

T H È S E

pour obtenir le titre de Docteur

Spécialité : GÉNIE DES PROCÉDÉS

Présentée et soutenue par

Youness EL HAMMAMI

Étude numérique des transferts thermique et massique lors de la condensation d'un mélange en film liquide à l'intérieur d'un tube

Soutenue le 14 Septembre 2010 devant le jury composé de :

Président :	A. BENDOU	-	Professeur de l'Enseignement Supérieur à l'université Ibn Zohr d'Agadir
Rapporteurs :	J. CHAOUFI	-	Professeur de l'Enseignement Supérieur à la Faculté des Sciences d'Agadir
	B. ABOURIDA	-	Professeur Habilité à l'École Nationale des Sciences Appliquées d'Agadir
Examineurs :	M. ELOMARI	-	Professeur de l'Enseignement Supérieur à la Faculté des Sciences Smlalia de Marrakech
	H. ELMINOR	-	Professeur Habilité à l'École Nationale des Sciences Appliquées d'Agadir
Directeur de thèse :	T. MEDIOUNI	-	Professeur de l'Enseignement Supérieur à l'École Nationale des Sciences Appliquées d'Agadir

Remerciements

Le travail présenté dans ce mémoire a été réalisé au sein du laboratoire de Mécanique, Procédés, de l'Énergie et de l'Environnement (LMP2E), de l'École Nationale des Sciences Appliquées d'Agadir.

En premier lieu, j'adresse mes sincères remerciements à Monsieur A. *MIR*, Directeur de l'École Nationale des Sciences Appliquées d'Agadir. Je le remercie vivement pour l'intérêt qu'il a exprimé pour ce travail ses conseils pertinents qu'il n'a cessé de me prodiguer pour mener à bien cette étude.

Je remercie tout particulièrement Madame T. *MEDIOUNI* qui à encadré mon travail de thèse. je tiens à rendre hommage à sa disponibilité et à sa perspicacité lors des discussions que nous avons pu avoir ; son aide, ses précieux conseils et ses interventions m'ont souvent aidé à franchir des étapes délicates.

Ma profonde reconnaissance s'adresse à mon co-encadrant Monsieur M. *FEDDAOUI*, pour le temps précieux qu'il m'a consacré sans hésitation pendant tout le temps de préparation de cette thèse. Son aide, ses conseils pertinents et son écoute sans lesquelles ce travail n'aurait pas pu aboutir.

Mes remerciements vont à Monsieur A. *BENDOU*, Professeur de l'université Ibn Zohr, je lui exprime ma profonde gratitude pour bien vouloir me faire l'honneur de présider le jury.

Je remercie sincèrement, Monsieur *J. CHAOUFI*, Professeur à la faculté des sciences d'Agadir et Madame *B. ABOURIDA* Professeur à l'ENSA d'Agadir d'avoir accepté d'être mes rapporteurs de thèse. Je les remercie pour le temps qu'ils ont consacré sur mon mémoire et pour les remarques enrichissantes qu'ils eu à formuler.

J'exprime également mes remerciements les plus sincères à Monsieur *M. ELOMARI* Professeur à la faculté des sciences Semlalia de Marrakech et Monsieur *H. ELMINOR* Professeur à l'ENSA d'Agadir, qui m'ont fait l'honneur d'examiner ce travail. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma gratitude et de mes remerciement les plus sincères.

J'ai également une dette envers Messieurs *R. MIR* et *H. MEFTAH* pour leurs disponibilités et leurs encouragements. Je tiens à les remercier très chaleureusement.

J'adresse aussi mes vifs remerciements pour tous ceux qui ont participé de près ou de loin dans l'élaboration de ce travail.

Enfin, j'ai une pensé toute particulière pour mes parents, mes frères, ma soeur qui n'ont pas cessé de me soutenir et m'encourager malgré la distance. Ils ont su contribuer, à leur façon, à l'aboutissement de ce travail que je leur dédie.

Table des matières

Remerciements	1
Nomenclature	8
Introduction	11
1 Analyse Bibliographique	14
1.1 Introduction	14
1.2 Différents modes de condensation.	15
1.3 Généralités sur le transfert de chaleur et de masse	18
1.3.1 L'analogie entre le transfert de chaleur et de masse	18
1.3.2 Rappels sur le transfert de masse	19
1.3.3 Transfert de chaleur et de masse avec condensation	22
1.3.4 Résistance au changement d'état	26
1.3.5 Mélange azéotrope et zéotrope	28
1.4 Études effectuées sur la condensation de vapeur	29
1.4.1 Condensation de vapeur pure	29
1.4.2 Condensation de mélange	34
1.5 Conclusion	40
2 Modélisation des transferts de chaleur et de masse	41
2.1 Introduction	41
2.2 Présentation du problème	42

2.2.1	Modèle physique	42
2.2.2	Hypothèses	42
2.3	Modèle mathématique	43
2.3.1	Équations gouvernantes	43
2.3.2	Conditions aux limites	45
2.4	Grandeurs caractéristiques	46
2.4.1	Nombres adimensionnels	46
2.4.2	Équations d'états	48
2.5	Propriétés thermophysiques	49
2.5.1	Propriétés des corps purs	49
2.5.2	Propriétés des mélanges gazeux	52
2.6	Conclusion	55
3	Méthode de résolution numérique	56
3.1	Introduction	56
3.2	Discrétisation	57
3.2.1	Maillage	59
3.2.2	Discrétisation des équations gouvernantes	61
3.2.3	Discrétisation des équations sur l'axe de symétrie	63
3.2.4	Discrétisation des équations à l'interface gaz-liquide	63
3.3	Résolution numérique	65
3.3.1	Couplage vitesse-pressure	66
3.3.2	Organigramme de calcul	67
3.4	Conclusion	69
4	Condensation en film liquide de la vapeur d'eau avec forte concentration du gaz non condensable	71
4.1	Introduction	71
4.2	Stabilité de calcul	71
4.3	Validation du modèle	72

4.4	Résultats et discussions	74
4.5	Conclusion	84
5	Condensation en film liquide d'un mélange en présence du gaz non condensable	86
5.1	Introduction	86
5.2	Cas du mélange binaire	86
5.3	Cas du mélange ternaire	94
5.4	Conclusion	106
5.5	Système d'équations en phase liquide	115
5.5.1	Équation du mouvement	115
5.5.2	Équation de la chaleur	116
5.6	Système d'équations en mélange gazeux	116
5.6.1	Équation du mouvement	116
5.6.2	Équation de la chaleur	117
5.6.3	Équation de la diffusion	117
5.7	Système d'équations sur l'axe de symétrie	118
5.7.1	Équation du mouvement	118
5.7.2	Équation de la chaleur	119
5.7.3	Équation de la diffusion	119
5.8	Système d'équations à l'interface liquide vapeur	119
5.8.1	Continuité de contrainte de cisaillement	119
5.8.2	Continuité de flux de chaleur	120
	Publications et Communications	121

Résumé

La condensation des fluides frigorigènes en film ruisselant le long d'un tube vertical avec transfert simultanée de chaleur et de masse présente un grand intérêt pratique dans de nombreux secteurs industriels. Les ruissellements, chauffage et/ou refroidissement, concentration des solutions diluées ainsi que dans la réfrigération. Ce sujet de thèse, a pour objectif de mieux comprendre dans un premier temps, les phénomènes qui caractérisent le transfert couplé de chaleur et de masse lors de la condensation en film liquide de corps pur tels que le R134a et la vapeur d'eau en présence de l'air (gaz non condensable) à l'intérieur d'un tube vertical. Ensuite on s'intéresse à l'étude de la condensation d'un mélange (alcool-alcool, alcool-eau) en présence de gaz non condensable. L'objectif est d'apporter des informations intéressantes en examinant l'influence de différents paramètres des systèmes.

Les résultats montrent que, le débit de la vapeur condensée est plus important quand le système opère à faible pression d'entrée. Ceci se traduit par un taux de condensation important dû à l'augmentation du temps de séjour de la vapeur d'eau pour les faibles pressions d'entrées. La condensation est alors favorisée pour de grandes valeurs de ΔT , de faible pression d'entrée et de faible concentration du gaz non condensable. Le coefficient de transfert de chaleur de la vapeur d'eau est plus important par rapport au coefficient de transfert de chaleur de la vapeur frigorigène R134a. Le taux de la vapeur condensé M_r lors de la condensation d'un mélange ternaire est plus important par rapport à la condensation d'un mélange binaire. Cependant, la condensation de la vapeur d'éthanol ou de méthanol est plus influencée par le gaz non condensable. Les transferts thermique et massique lors de la condensation sont mieux favorisés dans le cas de la vapeur d'éthanol ou de méthanol

par rapport à la vapeur d'eau en augmentant la fraction massique d'entrée et en réduisant le gaz non condensable à l'interface liquide-vapeur.

Abstract

Condensation of refrigerants in falling film along a vertical tube with simultaneous heat transfer and mass is great practical interest in many industrial sectors. The runoff, heating and / or cooling, concentration of dilute solutions and in refrigeration. This thesis, aims to understand at first, the phenomena that characterize the coupled transfer of heat and mass during the film condensation of pure fluid such as R134a and water vapor in the presence air (noncondensable gas) inside a vertical tube. Then there is the study of the condensation of a mixture (alcohol-alcohol, alcohol-water) in the presence of non-condensable gas. The goal is to provide relevant information by examining the influence of various system parameters.

The results show that the flow of the condensed steam is more important when the system operates at low inlet pressure. This results in the condensation rate due to the significant increase in the residence time of water vapor pressures for low inputs. The condensation is enhanced for large values of ΔT , low inlet pressure and low concentration of non- condensable gas. The coefficient of heat transfer of water vapor is more important compared to the coefficient of heat transfer of R134a refrigerant vapor. The rate of steam condensed M_r in the condensation of a ternary mixture is higher compared to the condensation of a binary mixture. However, the condensation of the vapor of ethanol or methanol is more influenced by the non-condensable gas. The heat and mass transfer during condensation is more favored in the case of steam ethanol or methanol from water vapor by increasing the mass fraction of entry and reducing the non-condensable gas in the liquid-vapor interface.

Nomenclature

c	Concentration molaire	$[mol.m^{-3}]$
C_p	Chaleur spécifique isobare	$[J.kg^{-1}k^{-1}]$
C_v	Concentration volumique de la vapeur	$[kg_{vapeur}m^{-3}]$
d	Diamètre du tube ($d = 2R$)	$[m]$
D	Coefficient de diffusion	$[m^2.s^{-1}]$
g	Accélération de la pesanteur	$[m.s^{-2}]$
h_M	Coefficient de transfert massique	$[m.s^{-1}]$
h_s	Coefficient de transfert thermique	$[W.k^{-1}m^{-2}]$
h_{fg}	Chaleur latente massique d'évaporation	$[J.kg^{-1}]$
J	Flux diffusif massique	$[kg.m^{-2}s^{-1}]$
J'	Flux diffusif molaire	$[mol.m^{-2}s^{-1}]$
L	Longueur du tube	$[m]$
Mr	Humidité relative	$[-]$
$\dot{m}$	Densité de flux massique de condensation	$[kg.m^{-2}s^{-1}]$
$\dot{m}_0$	Débit massique de gaz	$[kg.m^{-1}s^{-1}]$
M_r	Taux massique condensé	
M_{nc}	Masse molaire du gaz noncondensable	$[kgk^{-1}mol^{-1}]$
M_v	Masse molaire de la vapeur	$[kgk^{-1}mol^{-1}]$
N	Densité de flux molaire de condensation	$[kg.m^{-2}s^{-1}]$
P_0	Pression atmosphérique	$[Pa]$
P	Pression statique	$[Pa]$
P_d	Pression dynamique	$[Pa]$
P_i	Pression partielle de l'espèce i	$[Pa]$
Q^{lat}	Flux de chaleur latent	$[W.m^{-2}]$
Q^s	Flux de chaleur sensible	$[W.m^{-2}]$
Q	Flux de chaleur total	$[W.m^{-2}]$
R	Rayon du tube	$[m]$
r	Coordonnée radiale	$[m]$
S_ϕ	Terme source de la variable ϕ	$[-]$
T	Température dimensionnelle	$[k]$

T_0	Température d'entrée du gaz	$[k]$
T_b	Température de mélange	$[k]$
T_p	Température à la paroi	$[k]$
T^*	Température adimensionnelle	$[-]$
u	Vitesse axiale dimensionnelle	$[m.s^{-1}]$
u^*	Vitesse axiale adimensionnelle	$[-]$
v	Vitesse radiale dimensionnelle	$[m.s^{-1}]$
v	Volume	$[m^3]$
W	Fraction massique de la vapeur	$[-]$
W^*	Fraction massique adimensionnelle de la vapeur	$[-]$
W_{nc}	Fraction massique du gaz noncondensable	$[-]$
X_i	Fraction molaire de l'espèce i	$[-]$
z	Abscisse dans le sens de l'écoulement	$[-]$

Lettre grecques

δ_z	Épaisseur du film de condensat	$[m]$
η	Coordonnée radiale adimensionnelle	$[-]$
λ	Conductivité thermique	$[W.k^{-1}.m^{-1}]$
τ_I	Contrainte de cisaillement	$[Pa]$
μ	Viscosité dynamique	$[kg.m^{-1}.s^{-1}]$
ν	Viscosité cinématique	$[m^2.s^{-1}]$
ρ	Masse volumique	$[kg.m^{-3}]$
α	Facteur de progression radiale	$[-]$
β	Facteur de progression axiale	$[-]$
ϕ	Grandeur intensive générique	$[-]$
σ_s	Coefficient de condensation	$[-]$
χ_j et ζ_j	Facteurs de sous relaxation	$[-]$

Indices et exposants

a	Air
b	Quantité de mélange
I	Conditions à l'interface gaz-liquide
in	Conditions à l'entrée
0	Condition à l'entrée
m	Mélange
nc	Non condensable gaz
l	Liquide
lat	Latent
p	Condition à la paroi
s	Sensible
st	Saturation
r	Rosée
v	Vapeur
w	Wall

Nombres adimensionnels

Fr	Nombre de Froude
Ja	Nombre de Jakob
Nu_{lat}	Nombre de Nusselt local, lié au transfert de chaleur latente
Nu_s	Nombre de Nusselt local, lié au transfert de chaleur sensible
Nu_z	Nombre de Nusselt total
Pr	Nombre de Prandtl
Re_0	Nombre de Reynolds définie dans la phase gazeuse
Re_l	Nombre de Reynolds définie dans la phase liquide
Sh_z	Nombre de Sherwood local, définie dans la phase gazeuse

Notations

max	Maximum
$\rightarrow$	Vecteur
∇	Gradient
$\langle .. \rangle$	Vecteur colonne
$[..]$	Matrice

Introduction

Les phénomènes de transfert simultanés de chaleur et de masse lors de la condensation sont présents dans un grand nombre d'applications industrielles telles que le froid, climatisation, traitement de l'air, les réacteurs chimiques, le refroidissement des appareils électroniques, le dessalement de l'eau de mer, les piles à combustible, etc. L'étude de ces phénomènes est toutefois fort complexe du fait de plusieurs paramètres mis en jeu dans les problèmes des écoulements avec changement de phase ; tel que la vitesse de la vapeur, la température de la vapeur et de la paroi, la pression, la nature du fluide et la concentration du gaz non condensable. Cependant, la résolution et la compréhension des mécanismes de transfert couplés lors de la condensation par convection revêtent un grand intérêt et font l'objet de nombreux travaux.

L'objectif recherché dans l'étude de tels problèmes est la compréhension de phénomène en présence par l'obtention d'information nécessaire à la caractérisation et à la précision de ces phénomènes. Ces informations peuvent être obtenues expérimentalement ou théoriquement. Cependant, dans la réalité, les problèmes rencontrés font intervenir un nombre important de paramètres rendant toute acquisition ou génération de données expérimentales, sous forme de corrélations empiriques longues. De plus, les difficultés rencontrées dans les études expérimentales portent sur les phénomènes de convection (réalisation, contrôles de différents paramètres, ...); ceci a contribué au développement des modèles mathématiques et à l'élaboration des codes numériques assez performants pour leur résolution. L'avantage de la modélisation numérique réside dans le fait qu'elle permet de réaliser des études paramétriques importantes tout en assurant un bon contrôle des divers paramètres de l'écoulement, sans impliquer les dispositifs susceptibles de perturber

ses caractéristiques ; ce qui n'est pas toujours possible avec les essais expérimentaux.

Dans ce travail, nous procédons à une étude numérique de la condensation de la vapeur d'eau (et du réfrigérant R134a) en film liquide à l'intérieur d'un tube vertical en présence de gaz non condensable. Les écoulements dans les deux phases (gaz et liquide) sont supposés laminaires. La paroi du tube est supposée maintenue à une température constante.

Le travail présenté dans cette étude a pour objectif d'améliorer la connaissance des phénomènes de transfert thermique et massique lors de la condensation en film liquide à l'intérieur d'un tube. Les applications industrielles visées sont nombreuses, mais les plus répandues concernent principalement : la déshumidification, le froid et la concentration des composés organiques par condensation d'un mélange (binaire ou ternaire) .

Ce rapport est composé de cinq chapitres, nous présentons dans le premier chapitre une analyse bibliographique qui permet de mettre en évidence les phénomènes physiques qui doivent être considérés dans le cas des transferts thermique et massique lors de la condensation de vapeur en présence du gaz non condensable. On introduit aussi quelques travaux antérieurs théoriques et expérimentaux relatifs aux transferts couplés, de chaleur et de masse qui régissent la condensation de la vapeur en film liquide ruisselant sur une paroi.

Le deuxième chapitre permet de présenter la modélisation numérique que nous avons développé et validé. La géométrie étudiée est un tube vertical en écoulement d'un mélange air-vapeur avec transfert de chaleur et de masse en tenant compte des conditions aux limites en régime laminaire.

Dans le troisième chapitre, on présente la méthode numérique utilisée pour la résolution des équations, avec notamment la prise en compte des forts couplages des variables dans les deux phases et à l'interface. Les systèmes d'équations algébriques obtenus associés aux conditions aux limites sont résolus par l'utilisation de l'algorithme de Thomas.

Le quatrième chapitre regroupe les résultats de l'étude de la condensation de vapeur d'eau en film liquide avec une forte concentration du gaz non condensable à l'intérieur du tube vertical, ainsi que la confrontation avec les travaux disponibles dans la littérature.

ture. Dans le cinquième chapitre on s'intéresse, dans un premier temps, à l'étude de la condensation d'un mélange binaire composé d'un fluide frigorigène R134a et l'air. Dans un second temps, nous entamons le cas de la condensation d'un mélange ternaire (éthanol/méthanol-vapeur d'eau, éthanol-méthanol) en présence de l'air.

Afin de ne pas alourdir le texte, nous reportons en annexe quelques compléments concernant les équations discrétisées, ainsi que les propriétés thermophysiques des corps purs étudiés.

Chapitre 1

Analyse Bibliographique

1.1 Introduction

La condensation est un phénomène physique qui se produit lorsqu'une phase gazeuse se refroidit en dessous de sa température de saturation. Cette définition générale s'applique tout aussi bien aux vapeurs pures, aux mélanges de vapeurs et de gaz et englobe tous les moyens de refroidissement qui définissent les différents modes de condensation.

Les effets du phénomène physique de la condensation sont sensibles dans la vie quotidienne. Ainsi, notre congélateur ou notre réfrigérateur utilise un cycle où la condensation joue un rôle important dans le refroidissement de nos denrées. Les industriels utilisent ce procédé dans de nombreux domaines tels que la chimie, la climatisation, l'épuration de fumées, le dessalement de l'eau de mer et le raffinage des produits pétroliers. Les études sur la condensation ont débutées juste après la mise au point de la machine à vapeur et surtout après la mise en service des premières turbines à vapeur. Le premier modèle théorique décrivant ce phénomène a été établi par Nusselt [1] dans le cas de la condensation en film laminaire d'une vapeur pure stagnante sur une plaque verticale. Il a étudié ce phénomène en considérant l'équilibre local entre les forces visqueuses et le poids du film de condensat et il a montré que le transfert de chaleur en condensation dépend de l'épaisseur locale du film.

Rohsenow [2] a parachevé son étude en introduisant le transfert de chaleur latente dans l'équation de Nusselt. Acharya et al. [3], Burmeister [4], Lienhard et Dhir [5], Patankar et

Sparrow [6] et Sarma et al. [7] ont étudié l'écoulement laminaire d'un film de condensat sur une paroi verticale dans le cas de vapeurs pures.

Dans cette étude bibliographique, nous nous sommes intéressés à déterminer les mécanismes de transfert qui sont importants à prendre en compte, dans le cas des vapeurs pures et dans le cas de condensation de vapeur en présence du gaz non-condensable. Ensuite, nous exposerons les principaux travaux précédents liés à l'étude de la condensation.

1.2 Différents modes de condensation.

Cinq modes de condensation sont généralement répertoriés [8] :

1. La condensation en film où le liquide constitué par la vapeur qui s'est condensé, appelé aussi condensat, forme un film continu sur la surface froide (figure 1.1). Ce type de condensation est le plus couramment rencontré dans les équipements industriels.

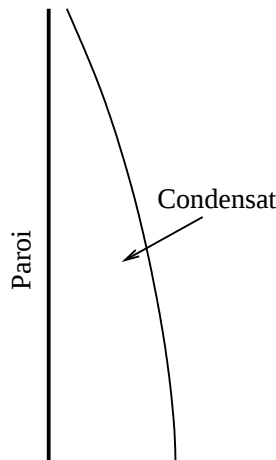


FIG. 1.1 – Condensation en film

2. La condensation homogène : le condensat apparaît sous forme de gouttelettes qui restent en suspension dans l'écoulement gazeux, ce qui constitue alors un brouillard. Ceci se produit par exemple lorsqu'un gaz subit une compression isotherme au passage d'une expansion dans une conduite (figure 1.2). Sa température de saturation

peut alors dépasser la température du gaz.

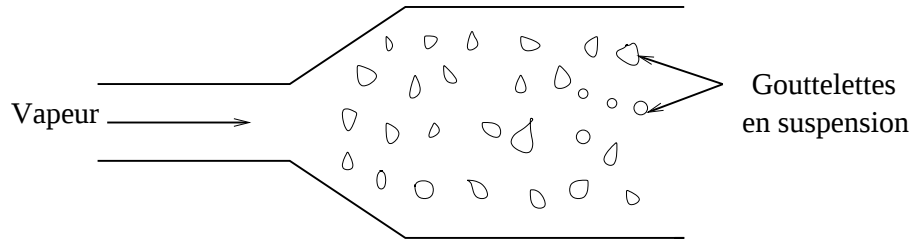


FIG. 1.2 – Condensation homogène

3. La condensation en goutte remplace la condensation en film dans certaines circonstances ; lorsque la surface froide a été traitée pour être non mouillable et que la tension superficielle du liquide est faible. Cette configuration fait augmenter considérablement le coefficient d'échange, puisqu'une partie de la surface froide reste en contact direct avec la vapeur (figure 1.3). Malheureusement, ce phénomène reste marginal et les traitements de surface sont chers et se dégradent au cours du temps.

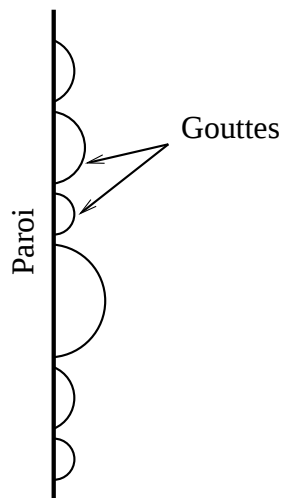


FIG. 1.3 – condensation en goutte

4. La condensation par contact direct se produit quand un liquide froid, généralement le liquide associé à la vapeur à condenser, est mise en contact direct avec la vapeur (figure 1.4).

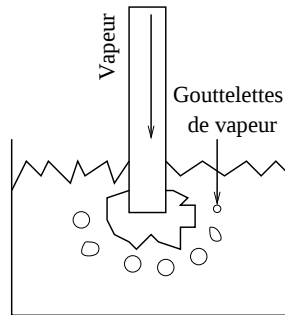


FIG. 1.4 – Condensation directe

5. La condensation de mélange de vapeurs formant des liquides immiscibles. La condensation de vapeur d'eau et d'hydrocarbures engendre ce genre de comportement (figure 1.5). Ceci complique encore la compréhension et le calcul du coefficient d'échange.

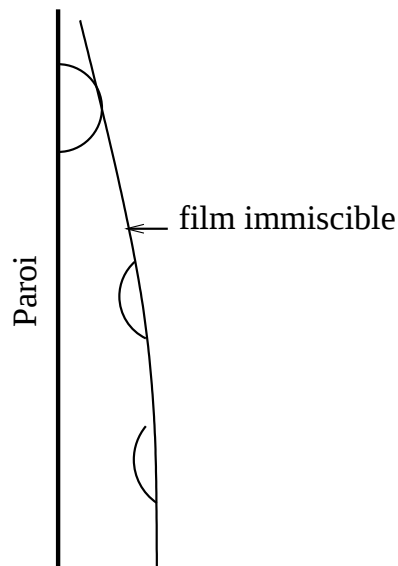


FIG. 1.5 – Condensation formant des liquides immiscibles

Ces modes de condensation mettent en avant les différentes formes que peut revêtir le condensat sans tenir compte de la composition de la vapeur, excepté dans le cas de la condensation de liquides immiscibles. De ces cinq types de condensation, nous ne reten-

drons que la condensation en film, puisque, c'est le phénomène le plus rencontré dans les applications industriels. Pour cette raisons nous allons étudier des géométries de surface tubulaire lisse et refroidie dont le film de condensat sera laminaire et en ruisselant.

1.3 Généralités sur le transfert de chaleur et de masse

Dans cette section l'influence de la présence de l'air sur les phénomènes de transfert de chaleur et de masse est présentée. L'analyse du couplage entre le transfert de chaleur et de masse permettra d'introduire les mécanismes de transfert dans un cas simple.

1.3.1 L'analogie entre le transfert de chaleur et de masse

Le phénomène de diffusion tend à uniformiser les concentrations, les températures et les quantités de mouvement [9] dans les gaz. Lorsque l'on met en contact un volume d'air sec et un volume de vapeur d'eau à la même température, il y a diffusion de vapeur d'eau dans l'air et inversement. La loi de Fick pose que le flux massique diffusif est proportionnel au gradient de concentration, dans une direction donnée et par unité de surface elle s'écrit :

$$\dot{m}_v = -D_c^v \frac{\partial C_v}{\partial r} \quad (1.1)$$

avec D_c^v un coefficient de proportionnalité qui dépend des deux gaz. On peut obtenir une autre expression de la loi de Fick. Pour une température uniforme, la concentration dépend uniquement de la pression partielle p_v de vapeur d'eau et le flux massique s'écrit de la façon suivante :

$$\dot{m}_v = -D_p^v \frac{\partial p_v}{\partial r} \quad (1.2)$$

Le débit massique de diffusion est proportionnel au gradient de pression et la constante de proportionnalité, lorsque la température est uniforme, est le coefficient D_p^v de diffusion. En supposant que le mélange air-vapeur d'eau est un gaz parfait, on peut relier les deux coefficients de diffusion par la relation suivante :

$$D_p^v = \frac{D_c^v}{R_v T} \quad (1.3)$$

En l'absence de diffusion de masse, le flux de chaleur conductif est proportionnel au gradient de température dans le milieu, c'est la loi de Fourier :

$$Q_s = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \quad (1.4)$$

La loi de Fick et la loi de Fourier sont analogues ; il y a une similitude exacte entre les phénomènes de transfert de chaleur par conduction et de transfert de masse par diffusion. La loi de Fourier et la loi de Fick sont des lois phénoménologiques mais elles peuvent être démontrées à l'aide de la théorie cinétique des gaz. Les chocs entre les molécules font qu'il y a une tendance à réduire les déséquilibres. Comme il y a plus de chocs moléculaires dans une zone à concentration élevée, les molécules tendent à diffuser vers la zone à plus faible concentration. De même, lorsque localement la température est plus élevée, l'agitation moléculaire est plus importante et les chocs sont plus fréquents ; il y a diffusion de molécules rapides vers la zone de moindre température, l'énergie cinétique est partagée avec des molécules de moindre agitation. Ces considérations permettent d'introduire l'effet Soret qui correspond à une diffusion de masse liée à une diffusion de température.

1.3.2 Rappels sur le transfert de masse

Avant d'exposer les lois du transfert de masse, nous allons définir les principales grandeurs caractérisant ce phénomène :

– **Concentrations :**

Les mélanges sont caractérisés par leur composition et la composition d'une solution est elle-même définie par la concentration massique (ρ) ou molaire (c) de chaque composé.

– **Fractions molaire et massique :**

On peut aussi adimensionnaliser les concentrations molaires et massiques, ce qui donne les fraction molaires (X) et massique (W)

$$X_i = \frac{c_i}{c} \quad (1.5)$$

$$W_i = \frac{\rho_i}{\rho} \quad (1.6)$$

– **Densités de flux :**

La densité de flux molaire $\vec{N}_i$ ou massique $\vec{m}_i$ convective d'une espèce, sont définies à l'aide de sa concentration molaire ou massique et de sa vitesse de la façon suivantes :

$$\vec{N}_i = c_i \vec{v}_i \quad (1.7)$$

$$\vec{m}_i = \rho_i \vec{v}_i \quad (1.8)$$

Le transfert de masse constitue un élément prépondérant dans tout phénomène où on a un mélange de fluide, comme la condensation de mélange ; de frigorigène, d'alcool ou d'air humide. Donc la connaissance de la théorie du transfert de masse est importante pour la présente étude. La première théorie du transfert de masse a été établie par Fick en 1855. Il propose une théorie qui régit la diffusion pure d'un mélange binaire ($i + j$) : quand on a une hétérogénéité de concentration dans une enceinte, la diffusion tend à rétablir l'homogénéité. La densité de flux molaire ou massique, due à la diffusion de l'espèce i s'écrivent respectivement :

$$\vec{J}'_i = -c_i D_i^j \vec{\nabla} X_i \quad (1.9)$$

$$\vec{J}_i = -\rho_i D_i^j \vec{\nabla} W_i \quad (1.10)$$

Où D_i^j est le coefficient de diffusion binaire du corps i dans le corps j . Si le transfert de masse est un phénomène de convection pure, on écrit :

$$\vec{m}_i = W_i \vec{m} \quad (1.11)$$

Généralement, la diffusion et la convection sont indissociables et l'on a :

$$\vec{m}_i = \vec{J}_i + W_i \vec{m} \quad (1.12)$$

– **Mélanges de n-composants :**

Pour les mélanges multicomposants, des études ont montré que le flux diffusif d'un élément ne dépend pas uniquement de son gradient de concentration, mais qu'il dépend des gradients de concentration de toutes les espèces en solution. Un modèle, appelé interactif, a été énoncé pour formuler le flux diffusif unidirectionnel :

$$J'_i = -c \sum_{k=1}^{n-1} D_i^k \frac{dX_k}{dr} \quad \text{pour } i \in \{1, n\} \quad (1.13)$$

où D_i^k est le coefficient de diffusion multicomposant ($n > 2$) qui est différent du coefficient de l'équation de Fick pour les mélanges binaires. On ramène à une équation du type de celle de Fick en écrivant le système d'équation ci-dessus sous forme matricielle et on l'appelle alors l'équation de Fick généralisée :

$$\langle J' \rangle = -c[D] \frac{\partial \langle X \rangle}{\partial r} \quad (1.14)$$

$\langle J' \rangle$ et $\langle X \rangle$ sont des vecteurs colonnes à n constituants et $[D]$ est la matrice des coefficients de diffusion.

Afin de déterminer les coefficients de diffusion de la matrice $[D]$, on fera souvent appel à un modèle de diffusion appelé modèle de Maxwell-Stefan. Pour une diffusion à température et pression constante, la diffusion d'un composante peut s'exprimer en fonction des coefficients de diffusion binaire :

$$\frac{\partial X_i}{\partial r} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n \frac{X_i \cdot J'_k - X_k \cdot J'_i}{c \cdot D_i^k} \quad (1.15)$$

On peut écrire cette équation sous forme matricielle.

$$\frac{d\langle X \rangle}{dr} = -\frac{[B\langle X \rangle]}{\delta} \langle J' \rangle \quad (1.16)$$

où $[B\langle X \rangle]$ est une matrice, fonction d'un vecteur colonne $\langle X \rangle$ et où δ est l'épaisseur du film de diffusion. L'élément général de la matrice B s'écrit :

$$\begin{aligned}
B_{ii} &= \frac{X_i}{D_i'^n} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n \frac{X_k}{D_i'^k} \\
B_{ij} &= -X_i \left(\frac{1}{D_i'^j} - \frac{1}{D_i'^n} \right) \text{ pour } i \neq j \\
D_i'^j &= \frac{c \cdot D_i^j}{\delta}
\end{aligned} \tag{1.17}$$

En rapprochant l'équation de Fick généralisée 1.14 et celle de Maxwell-Stefan 1.16, on peut lier les coefficients de diffusion multicomposant aux coefficients de diffusion binaire.

$$[D] = \frac{\delta}{c} [B(X)]^{-1} \tag{1.18}$$

1.3.3 Transfert de chaleur et de masse avec condensation

La condensation a lieu sur une surface de condensation une fois que la température de la paroi est inférieure à la température de rosée de l'air humide. Le refroidissement de l'air humide avec condensation, (Figure 1.6), est caractérisé par un transfert de chaleur et de masse.

1.3.3.1 Le transfert de chaleur sensible

La puissance sensible échangée résulte d'un transfert convectif par convection forcée entre l'air humide et l'interface de condensation elle s'exprime de la façon suivante :

- Puissance sensible,

$$Q_s = h_s S (T_b - T_I) \tag{1.19}$$

De plus, en faisant l'hypothèse d'une condensation en film stationnaire recouvrant une interface de condensation de faible épaisseur, il nous reste à considérer le transfert de chaleur par conduction à travers le film de condensat :

- Flux conductif au sein du condensat,

$$Q_l = \frac{\lambda_l}{\delta} (T_I - T_p) \tag{1.20}$$

1.3.3.2 Le transfert de masse et de chaleur latente

Par analogie avec le transfert de chaleur par conduction qui n'est autre que la diffusion moléculaire de chaleur s'établissant dans le sens de la plus haute température vers la plus basse, (loi de Fourier), le transfert de masse se traduit par la diffusion des molécules d'un composant en présence dans un mélange gazeux (gaz non condensable + vapeur d'eau ou vapeur de $R134a$) s'établissant dans le sens de la plus haute concentration vers la plus basse, (loi de Fick) :

$$\dot{m}_v = -D_c \frac{\partial C_v}{\partial r} \quad (1.21)$$

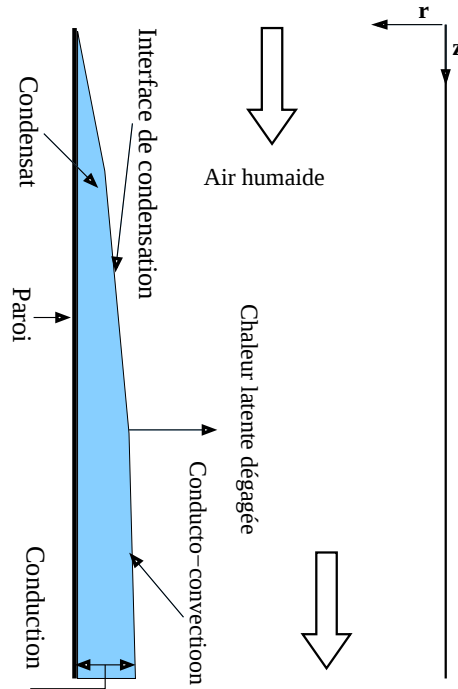


FIG. 1.6 – Transfert de chaleur avec condensation

Pour une température uniforme, la concentration volumique de la vapeur d'eau C_v ne varie qu'en fonction de la pression partielle de vapeur d'eau et nous pouvons relier les coefficients de diffusion D_c et D_p

$$\dot{m}_v = -D_c \frac{\partial C_v}{\partial r} \quad (1.22)$$

$$C_v = \frac{P_v}{R_v T} \quad \text{et} \quad D_p = \frac{D_c}{R_v T} \quad (1.23)$$

d'où :

$$\dot{m}_v = -D_p \frac{\partial p_v}{\partial r} \quad (1.24)$$

La puissance latente dégagée lors du changement de phase, s'écrit :

$$q_{lat} = \dot{m}_v h_{fg} \quad (1.25)$$

Une analogie entre le transfert de chaleur (l'équation 1.19) et le transfert de masse permet d'écrire :

$$\dot{m}_v = h_c S_I (C_v - C_v^I) \quad (1.26)$$

où h_c est le coefficient de transfert de masse.

Une nouvelle expression de la puissance latente dégagée lors du changement de phase est donc :

$$q_{lat} = h_{fg} h_c S_I (C_v - C_v^I) \quad (1.27)$$

1.3.3.3 L'influence de la présence des gaz non-condensable sur le transfert de masse

Considérons une surface plane sur laquelle il y a condensation. Le mouvement de la vapeur vers la surface froide s'effectue à travers de l'air, qui oppose une résistance au transfert de la vapeur. On peut dissocier la chaleur totale transférée en deux parties : la différence de température entre le mélange humide et l'interface de condensation, provoque un transfert de chaleur sensible, tandis que la condensation de vapeur à l'interface apporte une chaleur latente. La résistance au transfert de masse induit une résistance au transfert de chaleur sensible et même, pour des teneurs en gaz non condensable très faibles, il y a une diminution conséquente du coefficient de transfert de chaleur par rapport au cas de la condensation des vapeurs pures [8], [9], [10], [11] et [12].

Le transfert de la vapeur, dans la direction perpendiculaire à la surface, ne dépend pas uniquement de la diffusion de la vapeur car il y a une interaction entre la vapeur et le gaz non condensable (inter-diffusion des espèces), cela provoque un mouvement "compensatoire" et un équilibre s'établit (figure 1.7).

la vapeur diffuse de (1) vers la surface froide à travers du gaz non condensable ce mouvement équilibré par la diffusion d'air (2) dans le sens opposé car la pression totale reste constante. Mais, il n'y a pas d'émission du gaz non condensable à l'interface et il ne peut donc pas y avoir de flux de masse net du gaz non condensable dans une direction privilégiée une fois l'équilibre atteint ; par conséquent il doit y avoir un mouvement compensatoire du gaz non condensable (3) vers la paroi juste assez important pour contrebalancer la diffusion. Ce mouvement compensatoire de nature convective entraine un flux de masse de vapeur additionnel (4) vers la surface de condensation.

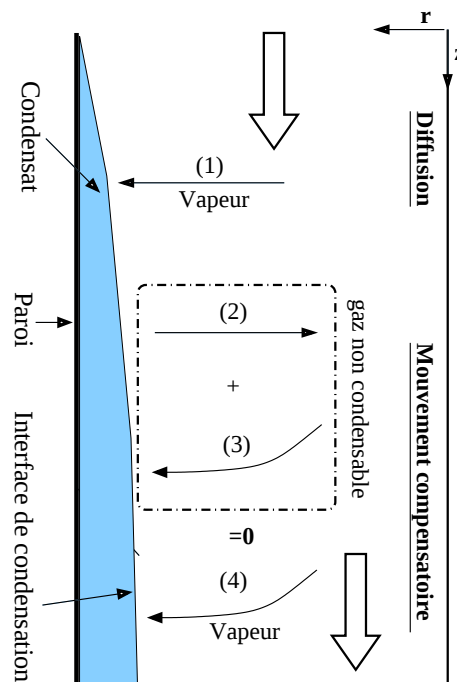


FIG. 1.7 – Le mouvement compensatoire lors de la diffusion de vapeur dans un gaz non condensable

Holman [9] et Sacadura [12] présentent une analyse qui permet d'exprimer le flux massique de vapeur en présence du gaz non condensable dans le cas de l'évaporation d'un film d'eau.

La prise en compte de ce mouvement compensatoire se fait dans l'équation (1.24), en

effet le flux massique totale de vapeur à l'interface s'exprime par :

$$\dot{m}_v = \rho_v v_r - D_p \frac{\partial p_v}{\partial r} \quad (1.28)$$

où v_r représente la vitesse de suction encore appelée vitesse d'aspiration selon les auteurs.

En l'absence de convection forcée et en négligeant les forces de pesanteur, la pression totale $P_t = P_{nc} + P_v$ reste constant suivant z (figure 1.8). Donc, pour équilibrer la diminution de pression de vapeur vers l'interface, la pression partielle du gaz non condensable doit augmenter en direction de l'interface. En conséquence, il y a diffusion du gaz non condensable dans la direction radiale opposée à la paroi. Globalement la pression ne diminue pas et il n'y a pas de source du gaz non condensable à l'interface, donc un mouvement de ce dernière équilibre la diffusion. Le flux massique compensatoire du gaz non condensable $\rho_{nc} v_r$ est égal au flux massique de diffusion :

$$v_r = \frac{D_p^{nc}}{\rho_{nc}} \frac{\partial P_{nc}}{\partial r} = - \frac{D_p^v}{\rho_v} \frac{\partial P_v}{\partial r} \quad (1.29)$$

On considère que le mélange gazeux est un gaz parfait et dans ce cas, le coefficient de diffusion moléculaire D_c pour un mélange au repos, à une température donnée, ne dépend pas de l'espèce que l'on considère [12].

$$\dot{m}_v = -D_p^v \frac{P_t}{P_{nc}} \frac{\partial P_v}{\partial r} \quad (1.30)$$

L'équation 1.30 est appelée "équation de Stefan". Afin de retrouver strictement la loi de Fick de l'équation 1.2, il faut que $P_{nc} \gg P_v$ ($P_t \approx P_{nc}$), c'est à dire que le mouvement compensatoire de la vapeur soit négligeable devant sa diffusion dans le gaz non condensable .

1.3.4 Résistance au changement d'état

À la surface des séparations des phases, des molécules sont captées par la phase liquide pendant que d'autre molécules sont émises sous forme de vapeur[11]. Le coefficient de

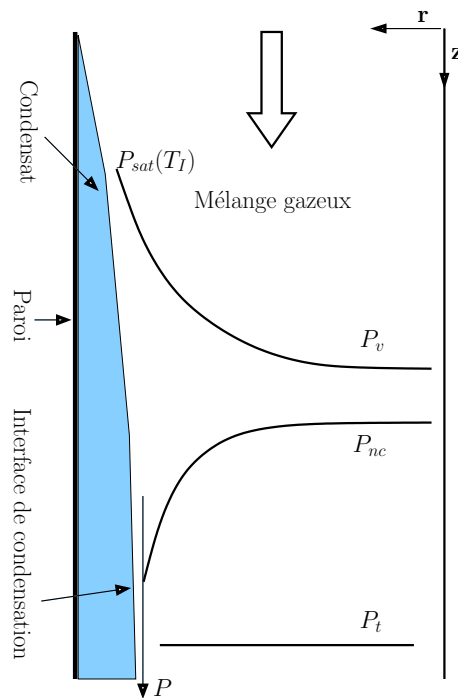


FIG. 1.8 – Profils de pression partielle du gaz non condensable et de la vapeur le long d'une surface de condensation

condensation σ_c est le rapport entre ce qui est collecté sur l'interface et le nombre total de molécules qui vient au contact ; ce rapport traduit une résistance au changement d'état. D'un point de vue thermique, pour que la condensation survienne, il doit y avoir un gradient entre la température de saturation de la vapeur et la température de l'interface, sinon les deux phases sont à l'équilibre thermodynamique et la chaleur ne peut être transférée [13], la résistance au changement d'état apparaît donc comme une résistance thermique.

Pour la condensation de vapeur d'eau (ou *R134a*) en présence de gaz non-condensable c'est le gradient de concentration dans la direction de la paroi qui limite le taux de condensation (paragraphe 1.3.3.3), et la résistance au changement d'état est négligeable comparée à la résistance au transfert de masse liée à la présence de gaz non-condensable.

1.3.5 Mélange azéotrope et zéotrope

Il existe plusieurs types de mélanges qui sont classés en deux grandes catégories suivant leurs propriétés :

- Les mélanges azéotropes ou azéotropiques sont des mélanges pour lesquels à une composition donnée, la température ne varie pas lors d'un changement de phases.

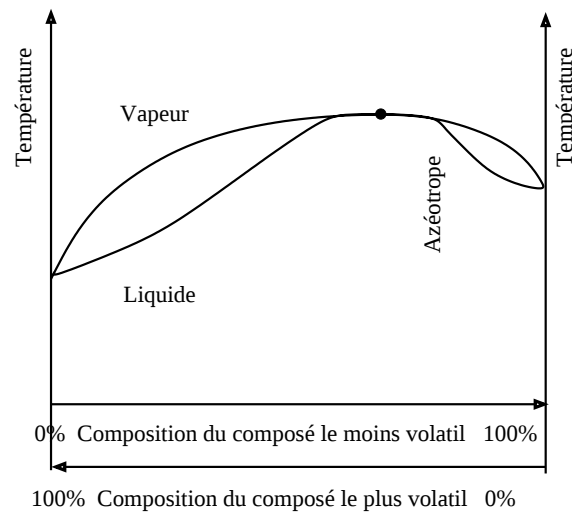


FIG. 1.9 – Courbe d'équilibre à pression constante d'un mélange azéotrope

Ils se comportent vis-à-vis du phénomène de la condensation comme des fluides purs. Par exemple, sur la figure 1.9, on a représenté le diagramme d'équilibre liquide - vapeur à pression constante d'un mélange binaire. On constate qu'il existe une composition pour laquelle un changement d'état se fait à température constante.

- Les mélanges non-azéotropiques, non-azéotropes ou encore zéotropes sont, à l'inverse, des mélanges pour lesquels la température varie durant le changement de phases. Sur le diagramme d'équilibre de la figure 1.10, on remarque que le changement de phase à composition donnée implique une évolution de la température.

Au contact de la paroi froide dont la température est inférieure à la température de saturation du fluide pur, celui-ci se condense. Sa concentration relative dans le mélange gazeux à proximité de la surface d'échange baisse. Afin de conserver une pression totale constante, la concentration relative du gaz non-condensable augmente vers l'interface. Il

s'établit alors une différence de concentration entre le mélange gazeux au milieu du tube et à l'interface. Suivant la loi de Fick, le gaz non-condensable diffuse de l'interface vers le mélange gazeux (section 1.3.3.3). De plus, la baisse de la concentration relative de la vapeur est synonyme d'une baisse de la pression partielle de la vapeur entraînant une diminution de la température de saturation.

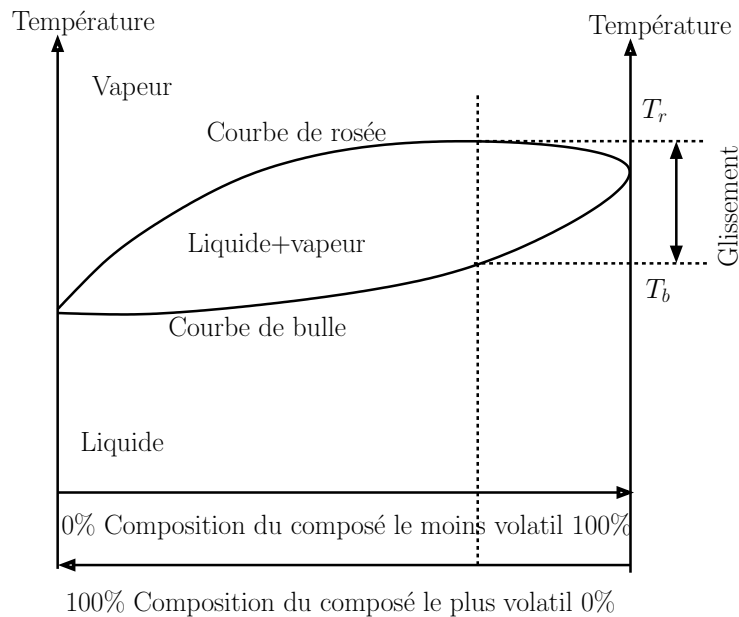


FIG. 1.10 – Courbe d'équilibre à pression constante d'un mélange zéotrope

En outre, comme pour les fluides purs, on retrouve une couche de condensat qui induit une résistance au transfert de chaleur. Il s'y ajoute une couche limite dans laquelle s'effectue la diffusion de la vapeur à travers le gaz non-condensable créant une résistance supplémentaire au transfert de chaleur.

1.4 Études effectuées sur la condensation de vapeur

1.4.1 Condensation de vapeur pure

Lorsqu'une vapeur entre en contact avec une paroi froide dont la température est inférieure à la température de saturation de la vapeur, celle-ci se condense sur cette surface.

Apparaît alors sur cette paroi une phase liquide qui généralement constitue un film. Ce film liquide s'intercale donc entre la vapeur et la paroi. En supposant qu'à l'interface du liquide et de la vapeur, les deux phases sont à l'équilibre thermodynamique, la température de cette interface (T_I) est la température de saturation de la vapeur. Une différence de température existe alors entre le liquide à l'interface et le liquide à la paroi (T_p). Ceci crée une résistance thermique au transfert de chaleur entre la vapeur et la paroi. Dans le cas où le film liquide de condensat est laminaire, on peut considérer que l'évolution de la température entre (T_I) et (T_p) est quasiment linéaire. La résistance thermique du film liquide croît quand l'épaisseur du film augmente. Lorsque le film est turbulent, la température évolue de manière parabolique entre T_I et T_p et l'écart de température diminue du fait de la turbulence. Le coefficient de transfert de chaleur tend alors à augmenter.

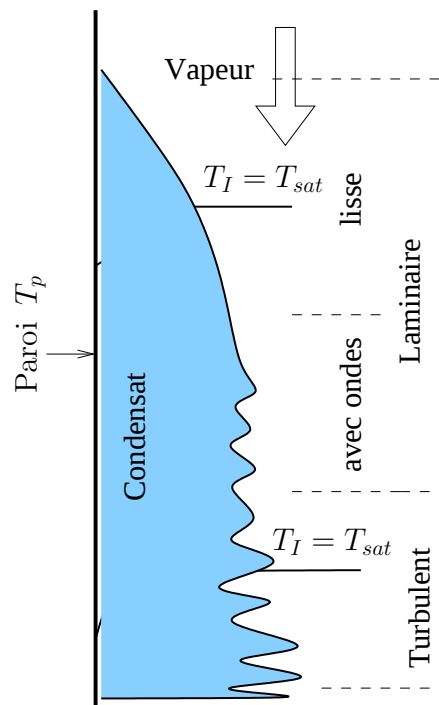


FIG. 1.11 – Profil de température dans le film liquide

Nusselt [1] publie en 1916 les premières solutions théoriques au problème de la condensation d'une vapeur stagnante en film laminaire le long d'une plaque plane, à l'ex-

térieur d'un tube lisse horizontal et d'un faisceau de tubes lisses horizontaux . Pour résoudre les bilans de forces et les bilans enthalpiques appliqués à une partie élémentaire du film liquide, l'étude de Nusselt s'appuie sur les hypothèses simplificatrices suivantes :

- la température de la paroi est uniforme ;
- l'écoulement du film de condensat est laminaire "lisse" (sans vague),
- les effets d'inertie sont négligeables ;
- le transfert de chaleur dans le condensat s'effectue uniquement par conduction et perpendiculairement à la surface du condensat donc le profil de température est linéaire dans le film liquide ;
- les propriétés physiques du fluide sont constantes ;
- les contraintes tangentielles à l'interface liquide-vapeur sont nulles ;
- la résistance thermique à l'interface est nulle ;
- pour les tubes, l'effet de courbure est négligeable.

En 1956, Rohsenow [2] apporte une modification à la théorie de Nusselt en compte de la convection d'enthalpie dans le film liquide de condensat ; c'est à dire qu'il considère que le profil de température n'est plus linéaire. Pour déterminer la répartition de température dans le film, Rohsenow utilise une méthode d'approximation successive. On admet d'abord une répartition linéaire de la température pour évaluer l'enthalpie de convection dans le bilan enthalpique du film liquide (figure 1.11). Ensuite, il intègre ce bilan pour trouver le profil de température recherché. Finalement, l'amélioration apportée par Rohsenow repose sur la correction de la chaleur latente de vaporisation sous la forme :

$$h'_{fg} = h_{fg} + 0,68.C_p^l(T_{st} - T_p) \quad (1.31)$$

Sparrow et Eckert [14] ont étudié les effets de l'introduction d'une vapeur surchauffée dans un condenseur. Pour prendre en compte cet effet, ils modifient aussi l'enthalpie de vaporisation de la vapeur en ajoutant un terme de convection entre la température de la vapeur T_b et la température de saturation.

$$h'_{fg} = h_{fg} + C_p^v(T_b - T_{st}) \quad (1.32)$$

Voskresenskij [15] a aménagé la théorie de Nusselt en y intégrant les variations des propriétés physiques du liquide avec la température. Les corrections apportées à la théorie de Nusselt restent très limitées. D'autres modèles, développés à partir des équations bilans par des moyens différents, ont vu le jour depuis Nusselt.

Sparrow et Gregg [16] ont utilisé les hypothèses de la couche limite et ont inclus à la fois l'effet de la convection et de l'inertie, avec l'utilisation de la fonction de flux et la transformation similaire. Les équations différentielles aux dérivées partielles sont réduites aux équations différentielles ordinaires et sont résolues numériquement. Ces résultats sont en accord avec Rohsenow [17] lors de l'ignorance des effets d'inertie. L'inclusion des termes d'inertie introduit les paramètres Ja_l et Pr_l dans la solution. Quand Pr_l est grand ($Pr_l > 100$) les effets d'inertie sont négligeables. Pour l'ensemble de ces valeurs ($Pr_l = 1, 10, 100; 0 \leq Ja_l \leq 2$) la plus grande déviation du modèle de Rohsenow (environ 5%) apparaît pour $Pr_l = 1$ et $Pr_l = 2$. Cela permet de remarquer que les effets d'inertie sont plus significatifs quand Pr est très faible.

L'effet de la contrainte de cisaillement à l'interface liquide-vapeur a été étudié par Koh et al. [18]. Ainsi ils ont changé le modèle de Sparrow et Gregg [16] en tenant compte de la phase vapeur et de la phase liquide. Les deux phases ont été liées par les conditions d'interface de vitesse et de la contrainte de cisaillement, une transformation similaire a été appliquée pour établir un ensemble d'équations différentielles classiques, cet ensemble a été résolu itérativement par intégration numérique. Le nombre de Prandtl liquide a eu des différentes valeurs sur l'intervalle allant de 0.03 jusqu'à 810. Un terme supplémentaire $R = [(\rho\mu)_l/(\rho\mu)_v]^{0.5}$ apparaît dans la solution suite à la continuité de cisaillement à l'interface. Ils ont constaté que la contrainte de cisaillement interfaciale a fait diminuer le taux de transfert de chaleur quand Ja_l augmente, particulièrement lorsque Pr_l a été très faible comme le cas des métaux liquides. Pour des grandes valeurs de Pr_l ($Pr_l > 10$) l'effet de cisaillement interfaciale devenait négligeable, quelque soit les valeurs de R

et Ja_l . Ils ont également confirmé que les termes d'inertie ne sont importants que pour des faibles Pr_l liquide. Le couplage de l'écoulement de condensat avec l'écoulement de vapeur demande la même méthode de solution que l'on a pu utiliser pour le cas de condensation en convection forcée. En effet Koh [19] a appliqué une méthode similaire au problème de la condensation en convection forcée sur les plaques horizontales. Les équations gouvernantes ont été semblable sauf qu'il y avait pas de terme de gravité et les conditions aux limites à l'infini de la plaque ont été changé. La valeur de $[Nu_x/Re_x]^{0.5}$ dépend de trois paramètres : Pr_l , R et Ja_l/Pr_l . La vitesse a été trouvé linéaire pour un film mince alors que le profil de température a été trouvé linéaire pour Pr_l très faible ($Pr_l = 0.03$ ou $Pr_l = 0.003$). La comparaison avec un modèle sans advection de l'énergie a suggéré que la convection est importante uniquement pour les liquides très visqueux ($Pr \gg 1$), et peut être négligée pour les métaux liquides.

Parmi les travaux qui traitent la modélisation de la condensation de vapeur $R113$ pur dans un canal horizontal, figurent ceux de Narain [20] qui a étudié la condensation sans tenir compte les effets d'inertie et de la convection en film liquide. La plaque inférieure de refroidissement a été supposé isotherme tandis que l'autre plaque a été considérée adiabatique. Les équations régissant la couche limite ont été résolues par la considération du frottement à l'interface et la plaque supérieur. Par la suite le profil de température dans le liquide a été considéré linéaire et la température de vapeur constante est égale à la température de saturation.

Louahlia et Panday [21] ont étudié numériquement la condensation par convection forcée d'une vapeur pur saturée de $R12$ et $R134a$ en écoulement entre deux plaques verticales. Ils ont résolu le problème en tenant compte des forces d'inertie, de la convection de l'enthalpie et du gradient de la pression. leurs résultats montrent que, la viscosité et la conductivité turbulente dans la phase liquide ont un effet prépondérant sur la condensation en film laminaire par rapport à celles dans l'écoulement vapeur. Ils ont également conclu que les coefficients de transfert thermique obtenus pour la condensation du $R134a$ ont été plus importants que ceux déterminés pour $R12$.

L'étude de la condensation d'une vapeur pure de $R12$ et de $R134a$ à l'intérieur d'un tube vertical a été apporté par Panday [22]. Il a résolu l'ensemble des équations paraboliques comprenant la conservation de masse, de mouvement, d'espèce et d'énergie dans les deux phases, suivant un schéma implicite. La turbulence a été modélisée dans les deux phases utilisant le modèle de la longueur de mélange développé par Pletcher [23]. Panday a montré que pour un écoulement à grande vitesse, la turbulence dans les deux phases liquide et vapeur augmente le transfert de chaleur, et les résultats calculés ne présentent pas beaucoup de différence quand le tube à l'orientation horizontale ou verticale.

Une étude assez récente, dont la technique de film ruisselant est utilisé dans le cas de la condensation du gaz frigorigène $R134a$, dans un canal vertical en présence d'un gaz non condensable est développé par El Hammami et al. [24]. Cette étude a tenu compte les deux couches, liquide et gaz dont la résolution est basée sur la méthode aux différences fines. Les résultats détaillés comprennent les les profils de vitesse, de température et de la fraction de vapeur. Ils ont étudié l'effet des paramètres influents dans le phénomène sur l'épaisseur du film et sur le nombre de Nusselt local. Leurs résultats montrent que l'épaisseur du film croît pour les petits valeurs de pressions d'entrée, et pour des nombres important de Reynolds. Aussi, le transfert de chaleur diminue le long de la paroi du canal, qui signifié que la condensation en film liquide est accompagnée par une diminution de la température de la vapeur.

1.4.2 Condensation de mélange

La condensation de fluide pur, est rarement rencontrée dans les procédés industriels. Par exemple, le remplissage en fluide frigorigène d'un équipement industriel introduit inmanquablement une petite quantité d'air dans le cycle. D'autre part, ces équipements ne sont pas exempts de fuite et quand le fluide est en dépression par rapport à l'atmosphère, l'air entre dans le groupe frigorifique. Une très faible quantité d'air suffit à altérer le coefficient d'échange de chaleur d'un condenseur. Un fluide contenant une petite proportion d'air est alors considéré comme un mélange.

Mori et al. [25] ont établi analytiquement un modèle 2D, pour analyser l'effet du gaz non condensable sur la condensation d'une vapeur dans un thermosiphon fermé d'un condenseur diphasique. Trois cas particuliers ont été examinés et présentés avec la vapeur d'eau comme fluide de travail. Ils ont démontré que la diffusion massique entre la vapeur et le gaz dans la direction radiale peut avoir un effet appréciable sur le transfert de chaleur dans la région gaz-vapeur et sur la distribution de la température le long de mur du condenseur. Ils ont également porté une attention particulière sur le retard à la condensation due à la diffusion radiale et axiale du gaz non condensable. Ils ont conclu que l'étude paramétrique de la diffusion radiale montre que l'effet du gaz non condensable est gouverné par deux facteurs adimensionnels : la charge de gaz et le rapport du flux de diffusion radial aux flux de vapeur condensée.

Kaiping et Renz [26] ont examiné le transfert couplé de chaleur et de masse pendant la condensation partielle en film dans un tube vertical. Leurs résultats ont montré que la diffusion thermique peut jouer un rôle important dans le transfert de masse lors de la condensation partielle, même dans l'écoulement turbulent de mélange gaz-vapeur avec grande différences dans les masses moléculaires. Ils ont porté une attention particulière au couplage thermodynamique dû à la diffusion thermique. Ils ont trouvé aussi que, en écoulement turbulent, la diffusion thermique contribue significativement au flux de masse globalement transféré quant les différences de température entre l'écoulement du mélange et la paroi froide sont grandes et les gradients radiaux de concentration demeurent petits. Également ils ont montré que les formules communes d'estimation ne sont pas trop lointaines au moment de prédire l'influence réelle de la diffusion thermique, et ils ont pas tenu compte la réduction du flux diffusionnel causés par la diffusion thermique.

Louahlia et al. [27] ont analysé numériquement la condensation en film entre deux plaques parallèles d'un fluide pur et d'un mélange binaire non azéotropique de *R123* et *R134a*. Leurs résultats de calcul ont montré une forte influence de la composition du mélange sur le coefficient d'échange thermique et sur la perte de pression. Aussi ils ont déduit une corrélation pour déterminer le transfert de chaleur moyen pour la condensation

de ces fluides purs et de leurs mélanges en écoulement forcé entre deux plaques planes horizontales.

Hasanein et al. [28] ont mené une étude expérimentale et analytique pour déterminer l'effet de la présence du gaz non condensable sur le processus de la condensation de la vapeur d'eau le long d'un tube vertical à film en convection forcé. Ils ont inclus l'effet de l'écoulement axial, dans les termes d'épaisseur effective de couche limite, qui diminue avec le nombre de Reynolds en mélange gazeux. Leurs études ont inclus l'effet de plus d'un gaz non condensable dans la vapeur de condensation. Ils ont calculé les rapports entre la résistance thermique de film de condensat et la résistance thermique de vapeur à gaz non condensable dans la même température du mélange. Aussi ils ont montré que la résistance thermique du film de condensat est plus important pour les conditions de mélange gazeux turbulent et relativement de faible fraction massique de gaz $W_{nc} < 0,2$.

Chen et al. [29] ont étudié numériquement la condensation en film laminaire en présence du gaz non condensable le long d'une plaque verticale. Ils ont résolu le système des équations gouvernantes par la méthode de différences finies centrées. Leurs résultats ont montré que le coefficient adimensionnel de transfert de chaleur n'a pas été constant le long du tube et sa valeur diminue avec l'augmentation de la valeur de la fraction du gaz non condensable. Aussi ils ont conclu que la présence d'une petite quantité de gaz non condensable diminue l'efficacité du transfert de chaleur.

Siow et al. [30] ont réalisé une étude numérique de la condensation d'un mélange air-vapeur et d'un mélange *air* – *R134a* le long d'un canal horizontal, dont la paroi inférieure est soumise à une température constante T_p et la paroi supérieure est considérée adiabatique. Ils ont trouvé que la présence du gaz non condensable influence négativement sur le processus de la condensation. Les valeurs de l'épaisseur de film de condensat δ , du gradient de pression $\frac{dP}{dz}$ et du nombre de Nusselt Nu_z sont diminuées de manière significative avec l'augmentation de la concentration du gaz non condensable. Ils ont constaté aussi que la condensation de mélange gazeux *R134a*, produit un film de condensat plus grand et donne, un faible gradient de pression $\frac{dP}{dz}$ et un faible nombre de Nusselt local,

en comparaison avec le mélange air-vapeur dans les mêmes conditions de fonctionnement. L'un des principaux facteurs contribuant à cette tendance est la valeur élevée de la densité du mélange qui se traduit par une diminution de cisaillement interfacial, une augmentation d'épaisseur du film liquide et une baisse du taux de condensation.

En 2004, les mêmes auteurs [31] ont développé une étude numérique pour la condensation de mélange air-vapeur en écoulement laminaire le long d'un canal vertical et symétrique. Ils ont constaté que, l'augmentation des concentrations de gaz non condensables à l'entrée du canal, cause une diminution de l'épaisseur du film de condensat, du nombre de Nusselt local et du gradient de pression axial. Ils ont offert une solution analytique pour le calcul, de la vitesse et de l'épaisseur du film liquide à la fin de la condensation. Ainsi ils ont marqué que la solution numérique converge vers cette solution analytique pour des grandes valeurs de z .

De leur côté, Ravankar et Pollack [32] ont effectué une modélisation numérique stationnaire de la condensation en film d'un mélange air-vapeur en écoulement dans un tube vertical. Ils ont résolu les équations bidimensionnelles, de conservation de masse, de quantité de mouvement et de l'énergie pour chaque phase en utilisant la méthode des volumes finis. Le couplage entre les deux phases est basé sur une approche développée par Peterson et al. [33] qui ont mis en place une théorie de couche de diffusion pour décrire la condensation en présence de gaz non condensables. Ils ont constaté que le coefficient de transfert de chaleur diminue le long du tube et présente la plus faible valeur pour une grande fraction massique du gaz non condensable. Dans l'entrée du tube, la valeur du coefficient de transfert de chaleur avec et sans gaz non condensable diminue rapidement. La diminution du coefficient du transfert de chaleur avec 1% du gaz non condensable montre que une petite quantité de gaz non condensable défavorise le transfert de chaleur. Ils ont aussi étudié l'effet du nombre de Reynolds sur la condensation de vapeur avec l'air entre 1% et 10%, et observaient ainsi que, le taux de condensation diminue avec l'augmentation du nombre de Reynolds. Dans le cas de vapeur avec gaz non condensable, l'augmentation du nombre de Reynolds augmente la quantité du gaz non condensable accumulée près

de l'interface mélange-condensat. Ainsi l'augmentation du nombre de Reynolds (plus de quantité du gaz non condensable) diminue le coefficient de transfert de chaleur.

Siow et al. [34] ont présenté une étude numérique biphasique, qui traite la condensation d'un mélange air-vapeur en écoulement laminaire, dans un canal incliné. La paroi inférieure est soumise à une température constante T_p et la paroi supérieure est considérée adiabatique. Ils ont utilisé une méthode de volumes finis pour résoudre le système des équations de la couche limite, y compris les forces d'inertie, l'advection, le cisaillement interfacial et la variation de pression axiale. Leurs résultats ont montré que la diminution de nombre de Froude Fr (augmentation de l'angle d'inclinaison) entraîne une épaisseur plus mince et un écoulement de film liquide plus rapide. Le film mince ne montre pas une augmentation substantielle de nombre de Nusselt local, cependant est due à une diminution de la différence de température à travers le film. Ils ont remarqué qu'une augmentation de la concentration du gaz non condensable à l'entrée du canal, a entraîné une diminution de l'épaisseur du film de condensat, et en résulte une diminution du nombre de Nusselt, lorsqu'elle est associée d'une diminution de la température de l'interface. De même l'augmentation de différence de température $\Delta T = (T_{in} - T_p)$ a entraîné une augmentation de l'épaisseur du film de condensat et une diminution du nombre de Nusselt. L'augmentation du vitesse d'entrée du mélange produit, un film de condensat plus mince et un nombre de Nusselt plus grand.

Une étude a été développée par El Hammami et al. [35] en traitant l'évaporation en régime turbulent d'un film liquide dans un canal incliné à paroi poreuse. Ils ont remarqué que le transfert de masse est plus efficace pour une faible humidité d'air et un faible angle d'inclinaison.

Groff et al. [36] ont présenté une étude numérique, pour la condensation d'un mélange air-vapeur en écoulement turbulent le long d'un tube vertical. Le modèle des équations paraboliques dans les deux phases ont été résolues par la méthode des volumes finis. Le couplage entre les deux phases est basé sur une approche développée par Siow [37]. Dans les comparaisons expérimentales, ils ont constaté que le modèle composé de $k - \epsilon$

est le plus adapté. En outre, ils ont observé une diminution de l'épaisseur du film de condensat à l'entrée du tube avec l'augmentation du nombre de Reynolds. Ils ont expliqué ce constat par une influence significative des forces de cisaillement qui aplatissent le film de condensat à l'entrée du tube. Ils ont rapporté aussi, en allant de l'entrée vers la sortie du tube, que le film de condensat est plus épais pour un nombre de Reynolds plus élevé, en raison de l'augmentation de la vapeur dans le mélange et à la diminution des forces de cisaillement. De même l'augmentation de la différence de température ΔT produit un taux de condensation plus élevé, ce qui explique l'augmentation de l'épaisseur du film de condensat. Ils ont également observé que l'épaisseur du film de condensat diminue avec l'augmentation de la fraction massique de l'air à l'entrée. Cette diminution est le résultat d'une réduction du taux de condensation due à l'accumulation du gaz non condensable à l'interface liquide-mélange par conséquent l'augmentation de la résistance de l'air au transfert de masse.

Parmi les travaux qui s'inscrivent dans le cadre des problèmes de la condensation de vapeur en présence d'une forte concentration de gaz non condensable tel que l'air humide. Nous trouvons ceux de Dharma et al. [38] qui ont procédé à une étude numérique pour la condensation d'un mélange air-vapeur le long d'un tube vertical, en écoulement laminaire de convection forcée. Les équations de la couche limite, sont discrétisées à l'aide de la méthode de différences finies. Ils ont remarqué que les pourcentages élevés de l'air font diminuer considérablement les coefficients de transferts de chaleur et le taux de condensation.

Très récemment Zhou et al. [39] ont effectué une étude expérimentale sur un condenseur simulé PCCS, avec un faisceau de quatre tubes. Le tube du condenseur PCCS a été utilisé avec différentes paramètres, tels-que la pression du système, le débit d'entrée de vapeur et la fraction massique du gaz non condensable. Leurs résultats ont montré que la présence du gaz non condensable détériore la performance du condenseur. Ils ont remarqué aussi que l'augmentation de film de condensat et du gaz non condensable dégradent la condensation de vapeur selon la direction axiale à partir de l'entrée. Le coefficient

du transfert de chaleur diminue avec l'augmentation de la fraction massique du gaz non condensable. Les résultats du modèle de la couche limite, ont montré que l'épaisseur de la couche limite et la concentration du gaz non condensable, augmentent le long de la longueur du tube de condenseur. Aussi, coefficient de transfert de chaleur diminue fortement à l'entrée du tube de condenseur.

Récemment, El Hammami et al [40]. ont présenté une étude numérique des transferts de chaleur et de masse lors de la condensation en film laminaire d'une vapeur d'eau dans un canal incliné à paroi poreuse, dont l'écoulement dans le milieu poreux est décrit par le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer. Leurs résultats montre que la configuration verticale favorise la condensation de la vapeur d'eau en film liquide. Ainsi l'augmentation de revêtement poreux permet un meilleur contact thermique entre la vapeur et la paroi de condensation, par conséquent le taux de vapeur condensable à la sortie du canal, diminue avec l'épaisseur de la couche poreuse.

1.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté des généralités sur le transfert de chaleur et de masse avec changement de phase. Nous avons aussi, montré la complexité du phénomène mise en jeu pour comprendre le mécanisme du transfert thermique et massique lors de la condensation de vapeur en présence du gaz non condensable, le long d'un tube vertical. Nous avons noté que de nombreuses études, traitent le phénomène de la condensation des vapeurs pures, par contre peu d'études qui ont été consacrée pour le cas de la condensation de mélange binaire et ternaire, en présence de forte concentration du gaz non condensable.

Ce travail peut donc être entrepris pour analyser théoriquement les transferts de chaleur et de masse lors de la condensation d'un mélange binaire (air-vapeur eau, air- $R134a$) et d'un mélange ternaire (air-vapeur eau-vapeur éthanol, air-vapeur méthanol-vapeur éthanol)

Chapitre 2

Modélisation des transferts de chaleur et de masse

2.1 Introduction

Après avoir fait la description du phénomène de la condensation et l'état des travaux publiés, nous analysons dans ce chapitre le problème physique des transferts de chaleur et de masse lors de la condensation, d'un mélange binaire de vapeur d'eau (ou de vapeur de frigorigène R134a) en présence du gaz non condensable, et d'un mélange ternaire de vapeur d'eau et de méthanol (ou de vapeur d'éthanol et de méthanol) en présence du gaz non condensable le long d'un tube vertical.

Cette étape est fondamentale et permet d'apporter des simplifications aux équations régissant l'étude de la condensation en film laminaire en convection mixte. L'écoulement diphasique est supposé symétrique par rapport au plan médian. Le modèle mathématique est décrit par les équations de conservation de masse, de quantité de mouvement, de l'énergie et de la fraction massique de la vapeur dans les deux phases, liquide et vapeur.

Le modèle développé peut s'appliquer à un condenseur à film ruisselant, dans lequel le mélange gazeux est condensé dans un tube refroidi. Dans cette étude on s'intéresse, d'une part à l'effet des faibles fractions massiques du gaz non condensable dans le processus de la condensation du fluide frigorigène R134a, et d'autre part à l'effet des grandes fraction massique du gaz non condensable lors de la condensation de la vapeur d'eau.

2.2 Présentation du problème

2.2.1 Modèle physique

Nous considérons un mélange gazeux s'écoulant à l'intérieur d'un tube vertical de rayon R . Le condensat d'épaisseur δ_z (figure 2.1), est soumis à l'action des forces de pesanteur, de pression et de frottement à l'interface liquide-vapeur. La paroi du tube est supposée soumise à une température constante T_p . À l'entrée du tube, arrive un écoulement de mélange gaz-vapeur chaud, à température T_0 , vitesse $u_0(Re_0)$, pression P_0 et fraction massique en vapeur d'eau W_0 uniforme.

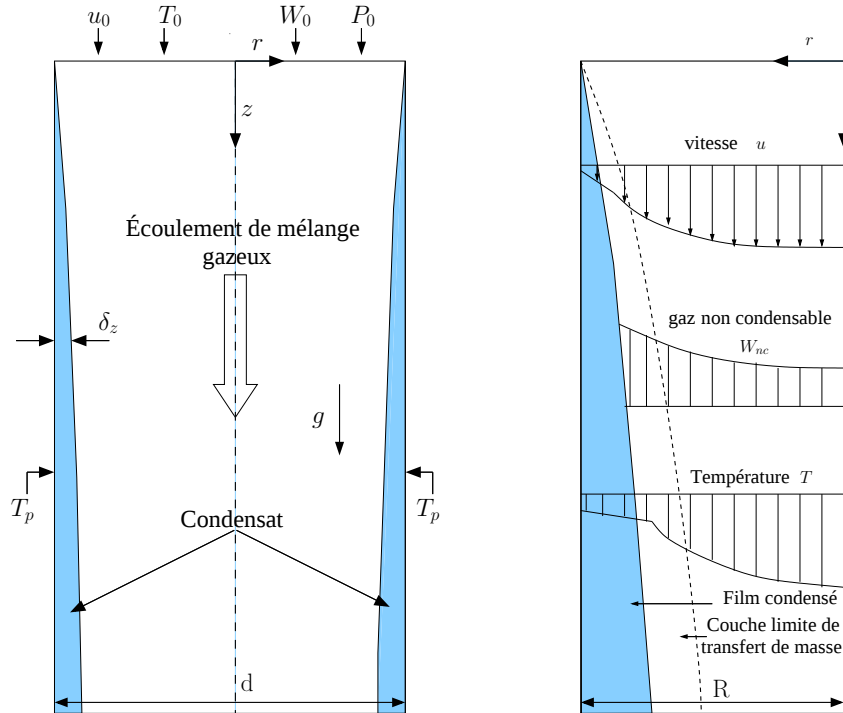


FIG. 2.1 – Modèle physique

2.2.2 Hypothèses

Dans notre étude numérique nous tiendrons compte du transfert de chaleur par convection forcée dans le mélange gazeux, et par conduction dans le film de condensat.

Le transfert de masse vers la paroi froide du tube est pris en considération les hypothèses suivantes :

1. L'écoulement du mélange gazeux est laminaire et stationnaire ;
2. Les écoulements sont bidimensionnels et axisymétrique ;
3. Le rayonnement et les effets secondaires du Duffour et Soret sont négligeables ;
4. Les approximations de la couche limite sont partout valables ;
5. Le mélange gazeux est considéré comme gaz parfait ;
6. L'interface liquide-vapeur est mobile, sans onde, en équilibre thermodynamique local et imperméable à l'air sec, elle est de faible épaisseur ;
7. La température de la surface du tube est constante ;
8. La tension superficielle du liquide est supposée négligeable.
9. Milieux
continu.

2.3 Modèle mathématique

Les équations régissant le modèle physique avec les conditions aux limites, dans les deux phases gaz et liquide, sont établies, en tenant compte des hypothèses simplificatrices et en supposant que la diffusion axiale est négligeable devant la convection.

2.3.1 Équations gouvernantes

En régime stationnaire, les équations paraboliques de conservation de masse, de quantité de mouvement, de l'énergie et de la fraction massique de l'espèce diffusante, s'écrivent pour la géométrie axisymétrique de la façon suivante :

2.3.1.1 Film liquide

- Équation de la continuité :

$$\frac{\partial}{\partial z} (r \rho_l u_l) + \frac{\partial}{\partial r} (r \rho_l v_l) = 0 \quad (2.1)$$

- équation du mouvement :

$$\frac{\partial}{\partial z} (\rho_l u_l^2) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho_l r v_l u_l) = -\frac{dP}{dz} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu_l \frac{\partial u_l}{\partial r} \right) + \rho_l g \quad (2.2)$$

- équation de la chaleur :

$$\frac{\partial}{\partial z} (\rho_l C_p^l u_l T_l) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho_l C_p^l r v_l T_l) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda_l \frac{\partial T_l}{\partial r} \right) \quad (2.3)$$

2.3.1.2 Mélange gazeux

- équation de continuité :

$$\frac{\partial}{\partial z} (r \rho_m u_m) + \frac{\partial}{\partial r} (r \rho_m v_m) = 0 \quad (2.4)$$

- équation du mouvement :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} (\rho_m u_m^2) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho_m r v_m u_m) &= -\frac{dP_d}{dz} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu_m \frac{\partial u_m}{\partial r} \right) \\ &+ (\rho_m - \rho_0) g \end{aligned} \quad (2.5)$$

- équation de la chaleur :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} (\rho_m C_p^m u_m T_m) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho_m C_p^m r v_m T_m) &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda_m \frac{\partial T_m}{\partial r} \right) \\ &+ \left[\sum_{i=1}^2 \rho_m D_i^m (C_{pm}^{vi} - C_p^{mc}) \right] \frac{\partial T_m}{\partial r} \frac{\partial W^k}{\partial r} \end{aligned} \quad (2.6)$$

- équation de diffusion :

$$\frac{\partial}{\partial z} (\rho_m u_m W^k) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho_m r v_m W^k) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \rho_m D_k^m \frac{\partial W^k}{\partial r} \right) \quad (2.7)$$

Le troisième terme du deuxième membre dans l'équation dans l'équation 2.5 représente les forces de flottabilités qui sont dues aux différences de la température et de la fraction massique.

Pour compléter la modélisation mathématique du problème, il est convenable d'ajouter l'équation de conservation de masse dans la phase gazeuse, aux équations de transfert.

$$\frac{\dot{m}_0}{2\pi} = \int_0^{R-\delta} r \rho_m u_m dr + \int_0^z \rho_m v_I dz \quad (2.8)$$

2.3.2 Conditions aux limites

Nous associons, aux équations 2.1 - 2.7, les conditions aux limites et à l'interface suivantes :

2.3.2.1 Condition à l'entrée du tube $z = 0$:

$$u_m = u_0, \quad T_m = T_0, \quad W^k = W_0^k, \quad P = P_0 \quad (2.9)$$

2.3.2.2 Condition à la paroi du tube $r = R$:

$$u_l = v_l = 0, \quad T_l = T_p = cte \quad (2.10)$$

2.3.2.3 Condition à l'axe central du tube $r = 0$:

En raison de la symétrie on peut écrire :

$$\frac{\partial u_m}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial T_m}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial W^k}{\partial r} = 0, \quad v_m = 0 \quad (2.11)$$

2.3.2.4 Condition à l'interface liquide-vapeur ($r = R - \delta$)

- Continuité de la vitesse (condition de non-glissement)

$$u_I(z) = u_I^m = u_I^l \quad (2.12)$$

- Continuité de la température

$$T_I(z) = T_I^m = T_I^l \quad (2.13)$$

- Continuité de la contrainte de cisaillement

$$\tau_I = \left(\mu \frac{\partial u}{\partial r} \right)_I^l = \left(\mu \frac{\partial u}{\partial r} \right)_I^m \quad (2.14)$$

On suppose que l'absence de cisaillement entre le mélange gazeux et le liquide se traduit par la proportionnalité des gradients de vitesse à l'interface.

- Continuité du flux de chaleur

$$\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right)_I^l = \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right)_I^m - \dot{m}_I \cdot h_{fg} \quad (2.15)$$

Généralement, la diffusion et la convection sont indissociable, ainsi le bilan de matière à l'interface s'écrit :

$$\dot{m}_{kI} = \left(-\rho_m D_k^m \frac{\partial W^k}{\partial r} \right)_I + (W^k \dot{m})_I \quad (2.16)$$

$$\dot{m}_I = - \frac{\sum_{k=1}^2 \rho_m D_k^m \frac{\partial W}{\partial r}}{1 - \sum_{i=1}^2 W_I^k} \quad (2.17)$$

$$W_I^k = - \frac{P_{kI} M_k}{\sum_{i=1}^3 P_i M_i} \quad (2.18)$$

2.4 Grandeurs caractéristiques

Afin d'analyser l'influence des paramètres de l'entrée du tube, tels que le débit du mélange gazeux, la température de mélange, la pression et la fraction massique du gaz non condensable, il est nécessaire de connaître certaines grandeurs tels que les nombres locaux de Nusselt sensible et latent liés au transfert thermique ainsi que le nombre de Sherwood lié au transfert massique.

2.4.1 Nombres adimensionnels

Le premier et le second termes du second membre de l'équation 2.15 représentent respectivement le flux de chaleur sensible à l'interface transmis de l'écoulement gazeux vers l'interface, Q_I^s , et le flux de chaleur échangé par mode latent, Q_I^{lat} .

Le terme du premier membre de l'équation 3.31 correspond au flux de chaleur totale à l'interface Q_I . On peut écrire le flux de chaleur total transmis du mélange gazeux vers l'interface comme suit :

$$Q_I = Q_I^s + Q_I^{lat} = \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right)_I^m - \dot{m}_I \cdot h_{fg} \quad (2.19)$$

Les nombres de Nusselt locaux Nu_s et Nu_l le long de l'interface, liés respectivement au transfert par mode sensible et au transfert par mode latent, sont définis comme suit :

$$Nu_s = \frac{Q_{sI}(2R)}{\lambda_m (T_b - T_I)} \quad (2.20)$$

$$Nu_l = \frac{\dot{m}_v^I h_{fg}(2R)}{\lambda_m (T_b - T_I)} \quad (2.21)$$

Le nombre de Nusselt local est défini par l'expression suivante :

$$Nu_z = \frac{h_s D_h}{\lambda_l} = \frac{Q_I(2R)}{\lambda_m (T_b - T_I)} \quad (2.22)$$

Qui peut s'écrire comme suit :

$$Nu_z = Nu_s + Nu_l \quad (2.23)$$

Le nombre de Sherwood massique local, le long de l'interface est donné par :

$$Sh_z^k = \frac{h_M L}{D} = \frac{\dot{m}_{kI} (1 - W_I^k)}{\rho_m D (W_b^k - W_I^k)} \quad (2.24)$$

Avec T_b et W_b sont respectivement la température et la fraction massique de mélange, sont données par les expressions suivantes (Annexe 5.4) :

$$T_b = \frac{\int_0^{R-\delta} \rho_m C_p^m r u_m T_m dr}{\int_0^{R-\delta} \rho_m C_p^m r u_m dr} \quad (2.25)$$

$$W_b^k = \frac{\int_0^{R-\delta} \rho_m r u_m W^k dr}{\int_0^{R-\delta} \rho_m r u_m dr} \quad (2.26)$$

Dans le but d'améliorer notre compréhension dans le processus des transferts de chaleur et de masse, on utilise le taux de condensation total accumulé :

$$M_r = \frac{\text{le taux massique condensé}}{\text{le débit massique à l'entrée}} = \frac{2\pi \int_0^z \rho_m v_I dz}{\dot{m}_0} \quad (2.27)$$

2.4.2 Équations d'états

Dans un mélange gazeux la loi des gaz parfaits pour chaque constituant i s'écrit sous la forme suivante :

$$P_i V = \frac{m_i}{M_i} RT \quad (2.28)$$

La loi de Dalton pour un mélange gazeux s'écrit de la forme suivant :

$$P = \sum_{i=1}^n P_i \quad (2.29)$$

Dans le cas de mélange binaire constitué de gaz non condensable et de vapeur, la pression total s'écrit :

$$P = P_{nc} + P_v \quad (2.30)$$

Le mélange gazeux est considéré comme un gaz parfait ; les pressions partielles du gaz non condensable P_{nc} et de la vapeur P_v suivent les lois :

$$P_v V = \frac{m_v}{M_v} RT \quad (2.31)$$

$$P_{nc} V = \frac{m_{nc}}{M_{nc}} RT \quad (2.32)$$

Lorsque la masse de vapeur m_v atteint sa valeur de saturation m_v^{st} , correspondant à la pression de vapeur saturante P_v^{st} , ainsi l'humidité absolue H_a (Annexe 5.4) prend sa valeur maximale.

La pression de vapeur saturante P_v^{st} de la vapeur d'eau et de la vapeur frigorigène R134a sont définies respectivement par les relations suivantes :

- P_{vs} de la vapeur d'eau :

$$P_v^{st} = e^{\left(73,649 - \frac{7258,2}{T_I} - 7,3037 \times \log T_I + 4,1653 \times 10^{-6} T^2\right)} \quad (2.33)$$

- P_v^{st} de la vapeur de $R134a$:

$$P_v^{st} = \exp\left(\frac{-0,38927 \times 10^4}{T_I - 0,426776 \times 10^2} + 0,948654 \times 10^1\right) \quad (2.34)$$

La fraction massique de la vapeur W_I à l'interface est donnée par la relation thermodynamique suivante :

$$W_I = \frac{m_v}{m_v + m_{nc}} = \frac{M_{vs}P_{vs}}{M_vP_{vs} + M_{nc}P_{nc}} \quad (2.35)$$

$$W_I = \frac{M_vP_{vI}}{M_{nc}(P - P_{vI}) + M_vP_{vI}} \quad (2.36)$$

2.5 Propriétés thermophysiques

Un calcul numérique développé lors des phénomènes de changement de phase, ne peut se faire sans la connaissance d'un certain nombre des propriétés thermodynamiques du film liquide et du mélange gazeux, qui sont considérés variable en fonction de la température et de la fraction massique.

Il s'agit de la détermination, d'une part, des propriétés des corps purs en fonction de la température et d'autre part, des corrélations pour le mélange gazeux (vapeur et gaz non condensable).

2.5.1 Propriétés des corps purs

Les propriétés des corps purs utilisés dans cette simulation numérique sont tirées

- **Cas de l'air :**

– Viscosité dynamique :

$$\mu_{nc} = 1,488 \times 10^{-6} \frac{T^{1,5}}{(118 + T)} \quad (2.37)$$

– Conductivité thermique :

$$\lambda_{nc} = 1,195 \times 10^{-3} \frac{T^{1,6}}{(118 + T)} \quad (2.38)$$

– Chaleur spécifique :

$$C_p^{nc} = (1 + 2,5 \times 10^{-10} T^3) \times 10^3 \quad (2.39)$$

• **Cas de la vapeur d'eau :**

– Viscosité dynamique :

$$\mu_v = [8,02 + 0,0407 (T - 273,16)] \times 10^{-6} \quad (2.40)$$

– Conductivité thermique :

$$\lambda_v = [1,87 + 0,65 \times 10^{-3} (T - 273,16)^{\frac{9}{7}} + 5,7 \times 10^{-13} (T - 273,16)^{5,1}] \times 10^2 \quad (2.41)$$

– Chaleur spécifique :

$$C_p^v = 1,863 \times 10^3 + 1,65 \times 10^{-3} (T - 273,16)^{2,5} + 1,2 \times 10^{-18} (T - 273,16)^{8,5} \quad (2.42)$$

• **Cas de la vapeur de R134a :**

– Viscosité dynamique :

$$\mu_v = 6,1024 \times 10^{-7} \frac{T^{0,60914}}{(1 + \frac{174,18}{T})} \quad (2.43)$$

– Conductivité thermique :

$$\lambda_v = 2,2692 \frac{T^{-0,30342}}{(1 - \frac{141,07}{T} + \frac{2679400}{T^2})} \quad (2.44)$$

– Chaleur spécifique :

$$C_p^v = 57507 + 118850 \left[\frac{\frac{1259,8}{T}}{\sinh(\frac{1259,8}{T})} \right]^2 + 92860 \left[\frac{\frac{585,86}{T}}{\cosh(\frac{585,86}{T})} \right]^2 \quad (2.45)$$

• **L'eau liquide :**

– Densité volumique :

$$\rho_l = \frac{10^3}{[1 + 8,7 \times 10^{-6} (T - 273,16)^{1,85}]} \quad (2.46)$$

– Viscosité dynamique :

$$\mu_l = 2,4 \times 10^{-5} \times 10^{\left(\frac{251}{135 + (T - 273,16)}\right)} \quad (2.47)$$

– Conductivité thermique :

$$\lambda_l = 0,6881 - 4 \times 10^{-6} (408,16 - T)^{2,1} \quad (2.48)$$

– Chaleur spécifique :

$$C_p^l = 4,179 \times 10^3 + 7,9 \times 10^{-5} (T - 283,16)^{2,9} \quad (2.49)$$

– Chaleur latente :

$$h_{fg} = 2,5016 \times 10^6 - 2,370 \times 10^3 (T - 273,16) \quad (2.50)$$

• **R134a liquide :**

– Densité volumique :

$$\rho_l = \frac{1,2735}{0,25854 \left[1 + \left(1 - \frac{T}{374,3} \right)^{0,2739} \right]} \quad (2.51)$$

– Viscosité dynamique :

$$\mu_l = \exp \left(-218,06 + \frac{5879,3}{T} + 36,883 \times \log T - 0,068 \times T \right) \quad (2.52)$$

– Conductivité thermique :

$$\lambda_l = 0,2091 - 0,00042844 \times T \quad (2.53)$$

– Chaleur spécifique :

$$C_p^l = -1831000 + 20533 \times T - 72,617 \times T^2 + 0,087152 \times T^3 \quad (2.54)$$

– Chaleur latente :

$$\begin{aligned} h_{fg} = & -9.97570308 \times 1E - 8T^4 + 8.56535847 \times 1E - 5T^3 - \\ & 2.80200039 \times 1E - 2T^2 + \\ & 3.52784660 \times T + 1.35346723 \times 1E2 \end{aligned} \quad (2.55)$$

2.5.2 Propriétés des mélanges gazeux

On suppose le mélange gazeux (vapeur et gaz non condensable) comme étant un gaz parfait, la densité volumique ρ_m , la viscosité dynamique μ_m , la conductivité thermique λ_m , la chaleur spécifique C_p^m et la diffusivité de vapeur dans le gaz non condensable D_v^{nc} , sont évalués par les relations suivantes :

- **Cas de mélange (Vapeur d'eau + air) :**

- Densité volumique :

La densité volumique du mélange peut être évaluée par la relation suivante :

$$\rho_m = \frac{P}{RT \left(\frac{W}{M_v} + \frac{1-W}{M_{nc}} \right)} \quad (2.56)$$

- Viscosité dynamique :

La viscosité d'un mélange de gaz est rarement une fonction linéaire de sa composition, la viscosité d'un mélange de gaz peut être estimée, à partir de la théorie cinétique des gaz. Pour des mélanges gazeux, la formule semi-empirique de Bromley et Wilke [41] donne des valeurs cohérentes.

$$\mu_m = \frac{\mu_v}{\left[1 + \left(\frac{x_{nc}}{x_v} \right) \phi_v^{nc} \right]} + \frac{\mu_{nc}}{\left[1 + \left(\frac{x_v}{x_{nc}} \right) \phi_{nc}^v \right]} \quad (2.57)$$

avec

$$\phi_i^j = \frac{\left[1 + \left(\frac{\mu_i}{\mu_j} \right)^{0,5} \left(\frac{M_j}{M_i} \right)^{0,25} \right]}{\left[8 \left(1 + \frac{M_i}{M_j} \right) \right]^{0,5}} \quad (2.58)$$

x_v et x_{nc} désignent respectivement les fractions molaires, de la vapeur d'eau et du gaz non condensable.

- Conductivité thermique :

$$\lambda_m = \frac{\lambda_v}{\left[1 + \left(\frac{x_{nc}}{x_v} \right) A_v^{nc} \right]} + \frac{\lambda_{nc}}{\left[1 + \left(\frac{x_v}{x_{nc}} \right) A_{nc}^v \right]} \quad (2.59)$$

Avec

$$A_i^j = 0,25 \left\{ \left[1 + \frac{\mu_i}{\mu_j} \left(\frac{M_j}{M_i} \right)^{0,75} \times \frac{\left(1 + \frac{S_i}{T} \right)}{\left(1 + \frac{S_j}{T} \right)} \right]^{0,5} \right\}^2 \frac{1 + \frac{S_i}{T}}{1 + \frac{S_j}{T}} \quad (2.60)$$

Et

$$S_i^j = 0,733 \sqrt{S_i S_j} \quad S_v = 559,5 \quad S_{nc} = 115,5 \quad (2.61)$$

– Chaleur spécifique :

$$C_p^m = W_v C_p^v + (1 - W_v) C_p^{nc} \quad (2.62)$$

– Diffusivité : La diffusion de la vapeur dans le gaz non condensable est décrite par la méthode de Fuller et al. [42]

$$D_v^{nc} = \frac{0,1013 T^{1,75} \left(\frac{1}{M_v} + \frac{1}{M_{nc}} \right)^{0,5}}{P \left[\left(\sum V_v \right)^{\frac{1}{3}} + \left(\sum V_{nc} \right)^{\frac{1}{3}} \right]^2} \quad (2.63)$$

Où les masses molaires du gaz non condensable et de la vapeur d'eau sont respectivement $M_{nc} = 28,96 \text{ kg.kmol}^{-1}$ et $M_v = 18,02 \text{ kg.kmol}^{-1}$. $D_{v,nc}$ est le coefficient de diffusion de vapeur d'eau dans le gaz non condensable, P et T sont respectivement la pression en Pa et la température en K, la valeur de groupe de contribution $\sum V_v$ (volume de diffusion atomique et structurelle) est donnée par Perry[43]

• **Cas de mélange (Vapeur R134a + air) :**

– Densité volumique : La densité volumique du mélange peut être évaluée par la relation suivante :

$$\rho_m = \frac{P}{RT \left(\frac{W}{M_v} + \frac{1-W}{M_{nc}} \right)} \quad (2.64)$$

– Viscosité dynamique :

$$\mu_m = \frac{\mu_v}{\left[1 + \left(\frac{x_{nc}}{x_v} \right) \phi_v^{nc} \right]} + \frac{\mu_{nc}}{\left[1 + \left(\frac{x_v}{x_{nc}} \right) \phi_{nc}^v \right]} \quad (2.65)$$

avec

$$\phi_i^j = \frac{\left[1 + \left(\frac{\mu_i}{\mu_j} \right)^{0,5} \left(\frac{M_j}{M_i} \right)^{0,25} \right]}{\left[8 \left(1 + \frac{M_i}{M_j} \right) \right]^{0,5}} \quad (2.66)$$

x_v et x_{nc} désignent respectivement les fractions molaires, de la vapeur de *R134a* et du gaz non condensable.

– Conductivité thermique :

$$\lambda_m = \frac{\lambda_v}{\left[1 + \left(\frac{x_{nc}}{x_v} \right) A_v^{nc} \right]} + \frac{\lambda_{nc}}{\left[1 + \left(\frac{x_v}{x_{nc}} \right) A_{nc}^v \right]} \quad (2.67)$$

Avec

$$A_i^j = 0,25 \left\{ \left[1 + \frac{\mu_i}{\mu_j} \left(\frac{M_j}{M_i} \right)^{0,75} \times \frac{\left(1 + \frac{S_i}{T} \right)}{\left(1 + \frac{S_j}{T} \right)} \right]^{0,5} \right\}^2 \frac{1 + \frac{S_i^j}{T}}{1 + \frac{S_j}{T}} \quad (2.68)$$

Et

$$S_i^j = 0,733 \sqrt{S_i S_j} \quad S_v = 370.725 \quad S_{nc} = 115,5 \quad (2.69)$$

– Chaleur spécifique :

$$C_p^m = W_v C_p^v + (1 - W_v) C_p^{nc} \quad (2.70)$$

– Diffusivité :

$$D_v^{nc} = \frac{0,1013 T^{1,75} \left(\frac{1}{M_v} + \frac{1}{M_{nc}} \right)^{0,5}}{P \left[\left(\sum V_v \right)^{\frac{1}{3}} + \left(\sum V_v \right)^{\frac{1}{3}} \right]^2} \quad (2.71)$$

Où les masses molaires du gaz non condensable et de la vapeur frigorigène *R134a* sont respectivement M_{nc} et M_v . $D_{v,nc}$ est le coefficient de diffusion de la vapeur de *R134a* dans le gaz non condensable, P et T sont respectivement la pression en Pa et la température en K, la valeur de groupe de contribution $\sum V_v$ (volume de diffusion atomique et structurelle) est donnée par Perry [43]

2.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons formulé le modèle mathématique qui modélise les transferts simultanés de chaleur et de masse, lors du phénomène de la condensation d'une vapeur en présence du gaz non condensable (dans notre étude l'air). Les propriétés thermodynamique des corps purs, aussi leur mélange gazeux, ont été considéré variable. Le modèle développé dans cette étude peut s'appliquer à un condenseur à film ruisselant dans lequel la vapeur est condensé dans un tube refroidi.

L'analyse qui vient d'être faite montre clairement la complexité du phénomène observé dans l'étude de la condensation en présence du gaz non condensable. Dans le but d'analyser ce phénomène, des simplifications au niveau des équations ont été effectuées sous forme des hypothèses.

Chapitre 3

Méthode de résolution numérique

3.1 Introduction

La modélisation du transfert de chaleur et de masse lors de la condensation des mélanges gazeux dans les condenseurs à film ruisselant représente un problème complexe, comme mentionné dans l'analyse bibliographique du chapitre 1. Les équations différentielles traduisant la loi de conservation doivent être en effet résolues pour l'écoulement gazeux et pour celui du film de condensat. Dans ce type de problème (non-linéarité, propriétés physiques variables, écoulement diphasique, anisotrope...), les méthodes analytiques sont trop complexes à mettre en œuvre. La résolution est alors, déterminée numériquement par la méthode des différences finies, volumes finies ou par des méthodes d'affinités rapides.

Nous exposons dans ce chapitre, le traitement numérique des équations différentielles dans les deux phases couplées avec les conditions aux limites et ceux de l'interface. Dans la présente simulation, les équations paraboliques établies, sont discrétisées par un schéma implicite aux différences finies en raison de sa simplicité de mise en œuvre. Après discrétisation, le système tridiagonal obtenu associé aux conditions aux limites et à l'interface, sera résolu à l'aide de l'algorithme de Thomas [44]. Le calcul itératif se fait ligne par ligne, en choisissant un maillage non uniforme et suffisamment serré dans les zones à fort gradient et à l'interface gaz-liquide.

3.2 Discrétisation

Les méthodes aux différences finies sont les plus couramment pratiquées pour la résolution des problèmes de changement de phase, dans le cas des géométries de forme simple (rectangulaire, annulaire, ...). Et ce en raison de la facilité de leur mise en oeuvre et de leur adaptation facile à une telle géométrie. On utilise donc un schéma aux différences finies implicites pour résoudre, les équations, de quantité de mouvement, de chaleur et de masse dans les deux phases ainsi que les conditions aux limites et à l'interface. Comme ces équations sont couplées, nous les résolvons simultanément.

Pour discrétiser le système des équations gouvernantes, différentes méthodes peuvent être utilisées. Notons que le plus communément adoptées dans la littérature sont les méthodes utilisant les développements en séries de Taylor. Les termes convectifs axiaux sont approchés par une différence vers l'avant et les termes de convection et de diffusion radiale par une différence centrée. À l'interface gaz-liquide, les conditions mises en jeu pour la continuité de la contrainte de cisaillement et de flux de chaleur, sont approchées par une différence vers l'avant à l'ordre 2 pour $(\frac{\partial \phi}{\partial r})_l$ et par une différence vers l'arrière à l'ordre 2 pour $(\frac{\partial \phi}{\partial r})_m$.

La valeur d'une fonction ϕ au noeud (i, j) . Pour simplifier les écritures nous allons adopter les notations suivantes

$$\phi'_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} \quad \phi''_r = \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} \quad \phi'''_r = \frac{\partial^3 \phi}{\partial r^3} \quad (3.1)$$

$$\phi'_z = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (3.2)$$

Nous développons une approximation aux différences finies avec l'erreur de troncature $O(\Delta r)^2$ pour ϕ'_r au point (i, j) en utilisant $\phi_{i,j}$, $\phi_{i,j+1}$ et $\phi_{i,j-1}$ quand le maillage est non-uniforme. Nous utilisons la notation $\Delta r_+ = r_{i,j+1} - r_{i,j}$ et $\Delta r_- = r_{i,j} - r_{i,j-1}$ comme indiquée sur la figure 3.1. Nous nous rappelons que pour un maillage uniforme, la représentation d'une différence centrée pour une dérivée première est équivalente à

la moyenne arithmétique d'une représentation vers l'avant et vers l'arrière. Donc pour $\Delta r_+ = \Delta r_- = \Delta r$ nous pouvons écrire :

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial r} \right|_{i,j} = \frac{\delta_r \phi_{i,j}}{2\Delta r} = \frac{\Delta_r \phi_{i,j} + \nabla_r \phi_{i,j}}{2\Delta r} + O(\Delta r)^2 \quad (3.3)$$

Pour un pas variable, l'utilisation d'une progression géométrique préservera l'exactitude du second ordre :

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial r} \right|_{i,j} = \frac{\Delta_r \phi_{i,j}}{\Delta r_+} \left(\frac{\Delta r_-}{\Delta r_+ + \Delta r_-} \right) + \frac{\nabla_r \phi_{i,j}}{\Delta r_-} \left(\frac{\Delta r_+}{\Delta r_+ + \Delta r_-} \right) + O(\Delta r)^2 \quad (3.4)$$

Le rapport ci-dessus peut être évident à certains cas, il peut être vérifié au moyenne de développement de Taylor au point (i, j) . En adoptant les notations citées ci-dessus on obtient :

$$\phi_{i,j+1} = \phi_{i,j} + (\alpha \Delta r_-) \phi'_r + \frac{(\alpha \Delta r_-)^2}{2!} \phi''_r + \frac{(\alpha \Delta r_-)^3}{3!} \phi'''_r + \dots \quad (3.5)$$

$$\phi_{i,j-1} = \phi_{i,j} + (-\Delta r_-) \phi'_r + \frac{(-\Delta r_-)^2}{2!} \phi''_r + \frac{(-\Delta r_-)^3}{3!} \phi'''_r + \dots \quad (3.6)$$

Pour calculer ϕ_r , nous multiplions l'équation (3.5) par a et l'équation (3.6) par b , et nous rajoutons les deux équations. Ce qui exige que le coefficient de $\left. \frac{\partial \phi}{\partial r} \right|_{i,j} \Delta r_-$ soit égale à un, après l'addition on trouve $\alpha a - b = 1$. Pour avoir une erreur de troncature $O(\Delta r)^2$, le coefficient de ϕ''_r doit être égale à zéro, on obtient encore $\alpha^2 a + b = 0$. À partir de ces deux équations algébriques, (3.5) et (3.6) on trouve donc a et b ; $a = \frac{1}{\alpha(\alpha+1)}$ et $b = -\frac{\alpha}{(\alpha+1)}$:

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial r} \right|_{i,j} = \frac{a\phi_{i,j+1} - (a+b)\phi_{i,j} + b\phi_{i,j-1}}{a\Delta r_+ + b\Delta r_-} + O(\Delta r)^2 \quad (3.7)$$

En remplace a et b par leurs valeurs, la dérivée de la variable ϕ peut être écrite comme suit :

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial r} \right|_{i,j} = \frac{\phi_{i,j+1} + (\alpha^2 - 1)\phi_{i,j} - \alpha^2 \phi_{i,j-1}}{\alpha(\alpha+1)\Delta r_-} + O(\Delta r)^2 \quad (3.8)$$

De la même manière on trouve la dérivée seconde au premier ordre :

$$\left. \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} \right|_{i,j} = 2 \frac{\phi_{i,j+1} - (\alpha + 1)\phi_{i,j} + \alpha\phi_{i,j-1}}{\alpha(\alpha + 1)\Delta r_- \Delta r_-} + O(\Delta r)^2 \quad (3.9)$$

Pour la dérivée partielle par rapport à z on trouve :

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{i,j} = \frac{\phi_{i,j} - \phi_{i-1,j}}{\Delta z_-} + O(\Delta z) \quad (3.10)$$

3.2.1 Maillage

La première étape dans l'établissement de la procédure des différences finies, pour résoudre le système des équations aux dérivées partielles est de remplacer le domaine continu par une grille (maillage). L'arrangement généralement utilisé est celui de Cebeci et Smith [45], très réalisable, qui met en jeu un taux constant entre deux incréments. Dans cet arrangement de taux constant, chaque pas de maillage est augmenté par un pourcentage fixe. Ceci est une conséquence d'une progression géométrique entre deux pas successifs. Pour améliorer la précision des calculs, nous avons utilisé un maillage non uniforme, dans la direction axiale pour avoir une densité serrée à l'interface gaz-liquide et à l'entrée du tube.

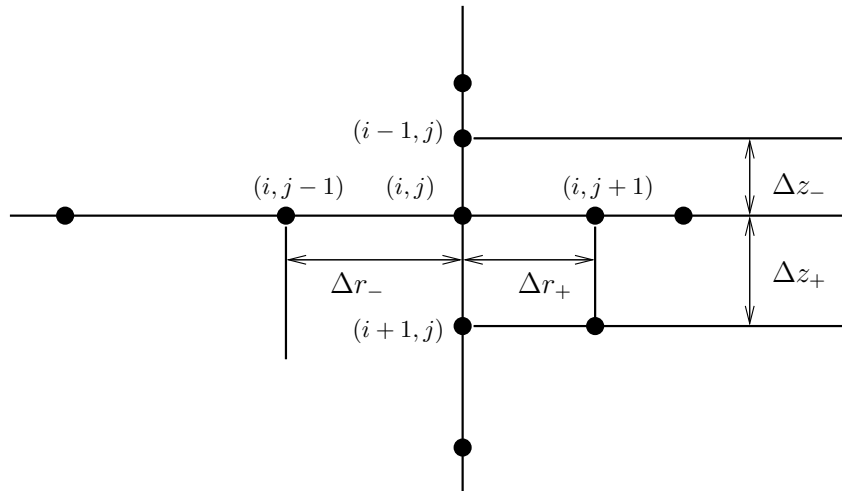


FIG. 3.1 – Maillage de calcul

$$\frac{\Delta r_+}{\Delta r_-} = \alpha \quad (3.11)$$

Les pas de calcul dans la direction axiale et dans la direction radiale (dans les deux phases) sont donnés par des séries géométrique comme suit :

$$\Delta z_i = \beta \Delta z_{i-1} \quad i = \{1, \dots, ni\} \quad (3.12)$$

$$\Delta r_{mj} = \alpha_m \Delta r_{mj-1} \quad j = \{1, \dots, nj\} \quad (3.13)$$

$$\Delta r_{lj} = \alpha_l \Delta r_{lj-1} \quad j = \{nj + 1, \dots, nk - 1\} \quad (3.14)$$

Avec nk et nj représentent respectivement le nombre de noeuds dans le sens radial et le nombre de noeuds dans la phase gazeuse. Le nombre de noeuds dans la phase liquide et dans la direction axiale sont données respectivement par $nl = nk - nj$ et ni

Chaque noeuds du maillage est repéré par rapport à l'axe des z et des r dans la phase liquide et la phase gazeuse respectivement par les indices i et j . Les coordonnées z et r d'un noeud (i, j) sont données par :

$$\begin{aligned} z_{i+1} - z_i &= \beta(z_i - z_{i-1}) = \beta^2(z_{i-1} - z_{i-2}) = \dots = \beta^{i-1}(z_2 - z_1) \\ &= \beta^{i-1} \Delta z_1 \\ z_i - z_{i-1} &= \beta^{i-2} \Delta z_1 \\ z_{i-1} - z_{i-2} &= \beta^{i-3} \Delta z_1 \\ z_2 - z_1 &= \beta \Delta z_1 \end{aligned} \quad (3.15)$$

Donc on obtient :

$$z_i = \Delta z_1 \frac{\beta^{i-1} - 1}{\beta - 1} \quad \text{dans la direction axiale} \quad i = \{1, \dots, ni\} \quad (3.16)$$

De la même façon on obtient :

$$r_j = \Delta r_{m1} \frac{\alpha_m^{j-1} - 1}{\alpha_g - 1} \quad \text{dans la phase gazeuse} \quad j = \{1, \dots, nj\} \quad (3.17)$$

$$r_j = \Delta r_{l1} \frac{\alpha_l^{j-1} - 1}{\alpha_l - 1} \quad \text{dans la phase liquide} \quad j = \{nj + 1, \dots, nk - 1\} \quad (3.18)$$

Les pas de calcul sont calculés en tenant compte de la progression géométrique entre deux pas successifs par les relations suivantes

$$\Delta z_1 = \frac{(1 - \beta)L}{1 - \beta^{ni-1}} \quad (3.19)$$

$$\Delta r_{m1} = \frac{(1 - \alpha_m)(R - \delta_z)}{1 - \alpha_m^{nj-1}} \quad (3.20)$$

$$\Delta r_{l1} = \frac{(1 - \alpha_l)\delta_z}{1 - \alpha_l^{nl-1}} \quad (3.21)$$

3.2.2 Discrétisation des équations gouvernantes

Dans l'approche des différences finies le domaine continu est discrétisé. Les variables dépendantes sont ainsi considérées comme existant uniquement en des points discrets. Les dérivées sont approchées par des différences résultantes d'une représentation algébrique des équations aux dérivées partielles. Écrire un schéma numérique de résolution de l'équation différentielle initiale signifie : substituer les formulations des dérivées différentielle obtenues par approximation aux opérateurs eux-même sur tous les points de maillage. Ainsi un problème impliquant un calcul , a été transformé en un problème algébrique dans lequel une équation lie les valeurs passées, présentes et futures sans qu'on arrive à exprimer ces dernières seules. On aboutit a un système d'équations à matrice triangulaire de dimension égale au nombre de noeuds du maillage.

Les systèmes d'équations peuvent être mis sous la forme simple suivante :

$$\frac{\partial}{\partial z} (\Omega_\phi u \phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\Omega_\phi r v \phi) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + S_\phi \quad (3.22)$$

Où Γ_ϕ est le coefficient de diffusion de la variable ϕ et S_ϕ est le terme source . On remarque que, dans la mise en forme des équations pour chaque variable ϕ , tous les termes

non convectifs ou non diffusifs, sont inclus dans le terme source S_ϕ . Le tableau 3.1 recense chaque terme de l'équation 3.22 pour les différentes grandeurs calculées.

TAB. 3.1 – Présentation des différents termes de l'équation de transport considérée

Équations	Zone	Ω_ϕ	ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
Équation de mouvement	Liquide	ρ_l	u_l	μ_l	$-\frac{dP_d}{dz}$
	Mélange	ρ_m	u_m	μ_m	$-\frac{dP}{dz} + (\rho_m - \rho_0)$
Équation de chaleur	Liquide	$\rho_l C_p^l$	T_l	λ_l	0
	Mélange	$\rho_m C_p^m$	T_m	λ_m	$\rho_m D (C_p^v - C_p^{nc}) \frac{\partial T_m}{\partial r} \frac{\partial W}{\partial r}$
Équation de diffusion	Mélange	ρ_m	W	$\rho_m D$	0

La discrétisation de l'équation 3.22 en utilisant les expressions définies dans la section 3.2, conduit à des systèmes d'équations algébriques que l'on peut écrire comme suit :

$$\begin{aligned}
& \frac{[(u\Omega_\phi)_j \alpha_j (\alpha_j + 1)]}{\Delta z_{i-1}} \phi_{0i,j} + \alpha_j (\alpha_j + 1) S_{\phi j} \Delta r_{j-1} = [-\alpha_j^2 (v\Omega_\phi)_j + \\
& \frac{\Gamma_\phi \alpha_j^2}{r_j} + \alpha_j^2 \left(\frac{\partial \Gamma_\phi}{\partial r} \right)_j - \frac{2\alpha_j \Gamma_{\phi j}}{\Delta r_{j-1}}] \phi_{i,j-1} + [\alpha_j (\alpha_j + 1) (u \frac{\partial \Omega_\phi}{\partial r})_j \Delta r_{j-1} + \\
& \alpha_j (\alpha_j + 1) (u\Omega_\phi)_j \frac{\Delta r_{j-1}}{\Delta z_{i-1}} + (\alpha_j^2 - 1) (v\Omega_\phi)_j + \alpha_j (\alpha_j + 1) (v \frac{\partial \Omega_\phi}{\partial r})_j \Delta r_{j-1} + \\
& (\alpha_j + 1) \frac{2\Gamma_\phi}{\Delta r_{j-1}}] \phi_{i,j} + [(v\Omega_\phi)_j - (\frac{\Gamma_\phi}{r})_j - (\frac{\partial \Omega_\phi}{\partial r})_j - \frac{2\Gamma_\phi}{\Delta r_{j-1}}] \phi_{i,j+1} \quad (3.23)
\end{aligned}$$

Après aménagement des équations, on a abouti à un système algébrique de la forme :

$$A_j^n \phi_{i,j-1} + B_j^n \phi_{i,j} + C_j^n \phi_{i,j+1} = D_j^n \quad (3.24)$$

$$\text{Avec } \begin{cases} j & \text{mélange} & \{2, \dots, (nj - 1)\} \\ nj & \text{Interface} & \\ j & \text{liquide} & \{(nj + 1), \dots, (nk - 1)\} \\ n & & \{u, T, W\} \end{cases}$$

Les coefficients A_j^n , B_j^n , C_j^n et D_j^n sont regroupés dans l'annexe 5.4.

3.2.3 Discrétisation des équations sur l'axe de symétrie

Pour des écoulements dans les tubes droits et les canaux à plaques parallèles, en raison d'un axe de symétrie, les conditions aux limites de la forme $\frac{\partial \phi}{\partial z} \big|_{r=0}$ sont utilisées. Pour un écoulement dans un tube, les termes de la contrainte de cisaillement et de flux de chaleur dans les équations sont singuliers à $r = 0$. Une représentation correcte peut être trouvée par l'application de la règle de l'Hospital de laquelle nous avons trouvé :

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r}) = 2 \frac{\partial}{\partial r} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) \quad (3.25)$$

En remplaçant dans l'équation 3.22, on trouve l'équation à résoudre sur l'axe de symétrie :

$$\frac{\partial}{\partial z} (\Omega_\phi u \phi) = 2 \frac{\partial}{\partial r} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + S_\phi \quad (3.26)$$

Après discrétisation de l'équation 3.27 qui traduit l'équation du bilan sur l'axe de symétrie, on trouve :

$$\left[\frac{2\Delta r_1}{\Delta x_{i-1}} (\Omega_\phi u)_1 + \frac{8\Gamma_\phi}{\Delta r_1} \right] \phi_{i,1} + \left(-\frac{8\Gamma_{\phi 1}}{\Delta r_1} \right) \phi_{i,2} = \frac{2\Delta r_1}{\Delta x_{i-1}} (\Omega_\phi u)_1 \phi_{0i,1} + 2\Delta r_1 S_\phi \quad (3.27)$$

On a abouti à un système d'équation algébrique de la forme suivante (Annexe 5.4).

$$B_1^n \phi_{i,1} + C_1^n \phi_{i,2} = D_1^n \quad (3.28)$$

3.2.4 Discrétisation des équations à l'interface gaz-liquide

Les équations des transferts dans les deux phases sont couplées entre eux par les conditions à l'interface. Les conditions mises en jeu pour la continuité du contrainte de cisaillement et le flux de chaleur, sont approchées par une différence vers l'avant à l'ordre 2 pour $\left(\frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_l$ et par une différence vers l'arrière à l'ordre 2 pour $\left(\frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_m$

- **Continuité de contrainte de cisaillement**

$$\left(\mu \frac{\partial u}{\partial r} \right)_I^l = \left(\mu \frac{\partial u}{\partial r} \right)_I^m \quad (3.29)$$

La discrétisation de l'équation 3.29 donne la forme suivante :

$$\begin{aligned} & \left[-\frac{\mu_m(\alpha_m + 1)}{\Delta r_{nj-1}} \right] u_{i,nj-1} + \left[\frac{\mu_m(2\alpha_m + 1)}{(\alpha_m + 1)\Delta r_{nj-1}} + \right. \\ & \left. \frac{\mu_l\alpha_l(\alpha_l + 2)}{\alpha_l(\alpha_l + 1)\Delta r_{nj}} \right] u_{i,nj} + \left[-\frac{\mu_l(\alpha_l + 1)}{\alpha_l\Delta r_{nj-1}} \right] u_{i,nj+1} = \\ & \left[-\frac{\mu_l u_{i,nj+2}}{\alpha_l(\alpha_l + 1)\Delta r_{nj}} - \frac{\mu_m\alpha_m^2 u_{i,nj-2}}{(\alpha_m + 1)\Delta r_{nj-1}} \right] \end{aligned} \quad (3.30)$$

- **Continuité de flux chaleur**

$$\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right)_I^l = \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right)_I^m - J_I''^v \cdot h_{fg} \quad (3.31)$$

De la même façon la discrétisation de l'équation 3.31 est donnée par :

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\lambda_m(\alpha_m + 1)}{\Delta r_{nj-1}} \right] T_{i,nj-1} + \left[-\frac{(2\alpha_m + 1)\lambda_m}{(\alpha_m + 1)\Delta r_{nj-1}} - \right. \\ & \left. \frac{\lambda_l(\alpha_l + 2)}{(\alpha_l + 1)\Delta r_{nj}} \right] T_{i,nj} + \left[\frac{\lambda_l(\alpha_l + 1)}{\alpha_l\Delta r_{nj}} \right] T_{i,nj+1} = \\ & -\frac{\lambda_l T_{i,nj+2}}{\alpha_l(\alpha_l + 1)\Delta r_{nj}} - \frac{\lambda_m\alpha_m^2 T_{i,nj-2}}{(\alpha_m + 1)\Delta r_{nj-1}} - J_I''^v h_{fg} \end{aligned} \quad (3.32)$$

Les deux équations 3.30 et 3.32 sont adoptées comme conditions aux limites de couplage entre les deux domaines, condensat et mélange gazeux. Les relations traduisant la continuité du flux thermique et celle de la contrainte de cisaillement à l'interface liquide-gaz doivent être mises sous la forme du système d'équation algébrique de la forme :

$$A_{nj}^u u_{i,nj-1} + B_{nj}^u u_{i,nj} + C_{nj}^u u_{i,nj+1} = D_{nj}^u \quad (3.33)$$

$$A_{nj}^T T_{i,nj-1} + B_{nj}^T T_{i,nj} + C_{nj}^T T_{i,nj+1} = D_{nj}^T \quad (3.34)$$

Les coefficients des équations 3.33 et 3.34 sont regroupés dans l'annexe 5.4.

La résolution numérique de l'équation différentielle vérifié par la variable dépendante ϕ , consiste à déterminer la valeur de ϕ en un nombre fini de points (points du maillage).

Cette discrétisation consiste donc à remplacer l'information continue exprimée par l'équation exacte par des valeurs discrètes, on cherche à récupérer le défaut d'information par la donnée du profil de ϕ entre les points du maillage. On peut donc dire que la discrétisation numérique est le remplacement des équations continues par un ensemble fini d'équations algébriques reliant les valeurs directes et par la donnée de profils entre les points. Il est bien entendu que la nature des profils et la manière d'obtention des équations algébriques varient d'une méthode à l'autre.

3.3 Résolution numérique

Les équations discrétisées dans les deux phases, avec celles couplées à l'interface gaz-liquide conduisent à un système d'équations algébriques que l'on peut écrire sous la forme d'une matrice tridiagonale.

$$[A^n] \times [A^n] = [D^n] \quad n \quad \{u, T, W\} \quad (3.35)$$

Or, puisqu'on a une dominance de la diagonale, l'algorithme retenu pour la résolution du système algébrique précédente est celui de Thomas. La première étape consiste à rendre la matrice triangulaire supérieur. Les éléments de la nouvelle diagonale sont donnés par :

$$B_j^n = B_j^n - M_j C_{j-1}^n \quad (3.36)$$

Et les éléments du nouveau vecteur unitaire D_j^n sont donnés par :

$$D_j^n = D_j^n - M_j D_{j-1}^n \quad \text{Avec} \quad M_j = \frac{D_j^n}{B_{j-1}^n} \quad (3.37)$$

La solution se calcule par la formule de récurrence suivante :

$$\phi_j^n = D_j^n - M_j D_{j-1}^n \quad \text{Avec} \quad M_j = \frac{D_j^n}{B_{j-1}^n} \quad (3.38)$$

$$\phi_j = \frac{D_j^n - A_j^n \phi_{j-1}}{B_j^n} \quad (3.39)$$

$$\text{Avec } \begin{cases} j = \{(nk - 1), \dots, 2\} & \text{pour } n = \{u, T\} \\ j = \{(nj + 1), \dots, 2\} & \text{pour } n = \{W\} \end{cases}$$

Et

$$\phi_{jmax} = \frac{D_{jmax}^n}{B_{jmax}^n} \quad (3.40)$$

Cette solution peut s'écrire aussi de la forme suivante :

$$\phi_j = \chi_j \phi_{j+1} + \zeta_j \quad \text{Avec } j = \{1, \dots, nk\} \quad (3.41)$$

3.3.1 Couplage vitesse-pression

La méthode de couplage en pression qui permet à la convergence, la satisfaction à la contrainte d'incompressibilité, est une méthode dite correction de pression. Plusieurs types de procédures itératives peuvent être utilisés (Variable secant iteration, Lagging the pressure adjustment, treating the pressure gradient as a dependent variables,...). Dans notre étude nous utilisons la méthode de Raithby et Schneider [46] appropriée aux écoulements incompressibles qui exige un tiers de moins d'effort (trois itérations) que le calcul de la sécante. L'arrangement suppose que les coefficients dans les équations discrétisées demeureront constants, c-à-d, aucune forme de la mise à jour n'est utilisée pendant que le gradient de pression est ajusté de sorte que la contrainte globale de l'écoulement de la masse soit satisfaite. Connaissant $\frac{dp_d}{dz}$, une solution temporaire est obtenue pour les équations aux différence finies, une correction doit être trouvée en utilisant une forme de la méthode de Newton. Avec les coefficients "frozen", les vitesses varient linéairement avec le gradient de pression, donc la méthode de Newton devrait fournir la correction du gradient de pression. Pour illustrer, on pose $S = \frac{dp_d}{dz}$. On donne la valeur initiale pour $\frac{dp_d}{dz} = \left(\frac{dp_d}{dz}\right)^*$ et nous calculons des vitesses temporaires $(u_j^{n+1})^*$ et un débit massique de gaz $\dot{m}^*$. Due à la linéarité de l'équation de quantité de mouvement avec les coefficient de "frozen", par l'application de la méthode de Newton, la vitesse corrigé à chaque point s'écrit :

$$u_j^{n+1} = (u_j^{n+1})^* + \frac{\partial u_j^{n+1}}{\partial S} \Delta S \quad (3.42)$$

Où ΔS est le changement du gradient de pression exigé pour satisfaire la conservation massique globale. Nous définissons $u_{p,j}^{n+1} = \frac{\partial u_j^{n+1}}{\partial S}$. Les équations aux différences finies sont discrétisées en tenant compte du gradient de pression (S) pour obtenir les équations discrétisées pour $u_{p,j}^{n+1}$ qui sont sous forme tridiagonale. Les coefficients pour les inconnus dans ces équations seront les mêmes que pour les équations aux différences finies implicites initiales. La résolution du système d'équations algébrique pour $u_{p,j}^{n+1}$ est réalisé par l'algorithme de Thomas. Les conditions aux limites sur $u_{p,j}^{n+1}$ doivent être conformes aux conditions aux limites de la vitesse. Pour les conditions où la vitesse est $u_{p,j}^{n+1} = 0$, tandis que pour les conditions aux limites où le gradient de vitesse est $\frac{\partial u_{p,j}^{n+1}}{\partial n} = 0$ (n normale à la borne). La solution de $u_{p,j}^{n+1}$ est alors employée pour déterminer ΔS en notant que $u_{p,j}^{n+1} \Delta S$ est la correction de la vitesse à chaque point exigée pour satisfaire la conservation massique globale. Donc nous pouvons écrire :

$$\dot{m} - \dot{m}^* = \Delta S \int_A \rho u_{p,j}^{n+1} dA \quad (3.43)$$

L'intégrale est évaluée par des moyens numériques. Dans l'équation 3.43, $\dot{m}$ est une valeur connue indiquée par les conditions initiales. La valeur exigée de ΔS est déterminée à partir de l'équation 3.43. Les valeurs de la vitesse u_j^{n+1} corrigées peuvent alors être déterminées à partir de l'équation 3.42. L'équation de continuité est alors utilisée pour déterminer v_j^{n+1} .

3.3.2 Organigramme de calcul

La résolution du système algébrique résultant de la discrétisation se fait par une méthode itérative, ligne par ligne, avec un balayage croisé, utilisant l'algorithme à matrice tridiagonale de Thomas. La procédure itérative de calcul, résume les différentes étapes à suivre pour procéder à la simulation numérique.

1. Évaluer les valeurs initiales des variables dépendantes des propriétés thermophysiques des fluides
2. Passage à l'itération suivante

3. À l'entrée, l'épaisseur du condensat est considérée nulle, on fixe $\frac{dp_d}{dz}$ puis on résoud l'équation de quantité de mouvement pour calculer u .
4. Intégrer numériquement l'équation de continuité pour trouver v

$$v = \frac{1}{\rho r} \frac{\partial}{\partial z} \int_0^r \rho u r dr \quad (3.44)$$

5. Corriger la pression en utilisant la méthode de Newton [45], puis corriger les vitesses
6. Résoudre les équations de l'énergie et de la diffusion
7. Évaluer les nouvelles valeurs des variables dépendantes des propriétés thermophysique des fluides
8. Justifier la satisfaction de la conservation de la masse dans l'écoulement gazeux et dans le condensat

Si les critères suivants :

$$\left| \frac{\int_0^z \pi(R - \delta_z) \rho_m v_I dz - \int_0^{R-\delta_z} \pi r \rho_m u_m dr - \dot{m}_0}{\dot{m}_0} \right| < \epsilon \quad (3.45)$$

$$\left| \frac{\dot{M} + \int_0^z \pi(R - \delta_z) \rho_m v_I dz - \int_{R-\delta_z}^R \pi r \rho_l u_l dr}{\dot{M}} \right| < \epsilon \quad (3.46)$$

sont vérifiés, passer à la convergence des champs de la vitesse, de la température et de la fraction massique.

Si l'erreur relative entre deux itérations successives pour u , T , et W satisfont aux critères

$$\frac{\max |\phi_{i,j}^k - \phi_{i,j}^{k+1}|}{\max |\phi_{i,j}^k|} < \epsilon \quad \phi : \{u, T, \text{ et } W\} \quad (3.47)$$

La solution à chaque point de calcul est complète.

Si non, répéter les étapes (2)-(7) jusqu'à ce que la condition de l'équation 3.47 soit justifiée.

Si la condition d'équation 3.46 n'est pas justifiée, donner $\frac{dp_d}{dz}$, $\dot{m}_I$ et répéter les procédures (2)-(7).

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons discrétisé les équations, régissant le phénomène observé dans l'étude de la condensation de mélange gazeux, et nous les avons complété par les équations à l'interface mélange-liquide. Le couplage vitesse pression est assuré par la méthode de Raithby et Schneider [46]. Le système algébrique résultant de la discrétisation est écrit sous forme d'une matrice tridiagonale, sa résolution est assurée par l'algorithme de Thomas développé par Patankar [44]. Pour mieux contrôler la convergence du processus itératif, une sous relaxation implicite a été prise en considération dans les équations algébriques. Il existe plusieurs modalités, la plus courante étant, la sous-relaxation implicite. Les valeurs optimales des paramètres de sous-relaxation, peuvent être différentes pour chaque équation algébrique.

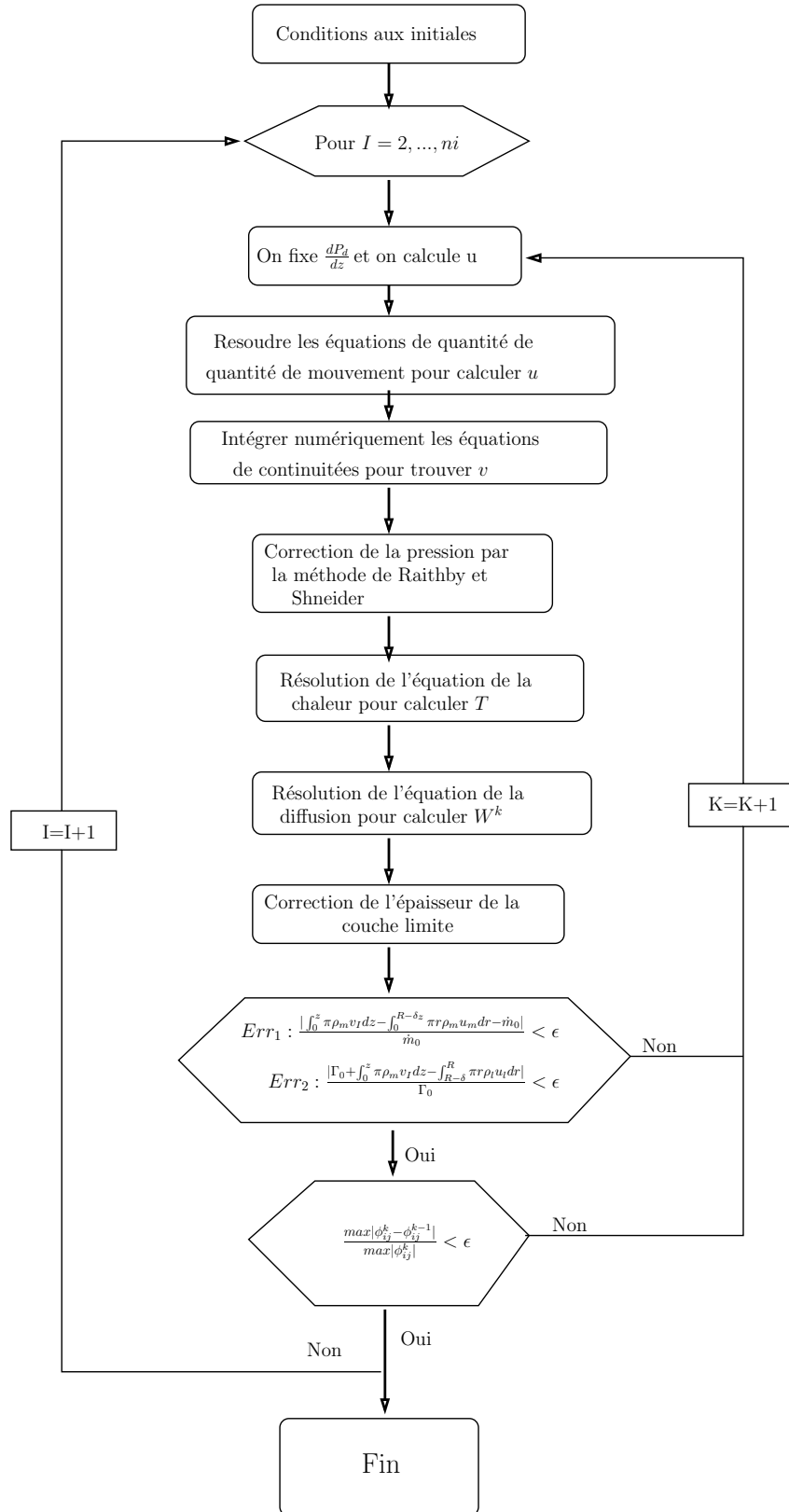


FIG. 3.2 – Organigramme de calcul

Chapitre 4

Condensation en film liquide de la vapeur d'eau avec forte concentration du gaz non condensable

4.1 Introduction

Dans ce chapitre nous analysons les résultats obtenus par l'utilisation d'une méthode aux différences finies implicites. Dont les principes ont été donnés dans le chapitre précédent. Nous avons développé un code de calcul capable de traiter l'écoulement diphasique avec changement de phase lors de la condensation d'un mélange gazeux air-vapeur d'eau en film liquide ruisselant le long d'un tube vertical. Le maillage utilisé n'est pas uniforme, il s'agit donc d'examiner numériquement la stabilité du calcul ; pour vérifier l'exactitude de la procédure numérique retenue. Les résultats sont validés avec des mesures expérimentales et numérique disponible dans la littérature.

4.2 Stabilité de calcul

Une étude préliminaire du choix de maillage de calcul est nécessaire lorsqu'on utilise une méthode basée sur les différences finies. Les maillages qui ne sont pas suffisamment fines génèrent des erreurs, notamment dans les zones à forte gradients. Pour cette raison, on adopte un maillage à pas variable avec une progression géométrique afin d'augmenter le nombre des noeuds à l'interface liquide-vapeur et à l'entrée. Il s'agit donc de trouver

TAB. 4.1 – Comparaison du nombre de Nusselt local Nu_z le long du tube pour différents maillages

	$81 \times (51 + 31)$	$131 \times (61 + 41)$	$131 \times (81 + 31)$	$131 \times (91 + 41)$	$201 \times (121 + 61)$
0,0315	93,35	92,66	92,40	92,46	92,05
0,120	64,43	64,10	63,93	63,94	63,68
0,2024	57,02	56,86	56,71	56,72	56,57
0,5091	51,20	51,20	51,07	51,08	50,98
0,7548	48,20	48,13	48,02	48,02	48,01
1	45,55	45,3	45,22	45,22	45,12

un optimum entre le temps de calcul et la précision. La stabilité au calcul a été analysée par le choix d'un ensemble de 5 grilles. Leur finesse varie entre $81 \times (51 + 31)$ noeuds et $201 \times (121 + 61)$ noeuds. Le tableau 4.1 donne la variation du nombre de Nusselt local Nu_z en fonction du nombre de points choisis, suivant la direction axiale (I) et la direction radiale, respectivement dans le gaz (J) et dans le liquide (K). L'erreur moyenne entre les différentes grilles ne dépasse pas 3%, donc la grille optimum nous a conduit à retenir le maillage $131 \times (91 + 41)$.

4.3 Validation du modèle

Les résultats du modèle de calcul ont été validés avec ceux de la littérature afin de vérifier l'exactitude de la procédure numérique développée. La première comparaison est faite avec l'étude expérimentale de Lebedev et al.[47] dans le cas de la condensation d'une faible concentration de vapeur dans le mélange gazeux le long d'un canal rectangulaire de 0,02m de largeur, 0,15m de hauteur et 0,6m de longueur. Le modèle est comparé également avec l'étude numérique de Dharma et al. [48] dans le cas de la condensation dans un tube verticale. La figure 4.1 montre la variation du coefficient d'échange local en fonction de l'humidité absolue pour deux vitesses d'entrées. Nos résultats sont en bon accord avec les deux travaux en particulier avec l'étude expérimentale de Lebedev et al. [47]. La figure 4.2 illustre la variation du nombre de Nusselt sensible moyenne en

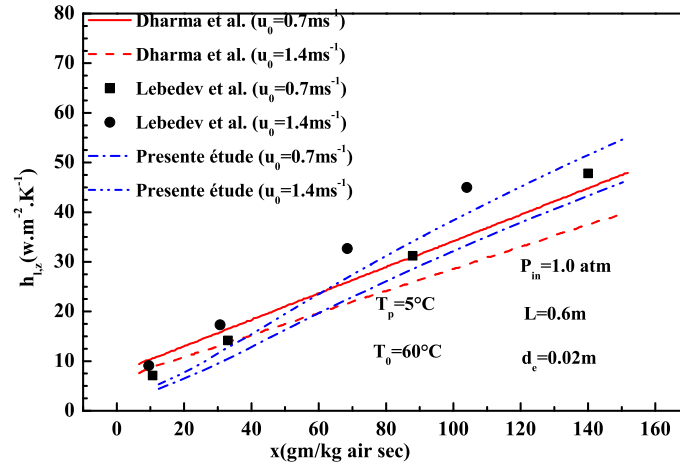


FIG. 4.1 – Variation du coefficient de transfert de chaleur local $h_{l,z}$ en fonction de la fraction de l'humidité absolue

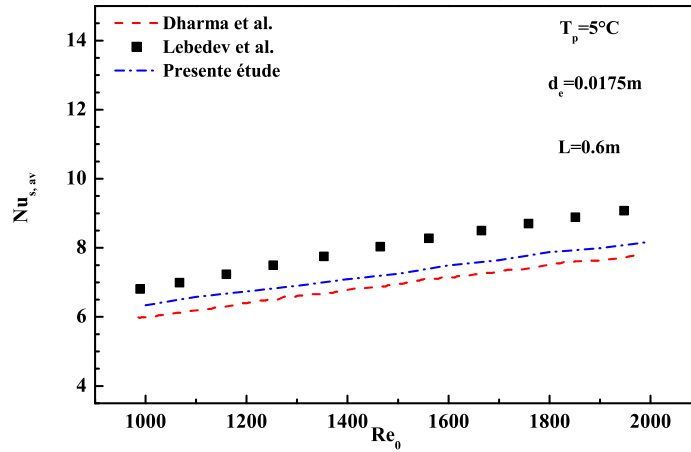


FIG. 4.2 – Variation du nombre de Nusselt sensible moyenne $Nu_{s,av}$ en fonction du nombre de Reynolds d'entrée Re_0

fonction du nombre de Reynolds à l'entrée. On constate que l'accord est satisfaisant entre la présente étude et les autres résultats [48, 47]. L'écart relatif ne dépasse pas 8%. Compte tenu de ces validations, le modèle numérique établi est considéré comme approprié pour étudier le problème actuel.

4.4 Résultats et discussions

La distribution de la fraction massique adimensionnelle de vapeur est illustrée sur la figure 4.3 pour différentes sections du tube et pour deux valeurs de ΔT . La fraction massique de la vapeur d'eau augmente de l'interface vers le centre du tube en particulier lorsqu'on diminue ΔT . La fraction W^* diminue également de l'entrée vers la sortie du tube où elle garde sa valeur constante d'entrée. Ceci peut être expliqué par le fait que lorsque la condensation commence, les molécules du mélange sont tirées par une force vers l'interface. La condensation en liquide des molécules d'eau pénètre à travers l'interface laissant derrière eux les molécules de gaz non condensable. Par conséquent, la concentration plus élevée de la vapeur d'eau au centre du tube et entraîne à son tour les molécules de vapeur à se diffuser vers l'interface.

Une augmentation de la différence de température ΔT de 5 à 30 K diminue la fraction massique de la vapeur en s'éloignant de l'entrée.

L'effet de la différence de température ΔT sur le transfert de chaleur et de masse, est illustré sur les figures de 4.4 à 4.7. La figure 4.4 montre la variation du nombre de Nusselt local Nu_z le long du tube pour trois valeurs de l'écart ΔT . On note que le nombre de Nusselt diminue progressivement de l'entrée du tube vers la sortie.

Pour des valeurs de pression et concentration fixe à l'entrée, une augmentation de ΔT signifie une diminution de T_p . Cette constatation similaire est déjà observée dans l'étude classique de Nusselt [1], dans le cas de la condensation d'une vapeur pure en régime laminaire, où le nombre de Nusselt varie d'une façon proportionnelle à $\Delta T^{-0,25}$. La figure 4.5 montre l'effet de la différence de la température $T_0 - T_p$ sur la chute de la température de mélange le long du tube. Le nombre de Nusselt diminue lorsque on augmente la dif-

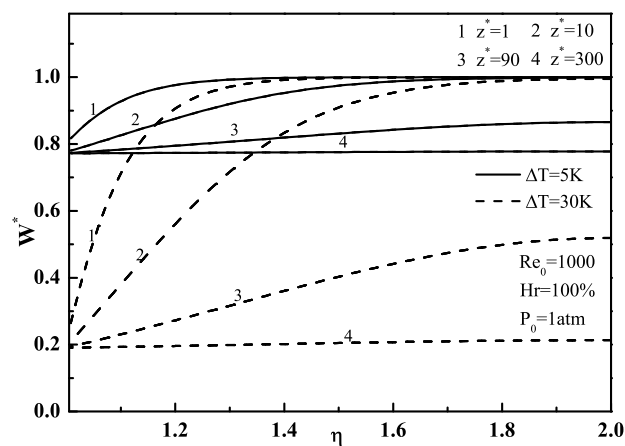


FIG. 4.3 – Effet de la différence de température ΔT sur la fraction massique adimensionnelle de vapeur d'eau pour différentes section du tube.

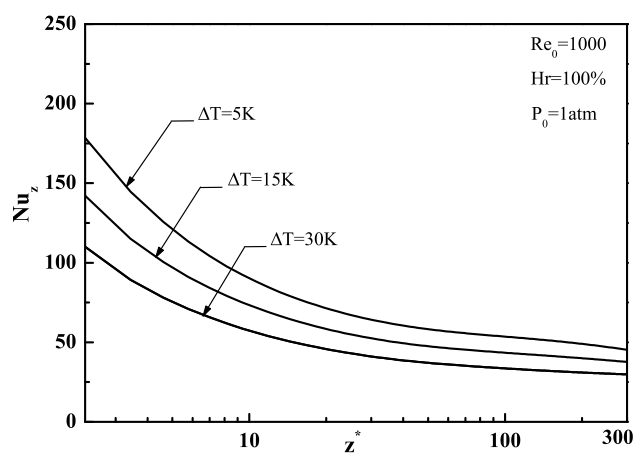


FIG. 4.4 – Effet de la différence de température ΔT sur la variation du nombre Nuseelt local Nu_z .

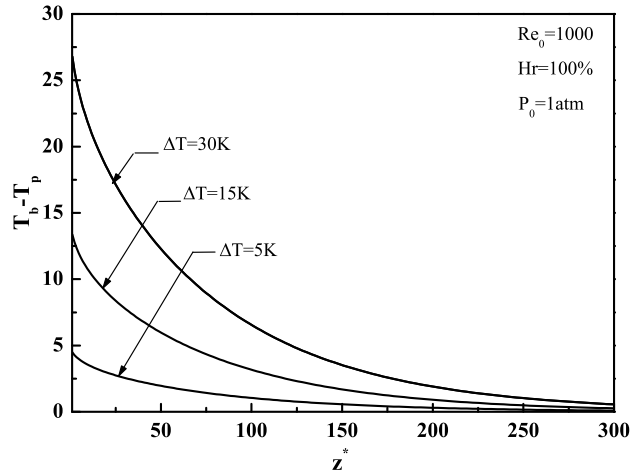


FIG. 4.5 – Effet de ΔT sur la chute de la température de mélange le long du tube.

férence de température ΔT le long du tube. Malgré la diminution du nombre de Nusselt le long du tube ; le flux augmente avec ΔT , cela s'explique par l'augmentation du flux chaleur dû à la condensation.

Le débit massique condensé et l'épaisseur du condensat, déterminent normalement l'efficacité de condensation. On remarque d'après la figure 4.6 que le débit massique condensé est important pour des grandes valeurs de ΔT et diminue le long du tube vers le cas de fin de condensation à la sortie. Ce qui explique que la condensation est favorisée pour les grandes ΔT . Cette constatation est confirmée par la figure 4.7 qui montre l'augmentation de l'épaisseur du condensat δ avec ΔT le long du tube. Ceci explique bien l'importante diminution de la fraction de vapeur au centre du tube pour de grandes valeurs de ΔT .

L'effet de la pression d'entrée sur le transfert de chaleur et de masse lors de la condensation, est présenté sur les figures (4.8 - 4.10). On remarque sur la figure 4.8 que la fraction massique de la vapeur d'eau augmente avec la pression d'entrée. Cette augmentation est nettement claire dans le corps du tube, par contre l'effet de P_0 reste insignifiante à l'entrée et à la sortie du tube.

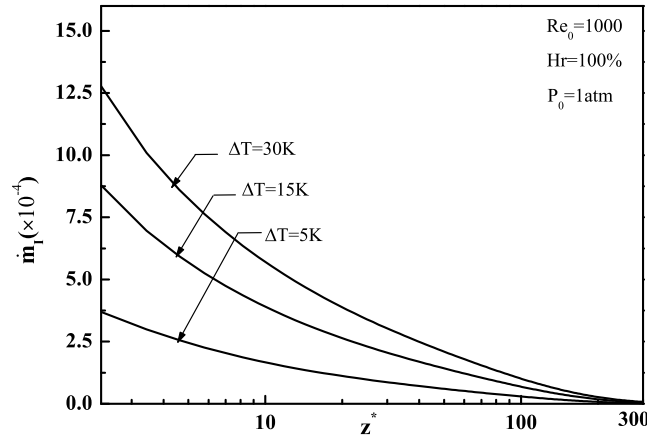


FIG. 4.6 – Effet de ΔT sur la variation du débit massique condensé le long du tube

La figure 4.9 montre l'effet de la pression d'entrée sur la variation du nombre de Nusselt local Nu_z le long du tube. La variation de la pression P_0 entraîne la variation de la température T_0 , ce qui permet la modification des propriétés thermo physiques du mélange. Par conséquent la densité du mélange gazeux augmente considérablement avec la pression P_0 . En outre, le nombre de Nusselt local diminue avec la pression, sauf à la sortie du tube où la chute de température $T_b - T_p$ devient faible, ce qui explique l'augmentation du nombre de Nusselt à partir de $z^* > 70$.

La figure 4.10 montre l'effet de la pression sur le débit du condensat. Ce dernier est plus important quand le système opère à faible pression d'entrée. Ceci se traduit par un taux de condensation important dû à l'augmentation du temps de séjour de la vapeur d'eau pour les faibles pressions d'entrées. Sauf vers la sortie du tube où la condensation diminue pour les faibles pressions P_0 . Ce résultat est confirmé par la figure 4.11, qui illustre la variation de l'épaisseur du condensat en fonction de la pression d'entrée. L'épaisseur augmente au fur et à mesure que l'écoulement progresse dans le tube à faibles pressions. Ceci peut s'expliquer par le fait que lorsque le système opère à grande pression d'entrée, la condensation nécessite une longueur plus grande du tube afin de condenser le maxi-

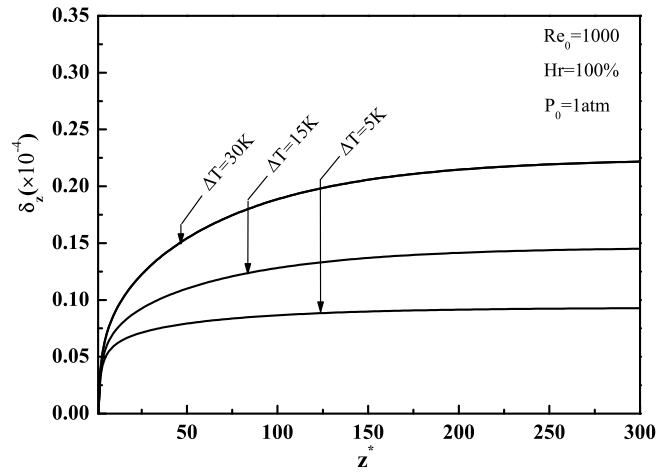


FIG. 4.7 – Effet de ΔT sur la variation de l'épaisseur du film liquide condensé le long du tube.

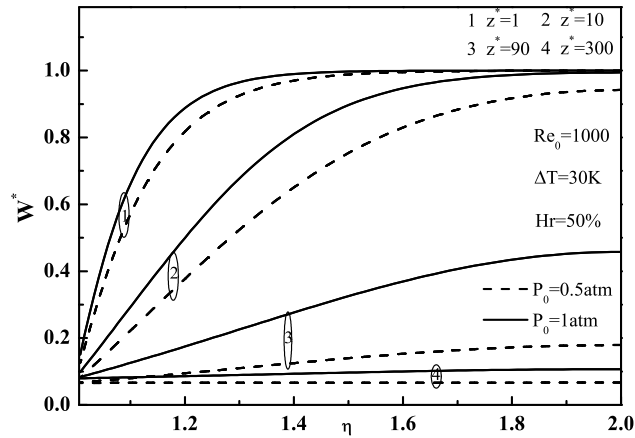


FIG. 4.8 – Effet de la pression d'entrée P_0 sur la variation de la fraction massique dimensionnelles de vapeur d'eau, pour différentes sections du tube.

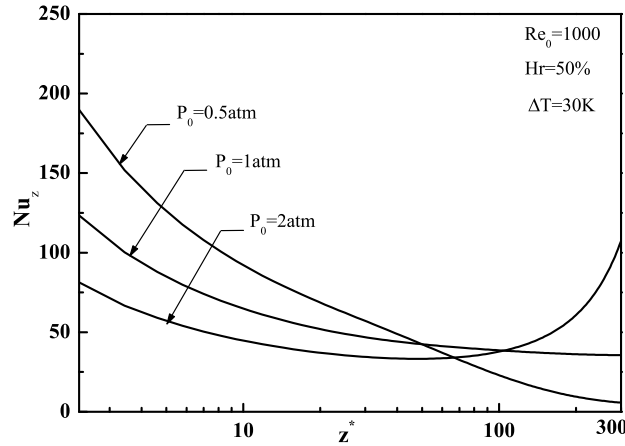


FIG. 4.9 – Effet de la pression d’entrée P_0 sur la variation du nombre de Nusselt Nu_z le long du tube

mum de vapeur. Cette remarque est confirmé par la figure 4.8 qui montre que la fraction massique est importante vers la sortie du tube à grande pression.

La figure 4.12 montre l’évolution du coefficient d’échange local le long du tube en fonction de la fraction massique de la vapeur d’eau à l’entrée et pour deux valeurs de Reynolds. Le coefficient d’échange local diminue au fur et à mesure que le mélange progresse le long du tube et devient faible vers la sortie du tube. Ce qui montre que le transfert thermique est important à l’entrée dû à la condensation. On constate également de la figure que le transfert de chaleur augmente avec la fraction de la vapeur d’eau (la diminution de la fraction de la vapeur d’eau W_0 , signifie une augmentation de l’air dans le mélange). Cette présence du gaz non condensable (air), même en faibles quantités, peut diminuer considérablement le coefficient d’échange. En effet, le gaz non condensable est entraîné vers l’interface par le mouvement de la vapeur, offrant ainsi un obstacle au transfert de la vapeur sur le film du condensat. La pression partielle de vapeur P_v diminue donc au voisinage du film, ce qui provoque une diminution locale de la température T_{sat} et du coefficient de transfert de chaleur. La figure 4.12 montre également que le coefficient

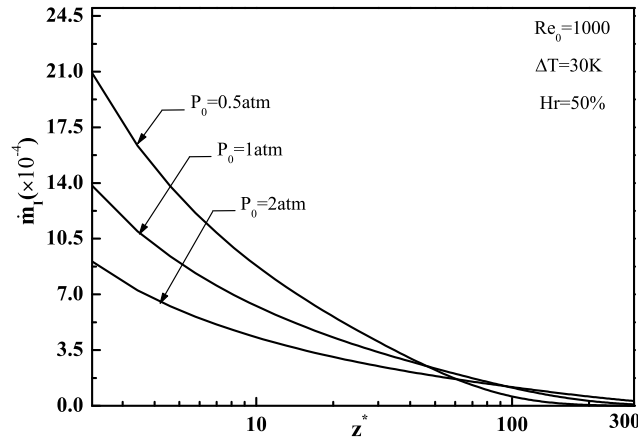


FIG. 4.10 – Effet de la pression d'entrée P_0 sur variation du débit massique condensé dimensionnel le long du tube.

d'échange augmente avec le nombre de Reynolds, ce qui permet de favoriser le transfert thermique.

Afin d'analyser le transfert de masse pour les mêmes effets, les figures 4.13 et 4.14 illustrent respectivement, le taux condensé Mr et l'épaisseur du film du condensat. Le taux condensé augmente en diminuant la fraction du gaz non condensable, c.à.d. en augmentant la fraction du vapeur d'eau. Ce qui explique que la vapeur d'eau se condense mieux en diminuant la quantité du gaz non condensable. Cette constatation est très marquée sur l'évolution de l'épaisseur du condensat, qui augmente avec la fraction d'entrée de la vapeur d'eau. On note également que l'épaisseur est plus grande lorsqu'on augmente le nombre de Reynolds. Ce qui implique que les transferts de chaleur et de masse sont plus efficaces en convection forcée.

L'effet de la pression d'entrée sur le transfert de chaleur et de masse est présenté sur les figures 4.15- 4.16. On remarque que le coefficient de chaleur est plus important pour les faibles pressions d'entrées, cette constatation est déjà observée sur la figure 4.9. La fraction massique augmente avec les faibles pressions en particulier dans la première

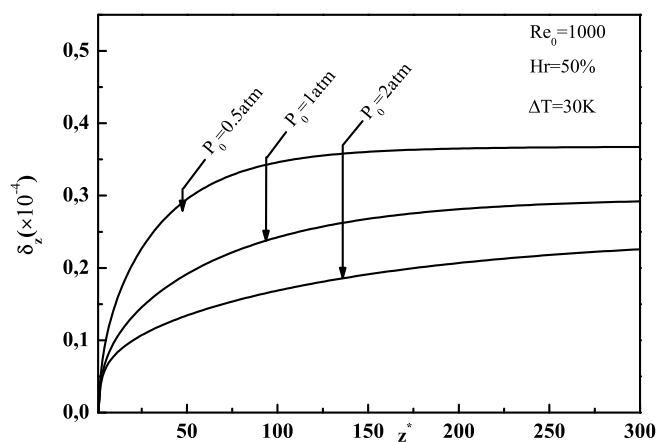


FIG. 4.11 – Effet de la pression d'entrée P_0 sur la variation de l'épaisseur du film liquide le long du tube.

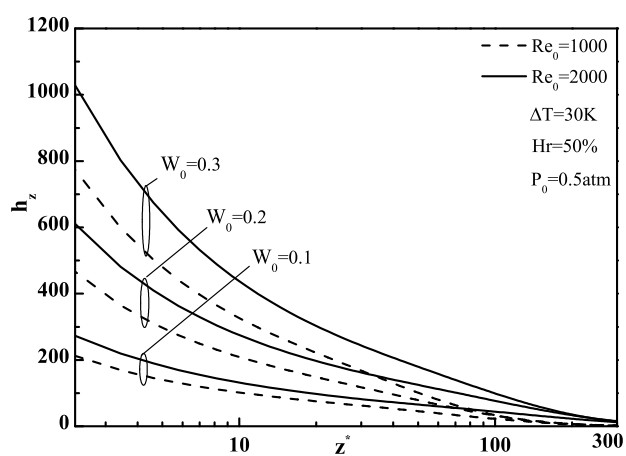


FIG. 4.12 – Effet de la fraction massique W_0 sur la variation du coefficient de transfert de chaleur h_z le long du tube.

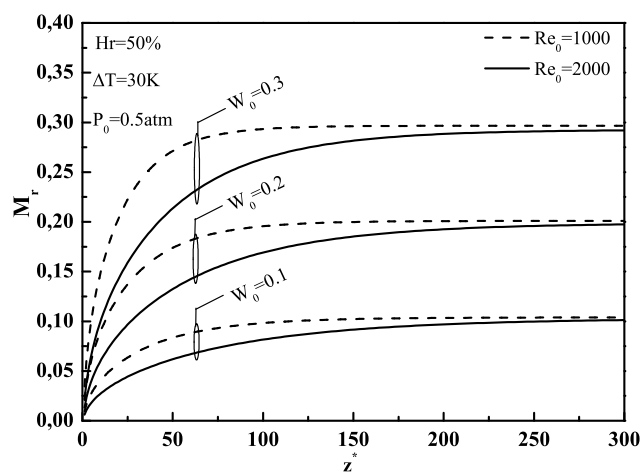


FIG. 4.13 – Effet de la fraction massique W_0 sur la variation du taux condensé le long du tube

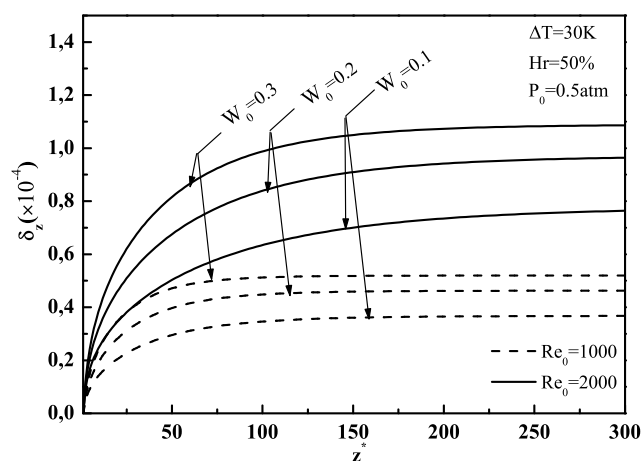


FIG. 4.14 – Effet de la fraction massique W_0 sur la variation de l'épaisseur du film liquide condensé le long du tube

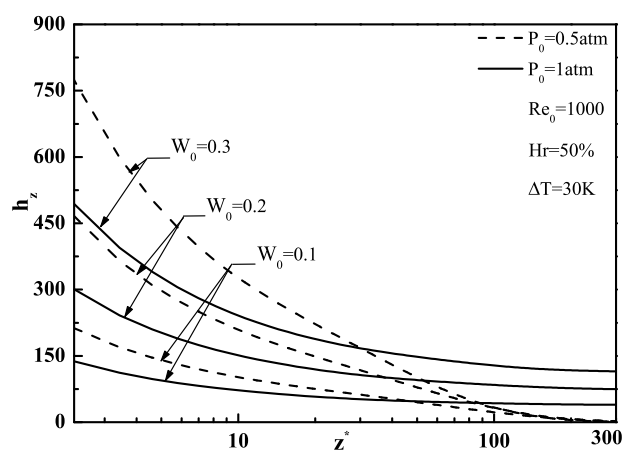


FIG. 4.15 – Effet de la fraction massique W_0 sur la variation de coefficient de transfert de chaleur le long du tube

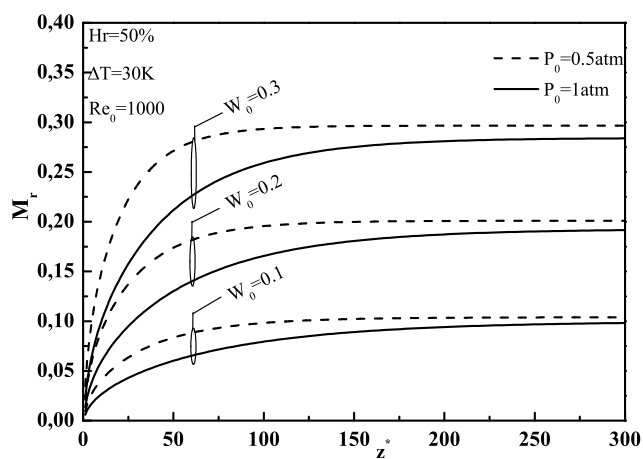


FIG. 4.16 – Effet de la fraction massique W_0 sur la variation du taux condensé le long du tube

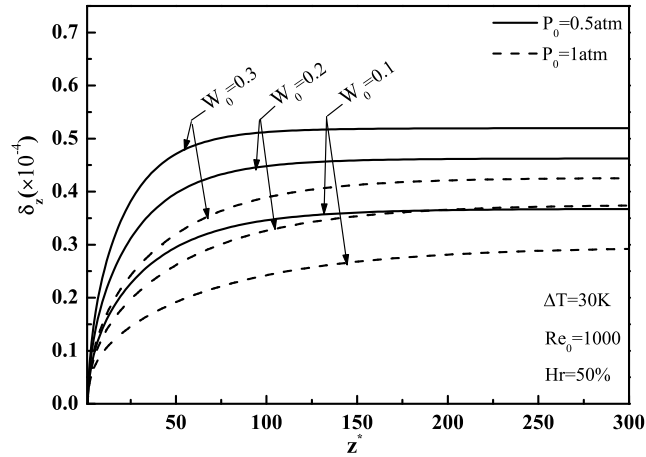


FIG. 4.17 – Effet de la fraction massique W_0 sur la variation de l'épaisseur de film liquide condensé le long du tube

portion du tube. Cette tendance apparaît clairement par l'augmentation de l'épaisseur du condensat, comme le montre la figure 4.17.

4.5 Conclusion

le modèle numérique utilisé a été validé par rapport aux travaux antérieurs. Compte tenu de ces validations, le modèle numérique établi est considéré comme approprié pour étudier le problème actuel.

Le coefficient d'échange local diminue au fur et à mesure que le mélange progresse le long du tube, et qui devient faible à la sortie. Le flux de chaleur augmente pour des valeurs élevées de la différence de température ΔT .

L'effet du gaz non condensable, même en faible quantités, diminue considérablement le coefficient d'échange. La présence du gaz non condensable, tend à s'y accumuler par condensation de la vapeur, offrant à cet effet un obstacle au transfert de la vapeur sur le film du condensat.

La condensation est favorisée pour de grandes valeurs de ΔT , de faible pression d'en-

trée et de faible concentration du gaz non condensable.

Chapitre 5

Condensation en film liquide d'un mélange en présence du gaz non condensable

5.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats obtenus dans le cas de la condensation d'un mélange binaire de vapeur frigorigène R134a/vapeur d'eau et d'un mélange ternaire éthanol et méthanol, vapeur d'eau et méthanol ou éthanol et vapeur d'eau en présence du gaz non condensable. Les calculs ont été effectués pour un tube vertical de $2m$ de longueur et $1.5cm$ de diamètre. La paroi du tube est maintenue à une température constante T_p . Cette étude comporte deux parties : la première partie traite le cas du mélange binaire R134a et vapeur d'eau en présence de faible concentration du gaz non condensable. Dans la deuxième partie on traite le cas du mélange ternaire éthanol/méthanol-vapeur d'eau et éthanol-méthanol en présence de gaz non condensable.

5.2 Cas du mélange binaire

L'influence de la différence de température sur le nombre de Nusselt local est illustrée sur la figure 5.1. On constate que pour le cas de la vapeur d'eau, le nombre de Nusselt devient plus élevé quand la différence de température est grande, et inversement pour le cas de fluide frigorigène R134a. Pour le cas de la vapeur d'eau cet effet devient plus élevé pour les

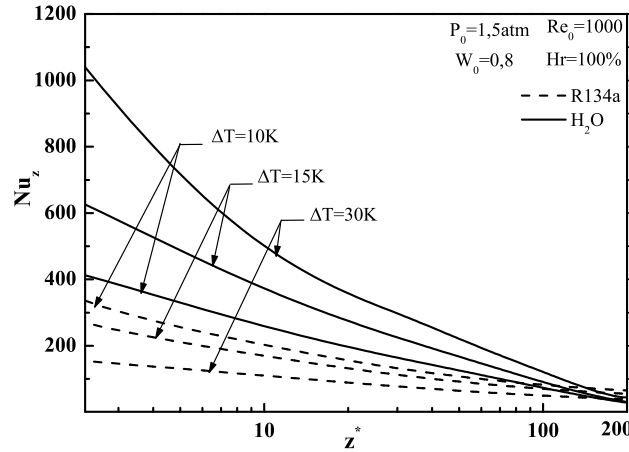


FIG. 5.1 – Variation du nombre de Nusselt Nu_z le long du tube pour le cas de la vapeur d'eau et R134a

grands la différence de température, ce résultat est contraire dans le cas du fluide frigorigène R134a. Dans les mêmes conditions lorsque la différence de température augmente la densité du mélange air-vapeur d'eau augmente, comme l'indique la figure 5.2, par contre la densité de la vapeur frigorigène R134a diminue avec l'augmentation de la différence de température (figure 5.3).

L'évolution de l'épaisseur du film liquide condensé pour les deux cas de fluide (vapeur d'eau et R134a) est représenté sur la figure 5.4. On constate que l'épaisseur du film liquide augmente le long du tube, et devient important pour les grandes différences de température. Quand la différence de température augmente le transfert de chaleur augmente, par conséquent la densité du flux condensé augmente. L'épaisseur du film liquide, est moins importante dans le cas de la vapeur d'eau, ceci est bien expliqué par la diminution de la densité de mélange air-vapeur d'eau.

La figure 5.5 représente l'évolution de la fraction massique adimensionnelle à la sortie du tube, on constate que la fraction massique de la vapeur diminue vers l'interface liquide vapeur par l'effet de la condensation de la vapeur, quand la différence de température

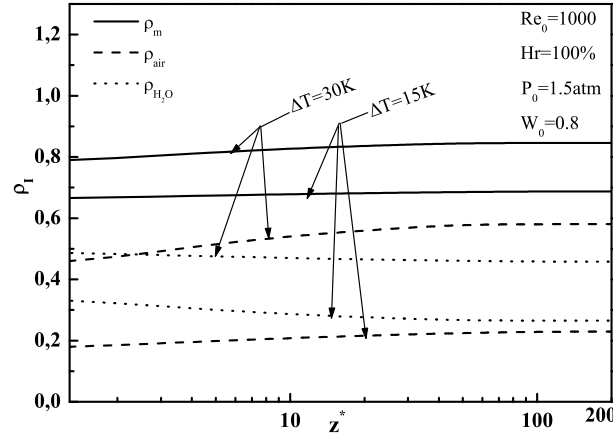


FIG. 5.2 – Variation de la densité de vapeur d'eau, d'air et du mélange gazeux

augmente, la fraction de la vapeur diminue, ce qui est bien expliqué par la figure 5.4.

La figure 5.6 représente l'évolution de flux massique condensé le long du tube à différentes Reynolds d'entrée dans les deux cas. La densité massique condensé de la vapeur d'eau diminue le long du tube jusqu'à $z^* = 100$ (fin de condensation de la vapeur d'eau). Par contre pour le cas de la condensation de vapeur R134a, la densité massique condensé diminue progressivement jusqu'à atteindre la fin de la condensation à la sortie du tube. L'augmentation du nombre de Reynolds, influe sur le débit massique condensé, ce qui est expliqué par l'augmentation de la chaleur échangée.

la figure 5.7 montre la variation de l'épaisseur de film condensé le long de tube. On remarque que l'épaisseur du film liquide dans le cas de la vapeur d'eau, augmente le long de tube jusqu'à une valeur $z^* = 90$ dans laquelle devenue stable ce résultat confirme ce qu'on a vu précédemment, c à d que la densité massique condensé devenue très faible. Au contraire dans le cas de la condensation de vapeur R134a, l'épaisseur du film liquide continue l'augmentation le long du tube jusqu'à la sortie du tube. L'augmentation du nombre de Reynolds augmente le débit massique condensé, ce qui augmente l'épaisseur du film liquide.

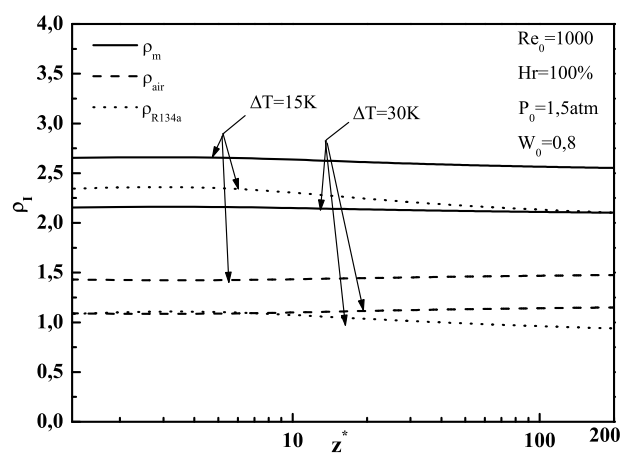


FIG. 5.3 – Variation de la densité de vapeur d'eau, d'air et du mélange gazeux

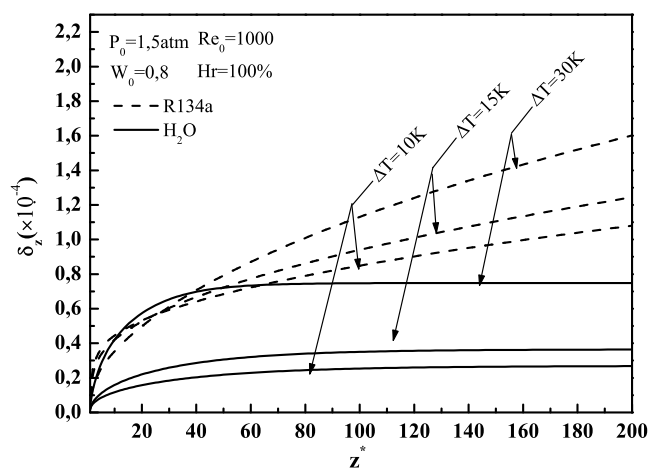


FIG. 5.4 – Variation de l'épaisseur du film liquide le long du tube pour le cas de la vapeur d'eau et R134a

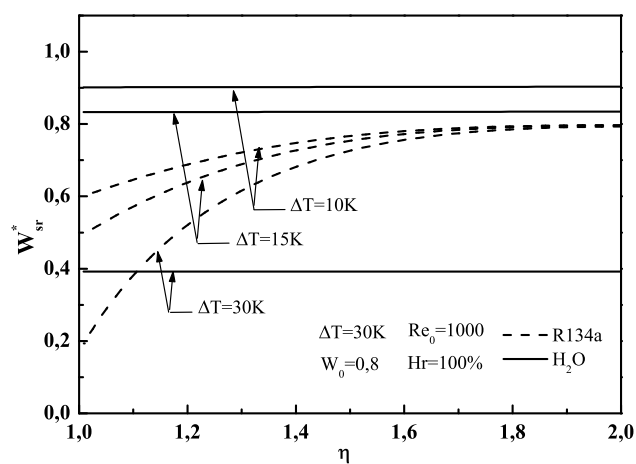


FIG. 5.5 – Variation de la fraction massique adimensionnelle à la sortie du tube

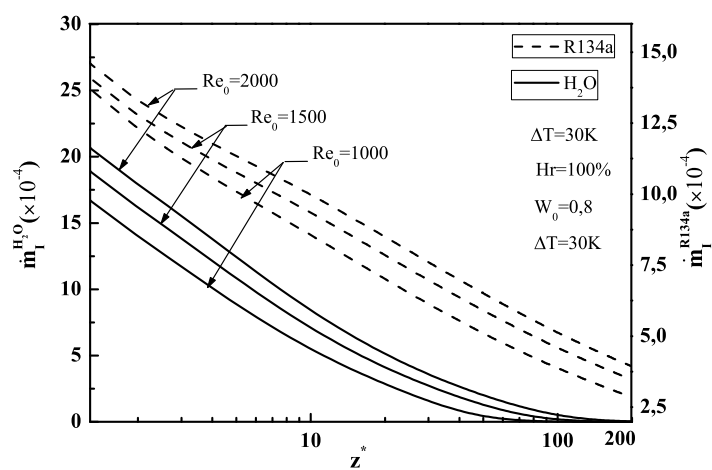


FIG. 5.6 – Variation de la densité massique condensé pour la vapeur d'eau et R134a

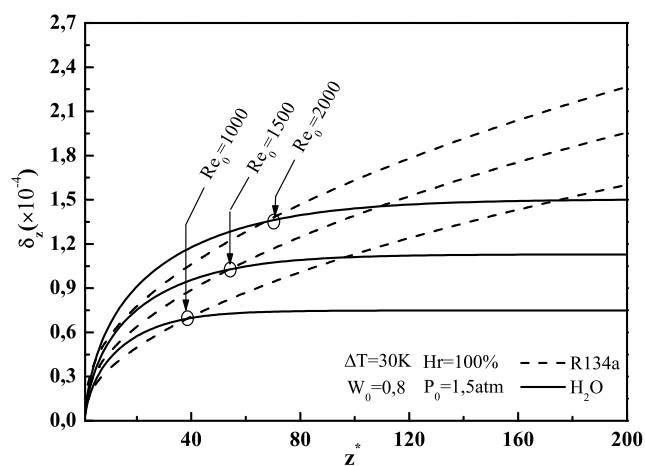


FIG. 5.7 – Variation de l'épaisseur du film de condensat le long du tube

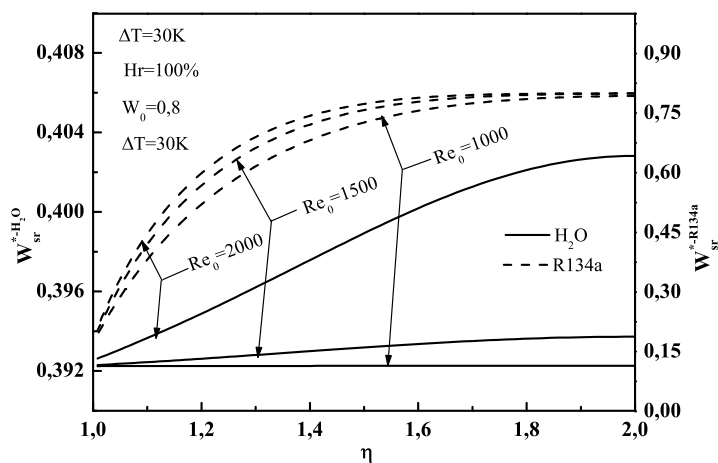


FIG. 5.8 – Variation de la fraction massique adimensionnelle à la sortie du tube

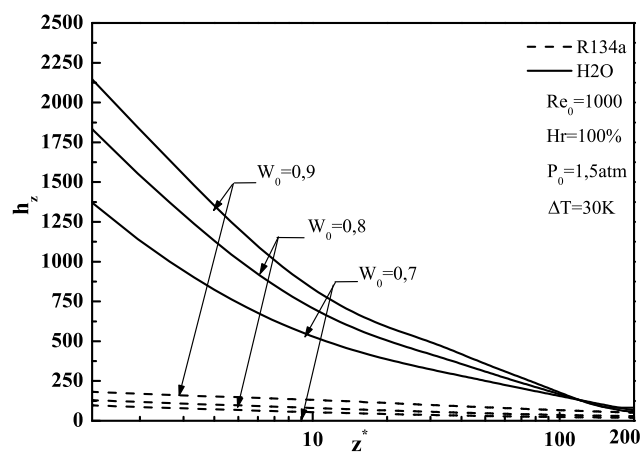


FIG. 5.9 – Variation de coefficient de transfert de chaleur le long du tube

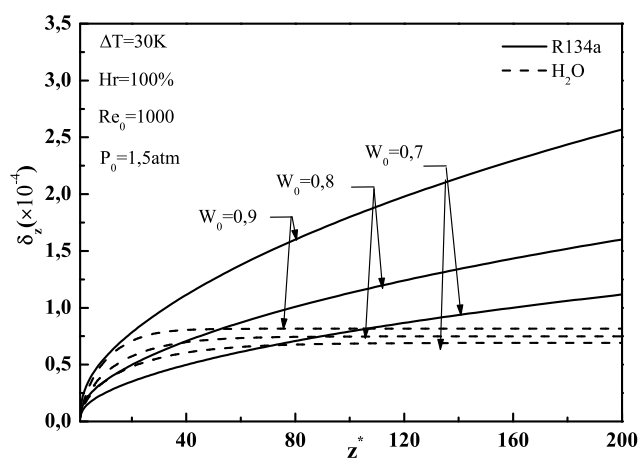


FIG. 5.10 – Évolution de l'épaisseur du film liquide le long du tube

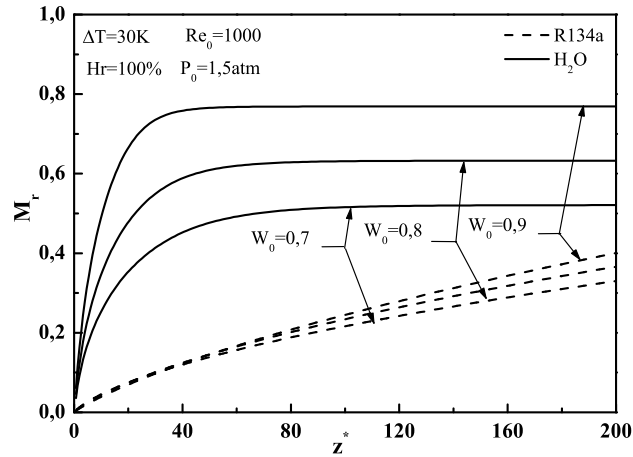


FIG. 5.11 – Variation de la fraction massique adimensionnelle à la sortie du tube pour différente fraction massique

la figure 5.8 représente l'évolution de la fraction massique de la vapeur à la sortie du tube, pour différents nombres de Reynolds. La fraction massique diminue de centre de tube vers l'interface liquide vapeur, par l'effet de la condensation de vapeur. Quand le nombre de Reynolds augmente la fraction de vapeur à la sortie du tube diminue, par l'effet d'augmentation du gaz non condensable.

la figure 5.9 illustre la variation de coefficient de transfert de chaleur le long de la paroi pour différents fractions massiques de vapeur. À l'entrée du tube le coefficient de transfert de chaleur de vapeur d'eau est plus important, par rapport au coefficient de transfert de chaleur de vapeur R134a. Le transfert de chaleur diminue le long de tube démontrant ainsi que la condensation en film de la vapeur s'accompagne de la diminution de la température dans la phase vapeur. L'évolution de la fraction massique de la vapeur influe positivement sur le coefficient de transfert de chaleur, cela est due à la faible concentration du gaz non condensable à l'interface.

La figure 5.10 représente la variation de l'épaisseur du film condensé le long du tube pour différentes fractions de vapeur. L'effet de la fraction de vapeur est plus important

dans le cas du fluide frigorigène, ceci explique bien que le gaz non condensable influence fortement la condensation de vapeur R134a. L'augmentation de la fraction de vapeur à l'entrée du tube augmente d'épaisseur du film de condensat ceci est bien confirmé par la figure 5.9, quand la fraction de vapeur augmente, le coefficient de transfert de chaleur augmente ce qui permet d'augmenter le flux de matière transféré vers l'interface du film liquide.

La figure 5.11 représente la variation du taux massique condensé le long du tube en fonction de la fraction massique de vapeur. L'augmentation de la fraction de vapeur diminue le gaz non condensable dans le mélange de condensation ce qui permet d'augmenter la quantité transférée vers l'interface de condensat. La portion de vapeur condensé dans le cas de vapeur R134a est moins intense que dans le cas de la vapeur d'eau. Ce résultat est bien prévisible car, dans ces conditions d'entrées, la condensation de vapeur R134a n'est pas encore atteinte.

5.3 Cas du mélange ternaire

La figure 5.12 présente l'évolution de la fraction massique à la sortie du tube pour le cas du mélange binaire ou ternaire éthanol/vapeur d'eau-air. On remarque que la fraction massique de la vapeur d'eau et d'éthanol est inférieure dans le cas du mélange ternaire, par rapport au mélange binaire. Ceci est dû à la diminution du gaz non condensable dans le mélange ternaire. La fraction à la sortie du tube est moins importante pour le cas de la condensation de vapeur d'eau. Ce résultat est bien prévisible car, plus la densité de flux de chaleur latent est grande plus il y a condensation importante et donc faible fraction massique à la sortie du tube. En outre, l'effet de la diffusion de vapeur d'eau dans le gaz non condensable est plus grande que celle de la vapeur d'éthanol.

La figure 5.13 représente la variation du nombre de Nusselt le long du tube pour les deux cas. On remarque que le nombre de Nusselt diminue le long du tube, cela s'explique par le fait que la condensation en film liquide entraîne une diminution de la température de la vapeur. Le nombre de Nusselt est plus important pour le cas du mélange ternaire

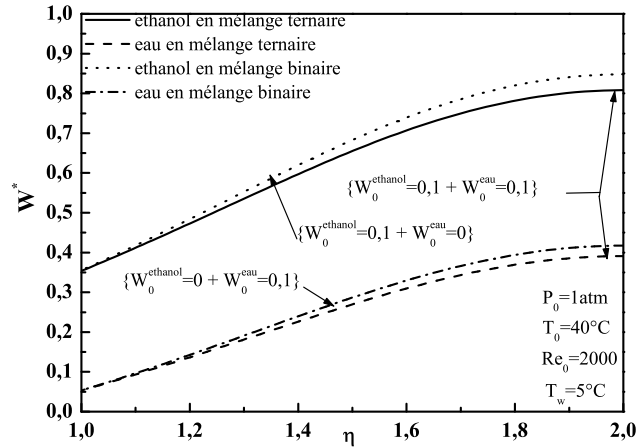


FIG. 5.12 – Variation de la fraction massique adimensionnelle à la sortie du tube pour le mélange binaire et ternaire

par rapport au mélange binaire. Cela est dû à la diminution du gaz non condensable en mélange ternaire. Le transfert de chaleur est plus important pour le cas de la vapeur d'eau en mélange binaire par rapport à celui d'éthanol, ce qui permet d'augmenter le transfert de chaleur.

la figure 5.14 présente la variation de la densité condensée de la vapeur d'eau et d'éthanol le long du tube. Cette figure explique bien ce qu'on a vu précédemment dans les figures 5.13 et 5.12. La quantité condensée est plus importante au niveau d'entrée du tube, est diminuée le long du tube vers des valeurs très faibles, illustrant l'équilibre thermodynamique.

La figure 5.15 montre la variation du nombre de Nusselt à différentes fractions de vapeur. On remarque que l'augmentation de la fraction de la vapeur d'eau augmente considérablement le nombre de Nusselt, ainsi l'augmentation de la fraction de vapeur implique la diminution du gaz non condensable, ce qui permet d'augmenter le flux de matière transféré vers l'interface du mélange-liquide. Lorsque on fixe la fraction massique du gaz non condensable et on varie l'une des fractions des vapeurs, on constate que le gaz non condensable

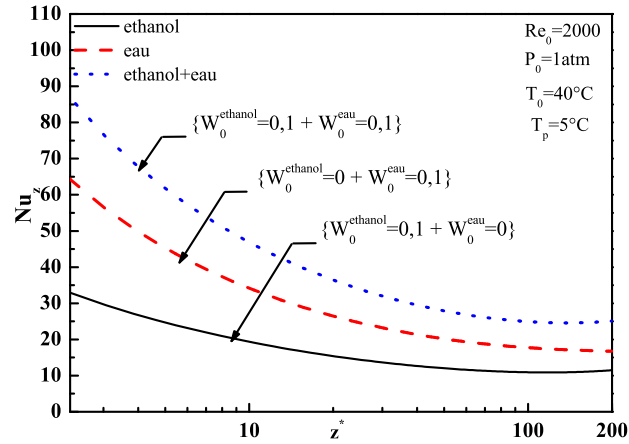


FIG. 5.13 – Variation du nombre de Nusselt le long du tube pour le mélange binaire et ternaire

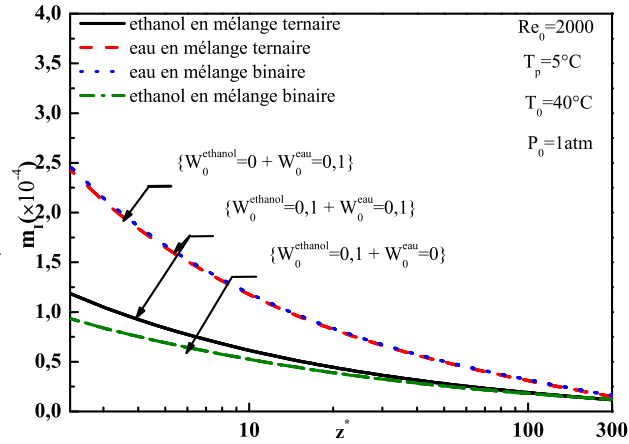


FIG. 5.14 – Variation du débit massique condensé le long du tube pour le mélange binaire et ternaire

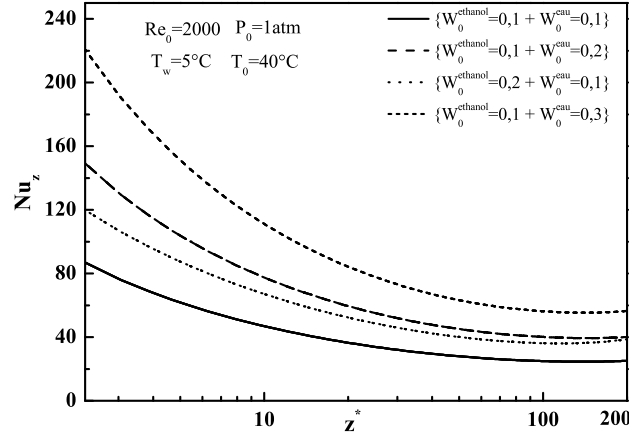


FIG. 5.15 – Variation du nombre de Nusselt le long du tube pour différentes fractions massique de vapeur

sable influence considérablement sur le transfert de chaleur lors de la condensation d'éthanol par rapport à la vapeur d'eau. Ce qui est dû à l'effet de la diffusivité, dans ces condition de simulation numérique le coefficient de diffusion de la vapeur d'eau dans l'air est plus grand que le coefficient de diffusion de la vapeur d'éthanol dans l'air.

La figure 5.16 présente l'évolution de l'épaisseur du film liquide le long du tube pour différente fraction massique de vapeur. On constate que la variation de la fraction de vapeur à l'entré du tube est moins importante dans le cas de la vapeur d'eau. Ceci est dû à la densité massique d'éthanol qu'est grand à la densité de la vapeur d'eau. La figure 5.17 illustre le taux condensé totale pour la vapeur d'éthanol et d'eau en mélange ternaire le long du tube pour différent fraction de vapeur. On constate que l'augmentation de la fraction massique de la vapeur d'eau, augmente considérablement le taux de condensation pour la vapeur d'éthanol. Dans le cas de la vapeur d'eau le taux de condensation est moins influencer par l'augmentation de la fraction massique W_0 . Ceci explique bien, l'effet du gaz non condensable sur la condensation d'éthanol en mélange ternaire avec la vapeur d'eau.

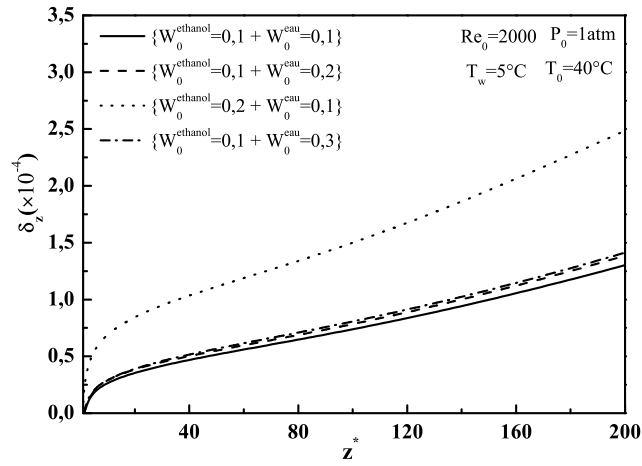


FIG. 5.16 – Variation de l'épaisseur du film liquide le long du tube pour différentes fractions massique de vapeur

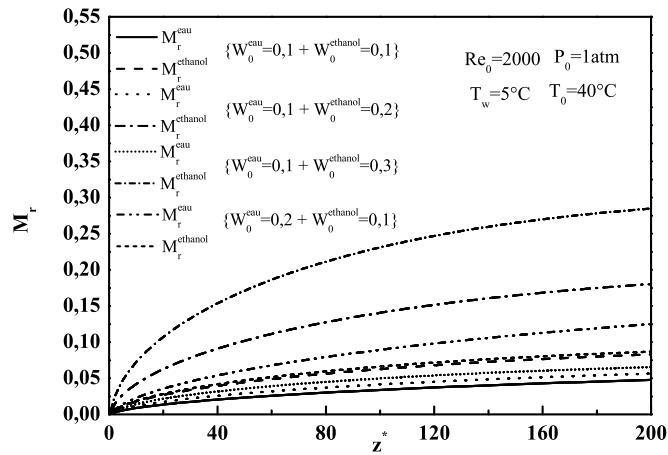


FIG. 5.17 – Variation du taux condensé le long du tube

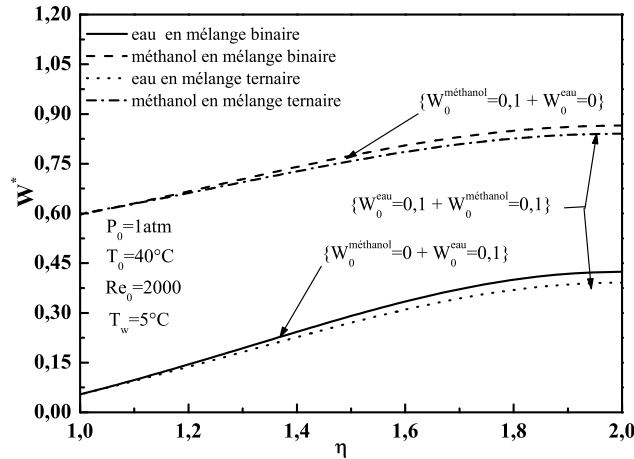


FIG. 5.18 – Variation de la fraction massique adimensionnelle à la sortie du tube pour le mélange binaire et ternaire

La figure 5.24 représente la fraction massique de la vapeur d'eau et de méthanol en mélange ternaire ou binaire à la sortie du tube. On observe le même phénomène remarquer dans le cas de la condensation de mélange de la vapeur d'éthanol et vapeur d'eau, sauf dans ce cas présent, la différence entre la fraction massique en mélange ternaire et en mélange binaire est moins important que le premier (figure 5.12). Ceci est peut expliqué par l'effet de la différence de la diffusivité entre le premier et le cas présent.

Les figures 5.25 et 5.26 illustrent les variations du nombre de Nusselt et le débit condensé pour le cas du mélange binaire et ternaire. On remarque que le transfert de chaleur est plus important dans le cas le cas présent par rapport au premier cas (figure 5.13). On remarque aussi que la quantité condensé de la vapeur d'éthanol et de la vapeur d'eau en mélange ternaire est supérieur par rapport au cas présent. Ceci est expliqué par la différence de la densité vapeur d'éthanol et de méthanol.

L'évolution de la fraction massique adimensionnelle à la sortie du tube est bien illustré à la figure 5.24. On remarque la fraction massique d'éthanol et de méthanol dans le mélange ternaire au présent travail est un peu plus grand par rapport à ceux représenté

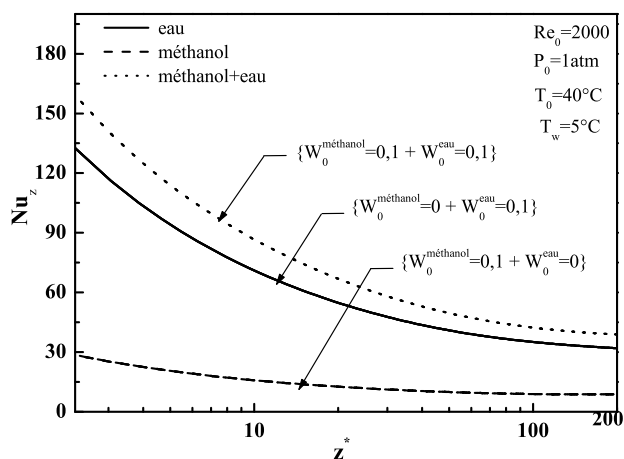


FIG. 5.19 – Variation du nombre de Nusselt le long du tube pour le mélange binaire et ternaire

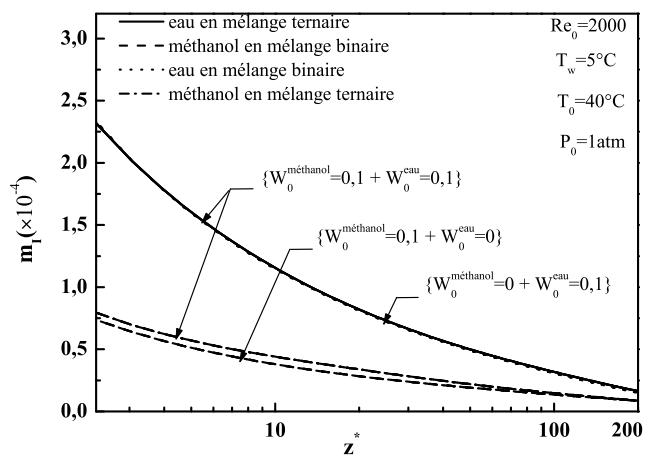


FIG. 5.20 – Variation du débit massique condensé le long du tube pour le mélange binaire et ternaire

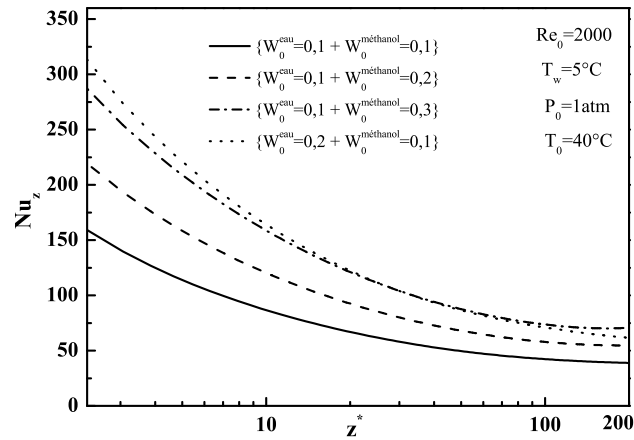


FIG. 5.21 – Variation du nombre de Nusselt le long du tube pour différentes fractions massique de vapeur

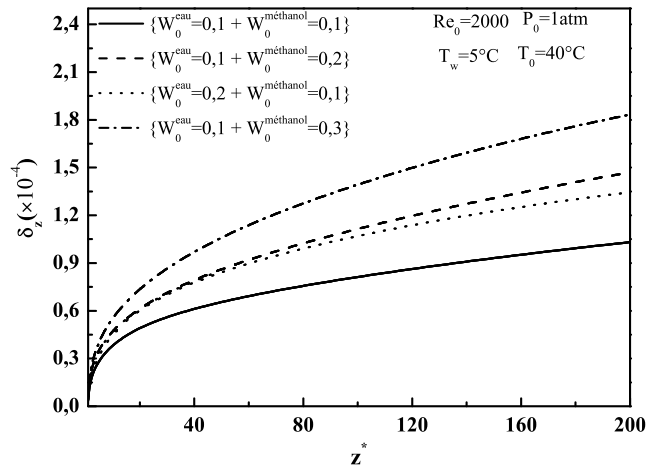


FIG. 5.22 – Variation de l'épaisseur du film liquide le long du tube pour différentes fractions massique de vapeur

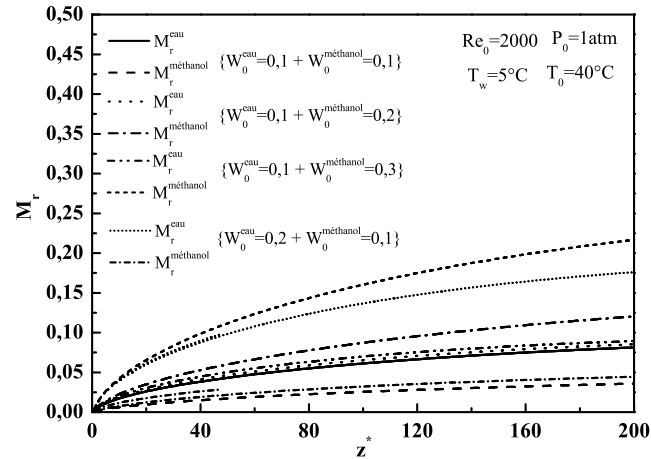


FIG. 5.23 – Variation du taux condensé le long du tube

dans les figures 5.12 et 5.24. Ceci est expliqué par l'effet de la diffusivité de la vapeur d'éthanol en vapeur de méthanol ou en vapeur d'eau.

Les figures 5.25 et 5.26 représente l'évolution du nombre de Nusselt Nu_z le long du tube et la densité massique condensé le long du tube pour le cas du mélange ternaire et binaire. On remarque que le nombre de Nusselt en mélange ternaire dans ce cas est moins important par rapport au cas précédent, ceci influence directement sur le flux de matière échangé lors de la condensation des vapeurs.

La figure 5.27 présente la variation du nombre de Nusselt le long du tube pour différente fraction massique de la vapeur de méthanol. On remarque que l'augmentation de la fraction massique de vapeur de méthanol augmente le nombre de Nusselt trois fois, ceci est dû par la diminution de la fraction massique de l'air qui forme un obstacle devant l'interface de condensation. Lorsqu'on fixe la fraction du gaz non condensable et on varie celle de la vapeur, on constate que le nombre de Nusselt augmente dans le cas du méthanol. Ceci est expliqué par l'effet d'augmentation de la chaleur latent.

La figure 5.28 présente l'évolution de l'épaisseur du film liquide condensé le long du tube. on constate que l'augmentation de la fraction massique de la vapeur de méthanol

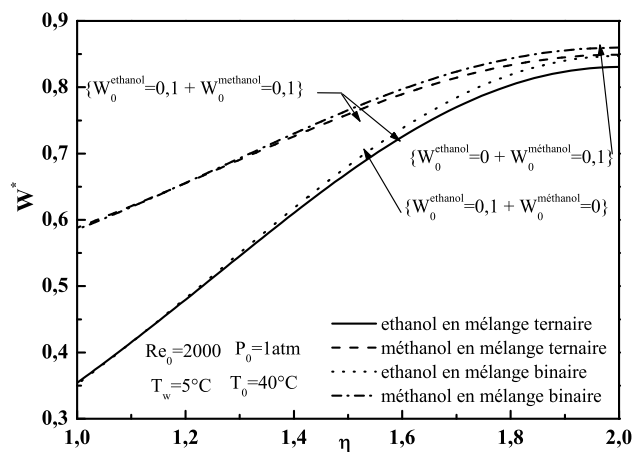


FIG. 5.24 – Variation de la fraction massique adimensionnelle à la sortie du tube pour le mélange binaire et ternaire

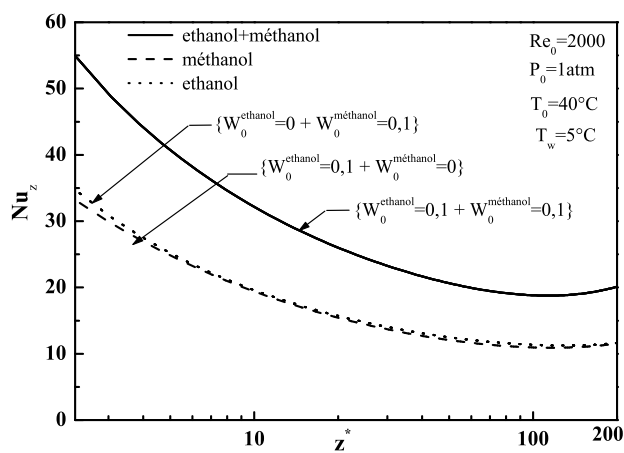


FIG. 5.25 – Variation du nombre de Nusselt le long du tube pour le mélange binaire et ternaire

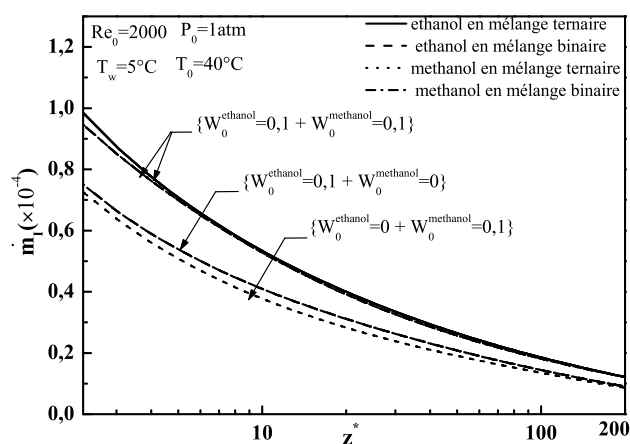


FIG. 5.26 – Variation du débit massique condensé le long du tube pour le mélange binaire et ternaire

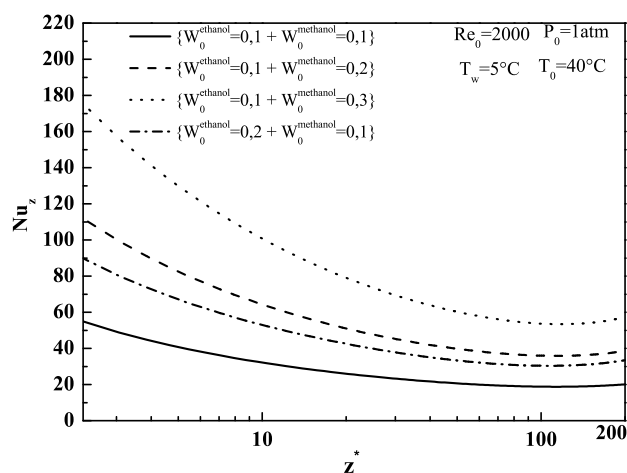


FIG. 5.27 – Variation du nombre de Nusselt le long du tube pour différentes fractions massique de vapeur

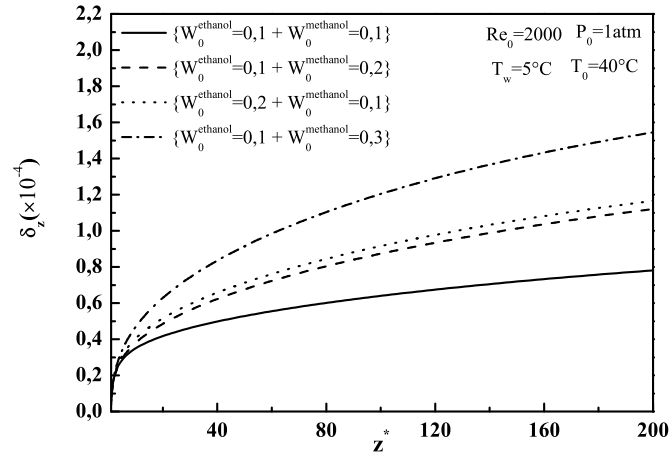


FIG. 5.28 – Variation de l'épaisseur du film liquide le long du tube pour différentes fractions massique de vapeur

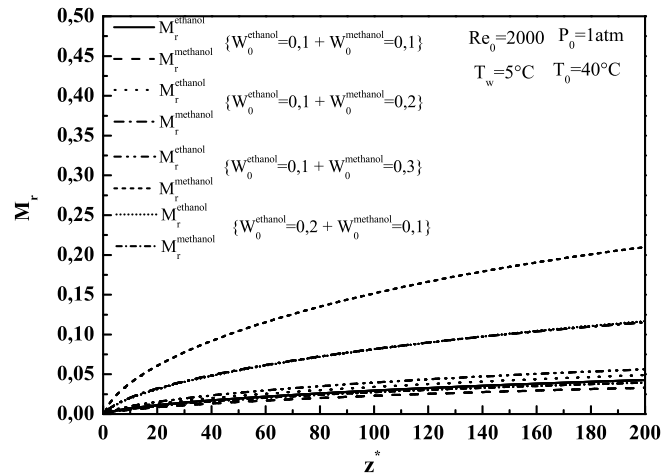


FIG. 5.29 – Variation du taux condensé le long du tube

nol augmente l'épaisseur du film de condensat. Ceci est bien expliqué dans les figures précédente 5.13 et 5.22.

La figure 5.29 illustre l'évolution du taux de condensation pour le mélange ternaire vapeur d'éthanol et de méthanol le long du tube. On remarque que le taux de condensation de la vapeur d'éthanol et de méthanol augment avec l'augmentation de la fraction de la vapeur à l'entrée du tube. Cette remarque est bien expliquée dans le cas des vapeurs d'éthanol et de méthanol en présence de la vapeur d'eau (figures 5.17 et 5.23)

5.4 Conclusion

À l'entrée du tube le coefficient de transfert de chaleur de la vapeur d'eau est plus important, par rapport au coefficient de transfert de chaleur de la vapeur frigorigène R134a.

L'augmentation de la fraction massique de la vapeur d'éthanol ou de méthanol augmente le coefficient de transfert de chaleur lors de la condensation et s'accompagne d'une diminution de l'effet du gaz non condensable à l'interface mélange-condensat.

Le nombre de Nusselt est plus important pour le cas du mélange ternaire par rapport au mélange binaire avec la vapeur d'eau ou avec l'éthanol. ceci est expliqué par la diminution du gaz non condensable en mélange ternaire.

Conclusion générale et perspectives

Conclusion générale

La condensation des fluides frigorigènes en film ruisselant le long d'un tube vertical avec transfert simultanée de chaleur et de masse présente un grand intérêt pratique dans de nombreux secteurs industriels tel que les ruissellements, chauffage et/ou refroidissement, concentration des solutions diluées ainsi que dans la réfrigération.

Ce travail de thèse concerne, une étude numérique de la condensation d'une vapeur en film liquide dans un tube et la compréhension des mécanismes de transfert couplés de chaleur et de masse dans les écoulements diphasiques avec changement de phases.

Les équations régissant le problème physique sont discrétisées et résolues par une méthode aux différences finies implicites en utilisant l'algorithme de Thomas TDMA (Tridiagonal Matrix Algorithm).

Ce sujet à permet dans un premier temps, de mieux comprendre les phénomènes qui caractérisent le transfert couplé de chaleur et de masse lors de la condensation en film liquide des mélanges (vapeur d'eau-air et vapeur R134a-air) à l'intérieur d'un tube vertical. Ensuite, d'étudier la condensation des mélanges (éthanol-vapeur d'eau, méthanol-vapeur d'eau et éthanol-méthanol) en présence d'un gaz non condensable.

La présence du gaz non condensables réduit fortement les échanges thermiques et massique à cause du gradient de concentration près du film condensé. Ce phénomène est difficile à évaluer quantitativement, c'est pourquoi les premières théories ont considéré la condensation d'une vapeur pure. Dans ce cas, le transfert de chaleur est déterminé seulement par les résistances thermiques du film liquide et de la paroi. Par contre, quand le gaz

non condensable est présent, le phénomène de diffusion conduit à une augmentation de la concentration à l'interface. Le transfert de chaleur à la paroi est contrôlé essentiellement par la diffusion de la vapeur à travers la couche limite. Cependant, une très faible fraction de gaz non condensable peut réduire considérablement le flux de condensation et le coefficient d'échange. Le gaz non condensable tend à s'accumuler à l'interface par la condensation de la vapeur, offrant à cet effet un obstacle au transfert de la vapeur sur le film du condensat. La pression partielle de vapeur P_v diminue donc au voisinage du film, ce qui provoque une diminution locale de la température de saturation et du coefficient de transfert de chaleur.

Le débit de la vapeur condensée est plus important quand le système opère à faible pression d'entrée. Ceci se traduit par un taux de condensation important dû à l'augmentation du temps de séjour de la vapeur d'eau pour les faibles pressions d'entrées. La condensation est alors favorisée pour de grandes valeurs de ΔT , de faible pression d'entrée et de faible concentration du gaz non condensable.

Le coefficient de transfert de chaleur de la vapeur d'eau est plus important par rapport au coefficient de transfert de chaleur de la vapeur frigorigène R134a.

Le taux de la vapeur condensé M_r lors de la condensation d'un mélange ternaire est plus important par rapport à la condensation d'un mélange binaire. Cependant, la condensation de la vapeur d'éthanol ou de méthanol est plus influencée par le gaz non condensable.

Les transferts thermique et massique lors de la condensation sont mieux favorisés dans le cas de la vapeur d'éthanol ou de méthanol par rapport à la vapeur d'eau en augmentant la fraction massique d'entrée et en réduisant le gaz non condensable à l'interface liquide-vapeur.

Perspectives

Parmi les perspectives envisageable, on pourra particulièrement dans un premier temps s'intéresser à l'étude de la condensation d'un mélange gazeux binaire ou ternaire

en régime turbulent.

Dans une seconde étape, il serait intéressant d'étudier le problème en supposant que les équations sont elliptique, ce qui permettra d'attaquer le cas contre courant souvent rencontré dans les échangeurs et les condensateur à film ruisselant.

Bibliographie

- [1] W. Nusselt. Die oberflächenkondensation des wasserdampfes. *Zeitschr Ver Deutsch*, 60 :541–546, 1916.
- [2] W.M. Rohsenow. Heat transfer and temperature distribution in laminar film condensation. *Trans. ASME*, 78 :1956–1648, 1956.
- [3] S. Acharya K. G. Braud et A. Attar. Calculation of fin efficiency for condensing fins. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 7 :96–98, 1986.
- [4] L. C. Burmeister. Vertical fin efficiency with film condensation. *ASME J. Heat Transfer*, 104 :391–393, 1982.
- [5] J. H. Lienhard et V. K. Dhir. Laminar film condensation on isothermal and arbitrary heat flux surfaces and on fins. *ASME J. Heat Transfer*, 96 :197–203, 1974.
- [6] S. V. Patankar et E. M. Sparrow. Condensation on extended surface. *ASME J. Heat Transfer*, 101 :434–440, 1979.
- [7] P. K. Sarma S. P. Chary et V. Dharma Rao. Condensation on a vertical plate fin of variable thickness. *Int J Heat Mass Transf*, 31 :1941–1944, 1988.
- [8] K. Asano Y. Nakano et M. Inaba. Forced convection film condensation of vapors in the presence of non condensable gas on a small vertical plate. *Journal of Chemical Engineering of Japan*, 12(3) :196–202, 1979.
- [9] J.P. Holman, editor. *Heat Transfer, Sixth Edition*. McGraw Hill Higher Education, 1986.
- [10] A. Leontiev, editor. *Théorie des échanges de chaleur et de masse*. Edition Mir Moscou, 1985.

-
- [11] W. M. Rohsenow, editor. *Handbook of heat transfer section 12 : condensation*. McGraw-Hill Book Company New-York, 1985.
- [12] J.F. Sacadura, editor. *Initiation aux transferts thermiques*. thechnique et documentation Lavoisier, 1978.
- [13] K. Asano Y. Nakano et M. Inaba. Recent advances in condensation heat transfer. *In Proceedings of 10th conference of heat transfer*, 12(3) :294–311, 1994.
- [14] E. M Sparrow E. R. G. Eckert. Effects of superheated vapour and noncondensable gases on laminar film condensation. *AIChE J*, 7 :473–477, 1994.
- [15] K. D. Voskresenskij. Calculation of heat transfer during film condensation with condensate properties as a function of temperature. *Izv. Akad. Nauk SSSR*, 1948.
- [16] E.M. Sparrow et J.L. Gregg. A boundary layer treatment of laminar film condensation. *J. Heat Transfer, Trans. ASME Series C*, 81 :13–18, 1959.
- [17] W. M. Rohsenow J. H. Webber A. T. Ling. Effect of vapor velocity on laminar and turbulent film condensation. *Trans Am Soc Mech Eng*, 78 :1637–1643, 1956.
- [18] J. C. Y. Koh E. M. Sparrow J. P. Hartnet. The two phase boundary layer in laminar film condensation. *Int J Heat Mass Transf*, 78 :69–82, 1961.
- [19] J. C. Y. Koh. Film condensation in a forced-convection boundary-layer flow. *Int J Heat Mass Transf*, 5 :941–954, 1962.
- [20] A. Narain. Interfacial shear modelling and flow predictions for internal flow of pure vapor experiencing film condensation. *J. Heat Transfer. ASME Series C University of Minnesota, Minneapolis, MN. IMA Preprint Series -1103*, 1993.
- [21] H. Louahlia et P.K. Panday. Condensation en film entre deux plaques planes verticales : Comparaison des performances thermiques du R134A et du R12. *Canadian Journal of Chemical Engineering*, 75 :704–710, 1997.
- [22] P.K. Panday. Two-dimensional turbulent film condensation of vapours flowing inside a vertical tube and between parallel plates : A numerical approach. *Int. J. Refrig*, 26(4) :492–503, 2003.

- [23] R. H. Pletcher. Prediction of transpired turbulent boundary layers. *J Heat Transfer*, 94 :89–94, 1974.
- [24] Y. El Hammami M. Feddaoui T. Mediouni A. Mir. Numerical study in condensing a liquid refrigerant (r134a) film along a vertical channel. *International symposium on convective heat and mass transfer in sustainable energy Hammamet Tunisia.*, 2 :426–429, 2009.
- [25] Y. Mori K. Hijikata et P. Wei. Noncondensable gas effect on high performance vertical condensing surface with parallel low fins. *ASME JSME Thermal Eng. Joint Conf*, 3 :297–303, 1983.
- [26] P. Kaiping et U. Renz. Thermal diffusion in turbulent partial condensation. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 34(10) :2639, 1991.
- [27] H. Louahlia P. K. Panday. Transfert thermique pour la condensation du r123, r134a et de leurs mélanges en écoulement forcé entre deux plaques planes horizontales, étude numérique. *Rev Gen Therm*, 35, 1996.
- [28] H. A. Hasanein M. S. Kazimi M. W. Golay. Forced convection in-tube steam condensation in the presence of non-condensable gases. *Int J Heat Mass Transf*, 39 :2625–2639, 1996.
- [29] Z. Lan H. T. Chen S. Chang. Effect of noncondensable gas on laminar film condensation along a vertical plate fin. *Int J of Heat and Fluid Flow*, 19(4) :374–381, 1998.
- [30] E. C. Siow S. J. Ormiston H. M. Soliman. Fully coupled solution of a two-phase model for laminar film condensation of vapor-gas mixtures in horizontal channels. *Int J Heat and Mass Tran*, 45 :3689–3702, 2002.
- [31] E. C. Siow S. J. Ormiston H. M. Soliman. A two-phase model for laminar film condensation from steam-air mixtures in vertical parallel-plate channels. *Heat and Mass Tran*, 40, 2004.
- [32] S. T. Revankar D. Pollock. Laminar film condensation in a vertical tube in the presence of noncondensable gas. *Applied Mathematical Modelling*, 29, 2005.

- [33] P. F. Peterson V. E. Schrock and T. Kageyama. Diffusion layer theory for turbulent vapor condensation with noncondensable gases. *ASME Journal of Heat Transfer*, 115, 1993.
- [34] E. C. Siow S. J. Ormiston H. M. Soliman. Two-phase modelling of laminar film condensation from vapour-gas mixtures in declining parallel-plate channels. *Int J of Thermal Sciences*, 46, 2007.
- [35] Y. El Hammami M. Feddaoui S. Senhaji T. Mediouni A. Mir. Turbulent mixed convection heat and mass transfer of liquide film evaporation by a porous layer along an inclined channel. *Revue Internationale d'Héliotechnique*, 39, 2009.
- [36] M. K. Groff S. J. Ormiston H. M. Soliman. Numerical solution of film condensation from turbulent flow of vapor-gas mixtures in vertical tubes. *Int J Heat Mass Transf*, 50, 2007.
- [37] Siow Erh Chang. Condensation in a vertical tube bundle passive condenser-part 1 : Through flow condensation. *University of Manitoba Winnipeg Canada*, 2001.
- [38] Dharma Rao V. Murali V. Krishna K. V. Sharma P. K. Sarma. A theoretical study on convective condensation of water vapor from humid air in turbulent flow in a vertical duct. *ASME J Heat Transf*, 129, 2007.
- [39] W. Zhou G. Henderson S. T. Revankar. Condensation in a vertical tube bundle passive condenser-part 1 : Through flow condensation. *Int J Heat and Mass Transfer*, 53, 2010.
- [40] Y. El hammami M. Feddaoui T. Mediouni R. Mir A. Mir. Étude numérique de la condensation en film par convection mixte a l'interieur d'un canal a paroi poreuse. *Revue Internationale d'Héliotechnique*, 42 :18–24, 2010.
- [41] S. W. Bromley and C. R. Wilke. *Ind. Eng. Chem.*, 43, 1951.
- [42] E. N. Fuller, editor. *Ind. Eng. Chem.* 58(5) 19. McGraw-Hill New York, 1966.
- [43] R. H. Perry Don, editor. *Perry's Chemical Engineers Handbook Chp :Prediction and correlation of physical properties* 2-337. McGraw-Hill New York, 1999.

-
- [44] S. V. Patankar, editor. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Chap.6 Hemisphere*. Mc Graw Hill New York, 1980.
- [45] T. Cebeci A. M. O. Smith. A finite difference method for calculating compressible and turbulent boundary layers. *J. Basic Engineering Trans ASME*, 92, 1970.
- [46] G. D. Raithby et G. E. Schneider. Numerical solutions of problems in incompressible fluid flow : treatment of the velocity-pressure coupling. *Numer Heat Tran*, 2, 1980.
- [47] P. D. Lebedev A. M. Baklastov F. Z. Sergazin. Aerodynamics heat and mass transfer in vapour condensation from humid air on a flat plate in a longitudinal flow in asymmetrically cooled slot. *Int J Heat Mass Transf*, 12, 1969.
- [48] V. Dharma Rao V. Murali Krishna K. V. Sharma P. V. J. Mohana Rao. Convective condensation of vapour in the presence of a non-condensable gas of high concentration in laminar flow in a vertical pipe. *Int J Heat and Mass Transf*, 51, 2008.

Annexe

Le système d'équation et des conditions aux limites définies dans le chapitre 2 sont discrétisés comme suit :

5.5 Système d'équations en phase liquide

5.5.1 Équation du mouvement

$$A_j^u u_{i,j-1} + B_j^u u_{i,j} + C_j^u u_{i,j+1} = D_j^u \quad (5.1)$$

Avec

$$A_j^u = -\alpha_j^2 (\rho_l v)_j + \frac{\mu_l \alpha_j^2}{r_j} + \alpha_j^2 \left(\frac{\partial \mu_l}{\partial r} \right)_j - \frac{2\alpha_j \mu_{lj}}{\Delta r_{j-1}} \quad (5.2)$$

$$B_j^u = \alpha_j (\alpha_j + 1) \left(u \frac{\partial \rho_l}{\partial r} \right)_j \Delta r_{j-1} + \alpha_j (\alpha_j + 1) (\rho_l u)_j \frac{\Delta r_{j-1}}{\Delta z_{i-1}} + (\alpha_j^2 - 1) (\rho_l v)_j + \alpha_j (\alpha_j + 1) \left(v \frac{\partial \rho_l}{\partial r} \right)_j \Delta r_{j-1} + (\alpha_j + 1) \frac{2\mu_l}{\Delta r_{j-1}} \quad (5.3)$$

$$C_j^u = (\rho_l v)_j - \left(\frac{\mu_l}{r} \right)_j - \left(\frac{\partial \rho_l}{\partial r} \right)_j - \frac{2\mu_l}{\Delta r_{j-1}} \quad (5.4)$$

$$D_j^u = \frac{(u \rho_l)_j \alpha_j (\alpha_j + 1)}{\Delta z_{i-1}} u_{0i,j} - \alpha_j (\alpha_j + 1) \frac{\partial P_d}{\partial z} \Delta r_{j-1} \quad (5.5)$$

5.5.2 Équation de la chaleur

$$A_j^T T_{i,j-1} + B_j^T T_{i,j} + C_j^T T_{i,j+1} = D_j^T \quad (5.6)$$

Avec

$$A_j^T = -\alpha_j^2 (\rho_l C_p^l v)_j + \frac{\alpha_j^2 \lambda_l}{r_j} + \alpha_j^2 \left(\frac{\partial \lambda_l}{\partial r} \right)_j - \frac{2\alpha_j \lambda_{lj}}{\Delta r_{j-1}} \quad (5.7)$$

$$B_j^T = \alpha_j (\alpha_j + 1) \left(u \frac{\partial}{\partial z} (\rho_l C_p^l) \right)_j \Delta r_{j-1} + \alpha_j (\alpha_j + 1) (\rho_l C_p^l u)_j \frac{\Delta r_{j-1}}{\Delta z_{i-1}} + (\alpha_j^2 - 1) (\rho_l C_p^l v)_j + \alpha_j (\alpha_j + 1) \left(v \frac{\partial}{\partial z} (\rho_l C_p^l) \right)_j \Delta r_{j-1} + (\alpha_j + 1) \frac{2\lambda_l}{\Delta r_{j-1}} \quad (5.8)$$

$$C_j^T = (\rho_l C_p^l v)_j - \left(\frac{\lambda_l}{r} \right)_j - \left(\frac{\partial}{\partial z} (\rho_l C_p^l) \right)_j - \frac{2\lambda_l}{\Delta r_{j-1}} \quad (5.9)$$

$$D_j^T = \frac{(u \rho_l C_p^l)_j \alpha_j (\alpha_j + 1)}{\Delta z_{i-1}} T_{0i,j} \quad (5.10)$$

5.6 Système d'équations en mélange gazeux

5.6.1 Équation du mouvement

$$A_j^u u_{i,j-1} + B_j^u u_{i,j} + C_j^u u_{i,j+1} = D_j^u \quad (5.11)$$

Avec

$$A_j^u = -\alpha_j^2 (\rho_m v)_j + \frac{\mu_m \alpha_j^2}{r_j} + \alpha_j^2 \left(\frac{\partial \mu_m}{\partial r} \right)_j - \frac{2\alpha_j \mu_{mj}}{\Delta r_{j-1}} \quad (5.12)$$

$$B_j^u = \alpha_j (\alpha_j + 1) \left(u \frac{\partial \rho_m}{\partial r} \right)_j \Delta r_{j-1} + \alpha_j (\alpha_j + 1) (\rho_m u)_j \frac{\Delta r_{j-1}}{\Delta z_{i-1}} + (\alpha_j^2 - 1) (\rho_m v)_j + \alpha_j (\alpha_j + 1) \left(v \frac{\partial \rho_m}{\partial r} \right)_j \Delta r_{j-1} + (\alpha_j + 1) \frac{2\mu_m}{\Delta r_{j-1}} \quad (5.13)$$

$$C_j^u = (\rho_m v)_j - \left(\frac{\mu_m}{r}\right)_j - \left(\frac{\partial \rho_m}{\partial r}\right)_j - \frac{2\mu_m}{\Delta r_{j-1}} \quad (5.14)$$

$$D_j^u = \frac{(u\rho_m)_j \alpha_j (\alpha_j + 1)}{\Delta z_{i-1}} u_{0i,j} - \alpha_j (\alpha_j + 1) \Delta r_{j-1} \left(-\frac{\partial P_d}{\partial z} + (\rho_m - \rho_0) \right) \quad (5.15)$$

5.6.2 Équation de la chaleur

$$A_j^T T_{i,j-1} + B_j^T T_{i,j} + C_j^T T_{i,j+1} = D_j^T \quad (5.16)$$

Avec

$$A_j^T = -\alpha_j^2 (\rho_m C_p^m v)_j + \frac{\alpha_j^2 \lambda_m}{r_j} + \alpha_j^2 \left(\frac{\partial \lambda_m}{\partial r} \right)_j - \frac{2\alpha_j \lambda_{mj}}{\Delta r_{j-1}} \quad (5.17)$$

$$B_j^T = \alpha_j (\alpha_j + 1) \left(u \frac{\partial}{\partial z} (\rho_m C_p^m) \right)_j \Delta r_{j-1} + \alpha_j (\alpha_j + 1) (\rho_m C_p^m u)_j \frac{\Delta r_{j-1}}{\Delta z_{i-1}} + \\ (\alpha_j^2 - 1) (\rho_m C_p^m v)_j + \alpha_j (\alpha_j + 1) \left(v \frac{\partial}{\partial z} (\rho_m C_p^m) \right)_j \Delta r_{j-1} + (\alpha_j + 1) \frac{2\lambda_m}{\Delta r_{j-1}} \quad (5.18)$$

$$C_j^T = [(\rho_m C_p^m v)_j - \left(\frac{\lambda_m}{r}\right)_j - \left(\frac{\partial}{\partial z} (\rho_m C_p^m)\right)_j - \frac{2\lambda_m}{\Delta r_{j-1}}] \quad (5.19)$$

$$D_j^T = \frac{(u\rho_m C_p^m)_j \alpha_j (\alpha_j + 1)}{\Delta z_{i-1}} T_{0i,j} + \alpha_j (\alpha_j + 1) \Delta r_{j-1} \rho_m D(C_p^v - C_p^{mc}) \frac{\partial T_m}{\partial r} \frac{\partial W}{\partial r} \quad (5.20)$$

5.6.3 Équation de la diffusion

$$A_j^W W_{i,j-1} + B_j^W W_{i,j} + C_j^W W_{i,j+1} = D_j^W \quad (5.21)$$

Avec

$$A_j^W = -\alpha_j^2(\rho_m v)_j + \frac{\alpha_j^2 \rho_m D}{r_j} + \alpha_j^2 \left(\frac{\partial}{\partial r}(\rho_m D) \right)_j - \frac{2\alpha_j(\rho_m D)_j}{\Delta r_{j-1}} \quad (5.22)$$

$$B_j^W = \alpha_j(\alpha_j + 1)(u \frac{\partial \rho_m}{\partial z})_j \Delta r_{j-1} + \alpha_j(\alpha_j + 1)(\rho_m u)_j \frac{\Delta r_{j-1}}{\Delta z_{i-1}} + (\alpha_j^2 - 1)(\rho_m v)_j + \alpha_j(\alpha_j + 1)(v \frac{\partial \rho_m}{\partial z})_j \Delta r_{j-1} + (\alpha_j + 1) \frac{2\rho_m D}{\Delta r_{j-1}} \quad (5.23)$$

$$C_j^W = (\rho_m v)_j - (\frac{\rho D}{r})_j - (\frac{\partial}{\partial z}(\rho_m))_j - \frac{2\rho_m}{\Delta r_{j-1}} \quad (5.24)$$

$$D_j^W = \frac{(u \rho_l C_p^l)_j \alpha_j(\alpha_j + 1)}{\Delta z_{i-1}} W_{0i,j} \quad (5.25)$$

5.7 Système d'équations sur l'axe de symétrie

$$B_1^u \phi_{i,1} + C_1^u \phi_{i,2} = D_1^u \quad (5.26)$$

5.7.1 Équation du mouvement

$$B_1^u u_{i,1} + C_1^u u_{i,2} = D_1^u \quad (5.27)$$

Avec

$$B_1^u = \frac{2\Delta r_1}{\Delta x_{i-1}} (\rho_1 u)_1 + \frac{8\mu_1}{\Delta r_1} \quad (5.28)$$

$$C_1^u = -\frac{8\mu_1}{\Delta r_1} \quad (5.29)$$

$$D_1^u = \frac{2\Delta r_1}{\Delta x_{i-1}} (\rho u)_1 u_{0i,1} + 2\Delta r_1 \left(-\frac{dP}{dz} + (\rho_m - \rho_0) \right) \quad (5.30)$$

5.7.2 Équation de la chaleur

$$B_1^T T_{i,1} + C_1^T T_{i,2} = D_1^T \quad (5.31)$$

Avec

$$B_1^T = \frac{2\Delta r_1}{\Delta x_{i-1}} (\rho_1 C_p^1 u)_1 + \frac{8\lambda_1}{\Delta r_1} \quad (5.32)$$

$$C_1^T = -\frac{8\lambda_1}{\Delta r_1} \quad (5.33)$$

$$D_1^T = \frac{2\Delta r_1}{\Delta x_{i-1}} (\rho C_p u)_1 T_{0i,1} + 2\Delta r_1 \left[\rho_1 D (C_p^v - C_p^{mc}) T_1 \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} \right] \quad (5.34)$$

5.7.3 Équation de la diffusion

$$B_1^W W_{i,1} + C_1^W W_{i,2} = D_1^W \quad (5.35)$$

Avec

$$B_1^W = \frac{2\Delta r_1}{\Delta x_{i-1}} (\rho_1 C_p^1 u)_1 + \frac{8\rho_1 D_1}{\Delta r_1} \quad (5.36)$$

$$C_1^W = -\frac{8\rho_1 D_1}{\Delta r_1} \quad (5.37)$$

$$D_1^W = \frac{2\Delta r_1}{\Delta x_{i-1}} (\rho u)_1 W_{0i,1} \quad (5.38)$$

5.8 Système d'équations à l'interface liquide vapeur

5.8.1 Continuité de contrainte de cisaillement

$$A_{nj}^u u_{i,nj-1} + B_{nj}^u u_{i,nj} + C_{nj}^u u_{i,nj+1} = D_{nj}^u \quad (5.39)$$

avec

$$A_{nj}^u = \frac{\mu_m(\alpha_m + 1)}{\Delta r_{nj-1}} + \frac{\mu_m \alpha_m^2}{(\alpha_m + 1) \Delta r_{nj-1}} \frac{B_{nj-1}^u}{A_{nj-1}^u} \quad (5.40)$$

$$B_{nj}^u = -\frac{(2\alpha_m + 1)\lambda_m}{(\alpha_m + 1)\Delta r_{nj-1}} - \frac{\mu_l(\alpha_l + 2)}{(\alpha_l + 1)\Delta r_{nj}} + \frac{\mu_l B_{nj+1}^u}{\alpha_l(\alpha_l + 1)\Delta r_{nj} C_{nj+1}^u} + \frac{\mu_m \alpha_m^2 C_{nj-1}^u}{(\alpha_l + 1)A_{nj-1}^u} \quad (5.41)$$

$$C_{nj}^u = \frac{\mu_m(\alpha_m + 1)}{\Delta r_{nj}} + \frac{\mu_l A_{nj+1}^u}{\alpha_l(\alpha_l + 1)C_{nj+1}^u} \quad (5.42)$$

$$D_{nj}^u = \frac{\mu_l D_{nj+1}^u}{\alpha_l(\alpha_l + 1)\Delta r_{nj} C_{nj+1}^u} + \frac{\mu_m \alpha_m^2}{(\alpha_m + 1)\Delta r_{nj-1}} \quad (5.43)$$

5.8.2 Continuité de flux de chaleur

$$A_{nj}^T T_{i,nj-1} + B_{nj}^T T_{i,nj} + C_{nj}^T T_{i,nj+1} = D_{nj}^T \quad (5.44)$$

Avec

$$A_{nj}^T = -\frac{\lambda_m(\alpha_m + 1)}{\Delta r_{nj-1}} + \frac{\alpha_m^2 \lambda_m B_{nj-1}^T}{(\alpha_m + 1)\Delta r_{nj-1} A_{nj-1}^T} \quad (5.45)$$

$$B_{nj}^T = -\frac{(2\alpha_m + 1)\lambda_m}{(\alpha_m + 1)\Delta r_{nj-1}} - \frac{\lambda_l(\alpha_l + 2)}{(\alpha_l + 1)\Delta r_{nj}} + \frac{\lambda_l A_{nj+1}^T}{\alpha_l(\alpha_l + 1)\Delta r_{nj} C_{nj+1}^T} + \frac{\alpha_m^2 C_{nj-1}^T}{(\alpha_m + 1)\Delta r_{nj-1} A_{nj-1}^T} \quad (5.46)$$

$$C_{nj}^T = \frac{\lambda_l(\alpha_l + 1)}{\alpha_l \Delta r_{nj}} + \frac{\lambda_l B_{nj+1}^T}{\alpha_l(\alpha_l + 1)\Delta r_{nj} C_{nj+1}^T} \quad (5.47)$$

$$D_{nj}^T = \frac{\lambda_l D_{nj+1}^T}{\alpha_l(\alpha_l + 1)\Delta r_{nj} C_{nj+1}^T} + \frac{\lambda_m \alpha_m^2}{(\alpha_m + 1)\Delta r_{nj-1}} - J_{vI} h_{fg} \quad (5.48)$$

Publications et Communications

Publications

- **Y. El hammami**, M. Feddaoui, T. Mediouni, R. Mir, A. Mir "Étude numérique de la condensation en film par convection mixte a l'intérieur d'un canal a paroi poreuse" Revue International d'Héliotechnique *N*^o 42 (2010) 18-24
- **Y. El hammami**, M. Feddaoui, S. Senhaji, T. Mediouni, A. Mir "Turbulent mixed convection heat and mass transfer of liquide film evaporation by a porous layer along an inclined channel", Revue International d'Héliotechnique *N*^o 39 (2009) 44-49
- M. Feddaoui, **Y. El hammami**, T. Mediouni, S. Senhaji, A. Mir "Numerical simulation on mixed convection heat and mass transfers in evaporating alcohol liquid film" Revue International d'Héliotechnique *N*^o 42 (2010) 38-43
- **Y. El hammami**, M. Feddaoui, T. Mediouni, R. Mir, A. Mir "numerical study of condensing a small concentration of vapour inside a vertical tube" soumise pour la publication dans heat and mass transfer
- **Y. El hammami**, M. Feddaoui, T. Mediouni, R. Mir, A. Mir "heat and mass transfer during the condensation a liquid refrigerant (R134a) and steam-air film along a vertical channel" soumise pour publication dans International Jornal of Heat and Mass Transfer

Communications

- **Y. El hammami**, M. Feddaoui , T. Mediouni, R. Mir "etude numerique de la condensation en film d'un gaz condensable a l'interieur d'un canal inclinee a pa-roi poreuse". energies et transports durables congrès sft 2010 le touquet 25-28 mai 2010 france
- **Y. El hammami**, M. Feddaoui , T. Mediouni, R. Mir "combined heat and mass transfer on laminar film condensation along a vertical plates covered with a thin porous layer" Fifth International Conference on Thermal Engineering : Theory and Applications May 10-14, 2010, Marrakesh, Morocco
- **Y. El hammami**, M. Feddaoui, T. Mediouni, A. Mir "numerical study in condensing a liquid refrigerant (R134a) film along a vertical channel", accepté dans l' interna-tional symposium on convective heat and mass transfer in sustainable energy 26 avril , 1 mai 2009 Hammamet Tunisia.
- M. Feddaoui, **Y. El hammami**, S. Senhaji, T. Mediouni, A. Mir "numerical study on mixed convection heat and mass transfers in evaporating alcohol liquid film" fifth international conference on thermal engineering : theory and applications may 10-14, 2010, marrakesh, morocco
- M. Feddaoui, **Y. El hammami**, T. Mediouni, A. Mir "Heat and mass transfer during the evaporation of alcohol liquid film along a vertical ducts" Fourth Saudi Science Conference, 21-24 Mars, 2010, Al-Madinah Al-Munawwarah, Kingdom of Saudi Arabia
- M. Feddaoui, **Y. El hammami**, S. Senhaji, T. Mediouni, A. Mir "Numerical simula-tion of thermal protection with water liquid film along an insulated vertical channel" Int. Symp. on Convective Heat and Mass Transfer in Sustainable Energy April 26 - May 1, 2009, Tunisia