

# THESE

En vue de l'obtention du : **DOCTORAT**

Centre de Recherche : **Energie**

Structure de Recherche : **Laboratoire de physique théorique**

Discipline : **Physique**

Spécialité : **Mécanique des Fluides et Energétique**

Présentée et Soutenue le 21/10/2017 par :

**Fatima EL KHAUDI**

**Modélisation numérique et théorique de la convection naturelle des nanofluides en cavité rectangulaire verticale sous l'effet d'un champ magnétique**

## JURY

Amale LAHLOU	P.E.S, Faculté des Sciences Juridiques Economiques et Sociale de Rabat, Université Mohammed V.	Président
Kamal GUERAOU	P.E.S, Faculté des Sciences de Rabat, Université Mohammed V.	Directeur de Thèse
Abderrahmane EL HARIF	P.E.S, Faculté des Sciences de Rabat, Université Mohammed V.	Examineur
El Houssaine EL RHALEB	P.E.S, Faculté des Sciences de Rabat, Université Mohammed V.	Rapporteur
El Hassan EL KAFSAOUI	P.E.S, Faculté des Sciences de Kenitra, Université Ibn Tofail.	Rapporteur

Année Universitaire : 2017-2018

## *Dédicace*

*A*

*Mes parents,  
Mes sœurs et mes Frères,  
Toute ma famille,  
Tous mes proches,  
Tous mes amis (es),  
Tous qui me sont chers,  
Tous ceux qui m'ont aidé et encouragé.*

*EL KHAOUDI fatima*

## **Remerciements**

*Ce travail a été réalisé au sein de l'Equipe de Modélisation et Simulation en Mécanique et Energétique (MSME), du Laboratoire de Physique Théorique de l'Université Med V, Faculté des Sciences de Rabat.*

*Je voudrais me plier aux traditionnels remerciements, en espérant n'oublier personne. Sachant la chose perdue d'avance, je commencerai donc par présenter mes excuses à ceux que j'aurais fortuitement oubliés de mentionner ici, et si leur contribution directe ou indirecte ne figure pas dans cette page, qu'ils sachent que je ne manquerais pas de m'en souvenir.*

*En tout premier lieu, je souhaite remercier vivement mon Directeur de thèse, Monsieur **Kamal GUERAOUI**, Professeur de l'enseignement supérieur à la faculté des sciences de Rabat et responsable permanent de l'équipe de recherche : Modélisation et Simulation en Mécanique et Energétique (MSME), pour l'honneur qu'il m'a accordé en acceptant d'encadrer ce travail de recherche. Je lui suis très reconnaissante pour son extrême patience, pour son humeur, pour son support académique tout au long de ce travail, pour ses précieux conseils qui m'ont été et me seront très utiles et surtout leur encadrement sans faille du début à la fin de cette thèse. J'ai beaucoup apprécié les années que j'ai passées sous sa supervision et je lui souhaite tout le succès dans ce qu'il entreprend.*

*Je remercie également grandement Monsieur **El Houssaine EL RHALEB**, Professeur de l'Enseignement Supérieur à la Faculté des*

*Sciences de Rabat, pour avoir accepté d'être rapporteur et pour avoir accepté de siéger parmi les membres de Jury.*

*Je remercie vivement Monsieur **El Hassan EL KAFSAOUI**, Professeur de l'enseignement supérieur à la Faculté des Sciences à Kénitra, pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail, aussi pour avoir accepté d'être rapporteur et d'avoir consacré une partie de son temps à l'analyse de mon travail.*

*Je tiens aussi à remercier vivement Madame **Amale LAHLOU**, Professeur de l'enseignement supérieur à la Faculté des Sciences Juridiques Economiques et Sociales de Rabat, pour s'être penchée sur mon travail en qualité de présidente.*

*Je remercie également Monsieur **Abderrahmane EL HARIJ**, Professeur de l'enseignement supérieur à la Faculté des Sciences de Rabat, de me faire bénéficier de son expertise en acceptant de juger ce travail et de consacrer du temps à l'examen de ce manuscrit.*

*Je tiens très sincèrement à remercier Monsieur **Youssef BELKASMI**, Professeur Assistant à la Faculté Polydisciplinaire de Ouarzazate, qui m'a fait l'honneur de participer au jury.*

*Je tiens aussi à remercier Monsieur **Abderrahim MRABTI**, Docteur en mécanique des Fluides, pour avoir accepté de faire partie de ce jury.*

*Je suis également très reconnaissante envers Monsieur **Abderrahman MAAOUNI**, Professeur de l'Enseignement Supérieur à la Faculté des Sciences de Rabat, pour la pertinence de ses commentaires sa disponibilité ainsi que son aide précieuse.*

*Une autre personne que je souhaiterais vivement remercier pour son aide est Mr. **Mohamed SAMMOUDA**, Docteur en Mécanique des Fluides. Je vous remercie pour tes conseils et ton aide.*

*Je souhaite remercier ma famille pour m'avoir soutenue, je remercie mes frères, sœurs, mes oncles et mes tantes d'avoir été toujours là pour me soutenir, d'avoir eu une oreille attentive et compréhensive, et de m'avoir distraite avec leurs histoires.*

*Un énorme merci à mes amis(es) les plus proches, qui croient en moi et qui m'aident à avancer et à être celle que je suis. Pour cela et pour tous les moments partagés, je souhaite exprimer mon affection la plus profonde.*

*Ces dernières lignes vont me permettre de témoigner de ma plus profonde gratitude et de mon amour à ma chère maman et mon cher papa. Merci pour ta dévotion à mon égard et pour tous les sacrifices faits pour que j'arrive jusqu'ici. Merci de m'avoir toujours soutenue...*

## *Résumé*

La convection naturelle a été particulièrement considérablement étudiée ces dernières années à cause de ses nombreuses applications tant au niveau technologique que théorique. En particulier, le besoin d'améliorer les transferts thermiques des fluides a donné naissance au développement des nanofluides. Dotés de propriétés physico-chimiques particulières et intéressantes, telles que leur importante conductivité thermique, les nanofluides offrent un coefficient de transfert thermique imbattable par les autres caloporteurs. Parmi les applications potentielles des nanofluides, on peut citer l'extraction de l'énergie géothermique, la croissance cristalline où l'on essaie d'obtenir un monocristal à partir d'un mélange fondu, l'isolation thermique des bâtiments, l'exploitation des réserves et pétrolières la dispersion des polluants dans les aquifères, etc.

Dans la présente thèse, on effectue une étude théorique et numérique 2D du phénomène de la convection naturelle dans une cavité rectangulaire verticale remplie par un nanofluide constitué d'une base fluide (eau) et de nanoparticule d'oxyde d'aluminium  $Al_2O_3$ , les propriétés thermodynamiques sont constantes à l'exception de la densité volumique qui varie linéairement avec la température selon l'approximation de Boussinesq. Les parois horizontales de l'enceinte sont supposées rigides, imperméables et adiabatiques. Les parois verticales sont maintenues à des températures constantes. La cavité soumise à un champ magnétique uniforme constante suivant la direction  $z$ . Ce problème physique est modélisé par les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie dans un système de coordonnées cartésiennes accompagné des conditions aux limites appropriées.

Ces systèmes d'équations ont été résolus par la méthode des volumes finis et un code numérique établi par Fortran. Les champs dynamiques et thermiques sont obtenus pour différentes valeurs des nombres de Rayleigh, pour différentes fractions volumiques des concentrations des nanoparticules et différents nombres de Hartmann.

**Mots clé :** convection naturelle, champ magnétique, les nanofluides, volumes finis, nombre de Hartmann, modélisation numérique.

## ***Abstract***

The phenomena of natural convection in enclosures have received attentions by many researchers due to its vast applications in different fields of industries such as cooling systems of electronic components, building and thermal insulation systems, built-in-storage solar collectors, nuclear reactor systems, food storage industry and geophysical fluid mechanics [1]. Some practical cases such as the crystal growth in fluids, metal casting, fusion reactors and geothermal energy extractions, natural convection is under the influence of a magnetic field. Heat transfer in such areas can be improved by using the nanofluids, owing to their high thermal conductivity and better stability.

In this work, the stencil adaptive method is applied to investigate the effects of a magnetic field on convection of a nanofluid flow composed of a fluid base (water) and nanoparticles of aluminum oxide  $Al_2O_3$  in a vertical rectangular enclosure filled. The enclosure is bounded by two isothermal vertical walls at temperatures  $T_C$  and  $T_F$  and by two horizontal adiabatic walls. A uniform magnetic field is applied in a horizontal direction. This physical problem is modeled by mass conservation equations, by movement and energy amounts in a cartesian coordinate system accompanied by appropriate boundary conditions. The governing equations have been discretized by the finite volume method. A numerical code was conceived and realized in this context to solve the obtained equations.

The main objective of this study is to investigate the influence of several pertinent parameters in the following ranges: Rayleigh number of the base fluid, Hartmann number and the solid volume fraction of the nanoparticles on the heat transfer performance of the nanofluid.

***Keywords:*** Magnetic field, natural convection, nanofluid, numerical modeling, finite volume method.

**TABLE DES MATIERES**

<b>Remerciements .....</b>	<b>3</b>
<b>Résumé .....</b>	<b>6</b>
<b>Abstract .....</b>	<b>7</b>
<b>Liste des symboles utilisés.....</b>	<b>13</b>
<b>Liste des Figures .....</b>	<b>16</b>
<b>Liste des Tableaux.....</b>	<b>17</b>
<b>Introduction générale.....</b>	<b>19</b>
<b><u>CHAPITRE I: GENERALITES ET SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE.....</u></b>	<b><u>24</u></b>
<b>I.1.Introduction.....</b>	<b>24</b>
<b>I.2.Nanofluide .....</b>	<b>24</b>
I.2.1.Définition .....	25
I.2.2.État de l'art sur les nanofluides.....	26
I.2.3.Les nanofluides à base d'oxyde .....	30
I.2.3.1.Les nanoparticules d'oxyde d'Aluminium.....	30
I.2.3.2.Les nanoparticules d'oxyde de cuivre.....	32
I.2.3.3.Nanoparticules de dioxyde de Titane.....	33
I.2.4.Les nanoparticules métalliques .....	33
I.2.4.1.Les nanoparticules de cuivre.....	33
I.2.4.2.Les nanoparticules d'or et d'argent.....	34
I.2.5.Les nanotubes de carbone .....	34
I.2.6.Technique de fabrication des nanofluides.....	35
I.2.6.1.Méthodes physiques.....	36
I.2.6.1.1.La pulvérisation cathodique .....	36
I.2.6.1.2.Ablation laser .....	36
I.2.6.1.3.L'évaporation thermique.....	37

I.2.6.2.Méthodes chimiques .....	37
I.2.6.2.1.Décomposition des précurseurs organométalliques.....	37
I.2.6.2.2.Synthèse radiolytique.....	38
I.2.6.2.3.Le procédé sol-gel.....	38
I.2.7.Propriétés thermophysiques des nanofluides .....	38
I.2.7.1.La Chaleur spécifique .....	39
I.2.7.2.La Masse volumique .....	40
I.2.7.3.Coefficient d'expansion thermique.....	41
I.2.7.4.Conductivité thermique.....	43
I.2.7.4.1.Modèles théoriques .....	43
a.  Modèle de Maxwell.....	43
b.  Modèle de Hamilton-Crosser .....	43
c.  Modèle de Yu et Choi .....	44
I.2.7.5.Viscosité dynamique .....	45
I.2.7.5.1.Modèles théoriques .....	46
a.  Modèle de d'Einstein .....	46
b.  Modèle de Brinkman .....	46
c.  Modèle de Batchelor .....	46
<b>I.3.Notions sur la convection .....</b>	<b>48</b>
I.3.1. Définition .....	48
I.3.2. Type de convection .....	49
I.3.2.1.Convection naturelle .....	49
I.3.3.1.1.Approximation de Boussinesq .....	50
I.3.3.Grandeurs sans dimension .....	51
I.3.3.1.Le Nombre de Reynolds .....	51
I.3.3.2.Le Nombre de Prandlt .....	52
I.3.3.3.Le Nombre de Péclet.....	52
I.3.3.4.Le Nombre de Grashof.....	53
I.3.3.5.Le Nombre de Richardson .....	53
I.3.3.6.Le Nombre de Rayleigh .....	53
I.3.3.7.Le Nombre de Nusselt .....	54

<b>I.4. Conclusion .....</b>	<b>55</b>
------------------------------	-----------

**CHAPITRE II : FORMULATION MATHÉMATIQUE .....** **57**

<b>II.1. Introduction .....</b>	<b>57</b>
---------------------------------	-----------

<b>II.2. Problème 1 : cas de la convection naturelle des nanofluides en cavité rectangulaire .....</b>	<b>57</b>
--	-----------

II.2.1. Description du système.....	57
-------------------------------------	----

II.2.2. Hypothèses simplificatrices .....	58
---	----

II.2.3. Mise en équations .....	58
---------------------------------	----

II.2.3.1. Équation de conservation de la masse (Équation de continuité) .....	59
---	----

II.2.3.2. Équation de conservation de la quantité de mouvement .....	59
--	----

II.2.3.3. Équation de conservation de l'énergie.....	60
--	----

II.2.3.4. Formulation vorticité-fonction de courant.....	62
--	----

II.2.4. Équations adimensionnelles et conditions aux limites .....	63
--	----

II.2.4.1. Dimensionnement des équations de conservation .....	63
---	----

II.2.4.1.1. Nombres adimensionnels.....	63
---	----

II.2.4.1.2. Adimensionnalisation de l'équation de continuité .....	64
--	----

II.2.4.1.3. Adimensionnalisation de l'équation de vorticité-fonction de courant.....	64
--	----

II.2.4.1.4. Adimensionnalisation de l'équation de l'énergie .....	65
---	----

<b>II.3. Problème 2 : cas de la convection naturelle conjuguée sous l'effet d'un champ magnétique.....</b>	<b>65</b>
--	-----------

II.3.1. Écoulement avec champ magnétique .....	66
--	----

II.3.2. Formulation mathématique du deuxième problème .....	66
---	----

II.3.2.1. L'équation de quantité de mouvement .....	66
---	----

II.3.2.2. Formule de vorticité.....	67
-------------------------------------	----

II.3.3. Équations adimensionnelles .....	68
--	----

<b>II.4. Nombre de Nusselt .....</b>	<b>68</b>
--------------------------------------	-----------

<b>II.5. Conclusion.....</b>	<b>69</b>
------------------------------	-----------

**CHAPITRE III : RESOLUTION NUMÉRIQUE.....** **71**

<b>III.1.Introduction .....</b>	<b>71</b>
<b>III.2. La méthode des volumes finis .....</b>	<b>71</b>
<b>III.3.Maillage .....</b>	<b>73</b>
<b>III.4.La discrétisation.....</b>	<b>73</b>
III.4.1.Equation de l'énergie .....	74
III.4.1.1.Intégration des différents termes de l'équation .....	74
III.4.1.2.Equation de l'énergie .....	75
III.4.2.L'équation de vorticité .....	77
III.4.3.L'équation de la fonction de courant.....	79
<b>III.5.Les équations du deuxième problème .....</b>	<b>81</b>
III.5.1.L'équation de vorticité .....	81
<b>III.6.Conditions aux limites adimensionnelles.....</b>	<b>82</b>
<b>III.7.Méthode numérique .....</b>	<b>82</b>
<b>III.8.Profil initial .....</b>	<b>84</b>
<b>III.9.Conclusion .....</b>	<b>84</b>
<b><u>CHAPITRE IV : RESULTATS ET DISCUSSIONS .....</u></b>	<b><u>86</u></b>
<b>IV.1.Introduction.....</b>	<b>86</b>
<b>IV.2.Paramètres utilisés.....</b>	<b>86</b>
<b>IV.3.Choix du maillage .....</b>	<b>86</b>
<b>IV.4.Problème 1 : la convection naturelle des nanofluides en cavité rectangulaire.....</b>	<b>87</b>
IV.4.1.Effet de nombre de Rayleigh.....	87
IV.4.2.Effet de la fraction volumique .....	91
<b>IV.5.Problème II : la convection naturelle conjuguée sous l'effet d'un champ magnétique.....</b>	<b>94</b>

IV.5.1.Effet du nombre de Hartmann.....	95
<b>IV.6.Conclusion .....</b>	<b>97</b>
<b>Conclusion générale .....</b>	<b>99</b>
<b>Liste des publications .....</b>	<b>102</b>
<b>Liste des communications .....</b>	<b>103</b>
<b>Référence bibliographique .....</b>	<b>105</b>

## *Liste des symboles utilisés*

### **Symboles Latins :**

$C_P$	Chaleur spécifique du fluide à pression constante, $J \cdot Kg^{-1} \cdot K^{-1}$
$h$	Coefficient de transfert de chaleur par convection, $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$
$T$	Température, K
$P$	Pression, Pa
$K$	Conductivité thermique, $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
$B_0$	Champ magnétique, T
$E$	Champ électrique, V
$g$	Accélération de la pesanteur, $m \cdot s^{-2}$
$q$	Vecteur densité surfacique de flux de chaleur reçu par conduction, d'après la loi de Fourier : $q = -K\nabla T$ , $W \cdot m^{-2}$
$Q$	Flux de chaleur, W
$F$	Vecteur de la force de Lorentz
$J$	Vecteur densité du courant électrique, $A \cdot m^{-2}$
$t$	Temps, s
$H$	Hauteur de la cavité, m
$L$	Longueur de la cavité, m
$AF$	Rapport de forme de la cavité, $L/H$
$N_d$	Nombre des nœuds du domaine d'infiltration
$\vec{v}$	Champ des vitesses
$U_0$	Vitesse caractéristique du fluide [m/s],
$u, w$	Composantes des vecteurs vitesses, $m \cdot s^{-1}$
$x, z$	Cordonnées cartésiennes du système, m
$i$	Nombre des points dans la direction x
$j$	Nombre des points dans la direction z
$i_{max}$	Nombre maximale des points dans la direction x
$j_{max}$	Nombre maximale des points dans la direction z
$V$	Volume de contrôle

**Symboles grecs :**

$\alpha$	Diffusivité thermique, $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$
$\nu$	Viscosité cinématique, $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$
$\mu$	Viscosité dynamique, $\text{kg}.\text{s}^{-1}.\text{m}^{-1}$
$\tilde{\mu}$	Viscosité dynamique effective, $\text{kg}.\text{s}^{-1}.\text{m}^{-1}$
$\rho$	Masse volumique, $\text{kg}.\text{m}^{-3}$
$(\rho C)$	Capacité calorifique
$\beta_T$	Coefficient d'expansion thermique, $\text{K}^{-1}$
$\Omega$	Composante du vecteur rotationnel des vitesses (vorticité)
$\Psi$	Fonction de courant adimensionnelle
$\theta$	Température adimensionnelle, $\theta = (T - T_f)/(T_c - T_f)$
$\varphi$	Fraction volumique
$\omega$	Facteur optimal de sur relaxation successive (S.O.R)
$\sigma$	Conductivité électrique, $\Omega^{-1}.\text{m}^{-1}$
$\zeta$	Coefficient numérique
$\eta$	Coefficient numérique
$\Delta T$	Différence de température entre les parois, $\Delta T = (T_c - T_f)$ , K
$\Delta x$	Dimension d'un volume de contrôle dans la direction $x$
$\Delta z$	Dimension d'un volume de contrôle dans la direction $z$
$\Delta t$	Le pas du temps

**Les indices :**

eff	Effective
max	Maximale
m	Moyenne
T	Thermique
F	Froide
C	Chaude
f	Fluide de base (l'eau pure)
nf	Nanofluide

s	Particule solide
0	Référence
i	Indice discret dans la direction x
j	Indice discret dans la direction z

**Nombres adimensionnels :**

Ha	Nombre de Hartmann
Pr	Nombre de <i>Prandtl</i>
Ra	Nombre de <i>Rayleigh</i>
Gr	Nombre de Grashof
Re	Nombre de Reynolds
Pi	Nombre de Péclet
Ri	Nombre de Richardson
Nu	Nombre de <i>Nusselt</i>
Nu <sub>m</sub>	Nombre de <i>Nusselt</i> moyen

## *Liste des Figures*

<b>Figure II.1 :</b> Schéma représente la configuration étudiée du problème 1. ....	58
<b>Figure II.2 :</b> Configuration physique et conditions aux limites du problème 2. ....	65
<b>Figure III.1 :</b> Volume de contrôle bidimensionnel. ....	72
<b>Figure III.2 :</b> Schéma représentant le maillage. ....	73
<b>Figure III. 3 :</b> Organigramme du code de calcul. ....	83
<b>Figure IV.1 :</b> champ dynamique, fonction de courant et isothermes pour $Ra=10^3$ et $\varphi=0.01$ . ....	88
<b>Figure IV.2 :</b> champ dynamique, fonction de courant et isothermes pour $Ra=10^5$ et $\varphi=0$ . ....	89
<b>Figure IV.3 :</b> champ dynamique, fonction de courant et isothermes pour $Ra=10^6$ et $\varphi=0$ . ....	89
<b>Figure IV. 4 :</b> Variation de la vitesse $V_z$ . ....	90
<b>Figure IV.5 :</b> Variation de la vitesse $V_x$ . ....	91
<b>Figure IV.6 :</b> les fonctions de courant pour différent fraction volumique du nanofluide $Al_2O_3$ ( $\varphi=0.03, 0.06, 0.2$ et $0.3$ ) et $Ra=10^6$ . ....	92
<b>Figure IV.7 :</b> les isothermes pour différent fraction volumique du nanofluide $Al_2O_3$ ( $\varphi=0.03, 0.06, 0.2$ et $0.3$ ) et $Ra=10^6$ . ....	93
<b>Figure IV.8 :</b> La variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de nombre de Rayleigh $Ra=10^6$ , pour différent fraction volumique du nanofluide $Al_2O_3$ ( $\varphi=0.03, 0.06, 0.2$ et $0.3$ ). ..	94
<b>Figure IV.9 :</b> les fonctions de courant pour différent nombre de Hartmann respectivement ( $Ha=0, 30, 60$ ) et $Ra= 10^6$ et $\varphi=0.1$ . ....	95
<b>Figure VI.10 :</b> Vitesse verticale $V$ pour différentes valeurs du nombre de Hartmann. ....	96
<b>Figure VI.11 :</b> Variation du nombre moyen de Nusselt pour différents nombres de Hartmann pour $\varphi = 0.1$ . ....	97

## *Liste des Tableaux*

<b>Tableau I.1 :</b> Rapport des masses volumiques des différents nanofluides en fonction de la fraction volumique. ....	40
<b>Tableau I.2 :</b> Valeurs de $\frac{(C_p)_{nf}}{(C_p)_f}$ (pour $\varphi = 10\%$ obtenues à partir des deux relations donnant la chaleur spécifique. ....	41
<b>Tableau I.3 :</b> Valeurs de $\frac{\beta_{nf}}{\beta_f}$ pour $\varphi = 10\%$ obtenues à partir des deux relations donnant le coefficient d'expansion thermique. ....	42
<b>Tableau I.4 :</b> Valeurs de $\frac{k_{nf}}{k_f}$ en fonction de $\varphi$ pour différents nanofluides avec l'eau comme fluide porteur et cinq nanoparticules différentes ( $Al_2O_3$ , CuO, Cu, Au et Ag) en utilisant le modèle de Hamilton-Crosser. ....	45
<b>Tableau I.5 :</b> Rapport des viscosités du nanofluide ( $Al_2O_3$ +eau) obtenus à partir des différents modèles étudiés. ....	47
<b>Tableau I.6 :</b> Les propriétés thermophysiques du nanofluide utilisé dans notre travail. ....	48
<b>Tableau III.1 :</b> Conditions aux limites sous formes adimensionnelles. ....	82
<b>Tableau IV.1 :</b> Les propriétés physiques utilisées. ....	86

# *Introduction générale*

Le développement des nanotechnologies et des nanosciences constitue un grand intérêt dans l'étude des matériaux de taille nanométrique ces vingt dernières années. Cette caractéristique dimensionnelle confère à ces matériaux des propriétés ou des comportements particuliers, utilisés notamment pour de nouvelles applications technologiques. En effet, les nanoparticules possèdent des propriétés magnétiques, optiques, électroniques, catalytiques et biologiques uniques, différentes de celles du matériau ou de la molécule, les propriétés des nanomatériaux varient notamment selon leur composition chimique, leur taille, leur surface spécifique, et leur forme.

Les nanomatériaux ne sont plus seulement confinés dans les laboratoires de recherche, mais sont aujourd'hui intégrés dans de nombreux procédés industriels et participent à la composition d'une grande variété des produits ou des systèmes utilisés dans la vie courante (crèmes solaires, textiles, aliments, domaine des transports, etc.). Ces nanomatériaux sont présents dans des nombreux domaines variés que le bâtiment, l'automobile, l'emballage, la chimie, l'environnement, le refroidissement des composants électroniques, le stockage et la production de l'énergie, le diagnostic médical, et les collecteurs de l'énergie solaire et spécialement lors du processus de croissance cristalline [1], etc...

Le transfert de chaleur au sein des fluides conduit à de nombreuses applications dans le domaine de l'industrie, l'intensité du transfert de chaleur dépend principalement de la conductivité et de la capacité thermique des fluides caloporteurs, en particulier, le besoin d'améliorer les transferts thermiques au sein des fluides a donné naissance au développement des techniques précises. Parmi les techniques utilisées pour améliorer les transferts thermiques, on peut citer celle qui consiste à augmenter la conductivité thermique des fluides de base (tels que l'éthylène glycol, l'eau et les huiles) par mise en suspension de nanoparticules solides dans ces fluides. Cette technique est basée sur le fait que la conductivité thermique des solides est généralement plus élevée que celle des liquides, elle a donné naissance à une nouvelle classe des fluides caloporteurs, appelés nanofluides.

Les nanofluides sont alors des fluides caloporteurs tels que l'eau, l'éthylène glycol et l'huile à qui l'on ajoute des nanoparticules de métal (Al, Cu, Ag, Au, etc...) ou d'oxyde métallique ou non métallique (SiO<sub>2</sub>, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, CuO, ZnO, TiO<sub>2</sub>, etc...), ou des nanotubes de carbone. Dans des quantités relativement faibles, ces nanofluides pourraient augmenter le transfert de chaleur par

rapport au cas des fluides conventionnels en modifiant de manière significative la conductivité thermique du fluide porteur.

Au cours des dernières années, la convection naturelle a été particulièrement considérablement étudiée à cause de ses nombreuses applications tant au niveau technologique que théorique. Dans ces applications, le besoin d'améliorer le transfert de chaleur par convection est le but principal de plusieurs recherches. En raison de l'importance du problème, un grand nombre d'études numériques et expérimentales [2-3] portent sur ce problème dans différentes configurations géométriques.

L'utilisation répandue de la convection naturelle dans les applications électroniques et optiques a eu, pour conséquence, une recherche étendue envers la compréhension et le contrôle de la convection naturelle dans ces systèmes. Dans ce contexte, la convection est étudiée avec la motivation de l'éviter ou de la réduire, à cause de son rôle important dans la formation des défauts tels que les hétérogénéités de composition dans le cristal.

Avec l'application d'un champ magnétique externe, il est possible d'agir sur les écoulements sans aucun contact physique et ainsi supprimer les fluctuations, contrôler les transferts thermique et massique, et donc améliorer la qualité du cristal. A cet effet, le ralentissement magnétique pour contrôler l'écoulement induit par un gradient de température est devenu un moyen privilégié et a fait l'objet de plusieurs applications industrielles [1].

Cette thèse de doctorat a pour objectif d'étudier théoriquement et numériquement la convection naturelle laminaire dans une enceinte rectangulaire verticale remplie par un nanofluide constitué d'une base fluide (eau) et d'oxyde d'Aluminium ( $Al_2O_3$ ). Pour cela nous avons considéré deux cas étudiés :

- ✓ Le premier cas : notre objectif est de comprendre l'effet de la fraction volumique des nanoparticules, et le nombre de Rayleigh sur les comportements dynamiques et thermiques de l'écoulement en convection naturelle dans l'enceinte (rectangulaire).
- ✓ Le deuxième cas : on impose un flux de champ magnétique uniforme et constant sur l'enceinte étudiée et on examine l'effet de l'intensité de champ magnétique sur le mécanisme de la convection naturelle dans l'enceinte (rectangulaire).

Les simulations numériques sont effectuées pour les nombres de Rayleigh ( $Ra=10^3, 10^5, 10^6, 10^7$ ), différentes fractions volumiques  $\phi$  pour le fluide pure ( $\phi =0$ ) et pour les nanoparticules ( $Al_2O_3$ ,  $\phi$  égale à 0.03, 0.02, 0.1, 0.2, 0.3), et différents nombre de Hartmann ( $Ha$  égale à 0 (sans champ magnétique), 10, 30, 60, 90).

Ce mémoire de thèse comporte quatre chapitres suivis d'une conclusion générale. Chacun des chapitres comporte une introduction dans laquelle sont cités les principaux travaux se rapportant au corps du chapitre et une conclusion succincte.

Le premier chapitre de ce manuscrit, est consacré à une mise au point bibliographique sur les nanofluides, leurs propriétés thermophysiques et les différents types des nanoparticules, des principaux travaux publiés dans le domaine du transfert thermique des nanofluides sont présenté, ainsi une notion sur la convection naturelle.

Le deuxième chapitre présente les différents modèles mathématiques qui caractérisent le comportement de modèle physique choisi, dans un système de coordonnées cartésiennes, à savoir les équations gouvernantes la convection naturelle sans champ magnétique et avec champ magnétique ainsi que les conditions aux limites et les hypothèses associées à ces modèles. Après avoir caractérisé les propriétés physiques des nanofluides, ces modèles seront traduits par les équations différentielles aux dérivées partielles de conservation de masse, de quantités de mouvement, de l'énergie et de la vorticité.

La méthode de résolution numérique utilisée est d'écrite dans le troisième chapitre, s'agissant d'une discrétisation des équations de conservation basée sur la méthode des volumes finis mise en œuvre sur un maillage adéquat. Le code, utilisé pour résoudre le problème se rapportant à la convection naturelle laminaire en cavité conjuguée avec champ magnétique et sans champ magnétique, a été élaboré et exécutée dans un programme FORTRAN.

Le quatrième chapitre contient les résultats d'une étude numérique de la convection naturelle dans une cavité rectangulaire verticale soumise à un champ magnétique et remplie d'un nanofluide ( $Eau/Al_2O_3$ ). Ces résultats sous forme graphique et leur discussion porteront les différents comportements dynamiques et thermiques pour l'écoulement en convection naturelle. Dans la section IV.4 de ce chapitre, on présente les résultats pour le mode de convection naturelle, on analyse l'influence des paramètres de contrôle tels que les nombres de Rayleigh et la fraction volumique des nanoparticules, sur les champs dynamiques et

thermiques. Les résultats pour le mode de convection naturelle conjuguée sous l'effet d'un champ magnétique en analysant l'influence des nombres de Hartmann sont présentés dans la section IV.5. Leurs effets sur le nombre de Nusselt caractéristique des transferts thermiques de nanofluide sont aussi mis en évidence.

Finalement, la thèse est clôturée par les conclusions générales tirées des deux cas étudiés et les perspectives pour la suite du travail.

*Chapitre I : Généralités et synthèse  
bibliographique*

## **Chapitre I : GENERALITES ET SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE**

### **I.1.Introduction**

Avec les progrès récents en nanosciences a pour origine la mise en évidence des propriétés spécifiques de la matière aux dimensions nanométriques.

Cet avancement technologique a donné l'idée de suspendre les particules dans un liquide de base pour obtenir une amélioration du transfert thermique.

Une suspension de nanoparticules dans un fluide de base est appelée nanofluide.

Ceci a suscité de nouveaux champs d'étude dans de très nombreuses recherches et a permis le développement des fluides aux propriétés originales et ouvrant la porte à une nouvelle technologie qui présente des propriétés thermiques supérieures en ce qui concerne le transfert de chaleur par convection.

### **I.2.Nanofluide**

La conductivité thermique d'un fluide est très faible, qui limitent parfois leur capacité de transfert de chaleur. L'utilisation des nanofluides, particules de taille nanométrique de nature métallique de conductivité thermique très élevée en suspension dans un fluide de base, permettent d'accroître le transfert de chaleur en y introduisant une faible concentration de nanoparticules.

C'est au début des années 1990, grâce au progrès scientifique du domaine des nanotechnologies qui fait prouver que les nanofluides ont la particularité d'avoir une amélioration des propriétés thermophysiques intervenant dans le transfert de chaleur [5] (capacité volumique  $\rho C_p$  et conductivité thermique  $K$ ) et d'offrir des coefficients d'échange intéressants. L'inconvénient est l'augmentation en parallèle des propriétés liées à la perte d'énergie hydraulique (masse volumique  $\rho$  et viscosité dynamique  $\mu$  ou cinématique  $\nu$ ).

En effet, l'appellation de nanofluide a été proposée pour la première fois par Choi [6] pour désigner une suspension de nanoparticules dans un liquide. Même si le concept de nanofluide est en apparence simple, il apparaît au fond d'une grande complexité en raison des mécanismes physiques.

De nombreuses recherches ont été menées sur cette nouvelle discipline de recherche sur les nanofluides afin d'apporter une meilleure compréhension sur la mécanique des fluides, la thermique, la rhéologie et la chimie (procédés de fabrication).

### **I.2.1.Définition**

Un nanofluide est une solution colloïdale stable contenant des particules solides de taille nanométrique, désignées sous le terme de « nanoparticules », en suspension dans un liquide de base dont on veut modifier ou améliorer certaines des propriétés, notamment thermiques. La stabilité et la dispersion des nanofluides sont des caractéristique clé qui influencent sensiblement sur leurs propriétés. Cette stabilité est obtenu grâce aux agents tensioactifs (surfactants ou dispersants) entourant les nanoparticules, le rôle des tensioactifs c'est d'empêcher la constitution des agglomérations des nanoparticules.

Pour que les nanoparticules possèdent une taille et une masse fines, on les caractérise comme ayant une taille ou un diamètre compris entre 1 et 100 nanomètres.

Les matériaux constituant les nanoparticules peuvent être différents d'un nanofluide à un autre.

Les nanoparticules les plus utilisées pour obtenir des nanofluides sont :

- ✓ l'alumine ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) ;
- ✓ l'oxyde de cuivre ( $\text{CuO}$ ) ;
- ✓ l'argent ( $\text{Ag}$ ) ;
- ✓ le diamant ( $\text{C}$ ) ;
- ✓ l'oxyde de silicium ( $\text{SiO}_2$ ) ;
- ✓ le dioxyde de titane ( $\text{TiO}_2$ ) ;
- ✓ l'oxyde de zinc ( $\text{ZnO}$ ) ;
- ✓ les nanotubes de carbone (CNT).

D'une manière générale, les nanoparticules peuvent être classées selon leur forme en deux grandes catégories [7] :

- ✓ Les nanoparticules sphériques pour lesquelles plusieurs types de matériaux peuvent être utilisés pour leur fabrication.

Ces nanoparticules sphériques peuvent ainsi être à base :

- de métaux (cuivre Cu, fer Fe, or Au, argent Ag...)
  - ou d'oxydes (oxyde d'aluminium  $Al_2O_3$ , oxyde de cuivre CuO, oxyde de titane  $TiO_2$ ...).
- ✓ Les nanotubes :
- les nanotubes de carbone NTC ;
  - les nanotubes de titane  $TiO_2$  ;
  - Nanotube de silicium....

Les liquides de base les plus utilisés sont :

- ✓ L'eau ;
- ✓ L'éthylène-glycol, EG ;
- ✓ Les huiles ;
- ✓ Le Toluène.

Dans le cadre de notre thèse, le nanofluide étudiée est constitué d'une base fluide (eau) et des nanoparticules d'oxyde d'aluminium  $Al_2O_3$ .

### **I.2.2.État de l'art sur les nanofluides**

Une suspension des nanoparticules dans un fluide de base est appelée nanofluide. Ce terme pour décrire le mélange, était introduit par Choi en (1995) dans le laboratoire national d'Argonne (USA) en ouvrant la porte à une nouvelle technologie qui présente des propriétés thermiques supérieures en ce qui concerne le transfert de chaleur. Choi [8] a trouvé que la conductivité thermique effective du mélange eau- $Al_2O_3$  augmente de 20% pour une concentration en volume entre 1% et 5% de  $Al_2O_3$ . De plus l'adjonction dans un liquide de certains types de nanoparticules, même en très faible concentration (1% en volume), permet d'augmenter la conductivité thermique de ce dernier de 150% dans le cas de nanotube de carbone (Choi et al.) [9], et de 40% pour des nanoparticules d'oxyde de cuivre (Eastman et al.) [10] et plus de 20% pour des oxydes d'aluminium [11].

Depuis les dix dernières années de nombreuses recherches expérimentales et théoriques ont été menées sur l'étude des mécanismes d'améliorations de la conductivité thermique.

Toutes ces études montrent une amélioration de la conductivité thermique en présence de nanoparticules.

Khanafer et al. [12] ont étudié numériquement le transfert de chaleur par convection naturelle dans une enceinte bidimensionnelle remplie par des nanofluides. Les résultats obtenus démontrent que le nombre moyen de Nusselt augmente avec l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules pour différents nombres de Grashof.

Ho et al. [13] ont étudié numériquement la convection naturelle des nanofluides dans une enceinte rectangulaire. Ils ont montré que l'augmentation de la fraction volumique améliore le transfert thermique.

Chang et al. [14] ont effectué des expériences sur la convection naturelle avec des suspensions aqueuses de nanoparticules  $Al_2O_3$  dans des enceintes minces. Ils ont établi que l'effet des nanoparticules sur le nombre de Nusselt est négligeable dans une enceinte verticale. Cependant, pour une enceinte horizontale, le nombre de Nusselt diminue par rapport au fluide de base pour des petits nombres de Rayleigh et pour des fractions volumiques de nanoparticules plus élevées.

Mahmoudi et al. [15], Guet et al. [16], Aminossadati et al. [17], et Heris et coll [18] ont examiné des nanoparticules d'oxyde de cuivre (Cu) et de trioxyde d'aluminium ( $Al_2O_3$ ), dispersés à différentes concentrations dans l'eau.

L'ensemble constituant un nanofluide est testé en écoulement convectif laminaire dans un tube circulaire horizontal maintenu à température constante, les résultats expérimentaux ont montré que l'augmentation du coefficient de transfert convectif est plus important pour le mélange (eau/ $Al_2O_3$ ) que celui du mélange (eau/Cu) et ceci est plus significatif pour les grandes concentrations volumiques en nanoparticules, et pour un optimum compris entre 2.5 et 3%.

Behzadmehr et al. [19] ont étudié la convection forcée turbulente dans un tube circulaire, utilisant de l'eau à 1% des nanoparticules de cuivre (Cu), ils ont démontré que l'augmentation du nombre de Reynolds engendré la croissance de la valeur du nombre de Nusselt.

Hojjat et al. [20] ont adopté une procédure expérimentale d'un tube circulaire chauffé uniformément, avec trois types de nanofluides préparés, en dispersant des nanoparticules de  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{CuO}$  et  $\text{TiO}_2$ , dans une solution aqueuse de carboxyméthylcellulose. Ils ont démontré que l'utilisation du nanofluide a augmenté significativement le coefficient de transfert de chaleur.

Hakan et al. [21] ont étudié l'effet d'employer différents nanofluides sur la distribution du Champ de température dans une enceinte remplie d'un mélange d'eau et de nanofluide, ils ont démontré que l'augmentation de la valeur du nombre de Rayleigh, la taille de réchauffeur et la fraction volumique des nanofluides améliorent le transfert thermique.

Wen et Ding [22] ont étudié expérimentalement la convection naturelle d'un nanofluide d'oxyde de titane  $\text{TiO}_2$  remplie dans une cavité formée par deux disques de diamètres 240 mm partiellement chauffée. Ils ont démontré que pour un nombre de Rayleigh inférieur à  $10^6$ , le transfert de chaleur diminue avec la croissance de la fraction volumique des nanoparticules.

L'idée d'utiliser les nanofluides dans tels systèmes a été initialement présentée par Ghasemi et al. [23], ont examiné la convection naturelle dans une enceinte qui est remplie d'eau- $\text{Al}_2\text{O}_3$  et en présence d'un champ magnétique.

Les résultats trouvés montrent que le taux de transfert de la chaleur augmente avec le nombre de Rayleigh, mais il diminue avec le nombre de Hartmann. Aussi une augmentation de la fraction volumique du solide peut provoquer l'amélioration ou la détérioration de la performance de transfert de chaleur en fonction de la valeur du nombre de Hartmann et de Rayleigh.

A. Mahmoudi et al. [24] ont examiné numériquement la convection naturelle au sein d'une cavité carrée remplie d'un nanofluide ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau), l'enceinte est sujette à un champ magnétique. Les auteurs ont constaté que l'écoulement du fluide et le transfert thermique dépendent fortement de la direction du champ magnétique appliqué ; et ont observés aussi que la direction de ce dernier contrôle l'effet de l'ajout des nanoparticules.

M. Sheikholeslami et al. [25] ont étudié la magnétohydrodynamique de  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau en convection naturelle, en prenant en compte le mouvement Brownien des nanoparticules et de l'effet de Ludwig-Soret. Les auteurs ont trouvé que le nombre de Nusselt augmente avec le

rapport de poussée, alors que le nombre de Nusselt diminue avec l'augmentation du nombre de Lewis et du nombre de Hartmann.

Hamad [26] étudie analytiquement la convection d'un nanofluide sur une plaque plane en présence d'un champ magnétique. Il trouve que pour une valeur donnée de la concentration des nanoparticules, le transfert de chaleur diminue quand l'intensité du champ magnétique augmente.

Nemati et al. [27] étudient l'effet du champ magnétique sur la convection naturelle dans une cavité rectangulaire en utilisant le modèle de Lattice-Boltzman. Leurs résultats indiquent que le nombre de Nusselt moyen augmente avec l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules, mais en présence d'un champ magnétique d'intensité importante, le nombre de Nusselt moyen diminue.

Mahmoudi et al. [28] étudient numériquement la génération d'entropie et l'augmentation du transfert de chaleur dans un nanofluide remplissant une cavité trapézoïdale en présence d'un champ magnétique. Ils trouvent que pour deux valeurs de Rayleigh l'augmentation des nombres de Nusselt due à la présence des nanoparticules est plus importante avec l'augmentation de Hartmann, mais pour les nombres de Rayleigh plus importants une réduction est enregistrée.

Aminossadati et al. [29] a fait une analyse numérique du refroidissement naturel d'une source de chaleur sous forme d'un triangle droit par un nanofluide (eau-CuO) dans une cavité triangulaire droite sous l'influence d'un champ magnétique horizontal. Les effets du nombre de Rayleigh, la fraction volumique solide, le nombre de Hartmann et la position de la source de chaleur sur les performances de transfert de chaleur de la cavité sont examinés, les résultats montrent que la performance thermique de la cavité est augmentée quand le nombre de Rayleigh augmente, le nombre de Hartmann diminue et la distance de la source de chaleur avec les parois froides diminue. Une fraction volumique solide optimale est trouvée, qui maximise le transfert de chaleur à des valeurs élevés du nombre de Rayleigh.

Une analyse numérique de la convection naturelle a été effectuée par Amir Houshang Mahmoudi et al. [30], pour une enceinte triangulaire bidimensionnelle remplie d'un nanofluide et soumise à un champ magnétique. L'enceinte est chauffée partiellement par le

bas tandis que sa paroi inclinée est maintenue froide. La structure de l'écoulement, les isothermes et le nombre de Nusselt moyen sont présentés pour  $0 < Ha < 100$ ,  $10^4 < Ra < 10^7$ ,  $0 < \varphi < 0.05$  et six emplacements différents des sources de chaleur. Les résultats montrent qu'en présence d'un champ magnétique, le champ d'écoulement est supprimé et le transfert de chaleur diminué. En outre, il est observé que la réduction maximale du nombre de Nusselt moyen à grande valeur de  $Ha$  survient à  $Ra = 10^6$ . Il a aussi été trouvé que les nanoparticules sont plus efficaces à  $Ra=10^4$  où la conduction est plus importante.

### **I.2.3. Les nanofluides à base d'oxyde**

Depuis sa production commerciale au début du 20<sup>ème</sup> siècle, les nanofluides à base d'oxyde sont largement employés dans plusieurs domaines d'application.

Plusieurs matériaux peuvent être utilisés pour l'obtention des nanofluides à base d'oxyde métallique (d'oxyde d'Aluminium, d'oxyde de cuivre, d'oxyde de Titan,...). Les oxydes métalliques sont faciles à produire, ils sont chimiquement stables et facile à disperser dans l'eau.

Nous présenterons quelques études théoriques et expérimentales sur les nanoparticules à base d'oxyde métallique.

#### **I.2.3.1. Les nanoparticules d'oxyde d'Aluminium**

En 1993, Massuda et al. [31] ont étudié les nanoparticules de  $Al_2O_3$  de diamètre 13 nm avec une fraction volumique de 4,3% en suspension dans l'eau, ils ont trouvé une amélioration de la conductivité thermique de 30%, par rapport à l'amélioration de la conductivité thermique de 30% obtenue par Eastman et al. En 1997 [32] avec les mêmes nanoparticules de  $Al_2O_3$  mais avec une fraction volumique de 5% et un diamètre de 33 nm.

Wang et al. [33] ont étudié numériquement les caractéristiques du transfert de chaleur en convection naturelle d'une cavité bidimensionnelle, en fonction de différents nombres de Grashof et pour différentes fractions volumiques pour différents nanofluides. Leurs résultats montrent que, la suspension des nanoparticules a fait augmenter significativement le taux du transfert thermique pour tous les nombres de Grashof. Pour le nanofluide ( $Al_2O_3$ /eau), l'augmentation de la conductivité thermique est 14% pour une fraction volumique de 4,5%.

Une augmentation maximale de la conductivité thermique de 40% a été obtenue pour le nanofluide ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ /éthylène-glycol) pour une fraction volumique de 8%.

Lee et al. [34] ont introduit les nanoparticules CuO et  $\text{Al}_2\text{O}_3$  de différents diamètres (18.6 et 23.6 nm, 24.4 et 38.4 nm) dans deux fluides de base : l'eau et éthylène-glycol (EG). Ils ont obtenu quatre combinaisons de nanofluides (CuO /eau, CuO /EG,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ /eau et en fin  $\text{Al}_2\text{O}_3$ /EG). Ils ont constaté que les nanofluides ont des conductivités thermiques sensiblement plus élevées que les fluides de base. Ils ont obtenu une amélioration de 10% de la conductivité thermique pour le nanofluide (eau+ $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) de fraction volumique de 4,3% et une amélioration de 20% pour ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) dans l'éthylène glycol pour une fraction volumique de 5%.

Les études sur l'influence de l'acidité du fluide porteur d'un nanofluide sur la conductivité thermique de ce dernier sont assez limitées. En 2002, Xie et al. [35] ont examiné l'influence de l'acidité du fluide de base sur l'amélioration de la conductivité thermique du nanofluide. Pour des nanoparticules ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) dispersées dans l'eau, l'éthylène glycol et l'huile, ils ont constaté que la valeur du pH influence sur la conductivité thermique du nanofluide. Alors l'amélioration de la conductivité thermique diminue avec l'augmentation de pH.

En 2003, Das et al. [36] ont étudié l'influence de la température sur l'accroissement de la conductivité thermique pour des nanofluides contenant des nanoparticules de  $\text{Al}_2\text{O}_3$  de diamètre de 38.4 nm. Ils ont relevé une augmentation de la conductivité thermique lorsque la température varie de 21°C à 51°C pour les nanofluides ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ +eau). Les résultats expérimentaux montrent que la conductivité thermique augmente linéairement avec l'augmentation de la température et dépend de la fraction volumique des nanoparticules dans l'eau.

En 2006, Prasher et al. [37] ont utilisé des nanoparticules de  $\text{Al}_2\text{O}_3$  de diamètre 10 nm avec une fraction volumique de 0,5% dispersé dans l'eau à une température de 85°C. Ils ont trouvé qu'à cette température la conductivité thermique du nanofluide était égale à deux fois celle de l'eau.

Li et Peterson [38] ont mené une recherche expérimentale pour étudier les effets de la variation de la température et la fraction volumique sur la conductivité thermique effective de  $\text{Al}_2\text{O}_3$  de diamètre de 36 nm avec une fraction volumique de 10% dans l'eau. Ils ont démontré

que pour le nanofluide  $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{eau}$ , l'augmentation de la température moyenne de 27 à 34.7°C donne une augmentation de la conductivité thermique presque de trois fois.

### **I.2.3.2. Les nanoparticules d'oxyde de cuivre**

Eastman et al. [39] ont utilisé des nanoparticules de CuO de diamètre 36 nm avec une fraction volumique de 5% en suspension dans l'eau, ils ont obtenu une amélioration de la conductivité thermique de 60% deux fois supérieure à la conductivité thermique obtenue dans les mêmes conditions avec des nanoparticules de  $\text{Al}_2\text{O}_3$ .

Lee et al. [40] ont mesuré la conductivité thermique de nanofluide utilisant des nanoparticules de CuO de diamètre 18,6 nm et des nanoparticules de  $\text{Al}_2\text{O}_3$  de diamètre de 23.6 nm, suspendu dans l'eau et dans l'éthylène glycol (EG). Le nanofluide (CuO/EG) a montré qu'il y avait une augmentation de la conductivité thermique de plus de 20% pour une fraction volumique 4%. D'autre part ils ont prouvé que malgré la taille de la particule de CuO plus petite que celle de  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , les nanofluides (eau/CuO, EG/CuO) ont montré une meilleure amélioration de la conductivité thermique par rapport au nanofluide (eau/  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , EG/  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ).

Das et al. [36] ont étudié l'effet de la température sur l'amélioration de la conductivité thermique pour des nanofluides contenant des particules de  $\text{Al}_2\text{O}_3$  de diamètre de 38.4 nm et de CuO de diamètre de 28.6 nm par une expérience basée sur la méthode d'oscillation de la température. Ils ont trouvé qu'à la température 52°C l'augmentation de la conductivité thermique est deux fois à quatre fois plus grande que celle obtenue à la température ambiante 21°C.

Li et Peterson [38] ont effectué une recherche expérimentale pour étudier les effets de la variation de la température et la fraction volumique sur la conductivité thermique effective de CuO de diamètre de 29 nm suspendu dans l'eau avec une fraction volumique de 10%. Ils ont démontré que le type de nanoparticule, son diamètre, la fraction volumique et la température moyenne ont des effets significatifs sur la conductivité thermique des nanofluides. Ils ont relevé une amélioration de 52% de conductivité thermique du nanofluide (eau+CuO).

### **I.2.3.3. Nanoparticules de dioxyde de Titane**

Une autre nanoparticule d'oxyde a été plus tardivement étudiée. Il s'agit de l'oxyde de Titane ( $\text{TiO}_2$ ), Pack et Choi [41], en dispersant des nanoparticules de 27 nm dans l'eau, ont obtenu une amélioration de la conductivité thermique de 10,7% pour une fraction volumique de 4,35%. Cette valeur est beaucoup plus faible que les 32% obtenue pour le nanofluide (eau+ $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) avec la même concentration des nanoparticules.

Murshed et al. [42] ont étudié la variation de la conductivité thermique des nanoparticules de  $\text{TiO}_2$  de formes sphériques de diamètre de 15 nm et cylindriques de diamètre de 40 nm dispersées dans l'eau. Ils ont trouvé que la conductivité thermique augmente avec l'augmentation de la fraction volumique, et ils ont obtenu également que l'amélioration de la conductivité thermique allant jusqu'à 33% pour une fraction volumique de 5% pour les nanoparticules cylindriques et de 30% pour les nanoparticules sphériques. Ils ont alors constaté que la dimension et la forme de la particule ont une influence importante sur la conductivité thermique des nanofluides.

### **I.2.4. Les nanoparticules métalliques**

Les nanoparticules métalliques ont des conductivités thermiques plus grandes que celles des oxydes métalliques correspondants.

#### **I.2.4.1. Les nanoparticules de cuivre**

Xuan et Li [43] ont réalisé un système expérimental pour étudier le coefficient de transfert de chaleur convectif, ils ont montré que la conductivité thermique augmente avec l'augmentation de la fraction volumique. Le rapport de la conductivité thermique du nanofluide (eau+Cu) sur le fluide de base augmente 75% et de 45% pour le nanofluide (huile+Cu), quand la fraction volumique des nanoparticules varie entre 2.5% à 7.5%.

Chemloul et Belmiloud [44] ont étudié numériquement la convection naturelle d'une cavité carrée, utilisant un nanofluide avec trois types différents de nanoparticules (Cu,  $\text{Al}_2\text{O}_3$  et  $\text{TiO}_2$ ). La fraction volumique des nanoparticules est prise dans l'intervalle  $0 \leq \phi \leq 0.15$ . Ils ont trouvé que la conductivité thermique augmente avec l'augmentation de la fraction volumique, et les faibles valeurs du nombre de Nusselt sont obtenues dans le cas du

nanofluide (TiO<sub>2</sub>/eau), les valeurs moyennes dans le cas du nanofluide (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/eau) et les plus grandes pour (Cu/eau).

Aminossadati et al. [29] ont étudié numériquement la convection naturelle dans une enceinte triangulaire isocèle avec une source de chaleur située à sa base et remplie d'un nanofluide (Cu-éthylène glycol). Ils ont trouvé que la conductivité thermique augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh et de la fraction volumique des nanoparticules. Ils ont présenté une comparaison entre les résultats obtenus à partir des modèles modifiés et originaux de Maxwell. Les résultats montrent que le transfert de chaleur est généralement plus élevé lorsqu'on utilise le modèle de Maxwell modifié.

#### **I.2.4.2. Les nanoparticules d'or et d'argent**

Patel et al. [7] ont examiné le nanofluide (Au-thiolate+toluène) à une température de 60°C et ils ont observé que la conductivité thermique augmente jusqu'à 8,8% pour une fraction volumique des nanoparticules de 0.01%.

Pour une solution de (Au-citrate+eau) ils ont obtenu une amélioration de 8,3% de la conductivité thermique pour une fraction volumique de 0.00026%, par contre, pour une solution de (Ag-citrate+eau) ils ont obtenu une amélioration de 4,5% pour une fraction volumique de 0.001%. Pour le nanofluide (Ag+eau) la conductivité thermique obtenue est plus faible que celle du nanofluide (Au+eau) bien que l'argent soit meilleur conducteur de la chaleur que l'or.

Hatami et Ganji [45] ont étudié analytiquement et numériquement la convection naturelle d'un nanofluide non-newtonien entre deux plaques planes verticales. L'alginate de sodium (SA) est considéré comme le fluide de base, l'argent (Ag) et le cuivre (Cu) sous forme de nanoparticules sont ajoutées pour constituer les nanofluides étudiés. Ils ont montré que le nanofluide (SA/Cu) donne des valeurs de vitesse et de température plus grandes que celles obtenues utilisant le nanofluide (SA/Ag).

#### **I.2.5. Les nanotubes de carbone**

Un nanotube de carbone est une structure cristalline particulière du carbone. Les nanotubes peuvent être constitués d'une seule couche de graphène enroulée sur elle-même décrivant une

géométrie tubulaire, appelés nanotube mono feuillet SWNT (Single Walled Nano Tube). Ils peuvent aussi être constitués d'un enroulement de plusieurs couches de graphène et sont alors appelés nanotube multi feuillets MWNT (Multi-Walled Nano Tube).

Les études portant sur les nanofluides à base de nanotubes de carbone ont montré jusqu'à aujourd'hui les augmentations de conductivité thermique les plus élevées.

Xie et al. [46] ont montré que la conductivité thermique augmente de 10% pour une concentration de 1% de nanotube de carbone dispersé dans l'eau et à 150% pour une concentration de 1% de nanotubes de carbone dans l'éthylène glycol.

Ding et al. [47] ont mesuré la conductivité thermique du (MNTC) en suspension dans l'eau en fonction de la température et de la fraction volumique. Ils ont trouvé une amélioration de 80% pour une fraction volumique de 1% à une température de 30°C.

### **I.2.6. Technique de fabrication des nanofluides**

Il existe de nombreuses techniques de synthèse des nanoparticules. Chacune possède des avantages et des inconvénients par rapport aux applications visées. Le choix de la technique à utiliser repose sur plusieurs critères, notamment la taille des nanoparticules, leur forme et leur accessibilité. D'un point de vue industriel, le coût, la durée et la reproductibilité de la synthèse représentent des critères importants.

Le développement des méthodes simples pour la fabrication et la synthèse des nanoparticules de taille et de forme contrôlées est nécessitée une technologie très précise. Il s'agit en particulier de comprendre et contrôler les effets de taille et de forme de nanoparticules sur leurs propriétés physiques.

Les méthodes de synthèse des nanoparticules peuvent être divisées en deux catégories : les méthodes physiques et les méthodes chimiques.

L'élaboration des nanofluides doit assurer que les nanoparticules n'entrent pas en échange chimique avec le fluide de base, la suspension est stable et une agglomération minimale des nanoparticules.

### **I.2.6.1.Méthodes physiques**

Les techniques de PVD (Physical Vapor Deposition) permettent la réalisation de couches minces ou de poudres nanométriques sans fondre le matériau de départ.

Les méthodes de fusion des matériaux sont très variées, on peut distinguer alors les plus utilisées :

#### **I.2.6.1.1.La pulvérisation cathodique**

La pulvérisation cathodique (sputtering) [48] est une méthode de dépôt de couches minces ou de poudres nanométriques. Il nécessite la création d'une cible solide du composé à déposer. On soumet cette cible à un bombardement d'ions lourds et peu réactifs chimiquement (souvent des ions Argon). Ces ions, chargés positivement  $Ar^+$ , extraits d'un plasma, sont accélérés. Ils viennent percuter la cible et transfèrent leur énergie mécanique aux atomes qui sont pulvérisés vers le substrat. La maîtrise des conditions de dépôts (pression, état de surface et température du substrat...) permet alors la croissance de couches minces continues ou de grains à la surface du substrat.

#### **I.2.6.1.2.Ablation laser**

L'élaboration des nanoparticules par ablation laser de cibles solides en environnement liquide se développe depuis une dizaine d'années. Contrairement aux méthodes chimiques, ce procédé ne nécessite pas l'emploi de tensioactifs.

L'évaporation par ablation laser consiste à irradier une cible d'un matériau donné par un faisceau laser focalisé. Généralement, le laser utilisé est à impulsion nano, de très forte énergie mais il est possible d'évaporer un matériau avec un faisceau fourni en continu si son énergie est suffisamment importante. La température au point focalisé peut excéder à  $10^4$  K et peut vaporiser toute substance. Des atomes métalliques chauds sont alors obtenus et peuvent réagir avec l'oxygène pour former une phase vapeur d'oxyde métallique.

La méthode offre une variété dans la nature des matériaux synthétisés :

- Oxydes :  $Al_2O_3$ , CuO,  $TiO_2$ ,  $Fe_2O_3$  ...
- Métaux : Ag, Au, Al, Cu ...

### **I.2.6.1.3.L'évaporation thermique**

Cette méthode peut utiliser différents types de sources de chauffage pour permettre l'obtention de la vapeur sursaturée.

L'évaporation thermique [49] d'un matériau de manière à ce que les atomes qui le constituent s'évaporent, ensuite un refroidissement adéquat de ces vapeurs permet une agglomération en nanoparticules.

### **I.2.6.2.Méthodes chimiques**

De nombreuses méthodes de synthèse par voie chimique en suspension sont disponibles, ce sont les méthodes les plus anciennes utilisées pour la préparation de dispersions nanométriques et présentent l'avantage d'être en général simples et adaptées à la synthèse de grandes quantités de nanoparticules, peu coûteuses et nécessitent moins d'énergie que les autres procédés de synthèse de nanoparticules.

Les méthodes chimiques ont un rendement bien supérieur à celui des méthodes physiques et différents paramètres (nature des précurseurs métalliques, stabilisants, concentrations, débit de dose) permettent de contrôler la taille, la forme et la dispersion des nanoparticules synthétisées en solution.

Parmi elles, on distingue : décomposition des précurseurs organométalliques, la synthèse radiolytique et le procédé sol-gel.

#### **I.2.6.2.1.Décomposition des précurseurs organométalliques**

L'utilisation des méthodes de chimie organométallique [50] permet de synthétiser des nanomatériaux aux propriétés innovantes. Les précurseurs métalliques les plus souvent utilisés sont des complexes organométalliques. La décomposition thermique de ces précurseurs organométalliques conduit à la séparation entre les atomes métalliques et la partie organique du précurseur. La solubilité des atomes diminue fortement entraînant la sursaturation du milieu ce qui conduit à la précipitation des particules.

Cette méthode évite l'emploi des agents réducteurs. Cependant, le facteur limitant de cette méthode est la température nécessaire à la décomposition car celle-ci entraîne une restriction

au niveau des stabilisants et des solvants pouvant être employés. Les stabilisants les plus souvent utilisés sont les polymères. Ces derniers permettent de contrôler la taille, la distribution en taille et la forme des nanoparticules obtenues.

#### **I.2.6.2.2.Synthèse radiolytique**

La radiolyse [51] est une méthode extrêmement favorable à la synthèse des nanoparticules par la réduction d'ions métalliques en solution au moyen d'espèces produites (en général des électrons) par radiolyse. Les espèces réductrices, notamment l'électron solvaté, sont issues du solvant lors de l'irradiation par un rayonnement ionisant, gamma ou électrons.

Dans un milieu polaire, le passage des rayonnements la décompose en produits radicalaires, moléculaires et ioniques. Les nanoparticules se forment par interaction des espèces réductrices issues du solvant, dont l'électron solvaté, avec les ions métalliques.

#### **I.2.6.2.3.Le procédé sol-gel**

L'appellation « sol-gel » est une contraction des termes « solution – gélification ». Le sol est une suspension des nanoparticules colloïdale en phase liquide. Par la suite, on peut faire évoluer ce « sol », par le biais de réactions chimiques, en un réseau à viscosité infinie, appelé « gel ». Les principaux précurseurs utilisés dans ce procédé pour former le support sont les alcoxydes métalliques car ils sont très modulables mais on peut également utiliser les nitrates ou les chlorures. Le principe de cette méthode est basé essentiellement sur l'hydrolyse de l'alcoxyde pour former le sol constituant le support, l'ajout du précurseur métallique et la polycondensation pour former le gel, ce gel est ensuite chauffé à des températures élevées pour obtenir des poudres nanostructurées.

Le principal avantage de la méthode sol-gel repose sur le fait que c'est un procédé à basse température et de plus, il permet l'accès aux matériaux hybrides organiques-inorganiques.

#### **I.2.7.Propriétés thermophysiques des nanofluides**

L'ajout des nanoparticules dans les fluides de base modifie notablement les propriétés thermophysiques du nanofluide, telle que (la masse volumique, la chaleur spécifique, l'expansion thermique, la viscosité dynamique et la conductivité thermique) alors l'étude des propriétés physiques du nanofluide est nécessaire pour traiter les problèmes physiques

impliquant les nanofluides, car ces propriétés interviennent dans les équations de conservation et modélisation.

Les nanoparticules sont caractérisées par différents paramètres (la nature des nanoparticules, leur taille, la fraction volumique  $\phi$ , la conductivité thermique du fluide de base et celle des nanoparticules et la température du milieu) qui peuvent influencer sur les valeurs des paramètres thermophysiques du nanofluide synthétisé.

On supposera dans toute la suite de notre travail que les nanoparticules sont bien dispersées dans le fluide de base et qu'ils sont en état d'équilibre thermique avec ce dernier.

### **I.2.7.1. La Chaleur spécifique**

La chaleur spécifique ou la capacité thermique massique  $C_p = \frac{dQ}{mdT}$ , est définie par la quantité d'énergie à apporter par échange thermique pour élever d'un degré Kelvin la température de l'unité de masse d'une substance ou d'un système homogène.

Pour la détermination de la chaleur spécifique d'un nanofluide, la plupart des études effectuées dans la littérature utilise un des deux modèles définis par les équations (I.1) et (I.2) on a les deux équations suivantes :

Pak et Cho [52] ont utilisé :

$$(C_p)_{nf} = (1 - \phi)(C_p)_f + \phi(C_p)_s \quad (\text{I. 1})$$

Xuan et Roetzel [53] ont utilisé :

$$(\rho C_p)_{nf} = (1 - \phi)(\rho C_p)_f + \phi(\rho C_p)_s \quad (\text{I. 2})$$

Avec :

$(C_p)_{nf}$  : Chaleur spécifique du nanofluide ;

$(C_p)_f$  : Chaleur spécifique du fluide de base ;

$(C_p)_s$  : Chaleur spécifique des nanoparticules.

**Tableau I.1 :** Les valeurs de  $\frac{(C_P)_{nf}}{(C_P)_f}$  pour  $\varphi = 10\%$  obtenues à partir des deux relations donnant la chaleur spécifique.

		$\frac{(C_P)_{nf}}{(C_P)_f}$			
$\varphi\%$	$(C_P)_s$	$(C_P)_f$	0 %	10 % relation (I.2)	10 % relation (I.1)
<b>Eau</b>		4179			
<b>Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub></b>	765		1	0.9183	0.7683
<b>TiO<sub>2</sub></b>	686.2		1	0.9164	0.7335
<b>Cu</b>	383		1	0.9092	0.5479
<b>Ag</b>	230		1	0.9055	0.4919
<b>Au</b>	129		1	0.9031	0.3394

### **I.2.7.2. La Masse volumique**

La masse volumique des nanofluides est proportionnelle à la fraction volumique  $\varphi$  en particules et augmente avec l'ajout des nanoparticules. Dans la littérature, la masse volumique des nanofluides est souvent calculée à partir de la loi de mélange dans laquelle, comme pour la chaleur spécifique, le nanofluide est supposé homogène, nous revenons à la définition de la masse volumique de ce mélange.

D'après la loi de mélange la masse volumique est donnée par la relation suivante :

$$\rho_{nf} = \frac{m}{V} = \frac{m_f + m_s}{V_f + V_s} = \frac{\rho_f V_f + \rho_s V_s}{V_f + V_s} \quad (\text{I. 3})$$

La fraction volumique des nanoparticules est donnée par :

$$\varphi = \frac{V_s}{V_{nf}} = \frac{V_s}{V_f + V_s} \quad (\text{I. 4})$$

On déduit alors la masse volumique du nanofluide :

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_s \quad (\text{I. 5})$$

Le tableau I.2 présente les valeurs des rapports de la masse volumique des nanofluides sur la masse volumique du fluide de base pour les cinq nanofluides (eau-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>), (eau-TiO<sub>2</sub>), (eau-Cu), (eau-Ag) et (eau-Au) en fonction de la fraction volumique  $\varphi$  qui varie entre 0% et 10%.

**Tableau I.2 :** Rapport des masses volumiques des différents nanofluides en fonction de la fraction volumique.

	$\frac{\rho_{nf}}{\rho_f}$				
$\varphi$ %	Eau+Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Eau+TiO <sub>2</sub>	Eau+Cu	Eau+Ag	Eau+Au
<b>0</b>	1	1	1	1	1
<b>1</b>	1.0231	1.0296	1.0767	1.0921	1.1801
<b>2</b>	1.0492	1.0622	1.1562	1.1872	1.3632
<b>3</b>	1.0752	1.0947	1.2358	1.2823	1.5462
<b>4</b>	1.1012	1.1272	1.3150	1.3772	1.7292
<b>5</b>	1.1273	1.1598	1.3949	1.4723	1.9123
<b>6</b>	1.1533	1.1923	1.4745	1.5673	2.0953
<b>7</b>	1.1793	1.2248	1.5541	1.6623	2.2783
<b>8</b>	1.2053	1.2573	1.6336	1.7573	2.4613
<b>9</b>	1.2314	1.2899	1.7132	1.8524	2.6444
<b>10</b>	1.2574	1.3224	1.7927	1.9474	2.8274

### **I.2.7.3. Coefficient d'expansion thermique**

Ce coefficient n'est pas strictement linéaire et varie en fonction de la température, surtout quand celles ci sont élevées.

Cette variation de la masse volumique en fonction de la température est caractérisée par le

coefficient d'expansion thermique  $\beta_T = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$ .

Le coefficient d'expansion thermique pour les nanofluides est calculé par analogie avec la relation (I.5).

On obtient l'expression suivante :

$$\beta_{nf} = (1 - \varphi)\beta_f + \varphi\beta_s \quad \text{(I.6)}$$

Kim et al. [54] ont supposé que le coefficient d'expansion thermique du fluide ( $\beta_f$ ) est largement plus grand que celui des nanoparticules solides ( $\beta_s$ ). Il ramène l'équation (I.6) à la forme simplifiée suivante :

$$\beta_{nf} = (1 - \varphi)\beta_f \quad \text{(I.7)}$$

Le tableau I.3 montre les valeurs calculées du rapport obtenues à partir des deux relations (I.6) et (I.7), donnant le coefficient d'expansion thermique pour différents nanofluides (eau, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, TiO<sub>2</sub>, Cu, Ag et Au).

**Tableau I.3 :** Les valeurs de  $\frac{\beta_{nf}}{\beta_f}$  pour  $\varphi = 10\%$  obtenues à partir des deux relations donnant le coefficient d'expansion thermique.

	$\frac{\beta_{nf}}{\beta_f}$				
$\varphi$ %	$\beta_s \cdot 10^{-7}$	$\beta_f \cdot 10^{-7}$	0 %	10 % relation (I.6)	10 % relation (I.7)
<b>Eau</b>		210			
<b>Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub></b>	7.5		1	0.9036	0.7158
<b>TiO<sub>2</sub></b>	9		1	0.9043	0.6806
<b>Cu</b>	16.7		1	0.9079	0.5020
<b>Ag</b>	19.7		1	0.9094	0.4622
<b>Au</b>	14.2		1	0.9068	0.3183

#### **I.2.7.4. Conductivité thermique**

La conductivité thermique est une grandeur physique caractérisant le comportement des matériaux lors du transfert thermique par conduction.

Cette constante apparaît dans la loi de Fourier, elle représente la quantité de chaleur transférée par unité de surface et par une unité de temps sous un gradient de température.

Dans la littérature, on trouve un nombre important d'études montrant que l'ajout des nanoparticules augmente la conductivité thermique d'un liquide, elle augmente de manière plus ou moins rapide selon les nanoparticules utilisées.

##### **I.2.7.4.1. Modèles théoriques**

Il existe plusieurs modèles théoriques permettant d'estimer la conductivité thermique des suspensions. Nous présenterons dans cette partie les modèles les plus utilisés dans le cas des nanofluides.

La plupart des auteurs se servent du modèle de Maxwell pour calculer la conductivité.

##### **a. Modèle de Maxwell**

Maxwell fut le premier à dériver un modèle pour estimer la conductivité thermique d'une suspension contenant des particules [55]. Il a supposé que les particules sont séparées d'une distance suffisante, et l'effet d'interaction mutuelle entre les particules est négligé.

$$K_{nf} = K_f \left[ \frac{K_s + 2K_f - 2\varphi(K_f - K_s)}{K_s + 2K_f + \varphi(K_f - K_s)} \right] \quad (\text{I. 8})$$

##### **b. Modèle de Hamilton-Crosser**

Le modèle de Hamilton-Crosser [56] est une extension du modèle de Maxwell, qui tient compte de la forme des particules. En effet, pour prendre en compte la non-sphéricité des particules (cas des NTC), ce modèle intègre un facteur géométrique appelé sphéricité ( $\gamma$ ), faisant référence à la géométrie sphérique.

Ce coefficient est défini comme étant le rapport de l'aire d'une sphère de même volume que la particule sur l'aire de cette même particule.

Le modèle de conductivité thermique de Hamilton-Crosser est donné par l'expression suivante :

$$K_{nf} = K_f \left[ \frac{K_s + (n-1)K_f - \varphi(n-1)(K_f - K_s)}{K_s + (n-1)K_f + \varphi(K_f - K_s)} \right] \quad (\text{I. 9})$$

Où  $n$  est un facteur de forme empirique donné par :  $n = \frac{3}{\gamma}$

$n = 3$  pour les particules sphériques et  $n = 6$  pour les particules cylindriques.

Pour  $\gamma = 1$  (particules sphériques) le modèle de Hamilton-Crosser est identique au modèle de Maxwell.

Ce modèle peut être utilisé lorsque la conductivité thermique des particules est au moins 100 fois plus élevée que celle du fluide de base.

### c. Modèle de Yu et Choi

Ils ont proposé un modèle modifié plus complexe que le modèle de Hamilton-Crosser, qui tient compte de l'effet d'interface entre les particules et le fluide de base mais qui n'est valable que pour les particules de forme sphérique [57].

$$K_{nf} = K_f \left[ \frac{K_s + 2K_f - 2\varphi(1+\lambda)^3(K_f - K_s)}{K_s + 2K_f + \varphi(1+\lambda)^3(K_f - K_s)} \right] \quad (\text{I.10})$$

Avec

$\lambda$  : Rapport de l'épaisseur de la couche nanométrique sur le rayon des particules.

Le tableau I.4 montre les différentes valeurs calculées en utilisant le modèle de Hamilton-

Crosser du rapport  $\frac{K_{nf}}{K_f}$  en fonction de fraction volumique  $\varphi$  variant de 0 à 8%, pour cinq

nanofluides (eau+Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>), (eau+CuO), (eau + Cu), (Ag + eau) et (Au + eau).

**Tableau I.4 :** Valeurs de  $\frac{K_{nf}}{K_f}$  en fonction de  $\varphi$  pour différents nanofluides avec l'eau comme fluide porteur et cinq nanoparticules différentes ( $Al_2O_3$ , CuO, Cu, Au et Ag) en utilisant le modèle de Hamilton-Crosser.

Rapport des conductivités thermiques $\frac{K_{nf}}{K_f}$									
$\varphi\%$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
<b>Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub></b>	1	1.040	1.081	1.123	1.166	1.210	1.254	1.30	1.346
<b>CuO</b>	1	1.038	1.077	1.116	1.157	1.198	1.239	1.282	1.326
<b>Cu</b>	1	1.043	1.086	1.131	1.177	1.224	1.271	1.320	1.370
<b>Au</b>	1	1.0429	1.0867	1.1314	1.177	1.2236	1.2712	1.3198	1.3694
<b>Ag</b>	1	1.0430	1.0869	1.1317	1.1774	1.2241	1.2718	1.3205	1.3702
<b>NTC</b>	1	1.0864	1.1746	1.2645	1.3564	1.4502	1.5459	1.6438	1.7437

### **I.2.7.5. Viscosité dynamique**

L'ajout des nanoparticules dans un fluide de base permet d'augmenter et d'améliorer la conductivité thermique du nanofluide, et peut aussi conduire à une augmentation de la viscosité dynamique et la perte de charge alors une modification de la structure des écoulements convectifs qui dépend fortement de la viscosité.

L'augmentation de la viscosité dynamique n'est pas désirée car elle vient de diminuer l'intérêt de l'usage des nanofluides. Pour comprendre ce phénomène, les auteurs ont porté une attention particulière aux corrélations utilisées pour évaluer la viscosité.

Parmi les différents modèles suggérés pour la détermination de la viscosité du nanofluide en tenant compte du pourcentage des nanoparticules en suspension dans la base fluide, le modèle classique de Brinkman [58] est le plus utilisé dans les simulations numériques sur les nanofluides.

Les modèles de la viscosité dynamique existants se calculent essentiellement à partir de la formule d'Einstein (1906).

### **I.2.7.5.1. Modèles théoriques**

#### **a. Modèle de d'Einstein**

Le modèle d'Einstein [59] est utilisé pour des suspensions très diluées de particules sphériques, et pour des concentrations volumiques inférieures à 1%. Ce modèle ne tient pas compte des effets de la taille des particules et des interactions interparticules.

$$\mu_{nf} = \mu_f (1 + 2.5\varphi) \quad (\text{I. 11})$$

#### **b. Modèle de Brinkman**

Le modèle de Brinkman [58] est développé de l'expression d'Einstein qui est valide pour un large intervalle des fractions volumiques de nanoparticules.

$$\mu_{nf} = \mu_f (1 - \varphi)^{-2.5} \quad (\text{I. 12})$$

Cette relation décrit une évolution non linéaire de la viscosité dynamique avec la concentration volumique.

#### **c. Modèle de Batchelor**

L'écoulement autour de chaque particule est influencé par la présence éventuelle d'autres particules à proximité, alors on a l'effet de l'interaction hydrodynamique entre les particules. Cela traduit que la viscosité n'est pas seulement une fonction linéaire de  $\varphi$ , mais une fonction non linéaire de  $\varphi$  avec la prise en compte d'un terme  $\varphi^2$  dans le modèle de Batchelor [60].

$$\mu_{nf} = \mu_f (2.6\varphi^2 + 2.5\varphi + 1) \quad (\text{I. 13})$$

On trouve de nombreuses autres corrélations approximant de façon satisfaisante la viscosité du nanofluide dans certaines gammes de variation de la concentration volumique.

Maiga et al. [61], ont proposé la corrélation suivante :

$$\mu_{nf} = \mu_f (123\varphi^2 + 7.3\varphi + 1) \quad (\text{I.14})$$

Pack and Cho [52] ont obtenu une corrélation spécifique pour les nanoparticules  $\text{Al}_2\text{O}_3$  dispersés dans l'eau :

$$\mu_{nf} = \mu_f (533.9\varphi^2 + 39.11\varphi + 1) \quad (\text{I. 15})$$

Les résultats publiés à ce jour, concernant les suspensions de nanoparticules de géométrie sphérique ou non sphérique démontrent, que les modèles précédents sont souvent insuffisants pour expliquer les fortes augmentations de la viscosité des nanofluides avec la concentration en nanoparticules, et ceci pour des solutions diluées ou plus concentrées.

Nous donnons dans le tableau I.5 le rapport de la viscosité dynamique d'un nanofluide (eau+ $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) en fonction de la fraction volumique  $\varphi$  variant de 0% à 8%, en utilisant les différents modèles d'Einstein [59], de Brinkman [58], de Batchelor [60] et les Corrélation de Maiga et al. [61].

**Tableau I.5 :** Rapport des viscosités dynamiques du nanofluide ( $\text{Al}_2\text{O}_3$  +eau) obtenus à partir des différents modèles étudiés.

$\varphi\%$	Einstein	Brikman	Batchelor	Corrélation de Maiga et al
0	1	1	1	1
1	1.0250	1.0254	1.026	1.10
2	1.0500	1.0518	1.0525	1.21
3	1.0750	1.0791	1.0806	1.32
4	1.1000	1.1074	1.1099	1.48
5	1.1250	1.1368	1.1405	
6	1.1500	1.1673	1.1723	
7	1.1750	1.1989	1.2054	
8	1.2000	1.2318	1.2397	

Donc les modèles utilisés pour chaque propriété thermophysique dans notre travail (les modèles utilisés par plusieurs chercheurs comme Gladés Bachir [62], Ching-Chang Cho et al. [63], Mansour et Bakier [64]...etc.) sont :

**Tableau I.6 :** Les propriétés thermophysiques du nanofluide utilisé dans notre travail.

Les propriétés thermophysiques du nanofluide utilisé	Les modules choisis
La conductivité thermique du nanofluide	$K_{nf} = K_f \left[ \frac{K_s + 2K_f - 2\phi(K_f - K_s)}{K_s + 2K_f + \phi(K_f - K_s)} \right]$
La masse volumique du nanofluide	$\rho_{nf} = (1 - \phi)\rho_f + \phi\rho_s$
La capacité calorifique du nanofluide	$(\rho C_p)_{nf} = (1 - \phi)(\rho C_p)_f + \phi(\rho C_p)_s$
Le coefficient d'expansion thermique	$\beta_{nf} = (1 - \phi)\beta_f + \phi\beta_s$
La viscosité dynamique du nanofluide	$\mu_{nf} = \mu_f (1 - \phi)^{-2.5}$

### **I.3. Notions sur la convection**

#### **I.3.1. Définition**

Le transfert de chaleur par convection est une action de transporter, il désigne la transmission de la chaleur par un fluide en écoulement.

C'est l'un des trois modes de transfert thermique, ce mode d'échange de chaleur existe au sein des milieux fluides ou lorsque un fluide circule autour d'un solide.

La convection est le processus de transfert thermique déterminé par le mouvement des particules élémentaires d'un fluide entre des zones ayant des températures différentes. Le mouvement du fluide peut résulter de la différence de masse volumique due aux différences de températures ou à des moyens purement mécaniques. Ce mouvement entraîne un mélange

intense des particules fluides, qui échangent de l'énergie (chaleur) et de la quantité de mouvement entre elles.

Si une masse de liquide est réchauffée dans sa partie inférieure, le liquide chaud le plus voisin de la source thermique diminue en densité et tend à remonter en cédant la place à du liquide plus dense et plus froid. C'est ainsi qu'est généré un mouvement continu au sein de la masse, mouvement qui contribue au transport de la chaleur.

Lorsqu'un fluide est en écoulement, une partie du transfert de chaleur dans le fluide se fait également par conduction et, dans le cas d'un fluide transparent, un transfert de chaleur par rayonnement peut accompagner les deux transferts précédents.

### **I.3.2. Type de convection**

Le transfert thermique par convection est divisé en trois parties selon les forces qui produisent le mouvement de fluide :

La convection forcé : le mouvement du fluide est initié par une action des forces extérieures par exemple pompe, ventilateur ou les vents atmosphériques.

La convection naturelle : se produit lorsque l'écoulement est induit par une différence de masse volumique, ces variations sont, en général, causées par une distribution non uniforme de la température et/ou de la concentration des espèces dans un mélange.

La convection mixte : c'est une combinaison des deux causes.

#### **I.3.2.1. Convection naturelle**

La convection naturelle se différencie de la convection forcée par ce que le mouvement du fluide n'est pas dû à des forces extérieures mécanique, mais qu'il trouve sa source au sein du fluide, sous l'effet conjugué de gradients de masse volumique (poussée d'Archimède). Les variations de masse volumique sont généralement dues à des gradients de température, ou encore des gradients de concentration dans les mélanges, cette masse volumique des fluides diminue généralement avec l'augmentation de la température.

On s'intéresse par la suite aux transferts de chaleur par convection naturelle provoquant par un gradient de température dans un fluide newtonien.

Les écoulements de la convection sont décrits par le modèle d'équations de Navier-Stokes.

Ces équations font souvent l'objet de simplifications adaptées dont la plus classique est l'approximation de Boussinesq.

### **I.3.3.1.1. Approximation de Boussinesq**

Les solutions analytiques approchées et les simulations numériques de la convection naturelle présentées jusqu'à ce jour ont été basées sur les hypothèses de Boussinesq.

L'approximation de Boussinesq [65] consiste à introduire l'hypothèse d'incompressibilité pour les écoulements à faible variation de masse volumique et consiste à supposer que la variation de masse volumique par rapport à une masse volumique de référence  $\rho_0$  n'est importante que dans le terme de poussée d'Archimède  $\rho \vec{g}$  de l'équation du mouvement, et toutes les autres propriétés thermophysiques du fluide sont supposées constantes.

Toutes les propriétés thermo-physiques sont développées par rapport à la température et simplifiées à l'ordre 0, sauf pour la masse volumique simplifiée à l'ordre 1 :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta_T (T - T_0)] \quad (\text{I. 16})$$

Ce développement est valable puisque la différence de température au sein du fluide reste toujours inférieure à 10 %.

Où  $T_0$  est une température de référence ;

Et  $\beta_T$  est le coefficient de dilatation thermique isobare :

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P \quad (\text{I. 17})$$

### **I.3.3. Grandeurs sans dimension**

Une grandeur sans dimension (ou grandeur adimensionnelle) est une quantité permettant de décrire une caractéristique physique sans dimension ni unité explicite d'expression.

Elle est constituée du produit ou rapport de grandeur à dimension, de telle façon que le rapport des unités équivaut à un.

Ces grandeurs sans dimension interviennent particulièrement en mécanique des fluides et pour la description de phénomène de transfert lorsqu'on utilise la similitude des modèles réduits ou théorie des maquettes et construit l'interprétation des résultats d'essais.

Elles portent le nom des nombres sans dimensions, nombres adimensionnels, ou encore des nombres caractéristiques.

Les nombres adimensionnels les plus utilisés dans le domaine de la convection sont :

#### **I.3.3.1. Le Nombre de Reynolds**

Le nombre de Reynolds relatif aux forces de viscosité dans le bilan de quantité de mouvement.

Ce nombre sans dimension apparaît naturellement en adimensionnant les équations de Navier-Stokes.

Le nombre de Reynolds joue un rôle principal dans la caractérisation de l'écoulement du fluide (laminaire ou turbulent) qui influencera directement sur l'échange de chaleur :

- ✓ Si  $Re < 2400$  on est en régime laminaire.
- ✓ Pour des vitesses plus élevées,  $Re \gg 2400$ , le régime turbulent apparaît

On le définit de la manière suivante :

$$R_e = \frac{U_0 L}{\nu} \quad (\text{I. 18})$$

Avec

$U_0$  : vitesse caractéristique du fluide [m/s],

$L$  : dimension caractéristique [m],

$\nu$  : viscosité cinématique du fluide [ $\text{m}^2/\text{s}$ ],  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$

### **I.3.3.2. Le Nombre de Prandlt**

Il s'agit du rapport entre la dissipation visqueuse  $\nu$  et la diffusivité thermique  $\alpha$ , il caractérise l'importance relative des effets thermiques et visqueux.

Le nombre de Prandlt  $Pr$  compare l'aptitude du fluide à diffuser la quantité de mouvement par le biais de sa viscosité à son aptitude à diffuser la chaleur par le biais de sa diffusivité thermique.

Le nombre de Prandlt  $Pr$  ne fait intervenir que les caractéristiques du fluide.

$$P_r = \frac{\nu}{\alpha} \quad (\text{I. 19})$$

Pour un nombre de Prandlt élevé le profil de température dans le fluide sera fortement influencé par le profil de vitesse, au contraire pour un nombre de Prandlt faible, la conduction thermique est plus rapide et le déplacement du fluide a peu d'effet sur le profil de température.

### **I.3.3.3. Le Nombre de Péclet**

Pour analyser physiquement le rôle des coefficients de diffusion et de convection, il est intéressant d'introduire le nombre de Péclet, c'est un nombre sans dimension utilisé en transfert thermique et en transfert massique.

Il est défini comme le rapport entre le temps caractéristique de transfert par convection et celui du transfert par conduction (ou par diffusion pour les transferts massiques).

Il est équivalent au produit du nombre de Reynolds et du nombre de Prandtl dans le cas du transfert thermique et au produit du nombre de Reynolds avec le nombre de Schmidt en transfert massique.

Une valeur élevée de  $Pe$  traduit une distorsion importante du champ de température due à l'écoulement par rapport à ce qu'il serait si seule la diffusion était présente.

$$P_e = \frac{U_0 L}{\alpha} = R_e P_r \quad (\text{I. 20})$$

#### **I.3.3.4. Le Nombre de Grashof**

Ce nombre exprime le rapport entre les forces de gravité et les forces visqueuses.

C'est un nombre sans dimension utilisé en mécanique des fluides pour caractériser la convection naturelle dans un fluide.

Une augmentation de Gr traduit une augmentation de l'intensité de la convection naturelle.

On le définit de la manière suivante :

$$G_r = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu^2} \quad (\text{I. 21})$$

Avec

$\beta$  : Coefficient de dilatation.

#### **I.3.3.5. Le Nombre de Richardson**

Ce nombre est en fait le rapport entre l'énergie potentielle gravitationnelle d'une parcelle de fluide et son énergie cinétique.

$Ri < 0,1$  donne le domaine de la convection mixte,  $Ri \gg 1$  traduit l'importance de la convection naturelle par rapport à la convection forcée.

$$R_i = \frac{g\beta\Delta TL}{U_0^2} \quad (\text{I. 22})$$

Le nombre de Richardson sera le paramètre de convection mixte puisqu'il est en fonction du paramètre de convection naturelle (Gr) et du paramètre de convection forcée (Re) :

$$R_i = \frac{G_r}{R_e^2} \quad (\text{I. 23})$$

#### **I.3.3.6. Le Nombre de Rayleigh**

Est un nombre sans dimension utilisé en mécanique des fluides et caractérisant le transfert de chaleur au sein d'un fluide : inférieur à une valeur critique de 2000, le transfert s'opère essentiellement par conduction, tandis qu'au-delà de cette valeur c'est la convection naturelle qui devient importante.

On peut le définir comme le produit du nombre de Grashof et du nombre de Prandtl, alors ce nombre traduit l'importance relative de la poussée d'Archimède par rapport au produit de la traînée visqueuse par le taux de diffusion thermique.

On le définit de la manière suivante :

$$Ra = \frac{g\beta H^3 (T_H - T_L)}{\nu\alpha} = Gr * Pr \quad (\text{I. 24})$$

### **I.3.3.7. Le Nombre de Nusselt**

C'est un nombre adimensionnel qui exprime une mesure du transfert de chaleur convectif à la surface, il est défini comme le rapport entre le flux de convection (diffusion + transport) et le flux de conduction.

Le nombre de Nusselt traduit la qualité de l'échange thermique, une augmentation de ce nombre traduit une contribution importante de l'écoulement sur l'échange de chaleur avec la paroi, alors pour l'ensemble des problèmes convectifs, les échanges de chaleur en paroi se mesurent à l'aide du nombre de Nusselt.

Ce nombre est donné par la combinaison entre le coefficient d'échange de chaleur par convection  $h$ , de la longueur caractéristique  $L$ , et de la conductivité thermique du fluide  $K_f$  sous la forme :

Le flux convectif est donné par la loi de Newton :  $\phi_{conv} = hS\Delta T$

Le flux conductif est donné par la loi de Fourier :  $\phi_{cond} = K_f S \frac{\Delta T}{H}$

Alors, le nombre de Nusselt est défini par :

$$Nu = \frac{\phi_{conv}}{\phi_{cond}} = \frac{hH}{K_f} \quad (\text{I. 25})$$

$h$  : Coefficient de transfert thermique.

$H$  : Longueur caractéristique.

$K_f$  : Conductivité thermique du fluide.

## **I.4. Conclusion**

Ce chapitre est voué à la présentation des différents nanofluides utilisés dans l'étude des écoulements de convection naturelle, leurs propriétés thermophysiques et leurs applications dans des nombreux problèmes, et nous avons décrit les principes fondamentaux de transfert de chaleur par convection naturelle, ainsi quelques rappels essentiels concernant les travaux traitant les phénomènes de convection naturelle par les nanofluides.

*Chapitre II : Formulation  
mathématique*

---

## **Chapitre II : FORMULATION MATHÉMATIQUE**

### **II.1. Introduction**

Dans ce chapitre, nous allons décrire la géométrie considérée des deux problèmes étudiés, les différentes équations mathématiques modélisantes et la méthode numérique employée pour leur résolution.

Le premier problème est consacré à l'étude de la convection naturelle des nanofluides en cavité rectangulaire chauffée par ses parois verticales, et pour le deuxième problème on va étudier l'effet d'un champ magnétique externe uniforme et constant sur la convection naturelle conjuguée dans une géométrie rectangulaire.

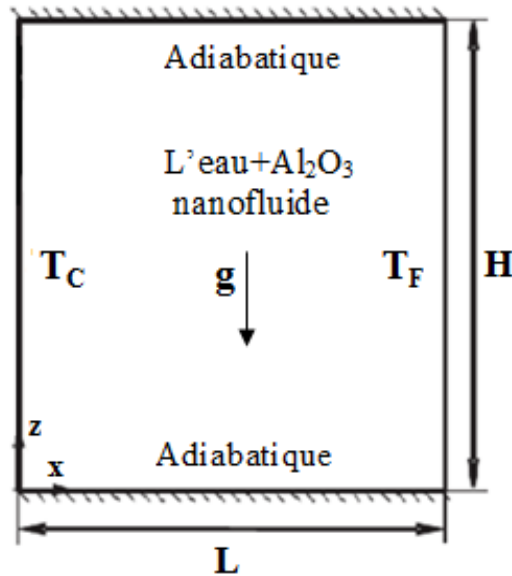
### **II.2. Problème 1 : cas de la convection naturelle des nanofluides en cavité rectangulaire**

#### **II.2.1. Description du système**

La figure (II.1) présente la géométrie du problème physique. Le présent travail est consacré à l'étude de la convection naturelle laminaire au sein d'une cavité rectangulaire verticale fermée de hauteur  $H$  et de largeur  $L$  chauffée par les côtés, remplie d'un nanofluide newtonien incompressible, de l'eau contenant différentes concentrations des nanoparticules de  $Al_2O_3$ .

L'enceinte est à parois latérales imperméables et maintenues à des températures constantes et différentes respectivement  $T_0 = T_h$  pour  $x=0$  et  $T_1 = T_c$  pour  $x = L$  avec  $T_0 > T_1$ , les parois horizontales supérieure et inférieure ( $z=0$ ,  $z = H$ ) de l'enceinte sont imperméables et isolées thermiquement, toutes les parois sont rigides.

On considère que le nanofluide à des caractéristiques thermophysiques constantes lorsque la différence de température  $\Delta T = T_h - T_c$  reste suffisamment faible (inférieure à 10%) pour que l'approximation de Boussinesq reste applicable.



**Figure II.1 :** Schéma représente la configuration étudiée du problème 1.

### II.2.2. Hypothèses simplificatrices

La détermination des équations régissant le système étudié est faite sous les hypothèses suivantes :

- ✓ L'écoulement est considéré laminaire et non permanent ;
- ✓ La géométrie du problème est en deux dimensions ;
- ✓ Le nanofluide est considéré newtonien et incompressible ;
- ✓ Toutes les propriétés thermo-physiques du fluide de base et les nanoparticules sont constantes sauf la densité du nanofluide, cette densité est prise constante partout sauf au niveau de la force de pesanteur (hypothèse de Boussinesq) ;
- ✓ Le transfert thermique de radiation entre les parois verticales de la cavité est négligé par comparaison avec les autres modes du transfert ;
- ✓ La dissipation visqueuse est négligée dans l'équation de l'énergie ;
- ✓ Le fluide et les nanoparticules sont en équilibre thermique.

### II.2.3. Mise en équations

Après l'introduction des hypothèses données ci-dessus, on peut établir les différentes équations nécessaires à la résolution du problème considéré dans cette étude comme suit :

---

### II.2.3.1. Équation de conservation de la masse (Équation de continuité)

La conservation de la masse de tout système matériel est un principe fondamental de la mécanique classique, il implique que :

$$\frac{dm}{dt} = 0 \quad (\text{II. 1})$$

D'où :

$$\int \left[ \frac{\delta \rho}{\delta t} + \text{div}(\rho \vec{v}) \right] dV = 0 \quad (\text{II. 2})$$

Ce qui donne :

$$\left[ \frac{\delta \rho}{\delta t} + \text{div}(\rho \vec{v}) \right] = 0 \quad (\text{II. 3})$$

Pour un fluide incompressible, on trouve :

$$\text{div}(\vec{v}) = 0 \quad (\text{II. 4})$$

Cette équation s'écrit en coordonnées cartésiennes pour deux dimensions sous la forme suivante :

$$\frac{\partial(u)}{\partial x} + \frac{\partial(w)}{\partial z} = 0 \quad (\text{II. 5})$$

### II.2.3.2. Équation de conservation de la quantité de mouvement

L'équation de la quantité de mouvement est définie par :

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \rho \vec{g} - \vec{\nabla}P + (\gamma + \mu)\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) + \tilde{\mu}\nabla^2 \vec{v} \quad (\text{II. 6})$$

Pour les fluides incompressibles, on a  $\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0$  cette dernière équation conduit à la forme classique de Navier-Stokes [66] :

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \rho \vec{g} - \vec{\nabla}P + \tilde{\mu}\Delta \vec{v} \quad (\text{II. 7})$$

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \right) = \rho \vec{g} - \vec{\nabla}P + \tilde{\mu}\Delta \vec{v} \quad (\text{II. 8})$$

Rappelons que l'approximation de Boussinesq énonce que le fluide est supposé incompressible, mais dilatable, les différentes propriétés thermophysiques du fluide sont indépendantes de la température et de la pression et sont supposées constantes aussi la masse volumique du fluide est supposée constante, égale à sa valeur moyenne  $\rho_0$ , dans tout le formalisme à l'exception du terme de poussée d'Archimède  $\rho \vec{g}$ , où la masse volumique  $\rho$  est donnée par son développement au premier ordre par rapport à la température :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta_T (T - T_1)] \quad (\text{II. 9})$$

A l'aide de cette hypothèse et par projection suivant les axes du système de coordonnées cartésiennes, on aura :

Suivant l'axe horizontal OX, on a :

$$\frac{\partial(u)}{\partial t} + u \frac{\partial(u)}{\partial x} + w \frac{\partial(u)}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\tilde{\mu}}{\rho_{nf}} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (\text{II. 10})$$

Suivant l'axe vertical OZ, on aura :

$$\frac{\partial(w)}{\partial t} + u \frac{\partial(w)}{\partial x} + w \frac{\partial(w)}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\tilde{\mu}}{\rho_{nf}} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{\rho_{nf}} [(1-\phi)\rho_f \beta_f + \phi \rho_s \beta_s] g (T - T_1) \quad (\text{II. 11})$$

Où :

La viscosité dynamique du nanofluide est donnée par Brinkman :

$$\mu_{nf} = \mu_f (1 - \phi)^{-2.5} \quad (\text{II. 12})$$

La masse volumique effective du nanofluide est donnée par :

$$\rho_{nf} = (1 - \phi)\rho_f + \phi \rho_s \quad (\text{II. 13})$$

### II.2.3.3. Équation de conservation de l'énergie

L'équation de conservation de l'énergie est donnée par l'équation suivante :

$$\rho \frac{de}{dt} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{q} + r - P \vec{\nabla} \cdot \vec{v} + (\vec{\tau} : \vec{\nabla} \vec{v}) \quad (\text{II.14})$$

Or, d'après la loi de Fourier :

$$\vec{q} = -K \vec{\nabla} T \quad (\text{II.15})$$

Cette relation relie de façon linéaire le vecteur de densité de flux de chaleur par conduction  $\vec{q}$  avec le gradient de température. Le coefficient de proportionnalité entre ces deux termes étant la conductivité thermique  $K$  du fluide ou du nanofluide étudié.

Finalement, nous avons :

$$\rho \frac{de}{dt} = -\vec{\nabla} \cdot (K \vec{\nabla} T) + r - P \vec{\nabla} \cdot \vec{v} + (\vec{\tau} : \vec{\nabla} \vec{v}) \quad (\text{II.16})$$

En convection naturelle, lorsque les vitesses d'écoulement et les pressions mises en jeu sont relativement faibles, on néglige les termes de compressibilité et de dissipation devant les autres termes de l'équation de l'énergie et on prend  $r=0$  (pas d'échange à distance).

On obtient :

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} &= -\frac{K_{nf}}{(\rho C_p)_{nf}} \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} T) \\ \frac{dT}{dt} &= -\alpha_{nf} \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} T) \\ \frac{\partial T}{\partial t} &= -\alpha_{nf} \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} T) + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} T \end{aligned} \quad (\text{II.17})$$

Cette équation s'écrit en coordonnées cartésiennes sous la forme suivante :

$$\frac{\partial(T)}{\partial t} + u \frac{\partial(T)}{\partial x} + w \frac{\partial(T)}{\partial z} = \alpha_{nf} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (\text{II.18})$$

Avec :

La capacité calorifique du nanofluide est donnée par l'expression [65] :

$$(\rho C_p)_{nf} = (1 - \phi)(\rho C_p)_f + \phi \rho_s \quad (\text{II.19})$$

La conductivité thermique effective du nanofluide est approximée par le modèle de Maxwell–Garnetts [66] :

$$k_{nf} = k_f \frac{((k_s + 2k_f) - 2\phi(k_f - k_s))}{(k_s + 2k_f) + \phi(k_f - k_s)} \quad (\text{II.20})$$

$$\alpha_{nf} = \frac{k_{nf}}{(\rho C_p)_{nf}}$$

Où :  $\alpha_{nf}$  est la diffusivité thermique du nanofluide.

### II.2.3.4. Formulation vorticité-fonction de courant

Pour les écoulements bidimensionnels, il s'avère commode de remplacer les variables primitives pression et vitesse par la composante non nulle  $\vec{\Omega}$  du vecteur rotationnel de la vitesse et la fonction de courant  $\Psi$ .

$$\diamond \vec{\Omega} = \overrightarrow{rot}(\vec{v})$$

$$\Omega = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} = - \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right) \quad (\text{II.21})$$

Avec :

$$u = - \frac{\partial \Psi}{\partial z} \quad w = \frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (\text{II.22})$$

Avec :  $\vec{v} = u \vec{i} + \omega \vec{z}$

On applique l'opérateur rotationnel à l'équation de quantité de mouvement, on trouve :

$$\vec{\nabla} \wedge \left[ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \text{div}(\vec{v}) \right] = - \frac{1}{\rho_{nf}} \vec{\nabla} \wedge \overrightarrow{grad}(P) + \tilde{\mu} \vec{\nabla} \wedge (\Delta(\vec{v})) - \beta_T \vec{\nabla} \wedge (T - T_1) \vec{g} \quad (\text{II.23})$$

On a les relations suivantes :

$$\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{grad}(f)) = 0 \quad (\text{a})$$

$$\text{et } \overrightarrow{rot} f \cdot \vec{A} = f \cdot \overrightarrow{rot}(\vec{A}) - \vec{A} \wedge \overrightarrow{grad}(f) \quad (\text{b})$$

Les équations (a) et (b) donnent :

$$\vec{\nabla} \wedge \overrightarrow{grad} p = 0$$

$$\text{et } \vec{\nabla} \wedge [\vec{v} \cdot \vec{\nabla} \vec{v}] = \vec{\nabla} \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \wedge \vec{v} - \vec{v} \wedge \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \vec{v}) = \vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \vec{v} - \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \vec{\Omega} \quad (\text{c})$$

Vu l'identité :

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{v} \wedge \vec{\Omega}) = \vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \vec{v} - \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \vec{\Omega}$$

On introduit les équations (b) et (c), on obtient :

$$\frac{\partial \vec{\Omega}}{\partial t} = -\left(\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \vec{v} - \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \vec{\Omega}\right) - \beta_T \vec{\nabla} \wedge (T - T_1) \vec{g} + \tilde{\mu} \Delta \vec{\Omega} \quad (\text{II.24})$$

Où :

$$\frac{\partial \vec{\Omega}}{\partial t} = -\vec{\nabla} \wedge \left(\vec{v} \wedge \vec{\Omega}\right) - \beta_T \vec{\nabla} \wedge (T - T_1) \vec{g} + \tilde{\mu} \Delta \vec{\Omega} \quad (\text{II.25})$$

Cette équation s'écrit en coordonnées cartésiennes sous la forme suivante :

$$\frac{\partial(\Omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\Omega u)}{\partial x} - \frac{\partial(\Omega w)}{\partial z} = -\beta_T g \frac{\partial T}{\partial z} + \tilde{\mu} \left( \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial z^2} \right) \quad (\text{II.26})$$

## II.2.4. Équations adimensionnelles et conditions aux limites

### II.2.4.1. Dimensionnement des équations de conservation

La convection thermique fait intervenir un grand nombre de paramètres pouvant varier dans des intervalles très larges. Cette adimensionnalisation permet d'une part, de réduire le nombre des paramètres régissant effectivement le phénomène et d'autre part, d'appliquer la description mathématique d'un problème à une large classe des problèmes. Cette opération se fait par le choix des certaines grandeurs de référence.

#### II.2.4.1.1. Nombres adimensionnels

Les équations adimensionnelles ont été obtenues par la considération des variables adimensionnelles suivantes :

Les longueurs :  $x^* = \frac{x}{H}$  ,  $z^* = \frac{z}{H}$

Les lignes de courant :  $\Psi^* = \frac{\Psi}{Hk_T}$

La vorticité :  $\Omega^* = \frac{H^2 \Omega}{k_T}$

La température adimensionnelle est définie par :  $\theta = \frac{T - T_1}{T_0 - T_1}$

Les vitesses :  $u^* = \frac{uH}{\alpha_f}, w^* = \frac{wH}{\alpha_f}$

La pression :  $P^* = \frac{PH^2}{\rho_{nf}\alpha_f^2}$

Le temps :  $t^* = \frac{t\alpha_f}{H^2}$

On introduit les différentes variables adimensionnées dans les équations de conservation de la masse, de l'équation de la quantité de mouvement et l'équation de l'énergie.

On trouve que les équations en général dépendent de deux paramètres adimensionnels qui sont :

Le nombre de Rayleigh, pour le fluide :  $R_a = \frac{g\beta_f H^3 (T_0 - T_1)}{\nu_f^2}$

Le nombre de Prandtl pour le fluide :  $Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f}$

#### **II.2.4.1.2. Adimensionnalisation de l'équation de continuité**

L'équation de continuité, sous forme adimensionnelle, s'écrit :

$$\frac{\partial(u)}{\partial x} + \frac{\partial(w)}{\partial z} = 0 \quad (\text{II.27})$$

#### **II.2.4.1.3. Adimensionnalisation de l'équation de vorticité-fonction de courant**

L'équation traduisant la conservation de la quantité de mouvement, sous forme adimensionnelle, s'écrit :

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{\partial(\Omega u)}{\partial x} - \frac{\partial(\Omega w)}{\partial z} = \frac{\beta_{nf}}{\rho_{nf}\beta_f} P_r R_a \frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{\tilde{\mu}}{\rho_{nf}\nu_f} P_r \left( \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial z^2} \right) \quad (\text{II.28})$$

Pour l'équation de poisson (ligne de courant) :

$$\Omega = - \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right) \quad (\text{II.29})$$

#### II.2.4.1.4. Adimensionnalisation de l'équation de l'énergie

L'équation de l'énergie adimensionnelle s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{\partial(\theta)}{\partial t} + u \frac{\partial(\theta)}{\partial x} + w \frac{\partial(\theta)}{\partial z} = \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) \quad (\text{II.30})$$

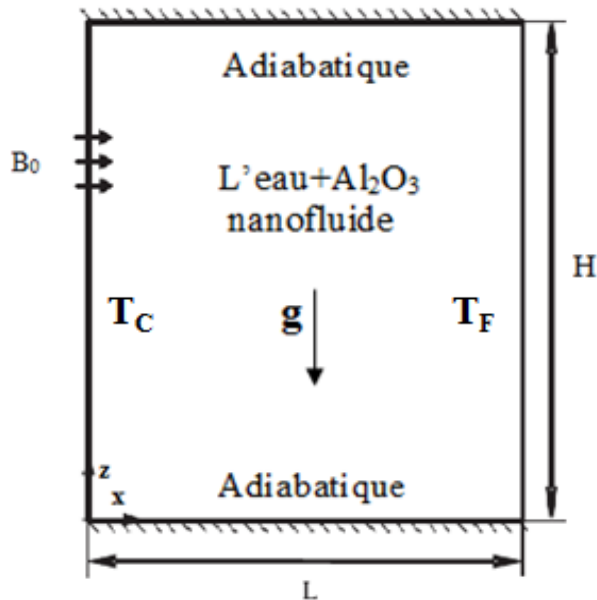
Les vitesses radiale et tangentielle :

$$u = -\frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad w = \frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (\text{II.31})$$

### II.3. Problème 2 : cas de la convection naturelle conjuguée sous l'effet d'un champ magnétique

La géométrie du problème 2 est semblable à celle présentée dans le problème 1.

Seulement la cavité est soumise à l'action d'un champ magnétique externe uniforme et constant suivant la direction verticale  $z$  (figure II.2).



**Figure II.2 :** Configuration physique et conditions aux limites du problème 2.

---

### II.3.1.Écoulement avec champ magnétique

L'écoulement d'un nanofluide conducteur d'électricité en convection naturelle peut être exposé à l'action d'un champ magnétique extérieur, uniforme et orienté arbitrairement dans le plan (x,z).

Pour cela, on introduit les définitions suivantes à propos du vecteur de courant électrique  $\vec{J}$  et de la force électromagnétique de Lorentz  $\vec{F}_{EM}$ .

Le vecteur du champ magnétique  $\vec{B}$  de composantes  $(B_x, B_z)$  est défini par l'équation suivante :

$$\vec{B} = B\vec{e}_x + B\vec{e}_z \quad (\text{II.32})$$

Où  $\vec{e}_x$  et  $\vec{e}_z$  sont les vecteurs unitaires respectivement dans les directions x et z.

Le vecteur densité de courant électrique  $\vec{J}$  est défini par l'application de la loi d'Ohm [69].

Par ailleurs ce vecteur est conservatif.

$$\vec{J} = \sigma(\vec{E} + (\vec{v} \wedge \vec{B})) \quad (\text{II.33})$$

Où  $\vec{v} = u\vec{e}_x + w\vec{e}_z$  désigne le vecteur vitesse dans le plan (x , z) ;

$\sigma$  étant la conductivité électrique ;

$\vec{E}$  représente le potentiel électrique.

La force électromagnétique (force de Lorentz)  $\vec{F}_{EM}$  générée par le potentiel électrique  $\vec{E}$  et le champ magnétique est définie par :

$$\vec{F}_{EM} = \vec{J} \wedge \vec{B} \quad (\text{II.34})$$

### II.3.2.Formulation mathématique du deuxième problème

Le modèle mathématique gouvernant la convection naturelle sous l'effet d'un champ magnétique s'écrit de la même façon que celui du premier problème.

#### II.3.2.1.L'équation de quantité de mouvement

L'équation de quantité de mouvement prene l'expression suivante :

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right) = \rho \vec{g} - \nabla P + \tilde{\mu} \Delta \vec{v} + \vec{J} \wedge \vec{B} \quad (\text{II.35})$$

La projection suivant les axes du système de coordonnées cartésiennes :

Suivant l'axe horizontal OX, on a :

$$\frac{\partial(u)}{\partial t} + u \frac{\partial(u)}{\partial x} + w \frac{\partial(u)}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\tilde{\mu}}{\rho_{nf}} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (\text{II.36})$$

Suivant l'axe vertical OZ, on a :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(w)}{\partial t} + u \frac{\partial(w)}{\partial x} + w \frac{\partial(w)}{\partial z} = & -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\tilde{\mu}}{\rho_{nf}} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{\rho_{nf}} \beta_{nf} g (T - T_1) \\ & - \frac{1}{\rho_{nf}} B_0^2 w \sigma_{nf} \end{aligned} \quad (\text{II.37})$$

Avec :  $\sigma_{nf} = (1 - \phi) \sigma_f + \phi \sigma_s$

### II.3.2.2. Formule de vorticité

On applique l'opérateur rotationnel à l'équation de quantité de mouvement dont l'expression du champ magnétique est comprise :

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \wedge \left[ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \text{div}(\vec{v}) \right] = & -\frac{1}{\rho_{nf}} \vec{\nabla} \wedge \overrightarrow{\text{grad}}(P) + \tilde{\mu} \vec{\nabla} \wedge (\Delta(\vec{v})) - \beta_T \vec{\nabla} \wedge (T - T_1) \vec{g} \\ & - \vec{\nabla} \wedge \frac{1}{\rho_{nf}} \vec{B} \vec{v} \sigma_{nf} \end{aligned} \quad (\text{II.38})$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} = -\vec{\nabla} \wedge (\vec{v} \wedge \vec{\Omega}) - \beta_T \vec{\nabla} \wedge (T - T_1) \vec{g} + \tilde{\mu} \Delta \vec{\Omega} + \frac{1}{\rho_{nf}} \sigma_{nf} B_0^2 \Omega \quad (\text{II.39})$$

Cette équation s'écrit en coordonnées cartésiennes sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{\partial(\Omega u)}{\partial x} - \frac{\partial(\Omega w)}{\partial z} = & -\frac{1}{\rho_{nf}} \left[ (1 - \phi) \rho_f \beta_f + \phi \rho_s \beta_s \right] g \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\tilde{\mu}}{\rho_{nf}} \left( \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial z^2} \right) \\ & - \frac{1}{\rho_{nf}} \sigma_{nf} B_0^2 \Omega \end{aligned} \quad (\text{II.40})$$

### II.3.3. Équations adimensionnelles

En plus des hypothèses simplificatrices du problème 1, nous supposons également que la dissipation par effet joule, le champ magnétique induit et le courant de déplacement sont négligeables.

Nous introduisons également les mêmes grandeurs adimensionnelles présentées dans la section (II.5.1.1), on ajoutant le nombre adimensionnelle  $Ha$ .

Le nombre de Hartmann : 
$$H_a = B_0 H \sqrt{\frac{\sigma_{nf}}{\rho_{nf} \nu_f}}$$

L'équation de vorticité se écrit sous la forme adimensionnelle suivante :

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{\partial(\Omega u)}{\partial x} - \frac{\partial(\Omega w)}{\partial z} = -P_r R_a \frac{\beta_{nf}}{\beta_f \rho_{nf}} \frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{\tilde{\mu}}{\rho_{nf} \nu_f} P_r \left( \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial z^2} \right) - P_r H_a^2 \Omega \quad (\text{II.41})$$

### II.4. Nombre de Nusselt

L'étude du transfert de chaleur et de masse dans la cavité soumise à des gradients de températures nécessite la détermination de l'intensité du transfert convectif.

Cette intensité est donnée, dans le cas de transfert thermique, par le nombre de Nusselt, qui caractérise le transfert de chaleur au niveau des parois mais n'intervient pas comme condition de similitude des écoulements.

Ce nombre de Nusselt est défini en une position  $x$  comme suit [70] :

$$Nu = \frac{hH}{K_f} \quad (\text{II.42})$$

Le coefficient de transfert de chaleur et de conductivité thermique sont données par les relations suivantes respectivement :

$$h = \frac{q}{T_h - T_c}, \quad k_{nf} = -\frac{q}{\partial T / \partial x} \quad (\text{II.43})$$

D'après les équations (II.42), (II.43) et les variables adimensionnelles on déduit le nombre de Nusselt :

$$Nu = -\left( \frac{K_{nf}}{K_f} \right) \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (\text{II.44})$$

Le nombre de Nusselt moyenne est défini par :

$$Nu_m = -\int_0^1 Nu(z) dz \quad (\text{II.45})$$

## **II.5. Conclusion**

Pour procéder au développement analytique concernant le phénomène de la convection naturelle avec ou sans effet de champ magnétique, nous avons été conduits à établir les quatre équations de conservation sous forme simplifiée en se basant sur des hypothèses simplificatrices, et sur le formalisme vorticité-fonction de courant.

L'analyse théorique a permis de réduire le nombre de variable à trois (la température  $\theta$ , la fonction de courant  $\Psi$ , et la vorticité  $\Omega$ ), et de montrer que le système à résoudre est en fonction de trois grandeurs principales : le nombre de Prandtl  $Pr$ , le nombre de Rayleigh  $Ra$ , et le nombre de Hartmann  $Ha$ .

La résolution analytique de ces équations est impossible, sauf pour des cas très simples, le recours à des méthodes numériques s'avère nécessaire.

La méthode de volume fini (décrite dans le chapitre suivant) a été choisie pour la résolution de ces équations.

*Chapitre III : Résolution  
numérique*

## **Chapitre III : RESOLUTION NUMERIQUE**

### **III.1.Introduction**

Depuis quelques années, le développement des méthodes numérique a encouragé les scientifiques à résoudre des problèmes de plus en plus complexes pour lesquels des solutions analytiques ne peuvent être trouvées. Ces types de problèmes sont généralement modélisés par des équations aux dérivées partielles non linéaires. Pour obtenir une solution numérique, ces problèmes doivent être discrétisés en transformant les équations différentielles en systèmes d'équations algébriques linéaires par une méthode de discrétisation avant de les résoudre par des méthodes directes ou itératives.

Nous nous intéressons dans ce chapitre à la résolution numérique des équations aux dérivées partielles de la fonction de courant, de vorticité, et d'énergie.

L'intégration numérique des équations gouvernantes consiste la détermination d'un certain nombre de variable ( $\theta$ ,  $\Psi$ ,  $\Omega$ ) à des points précis appelés « nœuds ».

La méthode numérique conduit à un système d'équations algébriques où les inconnus sont justement les valeurs des variables physiques aux différents nœuds.

L'intérêt de l'intégration numérique consiste à remplacer une information continue par une information discrétisée qui est très facile à manipuler.

Les trois grandes méthodes de discrétisation utilisées dans les codes de calcul sont : les volumes finis, les différences finies et les éléments finis.

Pour résoudre le système d'équations présenté précédemment, nous avons choisi la méthode des volumes finis.

### **III.2. La méthode des volumes finis**

Afin de résoudre numériquement les équations différentielles aux dérivées partielles, établies dans le chapitre précédent, nous avons choisi la méthode des volumes finis pour obtenir un système d'équations algébriques, dont la résolution permet de déterminer les champs de toutes les variables du problème considéré.

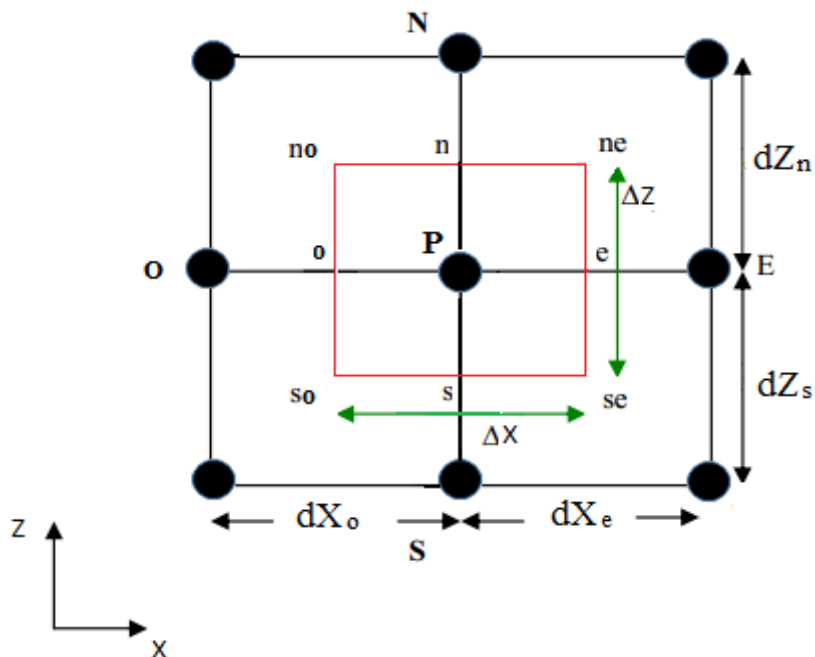
La méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations aux dérivées partielles pour obtenir les équations discrétisées, qui conservent toutes les grandeurs physiques sur chaque

volume de contrôle. Le résultat de discrétisation en un point est une équation algébrique liant la valeur d'une variable aux valeurs des variables des points voisins.

Dans son ensemble, la méthode des volumes finis consiste à définir à l'intérieur du domaine de calcul une grille de points appelés nœuds. Chaque nœud se trouve entouré par un volume élémentaire sur lequel on va intégrer les équations aux dérivées partielles. Pour deux points voisins, les volumes de contrôle respectifs doivent posséder un côté commun, la réunion de tous les volumes de contrôle couvre l'ensemble du domaine de calcul.

Le domaine de calcul est divisé en un nombre fini de sous-domaines élémentaires, appelés volumes de contrôle, Chacun de ces derniers englobe un nœud, dit nœud principal, comme il est indiqué sur la Figure (III.1).

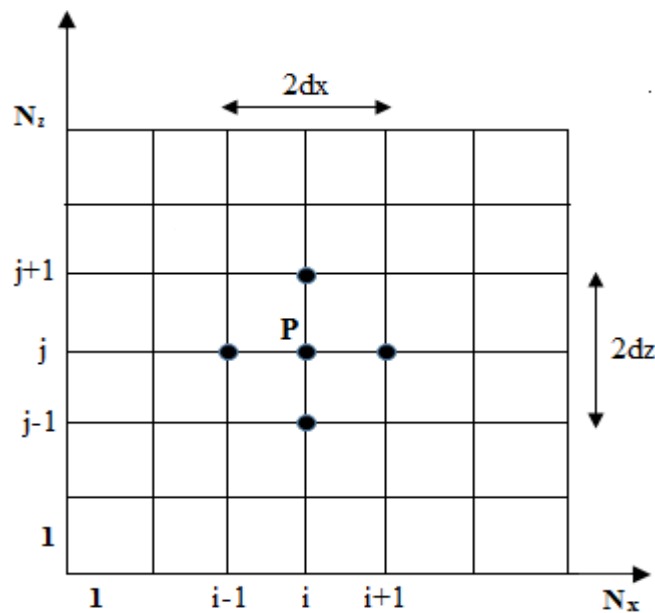
Pour un nœud principal P, les points E et O (Est et Ouest) sont des voisins dans la direction X, tandis que N et S (Nord et Sud) sont ceux dans la direction Z. Le volume de contrôle entourant P est montré par des lignes discontinues, alors que les faces sont localisées aux points e et o dans la direction X, n et s dans la direction Z.



**Figure III.1 :** Volume de contrôle bidimensionnel.

### III.3. Maillage

Les équations qui gouvernent notre système étudié sont écrites dans chaque point du domaine physique. On subdivise le domaine physique selon les directions longitudinales  $Z$  et transversales  $X$ , pour projeter les équations sur ce domaine nous construisons une grille divisée en un certain nombre de volumes finis, et en chaque volume, on considère des points situés en son milieu. Les grandeurs scalaires sont stockées aux centres des volumes finis (le nœud  $P$ ), et les grandeurs vectorielles sont localisées aux centres des faces latérales des volumes finis. Pour permettre une bonne approximation des flux convectifs et pour éviter certains problèmes d'instabilités numériques, les équations sont résolues dans des volumes finis décalés vers la droite pour l'impulsion suivant  $X$  et vers le haut pour l'impulsion suivant  $Z$ .



**Figure III.2 :** Schéma représentant le maillage

### III.4. La discrétisation

Les équations de conservation présentées au chapitre précédent peuvent être écrites sous une forme commune pour chaque module étudiée (sans champ magnétique et avec champ magnétique).

### III.4.1. Equation de l'énergie

#### III.4.1.1. Intégration des différents termes de l'équation

Pour le cas d'un écoulement bidimensionnel, et en l'absence du terme source  $S_f$ , chacune des équations peut être réduite à une seule équation générale, en coordonnées cartésiennes selon la forme suivante :

On note  $f$  la variable étudiée :

$$\underbrace{\frac{\partial(f)}{\partial t}}_I + \underbrace{\frac{\partial(uf)}{\partial x} + \frac{\partial(wf)}{\partial z}}_{II} = \chi_f \underbrace{\left( \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \right)}_{III} \quad \text{(III. 1)}$$

I : terme instationnaire

II : terme convectif

III : terme diffusif

Intégrons l'équation (III.1) ci-dessus, à travers le volume de contrôle, décrit sur la figure (III.2), soit :

$$\int_{V_c} \left( \frac{\partial(f)}{\partial t} + u \frac{\partial(f)}{\partial x} + w \frac{\partial(f)}{\partial z} \right) dV = \int_{V_c} \left( \chi_f \left( \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \right) \right) dV \quad \text{(III. 2)}$$

Avec  $dV = dx.dz.1$

$$\int_t^{t+dt} \int_{s_0}^{s_e} \int \frac{\partial f}{\partial t} dx dz dt + \int_t^{t+dt} \int_{s_0}^{s_e} \int \frac{\partial f}{\partial x} u dx dz dt + \int_t^{t+dt} \int_{s_0}^{s_e} \int \frac{\partial f}{\partial z} w dx dz dt = \chi_f \int_t^{t+dt} \int_{s_0}^{s_e} \int \left( \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \right) dx dz dt \quad \text{(III. 3)}$$

On a

$$\int_t^{t+dt} f dt = \Delta t \{ \eta f^{t+dt} + (1 - \eta) f^t \}$$

Avec  $\eta \in [0,1]$

Pour notre cas on travaille avec la méthode implicite [71].

Alors :

$$\eta = 1 \quad \longrightarrow \quad \int_t^{t+dt} f dt = f^{t+dt} \Delta t$$

Avec :

$$\left. \frac{\partial(f)}{\partial x} \right|_e = \frac{f_E - f_P}{\Delta x} = \frac{f(i+1, j) - f(i, j)}{\Delta x}, \quad \left. \frac{\partial(f)}{\partial z} \right|_n = \frac{f_N - f_P}{\Delta z} = \frac{f(i, j+1) - f(i, j)}{\Delta z}$$

$$\left. \frac{\partial(f)}{\partial x} \right|_o = \frac{f_P - f_O}{\Delta x} = \frac{f(i, j) - f(i-1, j)}{\Delta x}, \quad \left. \frac{\partial(f)}{\partial z} \right|_s = \frac{f_P - f_S}{\Delta z} = \frac{f(i, j-1) - f(i, j)}{\Delta z}$$

Supposons qu'entre deux points voisins de la discrétisation, la variation est linéaire.

Si nous considérons en plus, le cas d'un maillage uniforme nous aurons alors :

$$f_e = \frac{f_E + f_P}{2}, \quad f_o = \frac{f_O + f_P}{2}$$

$$f_n = \frac{f_N + f_P}{2}, \quad f_s = \frac{f_S + f_P}{2}$$

L'équation (III.2) peut encore s'écrire sous la forme :

$$A_{i,j}(f)^{t+dt}(i+1, j) + B_{i,j}(f)^{t+dt}(i-1, j) + C_{i,j}(f)^{t+dt}(i, j+1) + D_{i,j}(f)^{t+dt}(i, j-1) + E_{i,j}(f)^{t+dt}(i, j) = F_{i,j} \quad \text{(III.4)}$$

Où  $i$  et  $j$  sont les indices du point courant où l'on évalue la dérivée  $\Delta x$  et  $\Delta z$ , les pas spatiaux dans les directions  $x$  et  $z$  respectivement (espacement entre deux nœuds voisins).  $f$  représente soit la température  $\theta$ , la vortocité  $\Omega$  ou la fonction de courant  $\Psi$ .

$A_{i,j}, B_{i,j}, C_{i,j}, D_{i,j}, E_{i,j}$  et  $F_{i,j}$ , sont des coefficients qui dépend au fonction étudiée.

#### **III.4.1.2. Equation de l'énergie**

On a l'équation de l'énergie qui s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{\partial(\theta)}{\partial t} + \frac{\partial(u\theta)}{\partial x} + \frac{\partial(w\theta)}{\partial z} = \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) \quad \text{(III. 5)}$$

Intégrons cette équation d'énergie, sur le volume de contrôle :

$$\int_{V_c} \left( \frac{\partial(\theta)}{\partial t} + u \frac{\partial(\theta)}{\partial x} + w \frac{\partial(\theta)}{\partial z} \right) dV = \int_{V_c} \left( \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) \right) dV \quad \text{(III.6)}$$

$$\int_t^{t+dt} \int_s^s \int_o^o \frac{\partial \theta}{\partial t} dx dz dt + \int_t^{t+dt} \int_s^s \int_o^o \frac{\partial \theta}{\partial x} u dx dz dt + \int_t^{t+dt} \int_s^s \int_o^o \frac{\partial \theta}{\partial z} w dx dz dt = \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \int_t^{t+dt} \int_s^s \int_o^o \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) dx dz dt \quad \text{(III.7)}$$

$$\begin{aligned} & (\theta_P^{t+dt} - \theta_P^t) \Delta x \Delta z + \left[ \frac{(u\theta)_E^{t+dt} + (u\theta)_P^{t+dt}}{2} - \frac{(u\theta)_P^{t+dt} + (u\theta)_O^{t+dt}}{2} \right] \Delta t \Delta z \\ & + \left[ \frac{(w\theta)_N^{t+dt} + (w\theta)_P^{t+dt}}{2} - \frac{(w\theta)_P^{t+dt} + (w\theta)_S^{t+dt}}{2} \right] \Delta t \Delta x \\ & = \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \left[ \left[ \frac{(\theta)_E^{t+dt} - (\theta)_P^{t+dt}}{\Delta x} - \frac{(\theta)_P^{t+dt} - (\theta)_O^{t+dt}}{\Delta x} \right] \Delta t \Delta z \right. \\ & \left. + \left[ \frac{(\theta)_N^{t+dt} - (u\theta)_P^{t+dt}}{\Delta z} - \frac{(u\theta)_P^{t+dt} - (u\theta)_S^{t+dt}}{\Delta z} \right] \Delta t \Delta x \right] \end{aligned} \quad \text{(III.8)}$$

$$\begin{aligned} & (\theta)_P^{t+dt} \left( \Delta x \Delta z + 2 \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \left( \frac{\Delta t \Delta z}{\Delta x} + \frac{\Delta t \Delta x}{\Delta z} \right) \right) + (\theta)_E^{t+dt} \left[ \frac{u_p}{2} \Delta t \Delta z - \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \frac{\Delta t \Delta z}{\Delta x} \right] \\ & + (\theta)_O^{t+dt} \left[ -\frac{u_p}{2} \Delta t \Delta z - \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \frac{\Delta t \Delta z}{\Delta x} \right] + (\theta)_N^{t+dt} \left[ \frac{w_p}{2} \Delta t \Delta x - \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \frac{\Delta t \Delta x}{\Delta z} \right] \\ & + (\theta)_S^{t+dt} \left[ -\frac{w_p}{2} \Delta t \Delta x - \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \frac{\Delta t \Delta x}{\Delta z} \right] = (\theta)_P^t \Delta x \Delta z \end{aligned} \quad \text{(III.9)}$$

Alors on obtient l'équation suivante :

$$\begin{aligned} & A_{i,j} (\theta)^{t+dt}(i+1, j) + B_{i,j} (\theta)^{t+dt}(i-1, j) + C_{i,j} (\theta)^{t+dt}(i, j+1) + D_{i,j} (\theta)^{t+dt}(i, j-1) \\ & + E_{i,j} (\theta)^{t+dt}(i, j) = F_{i,j} (\theta)^t(i, j) \end{aligned} \quad \text{(III.10)}$$

Dont :

$$A_{i,j} = \left( \frac{u(i,j)}{2} \Delta t \Delta z - \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \frac{\Delta t \Delta z}{\Delta x} \right)$$

$$B_{i,j} = \left( -\frac{u(i,j)}{2} \Delta t \Delta z - \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \frac{\Delta t \Delta z}{\Delta x} \right)$$

$$C_{i,j} = \left( \frac{w(i,j)}{2} \Delta t \Delta x - \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \frac{\Delta t \Delta x}{\Delta z} \right)$$

$$D_{i,j} = \left( -\frac{w(i,j)}{2} \Delta t \Delta x - \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \frac{\Delta t \Delta x}{\Delta z} \right)$$

$$E_{i,j} = \left( \Delta x \Delta z + 2 \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \left( \frac{\Delta t \Delta z}{\Delta x} + \frac{\Delta t \Delta x}{\Delta z} \right) \right)$$

$$F_{i,j} = \Delta x \Delta z$$

### III.4.2.L'équation de vorticité

Intégrons l'équation de vorticité, sur le volume de contrôle, on obtient :

$$\int_{V_c} \left( \frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{\partial(\Omega u)}{\partial x} + \frac{\partial(\Omega w)}{\partial z} \right) dV = \int_{V_c} \left( \frac{\beta_{nf}}{\rho_{nf} \beta_f} P_r R_a \frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{\mu_{eff}}{\rho_{nf} \nu_f} P_r \left( \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial z^2} \right) \right) dV \quad \text{(III.11)}$$

$$\begin{aligned} & \int_t^{t+dt} \int_s^e \int_o \frac{\partial \Omega}{\partial t} dx dz dt + \int_t^{t+dt} \int_s^e \int_o \frac{\partial(\Omega u)}{\partial x} dx dz dt + \int_t^{t+dt} \int_s^e \int_o \frac{\partial(\Omega w)}{\partial z} dx dz dt \\ & = \frac{\mu_{eff}}{\rho_{nf} \nu_f} P_r \int_t^{t+dt} \int_s^e \int_o \left( \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial z^2} \right) dx dz dt + \frac{\beta_{nf}}{\rho_{nf} \beta_f} P_r R_a \int_t^{t+dt} \int_s^e \int_o \frac{\partial(\theta)}{\partial z} dx dz dt \end{aligned} \quad \text{(III.12)}$$

$$\begin{aligned} & \left( \Omega_p^{t+dt} + \Omega_p^t \right) \Delta x \Delta z + \int_t^{t+dt} (u\Omega)_o^e \Delta z dt + \int_t^{t+dt} (w\Omega)_s^n \Delta x dt = \frac{\mu_{eff}}{\rho_{nf} \nu_f} P_r \left[ \int_t^{t+dt} \left( \frac{\partial \Omega}{\partial x} \right)_o^e \Delta z dt + \int_t^{t+dt} \left( \frac{\partial \Omega}{\partial z} \right)_s^n \Delta x dt \right] \\ & + \frac{\beta_{nf}}{\rho_{nf} \beta_f} P_r R_a \int_t^{t+dt} (\theta)_s^n \Delta x dt \end{aligned} \quad \text{(III.13)}$$

$$\begin{aligned}
 & (\Omega_P^{t+dt} - \Omega_P^t) \Delta x \Delta z + \left[ \frac{(u\Omega)_E^{t+dt} + (u\Omega)_P^{t+dt}}{2} - \frac{(u\Omega)_P^{t+dt} + (u\Omega)_O^{t+dt}}{2} \right] \Delta t \Delta z \\
 & + \left[ \frac{(w\Omega)_N^{t+dt} + (w\Omega)_P^{t+dt}}{2} - \frac{(w\Omega)_P^{t+dt} + (w\Omega)_S^{t+dt}}{2} \right] \Delta t \Delta x \\
 & = \frac{\mu_{effe}}{\rho_{nf} \nu_f} P_r \left[ \left[ \frac{(\Omega)_E^{t+dt} - (\Omega)_P^{t+dt}}{\Delta x} - \frac{(\Omega)_P^{t+dt} - (\Omega)_O^{t+dt}}{\Delta x} \right] \Delta t \Delta z \right. \\
 & \quad \left. + \left[ \frac{(\Omega)_N^{t+dt} - (\Omega)_P^{t+dt}}{\Delta z} - \frac{(\Omega)_P^{t+dt} - (\Omega)_S^{t+dt}}{\Delta z} \right] \Delta t \Delta x \right] \\
 & + \frac{\beta_{nf}}{\rho_{nf} \beta_f} P_r R_a \left[ \frac{(\theta)_N^{t+dt} + (\theta)_P^{t+dt}}{2} - \frac{(\theta)_P^{t+dt} + (\theta)_S^{t+dt}}{2} \right] \Delta t \Delta x
 \end{aligned} \tag{III.14}$$

$$\begin{aligned}
 & (\Omega)_P^{t+dt} \left( \Delta x \Delta z + 2 \frac{\tilde{\mu}}{\rho_{nf} \nu_f} P_r \left( \frac{\Delta t \Delta z}{\Delta x} + \frac{\Delta t \Delta x}{\Delta z} \right) \right) + (\Omega)_E^{t+dt} \left[ \frac{u}{2} \Delta t \Delta z - \frac{\tilde{\mu}}{\rho_{nf} \nu_f} P_r \frac{\Delta t \Delta z}{\Delta x} \right] \\
 & + (\Omega)_O^{t+dt} \left[ -\frac{u}{2} \Delta t \Delta z - \frac{\tilde{\mu}}{\rho_{nf} \nu_f} P_r \frac{\Delta t \Delta z}{\Delta x} \right] + (\Omega)_N^{t+dt} \left[ \frac{w}{2} \Delta t \Delta x - \frac{\tilde{\mu}}{\rho_{nf} \nu_f} P_r \frac{\Delta t \Delta x}{\Delta z} \right] \\
 & + (\Omega)_S^{t+dt} \left[ -\frac{w}{2} \Delta t \Delta x - \frac{\tilde{\mu}}{\rho_{nf} \nu_f} P_r \frac{\Delta t \Delta x}{\Delta z} \right] = (\theta)_N^{t+dt} \left( \frac{\beta_{nf}}{\rho_{nf} \beta_f} P_r R_a \frac{\Delta t \Delta x}{2} \right) \\
 & - (\theta)_S^{t+dt} \left( \frac{\beta_{nf}}{\rho_{nf} \beta_f} P_r R_a \frac{\Delta t \Delta x}{2} \right)
 \end{aligned} \tag{III.15}$$

Alors on obtient l'équation suivante :

$$\begin{aligned}
 & A_{i,j} (\Omega)^{t+dt}(i+1, j) + B_{i,j} (\Omega)^{t+dt}(i-1, j) + C_{i,j} (\Omega)^{t+dt}(i, j+1) + D_{i,j} (\Omega)^{t+dt}(i, j-1) \\
 & + E_{i,j} (\Omega)^{t+dt}(i, j) = F_{i,j}
 \end{aligned} \tag{III.16}$$

Avec :

$$A_{i,j} = \left( \frac{u}{2} \Delta t \Delta z - \frac{\mu_{eff}}{\rho_{nf} \nu_f} P_r \frac{\Delta t \Delta z}{\Delta x} \right)$$

$$B_{i,j} = \left( -\frac{u}{2} \Delta t \Delta z - \frac{\mu_{eff}}{\rho_{nf} \nu_f} P_r \frac{\Delta t \Delta z}{\Delta x} \right)$$

$$C_{i,j} = \left( \frac{w}{2} \Delta t \Delta x - \frac{\mu_{eff}}{\rho_{nf} \nu_f} P_r \frac{\Delta t \Delta x}{\Delta z} \right)$$

$$D_{i,j} = \left( -\frac{w}{2} \Delta t \Delta x - \frac{\mu_{eff}}{\rho_{nf} \nu_f} P_r \frac{\Delta t \Delta x}{\Delta z} \right)$$

$$E_{i,j} = \left( \Delta x \Delta z + 2 \Delta t \frac{\mu_{eff}}{\rho_{nf} \nu_f} P_r \left( \frac{\Delta z^2 + \Delta x^2}{\Delta z \Delta x} \right) \right)$$

$$F_{i,j} = \left( \frac{\beta_{nf}}{\rho_{nf} \beta_f} P_r R_a \frac{\Delta t \Delta x}{2} \right) \left[ (\theta)^{t+dt}(i, j+1) - (\theta)^{t+dt}(i, j-1) \right]$$

#### III.4.3.L'équation de la fonction de courant

L'équation de la fonction de courant est différente des équations de transport citées précédemment. Sa résolution se fait à l'aide d'autres méthodes.

Dans le cadre de notre étude, nous avons choisi la méthode SOR (**S**imultaneous **O**ver **R**elaxation), proposée par [72,73].

L'équation de la fonction de courant s'écrit sous la forme suivante :

$$\Omega = - \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right) \quad \text{(III. 17)}$$

On discrétise chaque terme de l'équation de la fonction de courant (III.17) selon un schéma centré classique, on trouve l'expression suivante :

$$\begin{aligned} (\Omega)^{k+1}(i, j) = & (\Psi)^{k+1}(i, j) \left( 2 \Delta t \left( \frac{\Delta z}{\Delta x} + \frac{\Delta x}{\Delta z} \right) \right) + (\Psi)^{k+1}(i+1, j) \left( -\frac{\Delta t \Delta z}{\Delta x} \right) + (\Psi)^{k+1}(i-1, j) \left( -\frac{\Delta t \Delta z}{\Delta x} \right) \\ & + (\Psi)^{k+1}(i, j-1) \left( -\frac{\Delta t \Delta x}{\Delta z} \right) + (\Psi)^{k+1}(i, j+1) \left( -\frac{\Delta t \Delta x}{\Delta z} \right) \end{aligned} \quad \text{(III. 18)}$$

Qui peut être écrite sous la forme suivante :

$$(\Psi)^{k+1}(i, j) = A_1 [(\Psi)^{k+1}(i+1, j) + (\Psi)^{k+1}(i-1, j)] + A_2 [(\Psi)^{k+1}(i, j+1) + (\Psi)^{k+1}(i, j-1)] + A_3 (\Omega)^{k+1}(i, j) \quad \text{(III. 19)}$$

Où :  $A_1, A_2, A_3$  sont des constantes données par :

$$A_1 = \left( -\frac{\Delta z^2}{2(\Delta z^2 + \Delta x^2)} \right) \quad A_2 = \left( -\frac{\Delta x^2}{2(\Delta z^2 + \Delta x^2)} \right)$$

$$A_3 = \left( \frac{\Delta x \Delta z}{2\Delta t(\Delta z^2 + \Delta x^2)} \right)$$

La méthode de sur relaxation successive *S.O.R.* par point, donne directement la valeur de la fonction de courant  $\Psi$  à l'instant  $(k+1)$  au nœud considéré par une relation de pondération suivante :

$$\Psi^{k+1}(i, j) = (1 - \omega)\Psi^k(i, j) + \omega\Psi^{k+1}(i, j) \quad \text{(III. 20)}$$

Où :  $\omega$  est le facteur optimal de sur relaxation successive (*S.O.R.*) qui peut être défini de la façon suivante :

$$\omega = \frac{2}{1 + \frac{3,015}{N_d}} \quad \text{(III. 21)}$$

Où :  $N_d$  représente le nombre des nœuds du domaine d'infiltration.

Quant aux composantes du champ des vitesses  $U^{k+1}(i, j)$  et  $W^{k+1}(i, j)$ , elles sont évaluées à partir de la fonction de courant.

L'équation (II.20) est discrétisée selon un schéma de volumes finis centré du premier ordre, d'où les composantes du champ des vitesses à l'instante  $k+1$  sont :

$$U^{k+1}(i, j) = \left[ \frac{\Psi^{k+1}(i, j+1) - \Psi^{k+1}(i, j-1)}{2} \right] \Delta x, \quad W^{k+1}(i, j) = \left[ \frac{\Psi^{k+1}(i+1, j) - \Psi^{k+1}(i-1, j)}{2} \right] \Delta z \quad \text{(III.22)}$$

### III.5. Les équations du deuxième problème

L'intégration des modèles mathématiques gouvernant la convection naturelle sous l'effet d'un champ magnétique s'écrit de la même façon que celui du premier problème.

#### III.5.1. L'équation de vorticité

$$\int_{V_c} \left( \frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{\partial(\Omega u)}{\partial x} + \frac{\partial(\Omega w)}{\partial z} \right) dV = \int_{V_c} \left( \frac{\beta_{nf}}{\rho_{nf} \beta_f} P_r R_a \frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{\mu_{eff}}{\rho_{nf} \nu_f} P_r \left( \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial z^2} \right) - P_r H_a^2 \Omega \right) dV \quad (\text{III.23})$$

$$\begin{aligned} & \int_t^{t+dt} \int_s^s \int_o^e \frac{\partial \Omega}{\partial t} dx dz dt + \int_t^{t+dt} \int_s^s \int_o^e \frac{\partial(\Omega u)}{\partial x} dx dz dt + \int_t^{t+dt} \int_s^s \int_o^e \frac{\partial(\Omega w)}{\partial z} dx dz dt \\ &= \frac{\mu_{eff}}{\rho_{nf} \nu_f} P_r \int_t^{t+dt} \int_s^s \int_o^e \left( \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial z^2} \right) dx dz dt + \frac{\beta_{nf}}{\rho_{nf} \beta_f} P_r R_a \int_t^{t+dt} \int_s^s \int_o^e \frac{\partial(\theta)}{\partial z} dx dz dt \\ & - P_r H_a^2 \int_t^{t+dt} \int_s^s \int_o^e \Omega dx dz dt \end{aligned} \quad (\text{III.24})$$

$$\begin{aligned} & \left( \Omega_p^{t+dt} + \Omega_p^t \right) \Delta x \Delta z + \int_t^{t+dt} (u \Omega)_o^e \Delta z dt + \int_t^{t+dt} (w \Omega)_s^n \Delta x dt = \frac{\mu_{eff}}{\rho_{nf} \nu_f} P_r \left[ \int_t^{t+dt} \left( \frac{\partial \Omega}{\partial x} \right)_o^e \Delta z dt + \int_t^{t+dt} \left( \frac{\partial \Omega}{\partial z} \right)_s^n \Delta x dt \right] \\ & + \frac{\beta_{nf}}{\rho_{nf} \beta_f} P_r R_a \int_t^{t+dt} (\theta)_s^n \Delta x dt - P_r H_a^2 \Omega_p^{t+dt} \Delta x \Delta z \Delta t \end{aligned} \quad (\text{III.25})$$

On obtient l'équation suivante :

$$\begin{aligned} & A_{i,j} (\Omega)^{t+dt} (i+1, j) + B_{i,j} (\Omega)^{t+dt} (i-1, j) + C_{i,j} (\Omega)^{t+dt} (i, j+1) + D_{i,j} (\Omega)^{t+dt} (i, j-1) \\ & + E_{i,j} (\Omega)^{t+dt} (i, j) = F_{i,j} \end{aligned} \quad (\text{III.26})$$

Avec :

$$A_i = \left( \frac{u}{2} \Delta t \Delta z - \frac{\mu_{eff}}{\rho_{nf} \nu_f} P_r \frac{\Delta t \Delta z}{\Delta x} \right) \quad ; \quad B_i = \left( -\frac{u}{2} \Delta t \Delta z - \frac{\mu_{eff}}{\rho_{nf} \nu_f} P_r \frac{\Delta t \Delta z}{\Delta x} \right)$$

$$C_i = \left( \frac{w}{2} \Delta t \Delta x - \frac{\mu_{eff}}{\rho_{nf} \nu_f} P_r \frac{\Delta t \Delta x}{\Delta z} \right) \quad ; \quad D_i = \left( -\frac{w}{2} \Delta t \Delta x - \frac{\mu_{eff}}{\rho_{nf} \nu_f} P_r \frac{\Delta t \Delta x}{\Delta z} \right)$$

$$E_i = \left( P_r H_a^2 \Delta x \Delta z \Delta t + \Delta x \Delta z + 2 \Delta t \frac{\mu_{eff}}{\rho_{nf} \nu_f} P_r \left( \frac{\Delta z^2 + \Delta x^2}{\Delta z \Delta x} \right) \right)$$

$$F_i = \left( \frac{\beta_{nf}}{\rho_{nf} \beta_f} P_r R_a \frac{\Delta t \Delta x}{2} \right) \left[ (\theta)^{t+dt}(i, j+1) - (\theta)^{t+dt}(i, j-1) \right]$$

### III.6. Conditions aux limites adimensionnelles

Ces différentes conditions sont résumées dans le tableau (III.1) :

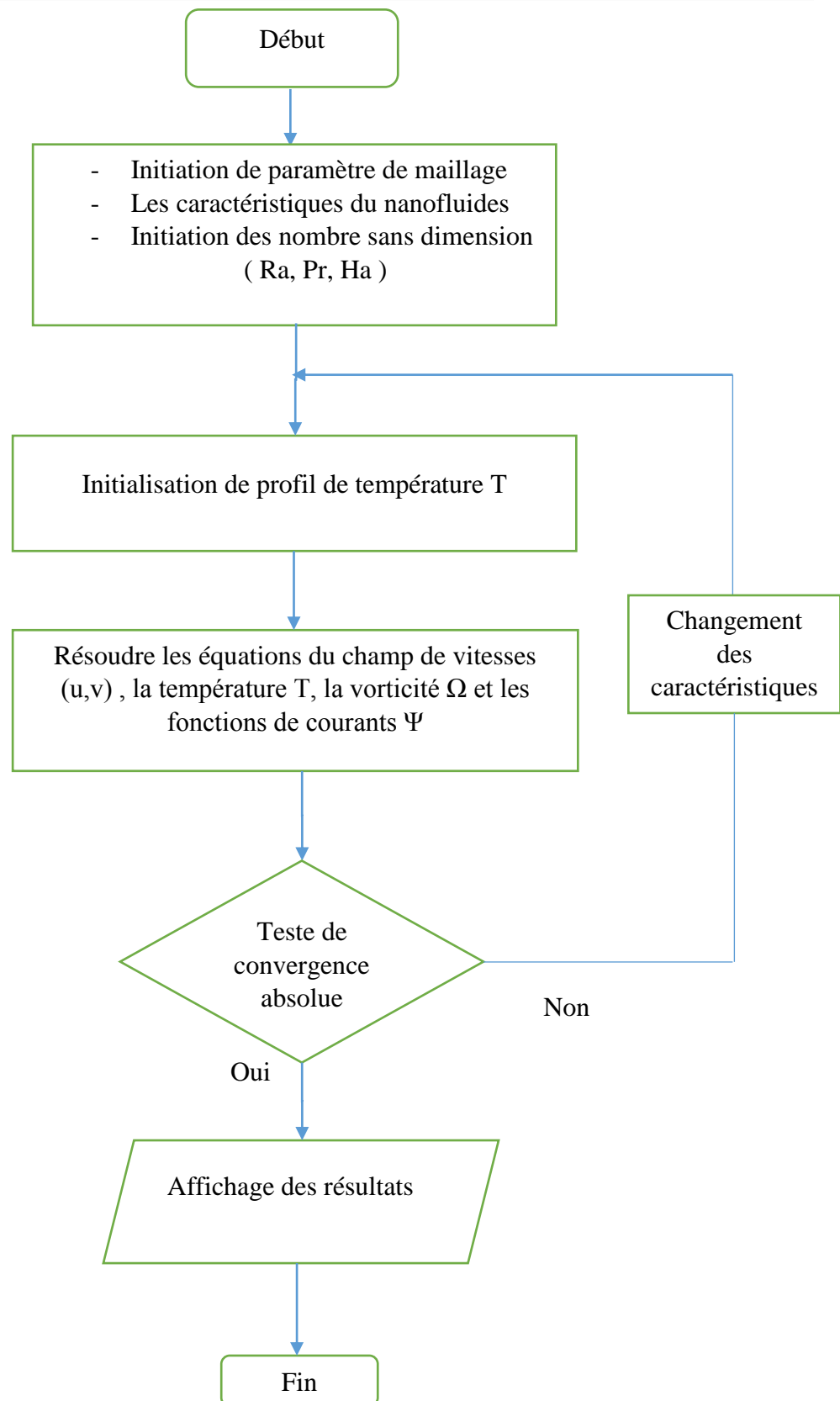
**Tableau III.1** : Conditions aux limites sous formes adimensionnelles.

Condition	$\Theta$	$\mathbf{u}$	$\mathbf{W}$
la paroi gauche	1	0	0
la paroi droite	0	0	0
les parois horizontales	$\frac{\partial \theta}{\partial z} = 0$	0	0

### III.7. Méthode numérique

Les équations adimensionnelles régissant le transfert de chaleur par convection naturelle laminaire conjuguée avec champ magnétique et sans champ magnétique avec des conditions aux limites sont résolues numériquement en utilisant la méthode des volumes finis [74,75]. La procédure de maillage a été appliquée avec des variables primitives. Les termes convectifs concernant le domaine des nanofluides ont été approchés par le schéma de discrétisation. En raison de la non-linéarité des équations d'impulsions (quantité de mouvement), le couplage entre l'écoulement et l'équation d'énergie et l'équation de vorticité, une méthode itérative est nécessaire. La méthode numérique est exécutée dans un programme FORTRAN.

L'ensemble de ces étapes est récapitulé dans l'organigramme illustré dans la figure (III.3).



**Figure III. 3 :** Organigramme du code de calcul.

### **III.8.Profil initial**

Pour amorcer le calcul, il faut initier le programme par un champ initial.

Ce champ initial peut être arbitraire à condition qu'il satisfasse les conditions aux limites imposées.

Nous avons choisi un champ dynamique initial nul, par contre, pour la température, nous avons pris un champ initial sous la forme suivante A. Mrabti [76] :

$$T_p(i, j) = \left(1 - \frac{z(j)}{AF}\right) \left[1 - \zeta \left(\cos \frac{3\pi}{2} x(i)\right)^2 \sin\left(\pi \frac{z(j)}{AF}\right)\right] \quad (\text{III.27})$$

$\zeta$  est un coefficient numérique.

### **III.9.Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons résolu les équations algébriques gouvernant le problème en se basant sur le schéma de volumes finis. L'étape suivante consiste à implémenter les équations algébriques élaborée de système étudié dans un langage informatique.

*Chapitre IV : Résultats et  
Discussions*

---

## **Chapitre IV : RESULTATS ET DISCUSSIONS**

### **IV.1.Introduction**

Après avoir écrit le programme de calcul en langage Fortran, nous présentons dans ce chapitre les principaux résultats numériques sur l'effet du nombre de Rayleigh, l'effet de la fraction volumique des nanoparticules et l'effet du champs magnétique uniforme sur la convection naturelle conjuguée dans une enceinte rectangulaire remplie par le trioxyde d'aluminium  $Al_2O_3$ .

Le but de ce chapitre est d'examiner l'effet des paramètres considérés et de l'intensité du champ magnétique sur l'écoulement du fluide et sur le transfert de chaleur dans l'enceinte.

### **IV.2.Paramètres utilisés**

Le tableau (IV.1) montre les propriétés physiques utilisées pour notre simulation numérique [77].

**Tableau IV.1 :** Les propriétés physiques utilisées.

<b>Les propriétés physiques</b>	<b><math>\rho</math> (kg/m<sup>3</sup>)</b>	<b><math>C_p</math> (J/kg K)</b>	<b><math>k</math> (W/m K)</b>	<b><math>\beta</math> (K<sup>-1</sup>)</b>
<b>Eau pure</b>	997.1	4179	0.613	$21 \cdot 10^{-5}$
<b>Alumine <math>Al_2O_3</math></b>	3970	765	40	$0.85 \cdot 10^{-5}$

Les simulations numériques sont effectuées pour les nombres de Rayleigh ( $Ra=10^3, 10^4, 10^5, 10^6$ ), différentes fractions volumiques pour le fluide pure ( $\varphi =0$ ) et pour les nanoparticules ( $Al_2O_3, \varphi$  égale à 0.1, 0.2) et le nombre de Prandlt  $Pr=6,2$ .

La présentation des résultats concernant les champs de température, les lignes de courant ainsi que le nombre de Nusselt.

### **IV.3.Choix du maillage**

Dans notre étude nous avons choisi un maillage rectangulaire uniforme de  $n \times m$  nœuds dans tout l'espace physique.

---

Le nœud (1,1) se trouve à l'origine des coordonnées, alors que le nœud (n, m) est de coordonnées (n,m).

Nous avons choisi la hauteur de l'enceinte comme grandeur de référence, pour l'adimensionnalisation des équations de transfert.

L'enceinte est donc un carré de côté unité.

Les pas d'espaces suivant les axes x et y sont donnée par :  $\Delta x = \frac{AF}{i_{\max} - 1}$  et  $\Delta z = \frac{1}{j_{\max} - 1}$

La position x est repérée par l'équation :  $x = (i - 1)\Delta x$

et la position y par l'équation :  $z = (j - 1)\Delta z$

Des essais numériques ont été nécessaires pour optimiser le temps et la précision des calculs. Ainsi, un maillage uniforme de 51 x 51 a été trouvé suffisant pour simuler les distributions d'écoulement et de la température dans une cavité carrée uniforme pour un pas du temps égal à  $\Delta t = 0.5dx^2$ .

#### **IV.4.Problème 1 : la convection naturelle des nanofluides en cavité rectangulaire**

Le problème 1 consiste à déterminer numériquement les effets combinés de la fraction volumique des nanoparticules et de nombre de Rayleigh sur la structure dynamique et thermique de l'écoulement dans la cavité fermée remplie d'un mélange d'eau et des nanoparticules de  $Al_2O_3$  avec le nombre de Prandtl  $Pr = 6,2$ .

La cavité est de section rectangulaire, et de facteur de forme  $AF = 0.6$ , elle est soumise à un gradient de température longitudinal (voir figure II.1).

##### **IV.4.1.Effet de nombre de Rayleigh**

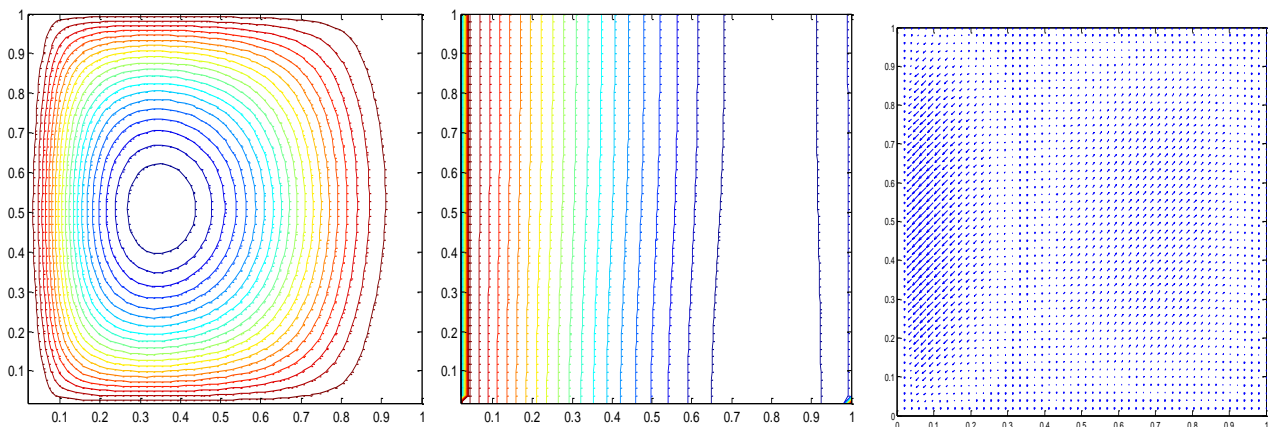
Pour examiner l'effet du nombre de Rayleigh sur le transfert de chaleur dans une cavité rectangulaire, nous avons varié le nombre de Rayleigh entre  $10^3$  et  $10^6$ .

Les figures de IV.1 à IV.5 présentent la fonction de courant, les isothermes et le champ dynamique, pour différents nombres de Rayleigh, pour une fraction volumique de nanoparticules égale à  $\varphi = 0,01$ .

Pour un nombre de Rayleigh ( $Ra=10^3$ ), la convection s'amorce par un écoulement monocellulaire d'intensité très faible ( $|\Psi_{\max}|=0,0215$ ), les isothermes sont quasi-verticales, le champ des vitesses est quasiment nul (figure IV.4 et figure IV.5).

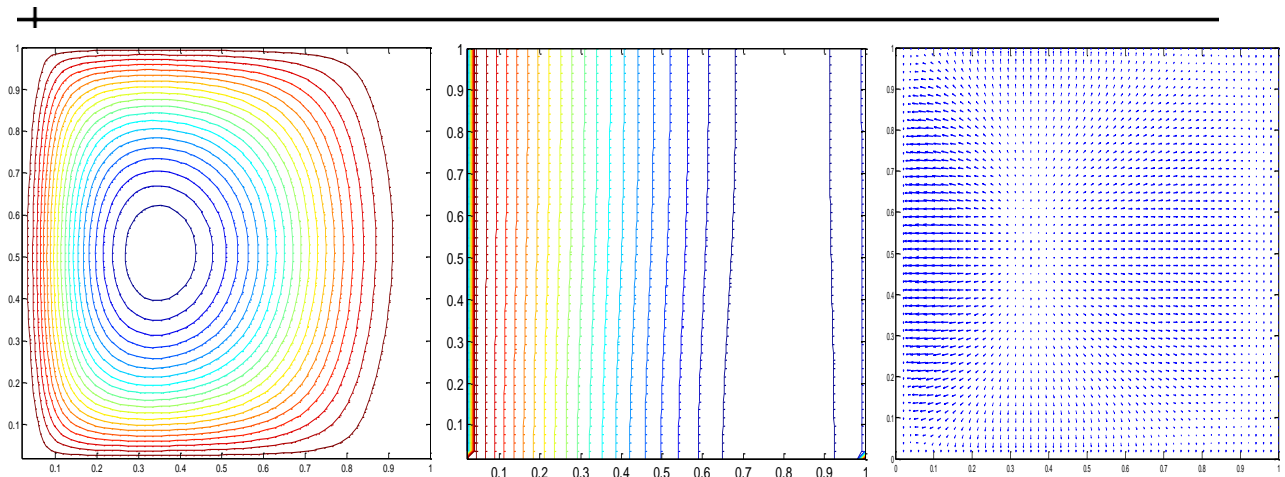
Le transfert thermique traduit par le nombre de Nusselt est égal à l'unité (régime dominé par la conduction).

Par ailleurs, on note que les lignes de courant et les isothermes sont plus serrées à côté de paroi chaude.



**Figure IV.1** : fonction de courant, isothermes et champ dynamique pour  $Ra=10^3$  et  $\varphi=0,01$ .

En augmentant le nombre de Rayleigh ( $Ra=10^5$ ), l'écoulement s'intensifie, ( $|\Psi_{\max}|=2,1458$ ), tout en restant monocellulaire de structure rectangulaire remplissant toute la cavité. Les isothermes sont plus serrées du côté gauche et du côté inférieur droite de la cavité où le gradient de la température est plus important.

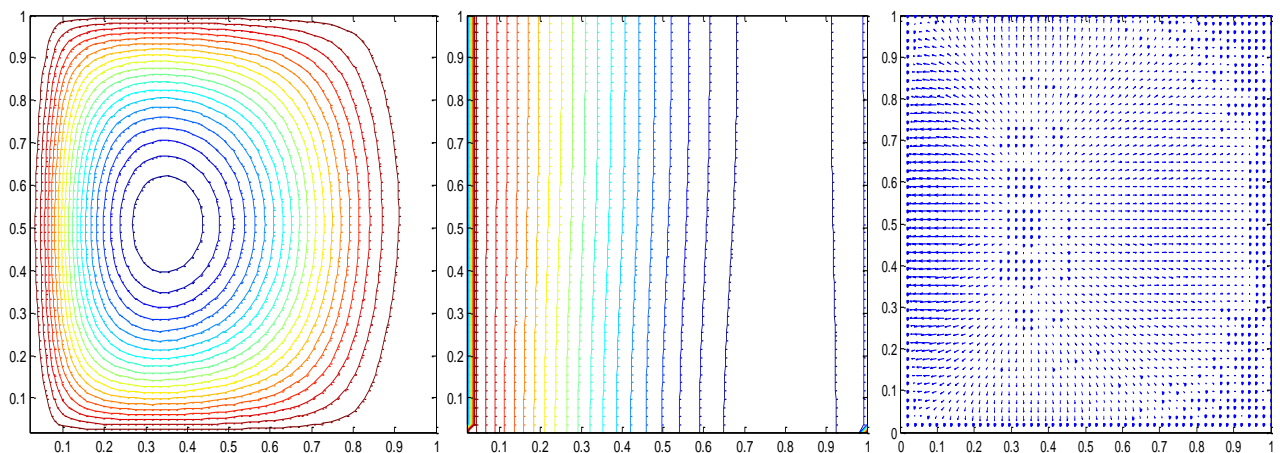


**Figure IV.2** : fonction de courant, isothermes et champ dynamique pour  $Ra=10^5$  et  $\varphi=0,01$ .

Si on augmente le nombre de Rayleigh à ( $Ra=10^6$ ), l'écoulement devient plus intense ( $|\Psi_{max}|=21,4576$ ) tout en restant dans le sens anti-trigonométrique.

En effet, l'augmentation du nombre de Rayleigh  $Ra$  peut s'assimiler à une augmentation de l'énergie de chauffage, l'axe et la base inférieure de la cavité deviennent plus chauds que la paroi latérale, le fluide tend à s'éloigner de la zone chaude pour transférer l'énergie du côté chaud vers le côté froid.

Le centre du rouleau s'oriente vers le bas en créant une zone près de la paroi de base supérieure.



**Figure IV.3** : fonction de courant, isothermes et champ dynamique pour  $Ra=10^6$  et  $\varphi = 0,01$ .

Si on compare les isothermes dans les figures (IV.1, IV.2, IV.3) pour différentes valeurs de nombre de Rayleigh  $Ra$ , on peut noter que lorsque le nombre de Rayleigh  $Ra$  augmente, les isothermes se rapprochent les unes des autres dans la zone située près du mur inférieur chauffé c'est à dire que les gradients de la température deviennent plus élevés à proximité de la paroi inférieure chauffée.

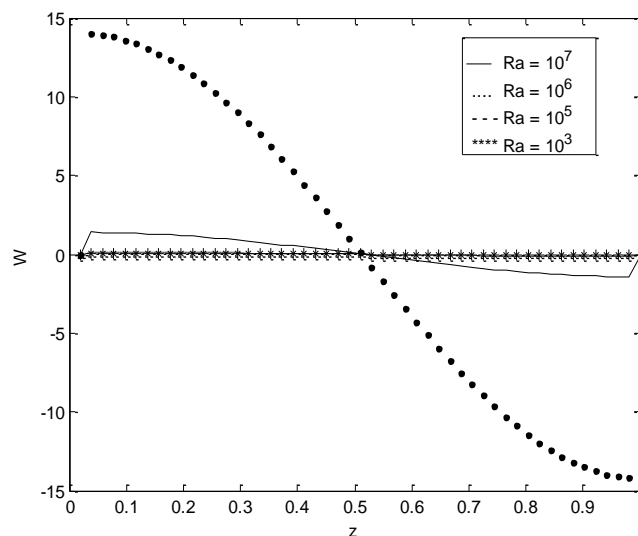
Ceci implique une augmentation du transfert thermique à travers la paroi gauche de l'enceinte pour un plus haut nombre de Rayleigh  $Ra$ .

Donc on peut dire que les températures les plus élevées sont celles du fluide qui circule parallèlement à la paroi chauffée, tandis que les températures les plus basses sont celles du fluide qui circule parallèlement aux parois froides.

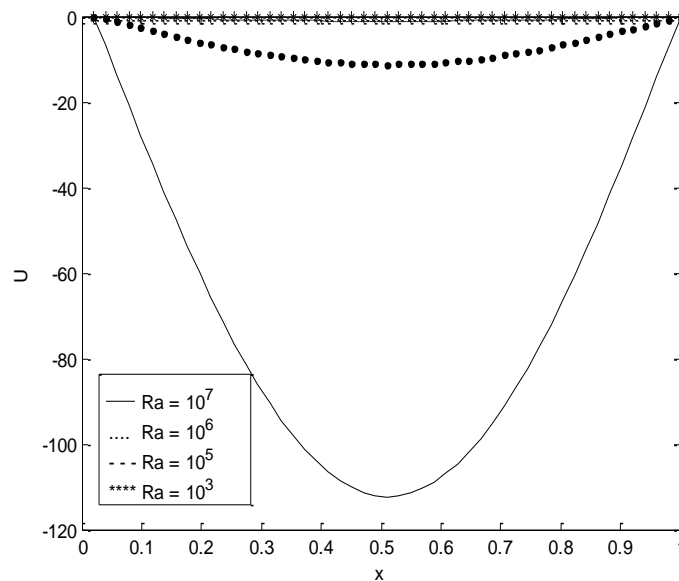
Ainsi le fluide s'échauffe en contact de la région chauffée, se refroidit en contact des parois froides.

Les figures IV.4 et IV.5 montrent que la vitesse  $v_x$  et la vitesse  $v_z$  augmentent lorsque le nombre de Rayleigh augmente en raison des flux flottants forts et diminue lorsque le nombre de Rayleigh diminue en raison de l'influence des flux convectifs.

L'influence du nombre de Rayleigh sur le profil de vitesse  $v_x$  et de vitesse  $v_z$  est plus significative à  $Ra = 10^6$ , où le champ d'écoulement convectif est très fort. Cependant, à un nombre de Rayleigh  $Ra = 10^3$ , où le transfert de chaleur est principalement dû à la conduction, et à  $Ra = 10^6$ , où des flux de convection forts se produisent à l'intérieur de l'enceinte.



**Figure IV. 4 : Variation de la vitesse  $v_z$ .**



*Figure IV.5 : Variation de la vitesse  $v_x$ .*

#### **IV.4.2.Effet de la fraction volumique**

Après avoir étudié l'influence du nombre de Rayleigh, sur le transfert de chaleur par convection naturelle, nous examinons maintenant, l'effet de la fraction volumique sur le transfert de chaleur dans une cavité rectangulaire.

Nous faisons varier la fraction volumique pour le fluide pure ( $\phi=0$ ) et pour les nanoparticules ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\phi$  égale à 0.03, 0.06, 0.2, 0.3), avec une valeur fixe du nombre de Rayleigh  $\text{Ra}=10^6$ .

Les figures IV.6 et IV.7 présentent les fonctions de courant et les isothermes pour différents nombres de fraction volumique, pour illustrer l'effet de cette variabilité sur l'écoulement et sur le transfert de chaleur à la paroi chaude.

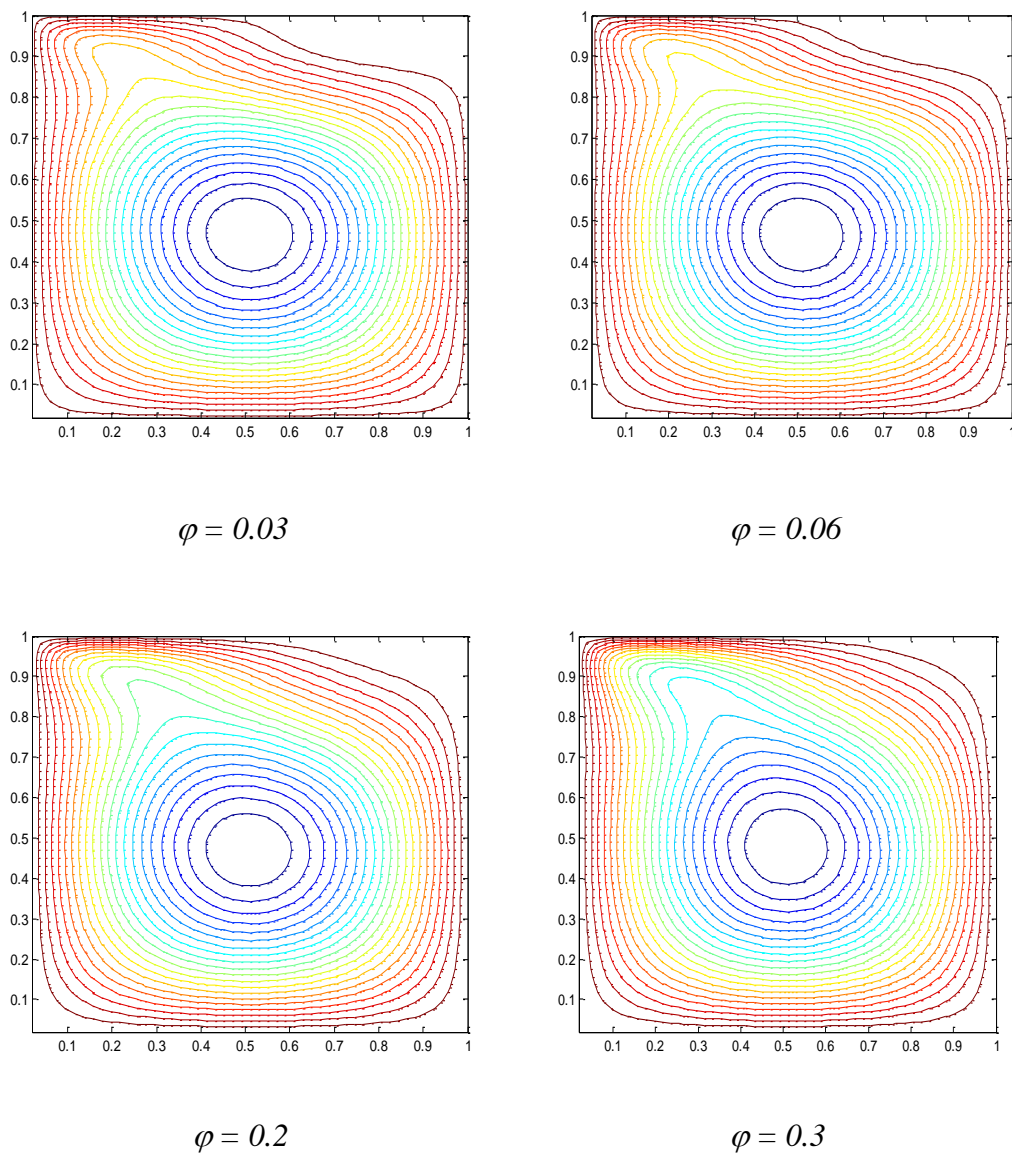
Pour un nombre de Rayleigh ( $\text{Ra}=10^6$ ), la convection s'amorce par un écoulement monocellulaire, les isothermes sont plus serrées du côté supérieur gauche de la cavité où le gradient de température est plus important.

Les isothermes deviennent plus courbées et plus serrées aux deux côtés de l'enceinte.

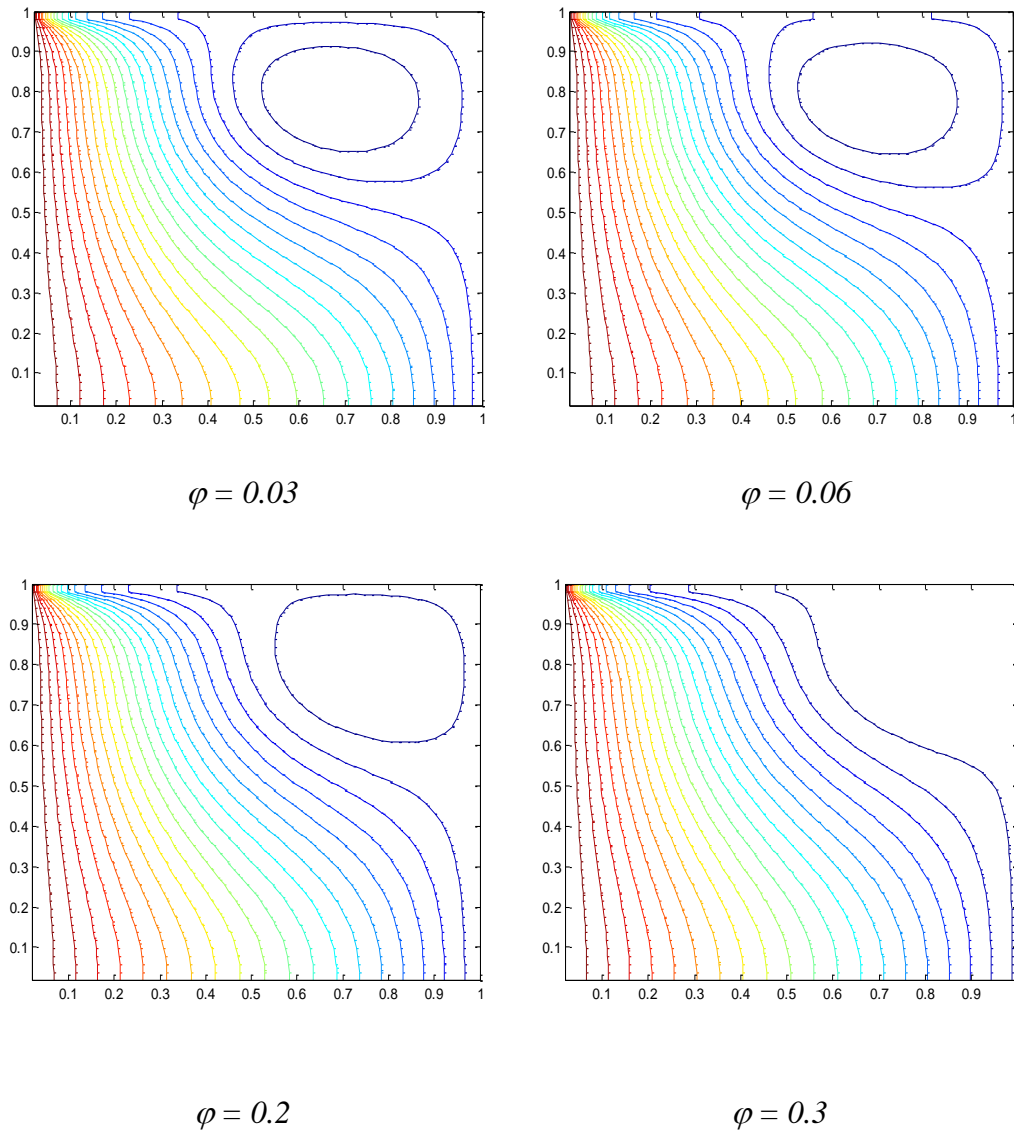
L'augmentation des fractions volumiques résulte une déviation importante pour les isothermes entre les différents nombres de fraction volumique des nanoparticules.

L'augmentation de la fraction volumique influe sur les lignes des courants, on constate ça sur les valeurs de la fonction de courant ( $\Psi$ ) qui sont plus élevés.

Les lignes de courant deviennent plus serrées à côté des parois latérales à mesure que la fraction volumique augmente.



**Figure IV.6 :** les fonctions de courant pour différentes fractions volumiques du nanofluid  $Al_2O_3$  ( $\varphi = 0.03, 0.06, 0.2$  et  $0.3$ ) et  $Ra=10^6$ .

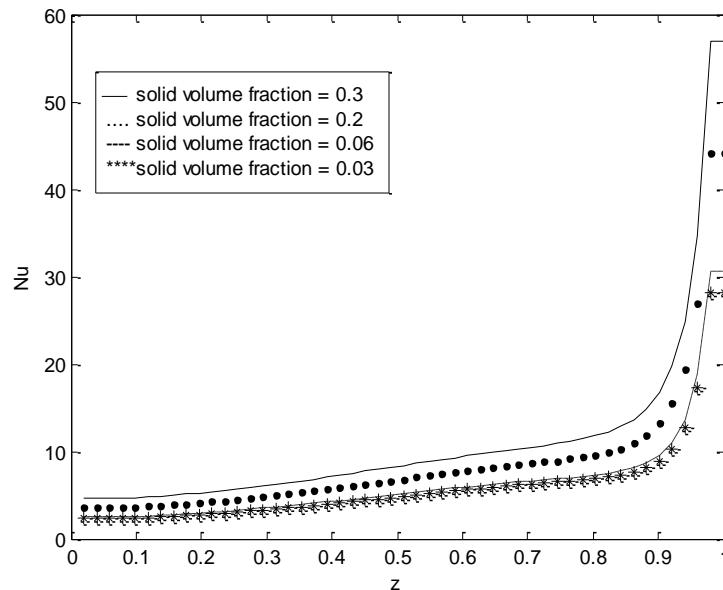


**Figure IV.7 :** les isothermes pour différentes fractions volumiques du nanofluide  $Al_2O_3$   
( $\varphi=0.03, 0.06, 0.2$  et  $0.3$ ) et  $Ra=10^6$ .

La figure IV.8 représente la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de la fraction volumique en nanoparticule.

On constate que pour toutes les valeurs de nombre de Rayleigh  $Ra$ , le nombre de Nusselt moyen augmente avec l'augmentation de la fraction volumique en nanoparticules.

Cette augmentation est due à l'amélioration de la conductivité thermique effective du nanofluide lorsque la fraction volumique en nanoparticules augmente.



**Figure IV.8 :** La variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de nombre de Rayleigh  $Ra=10^6$ , pour différentes fractions volumiques du nanofluide  $Al_2O_3$  ( $\phi=0.03, 0.06, 0.2$  et  $0.3$ ).

#### **IV.5.Problème II : la convection naturelle conjuguée sous l'effet d'un champ magnétique**

L'influence du champ magnétique sur les structures d'écoulement et le transfert thermique, se manifeste d'une façon générale, en plus du contrôle de l'hydrodynamique (les vitesses), par une décélération du taux de transfert de chaleur.

La cause de ces modifications que subissent les écoulements est due à la présence, en plus des forces de volume thermique, et de la force électromagnétique de Lorentz.

Pour déterminer l'effet de l'intensité du champ magnétique sur la convection naturelle par les nanofluides, nous avons appliqué un champ magnétique externe uniforme et constant à l'enceinte considérée selon la direction  $z$ .

Cette étude, peut être examinée en premier lieu à travers le tableau IV.1, qui contient les valeurs des paramètres caractérisant l'écoulement.

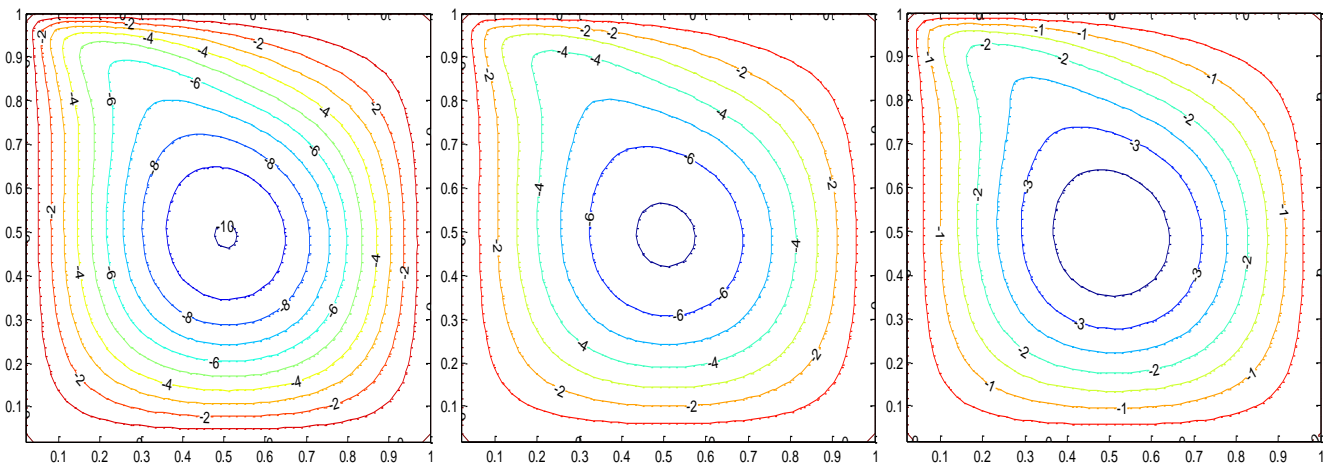
Nous constatons clairement que, le champ magnétique appliqué a des effets importants sur les caractéristiques de l'écoulement.

#### **IV.5.1. Effet du nombre de Hartmann**

L'effet de l'intensité du champ magnétique sur la convection naturelle par les nanofluides est illustré sur la Figure IV.9 qui représente les trajectoires de la fonction de courant, pour des différentes valeurs du nombre de Hartmann  $Ha = 0$  (l'absence du champ magnétique),  $Ha = 30$  et  $Ha = 60$ , le régime de l'écoulement au sein de la cavité est monocellulaire.

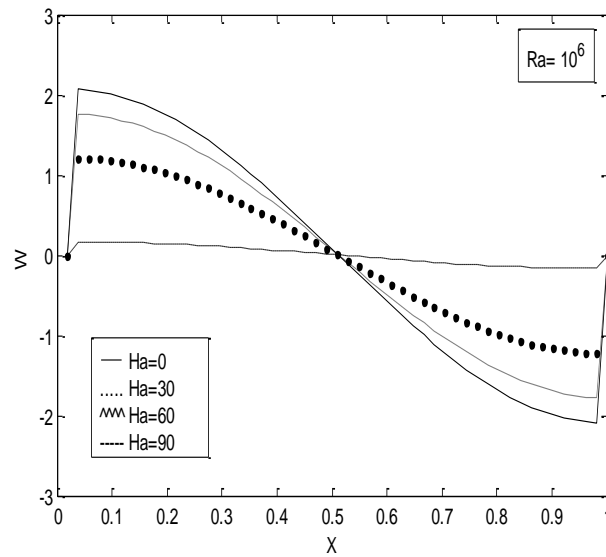
Il est évident de cette figure que  $|\Psi_{\max}|$  et  $|V_{\max}|$  se réduisent avec l'augmentation de l'intensité du champ magnétique.

La vitesse de l'écoulement et le transfert de chaleur sont considérablement réduits sous l'effet du champ magnétique.



**Figure IV.9 :** les fonctions de courant pour différent nombre de Hartmann respectivement ( $Ha=0, 30, 60$ ) et  $Ra= 10^6$  et  $\varphi=0.1$ .

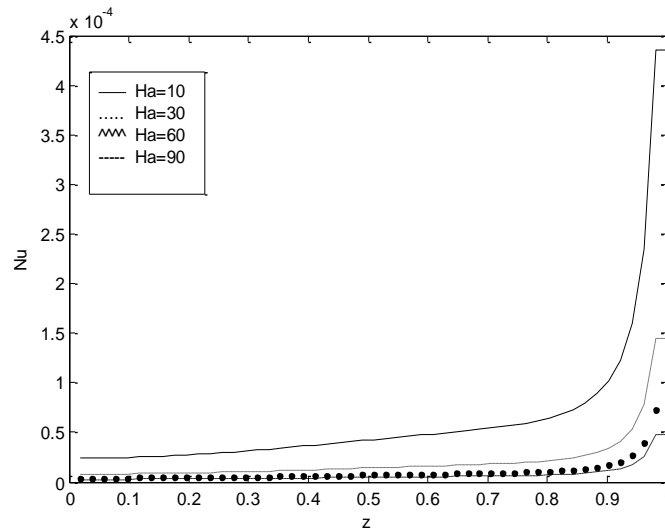
En outre, nous observons sur la figure VI.10 qui montre l'effet du nombre de Hartmann sur le profil de la composante de vitesse verticale au milieu de l'enceinte, que l'augmentation de  $Ha$  rendit le profil de la vitesse de plus en plus linéaire pour des valeurs croissantes du nombre de Hartmann. Par conséquent l'influence du champ magnétique dans ce cas est moins importante. Pour une valeur élevée du nombre de Hartmann, nous observons que  $|\Psi_{\max}|$  et  $|V_{\max}|$  sont très petits en comparant avec la faible valeur de  $Ha$ . Cela est dû à la suppression du mécanisme de convection par le champ magnétique.



**Figure IV.10 :** La variation de la vitesse verticale  $v$  pour différentes valeurs du nombre de Hartmann.

La Figure IV.11 montre que la présence d'un champ magnétique influe sur la vitesse de l'écoulement et sur le nombre de Nusselt moyen. Il réduit le taux de transfert de chaleur entre les deux parois actives et supprime progressivement le mouvement convectif. En revanche l'intensité de l'écoulement est considérablement réduite par la présence du champ magnétique.

Le nombre local de Nusselt augmente à mesure que le nombre de Rayleigh augmente et, en raison de la suppression des flux de convection par le champ magnétique plus fort, il diminue à mesure que le nombre de Hartmann augmente.



*Figure VI.11 : Variation du nombre moyen de Nusselt pour différents nombres de Hartmann pour  $\varphi = 0.1$ .*

#### **IV.6.Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons traité dans un premier temps le problème de convection naturelle par les nanofluides. Nous avons discuté l'effet des nombres de Rayleigh et l'effet de fraction volumique des nanoparticules sur la structure de l'écoulement et sur le transfert thermique au niveau d'une cavité rectangulaire verticale.

Dans un deuxième temps, nous avons ajouté au gradient thermique un champ magnétique pour traiter le problème de convection naturelle sous l'effet d'un champ magnétique, nous avons discuté l'effet de nombre adimensionnel de Hartmann  $Ha$ .

# *Conclusion générale*

*« Conclusion générale »*

---

Le travail réalisé dans le cadre de ce mémoire de thèse est destiné à mieux comprendre les processus de la convection naturelle, en l'absence du champ magnétique et avec le champ magnétique, et de leur couplage dans une cavité différentiellement chauffée sur ses parois verticales.

Des conditions aux limites sont appliquées aux deux parois horizontales.

Nous avons présenté une étude théorique et numérique du phénomène de la convection naturelle dans une cavité rectangulaire verticale remplie par un nanofluide constitué d'une base fluide (eau) et des nanoparticules d'oxyde d'aluminium  $Al_2O_3$ , considéré comme newtonien de propriétés thermodynamiques constantes à l'exception de la densité volumique qui varie avec la température selon l'approximation de Boussinesq. Les parois verticales du rectangle sont soumises à des températures constantes. Les parois horizontales sont supposées rigides imperméables et adiabatiques. La cavité est soumise à l'action d'un champ magnétique externe uniforme et constant suivant la direction verticale  $z$ . Le modèle adopté pour caractériser le mouvement du nanofluide est celui de Brinkman et Maxwell. Le système d'équation régissant le phénomène a été établi en formulation vorticité-fonction de courant qui est plus commode pour les écoulements bidimensionnels.

L'analyse théorique a permis de réduire les nombres des variables à trois (la température  $\theta$ , la fonction de courant  $\Psi$ , et la vorticité  $\Omega$ ). Dans les équations de conservation figurent un certain nombre des grandeurs physiques telles que le nombre de Prandtl  $Pr$ , le nombre de Rayleigh  $Ra$ , la fraction volumique  $\phi$  et le nombre de Hartmann  $Ha$ .

La simulation numérique a été réalisée pour le nombre de Prandtl  $Pr=6.2$ , les nombres de Rayleigh allant de  $10^3$  jusqu'à  $10^7$ , des fractions volumiques ( $\phi= 0, 0.01, 0.02, 0.03, 0.2, 0.3$ ) et pour le nombre de Hartmann on a ( $Ha= 0, 10, 30, 0, 90$ ).

Le système d'équation adimensionnel gouvernant le problème est résolu numériquement à l'aide d'un code de calcul établi à la base de la méthode des volumes finis où le système d'équation est discrétisé selon la méthode implicite. L'équation de la fonction de courant, a été résolue à l'aide de la méthode de sur-relaxation successive avec un facteur optimal de convergence rapide (S.O.R).

*« Conclusion générale »*

---

L'effet des nombres sans dimension, le nombre de Rayleigh (Ra), la fraction volumique ( $\phi$ ), le nombre de Hartmann (Ha), sur l'écoulement et les transferts de masse et de chaleur a été analysé pour le cas d'une convection naturelle sans champ magnétique et le cas d'une convection naturelle avec champ magnétique.

Le travail a été divisé en deux parties. Une première partie consacrée à l'étude du phénomène de convection naturelle purement thermique due au champ de gradient thermique imposé sur la paroi verticale et une deuxième partie consacrée à l'étude du phénomène de convection naturelle sous l'effet d'un champ magnétique.

Dans la première partie de ce travail nous avons présenté une étude dynamique et thermique de la convection naturelle pure pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh et différentes fractions volumiques, pour la deuxième partie nous avons présenté une étude dynamique et thermique de la convection naturelle sous l'effet d'un champ magnétique pour différentes valeurs du nombre de Hartmann.

Le logiciel utilisé pour le graphisme est Matlab.

Les résultats obtenus pour le nanofluide eau- $\text{Al}_2\text{O}_3$  sont bien fournis et très significatifs, que ce soit en mode de convection naturelle sans champ magnétique ou en mode de convection naturelle soumise à un champ magnétique.

Nous avons constaté que la convection devient de plus en plus importante lorsque le nombre de Rayleigh augmente, et un processus de circulation est mis en jeu pour  $10^3 \leq \text{Ra} \leq 10^7$  ; en effet, le fluide chaud situé proche de la paroi chaude monte au niveau de la paroi verticale haute, il rejoint ensuite la paroi froide, puis redescend au niveau de la paroi froide, avant de rejoindre la paroi chaude par le plancher.

Par ailleurs, Il a été remarqué que la distribution de la température devient linéaire pour des faibles valeurs du nombre de Rayleigh, et un fort gradient de température au voisinage des faces isothermes est observé lorsque le nombre de Rayleigh augmente.

L'augmentation de la fraction volumique du nanofluide favorise d'avantage le transfert de chaleur.

**« Conclusion générale »**

---

Le taux de transfert de chaleur augmente avec l'augmentation de la fraction volumique en nanoparticules et le nombre de Rayleigh.

Dans le cas d'une enceinte rectangulaire verticale remplie de nanofluides eau- $\text{Al}_2\text{O}_3$  et en présence d'un champ magnétique, il a été trouvé, qu'en absence de l'effet du champ magnétique, le taux de transfert de chaleur croît avec le nombre de Rayleigh.

La présence d'un champ magnétique influe sur la vitesse de l'écoulement et sur le nombre de Nusselt moyen. Il réduit le taux de transfert de chaleur entre les deux parois actives et supprime progressivement le mouvement convectif.

En revanche la vitesse de l'écoulement est considérablement réduite par la présence du champ magnétique.

➤ **Les perspectives**

En perspective, nous envisageons de compléter ce travail par l'étude d'autres géométries (de formes cylindriques, formes sphériques), d'autres nanofluides (CuO,  $\text{TiO}_2$  ou des nanotubes de carbone pour des concentrations volumiques différentes), d'autres milieux (milieux poreux) et d'autres conditions aux limites (type Neumann).

L'étude des instabilités dans le cas de la convection conjuguée est aussi intéressante.

Des études expérimentales sont encore nécessaires pour démontrer l'utilité des nanofluides dans le domaine industrielle.

## ***Liste des publications***

1. **F. EL Khaoudi, K. Gueraoui, A. Dhiri**, «Numerical and Theoretical Study of Natural Convection in a Nanofluid-Filled Vertical Rectangular Enclosure », **Applied Mathematical Sciences**, Vol. 8, 2014, no. 175, 8711 – 8720 **HIKARI Ltd.**
2. **F. El Khaoudi, K. Gueraoui, M. Sammouda, O. El Fatmi**, «Numerical and theoretical modeling of natural convection of nanofluids in a vertical rectangular cavity investigate the effects of a magnetic field », **International Review of Mechanical Engineering (IREME)**. Vol. 8, N. 6, ISSN 1970-8734, 1 November 2014, Pages 1102-1109.
3. **F. El Khaoudi, K. Gueraoui, M. Driouich, M. Sammouda, Y.M. Haddad**, «Numerical and theoretical modeling of natural convection of nanofluids in a vertical rectangular cavity: Magnetic field effects », **AES-ATEMA International Conference Series - Advances and Trends in Engineering Materials and their Applications** ,Volume 2014-January 2014, Pages 113-124.
4. **F. El Khaoudi, K. Gueraoui, M. Driouich, M. Sammouda**, « Numerical and theoretical modeling of natural convection of nanofluids in a vertical rectangular cavity », **International Review on Modelling and Simulation (IREMOS)**. Volume 7, Issue 2, 2014, Pages 350-355.

## *Liste des communications*

1. **Fatima EL KHAOUDI, Kamal GUERAOU, MAAOUNI Abderrahman,** Modélisation numérique et théorique de la convection naturelle des nanofluides en cavité rectangulaire verticale, ICFMHTT 2014 : 16th International Conference on Fluid Mechanics, Heat Transfer and Thermodynamics, Paris, France April 28 - 29, 2014.
2. **Fatima EL KHAOUDI, Kamal GUERAOU** Modélisation numérique et théorique de la convection naturelle des nanofluides en cavité rectangulaire verticale, 7th International Conference on Thermal Engineering : Theory and Applications May 6-8, 2014, Marrakesh-Morocco.
3. **Samir MEN-LA-YAKHAF, Kamal GUERAOUI ,Ihsane MODHAFFAR, Hamid ELTOUROUG, Fatima EL KHAOUDI ,** Numerical and mathematical modeling of reactive mass transfer and heat storage installations, 7th International Conference on Thermal Engineering: Theory and Applications May 6-8, 2014, Marrakesh-Morocco.
4. **F. EL Khaoudi, K. GUERAOU, S. MEN-LA-YAKHAF,** La convection naturelle des nanofluides en cavité rectangulaire verticale, 12<sup>ème</sup> Congrès de Mécanique 21-24 Avril 2015 Casablanca (Maroc).
5. **S. MEN-LA-YAKHAF, k. GUERAOU, I. Modhaffar, F. EL Khaoudi,** Mathematical and numerical modeling of the effect of the liquid content of the anaerobic degradation of waste (Campbell model). 5<sup>th</sup> International Advances in Applied Physics and Materials Science Congress & Exhibition .16-19 April, APMAS 2015, Sentido Lykia Resort, Oludeniz, Turkey.
6. **Fatima EL KHAOUDI, Kamal GUERAOU,** Numerical study of natural convection with nanofluid in the presence of magnetic fields, The Advanced Materials World Congress (AMWC), 23-26 August, 2015 Stockholm (Sweden).

*Références bibliographique*

## Référence bibliographique

- [1] **M. EL Hattab, R. Mir, Y. EL Hammami, T. Mediouni**, « Simulation numérique de la convection naturelle des nanofluides dans une enceinte carrée chauffée par une Source de chaleur », Revue Internationale d'Héliotechnique N° 45 (2013) 51-59.
- [2] **S. Kadri, R. Mahdaoui, M. Elmir, B. Draoui**, « Etude du comportement d'un nanofluide sous l'effet des vibrations en convection naturelle », Journal of Scientific Research N° 0 vol. 1 (2010).
- [3] **R. K. Tiwari, M. K. Das**, « Heat transfer augmentation in a two-sided lid-driven differentially heated square cavity utilizing nanofluids », International Journal of Heat and Mass Transfer 50 (2007) 2002–2018.
- [4] **S. Lee, S. U. S. Choi, S. Li, J. A. Eastman**, « Measuring thermal conductivity of fluids containing oxide nanoparticles », ASME J. Heat Transfer, 121 (1999), 280-289.
- [5] **J. C. Maxwell**, « A treatise on electricity and magnetism », 2<sup>nd</sup> ed., vol. 1. Oxford: Clarendon press, 1881.
- [6] **S. U. S. Choi, J. A. Eastman**, « Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles », ASME-Publ.-Fed, vol. 231, p. 99–106, 1995.
- [7] **H. E. Patel, S. K. Das, T. Sundararajan, A. S. Nair, B. George, T. Pradeep**, « Thermal conductivities of naked and monolayer protected metal nanoparticle based nanofluids: manifestation of anomalous enhancement and chemical effects », Applied Physics Letters, 83(14), 2931–2933, 2003.
- [8] **S. U. S. Choi**, « Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles, developments and applications of Non-Newtonian flows », FED-Vol.231/MD-Vol. 66 (1995)99-105.
- [9] **S. U. S. Choi, Z. G. Zhang, W. Yu, F. E. Lockwood, E. A. Grulke**, « Anomalous thermal conductivity enhancement in nanotube suspension », Applied Physics Letters, 79(14): 2252-2254, 2001.

- [10] **J. A. Eastman, S. U. S. Choi, S. Li, W. Yu, L. J. Thompson**, « Anomalously increased effective thermal conductivities of ethylene glycol based nanofluids containing copper nanoparticles », *Applied Physics Letters*, 78(6) : 718-720, 2001.
- [11] **P. Vadasz**, « Heat conduction in nanofluids suspension », *Journal of Heat Transfer*, 128, 465, 2006.
- [12] **K. Khanafer, K. Vafai, M. Lightstone**, « Buoyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids », *International Journal of Heat and Mass Transfer* 46 (2003) 3639–3653.
- [13] **C. J. Ho, W. K. Liu, Y. S. Chang and C. C. Lin**, « Natural convection heat transfer of alumina–water nanofluid in vertical square enclosures: An Experimental Study », *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 49, N°8, pp. 1345 – 1353, 2010.
- [14] **B. H. Chang, A. F. Mills and E. Hernandez**, « Natural Convection of Microparticle Suspensions in Thin Enclosures », *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 51, (5) pp. 1332–1341, 2008.
- [15] **A. H. Mahmoudi, M. Shahi, A. H. Raouf, , A. Ghasemian**, « Numerical study of natural convection cooling of horizontal heat source mounted in a square cavity filled with nanofluid », *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 37, 1135-1141 (2010).
- [16] **J. Quiet, M. Reggio, P. Vasseur**, « Natural convection of nanofluids in a square enclosure with a protruding heater », *Advances in Mechanical Engineering*, DOI 10.1155/2012/167296, (2011).
- [17] **S. M. Aminossadati, B. Ghasemi**, « Enhanced natural convection in an isosceles triangular enclosure filled with a nanofluid », *Int. J. Computers and Mathematics with Applications*, 61, 1739-1753 (2011).
- [18] **S. Z. Heris, S. G. Etemad, M. N. Esfahany**, « Experimental investigation of oxide nanofluids laminar flow convective heat transfer », *International Communications in Heat and Mass Transfer* 33 (2006) 529–535.

- [19] **A. Behzadmehr, M. saffar-Avval, N. Galanis**, « Prediction of turbulent forced convection of nanofluid in a tube with uniform heat flux using a two phase », *International Journal of Heat and Fluid Flow*, In Press. 28, 211–219. April 2007.
- [20] **M. Hojjat, S. Gh. Etemad, R. Bagheri, J. Thibault**, « Convective heat transfer of nonNewtonian nanofluids through a uniformly heated circular tube », *International Journal of Thermal Sciences* 50 (2011) 525-531.
- [21] **F. H. Oztop, E. Abu-Nada**, « Numerical study of natural convection in partially heated rectangular enclosures filled with nanofluids », *International Journal of Heat and Fluid Flow* 29 (2008) 1326–1336.
- [22] **D. Wen, Y. Ding**, « Naturel convective heat transfer of suspensions of titanium dioxide nanoparticles (Nanofluids) », *IEEE transacion on technology*, Vol. 5, N°3, May (2006).
- [23] **B. Ghasemi, S. M. Aminossadati, A. Raisi**, « Magnetic field effect on natural convection in a nanofluid-filled square enclosure », *International Journal of Thermal Sciences* 50 (2011) 1748-1756, (2011).
- [24] **A. Mahmoudi, I. Mejri, M. A. Abbassi, A. Omri**, « Lattice Boltzmann simulation of MHD natural convection in a nanofluid-filled cavity with linear temperature distribution », *Powder Technology* 256 (2014) 257-271. 5.
- [25] **M. Sheikholeslami, M. Gorji Bandpy, R. Ellahi, H. Mohsan, S. Soleimani**, « Effects of MHD on Cu-water nanofluid flow and heat transfer by means of CVFEM », *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Volume 349, p. 188-200.
- [26] **M. A. A. Hamad, I. Pop, A. I. M. Ismail**, « Magnetic field effect son free convection flow of a nanofluid past a vertical semi-infinite flat plate », *Nonlinear Analysis: Real World Applications* 12(3) (2010)1338e1346.doi:10.1016/j.nonrwa.2010.09.014.
- [27] **H. Nemati, M. Farhadi, K. Sedighi, H. R. Ashorynejad, E. Fattahi**, « Magnetic field effects on natural convection flow of nanofluid in a rectangular cavity using the Lattice Boltzmann model », *Scientia Iranica B* 19 (2012) 303–310.

- [28] **A. H. Mahmoudi, I. Pop, M. Shahi, F. Talbi**, « MHD natural convection and entropy generation in a trapezoidal enclosure using Cu-water nanofluid », *Computers & Fluids*, 72, pp. 46-62, (2013).
- [29] **S. M. Aminossadati, B. Ghasemi**, « Enhanced natural convection in an isosceles triangular enclosure filled with a nanofluid », *Int. J. Computers and Mathematics with Applications*, 61, 1739-1753 (2011).
- [30] **A. H. Mahmoudi, I. Pop, M. Shahi**, « Effect of magnetic field on natural convection in a triangular enclosure filled with nanofluid », *International Journal of Thermal Sciences* 59:126-140, (2012).
- [31] **H. Masuda, A. Ebata, K. Teramae, N. Hishinuma**, « Alteration of thermal conductivity and viscosity of liquid by dispersing ultra-fine particles (dispersion of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, SiO<sub>2</sub>, and TiO<sub>2</sub> ultra-fine particles) », *Netsu Bussei (Japan)*, 7(4): 227-233, 1993.
- [32] **J. A. Eastman, S. U. S. Choi, S. Li, L. J. Thomson, S. Lee**, « Enhanced thermal conductivity through the development of nanofluids », *Materials Research Society Symposium Proceedings*, vol. 457, Materials Research Society, Pittsburgh, PA, 3-11, 1997.
- [33] **X. W. Wang, X. F. Xu, S. U. S. Choi**, « Thermal conductivity of nanoparticle-fluid mixture », *Journal of Thermophysic and Heat Transfer*, 13(4): 474-480, 1999.
- [34] **S. Lee, S. U. S. Choi, S. Li, J. A. Eastman**, « Measuring thermal conductivity of fluids containing oxide nanoparticles », *ASME J. Heat Transfer*, 121, 280-289, 1999.
- [35] **H. Xie, J. Wang, T. Xi, Y. Liu, F. Ai**, « Thermal conductivity enhancement of suspensions containing nanosized alumina particles », *Journal of Applied Physics*, 91 (7): 4568-4572, 2002.
- [36] **S. K. Das, N. Putra, P. Thiesen, W. Roetzel**, « Temperature depended of thermal conductivity enhancement for nanofluids », *Journal of Heat transfer transaction of the ASME*, 125(4): 567-574, 2003.

- [37] **R. Prasher, P. E. phelan, P. Bhattacharya**, « Effect of aggregation kinetics on the thermal conductivity of nanoscale colloidal solutions (nanofluid) », *Nano Letters*, 6 (7): 1529-1534, 2006.
- [38] **C. H. Li, G. P. Peterson**, « Experimental investigation of temperature and volume fraction variations on the effective thermal conductivity of nanoparticle suspensions (nanofluids) », *Journal of Applied Physics*, 99 (8), 084314, 2006.
- [39] **J. A. Eastman, S. U. S. Choi, S. Li, L. J. Thomson, S. Lee**, « Enhanced thermal conductivity through the development of nanofluids », *Materials Research Society Symposium Proceedings*, vol. 457, Materials Research Society, Pittsburgh, PA, 3-11, 1997.
- [40] **S. Lee, S. U. S. Choi, S. Li, J. A. Eastman**, « Measuring thermal conductivity of fluids containing oxide nanoparticles », *ASME J. Heat Transfer*, 121 (1999), 280-289.
- [41] **B.C. Pak, Y. I. Cho**, « Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles », *Experimental Heat Transfer*, 11(2), 151–170, 1998.
- [42] **S. M. S. Murshed, K. C. Leong, C. Yang**, « Enhanced thermal conductivity of TiO<sub>2</sub>/water based nanofluids », *International Journal of thermal science*, 44(4), 367- 373, 2005.
- [43] **Y. Xuan, Q. Li**, « Heat transfer enhancement of nanofluids », *International Journal of Heat fluid flow*, 21(1), 58–64, 2000.
- [44] **N. S. Chemloul, M. A. Belmiloud**, « Effet des nanoparticules sur l'amélioration du transfert thermique dans une cavité carrée », *Revue des Energies Renouvelables*, Vol. 19 N°3 (2016) 397 – 408.
- [45] **M. Hatami, D. D. Ganji**, « Natural convection of sodium alginate (SA) non-newtonian nanofluid flow between two vertical flat plates by analytical and numerical methods », *Case Studies in Thermal Engineering* 2(2014)14–22.

- [46] **H. Xie, H. Lee, W. Youn, and M. Choi**, « Nanofluids containing multiwalled carbon nanotubes and their enhanced thermal conductivities », *J. Appl. Phys.*, 94(8): pp .4967–71, (2003).
- [47] **Y. Ding, H. Alias, D. Wen, and R. A. Williams**, « Heat transfer of aqueous suspensions of carbon nanotubes (CNT nanofluids) », *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49 (1-2): pp .240-250, (2006).
- [48] **H. Sakuma, K. Ishii**, « Gas flow sputtering: versatile process for the growth of nanopillars, nanoparticles, and epitaxial thin films », *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 321. (2009) 872-875.
- [49] **Y. Singh, J. R. N. Javier, S. H. Ehrman, M. H. Magnusson**, « Deppert Approaches to increasing yield in evaporation / condensation nanoparticle generation », *Journal of Aerosol Science* 33 (2002) 1309-1325.
- [50] **D. K. Lee, Y. H. Kim, X. L. Zhang, Y. S. Kang**, « Preparation of monodisperse Co and Fe nanoparticle using precursor of  $M^{2+}$ -oleate<sub>2</sub> (M = Co, Fe) », *Current Applied Physics* 6 (2006) 786-790.
- [51] **R. Benoit, F. Warmont, V. Meynen, K. D. Witte, P. Cool, M. T. Delapierre, M-L. Saboungi**, « Optimisation of the surface properties of SBA-15 mesoporous silica for in-situ nanoparticle synthesis », *Microporous and Mesoporous Materials* 120 (2009) 2-6.
- [52] **B. C. Pak, Y. I. Cho**, « Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles », *Experimental Heat Transfer*, 11(2), 151–170, 1998.
- [53] **Y. Xuan, W. Roetzel**, « Conception for heat transfer correlation of nanofluids », *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 43(19), 3701-3707, 2000.
- [54] **J. Kim, Y. T. Kang, C. K. Choi**, « Analysis of convective instability and heat transfer characteristics of nanofluids », *Physics of Fluids*, 16(7): 2395-2401, 2004.
- [55] **J. C. Maxwell**, « *Treatise on electricity and magnetism* », Clarendon Press, U.K., 1891.

- [56] **R. L. Hamilton, O. K. Crosser**, « Thermal conductivity of heterogeneous two component systems », *Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals*1 (3), 187-191, 1962.
- [57] **W. Yu, S. U. S. Choi**, « The role of interfacial layers in the enhanced thermal conductivity of nanofluids: a renovated Maxwell model. J. nanoparticle », *Res* 5: 167-71, 2003.
- [58] **H. C. Brinkman**, « The viscosity of concentrated suspensions and solution », *J. Chem. Phys.*, 20, 571–581, 1952.
- [59] **A. Einstein**, « *Investigations on the theory of the brownian movement* », Dover Publications, New York, 1956.
- [60] **G. K. Batchelor**, « Brownian diffusion of particles with hydrodynamic interaction », *Journal of Fluid Mechanics*, 74(1): 1-29, 1976.
- [61] **S. Maiga, S. Palm, S. Nguyen, C. Roy, G. Galanis**, « Heat transfer enhancement by using nanofluids in forced convection flows », *Int. J. Heat Fluid Flow*, 26, 530-546, 2005.
- [62] **B. Gladés**, « Contribution à l'étude de la convection naturelle dans les nanofluides en configuration de Rayleigh-Bénard », thèse de doctorat, école doctorale mécanique, énergétique et procédés (MEGeP), Unité de recherche : UFR MIG-UPS / IMFT, Université Toulouse, (2010).
- [63] **C. C. Cho, C. Li, C. K. Chen**, « Natural convection heat transfer performance in complex-wavy-wall enclosed cavity filled with nanofluid », *International Journal of Thermal Sciences* 60 (2012) 255-263.
- [64] **M. A. Mansour, M. A. Y. Bakier**, « Free convection heat transfer in complex-wavy-wall enclosed cavity filled with nanofluid », *International Communications in Heat and Mass Transfer* 44 (2013) 108–115.
- [65] **J. Boussinesq**, « *Théorie analytique de la chaleur* », Vol.2. Gauthier-Villars, Paris, 1903.

- [66] **R. B. Bird, W. E. Stewart, E. N. Lightfoot**, « Transport phenomena », John Wiley and Sons, New York, 1960.
- [67] **J. Rahmamezhad, M. Kalteh**, « Moving lids direction effects on MHD mixed convection in a two-sided lid-driven enclosure using nanofluid », *Transport Phenomena in Nano and Micro Scales* 1 (2013) 93-102.
- [68] **A. Maxwell, C. A. Cain, A. P. Duryea, L. Yuan, H. S. Gurm, Z. Xu**, « Noninvasive thrombolysis using pulsed ultrasound cavitation therapy-Histotripsy », *Ultrasound in Medicine and Biology* 2009; 35 (12):1982–94.
- [69] **J. P. Garandet, T. Alboussiere, R. Moreau**, « Buoyancy driven convection in a rectangular enclosure with a transverse magnetic field », *Int. J. Heat Mass Transfer*, 35 (1992) 741-748.
- [70] **A. M. Teamah , W. M. El-Maghlany**, « Augmentation of natural convective heat transfer in square cavity by utilizing nanofluids in the presence of magnetic field and uniform heat generation/absorption », *International Journal of Thermal Sciences* 58 (2012) 130-142.
- [71] **S. V. Patnkar, D. B. Spalding**, « Calculation procedure for heat, mass and momentum transfer », *Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences*, Mac Graw-Hill, (1976).
- [72] **S. P. Frankel**, « Convergence rate of iterative treatments of partial differential equations », *Math Tables and Other Aids to Computations*, 4, 65-75.
- [73] **R. Barrett, and al.**, « Templates for the solution of linear systems: building blocks for iterative methods », SIAM, (1994).
- [74] **D.Kim, H. Choi**, « A second-order time-accurate finite volume method for unsteady incompressible flow », *Journal of Computational Physics*, Vol. 162(2000), 411-428.
- [75] **S.V. Patankar**, « Numerical heat transfer and fluid flow », Hemisphere, New York (1980).

- [76] **A. Mrabti**, « Simulation numérique d'écoulement de convection naturelle dans une géométrie cylindrique à axe verticale soumise à l'effet d'un champ Magnétique ou d'un gradient de concentration », Thèse de doctorat, Faculté des Science Rabat, (1999).
- [77] **B. Ghasemi, S. M. Aminossadati**, « Periodic natural convection in a nanofluid-filled enclosure with oscillating heat flux », International Journal of Thermal Sciences 49 (2010) 1–9.