

N° d'ordre : 3631

THESE

En vue de l'obtention du : **DOCTORAT**

Structure de Recherche : Equipe des sciences de la matière et du rayonnement.

Discipline : Physique

Spécialité : Physique-Mathématique

Présentée et soutenue le 04/06/2022 par :

LAHMIDI Ayoub

Le titre de la thèse

Etude de l'interaction d'une impulsion électromagnétique avec une ligne de transmission en présence d'un sol stratifié à plusieurs couches par la méthode des différences finies

JURY

Mohammed Majid HIMMI	PES, Université Mohammed V, Faculté des sciences Rabat	Président
Abdelkader BOULAZHAR	PES, Université Hassan 2, Faculté des sciences Ain Chock	Rapporteur/Examineur
Khalid MINAOUI	PES, Université Mohammed V, Faculté des sciences Rabat	Rapporteur/Examineur
Larbi LAANAB	PES, Université Mohammed V, Faculté des sciences Rabat	Rapporteur/Examineur
Abdelkader TOUHAMI	PES, Université Hassan 2, Faculté des sciences Ain Chock	Examineur
Abderrahman MAAOUNI	PES, Université Mohammed V, Faculté des sciences Rabat	Directeur de Thèse

Année Universitaire : 2021/2022

Université Mohammed V

Faculté des sciences Rabat-Agdal

Equipe de Science de la Matière et du Rayonnement (ESMAR)

Etude de l'interaction d'une impulsion électromagnétique avec une ligne de
transmission en présence d'un sol stratifié à plusieurs couches par la méthode
des différences finies

Pour le degré

Doctorat

Domaine de Physique-mathématique

Par

Lahmidi Ayoub

Encadré par : Pr A.Maaouni Rabat

December 2022

Dédicaces

Louange à Dieu tout puissant, qui m'a permis de voir ce jour tant attendu.

Je dédie cette thèse :

A ma chère mère, source inépuisable de tendresse, de patience et de sacrifice. Ta prière et ta Bénédiction m'ont été d'un grand secours tout au long de ma vie.

A mon cher père, tu es le meilleur. Tu as été et tu seras toujours un exemple pour moi par tes qualités humaines, ta persévérance et perfectionnisme.

A mes chères soeurs, comme on ne peut trouver nulle part ailleurs, puisse Allah vous protéger, garder et renforcer notre fraternité. Je vous souhaite tout le bonheur du monde.

A ma chère fiancée : Depuis que je t'ai connu, tu n'as cessé de me soutenir et de m'épauler. Tu me voulais toujours le meilleur. Ton amour ne m'a procuré que confiance et stabilité. Tu as partagé avec moi les meilleurs moments de ma vie, aux moments les plus difficiles de ma vie, tu étais toujours à mes côtés, je te remercie de ne m'avoir jamais déçu.

Remerciement

Le travail présenté dans ce mémoire est effectué au sein de l'équipe de Science de la Matière et du Rayonnement (ESMAR) à la Faculté des sciences, Université MOHAMMED V de Rabat – Agdal sous la direction du Monsieur **Abderrahman MAAOUNI** Professeur d'enseignement supérieur.

Tout d'abord, ce travail ne serait pas aussi riche et n'aurait pas pu avoir le jour sans l'aide et l'encadrement du Pr. **Abderrahman MAAOUNI**, je le remercie pour la qualité de son encadrement exceptionnel, sa patience, sa rigueur et sa disponibilité durant note préparation de ce mémoire. Ce qui est sûr c'est que ce travail n'aurait jamais pu être terminé sans ses efforts et son aide précieuse.

Je voudrais exprimer ma profonde reconnaissance au Professeur **Mohammed Majid HIMMI** de la Faculté des Sciences de Rabat de m'avoir fait l'honneur de présider le jury de ce travail.

Mes chaleureux remerciements s'adressent aussi aux Professeurs **Khalid MINAOUI** qui n'a pas pu assister à la soutenance en raison des problèmes de santé et **Larbi LAANAB** de la Faculté des Sciences de Rabat qui m'ont accordé leur temps et d'avoir accepté de juger ce travail et de faire partie des membres du jury de mon mémoire.

Je tiens aussi à remercier au Professeur **Abdelkader BOULZHAR** de la Faculté des Sciences Aïn Chock, Université Hassan II Casablanca d'avoir bien voulu accepter de juger ce travail et ce malgré ses innombrables occupations.

Mes sincères remerciement s'adressent aussi au Professeur **Abdelkader TOUHAMI** de la Faculté des Sciences Aïn Chock, Université HASSAN II Casablanca d'avoir accepté de juger ce travail.

Je remercie enfin l'ensemble des professeurs qui m'ont assuré un enseignement de qualité tout au long de mon parcours scolaire et universitaire. Je remercie plus particulièrement mes parents et mes sœurs car sans eux je ne serais jamais arrivé à ce stade.

Résumé

L'objectif du travail de ce mémoire consiste à étudier le couplage entre une impulsion électromagnétique (IEM) et une ligne de transmission en présence d'un sol stratifié de plusieurs couches supposées homogènes. L'onde plane est de polarisation quelconque et la ligne est de charges linéaires. La détermination des courants et tensions induites sur la ligne de transmission illuminée par l'IEM est effectuée directement dans le domaine temps moyennant un nouveau schéma aux différences finies (FDTD) plus efficace et précis. La formulation des équations de couplage IEM-ligne repose sur le modèle d'Agrawal. L'utilisation de la méthode des différences finies pour la résolution des équations des télégraphistes nécessite que tous les paramètres de la ligne soient exprimés dans le domaine temps y compris l'impédance de retour du sol. Dans ce mémoire, plusieurs modèles d'impédance de retour du sol sont introduits et principalement le modèle de Nakagawa. L'algorithme de l'ajustement vectoriel proposé par Gustavsen et Semlyen est utilisé pour exprimer l'impédance linéique en termes de sommations d'exponentielles, qui une fois reportées dans le système d'équations ont engendré une intégrale de convolution entre l'impédance et la dérivée de courant. La difficulté émanant de la convolution a été résorbée par le recours à l'approximation polynomiale par morceaux du courant, ce qui a abouti un nouveau schéma récursif aux différences finies. Afin d'exprimer les termes sources dans le domaine temps, de nouvelles expressions analytiques des coefficients de réflexions de la structure stratifiée sont proposées. Différentes configurations de lignes ont été simulés pour plusieurs paramètres électriques et géométriques et une comparaison avec l'analyse modale via FFT ont été introduit dans ce mémoire. Finalement, un modèle de réduction de la structure filaire est proposé.

Abstract

The aim of the present thesis is to investigate the coupling between an electromagnetic pulse (EMP) and a transmission line in the presence of a multilayered soil. The plane wave is of any polarization and the line is of linear loads. The determination of the induced currents and voltages on the transmission line illuminated by the EMI is performed directly in the time domain using a new, more efficient and accurate finite difference scheme (FDTD). The formulation of the EMI-line coupling equations is based on the Agrawal model. The use of the finite difference method for solving telegrapher's equations requires that all line parameters be expressed in the time domain including the ground return impedance. In this dissertation, several ground return impedance models are introduced and mainly the Nakagawa model. The vector fitting algorithm proposed by Gustavsen and Semlyen is used to express the linear impedance in terms of summations of exponentials, which when reported in the system of equations generated a convolution integral between the impedance and the current derivative. The difficulty arising from the convolution was solved by using the piecewise polynomial approximation of the current, which resulted in a new recursive finite difference scheme. In order to express the source terms in the time domain, new analytical expressions for the reflection coefficients of the layered structure are proposed. Different line configurations have been simulated for several electrical and geometrical parameters and a comparison with modal analysis via FFT have been introduced in this thesis. Finally, a reduction model of the wire structure is proposed.

Table des figures

1.1 Définition des paramètres caractérisant l'onde plane incidente au-dessus d'un sol homogène.	8
1.2 Comparaison entre l'erreur de l'expression (1.55) et (1.56).	21
1.3 Spectres de Fourier exact $\Gamma_{\Upsilon=v,h}(-j\omega)$ et approximatif $\tilde{\Gamma}_{\Upsilon=v,h}(-j\omega)$ en fonction de la fréquence ω pour différentes valeurs de la conductivité du sol. L'angle d'incidence est fixé à $\theta = 45^\circ$. La permittivité relative est égale à $\varepsilon_{rg} = 12$.	24
1.4 Spectres de Fourier exact $\Gamma_{\Upsilon=v,h}(-j\omega)$ et approximatif $\tilde{\Gamma}_{\Upsilon=v,h}(-j\omega)$ en fonction de la fréquence ω pour différentes valeurs de l'angle d'incidence θ , dans le cas $\sigma_g = 0.001S/m$ et $\varepsilon_{rg} = 12$.	24
1.5 Parties réelle et imaginaire de $\Gamma_{\Upsilon=v,h}(-j\omega)$ et $\tilde{\Gamma}_{\Upsilon=v,h}(-j\omega)$ en fonction de la fréquence ω pour différentes valeurs de la permittivité relative. L'angle d'incidence est $\theta = 45^\circ$, $\sigma_g = 10^{-3}$.	25
1.6 Parties réelle et imaginaire de $\Gamma_{\Upsilon=v,h}(-j\omega)$ et $\tilde{\Gamma}_{\Upsilon=v,h}(-j\omega)$ en fonction de la fréquence ω pour différentes valeurs de la permittivité relative, avec $\theta = 30^\circ$, $\sigma_g = 10^{-3}$ et $s_0 = 10^6$.	25
1.7 Parties réelle et imaginaire de $\Gamma_{\Upsilon=v,h}(-j\omega)$ et $\tilde{\Gamma}_{\Upsilon=v,h}(-j\omega)$ en fonction de la fréquence ω pour différentes valeurs de la permittivité relative, avec $\theta = 30^\circ$, $\sigma_g = 10^{-3}$ et $s_0 = 3 \times 10^6$.	26
1.8 Parties réelle et imaginaire de $\Gamma_{\Upsilon=v,h}(-j\omega)$ et $\tilde{\Gamma}_{\Upsilon=v,h}(-j\omega)$ en fonction de la fréquence ω pour différentes valeurs de s_0 . pour le cas de $\sigma_g = 0.01S/m$ et $\varepsilon_{rg} = 12$.	26
1.9 Parties réelle et imaginaire de $\Gamma_{\Upsilon=v,h}(-j\omega)$ et $\tilde{\Gamma}_{\Upsilon=v,h}(-j\omega)$ en fonction de la fréquence ω pour différentes valeurs M. Les paramtres suivants : $\theta = 45^\circ$, $\varepsilon_{rg} = 12$, $\sigma_g = 0.01S/m$.	27

1.10	Champ électrique réfléchi calculé à l'aide de la FFT et l'approximation analytique (1.62) et (1.63) pour différentes valeurs de M et pour $\theta = 45^\circ$.	29
1.11	Onde plane réfléchie pour $\varepsilon_{rg} = 10$, $\sigma_g = 0.01S/m$ et une polarisation verticale. a) $\theta = 45^\circ$ et b) $\theta = 15^\circ$.	32
1.12	Onde plane réfléchie pour une permittivité $\varepsilon_{rg} = 10$ et une polarisation horizontale. a) $\theta = 45^\circ$, $\sigma_g = 0.01S/m$ b) $\theta = 15^\circ$, $\sigma_g = 0.5S/m$.	32
2.1	Géométrie de la structure de la ligne aérienne au dessus d'un sol stratifié. a) sol à deux couches, b) sol à trois couches.	35
2.2	Abscisses et poids de la quadrature IMT-legendre	44
2.3	Géométrie de la structure stratifiée. a) pour un sol à deux couches. b) pour un sol à trois couches	47
2.4	Compraison entre le modèle de Sunde, Nakagawa et Papadopolous pour le calcul de l'impédance du retour d'un sol à deux couches.	48
2.5	Compraison entre le modèle de Nakagawa et Sunde pour le calcul de l'impédance du retour d'un sol à trois couches.	49
2.6	Variation de l'impédance mutuelle pour un sol stratifié à deux couches pour différentes valeurs de la profondeur d_1 .	50
2.7	Influence de la conductivité sur l'impédance mutuelle pour un sol stratifié à deux couches.	50
2.8	Influence de la permittivité sur l'impédance mutuelle pour un sol stratifié à deux couches.	51
2.9	Variation de l'impédance mutuelle pour un sol stratifié à trois couches pour différentes valeurs de la profondeur de la deuxième couche d_1 .	51
2.10	Variation de l'impédance mutuelle pour un sol stratifié à trois couches pour différentes valeurs de la profondeur de la deuxième couche d_2 .	52
2.11	Influence de la conductivité sur l'impédance mutuelle pour un sol stratifié à trois couches.	52

2.12	Influence de la permittivité sur l'impédance mutuelle pour un sol stratifié à trois couches.	53
2.13	L'approximation rationnelle de l'impédance série en utilisant l'algorithme du vecteur fitting en fonction de nombre d'itérations M.	53
2.14	Pôles p_i et résidus associés pour les paramètres : $\sigma_{g1} = 0.01\text{S/m}$, $\sigma_{g2} = 0.001\text{S/m}$, $\sigma_{g3} = 0.0001\text{S/m}$, $\varepsilon_{rg1} = 10$, $\varepsilon_{rg2} = 8$, $\varepsilon_{rg3} = 5$ et $M=12$.	54
3.1	Géométrie de la ligne de transmission multiconducteur au-dessus d'une terre stratifiée. (a) Configuration géométrique des conducteurs aériens. (b) Coupe transversale de la structure des câbles.	58
3.2	Illustration de la tension et du courant le long de la ligne de transmission selon le format de la différence discrète "leapfrog" de type π .	60
3.3	Configuration de ligne de transmission à trois conducteurs (MTC). (a) au-dessus d'un sol à deux couches, (b) au-dessus d'un sol à trois couches.	66
3.4	Comparaison entre le modèle de Nakagwa et celui de Sunde pour la tension au niveau du premier conducteur au-dessus d'un sol à deux couches.	66
3.5	L'effet de la profondeur d_1 de la première couche sur la tension au niveau du premier conducteur. a) c) l'entrée de la ligne b) d) la sortie de la ligne	68
3.6	L'effet de la conductivité des couches sur la tension au niveau du premier conducteur. a) c) l'entrée de la ligne b) d) la fin de la ligne	68
3.7	Géométrie du modèle équivalent.	69
3.8	Comparaison entre $Z_{L11} = (\mathbf{Z}(j\omega) - \mathbf{L}j\omega)_{11}$ du modèle à trois conducteur et le modèle équivalent	70
3.9	Illustration de la tension pour les modèles (MTC) et (METC) pour différentes valeurs de d_1 à l'entrée de la ligne (figures à gauche) et à la sortie de la ligne (figures à droite) avec $d_2=1\text{m}$. a) b) $d_1 = 0.5\text{m}$ c) d) $d_1 = 1\text{m}$ e) f) $d_1 = 2\text{m}$.	71
3.10	Illustration de la tension pour les modèles (MTC) et (METC) pour différentes valeurs de conductivité à l'entrée de la ligne (figures à gauche) et à la sortie de la ligne	

(figures droite). a) b) $\sigma_{g1} = 0.0001S/m, \sigma_{g2} = 0.001S/m, \sigma_{g3} = 0.01S/m$ c) d) $\sigma_{g1} = 0.01S/m, \sigma_{g2} = 0.001S/m, \sigma_{g3} = 0.0001S/m$ e) f) $\sigma_{g1} = 0.001S/m, \sigma_{g2} = 0.0001S/m, \sigma_{g3} = 0.01S/m$.	72
3.1 Illustration de la tension pour les modèles (MTC) et (METC) pour différentes valeurs du rayon r_c à l'entrée de la ligne (figures à gauche) et à la sortie de la ligne (figures à droite). a) b) $r_c = 2.5mm$ c) d) $r_c = 3mm$ e) f) $r_c = 5mm$.	73
4.1 Géométrie de la ligne de transmission multiconducteurs au-dessus d'une terre stratifiée. (a) Géométrie configuration des conducteurs aériens. (b) Coupe transversale de la structure des câbles.	77
4.2 a) Configuration de la ligne de transmission à trois conducteurs (MTC) au-dessus d'un sol à trois couches, b) Modèle équivalent.	85
4.3 Partie réelle et imaginaire de $\Gamma_{r=v,h}(-j\omega)$ et $\tilde{\Gamma}_{r=v,h}(-j\omega)$ en fonction de la fréquence ω .	86
4.4 Champ électrique par l'approximation du Padé en comparaison avec la forme d'onde de référence obtenue via la FFT.	87
4.5 Champ électrique pour différentes valeurs de N en comparaison avec la forme d'onde de référence obtenue via la FFT.	87
4.6 Sources distribuées le long de la ligne obtenue par la méthode proposée et la FFT. a) La tension V_F , b) Courant I_F .	88
4.7 Effet de l'épaisseur de la première couche pour différentes polarisations de l'onde a) b) Polarisation verticale c) Polarisation horizontale d) Polarisation quelconque.	88
4.8 Effet de l'épaisseur de la deuxième couche pour différentes polarisations. a) b) Polarisation verticale. c) Polarisation horizontale. d) Polarisation quelconque.	89
4.9 Effet de la conductivité des couches pour différentes polarisations. a) Polarisation verticale. b) Polarisation quelconque ($\gamma \neq 90^\circ, 0^\circ$). c) Polarisation horizontale.	90
4.10 Effet du l'angle d'incidence θ et de la polarisation γ sur la tension induite.	91
4.11 Comparaison entre le modèle proposé et la méthode FFT.	92

- 4.12 La tension induite dans les structures MTC et METC à l'entrée et la sortie de la ligne (Polarisation verticale) . a) $(-V_{1,3}(0, t)/V_0)$, b) $(-V_2(0, t)/V_0)$, c) $(-V_{1,3}(l_z, t)/V_0)$, d) $(-V_2(l_z, t)/V_0)$ 93
- 4.13 La tension induite (MTC) et (METC) à l'entrée et la sortie de la ligne (Polarisation horizontale) . a) $(-V_{1,3}(0, t)/V_0)$, b) $(-V_2(0, t)/V_0)$. 93
- 4.14 La tension induite pour les structures MTC et METC à l'entrée et la sortie de la ligne (Polarisation verticale) . a) c) conducteurs 1, 3 et 1' pour $\theta = (80^\circ, 45^\circ)$, b) d) conducteur 2 pour $\theta = (80^\circ, 45^\circ)$. 94

Table des matières

Dédicaces	i
Remerciement	ii
Résumé	iii
Abstract	iv
Table des figures	v
Introduction générale	1
Chapitre 1. Champ électrique transitoire	6
1.1. Introduction	6
1.2. Onde plane au-dessus d'un sol homogène avec pertes	8
1.3. Méthode de Barnes	11
1.4. Méthode d'Antonijevic	13
1.5. Approximants de Padé des coefficients de Fresnel	15
1.6. Résultats et discussion	20
1.7. Conclusion	32
Chapitre 2. Calcul de l'impédance de retour du sol	34
2.1. Introduction	34
2.2. Calcul de l'impédance mutuelle	35
2.3. Ajustement vectoriel (Vector fitting Method : VF)	44
2.4. Résultats et discussions	47
2.5. Conclusion	50
Chapitre 3. L'analyse transitoire d'une ligne aérienne en présence d'un sol stratifié	55
3.1. Introduction	55
3.2. Formulation des équations des lignes de transmission	57

3.3.	Schéma aux différences finies des équations de ligne	60
3.4.	Conditions aux limites	64
3.5.	Résultats et discussions	65
3.6.	Conclusion	73
Chapitre 4. Analyse du couplage d'une ligne aérienne et d'une onde plane en présence d'un sol stratifié		75
4.1.	Introduction	75
4.2.	Formulation des équations de ligne de transmission	77
4.3.	Formulation du champ total	79
4.4.	Discrétisation des équations de la ligne de transmission	81
4.5.	Conditions aux limites	84
4.6.	Résultats et discussion	84
4.7.	Conclusion	94
Bibliographie		100

Introduction générale

Les surtensions induites par les ondes planes dans les câbles de transport d'énergie électrique et des télécommunications sont de nos jours l'une des causes principales des problèmes de qualité d'énergie fournie aux consommateurs de compatibilité électromagnétique [1] et du dysfonctionnement aux systèmes électriques.

Durant ces dernières années, en raison de la demande croissante d'une meilleure qualité d'énergie électrique corrélée avec l'utilisation répandue de dispositifs électriques sensibles connectés aux câbles de distribution, la protection contre les perturbations induites par les ondes planes est devenue d'une importance primordiale. De ce fait, des efforts importants ont été prodigués pour évaluer les tensions induites sur les lignes électriques aériennes au-dessus d'un sol homogène avec pertes. Des approches simplifiées efficaces pour l'évaluation du champ en présence d'un sol homogène avec pertes ont été étudiées dans [2]-[3]-[4]-[5]. En réalité, la plupart des sols sont constitués de plusieurs couches, ce qui nécessite d'introduire de nouvelles approches pour traiter le problème du couplage entre une onde externe et une ligne de transmission au-dessus d'un sol stratifié.

Plusieurs études ont traité l'influence du sol en calculant son impédance de retour pour évaluer les effets des pertes par conduction sur la propagation le long des lignes de transmission. Carson [6] et Pollaczek [7] ont étudié l'impédance d'une terre homogène sans considérer les courants de déplacement dans l'air et le sol. Wise dans [8] a inclus cet effet, mais cette influence n'est pas valable lorsque le sol est composé de plusieurs couches. Sunde [9] a étendu la solution de l'impédance de retour du sol pour le cas d'une terre stratifiée. Mais dans cette approche, l'effet de propagation a été négligé. Une solution plus rigoureuse a été présentée par Papadopoulos et al. [10] et Nakagawa[11]. Les deux études ont inclus l'effet de propagation du courant, mais Nakagawa a introduit en plus l'impédance de retour de la terre pour un sol à trois couches.

L'analyse des lignes de transmission aériennes directement dans le domaine temps [12]-[13]-[14], nécessite une représentation des coefficients de Fresnel (CF) dans le domaine temporel. Plusieurs études ont développé des méthodes ou des approximations pour traiter les (CF) directement dans le domaine temporel.

Barnes et Tesche [15] ont proposé une expression analytique pour les champs électriques transitoires réfléchis par le sol en considérant une onde plane impulsionnelle pour les deux polarisations verticales et horizontales. La réponse impulsionnelle du sol avec pertes est obtenue directement par l'application de la transformée de Laplace inverse. Cependant, cette approximation n'est pas valable pour les faibles angles d'élévation.

D'autres méthodes basées sur la technique de transformation du domaine fréquentiel en domaine temporel dans le but d'établir des approximations des coefficients de Fresnel ont été proposées en littérature. E. J. Rothwell et al [16] ont appliqué la transformée de Fourier inverse au coefficient de réflexion horizontale d'une part, et d'autre part ils ont divisé son expression dans le domaine temporel en deux termes, un terme d'impulsion pour le cas sans perte, et un autre caractérisant la nature dispersive du demi-espace conducteur. Le terme dispersif comporte une intégrale des fonctions de Bessel qui a été approximée par une somme infinie.

Une expression sous forme de série pour le coefficient de Fresnel vertical dans le domaine temporel, qui nécessite de nombreuses évaluations de la fonction de Bessel, a été introduite en [17]. La procédure est similaire à celle développée dans [16] et elle est basée sur la transformée de Fourier inverse. Pour obtenir des résultats raisonnables, un terme correctif a été introduit dans la série valable pour les angles d'incidence inférieurs à l'angle de Brewster.

Pour contourner l'utilisation des fonctions de Bessel et leurs évaluations de manière répétitive lors du calcul des coefficients de Fresnel dans le domaine temporel, S. Antonijevic et al [35] ont introduit une méthode valable dans le cas où la permittivité électrique relative n'est pas trop petite et l'angle d'incidence pas trop grand. La technique est basée sur la décomposition du coefficient de Fresnel vertical exprimé dans le domaine fréquentiel en une fonction dépendante de l'espace (l'angle d'incidence) et une autre fonction dépendante de la fréquence et de l'espace (FDE). La fonction FDE est ensuite convertie dans le domaine temps à l'aide de l'algorithme de Gaver-Stehfest [19].

L'analyse transitoire du couplage entre l'onde plane et une ligne de transmission au-dessus d'un sol stratifié n'a fait l'objet que de quelques études. Tiebing et al. [20] présente une nouvelle méthode dans le domaine temporel. Dans cette approche, l'impédance mutuelle a été calculée en utilisant une profondeur complexe équivalente sous la surface du sol et la variation continue

de l'impédance de surface entre les couches. Cette approximation ne prend pas en considération le courant de déplacement contrairement à [23] qui prend en compte à la fois le courant de déplacement et les pertes par conduction dans le sol stratifié. Dans cette étude [20] les tensions et les courants transitoires sont obtenus par l'utilisation de la transformée de Fourier inverse discrète (FFT). L'analyse transitoire de la ligne de transmission couplée avec une onde plane a été l'objet du travail effectué dans [24]. La méthode utilisée pour le calcul de l'impédance de retour du sol est la même présentée en [20]. Les coefficients de Fresnel ont été calculés dans le domaine fréquentiel en prenant un indice complexe de réfraction du sol stratifié qui est fonction de la profondeur complexe équivalente.

L'objectif du travail réalisé dans ce mémoire consiste à présenter une méthode directe et efficace basée sur la méthode des différences finies (FDTD) pour l'analyse temporel du couplage entre la ligne de transmission et d'onde plane au-dessus d'un sol stratifié. Le choix du traitement de ce problème dans le domaine temps est dicté par le fait que les logiciels les plus courants d'analyse de structures à lignes à savoir PSCAD [21] et EMTP [22] sont basés sur des techniques temporelles. L'utilisation de la méthode FDTD nécessite que tous les paramètres soient exprimés dans le domaine temporel, y compris l'impédance de retour du sol. L'algorithme du 'vecteur fitting' (VF) proposé par Gustavsen et Semlyen dans [25] est utilisé pour transformer ces paramètres dans le domaine temporel. Cette transformation fait apparaître une intégrale de convolution entre l'impédance et la dérivée du courant dans la ligne par rapport au temps. Pour calculer cette intégrale de convolution un nouveau schéma aux différences finies récursif est introduit. Il repose sur l'approximation polynomiale par morceaux sur un intervalle de longueur $2\Delta t$ (Δt : le pas d'échantillonnage temporel), qui est plus rigoureuse que la linéarisation par morceaux utilisée par Kordi et al. [26]. Pour l'analyse du couplage ligne-onde plane, le modèle d'Agrawal [27] est adopté pour la formulation des équations. Ce modèle ne comporte que les composantes du champ d'excitation électrique dans les sources distribuées le long de la ligne. La difficulté qui marque l'analyse temporel du couplage entre les perturbations externes et une ligne de transmission réside dans le développement d'expressions temporelles des termes sources qui sont fonction des CF. Pour remédier à ce problème, une nouvelle expression de (CF) est présentée dans ce travail en exploitant la méthode proposée dans [89] et l'expression

des coefficients de reflexion dans le domaine fréquentiel pour le milieu stratifié développée par [28].

Dans le premier chapitre de ce travail, on propose une technique efficace et plus simple pour le calcul le champ électromagnétique réfléchi par un sol homogène, illuminé par une onde plane de polarisation arbitraire [30]. Cette technique ne requiert pas l'évaluation récursive des fonctions de Bessel ou l'utilisation de la transformée inverse de Laplace numérique. En première partie, la réponse impulsionnelle a été décrite par une simple sommation d'exponentielles d'arguments réels qui sont obtenues par l'approximation de Padé en conjonction avec le développement en fraction simples. Afin de calculer les coefficients du polynôme de Taylor pour les coefficients de réflexion de polarisation verticale et horizontale, nous avons adopté une technique qui ne contient pas les instabilités habituelles associées aux formules de différenciation numérique d'ordre supérieur et n'utilise pas de manipulations symboliques. Cette technique repose essentiellement sur les valeurs des coefficients de réflexion. L'approche proposée a fourni une représentation analytique du champ transitoire réfléchi associée à une forme d'onde sous forme d'une double exponentielle fréquemment utilisée dans les études de couplage d'ondes électromagnétiques. En plus, elle permet l'utilisation de la convolution récursive dans le cas où la forme d'onde incidente est assez complexe.

Les modèles de l'impédance de retour du sol stratifié dans le domaine fréquentiel à savoir le modèle de Sunde[9], de Papadopoulos [10] et de Nakagawa[11] font l'objet du second chapitre. Afin de contourner la difficulté qu'il y a à évaluer les intégrales semi-infinies relatives aux pertes par conduction présentes dans les différentes expressions de l'impédance de retour du sol, une nouvelle technique basée sur la transformation de l'intervalle semi-infini en un intervalle de longueur finie en conjonction avec la quadrature IMT-Legendre est proposée. Dans ce chapitre, on a également introduit l'ajustement vectoriel pour obtenir les expressions de l'impédance de retour du sol dans le domaine temps.

L'analyse de l'effet d'un sol stratifié sur une structure multiconducteur aérienne chargée linéairement à ses extrémités directement dans le domaine temps est développée dans le troisième chapitre [31]. La méthode FDTD est adoptée selon le schéma "leap-frog" [29], [89] pour caractériser le comportement transitoire de la ligne aérienne. L'utilisation de cette méthode nécessite

que tous les paramètres soient exprimés dans le domaine temporel, y compris l'impédance de retour du sol. Un choix approprié d'un modèle adéquat d'impédance est donc nécessaire. Dans ce travail, on a employé l'expression de l'impédance présentée par Nakagawa [11] qui prend en considération l'effet de propagation contrairement au modèle Sunde [9] utilisé par Rachidi dans [12]. De plus, une réduction de modèle de structure filaire faisant passer une ligne trifilaire en une ligne bifilaire est introduite pour estimer les tensions et courants induits.

Le dernier chapitre traite le couplage d'une onde plane avec une ligne de transmission placée au-dessus d'un sol stratifié composé de trois couches avec pertes [32]. La formulation des équations de la ligne de transmission est basée sur le modèle d'Argawal [27]. En plus de la méthode proposée dans le premier chapitre pour le calcul des coefficients de Fresnel dans le domaine temporel, une autre méthode est incluse dans ce chapitre pour le calcul de ces coefficients pour le cas d'un sol stratifié. Finalement, la validité du modèle réduit équivalent de la structure à ligne de transmission est justifiée par l'introduction de plusieurs simulations numériques.

CHAPITRE 1

Champ électrique transitoire

1.1. Introduction

L'étude du couplage d'une onde électromagnétique avec une ligne de transmission nécessite une détermination précise du champ d'excitation externe [1] pour estimer correctement les tensions induites dans la ligne. En présence d'un sol avec pertes, les champs : incident, réfléchi et transmis sont généralement précalculés dans le domaine fréquentiel où il est relativement simple d'établir les expressions analytiques des coefficients de réflexion et de transmission de Fresnel. La représentation de ces champs dans le domaine temporel est généralement obtenue en utilisant la transformée de Fourier inverse (IFFT), mais ceci peut engendrer un temps de calcul considérable et des difficultés d'intégrer la structure à lignes de transmission dans des simulateurs des transitoires électromagnétiques qui sont en majorité basés sur le calcul temporel (EMTDC, PSCAD, etc.). Cette approche du domaine fréquentiel a été largement discutée dans la littérature [33]- [39] .

Dans certains cas, notamment l'analyse de la réflexion d'une onde électromagnétique plane incidente sur une couche diélectrique [40], l'étude des impulsions électromagnétiques latérales générées par des dipôles électriques verticaux et horizontaux [33] (chapitres 13 et 14) et l'analyse temporelle par différences finies de lignes aériennes par le biais d'un simulateur de circuit [12]- [13] , il serait utile d'avoir une expression pour le champ réfléchi transitoire à l'interface entre deux demi-espaces de paramètres électriques différents. Pour ce faire, il convient de trouver une représentation adéquate des coefficients de Fresnel dans le domaine temporel. Plusieurs études sur ce sujet ont développé une méthode ou des approximations pour traiter les coefficients de réflexion directement dans le domaine temporel. Barnes et Tesche [15] ont développé des expressions analytiques approximatives pour les champs transitoires réfléchis par le sol en considérant une onde plane incidente pour les deux polarisations verticale et horizontale. La réponse impulsionnelle pour un sol avec pertes est obtenue directement par inversion analytique

de la transformée de Laplace, ce qui a donné lieu à des approximations qui ne sont pas valables pour les angles rasants.

D'autres méthodes basées sur la technique de transformation du domaine fréquentiel en domaine temporel ont été développées dont le but d'établir des approximations des coefficients de Fresnel. E. J. Rothwell et al [16] ont appliqué la transformée de Fourier inverse au coefficient de réflexion horizontale et ont divisé son expression temporelle en deux termes, un terme impulsionnel pour le cas sans pertes, et un autre caractérisant la nature dispersive du demi-espace conducteur. Le terme dispersif comporte une intégrale des fonctions de Bessel qui a été approximée par une somme infinie.

Une approximation sous forme de série pour le coefficient de Fresnel vertical dans le domaine temporel, qui nécessite de nombreuses évaluations des fonctions de Bessel, a été introduite en [17]. La procédure est similaire à celle développée dans [16] et elle est basée sur la transformée de Fourier inverse. Pour obtenir des résultats raisonnables, un terme correctif a été introduit dans la série valable pour les angles d'incidence inférieurs à l'angle de Brewster.

Pour contourner l'utilisation des fonctions de Bessel et leurs évaluations de manière répétitive lors du calcul des coefficients de Fresnel dans le domaine temporel, S. Antonijevic et al [35] ont introduit une méthode valable dans le cas où la permittivité électrique relative n'est pas trop petite et l'angle d'incidence pas trop grand. La technique est basée sur la décomposition du coefficient de Fresnel vertical dans le domaine des fréquences en une fonction dépendant de la position spatiale (angle d'incidence) et une fonction dépendant de la position et de la fréquence (PF). La fonction PF est ensuite transformée dans le domaine temps grâce à l'algorithme de Gaver-Stehfest de la transformée inverse de Laplace numérique et un simple algorithme d'accélération de la convergence.

Dans ce chapitre, on propose une technique plus efficace et plus simple que celles susmentionnées pour obtenir la réponse impulsionnelle du sol. Elle ne requiert pas l'évaluation récursive de la fonction de Bessel ou l'utilisation de la transformée inverse de Laplace numérique. Les coefficients de réflexion dans le domaine temporel sont obtenus en utilisant l'approximant de Padé en conjonction avec le développement en fractions rationnelles.

1.2. Onde plane au-dessus d'un sol homogène avec pertes

Considérons une onde électromagnétique plane dont la direction de propagation est caractérisée par le vecteur unitaire $\mathbf{S}$ comme illustré à la figure (1.1) dans le système de coordonnées sphérique (r, θ, ϕ) . L'onde est incidente sur un demi-espace supposé conducteur et se propage dans l'espace libre avec une vitesse de propagation :

$$\mathbf{v} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \mathbf{S} \quad (1.1)$$

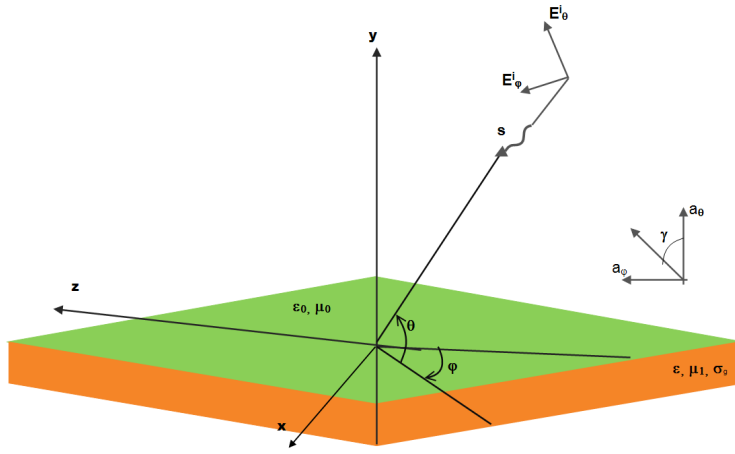


FIG. 1.1: Définition des paramètres caractérisant l'onde plane incidente au-dessus d'un sol homogène.

La région $(y < 0)$ désigne un sol homogène avec pertes (Cf. Fig. (1.1)), caractérisé par une permittivité $\epsilon = \epsilon_{rg}\epsilon_0$, une perméabilité $\mu_1 = \mu_0$ et une conductivité σ . ϵ_0 et μ_0 sont les constantes électriques de l'espace libre $(y > 0)$. Le vecteur de polarisation du champ électrique est décrite en termes des vecteurs unitaires dans le système de coordonnées sphériques $\mathbf{a}_\theta$ et $\mathbf{a}_\phi$. γ est l'angle de polarisation et θ l'angle d'élévation par rapport au sol. L'expression générale du champ électrique au-dessus de l'interface air-sol en un point donné, identifié par le vecteur position $\mathbf{r} = x\mathbf{a}_x + y\mathbf{a}_y + z\mathbf{a}_z$ est définie par :

$$E^i(s) = E_0(s)(e_x\mathbf{a}_x + e_y\mathbf{a}_y + e_z\mathbf{a}_z) \exp(-s(s_x t_x + s_y t_y + s_z t_z)), \quad (1.2)$$

où $E_0(s)$ est l'amplitude complexe et s la fréquence complexe. s_x, s_y, s_z sont les composantes du vecteur unitaire $\mathbf{S}$ de propagation suivant les axes Ox, Oy et Oz .

$$s_x = -\cos(\theta) \sin(\phi) \quad (1.3a)$$

$$s_y = -\sin(\theta) \quad (1.4a)$$

$$s_z = \cos(\theta) \cos(\phi) \quad (1.5a)$$

Les quantités temporelles t_x , t_y , t_z sont définies par :

$$t_x = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} x \quad (1.6a)$$

$$t_y = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} y \quad (1.7a)$$

$$t_z = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} z \quad (1.8a)$$

Les composantes du vecteur unitaire de polarisation $\mathbf{e} = e_x \mathbf{a}_x + e_y \mathbf{a}_y + e_z \mathbf{a}_z$ dans le système de coordonnées cartésiennes sont :

$$e_x = e_x^v + e_x^h$$

$$e_x^v = -\cos(\gamma) \sin(\theta) \sin(\phi)$$

$$e_x^h = \sin(\gamma) \cos(\phi) \quad (1.9a)$$

$$e_y = e_y^v = \cos(\gamma) \cos(\theta) \quad (1.10a)$$

$$e_z = e_z^v + e_z^h$$

$$e_z^v = \cos(\gamma) \sin(\theta) \cos(\phi)$$

$$e_z^h = \sin(\gamma) \sin(\phi) \quad (1.11a)$$

Où e^v et e^h représentent les composantes relatives aux ondes de polarisation verticales et horizontales respectivement.

Le champ électrique réfléchi est lié au champ incident par l'intermédiaire des coefficients de réflexion de Fresnel, qui sont déterminés en faisant correspondre les composantes appropriées du champ électromagnétique à l'interface air-sol [1].

Pour une polarisation arbitraire, ce champ électrique réfléchi s'exprime ainsi :

$$E^r(s) = E_0(s)((-\Gamma_v(s, \theta)e_x^v + \Gamma_h(s, \theta)e_x^h)\mathbf{a}_x + \Gamma_v(s, \theta)e_y^v\mathbf{a}_y + (\Gamma_h(s, \theta)e_z^h - \Gamma_v(s, \theta)e_z^v)\mathbf{a}_z) \exp(-s(s_x t_x - s_y t_y + s_z t_z)) \quad (1.12)$$

Les coefficients de Fresnel Γ_v et Γ_h pour les champs électriques parallèle et perpendiculaire au plan d'incidence respectivement pour un sol homogène sont donnés par :

$$\Gamma_v(s, \theta) = \frac{n^2 \sin(\theta) - (n^2 - \cos^2(\theta))^{\frac{1}{2}}}{n^2 \sin(\theta) + (n^2 - \cos^2(\theta))^{\frac{1}{2}}}, \quad \Gamma_h(s, \theta) = \frac{\sin(\theta) - (n^2 - \cos^2(\theta))^{\frac{1}{2}}}{\sin(\theta) + (n^2 - \cos^2(\theta))^{\frac{1}{2}}} \quad (1.13)$$

n désigne l'indice de réfraction complexe du sol homogène. Il est exprimé sous la forme suivante :

$$n = \left(\varepsilon_{rg} + \frac{\sigma_g}{\varepsilon_0 s} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.14)$$

En réarrangeant l'expression (1.12) de façon à mettre en évidence la contribution de chaque polarisation et en appliquant la transformée de Laplace inverse, on obtient l'expression suivante du champ réfléchi transitoire :

$$\mathbf{e}^r(t) = (\gamma_v(t, \theta)\mathbf{P}_v + \gamma_h(t, \theta)\mathbf{P}_h) \otimes e_0(t)u(t) \otimes \delta(s_x t_x - s_y t_y + s_z t_z) \quad (1.15)$$

Où $\otimes$ est le produit de convolution, $\delta(\cdot)$ est l'impulsion de Dirac et $u(\cdot)$ la fonction échelon unité. γ_v , γ_h , et $e_0(t)$ désignent l'inverse de la transformée de Laplace de $\Gamma_v(s, \theta)$, $\Gamma_h(s, \theta)$ et $E_0(s)$ respectivement. Les vecteurs $\mathbf{P}_v$ et $\mathbf{P}_h$ qui caractérisent la polarisation verticale et la polarisation horizontale sont définis par :

$$\mathbf{P}_v = -e_x^v \mathbf{a}_x + e_y^v \mathbf{a}_y - e_z^v \mathbf{a}_z$$

$$\mathbf{P}_h = e_x^h \mathbf{a}_x + e_h^h \mathbf{a}_z$$

L'expression (1.15) montre que le champ réfléchi transitoire s'écrit sous la forme d'une convolution dans le domaine temporel entre les coefficients de réflexion et la forme d'onde utilisée pour l'excitation. Il est donc évident que ces coefficients de réflexion représentent la réponse impulsionnelle pour le demi-espace conducteur.

1.3. Méthode de Barnes

Pour obtenir la réponse impulsionnelle du champ réfléchi dans le domaine temporel pour les deux polarisations verticale et horizontale, Barnes [15] a proposé une approche qui permet d'approximer les coefficients de Fresnel pour avoir une représentation analytique de cette réponse, en exploitant la fonction de Bessel en conjonction avec l'impulsion de Dirac. Cette approche donne une bonne approximation du champ réfléchi par le sol homogène pour le cas des deux polarisations. Cependant, cette méthode reste discutable pour le cas d'une polarisation verticale pour des angles d'incidence très petits. Le développement de cette approche nécessite l'application de la transformée de Laplace pour ces coefficients, ce qui exige l'introduction de quelques approximations pour faciliter le calcul. Pour commencer, l'expression (1.13) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\Gamma_v(s, \theta) = \frac{s + \tau - \beta \sqrt{s(s + \gamma)}}{s + \tau + \beta \sqrt{s(s + \gamma)}} \quad (1.16)$$

Où $\tau = \frac{\sigma_g}{\varepsilon}$, $\beta = \frac{\sqrt{\varepsilon_{rg} - \cos^2(\theta)}}{\varepsilon_{rg} \sin(\theta)}$ et $\gamma = \tau(1 - \frac{\cos^2(\theta)}{\varepsilon_{rg}})^{-1}$. Pour le cas où ε_{rg} est de l'ordre de 10 ou plus et l'angle d'incidence est grand, la valeur du $\cos(\theta)$ sera petite. Il en résulte que le paramètre γ est approximativement égal à τ . La relation (1.16) peut donc être approximée par :

$$\Gamma_v(s, \theta) = \frac{\sqrt{s + \tau} - \beta \sqrt{s}}{\sqrt{s + \tau} + \beta \sqrt{s}} \quad (1.17)$$

En adoptant le même développement, le coefficient de Fresnel $\Gamma_h(s, \theta)$ pour une polarisation horizontale peut être réarrangé, dans le cas où l'angle d'incidence θ est non rasant et $\gamma = \tau$, ainsi :

$$\Gamma_h(s, \theta) = -\frac{\sqrt{s + \tau} - (\varepsilon_r \beta)^{-1} \sqrt{s}}{\sqrt{s + \tau} + (\varepsilon_r \beta)^{-1} \sqrt{s}} \quad (1.18)$$

De l'examen des relations (1.17) et (1.18), il ressort que les coefficients de réflexion pour les deux types de polarisation peuvent être mis sous la forme générale suivante :

$$\Gamma(s, \theta) = \pm \frac{\sqrt{s + 2a} - \kappa \sqrt{s}}{\sqrt{s + 2a} + \kappa \sqrt{s}} \quad (1.19)$$

Le signe + indique le cas d'une polarisation verticale où $a = \frac{\tau}{2}$ et $\kappa = \beta$. La polarisation horizontale dans (1.19) est indiquée par le signe - avec $\kappa = (\varepsilon_{rg} \beta)^{-1}$.

Pour aboutir à une approximation analytique dans le domaine temporel de l'expression (1.19), Barnes a utilisé la propriété de translation de la transformée de Laplace :

$$\mathcal{L}^{-1}[F(s - a)] = \exp(at) f(t) \quad (1.20)$$

Où $\mathcal{L}^{-1}$ désigne l'opérateur transformée inverse de Laplace.

D'autre part, la transformée de Laplace de l'expression (1.19) est donnée comme suit [15] :

$$\mathcal{L}^{-1}[\Gamma(s - a)] = \pm \left[K \delta(t) + \frac{4\kappa t^{-1}}{1 - \kappa^2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n K^n I_n(at) \right] \quad (1.21)$$

Avec $K = \frac{1-\beta}{1+\beta}$ et $I_n(\cdot)$ la fonction de Bessel modifiée d'ordre n .

L'application de la formule (1.20) sur (1.21) conduit à l'expression des coefficients de Fresnel $r_b(t)$ dans le domaine temps :

$$r_b(t) = \pm \left[K \delta(t) + \frac{4\kappa}{1 - \kappa^2} \frac{\exp(-at)}{t} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} n K^n I_n(at) \right] \quad (1.22)$$

La fonction de Bessel modifiée $I_n(at)$ qui apparaît dans l'expression (1.22) est donnée par :

$$I_n(at) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(at/2)^{2k+1}}{k!(n+k)!} \quad (1.23)$$

En substituant la relation (1.23) dans l'expression (1.22) et en permutant l'ordre des sommations sur n et k de (1.22), on obtient l'expression suivante :

$$r_b(t) = \pm \left[K\delta(t) + \frac{4\kappa}{1-\kappa^2} \exp(-at)F \right] \quad (1.24)$$

Où $F = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{nK^n}{t} \frac{(at/2)^{2k+1}}{k!(n+k)!}$.

La somme analytique de chaque terme en n pour un k fixe donne :

$$F = \sum_{k=0}^{\infty} f_k$$

Où les termes de f_k peuvent être définis, après quelques manipulations, ainsi :

$$\begin{aligned} f_0 &= \frac{K}{2} \exp\left(-K\frac{at}{2}\right) \\ f_1 &= \left(\frac{1}{2K} - \frac{\exp\left(-K\frac{at}{2}\right)}{2K} - \frac{at \exp\left(-K\frac{at}{2}\right)}{4} \right) \\ f_2 &= \left(-\frac{at}{4K^2} + \frac{(at)^2}{16K} + \frac{at \exp\left(-K\frac{at}{2}\right)}{4K^2} + \frac{(at)^2 \exp\left(-K\frac{at}{2}\right)}{16K} \right) \\ &\quad \dots \end{aligned} \quad (1.25)$$

Finalement, l'insertion de (1.25) dans (1.22) conduit à l'approximation suivante du coefficient de réflexion :

$$r_b(t) = \pm \left[K\delta(t) + \frac{4\kappa}{1-\kappa^2} \exp(-at)(f_0 + f_1 + f_2) \right] \quad (1.26)$$

1.4. Méthode d'Antonijevic

Une nouvelle expression temporelle du coefficient de Fresnel pour une polarisation transverse magnétique (TM) a été introduite par Antonijevic dans son article [35]. Elle est obtenue en transformant l'expression fréquentielle (1.17) du coefficient de Fresnel dans le domaine temporel en utilisant une technique basée sur la transformée inverse de Laplace numérique ou plus précisément l'algorithme de Gaver-Stehfest. Rappelons que cette approximation repose sur les

mêmes conditions de validité de la méthode proposée par Barnes à savoir :

$$\varepsilon_{rg} \geq 10, \quad \theta > 20^\circ \quad (1.27)$$

Soit :

$$\frac{\cos^2(\theta)}{\varepsilon_{rg}} \ll 1 \quad (1.28)$$

La procédure de cette méthode consiste en l'introduction de la fonction auxiliaire

$$A(s) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\tau}{s}\right)}} \quad (1.29)$$

de sorte que l'équation (1.17) devienne sous la forme suivante :

$$\Gamma(s, \theta) = \frac{1 - \beta A(s)}{1 + \beta A(s)} \quad (1.30)$$

L'expression (1.30) peut être décomposée en deux termes : un terme qui dépend de la position dans l'espace noté $\Gamma_0(\theta)$ et un autre terme $\Gamma'''(s, \theta)$ qui dépend de la fréquence et de la position dans l'espace. On en déduit que l'expression (1.30) du coefficient de réflexion (CR) peut s'écrire :

$$\Gamma(s, \theta) = \Gamma_0(\theta) + \Gamma'''(s, \theta) \quad (1.31)$$

Avec :

$$\Gamma_0(\theta) = \frac{1 - \beta}{1 + \beta} \text{ et } \Gamma'''(s, \theta) = \frac{2\beta}{1 + \beta} \frac{1 - A(s)}{1 + \beta A(s)}$$

Comme dans le modèle de Barnes, la transformation en domaine temps de l'expression (1.31) est effectuée par l'application de la transformée inverse de Laplace, ce qui conduit à l'expression suivante :

$$r_a(t, \theta) = \Gamma_0(\theta)\delta(t) + \mathcal{L}^{-1}[\Gamma'''(s, \theta)] = r'_a(\theta) + r_a'''(t, \theta) \quad (1.32)$$

Plusieurs méthodes d'inversion numérique de Laplace peuvent être utilisées pour calculer la fonction $r_a'''(t, \theta)$ [36] , [37]. Antonijevic, dans son modèle du coefficient de réflexion, a choisi

d'utiliser l'algorithme de Graver-Stehfest pour l'inversion numérique du fait de sa simplicité d'une part et de la décroissance exponentielle du CR dans le domaine temps.

Si $F(s)$ est une fonction dans le domaine fréquentiel, conformément à l'algorithme Gaver-Stehfest, sa transformation temporelle $f(t)$ est donnée par :

$$f(t) = \frac{\ln 2}{t} \sum_{n=1}^N V_n F\left(\frac{n \ln 2}{t}\right) \quad (1.33)$$

Les coefficients $V_1, V_2, \dots, V_n$ sont déterminés par la relation :

$$V_n = (-1)^{n+\frac{N}{2}} \sum_{k=\lceil \frac{n+1}{2} \rceil}^{\min(n, \frac{N}{2})} \frac{k^{\frac{N}{2}} (2k)!}{(\frac{N}{2} - k)! k! (k-1)! (n-k)! (2k-n)!} \quad (1.34)$$

En introduisant le terme $\Gamma'''(s, \theta)$ dans (1.33), on aura :

$$r_a'''(t, \theta) = \frac{2 \ln 2}{t} \frac{\beta}{1 + \beta} \sum_{n=1}^N V_n \frac{\sqrt{1 + (K/n)t} - 1}{\sqrt{1 + (K/n)t} + \beta} \quad (1.35)$$

Avec $K = \frac{\sigma_g}{\ln(2) \varepsilon_0 \varepsilon_{rg}}$.

L'insertion de (1.35) dans (1.32) conduit à l'expression du coefficient de Fresnel pour une polarisation verticale dans le domaine temporel :

$$r_a(t, \theta) = \frac{1 - \beta}{1 + \beta} \delta(t) + \frac{2 \ln 2}{t} \frac{\beta}{1 + \beta} \sum_{n=1}^N V_n \frac{\sqrt{1 + (K/n)t} - 1}{\sqrt{1 + (K/n)t} + \beta} \quad (1.36)$$

1.5. Approximants de Padé des coefficients de Fresnel

L'évaluation de la réponse impulsionnelle en (1.15) nécessite une expression temporelle des coefficients de réflexion (CR). Dans ce travail, nous avons utilisé l'approximation de Padé afin d'établir des expressions simples et précises de ces coefficients [30]. L'idée de base de cette approximation consiste à exprimer $\eta(s, \theta)$ ($\eta = \Gamma_v(s, \theta)$ ou $\eta = \Gamma_h(s, \theta)$) comme un rapport de deux polynômes et d'identifier à la fois les coefficients du numérateur et du dénominateur en utilisant le développement de Taylor dans le domaine complexe s au voisinage d'un point s_0 .

Le polynôme de Taylor de $\eta(s, \theta)$ à l'ordre N en s_0 est défini par :

$$\eta(s, \theta) = \sum_{n=0}^N \eta_{[n]} (s - s_0)^n, \quad \eta = \Gamma_{v,h} \quad (1.37)$$

Avec

$$\eta_{[n]} = \frac{\left[\frac{\partial^n \eta(s, \theta)}{\partial s^n} \right]_{s=s_0}}{n!} \quad (1.38)$$

$\eta_{[n]}$ est le coefficient d'ordre n du polynôme de Taylor.

L'approximation de Padé $\tilde{\eta}(s, \theta)$ de $\eta(s, \theta)$ est une fraction rationnelle qui peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\tilde{\eta}(s, \theta) = \frac{a_0 + a_1(s - s_0) + a_2(s - s_0)^2 + \dots + a_L(s - s_0)^L}{b_0 + b_1(s - s_0) + b_2(s - s_0)^2 + \dots + b_M(s - s_0)^M} = \frac{A(s)}{B(s)} \quad (1.39)$$

Où $a_0 \dots, a_L, b_0 \dots, b_M$ sont des inconnues à définir et b_0 est choisie égale à 1 de sorte à assurer l'unicité de l'approximation. Dans notre approche, les degrés du numérateur et du dénominateur sont supposés égaux ($L = M$). Un tel choix est dicté par la présence du terme constant qui apparaît dans les approximations dans le domaine complexe s proposées par Barnes et Antonijevic. L'égalité qui permet d'établir l'approximation rationnelle de $\eta(s, \theta)$ donnée en (1.39) s'écrit :

$$\frac{a_0 + a_1(s - s_0) + a_2(s - s_0)^2 + \dots + a_L(s - s_0)^L}{b_0 + b_1(s - s_0) + b_2(s - s_0)^2 + \dots + b_M(s - s_0)^M} = \sum_{n=0}^N \eta_{[n]}(s - s_0)^n \quad (1.40)$$

$$a_0 + a_1(s - s_0) + a_2(s - s_0)^2 + \dots + a_L(s - s_0)^L = \left(\sum_{n=0}^N \eta_{[n]}(s - s_0)^n \right) (b_0 + b_1(s - s_0) + b_2(s - s_0)^2 + \dots + b_M(s - s_0)^M) \quad (1.41)$$

En identifiant les coefficients de $(s - s_0)^{L+1}, (s - s_0)^{L+2}, \dots (s - s_0)^{L+M}$ dans (1.41), on obtient M équations dont les inconnues sont : $b_1, b_2, \dots, b_M$. L'ensemble de ces équations peut être mis sous la forme d'un système linéaire à matrice de Toeplitz (système de Toeplitz) suivant :

$$\begin{pmatrix} \eta_{[M]} & \eta_{[M-1]} & \cdots & & \eta_{[1]} \\ \eta_{[M+1]} & \eta_{[M]} & \cdots & \eta_{[2]} & \\ \cdot & & & \cdot & \\ \cdot & & & \cdot & \\ \cdot & & & \cdot & \\ \eta_{[2M-1]} & \cdots & & \cdots & \eta_{[M]} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_M \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \eta_{[M+1]} \\ \eta_{[M+2]} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \eta_{[2M]} \end{pmatrix} \quad (1.42)$$

Notons que la matrice de Toeplitz est une matrice dont les coefficients sur une diagonale descendant de gauche à droite sont les mêmes.

Les coefficients du numérateur sont déterminés en identifiant les coefficients de $(s - s_0)^0$ à $(s - s_0)^M$ de part et d'autre de l'égalité (1.41), ce qui a conduit au système triangulaire inférieur suivant :

$$\begin{pmatrix} \eta_{[0]} & 0 & \cdots & & 0 \\ \eta_{[1]} & \eta_{[0]} & 0 & \cdots & 0 \\ \cdot & & & \cdot & \\ \cdot & & & \cdot & \\ \cdot & & & \cdot & \\ \eta_{[M]} & \cdots & & \cdots & \eta_{[0]} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_M \end{pmatrix} \quad (1.43)$$

Pour le système de Toeplitz, nous avons adopté l'algorithme qui lui est dédiée en Python moyennant la commande `solve_toeplitz` de la librairie `Scipy.linalg`. D'autre part, l'algorithme de descente triangulaire nous a permis de déterminer les coefficients $a_{i,i=0,\dots,M}$ une fois les coefficients $b_{i=1,\dots,M}$ calculés.

La décomposition de la fonction rationnelle (1.39) en fractions simples se traduit par :

$$\tilde{\eta}(s, \theta) = \hat{c} + \sum_{i=1}^M \frac{\hat{k}_i}{s - p_i} \quad (1.44)$$

Où p_i sont les pôles approximatifs qui sont les racines du polynôme $B(s)$ obtenues à l'aide de la commande Python `numpy.roots` [42]. La constante $\hat{c}$ est égale à $\frac{a_M}{b_M}$. $\hat{k}_{i,i=1,\dots,M}$ désignent les résidus qui sont définis par :

$$\widehat{k}_i = \lim_{s \rightarrow p_i} (s - p_i) \widetilde{\eta}(s, \theta) \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (1.45)$$

En factorisant $B(s)$ sous forme de produit de polynômes du premier ordre, la limite (1.45) s'écrit :

$$\begin{aligned} \widehat{k}_i &= \lim_{s \rightarrow p_i} (s - p_i) \frac{A(s)}{B(s)} \\ &= \lim_{s \rightarrow p_i} (s - p_i) \frac{A(s)}{b_M \left(\prod_{k=1}^M (s - p_k) \right)} \\ &= \frac{A(p_i)}{b_M \left(\prod_{k=1, k \neq i}^M (p_i - p_k) \right)} \end{aligned} \quad (1.46)$$

Il est à noter que $\widehat{k}_i$ peut être également déterminé moyennant la relation suivante :

$$\widehat{k}_i = \frac{A(p_i)}{\left. \frac{dB(s)}{ds} \right|_{s=p_i}} \quad (1.47)$$

L'expression des coefficients de Fresnel (1.44) est plus appropriée pour l'inversion de la transformée de Laplace. En effet, étant donné que la décomposition des CR est en fractions simples, sa transformée de Laplace inverse sera exprimée en termes des exponentielles $\exp(p_i t)$. La réponse impulsionnelle s'écrit alors en fonction des pôles et résidus comme suit :

$$e_\delta^r(t) = (\widehat{\gamma}_v(t, \theta) \mathbf{P}_v + \widehat{\gamma}_h(t, \theta) \mathbf{P}_h) \quad (1.48)$$

Où

$$\widehat{\gamma}_\xi(t, \theta) = \widehat{c}_\xi \delta(t) + \sum_{i=1}^M \widehat{k}_{i,\xi} \exp(p_{i,\xi} t), \quad \xi = v, h \quad (1.49)$$

$\widehat{c}_\xi$, $p_{i,\xi}$, et $\widehat{k}_{i,\xi}$ désignent respectivement le terme constant, les pôles et les résidus correspondants pour chaque polarisation (verticale, horizontale).

1.5.1. Evaluation des coefficients du polynôme de Taylor

L'efficacité de la méthode qu'on a adoptée pour le calcul des coefficients de réflexion dans le domaine temporel repose essentiellement sur une évaluation précise et non coûteuse en temps

de calcul des coefficients de leurs polynômes de Taylor au voisinage d'un point s_0 . Pour évaluer les coefficients du polynôme donné en (1.37), on a utilisé l'algorithme développé par Hosono [43]. Cet algorithme n'implique ni manipulations algébriques ni approximations numériques des dérivées. Il ne fait pas également appel aux manipulations symboliques. La méthode est basée sur l'évaluation du $k^{\text{ème}}$ coefficient du développement de Taylor, pour une fonction $h(z)$ holomorphe sur un disque unité, par l'intégrale suivante le long de la circonférence du cercle unitaire (C) :

$$\begin{aligned} h_{[k]} &= \frac{1}{k!} \left[\frac{\partial^k h(s)}{\partial s^k} \right]_{s=0} = \frac{1}{(2\pi j)} \oint_{(C)} \frac{h(s)}{s^{k+1}} ds \\ &= \frac{1}{(2\pi j)} \int_{j\pi}^{-j\pi} H(z) \exp(kz) dz \end{aligned} \quad (1.50)$$

Où $j^2 = -1$

$$H(z) = h(\exp(-z))$$

La substitution de la fonction exponentielle $\exp(kz)$ en (1.50) par la fonction périodique $e_a(kz)$ par rapport à z définie par

$$e_a(kz) = [\exp(a)/2] \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} j(-1)^n / (kz - (a + j(n - 0.5)\pi)) \quad (1.51)$$

et la fermeture du contour de (1.50) sur le demi-plan z droit de sorte à entourer les pôles de (1.51), conduisent suite à l'application du théorème des résidus à la relation suivante :

$$h_{[k]} \simeq [\exp(a)/k] \cdot \sum_{n=1}^k (-1)^n \Im [H((a/k) + j(n - 0.5)\pi/k)] \quad (1.52)$$

Où a est un nombre positif qui détermine la précision de l'approximation et $\Im[.]$ représente la partie imaginaire. Comme mentionné dans [43], l'expression (1.52) est valable si $h(z^*) = h^*(z)$ ($*$ est le signe du complexe conjugué) sur le disque unité et $h(0) = 0$.

La formule (1.52) ne peut pas être utilisée directement pour le calcul des coefficients de réflexion, pour résoudre ce problème nous avons considéré la fonction $\hat{\eta}$ définie par :

$$\widehat{\eta}(s, \theta) = \eta(Rs + s_0, \theta) - \eta(s_0, \theta) \quad (1.53)$$

Où R est une valeur positive appropriée qui sera spécifiée dans la section des résultats numériques. Il est à noter que les coefficients des polynômes de Taylor de η et $\widehat{\eta}$ au voisinage de s_0 sont liés par la relation :

$$\widehat{\eta}_{[k]} = R^k \eta_{[k]} \quad (1.54)$$

L'application de la formule (1.52) pour $\eta(s, \theta)$ et l'utilisation de la relation (1.54) conduisent à l'expression suivante du coefficient $\eta_{[n]}$ d'ordre n du polynôme de Taylor du coefficient de réflexion :

$$\eta_{[n]} \simeq [\exp(a)/(nR^n)] \cdot \sum_{k=1}^n (-1)^k \Im [\widehat{\eta}((a/n) + j(k - 0.5)\pi/n, \theta)] \quad (1.55)$$

Cependant, la précision de l'expression (1.55) diminue rapidement pour des ordres élevés des coefficients. Pour améliorer la précision, nous avons introduit un deuxième paramètre d'ajustement b en suivant la même procédure présentée dans [43]. L'expression améliorée de (1.55) devient :

$$\eta_{[n],b} \simeq [\exp(a + bn)/(nR^n)] \cdot \sum_{k=1}^n (-1)^k \Im [\widehat{\eta}((a/n) + b + j(k - 0.5)\pi/n, \theta)] \quad (1.56)$$

Cette équation est celle adoptée dans ce travail pour le calcul des coefficients de Taylor au voisinage de ($s = s_0$) pour les coefficients de réflexion. Notons que $\eta_{[n],b}$, coïncide avec $\eta_{[n]}$ pour b égal à 0.

1.6. Résultats et discussion

Dans cette section, quelques résultats numériques seront présentés afin de prouver la précision et l'efficacité de la méthode proposée pour le calcul de la réponse impulsionnelle du sol. Pour cela, nous allons d'abord vérifier la validité des équations (1.55) et (1.56). Afin d'obtenir directement la valeur réelle de la réponse impulsionnelle du sol, les coefficients de Taylor sont calculés au voisinage d'une valeur optimale $s_0 = 10^6$, ce qui donne une bonne précision pour tous les paramètres impliqués dans les coefficients de Fresnel, à savoir l'angle d'incidence, la

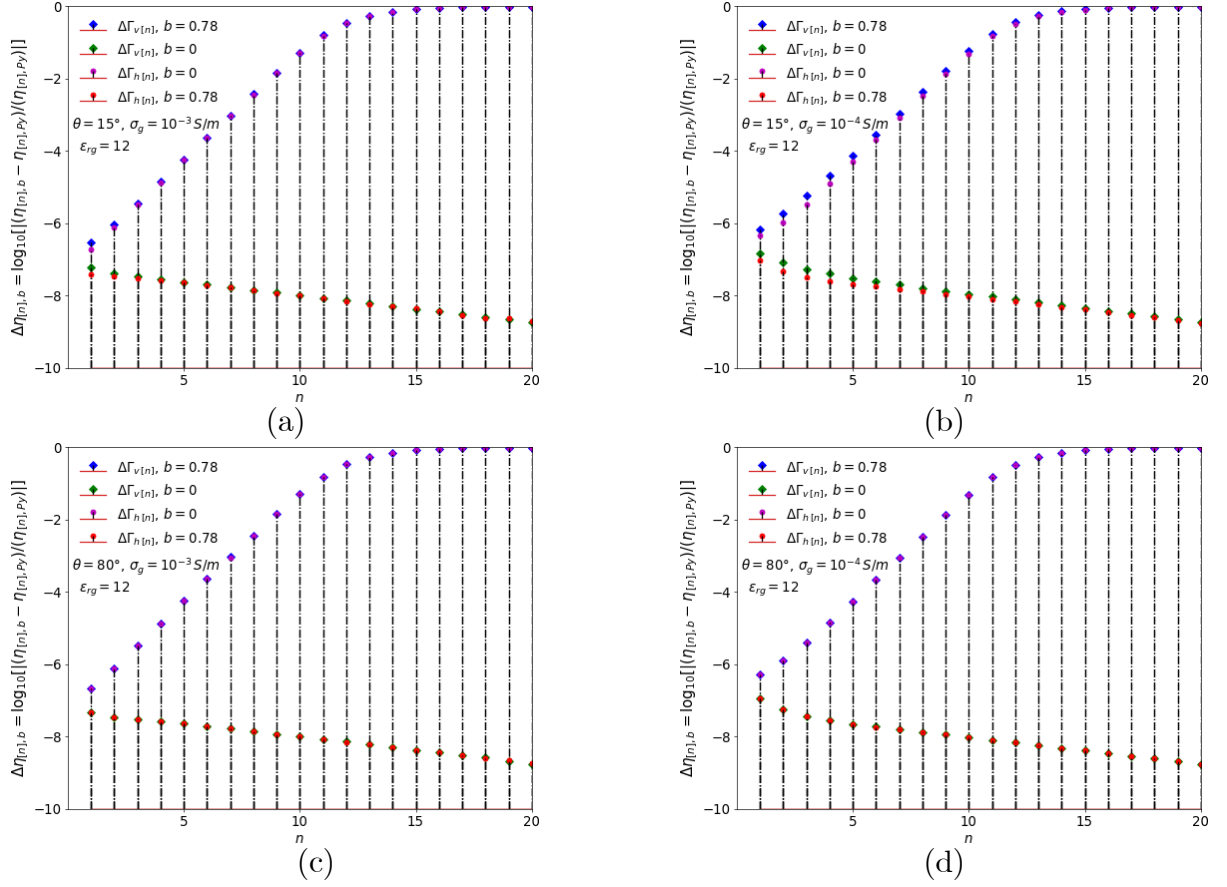


FIG. 1.2: Comparaison entre l'erreur de l'expression (1.55) et (1.56).

conductivité et la permittivité relative. La figure (1.2) montre la comparaison entre les relations (1.55) et (1.56) en termes d'erreur relative par rapport aux résultats obtenus moyennant Python pour différentes valeurs de la conductivité σ_g ($\sigma_g = 10^{-4} S/m, \sigma_g = 10^{-3} S/m$) et de l'angle d'incidence θ ($\theta = 15^\circ, \theta = 80^\circ$). La permittivité relative a pour valeur $\varepsilon_{rg} = 12$. Le logarithme décimal de cette erreur est défini par :

$$\Delta\eta_{[n],b} = \log_{10} \left(\frac{|\eta_{[n],b} - \eta_{[n],Py}|}{|\eta_{[n],Py}|} \right), \quad \eta = \Gamma_{v,h} \quad (1.57)$$

Où $\eta_{[n],Py}$ est le $n^{ème}$ coefficient du développement de Taylor de $\Gamma_{v,h}(s, \theta)$ au voisinage de $s = s_0 = 10^6$, qui est calculé en utilisant le module *Sympy.Series* de Python [42].

Les valeurs de a , b et R dans la relation (1.56) sont fixées à 7.5, 0.78 et $2s_0$ respectivement. Ces valeurs ont été choisies de manière à minimiser l'erreur dans tout l'intervalle de fréquences pour tous les paramètres électriques et géométriques. D'après l'études de ces courbes, il apparaît que la formule (1.55) n'est pas tout à fait précise, spécialement pour les coefficients d'ordre

supérieur, tandis que l'expression (1.56) améliore la précision au fur et à mesure que l'ordre du coefficient du développement de Taylor (CDT) augmente. De plus, on note que l'erreur est presque identique pour les coefficients de Fresnel pour une polarisation verticale et une polarisation horizontale. Les dix premiers CDT des coefficients de réflexion utilisés pour calculer l'erreur pour le cas où $\sigma_g = 0.001S/m$ et $\theta = 15^\circ$ sont reportés dans le tableau (1.1).

TAB. 1.1: Les coefficients $\Gamma_{v[n],b=0.78,0}$ et $\Gamma_{h[n],b=0.78,0}$ du développement de Taylor au voisinage de $s_0 = 10^6$ des coefficients de Fresnel pour $\sigma_g = 0.001S/m, \varepsilon_{rg} = 12, \theta = 15^\circ$ et $R = 2s_0$.

n	$\Gamma_{v[n],b=0.78}$	$\Gamma_{v[n],b=0}$	$\Gamma_{v[n],Py}$
1	-1.709164745795e-07	-1.70916430092e-07	-1.709164853729e-07
2	7.553819250134e-14	7.553812453482e-14	7.553819564120e-14
3	-4.197727566794e-20	-4.19771242133e-20	-4.197727708646e-20
4	2.709144244843e-26	2.709104873721e-26	2.709144321765e-26
5	-1.922656816841e-32	-1.922544438293e-32	-1.922656862914e-32
6	1.452803077133e-38	1.452462119521e-38	1.452803106508e-38
7	-1.146854692453e-44	-1.145776401402e-44	-1.146854712008e-44
8	9.348277981938e-51	9.313270879289e-51	9.348278116221e-51
9	-7.808583001068e-57	-7.694477621649e-57	-7.808583095583e-57
10	6.649210997956e-63	6.296018807145e-63	6.649211065728e-63
n	$\Gamma_{h[n],b=0.78}$	$\Gamma_{h[n],b=0}$	$\Gamma_{h[n],Py}$
1	2.020734023042e-08	2.020733712696e-08	2.020734105607e-08
2	-6.611582861148e-15	-6.61157811156e-15	-6.611583080565e-15
3	3.211077995033e-21	3.21106759255e-21	3.21107809246e-21
4	-1.964092478839e-27	-1.964065632141e-27	-1.964092531289e-27
5	1.360917001947e-33	1.360840677096e-33	1.360917033235e-33
6	-1.015237341239e-39	-1.015006354413e-39	-1.015237361134e-39
7	7.950985677903e-46	7.943693310196e-46	7.950985810095e-46
8	-6.446052209786e-52	-6.422406938392e-52	-6.446052300116e-52
9	5.363233780726e-58	5.286231343252e-58	5.363233844499e-58
10	-4.553303872042e-64	-4.315081056329e-64	-4.553303917986e-64

Le tableau (1.2) montre les pôles et les résidus associés aux coefficients de réflexion de Fresnel pour les polarisations verticale et horizontale. Il convient de souligner que l'approximation de Padé peut éventuellement engendrer des pôles placés dans le plan complexe ($\text{Re}(s) > 0$) pour un ordre donné, ce qui conduit à une divergence de la réponse impulsionnelle. C'est le cas, par exemple, du coefficient $\tilde{\Gamma}_v$ qui présente un pôle à partie réelle positive pour $M = 10$, $\varepsilon_{rg} = 12$, $\sigma_g = 0.001S/m$ et $\theta = 15^\circ$ (voir tableau 1.1). Notons que dans ce travail, les pôles instables à parties réelles positives sont ignorés.

TAB. 1.2: Pôles $p_{i,\xi}$ et résidus associés au développement en fractions simples des coefficients de Fresnel $\tilde{\Gamma}$ ($\xi = v, h$). c_v et c_h sont les termes constants de la décomposition pour les paramètres : $\theta = 15^\circ$, $\sigma_g = 0.001S/m$, $\varepsilon_{rg} = 12$ et $M = 10$.

i	Poles $p_{i,v}$	Residues $\hat{k}_{i,v}$	Poles $p_{i,h}$	Residues $\hat{k}_{i,h}$
1	-6.355e+06	8.8958e+05	-9.668e+06	-2.9254e+05
2	-3.677e+06	6.5798e+05	-7.077e+06	-2.3160e+05
3	-2.100e+06	3.2703e+05	-4.221e+06	-9.7410e+04
4	-1.215e+06	21.5318e+05	-2.402e+06	-3.7026e+04
5	-7.012e+05	7.2230e+04	-1.375e+06	-1.4892e+04
6	-3.901e+05	3.3926e+04	-7.855e+05	-6.3967e+03
7	-1.981e+05	1.5108e+04	-4.338e+05	-2.8320e+03
8	-8.213e+04	5.7059e+03	-2.192e+05	-1.2146e+03
9	-1.972e+04	1.2959e+03	-9.057e+04	-4.4834e+02
10	9.181e+06		-2.171e+04	-1.0058e+02
		c_v		c_h
		-3.4357e-02		-8.5563e-01

Les courbes de la figure (1.3) représentent la comparaison entre les spectres de Fourier exacts $\Gamma_{\Upsilon=v,h}(-j\omega)$ et approximatifs $\tilde{\Gamma}_{\Upsilon=v,h}(-j\omega)$ (Cf. relation (1.44)) pour différentes valeurs de la conductivité du sol, l'angle d'incidence est fixé à $\theta = 45^\circ$ et la permittivité relative $\varepsilon_{rg} = 12$. Dans la figure (1.4), les parties réelles et imaginaires exactes (Traits pleins) et les spectres approximatifs (en pointillés) des coefficients de réflexion de Fresnel sont tracés pour différentes valeurs de l'angle d'incidence θ . Le sol avec pertes a une conductivité $\sigma_g = 0.01S/m$ et une permittivité relative $\varepsilon_{rg} = 12$.

Les figures (1.5), (1.6) et (1.7) illustrent la comparaison entre $\Gamma_{\Upsilon=v,h}(-j\omega)$ et $\tilde{\Gamma}_{\Upsilon=v,h}(-j\omega)$ pour différentes valeurs de la permittivité relative. Pour le cas d'une conductivité $\sigma_g = 0.001S/m$ et un angle d'incidence $\theta = 45^\circ$, les parties réelles et imaginaires des spectres exacts et approximatifs des coefficients de Fresnel sont en bon accord dans tout le domaine fréquentiel. Cependant, lorsque la conductivité augmente ($\sigma_g = 0.01S/m$, Cf. Fig. (1.6)) en fixant l'angle θ ($\theta = 30^\circ$), les pics des parties imaginaires de $\tilde{\Gamma}_{\Upsilon=v,h}(-j\omega)$ se décalent vers les hautes fréquences entraînant une différence notable entre les spectres exacts et approximatifs. Pour remédier à ce problème, la valeur de s_0 a été ajustée à 3×10^6 (Cf. Fig. (1.7)). Le choix du paramètre s_0 doit être judicieux pour obtenir une bonne précision pour les deux coefficients de Fresnel et ceci pour tous les paramètres dont dépendent ces derniers.

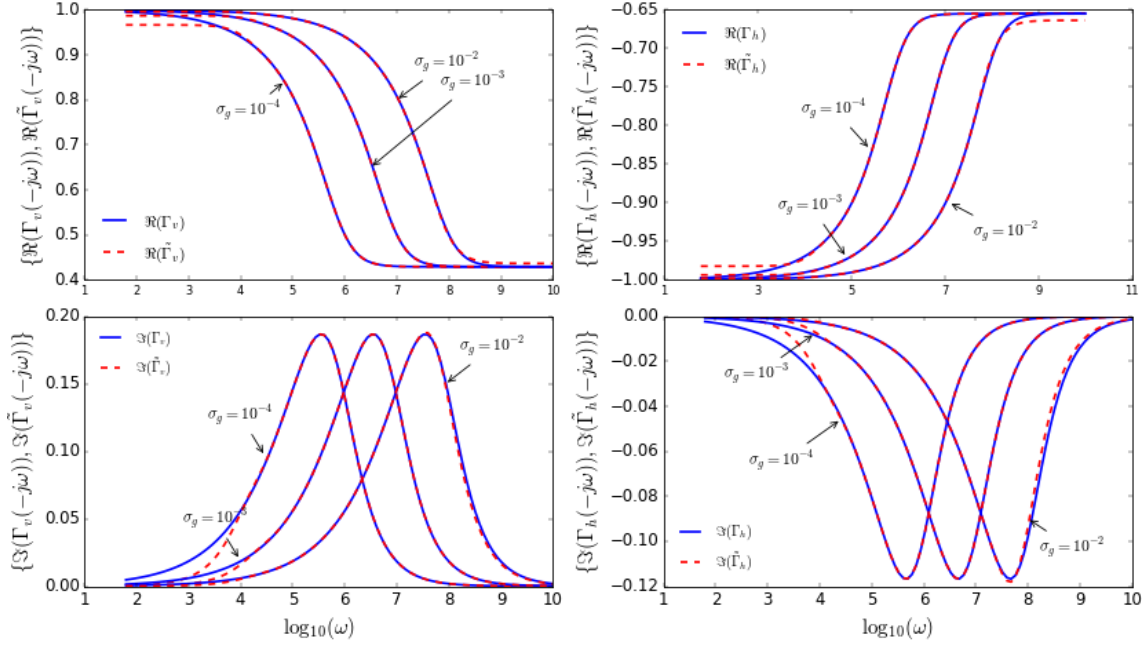


FIG. 1.3: Spectres de Fourier exact $\Gamma_{\Gamma=v,h}(-j\omega)$ et approximatif $\tilde{\Gamma}_{\Gamma=v,h}(-j\omega)$ en fonction de la fréquence ω pour différentes valeurs de la conductivité du sol. L'angle d'incidence est fixé à $\theta = 45^\circ$. La permittivité relative est égale à $\varepsilon_{rg} = 12$.

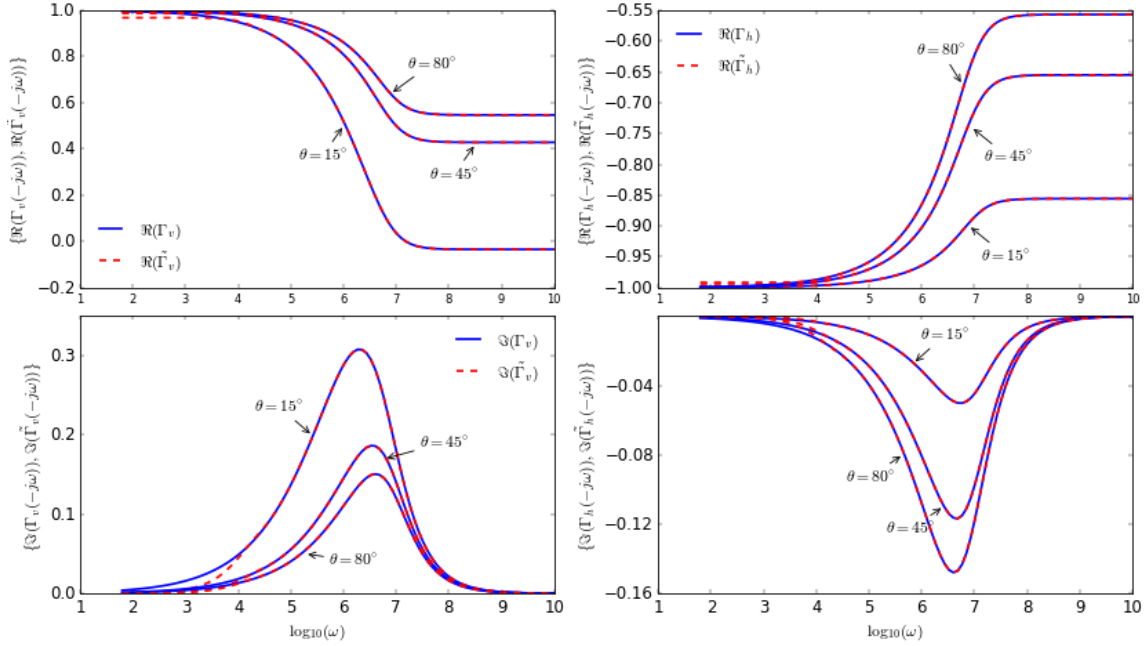


FIG. 1.4: Spectres de Fourier exact $\Gamma_{\Gamma=v,h}(-j\omega)$ et approximatif $\tilde{\Gamma}_{\Gamma=v,h}(-j\omega)$ en fonction de la fréquence ω pour différentes valeurs de l'angle d'incidence θ , dans le cas $\sigma_g = 0.001S/m$ et $\varepsilon_{rg} = 12$.

La figure (1.8) illustre la variation de la partie réelle et imaginaire de $\tilde{\Gamma}_{\Gamma=v,h}(-j\omega)$ en fonction de la fréquence ω pour différentes valeurs de s_0 pour $\sigma_g = 0.01S/m$. L'examen de cette figure montre que le choix d'une valeur de s_0 relativement faible ($s_0 = 10^5$) conduit à une

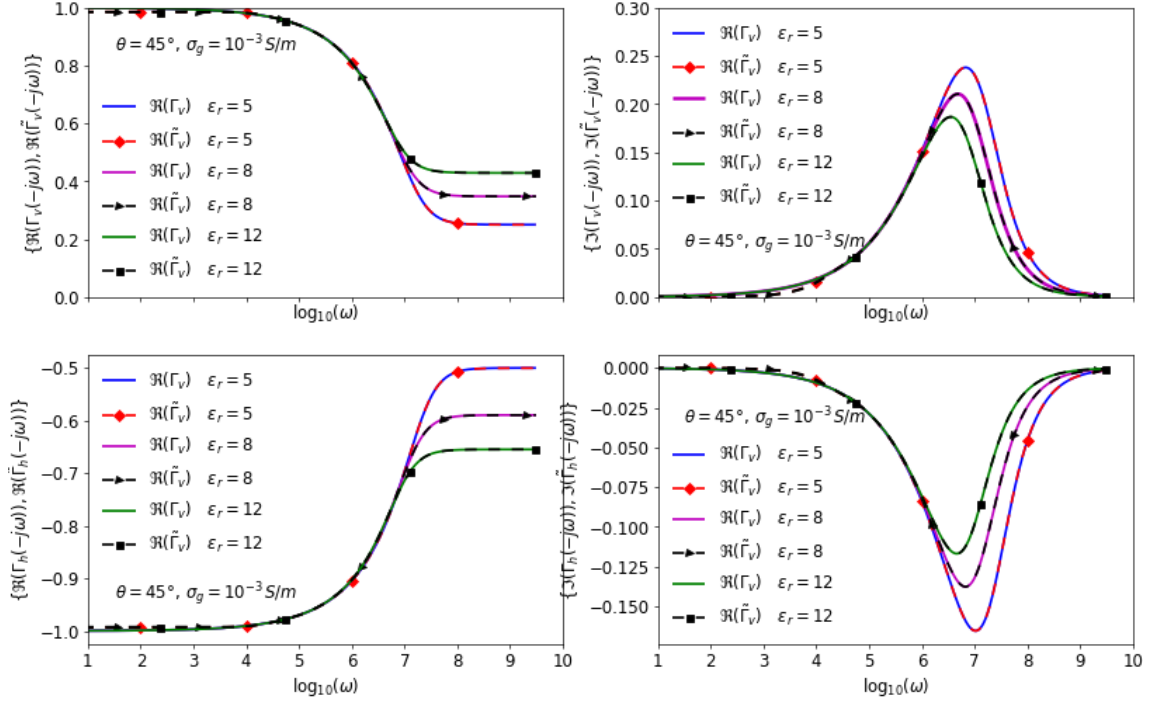


FIG. 1.5: Parties réelle et imaginaire de $\Gamma_{\Upsilon=v,h}(-j\omega)$ et $\tilde{\Gamma}_{\Upsilon=v,h}(-j\omega)$ en fonction de la fréquence ω pour différentes valeurs de la permittivité relative. L'angle d'incidence est $\theta = 45^\circ$, $\sigma_g = 10^{-3}$.

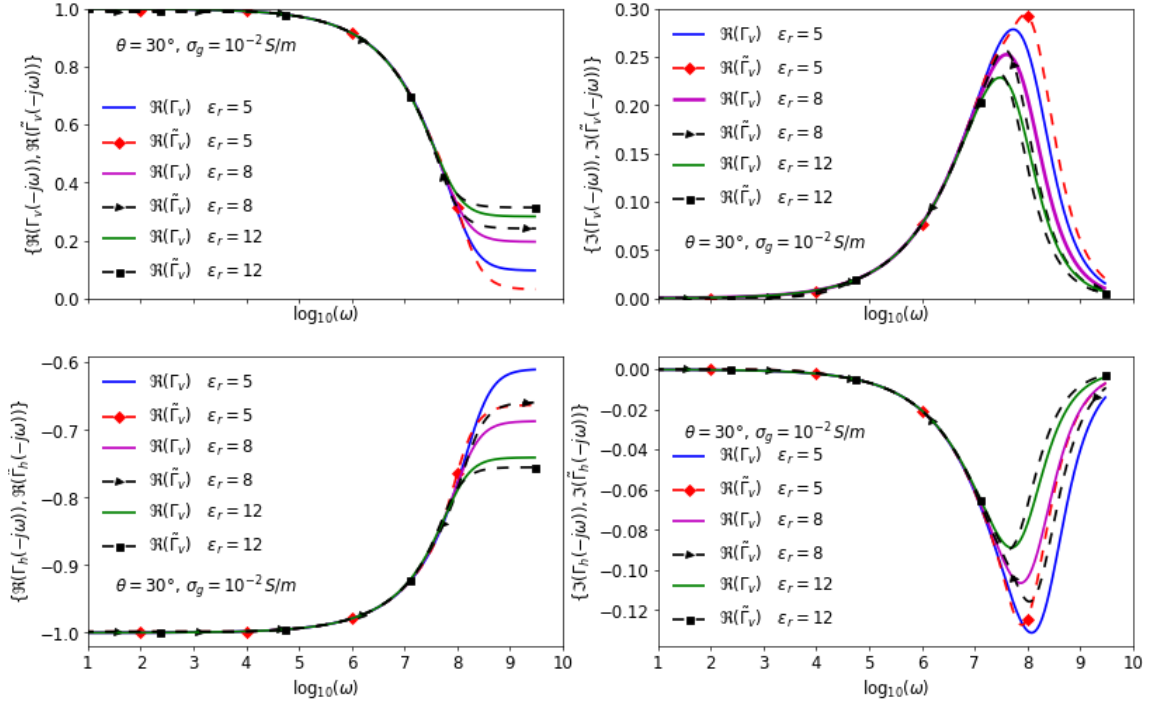


FIG. 1.6: Parties réelle et imaginaire de $\Gamma_{\Upsilon=v,h}(-j\omega)$ et $\tilde{\Gamma}_{\Upsilon=v,h}(-j\omega)$ en fonction de la fréquence ω pour différentes valeurs de la permittivité relative, avec $\theta = 30^\circ$, $\sigma_g = 10^{-3}$ et $s_0 = 10^6$.

perte de précision pour les hautes fréquences. D'autre part, une valeur de s_0 plus grande se traduit par une perte de précision pour les basses fréquences. La variation de s_0 pour différentes

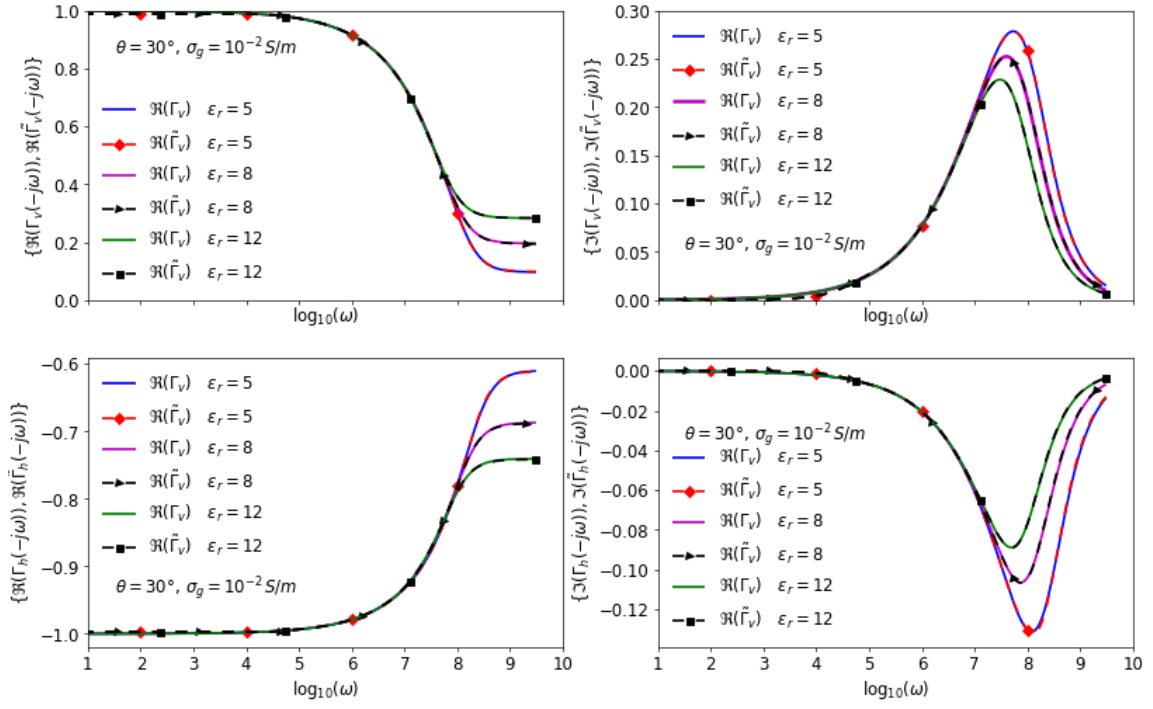


FIG. 1.7: Parties réelle et imaginaire de $\Gamma_{\Gamma=v,h}(-j\omega)$ et $\tilde{\Gamma}_{\Gamma=v,h}(-j\omega)$ en fonction de la fréquence ω pour différentes valeurs de la permittivité relative, avec $\theta = 30^\circ$, $\sigma_g = 10^{-3}$ et $s_0 = 3 \times 10^6$.

conductivités, permittivités et angles d'incidence mène à réduire l'intervalle s_0 entraînant une très bonne précision à l'ensemble de valeurs comprises entre 10^6 et 3×10^6 .

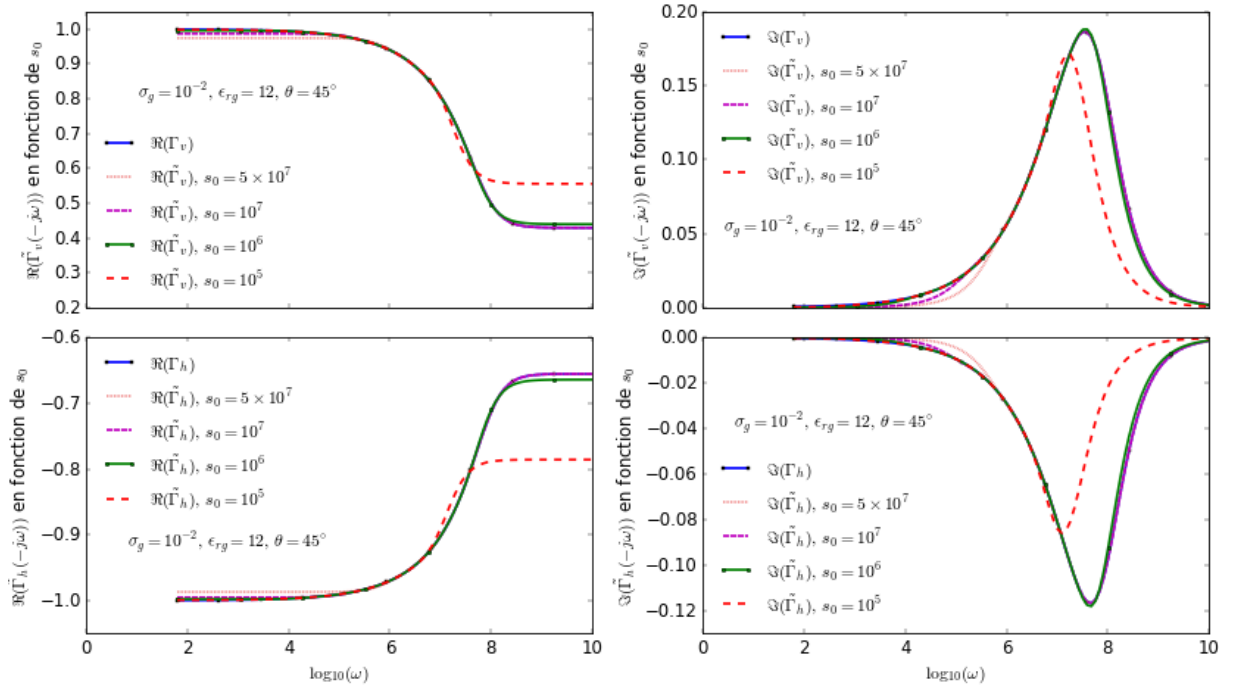


FIG. 1.8: Parties réelle et imaginaire de $\Gamma_{\Gamma=v,h}(-j\omega)$ et $\tilde{\Gamma}_{\Gamma=v,h}(-j\omega)$ en fonction de la fréquence ω pour différentes valeurs de s_0 . pour le cas de $\sigma_g = 0.01 S/m$ et $\varepsilon_{rg} = 12$.

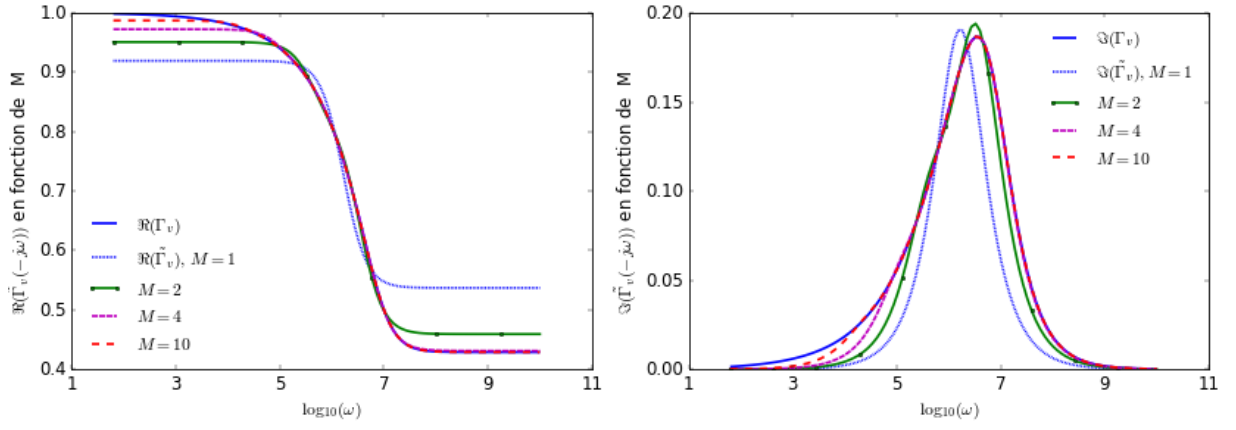


FIG. 1.9: Parties réelle et imaginaire de $\Gamma_{\Gamma=v,h}(-j\omega)$ et $\tilde{\Gamma}_{\Gamma=v,h}(-j\omega)$ en fonction de la fréquence ω pour différentes valeurs M . Les paramètres suivants : $\theta = 45^\circ$, $\varepsilon_{rg} = 12$, $\sigma_g = 0.01S/m$.

La figure (1.9) montre l'effet du degré du dénominateur M de l'approximant de Padé sur la précision du calcul des coefficients de réflexion. Pour reproduire un comportement précis de ces coefficients, en comparaison avec la méthode exacte, une valeur de 10 pour M est largement suffisante.

L'analyse des lignes aériennes illuminées par une onde plane avec une polarisation arbitraire, basée sur la méthode des différences finies (FDTD) et le modèle de couplage d'Agrawal [27], nécessite le calcul précis des composantes verticale et horizontale du champ électrique. Une simple manipulation de (1.2) et (1.12) peut être effectuée pour obtenir les composantes suivant les axes y et z du champ électrique réfléchi à une position donnée sous la forme suivante :

$$E_z^r = E_0(s)(-\Gamma_v(s, \theta)e_z^v + \Gamma_h(s, \theta)e_z^h) \times \exp(-s(s_x t_x - s_y t_y + s_z t_z)) \quad (1.58)$$

$$E_y^r = E_0(s)\Gamma_v(s, \theta)e_y^v \times \exp(-s(s_x t_x - s_y t_y + s_z t_z)) \quad (1.59)$$

Pour examiner l'effet des approximations utilisées dans le développement des expressions des coefficients de réflexion sur les composantes du champ électrique transitoire réfléchi suivant les axes y et z , nous devons spécifier le comportement temporel de la source externe. La forme d'onde fréquemment utilisée est la bi-exponentielle définie par :

$$e_0(t) = E_0(\exp(-\alpha t) - \exp(-\beta t))u(t) \quad (\text{V/m}) \quad (1.60)$$

Dans ce travail, les paramètres E_0 , α et β de l'expression (1.60) prennent les valeurs suivantes : $E_0 = 56.6kV/m$, $\alpha = 4.086.10^6s^{-1}$ et $\beta = 1.565.10^8s^{-1}$. La forme de cette impulsion (double exponentielle) est souvent utilisée pour simuler les problèmes liés à l'interaction avec les ondes électromagnétiques à haute altitude (HEMP). La transformée de Laplace de la double exponentielle est donnée par :

$$E_0(s) = E_0\left(\frac{1}{s + \alpha} - \frac{1}{s + \beta}\right) \quad (1.61)$$

En injectant les approximations de $\Gamma_v(s, \theta)$ et $\Gamma_h(s, \theta)$ données par la relation (1.44) dans les expressions (1.58) et (1.59) et en remplaçant $E_0(s)$ par son expression (1.61), le champ réfléchi transitoire peut être évalué analytiquement, contrairement aux travaux mentionnés dans l'introduction dans lesquels le calcul du champ réfléchi transitoire implique l'évaluation numérique de l'intégrale de convolution. La transformée de Laplace inverse conduit à la forme approximative du champ réfléchi transitoire suivante :

$$\begin{aligned} \check{e}_z^r = & \sum_{i=1}^{M_h} (\hat{c}_h e_0(t - t_0^-) + \frac{E_0 \hat{k}_{i,h}}{p_{i,h} + \alpha} (\exp(p_{i,h}(t - t_0^-)) - \exp(-\alpha(t - t_0^-))) \\ & - \frac{E_0 \hat{k}_{i,h}}{p_{i,h} + \beta} (\exp(p_{i,h}(t - t_0^-)) - \exp(-\beta(t - t_0^-)))) e_z^h u(t - t_0^-) \\ & - \sum_{i=1}^{M_v} (\hat{c}_v e_0(t - t_0^-) + \frac{E_0 \hat{k}_{i,v}}{p_{i,v} + \alpha} (\exp(p_{i,v}(t - t_0^-)) - \exp(-\alpha(t - t_0^-))) \\ & - \frac{E_0 \hat{k}_{i,v}}{p_{i,v} + \beta} (\exp(p_{i,v}(t - t_0^-)) - \exp(-\beta(t - t_0^-)))) e_z^v u(t - t_0^-) \end{aligned} \quad (1.62)$$

$$\begin{aligned} \check{e}_y^r = & \sum_{i=1}^{M_v} (\hat{c}_v e_0(t - t_0^-) + \frac{E_0 \hat{k}_{i,v}}{p_{i,v} + \alpha} (\exp(p_{i,v}(t - t_0^-)) - \exp(-\alpha(t - t_0^-))) \\ & - \frac{E_0 \hat{k}_{i,v}}{p_{i,v} + \beta} (\exp(p_{i,v}(t - t_0^-)) - \exp(-\beta(t - t_0^-)))) e_y^v u(t - t_0^-) \end{aligned} \quad (1.63)$$

où $M_{\mathcal{R}=v,h}$ est l'ordre effectif obtenu à partir de M en soustrayant le nombre de pôles à parties réelles positives et $t_0^- = s_x t_x - s_y t_y + s_z t_z$. Il convient de noter que même si la forme d'onde d'excitation est complexe, la détermination du champ réfléchi peut être atteinte en

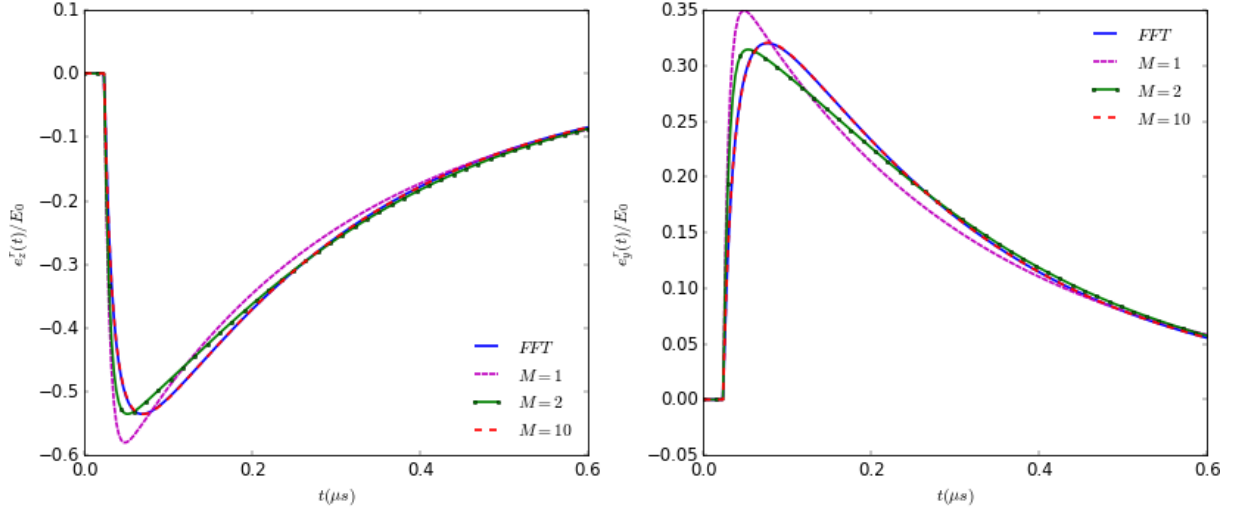


FIG. 1.10: Champ électrique réfléchi calculé à l'aide de la FFT et l'approximation analytique (1.62) et (1.63) pour différentes valeurs de M et pour $\theta = 45^\circ$.

utilisant une convolution récurrente [44] du fait que la méthode proposée inclut une somme de fonctions exponentielle.

Le champ réfléchi transitoire pour le cas d'une polarisation arbitraire, qui s'exprime à l'aide des coefficients de réflexion, est calculé en utilisant les spectres de Fourier $E_z^s(s = -j\omega)$ et $E_y^s(s = -j\omega)$ moyennant l'algorithme FFT. Il est représenté à la figure (1.10) pour une onde plane d'angle d'incidence $\theta^\circ = 45^\circ$, $\phi = 30^\circ$ et $\gamma = 45^\circ$. Le sol est caractérisé par les paramètres électriques $\sigma_g = 0.01 S/m$, $\varepsilon_{rg} = 10$. Le champ réfléchi est évalué à la position spécifiée par $x = 0m$, $y = 5m$ et $z = 0m$.

Les expressions analytiques (1.62) et (1.63) des composantes du champ réfléchi sont également tracées à la figure (1.10) pour différentes valeurs de M . Les deux formes d'onde correspondant à la FFT et au calcul direct par la formulation analytique sont superposées pour $M = 10$.

Pour confirmer l'efficacité de la méthode proposée, il est évident de faire une comparaison avec d'autres travaux comme ceux publiés dans [15] et [35]. Dans ce but, considérons la composante suivant Oz du champ réfléchi exprimée par la convolution de la bi-exponentielle avec le coefficient de réflexion définie ci-dessous [15] :

$$\check{e}_{z,\xi}^r = \int_0^t \gamma_\xi(r - \tau, \theta) e_0(\tau) d\tau \quad \xi = v, h \quad (1.64)$$

Où $\gamma_\xi = K\delta(t) + \gamma'_\xi(t, \theta)$ représente les coefficients de réflexion donnés par l'expression (1.49), la formule (1.36) pour $\xi = v, h$ et la formule (1.36) pour $\xi = v$. D'autre part, en exploitant la dépendance exponentielle de la forme d'onde et en se basant sur une technique similaire à celle rapportée dans [35][29][26], une formule récursive pour calculer l'intégrale de convolution a été établie. Les détails sont reportés en annexe 1 et seul le résultat est cité ici :

$$\begin{aligned} \check{e}_{z,\xi}^r((p+1)\Delta t, \theta) = & E_0 \sum_{i=1}^2 (\gamma'_\xi((p+1)\Delta t, \theta) + \exp(b_i) \gamma'_\xi(p\Delta t, \theta) + \Psi_i^{(p+1)}) \\ & + K e_0((p+1)\Delta t) \end{aligned} \quad (1.65)$$

$$\Psi_i^{(p+1)} = \gamma'_\xi((p-1)\Delta t, \theta) \exp(2b_i) + \exp(b_i) \Psi_i^{(p)}, \quad 0 \leq p \leq N_T \quad (1.66)$$

Où

$$a_1 = (1 - \exp(-\alpha\Delta t))/\alpha, a_2 = -(1 - \exp(-\beta\Delta t))/\beta$$

$$b_1 = -\alpha\Delta t, b_2 = -\alpha\Delta t$$

N_T désigne le nombre d'échantillons discrets de $\gamma'_\xi(t, \theta)$ et Δt la résolution temporelle. La formule récursive (1.65) permet de minimiser les opérations mathématiques requises pour l'évaluation numérique de l'intégrale de convolution. En effet, seules deux valeurs de $\gamma'_\xi(t, \theta)$, à savoir, $\gamma'_\xi((p-1)\Delta t, \theta)$ et $\gamma'_\xi(p\Delta t, \theta)$, doivent être conservées à chaque étape de la récurrence. Comme indiqué dans (1.65), l'une est utilisée pour actualiser la fonction Ψ_i et l'autre pour déterminer la valeur de $\check{e}_{z,\xi}^r((p+1)\Delta t, \theta)$.

Il convient de souligner que les algorithmes de convolution récursifs, qui ont une bonne performance, peuvent-être utilisés en particulier dans le cas où l'une des fonctions à convoluer est une somme de fonctions exponentielles [29][26]. Autrement, le stockage des valeurs précédentes

de $\gamma'_\xi(t, \theta)$ est nécessaire pour évaluer $\check{e}_{z,\xi}^r((p+1)\Delta t)$. C'est notamment le cas où on doit calculer le champ électrique réfléchi à l'aide des coefficients de Fresnel [15][35] en adoptant une forme d'onde incidente qui n'est pas exprimée comme une somme d'exponentielles. Compte tenu de la forme de l'approximation des coefficients de réflexion dans (1.49), il est alors évident que la méthode proposée présente un avantage qui consiste à utiliser des algorithmes de convolution récursifs pour évaluer le champ réfléchi.

Les réponses impulsionnelles de (1.49), (25) dans [15] et (19) dans [35] pour les deux polarisations verticale et horizontale ont été convoluées numériquement, moyennant l'algorithme de convolution récursif proposé ci-dessus, avec une onde sous forme d'une double exponentielle définie dans [15][35] par l'utilisation des paramètres $E_0 = 52,5 \text{ kV/m}$, $\alpha = 4.086 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$, et $\beta = 1.565 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$. Les champs électriques réfléchis transitoires résultants sont représentés sur les figures 1.11 et 1.12. Les courbes désignées par «FFT» correspondent au champ électrique réfléchi obtenu en utilisant la transformée de Fourier rapide de $\Gamma_\xi(-j\omega) E_0(-j\omega)$, ($\Upsilon = v, h$). Notons que pour le champ réfléchi défini par (1.64), le délai temporel de propagation t_0 a été omis.

Les figures 1.11 et 1.12 illustrent le champ réfléchi par un demi-espace conducteur de paramètres électriques $\varepsilon_{rg} = 10$ et pour des angles d'incidence $\theta = (45^\circ, 15^\circ)$. Les résultats des références [15] et [35] sont reproduits exactement et comparés à la méthode proposée pour $M=10$ et $M=4$.

Pour le cas d'une polarisation verticale (Cf. Fig. 1.11), la méthode proposée est en bon accord avec les approximations de [15] et [35] dans le cas d'un angle d'incidence correspondant à la condition $\theta > \cos^{-1}(\varepsilon_{rg}/(\varepsilon_{rg} + 1)) = 24.62^\circ$. Comme prévu, pour des angles d'incidence rasants (1.11(b)), on a une diminution de précision pour les deux méthodes publiées dans [15] et [35]. En revanche, la méthode proposée pour $M = 10$ offre une bonne précision.

La figure (1.12,a) représente le champ électrique réfléchi pour le cas d'une polarisation horizontale, qui a été calculé en utilisant ([15], équation (25)) et son approximation à deux termes. Le résultat obtenu est conforme à celui donné dans [15]. De plus, pour un ordre $M = 4$ la méthode présentée dans ce travail offre une bonne précision pour les angles rasants lorsque la conductivité est suffisamment grande ($\sigma_g = 0.5 \text{ S/m}$), comme illustré sur la figure (1.12,b).

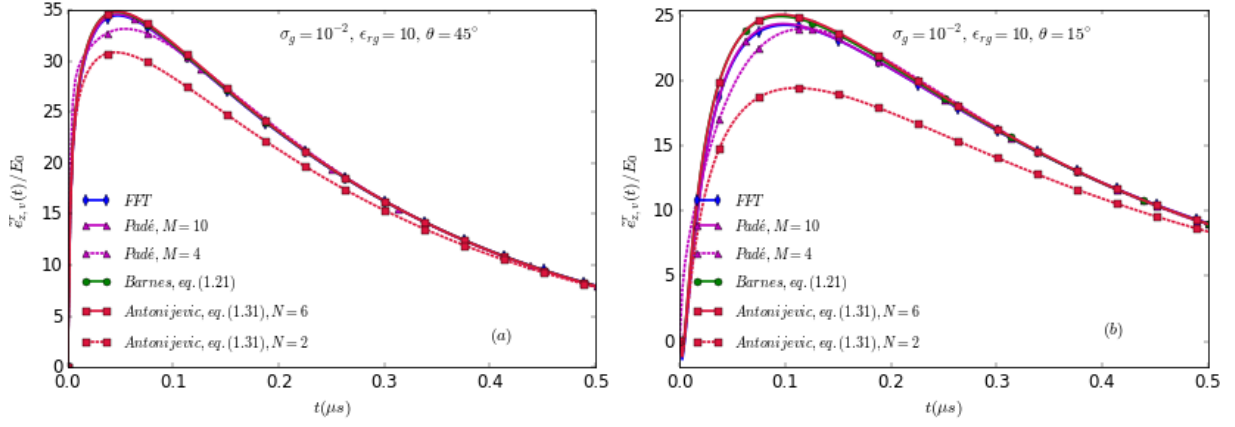


FIG. 1.11: Onde plane réfléchi pour $\epsilon_{rg} = 10$, $\sigma_g = 0.01S/m$ et une polarisation verticale. a) $\theta = 45^\circ$ et b) $\theta = 15^\circ$.

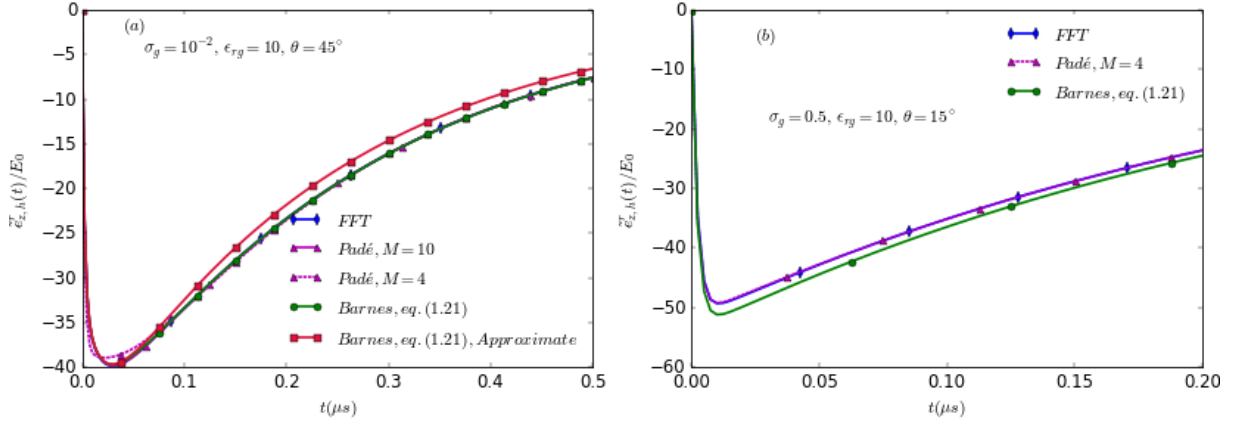


FIG. 1.12: Onde plane réfléchi pour une permittivité $\epsilon_{rg} = 10$ et une polarisation horizontale. a) $\theta = 45^\circ$, $\sigma_g = 0.01S/m$ b) $\theta = 15^\circ$, $\sigma_g = 0.5S/m$.

1.7. Conclusion

Une nouvelle approche a été reportée dans ce chapitre pour le calcul le champ électromagnétique réfléchi par un sol homogène, illuminé par une onde plane de polarisation arbitraire. En première partie, la réponse impulsionnelle a été décrite par une simple sommation d'exponentielles d'arguments réels qui sont obtenues par l'approximation de Padé en conjonction avec la décomposition en fraction simples. Afin de calculer les coefficients du polynôme de Taylor pour les coefficients de réflexion de polarisation verticale et horizontale, nous avons adopté une technique qui n'engendre pas d'instabilités habituelles associées aux formules de différenciation

numérique d'ordre supérieur et n'utilise pas de manipulations symboliques. Cette technique repose essentiellement sur les valeurs des coefficients de réflexion. L'approche proposée a fourni une représentation analytique du champ transitoire réfléchi associée à une forme d'onde sous forme d'une double exponentielle fréquemment utilisée dans les études de couplage d'ondes électromagnétiques. En plus, elle permet l'utilisation de la convolution récursive dans le cas où la forme d'onde incidente est assez complexe. L'approche proposée repose essentiellement sur les deux paramètres s_0 et M qui représentent respectivement le point autour duquel les développements en séries de Taylor des coefficients de réflexion ont été faits et l'ordre de l'approximant de Padé. À partir de l'étude réalisée sur tous les paramètres, à savoir la conductivité, la permittivité et l'angle d'incidence, il apparaît que les valeurs $s_0 = 10^6$ et $M = 10$ offrent une bonne précision dans la majorité des cas.

CHAPITRE 2

Calcul de l'impédance de retour du sol

2.1. Introduction

La réponse transitoire des lignes de transmission aériennes est fortement influencée par la présence du sol avec pertes. De nombreuses études ont traité cette influence en calculant l'impédance de retour du sol pour évaluer les effets de conduction du sol sur le courant et la tension véhiculés dans la ligne. Carson [6] et Pollaczek [7] ont étudié l'impédance pour un sol homogène sans tenir compte des effets du courant de déplacement dans le sol. Une autre approche visant le calcul de l'impédance série a été proposée par Wise [8]. Dans cette approche le potentiel vecteur de Hertz a été utilisé pour développer les termes de correction introduits par la présence du sol [8], [48], [49] pour un seul conducteur. En réalité, la majorité des sols sont composés de plusieurs strates. L'effet de cette stratification a fait l'objet de plusieurs études [50], [51], [52]. Sunde [9] a présenté la solution de l'impédance de retour du sol pour le cas d'une terre composée de plusieurs couches, mais son approche n'est pas générale puisqu'elle ne tient pas compte du gradient de permittivités magnétiques entre les différentes couches. Une solution plus rigoureuse a été présentée par Papadopoulos et al. [10] et Nakagawa [11]. Les deux études ont inclus l'effet de propagation du courant, mais Nakagawa a ajouté le cas d'une impédance de retour d'une terre composée de trois couches en comparaison à Papadopoulos qui s'est limité à traiter seulement le cas d'un sol à deux couches.

L'objectif de ce chapitre est de développer, dans le cadre de l'approximation quasi-TEM, les modèles d'impédances de retour de la terre à savoir le modèle de Sunde, Papadopoulos et Nakagawa. Vu que notre travail est basé sur l'analyse dans le domaine temporel, l'algorithme d'ajustement vectoriel (Vector fitting algorithm) proposé par Gustavsen et Semlyen dans [25] est utilisé pour transformer l'impédance de retour de la terre du domaine fréquentiel vers le domaine temporel.

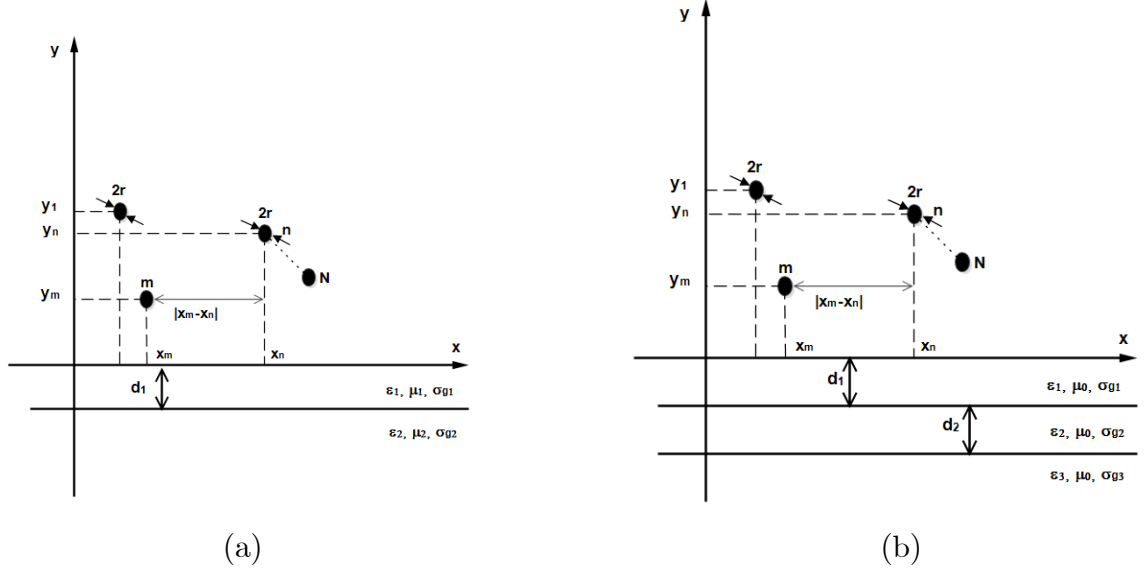


FIG. 2.1: Géométrie de la structure de la ligne aérienne au dessus d'un sol stratifié. a) sol à deux couches, b) sol à trois couches.

2.2. Calcul de l'impédance mutuelle

Considérons une ligne aérienne de N conducteurs du même rayon r_c (Cf. Fig. 2.1) placée au dessus d'un sol stratifié de n couches avec ($n = 2$ ou 3). Les couches sont caractérisées par une conductivité σ_{gi} , une permittivité électrique $\epsilon_i = \epsilon_0 \epsilon_{rgi}$ et une perméabilité magnétique $\mu_i = \mu_0$, avec ($i = 1, 2$ ou 3). ϵ_0 et μ_0 sont respectivement la permittivité et la perméabilité de l'air supposées égales à celles du vide. d_1 et d_2 désignent l'épaisseur de la première et la deuxième couche respectivement. Les N conducteurs sont placés à une hauteur h_j avec ($j = 1, 2, \dots, N$).

Le potentiel vecteur de Hertz $\mathbf{\Pi}$ est adopté pour la résolution des équations du champ électromagnétique dans ce chapitre car il représente une grandeur interface entre toutes les autres grandeurs du champ. Plus précisément, le potentiel vecteur magnétique $\mathbf{A}$ et le potentiel scalaire U peuvent être exprimés comme suit :

$$A = \frac{\gamma_g^2}{j\omega} \mathbf{\Pi} \quad (2.1)$$

$$U = -\nabla \cdot \mathbf{\Pi} \quad (2.2)$$

En outre, les intensités des champs électriques et magnétiques sont liées au potentiel $\mathbf{\Pi}$ par les relations suivantes [53], [54] :

$$\mathbf{E} = -\gamma_g^2 \mathbf{\Pi} + \nabla (\nabla \cdot \mathbf{\Pi}) \quad (2.3)$$

$$\mathbf{H} = \frac{\gamma_g^2}{j\omega\mu} \nabla \times \mathbf{\Pi} \quad (2.4)$$

Avec $\gamma_g^2 = j\omega\mu(\sigma_g + j\omega\varepsilon_g)$ et $j^2 = \sqrt{-1}$. γ_g est la constante de propagation dans le milieu considéré.

Chaque composante du potentiel vecteur de Hertz doit satisfaire l'équation d'onde :

$$\nabla^2 \mathbf{\Pi} = \gamma_g^2 \mathbf{\Pi} \quad (2.5)$$

L'équation (2.5) est résolue en utilisant les coordonnées cylindriques (r, φ, y) , où $r = (x^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}$ et $\cos(\varphi) = \frac{z}{r}$; sa solution s'écrit sous la forme générale suivante [9] :

$$\begin{aligned} \mathbf{\Pi} = & (\mathbf{A}_\varphi \cos(n\varphi) + \mathbf{B}_\varphi \sin(n\varphi)) \\ & \times \int_0^\infty (\mathbf{f}(\lambda) \exp(-\alpha t) + \mathbf{g}(\lambda) \exp(\alpha t)) \\ & \times (\mathbf{p}(\lambda) J_n(r\lambda) + \mathbf{q}(\lambda) Y_n(r\lambda)) d\lambda \end{aligned} \quad (2.6)$$

Où J_n et Y_n sont les fonctions de Bessel de première et de seconde espèce d'ordre n respectivement et $a = (\lambda^2 + \gamma_g^2)^{\frac{1}{2}}$.

A cause de la symétrie (le plan $y - z$ est un plan de symétrie de la structure et le plan d'interface $x - z$ ne l'est pas) le potentiel vecteur de Hertz doit avoir deux composantes (Π_y, Π_z) afin de pouvoir satisfaire les conditions aux limites aux interfaces air-couche 1 et couche i -couche k , $i, k = 1, 2, 3$ et la composante Π_z doit être indépendante de φ . D'autre part, pour $r = 0$, $y \neq 0$, le champ doit être fini, ce qui se traduit par l'élimination du terme en Y_n de l'équation (2.6). En supposant un dipôle de moment $I ds$ orienté suivant l'axe Oz à la place du conducteur k à la position $y = y_k$, la solution générale peut donc s'écrire :

$$\mathbf{\Pi}_\chi = \cos(n\varphi) \int_0^\infty [\mathbf{f}(\lambda) \exp(\alpha y) + \mathbf{g}(\lambda) \exp(-\alpha y)] J_n(r\lambda) d\lambda, \quad \chi = y, z \quad \text{et} \quad n = \begin{cases} 0, & \text{pour } z \\ 1, & \text{pour } y \end{cases} \quad (2.7)$$

Les composantes suivant z et y du potentiel vecteur $\mathbf{\Pi}$ dans l'air et dans les différentes couches du sol sont désignés par $\Pi_{0z,y}$, $\Pi_{1z,y}$, $\Pi_{2z,y}$, $\Pi_{3z,y}$. La continuité des composantes tangentielles des champs électriques et magnétiques aux différentes interfaces $y_{k=0,1,2} = 0, -d_1, -d_2$ (Cf.2.1. b) se traduit par les relations suivantes en termes des composantes y et z des potentiels de Hertz dans l'air et les différentes couches [9], [10], [11] :

$$\gamma_{gi}^2 \Pi_{iz} = \gamma_{g(i+1)}^2 \Pi_{(i+1)z} \quad (2.8)$$

$$\frac{\gamma_{gi}^2}{\mu_i} \frac{\partial \Pi_{iz}}{\partial y} = \frac{\gamma_{g(i+1)}^2}{\mu_{i+1}} \frac{\partial \Pi_{(i+1)z}}{\partial y} \quad (2.9)$$

$$\frac{\gamma_{gi}^2}{\mu_i} \Pi_{iy} = \frac{\gamma_{g(i+1)}^2}{\mu_{(i+1)}} \Pi_{(i+1)y} \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial \Pi_{iz}}{\partial z} + \frac{\partial \Pi_{iy}}{\partial y} = \frac{\partial \Pi_{(i+1)z}}{\partial z} + \frac{\partial \Pi_{(i+1)y}}{\partial y}, \text{ pour } i = 0, 1, 2. \quad (2.11)$$

Les composantes résultantes y et z du potentiel vecteur de Hertz s'écrivent sous la forme suivante :

Pour l'air ($y \geq 0$)

$$\Pi_{0z} = C \frac{\exp(-\gamma_{g0} \sqrt{r^2 + (h-y)^2})}{\sqrt{r^2 + (h-y)^2}} + \int_0^\infty g_{z0} \exp(-\alpha_0 y) J_0(r\lambda) d\lambda \quad (2.12)$$

$$\Pi_{0y} = \cos(\varphi) \int_0^\infty g_{y0} \exp(-\alpha_0 y) J_1(r\lambda) d\lambda \quad (2.13)$$

Pour la première couche ($0 \leq y \leq -d_1$)

$$\Pi_{1z} = \int_0^\infty [f_{z1} \exp(\alpha_1 y) + g_{z1} \exp(-\alpha_1 y)] J_0(r\lambda) d\lambda \quad (2.14)$$

$$\Pi_{1y} = \cos(\varphi) \int_0^\infty [f_{y1} \exp(\alpha_1 y) + g_{y1} \exp(-\alpha_1 y)] J_1(r\lambda) d\lambda \quad (2.15)$$

Pour la deuxième couche ($-d_1 \leq y \leq -d_2$)

$$\Pi_{2z} = \int_0^\infty [f_{z_2} \exp(\alpha_2 y) + g_{z_2} \exp(-\alpha_2 y)] J_0(r\lambda) d\lambda \quad (2.16)$$

$$\Pi_{2y} = \cos(\varphi) \int_0^\infty [f_{y_2} \exp(\alpha_2 y) + g_{y_2} \exp(-\alpha_2 y)] J_1(r\lambda) d\lambda \quad (2.17)$$

Pour la troisième couche ($y \leq -d_2$)

$$\Pi_{3z} = \int_0^\infty f_{z_3} \exp(\alpha_3 y) J_0(r\lambda) d\lambda \quad (2.18)$$

$$\Pi_{3y} = \cos(\varphi) \int_0^\infty f_{y_3} \exp(\alpha_3 y) J_1(r\lambda) d\lambda \quad (2.19)$$

Les fonctions inconnues $f_{z,y}$ et $g_{z,y}$ sont obtenues par l'application des conditions aux limites citées ci-dessus aux différentes interfaces [9]; ce qui mène à trouver la solution intégrale des champs électromagnétiques et d'atteindre l'expression de l'impédance mutuelle pour le cas d'un sol stratifié composé de trois couches y compris bien entendu le cas de deux couches.

L'un des premiers modèles de calcul de l'impédance mutuelle pour le cas d'un sol stratifié était le modèle de Sunde [9]. Pour ce modèle, l'auteur a traité le cas d'un sol composé de deux couches avant de développer une formule générale pour le cas de N couches. Mais dans cette approche, les stats sont considérées non magnétiques et l'effet de conduction dans les conducteurs est négligé.

L'expression de l'impédance mutuelle développée par Sunde pour le cas d'un sol stratifié composé de deux couches est donnée par :

$$Z_{gs} = \frac{\mu j \omega}{\pi} \int_0^\infty k_{12}(\lambda) \cos(\lambda x_{ij}) d\lambda \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} k_{12} &= \frac{((\alpha_1 + \alpha_2) + (\alpha_1 - \alpha_2)) \exp(-2\alpha_1 d_1)}{(\alpha_1 + \alpha_2)(\alpha_0 + \alpha_1) + (\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_0 - \alpha_1) \exp(-2\alpha_1 d_1)} \\ &= \frac{\beta_0 \beta_1 \frac{1 - \mu_{12} \exp(-2\alpha_1 d_1)}{1 + \mu_{12} \exp(-2\alpha_1 d_1)}}{\beta_0 + \beta_1 \frac{1 - \mu_{12} \exp(-2\alpha_1 d_1)}{1 + \mu_{12} \exp(-2\alpha_1 d_1)}} \end{aligned} \quad (2.21)$$

Avec :

$$\mu_{12} = (\beta_1 - \beta_2)/(\beta_1 + \beta_2)$$

$$\beta_i = \left(\frac{j\omega\mu}{\lambda^2 + \gamma_{gi}^2}\right)^{1/2}, \quad i = 0, 1, 2.$$

Pour le cas d'un sol composé de trois couches (Cf. Fig.2.1 b)) k_{12} est remplacé par k_{123} , ce qui donne :

$$k_{123} = \frac{\beta_0 \beta_1 \frac{1 - \mu_{123} \exp(-2\alpha_1 d_1)}{1 + \mu_{123} \exp(-2\alpha_1 d_1)}}{\beta_0 + \beta_1 \frac{1 - \mu_{123} \exp(-2\alpha_1 d_1)}{1 + \mu_{123} \exp(-2\alpha_1 d_1)}}$$

Avec :

$$\mu_{123} = (\beta_1 - \beta_2 k_{23})/(\beta_1 + \beta_2 k_{23})$$

$$k_{23} = \frac{1 - \mu_{23} \exp(-2\alpha_2 d_2)}{1 + \mu_{23} \exp(-2\alpha_2 d_2)}$$

$$\mu_{23} = (\beta_2 - \beta_3)/(\beta_2 + \beta_3)$$

$$\beta_i = \left(\frac{j\omega\mu}{\lambda^2 + \gamma_{gi}^2}\right)^{1/2}, \quad i = 0, 1, 2, 3.$$

Un autre modèle pour le calcul de l'influence de la terre stratifiée sur la ligne de transmission aérienne a été proposé par [10][63] Papadopoulos. Comme le modèle de Sunde, cette nouvelle approche est basée sur le mode quasi-TEM. Les équations de champ électromagnétique sont résolues en utilisant le potentiel vecteur de Hertz [9]. La différence entre les deux modèles réside dans la généralisation de la formulation de sorte à introduire l'effet du gradient de perméabilité magnétique inter-couches. De plus, le modèle de Papadopoulos introduit l'effet de l'admittance dans la caractérisation de la ligne en présence du sol stratifié limitée à deux couches.

La formulation proposée dans [10] est appliquée à un circuit de ligne de transmission triphasée pour le calcul des caractéristiques de propagation pour différentes structures du sol. Les modes de propagation sont décomposés en utilisant des transformations modales [64] et leurs

caractéristiques modales sont présentées pour des fréquences à partir de 50 Hz à 10 MHz, couvrant une large gamme d'ingénierie de puissance opérationnelle, de l'état stationnaire jusqu'aux transitoires frontaux rapides, y compris les applications de communication par ligne électrique.

En suivant la même procédure présentée par Sunde [9], on peut obtenir l'expression de l'impédance mutuelle suivante présentée par Papadopoulos [10][63] :

$$Z_{gp} = \frac{j\omega\mu_0}{\pi} \int_0^\infty F_p(\lambda) \exp(-\lambda(h_i + h_j)) \cos(x_{ij}\lambda) d\lambda \quad (2.22)$$

Avec

$$F_p(\lambda) = \mu_1 \frac{s_{12} + d_{12} \exp(-2\alpha_1 d_1)}{s_{01}s_{12} + d_{01}d_{12} \exp(-2\alpha_1 d_1)}$$

Et

$$s_{mn} = \alpha_m \mu_n + \alpha_n \mu_m$$

$$d_{mn} = \alpha_m \mu_n - \alpha_n \mu_m$$

Où les indices m et n prennent les valeurs 0, 1, 2, correspondant à l'air et les deux couches constituant le sol respectivement.

Un autre modèle plus rigoureux qu'on va présenter pour le calcul de l'impédance mutuelle du sol est le modèle de Nakagawa [11] ; ce modèle a exploré l'impédance mutuelle d'une terre composée de trois couches, ce qui n'a pas été développé dans le modèle de Papadopoulos. Pour atteindre une expression de l'impédance du retour du sol, le modèle de Nakagawa utilise comme les autres modèles le potentiel vecteur de Hertz. En outre, il suppose que le courant a une constante de propagation γ considérée imaginaire pure (jk) [8] dans le cadre de l'hypothèse d'un potentiel vecteur de Hertz proportionnel à $\exp(-\gamma_g z)$. Une telle hypothèse est équivalente à celle de la propagation des ondes planes.

L'expression générale de l'impédance mutuelle pour un sol composé de trois couches selon le modèle de Nakagawa est donnée par [11] :

$$Z_{gn} = j\omega \frac{\mu_0}{\pi} \int_0^\infty B_2 \exp(-(h_i + h_j)\lambda) \cos(x_{ij}\lambda) d\lambda \quad (2.23)$$

$$B_2 = [(c_1 + c_2)/((\lambda + \mu_0\chi_1)c_1 + (\lambda - \mu_0\chi_1)c_2)$$

$$c_1 = (\chi_1 + \chi_2)(\chi_2 + \chi_3) + (\chi_1 - \chi_2)(\chi_2 - \chi_3) \exp(-2\alpha_2 d_2)$$

$$c_2 = (\chi_1 - \chi_2)(\chi_2 + \chi_3) + (\chi_1 + \chi_2)(\chi_2 - \chi_3) \exp(-2\alpha_2 d_2) \exp(-2\alpha_1 d_1)$$

$$a_i = \sqrt{\lambda^2 + k^2 - k_i^2}, \chi_i = \frac{\alpha_i}{\mu_i}, i = 1, 2, 3.$$

En tendant d_2 à l'infini, on peut obtenir l'expression de l'impédance mutuelle pour un sol composé de deux couches en remplaçant dans l'expression (2.23) B_2 par B_3 :

$$B_3 = \frac{(\chi_1 + \chi_2) + (\chi_1 - \chi_2) \exp(-2a_1 d_1)}{((\lambda + \mu_0\chi_1)(\chi_1 + \chi_2) + (\lambda - \mu_0\chi_1)(\chi_1 - \chi_2) \exp(-2a_1 d_1))}$$

Pour calculer les intégrales présentes dans (2.20), (2.22) et (2.23), on peut utiliser des méthodes d'intégration numériques, comme la quadrature gaussienne ou la quadrature de Clenshaw-Curtis, vu que les intégrands ne contiennent pas des singularités ou des facteurs très oscillants dans l'intervalle de fréquence de l'approximation quasi-TEM. Néanmoins, on peut passer d'une intégrale semi-finie à une intégrale finie, en utilisant une méthode basée sur la transformation de la variable indépendante de manière à ce que toutes les dérivées de l'intégrand s'annulent aux deux extrémités du nouvel intervalle d'intégration. Pour procéder, on a commencé par faire un changement de variable $\lambda = (1 - t)/t$, ce qui permet de passer d'un intervalle $0 \leq \lambda \leq \infty$ à un intervalle $0 < \lambda \leq 1$. Donc Z_{gs} , Z_{gp} et Z_{gn} peuvent s'exprimer comme suit :

$$\int_0^\infty F(\lambda) d\lambda = \int_0^1 F\left(\frac{1-t}{t}\right) \frac{1}{t^2} dt \quad (2.24)$$

Où $F(\lambda) = F_s(\lambda) \cos(\lambda x)$, ou $F(\lambda) = F_p(\lambda) \exp(-\lambda(h_i + h_j)) \cos(x_{ij}\lambda)$ ou bien $F(\lambda) = B_2 \exp(-(h_i + h_j)\lambda) \cos(x_{ij}\lambda)$. En appliquant la transformation IMT [65] qui élimine la singularité au point $t = 0$:

$$\phi_0(t) = \exp\left(1 - \frac{1}{t}\right)$$

$$\psi_0(t) = \frac{1}{K} \int_0^t \phi_0(t) dt, \quad K = \int_0^1 \phi_0(t) dt \simeq 0.403653,$$

et en adoptant le nouveau changement de variable $t = \psi_0(v)$, on obtient l'expression suivante :

$$\int_0^\infty F(\lambda) d\lambda = \frac{1}{K} \int_0^1 \phi_0(v) F\left(\frac{(1 - \psi_0(v))}{\psi_0(v)}\right) \frac{1}{\psi_0(v)^2} dv \quad (2.25)$$

L'application de la quadrature de Legendre à l'intervalle $0 < t \leq 1$ se traduit par la quadrature IMT-Legendre qui peut être mise sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \int_0^\infty F(\lambda) d\lambda &= \frac{1}{K} \sum_{i=1}^n \omega_i \phi_0\left(\frac{x_i + 1}{2}\right) F\left(\frac{(1 - \psi_0(\frac{x_i + 1}{2}))}{\psi_0(\frac{x_i + 1}{2})}\right) \frac{1}{\psi_0(\frac{x_i + 1}{2})^2} \\ &= \sum_{i=1}^n \omega_i g(X_{IMT}) \end{aligned} \quad (2.26)$$

Avec :

$$g(X_{IMT}) = \frac{\phi_0(\frac{x_i + 1}{2}) F\left(\frac{(1 - \psi_0(\frac{x_i + 1}{2}))}{\psi_0(\frac{x_i + 1}{2})}\right) \frac{1}{\psi_0(\frac{x_i + 1}{2})^2}}{K}$$

Et $\omega_i = \frac{2}{1 - x_i^2 [P'_n(x_i)]^2}$ et x_i est le i -ème zéro du polynôme de Legendre $P_n(x)$.

L'évaluation des intégrales par la méthode IMT-Legendre repose sur l'utilisation de la quadrature Gauss-Legendre à 17 points. Le tableau (2.1) indique les zéros et les poids du polynôme $P_n(x)$, ainsi que les abscisses X_{IMT} .

TAB. 2.1: Abscisses de la quadrature IMT-Legendre .

Abscisses x_i	Poids ω_i	X_{IMT}
0.004471226	0.0120742	0.
0.0246622	0.0277298	0.
0.0598804	0.0425181	$1.21148.10^{-9}$
0.109243	0.0559419	$7.07816.10^{-6}$
0.171164	0.0675682	0.00043858
0.243655	0.0770229	0.0046408
0.324384	0.0840021	0.0210076
0.410758	0.0882814	0.0594763
0.5	0.0897232	0.126382
0.589242	0.0882814	0.222165
0.675616	0.0840021	0.341766
0.756345	0.0770229	0.476213
0.828836	0.0675682	0.614405
0.890757	0.0559419	0.744699
0.94012	0.0425181	0.856185
0.975338	0.0277298	0.939662
0.995288	0.0120742	0.988353

Le passage de l'intervalle $t \geq 0$ à $0 < t \leq 1$ a fait apparaître des singularités au voisinage des bornes de l'intervalle $0 < t \leq 1$. La méthode IMT-Legendre est utilisée pour éliminer ces singularités. D'après la figure (2.2), on remarque que la contribution maximale à l'intégrale entre 0 et 1 provient du voisinage de 0.5.

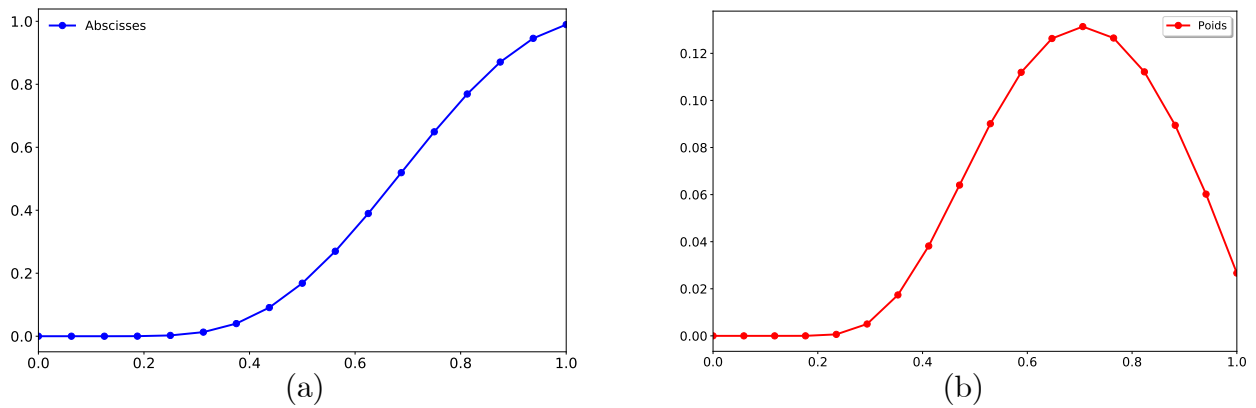


FIG. 2.2: Abscisses et poids de la quadrature IMT-legendre

2.3. Ajustement vectoriel (Vector fitting Method : VF)

Le VF [25] est une méthode numérique robuste d'approximation rationnelle dans le domaine fréquentiel utilisant des pôles et des résidus. Elle permet de calculer des modèles multi-ports directement à partir des réponses en fréquence mesurées ou calculées. L'approximation résultante garantit des pôles stables qui sont réels ou se présentent sous forme de paires conjuguées complexes et le modèle peut être directement converti en un modèle d'espace d'états.

L'ajustement vectoriel (VF) est largement appliqué dans de nombreuses sociétés d'ingénierie, des systèmes d'alimentation haute tension aux systèmes micro-ondes et à l'électronique haute vitesse. L'application consiste généralement à calculer un macro-modèle passif d'ordre réduit à partir de la caractérisation des réponses en fréquence. Ces macro-modèles permettent une simulation efficace des domaines temporels dans des simulateurs de circuits tels que EMTP et SPICE, en utilisant un circuit équivalent ou une convolution récursive.

L'analyse temporelle de ligne de transmission au dessus d'un sol stratifié présentée dans ce travail exige que tous les paramètres linéiques soient exprimés dans le domaine temporel, y compris l'impédance de retour du sol, ce qui nous a conduit à utiliser l'algorithme VF pour atteindre une expression qui va faciliter la tâche pour faire une transformation dans le domaine temps.

Considérons un système de câbles aériens au dessus d'un sol stratifié (Cf. 2.1). L'impédance série $\mathbf{Z}$ peut être considérée comme étant constituée de deux composantes [26][59] :

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z}_w + \mathbf{Z}_e \quad (2.27)$$

Où $\mathbf{Z}_w$ représente les impédances internes par unité de longueur des conducteurs dans le système de câbles. Pour des conducteurs solides et minces, $\mathbf{Z}_w$ est définie par [60] :

$$Z_{w,mn} \simeq \delta_{mn} \left(\frac{\gamma_{wn}}{2\pi r \sigma_{wn}} \right) \frac{I_0(k_{wn} r_c)}{I_1(k_{wn} r_c)}, \delta_{mn} = \begin{cases} 1, & m = n \\ 0, & m \neq n \end{cases},$$

où $\gamma_{wn} = \sqrt{s\mu_{wn}(\sigma_{wn} + s\varepsilon_{wn})}$ et $\mu_{wn}, \varepsilon_{wn}, \sigma_{wn}$, sont les paramètres électriques caractérisant le $n^{ème}$ conducteur. I_0, I_1 sont les fonctions de Bessel modifiées. $\mathbf{Z}_e$ est le terme d'impédance du retour de la terre exprimé ainsi :

$$\mathbf{Z}_e = s\mathbf{L} + \mathbf{Z}_n \quad (2.28)$$

avec $\mathbf{L}$ est la matrice inductance par unité de longueur de la ligne dont les éléments sont définis par :

$$L_{mn} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left(\frac{\rho_{mn}^*}{\rho_{mn}} \right), \quad (2.29)$$

avec $\rho_{mn} = \sqrt{(x_m - x_n)^2 + (y_m - y_n)^2}$ et $\rho_{mn}^* = \sqrt{(x_m - x_n)^2 + (y_m + y_n)^2}$. Pour un seul conducteur, $\rho_{mn} = r$ et $\rho_{mn}^* = 2y_n$ ($m = n$). La matrice $\mathbf{Z}_n$ représente les pertes de déplacement dans le sol stratifié.

Une approximation rationnelle de (2.27), basée sur les points de données d'analyse de réponse en fréquence, peut être effectuée en utilisant l'algorithme VF, ce qui permet d'obtenir une expression en fonction d'une somme de M fractions simples de pôles p_n et de résidus correspondants $\hat{k}_n$:

$$\mathbf{Z}(s) = \mathbf{P}(s) + s\mathbf{L}, \quad (2.30)$$

avec :

$$\mathbf{P}(s) = \sum_{n=1}^M \frac{\hat{k}_n}{(s - p_n)} + s\mathbf{D} + \mathbf{R}$$

$\mathbf{P}(s)$ est l'approximation de la matrice $\mathbf{Z}'$ définie par $\mathbf{Z}' = \mathbf{Z} - s\mathbf{L}$.

Les résidus $\hat{k}_i$ et les pôles p_i sont soit des quantités réelles, soit ils peuvent être représentés sous forme de paires conjuguées complexes, tandis que $\mathbf{D}$ et $\mathbf{R}$ sont respectivement un terme proportionnel et un terme constant. L'algorithme VF permet d'établir l'approximation (2.30) en suivant un processus basé sur l'utilisation d'une fonction inconnue $\hat{g}(s) = \sum_{n=1}^M \frac{\check{r}_n}{s - \bar{a}_n} + 1$ et des pôles de départ $\bar{a}_n$ qui doivent en général être complexes.

La première étape repose sur l'identification des pôles en multipliant $\mathbf{P}(s)$ qui une approximation de $(Z(s) - sL)$ en fonction des pôles de départ par une fonction inconnue $\hat{g}(s)$, et en introduisant une approximation rationnelle pour $\hat{g}(s)$ comme suit :

$$\begin{bmatrix} \hat{g}(s)\mathbf{P}(s) \\ \hat{g}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{n=1}^M \frac{\hat{k}_n}{(s - \bar{a}_n)} + s\mathbf{D} + \mathbf{R} \\ \sum_{n=1}^M \frac{\check{r}_n}{s - \bar{a}_n} + 1 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

Notons que dans (2.31), l'approximation rationnelle de $\hat{g}(s)$ a les mêmes pôles que l'approximation $\hat{g}(s)P(s)$.

En multipliant la deuxième ligne de (2.31) par $\mathbf{P}(s)$, on trouve la relation suivante :

$$\left(\sum_{n=1}^M \frac{\hat{k}_n}{(s - \bar{a}_n)} + s\mathbf{D} + \mathbf{R} \right) = \left(\sum_{n=1}^M \frac{\check{r}_n}{s - \bar{a}_n} + 1 \right) \mathbf{P}(s) \quad (2.32)$$

L'équation obtenue dans (2.32) est linéaire d'inconnues $\hat{k}_n$, D , R et $\check{r}_n$. En substituant à s les échantillons fréquentiels $s_k = j\omega_k$ du domaine de fréquence considéré dans (2.32), on obtient le système linéaire sous la forme suivante [29][25] :

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \quad (2.33)$$

$\mathbf{x}$ est le vecteur des inconnues citées ci-dessus. Notons que lorsque le nombre d'échantillons est très grand, le système devient sur-déterminé et sa résolution est effectuée au sens des moindres carrés. Une fois les inconnues déterminées, on cherche les pôles de $\mathbf{P}(s)$ qui coïncident avec les zéros de $\hat{g}(s)$. Les nouveaux pôles ainsi obtenus seront réutilisés comme nouvelles valeurs des a_n et le processus itératif est ainsi établi jusqu'à convergence.

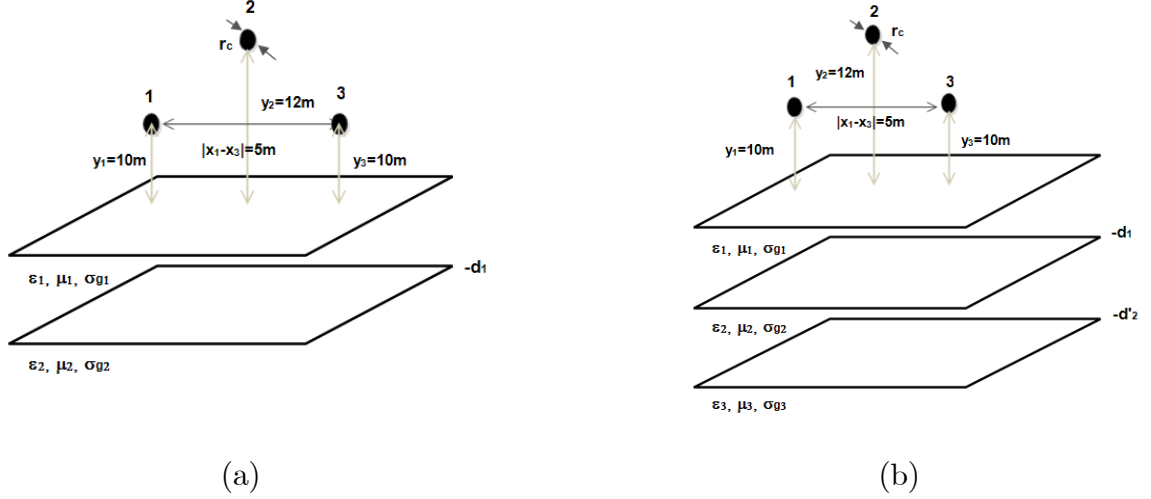


FIG. 2.3: Géométrie de la structure stratifiée. a) pour un sol à deux couches. b) pour un sol à trois couches

2.4. Résultats et discussions

La géométrie de la structure considérée est illustrée à la figure (2.3). Elle est composée d'une ligne de transmission de trois conducteurs de même rayon $r_c = 2.5mm$ placés à des hauteurs $h_1 = 10m$, $h_2 = 12m$ et $h_3 = 10m$. Les trois conducteurs sont placés au dessus d'un sol stratifié : un sol composé de deux couches (2.3 a)) et un sol composé de trois couches (2.3 b)). Chaque couche est caractérisée par une permittivité ϵ , une conductivité σ et une perméabilité $\mu = \mu_0$. Notons que tout les résultats présentés dans ce chapitre sont pour le premier conducteur. Premièrement, nous commençons par comparer les trois modèles Sunde, Nakagawa et Papadopoulos pour un sol stratifié composé de deux couches (Cf. Fig. (2.4)). L'effet de propagation négligé par Sunde par rapport aux deux autres modèles se révèle au voisinage d'une fréquence égale à 10^7 (Cf. Fig. (2.4 b)) et 10^6 (Cf. Fig. (2.4 b)), mais l'influence de cet effet augmente lorsque la structure est composée de trois couches (2.5), ce qui montre que le modèle de Nakagawa pour le calcul de l'impédance mutuelle de la terre est plus complet par rapport aux autres modèles car d'une part, il traite le cas d'un sol à deux couches et trois couches et d'autre part, l'effet de la propagation n'est pas négligé dans ces calculs, ce qui rend ce modèle, un modèle de référence rigoureux pour la suite de nos calculs.

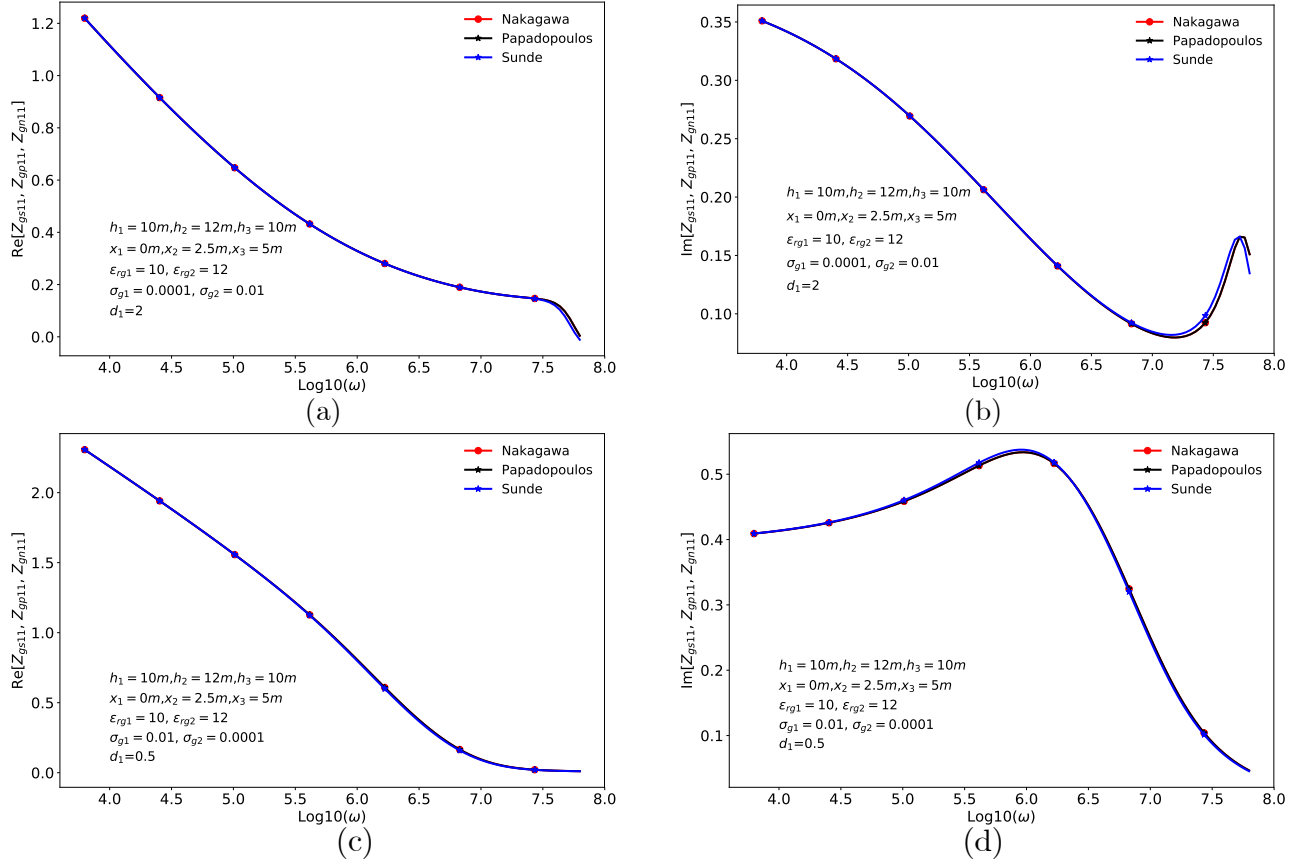


FIG. 2.4: Comparaison entre le modèle de Sunde, Nakagawa et Papadopolous pour le calcul de l'impédance du retour d'un sol à deux couches.

Deuxièmement, nous étudions la variation de plusieurs paramètres pour voir leurs effets sur l'impédance mutuelle à savoir les épaisseurs d_1 et d_2 , la conductivité σ_g et la permittivité relative ϵ_{rg} . L'épaisseur d_1 pour le cas d'un sol stratifié à deux couches (Cf. Fig. 2.3 a)) a un effet plus important lorsque la première couche a une conductivité $\sigma_{g1} = 0.01$ S/m (Cf. Fig. 2.6 c), d)) c'est-à-dire que cette couche n'est pas très absorbante (peu de pertes) par rapport à celle prise dans (2.6 a), b)) où $\sigma_{g1} = 0.0001$ S/m et l'effet de d_1 n'est pas très remarquable, ceci est confirmé par la figure (2.7) qui représente l'influence de la conductivité sur l'impédance du sol où on remarque qu'effectivement la première couche cause plus d'effet lorsqu'elle est moins absorbante $\sigma_{g1} = 0.01$ S/m que la deuxième couche $\sigma_{g2} = 0.0001$ S/m. En ce qui concerne le dernier paramètre ϵ_{rg} , on remarque qu'il n'a pas une influence sur l'impédance (2.8).

Lorsqu'on passe d'un sol stratifié à deux couches à un sol à trois couches, la même influence des paramètres sur l'impédance pour un sol à deux couches reste valable pour une terre composée de trois couches (Cf. Figs : (2.9)(2.10)(2.11) et (2.12)), mais la conséquence supplémentaire

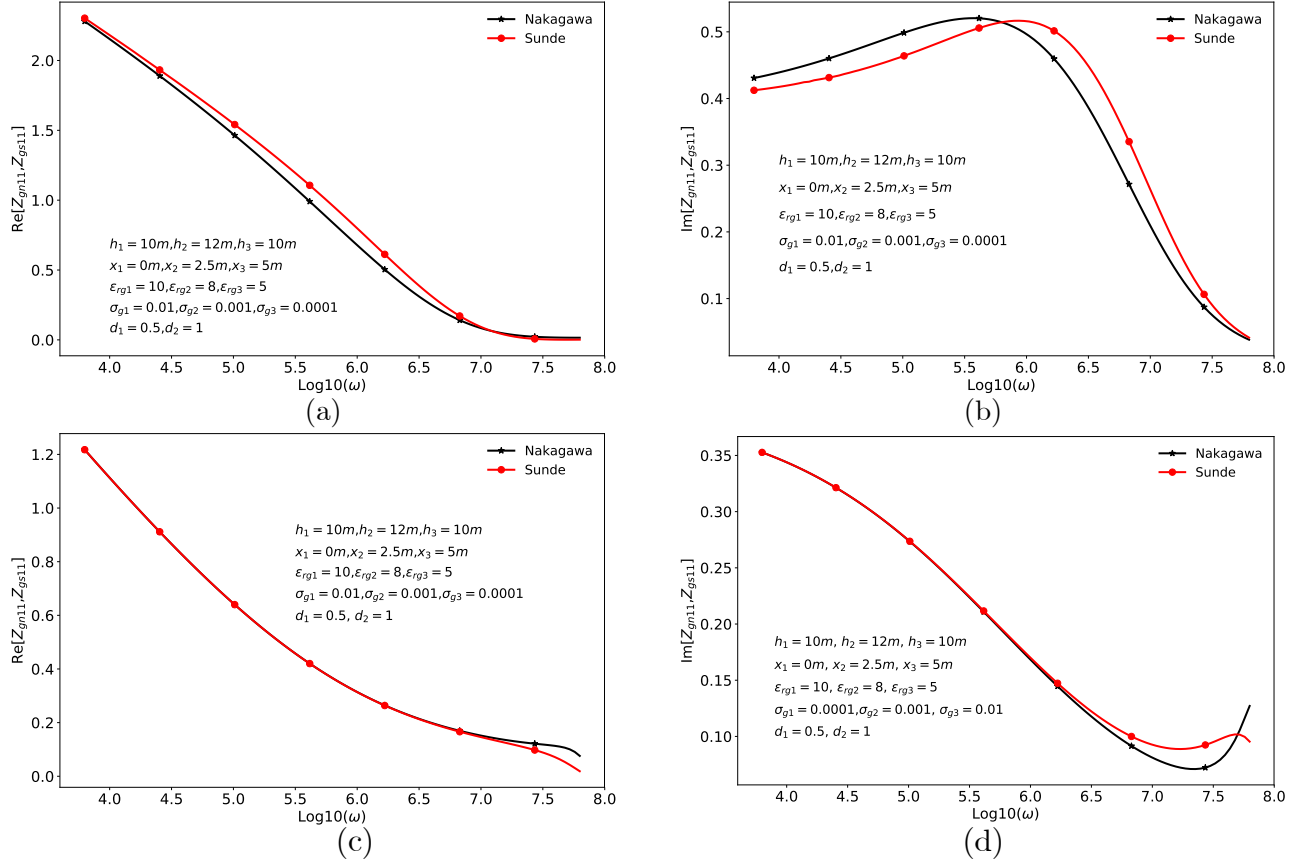


FIG. 2.5: Comparaison entre le modèle de Nakagawa et Sunde pour le calcul de l'impédance du retour d'un sol à trois couches.

qu'on peut établir pour le cas d'un sol à trois couches est que l'effet de l'épaisseur d_1 est toujours très important par rapport à celui de la deuxième couche d_2 (2.9) et (2.10).

La figure (2.13) illustre l'approximation rationnelle de l'impédance série (2.30) basée sur le modèle de Nakagawa à trois couches pour différents nombres d'itérations. L'examen de ces figures montre que pour obtenir une bonne approximation, le nombre d'itérations doit être supérieur à 12, et ceci est valable même si on change de paramètres.

Le tableau (2.14) montre les pôles et les résidus associés à l'expression de l'impédance série (2.30) pour $\sigma_{g1} = 0.01\text{S/m}$, $\sigma_{g2} = 0.001\text{S/m}$, $\sigma_{g3} = 0.0001\text{S/m}$, $\epsilon_{rg1} = 10$, $\epsilon_{rg2} = 8$, $\epsilon_{rg3} = 5$ et $M=12$. Le terme proportionnel et le terme constant sont donnés par : $D = 0.106761897e^{-08}$, $R = 1.76134707$. Il convient de souligner que certains pôles peuvent être instables, ce problème est surmonté en inversant le signe de leurs parties réelles.

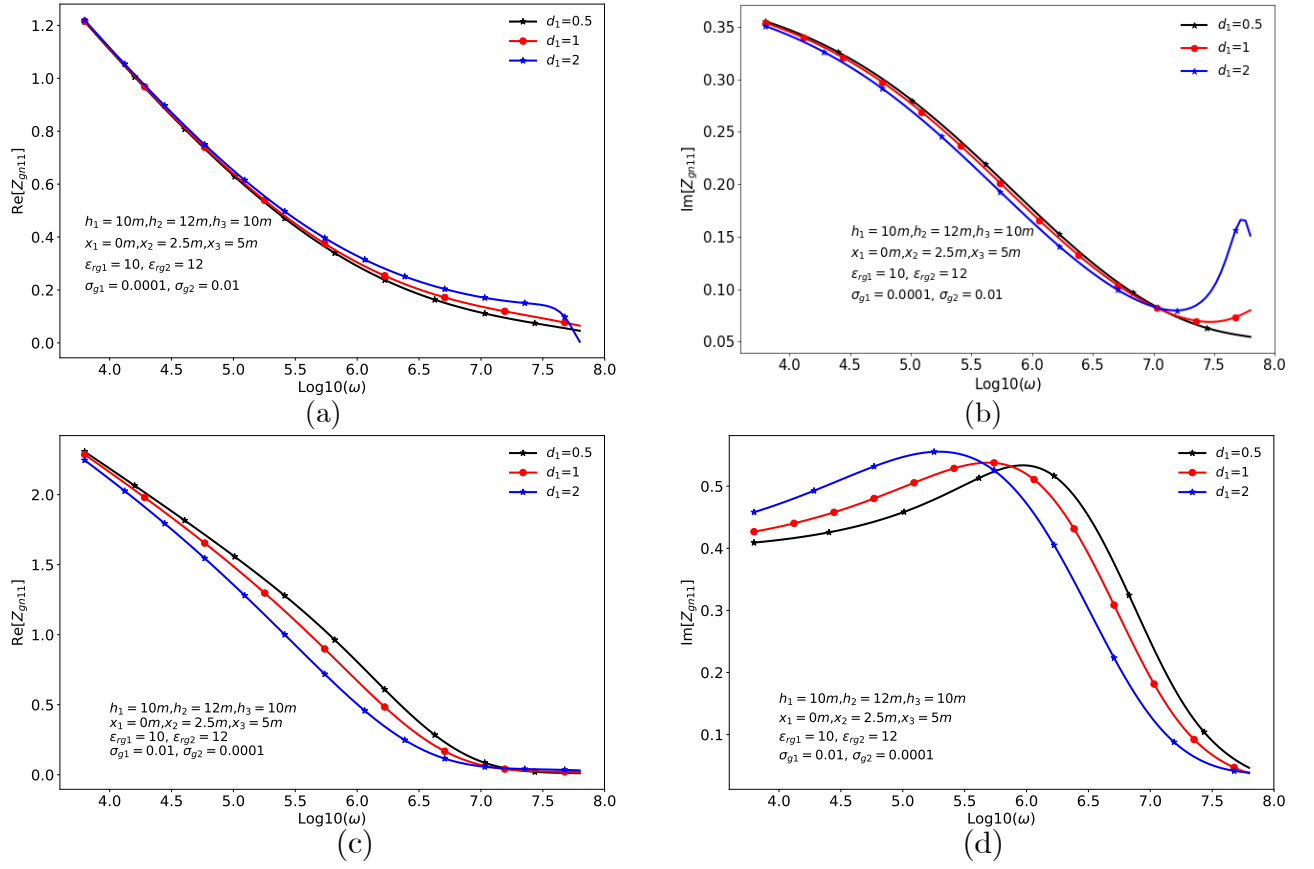


FIG. 2.6: Variation de l'impédance mutuelle pour un sol stratifié à deux couches pour différentes valeurs de la profondeur d_1 .

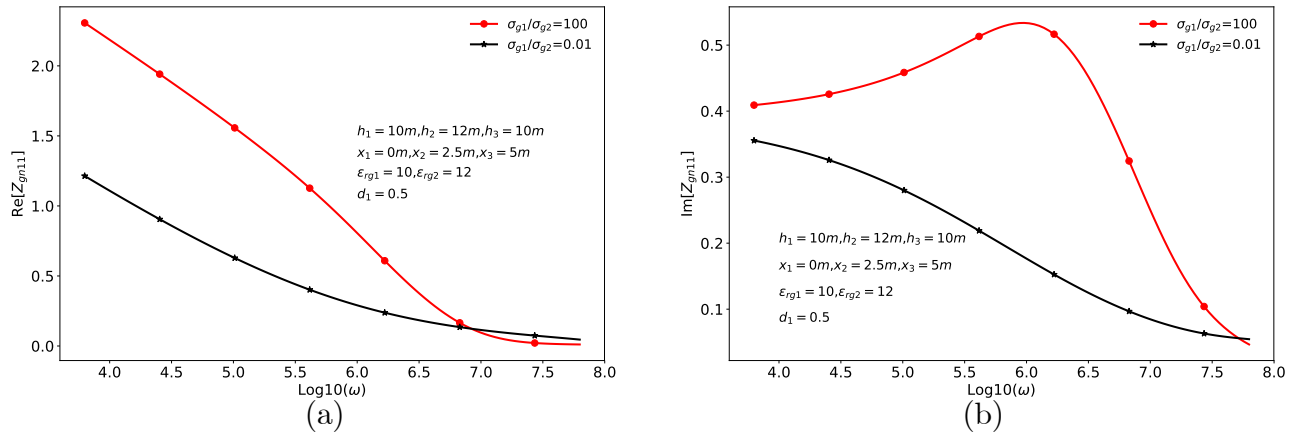


FIG. 2.7: Influence de la conductivité sur l'impédance mutuelle pour un sol stratifié à deux couches.

2.5. Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté les trois modèles connus pour le calcul de l'impédance mutuelle à savoir le modèle de Sunde, modèle de Papadopolous et le modèle de Nakagawa.

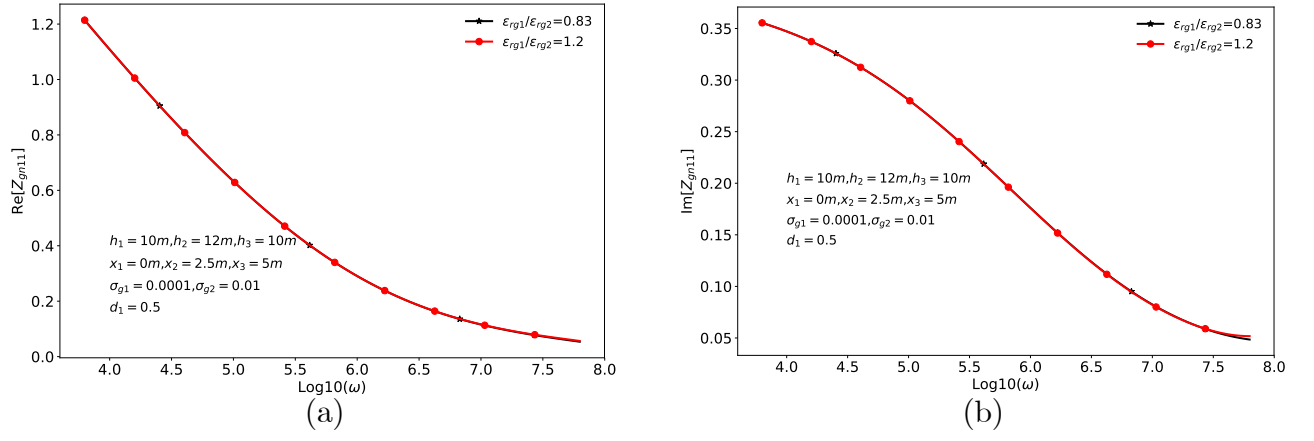


FIG. 2.8: Influence de la permittivité sur l'impédance mutuelle pour un sol stratifié à deux couches.

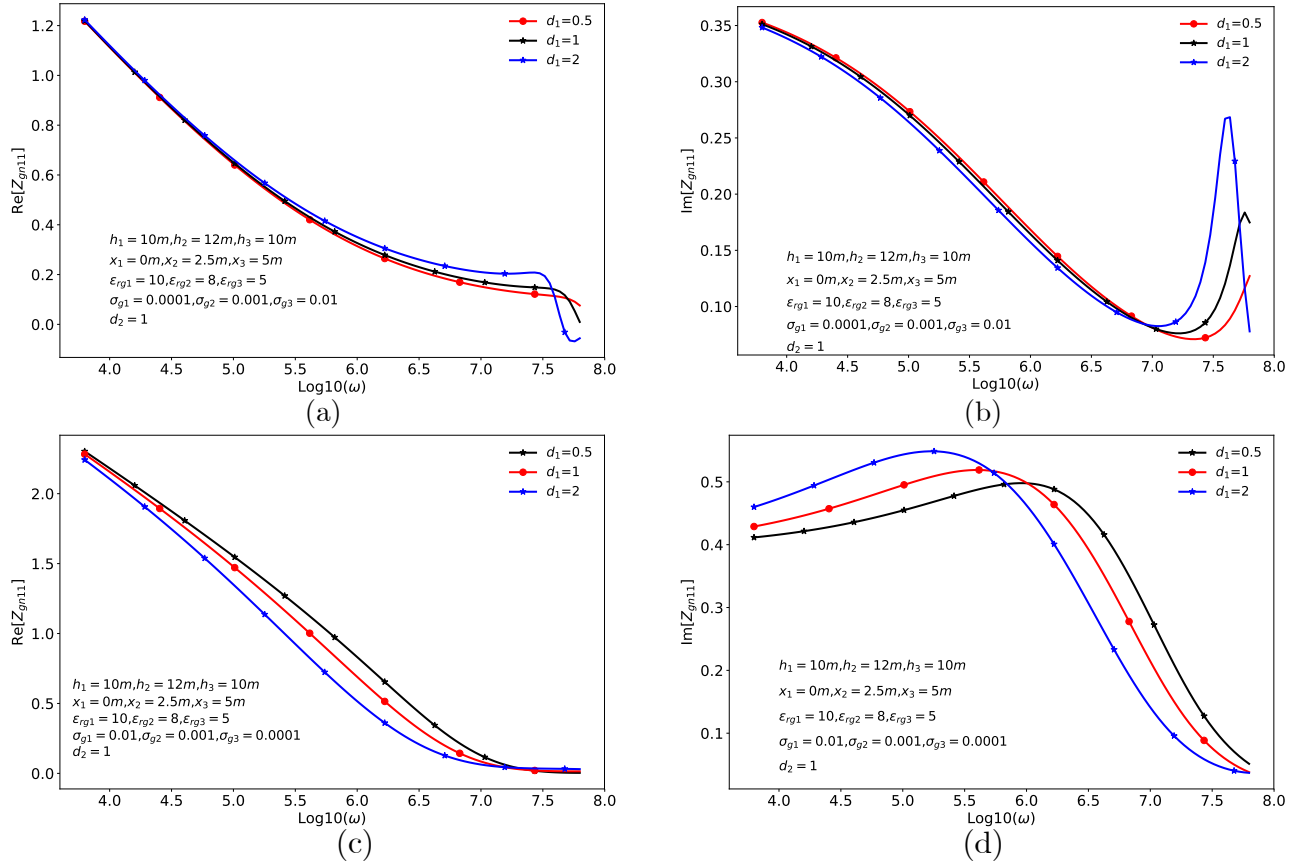


FIG. 2.9: Variation de l'impédance mutuelle pour un sol stratifié à trois couches pour différentes valeurs de la profondeur de la deuxième couche d_1 .

L'étude de ces modèles mène à déduire que l'expression de l'impédance mutuelle proposée par Nakagawa est plus efficace par rapport aux autres modèles. Ceci revient au fait que l'effet de propagation est pris en considération dans ces études ce qui n'est pas le cas pour le modèle de

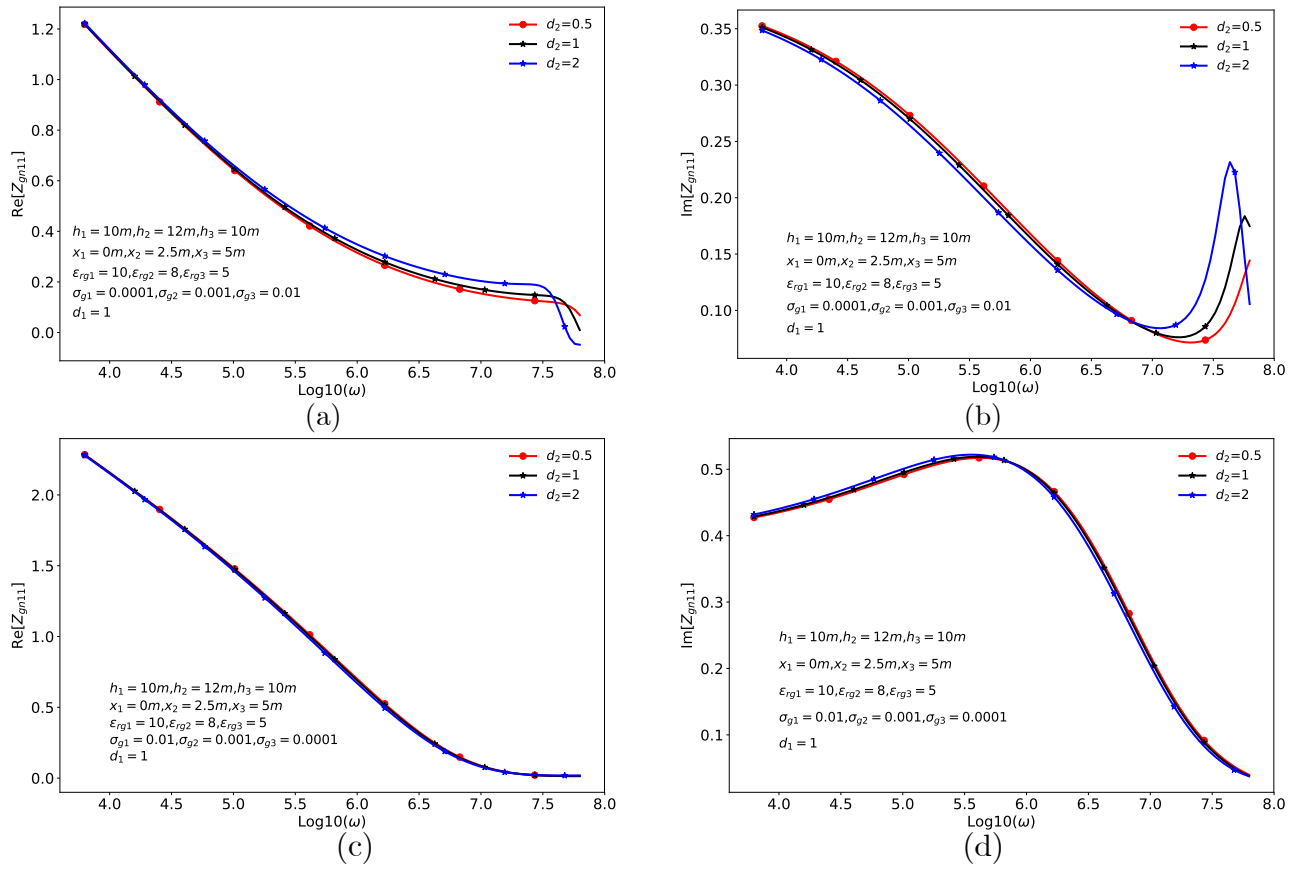


FIG. 2.10: Variation de l'impédance mutuelle pour un sol stratifié à trois couches pour différentes valeurs de la profondeur de la deuxième couche d_2 .

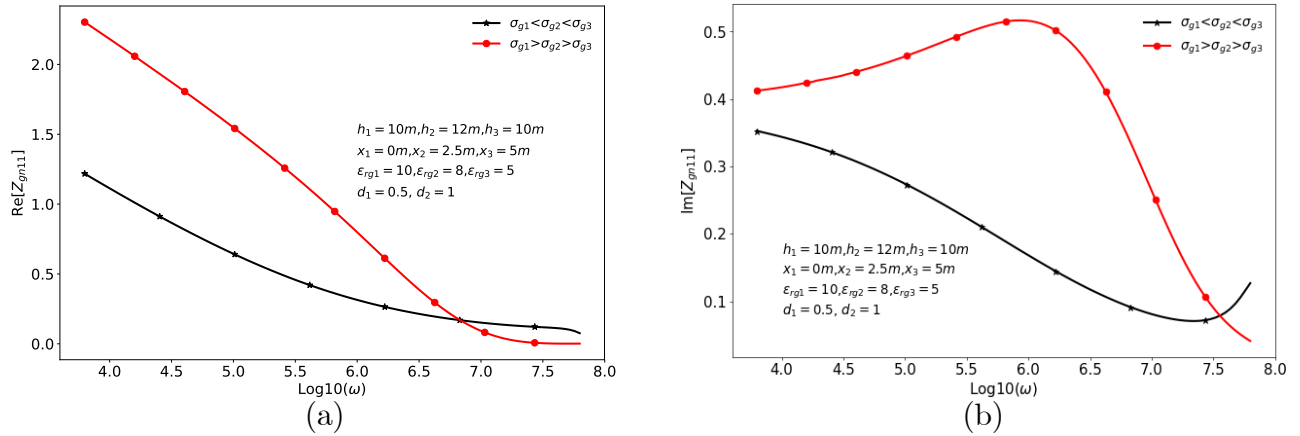


FIG. 2.11: Influence de la conductivité sur l'impédance mutuelle pour un sol stratifié à trois couches.

Sunde. De plus, le modèle de Nakagwa traite le cas d'un sol stratifié composé de deux couches et de trois couches, alors que Papadopolous s'est limité à traiter seulement le cas d'un sol stratifié à deux couches.

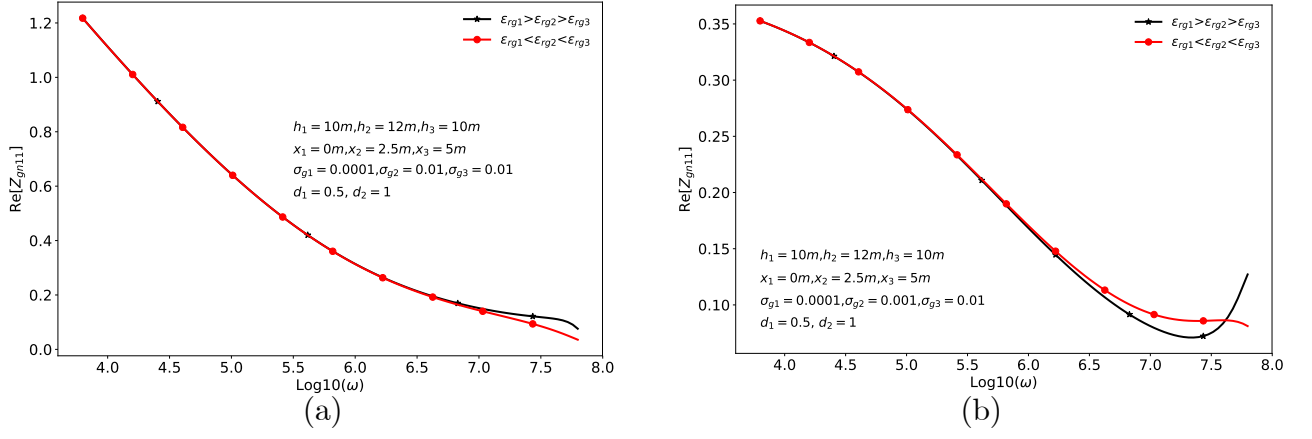


FIG. 2.12: Influence de la permittivité sur l'impédance mutuelle pour un sol stratifié à trois couches.

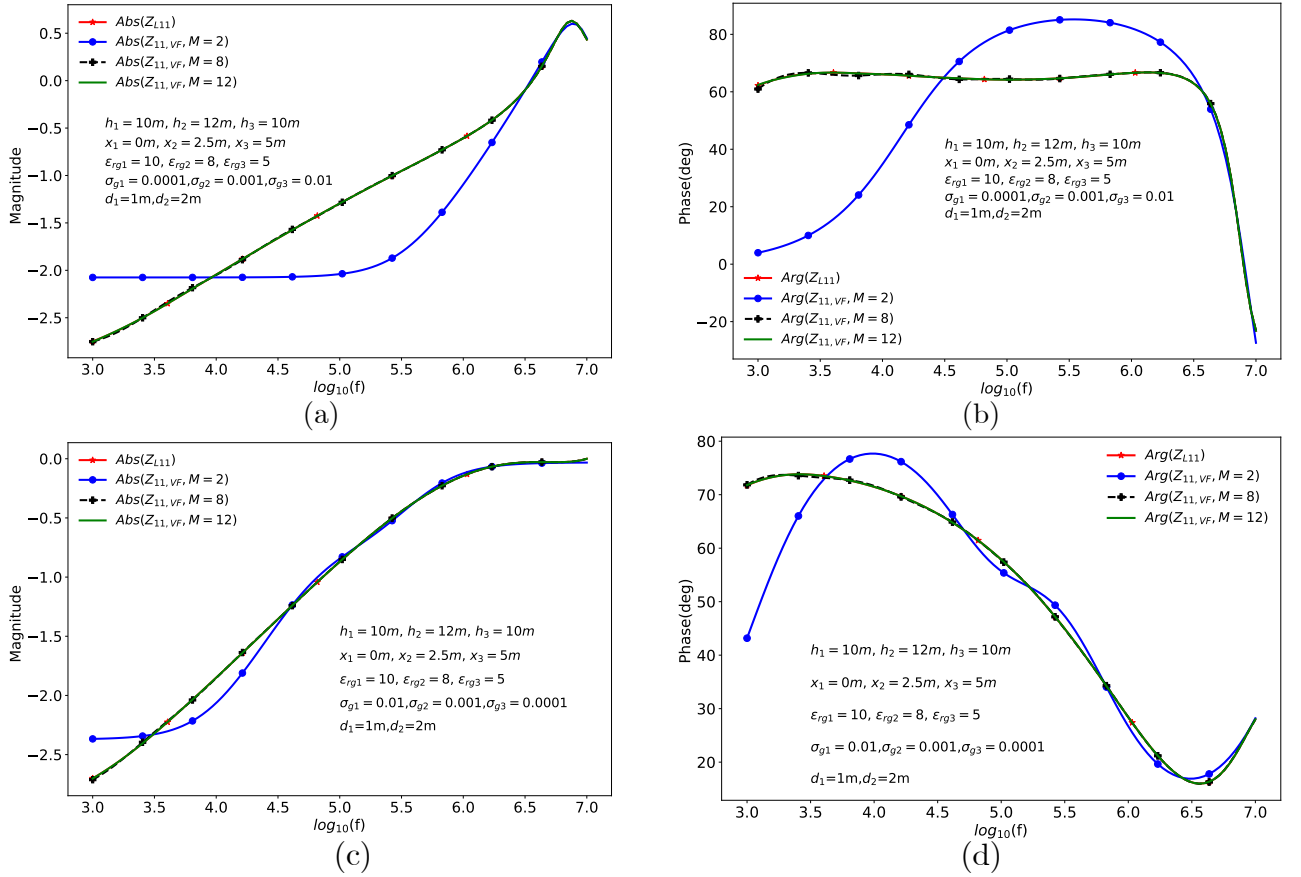


FIG. 2.13: L'approximation rationnelle de l'impédance série en utilisant l'algorithme du vecteur fitting en fonction de nombre d'itérations M .

L'étude de l'influence des paramètres du sol sur l'impédance mutuelle conduit à conclure que l'effet de la conductivité de la première couche est plus grande quand sa valeur est supérieure à celle la deuxième couche. Pour le cas d'un sol stratifié à trois couches l'épaisseur de la

i	Poles p_i	Residues $\hat{k}_i$
1	-0.00063774e+07	-7.21030681
2	-0.00255334e+07	-1.07327712e+02
3	-0.00782467e+07	-8.91630964e+02
4	-0.02195359e+07	-6.94736753e+03
5	-0.05730597e+07	-4.63107573e+04
6	-0.13974620e+07	-2.51025382e+05
7	-0.31864848e+07	-1.00013427e+06
8	-0.68839221e+07	-2.45757614e+06
9	-1.78929180e+07	-8.49736691e+06
10	-2.06824396e+07	1.12072323e+07
11	(-6.81757816+ 7.18794490j)e+07	-3.20849465e+07
12	(-6.81757816- 7.18794490j)e+07	-3.20849465e+07

FIG. 2.14: Pôles p_i et résidus associés pour les paramètres : $\sigma_{g1} = 0.01\text{S/m}$, $\sigma_{g2} = 0.001\text{S/m}$, $\sigma_{g3} = 0.0001\text{S/m}$, $\varepsilon_{rg1} = 10$, $\varepsilon_{rg2} = 8$, $\varepsilon_{rg3} = 5$ et $M=12$.

première couche présente un grand effet sur la variation de l'impédance par rapport à l'effet de la deuxième couche où il y a un léger effet.

Le dernier point abordé dans ce chapitre 2 été l'approximation rationnelle de l'impédance de retour du sol en utilisant l'algorithme du vecteur fitting. L'utilisation de cet algorithme conduit à déduire que pour obtenir une meilleure approximation le nombre d'itérations utilisé doit être égal ou supérieur à 12.

CHAPITRE 3

L'analyse transitoire d'une ligne aérienne en présence d'un sol stratifié

3.1. Introduction

L'utilisation de la ligne de transmission qui apparait dans plusieurs domaines incluant les lignes aériennes et câbles de transmission ainsi que les interconnexions VLSI nécessite une simulation efficace et précise. L'intégration de la ligne de transmission dans un simulateur de circuit requiert une analyse temporelle du fait que les non-linéarités s'expriment généralement en termes de relations tension-courant dans le domaine temps. De nombreux travaux ont traité la réponse temporelle de ligne de transmission. L'un des premiers modèles est celui développé par Branin [70]. Ce modèle utilise la méthode des caractéristiques, mais il n'est valable que pour une ligne de transmission sans pertes. Le problème de la modélisation de ligne de transmission avec des paramètres dépendant de la fréquence, qui est devenue un sujet important dans le domaine des systèmes électriques, a été étudiée par Budner [71]. Il a envisagé une analyse modale et inclut des paramètres dépendant de la fréquence de la ligne en utilisant une convolution des tensions modales avec la transformation de Fourier inverse des paramètres d'admittance de la ligne.

La méthode des différences finies dans le domaine temporel est un moyen commun d'estimer la réponse transitoire des lignes de transmission [27] [72]. Les dérivées qui apparaissent dans les équations couplées des télégraphistes (MTL) sont souvent approximées par un schéma (temps-espace) de différences finies (FDTD) centrales du second ordre selon le schéma « leapfrog » [29]. Rachidi et al. dans [12] ont présenté une solution des équations de couplage pour calculer les tensions induites par la foudre dans une ligne de transmission avec pertes au-dessus d'un sol homogène en utilisant la méthode FDTD et le modèle d'impédance de retour du sol développée par Sunde. Un traitement numérique judicieux de la singularité émanant de la transformée de Fourier inverse de l'impédance de retour du sol a permis de dériver une forme appropriée des

équations de couplage dans lesquelles il n'y a plus de terme singulier. Cependant, l'utilisation du modèle de Sunde engendre des résultats moins précis pour la raison citée dans le chapitre précédent. Une méthode efficace a été proposée par Kordi et al. [26] basée sur la méthode des différences finies capable de modéliser une ligne de transmission dispersive dont les paramètres linéiques dépendent de la fréquence introduite par l'effet des pertes dans le sol homogène. Le modèle proposé est facilement intégrable dans un simulateur de circuits électriques tel que EMPTP ou PSCAD.

Le but de ce chapitre est d'utiliser la méthode FDTD pour étudier le comportement transitoire de la ligne aérienne. L'utilisation de cette méthode nécessite que tous les paramètres soient exprimés dans le domaine temporel, y compris l'impédance de retour du sol. L'algorithme de l'ajustement vectoriel (Vector Fitting : VF) proposé par Gustavsen et Semlyen dans [25] est utilisé pour transformer les paramètres linéiques de la ligne aérienne du domaine fréquentiel vers le domaine temporel. Une telle transformation fait apparaître une intégrale de convolution entre l'impédance linéique et la dérivée du courant par rapport au temps. Pour calculer cette intégrale de convolution un nouveau schéma aux différences finies récursif est introduit. Ce dernier repose sur l'approximation polynomiale par morceaux sur un intervalle de longueur $2\Delta t$ (Δt : le pas d'échantillonnage de la méthode FDTD) qui est plus rigoureuse que la linéarisation par morceaux utilisée par Kordi et al. [26]. De plus, dans la méthode FDTD, la résolution spatiale Δz et le pas du temps Δt doivent être choisis en fonction de la condition de stabilité suivante [58] (the Courant-Friedrich-Levy (CFL) condition) :

$$\Delta t \leq \frac{\Delta z}{v_p}$$

Où v_p est la vitesse de propagation dans la ligne.

Puisque le problème traité dans ce chapitre implique un milieu stratifié, la méthode FDTD en conjonction avec l'algorithme VF reste une approche très simple et efficace pour estimer la réponse transitoire d'une ligne aérienne en comparaison avec à la méthode des moments-opérateur admittance surfacique (MoM-SO) plus appropriée pour un milieu homogène. Davidson [73] donne deux tableaux comparant les techniques FDTD, MoM-SO et éléments finis

FEM. Dans ce travail, un modèle équivalent qui consiste à réduire un système composé de trois conducteurs à un système composé de deux conducteurs est également établi.

3.2. Formulation des équations des lignes de transmission

Considérons une structure composée de N conducteurs du même rayon r_c , situés à une position x_j , une hauteur y_j ($j = 1, 2, \dots, N$) et parallèles avec l'axe z (Cf figure 3.1). Les conducteurs sont placés dans l'espace libre (air) au-dessus d'une terre composée de trois couches. Le milieu $y > 0$ est caractérisé par la perméabilité μ_0 et la permittivité ϵ_0 du vide. Les couches du sol sont caractérisées par une permittivité $\epsilon_i = \epsilon_0 \epsilon_{rgi}$, une conductivité σ_{gi} et sont supposées non magnétiques, ($i = 1, 2, 3$). La 3ème couche est considérée semi-infinie. Dans le cadre du mode de propagation quasi-TEM, la ligne aérienne illustrée à la figure (3.1) est décrite dans le domaine de Laplace s par les équations télégraphistes (3.1) et (3.2) liant les tensions et les courants de la ligne [1][29] suivantes :

$$\frac{\partial \mathbf{I}(z, s)}{\partial z} + \mathbf{YV}(z, s) = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}(z, s)}{\partial z} + \mathbf{ZI}(z, s) = 0 \quad (3.2)$$

Où $\mathbf{V}$ est le vecteur tension, $\mathbf{I}$ est le vecteur courant à la position z . Oz est la direction longitudinale parallèle à la ligne de transmission. La matrice $\mathbf{Z}$ représente l'impédance série par unité de longueur (p.u.l) dépendant de la fréquence, tandis que la matrice $\mathbf{Y}$ exprime l'admittance shunt p.u.l. Enfin, s est la variable complexe de Laplace.

Dans le cas d'un système de câbles aériens, $\mathbf{Z}$ peut être considérée comme étant constituée de deux composantes [26][59][74] :

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z}_w + \mathbf{Z}_e \quad (3.3)$$

La matrice d'admittance $\mathbf{Y}$ est généralement exprimée en utilisant un terme capacitif et un autre sous forme intégrale représentant les pertes par courant de déplacement dans le sol. Dans la plupart des cas, soit pour un sol homogène soit pour un sol stratifié, le courant de déplacement dans le sol est négligeable par rapport au courant de conduction [11][75]. Cependant, en fonction

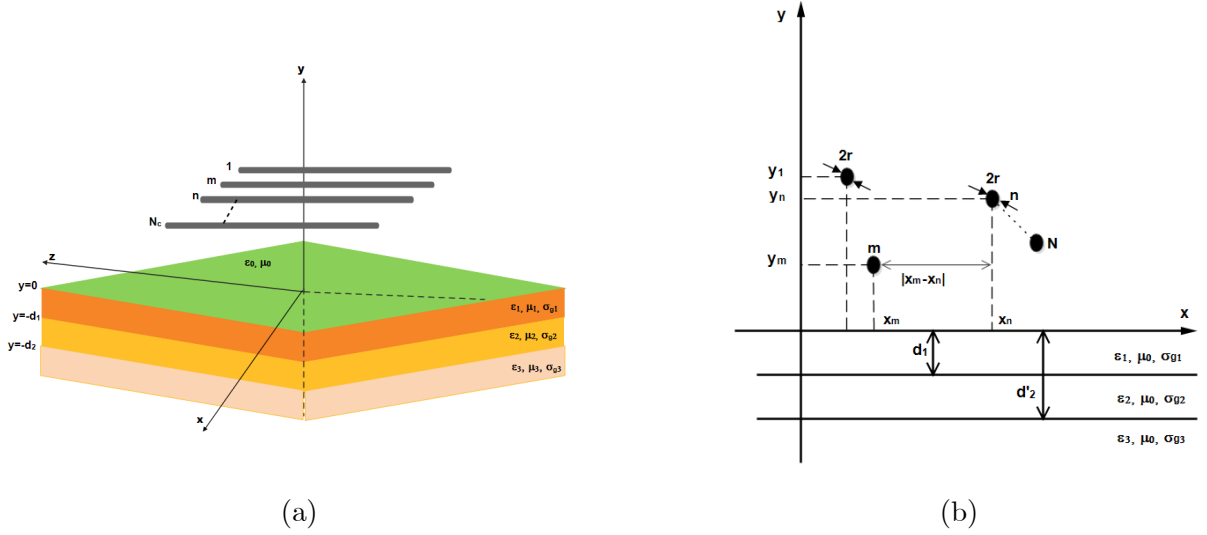


FIG. 3.1: Géométrie de la ligne de transmission multiconducteur au-dessus d'une terre stratifiée. (a) Configuration géométrique des conducteurs aériens. (b) Coupe transversale de la structure des câbles.

de la résistivité de la terre et de la hauteur du conducteur, l'admittance pour un sol avec pertes doit être prise en compte à des fréquences supérieures à 1 MHz. En effet, comme indiqué dans [11], l'admittance du retour du sol affecte l'atténuation dans les conducteurs. Aux basses fréquences, il n'y a pas de différence entre avec ou sans admittance incluant l'effet du courant de déplacement. Lorsque la fréquence augmente, l'atténuation avec l'admittance commence à diminuer en raison de l'effet de peau des conducteurs à une fréquence critique. Ce comportement correspond à la transition entre les modes TEM et TM / TE, comme l'a souligné Kikuchi dans [78][79]. Cela limite le modèle analytique d'impédance de retour du sol pour quelques MHz. D'autres approches, principalement les méthodes MoM-SO et FEM sont utilisées pour surmonter cette limitation en capturant correctement les effets de peau, de proximité et du sol, qui sont des facteurs importants pour l'analyse des surtensions de la ligne aérienne [80]. Par conséquent, l'approche quasi-TEM conduit à l'expression d'admittance utilisée dans l'analyse en régime permanent transitoire sur une ligne aérienne [62] :

$$\mathbf{Y} \simeq s\epsilon_0\mu_0\mathbf{L}^{-1} \quad (3.4)$$

Pour faciliter la transformation de $\mathbf{Z}$ dans le domaine temporel, on adopte l'expression développée dans le chapitre 2 qui est basée sur l'algorithme VF et le modèle de Nakagawa.

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z}'(s) + s(\mathbf{D} + \mathbf{L}) + \mathbf{R} \quad (3.5)$$

Où

$$\mathbf{Z}'(s) = \sum_{i=1}^M \frac{\widehat{k}_i}{(s - p_i)}$$

Les résidus $\widehat{k}_i$ et les pôles p_i sont soit des quantités réelles, soit ils peuvent être présentés sous forme de paires conjuguées complexes, tandis que $\mathbf{D}$ et $\mathbf{R}$ sont respectivement un terme proportionnel et un terme constant.

En insérant (3.5) dans (3.2), la transformée de Laplace inverse des équations MTL peut être exprimée comme suit :

$$\frac{\partial \mathbf{I}(z, t)}{\partial z} + \mathbf{C} \frac{\partial \mathbf{V}(z, t)}{\partial t} = 0 \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}(z, t)}{\partial z} + (\mathbf{D} + \mathbf{L}) \frac{\partial \mathbf{I}(z, t)}{\partial t} + \mathbf{R} \mathbf{I}(z, t) + \mathbf{Z}'(t) \otimes \mathbf{I}(z, t) = 0 \quad (3.7)$$

Où $\mathbf{C} = \mu_0 \epsilon_0 \mathbf{L}^{-1}$, et le symbole $\otimes$ représente l'opérateur de convolution.

Afin de calculer l'intégrale de convolution, nous introduisons la modification suivante :

$$\mathbf{Z}'(s) \cdot \mathbf{I}(z, s) = \frac{\mathbf{Z}'(s)}{s} \cdot s \mathbf{I}(z, s) \quad (3.8)$$

La modification (3.8) permet d'effectuer la convolution en utilisant la dérivée temporelle du courant au lieu du courant [29][26] :

$$\mathbf{Z}'(\tau) \otimes \mathbf{I}(z, t) = \int_0^t \mathbf{Z}'(\tau) d\tau \otimes \frac{\partial \mathbf{I}(z, t)}{\partial t} \quad (3.9)$$

$$\int_0^t \mathbf{Z}'(\tau) d\tau = \sum_{i=1}^M \frac{\widehat{k}_i}{p_i} (\exp(p_i t) - 1) = \sum_{i=1}^M \frac{\widehat{k}_i}{p_i} \exp(p_i t) - \sum_{i=1}^M \frac{\widehat{k}_i}{p_i} \quad (3.10)$$

En insérant (3.9) dans (3.7) et en évaluant l'intégrale de $\mathbf{Z}'$, il est facile de montrer que :

$$\frac{\partial \mathbf{V}(z, t)}{\partial z} + (\mathbf{L} + \mathbf{D}) \frac{\partial \mathbf{I}(z, t)}{\partial t} + (\mathbf{R} - \Omega) \mathbf{I}(z, t) + \phi(t) \otimes \frac{\partial \mathbf{I}(z, t)}{\partial t} = 0 \quad (3.11)$$

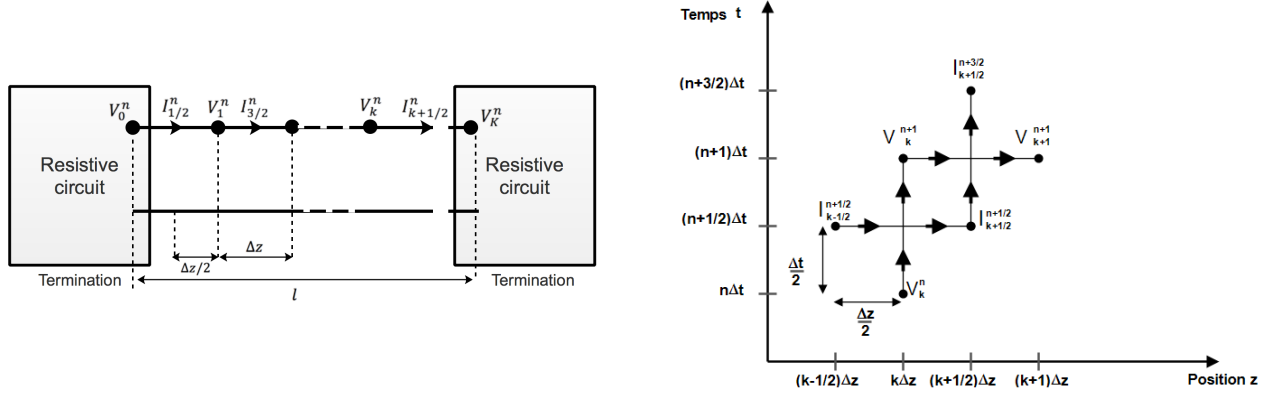


FIG. 3.2: Illustration de la tension et du courant le long de la ligne de transmission selon le format de la différence discrète "leapfrog" de type π .

Où

$$\Omega = \sum_{i=1}^M \frac{\hat{k}_i}{p_i} \quad (3.12)$$

$$\phi = \sum_{i=1}^M \frac{\hat{k}_i}{p_i} e^{p_i t} \quad (3.13)$$

3.3. Schéma aux différences finies des équations de ligne

L'analyse transitoire d'une ligne de transmission directement dans le domaine temporel nécessite l'utilisation d'une approche qui permet de gérer de manière plus directe les non-linéarités dans les systèmes de transmission de puissance tels que les parafoudres et les paramètres de shunt de la ligne de transmission, etc. Dans notre travail, on a choisi d'utiliser la méthode des différences finies FDTD [58] pour résoudre les équations de ligne afin de trouver la tension et le courant le long de la ligne. La ligne de transmission est divisée en K segments, chacun de longueur Δz . Les nœuds du courant et de la tension sont définis selon le format de la différence discrète "leapfrog" de type π indiquée sur la figure(3.2).

Les nœuds du courant sont indiqués par des flèches, et les nœuds de tension sont représentés par des points. La distance entre eux est $\Delta z/2$. Les deux extrémités qui sont connectées à des circuits résistifs sont séparées par une longueur l . L'application de l'approximation centrée espace-temps du second ordre aux équations (3.6) et (3.11) donne :

$$\frac{\mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - \mathbf{I}_{k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z} + \mathbf{C} \frac{\mathbf{V}_k^{n+1} - \mathbf{V}_k^n}{\Delta t} = 0 \quad (3.14)$$

$$\frac{\mathbf{V}_{k+1}^n - \mathbf{V}_k^n}{\Delta z} + (\mathbf{L} + \mathbf{D}) \frac{\mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} + (\mathbf{R} - \mathbf{\Omega}) \frac{\mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}}{2} + \int_0^{n\Delta t} \phi(\tau) \frac{\partial}{\partial(n\Delta t - \tau)} \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}(n\Delta t - \tau) d\tau = 0 \quad (3.15)$$

Où k et n sont respectivement les indices spatiaux et temporels.

Afin d'obtenir la tension transitoire dans une ligne aérienne au-dessus d'un sol stratifié, nous devons résoudre l'équation (3.14) pour V_k^{n+1} , l'équation (3.15) pour $I_{k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}$ et calculer l'intégrale de convolution donnée dans l'équation (3.15).

Les formulations pour le calcul de l'intégrale de convolution, telles que celles présentées dans [29] et [26] ont supposé que la dérivée temporelle du courant au point $k + \frac{1}{2}$ est soit constante, soit linéaire sur chaque intervalle de temps Δt . En plus, ces formulations sont gourmande en temps de calcul. Afin d'améliorer le temps de calcul ainsi que la précision, on applique une approximation polynomiale par morceaux sur un intervalle de longueur $2\Delta t$ de la dérivée temporelle du courant. Dans ce travail, l'intervalle choisi pour cette approximation est $[(m-1)\Delta t, (m+1)\Delta t]$; la dérivée temporelle du courant peut donc être exprimée en termes des quantités $\partial_t \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}(t - (m-1)\Delta t)$, $\partial_t \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}(t - m\Delta t)$ et $\partial_t \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}(t - (m+1)\Delta t)$ comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}(t - \tau) = \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}(t - m\Delta t) - \frac{\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}(t - (m+1)\Delta t) - \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}(t - (m-1)\Delta t)}{2\Delta t} (\tau - m\Delta t) \\ & + \frac{\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}(t - (m+1)\Delta t) - 2\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}(t - m\Delta t) + \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}(t - (m-1)\Delta t)}{2\Delta t^2} (\tau - m\Delta t)^2 \end{aligned} \quad (3.17)$$

En appliquant l'approximation centrée sur $\mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}$ (3.16) à $n\Delta t$ et en substituant le résultat à l'intégrale de convolution en prenant en compte l'expression de ϕ (3.13), on trouve que :

$$\phi(t) \circledast \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}(t)|_{t=n\Delta t} = \sum_{i=1}^M \frac{\widehat{k}_i}{p_i} \sum_{\substack{1 \leq m \leq n, \\ m \text{ impair}}} (\mathbf{A}_m \chi_i^m + \mathbf{B}_m \xi_i^m + \mathbf{C}_m \eta_i^m) \quad (3.18)$$

Où

$$\mathbf{A}_m = \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-m+\frac{1}{2}} - \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-m-\frac{1}{2}} \quad (3.19)$$

$$\mathbf{B}_m = \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-m-\frac{1}{2}} - \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-m-\frac{3}{2}} - \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-m+\frac{3}{2}} + \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-m+\frac{1}{2}} \quad (3.20)$$

$$\mathbf{C}_m = 3\mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-m-\frac{1}{2}} - \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-m-\frac{3}{2}} + \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-m+\frac{3}{2}} - 3\mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-m+\frac{1}{2}} \quad (3.21)$$

Dans (3.14), $\mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-m+j}$ signifie $\mathbf{I}\left((k+\frac{1}{2})\Delta z, (n-m+j)\Delta t\right)$, $j = \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{3}{2}$. Les quantités χ_i^m , ξ_i^m et η_i^m sont définies par :

$$\chi_i^m = \frac{1}{\Delta t} \int_{(m-1)\Delta t}^{(m+1)\Delta t} e^{p_i \tau} d\tau \quad (3.22a)$$

$$\xi_i^m = \frac{1}{2\Delta t^2} \int_{(m-1)\Delta t}^{(m+1)\Delta t} e^{p_i \tau} (\tau - m\Delta t) d\tau \quad (3.22b)$$

$$\eta_i^m = \frac{1}{2\Delta t^3} \int_{(m-1)\Delta t}^{(m+1)\Delta t} e^{p_i \tau} (\tau - m\Delta t)^2 d\tau \quad (3.22c)$$

Et peuvent être calculées récursivement comme :

$$\chi_i^m = \frac{2e^{p_i m \Delta t} \sinh p_i \Delta t}{p_i \Delta t} \quad (3.23a)$$

$$\chi_i^m = e^{2p_i \Delta t} \chi_i^{m-2} \quad (3.23b)$$

$$\xi_i^m = -\frac{e^{p_i m \Delta t} (p_i \Delta t \cosh(p_i \Delta t) - \sinh(p_i \Delta t))}{(p_i \Delta t)^2} \quad (3.23c)$$

$$\xi_i^m = e^{2p_i \Delta t} \xi_i^{m-2} \quad (3.23d)$$

$$\eta_i^m = \frac{e^{p_i m \Delta t} (-2p_i \Delta t \cosh(p_i \Delta t) + (2 + (p_i \Delta t)^2) \sinh(p_i \Delta t))}{(p_i \Delta t)^3} \quad (3.23e)$$

$$\eta_i^m = e^{2p_i \Delta t} \eta_i^{m-2} \quad (3.23f)$$

En arrangeant l'expression (3.14), on obtient :

$$\phi(t) \otimes \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}(t) \Big|_{t=n\Delta t} = \sum_{i=1}^M \frac{\widehat{k}_i}{p_i} [(\mathbf{A}_1 \chi_i^1 + \mathbf{B}_1 \xi_i^1 + \mathbf{C}_1 \eta_i^1) + \Psi_i^n]$$

Où

$$\Psi_i^n = \sum_{\substack{m=3 \\ m \text{ impair}}}^n (\mathbf{A}_m \chi_i^m + \mathbf{B}_m \xi_i^m + \mathbf{C}_m \eta_i^m)$$

et

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} - \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{3}{2}} \quad (3.24a)$$

$$\mathbf{B}_1 = \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{3}{2}} - \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{5}{2}} - \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} \quad (3.24b)$$

$$\mathbf{C}_1 = 3\mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{3}{2}} - \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{5}{2}} + \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - 3\mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} \quad (3.24c)$$

En combinant les relations (3.23b), (3.23d) et (3.23f), on établit la relation de récurrence suivante pour Ψ_i^n :

$$\begin{aligned} \Psi_i^n &= \left(\mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{5}{2}} - \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{7}{2}} \right) \chi_i^3 + \left(\mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{7}{2}} - \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{9}{2}} - \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{3}{2}} + \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{5}{2}} \right) \xi_i^3 \\ &+ \left(3\mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{7}{2}} - \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{9}{2}} + \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{3}{2}} - 3\mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{5}{2}} \right) \eta_i^3 + e^{2p_i \Delta t} \Psi_i^{n-2} \end{aligned} \quad (3.25)$$

Après avoir calculé l'intégrale de convolution, nous pouvons donc obtenir les solutions des équations de la ligne de transmission en termes des quantités $\mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}$ et $\mathbf{V}_k^{n+1}$. Il est évident de montrer que les solutions pour le courant et la tension transitoires sont données par :

$$\mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = \mathbf{Z}_1^{-1} \left(\mathbf{Z}_2 \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} - (\mathbf{V}_{k+1}^n - \mathbf{V}_k^n) + \mathbf{Z}_3 \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{3}{2}} + \mathbf{Z}_4 \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{5}{2}} - \Delta z \Psi^n \right) \quad (3.26)$$

Où

$$\begin{aligned}
\mathbf{Z}_1 &= \Delta z \left(\frac{\mathbf{L} + \mathbf{D}}{\Delta t} + \frac{\mathbf{R}}{2} - \frac{\mathbf{\Omega}}{2} - \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\eta} \right) \\
\mathbf{Z}_2 &= \Delta z \left(\frac{\mathbf{L} + \mathbf{D}}{\Delta t} - \frac{\mathbf{R}}{2} + \frac{\mathbf{\Omega}}{2} - \boldsymbol{\chi} - \boldsymbol{\xi} + 3\boldsymbol{\eta} \right) \\
\mathbf{Z}_3 &= \Delta z (\boldsymbol{\chi} - \boldsymbol{\xi} - 3\boldsymbol{\eta}) \\
\mathbf{Z}_4 &= \Delta z (\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\eta}) \\
\boldsymbol{\chi} &= \sum_{i=1}^M \frac{\hat{k}_i}{p_i} \chi_i^1 \\
\boldsymbol{\xi} &= \sum_{i=1}^M \frac{\hat{k}_i}{p_i} \xi_i^1 \\
\boldsymbol{\eta} &= \sum_{i=1}^M \frac{\hat{k}_i}{p_i} \eta_i^1 \\
\boldsymbol{\Psi}^n &= \sum_{i=1}^M \frac{\hat{k}_i}{p_i} \boldsymbol{\Psi}_i^n
\end{aligned} \tag{3.27}$$

et

$$\mathbf{V}_k^{n+1} = \mathbf{V}_k^n - \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0} \left(\frac{\Delta t}{\Delta z} \right) \mathbf{L} \left(\mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - \mathbf{I}_{k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) \tag{3.28}$$

3.4. Conditions aux limites

Les solutions listées ci-dessus ne prennent pas en compte les tensions aux deux extrémités de la ligne c'est-à-dire $\mathbf{V}_0$ et $\mathbf{V}_K$ qui restent toujours indéfinies, car le schéma FDTD utilisé (approximation centrée) pour discrétiser les équations MTL ne peut pas être appliqué aux tensions à ces régions. On suppose que l'extrémité émettrice de la ligne est connectée à une source de tension de f.é.m $\mathbf{E}_s$ et de résistance interne $\mathbf{R}_0$. De même, la charge résistive $\mathbf{R}_L$ est supposée être connectée à l'autre l'extrémité du conducteur. Selon la technique utilisée dans [29], la condition aux limites peut s'écrire

$$\mathbf{V}_0^{n+1} = \mathbf{G}_1^{-1} \left(\mathbf{G}_2 \mathbf{V}_0^n - \frac{2}{\Delta z} \mathbf{I}_{\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + \frac{\mathbf{R}_0^{-1} \mathbf{E}_s}{\Delta z} \right)$$

et

$$\mathbf{V}_K^{n+1} = \mathbf{Y}_1^{-1} \left(\mathbf{Y}_2 \mathbf{V}_K^n + 2 \frac{\mathbf{I}_{K-\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta z} \right)$$

où

$$\begin{aligned}\mathbf{G}_1 &= \frac{\mathbf{C}}{\Delta t} + \frac{\mathbf{R}_0^{-1}}{\Delta z} \\ \mathbf{G}_2 &= \frac{\mathbf{C}}{\Delta t} - \frac{\mathbf{R}_0^{-1}}{\Delta z} \\ \mathbf{Y}_1 &= \frac{\mathbf{C}}{\Delta t} + \frac{\mathbf{R}_L^{-1}}{\Delta z} \\ \mathbf{Y}_2 &= \frac{\mathbf{C}}{\Delta t} - \frac{\mathbf{R}_L^{-1}}{\Delta z}\end{aligned}$$

Il est à noter que puisque dans le cadre de notre étude les charges sont supposées résistives, on peut tout simplement adopter les conditions aux limites simples suivantes :

$$\mathbf{V}_0^{n+1} = \mathbf{E}_s - \mathbf{R}_0 \mathbf{I}_{\frac{1}{2}}^{(n+\frac{1}{2})} \quad (3.29)$$

$$\mathbf{V}_K^{n+1} = -\mathbf{R}_L \mathbf{I}_{K-\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} \quad (3.30)$$

3.5. Résultats et discussions

Dans cette partie, nous vérifierons la validité de la méthode proposée. Comme exemple illustratif, nous considérons un modèle d'une ligne aérienne composée de trois conducteurs (MTC) de même rayon $r_c = 2,5mm$ placés au-dessus d'un sol à deux couches comme le montre la figure (3.3 (a)). La première couche a une épaisseur $d = 1m$ et une permittivité relative $\varepsilon_{rg} = 10$. La permittivité relative de la deuxième couche est égale à 8. Les conducteurs 1 et 3 sont situés à la même hauteur $y_{1,3} = 10m$ et sont séparés de $5m$. Le conducteur 2 est placé à $2,5m$ du conducteur 1 et à la hauteur $y_2 = 12m$. Les charges sont $\mathbf{R}_0 = \text{diag} (100, 50, 100) \Omega$, $\mathbf{R}_L = \text{diag} (100, 100, 100) \Omega$. L'extrémité émettrice est connectée à une source dont la tension est $\mathbf{E}_s = (e_d(t), e_d(t - t_0), e_d(t))$, où $e_d(t)$ est une forme d'onde supposée une bi-exponentielle :

$$e_d(t) = E_0(\exp(-\alpha t) - \exp(-\beta t))$$

Avec $\alpha = 4.086 \times 10^6 s^{-1}$, $\beta = 1.565 \times 10^8 s^{-1}$ et $E_0 = 1V$. Notons que la source d'excitation du deuxième conducteur est décalée de $t_0 = 0.1\mu s$ et que tous les résultats trouvés concernent le premier conducteur.

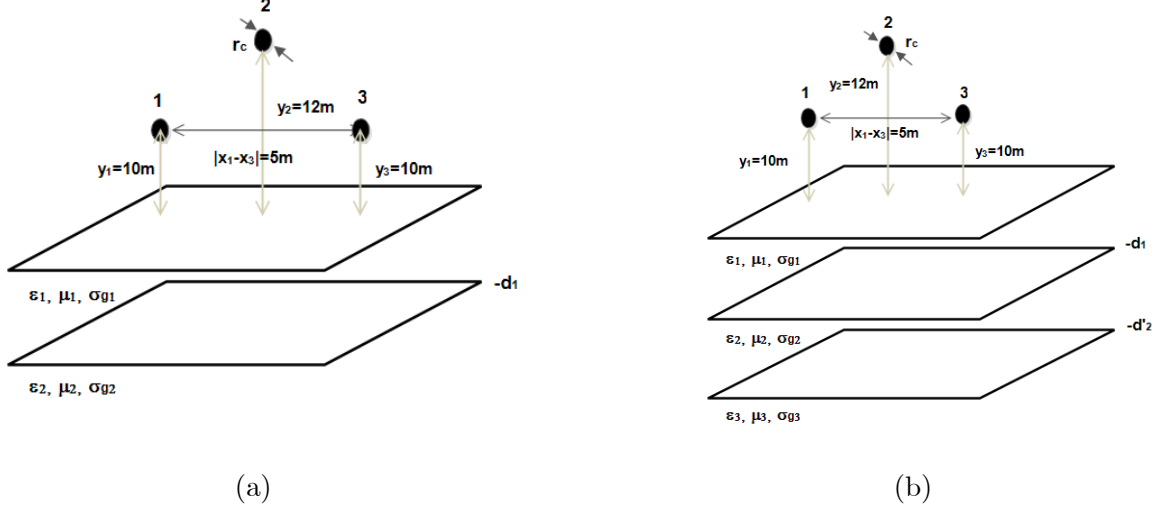


FIG. 3.3: Configuration de ligne de transmission à trois conducteurs (MTC). (a) au-dessus d'un sol à deux couches, (b) au-dessus d'un sol à trois couches.

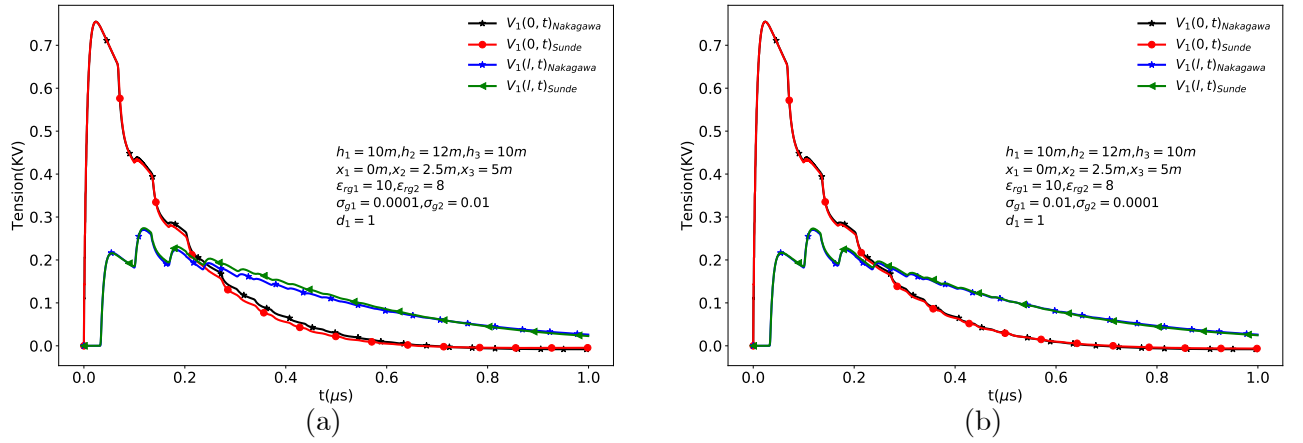


FIG. 3.4: Comparaison entre le modèle de Nakagawa et celui de Sunde pour la tension au niveau du premier conducteur au-dessus d'un sol à deux couches.

L'étude de la figure (3.4) montre que l'effet de propagation négligé par Sunde dans son modèle de calcul de l'impédance du sol par rapport à celui de Nakagawa influe sur la tension dans les conducteurs, cette influence augmente lorsque la première couche est plus absorbante (plus de pertes), c'est-à-dire qu'elle admet une conductivité plus faible $\sigma_{g1} = 0.0001 S/m$ que la deuxième couche $\sigma_{g2} = 0.01 S/m$ (3.4(a)), ce qui confirme les résultats trouvés auparavant dans le chapitre 2.

Dans la deuxième partie de cette discussion, nous considérons le même modèle (MTC) placé au-dessus d'un sol composé de trois couches(3.3 (b)). Chaque couche est caractérisée par une conductivité σ_g et une permittivité $\varepsilon_{rg1} = 10$ pour la première couche, $\varepsilon_{rg2} = 8$ pour la deuxième couche et $\varepsilon_{rg3} = 5$ pour la dernière couche. L'épaisseur de la première couche est notée d_1 , alors que l'épaisseur de la deuxième couche est d_2 , avec $d'_2 = d_1 + d_2$.

La figure (3.5) illustre l'effet de l'épaisseur de la première couche sur les conducteurs aériens en gardant d_2 fixe ($d_2 = 1m$). Cet effet comme nous remarquons dépend de la conductivité de chaque couche. Dans le cas où $\sigma_{g1} = 0.0001S/m$, $\sigma_{g2} = 0.001S/m$, et $\sigma_{g3} = 0.01S/m$ (Cf.figure 3.5 (a) et (b)), on remarque que la variation de d_1 n'a pas d'effet sur les conducteurs ni à l'entrée du conducteur (3.5 (a)) ni à sa sortie (3.5 (b)). L'effet de la variation de d_1 devient plus perceptible lorsque la première couche a une grande conductivité par rapport aux autres couches $\sigma_{g1} = 0.01S/m$, $\sigma_{g2} = 0.001S/m$ et $\sigma_{g3} = 0.0001S/m$ (3.5 (c) et (d)). Dans ce cas, on constate que lorsque l'épaisseur d_1 est petite $d_1 = 0.5m$ la perturbation sur la ligne devient légèrement visible. En revanche, en s'éloignant de l'entrée de la ligne cette perturbation augmente et ceci revient aux pertes au niveau des conducteurs (3.5 (d)).

L'étude de la variation de la conductivité du sol (3.6) mène à déduire que l'effet de cette dernière sur la ligne de transmission se traduit par une légère augmentation quand la première couche joue un 'effet miroir' c'est-à-dire que sa conductivité est grande par rapport aux autres couches. Ceci revient au fait qu'à basse fréquence, lorsque la conductivité de la première couche est faible, le courant du retour est faible, alors qu'il augmente lorsque la première couche a une conductivité plus grande.

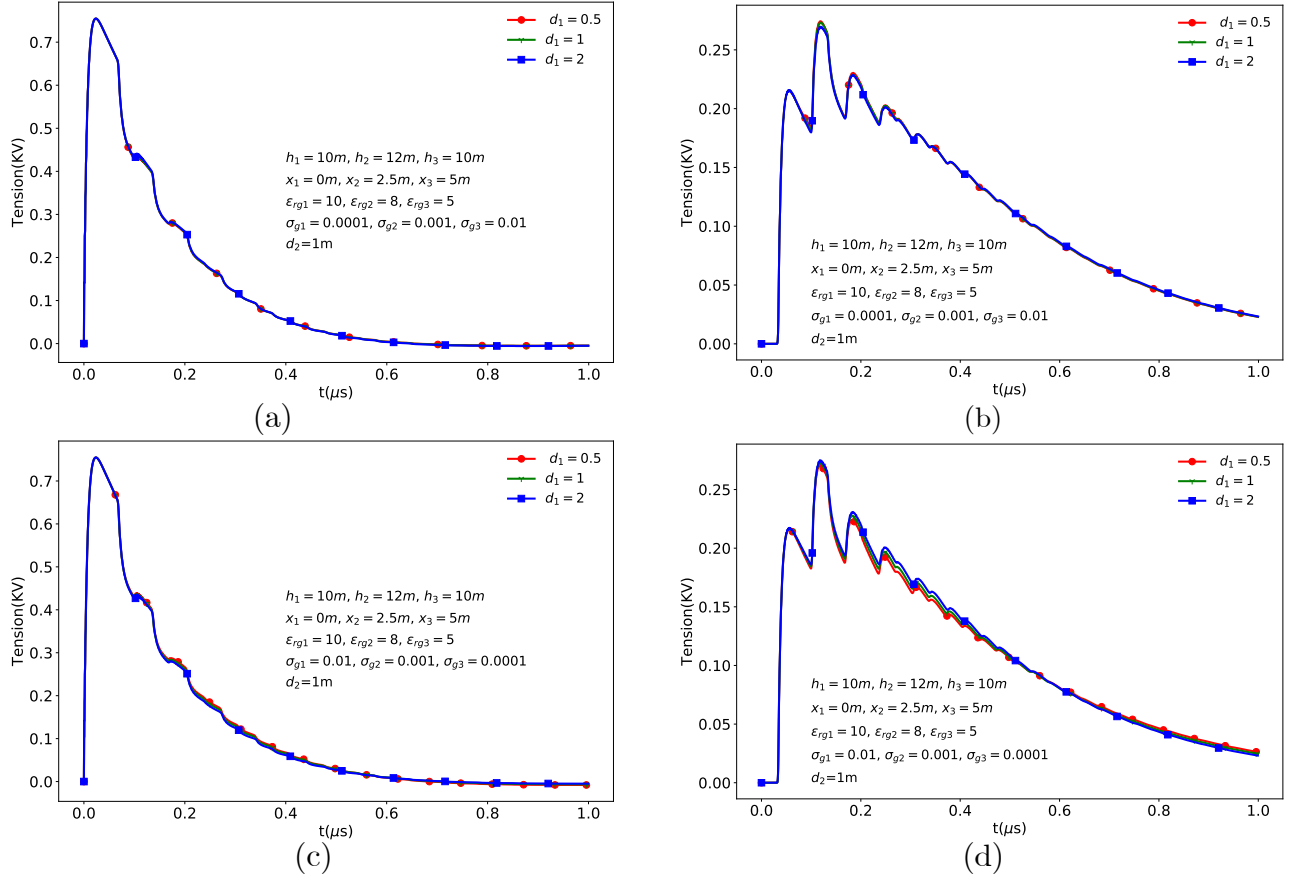


FIG. 3.5: L'effet de la profondeur d_1 de la première couche sur la tension au niveau du premier conducteur. a) c) l'entrée de la ligne b) d) la sortie de la ligne

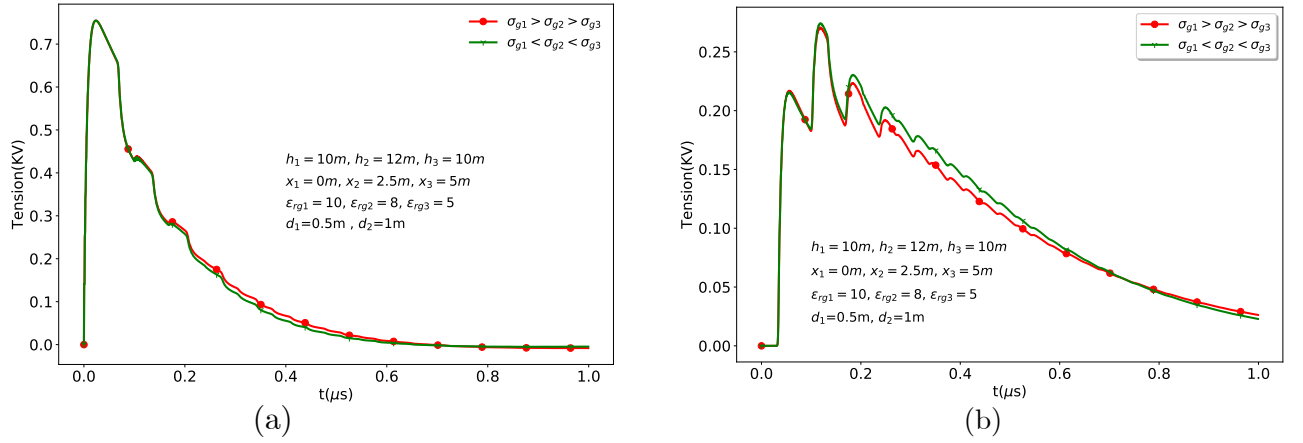


FIG. 3.6: L'effet de la conductivité des couches sur la tension au niveau du premier conducteur. a) c) l'entrée de la ligne b) d) la fin de la ligne

Dans cette dernière partie, nous considérons un modèle équivalent (METC) du (MTC)(3.7), qui est obtenu en remplaçant les deux conducteurs qui se trouvent à la même hauteur $y_{1,3} = 10m$ par un conducteur équivalent 1' d'un rayon $r_{eq} = \sqrt{r_c|x_1 - x_2|}$ placé à mi-distance

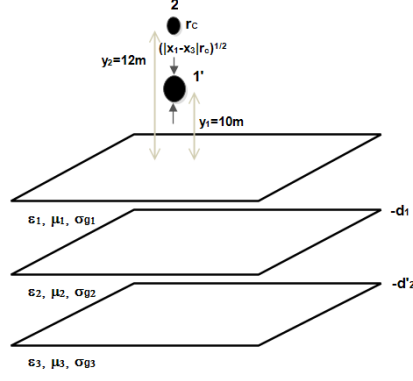


FIG. 3.7: Géométrie du modèle équivalent.

entre les conducteurs 1 et 2 du MTC. La résistance interne aux deux bornes des conducteurs est donnée par : $\mathbf{R}_{0e} = \text{diag} (100, 50) \Omega$, $\mathbf{R}_{Le} = \text{diag} (100, 100) \Omega$. Le but de cette partie est d'étudier la validité du modèle réduit équivalent.

La figure (3.8) donne la comparaison entre les modèles (MTC) et (METC). Les figures (3.8 (a)) et (3.8 (c)) illustrent la variation de l'amplitude et l'argument de l'impédance

$Z_{L11}(j\omega) = Z_{L33}(j\omega)$ en fonction de la fréquence pour la ligne à trois conducteurs ainsi que la déviation entre le modèle exact et le résultat obtenu par l'algorithme VF ($|Z_{L11} - Z_{L11,VF}|$) en décibels. Egalement, la variation de l'impédance $Z_{Le11}(j\omega)$ de la ligne à deux conducteurs est représentée sur les figures (3.8 (a)) et (3.8 (c)). Les mêmes variations sont reproduites sur les (3.8 (b)) et (3.8 (d)), mais par rapport aux impédances $Z_{L22}(j\omega)$ et $Z_{Le22}(j\omega)$. L'analyse de ces courbes montre qu'à partir du modèle (METC), on peut retrouver les résultats de simulation d'une manière très efficace de la structure à trois conducteurs, en particulier l'impédance du conducteur 2. Pour le conducteur 1, une légère déviation est observée aux basses fréquences entre les deux modèles.

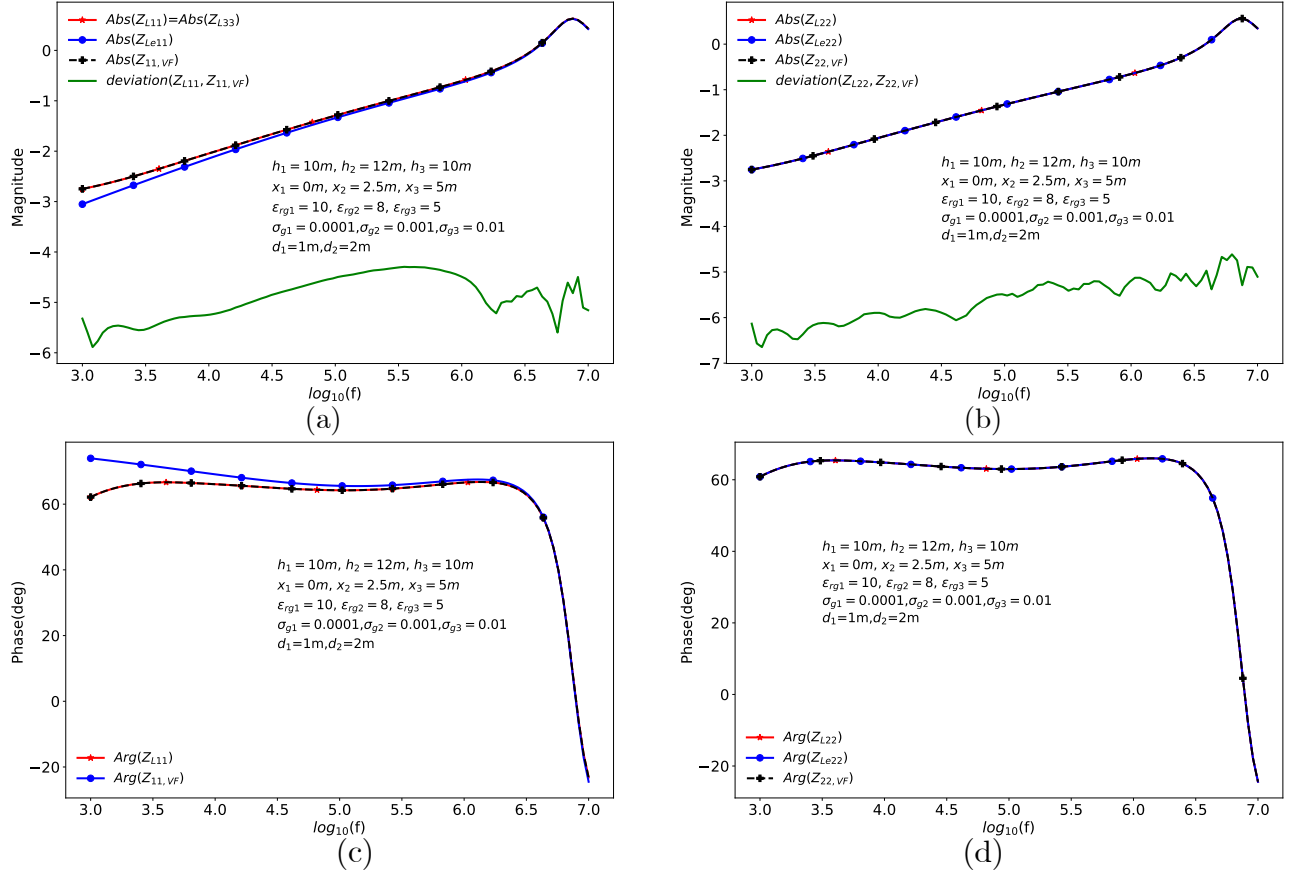


FIG. 3.8: Comparaison entre $Z_{L11} = (\mathbf{Z}(j\omega) - \mathbf{L}j\omega)_{11}$ du modèle à trois conducteur et le modèle équivalent

Pour confirmer les résultats obtenus dans la figure (3.8), on a étudié l'effet des paramètres électriques et géométriques à savoir l'épaisseur d_1 (Cf.figure 3.9), la conductivité σ_g (Cf. figure 3.10), et le rayon des conducteurs r_c (Cf. figure 3.11) sur la tension dans la ligne de transmission à l'entrée de la ligne (figures à gauche) et à la sortie de la ligne (figures à droite) pour les deux modèles (MTC) et (METC). L'analyse de ces courbes montre qu'on peut reproduire avec précision la tension sur le conducteur 2 moyennant le modèle (METC) aux deux extrémités de la ligne du (MTC). Notez que ce résultat est valable lorsque les conducteurs 1 et 3 ont des caractéristiques identiques, des sources et des charges identiques. L'utilisation du modèle METC est particulièrement intéressante, car il permet de réduire le nombre de conducteurs en remplaçant les conducteurs 1 et 3 du (MTC) qui sont situés à la même hauteur par un conducteur équivalent sans influencer la tension sur le conducteur 2.

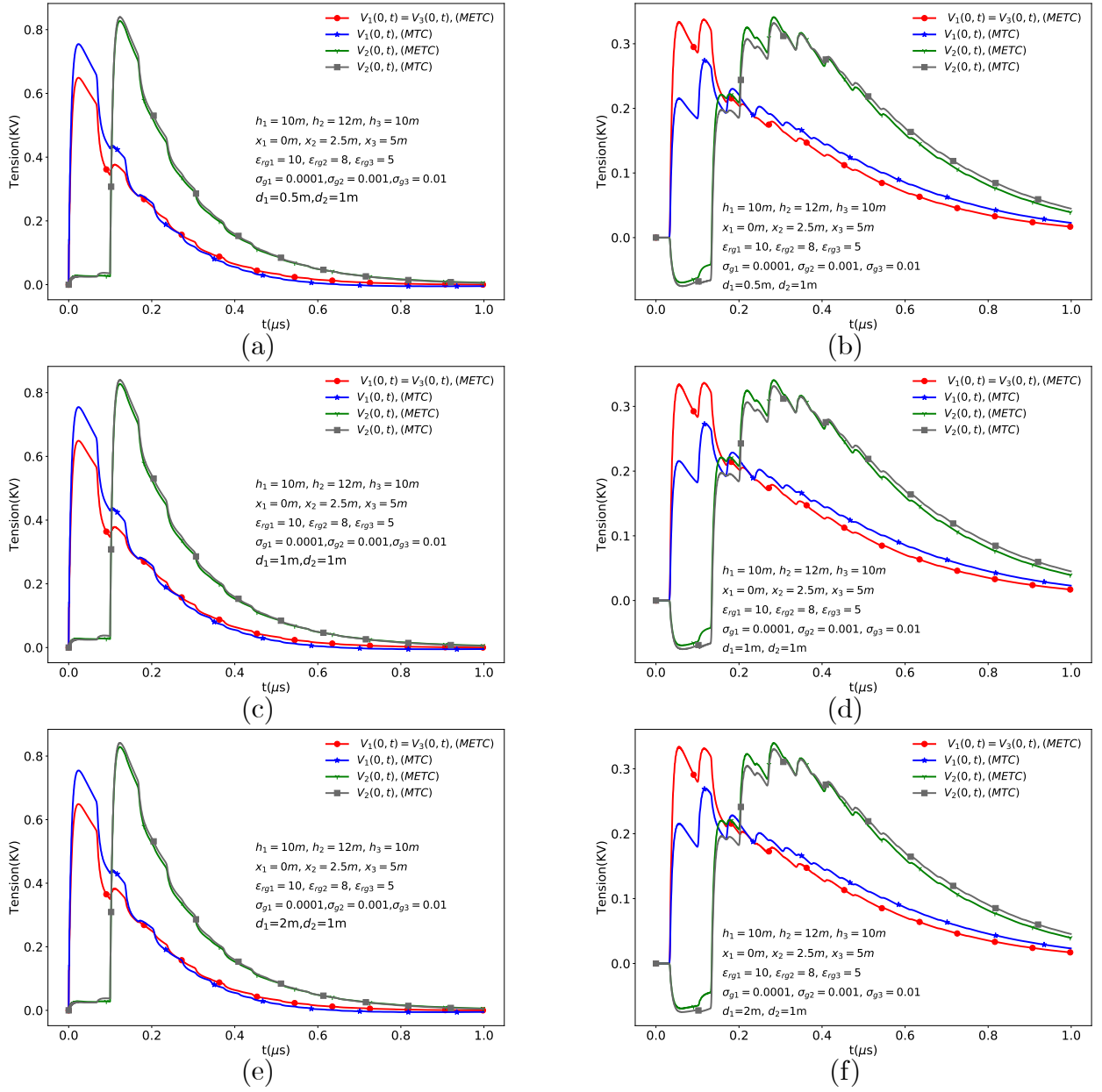


FIG. 3.9: Illustration de la tension pour les modèles (MTC) et (METC) pour différentes valeurs de d_1 à l'entrée de la ligne (figures à gauche) et à la sortie de la ligne (figures à droite) avec $d_2=1m$. a) b) $d_1 = 0.5m$ c) d) $d_1 = 1m$ e) f) $d_1 = 2m$.

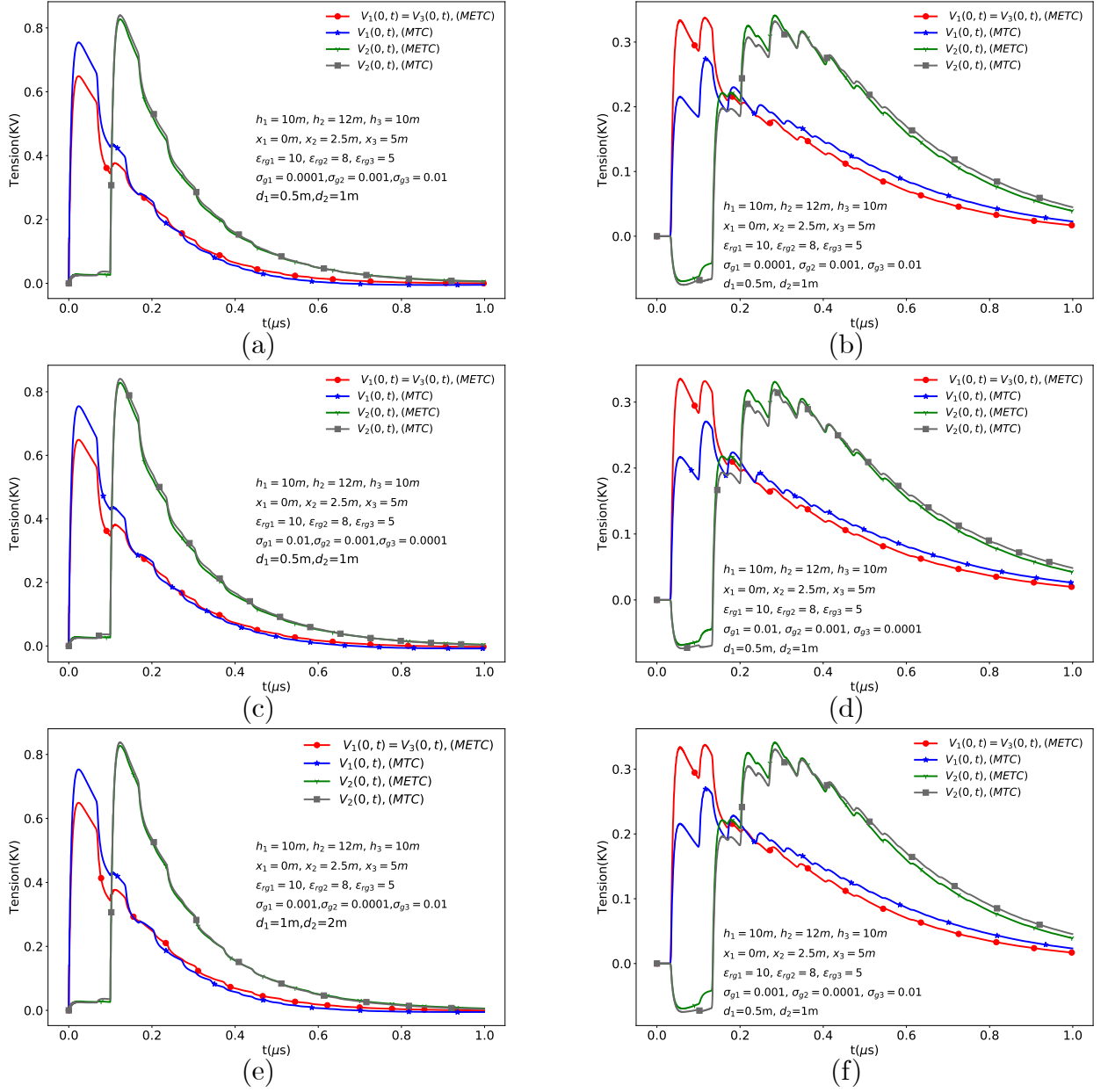


FIG. 3.10: Illustration de la tension pour les modèles (MTC) et (METC) pour différentes valeurs de conductivité à l'entrée de la ligne (figures à gauche) et à la sortie de la ligne (figures droite). a) b) $\sigma_{g1} = 0.0001S/m, \sigma_{g2} = 0.001S/m, \sigma_{g3} = 0.01S/m$ c) d) $\sigma_{g1} = 0.01S/m, \sigma_{g2} = 0.001S/m, \sigma_{g3} = 0.0001S/m$ e) f) $\sigma_{g1} = 0.001S/m, \sigma_{g2} = 0.0001S/m, \sigma_{g3} = 0.01S/m$.

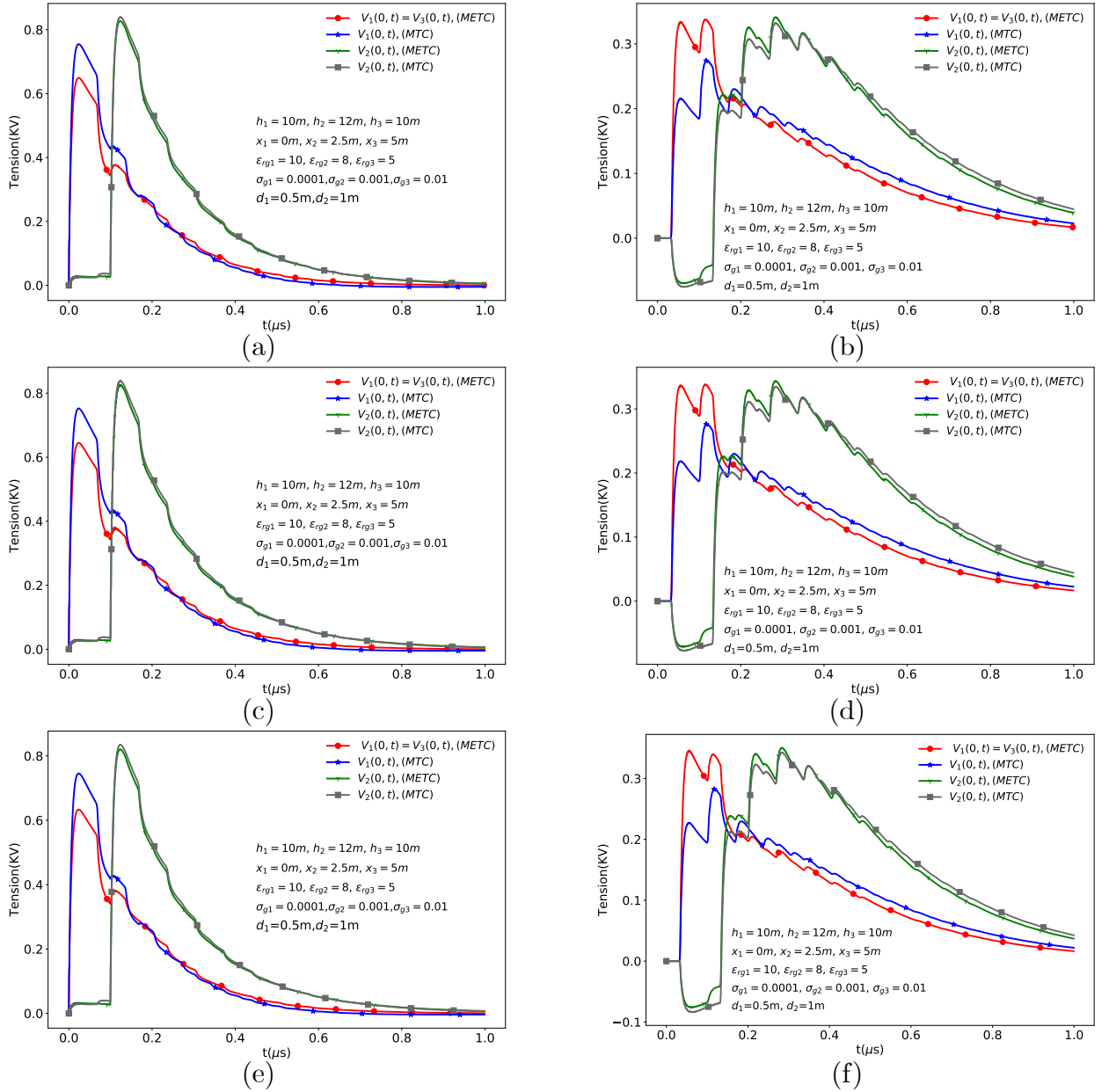


FIG. 3.11: Illustration de la tension pour les modèles (MTC) et (METC) pour différentes valeurs du rayon r_c à l'entrée de la ligne (figures à gauche) et à la sortie de la ligne (figures à droite). a) b) $r_c = 2.5mm$ c) d) $r_c = 3mm$ e) f) $r_c = 5mm$.

3.6. Conclusion

Dans ce chapitre, la réponse transitoire d'une ligne aérienne en présence d'une terre stratifiée dans le domaine temporel a été établie, ce qui est nouveau par rapport aux anciens travaux. Pour y parvenir, un nouvel algorithme aux différences finies est développé, basé sur une amélioration du calcul de l'intégrale de convolution habituelle entre la dérivée temporelle du courant et l'impédance de retour du sol. Le modèle de Nakagawa est adopté pour le calcul

d'impédance, qui est alors approximé par une somme de fonctions d'exponentielles obtenues par la méthode d'ajustement vectoriel (VF). L'utilisation de ce modèle renvient au fait qu'il inclut l'effet de propagation dans ces calculs ce qui n'est pas le cas pour le modèle de Sunde. Les résultats trouvés montrent que l'effet de l'épaisseur de la première couche n'est légèrement remarquable que lorsque la première couche a une grande conductivité et une faible épaisseur de la deuxième couche. Cet effet augmente lorsqu'on se dirige vers la sortie de la ligne, ceci est due aux pertes au niveau de la ligne. Un modèle équivalent qui repose sur le remplacement de deux conducteurs parallèles identiques, placés à la même hauteur au-dessus du sol, par un seul conducteur a été présenté dans ce chapitre. Ce modèle montre qu'on peut réduire la complexité de la structure filaire tout en fournissant une très bonne estimation des tensions transitoires quelque soit les paramètres choisis.

Analyse du couplage d'une ligne aérienne et d'une onde plane en présence d'un sol stratifié

4.1. Introduction

L'évaluation du couplage d'une onde électromagnétique externe avec une ligne de transmission est un problème important en compatibilité électromagnétique [1]. De nombreux chercheurs ont analysé ce problème en déterminant le courant induit et la tension induite dans la ligne de transmission. Dans la plupart des cas, les auteurs ont supposé que la structure multiconducteurs est placée au-dessus d'un milieu homogène [81] [13] [83][84], bien qu'en réalité le sol est souvent composé de plusieurs couches. L'approche la plus utilisée pour l'étude de ce problème est la théorie de la ligne de transmission qui suppose une propagation quasi-TEM et dans laquelle la ligne est représentée par une série de sections élémentaires, chacune illuminée progressivement par le champ électromagnétique [82].

Doric dans [83] a traité le couplage d'une onde plane avec une ligne transmission au-dessus d'un milieu avec perte pour un angle d'incidence arbitraire. L'influence du sol a été prise en compte via l'approximation du coefficient de réflexion (RC) au lieu de l'approche basée sur les intégrales de Sommerfeld [85][86]. Rachidi dans [87] a évalué la représentation temporelle de la ligne de transmission placée au-dessus d'un sol homogène et illuminée par une décharge atmosphérique. L'expression générale de l'impédance a été convertie du domaine fréquentiel vers le domaine temporel par l'utilisation de la transformée de Fourier inverse, ce qui a permis d'établir les équations du couplage introduisant une convolution entre dérivée du courant et l'impédance. La résolution de ces équations a été faite moyennant la méthode des différences finies.

Dans la même optique, une technique plus efficace pour modéliser la ligne de transmission dispersive et excitée par un champ électromagnétique (EM) a été proposée dans [26]. Elle repose sur l'utilisation de la technique d'ajustement vectoriel (Vector Fitting) pour la transformation

dans domaine temps de l'impédance linéique en conjonction avec la méthode des différences finies.

L'analyse transitoire du couplage entre l'onde plane et la ligne de transmission au-dessus d'un sol stratifié directement dans le domaine temporel n'a fait l'objet que de quelques études. Tiebing et al. [20] présentent une nouvelle méthode dans le domaine temporel qui consiste à déterminer l'impédance mutuelle en utilisant une profondeur complexe équivalente sous la surface du sol et la variation continue de l'impédance de surface entre les couches. Cette approximation ne prend pas en considération le courant de déplacement. L'analyse transitoire de l'interaction EM-ligne de transmission a été le sujet du travail effectué dans [24]. La formulation utilisée pour le calcul de l'impédance de retour du sol est la même présentée en [20]. Les coefficients de Fresnel ont été calculés dans le domaine fréquentiel en adoptant un indice complexe de réfraction du sol stratifié qui est fonction de la profondeur complexe équivalente.

L'objectif de ce chapitre est de présenter une méthode directe et efficace pour l'analyse transitoire d'une ligne de transmission couplée à une onde plane et placée au-dessus d'un sol stratifié. La formulation des équations de la ligne de transmission est basée sur le modèle d'Argawal [27] introduisant des composantes du champ d'excitation électrique dans les sources distribuées le long de la ligne. Le calcul des termes sources nécessite une expression du champ électrique réfléchi qui dépend du temps. Cela signifie qu'il est donc approprié de trouver une représentation temporelle des coefficients de réflexion de Fresnel. Dans ce travail, de nouvelles expressions de ces coefficients sont présentées en exploitant la méthode proposée dans [35] et l'expressions des termes de réflexion dans le domaine fréquentiel pour le milieu stratifié développée dans [28].

Pour obtenir une évaluation correcte de la réponse transitoire d'une ligne aérienne au-dessus d'un sol stratifié avec perte, un choix approprié de l'impédance de retour du sol est nécessaire. Dans ce travail, le modèle de Nakagawa est adopté [11]. L'ajustement vectoriel 'Vector Fitting' (VF) développé par GUSTAVSEN [25] est utilisé pour établir une expression dans le domaine temps de l'impédance. Pour caractériser la ligne de transmission dans le domaine temporel, nous utilisons dans cette partie la méthode FDTD suivant le schéma "leap-frog" [29], [89].

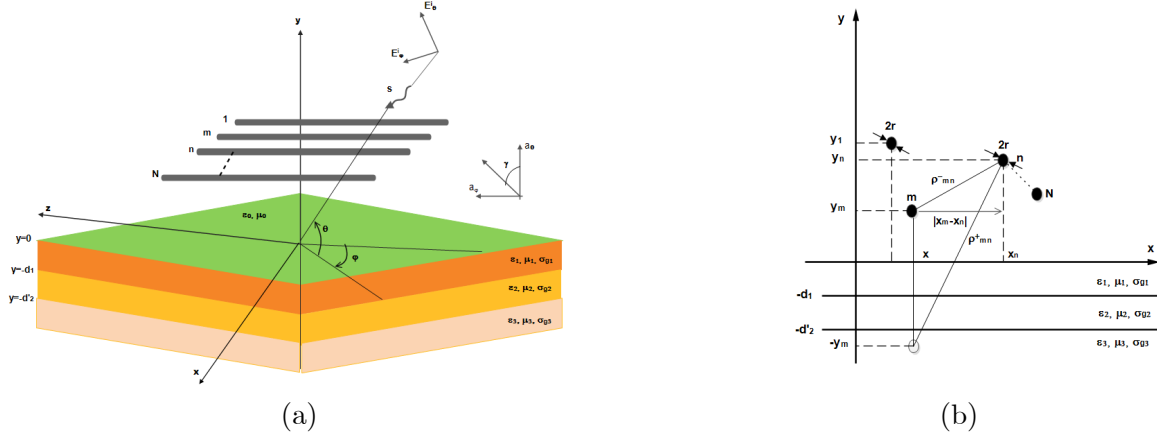


FIG. 4.1: Géométrie de la ligne de transmission multiconducteurs au-dessus d'une terre stratifiée. (a) Géométrie configuration des conducteurs aériens. (b) Coupe transversale de la structure des câbles.

Finalement, l'étude de la validité du modèle réduit équivalent de la structure filaire pour le cas d'une interaction avec une onde plane est présenté dans ce chapitre.

4.2. Formulation des équations de ligne de transmission

Considérons une onde plane électromagnétique transitoire dont la direction de propagation $\mathbf{S}$ comme indiquée sur la figure (4.1) dans le système de coordonnées sphérique (r, θ, ϕ) . L'onde est incidente sur un système composé de conducteurs multiples au-dessus d'un sol stratifié. Les conducteurs supposés de même rayon r_c sont situés à la position x_i et à la hauteur y_i ($i = 1, 2, \dots, N$) et sont parallèles à l'axe z . Cette onde se propage dans l'espace libre avec une vitesse de propagation :

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \mathbf{S}$$

La région ($y < 0$) désigne un sol stratifié avec perte composé de trois couches (Cf. Fig. 4.1). La première et la seconde couche ont les épaisseurs d_1 et d_2 respectivement. Chaque couche est caractérisée par une permittivité $\varepsilon_j = \varepsilon_{rgj} \varepsilon_0$, une conductivité σ_{gj} et une perméabilité $\mu_j = \mu_0$ ($j = 1, 2$ et 3). ε_0 et μ_0 sont les constantes électriques de l'espace libre ($y > 0$). Le vecteur

polarisation du champ électrique est exprimé en termes de vecteurs unitaires dans le système de coordonnées sphériques a_θ et a_ϕ . γ est l'angle de polarisation et θ l'angle d'inclinaison.

Dans le cadre d'une propagation quasi-TEM, la ligne aérienne est décrite dans le domaine temps par les équations télégraphistes suivantes [1][29] :

$$\frac{\partial \mathbf{V}(z, t)}{\partial z} + \mathbf{Z}(t) \otimes \mathbf{I}(z, t) = \mathbf{V}_F^s(z, t) \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{I}(z, t)}{\partial z} + \mathbf{C} \frac{\partial \mathbf{V}(z, t)}{\partial t} = \mathbf{I}_F^s(z, t) \quad (4.2)$$

Où $\mathbf{V}(z, t)$ est le vecteur tension, $\mathbf{I}(z, t)$ est le vecteur courant et z la direction longitudinale le long de la ligne de transmission. Les matrices $\mathbf{Z}$ et $\mathbf{C}$ sont l'impédance de retour du sol et la capacité par unité de longueur respectivement.

$V_F^s(z, t)$ et $I_F^s(z, t)$ représentent les termes sources traduisant la perturbation électromagnétique externe. Ces termes sont donnés par les expressions suivantes :

$$\mathbf{V}_F^s(z, t) = \check{\mathbf{E}}_z(z, t) - \frac{\partial \mathbf{E}_T}{\partial z} \quad (4.3)$$

$$\mathbf{I}_F^s(z, t) = -C \frac{\partial \mathbf{E}_T}{\partial t} \quad (4.4)$$

Avec $\mathbf{E}_T(z, t) = \int_0^h \mathbf{E}_y^{inc, total}(x, y, z, t) dy$, $\check{\mathbf{E}}_z(z, t) = \mathbf{E}_z^{inc, total}(x, y, z, t) - \mathbf{E}_z^{inc, total}(x, 0, z, t)$,

$\mathbf{E}_z$ et $\mathbf{E}_y$ sont la projection du champ électrique primaire sur l'axe z et l'axe y respectivement.

L'expression temporelle $\mathbf{Z}(t)$ de l'impédance est obtenue en appliquant l'algorithme (VF) [25] sur la matrice impédance série dépendante de la fréquence (Voir chapitre 2).

$$\mathbf{Z}(t) \Longleftrightarrow \mathbf{Z} = \mathbf{Z}_w + \mathbf{Z}_e \quad (4.5)$$

Où $\mathbf{Z}_w$ est l'impédance interne par unité de longueur des conducteurs et $\mathbf{Z}_e$ représente l'influence du sol. En suivant le même processus effectué dans le chapitre (2 et 3) basé sur l'identification des pôles et des résidus par la méthode (VF), l'équation (4.1) peut être exprimée comme suit :

$$\frac{\partial \mathbf{V}(z, t)}{\partial z} + (\mathbf{L} + \mathbf{D}) \frac{\mathbf{I}(z, t)}{\partial t} + (\mathbf{R} - \mathbf{\Omega}) \mathbf{I}(z, t) + \phi(t) \otimes \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{I}(z, t) = \mathbf{V}_F^s(z, t) \quad (4.6)$$

Où $\mathbf{\Omega}$ et $\phi(t)$ sont données par les expressions (3.12) et (3.13). $\otimes$ désigne l'opérateur convolution.

4.3. Formulation du champ total

Afin d'établir une expression explicite des termes sources distribuées le long de la ligne, la détermination des composantes du champ total E_y et E_z est nécessaire. Ce champ est composé d'un champ électrique incident $e_i(t)$ et d'un champ réfléchi $e_r(t)$ par le milieu stratifié [86].

L'expression du champ total $E(t)$ au-dessus d'un sol stratifié est donnée par :

$$E(t) = e_i(t) + e_r(t) \quad (4.7)$$

En adoptant la même procédure que celle développée au chapitre 1, on obtient les relations suivantes pour les composantes E_y et E_z :

$$E_y(t) = (\cos(\gamma) \cos(\theta) e_0(t - t_0^-) + (\cos(\gamma) \cos(\theta) \gamma_v(t, \theta) \otimes e_0(t - t_0^+)) \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} E_z(t) = & (\cos(\gamma) \sin(\theta) \sin(\phi) + \sin(\gamma) \sin(\phi)) e_0(t - t_0^-) \\ & + (-\gamma_v(t, \theta) \cos(\gamma) \sin(\theta) \sin(\phi) + \gamma_h(t, \theta) \sin(\gamma) \sin(\phi)) \\ & \otimes e_0(t - t_0^+) \end{aligned} \quad (4.9)$$

Avec $t_0^\pm = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} (-\cos(\theta) \sin(\phi) x \pm \sin(\theta) y + \cos(\theta) \cos(\phi) z)$, $\otimes$ désigne le produit de convolution, $\gamma_v(t, \theta)$, $\gamma_h(t, \theta)$ sont les coefficients de Fresnel dans le domaine temps. $u(t)$ est la fonction échelon unité, $\delta(\cdot)$ est la fonction d'impulsion d'unité et $e_0(t)$ est l'amplitude de l'impulsion électromagnétique donnée par :

$$e_0(t) = \exp(-\alpha t) - \exp(-\beta t), \alpha = 4.01 \times 10^6 s^{-1}, \beta = 1.565 \times 10^8 s^{-1}$$

L'un des problèmes qui rend l'analyse temporelle compliquée réside dans l'absence d'expressions temporelles des coefficients de réflexion qui apparaissent dans le champ réfléchi. Dans la plupart des travaux, les chercheurs utilisent la transformée de Fourier inverse pour obtenir le champ dans le domaine temps. Mais cette transformation n'est pas efficace puisque la plupart des simulateurs à savoir PSCAD [21] et EMTP [22] sont basés sur l'analyse temporelle. Afin de surmonter ce problème, on propose dans ce travail une nouvelle approche pour déterminer des expressions temporelles des coefficients de Fresnel. Elle est basée sur la décomposition des coefficients de Fresnel pour les polarisations verticale et horizontale [35] en deux fonctions : une fonction qui dépend de l'angle d'élévation et de la fréquence et une autre indépendante de la fréquence. La décomposition ainsi introduite permet d'élaborer une expression temporelle de ces coefficients en utilisant l'algorithme de Graver-Stehfest [90][91], qui est l'un des algorithmes les plus simples pour l'inversion numérique de la transformée de Laplace [92]. L'utilisation de cet algorithme permet d'éviter le recourt aux fonctions de Bessel souvent adoptées pour l'évaluation des RC.

L'expression du coefficient de Fresnel dans le domaine temporel selon cette approche est donnée par :

$$\gamma_{\text{r}}(t, \theta) = \gamma'_{\text{r}}(\theta)\delta(t) + \frac{\ln 2}{t} \sum_{i=1}^N V'_i \Gamma''_{\text{r}}\left(\frac{i \ln 2}{t}, \theta\right) \quad (4.10)$$

Où V'_i est décrit par la relation suivante :

$$V'_i = (-1)^{i+\frac{N}{2}} \sum_{k=\lceil \frac{i+1}{2} \rceil}^{\min(i, \frac{N}{2})} \frac{k^{\frac{N}{2}} (2k)!}{(\frac{N}{2} - k)! k! (k-1)! (2k-i)!}$$

Le paramètre N doit être un entier pair. Le choix approprié de N est important pour avoir une solution plus précise. Dans ce travail, la valeur optimale pour obtenir une grande précision du champ électrique total est égale à 10.

Dans l'équation (4.10), $\gamma'_{\text{r}}(\theta)$ et Γ''_{r} sont définis par :

$$\begin{cases} \gamma'_{\text{r}}(\theta) = \lim_{s \rightarrow 0} \Gamma_{\text{r}}(s, \theta) \\ \Gamma''_{\text{r}} = \Gamma_{\text{r}}(s, \theta) - \gamma'_{\text{r}}(\theta) \end{cases}$$

Avec :

$$\Gamma_{\Upsilon} = \frac{(\Lambda_{11} + \Lambda_{12}P_{\Upsilon,k=M_L})P_{\Upsilon,k=1} - (\Lambda_{21} + \Lambda_{22}P_{\Upsilon,k=M_L})}{(\Lambda_{11} + \Lambda_{12}P_{\Upsilon,k=M_L})P_{\Upsilon,k=1} + (\Lambda_{21} + \Lambda_{22}P_{\Upsilon,k=M_L})},$$

et

$$P_{\Upsilon k} = \begin{cases} \Upsilon = v, & P_{\Upsilon k} = \frac{\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \sqrt{n_k^2 - \cos(\theta)^2}}{\varepsilon_{rgk}(1 + \frac{\sigma_{gk}}{s\varepsilon_k})} \\ \Upsilon = h, & P_{\Upsilon k} = \sqrt{n_k^2 - \cos(\theta)^2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \end{cases}$$

Λ_{nl} sont les éléments de la matrice caractéristique de l'ensemble du milieu stratifié, qui sont exprimés comme suit [28] :

$$\Lambda = \prod_{k=1}^{M_L-1} \Lambda_k = \prod_{k=1}^{M_L-1} \begin{bmatrix} \cosh(q_k) & \frac{1}{P_{\Upsilon k}} \sinh(q_k) \\ P_{\Upsilon k} \sinh(q_k) & \cosh(q_k) \end{bmatrix}$$

Avec

$$q_k = s(d_k - d_{k-1})\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\sqrt{n_k^2 - \cos(\theta)^2}, \quad d_{-1} = 0$$

Où $n_k = \sqrt{\mu_k\varepsilon_{rgk} + \frac{\mu_{rk}\sigma_{gk}}{(s\varepsilon_0)}}$ pour $k = 0, 1, 2..M-1$, $k = 0$ indique l'espace libre (l'air) et M_L le nombre des couches du milieu.

Le calcul des intégrales des termes sources (4.3, 4.4) est effectuée numériquement moyennant la méthode de Simpson. L'intervalle d'intégration $0 \leq y \leq h = y_i$ est subdivisée en n (nombre pair) intervalles uniformes et l'intégrale est approchée par la relation suivante :

$$\int_0^h E_y(x, \vartheta, z, t) d\vartheta \simeq \frac{h}{3} [E_y(x, 0, z, t) + 2 \sum_{k=1}^{\frac{n}{2}-1} E_y(x, \vartheta_{2k}, z, t) \quad (4.11)$$

$$+ 4 \sum_{k=0}^{\frac{n}{2}-1} E_y(x, \vartheta_{2k+1}, z, t) + E_y(x, h, z, t)] \quad (4.12)$$

Pour obtenir les dérivées spatiale et temporelle, l'interpolation de $\mathbf{E}_T$ sur l'ensemble des échantillons spatiaux ($0 \leq \vartheta_k \leq h$) et temporels ($0 < t_i \leq t_{sim}$, t_{sim} est le temps de simulation) présentes dans les termes sources est adoptée.

4.4. Discrétisation des équations de la ligne de transmission

Comme dans le troisième chapitre et en suivant la même procédure, les équations de la ligne de transmission sont discrétisées à la fois dans le temps et dans l'espace. Les équations résultantes sont résolues en utilisant un schéma "leap-frog". La ligne de transmission est divisée en k segments, chacun de longueur Δz . Les noeuds du courant et de la tension sont séparés par $\frac{\Delta z}{2}$. De plus, les points temporels sont également entrelacés et chaque point de tension et du courant adjacent sont séparés par $\frac{\Delta t}{2}$. Les deux extrémités de la ligne sont séparées par une longueur l et chaque extrémité est connectée à un circuit résistif. L'application de l'approximation des différences centrées du second ordre des équations (4.2) et (4.6) donne :

$$\frac{\mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - \mathbf{I}_{k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z} + \mathbf{C} \frac{\mathbf{V}_k^{n+1} - \mathbf{V}_k^n}{\Delta t} = -\mathbf{C} \frac{\mathbf{E}_{T,k}^{n+1} - \mathbf{E}_{T,k}^n}{\Delta t} \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\mathbf{V}_{k+1}^n - \mathbf{V}_k^n}{\Delta z} + (\mathbf{L} + \mathbf{D}) \frac{\mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} + (\mathbf{R} - \mathbf{\Omega}) \frac{\mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}}{2} + \int_0^{n\Delta t} \phi(\tau) \frac{\partial}{\partial(n\Delta t - \tau)} \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}(n\Delta t - \tau) d\tau \\ &= \frac{\check{\mathbf{E}}_{z,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + \check{\mathbf{E}}_{z,k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}}{2} - \frac{\mathbf{E}_{T,k+1}^n - \mathbf{E}_{T,k}^n}{\Delta z} \end{aligned} \quad (4.14)$$

Où k et n sont les indices de l'espace et du temps respectivement.

Afin d'obtenir la tension transitoire dans la ligne aérienne au-dessus d'un sol stratifié, l'équation (4.13) doit être résolue pour $\mathbf{V}_k^{n+1}$ et (4.14) pour $\mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}$. Il en résulte la solution générale de ces équations suivante :

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} &= \mathbf{Z}_1^{-1} \left(\mathbf{Z}_2 \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} - (\mathbf{V}_{k+1}^n - \mathbf{V}_k^n) + \mathbf{Z}_3 \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{3}{2}} + \mathbf{Z}_4 \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{5}{2}} \right) \\ &\quad - \Delta z \left(\mathbf{\Psi}^n - \left(\frac{\check{E}_{z,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + \check{E}_{z,k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}}{2} - \frac{\mathbf{E}_{T,k+1}^n - \mathbf{E}_{T,k}^n}{\Delta z} \right) \right) \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$\mathbf{V}_k^{n+1} = \mathbf{V}_k^n - \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0} \left(\frac{\Delta t}{\Delta z} \right) \mathbf{L} (\mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - \mathbf{I}_{k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}) + \Delta z \mathbf{C} \frac{\mathbf{E}_{T,k}^{n+1} - \mathbf{E}_{T,k}^n}{\Delta t} \quad (4.16)$$

Avec

$$\begin{aligned}
\mathbf{Z}_1 &= \Delta z \left(\frac{\mathbf{L} + \mathbf{D}}{\Delta t} + \frac{\mathbf{R}}{2} - \frac{\Omega}{2} - \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\eta} \right) \\
\mathbf{Z}_2 &= \Delta z \left(\frac{\mathbf{L} + \mathbf{D}}{\Delta t} - \frac{\mathbf{R}}{2} + \frac{\Omega}{2} - \chi - \boldsymbol{\xi} + 3\boldsymbol{\eta} \right) \\
\mathbf{Z}_3 &= \Delta z (\chi - \boldsymbol{\xi} - 3\boldsymbol{\eta}) \\
\mathbf{Z}_4 &= \Delta z (\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\eta}) \\
\chi &= \sum_{i=1}^M \frac{\widehat{k}_i}{p_i} \chi_i^1 \\
\boldsymbol{\xi} &= \sum_{i=1}^M \frac{\widehat{k}_i}{p_i} \boldsymbol{\xi}_i^1 \\
\boldsymbol{\eta} &= \sum_{i=1}^M \frac{\widehat{k}_i}{p_i} \boldsymbol{\eta}_i^1 \\
\boldsymbol{\Psi}^n &= \sum_{i=1}^M \frac{\widehat{k}_i}{p_i} \boldsymbol{\Psi}_i^n
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\chi_i^m &= \frac{2e^{p_i m \Delta t} \sinh p_i \Delta t}{p_i \Delta t} \\
\chi_i^m &= e^{2p_i \Delta t} \chi_i^{m-2} \\
\xi_i^m &= -\frac{e^{p_i m \Delta t} (p_i \Delta t \cosh(p_i \Delta t) - \sinh(p_i \Delta t))}{(p_i \Delta t)^2} \\
\xi_i^m &= e^{2p_i \Delta t} \xi_i^{m-2} \\
\eta_i^m &= \frac{e^{p_i m \Delta t} (-2p_i \Delta t \cosh(p_i \Delta t) + (2 + (p_i \Delta t)^2) \sinh(p_i \Delta t))}{(p_i \Delta t)^3} \\
\eta_i^m &= e^{2p_i \Delta t} \eta_i^{m-2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\Psi}_i^n &= \left(\mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{5}{2}} - \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{7}{2}} \right) \chi_i^3 + \left(\mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{7}{2}} - \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{9}{2}} - \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{3}{2}} + \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{5}{2}} \right) \xi_i^3 \\
&\quad + \left(3\mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{7}{2}} - \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{9}{2}} + \mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{3}{2}} - 3\mathbf{I}_{k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{5}{2}} \right) \eta_i^3 + e^{2p_i \Delta t} \boldsymbol{\Psi}_i^{n-2}
\end{aligned}$$

4.5. Conditions aux limites

Les solutions générales des équations de ligne de transmission (4.15) et (4.16) ne sont pas applicables aux deux extrémités des conducteurs, ceci est dû au fait que le courant et la tension ne sont pas collocalisés dans l'espace à cette région de la ligne. Pour calculer les tensions de bornes V_0^{n+1} et V_K^{n+1} , nous appliquons à l'équation (4.2) la différence progressive à $k = 0$ (l'entrée de ligne) et la différence regressive à la sortie de la ligne ($k = K$). On en déduit donc la solution de l'équation (4.2) pour V_0^{n+1} :

$$V_0^{n+1} = G_2^{-1}(G_3 V_0^n - \frac{2\mathbf{I}_{\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z} + G_1(\mathbf{E}_{T,0}^{n+1} - \mathbf{E}_{T,0}^n))$$

Où

$$\mathbf{G}_1 = -\frac{\mathbf{C}}{\Delta t}$$

De même, l'expression de la tension à la fin de la ligne ($k = K$) est :

$$V_K^{n+1} = Y_1^{-1}(Y_2 V_K^n + \frac{2\mathbf{I}_{K-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z} + \mathbf{G}_1(\mathbf{E}_{T,K}^{n+1} - \mathbf{E}_{T,K}^n))$$

Avec :

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_2 &= \frac{\mathbf{C}}{\Delta t} + \frac{\mathbf{R}_0^{-1}}{\Delta z} \\ \mathbf{G}_3 &= \frac{\mathbf{C}}{\Delta t} - \frac{\mathbf{R}_0^{-1}}{\Delta z} \\ \mathbf{Y}_1 &= \frac{\mathbf{C}}{\Delta t} + \frac{\mathbf{R}_L^{-1}}{\Delta z} \\ \mathbf{Y}_2 &= \frac{\mathbf{C}}{\Delta t} - \frac{\mathbf{R}_L^{-1}}{\Delta z} \end{aligned}$$

4.6. Résultats et discussion

Dans cette partie, on va étudier l'effet des paramètres du sol sur la tension induite dans une ligne de transmission excitée par une onde plane et placée au-dessus d'un sol stratifié. Pour cette étude nous considérons un système composé de trois conducteurs du même rayon $r_c = 2.5mm$ et

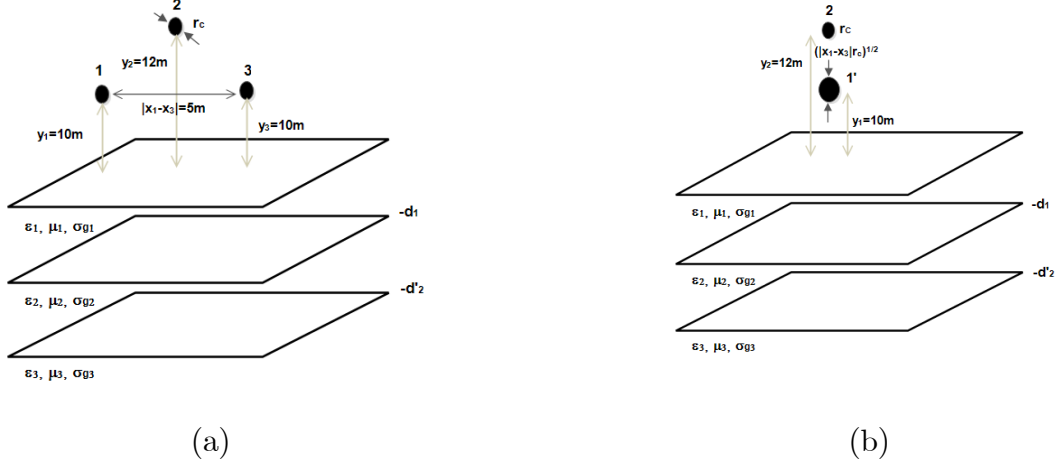


FIG. 4.2: a) Configuration de la ligne de transmission à trois conducteurs (MTC) au-dessus d'un sol à trois couches, b) Modèle équivalent.

de longueur $l = 10m$ (Cf. Fig. 4.2 (a)). Ces conducteurs sont placés au-dessus d'un sol stratifié à une hauteur $y_{1,3} = h_{1,3} = 10m$ pour le premier et le troisième conducteur et $y_2 = h_2 = 12m$ pour le deuxième conducteur qui est placé à $x_2 = 2,5m$ au milieu des deux autres conducteurs. Le sol stratifié est composé de trois couches, chaque couche est caractérisée par une conductivité σ_g , une permittivité ε et même perméabilité μ_0 . L'épaisseur de la première couche est notée d_1 et celle de la seconde est d_2 (avec $d'_2 = d_1 + d_2$). Les charges sont $R_0 = \text{diag}(50, 50, 50)\Omega$, $R_L = \text{diag}(100, 100, 100)\Omega$, où $\text{diag}(\cdot)$ représente l'opérateur transformée d'un vecteur en matrice diagonale. Notons que les résultats obtenus sont normalisés en divisant par $V_0 = E_0 l_0$ la tension induite.

La figure (4.3) illustre la comparaison des coefficients de réflexion calculés par la FFT et l'approximation du Padé. On remarque que l'approximation de Padé fournit un très bon résultat valable pour des fréquences allant jusqu'à $10MHz$. Les résultats numériques de ces coefficients sont ensuite utilisés pour évaluer le champ électrique totale au dessus du sol stratifié (CF. Fig. 4.4). Comme indiqué sur la Fig. (4.4), la méthode basée sur l'approximation du Padé engendre un champ transitoire légèrement différent de celui obtenu par inversion de la transformée de Fourier. Ceci est dû à la différence entre les spectres des coefficients de réflexion pour les hautes fréquences. Afin d'améliorer d'avantage la précision lors du calcul du champ total, on a adopté

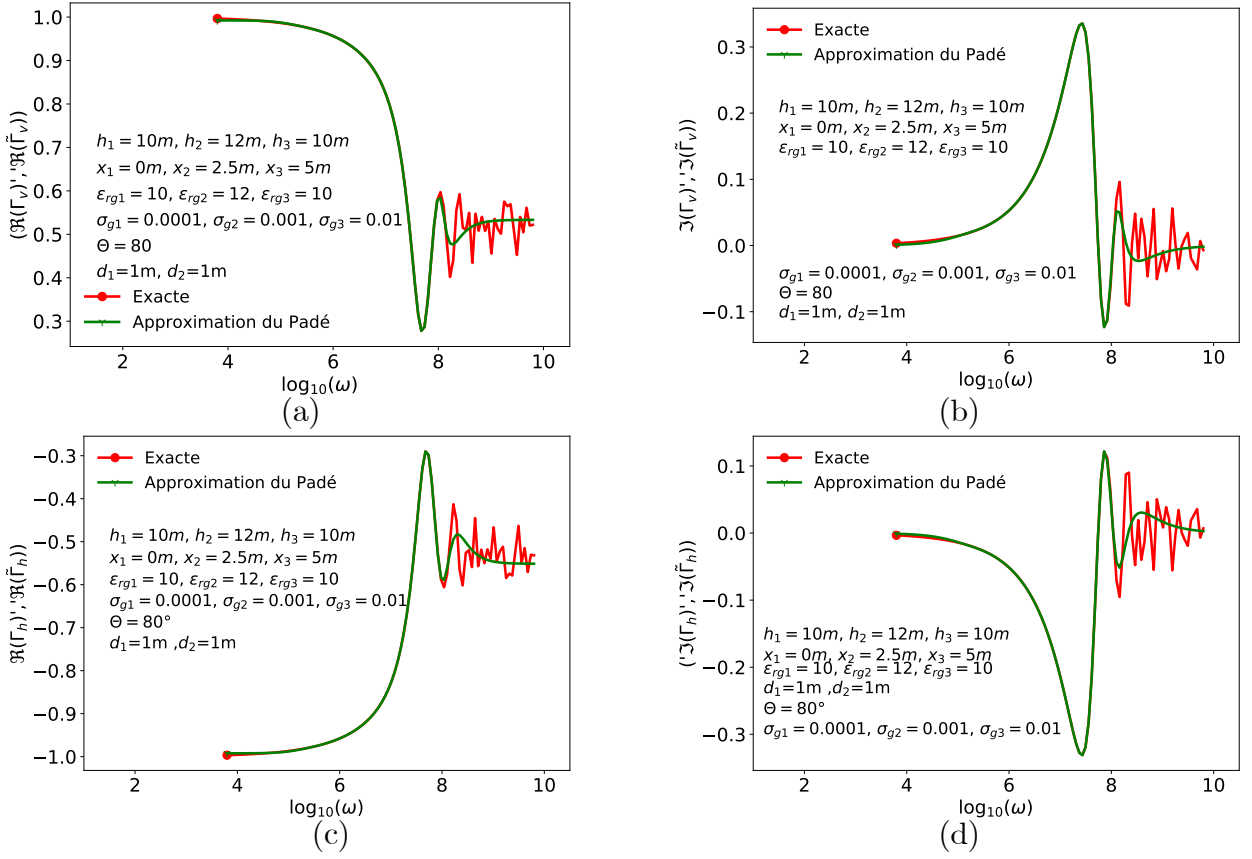


FIG. 4.3: Partie réelle et imaginaire de $\Gamma_{r=v,h}(-j\omega)$ et $\tilde{\Gamma}_{r=v,h}(-j\omega)$ en fonction de la fréquence ω .

la nouvelle technique d'évaluation des (CR) donnée par la relation (4.10). La détermination de la tension induite et du courant induit le long de la ligne Fig. (4.6) repose principalement sur le calcul du champ réfléchi à l'interface air-sol. La figure (4.5) illustre l'impact des différentes valeurs de N utilisées dans l'expression 4.10 sur le champ électrique. La simulation est faite pour le cas d'une onde polarisée verticalement avec $\theta = 80^\circ$ et $\phi = 0^\circ$ et évaluée à une position $x_1 = 0m$, $h_1 = 10m$ et $l_z = 10m$. Les paramètres électriques du sol qui est formé de trois couches d'épaisseurs respectives $d_1 = 1m$, $d_2 = 2m$ et $d_3 = \infty$ sont : $\sigma_{g1} = 10^{-4}S/m$, $\sigma_{g2} = 10^{-3}S/m$, $\sigma_{g3} = 10^{-2}S/m$, $\varepsilon_{rg1} = \varepsilon_{rg3} = 10$, $\varepsilon_{rg2} = 12$. D'après l'analyse des courbes obtenues pour le champ total (4.5), on constate que la méthode proposée est plus précise pour une valeur de N comprise entre 8 et 10. La valeur de N égale à 10 est retenue pour estimer avec précision le champ total et la perturbation électromagnétique distribuée (termes sources des équations des Télégraphistes) sur la ligne au niveau du premier conducteur (CF. Fig. (4.6)) pour tous les paramètres impliqués.

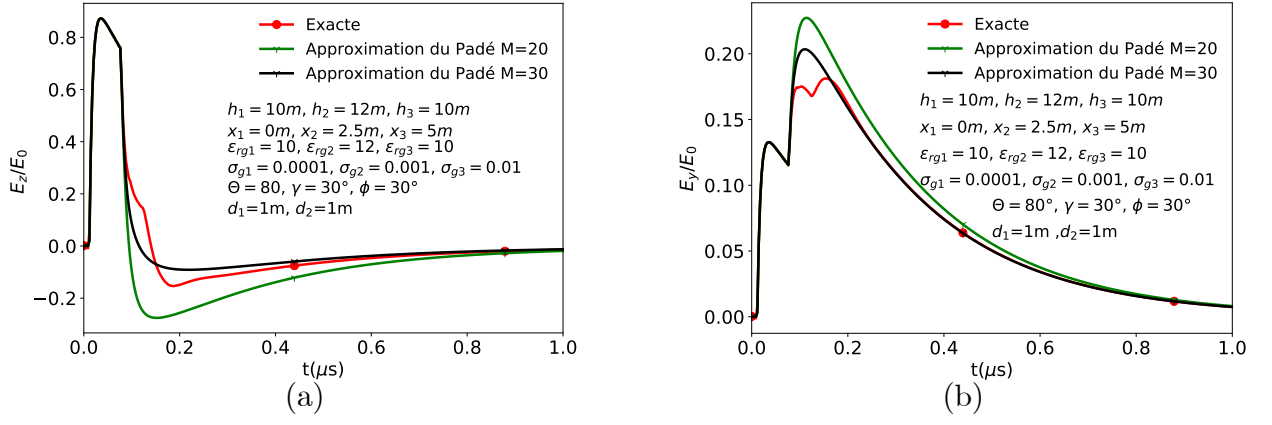


FIG. 4.4: Champ électrique par l'approximation du Padé en comparaison avec la forme d'onde de référence obtenue via la FFT.

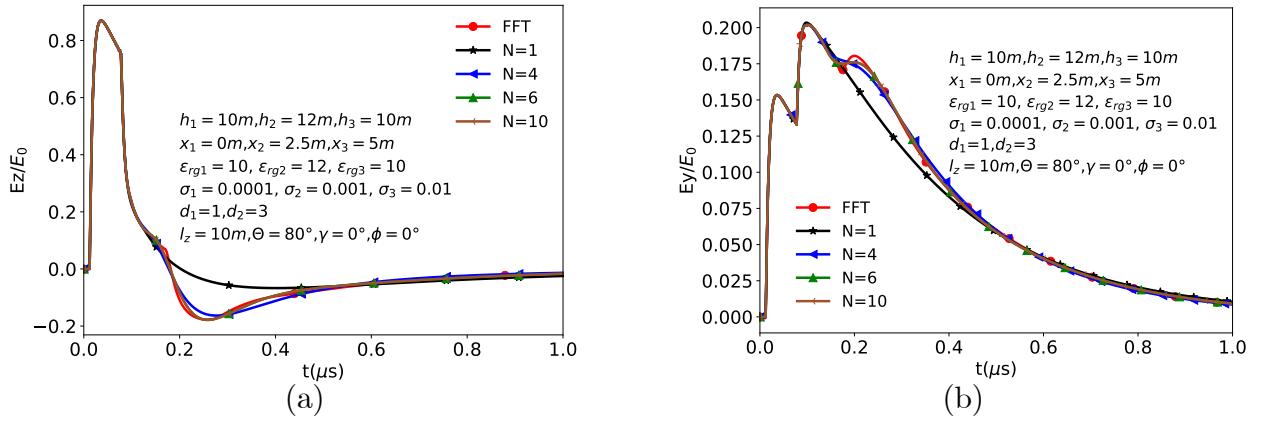


FIG. 4.5: Champ électrique pour différentes valeurs de N en comparaison avec la forme d'onde de référence obtenue via la FFT.

4.6.1. L'effet de l'épaisseur de la première couche

L'effet de l'épaisseur d_1 de la première couche sur la tension transitoire induite sur la ligne de transmission pour différentes polarisations est illustré sur la figure (4.7). En raison de la faible conductivité ($\sigma_1 = 0,0001 \text{ S/m}$) de la première couche et quel que soit le type de la polarisation, les pertes dans le sol deviennent plus importantes à mesure que d_1 augmente, ce qui se traduit par la diminution de la tension. Cet effet est plus remarquable pour le cas d'une polarisation verticale avec $\theta = 30^\circ$ (voir Fig. (4.7 (b))). Un autre effet qu'on peut tirer de l'analyse de ces figures consiste en l'étalement de la largeur de l'impulsion lorsque l'épaisseur de la première couche augmente.

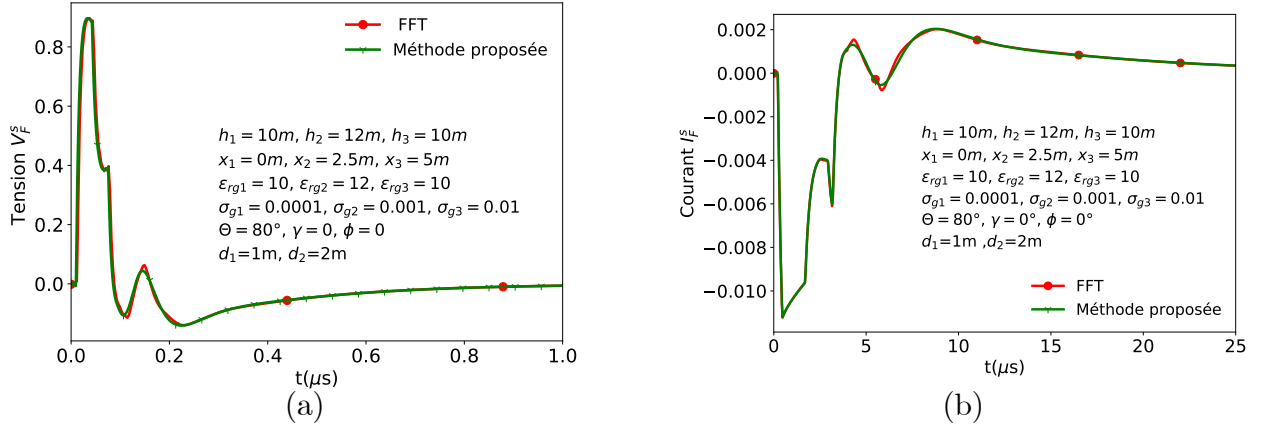


FIG. 4.6: Sources distribuées le long de la ligne obtenue par la méthode proposée et la FFT. a) La tension V_F , b) Courant I_F .

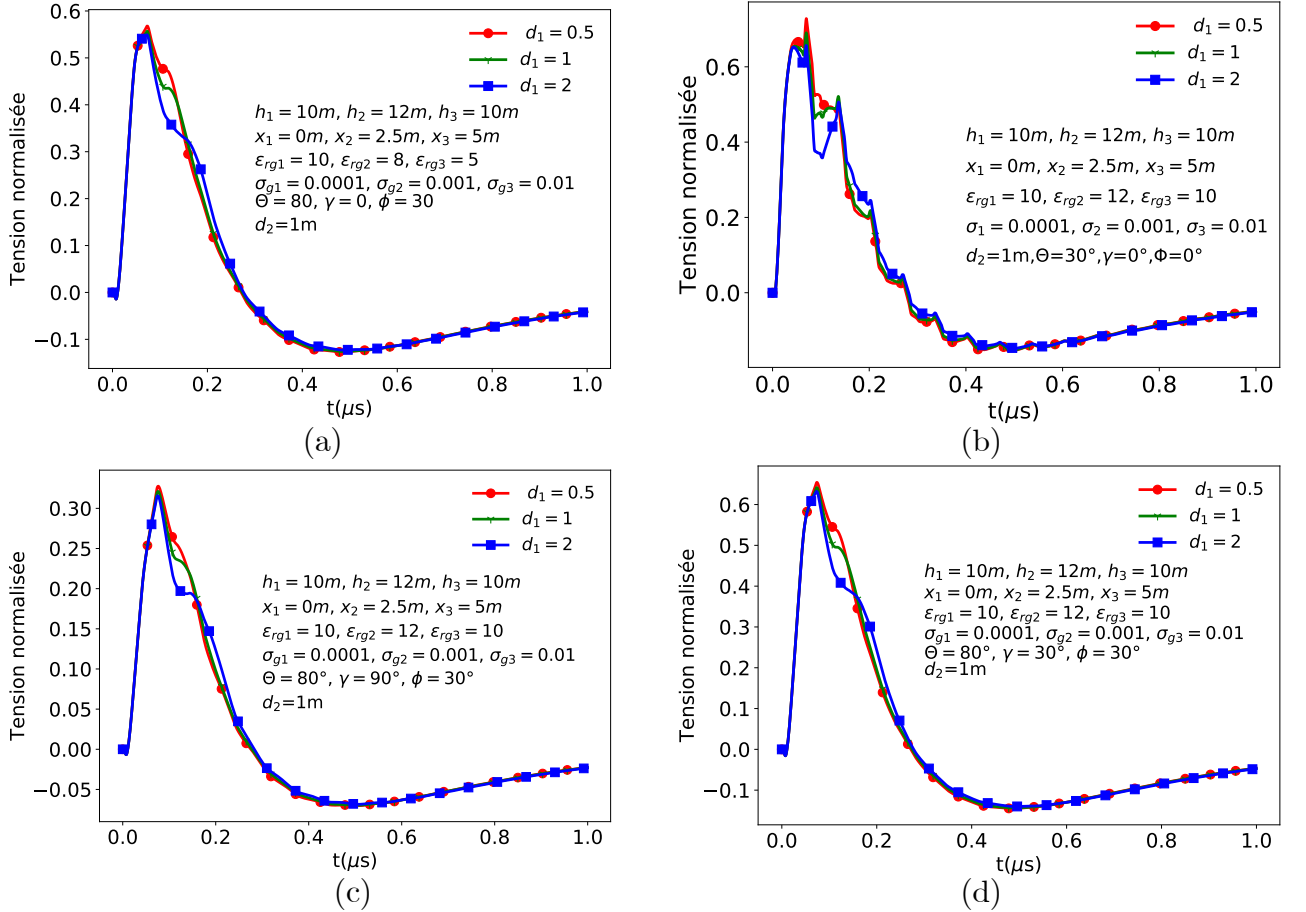


FIG. 4.7: Effet de l'épaisseur de la première couche pour différentes polarisations de l'onde a) Polarisation verticale b) Polarisation horizontale c) Polarisation quelconque d) Polarisation quelconque.

4.6.2. L'effet de l'épaisseur de la deuxième couche

Un autre effet sur la tension transitoire induite est mis en évidence dans cette discussion ; c'est l'effet de l'épaisseur de la deuxième couche comme illustré sur la figure (4.8). Pour les

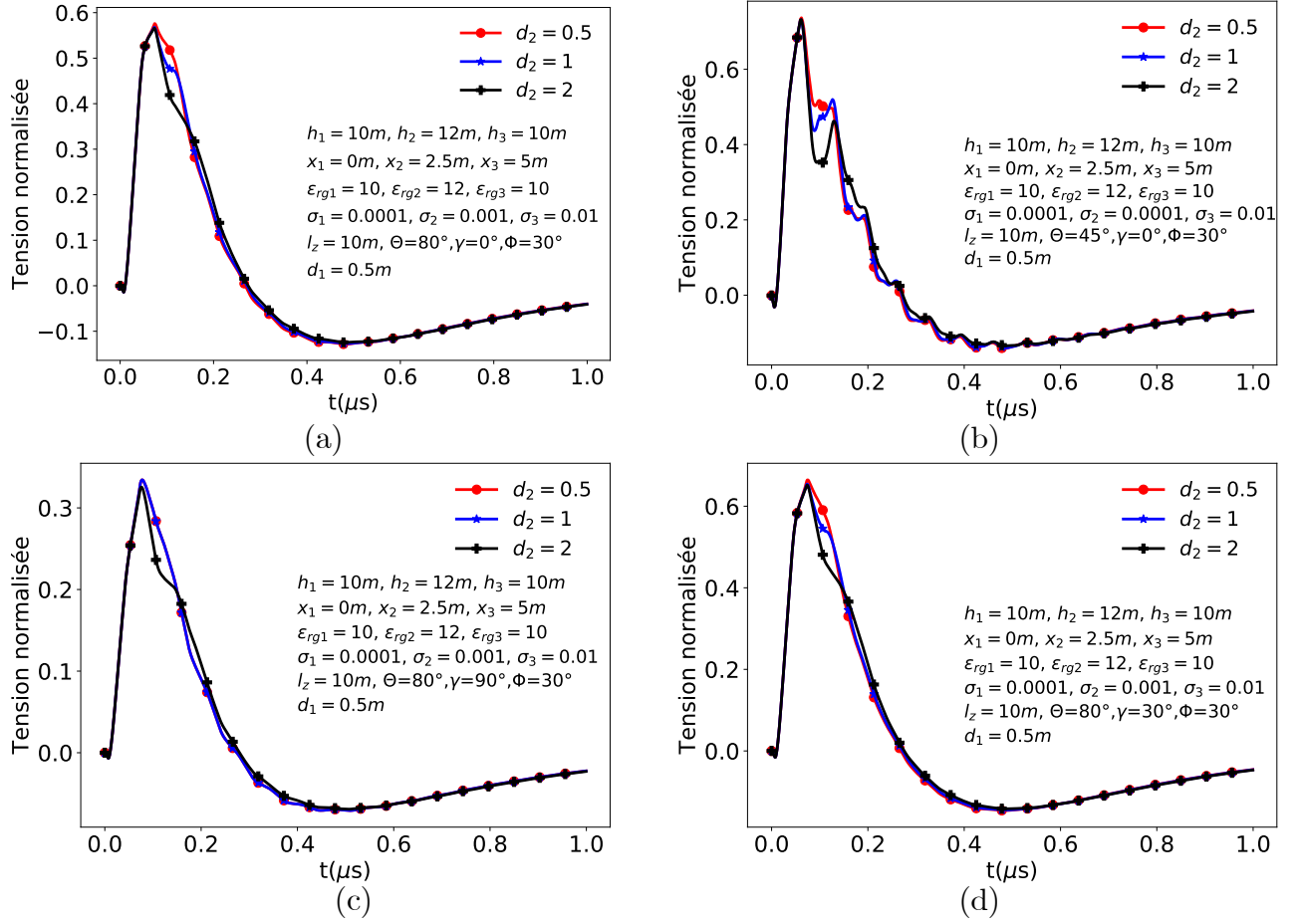


FIG. 4.8: Effet de l'épaisseur de la deuxième couche pour différentes polarisations. a) b) Polarisation verticale. c) Polarisation horizontale. d) Polarisation quelconque.

différentes polarisations, l'épaisseur de la deuxième couche n'influe que sur l'étalement de la largeur de l'impulsion qui diminue au fur et à mesure que l'épaisseur de la seconde couche augmente. Dans le cas où la polarisation est horizontale pour $\theta = 80^\circ$, $\sigma_1 = 0,0001 \text{ S/m}$ et $\sigma_2 = 0,001 \text{ S/m}$ (voir Fig. (4.8 (c))), la tension induite au niveau de l'entrée du premier conducteur est très faible en comparaison par rapport aux autres polarisations.

4.6.3. L'effet de la conductivité

L'un des effets les plus importants à étudier est l'effet de la conductivité sur la tension induite au niveau de la ligne. La figure (4.9) montre la variation de cette tension pour le premier conducteur tenant compte des différentes polarisations. De l'examen de cette figure, il ressort que l'amplitude de la tension est plus grande lorsque la conductivité de la première couche est plus grande par rapport à celles des autres couches ($\sigma_1 = 0.01 \text{ S/m}$, $\sigma_2 = 0.001 \text{ S/m}$ et $\sigma_3 = 0.0001 \text{ S/m}$). De plus, l'amplitude de la tension transitoire induite est maximale dans

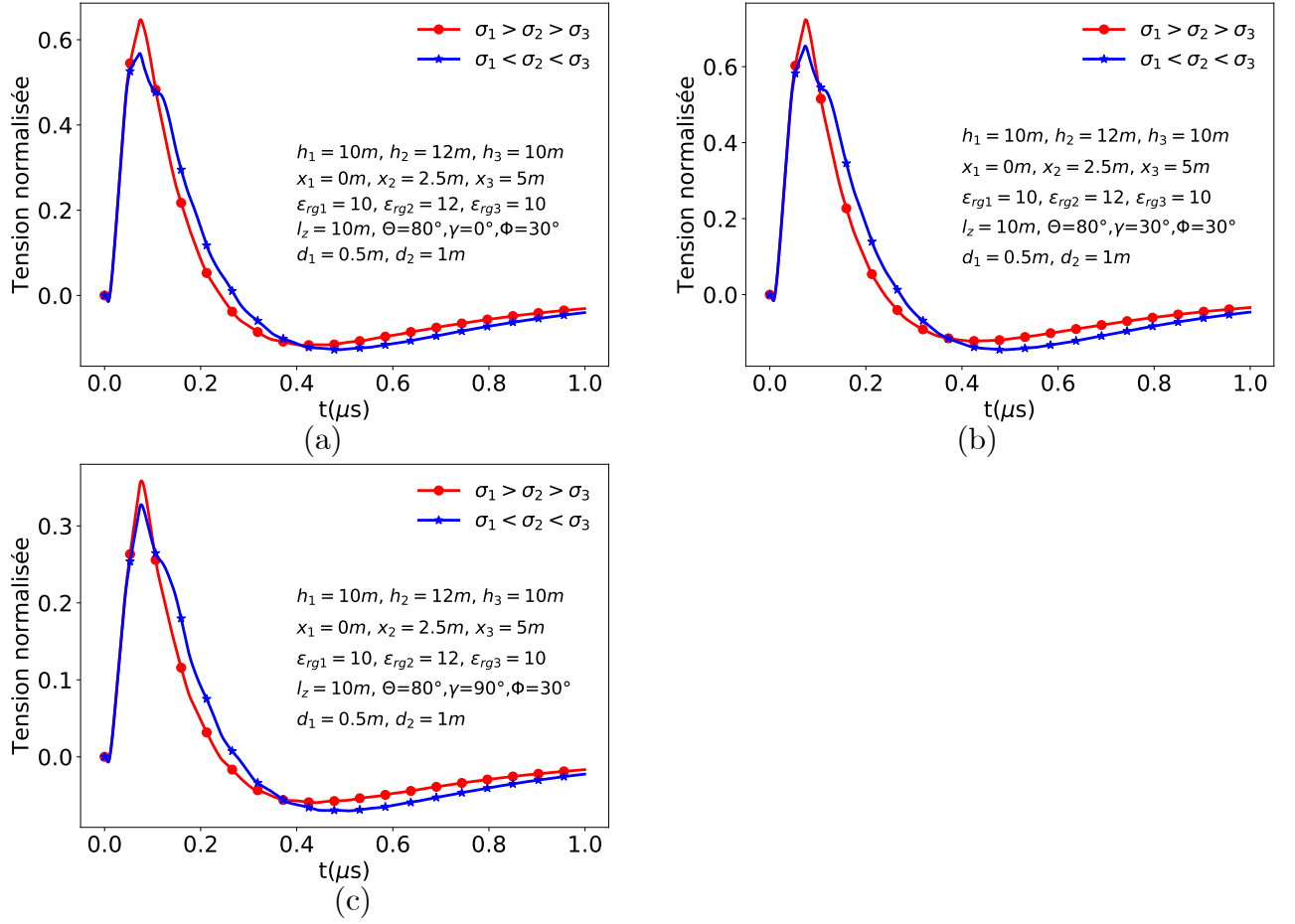


FIG. 4.9: Effet de la conductivité des couches pour différentes polarisations. a) Polarisation verticale. b) Polarisation quelconque ($\gamma \neq 90^\circ, 0^\circ$). c) Polarisation horizontale.

le cas d'une polarisation quelconque (Cf. Fig. 4.9 (b))(différente des polarisations horizontale et verticale) contrairement au cas d'un sol homogène avec perte pour lequel le maximum de la tension induite est obtenu pour le cas d'une polarisation verticale.

4.6.4. L'effet de l'angle d'incidence et de la polarisation

La figure (4.10) montre le comportement de la tension induite pour différentes valeurs de l'angle d'incidence θ (voir figures 4.10 (a),(b) et (c)) et pour différents angles de polarisation ($\gamma = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ et 90°) (Cf. Fig. 4.10 (d)). Pour le cas des polarisations verticale et quelconque (4.10 (a), (c)), l'amplitude maximale de la tension induite sur la ligne est obtenue pour un angle d'élévation de l'ordre de 45° . Contrairement, la polarisation horizontale engendre un maximum de tension induite pour l'angle $\theta = 80^\circ$ comme illustré Fig (4.10 (b)). Quant à la figure (4.10 (d)) qui correspond à la variation de la tension induite pour un angle d'incidence $\theta = 80^\circ$ en

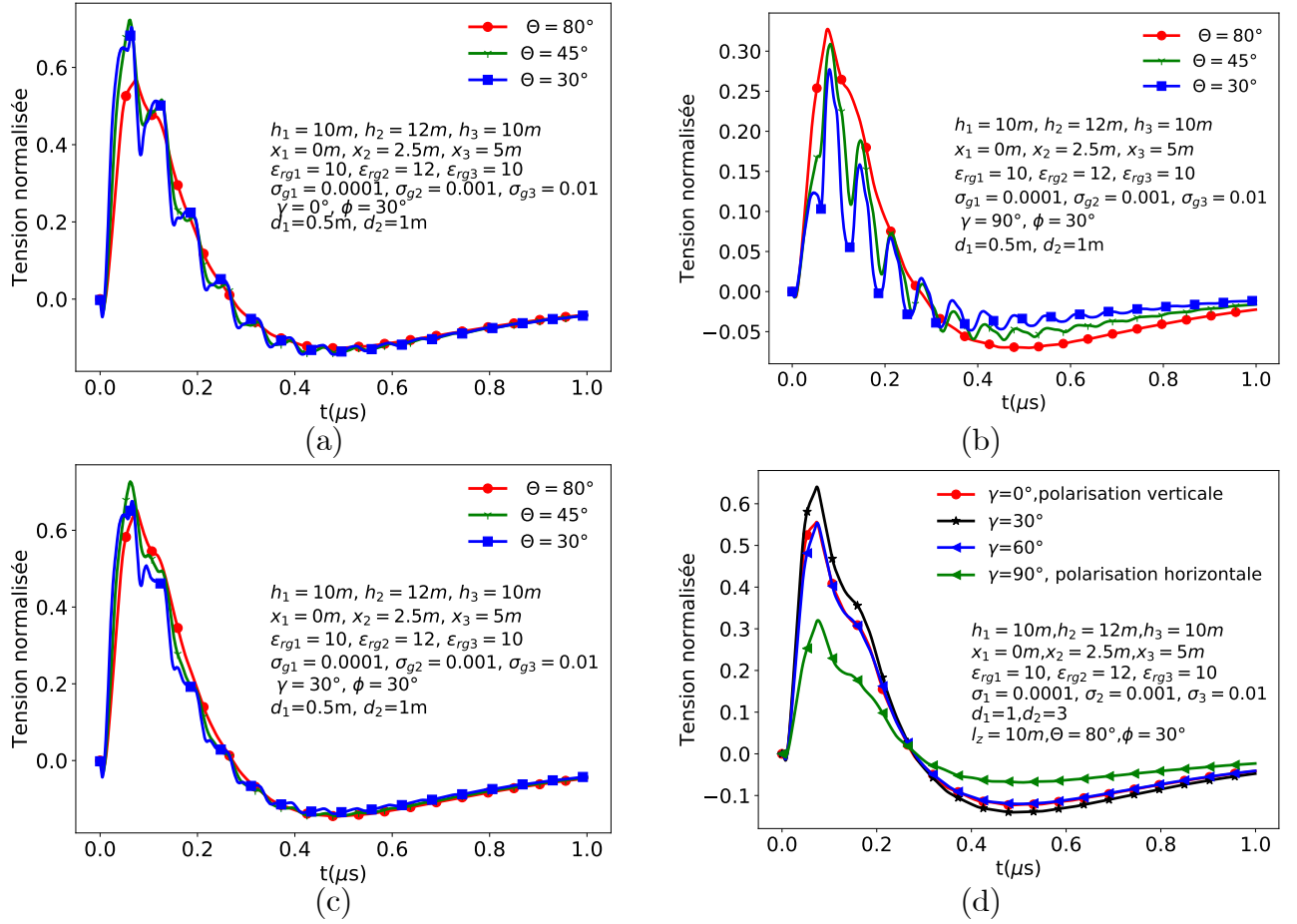


FIG. 4.10: Effet du l'angle d'incidence θ et de la polarisation γ sur la tension induite.

fonction de la polarisation, on remarque que le pic de la tension est minimale dans le cas où la polarisation est horizontale.

Comme le montre la figure (4.11), la méthode proposée qui est basée sur FDTD (courbe pleine) concorde avec la FFT (courbe en pointillés) rapportée dans [23] pour le cas d'une polarisation verticale et une polarisation horizontale. Notons que la légère différence entre les résultats FFT et FDTD est due au fait que les modèles d'impédance de retour du sol utilisés dans ce travail et dans [23] ne sont pas les mêmes. En effet, dans le présent travail on a adopté le modèle de Nakagawa tandis que dans [88] le modèle de Papadopoulos a été utilisé [10]. De plus, le courant induit normalisé à l'entrée de la ligne figure (4.11) est obtenu en divisant le courant induit par un courant constant $I_0 = E_0 l_0 / \eta_0$. η_0 est l'impédance caractéristique de l'espace libre.

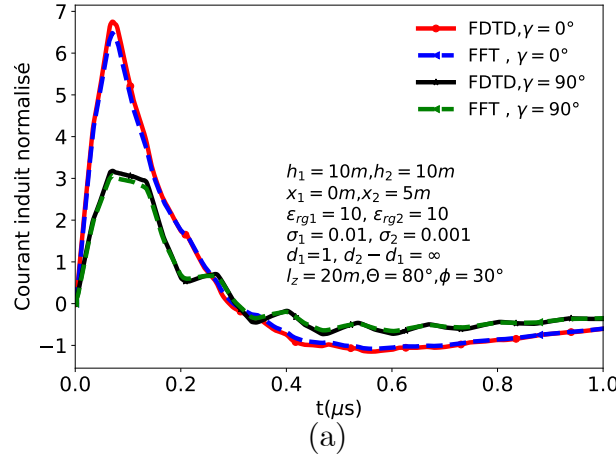


FIG. 4.11: Comparaison entre le modèle proposé et la méthode FFT.

4.6.5. Modèle équivalent

La figure (4.2 (b)) montre le modèle équivalent (METC) de la structure filaire à trois conducteurs (TCM), où nous remplaçons les deux conducteurs placés à la même hauteur, $h_{1,3} = 10m$, au-dessus du sol par un conducteur équivalent $1'$ de rayon équivalent $r_{ceq} = \sqrt{r_c |x_1 - x_3|}$, placé à mi-distance entre les conducteurs 1 et 3. L'effet du changement de géométrie des conducteurs en passant d'un TCM en METC est illustré sur les figures représentant les tensions induites sur les différents conducteurs (cf. Figs (4.12), (4.13) et (4.14)). D'après les résultats obtenus, on remarque que le modèle réduit proposé à deux conducteurs (METC) permet de prédire convenablement la tension induite sur le second conducteur de la structure (TCM) pour les différentes paramètres électriques et géométriques. De plus, la tension induite sur le conducteur $1'$ de la structure (METC) est une très bonne estimation de la tension induite des conducteurs 1 et 3 (Modèle TCM) à condition de la diviser par deux ($V_1(0, t) = V_{1', METC}(0, t)/2$, où $V_{1', METC}(0, t)$ est la tension l'entrée du conducteur équivalent (cf. Figs 4.14 (a) et 4.14 (c)).

Pour un angle d'incidence $\theta = 80^\circ$, la tension induite au niveau des conducteurs 1 et 3 est la même bien que les deux conducteurs soient à des positions différentes ($x_1 = 0m$ et $x_3 = 5m$). En effet, cela est dû au délai $t_a = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \cos(\theta) \sin(\phi) |x_1 - x_3|$ introduit par l'onde plane qui reste négligeable pour $\theta = 80^\circ$ (figures (4.12(a)), (4.13 (a)), et (4.14 (a))).

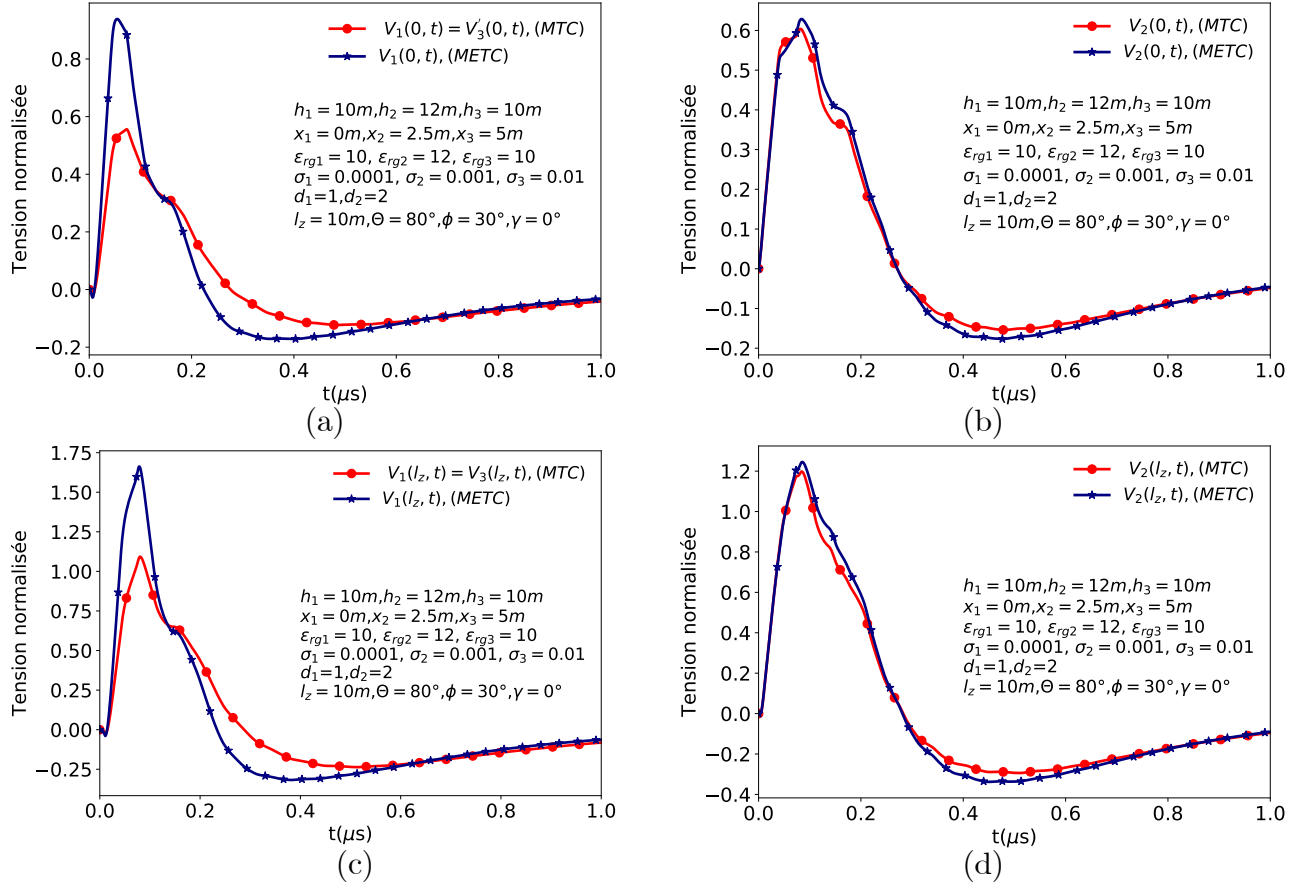


FIG. 4.12: La tension induite dans les structures MTC et METC à l'entrée et la sortie de la ligne (Polarisation verticale) . a) $(-V_{1,3}(0, t)/V_0)$, b) $(-V_2(0, t)/V_0)$, c) $(-V_{1,3}(l_z, t)/V_0)$, d) $(-V_2(l_z, t)/V_0)$

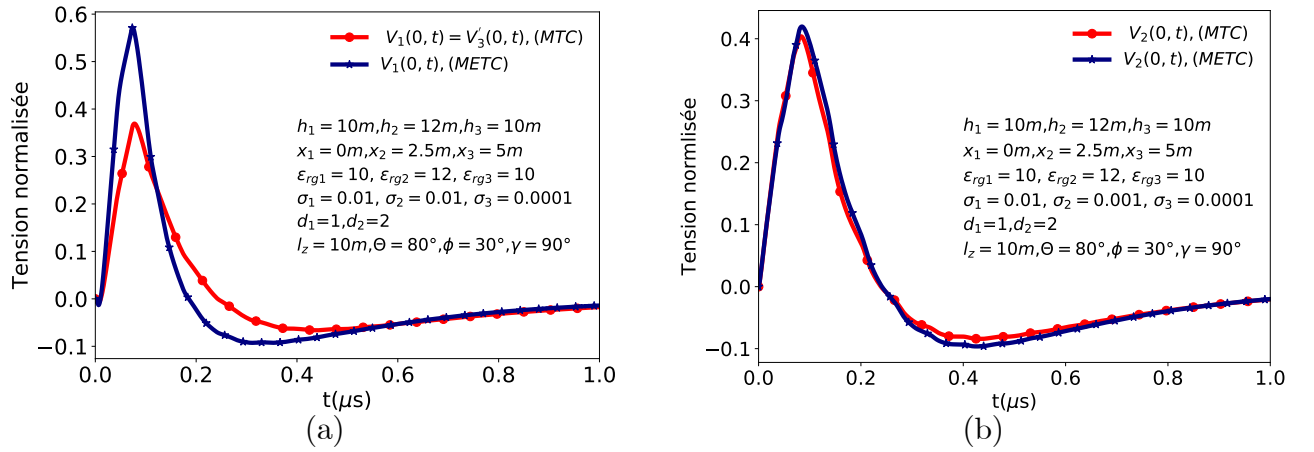


FIG. 4.13: La tension induite (MTC) et (METC) à l'entrée et la sortie de la ligne (Polarisation horizontale) . a) $(-V_{1,3}(0, t)/V_0)$, b) $(-V_2(0, t)/V_0)$.

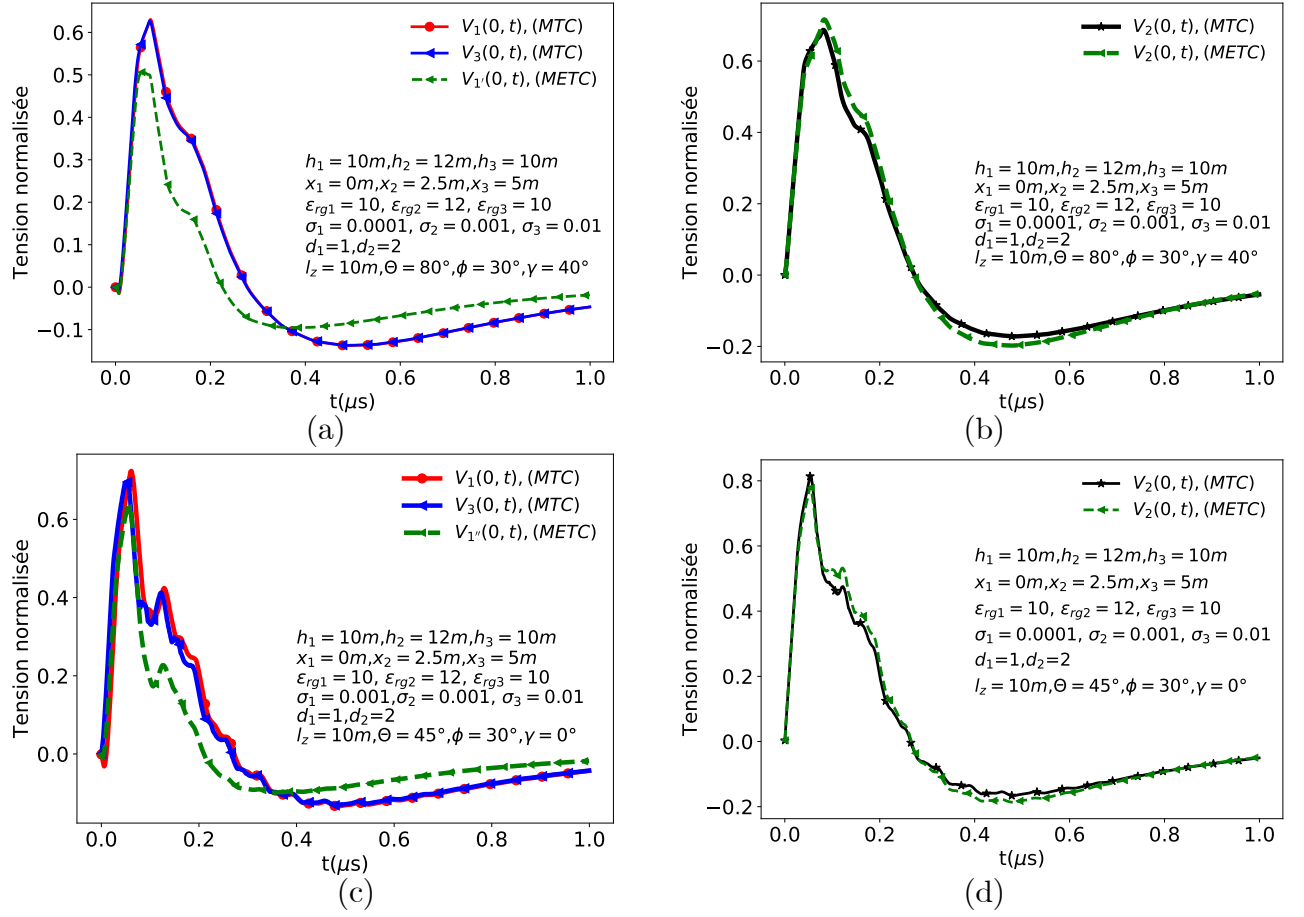


FIG. 4.14: La tension induite pour les structures MTC et METC à l'entrée et la sortie de la ligne (Polarisation verticale) . a) c) conducteurs 1, 3 et 1' pour $\theta = (80^\circ, 45^\circ)$, b) d) conducteur 2 pour $\theta = (80^\circ, 45^\circ)$.

4.7. Conclusion

Dans ce chapitre l'analyse transitoire d'une ligne de transmission illuminée par une onde plane au-dessus d'un sol stratifié avec perte directement dans le domaine temporel est établie. Pour calculer la tension induite au niveau des conducteurs, on a commencé par utiliser les équations des télégraphistes qui dépendent des termes sources, de l'impédance du sol et de la ligne qui sont en fonction de la fréquence. L'expression temporelle de l'impédance du sol et des conducteurs a été obtenue par l'utilisation de la méthode d'ajustement vectoriel (Vector Fitting) qui est une méthode générale basée sur l'identification des pôles et des résidus de l'approximation en fraction simples de l'expression fréquentielle de l'impédance. De plus, le calcul dans le domaine temps des termes sources qui sont fonction du champ électrique total est effectué moyennant l'algorithme de Gaver–Stehfest. L'expression résultante est assez simple et ne nécessite pas l'évaluation des fonctions spéciales de Bessel.

La résolution des équations des télégraphistes dans le domaine temporel a été établie par l'utilisation d'un nouvel algorithme des différences finies, basé sur une amélioration du calcul de l'intégrale de convolution entre la dérivée temporelle du courant et l'impédance de retour du sol.

Les résultats obtenus montrent que l'amplitude de la tension induite sur la ligne dépend principalement de l'épaisseur de la première couche, des angles d'incidences et de polarisation. Elle augmente lorsque l'épaisseur de la première couche est plus faible ; elle est maximale pour la polarisation verticale pour des angles d'élévation proches de 45° . L'amplitude de la tension induite pour la polarisation horizontale reste plus faible par rapport à celle verticale et le pic maximal de la tension induite est obtenu dans ce cas pour des angles d'incidence de l'ordre de 80° . D'autre part, la variation de la profondeur de la deuxième couche n'affecte pas l'amplitude de la tension mais agit seulement sur la largeur de l'impulsion. De plus, la conductivité agit à son tour sur la tension induite, la variation de la conductivité a un grand effet sur l'amplitude qui prend des valeurs maximales quand la conductivité de la première couche est grande c'est-à-dire que la grande partie de l'onde incidente est réfléchiée vers les conducteurs.

Un modèle équivalent a été proposé et a permis de réduire la complexité de la structure filaire d'un système composé de trois conducteurs vers un système de deux conducteurs, en fournissant une très bonne estimation de la tension transitoire.

Conclusion générale

En parallèle avec les avancées réalisées dans la compatibilité électromagnétique, il nous a paru intéressant de proposer une nouvelle méthode d'analyse du couplage entre une ligne de transmission et une onde plane au dessus d'un sol stratifié directement dans le domaine temporel. Cette proposition est dû, d'une part, au fait que les anciens travaux sont basés sur l'analyse fréquentielle en considérant que le sol est homogène, d'autre part que les logiciels d'analyse à savoir PSCAD et EMTP sont basés sur l'analyse temporelle.

A travers ce travail, nous avons abordé les différents problèmes liés à la perturbation d'une ligne de transmission dans le domaines temporel. la ligne étudiée comporte trois conducteurs placés au-dessus d'un sol stratifié. les paramètres sont distribués et dépendent de la fréquence.

Les problèmes abordés comprennent :

- 1) Le calcul le champ électromagnétique réfléchi par un sol homogène, illuminé d'une onde plane d'une polarisation arbitraire directement dans le domaine temporel.
- 2) Introduction des modèles de calcul de l'impédance du retour du sol et l'utilisation de l'algorithme de vecteur fitting pour la transfromation dans le domaine temporel.
- 3) L'analyse de l'effet d'un sol stratifié sur une ligne de transmission en utilisant la méthode FDTD. En plus d'un modèle équivalent de réduction de la structure étudiée.
- 4) L'analyse du couplage entre une ligne de transmission et une onde plane en présence d'un sol stratifié directement dans le domaine temporel.

Pour le premier problème, nous avons proposé une nouvelle technique qui est basée sur l'approximation de Padé en conjonction avec le développement en fraction simples des coefficients de réflexion, ce qui nous a permis d'obtenir l'expression de la réponse impulsionnelle sous forme d'une simple sommation d'exponentielles à arguments réels. Afin de caractériser le polynôme de Taylor approché des coefficients de réflexion de polarisation verticale et horizontale, nous avons utilisé une méthode qui repose essentiellement sur les valeurs des coefficients de réflexion. La méthode proposée a fourni une représentation analytique du champ transitoire réfléchi associée à une forme d'onde sous forme d'une double exponentielle fréquemment utilisée dans les études de couplage d'ondes électromagnétiques. En plus, elle permet l'utilisation de la convolution

réursive dans le cas où la forme d'onde incidente est assez complexe. L'approche proposée repose essentiellement sur les deux paramètres s_0 et M qui représentent respectivement le point autour duquel les développements en séries de Taylor des coefficients de réflexion ont été faites et l'ordre de l'approximant de Padé.

En ce qui concerne le deuxième problème, nous avons présenté les trois modèles de calcul de l'impédance de retour du sol. De plus, on a abordé une approximation rationnelle de l'impédance du retour du sol en utilisant l'algorithme du vecteur fitting. Cette approximation permet d'atteindre une représentation temporelle de l'impédance de retour du sol. L'utilisation de cet algorithme conduit à déduire que pour obtenir une meilleure approximation le nombre d'itérations utilisé doit être égal ou supérieur à 12.

Pour remédier au troisième problème, qui concerne l'analyse de l'effet du sol sur une ligne de transmission placée au dessus d'un sol stratifié, nous avons proposé un nouvel algorithme aux différences finies, basé sur une amélioration du calcul de l'intégrale de convolution habituelle entre la dérivée temporelle du courant et l'impédance de retour de la terre. Le modèle de Nakagawa est adopté pour le calcul d'impédance, qui est alors approximé par une somme de fonctions d'exponentielles obtenues par la méthode vecteur fitting. Les résultats trouvés montrent que l'effet de l'épaisseur de la première couche n'est remarquable que lorsque la première couche présente plus de pertes et une faible épaisseur. Cet effet augmente lorsqu'on se dirige vers la sortie de la ligne, ceci est dû aux pertes au niveau de la ligne. Un modèle équivalent qui repose sur la substitution de deux conducteurs parallèles identiques, placés à la même hauteur au-dessus du sol, par un seul conducteur a été présenté dans ce mémoire. Ce modèle montre qu'on peut réduire la complexité de la structure filaire tout en fournissant une très bonne estimation des tensions transitoires quelque soit les paramètres choisis.

La difficulté majeure du dernier problème qui concerne l'étude du couplage entre une onde plane et une ligne de transmission au-dessus d'un sol stratifié, consiste à trouver une expression temporelle des coefficients de Fresnel pour un sol stratifié. Pour y parvenir, on a utilisé l'algorithme de Gaver–Stehfest qui nous a permis de transformer les coefficients de Fresnel à partir du domaine fréquentiel au domaine temporel. L'expression résultante est assez simple et

ne nécessite pas l'évaluation de fonctions spéciales. De plus, on a utilisé l'approche citée dans le premier chapitre qui est basée sur l'utilisation de l'approximation du Padé pour le calcul de ces coefficients afin de comparer les résultats trouvés par les deux méthodes.

Les résultats obtenus pour l'analyse transitoire d'une ligne de transmission placée au dessus d'un sol stratifié et illuminée par une onde plane montrent que la tension induite est essentiellement influencée par l'épaisseur de la première couche. L'amplitude de la tension induite sur la ligne augmente lorsque cette épaisseur est plus faible. De plus, cette amplitude dépend de l'angle d'incidence et de polarisation choisis. D'autre part, l'épaisseur de la deuxième couche n'engendre pas une grande influence sur l'amplitude que lorsque les deux premières couches présentent plus de pertes. La conductivité agit à son tour sur l'amplitude de la tension induite qui prend des valeurs maximales quand la conductivité de la première couche est grande.

Finalement, les simulations introduites dans ce mémoire montrent la validité du modèle équivalent réduit de la structure filaire dans le cas du couplage onde-ligne de transmission.

Annexe 1

D'après [29][44], l'intégrale de convolution (1.64) peut être discrétisée comme suit :

$$\int_0^{(p+1)\Delta t} e_0(\tau) \gamma'_\xi(t - \tau, \theta) d\tau \simeq \int_0^{(p+1)\Delta t} e_0(\tau) \gamma'_\xi((p+1)\Delta t - \tau, \theta) d\tau \quad (4.17)$$

Où

$$\simeq \sum_{m=0}^p \gamma'_\xi((p+1-m)\Delta t, \theta) \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} e_0(\tau) d\tau \quad (4.18)$$

$$\simeq \sum_{m=0}^p \gamma'_\xi((p+1-m)\Delta t, \theta) \left(E_0 \sum_{i=1}^2 a_i \exp(b_i t) \right) \quad (4.19)$$

Dans la relation (4.17), $\gamma'_\xi(t, \theta)$ est approximé comme étant constant sur les segments Δt . Les termes constants a_i et b_i qui apparaissent dans (4.19) sont obtenus en effectuant une intégration analytique l'expression (4.18). Ils sont définis par :

$$a_1 = (1 - \exp(-\alpha\Delta t))/\alpha, \quad a_2 = -(1 - \exp(-\beta\Delta t))/\beta$$

$$b_1 = -\alpha\Delta t, \quad b_2 = -\beta\Delta t$$

L'approximation (4.19) de l'intégrale de convolution nécessite un stockage de toutes les valeurs précédentes de $\gamma'_\xi((p+1)\Delta t, \theta)$. Pour remédier à ce problème, nous posons

$$\Psi_i^{(p+1)} = \sum_{m=2}^p \gamma'_\xi((p+1-m)\Delta t, \theta) \quad (4.20)$$

Ce qui donne :

$$\begin{aligned} \int_0^{(p+1)\Delta t} e_0(\tau) \gamma'_\xi(t - \tau, \theta) d\tau &= E_0 \\ &\times \sum_{i=1}^2 a_i (\gamma'_\xi((p+1)\Delta t, \theta) + \exp(b_i) \gamma'_\xi(p\Delta t, \theta) + \Psi_i^{(p+1)}) \end{aligned} \quad (4.21)$$

D'où, il est facile de montrer que (4.20) peut s'écrire sous forme de la relation récursive suivante :

$$\Psi_i^{(p+1)} = \gamma'_\xi((p-1)\Delta t, \theta) \exp(2b_i) + \exp(b_i) \Psi_i^{(p)}$$

Bibliographie

- [1] Tesche, F.M., Ianoz, M. et Karlsson, T., EMC ANalysis Methods and Computational Models, Wiley Interscience : New york, 1997.
- [2] C. R. Paul, Introduction to Electromagnetic compatibility, John Wiley and Sons Incorporation, 1992.
- [3] M. Ianoz, C. A. Nucci et F. M. Tesche, transmission line theory for field to transmission line coupling calculations, Electromagnetics, 8 :2-4, 171-211, 1988.
- [4] G. Antonini, A. Orlandi, and C. R. Paul, "An improved method of modeling lossy transmission lines in finite-difference time-domain analysis," in Proc. IEEE Int. Symp. Electromagn. Compat., vol. 1, Seattle, WA, Aug. 2-6, 1999, pp. 435-439.
- [5] G. J. Bridges and L. Shafai, "Plane wave coupling to multiple conductor transmission lines above a lossy earth," IEEE Trans. Electromagnet. Compat., vol. 31, no. 1, Feb. 1989.
- [6] Carson J. R., "Wave propagation in overhead wires with ground return," Bell Syst. Tech. J.(5)(1926) 539-554.
- [7] Pollaczek F., "Uber das feld einer unerdlich langen wechselstrom-durchflossenen Einfachleitung," Elect. Nachr. Tech, 1926, 9, pp.339.
- [8] Wise W. H., "Propagation of high frequency currents in ground return circuits," Proc. Inst. Radio Eng. (22)(1934) 522-527.
- [9] Sunde E. D., Earth Conduction Effects in Transmission Systems, 2nd ed, Dover Publications, 1968, pp.99-139.
- [10] Papadopoulos T. A., Papagiannis K., and Labridis D. P., "A generalized model for the calculation of the impedances and admittances of overhead power lines above stratified earth," Electric Power Systems Research, Vol. 80, pp. 1160-1170, 2010.
- [11] Nakagawa N., Ametani A., Iwamoto K., "Further studies on wave propagation in overhead lines with earth return : impedance of stratified earth," Proc. IEE 120 (12)(1973) 1521-1528.
- [12] Rachidi F, Nucci C. A., Ianoz M., "Transient Analysis of Multiconductor Lines Above a Lossy Ground," IEEE Trans. Electromagn., Vol. 14, No. 1, January 1999.
- [13] F. Rachidi, "A Review of Field to Transmission Line Coupling Models With Special Emphasis to Lightning Induced Voltages on Overhead Lines," IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. 54, NO. 4, August 2012.

- [14] A. Orlandi and C. R. Paul, "FDTD analysis of lossy multiconductor transmission lines terminated in arbitrary loads," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 38, no. 3, pp. 388-399, Aug. 1996.
- [15] Barnes P R and Tesche FM 1990, "On the direct calculation of a transient planewave reflected from a finitely conducting half-space", OAK Ridge National Laboratory (Theor. Note 358) (5 December).
- [16] Rothwell E J and Suk Jungwook 2003 Efficient computation of the time-domain TE plane-wave reflection coefficient *IEEE Trans. Antennas Propag.* 51 3283–5
- [17] Rothwell E J 2005 Efficient computation of the time-domain TM plane-wave reflection coefficient *IEEE Trans. Antennas Propag.* 53–3417
- [18] S. Antonijevic and D. Poljak, A Novel Time-Domain reflection Coefficient Function :TM Case, *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, Vol. 55, No. 6, December 2013.
- [19] H. Stehfest, "Numerical inversion of Laplace transforms algorithm, Algorithm 368," *Commun. ACM*, vol. 13, no. 1, pp. 47–49, 1970.
- [20] Lu, T., L. Qi, and X. Cui, "Effect of multilayer soil on the switching transient in substations," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 42, No. 4, 843-846, 2006.
- [21] PSCAD Users Manual. Winnipeg, MB, Canada : HVDC Res. Center, 2003.
- [22] Electromagnetic Transient Program(EMTP) Rule Book. Portland, OR :Bonneville Power Admin., 1984.
- [23] Belganche, Z., A. Maaouni, A. Mzerd, and A. Lahmidi, "Plane wave coupling to overhead lines over stratified earth," 2018 Progress In Electromagnetics Research Symposium (PIERS - Toyama), 2212-2219, Toyama, August 1-4, 2018.
- [24] L. Qi, X. Cui and L. Li, "Transient Plane Wave Coupling to overhead Line above a Multi-Layer Soil," *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 2006.
- [25] Gustavsen B. and Semlyen A., "Rational approximation of frequency-domain responses by vector fitting," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 14, no. 3, pp.1052-1061, Jul, 1999.
- [26] Kordi B., Lovetri J. and Bridges G. E., "Finite-difference analysis of dispersive transmission lines within a circuit simulator," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 21, no. 1, January 2006.
- [27] Agrawal A. K., Price H. J., and Gurbaxani S. H., "Transient response of multiconductor transmission line excited by a nonuniform electromagnetic field," *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, EMC-22, pp. 119-129, 1980.
- [28] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics - Electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light* (Cambridge University Press, Cambridge, 2006)
- [29] Paul C. R., *Analysis of Multiconductor Transmission lines*, New York : Wiley, 1994.

- [30] Lahmidi, Ayoub . MAAOUNI, Abderrahman. Belganche, Zeyneb. (2018). Padé approximation for time-domain plane wave reflected from a lossy earth. Journal of Physics Communications. 2. 10.1088/2399-6528/aae232.
- [31] Lahmidi, Ayoub. Maaouni, Abderrahman. (2020). Time-Domain Analysis Of Overhead Line In Presence Of Stratified Earth. Progress In Electromagnetics Research M. 88. 133-144. 10.2528/PIERM19101503.
- [32] Lahmidi, Ayoub. Maaouni, Abderrahman. (2021). Time-Domain Analysis for the Coupling Problem Of Overhead Line Above Multilayered Earth. Progress In Electromagnetics Research M. 102. 39-51. 10.2528/PIERM21021603.
- [33] KingWP , OwensMandWuT T 1992 Lateral Electromagnetic Waves (Berlin : Springer)
- [34] M. Abramowitz and I. A. Stegun, Eds. Handbook of Mathematical Functions, Nat. Bureau Standards Pub., June 1964.
- [35] S. Antonijevic and D. Poljak, A Novel Time-Domain reflection Coefficient Function :TM Case,IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. 55, No. 6, December 2013.
- [36] H. Hassanzadeh and M. Pooladi-Darvish, "Comparison of different numerical Laplace inversion methods for engineering applications," Appl.Math. Comput., vol. 189, no. 2, pp. 1966-1981, 2007.
- [37] B. Davis and B. Martin, "Numerical inversion of the Laplace transform : A survey and comparison of the methods," J. Comput. Phys., vol. 33, no. 1,pp. 1—32, 1979.
- [38] M. Born and E. Wolf, Principles of Optics—Electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light (Cambridge University Press, Cambridge, 2006)
- [39] Maaouni A and Amri A 2003 Time -domain analysis for field excited transmission lines with nonlinear loads J. Phys. A : Math. Gen. 36 10573—84
- [40] Scharstein RW1992 Transient Electromagnetic plane wave reflection from a dielectric slab IEEE Trans. on Education 35 170 5
- [41] Kalateh Bojdi Z, Ahmadi-Asl S and Aminataei A 2013 A new extended Padé approximation and its application Adv. Numer. Anal. 2013—263467
- [42] van Rossum.G 1995 Python tutorial Technical Report, CS—R9526 Centrum voor Wiskunde en Informatica (CWI), Amsterdam [https :// www.python.org/](https://www.python.org/)
- [43] Hosono, Toshio. (1986). Numerical algorithm for Taylor series expansion. Electronics and Communications in Japan Part I-communications - ELECTRON COMMUN JPN I. 69. 10-18. 10.1002/ecja.4410690602.
- [44] Nguyen TV1994 Recursive convolution and discrete time domain simulation of lossy coupled transmission lines EEE Trans. Comput.- Aided Des. Integr. Circuits Syst. 13 1301—5
- [45] H. Hassanzadeh and M. Pooladi-Darvish, "Comparison of different numerical Laplace inversion methods for engineering applications,"Appl. Math. Comput., vol. 189, no. 2, pp. 1966—1981, 2007.

- [46] B. Davis and B. Martin, "Numerical inversion of the Laplace transform : A survey and comparison of the methods," *J. Comput. Phys.*, vol. 33, no. 1, pp. 1–32, 1979.
- [47] J. Abate and W. Whitt, "A unified framework for numerically inverting Laplace transforms," *INFORMS J. Comput.*, vol. 18, no. 4, pp. 408–421, 2006.
- [48] W.H. Wise, Effect of ground permeability on ground return circuits, *Bell Syst. Tech. J.* (10) (1931) 472-484.
- [49] W.H. Wise, "Potential coefficients for ground return circuits", *Bell Syst. Tech. J.* 27 (1948) 365-371.
- [50] A. Ametani, "Stratified earth effects on wave propagation-frequency dependent", *IEEE*, vol. 93, p. 1233-1239, 1974.
- [51] M. C. Perz et M. R. Raghuveer, "Generalized derivation of fields, and impedance correction factors of lossy transmission line, Part II. Lossy conductors above lossy ground," *IEEE Trans. Power Syst.*, 93, pp. 1832-1841, 1974.
- [52] L. Hofman, "Series expansions for line series impedances considering different specific resistances, magnetic permeabilities, and dielectric permittivities of conductors, air, and ground," *IEEE Trans. Power Deliv.* 18(2), pp. 564-570, 2003.
- [53] C. Vassalo, *Théorie des guides d'ondes électromagnétiques*, Eyrolles, 1985.
- [54] A. Sommerfeld, "Propagation of waves in wireless telegraphy," *Ann. Phys. (Leipzig)*, vol. 81, pp. 1135-1153, 1926.
- [55] J. R. WAIT, *Electromagnetic Waves in Stratified Media*, A.L.Cullen, V.A.Fock, J.R.Wait, 1970.
- [56] Djorjevic A. R., Sarkar T. S., and Harrington R. F., "Time domain response of multiconductor transmission lines," *Proc. IEEE*, vol. 75, no.6, pp. 119-764, Juin. 1987.
- [57] B. Gustavsen, Improving the pole relocating properties of vector fitting, *IEEE Transactions on Power Delivery*, 21 (3), 1587-1592, 2006.
- [58] Yee K., "Numerical Solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media", *IEEE Transactions on Antennas and propagation*, 14, pp- 302-307, 1966.
- [59] Belganche Z., Maaouni A., Mzerd A., and Bouziane A., "Equivalent Model from Two Layers Stratified Media to Homogeneous Media for Overhead Lines," *Progress In Electromagnetics Research M*, Vol. 41, 63-72, 2015.
- [60] J. A., *Electromagnetic Theory*, New York : McGraw-Hill, 1941.
- [61] Greg E. J. Bridges, and L. Shafai, "Plane Wave Coupling to Multiple Conductor Transmission Lines Above a Lossy Earth," *IEEE Trans. On Electromagn. Compat.*, Vol. 31, No. 1, pp. 21-33, Feb. 1989.
- [62] Ametani A., Nagaoka N., Baba Y., Ohno T., and Yamabuki K., (2013), *Power system transients : Theory and applications*, CRC Press.

- [63] Papadopoulos T. A., Papagiannis K., and Labridis D. P. "Wave propagation characteristics of overhead Conductors Above Imperfect Straftified Earth fir a Wide Frequency Range". IEEE Transactions On Magnetics, Vol. 45, No. 3, March 2009
- [64] L.M. Wedepohl, Application of the solution of travelling wave phenomena in polyphase system, Proc. IEE 110 (December (12)) (1963) 2200-2212.
- [65] Davis, P. J. and P. Rabinowitz, Methods of Numerical Integration, Academic Press Inc., 1984.
- [66] Kikuchi, H., "Electromagnetic field on infinite wire at high frequencies above plane-wave", IEE Japan, Vol. 77, No. 825, 721-733, 1959.
- [67] Kikuchi, H., "Wave propagation on the ground return circuit in high frequency regions", J. IEE Japan, Vol. 75, No. 805, 1176-1187, 1955.
- [68] M. Borecki, J. Starzynski and Z. Krawczyk, "The comparative analysis of selected over-voltage protection measures for medium voltage overhead lines with covered conductors," 2017 Progress in Applied Electrical Engineering (PAEE), 2017, pp. 1-4,
- [69] Nakagawa, M., "Further studies on wave propagation along overhead transmission lines : Effect of admittance correction", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 100, July 1981.
- [70] F. H. Branin Jr. "Transient analysis of lossless transmission lines," Proc. IEEE, vol. 55, no. 11, pp. 2012-2013, Nov. 1967.
- [71] A. Budner, "Introduction of frequency-dependent line parameters into an electromagnetic transient program," IEEE Trans. Power App. Syst., vol. PAS-89, no. 1, pp. 88-97, Jan. 1970.
- [72] Djorjevic A. R., Sarkar T. S., and Harrington R. F., "Time domain response of multiconductor transmission lines," Proc. IEEE, vol. 75, no.6, pp. 119-764, Juin. 1987.
- [73] Davidson, D. B., Computational Electromagnetics for RF and Microwave Engineering, 6-7, Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom, 2005.
- [74] J. A. Stratton., Electromagnetic Theory, New York : McGraw-Hill, 1941.
- [75] Greg E. J. Bridges, and L. Shafai, "Plane Wave Coupling to Multiple Conductor Transmission Lines Above a Lossy Earth," IEEE Trans. On Electromagn. Compat., Vol. 31, No. 1, pp. 21-33, Feb. 1989.
- [76] L.M. Wedepohl, Application of the solution of travelling wave phenomena in polyphase system, Proc. IEE 110 (December (12)) (1963) 2200-2212.
- [77] Davis, P. J. and P. Rabinowitz, Methods of Numerical Integration, Academic Press Inc., 1984.
- [78] Kikuchi, H., "Electromagnetic field on infinite wire at high frequencies above plane-wave," IEE Japan, Vol. 77, No. 825, 721-733, 1959.

- [79] Kikuchi, H., "Wave propagation on the ground return circuit in high frequency regions," J. IEE Japan, Vol. 75, No. 805, 1176-1187, 1955.
- [80] Borecki, M., J. Starzyski, and Z. Krawczyk, "The comparative analysis of selected over-voltage protection measures for medium voltage overhead lines
- [81] Olsen, R.G., Chang, D.C., Current induced by a plane wave on a thin infinite wire near earth, IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-22, pp 586-589, 1974
- [82] Degauque, P., Zeddani, A., Remarks on the Transmission-Line Approach to Determining the Current Induced on Above-Ground Cables, IEEE Trans. Electromagn. Compat., vol. EMC-30, 1988.
- [83] S.Tkatchenko, F.Rachidi, Mlanoz, "Electro-magnetic Field Coupling to a Line of a Finite Length : Theory and Fast Iterative Solutions in Frequency and Time Domains". IEEE trans. EMC-37, No.4, pp 509-518, Nov. 1995..
- [84] V. Doric, D. Poljak, V. Roje, "Electromagnetic field coupling to multiple finite length transmission lines above an imperfect ground", 595 - 598 Vol. 1 (2003).
- [85] D. Poljak, "New Numerical Approach in the Analysis of a Thin Wire Radiating over a Lossy Half-space", Inr. Journ. Num. Meth. Eng., Vol. 38, No. 22, pp. 3803-3816, Nov. 1995.
- [86] D.Poljak, B.Jajac, "On the Use of Monopole Antenna Model in Lightning Protection System Analysis", Znl. Symposium on EMC, 98, pp 370-374, Roma 1998.
- [87] F. Rachidi, "A Review of Field to Transmission Line Coupling Models With Special Emphasis to Lightning Induced Voltages on Overhead Lines," IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. 54, NO. 4, August 2012.
- [88] Papadopoulos, T. A., G. K. Papagiannis, and D. P. Labridis, "A generalized model for the calculation of the impedances and admittances of overhead power lines above stratified earth," Electric Powers systems Research, Vol. 80, 1160-1170, 2010.
- [89] A. Tafflove, Computational Electrodynamics : The Finite Difference Time Domain Method. Norwood, MA : Artech House, 1995.
- [90] H. Stehfest, "Numerical inversion of Laplace transforms algorithm, Algorithm 368," Commun. ACM, vol. 13, no. 1, pp. 47-49, 1970.
- [91] J. Abate and W. Whitt, "A unified framework for numerically inverting Laplace transforms," INFORMS J. Comput., vol. 18, no. 4, pp. 408-421, 2006.
- [92] H. Hassanzadeh and M. Pooladi-Darvish, "Comparison of different numerical Laplace inversion methods for engineering applications," Appl. Math. Comput., vol. 189, no. 2, pp. 1966-1981, 2007.