كلية العلوم و التقنيات فاس
ⵜⴰⵖⵉⵡⴰⵏⵜ ⵏ ⵜⵎⴰⵙⵙⴰⵏⵉⵏ ⴷ ⵜⵙⵏⵉⴳⵉⵜⵉⵏ
Faculté des Sciences et Techniques de Fès

جامعة سيدي محمد بن عبد الله
ⵜⴰⵙⴷⴰⵡⵉⵜ ⵙⵉⴷⵉ ⵎⵓⵃⵎⵎⴰⴷ ⴱⵏ ⵄⴱⴷⵓⵍⵍⴰⵀ
Université Sidi Mohamed Ben Abdellah

**Centre d'Etudes Doctorales : Sciences et Techniques de l'Ingénieur**

*N° d'ordre 27 / 2021*

# THESE DE DOCTORAT

Présenté par

**Mr Rachid BENOUINI**

Spécialité : Informatique

**Sujet de la thèse :**

# *Pattern Recognition by using Fractional and Integer order Moment Invariants combined with Granular Computing approach*

**Thèse présentée et soutenue le samedi 06 mars 2021 à 15h au Centre de conférences devant le jury composé de :**

| Nom et Prénom | Titre | Établissement | Statut |
|---|---|---|---|
| Hassan QJIDAA | **PES** | Faculté des Sciences Dhar El Mehraz de Fès | **Président** |
| Said OUATIK EL ALAOUI | **PES** | Ecole Nationale des Sciences Appliquées de Kenitra | **Rapporteur** |
| Jaouad BOUMHIDI | **PES** | Faculté des Sciences Dhar El Mehraz de Fès | **Rapporteur** |
| Khalid CHOUGDALI | **PH** | Ecole Nationale des Sciences Appliquées de Kenitra | **Rapporteur** |
| Azeddine ZAHI | **PES** | Faculté des Sciences et Techniques de Fès | **Examinateur** |
| Said NAJAH | **PH** | Faculté des Sciences et Techniques de Fès | **Examinateur** |
| Khalid ZENKOUAR | **PH** | Faculté des Sciences et Techniques de Fès | **Directeurs de thèse** |

Laboratoire d'accueil : Systèmes Intelligents et Applications

Établissement : Faculté des Sciences et Techniques de Fès

## REMERCIEMENTS

Avant tout, je voudrais exprimer ma sincère gratitude et ma reconnaissance à mon superviseur, le professeur Khalid Zenkouar, pour sa patience extrême, ses instructions inestimables et ses encouragements au cours des cinq dernières années. Sans son soutien, mes recherches n'auraient pas atteint ce stade.

Je tiens également à remercier le professeur Azeddine Zahi pour tous ses conseils et commentaires et pour les questions stimulantes sur l'intelligence artificielle et l'apprentissage automatique.

Je tiens également à remercier mes collègues du Laboratoire des Systèmes Intelligents et Applications pour leur soutien émotionnel ou technique.

Un grand merci à mes amis, Imad Batioua et Bilal Benmahria pour leur conseils et leur soutien.

Plus important, je tiens à remercier mes frères et mes sœurs et mes parents pour leur confiance et l'amour qu'ils me portent.

Enfin, je remercie les rapporteurs et le jury pour l'attention apportée à cette thèse et les différents retours partagés.

## RESUME

La reconnaissance de formes est définie comme un processus automatique de classification des données à l'aide des algorithmes d'apprentissage automatique et statistiques, sur une base des connaissances déjà existantes. La reconnaissance de formes nécessite souvent deux étapes critiques pour l'extraction et la sélection des caractéristiques afin de faciliter la discrimination et la représentation des données de manière efficace. La raison de cette exigence est que les données originales sont de forme complexe et difficiles à traiter sans extraction et sélection préalable des caractéristiques appropriées.

Dans cette thèse, nous nous concentrerons sur le développement théorique de l'extraction et de la sélection de caractéristiques, ainsi que leurs applications. Particulièrement, nous aborderons le problème de la représentation efficace des images à l'aide de nouveaux descripteurs de formes, basés sur les moments et les moments invariants d'ordre entier et fractionnaire. En outre, nous envisagerons une nouvelle approche de la sélection de caractéristiques au moyen de la théorie des ensembles approximatifs. En fait, les propriétés intrinsèques de cette nouvelle approche seront discutées et analysées.

En conséquence, cette thèse contient un certain nombre de contributions théoriques qui sont accompagnées de nombreux résultats expérimentaux et d'applications pratiques. En fait, les contributions pourraient être divisées en trois axes principaux comme suit.

Dans le premier axe, nous visons à proposer des algorithmes de calcul efficaces et de nouvelles classes de méthodes d'extraction de caractéristiques partir des images, basées sur les moments et les moments invariants. Par conséquent, nous nous concentrerons sur l'établissement d'un cadre générique pour l'extraction rapide et précise de caractéristiques d'images basées sur des moments et des invariants de moment. De plus, nous introduirons de nouveaux types de moments invariants, basés sur des polynômes d'ordre fractionnaire.

Dans le deuxième axe, nous étudierons et introduirons un nouvel algorithme de sélection des attributs basée sur l'approche de calcul granulaire, en utilisant des algorithmes de recherche rapide et des mesures efficaces de la pertinence des attributs.

Enfin, le troisième axe vise à démontrer l'applicabilité des approches de calcul granulaire et de la théorie des moments pour concevoir un système de la reconnaissance de formes et de la classification des images.



**Mots clés** : Reconnaissance de formes, Extraction de caractéristiques, Sélection de caractéristiques, Moments Invariants, Calcul Granulaire, Moments d'image, Ensemble approximatif.

## TABLE DE MATIERES


Remerciements ....1

Résumé ....2

Liste des figures....6

Liste des tables ....7

Liste des abréviations ....8

Introduction ....9

1.1 La reconnaissance des formes ....9

1.2 Extraction des caractéristiques en utilisant les moments d'image ....9

1.3 Sélection des caractéristiques à l'aide du Calcule granulaire....10

1.4 Problématiques ....11

1.1 Objectifs de la thèse....11

1.2 Organisation de la thèse....11

Chapitre 1. Moments et moments invariants d'ordre entier pour l'extraction des caractéristiques ....13

1.1 Introduction ....13

1.2 Moments géométriques et moments invariants ....14

1.3 Nouvelles méthodes rapides et précises pour le calcul des moments invariants ....14

1.3.1 Calcul rapide et précis des moments invariants du Dual Hahn ....14

1.3.2 Calcul rapide et précis des moments invariants du Racah....16

1.4 Résultats expérimentaux et discussion ....18

1.4.1 Performances de calcule ....18

1.4.2 Performances de classification ....19

1.5 Conclusion....21

Chapitre 2. Moments et moments invariants d'ordre fractionnaire pour l'extraction de caractéristiques....22

2.1 Introduction ....22

2.2 Moments orthogonaux d'ordre fractionnaire ....23

2.2.1 Polynomes et moments d'ordre fractionnaire de Chebyshev....23

2.2.2 Polynomes et moments d'ordre fractionnaire de Legendre....23
2.2.3 Polynomes et moments d'ordre fractionnaire de Laguerre généralisés....24
2.3 Aspects de calcule des moments d'ordre fractionnaire....25
2.3.1 Précision de calcul....25
2.3.2 Rapidité de calcul....25
2.3.3 Stabilité de calcul....25
2.4 Moments Invariants d'ordre fractionnaire....26
2.4.1 Moments Invariants géométrique d'ordre fractionnaire....26
2.4.2 Moments invariants orthogonaux d'ordre fractionnaire....27
2.5 Aspects de calcule des moments invariants d'ordre fractionnaire....28
2.6 Résultats expérimentaux et discussions....28
2.6.1 Reconstruction globale de l'image....28
2.6.2 Précision de classification....32
2.6.3 Efficacité du calcul....33
2.7 Conclusion....34
Chapitre 3. Calcule granulaire pour la sélection des caractéristiques....35
3.1 Introduction....35
3.2 Ensemble approximatif de voisinage....35
3.3 Algorithme de sélection rapide des caractéristiques pour le modèle des ensemble approximatif de voisinage....38
3.3.1 Structure du Bucket....38
3.3.2 Structure du Trie....39
3.3.3 Algorithme de sélection rapide des caractéristiques pour le modèle des ensemble approximatif de voisinage basé sur les structures de Bucket et Trie....40
3.4 Résultats expérimentaux et discussions....41
3.4.1 Performances De Calcul....42
3.4.2 Performances de classification....42
3.5 Conclusion....45
Chapitre 4. Moment Invariants et calcul granulaire pour la reconnaissance des formes....46

4.1 Introduction ....46
4.2 Approche proposée pour la reconnaissance des objets ....46
4.2.1 Bases de données ....47
4.2.2 Extraction de caractéristiques basée sur des invariants de moment ....47
4.2.3 Sélection des caractéristiques avec les ensembles approximatifs de voisinage ....48
4.3 Résultats expérimentaux et discussions ....49
4.4 Conclusion ....50
Conclusions et travaux futurs ....52
4.1 Conclusions ....52
4.2 Orientations futures du recherche ....53
References ....55

## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 Organigramme d'un système de reconnaissance de formes .....9
Figure 2.1 Image originale du test de Lena, de taille 128×128 pixels.....18
Figure 2.2 Comparaison en termes de temps CPU écoulés en (Second) entre la méthode rapide et précise proposée et la méthode traditionnelle existante pour le calcul des (a) des invariants de moment de Hahn double et (b) des invariants de moment de Racah, de l'ordre 0 à l'ordre 40.....19
Figure 2.3 Les échantillons sélectionnés : (a) Butterfly, (b) Coil-20 et (c) MPEG-7.....19
Figure 3.1 Image originale de la taille du test de Lena $300 \times 300$ pixels. .....29
Figure 3.2 Résultats de la reconstruction de l'image de Lena, en utilisant FA-FCM, FA-FLM, FA-FGLM, GegM, LM, CM et GLM pour différentes valeurs de l'ordre du moment maximum $n, m = 50, 100, 200, 300, 400$.....30
Figure 3.3 Étude comparative des erreurs de reconstruction d'images de différents types de moments.....30
Figure 3.4 Image de test de la taille du cameraman $300 \times 300$ pixels : (a) originaux, (b) affectés par le bruit de sel et de poivre et (c) affectés par le bruit gaussien. .....31
Figure 3.5 Les erreurs de reconstruction bruyantes de FA-FCM, FA-FLM, FA-FGLM, GegM, LM, CM et GLM pour l'image de test du cameraman affectée par : (a) le bruit de sel et de poivre et (b) le bruit gaussien. .....31
Figure 3.6 Résultats comparatifs du temps CPU écoulé en (seconde) pour les moments croissants et les invariants de moment de l'ordre de 4 à 60 entre : (a) la méthode de calcul ZOA et le calcul rapide et précis proposé, (b) le calcul de FCMI, FLMI, FGLMI, GegMI, DTMI, DKMI et GLMI.....33
Figure 4.1 Représentation graphique des composantes du modèle de voisinage. .....36
Figure 4.2 Illustration de la structure du Bucket. .....38
Figure 5.1 Description générale de l'approche proposée pour la reconnaissance des objets.....47

## LISTE DES TABLES

Table 2.1 Précision de la classification (%) du MPEG-7 en utilisant différents invariants de moment. ..... 20
Table 2.2 Précision de la classification (%) de COIL-20 en utilisant différents invariants de moment. ..... 20
Table 2.3 Précision de la classification (%) de Butterfly en utilisant différents invariants de moment. ..... 20
Table 3.1 Comparaison de la précision de la reconnaissance des objets (%) sur les trois bases de données, en utilisant FCMI, FLMI, FGLMI, GLMI, FCMI, GegMI, DTMI, DKMI et GMI. ..... 32
Table 4.1 Description des ensembles de données utilisés dans les expériences. ..... 41
Table 4.2 Temps de fonctionnement (en secondes) de l'ensemble de données utilisé pour différentes valeurs du paramètre de voisinage $\theta$ en utilisant différents algorithmes de sélection d'attributs. ..... 42
Table 4.3 Précision de la classification (%) du classificateur LSVM, induite par différents algorithmes de sélection de caractéristiques pour $\theta = 0.1$ et $\theta = 0.125$. ..... 43
Table 4.4 Précision de la classification (%) du classificateur CART, induite par différents algorithmes de sélection des caractéristiques pour $\theta = 0.1$ et $\theta = 0.125$. ..... 43
Table 4.5 Classification accuracies (%) of CART classifier, induced by different feature selection algorithms for $\theta = 0.1\ et\ \theta = 0.125$. ..... 44
Table 5.1 Étude comparative du taux de reconnaissance correct de l'approche proposée, en comparaison avec les méthodes traditionnelles sur la base de données MPEG-7, dans des conditions sans bruit. Les valeurs avec la couleur rouge et le style de texte en gras indiquent les meilleurs résultats. ..... 50
Table 5.2 Étude comparative du taux de reconnaissance correct de l'approche proposée, par rapport aux méthodes traditionnelles sur la base de données COIL-20, dans des conditions sans bruit. Les valeurs avec la couleur rouge et le style de texte en gras indiquent les meilleurs résultats. ..... 50
Table 5.3 Étude comparative du taux de reconnaissance correct de l'approche proposée, par rapport aux méthodes traditionnelles sur la base de données Butterfly, dans des conditions sans bruit. Les valeurs avec la couleur rouge et le style de texte en gras indiquent les meilleurs résultats. ..... 50

## LISTE DES ABREVIATIONS

| Abbreviation | Explication |
|---|---|
| **GrC** | Granular Computing |
| **RST** | Rough Set Theory |
| **FS** | Feature Selection |
| **GM** | Geometric Moments |
| **CGM** | Central Geometric Moments |
| **GMI** | Geometric Moment Invariants |
| **DHMI** | Dual Hahn Moment Invariants |
| **RMI** | Racah Moment Invariants |
| **FA-DHMI** | Fast and Accurate Dual Hahn Moment Invariants |
| **FA-RMI** | Fast and Accurate Racah Moment Invariants |
| **GLMI** | Generalized Laguerre Moment Invariants |
| **GegMI** | Gegenbauer Moment Invariants |
| **FGM** | Fractional-order Geometric Moments |
| **FGMI** | Fractional-order Geometric Moment Invariants |
| **FCMI** | Fractional-order Chebyshev Moment Invariants |
| **FA-FCM** | Fast and Accurate Chebyshev Moments |
| **FA-FLM** | Fast and Accurate Fractional-order Legendre Moments |
| **FGLMI** | Fractional-order Generalized Laguerre Moment Invariants |
| **FA-FGLM** | Fast and Accurate Fractional-order Generalized Laguerre Moments |
| **NRSM** | Neighborhood Rough Set Model |
| **NRSFSQR** | Neighborhood Rough Set based Feature Selection using Quick Reduct |
| **NRSFSBT** | Neighborhood Rough Set based Feature Selection using Bucket and Trie structure |
| **NRSFST** | Neighborhood Rough Set based Feature Selection using Trie structure |
| **NRSFSPST** | Neighborhood Rough Set based Feature Selection using Power Set Tree |
| **CBFS** | Correlation Based Feature Selection |
| **ABFS** | ANOVA Based Feature Selection |
| **RF** | Random Forest |
| **KNN** | K-Nearest Neighbor |
| **NBC** | Naïve Bayes Classifier |
| **CART** | Classification and Regression Tree |
| **SVM** | Support Vector Machine |

# INTRODUCTION

## 1.1 LA RECONNAISSANCE DES FORMES

La reconnaissance des formes est généralement considérée comme une discipline scientifique ayant pour but de faire des inférences à partir de données perceptuelles, en utilisant des outils issus de la statistique, probabilités, l'apprentissage automatique, traitement du signal et de l'algorithmique. Actuellement, l'un des domaines de recherche les plus actifs dans le domaine de la reconnaissance de formes est celui des projets liés à la reconnaissance de contenu visuel, basée sur des images en 2D et 3D, qui sont capturées en utilisant des dispositifs optiques, comme des caméras, des capteurs, des télescopes, des radars, des microscopes, etc. Les composants typiques d'un système de reconnaissance de formes sont l'acquisition de données, le prétraitement, l'extraction de caractéristiques, la sélection de caractéristiques et la classification. En conséquence, la figure 1.1 illustre les principales étapes et composantes d'un système de reconnaissance de formes.

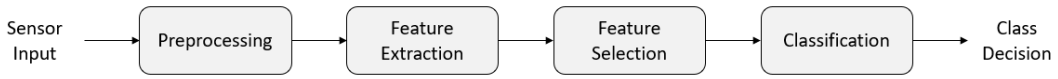


*Figure 0.1 Organigramme d'un système de reconnaissance de formes*

Comme le montre la figure 1.1, la première étape est l'acquisition d'images, qui pourrait être réalisée en utilisant différents dispositifs optiques, et vise à créer une base de données d'images. Cependant, les données acquises sont souvent soumises à une étape de prétraitement, pour améliorer la qualité de l'image, par exemple réduire le bruit, extraire les bords, normaliser le contraste, etc. [1]. La troisième étape consiste à extraire les caractéristiques de la base de données d'images créée. L'extraction de caractéristiques est considérée comme l'étape la plus cruciale du système, puisque l'ensemble de caractéristiques obtenu doit contenir suffisamment d'informations sur les classes et les objets. Dans ce qui suit, ces caractéristiques seront analysées, lors de la phase de sélection, afin de sélectionner les caractéristiques les plus pertinentes qui pourraient contribuer à l'amélioration de la qualité de la classification et de supprimer celles qui sont redondantes et non pertinentes [2].

Dans la dernière étape, différents algorithmes d'apprentissage automatique, comme KNN, CART, SVM, NB, ANN, peuvent être utilisés pour évaluer les caractéristiques obtenues et reconnaître la classe cible de chaque objet, où la performance est évaluée par des mesures de précision de reconnaissance [3].

## 1.2 EXTRACTION DES CARACTERISTIQUES EN UTILISANT LES MOMENTS D'IMAGE

Actuellement, les moments d'image et les moments invariants jouent un rôle important dans les domaines de l'analyse d'image et de la reconnaissance de formes, ceci est dû à leurs propriétés et interprétations attrayantes, telles que la représentation compacte du contenu de l'image, la robustesse au bruit et l'invariance contre les déformations géométriques [4].

En fait, les familles de moments d'image les plus utilisées sont les moments orthogonaux continus et discrets. Leur utilité est fondée sur le fait que si les fonctions de base sont orthogonales, seuls quelques termes de moments d'image sont généralement nécessaires pour représenter l'image originale avec une grande précision. Les moments orthogonaux continus ont été initialement présentés par Teague dans [5], sur la base des polynômes orthogonaux continus de Legendre et Zernike, en introduisant une transformation appropriée des coordonnées de l'image et une approximation des intégrales continues. Successivement, plusieurs nouveaux ensembles de moments continus, comme les moments de Chebyshev-Fourier [6], Jacobi-Fourier [7], Fourier-Mellin [8], Gaussian-Hermit [9] et Gegenbauer [10] ont été introduits. D'autre part, la fonction de base des moments discrets est représentée par des polynômes orthogonaux discrets, qui ont la propriété d'être directement définis dans l'espace discret, ce qui élimine la nécessité de toute approximation numérique. En effet, les moments discrets ont été introduits pour la première fois par Mukundan et al. dans [11], sur la base des polynômes discrets de Tchebichef. De même, d'autres moments orthogonaux discrets classiques tels que les moments de Krawtchouk [12], Hahn [13], dual Hahn [14] et Racah [15] ont été proposés plus récemment.

## 1.3 SELECTION DES CARACTERISTIQUES A L'AIDE DU CALCULE GRANULAIRE

Actuellement, avec la haute disponibilité des systèmes de stockage de données, il devient crédible que le fait de disposer de plus de fonctionnalités devrait sûrement se traduire par une capacité de discrimination plus élevée. Cependant, ces résultats ne peuvent pas être facilement atteints, car, dans la pratique, l'ajout d'attributs non pertinents ou distrayants à un ensemble de données confond souvent les algorithmes d'apprentissage automatique, et au lieu de contribuer à la performance de classification, cela pourrait réduire la performance de classification. Comme solution, la sélection de caractéristiques "Feature Selection" (FS) est proposée comme un processus qui choisit un sous-ensemble optimal d’attributs en fonction d'un certain critère de sélection [16].

Récemment, une approche émergente, appelée calcule granulaire "Granular Computing" (GrC), a été introduite comme un paradigme de calcule potentiel pour le prétraitement et l'analyse des données. GrC vise à reconnaître et à exploiter les connaissances présentes dans les données à différents niveaux de granulation, où les granules d'information sont des collections d'instances ou d'échantillons de données, qui partagent des caractéristiques et des attributs similaires, en raison de leur similarité ou de leurs propriétés fonctionnelles [17]. L'un des principaux concepts de la GrC est la théorie des ensembles approximatifs, qui a été proposée par Pawlak [18] comme outil mathématique pour traiter et analyser les informations vagues, incertaines ou incomplètes.

Formellement, un ensemble approximatif [18,19] est défini comme une approximation d'un concept vague par une paire d'ensembles connus sous les noms d'approximations supérieures et inférieures. L'approximation inférieure est une définition des objets du domaine qui appartiennent certainement au concept d'intérêt, tandis que l'approximation supérieure est l'ensemble de tous les objets qui appartiennent probablement au concept d'intérêt. Sur la base de cette définition, il est possible de réduire le nombre d'attributs dans un ensemble de données et de

fournir simultanément une approximation inférieure maximale, tandis que tous les autres attributs peuvent être éliminés sans perdre les informations essentielles sur le concept d'intérêt.

## 1.4 PROBLEMATIQUES

Les éléments clés du développement de tout système de reconnaissance de formes sont l'extraction de caractéristiques et la sélection d'attributs [20]. Cependant, le développement de ces deux composantes est confronté à de nombreux défis et problèmes. L'un des principaux défis est que l'extraction et la sélection des caractéristiques sont d'une grande complexité de calcul, ce qui constitue une limitation majeure dans le cas d'applications en temps réel. Un autre facteur qui affecte les systèmes de reconnaissance de formes est que l'application du monde réel nécessite de nouvelles méthodes d'extraction de caractéristiques capables de gérer les variations d'apparence des objets, comme la taille, la rotation et la translation, et les déformations, comme le bruit et le flou. Un autre problème lié à l'architecture des ordinateurs et aux capacités des microprocesseurs pourrait entraîner une diminution considérable de la précision et de la stabilité des méthodes d'extraction des caractéristiques. Enfin, les caractéristiques obtenues à la sortie de l'étape d'extraction des caractéristiques sont nombreuses et les descripteurs de distinctifs de différentes classes d'objets d'apparence similaire pourraient présenter un chevauchement important. Ces problèmes conduisent à la nécessité de développer des algorithmes de sélection des caractéristiques plus efficaces.

## 1.1 OBJECTIFS DE LA THÈSE

Les objectifs de cette thèse pourraient être résumés en trois axes principaux. Dans le premier axe, nous nous concentrerons sur l'établissement d'un cadre générique pour l'extraction rapide et précise de caractéristiques d'images basées sur des moments invariants. Aussi, pour démontrer que le cadre de calcul proposé pourrait être facilement généralisé afin de dériver des invariants à partir des autres familles de moments orthogonaux d'images. De plus, nous avons pour objectif d'étudier et d'introduire de nouveaux types de moments orthogonaux et d'invariants de moments, basés sur la définition de polynômes d'ordre fractionnaire. Dans le deuxième axe, nous visons à étudier et à introduire des nouveaux algorithmes de sélection de caractéristiques basée sur l'approche de calcul granulaire, en utilisant des algorithmes de recherche rapides et des mesures de pertinence des caractéristiques efficaces, qui ont une capacité de réduction plus élevée, une qualité de classification, et une faible exigence de calcul. Dans le troisième axe, nous visons à présenter une approche générale pour la reconnaissance d'objets et la classification d'images basée sur la combinaison des moments invariants pour l'extraction des caractéristiques et les techniques de calcul granulaire pour la sélection de caractéristiques.

## 1.2 ORGANISATION DE LA THÈSE

Le reste de cette thèse est organisé comme suit, dans le deuxième chapitre, nous nous concentrerons sur l'introduction de nouveaux ensembles efficaces des moments invariants discrets. Ces invariants proposés sont basés sur de nouvelles méthodes récursives pour le calcul des coefficients et facteurs des polynômes. Dans le

troisième chapitre, nous introduirons et explorerons les capacités de nouveaux types de moments d'ordre fractionnaire pour la représentation d'images. Ensuite, nous fournissons le cadre théorique pour construire les moments invariants d'ordre fractionnaire. Dans le quatrième chapitre, nous introduirons et explorerons un nouvel algorithme de sélection rapide des caractéristiques qui est basé sur l'approche du calcul granulaire. Dans le cinquième chapitre, nous proposerons une approche générale de la reconnaissance d'objets basée sur la combinaison des moments invariants discrets et d'un modèle d'ensembles approximatifs de voisinage. Dans le dernier chapitre, nous présenterons les conclusions et esquisserons les orientations futures de la recherche.

# Chapitre 1. MOMENTS ET MOMENTS INVARIANTS D'ORDRE ENTIER POUR L'EXTRACTION DES CARACTERISTIQUES

*Le contenu de ce chapitre est élaboré à partir les publications suivantes :*

- ***R Benouini**, I Batioua, K Zenkouar, A Zahi, H El Fadili, H Qjidaa, "**Fast and accurate computation of Racah moment invariants for image classification"**, Pattern Recognition 91, 2019, 100-110.*
- ***R Benouini**, I Batioua, Z Bahaoui, K Zenkouar, H Qjidaa, "**Efficient image classification by using improved dual Hahn Moment Invariants"**, 2018 International Conference on Intelligent Systems and Computer Vision, Fez, Morocco.*

## 1.1 INTRODUCTION

Les moments invariants orthogonaux discrets sont des méthodes d'extraction de caractéristiques puissantes pour la reconnaissance des formes et la vision par ordinateur. Aussi, sont les extracteurs les plus couramment mis en œuvre parmi toute la famille des invariants momentanés. Leurs popularités tiennent au fait qu'ils sont robustes à la présence de bruit, faciles à mettre en œuvre, l'orthogonalité discrète et à l'invariabilité face aux transformations géométriques. Cependant, jusqu'à présent, l'obtention des moments invariants de avait toujours nécessité beaucoup de temps de calcul et de précision numérique, ce qui n'a pas été bien résolu.

En fait, le calcul des moments invariants de discret est souvent confronté à deux problèmes majeurs de vitesse de calcul et de fluctuation numérique, en particulier pour le calcul des moments invariants de d'ordre supérieur [21,22]. Cela est dû à la propagation d'erreurs numériques, lors de l'évaluation excessif des termes factoriels et fonctions gamma, qui sont inclus dans le calcul des coefficients et des facteurs de normalisation des polynômes.

Pour cela, le but principal de ce chapitre est d'introduire de nouveaux ensembles efficaces de moments invariants discrets. Ces invariants proposés sont basés sur de nouvelles méthodes récursives pour le calcul des coefficients et facteurs de base des polynômes. En conséquence, ces méthodes récursives permettent un calcul rapide et précis des moments invariants. En outre, ces nouveaux ensembles peuvent être utilisés pour extraire des caractéristiques de formes invariantes indépendamment du changement d'orientation, de taille et de position de la forme. En conséquence, plusieurs expériences numériques sont menées afin d'évaluer les performances des moments invariants proposés, en ce qui concerne la stabilité numérique, le temps de calcul et la précision de reconnaissance. Les résultats théoriques et expérimentaux démontrent clairement l'efficacité et la supériorité des nouveaux invariants de moment introduits.

Le reste de ce chapitre est organisé comme suit : nous présentons la définition des moments géométriques invariants traditionnels dans la section 2.2. Ensuite, nous présentons les propriétés et les définitions de base des polynômes discrets, des moments et des moments invariants dans la section 2.3. Ensuite, l'introduction de notre proposition de méthode de calcul rapide et précise pour les moments invariants dans la section 2.4. La section 2.5 est consacrée aux résultats expérimentaux et à la discussion. Enfin, la section 2.6 présente les conclusions.

## 1.2 MOMENTS GEOMETRIQUES ET MOMENTS INVARIANTS

Les moments géométriques sont les plus simples parmi les moments invariants, la fonction de base étant définie comme un produit des coordonnées des pixels $\{x^n y^m\}$ pour une image en deux dimensions $f(x, y)$ de taille $N \times M$:

$$M_{pq} = \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{M-1} x^p y^q f(x, y). \quad 1.1$$

On peut trouver le centre de masse $(\hat{x}, \hat{y})$ d'une image, $\hat{x}$ et $\hat{y}$ sont donnés par :

$$\hat{x} = \frac{M_{10}}{M_{00}} \; et \; \hat{y} = \frac{M_{01}}{M_{00}} \quad 1.2$$

Nous pouvons définir les moments géométriques centraux, qui sont des invariants de translation par :

$$U_{pq} = \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{M-1} (x - \hat{x})^p \, (y - \hat{y})^q \, f(x, y). \quad 1.3$$

Tout effet de rotation de l'image peut être éliminé en faisant tourner l'image avec l'angle $\theta$. Alors que, la normalisation par rapport aux changements de taille de l'image peut être obtenue en utilisant un facteur d'échelle $\sigma$ proportionnel à la masse totale de l'image $m_{00}$[5]:

$$\theta = \frac{1}{2} \, tan^{-1} \left( \frac{2U_{11}}{U_{20} - U_{02}} \right) \text{and } \sigma = (M_{00})^{\gamma} \text{ avec } \gamma = \frac{p + q}{2} + 1. \quad 1.4$$

Nous pouvons construire les moments géométriques invariants (GMI) qui sont des transformations indépendantes de rotation, d'échelle et de translation, comme suit :

$$V_{pq} = \sigma \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{M-1} \left\{ \begin{matrix} [(x - \hat{x}) cos \, \theta + (y - \hat{y}) \, sin\theta]^p \\ \times \; [(y - \hat{y}) cos\theta - (x - \; \hat{x}) sin\theta]^q \end{matrix} \right\} f(x, y). \quad 1.5$$

Il convient de noter que les moments géométriques ne sont pas orthogonaux en raison de la dépendance de la base géométrique $\{x^n y^m\}$qui, en général, ne partagent pas les propriétés d'orthogonalité.

## 1.3 NOUVELLES METHODES RAPIDES ET PRECISES POUR LE CALCUL DES MOMENTS INVARIANTS

### 1.3.1 CALCUL RAPIDE ET PRECIS DES MOMENTS INVARIANTS DU DUAL HAHN

Les polynômes de Dual Hahn d'ordre $n$ est définie par :

$$dh_n^{(c)}(s,a,b) = R_n^{(c)}(a,b)\sum_{k=0}^{n} B_{nk}^{(c)}(a,b)\sum_{r=0}^{2k} C_{kr}\, x^r. \tag{1.6}$$

Les facteurs polynomiaux sont donnés comme suit :

$$B_{nk}^{(c)}(a,b) = \frac{(-1)^k(-n)_k}{(a-b+1)_k(a+c+1)_k k!} \; et \; R_n^{(c)}(a,b) = \frac{(a-b+1)_n(a+c+1)_n}{n!}, \tag{1.7}$$

et les coefficients des monomères $C_{kr}$sont définis par :

$$C_{kr} = \begin{cases} C_{(k-1)(r-2)} + [a_k - (k-1)]C_{(k-1)(r-1)} \\ -(k-1)a_k C_{(k-1)r} \quad \text{if } k \geq 2, 2 \leq r \leq 2k-2, \\ C_{(k-1)(2k-3)} + [a_k - (k-1)] \quad \text{if } k \geq 2, r = 2k-2, \\ C_{(k-1)(2k-3)} + a_1 - (k-1)a_k C_{(k-1)1} \quad \text{if } k \geq 2, r = 1, \\ 1 \quad \text{if } k \geq 0, r = 2k, \\ 0 \quad \text{if } k \geq 1, r = 0. \end{cases} \tag{1.8}$$

et $C_{00} = 1, C_{10} = 0, C_{11} = a_1, C_{12} = 1$ avec $a_k = 2a + k$.

Dual Hahn Moments (DHM) de l'ordre $(n+m)$ pour une fonction d'image donnée $f(x,y)$ avec $x = s - a$ et $y = t - a$de la taille $N \times N$ pixels, peuvent être calculés comme :

$$DHM_{nm} = \sum_{s=a}^{b-1}\sum_{t=a}^{b-1} \widetilde{dh}_n^{(c)}(s,a,b)\widetilde{dh}_m^{(c)}(t,a,b) f(x,y). \tag{1.9}$$

La norme au carré $d_n^2$ est donnée par la formule suivante et $w_{dh}(s)$ est la fonction de pondération :

$$w_{dh}^{(c)}(s,a,b) = \frac{\Gamma(a+s+1)\Gamma(c+s+1)}{\Gamma(s-a+1)\Gamma(b-s)\Gamma(b+s+1)\Gamma(s-c+1)} \tag{1.10}$$

$$d_n^2 = \rho_{dh}^{(c)}(n,a,b) = \frac{\Gamma(a+c+n+1)}{n!\,(b-a-n-1)!\,\Gamma(b-c-n)} \tag{1.11}$$

et $\Delta x(s)$ est donné par : $\Delta x(s) = x(s+1) - x(s)$. Donc, $\Delta x\left(s - \frac{1}{2}\right) = 2s + 1$ comme mentionné dans [14,23].

Pour améliorer la vitesse de calcul et la précision numérique des invariants des moments de Dual Hahn, nous présenterons dans cette section, une nouvelle relation récurrente pour chacun des coefficients $R_n^{(c)}(a,b)$, $B_{nm}^{(c)}(a,b)$ et $d_n^2$, éliminant ainsi la déficience résultant des termes factoriel et gamma.

Nous utiliserons les propriétés qui $(a)_n = (a)_{n-1}(an-1)$ et $n! = (n-1)!\,n$ afin d'exprimer le facteur $R_n^{(c)}(a,b)$ en termes de $R_{n-1}^{(c)}(a,b)$:

$$R_n^{(c)}(a,b) = \frac{(a-b+1)_n(a+c+1)_n}{n!} \tag{1.12}$$

$$R_n^{(c)}(a,b) = \frac{(a-b+n)(a+c+n)}{n} R_{n-1}^{(c)}(a,b)$$

Pour le cas initial $n = 0$nous avons $R_0^{(c)}(a,b) = 1$. Nous pouvons calculer les valeurs du facteur $R_n^{(c)}(a,b)$ en utilisant récursivement la relation suivante :

$$R_n^{(c)}(a,b) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ \dfrac{(a-b+n)(a+c+n)}{n} R_{n-1}^{(c)}(a,b) & n \geq 1 \end{cases} \quad 1.13$$

De la même manière, en remplaçant $k$ par 0, nous pouvons facilement obtenir $B_{n0}^{(\alpha,\beta)}(a,b) = 1$. Et nous pouvons calculer $B_{nk}^{(c)}(a,b)$ de façon récursive comme suit :

$$B_{nk}^{(c)}(a,b) = \begin{cases} 1 & k = 0 \\ \dfrac{(n-k+1)B_{n(k-1)}^{(c)}(a,b)}{(a-b+k)(a+c+k)k} & k \geq 1 \end{cases} \quad 1.14$$

Enfin, en utilisant la propriété de la fonction gamma $\Gamma(z) = \Gamma(z-1)(z-1)$ la norme quadrillée $d_n^2$ peuvent être rédigés en termes de $d_{n-1}^2$ comme :

$$d_n^2 = \frac{(\alpha+c+n)(b-a-n)(b-c-n)}{n} d_{n-1}^2 \quad 1.15$$

Pour l'affaire $n = 0$ nous aurons : $d_0^2 = \frac{\Gamma(ac+1)}{(b-a-1)!\Gamma(b-c)}$. Nous obtenons la relation récurrente, qui utilise la fonction gamma uniquement pour le cas initial ($n = 0$):

$$d_n^2 = \begin{cases} \dfrac{\Gamma(a+c+1)}{(b-a-1)!\,\Gamma(b-c)} & n = 0 \\ \dfrac{(\alpha+c+n)(b-a-n)(b-c-n)}{n} d_{n-1}^2 & n \geq 1 \end{cases} \quad 1.16$$

En incorporant les relations récursives développées ci-dessus dans le calcul des invariants du moment de Hahn double, nous pouvons définir les invariants du moment de Hahn double rapides et précis (FA-DHMI), ce qui peut considérablement améliorer la stabilité numérique et le temps de calcul par rapport au DHMI traditionnel. Le calcul de FA-DHMI est donné par:

$$DHMI_{nm} = \frac{R_n^{(c)}(a,b)R_m^{(c)}(a,b)}{\sqrt{d_n^2 d_m^2}} \sum_{k=0}^{n}\sum_{t=0}^{m} B_{nk}^{(c)}(a,b)B_{mt}^{(c)}(a,b) \sum_{z=0}^{2k}\sum_{r=0}^{2t} C_{kz}C_{tr}V_{zr}. \quad 1.17$$

où, les facteurs $R_n^{(c)}(a,b)$ , $B_{nk}^{(c)}(a,b)$ et $d_n^2$ sont calculées respectivement à l'aide des équations 1.13, 1.14 et 1.16.

### 1.3.2 CALCUL RAPIDE ET PRECIS DES MOMENTS INVARIANTS DU RACAH

La forme explicite des polynômes de Racah est définie par :

$$r_n^{(\alpha,\beta)}(s,a,b) = R_n^{(\alpha,\beta)}(a,b) \sum_{m=0}^{n} B_{nm}^{(\alpha,\beta)}(a,b) \sum_{r=0}^{2m} C_{mr}\, x^r, \quad 1.18$$

avec les facteurs $R_n^{(\alpha,\beta)}(a,b)$ et $B_{nk}^{(\alpha,\beta)}(a,b)$ sont données respectivement dans [24] par:

$$R_n^{(\alpha,\beta)}(a,b) = \frac{(a-b+1)_n(\beta+1)_n(a+b+\alpha+1)_n}{n!}, \quad 1.19$$

$$B_{nk}^{(\alpha,\beta)}(a,b) = \frac{(-n)_k(\alpha+\beta+n+1)_k(-1)^k}{(\beta+1)_k(a-b+1)_k(a+b+\alpha+1)_k\, k!}, \quad 1.20$$

et les coefficients des monomères $C_{mr}$sont définis par l'équation 1.48.

Le $(n+m)$-ordre Racah Moments d'une fonction d'intensité d'image donnée $f(x,y)$ avec $x = s - a$ et $y = t - a$et la taille $N \times N$ pixels, est défini comme :

$$RM_{nm} = \sum_{s=a}^{b-1}\sum_{t=a}^{b-1} \bar{r}_n^{(\alpha,\beta)}(s,a,b)\bar{r}_m^{(\alpha,\beta)}(t,a,b)f(x,y), \quad 1.21$$

la fonction de pondération $w_r^{(\alpha,\beta)}(s,a,b)$ et la norme quadrillée $\rho_r^{(\alpha,\beta)}(n,a,b)$ qui sont définis par :

$$w_r^{(\alpha,\beta)}(s,a,b) = \frac{\Gamma(a+s+1)\Gamma(s-a+\beta+1)\Gamma(a+\alpha-s)\Gamma(b+\alpha+s+1)}{\Gamma(a-\beta+s+1)\Gamma(s-a+1)\Gamma(b-s)\Gamma(b+s+1)}, \quad 1.22$$

$$\rho_r^{(\alpha,\beta)}(n,a,b) = \frac{\Gamma(\alpha+n+1)\Gamma(\beta+n+1)\Gamma(b-a+\alpha+\beta+n+1)\Gamma(a+b+\alpha+n+1)}{(\alpha+\beta+2n+1)n!\,(b-a-n-1)!\,\Gamma(\alpha+\beta+n+1)\Gamma(a+b-\beta-n)}. \quad 1.23$$

En raison de la grande instabilité numérique et du temps très long, liés au calcul direct du RMI en utilisant des fonctions factorielles et gamma, associées à des facteurs $R_n^{(\alpha,\beta)}(a,b)$, $B_{nm}^{(\alpha,\beta)}(a,b)$ et $d_n^2$. De nouvelles relations récurrentes de ces facteurs sont développées, qui peuvent éliminer les termes factoriels et gamma impliqués dans le calcul des coefficients RMI. Ainsi, le facteur $R_n^{(\alpha,\beta)}(a,b)$ peut être calculée de manière récursive en utilisant la relation suivante :

$$R_n^{(\alpha,\beta)}(a,b) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ R_{n-1}^{(\alpha,\beta)}(a,b)\dfrac{(a-b+n)(\beta+n)(a+b+\alpha+n)}{n} & n \geq 1 \end{cases} \quad 1.24$$

De même, pour $B_{nm}^{(\alpha,\beta)}(a,b)$ peut être obtenu par la relation récurrente suivante :

$$B_{nm}^{(\alpha,\beta)}(a,b) = \begin{cases} 1 & m = 0 \\ B_{n(m-1)}^{(\alpha,\beta)}(a,b)\dfrac{-(-n+m-1)(\alpha+\beta+n+m)}{(\beta+m)(a-b+m)(a+b+\alpha+m)m} & m \geq 1 \end{cases} \quad 1.25$$

Nous notons la norme carrée des polynômes de Racah comme :

$$d_n^2 = \frac{D_n^{(\alpha,\beta)}(a,b)}{A_n^{(\alpha,\beta)}}, \quad avec \;\; A_n^{(\alpha,\beta)} = (\alpha+\beta+2n+1) \quad 1.26$$

Enfin, $D_n^{(\alpha,\beta)}(a,b)$ peut être obtenu par la relation suivante :

$$D_n^{(\alpha,\beta)}(a,b) = \begin{cases} \dfrac{\Gamma(\alpha+1)\Gamma(\beta+1)\Gamma(b-a+\alpha+\beta+1)\Gamma(a+b+\alpha+1)}{(b-a-1)!\,\Gamma(\alpha+\beta+1)\Gamma(a+b-\beta)} & n=0 \\ D_{n-1}^{(\alpha,\beta)}(a,b)\dfrac{(\alpha+n)(\beta+n)(b-a+\alpha+\beta+n)(b-a-n)(a+b+\alpha+n)(a+b-\beta-n)}{n(\alpha+\beta+n)} & n\geq 1 \end{cases} \quad 1.27$$

Les Invariants rapides et précis des moments de racisme (FA-RMI) sont donnés par :

$$RMI_{nm} = \frac{R_n^{(\alpha,\beta)}(a,b)R_m^{(\alpha,\beta)}(a,b)\left(A_n^{(\alpha,\beta)}A_n^{(\alpha,\beta)}\right)^{1/2}}{\left(D_n^{(\alpha,\beta)}(a,b)D_m^{(\alpha,\beta)}(a,b)\right)^{1/2}}\sum_{k=0}^{n}\sum_{t=0}^{m}B_{nk}^{(\alpha,\beta)}(a,b)B_{mt}^{(\alpha,\beta)}(a,b)\sum_{z=0}^{2k}\sum_{r=0}^{2t}C_{kz}C_{tr}V_{zr}. \quad 1.28$$

où, les facteurs $R_n^{(c)}(a,b)$ , $B_{nk}^{(c)}(a,b)$, $A_n^{(\alpha,\beta)}$ et $D_n^{(\alpha,\beta)}(a,b)$ sont calculées respectivement à l'aide des équations 1.24, 1.25, 1.26 et 1.27.

## 1.4 RESULTATS EXPERIMENTAUX ET DISCUSSION

### 1.4.1 PERFORMANCES DE CALCULE

Dans cette sous-section, les résultats comparatifs en termes de vitesse de calcul, basés sur le temps écoulé CPU, entre le calcul direct existant et la méthode rapide et précise proposée sont illustrés.



*Figure 1.1 Image originale du test de Lena, de taille 128×128 pixels.*

Les figures 1.2 (a) et (b) illustrent respectivement les comparaisons des deux méthodes de calcul des moments invariants Dual Hahn et Racah, en ce qui concerne le temps CPU écoulé en seconde(s), en utilisant l'image de taille Lena $128 \times 128$ pixels, comme le montre la figure 1.1. Avec un ordre croissant des moments maximums, de 0 à 40. En fait, la figure 1.2 montre les temps CPU moyens écoulés de 10 répétitions de génération d'invariants de moment. Il convient de noter que le temps de calcul des moments invariants par les deux méthodes ne dépend que des dimensions de l'image, et le contenu de l'image ne peut pas affecter les résultats.

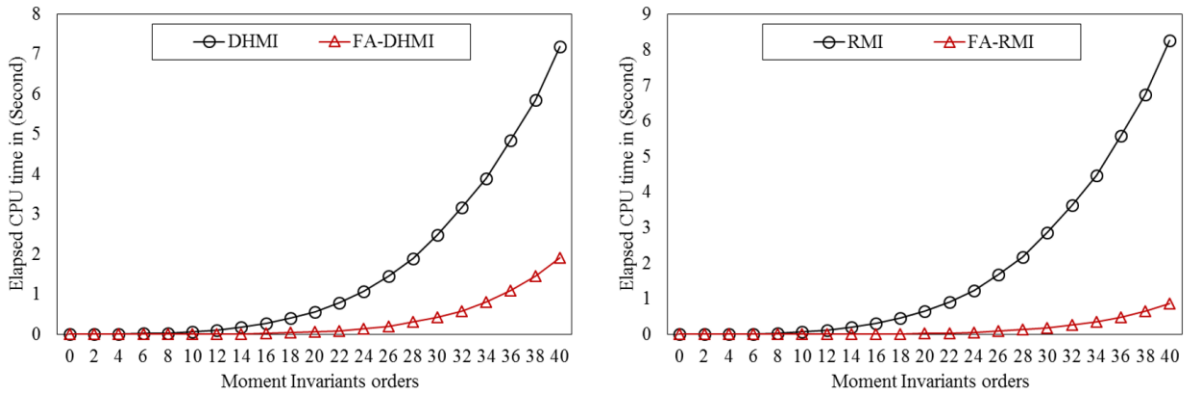


*Figure 1.2 Comparaison en termes de temps CPU écoulés en (Second) entre la méthode rapide et précise proposée et la méthode traditionnelle existante pour le calcul des (a) des invariants de moment de Hahn double et (b) des invariants de moment de Racah, de l'ordre 0 à l'ordre 40.*

Il ressort clairement de la figure 1.2 que les temps de calcul de la DHMI et de la RMI traditionnelles sont respectivement beaucoup plus longs que ceux de la FA-DHMI et de la FA-RMI proposées. En fait, cette diminution du temps de calcul est liée au fait que les facteurs et coefficients polynomiaux ont été calculés de manière récursive pour éviter les calculs redondants. Ainsi, la formule récurrente proposée pour le calcul des facteurs polynomiaux est non seulement précise, mais permet également un calcul très rapide, même pour les ordres à invariants de moment élevé.

### 1.4.2 PERFORMANCES DE CLASSIFICATION

Pour valider les performances de reconnaissance et la capacité de discrimination des invariants de moment proposés, trois bases de données d'images bien connues sont prises en compte dans cette expérience, la base de données MPEG-7 [25], COIL-20 [26] et la base de données Butterfly [26].

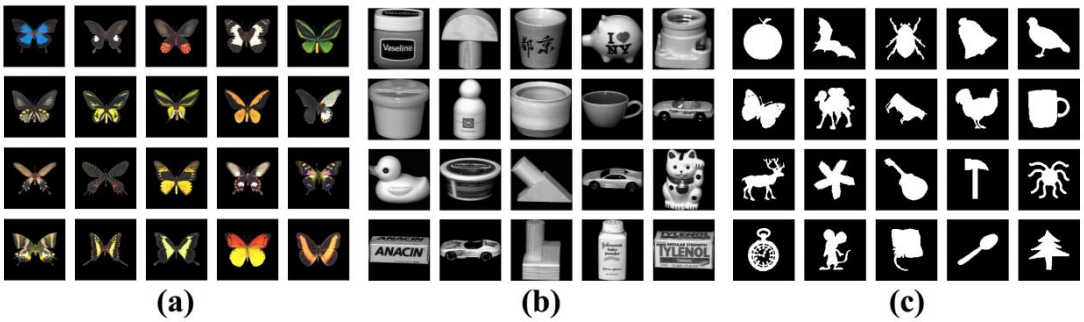


*Figure 1.3 Les échantillons sélectionnés : (a) Butterfly, (b) Coil-20 et (c) MPEG-7.*

Cette expérience est essentiellement menée sur trois ensembles de tests, qui ont été créés en sélectionnant 20 images dans les bases de données originales. Les échantillons correspondants sélectionnés dans les trois bases de données sont présentés sur la figure 1.3. Chaque image de ces ensembles de test est affectée par une série de transformations {7 translations +7 mises à l'échelle +7 rotations +7 transformations mixtes}, afin de générer $560 = [(7 + 7 + 7 + 7) \times 20]$ images par base de données. De plus, pour illustrer le pouvoir de

discrimination du FCMI proposé dans des conditions de bruit, cinq bases de données de test supplémentaires sont créées en ajoutant différentes densités de bruit de sel et de poivre {1% ; 2% ; 3% ; 4% ; 5%}.

*Table 1.1 Précision de la classification (%) du MPEG-7 en utilisant différents invariants de moment.*

| Method | Noise-free | Salt-and-Pepper noise | | | | | **mean** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1% | 2% | 3% | 4% | 5% | |
| FA-RMI | **99.75** | 91.61 | **84.11** | **77.86** | **74.29** | **70.48** | **83.01** |
| FA-DHMI | 98.98 | **91.78** | 83.62 | 77.34 | 70.95 | 67.78 | 81.74 |
| TMI | 98.04 | 87.32 | 80.36 | 74.82 | 70.00 | 66.79 | 79.55 |
| KMI | 99.46 | 85.54 | 80.54 | 72.32 | 69.64 | 68.75 | 79.37 |
| HMI | 99.29 | 90.43 | 80.82 | 77.68 | 72.54 | 66.86 | 81.27 |
| GMI | 99.11 | 77.50 | 70.89 | 70.54 | 70.18 | 66.79 | 75.83 |

*Table 1.2 Précision de la classification (%) de COIL-20 en utilisant différents invariants de moment.*

| Method | Noise-free | Salt-and-Pepper noise | | | | | **mean** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1% | 2% | 3% | 4% | 5% | |
| FA-RMI | **99.82** | **85.00** | 72.86 | **65.93** | **65.18** | **58.75** | **74.59** |
| FA-DHMI | 99.14 | 81.90 | **73.95** | 65.55 | 62.47 | 54.20 | 72.87 |
| TMI | **99.82** | 79.11 | 69.64 | 61.07 | 56.79 | 56.07 | 70.41 |
| KMI | 99.64 | 80.96 | 68.50 | 59.46 | 57.32 | 54.11 | 69.99 |
| HMI | 99.11 | 81.96 | 71.39 | 62.89 | 60.04 | 56.79 | 72.03 |
| GMI | 96.79 | 61.07 | 50.93 | 45.36 | 46.25 | 44.46 | 57.47 |

*Table 1.3 Précision de la classification (%) de Butterfly en utilisant différents invariants de moment.*

| Method | Noise-free | Salt-and-Pepper noise | | | | | **mean** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1% | 2% | 3% | 4% | 5% | |
| FA-RMI | **99.11** | **61.79** | **53.46** | **40.25** | **38.18** | **35.25** | **54.67** |
| FA-DHMI | 98.75 | 52.66 | 40.00 | 34.78 | 30.21 | 29.44 | 47.64 |
| TMI | 98.21 | 43.57 | 38.57 | 33.93 | 31.89 | 31.96 | 46.35 |
| KMI | 98.57 | 43.57 | 39.11 | 33.57 | 34.29 | 30.54 | 46.60 |
| HMI | 97.86 | 49.39 | 38.29 | 33.20 | 31.96 | 29.68 | 46.73 |
| GMI | 96.43 | 32.14 | 24.46 | 18.21 | 15.89 | 12.14 | 33.21 |

En outre, les résultats de la classification obtenus pour les FA-DHMI et FA-RMI introduits sont comparés aux moments géométriques invariants (GMI), aux moments invariants de Tchebichef (TMI) [28], aux moments invariants de Krawtchouk (KMI) [29] et aux moments invariants de Hahn (KMI) [30]. Il convient de noter que nous avons utilisé les 1-NN ($k$-plus proche voisin avec $k = 1$) comme classificateurs basés sur la distance euclidienne normalisée avec une technique de validation croisée par 5 fois. En outre, nous avons utilisé des invariants de moment jusqu'à l'ordre 5 comme vecteur de caractéristiques. Les tableaux 1.1, 1.2 et 1.3 présentent les résultats de la précision de classification des images (%) respectivement sur MPEG-7, Coil-20 et Butterfly.

D'après les résultats fournis dans les tableaux 1.1, 1.2 et 1.3, on peut voir que le taux de classification correcte des FA-RMI et FA-DHMI proposés sur les trois bases de données est généralement plus élevé que les

autres méthodes, en particulier pour les densités de bruit élevées, lorsque les ensembles d'essai sont de 4 % et 5 % de bruit corrompu. En outre, la précision de reconnaissance moyenne obtenue par la FA-RMI proposée est sensiblement plus élevée que celle obtenue par les autres méthodes pour les trois ensembles de tests. Notant que l'amélioration moyenne de la FA-RMI est supérieure à 8 points de pourcentage par rapport à la meilleure des autres méthodes classiques pour la base de données Butterfly, qui est calculée comme la différence entre les taux de reconnaissance moyens des invariants de moment rapides et précis proposés et la meilleure des autres méthodes.

## 1.5 CONCLUSION

L'objectif principal de ce chapitre était d'introduire de nouveaux algorithmes de calcul rapides et précis pour les moments invariants de Dual Hahn et de Racah. Où nous avons développé de nouvelles méthodes récursives pour le calcul des coefficients et des facteurs des polynômes. Ces méthodes récursives peuvent éliminer la déficience résultant des fonctions factorielles et gamma. Elles peuvent donc réduire efficacement la complexité des calculs et améliorer leur précision numérique pour le calcul des moments invariants de Dual Hahn et de Racah. Enfin, il est important de noter que les algorithmes de calcul rapides et précis proposés sont potentiellement utiles lorsqu'il s'agit de traiter de grandes bases de données ou de résoudre le problème de la reconnaissance d'objets en temps réel. De plus, la méthode de calcul proposée décrite dans ce chapitre peut être facilement généralisée pour les autres familles d'invariants de moment discrets et continus.

# Chapitre 2. :MOMENTS ET MOMENTS INVARIANTS D'ORDRE FRACTIONNAIRE POUR L'EXTRACTION DE CARACTERISTIQUES

*Le contenu de ce chapitre est élaboré en se basant sur les publications et les manuscrits suivants :*

- ***R Benouini***, I Batioua, K Zenkouar, A Zahi, S Najah, H Qjidaa, ***Fractional-order orthogonal Chebyshev Moments and Moment Invariants for image representation and pattern recognition***, Pattern Recognition 86, 2019, 332-34.
- ***R Benouini***, I Batioua, K Zenkouar, F Mrabti, H El Fadili, ***New set of Generalized Legendre Moment Invariants for pattern recognition***, Pattern Recognition Letters, 2019.
- ***R Benouini***, I Batioua, K Zenkouar, H El Fadili, ***Fractional-order Generalized Laguerre Moments and Moment Invariants for image Analysis***, IET Image Processing, 2020.

## 2.1 INTRODUCTION

Il est bien connu que la caractéristique commune des moments continus et discrets, mentionnée dans le chapitre précédent, est qu'ils sont tous limités à être d'ordre entier, puisque leurs fonctions de base sont exprimées par des polynômes orthogonaux d'ordre entier, sous la forme $P_n(x)$ avec $n \in \mathbb{N}$.

Comme nouveau type de polynômes orthogonaux, les polynômes d'ordre fractionnaire notés $P_n^{\alpha}(x)$ avec le paramètre fractionnaire $\alpha > 0$vise à généraliser l'ordre entiers $n$ à l'ordre fractionnaire αn. En raison de paramètres supplémentaire $\alpha$, les moments d'ordre fractionnaire offrent un degré de liberté supplémentaire dans les performances d'optimisation. Sur la base de cette nouvelle définition, les chercheurs ont introduit et exploré les capacités de nouveaux types de moments d'ordre fractionnaire pour la représentation d'images. Néanmoins, seuls quelques articles ont été publiés à ce sujet [27–30].

Motivé par les capacités des moments d'ordre fractionnaire, la principale contribution de ce chapitre comprend trois axes : (i) Introduire trois nouveaux ensembles de moments orthogonaux d'ordre fractionnaire pour la représentation des images. (ii) Fournir le cadre théorique permettant de dériver des invariants de moment par rapport à l'ordre fractionnaire pour la reconnaissance des formes. (iii) Présenter des algorithmes de calcul rapides et précis des moments d'ordre fractionnaire et des moments invariants proposés.

Voici les grandes lignes de ce chapitre : Dans la section 1.2, nous présentons les propriétés de base des nouveaux polynômes et des moments d'ordre fractionnaire. La section 1.3 est consacrée à la conception d'algorithmes pour le calcul des moments d'ordre fractionnaire proposés. Dans la section 1.4, nous présentons le processus de dérivation des moments invariants d'ordre fractionnaire. Les résultats expérimentaux sont présentés à la section 1.5. Les remarques finales sont présentées dans la section 1.6.

## 2.2 MOMENTS ORTHOGONAUX D'ORDRE FRACTIONNAIRE

Dans cette section, nous introduirons les définitions de base et les relations nécessaires des polynômes orthogonaux d'ordre fractionnaire de Tchebychev, Legendre et Laguerre généralisé. Nous présenterons également les moments d'image correspondants d'ordre fractionnaire.

### 2.2.1 POLYNOMES ET MOMENTS D'ORDRE FRACTIONNAIRE DE CHEBYSHEV

Laissez $\alpha$ être un nombre positif rationnel $\alpha > 0$. Par la transformation variable $x = 1 - 2t^{\alpha}$ avec $t \in [0,1]$ sur les polynômes de Tchebyshev, nous pouvons définir les polynômes de Tchebyshev d'ordre fractionnaire (FCP) $FT_n^{\alpha}(t)$ comme [31]:

$$FL_n^{\alpha}(t) = \sum_{k=0}^{n} \beta_{nk} t^{\alpha k}, \qquad avec \quad \beta_{nk} = \frac{(-1)^k n 2^{2k} (n+k-1)!}{(n-k)!\,(2k)!}. \tag{2.1}$$

avec la fonction de pondération $w_{\alpha}(t)$ et la norme quadrillée $c_n^{\alpha}$:

$$w_{\alpha}(t) = \frac{t^{\frac{\alpha}{2}-1}}{\sqrt{1-t^{\alpha}}} \; et \; c_n^{\alpha} = \alpha c_n. \tag{2.2}$$

Les polynômes normalisés d'ordre fractionnaire de Tchebychev $\widetilde{FT}_n^{\alpha}(t)$ peuvent être définis par :

$$\widetilde{FT}_n^{\alpha}(t) = FT_n^{\alpha}(t) \sqrt{\frac{w_{\alpha}(t)}{c_n^{\alpha}}}, \qquad n = 0,1,2,\ldots \tag{2.3}$$

Pour une fonction d'intensité de l'image numérique $f(i,j)$ de taille $N \times M$les moments $FCM_{nm}$ peut être calculée en utilisant la méthode d'approximation d'ordre zéro (ZOA) comme :

$$FCM_{nm} = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} f(i,j) \widetilde{FT}_n^{\alpha_1}(x_i) \widetilde{FT}_m^{\alpha_2}(y_j) \Delta_x \Delta_y, \tag{2.4}$$

où $\Delta_x = 1/N$, $\Delta_y = 1/M$ et les transformations de coordonnées discrètes sont définies par :

$$x_i = \frac{i}{N} + \frac{\Delta_x}{2}, y_i = \frac{j}{M} + \frac{\Delta_x}{2}, \qquad i = 1,2,\ldots,N \; et \; j = 1,2,\ldots,M. \tag{2.5}$$

### 2.2.2 POLYNOMES ET MOMENTS D'ORDRE FRACTIONNAIRE DE LEGENDRE

Les polynômes de Legendre d'ordre fractionnaire (FLP), dénommés $FL_n^{\alpha}(t)$sont définis sur l'intervalle $[0,1]$ et peut être déterminée en introduisant le changement de variable $x = t^{\alpha} \; pour \; \alpha > 0$ sur les polynômes de Legendre décalés comme [32], la forme analytique de $FL_n^{\alpha}(t)$ de degré $n$ est donné par :

$$FL_n^{\alpha}(t) = \sum_{k=0}^{n} b_{nk} t^{\alpha k}, \qquad avec \; b_{nk} = \frac{(-1)^{n+k} (n+k)!}{(n+k)!\,(k!)^2}. \tag{2.6}$$

en ce qui concerne la fonction de pondération $w_{\alpha}(t)$ et la norme quadrillée $d_{n,\alpha}^2$:

$$w_\alpha(t) = t^{\alpha-1} \; et \; d_{n,\alpha}^2 = \frac{1}{(2n+1)\alpha}. \qquad 2.7$$

Les polynômes de Legendre d'ordre fractionnaire normalisés $\widetilde{FL}_n^\alpha(t)$ peuvent être définis par :

$$\widetilde{FL}_n^\alpha(t) = FL_n^\alpha(t)\sqrt{\frac{w_\alpha(t)}{N_{n,\alpha}^2}}, \qquad n = 0,1,2,.... \qquad 2.8$$

Le FLM d'ordre $(n+m)$ pour une fonction d'image numérique $f(i,j)$ de taille $N \times M$ pixels, peuvent être calculés, sur la base de la méthode ZOA, en utilisant une transformation appropriée des coordonnées discrètes $(i,j)$ dans la région de la place $[0,1] \times [0,1]$comme suit :

$$FLM_{nm} = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} f(i,j)\widetilde{FL}_n^{\alpha_1}(x_i)\widetilde{FL}_m^{\alpha_2}(y_j)\Delta_x\Delta_y, \qquad 2.9$$

où $\Delta_x = 1/N, \Delta_y = 1/M$ et les transformations de coordonnées discrètes sont définies par :

$$x_i = \frac{i}{N} + \frac{\Delta_x}{2}, y_i = \frac{j}{M} + \frac{\Delta_x}{2}, \qquad i = 1,2,\dots,N \; et \; j = 1,2,\dots,M. \qquad 2.10$$

### 2.2.3 POLYNOMES ET MOMENTS D'ORDRE FRACTIONNAIRE DE LAGUERRE GENERALISES

En introduisant le changement de variable $x = t^\lambda$ avec $\lambda > 0$sur les polynômes de Laguerre généralisés, on peut définir les polynômes de Laguerre généralisés d'ordre fractionnaire (FGLP), noté $L_n^{(\alpha,\lambda)}(t)$ comme suit [33]:

$$L_n^{(\alpha,\lambda)}(t) = \sum_{p=0}^{n} a_{np}t^{\lambda p}, \qquad with \quad a_{np} = (-1)^p \frac{\Gamma(n+\alpha+1)}{\Gamma(p+\alpha+1)(n-p)!\,p!}. \qquad 2.11$$

pour $n,m = 0,1,2,\dots$ en ce qui concerne la fonction de poids et la norme quadratique :

$$w^{(\alpha,\lambda)}(x) = \lambda x^{(\alpha+1)\lambda-1}e^{-x^\lambda} \; et \; h_n^{(\alpha,\lambda)} = h_n^{(\alpha)} = \frac{\Gamma(n+\alpha+1)}{k!}. \qquad 2.12$$

Pour assurer la stabilité numérique du calcul des moments, nous définissons les polynômes de Laguerre normalisés d'ordre fractionnaire généralisé $\tilde{L}_n^{(\alpha,\lambda)}(t)$ comme :

$$\tilde{L}_n^{(\alpha,\lambda)}(t) = L_n^{(\alpha,\lambda)}(t)\sqrt{\frac{w^{(\alpha,\lambda)}(t)}{h_n^{(\alpha,\lambda)}}}, \qquad n = 0,1,2,.... \qquad 2.13$$

Les Moments de Laguerre généralisés d'ordre fractionnaire basés sur la méthode ZOA sont donnés par :

$$FGLM_{nm} = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} f(i,j)\tilde{L}_n^{(\alpha_1,\lambda_1)}(x_i)\tilde{L}_m^{(\alpha_2,\lambda_2)}(y_j)\,\Delta_x\Delta_y, \qquad n,m = 0,1,2,\dots, \qquad 2.14$$

où $\Delta_x = L/N, \Delta_y = L/M$ et la cartographie des coordonnées de l'image est définie comme :

$$x_i = \frac{iL}{N} + \frac{\Delta_x}{2}, y_i = \frac{jL}{M} + \frac{\Delta_x}{2}, \qquad i = 1,2,\dots,N \; et \; j = 1,2,\dots,M. \qquad 2.15$$

## 2.3 ASPECTS DE CALCULE DES MOMENTS D'ORDRE FRACTIONNAIRE

### 2.3.1 PRÉCISION DE CALCUL

Par conséquent, dans cette sous-section, nous présenterons une méthode précise pour le calcul des moments d'ordre fractionnaire. Tout d'abord, nous définissons une version discrète des moments d'ordre fractionnaire comme suit :

$$FM_{nm} = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} f(i,j)h_{nm}(x_i,y_j), \qquad with \;\; h_{nm}(x_i,y_j) = \int_{x_i-\frac{\Delta_x}{2}}^{x_i+\frac{\Delta_x}{2}}\int_{y_j-\frac{\Delta_y}{2}}^{y_j+\frac{\Delta_y}{2}} \widetilde{FP}_n^{\alpha_x}(x)\widetilde{FP}_m^{\alpha_y}(y)dxdy \qquad 2.16$$

En se basant sur la propriété de séparabilité de la fonction du base, on peut écrire l'intégrale double comme le produit de deux termes distincts $h_{nm}(x_i,y_j) = I_n(x_i)I_m(y_j)$ avec :

$$I_n(x_i) = \int_{x_i-\frac{\Delta_x}{2}}^{x_i+\frac{\Delta_x}{2}} \widetilde{FP}_n^{\alpha_x}(x)dx \text{ and } I_m(y_j) = \int_{y_j-\frac{\Delta_y}{2}}^{y_j+\frac{\Delta_y}{2}} \widetilde{FP}_m^{\alpha_y}(y)dy. \qquad 2.17$$

En fait, les intégrales $I_n(x_i)$ et $I_m(y_j)$ qui concerne $x$-axe et $y$-axe, difficile d'évaluer de manière analytique les résultats obtenus par les deux axes, respectivement. C'est pourquoi nous suggérons d'utiliser l'intégration numérique gaussienne pour le calcul précis des $I_n(x_i)$ et $I_m(y_j)$comme suit :

$$I_n(x_i) = \frac{\Delta_x}{2}\sum_{l=0}^{s-1} w_l\widetilde{FP}_n^{\alpha_x}(V_{x_i}^l) \text{ and } I_m(y_j) = \frac{\Delta_y}{2}\sum_{l=0}^{s-1} w_l\widetilde{FP}_m^{\alpha_y}\left(V_{y_j}^l\right) \qquad 2.18$$

with

$$V_{x_i}^l = x_i + \frac{\Delta_x}{2}t_l \;\; et \;\; V_{y_j}^l = y_j + \frac{\Delta_y}{2}\,t_l. \qquad 2.19$$

où $w_l, t_l$ avec $l = 0,1,\cdots,s-1$ sont les poids et les points de la formule d'intégration gaussienne sur $s$ points de jeunes pousses [34]. Cette définition peut être utilisée efficacement pour calculer les moments de Tchebychev, Legendre et Laguerre généralisés, d'ordre fractionnaire, rapides et précis.

### 2.3.2 RAPIDITÉ DE CALCUL

La méthode rapide pour le calcul des moments d'ordre fractionnaire $(n+m)$ pour toute fonction d'intensité d'image donnée $f(i,j)$ de la taille $N \times M$ pixels, est donnée par :

$$FM_{nm} = \sum_{i=1}^{N} I_n(x_i)Y_m^i, \qquad avec\; Y_m^i = \sum_{j=1}^{M} I_m(y_j)f(i,j), \qquad 2.20$$

où $x_i = \frac{iL}{N}\frac{\Delta_x}{2}, y_i = \frac{jL}{M}\frac{\Delta_x}{2},$ pour $i = 1,2,\ldots,N \; et \; j = 1,2,\ldots,M.$

Cette méthode a été introduite par Hosny en [39,40] et est très efficace pour le calcul des moments.

### 2.3.3 STABILITÉ DE CALCUL

Dans le présent chapitre, nous présentons les nouvelles relations de récurrence en matière d'ordre $n$pour le calcul des polynômes normalisés d'ordre fractionnaire de Tchebychev, Legendre et Laguerre généralisés.

La relation de récurrence des FCP normalisés peut s'écrire comme suit :

$$\widetilde{FT}_n^{\alpha}(t) = (2 - 4t^{\alpha})\widetilde{FT}_{n-1}^{\alpha}(t) - \widetilde{FT}_{n-2}^{\alpha}(t), \qquad \text{for } n \geq 2, \tag{2.21}$$

avec $\widetilde{FT}_0^{\alpha}(t) = \sqrt{w(t)\pi\ \alpha}$ et $\widetilde{FT}_1^{\alpha}(t) = (1 - 2t^{\alpha})\sqrt{w(t)2\alpha/\pi}$.

Les FLP normalisés peuvent être calculés par :

$$\widetilde{FL}_{n+1}^{\alpha}(t) = \frac{(2n+1)(2t^{\alpha}-1)}{n+1}\sqrt{\frac{2n+3}{2n+1}}\widetilde{FL}_n^{\alpha}(t) - \frac{n}{n+1}\sqrt{\frac{2n+3}{2n-1}}\widetilde{FL}_{n-1}^{\alpha}(t), \ \text{ for } n \geq 1, \tag{2.22}$$

tandis que les cas initiaux sont donnés par : $\widetilde{FL}_0^{\alpha}(t) = \sqrt{\alpha w(t)}$ et $\widetilde{FL}_1^{\alpha}(t) = (2t^{\alpha} - 1)\sqrt{3\alpha\ w(t)}$.

La relation de récurrence des PSFG normalisées peuvent s'écrire comme suit :

$$\tilde{L}_n^{(\alpha,\lambda)}(t) = \frac{2n+\alpha-1-t^{\lambda}}{\sqrt{n(n+\alpha)}}\tilde{L}_{n-1}^{(\alpha,\lambda)}(t) - \sqrt{\frac{(n+\alpha-1)(n-1)}{n(n+\alpha)}}\tilde{L}_{n-2}^{(\alpha,\lambda)}(t), \qquad \text{for } n \geq 1, \tag{2.23}$$

Avec les deux cas sont donnés par : $\tilde{L}_0^{(\alpha,\lambda)}(t) = \sqrt{\frac{w(t)}{\Gamma(\alpha+1)}}$ et $\tilde{L}_1^{(\alpha,\lambda)}(t) = \left(1 + \alpha - t^{\lambda}\right)\sqrt{\frac{w(t)}{\Gamma(\alpha+2)}}$.

## 2.4 MOMENTS INVARIANTS D'ORDRE FRACTIONNAIRE

### 2.4.1 MOMENTS INVARIANTS GEOMETRIQUE D'ORDRE FRACTIONNAIRE

Les moments géométriques d'ordre fractionnaire pour toute fonction d'image numérique donnée $f(i,j)$ de la taille $N \times M$, cartographiée dans la région $[0, L] \times [0, L]$ avec $L > 0$peut être calculée en utilisant la méthode ZOA comme :

$$m_{pq}^{\lambda\beta} = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} {x_i}^{\lambda p}{y_j}^{\beta q} f(i,j)\Delta_x\Delta_y, \tag{2.24}$$

où $\alpha, \beta > 0$, $\Delta_x = L/N$, $\Delta_y = L/M$ et la cartographie des coordonnées de l'image est définie comme :

$$x_i = \frac{iL}{N} + \frac{\Delta_x}{2}, y_i = \frac{jL}{M} + \frac{\Delta_x}{2}, \qquad i = 1,2,\dots,N\ et\ j = 1,2,\dots,M. \tag{2.25}$$

En utilisant les moments géométriques d'ordre fractionnaire de premier ordre, nous pouvons trouver le centre de masse $(\hat{x}, \hat{y})$ de l'image $f(i,j)$, $\hat{x}$ et $\hat{y}$ sont donnés par $(\lambda = \beta = 1)$ :

$$\hat{x} = \frac{m_{10}^{\lambda\beta}}{m_{00}^{\lambda\beta}}\ et\ \hat{y} = \frac{m_{01}^{\lambda\beta}}{m_{00}^{\lambda\beta}}. \tag{2.26}$$

Les moments centraux d'ordre fractionnaire qui sont des invariants de translation sont définis en déplaçant le système de coordonnées vers le centroïde de l'image $(\hat{x}, \hat{y})$ comme suit :

$$u_{pq}^{\lambda\beta} = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M}(x_i - \hat{x})^{\lambda p}(y_j - \hat{y})^{\beta q} f(i,j)\Delta_x\Delta_y. \quad 2.27$$

Les moments géométriques invariants d'ordre fractionnaire, désignés par $v_{pq}^{\lambda\beta}$ qui sont indépendantes de la rotation, de la mise à l'échelle et des transformations de translation de l'image, peuvent s'écrire comme

$$v_{pq}^{\lambda\beta} = \sigma^{-\gamma}\sum_{i=0}^{N-1}\sum_{j=0}^{M-1}\left\{\begin{matrix}\left[(x_i - \bar{x})\cos\theta + \left(y_j - \bar{y}\right)\sin\theta\right]^{\lambda p} \\ \times\left[\left(y_j - \bar{y}\right)\cos\theta - (x_i - \bar{x})\sin\theta\right]^{\beta q}\end{matrix}\right\} f(i,j)\Delta_x\Delta_y, \quad 2.28$$

où l'angle de normalisation $\theta$ et le facteur d'échelle $\sigma$ et $\gamma$ peut être déterminée en fonction du cas particulier ($\alpha = \beta = 1$)comme défini dans [35–37], par ce qui suit :

$$\gamma = \frac{\lambda n + \beta m + 2}{2}, \sigma = m_{00}^{\lambda\beta}\ et\ \theta = \frac{1}{2}tan^{-1}\left(\frac{2u_{11}^{\lambda\beta}}{u_{20}^{\lambda\beta} - u_{02}^{\lambda\beta}}\right). \quad 2.29$$

### 2.4.2 MOMENTS INVARIANTS ORTHOGONAUX D'ORDRE FRACTIONNAIRE

Inspirés par le processus décrit dans [35–37], pour obtenir des invariants de rotation, d'échelle et de translation, nous établirons d'abord la relation algébrique entre les moments d'ordre fractionnaire et les moments géométriques d'ordre fractionnaire. Ensuite, nous pouvons utiliser les invariants des moments géométriques d'ordre fractionnaire au lieu des invariants géométriques.

Les Moments Invariants de Chebyshev (FCMI) d'ordre fractionnaire ($\alpha_x n + \alpha_y m$), qui sont invariants en ce qui concerne les transformations de rotation, d'échelle et de translation, sont définis en remplaçant les termes FGM $m_{pq}^{\alpha_x\alpha_y}$ dans l'équation précédente avec le FGMI $v_{pq}^{\alpha_x\alpha_y}$ comme suit :

$$FCMI_{nm} = N_n^{\alpha_x}N_m^{\alpha_y}\sum_{p=0}^{n}\sum_{q=0}^{m}\beta_{np}\beta_{mq}v_{pq}^{\alpha_x\alpha_y}. \quad 2.30$$

Les Invariants de Moment de Légende d'Ordre Fractionnel (FLMI), qui sont indépendants de la rotation, de la mise à l'échelle et de la déformation de translation de l'image, par l'équation suivante :

$$FLMI_{nm} = N_n^{\alpha_x}N_m^{\alpha_y}\sum_{p=0}^{n}\sum_{q=0}^{m}b_{np}b_{mq}v_{pq}^{\alpha_1\alpha_2}, \quad 2.31$$

De manière similaire aux définitions de dérivation, les Invariants de Moment de Laguerre Généralisés d'Ordre Fractionnaire (FGLMI) peuvent être obtenus par:

$$FGLMI_{nm} = N_n^{(\alpha_x,\lambda_x)}N_m^{(\alpha_y,\lambda_y)}\sum_{p=0}^{n}\sum_{q=0}^{m}a_{np}a_{mq}v_{pq}^{\lambda_1\lambda_2}, \quad 2.32$$

où $N_n^{(\alpha_x,\lambda_x)} = \sqrt{\frac{1}{h_n^{(\alpha_x,\lambda_x)}}}$, $N_m^{(\alpha_y,\lambda_y)} = \sqrt{\frac{1}{h_m^{(\alpha_y,\lambda_y)}}}$ , $N_n^{\alpha_x} = \sqrt{\frac{1}{d_{n,\alpha_x}^2}}$ , $N_m^{\alpha_y} = \sqrt{\frac{1}{d_{m,\alpha_y}^2}}$ , où $\alpha_x \, et \, \alpha_y$ sont deux paramètres fractionnaires.

## 2.5 ASPECTS DE CALCULE DES MOMENTS INVARIANTS D'ORDRE FRACTIONNAIRE

Dans cette section, nous présenterons des algorithmes récursifs pour calculer les coefficients des polynômes relatifs à chacun des polynômes d'ordre fractionnaire utilisés, afin de réduire la redondance de calcul et l'instabilité numérique causées par l'évaluation excessive des termes factoriels et gamma.

Le coefficient $\beta_{n,k}$ d'équivalent peut être calculée en utilisant la méthode récursive suivante :

$$\begin{aligned} \beta_{n,0} &= 1, \\ \beta_{n,k} &= -\frac{4(n+k-1)(n-k+1)}{4k^2-2k}\beta_{n,k-1}, 1 \le k \le n. \end{aligned} \qquad 2.33$$

Les coefficients $b_{nk}$ de l'éq. peut être facilement calculé en utilisant la méthode récursive suivante :

$$\begin{aligned} b_{n0} &= (-1)^n, \\ b_{nk} &= -\frac{(n+k)(n-k+1)}{k^2} b_{n(k-1)}\,, 1 \le k \le n. \end{aligned} \qquad 2.34$$

Le facteur polynomial $a_{nk}$ d'équivalent, peut être calculée en termes de $a_{n(k-1)}$comme suit :

$$\begin{aligned} a_{nk} &= \frac{\Gamma(n+\alpha+1)}{n!\,\Gamma(\alpha+1)}, \text{for } \; n = 0, \\ a_{nk} &= \frac{-n+k-1}{k(k+\alpha)}\; a_{n(k-1)}\,, \text{when } 1 \le k \le n. \end{aligned} \qquad 2.35$$

Le coefficient $h_n^{(\alpha,\lambda)}$ de peut également être calculée en utilisant la méthode récursive suivante :

$$\begin{aligned} h_n^{(\alpha,\lambda)} &= \Gamma(\alpha+1)\,, \text{for } \; n = 0\,, \\ h_n^{(\alpha,\lambda)} &= \frac{n+\alpha}{n} h_{n-1}^{(\alpha,\lambda)} \;, \text{when } 1 \ge \; n\,. \end{aligned} \qquad 2.36$$

## 2.6 RESULTATS EXPERIMENTAUX ET DISCUSSIONS

### 2.6.1 RECONSTRUCTION GLOBALE DE L'IMAGE

Cette sous-section est consacrée à la démonstration de la capacité de représentation des images des moments d'ordre fractionnaire par rapport aux méthodes existantes. C'est pourquoi, dans cette expérience, nous utilisons l'Erreur Quadratique Moyenne “Mean Squared Error” (MSE) afin de mesurer l'erreur de reconstruction entre l'image originale et l'image reconstruite par chaque méthode. L'EQM est définie comme suit :

$$MSE = \frac{1}{NM} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{M-1} \left[ f(x,y) - \tilde{f}(x,y) \right]^2 \qquad 2.37$$

où $f(x,y)$ et $\tilde{f}(x,y)$ désignent respectivement l'image originale et l'image reconstruite. De plus, dans cette expérience, l'image test de Lena en niveau de gris, de taille $300 \times 300$ qui est sélectionné dans [38] et illustré dans la figure 3.1, est utilisé pour comparer les performances de reconstruction des moments proposés avec les moments existants.



*Figure 2.1 Image originale de la taille du test de Lena* $300 \times 300$ *pixels.*

Nous commençons par fournir une analyse comparative des moments d'ordre fractionnaire proposés, FA-FCM, FA-FLM et FA-FGLM, avec les moments de Gegenbauer (GegM) et les moments de Legendre (LM), le moment de Tchebychev (CM) et les moments de Laguerre généralisés (GLM) existants, où le calcul des moments d'ordre fractionnaire est basé sur quadrature de gausse avec $s = 3$. De plus, nous considérons des valeurs de paramètres fractionnaires ($\alpha_x, \alpha_y = 1.4$).

La figure 2.2 représente la reconstruction de l'image de Léna, en utilisant les méthodes FA-FCM, FA-FLM, FA-FGLM, GegM, LM, CM et GLM, pour l'ordre de certains moments spécifiques $n, m = 25, 75, 125, 175, 225$. En outre, pour illustrer les performances des moments d'ordre fractionnaire proposés, la figure 2.3 montre une comparaison en termes d'erreur de reconstruction de l'image de Lena, basée sur les valeurs de l'EQM de chaque méthode testée, pour un ordre de moments croissant de 10 à 810.

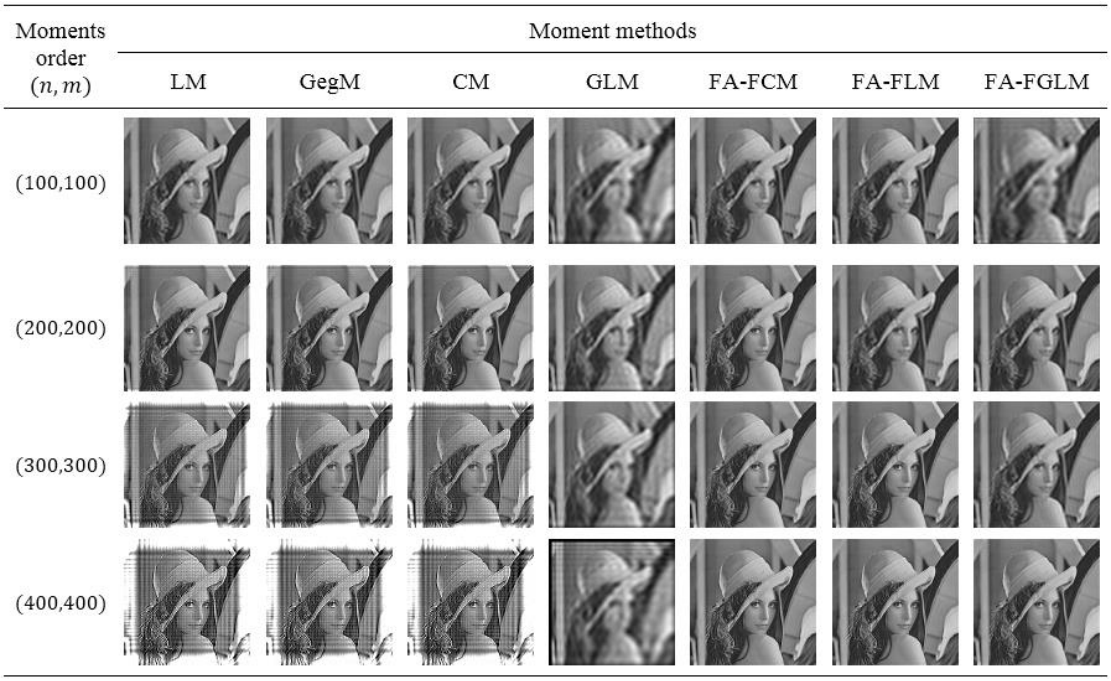


*Figure 2.2 Résultats de la reconstruction de l'image de Lena, en utilisant FA-FCM, FA-FLM, FA-FGLM, GegM, LM, CM et GLM pour différentes valeurs de l'ordre du moment maximum* $n, m = 50, 100, 200, 300, 400$.

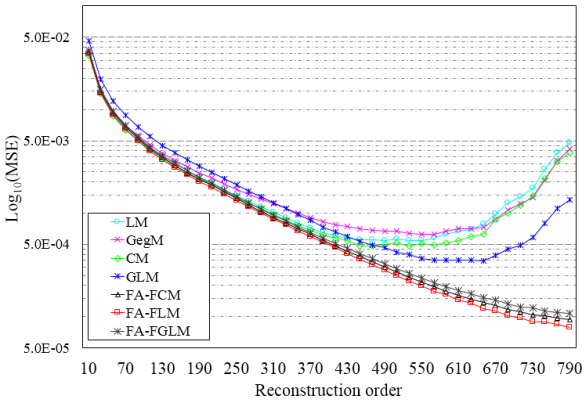


*Figure 2.3* Étude comparative des erreurs de reconstruction d'images de différents types de moments.

De la figure 2.2 et figure 2.3, on peut clairement observer que la qualité de l'image reconstruite se rapproche de l'image originale avec l'augmentation des ordres de moments. En outre, les moments proposés présentent une plus grande ressemblance visuelle avec les images originales dans les premiers ordres, en notant l'absence d'erreur de reconstruction pour les ordres supérieurs. Alors que l'instabilité des moments classiques se traduit par une aberration de reconstruction autour des marges de l'image. De plus, nous pouvons voir que la FA-FCM proposée surpasse toutes les méthodes testées.

Il est bien connu que le bruit est un problème majeur dans les applications d'analyse d'images et de reconnaissance de formes. En fait, les bruits de sel et de poivre et les bruits gaussiens sont des exemples importants de bruit d'image, qui sont fortement observés dans les images numériques. Ces deux types de bruit sont principalement causés par le bruit des capteurs lors de l'acquisition des images ou par des erreurs de bits dans la

transmission des images. Par conséquent, la présence de ce type de bruit peut généralement endommager la résolution de l'image et produire des difficultés pour la représentation et l'analyse de l'image.

Dans la troisième partie de cette sous-section, le cameraman en niveau de gris teste l'image de la taille $300 \times 300$ pixels, qui est sélectionné dans [38], est corrompu par deux types de bruit. Tout d'abord, il est affecté par le bruit de sel et de poivre avec une densité de 2 %. Deuxièmement, il est déformé par le bruit gaussien avec une moyenne nulle et une variance de 0,01. Ensuite, utilisé pour représenter la robustesse au bruit des moments proposés, sur la base de la valeur MSE entre l'image bruyante reconstruite du cameraman et l'image originale. Les images de test du cameraman bruyant et original sont illustrées sur la figure 2.4.

Il convient de noter que nous avons utilisé la quadrature de gauss avec $s = 3$ pour le calcul des moments d'ordre fractionnaire proposés, et nous avons également pris en compte le paramétrage des fractions : $\alpha_x, \alpha_y = 0.8$. Les résultats correspondants de la reconstruction des FA-FCM, FA-FLM, FA-FGLM proposés et des GegM, LM, CM et GLM existants, pour les bruits de sel et de poivre et les bruits gaussiens, sont obtenus et résumés respectivement dans les figures 2.5 (a) et (b).

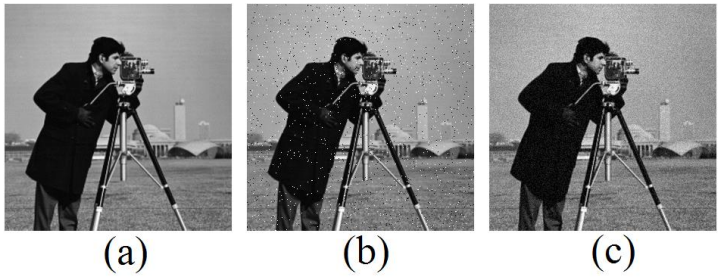


*Figure 2.4 Image de test de la taille du cameraman $300 \times 300$ pixels : (a) originaux, (b) affectés par le bruit de sel et de poivre et (c) affectés par le bruit gaussien.*

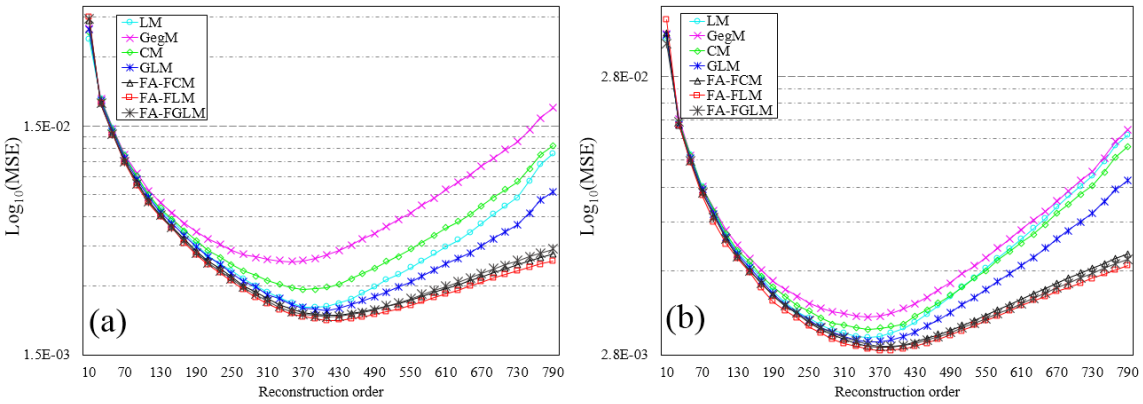


*Figure 2.5 Les erreurs de reconstruction bruyantes de FA-FCM, FA-FLM, FA-FGLM, GegM, LM, CM et GLM pour l'image de test du cameraman affectée par : (a) le bruit de sel et de poivre et (b) le bruit gaussien.*

D'après les résultats présentés dans la figure 2.5, on peut conclure que les moments d'ordre fractionné que nous proposons sont moins sensibles aux effets du bruit que les moments traditionnels. De plus, ils peuvent fournir

des erreurs de reconstruction d'image plus faibles. Enfin, nous pouvons remarquer que le FA-FCM offre la plus grande tolérance au bruit par rapport aux autres moments d'ordre fractionnaire proposés.

### 2.6.2 PRÉCISION DE CLASSIFICATION

Dans cette expérience, nous évaluerons les performances de reconnaissance d'objets des moments d'ordre fractionnaire proposés sur trois bases de données d'images bien connues : Diatom [39], ETHZ-53Obj [40] et Coil-20 [26]. En gros, nous avons sélectionné 20 images de différentes classes dans chaque base de données, qui sont présentées sur la figure 2.3. Chaque image sélectionnée est affectée par différentes transformations (7 translations + 7 mises à l'échelle + 7 rotations + 7 transformations mixtes), afin de générer 560 objets par base de données. De plus, pour illustrer la robustesse au bruit des descripteurs invariants proposés, nous sommes amenés à ajouter du bruit de sel et de poivre avec des densités $\{1\%, 2\%, 3\%, 4\%, 5\%\}$ à chaque base de données créée, pour construire cinq ensembles de tests bruyants.

En fait, le vecteur de caractéristiques est construit par des invariants de moment jusqu'au cinquième ordre. Là où nous avons utilisé le vecteur 1-NN ($k$-Voisins les plus proches avec $k = 1$) en tant que classificateur avec une technique de validation croisée à 5 volets. Table 3.1 présentent respectivement une comparaison en termes de précision de reconnaissance d'objets sur les bases de données Coil-20, ETHZ-53Obj et Diatom, entre les moments proposées et Geometric Moment Invariants (GMI) [41], CMI [42], GegMI [43] et GLMI [44]. Enfin, il est important de noter que nous avons utilisé trois paramètres de paramétrage pour FCMI, FLMI et FGLMI sur la base des résultats de l'expérience de sélection des paramètres optimaux : (A) $\{\alpha_x, \alpha_y$=6/7$\}$, (B) $\{\alpha_x, \alpha_y$=1$\}$, (C) $\{\alpha_x, \alpha_y$=10/9$\}$.

*Table 2.1 Comparaison de la précision de la reconnaissance des objets (%) sur les trois bases de données, en utilisant FCMI, FLMI, FGLMI, GLMI, FCMI, GegMI, DTMI, DKMI et GMI.*

| Method | Coil-20 | ETHZ-53Obj | Diatom |
|---|---|---|---|
| GMI | 99.82 | 97.75 | 97.50 |
| CMI | 99.54 | 98.82 | 98.81 |
| LMI | **100.00** | 98.75 | 96.79 |
| GegMI | **100.00** | 98.29 | 97.86 |
| GLMI | 96.32 | 98.32 | 96.07 |
| FGLMI (a) | **100.00** | 99.92 | **100.00** |
| FGLMI (b) | **100.00** | 99.92 | **100.00** |
| FGLMI (c) | **100.00** | 99.92 | **100.00** |
| FLMI (a) | **100.00** | 99.64 | **100.00** |
| FLMI (b) | **100.00** | **100.00** | **100.00** |
| FLMI (c) | **100.00** | **100.00** | **100.00** |
| FCMI (a) | **100.00** | 99.92 | **100.00** |
| FCMI (b) | **100.00** | 99.92 | **100.00** |
| FCMI (c) | **100.00** | 99.92 | **100.00** |

En examinant les résultats présentés dans le tableau 2.1 on peut constater que les moments d'ordre fractionnaire proposés pour les trois cas de test sont plus performants que les méthodes existantes et présentent des précisions de reconnaissance plus élevées, même en présence de fortes dégradations dues au bruit. Enfin, nous concluons que les moments d'ordre fractionnaire nouvellement introduits pourraient être extrêmement utiles pour représenter les caractéristiques des objets pour la reconnaissance des formes et la classification des images.

### 2.6.3 EFFICACITÉ DU CALCUL

Le calcul des moments de l'image et des invariants de moment est souvent un processus très long. Ainsi, toute réduction du temps de calcul est extrêmement souhaitable, en particulier pour les applications en temps réel. La figure 2.6 (a) montre les temps CPU écoulés en secondes pour le calcul du moment de l'image test de Lena en utilisant la méthode directe (ZOA-FCM) et la méthode rapide (FA-FCM), avec un ordre croissant des moments maximums de 4 à 60. D'après les résultats présentés dans la figure 3.6 (a), on peut observer que le temps de calcul pris par la méthode directe traditionnelle est beaucoup plus long que l'algorithme rapide proposé. En fait, le FA-FCM n'est pas seulement rapide, mais il permet également un calcul très précis des moments de l'image, comme l'ont démontré les expériences précédentes.

Dans la deuxième expérience, nous avons utilisé l'image test de Lena redimensionnée pour $128 \times 128$ pixels. Où le calcul des caractéristiques invariantes à l'aide de l'image test a été répété 10 fois et la moyenne des temps CPU écoulés a été calculée pour chaque méthode avec un ordre croissant des invariants de moment maximum à partir de 4 à 60. Les résultats correspondants sont illustrés dans la figure 2.6 (b).

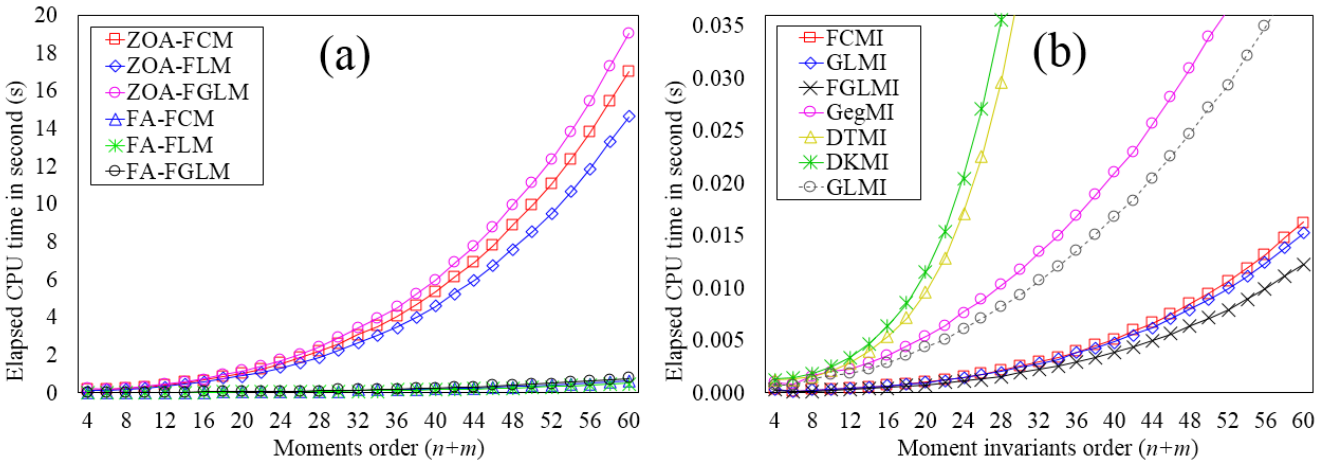


*Figure 2.6 Résultats comparatifs du temps CPU écoulé en (seconde) pour les moments croissants et les invariants de moment de l'ordre de 4 à 60 entre : (a) la méthode de calcul ZOA et le calcul rapide et précis proposé, (b) le calcul de FCMI, FLMI, FGLMI, GegMI, DTMI, DKMI et GLMI.*

La figure 2.6 (b) montre que le FCMI est plus rapide que les invariants Moment existants. Cependant, l'IGRF peut réduire considérablement le temps de calcul par rapport à DKMI, DTMI et GegMI. Cette réduction considérable du temps est due à l'incorporation des algorithmes récursifs définis dans le processus de calcul des

invariants de moment d'ordre fractionnaire, ce qui nous permet d'éviter le calcul redondant des coefficients des polynômes.

## 2.7 CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présenté trois nouveaux types de moments d'ordre fractionnaire pour l'analyse d'images et la reconnaissance d'objets, dénommés FCM, FLM et FGLM, qui sont définis en coordonnées cartésiennes respectivement par les polynômes de Chebyshev, Legendre et Laguerre généralisé d'ordre fractionnaire. De plus, nous avons introduit leurs invariants de rotation, d'échelle et de translation, basés sur la relation algébrique avec les moments géométriques. Enfin, les moments d'ordre fractionnaire peuvent être considérés comme une généralisation des moments classiques d'ordre entier existants avec une capacité de représentation d'image plus flexible et présentent une applicabilité beaucoup plus large. En conséquence, la recherche sur les moments d'ordre fractionnaire et la reconnaissance de formes constitue un nouveau champ d'action.

# Chapitre 3. CALCULE GRANULAIRE POUR LA SELECTION DES CARACTERISTIQUES

*Le contenu de ce chapitre est élaboré en se basant sur les publications suivantes :*

- ***R Benouini**, I Batioua, S Ezghari, K Zenkouar, A Zahi, **Fast feature selection algorithm for neighborhood rough set model based on Bucket and Trie structures**, Granular Computing, 2019, 1-19.*

## 3.1 INTRODUCTION

La sélection des caractéristiques est une pratique très importante dans les domaines de la reconnaissance des formes et de l'exploration des données, qui vise à supprimer les caractéristiques redondantes et trompeuses pour un problème donné, tout en conservant celles qui sont les plus informatives et pertinentes [45]. En raison de l'importance cruciale de la sélection de caractéristiques, il est nécessaire d'étudier les algorithmes de recherche et des mesures de sélection rapides et efficaces [46].

Motivé par les avantages de la structure Trie, tels que la représentation efficace de l'espace de recherche du problème de sélection des caractéristiques, également inspiré par la notion de structure Bucket, en raison de sa capacité à réduire le temps de calcul de la recherche des échantillons voisins [47]. Dans ce chapitre, nous allons présenter et explorer un nouvel algorithme de sélection rapide des caractéristiques qui est basé sur l'approche du calcul granulaire, plus précisément le modèle des ensemble approximatifs de voisinage (Neighborhood Rough Set Model) [17]. En fait, ce nouvel algorithme peut garantir de trouver le sous-ensemble optimal de caractéristiques minimales en adoptant une stratégie de recherche globale. En outre, le degré de dépendance est ensuite utilisé pour évaluer la pertinence du sous-ensemble d'attributs. Par conséquent, l'algorithme proposé est testé sur plusieurs ensembles de données standard du dépôt UCI et comparé avec les approches connexes les plus récentes.

Les résultats théoriques et expérimentaux obtenus révèlent que l'algorithme actuel est très efficace et pratique pour le problème de la sélection des caractéristiques, ce qui indique qu'il pourrait être utile pour de nombreux systèmes de reconnaissance de formes et d'exploration de données.

Le reste de ce chapitre est organisé comme suit. Dans la section 3.2, nous donnerons les définitions et les propriétés de base du modèle d'ensemble approximatif de voisinage. Dans la section 3.3, nous présentons notre algorithme de sélection des caractéristiques et qui est basé sur les structures Bucket et Trie. La section 3.5 est consacrée à la présentation des résultats expérimentaux et aux discussions. Enfin, la section 3.6 conclut le chapitre.

## 3.2 ENSEMBLE APPROXIMATIF DE VOISINAGE

Comme il a été dit dans l'introduction, le modèle classique d'ensemble brut introduit par Pawlak [51] ne peut fonctionner que sur des ensembles de données d'attributs nominaux et catégoriels. Pour les caractéristiques à valeur réelle, nous présenterons dans cette sous-section le modèle d'ensemble brut de voisinage [47]. L'un des aspects les plus importants des NRS est la possibilité de contrôler la granularité de l'analyse des données [48].

Le $p$-norm est l'une des fonctions métriques les plus utilisées, la distance euclidienne étant un cas particulier de la $p$-norm avec $p = 2$. Le site $p$-norm est donné par :

$$\Delta_B(x_i, x_j) = \left( \sum_{a \in B} |f(x_i, a) - f(x_j, a)|^p \right)^{1/p}, \quad 3.1$$

où $f(x_i, a)$ et $f(x_j, a)$ sont respectivement les valeurs des objets $x_i$ et $x_j$correspondant à l'attribut $a$. Dans ce chapitre, nous utiliserons la distance euclidienne comme fonction métrique.

Un système de décision de voisinage est désigné par $NDS = \langle U, C \cup D, \theta \rangle$où $U$ est un ensemble de documents non vides, $C$ est un ensemble non vide d'attributs conditionnels, $D$ est l'ensemble des attributs de la décision et $\theta$ est un paramètre de voisinage $\theta \geq 0$. Comme pour le système de décision classique, on peut définir une fonction de cartographie $f$ pour chaque $x \in U$ et $a \in A$en tant que $f(x, a) = V_a$où $V_a$ est une valeur réelle de l'attribut $a$ correspondant à l'objet $x$.

Compte tenu d'un système de décision de voisinage $NDS = \langle U, C \cup D, \theta \rangle$, $\theta_B(x)$ est l'ensemble de granules de voisinage de $x_i$et elle peut être définie comme l'hyper-sphère avec centre $x_i$ et le rayon $\theta$.

$$\theta_B(x) = \{y : \forall y \in U, \Delta_B(x, y) \leq \theta\}. \quad 3.2$$

Laissez $NDS = \langle U, C \cup D, \theta \rangle$. Pour $B \subseteq C$ et $X \in U$ le voisinage, les approximations inférieures et supérieures de $X$, dénoté par $\underline{N_B}(X)$ et $\underline{N_B}(X)$sont définies respectivement comme suit :

$$\underline{N_B}(X) = \{x \in U : \theta_B(x) \subseteq X\},$$
$$\overline{N_B}(X) = \{x \in U : \theta_B(x) \cap X \neq \emptyset\}. \quad 3.3$$

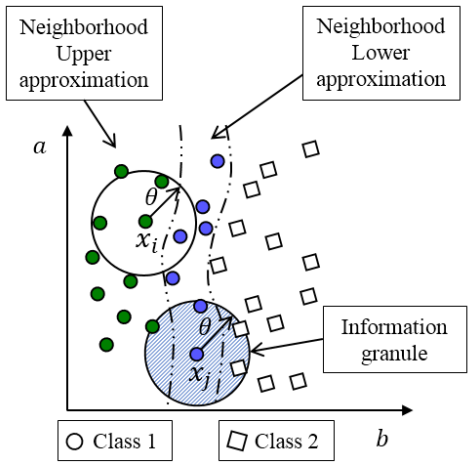


*Figure 3.1 Représentation graphique des composantes du modèle de voisinage.*

Étant donné que $NDS = \langle U, C \cup D, \theta \rangle$avec $B \subseteq C$ et $X \subseteq U$. La région positive, la région frontalière et la région négative en ce qui concerne $X$ en fonction des attributs définis $B$ sont définis par :

$$NPOS_B(X) = \underline{N_B}(X), \qquad NBND_B(X) = \overline{N_B}(X) - \underline{N_B}(X), \qquad NNEG_B(X) = U - \overline{N_B}(X). \tag{3.4}$$

La région positive de voisinage du système de décision, dénommée $OBNLS_B(D)$qui est le sous-ensemble des documents dont les voisinages appartiennent systématiquement à l'une des classes de décision $D_i$est donné par :

$$NPOS_B(D) = \bigcup_{i=1}^{n} \underline{N_B}(D_i), \tag{3.5}$$

où $n$ est le nombre total de partitions de décision.

Laissez $NDS = \langle U, C \cup D, \theta \rangle$ être un système de décision de voisinage, avec $B \subseteq C$. Le degré de dépendance $\mu_B(D)$, également appelée qualité de la classification, peut être définie comme

$$\mu_B(D) = \frac{|NPOS_B(D)|}{|U|}. \tag{3.6}$$

Il convient de mentionner que plus le degré de dépendance est élevé $\mu_B(D)$plus la qualité de classification du sous-ensemble d'attributs est élevée $B$.

Compte tenu d'un système de décision $NDS = \langle U, C \cup D, \theta \rangle$avec $R$ est un sous-ensemble de la $C$ ($R \subseteq C$). $R$ est appelé reduct si :

$$\mu_R(D) = \mu_C(D). \tag{3.7}$$

En outre, $R$ est appelé un "minimal reduct if" :

$$(i) \qquad \mu_R(D) = \mu_C(D), \qquad (ii) \quad \forall a \in R \; \mu_{R-a}(D) < \mu_C(D). \tag{3.8}$$

En effet, cette propriété montre que la suppression de tout attribut de la réduction minimale entraînera une diminution de l'importance de la réduction minimale actuelle.

Compte tenu d'un système de décision $NDS = \langle U, C \cup D, \theta \rangle$avec $B_1, B_2 \subseteq C$ et $B_1 \subseteq B_2$Nous l'avons fait :

$$\mu_{B_1}(D) \leq \mu_{B_2}(D). \tag{3.9}$$

Cette proposition est très importante pour la conception d'un algorithme de sélection de caractéristiques en amont, qui garantit que l'ajout de tout nouvel attribut dans le sous-ensemble existant n'entraîne pas une diminution de la qualité de classification du nouveau sous-ensemble.

## 3.3 ALGORITHME DE SELECTION RAPIDE DES CARACTERISTIQUES POUR LE MODELE DES ENSEMBLE APPROXIMATIF DE VOISINAGE

Dans cette section, nous présentons d'abord la définition de base, les propriétés et les opérations de la structure de Bucket et Trie. Ensuite, nous présentons la méthode que nous proposons pour la sélection des caractéristiques basée sur ces deux structures.

### 3.3.1 STRUCTURE DU BUCKET

Le concept de structure de bucket [49], est très simple et son utilité repose sur la répartition des éléments de l'univers en un nombre fini de régions, appelées godets, selon un critère donné. Par conséquent, le contenu de chaque seau peut être traité individuellement. La structure des godets constitue un composant de base pour l'algorithme de sélection d'attributs proposé, car elle peut être utilisée pour réduire la complexité temporelle de la génération de régions positives de voisinage de $O(mN^2)$ à $O(mN^2/K)$ pour le cas moyen, où $K$ est le nombre total de seaux utilisés et $N$ et $m$ sont respectivement le nombre d'attributs conditionnels et le nombre total d'enregistrements dans $U$ [47]. Laissez $NDS = \langle U, C \cup D, \theta \rangle$ être un système de décision de voisinage, avec $S \subseteq C$. L'ensemble des registres $U$ peut être divisé en un nombre fini de seaux $B_0, B_1 \cdots, B_k$. Ces seaux sont construits comme suit :

$$B_i = \left\{ x : x \in U \; and \; \left\lceil \frac{\Delta_S(x, x_0)}{\theta} \right\rceil = i \right\}, \tag{3.10}$$

où $\lceil r \rceil$ est le plus grand nombre entier inférieur ou égal à $r$et $x_0$ est un enregistrement minimal construit à partir $U$ comme $\forall a \in S, f(x_0, a) = \lceil f(x, a) \rceil$ . Il est évident que la granule de voisinage $\theta_S(x)$ de tout dossier $x$ se trouve dans l'union de trois seaux adjacents $B_{k-1}$, $B_k$ et $B_{k+1}$où $k = \lceil \Delta_S(x, x_0)/\theta \rceil$. En fait, cette remarque est très importante pour l'optimisation du temps de la méthode proposée, car elle peut réduire le temps nécessaire au calcul de la région positive de voisinage $NPOS_S(D)$. Cette remarque est illustrée dans la figure 3.3.

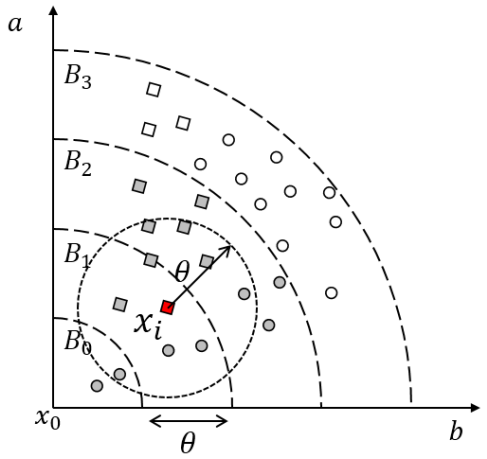


*Figure 3.2 Illustration de la structure du Bucket.*

Comme mentionné ci-dessus, la complexité temporelle de la génération de régions positives, en utilisant l'algorithme traditionnel, est $O(mN^2)$ pour une table de décision avec $N$ les dossiers et $m$ des fonctionnalités conditionnelles. Si le nombre $m$ est fixe, l'algorithme traditionnel pour la génération de régions positives devient impraticable lorsque le nombre $N$ de l'échantillon est très important. Par conséquent, sur la base de la définition de la structure du seau, nous présentons l'algorithme rapide pour l'évaluation de la région positive du voisinage comme suit :

**Algorithm 4.1: Neighborhood Positive Region based on Bucket structure ($U, B, D, \theta$).**

**Input:** $U$ the set of all object's records. $B$ the set of conditional features; $D = \{d\}$, the set of decision features, the neighborhood parameter $\theta$.

(1) $P \leftarrow \{\}$,
(2) For each $x$ in $U$ do:
(3) Assign $x$ to its corresponding bucket $B_k$.
(4) For each $x$ in $U$ do:
(5) $Flag \leftarrow 1$; suppose that $x$ is in the positive region.
(6) for each $y$ in $B_{k-1} \cup B_k \cup B_{k+1}$ do:
(7) if $\Delta_B(x, y) \leq \theta$ and $f(x, d) \neq f(y, d)$ then
(8) $Flag \leftarrow 0$; meaning that $x$ is not in the positive region.
(9) break; stop searching for other elements in buckets.
(10) If $Flag \neq 0$ then :
(11) $P \leftarrow P \cup \{x\}$,

**Output: P** the neighborhood positive region.

### 3.3.2 STRUCTURE DU TRIE

Dans ce chapitre, nous utiliserons la structure de données Trie pour représenter le domaine de recherche d'attributs. En conséquence, nous proposons une stratégie de recherche qui exploite les propriétés importantes de la structure Trie pour améliorer le coût de calcul de l'algorithme de sélection et pour réduire de manière significative le nombre de sous-ensembles considérés.

Laissez $C = \{a_1, a_2, \cdots, a_m\}$ un ensemble de $m$ les attributs conditionnels. L'attribut Trie structure, désigné par $T$ Le système de recherche de l'UE est un arbre de recherche qui se compose de $2^m$ et $m$ niveaux, où chaque nœud d'un niveau $i$ contient un ensemble unique de $m - i$ attributs. Les nœuds des attributs La structure de Trie est représentée par le code binaire de l'attribut $bc = \{b_1, b_2, \cdots, b_m\}$ et une liste de nœuds d'enfants $l = \{n_1, n_2, \cdots, n_t\}$avec $b_i$ prend la valeur 1 ou 0, signifiant respectivement l'existence ou l'absence de l'attribut $a_i$ dans l'ensemble correspondant au nœud.

Le nœud racine du Trie représente l'ensemble complet de l'attribut $C$ et donc $bc$ est composé de $m$ celles où l'ordre des nœuds enfants est défini de manière particulière qui optimisent la recherche et l'élimination d'un ensemble donné d'attributs. Selon cette définition, nous donnons ci-après l'algorithme de génération de la structure de Trie.

**Algorithm 3.2: Generation of the attributes Trie structure ($C$).**

**Input:** C, the set of all conditional features and $m$ is $|C|$.
(1) $T \leftarrow new\ trie\ node.$
(2) $T.bc \leftarrow vector\ of\ m\ ones.$
(3) $T.l \leftarrow \{\emptyset\}.$
(4) $Push\ T\ in\ S$; S is a stack of nodes.
(5) **While** $S$ is not empty **do**:
(6) Pull $S$ in $N$
(7) $j \leftarrow m$,
(8) **While** $N.bc(j) \neq 0$ and $j \neq 0$ **do**:
(9) $j \leftarrow j - 1.$
(10) **For** $i = j + 1$ to $m$ **do**: ; generate all subset of the node $N$
(11) $CN \leftarrow a\ new\ node.$
(12) $CN.bc \leftarrow copy\ of\ N.bc$
(13) $CN.bc(i) \leftarrow 0$; eliminate the attribute corresponding to $i$ from the set.
(14) Add $CN$ to $N.l$; add $CN$ to the children list of $N$.
(15) Push $CN$ to $S$; $CN$ added to the stack.
**Output:** T the Trie structure of the attribute set.

Comme mentionné précédemment, la structure de Trie supporte deux opérations de base, la recherche et l'insertion. Étant donné que la structure Trie est entièrement générée par l'algorithme 3.2, nous ne sommes pas concernés par l'ajout ou la recherche d'un nouveau nœud et, par conséquent, le pseudo-code pour les opérations de recherche et d'insertion n'est pas inclus dans le présent document.

### 3.3.3 ALGORITHME DE SELECTION RAPIDE DES CARACTERISTIQUES POUR LE MODELE DES ENSEMBLE APPROXIMATIF DE VOISINAGE BASE SUR LES STRUCTURES DE BUCKET ET TRIE

En général, pour construire un algorithme de sélection des caractéristiques, il faut tenir compte de deux aspects principaux : (1) les mesures d'évaluation des attributs et (2) la stratégie de recherche. À cet égard, l'algorithme rapide de réduction des attributs que nous proposons utilise comme stratégie de recherche la recherche par largeur d'abord sur la structure Trie. En outre, nous adoptons le degré de dépendance de la région positive du voisinage comme mesure d'évaluation pour la sélection des attributs. Sur la base de l'analyse ci-dessus, toute la procédure de l'algorithme de sélection des caractéristiques proposé est donnée dans l'**algorithme 3.3**. Cet algorithme sera appelé NRSFSBT dans le présent document.

**Algorithm 3.3: Neighborhood Rough Set-Feature Selection using Bucket and Trie structures ($U, C, D, \theta$).**
**Input:** U the set of all object's records. C, the set of all conditional features;
D, the set of decision features, the neighborhood parameter $\theta$.
(2) $T \leftarrow$ Generate the Trie structure of $C$; using **Algorithm 3.2**
(3) $L \leftarrow$ {}; lookup table for non-reduct features
(4) Push the root node of $T$ in $S$; $S$ is a stack of nodes to be visited.
(5) $R \leftarrow C$; suppose that the full set of attributes is best reduct.
(6) **While** $S$ is not empty **do**:
(7) Pull $S$ in $N$.
(8) $B \leftarrow$the attribute set corresponding to $N.bc$, the binary code of N.
(9) **If** $B$ is a subset of at least one element of $L$ **then**:
(10) ;$B$ is not a reduct and should be eliminated.
(11) **Else**:
(12) **If** $\gamma_B(D) = \gamma_R(D)$ **then** :

(13) $R \leftarrow B$;
(14) **For each** child node $NC$ in $N$ **do**:
(15) Push $NC$ in $S$.
(16) **Else** ; meaning that $\gamma_B(D) < \gamma_R(D)$, the set $B$ is not a reduct.
(17) Add $B$ to the table $L$; All the subsets of $B$ should be eliminated
(18) ;according to **the monotonicity property** (**Equation 3.9**).
(19) **Return** $R$
**Output:** R the attribute reduct.

Comme dernière remarque de cette sous-section, si le nombre de caractéristiques dans la réduction minimale est très faible par rapport au nombre total de caractéristiques, alors la solution minimale correspondante se situe aux niveaux inférieurs de la structure Trie. Ainsi, l'algorithme peut prendre plus de temps pour trouver la meilleure réduction.

## 3.4 RESULTATS EXPERIMENTAUX ET DISCUSSIONS

Dans cette section, plusieurs expériences numériques sont réalisées pour valider l'efficacité de l'algorithme de sélection des caractéristiques que nous proposons par rapport aux différentes méthodes existantes qui sont basées sur la théorie des ensembles grossiers. Par conséquent, cette section est divisée en deux sous-sections. Dans la première, nous démontrons les performances de calcul de notre méthode de sélection des caractéristiques. Ensuite, la performance de classification induite par la caractéristique sélectionnée de l'algorithme nouvellement introduit est évaluée à l'aide de différentes méthodes d'apprentissage. Dans ce qui suit, pour démontrer les performances et la précision de l'algorithme proposé NRSFSBT, nous avons utilisé trois méthodes de sélection des caractéristiques pour la comparaison : la sélection des caractéristiques des ensembles grossiers de voisinage basée sur l'algorithme Quick Reduct [47], the Neighborhood Rough Set Feature Selection based on the Power Set Tree [50] , et Neighborhood Rough Set Feature Selection based on the Trie structure [51]. Pour faciliter la lecture, les trois algorithmes de sélection des caractéristiques sont désignés respectivement par les sigles NRSFSQR, NRSFSPST et NRSFST.

Pour les expériences, nous avons sélectionné huit ensembles de données du répertoire d'apprentissage automatique de l'UCI [58]. Les informations détaillées sur les ensembles de données sélectionnés sont résumées dans le tableau 3.1. Comme certains ensembles de données n'ont pas la même échelle de valeurs pour les attributs, nous avons décidé de normaliser les valeurs de chacun des attributs pour qu'elles se situent dans la plage numérique de [0,1]. Enfin, il est important de noter que toutes les simulations expérimentales ont été réalisées sur un ordinateur personnel sous le système d'exploitation Windows, avec un processeur Intel Core i7 à 3,42 GHz et 8 Go de RAM, et que tous les algorithmes ont été codés sur Python 3.

*Table 3.1* Description des ensembles de données utilisés dans les expériences.

| Dataset | Abbreviation | Number of | | |
|---|---|---|---|---|
| | | samples | features | classes |
| Breast Cancer Coimbra | Cancer | 116 | 9 | 2 |
| Ecoli | Ecoli | 337 | 7 | 8 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Pima Indians Diabetes | Pima | 768 | 8 | 2 |
| Australian Credit Approval | Australian | 690 | 14 | 2 |
| Occupancy Detection (Training) | Occupancy | 8143 | 5 | 2 |
| Contraceptive Method Choice | Cmc | 1473 | 9 | 3 |
| Image Segmentation | Segment | 2310 | 19 | 7 |
| Wireless Indoor Localization | Wireless | 2000 | 7 | 4 |

### 3.4.1 PERFORMANCES DE CALCUL

Cette sous-section est consacrée à la démonstration de l'efficacité de calcul de l'algorithme introduit, en ce qui concerne le nombre de candidats réduits évalués et le temps de calcul. Nous comparerons la durée de cinq essais, pour chaque algorithme, avec certaines valeurs du paramètre de voisinage $\theta$. Les résultats de cette expérience sont présentés dans le tableau 3.2. En outre, la valeur entre parenthèses $(\cdot)$ indique le rang de chaque méthode par rapport à sa durée de fonctionnement. Comme le montrent les résultats du tableau 3.2, le coût de calcul du NRSFSBT est nettement inférieur à celui des autres algorithmes dans de nombreux cas. En outre, le rang moyen est le meilleur parmi tous les algorithmes testés.

Enfin, une analyse attentive des résultats du tableau 3.2 permet de constater que, même si le nombre de sous-ensembles de caractéristiques évalués est assez proche pour les trois algorithmes NRSFSBT, NRSFSPST et NRSFST, le temps de calcul de l'algorithme proposé est nettement inférieur à celui des autres algorithmes. Cela conduit à une remarque intéressante, à savoir que la structure des godets joue un rôle important dans la réduction du coût de calcul nécessaire pour calculer la région positive pour chaque candidat à la réduction.

*Table 3.2 Temps de fonctionnement (en secondes) de l'ensemble de données utilisé pour différentes valeurs du paramètre de voisinage $\theta$ en utilisant différents algorithmes de sélection d'attributs.*

| Dataset | $\theta$ | Elapsed CPU time in second with (rank) | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | NRSFSQR | NRSFSPST | NRSFST | NRSFSBT |
| Cancer | 0.1 | **1.10 (1)** | 9.24 (3) | 12.40 (4) | 1.77 (2) |
| | 0.125 | 1.18 (2) | 3.20 (3) | 3.57 (4) | **0.62 (1)** |
| Ecoli | 0.1 | 25.92 (2) | 64.38 (4) | 53.90 (3) | **15.56 (1)** |
| | 0.125 | 24.70 (2) | 59.10 (4) | 50.09 (3) | **17.43 (1)** |
| Pima | 0.1 | 8.18 (2) | 12.20 (4) | 11.93 (3) | **2.73 (1)** |
| | 0.125 | 8.77 (2) | 12.10 (4) | 11.59 (3) | **3.25 (1)** |
| Australian | 0.1 | 30.24 (2) | 105.13 (4) | 95.06 (3) | **10.98 (1)** |
| | 0.125 | 29.69 (2) | 87.90 (4) | 69.66 (3) | **13.51 (1)** |
| Occupancy | 0.1 | 970.05 (2) | 2827.27 (4) | 2290.91 (3) | **381.85 (1)** |
| | 0.125 | 934.55 (2) | 2684.60 (4) | 2124.93 (3) | **438.64 (1)** |
| Cmc | 0.1 | 3.55 (2) | 4.30 (4) | 4.23 (3) | **1.96 (1)** |
| | 0.125 | 3.59 (3) | 3.80 (4) | 3.20 (2) | **1.87 (1)** |
| Segment | 0.1 | **267.27 (1)** | 3978.71 (3) | 4209.65 (4) | 315.06 (2) |
| | 0.125 | **288.09 (1)** | 2118.72 (3) | 2465.01 (4) | 289.27 (2) |
| Wireless | 0.1 | 235.71 (2) | 497.90 (4) | 403.97 (3) | **76.47 (1)** |
| | 0.125 | 244.95 (2) | 481.61 (4) | 388.59 (3) | **88.36 (1)** |
| Average rank: | | (2.00) | (3.72) | (3.06) | (1.22) |

### 3.4.2 PERFORMANCES DE CLASSIFICATION

L'objectif de cette sous-section est d'évaluer la qualité de la classification induite par l'algorithme de sélection des caractéristiques proposé NRSFSBT en comparaison avec les méthodes existantes. Comme nous le

savons, tous les algorithmes de sélection de caractéristiques testés présentent presque les mêmes produits d'attributs lorsqu'ils utilisent de grandes valeurs de $\theta > 0.15$. Par conséquent, nous ne considérerons dans cette expérience que les cas où $\theta \leq 0.15$plus précisément $\theta = 0.1$ et $\theta = 0.125$où ces algorithmes pourraient obtenir différentes réductions d'attributs. En fait, la performance de classification des différents algorithmes de sélection est mesurée par trois algorithmes d'apprentissage, qui sont couramment utilisés par la communauté scientifique. Le k-Nearest Neighbor (k-NN), la machine à vecteur de soutien linéaire (LSVM), l'arbre de classification et de régression (CART).

En gros, cette expérience est conçue comme suit : Tout d'abord, nous utilisons l'approche de validation croisée à cinq niveaux pour diviser aléatoirement les échantillons des ensembles de données en dix parties approximativement égales, où l'une des dix parties est utilisée comme ensemble de test, tandis que le reste est utilisé pour la formation. Ensuite, les trois algorithmes d'apprentissage, k-NN (avec k = 1), LSVM et CART, sont utilisés pour évaluer la performance de classification des différents algorithmes de réduction. Tous les paramètres des classificateurs sont réglés par défaut [52]. Enfin, les résultats de reconnaissance de chacun des algorithmes de classification, issus de l'expérience de validation croisée à cinq niveaux, sont obtenus et les moyennes des précisions de classification sont résumées dans les tableaux 3.3, 3.4 et 3.5. Il est important de mentionner que la valeur $|\cdot|$ indique la cardinalité moyenne des sous-ensembles de caractéristiques acquis par chaque algorithme de sélection de caractéristiques. En outre, nous avons comparé les résultats obtenus avec ceux de l'ensemble complet des attributs originaux de chaque ensemble de données.

*Table 3.3 Précision de la classification (%) du classificateur LSVM, induite par différents algorithmes de sélection de caractéristiques pour $\theta = 0.1$ et $\theta = 0.125$.*

| $\theta$ | Dataset | Original Data | | NRSFSQR | | NRSFSPST | | NRSFST | | NRSFSBT | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $\lvert\cdot\rvert$ | % | $\lvert\cdot\rvert$ | % | $\lvert\cdot\rvert$ | % | $\lvert\cdot\rvert$ | % | $\lvert\cdot\rvert$ | % |
| 0.1 | Cancer | 9.0 | 65.25 | 5.2 | 60.84 | 6.8 | 65.39 | 5.2 | 61.10 | 5.2 | 65.63 |
| | Ecoli | 7.0 | 78.03 | 5.2 | 78.67 | 6.0 | 78.62 | 5.0 | 78.60 | 5.0 | 78.42 |
| | Pima | 8.0 | 71.14 | 7.2 | 70.90 | 7.6 | 70.95 | 7.2 | 71.30 | 7.0 | 71.04 |
| | Australian | 14.0 | 80.57 | 12.4 | 79.94 | 13.2 | 80.47 | 11.8 | 79.78 | 12.0 | 80.57 |
| | Occupancy | 5.0 | 92.50 | 4.4 | 92.31 | 4.6 | 92.73 | 4.2 | 92.73 | 4.2 | 92.59 |
| | Cmc | 9.0 | 46.94 | 8.8 | 46.72 | 9.0 | 46.86 | 8.8 | 47.12 | 8.5 | 47.20 |
| | Segment | 19.0 | 97.24 | 15.2 | 97.37 | 17.0 | 97.27 | 15.8 | 97.08 | 15.4 | 97.46 |
| 0.125 | Wireless | 7.0 | 97.58 | 5.8 | 97.86 | 6.4 | 98.00 | 6.2 | 97.60 | 6.2 | 97.67 |
| | Cancer | 9.0 | 65.25 | 6.4 | 68.21 | 7.6 | 65.33 | 6.2 | 67.46 | 6.4 | 67.25 |
| | Ecoli | 7.0 | 78.03 | 6.4 | 78.25 | 6.0 | 78.23 | 5.8 | 78.62 | 5.6 | 78.20 |
| | Pima | 8.0 | 71.14 | 7.6 | 70.88 | 7.8 | 71.23 | 7.4 | 71.17 | 7.4 | 71.18 |
| | Australian | 14.0 | 80.57 | 13.2 | 80.24 | 13.6 | 80.52 | 12.8 | 80.20 | 13.0 | 80.57 |
| | Occupancy | 5.0 | 92.50 | 4.6 | 92.52 | 4.8 | 92.70 | 4.6 | 92.61 | 4.6 | 92.56 |
| | Cmc | 9.0 | 46.94 | 8.8 | 46.87 | 9.0 | 46.20 | 8.5 | 47.09 | 8.5 | 46.18 |
| | Segment | 19.0 | 97.24 | 15.8 | 97.29 | 17.4 | 97.07 | 16.4 | 97.27 | 16.2 | 97.38 |
| | Wireless | 7.0 | 97.58 | 5.8 | 98.11 | 6.6 | 97.96 | 6.4 | 98.05 | 6.4 | 98.25 |
| | Average: | 9.67 | 77.24 | 8.36 | 77.09 | 8.88 | 77.13 | 8.26 | 77.06 | 8.22 | 77.44 |

*Table 3.4 Précision de la classification (%) du classificateur CART, induite par différents algorithmes de sélection des caractéristiques pour $\theta = 0.1$ et $\theta = 0.125$.*

| $\theta$ | Dataset | Original Data | | NRSFSQR | | NRSFSPST | | NRSFST | | NRSFSBT | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $\lvert\cdot\rvert$ | % | $\lvert\cdot\rvert$ | % | $\lvert\cdot\rvert$ | % | $\lvert\cdot\rvert$ | % | $\lvert\cdot\rvert$ | % |

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Cancer | 9.0 | 68.30 | 5.2 | 68.01 | 6.8 | 68.06 | 5.2 | 68.00 | 5.2 | 68.12 |
| | Ecoli | 7.0 | 77.19 | 5.2 | 77.44 | 6.0 | 77.38 | 5.0 | 77.29 | 5.0 | 77.13 |
| | Pima | 8.0 | 77.36 | 7.2 | 77.54 | 7.6 | 77.57 | 7.2 | 77.52 | 7.0 | 77.53 |
| 0.1 | Australian | 14.0 | 86.69 | 12.4 | 86.13 | 13.2 | 86.64 | 11.8 | 85.96 | 12.0 | 86.80 |
| | Occupancy | 5.0 | 96.09 | 4.4 | 96.06 | 4.6 | 95.88 | 4.2 | 95.83 | 4.2 | 95.99 |
| | Cmc | 9.0 | 46.96 | 8.8 | 46.92 | 9.0 | 46.70 | 8.8 | 47.00 | 8.5 | 46.99 |
| | Segment | 19.0 | 95.08 | 15.2 | 94.98 | 17.0 | 95.06 | 15.8 | 94.91 | 15.4 | 94.89 |
| | Wireless | 7.0 | 97.50 | 5.8 | 97.70 | 6.4 | 97.57 | 6.2 | 97.45 | 6.2 | 97.81 |
| | Cancer | 9.0 | 68.30 | 6.4 | 61.72 | 7.6 | 69.74 | 6.2 | 71.27 | 6.4 | 71.29 |
| | Ecoli | 7.0 | 77.19 | 6.4 | 77.27 | 6.0 | 77.10 | 5.8 | 77.11 | 5.6 | 77.34 |
| | Pima | 8.0 | 77.36 | 7.6 | 77.30 | 7.8 | 77.22 | 7.4 | 77.56 | 7.4 | 77.44 |
| 0.125 | Australian | 14.0 | 86.69 | 13.2 | 86.67 | 13.6 | 86.10 | 12.8 | 86.29 | 13.0 | 86.87 |
| | Occupancy | 5.0 | 96.09 | 4.6 | 95.87 | 4.8 | 95.96 | 4.6 | 95.97 | 4.6 | 95.75 |
| | Cmc | 9.0 | 46.96 | 8.8 | 46.98 | 9.0 | 46.69 | 8.5 | 46.68 | 8.5 | 46.79 |
| | Segment | 19.0 | 95.08 | 15.8 | 95.11 | 17.4 | 95.22 | 16.4 | 94.93 | 16.2 | 94.98 |
| | Wireless | 7.0 | 97.50 | 5.8 | 98.23 | 6.6 | 97.89 | 6.4 | 98.19 | 6.4 | 97.83 |
| | Average: | 9.67 | 77.92 | 8.36 | 77.64 | 8.88 | 77.90 | 8.26 | 77.87 | 8.22 | 78.18 |

*Table 3.5 Classification accuracies (%) of CART classifier, induced by different feature selection algorithms for* $\theta = 0.1$ *et* $\theta = 0.125$.

| $\theta$ | Dataset | Original Data | | NRSFSQR | | NRSFSPST | | NRSFST | | NRSFSBT | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $\lvert\cdot\rvert$ | % | $\lvert\cdot\rvert$ | % | $\lvert\cdot\rvert$ | % | $\lvert\cdot\rvert$ | % | $\lvert\cdot\rvert$ | % |
| | Cancer | 9.0 | 72.49 | 5.2 | 65.55 | 6.8 | 69.84 | 5.2 | 63.81 | 5.2 | 63.81 |
| | Ecoli | 7.0 | 76.29 | 5.2 | 76.35 | 6.0 | 77.52 | 5.0 | 76.05 | 5.0 | 77.95 |
| | Pima | 8.0 | 71.23 | 7.2 | 70.18 | 7.6 | 70.75 | 7.2 | 70.04 | 7.0 | 70.82 |
| 0.1 | Australian | 14.0 | 80.85 | 12.4 | 81.15 | 13.2 | 82.24 | 11.8 | 81.73 | 12.0 | 82.17 |
| | Occupancy | 5.0 | 91.82 | 4.4 | 94.03 | 4.6 | 94.09 | 4.2 | 92.87 | 4.2 | 93.88 |
| | Cmc | 9.0 | 47.81 | 8.8 | 47.94 | 9.0 | 48.10 | 8.8 | 48.05 | 8.5 | 48.24 |
| | Segment | 19.0 | 95.80 | 15.2 | 96.36 | 17.0 | 95.93 | 15.8 | 96.02 | 15.4 | 95.90 |
| | Wireless | 7.0 | 96.36 | 5.8 | 96.33 | 6.4 | 96.31 | 6.2 | 96.77 | 6.2 | 96.42 |
| | Cancer | 9.0 | 72.49 | 6.4 | 71.31 | 7.6 | 67.24 | 6.2 | 70.17 | 6.4 | 71.93 |
| | Ecoli | 7.0 | 76.29 | 6.4 | 74.25 | 6.0 | 77.23 | 5.8 | 77.11 | 5.6 | 78.72 |
| | Pima | 8.0 | 71.23 | 7.6 | 70.96 | 7.8 | 70.57 | 7.4 | 70.31 | 7.4 | 71.22 |
| 0.125 | Australian | 14.0 | 80.85 | 13.2 | 80.71 | 13.6 | 79.70 | 12.8 | 80.57 | 13.0 | 81.00 |
| | Occupancy | 5.0 | 91.82 | 4.6 | 93.12 | 4.8 | 92.53 | 4.6 | 93.06 | 4.6 | 93.21 |
| | Cmc | 9.0 | 47.81 | 8.8 | 47.90 | 9.0 | 48.10 | 8.5 | 48.09 | 8.5 | 48.25 |
| | Segment | 19.0 | 95.80 | 15.8 | 96.21 | 17.4 | 96.37 | 16.4 | 96.54 | 16.2 | 96.13 |
| | Wireless | 7.0 | 96.36 | 5.8 | 96.62 | 6.6 | 96.62 | 6.4 | 96.60 | 6.4 | 96.88 |
| | Average: | 9.67 | 77.13 | 8.33 | 76.89 | 8.88 | 77.20 | 8.26 | 76.88 | 8.22 | 77.29 |

Il ressort clairement des tableaux 3.3, 3.4 et 3.5 que pour de nombreux ensembles de données, le NRSFSBT proposé surpasse les trois algorithmes existants en termes de cardinalité et de précision du sous-ensemble de caractéristiques. En outre, l'algorithme de sélection des caractéristiques proposé peut obtenir simultanément les meilleures performances globales en termes d'acquisition de quelques caractéristiques et de haute précision, par rapport aux trois algorithmes d'apprentissage. Plus précisément, comme le montre le tableau 3.9, le NRSFSBT permet d'obtenir les cardinalités les plus petites du sous-ensemble de caractéristiques et de maintenir une précision élevée pour les trois ensembles de données, Ecoli, Occupancy et Cmc.

De plus, il ressort des trois tableaux que les résultats obtenus par l'algorithme de caractéristique proposé avec le classificateur LSVM par rapport à la classification moyenne sont plus élevés que ceux des deux autres algorithmes d'apprentissage k-NN et CART. En outre, nous pouvons constater que le NRSFSQR n'a pas toujours donné de meilleurs résultats que l'ensemble complet des attributs d'origine.

Comme dernière remarque de cette expérience, en prenant comme illustration les résultats sur l'ensemble des données relatives au "cancer" du tableau 3.4, le NRSFSBT proposé atteint une bonne cardinalité moyenne des sous-ensembles de caractéristiques (5.2) par rapport aux données originales (9). Néanmoins, le résultat de classification induit par la caractéristique sélectionnée est inférieur à celui des données originales. En fait, ce comportement similaire est également valable pour les ensembles de données Segment et Pima du tableau 3.4 et du tableau 3.5, respectivement. Cette observation montre que le processus de sélection des caractéristiques ne garantit pas toujours une meilleure précision de la classification, puisque le critère de sélection est basé sur le degré de dépendance et que certains des ensembles de données ont déjà été soigneusement sélectionnés par des experts du domaine. Toutefois, la sélection des caractéristiques pourrait éventuellement apporter une amélioration significative par rapport aux données brutes provenant des environnements de production. La conclusion générale de cette expérience est que l'algorithme proposé est très efficace et peut permettre de sélectionner des attributs pertinents.

## 3.5 CONCLUSION

La sélection des caractéristiques avec le modèle NRS est un sujet intéressant dans l'exploration des données et la reconnaissance des formes et s'est avérée très pratique pour le traitement des données numériques. Tout d'abord, nous avons présenté un nouvel algorithme de sélection rapide des caractéristiques pour le modèle des ensembles approximatifs de voisinage. Ensuite, nous utilisons les structures Bucket et Trie pour concevoir l'algorithme de sélection des caractéristiques, qui non seulement réduit la complexité du processus de recherche, mais garantit également de trouver un sous-ensemble compact de caractéristiques pertinentes. Troisièmement, de nombreuses expériences sur différents ensembles de données standard provenant du dépôt de l'UCI sont menées pour vérifier l'efficacité de notre algorithme par rapport aux approches connexes. Les résultats expérimentaux ont montré que l'algorithme proposé est très efficace en ce qui concerne le temps de calcul et les performances de classification, et qu'il est capable de sélectionner les attributs pertinents avec grand précision.

# Chapitre 4. MOMENT INVARIANTS ET CALCUL GRANULAIRE POUR LA RECONNAISSANCE DES FORMES

*Le contenu de ce chapitre est élaboré en se basant sur les publications et les manuscrits suivantes :*

- ***R Benouini***, I Batioua, S Ezghari, K Zenkouar, A Zahi, "***On the selection of Moment Invariant features by using Neighborhood Rough Set Model for efficient object recognition***", Submitted to Pattern Analysis and Applications, 2019.

## 4.1 INTRODUCTION

Les moments invariants d'image ont été largement utilisés dans les domaines de la vision par ordinateur et de la reconnaissance des formes. Cela est dû à leur invariabilité géométrique et à la simplicité de leur mise en œuvre. Cependant, jusqu'à présent, l'utilisation des moments invariants a toujours souffert de la présence de caractéristiques non pertinentes et redondantes, qui peuvent gravement détériorer leur capacité de discrimination et diminuer les performances des classificateurs. Par conséquent, ce problème a entraîné la nécessité d'étudier un nouvel algorithme efficace pour la sélection des caractéristiques à invariance de moment.

Motivé par les limites mentionnées ci-dessus et différent des efforts de recherche précédents, nous visons dans ce chapitre à introduire une nouvelle méthode de sélection des caractéristiques à invariance momentanée basée sur le modèle des ensembles approximatifs de voisinage, qui peut garantir de trouver un sous-ensemble optimal de caractéristiques avec la même qualité de classification que l'ensemble d'origine. De plus, nous proposons une approche générale de la reconnaissance d'objets en utilisant des moments invariants discrets pour l'extraction de caractéristiques et le modèle de voisinage approximatif pour la sélection de caractéristiques. Par conséquent, plusieurs expériences sont réalisées pour valider l'efficacité de la nouvelle approche proposée, par rapport aux approches existantes, en ce qui concerne la reconnaissance d'objets dans un environnement sans bruit. Les résultats obtenus montrent que les performances de reconnaissance des objets ont été considérablement améliorées en appliquant la sélection de caractéristiques, et ont également prouvé que l'approche proposée pourrait être très utile dans de nombreuses applications de reconnaissance de formes et de vision par ordinateur.

Le reste du chapitre est organisé comme suit : La section 4.2 est consacrée à l'introduction de l'approche proposée pour la reconnaissance des objets et à la présentation de leurs étapes de traitement. Ensuite, l'analyse expérimentale et les discussions sont effectuées dans la section 4.3. Enfin, la section 4.4 conclut le chapitre et suggère quelques orientations pour les travaux futurs.

## 4.2 APPROCHE PROPOSEE POUR LA RECONNAISSANCE DES OBJETS

Dans la présente section, nous présentons une nouvelle approche de la reconnaissance d'objets basée sur les moments invariants discrets et le modèle des ensembles d'approximation de voisinage. Le système proposé est

composé de trois étapes principales, qui sont présentées dans la figure 4.1. Tout d'abord, la phase d'extraction des caractéristiques permettra d'extraire les caractéristiques du modèle à partir d'une base de données d'images. Ces caractéristiques extraites sont invariantes indépendamment de la position, de la rotation et de la taille de la forme. Ensuite, ces caractéristiques seront analysées, lors de la phase de sélection, afin de sélectionner les caractéristiques les plus pertinentes et susceptibles de contribuer à l'amélioration de la précision de la classification.

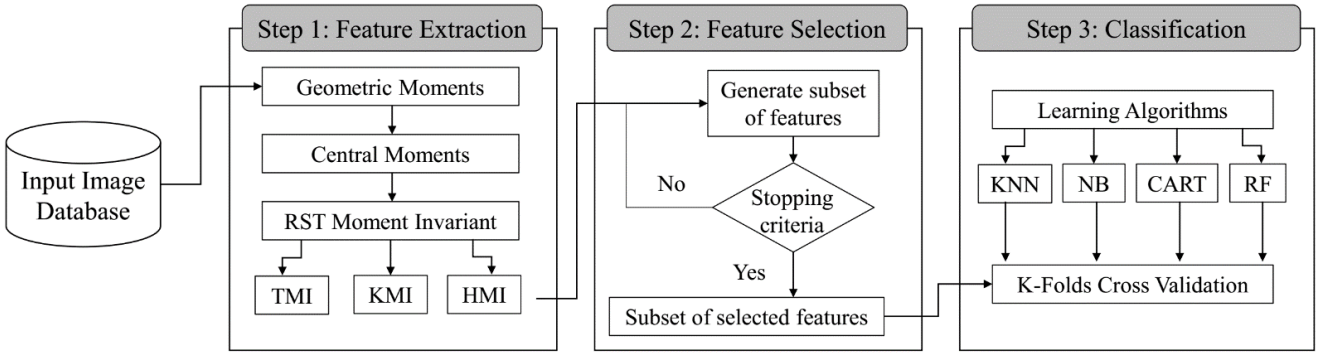


*Figure 4.1 Description générale de l'approche proposée pour la reconnaissance des objets.*

Dans ce qui suit, toutes les caractéristiques sélectionnées sont stockées dans la base de données pour chaque méthode d'extraction de caractéristiques. Ensuite, les bases de données créées ont été divisées en cinq parties, sur la base d'une technique de validation croisée en k, afin d'évaluer la fiabilité des modèles de reconnaissance d'objets proposés.

Enfin, pour effectuer la tâche de reconnaissance d'objets, nous utiliserons quatre algorithmes d'apprentissage machine, K-Nearest Neighbor (k-NN), Naive Bayesian Classifier (NBC), Classification And Regression Tree (CART) et Random Forest (RF). Les algorithmes utilisés sont les plus couramment utilisés par la communauté scientifique.

### 4.2.1 BASES DE DONNÉES

Dans cette étude, trois bases de données d'images bien connues sont adoptées : MPEG-7 [53], COIL-20 [54] et Butterfly [55], cette expérience est menée sur trois ensembles de tests, qui ont été construits en sélectionnant 20 images des bases de données originales MPEG-7, Coil-20 et Butterfly. Chaque image sélectionnée dans ces ensembles de test est affectée par différents types de déformations géométriques : 7 rotations, 7 mises à l'échelle, 7 translations et 7 déformations mixtes. L'objectif est de générer un total de [20 × (7 + 7 + 7 + 7)] = 560 images par base de données.

### 4.2.2 EXTRACTION DE CARACTERISTIQUES BASEE SUR DES INVARIANTS DE MOMENT

L'invariant de moment discret est l'une des méthodes les plus utilisées pour l'extraction de caractéristiques dans les domaines de la vision par ordinateur et de l'analyse d'images. En fait, le choix des invariants de moment discret est motivé par les avantages suivants : robustesse au bruit, orthogonalité discrète, simplicité de mise en œuvre et de calcul et faibles exigences de stockage.

Enfin, nous donnons les formules des invariants de rotation, d'échelle et de traduction, pour les invariants de moment de Tchebichef, Hahn et Krawtchouk, qui seront désignés respectivement par TMI, HMI et KMI. Les algorithmes correspondant au calcul de chacun d'entre eux, sont donnés au **chapitre 1**.

Il convient de noter que, dans la partie expérimentale, nous avons considéré les invariants de moment jusqu'au sixième ordre ($n, m \leq 7$), pour la construction d'un vecteur de caractéristique de 36 coefficients pour chacun des types d'invariants de moment utilisés. Enfin, comme les caractéristiques générées n'ont pas la même échelle de valeurs, nous avons décidé de normaliser les valeurs de chacune des caractéristiques pour qu'elles se situent dans la plage numérique $[0, 1]$.

### 4.2.3 SELECTION DES CARACTERISTIQUES AVEC LES ENSEMBLES APPROXIMATIFS DE VOISINAGE

L'objectif principal de la sélection des caractéristiques est de supprimer les caractéristiques redondantes, tout en conservant un petit sous-ensemble de caractéristiques pertinentes, qui peuvent fournir la même qualité de classification que l'ensemble original d'attributs. Pour éviter de générer de manière exhaustive tous les sous-ensembles possibles, la plupart des recherches se concentrent sur les informations heuristiques permettant de guider l'algorithme de réduction des caractéristiques. À cet égard, nous proposons dans ce chapitre un algorithme d'élimination des caractéristiques en amont qui utilise le degré de dépendance du voisinage comme mesure de qualité pour la sélection de l'attribut à réduire. En conséquence, l'**algorithme 4.1** décrit les étapes du calcul du degré de dépendance $\gamma_B(D)$ de l'attribut de décision $D$ en ce qui concerne un ensemble d'attributs conditionnels $B$ qui représentent le candidat réduit. Nous fournissons de brefs commentaires et explications après " ;".

**Algorithm 4.1: Dependency degree $\gamma_B(D)$**

**Input:** U the set of all object's records. B, the set of conditional features;
D = {d}, the set of decision features, the neighborhood parameter θ.
1. P ← {∅} ; the neighborhood positive region
2. **For each** x in U **do**:
3. Flag ← 1; we suppose that x is in the positive region.
4. **For each** y in U **do**:
5. If $\Delta_B(x, y) \leq \theta$ and $f(x, d) \neq f(y, d)$ **then**:
6. Flag ← 0 ;means that $x$ is not in the positive region.
7. **break** ;stop searching for other element in U.
8. **If** Flag ≠ 0 **then**:
9. P ← P ∪ {x},
**Output:** $\gamma_B(D) = |P| / |U|$ the dependency degree.

Dans ce qui suit, la procédure complète de sélection des caractéristiques basée sur l'élimination des caractéristiques rétrogrades et les NRSM est donnée dans l'**algorithme 4.2**.

**Algorithm 4.2: Feature selection based on NRSM (U, C, D, θ).**

**Input:** U the set of all object's records. C, the set of all conditional features;
D, the set of decision features, the neighborhood parameter θ.
1. R ← C ; start from a set of all features
2. **While** $\gamma_R(D) = \gamma_C(D)$ do:

3. Del ← {∅}
4. **For each** attribute a in R **do**:
5. **If** $\gamma_{R-\{a\}}(D) \geq \gamma_C(D)$ **then**:
6. Del ← {a};
7. **If** Del ≠ ∅ **then**:
6. R ← R − {a}; update the reduct

**Output: R** the attribute reduct.

Pour terminer, cet algorithme de sélection des caractéristiques a été largement utilisé en raison de sa simplicité de mise en œuvre, de sa capacité à ignorer les caractéristiques non pertinentes et de son bon performance en terme de temps de calcul [56,57].

## 4.3 RESULTATS EXPERIMENTAUX ET DISCUSSIONS

Dans cette section, plusieurs résultats expérimentaux sont fournis pour valider la performance et la précision de l'approche de reconnaissance d'objets proposée. Nous fournirons donc une expérience comparative en termes de performance de classification, entre l'approche proposée et les approches existantes. De plus, nous avons utilisé deux autres méthodes de sélection de caractéristiques à des fins de comparaison : Correlation-Based Feature Selection (CBFS) [58], and ANOVA-Based Feature Selection (ABFS) [59].

Cette expérience est menée sur trois bases de données d'images créées en ajoutant une multitude de déformations géométriques, où quatre algorithmes d'apprentissage, KNN, NBC, CART et RF, sont utilisés pour effectuer la tâche de classification. En conséquence, les résultats de classification obtenus sur les bases de données MPEG-7, COIL-20 et Butterfly, pour chaque classificateur et pour chaque invariant de moment, sont respectivement présentés dans le tableau 4.1, le tableau 4.2 et le tableau 4.3. Il est important de noter que nous avons considéré, dans cette expérience, le paramètre de voisinage $\theta = 0.08$ où cette valeur pourrait conduire à de bonnes réductions d'attributs.

En observant les résultats du tableau 4.1, le tableau 4.2 et le tableau 4.3, nous pouvons voir que l'approche proposée donne de meilleures performances de reconnaissance des objets par rapport à l'approche conventionnelle lorsqu'aucune sélection de caractéristiques n'est effectuée. En outre, nous pouvons remarquer une amélioration moyenne importante de la reconnaissance des approches que nous proposons par rapport aux deux autres approches testées qui emploient les systèmes CBFS et ABFS. En fait, comme le nombre de caractéristiques sélectionnées est faible, la méthode CBFS n'a pas pu produire de bons résultats en ce qui concerne les trois invariants de moment et la plupart des classificateurs. Plus précisément, pour la base de données MPEG-7, NRSM+KMI+RF donne le meilleur résultat (99,83 %). Alors que, pour la base COIL-20, la combinaison NRSM+TMI+RF donne le meilleur taux de reconnaissance (100,0 %). Enfin, pour la base de données Butterfly, le NRSM+KMI+RF proposé surpasse toutes les approches testées et présente une précision de reconnaissance (100,0 %).

*Table 4.1 Étude comparative du taux de reconnaissance correct de l'approche proposée, en comparaison avec les méthodes traditionnelles sur la base de données MPEG-7, dans des conditions sans bruit. Les valeurs avec la couleur rouge et le style de texte en gras indiquent les meilleurs résultats.*

| | Original | | | NRSM | | | CBFS | | | ABFS | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Method | HMI | KMI | TMI | HMI | KMI | TMI | HMI | KMI | TMI | HMI | KMI | TMI |
| N.F. | 36 | 36 | 36 | 31 | 32 | 32 | 9 | 24 | 12 | 32 | 32 | 32 |
| KNN | 99.80 | 98.70 | 99.80 | 92.83 | 98.95 | **99.80** | 93.47 | 98.67 | 99.67 | 99.83 | 98.67 | 99.83 |
| NBC | 69.50 | 95.30 | 95.00 | 94.33 | **95.83** | 95.00 | 52.33 | 95.67 | 95.00 | 69.50 | 95.33 | 95.00 |
| CART | 73.03 | 98.20 | 99.02 | 91.02 | **99.33** | 98.84 | 61.12 | 97.83 | 64.17 | 97.04 | 98.00 | 98.12 |
| RF | 74.00 | 99.50 | 99.77 | 92.45 | **99.83** | 99.35 | 51.10 | 99.83 | 54.83 | 96.45 | 99.83 | 94.52 |
| Avg. | 79.08 | 97.93 | 98.40 | 92.66 | **98.49** | 98.26 | 64.51 | 98.00 | 78.42 | 90.71 | 97.96 | 96.87 |

*Table 4.2 Étude comparative du taux de reconnaissance correct de l'approche proposée, par rapport aux méthodes traditionnelles sur la base de données COIL-20, dans des conditions sans bruit. Les valeurs avec la couleur rouge et le style de texte en gras indiquent les meilleurs résultats.*

| | Original | | | NRSM | | | CBFS | | | ABFS | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Method | HMI | KMI | TMI | HMI | KM | TMI | HMI | KMI | TMI | HMI | KMI | TMI |
| N.F. | 36 | 36 | 36 | 18 | 32 | 30 | 15 | 23 | 18 | 31 | 32 | 32 |
| KNN | 99.67 | 97.50 | 99.67 | 99.83 | 97.50 | 99.67 | 98.50 | 97.50 | 99.95 | 99.67 | 97.50 | 99.67 |
| NBC | 55.33 | 96.33 | 96.17 | 73.33 | 96.33 | 96.17 | 36.67 | 96.33 | **96.50** | 55.33 | 96.33 | 96.17 |
| CART | 58.23 | 97.83 | 98.87 | 76.88 | 97.83 | **99.86** | 75.92 | 97.67 | 94.47 | 78.18 | 97.83 | 97.68 |
| RF | 58.56 | 99.83 | **100.0** | 77.34 | 98.67 | **100.0** | 76.34 | **100.0** | 98.62 | 78.35 | 99.83 | **100.0** |
| Avg. | 67.95 | 97.87 | 98.68 | 81.85 | 97.58 | **98.92** | 71.86 | 97.88 | 97.40 | 77.88 | 97.87 | 98.38 |

*Table 4.3 Étude comparative du taux de reconnaissance correct de l'approche proposée, par rapport aux méthodes traditionnelles sur la base de données Butterfly, dans des conditions sans bruit. Les valeurs avec la couleur rouge et le style de texte en gras indiquent les meilleurs résultats.*

| | Original | | | NRSM | | | CBFS | | | ABFS | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Method | HMI | KMI | TMI | HMI | KM | TMI | HMI | KMI | TMI | HMI | KMI | TMI |
| N.F. | 36 | 36 | 36 | 32 | 26 | 28 | 32 | 32 | 17 | 32 | 32 | 32 |
| KNN | **100.0** | 99.33 | **100.0** | **100.0** | 99.33 | **100.0** | 98.33 | 99.33 | **100.0** | 98.33 | 99.33 | **100.0** |
| NBC | 70.17 | **97.83** | 97.67 | 70.17 | **97.83** | 97.67 | 96.83 | 97.83 | 97.17 | 96.83 | 97.83 | 97.67 |
| CART | 72.18 | 99.50 | 99.83 | 99.50 | 99.50 | **100.0** | 98.50 | 99.50 | 72.50 | 98.50 | 99.17 | 72.50 |
| RF | 73.68 | **100.0** | **100.0** | 99.66 | **100.0** | **100.0** | 99.00 | **100.0** | 71.17 | 99.00 | **100.0** | 69.33 |
| Avg. | 79.01 | 99.17 | 99.37 | 92.33 | 99.17 | **99.42** | 98.17 | 99.17 | 85.21 | 98.17 | 99.08 | 84.88 |

Dans l'ensemble, nous pouvons confirmer que les meilleurs résultats sont obtenus par le classificateur Random Forest lorsqu'il est combiné avec les Moments Invariants Tchebichef pour l'extraction des caractéristiques et le NRSM pour la sélection des attributs. En conclusion de cette sous-section, nous pouvons déduire l'importance de l'étape de sélection des caractéristiques pour améliorer la précision de classification de presque tous les algorithmes d'apprentissage, en supprimant les caractéristiques redondantes et non pertinentes.

## 4.4 CONCLUSION

L'objectif de ce chapitre était d'introduire une nouvelle approche pour la reconnaissance des objets. L'approche proposée est basée sur des moments invariants discret et sur le modèle des ensembles approximatifs

de voisinage. Cette approche se compose de trois étapes principales. Dans la première, nous extrayons les caractéristiques des objets en utilisant les invariants de moment de Tchebichef, Krawtchouk et Hahn. Dans la deuxième étape, nous utilisons le degré de dépendance comme mesure pour sélectionner les caractéristiques les plus pertinentes. Dans la dernière étape, nous employons différents algorithmes d'apprentissage machine pour reconnaître les objets. Plusieurs expériences numériques sont réalisées pour valider les performances de l'approche proposée, par rapport à celles existantes, en termes de reconnaissance d'objets et de classification d'images.

# CONCLUSIONS ET TRAVAUX FUTURS

## 4.1 CONCLUSIONS

Dans la première moitié de la thèse, nous nous sommes concentrés sur la formulation, les propriétés, les algorithmes rapides et précis pour les moments et les moments invariants d'image. La seconde moitié de la thèse était consacrée à l'étude de la sélection de caractéristiques à l'aide d'approches de calcul granulaire et à l'évaluation de ses performances pour les sélections de caractéristiques des moments invariants.

Le premier chapitre a été consacré à la présentation des différentes notions et concepts liés au contexte de cette étude. Dans un premier temps, nous avons présenté le contexte général et l'état de l'art de la théorie des moments et de l'approche de calcule granulaire. Nous avons également passé en revue la littérature pertinente des deux approches. Ensuite, nous avons défini les principaux objectifs et l'organisation de thèse.

Dans le deuxième chapitre, nous nous sommes concentrés sur les deux principaux problèmes de calcul des moments invariants, tels que la forte consommation de temps et l'instabilité numérique. En fait, l'objectif principal de ce chapitre était d'introduire un nouvel algorithme de calcul efficace pour les moments invariants de Racah et de Dual Hahn, basé sur des méthodes récursives pour l'évaluation des coefficients et des facteurs des polynôme. Ces méthodes récursives peuvent permettre un calcul rapide et plus précis des valeurs des polynômes que les méthodes de calcul traditionnelles. Les résultats indiquent que ces algorithmes rapides et précis peuvent réduire efficacement la complexité des calculs et améliorer leur précision numérique pour le calcul des moments invariants de Dual Hahn et de Racah.

Dans le troisième chapitre, nous avons présenté une nouvelle famille de moments d'image, appelés moments d'ordre fractionnaire, et exploré leurs capacités dans les domaines de la représentation d'images et de la reconnaissance de formes. Tout d'abord, nous avons introduit trois nouvelles séries de moments orthogonaux d'ordre fractionnaire pour la représentation d'images. De plus, nous avons fourni le cadre théorique permettant de dériver des invariants de moment avec des transformations d'échelle de rotation et de translation. Enfin, nous avons discuté leurs aspects informatiques, en présentant des algorithmes rapides et précis pour le calcul des moments d'ordre fractionnaire et des moments invariants. Notre conclusion, c’est que les moments d'ordre fractionnaire peuvent être considérés comme une généralisation des moments classiques d'ordre entier existants avec une capacité de représentation d'image plus flexible et présentent une applicabilité beaucoup plus large. En conséquence, la recherche sur les moments d'ordre fractionnaire et la reconnaissance de formes constitue un nouveau champ d'action.

Le quatrième chapitre a été consacré à la présentation et à l'étude du problème de la sélection des caractéristiques en utilisant l'approche du calcul granulaire, plus précisément en utilisant le modèle des ensembles approximatif de voisinage. L'objectif de ce chapitre était de présenter un nouvel algorithme de sélection des

caractéristiques pour le modèle NRS basé sur les structures Bucket et Trie. Le Trie est utilisé pour stocker tous les sous-ensembles de caractéristiques possibles dans un ordre particulier afin d'améliorer la recherche et l'élimination des sous-ensembles non réduits. La structure Bucket est quant à elle utilisée pour réduire le temps nécessaire à l'évaluation de la région positive. Les résultats théoriques et expérimentaux obtenus permettent de conclure que l'algorithme actuel est très efficace et pratique pour le problème de la sélection des caractéristiques avec un faible coût de calcul, ce qui indique un grand potentiel pour de nombreuses applications pratiques dans les domaines de la reconnaissance des formes et de l'exploration des données.

Dans le cinquième chapitre, nous avons abordé le problème de la sélection des caractéristiques pertinentes des moments invariants pour les applications de reconnaissance de formes, où nous nous sommes concentrés sur les invariants de moment discrets de Tchebichef, Krawtchouk et Hahn. La méthode de sélection des caractéristiques proposée est basée sur le degré de dépendance du modèle d'ensemble approximatif de voisinage, qui peut garantir de trouver un sous-ensemble optimal de caractéristiques avec la même qualité de classification que l'ensemble complet d'origine. Pour valider son utilité, nous avons proposé une approche générale pour la reconnaissance des objets en utilisant les invariants de moment discret pour l'extraction des caractéristiques et le modèle NRS pour la sélection des caractéristiques. Notre conclusion est que la performance de reconnaissance des moments invariants a été considérablement améliorée en appliquant la sélection de caractéristiques, et a également prouvé que l'approche proposée pourrait être très utile et pourrait être généralisée pour différents systèmes de vision par ordinateur lorsqu'elle est combinée avec d'autres descripteurs de caractéristiques.

Enfin, nous pouvons confirmer que cette recherche a atteint avec succès les objectifs fixés au premiere chapitre en abordant les questions essentielles du développement des moments d'image, et aussi, en proposant et en étudiant un nouvel algorithme efficace de sélection de caractéristiques.

## 4.2 ORIENTATIONS FUTURES DU RECHERCHE

Pour approfondir cette recherche, les travaux futurs suivants sont recommandés :

**Moments dans le domaine des ondelettes :** Récemment, les transformations en ondelettes ont été largement utilisées pour la compression et le traitement des signaux 1D/2D. En fait, elles sont considérées comme l'une des techniques les plus modernes pour le traitement du signal. En conséquence, il y a eu un intérêt croissant pour l'étude des méthodes de moments dans le domaine des ondelettes, où il est possible d'utiliser des invariants de moment afin d'extraire des caractéristiques d'image dans le domaine des ondelettes. En outre, il serait très intéressant de combiner la transformation des moments de l'image et des ondelettes pour développer des méthodes de compression d'image et de signal plus adaptables, basées sur les moments d'ordre fractionnaire.

**Sélection de caractéristiques et données mixtes :** La sélection de caractéristiques dans les données avec différents types de valeurs, également appelées données hétérogènes ou mixtes, est d'une plus grande importance pratique dans les domaines de la reconnaissance des formes et de l'exploration des données, puisque les données

dans la nature proviennent de diverses sources avec différents types et propriétés. Il est donc nécessaire d'étudier et de discuter de l'adaptabilité de l'algorithme de sélection des caractéristiques proposée pour ce type de données. En outre, il est très important d'étudier et d'utiliser de nouvelles structures de données qui pourraient améliorer les résultats de la sélection de caractéristiques pour les données mixtes.

**Moments invariants et apprentissage profond :** Les réseaux neuronaux profonds sont basés sur une architecture à couches multiples qui permet d'apprendre des caractéristiques hiérarchiques et sémantiques de l'image. Cependant, les modèles d'apprentissage profond actuels présentent encore une très faible capacité à extraire les caractéristiques invariantes des transformations spatiales des images. La combinaison des invariants de moment et de l'apprentissage profond s'est avérée être une solution très importante dans le domaine de la vision par ordinateur. À cet égard, les moments et les moments invariants d'image pourraient être combinés avec des techniques d'apprentissage profond pour améliorer les méthodes. Pour y parvenir, il existe deux scénarios possibles : Dans le premier, les caractéristiques extraites des moments invariants peuvent être introduites dans un classificateur d'apprentissage profond, où l'extraction et la classification des caractéristiques sont deux étapes distinctes. Dans le second cas, le calcul des invariants de moment est intégré dans l'architecture d'apprentissage profond sous la forme d'une couche spéciale.

**Extraction adaptative des caractéristiques avec les moments** : Les moments d'ordre fractionnaire ont montré un avantage majeur sur les descripteurs de moments existants, basé sur la capacité des moments d'ordre fractionnaire à capturer des informations locales de n'importe quelle région d'intérêt de l'image, en ajustant les paramètres fractionnaires dans la fonction de base des polynômes. Par conséquent, cette capacité peut être utilisée pour capturer des caractéristiques de manière adaptative, les paramètres fractionnaires pourraient être réglés en fonction des caractéristiques de l'image, avec une plus grande tolérance aux dégradations de l'image par le bruit. En fait, ces capacités sont plus intéressantes et donnent des résultats importants dans l'analyse des images médicales, plus précisément dans la segmentation et la reconnaissance des tumeurs cérébrales.

**Sélection des caractéristiques et apprentissage profond** : Comme mentionné précédemment, les techniques d'apprentissage profond permettent d'apprendre les caractéristiques hiérarchiques et sémantiques des données, en commençant par les caractéristiques de bas niveau jusqu'aux caractéristiques de haut niveau plus abstraites, ce qui donne la possibilité de découvrir des représentations distribuées des données. En raison de leur importance et de leur large applicabilité dans différents domaines, par exemple la reconnaissance vocale, le traitement et la reconnaissance d'images, la compréhension d'informations et l'intelligence des jeux, il est très intéressant d'étudier et de développer de nouveaux algorithmes de sélection de nœuds neuronaux basés sur la théorie des ensembles approximatifs, afin de sélectionner les meilleurs nœuds, qui maximisent la précision de la reconnaissance dans chaque couche cachée. En outre, cela contribuera certainement à simplifier la structure des réseaux neuronaux profonds et à améliorer le temps nécessaire pour l'entrainement et l'utilisation des modèles.

## REFERENCES


[1] J.C. Russ, Image Processing, in: J.C. Russ (Ed.), Computer-Assisted Microscopy: The Measurement and Analysis of Images, Springer US, Boston, MA, 1990: pp. 33–69.

[2] S. García, J. Luengo, F. Herrera, Data Preprocessing in Data Mining, Springer International Publishing,2015.

[3] C.M. Bishop, Pattern recognition and machine learning, springer, 2006.

[4] J. Flusser, T. Suk, B. Zitova, 2D and 3D Image Analysis by Moments, John Wiley & Sons, 2016.

[5] M.R. Teague, Image analysis via the general theory of moments, J. Opt. Soc. Am. 70 (1980) 920–930.

[6] Z. Ping, R. Wu, Y. Sheng, Image description with Chebyshev-Fourier moments., Journal of the Optical Society of America. A, Optics, Image Science, and Vision. 19 (2002) 1748–54.

[7] Z. Ping, H. Ren, J. Zou, Y. Sheng, W. Bo, Generic orthogonal moments: Jacobi-Fourier moments for invariant image description, Pattern Recognition. 40 (2007) 1245–1254.

[8] C. Kan, M.D. Srinath, Invariant character recognition with Zernike and orthogonal Fourier-Mellin moments, Pattern Recognition. 35 (2002) 143–154.

[9] B. Yang, M. Dai, Image analysis by Gaussian–Hermite moments, Signal Processing. 91 (2011) 2290–2303.

[10] K.M. Hosny, Image representation using accurate orthogonal Gegenbauer moments, Pattern Recognition Letters. 32 (2011) 795–804.

[11] R. Mukundan, S.H. Ong, P.A. Lee, Image analysis by Tchebichef moments, Image Processing, IEEE Transactions On. 10 (2001) 1357–1364.

[12] P.-T. Yap, R. Paramesran, S.-H. Ong, Image analysis by Krawtchouk moments, Image Processing, IEEE Transactions On. 12 (2003) 1367–1377.

[13] J. Zhou, H. Shu, H. Zhu, C. Toumoulin, L. Luo, Image analysis by discrete orthogonal Hahn moments, in: Image Analysis and Recognition, Springer, 2005: pp. 524–531.

[14] H. Zhu, H. Shu, J. Zhou, L. Luo, J.-L. Coatrieux, Image analysis by discrete orthogonal dual Hahn moments, Pattern Recognition Letters. 28 (2007) 1688–1704.

[15] H. Zhu, H. Shu, J. Liang, L. Luo, J.-L. Coatrieux, Image analysis by discrete orthogonal Racah moments, Signal Processing. 87 (2007) 687–708.

[16] J. Cai, J. Luo, S. Wang, S. Yang, Feature selection in machine learning: A new perspective, Neurocomputing. 300 (2018) 70–79.

[17] J. Kacprzyk, W. Pedrycz, Springer Handbook of Computational Intelligence, Springer Publishing Company, Incorporated, 2015.

[18] Z. Pawlak, Rough sets, International Journal of Computer & Information Sciences. 11 (1982) 341–356.

[19] L.A. Zadeh, others, Fuzzy sets, Information and Control. 8 (1965) 338–353.

[20] R.O. Duda, P.E. Hart, D.G. Stork, Pattern classification, John Wiley & Sons, 2012.

[21] B. Bayraktar, T. Bernas, J.P. Robinson, B. Rajwa, A numerical recipe for accurate image reconstruction from discrete orthogonal moments, Pattern Recognition. 40 (2007) 659–669.

[22] R. Mukundan, Some Computational Aspects of Discrete Orthogonal Moments, IEEE Transactions on Image Processing. 13 (2004) 1055–1059.

[23] E.G. Karakasis, G.A. Papakostas, D.E. Koulouriotis, V.D. Tourassis, Generalized dual Hahn moment invariants, Pattern Recognition. 46 (2013) 1998–2014.

[24] R. Benouini, I. Batioua, K. Zenkouar, A. Zahi, H.E. Fadili, H. Qjidaa, Fast and accurate computation of Racah moment invariants for image classification, Pattern Recognition. 91 (2019) 100–110.

[25] MPEG-7 Core Experiment CE-Shape-1, n.d. http://www.dabi.temple.edu/ shape/MPEG7/dataset.html

[26] S.A. Nene, S.K. Nayar, H. Murase, Columbia object image library (COIL-20), Technical report CUCS-005-96, 1996.

[27] B. Xiao, L. Li, Y. Li, W. Li, G. Wang, Image analysis by fractional-order orthogonal moments, Information Sciences. 382 (2017) 135–149.

[28] H. Zhang, Z. Li, Y. Liu, Fractional Orthogonal Fourier-Mellin Moments for Pattern Recognition, in: Chinese Conference on Pattern Recognition, Springer, 2016: pp. 766–778.

[29] P. Kaur, H.S. Pannu, A.K. Malhi, Plant disease recognition using fractional-order Zernike moments and SVM classifier, Neural Computing and Applications. 31 (2019) 8749–8768.

[30] X. Liu, G. Han, J. Wu, Z. Shao, G. Coatrieux, H. Shu, Fractional Krawtchouk Transform With an Application to Image Watermarking, IEEE Transactions on Signal Processing. 65 (2017) 1894–1908.

[31] K. Parand, M. Delkhosh, M. Nikarya, Novel orthogonal functions for solving differential equations of arbitrary order, Tbilisi Mathematical Journal. 10 (2017) 31–55.

[32] S. Kazem, S. Abbasbandy, S. Kumar, Fractional-order Legendre functions for solving fractional-order differential equations, Applied Mathematical Modelling. 37 (2013) 5498–5510.

[33] A. Bhrawy, Y. Alhamed, D. Baleanu, A. Al-Zahrani, New spectral techniques for systems of fractional differential equations using fractional-order generalized Laguerre orthogonal functions, Fractional Calculus and Applied Analysis. 17 (2014) 1137–1157.

[34] C. Singh, R. Upneja, Accurate calculation of high order pseudo-Zernike moments and their numerical stability, Digital Signal Processing. 27 (2014) 95–106.

[35] E.G. Karakasis, G.A. Papakostas, D.E. Koulouriotis, V.D. Tourassis, Generalized dual Hahn moment invariants, Pattern Recognition. 46 (2013) 1998–2014.

[36] R. Mukundan, S.H. Ong, P.A. Lee, Image analysis by Tchebichef moments, IEEE Transactions on Image Processing. 10 (2001) 1357–1364.

[37] P.T. Yap, R. Paramesran, S.H. Ong, Image analysis by Krawtchouk moments, IEEE Transactions on Image Processing. 12 (2003) 1367–1377.

[38] Image Databases, n.d. http://www.imageprocessingplace.com/root_files_V3/image_databases.htm.

[39] The ADIAC Image Database, n.d. http://rbg-web2.rbge.org.uk/ADIAC/pubdat/pubdat.html.

[40] ETH Zurich - Computer Vision Laboratory, n.d. http://www.vision.ee.ethz.ch/datasets/index.en.html.

[41] M.R. Teague, Image analysis via the general theory of moments, J. Opt. Soc. Am. 70 (1980) 920–930.

[42] H. Zhu, Image representation using separable two-dimensional continuous and discrete orthogonal moments, Pattern Recognition. 45 (2012) 1540–1558.

[43] K.M. Hosny, New Set of Gegenbauer Moment Invariants for Pattern Recognition Applications, Arabian Journal for Science and Engineering. 39 (2014) 7097–7107.

[44] H. Qjidaa, Image reconstruction by Laguerre moments, in: Proceedings of the Second International Symposium on Communication, Control and Signal Processing ISCCSP, 2006.

[45] J. Cai, J. Luo, S. Wang, S. Yang, Feature selection in machine learning: A new perspective, Neurocomputing. 300 (2018) 70–79.

[46] Q. Hu, D. Yu, J. Liu, C. Wu, Neighborhood rough set based heterogeneous feature subset selection, Information Sciences. 178 (2008) 3577–3594.

[47] L. Yong, H. Wenliang, J. Yunliang, Z. Zhiyong, Quick attribute reduct algorithm for neighborhood rough set model, Information Sciences. 271 (2014) 65–81.

[48] Y. Chen, Z. Zeng, J. Lu, Neighborhood rough set reduction with fish swarm algorithm, Soft Computing. 21 (2017) 6907–6918.

[49] T.H. Cormen, C.E. Leiserson, R.L. Rivest, C. Stein, Introduction to Algorithms, MIT Press, 2009.

[50] Y. Chen, D. Miao, R. Wang, K. Wu, A rough set approach to feature selection based on power set tree, Knowledge-Based Systems. 24 (2011) 275–281.

[51] M.T. Rezvan, A.Z. Hamadani, S.R. Hejazi, An exact feature selection algorithm based on rough set theory, Complexity. 20 (2015) 50–62.

[52] F. Pedregosa, G. Varoquaux, A. Gramfort, V. Michel, B. Thirion, O. Grisel, M. Blondel, P. Prettenhofer, R. Weiss, V. Dubourg, J. Vanderplas, A. Passos, D. Cournapeau, M. Brucher, M. Perrot, É. Duchesnay, Scikit-learn: Machine Learning in Python, Journal of Machine Learning Research. 12 (2011) 2825−2830.

[53] MPEG-7 Core Experiment CE-Shape-1, (n.d.). http://www.dabi.temple.edu/~shape/MPEG7/dataset.html

[54] S. Nayar, S. Nene, H. Murase, Columbia object image library (coil 100), Department of Comp. Science, Columbia University, Tech. Rep. CUCS-006-96. (1996).

[55] R. Benouini, I. Batioua, K. Zenkouar, A. Zahi, H.E. Fadili, H. Qjidaa, Fast and accurate computation of Racah moment invariants for image classification, Pattern Recognition. 91 (2019) 100–110.

[56] A. Chouchoulas, Q. Shen, Rough set-aided keyword reduction for text categorization, Applied Artificial Intelligence. 15 (2001) 843–873.

[57] R. Jensen, Q. Shen, New Approaches to Fuzzy-Rough Feature Selection, IEEE Transactions on Fuzzy Systems. 17 (2009) 824–838.

[58] K. Michalak, H. Kwaśnicka, Correlation-based feature selection strategy in classification problems, International Journal of Applied Mathematics and Computer Science. 16 (2006) 503–511.

[59] M. Sheikhan, M. Bejani, D. Gharavian, Modular neural-SVM scheme for speech emotion recognition using ANOVA feature selection method, Neural Computing and Applications. 23 (2013) 215–227.