ \mu_p \end{pmatrix}$$

$$\sigma_p^2 = \begin{pmatrix} 1 & \mu_p \end{pmatrix} \left[\begin{pmatrix} \mathbf{1}' \\ \mu' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Omega^{-1} \mathbf{1} & \Omega^{-1} \mu \end{pmatrix} \right]^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ \mu_p \end{pmatrix}$$

$$\sigma_p^2 = \begin{pmatrix} 1 & \mu_p \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{1}' \Omega^{-1} \mathbf{1} & \mathbf{1}' \Omega^{-1} \mu \\ \mu' \Omega^{-1} \mathbf{1} & \mu' \Omega^{-1} \mu \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ \mu_p \end{pmatrix}$$

On pose :

$$a = \mu' \Omega^{-1} \mu$$

$$b = \mu' \Omega^{-1} \mathbf{1} = \mathbf{1}' \Omega^{-1} \mu$$

$$c = \mathbf{1}' \Omega^{-1} \mathbf{1}$$

On obtient :

$$\sigma_p^2 = (1 \quad \mu_p) \begin{bmatrix} c & b \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ \mu_p \end{pmatrix}$$

Or

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} c & b \\ b & a \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{\det A} {}^t \text{comatrice}(A) = \frac{1}{ac-b^2} \begin{pmatrix} a & -b \\ -b & c \end{pmatrix}$$

D'où

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{ac-b^2} (1 \quad \mu_p) \begin{pmatrix} a & -b \\ -b & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \mu_p \end{pmatrix}$$

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{ac-b^2} (1 \quad \mu_p) \begin{pmatrix} a-b\mu_p \\ -b+c\mu_p \end{pmatrix} = \frac{1}{ac-b^2} (a-b\mu_p - b\mu_p + c\mu_p^2)$$

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{ac-b^2} (a-2b\mu_p + c\mu_p^2) = \frac{1}{ac-b^2} c \left(\mu_p^2 - 2\frac{b}{c}\mu_p + \frac{a}{c} \right)$$

$$\sigma_p^2 = \left(\frac{c}{ac-b^2} \right) \left(\mu_p - \frac{b}{c} \right)^2 + \frac{1}{c}$$

On peut montrer que :

$$ac-b^2 > 0 \text{ et } c > 0$$

$$\mu_p = \sqrt{\frac{ac-b^2}{c}} \cdot \sqrt{\sigma_p^2 - \frac{1}{c}} + \frac{b}{c}$$

$$\sigma_p = \sqrt{\left(\frac{c}{ac-b^2} \right) \left(\mu_p - \frac{b}{c} \right)^2 + \frac{1}{c}} = f(\mu_p)$$

En étudiant les limites de la fonction on trouve :

$$\lim_{\mu_p \rightarrow \pm\infty} \sigma_p = +\infty$$

$$\lim_{\mu_p \rightarrow -\infty} \frac{\sigma_p}{\mu_p} = -\sqrt{\frac{c}{ac-b^2}}$$

$$\lim_{\mu_p \rightarrow +\infty} \frac{\sigma_p}{\mu_p} = \sqrt{\frac{c}{ac-b^2}}$$

$$\lim_{\mu_p \rightarrow -\infty} \left(\sigma_p + \sqrt{\frac{c}{ac-b^2}} \mu_p \right) = \frac{b}{c} \sqrt{\frac{c}{ac-b^2}}$$

$$\lim_{\mu_p \rightarrow +\infty} \left(\sigma_p - \sqrt{\frac{c}{ac-b^2}} \mu_p \right) = -\frac{b}{c} \sqrt{\frac{c}{ac-b^2}}$$

Les asymptotes obliques :

$$\sigma_p = -\sqrt{\frac{c}{ac-b^2}} \left(\mu_p - \frac{b}{c} \right) \text{ au } V(-\infty)$$

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{c}{ac-b^2}} \left(\mu_p - \frac{b}{c} \right) \text{ au } V(+\infty)$$

La dérivée :

$$\frac{d\sigma_p}{d\mu_p} = \frac{1}{\sigma_p} \left(\frac{c}{ac-b^2} \right) \left(\mu_p - \frac{b}{c} \right)$$

$$\frac{d\sigma_p}{d\mu_p} = 0 \Leftrightarrow \mu_p = \frac{b}{c}$$

A titre d'illustration, on dessinera la courbe d'efficience pour les 71 valeurs cotées à la bourse de Casablanca pour déterminer les portefeuilles efficients en se basant sur le modèle de Markowitz présenté ci-dessus.

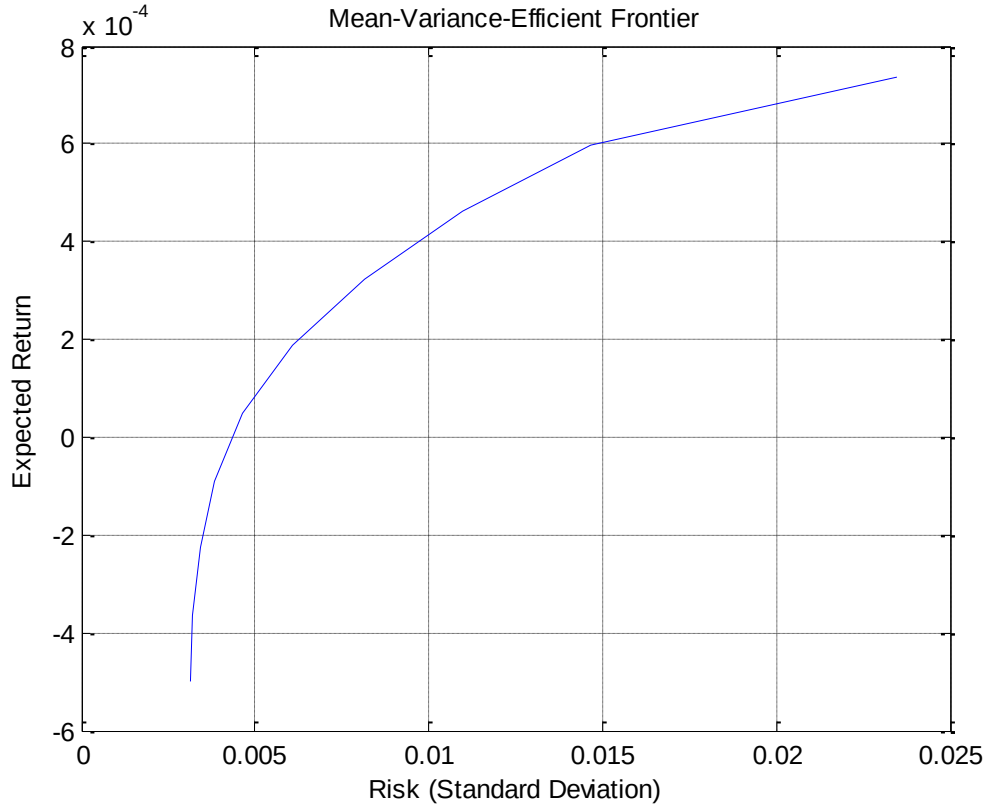


Figure 2: Courbe d'efficience de 71 valeurs cotées à la Bourse de Casablanca (établi par nos propres soins)

La courbe d'efficience présentée dans la figure 1 montre comment on peut faire varier le couple risque-rentabilité en changeant les proportions investies dans les actions. Le choix de l'une des combinaisons dépendra du niveau d'aversion au risque de chaque investisseur.

1.3. Cas d'un portefeuille composé de n actifs risqués et d'un actif sans risque

Dans le cas où le portefeuille est composé de n actifs risqués et d'un actif sans risque, le calcul se fait comme suit:

Le rendement du portefeuille sera égal à :
$$\tilde{r}_p = \sum_{j=1}^n x_j \tilde{r}_j + x_{n+1} r_f$$

où r_f est le rendement de l'actif sans risque

Avec $E(r_f) = r_f$ et $Var(r_f) = 0$

Le rendement espéré et la variance du portefeuille seront

$$E(\tilde{r}_p) = \sum_{j=1}^n x_j \cdot \mu_j + x_{n+1} r_f$$

$$Var(\tilde{r}_P) = Var\left(\sum_{j=1}^n x_j \cdot \tilde{r}_j\right) = X' \Omega X$$

Le programme du modèle sera donc écrit comme suit :

$$\text{Minimiser } Var(\tilde{r}_P) = Var\left(\sum_{j=1}^n x_j \cdot \tilde{r}_j\right) = X' \Omega X$$

Sous contraintes :

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n x_j + x_{n+1} = 1 \\ \sum_{j=1}^n x_j \cdot \mu_j + x_{n+1} r_f = \mu_P \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \mathbf{1}'X + x_{n+1} = 1 \\ \mu'X + x_{n+1} r_f = \mu_P \end{cases}$$

Le lagrangien sera :

$$L(X, x_{n+1}, \lambda_1, \lambda_2) = X' \Omega X - 2\lambda_1(\mathbf{1}'X + x_{n+1} - 1) + 2\lambda_2(\mu_P - \mu'X - x_{n+1} r_f)$$

Les conditions nécessaires du premier ordre sont :

$$\begin{cases} \nabla_X L = \frac{\partial L}{\partial X} = 2\Omega X - 2\lambda_1 \mathbf{1} - 2\lambda_2 \mu = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial x_{n+1}} = -2\lambda_1 - 2\lambda_2 r_f = 0 \end{cases}$$

$$\text{Et } \begin{cases} \mathbf{1}'X + x_{n+1} = 1 \\ \mu'X + x_{n+1} r_f = \mu_P \end{cases}$$

On déduit alors que : $\mu_P = r_f + \sqrt{\Pi' \Omega^{-1} \Pi} \cdot \sigma_P$ où $\sigma_P \geq 0$

On notera A_1 l'actif non risqué ayant un rendement r_f et M le portefeuille des n actifs risqués ayant un rendement $\tilde{r}_M$

Le rendement du portefeuille P s'écrira alors :

$$\tilde{r}_P = x_1 r_f + x_2 \tilde{r}_M$$

Avec $x_1 + x_2 = 1$

En supposant x_1 la proportion investie dans A_1 et x_2 la proportion investie dans M .

Le rendement espéré et la variance du portefeuille P sont:

$$\mu_P = x_1 r_f + x_2 \mu_M$$

$$\sigma_P^2 = x_2^2 \sigma_M^2$$

Après computations, on déduit la demi-droite :

$$\mu_P = r_f + \left(\frac{\mu_M - r_f}{\sigma_M} \right) \sigma_P$$

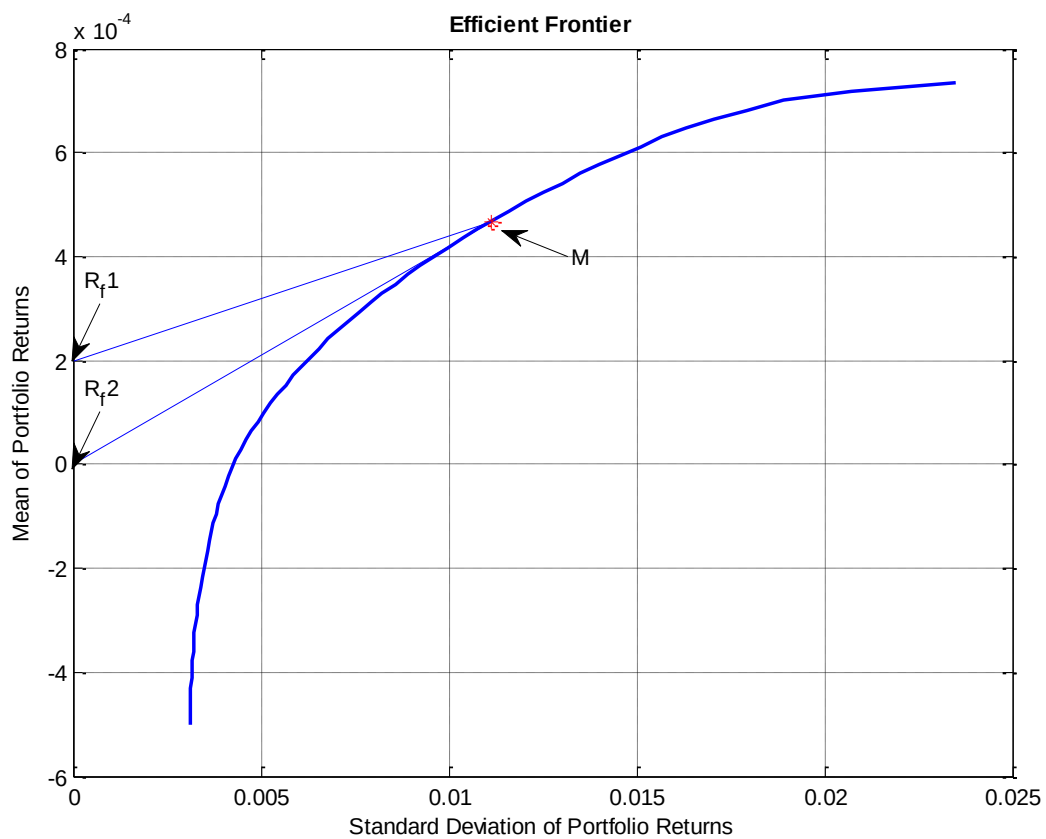
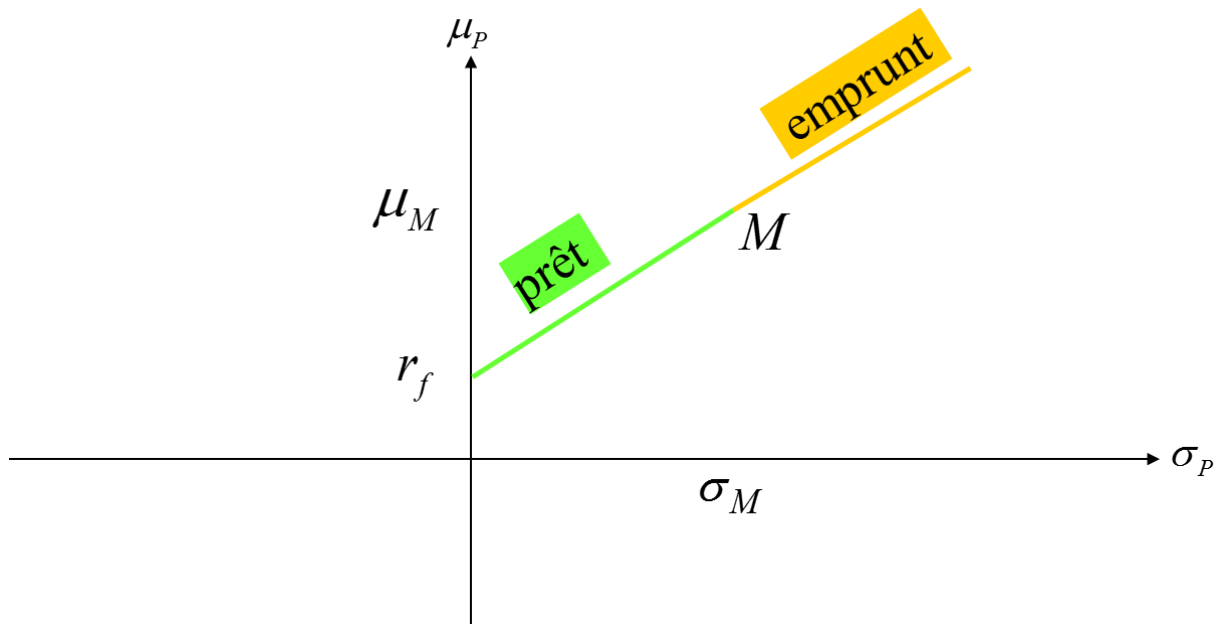


Figure 3: Courbe d'efficience de 71 valeurs cotées à la Bourse de Casablanca avec deux demi-droites d'efficience pour deux valeurs différentes de R_f au point tangent M représentant le portefeuille à n actifs risqués (maximisant le ratio de Sharpe)

Pour l'investisseur, deux cas possibles se présentent pour lui:



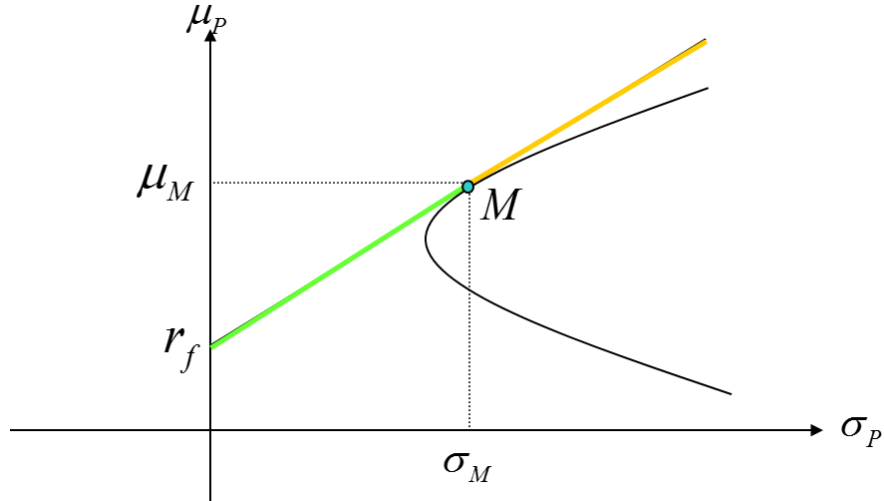
1^{er} cas : $x_1 > 0$ et $0 < x_2 < 1$

L'agent achète l'actif non risqué (prêt) et le portefeuille se trouve entre A_1 et M (demi-droite en couleur verte)

2^{ème} cas : $x_1 < 0$ et $x_2 > 1$

L'agent emprunte l'actif non risqué et investit le capital initial et l'emprunt dans le portefeuille M des actifs risqués. Le portefeuille P se trouve au-dessus de M (demi-droite en couleur jaune). Il faut signaler dans ce cas que le taux d'intérêt doit être le même et pour le prêt et pour l'emprunt.

L'investisseur choisit alors un portefeuille M des actifs risqués qui appartient à la frontière d'efficacité de Markowitz (actifs risqués) et qui permet d'avoir une droite avec la pente la plus élevée. A ce titre, la frontière d'efficacité est la droite tangente à la courbe d'efficacité en M.



Par ailleurs, le choix final d'un investisseur dépendra de son degré d'aversion au risque. Cet investisseur montre soit un goût au risque, soit une aversion au risque ou carrément sa neutralité et son indifférence à n'importe quel niveau de risque.

1.4. Portefeuille optimal M tangent des actifs risqués

On cherche les proportions $x_1, x_2, \dots, x_n$ du portefeuille M qui appartient à la frontière efficiente des portefeuilles risqués et qui maximise la pente de la droite partant de r_f

Le problème est de maximiser $\text{Max} \left(\frac{\mu_M - r_f}{\sigma_M} \right)$

On a

$$\theta = \frac{\mu_M - r_f}{\sigma_M} = \frac{\sum_{j=1}^n x_j \cdot \mu_j - \sum_{j=1}^n x_j r_f}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij}}} = \frac{\sum_{j=1}^n x_j \cdot (\mu_j - r_f)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij}}}$$

$$\theta = \frac{\mu_M - r_f}{\sigma_M} = X'(\mu - r_f \mathbf{1})(X' \Omega X)^{-\frac{1}{2}}$$

Les conditions nécessaires du 1^{er} ordre:

$$\frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{\partial (\mu - r_f \mathbf{1})' X}{\partial X} (X' \Omega X)^{-\frac{1}{2}} + X' (\mu - r_f \mathbf{1}) \frac{\partial (X' \Omega X)^{-\frac{1}{2}}}{\partial X} = 0$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial X} = (\mu - r_f \mathbf{1})(X' \Omega X)^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} X' (\mu - r_f \mathbf{1})(2\Omega X)(X' \Omega X)^{-\frac{3}{2}} = 0$$

$$(X' \Omega X)^{-\frac{1}{2}} [(\mu - r_f \mathbf{1}) - X' (\mu - r_f \mathbf{1})(X' \Omega X)^{-1} \Omega X] = 0$$

$$(\mu - r_f \mathbf{1}) - X' (\mu - r_f \mathbf{1})(X' \Omega X)^{-1} \Omega X = 0$$

On pose : $\lambda = X' (\mu - r_f \mathbf{1})(X' \Omega X)^{-1}$

On obtient : $(\mu - r_f \mathbf{1}) - \lambda \Omega X = 0$ (*)

On pose : $Z = \lambda X$ $\Pi = \mu - r_f \mathbf{1} = \begin{pmatrix} \mu_1 - r_f \\ \vdots \\ \mu_n - r_f \end{pmatrix}$

Le système linéaire (*) devient: $\Omega Z = \Pi$

La solution est $Z = \Omega^{-1} \Pi$

On déduit $X = \frac{Z}{\sum_{j=1}^n Z_j}$ avec $\lambda = \sum_{j=1}^n Z_j$

On déduit $\mu_M = \sum_{j=1}^n x_j \mu_j$

Les proportions seront égales à :

On a $\mu_P = x_1 r_f + x_2 \mu_M$

Donc $x_1 = \frac{\mu_P - \mu_M}{r_f - \mu_M}$ pour μ_P fixé.

2. Les mesures de performance

Afin de se prononcer sur les résultats obtenus par les gestionnaires des fonds, il est important de trouver les outils qui mesurent leurs performances. A cet effet, il existe une série de mesures à utiliser en vue d'évaluer la performance de chaque gestionnaire de portefeuille.

2.1. Le ratio de Sharpe

Sharpe était l'un des auteurs qui ont essayé de compléter les travaux de Markowitz. A cet effet, il a proposé en 1966 (Sharpe, 1966) un ratio qui mesure la performance les performances réalisées. Ce ratio a l'avantage d'intégrer la dimension risque dans son analyse.

En admettant que le risque d'un actif est mesuré par l'écart-type de sa rentabilité et que celle-ci possède une distribution normale, un actif risqué quelconque peut-être combiné avec l'actif sans risque pour générer tous les portefeuilles représentés dans le plan $(E(R); \sigma(R))$ par une demi-droite passant par les points représentatifs du portefeuille et du taux sans risque.

A ce titre, la performance d'un titre ou d'un portefeuille i peut être présentée par le ratio de Sharpe à l'aide de l'équation suivante :

$$S_i = \frac{E(R_i) - R_0}{\sigma(R_i)} = \frac{E(Pr_i)}{\sigma(Pr_i)}$$

Où R_0 est le taux sans risque, $E(R_i)$ l'espérance de rentabilité du titre i et $\sigma(R_i)$ son écart-type. Les primes de risque sont définies par la relation : $Pr_i = R_i - R_0$. Le ratio de Sharpe mesure donc une prime de risque normée par le risque.

A titre d'illustration, on a cherché le portefeuille efficient qui maximise le ratio Sharpe en se basant sur un portefeuille contenant 71 valeurs cotées à la Bourse de Casablanca.

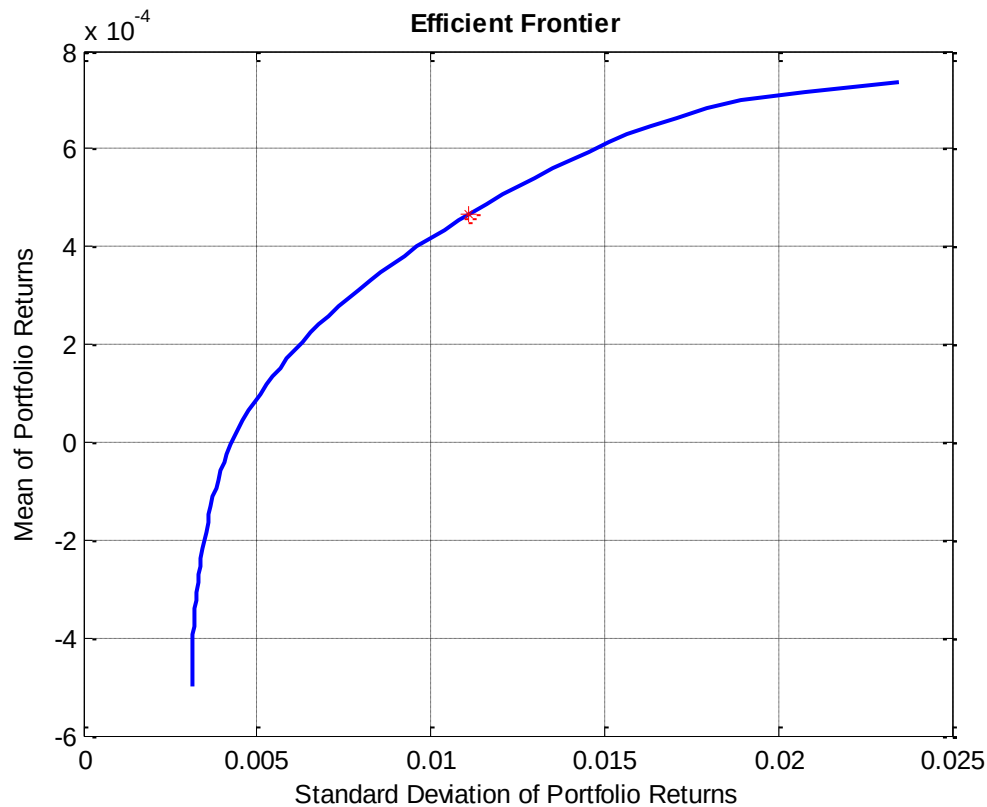


Figure 4: Frontière d'efficience du portefeuille de 71 valeurs cotées à la Bourse de Casablanca en déterminant le portefeuille ayant le ratio maximum de Sharpe (établi par nos propres soins)

Dans la figure 3, on montre le point (point rouge) correspondant au portefeuille efficient qui maximise le ratio de Sharpe. Ce dernier est utilisé pour comparer entre les performances des gestionnaires de portefeuille car il permet de synthétiser les deux critères de risque et de rentabilité.

Toutefois, le ratio de Sharpe pâtit de plusieurs limites à savoir le problème d'auto-corrélation et de la distribution asymétrique des séries

2.2. Le ratio de Treynor

Ce ratio est similaire dans sa structure au ratio de Sharpe, seulement que celui-ci utilise le bêta comme mesure du risque. L'équation du ratio est la suivante :

$$T_i = \frac{E(R_i) - R_0}{\beta(R_i)}$$

Les résultats de ce ratio sont généralement similaires à celui de Sharpe.

2.3. L'alpha de Jensen

Il s'agit d'une mesure (Jensen, The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964, 1968) qui trouve son origine de la relation fondamentale du MEDAF. Considérons un portefeuille A , cette mesure est égale à :

$$E(R_A) - R_0 = \beta_A [E(R_M) - R_0]$$

Cette relation implique que le point représentatif du portefeuille A doit se trouver sur la droite du marché. Sinon, la différence constatée correspondra à l'alpha, si elle est positive, on dira qu'il y a une surperformance.

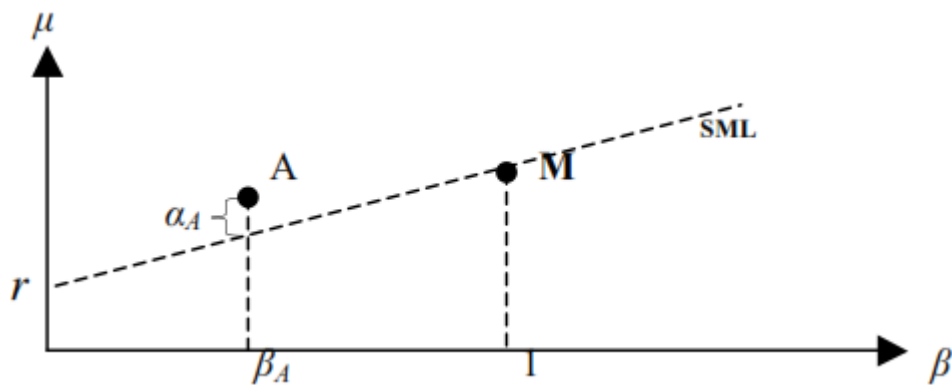


Figure 5: L'alpha de Jensen

Si $R_{M,t}$ est la prime de risque du marché et $R_{i,t}$ celle du titre ou du portefeuille i pendant la période t , la relation s'exprime par :

$$E(R_{i,t}) = \beta_i E(R_{M,t})$$

Cette relation rend convenablement compte de la relation existant entre les rentabilités des titres ou des portefeuilles et la rentabilité du marché, on doit observer dans une régression linéaire représentée par :

$$R_{i,t} = \alpha_i + \beta_i R_{M,t} + e_{i,t}$$

Où $R_{i,t}$ est la variable dépendante et R_M la variable indépendante, la constante α_i n'est pas significativement différente de zéro.

2.4. Les modèles multifactoriels

Une formule plus générale pour mesurer la performance sur la base des différents facteurs jugés comme pertinents à l'analyse est celle des modèles multifactoriels. Le gestionnaire dispose d'une marge de liberté pour intégrer les éléments qui lui paraissent importants. L'équation du modèle est définie comme suit :

$$E(R_i) - R_0 = \sum_j \lambda_j \beta_{i,j}$$

Si le portefeuille a généré une surperformance, on aura :

$$E(R_i) - R_0 = \alpha_i + \sum_j \lambda_j \beta_{i,j}$$

Encore faut-il que le gestionnaire puisse choisir les facteurs les plus rigoureux à prendre en considération dans le cadre de son analyse.

Section 2 : Théorie moderne de portefeuille au cœur de la polémique

Située au cœur de la polémique, la théorie de portefeuille moderne continue de recevoir un lacs de critiques sur la consistance de ses hypothèses. A cet effet, on exposera ses principales limites sur le plan théorique ainsi que ses principaux points de défaillance.

1. Efficience de marchés et gestion de portefeuille

« Un marché boursier est dit « efficient » si les cours cotés reflètent pleinement toute l'information disponible et pertinente. L'arrivée d'une nouvelle information sur le marché produit une occasion d'arbitrage (une imperfection d'information), mais on suppose que toute imperfection est immédiatement arbitrée, en sorte que la succession des prix arbitrés doit être une martingale. » (Mandelbrot, 1971)

« Un marché boursier est dit « efficient » si les cours cotés reflètent pleinement et correctement toute l'information disponible et pertinente. Plus formellement, un marché est dit efficient par rapport à un ensemble spécifique d'information donné, si la communication à tous les participants du marché de l'information contenue dans cet ensemble n'a pas d'impact sur le niveau des cours cotés. De plus, l'efficience d'un marché par rapport à un ensemble d'information donné a une conséquence pratique : il est impossible de réaliser des gains boursiers en mettant en œuvre une politique d'intervention fondée sur cet ensemble d'information. » (Malkiel, 1989)

En effet, l'hypothèse de l'efficience des marchés se base sur un ensemble de faits théoriques liés à la rationalité des investisseurs, à l'ajustement automatique en raison de la présence des arbitragistes qui profitent des situations d'inefficience apparaissant de manière fortuite et instantanée. Leur rôle devrait conduire le marché à revenir à une situation d'efficience. Alors que l'irrationalité n'est que le résultat des opérations aléatoires effectuées par les *noisers*.

1.1. Rationalité des investisseurs et caractéristiques des séries financières

Un investisseur rationnel devrait avoir la capacité à évaluer une action de manière exacte en supposant qu'il dispose de toute l'information sur le marché. Ces mêmes informations devraient être accessibles à tous et connues par tous les investisseurs. D'autant plus elles devraient être gratuites. Pour réaliser cette hypothèse, la théorie de la finance

propose aux investisseurs une manière simple d'évaluation en actualisant les cash-flows futurs par le coût du capital. De même, l'investisseur pourrait incorporer les informations qui ont une incidence sur les prix des actifs. Dans ce sens, l'actualisation des cash-flows représente, dans son état d'esprit, l'hypothèse de l'efficacité dans sa forme faible. Or, la réalité est différente dans la mesure où l'asymétrie informationnelle constitue une vraie menace à la subsistance de l'hypothèse de l'efficacité des marchés.

Par ailleurs, les tests empiriques montrent que l'indépendance et l'identique distribution des résidus des séries financières n'est pas toujours vérifiée. Ainsi, les tests de normalité des séries financières affichent toujours des asymétries distributionnelles et des épaisseurs au niveau des queues de distribution.

1.2. Les formes progressives de l'efficacité

"I believe that there is no other proposition in economics which has more solid empirical evidence supporting it than the Efficient Market Hypothesis. That hypothesis has been tested and, very few exceptions, found consistent with the data in a wide variety of markets". (Jensen, Some Anomalous Evidence Regarding Market Efficiency, 1978)

Dans cette déclaration de Jensen, cet auteur trouve dans l'efficacité une hypothèse solide et défendable sur le plan empirique.

Dans le même ordre d'idées, l'hypothèse d'un marché financier parfaitement efficace suppose que le prix de l'actif incorpore de manière immédiate et instantanée toutes les informations disponibles. Donc, selon cette hypothèse, il n'y a aucun intérêt à chercher de l'information ailleurs.

Sur le plan empirique, l'analyse de l'efficacité porte sur le degré et la vitesse d'incorporation des informations par les prix des actifs. A cet effet, Fama avait reconnu la gradualité dans les informations à incorporer en les analysant sous trois formes :

- La forme faible d'efficacité : Il s'agit du cas où le prix dans le marché incorpore toutes les informations du passé des cours historiques. Pour tester cette forme d'efficacité, il y a lieu d'étudier la dépendance entre les prix de la même série c'est-à-dire l'existence d'un effet de mémoire.

- La forme semi-forte d'efficacité : lorsque le marché arrive à incorporer également les informations publiques, on est alors dans la forme semi-forte de l'efficacité. La rapidité d'incorporation accroît davantage l'efficacité du marché. Afin

de tester cette forme d'efficience, certains auteurs se sont intéressés à étudier l'effet des informations publiques sur le prix des actifs (détachement des dividendes, émission d'actions,...). Dans ce sens, Fama, Fisher et Jensen et Roll (1969), ont effectué un test qui a validé cette forme d'efficience sur des données mensuelles. Or, cela ne permet pas d'analyser avec rigueur l'étude de l'efficience.

- La forme forte d'efficience : il s'agit de l'efficience parfaite du marché où le prix de l'actif devrait incorporer non seulement les informations du passé et les informations publiques, mais également les informations privées ou privilégiées. Cette forme d'efficience est difficile qu'elle soit réalisée dans le marché surtout que l'asymétrie informationnelle pourrait procurer aux investisseurs initiés des profits colossaux.

En dépit de l'analyse graduelle de l'hypothèse de l'efficience, il est difficile de la prouver empiriquement même dans sa forme la plus faible. Cela dénote de la présence des échelles de mémoire et de la non-linéarité dans les séries financières.

2. De l'efficience informationnelle

Il faut d'abord rappeler l'importance du modèle brownien dans cette hypothèse, ce modèle de marche aléatoire suppose que les fluctuations dépendent de la racine carré du temps. Ce constat a été pris sur la base de l'expérience qui était menée par le botaniste Robert Brown en observant les grains de pollen de la *Clarkia pulchella*. A ce titre, il a remarqué que dans le fluide situé à l'intérieur des grains de pollen, des petites particules agitées de mouvements apparemment chaotiques.

A titre d'indication, les physiciens Joseph Delsaux (1828-1891) et Ignace Carbonnelle (1829-1889) ont avancé en 1877 que le mouvement stochastique des grains de pollen serait lié à l'agitation thermique des molécules constituant le fluide environnant. D'autant plus, Langevin et Einstein ont donné une description quantitative du mouvement brownien en 1905, en montrant dans un article que l'observation de ce phénomène permet de calculer le nombre d'entités dans une mole (ou nombre d'Avogadro comme c'est connu chez les physiciens).

Tout ça pour dire que l'hypothèse sur laquelle Louis Bachelier s'est basée, est théoriquement fautive chez les physiciens eux-mêmes. Qu'en est-il de son application par analogie en finance ?

A ce titre, l'hypothèse de marche aléatoire est considérée comme l'essence de la théorie financière moderne. Il s'agit de supposer que les investisseurs qui ne sont pas rationnels effectuent des transactions à l'aléatoire sans que leurs stratégies d'investissement corrélées entre elles. Par conséquent, leurs transactions ont tendance à s'annuler lorsque le nombre des investisseurs tend vers l'infini. Ces propos sont sujets à plusieurs controverses en réalité.

Par ailleurs, Fama considère ce modèle comme étant une solution qui permet à la fois d'égaliser le prix à la valeur du titre mais aussi l'absence de profit. Il avait comme projet d'incorporer les acquis économétriques sur le modèle de marche aléatoire dans la théorie de l'équilibre économique.

Pour cette raison, la théorie de l'efficience informationnelle des marchés, constitue, aujourd'hui encore, un pilier essentiel de la finance moderne. A cet effet, sa remise en cause causerait l'effondrement de nombreux travaux scientifiques modernes s'appuyant sur cette théorie. C'est dans ce lien entre les résultats économétriques sur le modèle de marche aléatoire et l'équilibre économique de libre concurrence que se joue un des fondements majeurs de la théorie financière actuelle. Valider le modèle de marche aléatoire consisterait à établir que les prix sur les marchés financiers sont, par le jeu de la concurrence, en permanence à l'équilibre. On comprend bien ici l'enjeu du lien entre la théorie de l'efficience informationnelle et le modèle de marche aléatoire.

Dans le même sens d'analyse, Fama a effectué une transposition du concept de l'équilibre de libre concurrence sur la finance des marchés en définissant le marché efficient comme un marché sur lequel il existe un grand nombre d'agents rationnels (maximisant leur profit) engagés dans un jeu de concurrence, chacun tentant de mieux prédire le mieux le cours futur des actions. Sur ce marché, l'information est disponible presque gratuitement pour tous les participants. De plus, la concurrence entre les participants conduit à une situation où, à chaque instant, les prix des actions reflètent déjà les effets des informations passées et futures. Autrement dit, sur un marché efficient le prix courant d'une action sera à tout instant un bon estimateur de sa valeur intrinsèque. Un tel marché se caractérise par un modèle d'évaluation dont le choix est sans importance pour la théorie de l'efficience. En effet, dans la thèse de Fama cette valeur d'équilibre correspond à la valeur fondamentale d'un titre (valeur intrinsèque). En revanche, cette théorie considère que le modèle d'équilibre évalue la valeur des titres en utilisant toute l'information disponible. Or, sur un marché efficient, l'égalisation du prix à la valeur d'équilibre signifie que toute l'information disponible est incorporée dans les cours.

Par conséquent, les informations passées ne présentent aucun intérêt pour prévoir l'évolution des prix, les cours présents et futurs étant indépendants des cours passés. C'est pour cette raison que l'on considère que, sur le marché efficient, les variations des cours devraient suivre une marche aléatoire, comme l'est l'arrivée d'informations nouvelles. Il est ainsi impossible de réaliser une performance supérieure à celle du marché. Ainsi, le modèle de marche aléatoire permettrait de simuler l'évolution des prix sur un marché de libre concurrence toujours à l'équilibre.

Dans ce sens, Fama distingue sur le marché entre les arbitragistes et les *noise traders*. Les premiers sont des agents avertis qui ont plus d'habileté à évaluer la valeur intrinsèque d'un titre. Alors que les seconds sont source de bruit et de mauvaise interprétation des informations sur le marché. Friedman considère que l'intervention de ces derniers sur le marché n'a pas d'effet significatif puisqu'ils finissent par disparaître. Pour cette raison, Fama supposait que le nombre des arbitragistes devrait être suffisant sur le marché ou que leurs capacités financières soient supérieures à celles des autres agents. L'objectif est que leurs interventions puissent faire tendre les prix vers leurs valeurs fondamentales.

A partir de ces hypothèses, Fama s'appuie sur le raisonnement par arbitrage que l'on trouve chez Roberts pour démontrer que le prix ne peut pas s'écarter de la valeur fondamentale de l'actif. Comme nous l'avons expliqué précédemment, si le prix de la valeur s'écarterait de la valeur fondamentale de l'actif, créant par cela un spread, les arbitragistes pourraient faire un profit dont l'effet serait de ramener le prix à sa valeur fondamentale.

De même, toute information nouvelle est instantanément prise en compte dans les cours grâce à ces « échangistes avertis » qui savent, mieux que les autres, évaluer les conséquences de toute information nouvelle sur la valeur fondamentale. De plus, l'existence de ces arbitragistes, qui disposent de la majorité des moyens financiers, implique que l'arrivée des informations ainsi que les effets de celles-ci sur la valeur fondamentale sont indépendants. S'il existait des dépendances, ces « échangistes avertis » les exploitent et, donc, les annulent.

Cette présomption de lien entre l'efficience informationnelle et le modèle de marche aléatoire, développée par Fama en 1965, reste cependant assez évasive lorsque vient le moment de la démontrer. En 1970, Fama tenta tout de même d'établir explicitement cette démonstration : la question du nombre de ces « échangistes avertis » nécessaire pour obtenir l'efficience, à laquelle il ne pouvait trouver de réponse en 1965, est résolue par son élimination mathématique. Ainsi, par développement mathématique Fama va formaliser le lien en question. Il en déduira qu'il n'est pas possible de dégager un profit supérieur à la

performance du marché et qu'en reliant l'efficience au modèle de marche aléatoire, il serait possible de tester la double caractéristique de l'efficience : la totale incorporation de l'information dans les cours et la nullité du rendement espéré (Susskind, 2005).

Il est possible de tester l'hypothèse de marche aléatoire avec un test de racine unitaire ou encore de stationnarité. A titre d'illustration, on appliquera le test de Dickey-Fuller augmenté sur un échantillon des séries de valeurs cotées à la Bourse de Casablanca.

En vérifiant la normalité de ces séries par le test de Jarque-Bera (voir les annexes), on remarque qu'aucune valeur ne suit une loi normale en raison de la présence des asymétries distributionnelles à gauche et à droite. D'autant plus, les distributions sont souvent dispersées et sont parfois bimodales. En outre, il existe des points extrêmes qui surgissent au niveau des queues de distributions de chaque valeur (voir les annexes).

En vue de donner une connotation empirique à cette discussion, il paraît alors judicieux de vérifier la stationnarité de ces séries en présentant les statistiques trouvées afin de les commenter et se prononcer sur l'hypothèse de l'efficience des marchés telle qu'elle est présentée par la théorie de la finance moderne

Null Hypothesis: MASI has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=19)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.064430	0.2594
Test critical values:		
1% level	-3.438912	
5% level	-2.865209	
10% level	-2.568779	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(MASI)
Method: Least Squares
Date: 11/07/14 Time: 13:21
Sample (adjusted): 3 746
Included observations: 744 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
MASI(-1)	-0.004184	0.002026	-2.064430	0.0393
D(MASI(-1))	0.141987	0.036176	3.924926	0.0001
C	38.49431	21.05228	1.828510	0.0679
R-squared	0.026181	Mean dependent var		-5.376317
Adjusted R-squared	0.023553	S.D. dependent var		72.07047
S.E. of regression	71.21668	Akaike info criterion		11.37336
Sum squared resid	3758216.	Schwarz criterion		11.39195

Log likelihood	-4227.888	Hannan-Quinn criter.	11.38052
F-statistic	9.960882	Durbin-Watson stat	2.002233
Prob(F-statistic)	0.000054		

Le test de Dickey-Fuller augmenté montre que la série MASI n'est pas stationnaire au niveau avec constante, puisque les valeurs critiques au seuil de 5% sont supérieures en valeur absolue à celles du test Dickey-Fuller Augmenté. Par la suite la probabilité de ce test est largement supérieure à 5% et donc le test n'est pas significatif. Ainsi, l'hypothèse nulle qui suppose l'existence d'une racine unitaire dans la série est rejetée.

Null Hypothesis: ATW has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=19)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.926996	0.0428
Test critical values:		
1% level	-3.438901	
5% level	-2.865204	
10% level	-2.568777	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(ATW)
Method: Least Squares
Date: 11/07/14 Time: 13:32
Sample (adjusted): 2 746
Included observations: 745 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
ATW(-1)	-0.016908	0.005776	-2.926996	0.0035
C	5.697658	2.016740	2.825183	0.0049
R-squared	0.011399	Mean dependent var		-0.179195
Adjusted R-squared	0.010069	S.D. dependent var		5.200541
S.E. of regression	5.174294	Akaike info criterion		6.127964
Sum squared resid	19892.57	Schwarz criterion		6.140349
Log likelihood	-2280.666	Hannan-Quinn criter.		6.132737
F-statistic	8.567307	Durbin-Watson stat		2.083820
Prob(F-statistic)	0.003527			

Le test de Dickey-Fuller augmenté montre que la série ATW est stationnaire au niveau avec constante, puisque la valeur critique au niveau du seuil de 5% est inférieure en valeur absolue à celle du test Dickey-Fuller Augmenté. D'autant plus, le test est significatif car sa probabilité est inférieure à 5%. Ainsi, l'hypothèse nulle qui suppose l'existence d'une racine unitaire dans la série est acceptée.

Null Hypothesis: MANAGEM has a unit root
 Exogenous: Constant
 Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=19)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.033735	0.2724
Test critical values:		
1% level	-3.438912	
5% level	-2.865209	
10% level	-2.568779	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
 Dependent Variable: D(MANAGEM)
 Method: Least Squares
 Date: 11/07/14 Time: 13:37
 Sample (adjusted): 3 746
 Included observations: 744 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
MANAGEM(-1)	-0.007724	0.003798	-2.033735	0.0423
D(MANAGEM(-1))	-0.153557	0.036209	-4.240891	0.0000
C	11.16496	5.246391	2.128123	0.0337
R-squared	0.029615	Mean dependent var		0.633065
Adjusted R-squared	0.026996	S.D. dependent var		30.10736
S.E. of regression	29.69820	Akaike info criterion		9.624074
Sum squared resid	653549.5	Schwarz criterion		9.642671
Log likelihood	-3577.156	Hannan-Quinn criter.		9.631243
F-statistic	11.30711	Durbin-Watson stat		1.974907
Prob(F-statistic)	0.000015			

Le test de Dickey-Fuller augmenté montre que la série MANAGEM n'est pas stationnaire au niveau avec constante, puisque les valeurs critiques au seuil de 5% sont supérieures en valeur absolue à celles du test de Dickey-Fuller Augmenté. En outre, la probabilité de ce test est largement supérieure à 5% (27,24%) et donc le test n'est pas significatif. Ainsi, l'hypothèse nulle qui suppose l'existence d'une racine unitaire dans la série est rejetée.

Null Hypothesis: CEMENTS_DU_MAROC has a unit root
 Exogenous: Constant
 Lag Length: 3 (Automatic - based on SIC, maxlag=19)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.668372	0.4470
Test critical values:		
1% level	-3.438936	
5% level	-2.865219	
10% level	-2.568785	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
 Dependent Variable: D(CIMENTS_DU_MAROC)
 Method: Least Squares
 Date: 11/07/14 Time: 13:40
 Sample (adjusted): 5 746
 Included observations: 742 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
CIMENTS_DU_MAROC(-1)	-0.006096	0.003654	-1.668372	0.0957
D(CIMENTS_DU_MAROC(-1))	-0.187670	0.036549	-5.134757	0.0000
D(CIMENTS_DU_MAROC(-2))	-0.083227	0.037062	-2.245625	0.0250
D(CIMENTS_DU_MAROC(-3))	-0.137522	0.036420	-3.776014	0.0002
C	4.624603	3.249258	1.423280	0.1551
R-squared	0.054732	Mean dependent var	-0.498652	
Adjusted R-squared	0.049601	S.D. dependent var	18.86696	
S.E. of regression	18.39309	Akaike info criterion	8.668543	
Sum squared resid	249331.4	Schwarz criterion	8.699603	
Log likelihood	-3211.029	Hannan-Quinn criter.	8.680517	
F-statistic	10.66822	Durbin-Watson stat	1.994534	
Prob(F-statistic)	0.000000			

Le test de Dickey-Fuller augmenté montre que la série CIMENTS_DU_MAROC n'est pas stationnaire au niveau avec constante, puisque les valeurs critiques au seuil de 5% sont supérieures en valeur absolue à celles du test de Dickey-Fuller Augmenté. En outre, la probabilité de ce test est largement supérieure à 5% (44,70%) et donc le test n'est pas significatif. Ainsi, l'hypothèse nulle qui suppose l'existence d'une racine unitaire dans la série est rejetée.

Null Hypothesis: SAMIR has a unit root
 Exogenous: Constant
 Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=19)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-0.529610	0.8827
Test critical values:		
1% level	-3.438901	
5% level	-2.865204	
10% level	-2.568777	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
 Dependent Variable: D(SAMIR)
 Method: Least Squares
 Date: 11/07/14 Time: 13:44
 Sample (adjusted): 2 746
 Included observations: 745 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
SAMIR(-1)	-0.001218	0.002299	-0.529610	0.5965
C	0.154797	1.190667	0.130009	0.8966

R-squared	0.000377	Mean dependent var	-0.435570
Adjusted R-squared	-0.000968	S.D. dependent var	11.41541
S.E. of regression	11.42093	Akaike info criterion	7.711454
Sum squared resid	96915.22	Schwarz criterion	7.723839
Log likelihood	-2870.517	Hannan-Quinn criter.	7.716227
F-statistic	0.280486	Durbin-Watson stat	2.174970
Prob(F-statistic)	0.596541		

Le test de Dickey-Fuller augmenté montre que la série SAMIR n'est pas stationnaire au niveau avec constante, puisque les valeurs critiques au seuil de 5% sont supérieures en valeur absolue à celles du test de Dickey-Fuller Augmenté. En outre, la probabilité de ce test est largement supérieure à 5% et donc le test n'est pas significatif. Ainsi, l'hypothèse nulle qui suppose l'existence d'une racine unitaire dans la série est rejetée.

Null Hypothesis: WAFA_ASSURANCES has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=19)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.595878	0.0942
Test critical values:		
1% level	-3.438912	
5% level	-2.865209	
10% level	-2.568779	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(WAFA_ASSURANCES)
Method: Least Squares
Date: 11/07/14 Time: 13:46
Sample (adjusted): 3 746
Included observations: 744 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
WAFA_ASSURANCES(-1)	-0.020625	0.007945	-2.595878	0.0096
D(WAFA_ASSURANCES(-1))	-0.173710	0.036322	-4.782513	0.0000
C	65.45717	25.21100	2.596373	0.0096
R-squared	0.042282	Mean dependent var		0.306452
Adjusted R-squared	0.039697	S.D. dependent var		66.63165
S.E. of regression	65.29572	Akaike info criterion		11.19975
Sum squared resid	3159276.	Schwarz criterion		11.21835
Log likelihood	-4163.309	Hannan-Quinn criter.		11.20692
F-statistic	16.35707	Durbin-Watson stat		2.023787
Prob(F-statistic)	0.000000			

Le test de Dickey-Fuller augmenté montre que la série WAFA_ASSURANCES n'est pas stationnaire au niveau avec constante, puisque les valeurs critiques au seuil de 5% sont supérieures en valeur absolue à celles du test de Dickey-Fuller Augmenté. En outre, la probabilité de ce test est supérieure à 5% et donc le test n'est pas significatif. Ainsi, l'hypothèse nulle qui suppose l'existence d'une racine unitaire dans la série est rejetée.

Null Hypothesis: BMCI has a unit root
 Exogenous: Constant
 Lag Length: 3 (Automatic - based on SIC, maxlag=19)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.730731	0.0693
Test critical values: 1% level	-3.438936	
5% level	-2.865219	
10% level	-2.568785	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
 Dependent Variable: D(BMCI)
 Method: Least Squares
 Date: 11/07/14 Time: 13:53
 Sample (adjusted): 5 746
 Included observations: 742 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
BMCI(-1)	-0.020265	0.007421	-2.730731	0.0065
D(BMCI(-1))	-0.248577	0.036379	-6.833063	0.0000
D(BMCI(-2))	-0.157028	0.036817	-4.265046	0.0000
D(BMCI(-3))	-0.174667	0.036060	-4.843814	0.0000
C	16.57430	6.361126	2.605561	0.0094
R-squared	0.097921	Mean dependent var	-0.485175	
Adjusted R-squared	0.093025	S.D. dependent var	17.73174	
S.E. of regression	16.88687	Akaike info criterion	8.497665	
Sum squared resid	210167.5	Schwarz criterion	8.528726	
Log likelihood	-3147.634	Hannan-Quinn criter.	8.509639	
F-statistic	20.00039	Durbin-Watson stat	2.011586	
Prob(F-statistic)	0.000000			

Le test de Dickey-Fuller augmenté montre que la série BMCI n'est pas stationnaire au niveau avec constante, puisque les valeurs critiques au seuil de 5% sont supérieures en valeur absolue à celles du test de Dickey-Fuller Augmenté. En outre, la probabilité de ce test est supérieure à 5% et donc le test n'est pas significatif. Ainsi, l'hypothèse nulle qui suppose l'existence d'une racine unitaire dans la série est rejetée.

Null Hypothesis: OULMES has a unit root
 Exogenous: Constant
 Lag Length: 2 (Automatic - based on SIC, maxlag=19)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.277766	0.6416
Test critical values: 1% level	-3.438924	
5% level	-2.865214	
10% level	-2.568782	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(OULMES)
Method: Least Squares
Date: 11/07/14 Time: 13:52
Sample (adjusted): 4 746
Included observations: 743 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
OULMES(-1)	-0.003880	0.003036	-1.277766	0.2017
D(OULMES(-1))	0.161065	0.036237	4.444790	0.0000
D(OULMES(-2))	0.112525	0.035763	3.146369	0.0017
C	2.675809	2.045904	1.307886	0.1913
R-squared	0.048451	Mean dependent var		0.118439
Adjusted R-squared	0.044588	S.D. dependent var		11.09077
S.E. of regression	10.84069	Akaike info criterion		7.609860
Sum squared resid	86847.70	Schwarz criterion		7.634682
Log likelihood	-2823.063	Hannan-Quinn criter.		7.619428
F-statistic	12.54286	Durbin-Watson stat		2.022758
Prob(F-statistic)	0.000000			

Le test de Dickey-Fuller augmenté montre que la série OULMES n'est pas stationnaire au niveau avec constante, puisque les valeurs critiques au seuil de 5% sont supérieures en valeur absolue à celles du test de Dickey-Fuller Augmenté. De surcroît, la probabilité de ce test est largement supérieure à 5% et donc le test n'est pas significatif. A cet effet, l'hypothèse nulle qui suppose l'existence d'une racine unitaire dans la série est rejetée.

Null Hypothesis: CGI has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=19)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.644320	0.0846
Test critical values:		
1% level	-3.438901	
5% level	-2.865204	
10% level	-2.568777	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(CGI)
Method: Least Squares
Date: 11/07/14 Time: 13:56
Sample (adjusted): 2 746
Included observations: 745 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
CGI(-1)	-0.006026	0.002279	-2.644320	0.0084
C	4.270065	2.234546	1.910932	0.0564
R-squared	0.009323	Mean dependent var		-1.291275
Adjusted R-squared	0.007990	S.D. dependent var		20.69081
S.E. of regression	20.60798	Akaike info criterion		8.891915

Sum squared resid	315543.9	Schwarz criterion	8.904300
Log likelihood	-3310.238	Hannan-Quinn criter.	8.896689
F-statistic	6.992426	Durbin-Watson stat	1.927429
Prob(F-statistic)	0.008358		

Le test de Dickey-Fuller augmenté montre que la série CGI n'est pas stationnaire au niveau avec constante, puisque les valeurs critiques au seuil de 5% sont supérieures en valeur absolue à celles du test de Dickey-Fuller Augmenté. De surcroît, la probabilité de ce test est supérieure à 5% et donc le test n'est pas significatif. A cet effet, l'hypothèse nulle qui suppose l'existence d'une racine unitaire dans la série est rejetée.

Null Hypothesis: DOUJA_PROM_ADDOHA has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=19)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.898825	0.3330
Test critical values:		
1% level	-3.438901	
5% level	-2.865204	
10% level	-2.568777	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(DOUJA_PROM_ADDOHA)
Method: Least Squares
Date: 11/07/14 Time: 13:58
Sample (adjusted): 2 746
Included observations: 745 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
DOUJA_PROM_ADDOHA(-1)	-0.004705	0.002478	-1.898825	0.0580
C	0.263994	0.181598	1.453727	0.1464
R-squared	0.004829	Mean dependent var		-0.069866
Adjusted R-squared	0.003490	S.D. dependent var		1.242085
S.E. of regression	1.239916	Akaike info criterion		3.270646
Sum squared resid	1142.282	Schwarz criterion		3.283031
Log likelihood	-1216.316	Hannan-Quinn criter.		3.275419
F-statistic	3.605538	Durbin-Watson stat		2.062754
Prob(F-statistic)	0.057975			

Le test de Dickey-Fuller augmenté montre que la série DOUJA_PROM_ADDOHA n'est pas stationnaire au niveau avec constante, puisque les valeurs critiques au seuil de 5% sont supérieures en valeur absolue à celles du test de Dickey-Fuller Augmenté. De surcroît, la probabilité de ce test est largement supérieure à 5% et donc le test n'est pas significatif. A cet effet, l'hypothèse nulle qui suppose l'existence d'une racine unitaire dans la série est rejetée.

Null Hypothesis: AFRIQUIA_GAZ has a unit root
 Exogenous: Constant
 Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=19)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-4.908462	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.438912	
5% level	-2.865209	
10% level	-2.568779	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
 Dependent Variable: D(AFRIQUIA_GAZ)
 Method: Least Squares
 Date: 11/07/14 Time: 18:12
 Sample (adjusted): 3 746
 Included observations: 744 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AFRIQUIA_GAZ(-1)	-0.077066	0.015701	-4.908462	0.0000
D(AFRIQUIA_GAZ(-1))	-0.182030	0.036128	-5.038467	0.0000
C	127.0953	25.91176	4.904926	0.0000
R-squared	0.078632	Mean dependent var		0.020161
Adjusted R-squared	0.076146	S.D. dependent var		31.43120
S.E. of regression	30.21083	Akaike info criterion		9.658302
Sum squared resid	676306.6	Schwarz criterion		9.676899
Log likelihood	-3589.888	Hannan-Quinn criter.		9.665471
F-statistic	31.61961	Durbin-Watson stat		2.032665
Prob(F-statistic)	0.000000			

Le test de Dickey-Fuller augmenté montre que la série AFRIQUIA GAZ est stationnaire au niveau avec constante, puisque la valeur critique au seuil de 5% est inférieure en valeur absolue à celle du test de Dickey-Fuller Augmenté. En plus, la probabilité de ce test est inférieure à 5% et donc le test est significatif. Par conséquent, l'hypothèse nulle qui suppose l'existence d'une racine unitaire dans la série est acceptée.

Null Hypothesis: ALLIANCES has a unit root
 Exogenous: Constant
 Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=19)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.094992	0.7195
Test critical values: 1% level	-3.438912	
5% level	-2.865209	
10% level	-2.568779	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
 Dependent Variable: D(ALLIANCES)

Method: Least Squares
Date: 11/07/14 Time: 18:13
Sample (adjusted): 3 746
Included observations: 744 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
ALLIANCES(-1)	-0.003033	0.002770	-1.094992	0.2739
D(ALLIANCES(-1))	-0.114753	0.036476	-3.145992	0.0017
C	1.458140	1.716140	0.849663	0.3958
R-squared	0.015064	Mean dependent var	-0.350941	
Adjusted R-squared	0.012405	S.D. dependent var	8.352659	
S.E. of regression	8.300688	Akaike info criterion	7.074578	
Sum squared resid	51055.96	Schwarz criterion	7.093175	
Log likelihood	-2628.743	Hannan-Quinn criter.	7.081747	
F-statistic	5.666503	Durbin-Watson stat	2.019298	
Prob(F-statistic)	0.003612			

Le test de Dickey-Fuller augmenté montre que la série ALLIANCES n'est pas stationnaire au niveau avec constante, puisque les valeurs critiques au seuil de 5% sont supérieures en valeur absolue à celles du test de Dickey-Fuller Augmenté. De surcroît, la probabilité de ce test est largement supérieure à 5% et donc le test n'est pas significatif. A cet effet, l'hypothèse nulle qui suppose l'existence d'une racine unitaire dans la série est rejetée.

Null Hypothesis: CDM has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=19)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.973166	0.2989
Test critical values:		
1% level	-3.438901	
5% level	-2.865204	
10% level	-2.568777	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(CDM)
Method: Least Squares
Date: 11/07/14 Time: 18:14
Sample (adjusted): 2 746
Included observations: 745 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
CDM(-1)	-0.007860	0.003984	-1.973166	0.0488
C	4.963316	2.765758	1.794559	0.0731
R-squared	0.005213	Mean dependent var	-0.401342	
Adjusted R-squared	0.003874	S.D. dependent var	13.87762	
S.E. of regression	13.85071	Akaike info criterion	8.097232	
Sum squared resid	142538.8	Schwarz criterion	8.109617	
Log likelihood	-3014.219	Hannan-Quinn criter.	8.102005	
F-statistic	3.893385	Durbin-Watson stat	2.132379	
Prob(F-statistic)	0.048847			

Le test de Dickey-Fuller augmenté montre que la série CDM n'est pas stationnaire au niveau avec constante, puisque les valeurs critiques au seuil de 5% sont supérieures en valeur absolue à celles du test de Dickey-Fuller Augmenté. En outre, la probabilité de ce test est largement supérieure à 5% et donc le test n'est pas significatif. A cet effet, l'hypothèse nulle qui suppose l'existence d'une racine unitaire dans la série est rejetée.

Null Hypothesis: CIH has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=19)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.967595	0.0385
Test critical values:		
1% level	-3.438912	
5% level	-2.865209	
10% level	-2.568779	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(CIH)
Method: Least Squares
Date: 11/07/14 Time: 18:14
Sample (adjusted): 3 746
Included observations: 744 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
CIH(-1)	-0.020824	0.007017	-2.967595	0.0031
D(CIH(-1))	-0.181423	0.035989	-5.041042	0.0000
C	5.158984	1.786308	2.888072	0.0040
R-squared	0.047207	Mean dependent var		-0.091129
Adjusted R-squared	0.044636	S.D. dependent var		5.779124
S.E. of regression	5.648675	Akaike info criterion		6.304743
Sum squared resid	23643.48	Schwarz criterion		6.323340
Log likelihood	-2342.364	Hannan-Quinn criter.		6.311912
F-statistic	18.35685	Durbin-Watson stat		2.024870
Prob(F-statistic)	0.000000			

Le test de Dickey-Fuller augmenté montre que la série CIH est stationnaire au niveau avec constante, puisque la valeur critique au seuil de 5% est inférieure en valeur absolue à celle du test de Dickey-Fuller Augmenté. En plus, la probabilité de ce test est inférieure à 5% et donc le test est significatif. Par conséquent, l'hypothèse nulle qui suppose l'existence d'une racine unitaire dans la série est acceptée.

Null Hypothesis: CNIA_SAADA has a unit root
 Exogenous: Constant
 Lag Length: 4 (Automatic - based on SIC, maxlag=19)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.820699	0.3705
Test critical values:		
1% level	-3.438948	
5% level	-2.865225	
10% level	-2.568788	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
 Dependent Variable: D(CNIA_SAADA)
 Method: Least Squares
 Date: 11/07/14 Time: 18:15
 Sample (adjusted): 6 746
 Included observations: 741 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
CNIA_SAADA(-1)	-0.015591	0.008563	-1.820699	0.0691
D(CNIA_SAADA(-1))	-0.411523	0.036598	-11.24435	0.0000
D(CNIA_SAADA(-2))	-0.210987	0.038952	-5.416593	0.0000
D(CNIA_SAADA(-3))	-0.184590	0.038853	-4.750975	0.0000
D(CNIA_SAADA(-4))	-0.184538	0.036191	-5.098994	0.0000
C	16.68964	9.601282	1.738273	0.0826
R-squared	0.176734	Mean dependent var	-0.371525	
Adjusted R-squared	0.171133	S.D. dependent var	20.46729	
S.E. of regression	18.63385	Akaike info criterion	8.695901	
Sum squared resid	255207.1	Schwarz criterion	8.733213	
Log likelihood	-3215.831	Hannan-Quinn criter.	8.710286	
F-statistic	31.55709	Durbin-Watson stat	2.010925	
Prob(F-statistic)	0.000000			

Le test de Dickey-Fuller augmenté montre que la série CNIA SAADA n'est pas stationnaire au niveau avec constante, puisque les valeurs critiques au seuil de 5% sont supérieures en valeur absolue à celles du test de Dickey-Fuller Augmenté. En outre, la probabilité de ce test est largement supérieure à 5% et donc le test n'est pas significatif. A cet effet, l'hypothèse nulle qui suppose l'existence d'une racine unitaire dans la série est rejetée.

Null Hypothesis: COLORADO has a unit root
 Exogenous: Constant
 Lag Length: 2 (Automatic - based on SIC, maxlag=19)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.790918	0.3852
Test critical values:		
1% level	-3.438924	
5% level	-2.865214	
10% level	-2.568782	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(COLORADO)
Method: Least Squares
Date: 11/07/14 Time: 18:15
Sample (adjusted): 4 746
Included observations: 743 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
COLORADO(-1)	-0.005383	0.003006	-1.790918	0.0737
D(COLORADO(-1))	-0.243887	0.036185	-6.740063	0.0000
D(COLORADO(-2))	-0.192965	0.036179	-5.333559	0.0000
C	0.278595	0.201136	1.385107	0.1664
R-squared	0.081256	Mean dependent var	-0.051090	
Adjusted R-squared	0.077527	S.D. dependent var	1.364991	
S.E. of regression	1.311012	Akaike info criterion	3.384845	
Sum squared resid	1270.159	Schwarz criterion	3.409667	
Log likelihood	-1253.470	Hannan-Quinn criter.	3.394414	
F-statistic	21.78646	Durbin-Watson stat	2.021709	
Prob(F-statistic)	0.000000			

Le test de Dickey-Fuller augmenté montre que la série COLORADO n'est pas stationnaire au niveau avec constante, puisque les valeurs critiques au seuil de 5% sont supérieures en valeur absolue à celles du test de Dickey-Fuller Augmenté. En outre, la probabilité de ce test est largement supérieure à 5% et donc le test n'est pas significatif. A cet effet, l'hypothèse nulle qui suppose l'existence d'une racine unitaire dans la série est rejetée.

Null Hypothesis: DISWAY has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 3 (Automatic - based on SIC, maxlag=19)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.340190	0.1596
Test critical values:		
1% level	-3.438936	
5% level	-2.865219	
10% level	-2.568785	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(DISWAY)
Method: Least Squares
Date: 11/07/14 Time: 18:15
Sample (adjusted): 5 746
Included observations: 742 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
DISWAY(-1)	-0.004723	0.002018	-2.340190	0.0195
D(DISWAY(-1))	-0.155469	0.036308	-4.281917	0.0000
D(DISWAY(-2))	-0.095670	0.036570	-2.616079	0.0091
D(DISWAY(-3))	-0.150248	0.036257	-4.144004	0.0000
C	0.620990	0.599885	1.035182	0.3009
R-squared	0.051141	Mean dependent var	-0.478437	

Adjusted R-squared	0.045991	S.D. dependent var	6.549507
S.E. of regression	6.397124	Akaike info criterion	6.556290
Sum squared resid	30160.39	Schwarz criterion	6.587350
Log likelihood	-2427.384	Hannan-Quinn criter.	6.568264
F-statistic	9.930622	Durbin-Watson stat	2.013683
Prob(F-statistic)	0.000000		

Le test de Dickey-Fuller augmenté montre que la série DISWAY n'est pas stationnaire au niveau avec constante, puisque les valeurs critiques au seuil de 5% sont supérieures en valeur absolue à celles du test de Dickey-Fuller Augmenté. En outre, la probabilité de ce test est largement supérieure à 5% et donc le test n'est pas significatif. A cet effet, l'hypothèse nulle qui suppose l'existence d'une racine unitaire dans la série est rejetée.

Null Hypothesis: ENNAKL has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=19)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-3.456100	0.0095
Test critical values:		
1% level	-3.438901	
5% level	-2.865204	
10% level	-2.568777	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(ENNAKL)
Method: Least Squares
Date: 11/07/14 Time: 18:16
Sample (adjusted): 2 746
Included observations: 745 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
ENNAKL(-1)	-0.017041	0.004931	-3.456100	0.0006
C	0.675445	0.213177	3.168471	0.0016
R-squared	0.015822	Mean dependent var		-0.048631
Adjusted R-squared	0.014497	S.D. dependent var		1.082943
S.E. of regression	1.075065	Akaike info criterion		2.985320
Sum squared resid	858.7326	Schwarz criterion		2.997705
Log likelihood	-1110.032	Hannan-Quinn criter.		2.990093
F-statistic	11.94462	Durbin-Watson stat		1.953593
Prob(F-statistic)	0.000579			

Le test de Dickey-Fuller augmenté montre que la série ENNAKL est stationnaire au niveau avec constante, puisque la valeur critique au seuil de 5% est inférieure en valeur absolue à celle du test de Dickey-Fuller Augmenté. En plus, la probabilité de ce test est inférieure à 5% et donc le test est significatif. Par conséquent, l'hypothèse nulle qui suppose l'existence d'une racine unitaire dans la série est acceptée.

Null Hypothesis: FERTIMA has a unit root
 Exogenous: Constant
 Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=19)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.810121	0.0573
Test critical values:		
1% level	-3.438912	
5% level	-2.865209	
10% level	-2.568779	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
 Dependent Variable: D(FERTIMA)
 Method: Least Squares
 Date: 11/07/14 Time: 18:17
 Sample (adjusted): 3 746
 Included observations: 744 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
FERTIMA(-1)	-0.016320	0.005808	-2.810121	0.0051
D(FERTIMA(-1))	0.164175	0.036178	4.537944	0.0000
C	2.833677	1.033137	2.742790	0.0062
R-squared	0.034938	Mean dependent var		-0.033602
Adjusted R-squared	0.032333	S.D. dependent var		4.810949
S.E. of regression	4.732532	Akaike info criterion		5.950822
Sum squared resid	16596.08	Schwarz criterion		5.969419
Log likelihood	-2210.706	Hannan-Quinn criter.		5.957991
F-statistic	13.41324	Durbin-Watson stat		1.983773
Prob(F-statistic)	0.000002			

Le test de Dickey-Fuller augmenté montre que la série FERTIMA n'est pas stationnaire au niveau avec constante, puisque les valeurs critiques au seuil de 5% sont supérieures en valeur absolue à celles du test de Dickey-Fuller Augmenté. En outre, la probabilité de ce test est supérieure à 5% et donc le test n'est pas significatif. A cet effet, l'hypothèse nulle qui suppose l'existence d'une racine unitaire dans la série est rejetée.

Null Hypothesis: HPS has a unit root
 Exogenous: Constant
 Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=19)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.949184	0.0404
Test critical values:		
1% level	-3.438912	
5% level	-2.865209	
10% level	-2.568779	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
 Dependent Variable: D(HPS)
 Method: Least Squares
 Date: 11/07/14 Time: 18:17
 Sample (adjusted): 3 746
 Included observations: 744 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
HPS(-1)	-0.008036	0.002725	-2.949184	0.0033
D(HPS(-1))	-0.151939	0.036056	-4.213970	0.0000
C	2.483153	1.164126	2.133062	0.0332
R-squared	0.033804	Mean dependent var		-0.629032
Adjusted R-squared	0.031197	S.D. dependent var		11.60654
S.E. of regression	11.42406	Akaike info criterion		7.713344
Sum squared resid	96707.26	Schwarz criterion		7.731941
Log likelihood	-2866.364	Hannan-Quinn criter.		7.720513
F-statistic	12.96277	Durbin-Watson stat		2.020847
Prob(F-statistic)	0.000003			

Le test de Dickey-Fuller augmenté montre que la série HPS est stationnaire au niveau avec constante, puisque la valeur critique au seuil de 5% est inférieure en valeur absolue à celle du test de Dickey-Fuller Augmenté. En plus, la probabilité de ce test est inférieure à 5% et donc le test est significatif. Par conséquent, l'hypothèse nulle qui suppose l'existence d'une racine unitaire dans la série est acceptée.

Null Hypothesis: IAM has a unit root
 Exogenous: Constant
 Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=19)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.198611	0.6769
Test critical values:		
1% level	-3.438901	
5% level	-2.865204	
10% level	-2.568777	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
 Dependent Variable: D(IAM)
 Method: Least Squares
 Date: 11/07/14 Time: 18:18
 Sample (adjusted): 2 746
 Included observations: 745 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
IAM(-1)	-0.002938	0.002451	-1.198611	0.2311
C	0.280288	0.304347	0.920947	0.3574
R-squared	0.001930	Mean dependent var		-0.078926
Adjusted R-squared	0.000587	S.D. dependent var		1.447862
S.E. of regression	1.447437	Akaike info criterion		3.580147
Sum squared resid	1556.640	Schwarz criterion		3.592532

Log likelihood	-1331.605	Hannan-Quinn criter.	3.584921
F-statistic	1.436669	Durbin-Watson stat	2.043491
Prob(F-statistic)	0.231061		

Le test de Dickey-Fuller augmenté montre que la série IAM n'est pas stationnaire au niveau avec constante, puisque les valeurs critiques au seuil de 5% sont supérieures en valeur absolue à celles du test de Dickey-Fuller Augmenté. En outre, la probabilité de ce test est largement supérieure à 5% et donc le test n'est pas significatif. A cet effet, l'hypothèse nulle qui suppose l'existence d'une racine unitaire dans la série est rejetée.

Pour synthétiser, on remarque que sur les 21 séries financières des valeurs cotées à la bourse de Casablanca prises comme échantillon, seulement cinq valeurs qui acceptent l'hypothèse de la racine unitaire au seuil de 5%. Pour les autres séries y compris l'indice du marché (MASI), le test rejette l'hypothèse de racine unitaire et affirme la non-stationnarité de ces séries. Par conséquent, l'hypothèse de marche aléatoire est réfutée pour lesdites séries.

3. Fragilité de l'hypothèse d'efficience des marchés

Le triomphe de l'efficience des marchés n'a pas duré longtemps en raison des réfutations théoriques et empiriques. Sur le plan théorique, il s'agit de la rationalité limitée des investisseurs, du caractère présumé aléatoire sur les marchés et du rôle joué par les gestionnaires des fonds considérés comme *noisers* ainsi que de la fragilité du pilier de l'arbitrage.

3.1. Rationalité limitée des investisseurs et inconsistance du modèle de marche aléatoire

“Human behavior, in general, and presumably, therefore, also in the market place, is not under the constant and the detailed guidance of careful and accurate hedonic calculations, but is the product of an unstable and unrational complex of reflex actions, impulses, instincts, habits, customs, fashions and hysteria.” (Viner, 1925)

Plusieurs investisseurs s'appuient sur des informations non pertinentes pour fonder leurs décisions selon Fisher Black (1986). La plupart d'eux se basent sur les bruits qui circulent dans le marché. D'autant plus, le rôle des conseillers financiers est important dans leur choix d'allocation. A cet effet, ces investisseurs n'accordent pas de l'importance aux principes de la gestion de portefeuille comme la diversification par exemple. Pour eux, il faut vendre les actions gagnantes et garder les actions perdantes en attendant un retour du marché. Il est

difficile pour eux d'adopter une stratégie de gestion passive suggérée aux agents non informés par la théorie d'efficience des marchés.

Ce dérapage par rapport au concept de la rationalité des investisseurs devient donc systématique sur le marché. En effet, le modèle standard de prise de décision ne permet pas de prendre en charge de manière rigoureuse l'attitude face au risque, ainsi, l'évaluation des probabilités d'un événement futur incertain est biaisée. En outre, il existe une sensibilité du processus de décision au cadrage de problèmes.

D'abord, l'attitude des investisseurs face au risque n'est pas tout à fait conforme à un comportement de rationalité comme ça était supposé par Von Neumann et Morgenstern. Le concept de rationalité reste utopique dans la mesure où le comportement des investisseurs oscille entre la crainte d'une perte et l'espoir d'un gain. Leurs décisions peuvent être motivées par ce qu'ils ont en mémoire comme réalisations.

Il a été constaté, sur la base de certains travaux, que les investisseurs tendent à conserver pendant une longue durée leurs titres et à vendre tôt les titres gagnants. Il est difficile pour eux d'admettre à encaisser la perte d'un mauvais choix de titres. Chose qui pourrait avoir des conséquences négatives sur le rendement de leur portefeuille.

Il faut rappeler également que l'attitude au risque n'est pas stable et varie en fonction des contextes et des situations. Il a été relevé par certains psychologues que la douleur qui accompagne la perte est au moins deux fois plus intense que la joie que procure le gain d'une même somme d'argent.

De surcroît, lors des prédictions d'événements futurs incertains, les règles de probabilité sont systématiquement biaisées par les individus. Ces derniers se basent parfois sur des informations erronées qui étaient issues du hasard. Il est logique que les conclusions soient également frappées d'erreurs. Ceci génère un biais heuristique, comme il est appelé par Tversky et Kahneman, puisque les individus prennent des décisions sur la base de schémas familiers plutôt que de ratios de probabilité.

Dans le même ordre d'idées, le cadre dans lequel se situent les individus influence leurs décisions. Leur allocation de la richesse changera en fonction des informations fournies sur le long terme d'une part et sur le court terme d'autre part. Par exemple, sur le long terme, les investisseurs vont préférer d'allouer une grande part leur richesse à des actions plutôt que des obligations. Alors que sur le court terme, l'allocation de la richesse sera faite autrement.

Par ailleurs, les comportements non rationnels des investisseurs sont supposés être annulés et contrebalancés conformément au modèle de marche aléatoire. Toutefois, les psychologues avancent qu'il y a une corrélation positive entre les comportements irrationnels et rationnels. Ces derniers peuvent se transformer en comportements irrationnels en raison du caractère social des agissements. Par effet de mimétisme, chacun suit les choix des personnes auxquelles il est attaché ainsi que les rumeurs qui circulent.

On remarque alors que le modèle de marche aléatoire n'est pas assez consistant pour supporter l'hypothèse de l'efficience sur les plans théorique et empirique.

3.2. Vulnérabilité du pilier « arbitrage »

Etant considéré comme l'un des axiomes fondamentaux de la théorie financière moderne, l'arbitrage suppose que sur un marché efficient, il ne peut y avoir d'actif qui se négocie à deux prix différents car les investisseurs vont prendre sur lui des positions longues et courtes sur les deux prix jusqu'à ce que les écarts disparaissent. Leur intervention en tant qu'arbitragistes permet également de déterminer la valeur intrinsèque de l'actif.

Dans le cas où un cours est biaisé, il faut disposer d'actifs de substitution pour que l'opération d'arbitrage puisse être efficace. Il faut également que le marché soit doté de certains instruments financiers comme les options ou les futures qui permettent d'effectuer des opérations à découvert ou encore prendre des positions longues et courtes sur le futur. En l'absence de substituts, il devient impossible d'effectuer des opérations d'arbitrage.

Dans ce cas, l'arbitragiste pourrait entreprendre une position courte et vendre l'actif à découvert en espérant réaliser des profits. Or ces opérations ne sont pas à risque nul surtout lorsque l'investisseur a une aversion au risque. Il aurait donc un intérêt limité pour opter à de telles stratégies et donc leur capacité à maintenir le prix des actifs à leur valeur fondamentale est mise en jeu.

A cet effet, l'absence de substituts des actifs remet en cause l'arbitrage en tant que garant de l'efficience des prix sur un marché. Toutefois, même en la présence des substituts, il existe des risques non négligeables à supporter par les *noise traders*.

4. Lois d'échelle en finance

En observant les graphiques boursiers qui représentent l'évolution du prix d'un titre sur un certain horizon temporel, on remarque bien l'apparition de formes irrégulières qui semblent se reproduire et se répéter à toutes les échelles d'analyse : « *les périodes haussières*

se succèdent aux périodes baissières, mais les hausses sont elles-mêmes traversées de phase de baisses intermédiaires, baisses à leur tour entrecoupées de hausses partielles, et ceci presque indéfiniment jusqu'à la limite naturelle de l'échelle de cotation des titres ».

Ralph Elliott avait soulevé dans les années trente cet enchevêtrement de vagues haussières et baissières accompagné de motifs répétitifs à toutes les échelles, cette suggestion était venue en observant le flux et le reflux de la marée sur le sable de la grève. Elliott les a donnés une symbolisation financière connue sous l'appellation de « vagues boursières », ou « vagues d'Elliott », ces vagues vont être décomposées en grands flux et reflux, vagues normales, vaguelettes, mais aussi « tsunami », du nom donné au Japon aux grandes vagues issues des tremblements de terre.

Les analystes techniques utilisent principalement les graphiques des fluctuations boursières au niveau de leur analyse, ainsi la théorie appelée « vagues d'Elliott » se caractérise par une description fractale déterministe du marché boursier puisqu'on observe des figures géométriques auto-similaires présentes sur toutes les échelles d'observation.

Pour faire des prévisions, il fallait faire appel à la numérologie pythagoricienne fondée sur l'usage du nombre d'or et de la suite de Fibonacci en vue de proposer un calibrage des variations haussières et baissières, donc on voit bien que cette technique repose sur des critères très subjectifs et bien sûr pour positionner les vagues, chaque analyste technique va le faire selon ses propres convictions sur le marché. De ce fait, cette subjectivité bat en brèche la fiabilité de cette analyse, d'où il faut chercher un appareil mathématique plus approprié en vue de dépasser le caractère non scientifique prédominant. L'avènement de l'analyse fractale va donner une réponse théorique et convaincante à ce problème.

Dans le but de donner une explication mathématique rigoureuse aux intuitions des analystes graphiques, Benoît Mandelbrot propose l'analyse fractale, cette analyse s'intéresse à comprendre les variations boursières ainsi que les enchevêtrements des flux et des reflux, autrement dit, on cherche à voir si la période de baisse n'est qu'une baisse temporaire dans une phase de hausse ou bien l'inverse.

Pourtant, le parcours de l'analyse fractale était fortement controversé, du fait que les modélisations proposées sont des modélisations à variance infinie ou à mémoire infinie. Le but ultime de Benoît Mandelbrot était de trouver une loi d'échelle au niveau des variations boursières, pour ce faire, il a proposé une approche fractale pure avec invariance d'échelle ou

plutôt une analyse multi-échelles des marchés. Les processus mixtes de type ARCH ou à changement de régime illustre en partie ces idées.

La controverse a commencé lorsqu'on a l'existence du phénomène de leptokurticité au niveau de la distribution des rentabilités boursières, raison pour laquelle, Mandelbrot a été conduit à proposer de nouvelles lois de distributions en 1962, qui permettent une meilleure modélisation des rentabilités boursières, ce sont des lois, connues sous le nom des lois α -stables, qui se caractérisent par une variance infinie de Paul Lévy en remplacement de la fameuse modélisation gaussienne classique à variance finie.

A l'époque, il était difficile d'accepter l'idée d'une modélisation avec une loi sans variance, ce qui a ouvert la porte à d'autres processus relativement plus simple au niveau de leurs usages, en outre, l'hypothèse d'invariance d'échelle n'était pas assez évidente, ou difficilement validée expérimentalement.

Donc les distributions α -stables telles qu'elles étaient proposées en conservant l'hypothèse que les rentabilités sont identiquement et indépendamment distribuées ne résolvait pas toutes les anomalies à savoir les anomalies scalantes.

La recherche théorique s'intéressa alors à d'autres manières possibles de modéliser la leptokurticité, et l'on se tourna vers le deuxième pivot de la modélisation financière : l'hypothèse d'indépendance des rentabilités successives, qui fut également remise en question. On chercha alors dans des formes diverses de dépendance entre les rentabilités (dépendance linéaire puis non linéaire) la cause de la leptokurticité observée. C'est le deuxième temps des investigations empiriques. Après la mise en évidence de l'absence de mémoire courte sur les rentabilités, la recherche se tourna vers la détection de mémoire longue sur les rentabilités. Cette tentative n'aboutit pas non plus. Puis on s'intéressa au processus des volatilités, avec la formalisation d'une mémoire courte sur les volatilités, démarche qui a conduit au courant de la modélisation ARCH, puis avec la mise en évidence de mémoire longue sur les volatilités (ou dépendance longue), courant qui a abouti à la redécouverte des lois d'échelles en finance.

Finalement l'hypothèse fractale a été validée sur le processus générateur des volatilités boursières. Aujourd'hui, la mémoire longue des volatilités (c'est-à-dire une loi hyperbolique sur les corrélations entre volatilités) est devenue un fait acquis sur les marchés financiers, et la modélisation financière cherche à concilier absence de mémoire sur les rentabilités, et présence de mémoire longue sur les volatilités.

Dans ce qui suit, on va voir les principaux résultats de la recherche sur les lois d'échelle qui visent à décrire des variations boursières. Ces travaux font apparaître assez nettement plusieurs périodes distinctes, et l'on propose donc d'établir une chronologie dans cette recherche de lois d'échelle, périodisation qui illustre les déplacements conceptuels dont la finance a fait l'objet depuis une quarantaine d'années. Cette chronologie est la suivante :

- Au cours d'une première période, de 1960 à 1970, les propositions de Mandelbrot et les premières découvertes prometteuses des invariances d'échelle sur les marchés lancent un débat dans la communauté universitaire, en introduisant les modèles i.i.d.- α -stables et H-corrélés.
- Ce débat se développe au cours de la période 1970-1990 et semble s'achever avec le rejet expérimental des fractales en finance sur les rentabilités boursières.
- Pourtant, parallèlement aux fractales, les développements de l'économétrie des séries temporelles sur les processus à degré d'intégration fractionnaire de type ARFIMA à partir des années 1980, puis FIGARCH dans les années 90, conduisent, dans la décennie 1990-2000, à redécouvrir les lois d'échelle sur le processus des volatilités boursières, à travers le phénomène de mémoire longue.
- Finalement, c'est la mesure du temps elle-même qui devient l'objet des recherches, avec les développements récents des modélisations à temps déformé.

La présence des échelles dans l'étude des variations boursières

Lorsqu'on désire décrire statistiquement le comportement d'un marché boursier entre deux dates 0 et T, dans le but d'en proposer une modélisation probabiliste, deux appréhensions « naturelles » des données disponibles que sont les cotations des cours sont possibles. Soit l'on relève les cours cotés entre 0 et T selon une fréquence d'observation fixe, qui peut être égale à un jour, un mois, un trimestre... mais aussi une heure ou cinq minutes.

Cela revient à subdiviser l'intervalle $[0, T]$ en n périodes égales de pas de temps de base $\tau = T/n$, cette durée τ définissant un « temps caractéristique » d'observation du marché. Soit on relève chaque cours coté à chaque transaction ayant lieu entre 0 et T, ce qui revient à partitionner l'intervalle $[0, T]$ en $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_n = T$, et à travailler en « temps déformé », ou « temps-transaction », t_j étant le moment de la j-ème transaction.

La première approche paraît la plus immédiate, mais, en raison de la nature discontinue et irrégulière des cotations boursières, il est possible que le cours relevé en date t ne

corresponde pas à un échange réel sur le marché, c'est-à-dire à un équilibre d'offre et de demande au moment du relevé : dans ce cas sa significativité économique pour l'analyse statistique peut apparaître plus faible. D'autre part, lorsque la fréquence de relevé est supérieure à la journée, les variations entre le cours de clôture-veille et d'ouverture-lendemain sont traitées comme les variations intra-quotidiennes. Enfin, ce relevé en temps physique revient à faire l'hypothèse que l'activité du marché est plus ou moins uniforme durant la période d'observation, ce qui n'est en général pas le cas. D'où l'intérêt de la seconde approche, qui correspond à une succession de prix d'équilibre entre offre et demande.

Ces deux approches existent simultanément dans la modélisation financière, et cette alternative amène à se poser la question du temps adéquat pour mesurer les fluctuations boursières, question posée pour la première fois Mandelbrot et Taylor (1967) et Clark (1973), qui introduisirent la notion de « temps-information » où l'information était associé au volume des transactions. La première analyse (temps calendaire) est la plus utilisée, mais le second courant de recherche (temps déformé) commence à faire l'objet d'un intérêt nouveau.

Cet intérêt résulte du changement (et le reflète aussi) qui est apparu dans l'environnement informatique des marchés boursiers, changement qui se traduit par une abondance toujours plus grande des données de cours disponibles : si les cours sont relevés en fréquence quotidienne depuis le dix-neuvième siècle, dans les années quatre-vingt sont apparus des relevés toutes les minutes, puis dans les années quatre-vingt dix, toutes les cotations. Aussi, l'ordre de grandeur de la taille des échantillons a augmenté de plusieurs puissances de dix.

Dès les premières études statistiques des fluctuations boursières, il avait été mis en évidence que les distributions empiriques des rentabilités successives contenaient trop de points de queue pour pouvoir être ajustées par des densités gaussiennes : les distributions empiriques obtenues étaient toutes leptokurtiques. Ce problème des grandes variations boursières n'était pas résolu et avait été temporairement abandonné par la recherche faute de moyen appropriés pour le modéliser. Cette non normalité des queues de distribution était d'ailleurs ancienne, et remontait à Pareto qui avait, précisément, inventé la loi qui porte son nom pour rendre compte de la distribution des revenus dans une économie à une date donnée, et qui est une loi de puissance. Mais la loi de Pareto n'apparaissait pas posséder un statut de loi limite en probabilité, et n'était pas utilisée en finance.

Mandelbrot aborde alors la problème des grandes valeurs des fonctions de répartitions empiriques des rentabilités $\Delta r_{t,\tau} = \text{Log } S(t + \tau) - \text{Log } S(t)$, où $S(t)$ est le prix de clôture du coton en date t , avec pour τ deux valeurs : 1 mois et 1 jour. En calculant les expressions $Fr[\Delta r_{t,\tau} > u]$ pour les valeurs positives et $Fr[\Delta r_{t,\tau} < -u]$ pour les valeurs négatives où Fr désigne la fréquence cumulée des variations $\Delta r_{t,\tau}$, il obtient un double ajustement par des lois de Pareto d'exposant α

$$\log\{Fr[\Delta r_{t,\tau} > u]\} \approx -\alpha \log u + \log C'(\tau)$$

$$\log\{Fr[\Delta r_{t,\tau} < -u]\} \approx -\alpha \log u + \log C''(\tau)$$

Observant que les droites d'ajustement correspondant aux distributions $\tau = 1$ jour et $\tau = 1$ mois sont parallèles, Mandelbrot en déduit que les lois de distribution de Δr pour $\tau = 1$ jour et 1 mois ne diffèrent que par un changement d'échelle, et propose alors un nouveau modèle de variation des prix : en conservant les hypothèses i.i.d., la stabilité du phénomène entre 1 jour et 1 mois est interprétée comme la trace de la stabilité au sens de Lévy.

Mandelbrot (1963) développe et précise le modèle de variation des prix proposé en 1962 : « ce fut le premier modèle que j'ai élaboré pour décrire de façon réaliste la variation des prix pratiqués sur certaines Bourses de valeurs et de matières premières ». On peut qualifier ce premier modèle de « i.i.d.- α -stable » dans la mesure où les hypothèses i.i.d. sont conservées, et que la valeur de l'exposant caractéristique α des lois stables passe de 2 (Gauss) à une valeur $\alpha < 2$.

Fama (1965) puis Mandelbrot (1967) vont poursuivre les investigations initiales et valider le modèle. Enfin, en 1968, les premières tabulations de lois stables symétriques sont effectuées par Fama et Roll (1968), qui vont permettre de concevoir les premiers estimateurs des paramètres de ces distributions (Walter, 2001).

Conclusion du chapitre

Bien que le background théorique de la gestion de portefeuille apparaisse fascinant sur le plan mathématique, il connaît beaucoup de limites sur le plan pratique. D'abord, il faut dire que le paradigme de l'efficacité est si fragile qu'il est temps de trouver une nouvelle construction théorique de la gestion des risques et de portefeuille dans les marchés financiers. D'ailleurs, notre analyse empirique, basée sur un échantillon de valeurs cotées à la bourse de Casablanca, a montré que l'hypothèse de l'efficacité est difficilement vérifiable.

D'autant plus, le cadre théorique de l'efficacité reste si controversé en raison des ambiguïtés liées à la définition même de ce concept. En conséquence, une réflexion approfondie devrait être menée afin de proposer de nouveaux outils adéquats à la gestion de portefeuille et permettant une meilleure estimation des risques.

Par ailleurs, la théorie de Markowitz demeure l'une des références les plus populaires dans le monde de la gestion de portefeuille en raison de sa simplicité et sa maniabilité sur le plan mathématique. Toutefois, le modèle de Markowitz présente plusieurs limites sur le plan pratique.

A ce titre, il est donc préférable de chercher des outils plus sophistiqués permettant d'une part une estimation réelle des risques et d'autre part de tenir en considération la dynamique et la turbulence du marché financier. Ce dernier présente plusieurs caractéristiques similaires à la turbulence des fluides et à certains systèmes biologiques.

Chapitre 3. Dynamique des marchés financiers : Quelles hypothèses ?

Dans ce chapitre, on s'intéressera à vérifier si les marchés financiers sont dynamiques en vue de justifier la nécessité de faire appel à des méthodes de gestion de portefeuille dynamiques. En adoptant une méthodologie interdisciplinaire, on essaiera d'analyser les fluctuations du marché financier marocain ainsi que son interaction avec des marchés financiers comparables.

A cet effet, on fera appel à des méthodes empruntées à la statistique physique (Benbachir & El Alaoui, 2011) (El Alaoui & Benbachir, Comparing Multifractality Among Czech, Hungarian and Russian Stock Exchanges, 2013), ces dernières seront utilisées pour vérifier si le marché financier marocain est efficient, fractal ou multifractal. Ensuite, on essaiera d'étudier le degré de présence des effets de mémoire et de non linéarité sur ce marché. D'autant plus, on comparera le comportement du marché boursier marocain avec celui d'autres pays émergents.

On présentera également dans ce chapitre une méthode inspirée du domaine de la biologie et qui utilise des outils statistiques et mathématiques (El Alaoui & Benbachir, 2013). Il s'agit d'étudier l'effet de spillover ou de transmission de chocs de la volatilité entre le marché boursier marocain et d'autres marchés boursiers arabes avec lesquels le Maroc a signé un accord de libre-échange. L'étude a été faite dans un contexte d'instabilité politique dans les pays arabes.

Dans une troisième section, on appliquera une nouvelle méthode de la statistique physique qui était développée en 2008 pour étudier l'inter-corrélation entre les marchés financiers des pays arabes. De surcroît, on utilisera un nouveau test développé en 2009 pour étudier l'inter-corrélation de manière qualitative et non seulement quantitative.

Section 1 : Dynamique des marchés financiers et multifractalité

Dans les marchés financiers, les variations des prix sont gouvernées par des lois très compliquées. Cette complexité est due principalement aux interactions non linéaires entre les agents prenant des décisions hétérogènes ainsi qu'aux différents événements apparaissant dans l'environnement externe. Dans ce sens, plusieurs recherches ont prouvé récemment que les marchés financiers exhibent des propriétés semblables à la turbulence des fluides. Dans les deux domaines, il a été démontré que les fluctuations sont caractérisées par une turbulence, une propriété multi-échelle et un comportement multifractal. La multifractalité est l'un des concepts les plus importants dans les systèmes complexes et dynamiques de plusieurs champs disciplinaires notamment la dynamique des fluides, la sismologie, la biologie ainsi que la finance.

Récemment, la dynamique des marchés financiers a suscité beaucoup d'intérêt pour les chercheurs physiciens ainsi que pour les économistes menant ainsi à la création d'un nouveau champ multidisciplinaire appelé, l'Econophysique (Mantegna & Stanley, 2000) (McCauley, 2004). La multifractalité des marchés financiers a été traitée par plusieurs éconophysiciens en utilisant principalement deux méthodes sophistiquées : La méthode du *wavelet transform modulus maxima* (WTMM) (Los & Yalamova, 2006) (Yalamova, Wavelet test of multifractality of asia-pacific index prices series, 2006) (P. Oświęcimkaa, 2005) (Drożdż, Kwapień, Oświęcimka, & Rak, 2009) (Stavroyiannis, Makris, & Nikolaidis, 2010) et la méthode du *multifractal detrended fluctuation analysis* (MF-DFA) (P. Oświęcimkaa, 2005) (Drożdż, Kwapień, Oświęcimka, & Rak, 2009) (Stavroyiannis, Makris, & Nikolaidis, 2010) (Gyuchang, Kim, Lee, Kim, & Lee, 2007) (Norouzzadeh & Rahmani, A multifractal detrended fluctuation description of Iranian rial-US dollar exchange rate, 2006) (Zhou W. , 2009) (Yuan, Zhuang, & Jin, 2009) (Oswiecimka, Kwapien, & Drozd, Multifractality in the stock market: price increments versus waiting times, , 2005) (Gu, Chen, & Zhou, 2007) (Wang, Liu, & Gu, 2009) (Oswiecimka, Kwapien, Drozd, Gorski, & Rak, Different fractal properties of positive and negative returns, 2008) (Su, Wang, & Huang, 2009). Dans ce travail, on va utiliser la méthode MF-DFA puisqu'elle a l'avantage de donner une estimation jugée plus robuste.

A cet effet, la méthode MF-DFA est une technique puissante et sophistiquée, elle était proposée par Kantelhardt *et al* (Kantelhardt, Zschiegner, Koscielny-Bunde, Havlin, Bunde, &

Stanley, 2002). Elle généralise la méthode Detrended Fluctuation Analysis (DFA) (Kantelhardt, Eva, Rego, Havlin, & Bunde, 2001) (Norouzzadeh & Jafari, Application of multifractal measures to Tehran price index, 2005) (Scarlat, Stan, & Cristescu, 2007) (Matos, Gama, Ruskin, Sharkasi, & Crane, 2008) (Ausloos, 2006) qui est une technique largement utilisée afin de déterminer la propriété fractale des échelles et permet de détecter l'effet de mémoire dans les séries stationnaires. Les avantages de la méthode MF-DFA par rapport aux autres, c'est le fait qu'elle est adaptée aussi bien aux séries stationnaires que non stationnaires, d'autant plus, elle permet de donner des résultats meilleurs que la méthode WTMM (Kantelhardt, Zschiegner, Koscielny-Bunde, Havlin, Bunde, & Stanley, 2002).

Plusieurs chercheurs ont appliqué avec succès la méthode MF-DFA pour détecter le comportement multifractal des séries financières aussi bien dans les marchés développés qu'émergents. Dans ce travail, on a appliqué la méthode MF-DFA justement pour investiguer les propriétés multifractales du marché financier marocain.

Avant d'appliquer cette méthode, on va rappeler d'abord une brève description des données utilisées dans cette étude, puis, on va introduire en détail l'algorithme de la méthode MF-DFA. Ensuite, on va présenter une analyse des propriétés multifractales des séries MASI et MADEX après avoir montré la manière avec laquelle on obtient l'exposant de Hurst généralisé pour déduire l'exposant de Rényi ainsi que le spectre des singularités. D'autant plus, on fera appel à deux principales procédures pour déceler les sources de multifractalité à savoir le *shuffling* et le *surrogate*. Avant de conclure, on va comparer la multifractalité du MASI avec celle du MADEX ainsi que celle des différents indices sectoriels pour se prononcer sur les degrés de complexité des variations de rentabilités d'un secteur à l'autre.

Afin de faire une comparaison sur le comportement dynamique des marchés financiers, on va analyser la multifractalité d'autres marchés financiers émergents et comparables au marché financier marocain. On a choisi le cas des pays de l'Europe de l'Est à savoir le Tchèque, la Hongrie et la Russie.

1. Présentation des données

Au niveau de ce travail, on a choisi de travailler avec la méthode *MultiFractal Detrended Fluctuation Analysis*. Le choix de cette méthode est justifiée puisqu'elle est bien

adaptée aux séries non stationnaires et elle permet de donner des résultats équivalents à ceux obtenus par la méthode des maxima des modules de la transformée en ondelettes.¹

Ensuite, on va comparer les résultats du MF-DFA originale avec ceux du MF-DFA *shuffled* et *surrogate*, dans un objectif de trouver les sources qui sont derrière cette multifractalité (effet de mémoire longue ou leptokurticité).

Il était utile de faire appel au logiciel Matlab, qui permet de faire des calculs matriciels, programmer des boucles et des équations ainsi qu'une représentation graphique à haut niveau de précision.

Dans ce sens, on a choisit de travailler sur les rentabilités logarithmiques quotidiennes des séries MASI et MADEX allant du 02/01/1992 jusqu'au 04/06/2010, soit 4585 observations quotidiennes pour chaque série. Une comparaison serait faite entre les deux séries.

Les rentabilités logarithmiques sont calculées comme suit :

$$r_t = \log\left(\frac{p_{t+1}}{p_t}\right)$$

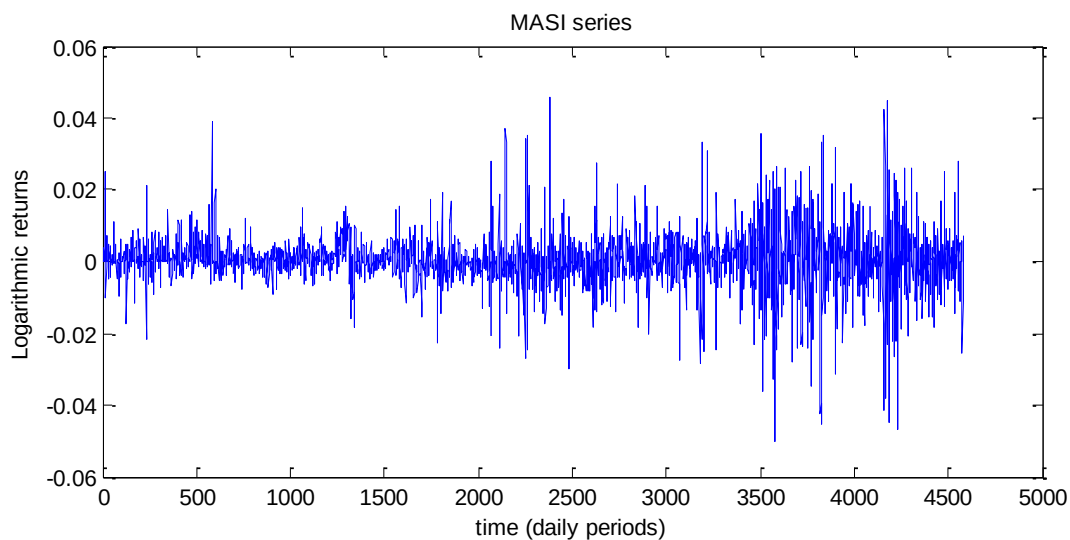


Figure 6 : Les rentabilités quotidiennes logarithmiques de la série MASI

¹ Jan W. Kantelhardt, Stephan A. Zschiegner, Eva Koscielny-Bunde, Shlomo Havlin, Armin Bunde, H. Eugene Stanley, *Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series*, Physica A 316 (2002) 87 – 114

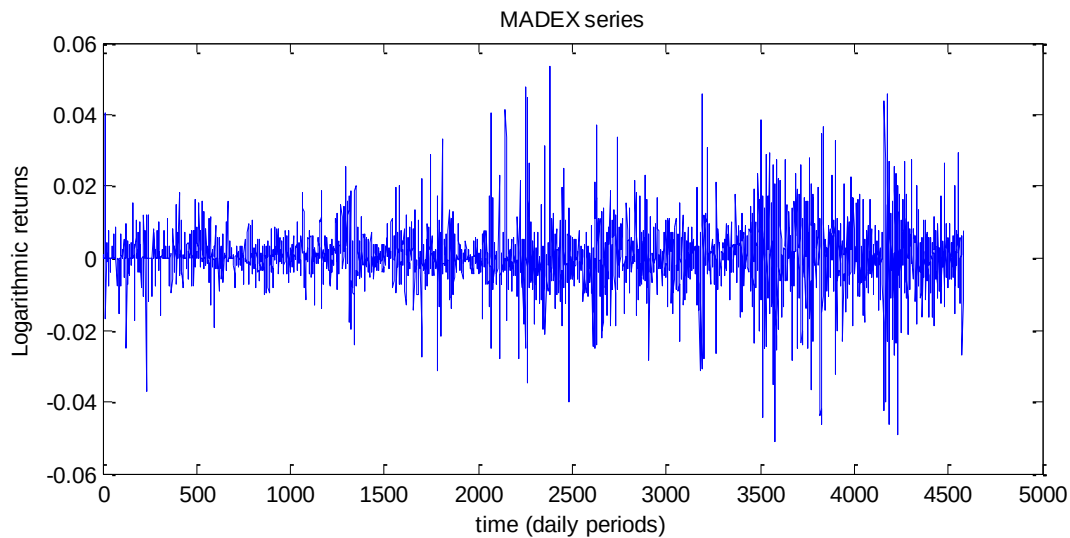


Figure 7 : Les rentabilités quotidiennes logarithmiques de la série MADEX

2. Présentation de la méthode MF-DFA

Dans les années récentes la méthode Detrended Fluctuation Analysis (DFA), est devenue une technique largement utilisée pour la détermination des propriétés d'échelle des fractales ainsi que pour la détection de l'effet de mémoire longue dans un environnement bruyant, des séries chronologiques non stationnaires. Elle a été appliquée avec succès à diverses champs comme les séquences de l'ADN, la dynamique de la fréquence cardiaque, le dopage neurone, la démarche humaine, données météorologiques de longue date, la structure des nuages, la géologie, l'ethnologie, les séries temporelles économiques et la physique des solides. Une raison d'employer la méthode DFA est d'éviter la détection fausse de corrélations qui sont des artéfacts de la non-stationnarité dans les séries chronologiques.

Néanmoins, de nombreuses séries ne présentent pas un comportement d'échelle d'un simple monofractal représenté par un exposant unique. Dans certains cas, il existe des échelles de liaison s_x séparant les régimes avec des exposants d'échelle différente, par exemple, les corrélations des mémoires longue sur des petits échelles $s \ll s_x$ ainsi qu'un autre type de corrélations ou de non-corrélations sur les grandes échelles $s \gg s_x$. Dans d'autres cas, le comportement d'échelle est beaucoup plus compliqué, à cet effet, plusieurs exposants d'échelle sont exigés pour différentes parties de la série. Ceci apparaît, par exemple, quand le comportement d'échelle au niveau de la première moitié de la série diffère de celui existant au niveau de la 2^{ème} moitié. Dans d'autres cas aussi bien compliqués, de tels comportements d'échelle peuvent être observés pour de nombreux sous-ensembles fractals imbriqués des séries temporelles. Dans ce cas, une multitude d'exposants d'échelle sont exigés pour une

description complète du comportement d'échelle et donc une analyse multifractale doit être mise en place.

En général, on peut distinguer entre deux différents types de multifractalité :

- Une multifractalité due à une fonction de densité de large probabilité pour les valeurs de la série temporelle. Dans ce cas la multifractalité ne peut pas disparaître avec la permutation et le mixage de la série.

- Une multifractalité due à différentes corrélations de la mémoire longue des petites et des grandes fluctuations. Dans ce cas, la probabilité de la fonction de densité des valeurs peut être une distribution régulière avec des moments finis, par exemple la distribution gaussienne. La série mixée correspondante va présenter une échelle qui n'est pas multifractal, car toutes les corrélations de longue période sont détruites à travers la procédure de mixage. Si les deux types de multifractalité sont présents, la série mixée va présenter une faible multifractalité que celle présente dans la série originale.

La procédure généralisée du *Multifractal Detrended Fluctuation Analysis* (MF-DFA) consiste en cinq étapes. Les trois premières étapes sont identiques à la procédure du DFA conventionnelle. On suppose que x_k une série de longueur N . Le support est défini comme l'ensemble des indices k avec des valeurs non nulles de x_k .

- Étape 1 : On détermine le “profile” de la série “ x_k ”

$$Z(i) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{k=1}^i [x_k - \langle x \rangle], \quad i = 1, \dots, N. \quad (1)$$

La soustraction de la moyenne $\langle x \rangle$ n'est pas indispensable puisqu'elle va-t-être éliminée systématiquement au niveau de la 3^{ème} étape au detrending.

À partir de la définition ci-haut on aura $Z(N) = 0$.

- Étape 2 : On procède à la scission du “profile” $Z(i)$ en $N_s = \text{int}(N/s)$ segments sans chevauchement et d'une même longueur s . Puisque en général s et N ne sont pas des nombres incommensurable, une petite partie à la fin de la série du profile peut rester. Afin d'incorporer cette partie restante de la série, la même procédure doit être répétée en commençant par la fin jusqu'au début. Par conséquent, le nombre total des segments sera de $2N_s$.

•Etape 3: L'objectif de cette étape est de faire le *detrend* du *profile* $Z(i)$, pour cette raison, on doit tout d'abord calculer la tendance locale pour chacun des $2N_s$ segments en utilisant la méthode d'ajustement des moindres carrés et par la suite déterminer la variance pour chaque segment $v = 1, \dots, N_s$:

$$F^2(v, s) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s [Z((v-1)s + i) - W_v^n(i)]^2, \quad (2)$$

Et pour les segments $v = N_s + 1, \dots, 2N_s$:

$$F^2(v, s) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s [Z((N-v-N_s)s + i) - W_v^n(i)]^2 \quad (3)$$

Où $W_v^n(i)$ est le polynôme d'ajustement du segment v d'un ordre n fixé durant toute la procédure. D'où, son appellation *the Multifractal Detrended Fluctuation Analysis* comme MF-DFAn.

Eisler and Kertesz (Eisler & Kertesz, 2004) ont trouvé que des polynômes de faible ordre sont généralement suffisants pour éliminer toute tendance linéaire ou non linéaire de la série $Z(i)$.

•Etape 4 : On fait la moyenne de l'ensemble des segments pour obtenir la fonction de fluctuation d'ordre q comme suit :

$$F_q(s) = \left[\frac{1}{2N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} [F^2(v, s)]^{q/2} \right]^{1/q} \quad (4)$$

Dans le cas où $q = 2$, on est bien dans la procédure standard du DFA.

On s'intéresse à la manière avec laquelle ces q -dépendants fonctions de fluctuation dépendent à l'échelle du temps s pour différentes valeurs de q , d'où on doit répéter les étapes 2 jusqu'à 4 pour plusieurs échelles de temps.

La valeur de $h(0)$, qui ne peut pas être directement déterminée avec la procédure utilisant la moyenne définit à l'équation (4) du fait de la divergence des exposants. De ce fait, on doit employer une procédure logarithmique pour faire la moyenne.

$$F_0(s) = \exp \left[\frac{1}{4N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} \ln[F^2(v, s)] \right] \sim s^{h(0)} \quad (5)$$

•Étape 5 : Dans cette étape, on détermine le comportement d'échelle des fonctions des fluctuations en analysant le graphe log-log des $F_q(s)$ vs. s pour différentes valeurs de q .

On a aussi,

$$F_q(s) \sim s^{h(q)} \quad (6)$$

Où $h(q)$ représente l'exposant de Hurst généralisé. Lorsque $h(q)$ est constant pour tout q , la série est considérée monofractale. Sinon, elle est multifractale.

Pour des échelles de grandes valeurs, $s > N/4$, $F_q(s)$ devient statistiquement non fiable car le nombre de segments N_s devient très petit surtout lorsqu'on veut faire la moyenne à l'étape 4. Pour cela, on exclut généralement les échelles $s > N/4$ de la procédure d'ajustement pour déterminer $h(q)$. En outre, les déviations systématiques du comportement d'échelle dans l'équation (5), qui peuvent être corrigées, apparaissent pour des très petites valeurs des échelles $s \approx 10$. En général, l'exposant $h(q)$ dans l'équation (5) peut être lié à q . Pour les séries stationnaires, $h(2)$ est identique au fameux exposant de Hurst H .

L'exposant de singularité α et le spectre multifractal correspondant $f(\alpha)$ peuvent être évalués en utilisant le spectre de l'exposant de Hurst généralisé comme suit :

$$\alpha = \tau'(q) \quad (7)$$

Ou bien

$$\alpha = h(q) + \frac{dh(q)}{dq},$$

La fonction du spectre est définie comme suit :

$$f(\alpha) = q\alpha - \tau(q)$$

$$f(\alpha) = q[\alpha - h(q)] + 1 \quad (8)$$

L'exposant de Hurst généralisé $h(q)$ obtenu de la procédure MF-DFA est lié à l'exposant de Rényi $\tau(q)$

$$\tau(q) = qh(q) - 1 \quad (9)$$

Le spectre de l'exposant de Rényi est également utilisé pour distinguer les signaux multifractals de ceux monofractals, il donne aussi la calibration de l'exposant général.

Pour les séries monofractales, le $h(q)$ devient indépendant de q puisque la relation d'échelle des variances $F^2(v, s)$ est identique pour l'ensemble des segments v , et la procédure de moyenne (équation 4) nous donne la même relation d'échelle pour toutes les valeurs de q .

Relation avec la statistique physique

On suppose que la série est stationnaire, ce qui consiste à des valeurs non-négatives normalisées x_k , $k = 1, \dots, N$. Ceux-ci pourraient être des intervalles de temps normalisés par la largeur de la fenêtre-temps $T = \sum_{k=1}^N \Delta t_k$, et donc $x_k = \Delta t_k / T$, $k = 1, \dots, N$. Ensuite, on remplace l'équation (2) par celle simplifiée, cette dernière est utilisée dans l'analyse des fluctuations standards (FA) :

$$F^2_{FA}(v, s) = [Y(vs) - Y((v-1)s)]^2 \quad (10)$$

On fait insérer (10) dans l'équation 4 et en utilisant l'équation 6 on obtient :

$$F_q^{FA}(s) = \left\{ \frac{1}{2N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} [F^2_{FA}(v, s)]^{\frac{q}{2}} \right\}^{\frac{1}{q}} = \left\{ \frac{1}{2N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} |Y(vs) - Y((v-1)s)|^q \right\}^{1/q} \sim s^{h(q)} \quad (11)$$

Dans un but de simplicité, on suppose que s et N sont commensurables (c'est-à-dire $N_s = \frac{N}{s}$). D'où l'équation (11) devient :

$$\sum_{v=1}^{N/s} [Y(vs) - Y((v-1)s)]^q \sim s^{qh(q)-1} \quad (12)$$

En vue de relier également le *standard textbook box* (case) comptant le formalisme, on utilise la définition du *profile* telle qu'elle est présentée au niveau de l'équation (1). Il est évident que le terme $Y(vs) - Y((v-1)s)$ dans l'équation (12) égalise la somme des x_k à l'intérieur de chaque segment v de taille s . Cette somme est connue comme la case de probabilité $p_s(v)$ dans le cadre du formalisme multifractal standard des séries normalisées x_k ,

$$p_s(v) = \sum_{k=(v-1)s+1}^{vs} x_k = Y(vs) - Y((v-1)s) \quad (13)$$

Dans un deuxième lieu, avec l'utilisation de cette case de probabilité on obtient l'exposant de Rényi via la fonction de partition comme suit

$$Z_q(s) = \sum_{v=1}^{N/s} |p_s(v)|^q \sim s^{\tau(q)} \quad (14)$$

Où q est paramètre réel comme c'est le cas au niveau de la méthode MF-DFA. En utilisant l'équation 13, on voit que l'équation 14 est identique à l'équation 12, et donc on peut déduire analytiquement la relation entre les deux exposants d'échelle,

$$\tau(q) = qh(q) - 1 \quad (15)$$

De ce fait, il est clair que l'exposant général de Hurst $h(q)$ est directement relié à l'exposant d'échelle multifractal classique $\tau(q)$.

Bien évidemment, cette expression relie la statistique physique à la multifractalité dans le cas des séries stationnaires. Cependant, l'analogue dérivation pour le cas des séries non-stationnaires pose toujours problème.

On peut aussi relier le $\tau(q)$ au spectre de singularité qui est une autre manière de caractérisation de la multifractalité via la transformée de Legendre,

$$\alpha = \tau'(q) \quad \text{et} \quad f(\alpha) = q\alpha - \tau(q)$$

α dénote bien sûr l'exposant de Hölder alors que $f(\alpha)$ est la dimension des sous-ensembles de la série caractérisé par α .

Comme c'est exposé dans les équations 7 et 8, on peut aussi relier directement α et $f(\alpha)$ à l'exposant généralisé de Hurst $h(q)$.

3. Analyse multifractale de la série MASI

Après avoir suivi l'ensemble des étapes relatives à la méthode MF-DFA que l'on a décrite plus haut, on a obtenu les résultats suivants :

Au niveau de la phase de detrend, on a pris un polynôme de degré deux pour éliminer la tendance, et pour focaliser l'analyse sur les fluctuations.

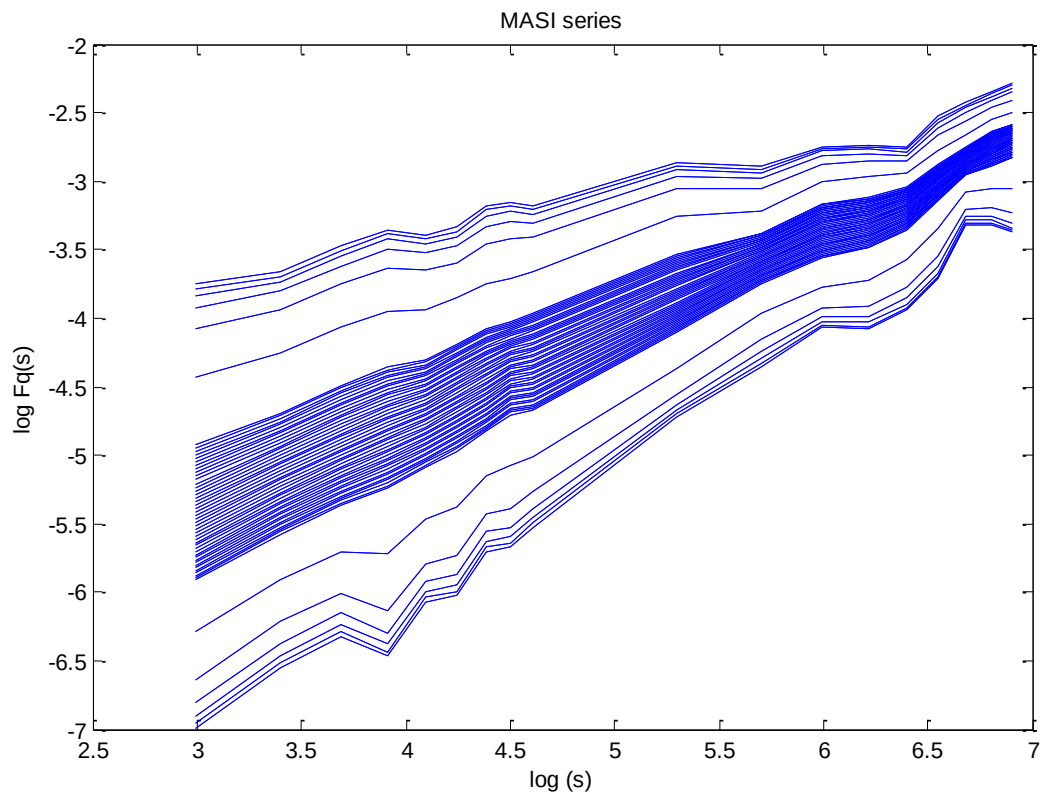


Figure 8 : Représentation des logarithmes des fonctions de fluctuation $\log(F_q(s))$ versus $\log(s)$ pour 54 valeurs de q

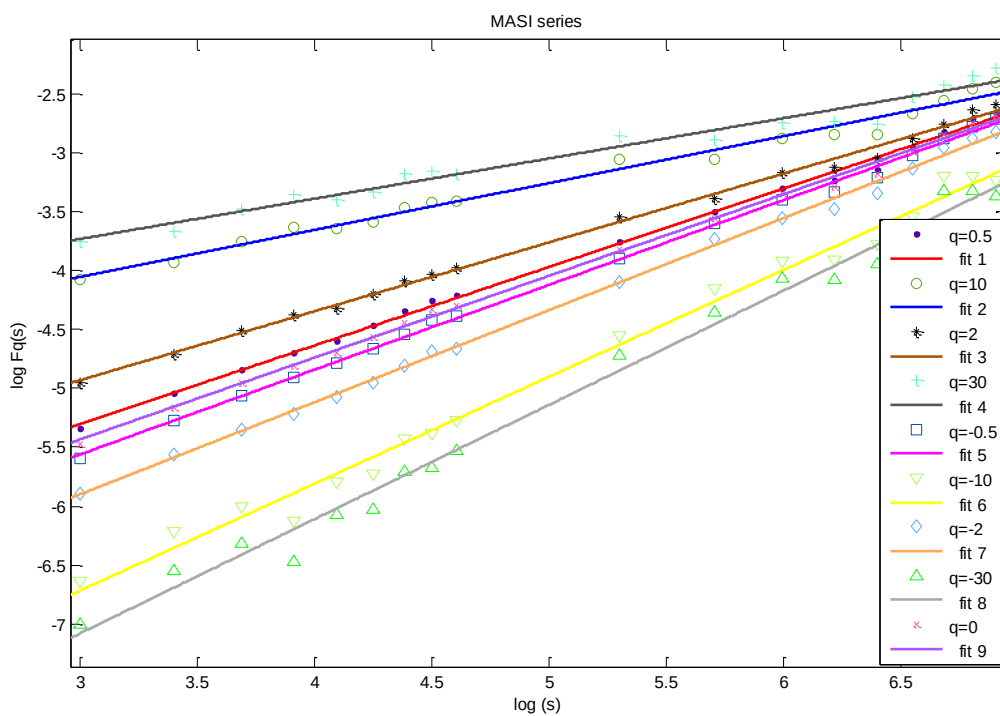


Figure 9 : Représentation des logarithmes des fonctions de fluctuation $\log(F_q(s))$ versus $\log(s)$ pour 9 valeurs de q

La présentation graphique au niveau de la figure 8 et 9, montre bien la présence d'une loi d'échelle entre les fonctions de fluctuations $F_q(s)$ et les échelles s , comme c'est expliqué au niveau de l'équation $F_q(s) \sim s^{h(q)}$, la loi de puissance est explicitée par l'exposant $h(q)$.

Cette relation reste croissante même pour des échelles à larges valeurs, ce qui démontre que le marché se caractérise par un effet de mémoire longue. D'autant plus, la relation est presque linéaire entre $\log(F_q(s))$ et $\log(s)$.

On remarque aussi que le comportement d'échelle de la série montre l'existence de plusieurs exposants d'échelle au cours du temps, et donc la série ne dépend pas de certaines valeurs spécifiques de q .

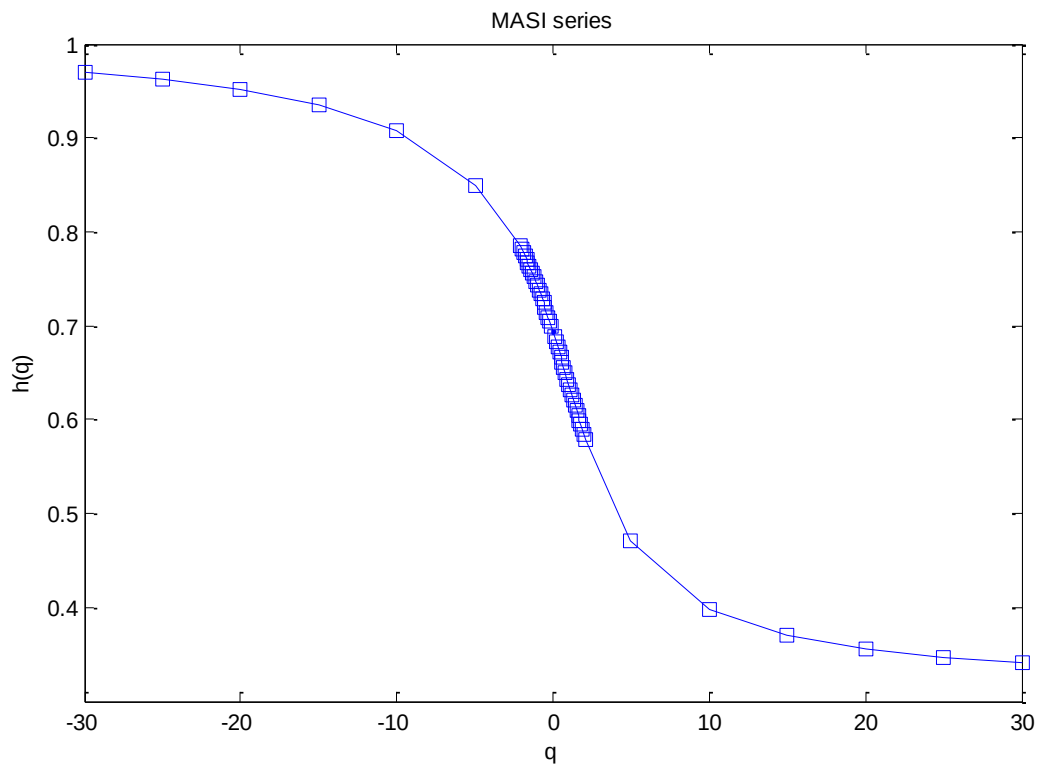


Figure 10 : Présentation des exposants généraux de Hurst $h(q)$ vs. les ordres q

Le comportement de l'exposant $h(q)$ qui caractérise la loi d'échelle de la série est présenté en relation avec les valeurs des ordres q dans la figure 10, on observe que les valeurs de $h(q)$ baissent lorsque les valeurs des ordres q augmentent et vice versa.

Il est clair que la relation entre q et $h(q)$ n'est pas linéaire.

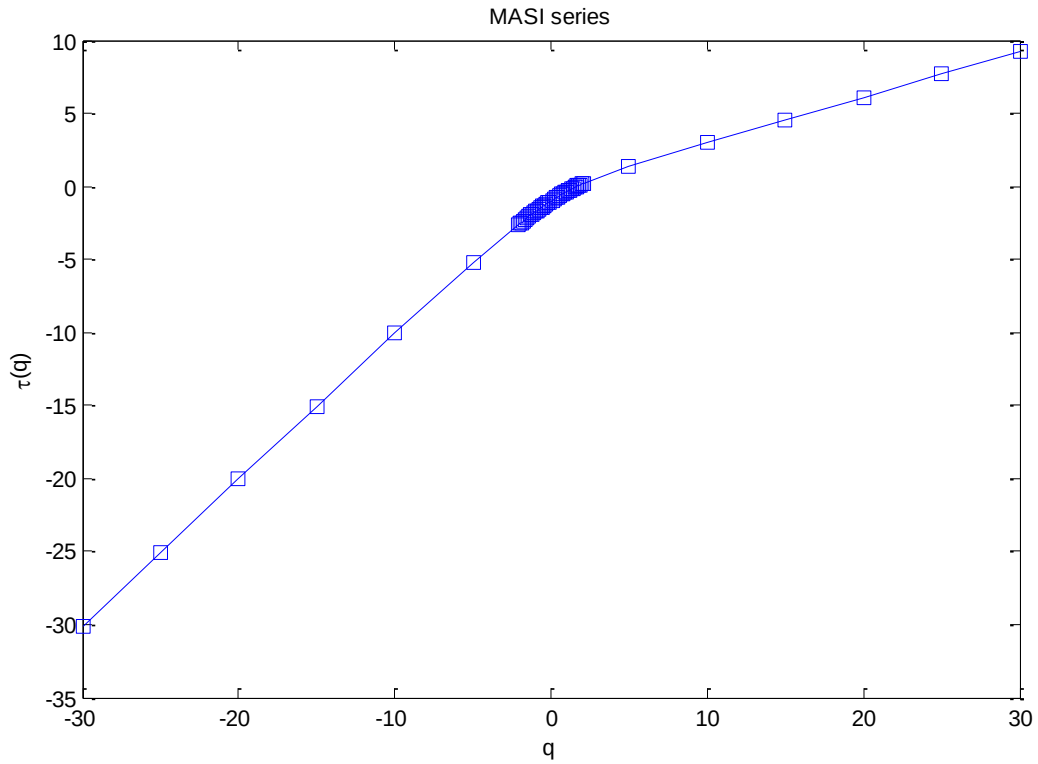


Figure 11 : Présentation des exposants globaux de Hurst $\tau(q)$ vs. les ordres q

Afin de mieux expliciter la multifractalité, on présente dans la figure 11, la dépendance entre l'exposant de Rényi $\tau(q)$ et les ordres q . On a donc obtenu une relation non linéaire qui implique la présence du caractère multifractale.

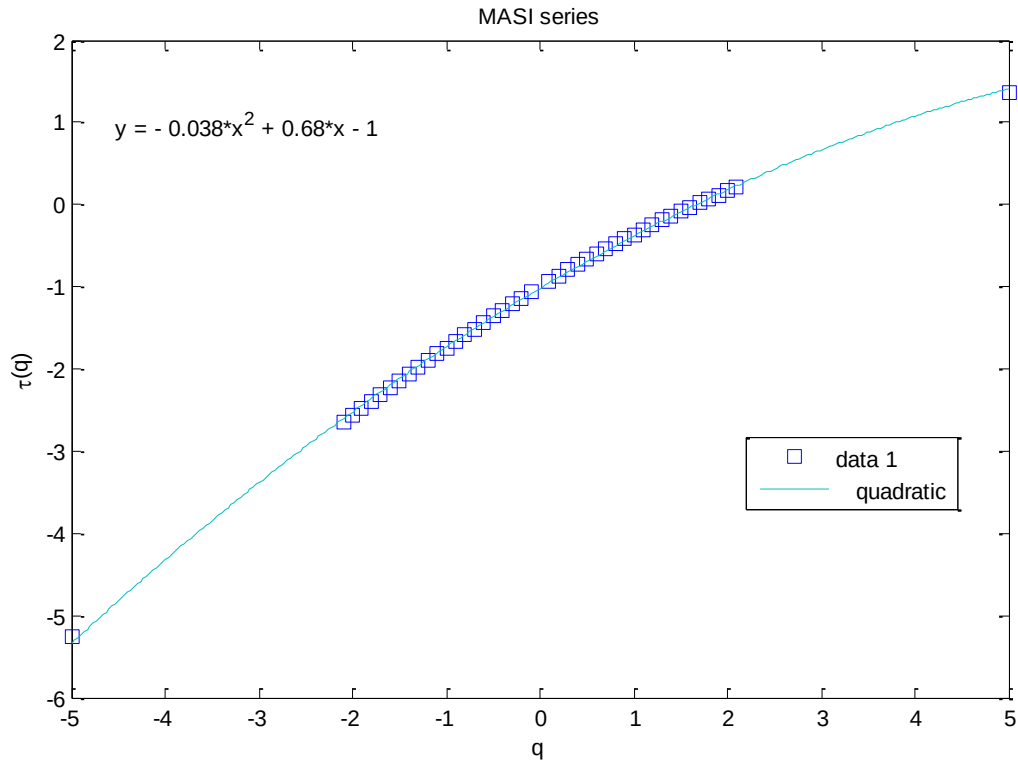


Figure 12 : La partie centrale du graphique des exposants de Rényi $\tau(q)$ et de leurs ordres q ajustée par un polynôme de second degré

On a jugé utile de présenter la partie centrale de la figure 12, ajustée par un polynôme de second degré pour démontrer la convexité apparente. Pour les grandes valeurs de $|q|$, on obtient une relation presque linéaire.

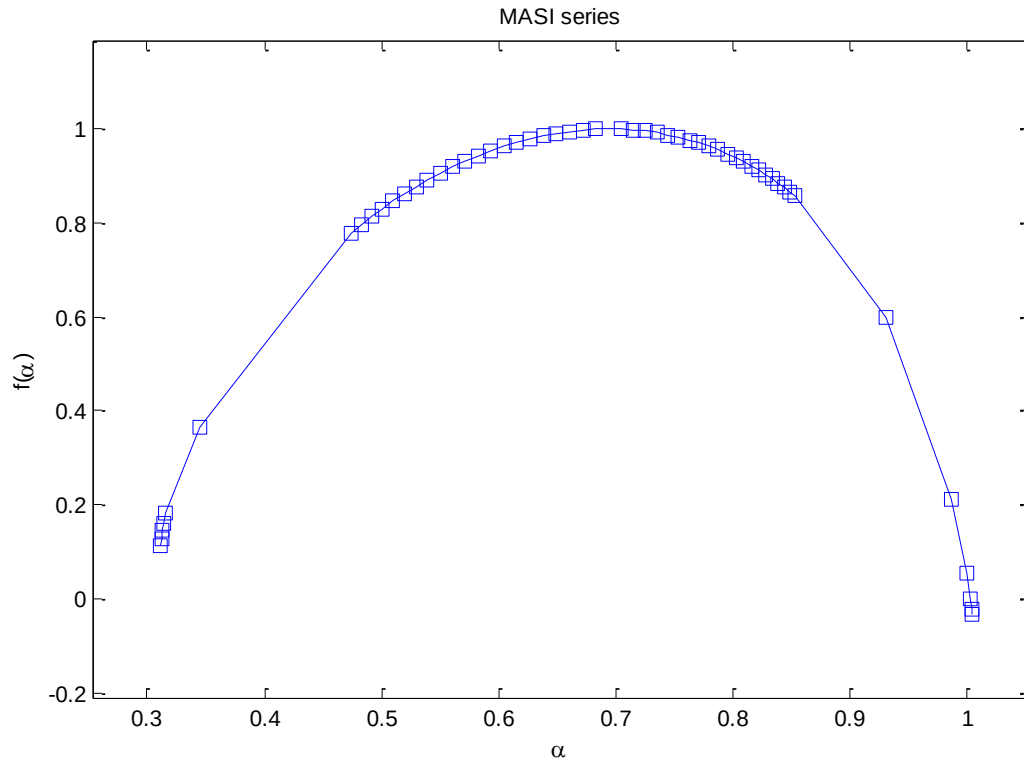


Figure 13 : Le spectre multifractal de la série MASI

Le spectre multifractal obtenu nous présente un spectre d'une largeur de $\Delta\alpha = \alpha_{max} - \alpha_{min} = 0.6919$.

4. Les sources de multifractalité

Comme on l'a constaté, il est évident que la série MASI présente un caractère multifractal sur la base des résultats obtenus ci-dessus. On a constaté l'existence d'un effet de mémoire (voir Fig. 3 et 4) ainsi que la présence d'une non linéarité marquante lors de l'analyse de l'exposant de Hurst généralisé aussi bien que celui global (exposant de Rényi) (Fig. 6 et 7), d'autant plus le spectre multifractal présente une largeur considérable et confirmant par sa forme la multifractalité de la série.

De ce fait, on a jugé nécessaire d'étudier les sources derrière cette multifractalité. Généralement, on a deux sources expliquant la multifractalité :

- Une multifractalité due à l'effet de mémoire longue c'est-à-dire la dépendance des rentabilités à long terme ;
- Une multifractalité due aux larges queues de distributions autrement dit à la leptokurticité de ces queues.

La manière de mesurer l'importance de l'une ou l'autre source est faite en créant deux types de séries, une série *shuffled* c'est-à-dire que l'on procède à des permutations aléatoire en vue d'affaiblir l'effet de mémoire longue, et une série *surrogate* dans laquelle on veut faire affaiblir la distribution leptokurtique pouvant caractériser la série. La procédure du *shuffling* consiste à permuter aléatoirement la série originale sur la longueur N de la série. On a répété cette procédure plusieurs fois. La procédure de *shuffling* se présente comme suit :

(i) Générer des paires (p, q) de nombres aléatoires (*avec $p, q \leq N$*) où N est la longueur total de la série que l'on veut faire le *shuffling*.

(ii) Permuter les entrées p et q .

(iii) Répéter les deux premières étapes pour $20N$ fois. (Cette étape assure que l'ordre de la série est permuté de manière totale).

La procédure de *surrogating* de la série originale nous permet de montrer la contribution des larges queues dans la multifractalité, on a choisit la méthode *Statically Transformed Autoregressive Process and Surrogate Data Test for Nonlinearity* (STAP), cette methode semble être plus appropriée puisqu'elle ne souffre pas de biais au niveau de l'autocorrélation comme c'est le cas pour les données surrogate générées par *amplitude adjusted Fourier transform* (AAFT) and the *iterated AAFT* (iAAFT).

La méthode STAP consiste à générer un modèle AR qui préserve la structure linéaire de la série originale comme c'est le cas aussi de la méthode ARbootstrap. Toutefois, le STAP garde l'avantage de préserver exactement l'originale fonction de densité cumulée que la méthode de bootstrap même si cette dernière semble être l'approche standard des tests non-paramétriques.

On présente ainsi une description de ces différentes méthodes de surrogate.

Pour tester la non-linéarité d'une série (surrogate), il existe deux principales approches : *randomization* et le *bootstrap*. La série générée doit garder la corrélation et la distribution marginale de la série originale.

On pose donc au niveau de ces tests une hypothèse nulle qui stipule que la série $\{x_t\}_{t=1}^n$ est générée par un processus gaussien standard $\{s_t\}$ sous une transformation statique h ,

$$H_0 = x_t = h(s_t) \quad , \quad \{s_t\} \sim N(0,1, \rho_s)$$

La transformation h peut être linéaire ou non-linéaire, monotone ou non.

Le processus gaussien suppose la présence des dynamiques linéaires seulement dans la série et la transformation de h permet de faire des déviations par rapport à la distribution marginale gaussienne.

4.1. L'approche de *randomization* :

Au niveau de cette approche, les chercheurs, ont inventé différents algorithmes justement pour arriver à mieux tester la non-linéarité, nous allons présenter ces différentes approches brièvement :

L'algorithme du *Fourier Transform* (FT) : Dans cet algorithme on randomise les phases de la série après avoir fait la transformée de Fourier, puis on inverse ladite transformée. La série générée garde le même spectre de puissance de la série originale ainsi qu'une distribution marginale Gaussienne, ce qui est consistant avec l'hypothèse nulle relatif à un processus gaussien.

L'algorithme *Amplitude Adjusted Fourier Transform* (AAFT) : la série générée par cet algorithme conserve exactement la distribution marginale de la série originale et à peu près le même spectre de puissance. L'AAFT est utilisé pour tester l'hypothèse nulle qui correspond à un processus gaussien avec une transformation statique monotone.

L'algorithme *Iterated Amplitude Adjusted Fourier Transform* (IAAFT) : cet algorithme est une amélioration de l'AAFT et permet une meilleure estimation du spectre de puissance, il peut dévier un peu de celui de la série originale. Mais dans certains cas, la différence devient plus importante et significative. La série générée par l'IAAFT est utilisée pour tester l'hypothèse nulle du processus gaussien avec une transformation statique que ça soit monotone ou non.

L'algorithme *Statically Transformed Autoregressive Process and Surrogate Data Test for Nonlinearity* (STAP) : il est utilisé pour la même hypothèse nulle que pour l'IAAFT, les données générées sont statiquement des réalisations transformées d'un modèle AR conçu convenablement en vue de garder la même distribution marginale de la série originale et à peu près la même autocorrélation originale. De ce fait, le STAP possède une variance plus large que celle de la série générée par l'IAAFT mais sans avoir de biais.

Les algorithmes AAFT, IAAFT et STAP conservent exactement la même distribution marginale de la série originale.

L'AAFT et IAAFT estime les spectres de puissance alors que le STAP estime les autocorrélations.

L'AAFT et IAAFT s'inscrivent dans l'approche de réalisations contraintes, puisqu'on tente directement à générer des séries qui respectent les deux conditions, tandis que le STAP s'inscrit dans une approche de réalisation typique et tente d'élaborer un modèle AR qui correspond à la série générée en vue de s'aligner par la suite sur les deux conditions.

L'AAFT a été élaboré en supposant que h est monotone. Kugiumtzis [1999] a montré que lorsque $\{s_t\}$ est gaussien et h est non monotone, l'AAFT ne peut pas s'allier avec la structure linéaire de $\{x_t\}_{t=1}^n$.

Les divergences au niveau de la structure linéaire peuvent aussi apparaître avec l'algorithme de l'IAAFT du fait que l'estimation du spectre de puissance peut faire apparaître un biais. Dans certains cas, la divergence en estimation en conjonction avec une petite variance du spectre de puissance cause un biais dans la structure linéaire estimée et favorise par conséquent le rejet de l'hypothèse nulle.

Le STAP utilise une réalisation typique en estimant un modèle AR à partir de l'autocorrélation gaussienne $r_u(\tau)$. Pour trouver $r_u(\tau)$ on estime $r_x = \psi(r_u)$. L'utilisation de la fonction de densité cumulée standard permet de donner une solution unique pour le modèle AR et donc une meilleure estimation du STAP.

4.2. L'approche *bootstrap*

L'approche *bootstrap* est considérée comme l'approche standard des tests nonparamétriques plutôt que la randomisation.

Lorsque la série est corrélée, on utilise soit le *block bootstrap* soit le *residual bootstrap*. Cette dernière semble être la méthode la plus utilisée.

L'algorithme *Autoregressive Model Residual Bootstrap* (AMRB) : on utilise ici un modèle AR ajusté, puis on fait le rééchantillonnage sur la base d'un modèle résiduel en vue de former la série *bootstrap*. L'AMRB est utilisé pour la même hypothèse nulle que l'IAAFT et le STAP. Il conserve à peu près la même autocorrélation et la même distribution marginale, mais des déviations peuvent apparaître et peuvent même être significatives.

Les ordres du modèle AR sont estimés par un critère de sélection tel que Akaike Information Criterion (AIC). L'utilisation du modèle AR vise à garder la structure linéaire

originale. Pour certains cas, l'estimation des autocorrélations semblent être meilleur avec des AR à ordre supérieur à ceux proposés par l'AIC.

Or les résidus n'assurent pas la même distribution marginale alors que tous les algorithmes proposés au niveau de l'approche de *randomization* gardent exactement la distribution marginale originale.

L'algorithme du bootstrap et celui du STAP sont tout les deux des approches de réalisations typiques puisqu'ils utilisent un modèle AR en vue de garder la structure linéaire de la série originale. Mais le STAP a l'avantage de garder aussi de manière exacte la distribution marginale de la série originale et la méthode du bootstrap fait apparaître des problèmes quand la série est leptokurtique.

Donc, l'algorithme STAP semble être le meilleur algorithme puisque ses résultats sont plus fiables que ceux des autres algorithmes.

4.3. L'algorithme *Statically Transformed Autoregressive Process and Surrogate Data Test for Nonlinearity* (STAP)

L'idée principale derrière l'algorithme STAP (Kugiumtzis, *Statically transformed autoregressive process and surrogate data test for nonlinearity*, 2002) est que pour chaque processus stationnaire $X = [X_1, X_2, \dots]'$, auquel il y a des scalaires finis x , il existe un scalaire linéaire stochastique Z avec la même autocorrélation que celle observée dans le processus X .

Les étapes de l'algorithme STAP sont les suivantes :

1. Estimation du vecteur de coefficients $a = [a_1, \dots, a_m]'$ du polynôme p_m du graphe de $x_i = F_x^{-1}(F_0(w_i))$ où $w = [w_1, \dots, w_n]'$ est un bruit blanc standard.
2. Computer $c = [c_1, \dots, c_m]'$ pour les a correspondants.
3. Trouver r_u pour le c correspondant et r_x en utilisant l'estimation r au lieu de ρ . La solution qui existe est unique. Sinon, il faut répéter les étapes 1-3 pour un nouveau w jusqu'à ce qu'on obtient une solution unique.
4. Générer une réalisation u d'un processus normal standard avec une autocorrélation r_u . On choisit de faire ça tout simplement par un modèle autorégressive d'ordre p , $AR(p)$. Les paramètres $b = [b_0, b_1, \dots, b_p]'$ du modèle $AR(p)$ sont trouvés à partir de r_u en utilisant l'équation normale résolue par l'algorithme de Levinson. Le modèle $AR(p)$ est en marche pour générer u

$$u_{i+1} = b_0 + \sum_{j=1}^p b_j u_{i-(j-1)} + e_i, \quad e_i \sim N(0,1).$$

5. Transformer u en z en réorganisant x pour correspondre à l'ordre de classement de u ,

$$z_i = F_x^{-1}(F_0(u_i)).$$

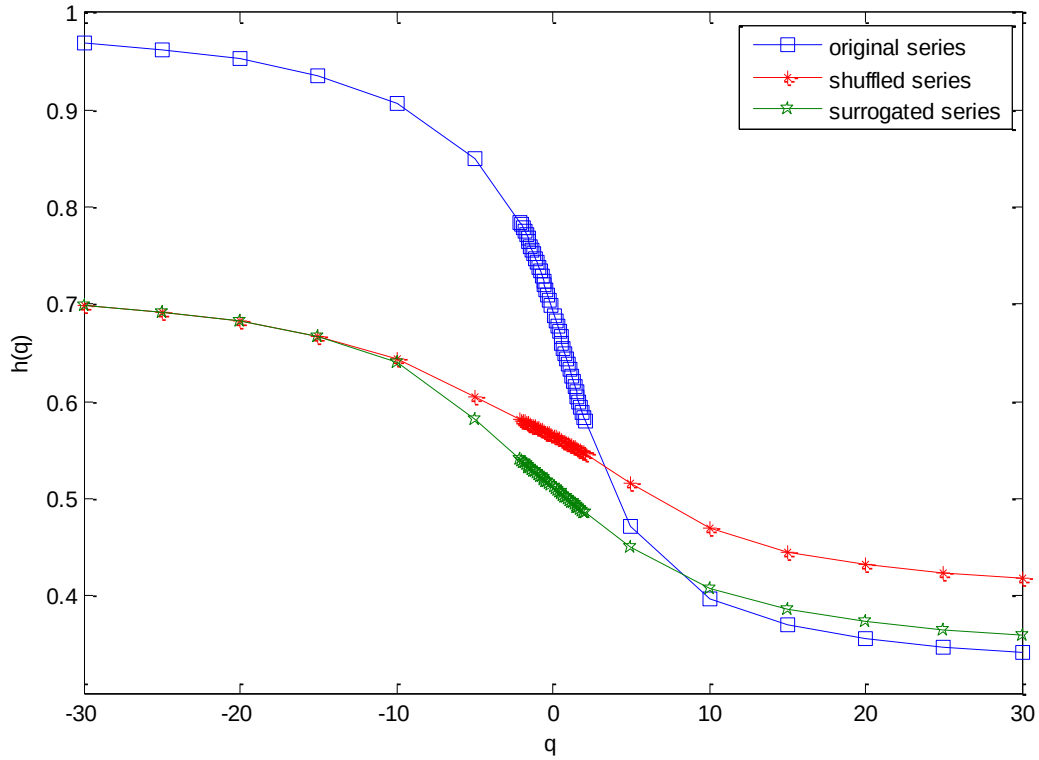


Figure 14 : Les ordres q et les exposants généralisés de Hurst de la série MASI originale, shuffled et surrogate

La série shuffled possède une pente moins négative que celle de la série surrogate, ce qui explique la contribution légèrement plus importante du phénomène de dépendance des corrélations que celui des distributions à larges queues.

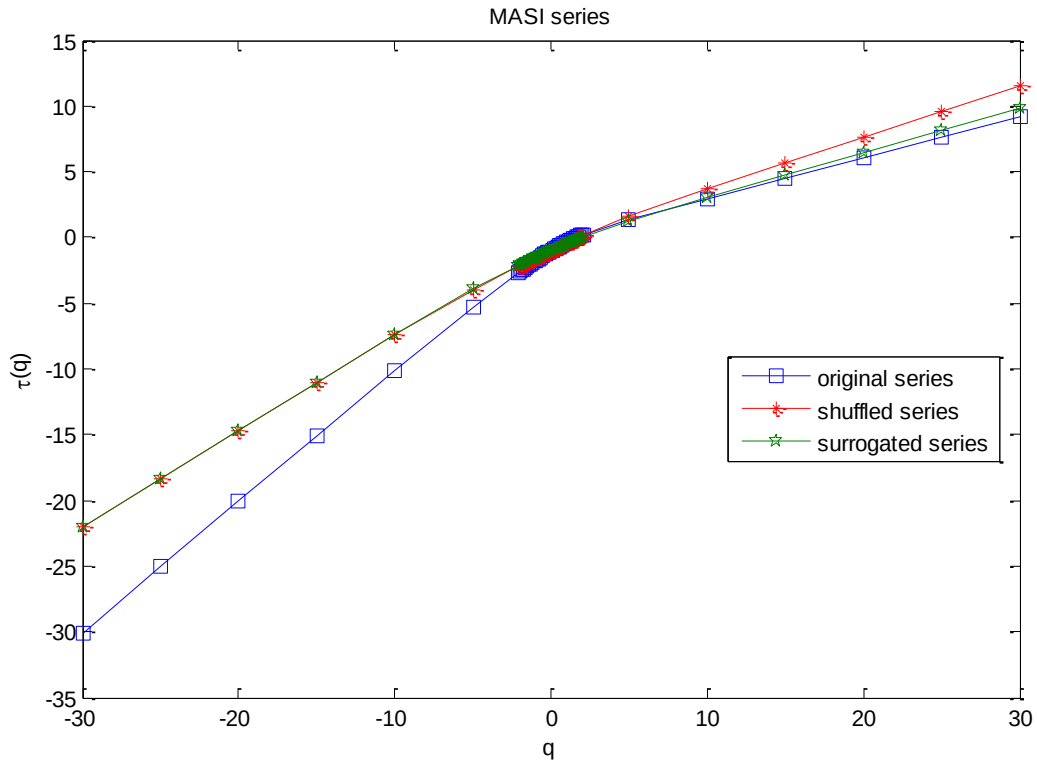


Figure 15 : Les ordres q et les exposants de Hurst globaux $\tau(q)$ de la série originale, shuffled et surrogate

Les exposants de Rényi permettent de nous donner une vision sur le degré de la non linéarité, on remarque bien que la série originale présente la non linéarité la plus forte et donc la multifractalité la plus importante. Alors que la série shuffled présente la courbe la moins non linéaire, ce qui est expliqué par l'importance de l'effet de mémoire ou de dépendance des corrélations comme source principale derrière la multifractalité sans négliger le rôle des distributions à larges queues, qui eux aussi contribuent de manière considérable.

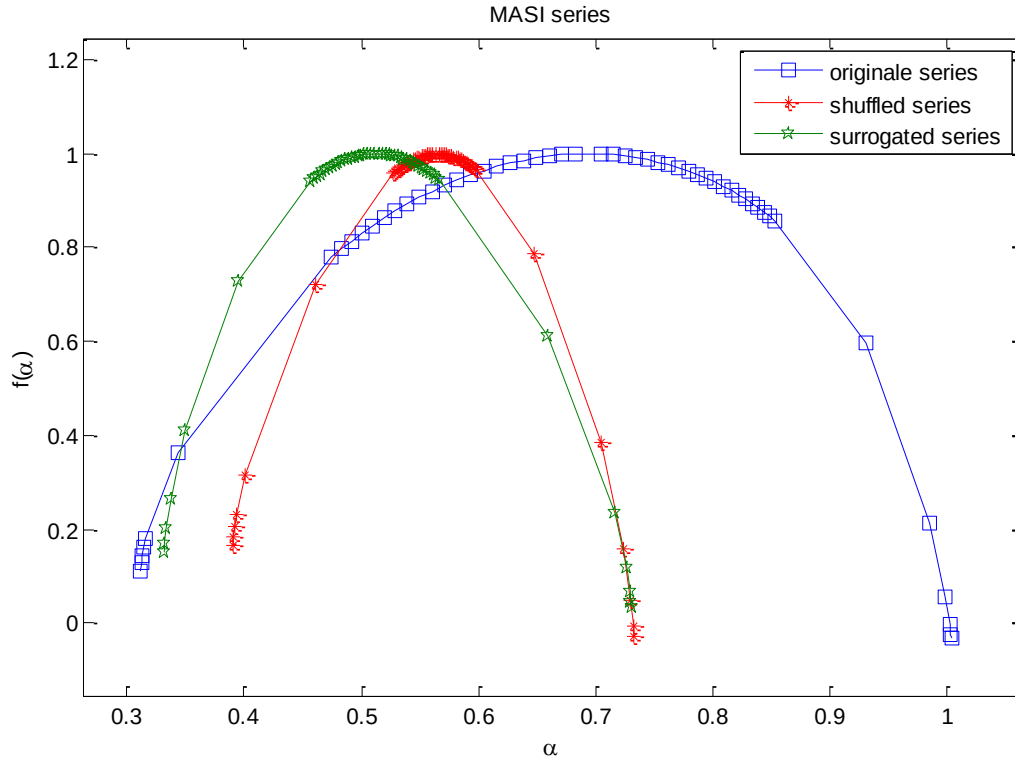


Figure 16 : le spectre multifractal de la série MASI originale, shuffled et surrogate

On observe également le spectre des singularités (Fig. 16), de la série originale et des séries shuffled et surrogate, il est évident que la multifractalité de la série originale est la plus importante avec un spectre d'une largeur de ($\Delta\alpha = 0.6919$) alors que la série shuffled présente la largeur la plus étroite des spectres ($\Delta\alpha = 0.3424$). La largeur du spectre correspondant à la série surrogate est égale à $\Delta\alpha = 0.399$. On peut dire que toutes les figures de comparaison montrent que la dépendance de corrélation à long terme ainsi que le phénomène de leptokurticité contribuent largement à la détermination des caractéristiques multi-échelles dans cette série. En se basant sur les largeurs spectres de singularités, on voit bien que l'effet de mémoire contribue plus que l'effet de leptokurticité dans la multifractalité de la série MASI.

5. Comparaison de la série MASI et MADEX

Dans ce qui suit, on va faire une comparaison du comportement multifractal de la série MADEX avec celui de la série MASI sur la même durée et la même période.

Bien sûr l'indice MADEX ne contient que les valeurs les plus actives tandis que le MASI incorpore l'ensemble des actions cotées à la bourse de Casablanca.

Avant de procéder à la comparaison, on va voir d'abord laquelle des sources de multifractalité contribuent le plus.

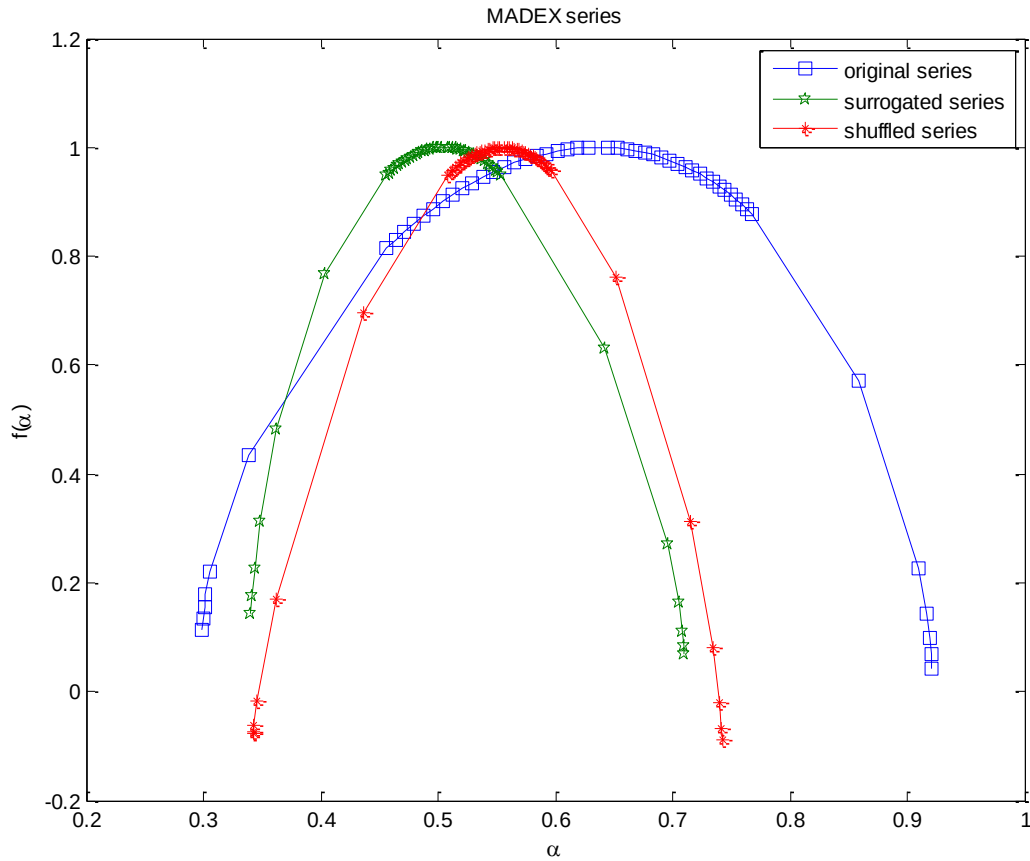


Figure 17 : Le spectre multifractal de la série MADEX (originale, shuffled et surrogate)

D'après les spectres multifractals de la Figure 17, on remarque que le spectre de la série surrogate ($\Delta\alpha = 0.37$) est légèrement étroit que celui de la série shuffled ($\Delta\alpha = 0.4005$), il semble alors que l'effet de mémoire et de leptokurticité sont tout les deux responsable de la multifractalité de la série MADEX.

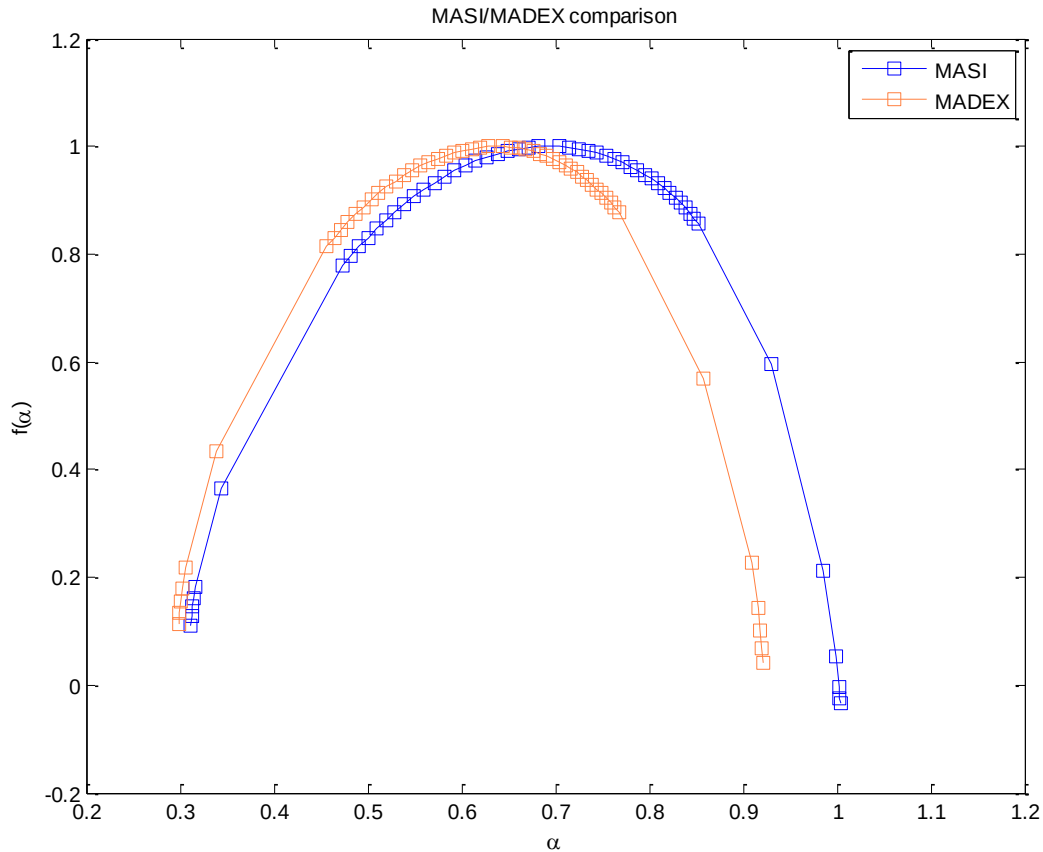


Figure 18 : Le spectre multifractal de la série MASI et MADEX

Plus le parabole du spectre multifractal est large plus la multifractalité est importante, dans ce cas, la MASI présente une multifractalité plus importante ($\Delta\alpha = 0.6919$) que le MADEX ($\Delta\alpha = 0.6223$).

Ce résultat nous fait comprendre que l'indice MASI a un comportement multifractal plus important, ce qui est logique puisque ledit indice incorpore l'ensemble des titres cotés à la Bourse de Casablanca. L'indice MADEX se caractérise aussi par un comportement multifractal aussi bien important même si son spectre est légèrement moins important que celui apparent au niveau de la série MASI.

6. Analyse de la multifractalité des indices sectoriels boursiers

Dans ce paragraphe, on va montrer le degré de multifractalité présent dans chaque indice sectoriel. Pour ce faire, on a choisit de présenter l'ensemble de ces indices dans une même figure présentant ainsi leurs exposants généralisés de Hurst, puis ceux de Rényi ainsi que leurs spectres multifractals.

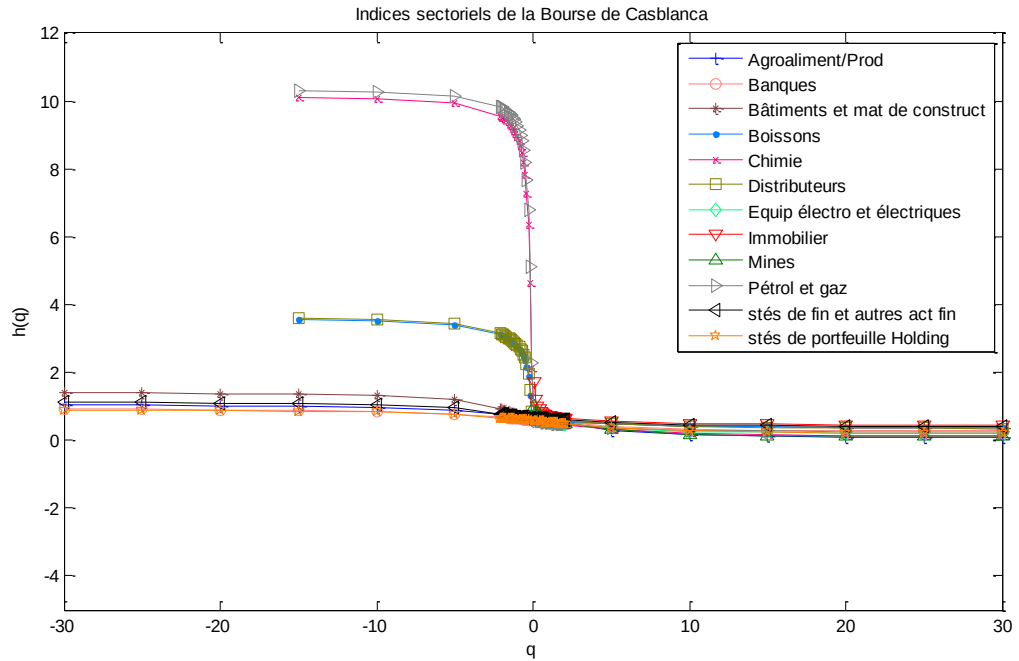


Figure 19 : Les ordres q versus les exposants généralisés de Hurst des indices sectoriels de la Bourse de Casablanca

Dans cette figure, on remarque que les indices Pétrole et Gaz et celui de Chimie présente une pente verticale ce qui implique une forte multifractalité, puis les deux secteurs de Distributeurs et de Boissons viennent en deuxième lieu en termes de multifractalité relativement à l'ensemble des indices sectoriels de la Bourse de Casablanca.

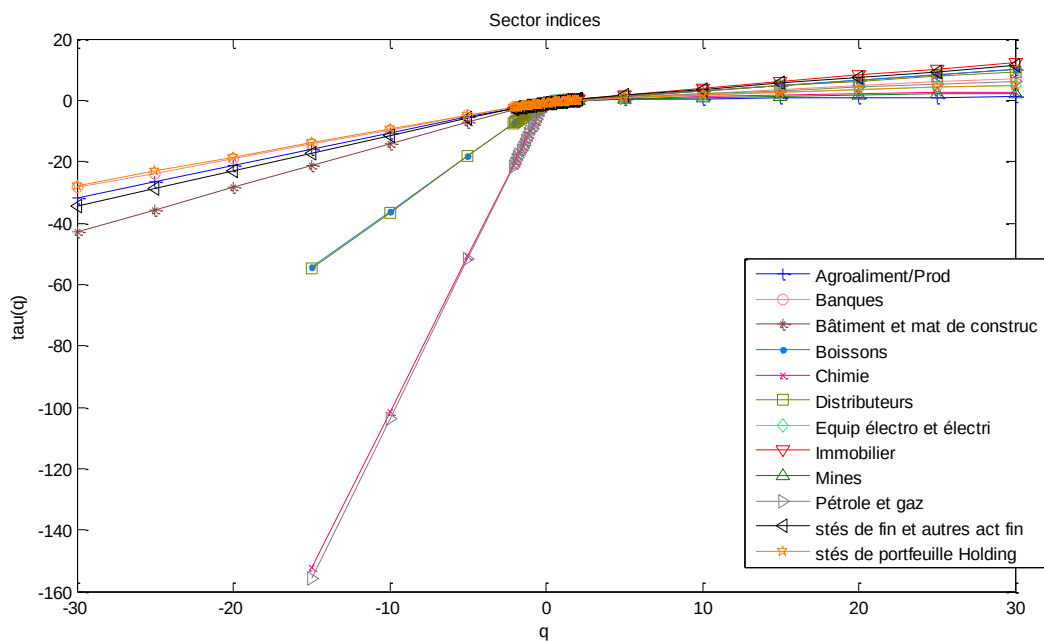


Figure 20 : Les ordres q versus les exposants de Rényi des indices sectoriels de la Bourse de Casablanca

L'exposant de Rényi vient confirmer les résultats de l'exposant de Hurst généralisé puisque les courbes les plus déviées sont par ordre d'importance ceux des indices Pétrole et Gaz, Chimie, l'indice Distributeurs et l'indice Boissons.

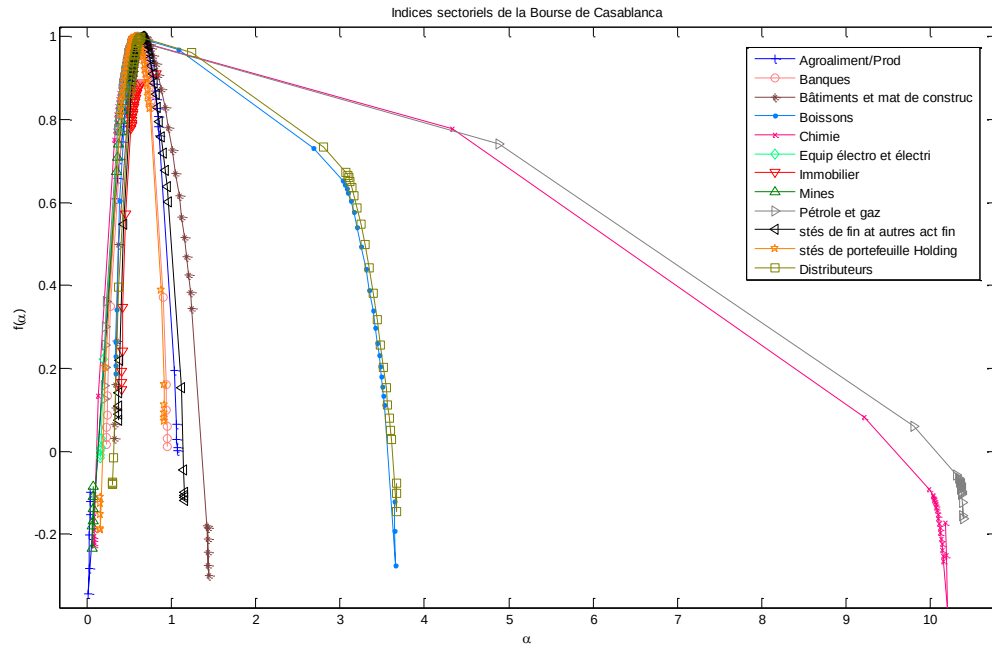


Figure 21 : Spectres multifractals des indices sectoriels de la Bourse de Casablanca

D'après la figure 21, on voit bien que le secteur du pétrole et gaz et le secteur Chimie présentent la multifractalité la plus importante avec une largeur du spectre multifractal qui dépasse 10. L'indice Distributeurs et l'indice Boissons présentent aussi une forte multifractalité avec une largeur du spectre proche de 4. Alors que les largeurs des autres spectres avoisinent le 1.

Les résultats se prononcent donc sur une forte multifractalité surtout pour les secteurs Pétrole et Gaz, Chimie. Ce qui signifie que ces deux derniers secteurs se caractérisent par une forte complexité due soit à un effet de mémoire ou à l'effet de discontinuité, de même les fluctuations de ces séries sont si dynamique et subissent des changements en continu. Dans ce sens, on va déterminer les sources de multifractalité des indices présentant la multifractalité la plus importante (les indices Pétrole et Gaz, Chimie, Distributeurs et Boissons) dans ce qui suit.

- Multifractalité de l'indice Pétrole et Gaz

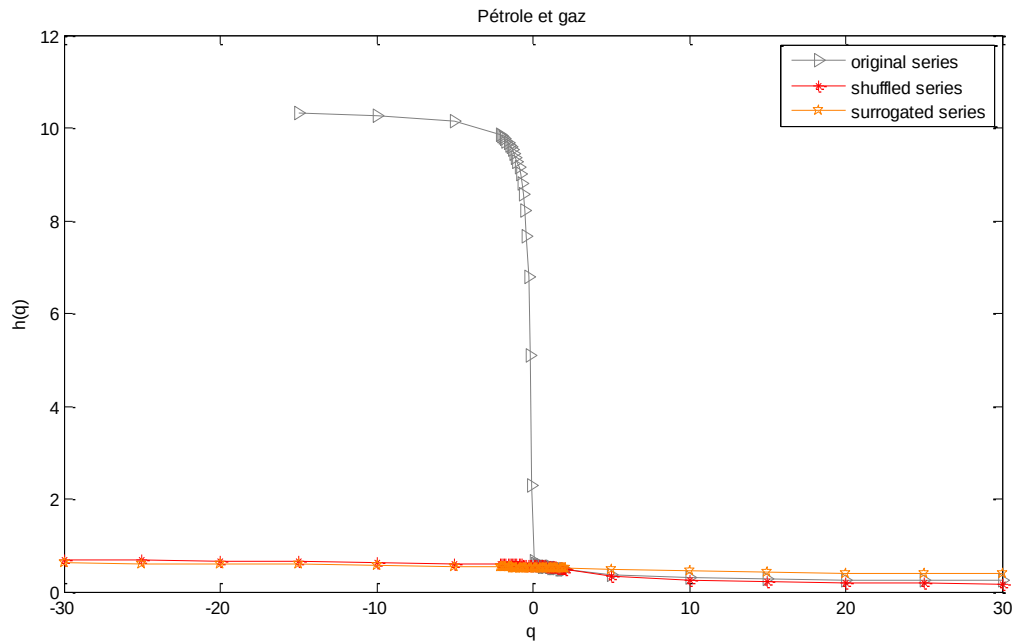


Figure 22 : Les ordres q vs les exposants généralisés de Hurst de la série Pétrole et Gaz

On voit que la pente la moins négative est celle de la série surrogate qui devient presque horizontale par rapport à celle de la série originale, de même pour la série shuffled qui a une pente légèrement négative par rapport à la série surrogate. De ce fait, la contribution des deux sources de multifractalité est importante.

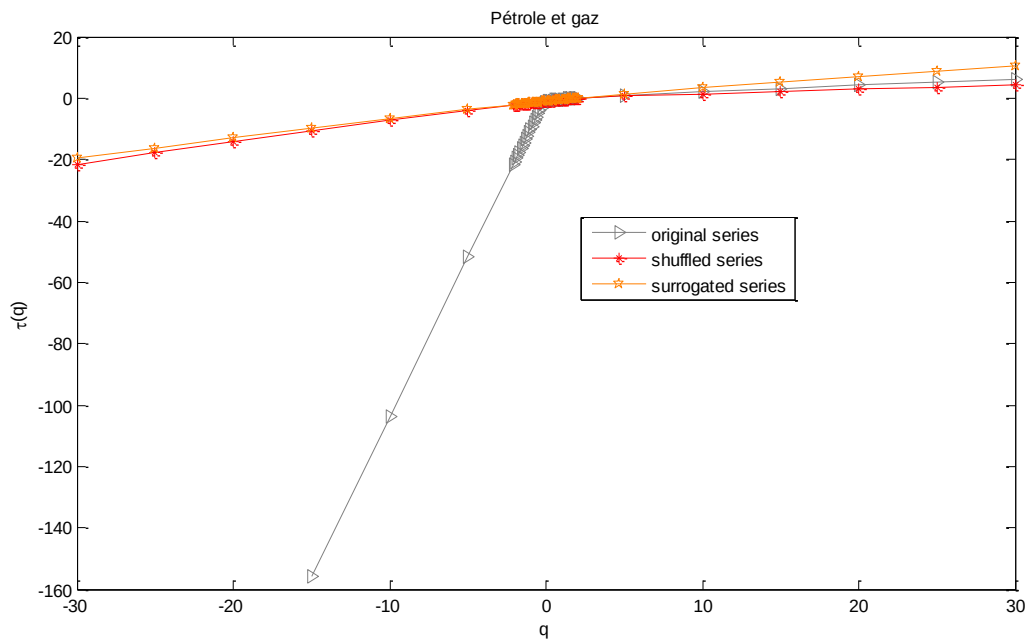


Figure 23 : Les ordres q vs les exposants de Rényi de la série Pétrole et Gaz

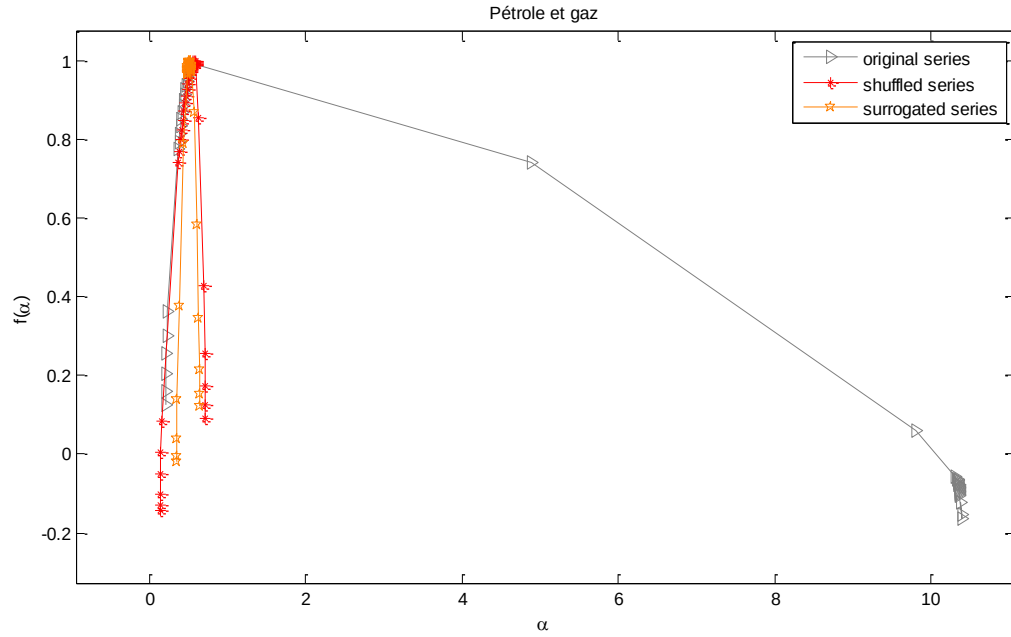


Figure 24 : Spectre multifractal de la série Pétrole et Gaz de la série originale, shuffled et surrogat

Les résultats des figures 23 et 24 viennent confirmer ceux de la figure 22, les sources de multifractalité de la série Pétrole et Gaz sont à la fois due de manière plus importante à l'effet de discontinuité ($\Delta\alpha = 0.2951$), l'effet de mémoire contribue aussi de manière importante ($\Delta\alpha = 0.578$) par rapport au spectre de la série originale ($\Delta\alpha = 10.17$).

- Multifractalité de l'indice Chimie

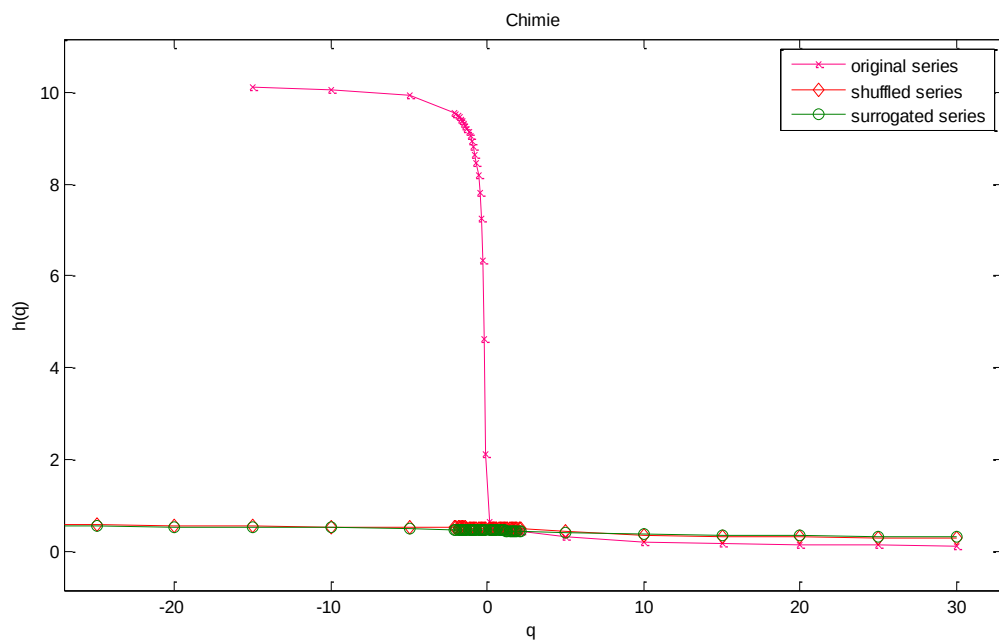


Figure 25 : Les ordres q vs les exposants généralisés de Hurst de l'indice Chimie

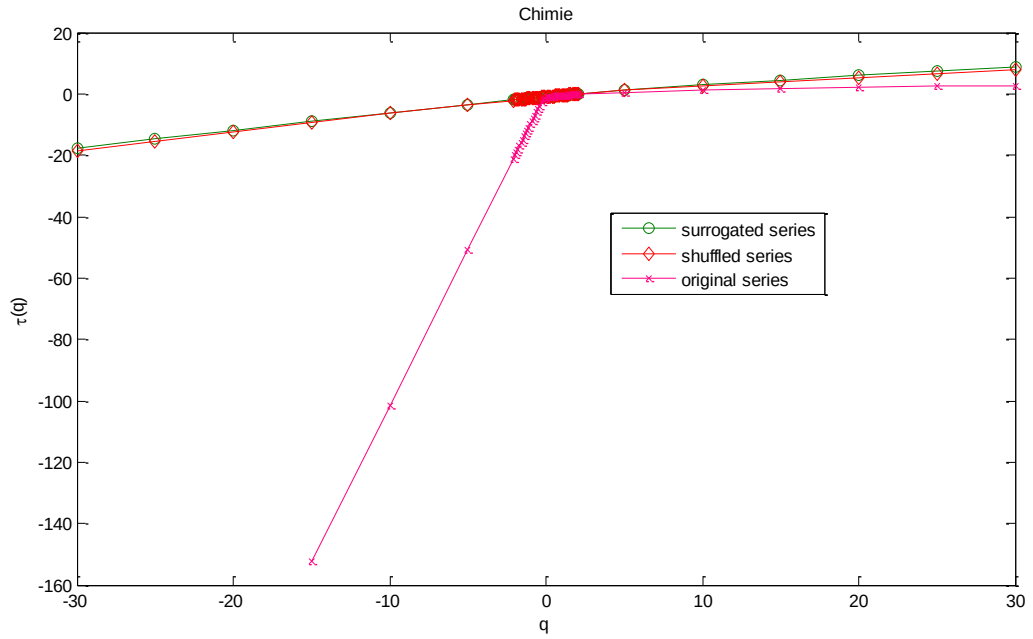


Figure 26 : Les ordres q vs les exposants de Rényi de l'indice Chimie

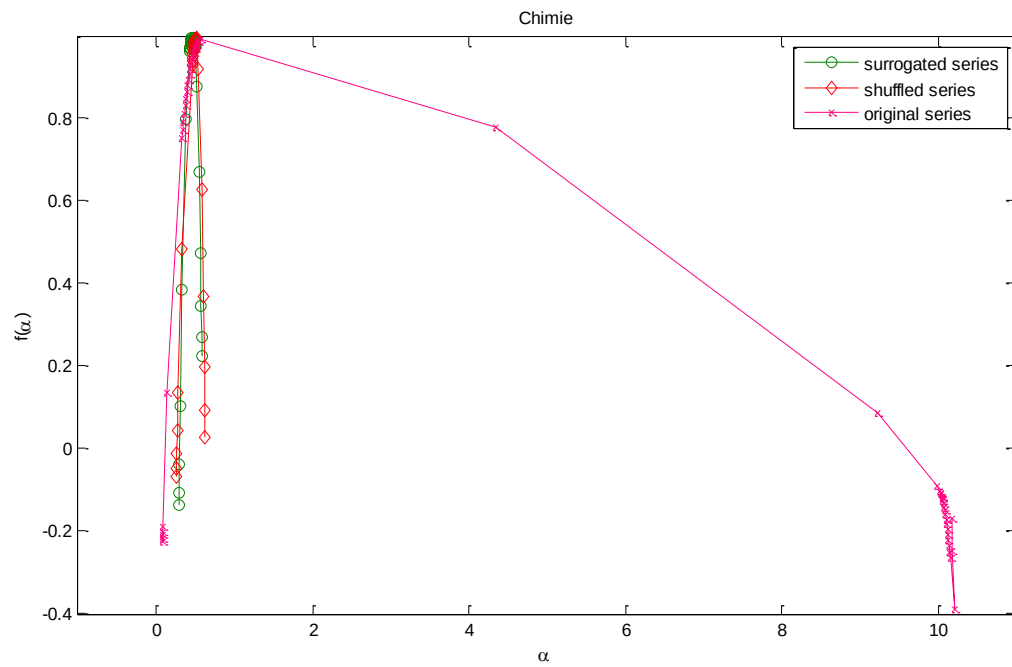


Figure 27 : Spectre multifractal de la série représentant l'indice Chimie de la série originale, shuffled et surrogate

La multifractalité de l'indice Chimie est due de manière légèrement importante à l'effet de discontinuité ($\Delta\alpha = 0.2865$) qu'à l'effet de mémoire ($\Delta\alpha = 0.3574$). On peut dire que les deux sources contribuent de manière presque équivalente à la multifractalité relativement au spectre de la série originale ($\Delta\alpha = 10.12$).

- Multifractalité de l'indice Distributeurs

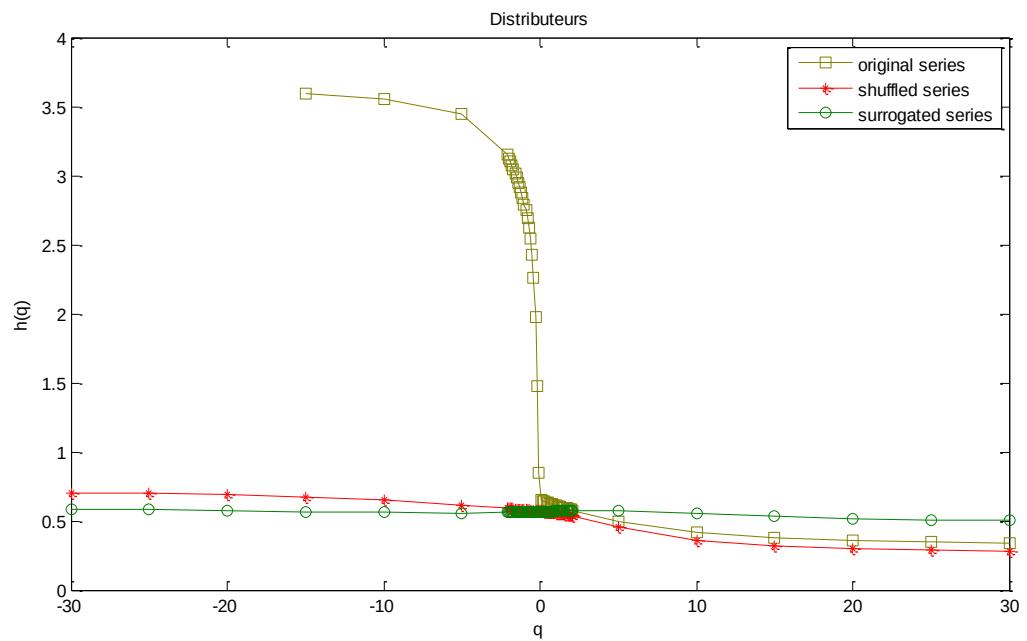


Figure 28 : Les ordres q vs les exposants généralisés de Hurst de l'indice Distributeurs (série originale, shuffled et surrogate)

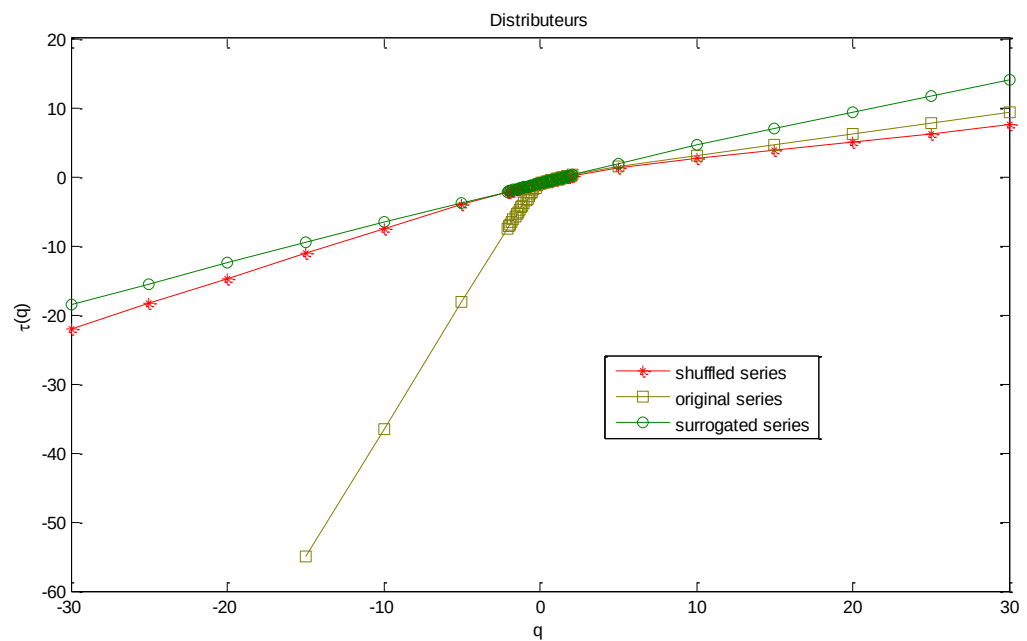


Figure 29 : Les ordres q vs les exposants de Rényi de l'indice Distributeurs de la série originale, shuffled et surrogate

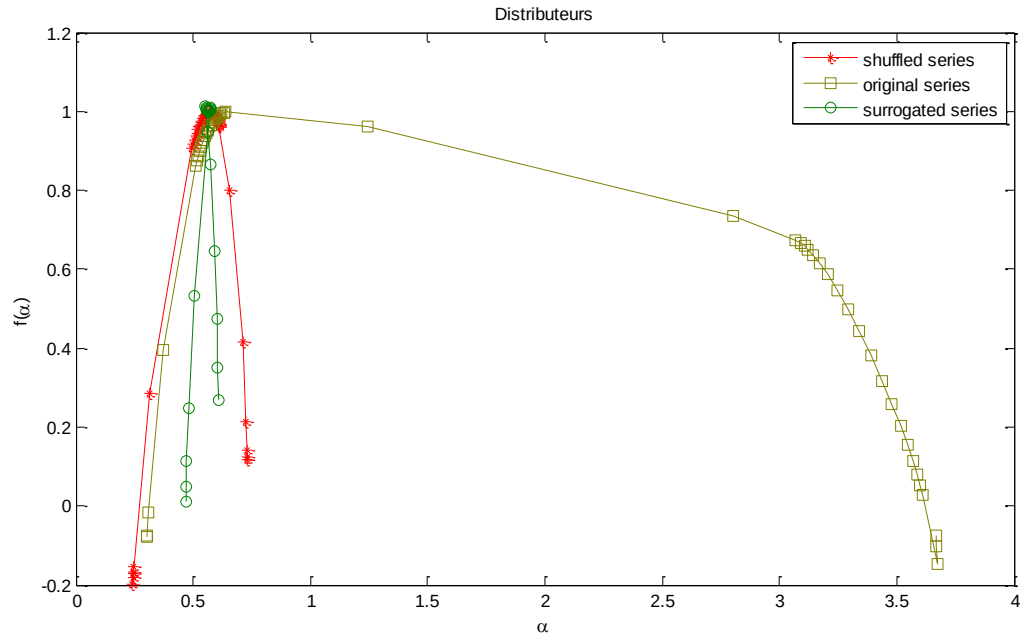


Figure 30 : Spectre multifractal de la série représentant l'indice Distributeurs de la série originale, shuffled et surrogate

Les figures 28, 29 et 30 se prononcent sur une contribution plus importante de l'effet de discontinuité à la multifractalité qu'à l'effet de mémoire. Ceci explique que ce secteur connaît de très fortes fluctuations.

- Multifractalité de l'indice Boissons

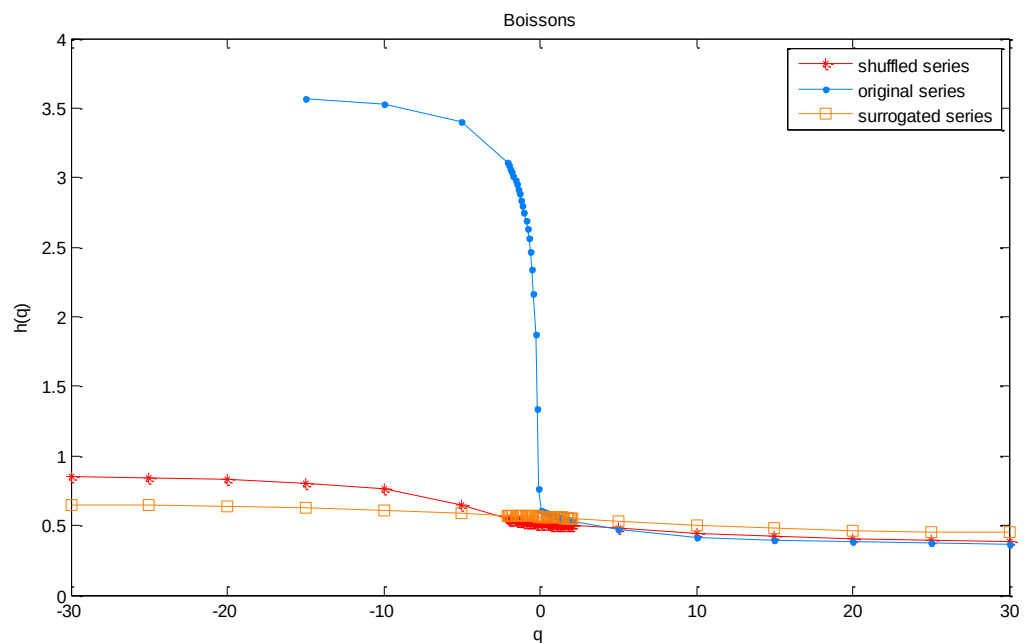


Figure 31 : Les ordres q vs les exposants généralisés de Hurst de l'indice Boissons (série originale, shuffled et surrogate)

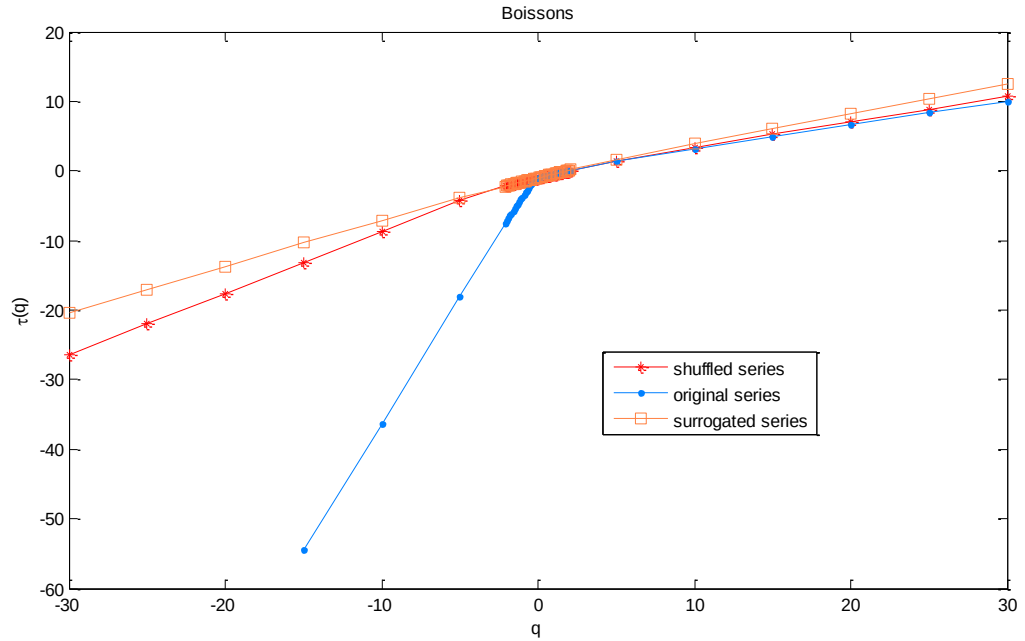


Figure 32 : Les ordres q vs les exposants de Rényi de l'indice Boissons de la série originale, shuffled et surrogate

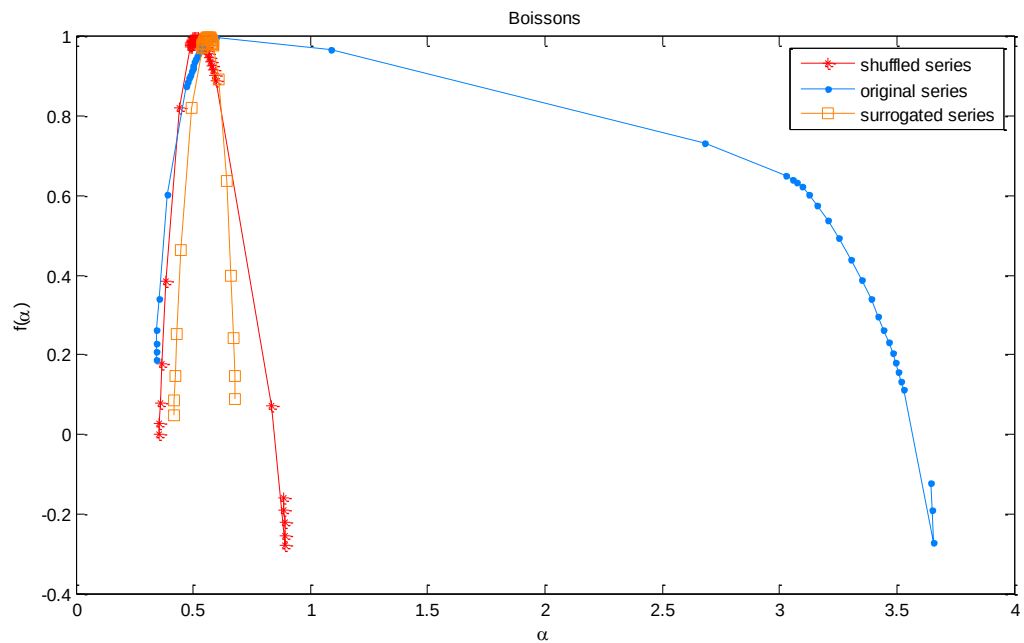


Figure 33 : Spectre multifractal de la série représentant l'indice Boissons de la série originale, shuffled et surrogate

Encore une fois, l'effet de discontinuité contribue de manière relativement plus importante que l'effet de mémoire d'après les figures 31, 32 et 33.

On voit que l'effet de discontinuité joue un rôle plus important dans les indices présentant la plus forte multifractalité. Ce qui montre que ces secteurs connaissent des fluctuations turbulentes sans négliger l'effet de mémoire qui joue aussi un rôle important.

7. Analyse de la multifractalité de certains pays de l'Est

En vue de vérifier si les autres marchés financiers émergents partagent également les caractéristiques d'un marché multifractal, on a choisit les pays de l'Europe de l'Est comme exemple afin de se prononcer sur leur dynamique.

Ainsi, la sélection des séries a porté sur les rentabilités quotidiennes de l'indice BUX pour la période allant du 1^{er} avril 1997 au 10 février 2012, soit 3721 observations, de l'indice PX pour la période allant du 7 septembre 1993 au 10 février 2012, soit 4463 observations, et de l'indice RTS pour la période allant du 1^{er} septembre 1995 au 10 février 2012, soit 4102 observations.

L'analyse du spectre de singularité montre clairement la multifractalité des trois marchés avec une largeur du spectre plus importante pour le cas du marché tchèque. Ces résultats montrent que ces marchés ne sont pas efficients et que leurs séries ne sont pas identiquement et indépendamment distribuées.

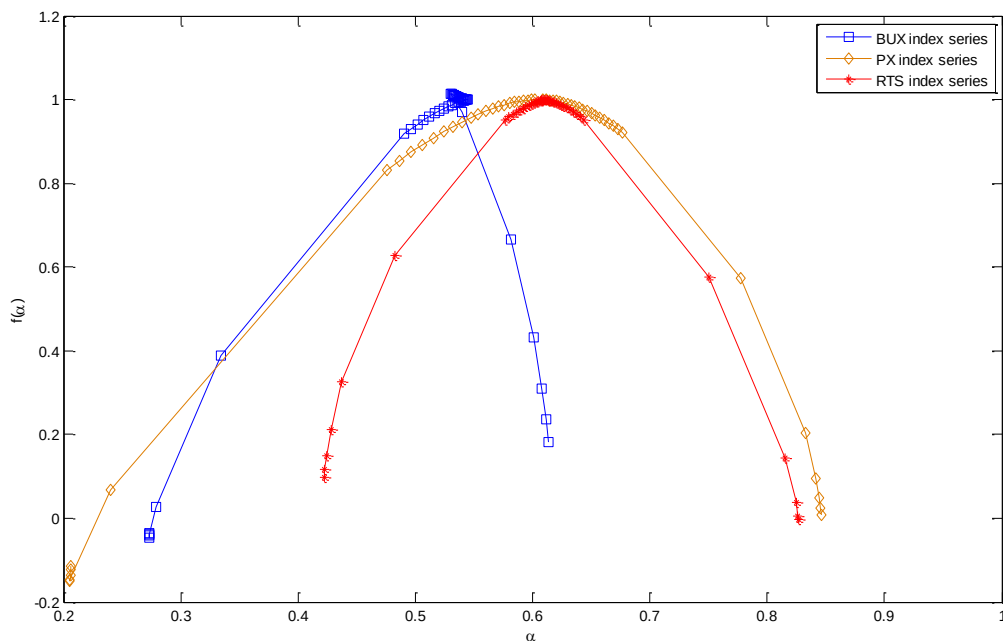


Figure 34: Le spectre de singularité $f(\alpha)$ vs. α des indices PX, BUX et RTS

D'autant plus, cela implique l'existence d'un effet de mémoire et un effet de non linéarité et donc ces marchés exhibent à l'instar du marché financier marocain des caractéristiques de complexité.

Conclusion

En analysant les propriétés multifractales des rentabilités logarithmiques MASI et MADEX avec la méthode du Multifractal Detrended Fluctuation Analysis (MF-DFA), on conclut que les séries shuffled et surrogate expriment un exposant de Hurst Global $\tau(q)$ avec une non linéarité moins importante et un spectre multifractal $f(\alpha)$ plus étroit que dans la série originale, ce qui montre que la mémoire longue et les larges queues jouent un important rôle dans le comportement multifractal de les séries MASI et MADEX. Il est clairement apparent que les deux sources de multifractalité contribuent presque de manière équivalente dans la détermination des caractéristiques multifractales de la série. Ainsi, la multifractalité de la série MASI est légèrement plus importante que celle de la série MADEX. De même, l'analyse de la multifractalité des indices sectoriels montre qu'il y a quatre principaux secteurs dont la complexité est la plus marquante par rapport aux autres, il s'agit respectivement du secteur Pétrole et Gaz, le secteur Chimie, le secteur Distributeurs et le secteur Boissons. Les sources de multifractalité pour ces indices sectoriels sont dues de manière relativement importante à l'effet de discontinuité.

En outre, l'analyse de la multifractalité de certains marchés financiers de l'Europe de l'Est, qui sont des marchés émergents et comparables au marché boursier marocain, montre l'existence des caractéristiques de complexité à l'instar de ce qui est observé sur le marché financier marocain. Chose qui pose beaucoup de questions sur l'intérêt de continuer à utiliser des théories et des hypothèses qui ne sont point vérifiées sur le marché.

Dans ce qui suit, on va étendre l'analyse pour vérifier s'il y a également une dynamique entre ces marchés en examinant s'il existe des liens de contagion ou d'inter-corrélation susceptibles d'agir sur la complexité de leurs fluctuations.

Section 2 : Effet de contagion et transmission des chocs de la volatilité

Suite au développement de la globalisation financière, les marchés financiers deviennent de plus en plus connectés et interdépendants. Chose qui pourrait expliquer en partie la dynamique et la turbulence de leurs fluctuations. De surcroît, lorsque le nombre des acteurs devient important, il serait très difficile de comprendre la complexité des fluctuations puisque ces acteurs interagissent de manière hétérogène et non-linéaire. En outre, les marchés semblent être imprévisibles dans la mesure qu'il suffit d'avoir une crise dans un marché pour entraîner un effondrement du système financier. Raison pour laquelle, plusieurs auteurs se sont intéressés à l'étude de la contagion et de l'interdépendance entre les marchés surtout dans un contexte de crise.

Dans ce sens, King & Wadhwani (King & Wadhwani, 1990) avance que tous les marchés boursiers s'effondrent ensemble malgré les larges différences existantes dans les circonstances économiques de leurs pays. Autrement dit, un dysfonctionnement dans un marché se transmettrait facilement aux autres. En plus, des évidences empiriques montrent que l'augmentation de la volatilité sur un marché conduit à augmenter la taille de l'effet de contagion. A cet effet, l'augmentation de la corrélation entre les marchés après un crash est une évidence de cette situation (King & Wadhwani, 1990). Par ailleurs, (Pindyck & Rotemberg, 1993) ont testé si les co-mouvements des cours boursiers individuels peuvent être expliqués par l'analyse des fondamentaux économiques. Ils ont rejeté dans ce test l'hypothèse que les cours des entreprises dont les rentabilités ne sont pas corrélés doivent fluctuer ensemble seulement en réponse aux changements présents ou futurs des conditions macroéconomiques (Pindyck & Rotemberg, 1993).

(Karolyi & Stulz, 1996) ont étudié les co-mouvements entre les rentabilités quotidiennes des actions japonaises et américaines. Ils ont montré qu'il existe une relation non linéaire entre les deux covariances ainsi que dans le cas de chocs importants. La dynamique conjointe entre les rentabilités boursières des États-Unis et celles du Japon est présente dans le cas de survenance de chocs importants et produit ainsi un effet de contagion entre les covariances. Toutefois, (Karolyi et Stulz, 1996) montrent que ni les conditions macroéconomiques, ni les chocs des taux d'intérêt n'affectent de manière significative les co-mouvements des rentabilités entre les États-Unis et le Japon. Ainsi, les effets industriels a également peu ou pas d'impact sur l'ampleur des co-mouvements des rentabilités. En revanche, ces co-mouvements montrent l'existence de l'effet week-end et leur relation devient forte lorsque simultanément

les rentabilités absolues des indices de chaque marché sont élevées. Ces auteurs ont également prouvé que les corrélations et les covariances sont élevées quand les marchés fluctuent beaucoup. Dans le même sens d'analyse, ils ont déduit que les covariances changent continuellement par rapport au temps, ainsi, elles peuvent être prévues à travers une variété de variables instrumentales. Forbes & Rigobon (2002), quant à eux, se sont concentrés sur l'étude de l'interdépendance et de la contagion. Cette dernière est définie comme étant une augmentation significative dans les liens de corrélation entre les marchés après un choc subi dans un pays ou un groupe de pays. Alors que ces auteurs définissent l'interdépendance quand la corrélation entre les co-mouvements des rentabilités n'existe qu'en raison des liens économiques forts qui se tiennent entre les deux économies par rapport aux autres pays dans le monde. L'analyse empirique a été effectuée en ajustant l'hétéroscédasticité et en faisant le test de contagion. (Forbes & Rigobon, 2002) ont trouvé l'existence d'une contagion lors du crash de Hong Kong qui était transmise à un autre pays parmi les pays de l'échantillon (contre 15 cas de contagion lorsque les tests sont basés sur la corrélation conditionnelle). Durant la crise du Peso mexicain en 1994, les auteurs ont trouvé que le coefficient de la corrélation conditionnelle montre plusieurs caractéristiques similaires à ce qui était observé dans le cas de l'Asie de l'Est. Encore une fois, l'ajustement des coefficients de corrélation avait un impact significatif sur la corrélation estimée et sur les résultats du test de contagion. A cet effet, lorsque les tests de contagion sont effectués sur des corrélations inconditionnelles, il n'y a pas eu aucun cas où le coefficient de corrélation a augmenté significativement durant la période de crise. Autrement dit, il n'y avait pas un changement significatif dans la magnitude du mécanisme de propagation du Mexique vers les autres pays de l'échantillon. L'analyse de la contagion pour le cas du crash de 1987 du marché boursier américain qu'il y avait des caractéristiques similaires à celles de la crise l'Asie de l'Est et celles de la crise du Mexique en 1994 (Forbes & Rigobon, 2002). Toutefois, (Bradley & Taqqu, 2004) ont présenté une définition alternative à la contagion entre les marchés financiers en se basant sur une mesure d'une corrélation locale. Ces auteurs ont constaté l'existence d'une contagion qui se transmettait du marché américain des actions à d'autres marchés d'un certain nombre de pays. Ils ont également trouvé un impact du marché américain des actions sur le marché des bons du Trésor américain (Bradley & Taqqu, 2004). Une autre étude de (Wang, Chen, & Huang, 2011) a essayé de relater si le marché financier chinois est corrélé avec les autres marchés de la région pacifique en utilisant un modèle à temps variant basé sur les copules. Les résultats ont montré l'existence de cette relation avec un degré de dépendance élevé en l'expliquant par le facteur de proximité géographique. En outre, ils constatent que les liens de dépendance

existant durant une période de marché baissière implique les opportunités de diversification sont réduites dans de telles périodes (Wang, Chen, & Huang, 2011).

En explorant ces études, on remarque que les auteurs utilisent plusieurs types de méthodes pour mesurer les liens pouvant exister entre les marchés dont les plus utilisées sont le coefficient de corrélation entre les marchés, les modèles ARCH et GARCH, les techniques de cointégration, les régimes switching et les fonctions de copules.

Pour notre cas, on a choisit d'utiliser les fonctions des copules qui ont l'avantage de détecter et la corrélation linéaire, et la corrélation non linéaire. Ce travail empirique portera sur l'étude de l'inter-corrélation entre quatre pays arabes durant la période du printemps arabe. Il s'agit d'analyser 200 rentabilités quotidiennes durant l'année 2012. Les pays choisis sont signataires de l'accord d'Agadir visant l'établissement d'une zone de libre-échange entre ces pays méditerranéens. L'objectif est de vérifier s'il y a une interdépendance entre ces marchés et se prononcer également sur l'importance de l'effet de contagion dans ce contexte d'instabilité politique. A ce titre, on va d'abord présenter les mesures de corrélations ainsi que les fonctions des copules, puis on exposera les principales familles de copules. Dans un dernier lieu, on présentera les résultats sur les transmissions des chocs de volatilité (spillover) dans la région MENA.

1. Les copules et les mesures de dépendance

Pour étudier la relation entre les variables, il existe plusieurs mesures de corrélation dont la plus connue est le coefficient de corrélation linéaire ρ qui ne permet de capturer que la relation linéaire de dépendance. Chose qui ne permet pas d'avoir une idée sur la structure de corrélation dans son ensemble. Pour cette raison, l'utilisation des copules permet de pallier à ces limites en se basant sur des fonctions plutôt qu'un simple coefficient.

En finance, le coefficient de Pearson est très utilisé, il est défini comme :

$$\rho = \frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{Var(X).Var(Y)}} \quad (1)$$

Cette mesure est caractérisée par sa tractabilité. Cependant, il pâtit de plusieurs lacunes théoriques surtout dans ses utilisations en finance (Chollete, de la Peña, & Lu, 2011).

Dans ce sens, (Embrechts, McNeil, & Straumann, Correlation And Dependence In Risk Management: Properties And Pitfalls, 2002) présente une série de limites de la corrélation linéaire :

- Les variances de X et Y doivent être finies sinon la corrélation linéaire ne sera pas définie. Ce n'est pas une bonne chose pour une mesure de dépendance et ça provoque des problèmes quand on travaille avec des distributions à larges queues.
- L'indépendance de deux variables aléatoires implique qu'elles ne sont pas corrélées (corrélation linéaire égale à zéro), mais une corrélation nulle n'implique pas nécessairement l'indépendance.
- La corrélation linéaire a une déficience majeure puisqu'elle n'est pas invariante sous les transformations strictement croissantes $T : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Pour deux variables aléatoires à valeurs réelles, nous avons en général :

$$\rho(T(X), T(Y)) \neq \rho(X, Y).$$

Par ailleurs, une lacune majeure de cette mesure est que la corrélation n'est pas invariante aux transformations monotones. Ainsi, la corrélation entre deux séries de rentabilités peut différer de la corrélation des carrés de rentabilités absolues ou logarithmiques. En plus, il existe des évidences empiriques sur l'existence d'une variance infinie au niveau des données financières. Si X ou Y a une variance infinie, la corrélation estimée peut donner peu d'informations sur la dépendance puisqu'elle sera indéfinie ou proche de zéro. Le troisième inconvénient concerne le biais d'estimation: par définition, la corrélation conditionnelle est biaisée et augmente de manière fallacieuse pendant les périodes volatiles. D'autant plus, la corrélation est une mesure symétrique et peut donc négliger la présence d'une éventuelle importante dépendance asymétrique. En conséquence, elle ne distinguera pas la dépendance durant une période haussière de celle apparaissant durant une période baissière. Enfin, la corrélation est une mesure linéaire de la dépendance qui ne permet pas de capturer les relations non linéaires (Chollete, de la Peña, & Lu, 2011).

Dans le même ordre d'idées, le rho de Spearman ρ_s est une corrélation de rangs plutôt que de valeurs, dans le sens de la corrélation des transformées intégrales, de X et Y (Cherubini, Luciano, & Vecchiato, 2004).

Étant donné $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{12}$ sont la moyenne et la variance de l'uniforme standard, il s'ensuit que :

$$\rho_s = \frac{\text{Cov}(F_1(X), F_2(Y))}{\sqrt{\text{Var}(F_1(X)) \cdot \text{Var}(F_2(Y))}} \quad (2)$$

Ceci est plus robuste que la corrélation classique. La corrélation de rang est particulièrement utile lors de l'analyse des données comportant un certain nombre d'observations extrêmes, puisqu'elle est une mesure indépendante des niveaux des variables et par conséquent demeure robuste même en la présence de valeurs aberrantes (Chollete, de la Peña, & Lu, 2011).

Une autre mesure de la corrélation non linéaire est la mesure du risque baissier (*downside risk*), $d(u)$. Cette fonction mesure la probabilité conditionnelle d'un événement extrême au-delà d'un certain seuil u . Pour des raisons de simplicité, les variables seront normalisées dans l'intervalle $[0,1]$. D'où :

$$d(u) \equiv \Pr(F_X(X) \leq u | F_Y(Y) \leq u) \quad (3)$$

Une dernière mesure non linéaire de la corrélation est celle de la queue gauche de dépendance, $\lambda(u)$, qui est la limite des risques baissiers lorsque les pertes deviennent extrêmes :

$$\lambda(u) = \lim_{u \downarrow 0} \Pr(F_X(X) \leq u | F_Y(Y) \leq u) \quad (4)$$

La dépendance des queues de distribution est importante puisqu'elle permet de mesurer la probabilité asymptotique de deux variables augmentant ou baissant en même temps (Chollete, de la Peña, & Lu, 2011).

Pour pallier les lacunes des mesures traditionnelles de la dépendance, il convient de chercher des mesures qui pourraient capturer la non-linéarité de la série afin de mieux évaluer les risques. Pour cette raison, on a choisi les fonctions des copules. Celles-ci ont plusieurs bonnes propriétés s'adaptant à la dynamique des marchés. L'essence de l'approche par les copules est basée sur une distribution conjointe des variables aléatoires exprimées en fonction de distributions marginales (Clemen & Reilly, 1999).

Par ailleurs, les copules ont été utilisées dans de nombreux domaines tels que la science actuarielle, la finance, les études biomédicales pour modéliser les périodes des événements corrélés ainsi que les risques concurrentiels et d'ingénierie (processus multi-varié et modélisation hydrologique).

Dans ce qui suit, on présentera les principales caractéristiques de copules en commençant par sa définition mathématique.

Définition : Pour n'importe $d \geq 2$, la copule d-dimensionnelle (d-copule) est une d-variate d.f. sur $\mathbb{I}^d$ que les marginales univariées sont uniformément distribuées sur $\mathbb{I}$.

Ainsi, chaque d-copule peut être associée avec un r.v.

Le théorème de Sklar : (Sklar A. , 1959) (Jaworski, Duante, Härdle, & Rychlik, 2010)

Le théorème de Sklar est la pierre angulaire de la théorie des copules; sans elle, le concept de copules serait un ensemble riche des fonctions de distributions jointes.

Théorème 1 : Considérant F soit une d.f. d-dimensionnelle à margés univariées $F_1, F_2, \dots, F_d$. Considérant A_j désigne l'intervalle F_j , $A_j := F_j(\mathbb{R})$ ($j = 1, 2, \dots, d$). Donc, il existe une copule C tel que pour toutes $(x_1, x_2, \dots, x_d) \in \mathbb{R}^d$,

$$F(x_1, x_2, \dots, x_d) = C(F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_d(x_d)). \quad (5)$$

Tel C est determine uniquement sur $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_d$ et unique lorsque $F_1, F_2, \dots, F_d$ sont toutes continues.

Le théorème de Sklar a été présenté dans (Sklar, 1959), cependant sa première utilisation pour un cas bivarié n'a été qu'en 1974 (Schweizer & Sklar, 1974).

Le théorème 1 admet également l'implication inverse, souvent très importante quand on veut construire des modèles statistiques en considérant séparément le comportement univariée des composantes d'un vecteur aléatoire et leurs propriétés de dépendance capturées par une copule.

Théorème 2. Si $F_1, F_2, \dots, F_d$ sont des d.f. univariées , et si C est n'importe quelle d-copule, donc la fonction $F: \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{I}$ définie par (1) est une fonction de distribution d-dimensionnelle avec les marges $F_1, F_2, \dots, F_d$.

En récapitulant, de n'importe quel d.f. d-variée, on peut dériver une copule C via (5). Plus spécifiquement, lorsque F_i est continue pour toute $i \in \{1, 2, \dots, d\}$, C peut être obtenue par la formule :

$$C(u_1, u_2, \dots, u_d) = F(F_1^{-1}(u_1), F_2^{-1}(u_2), \dots, F_d^{-1}(u_d)), \quad \forall (u_1, u_2, \dots, u_d) \in (0, 1)^d \quad (6)$$

Où F_i^{-1} désigne le pseudo-inverse de F_i donné par $F_i^{-1}(s) = \inf\{t | F_i(t) \geq s\}$. Ainsi, les copules sont essentiellement une manière pour transformer le r.v. $(X_1, X_2, \dots, X_d)$ en un

autre r.v. $(U_1, U_2, \dots, U_d) = (F_1(X_1), F_2(X_2), \dots, F_d(X_d))$ ayant des marges uniformes sur $\mathbb{I}$ et préservant la dépendance entre ses composants. (Jaworski, Duante, Härdle, & Rychlik, 2010)

La copule C spécifie complètement la distribution F (Sklar A. , 1996) dans la mesure où $\forall (x_1, x_2, \dots, x_d) \in \mathbb{R}^d$:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_d) = C(F_1(X_1), F_2(X_2), \dots, F_d(X_d)). \quad (7)$$

À partir des équations (6) et (7), on observe que la copule représente la structure de dépendance multivariée qui lie les distributions marginales uniformes univariées. Lorsque F n'est pas continue, il existe encore une représentation de la copule de F , mais elle n'est plus unique (Schweizer & Sklar, Probabilistic metric spaces, 1983). La copule de F n'a pas de copule de F n'importe quelle F capture et comporte différents types de dépendance entre les variables même quand elles ont été remises à l'échelle par des transformations strictement monotones. Cette invariance de propriété garantit, par exemple, que les rentabilités financières et logarithmes auront la même copule (de Melo Mendes & de Souza, 2004).

La fonction C est appelé une copule. Le théorème de Sklar est général : n'importe quelle distribution jointe peut être écrite en une forme de copule.

Etant donné que F_i et C sont différentiables, la densité jointe $f(x_1, x_2, \dots, x_d)$ peut être écrite comme :

$$f(x_1, x_2, \dots, x_d) = f_1(x_1) \times f_2(x_2) \times \dots \times f_d(x_d) c(F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_d(x_d)) \quad (8)$$

Où $f_i(x_i)$ est la densité correspondante à $F_i(x_i)$, et $c = \partial^n C / (\partial F_1, \dots, \partial F_n)$ est nommée la densité de la copule. Il s'agit d'un autre résultat important qui stipule que sous des conditions appropriées, la densité jointe peut être écrite comme le produit des densités marginales et de la densité de la copule. Par exemple, si les X_i sont indépendantes, alors $c = 1$ et $f(x_1, x_2, \dots, x_d) = f_1(x_1) \times f_2(x_2) \times \dots \times f_d(x_d)$, la formule familière pour n variables aléatoires indépendantes.

A partir de l'équation (4), il est clair que la densité de la copule c encode des informations sur la dépendance entre les X_i . Pour cette raison c est parfois considérée comme une fonction de dépendance (Clemen & Reilly, 1999).

D'autre part, n'importe quel copule peut être combinée avec différentes d.f. univariées en vue d'obtenir une d.f. d-variée en utilisant (1). En particulier, les copules peuvent servir à modéliser des situations où différentes distributions sont demandées pour chaque distribution

marginale en fournissant une alternative valide à plusieurs fonctions classiques multivariées telle que la fonction gaussienne, de Pareto, de Gamma, etc.

Dans ce sens, ce fait présente l'un des principaux avantages des copules, comme ça était souligné par Mikosch:

« Il n'y a aucune alternative simple à la distribution gaussienne dans le monde non-gaussien. En particulier, on a besoin de modèles multivariés pour les portefeuilles ayant différentes distributions marginales (incluant les différents comportements des queues) et une structure de dépendance qui n'est pas déterminée seulement par la covariance. Beaucoup de distributions multivariées bien connues ne sont pas assez flexibles pour tenir compte des différents comportements des queues dans ses différentes composantes. Par conséquent, les copules semblent être les bons outils permettant de surmonter ces difficultés, elles génèrent toutes les distributions multivariées avec des distributions marginales flexibles. »

2. Les familles des copules

Comme ça était souligné, les copules jouent un rôle important dans la construction de d.f. multivariées. D'autant plus, le fait d'avoir à sa disposition une variété de copules peut être très utile pour construire des modèles stochastiques ayant des propriétés différentes et qui sont parfois indispensables dans la pratique (par exemple, larges queues, asymétries, etc.). Par conséquent, plusieurs études ont été effectuées sur la construction de différentes familles de copules ainsi que leurs propriétés. Dans ce qui suit, nous nous concentrons sur les familles qui semblent être les plus populaires dans la littérature (Jaworski, Duante, Härdle, & Rychlik, 2010).

Avant de présenter ces exemples, on discutera brièvement l'utilisation de ces familles pour les procédures d'ajustement par les copules. Pour plusieurs chercheurs et praticiens, il est temps d'essayer d'ajuster n'importe quel modèle stochastique avec la famille de copules la plus adaptée et vérifier si la procédure d'ajustement est bonne. Toutefois, il convient de souligner que toute procédure d'ajustement peut être trompeuse si l'on devait décrire une situation avec des familles de copules satisfaisant certaines hypothèses inutiles (par exemple, la convertibilité, la queue de lumière, etc.). Selon (Jaworski, Duante, Härdle, & Rychlik, 2010), avant d'appliquer n'importe quel outil statistique, il ne faut pas oublier d'analyser les principales caractéristiques du modèle objet d'analyse. En fait, ajuster une copule (ou une d.f. jointe) à certaines données est juste un outil pour susciter un peu d'intérêt sur le problème à étudier (par exemple, la VaR d'un portefeuille, rentabilités durant une période à événement

extrême, etc.) . Pour ces problèmes, une sous-estimation dramatique du risque peut être obtenue lorsqu'on essaye d'ajuster avec des copules qui ne présentent aucun comportement particulier dans les queues. C'est exactement l'une des principales critiques adressées à l'utilisation du modèle de risque de crédit Li qui utilise des copules gaussiennes (Jaworski, Duante, Härdle, & Rychlik, 2010).

Les propriétés générales qu'une « bonne » famille de copules multivariées $\{C_\theta\}$, quand θ est un paramètre correspondant à un sous-ensemble $\Theta \subseteq \mathbb{R}^p$ ($p \geq 1$) pour qu'elle soit considérée comme intéressante dans les applications statistiques (Jaworski, Duante, Härdle, & Rychlik, 2010).

2.1. Les copules elliptiques

Un vecteur aléatoire $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_d)$ est dit avoir une distribution elliptique avec un vecteur de moyenne $\mu \in \mathbb{R}^d$, une matrice de covariance $\Sigma = (\sigma_{ij})$ et un générateur $g: [0, +\infty[\rightarrow [0, +\infty[$. On écrit $\mathbf{X} \sim \mathcal{E}(\mu, \Sigma, g)$ s'il peut être exprimé sous la forme :

$$\mathbf{X} = \mu + \mathbf{R}\mathbf{A}\mathbf{U} \quad (9)$$

Où $\mathbf{A}\mathbf{A}^T = \Sigma$ est la décomposition de Choleky de Σ , $\mathbf{U}$ qui un vecteur aléatoire d-dimensionnelle uniformément distribué sur la sphère $\mathbb{S}^{d-1} = \{u \in \mathbb{R}^d: u_1^2 + \dots + u_d^2 = 1\}$, et $\mathbf{R}$ est une variable aléatoire indépendante de $\mathbf{U}$, avec une densité donné, pour chaque $r > 0$, par :

$$f_g(r) = \frac{2\pi^{\frac{d}{2}}}{\Gamma(\frac{d}{2})} r^{d-1} g(r^2). \quad (10)$$

La fonction de densité (si elle existe) d'une distribution elliptique est donnée pour chaque $x \in \mathbb{R}^d$ par :

$$h_g(x) = |\Sigma|^{-\frac{1}{2}} g((x - \mu)^T \Sigma^{-1} (x - \mu)). \quad (11)$$

A titre d'exemple, lorsque $g(t) = 2\pi^{-\frac{d}{2}} \exp(-\frac{t}{2})$, donc $\mathbf{X}$ a une distribution gaussienne multivariée. De même, $g(t) = c(1 + \frac{t}{v})^{-(d+v)/2}$, pour une constante appropriée c , générant une distribution t-Student multivariée avec v degré de liberté.

L'une des caractéristiques d'une distribution elliptique est que les composants à échelle $\frac{X_1}{\sqrt{\sigma_{11}}}, \dots, \frac{X_d}{\sqrt{\sigma_{dd}}}$ sont identiquement distribués selon la d.f. F_g . Ce fait présente une limitation à l'utilisation de telles distributions pour modéliser les systèmes stochastiques lorsque les composants ne sont pas les mêmes. Afin d'éviter ceci, il est utile de calculer la copule d'une distribution elliptique multivariée et de l'utiliser, avec quelques df à distributions marginales univariées pour obtenir des modèles plus flexibles. Ces distributions, construites au moyen du théorème 2, sont généralement appelées des distributions méta-elliptiques. A cet effet, on présente les éléments suivants :

Définition: Considérons X un vecteur elliptique aléatoire, $X \sim \mathcal{E}_d(\mu, \Sigma, g)$. Supposons que, pour chaque $i \in \{1, 2, \dots, d\}$, $\left(\frac{X_i}{\sqrt{\sigma_{ii}}}\right) \sim F_g$. On appelle une copule elliptique la fonction de distribution du vecteur aléatoire

$$\left(F_g\left(\frac{X_1}{\sqrt{\sigma_{11}}}\right), F_g\left(\frac{X_2}{\sqrt{\sigma_{22}}}\right), \dots, F_g\left(\frac{X_d}{\sqrt{\sigma_{dd}}}\right) \right). \quad (12)$$

Une copule elliptique est typiquement non disponible en une forme finie.

2.1.1. La copule gaussienne bivariée

La copule gaussienne bivariée est donnée par :

$$C_{Ga}^\rho(u_1, u_2) = \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u_1)} \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u_2)} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} e^{\left(\frac{s^2-2\rho st+t^2}{2(1-\rho^2)}\right)} ds dt, \quad (13)$$

Où $\rho \in [-1, 1]$, et Φ^{-1} désigne l'inverse de la distribution gaussienne univariée.

C'est une copule qui se rapporte à une distribution normale bivariée avec des marges standards ainsi qu'avec le coefficient de corrélation de Pearson $\rho(\Phi_2^\rho)$. A partir de l'équation $F(x_1, x_2) = \Phi_2^\rho(x_1, x_2) = C_{Ga}^\rho(\Phi(u_1), \Phi(u_2))$ le coefficient de corrélation de Pearson $\tilde{\rho}$ de la copule C_{Ga}^ρ est légèrement petit que ρ de la distribution normale bivariée :

$$\rho(\Phi(X_1), \Phi(X_2)) = \frac{6}{\pi} \arcsin\left(\frac{\rho(X_1, X_2)}{2}\right) \quad (\text{Joag-dev, Perlman, \& Pitt, 1983})$$

2.1.2. La copule t-Student bivariée

$$C_t^{\rho, \nu}(u_1, u_2) = \int_{-\infty}^{t_v^{-1}(u_1)} \int_{-\infty}^{t_v^{-1}(u_2)} \frac{(2\pi)^{-1}}{\sqrt{1-\rho^2}} e^{\left(1 - \frac{s^2-2\rho st+t^2}{\nu(1-\rho^2)}\right)^{-\frac{(\nu+2)}{2}}} ds dt, \quad (14)$$

Où $t_v^{-1}(\cdot)$ désigne la fonction quantile d'une distribution t-student standard (univariée) avec ν degrés de liberté (t_ν). Cette copule dépend seulement de θ et de ν , et la valeur de ν est commune pour les distributions jointes et marginales. Il s'agit de la copule se rapportant à une distribution t-Student bivariée ($t_2^{\rho, \nu}$) avec ν degrés de liberté et un coefficient de corrélation ρ . Comme dans le cas normal, le coefficient de Pearson de corrélation $\tilde{\rho}$ de la copule est légèrement petit que ρ de $t_2^{\rho, \nu}$.

2.2. Les copules archimédiennes

Dans ce point, on présente les propriétés basiques et les exemples de la classe de copules archimédiennes. Fondamentalement, (Jaworski, Duante, Härdle, & Rychlik, 2010) suivent l'approche adoptée dans (McNeil & Neslehova, 2009) (voir également (MvNeil & Neslehova, 2010)). Dans (Genest & MacKay, 1986), les auteurs présentent les propriétés des copules archimédiennes. Ils montrent comment ces copules peuvent être utilisées pour illustrer l'existence de distributions à composants singuliers et pour donner également une interprétation géométrique au tau de Kendall.

La plupart des réflexions sur les distributions bivariées se sont centrées sur le cas normal qui a été étudié de manière intensive depuis l'époque de Bravais et de Karl Pearson (Gumbel, 1960).

Premièrement, on introduit certaines notations. On appelle un générateur archimédien toute fonction continue décroissante $\psi: [0, \infty[\rightarrow \mathbb{I}$ qui satisfait les conditions $\psi(0) = 1$, $\lim_{t \rightarrow \infty} \psi(t) = 0$ et qui est strictement décroissante sur $[0, \inf\{t | \psi(t) = 0\}]$. Par convention, $\psi(+\infty) = 0$ et $\psi^{-1}(0) = \inf\{t \geq 0 | \psi(t) = 0\}$, où ψ^{-1} désigne le pseudo-inverse de ψ .

Définition: Une copule d -dimensionnelle copula $\mathcal{C}$ est appelée *Archimédienne* si elle admet la relation suivante :

$$\mathcal{C}(\mathbf{u}) = \psi(\psi^{-1}(u_1) + \psi^{-1}(u_2) + \dots + \psi^{-1}(u_d)) \quad (15)$$

Pour toutes $\mathbf{u} \in \mathbb{I}^d$ et pour quelques générateurs archimédiens ψ .

Les fonctions du type (10) ont été largement étudiées en littérature, surtout en connexion avec les recherches sur les semi-groupes à intervalle unitaire.

Théorème: Soit ψ est un générateur archimédien. Soit C_ψ la fonction donnée par (10). Donc, C_ψ une copule d-dimensionnelle si et seulement si la restriction de ψ à $]0, \infty[$ est d-monotone, il satisfait à titre d'exemple:

(a) ψ est différentiable au-delà de l'ordre $d - 2$ dans $]0, +\infty[$ et les dérivées satisfont

$$(-1)^k \psi^{(k)}(t) \geq 0 \quad \text{for } k \in \{0, 1, \dots, d - 2\}$$

Pour tout $t > 0$,

(b) $(-1)^{d-2} \psi^{(d-2)}$ est décroissant et convexe dans $]0, +\infty[$.

2.2.1. La copule de Gumbel bivariée (Gumbel, 1960) (de Melo Mendes & de Souza, 2004)

$$C_{Gu}^\delta(u_1, u_2) = e^{\left[-(\tilde{u}_1^\delta + \tilde{u}_2^\delta)^{\frac{1}{\delta}}\right]} \quad (16)$$

La distribution exponentielle est valable pour des distances dans le temps, en particulier lors de la survenance d'événements rares (Bortkiewicz, 1913). Elle peut être utilisée comme un point de départ pour la théorie des valeurs extrêmes (Gumbel, 1960).

Où $\tilde{u} = -\log u$. Le paramètre $\delta \geq 1$ exprime le degré de dépendance—quand $\delta = 1$, X_1 et X_2 sont indépendants; quand $\delta \rightarrow \infty$, le degré de dépendance approche une parfaite dépendance. La copule de Gumbel est une copule à valeur extrême qui capture une sensation différente du risque surgissant durant les périodes de stress (marchés baissiers et haussiers): elle se penche sur la queue supérieure de la distribution. Sa valeur est égale à $2 - 2^{1/\delta}$.

2.2.2. La copule de Clayton bivariée (Clayton, 1978) (Genest & MacKay, 1986) (Venter, 2001) (Aas, Czado, Frigessi, & Bakken, 2009)

Ce modèle a été développé et appliqué pour les problèmes de démonstration de l'association de l'incidence de la maladie aux couples de personnes par Clayton (Clayton, 1978).

La densité de la copule de Clayton bivariée est donnée par :

$$C(u_1, u_2) = (1 + \delta)(u_1 \cdot u_2)^{-1-\delta} (u_1^{-\delta} + u_2^{-\delta} - 1)^{-\frac{1}{\delta-2}} \quad (17)$$

Où $0 < \delta < \infty$ est un parameter contrôlant la dépendance. La dépendance parfaite est obtenue lorsque $\delta \rightarrow \infty$, alors que $\delta \rightarrow 0$ implique l'indépendance.

2.2.3. La copule bivariée de Frank (Frank, 1979)

La copule de Frank est une copule archimédienne symétrique donnée par

$$C(u_1, u_2) = -\frac{1}{\delta} \log \left(1 + \frac{(e^{-\delta u_1} - 1)(e^{-\delta u_2} - 1)}{e^{-\delta} - 1} \right) \quad (18)$$

Son générateur est :

$$\varphi_{\delta}(t) = -\log \left(\frac{e^{-\delta t} - 1}{e^{-\delta} - 1} \right)$$

Où

$$\delta \in (-\infty, \infty) \setminus \{0\}$$

3. Les transmissions de chocs de volatilité entre quatre pays arabes de la région MENA

La région MENA connaît de nombreux changements économiques, sociaux et politiques depuis plusieurs décennies, ainsi, le mouvement de libéralisation a été récemment adopté sur les marchés financiers de la région. Dans ce sens, il est important d'analyser la dynamique de ces marchés et leur dépendance entre eux. Pour cette raison, le choix a été fait sur l'Égypte, le Maroc, la Jordanie et la Tunisie, ces quatre pays sont signataires d'un accord visant à établir une zone de libre-échange conformément aux dispositions de l'Accord général sur les tarifs douaniers et le commerce de 1994 (GATT).

Globalement, les marchés de capitaux de la région MENA sont généralement perçus comme moins développés que les marchés émergents d'Asie ou d'Amérique latine et souffrent d'un certain nombre de sous-développements institutionnels (Henry et Springborg, 2004). Tout d'abord, les produits dérivés ne sont pas disponibles et l'accès des étrangers au marché n'a été libéralisé que durant la dernière décennie. Deuxièmement, les teneurs de marché sont absents en raison de la forte implication des gouvernements dans les activités

économiques. Troisièmement, la vente à découvert est toujours interdite et l'exigence de divulgation d'informations n'est pas assez rigoureuse (Lagoarde-Segot & Lucey, 2008).

Tableau 1: Capitalisation boursière (en million de \$U.S.) de l'Egypte, le Maroc, la Jordanie et la Tunisie

	Octobre 2011	Novembre 2011	Décembre 2011
Bourse de l'Egypte	55,973	52,458	48,679
Bourse de Casablanca	64,868	61,355	60,092
Bourse d'Amman	27,250	26,368	27,210
Bourse de Tunis	10,026	9,772	9,648

Source: Fonds monétaire arabe, Arab Capital Markets, 4th Quarter Bulletin 2011

Tableau 2 : Nombre des entreprises cotées en bourse en Egypte, au Maroc, à la Jordanie et à la Tunisie

	October 2011	November 2011	December 2011
Bourse de l'Egypte	214	214	214
Bourse de Casablanca	75	75	76
Bourse d'Amman	248	248	247
Bourse de Tunis	57	57	57

Source: Fonds monétaire arabe, Arab Capital Markets, 4th Quarter Bulletin 2011

On remarque que la Jordanie a le nombre le plus élevé des sociétés cotées, suivie par l'Egypte, le Maroc et la Tunisie. Mais en termes de capitalisation, le marché boursier marocain occupe la première place même si le nombre des entreprises cotées n'est pas si important que dans la Jordanie et l'Egypte (voir Tableaux 1 et 2).

Tableau 3 : Les indices MSCI pour les marchés² de l'Egypte, Maroc, Jordanie et Tunisie

	2011			
	Q1	Q2	Q3	Q4
Bourse de l'Egypte	-23.7%	-3.2%	-20.7%	-12.5%
Bourse de Casablanca	5.5%	-5.3%	-9.7%	-10%
Bourse d'Amman	-9.7%	-4.2%	-4.6%	0.5%
Bourse de Tunis	-10.5%	1.2%	5.6%	-6.4%

Source: MSCI

En 2011, la performance réalisée par les quatre pays n'était pas bonne. Pour le cas de l'Egypte, l'indice MSCI était négatif pour tous les quatre trimestres et de manière plus importante dans le 1^{er} et le 3^{ème} trimestres. Par ailleurs, le marché marocain a réalisé de mauvaises performances selon l'indice MSCI à l'exception du premier trimestre (+ 5,5%). En outre, le marché Jordanien avait un mauvais indice MSCI, toutefois, le dernier trimestre a été légèrement positif (+ 0,5%). Malgré l'instabilité politique en Tunisie, l'indice MSCI a été positif dans les 2^{ème} et 3^{ème} trimestres.

² The MSCI Emerging Markets Index is a free float-adjusted market capitalization index that is designed to measure equity market performance in the global emerging markets.

Dans ce qui suit, on étudiera la corrélation bivariée entre ces quatre marchés en période d'instabilité politique en utilisant les fonctions des copules. Cela nous permettra une vue plus lucide sur l'effet de contagion (*spillover*) entre ces marchés.

- **Les copules gaussiennes bivariées des marchés de la région MENA**

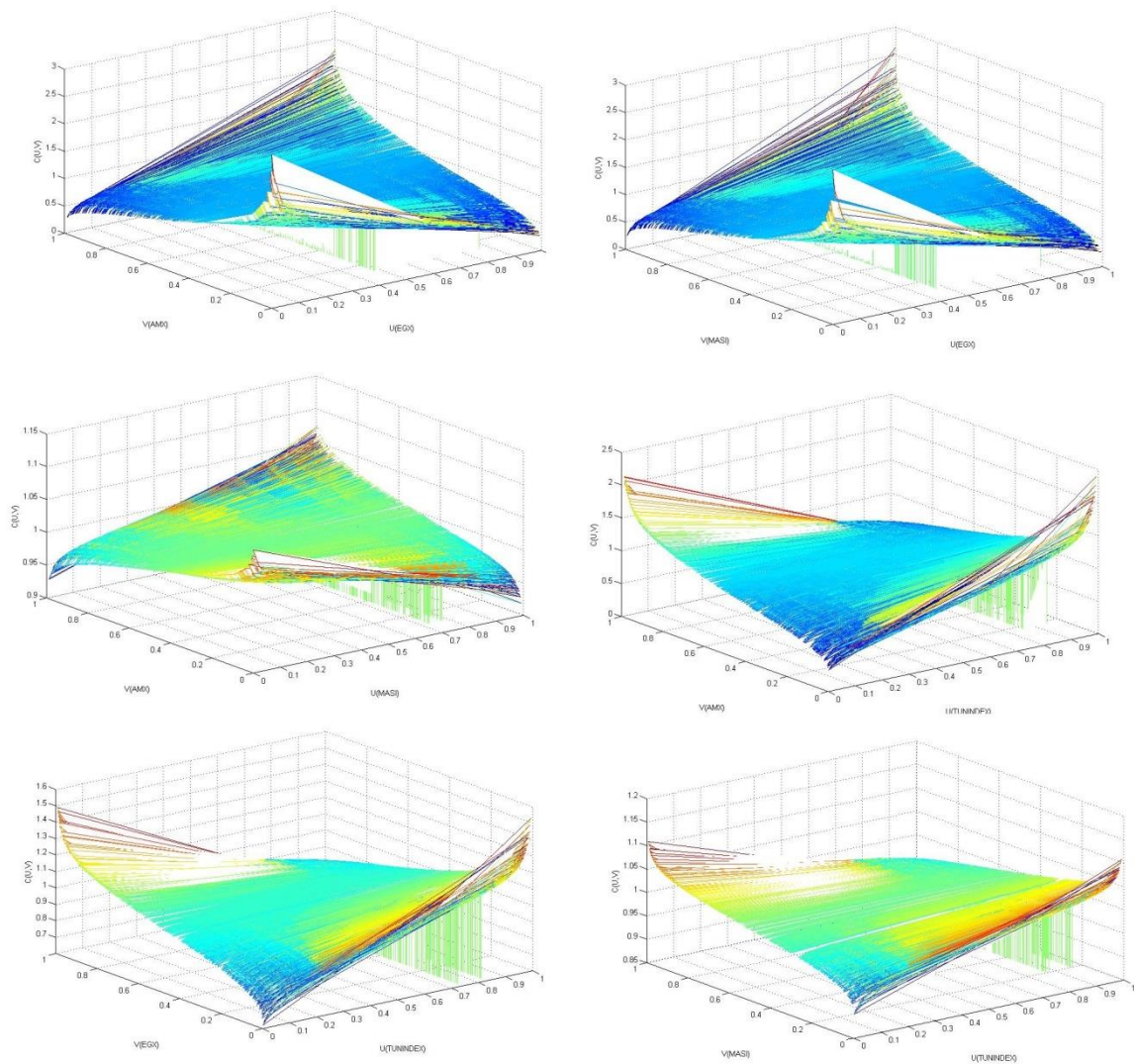


Figure 35 : Les copules gaussiennes bivariées

On remarque qu'il existe une corrélation significative entre les marchés jordanien et égyptien et entre les marchés marocain et égyptien dans les zones proches des queues supérieures et inférieures. On constate également la même chose entre les marchés marocain et jordanien mais avec un niveau de corrélation moins significatif, ainsi la nappe est plus dispersée. Cependant, la corrélation entre le marché tunisien d'une part, et les marchés jordanien, égyptien et marocain d'autre part, est faible au niveau des queues.

- Les copules t-Student bivariées des marchés de la région MENA

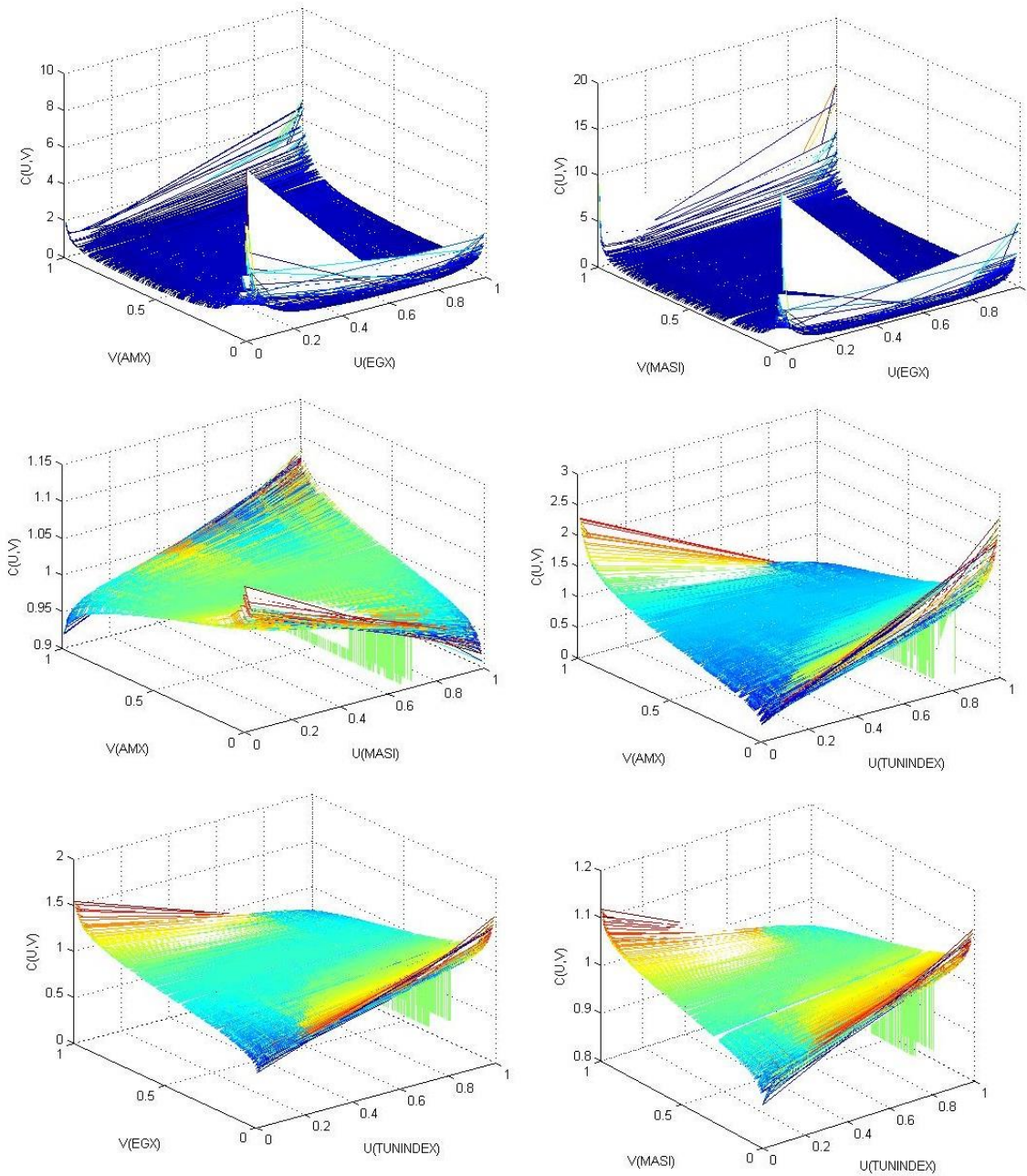


Figure 36 : Les copules t-Student bivariées

On constate une importante corrélation entre les marchés jordanien et égyptien et entre les marchés marocain et égyptien au niveau des queues, les nappes sont plus aiguës que dans le cas des copules gaussiennes. De manière moins importante, il existe une corrélation dans les queues entre les marchés marocain et jordanien. Toutefois, la corrélation entre le marché

tunisien d'une part, et les marchés jordanien, égyptien et marocain est proche de zéro au niveau des queues supérieures et inférieures.

- Les copules bivariées de Gumbel dans les marchés de la région MENA

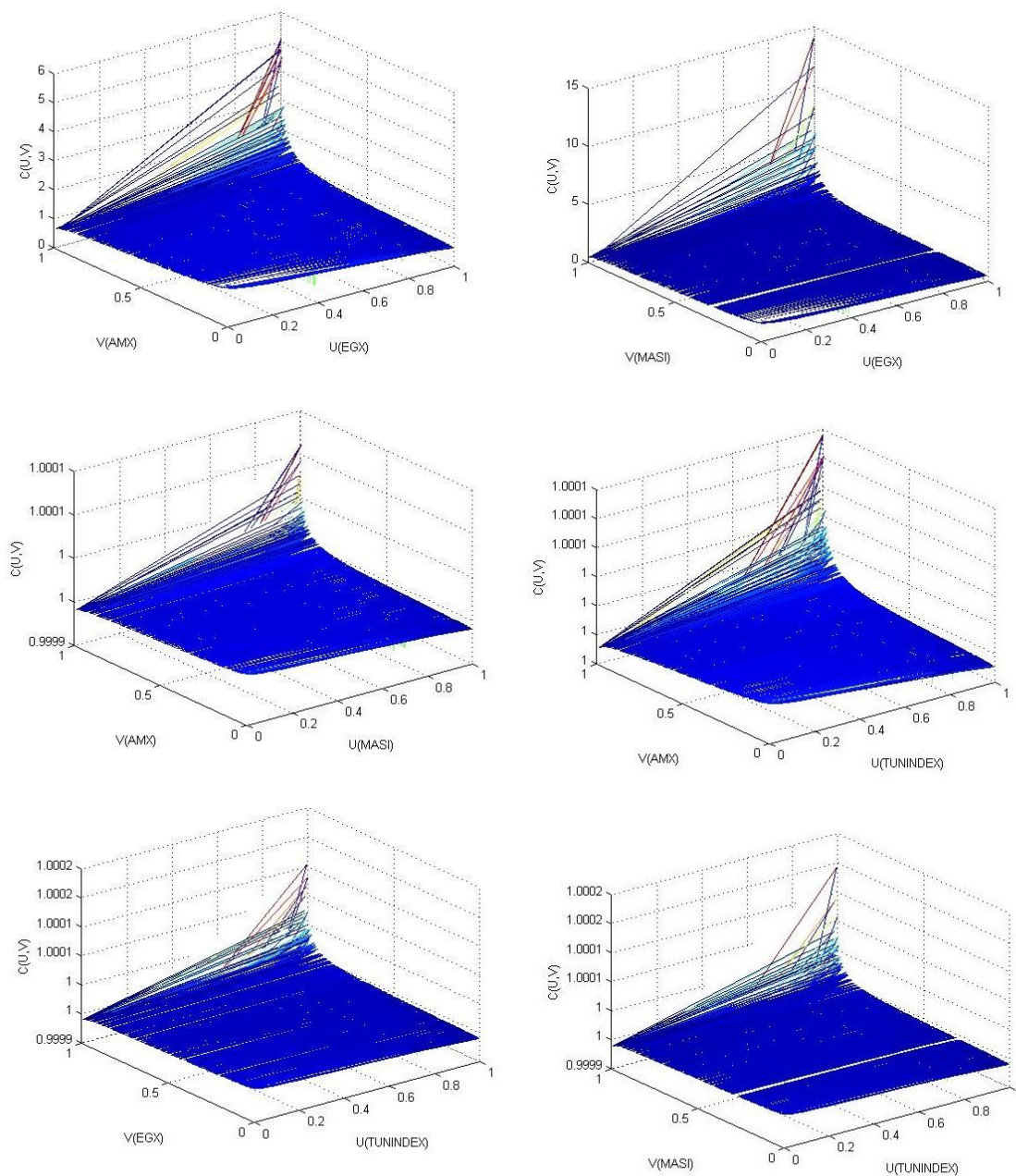


Figure 37: Les copules de Gumbel bivariées

La copule Gumbel est une copule à valeur extrême qui permet de capturer le risque dans la queue de dépendance supérieure. Cette copule mesure la corrélation entre les hautes variations positives.

Encore une fois, on constate une relation importante entre les marchés jordanien et égyptien et entre les marchés marocain et égyptien dans les queues supérieures. En revanche, la corrélation entre les marchés marocain et jordanien, entre les marchés tunisien et jordanien, entre les marchés tunisien et égyptien et entre les marchés tunisien et marocain est très faible au niveau de la queue supérieure.

- Les copules de Clayton bivariées dans les marchés de la région MENA

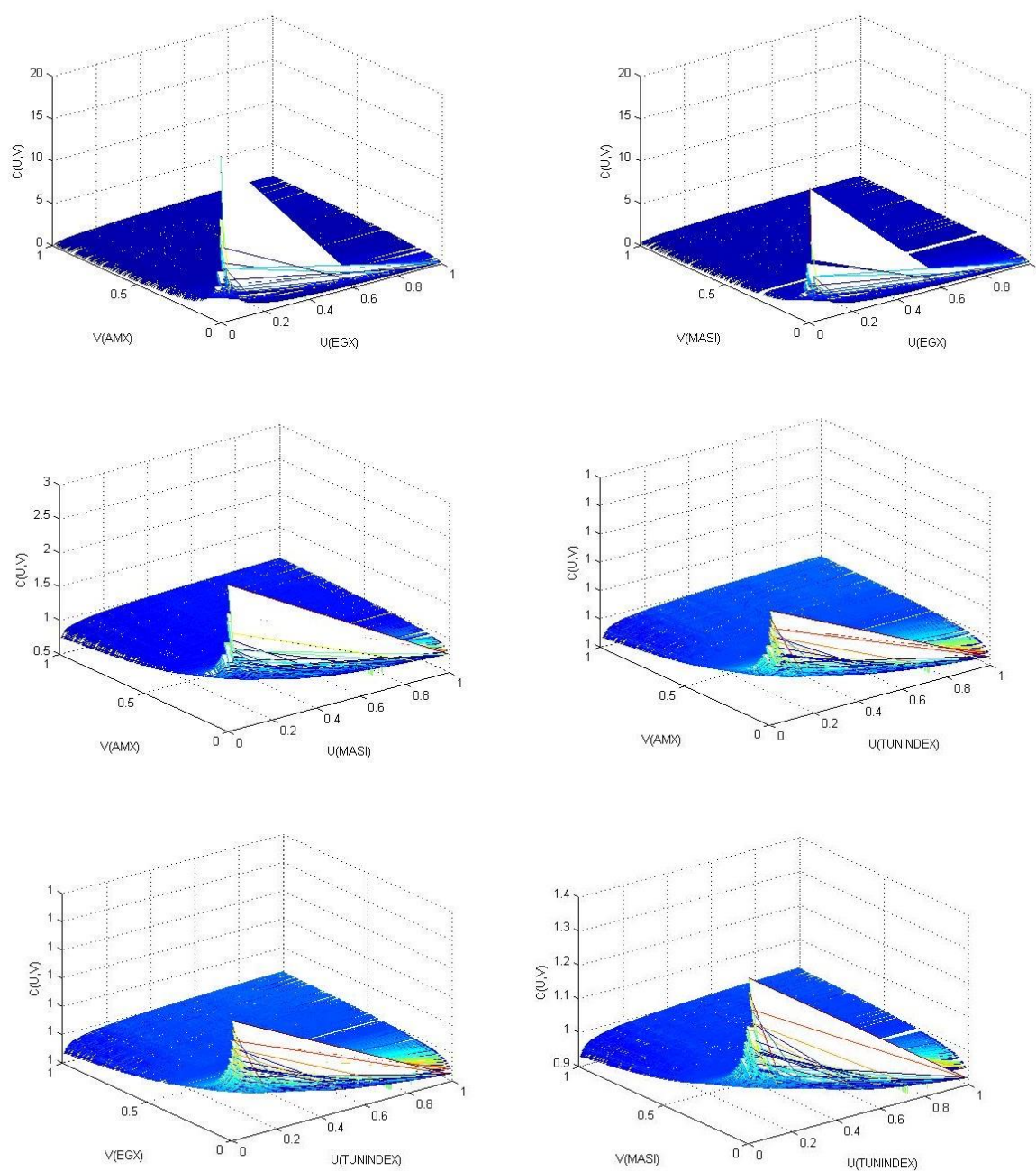


Figure 38 : Les copules de Clayton bivariées

Il est à rappeler que la copule de Clayton mesure la corrélation au niveau des queues de dépendance inférieures. On observe l'existence d'une relation importante entre les marchés jordanien et égyptien et entre les marchés marocain et égyptien au niveau des queues inférieures. D'autre part, la corrélation entre les marchés marocain et jordanien, entre les marchés tunisien et jordanien, entre les marchés tunisien et égyptien et entre les marchés tunisien et marocain est très faible au niveau de la queue inférieure.

- **Les copules de Frank bivariées dans les marchés de la région MENA**

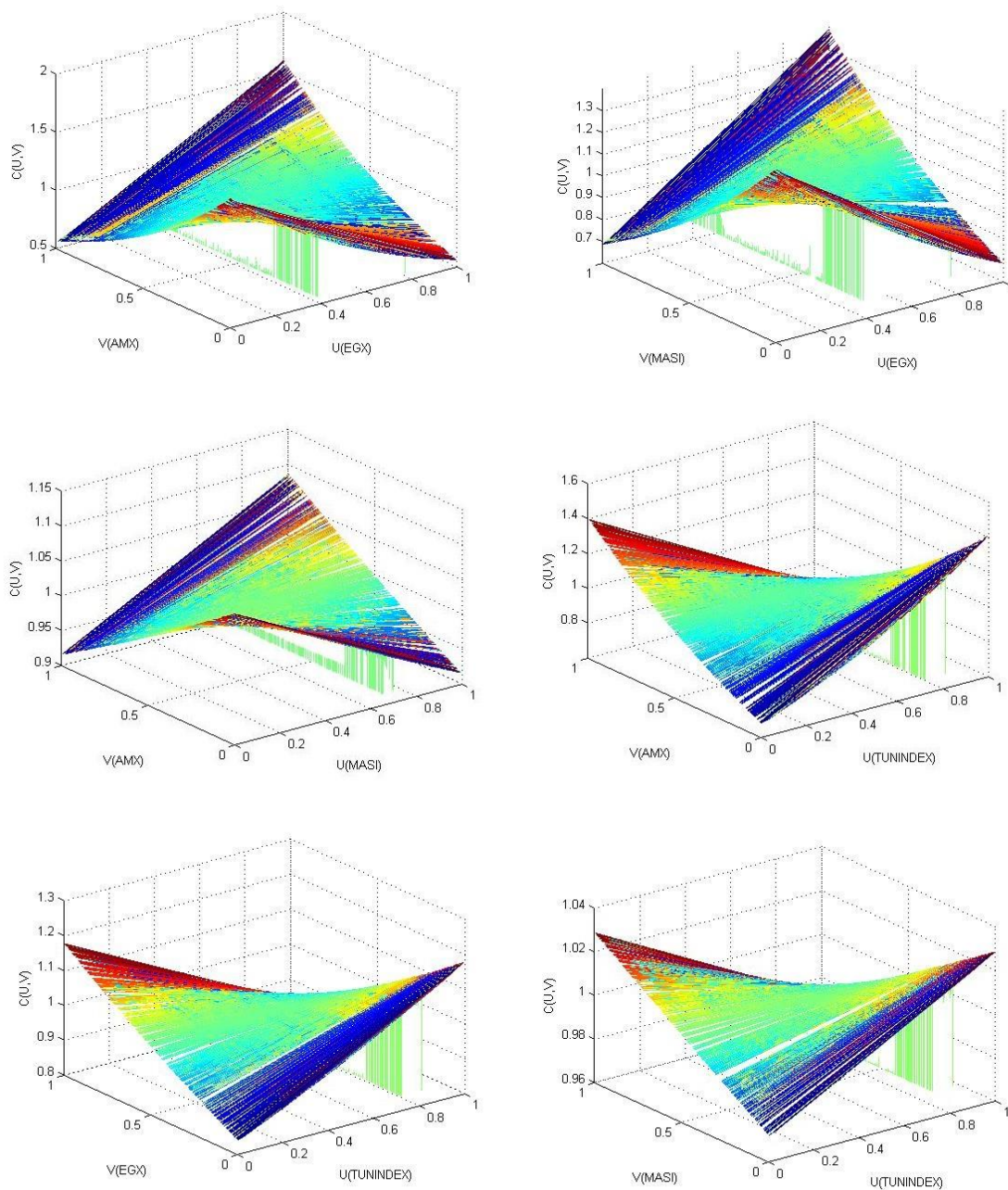


Figure 39 : Les copules de Frank bivariées

La fonction de densité de la copule de Frank a une distribution symétrique. Cette copule n'a pas de queues de dépendance.

On constate qu'il y a une corrélation significative entre les marchés jordanien et égyptien et entre les marchés marocain et égyptien au niveau des queues supérieures et inférieures. D'autant plus, on observe la même chose entre les marchés marocain et jordanien, mais de manière moins significative. Par ailleurs, la corrélation entre le marché tunisien d'une part, et les marchés jordanien, égyptien et marocain restent très faible au niveau des queues inférieures et supérieures.

Conclusion

Comme nous l'avons vu, la corrélation bivariée est importante pour le cas marché financier égyptien d'une part, et les marchés marocain et jordanien d'autre part. Ces pays sont signataires d'un accord de libre-échange entre eux, à cet effet, si la circulation du capital est libéralisée, cela pourrait assurer un développement de leurs activités.

En outre, la transmission de la volatilité était évidente entre le marché égyptien et le marché boursier de Casablanca et entre les marchés égyptien et jordanien. Par conséquent, il semble que l'Égypte a exporté sa volatilité aux marchés marocains et jordaniens. Cependant, le marché tunisien n'a pas été affecté par cette transmission. La petite capitalisation de la Bourse de Tunis peut expliquer sa déconnexion de ces marchés et sa faible importance. En conséquence, l'effet de contagion était insignifiant pour ce marché.

Par ailleurs, l'effet spillover aurait été plus important si ces marchés étaient suffisamment développés en introduisant par exemple les produits dérivés et les ventes à découvert.

Annexe

Gumbel n-copula (Cherubini, Luciano, & Vecchiato, 2004)

The generator is given by $\varphi^{-1}(t) = e^{-t^{1/\delta}}$; it is completely monotonic if $\delta > 1$. The Gumbel n-copula is therefore:

$$C_{Gu}^{\delta}(\mathbf{u}) = e^{\left\{-\left[\sum_{i=1}^n (-\log u_i)^{\delta}\right]^{\frac{1}{\delta}}\right\}} \quad \text{with} \quad \delta > 1$$

Clayton n-copula (Cherubini, Luciano, & Vecchiato, 2004)

The generator is given by $\varphi^{-1}(t) = (t + 1)^{-\frac{1}{\theta}}$; it is completely monotonic if $\theta > 0$. The Clayton n-copula is therefore:

$$C_{Cl}^{\theta}(\mathbf{u}) = \left[\sum_{i=1}^d u_i^{-\theta} - n + 1\right]^{-\frac{1}{\theta}} \quad \text{with} \quad \theta > 0$$

Frank copula (Frank, 1979) (Jaworski, Duante, Härdle, & Rychlik, 2010) (Cherubini, Luciano, & Vecchiato, 2004)

The standard expression for members of this family of d-copulas is

$$C_{\theta}^{Fr}(\mathbf{u}) = -\frac{1}{\theta} \log\left(1 + \frac{\prod_{i=1}^d (e^{-\theta u_i} - 1)}{(e^{-\theta} - 1)^{d-1}}\right) \quad \text{with} \quad \theta > 0 \text{ when } d \geq 3$$

Where $\theta > 0$. The limiting case $\theta = 0$ corresponds to Π_d . For the case $d = 2$, the parameter θ can be extended also to the case $\theta < 0$.

Copulas of this type have been introduced by Frank (Frank, 1979) in relation with a problem about associative functions on $\mathbb{I}$. They are absolutely continuous.

The Archimedean generator is given by $\varphi^{-1}(t) = -\frac{1}{\theta} \log(1 - (1 - e^{-\theta})e^{-t})$.

Section 3 : L'inter-corrélation multifractale des marchés financiers

Etant donné le caractère multifractal des marchés financiers qu'on a étudiés, il est nécessaire de trouver les outils adéquats pour analyser l'inter-corrélation entre ces marchés. A cet effet, nous avons employé une nouvelle méthode qui n'a été développée qu'en 2008 par Zhou (Zhou W.-X. , 2008). Cette méthode est empruntée à la statistique physique et permet d'étudier l'inter-corrélation de manière quantitative. D'autant plus, on a également fait appel à un autre test de corrélation pour étudier l'inter-corrélation de manière qualitative (El Alaoui & Benbachir, Multifractal detrended cross-correlation analysis in the MENA area, 2013).

Dans le même ordre d'idées, l'étude de l'inter-corrélation est d'une importance cruciale puisqu'on pourrait explorer et comprendre la relation entre les marchés et entre le prix et le volume comme il était proposé dans certains travaux. La méthode récente dont on a parlé était utilisée dans ce sens, c'est la méthode du *multifractal detrended cross-correlations* (MF-DCCA) de Zhou (2008) (Zhou W.-X. , 2008). A cet effet, il existe une série d'algorithmes pour appliquer cette méthode (Jiang & Zhou, 2008) (Kristoufek, 2011), on a choisit pour notre cas la méthode du MF-X-DFA basée sur la méthode DFA (*Detrended Fluctuation Analysis*). Ainsi, elle est la combinaison du MF-DFA (Kantelhardt, Zschiegner, Koscielny-Bunde, Havlin, Bunde, & Stanley, 2002) (*Multifractal Detrended Fluctuation Analysis*) et la méthode DCCA (Podobnik & Stanley, Detrended Cross-Correlation Analysis: A New Method for Analyzing Two Nonstationary Time Series, 2008) (*Detrended Cross-correlation Analysis*). Par ailleurs, MF-DCCA était utilisée dans plusieurs papiers, d'ailleurs, Ma et al. (Ma, Wei, & Huang, 2013) l'ont utilisé pour étudier l'inter-corrélation entre les marchés boursiers chinois, japonais, sud-coréen et hongkongais. En outre, Podobnik et al. (Podobnik, Horvatic, Petersen, & Stanley, 2009) ont utilisé cette méthode pour analyser l'inter-corrélation entre le volume et les prix de plusieurs indices mondiaux. Wang et al. (Wang, Suo, Yu, & Lei, 2013) ont également cherché à trouver l'inter-corrélation entre les rentabilités boursières et le volume de trading pour l'indice CSI sur les *futures*. En plus, Cao et al. (Cao, Longbing, & Cao, 2012) ont étudié l'inter-corrélation entre le marché de change et le marché boursier. He & Chen (He & Chen, 2011) ont examiné la dépendance non linéaire et la multifractalité entre le volume de trading et les prix du marché, ils ont trouvé une inter-corrélation en loi de puissance. Mu & al. (Mu, Zhou, Chen, & Kertész, 2010) ont travaillé sur la corrélation temporel et la nature multifractale du marché boursier de Schenzen. D'autant plus, Shadkoo & Jafari (Shadkhoo & Jafari, 2009) ont utilisé MF-DCCA pour étudier la cross-corrélation des inter-événements au niveau spatial et au niveau des séries de données séismiques temporelles, ce qui montre la

possible utilisation de la méthode dans d'autres disciplines telles que la géophysique, la physiologie et les séries génomiques.

Dans ce travail, on a choisi quatre marchés de la région MENA qui sont le Maroc, l'Egypte, la Jordanie et la Tunisie pour étudier la cross-corrélation multifractale. Ces pays, on l'a déjà signalé dans la section précédente, sont signataires d'un accord de libre-échange. On a vu plus haut l'existence d'un effet *spillover* entre certains de ces marchés en utilisant les copules (El Alaoui & Benbachir, 2013). Ce travail est le premier de sa nature qui étudie quantitativement et qualitativement la cross-corrélation (inter-corrélation) dans la région MENA.

Dans ce qui suit, on va présenter les données sur lesquelles on s'est basé puis on va décrire en détail la méthode MF-DCCA avant de l'appliquer avec le test de cross-corrélation pour analyser la cross-corrélation dans la région MENA quantitativement et qualitativement.

1. Présentation des données

On désigne par p_t les prix de fermeture de l'indice au jour t . Dans ce travail, la méthode appliquée aux rentabilités logarithmiques naturelles de l'indice est définie comme suit :

$$r_t = \ln \left(\frac{p_{t+1}}{p_t} \right) \quad (1)$$

On dispose de 2837 rentabilités logarithmiques quotidiennes des indices AMX, EGX, MASI et TUNINDEX pour la période allant du 1^{er} janvier 2000. Les données sont prises du site officiel de chaque marché boursier (Amman Stock Exchange³, Egyptian Exchange⁴, Casablanca Stock Exchange⁵ and Tunis Stock Exchange⁶).

Les jours boursiers d'ouverture pour le CSE et la BMVT commencent du lundi au vendredi alors que pour ASE et EGX, la bourse ouvre du dimanche au jeudi. La session quotidienne est close à 3:40 p.m. (GMT) à Casablanca, 2:00 p.m. (GMT+1) à Tunis, 2:30 p.m. (GMT+2) au Caire et 1:00 p.m. à Amman. On remarque que la différence de temps n'est pas très importante. Certains travaux ont montré que les différences de temps pourraient influencer sur la structure de la cross-corrélation entre les marchés (Drożdż, Grümmer, Ruf, & Speth, 2001).

³ <http://www.ase.com.jo/>

⁴ <http://www.egx.com.eg/>

⁵ <http://www.casablanca-bourse.com/>

⁶ <http://www.bvmt.com.tn/>

Dans le tableau 1, on présente certaines statistiques sur les séries étudiées. On constate la présence d'un skewness négatif et différent de zéro et un Kurtosis qui dépasse les 3. Le test de Jarque-Bera montre que toutes les séries étudiées ne suivent pas la loi de Gauss.

Tableau 4 : Statistiques sur les séries

Series	Mean	Median	Maximum	Minimum	Std. Dev.	Skewness	Kurtosis	Jarque-Bera	Probability
AMX	0.000259	0.000490	0.046857	-0.045255	0.010022	-0.310291	6.167187	1231.281	0.000000
EGX	0.000521	0.001165	0.183770	-0.247880	0.018713	-1.128568	21.64546	41697.74	0.000000
TUNINDEX	0.000441	0.000297	0.041086	-0.050037	0.005686	-0.346192	13.58277	13295.41	0.000000
MASI	0.000320	0.000251	0.045547	-0.050167	0.008368	-0.203317	8.223445	3244.787	0.000000

En utilisant le test statistique de Dickey-Fuller augmenté (Dickey & Fuller, 1979), on a trouvé que toutes les séries objet de ce travail sont stationnaires.

Tableau 5 : Test statistique de Dickey-Fuller augmenté des séries

	AMX		EGX		MASI		TUNINDEX	
	t-Statistic	Prob.*	t-Statistic	Prob.*	t-Statistic	Prob.*	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-36.18788	0.0000	-45.72147	0.0001	-32.63682	0.0000	-38.78973	0.0000
Test critical values:								
1% level	-3.961279		-2.565778		-2.565778		-3.432465	
5% level	-3.411392		-1.940936		-1.940936		-2.862360	
10% level	-3.127546		-1.616624		-1.616624		-2.567251	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

2. Background théorique

La méthode *Multifractal Detrended Cross-Correlation Analysis* (MF-DCCA) a été proposée par Zhou (Zhou W.-X. , 2008). On présentera dans ce qui suit l'algorithme MF-X-DFA qui est une méthode du MF-DCCA basée sur DFA. Il existe une classe d'algorithmes de la méthode MF-DCCA qui ont été développés tels que les algorithmes MF-X-DMA (Jiang & Zhou, 2008) et MF-HXA (Kristoufek, 2011).

L'algorithme MF-X-DFA se présente en plusieurs étapes. Soit $x(k)$ et $y(k)$ des séries temporelles de longueur N représentant les rentabilités logarithmiques. On suppose que ces series sont de support compact, i.e. $x(k) = 0$, $y(k) = 0$ pour une fraction insignifiante de valeurs seulement. Quand $x(k) = y(k)$, MF-X-DFA se réduit à l'algorithme MF-DFA.

Etape 1 : on détermine le profil accumulé de $X(i)$ et $Y(i)$ des séries temporelles $x(k)$ et $y(k)$ pour $i = 1, \dots, N$

$$X(i) = \sum_{k=1}^i [x(k) - \bar{x}] , \quad Y(i) = \sum_{k=1}^i [y(k) - \bar{y}] \quad (2)$$

Où $\bar{x}$ et $\bar{y}$ désigne respectivement la moyenne des séries temporelles $x(k)$ et $y(k)$. On peut facilement vérifier que $X(N) = 0$ and $Y(N) = 0$.

Etape 2 : pour une échelle de temps donnée s , on divise les profils $X(i)$ et $Y(i)$ en $N_s = \text{int}(N/s)$ segments sans chevauchement de longueur égale s , où $\text{int}()$ désigne la fonction qui donne la part entière d'un nombre réel. Puisque en général N n'est pas souvent un multiple de s , à cet effet, une petite partie à la fin du profil peut être négligée. En vue d'intégrer cette partie ignorée de la série, on répète la même procédure en commençant le profil du sens inverse. Ainsi, on obtient $2N_s$ segments.

Etape 3: L'intérêt de cette étape est d'abord estimer pour chaque $2N_s$ segments la tendance locale en ajustant par un polynôme les données. Ensuite, on calcule les variances par deux formules en fonction des segments v :

- Pour chaque segment $v = 1, \dots, N_s$:

$$F^2(v, s) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s |X((v-1)s + i) - p_v^n(i)| \cdot |Y((v-1)s + i) - p_v^n(i)| \quad (3)$$

- Pour chaque segment $v = N_s + 1, \dots, 2N_s$:

$$F^2(v, s) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s |X(N - (v - N_s)s + i) - p_v^n(i)| \cdot |Y(N - (v - N_s)s + i) - p_v^n(i)| \quad (4)$$

où $p_v^n(i)$ est le nième ordre polynomial d'ajustement dans le segment v . On peut utiliser DCCA1 linéaire, DCCA2 quadratique, DCCA3 cubique ou des ordres polynomiaux élevés DCCAn pour $n > 3$.

Lorsque la fonction de detrending locale est une moyenne mobile (Vandewalle & Ausloos, 1998) (Alessio, Carbone, Castelli, & Frappietro, 2002), l'algorithme devient celui du MF-X-DMA (Kristoufek, 2011).

Etape 4 : En faisant la moyenne des variances pour l'ensemble des segments, on obtient la fonction de fluctuation d'ordre q :

- pour $q \neq 0$:

$$F_q(s) = \left[\frac{1}{2N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} [F^2(v, s)]^{q/2} \right]^{1/q} \quad (5)$$

- pour $q = 0$:

$$F_0(s) = \exp \left[\frac{1}{4N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} \ln[F^2(v,s)] \right] \quad (6)$$

L'objectif principal de la procédure MF-DCCA est de déterminer le comportement des q fonctions de fluctuations dépendantes $F_q(s)$ à l'égard des échelles de temps s , pour différentes valeurs de q . Lorsque $q = 2$, cela correspond à la procédure standard DCCA. D'où les étapes de 2 à 4 doivent être répétées pour différentes valeurs d'échelle de temps s jusqu'à ce qu'on arrive à l'étape finale.

Etape 5 : On analyse le comportement multi-échelle des fonctions de fluctuations $F_q(s)$ en estimant la pente des présentations log-log de $F_q(s)$ vs. s pour différentes valeurs de q . Si la série temporelle analysée $X(i)$ et $Y(i)$ présente une loi de puissance de corrélation longue comme les propriétés des fractales, la fonction de fluctuation $F_q(s)$ se comportera, pour des valeurs suffisamment larges de s , comme la loi de puissance d'échelle suivante :

$$F_q(s) \sim s^{H_{XY}(q)} \quad (7)$$

Afin d'estimer les valeurs de $H_{XY}(q)$ pour différentes valeurs de q (on a choisit 54 valeurs⁷ de q allant de -30 à 30), on régresse la série $H_{XY}(q)$ sur la série $F_q(s)$.

En fait, l'exposant $H_{XY}(q)$ est une fonction dépendante de la variable q . Si on est dans le cas d'une série stationnaire, on obtient seulement l'exposant $H_{XY}(2)$ qui est identique à l'exposant standard de Hurst H . Lorsque l'exposant d'échelle bivarié $H_{XY}(2) > 0.5$, on dit que la cross-corrélation entre X et Y a une persistance longue. Si $H_{XY}(2) < 0.5$, on dit que la cross-corrélation entre X et Y est anti-persistante. Si $H_{XY}(2) = 0.5$, on dit qu'il n'y a pas de cross-corrélation entre les deux séries.

Par conséquent, l'exposant $H_{XY}(q)$ permet de généraliser l'exposant de Hurst H , il est généralement connu sous le nom de l'exposant de Hurst généralisé. Pour distinguer les séries fractales des séries multifractales, on peut dire que si $H_{XY}(q) = H$ (constante) pour toutes les valeurs de q , dans ce cas la série est fractale, si par contre $H_{XY}(q)$ est une fonction décroissante de manière monotone de q , il s'agit d'une série multifractale. A partir des équations (4) et (5) on peut déduire que pour les valeurs positives de q la moyenne de la fonction de fluctuation $F_q(s)$ est dominée par les segment v tenant des larges variances

⁷ $q=[-30:5:-1, -2.1:0.1:-0.1, 0.1:0.1:2.1, 5:5:30]$

$F^2(v, s)$. Ainsi, pour les valeurs positives de q , l'exposant généralisé de Hurst $H_{XY}(q)$ décrit les propriétés d'échelle des larges fluctuations. Toutefois, pour les valeurs négatives de q , les exposants de $H_{XY}(q)$ décrivent les propriétés d'échelle des petites fluctuations.

Il est connu que l'exposant généralisé de Hurst $H_{XY}(q)$ défini par la méthode MF-X-DFA est directement lié à l'exposant d'échelle multifractal $\tau_{XY}(q)$ qui est généralement connu sous le nom de l'exposant de Rényi,

$$\tau_{XY}(q) = qH_{XY}(q) - 1 \quad (8)$$

Dans le cadre du formalisme multifractal standard, l'exposant d'échelle multifractal $\tau_{XY}(q)$ est souvent défini par la fonction de partition. En utilisant la boîte standard du formalisme, Kantelhardt and al. (Kantelhardt, Zschiegner, Koscielny-Bunde, Havlin, Bunde, & Stanley, 2002) présente une démonstration de l'équation (8).

Il est évident que la série monofractale est caractérisée par une forme linéaire pour déterminer l'exposant de Rényi

$$\tau_{XY}(q) = q \times H_{XY} - 1 \quad (9)$$

Où H_{XY} est l'exposant de Hurst.

Une autre manière intéressante pour se prononcer sur le caractère multifractal des series est d'utiliser le spectre de Hölder ou le spectre de singularité $f_{XY}(\alpha)$ de l'exposant de Hölder α_{XY} . Il est connu que le spectre de singularité $f_{XY}(\alpha)$ est lié à l'exposant de Rényi $\tau_{XY}(q)$ par la transformée de Legendre :

$$\alpha_{XY} = \tau'_{XY}(q) \quad \text{and} \quad f_{XY}(\alpha) = q\alpha_{XY} - \tau_{XY}(q) \quad (10)$$

L'exposant de Hölder α_{XY} montre la force de la singularité alors que le spectre de singularité $f_{XY}(\alpha)$ présente la dimension de Hausdorff du sous-ensemble fractal avec l'exposant α_{XY} . Le degré de multifractalité peut être déterminé par la largeur du spectre $\Delta\alpha_{XY} = \alpha_{XY_{max}} - \alpha_{XY_{min}}$. Ainsi, plus le spectre est large, plus la multifractalité est riche dans la série analysée.

On peut facilement déduire de l'équation (8) la relation entre l'exposant généralisé de Hurst $H_{XY}(q)$ et le spectre de singularité $f_{XY}(\alpha)$:

$$\alpha_{XY} = H_{XY}(q) + qH_{XY}'(q) \quad \text{et} \quad f_{XY}(\alpha) = q[\alpha_{XY} - H_{XY}(q)] + 1 \quad (11)$$

3. Résultats empiriques

a. Le test de cross-corrélation

Pour évaluer de manière qualitative la cross-corrélation entre les marchés de la région MENA, un nouveau test a été proposé par Podobnik et al. (Podobnik, Grosse, Horvatic, Ilic, Ivanov, & Stanley, 2009). La fonction de cross-corrélation est définie comme:

$$C_i = \frac{\sum_{k=i+1}^N x_k y_{k-i}}{\sqrt{\sum_{k=1}^N x_k^2 \sum_{k=1}^N y_k^2}} \quad (12)$$

x_t et y_t sont deux séries ayant la même longueur N .

Donc, la statistique de la cross-corrélation est présentée comme suit :

$$Q_{CC}(m) \equiv N^2 \sum_{i=1}^m \frac{C_i^2}{N-i} \quad (13)$$

Qui est approximativement $\chi^2(m)$ distribué avec m degrés de liberté. Il n'y a pas de cross-corrélation lorsque le test accepte la distribution $\chi^2(m)$. Mais lorsque le test dépasse les valeurs critiques, cela signifie qu'il y a une cross-corrélation significative compte tenu d'un certain niveau de confiance. On présente graphiquement dans la figure 1 les valeurs du test de cross-corrélation des six paires d'indices (AMX and EGX, AMX and MASI, AMX and TUNINDEX, MASI and EGX, MASI and TUNINDEX, TUNINDEX and EGX), mais également la valeur critique de la distribution $\chi^2(m)$ à un niveau de confiance de 5% pour des degrés de liberté variant entre 1 et $N - 1$.

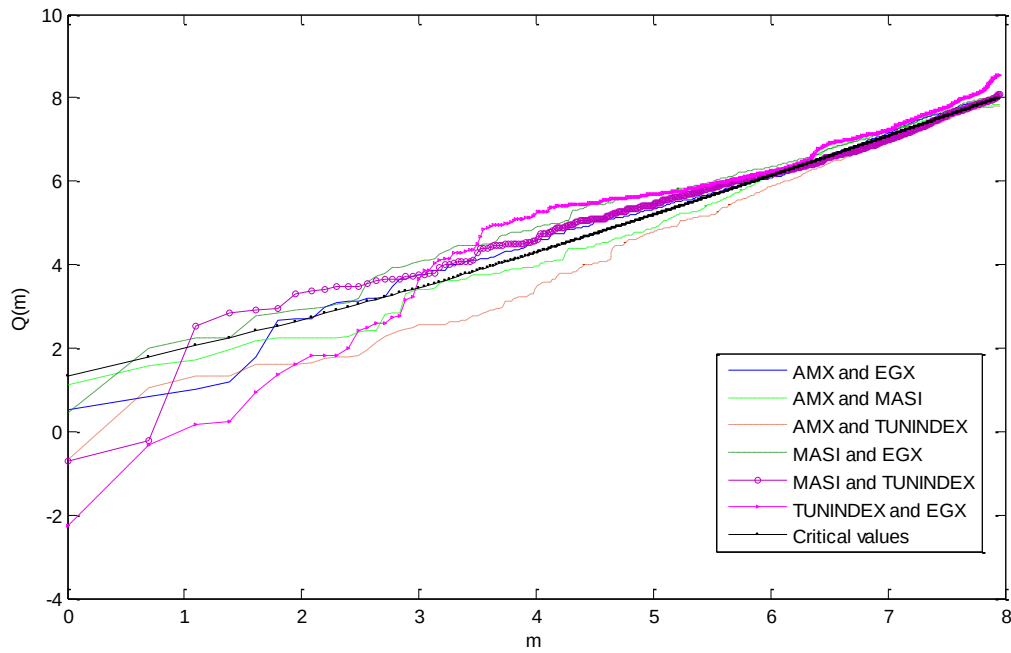


Figure 40 : La statistique de cross-corrélation pour les paires d'indices de l'AMX, EGX, MASI et TUNINDEX

La Q-statistique $Q_{cc}(m)$ montre des valeurs qui sont larges ou proches des valeurs critiques de $\chi^2(m)$ ce qui affirme la présence d'une cross-corrélation longue. Pour confirmer ceci, on utilisera dans ce qui suit la méthode MF-DCCA pour mesurer la cross-corrélation quantitativement.

b. Application de la méthode MF-DCCA

En vue de mesurer quantitativement la cross-corrélation, on utilise l'algorithme MF-DFA, qui est une méthode du MF-DCCA, pour analyser la cross-corrélation de chaque paire d'indices (AMX and EGX, AMX and MASI, AMX and TUNINDEX, MASI and EGX, MASI and TUNINDEX, TUNINDEX and EGX).

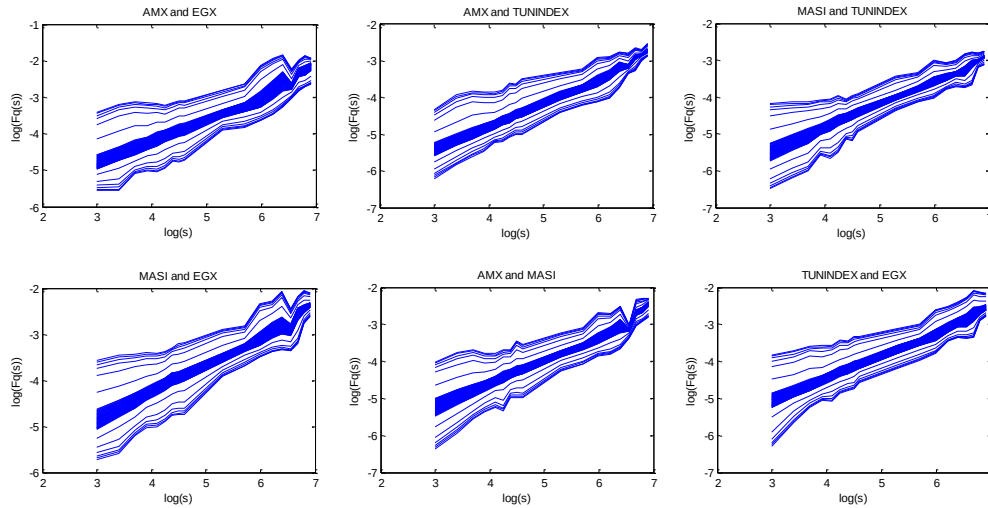


Figure 41 : Les fonctions de fluctuation pour chaque cas bivarié des indices AMX, EGX, MASI & TUNINDEX

La figure 41 montre une loi de puissance longue et corrélée pour toutes les séries, ainsi $F_q(s)$ augmente pour les larges valeurs de s , comme une loi de puissance.

En utilisant l'algorithme MF-X-DFA, on calcule l'exposant de Hurst généralisé, puis on déduit l'exposant de Rényi et le spectre de singularité. Dans la figure 42, on présente la présentation graphique de $H_{XY}(q)$ pour chaque paire d'indices. On remarque qu'il y a une cross-corrélation à étendu long pour les larges fluctuations négatives et une cross-corrélation à étendu court pour les larges fluctuations positives pour tous les indices. Pour le cas de $H_{XY}(2)$, il montre des valeurs qui sont proches de 0.6, ce qui signifie qu'il y a une cross-corrélation persistante à long terme pour l'ensemble des indices.

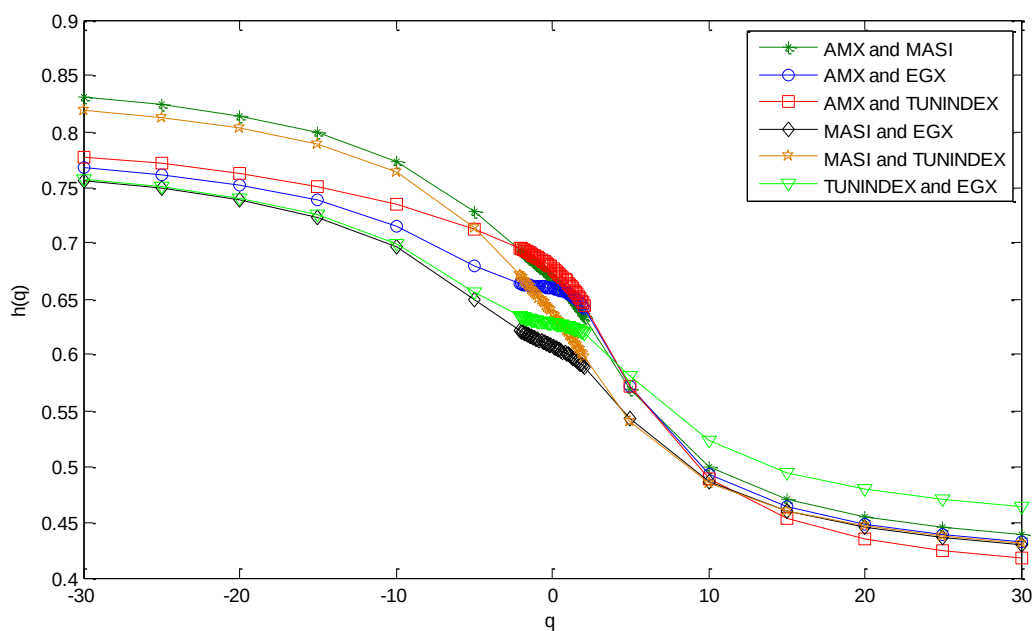


Figure 42 : L'exposant généralisé de Hurst pour différentes valeurs de q pour chaque cas bivarié de AMX, EGX, MASI & TUNINDEX

Dans la figure 43, l'exposant de Rényi présente une courbe non linéaire, ce qui confirme l'existence d'une cross-corrélation multifractale entre les paires des indices.

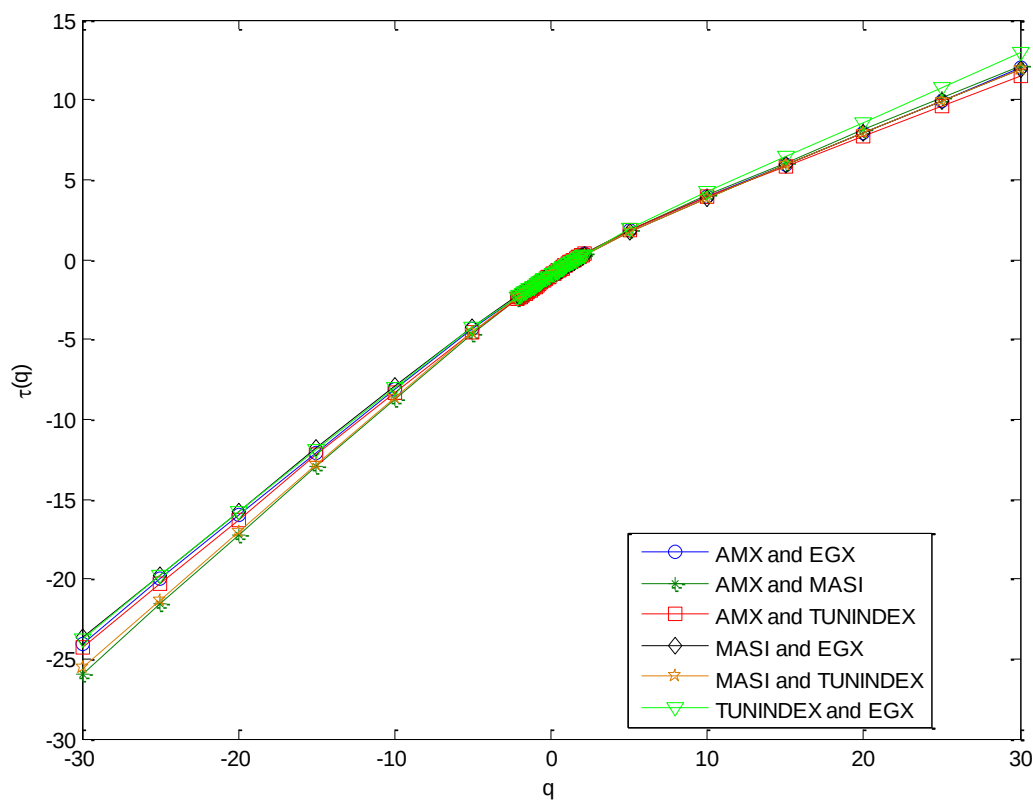


Figure 43 : L'exposant de Rényi pour différentes valeurs de q pour chaque cas bivarié de AMX, EGX, MASI & TUNINDEX

Pour explorer davantage les caractéristiques de cross-corrélation multifractale, on présente dans la figure 44 le spectre de singularité pour déduire lesquelles des séries bivariées qui exposent une cross-corrélation multifractale riche.

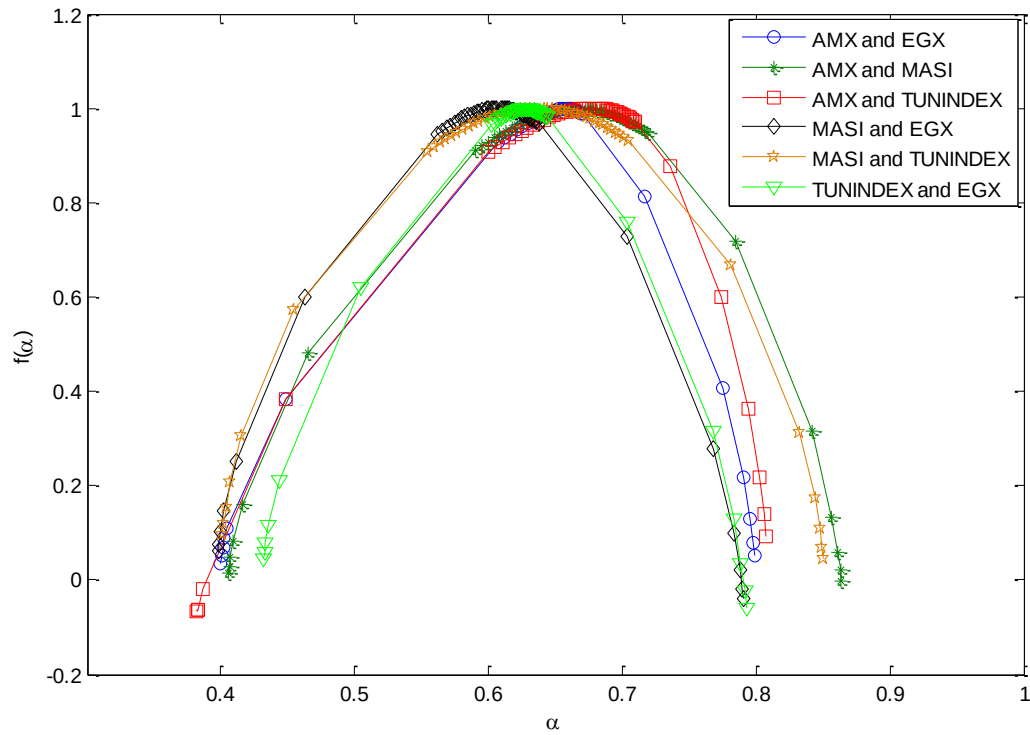


Figure 44 : Le spectre de singularité des séries bivariées des indices AMX, EGX, MASI & TUNINDEX

Tableau 6 : Valeurs de α_{max} , α_{min} et $\Delta\alpha$

	α_{max}	α_{min}	$\Delta\alpha = \alpha_{max} - \alpha_{min}$
AMX et EGX	0.7992	0.4	0.3992
AMX et MASI	0.8638	0.4059	0.4579
AMX et TUNINDEX	0.8075	0.3821	0.4254
MASI et EGX	0.7907	0.3981	0.3926
MASI et TUNINDEX	0.8507	0.4013	0.4493
TUNINDEX et EGX	0.7927	0.4321	0.3606

Comme on remarque du tableau 6, les valeurs de la largeur du spectre $\Delta\alpha$ sont proches de 0.4, ce qui signifie l'existence d'une cross-corrélation multifractale importante dans ces marchés. Elle est légèrement plus importante entre les indices AMX et MASI et entre les indices MASI et TUNINDEX.

c. Le coefficient de cross-corrélation

i. Le coefficient de corrélation de Pearson

On calcule le coefficient de corrélation linéaire entre chaque paire de séries. Cette mesure ne détecte que la dépendance linéaire. Elle est définie comme suit :

$$\rho = \frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{Var(X).Var(Y)}} \quad (14)$$

Tableau 7 : Le coefficient de corrélation de Pearson pour chaque paire de séries

R(i,j)	AMX	EGX	MASI	TUNINDEX
AMX	1	0,047147839	-0,026333993	-0,009270085
EGX	0,047147839	1	0,017390525	0,000045529
MASI	-0,026333993	0,017390525	1	-0,009074531
TUNINDEX	-0,009270085	0,000045529	-0,009074531	1

Table 8 :Les P-valeurs du coefficient de corrélation de Pearson

P(i,j)	AMX	EGX	MASI	TUNINDEX
AMX	1	0,012020269	0,160835961	0,621623919
EGX	0,012020269	1	0,354476152	0,998065940
MASI	0,160835961	0,354476152	1	0,628997631
TUNINDEX	0,621623919	0,998065940	0,628997631	1

Si $P(i,j)$ est petit (moins de **0.05**), donc la corrélation $R(i,j)$ est significative. Dans ce sens, la corrélation entre AMX et EGX est le seul cas où la corrélation est significative mais elle est faible et proche de zéro. Pour tous les autres cas, la corrélation est proche de zéro et non significative selon les p-valeurs.

ii. Le coefficient de cross-corrélation du DCCA

Dans ce point, on utilisera le coefficient de cross-corrélation du DCCA pour quantifier le niveau de cross-corrélation. Il est défini comme le ratio entre la detrended covariance et les deux detrended F_{DCCA}^2 de l'équation (5) et la fonction detrended de variance F_{DFA} (Zebende, 2011) (Podobnik, Jiang, Zhou, & Stanley, 2011)

$$\rho_{DCCA} \equiv \frac{F_{DCCA}^2}{F_{DFA}\{x(k)\}F_{DFA}\{y(k)\}} \quad (15)$$

On rappelle que ρ_{DCCA} varie entre $-1 \leq \rho_{DCCA} \leq 1$. Quand $\rho_{DCCA} = 0$, cela veut dire qu'il n'y a pas de cross-corrélation. Quand $\rho_{DCCA} = 1$, on dit qu'il existe une cross-corrélation parfaite. Et quand $\rho_{DCCA} = -1$, cela signifie l'existence d'une parfaite anti cross-corrélation. Donc, le coefficient DCCA de cross-corrélation permet de donner une quantification du niveau de la cross-corrélation.

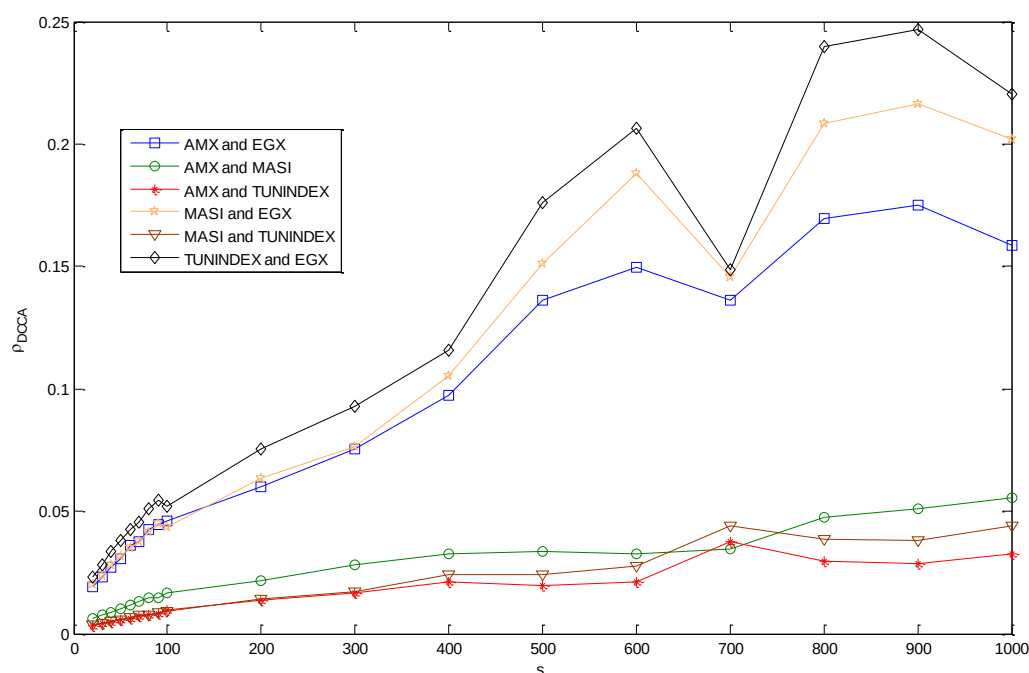


Figure 45 : Le coefficient de cross-corrélation DCCA pour chaque paire d'indices AMX, EGX, MASI & TUNINDEX

On constate que le coefficient de cross-corrélation DCCA est très proche de zero pour (AMX, TUNINDEX), (MASI, TUNINDEX) et (AMX, MASI). Mais pour les autres paires de séries ((AMX, EGX), (MASI, EGX) et (TUNINDEX, EGX)), on remarque le coefficient est légèrement plus élevé et dépasse 0.15 quand $s > 800$ et atteint 0.25 pour (TUNINDEX, EGX) quand $s = 900$. En outre, on remarque une baisse du coefficient ρ_{DCCA} lorsque $s = 700$.

On voit également que le marché bousier égyptien a une influence sur les autres marchés dans la région MENA puisque le coefficient de cross-corrélation est relativement important à ce qui est observé pour (AMX, TUNINDEX), (MASI, TUNINDEX) and (AMX, MASI).

Conclusion

En étudiant les corrélations croisées multifractales des marchés de la région MENA, par la méthode MF-X-DFA et le test de cross-corrélation, on a constaté son existence au niveau des marchés étudiés dans cette région. Ainsi, le niveau de corrélations n'est pas si important. Par ailleurs, le marché égyptien a une influence significative sur la corrélation croisée quand il est combiné avec chacun des trois autres marchés de la région MENA. Le niveau de corrélation croisée serait plus important si ces marchés ont été suffisamment développés, comme le fait d'avoir un marché de produits dérivés ou le fait d'autoriser la vente à découvert. En outre, l'accès des étrangers au marché n'a été libéralisé que dans la dernière décennie.

Ces résultats confirment que ces marchés sont en corrélation croisée, inefficients et exhibent des caractéristiques de complexité. A cet effet, la présence de la corrélation croisée multifractale justifie l'utilisation des méthodes dynamiques pour gérer les portefeuilles afin d'avoir une meilleure compréhension des risques et assurer ainsi une optimisation rigoureuse.

Grosso modo, les marchés financiers de la région MENA se caractérisent par un dynamisme et une turbulence dans leur comportement. De ce fait, l'hypothèse de l'efficience des marchés n'est plus adaptée à l'analyse de ces marchés. On s'attend dans des travaux futurs à une étude plus approfondie analysant d'autres facteurs liés à la micro-structure des marchés en vue d'expliquer ces fluctuations dynamiques et contribuer à l'amélioration de la prise de décisions dans le cadre du trading.

Conclusion du chapitre

En appliquant la méthodologie interdisciplinaire, on constate que le marché boursier marocain est dynamique, turbulent et connecté avec d'autres marchés par des effets de contagion ou d'interdépendance.

D'abord, l'analyse multifractale qui est une méthode empruntée à la statistique physique nous a permis de détecter la présence des effets de mémoire et de leptokurticité. Ainsi, les propriétés multifractales multi-échelle sont présentes en analysant les différents exposants.

D'autant plus, le marché boursier marocain expose une relation de spillover avec les marchés de la région MENA. Ce constat a été le résultat de notre analyse en utilisant les copules, qui sont des fonctions mathématiques de corrélation inspirées de certains mécanismes biologiques.

En outre, l'analyse de la corrélation croisée multifractale a éclairé davantage ces propos, en étudiant avec plus de rigueur et avec de nouvelles méthodes de la statistique physique ces relations d'interdépendance entre les marchés. On a constaté que les marchés financiers de la région MENA se caractérisent par un dynamisme et une turbulence dans leur comportement. De ce fait, l'hypothèse de l'efficacité des marchés n'est plus adaptée à l'analyse de ces marchés.

En conséquence, cette situation justifie l'utilisation des méthodes de gestion de portefeuille dynamique qui s'adaptent à la réalité des marchés telle qu'elle a été décrite plus haut. Ainsi, il existe une panoplie de méthodes inspirées de plusieurs disciplines qui pourraient contribuer à une meilleure analyse de la structure d'un portefeuille ainsi qu'à une optimisation plus robuste.

Chapitre 4. Gestion de portefeuille dynamique : Une approche interdisciplinaire

En harmonie avec notre choix méthodologique, on appliquera des méthodes d'analyse interdisciplinaires en vue d'approcher la réalité par différents outils. Il s'agit de rompre avec la logique traditionnelle en donnant une certaine rigueur à la recherche dans le cadre de la gestion de portefeuille. A cet effet, dans ce chapitre on s'intéressera d'abord à étudier la structure de corrélation au sein d'un portefeuille à travers une méthode utilisée en physique nucléaire, puis on présentera les résultats d'optimisation par des méthodes empruntées à la biologie.

Dans une première section, on analysera la structure de corrélation au sein d'un portefeuille choisi de la bourse de Casablanca, la méthode qu'on utilisera est une méthode utilisée en physique nucléaire. La distribution de Marčenko-Pastur serait d'une grande importance pour notre analyse des valeurs propres. En outre, on étudiera le ratio de participation inverse ainsi que la distribution des vecteurs propres par rapport à l'intervalle des prédictions du *Random Matrix Theory*.

On enchaînera ensuite sur des méthodes d'optimisation heuristiques dont les mécanismes de fonctionnement sont inspirés du domaine de la biologie. Il s'agit principalement des algorithmes génétiques ainsi que de la méthode d'optimisation par essais particuliers. Puis, on proposera une hybridation du modèle d'optimisation par essais particuliers afin d'améliorer la qualité des résultats en arrivant à la solution la plus optimale dans l'espace de recherche global.

Section 1 : Physique nucléaire et analyse de la structure de corrélation d'un portefeuille : la méthode du *Random Matrix Theory*

Comme on l'a vu précédemment, il existe plusieurs méthodes d'optimisation de la gestion de portefeuille. Mais rares sont les méthodes qui accordent une importance à l'étude de la matrice de corrélations au sein d'un portefeuille. A cet effet, on a fait appel à la méthode *Random Matrix Theory* (RMT), qui est une méthode utilisée en physique nucléaire, afin d'extraire les caractéristiques de la matrice de corrélation et d'améliorer la gestion du portefeuille.

Dans le même sens d'analyse, la corrélation est un élément important à étudier pour la gestion de portefeuille et donc il faut disposer d'un moyen capable d'expliquer en détail les interactions entre les matrices de rentabilités. Pour ce faire, la méthode RMT apparaît comme une méthode très intéressante pour faire cette analyse. Cette méthode était utilisée en physique nucléaire par (Wigner, 1951). Elle a été également utilisée par Dyson et Mehta (Dyson F. , 1962) pour expliquer les niveaux d'énergie dans un noyau complexe (Plerou, Gopikrishnan, Rosenow, Amaral, Guhr, & Stanley, Random matrix approach to cross correlations in financial data, 2002).

D'autant plus, la méthode RMT a été utilisée pour analyser la corrélation dans le domaine de la finance et plus particulièrement dans la gestion de portefeuille. En utilisant cette méthode, (Pafka & Kondor, Estimated correlation matrices and portfolio optimization, 2004) ont trouvé que l'effet du bruit dans la matrice de corrélations déduite d'une série financière peut avoir des effets conséquents. Ainsi, le filtrage basé sur le RMT est particulièrement puissant pour neutraliser cet effet. (Laloux, Cizeau, Potters, & Bouchaud, 2000) et (Laloux, Cizeau, Bouchaud, & Potters, 1999) ont trouvé que la matrice de corrélation empirique conduit à une sous-estimation dramatique des risques réels en surinvestissant dans vecteurs propres à risque artificiellement faible. En outre, ils ont constaté que moins de 6% des vecteurs propres qui sont responsables de 26% de la volatilité totale. Ces éléments des vecteurs propres semblent contenir des informations pertinentes. En outre, (Pafka & Kondor, Noisy covariance matrices and portfolio optimization II, 2003) ont relevé que le risque réalisé est une bonne approximation du vrai risque dans tous les cas, et que le risque prévu y est toujours inférieur. En utilisant une approche basée sur la simulation, ils ont montré que pour des valeurs de paramètres généralement utilisées en pratique, l'effet du bruit sur le risque d'un

portefeuille optimal n'est pas si important qu'on espère. Par ailleurs, (Wang, Xie, Chen, Yang, & Yang, 2013) ont étudié les propriétés statistiques de la cross-corrélation dans le marché boursier américain. Ils ont trouvé que le coefficient de la méthode DCCA a des résultats similaires à ceux du coefficient de corrélation de Pearson, telles que les propriétés de la valeur propre la plus large et son correspondant vecteur. De surcroît, (Daly, Crane, & Ruskin, 2008) ont prouvé que le filtrage par le RMT permet, dans la plupart des cas, d'améliorer le risque réalisé du risque minimum de portefeuille. En outre, (Plerou, Gopikrishnan, Rosenow, Amaral, Guhr, & Stanley, Random matrix approach to cross correlations in financial data, 2002) ont analysé la cross-corrélation entre les fluctuations des différentes valeurs en utilisant la méthode RMT. Ils ont conclu que les vecteurs propres qui s'écartent sont importants pour la construction d'un portefeuille optimale ayant un ratio de risque stable par rapport aux rentabilités.

Pour notre cas, on utilisera la méthode *Random Matrix Theory* pour étudier la cross-corrélation entre les valeurs de la Bourse de Casablanca. En plus, on analysera les vecteurs propres à travers le ratio de participation inverse. Dans ce sens, on commencera d'abord par une présentation des données, puis on exposera le sous-bassement théorique de la méthode RMT avant présenter les principaux résultats empiriques dans un dernier point.

1. Présentation des données

Les données utilisées pour ce cas concernent 71 valeurs cotées à la bourse de Casablanca⁸. On a choisi de travailler sur la période allant du 1^{er} janvier 2011 au 3 janvier 2014, on obtient alors 747 prix quotidiens fermes, soit 746 rentabilités logarithmiques.

On désigne par p_t le prix ferme de chaque valeur à la date t . La méthode qui sera appliquée pour calculer les rentabilités logarithmiques est définie par :

$$r_t = \ln \left(\frac{p_{t+1}}{p_t} \right) \quad (1)$$

Ensuite, on calcule les moyennes des rentabilités et les écart-types de chaque titre avant de procéder au processus de sélection.

2. Soubassement théorique de la méthode RMT

En vue de quantifier la corrélation, on calcule d'abord la rentabilité des titres $i = 1, \dots, N$ sur une échelle de temps Δt ,

⁸ <http://www.casablanca-bourse.com/>

$$G_i(t) \equiv \ln S_i(t + \Delta t) - \ln S_i(t),$$

Où $S_i(t)$ désigne le prix du titre i . Du moment où les titres ont des niveaux de volatilité (l'écart-type), on définit les rentabilités normalisées comme suit,

$$(2) g_i(t) \equiv \frac{G_i(t) - \langle G_i \rangle}{\sigma_i},$$

Où $\sigma_i \equiv \sqrt{\langle G_i^2 \rangle - \langle G_i \rangle^2}$ est l'écart-type de G_i , et $\langle \dots \rangle$ désigne la moyenne historique de la période étudiée. On calcule ensuite la matrice de cross-corrélation à temps égal $\mathbf{C}$ avec comme éléments

$$(3) C_{ij} \equiv \langle g_i(t) g_j(t) \rangle.$$

Par construction, les éléments C_{ij} sont restreintes au domaine $-1 \leq C_{ij} \leq 1$, où $C_{ij} = 1$ correspond à une relation parfaite, $C_{ij} = -1$ correspond à une parfaite anti-corrélation, et $C_{ij} = 0$ correspond à une absence de la corrélation entre les paires de valeurs.

Toutefois, les difficultés résident dans l'analyse de la signification des coefficients empiriques de la cross-corrélation C_{ij} suite à plusieurs raisons, notamment :

- (i) Les conditions du marché changent avec le temps, ainsi, les cross-corrélations existant entre n'importe quelle paire de valeurs, peut ne pas être stationnaire.
- (ii) La longueur finie des séries disponibles pour estimer la cross-corrélation des mesures de bruit.

Si nous avons N rentabilités de même longueur égale à L , la matrice empirique de cross-corrélation $\mathbf{C}$ peut-être calculé par C_{ij} . Dans notre cas, $N = 71$ et $L = 745$. En diagonalisant la matrice $\mathbf{C}$, on aura :

$$(4) \mathbf{C} \mathbf{u}_k = \lambda_k \mathbf{u}_k$$

Dans la notation matricielle, la matrice de corrélation peut être exprimée comme

$$(5) \mathbf{C} = \frac{1}{L} \mathbf{G} \mathbf{G}^T$$

Où $\mathbf{G}$ est une matrice $N \times L$ avec les éléments $\{g_{im} \equiv g_i(m\Delta t); i = 1, \dots, N; m = 0, \dots, L-1\}$, et $\mathbf{G}^T$ désigne la transposée de $\mathbf{G}$. Par conséquent, la matrice de corrélation sera:

$$(6) \mathbf{R} = \frac{1}{L} \mathbf{A} \mathbf{A}^T,$$

Où $\mathbf{A}$ est une matrice $N \times L$ contenant N séries de L éléments aléatoires a_{im} avec une moyenne nulle et une variance unitaire et qui sont mutuellement non corrélées.

Par ailleurs, les propriétés statistiques des matrices aléatoires telles que $\mathbf{R}$ sont connues (Dyson F. , 1971) (Sengupta & Mitra, 1999). Plus précisément, dans la limite $N \rightarrow \infty, L \rightarrow \infty$, tel que $Q \equiv L/N (> 1)$ est fixé, la distribution $P_{rm}(\lambda)$ des valeurs propres λ (distribution de Marčenko-Pastur) de la matrice de corrélation $\mathbf{R}$ est donnée par :

$$(7) P_{rm}(\lambda) = \frac{Q}{2\pi\sigma^2} \frac{\sqrt{(\lambda_+ - \lambda)(\lambda - \lambda_-)}}{\lambda},$$

Pour λ comprise dans les limites $\lambda_- \leq \lambda_i \leq \lambda_+$, où λ_- et λ_+ sont respectivement le minimum et le maximum des valeurs propres de $\mathbf{R}$, données par :

$$(8) \lambda_{\pm} = \sigma^2 \left(1 + \frac{1}{Q} \pm 2\sqrt{\frac{1}{Q}} \right)$$

Avec $\lambda \in [\lambda_-, \lambda_+]$ où σ^2 est égale à la moyenne des valeurs propres de la matrice de corrélation (Bouchaud & Potters, 2003).

- La distribution des composants des vecteurs propres

La distribution des composants $\{u_k(l) | l = 1, 2, \dots, N\}$ d'un vecteur propre $\mathbf{u}_k$ d'une matrice de corrélation aléatoire $\mathbf{R}$ doit obéir à la distribution normale standard de moyenne nulle et de variance unitaire (Plerou, Gopikrishnan, Rosenow, Amaral, Guhr, & Stanley, Random matrix approach to cross correlations in financial data, 2002),

$$(9) P_R(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right)$$

- Le ratio de participation inverse (IPR)

En vue de quantifier le nombre des composants participant de manière significative dans chaque vecteur propre, on utilise le ratio de participation inverse (Guhr, Müller-Groeling, & Weidenmüller, 1998) (Plerou, Gopikrishnan, Rosenow, Amaral, & Stanley, Universal and

Nonuniversal Properties of Cross Correlations in Financial Time Series, 1999) (Plerou, Gopikrishnan, Rosenow, Amaral, Guhr, & Stanley, Random matrix approach to cross correlations in financial data, 2002). Ce ratio reflète également le degré de déviation des résultats du RMT pour la distribution des vecteurs propres. Il permet de distinguer entre un vecteur propre à composants presque égaux et un autre avec un petit nombre et de larges composants.

L'IPR du vecteur propre $\mathbf{u}^k$ est défini comme

$$(10) I^k \equiv \sum_{l=1}^N [u_l^k]^4,$$

Où $u_l^k, l = 1, \dots, 1000$ sont des composants des vecteurs propres $\mathbf{u}^k$. L'explication physique de I^k peut être illustrée par deux cas de figure:

- (i) un vecteur ayant des composants identiques $u_l^k \equiv 1/\sqrt{N}$ a $I^k = 1/N$, tandis que
- (ii) un vecteur avec un seul composant $u_1^k = 1$ et le zéro restant a $I^k = 1$.

Ainsi, l'IPR quantifie le nombre réciproque des composants du vecteur propre qui contribuent significativement à lui (Guhr, Müller-Groeling, & Weidenmüller, 1998).

Si les déviations dans l'intervalle du spectre des valeurs propres sont considérablement larges que la moyenne de l'IPR $\langle I \rangle$, cela signifie que les vecteurs sont localisés (la théorie de localisation).

3. Résultats empiriques

3.1. Distribution des valeurs propres

En commençant par analyser la distribution empirique des valeurs propres par rapport à la distribution théorique de Marčenko-Pastur des valeurs propres (Figure 46), on remarque qu'il y a une déviation par rapport à l'intervalle des valeurs des propres $[\lambda_-, \lambda_+]$ prévues par le *Random Matrix Theory*. Cela veut dire que les valeurs déviantes de l'intervalle peuvent contenir des informations pertinentes sur le marché et ne correspondent pas à des simples bruits.

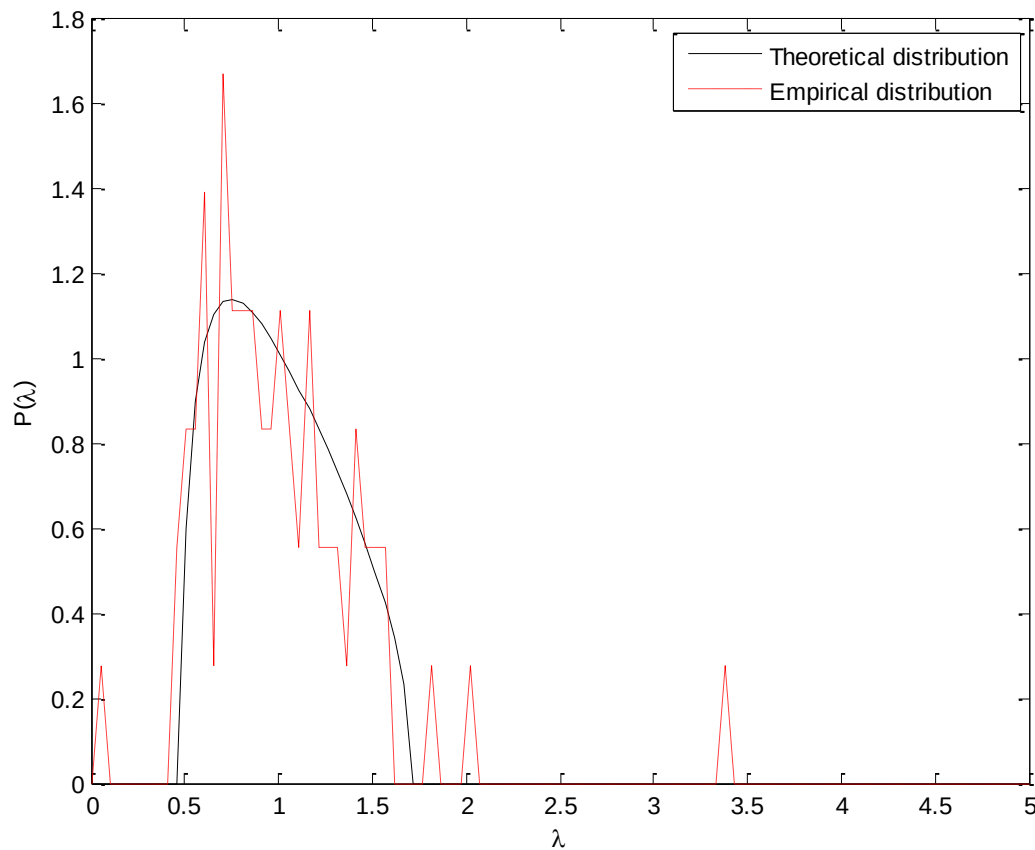


Figure 46: Distributions théorique (de Marčenko-Pastur) et empirique des valeurs propres

Ainsi, les valeurs théoriques de l'intervalle des valeurs propres (maximum et minimum) sont $\lambda_{max} = 1,7127$ et $\lambda_{min} = 0.4779$. Il s'agit de 71 (N) valeurs de titres pour 745 (L) rentabilités quotidiennes chacune. Donc, la valeur de Q est $\frac{L}{N} = 10,493$.

A cet effet, il a été constaté une déviation de 5 valeurs propres, soit 7,04% du total des valeurs propres. Dans ce sens, (Laloux, Cizeau, Potters, & Bouchaud, 2000) ont trouvé que moins de 6% des valeurs propres peuvent contenir des informations pertinentes. Dans notre cas, il s'agit presque de la même chose et par conséquent le reste, qui est de 93% des valeurs propres, est compatible avec la distribution du *Random Matrix Theory*. D'autant plus, la valeur empirique maximale des valeurs propres ($\lambda_1 = 3,3640$) dépasse de loin celle qui était prévue par le *Random Matrix Theory* $\lambda_{max} = 1,7127$.

En conséquence, il est nécessaire d'exploiter ces informations pertinentes pour exploiter les relations de corrélation ayant une grande utilité à la gestion de portefeuille.

Tableau 9 : Valeurs propres déviantes de l'intervalle des prédictions du *Random Matrix Theory*

Valeurs propres selon leur classement	Valeurs pour 745 rentabilités quotidiennes
1	3,3640
2	2,0312
3	1,8041
4	0,0255
16	0,4459

3.2. Nettoyement de la matrice de corrélation

Afin de vérifier l'effet des éléments considérés comme bruits selon la théorie du Random Matrix Theory, on va nettoyer la matrice de corrélation de ces éléments. A ce titre, on divisera la série en deux sous-périodes égales pour les 71 titres. La première sous-période illustre le « risque prévu » alors que la deuxième présente le « risque réalisé ».

Il s'agit dans un premier lieu de séparer les valeurs propres considérées comme des bruits et les valeurs contenant de l'information pertinente. Ces dernières sont situées en dehors de l'intervalle des prévisions du RMT. Ensuite, on doit garder les valeurs propres qui dévient de l'intervalle $[\lambda_-, \lambda_+]$ et remplacer chaque valeur propre associée aux éléments situés dans l'intervalle par leur moyenne tout en gardant la même trace de la matrice. On aura une matrice identité pour ces éléments. A partir de là, on pourrait construire la nouvelle matrice de corrélation nettoyée des bruits (Laloux, Cizeau, Potters, & Bouchaud, 2000).

Dans la figure 47, on remarque que le gap existant entre le risque prévu et le risque réalisé est plus réduit pour le cas de la matrice de corrélation nettoyée.

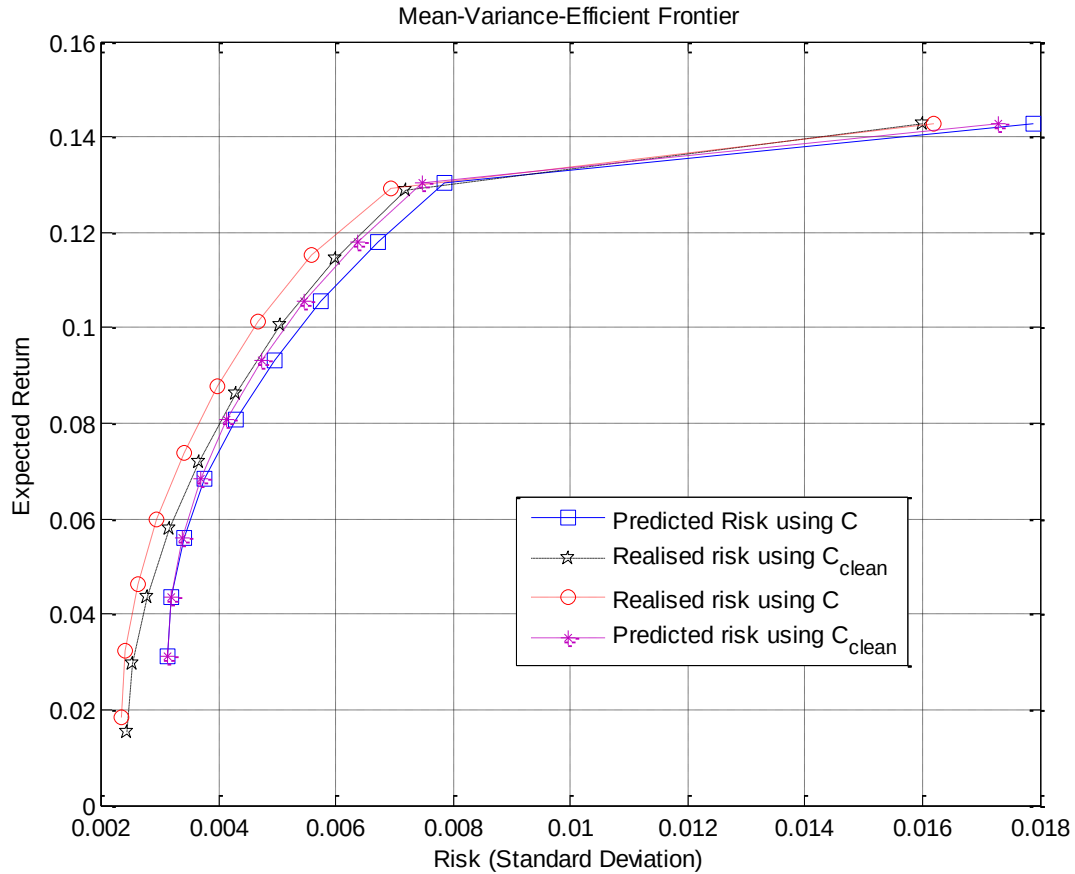


Figure 47: Les risques réalisés et prévus en utilisant les matrices de corrélation normales et nettoyées

On constate alors que le nettoyage de la matrice de corrélation des bruits a permis d'améliorer la qualité de la prévision en réduisant l'écart entre la frontière d'efficacité prévue et celle réalisée de manière significative.

3.3. Distribution des composants des vecteurs propres

Pour analyser la distribution des vecteurs propres, on compare entre la distribution des composants de deux vecteurs propres, l'un correspond à une valeur propre située dans l'intervalle des prédictions du *Random Matrix Theory* $[\lambda_-, \lambda_+]$, alors que l'autre correspond à la plus grande valeur propre empirique située en dehors dudit intervalle.

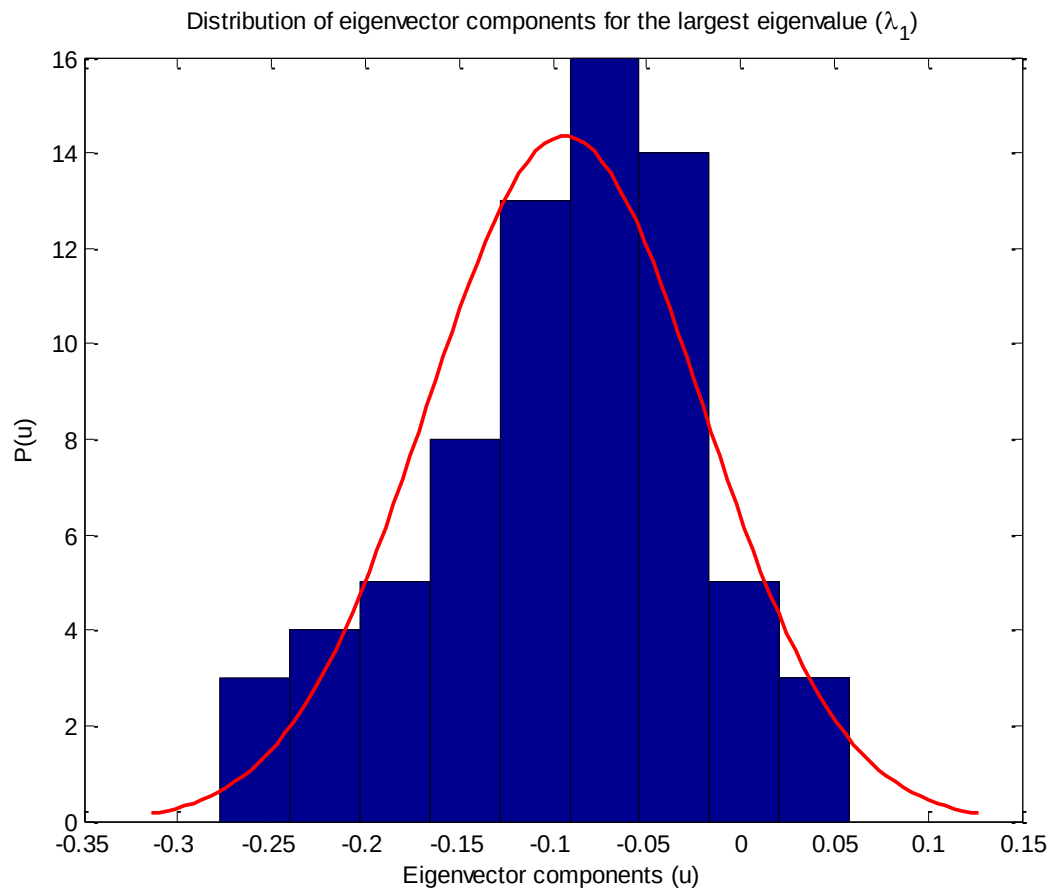


Figure 48: Distribution des composants du vecteur propre correspondant à la valeur propre la plus grande

Dans la figure 48, la distribution normale centrée et réduite de la valeur propre empirique la plus importante présente une moyenne qui n'est pas nulle. Ainsi, la distribution est asymétrique à gauche.

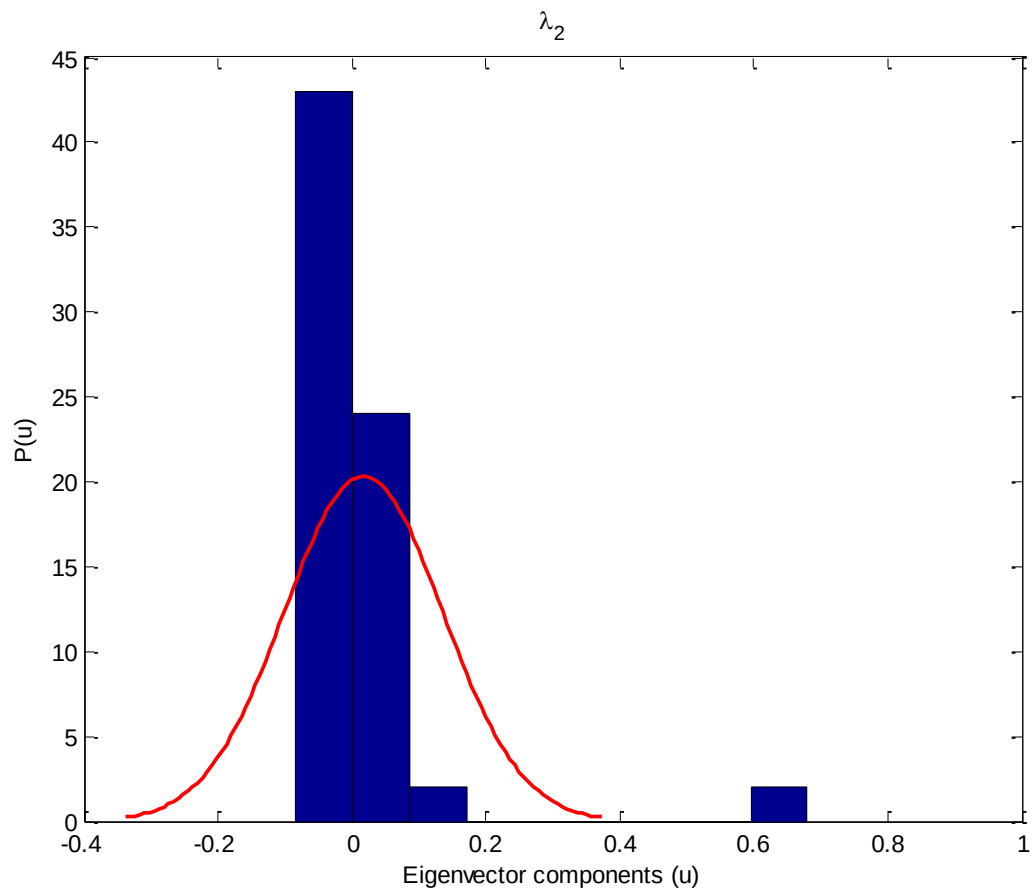


Figure 49: Distribution des composants d'un vecteur propre correspondant à une valeur propre située en dehors de l'intervalle des prévisions du RMT

La figure 49 montre la distribution des composants d'un vecteur propre correspondant à la valeur propre λ_2 qui dévie de l'intervalle des prédictions du RMT. On remarque que la distribution est concentrée au milieu avec des données qui sont loin de l'ajustement de la loi normale standard.

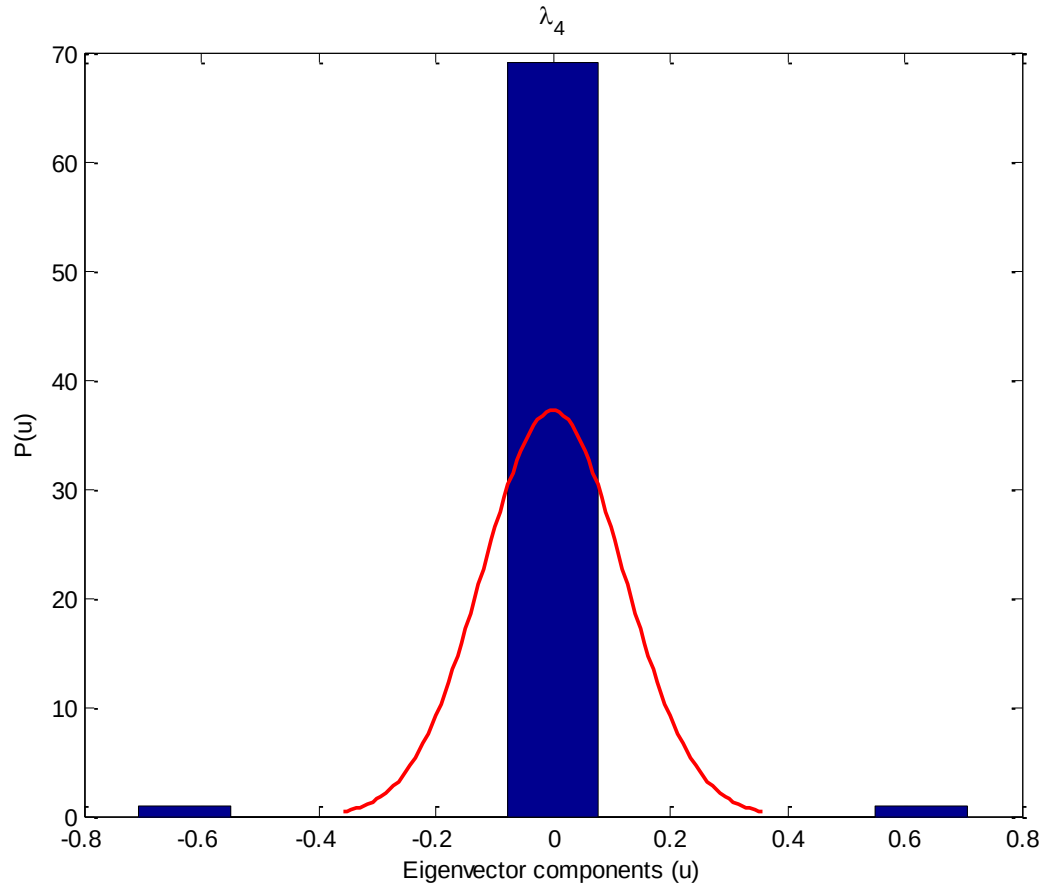


Figure 50: Distribution des composants d'un vecteur propre correspondant à une valeur propre située en dehors de l'intervalle des prévisions du RMT

Pour le cas de la distribution des composants du vecteur propre correspondant à la valeur propre λ_4 , présentée dans la figure 50, on remarque qu'il s'agit d'une distribution fortement concentrée au milieu (*clustered*) avec quelques déviations par rapport à l'ajustement de la loi normale standard. D'autant plus, les valeurs de $P(u)$ sont très élevées.

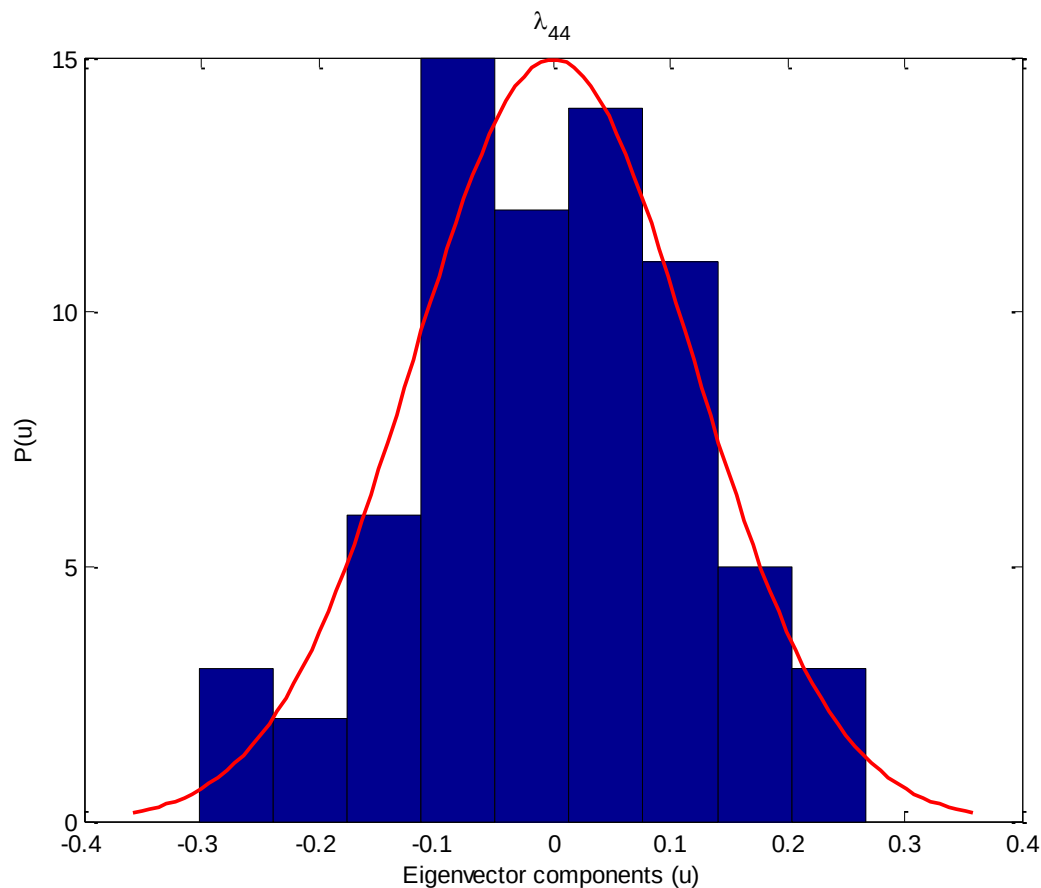


Figure 51: Distribution des composants d'un vecteur propre correspondant à une valeur propre située dans l'intervalle des prévisions du RMT

La distribution des composants d'un vecteur propre correspondant à une valeur propre située dans l'intervalle des RMT (λ_{44}) semble être en adéquation avec l'ajustement de la loi normale centrée et réduite. Dans ce sens, la moyenne est présentée comme nulle avec un écart-type qui paraît stagnant.

Comparativement avec les autres résultats correspondant aux valeurs propres déviantes de l'intervalle du RMT, les valeurs du $P(u)$ ne sont pas si élevées, en outre, l'ajustement de la loi normale est plus concordant pour les composants du vecteur propre de λ_{44} que pour ceux de λ_1 , λ_2 et λ_4 .

D'autant plus, la variance des composants du vecteur propre de λ_1 est plus large que celle de λ_{44} . Cela est expliqué par le fait que λ_1 présente l'ensemble du marché selon les conclusions de plusieurs auteurs.

3.4. Le ratio de participation inverse

L'utilisation du ratio de participation inverse permet d'examiner les éléments participants de manière significative dans chaque vecteur propre. Il permet également de présenter le degré de déviation des valeurs.

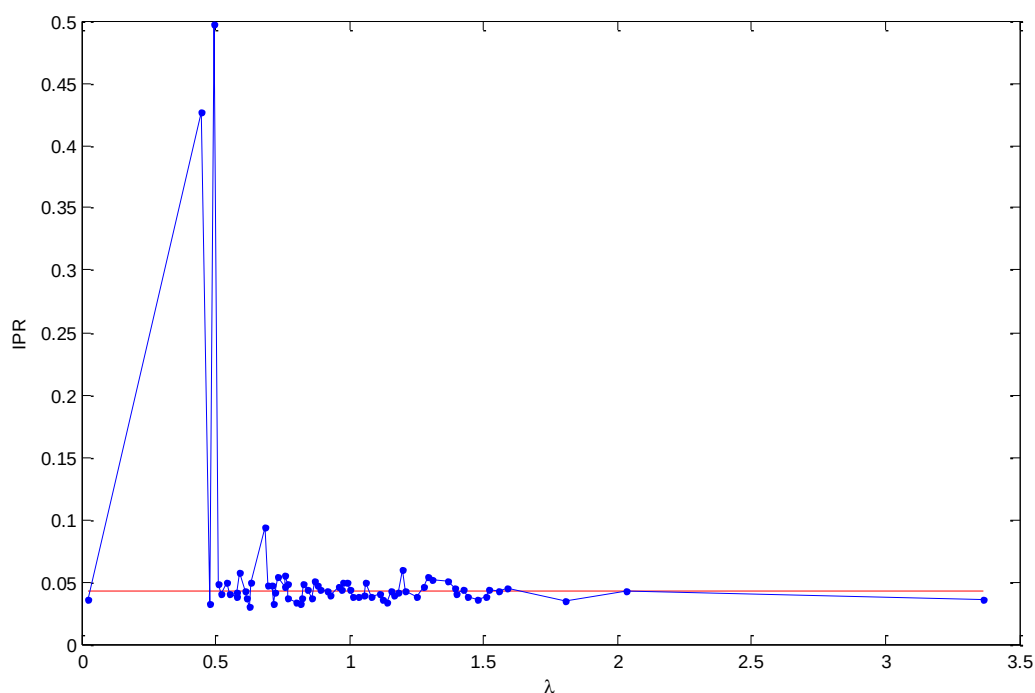


Figure 52: Le ratio de participation inverse vs. les valeurs propres

En analysant la figure 52, on remarque une déviation significative de l'IPR (*Inverse Participation Ratio*) pour quelques premières valeurs propres. Ainsi, la déviation de la valeur la plus large par rapport à la plus petite valeur dépasse les 10 fois, ce qui montre que les vecteurs propres sont localisés. La droite en rouge présente le niveau du bruit qui est égale à la moyenne de l'IPR. Dans ce cas, on a mis la moyenne de l'IPR $\langle I \rangle \approx 3/N$.

Lorsque les valeurs de l'IPR I^k sont considérablement élevées par rapport à la moyenne de l'IPR $\langle I \rangle$, cela implique que seulement quelques sociétés qui contribuent dans les vecteurs propres.

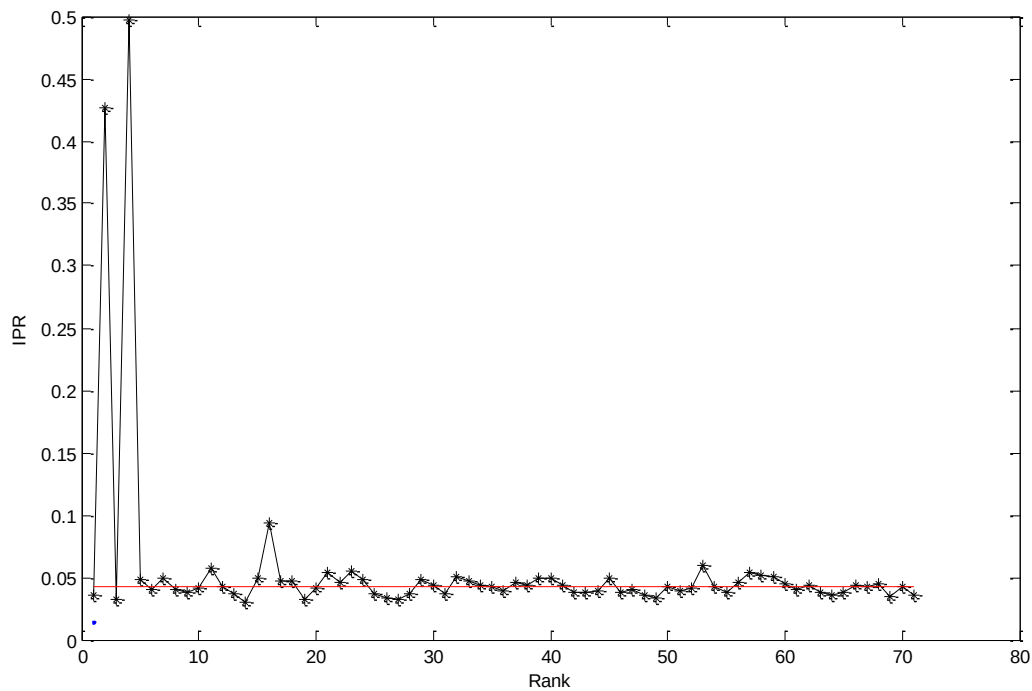


Figure 53: le ratio de participation inverse vs. le rang

On constate que les valeurs de l'IPR restent dans le niveau du bruit à l'exception des déviations importantes remarquées pour les premières observations.

Conclusion

En définitive, il est à constater que le RMT permet d'analyser en détail la structure de corrélation au sein d'un portefeuille de titres. A cet effet, la distribution de Marčenko-Pastur a présenté l'intervalle théorique des prévisions du RMT. Ainsi, la distribution empirique a permis de relever les déviations qui pourraient contenir des informations pertinentes. Ces dernières présentent près de 7% des valeurs propres étudiées.

En outre, le nettoyage de la matrice de corrélation a permis de réduire significativement l'écart entre les prévisions et les réalisations. Par ailleurs, l'analyse de la distribution des composants des vecteurs propres permet de montrer les différences entre ceux relatifs aux valeurs propres situées dans l'intervalle des prévisions du RMT et celles situées en dehors.

Enfin, le ratio de participation inverse offre plus de précision sur le degré de déviation des éléments des vecteurs propres afin de construire des conclusions plus pertinentes sur la structure de corrélation d'un portefeuille.

Section 2 : Biologie et optimisation de portefeuille

L'optimisation de portefeuille a une grande importance des gestionnaires de portefeuille et des décideurs financiers. Ainsi, il est évident que l'optimisation joue un rôle dans le processus de prise de décision. En outre, les praticiens doivent choisir la meilleure option des différentes options possibles.

L'optimisation est le fait d'ajuster les inputs par un processus mathématique ou une expérience pour trouver le minimum ou le maximum d'un output (Reeves & Rowe, 2003). En finance, la plupart des chercheurs s'intéressent à la minimisation du risque et à la maximisation du rendement. A cet effet, Markowitz suppose qu'il existe un portefeuille qui donne à la fois le maximum de la rentabilité espérée et le minimum de la variance, comme étant le portefeuille recommandé aux investisseurs (Markowitz H. , Portfolio Selection, 1952). Pour avoir une petite variance, il suffit d'investir dans plusieurs titres en évitant ceux dont la covariance est élevée entre eux. La diversification devrait se faire entre les industries surtout celles qui ont des caractéristiques économiques différentes puisqu'elles ont des covariances faibles (Markowitz H. , Portfolio Selection, 1952). D'autant plus, Roy a également proposé de faire des choix sur la base de la moyenne et de la variance du portefeuille dans son ensemble. Plus exactement, il a proposé de choisir le portefeuille qui maximise $(E - d)/\sigma$, où d est une rentabilité désastreuse fixée (pour l'analyse) et σ est l'écart-type des rentabilités. La différence majeure entre l'analyse de Roy et celle de Markowitz est que ce dernier exige des investissements non négatifs alors que Roy tolère l'investissement en portefeuille avec des sommes positives ou négatives. En outre, Markowitz laisse à l'investisseur de choisir un portefeuille entre les différents portefeuille existants sur la frontière d'efficience tandis que Roy ne recommande qu'un certain portefeuille bien spécifique (Markowitz H. , The early history of portfolio theory: 1600-1960, 1999).

Par ailleurs, l'étude de la gestion de portefeuille s'est ouverte sur d'autres disciplines à savoir la biologie qui considère les éléments de la gestion de portefeuille comme étant des éléments qui agissent dans un système de particules.

Dans ce sens, un système de particules est un ensemble de plusieurs particules minuscules qui représentent ensemble un objet flou. Avec le temps, les particules sont produites dans le système. Ils se déplacent et changent de l'intérieur du système, et meurent dans le système (Reeves W. T., 1983). Reeves a utilisé les systèmes de particules pour modéliser les objets flous tels que les nuages, la fumée, l'eau et le feu. Les systèmes de

particules peuvent également modéliser des objets qui explosent, s'écoulent, font des éclaboussures, s'enflent et flottent.

L'essaim est un ensemble de simples organismes qui interagissent localement avec un comportement adaptatif global. Selon (Millonas, 1993), l'intelligence d'essaim dispose d'un ensemble de principes évolutionnaires comme :

4. Le principe de proximité: Le groupe doit être en mesure de faire des computations élémentaires dans le temps et dans l'espace ;

5. Le principe de qualité: le groupe doit être capable à répondre à la qualité des facteurs telle que la qualité des denrées alimentaires ou de la sécurité des lieux.

6. Le principe de la diversité de la réponse : le groupe doit chercher à distribuer ses ressources selon plusieurs modes face aux changements brusques dus aux fluctuations de son environnement ;

7. Le principe de stabilité : le groupe ne doit pas changer son comportement d'un mode à l'autre après chaque fluctuation dans l'environnement, puisque de tels changements nécessitent de l'énergie et peuvent ne pas produire une rentabilité d'investissement digne d'intérêt ;

8. Le principe d'adaptabilité : le groupe doit être en mesure de changer lorsque la rémunération du mode de comportement mérite un investissement en énergie. De ce fait, la meilleure réponse est d'équilibrer entre l'ordre complet et le chaos total, parce qu'assez de bruit détruira tout esprit de comportement coopératif.

En se basant sur les systèmes de particules et l'intelligence des essaims, Kennedy and Eberhart, qui sont un socio-psychologue et un ingénieur électrique, ont proposé l'optimisation par les essaims particulaires (Kennedy & Eberhart, 1995), son origine provient de la vie artificielle de certaines espèces vivantes comme le flockage des oiseaux, les poissons en bancs, etc., elle est également liée à la computation évolutionnaire. Toutefois, sa différence avec la méthode évolutionnaire est que les éléments de la population, appelés des particules, volent à travers l'hyper-espace (Kennady & Eberhart, 2001).

Plusieurs applications en finance ont été faites en utilisant la méthode PSO (*Particle Swarm Optimization*). A cet effet, plusieurs auteurs ont résout des problèmes d'optimisation de portefeuille en utilisant plusieurs versions de la méthode PSO. (Golmakani & Fazel, 2011) ont inclut dans leur problème d'optimisation des contraintes comme les limites des participations, la cardinalité, le minimum de transactions et le secteur d'activité pour les

résoudre avec la méthode PSO dont les résultats étaient meilleurs que ceux obtenus par un algorithme génétique. (Deng, Lin, & Lo, 2012) ont utilisé le modèle de Markowitz à contrainte avec une réflexion stratégique appliquée à l'algorithme PSO dans ses étapes de recherche initiales pour éviter la stagnation et explorer ainsi des larges zones de recherche. (Zhu, Wang, Wang, & Chan, 2011) ont employé PSO pour optimiser la fonction objective et les contraintes basées sur les théories de Markowitz et de Sharp. (Cura, 2009) a utilisé PSO pour résoudre le modèle cardinal de moyenne-variance à contraintes dont les résultats ont été comparés avec les approches de l'algorithme génétique, *Simulated Annealing* et *Tabu Search*. (He & Huang, 2012) ont utilisé la valeur moyenne des positions optimales passées pour chaque particule, ainsi l'opération de mutation a été faite en vue d'éviter une convergence prématurée. Ils ont résolu quatre modèles d'optimisation de portefeuille (Markowitz's, Konno's, Cai's and Teo's models). (Chen & Zhang, 2010) ont travaillé avec une version améliorée de la méthode PSO pour trouver les portefeuilles admissibles en tenant en considération les coûts de transaction et les limites d'investissement comme contraintes. (Chiam, Tan, & Mamun, 2009) ont utilisé la méthode PSO pour résoudre des modèles mémétiques qui effectuent des recherches aux niveaux local et global afin de fournir une méthode d'optimisation globale et effective. (Sun, Fang, Wu, Lai, & Xu, 2011) ont utilisé PSO à drift pour résoudre l'optimisation de portefeuille à multi-étapes en la comparant avec d'autres méthodes. (Chang & Shi, 2011) ont divisé le processus d'optimisation en deux étapes, ils utilisent dans un premier lieu l'indice ISCI afin de procéder à une première sélection, ensuite, ils utilisent la méthode PSO à intervalle glissant pour trouver l'allocation optimale des titres. (Hsu, et al., 2011) présente une stratégie de trading en fonds qui combine la méthode PSO avec des techniques mixtes de moyennes mobiles afin de trouver les paramètres des indicateurs techniques permettant d'atteindre un profit élevé et un risque réduit tenant compte des coûts de transaction. Par ailleurs, l'application de la méthode PSO a été également faite pour les systèmes solaires photovoltaïques (Khare & Rangnekar, 2013).

D'autres améliorations de la méthode PSO ont été proposées par certains auteurs comme (Beheshti, Shamsuddin, & Hasan, 2013) qui ont appliqué une médiane orientée à la méthode PSO en vue d'accélérer la vitesse de convergence et d'éviter de tomber un optimum local. En plus, (Wang, Li, Weise, Wang, Yuan, & Tian, 2011) ont développé une méthode PSO auto-adaptative et apprenante. Dans le même ordre d'idées, (Jiang, Kwong, Chen, & Ysim, 2012) ont combiné l'algorithme du chaos avec la méthode PSO.

Dans ce travail, on a proposé d'utiliser la méthode PSO initialisée par un ensemble actif d'algorithmes (PSOASA) pour optimiser le choix d'un portefeuille. Puis, on va comparer avec les résultats obtenus par la computation d'un algorithme génétique.

1. PSOASA appliquée à la gestion de portefeuille

On a choisi 30 valeurs à cotées à la bourse de Casablanca, la série prise pour chaque valeur pour calculer la rentabilité annuelle espérée et l'écart-type commence du 1er février 2010 au 26 janvier 2011 (source des données: <http://www.casablanca-bourse.com/>). Si on considère par p_t le prix des valeurs à la date t , on aura 251 prix pour chaque valeur. On calculera après leurs rentabilités logarithmiques et leurs moyennes.

La fonction objectif à minimiser est

$$\min \lambda \left[\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_{ij} \right] - (1 - \lambda) \left[\sum_{i=1}^N w_i r_i \right]$$

Tel que
$$\sum_{i=1}^N w_i = 1$$

$$0 \leq w_i \leq 1, \quad i = 1, \dots, N$$

Où λ présente le paramètre d'aversion au risque, étant donné que $\lambda \in [0,1]$. Elle représente le compromis entre le risque et la rentabilité d'un portefeuille. Dans nos exemples numériques, on a posé $\lambda = 0.5$.

w_i présente les proportions à investir dans un portefeuille, r_i la rentabilité annuelle de chaque titre et σ_{ij} étant la matrice de covariance.

En effet, la méthode d'optimisation par les essais particuliers est une méthode inspirée des systèmes de particules et de l'intelligence des essaims. Son processus d'optimisation se fait en utilisant le paramètre de vitesse pour accélérer la recherche de l'espace.

$$\vec{v}_{ij}(t+1) = \vec{v}_{ij}(t) + c_1 r_1 [\vec{Pbest}_{ij}(t) - \vec{x}_{ij}(t)] + c_2 r_2 [\vec{Gbest}_{gt}(t) - \vec{x}_{ij}(t)]$$

$$\vec{x}_{ij}(t+1) = \vec{x}_{ij}(t) + \vec{v}_{ij}(t+1)$$

Durant chaque vol, les valeurs $\overrightarrow{x_{ij}}$ sont changes pour améliorer les résultats de la fonction objectif.

$Pbest$ agit comme une mémoire autobiographique et $Gbest$ agit comme un standard idéal que les autres éléments cherchent à atteindre. Le but de cette méthode est d'optimiser des fonctions non linéaires.

L'initialisation de la méthode serait faite par *Active Set Algorithm* afin d'aider la méthode PSO à trouver facilement l'optimum global. Ainsi, la recherche dans la région des solutions faisable serait facile.

c_1 et c_2 sont des constantes positives utilisées pour contrôler le maximum de taille des pas. On pose $c_1 = c_2 = 1.4945$.

r_1 et r_2 sont des variables aléatoires variant entre 0 et 1.

Initialization

for $i = 1:N$

Randomize population (portions of portfolio)

Minimize fitness function subject to constraints

Evaluate results obtained ($fval$)

$Pbest = x$;

$fvalbest = fval$;

Minimize fitness function subject to constraints using an Active Set Algorithm (implemented in MATLAB)

We obtain then the initialized $Gbest$

end

Particle movements

Initialize velocity with zero values

for $i = 1:flights$

r_1 : Random value ranging from 0 to 1

r_2 : Random value ranging from 0 to 1

for $j = 1:N$

$$\overrightarrow{v_{ij}}(t+1) = \overrightarrow{v_{ij}}(t) + c_1 r_1 [\overrightarrow{Pbest_{ij}}(t) - \overrightarrow{x_{ij}}(t)] + c_2 r_2 [\overrightarrow{Gbest_{gi}}(t) - \overrightarrow{x_{ij}}(t)]$$

$$\overrightarrow{x_{ij}}(t+1) = \overrightarrow{x_{ij}}(t) + \overrightarrow{v_{ij}}(t+1)$$

Minimize fitness function

if ($fval < fvalbest$);

$\overrightarrow{Pbest_{ij}} = \overrightarrow{x_{ij}}$;

$fvalbest = fval$;

end

end

for $j=1:N$

Minimize fitness function according to the $Pbest$ values

if ($gfval < fvalbest$);

$\overrightarrow{Gbest_{gi}} = \overrightarrow{Pbest_j}$;

end
end
end

2. Résultats empiriques

2.1. Optimisation par la méthode du PSO

En appliquant la procédure du *Particle Swarm Optimization* décrite dans le point précédent sans initialisation, on a calculé le portefeuille optimal selon cette méthode.

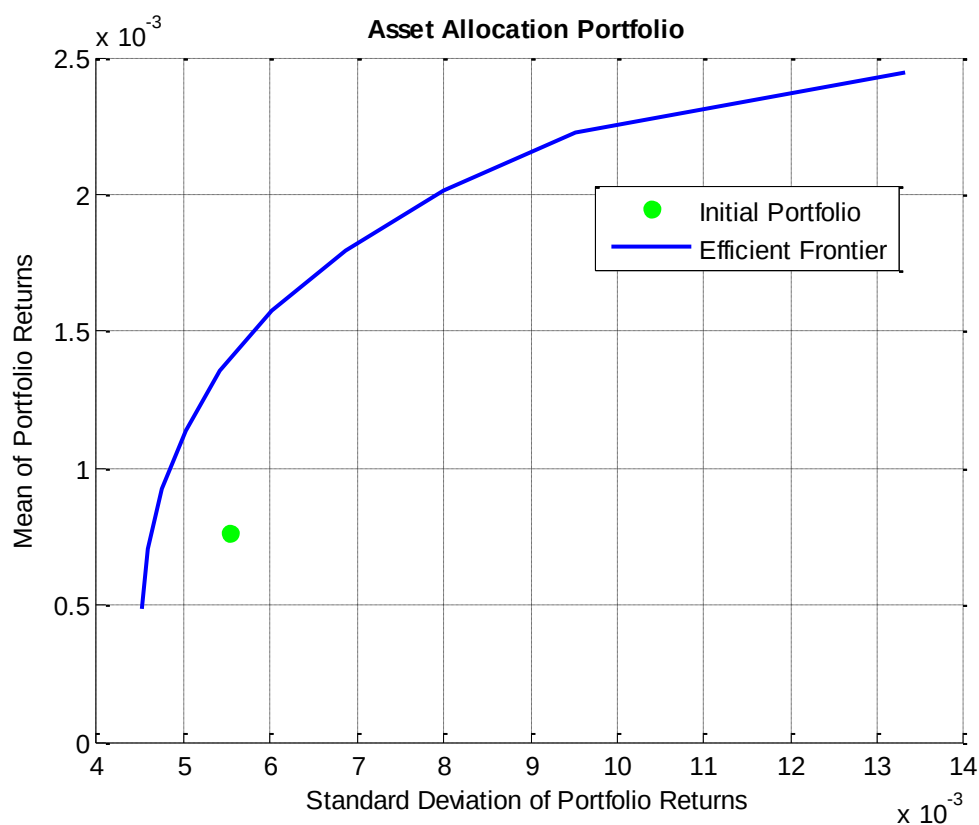


Figure 54: Frontière d'efficacité et portefeuille optimal obtenu par la méthode PSO (le point vert)

La figure 54 présente la frontière d'efficacité du portefeuille ainsi que le portefeuille optimal trouvé par la méthode PSO représenté par le point vert. On remarque que ce portefeuille ne figure pas sur la frontière d'efficacité.

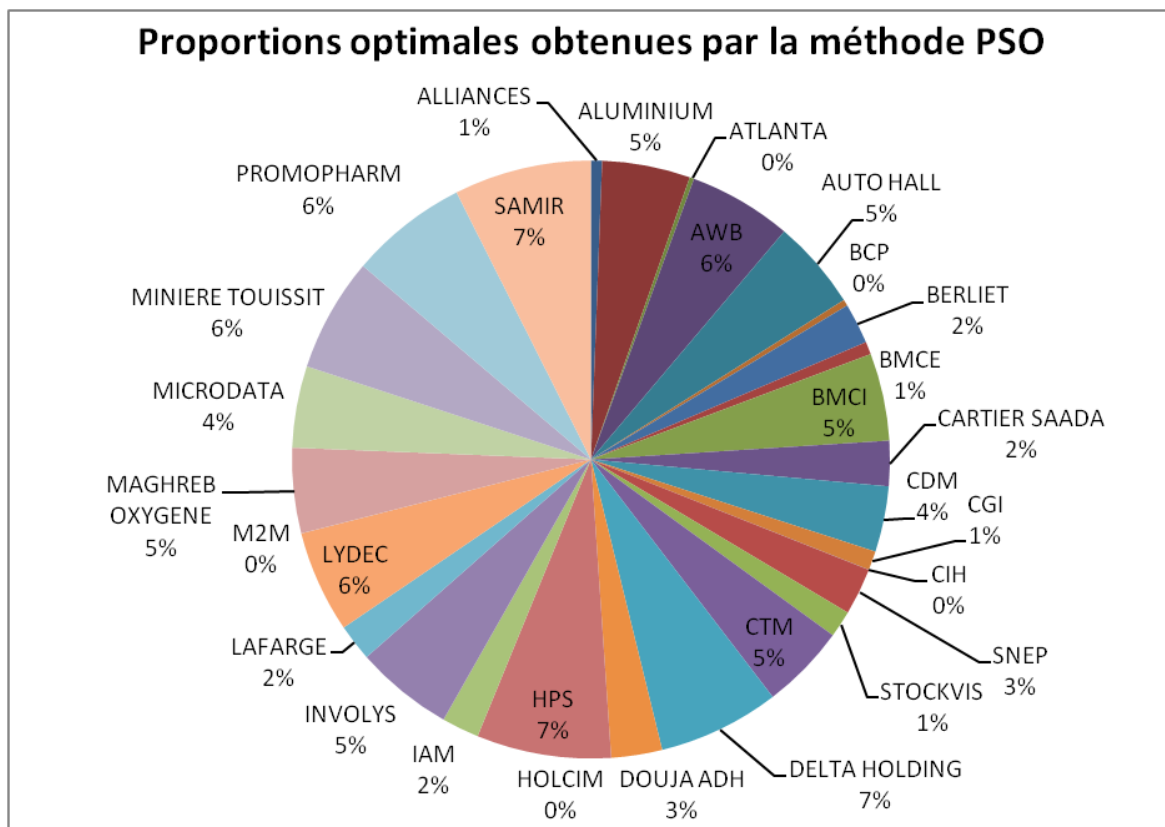


Figure 55: Proportions optimales à investir selon la méthode PSO

Pour avoir une idée plus détaillée sur le portefeuille optimal trouvé par la méthode PSO, on présente dans la figure 55 les proportions optimales trouvées à investir. Ces proportions permettent d'avoir une rentabilité de portefeuille égale à **0,08%**. D'autant plus, la composition du portefeuille comporte un nombre important de valeurs.

2.2. Optimisation de portefeuille par un algorithme génétique

Par ailleurs, les algorithmes génétiques sont des méthodes heuristiques qui sont utilisées pour résoudre plusieurs problèmes d'optimisation. Ces algorithmes ont été largement utilisés en finance pour prévoir le risque de faillite chez les entreprises (Ahn & Kim, 2009) (Shin & Lee, 2002) (Wu, Tzeng, Yeong-Jia, & Fang, 2007), pour améliorer les systèmes d'analyse technique (Núñez-Letamendia, 2007) (Papadamou & Stephanides, 2007), pour estimer le risque d'insolvabilité (Varetto, 1998), pour analyser et faire des prévisions sur les séries financières (Leigh, Purvis, & Ragusa, 2002) (Kim & Shin, 2007) et pour optimiser la gestion de portefeuille (Tun-Jen Chang & Chang, 2009) (Lin & Liu, 2008) (Soleimani, Golmakani, & Salimi, 2009).

Dans ce sens, pour procéder avec cette méthode, il faut commencer par encoder les gènes en codes. Dans notre cas, on a utilisé la codification binaire (Holland, 1975) puisque ce type de codification semble être plus manipulable (Holland, 1975). A cet effet, il faut assurer la transition de l'espace phénotypique à l'espace génotypique.

L'utilisation des opérateurs génétiques est primordiale à travers le croisement, la mutation et la sélection (Goldberg D. E., 1989) pour trouver les meilleures solutions. En effet, pour avoir une meilleure computation, il faut définir les taux de croisement et de mutation (p_c et p_m). En général, le taux de croisement utilisé est entre 0,5 et 1 et le taux de mutation varie entre 0,001 et 0,05 (Srinivas & Patnaik, 1994) (Schraudolph & Belew, 1992) (Goldberg & Rudnick, 1991). L'utilisation des taux de probabilité importants pour le croisement se fait en vue d'explorer de nouvelles zones dans l'espace de recherche alors que la mutation s'intéresse à exploiter l'information dans le même chromosome, elle est également importante pour éviter des ruptures dans les solutions (Srinivas & Patnaik, 1994) (Schraudolph & Belew, 1992). Les solutions candidats obtenus après croisement et mutation seront testées par la fonction objectif. En conséquence, le candidat qui optimise le plus la fonction objectif sera considéré comme la solution idéale à retenir.

Généralement, les principales étapes d'un algorithme génétique sont les suivantes (Goldberg D. E., 1989) (Holland, 1975) (Michalewicz, 1992) (Bäck, 1993) :

1. Génération de la population initiale;
2. Sélection pour déterminer les candidats autorisés à participer dans les opérations génétiques ;
3. Création des descendants sur la base du croisement des paires des parents dans la population;
4. Mutation aléatoire des gènes de chacun des parents ;
5. Arrêt de l'algorithme lorsque la fonction objectif est optimisée, à cet effet, les étapes de 1 à 4 seront répétées jusqu'à ce que les contraintes soient satisfaites.

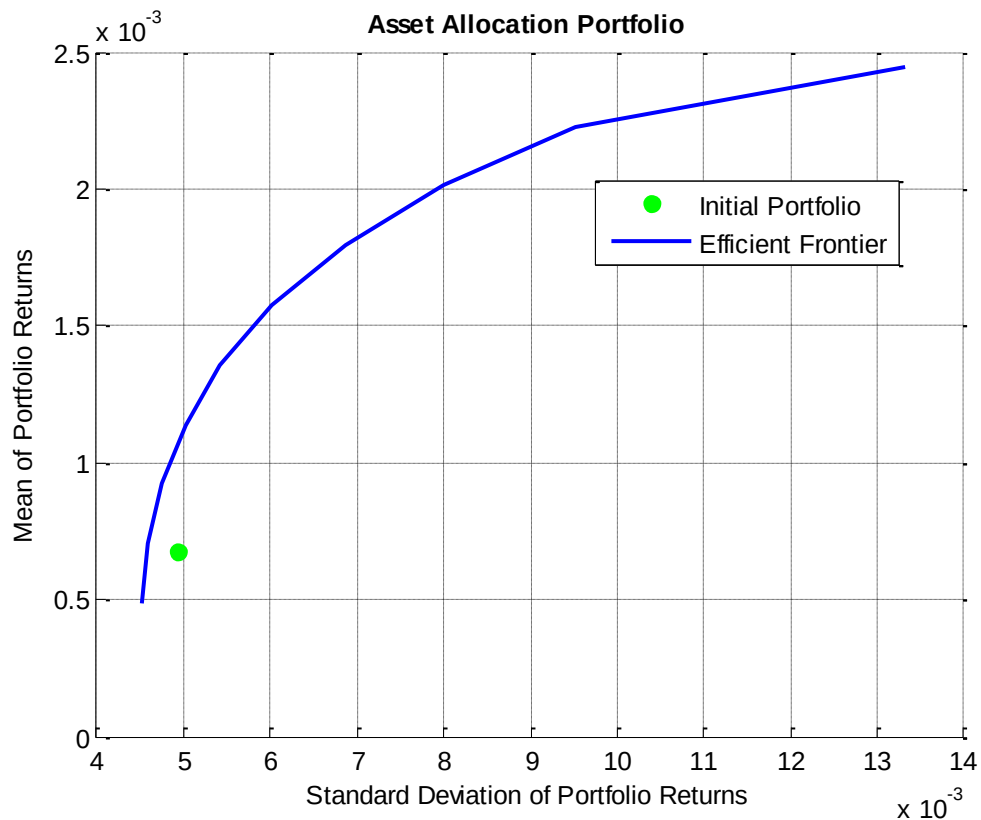


Figure 56: Frontière d'efficience et portefeuille optimal obtenu par la méthode de l'algorithme génétique (le point vert)

Le portefeuille optimal obtenu par la méthode de l'algorithme génétique n'est pas situé sur la frontière d'efficience. Il est représenté par le point vert sur la figure 56.

Dans la figure 57, on présente les proportions optimales qui ont été trouvées après avoir appliqué la méthode de l'algorithme génétique.

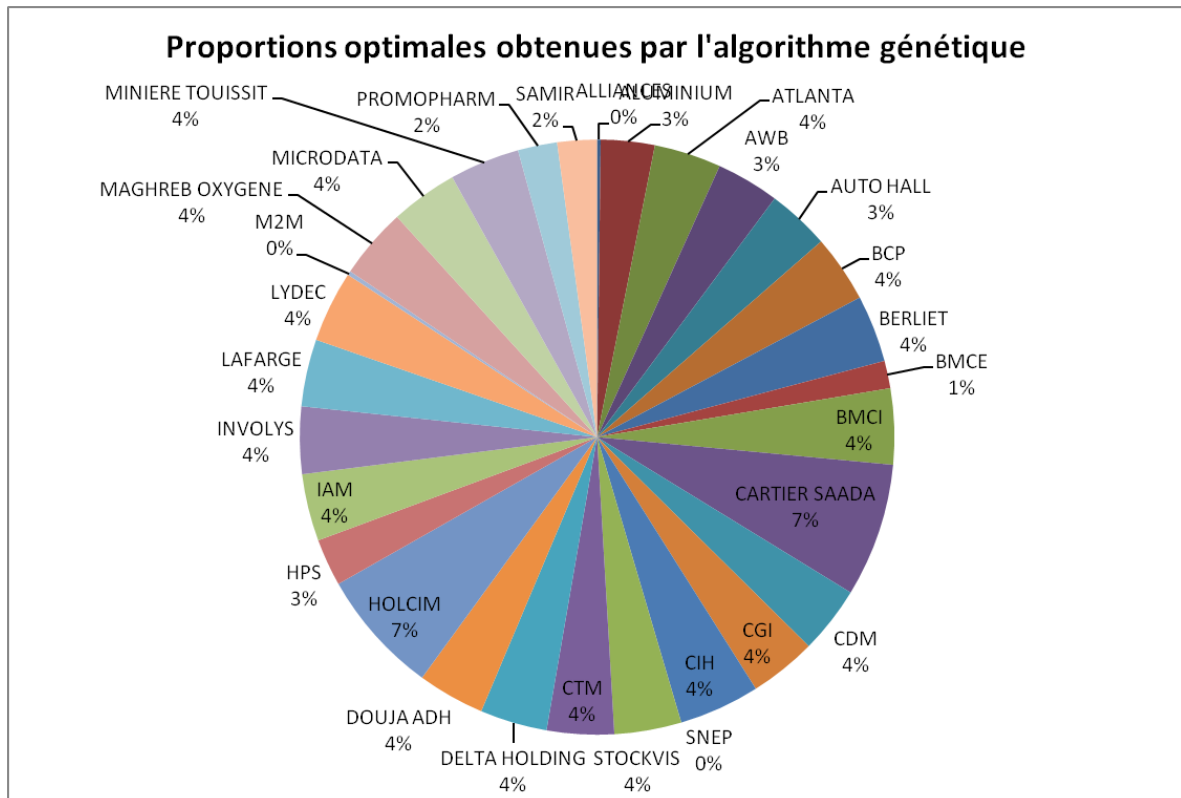


Figure 57: Proportions optimales à investir selon la méthode de l'algorithme génétique

En se basant sur les proportions optimales calculées, la rentabilité du portefeuille est égale à **0.07%**. Elle est presque égale à celle trouvée par la méthode PSO. En outre, la composition du portefeuille est dispersée entre plusieurs valeurs.

2.3. Optimisation par la méthode PSO hybridée

Dans ce travail, on a proposé d'hybrider la méthode PSO en initialisant ses valeurs par une autre méthode de l'*Active Set Algorithm*. Cette dernière permet de fournir des proportions initiales optimisées en vue d'aider l'algorithme PSO à trouver la solution optimale globale.

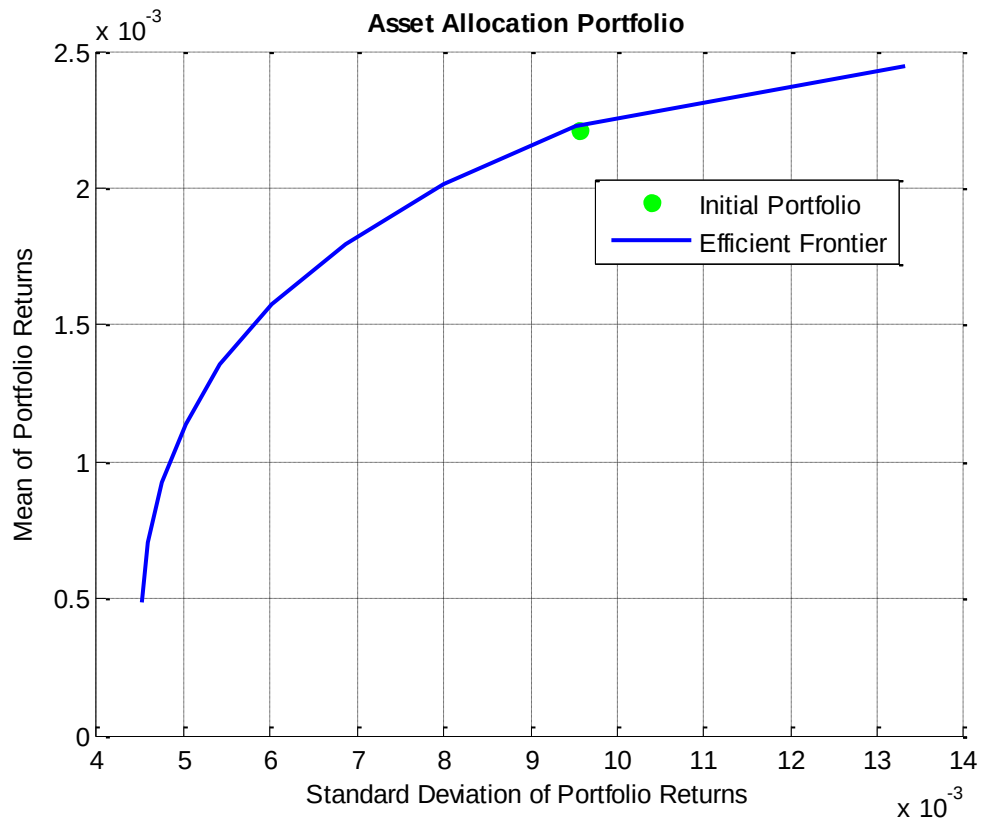


Figure 58:Frontière d'efficience et portefeuille optimal obtenu par la méthode PSO hybridée (le point vert)

On observe, dans la figure 58, que le portefeuille optimal est situé sur la frontière d'efficience avec une rentabilité supérieure à celle des autres algorithmes.

Les proportions optimales à investir sont présentées dans la figure 59. Ces proportions permettent d'avoir une rentabilité de portefeuille égale à **0,22%**.

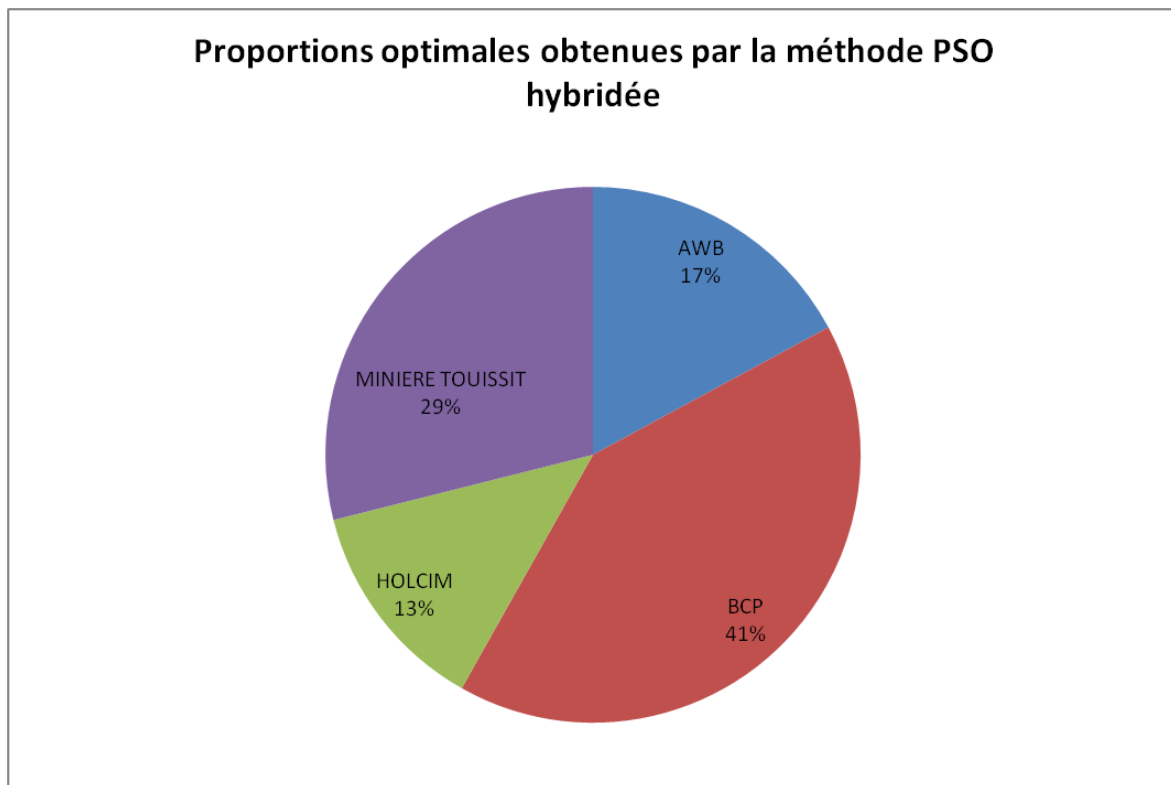


Figure 59: Proportions optimales à investir selon la méthode PSO hybridée

Seulement quatre valeurs qui composent le portefeuille optimal trouvé par la méthode PSO hybridée. Il s'agit de la Banque Centrale Populaire, d'AttijariWafaBank, Holcim et Minière Touissit.

2.4. Comparaison entre les trois méthodes : PSO, GA et PSO hybridée

Dans ce qui suit, on récapitule les résultats numériques des trois algorithmes utilisés pour optimiser la gestion de portefeuille.

	PSO	GA	PSO initialized with an Active Set Algorithm
Portfolio return	0.08%	0.07%	0.22%
Fitness value	-0.0004	-0.0003	-0.0010

On remarque que l'algorithme PSO réalise presque les mêmes performances que l'algorithme génétique en comparant la rentabilité de portefeuille de chacun. Toutefois, il est évident que notre algorithme PSOASA permet d'avoir des résultats nettement supérieurs à ceux des méthodes PSO et GA en termes de rentabilité, ainsi, le portefeuille optimal trouvé

est situé sur la frontière d'efficience contrairement à ce qui a été constaté pour les deux autres méthodes.

A cet effet, on pourrait déduire que les méthodes GA et PSO trouvent une certaine difficulté à trouver la solution optimale globale à elles seules. Dans ce sens, on remarque que l'hybridation qu'on a faite a permis d'aider la méthode PSO à explorer d'autres zones de recherche et d'obtenir ainsi des résultats plus performants.

Conclusion

Dans ce point, on a utilisé la méthode PSOASA pour optimiser le choix de portefeuille. On remarque que notre algorithme permet d'avoir des performances supérieures aux autres méthodes comparées. A cet effet, l'initialisation par un *Active Set Algorithm* a aidé l'algorithme PSO à mieux explorer l'espace des solutions faisables et s'approcher ainsi de l'optimum global. Il est également à constater que les modèles heuristiques à eux seuls ne sont pas suffisants pour trouver une solution optimale globale car ils risquent de tomber dans des solutions optimales locales. En conséquence, il semble intéressant de les combiner avec d'autres algorithmes afin d'améliorer la qualité des résultats. A ce titre, on pourrait constater que l'hybridation a un effet significatif sur l'optimisation du portefeuille.

Enfin, on espère dans le futur intégrer d'autres méthodes heuristiques et d'autres fonctions d'apprentissages capables d'améliorer les performances au niveau de la gestion de portefeuille.

Conclusion du chapitre

L'analyse de la gestion de portefeuille en utilisant des méthodes interdisciplinaires dynamiques a permis d'avoir une vision plus lucide sur la structure de corrélation d'un portefeuille et sur les résultats de l'optimisation. Dans un premier lieu, on s'est intéressé à étudier la structure de corrélation au sein d'un portefeuille par une méthode utilisée en physique nucléaire en faisant appel au *Random Matrix Theory*. A cet effet, plusieurs conclusions ont été tirées de ces analyses. Ensuite, on a utilisé des méthodes heuristiques inspirées de la biologie pour optimiser la gestion de portefeuille. A cet effet, on a proposé une méthode hybridée pour améliorer la qualité des résultats et s'approcher davantage de la solution optimale globale.

Conclusion générale

Ayant pour objectif de faciliter la conduite des groupes humains en société, les sciences de gestion doivent s'ouvrir sur les autres disciplines afin de développer ses outils et ses techniques. Dans ce sens, la recherche en finance des marchés devrait de sa part aider les gestionnaires à trouver les faisceaux de mécanismes théoriques et pratiques nécessaire à une meilleure rationalisation de leurs ressources.

Il était intéressant de rappeler les fondements théoriques de la théorie de la gestion de portefeuille et de discuter ses principaux outils utilisés. Ensuite, il était question de discuter les principaux points de déficience de la théorie financière en termes de gestion de portefeuille. Il s'agit de porter une analyse critique sur les hypothèses de la théorie financière moderne et de montrer ses limites en pratique.

Dans cette thèse, on a adopté une méthodologie interdisciplinaire afin de cerner la problématique posée par différentes méthodes. Ces dernières ont permis d'expliquer de manière rigoureuse la dynamique du marché financier ainsi que les techniques d'optimisation nécessaires. Dans ce sens, on a utilisé des méthodes empruntées à la statistique physique, à la biologie, à la physique nucléaire et aux différents outils mathématiques et statistiques. De surcroît, le travail de computation a nécessité des outils de programmation sophistiqués capables d'implémenter les différents algorithmes et méthodes.

En effet, l'étude de la dynamique des marchés financiers a permis de conclure sur l'inefficience du marché marocain, sur la présence des lois d'échelle et sur ses caractéristiques non linéaires. D'autant plus, l'utilisation des copules nous a donné une vision plus claire sur l'effet de contagion entre les marchés boursiers de la région MENA. Il était également judicieux d'étudier l'inter-corrélation quantitativement et qualitativement avec une nouvelle méthode de la statistique physique afin de se prononcer sur le degré de la cross-corrélation multifractale entre les marchés boursiers de la région MENA.

Face à ces constats, il était nécessaire de procéder à une gestion de portefeuille dynamique afin de s'adapter à la réalité des marchés financiers. A cet effet, on a d'abord étudié la structure de corrélation entre les actifs d'un portefeuille avec une méthode utilisée en physique nucléaire. Ensuite, il était intéressant d'optimiser la gestion de portefeuille par des méthodes évolutionnaires par analogie à certains comportements biologiques. Il s'agit d'utiliser l'intelligence des essaims et les algorithmes génétiques. On a également proposé une méthode d'optimisation hybridée qui a donné des performances meilleures.

En définitive, on remarque que la combinaison des méthodes interdisciplinaires constitue un moyen très intéressant pour comprendre la complexité de certains problèmes financiers. En outre, ces méthodes ont une conséquence positive sur le travail d'optimisation des ressources ainsi que sur la prise de décision chez les gestionnaires.

Dans des travaux futurs, on compte continuer dans cette voie en essayant de trouver les éventuels *linking* entre les méthodes des différentes disciplines en vue d'avoir une vision plus complète sur la réalité scientifique. Une analyse quantique des interactions des acteurs opérant dans les systèmes économiques et financiers par des systèmes intelligents serait d'une grande utilité. Chose qui serait à l'origine de proposer des méthodes plus consistantes et de rendre possible une véritable compréhension du fonctionnement des systèmes financiers.

Bibliographie

- Aas, K., Czado, C., Frigessi, A., & Bakken, H. (2009). Pair-copula constructions of multiple dependence. *Insurance: Mathematics and Economics* , 44 (2), 182-198.
- Ahn, H., & Kim, K.-j. (2009). Bankruptcy prediction modeling with hybrid case-based reasoning and genetic algorithms approach. *Applied Soft Computing* , 9, 599-607.
- Alessio, E., Carbone, A., Castelli, G., & Frappietro, V. (2002). *Eur. Phys. J. B* , 27, 197.
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.-M., & Heath, D. (1999). Coherent Measures of Risk. *Mathematical Finance* , 9 (3), 203-228.
- Ashkenazy, Y., Ivanov, P. C., Havlin, S., Peng, C.-K., Goldberger, A. L., & Stanley, H. E. (2001). Magnitude and Sign Correlations in Heartbeat Fluctuations. *Phys. Rev. Lett.* , 1900-1903.
- Ausloos, M. (2006). Econophysics of Stock and Foreign Currency Exchange Markets. In B. Chakrabarti, A. Chakraborti, & A. Chatterjee, *Econophysics and Sociophysics: Trends and Perspectives* . Berlin: Wiley-VHC.
- Bäck, T. (1993). Optimal mutation rates in genetic search. *Paper presented at the Proceeding of the Fifth International Conference on Genetic Algorithms*. San Matteo: CA Morgan Kaufmann.
- Beheshti, Z., Shamsuddin, S. M., & Hasan, S. (2013). MPSO: Median-oriented Particle Swarm Optimization. *Applied Mathematics and Computation* , 219, 5817-5836.
- Benbachir, S., & El Alaoui, M. (2011). A Multifractal Detrended Fluctuation Analysis of the Moroccan Stock Exchange. *International Research Journal of Finance and Economics* (78), 6-17.
- Bhaskar, R. (2008). *A Realist Theory of Science*. New York: Routledge.
- Bonanno, G., Lillo, F., & Mantegna, R. N. (2001). Levels of complexity in financial markets. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* , 299 (1-2), 16-27.
- Bonfiglioli, A., & Favero, C. A. (2005). Explaining co-movements between stock markets: The case of US and Germany. *Journal of International Money and Finance* , 24, 1299-1316.
- Bortkiewicz, L. v. (1913). *Die radioaktive Strahlung als Gegenstand Wahrscheinlichkeits theoretischer Untersuchungen*. Berlin: Springer.
- Bouchaud, J.-P., & Potters, M. (2003). *Theory of Financial Risk and Derivative Pricing: From Statistical Physics to Risk Management*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Bowick, M., & Brézin, E. (1991). Universal scaling of the tail of the density of eigenvalues in random matrix models. *Physics Letters B* , 268, 21-28.
- Bradley, B. O., & Taqqu, M. S. (2004). Framework for Analyzing Spatial Contagion between Financial Markets. *Finance Letters* , 2 (6), 8-15.

- Buldyrev, S. V., Goldberger, A. L., Havlin, S., Mantegna, R. N., Matsu, M. E., Peng, C.-K., et al. (1995). Long-Range Correlation Properties of Coding and Noncoding DNA Sequences: GenBank Analysis. *Phys. Rev. E* 51 , 5084-5091.
- Cao, G., Longbing, X., & Cao, J. (2012). Multifractal detrended cross-correlations between the Chinese exchange and stock market. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* , 391, 4855-4866.
- Chang, J.-F., & Shi, P. (2011). Using investment satisfaction capability index based particle swarm optimization to construct a stock portfolio. *Information Sciences* , 181, 2989-2999.
- Chen, W., & Zhang, W.-G. (2010). The admissible portfolio selection problem with transaction costs and an improved PSO algorithm. *Physica A* , 389, 2070-2076.
- Chen, Z., Ivanov, P. C., Hu, K., & Stanley, H. E. (2002). Effect of Nonstationarities on Detrended Fluctuation Analysis. *Phys. Rev. E* .
- Cherubini, U., Luciano, E., & Vecchiato, W. (2004). *Copula methods in finance* . Chichester: John Wiley & Sons Ltd.
- Chiam, S., Tan, K., & Mamun, A. (2009). A memetic model of evolutionary PSO for computational finance applications. *Expert Systems with Applications* , 36, 3695-3711.
- Chollete, L., de la Peña, V., & Lu, C.-C. (2011). International diversification: A copula approach. *Journal of Banking & Finance* , 35, 403-417.
- Clayton, D. G. (1978). A Model for Association in Bivariate Life Tables and Its Application in Epidemiological Studies of Familial Tendency in Chronic Disease Incidence. *Biometrika* , 65 (1), 141-151.
- Clemen, R. T., & Reilly, T. (1999). Correlations and Copulas for Decision and Risk Analysis. *Management Science* , 45 (2), 208-224.
- Conlon, T., Ruskin, H., & Crane, M. (2007). Random matrix theory and fund of funds portfolio optimization. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* , 382, 565-576.
- Cura, T. (2009). Particle swarm optimization approach to portfolio optimization. *Nonlinear Analysis: Real World Applications* , 10, 2396-2406.
- Daly, J., Crane, M., & Ruskin, H. (2008). Random matrix theory filters in portfolio optimisation: A stability and risk assessment. *Physica A* , 387, 4248-4260.
- de Melo Mendes, B. V., & de Souza, R. M. (2004). Measuring financial risks with copulas. *International Review of Financial Analysis* , 13, 27-45.
- Deng, G.-F., Lin, W.-T., & Lo, C.-C. (2012). Markowitz-based portfolio selection with cardinality constraints using improved particle swarm optimization. *Expert Systems with Applications* , 39, 4558-4566.
- Dickey, D., & Fuller, W. (1979). Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root. *Journal of the American Statistical Association* , 74, 427-431.

- Dijkum, C. v. (2001). A methodology for conducting interdisciplinary social research. *European Journal of Operational Research* , 128, 290-299.
- Drożdż, S., Grümmer, F., Ruf, F., & Speth, J. (2001). Towards identifying the world stock market cross-correlations: DAX versus Dow Jones. *Physica A* , 294, 226.
- Drożdż, S., Kwapień, J., Oświecimka, P., & Rak, R. (2009). Quantitative features of multifractal subtleties in time series. *Europhysics Letters* , 66 (6).
- Dyson, F. (1971). Distribution of eigenvalues for a class of real symmetric matrices. *Revista Mexicana de Fisica* , 20, 231-237.
- Dyson, F. (1962). Statistical theory of the energy levels of complex systems i, ii and iii. *J. Math. Phys.* , 3 (1), 140-175.
- Eisler, Z., & Kertesz, J. (2004). Multifractal model of asset returns with leverage effect. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* , 343, 603-622.
- El Alaoui, M., & Benbachir, S. (2013). Comparing Multifractality Among Czech, Hungarian and Russian Stock Exchanges. *International Journal of Applied Decision Sciences* , In Press.
- El Alaoui, M., & Benbachir, S. (2013). Multifractal detrended cross-correlation analysis in the MENA area. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* , 392 (23), 5985-5993.
- El Alaoui, M., & Benbachir, S. (2013). Spillover Effect in the MENA Area: Case of Four Financial Markets. *International Research Journal of Finance and Economics* (103), 162-177.
- Embrechts, P., McNeil, A., & Straumann, D. (2002). Correlation And Dependence In Risk Management: Properties And Pitfalls. In M. A. Dempster, *Risk Management: Value at Risk and Beyond* (pp. 176-223). Cambridge: Cambridge University Press.
- Embrechts, P., Resnick, S. I., & Samorodnitsky, G. (1999). Extreme value theory as a risk management tool. *North American Actuarial Journal* , 3 (2), 30-41.
- Forbes, K. J., & Rigobon, R. (2002). No Contagion, Only Interdependence: Measuring Stock Market Comovements. *The Journal of Finance* , LVII (5), 2223-2261.
- Forbes, K., & Rigobon, R. (2001). Measuring Contagion: Conceptual and Empirical Issues. In S. Claessens, & K. Forbes, *International Financial Contagion* (pp. 43-66). Massachusetts: Springer.
- Frank, M. (1979). On the simultaneous associativity of $F(x, y)$ and $x+y-F(x, y)$. *Aequationes Mathematicae* , 19 (2-3), 194-226.
- Gale, D. (1968). A Mathematical Theory of Optimal Economic Development. *Bulletin of the American Mathematical Society* , 74, pp. 207-223.
- Genest, C., & MacKay, J. (1986). The Joy of Copulas: Bivariate Distributions with Uniform Marginals. *The American Statistician* , 40 (3), 280-283.
- Goldberg, D. E. (1989). *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. Addison-Wesley Professional.

- Goldberg, D. E., & Rudnick, M. (1991). Genetic algorithms and the variance of fitness. *Complex Systems* , 5 (3), 265-278.
- Golmakani, H. R., & Fazel, M. (2011). Constrained Portfolio Selection using Particle Swarm Optimization. *Expert Systems with Applications* , 38, 8327-8335.
- Gu, G., Chen, W., & Zhou, W. (2007). Quantifying bid-ask spreads in the Chinese stock market using limit-order book data. *Eur. Phys. J.* , 81-87.
- Guhr, T., Müller-Groeling, A., & Weidenmüller, H. (1998). Random matrix theory in quantum physics. *Phys. Rep.* , 299, 198-425.
- Gumbel, E. J. (1960). Bivariate Exponential Distributions. *Journal of the American Statistical Association* , 55 (292), 698-707.
- Gyuchang, L., Kim, S., Lee, H., Kim, K., & Lee, D. (2007). Multifractal detrended fluctuation analysis of derivative and spot markets. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* , 259-266.
- He, G., & Huang, N.-j. (2012). A modified particle swarm optimization algorithm with applications. *Applied Mathematics and Computation* , 219, 1053-1060.
- He, L.-Y., & Chen, S.-P. (2011). Nonlinear bivariate dependency of price–volume relationships in agricultural commodity futures markets: A perspective from Multifractal Detrended Cross-Correlation Analysis. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* , 390, 297-308.
- Holland, J. H. (1975). *Adaptation in Natural and Artificial Systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*. University of Michigan Press.
- Hoover, K. D. (2006). The Methodology of Econometrics. In T. C. Mills, & K. Patterson, *Palgrave Handbook of Econometrics* (pp. 61-87). New York: PALGRAVE MACMILLAN.
- Hsu, L.-Y., Horng, S.-J., He, M., Fan, P., Kao, T.-W., Khan, M. K., et al. (2011). Mutual funds trading strategy based on particle swarm optimization. *Expert Systems with Applications* , 38, 7582-7602.
- Hu, K., Chen, Z., Ivanov, P. C., Carpena, P., & Stanley, H. E. (2001). Effect of Trends on Detrended Fluctuation Analysis. *Phys. Rev. E* .
- Jaworski, P., Duante, F., Härdle, W., & Rychlik, T. (2010). *Copula Theory and Its Applications*. Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Jensen, M. (1978). Some Anomalous Evidence Regarding Market Efficiency. *Journal of Financial Economics* , 6, 95-101.
- Jensen, M. (1968). The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964. *Journal of Finance* , 23, 389-416.
- Jiang, H., Kwong, C., Chen, Z., & Ysim, Y. (2012). Chaos particle swarm optimization and T–S fuzzy modeling approaches to constrained predictive control. *Expert Systems with Applications* , 39, 194-201.

Jiang, Z.-Q., & Zhou, W.-X. (2008). Multifractal detrending moving average cross-correlation analysis. *Physical Review E* , 84, 066211.

Joag-dev, K., Perlman, M., & Pitt, L. (1983). Association of normal random variables and Slepian's inequality. *Annals of Probability* , 11, 451-455.

Jorion, P. (1996). Risk2: Measuring the risk in value at risk. *Financial Analysts Journal* , 52 (6), 47-56.

Jorion, P. (2007). *VALUE AT RISK: The New Banchmark for Managing Financial Risk* (Third Edition ed.). New York: The McGraw-Hill Companies.

Kant, E. (1848). *Critique de la Raison Pratique*. (J. Barni, Trans.) Paris: Librairie Philosophique de Ladrage.

Kantelhardt, J., Eva, K.-B., Rego, H., Havlin, S., & Bunde, A. (2001). Detecting Long-range Correlations with Detrended Fluctuation Analysis,. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* , 441-454.

Kantelhardt, J., Zschiegner, S., Koscielny-Bunde, E., Havlin, S., Bunde, A., & Stanley, H. (2002). Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* , 316, 87-114.

Karolyi, G. A., & Stulz, R. M. (1996). Why Do Markets Move Together? An Investigation of U.S.-Japan Stock Return Comovements. *The Journal of Finance* , LI (3), 951-986.

Kennady, J., & Eberhart, R. C. (2001). *Swarm Intelligence*. San Diego, CA: Academic Press.

Kennedy, J., & Eberhart, R. (1995). Particle Swarm Optimization. *IEEE International Conference* , 4, 1942-1948.

Khare, A., & Rangnekar, S. (2013). A review of particle swarm optimization and its applications in Solar Photovoltaic system. *Applied Soft Computing* , 13, 2997-3006.

Kim, H.-j., & Shin, K.-s. (2007). A hybrid approach based on neural networks and genetic algorithms for detecting temporal patterns in stock markets. *Applied Soft Computing* , 7, 569-576.

King, M. A., & Wadhwani, S. (1990). Transmission of Volatility between Stock Markets. *The Review of Financial Studies* , 3 (1), 5-33.

Kristoufek, L. (2011). Multifractal height cross-correlation analysis: A new method for analyzing long-range cross-correlations. *EPL* , 95, 68001.

Krokhmal, P., Palmquist, J., & Uryasev, S. (2002). Portfolio Optimization with Conditional Value-At-Risk Objective and Constraints. *The Journal of Risk* , 4 (2), 11-27.

Kugiumtzis, D. (2008). Evaluation of Surrogate and Bootstrap Tests for Nonlinearity in Time Series. *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics* , 12 (1).

Kugiumtzis, D. (2002). Statically transformed autoregressive process and surrogate data test for nonlinearity. *Physical Review E* .

- Kugiumtzis, D., & Tsimpiris, A. (2010). Measures of Analysis of Time Series (MATS): A MATLAB Toolkit for Computation of Multiple Measures on Time Series Data Bases. *Journal of Statistical Software* , 33 (5).
- Kyoung-jae, K., & Ingo, H. (2000). Genetic algorithms approach to feature discretization in artificial neural networks for the prediction of stock price index. *Expert Systems with Applications* , pp. 125–132.
- Lagoarde-Segot, T., & Lucey, B. M. (2008). Efficiency in emerging markets—Evidence from the MENA region. *International Financial Markets, Institutions and Money* , 18 (1), 94–105.
- Laloux, L., Cizeau, P., Bouchaud, J.-P., & Potters, M. (1999). Noise Dressing of Financial Correlation Matrices. *Physical Review Letters* , 83, 1467–1470.
- Laloux, L., Cizeau, P., Potters, M., & Bouchaud, J.-P. (2000). Random Matrix Theory and financial correlations. *International Journal of Theoretical and Applied Finance* , 3, 1-6.
- Lardic, S., & Mignon, V. (1996). Les tests de mémoire longue appartiennent-ils au " camp du démon "? *Revue économique* , 47 (3), 531-540.
- Leigh, W., Purvis, R., & Ragusa, J. M. (2002). Forecasting the NYSE composite index with technical analysis, pattern recognizer, neural network, and genetic algorithm: a case study in romantic decision support. *Decision Support Systems* , 32, 361-377.
- Lin, C.-C., & Liu, Y.-T. (2008). Genetic algorithms for portfolio selection problems with minimum transaction lots. *European Journal of Operational Research* , 185, 393-404.
- l'INTOSAI, G. d. (2007). *Le Sommet mondial sur le développement durable*. Johannesburg: INTOSAI.
- Los, C. A., & Yalamova, R. (2006). Multifractal Spectral Analysis of the 1987 Stock Market Crash. *International Research Journal of Finance and Economics* , 105-132.
- Ma, F., Wei, Y., & Huang, D. (2013). Multifractal detrended cross-correlation analysis between the Chinese stock market and surrounding stock markets. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* , 392, 1659-1670.
- Malkiel, B. G. (1989). Is the Stock Market Efficient? *Science* , 243, 1313-1318.
- Mandelbrot, B. (1971). When can prices be arbitrated efficiently? A limit to the validity of the random Walk and martingale models. *Review of Economics and Statistics* , 53, 225-236.
- Mantegna, R., & Stanley, H. (2000). *An introduction to econophysics: correlations and complexity in finance*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance* , 7, 77–91.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance* , 7 (1), 77-91.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance* , 7 (1), 77-91.

- Markowitz, H. (1999). The early history of portfolio theory: 1600-1960. *Financial Analysts Journal* , 55 (4), 5-16.
- Matia, K., Ashkenazy, Y., & Stanley, H. E. (2003). Multifractal Properties of Price Fluctuations of Stocks and Commodities. *Europhys. Lett.* , 422-428.
- Matos, A., Gama, S., Ruskin, H., Sharkasi, A., & Crane, M. (2008). Time and scale Hurst exponent analysis for financial markets. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* , 3910-3915.
- McCauley, J. (2004). *Dynamics of Markets*. Cambridge University Press.
- McNeil, A., & Neslehova, J. (2009). Multivariate Archimedean copulas, d-monotone functions and λ_1 -norm symmetric distributions. *Ann. Stat.* , 37 (5B), 3059-3097.
- Medd, W. (2005). Complexity Science and the Social World. *Encyclopedia of Social Measurement* , 1, 399-403.
- Michalewicz, Z. (1992). *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs* (Second extended edition ed.). Springer-Verlag.
- Millonas, M. M. (1993). Swarms, Phase Transitions, and Collective Intelligence. *Santa Fe Institute* , 1-10.
- Morrison, K. (2012). Searching for causality in the wrong places. *International Journal of Social Research Methodology* , 15 (1), 15-30.
- Mu, G.-H., Zhou, W.-X., Chen, W., & Kertész, J. (2010). Long-term correlations and multifractality in trading volumes for Chinese stocks. *Physica Procedia* 3 , 3, 1631-1640.
- MvNeil, A., & Neslehova, J. (2010). From Archimedean to Liouville copulas. *Journal of Multivariate Analysis* , 101 (8), 1772-1790.
- Norouzzadeh, P., & Jafari, G. R. (2005). Application of multifractal measures to Tehran price index. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* , 609-627.
- Norouzzadeh, P., & Rahmani, B. (2006). A multifractal detrended fluctuation description of Iranian rial–US dollar exchange rate. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* , 328-336.
- Núñez-Letamendia, L. (2007). Fitting the control parameters of a genetic algorithm: An application to technical trading systems design. *European Journal of Operational Research* , 179, 847-868.
- Oswiecimka, P., Kwapień, J., & Drozd, S. (2005). Multifractality in the stock market: price increments versus waiting times, . *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* , 626-638.
- Oswiecimka, P., Kwapień, J., & Drozd, S. (2006). Wavelet versus Detrended Fluctuation Analysis of multifractal structures. *Phys. Rev. E* .
- Oswiecimka, P., Kwapień, J., Drozd, S., Gorski, A., & Rak, R. (2008). Different fractal properties of positive and negative returns. *Acta Physica Polonica A* , 547.

- P. Oświęcimkaa, J. K. (2005). Investigating multifractality of stock market fluctuations using wavelet and detrending fluctuation methods. *Acta Physica Polonica B* , 36.
- Pafka, S., & Kondor, I. (2004). Estimated correlation matrices and portfolio optimization. *Physica A* , 343, 623-634.
- Pafka, S., & Kondor, I. (2003). Noisy covariance matrices and portfolio optimization II. *Physica A* , 319, 487-494.
- Papadamou, S., & Stephanides, G. (2007). Improving technical trading systems by using a new MATLAB-based genetic algorithm procedure. *Mathematical and Computer Modelling* , 46, 189-197.
- Peng, C. K., Buldyrev, S. V., Havlin, S., Simons, M., Stanley, H. E., & Goldberger, A. L. (1994). Mosaic Organization of DNA Nucleotides. *Phys. Rev. E* , 1685-1689.
- Pflug, G. C. (2000). Some Remarks on The Value-at-Risk and The Conditional Value-at-Risk. In S. Uryasev, & S. Uryasev (Ed.), *Probabilistic Constrained Optimization* (pp. 1-11). Vienna: Kluwer Academic Publishers.
- Pindyck, R. S., & Rotemberg, J. J. (1993). The Comovement of Stock Prices. *The Quarterly Journal of Economics* , 108 (4), 1073-1104.
- Plerou, V., Gopikrishnan, P., Rosenow, B., Amaral, L. A., & Stanley, H. E. (1999). Universal and Nonuniversal Properties of Cross Correlations in Financial Time Series. *Physical Review Letters* , 83, 1471-1474.
- Plerou, V., Gopikrishnan, P., Rosenow, B., Amaral, L. A., Guhr, T., & Stanley, H. E. (2002). Random matrix approach to cross correlations in financial data. *Physical Review E* , 65, 066126.
- Podobnik, B., & Stanley, H. (2008). Detrended Cross-Correlation Analysis: A New Method for Analyzing Two Nonstationary Time Series. *Physical Review Letters* , 100, 084102.
- Podobnik, B., Grosse, I., Horvatic, D., Ilic, S., Ivanov, P., & Stanley, H. (2009). Quantifying cross-correlations using local and global detrending approaches. *The European Physical Journal B* , 71, 243-250.
- Podobnik, B., Horvatic, D., Petersen, A. M., & Stanley, H. E. (2009). Cross-Correlations between Volume Change and Price Change. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* , 106, 22079-22084.
- Podobnik, B., Jiang, Z.-Q., Zhou, W.-X., & Stanley, H. (2011). Statistical tests for power-law cross-correlated processes. *Phys. Rev. E* , 84, 066118.
- Reeves, C. R., & Rowe, J. E. (2003). *Genetic algorithms : Principles and Perspectives* . Dodrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Reeves, W. T. (1983). Particle Systems - A Technique for Modeling a Class of Fuzzy Objects. *ACM Transactions on Graphics* , 17 (3), 359-375.
- Rickles, D. (2011). Econophysics and the Complexity of Financial Markets. In D. M. Gabbay, C. A. Hooker, P. Thagard, & J. Woods, *Philosophy of Complex Systems* (pp. 531-565). Elsevier.

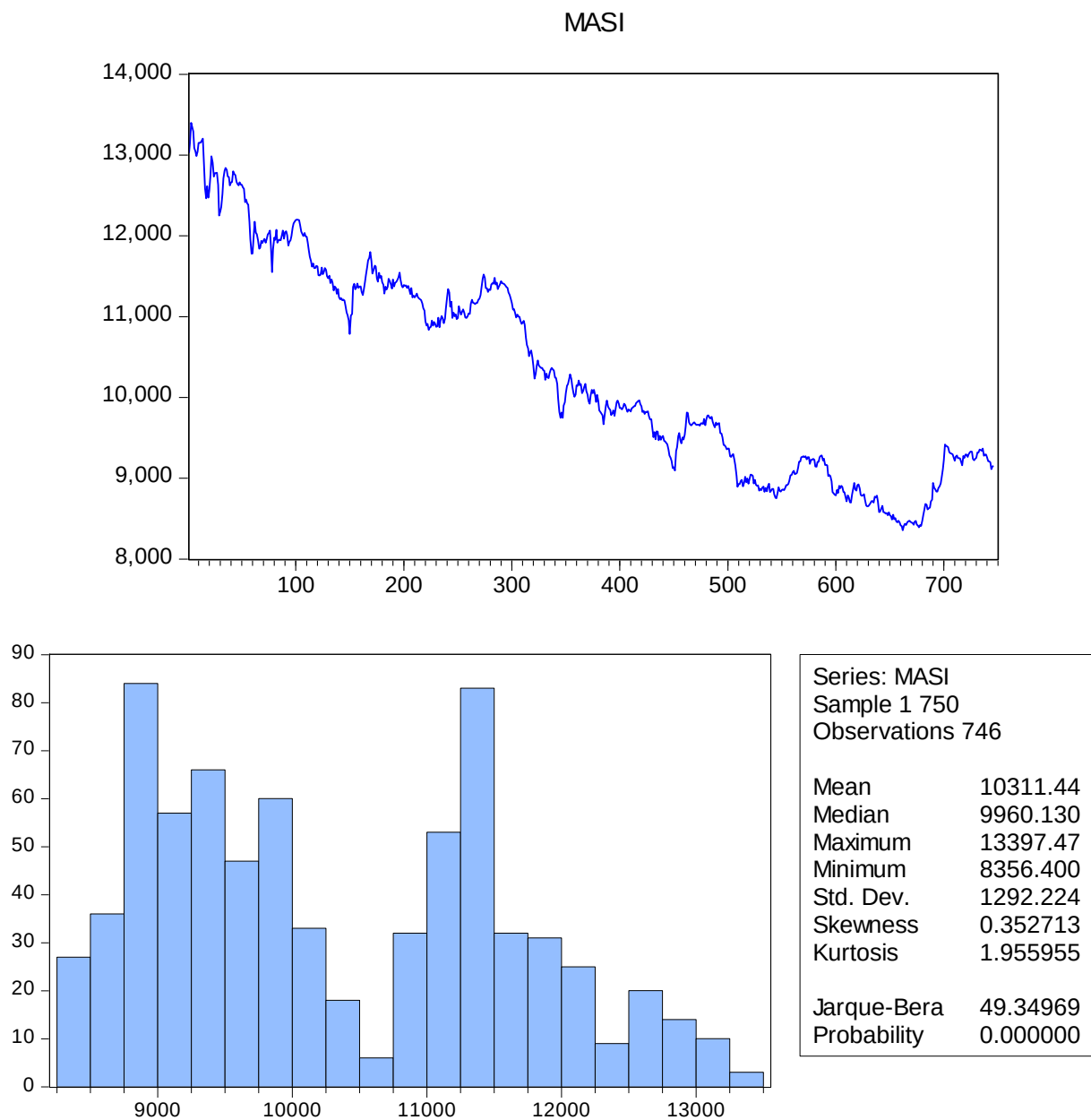
- Rockafellar, R. T., & Uryasev, S. (2000). Optimization of Conditional Value-at-Risk. *Journal of Risk* , 2 (3), 21-41.
- Roey, E. V. (1899). L'influence du Kantisme sur la Théologie protestante. *Revue néo-scholastique* (24), 404-411.
- Rosser Jr., J. B. (2010). Is a transdisciplinary perspective on economic complexity possible? *Journal of Economic Behavior & Organization* (75), 3-11.
- Russel, B. (1945). *A History of Western Philosophy And Its Connection with Political and Social Circumstances from the Earliest Times to the Present Day*. New York: Simon and Schuster.
- Russell, B. (1954). Reflections on the Re-Awakening East [1954]. In B. Russell, *The Collected Papers of Bertrand Russell: Man's Peril, 1954-55* (2003). London: Routledge.
- Ryan, B., Scapens, R. W., & Theobald, M. (2002). *Research Method and Methodology in Finance and Accounting*. London: Academic Press Limited.
- Scarlat, E., Stan, C., & Cristescu, C. (2007). Self-similar characteristics of the currency exchange rate in an economy in transition. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* , 188-198.
- Schaden, M. (2002). Quantum finance. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* , 316, 511-538.
- Schraudolph, N. N., & Belew, R. K. (1992). Dynamic Parameter Encoding for Genetic Algorithms. *Machine Learning* , 9, 9-21.
- Schreiber, T., & Schmitz, A. (1996). Improved Surrogate Data for Nonlinearity Tests. *Physical Review Letters* , 77 (4).
- Schweizer, B., & Sklar, A. (1974). Operations on distribution functions not derivable from operations on random variables. *Studia Math.* , 52, 43-52.
- Schweizer, B., & Sklar, A. (1983). *Probabilistic metric spaces*. New York: North-Holland.
- Sengupta, A. M., & Mitra, P. P. (1999). Distributions of Singular Values for Some Random Matrices. *Physical Review E* , 60, 3389-3392.
- Shadkhoo, S., & Jafari, G. (2009). Multifractal detrended cross-correlation analysis of temporal and spatial seismic data. *Eur. Phys. J. B* , 72, 679.
- Sharpe, W. F. (1966). Mutual Fund Performance. *Journal of Business* , 119-138.
- Shin, K.-S., & Lee, Y.-J. (2002). A genetic algorithm application in bankruptcy prediction modeling. *Expert Systems with Applications* , 23, 321-328.
- Sklar, A. (1959). Fonctions de répartition à n dimensions et leurs marges. *Publ. Inst. Stat. Univ. Paris* , 8, 229-231.
- Sklar, A. (1996). Random Variables, Distribution Functions, and Copulas: A Personal Look Backward and Forward. *Lecture Notes-Monograph Series* , 28, 1-14.

- Soleimani, H., Golmakani, H. R., & Salimi, M. H. (2009). Markowitz-based portfolio selection with minimum transaction lots, cardinality constraints and regarding sector capitalization using genetic algorithm. *Expert Systems with Applications* , 36, 5058-5063.
- Srinivas, M., & Patnaik, L. M. (1994). Adaptive Probabilities of Crossover and Mutation in Genetic Algorithms. *IEEE Transactions On Systems, Man and Cybernetics* , 24 (4), 656-667.
- Stavroyiannis, S., Makris, I., & Nikolaidis, V. (2010). Non-extensive properties, multifractality, and inefficiency degree of the Athens Stock Exchange General Index. *International Review of Financial Analysis* , 19 (1), 19-24.
- Su, Z., Wang, Y., & Huang, H. (2009). A Multifractal Detrended Fluctuation Analysis of Taiwan's Stock Exchange. *Journal of the Korean Physical Society* , 1395-1402.
- Sun, J., Fang, W., Wu, X., Lai, C.-H., & Xu, W. (2011). Solving the multi-stage portfolio optimization problem with a novel particle swarm optimization. *Expert Systems with Applications* , 38, 6727-6735.
- Susskind, A. (2005). *La finance comportementale*. Bruxelles: LARCIER.
- Taleb, N. N. (2007). *The Black Swan: The Impact of the Highly Improbable*. New York: Random House.
- Theiler, J., Eubank, S., Longtin, A., Galdrikian, B., & Farmer, J. D. (1992). Testing for nonlinearity in time series: The method of surrogate data. *Physica D* .
- Tun-Jen Chang, S.-C. Y., & Chang, K.-J. (2009). Portfolio optimization problems in different risk measures using genetic algorithm. *Expert Systems with Applications* , 36, 10529-10537.
- Vandewalle, N., & Ausloos, M. (1998). *Phys. Rev. E* , 58, 6832.
- Varetto, F. (1998). Genetic algorithms applications in the analysis of insolvency risk. *Journal of Banking & Finance* , 22, 1421-1439.
- Venter, G. G. (2001). Tails of copulas. *Proceedings ASTIN Washington*, (pp. 68-113). Washington.
- Wallner, F. (1992). *Acht Vorlesungen über den Konstruktiven Realismus*. Wien: WUV–Universitätverlag.
- Walter, C. (2001). Searching for scaling laws in distributional properties of price variations : A review over 40 years. *Colloquium Report* (pp. 1-4). Toronto: International Actuarial Association.
- Wang, D.-H., Suo, Y.-Y., Yu, X.-W., & Lei, M. (2013). Price-volume cross-correlation analysis of CSI300 index futures. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* (392), 1172-1179.
- Wang, G.-J., Xie, C., Chen, S., Yang, J.-J., & Yang, M.-Y. (2013). Random matrix theory analysis of cross-correlations in the US stock market: Evidence from Pearson's correlation coefficient and detrended cross-correlation coefficient. *Physica A* , 392, 3715-3730.
- Wang, K., Chen, Y.-H., & Huang, S.-W. (2011). The dynamic dependence between the Chinese market and other international stock markets: A time-varying copula approach. *International Review of Economics and Finance* , 20, 654-664.

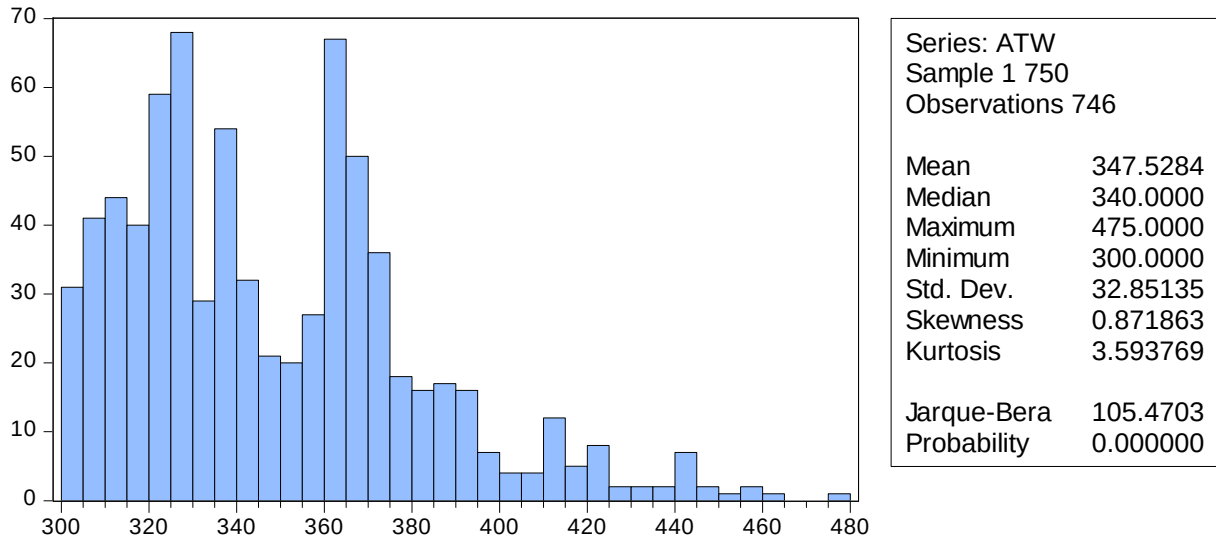
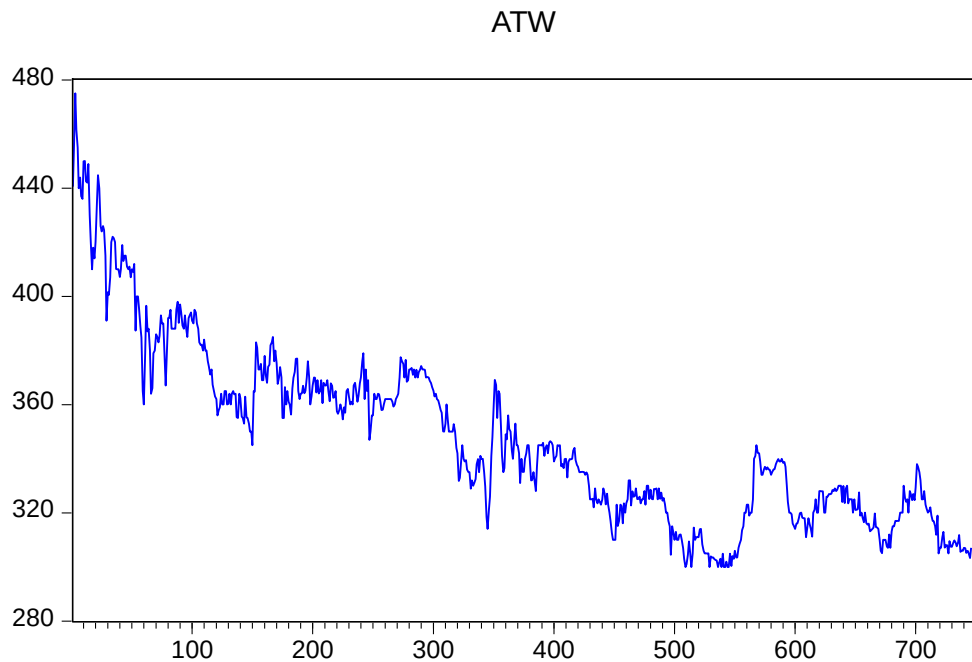
- Wang, Y., Li, B., Weise, T., Wang, J., Yuan, B., & Tian, Q. (2011). Self-adaptive learning based particle swarm optimization. *Information Sciences* , 181, 4515-4538.
- Wang, Y., Liu, L., & Gu, R. (2009). Analysis of efficiency for Shenzhen stock market based on multifractal detrended fluctuation analysis. *International Review of Financial Analysis* , 271-276.
- Wigner, E. (1951). On a class of analytic functions from the quantum theory of collisions. *The Annals of Mathematics* , 53, 36-67.
- Wu, C.-H., Tzeng, G.-H., Yeong-Jia, & Fang, W.-C. (2007). A real-valued genetic algorithm to optimize the parameters of support vector machine for predicting bankruptcy. *Expert Systems with Applications* , 32, 397-408.
- Yalamova, R. (2009). Empirical Testing of Multifractality of Financial Time Series Based on WTMM. *Fractals* , 17 (3), 323-332.
- Yalamova, R. (2006). Wavelet test of multifractality of asia-pacific index prices series. *Asian Academy of Management Journal of Accounting and Finance* , 2, 63-83.
- Yuan, Y., Zhuang, X., & Jin, X. (2009). Measuring multifractality of stock price fluctuation using multifractal detrended fluctuation analysis. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* , 388 (11), 2189-2197.
- Zebende, G. (2011). DCCA cross-correlation coefficient: Quantifying level of cross-correlation. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* , 390, 614.
- Zhou, W. (2009). The components of empirical multifractality in financial returns. *Europhysics Letters* , 88 (2).
- Zhou, W.-X. (2008). Multifractal detrended cross-correlation analysis for two nonstationary signals. *Physical Review E* , 77 (6), 066211.
- Zhu, H., Wang, Y., Wang, K., & Chan, Y. (2011). Particle Swarm Optimization (PSO) for the constrained portfolio optimization problem. *Expert Systems with Applications* , 38, 10161-10169.

Annexes

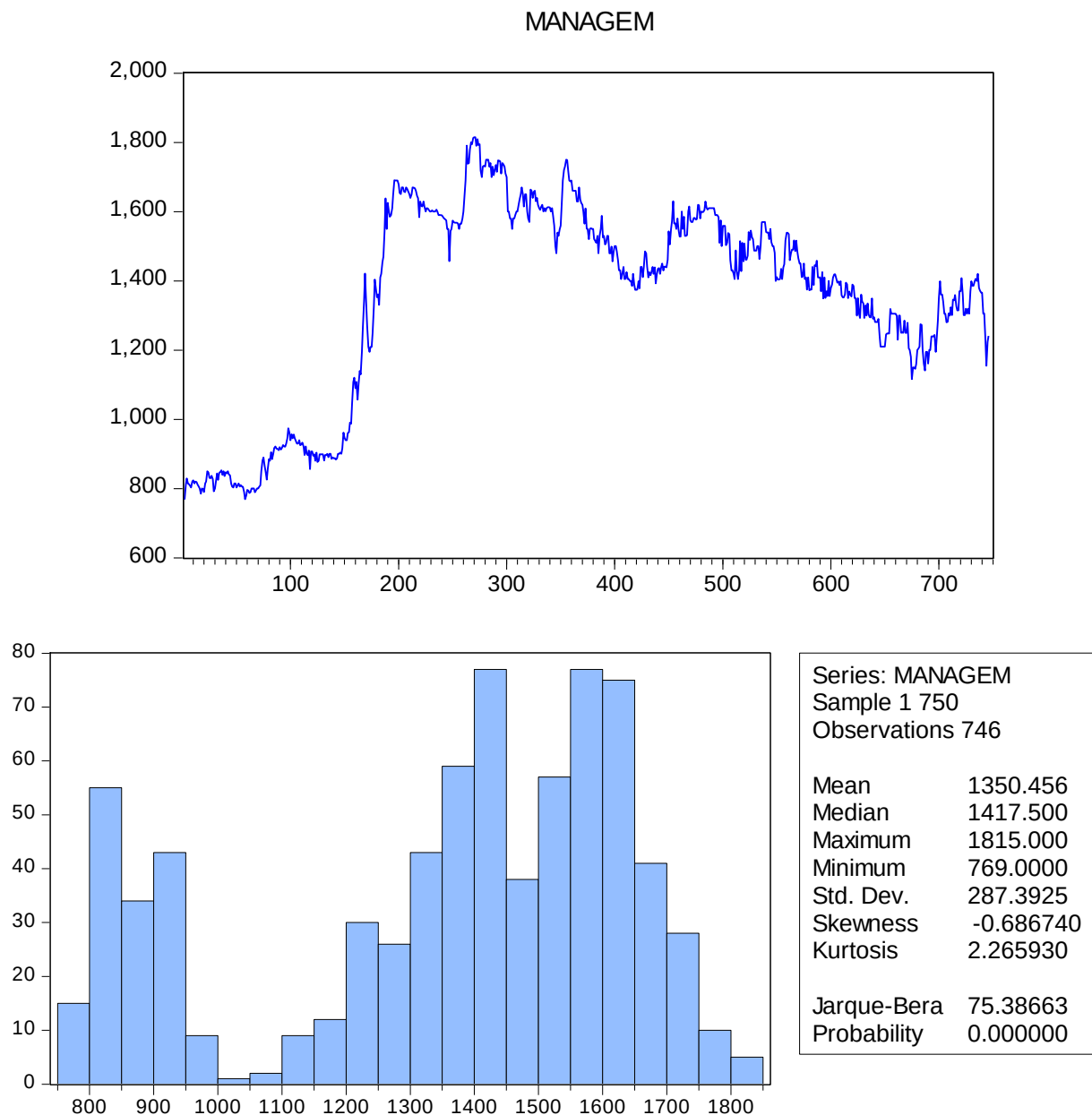
- **Test de normalité de Jarque-Bera d'un échantillon de séries cotées à la Bourse de Casablanca**



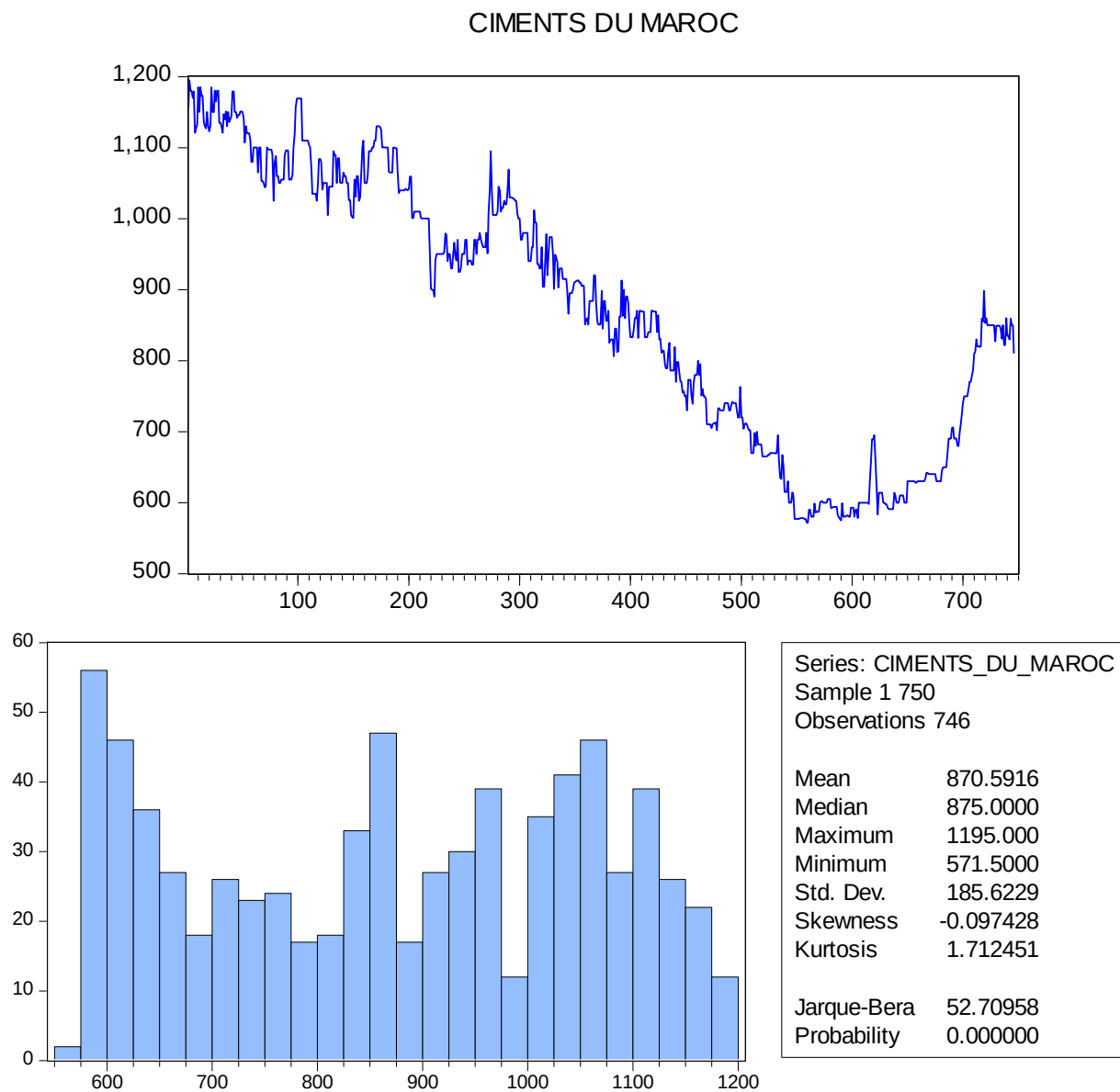
La distribution de la série MASI montre comme si la série a une distribution bimodale. Le Kurtosis affiche une valeur inférieure à 3 et proche de 2 et un Skewness positif et différent de zéro. En outre, la probabilité de Jarque-Bera est inférieure à 5% et par conséquent la série ne suit pas une loi normale.



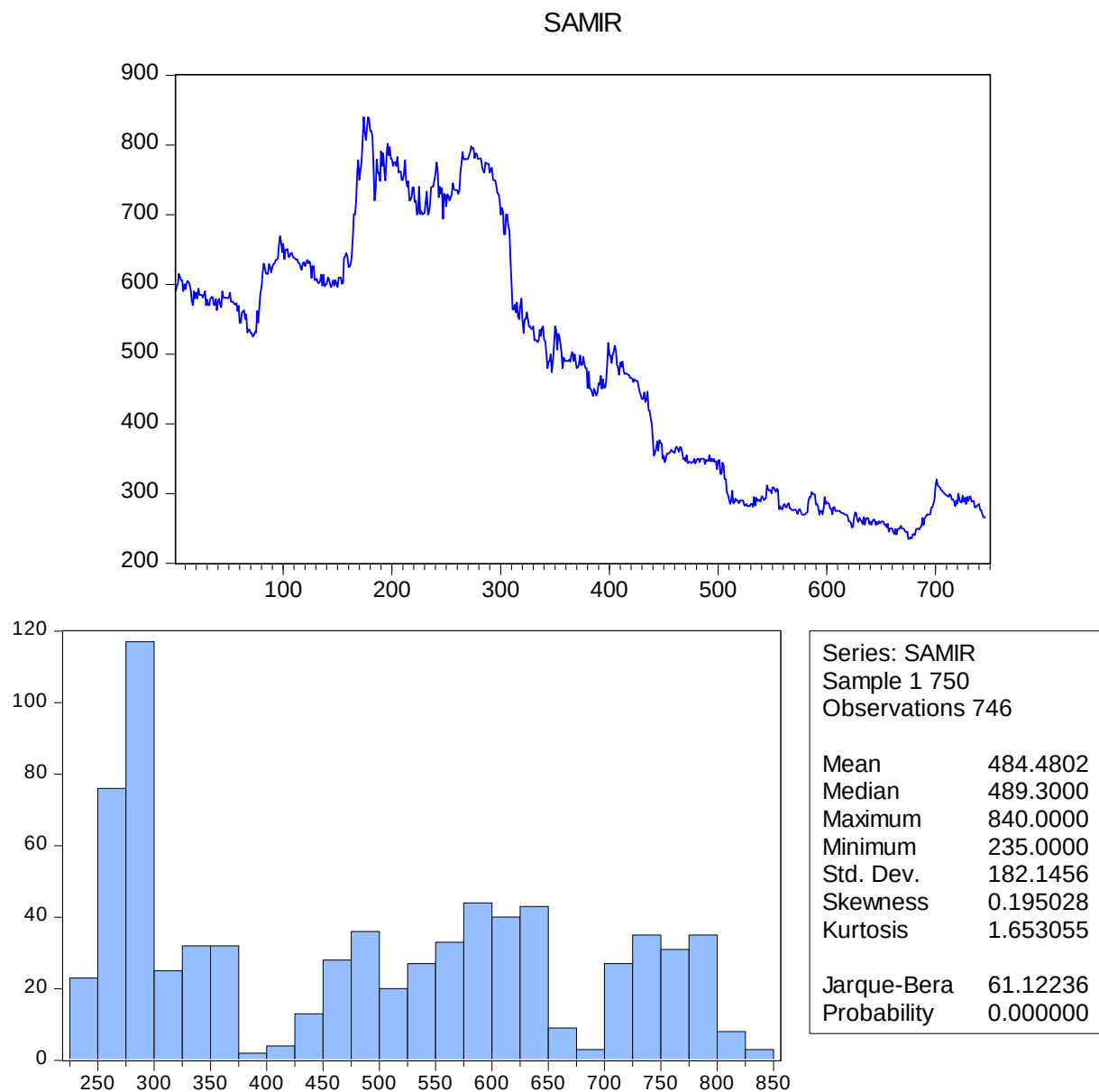
La distribution de la série ATW montre également une distribution proche de celle qui est bimodale. Le Kurtosis affiche une valeur supérieure à 3 et proche de 3,6 et un Skewness positif et différent de zéro. En outre, la probabilité de Jarque-Bera est inférieure à 5% et par conséquent la série ne suit pas une loi normale.



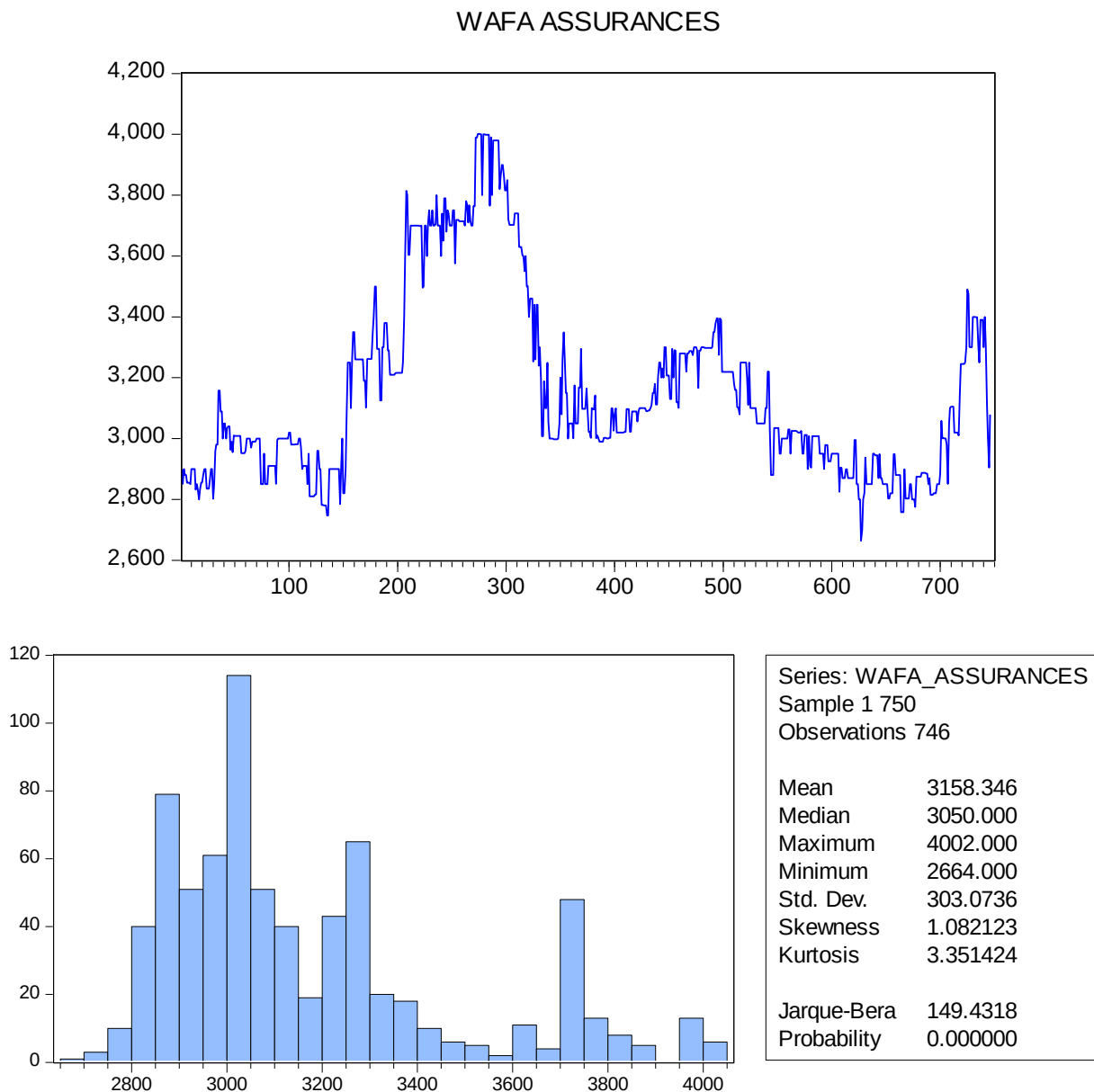
La distribution de la série MANAGEM montre également une distribution proche de celle qui est bimodale. Le Kurtosis affiche une valeur inférieure à 3 et un Skewness négatif et différent de zéro. En outre, la probabilité de Jarque-Bera est inférieure à 5%, par conséquent la série ne suit pas une loi normale.



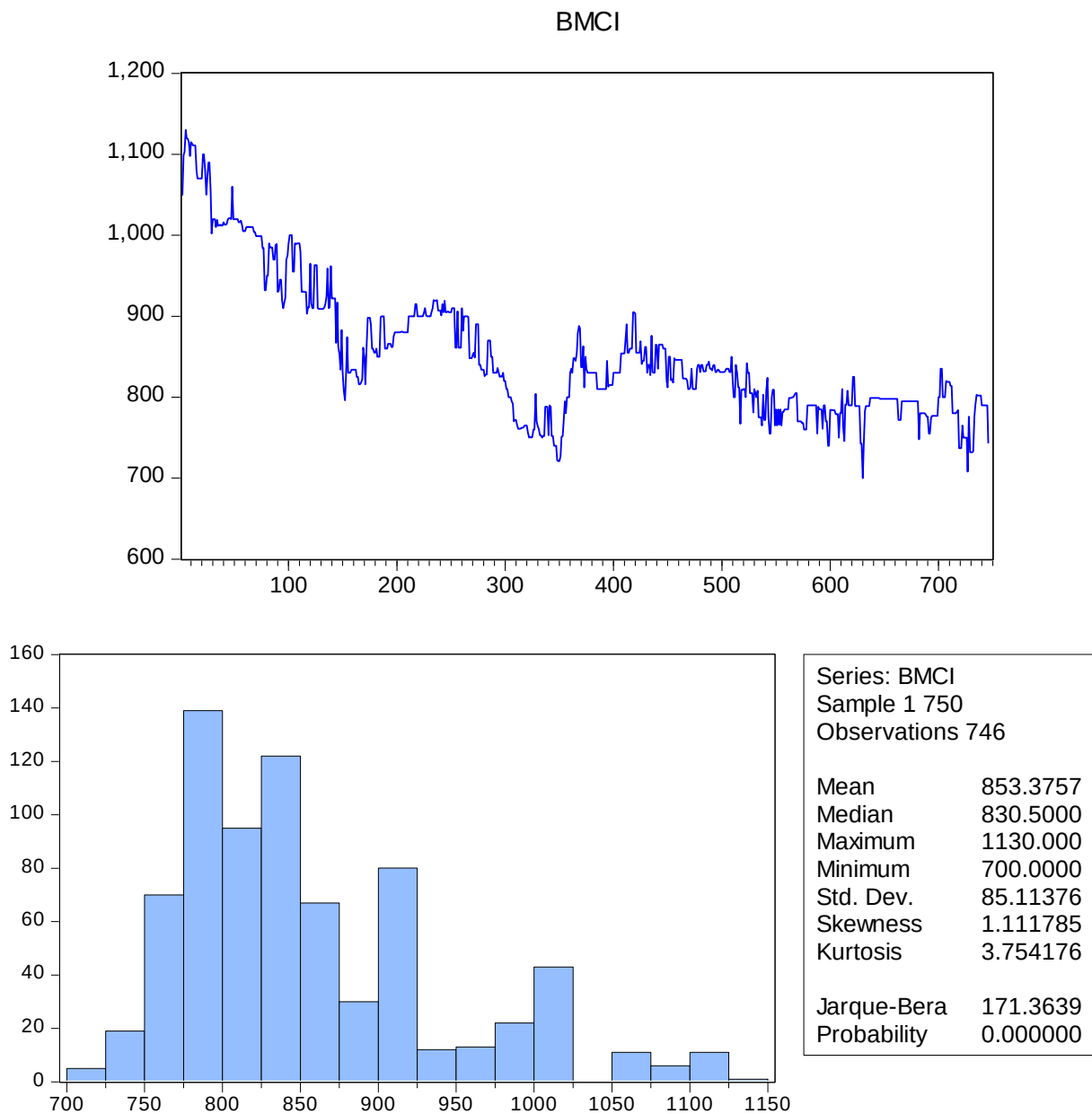
La distribution de la série CIMENTES_DU_MAROC est dispersée. Le Kurtosis affiche une valeur inférieure à 3 et un Skewness négatif proche de zéro. Ainsi, la probabilité de Jarque-Bera est inférieure à 5%, par conséquent la série ne suit pas une loi normale.



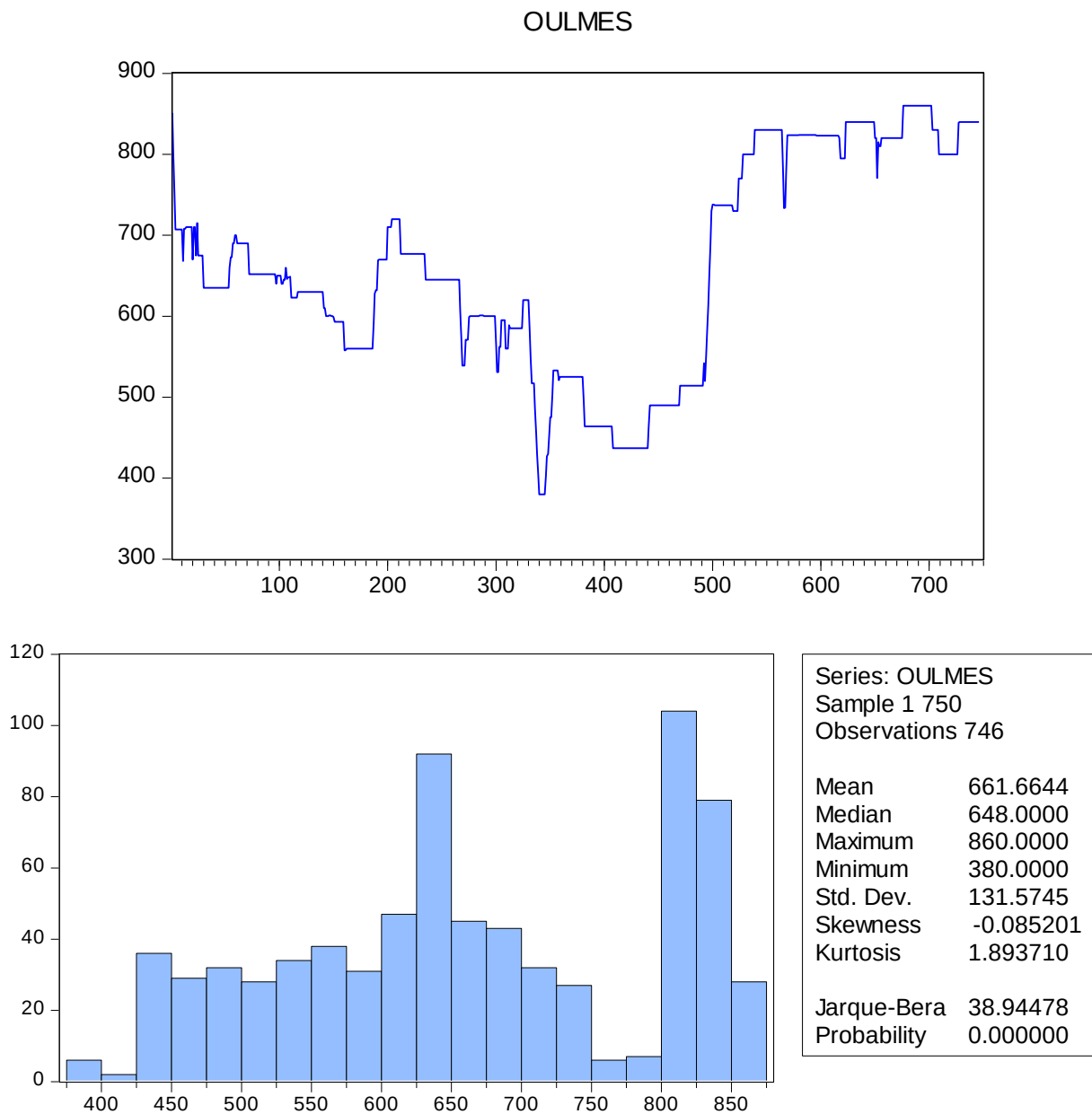
La distribution de la série LASAMIR est dispersée sur le graphique. Le Kurtosis affiche une valeur inférieure à 3 et un Skewness positif proche de zéro. Ainsi, la probabilité de Jarque-Bera est inférieure à 5%, par conséquent la série ne suit pas une loi normale.



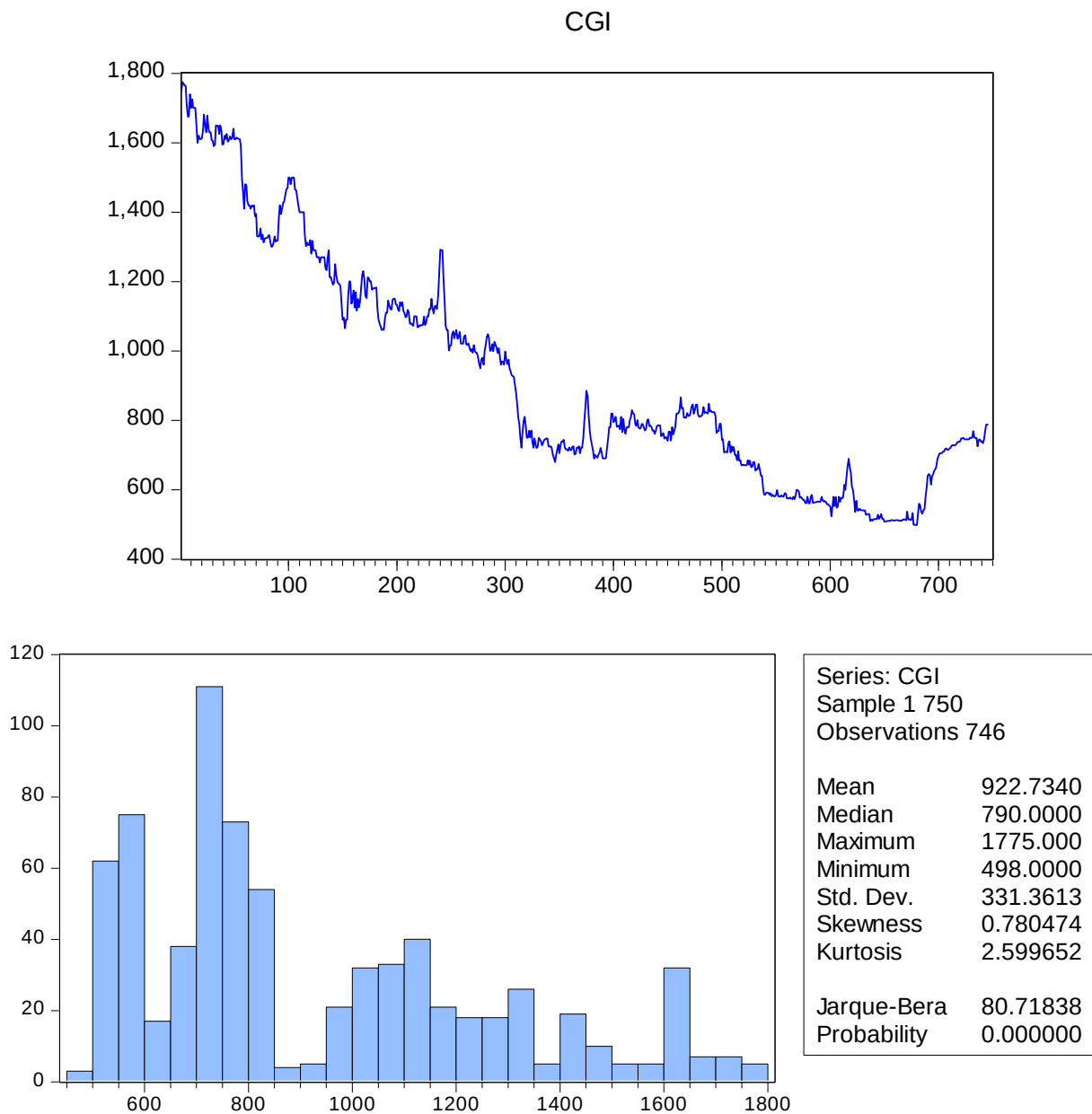
La distribution de la série Wafa_ASSURANCES exhibe la présence de certains points extrêmes sur ces queues. Ainsi, le Kurtosis affiche une valeur supérieure à 3. La valeur positive du Skewness permet de conclure sur l'asymétrie de la distribution de la série. Ainsi, la probabilité de Jarque-Bera est inférieure à 5%, par conséquent la série ne suit pas une loi normale.



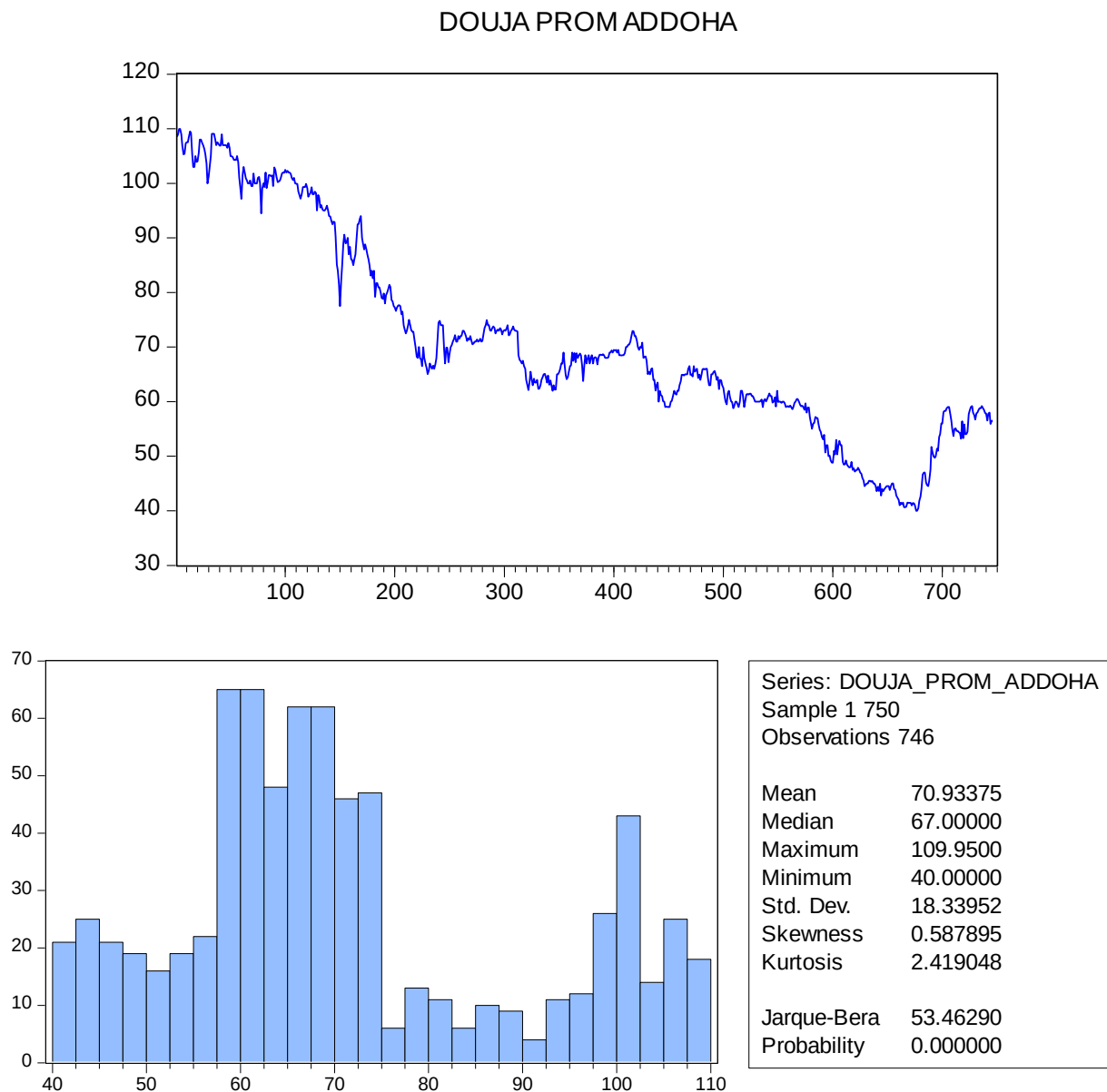
La distribution de la série BMCI exhibe également la présence de certains points extrêmes sur ces queues. Ainsi, le Kurtosis affiche une valeur supérieure à 3. La valeur positive du Skewness permet de conclure sur l'asymétrie de la distribution de la série. Ainsi, la probabilité de Jarque-Bera est inférieure à 5%, par conséquent la série ne suit pas une loi normale.



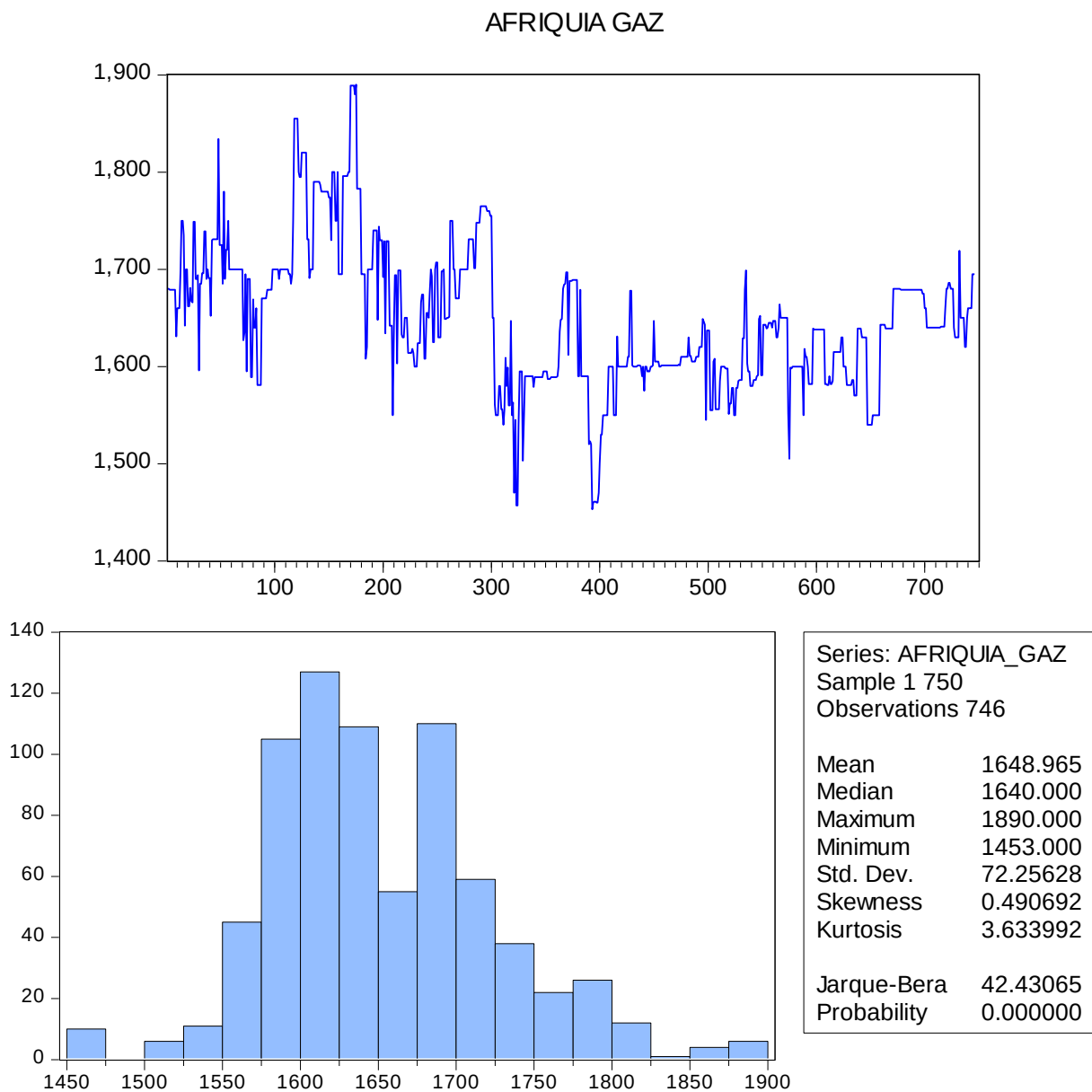
La distribution de la série OULMES est dispersée sur la figure. Elle dispose d'un Kurtosis affichant une valeur inférieure à 3. La valeur négative du Skewness permet de conclure sur l'asymétrie de la distribution de la série à gauche. Ainsi, la probabilité de Jarque-Bera est inférieure à 5%, par conséquent la série ne suit pas une loi normale.



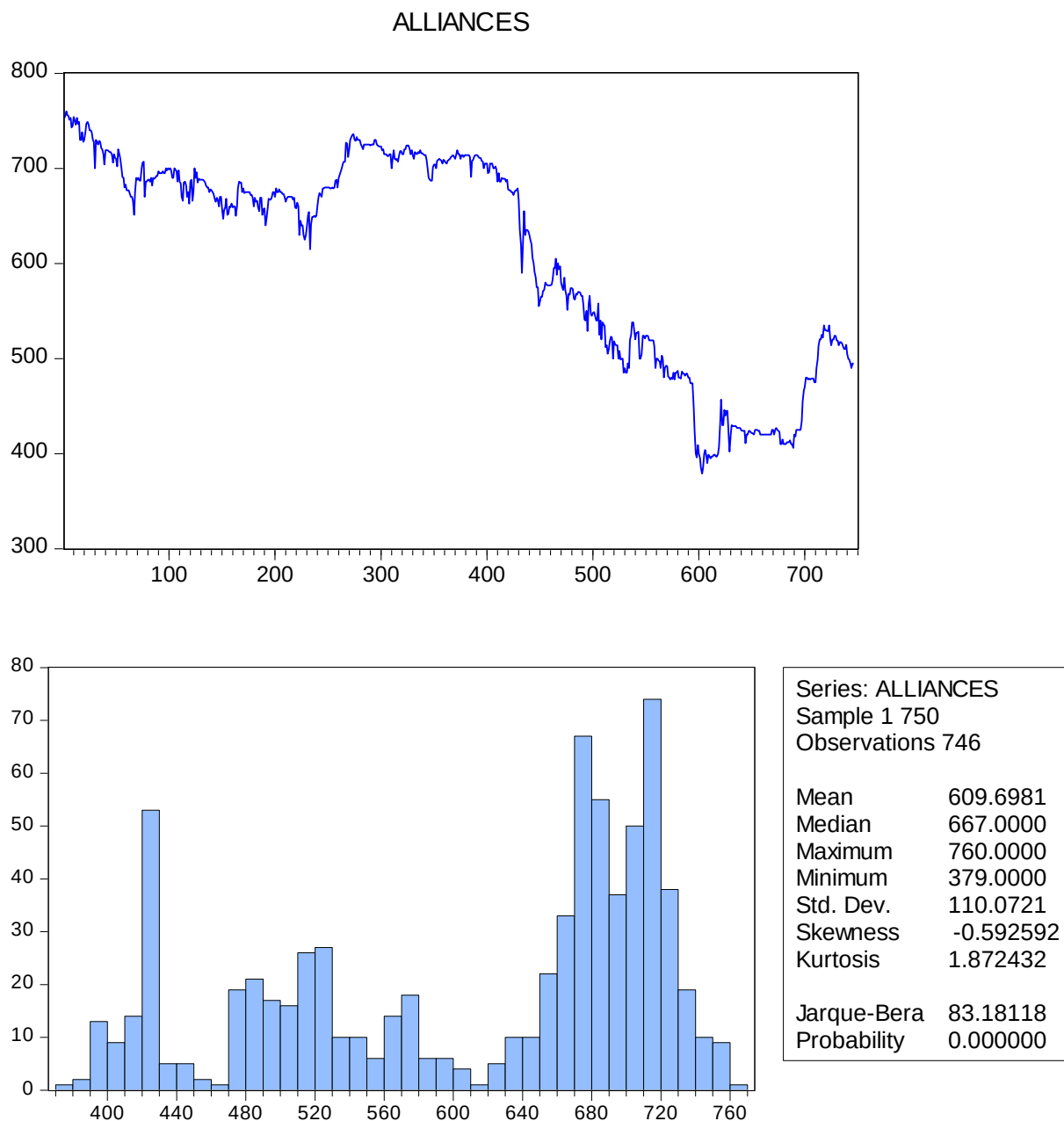
La distribution de la série CGI est dispersée sur la figure. Elle dispose d'un Kurtosis affichant une valeur inférieure à 3. La valeur positive du Skewness permet de conclure sur l'asymétrie de la distribution de la série à droite. Ainsi, la probabilité de Jarque-Bera est inférieure à 5%, par conséquent la série ne suit pas une loi normale.



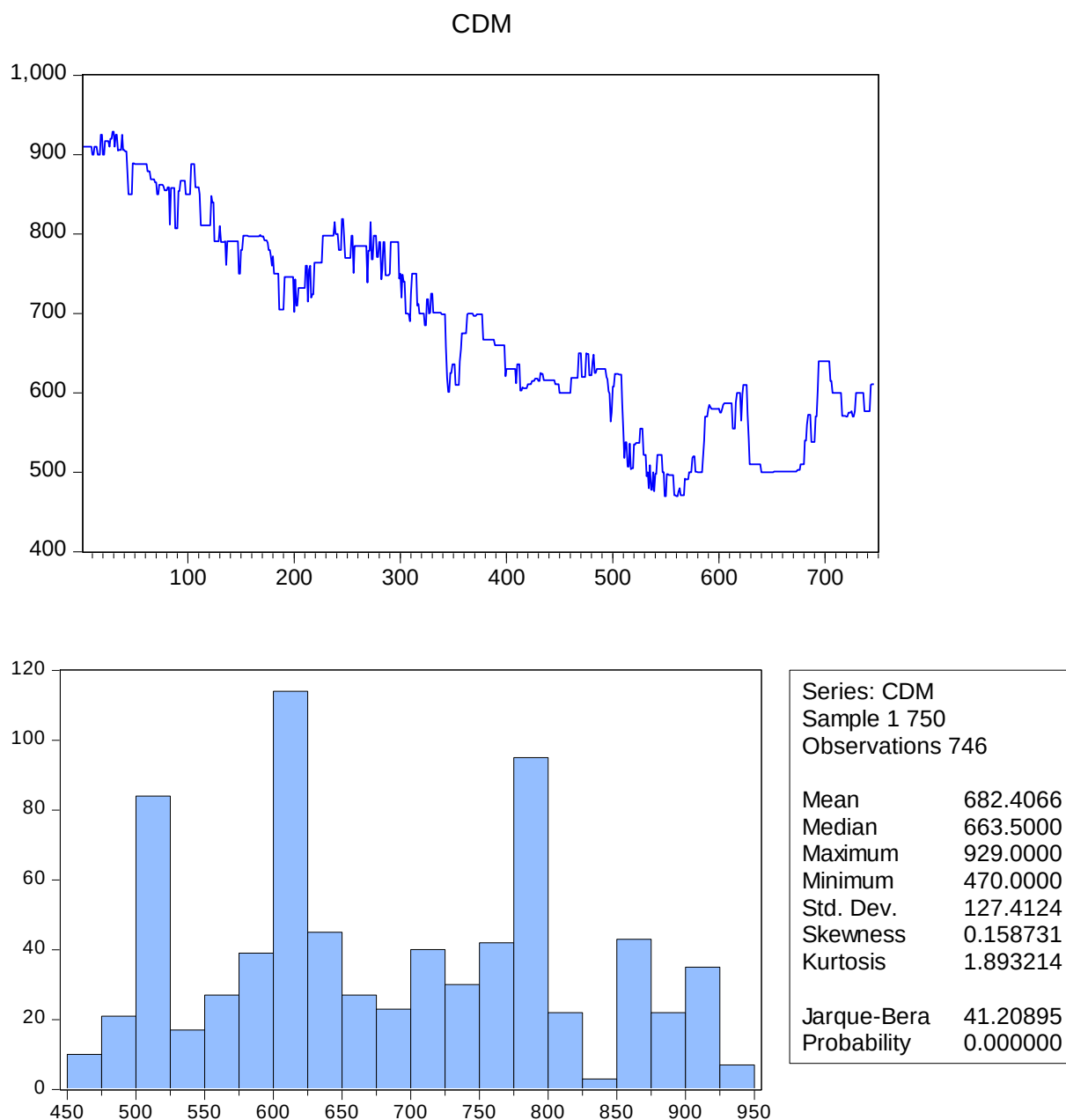
La distribution de la série DOUJA_PROM_ADDOHA est dispersée sur la figure. Elle dispose d'un Kurtosis affichant une valeur inférieure à 3. La valeur positive du Skewness permet de conclure sur l'asymétrie de la distribution de la série à droite. Ainsi, la probabilité de Jarque-Bera est inférieure à 5%, par conséquent la série ne suit pas une loi normale.



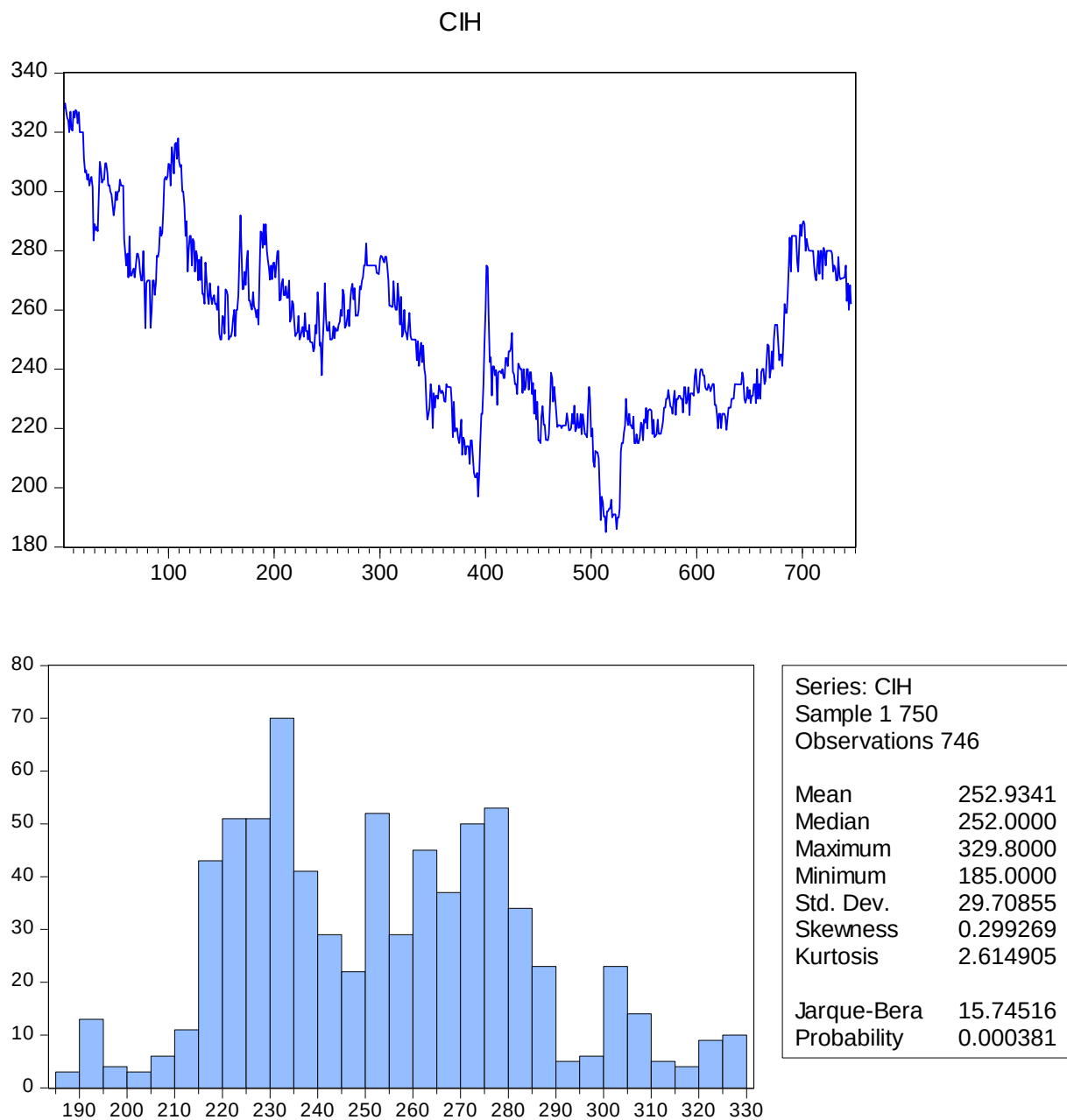
La distribution de la série AFRIQUIA_GAZ présente un Kurtosis supérieure à 3 et un Skewness positif et différent de zéro. En outre, la probabilité de Jarque-Bera est inférieure à 5%. De ce fait, la série ne suit pas une loi normale.



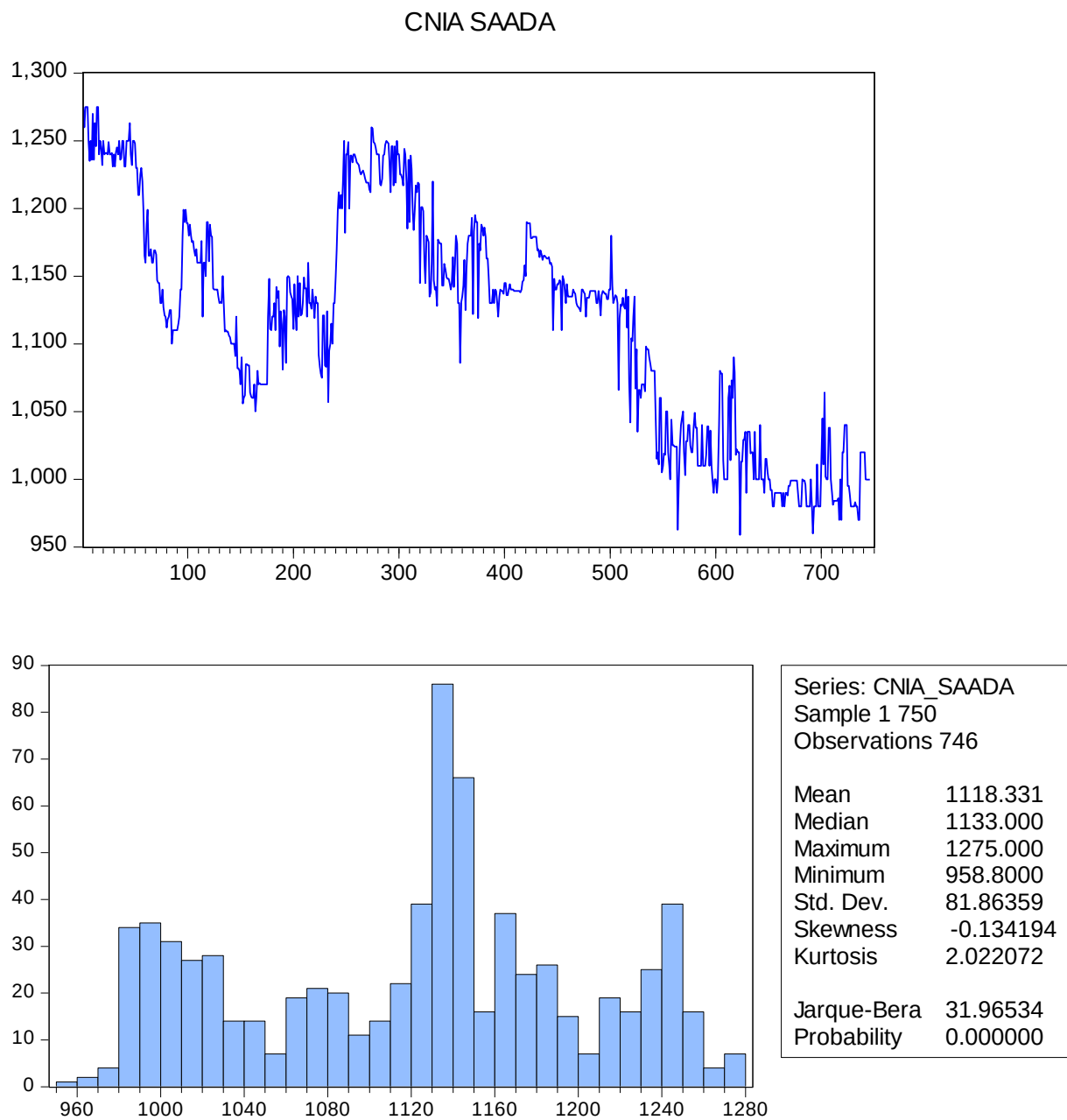
La distribution de la série ALLIANCES est dispersée sur la figure comme si elle dispose de 3 moyennes. Elle affiche un Kurtosis d'une valeur inférieure à 3. La valeur négative du Skewness permet de conclure sur l'asymétrie de la distribution de la série à gauche. Ainsi, la probabilité de Jarque-Bera est inférieure à 5%, par conséquent la série ne suit pas une loi normale.



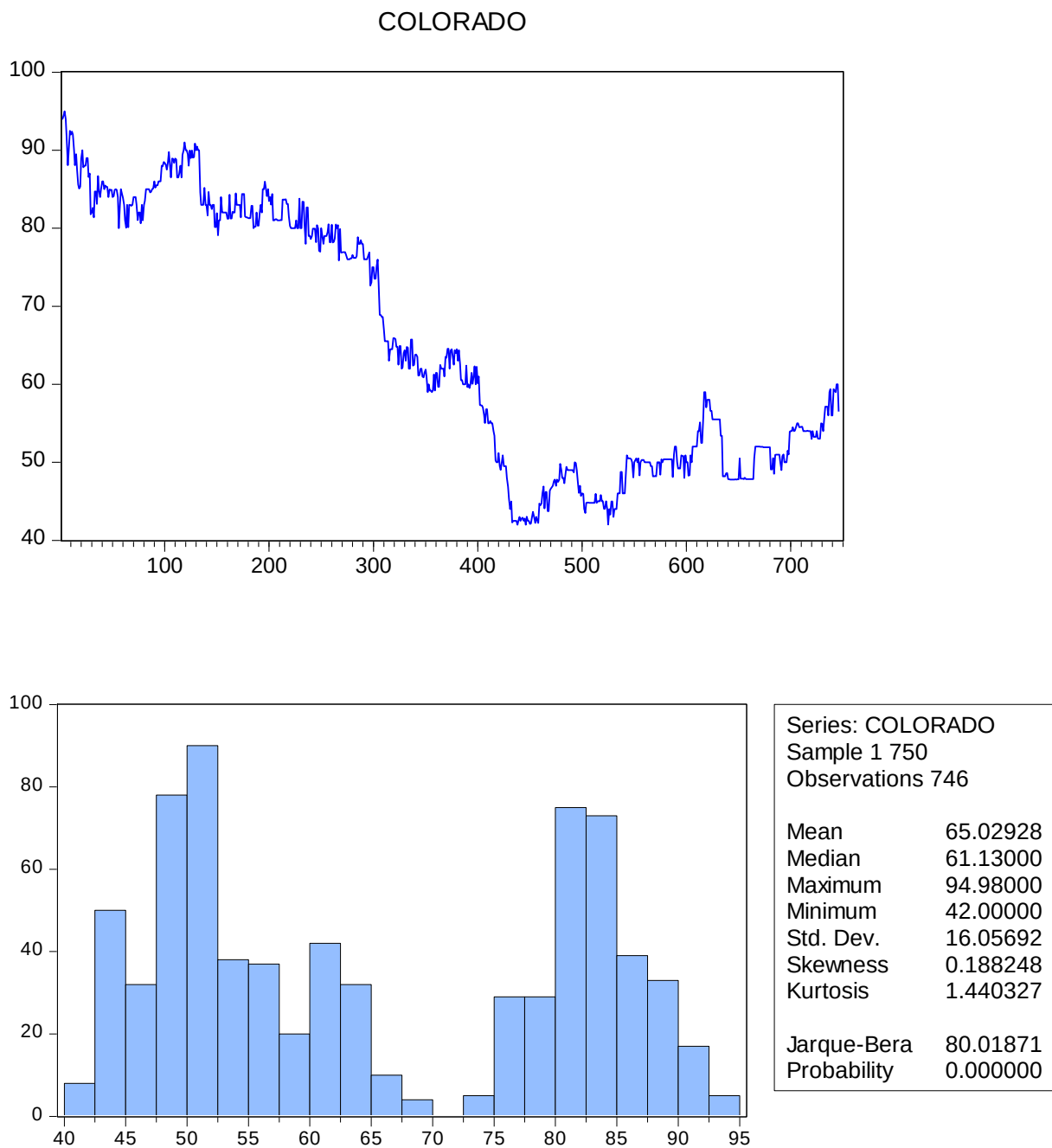
La distribution de la série CDM est dispersée. Son Kurtosis est inférieure à 3 et son Skewness est positif et différent de zéro ce qui permet de conclure sur l'asymétrie de la distribution de la série à droite. Ainsi, la probabilité de Jarque-Bera est inférieure à 5%, par conséquent la série ne suit pas une loi normale.



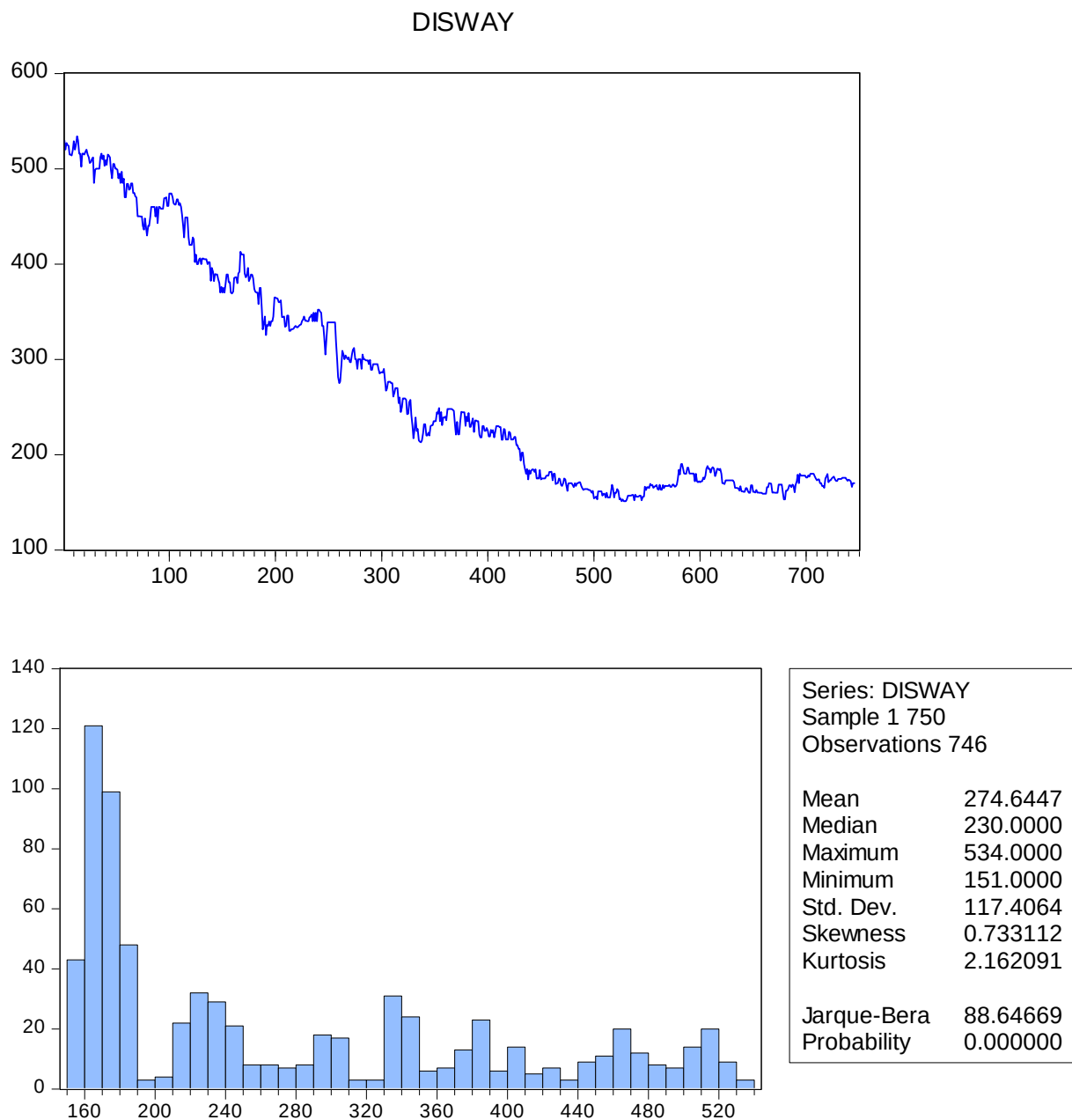
La distribution de la série CIH montre le rapprochement des observations autour de la moyenne. Sa valeur de Kurtosis est inférieure à 3 et son Skewness est positif et différent de zéro ce qui permet de conclure sur l'asymétrie de la distribution de la série à droite. Ainsi, la probabilité de Jarque-Bera est inférieure à 5%, par conséquent la série ne suit pas une loi normale.



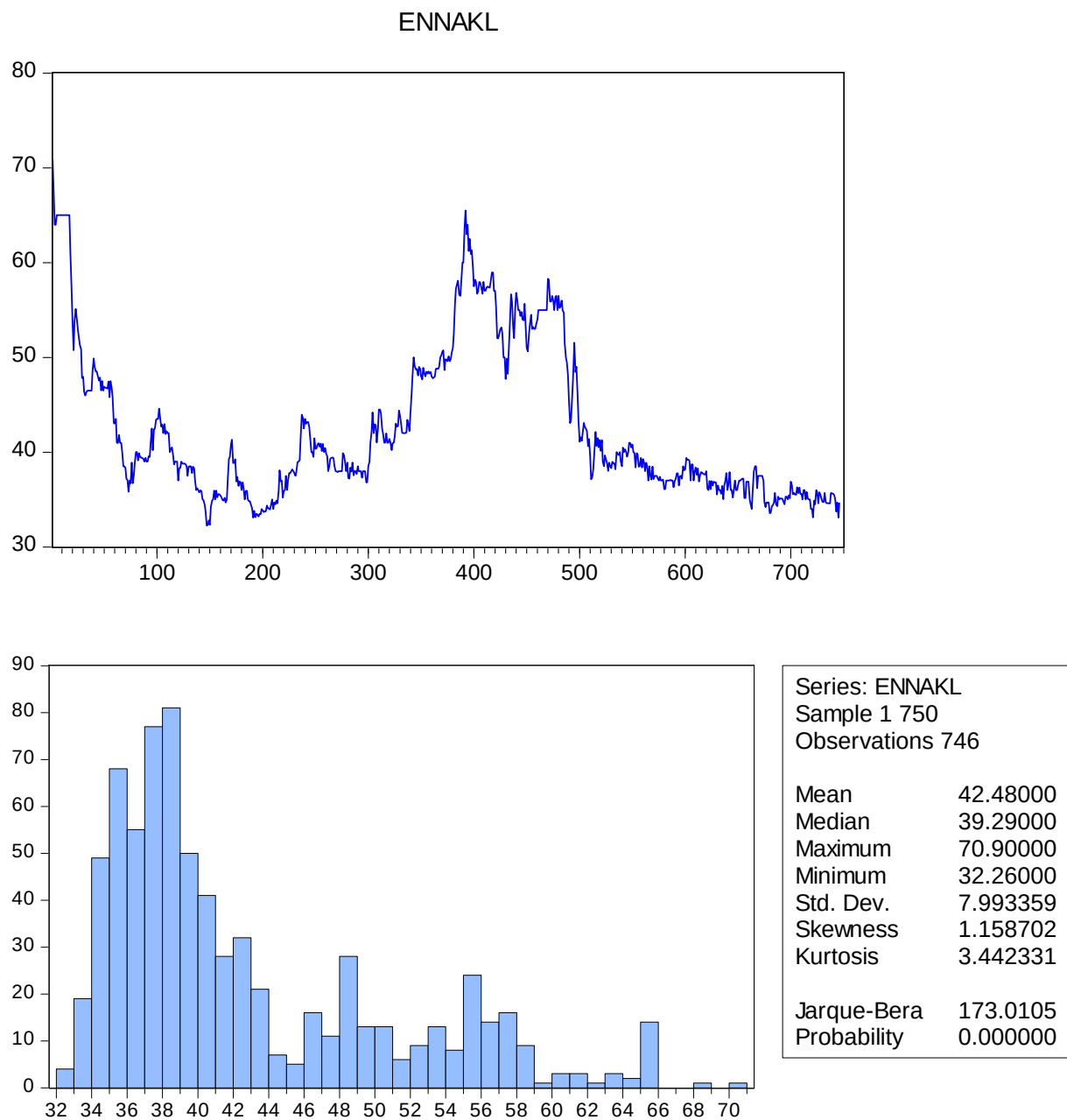
La distribution de la série CNIA_SAADA est dispersée comme le montre la figure. Elle dispose d'un Kurtosis affichant une valeur inférieure à 3. En outre, la valeur négative du Skewness permet de constater une asymétrie de la distribution de la série à gauche. Ainsi, la probabilité de Jarque-Bera est inférieure à 5%, par conséquent la série ne suit pas une loi normale.



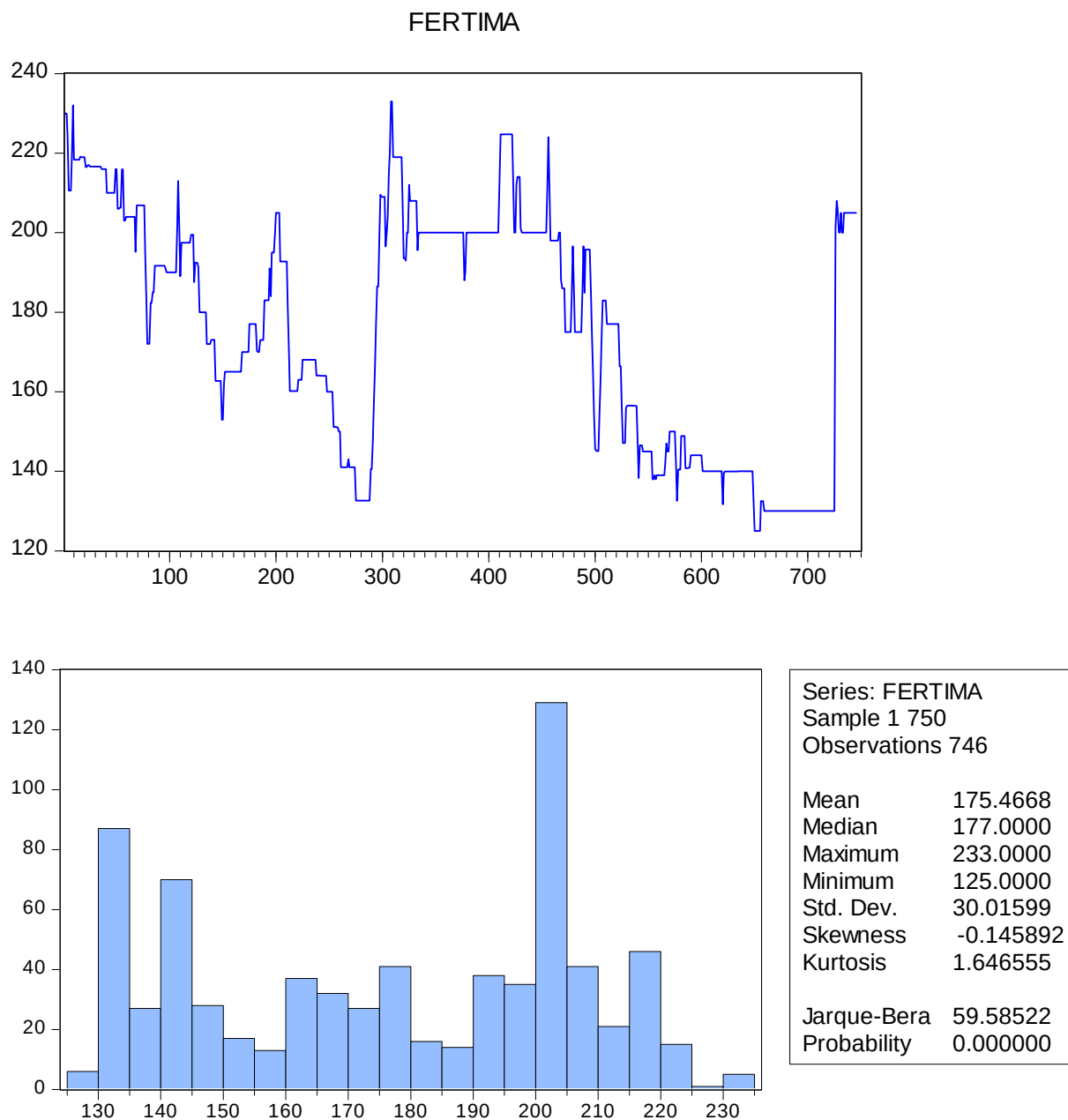
La distribution de la série COLORADO expose une distribution bimodale. Elle dispose d'un Kurtosis affichant une valeur inférieure à 3. En outre, la valeur positive du Skewness permet de constater une asymétrie de la distribution de la série à droite. Ainsi, la probabilité de Jarque-Bera est inférieure à 5%, par conséquent la série ne suit pas une loi normale.



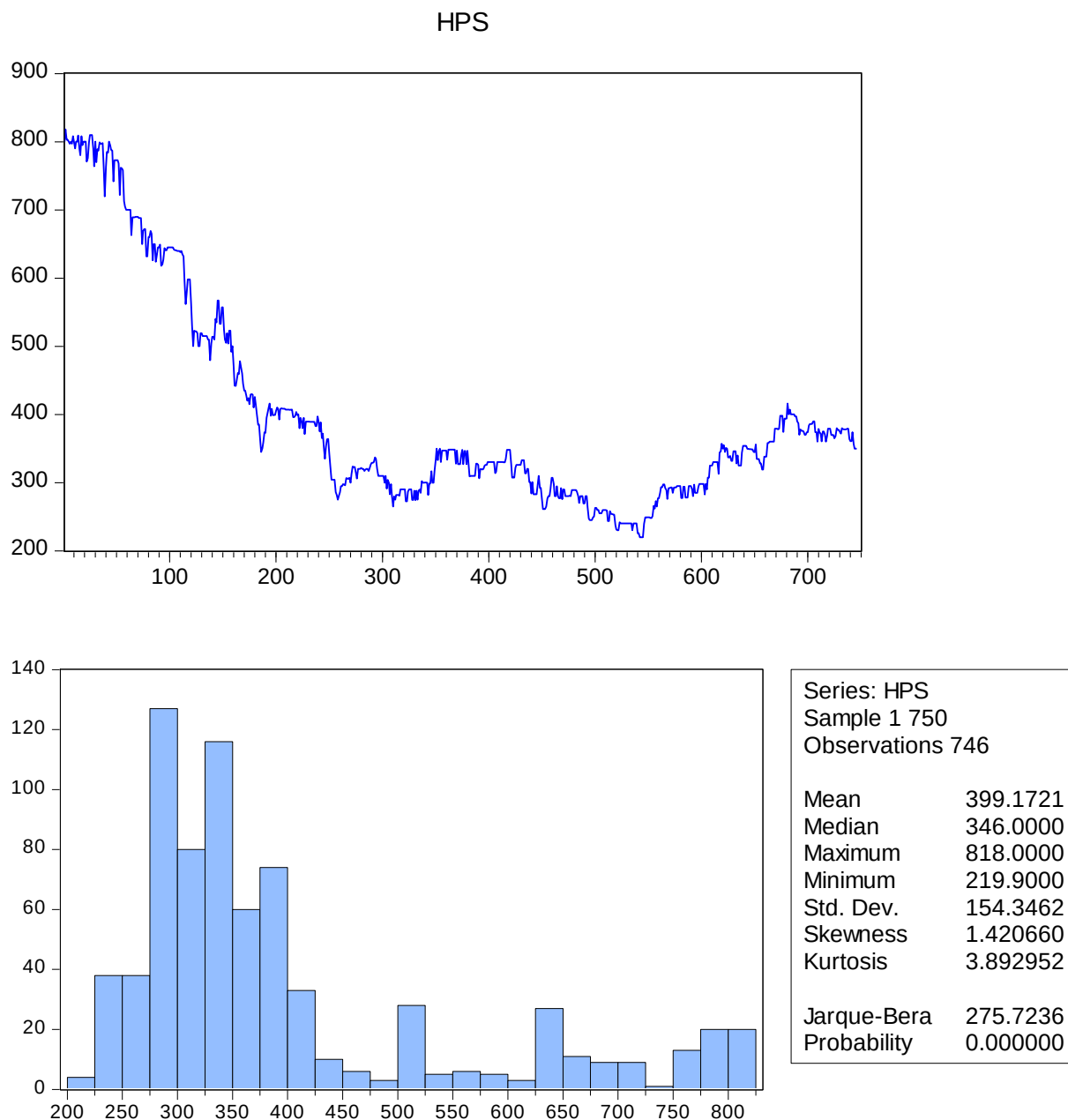
La distribution de la série DISWAY expose une distribution dispersée sur toute la figure. Elle dispose d'un Kurtosis affichant une valeur inférieure à 3. En outre, la valeur positive du Skewness permet de constater une asymétrie de la distribution de la série à droite. Ainsi, la probabilité de Jarque-Bera est inférieure à 5%, par conséquent la série ne suit pas une loi normale.



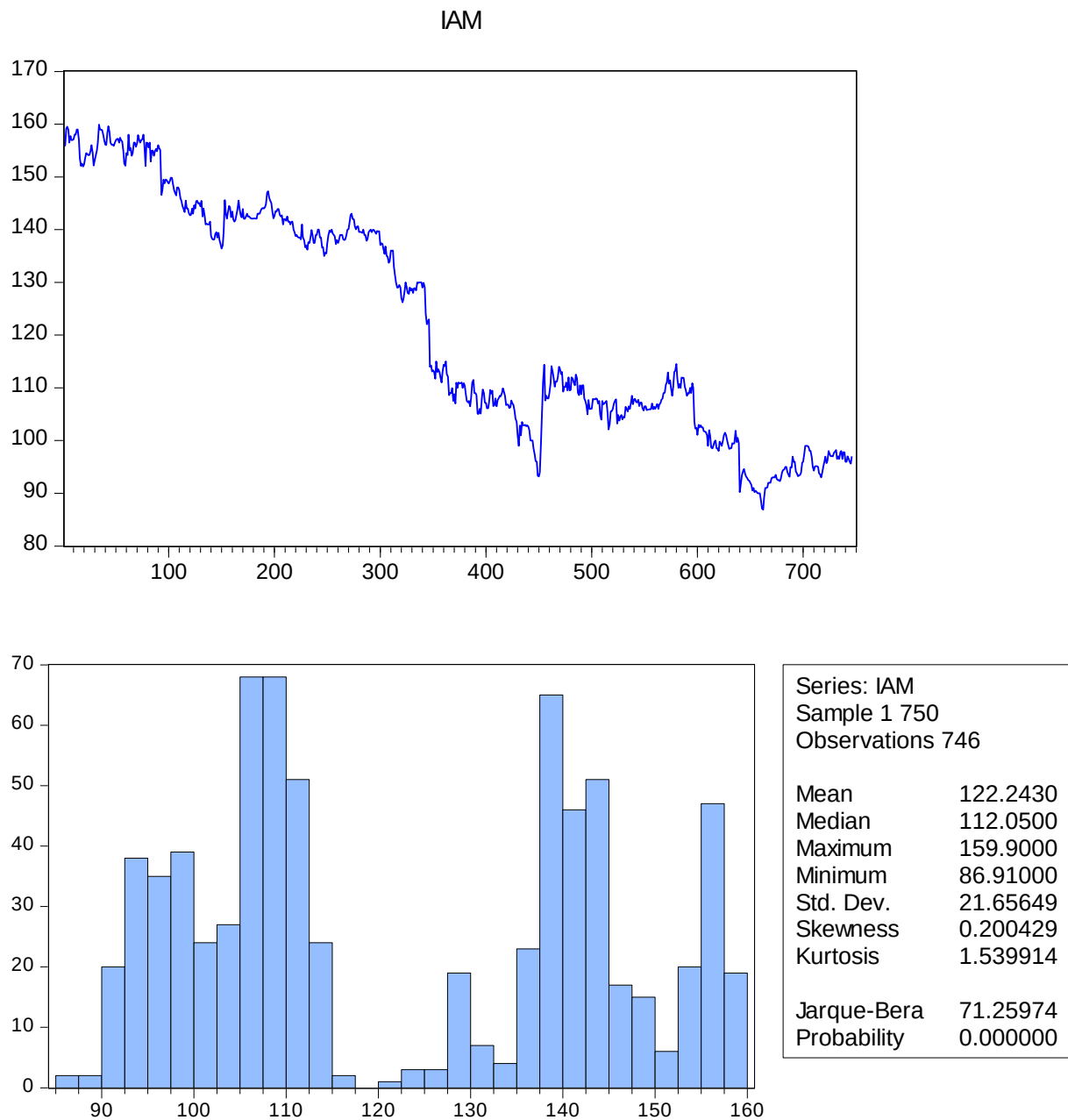
La distribution de la série ENNAKL présente une forte asymétrie à droite. Ainsi la valeur du Kurtosis est supérieure à 3. En effet, la probabilité de Jarque-Bera est inférieure à 5%, par conséquent la série ne suit pas une loi normale.



La distribution de la série FERTIMA est dispersée comme le montre la figure. Elle dispose d'un Kurtosis affichant une valeur inférieure à 3. En outre, la valeur négative du Skewness permet de constater une asymétrie de la distribution de la série à gauche. Ainsi, la probabilité de Jarque-Bera est inférieure à 5%, par conséquent la série ne suit pas une loi normale.



La distribution de la série HPS présente une forte asymétrie à droite. Ainsi la valeur du Kurtosis est supérieure à 3. En effet, la probabilité de Jarque-Bera est inférieure à 5%, par conséquent la série ne suit pas une loi normale.



La distribution de la série IAM montre une distribution bimodale qui laisse observer l'existence de deux moyennes. Sa valeur de Kurtosis est inférieure à 3 et son Skewness est positif et différent de zéro. Ainsi, la probabilité de Jarque-Bera est inférieure à 5%, par conséquent la série ne suit pas une loi normale.

Table des matières

Remerciements	3
Sommaire	4
Liste des figures.....	5
Liste des tableaux	8
Introduction générale.....	9
Chapitre 1 : Méthodologie de recherche et sciences sociales : Quelle philosophie ?.....	11
Section 1: Méthodologie de recherche en sciences : Une analyse exploratoire	12
1. Evolution de la pensée philosophique et méthodologique au fil des civilisations.....	12
2. L'empirisme et le rationalisme	13
3. L'idéalisme transcendantal et la raison pure	14
4. Une théorie réaliste de la science	15
5. Le positivisme logique et l'instrumentalisme.....	16
6. Le falsificationnisme de Popper	17
7. Postmodernisme et poststructuralisme	19
8. Méthodologie dominante en Finance	20
Section 2: Complexité sociale et méthodologie de recherche en finance : Quel compromis ?	22
1. La méthodologie au cœur de la dynamique sociale.....	22
2. Méthodologie interdisciplinaire de la recherche en finance	28
Chapitre 2 : Optimisation de portefeuille au cœur des théories controversées.....	31
Section 1 : Essence de la théorie de portefeuille	32
1. Le modèle de moyenne-variance de Markowitz.....	32
2. Les mesures de performance	45
Section 2 : Théorie moderne de portefeuille au cœur de la polémique	50
1. Efficience de marchés et gestion de portefeuille	50
2. De l'efficience informationnelle.....	52
3. Fragilité de l'hypothèse d'efficience des marchés	71
4. Lois d'échelle en finance.....	73
Chapitre 3. Dynamique des marchés financiers : Quelles hypothèses ?.....	80
Section 1 : Dynamique des marchés financiers et multifractalité	81
1. Présentation des données	82
2. Présentation de la méthode MF-DFA	84
3. Analyse multifractale de la série MASI	89

4. Les sources de multifractalité	94
4.1. L'approche de <i>randomization</i> :	96
4.2. L'approche <i>bootstrap</i>	97
4.3. L'algorithme <i>Statically Transformed Autoregressive Process and Surrogate Data Test for Nonlinearity</i> (STAP)	98
5. Comparaison de la série MASI et MADEX	101
6. Analyse de la multifractalité des indices sectoriels boursiers	103
7. Analyse de la multifractalité de certains pays de l'Est	112
Conclusion	113
Section 2 : Effet de contagion et transmission des chocs de la volatilité	114
1. Les copules et les mesures de dépendance	116
2. Les familles des copules	121
3. Les transmissions de chocs de volatilité entre quatre pays arabes de la région MENA	126
Section 3 : L'inter-corrélation multifractale des marchés financiers	135
1. Présentation des données	136
2. Background théorique	137
3. Résultats empiriques	141
Chapitre 4. Gestion de portefeuille dynamique : Une approche interdisciplinaire	150
Section 1 : Physique nucléaire et analyse de la structure de corrélation d'un portefeuille : la méthode du <i>Random Matrix Theory</i>	151
1. Présentation des données	152
2. Soubassement théorique de la méthode RMT	152
3. Résultats empiriques	155
Section 2 : Biologie et optimisation de portefeuille	165
1. PSOASA appliquée à la gestion de portefeuille	168
2. Résultats empiriques	170
Bibliographie	180
Annexes	191
Table des matières	212