

THESE

En vue de l'obtention du : **DOCTORAT**

Structure de Recherche : Laboratoire de recherche en informatique et télécommunications
Discipline : Sciences de l'ingénieur
Spécialité : Informatique

Présentée et soutenue le : 22/09/2018 par :

Salwa LAGDALI

Statistiques d'ordre supérieur pour l'analyse de la texture sous les contraintes du bruit et de non Gaussianité

JURY

Abdelhakim AMEUR EL IMRANI	PES	Faculté des Sciences de Rabat	Président
Mohammed RZIZA	PES	Faculté des Sciences de Rabat	Directeur de thèse
Mohamed BOUHDADI	PES	Faculté des Sciences de Rabat	Examinateur
Redouane BENAINI	PH	Faculté des Sciences de Rabat	Examinateur
Abderrahim EL QADI	PES	EST de Salé	Rapporteur
Hamid TAIRI	PES	Faculté des Sciences de Fès	Rapporteur

Année Universitaire : 2017-2018



AVANT-PROPOS

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été effectués au Laboratoire de Recherche en Informatique et Télécommunications (LRIT) de la Faculté des Sciences de Rabat, Université Mohammed V au Maroc sous la direction du Professeur **Mohammed RZIZA**.

Je commence par présenter mes remerciements à mon directeur de thèse, M. **RZIZA Mohammed**, Professeur de l'enseignement supérieur et chef de département d'informatique à la Faculté des Sciences de Rabat, pour ces années de soutien, pour ses précieux conseils scientifiques et humains, ainsi que pour ses encouragements. J'exprime ici ma profonde gratitude à son égard et l'estime respectueuse que je lui porte.

Je veux exprimer toute ma reconnaissance à M. **EL IMRANI Abdelhakim Ameer**, Professeur de l'enseignement supérieur à la Faculté des Sciences de Rabat d'avoir accepté de présider le jury de ma thèse.

Je remercie chaleureusement M. **BOUHDADI Mohamed**, Professeur de l'enseignement supérieur à la Faculté des Sciences de Rabat, d'avoir accepté d'examiner ce travail et de participer au jury.

Je remercie M. **BENAINI Redouane**, Professeur habilité à la Faculté des Sciences de Rabat d'avoir accepté d'examiner ce travail et de participer au jury.

Je tiens également à remercier M. **EL QADI Abderrahim**, Professeur de l'enseignement supérieur à la EST de Salé, pour avoir accepté de rapporter ce travail et de participer au jury.

Enfin, je souhaite remercier profondément M. **TAIRI Hamid**, Professeur de l'enseignement supérieur, Université Mohamed Ben Abdellah Dhar Mahraz de Fès, pour avoir accepté de rapporter ce travail et de se déplacer pour participer au jury.

Mes remerciements s'adressent également à toute ma famille. Je tiens à exprimer mes sentiments les plus respectueux et ma profonde reconnaissance pour les encouragements constants qu'ils ont déployés, et d'avoir supporté mon absence, entre autres, durant la préparation de cette thèse.

Je remercie mes amis de leurs soutiens et toutes les personnes qui m'ont aidé de près ou de loin pour achever ce travail.



RÉSUMÉ

De nos jours, plusieurs applications du traitement d'images emploient des méthodes qui utilisent des caractéristiques de la texture. La majorité de ces méthodes supposent que les textures sont des processus Gaussiens et linéaires où les pixels sont supposés indépendants. La raison de ces hypothèses limitées est l'utilisation des statistiques du premier et du second ordre qui introduisent une simplicité de calcul et d'interprétation. Cependant, des structures importantes dans la texture apparaissent lorsque nous dévions de la Gaussianité et que la linéarité est introduite par une corrélation d'ordre supérieur entre les pixels ou entre les fréquences dans le domaine fréquentiel. Grâce à leurs propriétés, les spectres d'ordre supérieur et surtout celui du troisième ordre à savoir le bispectre, peuvent détecter l'interaction non linéaire et la dépendance entre les fréquences. Une autre propriété d'un grand intérêt est le fait que les cumulants des signaux Gaussiens disparaissent entièrement aux ordres supérieurs. Du fait que de nombreux signaux de bruit et d'interférence ont des distributions Gaussiennes, cette propriété offre la possibilité que les statistiques d'ordre supérieur puissent être utiles dans le traitement des textures affectées par le bruit.

Cette thèse examine un des aspects théoriques des statistiques d'ordre supérieur dans le traitement du signal, et discute l'estimation et l'utilisation du bispectre dans le traitement de l'image. Particulièrement, dans ce travail, nous souhaitons exploiter le bispectre dans le problème d'analyse de texture. Pour cette raison, notre premier objectif est d'effectuer une analyse bispectrale sur les projections de Radon des textures pour vérifier les hypothèses de la Gaussianité et de la linéarité. Les résultats statistiques montrent un comportement non Gaussien des textures, ce qui signifie la nécessité d'utiliser les statistiques d'ordre supérieur. Le second objectif est de développer une approche robuste et utile pour l'analyse de texture non Gaussienne, non linéaire et bruitée basée sur la phase. Contrairement aux méthodes actuelles basées sur l'information de la phase, l'approche proposée calcule la phase récupérée du bispectre connu par sa conservation à l'information de la phase et à son invariance au bruit, à la translation et aux changements de l'illumination. Notre méthode proposée montre une grande précision et surpasse les méthodes de l'état de l'art également en fonction de la phase, en particulier dans le cas où le niveau de bruit est élevé.

Mots-clés : statistiques et spectres d'ordre supérieur, bispectre, Gaussianité, linéarité, bruit, analyse de texture, phase et projections de Radon.



ABSTRACT

Classical methods for texture analysis assume that textures are Gaussian and linear processes which provide an independent relation between pixels. The reason behind these limited assumptions, is the use of first and second order statistics which introduce a simplicity of computation and interpretation. However, important structures in the texture emerge when we deviate from Gaussianity and linearity introduced by higher order correlation between pixels or between frequencies in the frequency domain. Thanks to their properties, higher order spectra and especially the third order namely the bispectrum can detect the non linear interaction and the dependency between frequencies. Other property of great interest is the fact that the cumulants of Gaussian signals disappear entirely at higher orders. Because many noise and interference signals have Gaussian distributions, this property offers the possibility that higher-order statistics may be useful in processing texture in a high level of noise.

This thesis examines higher-order statistics in signal processing, and discusses the estimation and the use of the bispectrum in image processing. Especially, in this work we are interested in exploiting the bispectrum in texture analysis problem. For this reason, our first objectif is to perform a bispectral analysis on radon projections of textures to verify the Gaussianity and linearity assumptions. Statistical results show a non Gaussian behaviour of textures which means the necessity of using higher order statistics. The second objectif is to develop a robust and useful approach for non Gaussian, non linear and noisy texture analysis based on the phase. In contrast to the current methods based on the phase information, the proposed approach compute the phase recovered from the bispectrum known by its conservation to the phase information and to its invariance to noise, to translation and to illumination changes. Our proposed method shows high accuracy and outperform the state of the art methods also based on the phase especially in high level of noise scenes.

Keywords : Higher order statistics and spectra, bispectrum, Gaussianity, linearity, noise, texture analysis, phase and Radon projections.



TABLE DES MATIÈRES

Liste des acronymes	xì
Liste des figures	xv
Liste des tableaux	xvi
INTRODUCTION GÉNÉRALE	1
Motivations	1
Contributions de la thèse	2
Organisation du mémoire	3
Chapitre 1 : Les statistiques d'ordre supérieur dans le traitement d'images	5
1.1 introduction	5
1.2 Statistiques d'ordre supérieur pour les signaux 1D	6
1.2.1 Moments et Cumulants	6
1.2.1.1 Définitions	6
1.2.1.2 Relations entre moments et cumulants	6
1.2.1.3 Propriétés	8
1.2.2 Polyspectre	8
1.2.2.1 Définitions	8
1.2.2.2 Le bispectre	9
1.2.2.3 Propriétés	10
1.3 Statistiques d'ordre supérieur pour les signaux 2D	11
1.3.1 Motivations	11
1.3.1.1 La Gaussianité dans l'image	12
1.3.1.2 La linéarité dans l'image	12
1.3.1.3 Les propriétés d'invariance	13
1.3.1.4 La conservation de la phase	13
1.3.2 Bispectre pour une donnée 2D	13
1.3.3 Applications des SOS dans le traitement d'image	14
1.3.3.1 Recalage d'image	14
1.3.3.2 Reconstruction d'image	15
1.3.3.3 Interférométrie des tavelures	15

1.3.3.4	Imagerie médicale	16
1.3.3.5	Reconnaissance de formes	16
1.3.3.6	Restauration d'image	16
1.4	Conclusion	16
Chapitre 2 : Analyse de la texture : État de l'art		19
2.1	Introduction	19
2.2	Méthodes d'analyse de texture	23
2.2.1	Méthodes structurelles	23
2.2.2	Méthodes statistiques	24
2.2.2.1	Méthodes spatiales	24
2.2.2.2	Méthodes fréquentielles	26
2.2.3	Méthodes par modèle	27
2.3	Analyse de texture basée sur la phase	27
2.3.1	Motivation : Importance de la phase	27
2.3.2	Quantification de phase locale	29
2.3.3	Quantification de phase locale invariante à la rotation	30
2.3.3.1	Estimation de l'orientation	30
2.3.3.2	Extraction du descripteur orienté	31
2.3.4	Descripteur de fréquence locale invariant à la rotation	31
2.3.5	Synthèse	33
2.4	Conclusion	34
Chapitre 3 : Analyse bispectrale des images texturées		35
3.1	Introduction	35
3.2	Outils mathématiques	36
3.2.1	Le bispectre et les interactions non linéaire	36
3.2.2	Couplement quadratique de phase	37
3.2.3	Bicohérence	38
3.2.3.1	Définition	38
3.2.3.2	Fiabilité statistique des estimations de la bicohérence	39
3.3	Tests statistiques	40
3.3.1	Test de Gaussianité	40
3.3.2	Test de linéarité	41
3.3.3	Application à l'analyse de texture	42
3.4	Résultats et discussions	43
3.4.1	Résultats statistiques	43
3.4.2	Discussions	48
3.5	Conclusion	49
Chapitre 4 : Analyse de texture bruitée en utilisant la phase dérivée des SOS		51
4.1	Introduction	51

4.2	Étude théorique	52
4.2.1	Bispectre : propriétés d'invariance	52
4.2.1.1	Invariance à la rotation	53
4.2.1.2	Invariance au bruit	53
4.2.1.3	Conservation de la phase	53
4.2.2	Approche proposée :	54
4.2.2.1	Transformée de Radon	54
4.2.2.2	Calcul de la phase	57
4.2.2.3	Extraction des statistiques circulaires	58
4.2.3	L'algorithme de l'approche proposée	60
4.3	Résultats expérimentaux	61
4.3.1	Machines à vecteurs de supports : SVM	61
4.3.1.1	Principe du SVM	62
4.3.1.2	Notations mathématiques	64
4.3.1.3	Implémentation	66
4.3.2	Bases de données	67
4.3.3	Méthodes comparées	69
4.3.4	Résultats de classification	69
4.3.4.1	Expérience 1 : performances sur les intervalles de projection	69
4.3.4.2	Expérience 2 : invariance à la rotation et à l'illumination .	70
4.3.4.3	Expérience 3 : Comparaison de méthodes	70
4.3.4.4	Expérience 4 : Comparaison de la taille de caractéristiques et de temps d'exécution	72
4.4	Conclusion	72
	Conclusion générale et perspectives	75
	Bibliographie	79



LISTE DES ACRONYMES ET DES ABRÉVIATIONS

BSIR	<i>Blur and similarity transform invariant registration</i>
DFT	<i>Discret Fourier transform</i>
HLO	<i>Histogram of Local Orientations</i>
HOSA	<i>Higher order spectral analysis toolbox</i>
LBP	<i>Local binary patterns</i>
LCF	<i>Local circular function</i>
LPQ	<i>Local phase quantization</i>
MRF	<i>Markov random field</i>
PFA	<i>Probability of faulse alarm</i>
RILPQ	<i>Rotation invariant local phase quantization</i>
RILFD	<i>Rotation invariant local frequency descriptor</i>
SOS	<i>Statistiques ou spectres d'ordre supérieurs</i>
SSO	<i>Statistiques du second ordre</i>
SIFT	<i>Scale Invariant Feature Transform</i>
SVM	<i>Support vector machines</i>
SNR	<i>Signal to noise ration</i>



LISTE DES FIGURES

1.1	Courbe 3D du bispectre	10
1.2	le domaine principal du calcul du bispectre	11
1.3	L'histogramme de la sortie du filtre	12
1.4	Représentation physique des cumulants.	14
1.5	L'image de speckle (a) et l'image récupérée (b) en utilisant le bispectre . .	15
2.1	Exemple de textures	20
2.2	Exemple de textures aléatoires	20
2.3	Exemple de textures périodiques	21
2.4	Exemple de classification de texture	21
2.5	Exemple de segmentation de texture	22
2.6	Exemple de synthèse de texture	22
2.7	Échantillon de texture bien adaptée pour l'approche structurale.	24
2.8	L'interrelation entre les diverses statistiques d'ordre deux et l'image d'entrée	25
2.9	Des paires de textures avec des statistiques d'ordre deux identiques.	25
2.10	Représentation fréquentielle d'une texture	26
2.11	Importance de la phase : La texture (c) est le mélange des deux textures avec la module de la texture (b) et la phase de la texture (a)	28
2.12	Schéma d'encodage LPQ	29
2.13	Bases de Fourier dont les phases contribuent aux filtres LPQ correspondants aux 256-codes.	30
2.14	Trois paramètres de voisins communs dans LBP	31
2.15	les étapes de construction de l'histogramme des orientations locales	33
3.1	Projection Radon	36
3.2	le spectre de puissance du signal décrit par l'équation 3.8	38
3.3	Le bispectre du signal décrit par l'équation 3.8	38
3.4	La distribution de la bicohérence pour un processus de bruit Gaussien blanc lors de 100 réalisations.	40
3.5	Gauche : Texture naturelle. Droite : Texture synthétique	46
3.6	La base de test Broadtz	47
3.7	Moyenne de la bicohérence d'un bruit Gaussien	48

4.1	Une image de texture et ses projections obtenues à différents angles en utilisant la transformée de Radon.	55
4.2	La transformée du Radon et son comportement pour les images d'entrée translattées, mises à l'échelle et pivotées	56
4.3	Récupération de la phase de Fourier à partir des bispectres de différentes projections	58
4.4	Schéma descriptif de la méthode proposée.	61
4.5	diagramme de dispersion d'une population composée de 50% d'hommes et 50% de femmes	62
4.6	Les trois frontières possibles pour séparer la population	63
4.7	Exemple de dispersion non linéaire de la population	63
4.8	Projection des données dans un plan de dimension supérieure	64
4.9	La base de données Outex comprend 24 classes de texture différentes. . . .	68



LISTE DES TABLEAUX

3.1	Résultats des tests statistiques pour la texture D38	44
3.2	Résultats des tests statistiques pour la texture D103	45
3.3	Base de tests Broadtz	46
3.4	Résultats des tests statistiques sur la base de test Broadtz	47
3.5	Les tests de Hinich sur un bruit Gaussien	48
4.1	Résumé des ensembles de tests de Outex	68
4.2	Performance des incréments d'angle sur le taux de la classification	69
4.3	Taux de classification sous différents changements de rotation et d'illumination	70
4.4	Taux de classification de différentes méthodes	71
4.5	Taux de classification de différentes méthodes sous différents rapports signal sur bruit (SNR)	71
4.6	Temps de calcul nécessaire pour chaque méthode	72



INTRODUCTION GÉNÉRALE

La texture est une caractéristique très importante de nombreux types d'images, allant des images hyperspectrales aux images microscopiques. Elle fournit des informations sur les propriétés physiques de l'objet en décrivant ses variations d'intensité lumineuse rendant compte des propriétés, telles que la rugosité, la douceur, la granularité, etc. Dans les images à niveaux de gris, l'oeil humain est capable de distinguer différents objets et scènes. Les variations d'intensité nous aident non seulement à identifier les objets, mais aussi à révéler le matériau des objets. Par conséquent, les caractéristiques de texture jouent un rôle important dans notre perception. Ce rôle motive plusieurs chercheurs à pousser plus loin les travaux sur la perception visuelle des textures chez l'humain.

Julesz (1975) a étudié la perception de la texture de manière extensive dans le contexte de la discrimination de texture. Ses découvertes ont établi une base pour les méthodes d'analyse de texture en la rendant un sujet de recherche en vision par ordinateur et en traitement d'image. Des méthodes d'analyse de texture ont été utilisées dans divers domaines d'applications comme : la télédétection Surya et Saha (2014), la reconnaissance d'objet Chandran *et al.* (1997) et l'imagerie médicale Acharya *et al.* (2011).

Motivations

De nos jours, plusieurs applications de l'imagerie emploient les caractéristiques statistiques de la texture. La plupart de ces méthodes se basent sur les statistiques d'ordre deux connues par leur interprétation simple et leur implémentation facile et souvent fondées sur trois hypothèses non testées, à savoir :

1. La Gaussianité : toute texture est considérée comme un processus Gaussien vu que les statistiques d'ordre deux ne peuvent pas traiter un processus non Gaussien.
2. La linéarité : cette hypothèse est importante pour qu'un processus Gaussien garde son comportement s'il est passé par un système linéaire.
3. L'absence du bruit : Les statistiques d'ordre un et deux considèrent qu'aucun bruit n'est présent dans la texture.

En effet, lorsque la texture n'est pas considérée comme un processus Gaussien (comme le cas des images réelles), l'analyse statistique d'ordre deux ne permet pas de donner un diagnostic complet. En plus, si les images sont gravement corrompues par un bruit Gaussien de covariance inconnue, les méthodes classiques ne fonctionnent pas correctement et la performance de classification sera médiocre pour les images à rapport signal/bruit (SNR) faible. Pour ces raisons, des techniques plus robustes sont nécessaires.

Dans ce contexte, les spectres d'ordre supérieur et plus particulièrement le spectre d'ordre trois, appelé "le bispectre", permettent de résoudre ces problèmes grâce à leurs propriétés importantes qui sont :

- Le bispectre d'un signal Gaussien est nul. Cela permet d'éliminer le bruit et en même temps de traiter les signaux non Gaussiens dans des scènes avec un rapport signal/bruit très faible.
- Le bispectre permet de conserver une information importante de l'image qui est la phase non linéaire contrairement au spectre.
- Le bispectre est invariant à la translation, car les termes de phase linéaire causés par la translation sont annulés dans le triple produit des coefficients de Fourier, il est également beaucoup plus facile de générer des caractéristiques qui satisfont d'autres propriétés souhaitables à partir du bispectre.

À cet égard, nous abordons le problème de l'analyse de texture en utilisant les spectres d'ordre supérieur. En particulier, notre premier objectif est de tester les hypothèses de Gaussianité et de linéarité pour se décider si les statistiques d'ordre deux suffisent à une analyse complète de la texture pour éviter des calculs lourds et inutiles, ou si c'est nécessaire d'appliquer les SOS. Dans le cas des textures non Gaussiennes et bruitées, les algorithmes traditionnels de l'analyse de texture peuvent ne pas donner de résultats satisfaisants. Par conséquent, notre deuxième objectif est de proposer un descripteur composé des statistiques circulaires de la phase calculée à partir du bispectre.

Les informations d'ordre supérieur donnent une capacité de discrimination améliorée en présence du bruit par rapport aux algorithmes qui utilisent la phase calculée à partir du spectre d'ordre deux.

Contributions de la thèse

Dans ce mémoire de thèse, notre contribution se concentre sur l'exploitation des SOS dans l'analyse de texture. L'objectif est de traiter les problèmes de non Gaussianité, non linéarité, la perte de l'information de la phase et le bruit afin de garantir une analyse efficace et complète de la texture. Pour assurer une continuité dans l'enchaînement de nos contributions et procurer de cette façon une meilleure couverture des objectifs de cette thèse, nous détaillons les principales contributions présentées ci-dessous selon l'ordre dans lequel elles apparaissent dans la thèse.

1. *Les statistiques d'ordre supérieur dans le traitement d'image Lagdali et Rziza (2017a) :*

Cette thèse explore l'importance de l'utilisation des SOS dans l'analyse de texture. Les statistiques et les spectres d'ordre supérieur sont très utiles dans les problèmes où la non-Gaussianité, le bruit et les non-linéarités sont importants. Ces propriétés s'avèrent être présentes dans les images naturelles. Ceci rend les spectres d'ordre supérieur et en particulier le troisième ordre, à savoir le bispectre, d'être un outil intéressant dans le traitement d'image. Ainsi, notre premier objectif consiste à présenter les SOS dans le traitement du signal, leur extension et leurs applications au traitement d'images, où les images se révèlent non Gaussiennes et non linéaires.

2. *Une analyse bispectrale pour vérifier les hypothèses de la Gaussianité et de la linéarité de la texture Lagdali et Rziza (2018) :*

La Gaussianité et la linéarité de la texture sont deux hypothèses nécessaires dans les méthodes d'analyse de texture basées sur les statistiques d'ordre deux, vu que ces dernières ne peuvent pas traiter un signal non Gaussien. Cette contribution consiste à vérifier la validité de ces hypothèses pour voir si vraiment les statistiques d'ordre deux suffisent à une analyse de texture complète et approfondie ou si c'est nécessaire d'introduire les statistiques d'ordre supérieur capables de traiter un signal non Gaussien et non linéaire. Ainsi, cette contribution se base sur l'adaptation du test statistique de "Hinich" Hinich (1982) au cas 2D .

3. *Une nouvelle méthode pour l'analyse de texture basée sur la phase dérivée du bispectre Lagdali et Rziza (2017b) :*

Ayant montré dans Lagdali et Rziza (2018) que les textures étaient non Gaussiennes, et que la phase porte l'information la plus importante dans la texture. En plus, un descripteur d'analyse de texture idéal doit être invariant au bruit et aux distorsions géométriques. Ainsi, cette contribution consiste à développer un descripteur basé sur la phase dérivée du bispectre. Premièrement, la texture est décomposée en plusieurs projections Radon 1D pour réduire la complexité du calcul. Ensuite, pour chaque projection, nous calculons le bispectre et sa phase. Puis, nous récupérons la phase de Fourier de chaque phase du bispectre. Enfin, nous calculons les statistiques circulaires de ces phases. Les statistiques circulaires des phases récupérées vont composer notre vecteur de caractéristiques validé par la classification SVM.

Organisation du mémoire

Le reste du mémoire est organisé sous forme de quatre chapitres :

Chapitre 1 : présente les définitions et quelques propriétés importantes de statistiques d'ordre supérieur des signaux. Parmi ceux-ci, nous remarquons les plus pertinentes pour ce travail. Contrairement aux statistiques d'ordre deux, les SOS sont asymptotiquement non affectés par le bruit Gaussien additif et l'information de phase n'est pas complètement perdue. Les motivations pour appliquer l'analyse polyspectrale au problème considéré dans cette thèse à savoir l'analyse de texture sont abordées en fonction de ces propriétés. En outre, quelques applications des SOS au traitement d'image sont brièvement passées en revue.

Chapitre 2 : présente un aperçu général de l'analyse de la texture. Il donne une introduction à l'analyse de texture, définit ses domaines généraux de recherche, explique ses principales approches adoptées par différentes méthodes pour définir les caractéristiques de la texture, et discute plus particulièrement celles basées sur l'information de la phase.

Chapitre 3 : est consacré à une analyse bispectrale des textures pour vérifier quelques hypothèses. Justement, avant de se lancer dans l'utilisation des SOS dans l'analyse de texture, il est nécessaire d'étudier les hypothèses de la Gaussianité et de la linéarité.

Chapitre 4 : développe un descripteur pour l'analyse de texture basée sur la phase dérivée des SOS. En effet, les discussions menées dans le chapitre 2 ont montré que la phase porte l'information la plus importante de la texture. Cependant, les statistiques d'ordre deux perdent cette information et ne peuvent pas présenter une analyse approfondie des signaux non Gaussiens comme dans le cas de la texture comme montrée dans le chapitre 3. Il est alors divisé en deux grandes sections, la première consiste à une étude théorique de la méthode proposée et la deuxième est consacrée à l'évaluation du descripteur proposé en effectuant différentes expérimentations de classification sous des conditions difficiles (le bruit, les changements d'illumination et le changement de l'angle de rotation) et en le comparant avec les méthodes importantes de l'analyse de texture basée sur la phase.

Une conclusion générale est présentée à la fin de ce mémoire. Elle fournit un résumé des techniques développées dans ce travail et en tire des conclusions. En outre, il fournit des suggestions pour les futurs travaux liés à cette recherche.

Sommaire

1.1	introduction	5
1.2	Statistiques d'ordre supérieur pour les signaux 1D	6
1.2.1	Moments et Cumulants	6
1.2.2	Polyspectre	8
1.3	Statistiques d'ordre supérieur pour les signaux 2D	11
1.3.1	Motivations	11
1.3.2	Bispectre pour une donnée 2D	13
1.3.3	Applications des SOS dans le traitement d'image	14
1.4	Conclusion	16

1.1 introduction

Les statistiques d'ordre supérieur sont essentiellement introduites pour compléter les statistiques d'ordre 2. Elles permettent de résoudre des problèmes insolubles à l'ordre 2 et décrivent complètement les données grâce à leurs propriétés puissantes :

1. Les SOS d'un signal Gaussien sont théoriquement nulles ce qui produit une insensibilité au bruit.
2. L'analyse statistique d'ordre élevé permet de donner une description complète des processus non Gaussiens.
3. La détection des propriétés non-linéaires du signal.
4. La préservation de l'information de la phase qui porte les caractéristiques importantes du signal.

Ce chapitre a pour but de poser le cadre théorique de ce travail en présentant les motivations, les définitions, les propriétés et les applications des SOS au traitement d'image. Dans la suite de ce chapitre, nous présentons dans la section 2 les bases théoriques nécessaires à l'introduction des SOS pour le cas 1D et nous décrivons les moments et les cumulants d'ordre supérieur ainsi que leurs transformations fréquentielles, appelées polyspectres. Ensuite, la section 3 consiste à étendre cette étude pour le cas de l'image en présentant les motivations de l'utilisation des SOS et leurs différentes applications. Enfin, la section 4 est consacrée aux conclusions et aux remarques finales.

1.2 Statistiques d'ordre supérieur pour les signaux 1D

Les outils mathématiques présentés ont été tirés des ouvrages de Mendel (1991) et Nikias et Mendel (1993). L'objectif est de présenter les bases théoriques nécessaires pour la suite du manuscrit. Par conséquent, des définitions plus détaillées sont disponibles dans les références ci-dessus.

1.2.1 Moments et Cumulants

1.2.1.1 Définitions

Soient $X = (X_i)_{i=1,\dots,r}$ un vecteur aléatoire de dimensions r et $\alpha = (\alpha_i)_{i=1,\dots,r} \in \mathbb{R}^r$, la fonction génératrice des moments de X est alors définie par :

$$M_x(\alpha) = E[\exp(\alpha^T X)] = E \left[\exp \left(\sum_{i=1}^r \alpha_i X_i \right) \right] \quad (1.1)$$

Le moment d'ordre $r = k_1 + k_2 + \dots + k_r$ de X est donné par :

$$Mom(X_1^{k_1}, X_2^{k_2}, \dots, X_r^{k_r}) = E[X_1^{k_1}, X_2^{k_2}, \dots, X_r^{k_r}] \quad (1.2)$$

$$= (-j)^r \frac{\partial M_x(\alpha)}{\partial \alpha_1^{k_1} \dots \partial \alpha_2^{k_2} \dots \partial \alpha_r^{k_r}} \Big|_{\alpha_1=\alpha_2=\dots=\alpha_r=0} \quad (1.3)$$

La fonction génératrice des cumulants de X se définit par :

$$C_X(\alpha) = \ln M_x(\alpha) = \ln E[\exp(\alpha^T X)] \quad (1.4)$$

Les cumulants d'ordre $r = k_1 + k_2 + \dots + k_r$, notés $Cum(X_1^{k_1}, X_2^{k_2}, \dots, X_r^{k_r})$, sont définis comme les coefficients du développement de Taylor de $C_x(\alpha)$ au point zéros :

$$Cum(X_1^{k_1}, X_2^{k_2}, \dots, X_r^{k_r}) = (-j)^r \frac{\partial C_x(\alpha)}{\partial \alpha_1^{k_1} \dots \partial \alpha_2^{k_2} \dots \partial \alpha_r^{k_r}} \quad (1.5)$$

1.2.1.2 Relations entre moments et cumulants

Les cumulants de X s'expriment en fonction des moments de X de la façon suivante :

$$Cum(X_1, X_2, \dots, X_r) = \sum (-1)^{p-1} (p-1)! E \left[\prod_{i \in v_1} X_i \right] \cdot E \left[\prod_{i \in v_2} X_i \right] \dots E \left[\prod_{i \in v_p} X_i \right] \quad (1.6)$$

Où la sommation s'étend sur toutes les partitions $\{v_1, v_2, \dots, v_p : 1 \leq p \leq r\}$ de l'ensemble des nombres entiers $(1, 2, \dots, r)$.

Illustrons le fonctionnement de l'équation 1.6 par les exemples suivants :

1. À l'ordre 2, l'ensemble 1,2 peut être partitionné de la façon suivante :

- $p=1$ $v_1 = 1, 2$
- $p=2$ $v_1 = 1$ $v_2 = 2$

Donc pour $r=2$:

$$Cum[X_1, X_2] = (-1)^0 0! E[X_1 X_2] + (-1)^{2-1} (2-1)! E[X_1] E[X_2] \quad (1.7)$$

donnant la formule de la covariance.

2. À l'ordre 3, l'ensemble 1,2,3 peut être partitionné de ces façons :

$$\begin{array}{ll} \text{— } p=1 & v_1 = 1, 2, 3 \\ \text{— } p=2 & \begin{array}{ll} v_1 = 1 & v_2 = 2, 3 \\ v_1 = 2 & v_2 = 1, 3 \\ v_1 = 3 & v_2 = 1, 2 \end{array} \\ \text{— } p=3 & v_1 = 1 \quad v_2 = 2 \quad v_3 = 3 \end{array}$$

Donc pour $r=3$:

$$Cum[X_1, X_2, X_3] = E[X_1 X_2 X_3] - E[X_1] E[X_2 X_3] - E[X_2] E[X_1 X_3] - E[X_3] E[X_1 X_2] + 2E[X_1] E[X_2] E[X_3] \quad (1.8)$$

L'équation 1.6 peut être inversée pour donner les moments en fonction des cumulants :

$$E[X_1, \dots, X_r] = \sum cum[X_i, i \in v_1] \cdot cum[X_i, i \in v_2] \dots cum[X_r, r \in v_p] \quad (1.9)$$

où $cum[X_i, i \in v_p]$ représente le cumulants des variables X_i avec i variant dans l'ensemble v_p d'une partition. Encore une fois, la somme s'étend sur toutes les partitions possibles de 1,2,...,r.

Les cumulants et les moments d'ordre r sont aussi notés :

$$\kappa_{x(r)} = Cum(X_1, X_2, \dots, X_r) \quad \text{et} \quad \mu_{x(r)} = E[X_1, \dots, X_r] \quad (1.10)$$

Dans le cas des variables centrées c.-à-d $\mu_x(1) = 0$ les expressions des cumulants d'ordre 1,2 et 3 se simplifient en :

$$\kappa_{x(1)} = 0 \quad (1.11)$$

$$\kappa_{x(2)} = \mu_{x(2)} \quad (1.12)$$

$$\kappa_{x(3)} = \mu_{x(3)} \quad (1.13)$$

$$\kappa_{x(4)} = \mu_{x(4)} - 3\mu_{x(2)}^2 \quad (1.14)$$

Avec $\kappa_{x(2)}$, $\kappa_{x(3)}$ et $\kappa_{x(4)}$ sont respectivement la variance, le skewness et le kurtosis de x .

1.2.1.3 Propriétés

Propriété 1. Les moments et les cumulants sont symétriques dans leurs arguments :

$$\begin{aligned} Mom(X_1, X_2, \dots, X_r) &= Mom(X_{v_1}, X_{v_2}, \dots, X_{v_r}) \\ Cum(X_1, X_2, \dots, X_r) &= Cum(X_{p_1}, X_{p_2}, \dots, X_{p_r}) \end{aligned} \quad (1.15)$$

où (p_1, p_2, \dots, p_r) est une permutation de $(1, 2, \dots, r)$.

Propriété 2. Les cumulants des quantités mises à l'échelle égalent au produit de tous les facteurs d'échelle multipliés par le cumulants des grandeurs non échelonnées, c'est à dire, si $\lambda_i, i = 1, 2, \dots, p$ sont constants et $x_i, i = 1, 2, \dots, p$ sont des variables aléatoires :

$$Cum(\lambda_1 x_1, \lambda_2 x_2, \dots, \lambda_p x_p) = \left\{ \prod_{i=1}^p \lambda_i \right\} Cum(x_1, x_2, \dots, x_p) \quad (1.16)$$

Propriété 3. Si un sous-ensemble $X = X_1, X_2, \dots, X_r$ qui a des composantes indépendantes alors :

$$Cum(X_1, X_2, \dots, X_r) = 0 \quad (1.17)$$

Cette propriété n'est pas vérifiée pour les moments.

Propriété 4. Si les variables aléatoires de $X = X_1, X_2, \dots, X_r$ sont indépendantes des variables aléatoires de $Y = Y_1, Y_2, \dots, Y_r$ alors :

$$Cum(X_1 + Y_1, \dots, X_r + Y_r) = Cum(X_1, X_2, \dots, X_r) + Cum(Y_1, Y_2, \dots, Y_r) \quad (1.18)$$

Également, cette propriété n'est pas vérifiée pour les moments.

Propriété 5. Les cumulants d'ordre supérieur d'une variable Gaussienne sont nuls. Cela permet non seulement une insensibilité au bruit, mais également une analyse complète des signaux non Gaussiens.

1.2.2 Polyspectre

1.2.2.1 Définitions

Si le spectre de puissance représente une décomposition d'une puissance du moment d'ordre 2 sur la fréquence, les polyspectres ou les spectres d'ordre supérieur génèrent des décompositions de cumulants d'ordre supérieur (ou éventuellement des moments) en fonction de fréquence. Cela permet d'examiner la structure non Gaussienne et non-linéaire du signal. Les polyspectres ont été introduits par la transformée de Fourier des cumulants d'ordre supérieur. Le spectre d'ordre n est la transformée de Fourier $(n-1)$ dimensionnelle du cumulants d'ordre n définit par l'équation suivante :

$$S_{n,x}(f_1, f_2, \dots, f_{n-1}) = \sum_{\tau_1}^{\infty} \sum_{\tau_2}^{\infty} \dots \sum_{\tau_{n-1}}^{\infty} C_{n,x}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{n-1}) \cdot \exp[-j \sum_{i=1}^{n-1} f_i \tau_i] \quad (1.19)$$

En particulier, le spectre de puissance, le bispectre et le trispectre sont respectivement des spectres d'ordre 2, 3 et 4 définis de la façon suivante :

- Le spectre de puissance est défini par la transformée de Fourier du cumulants d'ordre 2 connue par l'autocorrélation

$$P_x(f) = \sum_{\tau_1}^{\infty} C_{2,x}(\tau_1) \exp[-j f_1 \tau_1] \quad (1.20)$$

- Le bispectre est défini par la transformée de Fourier du cumulants d'ordre 3 :

$$B_x(f_1, f_2) = \sum_{\tau_1}^{\infty} \sum_{\tau_2}^{\infty} C_{3,x}(\tau_1, \tau_2) \exp[-j(f_1 \tau_1 + f_2 \tau_2)] \quad (1.21)$$

- Le trispectre est donné par la transformée de Fourier du cumulants d'ordre 4 :

$$T_x(f_1, f_2, f_3) = \sum_{\tau_1}^{\infty} \sum_{\tau_2}^{\infty} \sum_{\tau_3}^{\infty} C_{4,x}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) \exp[-j(f_1 \tau_1 + f_2 \tau_2 + f_3 \tau_3)] \quad (1.22)$$

Dans les définitions ci-dessus, il est supposé que les fonctions du moment ou cumulants satisfont aux conditions nécessaires à une représentation de Fourier. Cela implique qu'elles sont intégrables et de carré sommable. Dans un but de simplification, nous étudions par la suite que le spectre d'ordre 3 à savoir le bispectre.

1.2.2.2 Le bispectre

Dans le cas d'un signal centré, les cumulants et les moments d'ordre 3 sont identiques. Alors, l'équation 1.21 peut être réécrite en remplaçant les cumulants par les moments. Cela signifie que l'estimation du bispectre ne fera pas la différence entre moment et cumulants. Les méthodes d'estimation du bispectre peuvent être classées en méthode directe et méthode indirecte. (Une présentation détaillée de la théorie de l'estimation du bispectre peut être trouvée dans Nikias et Raghuveer (1987))

- Méthodes indirectes : Le bispectre est défini à partir de la multiscorrélation d'ordre 3 tel que :

$$B_x(f_1, f_2) = \sum_{\tau_1}^{\infty} \sum_{\tau_2}^{\infty} C_{3,x}(\tau_1, \tau_2) \exp[-j(f_1 \tau_1 + f_2 \tau_2)] \quad (1.23)$$

- Méthodes directes : Consiste à estimer les coefficients de Fourier pour chaque réalisation et d'en déduire la moyenne.

$$B_x(f_1, f_2) = X(f_1) \cdot X(f_2) \cdot *X(f_1 + f_2) \quad (1.24)$$

Où $X(f_1)$ et $X(f_2)$ sont la transformée de Fourier du signal respectivement pour les fréquences f_1 et f_2 , et $*X(f_1 + f_2)$ est le conjugué. De cette équation, il est évident que le bispectre est une mesure des dépendances statistiques entre trois composantes de fréquence, dont la somme est égale à zéro.

Le bispectre pourrait être tracé en fonction de deux fréquences dans une courbe 3D, comme le montre la figure 1.1, où chaque point représente l'interaction entre les fréquences.

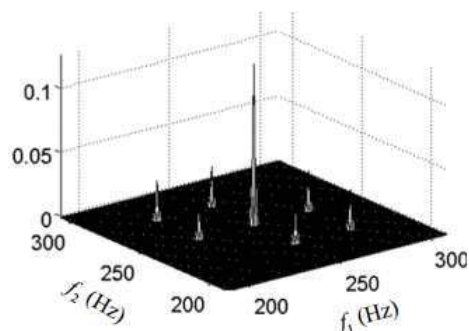


FIGURE 1.1 – Courbe 3D du bispectre

1.2.2.3 Propriétés

- **Non Gaussianité** : Les spectres d'ordre deux ne peuvent pas capturer l'information dans des signaux non Gaussiens. Alors, ils supposent que l'entrée est une donnée Gaussienne passant par un système linéaire, qui donne une sortie Gaussienne. Ceci n'est pas le cas pour la majorité des signaux réels qui ont une nature non Gaussienne. Par conséquent, il est nécessaire d'utiliser les spectres d'ordre supérieur pour décrire cette propriété importante.
- **Non-linéarité** : Les cumulants d'ordre supérieur sont des combinaisons non-linéaires des moments et c'est la raison pour laquelle les SOS peuvent détecter les non-linéarités dans les signaux contrairement aux spectres d'ordre 2 qui ne détectent aucune information de non-linéarité. Ainsi, tout signal est supposé être linéaire en fonction de ses statistiques d'ordre deux.
- **Suppression du bruit** : Les spectres d'ordre supérieur d'un signal Gaussien ont une valeur nulle. Cela rend les spectres d'ordre supérieur immunisés contre le bruit ; par exemple la somme du bispectre d'un signal et le bruit Gaussien est le même que celui du signal, alors que le spectre de puissance d'un signal corrompu par le bruit est très différent du spectre de puissance du signal seul. Cette propriété permet d'éliminer le bruit et en même temps de traiter les signaux non Gaussiens dans des scènes avec un rapport signal/bruit très faible.
- **Préservation de l'information de phase** : Les spectres de puissance et d'énergie sont des valeurs réelles. Dans ce cas, l'information sur la phase est absente. En revanche, les SOS conservent toute l'information de la phase sauf les composantes de phase linéaire.
- **Symétrie** : Le bispectre d'un signal satisfait la propriété de symétrie dans le do-

maine bi-fréquentiel Chandran et Elgar (1994) donnant les relations suivantes.

$$\begin{aligned}
 B(f_1, f_2) &= B(f_2, f_1) \\
 &= B(-f_2, -f_1) = B(-f_1, -f_2) \\
 &= B(-f_1 - f_2, f_2) = B(f_1, -f_1 - f_2) \\
 &= B(-f_1 - f_2, f_1) = B(f_2, -f_1 - f_2)
 \end{aligned} \tag{1.25}$$

Le domaine principal, à savoir la région non redondante de calcul du bispectre donné par la région triangulaire comme indiqué dans la figure 1.2, est défini par : $f_1 \geq 0$; $f_1 = f_2$; $f_1 + f_2 \leq 1$

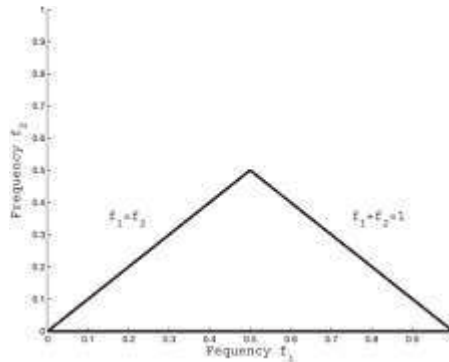


FIGURE 1.2 – le domaine principal du calcul du bispectre

1.3 Statistiques d'ordre supérieur pour les signaux 2D

1.3.1 Motivations

Il existe plusieurs méthodes statistiques pour extraire l'information de l'image. Dans la majorité des cas, ces méthodes utilisent les statistiques d'ordre un et deux. Cependant, ces statistiques ne peuvent décrire que les signaux de nature Gaussienne et linéaire, en plus elles ne retiennent pas l'information de la phase qui contient les caractéristiques les plus importantes de l'image. Ceci fournit une description incomplète des propriétés statistiques des signaux réels supposés d'avoir une nature non Gaussienne et non-linéaire. Pour approfondir l'analyse, il faut utiliser les statistiques d'ordre supérieur permettant de donner une description complète au signal. Il y a quatre motivations principales de l'utilisation des statistiques d'ordre supérieur dans le traitement d'image et qui ont été présenté dans notre papier Lagdali et Rziza (2017a) :

1. la nature non Gaussienne des images naturelles nécessite l'utilisation des SOS.
2. les dispositifs d'imagerie sont connus par introduire des non-linéarités géométriques et de luminance. Par conséquent, les techniques non-linéaires autant que les SOS sont nécessaires pour détecter ces non-linéarités.
3. Lorsqu'il s'agit d'extraire des caractéristiques d'une image, il importe qu'elles soient invariantes (ou au moins robustes) à certaines transformations de l'image, ces dernières pouvant être géométriques (rotations, translation) ou autres (bruit). Par ailleurs, les propriétés des SOS vis à vis des certaines transformations de l'image

les rend pertinentes pour la détection robuste de certaines structures. Ainsi, il apparaît intéressant d'utiliser les SOS pour l'extraction des caractéristiques.

4. La phase est extrêmement importante pour une extraction de caractéristiques de haute qualité. Pourtant, elle est perdue par le spectre d'ordre 2. Ainsi, il est nécessaire d'utiliser les spectres d'ordre supérieur connues par leur conservation de l'information de la phase.

Chacune de ces propriétés est détaillée tout au long de cette section.

1.3.1.1 La Gaussianité dans l'image

Les statistiques d'ordre deux supposent que les images sont des processus Gaussiens, mais la réalité ne supporte pas cette hypothèse. Par exemple, appliquons-nous un filtre dérivé à une image naturelle.

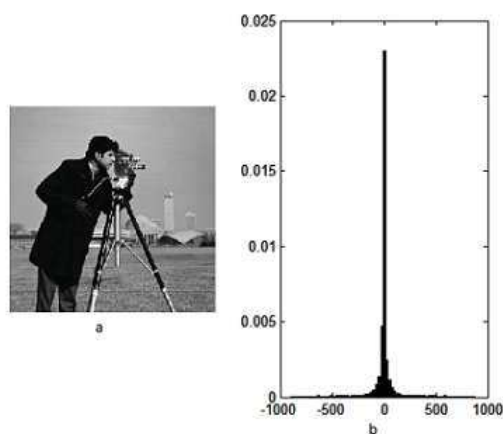


FIGURE 1.3 – L'histogramme de la sortie du filtre

La figure 1.3 montre que la distribution de la sortie du filtre a atteint un point culminant à zéro et a de longues queues. Par conséquent, la propriété statistique des images est basée sur la super Gaussianité ou la leptokurtotique. En d'autres termes, la fréquence des coefficients a un kurtosis (cumulant d'ordre quatre) beaucoup plus élevé qu'une densité Gaussienne. Dans ce contexte, plusieurs travaux ont étudié le comportement non Gaussien des images ; comme Field (1987) qui a révélé ce comportement. En outre, la forme de kurtosis élevée des coefficients d'ondelettes a été étudiée dans Ruderman (1994) et la nature statistique de l'image a été présentée dans Srivastava *et al.* (2003). En conséquence, le bispectre est très utile pour analyser des processus non Gaussiens tels que des images naturelles.

1.3.1.2 La linéarité dans l'image

Les images sont supposées passer par un système linéaire, car les statistiques d'ordre 2 permettent de ne détecter aucune information de la non-linéarité. À l'inverse, les dispositifs d'imagerie sont connus par l'introduction des non-linéarités géométriques et de luminance. Ainsi, lorsqu'une image traverse un tel système, des corrélations d'ordre supérieur dans le domaine fréquentiel augmentent. Ces corrélations introduites par une non-linéarité peuvent être estimées par le bispectre. Par exemple, l'équation 4.7 montre que les

corrélations entre les fréquences harmoniques $(f_1, f_2, f_1 + f_2)$ peuvent être détectées. Par conséquent, les techniques non-linéaires autant que les SOS sont nécessaires pour étudier cette image. Plusieurs auteurs [Farid et Popescu (2001), Valenza *et al.* (2014)] ont utilisé les SOS pour révéler cette non-linéarité.

1.3.1.3 Les propriétés d'invariance

- Invariance au bruit : cette propriété provient de la caractéristique des processus Gaussiens d'avoir un spectre d'ordre supérieur nul. Alors, les SOS sont des domaines à rapport signal/bruit faible, dans lesquels on peut effectuer une détection, une estimation de paramètre ou même une reconstruction de l'image même si le bruit dans le domaine temporel est spatialement corrélé. La même propriété des spectres cumulants peut fournir des moyens de détection et de caractérisation des données du modèle non Gaussien.
- Invariance à la translation : Les SOS sont des invariants à la translation, car les termes de phase linéaire sont annulés dans les produits de coefficients de Fourier qui les définissent Chandran et Elgar (1993). Les caractéristiques définies à partir des SOS satisfont d'autres propriétés d'invariance souhaitables telles que l'échelle, l'amplification et l'invariance à la rotation.

1.3.1.4 La conservation de la phase

Cette propriété est basée sur la capacité des spectres cumulatifs à préserver la phase de Fourier. Les statistiques d'ordre 2 (autocorrélation) ont été largement utilisées car elles sont le résultat de critères d'optimisation par les moindres carrés. Cependant, une reconstruction de phase précise dans le domaine d'autocorrélation ne peut être réalisée que si le signal est en phase minimale. La reconstruction de signal de phase non minimale peut être réalisée uniquement dans le domaine des SOS, en raison de leurs capacités à conserver la phase Elgar et Chandran (1993).

1.3.2 Bispectre pour une donnée 2D

Le cumulants/moment d'ordre trois c_3 d'un champ aléatoire bidimensionnel $g(x, y)$ de moyenne nulle est défini comme suit :

$$c_3(r_x, r_y; s_x, s_y) = E[g(x, y)g(x + r_x, y + r_y)g(x + s_x, y + s_y)] \quad (1.26)$$

où $E[.]$ désigne l'espérance mathématique; (r_x, r_y) et (s_x, s_y) sont deux versions décalées de $g(x, y)$.

Pour comprendre physiquement la théorie des corrélations tridimensionnelles pour les données bidimensionnelles Bhattacharya *et al.* (1997), nous avons la figure 1.4 (Bhattacharya *et al.* (1997)) qui montre les espaces occupés par les données d'origine (indiquées par une boîte continue) et deux versions décalées des mêmes données (indiquées par des tirets). Les décalages sont faits par $(r_x; r_y)$ et $(s_x; s_y)$, respectivement. Il est évident que le produit des positions de données qui se chevauchent (représenté par la partie ombrée) indique la triple fonction de corrélation telle que définie par 1.26.

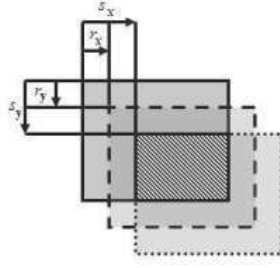


FIGURE 1.4 – Représentation physique des cumulants.

Le bispectre $B(u_x, u_y; v_x, v_y)$ est défini comme la transformée de Fourier 4-D du cumulants d'ordre 3 $c_3(r_x, r_y; s_x, s_y)$, :

$$B(u_x, u_y; v_x, v_y) = \mathcal{F}^4[c_3(r_x, r_y; s_x, s_y)] \quad (1.27)$$

où \mathcal{F}^4 désigne l'opération de transformation de Fourier 4-D; $(u_x; u_y)$ et $(v_x; v_y)$ sont les coordonnées de fréquence de la transformée de Fourier 2-D.

Soit $G(u)$ la transformée de Fourier de $g(x; y)$. Chaque composante du bispectre est estimée par un triple produit de coefficients de Fourier comme :

$$B(u_x, u_y; v_x, v_y) = G(u_x, u_y)G(v_x, v_y) * G(u_x + v_x, u_y + v_y) \quad (1.28)$$

où * indique le complexe conjugué.

1.3.3 Applications des SOS dans le traitement d'image

En raison des propriétés intéressantes du bispectre telles que : la conservation de la phase; la non-sensibilité du signal reconstruit à des décalages temporels ou spatiaux du signal original (propriété d'invariance de la translation); la suppression du bruit Gaussien additif de variance inconnue (réalisé sous condition d'un grand nombre d'observations) et l'extraction d'informations de signaux non Gaussiens dans un environnement Gaussien, il est naturel de s'attendre à des résultats prometteurs dans les cas de 2-D à base du bispectre. Récemment, plusieurs applications en traitement d'images à base du bispectre sont apparues comme : le recalage d'image, la reconstruction, l'interférométrie des tavelures, l'imagerie médicale, la reconnaissance de forme et la restauration d'image.

1.3.3.1 Recalage d'image

Le recalage des images est une étape cruciale dans le traitement de l'image avant toute analyse ultérieure. Il consiste à aligner des images de la même scène, prises à différents moments, par différents points de vue. Les différences d'images sont produites en raison des conditions d'image imparfaites, y compris le bruit. Pour cela, certains travaux de recherche dans ce domaine exploitent le bispectre. Par exemple; la méthode BSIR Ojansivu et Heikkilä (2007) qui présente un recalage invariant au bruit, les propriétés d'invariance sont obtenues grâce à l'utilisation du bispectre qui est connu pour être invariant à la rotation, la mise à l'échelle et la translation Chandran et Elgar (1993). En outre, la méthode utilise en particulier les informations contenues dans la phase de bispectre qui a rendu la méthode invariante au bruit. Une autre approche basée sur le bispectre est

Chen et Yap (2008), qui exploite les caractéristiques du bispectre afin de supprimer le bruit Gaussien en développant la relation de phase entre deux images et d'estimer la translation de sous-pixels en résolvant un ensemble d'équations non-linéaires dérivées du bispectre.

1.3.3.2 Reconstruction d'image

Il est bien connu que les informations sur la forme du signal résident principalement dans le spectre de Fourier de la phase de signal et non dans le spectre de Fourier de magnitude ou dans le spectre de puissance. En effet, plusieurs formes de différents signaux peuvent avoir des spectres de puissance similaires. Puisque le bispectre préserve la phase de Fourier du signal, il est naturel de s'attendre à des résultats prometteurs dans les cas de reconstruction d'images 2D à base de bispectre.

Récemment, plusieurs algorithmes de reconstruction d'images à base du bispectre sont apparus dans la littérature [Sundaramoorthy *et al.* (1990), Dianat et Raghuvver (1990), Kang *et al.* (1991), Petropulu et Nikias (1992)]. Néanmoins, ces approches basées sur le bispectre ont les restrictions suivantes : (i) puisque le bispectre est un invariant à la translation, le spectre de la ligne d'images récupéré du bispectre correspond à une ligne décalée circulairement qui pourrait causer des distorsions d'image et entraîner un problème d'alignement des lignes d'images ; (ii) Récupération du spectre de Fourier à partir de l'argument du bispectre fournit des résultats précis seulement lorsque les valeurs de phase du bispectre sont dans l'intervalle $[-\pi, +\pi]$, sinon des discontinuités de phase à $-\pi$ et $+\pi$, des ambiguïtés de phase et des erreurs de reconstruction d'image surviennent.

1.3.3.3 Interférométrie des tavelures

Interférométrie des tavelures est une technique du traitement d'image qui vise à obtenir une haute résolution dans les images satellites et à reconstruire l'image déformée en atmosphère. Des techniques bispectrales ont été proposées pour récupérer la phase de Fourier. Elles permettent une bonne reconstruction de l'image. En particulier, une technique basée sur le bispectre a été proposée dans Surya et Saha (2014), qui permet de récupérer des images astronomiques sous le bruit atmosphérique tel que représenté sur la figure 1.5 (Surya et Saha (2014)). En plus, l'imagerie bispectral a été utilisée comme post-traitement dans Carrano (2006) pour améliorer la résolution par turbulence horizontale ou oblique.

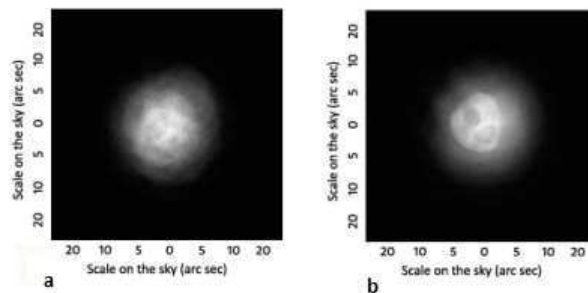


FIGURE 1.5 – L'image de speckle (a) et l'image récupérée (b) en utilisant le bispectre

1.3.3.4 Imagerie médicale

L'imagerie médicale est le processus de la création d'une représentation visuelle de l'intérieur d'un corps. Il intègre la radiologie qui utilise les technologies d'imagerie par ultrasons utilisées dans le diagnostic des tumeurs. Les images ultrasonores sont considérées comme une version déformée de l'image réelle en raison d'une mauvaise résolution. Cet inconvénient majeur est résolu en utilisant les SOS. Abeyratne *et al.* (1995) ont été les premiers à démontrer que l'estimation des distorsions en utilisant les SOS a considérablement amélioré la résolution. Récemment, de nombreux travaux dans la biomédecine utilisant les SOS sont proposés, tels que : la détection du cancer du sein par les caractéristiques bispectrales EtehadTavakol *et al.* (2013).

1.3.3.5 Reconnaissance de formes

La reconnaissance de formes est une tâche fondamentale dans la vision par ordinateur. Il consiste à classer un motif (un objet ou une texture) dans l'une des classes possibles. Etant donné que les SOS sont capables de caractériser les images plus complètement que les spectres de puissance (les spectres d'ordre deux), elles fournissent également des informations importantes de la forme en utilisant la phase et une immunité élevée au bruit distribué de manière symétrique. Il s'avère intéressant de les employer pour la reconnaissance de forme. Ainsi, il existe plusieurs approches basées sur le bispectre pour la reconnaissance de formes telles que : Chandran *et al.* (1997) qui a proposé une approche basée sur la phase du bispectre intégré qui s'est révélée être invariante à la translation, à l'échelle et à l'amplification et Kim *et al.* (2002) qui a proposé une approche de tatouage numérique basée sur une reconnaissance de forme invariante qui définit un vecteur de bispectre à partir des projections d'une image.

1.3.3.6 Restauration d'image

Le problème de la restauration d'image consiste à trouver une estimation de l'image idéale à partir de son interprétation floue et éventuellement bruyante. Souvent, le bruit peut être caractérisé par un processus Gaussien coloré de covariance inconnue. Certaines recherches dans ce domaine exploitent le fait que le bispectre des processus Gaussiens est identiquement nul. Ainsi, Sadler et Giannakis (1992) considère le bispectre pour estimer une translation aléatoire et rotation d'un objet à partir d'une séquence d'images bruyante. Le travail de Dianat et Raghuveer (1990) discute la reconstruction de la phase de la transformée de Fourier et de sa magnitude à partir du bispectre, ils développent des techniques pour reconstruire des images dégradées. Ces travaux ont réussi à restaurer des images, mais sans prendre en compte le problème du flou. Tekalp et Erdem (1989) abordent le problème de l'identification du flou en proposant une méthode basée sur la détection du passage par zéro dans le bispectre en supposant que le signal n'a pas de zéros dans ce domaine. En pratique, cette hypothèse est rarement satisfaite.

1.4 Conclusion

Nous avons étudié au cours de ce chapitre les bases théoriques des SOS ainsi que leurs propriétés les plus importantes. Ce sujet très vaste a fait l'objet de plusieurs travaux

de recherche dans le traitement du signal . Nous avons étendu cette étude au traitement d'image en présentant les motivations et l'importance de l'utilisation de ces statistiques dans diverses applications.

Nous pouvons déduire de ce chapitre que l'utilisation des SOS permet une analyse plus fine et approfondie de l'image. Ce grand succès est dû au fait qu'elles permettent de révéler la nature non Gaussienne et non-linéaire de l'image. Elles permettent également d'étudier l'image dans des scènes avec un rapport signal/bruit très faible. Ces propriétés très importantes nous ont menées à exploiter les SOS dans l'analyse de texture.

Sommaire

2.1	Introduction	19
2.2	Méthodes d'analyse de texture	23
2.2.1	Méthodes structurales	23
2.2.2	Méthodes statistiques	24
2.2.3	Méthodes par modèle	27
2.3	Analyse de texture basée sur la phase	27
2.3.1	Motivation : Importance de la phase	27
2.3.2	Quantification de phase locale	29
2.3.3	Quantification de phase locale invariante à la rotation	30
2.3.4	Descripteur de fréquence locale invariante à la rotation	31
2.3.5	Synthèse	33
2.4	Conclusion	34

2.1 Introduction

L'analyse de texture joue un rôle très important dans le traitement d'image. Il consiste à trouver une description efficace des textures. Mais qu'est-ce qu'une texture? Malgré l'importance de l'analyse de texture, sa notion reste difficile à définir, mais nous pouvons nous en approcher par quelques définitions. Coggins (1983) dit qu'une texture peut être considérée comme une région macroscopique. Sa structure est simplement attribuée aux motifs répétitifs dans lesquels des éléments ou des primitives sont organisés selon une règle de placement. Rosenfeld et Kak (1982) considère la texture comme un groupement de similarité dans une image. Nous pouvons aussi la décrire comme étant l'aspect visuel d'une surface; par exemple deux aspects de textures de domaines différents : la peau et l'image ultrasonore d'un coeur (la figure 2.1).

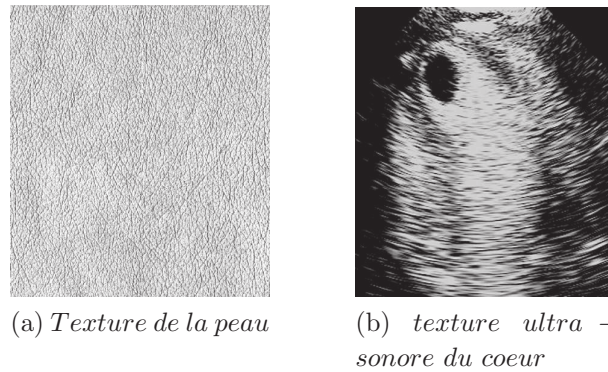


FIGURE 2.1 – Exemple de textures

Bien que la perception de la texture soit évidente, elle reste très difficile à définir et alors il n'existe pas de définition précise et générique Jain et Karu (1996). Ce manque de définitions était discuté par Bovik *et al.* (1990) en remarquant qu'une définition exacte de la texture, soit comme propriété de surface, soit comme propriété d'image, n'a jamais été formulée de façon adéquate. Même les récents chercheurs en analyse de texture partagent ces opinions Fan et Xia (2003). Pourtant, Haralick (1979) regroupent la description de la texture en deux catégories :

- **Texture aléatoire** : Ce type de textures se caractérise par un aspect anarchique tout en restant homogène. Dans ce cas, la texture est considérée comme étant une réalisation d'un champ aléatoire bidimensionnelle. Ce type de textures concerne surtout les images naturelles comme illustrées dans la figure 2.2.



FIGURE 2.2 – Exemple de textures aléatoires

- **Texture périodique** : Dans ce type, la texture est caractérisée par la répétition d'un motif principal appelé texton. Ce type de texture est rarement rencontré dans la nature. La figure 2.3 montre quelques exemples des textures périodiques.

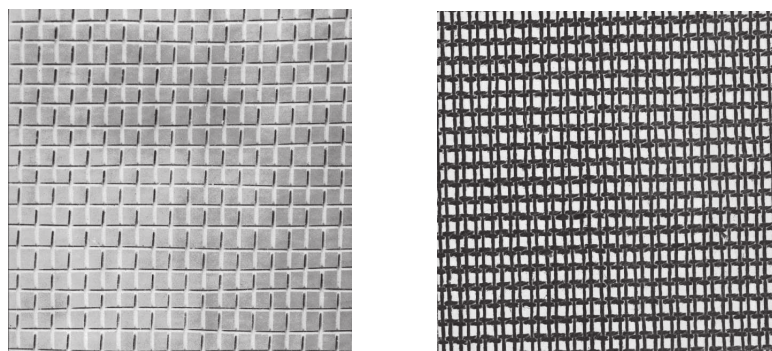


FIGURE 2.3 – Exemple de textures périodiques

La catégorisation des textures ci-dessus n'est pas la seule possible ; il en existe plusieurs autres, par exemple, microtextures contre macrotextures, ou artificielles contre naturelles. Indépendamment de la catégorisation, les méthodes d'analyse de texture essaient de décrire correctement les propriétés des textures. Ce qui rend cette tâche difficile.

L'étude de la texture et ses différents types a suscité plusieurs axes de recherche et d'application. L'extraction des caractéristiques reste la première étape de l'analyse de la texture. Elle consiste à transformer une image 2D en un ensemble de valeurs numériques permettant de représenter les textures. Ces valeurs sont ensuite collectées dans un vecteur de caractéristiques qui est utilisé pour quatre axes majeurs :

- **La classification** : pour déterminer à quel nombre fini de classes physiquement définies (comme un tissu normal et anormal) appartient une région de texture homogène, un exemple de classification est illustré dans la figure 2.4. L'objectif est de trouver la classe de l'échantillon inconnu parmi des classes données.

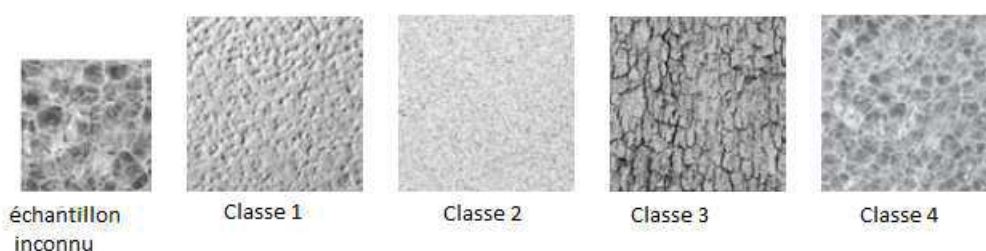


FIGURE 2.4 – Exemple de classification de texture

- **La segmentation** : pour partitionner une image texturée en régions, chacune correspondant à une texture perceptuellement homogène. La figure 2.5 montre un exemple d'une image segmentée en régions homogènes.



FIGURE 2.5 – Exemple de segmentation de texture

- **Synthèse de texture** : pour reconstruire une grande image numérique à partir d'une petite image d'échantillon en profitant de son contenu structurel. La synthèse de texture est souvent utilisée pour les applications de compression d'image. Elle est également importante dans l'infographie où l'objectif est de rendre les surfaces d'objets aussi réalistes que possible.



FIGURE 2.6 – Exemple de synthèse de texture

- **Reconstruction de volume** : pour reconstruire la géométrie de surface 3D à partir des informations de texture.

Cette thèse se concentre sur le domaine de classification des textures. La procédure de classification des textures comprend généralement quatre étapes :

1. **Prétraitement** : Cette étape comprend les opérations effectuées avant l'extraction des fonctions de texture. Par exemple, la normalisation de la gamme d'intensité, de sorte que les propriétés extraites des images soient comparables. La suppression d'artefacts (par exemple, le bruit) est également effectuée dans cette étape.
2. **Extraction de caractéristiques** : Les caractéristiques de texture des images sont extraites dans cette étape. Différentes méthodes sont utilisées pour trouver des caractéristiques de texture.
3. **Sélection des caractéristiques** : Dans cette étape, des caractéristiques utiles sont sélectionnées. Parfois, le nombre de caractéristiques est énorme. En plus, certaines caractéristiques peuvent ne pas être informatives. Le but de cette étape est de réduire le nombre de caractéristiques extraites en sélectionnant celles donnant des informations texturales discriminantes

4. Classification : Dans cette étape, chaque image est affectée à l'une des classes de texture connues. Différentes méthodes de classification peuvent être utilisées dans cette étape, par exemple, les machines à vecteurs de support (SVM).

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés plus particulièrement à la procédure de l'extraction des caractéristiques pour la classification de textures. Le fait que la perception de la texture ait tellement de dimensions différentes est une raison importante pour laquelle il n'existe pas de méthode unique de représentation de la texture. Dans la section suivante, nous allons présenter les différentes méthodes d'analyse de textures.

2.2 Méthodes d'analyse de texture

L'objectif principal de l'analyse de la texture est la détermination de signatures texturales, cela permet une meilleure caractérisation de l'image.

Plusieurs méthodes de représentation de la texture ont été proposées dans la littérature typiquement classées en trois grandes catégories :

- Structurelles.
- Statistiques.
- Par modèle.

2.2.1 Méthodes structurelles

Dans cette catégorie de méthodes, les textures sont constituées de motifs de base se répétant de façon régulière. Donc, l'analyse structurelle de la texture consiste à la recherche des motifs, leur description et la détermination des règles de leur position.

Dans ce contexte, plusieurs approches ont été proposées, commençant par les méthodes dites classiques (Haralick (1979), Levine et Nazif (1985)). Ces méthodes tentent de comprendre explicitement la structure hiérarchique de la texture. Elles décrivent les propriétés et l'apparence des textures avec différentes règles qui précisent quel type de primitives se trouvent à la surface et comment elles se situent.

Voorhees et Poggio (1987) ont soutenu que "les blobs" sont importants dans la perception de la texture. Ils ont proposé une méthode basée sur le filtrage de l'image avec des masques laplaciens de Gauss (LoG) à différentes échelles et ils ont utilisé cette information pour extraire "les blobs" dans l'image. Blostein et Ahuja (1989) ont effectué un traitement similaire afin d'extraire des marques de texture dans des images en examinant la réponse du filtre LoG à plusieurs échelles. Ils intègrent leur détection de "blob"s avec le calcul de forme de surface afin d'améliorer les résultats des deux processus. Tomita et Tsuji (2013) ont proposé également une méthode d'extraction des primitives constituant la texture appelées jetons. Ils effectuent une transformation de l'axe médian sur les composants connectés d'une image segmentée. Par la suite, Ils calculent un certain nombre de propriétés telles que l'intensité et la forme de ces jetons détectés.

D'autres approches, dites méthodes syntaxiques HILLION *et al.* (1988) font appel à la théorie des grammaires qui permet d'engendrer des formes en appliquant un ensemble de règles de placements données à un petit nombre de symboles. Ces derniers peuvent être

considérés comme des sous primitives de base et doivent pouvoir reconstituer toute texture structurale. Par exemple, une image d'un mur de briques est parfaitement adaptée à cette approche.

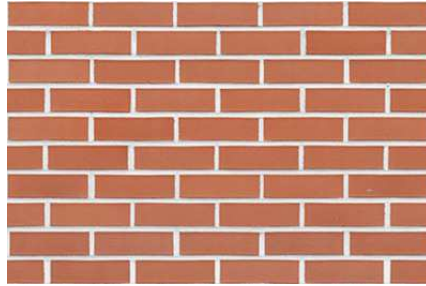


FIGURE 2.7 – Échantillon de texture bien adaptée pour l'approche structurale.

L'avantage de ces méthodes est qu'elles fournissent une bonne description symbolique de l'image. Cependant, cette fonctionnalité est plus utile pour la synthèse que les tâches d'analyse.

2.2.2 Méthodes statistiques

Ces méthodes étudient les propriétés statistiques des valeurs d'intensité des pixels en se basant sur les statistiques d'ordre un, d'ordre deux ou d'ordre supérieur.

Cette classe de méthode peut aussi être catégorisée en deux sous-classes : les méthodes qui exploitent directement les statistiques de la texture comme la cooccurrence, l'auto-corrélation ou les moments d'ordre supérieur et les méthodes qui exploitent les propriétés statistiques de la texture dans le domaine fréquentiel en utilisant des transformées comme la transformée de Fourier, les filtres de Gabor ou les ondelettes. Ces méthodes sont détaillées par Tuceryan et Jain (1998).

2.2.2.1 Méthodes spatiales

- **Statistiques d'ordre un** : L'analyse s'effectue directement à partir des pixels de l'image. Chaque pixel sera présenté par une valeur comme la moyenne, la variance et le rapport signal/bruit.
- **Statistiques d'ordre deux** : Les statistiques d'ordre deux sont fondamentales pour une analyse approfondie de la texture Julesz (1975) en mettant en valeur les relations entre deux pixels et les interactions entre les niveaux de gris.

Prenant comme exemple les matrices de cooccurrences Haralick *et al.* (1973) qui représentent les dépendances spatiales des niveaux de gris. Ces caractéristiques sont sensibles aux variations d'éclairage, mais ont été très populaires dans différentes applications d'analyse de texture. La matrice de cooccurrence de niveau de gris G pour un vecteur de déplacement $d = (d_x, d_y)$ est basée sur le calcul de la probabilité P_d qui représente le nombre de fois où un pixel de niveau de gris i apparaît à une distance relative d'un pixel de niveau de couleur j :

$$P_d(i, j) = |(r, s), (t, v) : I(r, s) = i, I(t, v) = j| \quad (2.1)$$

où $(r, s), (t, v) \in N \times N$, et $|\cdot|$ la cardinalité d'un ensemble.

Une autre statistique de texture simple consiste à calculer la fonction d'autocorrélation de l'image qui décrit la nature répétitive du placement des éléments de texture. Cela peut être utilisé pour évaluer la quantité de régularité, ainsi que la rugosité de la texture. L'autocorrélation d'une image I est donnée par :

$$\rho(x, y) = \frac{\sum_{u=0}^N \sum_{v=0}^N I(u, v)I(u+x, v+y)}{\sum_{u=0}^N \sum_{v=0}^N I^2(u, v)} \quad (2.2)$$

La figure 2.8 résume la relation entre les diverses mesures de texture statistiques d'ordre 2 et l'image d'entrée Tomita et Tsuji (2013).

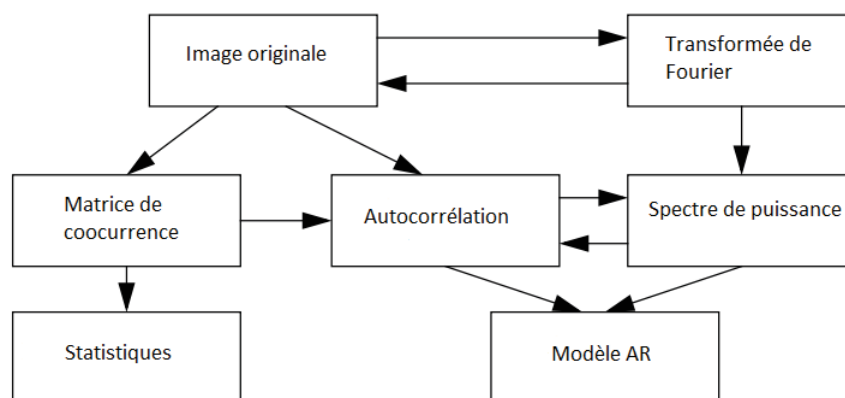


FIGURE 2.8 – L'interrelation entre les diverses statistiques d'ordre deux et l'image d'entrée

- **Statistiques d'ordre supérieur** : Si l'analyse de texture basée sur les statistiques d'ordre deux permet une étude approfondie, l'étude des dépendances entre plusieurs pixels (statistiques d'ordre supérieur) devrait améliorer l'analyse. Ainsi, Julesz *et al.* (1973) a montré que certaines textures sont identiques aux statistiques d'ordre deux, mais aux statistiques d'ordre supérieur sont différentes comme illustré dans la figure 2.9.

Par ailleurs, les statistiques d'ordre supérieur, dans des travaux récents, se sont montrées efficaces en matière de classification ou de segmentation d'images Corover (1996) Valkealahti et Oja (1998) Ojala et Pietikäinen (1999).

Enfin, l'étude comparative menée dans Rosenberger et Cariou (2001), montre de bons résultats obtenus en classification grâce aux moments d'ordre supérieur, notamment les cumulants d'ordres 3 et 4 (skewness et kurtosis).



FIGURE 2.9 – Des paires de textures avec des statistiques d'ordre deux identiques.

2.2.2.2 Méthodes fréquentielles

Des études psychophysiques indiquent que le système de vision humaine applique une analyse de fréquence à la scène observée Campbell et Robson (1968). Dans les surfaces texturées, différentes fréquences ont leurs propres propriétés de texture. Les approches spatiales et fréquentielles peuvent être utilisées pour filtrer des images et capturer des informations pertinentes. Les trois approches fréquentielles les plus employées sont : la transformée de Fourier, la transformée de Gabor et la transformée en ondelettes.

- **Transformée de Fourier** : Dans l'analyse fréquentielle, la transformée de Fourier est appliquée à l'image pour la convertir depuis son domaine spatial vers son domaine fréquentiel comme illustré dans la figure 2.10. Par exemple, les caractéristiques fréquentielles sont calculées à partir du spectre de puissance pour décrire la rugosité de la texture Weszka *et al.* (1976), Tsai et Tseng (1999). Cette méthode est la plus avantageuse pour les textures périodiques ou pour l'extraction de contours. Cependant, la transformée de Fourier manque d'informations spatiales, ce qui nuit à son potentiel de description d'image.

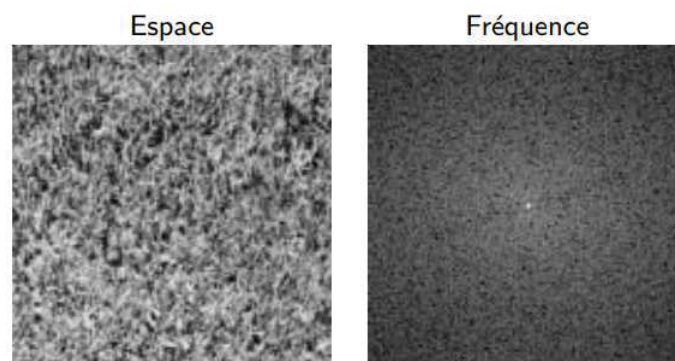


FIGURE 2.10 – Représentation fréquentielle d'une texture

- **Transformée de Gabor** : La transformée de Fourier est une analyse du contenu fréquentiel global dans le signal. De nombreuses applications nécessitent que l'analyse soit localisée dans le domaine spatial. Ceci est généralement traité en introduisant une dépendance spatiale dans l'analyse de Fourier. La façon classique de le faire est à travers ce qu'on appelle la fenêtre transformée de Fourier. Lorsque la fonction de fenêtre est Gaussienne, la transformation devient une transformation de Gabor. Il est très populaire de traiter une image de texture avec le filtrage de Gabor parce que ces filtres présentent une résolution d'image conjointe dans les domaines spatiaux et fréquentiels (Gabor (1946), Bianconi et Fernández (2007)). Cependant, ils ne décrivent pas des textures bien grosses ; c'est parce que l'énergie de ces textures est concentrée dans les sous-images des fréquences les plus basses Xu *et al.* (2010).
- **Transformée des ondelettes** : Bien que les filtres de Gabor décomposent le spectre de l'image en images filtrées selon des plages de fréquences et d'orientations, les caractéristiques obtenues de ce filtre peuvent être corrélés et donc il s'avère difficile de savoir si deux images sont identiques due à leurs propriétés ou à la redondance. Ceci est traité en introduisant les ondelettes Mallat (1989) grâce à une

analyse dans un cadre multi échelles uniforme en décomposant l'image en sous-bandes indépendantes limitant la redondance des attributs. Cependant, l'analyse par ondelettes est fondamentalement une analyse linéaire et souffre d'une mauvaise résolution sur différentes échelles et de nature non adaptable aux données, puisque la même base d'ondelettes est utilisée pour analyser toutes les données Huang *et al.* (1996).

2.2.3 Méthodes par modèle

Ces méthodes sont basées sur le modèle d'image utilisé pour décrire la texture avec une approche paramétrique. Les paramètres du modèle sont généralement appris pour une tâche d'analyse de texture spécifique et utilisés en tant qu'attributs. Le modèle peut également être utilisé pour synthétiser des images. Il est très populaire d'utiliser des modèles de champs aléatoires, comme les champs Markoviens Gaussiens (GMRF) pour capturer l'information texturale Chellappa et Chatterjee (1985). Une autre approche basée sur un modèle utilise des fractales pour modéliser les propriétés texturales des images (Pentland (1984), Chaudhuri et Sarkar (1995)). Des modèles autorégressifs Mao et Jain (1992) ont également été appliqués dans l'extraction de caractéristiques de texture. En pratique, la complexité de calcul découlant de l'estimation des paramètres du modèle stochastique est le principal problème de cette classe des méthodes.

2.3 Analyse de texture basée sur la phase

2.3.1 Motivation : Importance de la phase

Il est connu que dans un milieu réel l'éclairage change avec le temps entraînant de variations dans l'apparence de la texture. Aussi, lors de l'acquisition, il est fréquent que la texture soit affectée par le bruit. Encore, elle peut également être tournée et localisée de plusieurs façons. Pour ces raisons, le problème majeur des méthodes d'analyse de texture est d'inclure des caractéristiques portant l'information essentielle de l'image et ayant des propriétés invariantes au bruit, à la rotation et à l'illumination.

Par ailleurs, étant donné que la représentation fréquentielle de l'image, en fonction de phase et de magnitude, est la plus proche au système visuel humain. En plus, des études ont révélé l'importance de la phase par rapport à la magnitude en raison de son invariance au contraste de l'image et au bruit. Il est donc raisonnable d'utiliser la phase. Ainsi, cette section se limite principalement à l'étude de l'information de la phase dans l'analyse de la texture et de présenter les différentes méthodes de l'analyse de texture basées sur la phase.

L'importance de la phase est mise en évidence par Oppenheim et Lim (1981). Ils ont remarqué que cette composante est responsable de la formation des éléments géométriques comme les contours, les lignes, les bords et les jonctions. Ils ont montré dans leur expérience qu'une image peut être reconnue même quand l'information de la magnitude est perdue, mais pas quand la phase est perdue. Nous étendons cette expérience pour l'analyse de texture en échangeant la phase et la magnitude pour deux textures. La figure 2.11 montre

le résultat de cette expérience :

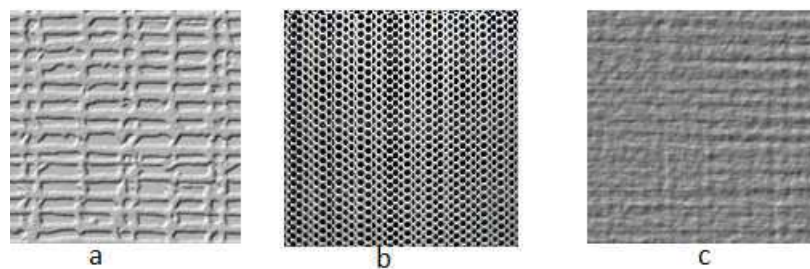


FIGURE 2.11 – Importance de la phase : La texture (c) est le mélange des deux textures avec la module de la texture (b) et la phase de la texture (a)

La texture révélée est celle dont la phase de Fourier a été utilisée dans la reconstruction. Cette expérience prouve que la phase contient des caractéristiques plus importantes que la magnitude.

L'importance de la phase dans la perception visuelle et le traitement d'image a été étudiée par plusieurs chercheurs. Par exemple, Piotrowski et Campbell (1982) ont trouvé que le système visuel humain est capable d'utiliser seulement quelques données de phase pour la reconnaissance des objets. Nous citons également les études psychophysiques de Gegenfurtner (2003), qui suggèrent que la composante de phase joue un rôle spécifique dans la perception humaine. Aussi, Morrone et Owens (1987) ont montré que les bords pourraient être détectés efficacement sur une image en examinant les points de congruence de phases maximales qui correspondent à des discontinuités dans l'image. En effet, la magnitude du signal nous informe sur la force de la discontinuité, alors que la phase nous informe sur sa forme, ce qui rend cette dernière théoriquement indépendante des changements d'intensité, donc robuste en pratique.

Ces observations ont permis le développement d'un nombre d'algorithmes de détection d'attributs utilisant la phase tout en profitant de ses propriétés importantes. Par exemple, une translation spatiale correspond à un décalage de phase entre deux images successives. Alors, La mesure de la variation de phase permet de déduire le mouvement de translation. Cette idée a été la base de plusieurs algorithmes d'estimation de mouvement Gautama et Van Hulle (2002) et de reconstruction d'image Nguyen-Duc *et al.* (2010). Un autre exemple qui révèle l'importance de la phase est son utilisation en imagerie médicale Cai *et al.* (2015) vu que la phase d'image code l'information sur la structure de l'image tout en étant indépendante de l'intensité locale. En tant que telle, cette fonctionnalité peut être considérée comme une signature intrinsèque du tissu qui est insensible aux variations d'intensité dues au processus d'acquisition. De nombreux avantages de l'utilisation de la phase ont été rapportés dans d'autres applications comme la reconnaissance faciale Buciu et Naforita (2009) et l'ingénierie biomédicale Oulhaj *et al.* (2017). Par conséquent, en considérant l'avantage de l'utilisation de l'information de phase, l'extraction de texture sera plus riche en information et plus robuste contre les différentes distorsions géométriques.

En utilisant l'information de la phase, l'analyse de texture a été intensivement étudiée dans la littérature. Nous présentons ci-dessous les méthodes les plus populaires et robustes pour l'analyse de texture utilisant l'information de la phase.

2.3.2 Quantification de phase locale

LPQ (Ojansivu et Heikkilä (2008), Rahtu *et al.* (2012)) est un descripteur robuste basé sur la phase quantifiée de la transformée de Fourier discrète (TFD), calculé dans les fenêtres locales d'une image. Il est appliqué à l'identification de texture en le calculant localement à chaque emplacement de pixel (dans la figure 2.12, il est calculé pour le pixel qui est coloré en gris) et en présentant les codes résultants sous la forme d'un histogramme. Il utilise l'information de phase locale extraite à l'aide de la transformée de Fourier discrète 2D qui est calculée sur un voisinage $M \times M$ (pour la figure 2.12 $M = 5$) rectangulaire N_x à chaque pixel x de l'image $f(x)$ définie par :

$$\begin{aligned} F(u, x) &= \sum_{y \in N_x} f(x - y) e^{-j2\pi u^T y} \\ &= w_u^T f_u \end{aligned} \quad (2.3)$$

où w_u est le vecteur de base de la TFD 2D à la fréquence u , et f_x est un autre vecteur contenant tous les M^2 échantillons d'image de N_x . Les phases des quatre coefficients de basse fréquence sont décorrélés ($u_1 = [a, 0]$, $u_2 = [0, a]^T$, $u_3 = [a, a]^T$, $u_4 = [a, -a]^T$) et uniformément quantifiés dans un espace à huit dimensions. a est une fréquence scalaire inférieure au premier zéro traversant la fonction $H(u)$, qui est la transformée de Fourier discrète de la fonction d'étalement de point de l'image bruitée. Les phases des quatre coefficients de basse fréquence sont uniformément quantifiées dans l'un des 256 hypercubes dans un espace à huit dimensions, ce qui donne un code de 8 bits.

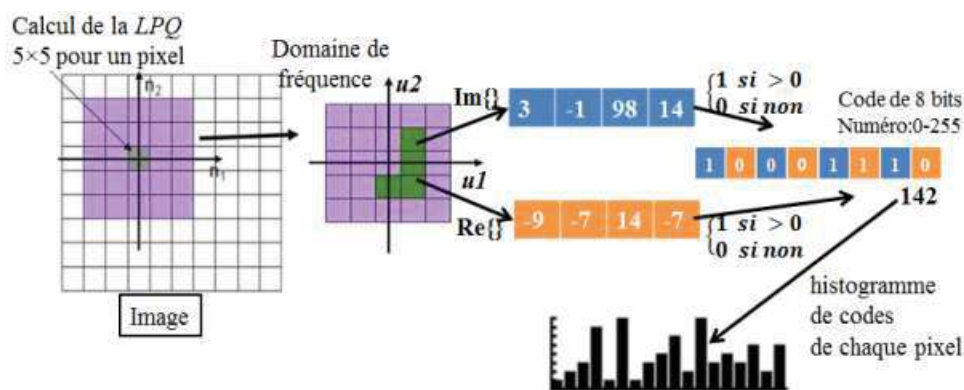


FIGURE 2.12 – Schéma d'encodage LPQ

Pour tous les voisinages de pixel d'image, ces codes LPQ sont rassemblés dans un histogramme. La génération des codes et de leurs histogrammes ressemble à la méthode LBP Ojala *et al.* (2001) qui opère dans le domaine spatial et combine une analyse de texture statistique et structurale. Pour résumer, la méthode LPQ est représentée par un histogramme des modèles locaux qui correspondent aux 256 codes. Les phases des bases de Fourier dirigées horizontalement, verticalement et en diagonale qui sont illustrées à la figure 2.13 ($M = 32$), contribuent à la structure de chaque code. Les phases des composantes basse fréquence sont invariantes au flou symétrique central. Bien que l'invariance soit perturbée par les fenêtres d'image de taille finie, la méthode reste très tolérante au

flo. Parce que seules les informations de phase sont utilisées. La méthode est également invariante aux changements d'éclairage uniformes.

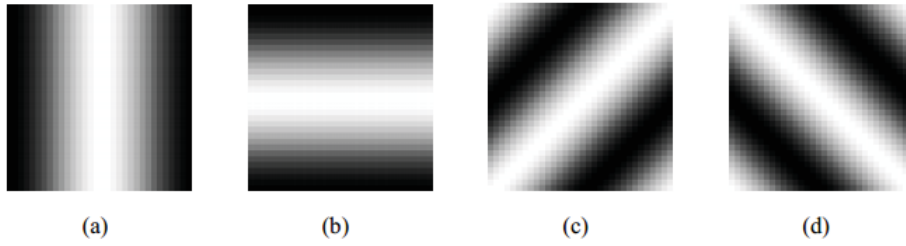


FIGURE 2.13 – Bases de Fourier dont les phases contribuent aux filtres LPQ correspondants aux 256-codes.

2.3.3 Quantification de phase locale invariante à la rotation

Il est souvent important que la représentation de la texture soit indépendante de l'orientation. Dans cette partie, nous présentons une méthode de quantification de phase locale invariante à la rotation (RI-LPQ), qui est une modification du LPQ de base. La méthode RILPQ Ojansivu *et al.* (2008) est composée de deux étapes : l'estimation de la caractéristique orientation et l'extraction des descripteurs dirigés.

2.3.3.1 Estimation de l'orientation

Soit R_θ une matrice de rotation 2-D correspondante à l'angle θ , et soit $f'(x) = f(R_\theta^{-1}x)$ l'image en rotation. Il est connu que la transformée de Fourier de f' est simplement la transformée de Fourier de f tournée par R_θ . Il en sera de même pour les voisinages circulaires locaux N_x dont la position changera en $x' = R_\theta x$. Ainsi, les coefficients 2.3 sont estimés sur un cercle de rayon r aux fréquences $v_i = r[\cos(\Phi_i)\sin(\Phi_i)]^T$, où $\Phi_i = \frac{2\pi i}{M}$, et $i = 0, \dots, M-1$. En outre, la fenêtre rectangulaire w_R dans 2.3 est remplacée par une fenêtre Gaussienne circulaire définie par : $w_G(x) = 1/2\pi\sigma^2 \exp(-(x_1^2 + x_2^2)/2\sigma^2)$.

Dans le cas de la rotation et en se basant sur les arguments ci-dessus, le vecteur résultant $V(x) = [F(v_0, x), \dots, F(v_{M-1}, x)]$ sera localisé en x' , et il subit un décalage circulaire correspondant à l'angle de rotation θ , dans la précision de discrétisation $2\pi/M$. Notez également qu'en raison de la séparabilité, $V(x)$ est évalué efficacement pour toutes les positions de l'image x en utilisant simplement des convolutions 1-D pour les lignes et les colonnes successivement.

Afin d'obtenir également une insensibilité au bruit, seulement la phase de $V(x)$ est considérée. Ceci est effectué en observant les signes de la partie imaginaire $C(x) = \text{Im}V(x)$.

L'orientation caractéristique est donc extraites à partir des coefficients quantifiés en utilisant un moment complexe :

$$b(x) = \sum_{i=0}^{M-1} c_i e^{j\phi_i} \quad (2.4)$$

Où c_i est la i -ième composante quantifiée de $C(x)$.

L'orientation caractéristique est définie pour chaque position de pixel comme : $\varepsilon(x) = \angle b(x)$

2.3.3.2 Extraction du descripteur orienté

La deuxième étape de la méthode consiste à extraire le vecteur descripteur binaire. La procédure est similaire au LPQ original, mais le voisinage de chaque pixel est pivoté dans le sens de l'orientation caractéristique. L'opération peut être formulée en définissant des coefficients de fréquence orientés par :

$$F_\varepsilon(u, x) = \sum_y f(y) w_R(R_{\varepsilon(x)}^{-1}(y - x)) e^{-j2\pi u^T R_{\varepsilon(x)}^{-1} y} \quad (2.5)$$

Pour l'image tournée, cela devient :

$$F_\varepsilon(u, x)' = F_\varepsilon(u, R_\theta^{-1}x) \quad (2.6)$$

L'équation 2.6 montre que la rotation de f ne fait que déplacer les coefficients $F_\varepsilon(u, x)$, ce qui n'affecte pas l'histogramme construit plus tard. Par conséquent, en raison des mêmes arguments que pour LPQ, les caractéristiques résultantes sont insensibles à la fois à la rotation et au flou.

2.3.4 Descripteur de fréquence locale invariant à la rotation

RILFD Maani *et al.* (2013) est une méthode d'analyse de texture inspirée par les modèles binaires locaux bien connus (LBP) Ojala *et al.* (2001) qui appliquent un seuil (la valeur de gris du pixel central) et le facteur binomial 2^n pour construire les motifs binaires à partir de la fonction circulaire locale (LCF) à un pixel. Bien que la LBP et ses variantes soient très populaires, elles souffrent de plusieurs inconvénients. L'un des inconvénients est la croissance exponentielle des modèles binaires qui résulte en un grand ensemble de fonctionnalités. Les méthodes basées sur LBP sont également sensibles au bruit, car un petit changement dans le pixel central peut entraîner un changement radical des motifs. Enfin, le seuil de la fonction LCF supprime certaines informations importantes.

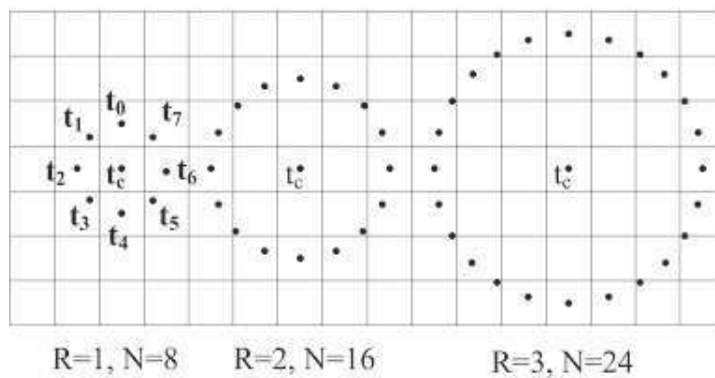


FIGURE 2.14 – Trois paramètres de voisins communs dans LBP

où le descripteur de fréquence local, LFD (n), est constitué de P nombres complexes représentant les composantes fréquentielles du LCF. Il utilise la même méthode d'échantillonnage circulaire que le descripteur LBP. Cependant, pour traiter les problèmes mentionnés des méthodes basées sur le LBP, la fonction d'échantillonnage, LCF, est transformée dans le domaine fréquentiel à l'aide de la transformée de Fourier discrète 1D (DFT).

$$LFD(n) = \sum_{k=0}^{N-1} t_k e^{-2\pi i n k / N} \quad (2.7)$$

sachant que les composantes basse fréquence du LFD comprennent la majorité des signaux de texture et qu'en utilisant quelques unes, les caractéristiques importantes des textures seront capturées. Par conséquent, un ensemble de fonctionnalités compact peut être construit pour répondre à la croissance exponentielle du LBP. En outre, les composants basse fréquence du LFD ne sont pas affectés par le bruit. Par conséquent, Les fonctionnalités du LDF sont robustes.

La composante de fréquence DC ($LFD(1)$) n'a pas d'informations de phase. Par conséquent, les caractéristiques basées sur la phase sont extraites de la deuxième composante de fréquence, $LFD(2)$. Le problème à résoudre dans cette approche est de savoir comment définir les caractéristiques invariantes de rotation à partir de la phase, alors que la phase des composantes de fréquence locales n'est pas invariante par rotation. Pour avoir des caractéristiques de phase invariantes à la rotation, la méthode utilise la différence de phase (PHD) entre les deuxièmes coefficients de Fourier de deux fonctions circulaires situées sur deux rayons différents :

$$PHD(x, y) = \text{angle}(LFD(2)_{x,y}^{P_i, R_i}) - \text{angle}(LFD(2)_{x,y}^{P_j, R_j}) \quad (2.8)$$

Chaque fonction circulaire contient des informations de texture à une échelle spécifique. Lorsque la rotation se produit, les deux fonctions encourent la même quantité de décalage circulaire et la phase de $LFD(2)$ des deux fonctions change du même angle de rotation. Par conséquent, la différence de phase entre les composantes $LFD(2)$ des deux fonctions circulaires reste inchangée et cette propriété est utilisée pour définir les caractéristiques invariantes à la rotation.

La différence de phase est une information d'orientation et a une valeur comprise entre $[0, 2\pi]$. Pour construire les caractéristiques finales, l'histogramme des orientations locales (HLO) est utilisé. L'histogramme est défini dans une zone circulaire autour de chaque pixel, en accumulant les informations d'orientation.

La Figure 2.15 illustre les étapes de construction du HLO. Cet histogramme est comparable à celui des orientations dans SIFT Lindeberg (2012) puisqu'il accumule les orientations dans une région autour d'un point-clé. Cependant, aucune pondération n'est utilisée (par exemple, la pondération Gaussienne dans SIFT) et l'information d'orientation est extraite de la phase des composantes de fréquence locale au lieu des gradients.

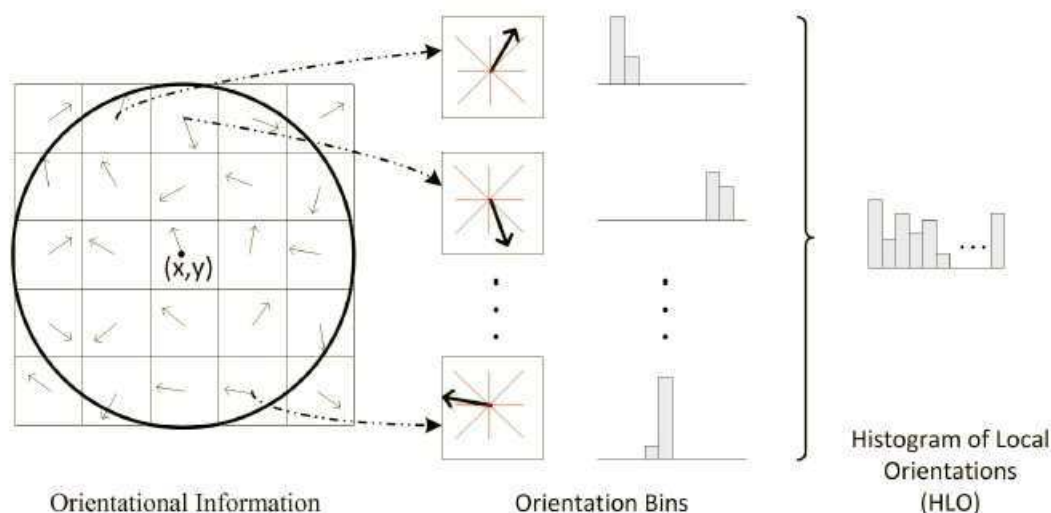


FIGURE 2.15 – les étapes de construction de l’histogramme des orientations locales

2.3.5 Synthèse

Il a été montré que le descripteur LPQ a non seulement surpassé les méthodes de comparaison à base de LBP Ojala *et al.* (2001) et de la banque de filtres de Gabor Manjunath et Ma (1996), mais il a produit des résultats légèrement meilleurs également pour des images nettes. La même chose est vraie pour les versions invariantes à la rotation des descripteurs LPQ et LBP. Quant au descripteur RILFD, il fournit une plus grande précision et utilise moins de caractéristiques que celles des autres méthodes basées sur LBP.

Les descripteurs LPQ sont perturbés par des facteurs similaires par rapport aux invariants globaux au bruit. Premièrement, le bruit devrait être centré symétriquement, ce qui n’est pas toujours le cas, ce qui entraîne des erreurs. Deuxièmement, pour le descripteur LPQ, l’effet de bordage de la convolution de bruit est important en raison de la petite taille de la fenêtre qui perd l’information et perturbe l’invariance au bruit. Une taille de fenêtre plus grande entraîne une plus grande insensibilité au flou, mais perd en même temps les informations haute fréquence.

Le descripteur RILFD réalise de très bons résultats, car l’utilisation des composantes basse fréquence locales permet de préserver l’énergie principale de la texture et de réduire le bruit. Il existe différentes raisons pour lesquelles la méthode RILFD est très robuste au bruit. La première raison est que les caractéristiques sont extraites des deux premières composantes des fréquences locales. Les composants basse fréquence sont plus résistants au bruit, car le bruit se manifeste généralement dans les composantes haute fréquence et n’affecte pas les composants basse fréquence. De plus, les approches utilisées pour calculer les ensembles de caractéristiques réduisent davantage l’effet du bruit. Par exemple, l’application de filtres passe-bandes circulaires sur la transformée de Fourier 2D des composants basse fréquence réduit l’effet du bruit. Cependant, dans des conditions normales, les fréquences plus élevées peuvent fournir des informations utiles sur les textures.

2.4 Conclusion

Ce chapitre a passé en revue les concepts de base et diverses méthodes et techniques de traitement des images texturées. De cette revue bibliographique, plusieurs conclusions peuvent être formulées :

- La texture est une propriété prédominante de la plupart des surfaces physiques dans le monde naturel. Elle s'impose également dans de nombreuses applications, il est donc crucial que nous ayons des méthodes robustes et efficaces pour traiter les images texturées.
- Les méthodes de texture peuvent être largement divisées en trois approches générales : structurelles, statistiques et par modèle.
- La méthode d'analyse de texture choisie doit prendre en considération les distorsions géométriques de la texture ainsi que l'effet du bruit. Donc, une meilleure méthode est celle qui inclut des caractéristiques portant l'information essentielle de l'image et ayant des propriétés invariantes au bruit, à la rotation et à l'illumination.
- La phase s'est révélé en analyse de texture basée vu son invariance au contraste de l'image et au bruit.

Au vu de ces quelques conclusions, la caractérisation de la texture à l'aide des méthodes basées sur la phase a donné de bons résultats sous l'effet du bruit et du changement de contraste. Cependant, ces méthodes décrivent la phase en fonction d'autocorrélation, qui signifie des statistiques du second ordre. Donc, elles considèrent la Gaussianité des images même si ce n'est pas le cas dans la réalité et perdent toutes les informations de phase non linéaire.

Sommaire

3.1	Introduction	35
3.2	Outils mathématiques	36
3.2.1	Le bispectre et les interactions non linéaire	36
3.2.2	Couplement quadratique de phase	37
3.2.3	Bicohérence	38
3.3	Tests statistiques	40
3.3.1	Test de Gaussianité	40
3.3.2	Test de linéarité	41
3.3.3	Application à l'analyse de texture	42
3.4	Résultats et discussions	43
3.4.1	Résultats statistiques	43
3.4.2	Discussions	48
3.5	Conclusion	49

3.1 Introduction

L'analyse de texture est un sujet important dans le traitement d'image, souvent faite par les méthodes classiques basées sur les statistiques d'ordre deux. Ces statistiques apportent une grande souplesse de calcul et d'interprétation au détriment d'une perte d'informations dû à deux hypothèses nécessairement utilisées : La Gaussianité et la linéarité. Par conséquent, elles contiennent toutes les informations suffisantes de la texture linéaire Gaussienne, tel que l'existence de composantes harmoniques. Cependant, dans les cas réels, il existe une relation non linéaire et une dépendance entre ces composantes harmoniques qui ne peuvent pas être captées par les statistiques d'ordre deux. Pour ces raisons, tout écart par rapport à la Gaussianité et à la linéarité nécessite l'utilisation des spectres d'ordre supérieur connus par leur capacité à extraire de telles informations. L'estimation des SOS a été présentée dans (Nikias (1993), Mendel (1991), Billings et Tsang (1989)) et il est observé que le spectre du troisième ordre, à savoir le bispectre est le SOS le plus simple que l'on puisse calculer.

Avant de se lancer dans l'utilisation des SOS dans l'analyse de texture, il est nécessaire d'effectuer une étude statistique pour révéler la nature non Gaussienne et non linéaire des

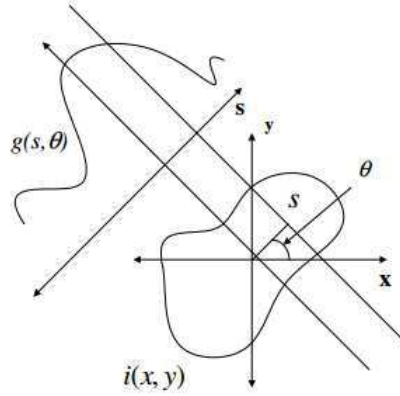


FIGURE 3.1 – Projection Radon

textures et donc montrer la nécessité de l'utilisation des SOS pour une analyse approfondie et complète de la texture.

Ce chapitre consiste en une analyse bispectrale des textures pour étudier les hypothèses de la Gaussianité et de la linéarité à l'aide des tests de Hinich (1982). Vu que le bispectre d'une texture est une fonction 4D, nous allons réduire la complexité de calcul en utilisant la transformée de Radon qui transforme une image en un ensemble de projections de faisceaux parallèles 1D sous différents angles. Ensuite, nous allons effectuer nos tests statistiques sur ces projections. Enfin, nous allons moyenner les estimations statistiques sur les différentes projections.

3.2 Outils mathématiques

3.2.1 Le bispectre et les interactions non linéaire

Des outils classiques tels que l'autocorrélation et les spectres de puissance sont suffisants pour décrire complètement un processus Gaussien où les composantes de fréquence sont supposées indépendantes. Par conséquent, les dépendances entre différentes fréquences introduites par des interactions non linéaires ne peuvent pas être capturées. En revanche, les SOS et surtout le troisième ordre, à savoir le bispectre, peuvent détecter de telles interactions. Le bispectre d'un processus 1D est défini par :

$$B(f_1, f_2) = X(f_1)X(f_2)X^*(f_1 + f_2) \quad (3.1)$$

Où X est la transformée de Fourier de x et X^* est son conjugué. L'extension de cette équation à une donnée 2D $i(x, y)$ (comme dans le cas des images de textures) se fait au moyen de la transformée de Radon (Sayrol *et al.* (1995), Sayrol *et al.* (1993)) où l'image est décomposée en un ensemble de projections 1D à différents angles (figure 3.1). La transformation Radon g d'une image i le long d'une ligne radiale s à un angle θ est donnée par :

$$g(\theta, s) = \int \int i(x, y) \delta(x \sin \theta - y \cos \theta - s) dx dy \quad (3.2)$$

Par conséquent, le bispectre de chaque projection d'un angle θ estimé à l'aide de N

réalisations peut être réécrit comme suit :

$$B_\theta(f_1, f_2) = \frac{1}{N} G_\theta(f_1) G_\theta(f_2) G_\theta^*(f_1, f_2) \quad (3.3)$$

Où G est la transformée de Fourier de g et G^* est son conjugué.

3.2.2 Couplément quadratique de phase

Les spectres d'ordre supérieur permettent la détection et la description quantitative des non-linéarités dans les signaux. De tels signaux apparaissent lorsqu'ils sont passés à travers les systèmes à caractéristique non linéaire. En pratique, nous rencontrons très souvent la situation, dans laquelle un signal harmonique est passé par un système non linéaire. Considérons le signal :

$$x(t) = A_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1) + A_2 \cos(\omega_2 t + \phi_2) \quad (3.4)$$

qui est passé à travers le système non linéaire quadratique simple :

$$y = ax^2(t) \quad (3.5)$$

Où a est une constante non nulle. Alors, Sur la sortie du système, le signal inclura les composantes harmoniques : $(2\omega_1, 2\phi_1)$, $(2\omega_2, 2\phi_2)$, $(\omega_1 + \omega_2, \phi_1 + \phi_2)$ et $(\omega_1 - \omega_2, \phi_1 - \phi_2)$. Un tel phénomène, qui produit ces relations de phase, est appelé couplage quadratique de phase.

En général, si nous avons un signal composé de trois sinusoides avec des fréquences et des phases (ω_1, ϕ_1) , (ω_2, ϕ_2) et (ω_3, ϕ_3) , on dit que les sinusoides 1 et 2 sont couplés en phase quadratique (QPC) si et seulement si :

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 \quad (3.6)$$

$$\phi_1 + \phi_2 = \phi_3 \quad (3.7)$$

En général, un signal harmonique peut être écrit comme :

$$x(n) = \sum_{i=1}^k \sin(\omega_i n + \phi_i) \quad (3.8)$$

Prenons comme exemple $k=6$: $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ et $\omega_6 = \omega_4 + \omega_5$, avec $\omega_1 \dots \omega_6$ sont indépendantes et uniformément distribuées sur $[0, 2\pi]$ et $\phi_6 = \phi_4 + \phi_5$.

Alors que $(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ et $(\omega_4, \omega_5, \omega_6)$ sont à des positions liées harmoniquement, seule la composante en ω_6 est le résultat du couplage de phase entre ceux en ω_4 et ω_5 tandis que celui en ω_3 est une composante harmonique indépendante.

Le spectre de puissance de cet exemple montre les pics sur les mêmes positions (liées aux fréquences), quelles que soient les phases des sinusoides comme montrées dans la figure 3.2.

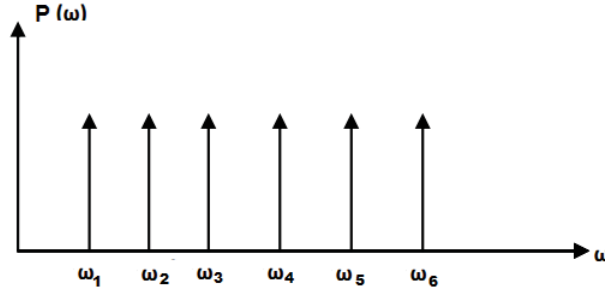


FIGURE 3.2 – le spectre de puissance du signal décrit par l'équation 3.8

Alors, l'information sur les relations de phase est perdue. Ainsi, afin d'obtenir cette information, nous devrions utiliser les spectres d'ordre supérieur.

Par exemple, le moment d'ordre 3 du signal x est obtenu par :

$$m_x^3(\tau_1, \tau_2) = \frac{1}{4} \sin(\omega_5\tau_1 + \omega_4\tau_2) + \sin(\omega_6\tau_1 + \omega_4\tau_2) + \sin(\omega_4\tau_1 + \omega_5\tau_2) \quad (3.9) \\ + \sin(\omega_6\tau_1 - \omega_5\tau_2) + \sin(\omega_4\tau_1 - \omega_6\tau_2) + \sin(\omega_5\tau_1 - \omega_6\tau_2)$$

Il est important de noter que dans l'équation 3.9, seules les composantes couplées en phase apparaissent.

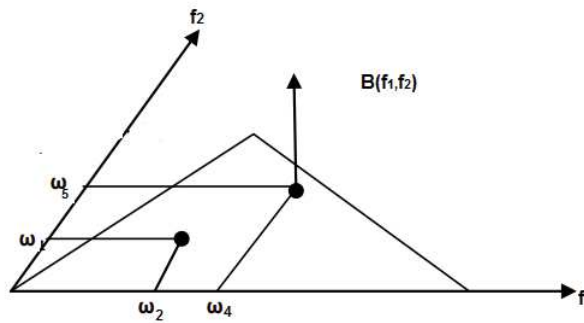


FIGURE 3.3 – Le bispectre du signal décrit par l'équation 3.8

Par conséquent, le bispectre évalué dans la région triangulaire de la figure 3.3 montre une impulsion seulement en (ω_4, ω_5) indiquant que seule cette paire est couplée en phase. En l'absence totale de couplage de phase, le moment d'ordre 3 et le bispectre sont tous nuls. Ainsi, le fait que seules les composantes couplées en phase contribuent à la séquence du moment du troisième ordre d'un processus est ce qui fait du bispectre un outil de diagnostic très utile pour les interactions non linéaires. Cependant, à la paire de fréquences f_1, f_2 dans l'équation 3.1, la variance complexe de $B(f_1, f_2)$ est proportionnelle au spectre du signal aux fréquences f_1, f_2 et $f_1 + f_2$. Pour surmonter ce problème, il est commun d'utiliser la version normalisée du bispectre appelée bicohérence.

3.2.3 Bicohérence

3.2.3.1 Définition

Le bispectre peut examiner et détecter les interactions quadratiques non linéaires entre les composantes harmoniques du signal. Cependant, il ne peut pas quantifier le degré de

couplage de phase, qui est révélée par la mesure de la bicohérence.

La bicohérence est la normalisation du bispectre qui prend des valeurs limitées entre 0 et 1, ce qui en fait une mesure pratique pour quantifier le degrés du couplage de phase dans un signal. Par exemple, si les fréquences f_1 et f_2 sont parfaitement couplées, alors la phase ϕ_3 à la fréquence f_3 sera égales à la somme des phases $\phi_1 + \phi_2$ à la fréquence $f_1 + f_2$. Elle est également connue comme la cohérence bispectrale donnée par la grandeur au carré du bispectre normalisé :

$$bic(f_1, f_2)^2 = \frac{1}{N} \frac{|B(f_1, f_2)|^2}{P(f_1)P(f_2)P^*(f_1, f_2)} \quad (3.10)$$

Dans notre cas, la bicohérence de chaque projection de Radon sous un angle θ peut être réécrite comme :

$$bic_\theta(f_1, f_2) = \frac{1}{N} \frac{B_\theta(f_1, f_2)}{\sqrt{P_\theta(f_1)P_\theta(f_2)P_\theta^*(f_1, f_2)}} \quad (3.11)$$

Où $P(f_\theta)$ est le spectre de puissance de la projection de Radon sous un angle θ .

3.2.3.2 Fiabilité statistique des estimations de la bicohérence

En général, l'estimation des spectres d'ordre supérieur devient progressivement non fiable à mesure que l'ordre augmente. Des nombres de plus en plus importants de réalisations sont nécessaires pour obtenir des estimations avec une variance similaire. Une théorie asymptotique de ces estimations est discutée dans Brillinger et Rosenblatt (2012). Le biais et la variance de tout spectre d'ordre supérieur dépendent en fait de la valeur vraie sachant que les expressions vraies ne sont pas connues pour des valeurs vraies arbitraires Chandran *et al.* (1994).

À partir d'un nombre fini de réalisations, l'estimation de la bicohérence a un biais et une variance finis. Par exemple, pour un nombre fini de réalisations N , il a été montré que la bicohérence d'un processus Gaussien a une distribution Chi square Petropulu (1999). Alors, pour ce type de processus, 95% des valeurs de la bicohérence devraient être inférieurs à $\frac{3}{N}$. En d'autre termes, une bicohérence est statistiquement nulle si 95% de ses valeurs sont inférieurs à $\frac{3}{N}$. Les statistiques de la cohérence d'ordre supérieur sont discutées dans Chandran *et al.* (1994) Elgar et Guza (1988). Par exemple, pour 100 réalisations moyennées, la bicohérence est significativement différente de zéro uniquement lorsque sa valeur est supérieure à $\frac{3}{100}$. Une courbe de la bicohérence est représentée sur la figure 3.4.

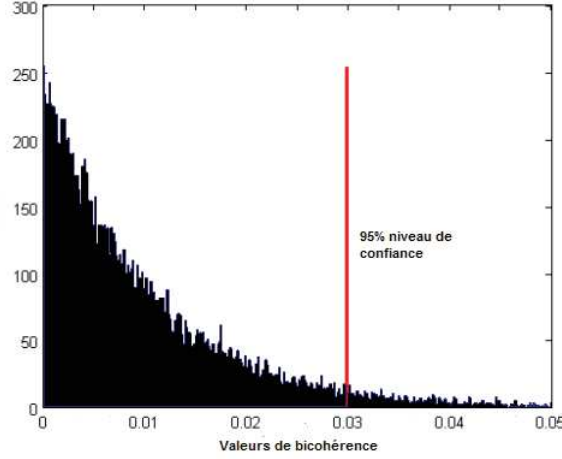


FIGURE 3.4 – La distribution de la bicohérence pour un processus de bruit Gaussien blanc lors de 100 réalisations.

Si nous voulons tester l'hypothèse qu'un processus est non-Gaussien, nous pouvons utiliser cette procédure et utiliser la distribution de la bicohérence sur toutes les bifréquences ou toute statistique dérivée de celle-ci. Si nous voulons tester si la bicohérence à une fréquence donnée provient de composantes de Fourier couplées en phase ou non, nous pouvons comparer les valeurs de la bicohérence au niveau de signification de 95% avec le bruit Gaussien. Si la valeur est supérieure à cela, nous pouvons être sûrs à 95% que la vraie valeur n'était pas zéro.

Hinich (1982) a développé des tests statistiques pour la Gaussianité et la linéarité dérivées des spectres d'ordre supérieur présentés dans la section suivante.

3.3 Tests statistiques

3.3.1 Test de Gaussianité

D'après le théorème de Brillinger et Rosenblatt (1967), l'estimé du bispectre \hat{B}_x^N de résolution spectrale Δ_N avec $N \rightarrow \infty$, suit la loi normale de moyenne $B_x(f_1, f_2)$ et de variance $\frac{1}{N\Delta_N^2}P_x(f_1)P_x(f_2)P_x(f_1 + f_2)$.

$$\hat{B}_x^N \rightsquigarrow \mathcal{N}\left\{B_x(f_1, f_2), \frac{1}{N\Delta_N^2}P_x(f_1)P_x(f_2)P_x(f_1 + f_2)\right\} \quad (3.12)$$

Par conséquent :

$$\hat{bic}_x(f_1, f_2) \rightsquigarrow \mathcal{N}\{bic_x(f_1, f_2), 1\} \quad (3.13)$$

Pour un signal Gaussien, un bispectre nul est une propriété importante pour vérifier l'hypothèse de la Gaussianité et c'est la base du test statistique présenté dans Hinich (1982). Ainsi, tester que le bispectre soit nul peut être décrit par le test d'hypothèses suivant :

$$\begin{cases} H_0 & : \forall (f_1, f_2) \in DP, B_x(f_1, f_2) \approx 0 \\ H_1 & : \exists (f_1, f_2) \in DP, B_x(f_1, f_2) \neq 0 \end{cases} \quad (3.14)$$

Hinich (1982) a proposé une statistique \hat{S}_x^2 pour discriminer entre ces deux hypothèses :

$$\hat{S}_x^2 = 2 \sum_{i=2}^N |b\hat{c}_x(f_1, f_2)|^2 \quad (3.15)$$

Supposons que $H_0 : B_x(f_1, f_2) = 0$ est vraie, donc $b\hat{c}_x(f_1, f_2) \rightsquigarrow \mathcal{N}\{0, 1\}$. Ainsi, la statistique \hat{S}_x^2 se comporte asymptotiquement comme une variable aléatoire de distribution χ_{2K}^2 :

$$\{\hat{S}_x^2 | H_0\} \rightsquigarrow \chi_{2K}^2(0) \quad (3.16)$$

Ce résultat permet de définir le test de Gaussianité ; pour un niveau de signification α , la valeur critique S_α^2 de la statistique de test $\{\hat{S}_x^2 | H_0\}$ est calculée.

Si $\hat{S}_x^2 > S_\alpha^2$, alors l'hypothèse nulle est rejetée au niveau de confiance $(1 - \alpha)$. Dans notre cas, l'hypothèse Gaussienne doit être rejetée au même niveau de confiance.

En d'autres termes, pour évaluer la performance de ce test, il faut calculer la probabilité de fausse alarme (Pfa), c'est-à-dire la probabilité que nous aurions tort de supposer que les données ont un bispectre non nul. Si cette probabilité est élevée, ($> 0,95$), nous acceptons l'hypothèse du zéro bispectre, et donc nous ne pouvons pas rejeter l'hypothèse de la Gaussianité.

3.3.2 Test de linéarité

En supposant que $X(n)$ est une série temporelle linéaire. Alors, le spectre de $X(n)$ est de la forme :

$$S_x(f) = \sigma^2 |A(f)|^2 \quad (3.17)$$

et le bispectre est de la forme :

$$B_x(f_1, f_2) = A(f_1)A(f_2)A^*(f_1 + f_2)\mu_3 \quad (3.18)$$

où, $\mu_3 = E[\epsilon^3(t)]$, et $A(f)$ est la transformée de la série de coefficients.

D'après les équations 3.17 et 3.18, il s'ensuit que la relation suivante est constante sur toutes les paires de fréquences (f_1, f_2) si $X(n)$ est linéaire :

$$\Gamma(f_1, f_2)^2 = \frac{|B_x(f_1, f_2)|^2}{S_x(f_1)S_x(f_2)S_x^*(f_1 + f_2)} = \frac{\mu_3^2}{\sigma_x^6} \quad (3.19)$$

La statistique $\Gamma(f_1, f_2)$, estimée dans l'équation 3.19, est la base du test de linéarité proposé par Hinich (1982). Puisque le bispectre est une fonction spatialement périodique dont les valeurs sont complètement déterminées par des relations de symétrie dans le domaine principal $\{(f_1, f_2) : 0 < f_1 < 12, f_2 < f_1, 2f_1 + f_2 < 1\}$, Hinich a construit une estimation \hat{B}_x du bispectre $B_x(f_1, f_2)$ et \hat{S}_x du spectre $S_x(f)$. Il estime ensuite le rapport de l'équation 3.19 à différentes paires de fréquences (f_1, f_2) dans le domaine principal par $\frac{|\hat{B}_x(f_1, f_2)|^2}{\hat{S}_x(f_1)\hat{S}_x(f_2)\hat{S}_x^*(f_1+f_2)}$.

Le test de linéarité peut être décrit par les hypothèses :

$$\begin{cases} H_0 & : \forall (f_1, f_2) \in DP, \Gamma(f_1, f_2)^2 \approx \frac{\mu_3^2}{\sigma_x^6} \\ H_1 & : \exists (f_1, f_2) \in DP, \Gamma(f_1, f_2)^2 \neq \frac{\mu_3^2}{\sigma_x^6} \end{cases} \quad (3.20)$$

Dans la pratique, même si les données sont linéaires, la bicohérence au carré ne sera pas constante pour toutes les fréquences f_1 et f_2 . Cependant, on peut obtenir une estimation de la valeur constante en calculant la valeur moyenne de la bicohérence sur les points de la région non redondante. Soit λ la valeur moyenne, la bicohérence au carré suit la loi khi-deux avec deux degrés de liberté et le paramètre de non-centralité λ .

L'intervalle interquartile R de la bicohérence au carré peut être estimé et comparé avec l'intervalle interquartile théorique d'une distribution du khi-deux avec deux degrés de liberté et le paramètre de non-centralité λ . Si l'intervalle interquartile estimé R_E est beaucoup plus grand ou beaucoup plus petit que la valeur théorique R_T , alors nous devrions rejeter l'hypothèse de linéarité

3.3.3 Application à l'analyse de texture

Dans notre cas, nous nous intéressons à une étude statistique pour analyser la nature Gaussienne et linéaire des images texturées Lagdali et Rziza (2018). Notre objectif est de trouver une bonne adaptation du test de Hinich dans le cas 2D en gardant un bon compromis simplicité/performance.

Puisque le bispectre et la bicorrélation d'un processus 1D donnent une fonction 2D, le bispectre d'une image 2D va demander beaucoup de temps et de paramètres pour qu'il soit calculer. Pour cela, nous allons décomposer la texture 2D en un ensemble de projections 1D. Ensuite, nous allons effectuer le test de Hinich sur l'ensemble des projections. Enfin, nous allons moyenner les résultats du test sur les différentes projections.

En plus de la difficulté du calcul, l'estimation des statistiques d'ordre supérieur nécessite un nombre d'échantillons et de réalisations suffisant afin de garder une variance d'estimation raisonnable. Pour cela, nous effectuons plusieurs réalisations de l'image texturée. Ensuite, nous calculons les projections des différentes réalisations pour avoir un nombre d'échantillons suffisant pour estimer le bispectre et la bicorrélation.

L'algorithme de notre test adapté est décrit dans le pseudo code suivant :

Algorithme 3.1 Tester la Gaussianité et la linéarité d'une texture

Entrées : Soit l'image texturée f de dimensions $N \times M$ et un choix de paramètres :
 $nr = 100, np = 18$
 Tourner f à 100 orientations pour obtenir 100 réalisations
pour chaque réalisation **faire**
 Décomposer f en np projections Radon
 pour chaque projection i **faire**
 Calculer la probabilité de l'hypothèse du bispectre soit non nulle (Pfa)
 Calculer l'intervalle interquartile estimé R_E
 Calculer l'intervalle interquartile théorique R_T
 fin pour
fin pour
 Calculer la moyenne des différents résultats sur les n projections : $\bar{Pfa}, \bar{R}_E, \bar{R}_T$
si $\bar{Pfa} < \frac{3}{100}$ **alors**
 Décision : Rejeter l'hypothèse de Gaussianité
 Tester pour la linéarité
 si \bar{R}_E est beaucoup plus grand que \bar{R}_T **alors**
 Décision : Rejeter l'hypothèse de la linéarité
 sinon
 Décision : Ne pas rejeter l'hypothèse de linéarité
 finsi
sinon
 Décision : Ne pas rejeter l'hypothèse de Gaussianité
finsi
Retourner : Décision

Les paramètres de cet algorithme sont estimés à l'aide de la fonction 'glstat' du toolbox 'HOSA' Swami *et al.* (2003) de Matlab.

3.4 Résultats et discussions

3.4.1 Résultats statistiques

Notre but dans cette section est d'étudier la Gaussianité et la linéarité des textures en utilisant les tests statistiques précédents.

Les tests de Hinich ont été réalisés sur 18 projections de radon (10 incréments angulaires de 0° à 170°) de deux textures différentes : texture naturelle et texture synthétique de la base de données Brodatz (1966) (Figure.3.5). Chaque texture est tournée à 100 différentes orientations pour obtenir 100 réalisations. Ensuite, nous calculons la transformée de Radon pour chaque réalisation. Après cela, nous estimons la bicohérence pour chaque projection et la moyenne sur les réalisations au même angle. Les résultats sont indiqués dans les tableaux 3.1 et 3.2.

L'hypothèse de la Gaussianité est théoriquement valable pour une bicohérence nulle. Cependant, comme nous utilisons un nombre fini de réalisations $N = 100$, la bicohérence n'est statistiquement nulle que lorsque 95% des valeurs sont inférieures à $\frac{6}{2N}$ Hinich (1982).

TABLE 3.1 – Résultats des tests statistiques pour la texture D38

Angles	χ^2	Pfa	R_E	R_T	λ
0°	472,50	0	53,89	12,90	22,45
10°	1172,45	0	35,02	19,91	54,01
20°	2048,39	0	85,30	26,34	94,83
30°	2124,01	0	115,58	26,82	98,38
40°	2188,76	0	117,03	27,33	102,17
50°	2398,25	0	128,74	28,19	108,67
60°	1402,21	0	95,09	21,23	61,45
70°	2399,68	0	131,20	28,21	108,86
80°	2514,71	0	136,12	28,54	111,48
90°	2199,57	0	83,92	27,20	100,98
100°	2219,36	0	132,22	27,05	100,09
110°	2251,08	0	114,97	27,52	103,63
120°	1817,02	0	114,91	25,03	85,63
130°	1665,50	0	117,86	23,64	76,30
140°	17032,28	0	473,43	66,87	613,82
150°	13715,05	0	247,59	59,61	487,82
160°	7119,15	0	146,0838	42,66	249,59
170°	3171,76	0	126,97	28,42	110,53

TABLE 3.2 – Résultats des tests statistiques pour la texture D103

Angles	χ^2	Pfa	R_E	R_T	λ
0°	731,268	0	26,07	15,48	32,48
10°	301,38	0	21,75	9,90	13,06
20°	1129,82	0	47,01	19,43	51,42
30°	1475,50	0	87,68	22,26	67,61
40°	1275,44	0	52,27	20,55	57,55
50°	1587,53	0	47,88	23,03	72,40
60°	1799,73	0	58,62	24,20	79,98
70°	1702,02	0	65,13	24,09	79,24
80°	826,22	0	35,70	16,73	38,03
90°	595,05	0	37,54	14,26	87,79
100°	1939,37	0	69,26	25,35	87,79
110°	170.41	0	19.86	8,42,	9.36
120°	1774.52	0	58.62	21,61	63,70
130°	86.52	0	4.4334	5,04	3,13
140°	88.28	0	3.36	5,05	3,15
150°	957.35	0	33.36	16,05	34,94
160°	1862.08	0	29.08	21,24	61,55
170°	3163.32	0	87.17	28,29	109,47

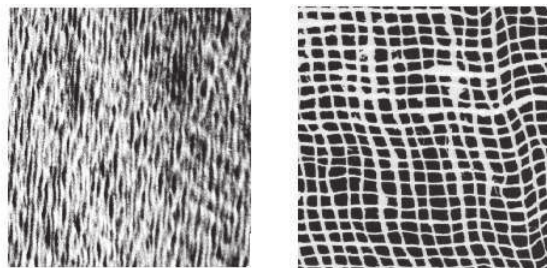


FIGURE 3.5 – Gauche : Texture naturelle. Droite : Texture synthétique

TABLE 3.3 – Base de tests Broadtz

Nom	Numéro dans l'album
Herbe	D9
Tissage	D17
Laine	D19
Cuir	D24
Sable	D29
Eau	D38
Bois	D68
Raphia	D84
Bulles	D112

Par conséquent, l'hypothèse de la Gaussianité est vérifiée lorsque le Pfa est supérieur à 0,03. Les résultats présentés dans les tableaux 3.1 et 3.2 indiquent une $Pfa = 0$ pour toutes les projections. Alors, nous pouvons rejeter l'hypothèse de Gaussianité pour les deux textures.

Les tests de la linéarité présentés dans le tableau 3.1 montrent une différence considérable entre l'intervalle interquartile estimé et l'intervalle inter-quartile théorique pour toutes les projections. Cela implique que la texture naturelle contient des composantes non linéaires. quant au tableau 3.2, il montre que la différence entre l'intervalle interquartile estimé et l'intervalle inter-quartile théorique est relativement faible. Alors, nous ne pouvons pas rejeter l'hypothèse de la linéarité pour la texture synthétique.

Nous généralisons les tests ci-dessus en utilisant la base de test des textures de Broadtz présentée dans le tableau 3.3 et dans la figure 3.6. Nous effectuons les tests de Hinich sur cette base de test afin de vérifier la Gaussianité et la linéarité des textures en utilisant la probabilité de fausse alarme (Pfa) et l'intervalle interquartile en considérant les mêmes paramètres des deux expériences précédentes (Nombre de réalisations et nombre de projections). Les résultats des moyennes de la Pfa et des intervalles interquartiles sont présentés dans le tableau 3.4 : Les résultats des tests de Hinich montrent que toutes les textures peuvent être considérées comme des processus non Gaussiens ($Pfa=0$) d'où la nécessité d'utiliser les SOS pour les traiter.

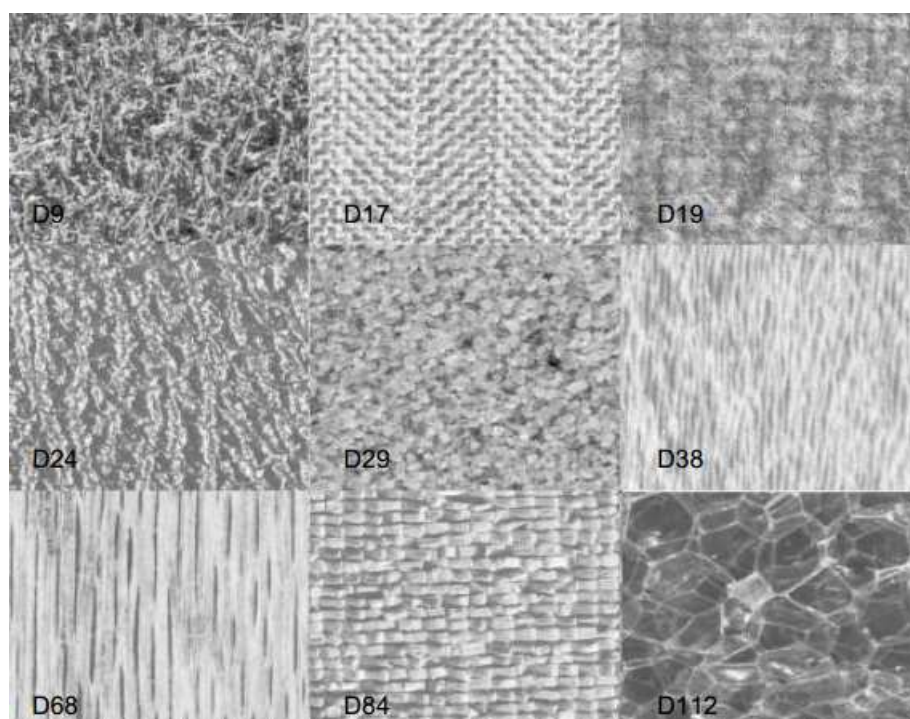


FIGURE 3.6 – La base de test Brodatz

TABLE 3.4 – Résultats des tests statistiques sur la base de test Brodatz

Textures	PFA	R_E	R_T
Herbe D9	0	92,23	28,63
Tissage D17	0	99,31	28,71
Laine D19	0	103,59	29,74
Cuir D24	0	107,48	29,28
Sable D29	0	106,57	28,57
Eau D38	0	136,44	22,45
Bois D68	0	121,26	28,61
Raphia D84	0	96,59	29,25
Bulles D112	0	113,93	29,18

3.4.2 Discussions

Le bispectre et la bicohérence sont très utiles pour étudier la Gaussianité et le couplage quadratique non linéaire entre différentes fréquences. L'idée des tests de la Gaussianité et de la linéarité est la suivante : si le bispectre d'un processus est nul alors le processus est Gaussien et linéaire. Sinon, il est non Gaussien et nous devrions vérifier la linéarité en utilisant la bicohérence. Si la bicohérence est constante, ce qui signifie que la différence entre l'intervalle interquartile estimé et l'intervalle interquartile théorique est faible, alors le processus est linéaire. Si non, il est non linéaire.

Pour un processus Gaussien estimé en utilisant un nombre fini de réalisations N , les valeurs de bicohérence inférieures à $\frac{3}{N}$ seront considérées comme nulles avec un niveau de confiance de 95%. Les niveaux significatifs de bicohérence sont plus discutés dans Chandran (2012).

Prenant par exemple un bruit blanc Gaussien estimé en utilisant 100 réalisations. La moyenne de sa bicohérence est montrée dans la figure 3.7 et ses tests de Hinich sont rapportés dans le tableau 3.5.

TABLE 3.5 – Les tests de Hinich sur un bruit Gaussien

	χ^2	Pfa	R_E	R_T	λ
Bruit Gaussien	20.61	0.98	2.73	3.10	0.85

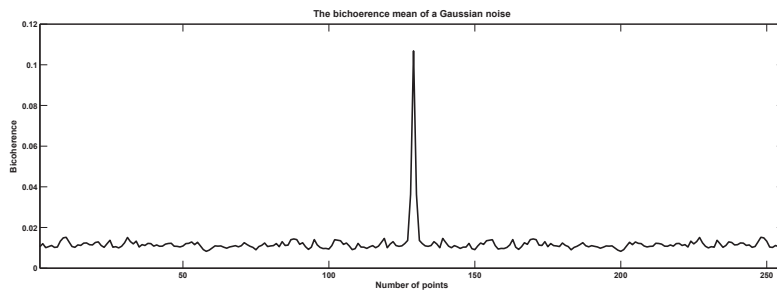


FIGURE 3.7 – Moyenne de la bicohérence d'un bruit Gaussien

Comme indiqué dans le tableau 3.5, la probabilité de fausse alarme (Pfa) qui est la probabilité que nous ayons tort de supposer la Gaussianité, est très élevée $Pfa = 0,98$. ce qui est une indication forte de Gaussianité. Aussi, la différence entre R_E et R_T est très faible ce qui est une indication de linéarité. Ces statistiques sont prouvées dans la figure 3.7 où 95% des valeurs sont inférieures à 0,03.

Les statistiques d'ordre supérieur ont été étudiées dans différents champs d'imagerie pour révéler la structure cachée de l'image. Elles contiennent les informations de phase qui sont perdues dans les spectres de puissance et définissent la relation non linéaire entre les fréquences qui n'est pas traitée par les statistiques d'ordre deux. Les tests de Hinich étudient les propriétés ci-dessus pour développer les tests de Gaussianité et de linéarité.

Ce test a d'abord été adapté par Hall et Giannakis (1995) pour construire un test 2D pour les images de texture. Dans notre travail, nous appliquons le test 1D traditionnel sur un ensemble de projections de radon 1D d'images de texture pour une fiabilité de calcul acceptable.

Les résultats présentés dans le tableau 3.4 montrent que les statistiques de Hinich ont une très faible valeur de probabilité de fausse alarme ($P_{fa} = 0$). Par conséquent, les textures ne suivent pas une distribution Gaussienne et ont besoin des SOS pour extraire leurs caractéristiques cachées. Dans ce contexte, plusieurs travaux ont étudié le comportement non Gaussien des images, citons : Field (1987) qui ont été les premiers à révéler ce comportement. En plus, la forme de kurtosis élevé des coefficients d'ondelettes a été étudiée dans Ruderman (1994) et la nature statistique de l'image a été présentée dans Srivastava *et al.* (2003).

Les statistiques de Hinich incluent également les tests de la linéarité qui indiquent s'il existe un couplage non linéaire entre les fréquences. Comme il est montré dans le tableau 3.4, la différence entre l'intervalle interquartile estimé et l'intervalle interquartile théorique est très grande, ce qui est un signe de non-linéarité. Par contre, le tableau 3.2 qui présente les résultats d'une texture synthétique indique un comportement linéaire.

Le comportement non linéaire dans les images naturelles est normal, car les caméras numériques et le système visuel humain produisent une image non linéaire. Par conséquent, des techniques non linéaires autant que les SOS sont nécessaires pour étudier ces images. Plusieurs auteurs comme (Farid et Popescu (2001), Valenza *et al.* (2014)) ont utilisé les SOS pour révéler cette non-linéarité.

3.5 Conclusion

Nous avons montré au cours de ce chapitre, que toutes les textures utilisées dans le test sont non Gaussiennes et que la majorité de ces textures ont une nature non linéaire. Nous pouvons donc nous intéresser à l'analyse de texture par des statistiques d'ordre supérieur. Pour garder une fiabilité de calcul, nous nous focalisons sur l'ordre 3, plus particulièrement le bispectre. Nous allons utiliser le bispectre pour proposer un nouveau descripteur permettant une analyse complète d'une texture non Gaussienne, non linéaire ainsi que bruitée. Cette approche proposée sera expliquée en détail dans le chapitre suivant.

Sommaire

4.1	Introduction	51
4.2	Étude théorique	52
4.2.1	Bispectre : propriétés d'invariance	52
4.2.2	Approche proposée :	54
4.2.3	L'algorithme de l'approche proposée	60
4.3	Résultats expérimentaux	61
4.3.1	Machines à vecteurs de supports : SVM	61
4.3.2	Bases de données	67
4.3.3	Méthodes comparées	69
4.3.4	Résultats de classification	69
4.4	Conclusion	72

4.1 Introduction

L'analyse de texture est un domaine d'étude important dans le traitement d'image qui cherche à trouver une description efficace des textures. Plusieurs méthodes de représentation de texture ont été proposées dans la littérature. Puisque des études psychophysiques indiquent que le système de vision humain applique une analyse de fréquence à la scène observée, il est donc raisonnable de s'attendre à une représentation basée sur la fréquence de la texture en termes de composantes de magnitude et de phase.

D'un côté, comme détaillée dans la section 2.3, l'information la plus précieuse d'une texture réside en la phase et non en magnitude. Récemment, on a prouvé que l'information de la phase dans les images joue un rôle plus important dans diverses tâches telles que la récupération d'image de texture Nguyen-Duc *et al.* (2010), la reconnaissance faciale Buciu et Nafornta (2009), l'ingénierie biomédicale (Cai *et al.* (2015), Oulhaj *et al.* (2017)) et l'analyse de texture Ojansivu et Heikkilä (2008). Cependant, ces méthodes décrivent la phase en termes d'autocorrélation, ce qui signifie des statistiques d'ordre deux, donc ils supposent la Gaussianité des images ce qui n'est pas le cas dans la réalité comme prouvée dans Hall et Giannakis (1995) et perdent toutes les informations de phase non linéaire.

De l'autre côté et comme mentionné dans le chapitre 2, un descripteur d'analyse de texture idéale doit être robuste au bruit et être invariant aux transformations géométriques. Parmi les différentes propriétés d'invariance, les plus importantes sont celles qui sont liées

au bruit et à la rotation. La raison est que le bruit a de nombreux effets destructeurs sur la classification dans les images de texture réelles, alors que les caractéristiques invariantes à la rotation peuvent être facilement étendues pour devenir des invariants affines Mikolajczyk *et al.* (2005). La transformation affine comprend des transformations telles que la translation, le changement d'échelle, la réflexion, la rotation et la composition de celles-ci.

L'importance de la phase de Fourier et l'importance d'avoir un descripteur invariant à la rotation et au bruit nous ont menés au développement d'un descripteur basé sur la phase dérivée des SOS. Ces derniers contiennent les caractéristiques désirées grâce à leurs propriétés importantes telles que :

- Les SOS sont capables de capturer et de préserver la phase de Fourier des processus 2D non Gaussiens.
- Les SOS d'un champ Gaussien sont nuls, ce qui permet de supprimer le bruit Gaussien et de détecter la phase de Fourier dans un domaine à rapport signal / bruit faible.
- Les SOS sont robustes contre les distorsions géométriques.

Ces propriétés importantes rendent les spectres d'ordre supérieur et surtout le bispectre des outils intéressants et utiles dans plusieurs domaines de l'image tels que : la reconnaissance de formes Chandran et Elgar (1993), la restauration d'images (Surya et Saha (2014)), la classification de texture Elunai *et al.* (2005) et la biomédecine Acharya *et al.* (2011) Acharya *et al.* (2017).

Dans ce chapitre, nous allons extraire la phase de Fourier à partir du bispectre pour proposer un nouveau descripteur invariant à la rotation et au bruit pour la classification de texture. Compte tenu du temps nécessaire pour calculer l'information du bispectre, les images d'entrée sont décomposées en un ensemble de projections 1D en utilisant la transformée de Radon. Une fois la décomposition de l'image est réalisée, le bispectre est calculé à partir de chaque projection 1D obtenue. L'information de la phase est ensuite récupérée du bispectre et les statistiques circulaires de la phase sont enfin calculées et utilisées comme entrée pour le classifieur SVM (Support Vector Machine) .

Le reste de ce chapitre est divisé en trois sections : la première (4.2) présente les concepts théoriques de notre approche où les principales fonctions et propriétés du bispectre utilisées sont décrites dans 4.2.1, notre procédure d'extraction des caractéristiques de phases est détaillée dans 4.2.2 et l'algorithme de notre méthode est décrit dans 4.2.3. La deuxième section 4.3 présente les résultats expérimentaux et la troisième section ?? conclut notre travail.

4.2 Étude théorique

4.2.1 Bispectre : propriétés d'invariance

Le bispectre d'un signal 1D $x(t)$ est la transformée de Fourier de la triple corrélation. Avec le théorème de convolution, il peut être défini comme :

$$B(f_1, f_2) = X(f_1).X(f_2).X^*(f_1 + f_2) \quad (4.1)$$

où X désigne la transformée de Fourier du signal x et $*X$ est son conjugué à la fréquence f . Le bispectre est une fonction de deux fréquences et au contraire au spectre de puissance, cette fonction est une valeur complexe et donc retienne l'information de la phase et il satisfait les propriétés d'invariance désirées Chandran et Elgar (1993) telles que :

4.2.1.1 Invariance à la rotation

Dans le cas du bispectre, une rotation ne change pas l'image analysée puisque les valeurs de phase sont additionnées dans le produit des coefficients de Fourier. Soient $B_x(f_1, f_2)$ et $B_{x_\theta}(f_1, f_2)$ sont respectivement le bispectre de x et le bispectre de x_θ (la version tournée de x).

$$\begin{aligned} B_{x_\theta}(f_1, f_2) &= X_\theta(f_1).X_\theta(f_2).*X_\theta(-f_1 - f_2) \\ B_{x_\theta}(f_1, f_2) &= X(f_1).e^{-2j\theta f_1}.X(f_2).e^{-2j\theta f_2}.X(f_1 + f_2).e^{-2j\theta(-f_1-f_2)} \\ B_{x_\theta}(f_1, f_2) &= X(f_1).X(f_2).*X(-f_1 - f_2) \\ B_{x_\theta}(f_1, f_2) &= B_x(f_1, f_2)(f_1, f_2) \end{aligned} \quad (4.2)$$

Lorsque les données d'image sont tournées d'un point, la transformée de Fourier est tournée à l'origine par le même angle. Cette rotation à l'origine ne provoque aucun changement dans le bispectre comme démontré dans 4.2.

4.2.1.2 Invariance au bruit

Les cumulants d'ordre supérieur des signaux symétriquement distribués sont nuls. Alors, le bispectre d'un signal Gaussien est nul. Ceci rend les statistiques d'ordre supérieur plus robustes au bruit additif Gaussien que la corrélation, même si le bruit est coloré. En effet, les cumulants peuvent extraire des signaux non Gaussiens à partir du bruit Gaussien pour tout ordre $n > 2$.

4.2.1.3 Conservation de la phase

Contrairement au spectre de puissance, le bispectre retient l'information de la phase non linéaire. En effet, tout cumulants d'ordre supérieur supprime les informations de phase linéaire. Alors, à partir du bispectre, nous pouvons récupérer toutes les informations de phase à l'exception de la composante de phase linéaire. Ceci rend le bispectre utile pour identifier les systèmes à phase non minimale (mixtes). Cette propriété est illustrée dans l'exemple ci-dessous.

Considérons un signal $y(t)$ issu du filtrage linéaire du signal $x(t)$ par le filtre de gain $H(f)$. La représentation de Cramér (1946) entre l'entrée et la sortie s'écrit par :

$$Y(f) = H(f)X(f) \quad (4.3)$$

Soit $P_x(f)$ le spectre de puissance de l'entrée. Alors, le spectre de sortie s'écrit par :

$$\begin{aligned} P_y(f) &= H(f)H(-f)P_x(f) \\ &= H(f)H^*(f)P_x(f) \\ &= |H(f)|^2 P_x(f) \end{aligned} \quad (4.4)$$

Pour le bispectre, la relation est donnée par :

$$\begin{aligned} B_y(f_1, f_2) &= H(f_1)H(f_2)H(-f_1 - f_2)B_x(f_1, f_2) \\ &= H(f_1)H(f_2)H^*(f_1 + f_2)B_y(f_1, f_2) \end{aligned} \quad (4.5)$$

La comparaison entre les relations 4.4 et 4.5 permet de déduire une des propriétés importantes du bispectre : la conservation de la phase ; Dans 4.4, on remarque que l'information de la phase disparaît. Par contre, la relation 4.5 peut être développée afin d'extraire l'information de la phase. Effectivement, considérons ϕ comme la phase du filtre et $\psi_x(f_1, f_2)$ et $\psi_y(f_1, f_2)$ comme les phases du bispectre de x et de y , à partir de 4.5 on déduit la relation suivante :

$$\psi_y(f_1, f_2) = \phi(f_1) + \phi(f_2) - \phi(f_1 + f_2) + \psi_x(f_1, f_2) \quad (4.6)$$

Dans ce chapitre, nous nous intéressons aux informations de phase extraites du bispectre. L'algorithme de récupération est détaillé dans la section suivante.

4.2.2 Approche proposée :

Étant donné que la phase contient les informations essentielles de l'image Oppenheim et Lim (1981) et qu'elle est perdue à travers le spectre, celle qui est utilisée dans notre approche Lagdali et Rziza (2017b) est dérivée du bispectre.

Un schéma descriptif de notre méthode est représenté dans la figure 4.4. Tout d'abord, nous décomposons l'image en un ensemble de projections 1D en utilisant la transformée de Radon. Après, nous estimons le bispectre pour chaque projection. Ensuite, nous récupérons les informations de phase pour chaque bispectre. Enfin, nous calculons les statistiques circulaires (M , V , S , K) de chaque phase. Ces statistiques vont alimenter notre vecteur de caractéristiques et seront utilisées comme une entrée du classifieur SVM.

Précisément, notre méthode proposée implique trois étapes :

- Transformée de Radon : Pour réduire la complexité du calcul associé aux SOS des signaux 2D, nous estimons le bispectre à partir des projections de l'image.
- Récupération de la phase : L'utilisation des SOS permet de retenir la phase de Fourier non linéaire à un rapport signal/bruit très faible.
- Statistiques de la phase : Vu que la phase est une donnée circulaire, nous calculons ses statistiques circulaires (moyenne circulaire, variance circulaire, asymétrie circulaire et aplatissement circulaire) pour la décrire.

Ces étapes vont être expliquées dans les sections suivantes.

4.2.2.1 Transformée de Radon

La première étape de notre algorithme est le calcul du bispectre d'une image 2D donnée. Puisque le bispectre d'un signal 1D est une fonction 2D, le bispectre d'un signal 2D est une fonction 4D comme il est montré dans l'équation 4.7 où I est la transformée de Fourier 2D d'une image :

$$B(f_1, f_2; f_3, f_4) = I(f_1, f_2) \cdot I(f_3, f_4) \cdot I(f_1 + f_2; f_3 + f_4) \quad (4.7)$$

Si la complexité du calcul de la transformée de Fourier d'une image de taille $(N \times N)$ est $O(N \times N)$, la complexité de calcul de l'estimation du bispectre 4D est $O(N \times N)^3 = O(N^6)$. Cela nécessite énormément d'opérations et de temps. Les difficultés associées à la combinaison de signaux bidimensionnels et leurs statistiques d'ordre supérieur peuvent être réduites au moyen de la transformée de Radon, également appelée opérateur de projection. Dans les problèmes de tomographie assistée par ordinateur (CT), l'espace de projection se produit naturellement à cause des mécanismes de collecte de données. Ce système de coordonnées joue un rôle important dans de nombreuses autres applications non liées à CT. Par exemple, des filtres invariants au décalage linéaire bidimensionnel peuvent être réalisés par un ensemble de filtres unidimensionnels découplés en travaillant dans l'espace de projection.

Dans notre méthode, nous utilisons la transformée de Radon pour réduire la complexité de calcul. Cette transformée consiste à décomposer une image 2D en un ensemble de projections 1D à $\theta_{i=1...M}$ angles. La transformée de Radon $r(d, \theta)$ d'une image $i(x,y)$ est défini comme sa ligne intégrale suivant une ligne inclinée d'un angle θ de l'axe des y et à une distance d de l'origine donnant la formule suivante :

$$r(d, \theta) = \int \int i(x, y) \delta(r - x \cos \theta - y \sin \theta) dx dy \quad (4.8)$$

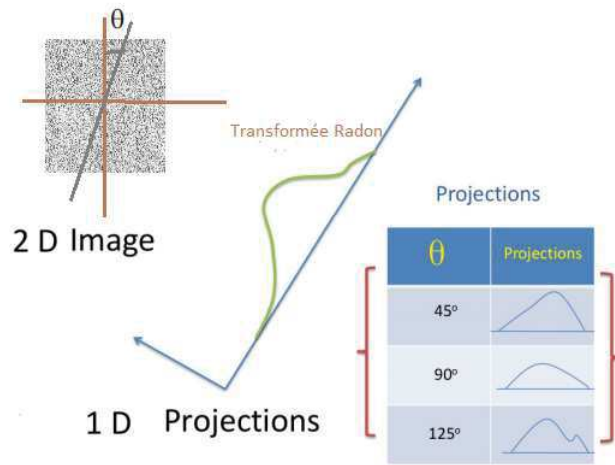


FIGURE 4.1 – Une image de texture et ses projections obtenues à différents angles en utilisant la transformée de Radon.

Où $\delta(\cdot)$ est la fonction de Dirac et d est la distance perpendiculaire d'une ligne à l'origine.

Pour chaque projection $p_i = r(d, \theta_i)$ de longueur N , nous calculons le bispectre comme :

$$B_i(f_1, f_2) = P_i(f_1) \cdot P_i(f_2) \cdot P_i^*(f_1 + f_2) \quad (4.9)$$

Où $B_i(f_1, f_2)$ est le bispectre de la i^{eme} projection, P_i est la transformée de Fourier de la projection p_i et le $*$ représente l'opération conjuguée complexe. Dans ce cas, l'estimation du bispectre nécessite des opérations $O(M)O(N^3)$, ce nombre est raisonnable et par conséquent c'est cette solution que nous adoptons dans notre méthode.

L'utilisation de la transformée de Radon dans l'estimation du bispectre ne réduit pas seulement la complexité de calcul, mais étend également les propriétés précitées du bispectre aux données 2D comme dans le cas des textures où :

- En raison de l'inversion de la transformée de Radon, il n'y a aucune perte de l'information d'image. Justement, l'inversion génère une image approximative à l'image originale tout en dépendant du nombre d'angles de projections. Plus le nombre de projections est élevé, plus l'image reconstruite est proche de l'image originale.
- La transformée de Radon des images translatées, tournées et mises à l'échelle présente des propriétés intéressantes ; en la combinant avec les propriétés du bispectre, elle peut être utilisée pour construire une méthode de classification de texture invariante aux distorsions géométriques. Où, la mise à l'échelle de l'image originale le long des deux axes entraîne la mise à l'échelle le long de l'axe s dans le domaine Radon. La valeur de la transformation est également mise à l'échelle. La rotation dans le domaine spatial conduit à une translation circulaire le long de l'axe θ dans le domaine du Radon. Par conséquent, le calcul du bispectre après l'application de la transformée de Radon produit une invariance à la rotation.

Le comportement de la transformée de Radon est représenté sur la figure 4.2.

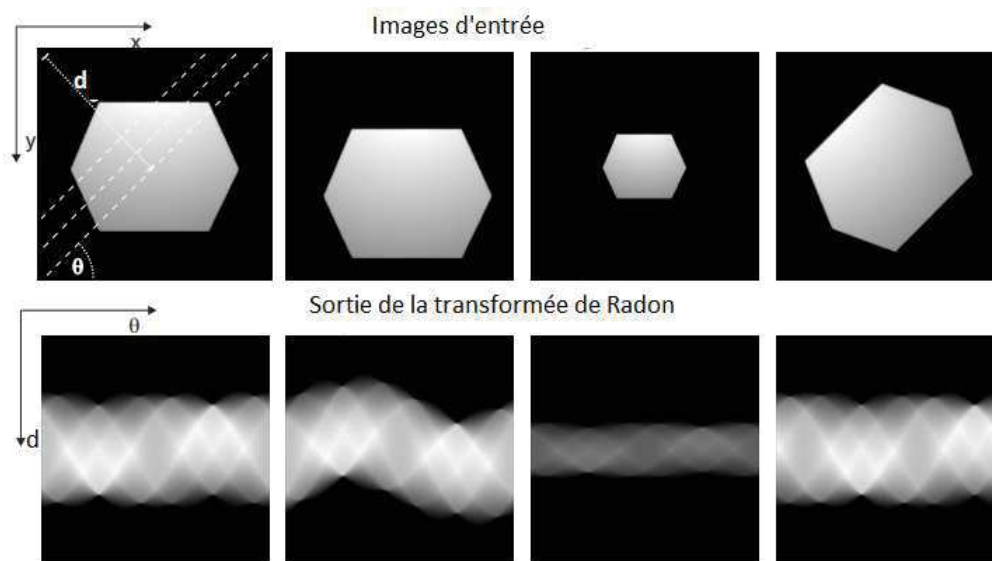


FIGURE 4.2 – La transformée du Radon et son comportement pour les images d'entrée translatées, mises à l'échelle et pivotées

- La transformation du Radon préserve les informations directionnelles et les intensités de pixels de l'image. Lors du calcul des projections de Radon, les intensités de pixel le long d'une ligne sont ajoutées. Ce processus améliore les composantes de fréquence spatiale dans une direction dans laquelle la projection de Radon est calculée. Lorsque les caractéristiques sont extraites à l'aide de la transformée de Radon, les variations de la fréquence spatiale sont non seulement préservées, mais également amplifiées.

4.2.2.2 Calcul de la phase

L'importance de la phase dans l'analyse de texture est indéniable (Oppenheim et Lim (1981)). Cette expérience prouve que la phase contient les informations les plus importantes de l'image. Cependant, les statistiques d'ordre 2 perdent toute l'information de la phase comme observée dans l'équation 4.4. En d'autre part, le bispectre et les SOS en général, sont insensibles au bruit additif Gaussien et conservent la phase de Fourier du signal à un rapport signal/bruit très faible jusqu'à un facteur de phase linéaire. Notre méthode consiste à exploiter de telles propriétés pour récupérer la phase de Fourier à partir du bispectre. La première étape est d'estimer le bispectre à partir de chaque projection θ comme donnée par l'équation 4.9. Puisque $B(f_1, f_2)$ et $P(f)$ sont des valeurs complexes, l'équation 4.9 peut être écrite également en termes de magnitude (partie réelle) et de phase (partie imaginaire) comme :

$$|B_\theta(f_1, f_2)| \cdot e^{i\psi_\theta(f_1, f_2)} = |P_\theta(f_1)| \cdot e^{i\phi_\theta(f_1)} \cdot |P_\theta(f_2)| \cdot e^{i\phi_\theta(f_2)} \cdot |P_\theta(f_1 + f_2)| \cdot e^{-i\phi_\theta(f_1 + f_2)} \quad (4.10)$$

Sachant que $B_\theta(f_1, f_2)$ est le bispectre de la projection Radon à l'angle θ et ψ_θ est sa phase, P_θ est le spectre de Fourier à l'angle θ et ϕ_θ est sa phase.

La phase de la transformée de Fourier de l'objet est perdue dans les statistiques d'ordre deux. Mais, dans les statistiques d'ordre supérieur, comme dans le cas du bispectre, elle est conservée. De l'équation 4.10, nous obtenons l'équation suivante qui contient la phase de Fourier où :

$$e^{i\psi_\theta(f_1, f_2)} = e^{i[\phi_\theta(f_1) + \phi_\theta(f_2) - \phi_\theta(f_1 + f_2)]} \quad (4.11)$$

En conséquence, la phase du bispectre pourrait être définie comme la somme de trois phases de Fourier ϕ donnant une relation directe entre les éléments de la phase du bispectre de données et la phase de Fourier :

$$\psi_\theta(f_1, f_2) = \phi_\theta(f_1) + \phi_\theta(f_2) - \phi_\theta(f_1 + f_2) \quad (4.12)$$

La relation ci-dessus représente une équation récursive. Si la phase de l'objet à f_1 et f_2 est connue, la phase à $(f_1 + f_2)$ peut être calculée en utilisant :

$$\phi_\theta(f_1 + f_2) = \phi_\theta(f_1) + \phi_\theta(f_2) - \psi_\theta(f_1, f_2) \quad (4.13)$$

Comme décrits ci-dessus, nous déterminons la phase de Fourier récupérée à partir du bispectre pour chaque projection de l'image. Ces étapes sont résumées dans le diagramme 4.3.

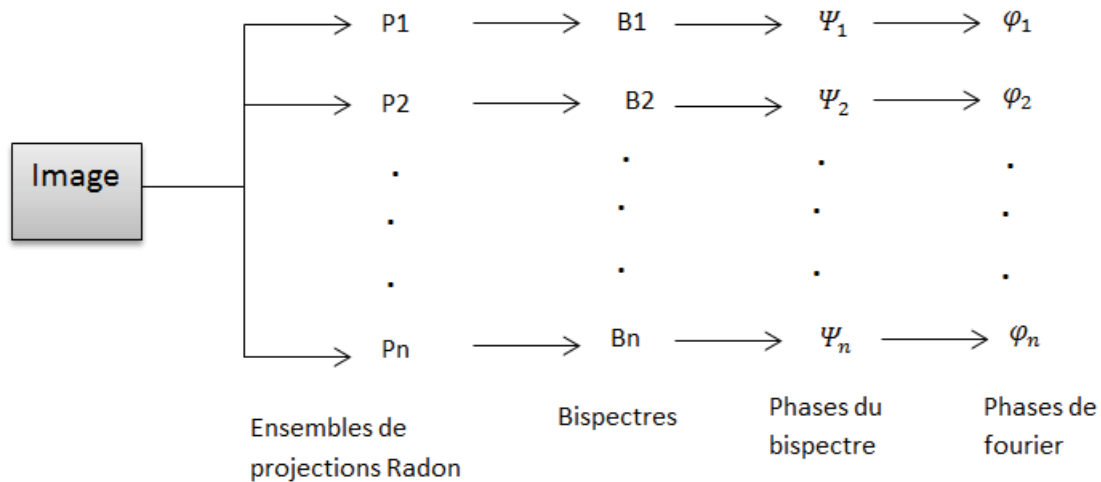


FIGURE 4.3 – Récupération de la phase de Fourier à partir des bispectres de différentes projections

Vu que la phase de Fourier porte l'information la plus importante de l'image et que cette caractéristique est perdue dans les statistiques d'ordre deux contrairement aux statistiques d'ordre supérieur, la récupération de la phase à partir du bispectre a fait l'objet de nombreuses recherches. Les tentatives de former des images à partir de données de speckle en utilisant des techniques de corrélation ont commencé par l'algorithme de Knox et Thompson (1974) et ont ensuite été généralisées par Weigelt (1991) dans une méthode utilisant le bispectre. En plus, l'algorithme proposé par Brillinger (2012) utilise toutes les valeurs de phase bispectrales, sauf qu'il est sensible à l'erreur de l'estimation de la valeur initiale. L'approche de Lii et Rosenblatt (1982) est également récursive et n'utilise qu'une seule ligne de valeurs de phase bispectrale. En raison de sa nature récursive, cette approche est également sensible aux erreurs. L'algorithme de Matsuoka et Ulrych (1984) trouve une solution des moindres carrés d'un système d'équations obtenues en utilisant toutes les valeurs de phases bispectrales. Cet algorithme ne parvient pas à fournir une phase de Fourier correcte lorsqu'une phase bispectrale enveloppée est utilisée au lieu de la vraie valeur.

Dans notre approche, nous utilisons un algorithme de récupération récursive pour chaque projection de Radon afin de récupérer la phase de Fourier des textures bruitées non Gaussiennes. L'approche est robuste et simple parce que nous utilisons des projections Radon 1D au lieu de toute l'image.

4.2.2.3 Extraction des statistiques circulaires

Notre objectif dans cette section est de calculer les statistiques de la phase récupérée dans la section 4.2.2.2 pour créer notre vecteur de caractéristiques. Puisque la phase est une donnée circulaire, nous décrirons notre information de phase en utilisant des statistiques circulaires Batschelet (1981), Jammalamadaka et Sengupta (2001). Pour avoir des caractéristiques diverses et robustes dans notre descripteur, nous aurons besoin des statistiques circulaires comme : la moyenne circulaire pour décrire où se trouve le centre

des données, et la variance circulaire pour décrire comment la propagation des données est dispersé autour de ce centre. Étant donné que différentes distributions peuvent avoir une moyenne et une variance similaires, il est utile d'ajouter des statistiques d'ordre supérieur telles que : l'asymétrie circulaire et l'aplatissement circulaire. Cela nous indiquera si la forme de la distribution est symétrique, plate ou mince.

■ **La moyenne circulaire :**

La moyenne de l'angle ne peut pas être simplement la somme des angles divisés par la taille de l'échantillon, car la moyenne de l'angle 359° et 1° serait de 180° . Donc, pour calculer la moyenne circulaire, nous devons changer le système de coordonnées en rectangulaire :

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n \cos\theta_i}{n}, \bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^n \sin\theta_i}{n} \quad (4.14)$$

Cela permet le calcul du vecteur résultant :

$$r = \sqrt{\bar{X}^2 + \bar{Y}^2} \quad (4.15)$$

La direction du vecteur résultant est définie comme suit :

$$\cos\bar{\theta} = \frac{\bar{X}}{r}, \sin\bar{\theta} = \frac{\bar{Y}}{r} \quad (4.16)$$

Où, $\bar{\theta}$ indique la moyenne circulaire. Par conséquent, elle peut être obtenu à partir de la tangente inverse :

$$M = \bar{\theta} = \arctan\left(\frac{\sin\bar{\theta}}{\cos\bar{\theta}}\right) \quad (4.17)$$

L'angle moyen indique le centre des données sans être affecté par le choix de l'origine ou du sens de rotation.

■ **La variance circulaire :**

La moyenne circulaire fournit une information sur le centre des données. Si nous voulons connaître la dispersion autour du centre, il est utile de calculer la variance circulaire définie par :

$$V = 1 - r \quad (4.18)$$

La variance circulaire s'approche de zéro lorsque les angles pointent dans la même direction et se rapproche de 1 si les angles s'étendent autour du cercle.

■ **L'asymétrie circulaire (Skewness) :**

L'asymétrie circulaire fournit une information sur la forme et la symétrie de nos données. Elle peut être calculée par :

$$S = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sin 2(\theta_i - \bar{\theta}) \quad (4.19)$$

Une valeur de zéro indique qu'aucune asymétrie n'est présente, ce qui signifie une donnée symétrique autour de la moyenne circulaire. Une valeur négative indique que la queue de la distribution est inclinée vers la gauche. Par contre, si l'asymétrie est positive, la queue est inclinée vers la droite.

■ **L’aplatissement circulaire (Kurtosis) :**

L’aplatissement mesure le degré d’aplatissement d’une distribution en indiquant la hauteur et la précision du pic. Il est défini par :

$$K = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos 2(\theta_i - \bar{\theta}) \quad (4.20)$$

4.2.3 L’algorithme de l’approche proposée

La méthode proposée est implémentée sous Matlab. Dans la première étape, les images texturées sont décomposées en projections 1D utilisant l’équation 4.8. Cette étape a pour but de réduire la complexité du calcul du bispectre d’une image 2D et en même temps de conserver les propriétés du bispectre. Dans la deuxième étape, le bispectre de chaque projection est calculé par la méthode d’estimation directe en utilisant l’équation 4.9. Puis, la phase de Fourier de chaque projection est récupérée à partir de la phase de son bispectre en utilisant l’équation 4.13. Enfin, les statistiques circulaires (M,V,S,K) de la phase sont calculées en utilisant les équations 4.17,4.18,4.19 et 4.20. Ces caractéristiques sont invariantes à la rotation, aux changements d’illumination et au bruit parce qu’elles sont obtenues à partir du bispectre. L’ensemble de l’algorithme est décrit dans le pseudo-code suivant est illustré dans la figure 4.4.

Algorithme 4.1 Analyse de texture en utilisant la phase récupérée du bispectre

Entrées : Soit l’image texturée f de dimensions $N \times M$ et un choix de paramètres :

nombre_projections = n, nombre_realisations = r, $\phi(1) = 0$

Sorties: $Vect = [M, V, S, K]$

Décomposer f en n projections Radon

pour chaque projection i **faire**

pour chaque réalisation **faire**

 Estimer le bispectre $bisp_i$ en utilisant la méthode directe

fin pour

 Moyenner les bispectres estimés sur le nombre de réalisations

 Calculer la phase du bispectre moyenné $\psi_i(f_1, f_2) = \text{angle}(bisp_i)$

pour $f_1 = 1 : freq$ **faire**

pour $f_2 = 1 : freq$ **faire**

 Calculer $\phi_i(f_1, f_2) = \phi_i(f_1) + \phi_i(f_2) - \psi_i(f_1 + f_2)$.

fin pour

fin pour

 Calculer les statistiques circulaires M_i, V_i, S_i, K_i de la phase ϕ_i

fin pour

Arranger les statistiques des différentes projections dans le vecteur des caractéristiques

$Vect = [M, V, S, K]_{i=1:\dots n}$

Retourner : $Vect = [M, V, S, K]_{i=1:\dots n}$

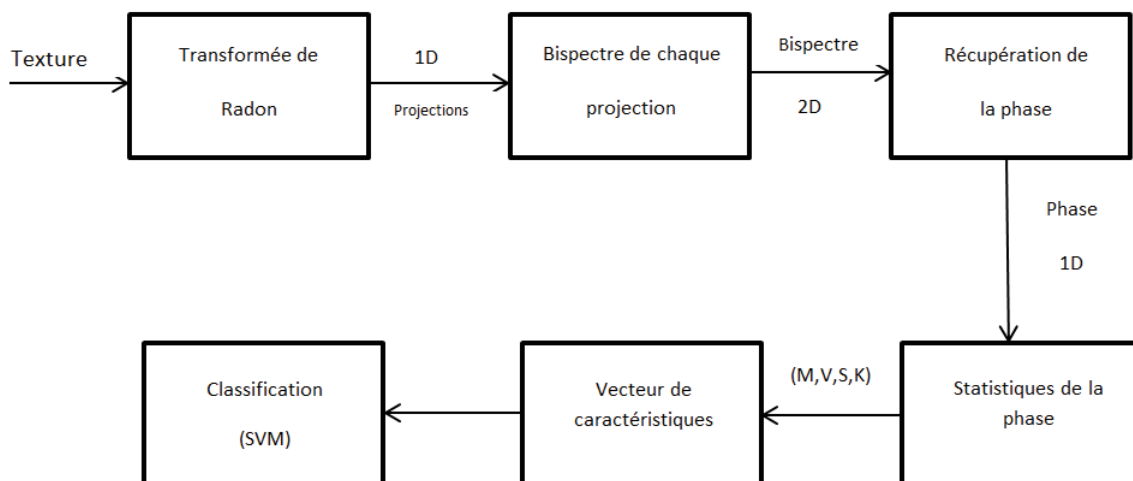


FIGURE 4.4 – Schéma descriptif de la méthode proposée.

4.3 Résultats expérimentaux

Dans cette section, nous allons évaluer le descripteur de texture que nous avons proposé afin de mettre en évidence sa pertinence et son efficacité. Pour cette raison, nous allons présenter les différents résultats de la classification en utilisant le classifieur SVM et la base de données célèbre ‘Outex’. Les descriptions du classifieur SVM et de la base de données Outex sont données respectivement dans les sections 4.3.1 et 4.3.2. Ainsi, nous allons comparer notre méthode avec celles les plus utilisées et les plus efficaces en classification de texture basées sur l’information de la phase décrites dans la section 4.3.3. Enfin les résultats de la classification seront présentés dans la section 4.3.4 afin de tester la théorie de l’invariance de notre descripteur face aux contraintes : la rotation, le changement d’échelle et le bruit. Pour cette raison, nous avons effectué nos tests sur des ensembles de test de la base de données ‘Outex’ qui contiennent ces distorsions. Par exemple, l’ensemble *Outex_000010* qui contient des textures en rotations et l’ensemble *Outex_000012* qui contient des textures en rotations et prises à différentes illuminations. Enfin, l’efficacité de notre descripteur par rapport au bruit est testée en ajoutant le bruit sur ces deux ensembles de données.

Nous montrerons au cours de cette section, et à travers plusieurs expérimentations, que les résultats de classification obtenus par la méthode proposée sont meilleurs que ceux donnés par les méthodes comparées surtout en présence du bruit.

4.3.1 Machines à vecteurs de supports : SVM

Les machines à vecteurs de supports (SVM) sont des techniques d’apprentissage introduites par Vapnik et Vapnik (1998) pour discriminer des données qualitatives binaires. Ils ont été ensuite généralisés à la prévision des données quantitatives.

Le principe du SVM est de trouver l’hyperplan de marge optimale qui sépare correctement les données, en garantissant qu’il soit le plus éloigné de toutes les observations. Deux astuces permettent d’atteindre cet objectif :

- Estimation de l’hyperplan dans le cas linéaire et séparable comme solution d’un pro-

blème d'optimisation sous contraintes dans lequel les contraintes actives déterminent les vecteurs supports.

- Extension au cas non linéaire par l'introduction d'une fonction noyau (kernel) induisant implicitement une transformation non linéaire des données vers un espace de plus grande dimension.

Cet outil est très efficace dans les problèmes de classification et dans de nombreuses applications. Par exemple, la reconnaissance de forme grâce à l'introduction de la fonction noyau qui lui confère une grande flexibilité pour s'adapter à différentes situations.

4.3.1.1 Principe du SVM

Prenons un exemple pour comprendre le concept du SVM. Nous avons une population composée de 50% d'hommes et de 50% femmes. En utilisant un échantillon de cette population, nous voulons créer un ensemble de règles qui nous guideront dans la classe de genre pour le reste de la population. En utilisant cet algorithme, nous avons l'intention de construire un robot qui peut identifier si une personne est un homme ou une femme. Ceci est un exemple simple de problème de classification. En utilisant un ensemble de règles, nous essaierons de classer la population en deux segments possibles. Pour plus de simplicité, supposons que les deux facteurs de différenciation identifiés sont : la hauteur de l'individu et la longueur de ses cheveux. Voici un diagramme de dispersion de l'échantillon illustré dans la figure 4.5.

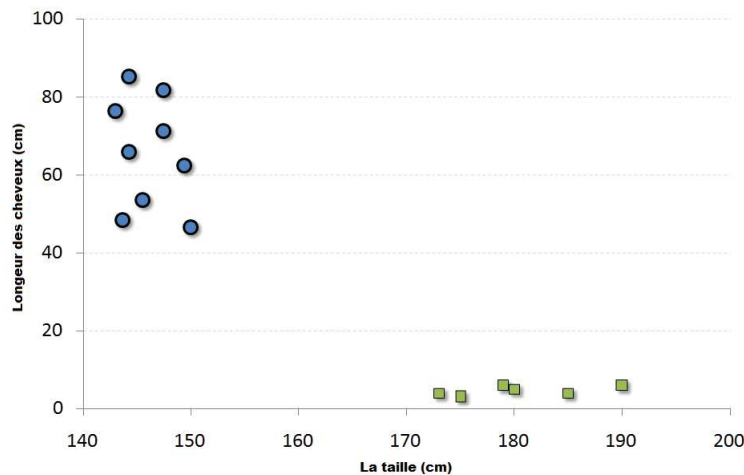


FIGURE 4.5 – diagramme de dispersion d'une population composée de 50% d'hommes et 50% de femmes

Les cercles bleus dans le graphe représentent les femmes et les carrés verts représentent les hommes. Quelques aperçus attendus du graphique sont :

1. Les hommes de notre population ont une taille moyenne plus élevée.
2. Les femmes de notre population ont des cheveux plus longs.

Si nous devons voir un individu avec une taille de 180 cm et une longueur de cheveux de 4 cm, notre meilleure estimation sera de classer cet individu comme un homme. C'est

ainsi que nous procédons à une analyse de classification.

Les vecteurs de support sont simplement les coordonnées de l'observation individuelle. Par exemple (45,150) est un vecteur de support qui correspond à une femme. En d'autres termes, le SVM est une frontière qui sépare au mieux l'homme de la femme. La question qui se pose est : comment trouver cette frontière ?

Il y a beaucoup de frontières possibles qui peuvent classer le problème en main. Voici les trois frontières possibles illustrées dans la figure 4.6. La manière la plus simple d'inter-

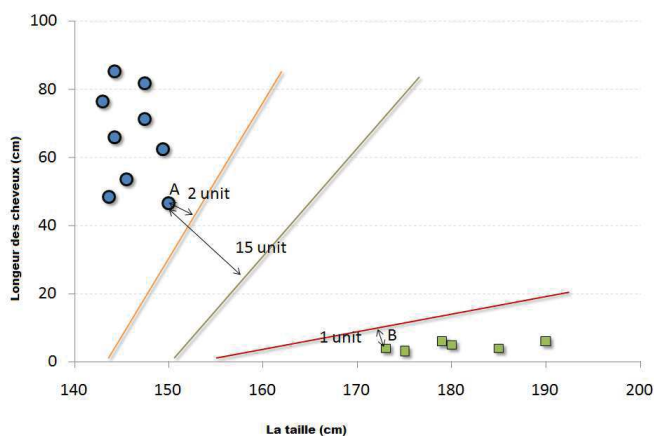


FIGURE 4.6 – Les trois frontières possibles pour séparer la population

préter la fonction objectif dans un SVM est de trouver la distance minimale de la frontière par rapport au vecteur de support le plus proche (ceci peut appartenir à n'importe quelle classe). Par exemple, la frontière orange est la plus proche des cercles bleus. Et le cercle bleu le plus proche est à 2 unités de la frontière. Une fois que nous avons ces distances pour toutes les frontières, nous choisissons simplement la frontière avec la distance maximale (à partir du vecteur de support le plus proche). Sur les trois frontières indiquées, nous voyons que la frontière noire est la plus éloignée du vecteur de support le plus proche (c'est-à-dire 15 unités).

Prenons un autre cas où les données ne peuvent pas être séparées par une ligne droite. Voir la figure 4.7.

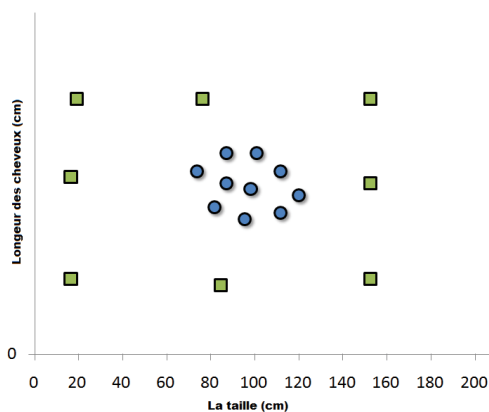


FIGURE 4.7 – Exemple de dispersion non linéaire de la population

Dans de tels cas, nous devons projeter ces vecteurs dans un plan de dimension supérieure afin qu'ils se séparent les uns des autres. Ces cas seront couverts une fois que nous commençons avec la formulation de SVM. Une telle transformation se traduira par le type suivant de SVM.

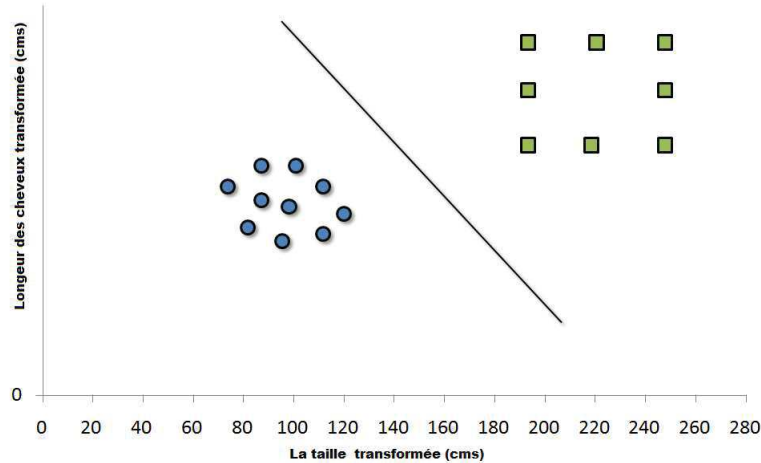


FIGURE 4.8 – Projection des données dans un plan de dimension supérieure

Chacun des carrés verts dans la distribution d'origine est mappé sur une échelle transformée. Et l'échelle transformée a clairement des classes ségréguées.

4.3.1.2 Notations mathématiques

La classification SVM est traitée comme un problème probabiliste. Supposons que les formes à discriminer sont des vecteurs $x \in \mathbb{R}^p$. Le problème consiste à supposer l'existence d'une loi inconnue $P(x,y)$ dans $\{\mathbb{R}^p, \{-1, 1\}\}$ dont l'objectif est d'estimer la fonction de décision optimale $D : \mathbb{R}^p \rightarrow \{-1, 1\}$ minimisant pour toutes les observations x la probabilité d'erreur $P\{D(x) \neq y|x\}$.

1. **Problème linéairement séparable :**

Un problème linéairement séparable est un problème dont la fonction de décision linéaire existe (la figure 4.5). Cette fonction peut être écrite sous la forme :

$$D(x) = \text{signe}(f(x)) \tag{4.21}$$

Avec $f(x) = v^T x + a$, $v \in \mathbb{R}^p$ et $a \in \mathbb{R}$, permet de classifier correctement toutes les observations.

À toute fonction de décision, il existe une frontière de décision :

$$\Delta(u, a) = \{x \in \mathbb{R}^p / v^T x + a = 0\} \tag{4.22}$$

Dans le cas d'un problème linéairement séparable, il existe plusieurs frontières de la fonction de décision (la figure 4.6). Pour choisir une solution parmi toutes les solutions existantes, la notion de marge a été introduite en admettant que maximiser

la marge implique aussi maximiser la confiance et donc minimiser la probabilité d'erreur du classifieur par résoudre le problème suivant :

$$\max_{v,a} \underbrace{\min_{i \in [1,n]} \text{dist}(x_i, \Delta(v, a))}_{\text{marge:m}} \quad (4.23)$$

On choisira l'hyperplan qui maximise la marge, c'est-à-dire la distance minimale entre les vecteurs d'entraînement et l'hyperplan. De tels vecteurs situés à la distance minimale sont appelés vecteurs de supports.

Ce problème peut se réécrire comme un problème d'optimisation sous contraintes :

$$\begin{cases} \max_{v,a} m \\ \text{avec } \min_{i \in [1,n]} \frac{v^T x_i + a}{\|v\|} \geq m \end{cases} \quad (4.24)$$

Avec le changement de variable : $w = \frac{v}{m\|v\|}$ et $b = \frac{a}{m\|v\|}$. Le problème se réécrit comme il suit :

$$\begin{cases} \max_{w,b} \frac{1}{\|w\|} \\ \text{avec } y_i(w^T x_i + b) \geq 1 \end{cases} \quad (4.25)$$

Cela revient à minimiser $\|w\|^2$ dont la solution donne l'hyperplan optimal qui permet de maximiser la marge. Il existe de nombreuses méthodes pour résoudre ce problème, par exemple la méthode des multiplicateurs de Lagrange Smith (2004).

2. *Problème non linéaire :*

En général, les données sont non linéairement séparable ; c'est-à-dire, il n'existe pas un hyperplan capable de les séparer correctement comme illustré dans la figure 4.7. La solution est de trouver un nouvel espace, généralement de dimension supérieure, dans lequel on peut projeter nos données, et également dans lequel on pourra trouver un séparateur linéaire à l'aide d'une fonction φ nécessairement non linéaire (Figure 4.8). On définit l'opération de projection des points x de E vers E' par l'opération : $\varphi : E \rightarrow E' \ x \mapsto \varphi(x)$.

Malheureusement, plus on se plonge dans une grande dimension, plus les calculs sont longs. Néanmoins, il est possible de simplifier les calculs en utilisant la fonction noyau. Ce noyau est une fonction k qui associe à tout couple d'observations $(x; x_0)$ une mesure de leur « influence réciproque » qui est calculée à travers leur corrélation ou leur distance. Des exemples typiques de noyaux sont :

- Noyau Gaussien : $k(x, x_0) = \exp(-\alpha \|x - x_0\|^2)$.
- Noyau polynomial : $k(x, x_0) = (\alpha x^T \cdot x_0 + \lambda)^d$.
- Noyau linéaire : $k(x, x_0) = x^T x_0 + \lambda$.

α, λ et d sont des paramètres du noyau.

3. *SVM multiclasse :*

Il existe plusieurs méthodes d'adaptation des SVM aux problèmes multiclasse. Citons les plus utilisées :

- Un contre tous (one versus all) : consiste à entraîner un SVM biclasse en utilisant les éléments d'une classe contre tous les autres. L'affectation d'un nouveau point x à une classe C_i se fait par la relation suivante Bottou *et al.* (1994) :

$$i = \arg \max_m h_m(x) \quad (4.26)$$

Avec h la fonction de décision.

- Un contre un (one versus one) : dans cette approche, des « votants » sont créés : chaque votant V_{ij} détermine si l'entrée x a plus de chances d'appartenir à la catégorie i ou à la catégorie j . Ainsi, $\frac{N(N-1)}{2}$ fonctions de décisions sont apprises et chacune d'entre elles effectue un vote pour l'affectation d'un nouveau point x . La classe de ce point x devient ensuite la classe majoritaire après le vote Friedman (1996).
- L'approche globale : consiste à traiter le problème en une seule fois. Cela peut se faire en posant formellement le problème qui fait intervenir N fonctions de décision.

4.3.1.3 Implémentation

Dans notre thèse, nous traitons des problèmes multiclassés. Pour cette raison, nous allons utiliser la bibliothèque LibSvm¹ permettant la classification SVM multiclassée. Pour ce faire, nous allons respecter la procédure suivante :

- Transformation des données au format du logiciel SVM.
- Sélection du noyau.
- Validation croisée pour trouver les meilleurs paramètres C et α .
- Utilisation des meilleurs paramètres C et α pour entraîner l'ensemble d'apprentissages.
- Test.

Nous discutons de cette procédure en détail dans la suite.

1. **Transformation des données :**

Le SVM exige que chaque instance de données soit représentée comme un vecteur de nombres réels. Par conséquent, s'il existe des attributs catégoriels, nous devons d'abord les convertir en données numériques.

2. **Sélection du noyau :**

Nous suggérons qu'en général le noyau RBF est un premier choix raisonnable. Il projette non linéairement les échantillons dans un espace de plus grande dimension, de sorte qu'il peut, contrairement au noyau linéaire, gérer le cas de la non linéarité de la relation entre les étiquettes de classe et les attributs. De plus, le noyau linéaire est un cas particulier du RBF car Keerthi et Lin (2003) montre que le noyau linéaire

1. <https://www.csie.ntu.edu.tw/~cjlin/libsvm/>

avec un paramètre de pénalité C et α a les mêmes performances que le noyau RBF avec certains paramètres (C, α) . Encore, le noyau sigmoïde se comporte comme le RBF pour certains paramètres Lin et Lin (2003).

La deuxième raison est le nombre d'hyperparamètres qui influence la complexité de la sélection du modèle. Le noyau polynomial a plus d'hyperparamètres que le noyau RBF.

3. *Validation croisée :*

Il y a deux paramètres lors de l'utilisation des noyaux RBF : C et α . On ne sait pas au préalable quels sont les meilleurs C et α pour un problème ; par conséquent, une sorte de sélection de modèles (recherche de paramètres) doit être effectuée. Le but est d'identifier le bon (C, α) afin que le classifieur puisse prédire avec précision des données inconnues (c'est-à-dire, l'ensemble de tests).

Notez qu'il peut ne pas être utile d'obtenir une précision d'apprentissage élevée (c'est-à-dire que les classifieurs prédisent avec précision des données d'apprentissage dont les étiquettes de classe sont effectivement connues). Par conséquent, un moyen courant consiste à séparer les données d'apprentissage en deux parties dont une est considérée comme inconnue dans la formation du classificateur. Ensuite, la précision de prédiction sur cet ensemble peut refléter plus précisément la performance sur la classification des données inconnues. Une version améliorée de cette procédure est la validation croisée.

Dans la validation croisée 'v-fold', nous divisons d'abord l'ensemble d'apprentissages en v sous-ensembles de taille égale. Séquentiellement, un sous-ensemble est testé en utilisant le classifieur formé sur les sous-ensembles $v-1$ restants. Ainsi, chaque instance de l'ensemble d'apprentissage est prédite une seule fois, de sorte que la précision de la validation croisée est le pourcentage de données correctement classées.

4.3.2 Bases de données

Les expériences que nous décrivons pour évaluer notre approche ont été réalisées sur la base de données publique 'Outex'. Elle fournit une grande collection de textures et des ensembles de tests prêts à l'emploi pour différents types de problèmes d'analyse de texture, ainsi que des résultats de référence pour des algorithmes publiés bien connus.

La base de données Outex² est conçue pour évaluer les changements de rotation et d'illumination. Elle comprend 24 classes de texture illustrées à la Figure 4.9. Les images sont acquises sous neuf angles de rotation différents (0° , 5° , 10° , 15° , 30° , 45° , 60° , 75° , et 90°) et trois différentes conditions d'illumination ("horizon", "inca" et "t184"). Pour chaque angle de rotation et condition d'illumination, 20 images de niveau de gris 128×128 sont produites.

2. <http://www.outex.oulu.fi/>

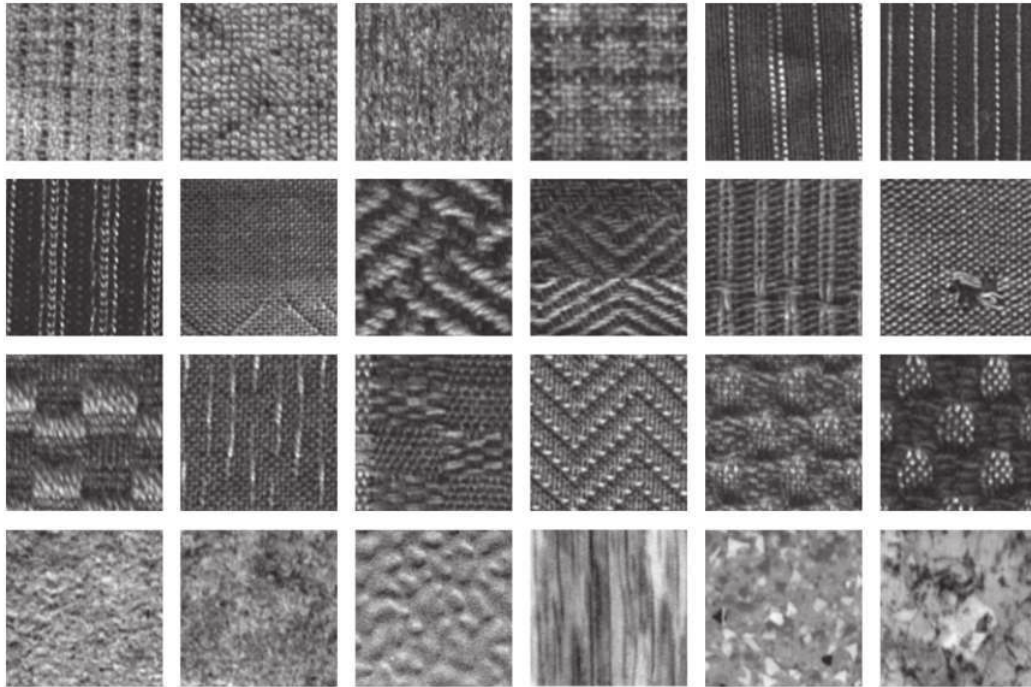


FIGURE 4.9 – La base de données Outex comprend 24 classes de texture différentes.

Nous considérons dans nos expérimentations deux ensembles de tests de cette base de données :

- **TC10** : cet ensemble de test a été conçu pour l’analyse des invariants à la rotation. Dans cet ensemble de tests, l’ensemble d’apprentissages consiste en des images acquises dans des conditions d’éclairage “inca” et d’angle 0° (c’est-à-dire, $24 \times 1 \times 1 \times 20 = 480$ échantillons). Il comprend des images produites par la même condition d’illumination, “inca”, mais tournées par huit angles différents, ce qui donne 3840 images ($24 \times 1 \times 8 \times 20$).
- **TC12** : celui là a été fourni pour analyser à la fois l’invariance à la rotation et à l’illumination. L’ensemble d’apprentissages est le même que celui de TC10. Cependant, l’ensemble de tests est constitué de deux ensembles de données : le premier ensemble de tests inclut les images produites sous la condition d’illumination “t184” et le deuxième ensemble est constitué de plusieurs images acquises dans une condition d’illumination “horizon”. Chaque ensemble comprend toute la rotation résultant en un total de 4320 ($24 \times 1 \times 8 \times 20$) échantillons.

Ces ensembles de tests sont résumés dans le tableau 4.3.2.

TABLE 4.1 – Résumé des ensembles de tests de Outex

Ensembles	Classes	Échantillon par classe	Total	Résolution	Condition d’acquisition
<i>TC10</i>	24	180	4320	128×128	Rotation variable
<i>TC12</i>	24	200	9120	128×128	Rotation et illumination variables

4.3.3 Méthodes comparées

La méthode proposée est comparée à certaines méthodes bien connues de classification de texture basées sur la phase. Citons, la méthode LPQ présentée par Ojansivu et Heikkilä (2008) qui ont montré son efficacité contre le bruit symétrique et les changements d’illumination, où le taux de classification des images de textures floues a été beaucoup plus élevé avec LPQ qu’avec les méthodes bien connues des LBP et les banques de filtre Gabor.

La méthode RILPQ proposée par les mêmes auteurs dans Ojansivu *et al.* (2008) est aussi parmi les méthodes comparées. Celle-ci est une extension invariante à la rotation de la méthode LPQ dont le but est d’améliorer le taux de classification dans le cas des textures en rotation.

La dernière méthode utilisée dans la comparaison est RILFD proposée par Maani *et al.* (2013). Cette méthode est invariante à la rotation et au changement d’illumination.

Toutes ces méthodes sont basées sur des caractéristiques locales de la phase de Fourier (voir la section 2.3). Cependant, notre méthode utilise un descripteur basé sur la phase dérivée du bispectre, cela rend l’approche proposée invariante à la rotation, au changement d’illumination et au bruit.

4.3.4 Résultats de classification

Dans cette section, nous effectuons différentes expérimentations pour évaluer le descripteur proposé. Le but est d’évaluer notre descripteur sous différentes distorsions telles que : la rotation, le changement d’illumination et le bruit. Dans chaque cas, les expériences de classification ont été effectuées en utilisant la méthode de la machine à vecteurs de support (SVM), où le test de validation croisée “10-fold” a été appliqué.

4.3.4.1 Expérience 1 : performances sur les intervalles de projection

En raison de la propriété de symétrie de la transformation du radon Deans (2000) dans l’intervalle de 0° à 360° ($p_\phi(r) = p_{\phi+\pi(-r)}$), cette expérience vise à vérifier l’effet du nombre de projections sur le taux de classification (TC) dans l’intervalle de 0° à 180° pour choisir un intervalle d’angle optimal.

TABLE 4.2 – Performance des incréments d’angle sur le taux de la classification

Incréments	2	5	10	36	45
Taux de classification (%)	99,25	99,25	99,14	96,77	90,18
Nombre de caractéristiques	360	144	72	36	16

Le tableau 4.2 montre que le taux de classification et le nombre de caractéristiques diminuent avec l’augmentation des incréments d’angle. Un incrément d’angle optimal signifie un bon taux de classification et un nombre de caractéristiques avec un temps d’exécution approprié. Par conséquent, nous utiliserons 10 incréments pour les tests ci-dessous.

4.3.4.2 Expérience 2 : invariance à la rotation et à l'illumination

L'objectif de cette expérience est de vérifier la robustesse du descripteur proposé devant les textures sous les changements de rotation et d'illumination en utilisant les ensembles de tests *Outex_TC_00010* et *Outex_TC_00012*. Les résultats de la classification sont résumés dans le tableau 4.3.

TABLE 4.3 – Taux de classification sous différents changements de rotation et d'illumination

Ensemble de test	Taux de classification (%)
<i>Outex_TC_00010</i>	99.14
<i>Outex_TC_00012</i> : t184	99.39
<i>Outex_TC_00012</i> : horizon	99.16

Ce tableau montre que notre descripteur atteint des taux élevés même dans les conditions d'illumination différentes, 99,39% et 99,16% pour “t184” et “horizon” respectivement, et obtient également des résultats élevés 99,14% sous différents angles de rotation en utilisant les ensembles de tests *Outex_TC_00010*. Ces bons résultats reviennent aux propriétés d'invariance du bispectre et de la transformation du radon.

4.3.4.3 Expérience 3 : Comparaison de méthodes

■ **Performance sur des textures non bruitées :**

Dans cette expérience, nous étudions l'impact de l'illumination et les changements de rotation sur la robustesse des méthodes comparées. À titre de comparaison, nous avons choisi les méthodes les plus importantes dans la base de données “Outex” en fonction des informations de la phase telles que : LPQ, RILPQ et RILFD. Ces méthodes sont basées sur les caractéristiques locales de la phase de Fourier. Cependant, notre méthode utilise un descripteur de phase global dérivé du bispectre. Cela rend l'approche proposée invariante à la rotation, à l'illumination et au bruit. Les résultats de l'expérience sont résumés dans le tableau 4.4.

TABLE 4.4 – Taux de classification de différentes méthodes

	Méthodes	Taux de classification
<i>TC10</i>	RILFD	99,65
	LPQ	60,40
	RILPQ	99,81
	Méthode proposée	99,14
<i>TC12 : tl84</i>	RILFD	98,29
	LPQ	59,63
	RILPQ	95,63
	Méthode proposée	99,39
<i>TC12 : horizon</i>	RILFD	97,89
	LPQ	67,39
	RILPQ	94,23
	Méthode proposée	99,16

■ *Performance sur des textures bruitées :*

Dans cette expérience, nous étudions l'impact de l'illumination et les changements de rotation sur la robustesse des méthodes comparées dans les scènes bruitées. Par conséquent, nous ajoutons du bruit Gaussien blanc avec différents niveaux de bruit (rapport signal/bruit : SNR) aux images de test dans les ensembles *Outex_TC_00010* et *Outex_TC_00012*.

TABLE 4.5 – Taux de classification de différentes méthodes sous différents rapports signal sur bruit (SNR)

	Méthodes	SNR=30	SNR=20	SNR=10	SNR=5	SNR=0
<i>TC10</i>	RILFD	99,63	99,40	98,70	96,67	96,29
	LPQ	59,11	55,74	48,18	40,29	30,41
	RILPQ	96,11	94,85	94,27	92,40	92,14
	Méthode proposée	99,25	98,89	98,70	98,44	98,25
<i>TC12 : tl84</i>	RILFD	97,93	97,44	97,29	96,63	92,91
	LPQ	57,45	57,18	54,67	52,87	52,06
	RILPQ	84,27	84,16	82,60	82,29	79,58
	Méthode proposée	99,14	98,79	98,27	97,79	97,36
<i>TC12 : horizon</i>	RILFD	97,06	94,27	94,16	93,64	93,95
	LPQ	54,58	52,60	51,77	50,52	50,18
	RILPQ	90,89	87,78	84,54	82,30	81,70
	Méthode proposée	99,14	98,95	98,84	98,62	98,27

■ *Discussions :*

Les résultats expérimentaux présentés dans les tableaux 4.4 et 4.5, montrent que lorsque les textures sont tournées comme dans le cas de l'ensemble de tests *Outex_TC_00010*,

toutes les méthodes fonctionnent bien lorsqu’aucun bruit n’est ajouté à part la méthode LPQ qui présente un faible taux de classification. En présence de différents niveaux de bruit Gaussien, notre méthode surpasse la méthode RILPQ pour toutes les valeurs de SNR, et réalise de meilleures performances que RILFD lorsque SNR descend en dessous de 10 dB.

Dans la deuxième expérience, nous utilisons la suite de tests *Outex_TC_00012* pour évaluer séparément deux conditions d’éclairage différentes : “tl84” et “horizon”. Les résultats de la méthode RILPQ se détériore même en l’absence de bruit. Inversement, notre méthode et RILFD sont très proches les uns des autres sans bruit, mais lorsque du bruit est ajouté, notre méthode surpasse RILFD à tous les niveaux le bruit.

Comme nous pouvons le constater, notre méthode proposée fonctionne mieux même en présence de bruit. Cette bonne performance est due à la procédure d’extraction de caractéristiques de la phase dérivée de spectres d’ordre supérieur, connus pour être robustes contre le bruit et les distorsions géométriques.

4.3.4.4 Expérience 4 : Comparaison de la taille de caractéristiques et de temps d’exécution

Nous avons effectué les simulation sous Matlab installé sur un ordinateur portable d’une configuration intel Core avec 8 Go de RAM.

Le tableau 4.6 montre le nombre de caractéristiques par rapport au temps de calcul pour chaque une des méthode.

TABLE 4.6 – Temps de calcul nécessaire pour chaque méthode

Méthodes	nombre de caractéristiques	Temps d’exécution (s)
LPQ	256	0.03
RILPQ	256	0.17
RILFD	264	0.37
Méthode proposée	72	0.29

Comme on peut le constater, les descripteurs LPQ et RILPQ prennent moins de temps par à rapport à notre méthode. Cependant, leurs caractéristiques nécessitent trois fois la taille des caractéristiques de la méthode proposée. En outre, ils obtiennent moins de taux de classification par rapport à notre méthode. D’autre part, le descripteur RILFD nécessite un temps de calcul plus élevé de 0,37 s et un nombre de caractéristiques 264 alors que notre descripteur proposé nécessite un temps de calcul approprié de 0,29 s et un nombre beaucoup moins important de caractéristiques qui est de 72.

4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé un algorithme basé sur la phase pour analyser les images texturées bruitées. Cet algorithme utilise les techniques du bispectre et de la transformée de Radon pour récupérer la phase perdue dans les statistiques d’ordre deux.

Les statistiques circulaires des phases de Fourier récupérées sont utilisées comme des attributs.

Les résultats expérimentaux de la classification réalisés sur les trois ensembles de tests de la base de données Outex et en utilisant le classifieur SVM, ont montré que le descripteur proposé est invariant à la rotation et aux changements de l'illumination. Enfin, en vocation de la classification des textures bruitées, notre descripteur prouve être le plus robuste, surtout dans les niveaux élevés du bruit (SNR=0) en comparaison avec les méthodes de l'analyse de texture qui se basent sur les informations de la phase.



CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES

Conclusion

Cette thèse a mis en évidence l'efficacité de l'utilisation des statistiques d'ordre supérieur dans l'analyse de texture par rapport aux statistiques d'ordre deux. En effet, les méthodes basées sur les statistiques d'ordre deux, comme l'autocorrélation et le spectre de puissance, sont principalement utiles pour des textures Gaussiennes et non bruitées. Pour ces raisons, il y a des hypothèses nécessaires à considérer, à savoir : la linéarité, la Gaussianité et l'absence du bruit. Par conséquent, tout écart de la Gaussianité et de la linéarité nécessite l'utilisation des méthodes basées sur les statistiques ou les spectres d'ordre supérieur grâce à leurs propriétés puissantes, comme leur capacité de traiter un signal non Gaussien, non linéaire et bruité. Justement, les statistiques d'ordre supérieur éliminent le bruit Gaussien, cela permet de traiter les signaux non Gaussien (comme beaucoup de signaux réels) dans un rapport signal bruit très faible. Elles sont également utiles pour extraire des informations de la phase ainsi que pour détecter la présence de la non-linéarité.

En particulier, le spectre d'ordre trois appelé "le bispectre" s'avère utile et le plus simple à calculer, raison pour laquelle nous avons choisi au cours de cette recherche.

Le but de notre thèse est premièrement de vérifier les hypothèses de la Gaussianité et de la linéarité de la texture pour savoir si les statistiques d'ordre deux vont suffire à analyser de telles images ou s'il est nécessaire d'introduire les SOS pour une analyse approfondie et complète. Pour ceci, nous avons présenté une analyse bispectrale des textures basée sur un test statistique. La méthode proposée est une adaptation du test statistique "Hinich" à l'image texturée dans laquelle nous décomposons l'image en un ensemble de projections 1D. Ensuite, nous effectuons le test pour chaque projection. À la fin, nous moyennons les résultats sur toutes les projections.

Le test se base sur les propriétés des SOS où le bispectre d'un signal Gaussien est nul et la bicohérence (le bispectre normalisé) d'un signal linéaire est constante. Nous avons montré au cours de cette étude, que toutes les textures sont non Gaussiennes et que la plupart des textures ont une nature non linéaire ce qui prouve la nécessité de l'utilisation des SOS dans l'analyse de texture.

Ayant montré que les textures étaient non Gaussiennes, alors il est nécessaire de s'intéresser à une analyse de texture basée sur les SOS. Effectivement, nous utilisons le bispectre pour une analyse approfondie d'une texture non Gaussienne, non linéaire ainsi que bruitée. Deux motivations étaient derrière le développement de notre méthode

d'analyse de texture basée sur la phase dérivée du bispectre :

- L'information de la phase est très importante dans l'analyse de texture. Cependant, les méthodes classiques décrivent la phase en terme d'autocorrélation. Par conséquent, l'information de la phase non linéaire est perdue et la Gaussianité de texture est exigée alors que notre analyse bispectrale prouve la non Gaussianité de la plupart de textures.
- l'importance d'avoir un descripteur robuste au bruit et invariant aux distorsions géométrique a mené à l'utilisation de la phase dérivée des SOS qui contiennent les caractéristiques désirées grâce à leurs propriétés.

Pour ces raisons, nous avons proposé un descripteur basé sur la phase dérivée du bispectre. D'abord, nous décomposons l'image en différentes projections 1D à l'aide de la transformée de Radon pour réduire la complexité du calcul du bispectre. Ensuite, nous calculons le bispectre de chaque projection. Puis, nous récupérons la phase de Fourier de chaque bispectre calculé. Enfin, nous calculons les statistiques circulaires des différentes phases de Fourier et nous les utiliser comme des attributs du classifieur SVM.

Pour évaluer la méthode proposée, nous avons effectué différentes expérimentations de classification. Les résultats obtenus ont montré que le descripteur proposé est invariant à la rotation et aux changements de l'illumination. De plus, la robustesse de notre descripteur au bruit Gaussien est prouvé grâce à la comparaison de la classification des textures bruitées par les méthodes de textures basées sur les informations de la phase (que nous avons cité dans l'état de l'art), en particulier dans les niveaux élevés de bruit (SNR=0).

Perspectives

D'autres recherches sur cette direction viseront à mieux exploiter les techniques proposées pour l'analyse de texture. Cette section présente quelques orientations pour les futures recherches.

- Les caractéristiques à base du bispectre fournissent de bons résultats pour le cas des textures statiques. L'analyse de texture dynamique en utilisant ces caractéristiques peut être une suite à ce travail. Il s'agit de l'extension au domaine temporel de la notion de texture. Un champ d'herbe ondulant, un drapeau dans le vent, le mouvement d'arbres dans une forêt, de la fumée et du feu sont autant d'exemples de textures dynamiques présentés dans la littérature.
- Au cours de cette thèse, nous avons testé les hypothèses de Gaussianité et de linéarité utilisées par les méthodes classiques. Cependant, nous avons gardé l'hypothèse de stationnarité sans l'avoir testée. Donc, une autre direction de notre recherche sera de tester l'hypothèse de stationnarité. Ceci, va nous mener à proposer de nouveaux estimateurs du bispectre pour les données non stationnaires.
- Enfin, la méthode proposée peut être étendue à d'autres applications où le bispectre est potentiellement utile. Comme, la reconnaissance de l'écriture manuscrite, l'imagerie médicale, l'identification radar, etc. Nous pensons que cette approche peut être très fiable et compétitive dans de nombreuses applications d'imagerie et de reconnaissance de formes.

Liste des publications

Les publications suivantes ont été le résultat de la recherche présentée dans cette thèse ou ont été publiées au cours de cette thèse sur d'autres projets.

Articles journal

1. Lagdali,S et Rziza.M (2018). Noisy texture analysis based on higher order spectra. *International Journal of Engineering and Technology*, 7 (3) (2018) 1622-1625.
2. Lagdali, S. et Rziza, M. (2018). The use of bispectrum in testing gaussianity and linearity for texture image projections. *International Journal of Imaging and Robotics*, 18(4).
3. Lagdali, S. et Rziza, M. (2017b). Novel phase-based descriptor using bispectrum for texture classification. *Pattern Recognition Letters*, 100 :1 :5.
4. El Fellah S., Lagdali S., Rziza M.,Classification for Noisy Satellite Image Analysis using bispectral features. soumis dans *International Journal of Intelligent Enterprise*.

Conférences et chapitres indexés

1. Lagdali, S. et Rziza, M. (2017a). Higher order spectra in image processing. In *Advanced Technologies for Signal and Image Processing (ATSIP)*, 2017 International Conference on, pages 1 :4. IEEE.
2. El Fellah S., Lagdali S., Rziza M., El Haziti M. (2018) Noisy Satellite Image Segmentation Using Statistical Features. In : Ben Ahmed M., Boudhir A. (eds) *Innovations in Smart Cities and Applications. SCAMS 2017. Lecture Notes in Networks and Systems*, vol 37. Springer, Cham.

Communications nationales

1. Lagdali,S. et Rziza,M. (2018b). Les spectres d'ordre supérieur pour l'analyse de la texture. Le deuxième colloque « Signal, Image, Multimédia et Applications » (SIGMA). Rabat. 17 et 18 Avril 2018.
2. Lagdali,S et Rziza,M (2015). Analyse statistique de texture . 3ème Journées URAC'15 du Laboratoire de Recherche en Informatique et Télécommunication (LRIT), Rabat, 28 Novembre 2015.
3. Lagdali,S et Rziza,M (2014). Estimation du flot optique dans le domaine fréquentiel. Les 6èmes Journées Doctorales en Technologies de l'Information et de la Communication (JDTIC'14), Rabat. 21-22 juin 2014.



BIBLIOGRAPHIE

- ABEYRATNE, U. R., PETROPULU, A. P. et REID, J. M. (1995). Higher order spectra based deconvolution of ultrasound images. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 42(6):1064–1075.
- ACHARYA, U. R., DUA, S., DU, X., CHUA, C. K. *et al.* (2011). Automated diagnosis of glaucoma using texture and higher order spectra features. *IEEE transactions on Information Technology in Biomedicine*, 15(3):449–455.
- ACHARYA, U. R., SUDARSHAN, V. K., KOH, J. E., MARTIS, R. J., TAN, J. H., OH, S. L., MUHAMMAD, A., HAGIWARA, Y., MOOKIAH, M. R. K., CHUA, K. P. *et al.* (2017). Application of higher-order spectra for the characterization of coronary artery disease using electrocardiogram signals. *Biomedical Signal Processing and Control*, 31:31–43.
- BATSCHLET, E. (1981). Circular statistics in biology. *ACADEMIC PRESS, 111 FIFTH AVE., NEW YORK, NY 10003, 1981, 388.*
- BHATTACHARYA, S., RAY, N. et SINHA, S. (1997). 2-d signal modelling and reconstruction using third-order cumulants. *Signal Processing*, 62(1):61–72.
- BIANCONI, F. et FERNÁNDEZ, A. (2007). Evaluation of the effects of gabor filter parameters on texture classification. *Pattern Recognition*, 40(12):3325–3335.
- BILLINGS, S. et TSANG, K. (1989). Spectral analysis for non-linear systems, part ii : Interpretation of non-linear frequency response functions. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 3(4):341–359.
- BLOSTEIN, D. et AHUJA, N. (1989). Shape from texture : Integrating texture-element extraction and surface estimation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11(12):1233–1251.
- BOTTOU, L., CORTES, C., DENKER, J. S., DRUCKER, H., GUYON, I., JACKEL, L. D., LECUN, Y., MULLER, U. A., SACKINGER, E., SIMARD, P. *et al.* (1994). Comparison of classifier methods : a case study in handwritten digit recognition. *In Pattern Recognition, 1994. Vol. 2-Conference B : Computer Vision & Image Processing., Proceedings of the 12th IAPR International. Conference on*, volume 2, pages 77–82. IEEE.
- BOVIK, A. C., CLARK, M. et GEISLER, W. S. (1990). Multichannel texture analysis using localized spatial filters. *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 12(1):55–73.

- BRILLINGER, D. R. (2012). The identification of a particular nonlinear time series system. *In Selected Works of David Brillinger*, pages 607–613. Springer.
- BRILLINGER, D. R. et ROSENBLATT, M. (1967). Asymptotic theory of estimates of kth-order spectra. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 57(2):206–210.
- BRILLINGER, D. R. et ROSENBLATT, M. (2012). Asymptotic theory of estimates of kth-order spectra. *In Selected Works of David Brillinger*, pages 173–177. Springer.
- BRODATZ, P. (1966). *Textures : a photographic album for artists and designers*. Dover Pubns.
- BUCIU, I. et NAFORNITA, I. (2009). Feature extraction through cross-phase congruency for facial expression analysis. *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 23(03):617–635.
- CAI, L., WANG, X., WANG, Y., GUO, Y., YU, J. et WANG, Y. (2015). Robust phase-based texture descriptor for classification of breast ultrasound images. *Biomedical engineering online*, 14(1):26.
- CAMPBELL, F. W. et ROBSON, J. (1968). Application of fourier analysis to the visibility of gratings. *The Journal of physiology*, 197(3):551–566.
- CARRANO, C. (2006). Mitigating atmospheric effects in high-resolution infra-red surveillance imagery with bispectral speckle imaging. Rapport technique, Lawrence Livermore National Laboratory (LLNL), Livermore, CA.
- CHANDRAN, V. (2012). Time-varying bispectral analysis of visually evoked multi-channel eeg. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2012(1):140.
- CHANDRAN, V., CARSWELL, B., BOASHASH, B. et ELGAR, S. (1997). Pattern recognition using invariants defined from higher order spectra : 2-d image inputs. *IEEE Transactions on Image Processing*, 6(5):703–712.
- CHANDRAN, V. et ELGAR, S. (1994). A general procedure for the derivation of principal domains of higher-order spectra. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 42(1):229–233.
- CHANDRAN, V., ELGAR, S. et VANHOFF, B. (1994). Statistics of tricoherence. *IEEE transactions on signal processing*, 42(12):3430–3440.
- CHANDRAN, V. et ELGAR, S. L. (1993). Pattern recognition using invariants defined from higher order spectra-one-dimensional inputs. *IEEE Transactions on signal processing*, 41(1):205–212.
- CHAUDHURI, B. B. et SARKAR, N. (1995). Texture segmentation using fractal dimension. *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 17(1):72–77.
- CHELLAPPA, R. et CHATTERJEE, S. (1985). Classification of textures using gaussian markov random fields. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 33(4):959–963.

- CHEN, L. et YAP, K.-H. (2008). An effective technique for subpixel image registration under noisy conditions. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A : Systems and Humans*, 38(4):881–887.
- COGGINS, J. M. (1983). A framework for texture analysis based on spatial filtering.
- COROVER, C. (1996). *Apports de corrélations d'ordre élevé à l'analyse de textures non-gaussiennes*. Thèse de doctorat.
- CRAMÉR, H. (1946). A contribution to the theory of statistical estimation. *Scandinavian Actuarial Journal*, 1946(1):85–94.
- DEANS, S. (2000). Radon and abel transforms.
- DIANAT, S. A. et RAGHUVVEER, M. (1990). Fast algorithms for phase and magnitude reconstruction from bispectra. *Optical Engineering*, 29(5):504–512.
- ELGAR, S. et CHANDRAN, V. (1993). Higher-order spectral analysis to detect nonlinear interactions in measured time series and an application to chua's circuit. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 3(01):19–34.
- ELGAR, S. et GUZA, R. T. (1988). Statistics of bicoherence. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 36(10):1667–1668.
- ELUNAI, R., CHANDRAN, V. et SRIDHARAN, S. (2005). Texture classification using gabor energy features and higher order spectral features : a comparative study. In *Signal Processing and Its Applications, 2005. Proceedings of the Eighth International Symposium on*, volume 2, pages 659–662. IEEE.
- ETEHADTAVAKOL, M., CHANDRAN, V., NG, E. et KAFIEH, R. (2013). Breast cancer detection from thermal images using bispectral invariant features. *International Journal of Thermal Sciences*, 69:21–36.
- FAN, G. et XIA, X.-G. (2003). Wavelet-based texture analysis and synthesis using hidden markov models. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I : Fundamental Theory and Applications*, 50(1):106–120.
- FARID, H. et POPESCU, A. C. (2001). Blind removal of lens distortion. *JOSA A*, 18(9):2072–2078.
- FIELD, D. J. (1987). Relations between the statistics of natural images and the response properties of cortical cells. *Josa a*, 4(12):2379–2394.
- FRIEDMAN, J. (1996). Another approach to polychotomous classification. Rapport technique, Technical report, Department of Statistics, Stanford University.
- GABOR, D. (1946). Theory of communication. part 1 : The analysis of information. *Journal of the Institution of Electrical Engineers-Part III : Radio and Communication Engineering*, 93(26):429–441.

- GAUTAMA, T. et VAN HULLE, M. (2002). A phase-based approach to the estimation of the optical flow field using spatial filtering. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 13(5):1127–1136.
- GEGENFURTNER, K. R. (2003). Cortical mechanisms of colour vision. *Nature Reviews Neuroscience*, 4(7):563–572.
- HALL, T. E. et GIANNAKIS, G. B. (1995). Bispectral analysis and model validation of texture images. *IEEE Transactions on Image Processing*, 4(7):996–1009.
- HARALICK, R. M. (1979). Statistical and structural approaches to texture. *Proceedings of the IEEE*, 67(5):786–804.
- HARALICK, R. M., SHANMUGAM, K. *et al.* (1973). Textural features for image classification. *IEEE Transactions on systems, man, and cybernetics*, (6):610–621.
- HILLION, A., MASSON, P. et ROUX, C. (1988). Une méthode de classification de textures par extraction linéaire non paramétrique de caractéristiques. *Traitement du signal*, 5(4).
- HINICH, M. J. (1982). Testing for gaussianity and linearity of a stationary time series. *Journal of time series analysis*, 3(3):169–176.
- HUANG, N. E., LONG, S. R. et SHEN, Z. (1996). The mechanism for frequency downshift in nonlinear wave evolution. *Advances in applied mechanics*, 32:59–117C.
- JAIN, A. K. et KARU, K. (1996). Learning texture discrimination masks. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 18(2):195–205.
- JAMMALAMADAKA, S. R. et SENGUPTA, A. (2001). *Topics in circular statistics*, volume 5. World Scientific.
- JULESZ, B. (1975). Experiments in the visual perception of texture. *Scientific American*, 232(4):34–43.
- JULESZ, B., GILBERT, E., SHEPP, L. et FRISCH, H. (1973). Inability of humans to discriminate between visual textures that agree in second order statistics. *Perception*, 2(4):391–405.
- KANG, M. G., LAY, K.-T. et KATSAGGELOS, A. K. (1991). Phase estimation using the bispectrum and its application to image restoration. *Optical Engineering*, 30(7):976–985.
- KEERTHI, S. S. et LIN, C.-J. (2003). Asymptotic behaviors of support vector machines with gaussian kernel. *Neural computation*, 15(7):1667–1689.
- KIM, H. S., BAEK, Y., LEE, H.-K. et SUH, Y.-H. (2002). Robust image watermark using radon transform and bispectrum invariants. *In Information Hiding*, pages 145–159. Springer.

- KNOX, K. T. et THOMPSON, B. J. (1974). Recovery of images from atmospherically degraded short-exposure photographs. *The astrophysical journal*, 193:L45–L48.
- LAGDALI, S. et RZIZA, M. (2017a). Higher order spectra in image processing. *In Advanced Technologies for Signal and Image Processing (ATSIP), 2017 International Conference on*, pages 1–4. IEEE.
- LAGDALI, S. et RZIZA, M. (2017b). Novel phase-based descriptor using bispectrum for texture classification. *Pattern Recognition Letters*, 100:1–5.
- LAGDALI, S. et RZIZA, M. (2018). The use of bispectrum in testing gaussianity and linearity for texture image projections. *International Journal of Imaging and Robotics*, 18(3).
- LEVINE, M. D. et NAZIF, A. M. (1985). Dynamic measurement of computer generated image segmentations. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, (2):155–164.
- LII, K. et ROSENBLATT, M. (1982). Deconvolution and estimation of transfer function phase and coefficients for nongaussian linear processes. *The annals of statistics*, pages 1195–1208.
- LIN, H.-T. et LIN, C.-J. (2003). A study on sigmoid kernels for svm and the training of non-psd kernels by smo-type methods. *submitted to Neural Computation*, pages 1–32.
- LINDBERG, T. (2012). Scale invariant feature transform. *Scholarpedia*, 7(5):10491.
- MAANI, R., KALRA, S. et YANG, Y.-H. (2013). Rotation invariant local frequency descriptors for texture classification. *IEEE Transactions on Image Processing*, 22(6):2409–2419.
- MALLAT, S. G. (1989). A theory for multiresolution signal decomposition : the wavelet representation. *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 11(7): 674–693.
- MANJUNATH, B. S. et MA, W.-Y. (1996). Texture features for browsing and retrieval of image data. *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 18(8): 837–842.
- MAO, J. et JAIN, A. K. (1992). Texture classification and segmentation using multiresolution simultaneous autoregressive models. *Pattern recognition*, 25(2):173–188.
- MATSUOKA, T. et ULRYCH, T. J. (1984). Phase estimation using the bispectrum. *Proceedings of the IEEE*, 72(10):1403–1411.
- MENDEL, J. M. (1991). Tutorial on higher-order statistics (spectra) in signal processing and system theory : Theoretical results and some applications. *Proceedings of the IEEE*, 79(3):278–305.

- MIKOLAJCZYK, K., TUYTELAARS, T., SCHMID, C., ZISSERMAN, A., MATAS, J., SCHAF-FALITZKY, F., KADIR, T. et VAN GOOL, L. (2005). A comparison of affine region detectors. *International journal of computer vision*, 65(1-2):43–72.
- MORRONE, M. C. et OWENS, R. A. (1987). Feature detection from local energy. *Pattern recognition letters*, 6(5):303–313.
- NGUYEN-DUC, H., DO-HONG, T., LE-TIEN, T. et BUI-THU, C. (2010). Texture image retrieval using phase-based features in the complex wavelet domain. *In Advanced Technologies for Communications (ATC), 2010 International Conference on*, pages 158–163. IEEE.
- NIKIAS, C. L. (1993). Higher-order spectral analysis. *In Engineering in Medicine and Biology Society, 1993. Proceedings of the 15th Annual International Conference of the IEEE*, pages 319–319. IEEE.
- NIKIAS, C. L. et MENDEL, J. M. (1993). Signal processing with higher-order spectra. *IEEE Signal processing magazine*, 10(3):10–37.
- NIKIAS, C. L. et RAGHUVeer, M. R. (1987). Bispectrum estimation : A digital signal processing framework. *Proceedings of the IEEE*, 75(7):869–891.
- OJALA, T. et PIETIKÄINEN, M. (1999). Unsupervised texture segmentation using feature distributions. *Pattern Recognition*, 32(3):477–486.
- OJALA, T., PIETIKÄINEN, M. et MÄENPÄÄ, T. (2001). A generalized local binary pattern operator for multiresolution gray scale and rotation invariant texture classification. *In International Conference on Advances in Pattern Recognition*, pages 399–408. Springer.
- OJANSIVU, V. et HEIKKILÄ, J. (2007). Blur invariant registration of rotated, scaled and shifted images. *In Signal Processing Conference, 2007 15th European*, pages 1755–1759. IEEE.
- OJANSIVU, V. et HEIKKILÄ, J. (2008). Blur insensitive texture classification using local phase quantization. *In International conference on image and signal processing*, pages 236–243. Springer.
- OJANSIVU, V., RAHTU, E. et HEIKKILA, J. (2008). Rotation invariant local phase quantization for blur insensitive texture analysis. *In Pattern Recognition, 2008. ICPR 2008. 19th International Conference on*, pages 1–4. IEEE.
- OPPENHEIM, A. V. et LIM, J. S. (1981). The importance of phase in signals. *Proceedings of the IEEE*, 69(5):529–541.
- OULHAJ, H., RZIZA, M., AMINE, A., TOUMI, H., LESPESSAILLES, E., JENNANE, R. et EL HASSOUNI, M. (2017). Trabecular bone characterization using circular parametric models. *Biomedical Signal Processing and Control*, 33:411–421.
- PENTLAND, A. P. (1984). Fractal-based description of natural scenes. *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, (6):661–674.

- PETROPULU, A. (1999). Higher-order spectral analysis. *Digital Signal Processing Handbook*, VK Madisetti and DB Williams, editors, Chapman & Hall/CRCnetBASE.
- PETROPULU, A. P. et NIKIAS, C. L. (1992). Signal reconstruction from the phase of the bispectrum. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 40(3):601–610.
- PIOTROWSKI, L. N. et CAMPBELL, F. W. (1982). A demonstration of the visual importance and flexibility of spatial-frequency amplitude and phase. *Perception*, 11(3):337–346.
- RAHTU, E., HEIKKILÄ, J., OJANSIVU, V. et AHONEN, T. (2012). Local phase quantization for blur-insensitive image analysis. *Image and Vision Computing*, 30(8):501–512.
- ROSENBERGER, C. et CARIOU, C. (2001). Contribution to texture analysis. *In Proceedings of the International Conference on Quality Control and Artificial Vision*, pages 122–126.
- ROSENFELD, A. et KAK, A. C. (1982). Digital picture processing, vol. 2.
- RUDERMAN, D. L. (1994). The statistics of natural images. *Network : computation in neural systems*, 5(4):517–548.
- SADLER, B. M. et GIANNAKIS, G. B. (1992). Shift-and rotation-invariant object reconstruction using the bispectrum. *JOSA A*, 9(1):57–69.
- SAYROL, E., NIKIAS, C. L. et GASULL, A. (1995). Image restoration using the w-slice method. *IEEE Transactions on image processing*, 4(8):1174–1181.
- SAYROL, E., NIKIAS, C. L. et GASULL, T. (1993). Image restoration using hos and the radon transform. *In Higher-Order Statistics, 1993., IEEE Signal Processing Workshop on*, pages 76–80. IEEE.
- SMITH, B. T. (2004). Lagrange multipliers tutorial in the context of support vector machines. *Memorial University of Newfoundland St. John, Newfoundland, Canada*.
- SRIVASTAVA, A., LEE, A. B., SIMONCELLI, E. P. et ZHU, S.-C. (2003). On advances in statistical modeling of natural images. *Journal of mathematical imaging and vision*, 18(1):17–33.
- SUNDARAMOORTHY, G., RAGHUVeer, M. et DIANAT, S. A. (1990). Bispectral reconstruction of signals in noise : Amplitude reconstruction issues. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 38(7):1297–1306.
- SURYA, A. et SAHA, S. K. (2014). Computationally efficient method for retrieval of atmospherically distorted astronomical images. *Journal of Optics*, 43(4):317–324.
- SWAMI, A., MENDEL, J. et NIKIAS, C. (2003). Hosa higher order spectral analysis toolbox. *Natick, MA : Matlab*.

- TEKALP, A. M. et ERDEM, A. T. (1989). Higher-order spectrum factorization in one and two dimensions with applications in signal modeling and nonminimum phase system identification. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 37(10): 1537–1549.
- TOMITA, F. et TSUJI, S. (2013). *Computer analysis of visual textures*, volume 102. Springer Science & Business Media.
- TSAI, D.-M. et TSENG, C.-F. (1999). Surface roughness classification for castings. *Pattern recognition*, 32(3):389–405.
- TUCERYAN, M. et JAIN, A. (1998). Texture analysis. the handbook of pattern recognition and computer vision, river edge.
- VALENZA, G., CITI, L., LANATÁ, A., SCILINGO, E. P. et BARBIERI, R. (2014). Revealing real-time emotional responses : a personalized assessment based on heartbeat dynamics. *Scientific reports*, 4.
- VALKEALAHTI, K. et OJA, E. (1998). Reduced multidimensional co-occurrence histograms in texture classification. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 20(1):90–94.
- VAPNIK, V. N. et VAPNIK, V. (1998). *Statistical learning theory*, volume 1. Wiley New York.
- VOORHEES, H. et POGGIO, T. (1987). Detecting textons and texture boundaries in natural images. *In Proceedings of the First International Conference on Computer Vision*, volume 59, pages 250–258.
- WEIGELT, G. (1991). Iv triple-correlation imaging in optical astronomy. *Progress in Optics*, 29:293–319.
- WESZKA, J. S., DYER, C. R. et ROSENFELD, A. (1976). A comparative study of texture measures for terrain classification. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, (4):269–285.
- XU, Q., WU, H. et CHEN, Y. Q. (2010). Statistical multiscale blob features for classifying and retrieving image texture from large-scale databases. *Journal of Electronic Imaging*, 19(4):043006–043006.