كلية العلوم و التقنيات فاس
ⵜⴰⵖⵉⵡⴰⵏⵜ ⵏ ⵜⵎⴰⵙⵙⴰⵏⵉⵏ ⴷ ⵜⵙⵏⵉⴳⵉⵜⵉⵏ
Faculté des Sciences et Techniques de Fès

جامعة سيدي محمد بن عبد الله
ⵜⴰⵙⴷⴰⵡⵉⵜ ⵙⵉⴷⵉ ⵎⵓⵃⵎⵎⴰⴷ ⴱⵏ ⵄⴱⴷⵓⵍⵍⴰⵀ
Université Sidi Mohamed Ben Abdellah

**Centre d'Etudes Doctorales : Sciences et Techniques de l'Ingénieur**

*N° d'ordre 21/2019*

# THESE DE DOCTORAT

Présentée par

**Mr : IBRAHIM YAHAYA SALISSOU**

Spécialité : Géoressources et Génie géologique

**Sujet de la thèse** : Calcul d'un géoïde gravimétrique et application au nivellement par GNSS au Niger.

**Formation Doctorale** : Sciences et Génie de la matière, de la Terre et de la Vie.

**Thèse présentée et soutenue le samedi 15 juin 2019 à 09h30 à l'Amphithéâtre Al Khawarizmi devant le jury composé de :**

| Nom Prénom | Titre | Etablissement | |
|---|---|---|---|
| Saïd HINAJE | PES | Faculté des Sciences et Techniques de Fès | Président |
| Driss KHATTACH | PES | Faculté des Sciences d'Oujda | Rapporteur |
| Mimoun CHOURAK | PES | Faculté Pluridisciplinaire de Nador | Rapporteur |
| Mohammed CHARROUD | PES | Faculté des Sciences et Techniques de Fès | Rapporteur |
| Abdel-Ali CHAOUNI | PES | Faculté des Sciences et Techniques de Fès | Examinateur |
| Mustapha BOUJAMAOUI | PH | Faculté des Sciences de Meknès | Examinateur |
| Driss EL AZZAB | PES | Faculté des Sciences et Techniques de Fès | Directeur de thèse |

| | | |
|---|---|---|
| Salissou ADA | Ambassadeur de la république du Niger au Maroc | Invité |

Laboratoire d'accueil : Géoressources et Environnement.

Etablissement : Faculté des Sciences et techniques de Fès

# RESUME

Le nivellement par le système global de navigation par satellite (GNSS), particulièrement le GPS (*Global Positioning System*), requiert un modèle précis de géoïde pour convertir les hauteurs ellipsoïdales mesurées, en altitudes orthométriques. Dans cette étude, nous avons calculé le premier modèle de géoïde gravimétrique pour la République du Niger (*Nigerien Geoid* 2019 – NIGEO19) par rapport au système de référence géodésique GRS80, qui couvre la zone allant de 0° à 16° Est et de 11° à 24° Nord en Afrique Central Ouest. Nous avons utilisé la méthode de Retrait-Calcul-Restauration (RCR) selon l'approche du quasigéoïde par le modèle de terrain résiduel (RTM). Une attention particulière a été accordée à l'acquisition, la validation et le traitement des données d'entrée. Les mesures gravimétriques continentales proviennent du Bureau Gravimétrique International (BGI), du rapport d'ORSTOM (Office de Recherche Scientifique et Technique Outre-Mer) et des cartes gravimétriques du Niger. Les anomalies gravimétriques ont été converties dans GRS80 et la base de données a été nettoyée par la validation croisée et l'analyse statistique. L'évaluation des modèles géopotentiels globaux (GGMs) « satellite pur » et combinés a été faite par la comparaison avec les mesures continentales et les points GPS/Nivellement pour le choix des GGMs optimaux. Un modèle numérique de terrain (MNT) homogène et de précision suffisante a été choisi après l'évaluation des MNTs globaux libres les plus récents dont le SRTM (*Shuttle Radar Topography Mission*).

Les données utilisées dans le calcul de NIGEO19 sont : 9571 points d'anomalie à l'air libre, 23469 points d'anomalie de Bouguer simples, le GGM satellite pur GOCE (*Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer*) DIR5 (approche directe version 5) au degré et ordre (d/o) 200 pour les grandes et moyennes longueurs d'onde, et le MNT SRTM 90 m pour le calcul des effets de terrain. Nous avons rempli les vides et densifié la base de données gravimétrique avec le GGM combiné EIGEN-6C4 au d/o 2190 amélioré par RTM afin de couvrir la zone d'intégration (-1° à 17° Est et de 10° à 25° Nord). Nous avons calculé quatre solutions gravimétriques dans le logiciel Gravsoft, l'une par méthode analytique et trois par transformée de Fourier Rapide (FFT).

Le modèle de géoïde gravimétrique NIGEO19 est présenté sous forme de grille de 1,5' × 1,5' (0,025° × 0,025°) d'espacement. Les valeurs varient de 10,376 à 37,923 m avec 23,05 m et 5,4 m comme moyenne et écart-type respectivement. NIGEO19 est corrélé avec la topographie de la zone d'étude. La précision de NIGEO19 est de 14,3 cm et 10,4 cm au niveau de 39 points GPS/Nivellement au Niger, 85,6 cm et 41,3 cm au niveau de 11 points au Nord du Nigéria respectivement avant et après l'ajustement par des modèles paramétriques. Le modèle ajusté aux 39 points a été proposé dans la zone de 1,7° à 4,025° Est et de 13,05° à 14,55° Nord au Sud-Ouest du Niger. Les précisions interne et externe de 11 cm ont été obtenues après l'ajustement à 29 points et le contrôle au niveau de 10 points au Niger. Le meilleur ajustement est donné par le modèle polynomiale de troisième degré.

La précision du nivellement par GNSS est de 12 cm au niveau de cinq bornes de nivellement général observées par GPS différentiel en mode statique rapide, elle a été réduite à 8 cm avec les solutions FFT après l'élimination d'un point.

**Mots clés** : Géoïde ; Modèle gravimétrique ; Anomalies de pesanteur, GGM, MNT, RCR; RTM ; Nivellement par GNSS ; Altitude orthométrique ; République du Niger.

# ABSTRACT

The levelling by GNSS (Global Navigation Satellite System), particularly the GPS (Global Position System), requires a precise model of geoid to convert the measured ellipsoidal heights into orthometric heights. In this study, we computed the first gravimetric geoid model for the Republic of Niger (Nigerien Geoid 2019 – NIGEO19) referred to Geodetic Reference System 1980 (GRS80), it covers the area limited by 0° to 16° East and 11° to 24° north in Central West Africa. We used the Remove – Compute – Restore method through the quasigeoid by Residual Terrain Model (RTM) approach. Particular attention has been paid to the acquisition, validation and processing of input data. The terrestrial gravity data come from the International Gravimetric Bureau (BGI), ORSTM's report (*Office de Recherche Scientifique et Technique Outre-Mer*) and the Niger gravity map. The gravity anomalies were converted in GRS80 and the database was cleaned by cross-validation and statistical analysis. We assessed the pure satellite and combined global geopotential models (GGMs) by the comparison with terrestrial gravity data and GPS/Levelling points to choose the optimal models. We selected a void-filled digital elevation model (DEM) with the sufficient accuracy after the assessment of the most recent and open source Global DEMs such as SRTM (Shuttle Radar Topography Mission).

The used data in NIGEO19 computation are: 9571 points of free air anomaly and 23469 points of simple Bouguer gravity anomaly, the pure satellite GOCE-based GGM (Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer) DIR5 (Direct approach 5th release) up to degree and order (d/o) 200 for long and medium wavelengths, and the DEM SRTM 90 m for the computation of terrain effects. We filled the voids and densified the Gravimetric database with the combined GGM EIGEN-6C4 up to d/o 2190 enhanced by RTM to cover the integration area (-1° to 17° East and 10° to 25° North). Four gravimetric solutions were computed using the Gravsoft software, one by analytical method and three by Fast Fourier transform method (FFT).

We presented the gravimetric geoid model NIGEO19 as 1.5' × 1.5' (0.025° × 0.025) spacing grid. The values range from 10.376 to 37.923 m with 23.05 m and 5.4 m as mean and standard deviation respectively. NIGEO19 is correlated with the topography of the study area. The accuracy of NIGEO19 is 14.3 cm and 10.4 cm compared to 39 GPS/Levelling points in Niger, 85.6 cm and 41.3 cm compared to 11 points in northern Nigeria, respectively before and after fitting by parametric models. The adjusted model to 39 points was proposed in the area limited by 1.7° to 4.025° East and 13.05° to 14.55° north in the southwest of Niger. The internal and external accuracies are 11 cm after the fitting to 29 points and the control at the 10 other GPS/Levelling points in the same area. The third degree polynomial model gave the best fit.

The accuracy of the GNSS levelling is 12 cm at five points of Niger levelling network that were observed by differential GPS through fast static mode, it was reduced to 8 cm with FFT solutions after eliminating one point.

**Key words**: Geoid; Gravimetric model; Gravity anomalies; GGM; DEM; RCR; RTM; GNSS Levelling; Orthometric height; Republic of Niger.

**DEDICACE**

*A mes deux parents,*

*pour leur amour, leur soutien sans faille,*

*et leurs prières qui résonnent toujours dans mon esprit,*

*comme une source de motivation intarissable ;*

*A mon épouse, Madame Salissou Rahinatou,*

*pour ses encouragements et sa patience ;*

*A mes deux enfants Abderrahmane et Abdallah ;*

*Je dédie cette thèse.*

# REMERCIEMENTS

Toutes les Louanges sont à Allah, le Seigneur des Mondes, que Sa Prière et Son Salut soient sur Son Messager Mouhammad. Par la grâce d'Allah, je suis à terme de ma thèse de Doctorat. C'est l'accomplissement d'un rêve que j'ai nourri depuis que j'ai embrassé la formation puis la carrière professionnelle dans les sciences géomatiques, celui d'approfondir mes connaissances en Géodésie.

La thèse a été effectuée au Laboratoire Géo-ressources & Environnement du Centre d'Etudes Doctorales – Sciences et Techniques de l'Ingénieur (CED-STI) de l'Université Sidi Mohamed Ben Abdallah (USMBA), domicilié à la Faculté des Sciences et Techniques (FST) - Fès - Maroc. Je tiens à remercier toutes les institutions et personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de cette thèse. Je commencerais d'abord par mon employeur, l'Université de Zinder (UZ) au Niger, ensuite l'Ambassade du Niger au Maroc et l'Agence Marocaine de Coopération Internationale (AMCI) qui m'ont facilité la procédure d'inscription. J'exprime ma reconnaissance envers tous les responsables au sein l'USMBA et particulièrement ceux de la FST : Professeur IJJAALI Mustapha (Doyen), Professeur EL HADRAMI El Mestapha (Vice Doyen chargé de la Recherche et de la Coopération, et Directeur du CED-STI), Professeur ACHIBAT Taoufiq (Vice Doyen chargé des Affaires Pédagogiques et Estudiantines), les personnels enseignant et administratif pour l'accueil et les efforts consentis.

Je n'aurais assez de mots pour exprimer ma gratitude et mes sincères remerciements à mon directeur de thèse, M. Driss EL AZZAB (Professeur de l'Enseignement Supérieur – PES). Durant notre collaboration, il a fait montre d'ouverture, de modestie et surtout de patience dans l'accompagnement et la formation du jeune chercheur que je suis. Il a été toujours disponible pour des précieux conseils, je le remercie aussi pour m'avoir fait confiance.

La concrétisation du projet de thèse a été possible avec le concours de mon deuxième encadrant, M. El Hassan EL BRIRCHI (Professeur Assistant – PA) de l'Ecole Hassania des Travaux Publics (EHTP) de Casablanca. Il fut également mon encadrant durant mon Projet de Fin d'Etudes pour l'obtention du diplôme d'Ingénieur d'Etat de ladite école en 2009. Je lui exprime toute ma reconnaissance et mon admiration.

Au Département de l'Environnement, je remercie M. Abdel-Ali CHAOUNI (PES - Chef de Département), M. Abderrahim LAHRACH (PES - Directeur du Laboratoire GRE), Environnement) et tous les membres de l'équipe de recherche « Cartographie et Modélisation Géologique et Géophysique » : M. CHARROUD Mohammed (PES), M. HINAJE Saïd (PES) et M. GHFIR Younes (PA). Je remercie également tous les professeurs au sein du Département, notamment Abdelkader EL GAROUANI (PES). Ils ont rendu mon séjour agréable.

Je remercie tous les membres du jury pour avoir accepté d'examiner ce travail et pour les remarques, appréciations et suggestions en vue de son amélioration. J'adresse une mention spéciale à Son Excellence l'Ambassadeur de la République du Niger au Maroc, M. Salissou ADA, pour nous avoir honorés par sa présence.

Le projet était d'abord une initiative personnelle, par la suite j'ai eu le soutien de l'Université de Zinder (UZ), particulièrement celui de mes collègues enseignants et du personnel

administratif et technique, notamment ceux de l'Institut Universitaire de Technologie (IUT). J'ai bénéficié d'une mise en position de stage à partir de la deuxième année en Octobre 2015 afin de me consacrer pleinement à la recherche. C'est donc l'occasion pour moi de remercier Monsieur le Recteur, Dr BAZANFARE Mahamane (Maître de Conférences) et son équipe pour les efforts consentis et l'accompagnement. J'exprime également ma reconnaissance à tous mes collègues de l'IUT et ceux des autres facultés, de la direction à notre Département de Topographie, et celui de l'Aménagement du Territoire et Urbanisme. Je ne manquerais pas de citer Dr MALAN BOUKAR Awa Krou, NAHANZALE Itchalitou, DOUKA Boubacar, M. ABOUBACAR Abdoulaye, SALAO MAKERI Mahamane Sani, AMADOU MALLAM Abdoul Karim et YACOUBA Hamadou.

J'aimerais aussi remercier Dr KONATE Moussa, Maitre de Conférences à l'Université Abdou Moumouni (UAM) de Niamey et M. Harouna Garba, Géophysicien au Ministère des Mines.

La contribution de l'Institut Géographique du Niger (IGN-N) a été déterminante durant cette thèse, notamment à travers la fourniture de données de validation et la mise à notre disposition de moyens humains et matériels pour les travaux de terrain. L'honneur me revient d'adresser mes vifs remerciements à M. Omar SABO (Directeur Général), Messieurs MATO Harouna et Kassoum Ibrahim (ancien et actuel Directeur Technique respectivement), et mes deux anciens étudiants : MOUNKAILA HAROUNA Abdoulaye et SOULEY SEYDOU Nassirou.

Je remercie également tous les autres contributeurs en données de bases et de contrôles notamment le Bureau Gravimétrique International (BGI) et tous les autres services de l'Association Internationale de Géodésie (AIG), l'Institut de Recherche pour le Développement (IRD), le Bureau d'Etudes GERMS Consulting (Niamey), Ministère de l'Equipement, l'Agence Japonaise d'Exploration Aérospatiale (JAXA).

Ma famille, de Maïjirgui à Niamey en passant par Tessaoua, n'a cessé de m'accompagner avec des prières et des encouragements. Je remercie vivement mes frères et sœurs, oncles, tantes, cousins et cousines pour leur soutien, notamment mon petit frère bien aimé Ismailou, qui malgré ses occupations quotidiennes a toujours été disponible pour s'occuper de mes affaires au Niger.

Ma belle-famille s'est également pleinement investie dans ce travail, d'abord pour avoir veillé sur mon épouse et mes deux enfants durant tout mon séjour au Maroc et aussi par les encouragements et les prières, j'en suis très reconnaissant. Je ne saurais remercier assez mon beau père, Monsieur Tanimoune BIZO pour son soutien moral et matériel, ainsi que ma belle-mère qui nous a quittés il y a quelques mois (qu'Allah lui fasse Miséricorde).

Mes amis m'ont également beaucoup encouragé et soutenu, les mots et la place manquent pour citer tout le monde. Je tiens à leur exprimer mes vifs remerciements, à commencer par tous mes compatriotes et amis résidents au Maroc. Une mention spéciale aux Experts Comptables LABO NOMA Adamou, HASSOUMI ISSIFI Oumarou, BOUKAR Yacouba et le défunt ALI SALE Kabirou Souleymane (qu'Allah lui fasse Miséricorde). Je n'oublie pas aussi Mikailou MARWANA ABDOU (Internale Consulting), Dr ABDOULAYE Mahamadou et Dr ISSIAKOU Moctar. Je remercie tous mes petits frères et sœurs membres du Club des Etudiants Internationaux de la FST de Fès (CEI-FSTF) pour leur soutien. Je remercie aussi tous mes collègues doctorants.

# TABLE DES MATIERES

RESUME ..... iii
ABSTRACT ..... v
DEDICACE ..... vii
REMERCIEMENTS ..... ix
SIGLES ET ABREVIATIONS ..... xvii
LISTE DES FIGURES ..... xxi
LISTE DES TABLEAUX ..... xxv
PARTIE I – GENERALITES SUR LA GEODESIE ET L'ETAT DE L'ART ..... 1
CHAPITRE 1. INTRODUCTION GENERALE ..... 3
1.1. Géodésie et ses objectifs ..... 3
1.2. Modèle de géoïde ..... 3
1.2.1. Définition du géoïde ..... 3
1.2.2. Importance du géoïde ..... 3
1.2.3. Le GNSS ..... 4
1.2.4. Géoïde et nivellement par GNSS ..... 4
1.2.5. Développement des méthodes et des données ..... 5
1.3. Problématique de détermination de géoïde au Niger ..... 6
1.3.1. Travaux précédents ..... 6
1.3.2. Nécessité d'un géoïde nigérien et facteurs limitatifs ..... 10
1.3.3. Nouvelles opportunités ..... 12
1.4. Objectifs de la thèse ..... 13
1.5. Méthodologie ..... 13
1.5.1. Acquisition et validation des données ..... 14
1.5.2. Calcul du géoïde ..... 15
1.5.3. Validation du modèle et application au nivellement par GNSS ..... 17
1.5.4. Moyens utilisés ..... 17
1.6. Description des chapitres ..... 17
1.7. Publications réalisées durant la thèse ..... 18
CHAPITRE 2. NOTIONS DE GEODESIE ET DETERMINATION DE GEOIDE ..... 19
Introduction ..... 19
2.1. Généralités ..... 19
2.1.1. Forme et dimension de la terre ..... 19

2.1.2. Systèmes de coordonnées ..... 20
2.1.3. Système géodésique ou Datum – transformation des coordonnées ..... 21
2.2. Systèmes Globaux de Navigation par Satellite (GNSS) ..... 23
2.2.1. Positionnement absolu ..... 23
2.2.2. Positionnement différentiel ..... 24
2.2.3. Les principaux GNSS ..... 26
2.2.4. Stations permanentes ..... 27
2.2.5. Système d'augmentation de performances par satellite ..... 27
2.3. Notion de géodésie physique et détermination de géoïde ..... 28
2.3.1. Champ de pesanteur terrestre ..... 28
2.3.2. Potentiel de pesanteur terrestre et géoïde ..... 29
2.3.3. Champ de pesanteur normal - Ellipsoïde géodésique de référence ..... 31
2.3.4. Champ perturbateur et anomalie de pesanteur ..... 32
2.3.5. Notions et systèmes d'altitudes ..... 33
2.3.6. Estimation du géoïde et formules fondamentales ..... 37
2.3.7. Mesures gravimétriques ..... 39
2.3.8. Réductions gravimétriques ..... 41
2.4. Détermination du géoïde gravimétrique ..... 43
2.4.1. Retrait - Calcul - Restauration (RCR) ..... 43
2.4.2. Méthode de Stokes - Helmert ..... 48
2.4.3. Méthode KTH ..... 49
2.4.4. Validation et ajustement des modèles de géoïde gravimétrique aux points GNSS/Nivellement ..... 49
2.4.5. Précision des géoïdes gravimétriques ..... 51
Conclusion ..... 54
PARTIE II – METHODLOGIE ADOPTEE ET PREPARATION DES DONNEES ..... 55
CHAPITRE 3. MATERIELS ET METHODES ..... 57
Introduction ..... 57
3.1. Milieu physique du Niger ..... 58
3.1.1. Relief ..... 58
3.1.2. Cadre géologique ..... 58
3.2. Données de mesures gravimétriques continentales ..... 58
3.2.1. Campagnes gravimétriques d'ORSTOM en Afrique ..... 58
3.2.2. Cartes gravimétriques du Niger ..... 60

3.2.3. Acquisition et traitement des données ..... 61
3.2.4. Digitalisation des cartes gravimétriques du Niger ..... 64
3.3. Modèles Géopotentiels Globaux ..... 65
3.3.1. Evaluation et sélection des GGMs ..... 65
3.3.2. Méthode de rehaussement spectral ..... 66
3.3.3. Modèles géopotentiels pour l'évaluation ..... 67
3.3.4. Données de validation ..... 67
3.3.5. Méthodologie adoptée ..... 67
3.4. Acquisition et évaluation des modèles numériques de terrain (MNT) ..... 69
3.4.1. Les modèles numériques de terrain (MNT) et leur validation ..... 69
3.4.2. Caractéristiques des MNTs ..... 71
3.4.3. Données de validation ..... 72
3.4.4. Méthodologie adoptée ..... 74
3.5. Points GNSS/Nivellement ..... 76
3.5.1. Points GPS/nivellement au Niger ..... 76
3.5.2. Transformations des coordonnées des points GPS/nivellement au Niger ..... 78
3.5.3. Points du réseau géodésique du Nigéria ..... 80
3.6. Détermination du géoïde gravimétrique par l'approche du Modèle de Terrain Résiduel ..... 81
3.6.1. Calcul des effets de terrains ..... 81
3.6.2. Calcul des contributions des GGMs ..... 84
3.6.3. Phase de retrait ..... 84
3.6.4. Interpolation des anomalies de pesanteur et densification de la basse de données. 84
3.6.5. Phase de calcul : calcul de l'anomalie d'altitude résiduelle ..... 85
3.6.6. Phase de restauration ..... 86
3.6.7. Calcul de la séparation entre le géoïde et le quasigéoïde ..... 86
3.6.8. Conversion du quasigéoïde au géoïde ..... 86
3.7. Validation et ajustement du modèle de géoïde aux points/GPS nivellement ..... 86
3.7.1. Comparaison avec les modèles existants ..... 86
3.7.2. Evaluation de la précision avant ajustement ..... 86
3.7.3. Ajustement aux points GPS/Nivellement ..... 87
3.8. Application au nivellement par GNSS ..... 87
Conclusion ..... 88

CHAPITRE 4. RESULTATS DU TRAITEMENT ET DE LA VALIDATION DES DONNEES ..... 91
Introduction ..... 91
4.1. Mesures gravimétriques continentales ..... 91
4.1.1. Données du BGI ..... 91
4.1.2. Stations réoccupables ..... 93
4.1.3. Fusion des données du BGI et des stations réoccupables ..... 94
4.1.4. Résultats de la validation croisée des données ..... 95
4.1.5. Digitalisation des cartes gravimétriques du Niger ..... 97
4.2. Résultats de l'évaluation des Modèles géopotentiels globaux ..... 100
4.2.1. Evaluation des modèles combinés ..... 100
4.2.2. Résultats de la comparaison des GGMs « Satellite pur » avec les anomalies de pesanteur ..... 102
4.2.3. Résultats de la comparaison des GGMs « satellite pur » avec les points GPS/nivellement ..... 103
4.2.4. Synthèse de l'évaluation des GGMs ..... 105
4.3. Résultats de la validation des Modèles Numériques de Terrains ..... 105
4.3.1. Exploration des MNTs globaux ..... 105
4.3.2. Décalage entre le géoïde d'EGM96 et le NMM à l'Ouest du Niger ..... 105
4.3.3. Précision verticale des MNTs ..... 106
4.3.4. Analyse de l'occupation du sol ..... 110
4.3.5. Comparaison MNT - MNT ..... 111
4.3.6. Validation des élévations des altitudes des stations gravimétriques ..... 112
4.3.7. Discussions ..... 112
4.4. Résultats de transformation des coordonnées des points GPS/Nivellement au Niger. 114
4.4.1. Transformation des coordonnées ..... 114
4.4.2. Comparaison des variations locales des géoïdes géométriques avec EGM2008 .. 114
Conclusion ..... 118
PARTIE III – LE GEOIDE GRAVIMETRIQUE DU NIGER : VALIDATION, INTERPRETATION ET APPLICATION AU NIVELLEMENT PAR GNSS ..... 121
CHAPITRE 5. RESULTATS DU CALCUL DU MODELE DE GEOIDE ..... 123
Introduction ..... 123
5.1. Effets de terrains selon RTM : résultats des calculs ..... 123
5.1.1. Surfaces topographiques de références et des MNTs dégradés ..... 123

5.1.2. Choix des rayons d'intégration ..... 124
5.1.3. Choix de la résolution des MNT ..... 126
5.1.4. Grilles des effets de terrain ..... 127
5.1.5. Effets de terrains au niveau des stations gravimétriques et études des effets des écarts d'altitudes ..... 129
5.2. Anomalies de pesanteurs et anomalies d'altitudes à partir des GGMs ..... 131
5.2.1. Anomalies de pesanteur à partir du GGM de haute résolution EIGEN-6C4 ..... 131
5.2.2. Contribution des grandes et moyennes longueurs d'onde aux anomalies de pesanteurs et aux hauteurs de quasigéoïde ..... 132
5.3. Résultats de la phase de retrait ..... 134
5.3.1. Calcul, interpolation et densification de la grille d'anomalie résiduelle ..... 134
5.3.2. Interpolation et densification de la grille d'anomalies de Bouguer simples ..... 136
5.4. Phase de calcul du quasigéoïde résiduel ..... 137
5.5. Restauration du quasigéoïde ..... 139
5.6. Géoïde gravimétrique du Niger ..... 140
5.6.1. Séparation entre le géoïde et le quasigéoïde ..... 140
5.6.2. Conversion du quasigéoïde en géoïde gravimétrique ..... 141
5.7. Interprétation géologique préliminaire des anomalies de Bouguer des grandes et moyennes longueurs d'onde ..... 143
5.7.1. Méthodologie ..... 143
5.7.2. Résultats et discussions ..... 143
Conclusion ..... 146
CHAPITRE 6. VALIDATION DU MODELE ET APPLICATION AU NIVELLEMENT PAR GNSS ..... 149
Introduction ..... 149
6.1. Comparaison avec les modèles existants et les GGMs ..... 149
6.2. Validation et ajustement du modèle de géoïde aux points GPS/Nivellement ..... 151
6.2.1. Evaluation directe avant ajustement ..... 151
6.2.2. Ajustement aux points GPS/Nivellement ..... 152
6.3. Application au nivellement par GNSS ..... 163
6.3.1. Campagne de mesures par GPS ..... 163
6.3.2. Nivellement par GNSS ..... 167
Conclusion ..... 169
CHAPITRE 7. CONCLUSION GENERALE - PERSPECTIVES ..... 173

7.1. Synthèse et discussion des résultats ..... 173
7.2. Contribution de la thèse ..... 177
7.3. Limitations de l'étude ..... 178
7.4. Recommandations et perspectives ..... 179
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES ..... 181

# SIGLES ET ABREVIATIONS

1D : Une dimension/monodimensionnelle

2D: Deux dimensions/bidimensionnelle

3, 4, 5, 7-par. : modèles de transformation à 3,4, 5 et 7 paramètres

3D : Trois dimensions/tridimensionnelle

ADOS : African Doppler Survey

AFREF: Africa Geodetic Reference Frame

AFRgeo2015 : African Geoid 2015

AGP: African Geoid Project / Projet de Géoïde Africain

AMCI : Agence Marocaine de Coopération Internationale

ALOS : Advanced Land Observing Satellite

ASECNA : Agence pour la sécurité de la navigation aérienne en Afrique et à Madagascar

ASTER: Advanced Space-borne Thermal Emission and Reflection Radiometer

AW3D30 : ALOS World 3D - 30m

BGI : Bureau Gravimétrique International

BLT : Bassin du Lac Tchad

CDC : Comité des Pays en Développements

CEDEAO : Communauté Economique des Etats de l'Afrique de l'Ouest

CED-STI : Centre d'Etudes Doctorales – Sciences et Techniques de l'Ingénieur

CEI-FSTF : Club des Etudiants Internationaux de la FST de Fès

CGIAR-CSI: Consultative Group of International Agricultural Research - Consortium for Spatial Information

CGM05: Local Geoid Model of Cameroon

CHAMP: CHAllenging Minisatellite Payload

COA : Craton Ouest Africain

d/o : degré et ordre

DGNSS: Differential Global Navigation Satellite System

DGPS: Differential Global Positioning System

DIR: Direct Approach

DMA: Defence Mapping Agency

DOP: Dilution Of Precision

EGM: Earth Gravitational Model/Earth Gravity Model

EGNOS: European Geostationary Navigation Overlay Service

EHTP : Ecole Hassania des Travaux Publics

EIGEN: European Improved Gravity Field Model of the Earth by New Techniques

ESA: European Space Agency
FFT : Fast Fourier Transform / Transformée de Fourier Rapide
FHT: Fast Hartley Transform / Transformée de Hartley Rapide
FST: Faculté des Sciences et Techniques
GAGAN: GPS Aided GEO Augmented Navigation
GDEM: Global Digital Elevation Model
GDOP: Dilution Of Precision
GGM: Global Geopotential Model
GLC2000: Global Land Cover 2000
GLOBE: Global Land One-kilometer Base Elevation
Glonass: GLObal NAvigation Satellite System
GNSS: Global Navigation Satellite System
GOCE: Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer
GPS: Global Positioning System
GRACE: Gravity Recovery and Climate Experiment
GRAFIM: Gravity Field Modelling
GRS67: Geodetic Reference System 1967
GRS80: Geodetic Reference System 1980
GUT: GOCE User Toolbox
HDOP: Horizontal Dilution Of Precision
HPF: High Level Processing Facility
IAG/AIG: International Association of Geodesy /Association Internationale de Géodésie
ICESat: Ice, Cloud, and land Elevation Satellite
ICGEM: International Centre for Global Earth Models
IDE: Integrated Development Environment
IDEMS: International Digital Elevation Model Service
IGFS: International Gravity Field Service
IGN: Institut Géographique National – France
IGN-N/IGNN: Institut Géographique National – Niger
IGS: International GNSS Service
IGSN71: International Gravity Standardization Network 1971
IHB : Bureau Hydrographique International
IMSA : Imouraren Société Anonyme
IRD : Institut de Recherche pour le Développement
ISG: International Service for the Geoid

IUT : Institut Universitaire de Technologie

JAXA : Japan Aerospace Exploration Agency / Agence d'Exploration Aérospatiale du Japon

JICA : Japan International Cooperation Agency

JPL : Jet Propulsion Laboratory

KTH: Institut Royal de Technologie - Suède

LADGNSS: Local Area Differential Global Navigation Satellite System

LAT: Latitude

LEO: Low Earth Orbit

LiDAR: Light Detection And Ranging

LLA : Limite entre la lithosphère et l'asthénosphère

LON: Longitude

LSC: Least Square Collocation

LSMS/AC: Least Square Modification of Stokes formula/Additive Corrections

ME: Moyenne

METI: Ministry of Economy, Trade and Industry

MNT: modèles numériques de terrain

MSAS: Multi-functional Satellite Augmentation System

NASA : National Aeronautics and Space Administration

NGA : National Geospatial-Intelligence Agency

NGAO : Nivellement Général de l'Afrique de l'Ouest

NIGEO19: Nigerien Geoid 2019

NIM: Numerical Integration Method

NMM : niveau moyen de la mer

NMM : Niveau Moyen de la Mer

NRTK : Network Real Time Kinematic

ORSTOM : Office de Recherche Scientifique et Technique Outre-Mer

PA : Professeur Assistant

PDOP: Position Dilution Of Precision

PES : Professeur de l'Enseignement Supérieur

PK: Point Kilométrique

Poly-2, 3 : Modèle de transformation polynomial de deuxième et troisième degrés

P-P : Probabilité-Probabilité

PPP: Precise Point Positioning

PRISM: Panchromatic Remote-sensing Instrument for Stereo Mapping)

PRN : Présidence de la République du Niger

Q-Q: Quantile-Quantile

RADAR / Radio Detection and Ranging

RCR: Remove – Compute – Restore / Retrait – Calcul – Restauration

RMS: Root Mean Square

RTK: Real Time Kinematic

RTM: Residual Terrain Model

SBAS: Satellite Based Augmentation System

SDCM: System for Differential Correction and Monitoring

SEM: Spectral Enhancement Method

SGG: Satellite Gravity Gradiometry

SOMAÏR : Société des Mines de l'Aïr

SPW: Space-Wise approach

SRTM: Shuttle Radar Topography Mission

SST-HL: Satellite to Satellite Tracking – High Low

SST-LL: Satellite to Satellite Tracking – Low Low

STD: Ecart-Type Standard

TDOP: Time Dilution Of Precision

TIM: Time-wise approach

UAM: Université Abdou Moumouni

UE: Union Européenne

UEMOA : Union Economique et Monétaire Ouest Africaine

UGGI/IUGG : Union Géodésique et Géophysique Internationale / International Union of Geodesy and Geophysics

USMBA : Université Sidi Mohamed Ben Abdallah

UNB: Université de New Brunswick

USA: United States of America / Etats Unis d'Amérique

USGS: United States Geological Survey

UTM: Universal Transverse Mercator)

UZ: Université de Zinder

VDOP: Vertical Dilution Of Precision

WAAS: Wide Area Augmentation System

WADGNSS: Wide Area Differential Global Navigation Satellite System

WGS72: World Geodetic System 1972

WGS84: World Geodetic System 1984

# LISTE DES FIGURES

Figure 1.1. Carte de situation des régions du Djerma Ganda et des Dallols (redessinée)..... 7
Figure 1.2. African Geoid 2015 (AFRgeo2015) (Abd-Elmotaal et al., 2015a) ..... 9
Figure 2.1. Formes et dimension de la Terre : (a) - Ellipsoïde et Sphère ; (b) - Géoïde ; (c) - Ondulations de géoïde. ..... 19
Figure 2.2. Systèmes de coordonnées : (a) cartésiennes ; (b) géographiques ; (c) projetées. .. 20
Figure 2.3. Transformations de coordonnées entre les systèmes géodésiques (Dufour, 2001). ..... 22
Figure 2.4. Trilatération en positionnement GNSS (Pierre, 2012). ..... 23
Figure 2.5. Interprétation géométrique des facteurs de dilution de précision (Pierre, 2012). .. 24
Figure 2.6. Positionnement DGNSS : LADGNSS (à gauche) et WADGNSS (à droite) (Pierre, 2012). ..... 25
Figure 2.7. Précision des différents modes d'utilisation des GNSS (Pierre, 2012). ..... 26
Figure 2.8. Station GNSS permanente de Niamey en Octobre 2018. ..... 28
Figure 2.9. Bilan des forces au point P (forces gravitationnelle et centrifuge) (Dufour, 2001). ..... 29
Figure 2.10. Définition de l'anomalie de pesanteur (Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2005). . 33
Figure 2.11. Principe du nivellement géométrique (Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2005). .. 34
Figure 2.12. Illustration des types d'altitudes et des surfaces de références (Dufour, 2001)... 35
Figure 2.13. Nivellement par GNSS (Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2005). ..... 36
Figure 2.14. Repères de nivellement. Crédit photo : IBRAHIM Y. Salissou, Septembre 2016. ..... 36
Figure 2.15. Etat des repères de nivellement dans la région du lac Tchad (Delclaux, 2003). . 37
Figure 2.16. Illustrations du Modèle de Terrain Résiduel (RTM) et des corrections de terrain, adaptée de (Forsberg, 1984). ..... 45
Figure 3.1. Topographie dans la zone d'étude à partir des données SRTM3. ..... 57
Figure 3.2. Géologie du Niger, extraite de (Persits et al., 2001). ..... 59
Figure 3.3. Campagnes gravimétriques d'ORSTM en Afrique - Anomalie de Bouguer Simple : points (gauche) et grille (droite) (BGI, 2015). ..... 60
Figure 3.4. Assemblage des cartes gravimétriques du Niger. ..... 60
Figure 3.5. Répartition géographique des données fournies par le BGI. ..... 61
Figure 3.6. Répartition géographique des stations réoccupables. ..... 62
Figure 3.7. Processus de validation croisée : (a) anomalies à l'air libre et (b) anomalie de Bouguer simple. ..... 65
Figure 3.8. Illustration de la méthode de rehaussement spectral, d'après Hirt et al.(2011). .... 66
Figure 3.9. Répartition géographique des données de validation: Nivellement général (**Rouge**, 1 = Lac Tchad, 2 = Tânout - Takoukou, 3 = Baléyara - Fillingué, 4 = JICA-IGNN), Imouraren SA (**Bleu**, 5). Données GPS (**Vert**, 6 = Yalwani, 7 = Sébéri, 8 = Kori Mairoua, 9 = Dogon Kirya, 10 = Dakoro, 11 = Bakinbirji, 12 = Niger - Burkina). ..... 73
Figure 3.10. Carte d'occupation du sol au Niger: 1 - bois de feuillus (0,0002%), 2 - broussailles à feuilles caduques avec des arbres clairsemés (0,02%), 3 - Prairies fermées (0,15%), 4 - Prairies ouvertes avec arbustes clairsemés (6,09%), 5 - prairies ouvertes (10,28%), 6 - prairies clairsemées (12,22%), 7 - brousses marécageuses et prairies (0,08%), 8 - cultures (> 50%)

(1,79%), 9 - cultures avec végétation ligneuse ouverte (0,22%), 10 - cultures irriguées (0,09%), 11 - désert de sable et dunes (37,07%), 12 - désert de pierres (25,36%), 13 - roche nue (6,55%), 14 - plans d'eau (0,07%), 15 - habitation (0,01%). ..... 75
Figure 3.11. Répartition géographique de points GNSS/nivellement au Niger (rouge) et au Nigéria (bleu). ..... 77
Figure 3.12. Processus suivi par JICA-IGNN pour le passage vers le datum local au Niger. . 77
Figure 3.13. Grille du géoïde relatif (réinterpolée). ..... 78
Figure 3.14. Résumé du processus de transformation des coordonnées des points GPS/nivellement au Niger. ..... 80
Figure 3.15. Positions des zones et points de test. ..... 82
Figure 3.16. Processus d'interpolation et de densification de la base de données gravimétrique : (a) anomalies à l'air libre et (b) anomalies de Bouguer simples. ..... 85
Figure 3.17. Processus de calcul du géoïde par RCR. ..... 87
Figure 4.1. Superposition des données BGI(Rouge) et Stations réoccupables(Vert). ..... 95
Figure 4.2. Histogrammes classique (a) et cumulé (b) des distributions de résidus et des distributions normales de mêmes paramètres, graphes Quantile-Quantile (c). ..... 96
Figure 4.3. Répartition géographique des stations gravimétriques à 99,7 % : points retenus (vert), points rejetés (rouge). ..... 97
Figure 4.4. Histogrammes classiques (a) et cumulés (b) des distributions de résidus et des distributions normales de mêmes paramètres, graphes Quantile-Quantile (c). ..... 98
Figure 4.5. Répartition spatiale des points d'anomalies de Bouguer simple : (a) données digitalisées ; (b) fusion avec les autres sources de données. ..... 99
Figure 4.6. Histogrammes de différences d'anomalie gravimétrique pour les GGMs combinés au d/o 2 190 et les distributions normales ME et STD (rouge). Avant SEM: a – EGM2008; b – EIGEN_6C4; c – GECO. Après SEM: d – EGM2008; e – EIGEN_6C4; f – GECO. ..... 100
Figure 4.7. RMS des différences d'anomalies de pesanteur en fonction des degrés des harmoniques sphériques: (a) avant la SEM, (b) Après la SEM. ..... 102
Figure 4.8. RMS des différences en fonction des degrés des harmoniques sphériques pour les hauteurs de géoïde : (a) au Niger avant SEM, (b) au Nord du Nigéria avant SEM, (c) au Niger après SEM et (d) au Nord du Nigéria après SEM. ..... 104
Figure 4.9. Localisation des pixels vides et des valeurs erronées en **rouge** dans les MNTs. 106
Figure 4.10. Histogrammes des différences d'altitudes et distributions normales de même ME et STD (**Rouge**) pour les points de nivellement général: (a) ASTER, (b) AW3D30, (c) SRTM1 et (d) SRTM3. ..... 108
Figure 4.11. Histogrammes des différences d'altitudes et distributions normales de même ME et STD (**Rouge**) pour le site IMSA: (a) ASTER, (b) AW3D30, (c) SRTM1 et (d) SRTM3. 109
Figure 4.12. Histogrammes des différences d'altitudes et distributions normales de même ME et STD (**Rouge**) pour les données GPS: (a) ASTER, (b) AW3D30, (c) SRTM1 et (d) SRTM3. ..... 109
Figure 4.13. ME (a) et RMS (b) par classes d'occupation de sol. ..... 111
Figure 4.14. Histogrammes classiques et cumulés des différences d'altitudes entre les MNTs de 1 arc-seconde de résolution. ..... 111
Figure 4.15. Histogramme des différences d'altitudes entre les stations gravimétriques et AW3D30. Distribution normal de même moyenne et écart-type en rouge. ..... 112

Figure 4.16. Répartition spatiale des valeurs absolues des différences d'altitudes entre les stations gravimétriques et AW3D30. ..... 113
Figure 4.17. Variations locales du géoïde par rapport au point 65 : (a)- EM2008, (b) géoïde géométriques après transformation. ..... 115
Figure 4.18. Variations locales par rapport au point 65 du géoïde géométrique après transformation. ..... 116
Figure 4.19. Superposition en 3D des géoïdes relatifs. ..... 116
Figure 4.20. Graphes Quantile-Quantile et Probabilité-Probabilité pour les modèles ..... 117
Figure 4.21. Test de Fisher-Snedecor aux niveaux significatif de 5% (a) et (b) ; 10 % (c) et (d). ..... 118
Figure 4.22. Test de Student bilatéral, niveau significatif de 5% ..... 118
Figure 5.1. Surfaces de références à partir du filtre passe-bas et leurs différences avec celles déterminées par harmoniques sphériques de la topographie en mètres : (a) d/o 200 ; (b) Différence pour d/o 200 ; (c) d/o 2190 ; (d) Différence pour d/o 2190 ; (e) Profil A-B ; (f) Profil C-D ; (g) Profil E-F. ..... 124
Figure 5.2. Anomalies d'altitude du RTM et corrections classiques de terrain en fonction du rayon intégration R2 pour R1 = 15 km: (a) région basse, (c) Zone montagneuse. Différences des effets RTM et des corrections de terrain en fonction du rayon d'intégration R1 pour R2 = 200 km : (b) région basse, (d) Zone montagneuse. Ligne bleue = corrections de terrain. Ligne rouge = effet indirect. ..... 125
Figure 5.3. Effets RTM: (a) Effet direct et (b) Effet indirect (Zone d'étude) pour d/o 200. (c) Effet direct et (d) Effet indirect (Zone d'étude) pour d/o 2190. ..... 128
Figure 5.4. Corrections classiques de terrain. ..... 129
Figure 5.5. Distribution des effets de terrain au Niger: (a) Effet direct et (b) Effet indirect pour d/o 200 ; (c) Effet direct et (d) Effet indirect pour d/o 2190 ; (e) Corrections classique de terrain. ..... 130
Figure 5.6. Différences des effets de terrain entre les bases de données originale et alternative comme fonction des différences d'altitudes: (a) Effet direct, (b) Corrections de terrain et (c) Effet indirect. ..... 131
Figure 5.7. Anomalie de pesanteur à partir EIGEN-6C4 : (a) anomalie à l'air libre avant SEM, (b) anomalie à l'air libre après SEM par RTM, (c) correction de plateau de Bouguer à partir de SRTM3 et (d) anomalie de Bouguer simple. ..... 132
Figure 5.8. Grilles des contributions des grandes et moyennes longueurs d'onde à partir de GOGE DIR5 au d/o 200: (a) Anomalie de pesanteur $\Delta g_{GGM}$, (b) Anomalie d'altitude $\zeta_{GGM}$, (c) Anomalie de Bouguer simple $\Delta g_B$ et (d) Géoïde $N_{GGM}$. ..... 133
Figure 5.9. Grille des anomalies résiduelles avant densification. ..... 134
Figure 5.10. Grille d'anomalies résiduelles à partir de EIGEN-6C4 +RTM : (a) Grille pleine et (b) Grille pour remplissage de vides. ..... 135
Figure 5.11. (a) Grille densifiée des anomalies résiduelles en mgal. (b) Contour (5 mgal). . 135
Figure 5.12. Grille densifiée des anomalies à l'air libre. ..... 136
Figure 5.13. Grilles d'anomalie de Bouguer : (a) Grille interpolée à partir des points avant remplissage des vides ; (b) Grille pour remplissage des vides à partir de EIGEN-6C4+RTM. ..... 136
Figure 5.14. Grille densifiée des anomalies de Bouguer simples (a). Contour (b). ..... 137

Figure 5.15. Quasigéoïde résiduel par la méthode STOKES. ..... 138
Figure 5.16. Différences entre les solutions du géoïde gravimétrique : (a) STOKES - SP1D ; (b) STOKES - SPFOUR ; (c) STOKES - GEOFOUR ; (d) (SP1D - SPFOUR) ; (e) SP1D - GEOFOUR ; (f) SPFOUR - GEOFOUR. ..... 139
Figure 5.17 . Grille du quasigéoïde par la méthode STOKES, intervalle = 0,5. ..... 140
Figure 5.18. Séparation entre le géoïde et le quasigéoïde en mètres. ..... 141
Figure 5.19. Grille du géoïde gravimétrique du Niger par la méthode de calcul STOKES en mètre, intervalle = 0,5. ..... 142
Figure 5.20. Représentation 3D du modèle de géoïde gravimétrique du Niger basé sur la méthode STOKES. ..... 142
Figure 5.21. (a) Superposition entre les contours de l'anomalie de Bouguer simple et la profondeur de Moho ; Profil (trait continu rouge) ; Limite des provinces géologiques (trait continu vert). (b) Superposition entre les contours de l'anomalie de Bouguer simples et la limite Lithosphère-Asthénosphère. BLT = Bassin du Lac Tchad, COA = Craton Ouest Africain. . 144
Figure 5.22. Profil (cf. Figure 5.21(a)). ..... 145
Figure 5.23. Dérivées premières normalisées des profils (cf. Figure 5.22). ..... 145
Figure 6.1. Grilles de différences entre les modèles gravimétriques et les GGMs combinés : (a) STOKES - (EGM2008 + RTM). (b) STOKES - (EIGEN-6C4 + RTM). (c) GEOFOUR - (EIGEN-6C4 + RTM). (d) GEOFOUR - (EIGEN-6C4 + RTM). Intervalle = 10 cm. ..... 150
Figure 6.2. Grilles de différences entre les modèles gravimétriques et AGP2007 : STOKES - AGP2007 (a). SP1D - AGP2007 (b). Intervalle = 0,5 m. ..... 151
Figure 6.3. Grilles de différences entre les modèles gravimétriques et CGM05 : STOKES - CGM05 (a). SP1D - CGM05 (b). Intervalle = 0,5 m. ..... 151
Figure 6.4. Processus d'ajustement du modèle gravimétrique aux points GPS/Nivellement, adapté de Fotopoulos (2013). ..... 153
Figure 6.5. Surfaces de correction entre les modèles gravimétriques et le modèle géométrique basées sur les 39 points et la transformation polynomiale de troisième degré au Niger : (a) STOKES, (b) SP1D, (c) SPFOUR et (d) GEOFOUR. ..... 157
Figure 6.6. Modèles gravimétriques ajustés aux 39 points du Niger par la transformation polynomiale de troisième degré : (a) STOKES, (b) SP1D, (c) SPFOUR et (d) GEOFOUR. 157
Figure 6.7. Répartition des points d'ajustement et de contrôle au Niger. ..... 161
Figure 6.8. Repères de nivellement retrouvés le long de la RN1 entre Niamey et Dosso sur le fond topographique de 1/50000. ..... 164
Figure 6.9. Station de base à Karoubedji. Crédit photo : IBRAHIM Y. Salissou, Octobre 2016. ..... 165
Figure 6.10. (a) et (b) Stations aux bornes de nivellement général du Niger. Crédit photo : IBRAHIM YAHAYA Salissou, Octobre 2016. ..... 166
Figure 6.11. Croquis de levé GPS. ..... 166
Figure 6.12. Profils des géoïdes géométrique et gravimétrique sur le tronçon de la RN1. ..... 168

# LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1. Subdivision typique du champ de pesanteur en bandes spectrales..... 30
Tableau 2.2. Ellipsoïdes géodésiques de référence ..... 32
Tableau 3.1 . Caractéristiques des modèles Géopotentiels évalués. S= Satellite, G=Gravité, A=Altimétrie. Source : ICGEM (Barthelmes & Köhler, 2016) ..... 67
Tableau 3.2. Caracteristiques des MNTs ..... 72
Tableau 3.3. Caractéristiques des données de validations des MNTs..... 74
Tableau 3.4. Statistiques des coordonnées des points et des hauteurs relatives du géoïde par rapport au point 65 dans WGS84 ..... 77
Tableau 3.5. Coordonnées cartésiennes du point 65 ..... 78
Tableau 3.6. Statistiques des points GPS/nivellement au nord du Nigeria ..... 80
Tableau 4.1. Statistiques des données fournies par le BGI. ..... 91
Tableau 4.2. Statistiques des différences entre les valeurs fournies par le BGI et celles recalculées en mgal dans divers systèmes de références : 1924, GRS67 et GRS80. ..... 91
Tableau 4.3: Statistiques des différences entre valeurs fournies et valeurs recalculées dans GRS67 ..... 92
Tableau 4.4. Résultats de l'inversion de la formule de l'anomalie à l'air libre. ..... 92
Tableau 4.5. Statistiques définitives de la vérification de données du BGI. ..... 92
Tableau 4.6. Anomalie de pesanteur dans GRS80 et comparaison avec les valeurs du BGI et celles calculées dans GRS67. ..... 93
Tableau 4.7. Statistiques des données de stations réoccupables, des valeurs recalculées et des différences ..... 93
Tableau 4.8. Statistiques des stations réoccupables après l'élimination des points. ..... 93
Tableau 4.9. Statistiques définitives des anomalies de pesanteur pour les stations réoccupables par rapport à GRS80..... 94
Tableau 4.10. Statistiques de la fusion des données BGI et ORSTOM dans GRS80 ..... 94
Tableau 4.11. Statistiques de la base de données gravimétriques après l'élimination des doublons dans un rayon de 1000 mètres. ..... 94
Tableau 4.12. Statistiques des anomalies à l'air libre résiduelles ..... 95
Tableau 4.13. Statistiques des valeurs estimées et des résidus. ..... 95
Tableau 4.14. Distribution des valeurs de résidus selon la loi normale et les niveaux de confiance, pourcentage de rejet..... 96
Tableau 4.15. Statistiques des données retenues à 99.7 %..... 97
Tableau 4.16. Statistiques des données après la validation croisée ..... 97
Tableau 4.17. Statistiques des données digitalisées et de la validation croisée. ..... 98
Tableau 4.18. Statistiques des données retenues à 99.7 %..... 98
Tableau 4.19. Statistiques des données avant et après la conversion dans GRS80..... 99
Tableau 4.20. Statistiques des anomalies de Bouguer dans GRS80 après fusion. ..... 99
Tableau 4.21. Statistiques descriptives des différences (mgal) entre les anomalies de pesanteur terrestres et celles des modèles combinés aux d/o 2190 avant et après la SEM par RTM..... 100
Tableau 4.22. Statistiques descriptives des différences de hauteurs de géoïde (m) entre les points GPS/nivellement et les modèles combinés au d/o 2019 en m..... 101

Tableau 4.23. RMS des différences d'anomalies de pesanteur avec les GGMs « satellite pur » aux d/o 180, 200 et 215 après la SEM par EIGEN-6c4 ..... 103
Tableau 4.24. RMS des différences de hauteurs de géoïde avec les GGMs « satellite pur » en mètre au d/o 200 après la SEM par EIGEN-6c4 ..... 105
Tableau 4.25. Statistiques des élévations des MNTs avant et après la suppression des valeurs négatives et des pixels vides..... 106
Tableau 4.26. Statistiques descriptives des élévations pour les points de nivellement général ..... 107
Tableau 4.27. Statistiques descriptives des élévations sur le site d'Imouraren (IMSA)..... 107
Tableau 4.28. Statistiques descriptives de la conversion des hauteurs ellipsoïdales en altitudes orthométriques et des élévations des MNTs aux points GPS..... 107
Tableau 4.29. Statistiques descriptives des différences d'altitudes avec les données fusionnées ..... 110
Tableau 4.30. Valeurs de ME et RMS par classes d'occupation de sol ..... 110
Tableau 4.31. Statstiques des differences d'élévations entre les MNTs de 1 arc-seconde..... 111
Tableau 4.32. Statistiques des différences d'altitudes entre les stations et les MNTs ..... 112
Tableau 4.33. Paramètres de translation en mètres au point 65 ..... 114
Tableau 4.34.Statistiues des coordonnées transformées pour tous les points et des ondulations de géoïde géométriques après transformation de coordonnées ..... 115
Tableau 4.35. Statistiques des variations locales des géoïdes ..... 115
Tableau 4.36. Résultats du test de normalité pour les valeurs de géoïdes relatifs ..... 116
Tableau 4.37. Résultats du F-Test pour la comparaison des variances à 5% et 10 % de niveau significatif..... 117
Tableau 5.1. Statistiques descriptives des grilles des surfaces topographiques de référence et de leurs différences. FPB = Filtre passe-bas. HS = Harmoniques sphériques ..... 123
Tableau 5.2. Statistiques des corrections classiques de terrain et de leurs différences en mgal par résolution spatiale..... 126
Tableau 5.3. Statistiques des effets directs et de leurs différences en mgal par résolution spatiale ..... 127
Tableau 5.4. Statistiques des effets indirects et de leurs différences en m par résolution spatiale ..... 127
Tableau 5.5. Statistiques des grilles des effets de terrain ..... 128
Tableau 5.6. Statistiques des grilles des effets de terrain au Niger. ..... 129
Tableau 5.7. Statistiques des effets de terrain et des différences pour les bases de données originale et alternative. ..... 130
Tableau 5.8. Statistiques descriptives des anomalies de pesanteur à partir d'EIGEN-6C4 au d/o 2190 avant et après la SEM par RTM ..... 131
Tableau 5.9. Statistiques descriptives des contributions des grandes et moyennes longueurs d'onde à partir du GGM GOCE DIR5 ..... 133
Tableau 5.10. Résultat du calcul de l'anomalie à l'air libre résiduelle ..... 134
Tableau 5.11. Anomalies résiduelles en mgal à partir d'EIGEN-6C4 amélioré ..... 134
Tableau 5.12. Statistiques des grilles densifiées d'anomalies résiduelles et à l'air libre ..... 135
Tableau 5.13. Statistiques de la grille densifiée des anomalies de Bouguer simple ..... 136
Tableau 5.14. Statistiques des anomalies d'altitudes résiduelles en mètres..... 137

Tableau 5.15. Statistiques des différences de hauteurs de géoïde en centimètres..... 138
Tableau 5.16. Statistiques du quasigéoïde ζ en mètres ..... 140
Tableau 5.17. Statistiques des hauteurs de géoïde en mètres..... 141
Tableau 6.1. Statistiques des différences le modèle gravimétrique et les modèles existants. 149
Tableau 6.2. Statistiques descriptives des écarts des hauteurs de géoïde en centimètre au niveau de 39 points GPS/nivellement au Niger ..... 152
Tableau 6.3. Statistiques descriptives des écarts des hauteurs de géoïde en mètre au niveau des points GPS/nivellement au Nigéria ..... 152
Tableau 6.4. Paramètres pour STOKES..... 154
Tableau 6.5. Paramètres pour SP1D..... 154
Tableau 6.6. Paramètres pour SPFOUR..... 154
Tableau 6.7. Paramètres pour GEOFOUR..... 155
Tableau 6.8. Statistiques descriptives des écarts des hauteurs de géoïde en centimètre au niveau des points GPS/nivellement au Niger avec la méthode STOKES et coefficients de détermination ..... 155
Tableau 6.9. Précision des quatre solutions de géoïde gravimétrique avant et après ajustement aux 39 points GPS/Nivellement : écart type standard en cm ..... 155
Tableau 6.10. Statistiques des grilles de corrections en cm avec la méthode STOKES..... 156
Tableau 6.11. Statistiques descriptives des grilles de corrections en cm avec la méthode SP1D ..... 156
Tableau 6.12. Statistiques des grilles de corrections en cm avec la méthode SPFOUR..... 156
Tableau 6.13. Statistiques des grilles de corrections en cm avec la méthode GEOFOUR .... 156
Tableau 6.14. Statistiques des grilles de modèle ajusté en mètre avec la méthode STOKES 158
Tableau 6.15. Statistiques des grilles de modèle ajusté en mètre avec la méthode SP1D ..... 158
Tableau 6.16. Statistiques des grilles de modèle ajusté en mètre avec la méthode SPFOUR 158
Tableau 6.17. Statistiques des grilles de modèle ajusté en mètre avec la méthode GEOFOUR ..... 158
Tableau 6.18. Paramètres pour STOKES..... 159
Tableau 6.19. Paramètres pour SP1D..... 159
Tableau 6.20. Paramètres pour SPFOUR..... 159
Tableau 6.21. Paramètres pour GEOFOUR..... 160
Tableau 6.22. Statistiques descriptives des écarts des hauteurs de géoïde en mètre au niveau des points GPS/nivellement au Nord du Nigéria avec la méthode STOKES..... 160
Tableau 6.23. Précision des quatre solutions de géoïde gravimétrique au Nord du Nigéria avant et après ajustement aux 11 points GPS/Nivellement : écart type standard en cm..... 160
Tableau 6.24. Statistiques descriptives des écarts des hauteurs de géoïde en cm au niveau des 29 points d'ajustement au Niger..... 160
Tableau 6.25. Paramètres pour STOKES..... 161
Tableau 6.26. Paramètres pour SP1D..... 161
Tableau 6.27. Paramètres pour SPFOUR..... 162
Tableau 6.28. Paramètres pour GEOFOUR..... 162
Tableau 6.29. Qualité interne des quatre solutions de géoïde gravimétrique au niveau de 29 points GPS/nivellement au Niger avant et après l'ajustement : écart type standard en cm ... 162

Tableau 6.30. Statistiques des écarts des hauteurs de géoïde en cm au niveau des 10 points restant au Niger avant l'ajustement aux 29 autres points ..... 163
Tableau 6.31. Précision du géoïde gravimétrique en terme de STD en cm au niveau des 10 points GPS/nivellement au Niger avant et après l'ajustement aux 29 autres points ..... 163
Tableau 6.32. Résultats des observations GPS après calcul avec les altitudes orthométriques et les hauteurs de géoïde géométrique ..... 167
Tableau 6.33. Statistiques des écarts d'altitudes en cm pour la méthode STOKES ..... 167
Tableau 6.34. Statistiques des écarts d'altitudes en cm pour la méthode SP1D ..... 168
Tableau 6.35. Statistiques des écarts d'altitudes en cm pour la méthode SPFOUR ..... 168
Tableau 6.36. Statistiques des écarts d'altitudes en cm pour la méthode GEOFOUR ..... 168
Tableau 6.37. Ecarts types standards en cm entre les altitudes orthométriques du nivellement GNSS et du nivellement général après l'ajustement aux 29 points ..... 169
Tableau 6.38. Ecart-types standards des différences entres les altitudes obtenues par le nivellement général et le nivellement par GNSS au niveau de 4 points avant et après ajustement ..... 169

# PARTIE I – GENERALITES SUR LA GEODESIE ET L'ETAT DE L'ART

# CHAPITRE 1. INTRODUCTION GENERALE

## 1.1. Géodésie et ses objectifs

La géodésie est la branche des sciences de la Terre qui s'intéresse à la mesure et la représentation de la forme et de la dimension de la Terre incluant son champ de pesanteur dans un espace à trois dimensions à variation spatiale.

Depuis l'antiquité, il y a eu plusieurs spéculations et théories sur la forme de la terre, de la forme rectangulaire par Anaximène, le disque plat par Homer jusqu'à la forme sphérique par Pythagore, acceptée également par Aristote. En tant que mathématicien, Pythagore pensait que la forme parfaite de la terre était une sphère. À la fin du XVII$^{ème}$ siècle, Newton puis Huygens, avaient prédit que la forme de la Terre devait être un sphéroïde aplati aux pôles. Cette hypothèse a été confirmée par les scientifiques de l'Académie Royale de Paris durant la première moitié du XVII$^{ème}$ à travers des mesures d'arc méridien (Dubois, Diament, & Cogné, 2011). Il est donc admis que la forme géométrique de la terre est mieux approchée par un ellipsoïde de révolution.

La forme réelle de la Terre est dépendante de sa rotation au sens large, parmi les autres objets célestes, aussi des processus géologiques qui s'opposent au champ de pesanteur terrestre. Ceci s'applique à la partie continentale, la partie liquide (dynamique de la surface topographie des océans et mers) et l'atmosphère. Le bombement de la terre au niveau de l'équateur est un exemple de tels processus. Pour cette raison, les géodésiens étudient aussi les phénomènes géodynamiques, tels que le mouvement crustal, les marées et le mouvement des pôles. Dans cette voie ils déterminent les systèmes de coordonnées de références et les datum aux niveaux global, régional et local, en utilisant des données à variation spatio-temporelle et des techniques terrestres et spatiales. Le modèle de géoïde est un produit de la géodésie, sa détermination a été, et demeure encore l'un des objectifs principaux de cette discipline.

## 1.2. Modèle de géoïde

### 1.2.1. Définition du géoïde

Le géoïde est essentiellement la forme réelle de la Terre, sans les masses topographiques et atmosphériques. Il est défini comme la surface équipotentielle du champ de pesanteur terrestre qui coïncide avec le niveau moyen de la Mer (en l'absence des phénomènes perturbateurs comme le Tsunami, les courants marins, les salinités, les vents, etc.) et son prolongement sous les continents (Vaníček & Krakiwsky, 1986). Le géoïde est une surface irrégulière, mais considérablement plus lisse que la surface physique de la Terre. Le géoïde est défini par sa hauteur ou son ondulation ou éloignement par rapport à l'ellipsoïde géodésique de référence.

### 1.2.2. Importance du géoïde

La détermination et la disponibilité d'un modèle de géoïde de haute résolution et grande précision est de nos jours une nécessité, puisqu'il sert de surface référence pour d'autres mesures et phénomènes. Le géoïde est l'information de base dans de différentes disciplines en lien avec les sciences géomatiques, de la navigation, la cartographie et la topographie jusqu'à la construction, la détection de la variation des courants marins, l'étude des propriétés internes de la Terre en géophysique, sismologie et la tectonique (Kiamehr, 2006).

Le géoïde sert de datum altimétrique pour les altitudes orthométriques ou normales qui sont utiles pour les géosciences et l'ingénierie. Ces dernières ont une signification physique, elles sont les reflets des changements de la topographie et du champ de pesanteur aux points considérés (El-Mowafy et al., 2006).

Les altitudes orthométriques ou normales sont déterminées par la méthode traditionnelle de Nivellement par rapport au niveau moyen de la mer (NMM) à travers des cheminements depuis un point de référence situé sur la côte. Le nivellement géométrique doit également être combiné aux mesures relatives de pesanteur. Bien que plus précis, c'est un processus fastidieux qui consomme beaucoup de temps et de moyen financier surtout pour des pays vastes et enclavés comme le Niger. Il est difficile à mettre en œuvre dans les zones au relief très accidenté et en plus la propagation des erreurs est grande sur les longues distances.

Ces dernières décennies avec le développement des Systèmes Globaux de Navigation par Satellite (*Global Navigation Satellite System* - GNSS), tel que le GPS (*Global Positioning System*), le géoïde demeure encore l'un des objectifs principaux de la géodésie.

### 1.2.3. Le GNSS

Le GNSS est un système spatial de radio-positionnement qui inclut une ou plusieurs constellations de satellites, augmentée si nécessaire pour supporter l'opération prévue, et qui fournit 24 heures/24 la position en trois dimension, la vitesse et le temps aux utilisateurs assez équipés partout, sur ou à proximité de la surface de la Terre (Dodo & Kamarudin, 2007).

Le GNSS fournit des applications dans le positionnement et les services basé sur la localisation tels que la topographie, la cartographie, la gestion des catastrophes, la navigation terrestre, aérienne et maritime, la sécurité alimentaire, l'intervention d'urgences, etc. Ce sont des opportunités pour les pays en voie de développement pour l'amélioration de la qualité de vie, le progrès économique et social et le développement durable (Dodo & Kamarudin, 2007).

En effet, dans la planimétrie ou le positionnement à deux dimensions ($2D$), l'utilisation des GNSS donne des résultats de très grande précision avec une grande facilité. Cependant, la précision en altimétrie est moindre car ces derniers fournissent la hauteur ellipsoïdale, i.e. l'éloignement par rapport l'ellipsoïde de référence, qui est une hauteur géométrique (Kiamehr, 2006).

### 1.2.4. Géoïde et nivellement par GNSS

Pour convertir la hauteur ellipsoïdale issue du GNSS en altitude orthométrique ou normale, la détermination du géoïde est nécessaire parce que la relation entre les hauteurs ellipsoïdales et orthométriques implique la hauteur de géoïde (Corchete et al., 2005). Sans un modèle de géoïde précis, le nivellement avec les GNSS ne peut se faire avec une bonne précision requise dans les grands travaux de Génie Civil, les mines, etc. Ainsi, les pays développés ou en voie de développement cherchent à se doter de géoïde centimétrique (Smith et al., 2013; Tóth, Rózsa, Andritsanos, Ádám, & Tziavos, 2000).

### 1.2.5. Développement des méthodes et des données

La détermination du géoïde consiste à calculer sa hauteur par rapport à l'ellipsoïde de référence. Après le choix d'un ellipsoïde de référence, plusieurs méthodes ou modèles existent pour la détermination du géoïde : modèle géométrique basé sur le point GNSS et le nivellement, modèle altimétrique utilisant l'altimétrie satellitaire pour le géoïde en Mer, modèle gravimétrique et modèle astrogéodésique basé sur la détermination des composantes de la déviation de la verticale (Dufour, 2001).

Le modèle gravimétrique, le plus utilisé, est basé sur les anomalies de pesanteur et l'application de la formule de Stokes (Stokes, 1849) et il donne des précisions centimétriques. Depuis ses débuts en 1849, plusieurs variantes de la formule originale ont émergé, souvent à cause de l'incapacité de remplir précisément les conditions et suppositions sur lesquelles son développement était basé, cf. (Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2005), mais aussi à cause de l'émergence et/ou la recherche de situations qui la rendent facile pour atteindre pratiquement l'objectif, i.e. la détermination d'un modèle de géoïde (Ulotu, 2009). Ce modèle utilise les mesures gravimétriques.

Ainsi plusieurs méthodes ont été développées, et parmi les plus courantes : la méthode de Retrait-Calcul-Restauration (RCR) de l'Université de Copenhague (Danemark), la méthode de Stokes-Helmert développée à l'université de New Brunswick (UNB) au Canada et la méthode de modification par moindres carrée de la formule de Stokes avec ou sans corrections additives développée par l'Institut Royal de Technologie Suédois (KTH). La première méthode propose deux approches : le quasigéoïde par le modèle résiduel de terrain et la seconde méthode de condensation de Helmert ou méthode classique de Stokes.

Les mesures ou signaux gravimétriques sont constituées de plusieurs longueurs d'ondes, ainsi la hauteur de géoïde est décomposée en différentes composantes fréquentielles qui sont les contributions de ces dernières et sont déterminées séparément puis sommées ensemble. Les méthodes précitées combinent ainsi les données de mesures continentales, les modèles géopotentiels globaux (GGMs) et les modèles numériques de terrain (MNTs).

Les mesures terrestres de gravité permettent d'évaluer les courtes aux moyennes longueurs d'ondes de l'ondulation de géoïde. L'indisponibilité de points de mesure gravimétrique avec une densité, une couverture et une précision suffisante limite la qualité et la précision du géoïde atteinte dans les pays en développement (El Brirchi, 2013).

Les GGMs sont utilisés pour calculer les parties basses et moyennes fréquences du géoïde. Plusieurs modèles de GGMs ont été développés depuis les années 1960s. Ils sont issus des mesures de gravimétrie spatiale essentiellement, et souvent combinées avec des mesures continentales.

La variation locale de la topographie est la principale source des variations des courtes longueurs du champ de pesanteur et donc du géoïde, donc les MNTs sont utilisés pour le calcul des hautes fréquences. Des MNTs globaux ont été développés avec de diverses résolutions et une couverture presque entière de la Terre, par exemple (*Shuttle Radar Topography Mission* – SRTM) (Farr et al., 2007). Ils sont utilisés également dans les réductions topographiques des données gravimétriques selon les diverses approches (Blitzkow, Matos, & Cintra, 2009).

Le modèle de géoïde gravimétrique est communément validé avec les points de nivellement général ordinaire observés par GPS, ainsi à partir de l'altitude orthométrique obtenue par nivellement et la hauteur ellipsoïdale mesurée par GPS, la hauteur de géoïde est calculée puis comparée à celle obtenue à partir du modèle gravimétrique (Fotopoulos, 2003a, 2013).

## 1.3. Problématique de détermination de géoïde au Niger

### 1.3.1. Travaux précédents

A ce jour, il n'y a pas encore eu de travaux dédiés spécifiquement au calcul d'un modèle de géoïde pour la totalité du Niger. A part les modèles globaux basés sur les GGMs, par exemple EGM96 (*Earth Gravitational Model* 1996) et EGM2008 (Lemoine et al., 1997; Pavlis, Holmes, Kenyon, & Factor, 2008), le Projet de Géoïde Africain (AGP) (Merry et al., 2003), sous ces différentes versions, est le seul modèle de géoïde gravimétrique couvrant l'intégralité du Niger. La coopération japonaise a calculé un modèle de géoïde géométrique local « relatif » dans les régions de Djerma Ganda et des Dallols (JICA & IGN-N, 1996). Un profil de géoïde a été déterminé par rapport à l'ellipsoïde Clarke 1880 uniquement dans la zone Sud-Ouest durant cheminement géodésique du 12$^{ème}$ parallèle en Afrique (DMA, 1973). Des calculs de géoïde ont également été faits dans quelques pays voisins, couvrant une partie du Niger. Aucun modèle de géoïde n'a fait l'objet d'une évaluation de la précision au Niger.

#### *1.3.1.1. Travaux de la mission japonaise*

Un géoïde géométrique relatif a été calculé dans le cadre de la cartographie topographique de base à l'échelle du 50000 des régions de Djerma Ganda et des Dallols, dans la partie Sud-Ouest du pays, sur une zone couvrant 27000 km² (JICA & IGN-N, 1996). La zone est présentée dans la Figure 1.1. 38 points ont été observés par GPS puis rattaché au réseau du nivellement général, dont un point fondamental pour le passage au système géodésique local pour lequel l'ondulation du géoïde a été fixée à zéro (0). Les ondulations du géoïde varient de -3,118 m à 0,00 m. La procédure est détaillée dans le chapitre 3.

#### *1.3.1.2. Le projet de géoïde Africain*

Le projet de géoïde Africain (*African Geoid Project* - AGP) (Merry, 2003b) a été établi par le Comité des Pays en Développements (CDC) de l'Association Internationale de Géodésie (*International Association of Geodesy* – AIG/IAG). En Juillet 2003 à Sapporo (Japon), l'AIG a confié AGP à la commission II (*Gravity Field Commission*). L'objectif principal est de déterminer le modèle de géoïde le plus complet et précis possible pour l'Afrique à partir des données disponibles. Les objectifs secondaires sont d'encourager la coopération entre les géodésiens africains et fournir des formations de haut niveau dans le calcul de géoïde à ces derniers (IAG-AIG, 2011). Le projet visait à identifier et acquérir les données (anomalies de pesanteur, MNT, points GNSS/Nivellement), fusionner et valider les données. Le modèle calculé à partir des données homogénéisées sera validé avec les points GNSS/Nivellement.

Après le choix des modèles appropriés, la commission cherche à avoir un espacement des stations de l'ordre de 5 à 10 km afin d'interpoler les anomalies de pesanteur sur une grille régulière de 5'×5' (environ 10 km×10 km) ou moins. Jusqu'à présent, la couverture en données gravimétriques sur l'Afrique est faible.

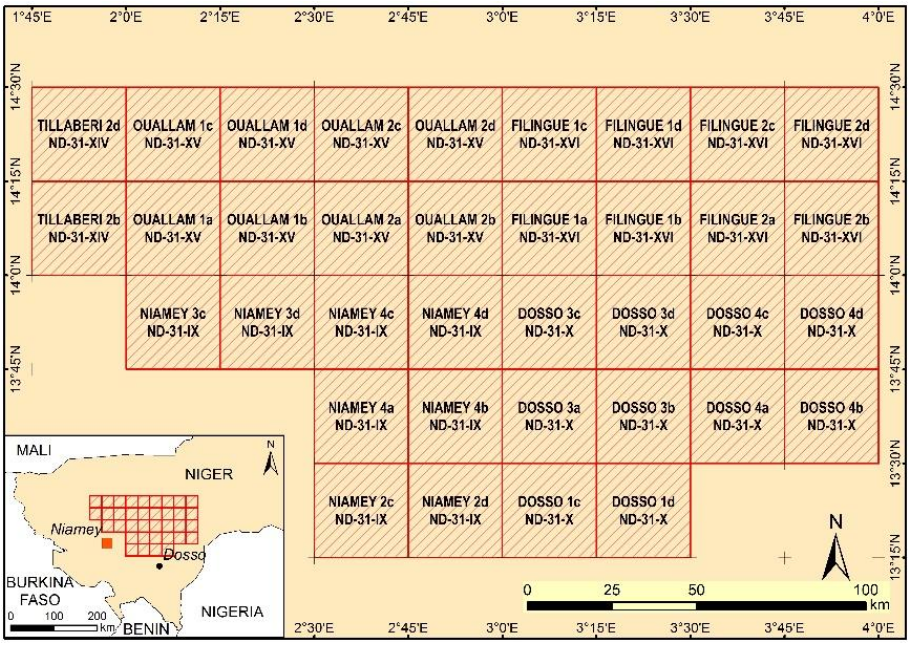


Figure 1.1. Carte de situation des régions du Djerma Ganda et des Dallols (redessinée).

### *i. Modèle préliminaire de géoïde pour l'Afrique – AGP2003*

Un modèle préliminaire de géoïde pour l'Afrique (*A preliminaray Geoid Model of Africa*), nommé AGP2003, fut calculé par Merry et al. (2003). AGP2003 est calculé à travers l'anomalie d'altitude du quasigéoïde par la technique de Retrait-Calcul-Restauration (RCR) selon l'approche de Molodensky. La grille d'anomalie à l'air libre de 5', EGM96 et le MNT global GLOBE (Hastings & Dunbar, 1999) ont été utilisés. Les auteurs ont conclu que le modèle ressemble presque à EGM96 excepté dans les zones montagneuses et les zones couvertes par les données gravimétriques. L'utilisation d'un MNT plus précis permettra d'améliorer la composante des courtes longueurs d'onde. En plus EGM96 pouvait être utilisé pour combler le manque de données (Ulotu, 2009).

### *ii. Mise à jour AGP2006*

Une version révisée nommée AGP2006 a été calculé en 2006 (Merry, 2006). Les données utilisées sont les mesures continentales et marines (Andersen, Knudsen, & Trimmer, 2005), le GGM combiné EIGEN-CG03C au d/o 120 de CHAMP-GRACE (Förste et al., 2005) et le MNT SRTM 30'' (Farr & Kobrick, 2000). La moyenne quadratique des écarts avec les points GNSS/Nivellement est de 27 cm au Nord de l'Algérie.

### *iii. Mise à jour AGP2007*

Une seconde mise à jour de AGP a été réalisée en 2007, nommé AGP2007 (Merry, 2007). Le seul changement en termes de données d'entrée par rapport à AGP2006 est le GGM combiné EIGEN-GL04C au d/o 120 de CHAMP-LAGEO (Förste et al., 2006). La validation avec les points GNSS/Nivellement a montré une amélioration de la précision par rapport à AGP2006, la moyenne quadratique des écarts est de 17 cm.

#### *1.3.1.3. Evaluation d'EGM2008 pour l'Afrique*

Merry (2009) a évalué EGM2008 en Afrique en le comparant avec AGP2007, les points d'anomalie de pesanteur et 79 points GPS/Nivellement en Afrique du Sud. Les deux modèles ne sont pas indépendants d'EGM2008 car les mêmes données de mesures continentales y ont été utilisées, mais EGM2008 intègre les données de GRACE. Néanmoins il y a une différence dans l'utilisation des données pour fournir une comparaison significative.

Les hauteurs de géoïde de EGM2008, référencées à l'ellipsoïde WGS84 ont été extraites à partir du site officiel sous forme de grille de 2,5', puis transformées en 5' pour la comparaison. Les écarts entre les hauteurs de géoïde varient de -4,58 à 6,31 avec une moyenne de 0,02 et un écart type standard de 0,73 en mètres. Au Niger, la difference n'excede pas le mètre dans la presque totalité du territoire, exceptée le long de la frontière Nord-Est avec l'Algérie et la Libye.

#### *1.3.1.4. Travaux d'Abd-Elmotaal Hussein*

Abd-Elmotaal (2012) a réalisé l'interpolation de la gravité dans les larges zones dépourvues de données gravimétriques en Afrique dans le but d'obtenir le meilleur processus d'interpolation pour chaque cas. Les GGMs récents ont été évalués en vue du recouvrement du champ de pesanteur en Afrique (Abd-Elmotaal & Makhloof, 2013). Abd-Elmotaal & Kühtreiber (2014) ont proposé et testé un algorithme de détection automatique des erreurs grossières dans la base de données gravimétrique de l'Afrique. Abd-Elmotaal (2015) a fait l'étude sur la validation des modèles de GOCE (*Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer*) sur l'Afrique. Dix (10) GGMs ont été comparés : EGM2008, EIGEN-6C2, EIGEN-6C4, TIM_R3, TIM_R5, DIR_R5, GOGRA02S, GOGRA04S, JYY_GOCE04 et ITG-GOCE02. Les résultats ont montré que EIGEN-6C4 et DIR_R5 donne le plus petit écart-type et la plus petite des valeurs pour les anomalies isostatiques réduites. Cependant, ces anomalies sont trop grandes, ce qui montre que le GGM de GOCE ne s'adapte de façon idéale au champ de gravité africain. La voie possible pour combler les manques de données pour le calcul du géoïde en Afrique, est d'utiliser le GGM le mieux adapté au champ de gravité africain. Ce travail a été fait par Abd-Elmotaal, Seitz, Abd-Elbaky, & Heck (2015), il a consisté en la création d'un GGM de référence adapté pour l'Afrique.

Abd-Elmotaal, Seitz, Kühtreiber, & Heck (2015b) ont établi la base de données gravimétrique pour le géoïde africain. Un nouveau modèle AFRgeo2015 (African Geoid 2015) a été présenté à l'assemblée générale de l'Union Géodésique et Géophysique Internationale (UGGI) de 2015 (*International Union of Geodesy and Geophysics* - IUGG2015) (Abd-Elmotaal, Seitz, Kühtreiber, & Heck, 2015a). Le modèle de référence adapté a été utilisé et la procédure RCR a été suivie. L'intégrale de Stokes a été évaluée dans le domaine de fréquence par la technique de Transformées de Fourier Rapide monodimensionnelle 1D-FFT. Le nouveau modèle est présenté dans la Figure 1.2.

Tous les modèles AGP de même que AFRgeo2015 n'ont fait l'objet ni d'une description, ni d'une évaluation de la qualité au Niger, et même dans les pays limitrophes (Libye, Tchad, Nigeria, Benin, Burkina Faso, Mali), excepté en Algérie.

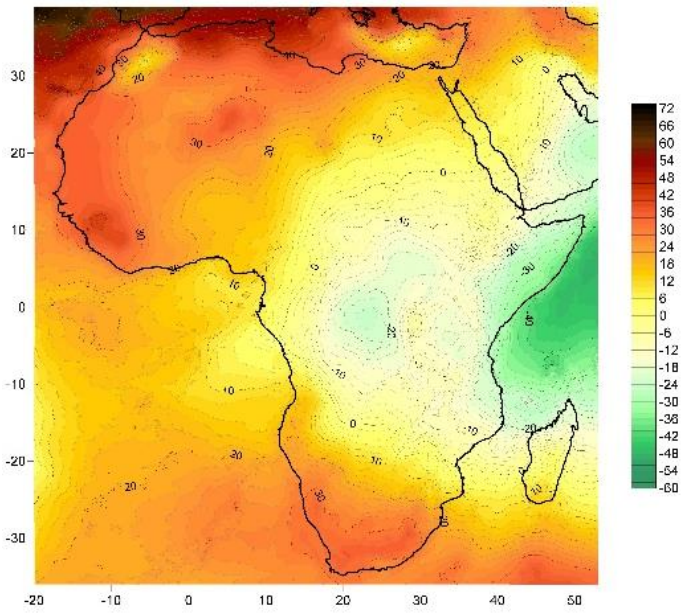


Figure 1.2. African Geoid 2015 (AFRgeo2015) (Abd-Elmotaal et al., 2015a)

#### *1.3.1.5. Travaux réalisés dans les pays voisins*

##### *i. Libye*

Łyszkowicz & Wahiba (1998) ont calculé deux modèles de géoïde et quasigéoïde pour la Libye selon l'approche RCR par la seconde méthode de condensation de Helmert dans la zone allant est de 9° à 25° Est et 20° à 35° Nord, incluant le Nord du Niger. Les deux solutions ont été calculées en utilisant les grilles d'anomalies de Bouguer et à l'air libre terrestres, les GGMs OSU91A(R. H. Rapp, Wang, & Pavlis, 1991) et EGM96 et un MNT global de 5 arc-minutes. L'intégrale de Stokes a été évaluée dans le domaine de fréquence par la Transformée de Fourier Rapide Multi-bande. La hauteur de géoïde a été ensuite convertie en anomalie d'altitude en utilisant la grille d'anomalie de Bouguer.

##### *ii. Algérie*

Des efforts ont été faits en Algérie pour le calcul de géoïde (Benahmed Daho, 2000, 2003, 2004, 2010a, 2010b, 2013; Benahmed Daho & Fairhead, 2007; Benahmed Daho et al., 2008; Benahmed Daho, Kahlouche, & Fairhead, 2006; Benahmed Daho & Goughali, 2013; Benahmed Daho & Kahlouche, 1998, 1999; Benahmed Daho & Merry, 2007; Kahlouche, Rami, & Benahmed Daho, 2004; Meslem, 2005, 2013).

Le quasigéoïde pour l'Algérie a été calculé par Benahmed Daho & Fairhead (2004), sur la zone allant de $-10°$ à 14° Est et 16° à 40° Nord, incluant une partie de la moitié Nord du Niger. L'approche RCR par le modèle de terrain résiduel (*Residual Terrain Model* – RTM) a été appliquée avec les Transformée de Fourier Rapide. Le GGM OSU91A a été utilisé pour les grandes longueurs d'ondes, le MNT GLOBE 30'' pour l'effet RTM et les données de gravité terrestre de GETECH. Le modèle a été validé avec des points GPS/Nivellement au Nord de l'Algérie, avec une moyenne quadratique (*Root Mean Square* - RMS) de +/- 11 cm sur des distances de 1 à 1000 km.

Benahmed Daho (2009) a montré que le GGM EGM2008 est plus adapté pour les géoïdes en Algérie, il cadre mieux avec les valeurs observées de pesanteur, et son écart-type est avec les points GPS est de 21,2cm et 19,6cm avant et après l'utilisation de la transformation à quatre-paramètres.

Benahmed Daho, Mendas, Fairhead, & Derkaoui (2009) ont montré une amélioration du géoïde par les données du MNT SRTM et la mission GRACE. Un nouveau géoïde gravimétrique a été calculé (Benahmed Daho & Fairhead, 2009).

***iii. Nigeria***

Des travaux ont été réalisés au Nigeria pour le calcul de géoïde, généralement limités à des petites zones (Aleem, 2013; Aleem, Olaleye, Badejo, & Olusina, 2011; Edan, Idowu, Abubakar, & Aliyu, 2014; Ezeigbo, 1991; Ezeigbo, Fajemirokun, Nwilo, Ayodele, & Oyewusi, 2007; GGUL, 2006; Isioye & Fajemirokun, 2011; Moka & Agajelu, 2006; Nnam, Onwuzuligbo, & Nnam, 2015; Olaleye, Aleem, Olusina, & Abiodun, 2010; Olaleye, Badejo, Olusina, & Aleem, 2013; Olaleye, Olusina, Badejo, & Aleem, 2013; Uzodinma & Mohammed, 2013).

(Okiwelu, Okwueze, & Ude, 2011) ont détermine les ondulations du géoïde au Nigeria afin de démontrer leurs relations avec la topographie. Le géoïde a été calculé uniquement à partir du GGM EGM2008. L'analyse a montré que les ondulations du géoïde sont positives et sont bien corrélées avec la topographie. Les plus grandes valeurs de l'ondulation se situent dans le centre Nord, les petites valeurs dans les bassins sédimentaires et les plus petites dans les zones océaniques.

***iv. Cameroun***

Le premier géoïde gravimétrique du Cameroun (*Local Geoid Model of Cameroon*: CGM05) a été calculé en en 2005 (Kamguia et al., 2007). Il couvre la zone allant de 8° à 17° Est et 1° à 14° Nord, incluant une petite partie au Sud-Est du Niger. Le calcul a été fait par la méthode RCR selon l'approche du quasigéoïde par RTM avec les données de mesures continentales et marines, un GGM hybride combinant les données de GRACE à celle d'EGM96, le MNT GLOBE et l'intégrale de Stokes. La précision du modèle est de 14 cm et 11 cm respectivement avant et après l'ajustement aux points GPS/nivellement.

Tous ces modèles déterminés dans les pays voisins et proches du Niger n'ont pas été évalués au Niger, ils ne donnent qu'un aperçu des ondulations du géoïde dans la partie couverte au Niger. AGP2007 et les géoïdes du Cameroun et de la Libye sont disponibles sur le site du Service International pour le Géoïde (ISG - *International Service for the Geoid*).

## 1.3.2. Nécessité d'un géoïde nigérien et facteurs limitatifs

La cartographie en général est très importante pour le développement d'un territoire. Elle permet une meilleure connaissance de ce dernier, en faisant ressortir toutes les potentialités qui peuvent être valorisées, notamment les ressources naturelles. N'a-t-on pas coutume de dire que le développement d'un pays dépend aussi du degré de complétude de sa cartographie ?

La cartographie de base du Niger demeure à l'échelle de 1/200000, quelques zones situées dans la bande Sud et les zones stratégiques ont été couvertes à 1/50000 (Dadé, 2007). En plus les cartes sont anciennes, le dernier projet de cartographie topographique remonte à la période de

1991 à 1996 (JICA & IGN-N, 1996). Conscient de cet état de fait et à l'heure des grands chantiers structurants, le Gouvernement Nigérien a inscrit la reprise de la cartographie nationale dans le programme de la renaissance du Niger – Phase II 2016-2021 :

« *L'aménagement du territoire, l'exploitation des ressources du sol et du sous-sol, la défense de nos frontières ainsi que la maîtrise de certains phénomènes sociaux, économiques et environnementaux passent par la connaissance du territoire national. Or, la carte constitue l'instrument privilégié pour l'analyse et la communication en géographie. A l'état actuel, l'essentiel de la documentation cartographique est à réaliser.* » (PRN, 2016).

Ainsi, les objectifs fixés sont :

- Accélérer la révision de toutes les feuilles à 1/200 000 et à adopter l'échelle 1/100 000 comme échelle de nos cartes de base ;
- Accélérer la cartographie à 1/50 000 dans la bande sud à hauteur du 16ème parallèle ainsi que dans les zones stratégiques (zones minières et pétrolières, vallées aménageables, etc. ;
- Assurer la couverture photographique des grands centres urbains tous les 5 ans ;
- Assurer la réfection et l'extension du réseau de nivellement général du territoire ;
- Couvrir tout le territoire national de repères géodésiques et de nivellement précis en s'appuyant sur les nouvelles technologies de pointe, notamment les GNSS ;
- Garantir l'option numérique de la cartographie ;
- Canaliser davantage l'Institut Géographique National du Niger (IGNN) dans son rôle de Centre National d'Information Géographique.

Des efforts ont été faits également pour la diversification de la recherche minière et la couverture en cartographie géologique et géophysique récente. Dans l'utilisation des GNSS, le Niger n'est pas à la traine, plusieurs institutions publiques et privées en ont faits leurs outils de travail dans les grands chantiers, l'exploration et l'exploitation minière, les études environnementales, etc. Le géoïde est donc d'une grande nécessité pour la République du Niger à l'instar des autres pays. Nonobstant, il y a des facteurs limitatifs à la détermination du modèle de géoïde gravimétrique dans le pays au cours des années :

- L'absence de dévouement pour observer et collecter les données nécessaires pour déterminer un modèle géoïde national. Le Niger est bien couvert par des données gravimétriques continentales, les campagnes de mesures remontent à la période de 1962 à 1965. Les données n'étaient pas destinées à un usage géodésique, donc elles n'ont pas une précision assez suffisante (Rechenmann, 1969). Néanmoins, ces dernières serviront de base pour notre étude ;
- Le Niger ne dispose pas d'un MNT national, le système altimétrique est basé sur les altitudes orthométriques, rattachées au Niveau Moyen de la Mer (NMM) à Yoff (Dakar) au Sénégal. Il fait partie du Nivellement Général de l'Afrique Ouest (NGAO) et a été étendu en 1993 (JICA & IGN-N, 1996). Il est toujours fonctionnel mais nécessite un entretien et une densification. L'alternative est l'utilisation des MNTs globaux, mais ces derniers doivent être évalué ;

- Le problème de centralisation des données géographiques, commun à beaucoup de pays en voie de développement comme le Niger ;
- Il n'y a pas eu auparavant un intérêt dans les recherches en géodésie au Niger.

### 1.3.3. Nouvelles opportunités

Des nouvelles opportunités se présentent de nos jours qui Permettant d'avoir un modèle de géoïde assez précis pour le Niger. A la fin des années 90s, des nouvelles missions de gravimétrie spatiale ont été initiées puis mises en œuvre dans les années 2000 afin de mieux cartographier le champs de pesanteur terrestre (Rummel et al., 2002). Il s'agit de : *Gravity Recovery and Climate Experiment* - GRACE (GRACE, 1998), *Challenging Mini Payload Satellite* - CHAMP (Reigber et al., 1996) et GOCE (ESA, 1999). Les GGMs sont comparés avec les données de mesures gravimétriques continentales et les points GPS/nivellement afin de choisir celui décrit le mieux les grandes et moyennes longueurs d'onde dans la zone considérée (Godah & Krynski, 2015; Šprlák, Gerlach, & Pettersen, 2012).

Des MNTs globaux de fines résolutions ont également été développés, parmi lesquels: SRTM (Farr & Kobrick, 2000), *Advanced Space-borne Thermal Emission and Reflection Radiometer - Global Digital Elevation Model* (ASTER GDEM) (Tachikawa et al., 2011) et le plus récent ALOS (*Advanced Land Observing Satellite*) World 3D - 30m (AW3D30) (Takaku, Tadono, & Tsutsui, 2014). Le contenu spectral des GGMs combinés est amélioré avec les MNT, néanmoins ces données ne peuvent pas remplacer les mesures continentales à cause des incertitudes dans les zones dépourvues de données (Hirt, Featherstone, & Marti, 2010).

Nous avons vu également ci-haut que des efforts ont été faits dans le développement des méthodes pour les déterminations des géoïdes gravimétriques, de la formule classique de Stokes aux modifications ultérieures.

Des organismes internationaux et étatiques existent de nos jours, qui centralisent les données pour une large diffusion de données et de documentation par Internet. Nous pouvons citer les services de l'AIG tels que : *International Gravity Field Service* (IGFS), le Bureau Gravimétrique International – BGI (BGI, 2015), *International Centre of Global Earth Models* – ICGEM (Barthelmes & Köhler, 2016), *International Service for Geoid* (IGS), *International Digital Elevation Model Service* (IDEMS), etc. Les dernières avancées dans le domaine de la géodésie sont également accessibles à travers les revues scientifiques et les manifestations scientifiques. Le progrès informatique a aussi permis le développement des programmes de calculs rapides (Forsberg & Tscherning, 2008).

Vu les opportunités qui se présentent et les données existantes, pourrions-nous atteindre un modèle de géoïde centimétrique pour le Niger, pour répondre aux exigences récentes dans le domaine de la géodésie et des géosciences en général ? Quels seront le GGM et la résolution spatiale de MNT adéquats ? Il va falloir trouver un compromis entre la résolution du MNT et la grande étendue du Niger durant les calculs. Le choix méthodologique est aussi important. Enfin la disponibilité des points GPS/nivellement avec une bonne répartition dans les différents coins du Niger est aussi un paramètre important dans la validation du modèle de géoïde. Ainsi, serions-nous amenés à établir un réseau de points GPS au Niger ?

## 1.4. Objectifs de la thèse

L'objectif principal de cette thèse est de calculer le premier modèle de géoïde gravimétrique pour la République Niger et permettre le nivellement par GNSS, notamment le GPS, sur le territoire national. La zone d'étude s'étend de 0° à 16° Est et 11° à 24° Nord, elle couvre la République du Niger et une partie des pays voisins. Le géoïde sera déterminé par rapport à l'ellipsoïde géodésique de référence GRS80 (*Geodetic Reference System* 1980), selon les recommandation de l'AIG (Moritz, 1980b). La possibilité de convertir les hauteurs ellipsoïdales obtenues par GNSS en altitudes orthométriques précises, étant donné son efficience, permettra remplacer le nivellement géométrique. Elle va booster le développement économique du Niger, en offrant plus d'efficience dans les grands projets d'infrastructures, la recherche, etc. Notre travail va contribuer également aux efforts de modernisation des infrastructures géodésiques du pays.

Afin d'aboutir à un modèle gravimétrique de précision acceptable pour le Niger, nous nous sommes fixés les objectifs spécifiques suivants :

- Collecter les principales données d'entrée disponibles pour le calcul et la validation du géoïde. Il s'agit des données de mesures gravimétriques continentales, les GGMs, les MNTs et les points GNSS/nivellement ;
- Valider les données afin de s'assurer d'une précision assez suffisante pour le modèle de géoïde. Il s'agit d'explorer et nettoyer les données pour éliminer celles qui sont erronées, notamment dans les mesures gravimétriques continentales. Les GGMs seront comparés afin de choisir les meilleurs. Les mêmes traitements seront appliqués aux MNTs afin de choisir le modèle homogène et de résolution suffisante pour le calcul du géoïde ;
- Traiter les données afin de les préparer pour le calcul et la validation du géoïde ;
- Calculer le géoïde gravimétrique ;
- Valider le modèle de géoïde ;
- Appliquer le modèle de géoïde au nivellement par GNSS.

## 1.5. Méthodologie

Comme dans tous les travaux de recherche, nous avons d'abord fait une étude bibliographique afin de connaitre l'état de l'art de la détermination des géoïdes en général et des modèles gravimétriques dans le monde. Ainsi nous avons choisi la méthode de Retrait-Calcul-Restauration (RCR) selon l'approche du quasigéoïde par le modèle de terrain résiduel (RTM). Elle a été utilisée avec succès dans beaucoup d'études précédentes et a permis de répondre aux exigences scientifiques actuelles, l'établissement du géoïde centimétrique (Ågren, Barzaghi, et al., 2009; Ågren, Sjöberg, & Kiamehr, 2009). Cette méthode divise le quasigéoïde en trois principales composantes : grandes longueurs d'onde, courtes longueurs d'onde et le quasigéoïde résiduel, et le calcul se fait en trois phases.

Dans la **phase de retrait**, les grandes longueurs d'onde $\Delta g_{GGM}$ et les courtes longueurs d'onde $\Delta g_{RTM}$ calculées respectivement à partir du GGM et du MNT sont retirées des anomalies à l'air libre des mesures continentales $\Delta g_{FA}$ pour obtenir l'anomalie résiduelle $\Delta g_{res}$:

$$\Delta g_{res} = \Delta g_{FA} - \Delta g_{GGM} - \Delta g_{RTM} \quad (1\text{-}1)$$

L'anomalie résiduelle est interpolée sous forme de grille régulière qui est utilisée dans l'intégrale de Stokes pour calculer l'anomalie d'altitude résiduelle $\zeta_{res}$. Les contributions des grandes longueurs d'onde $\zeta_{GGM}$ et celles des courtes longueurs $\zeta_{RTM}$ au quasigéoïde sont calculées respectivement à partir du GGM et du MNT (**phase de calcul**). Les trois composantes sont restaurées pour obtenir le quasigéoïde (**phase de restauration**) :

$$\zeta = \zeta_{res} - \zeta_{GGM} - \zeta_{RTM} \quad (1\text{-}2)$$

Le quasigéoïde $\zeta$ est converti en géoïde $N$ en ajoutant la séparation entre les deux surfaces (Heiskanen & Moritz, 1967) :

$$N = \zeta + \frac{\Delta g_B}{\gamma_0} H \quad (1\text{-}3)$$

Où $\Delta g_B$ est l'anomalie de Bouguer simple, $H$ l'altitude orthométrique et $\bar{\gamma}$ la valeur moyenne de la pesanteur.

### 1.5.1. Acquisition et validation des données

La quantité, la qualité et la distribution des données gravimétriques dans la zone d'étude influencent grandement la qualité finale du géoïde dans la zone d'étude. Nous avons mené une démarche rigoureuse pour la collecte, la validation et le traitement des données en tenant compte des nouvelles opportunités offertes de nos jours, des connaissances acquises durant la thèse et l'inexistence d'un modèle de géoïde au Niger.

- **Données de mesures continentales**

Les données de mesures continentales appartiennent essentiellement à l'ORSTOM, actuellement l'IRD (Institut de Recherche pour le Développement). Elles sont centralisées au BGI avec celles des autres pays.

✓ **Données fournies par le BGI**

Les données de mesures gravimétriques continentales sont fournies par le BGI après la signature d'un protocole pour la fourniture des données soumises à l'autorisation des propriétaires. La démarche préliminaire est suivie pour détecter les erreurs grossières, la vérification du système de référence et des valeurs. Les mesures sont converties par la suite dans le réseau standard international de gravité (*International Gravity Standardisation Network 1971* – IGSN71) et les anomalies de pesanteurs sont recalculées dans GRS80.

✓ **Données saisies dans le rapport d'ORSTOM**

La deuxième partie des données est collectée à partir du catalogue des stations réoccupables en Afrique de l'Ouest (Rechenmann, 1966). Nous avons saisi les valeurs puis appliqué la même démarche qu'avec les données du BGI.

✓ **Fusion BGI-ORSTOM**

Les données du BGI sont fusionnées avec les stations réoccupables et les doublons sont éliminés. Une comparaison est faite entre les altitudes des stations et celles extraites du MNT. La validation croisée est appliquée aux données suivant le schéma RCR avec le krigeage (Krige, 1951) comme méthode d'interpolation. L'analyse statistique est faite sur les résultats pour nettoyer et raffiner la base de données.

- ✓ **Digitalisation des cartes gravimétriques du Niger**

La numérisation des cartes gravimétrique du Niger est envisagée comme une alternative aux données du BGI avant leur fourniture. Elles sont partagées dans la cartothèque en ligne de l'IRD. Les cartes scannées sont géoréférencées et les anomalies de Bouguer simples sont numérisées. L'information altimétrique est ajoutée à partir du MNT et les coordonnées des stations sont extraites. Les anomalies de Bouguer simple sont nettoyées par la validation croisée à travers le Krigeage et l'analyse statistique. Les valeurs mesurées de la pesanteur sont calculées à partir des anomalies de Bouguer simples, puis converties dans IGSN71 et les anomalies sont recalculées par rapport à GRS80. Le résultat a été fusionné avec celui de l'étape précédente pour obtenir des anomalies de Bouguer simples couvrant la zone d'étude.

- **Collecte de MNTs**

Les MNTs sont téléchargées à partir des sites officiels respectifs sous forme de tuiles, des mosaïques sont créées pour couvrir la zone d'étude étendue de deux (2) degrés dans les quatre directions, soit de 2° Ouest à 18° Est et de 9° à 24° Nord. L'exploration des MNTs est faite pour évaluer les pixels vides et erronés et déterminer les modèles assez homogènes. L'évaluation de la précision altimétrique des MNTs est faite par la comparaison avec des points de contrôle au sol pour déterminer le plus précis, les modèles sont également comparés deux à deux.

- **Collecte des GGMs**

Les GGMs sont téléchargés à partir du site de l'ICGEM, leurs anomalies de pesanteur et hauteurs de géoïde sont comparées avec celles des données de mesures continentales et les points GPS/nivellement. L'évaluation est faite afin de choisir les meilleurs modèles combinés et « satellite pur » qui vont servir respectivement à la densification de la base de données gravimétriques et le calcul des contributions des grandes et moyennes longueurs au géoïde. Une attention particulière est accordée aux GGMs basés sur la mission GOCE afin de profiter des dernières avancées de la gravimétrie spatiale.

- **Collecte des données de validation**

Les points GPS/nivellement existants sont collectés, ils proviennent d'un rapport technique disponible au service de documentation de l'IGN-N. Les coordonnées de ces points sont transformées dans le système géodésique mondial 1984 (*World Geodetic System 1984* – WGS84) afin de les rendre compatibles pour la validation du géoïde.

### 1.5.2. Calcul du géoïde

- **Traitement de la topographie**

Les surfaces topographiques de référence correspondantes aux longueurs d'onde de ~200 km et ~18 km sont calculées par filtrage du MNT et le développement en harmoniques sphériques de la topographie terrestre. Les deux solutions sont comparées. La surface de ~200 km va servir au calcul des effets de terrains sur les anomalies pesanteur et le géoïde, celle de ~18 km pour les effets RTM afin de faire le rehaussement spectral des GGMs combinés de haute résolution. Une investigation est faite pour choisir les rayons d'intégration pour les effets RTM et la résolution spatiale suffisante du MNT. Les effets de terrains sont calculés sous formes de grilles et au niveau des stations gravimétriques. Une étude est faite sur l'influence des écarts d'altitude entre les stations gravimétriques et le MNT sur la précision des effets RTM.

- **Calcul des contributions des GGMs**

Les anomalies de pesanteur et d'altitude correspondantes aux grandes longueurs d'onde (~200 km) sont calculées à partir du GGM « satellite pur » sélectionné. Les anomalies de pesanteur sont également calculées à partir du GGM combiné sélectionné puis améliorées par les effets RTM.

- **Phase de retrait**

L'anomalie résiduelle est calculée en retranchant les grandes longueurs du GGM et les effets de terrain (RTM) au niveau des stations gravimétriques.

- **Interpolation et densification de la base de données**

Les anomalies résiduelles ponctuelles sont interpolées par Krigeage et les pixels vides sont évalués. L'anomalie résiduelle est également calculée à partir de la grille des anomalies à l'air libre issues du GGM combiné amélioré par RTM et la partie vide de la grille interpolée est extraite sous forme de nœuds. Les points sont fusionnés avec les stations gravimétriques et l'anomalie résiduelle est réinterpolée afin d'éviter des artefacts et s'assurer que le remplissage de vide à moins d'effets sur le reste de données. La grille densifiée des anomalies à l'air libre est présentée en restaurant les grandes longueurs d'onde et l'effet de terrain.

Les points d'anomalie de Bouguer simple sont interpolés, les pixels vides sont remplis à partir de la grille d'anomalie de Bouguer obtenue du GGM combinée amélioré avec le RTM. Le même processus avec les anomalies à l'air libre est appliqué pour la fusion des deux sources. La grille densifiée est présentée.

- **Phase de calcul**

Le calcul de l'anomalie d'altitude résiduelle est fait par l'intégrale de Stokes, l'évaluation cette dernière est faite par trois méthodes de transformées de Fourier rapide (*Fast Fourier Transform* – FFT) dans le domaine de fréquence et une intégration dans le domaine de l'espace. Ainsi quatre solutions de géoïde gravimétrique sont présentées, elles sont comparées deux à deux et plus loin avec les points GPS/Nivellement.

- **Restauration du quasigéoïde**

Les contributions du GGM et du RTM sont restaurées à l'anomalie d'altitude résiduelle pour déterminer le quasigéoïde gravimétrique.

- **Calcul de la séparation entre le géoïde et le quasigéoïde**

La séparation entre le géoïde et le quasigéoïde est calculée à partir de la grille d'anomalies de Bouguer simple et au niveau des stations gravimétriques.

- **Conversion du quasigéoïde au géoïde**

Le géoïde gravimétrique est calculé en additionnant au quasigéoïde la séparation entre les deux surfaces. Une interprétation préliminaire du géoïde est faite en corrélation avec le relief et la géologie simplifiée du Niger.

### 1.5.3. Validation du modèle et application au nivellement par GNSS

- **Validation avec les points GPS/Nivellement**

Le modèle gravimétrique est comparé avec les points GPS /nivellement avant son ajustement au modèle géométrique par les méthodes de transformation polynomiales et à quatre paramètres. Les précisions interne et externe du modèle sont évaluées.

- **Application au nivellement par GNSS**

Une campagne de nivellement par GNSS est faite, le résultat est utilisé comme l'application directe du géoïde et une évaluation supplémentaire de sa précision externe.

### 1.5.4. Moyens utilisés

La gestion bibliographique est faite avec le logiciel Mendeley (ELSEVIER, 2018). Les outils de Systèmes d'Information Géographique (SIG) et de télédétection spatiale sont utilisés pour le traitement des données en général et la cartographie.

Le traitement des données gravimétrique utilise un ensemble de programmes tels que: Gravsoft (Forsberg & Tscherning, 2008), GOCE User Toolbox (GUT) (Rio & Dinardo, 2011), GRAFIM (Janák & Šprlák, 2006) et le service de calcul en ligne de l'ICGEM (Barthelmes & Köhler, 2016). Les échanges avec d'autres scientifiques ont permis l'accès à certains de ces outils, notamment à travers le réseau social **ResearchGate** (ResearchGate, 2018).

Les calculs basiques et les analyses statistiques sont faits dans l'environnement Microsoft Excel et le logiciel additionnel XLSTAT (Addinsoft, 2017).

Les calculs des paramètres de transformation pour l'ajustement du modèle gravimétrique aux points GPS/Nivellement est fait sous l'environnement Matlab. D'autres environnements de développement intégrés (IDE – *Integrated Development Environment*) sont également utilisés pour la modification, la compilation et l'exécution des programmes. Il s'agit de Python (Python, 2018), PLATO (Silverfrost, 2018) pour le langage Fortran et Dev-C++ (Bloodshed Software, 2018) pour le langage C.

La campagne de nivellement est faite avec les récepteurs GNSS bi-fréquences fournis par l'Institut Géographique National du Niger (IGN-N) et le traitement sous Leica Geo Office.

## 1.6. Description des chapitres

La thèse est présentée en trois (3) parties de deux (2) chapitres chacune et la conclusion générale. Le premier chapitre introduit les notions de géodésie, géoïde et le nivellement par GNSS. Ensuite la problématique de la détermination du géoïde au Niger est développée GNSS. L'objectif de la thèse est annoncé et enfin la méthodologie adoptée. Le deuxième chapitre a

continué sur les notions générales de géodésie, à travers ses trois principales branches (bidimensionnelle, spatiale et physique) et le principe du calcul de géoïde. Les principales méthodes et approches de détermination et de validation de géoïde gravimétrique sont développées ainsi que les paramètres influençant sa précision. Dans le chapitre 3, nous présentons la démarche méthodologique adoptée pour l'acquisition, les traitements et la validation des données. Enfin le processus de calcul du géoïde gravimétrique au Niger à travers l'approche du quasigéoïde par RTM est développé. Le chapitre 4 présente les résultats des traitements préliminaires et de la validation des données avant leur utilisation dans le calcul du géoïde gravimétrique : données de mesures continentales de pesanteur, GGMs, MNTs et points GPS/nivellement au Niger. Dans le chapitre 5, les résultats calcul du géoïde gravimétrique à travers l'approche du quasigéoïde par le RTM sont présentés. Le chapitre expose les résultats du traitement de la topographie (calcul des effets de terrain), le calcul des contributions des GGMs, les phases de retrait, interpolation, calcul et restauration du géoïde. Nous avons aussi proposé une interprétation géologique préliminaire des anomalies de pesanteur des grandes et moyennes longueurs d'onde. Le chapitre 6 est consacré aux résultats de la comparaison du modèle de géoïde gravimétrique du Niger avec les modèles existants, la validation du modèle avec les points GPS/Nivellement ainsi que l'ajustement à ces derniers et enfin l'application au nivellement par GNSS. Enfin, le chapitre 7 est consacré à la conclusion générale de la thèse.

### 1.7. Publications réalisées durant la thèse

Durant la thèse nous avons participé aux manifestations scientifiques auxquelles nous avons réalisé cinq (5) communications orales (Ibrahim Yahaya & El Azzab, 2018a; Ibrahim Yahaya, El Brirchi, & El Azzab, 2017b, 2016b, 2016a, 2015) et une (1) communication affichée (Ibrahim Yahaya & El Azzab, 2019a). Trois (3) articles ont été publiés dans deux revues indexées (Ibrahim Yahaya & El Azzab, 2019b, 2018b; Ibrahim Yahaya, El Brirchi, & El Azzab, 2017a).

# CHAPITRE 2. NOTIONS DE GEODESIE ET DETERMINATION DE GEOIDE

## Introduction

Ce chapitre présente les notions générales de la géodésie, notamment à travers ces trois principales branches : bidimensionnelle, spatiale et physique. La géodésie bidimensionnelle permet de définir des référentiels bidimensionnels ($2D$) pour le positionnement planimétrique dans une portion de la Terre, un référentiel altimétrique est déterminé parallèlement, rattaché au NMM. Avec le développement des techniques spatiales, notamment les GNSS, le positionnement en trois dimensions ($3D$) dans le repère géocentrique est possible à l'échelle globale. La géodésie physique étudie le champ de pesanteur terrestre, elle permet de définir un certain nombre de liens entre d'une part le modèle géométrique et d'autre part le modèle dynamique (modèle de forces) de la Terre (Dufour, 2001).

## 2.1. Généralités

### 2.1.1. Forme et dimension de la terre

Le géoïde est une surface équipotentielle du champ de pesanteur terrestre (surface d'équilibre de l'eau), c'est l'approximation la plus précise de la forme de la Terre. Il est approché par le niveau moyen des Mers et son prolongement fictif sous les continents. C'est une surface physique irrégulière et complexe, liée à la répartition des masses dans la Terre. La forme mathématique régulière la plus proche du géoïde est l'ellipsoïde de révolution aplati au niveau des pôles. Afin de faciliter les calculs, notamment l'utilisation des coordonnées sphériques, il est aussi approché par la sphère. Ainsi, le géoïde est déterminé par son ondulation par rapport à l'ellipsoïde. En un point fondamental, l'ellipsoïde est tangent au géoïde. Les trois surfaces (ellipsoïde, sphère et géoïde) sont illustrées dans la Figure *2.1*.

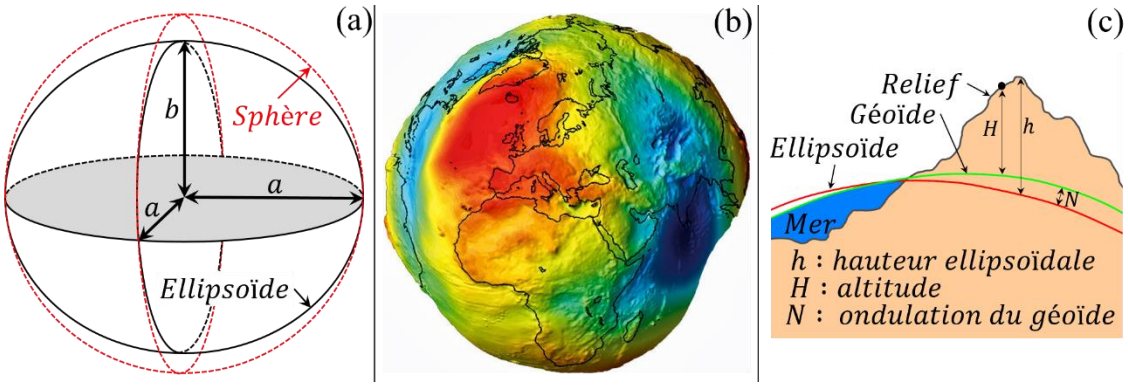


Figure 2.1. Formes et dimension de la Terre : (a) - Ellipsoïde et Sphère ; (b) - Géoïde[1] ; (c) - Ondulations de géoïde.

L'ellipsoïde de révolution est défini par deux paramètres $(a, b)$, $(a, f)$, $(a, e)$ ou $(a, e')$, avec $a$ le demi grand axe, $b$ le demi petit axe, $f$ l'aplatissement $f$, $e$ la première excentricité, $e'$ la deuxième excentricité, donnés par :

$$f = \frac{a-b}{a} \quad , \quad e^2 = \frac{a^2-b^2}{a^2} \quad , \quad e'^2 = \frac{a^2-b^2}{b^2} \tag{2-1}$$

[1] International Gravity Field Service (http://igfs.topo.auth.gr)

Les ellipsoïdes globaux sont utilisés pour des cartographies couvrant l'ensemble ou une grande partie de la Terre, par exemple GRS67 et GRS80 (*Geodetic Reference System* 1967 ou 1980) adopté respectivement par l'Association Internationale de Géodésie (IAG) en 1971 et 1979. Le système GPS fournit par défaut, le positionnement en coordonnées géographiques sur le système géodésique mondial WGS84 (*World Geodetic System* 1984).

Les ellipsoïdes locaux sont définis de manière à épouser le mieux la forme du géoïde sur une zone restreinte de la surface terrestre (une région ou un pays). Certains pays adoptent leur propre ellipsoïde. L'ellipsoïde de Clarke 1880 est utilisé dans beaucoup de pays africain conformément aux recommandations de la conférence de Bukavu en 1953 (Harroy, 1953; Mugnier, 1998, 1999, 2009, 2011).

## 2.1.2. Systèmes de coordonnées

On distingue trois systèmes de coordonnées, illustrés dans la Figure 2.2.

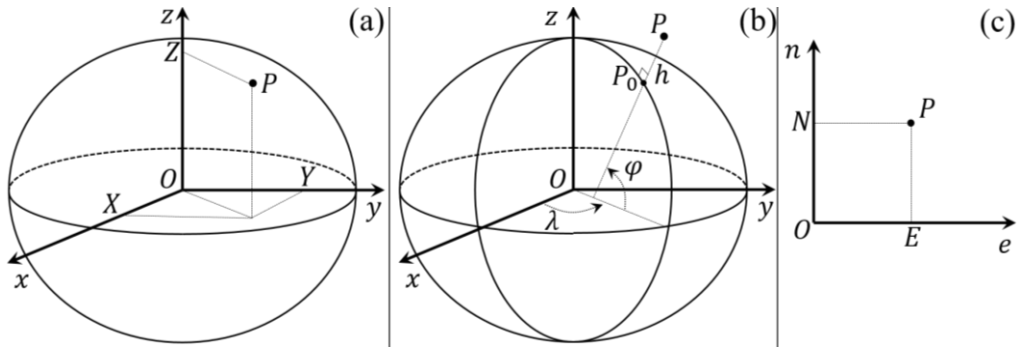


Figure 2.2. Systèmes de coordonnées : (a) cartésiennes ; (b) géographiques ; (c) projetées.

### *2.1.2.1. Coordonnées cartésiennes géocentriques* $(X, Y, Z)$

Ce sont les coordonnées $(X, Y, Z)$ d'un point quelconque $P$ de la surface de la Terre, prises dans un repère orthonormé $(O; x, y, z)$ dont l'origine $O$ est le centre des masses de la Terre, $Oz$ l'axe de rotation de la Terre et $Oxy$ le plan de l'équateur.

### *2.1.2.2. Coordonnées géographiques* $(\lambda, \varphi, h)$

La longitude $\lambda$ est l'angle orienté entre le plan méridien origine et le plan méridien contenant le point $P$. Le méridien d'origine international est celui de Greenwich. La latitude $\varphi$ est l'angle orienté entre le plan de l'équateur et la normale à l'ellipsoïde passant par le point $P$. La hauteur ellipsoïdale $h$ est la distance algébrique $P_0P$ entre le point $P$ et l'ellipsoïde suivant la normale à ce dernier.

### *2.1.2.3. Coordonnées en représentation plane ou en projection* $(E, N)$

La représentation d'une partie ou de l'intégralité de la Terre sur une carte nécessite l'adoption d'une transformation mathématique permettant de passer de l'ellipsoïde à un plan. C'est la projection cartographique ou la représentation plane de la Terre, donnée par un couple de fonctions $(f, g)$ **:**

$$\begin{cases} E = f(\lambda, \varphi) \\ N = g(\lambda, \varphi) \end{cases} \tag{2-2}$$

Les coordonnées en projection de *P* sont les coordonnées cartésiennes $(\boldsymbol{E}, \boldsymbol{N})$ de son image dans le plan muni d'un repère orthonormé $(\boldsymbol{O}; \boldsymbol{e}, \boldsymbol{n})$. Les projections cartographiques sont classées selon les déformations (conforme, équivalente, …), le canevas (conique, cylindrique, etc.) et selon l'aspect (direct, oblique, transverse).

## 2.1.3. Système géodésique ou Datum – transformation des coordonnées

La datum permet les positionnements au voisinage de la Terre. Il comprend un ellipsoïde de référence, éventuellement un point fondamental (pour les systèmes locaux), un méridien origine et une projection cartographique pour les besoins de la cartographie. L'ellipsoïde doit être choisi de façon à minimiser l'ondulation de géoïde.

### *2.1.3.1. Datum local*

Le système géodésique local est déterminé par des mesures d'angles et de distances au sol à partir du point fondamental, où par convention le géoïde et l'ellipsoïde sont tangents, autrement dit la déviation de la verticale est nulle. Le centre de l'ellipsoïde local est ainsi déplacé par rapport au centre des masses de la Terre de quelques centaines de mètres. Le datum local fournit des coordonnées en deux dimensions $2D$ sur l'ellipsoïde local $(\lambda, \varphi)$ ou projetées $(E, N)$. Parallèlement aux mesures d'angles et de distances, un réseau de nivellement est mis en place pour le positionnement vertical, on parle en tout de positionnement $2D + 1$ (Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2005).

Au Niger, le système géodésique est basé sur l'ellipsoïde Clarke 1880 et la projection cylindrique conforme et transverse de Mercator (UTM : *Universal Transverse Mercator*). Le datum Agadez (http://georepository.com/datum_6206/Agadez.html) a été défini pour les cartes topographiques et utilise Clarke 1880 IGN $(a = 6378249{,}2;\ b = 6356515)$. Le point fondamental est situé à Agadez. Nous n'avons pas eu assez de documentation sur ce système géodésique. Un autre datum, Point 58 (http://georepository.com/datum_6620/Point-58.html), a été défini en 1969 à l'issue du cheminement géodésique du 12ème parallèle, depuis Adindan jusqu'au Sénégal (DMA, 1973). Il utilise une autre définition de Clarke 1880 $(a = 6378249{,}145;\ f = 293{,}465)$, le point fondamental $(12°52'44{,}045"N; 3°58'37.040"\text{E})$ est situé à près de la ville de Dosso.

### *2.1.3.2. Systèmes géodésiques globaux ou spatiaux*

Le système géodésique global est basé sur les mesures de géodésie spatiale. Il est dit également géocentrique, le centre de l'ellipsoïde de référence est très proche du centre de masse de la Terre et fournit les coordonnées en trois dimensions $3D$, $(X, Y, Z)$ ou $(\lambda, \varphi, h)$. L'établissement des systèmes géodésiques mondiaux a été rendu possible grâce au développement des GNSS. L'acquisition des données $3D$ est devenue facile. Le système GPS est basé sur le système WGS84. Par convention, pour les calculs géodésiques, le centre du WGS84 est utilisé pour définir la position des autres datums (Dubois et al., 2011).

### *2.1.3.3. Transformations entre systèmes géodésiques*

Le besoin en transformations de coordonnées entre systèmes locaux et même des systèmes locaux aux systèmes globaux et *vice versa* demeure une préoccupation de la communauté

géodésique. Il y a trois méthodes communément utilisées dans les transformations entre deux datums $A$ et $B$, elles sont résumées dans Figure 2.3:

- La similitude spatiale, la plus facile et largement utilisée pour les transformations entre les coordonnées cartésiennes géocentriques. $\Delta X$, $\Delta Y$ et $\Delta Z$ sont respectivement les translations suivant les axes $X$, $Y$ et $Z$, $D$ est le facteur d'échelle, $\varepsilon_X$, $\varepsilon_Y$ et $\varepsilon_Z$ sont les rotations suivant les trois axes ;
- La formule de Molodensky pour les transformations entre les coordonnées géographiques ;
- Le modèle polynomial pour les transformations entre les coordonnées projetées.

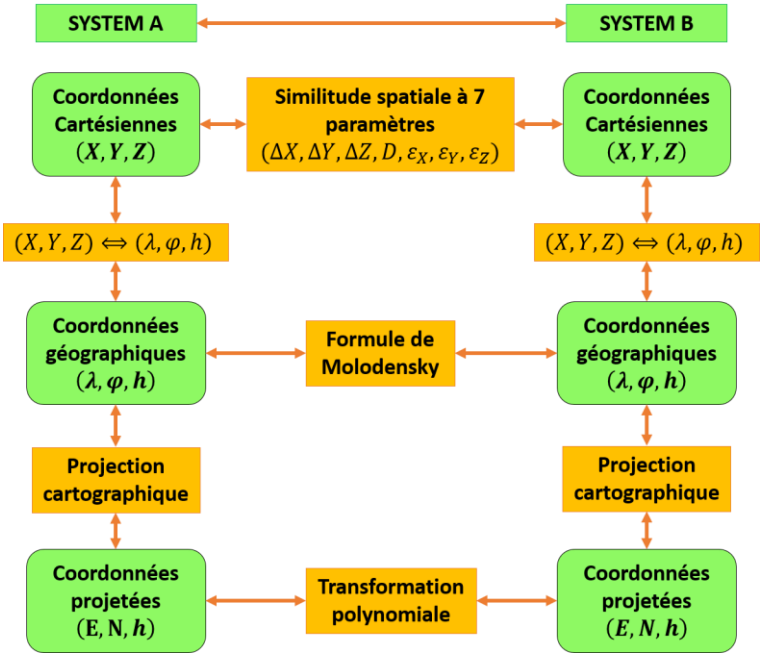


Figure 2.3. Transformations de coordonnées entre les systèmes géodésiques (Dufour, 2001).

Les coordonnées géographiques $(\lambda, \varphi, h)$ peuvent être converties en coordonnées cartésiennes géocentriques $(X, Y, Z)$ par les formules (Dufour, 2001):

$$\begin{cases} X = (N + h)\cos\lambda\cos\varphi \\ Y = (N + h)\sin\lambda\cos\varphi \\ Z = [N(1 - e^2) + h]\sin\varphi \end{cases} \quad (2\text{-}3)$$

Avec $N = a/\sqrt{1 - (e \times \sin\varphi)^2}$ le rayon de courbure de l'ellipsoïde et $e$ la première excentricité. Dans l'autre sens, les expressions suivantes permettent de calculer les coordonnées géographiques à partir des coordonnées cartésiennes géocentriques (Dufour, 2001):

$$\begin{cases} \lambda = arctan\left(\dfrac{Y}{X}\right) \\ \varphi = arctan\left[\dfrac{Z(1-f) + e^2 a sin^3\mu}{(1-f)\left[\sqrt{X^2+Y^2} - e^2 a cos^3\mu\right]}\right] \\ h = \left[\sqrt{X^2+Y^2}.cos\varphi\right] + [Zsin\varphi] - \left[a\sqrt{1-(e\times sin\,\varphi)^2}\right] \end{cases} \quad (2\text{-}4)$$

Avec $f$ l'aplatissement, $R = \sqrt{X^2+Y^2+Z^2}$ et $\mu = arctan\left[\frac{Z}{\sqrt{X^2+Y^2}}\left((1-f) + \frac{e^2 a}{R}\right)\right]$.

Les transformations de datum requièrent des mesures sur plusieurs points afin de mieux estimer les paramètres. Au Niger, les paramètres de transformations entre le datum Point 58 et WGS84 ont été déterminés à partir des observations par GPS en 1991, $\Delta X = -106 \pm 25$, $\Delta Y = -129 \pm 25$ et $\Delta Z = 165 \pm 25$ en mètres (Mugnier, 2011). Les paramètres de transformations de plusieurs datums locaux vers WGS84 sont répertoriés par le Bureau Hydrographique International (IHB, 2008). Neuf (9) ont été utilisés pour le passage du datum « Nord Sahara » vers WGS84 en Algérie (INCT, 2007) et 59 points de « Minna » vers WGS84 au Nigéria (Orupabo, Opuaji, & Adekunle, 2014).

## 2.2. Systèmes Globaux de Navigation par Satellite (GNSS)

Les GNSS sont les systèmes de positionnement de couverture mondiale, basés sur des signaux émis par des satellites en orbite autour de la Terre (Hofmann-Wellenhof, Lichtenegger, & Wasle, 2008). Le GNSS fournit à l'utilisateur partout sa position, sa vitesse et l'heure, de façon rapide, avec une précision d'une dizaine de mètres, quelle que soit la météo et à faible coût. Il est constitué de trois (3) segments : spatial, contrôle et utilisateur. Les applications principales sont la navigation, la topométrie et la géodésie, la synchronisation du temps et la géophysique.

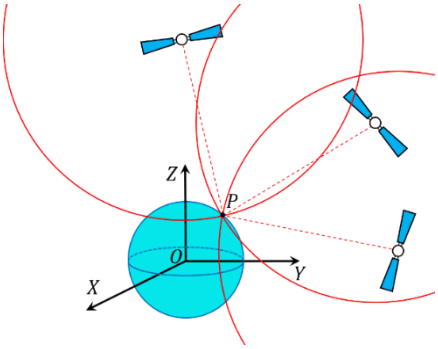


Figure 2.4. Trilatération en positionnement GNSS (Pierre, 2012).

Le fonctionnement est basé sur la mesure du temps de propagation des signaux émis par les satellites jusqu'à leurs mesures par un récepteur après une synchronisation parfaite des satellites entre eux et avec le récepteur (Hofmann-Wellenhof et al., 2008). Le signal se propage à la vitesse de la lumière dans le vide $c = 3 \times 10^8\ m/s$. Connaissant le temps de propagation, la distance entre le récepteur et le satellite est estimée. La position du récepteur est déterminée par la trilatération dans l'espace (Figure *2.4*). Le positionnement absolu nécessitent l'observation simultanée d'au moins quatre (4) satellites en tout point de la Terre, afin d'estimer les trois inconnues de position $(X, Y, Z)$ dans le repère géocentrique et une inconnue de temps, $\delta t$, liée à la désynchronisation du récepteur avec le temps GNSS. Il y a deux principaux modes de positionnement par GNSS : l'absolu et le différentiel. Les deux modes se font par mesure de code et/ou de phase, en temps réel ou différé.

### 2.2.1. Positionnement absolu

Dans le positionnement absolu ou ponctuel, la position du récepteur est déterminée de façon directe à partir des observations et de la position des satellites, dans le même référentiel.

#### *2.2.1.1. Positionnement absolu sur le code*

C'est le mode de positionnement par défaut de chaque GNSS, il est utilisé pour la navigation. Le récepteur doit recevoir les signaux d'au moins quatre (4) satellites en temps réel. La précision est de l'ordre 5 à 20 mètres, elle dépend principalement de la géométrie de distribution des satellites qui détermine les facteurs de dilution de précision, $nDOP$ (*Dilution Of Précision*). $n$ désigne les composantes : $VDOP$ (Verticale), $HDOP$ (Horizontale), $PDOP$ (Position), $TDOP$ (Temps) et $GDOP$ (Position et Temps). Ces facteurs sont illustrés dans la Figure *2.5*.

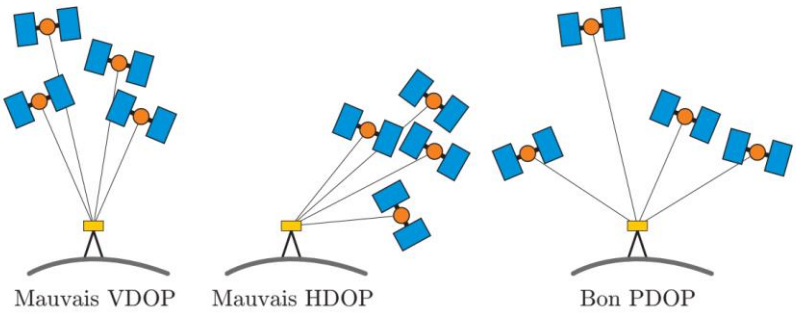


Figure 2.5. Interprétation géométrique des facteurs de dilution de précision (Pierre, 2012).

#### *2.2.1.2. Positionnement ponctuel précis*

Le PPP (Positionnement Ponctuel Précis ou *Precise Point Positioning*) est un positionnement absolu réalisé sur les mesures de phase et de code en post-traitement (Zumberge, Heflin, Jefferson, Watkins, & Webb, 1997). Il utilise les données d'orbites et des corrections d'horloges satellite précises et les paramètres de rotation des pôles, déterminés par des centres d'analyse GNSS à partir d'un réseau global comme celui du Service International du GNSS (IGS - *International GNSS Service*) analysé en différentiel. Les seuls paramètres nécessitant d'être estimés sont alors les paramètres propres à la station (position, troposphère, erreur d'horloge).

La précision finale est millimétrique sur la composante planimétrique et de l'ordre du centimètre sur la composante verticale et cela pour des sessions de durée supérieure à 6h. Cette nouvelle technique est de plus en plus utilisée, les applications étant variées : analyse globale ou régionale de réseaux permanents, transfert de temps, météorologie, positionnement cinématique de mobiles au sol, dans le ciel ou dans l'espace (satellites LEO - *Low Earth Orbit*).

### 2.2.2. Positionnement différentiel

Dans le positionnement relatif ou différentiel, qui est le plus précis, la ligne de base séparant la station de position inconnue et une ou plusieurs stations de références est estimée. La position de la station inconnue est déterminée dans le même référentiel que les stations de références. Les erreurs systématiques sont éliminées en réalisant les différences d'observation entre les stations. Le positionnement est basé sur les mesures de code ou de phase, le temps d'observation est de quelques secondes à plusieurs jours voire plusieurs années. Le calcul est réalisé en temps réel ou en temps différé, avec des éphémérides radiodiffusées ou recalculées. La précision varie du mètre à quelques millimètres selon le mode opératoire.

#### *2.2.2.1. Positionnement différentiel par mesure de code*

La technique se nomme DGNSS (*Differential GNSS*) en remplacement de DGPS (*Differential GPS*) comme le développement a été réalisé lorsque seul le GPS était opérationnel. Elle se fait en temps différé ou en temps quasi-réel.

##### *a. Positionnement temps différé*

L'analyse des observations GNSS est réalisée après l'acquisition. Les observations d'une ou plusieurs stations fixes situées à proximité (jusqu'à 100 km) de la station inconnue (mobile), appartenant par exemple à un réseau GNSS permanent, sont utilisées pour calculer les corrections et les appliquer.

##### *b. Positionnement temps quasi-réel*

Les corrections de pseudo-distances sont émises en temps réel au récepteur mobile de coordonnées inconnues. Le LADGNSS (*Local Area Differential GNSS*) est utilisé sur une aire géographique assez restreinte. Le WADGNSS (*Wide Area Differential GNSS*) peut être utilisé sur une zone plus large, les stations fixes envoient les corrections à des satellites géostationnaires qui les réémettent sous forme de cartes de corrections différentielles. Les deux modes sont illustrés dans la Figure *2.6*.

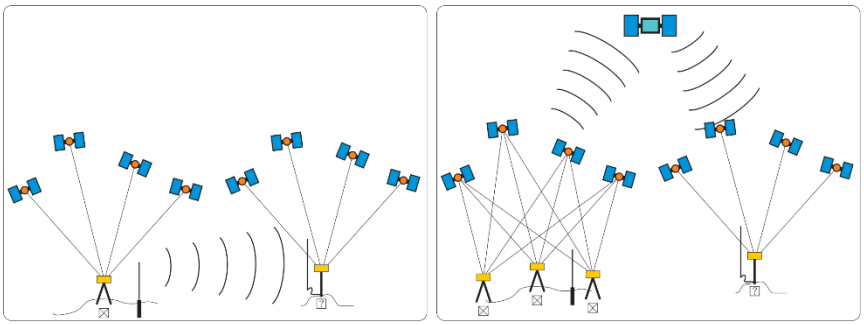

Figure 2.6. Positionnement DGNSS : LADGNSS (à gauche) et WADGNSS (à droite) (Pierre, 2012).

#### *2.2.2.2. Positionnement différentiel par mesure de phase*

La technique utilise le principe de simple, double et triple différences pour éliminer les erreurs et les ambiguïtés liées aux mesures GNSS. Il y a le positionnement temps différé et le positionnement temps réel.

##### *a. Positionnement temps différé*

Les observations au niveau d'une ou plusieurs stations de références et des stations mobiles ou fixes de coordonnées inconnues sont analysées après acquisition (post-traitement). Le positionnement des stations inconnues est réalisé par compensation des lignes de base. La précision est du submétrique au millimétrique selon l'application. On distingue les modes statique et statique rapide.

Le **mode statique rapide** utilise les mesures de phase réalisées sur une durée courte (15 à 20 min) à l'aide de récepteurs mono ou bifréquence. Cette durée est généralement fixée suivant les ordres de grandeur de la ligne de base (F. Duquenne, Botton, Peyret, & Willis, 2005) : quelques

minutes pour des bases inférieures au kilomètre, 20 min + 2 min/km en monofréquence, 10 min + 1 min/km en bifréquence. La ligne de base n'excède pas quelques dizaines de km pour une précision centimétrique. La précision est de l'ordre de $5\ mm \pm 10^{-5} \times B$ à $5\ mm \pm 10^{-6} \times B$, avec $B$ la ligne de base (F. Duquenne et al., 2005).

Le **mode statique** utilise les mesures de phase réalisées sur une durée d'une (1) heure à plusieurs années selon le type d'application avec des récepteurs bifréquences et des lignes de base de quelques centaines à plusieurs milliers de kilomètres. Les calculs sont faits à l'aide de logiciels professionnels ou scientifiques tels que *Bernese GNSS Software* sur les observations « *ionosphere free* ». La précision est de l'ordre de $2\ mm \pm 10^{-7} \times B$ à $2\ mm \pm 10^{-8} \times B$, avec $B$ la ligne de base quelques (F. Duquenne et al., 2005). Cette technique donne une exactitude absolue centimétrique sur toute la surface du globe pour les réseaux mondiaux.

***b. Positionnement temps réel***

Il y a deux modes de positionnement en temps réel sur la mesure de phase. Le **RTK** (*Real Time Kinematic* ou Cinématique temps réel) permet le positionnement instantané d'une station mobile par mesure de phase à partir d'une station fixe de coordonnées connues. Un temps d'initiation de 3 à 5 s est nécessaire. La précision est centimétrique et dépend de la distance entre la station de référence et la station inconnue qui ne dépasse pas 10 à 20 km. Le NRTK (*Network Real Time Kinematic* ou Cinématique temps réel en réseau) est une évolution du RTK avec le développement des stations GNSS permanentes. Il utilise les stations permanentes et les lignes de base plus longues par rapport au RTK. La figure 2.7 résume la précision des différents modes d'utilisation des GNSS.

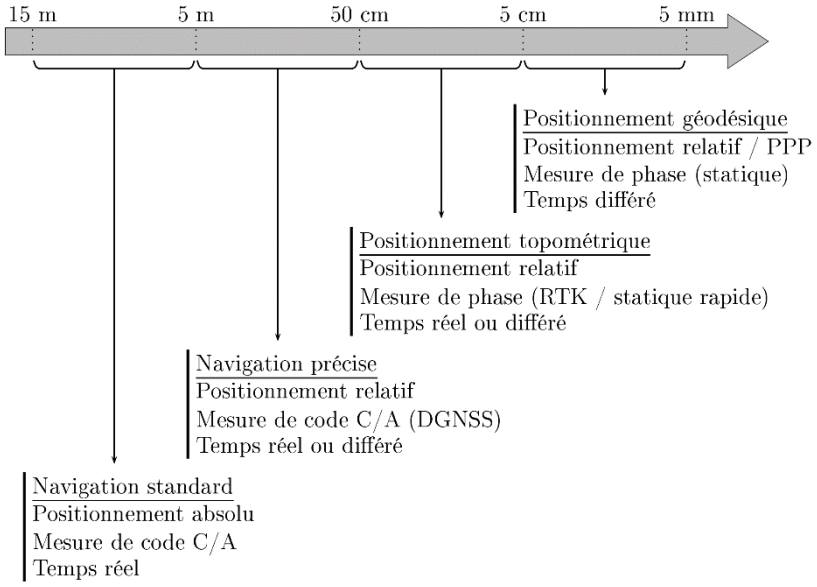


Figure 2.7. Précision des différents modes d'utilisation des GNSS (Pierre, 2012).

## 2.2.3. Les principaux GNSS

Les principaux GNSS sont :

- Le système américain GPS (*Global Positioning System*, Système de positionnement global), conçu, développé et entretenu par le Département de la Défense des États-Unis ;

- Le système russe Glonass (*GLObal NAvigation Satellite System*) développé par l'ex URSS (Union des Républiques Soviétiques et Socialistes) également dans le cadre militaire, il est maintenu par la Russie aujourd'hui.
- Le système européen de navigation par satellite, Galileo, développé par l'UE (Union Européenne) et l'ESA (*European Space Agency*, l'agence spatiale européenne).
- Le système chinois Compass, aussi appelé Beidou-2, est le GNSS actuellement développé par la Chine. C'est l'évolution du système régional Beidou-1 mis en place depuis le début des années 2000.

Jusqu'en 2007, seul le GPS était opérationnel. En décembre 2011, Glonass a été déclaré opérationnel à son tour. Galileo est entré en phase opérationnelle le 15 décembre 2016. Le système Compass est prévu pour courant 2020.

### 2.2.4. Stations permanentes

Le réseau international des stations GNSS permanentes est présenté sur le site de l'IGS[2]. Les stations du continent africain sont également répertoriées sur le site d'AFREF (*Africa Geodetic Reference Frame*)[3]. Les fichiers RINEX sont partagés régulièrement sur les deux sites. La seule station permanente répertoriée par AFREF au Niger est celle de la station météorologique l'Aéroport de Niamey, elle est utilisée essentiellement pour le radio sondage. C'est un récepteur Trimbble 5800 installé en Aout 2005, Figure 2.8. La station n'est pas opérationnelle ou ne partage plus de données à AFREF, néanmoins elle est utilisée pour le rattachement des levés GPS dans l'aéroport d'après les techniciens du bureau d'études GERMS Consulting. Les techniciens de l'IGN-N utilisent régulièrement les données de la station de Dakar (DAKR00SEN).

### 2.2.5. Système d'augmentation de performances par satellite

Un système d'augmentation de performance par satellite (SBAS : *Satellite Based Augmentation System*) permet d'améliorer la navigation GNSS (performance, disponibilité et fiabilité) via l'utilisation d'informations complémentaires aux observations classiques. Il est composé de stations GNSS permanentes au sol envoyant des corrections à un satellite géostationnaire qui les transmet aux utilisateurs pour le service WADGNSS. Les principaux systèmes sont :

- EGNOS (*European Geostationary Navigation Overlay Service*) qui couvre l'Europe et une partie de l'Afrique du Nord ;
- WAAS (*Wide Area Augmentation System*) en Amérique du Nord ;
- MSAS (*Multi-functional Satellite Augmentation System*) japonais ;
- SDCM (*System for Differential Correction and Monitoring*), russe, pour améliorer le système Glonass (http://gpsworld.com/innovation-glonass-11405/);
- GAGAN (*GPS Aided GEO Augmented Navigation*) developpé en Inde;
- Strafx et la constellation Omnistar proposant une ouverture mondiale et une précision de l'ordre de 1 m ;

[2] http://www.igs.org/network
[3] http://afrefdata.org

- SBAS-Africa (http://sbas-africa.avantiplc.com) est également en développement en collaboration avec l'Agence pour la sécurité de la navigation aérienne en Afrique et à Madagascar (ASECNA).



Figure 2.8. Station GNSS permanente de Niamey en Octobre 2018.

## 2.3. Notion de géodésie physique et détermination de géoïde

### 2.3.1. Champ de pesanteur terrestre

#### *2.3.1.1. Accélération gravitationnelle - accélération centrifuge*

Selon la loi de gravitation universelle, la force gravitationnelle exercée par la Terre entière sur le point $P$ de masse $m$ situé à la surface ou à l'extérieur de la Terre s'obtient en intégrant la force élémentaire $d\vec{F} = -(Gm\rho dv/l^2)\vec{u}$ exercée par l'élément de masse $P'$ de masse $\rho dv$ :

$$\vec{F} = -Gm \iiint_{Terre} \frac{\rho dv}{l^2}\vec{u} \tag{2-5}$$

Avec : $G \approx 6{,}672\ 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$ la constante gravitationnelle, $\rho$ la densité topographique, $dv$ l'élément de volume, $l = \left\|\overrightarrow{P'P}\right\|$ la distance entre $P$ et $P'$, $\vec{u} = \overrightarrow{P'P} / \left\|\overrightarrow{P'P}\right\|$. L'accélération gravitationnelle exercée par la Terre au point $P$ est donnée par : $\vec{F}/m$.

Le point $P$ subit également une force centrifuge due à la rotation de la Terre sur elle-même, donnée par :

$$\vec{F_r} = m\omega_T^2 r sin\theta \overrightarrow{u_\lambda} \tag{2-6}$$

Avec : $\omega_T \approx 7{,}292\ 10^{-5}\ rad/s$ la vitesse de rotation de la Terre. L'accélération centrifuge est donnée par : $\vec{F_r}/m$. Les deux forces sont illustrées dans la Figure *2.9*.

#### *2.3.1.2. Champ de pesanteur terrestre*

Le champ de pesanteur terrestre est la somme de l'accélération gravitationnelle et de l'accélération centrifuge :

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} + \frac{\vec{F_r}}{m} = -G \iiint_{Terre} \frac{\rho dv}{l^2}\overrightarrow{u_{p'}} + \omega_T^2 r sin\theta \overrightarrow{u_\lambda} \tag{2-7}$$

La verticale est la direction de $\vec{g}$ en tout point. L'accélération de la pesanteur $g$ est donnée par la norme du vecteur champ de pesanteur. Elle est exprimé en $m.s^{-2}$. L'unité communément utilisé est le gal en l'honneur de Galilée, exprimée dans le système centimètre-gramme-seconde (CGS) par $1\ Gal = 1\ cm.s^{-2}$ ou en pratique le milligal avec $1\ mGal = 10^{-5}\ m.s^{-2}$.

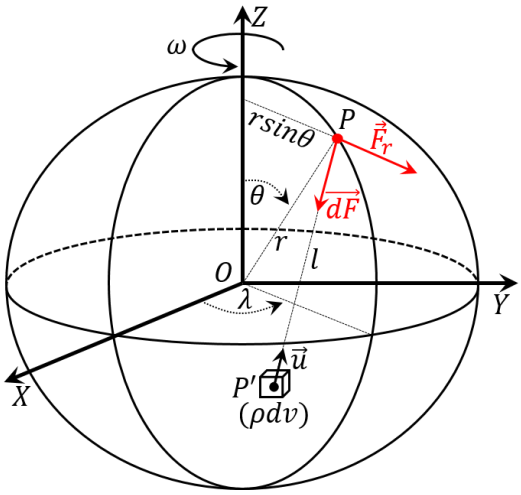


Figure 2.9. Bilan des forces au point P (forces gravitationnelle et centrifuge) (Dufour, 2001).

## 2.3.2. Potentiel de pesanteur terrestre et géoïde

L'accélération gravitationnelle dérive du potentiel gravitationnel $V$ et est donnée par $\overrightarrow{grad}(V)$, de la même façon l'accélération centrifuge est donnée $\overrightarrow{grad}(\Phi)$ avec $\Phi$ le potentiel centrifuge. Le champ de pesanteur terrestre dérive du potentiel de pesanteur $W$ qui est la somme des potentiels gravitationnel et centrifuge tel que :

$$\vec{g} = \overrightarrow{grad}(W) \implies \mathrm{W} = \mathrm{V} + \Phi = G \iiint_{Terre} \frac{\rho dv}{l} + \frac{1}{2}\omega_T^2 r^2 sin^2\theta \qquad (2\text{-}8)$$

Les surfaces $W = constante$ sont appelées **surfaces équipotentielles** ou surfaces de niveau, elles sont partout normales à $\vec{g}$. Une **ligne de force** admet $\vec{g}$ comme vecteur tangent en tout point. Le géoïde est la surface équipotentielle $W_0$ du champ de pesanteur qui coïncide avec le NMM.

### *2.3.2.1. Développement en harmoniques sphériques du potentiel gravitationnel*

En un point $P(r, \lambda, \theta)$ extérieur à la Terre, donc en l'absence des masses, le potentiel gravitationnel vérifie l'équation de Laplace :

$$\Delta V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \qquad (2\text{-}9)$$

La solution de cette équation est un développement en série entière en fonction des coordonnées sphériques $(r, \lambda, \theta)$ appelé développement en harmoniques sphériques qui est donné par (Heiskanen & Moritz, 1967) :

$$V(r, \lambda, \theta) = \frac{GM}{a} \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^{n} (C_{nm}^W \cos m\lambda + S_{nm}^W \sin m\lambda) P_{nm}(\cos\theta) \qquad (2\text{-}10)$$

Avec $r = \left\|\overrightarrow{OP}\right\|$ le rayon géocentrique, $\theta$ la colatitude géocentrique, $\lambda$ la longitude géographique, a le demi-grand axe de l'ellipsoïde, $GM$ le produit de la constante gravitationnelle et de la masse de la Terre, $n, m$ le degré et l'ordre de l'harmonique sphérique, $C_{nm}^{W}$, $S_{nm}^{W}$ sont les coefficients normalisés de Stokes.

$P_{nm}$ sont les polynômes de Legendre normalisés, de degré et d'ordre défini de la manière suivante :

$$\begin{cases} P_n(x) = \dfrac{1}{2^n n!} \times \dfrac{d^n}{dx^n}[(x^2-1)^n] \\ P_{nm}(x) = (1-x^2)^{m/2} \dfrac{d^m}{dx^m} P_n(x) \end{cases} \tag{2-11}$$

$P_{n0} = P_n$ est un polynôme de degré $n$. $V$ s'exprime le plus souvent à l'aide des coefficients $J_{nm} = -C_{nm}^{W}$ et $K_{nm} = -S_{nm}^{W}$.

#### *2.3.2.2. Echelle spatiale du champ de pesanteur*

La série infinie est habituellement tronquée à un degré maximum $n_{max}$, qui peut être associé à une plus courte longueur d'onde $\lambda$ en degrés ou en kilomètres, à la surface de la Terre selon (Seeber, 2003):

$$\lambda(°) = \frac{360}{n_{max}} \text{ ou } \lambda(km) = \frac{40000}{n_{max}} \tag{2-12}$$

ou traduite dans une échelle spatiale correspondante $D = \lambda/2$. Certaines définitions des bandes spectrales du champ de pesanteur existent selon les finalités des études, mais elles sont légèrement les mêmes. Le Tableau 2.1 présente trois subdivisions typiques des bandes spectrales du champ gravitationnel.

Tableau 2.1. Subdivision typique du champ de pesanteur en bandes spectrales

| **Subdivision** | **Grande** | **Moyenne** | **Courte** | **Très courte** | **Références** |
|---|---|---|---|---|---|
| $\lambda(km)$ | > 8000 | 1000 to 8000 | 200 to 1000 | < 200 | (Seeber, 2003) |
| $n_{max}$ | < 5 | 5 to 36 | 36 to 200 | > 200 | |
| $\lambda(km)$ | > 400 | 200 to 400 | 18 to 200 | < 18 | (Hirt, Gruber, & Featherstone, 2011) |
| $n_{max}$ | 2 to 100 | 100 to 200 | 200 to 2190 | > 2190 | |
| $\lambda(km)$ | > 400 | 200 to 400 | 18 to 200 | < 18 | (Šprlák et al., 2012) |
| $n_{max}$ | 2 to 100 | 101 to 250 | 251 to 2190 | > 2190 | |

#### *2.3.2.3. Modèle Géopotentiel Global (GGM)*

Pour l'analyse globale, le potentiel de pesanteur est présenté sous forme d'un ensemble de coefficients de développement en harmoniques sphériques appelé GGM. Plusieurs GGMs ont été développés, ils sont de deux types : « satellite pur » et combiné, par exemple (Förste & Bruinsma, 2016; Förste et al., 2014; Gatti & Reguzzoni, 2017). Les modèles « satellite pur » sont développés à partir des données issues des missions de gravimétrie spatiale souvent combinée à l'altimétrie satellitaire, ils représentent les grandes jusqu'aux moyennes longueurs d'onde du champ de pesanteur. Les modèles combinées intègrent en plus des données satellitaires, les mesures gravimétriques continentales et marines et sont développés à des degrés et ordres élevés, $n_{max} = 2190$, représentant jusqu'aux courtes longueurs d'onde. Les

GGM sont téléchargeables gratuitement à partir du site web de l'ICGEM (Barthelmes & Köhler, 2016). Plusieurs quantités physiques et géométriques (géoïde, anomalies de pesanteur, déviation de la verticale, etc.) sont calculées à partir des GGMs. Ces quantités sont sujettes à des erreurs d'omission comprenant les hautes fréquences du signal gravimétrique qui ne peuvent pas être modélisées par des harmoniques sphériques tronquées à un degré $n_{max}$ (Hirt, Featherstone, et al., 2010).

## 2.3.3. Champ de pesanteur normal - Ellipsoïde géodésique de référence

Le champ de pesanteur normal noté $\vec{\gamma}$ est un modèle mathématiquement simple servant de référence à l'étude du champ de pesanteur réel, en liant ce dernier à la forme géométrique simple, l'ellipsoïde de révolution, qui soit une surface équipotentielle de son propre champ. Le potentiel sur l'ellipsoïde est égal au potentiel réel sur le géoïde et la masse de l'ellipsoïde est celle de la Terre avec son atmosphère (Dufour, 2001).

$\vec{\gamma}$ est en pratique très proche de $\vec{g}$. Le potentiel associé à $\vec{\gamma}$ est appelé potentiel normal et est noté $U$, en pratique très proche de W. Le potentiel normal est la somme du potentiel gravitationnel normal $V_N$ et du potentiel centrifuge Φ. $V_N$ peut se développer également en harmoniques sphériques (Heiskanen & Moritz, 1967). Pour un corps à symétrie, tel que l'ellipsoïde, nous avons toujours $K_{nm} = 0$, $J_{nm} = 0$ si $m \neq 0$ et $J_{n0} = J_n$ pour $m = 0$. Le potentiel normal s'exprime ainsi par (Moritz, 1980a):

$$U(r,\theta) = V_N + \Phi = \frac{GM}{r}\left[1 - \sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{a}{r}\right)^{2n} J_{2n} P_{2n}(cos\,\theta)\right] + \frac{1}{2}\omega_T^2 r^2 sin^2\theta \qquad (2\text{-}13)$$

Avec : $J_{2n} = (-1)^{n+1}\frac{3e^{2n}}{(2n+1)(2n+3)}\left(1 - n + \frac{5nJ_2}{e^2}\right)$, $J_2 = \frac{e^2}{3}\left(1 - 2m\frac{e\prime}{15q_0}\right)$, $m = \frac{\omega_T^2 a^2 b}{GM}$, $q_0 = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{3}{e'^2}\right)\arctan e' - \frac{3}{e'}$, $e$ et $e'$ les excentricités.

### *2.3.3.1. Pesanteur normale sur l'ellipsoïde de référence*

La formule de Somigliana permet d'exprimer la pesanteur normale en un point quelconque situé sur l'ellipsoïde :

$$\gamma_0 = \frac{a\gamma_e cos^2\varphi + b\gamma_p sin^2\varphi}{(a^2 cos^2\varphi + b^2 sin^2\varphi)^{1/2}} \qquad (2\text{-}14)$$

Avec $\gamma_p$ et $\gamma_e$ la pesanteur au pôle et à l'équateur respectivement. Après développement et simplification, la formule de Somigliana s'écrit (Heiskanen & Moritz, 1967):

$$\gamma_0 = \gamma_e(1 + f_2 sin^2\varphi + f_4 sin^4\varphi) \qquad (2\text{-}15)$$

En remplaçant $sin^4\varphi = sin^2\varphi - \frac{1}{4}sin^2 2\varphi$, on obtient (Heiskanen & Moritz, 1967) :

$$\gamma_0 = \gamma_e\left(1 + f^* sin^2\varphi - \frac{1}{4}f_4 sin^2 2\varphi\right) \qquad (2\text{-}16)$$

Avec $f_2 = -f + \frac{5}{2}m + \frac{1}{2}f^2 - \frac{26}{7}mf + \frac{15}{4}m^2$ , $f_4 = -\frac{1}{2}f^2 + \frac{5}{2}mf$ , $f^* = f_2 + f_4$ et $f$ l'aplatissement.

#### *2.3.3.2. Pesanteur normale au-dessus de l'ellipsoïde*

Au-dessus de l'ellipsoïde, la pesanteur normale peut être développée en fonction de la hauteur ellipsoïdale $h$. Son expression est donnée par (Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2005):

$$\gamma_h = \gamma_0 \left[1 - \frac{2}{a}(1 + f + m - 2f sin^2\varphi)h + \frac{3}{a^2}h^2\right] \quad (2\text{-}17)$$

#### *2.3.3.3. Ellipsoïde géodésique de référence*

En plus des deux paramètres géométriques, $(a, b)$, $(a, e^2)$, $(a, 1/f)$, etc., un ellipsoïde géodésique de référence est défini par les données de rotation $\omega_T$ et de masse de la Terre $GM$ qui sont mesurées par observations astronomiques. Toutes les constantes de l'ellipsoïde, telles que les pesanteurs normales au pôle et à l'équateur, sont dérivées de ces paramètres. Les principaux ellipsoïdes géodésiques de référence sont présentés dans le Tableau 2.2.

Tableau 2.2. Ellipsoïdes géodésiques de référence

| **Ellipsoïde** | $a$ | $b$ | $1/f$ |
|---|---|---|---|
| Hayford 1909 (International 1924) | 6378388 | 6356911,9462 | 297 |
| GRS67 | 6378160 | | 298.247167427 |
| WGS72 | 6378135 | 6356750,5 | 298.26 |
| GRS80 | 6378137 | 6356752,3141 | 298.257222101 |
| WGS84 | 6378137 | 6356752,3142 | 298.257223563 |

#### *2.3.3.4. Formule internationale de gravité ou de la pesanteur normale sur les ellipsoïdes de référence*

La **formule internationale de gravité de 1924** sur l'ellipsoïde Hayford 1909 est donnée par (Lambert, 1945)**:**

$$\gamma_{1924} = 978049{,}0(1 + 0{,}005\,2884\ sin^2\varphi - 0{,}000\,0059\ sin^2 2\varphi) \quad (2\text{-}18)$$

Cette formule a été utilisée dans les toutes missions de reconnaissance gravimétriques en Afrique par l'Office de Recherche Scientifique et Technique Outre-Mer (ORSTOM-France). Elle a été remplacée ensuite par la formule dans le GRS67 publiée en 1971 par l'AIG *:*

$$\gamma_{GRS67} = 978031{,}8(1 + 0{,}0053024 \times sin^2\varphi - 0{,}0000059 \times sin^2 2\varphi) \quad (2\text{-}19)$$

Après l'avènement du **GRS80** (Moritz, 1980b), l'AIG a recommandé la formule :

$$\gamma_{GRS80} = 978032{,}7(1 + 0{,}0053024 \times sin^2\varphi - 0{,}0000058 \times sin^2 2\varphi) \quad (2\text{-}20)$$

### 2.3.4. Champ perturbateur et anomalie de pesanteur

#### *2.3.4.1. Potentiel perturbateur*

Le potentiel perturbateur est la différence entre le potentiel de pesanteur $W$ et le potentiel normal $U$, il peut aussi se développer en harmonique sphériques :

$$T(r, \lambda, \theta) = W - U = \frac{GM}{r}\sum_{n=2}^{+\infty}\left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^{n}(C_{nm}^T cos\, m\lambda + S_{nm}^T sin\, m\lambda)P_{nm}(cos\,\theta) \quad (2\text{-}21)$$

Où $C_{nm}^T = C_{nm}^W - C_{nm}^U$ et $S_{nm}^T = S_{nm}^W - S_{nm}^U$ sont les coefficients du potentiel perturbateur. $C_{nm}^U$ et $S_{nm}^U$ sont les coefficients du potentiel normal qui n'existent que pour $m = 0$ à cause de

la symétrie rotationnelle (Heiskanen and Moritz 1967).

#### *2.3.4.2. Anomalie de pesanteur*

L'anomalie de pesanteur $\Delta g$ (Figure 2.10) est la différence entre la valeur observée $g_P$ en $P$ (à la surface de la Terre ou sur le géoïde) et la pesanteur normale $\gamma_Q$ calculée en $Q$ (à la surface de l'ellipsoïde géodésique de référence ou celle du telluroïde) :

$$\Delta g = g_P - \gamma_Q \tag{2-22}$$

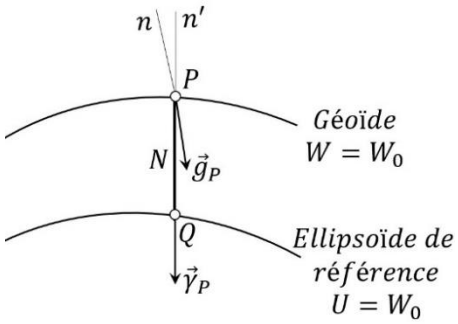


Figure 2.10. Définition de l'anomalie de pesanteur (Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2005).

#### *2.3.4.3. Déviation de la verticale*

La déviation de la verticale est l'angle entre la verticale au point P et la normale à l'ellipsoïde au point Q. Elle est définie par ses composantes Est-Ouest $\eta$ et Nord-Sud $\xi$ dans le repère local:

$$\begin{aligned} \eta &= \cos\varphi_g \left(\lambda_a - \lambda_g\right) \\ \xi &= \varphi_a - \varphi_g \end{aligned} \tag{2-23}$$

avec $(\lambda_a, \varphi_a)$ les coordonnées géographiques astronomiques et $\left(\lambda_g, \varphi_g\right)$ les coordonnées géographiques géodésiques.

### 2.3.5. Notions et systèmes d'altitudes

L'altitude est une notion physique liée à la pesanteur. L'altitude d'un point est la distance suivant la direction de la ligne de force de la pesanteur entre le point et le géoïde. Les surfaces équipotentielles et de mêmes altitudes sont recoupées en montant ou en descendant. C'est une donnée importante dans les sciences de la Terre, la météorologie, la physique, la biologie et les grands travaux de Génie Civil et de mines. L'eau coule du point d'altitude plus élevée au point le plus bas.

#### *2.3.5.1. Nivellement géométrique*

Le **nivellement direct** ou **géométrique (**Figure 2.11**)**, consiste à déterminer la différence d'altitude $\delta H_{AB}$ entre deux points A et B à l'aide du niveau (appareil) placé entre les deux points et de deux (2) mires verticales placées à chaque point. Le niveau définit l'horizontale $\bar{A}\bar{B}$, la différence d'altitude est :

$$\delta H_{AB} = l_1 - l_2 \tag{2-24}$$

Avec $l_1 = A\bar{A}$ et $l_2 = B\bar{B}$ les lectures sur les mires. Dans les opérations de nivellement, la distance entre les deux points est minimisée de façon à faire coïncider les surfaces de niveau, et le niveau est placé sur la médiatrice du segment reliant les deux points.

La fermeture d'un cheminement fermé (boucle) n'est jamais nulle, la dénivelée mesurée à partir du niveau est normalement différente de la différence d'altitude, à cause du non parallélisme des surfaces de niveau. Les mesures de dénivelée doivent être combinées avec des mesures gravimétriques, conduisant à des différences de potentiel qui ont une signification physique.

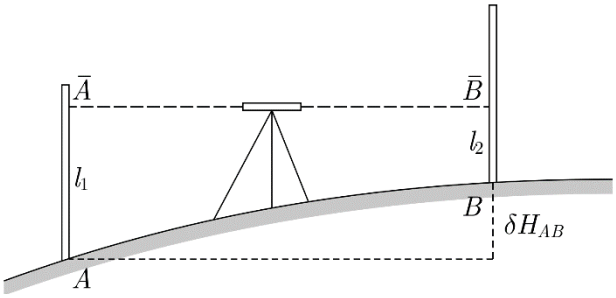


Figure 2.11. Principe du nivellement géométrique (Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2005).

#### *2.3.5.2. Cote géopotentielle*

La cote géopotentielle d'un point $P$ est la différence de potentiel par rapport au géoïde, exprimée en unité géopotentielle $1\ UGP = 10^6 mgal.m$ :

$$C_M = W_0 - W_P = -\int_{P_0}^{P} g dn \tag{2-25}$$

La différence de cotes géopotentielles entre deux points $P_1$ et $P_2$ est mesurable, $g$ par le gravimètre et la dénivelée $dn$ par le nivellement géométrique.

#### *2.3.5.3. Altitudes*

De façon générale, l'altitude d'un point *P* est données par :

$$H_P^{(*)} = \frac{W_A - W_P}{\gamma^{(*)}} \tag{2-26}$$

Avec *A* le point d'origine d'altitude nulle, situé sur une surface équipotentielle proche du géoïde et $\gamma^{(*)}$ détermine le type d'altitudes. L'altitude dynamique a un intérêt scientifique, elle est déterminée par la valeur constante $\gamma^{(*)} = \gamma_0$ (2-26)à $\varphi = 45°$.

##### *i. Altitude orthométrique et géoïde*

L'**altitude orthométrique** $H_P^O$ du point $P$ est son abscisse curviligne, le long de la ligne de force du champ de pesanteur $g$, comptée à partir du point $P_0$ situé sur le géoïde. Elle est déterminée par $\gamma^{(*)} = \tilde{g}$, la valeur moyenne de $g$ sur l'arc $P_0P$, telle que :

$$\gamma^{(*)} = \tilde{g} = \frac{1}{H_P^O}\int_{P_0}^{P} g ds \tag{2-27}$$

##### *ii. Altitude normale et quasigéoïde*

La **surface sphéropotentielle** du point $P$, appelée aussi telluroïde est la surface équipotentielle du champ normal, dont le potentiel normal $U_Q$ est égal au potentiel réel de $W_P$. **L'altitude normale** $H_P^N$ du point $P$ est la hauteur $Q_0Q$ de la sphéropotentielle au-dessus de l'ellipsoïde le long de la ligne de force du champ de pesanteur normale. Elle est déterminée par $\gamma^{(*)} = \tilde{\gamma}$, la valeur moyenne de $\gamma$ sur l'arc $Q_0Q$, telle que :

$$\gamma^{(*)} = \tilde{\gamma} = \frac{1}{H_P^N}\int_{Q_0}^{Q} \gamma ds \tag{2-28}$$

L'**anomalie d'altitude** ou la **hauteur du quasigéoïde** $\zeta$ au point $P$ est la longueur de l'arc de la ligne de force entre $Q$ et $P$.

***iii. Relation entre les altitudes***

La ligne de force $P_0P$ et la normale à l'ellipsoïde $Q_0P$ ne diffère que par la courbure de la ligne de force et la déviation de la verticale. A 1 mm près, la hauteur ellipsoïdale $h$ est exprimée par la somme de l'altitude orthométrique $H^O$ et la hauteur du géoïde $N$, elle est aussi approchée par la somme de l'altitude normale $H^N$ et l'anomalie d'latitude $\zeta$ :

$$h \approx N + H^O = \zeta + H^N \tag{2-29}$$

### *2.3.5.4. Séparation entre géoïde et quasigéoïde*

La séparation entre le géoïde et le quasigéoïde en un point $P$ est approchée par (Heiskanen & Moritz, 1967):

$$N - \zeta = H^N - H^O \approx \frac{\tilde{g} - \tilde{\gamma}}{\tilde{\gamma}} H_P \approx \frac{\Delta g_B}{\gamma_0} H_P \tag{2-30}$$

Avec $\Delta g_B$ l'anomalie de Bouguer au point P et $\gamma_0$ la pesanteur normale sur l'ellipsoïde de référence. La grandeur $(N - \zeta)$ est souvent inferieure au m, donc les erreurs associées à la formule approchée sont dans la tolérance. Par exemple, pour une élévation de 3797 m, $(N - \zeta)$ est d'environ -35 cm (Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2005). Les systèmes d'altitudes sont illustrés dans la Figure 2.12.

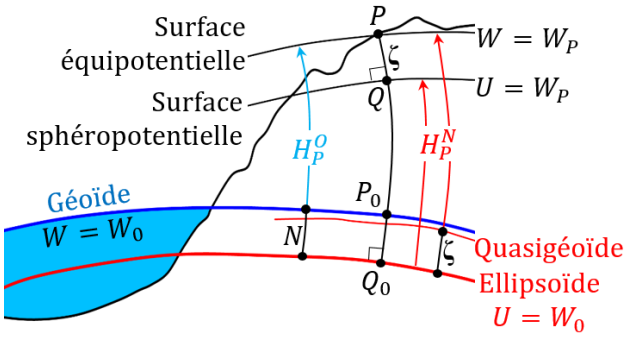


Figure 2.12. Illustration des types d'altitudes et des surfaces de références (Dufour, 2001).

### *2.3.5.5. Nivellement par GNSS*

Le nivellement géométrique est fastidieux et coûteux, en plus il doit être couplé aux mesures de pesanteur pour déterminer les différences d'altitudes orthométriques entre deux points. Avec un modèle local, régional ou global de géoïde/quasigéoïde, le GNSS est utilisé ainsi que les expressions basiques (2-29) qui mettent en relation les types d'altitudes. La différence d'altitudes orthométriques $\delta H_{AB}$ entre deux points $A$ et $B$ est données par :

$$\delta H_{AB} = H_B - H_A = (h_B - h_A) - (N_B - N_A) = \delta h_{AB} - \delta N_{AB} \tag{2-31}$$

Avec $H_A$ et $H_B$ les altitudes respectives des deux points, $h_A$ et $h_B$ leurs hauteurs ellipsoïdales de différence $\delta h_{AB}$, $N_A$ et $N_B$ les hauteurs de géoïde de différence $\delta N_{AB}$. Le principe est illustré

dans la Figure 2.13. Pour les altitudes normales, il suffit de remplacer les hauteurs de géoïde par les anomalies d'altitudes au niveau des deux points. La précision du nivellement par GNSS dépend de celle du géoïde/quasigéoïde. Pour des points très proche, la variation du géoïde/quasigéoïde est faible, celle-ci peut être négligée.

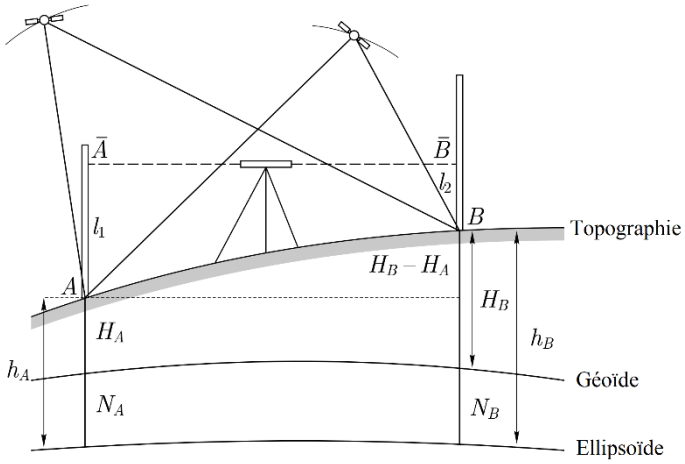


Figure 2.13. Nivellement par GNSS (Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2005).

### *2.3.5.6. Système d'altitude au Niger*

Le réseau de nivellement du Niger a été établi par l'Institut Géographique National (IGN-France) en 1952-53-55-56. Il fait partie du Nivellement Général de l'Afrique de l'Ouest (NGAO), basé sur les altitudes orthométriques et dont l'origine se trouve à Yoff (Dakar, Sénégal). L'extension du réseau a continué jusque dans les années 1970. Chaque carte topographique de 1/200000 est accompagnée d'un dossier de nivellement, environ 117, contenant des fiches signalétiques par repère de nivellement. Il y a environ 3000 repères de nivellements de 1$^{er}$, 2$^{ème}$, 3$^{ème}$ et 4$^{ème}$ ordres couvrant une grande partie du pays. Les repères sont scellés dans des bâtiments, des bornes, des ouvrages hydrauliques, etc. (Figure 2.14). Des nouveaux repères de 2$^{ème}$ ordre ont été installés de janvier à mars 1993 dans les régions du Djermaganda et des Dallols (JICA & IGN-N, 1996). Le réseau souffre des problèmes d'entretien et nécessite également des travaux d'extension, beaucoup de repères ont disparu ou sont détruits, les bornes sont souvent recyclées ou intégrées dans les habitations (Figure 2.15) (Delclaux, 2003).



Figure 2.14. Repères de nivellement. Crédit photo : IBRAHIM Y. Salissou, Septembre 2016.

## 2.3.6. Estimation du géoïde et formules fondamentales

Il y a un certain nombre de méthodes d'estimation de la hauteur de géoïde, dont l'utilisation dépend de plusieurs facteurs dont les types de données disponibles et leur distribution qui varie d'un pays à l'autre. Les mesures gravimétriques sont communément utilisées parce qu'elles sont disponibles dans la majorité des cas. Certaines méthodes utilisent les mesures de la déviation de la verticale, les mesures GNSS/Nivellement, les GGM, ou la combinaison de plusieurs types de mesures.



Figure 2.15. Etat des repères de nivellement dans la région du lac Tchad (Delclaux, 2003).

### *2.3.6.1. Modèle gravimétrique*

Le modèle gravimétrique utilise l'anomalie de pesanteur et la formule de Stokes (Stokes, 1849).

#### *i. Formule de Stokes*

Le potentiel perturbateur $T$ est obtenu à partir de l'anomalie de pesanteur sur le géoïde, comme la solution du troisième problème de valeur limite de la géodésie physique. $T$ est une fonction harmonique sur une surface limite, le géoïde. L'**équation fondamentale de la géodésie physique** est donnée par (Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2005):

$$\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{2}{r}T + \Delta g = 0 \qquad (2\text{-}32)$$

Avec $r$ est le rayon géocentrique, $\Delta g$ l'anomalie de pesanteur mesurable. La solution de (2-32) est donnée par la formule de Pizzetti (Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2005) qui s'écrit sur le géoïde comme :

$$T = \frac{R}{4\pi}\iint_{\sigma} S(\psi)\Delta g d\sigma \qquad (2\text{-}33)$$

La hauteur du géoïde $N$ est obtenue à partir du potentiel perturbateur selon le **théorème de Bruns** (Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2005) :

$$N = \frac{T}{\gamma_0} \qquad (2\text{-}34)$$

où $\gamma_0$ est la pesanteur normale sur l'ellipsoïde de référence.

La **formule** ou l'**intégrale de Stokes** est donnée par (ibid.) :

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma_0}\iint_{\sigma} S(\psi)\Delta g d\sigma \tag{2-35}$$

Où $N$ est la hauteur de géoïde, $R$ le rayon moyen de la Terre, $\psi$ l'angle géocentrique, $\gamma_0$ la pesanteur normale sur l'ellipsoïde de référence, $\Delta\sigma$ est l'élément de surface sur la sphère unité $\sigma$ et $S(\psi)$ est la fonction de Stokes donnée par (Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2005) :

$$S(\psi) = \frac{1}{\sin\frac{\psi}{2}} - 6\sin\frac{\psi}{2} + 1 - 5\cos\psi - 3\cos\psi\, ln\left(\sin\frac{\psi}{2} + \sin^2\frac{\psi}{2}\right) \tag{2-36}$$

et dans la forme spectrale avec $P_n$ est le polynôme de Legendre, (ibid) comme :

$$S(\psi) = \sum_{n=2}^{\infty}\frac{2n+1}{n-1}P_n(\cos\psi) \tag{2-37}$$

Les conditions d'application de la formule de Stokes (Heiskanen & Moritz, 1967): les anomalies de pesanteur doivent se référer au géoïde et non à la surface de la Terre, là où elles sont observées, l'inexistence de masse à l'extérieur du géoïde (i.e. topographie et atmosphère) et les anomalies devraient être connues sur la Terre entière.

En particulier, la réduction des anomalies au géoïde n'est possible qu'avec un bon modèle de répartition des masses dans la croûte terrestre. Afin de remplir ces conditions et trouver des situations qui la rendent facile à évaluer, plusieurs variantes de la formule de Stokes ont émergée (Ulotu, 2009). La régularisation de géoïde permet de résoudre le problème de la valeur limite en utilisant certains types de **réductions gravimétriques** (Heiskanen & Moritz, 1967).

### *ii. Formule de Molodensky*

La méthode de Molodensky permet de s'affranchir des conditions d'application de la formule de Stokes, notamment le modèle de répartition des masses dans la croute terrestre. Elle utilise l'anomalie à l'air libre de surface $\Delta g_S$ (2-48). L'anomalie d'altitude est calculée de manière itérative, au premier ordre elle est donnée par :

$$\zeta \approx \frac{R}{4\pi\gamma_Q}\iint_{\sigma} S(\psi)(\Delta g_S + g_1)d\sigma \tag{2-38}$$

Où $g_1$ est le terme de correction au premier ordre de Molodensky et $\gamma_Q$ la pesanteur normale sur le telluroïde (Figure 2.12).

### *iii. Collocation par moindres carrés*

Le géoïde est aussi estimé par la méthode de collocation par moindres carrés (*Least Square Collocation* – LCS) (Jiang, Poitevin, & Tscherning, 1996; Moritz, 1980a; Sansò & Sideris, 2013; Tscherning, 1985, 2013). L'équation pour les moindres carrées s'écrit en fonction des mesures $l$, de la partie du signal $t$ et du bruit $n$ (Moritz, 1980a):

$$l = t + n \tag{2-39}$$

Les signaux estimés $\hat{s}$ sont donnés en fonction de la matrice des covariances croisées $C_{st}$ entre les mesures et les signaux mesurés, des auto-covariances des mesures $C_{tt}$ et la matrice du bruit $C_{nn}$ par (Moritz, 1980a):

$$\hat{s} = C_{st}(C_{tt} + C_{nn})^{-1} l \tag{2-40}$$

#### *2.3.6.2. Modèle astro-géodésique - formules de Vening Meinesz*

Les formules de Vening Meinesz (Vening Meinesz, 1928) permettent de relier les anomalies de pesanteur aux composantes de la déviation de la verticale en dérivant la formule de Stokes :

$$\begin{cases} \eta = -\dfrac{1}{R\cos\varphi}\dfrac{\partial N}{\partial \lambda} \\ \xi = -\dfrac{1}{R}\dfrac{\partial N}{\partial \varphi} \end{cases} \tag{2-41}$$

#### *2.3.6.3. Modèle géométrique obtenu par nivellement et GNSS*

La méthode nivellement/GNSS consiste à déterminer d'abord la hauteur ellipsoïdale $h$ d'un point par GNSS (GPS par exemple) et son altitude $H$ dans le système altimétrique local. La hauteur de l'altitude zéro par rapport à l'ellipsoïde de référence géodésique (WGS84 par exemple) est donnée par :

$$N = h - H \tag{2-42}$$

Avec une densité importante de points en $h$ et $H$, $N$ peut être interpolée en d'autres points pour obtenir une surface de conversion des hauteurs ellipsoïdales en altitude dans le système altimétrique local. Cette surface de conversion est proche du géoïde. Cette méthode a été utilisée dans les régions du Djermaganda et des Dallols à l'Ouest du Niger avec la collocation pour l'interpolation (JICA & IGN-N, 1996).

#### *2.3.6.4. Modèle obtenus à partir des GGMs*

La hauteur de géoïde $N$ et l'anomalie de hauteur $\zeta$ correspondant aux grandes et moyennes longueurs d'onde s'obtiennent en substituant le potentiel perturbateur par son développement en harmoniques sphériques (2-21) dans la formule de Brun (2-34):

$$N = \frac{GM}{r\gamma_0}\sum_{n=2}^{n_{max}}\left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^{n}(C_{nm}^T \cos m\lambda + S_{nm}^T \sin m\lambda)P_{nm}(sin\varphi) \tag{2-43}$$

et

$$\zeta = \frac{GM}{r\gamma_Q}\sum_{n=2}^{n_{max}}\left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^{n}(C_{nm}^T \cos m\lambda + S_{nm}^T \sin m\lambda)P_{nm}(sin\varphi) \tag{2-44}$$

Avec $\gamma_0$ la pesanteur normale sur l'ellipsoïde de référence (2-16) et $\gamma_Q$ la pesanteur normale sur le telluroïde (2-17).

### 2.3.7. Mesures gravimétriques

#### *2.3.7.1. Mesures absolue et relative*

Les mesures gravimétriques consistent à mesurer l'accélération de la pesanteur ou son gradient. Les mesures absolues donnent la valeur de l'accélération à partir des mesures de temps et de distance et à l'aide des gravimètres absolus. Les mesures relatives permettent de déterminer l'accélération de la pesanteur en un ou plusieurs points en mesurant les variations de celle-ci à partir d'une station gravimétrique de référence (mesure absolue). Pour pouvoir comparer des

mesures réalisées en différents endroits du globe, le « réseau standard international de la pesanteur » (IGSN71 : *International Gravity Standardization Network*) a été adopté, en 1971, par l'AIG (Dubois et al., 2011). Les mesures relatives sont aussi faites en continu sur des mobiles, les navires ou les avions (gravimétrie mobile), une correction est appliquée aux mesures pour tenir compte du fait que la plateforme se déplace d'après les recommandations du hongrois R. von Eötvös (Dubois et al., 2011). Il y a également la mesure des gradients de la pesanteur appelée **gradiométrie gravitationnelle** qui est faite à l'aide des balances de torsion.

#### *2.3.7.2. Altimétrie satellitaire*

L'altimétrie satellitaire est utilisée pour la détermination du géoïde en Mer et la topographique des océans. Le RADAR spatio-porté mesure la distance entre la surface instantanée de l'océan et le satellite donc l'orbite est connue par rapport à l'ellipsoïde de référence.

Les données continentales, marines, aériennes jusqu'à l'extension à l'altimétrie satellitaire, sont riches en détails locaux (courtes jusqu'aux moyennes longueurs d'ondes), mais elles sont spatialement limitées. Les limitations des techniques traditionnelles ont conduit à l'utilisation des techniques spatiales (Rummel et al., 2002).

#### *2.3.7.3. Gravimétrie spatiale*

A la fin des années 90, trois missions de gravimétrie spatiale ont été planifiées puis lancées à partir de 2000. La mesure du champ de pesanteur depuis l'espace est basée sur l'analyse des perturbations des orbites des satellites (orbitographie) sous l'influence du champ de pesanteur terrestre. L'objectif est d'obtenir une cartographie globale et homogène du champ de pesanteur terrestre. Les données satellitaires sont lisses et généralement dépourvues des détails de hautes fréquences. Quatre (4) critères fondamentaux devraient être remplis par toute mission de gravimétrie spatiale (Rummel et al., 2002) :

- Suivi ininterrompu de la trajectoire du satellite en trois dimensions spatiales ;
- Mesure ou compensation de l'effet des forces non gravitationnelles (résistance à l'air, pression de radiation, forces de Coriolis, …) par l'accéléromètre ;
- Altitude d'orbite aussi faible que possible pour un signal gravimétrique élevé ;
- Neutraliser l'atténuation du champ gravitationnel avec l'altitude par « différenciation ».

Les trois premiers critères peuvent être satisfaits en exploitant le concept de suivi satellite-satellite en mode haut-bas (*Satellite-to-Satellite Tracking High-Low mode* SST-HL). Ainsi, un satellite d'orbite terrestre basse (Low Earth Orbiter - Leo) est équipé d'un récepteur GNSS et d'un accéléromètre à trois axes. Un premier satellite de ce type est l'allemand CHAMP qui a été lancé le 15 juillet 2000 (Reigber et al., 1996).

Pour satisfaire le quatrième critère, deux concepts alternatifs ont été conçus : le suivi satellite-satellite dans le mode bas-bas (*Satellite-to-Satellite Tracking* Low-*Low mode* SST-LL) et la gradiométrie gravitationnelle par satellite (*Satellite Gravity Gradiometry* SGG). Dans le mode SST-LL, en plus du suivi SST-HL, deux satellites situés sur la même orbite et distants de 100 à 400 km se pourchassent. Le concept SST-LL a été implémenté par la mission germano-américaine GRACE, lancée 17 Mars 2002 (GRACE, 1998).

Enfin dans le mode SGG, les différences d'accélérations sont mesurées suivant les trois directions spatiales à l'aide de six (6) accéléromètres. La mission GOCE de l'agence spatiale européenne (*Europeen Spatial Agency* – ESA) a implémenté le concept SGG (ESA, 1999). Elle a été lancée 17 mars 2009 et a pris fin en Novembre 2013.

Plusieurs GGMs ont été dérivés de ces observations spatiales comme produit final pour les applications en océanographie, géologie et géodésie. A partir de la mission GRACE, la série EIGEN (*European Improved Gravity Field Model of the Earth by New Techniques*) est la plus importante en termes de GGMs (Förste et al., 2008; Reigber et al., 2006). Le modèle combiné de haute résolution EGM2008 est aussi basé sur les données de GRACE (Pavlis, Holmes, Kenyon, & Factor, 2012).

L'objectif de la mission est de mesurer le champ de pesanteur stationnaire de la Terre avec une précision de l'ordre d'un (1) mgal pour les anomalies de gravité et de modéliser le géoïde avec une précision de l'ordre de 1 à 2 cm pour une résolution spatiale meilleure que 100 km correspondant au d/o 200 des harmoniques sphériques. Jusqu'à aujourd'hui, cinq (5) versions de GGMs de GOCE ont été développées basées sur les données de différentes périodes d'observations, par l'ESA (*High Level Processing Facility* – HPF). Les données ont été traitées à travers trois (3) approches : directe (*direct*), spectrale temporelle (*Time-wise*) et spectrale spatiale (*Space-wise*) (Pail et al., 2011; Rummel, Gruber, & Koop, 2004). Les cinquièmes versions sont basées sur les données de la durée complète de la mission, incluant celles de l'orbite basse au retour du satellite en Novembre 2013 (Tocho & Vergos, 2015). D'autres modèles ont été développés parallèlement par d'autres organismes en combinant d'autres sources de données, comme les données de GRACE, CHAMP, etc. (Förste & Bruinsma, 2016; Förste et al., 2014). GECO est une mise d'EGM2008 avec les données de GOCE (Gilardoni, Reguzzoni, & Sampietro, 2015).

### 2.3.8. Réductions gravimétriques

Les réductions gravimétriques servent d'outils pour trois principaux objectifs : la détermination de géoïde, l'interpolation/extrapolation du champ de pesanteur en géodésie et l'exploration de la croute terrestre en géologie et géophysique. La pesanteur $g$ mesurée à la surface de la Terre n'est pas directement comparable à la pesanteur normale $\gamma_0$ sur l'ellipsoïde de référence. La réduction gravimétrique au niveau de la Mer est nécessaire, cette dernière diffère selon la façon dont sont traitées les masses (topographie et atmosphère) situées au-dessus du géoïde. Ces masses sont retirées ou condensées sous le niveau de la Mer, ainsi la station gravimétrique est transférée de $P$ à $P_0$ (Figure 2.12). Par une telle procédure de réduction, certaines irrégularités dans la pesanteur dues aux différences d'altitudes des stations sont retirées, de sorte que l'interpolation et même l'extrapolation aux zones non observées deviennent faciles (Heiskanen & Moritz, 1967).

Nous avons les réductions à l'air libre, de Bouguer, les méthodes isostatiques, le modèle de terrain résiduel (RTM), la seconde méthode de condensation de Helmert et l'inversion de Rudzki (Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2005; Ilias N. Tziavos & Sideris, 2013). Les trois dernières sont utilisées dans les déterminations de géoïde gravimétrique.

#### *2.3.8.1. Anomalie à l'air libre ou anomalie de pesanteur classique*

L'anomalie à l'**air libre** ou l'anomalie de pesanteur classique est donnée par la formule :

$$\Delta g_{FA} = g_P - \gamma_0 + 0{,}3086 \times H_P \qquad (2\text{-}45)$$

Où $0{,}3086 \times H_P$ est la correction à l'air libre ou d'altitude, donnée par le gradient vertical de $g$ qui est approché par celui de $\gamma$, multiplié par l'altitude orthométrique $H_P$ de $P$.

#### *2.3.8.2. Anomalies de Bouguer simple et complète*

L'**anomalie de Bouguer simple** $\Delta g_B$ s'obtient en retranchant de l'anomalie à l'air libre, la correction de plateau :

$$\Delta g_B = \Delta g_{FA} - 2\pi G\rho H_P \qquad (2\text{-}46)$$

Où $2\pi G\rho H_P$ est la correction du plateau ou plateau de Bouguer. En considérant la densité topographique standard $\rho = 2{,}67\ g.cm^{-3}$, cette correction est égale à $2\pi G\rho H_P = 0{,}1119 H_P\ mGal$. L'**anomalie de Bouguer complète** $\Delta g_{BC}$ est calculée en tenant compte des variations de la topographie réelle par rapport au plateau de Bouguer, appelées corrections de terrain $t_c$ au niveau de chaque station gravimétrique :

$$\Delta g_{BC} = \Delta g_B + t_c \qquad (2\text{-}47)$$

Les corrections de terrain sont illustrées dans la section 2.4. L'anomalie de Bouguer est utilisée pour l'interpolation des données gravimétriques et l'exploration de la croute terrestre, il ne reste que les anomalies de densité après le retrait du plateau de Bouguer.

#### *2.3.8.3. Anomalie à l'air libre selon Molodensky*

L'**anomalie de pesanteur moderne** ou selon **Molodensky** ou **de surface** est donnée par :

$$\Delta g_S = g_P - \gamma_Q \qquad (2\text{-}48)$$

$\gamma_Q$ est la valeur théorique de la pesanteur au point $Q$ obtenue en remplaçant $h$ par l'altitude normale de $Q$ dans la formule (2-17).

#### *2.3.8.4. Effet indirect*

L'effet indirect est le changement du potentiel de pesanteur et donc du géoïde, dû au retrait ou à la condensation des masses sous-jacentes aux réductions topographiques isostatiques (Heiskanen & Moritz, 1967). La formule de Stokes/Molodensky conduit au co-géoïde qui est une surface légèrement différente du géoïde/quasigéoïde et qui est spécifique à la méthode de réduction gravimétrique suivie. De façon générale, l'effet indirect $\delta N$ est obtenu en appliquant le théorème de Brun (Heiskanen & Moritz, 1967):

$$\delta N = \frac{\delta W}{\gamma_0} \qquad (2\text{-}49)$$

Où $\delta W$ est le changement de potentiel au niveau du géoïde et $\gamma_0$ la pesanteur normale. Le choix de la méthode de réduction gravimétrique dépend des paramètres tels que la signification géophysique de l'anomalie réduite, la simplicité de calcul, la possibilité d'interpolation et un effet indirect faible voire inexistant (Heiskanen & Moritz, 1967).

## 2.4. Détermination du géoïde gravimétrique

L'intégrale de Stokes doit être évaluée sur toute la Terre, mais la zone de calcul est limitée à un chapeau sphérique autour du point de calcul en raison de la couverture limitée des données gravimétriques, donc en négligeant les effets des zones lointaines. Une erreur de troncation se produit. Molodensky et al. (1962) ont proposé que cette erreur de troncation puisse être réduite lorsque la formule de Stokes combine les données continentales et celles des grandes longueurs d'onde du GGM. C'est la modification de la formule de Stokes. De nos jours, il y a plusieurs variantes de la régularisation classique appelées méthode de Retrait-Calcul-Restauration (RCR). La RCR utilise l'anomalie résiduelle réduite au géoïde ou donnée sur la surface, selon la formule de Stokes utilisée (modifiée ou non) et la méthode suivie pour la détermination du géoïde. L'anomalie résiduelle est égale à l'anomalie observée moins $(-)$ celle du GGM (satellite pur généralement). Les principales méthodes utilisées de nos jours sont : RCR de l'université de Copenhague (Danemark), Stokes-Helmert de l'université de New Brunswick (UNB - Canada) et la méthode KTH de l'Institut Royal de Technologie (KTH - Suède).

### 2.4.1. Retrait - Calcul - Restauration (RCR)

L'idée principale de la RCR est de rendre l'anomalie de pesanteur aussi petite que possible avant l'interpolation et l'intégration par la formule de de Stokes. Les grandes longueurs d'onde $\Delta g_{GGM}^{pts}$ calculées à partir du GGM et les hautes fréquences dues à la topographie (effet direct du RTM) $\Delta g_{RTM}^{pts}$ sont retranchées de l'anomalie à l'air libre $\Delta g_{FA}^{pts}$ pour obtenir l'anomalie à l'air libre résiduelle $\Delta g_{res}^{pts}$ au niveau des stations gravimétriques (**phase de retrait**):

$$\Delta g_{res}^{pt} = \Delta g_{FA}^{pt} - \Delta g_{GGM}^{pt} - \Delta g_{eff\_terr}^{pt} \qquad (2\text{-}50)$$

En substituant le potentiel perturbateur par son développement en harmoniques sphériques (2-21) dans (2-32), l'anomalie à l'air libre sur le géoïde $\Delta g_{GGM}$ est donnée par:

$$\Delta g_{GGM} = \frac{GM}{r^2} \sum_{n=2}^{n_{max}} (n-1) \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^{n} (C_{nm}^T \cos m\lambda + S_{nm}^T \sin m\lambda) P_{nm}(\sin\varphi) \qquad (2\text{-}51)$$

L'effet de terrain $\Delta g_{eff\_terr}^{pt}$ dépend de l'approche utilisée (réduction topographique isostatique) : la seconde méthode de condensation de Helmert qui conduit au géoïde et l'approche du quasigéoïde par le modèle de terrain résiduel (RTM).

Les anomalies résiduelles ponctuelles $\Delta g_{res}^{pts}$ sont interpolées en une grille régulière $\Delta g_{res}^{gri}$ qui sera utilisée pour l'estimation des anomalies d'altitude résiduelles. La réduction RTM fournit des anomalies réduites assez lisses pour être interpolées directement (Corchete, 2008, 2010; Corchete et al., 2005; Corchete, Chourak, Khattach, & Benaïm, 2007, 2008; Corchete & Pacino, 2007; Kiamehr, 2007; Manzano, Chourak, Corchete, & Manzano, 2010; Ulotu, 2009). Dans la seconde méthode de condensation de Helmert et la création des grilles d'anomalies à l'air libre pour la méthode KTH, l'effet RTM est retiré avant l'interpolation, puis restauré sous forme de grille après (Corchete, 2010; Ulotu, 2009). Certains auteurs ont proposé d'utiliser la réduction de Bouguer simple ou complète avant l'interpolation (Amos & Featherstone, 2006; Featherstone & Kirby, 2000).

Il y a plusieurs méthodes d'interpolation : Krigeage (Krige, 1951), collocation par moindres carrés (Moritz, 1972), méthode de Bjerhammar (Bjerhammar, 1973), approche du domaine de fréquence (Vermeer, 1992), inverse distance pondérée, plus proche voisin, etc. Le Krigeage est bien adapté pour l'interpolation des anomalies gravimétriques, il a été utilisé dans plusieurs études (Abd-elmotaal, 2003; Abd-Elmotaal, 2010; Corchete et al., 2008; Kiamehr, 2007; Ssengendo, Sjöberg, & Gidudu, 2015; Ulotu, 2009).

La grille est utilisée dans la formule de Stokes ou à travers la collocation par moindres carrés pour déterminer le géoïde/quasigéoïde résiduel (**phase de calcul**). Ensuite les signaux retirés sont restaurés pour obtenir le géoïde/quasigéoïde final (**phase de restauration**). Il s'agit de l'effet indirect sur le géoïde/quasigéoïde et de la contribution du GGM.

#### *2.4.1.1. Seconde méthode de condensation de Helmert*

Cette méthode utilise l'anomalie à l'air libre réduite selon la seconde méthode de condensation de Helmert en retranchant l'effet de terrain et la contribution du GGM. L'effet de terrain est exprimé comme (Sideris, 1990):

$$\Delta g_{eff\_terr} = -\delta\Delta g - t_c \tag{2-52}$$

Avec $\delta\Delta g \approx 2\pi G\rho H^2/R$ l'effet indirect sur la gravité (Sideris & She, 1995) et $t_c$ la correction de terrain. L'anomalie réduite est d'abord lissée par le retrait du plateau de Bouguer avant l'interpolation, qui est restauré par la suite. La formule classique de Stokes est utilisée. $N_{GGM}$ est déterminé par la formule (2-43) et $N_{ind}$ est donné par la formule (2-49) (Sideris, 1990):

$$N_{ind} = -\frac{\pi G\rho}{\gamma}h^2 - \frac{G\rho}{6\gamma}\iint \frac{h^3 - h_P^3}{\left(h - h_p\right)^3}dxdy \tag{2-53}$$

Le géoïde final $N$ est obtenu en restaurant l'effet indirect $N_{ind}$ et la contribution du GGM, $N_{GGM}$, sur le géoïde résiduel $N_{res}$:

$$N = N_{res} - N_{GGM} - N_{ind} \tag{2-54}$$

La méthode de condensation de Helmert a été utilisée dans plusieurs calculs de géoïde : en Algérie (Haddad, 2004), dans la péninsule ibérique (Corchete et al., 2005), dans le Nord de la péninsule ibérique (Corchete, 2008), en Andalousie (Manzano et al., 2010), au Maroc (Corchete et al., 2007), en Bolivie (Corchete, Flores, & Oviedo, 2006), au Sud de l'Espagne et le Detroit de Gibraltar (Corchete et al., 2008), en Argentine (Corchete & Pacino, 2007), en Italie (Corchete, 2010), aux Etats Unis (Smith & Milbert, 1999; Smith & Roman, 2001), pour la Mer des Caraïbes (Smith & Small, 1999), au Japon (Kuroishi, 2000), en Egypte (Abd-Elmotaal, 2008, 2011b), au Brunei (Lyszkowicz, Birylo, & Becek, 2014), aux Emirats Arabes Unis (Ses, Khaleefa, & Forsberg, 2009), en Pologne (Godah, Szelachowska, & Krynski, 2014), etc.

#### *2.4.1.2. Approche du quasigéoïde par le modèle résiduel de terrain (RTM)*

Cette méthode est basée sur l'approche de Molodensky avec des modifications ultérieures (Forsberg & Tscherning, 1981). Le modèle de terrain résiduel (RTM) a été introduit par Forsberg (1984) pour l'approche RCR. Dans cette technique de réduction gravimétrique, les irrégularités topographiques par rapport à une surface de référence lisse, avec une résolution comparable à celle du GGM utilisé, sont retirées. Elle a l'avantage de ne pas considérer deux

fois l'effet des grandes longueurs d'onde dans le calcul du géoïde. Elle conduit au quasigéoïde qui est par la suite converti en géoïde par la formule (2-30). L'amplitude des effets de RTM diminue à mesure que la résolution de la surface de référence augmente. Le RTM est capable de modéliser la majeure partie de l'erreur d'omission des GGMs à haute résolution et permet d'améliorer la détermination du géoïde dans la zone montagneuse (Hirt, Featherstone, et al., 2010). La technique est illustrée dans la Figure 2.16.

### *i. Effet direct et corrections classiques de terrain*

L'effet du RTM sur la pesanteur ou l'effet direct est approché par le plateau de Bouguer pris entre a surface topographique réelle et celle de référence, auquel sont retranchées les corrections classiques de terrain (Forsberg, 1984):

$$\Delta g_{eff\_terr} = \Delta g_{RTM} \approx 2\pi G\rho\left(h - h_{ref}\right) - t_c \tag{2-55}$$

Où $h$ et $h_{ref}$ sont respectivement les altitudes de la surface topographique réelle et celle de référence au point de calcul. $G$ est la constante gravitationnelle et $\rho$ est la densité topographique.

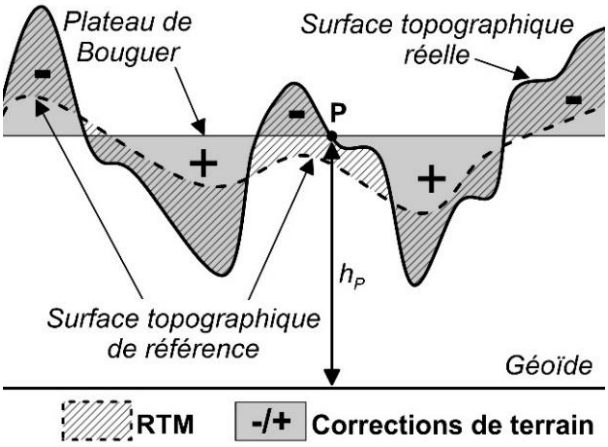


Figure 2.16. Illustrations du Modèle de Terrain Résiduel (RTM) et des corrections de terrain, adaptée de (Forsberg, 1984).

Les corrections classiques de terrain $t_c$ sont données en un point $P(x_P, y_P, h_P)$ par (Forsberg, 1984):

$$t_c = G\rho \int_{x_1}^{x_2}\int_{y_1}^{y_2}\int_{h_P}^{h} \frac{z - h_P}{r^3} dxdydz \tag{2-56}$$

Où Avec . $r = \sqrt{(x - x_P)^2 + (y - y_P)^2 + (z - h_P)^2}$ est la distance entre le point de calcul $P(x_P, y_P, h_P)$ et l'origine du système de coordonnées. Elles sont aussi utilisées pour affiner la réduction Bouguer, en tenant compte des variations de la topographie réelle par rapport au plateau de Bouguer au point de calcul. Le défaut de masses est remplie (+) et leur excédent est supprimé (−), les deux conduisant à une augmentation de la gravité, donc les corrections de terrain sont toujours positives. Les corrections classiques de terrain sont illustrées sur la Figure 2.16. Elles étaient calculées en utilisant des abaques (Hammer, 1939; Hayford & Bowie, 1912). Ces méthodes sont encore utilisées dans des zones très proches compte tenu de la résolution limitée des MNTs.

### *ii. Effet indirect*

L'effet indirect selon le RTM et (2-49) est donné par (Forsberg, 1984):

$$\zeta_{RTM} = \frac{\delta W}{\gamma_0} = \frac{G\rho}{\gamma_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{h_{ref}}^{h} \frac{1}{r} dxdydz \tag{2-57}$$

### *iii. Méthode de calcul des effets de terrain*

Les intégrales (2-56) et (2-57) sont évaluées en utilisant des prismes rectangulaires (Forsberg, 1984; Nagy, Papp, & Benedek, 2000) ou des tesseroïdes (Heck & Seitz, 2007; Seitz & Heck, 2001) de densité constante $\rho$. Pour réduire le temps de calcul, un MNT de haute résolution est utilisé avec la formule exacte dans la zone proche autour du point de calcul jusqu'au rayon $R_1$, et un MNT dégradé dans la zone lointaine avec une formule approximative jusqu'au rayon $R_2$ (Forsberg, 1984). Les calculs sont faits par intégration numérique (NIM) dont la méthode de quadrature de Gauss (Hwang, Wang, & Hsiao, 2003) et l'approximation plane (Forsberg, 2008), et la transformée de Fourier rapide (FFT) (Forsberg, 2008).

- ***Approximation plane***

Le potentiel $\delta W_{(Prisme)}$ et la correction de terrain $(t_c)_{(Prisme)}$ pour un prisme, défini par ses coins $(x_1, y_1, z_1)$ et $(x_2, y_2, z_2)$, sont donnés par les expressions analytiques (Forsberg, 1984, 2008; Nagy et al., 2000) :

$$\begin{aligned}\delta W_{(Prisme)} = G\rho_0 |||xyln(z+r) + yzln(x+y) + zxln(y+x) - \frac{x^2}{2} arctan\frac{yz}{xr} \\ - \frac{y^2}{2} arctan\frac{xz}{yr} - \frac{z^2}{2} arctan\frac{xy}{zr} |_{x_1}^{x_2} |_{y_1}^{y_2} |_{z_1}^{z_2}\end{aligned} \tag{2-58}$$

et

$$(t_c)_{(Prisme)} = G\rho |||x\ ln(y+r) + y\ ln(x+r) - z\ arctan\frac{xy}{zr} |_{x_1}^{x_2} |_{y_1}^{y_2} |_{z_1}^{z_2} \tag{2-59}$$

Le potentiel $\delta W$ et la correction de terrain $t_c$ sont donc obtenus en sommant les contributions de tous les prismes situés dans un certain rayon par rapport au point de calcul. L'effet de la courbure de la terre est pris en compte ici par un décalage vertical du prisme en fonction de la distance entre chaque prisme et le point de calcul (Forsberg, 1984).

- ***Transformées de Fourier rapide (FFT)***

Dans l'approche FFT, les équations (2-56) et (2-57) sont présentées respectivement sous forme de d'une (1) et trois (3) convolutions en $h$ et $h^2$ (Forsberg, 2008):

$$t_c = \frac{G\rho}{2} [(h^2 * s) - 2h_P(h * s) + h_P^2 R(0,0)] \tag{2-60}$$

Et

$$\zeta_{RTM} \approx \frac{G\rho}{\gamma_0} (h - h_{ref}) * \frac{1}{s_0} \tag{2-61}$$

Avec $s_0 = \sqrt{(x - x_P)^2 + (y - y_P)^2}$, $s = 1/s_0^3$, $R(0,0) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{s_0^3} dxdy$.

### *iv. Effet des anomalies de densité topographique*

La topographie réelle est sujette à des anomalies de densité, par rapport à la densité standard $\rho = 2670\ g/cm^3$. Une connaissance suffisante de la répartition des masses topographiques peut améliorer la modélisation du champ de pesanteur et des effets de terrain (Hirt, Featherstone, et al., 2010). Au Niger, les bassins sédimentaires dominent l'étendue du territoire. Comme nous ne disposons pas d'un modèle de densité, nous avons utilisé la valeur standard dans tous les calculs.

### *v. Calcul des surfaces topographiques de référence*

Les surfaces topographiques de référence sont déterminées par le développement en harmoniques sphériques de la topographie terrestre ou l'application d'un filtre passe-bas au MNT. DTM2006.0 est un modèle de développement en harmoniques sphériques de la topographie terrestre, rendu disponible par l'équipe de développement de EGM2008 (Pavlis, Factor, & Holmes, 2007) et utilisé dans plusieurs études (Hirt, Featherstone, et al., 2010; Hirt et al., 2011; Hirt, Marti, Bürki, & Featherstone, 2010). Il comprend 2,4 millions de paires de coefficients entièrement normalisés $\overline{HC}_{nm}$ et $\overline{HS}_{nm}$ qui donnent les élévations $H^{DTM2006.0}$ selon l'expression :

$$H^{DTM2006.0}(\theta,\lambda) = \sum_{n=0}^{n_{max}^{MNT}} \sum_{m=0}^{n} (\overline{HC}_{nm}\, cos\, m\lambda + \overline{HS}_{nm}\, sin\, m\lambda)\bar{P}_{nm}(cos\,\theta) \qquad (2\text{-}62)$$

Où $n_{max}^{MNT}$ est le degré maximum du MNT, $(\theta, \lambda)$ sont la co-latitude géocentrique et la longitude géodésique, et $\bar{P}_{nm}(\cos\theta)$ sont les polynômes de Legendre associés entièrement normalisés. DTM2006.0 est développé à partir du MNT SRTM jusqu'au d/o 2190, comme supplément à EGM2008. Pour le calcul du géoïde avec EGM2008 au d/o 2190, il est recommandé d'utiliser DTM2006.0 jusqu'au degré 2160 (Pavlis et al., 2007).

### *vi. Choix des rayons d'intégration*

Des études ont été faites sur le choix des rayons d'intégration $R_1$ et $R_2$ (Ismail, 2016). Les études sont menées dans des topographies variables, sur des terrains rugueux ou présentant des faibles variations. $R_1$ n'a pas d'influence sur la précision du géoïde, mais sur le temps de calcul. Une valeur inférieure à 20 km selon (Hwang et al., 2003)**,** ou de 6 à 7 km démontrée par (Ismail, 2016), est suffisante pour avoir une précision de 0,1 mgal dans les corrections classiques de terrain. $R_2$ varie de 22,4 à 200 km dans la littérature. Une valeur inférieure à 200 km est suffisante pour une précision de 0,1 mgal sur les anomalies de pesanteur (Hwang et al., 2003; Ismail, 2016) et au-delà de 200 km (Kloch & Krynski, 2008). Un rayon d'au moins 200 km permet d'avoir une précision de quelques millimètres sur le géoïde selon Hirt, Featherstone, et al. (2010).

### *vii. Calcul du quasigéoïde résiduel*

La grille d'anomalie résiduelle $\Delta g_{res}^{gri}$ est utilisée dans l'intégrale de Stokes (2-35) pour estimer la hauteur résiduelle du quasigéoïde $\zeta_{res}$ au niveau des stations gravimétriques ou sous forme de grille selon la méthode de calcul:

$$\zeta_{res} = \frac{R}{4\pi\gamma_0} \iint_{\sigma} S(\psi) \Delta g_{res}^{gri} d\sigma \tag{2-63}$$

***viii. Restauration du quasigéoïde***

La hauteur de quasigéoïde $\zeta$ est obtenue en restaurant la contribution des grandes longueurs d'onde $\zeta_{GGM}$ calculée selon la formule (2-45) et celle du RTM $\zeta_{RTM}$:

$$\zeta = \zeta_{res} + \zeta_{GGM} + \zeta_{RTM} \tag{2-64}$$

Le quasigéoïde est transformé en géoïde en utilisant la formule (2-30).

***ix. Exemples d'utilisations de l'approche RTM***

L'approche a été utilisée dans plusieurs calcul de géoïde : au Maroc (El Brirchi, 2013), en Algérie (Benahmed Daho & Fairhead, 2004; Benahmed Daho et al., 2009; Meslem, 2005), dans la péninsule coréenne (Yun, 1999), au Cameroun (Kamguia et al., 2007), dans l'Antarctique (Schwabe, Ewert, Scheinert, & Dietrich, 2014), en Inde (Srinivas et al., 2012), en Europe (Denker et al., 2007), dans les Iles britanniques (Forsberg et al., 2003), etc.

#### *2.4.1.3. Autres approches du quasigéoïde*

L'**approche de Molodensky** utilise l'anomalie résiduelle de surface, qui est déterminée par :

$$\Delta g_{res} = \Delta g_S - \Delta g_{GGM} \tag{2-65}$$

Où $\Delta g_S$ est l'anomalie à l'air libre de surface. L'anomalie résiduelle est utilisée dans la formule de Molodensky (2-38) pour calculer le quasigéoïde résiduel $\zeta_s$ et la contribution du terme $g_1$ de Molodensky $\zeta_{g_1}$. Le quasigéoïde final est la somme de quatre contributions :

$$\zeta_{g_1} = \zeta_s + \zeta_{GGM} + \zeta_{g_1} + \zeta_I \tag{2-66}$$

Avec $\zeta_{GGM}$ calculé par la formule (2-44) et $\zeta_I$ la contribution de la zone proche qui utilise l'approximation linéaire standard pour l'anomalie de pesanteur dans cette zone (Heiskanen & Moritz, 1967). Cette méthode a été utilisée dans les calculs du géoïde africain (Abd-Elmotaal, 2011a; Merry, 2003b, 2007; Merry et al., 2003).

L'**approche RTM-Helmert** : l'appellation RTM-Helmert vient de Omang & Forsberg (2000). Après l'interpolation de l'anomalie réduite selon RTM, le terme linéaire de la contribution du RTM dans la gravité est restauré, conduisant à l'anomalie résiduelle de Faye. Cette dernière est utilisée dans la formule de Molodensky, le terme $g_1$ est remplacé par la correction de terrain $t_c$. L'effet indirect sur l'anomalie de hauteur est nul. L'approche a été utilisée dans le calcul du géoïde des pays nordiques et baltiques (Forsberg, Kaminskis, & Solheim, 1997).

### 2.4.2. Méthode de Stokes - Helmert

La méthode de Stokes-Helmert de l'UNB (Tenzer et al., 2003) suit l'approche RCR via un noyau de Stokes modifié (Vaníček & Kleusberg, 1987; Vaníček & Sjöberg, 1991). Elle vise à réduire les erreurs de troncation basées sur la théorie de Molodensky (Molodensky et al., 1962) et à séparer les champs de gravité de référence et celui de degré supérieur. Le problème de

valeur limite est reformulé pour l'ellipsoïde de référence de degré supérieur comme décrit dans Vaníček & Sjöberg (1991) et Vaníček & Featherstone (1998). La méthode a été utilisée au Canada (Huang & Véronneau, 2013), au Japon (Odera & Fukuda, 2013, 2014; Odera, Fukuda, & Kuroishi, 2012), au Mexique et dans la Mer des Caraïbes (Avalos-Naranjo & Gomez, 2012; Avalos-Naranjo, Santos C., Vaníček, & Hernández, 2009), (Vaníček, Kingdom, & Santos, 2012), au Ghana (Klu, 2015), en Suède (Nahavandchi & Sjöberg, 2001), etc.

### 2.4.3. Méthode KTH

La méthode KTH est aussi appelée également modification par moindres carrée de la formule de Stokes avec ou sans corrections additives (*Least Square Modification of Stokes formula/Additive Corrections* – LSMS/AC). Elle utilise le principe des moindres carrés pour minimiser l'erreur quadratique moyenne globale attendue de la formule de Stokes modifiée de façon stochastique (Sjöberg, 1984, 1991, 2003). La méthode est présentée dans la plupart des références (Ellmann, 2004; Kiamehr, 2006; Ulotu, 2009). Elle a été utilisée en Tanzanie (Ulotu, 2009), au Soudan (Abdalla, 2009; Abdalla & Fairhead, 2011), en Turquie (Abbak, Erol, & Ustun, 2012; Abbak, Sjöberg, Ellmann, & Ustun, 2012; Mustafa & Bihter, 2005). en Grèce (Ilias, 2008), en Ouganda (Sjöberg, Gidudu, & Ssengendo, 2015; Ssengendo et al., 2015), en Suède (Ågren, Sjöberg, et al., 2009), au Kazakhstan (Inerbayeva, 2010), (Ågren, 2004), en Zambie (Nsombo, 1996), en Iran (Kiamehr, 2006), dans les pays baltes (Ellmann, 2004), en France (Yildiz, Forsberg, Ågren, Tscherning, & Sjöberg, 2012), en Pologne (Kuczynska-Siehien, Lyszkowicz, & Birylo, 2016), en Arabie Saoudite (Abdalla, Mogren, & Enkin, 2015), etc.

### 2.4.4. Validation et ajustement des modèles de géoïde gravimétrique aux points GNSS/Nivellement

Généralement, les géoïdes gravimétriques sont validés avec les points GNSS/Nivellement, la précision est déterminée par des mesures statistiques comme l'écart-type standard ($STD$) ou la moyenne quadratique (*Root Mean Square* - $RMS$) des différences entre les hauteurs de géoïde. Comme nous l'avons vu ci-haut, le nivellement général se réfère au NMM, qui est proche du géoïde, il y a un décalage entre le modèle gravimétrique et le modèle géométrique. Dans la pratique, $\Delta N_i = h_i - H_i - N_i = \nu_i \neq 0$ au niveau des points GPS/nivellement à cause également des erreurs systématiques dans les hauteurs ellipsoïdales $h_i$, les altitudes $H_i$ et les hauteurs de géoïde $N_i$. Pour permettre le nivellement par GNSS avec une meilleure précision, il faut minimiser les erreurs $\nu_i$, le modèle gravimétrique est ajusté aux points GNSS/Nivellement à travers des modèles de transformation (Fotopoulos, 2003b, 2013) :

$$\Delta N_i = a_i^T x + \nu_i \quad , \quad i = 1, \dots, n \tag{2-67}$$

Ou sous forme matricielle :

$$\Delta N = Ax + \nu \tag{2-68}$$

Où $a_i$ est le vecteur de coefficients dépendant de la position $(\varphi_i, \lambda_i)$, $x = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_m)$ est le vecteur des $m$ paramètres de transformation entre les deux datum et $\nu$ est le vecteur des erreurs $\nu_i$ et n le nombre de points GPS/Nivellement. $A$ est une matrice de $n \times m$.

Parmi les modèles de transformations, nous avons les polynomiaux du premier au troisième degré, les modèles à 3, 4, 5 ou 7 paramètres ou la suppression simple du biais entre les deux géoïdes (Fotopoulos, 2003b; Kuczynska-Siehien et al., 2016; Varga, Grgic, Bjelotomić, & Bašić, 2018). Selon le modèle de transformation, la différence $\Delta N_i$ est donnée par :

- Polynôme de premier degré (Varga et al., 2018):

$$\Delta N_i = a_i^T x + v_i = x_1 + x_2 \Delta\lambda_i + x_3 \Delta\varphi_i + v_i \tag{2-69}$$

Avec $\Delta\lambda_i = \left(\lambda_i - \bar{\lambda}\right)\cos\bar{\varphi}$, $\Delta\varphi_i = (\varphi_i - \bar{\varphi})$, $\bar{\lambda} = (\sum_1^n \lambda_i)/n$ et $\bar{\varphi} = (\sum_1^n \varphi_i)/n$.

- Polynôme de second degré (Varga et al., 2018):

$$\Delta N_i = x_1 + x_2 \Delta\lambda_i + x_3 \Delta\varphi_i + x_4 (\Delta\lambda_i)^2 + x_5 (\Delta\varphi_i)^2 + x_6 \Delta\lambda_i \Delta\varphi_i + v_i \tag{2-70}$$

- Polynôme de troisième degré (Varga et al., 2018):

$$\begin{aligned} \Delta N_i = {} & x_1 + x_2 \Delta\lambda_i + x_3 \Delta\varphi_i + x_4 (\Delta\lambda_i)^2 + x_5 (\Delta\varphi_i)^2 + x_6 \Delta\lambda_i \Delta\varphi_i + x_7 (\Delta\lambda_i)^3 \\ & + x_8 (\Delta\varphi_i)^3 + x_9 (\Delta\lambda_i)^2 \Delta\varphi_i + x_{10} (\Delta\varphi_i)^2 \Delta\lambda_i + v_i \end{aligned} \tag{2-71}$$

- 3 paramètres (Varga et al., 2018):

$$\Delta N_i = a_i^T x + v_i = x_1 \cos\varphi_i \cos\lambda_i + x_2 \cos\varphi_i \sin\lambda_i + x_3 \sin\varphi_i + v_i \tag{2-72}$$

- 4 paramètres (Heiskanen & Moritz, 1967):

$$\Delta N_i = x_1 \cos\varphi_i \cos\lambda_i + x_2 \cos\varphi_i \sin\lambda_i + x_3 \sin\varphi_i + x_4 + v_i \tag{2-73}$$

- 5 paramètres (Kotsakis & Sideris, 1999):

$$\Delta N_i = x_1 \cos\varphi_i \cos\lambda_i + x_2 \cos\varphi_i \sin\lambda_i + x_3 \sin\varphi_i + x_4 \, sin^2\varphi_i + x_5 + v_i \tag{2-74}$$

- 7 paramètres (Fotopoulos, 2003b, 2013):

$$\begin{aligned} \Delta N_i = {} & x_1 \cos\varphi_i \cos\lambda_i + x_2 \cos\varphi_i \sin\lambda_i + x_3 \sin\varphi_i + x_4 \frac{\cos\varphi_i \sin\varphi_i \cos\lambda_i}{w_i} \\ & + x_5 \frac{\cos\varphi_i \sin\varphi_i \sin\lambda_i}{w_i} + x_6 \frac{sin^2\varphi_i}{w_i} + x_7 + v_i \end{aligned} \tag{2-75}$$

Où $w_i = \sqrt{1 - (e \times \sin\varphi_i)^2}$ avec $e$ la première excentricité.

L'ajustement par les moindres carrés permet d'estimer le vecteur des paramètres de transformation $\hat{x}$ qui est la solution du système linéaire $\Delta N - Ax = 0$ et le vecteur des résidus après ajustement $\hat{v}$. La qualité de l'ajustement est mesurée par le coefficient de détermination $R^2$ (Fotopoulos, 2013):

$$\begin{gathered} \hat{x} = (A^T \mathrm{A})^{-1} A^T \Delta N \\ \hat{v} = \Delta N - A\hat{x} \\ R^2 = 1 - \left(\sum\nolimits_1^n (\Delta N_i - \hat{v}_i)^2\right) \Big/ \left(\sum\nolimits_1^n (\Delta N_i - \overline{\Delta N})^2\right) \end{gathered} \tag{2-76}$$

Où $\overline{\Delta N}$ est la moyenne des écarts observés. Ces transformations améliorent considérablement la précision des modèles gravimétriques par rapport au modèle géométrique (Benahmed Daho

et al., 2009; Godah & Krynski, 2015; Sjöberg et al., 2015). Donc, un géoïde centimétrique se réfère toujours à un datum altimétrique local.

## 2.4.5. Précision des géoïdes gravimétriques

La tendance à travers le Monde est l'aboutissement au géoïde centimétrique de nos jours, quelques études ont été faites sur le suivi de cette précision (Ismail, 2016; Varga et al., 2018). La précision est passée du mètre dans les années 1980 et avant, au décimètre dans les années 1990, celle des meilleurs géoïdes aujourd'hui varie de 2-3 cm à moins de 10 cm pour la plupart des modèles (Gomez, Bagu, Del Cogliano, & Perdomo, 2013; Luo, Ning, Chen, & Yang, 2005; Sjöberg et al., 2015; Varga et al., 2018). Cette amélioration est due principalement à la disponibilité des données mesures terrestres plus denses et plus précises, des MNTs de fines résolutions spatiales, des GGMs plus précis et au développement des méthodes de calcul (Varga et al., 2018). Les principaux paramètres influençant cette précision sont les données en entrée et les approche suivies pour la détermination des hauteurs géoïde.

### *2.4.5.1. Approche de réalisation du géoïde*

Plusieurs auteurs ont fait des investigations sur les différentes approches de détermination de géoïde gravimétrique (Varga et al., 2018). La zone de test communément utilisée est celle d'Auvergne en France. Ågren, Barzaghi, et al. (2009) ont comparé la méthode KTH avec la RCR par le quasigéoïde, les précisions respectives 2,9 cm et 3,5 cm après l'ajustement des modèles aux points GPS/nivellement. Une autre comparaison des deux (2) méthodes a été faite par Yildiz et al. (2012), les écarts obtenus avec les points GPS/nivellement étaient de 3 cm pour la RCR et 3,4 cm pour la KTH après ajustement. Récemment, Janák et al. (2017) ont trouvé une précision de 3,3 cm avec la méthode de Stokes-Helmert.

D'autres comparaisons directes entre la méthode KTH et la RCR par l'approche du géoïde ont données respectivement 2 cm et 3,2 cm en Suède (Ågren, Sjöberg, et al., 2009), 6,7 cm et 9,8 cm dans la région de Konya en Turquie (Abbak, Erol, et al., 2012) et 3,5 cm et 3 cm en Croatie (Varga, 2018).

Dans les mêmes zones et avec des données différentes, les précisons suivantes ont été obtenues respectivement avec la méthode KTH et la RCR : 3,9 cm (Bjelotomić, 2015) et 3,5 cm (Bašić & Bjelotomić, 2014) en Croatie; 14 cm (Daras, 2008) et 4 cm (Ilias N. Tziavos et al., 2013) en Grèce ; et 2,0 cm (Kuczynska-Siehien et al., 2016) et 1,4 cm (Adam Łyszkowicz, 2012) en Pologne.

De ces exemples, nous pouvons conclure que toutes les approches permettent d'aboutir à l'objectif du géoïde centimétrique.

### *2.4.5.2. Distribution et précision des données gravimétriques*

Selon la densité de la distribution des données gravimétriques, la précision de 30 cm a été obtenue au Soudant couvert à 33% (Abdalla & Fairhead, 2011), 27,8 cm en Tanzanie avec des données éparses (Ulotu, 2009), 19 cm en Iran avec 1 point/65 km² et une précision de 10 mgal (Kiamehr, 2011) et 7 cm en Nouvelle-Zélande avec 1 point/13 km² (Abdalla & Tenzer, 2011). Par contre une précision de 7 cm a été obtenue en Ouganda avec 1 point/ 65 km² (Sjöberg et al., 2015). Selon la précision des données, 5 cm ont été obtenu en Argentine avec une précision

de 0,01 mgal (Gómez, Del Cogliano, Perdomo, & Hormaechea, 2014) et 3,6 cm en Hongrie avec 0,2 mgal (Corchete, 2013). Ces exemples démontrent l'influence de ces deux paramètres sur la précision du géoïde.

#### *2.4.5.3. Modèles géopotentiels*

Les GGMs à l'entrée influence aussi la précision des géoïdes. Ils sont généralement tronqués à des d/o correspondant aux grandes et moyennes longueurs d'onde. Des études d'évaluation et de comparaison sont faites pour choisir le modèle et le d/o optimaux pour le calcul de géoïde, (Godah & Krynski, 2015; Huang & Véronneau, 2015; Nicacio, Dalazoana, & de Freitas, 2018; Yakubu, Ferreira, & Asante, 2017). Ismail (2016) a démontré une amélioration progressive de cette précision avec la disponibilité des données de la mission GRACE. Plusieurs études ont montré une bonne performance et une amélioration des GGMs basés sur la mission GOCE dans les grandes et moyennes longueurs d'onde (El Brirchi & El Azzab, 2011, 2012; Godah & Krynski, 2015; Hirt et al., 2011; Yakubu et al., 2017). En plus, les modèles les plus récents dérivés des observations de longues durées, voire l'intégralité de la mission, ont montré une meilleure performance (Abdalla, Fashir, Ali, & Fairhead, 2012; Godah & Krynski, 2015; Tocho & Vergos, 2015). Varga et al. (2018) ont proposé des d/o entre 150 et 250, par exemple au Ghana le d/o 222 a été utilisé.

#### *2.4.5.4. Modèles Numériques de Terrain (MNT)*

La résolution des MNTs influe sur la précision du géoïde. De façon directe, i.e. dans la même zone d'étude, nous pouvons citer quelques exemples d'amélioration de la précision du géoïde par une résolution plus fine du MNT : 15 cm avec 900 m à 6 cm avec 90 m au Etats Unis (Smith & Milbert, 1999; Wang, Saleh, Li, & Roman, 2012) ; 11,4 cm avec 120 m à 5 cm avec 90 m en Croatie (Bašić & Bjelotomić, 2014; Bašić & Hecimovic, 2005) et 35 cm avec 250 m à 7 cm avec 30 m en Nouvelle-Zélande (Abdalla & Tenzer, 2011; Amos & Featherstone, 2003). De façon indirecte dans des zones différentes, nous pouvons citer le Soudan : 30 cm avec 900 m (Abdalla & Fairhead, 2011) ; l'Iran : 19 cm avec 450 m (Kiamehr, 2011) ; la France : 10 cm avec 120 m (H. Duquenne, 1998) ; l'Ouganda : 7 cm avec 90 m (Sjöberg et al., 2015). L'amélioration dépend aussi d'autres paramètres comme l'utilisation des GGM récents. Une autre comparaison directe a été faite récemment par Varga et al. (2018) dans deux (2) zones avec de données identiques, en France et en Croatie. Ils ont fait varier la résolution des MNTs de 1'' (~30 m) à 1', la précision diminue avec les faibles résolutions mais la dégradation ne dépasse pas 5 millimètres. De même, la complexité de la topographie des zones d'étude influe sur le choix de la résolution.

#### *2.4.5.5. Méthodes de calcul pour les approches RCR*

Les approches RCR utilisent la méthode statistique (collocation par exemple (Moritz, 1980a)) ou l'intégrale de Stokes pour estimer la hauteur de géoïde. L'intégrale de Stokes est évaluée par les méthodes suivantes : intégration numérique (NIM – *Numerical Integration Method*) qui est très précise mais consomme beaucoup de temps (Heck & Seitz, 2007; Kearsley, 1985; Nagy et al., 2000), la transformée de Fourier Rapide (FFT) (Sideris, 2013) et la transformée d'Hartley rapide (FHT – *Fast Hartley Tranform*)(Bracewell, 1986; Li & Sideris, 1992). L'avantage des transformées FFT et FHT est qu'en approximations plane et sphérique, l'intégrale de Stokes, et

de même que les effets de terrain, sont des produits de convolution. En plus, les anomalies gravimétriques et les données de terrain sont présentées sous forme de gilles, les FFT et FHT permettent une évaluation très rapide des sommes des convolutions/intégrales (Sideris, 2013).

Les méthodes FFT utilisées sont : bidimensionnelle sphérique multi-bande (2D-FFT) (Forsberg & Sideris, 1993; Sideris, 2013; Strang van Hees, 1991), monodimensionnelle sphérique (1D-FFT) (Haagmans, de Min, & Gelderen, 1993; Sideris, 2013; Sideris & She, 1995) et FFT bidimensionnelle plane (2D-FFT) (Schwarz, Sideris, & Forsberg, 1990; Sideris, 2013).

Une comparaison des trois (3) méthodes est présentée dans Jinsheng, Jiancheng, & Dingbo (1998), ils ont comparé trois (3) solutions de géoïde déterminées par NIM, FHT et FFT respectivement, les résultats de FHT et FFT sont identiques. (Abd-Elmotaal, 2011b) a comparé la méthode de collocation par moindres carrés (LSC) et la 1D-FFT. Etant donné que la LCS utilise directement les mesures et la FFT la grille interpolée, des différences significatives ont été trouvées dans les zones dépourvues de données. L'écart type standard (STD) avec des points GPS/nivellement utilisés pour l'ajustement des modèles est le même au centimètre près pour les deux méthodes, alors qu'avec d'autres points (précision externe), la solution FFT est largement meilleure. Une autre comparaison entre les méthodes NIM, LSC et les trois (3) FFT, les différences entre les solutions de géoïde atteignent des dizaines de centimètre (Varga, 2018; Varga et al., 2018). La différence entre les écart-types standards, après la comparaison avec les points GPS/nivellement est de l'ordre de quelques millimètres. Dans la zone de test d'Auvergne (France), les méthodes NIM et LSC ont donné le plus petit STD alors qu'en Croatie il est obtenu avec LSC et la FFT bidimensionnelle sphérique multi-bande.

### *a. Résolution de la grille des anomalies de pesanteur et du géoïde*

Dans la littérature, la résolution de la grille des anomalies de pesanteur varie d'un peu moins de l'arc-minute à 0,05°, voire plus selon la distribution des données gravimétriques. Le choix de la résolution est aussi lié à celui du rayon d'intégration de la formule de Stokes (Ismail, 2016). Par exemple, à Hong-Kong et Shenzhen (China), des précisions respectives de 1,7 cm et 1,4 cm ont été obtenues avec la résolution de 1 km (Luo et al., 2005), et 3,6 cm en Hongrie avec une résolution 0,025° (Corchete, 2013). Récemment, Varga et al. (2018) ont fait varier la résolution de la grille des anomalies de pesanteur de 0,01 à 0,04° dans la zone de test d'Auvergne (France). Il ressort que jusqu'à 0,025°, la résolution n'a pas d'influence sur la précision du géoïde comparé aux points GPS/Nivellement, et jusqu'à 0,4° la dégradation de la précision n'atteint pas 1 cm.

### *b. Rayon d'intégration ou du chapeau sphérique autour du point de calcul*

La taille du chapeau sphérique dépend en partie du degré et ordre de troncature du GGM. Pour un d/o de 225, Varga et al. (2018) ont fait varier le rayon d'intégration de 0,1 à 4° dans deux régions de test, en Croatie et en Auvergne (France). En Croatie, l'écart entre les hauteurs de géoïde et les points GPS/Nivellement diminue de 9 cm à 4,9 cm entre 0,1° et 0,3°, demeure stable jusqu'à 1,1° puis augmente progressivement en fonction du rayon. En Auvergne, l'écart est passé de 15 cm à 5 cm entre 0,1° et 0,6°, demeure stable jusqu'à 1,2° puis augmente progressivement. Avec un d/o plus grand, l'écart est stable jusqu'à 0,8° puis augmente progressivement.

## Conclusion

La première section (2.1) de ce chapitre a présenté les notions sur les formes et dimensions de la Terre : le géoïde comme forme physique, l'ellipsoïde comme forme géométrique simple et la sphère pour la simplification de certains calculs. Ensuite les systèmes de coordonnées, les projections cartographiques, les datums géodésiques ont été définis ainsi que les transformations entre ces derniers. Dans la deuxième section (2.2), nous avons présenté les notions sur les GNSS, les principaux systèmes opérationnels ou en cours de développement, les modes opératoires pour le positionnement et leurs précisions respectives, les stations permanentes et les systèmes d'augmentation. La troisième section (2.3) est dédiée aux notions de géodésie physique, de la définition du champ et du potentiel de pesanteur, en passant par les notions d'anomalies de pesanteur et les systèmes d'altitude jusqu'aux méthodes d'estimation du géoïde. Comme les données gravimétriques sont la principale donnée d'entrée pour la détermination du géoïde gravimétrique, nous avons présenté les différents types de mesures et les principales techniques de réductions gravimétriques. Dans la quatrième et dernière section (2.4), nous avons présenté les principales méthodes de détermination des géoïdes gravimétriques utilisées de nos jours, qui sont : RCR, KTH et Stokes-Helmert, ainsi que les méthodes de mesures de la précision, à savoir la comparaison avec les points GNSS/nivellement. Les modèles de géoïdes sont ajustés à ces points afin de permettre le nivellement par GNSS avec une précision centrique dans le datum altimétrique local. Il ressort que toutes les approches permettent d'aboutir au géoïde centimétrique qui est la tendance de nos jours. Enfin nous avons exploré les principaux facteurs déterminants de la précision des géoïdes gravimétriques.

Le prochain chapitre présentera la méthodologie adoptée pour le calcul du géoïde gravimétrique au Niger, les principales données disponibles ainsi que les traitements appliqués afin de les préparer pour le modèle de géoïde et sa validation.

# PARTIE II – METHODLOGIE ADOPTEE ET PREPARATION DES DONNEES

# CHAPITRE 3. MATERIELS ET METHODES

## Introduction

Ce chapitre présente la démarche méthodologique suivie pour la réalisation du modèle de géoïde gravimétrique au Niger. La zone d'étude (Figure 3.1) s'étend de 11° à 24° Nord et de 0° à 16° Est, couvrant le Niger et une partie des pays voisin. Ainsi nous détaillerons le processus d'acquisition, de validation et de traitement des données existantes en vue de leur utilisation dans le calcul du géoïde. Il s'agit principalement des données de mesures gravimétriques continentales, les modèles géopotentiels globaux (GGMs) et les modèles numériques de terrain (MNTs).

Pour le calcul du géoïde au Niger, nous avons choisi la méthode de Retrait-Calcul-Restauration (RCR) par l'approche du quasigéoïde par le modèle de terrain résiduel (RTM). La RCR en général et l'approche du quasigéoïde permet également la réalisation d'un géoïde centimétrique à l'instar des autres approches comme nous l'avons montré dans le chapitre précèdent. Nous allons utiliser la méthode intégrale, la formule de Stokes sera évaluée par les transformées de Fourier rapides (FFT) et l'intégration dans le domaine de l'espace avec la suite de programmes Gravsoft (Forsberg & Tscherning, 2008).

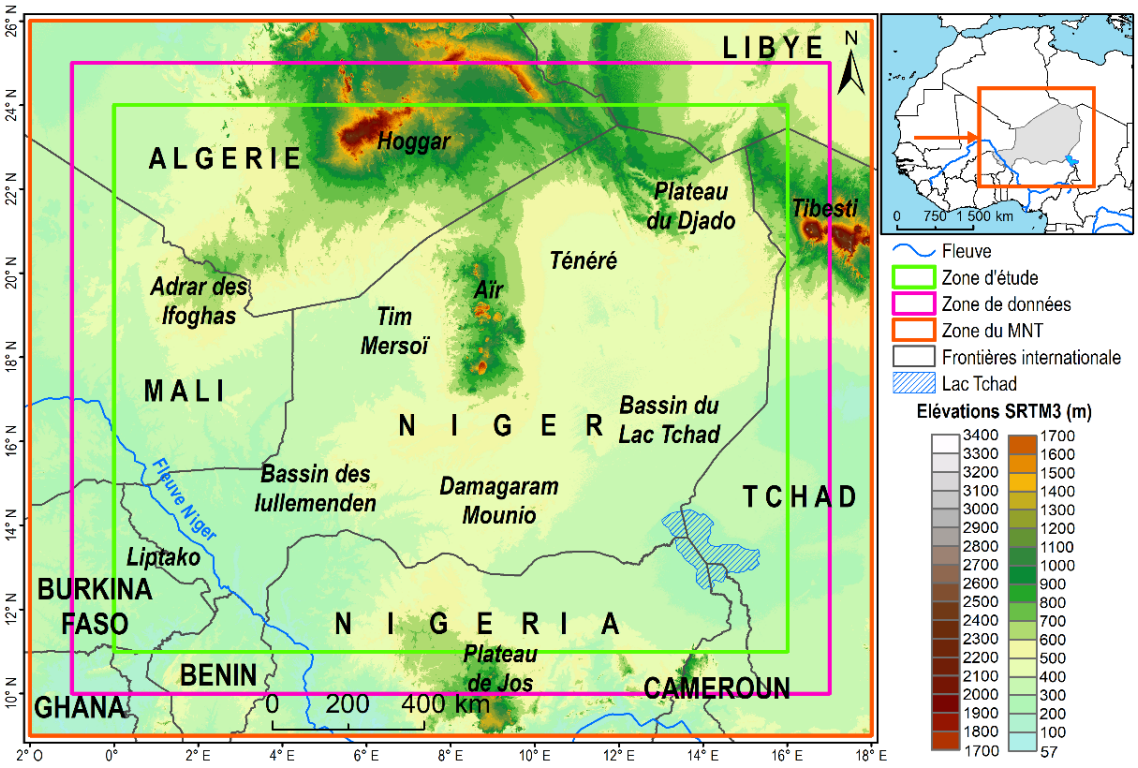


Figure 3.1. Topographie dans la zone d'étude à partir des données SRTM3.

Le rayon d'intégration est fixé à 0,9° qui est suffisant pour une évaluation précise de la formule de Stokes, le GGM sera évalué au degré et ordre 200 correspondant aux grandes longueurs d'onde d'environ 200 km. Les rayons d'intégration suffisants pour les effets de terrain seront déterminés dans l'étude, néanmoins ils varient de 100 à 200 km, voire plus, pour les zones lointaines (Hirt, Featherstone, et al., 2010). La résolution des grilles d'anomalies de pesanteur et de géoïde est fixée à 1,5 arc-minute (0,025°).

Cette configuration nécessite des données gravimétriques réparties dans la zone d'étude, élargie de 1° dans toutes les directions afin d'éviter les effets de bord. Pour le MNT, nous avons élargi la zone d'étude de 2°.

Conformément aux recommandations de l'AIG, nous avons choisi le système de référence GRS80, toutes les réductions gravimétriques ainsi que le calcul du géoïde seront fait dans ce système

## 3.1. Milieu physique du Niger

### 3.1.1. Relief

Le Niger à un relief peu contrasté, les élévations variant faiblement de 200 mètres (frontière avec le Bénin) à 2020 mètres (Mont Bagazam) dans la zone centrale Nord (Massif de l'Aïr). Dans la zone d'étude, les plus grandes élévations, au-delà de 3000 mètres, se trouvent dans le Hoggar en Algérie et dans le Tibesti au Tchad. La topographie de la zone d'étude est présentée dans la Figure 3.1.

### 3.1.2. Cadre géologique

Plusieurs équipes ont travaillé sur la cartographie géologique du Niger (Greigert & Pougnet, 1965; Konaté, Guiraud, Lang, & Yahaya, 2003). Situé en bordure du craton ouest africain, le Niger présente une structure géologique relativement simple composée de zones de socle et de larges bassins sédimentaires. Les ensembles de socle sont exposés dans le Liptako-Gourma (à l'extrémité Nord Est du Craton Ouest Africain - COA), l'Aïr au Nord, le Djado au Nord Est et dans le centre Sud (Damagaram Mounio et au Sud de Maradi). Les bassins sédimentaires couvrent le reste du territoire, il s'agit du bassin des Iullemenden, le Bassin du Lac Tchad et celui du Djado. La carte géologique est présentée dans la Figure 3.2.

## 3.2. Données de mesures gravimétriques continentales

### 3.2.1. Campagnes gravimétriques d'ORSTOM en Afrique

Les levés gravimétriques de reconnaissance dans les anciennes colonies françaises d'Afrique ont été réalisés par l'Office de Recherche Scientifique et Technique Outre-Mer (ORSTOM) à partir des années 1950 (Albouy, 2012; Albouy et al., 1992). L'ORSTOM, actuellement l'Institut de Recherche pour le Développement (IRD), a d'abord établi le réseau gravimétrique de référence appelé **Réseau Martin** (Duclaux, Martin, Blot, & Remiot, 1954). Ensuite s'en sont suivies des campagnes de mesures dans plusieurs pays. Le catalogue des stations réoccupables en Afrique de l'Ouest a été publié, à partir des mesures effectuées de 1953 à 1965 (Rechenmann, 1966). L'ORSTOM a collaboré avec la DMA (*Defense Mapping Agency* - USA) et l'IGN-France en 1987-1988. Les mesures ont été étendues dans d'autres pays notamment le Ghana, la Sierra Leone et la Guinée Bissau. Les objectifs des campagnes gravimétriques étaient de contribuer à l'amélioration des connaissances en géologie structurale, avec des applications possibles en géologie minière, en géologie pétrolière ou en hydrogéologie.

Dans les régions désertiques ou sahéliennes, les profils de mesure sont espacés d'une vingtaine de kilomètres. Les distances entre les stations varient de moins d'un (1) kilomètre dans les zones

où d'importantes anomalies étaient observées, à trois (3) ou quatre (4) kilomètres, leur densité est d'environ 200 par degré carré et un peu moins dense en régions de forêt.

Le nivellement était de type barométrique pour toutes les campagnes antérieures aux années 1990. Les mesures étaient rattachées aux bornes et repères de nivellement général.

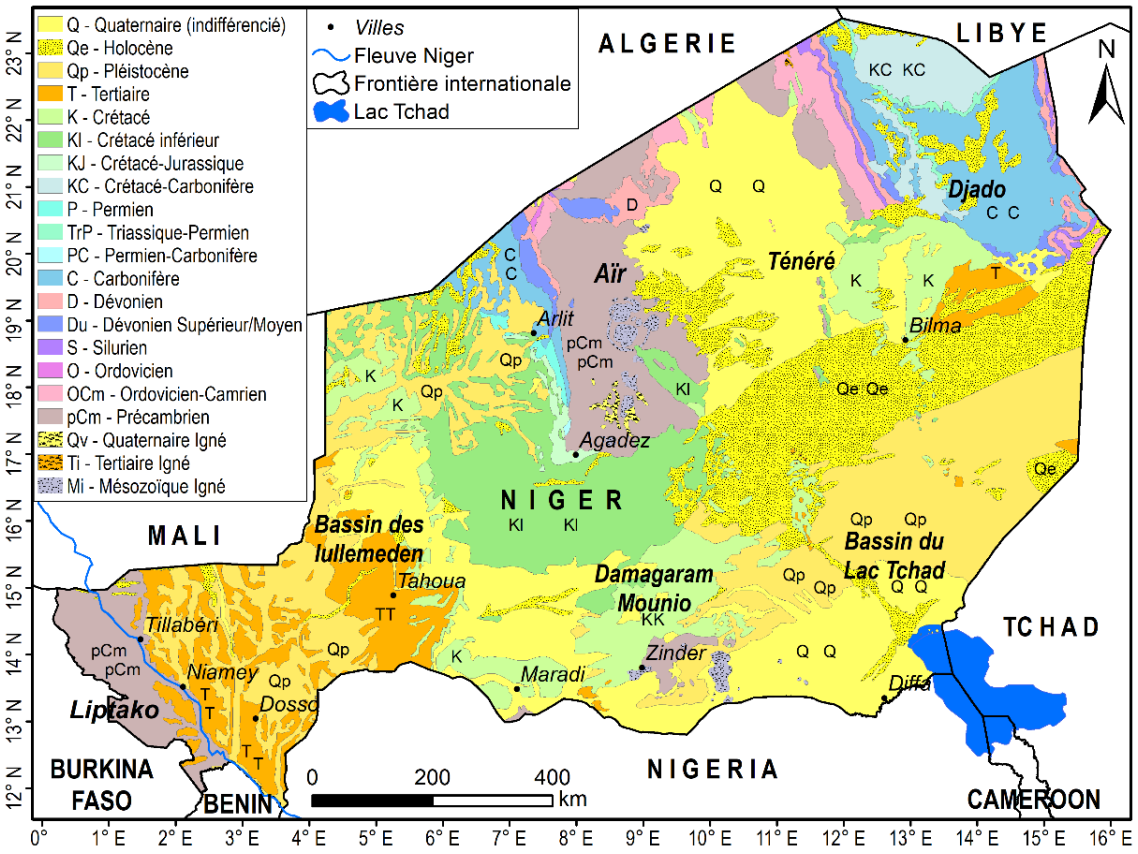


Figure 3.2. Géologie du Niger, extraite de (Persits et al., 2001).

Le positionnement horizontal se faisait au moyen des cartes topographiques de 1/200000 dans les zones couvertes et par le cheminement à la boussole avec fermeture sur les bornes astronomiques dans les zones dépourvues de cartes. Les campagnes les plus récentes ont utilisé le positionnement par centrale à inertie (*Inertial Navigation System*) dans les levés héliportés et le GPS (Boukere, Legeley-Padovani, Poudjoum Djomani, Foy, & Albouy, 1995b).

La formule internationale de gravité de 1924 (2-18) a été utilisée dans tous les levés d'ORSTM en Afrique (Boukere, Legeley-Padovani, Poudjoum Djomani, Foy, & Albouy, 1995a; Boukere et al., 1995b; Godivier, Legeley-Padovani, & Albouy, 1986; Godivier, Legeley, & Albouy, 1986; Lambert, 1945; Poudjoum Djomani et al., 1995; Rechenmann, 1969). Le réseau Martin était rattaché au système de référence Potsdam (1930) qui a été conservé afin de garder l'homogénéité de tous les levés (Boukere et al., 1995b). Avec l'avènement de GRS67 (IAG, 1971), l'AIG a recommandé l'utilisation du système IGSN71. Le passage du système de Potsdam à IGSN71 se fait par la formule proposée par le BGI (Levallois et al., 1977) :

$$g_{\mathrm{IGSN71}} = g_{\mathrm{Potsdam}} - 17{,}696 + 0{,}001227(g_{\mathrm{Potsdam}} - 978500{,}0) \qquad (3\text{-}1)$$

Où $g_{\text{Potsdam}}$ et $g_{\text{IGSN71}}$ représentent respectivement les valeurs mesurées dans les systèmes Potsdam 1930 et IGSN71. Les résultats des campagnes gravimétriques sont des cartes d'anomalies de Bouguer simples (Figure 3.3) en général et des anomalies isostatiques selon l'hypothèse d'Airy. Plusieurs publications ont été faites dans le but d'interpréter les anomalies gravimétriques (Albouy, 2012; Louis & Rechenmann, 1966). Les cartes gravimétriques et les publications sont disponibles sur les sites de documentation de l'IRD (IRD, 2018a, 2018b). Toutes les données de l'ORSTOM sont centralisées au BGI.

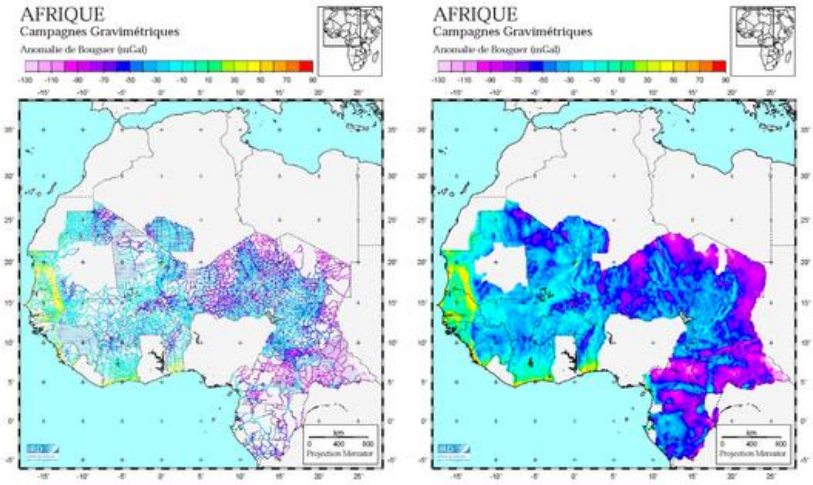


Figure 3.3. Campagnes gravimétriques d'ORSTM en Afrique - Anomalie de Bouguer Simple : points (gauche) et grille (droite) (BGI, 2015).

### 3.2.2. Cartes gravimétriques du Niger

La campagne gravimétrique au Niger a été réalisée de 1962 à 1965 (Rechenmann, 1969). L'erreur de 0,1 arc-minute (~190 mètres) a été admise au Sud du 16$^{\text{ème}}$ parallèle (couvert par les cartes topographiques). Au Nord, dépourvu de cartes durant les levés, l'erreur admise était de 1 à 2 arc-minutes (~2 à 4 km) (ibid). Les erreurs moyennes de 3 mètres entre deux stations et de 5 mètres le long des profils gravimétriques étaient admises. Cinq cartes d'anomalies de Bouguer ont été publiées à l'échelle de 1/1000000 (Rechenmann, 1969), voir Figure 3.4.

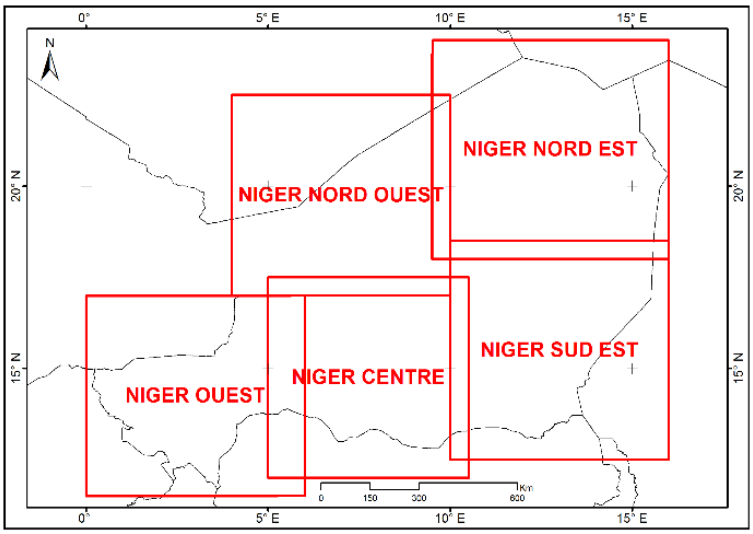


Figure 3.4. Assemblage des cartes gravimétriques du Niger.

### 3.2.3. Acquisition et traitement des données

#### *3.2.3.1. Données du BGI*

Les mesures continentales ont été fournies par le BGI en Juin 2016, après la signature d'un protocole. Il s'agit d'un extrait de la base de données couvant la zone de 0 à 16° de longitude Est et de 11° à 24° de latitude Nord. Deux fichiers « texte » sont fournis, l'un contenant les données et l'autre contient les sources. Les métadonnées n'ont pas été fournies, donc nous n'avons pas assez d'informations pour évaluer la précision des mesures. Les données ont été importées dans Excel puis ArcGIS pour l'exploration préliminaire et le traitement. Elles sont affichées sur la Figure 3.5.

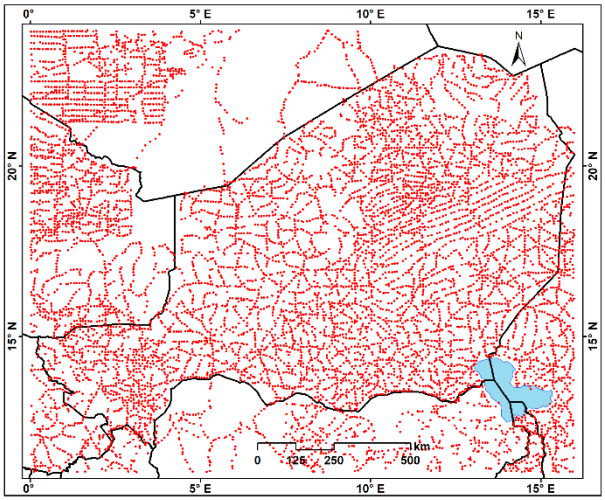


Figure 3.5. Répartition géographique des données fournies par le BGI.

Les données fournies proviennent de vingt-neuf (29) campagnes de levés gravimétriques au Niger et dans les pays voisins ou environnants qui sont : Algérie, Tchad, Cameroun, Nigéria, Bénin, Togo, Burkina Faso et Mali. La partie Sud de la Libye manque de données, comme il a été constaté sur le site du BGI, de même que le Lac Tchad qui est la plus grande surface d'eau dans la zone d'étude. Selon les sources, la base de données du BGI contient 73345 points dans la zone d'étude. Le fichier de métadonnées indique que 32161 points ont été extraits, mais seulement 8583 points ont été fournis, soit 26,69 %. Par exemple, de la source de données « *Niger gravity data* », 5277 points ont été fournis sur 19573, soit 26,96% du total existant. En conséquence, il y a une réduction de plus de 70% sur la densité des points.

#### *i. Détection des erreurs grossières et recherche de doublons*

Nous avons suivi la démarche simplifiée de Kamguia et al. (2007) pour la détection des erreurs grossières, des points sans valeurs et des doublons en se basant sur la forme géométrique et les autres attributs.

#### *ii. Vérification des valeurs d'anomalie de pesanteur*

Les anomalies à l'air libre sont calculées par le BGI dans le système de références GRS67 (El Brirchi, 2013). Afin de vérifier et confirmer les systèmes de référence, nous avons recalculé les anomalies de pesanteur. Les données fournies sont en majorité la propriété de l'ORSTOM. La formule de conversion (3-1) a été appliquée par le BGI dans le calcul des anomalies à l'air libre (Kamguia et al., 2007).

Nous avons d'abord recalculé les anomalies à l'air libre (Equation 2-45) en considérant la valeur mesurée de $g$ fournie par le BGI et la valeur théorique selon les formules de 1924 (2-18), GRS67 (2-19), et GSR80 (2-20). Ensuite nous avons retranché la valeur fournie par le BGI, $\Delta g_{FA}^{BGI}$, de la valeur recalculée dans les différents systèmes de références $\Delta g_{FA}^{Sys}$ :

$$\delta\Delta g_{FA} = \Delta g_{FA}^{Sys} - \Delta g_{FA}^{BGI} \qquad (3\text{-}2)$$

Les statistiques sont analysées. Nous avons converti les valeurs mesurées dans le référentiel IGSN71 en appliquant l'équation (3-1) puis recalculé les anomalies à l'air libre par rapport à GRS67. Les valeurs référencées à l'IGSN71 ont été restaurées et celles présentant des grands écarts ont été recalculées en inversant la formule de l'anomalie à l'air libre (Equation 2-45).

***iii. Calcul de l'anomalie à l'air libre dans GRS80 et comparaison***

Nous avons recalculé les anomalies à l'air libre par rapport à GRS80 puis comparé les valeurs par rapport à celles fournies par le BGI et celles recalculées dans GRS67. Nous avons également calculé les anomalies de Bouguer simple (Equation 2-46).

#### *3.2.3.2. Stations réoccupables*

Nous avons saisi 1793 stations réoccupables situées dans la zone de 11° à 24° Nord et de 0° à 16° Est à partir du rapport de l'ORSTOM (Rechenmann, 1966). La densité des stations est de 50 au degré carré, notamment au Sud du 15$^{ème}$ parallèle. Elles sont positionnées sur les repères de nivellement et sont reparties par carte topographique à 1/200000 et de degré carré. Le rapport présente le nom des repères, leurs coordonnées géographiques, l'altitude, la valeur mesurée de la pesanteur et celle de l'anomalie de Bouguer simple. Les valeurs mesurées sont dans le référentiel de POTSDAM (1930) et les anomalies de pesanteur sont calculées avec la formule internationale de gravité de 1924. La Figure 3.6 présente les stations réoccupables.

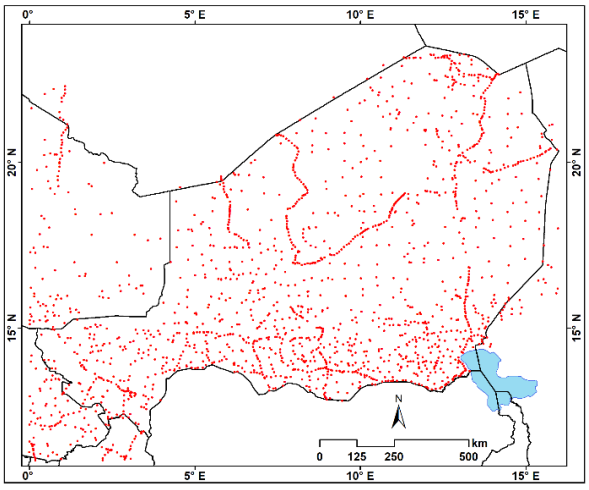


Figure 3.6. Répartition géographique des stations réoccupables.

***i. Vérification des valeurs d'anomalies d'anomalie de Bouguer simples***

Nous avons recalculé l'anomalie de Bouguer simple utilisant la formule de gravité de 1924 et la valeur mesurée d'ORSTOM. Ensuite nous avons ensuite fait la différence entre les valeurs calculées et les valeurs fournies :

$$\delta\Delta g_B = \Delta g_B \text{ (Recalculée)} - \Delta g_B \text{(ORTOM)} \qquad (3\text{-}3)$$

Les stations présentant des grands écarts de valeurs ont été éliminées.

#### *ii. Calcul des anomalies de pesanteur par rapport GRS80*

Nous avons converti la valeur mesuré dans le système IGSN71 puis recalculé les anomalies de pesanteur par rapport à GRS80.

### *3.2.3.3. Fusion des données du BGI et des stations réoccupables*

La majorité des données appartient à l'ORSTOM, les stations réoccupables et celles fournies par le BGI proviennent des mêmes levés gravimétriques. Comme la densité des points fournis par le BGI a été réduite d'environ 73%, les stations réoccupables permettront de densifier la base de données. Les deux sources de données ont été fusionnées.

### *3.2.3.4. Validation croisée des données*

La validation croisée, introduite par Geisser & Eddy (1979), est une méthode objective d'évaluation de la qualité d'une méthode d'interpolation, ou pour comparer la qualité relative de deux ou plusieurs méthodes d'interpolation candidates. Partant de $n$ observations, la validation croisée implique quatre étapes:

1. Choisir la méthode d'interpolation ;
2. Pour chaque observation, estimer sa valeur à partir des données voisines, mais pas la valeur observée elle-même et en utilisant le comportement naturel du type de données (anisotropie) ;
3. Calculer l'erreur d'interpolation résultante : ***Erreur = valeur estimée – valeur observée***. Ce processus génère $n$ erreurs d'interpolation ;
4. Utiliser les différences pour évaluer la qualité des données à partir d'approches statistiques adaptées comme mesure quantitative et objective de la qualité pour la méthode d'interpolation.

Avant la validation croisée, l'anomalie à l'air libre est rendue assez petite et lisse pour faciliter les prédictions, à travers le retrait des grandes longueurs d'un GGM et des effets RTM (Equation 2-50). Nous avons utilisé les effets RTM calculés au niveau des stations gravimétriques et les anomalies de pesanteur du GGM « satellite pur », tronqué au d/o 200. La méthode d'interpolation est le Krigeage sous Surfer® (GoldenSoftware, 2018). Les paramètres de recherche pour l'interpolation sont les suivants : rayon de recherche (0.8°), nombre de secteurs (4), maximum de points par secteur (16), maximum de secteurs vides (2), minimum de points (2) et maximum de points (64). Le rayon de recherche a été choisi de façon à inclure tous les points. Les résidus $\delta\Delta g_{res}$ sont calculés selon la formule (3-4) avec $\Delta g_{res}^{Est}$ la valeur estimée:

$$\delta\Delta g_{res} = \Delta g_{res} - \Delta g_{res}^{Est} \qquad (3\text{-}4)$$

#### *i. Analyse statistiques de la distribution des valeurs de résidus*

Comme les données de pesanteur sont spatialement corrélées, les quantités gravimétriques de même type et pas assez éloignées sont similaires. La distribution des anomalies résiduelles devrait être proche de la loi normale. Nous avons fait le test de normalité de Jarque-Bera (Jarque & Bera, 1987) pour la distribution des résidus au niveau significatif de $\alpha = 5\%$. L'hypothèse nulle $H_0$ est telle que les valeurs résiduelles sont extraites d'une distribution normale, l'hypothèse alternative $H_a$ pour le contraire.

### *ii. Détection et suppression des points aberrants*

En statistique, la règle 68-95-99,7 (ou règle des trois sigmas ou règle empirique) est utilisée dans plusieurs études de validation de données pour la détection et la suppression des données aberrantes, par exemple (Varga & Bašić, 2015; Zaki, 2015). Elle indique que pour une loi normale, presque toutes les valeurs se situent dans un intervalle centré autour de la moyenne et dont les bornes se situent à 3 écarts-types de part et d'autre. La distribution des résidus $x$ à partir de la moyenne μ et selon l'écart type σ se fait selon les relations (3-5) exprimant la probabilité de l'intervalle de confiance (Mikhail & Gracie, 1981) :

$$\begin{aligned} &P[-\sigma \leq x-\mu \leq \sigma] = 68{,}3\% \\ &P[-1{,}96 \times \sigma \leq x-\mu \leq 1{,}96 \times \sigma] = 95\% \\ &P[-2 \times \sigma \leq x-\mu \leq 2 \times \sigma] = 95{,}4\% \\ &P[-2{,}575 \times \sigma \leq x-\mu \leq 2{,}575 \times \sigma] = 99\% \\ &P[-3 \times \sigma \leq x-\mu \leq 3 \times \sigma] = 99{,}7\% \\ &P[-\infty \leq x-\mu \leq +\infty] = 100\% \end{aligned} \quad (3\text{-}5)$$

Nous avons choisi de travailler avec le niveau de confiance de 99,7 %.

## 3.2.4. Digitalisation des cartes gravimétriques du Niger

Nous avons digitalisé les cinq (5) cartes gravimétriques du Niger (Rechenmann, 1969). Les données seront utilisées pour densifier la grille d'anomalies de Bouguer simples. Les carte scannées ont été téléchargées de Sphaera (IRD, 2018b), la procédure suivie pour la digitalisation se résume à :

- Géoréférencement des cartes ;
- Création de la base de données ;
- Digitalisation des points et saisies des valeurs de l'anomalie de Bouguer simple ;
- Calcul des coordonnées géographiques des stations à partir du SIG ;
- Ajout de l'information altimétrique à partir du MNT SRTM V4.1 CGIAR-CSI (Jarvis et al., 2008) ;
- Export vers un tableur pour les calculs ;
- Validation croisée des données : comme le Niger est caractérisé par des faibles variations de la topographie, les anomalies de Bouguer peuvent être interpolées directement selon les recommandations de Featherstone & Kirby (2000). Nous avons répété les étapes comme avec les données fusionnées dans la section précédente, avec les anomalies de Bouguer simples. Les résidus $\delta\Delta g_B$ sont calculés comme suit :

$$\delta\Delta g_B = \Delta g_B - \Delta g_B^{Est} \quad (3\text{-}6)$$

  Où $\Delta g_B^{Est}$ est la valeur estimée.
- Analyse statistique et suppression de points aberrants ;
- Calcul de la valeur mesurée de la pesanteur : nous avons d'abord calculé les valeurs théoriques selon la formule internationale de pesanteur de 1924 (2-18), utilisée par

ORSTOM. Ensuite nous avons déduit les valeurs mesurées de pesanteur en fonction des anomalies de Bouguer simples en utilisant la formule de réduction gravimétrique (2-46).

- Calcul des anomalies de Bouguer simple par rapport à GRS80 : les valeurs mesurées ont été converties dans le référentiel IGSN71 (3-1). Nous avons enfin calculé les valeurs théoriques, ensuite les anomalies à l'air libre et de Bouguer simple par rapport à GRS80.

Les données digitalisées ont été fusionnées avec celles obtenues dans la section précédente. Les processus de validation croisée sont résumés dans la Figure 3.7.

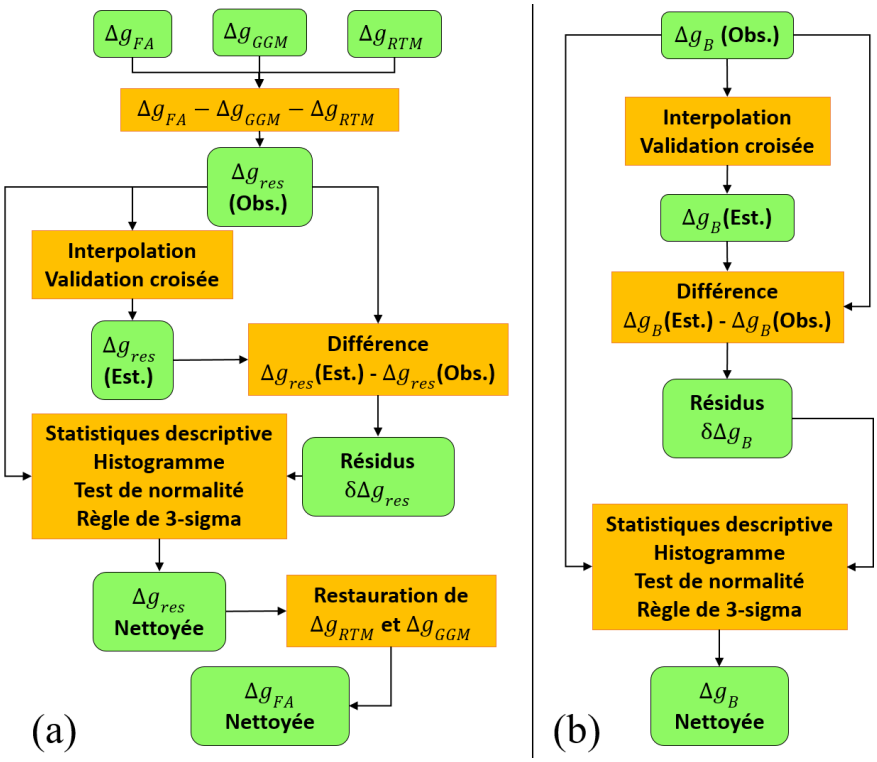


Figure 3.7. Processus de validation croisée : (a) anomalies à l'air libre et (b) anomalie de Bouguer simple.

## 3.3. Modèles Géopotentiels Globaux

### 3.3.1. Evaluation et sélection des GGMs

La sélection du meilleur GGM pour le calcul du géoïde gravimétrique est faite, pas seulement à cause du nombre pléthorique de modèles, mais aussi parce que la précision du GGM influence celle du géoïde final. Plusieurs études ont été menées sur l'évaluation des GGMs à travers le Monde (Godah & Krynski, 2015; Huang & Véronneau, 2015; Nicacio et al., 2018; Yakubu et al., 2017).

Les quantités dérivées des GGMs sont comparées avec celles issues des mesures à proximité de la Terre telles que les anomalies de pesanteur, les ondulations de géoïde ou anomalies d'altitude obtenues par GNSS/Nivellement, etc. La comparaison se fait par simple différence entre les données terrestres et les GGMs tronqués à différents d/o. Les différences sont analysées par des mesures statistiques comme l'écart type standard (STD) et la valeur moyenne quadratique (RMS) en fonction des d/o de troncature.

Certaines études font la comparaison directe entre les GGMs et les données terrestres (Abdalla et al., 2012). Théoriquement, les mesures gravimétriques à proximité de la Terre contiennent toutes les bandes spectrales du champ de pesanteur. De l'autre côté, les GGMs sont limités en bandes spectrales et contiennent des erreurs d'omission (comprenant les hautes fréquences) à cause de la troncation à un d/o des harmoniques sphériques. Plusieurs méthodes d'évaluation ont été développées afin d'adapter les deux sources, telles que les filtres (Bomfim, Braitenberg, & Molina, 2013; Godah & Krynski, 2015; Voigt, Rülke, Denker, Ihde, & Liebsch, 2010) et le rehaussement spectral (*Spectral Enhancement Method – SEM*) (Hirt et al., 2011). Les filtres sont mieux adaptés pour les données présentées sous forme de grille.

Les résultats des évaluations globales des GGMs sont présentés sur le site de l'ICGEM (Barthelmes & Köhler, 2016). Dans notre étude, nous avons privilégié les modèles récents de GOCE.

Aucune étude n'a été réalisée pour évaluer les GGMs en général et ceux de GOCE en particulier au Niger. Certaines études ont été menées sur l'ensemble du continent africain sans attention particulière sur le Niger (Abd-Elmotaal, 2015; Merry, 2009). L'inaccessibilité ou l'indisponibilité des données de validation, dont les points GNSS/nivellement sont en partie la cause. Benahmed Daho (2010) a évalué EGM2008 en Algérie incluant la partie Nord du Niger pour les données gravimétriques, mais les points GNSS/nivellement étaient concentrés au Nord de l'Algérie. Notre étude qui est la première du genre au Niger, en plus de permettre le choix du GGM pour le calcul du géoïde, donnera également un aperçu sur la performance des GGMs, notamment ceux de GOCE dans cette zone.

### 3.3.2. Méthode de rehaussement spectral

L'idée principale de la méthode de rehaussement spectral (SEM) est de combler l'écart spectral entre les GGMs et les données de mesures terrestres (Hirt et al., 2011). Pour les modèles combinés de hautes résolutions tel que EGM2008, les erreurs d'omissions estimées à partir de RTM sont utilisées pour recouvrir les bandes spectrales au-delà de $n_{max} = 2190$. Le modèle en cours d'évaluation est tronqué au degré $n_1$, puis complété de $n_1 + 1$ à 2190 par les coefficients d'un GGM combiné et au-delà par RTM. La deuxième possibilité est de considérer les coefficients d'un modèle combiné de 2 à $n_1$ et de $n_2 + 1$ à 2190, puis ceux du modèle en cours d'évaluation de $n_1 + 1$ à $n_2$ et enfin le RTM au-delà de 2190. La méthode est illustrée dans la Figure 3.8.

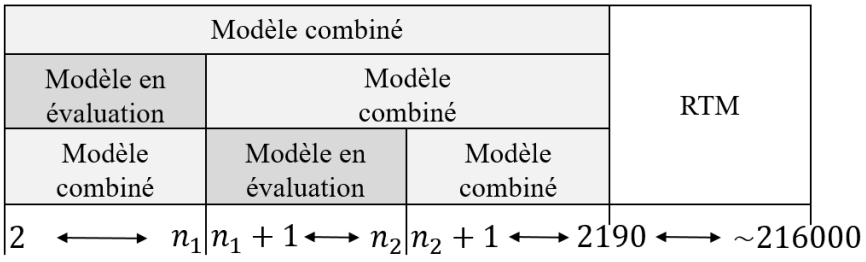


Figure 3.8. Illustration de la méthode de rehaussement spectral, d'après (Hirt et al., 2011).

La méthode de rehaussement spectral est utilisée pour recouvrer plusieurs quantités physiques et géométriques du champ de pesanteur terrestre telles que les anomalies d'altitude (Hirt, Featherstone, et al., 2010), les ondulations de géoïde (Gruber, Visser, Ackermann, & Hosse,

2011), la déviation de la vertical (Hirt, 2010; Hirt et al., 2011), etc. Les GGMs combinés de haute résolution, complétés avec le RTM, sont aussi utilisés pour la densification des bases de données gravimétriques (Ulotu, 2009).

### 3.3.3. Modèles géopotentiels pour l'évaluation

Nous avons évalué les GGMs satellite pur de GOCE les plus récents afin de choisir le meilleur pour le calcul du géoïde au Niger. Il s'agit des cinquièmes versions déterminées par les trois approches : spectrale spatiale GO_CONS_GCF_2_SPW_R5 (SPW5) (Gatti & Reguzzoni, 2017) et spectrale temporelle GO_CONS_GCF_2_TIM_R5 (TIM5) (Brockmann et al., 2014) basés sur GOCE uniquement, et directe GO_CONS_GCF_2_DIR_R5 (DIR5) qui combine les données de GRACE et LAGEOS (Bruinsma et al., 2013). Nous avons aussi inclus les modèles ITU_GGC16 (Akyilmaz et al., 2016), EIGEN-6S4v2 (Förste & Bruinsma, 2016) et GGM05G (Bettadpur et al., 2015) dans l'évaluation. Les modèles combinés évalués sont EGM2008 (Pavlis et al., 2012), EIGEN-6C4 (Förste et al., 2014) et GECO (Gilardoni et al., 2015), le meilleur modèle servira à densifier la base de données gravimétrique. Les modèles ont été téléchargés à partir du site de l'ICGEM (Barthelmes & Köhler, 2016). Leurs caractéristiques sont présentées dans le Tableau 3.1.

Tableau 3.1 . Caractéristiques des modèles Géopotentiels évalués. S= Satellite, G=Gravité, A=Altimétrie. Source : ICGEM (Barthelmes & Köhler, 2016)

| Modèles | Année | d/o | Sources de données | Références |
|---|---|---|---|---|
| SPW5 | 2017 | 330 | S (GOCE) | (Gatti & Reguzzoni, 2017) |
| ITU_GGC16 | 2016 | 280 | S (GRACE, GOCE) | (Akyilmaz et al., 2016) |
| EIGEN-6S4v2 | 2016 | 300 | S (GOCE, GRACE, LAGEOS) | (Förste & Bruinsma, 2016) |
| GECO | 2015 | 2190 | S (GOCE), EGM2008 | (Gilardoni et al., 2015) |
| GGM05G | 2015 | 240 | S (GRACE, GOCE) | (Bettadpur et al., 2015) |
| EIGEN-6C4 | 2014 | 2190 | S (GOCE, GRACE, LAGEOS), G, A | (Förste et al., 2014) |
| TIM5 | 2014 | 280 | S (GOCE) | (Brockmann et al., 2014) |
| DIR5 | 2014 | 300 | S (GOCE, GRACE, LAGEOS) | (Bruinsma et al., 2013) |
| EGM2008 | 2008 | 2190 | S (GRACE), G, A | (Pavlis et al., 2012) |

### 3.3.4. Données de validation

La validation a été faite avec les anomalies à l'air libre provenant des données de mesures continentales après la fusion des sources et la conversion dans GRS80 (section 3.2) et les points GPS/nivellement collectés (section 3.5).

### 3.3.5. Méthodologie adoptée

Nous avons calculé les anomalies de pesanteur (Equation 2-51) et les ondulations de géoïde (Equation 2-43) à partir des GGMs pour les degrés et ordres allant de 100 à 300 avec un pas de cinq (5). Pour les anomalies de pesanteur, les grilles espacées de 0,025 degré (1,5 arc-minute) ont été générées à partir du service de calcul en ligne de l'ICGEM (Barthelmes & Köhler, 2016).

Les valeurs ont été extraites au niveau des stations gravimétriques. Les ondulations de géoïde ont été calculées au niveau des points GPS/nivellement avec une version récente du programme GRAFIM en langage C, fournie par les auteurs que nous avons recompilée (Janák & Šprlák, 2006). Les quantités ci-dessus ont été également calculées à partir des modèles combinés au d/o 2190. Toutes les quantités se réfèrent à GRS80. Le logiciel GOCE User Toolbox (GUT) (Rio & Dinardo, 2011) et le module GEOEGM de Gravsoft (Forsberg & Tscherning, 2008) permettent également d'évaluer ces deux quantités physique et géométrique, nous avons préféré les deux outils précités pour leur rapidité de calcul. Nous avons considéré la terminologie taillée par Šprlák et al. (2012) pour l'évaluation des modèles de GOCE: d/o 2-100 pour les basses fréquences, 101-250 pour les moyennes longueurs d'onde, 251-2190 pour les hautes fréquences et les très courtes longueurs d'onde au-delà de d/o 2190.

#### *3.3.5.1. Evaluation des modèles combinés*

Les modèles combinés, jusqu'à leur d/o maximum 2190, sont évalués avant et après le rehaussement spectral (SEM) par le RTM. Les quantités dérivées de ces derniers sont comparés par simples différences aux anomalies à l'air libre des mesures terrestres et aux hauteurs de géoïde issues des points GPS/nivellement. La comparaison directe a été faite selon les expressions suivantes :

- Pour les anomalies de pesanteur :

$$\delta\Delta g = \Delta g_{FA} - \Delta g_{Comb}^{2190} \tag{3-7}$$

- Pour les hauteurs de géoïde:

$$\delta N = N_{GPS} - N_{Comb}^{2190} \tag{3-8}$$

Avec $\Delta g_{Comb}^{2190}$ et $N_{Comb}^{2190}$ respectivement l'anomalie de pesanteur et la hauteur de géoïde du GGM combiné aux d/o 2190, $\delta\Delta g$ et $\delta N$ sont les différences avec les quantités issues des mesures continentales et des points GPS/nivellement respectivement.

Ensuite la méthode de rehaussement spectral a été appliquée en ajoutant les effets RTM aux quantités dérivées des GGMs, les différences ont recalculées :

- Pour les anomalies de pesanteur

$$\delta\Delta g = \Delta g_{FA} - (\Delta g_{Comb}^{2190} + \Delta g_{RTM}) \tag{3-9}$$

- Pour les hauteurs de géoïde

$$\delta N = N_{GPS} - (N_{Comb}^{2190} - N_{RTM}) \tag{3-10}$$

Les statistiques descriptives des différences ont été analysées. Nous avons appliqué le test de normalité de Jarque-Bera à 5% et 10% de niveau de confiance aux valeurs de différences. La performance des GGMs combinés a été évaluée par la règle de 3-sigma. Le meilleur GGM combiné a été utilisé dans la SEM pour l'évaluation des modèles « satellite pur ».

#### *3.3.5.2. Evaluation des modèles « satellite pur »*

Les anomalies de pesanteurs et les hauteurs de géoïde dérivées des GGM « satellite pur » des d/o 100 à 300 ont été comparées à celles des mesures continentales et des points GPS/nivellement respectivement. Les différences sont calculées selon les expressions :

- Pour les anomalies de pesanteur :

$$\delta\Delta g = \Delta g_{FA} - \Delta g_{GGM}^{k} \tag{3-11}$$

- Pour les hauteurs de géoïde

$$\delta N = N_{GPS} - N_{GGM}^{k} \tag{3-12}$$

$\Delta g_{GGM}^{k}$ et $N_{GGM}^{k}$ sont respectivement l'anomalie de pesanteur et la hauteur de géoïde du GGM aux d/o $k = 100, 105, 110, \dots, 300$.

Après l'application de la SEM par le modèle combiné et RTM, les différences sont calculées selon les expressions :

- Pour les anomalies de pesanteur :

$$\delta\Delta g = \Delta g_{FA} - \left(\Delta g_{GGM}^{k} + \Delta g_{Comb}^{k+1 \text{ à } 2190} + \Delta g_{RTM}\right) \tag{3-13}$$

- Pour les hauteurs de géoïde :

$$\delta N = N_{GPS} - \left(N_{GGM}^{k} + N_{Comb}^{k+1 \text{ à } 2190} - N_{RTM}\right) \tag{3-14}$$

Avec $\Delta g_{Comb}^{k+1 \text{ à } 2190}$ et $N_{Comb}^{k+1 \text{ à } 2190}$ sont respectivement l'anomalie de pesanteur et la hauteur de géoïde du GGM combiné évalué de $k+1$ à 2190. Les valeurs RMS des différences ont été analysées en fonction des d/o de troncation. Tous les résultats de l'évaluation des GGMs sont présentés dans le chapitre 4.

## 3.4. Acquisition et évaluation des modèles numériques de terrain (MNT)

### 3.4.1. Les modèles numériques de terrain (MNT) et leur validation

Le MNT est une représentation $3D$ de la topographie terrestre, il constitue l'une des informations essentielles dans le domaine de la géomatique. Il est utilisé dans toutes les disciplines scientifiques et techniques qui requièrent les données d'élévation, telles que l'hydrologie, le Génie Civil, etc. En géodésie physique, les MNTs de haute résolution sont important dans la modélisation des courtes longueurs d'onde du champ pesanteur, ces dernières sont fortement corrélées avec la topographie (Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2005). Ismail (2016) a montré que la précision des géoïdes gravimétriques au cours des vingt dernières années est liée à celle des MNTs. Les données topographiques sont aussi utilisées pour lisser les anomalies gravimétriques afin d'éviter les effets d'*aliasing* et faciliter les interpolations (Denker, 2005).

Les MNTs sont créés par diverses techniques, desquelles dépendent la précision, dont les mesures directes au sol (nivellement conventionnel, GNSS, etc.) et la photogrammétrie stéréoscopique aérienne ou spatiale, l'interférométrie RADAR et le LIDAR. Durant les deux dernières décennies, les MNTs dérivés des techniques spatiales sont largement utilisés car ils offrent une couverture globale et gratuitement. Parmi ces modèles, nous avons: SRTM (Farr

& Kobrick, 2000), ASTER GDEM (Tachikawa et al., 2011) et le plus récent AW3D30 (Takaku et al., 2014). Ils constituent une bonne alternative aux techniques traditionnelles de nivellement, pour des applications nécessitant une précision de quelques mètres sur des larges zones dans les pays en développement ne disposant pas des infrastructures de données spatiales suffisantes, comme le Niger.

Les MNTs sont sujets à plusieurs types d'erreurs dues aux méthodes de collecte et de traitement de données, ils doivent être évalués avant leurs utilisations. Les erreurs sont principalement planimétriques et altimétriques, et ces deux composantes ne peuvent pas être analysées séparément (Varga & Bašić, 2015). Certains modèles présentent aussi d'importantes zones vides. Des mises à jour sont faites régulièrement en intégrant davantage de données acquises récemment, ou en appliquant des traitements supplémentaires afin de supprimer les pixels erronés et remplir les vides.

Plusieurs études de validation ont été menées globalement ou dans des zones limitées, par exemple (Athmania & Achour, 2014; Hu, Peng, Hou, & Shan, 2017; Satgé et al., 2015; Varga & Bašić, 2015). Les élévations des MNTs sont généralement comparées à celles des données de haute précision mesurées au sol par le nivellement général, les GNSS (Athmania & Achour, 2014), les MNTs locaux (Varga & Bašić, 2015), les données digitalisées à partir des cartes topographiques (Blitzkow et al., 2009), les données indépendantes d'altimétrie satellitaire (Berry, Garlick, & Smith, 2006), les élévations de la base de données gravimétrique (Rexer & Hirt, 2014), etc. La morphologie du terrain et les produits dérivés des MNTs, tels que la pente et le réseau hydrographiques, sont également utilisés dans certaines études (Le Coz, Delclaux, Genthon, & Favreau, 2009; Satgé et al., 2015). De nombreuses études ont pris en compte les types de couverture ou d'occupation de sol comme les MNT sont en général des modèles numériques de surface (Varga & Bašić, 2015). Le décalage horizontal dans plusieurs directions est utilisé pour évaluer la précision horizontale (Denker, 2005; Varga & Bašić, 2015). Des mesures statistiques et géostatistiques telles que les tests paramétriques, la précision verticale par l'intervalle de confiance, la comparaison des variogrammes, la suppression des points aberrants et les méthodes visuelles sont utilisées (Athmania & Achour, 2014; Hofmann & Walter, 2006).

A nos jours, aucune étude n'a été menée en vue d'évaluer la précision des MNTs globaux sur l'ensemble du Niger. Leblanc et al. (2006) ont réalisé la première évaluation de SRTM30 et de GTOPO30 (*Global 30 Arc-Second Elevation*) (USGS, 1996) dans la région du lac Tchad, incluant une petite partie du territoire nigérien. Les modèles ont été comparés à des points numérisés à partir de cartes topographiques. SRTM30 a donné un écart type de différence 3,9 m et une moyenne de 4,1 m alors que GTOPO30 a donné respectivement 12,2 m et 13,6 m pour les deux grandeurs. Le Coz et al. (2009) ont évalué six (6) méthodes pour agréger SRTM de 3 arc-secondes à 5 arc-minutes pour la modélisation hydrologique dans le bassin du lac Tchad. Aucun MNT global récent n'a été évalué au Niger.

L'objectif de cette section est de déterminer le MNT global relativement le plus précis, homogène et de résolution suffisante pour le calcul des effets de terrain au Niger. Nous avons sélectionné et évalué la précision verticale des modèles récents suivants : ASTER GDEM version 2 (Tachikawa et al., 2011), AW3D30 (Takaku et al., 2014) et les versions de un (1) et

trois (3) arc-secondes de SRTM (Jarvis et al., 2008; NASA JPL, 2013a, 2013b; NGA, 2018). Nous avons d'abord exploré les MNTs pour évaluer les larges zones contenant des pixels vides et erronés. Les modèles sont comparés à des points de contrôle au sol de précision suffisante situés sur plusieurs sites et un MNT local, les MNTs sont également comparés entre eux. La précision verticale est également analysée selon les classes d'occupation de sol (Fritz et al., 2003). Les différences d'altitudes entre les MNTs et les données de validation sont analysées par des méthodes statistiques. Le MNT de meilleure précision relative au Niger a été utilisé pour valider les élévations de la base de données gravimétriques. L'évaluation de ces MNTs, la première du genre au Niger, est aussi une grande contribution scientifique.

### 3.4.2. Caractéristiques des MNTs

ASTER GDEM a été généré à la résolution de 30 m par la technique d'appariement stéréo optique à partir des images collectées avec le capteur d'ASTER (Tachikawa et al., 2011). C'est un projet conjoint du METI (*Ministry of Economy, Trade and Industry* – Ministère de l'Economie, du Commerce et de l'Industrie – Japon) et de la NASA (*National Aeronautics and Space Administration* – Etats Unis). Sa précision verticale nominale est de 20 m et la précision horizontale est de 30 m au niveau de confiance de 95% (ASTER GDEM Validation Team, 2009). Des valeurs inférieures à la précision verticale nominale ont été obtenues par plusieurs auteurs, par exemple 7,1 m en Croatie (Varga & Bašić, 2015) et 9,8 m en Algérie (Athmania & Achour, 2014). Trois versions du MNT ASTER ont été réalisées, la première en 2009, la deuxième version en 2011 (Tachikawa et al., 2011) et la version 3 récemment (Abrams, 2016) en intégrant des données additionnelles acquises progressivement. Nous avons évalué la version 2 car au moment de l'étude la version 3 n'était pas encore disponible pour le Niger.

AW3D30 a été développé par l'Agence d'Exploration Aérospatiale du Japon (*Japan Aerospace Exploration Agency* - JAXA). La version de 30 m de résolution est le rééchantillonnage de la grille de 5 m générée par la technique d'appariement stéréo optique en utilisant les images acquises par l'instrument PRISM (*Panchromatic Remote-sensing Instrument for Stereo Mapping*) de 2006 à 2011 (Tadono et al., 2014; Takaku et al., 2014). Les données sont fournies en deux formats: AVE (moyen) et MED (médian), se référant aux méthodes utilisées pour le rééchantillonnage. La première version globale a été publiée en Mai 2016, sa mise à jour, la version 1.1 en Mars 2017 et la version 2.1 en Avril 2018, les vides ont été remplis (JAXA, 2018). Nous avons utilisé les données AVE de la version 1.1 dans cette étude. Les quelques validations réalisées ont montré que la précision de AW3D30 à 30 m est de l'ordre voire meilleure que celle escomptée avec la résolution initiale de 5 m (Hu et al., 2017; Takaku & Tadono, 2017; Takaku, Tadono, Tsutsui, & Ichikawa, 2016).

Le MNT SRTM a été généré par l'interférométrie RADAR à partir des mesures effectuées avec la navette spatiale américaine Endeavour en Février 2000 en utilisant les bandes X (5,6 cm) et C (5,3 cm) (Farr & Kobrick, 2000; Rosen et al., 2000). La précision nominale de SRTM est de 16 m pour l'altimétrie et 20 m pour la planimétrie au niveau de confiance de 90% Les validations ont montré de meilleures précisions, par exemple 11,9 m et 5,6 m à 90% respectivement pour la planimétrie et l'altimétrie en Afrique (Rodriguez et al., 2005). La première version du MNT a été publiée en 2003 par NASA-JPL (*Jet Propulsion Laboratory)* avec une résolution de 30 m pour les Etats Unis et 90 m pour le reste du monde, mais elle

contenait beaucoup de pixels vides et erronés. Les données de SPOT 5 et d'autres MNTs ont été utilisées pour emplir les vides en Afrique (comprenant une zone large dans la moitié Nord du Niger), en Amérique centrale, en Asie et en Australie (Danielson & Gesch, 2011). L'une des plus importantes mises à jour de SRTM 90 m est celle du CGIAR-CSI (*Consultative Group of International Agricultural Research - Consortium for Spatial Information*) (Jarvis et al., 2008). La version globale de 30 m a été publiée par NASA-JPL en 2013 avec des mises à jour de celle de 90 m (NASA JPL, 2013a, 2013b). Parallèlement, la NGA-USGS (*National Geospatial-Intelligence Agency - United States Geological Survey*) a aussi réalisée des mises à jour pour les versions de 30 m et 90 m (NGA, 2018).

Tous ces MNTs ont le datum horizontal WGS84 et le géoïde du GGM EGM96 (Lemoine et al., 1997) comme datum vertical. Il n'y a pas encore un modèle de conversion entre le géoïde d'EGM96 et le niveau moyen de la Mer (NMM) au Niger. Delclaux (2003) a trouvé un décalage de 0,8 m dans la zone du Lac Tchad et à cause des faibles variations d'altitude, Leblanc et al. (2006) ont soutenu l'idée que le décalage entre les deux systèmes altimétriques devrait être de l'ordre de 1 m. Les caractéristiques des MNTs sont montrés dans le Tableau 3.2.

Tableau 3.2. Caracteristiques des MNTs

| **Modèle** | **ASTER GDEM2** | **SRTM1** | **SRTM3** | **AW3D30** |
|---|---|---|---|---|
| **Institution (Mission)** | METI, NASA (Terra) | NASA (SRTM) | NASA, NGA, CGIAR (SRTM) | JAXA (ALOS) |
| **Résolution** | 1" | 1" | 3" | 1" |
| **Datum** | Coordonnées géographiques sur WGS84 et géoïde d'EGM96 (Altitude orthométrique) | | | |
| **Précision verticale** | 20 m | 16 m | | 5 m pour la version originale de 5 mètres |
| **Précision horizontale** | 30 m | 20 m | | |
| **Référence** | (Tachikawa et al., 2011) | (NASA JPL, 2013a) | (Jarvis et al., 2008; NASA JPL, 2013b; NGA, 2018) | (Takaku et al., 2014) |
| **Site internet** | http://earthexplorer.usgs.gov/ | | http://srtm.csi.cgiar.org http://earthexplorer.usgs.gov/ | https://www.eorc.jaxa.jp/ALOS/en/aw3d30/data/index.htm |

## 3.4.3. Données de validation

### *3.4.3.1. Points de contrôle au sol et MNT local*

Les données de validation doivent être au moins trois fois plus précis que les élévations des MNTs (Maune, 2007). Pour remplir cette condition, nous avons utilisé essentiellement les points mesurés par DGPS avec une précision planimétrique de l'ordre du dm voire le cm. Les mesures sont faites par les positionnements cinématique temps réel (RTK), statique ou statique rapide. Les données proviennent des rapports techniques des projets routiers disponibles à la

bibliothèque du Ministère de l'Equipement (Niamey) (Aic Progetti & Groupe Art & Génie, 2014; GERMS Consulting, 2013), de l'IGNN (JICA & IGN-N, 1996), des bureaux d'études tels que GERMS Consulting (GERMS Consulting, 2015) et de rapport scientifique (Delclaux, 2003). Le MNT local d'Imouraren SA (IMSA) nous a été fourni au format Autocad sous forme de semi de points par le service Topographique. Nous avons classé les données de validation en trois (3) types : (1) points de nivellement général avec leurs altitudes orthométriques, (2) MNT local d'Imouraren dénommé IMSA et les points de mesures DGPS avec des hauteurs ellipsoïdales. Les points de contrôle se réfèrent à plusieurs projections cartographiques, dont les zones 31 et 32 du système UTM et les élévations se réfèrent au niveau moyen de la Mer (NMM) ou à l'ellipsoïde. Le Tableau 3.3 présente les caractéristiques des données de validation, leurs répartitions géographiques sont montrées sur la Figure 3.9.

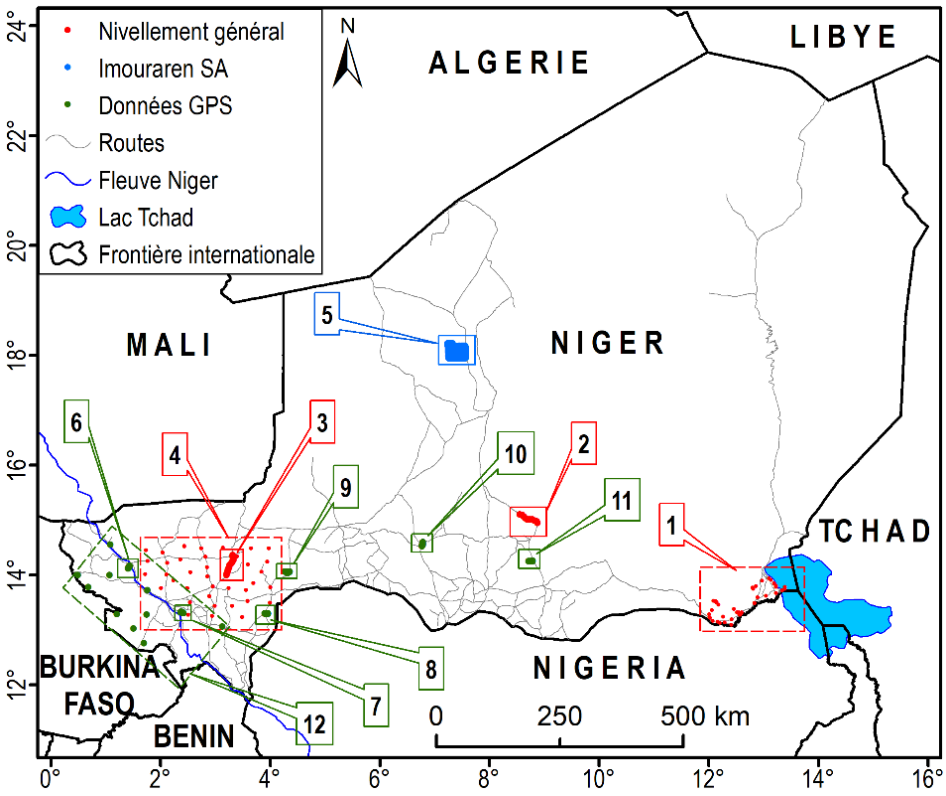


Figure 3.9. Répartition géographique des données de validation: Nivellement général (**Rouge**, 1 = Lac Tchad, 2 = Tânout - Takoukou, 3 = Baléyara - Fillingué, 4 = JICA-IGNN), Imouraren SA (**Bleu**, 5). Données GPS (**Vert**, 6 = Yalwani, 7 = Sébéri, 8 = Kori Mairoua, 9 = Dogon Kirya, 10 = Dakoro, 11 = Bakinbirji, 12 = Niger - Burkina).

### *3.4.3.2. Carte d'occupation du sol au Niger*

Au Nord du Niger, le désert du Sahara (essentiellement le sol nu, les dunes de sables et terrains rocailleux) couvre environ 65 % du pays. La moitié Sud du pays est situé dans le Sahel, une transition entre le désert et la zone tropicale ouest africaine. Elle est constituée d'une vaste zone pastorale, dominée par des steppes arbustives, des savanes sahéliennes et les zones agricoles jusqu'à la frontière avec le Nigéria (CILSS, 2016). Les principaux cours d'eau sont le fleuve Niger qui traverse le pays sur environ 550 km à l'Ouest et le Lac Tchad dans le Sud-Ouest. Entre 1975, 2000 et 2013, il y a eu une augmentation des zones de cultures, des habitations et des zones sableuses au détriment des steppes, savanes et plans d'eau (ibid). La carte

d'occupation du sol extraite des données globale**s (***Global Land Cover 2000 – GLC2000*) (Fritz et al., 2003) est présentée dans la Figure 3.10**.**

## 3.4.4. Méthodologie adoptée

### *3.4.4.1. Préparation et exploration des MNTs globaux*

Les MNTs sont téléchargés sous forme de tuiles de 1 à 5° carrés, elles ont été mosaïquées pour couvrir la zone d'étude. La zone d'évaluation des MNTs a été limité à 0° à 16° Est et 11° à 24° Nord à cause des limitations de la machine. Nous avons évalué les larges zones vides ou contenant des pixels erronés.

Tableau 3.3. Caractéristiques des données de validations des MNTs

| **Désignation** | **Nombre** | **Mode d'observation** | **Datum** | **Année** | **Source** |
|---|---|---|---|---|---|
| Baléyara - Filingué | 45 | Statique rapide | WGS84 - UTM 31 Nord / NMM | 2013 | (GERMS Consulting, 2013) |
| JICA - IGNN | 138 | Statique | Clarke 1880 - UTM 31 Nord / NMM | 1991 | (JICA & IGN-N, 1996) |
| MNT IMSA | 6360 | Photogrammétrie | WGS84 - UTM 32 Nord / NMM | 2009 | Imouraren SA |
| Lac Tchad | 45 | Statique rapide | WGS84 - Géographique / NMM | 2003 | (Delclaux, 2003) |
| Tânout - Takoukou | 20 | Statique rapide | WGS84 - UTM 32 Nord / NMM | 2013 | (Aic Progetti & Groupe Art & Génie, 2014) |
| Dakoro | 1686 | RTK | WGS84 - UTM 32 Nord / Ellipsoïde | 2015 | (GERMS Consulting, 2015) |
| Bakinbirji | 997 | | | | |
| Yalwani | 1106 | | WGS84 - UTM 31 Nord / Ellipsoïde | | |
| Sébéri | 1053 | | | | |
| Kori Mairoua | 1349 | | | | |
| Dogon Kirya | 1531 | | | | |
| Niger - Burkina | 11 | Statique | WGS84 - Géographique / Ellipsoïde | 2016 | IGNN |

### *3.4.4.2. Préparation des données de validation*

Pour le MNT IMSA, nous avons extrait les coordonnées UTM et les altitudes du semi de points du fichier Autocad. Toutes les coordonnées UTM ont été projetées en coordonnées géographiques dans le WGS84, les même que les MNTs globaux. Nous avons converti les

hauteurs ellipsoïdales $h_{\mathrm{WGS84}}$ en altitudes orthométriques $H_{\mathrm{EGM96}}$ en utilisant le géoïde d'EGM96 $N_{\mathrm{EGM96}}$ au d/o 360. Nous avons appliqué la formule:

$$H_{\mathrm{EGM96}} = h_{\mathrm{WGS84}} - N_{\mathrm{EGM96}} \tag{3-15}$$

Les élévations des MNTs ont été extraites au niveau de chaque point de validation.

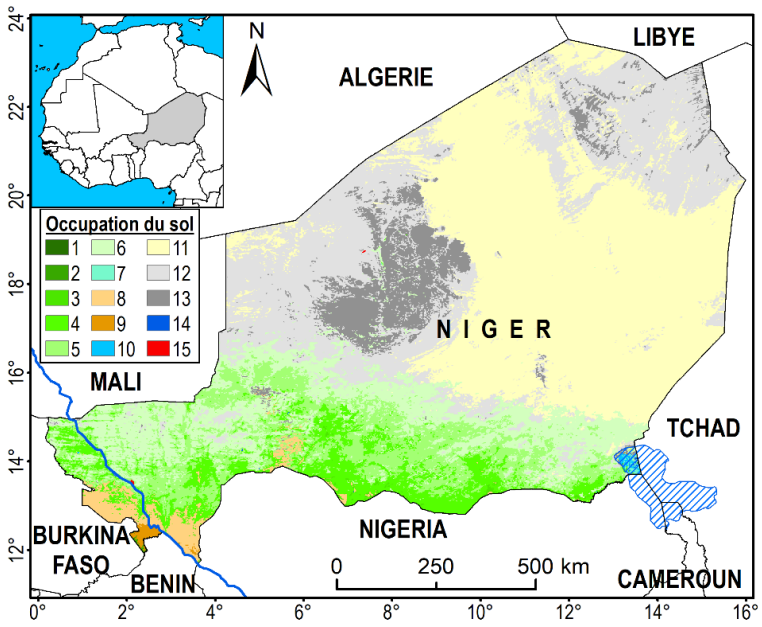


Figure 3.10. Carte d'occupation du sol au Niger: 1 - bois de feuillus (0,0002%), 2 - broussailles à feuilles caduques avec des arbres clairsemés (0,02%), 3 - Prairies fermées (0,15%), 4 - Prairies ouvertes avec arbustes clairsemés (6,09%), 5 - prairies ouvertes (10,28%), 6 - prairies clairsemées (12,22%), 7 - brousses marécageuses et prairies (0,08%), 8 - cultures (> 50%) (1,79%), 9 - cultures avec végétation ligneuse ouverte (0,22%), 10 - cultures irriguées (0,09%), 11 - désert de sable et dunes (37,07%), 12 - désert de pierres (25,36%), 13 - roche nue (6,55%), 14 - plans d'eau (0,07%), 15 - habitation (0,01%).

#### *3.4.4.3. Décalage entre le géoïde d'EGM96 et le NMM à l'Ouest du Niger*

Afin de déterminer le décalage entre le géoïde EGM96 et le NMM dans le Sud-Ouest du Niger, nous avons fait la comparaison entre les hauteurs de géoïde d'EGM96 et celles de 39 points GPS/nivellement (Voir section 3.5). Les hauteurs de géoïde $N_{\mathrm{EGM96}}$ ont été soustraites de celles des points GPS/Nivellement $N_{\mathrm{GPS}}$ (3-16) et les statistiques des différences $\delta N$ sont analysées.

$$\delta N = N_{\mathrm{GPS}} - N_{\mathrm{EGM96}} \tag{3-16}$$

#### *3.4.4.4. Evaluation de la précision verticale des MNTs*

L'évaluation de la précision verticale est basée sur la différence $\Delta H$ entre les évévations des points de contrôle $H_{\mathrm{Point}}$ et celles des MNTs $H_{\mathrm{MNT}}$ selon l'expression :

$$\Delta H = H_{\mathrm{Point}} - H_{\mathrm{MNT}} \tag{3-17}$$

Les statistiques des différences sont présentées en termes de maximum (Max), minimum (Min), moyenne (ME), STD, RMS et d'histogrammes.

$$\begin{cases} \mathrm{ME} = \dfrac{\sum_{i=0}^{n} \Delta H_i}{n} \\ \mathrm{STD} = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=0}^{n} (\Delta H_i - \mathrm{ME})^2}{n-1}} \\ \mathrm{RMS} = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=0}^{n} \Delta H_i^2}{n}} \end{cases} \quad (3\text{-}18)$$

$\Delta H_i$ est la différence d'altitude pour chaque point et $n$ est le nombre de points. ME fournit des informations sur le bais des erreurs systématiques, de (3-17), une valeur positive indique une sous-estimation et une valeur négative signifie une surestimation des élévations par le MNT. L'évaluation a d'abord été faite séparément pour chaque type de points de contrôle et pour les points fusionnés en prenant en compte le décalage entre le géoïde d'EGM96 et le NMM. Nous avons aussi réalisé le test de corrélation de Pearson sur les élévations et celui de normalité de Jarque-Bera à 5 et 10% de niveau de confiance sur les distributions des différences.

#### *3.4.4.5. Analyse de l'occupation du sol*

Dans cette partie, nous avons analysé l'influence de l'occupation sol sur la précision altimétrique des MNTs. Les classes d'occupation de sol (Hansen, Defries, Townshend, & Sohlberg, 2000) ont été extraites au niveau de chaque point. Les valeurs de ME et RMS sont analysées par classe d'occupation de sol.

#### *3.4.4.6. Comparaison MNT - MNT*

Dans cette section, nous avons comparé les MNTs de 1 arc-seconde deux à deux par simples différences $\Delta H_{\mathrm{MNT}}$, avec $H_{\mathrm{MNT1}}$ et $H_{\mathrm{MNT2}}$ les élévations respectives:

$$\Delta H_{\mathrm{MNT}} = H_{\mathrm{MNT1}} - H_{\mathrm{MNT2}} \quad (3\text{-}19)$$

Les statistiques sont présentées et analysées.

#### *3.4.4.7. Validation des élévations de la base de données gravimétrique*

Dans cette section, nous avons validé les altitudes des stations gravimétriques avec le MNT relativement le plus précis. Les différences d'altitudes entre les stations gravimétriques et le MNT et leur répartition spatiale sont analysées.

## 3.5. Points GNSS/Nivellement

En vue de la validation du modèle, nous avons également collecté des points GPS/nivellement disponibles dans la zone d'étude.

### 3.5.1. Points GPS/nivellement au Niger

A la demande du gouvernement nigérien en 1991, l'Agence Japonaise de Coopération Internationale (JICA) a réalisé, de 1992 à 1966, la carte de base à 1/50000 des régions de Djerma Ganda et des Dallols, dans la partie Sud-Ouest du pays (JICA & IGN-N, 1996). Le projet s'est appuyé sur un réseau de 39 points GPS, incluant le point 65 du cheminement géodésique du 12$^{\text{ème}}$ parallèle en Afrique (DMA, 1973), il est situé près de Dosso, voir Figure 3.11. Le point 65, appelé aussi ANG302, fait également partie du cheminement Doppler en Afrique (*African*

*Doppler Survey* - ADOS) (Kumar, 1983). Il a été choisi comme point fondamental pour déterminer les paramètres de transformation pour passer au datum local, basé sur l'ellipsoïde Clarke 1880. L'ondulation du géoïde a été considéré nulle en ce point par rapport aux deux ellipsoïdes, WGS84 et Clarke1880. Le processus suivi par JICA-IGNN pour la transformation des coordonnées est résumé dans la Figure 3.12. Un modèle de géoïde relatif par rapport au point 65 a été calculé en référence à Clarke 1880. Le Tableau 3.4 présente les statistiques des coordonnées et des ondulations de géoïde relatif par rapport à WGS84. D'après les statistiques et la Figure 3.13, le géoïde relatif présente des variations importantes par rapport au point 65.

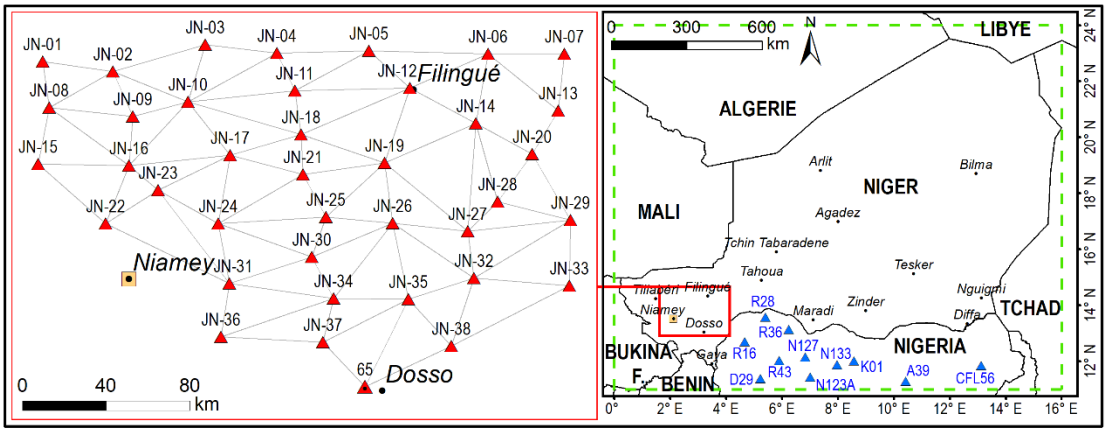


Figure 3.11. Répartition géographique de points GNSS/nivellement au Niger (rouge) et au Nigéria (bleu).

Tableau 3.4. Statistiques des coordonnées des points et des hauteurs relatives du géoïde par rapport au point 65 dans WGS84

| | X(m) | Y(m) | Z(m) | h (m) | H(m) | **N** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| MIN | 618240,517 | 186355,619 | 1431651,241 | 190,576 | 191,074 | -3,9 |
| MAX | 6205259,660 | 433342,597 | 1589062,095 | 273,612 | 275,693 | 0,19 |
| ME | - | - | - | 235,905 | 237,091 | -1,19 |
| STD | - | - | - | 21,731 | 21,892 | 0,91 |

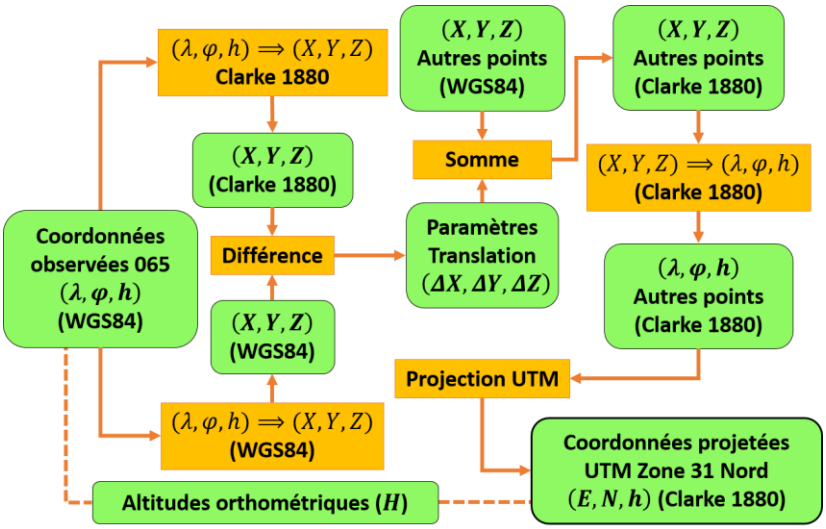


Figure 3.12. Processus suivi par JICA-IGNN pour le passage vers le datum local au Niger.

Le point 65 a été mesuré avec précision par GPS en 1988, les coordonnées nous ont été fournies par l'IGNN. Les mêmes coordonnées ont servi de références pour la commission mixte de délimitation des frontières entre le Niger et le Burkina Faso en 2016. Elles sont présentées dans le Tableau 3.5 avec celle publiées par JICA-IGNN. Les deux coordonnées sont différentes du faites de la transformation faite par JICA-IGNN. Les 38 points GPS/nivellement restants ne peuvent pas être utilisés directement pour l'évaluation du géoïde, les coordonnées du point 65 fournies par l'IGN-N vont servir à leur transformation afin de les rendre compatibles à cette fin.

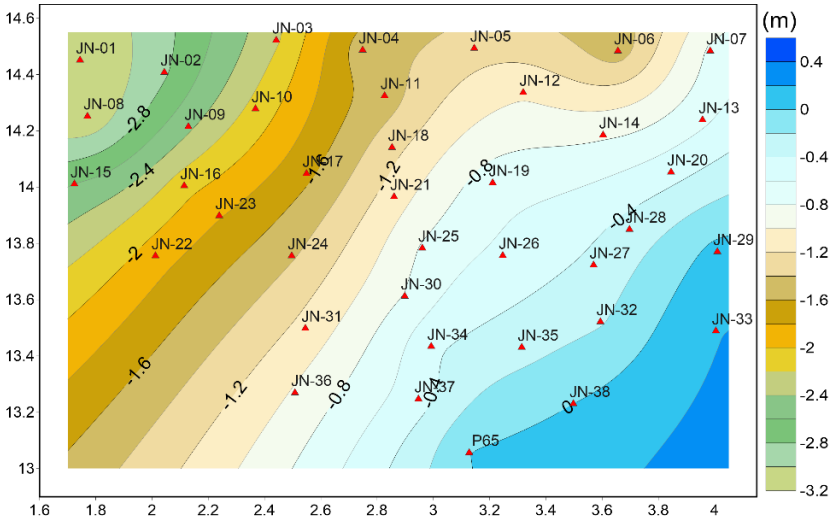


Figure 3.13. Grille du géoïde relatif (réinterpolée).

Tableau 3.5. Coordonnées cartésiennes du point 65

| | X | Y | Z | h | H |
|---|---|---|---|---|---|
| **IGNN** | 6205259,6597 | 339171,4629 | 1431651,2409 | 242,33 | 242,33 |
| **JICA-IGNN** | 6205280,30 | 339048,53 | 1431688,20 | 264,220 | 242,333 |

## 3.5.2. Transformations des coordonnées des points GPS/nivellement au Niger

Dans cette section, nous présentons la démarche suivie pour transformer les coordonnées des points GPS/nivellement au Niger.

### *3.5.2.1. Transformation des coordonnées*

Après la vérification des coordonnées du point 65, nous avons calculé les paramètres de translation $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$ en faisant la différence entre les coordonnées fournies par l'IGN-N $(X^{65}_{IGNN}, Y^{65}_{IGNN}, Z^{65}_{IGNN})$ et celles publiées par JICA $(X^{65}_{JICA}, Y^{65}_{JICA}, Z^{65}_{JICA})$:

$$\begin{cases} \Delta X = X^{65}_{\text{IGNN}} - X^{65}_{\text{JICA}} \\ \Delta Y = Y^{65}_{\text{IGNN}} - Y^{65}_{\text{JICA}} \\ \Delta Z = Z^{65}_{\text{IGNN}} - Z^{65}_{\text{JICA}} \end{cases} \quad (3\text{-}20)$$

Ensuite nous avons ajouté les paramètres de translations aux coordonnées géocentriques $(X_{JICA}, Y_{JICA}, Z_{JICA})$ des 38 points restants pour obtenir les coordonnées transformées $(X_{Transf}, Y_{Transf}, Z_{Transf})$ :

$$\begin{cases} X_{\text{Transf}} = X_{JICA} + \Delta X \\ Y_{\text{Transf}} = Y_{JICA} + \Delta Y \\ Z_{\text{Transf}} = Z_{JICA} + \Delta Z \end{cases} \quad (3\text{-}21)$$

Les coordonnées transformées ont été converties en coordonnées géographiques $(\lambda_{Transf}, \varphi_{Transf}, h_{Transf})$ en utilisant les équations (2-4). Enfin les ondulations de géoïde $N_{Transf}$ ont été calculées à partir des hauteurs ellipsoïdales transformées $h_{Transf}$ et des altitudes orthométriques déjà connues $H$:

$$N_{\text{Transf}} = h_{\text{Transf}} - H \quad (3\text{-}22)$$

#### *3.5.2.2. Comparaison des variations locales des géoïdes géométriques avec EGM2008*

La comparaison des nouvelles hauteurs de géoïde avec celle du géoïde d'EGM2008 au d/o 2190. Nous avons comparé les variations locales du géoïde d'EGM2008 avec le géoïde géométrique avant et après transformation de coordonnées, le point 65 est pris comme référence. La hauteur relative de géoïde $\Delta N_i$ avec EGM2008 et les coordonnées transformées pour les autres points est donnée par :

$$\Delta N_i = N_i - N_{65} \quad (3\text{-}23)$$

Avec $N_i$ la hauteur de géoïdes au point considéré et $N_{65}$ celle du point 65. Nous avons fait la comparaison par analyse visuelle et les tests d'hypothèse.

***i. Analyse visuelle***

L'analyse visuelle est basée sur les graphes de tendance et la superposition des représentations 3D des trois géoïdes relatif.

***ii. Tests d'hypothèse***

Nous avons appliqué les tests de comparaison des variances ou F-Test de Fisher et le T-Test de Student pour la comparaison des moyennes. EGM2008 a été choisi comme référence, et sa distribution de valeur a été comparée à celles des autres modèles. Les deux tests requièrent que les distributions soient normales et le F-Test est prioritaire au T-Test. Nous avons 3 échantillons de 39 valeurs chacun.

- ***Test de normalité de Jarque-Bera Test***

Nous avons d'abord fait le test de normalité de Jarque-Bera (Jarque & Bera, 1987) sur les trois distribution au niveau significatif $\alpha = 5\%$. L'hypothèse nulle $H_0$ suppose que les distributions sont normales et l'alternative $H_a$ pour le contraire.

- ***Comparaison de deux variances par le F-Test de Fisher bilatéral***

Si les distributions sont normales, les rapports entre les variances deux à deux $s_1/s_2$ sont des réalisations de la loi de Fisher-Snedecor avec $(38, 38)$ degré de liberté $F_{38,38}$. L'hypothèse nulle $H_0$ ou l'égalité des variances, est telle que le rapport égale à 1. Nous avons fait le test à $\alpha = 5\%$ et $\alpha = 10\%$ comme niveau significatif.

- ***Test bilatéral de comparaison des moyennes par le T-Test de Student***

Le test d'égalité des moyennes a été réalisé au niveau significatif $\alpha = 5\%$. Sous l'hypothèse nulle $H_0$ ou l'égalité des deux moyennes, la quantité $t$ est une réalisation de la loi de Student

à 76 degré de liberté $T(76)$ :

$$t = \frac{(m_1 - m_2)}{s^* \sqrt{\frac{1}{39} + \frac{1}{39}}} \tag{3-24}$$

Avec $s^*$ la variance estimée, $(m_1, \sigma_1)$ et $(m_2, \sigma_2)$ les moyennes et variances respectives des deux échantillons.

Le processus de transformations des points GPS/nivellement est résumé sur la Figure 3.14.

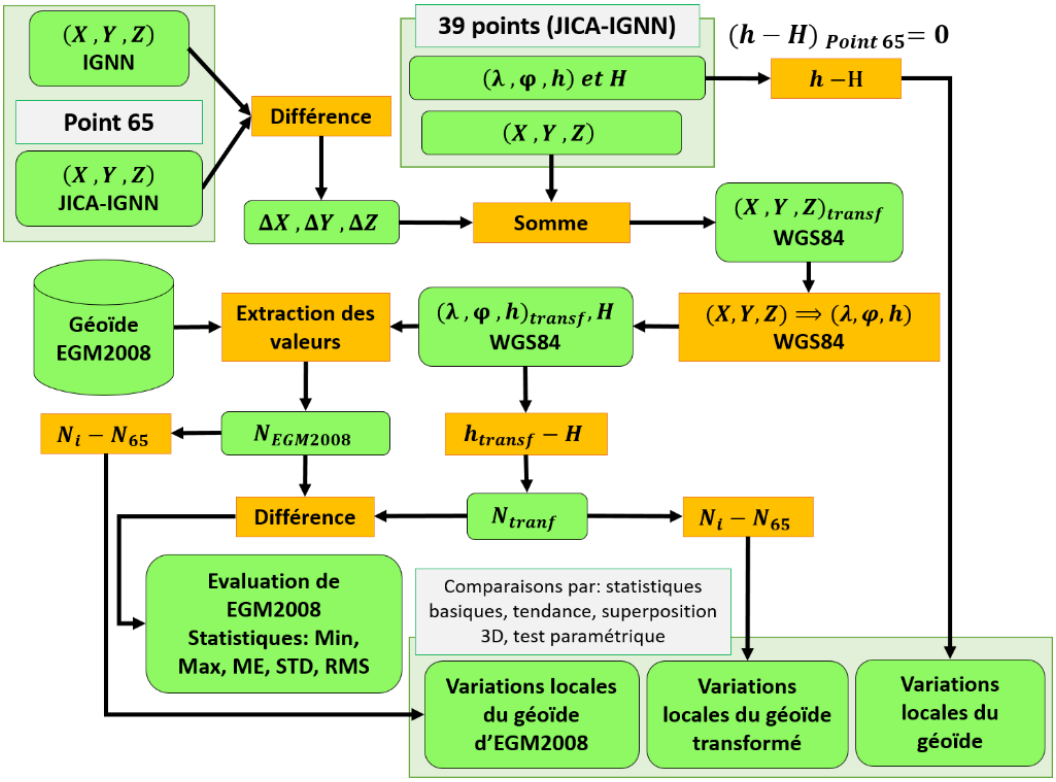


Figure 3.14. Résumé du processus de transformation des coordonnées des points GPS/nivellement au Niger.

### 3.5.3. Points du réseau géodésique du Nigéria

Nous avons saisi onze (11) autres points du réseau géodésique nigérian qui sont situés dans la zone d'étude ont été utilisés (Orupabo et al., 2014). Ils constituent un total de 50 points ayant servi à la transformation du datum local de Minna basé sur Clarke 1880 vers WGS84. Les points sont présentés dans la Figure 3.11. Le Tableau 3.6 présente les statistiques des coordonnées et des ondulations de géoïde par rapport à WGS84.

Tableau 3.6. Statistiques des points GPS/nivellement au nord du Nigeria

| | LAT | LON | h | H | N |
|---|---|---|---|---|---|
| Min | 11,2889 | 4,6561 | 355,065 | 335,118 | 16,725 |
| Max | 13,5786 | 13,1164 | 776,003 | 754,644 | 21,861 |
| ME | | | 518,376 | 498,003 | 20,373 |
| STD | | | 151,292 | 150,429 | 1,473 |
| Nb. | 11 | | | | |

## 3.6. Détermination du géoïde gravimétrique par l'approche du Modèle de Terrain Résiduel

Les calculs des effets direct $\Delta g_{RTM}$ (Equatiion 2-55) et indirect $\zeta_{RTM}$ (Equation 2-57) du RTM et des corrections classiques de terrain $t_c$ (Equation 2-56) ont été faits avec le module TC de Gravsoft (Forsberg & Tscherning, 2008). Il est basé sur l'approximation plane des prismes rectangulaires (Forsberg, 2008).

### 3.6.1. Calcul des effets de terrains

#### *3.6.1.1. Calcul des surfaces topographiques de références et des MNTs dégradés*

Le MNT sélectionné après l'évaluation a été utilisé pour les calculs des effets de terrain. Nous avons calculé la surface topographique de référence de résolution ~100 km ou d/o 200 pour les effets RTM utilisés dans la procédure RCR. Nous avons également déterminé la surface topographique de référence de résolution ~9 km ou d/o 2190 pour les effets du RTM utilisés dans le rehaussement spectrales GGMs combinés de hautes résolution (cf. section 3.3). Les méthodes utilisées sont le filtrage des MNT et le développement en harmoniques sphériques de la topographie terrestre.

***i. Filtre passe-bas et MNT***

Nous avons utilisé le module TCGRID de Gravsoft pour calculer les surfaces topographiques de référence en appliquant le filtre passe-bas au MNT global SRTM, suivant la procédure présentée dans le tutoriel (Forsberg & Tscherning, 2008). Nous avons rééchantillonné le MNT à la résolution de 0,1° (3 arc-minutes) puis appliqué la moyenne mobile sur une fenêtre de 9 x 9, soit une échelle spatiale de 0.9° correspondant à ~100 km. Pour la surface de référence de ~9 km, nous avons rééchantillonné le MNT à 1 arc-minute (1') puis appliqué la moyenne mobile sur une fenêtre de 5 x 5, donnant une résolution de 5 arc-minutes (5') ou environ 9,3 km. Les résolutions de 3 arc-minutes (3') et 30 arc-secondes (30''), obtenues après rééchantillonnage, seront utilisées comme MNTs dégradés respectivement les échelles spatiales de ~200 km et ~9 km.

***ii. Développement la topographie en harmoniques sphériques***

Le développement en harmonique de la topographie, Equation (2-62), peut être évaluée avec le programme harmonic_synth (Holmes & Pavlis, 2008) ou GRAPHIM (Janák & Šprlák, 2006). Le service de calcul en ligne de l'ICGEM (Barthelmes & Köhler, 2016) propose aussi un développement en harmoniques sphériques basé sur le MNT ETOPO1(Amante & Eakins, 2009) jusqu'au d/o 2250. Ce modèle est utilisé dans le calcul des quantités physiques et géométriques à partir des GGMs. Nous avons calculé les surfaces topographiques de référence correspondant aux d/o 200 et 2190 respectivement, à partir du service de l'ICGEM.

***iii. Comparaison des surfaces de référence***

Nous avons comparé les deux solutions de surfaces topographiques de références, celles obtenues par filtrage du MNT et celles obtenues par développement en harmoniques sphériques de la topographie terrestre. La comparaison est basée sur la différence simple des grilles et les profils de sections. Nous avons présenté les statistiques en termes de minimum

(Min), maximum (Max), moyenne (ME), écart type standard (STD) et la moyenne quadratique (RMS).

#### *3.6.1.2. Choix des rayons d'intégration*

Nous avons choisi deux points de test, l'un dans une région plate et l'autre dans une zone montagneuse, à 179 m et 1320 m d'altitudes respectivement, ils sont présentés sur la Figure 3.15. Les zones proches du point de calcul génèrent les plus grandes contributions du modèle de terrain résiduel pour le quasigéoïde et les corrections classiques de terrain. Les tests sont réalisés avec la surface topographique de référence correspondant à ~100 km d'échelle spatiale.

##### *i. Choix de $R_2$*

Nous avons suivi la procédure de Hirt, Featherstone, et al. (2010) pour déterminer la valeur de $R_2$ au-delà de laquelle nous pouvions obtenir des valeurs raisonnablement stables avec des erreurs de convergence de l'ordre de 0,1 mgal et de quelques millimètres (mm). Nous avons fixé $R_1$ à 10 km et fait varier $R_2$ de 60 à 300 km selon le pas de 5 km. Nous avons présenté les contributions du RTM comme une fonction de $R_2$.

##### *ii. Choix de $R_1$*

les  Pour le choix de $R_1$, nous avons suivi la procédure de Ismail (2016). Nous avons fixé $R_2$ à 200 km, puis varié $R_1$ de 5 à 55 km. Nous avons analysé les différences des corrections de terrain et des effets indirects par rapport aux valeurs obtenues avec $R_1 = 55\ km$ fixé comme référence.

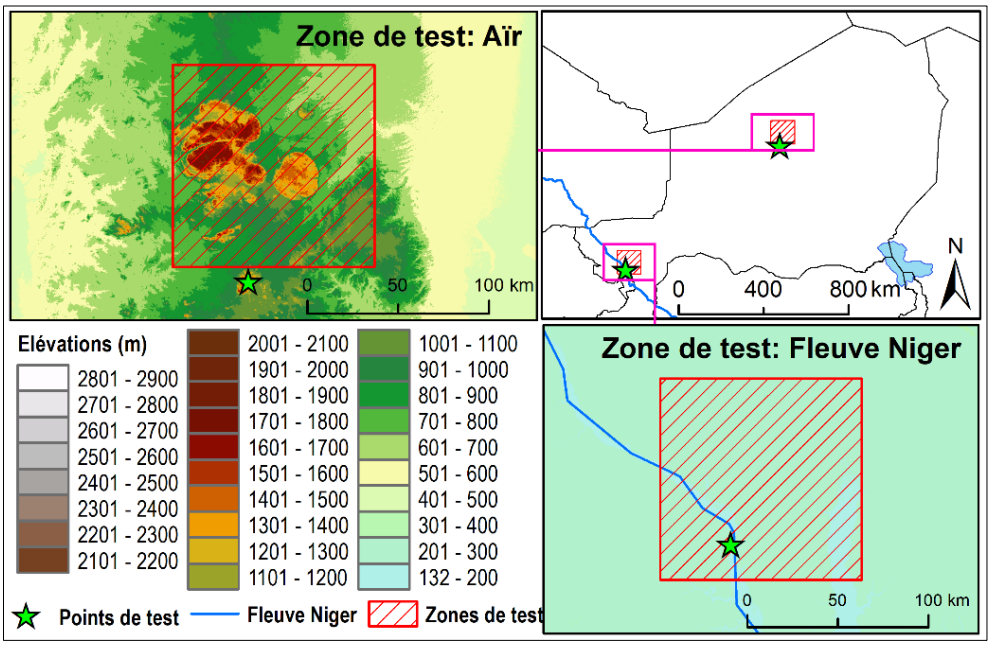


Figure 3.15. Positions des zones et points de test.

#### *3.6.1.3. Choix de la résolution des MNT*

Dans les zones à faibles variations topographiques, une faible résolution spatiale du MNT suffit pour une bonne précision dans le calcul des effets de terrain. Le Niger a un relief peu accusé globalement, seul le socle de l'Aïr présente des fortes variations. Nous avons mené une

investigation pour déterminer la résolution du MNT suffisante pour une bonne précision des effets de terrain. Nous avons calculé les effets de terrain aux nœuds de grille, avec différentes résolutions spatiales de MNT, dans deux zones de test de degré carré. La première zone de test est située autour du fleuve Niger avec des faibles variations d'altitude et s'étend de 13° à 14° de latitude Nord et de 2° à 3° de longitude Est. La seconde zone est située dans les montagnes de l'Aïr et s'étend de 18.5° à 19.5° Nord et de 8.5° à 9.5° Est, voir la Figure 3.15 pour les deux zones. Nous avons varié la résolution spatiale du MNT, de 1 arc-seconde, 3 arc-secondes, aux versions rééchantillonnées à 7,5, 15, 30 et 60 arc-secondes du MNT sélectionné. Nous avons choisi 1 arc-seconde comme référence puis analysé les écarts (simples différences) des effets de terrain en fonction de la résolution spatiale selon :

$$\Delta X_{Resolution} = X_{1s} - X_{Resolution} \quad (3\text{-}25)$$

Où $\Delta X_{Resolution}$ est la différence, $X_{1s}$ représente l'effet de terrain calculé à partir de 1 arc-seconde et $X_{Resolution}$ celui calculé à partir des autres résolutions spatiales. Nous avons présenté les statistiques descriptives**.** Les tests sont réalisés avec la surface topographique de référence correspondant à ~100 km d'échelle spatiale.

#### *3.6.1.4. Calcul des grilles des effets de terrain*

Nous avons calculé les effets direct $\Delta g_{RTM}$ et indirect $\zeta_{RTM}$ selon le RTM correspondant aux surfaces topographiques de références respectives de ~9 km et ~100 km, et les corrections classiques de terrain aux nœuds de la grille sur toute la zone de donnée ou la zone d'intégration (Figure 3.1). A cause des limitations de la machine, la zone d'étude a été subdivisée en blocs de 3° x 3°. Nous avons écrit un petit programme en langue C, permettant de générer les nœuds de la grille par zone, après nous avons ajouté l'information altimétrique à partir du MNT. Les statistiques descriptives sont présentées pour la zone d'étude et le Niger spécifiquement.

#### *3.6.1.5. Calcul des effets de terrains au niveau des stations gravimétriques et études des effets des écarts d'altitudes*

Merry (2003) a montré que les incohérences de datum entre le MNT et les stations gravimétriques influence la précision des effets de terrains et donc du géoïde. Par exemple dans le terme linéaire de la correction du plateau de Bouguer, nous pouvons compter environ 0,1 mgal par mètre. L'objectif est d'évaluer l'effet des différences d'altitudes entre les deux sources au Niger afin de choisir une version des effets de terrain au niveau des stations gravimétriques. Nous avons calculé les effets RTM correspondant à la surface topographique de référence de ~100 km et les corrections classiques de terrain au niveau des stations gravimétriques. Nous avons construit une base de données gravimétrique alternative en remplaçant les altitudes des stations par celles du MNT. Ensuite nous avons recalculé les effets de terrain. L'influence des écarts d'altitudes entre les stations gravimétriques et le MNT, duquel sont dérivées les informations de la topographie autour de chaque point de calcul, ont été analysées. Les deux résultats ont été comparés par simple différence (3-26) :

$$\Delta Y = Y_{Originale} - Y_{Alternative} \quad (3\text{-}26)$$

Où $Y$ représente les quantités comparées (altitude $H$, effet direct $\Delta g_{RTM}$, correction classique de terrain $t_c$ et l'effet indirect $\zeta_{RTM}$. Nous avons analysé les différences selon les statistiques descriptives et le test de corrélation Pearson à 5% de niveau de confiance.

## 3.6.2. Calcul des contributions des GGMs

### *3.6.2.1. Anomalies de pesanteur à partir du GGM combiné*

La grille d'anomalie à l'air libre a été calculée à partir du GGM combiné sélectionné dans la section 3.3, au d/o 2190, couvrant la zone d'intégration. Ensuite l'avons améliorée avec la grille de l'effet direct du RTM $\Delta g_{RTM}^{gri}$ correspondant à la même surface topographique de référence (~9 km). La grille améliorée par RTM a été utilisée pour calculer l'anomalie de Bouguer simple avec les élévations du MNT extraite aux nœuds de la grille. La grille d'anomalies de Bouguer est limitée à la zone d'étude. Les résultats vont servir à la densification des grilles dérivées des mesures terrestres.

### *3.6.2.2. Contribution des grandes et moyennes longueurs d'onde aux anomalies de pesanteurs et aux hauteurs de quasigéoïde*

Nous avons considéré la grille d'anomalie à l'air libre $\Delta g_{GGM}^{gri}$ du GGM « satellite pur » sélectionné, au d/o 200, à l'issue de l'évaluation dans la section 3.3 comme contribution des grandes et moyennes longueurs d'onde. La grille d'anomalies d'altitude $\zeta_{GGM}^{gri}$ (Equation 2-44) est calculé également à partir du service en ligne de l'ICGEM (Barthelmes & Köhler, 2016). Les valeurs de grilles sont extraites au niveau des stations gravimétriques.

## 3.6.3. Phase de retrait

L'anomalie à l'air libre résiduelle $\Delta g_{res}^{pts}$ au niveau des stations gravimétriques a été calculée selon l'équation (2-50), en retranchant les grandes longueurs d'onde $\Delta g_{GGM}^{pts}$ et l'effet direct du RTM) $\Delta g_{RTM}^{pts}$ de l'anomalie à l'air libre $\Delta g_{FA}^{pts}$. Les stations issues de la validation croisée sont utilisées.

## 3.6.4. Interpolation des anomalies de pesanteur et densification de la basse de données

### *3.6.4.1. Interpolation et densification de la grille d'anomalie résiduelle*

Nous avons procédé à l'interpolation des anomalies résiduelles, afin d'avoir une grille régulière et dense qui couvre toute la zone d'intégration ou de calcul, de -1° à 17° Est et de 10° à 25° Nord. L'interpolation a été faite par Krigeage sous Surfer (GoldenSoftware, 2018), le rayon de recherche a été fixé à 0,2°, à peu près l'espacement moyen des points, afin de minimiser les erreurs de prédiction, et la résolution est de 0,025°, soit 1,5 arc-minute. Les pixels vides sont évalués.

L'anomalie résiduelle a été calculée également à partir de la grille des anomalies à l'air libre issues du GGM combiné amélioré par RTM. Elle va servir à remplir les vides dans la grille interpolée. Les grandes longueurs du GGM « satellite pur » au d/o 200 et les effets RTM correspondant ont été retirés. Nous avons ensuite créé un masque sur la grille résultante pour extraire les pixels correspondant au vide dans la grille interpolée. La fusion directe de la grille interpolée et celle de remplissage des vides produirait des artefacts du fait des différences entre les deux sources de données. Nous avons ainsi transformé la grille de remplissage en nœuds, ces derniers ont été fusionnés avec les stations gravimétriques (anomalies résiduelles

ponctuelles). Enfin nous avons ré-interpolé les anomalies résiduelles pour obtenir la grille densifiée qui sera utilisée dans l'intégrale de Stokes.

Les grilles du RTM $\Delta g_{RTM}^{gri}$ et des grandes longueurs d'ondes $\Delta g_{GGM}^{gri}$ sont restaurées pour présenter une grille densifiée des anomalies à l'air libre pour le Niger.

#### *3.6.4.2. Interpolation et densification de la grille d'anomalies de Bouguer*

Nous avons interpolé directement les points d'anomalie de Bouguer simple issus de la fusion de toutes les sources (section 3.2.4), selon les recommandations de Amos & Featherstone (2006) et Featherstone & Kirby (2000). Nous avons procédé de la même façon que pour les anomalies résiduelles pour l'interpolation et le remplissage des vides. Les vides ont été remplis avec la grille d'anomalies de Bouguer simple du GGM combiné amélioré par RTM (Sect. 3.6.2.1). Nous avons extrait les nœuds puis fusionné ces derniers avec les points d'anomalies de Bouguer afin de ré-interpoler les valeurs. La grille densifiée va servir au calcul de la séparation entre le géoïde et le quasigéoïde dans la zone d'étude.

Les processus d'interpolation et densification de la base de données gravimétriques sont résumés dans la Figure 3.16.

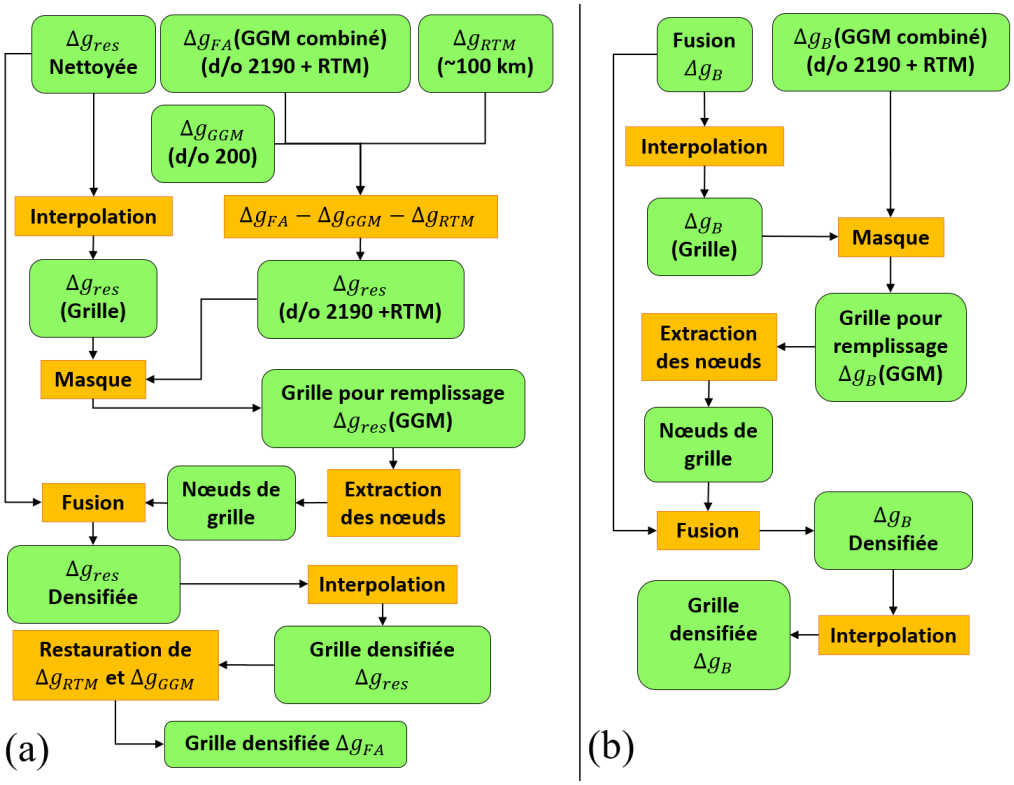


Figure 3.16. Processus d'interpolation et de densification de la base de données gravimétrique : (a) anomalies à l'air libre et (b) anomalies de Bouguer simples.

### 3.6.5. Phase de calcul : calcul de l'anomalie d'altitude résiduelle

La grille d'anomalies de pesanteur résiduelles $\Delta g_{res}^{gri}$ a été utilisée dans la formule de Stokes (2-63) pour calculer le quasigéoïde résiduel $\zeta_{res}$. Nous avons évalué l'intégrale (2-63) par quatre méthodes d'intégration proposées dans le logiciel Gravsoft (Forsberg & Tscherning, 2008). Il s'agit des modules:

- STOKES : pour l'intégration numérique dans le domaine de l'espace ;
- SP1D : pour FFT monodimensionnelle sphérique (1D-FFT) ;
- SPFOUR : pour FFT bidimensionnelle sphérique multi-bande (2D-FFT) ;
- GEOFOUR : pour FFT bidimensionnelle plane (2D-FFT).

Les programmes de FFT utilisent directement la grille d'anomalies de pesanteur résiduelles alors que STOKES fait les calculs au niveau des points. Donc nous avons calculé le quasigéoïde résiduel au niveau des stations gravimétriques et des nœuds de la grille. L'avantage du calcul aux nœuds de la grille est de nous passer de l'interpolation des anomalies d'altitudes résiduelles ponctuelles, et donc les erreurs dans les zones dépourvues de données. Les quatre solutions du quasigéoïde résiduel ont été comparées.

### 3.6.6. Phase de restauration

Le quasigéoïde $\zeta$ a été calculé selon la formule (2-64) en restaurant au quasigéoïde résiduel la contribution des grandes longueurs d'onde $\zeta_{GGM}$ et l'effet indirect $\zeta_{RTM}$ à l'anomalie d'altitude résiduelle $\zeta_{res}$. Les statistiques descriptives sont présentées pour les quatre méthodes de calcul.

### 3.6.7. Calcul de la séparation entre le géoïde et le quasigéoïde

La séparation entre le géoïde et le quasigéoïde $(N - \zeta)$ (Equation 2-30) a été calculée au niveau des stations gravimétriques et sous forme de grille à partir de la grille densifiée des anomalies de Bouguer simples (Section 3.6.4.2) et des élévations du MNT.

### 3.6.8. Conversion du quasigéoïde au géoïde

Nous avons ajouté la séparation géoïde-quasigéoïde $(N - \zeta)$ au quasigéoïde pour calculer le modèle de géoïde gravimétrique. Les statistiques du modèle obtenu par les quatre méthodes précitées sont présentées. Nous avons fait l'interprétation préliminaire du géoïde en corrélation avec le relief et la géologie simplifiée du Niger. Le processus résumé du calcul du géoïde gravimétrique par le Retrait-Calcul-Restauration (RCR) est présenté dans la Figure 3.17.

## 3.7. Validation et ajustement du modèle de géoïde aux points/GPS nivellement

### 3.7.1. Comparaison avec les modèles existants

Nous avons comparé les quatre solutions gravimétriques avec les géoïdes des GGMs combinés et les modèles gravimétriques existants qui sont disponibles et qui couvrent tout ou une partie de la zone d'étude. Il s'agit des modèles : CGM05 (*Local Geoid Model of Cameroon*) du Cameroun (Kamguia et al., 2007) dans le Sud-Est, AGP2007 (Merry, 2007), EIGEN-6C4 et EGM2008. AGP2007 est en téléchargement libre sur le site de l'ISG et CGM05 a été fourni à la demande.

### 3.7.2. Evaluation de la précision avant ajustement

Nous avons fait l'évaluation directe de la précision du modèle gravimétrique avec les GPS/Nivellement collectés au Niger et au Nigéria, la précision a été comparée à celles des modèles existants.

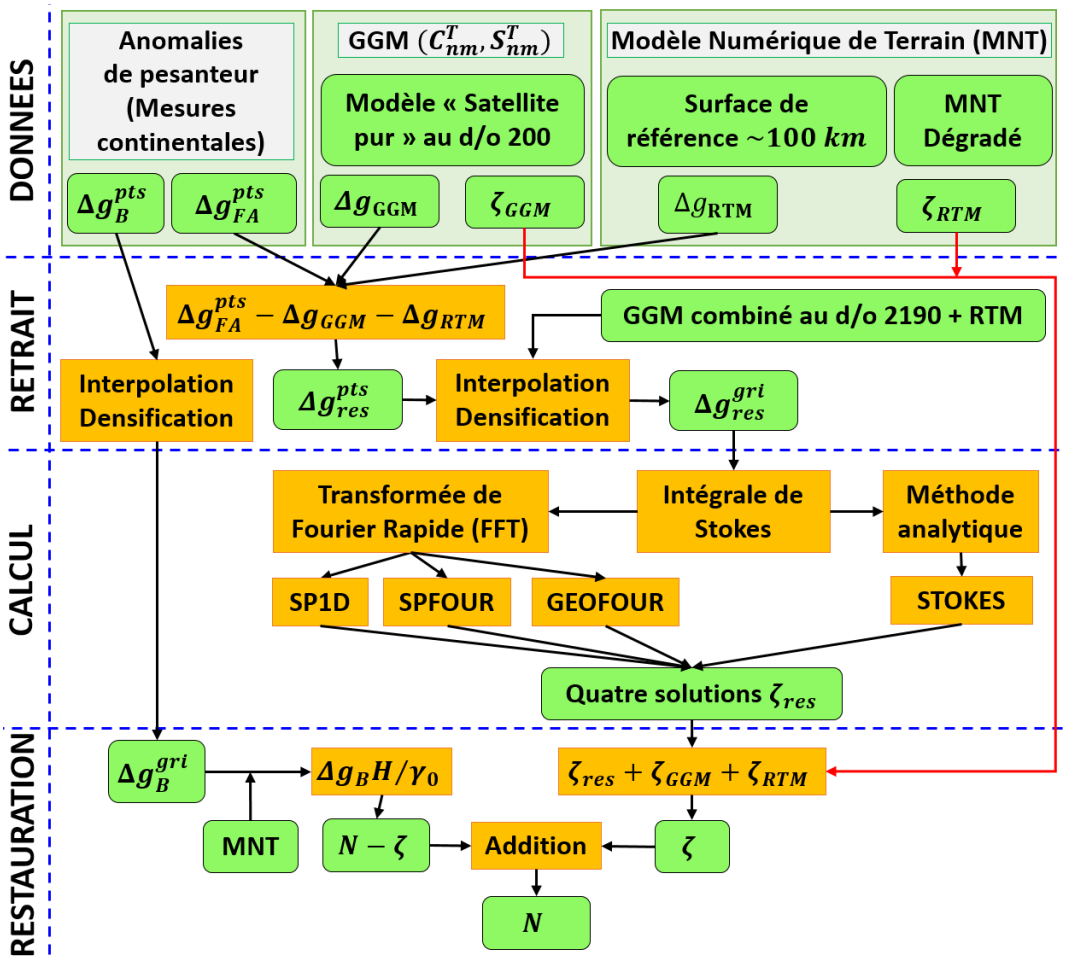


Figure 3.17. Processus de calcul du géoïde par RCR

### 3.7.3. Ajustement aux points GPS/Nivellement

Nous avons implémenté les huit (8) modèles de transformation (Sect. 2.4.3) afin d'ajuster nos solutions gravimétriques aux points GPS/Nivellement : Suppression de biais (1 paramètre), polynômes de premier (linéaire), deuxième (Poly-2) et troisième (Poly-3) degrés, 3 (3-par.), 4 (4-par.), 5 (5-par.) et 7 (7-par.) paramètres. Les matrices de transformation $A$ ont été générée à l'aide d'un code **Matlab** fourni par Varga (2018). Nous avons développé un autre programme pour l'ajustement par moindres carrés sous **Matlab**. L'utilisation de la programmation est motivée par la limitation du module **FITGEOID** de la suite de programmes **Gravsoft** (Forsberg & Tscherning, 2008) qui ne propose que les cinq (5) premiers modèles dans la liste citée ci-haut. Au Niger, nous avons d'abord fait l'adaptation aux 39 points GPS/Nivellement puis évalué la précision des solutions gravimétriques par validation croisée. Cette méthode ne donne qu'une qualité interne du géoïde gravimétrique (Abd-Elmotaal, 2011b). La deuxième méthode consiste à retirer quelques points, ajuster le modèle au reste des points, les points retirés vont servir à l'évaluation de la qualité externe du géoïde (Abd-Elmotaal, 2011b; Varga et al., 2018).

## 3.8. Application au nivellement par GNSS

Nous avons fait une campagne de nivellement par GPS afin d'acquérir les nouveaux pour le test de notre modèle gravimétrique. Cette partie est développée dans le chapitre 6.

## Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté la démarche méthodologique pour l'acquisition, les traitements et la validation des données, et pour le calcul du géoïde gravimétrique au Niger. La première section expose le milieu physique à travers la topographie et la géologie simplifiée. Dans la section suivante, nous avons développé la méthode d'acquisition et de traitement des données de mesures gravimétriques continentales. Ces dernières ont été fournies par le BGI (8583 stations) et nous avons saisi 1793 stations du rapport d'ORSTOM. Après les vérifications des valeurs pour éliminer les erreurs grossières, nous avons procédé à la conversion des valeurs d'anomalies de pesanteur dans le système de référence GRS80. Les deux sources ont été fusionnées et nous avons appliqué la validation croisée afin d'éliminer les points erronés. Nous avons procédé à la digitalisation des cartes gravimétriques du Niger, les informations altimétriques ont été ajoutées aux points d'anomalies de Bouguer simples à partir du MNT. Nous avons également appliqué la validation croisée pour nettoyer la base de données. Enfin les valeurs d'anomalies de Bouguer simples ont été converties dans le système de référence GRS80 puis fusionnées avec celles provenant des deux autres sources de données.

Dans la troisième section, nous avons fait l'acquisition et la validation des GGMs combinés et « satellite pur » afin de choisir les modèles candidats pour le calcul du géoïde et pour la densification de la base de données gravimétriques. Il s'agit des modèle GOCE SPW5, TIM5, DIR5, ITU_GGC16, EIGEN-6S4v2 et GGM05G pour les GGMs « satellite pur », et EGM2008, EIGEN-6C4 et GECO pour les modèles combinés. Les quantités dérivées des GGMs ont été comparées à celles calculées à partir des mesures gravimétriques continentales pour les anomalies de pesanteur et aux points GPS/Nivellement pour les hauteurs de géoïde. Nous avons appliqué la méthode de rehaussement spectral aux GGMs.

La section 4 a été consacrée à l'acquisition, le traitement et la validation des MNTs. Nous avons sélectionné les MNTs les plus importants de nos jours, ASTER, SRTM et le récent AW3D30. L'exploration de ces derniers a été faite afin de vérifier leur homogénéité et détecter les éventuelles zones vides et pixels erronés. Ensuite nous avons fait l'évaluation de leurs précisions verticales par la comparaison avec les points de contrôle au sol et un MNT local sous forme de semi de points. Nous avons également analysé l'influence de l'occupation du sol sur la précision des MNTs. Les MNTs ont été comparées deux à deux et enfin nous avons validé les élévations des stations gravimétriques avec le MNT le plus précis.

Dans la cinquième section, nous avons présenté les points GPS/Nivellement disponibles dans la zone d'étude au Niger (39 points) et au Nigéria (11 points). Les coordonnées des points situés au Niger ont été transformées afin de les rendre compatibles pour la validation des GGMs et du géoïde gravimétrique. Nous avons choisi le géoïde d'EGM2008 comme référence puis comparé les hauteurs géométriques de géoïde avant et après la transformation des coordonnées. Les résultats des phases ci-dessus sont présentés dans le chapitre 4.

Dans la section (3.6), nous avons exposé le processus du calcul de géoïde gravimétrique selon l'approche du quasigéoïde par le modèle de terrain résiduel.

Nous avons d'abord fait le traitement de la topographie. Les effets RTM ont été calculés avec les surfaces de référence de ~100 km et ~9 km résolutions spatiales, la première solution pour

la contribution de la topographie au géoïde et la seconde pour le rehaussement spectral des GGMs combinés. Les surfaces topographiques de références ont été calculées par deux méthodes : le filtrage du MNT et le développement en harmoniques sphériques de la topographie terrestre. Les deux solutions ont été comparées afin de choisir celles qui vont servir pour les calculs du RTM. Nous avons mené une investigation au niveau de deux points situés dans deux zones : montagneuse et de basse altitude, pour choisir les rayons de calcul des effets RTM. Le choix de la résolution de MNT suffisante a été fait également en prenant celle d'un (1) arc-seconde comme référence en faisant varier la résolution jusqu'à 1 arc-minute. Les différences entre les effets RTM ont été analysées dans deux zones, l'une montagneuse et l'autre de basse altitude. Les calculs des effets RTM ont faits sous forme de grilles et au niveau des stations gravimétriques. Nous avons enfin analysée l'influence des écarts d'altitude entre le MNT et les stations gravimétriques sur les effets de terrain.

Nous avons ensuite procédé au calcul des contributions des grandes et moyennes longueurs d'onde aux anomalies de pesanteur et d'altitude au d/o 200 à partir du GGM « satellite pur » sélectionné. Les anomalies à l'air libre et de Bouguer simples ont été calculées à partir du GGM combiné sélectionné au d/o 2190 amélioré par l'effet RTM correspondant, elles vont servir à la densification de la base de données gravimétrique.

La phase de « retrait » a consisté au retrait des contributions du GGM et de la topographie aux anomalies à l'air libre pour obtenir l'anomalie résiduelle au niveau des stations gravimétriques. Nous avons fait l'interpolation des anomalies résiduelles, les vides ont été remplis à partir des anomalies résiduelles du GGM combiné amélioré par RTM, calculées selon le même principe de retrait. Les contributions des grandes et moyennes longueurs d'onde du GGM et l'effet RTM correspondant ont été restaurées pour présenter la grille densifiée des anomalies à l'air libre. Les points d'anomalies de Bouguer simples ont été interpolés et la grille résultante a été densifiée par celle dérivée du GGM combiné amélioré par RTM. Quatre solutions de quasigéoïde résiduel ont été calculées respectivement selon l'intégration numérique dans le domaine de l'espace, les FFT monodimensionnelle sphérique (1D-FFT), bidimensionnelle sphérique multi-bande (2D-FFT) et bidimensionnelle plane (2D-FFT). Les résultats sont comparés deux à deux. Les contributions du GGM et du RTM ont été restaurées au quasigéoïde résiduel pour calculer le quasigéoïde gravimétrique. Le calcul de la séparation géoïde - quasigéoïde a été fait avec la grille densifiée d'anomalie de Bouguer simples et au niveau des stations gravimétriques. Le quasigéoïde a été par la suite converti en géoïde. Les résultats du calcul du géoïde sont présentés dans le chapitre 5.

Le modèle gravimétrique a été comparé aux géoïdes gravimétriques existants et aux GGMs combinés. La validation du modèle a été faite avec les points GPS/Nivellement avant et après l'application des huit (8) modèles paramétriques pour l'ajustement aux points de test. Les résultats des tests et de la validation du géoïde sont présentés dans le chapitre 6, avec l'application au nivellement par GNSS.

# CHAPITRE 4. RESULTATS DU TRAITEMENT ET DE LA VALIDATION DES DONNEES

## Introduction

Ce chapitre présente les résultats des traitements préliminaires et de la validation des données avant leur utilisation dans le calcul du géoïde gravimétrique. Il s'agit principalement des données de mesures continentales de pesanteur, le GGMs, le MNTs et enfin la transformation des coordonnées des points GPS/nivellement au Niger.

### 4.1. Mesures gravimétriques continentales

Les données de mesures continentales de pesanteur proviennent de trois (3) sources : BGI, rapport technique d'ORSTOM et les cartes gravimétriques du Niger.

#### 4.1.1. Données du BGI

##### *4.1.1.1. Détection des erreurs grossières et recherche de doublons*

Il n'y a pas de valeurs non numériques dans les données, 190 points sont sans valeurs, soit 2,21% %, dont 189 points provenant de Cratchley (1960) et un (1) point de Ojo & Ajakaiye (1989). Ces points ont été supprimés. Il reste 8393 points (97,79%). La base de données ne contient pas de doublons. Le Tableau 4.1 présente les statistiques descriptives des données fournies par le BGI.

Tableau 4.1. Statistiques des données fournies par le BGI.

| | LAT | LON | H | $g$ | $\Delta g_{FA}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| MIN | 11,01 | 0,02 | 143,00 | 978013,52 | -49,97 |
| MAX | 23,98 | 15,99 | 1996,00 | 978835,50 | 109,10 |
| MOY | | | | 978390,75 | 0,89 |
| SD | | | | 155,09 | 16,10 |
| Nb. | 8393 | | | | |

##### *4.1.1.2. Vérification des valeurs d'anomalie de pesanteur*

Les statistiques des anomalies à l'air libre recalculées dans les trois systèmes de références sont présentées dans le Tableau 4.2.

Tableau 4.2. Statistiques des différences entre les valeurs fournies par le BGI et celles recalculées en mgal dans divers systèmes de références : 1924, GRS67 et GRS80.

| | 1924 | | | GRS67 | | | GRS80 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\gamma_0$ | $\Delta g_{FA}$ | $\delta\Delta g_{FA}$ | $\gamma_0$ | $\Delta g_{FA}$ | $\delta\Delta g_{FA}$ | $\gamma_0$ | $\Delta g_{FA}$ | $\delta\Delta g_{FA}$ |
| MIN | 978236,94 | -60,94 | -16,73 | 978220,25 | -45,21 | -1,03 | 978221,16 | -44,30 | -0,08 |
| MAX | 978900,31 | 114,84 | 85,53 | 978885,42 | 128,90 | 99,58 | 978886,38 | 129,85 | 100,53 |
| ME | | 1,80 | 0,91 | | 16,78 | 15,89 | | 17,71 | 16,83 |
| SD | | 17,22 | 6,77 | | 17,06 | 6,72 | | 17,07 | 6,72 |
| RMS | | 17,31 | 6,83 | | 24,60 | 18,12 | | 23,93 | 17,25 |
| Nb. | 8393 | | | | | | | | |

En termes de $ME$ et $RMS$, les écarts sont plus faibles par rapport aux valeurs recalculées avec la formule de 1924. Donc les valeurs mesurées demeurent encore dans le système de Potsdam 1930.

Les résultats après la conversion des valeurs mesurées dans IGSN71 sont présentés dans le Tableau 4.3. Les valeurs $ME$ et $RMS$ des différences sont passées respectivement de 15,89 à -1,00 et de 18,12 à 6,82 en mgal.

Tableau 4.3: Statistiques des différences entre valeurs fournies et valeurs recalculées dans GRS67

| | $g$(BGI) | $g$(IGSN71) | $g$(BGI) - $g$(IGSN71) | $\Delta g_{FA}$ (BGI) | $\Delta g_{FA}(GRS67)$ | $\delta\Delta g_{FA}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| MIN | 978013,52 | 977995,23 | 17,28 | -49,97 | -62,46 | -18,31 |
| MAX | 978835,50 | 978818,22 | 18,29 | 109,10 | 112,45 | 83,07 |
| $ME$ | | | 17,83 | 0.89 | -0,12 | -1,00 |
| $STD$ | | | 0,19 | 16,10 | 17,14 | 6,75 |
| $RMS$ | | | 17,83 | 16,12 | 17,14 | 6,82 |
| Nb. | 8393 | | | | | |

Il y a 656 points, 7,82 %, qui ne sont pas homogènes avec les autres points, pour rappel, la majorité des points appartient à ORSTOM. L'écart entre les valeurs mesurées avant et après passage à IGSN71 est d'environ 18 mgal, il a été constaté pour 628 points. La valeur mesurée fournie par le BGI a été restaurée pour ces points. Vingt-huit (28) points présentent des valeurs de différences d'environ 100,53 mgal, les valeurs mesurées calculées à partir de l'anomalie à l'air libre sont présenté dans le Tableau 4.4. Les statistiques définitives des données homogénéisées sont présentées dans le Tableau 4.5. Les valeurs absolues de différences au niveau des 8393 points se situent entre 0 et 0,3 mgal.

Tableau 4.4. Résultats de l'inversion de la formule de l'anomalie à l'air libre.

| | $H$ | $g$(BGI) | $\Delta g_{FA}$ (BGI) | $\gamma_0$ (GRS67) | $g$(IGSN71) |
|---|---|---|---|---|---|
| MIN | 629,00 | 978663,00 | -6,70 | 978793,06 | 978562,54 |
| MAX | 911,00 | 978736,00 | 29,50 | 978849,43 | 978635,65 |
| $ME$ | 737,04 | 978705,25 | 11,51 | 978821,10 | 978605,16 |
| $STD$ | 86,66 | 20,18 | 9,11 | 18,32 | 20,28 |
| Nb. | 28 | | | | |

Tableau 4.5. Statistiques définitives de la vérification de données du BGI.

| | $g$(BGI) | $g$(IGSN71) | $\Delta g_{FA}$ (BGI) | $\Delta g_{FA}$ (GRS67) | $\delta\Delta g_{FA}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| MIN | 978013,52 | 978013,52 | -49,97 | -49,91 | -0,08 |
| MAX | 978835,50 | 978818,22 | 109,10 | 109,16 | 0,30 |
| $ME$ | | | 0,89 | 0,95 | 0,06 |
| $STD$ | | | 16,10 | 16,10 | 0,02 |
| $RMS$ | | | 16,12 | 16,13 | 0,06 |
| Nb. | 8393 | | | | |

#### *4.1.1.3. Calcul de l'anomalie à l'air libre dans GRS80 et comparaison*

Les statistiques des anomalies à l'air libre et de Bouguer dans GRS80 sont présentées dans le Tableau 4.6 ainsi que les différences par rapport aux valeurs du BGI et celles recalculées dans GRS67.

Tableau 4.6. Anomalie de pesanteur dans GRS80 et comparaison avec les valeurs du BGI et celles calculées dans GRS67.

| | $\Delta g_{FA}$ (GRS80) | $\delta\Delta g_{FA}$ (BGI) | $\delta\Delta g_{FA}$ (GRS67) | $\Delta g_B$ (GRS80) |
|---|---|---|---|---|
| MIN | -50,84 | -1,03 | -0,95 | -132,05 |
| MAX | 108,22 | -0,65 | -0,91 | 60,44 |
| MOY | 0,02 | -0,87 | -0,93 | -48,02 |
| SD | 16,10 | 0,02 | 0,01 | 17,85 |
| RMS | 16,10 | 0,87 | 0,93 | 51,23 |
| Nb. | 8393 | | | |

### 4.1.2. Stations réoccupables

#### *4.1.2.1. Vérification des valeurs d'anomalies d'anomalie de Bouguer simples*

Les résultats de la comparaison entre les anomalies de Bouguer recalculées et celles fournies sont présentés dans le Tableau 4.7.

Tableau 4.7. Statistiques des données de stations réoccupables, des valeurs recalculées et des différences

| | ORSTOM | | | | | Recalculée | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | LAT | LON | H | $g$ | $\Delta g_B$ | $\gamma_0$ (1924) | $\Delta g_B$ | $\delta\Delta g_B$ |
| MIN | 11,000 | 0,002 | 143 | 978126,70 | -105,20 | 978236,49 | -104,15 | -29,78 |
| MAX | 23,262 | 15,987 | 1002 | 978691,70 | 60,80 | 978852,63 | 60,77 | 50,55 |
| MOY | | | 404,91 | | -47,81 | 978466,06 | -47,28 | 0,53 |
| STD | | | 140,89 | | 18,55 | 151,93 | 18,52 | 1,62 |
| RMS | | | | | | | | 1,70 |
| Nb. | 1793 | | | | | | | |

Nous avons éliminé huit(8) stations gravimétriques dont la valeur absolue de la différence dépasse 6 mgal, les nouvelles statistiques sont présentées dans le Tableau 4.8.

Tableau 4.8. Statistiques des stations réoccupables après l'élimination des points.

| | ORSTOM | | | | | Recalculée | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | LAT | LON | $H$ | $g$ | $\Delta g_B$ | $\gamma_0$ (1924) | $\Delta g_B$ | $\delta\Delta g_B$ |
| MIN | 11,000 | 0,002 | 143 | 978126,70 | -105,20 | 978236,49 | -104,15 | -5,56 |
| MAX | 23,262 | 15,987 | 1002 | 978691,70 | 60,80 | 978852,63 | 60,77 | 4,37 |
| MOY | | | 405,07 | | -47,84 | 978465,95 | -47,31 | 0,53 |
| STD | | | 140,99 | | 18,54 | 151,87 | 18,44 | 0,42 |
| RMS | | | | | | | | 0,68 |
| Nb. | 1785 | | | | | | | |

#### *4.1.2.2. Calcul des anomalies de pesanteur par rapport GRS80*

Nous avons trouvé une seule station double et une autre station dont la différence d'altitude avoisine 400 m avec les MNTs. Ces dernières ont été supprimées. Le Tableau 4.9 présente les statistiques.

Tableau 4.9. Statistiques définitives des anomalies de pesanteur pour les stations réoccupables par rapport à GRS80

| | LAT | LON | $H$ | $g_{IGSN71}$ | $\gamma_0$ | $\Delta g_{FA}$ | $\Delta g_B$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| MIN | 11,000 | 0,002 | 143 | 978108,55 | 978220,71 | -47,05 | -107,67 |
| MAX | 23,262 | 15,987 | 1002 | 978674,24 | 978838,56 | 103,42 | 57,88 |
| MOY | | | 404,79 | | | -4,78 | -50,08 |
| STD | | | 140,54 | | | 13,82 | 18,63 |
| Nb. | 1783 | | | | | | |

### 4.1.3. Fusion des données du BGI et des stations réoccupables

Après la fusion, nous avons 10176 stations gravimétriques, les statistiques des données sont présentées dans le Tableau 4.10.

Tableau 4.10. Statistiques de la fusion des données BGI et ORSTOM dans GRS80

| | LAT | LON | H | $g_{IGSN71}$ | $\gamma_0$ | $\Delta g_{FA}$ | $\Delta g_B$ | $\Delta g_S$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| MIN | 11,00 | 0,00 | 143,00 | 978013,52 | 978220,71 | -50,84 | -132,05 | -50,80 |
| MAX | 23,98 | 15,99 | 1996,00 | 978818,22 | 978886,38 | 108,22 | 60,44 | 108,25 |
| MOY | | | 425,02 | | | -0,82 | -48,38 | -0,78 |
| STD | | | 143,10 | | | 15,83 | 18,01 | 15,83 |
| RMS | | | 448,46 | | | 15,85 | 51,62 | 15,85 |
| Nb. | 10176 | | | | | | | |

L'espacement des stations, tel que présenté dans les rapports d'ORTSOM est de 3 à 5 km. Nous avons supprimé les stations réoccupables qui sont dans un rayon de 1000 mètres de celles fournies par le BGI, afin d'éliminer les doublons. En définitif, nous avons 9737 stations gravimétriques, les statistiques sont présentées dans le Tableau 4.11. L'espacement moyen des points est 0,146°, environ 18 km. La superposition des données est présentée dans la Figure 4.1. Les données fusionnées sont utilisées pour la validation GGMs.

Tableau 4.11. Statistiques de la base de données gravimétriques après l'élimination des doublons dans un rayon de 1000 mètres.

| | LAT | LON | H | $g_{IGSN71}$ | $\gamma_0$ | $\Delta g_{FA}$ | $\Delta g_B$ | $\Delta g_S$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **MIN** | 11,000 | 0,002 | 143,00 | 978013,52 | 978220,71 | -50,84 | -132,05 | -50,80 |
| **MAX** | 23,983 | 15,988 | 1996,00 | 978818,22 | 978886,38 | 108,22 | 60,44 | 108,25 |
| **MOY** | | | 425,97 | | | -0,65 | -48,32 | -0,60 |
| **SD** | | | 142,86 | | | 15,87 | 17,94 | 15,87 |
| **RMS** | | | 449,29 | | | 15,89 | 51,54 | 15,89 |
| **Nb.** | 9737 | | | | | | | |

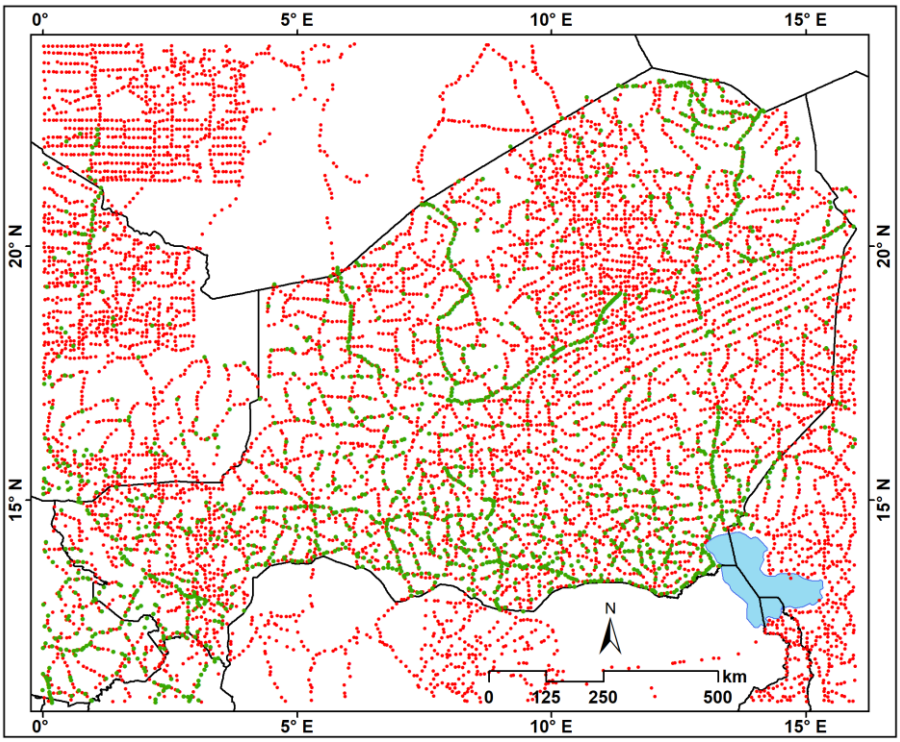


Figure 4.1. Superposition des données BGI(Rouge) et Stations réoccupables(Vert).

### 4.1.4. Résultats de la validation croisée des données

#### *4.1.4.1. Anomalie résiduelle*

Les statistiques de l'anomalie à l'air libre, de l'effet RTM, de la contribution du GGM et de l'anomalie résiduelle sont présentées dans le Tableau 4.12. Le GGM GOCE DIR5 (Bruinsma et al., 2013) au d/o 200 a été choisi à l'issue de l'évaluation des GGM dans la section 4.2.

Tableau 4.12. Statistiques des anomalies à l'air libre résiduelles

| | $\Delta g_{FA}$ | $\Delta g_{RTM}$ | $\Delta g_{GGM}$ | $\Delta g_{res}$ |
|---|---|---|---|---|
| **Min** | -50,84 | -24,76 | -32,45 | -42,45 |
| **Max** | 108,22 | 45,37 | 74,71 | 80,39 |
| $ME$ | -0,65 | -0,92 | 1,20 | -0,92 |
| $STD$ | 15,87 | 3,11 | 12,83 | 10,06 |
| **Nb.** | 9737 | | | |

#### *4.1.4.2. Distribution des valeurs de résidus*

Les statistiques descriptives des anomalies résiduelles, de leurs valeurs estimées et des résidus sont présentées dans le Tableau 4.13. La valeur moyenne est très proche de zéro.

Tableau 4.13. Statistiques des valeurs estimées et des résidus.

| | **Min** | **Max** | $ME$ | $STD$ | $RMS$ | **Nb.** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\Delta g_{res}$ | -42,45 | 80,39 | -0,92 | 10,06 | 10,10 | 9737 |
| $\Delta g_{res}^{Est}$ | -35,190 | 80,64 | -0,92 | 8,78 | 8,83 | |
| $\delta\Delta g_{res}$ | -38,30 | 58,82 | -0,002 | 4,65 | 4,65 | |

La Figure 4.2 montre les histogrammes classiques et cumulés et les graphes Quantile-Quantile (Q-Q) pour les trois distributions et la loi normale de mêmes paramètres (moyenne et écart type).

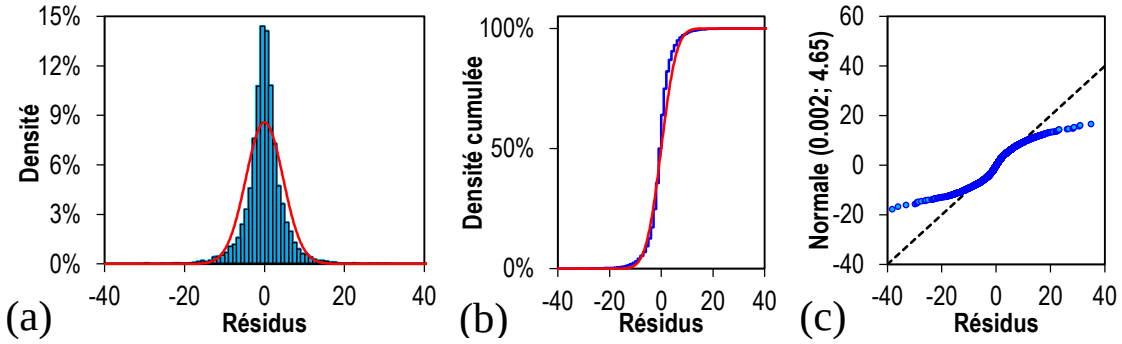


Figure 4.2. Histogrammes classique (a) et cumulé (b) des distributions de résidus et des distributions normales de mêmes paramètres, graphes Quantile-Quantile (c).

Nous voyons sur les Figure 4.2(a) et (b) que la distribution est bien proche de la loi normale, mais les résidus présentent une plus grande concentration de valeurs autour de la moyenne. Le graphe Q-Q nous donne un aperçu des points aberrants. Le test de normalité de Jarque-Bera à $\alpha = 5\%$ a donné une p-valeur de 0,01 qui est inférieure à $\alpha$, l'hypothèse nulle est rejetée, donc la distribution des résidus n'est pas normale.

#### *4.1.4.3. Détection et suppression des points aberrants*

Les Tableau 4.14 présente la distribution des résidus selon la loi normale pour chaque niveau de confiance ainsi que les taux rejets.

Tableau 4.14. Distribution des valeurs de résidus selon la loi normale et les niveaux de confiance, pourcentage de rejet

| Niveau de confiance | Intervalles | Rejet | % de rejet | Restants |
|---|---|---|---|---|
| 68,3 % | -4,66 à 4,65 | 2050 | 21,05% | 7687 |
| 95 % | -9,12 à 9,12 | 565 | 5,80% | 9172 |
| 95,4 % | -9,31 à 9,3 | 540 | 5,55% | 9197 |
| 99 % | -11,98 à 11,98 | 270 | 2,77% | 9467 |
| 99,7 % | -13,96 à 13,95 | 166 | 1,70% | 9571 |
| 100 % | $-\infty$ à $+\infty$ | 0 | 0,00% | 9737 |

A 99,7%, 166 points (1,70 %) ont été rejetés et 9571 points sont retenus. La Figure 4.3 montre la répartition spatiale des points retenus et ceux rejetés à 99.7%. Le Tableau 4.15 compare les anomalies à l'air libre et la qualité des données avant et après la validation croisée et la suppression des points aberrants. Les résultats seront utilisés pour le calcul du géoïde. Les statistiques descriptives de la nouvelle base de données sont présentées dans le Tableau 4.16.

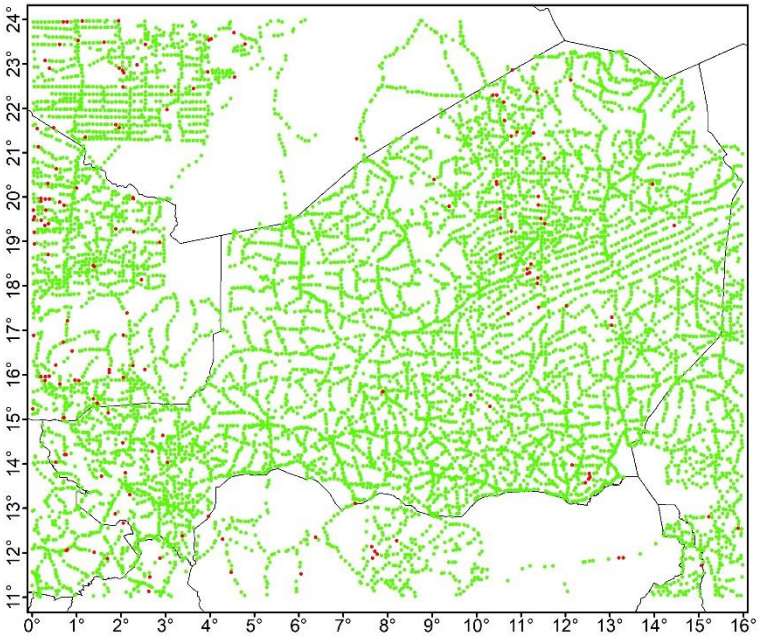


Figure 4.3. Répartition géographique des stations gravimétriques à 99,7 % : points retenus (vert), points rejetés (rouge).

Tableau 4.15. Statistiques des données retenues à 99.7 %

| | $\Delta g_{FA}$(100%) | $\Delta g_{FA}$ | $\Delta g_{RTM}$ | $\Delta g_{GGM}$ | $\Delta g_{res}$ | $\Delta g_{res}^{Est}$ | $\delta\Delta g_{res}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Min** | -50,84 | -50,84 | -24,76 | -32,45 | -39,43 | -35,19 | -13,96 |
| **Max** | 108,22 | 108,22 | 45,37 | 74,71 | 80,39 | 80,64 | 13,76 |
| ***ME*** | -0,65 | -0,81 | -0,93 | 1,11 | -0,99 | -0,97 | 0,02 |
| ***STD*** | 15,87 | 15,53 | 3,12 | 12,78 | 9,65 | 8,65 | 3,90 |
| ***RMS*** | 15,89 | 15,55 | 3,26 | 12,83 | 9,70 | 8,71 | 3,90 |
| **Nb.** | 9737 | 9571 | | | | | |

Tableau 4.16. Statistiques des données après la validation croisée

| | LAT | LON | $H$ | $g_{IGSN71}$ | $\gamma_0$ | $\Delta g_{FA}$ | $\Delta g_S$ | $\Delta g_B$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Min** | 11,00 | 0,00 | 143 | 978013,52 | 978220,71 | -50,84 | -50,80 | -132,05 |
| **Max** | 23,98 | 15,99 | 1996 | 978794,99 | 978886,38 | 108,22 | 108,25 | 60,44 |
| ***ME*** | | | 426,26 | | | -0,81 | -0,77 | -48,51 |
| ***STD*** | | | 142,88 | | | 15,53 | 15,53 | 17,62 |
| ***RMS*** | | | | | | 15,55 | 15,55 | 51,61 |
| **Nb.** | 9571 | | | | | | | |

## 4.1.5. Digitalisation des cartes gravimétriques du Niger

### *4.1.5.1. Résultats de la digitalisation des cartes gravimétriques*

Nous avons digitalisé 17871 points d'anomalie de Bouguer. Les statistiques des données digitalisées, des valeurs estimées $\Delta g_B^{Est}$ et des résidus $\delta\Delta g_B$ après la validation croisée sont présentées dans le Tableau 4.17.

Tableau 4.17. Statistiques des données digitalisées et de la validation croisée.

| | **LON** | **LAT** | $H$ | $\Delta g_B$ | $\Delta g_B^{Est}$ | $\delta\Delta g_B$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Min** | 0,16 | 11,64 | 161 | -105 | -105,19 | -124,34 |
| **Max** | 15,99 | 23,28 | 1312 | 61 | 18,53 | 73,04 |
| ***ME*** | | | 439,44 | -49,23 | -49,22 | 0,005 |
| ***STD*** | | | 130,46 | 16,52 | 16,32 | 2,33 |
| ***RMS*** | | | 458,39 | 51,92 | 51,85 | 2,33 |
| **Nb.** | 17871 | | | | | |

L'hypothèse de la distribution normale des valeurs de résidus a été rejetée par le test de Jarque-Bera (Jarque & Bera, 1987) au niveau de confiance $\alpha = 5\%$. Néanmoins, nous pouvons constater sur la Figure 4.4, que la distribution est proche de la loi normale. A 99,7 % (règle de 3-sigma), afin de supprimer les points aberrants, les valeurs de résidus sont dans l'intervalle $[-6{,}995 \leq \delta\Delta g_B \leq 7{,}00]$.

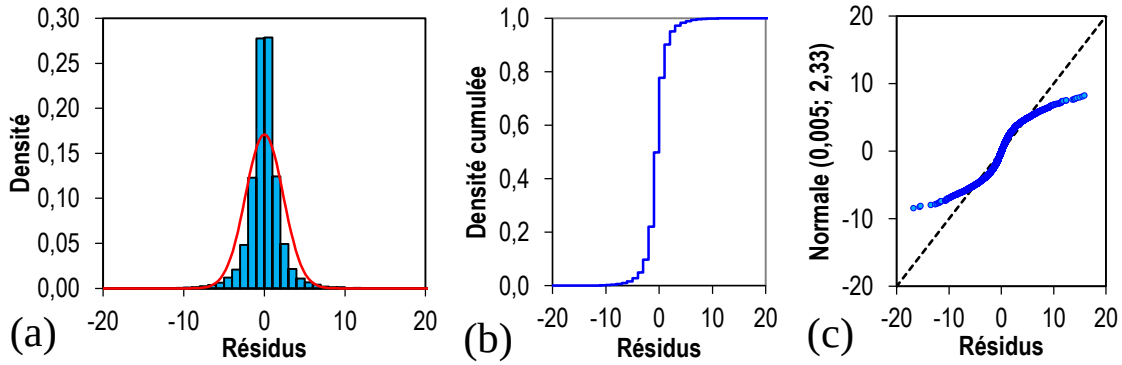


Figure 4.4. Histogrammes classiques (a) et cumulés (b) des distributions de résidus et des distributions normales de mêmes paramètres, graphes Quantile-Quantile (c).

Nous avons rejeté 224 points d'anomalie de Bouguer, soit 1,25 % de des données digitalisées, il reste 17647 points. Le Tableau 4.18 présente les statistiques des données retenues et la comparaison avec les données originales.

Tableau 4.18. Statistiques des données retenues à 99.7 %.

| | $\Delta g_B$**(100%)** | **LON** | **LAT** | $H$ | $\Delta g_B$ | $\Delta g_B^{Est}$ | $\delta\Delta g_B$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Min** | -105 | 0,16 | 11,64 | 161 | -105 | -105.19 | -6,98 |
| **Max** | 61 | 15,99 | 23,27 | 1312 | 19 | 18.53 | 6,98 |
| ***ME*** | -49,23 | | | 439,78 | -49,34 | -49.34 | 0.004 |
| ***STD*** | 16,52 | | | 130,06 | 16,42 | 16.25 | 1,73 |
| ***RMS*** | | | | | | | 1,73 |
| **Nb.** | 17871 | 17647 | | | | | |

Les statistiques descriptives des données digitalisées sont présentées dans le Tableau 4.19 avant et après transformation dans GRS80. Les points sont présentés sur la Figure 4.5(a).

Tableau 4.19. Statistiques des données avant et après la conversion dans GRS80

| | ORSTOM | | | GRS80 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\Delta g_B$ | $\gamma_0$(1924) | $g$ | $g$(IGSN71) | $\gamma_0$ | $\Delta g_{FA}$ | $\Delta g_B$ |
| **Min** | -105,00 | 978049,04 | 977838,03 | 977819,53 | 978032,74 | -46,38 | -107,66 |
| **Max** | 19,00 | 978439,87 | 978333,42 | 978315,52 | 978424,66 | 77,29 | 17,02 |
| ***ME*** | -49,35 | | | | | -2,50 | -51,71 |
| ***STD*** | 16,42 | | | | | 13,61 | 16,50 |
| **Nb.** | 17647 | | | | | | |

### *4.1.5.2. Fusion des anomalies de Bouguer*

Les 17647 points d'anomalies de Bouguer digitalisés et les 9571 points validés sont fusionnés, nous avons supprimées les doublons à 1 km. Les statistiques définitives des points d'anomalies de Bouguer simple après la fusion sont présentées dans le Tableau 4.20. La répartition des points est présentée dans la Figure 4.5(b).

Tableau 4.20. Statistiques des anomalies de Bouguer dans GRS80 après fusion.

| | LAT | LON | $H$ | $g$(IGSN71) | $\gamma_0$ | $\Delta g_{FA}$ | $\Delta g_B$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Min** | 11,00 | 0,00 | 143,00 | 977819,53 | 978032,74 | -50,84 | -132,05 |
| **Max** | 23,98 | 15,99 | 1996,00 | 978794,99 | 978886,38 | 108,22 | 60,44 |
| **ME** | | | | | | -1,72 | -50,29 |
| **STD** | | | | | | 14,60 | 17,17 |
| **Nb.** | 23469 | | | | | | |

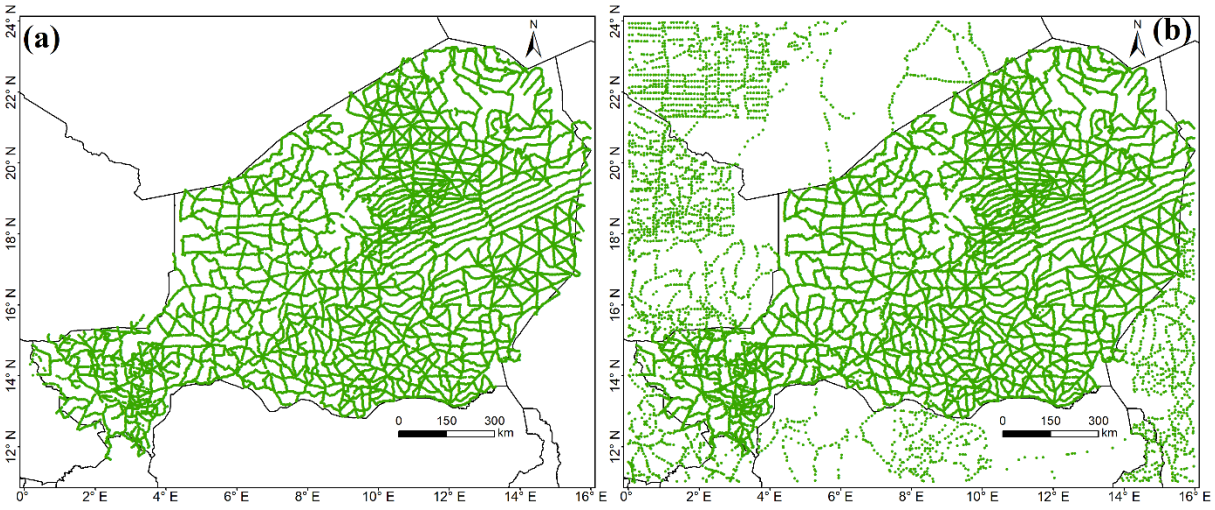


Figure 4.5. Répartition spatiale des points d'anomalies de Bouguer simple : (a) données digitalisées ; (b) fusion avec les autres sources de données.

## 4.2. Résultats de l'évaluation des Modèles géopotentiels globaux

### 4.2.1. Evaluation des modèles combinés

#### *4.2.1.1. Comparaison des anomalies de pesanteur*

Les histogrammes des différences d'anomalie gravimétrique sont présentés dans la Figure 4.6 pour tous les GGMs combinés avant et après l'application de SEM, ils sont proches des distributions normales. Les statistiques descriptives, avant et après la SEM, sont présentées dans le Tableau 4.21. Les tests de normalité de Jarque-Bera ont montré que les différences d'anomalie gravimétrique ne suivent pas les distributions normales. La règle 3-σ le confirme, les probabilités sont inférieures à 99% (Tableau 4.21). La distribution des anomalies à l'air libre n'est pas normale en général, et dans notre cas la présence de valeurs aberrantes dans les données de validation pourrait également expliquer la constatation.

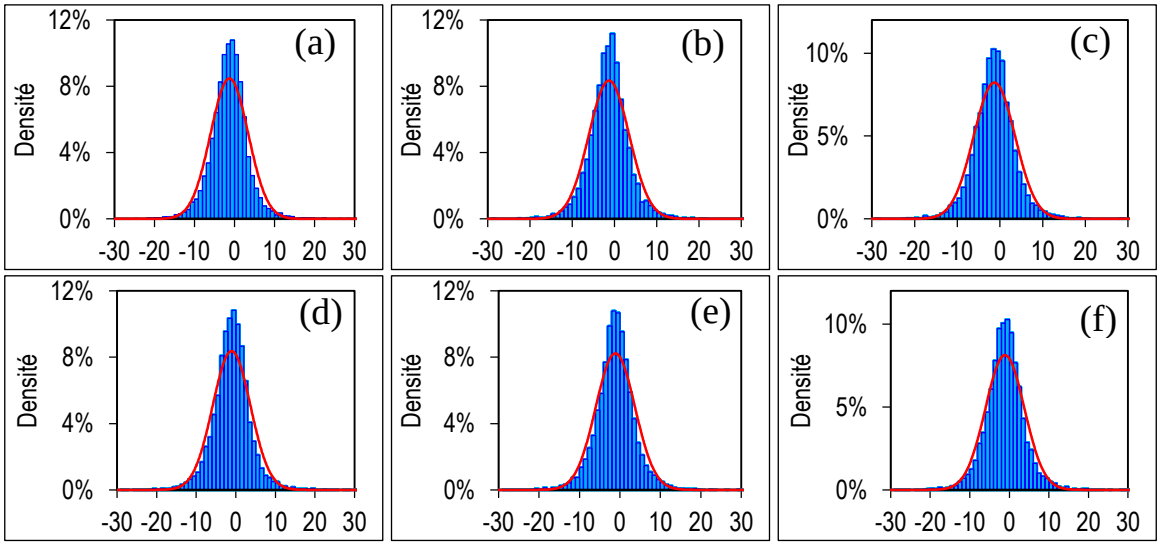


Figure 4.6. Histogrammes de différences d'anomalie gravimétrique pour les GGMs combinés au d/o 2 190 et les distributions normales ME et STD (rouge). Avant SEM: a – EGM2008; b – EIGEN_6C4; c – GECO. Après SEM: d – EGM2008; e – EIGEN_6C4; f – GECO.

Tableau 4.21. Statistiques descriptives des différences (mgal) entre les anomalies de pesanteur terrestres et celles des modèles combinés aux d/o 2190 avant et après la SEM par RTM

| Quantités | Modèles | Min | Max | *ME* | *STD* | *RMS* | 3-sigma | Nb. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Anomalies de pesanteur | $\Delta g_{FA}$ | -50,84 | 108,22 | -0,65 | 15,87 | 15,89 | | 9737 |
| | EGM2008 | -46,82 | 124,80 | 0,62 | 15,19 | 15,20 | | |
| | EIGEN_6C4 | -47,85 | 125,65 | 0,67 | 15,18 | 15,19 | | |
| | GECO | -46,50 | 126,68 | 0,66 | 15,13 | 15,14 | | |
| Différences | EGM2008 | -36,70 | 45,90 | -1,28 | 4,71 | 4,88 | 98,57% | |
| | EIGEN-6c4 | -37,15 | 48,01 | -1,32 | 4,78 | 4,96 | 98,77% | |
| | GECO | -36,71 | 48,48 | -1,31 | 4,85 | 5,02 | 98,74% | |
| Différences (GGM+RTM) | $\Delta g_{RTM}$ | -12,34 | 24,65 | -0,20 | 1,13 | 1,14 | - | |
| | EGM2008 | -42,65 | 45,69 | -1,08 | 4,77 | 4,89 | 98,73% | |
| | EIGEN-6c4 | -41,60 | 47,79 | -1,12 | 4,85 | 4,98 | 98,80% | |
| | GECO | -41,48 | 48,26 | -1,12 | 4,91 | 5,03 | 98,77% | |

A 0,1 mgal près, les modèles sont similaires avant et après l'application de la SEM. EGM2008 présente les plus petites valeurs de $STD$ et $RMS$ et GECO les plus grandes. Nous constatons une légère augmentation de l'ordre de 0,01 à 0,02 mgal pour les valeurs de $STD$ et $RMS$ après l'application de la SEM, contrairement à ce qui a été rapporté par bon nombre d'auteurs tels que Šprlák, Gerlach, & Pettersen (2015). De l'autre côté, nous remarquons une diminution de 0,2 mgal des valeurs moyennes ME des différences après l'application de la SEM. Il y a aussi une augmentation de la probabilité de 3-sigma pour tous les modèles après SEM et EIGEN-6C4 présente la meilleure performance avant et après SEM.

#### *4.2.1.2. Comparaison des hauteurs de géoïde*

Les statistiques des différences entre les hauteurs de géoïde des points GPS/Nivellement et celles modélisées à partir des GGMs au Niger et au Nord du Nigéria sont présentées dans le Tableau 4.22.

Le premier constat est qu'il n'y a pas une amélioration de la hauteur de géoïde en termes de STD et RMS par RTM comme il a été rapporté dans Šprlák et al. (2015), contrairement aux résultats dans d'autres études (Hirt, Featherstone, et al., 2010; Kadlec, 2011). Les contributions du RTM dans les hauteurs de géoïde sont très faibles (moindres que 1 cm) au niveau des points GPS/nivellement dans notre zone d'étude. EIGEN-6c4 et GECO ont presque les mêmes valeurs de $STD$ et $RMS$. Au Niger, ils sont légèrement meilleurs que EGM2008, alors qu'au Nord du Nigéria EGM2008 est meilleur.

Tableau 4.22. Statistiques descriptives des différences de hauteurs de géoïde (m) entre les points GPS/nivellement et les modèles combinés au d/o 2019 en m

| Zone | SEM | Modèle | Min | Max | $ME$ | $STD$ | $RMS$ | Nb. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Niger | Avant | EGM2008 | -0,27 | 0,44 | 0,04 | 0,15 | 0,16 | 39 |
| | | EIGEN-6C4 | -0,23 | 0,43 | 0,02 | 0,14 | 0,14 | |
| | | GECO | -0,25 | 0,44 | 0,01 | 0,14 | 0,14 | |
| | Après | $N_{RTM}$ | -0,005 | 0,003 | -0,001 | 0,002 | 0,002 | |
| | | EGM2008 | -0,27 | 0,44 | 0,04 | 0,15 | 0,16 | |
| | | EIGEN-6C4 | -0,23 | 0,43 | 0,02 | 0,14 | 0,14 | |
| | | GECO | -0,25 | 0,44 | 0,02 | 0,14 | 0,14 | |
| Nord Nigeria | Avant | EGM2008 | -1,05 | 1,95 | 0,46 | 0,83 | 0,92 | 11 |
| | | EIGEN-6C4 | -1,10 | 1,89 | 0,47 | 0,85 | 0,94 | |
| | | GECO | -1,10 | 1,88 | 0,48 | 0,86 | 0,95 | |
| | Après | $N_{RTM}$ | -0,001 | 0,007 | 0,002 | 0,002 | 0,003 | |
| | | EGM2008 | -1,06 | 1,95 | 0,46 | 0,83 | 0,92 | |
| | | EIGEN-6C4 | -1,10 | 1,89 | 0,47 | 0,85 | 0,94 | |
| | | GECO | -1,10 | 1,88 | 0,47 | 0,86 | 0,95 | |

A la lumière des résultats obtenus avec les anomalies de pesanteurs, EGM2008 est le GGM candidat pour le rehaussement spectral et la densification de la base de données gravimétrique. Cependant, une meilleure précision est attendue des deux autres modèles dans les grandes et moyennes longueurs d'onde car ils intègrent les données de la mission GOCE. Pour les évaluations globales, EIGEN-6C4 est utilisé comme référence (Barthelmes & Köhler, 2016).

Nous avons donc retenu EIGEN-6C4. Afin d'avoir un aperçu de la performance de ces modèles combinés dans les grandes et moyennes longueurs d'onde, nous les avons tous inclus dans la comparaison des GGMs « satellite pur » dans la section suivante.

### 4.2.2. Résultats de la comparaison des GGMs « Satellite pur » avec les anomalies de pesanteur

#### *4.2.2.1. Avant le rehaussement spectral (SEM)*

Les valeurs de RMS des différences d'anomalies de pesanteur en fonction des d/o de troncation avant le rehaussement spectral sont présentées dans la Figure 4.7(a). Tous les modèles ont montré des performances similaires de d/o 100 à 215 en termes de $RMS$ des différences, les valeurs de $RMS$ diminuent progressivement avec les d/o élevés. A partir de d/o 215, GGM05G se démarque des autres GGMs, présentant le plus grand écart jusqu'à son degré maximal, 240. Les similarités continuent pour les autres GGMs jusqu'à d/o 230 où ITU_GGC16 et TIM5 se démarquent des autres modèles. A partir de d/o 240, tous les modèles « satellite pur » deviennent stables. ITU_GGC16 et TIM5 ont le même comportement jusqu'à d/o 280. EIGEN_6S4v2 et DIR5 présentent aussi les mêmes comportements jusqu'au d/o 300 et SPW5 plus précis jusqu'à ce d/o. Les valeurs $RMS$ pour les modèles combinés diminuent progressivement et de façon similaire jusqu'au d/o 300, GECO est moins précis que EGM2008 et EIGEN-6c4.

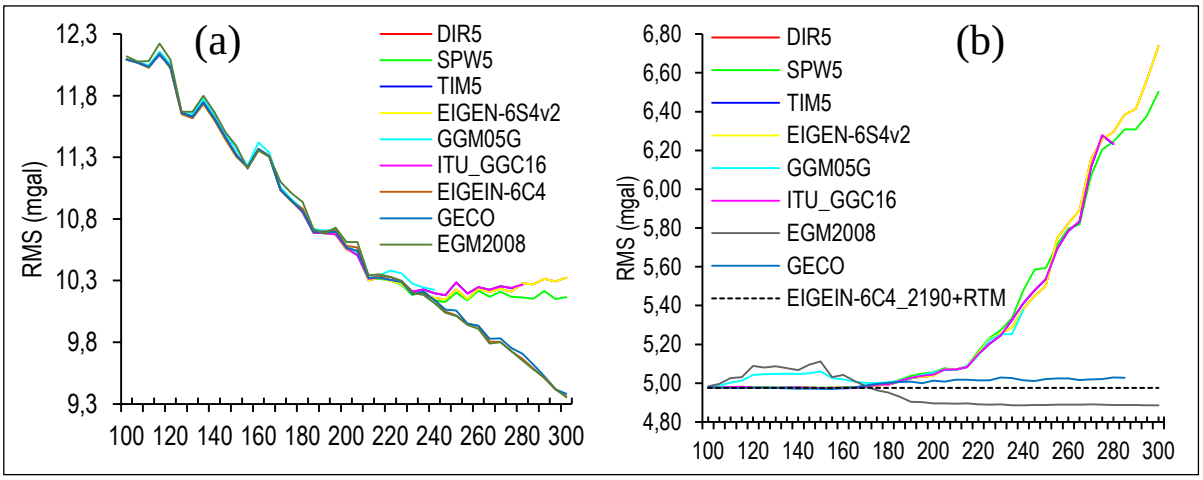


Figure 4.7. RMS des différences d'anomalies de pesanteur en fonction des degrés des harmoniques sphériques: (a) avant la SEM, (b) Après la SEM.

#### *4.2.2.2. Après le rehaussement spectral (SEM)*

Les résultats de la comparaison des anomalies de pesanteurs après l'application de la SEM sont présentés sur la Figure 4.7(b). Jusqu'aux d/o 180, tous les modèles ont des courbes de $RMS$ confondues à celle de EIGEN-6C4 au d/o 2190 combiné au RTM, à l'exception de GGM05G et EGM2008 qui présentent une mauvaise performance par rapport aux autres modèles. Le résultat de EGM2008 se justifie par le fait qu'il ne contient pas les données de GOCE, par contre GGM05G combine les données de dix (10) année d'observations par GRACE et celles de la mission GOCE jusqu'à sa fin (Bettadpur et al., 2015). Au-delà de d/o 180, les valeurs de $RMS$ pour EGM2008 diminuent progressivement, celles de GECO deviennent stables,

EGM2008 présente la meilleure performance et EIGEN-6C4 est meilleur que GECO. Les valeurs de $RMS$ de différences pour les modèles « satellite pur » augmentent de façon exponentielle. Le Tableau 4.23 présente les valeurs de $RMS$ des différences d'anomalies de pesanteurs terrestres avec les GGMs « satellite pur » aux d/o 180, 200 et 215 après la SEM par EIGEN-6C4 et RTM. Les écarts de $RMS$ entre les modèles varient de 0,01 à 0,02 mGal, à ces valeurs près DIR5 présente toujours la plus petite valeur de $RMS$ pour les d/o considérés. Abd-Elmotaal (2015) a également trouvé que DIR5 est mieux adapté au champ de pesanteur en Afrique.

Tableau 4.23. $RMS$ des différences d'anomalies de pesanteur avec les GGMs « satellite pur » aux d/o 180, 200 et 215 après la SEM par EIGEN-6c4

| d/o | DIR5 | SPW5 | TIM5 | EIGEN-6S4v2 | GGM05G | ITU_GGC16 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **180** | 4,99 | 5,00 | 4,99 | 4,99 | 5,00 | 4,99 |
| **200** | 5,04 | 5,06 | 5,04 | 5,04 | 5,05 | 5,04 |
| **215** | 5,08 | 5,09 | 5,08 | 5,08 | 5,09 | 5,08 |

## 4.2.3. Résultats de la comparaison des GGMs « satellite pur » avec les points GPS/nivellement

### *4.2.3.1. Avant le rehaussement spectral (SEM)*

Les valeurs de $RMS$ des différences en fonction des d/o pour les points GPS/nivellement au Niger avant le rehaussement spectral sont présentées dans la Figure 4.8(a). Tous les modèles présentent des écarts similaires en termes de RMS, hormis EGM2008 qui s'écarte d'environ deux (2) cm. Des valeurs minimales sont atteintes aux d/o 155, 180, 230. De d/o 190 à 200, GECO et EIGEN-6C4 sont meilleurs. De d/o 200 à 230 les modèles « satellite pur » sont meilleurs que les modèles combinés à l'exception de GGM05G. La meilleure performance des modèles « satellite pur » est observée au d/o 230. Au d/o 280, TIM5 et ITU_GGC16 sont meilleurs, au-delà DIR5 et EIGEN_6S4 sont meilleurs que SPW5. Jusqu'à d/o 300, EIGEN-6C4 est meilleurs que GECO et EGM2008.

Les valeurs de $RMS$ des différences en fonction des d/o pour tous les points GPS/nivellement avant le rehaussement spectral au Nord du Nigéria sont présentées dans la Figure 4.8(b). Les modèles sont aussi similaires jusqu'au d/o 200. Au d/o 155, l'écart minimum en termes de $RMS$ est atteint pour tous les modèles sauf EGM2008, ITU_GGC16 présente la plus petite valeur, 0,84 m, alors que la plus grande valeur est donnée par EGM2008. A partir de d/o 200, les modèles combinés ont une meilleure performance jusqu'au d/o 300 et EGM2008 est meilleurs que GECO et EIGEN-6C4. De d/o 200 à 240, DIR5 et ITU_GGC16 sont meilleurs. De d/o 240 à 280, ITU_GGC16 est meilleur parmi les GGMs « satellite pur », de même DIR5 et TIM5 sont similaires. Au-delà de d/o 280, DIR5 est meilleur qu'EIGEN_6S4. SPW5 présente les plus grandes valeurs de $RMS$ de différence entre les d/o 240 et 300.

Globalement, les écarts des hauteurs de géoïde entre les points GPS/nivellement situés au Niger sont plus faibles que ceux obtenus au Nord du Nigéria. Tous les modèles « satellite pur » et combinés intégrant les données GOCE ont montré une meilleure performance, comparés à EGM2008, pour les d/o allant de 100 à 200. Ceci confirme l'amélioration de la connaissance du champ de pesanteur dans ces bandes spectrales par les données de GOCE. Au-delà de d/o

200, EGM2008 apparait similaire à EIGEIN-6C4 et meilleur que les autres modèles avec les anomalies de pesanteur. Dans ces bandes spectrales, les modèles combinés sont globalement meilleurs que les modèles « satellite pur », à cause de l'intégration des données de mesures terrestres. Nous avons testé le rehaussement avec tous les modèles combinés afin de voir davantage l'apport de la mission GOCE dans la modélisation des basses fréquences.

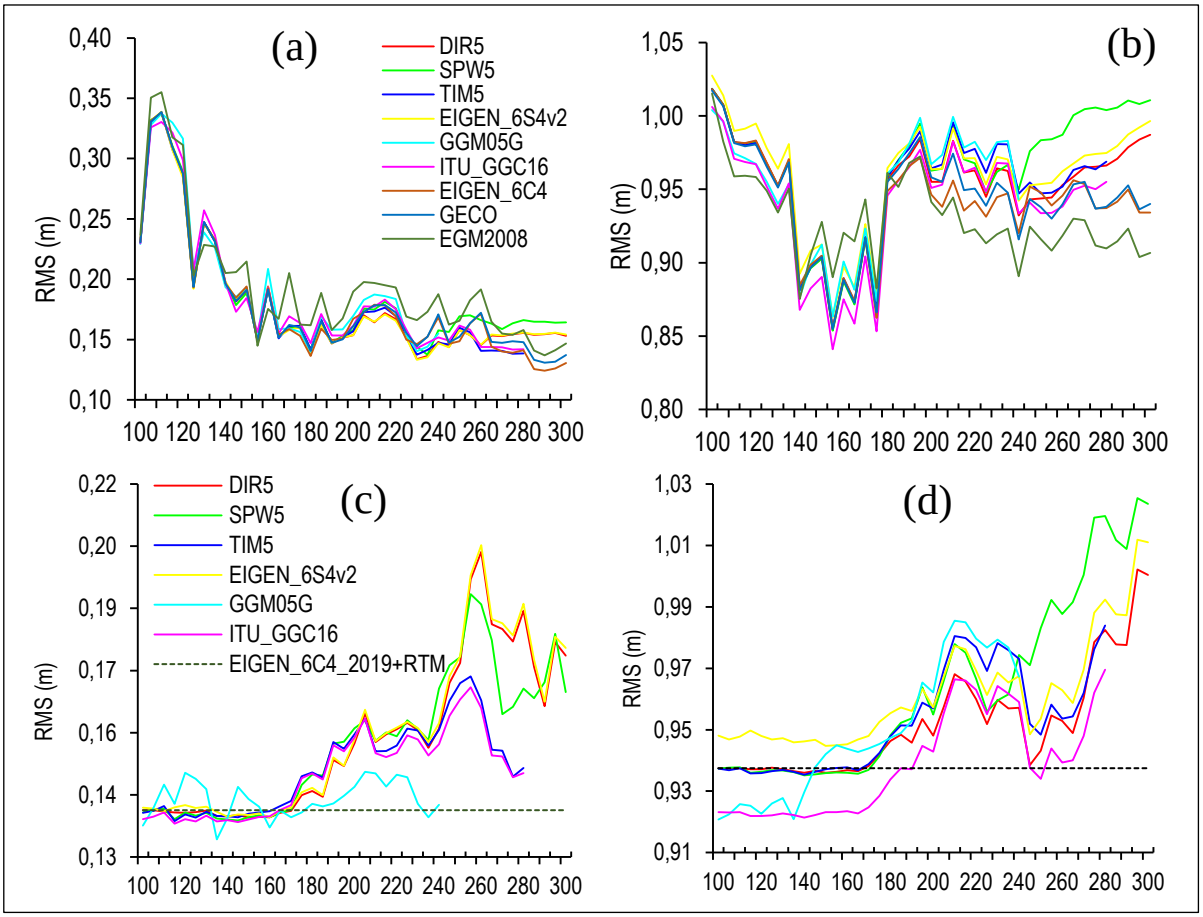


Figure 4.8. RMS des différences en fonction des degrés des harmoniques sphériques pour les hauteurs de géoïde : (a) au Niger avant SEM, (b) au Nord du Nigéria avant SEM, (c) au Niger après SEM et (d) au Nord du Nigéria après SEM.

#### *4.2.3.2. Après le rehaussement spectral (SEM)*

Les valeurs de $RMS$ en fonction des d/o pour les différences géoïde au Niger sont présentées sur la Figure 4.8(c) après la SEM avec EIGEN-6c4 et RTM. Tous les modèles ont un comportement similaire au cm près jusqu'au d/o 200 où GGM05G présente la plus petite valeur de $RMS$ pour la suite. A partir de d/o 170, les valeurs de $RMS$ deviennent plus grandes que celle de EIGEN-6C4 amélioré avec RTM. Les résultats au Nord du Nigéria sont présentés dans la Figure 4.8(d). Les résultats sont similaires à ceux du Niger, même si les écarts sont plus importants au dans cette zone. ITU_GGC16 présentes les plus petits écarts et EIGEN_6S4v2 la mauvaise performance jusqu'au d/o 200. Le Tableau 4.24 présente les valeurs de RMS des différences de hauteurs de géoïde avec les GGMs « satellite pur » au d/o 200. DIR5 et ITU_GGC16 présentent les plus petites valeurs de RMS pour les points GPS/nivellement fusionnés.

Tableau 4.24. $RMS$ des différences de hauteurs de géoïde avec les GGMs « satellite pur » en mètre au d/o 200 après la SEM par EIGEN-6c4

| Zone | DIR5 | SPW5 | TIM5 | EIGEN_6S4v2 | GGM05G | ITU_GGC16 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Niger | 0,15 | 0,16 | 0,15 | 0,15 | 0,14 | 0,15 |
| Nigéria | 0,95 | 0,95 | 0,96 | 0,96 | 0,96 | 0,94 |

### 4.2.4. Synthèse de l'évaluation des GGMs

Nous avons montré que les différences d'anomalies de pesanteur entre les GGMs et les mesures continentales ne suivent pas la distribution normale comme les anomalies elles même. A 0,1 mgal près, les GGMs combiné sont similaires. EGM2008 a donné les meilleures performances en termes RMS, suivi par EIGEN-6C4. Les GGMs combinés ont montré une sensibilité des anomalies de pesanteur aux très courtes longueurs d'onde modélisées par le RTM, l'amélioration a été constatée au niveau des valeurs ME et des probabilités selon la règle de 3-sigma. EIGEN-6C4 a toujours données la plus grande probabilité selon la règle de 3-sigma. Il a également donné la plus petite valeur de RMS par rapport aux points GPS/nivellement. Sa performance est encore meilleure dans les grandes et moyennes longueurs à cause de l'intégration des données de GOCE. Il a été donc retenu pour le rehaussement spectral des GGMs « satellite pur » et la densification de la base de données gravimétrique. Les GGMs « satellite pur » ont montré une bonne performance dans les grandes et moyennes longueurs d'onde, les modèles de GOCE sont meilleurs qu'EGM2008 dans ces bandes spectrales. Nous avons retenu DIR5 au d/o 200, en termes de RMS de différence pour les anomalies de pesanteur et les hauteurs de géoïde, il a présenté les plus petits écarts.

## 4.3. Résultats de la validation des Modèles Numériques de Terrains

### 4.3.1. Exploration des MNTs globaux

Les statistiques des élévations des MNTs sont présentées dans le Tableau 4.25. L'écart type d'environ 200 m démontre la faible variation d'altitude dans la zone d'étude. ASTER présente des valeurs d'élévation largement supérieures à celle des autres MNTs, suivi de SRTM1. Seule la version SRTM3 du CGIAR ne contient pas de pixels vides, contrairement à celles de NASA (0,04%) et NGA (0,28%) dans lesquelles les pixels vides sont représentés par « NoData ». En plus celle de NASA contient des valeurs négatives que nous avons assimilées à des valeurs erronées, toutes les valeurs inférieures à 132 m (minimum commun aux versions de CIARG et NGA) ont étés supprimées. Nous avons appliqué le même principe avec les MNTs de 1 arc-seconde, ASTER contient plus de pixels vides (0,14%), suivi de SRTM1 (0,07%). AW3D30 est plus homogène. Les pixels vides et les valeurs erronées sont localisés en majorité dans la zone désertique, notamment dans le bassin du Ténéré, Figure 4.9.

### 4.3.2. Décalage entre le géoïde d'EGM96 et le NMM à l'Ouest du Niger

Les valeurs de différences entre les hauteurs de géoïde varient de -0,62 m à -1,55 m, avec -1,12 m, 0,18 m et 1,13 m comme ME, STD et RMS respectivement. Le géoïde d'EGM96 est au-dessus du NMM dans cette zone. Ce décalage d'environ 1 m a aussi été trouvé dans la région du Lac Tchad (Delclaux, 2003).

Tableau 4.25. Statistiques des élévations des MNTs avant et après la suppression des valeurs négatives et des pixels vides

| Modèle | Suppression | Min | Max | ME | STD | Pixels vides | % de vide |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| AW3D30 | Avant | -284 | 2880 | 479,11 | 216,3 | 32 | 0,00% |
| | Après | 132 | 2880 | 479,12 | 216,3 | 9879 | 0,00% |
| ASTER | Avant | -537 | 4294 | 485,03 | 240,84 | 159 | 0,00% |
| | Après | 132 | 4294 | 485,54 | 240,61 | 4838999 | 0,14% |
| SRTM1 | Avant | -330 | 3304 | 487,34 | 239,74 | 141 | 0,00% |
| | Après | 132 | 3304 | 487,6 | 239,63 | 2562208 | 0,07% |
| SRTM3 (NASA) | Avant | -317 | 2864 | 480,05 | 216,24 | 119996 | 0,04% |
| | Après | 132 | 2864 | 480,05 | 216,23 | 121367 | 0,04% |
| SRTM3 (NGA) | - | 132 | 2869 | 480,07 | 216,5 | 835680 | 0,28% |
| SRTM3 (CGIAR) | - | 132 | 2864 | 479,98 | 216,22 | 0 | 0,00% |

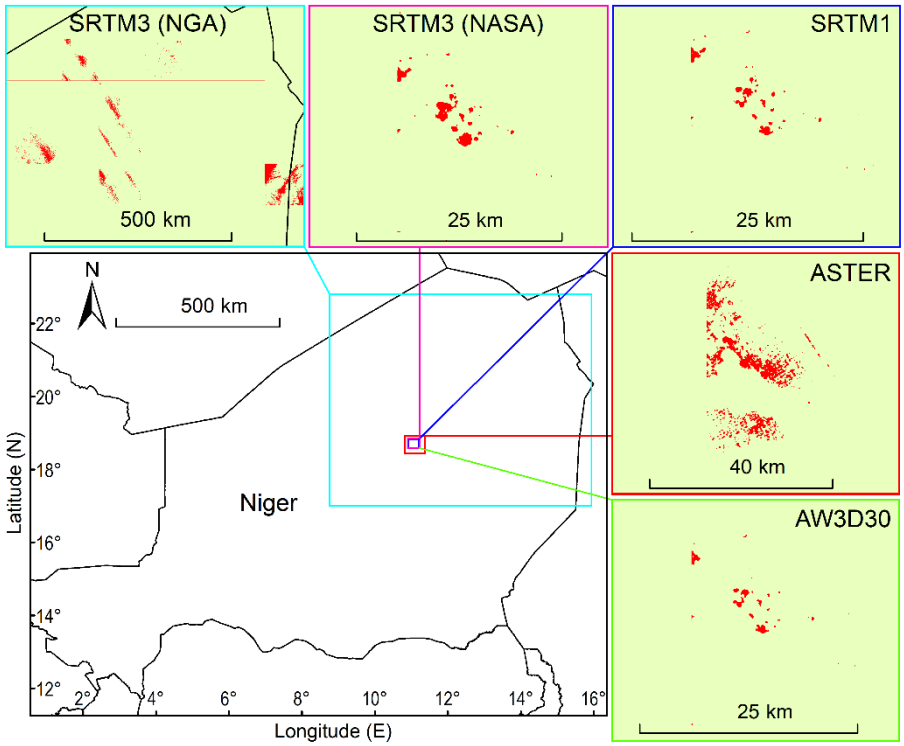


Figure 4.9. Localisation des pixels vides et des valeurs erronées en **rouge** dans les MNTs.

### 4.3.3. Précision verticale des MNTs

Les statistiques des élévations pour les données de validation et les MNTs sont présentées dans les Tableau 4.26, Tableau 4.27 et Tableau 4.28 respectivement pour les points de nivellement général, le site IMSA et les données GPS. Le site d'Imouraren présente des faibles variations d'altitudes (STD $\approx 14\ m$). Toutes les versions de SRTM3 couvrent bien les zones de données de validation, les élévations extraites des versions NASA et CGIAR sont égales. Comme la version de CGIAR est la plus homogène, elle a été retenue pour l'évaluation. La version de NGA a été écartée à cause des larges zones sans valeurs.

Tableau 4.26. Statistiques descriptives des élévations pour les points de nivellement général

| | $H$ | ASTER | AW3D30 | SRTM1 | SRTM3 |
|---|---|---|---|---|---|
| Min | 190,64 | 188 | 191 | 190 | 193 |
| Max | 552,64 | 545 | 555 | 557 | 557 |
| $ME$ | 267,04 | 263,71 | 268,38 | 269,85 | 269,91 |
| $STD$ | 77,61 | 76,16 | 78,05 | 78,23 | 78,40 |
| Nb. | 248 | | | | |

Pour toutes les données de validation, l'hypothèse de la distribution normale des résidus d'altitudes a été rejetée selon le test de Jarque-Bera à 5% et 10% de niveaux de confiance. Ceci signifie que les différences d'altitudes ne suivent pas la loi normale, il en est de même pour les altitudes. Les coefficients de corrélation de Pearson ($r$) entre les élévations des MNTs et celles des données de validation sont très proches de 1, indiquant que les MNT décrivent bien les caractéristiques du relief dans la zone d'étude.

Tableau 4.27. Statistiques descriptives des élévations sur le site d'Imouraren (IMSA)

| | $H$ | ASTER | AW3D30 | SRTM1 | SRTM3 |
|---|---|---|---|---|---|
| Min | 402,32 | 383 | 401 | 401 | 403 |
| Max | 484,39 | 501 | 486 | 487 | 486 |
| $ME$ | 435,90 | 432,47 | 437,73 | 439,67 | 439,68 |
| $STD$ | 13,92 | 16,20 | 13,88 | 14,10 | 14,07 |
| Nb. | 6360 | | | | |

Tableau 4.28. Statistiques descriptives de la conversion des hauteurs ellipsoïdales en altitudes orthométriques et des élévations des MNTs aux points GPS

| | $h_{\mathrm{WGS84}}$ | $N_{\mathrm{EGM96}}$ | $H_{\mathrm{EGM96}}$ | ASTER | AW3D30 | SRTM1 | SRTM3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Min | 215,72 | 18,85 | 204,63 | 205 | 185 | 203 | 205 |
| Max | 486,19 | 24,18 | 466,24 | 471 | 465 | 471 | 470 |
| ME | 327,81 | 20,67 | 307,17 | 306,91 | 301,83 | 308,06 | 308,18 |
| STD | 86,47 | 1,26 | 87,46 | 88,14 | 88,78 | 87,83 | 87,79 |
| Nb. | 7732 | | | | | | |

#### *4.3.3.1. Résultat de la comparaison avec les points de nivellement*

Les statistiques descriptives et les histogrammes des différences d'altitudes entre les données de nivellement général et les MNTs sont présentés sur la Figure 4.10. Les plus grands écarts d'altitudes sont présentés par ASTER. Selon la RMS des différences, AW3D30 (2,2 m) est plus précis que les deux versions SRTM qui sont similaires, et ASTER est le moins précis. Les valeurs ME sont négatives pour AW3D30 (-1,34 m) et les SRTM (-2,8 m et -2,9 m), les histogrammes dans Figure 4.10(b), (c) et (d) présentent également un biais négatif indiquant une surestimation des élévations par ces MNTs. ASTER dans la Figure 4.10(a) présente un important biais positif, donc une sous-estimation des élévations.

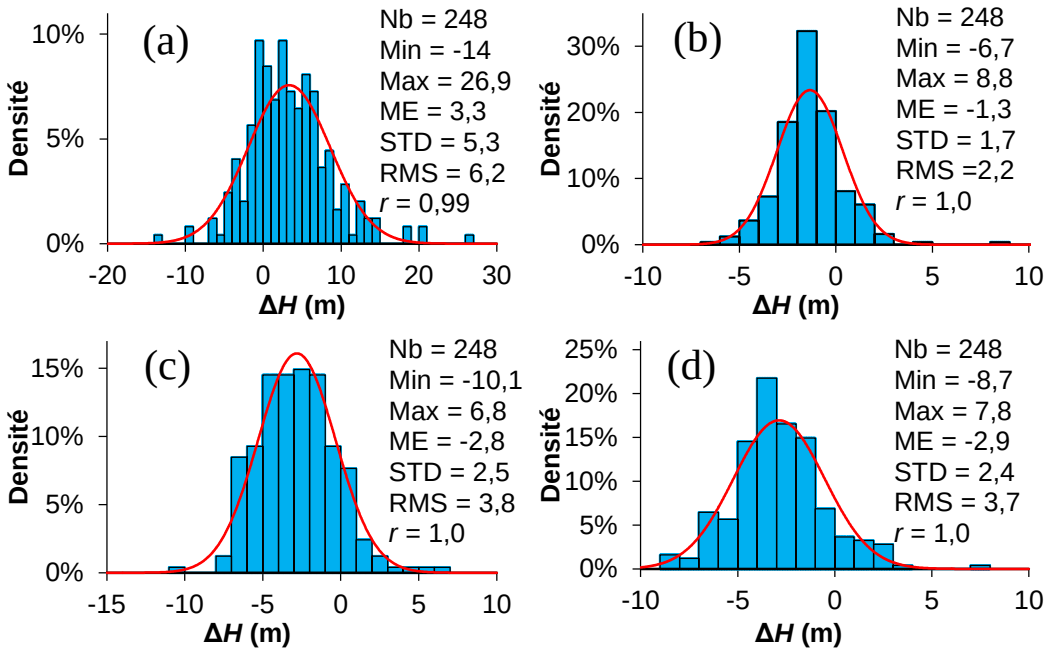


Figure 4.10. Histogrammes des différences d'altitudes et distributions normales de même ME et STD (**Rouge**) pour les points de nivellement général: (a) ASTER, (b) AW3D30, (c) SRTM1 et (d) SRTM3.

#### *4.3.3.2. Résultat de la comparaison sur le site d'Imouraren SA (IMSA)*

Les statistiques descriptives et les histogrammes des différences d'altitudes entre les données IMSA et les MNTs sont présentés sur la Figure 4.11. Ici aussi, ASTER présente les plus grandes valeurs de différences (RMS = 8 m). AW3D30 présente la meilleure performance (RMS = 2,1 m) et les modèles SRTM sont similaires. Selon les valeurs de ME, tous les MNTs présentent des biais importants, d'environ 2 m ou plus, ASTER (Figure 4.11(a)) sous-estime les élévations tandis que SRTM et AW3D30 (Figure 4.11(b) et (c) et (d)) les surestiment.

#### *4.3.3.3. Résultat de la comparaison avec les données GPS*

Les statistiques descriptives et les histogrammes des différences d'altitudes entre les données GPS et les MNTs sont présentés sur la Figure 4.12. Comme précédemment, les plus grands écarts sont présentés par ASTER qui est relativement le MNT le moins précis. Selon la RMS des différences, AW3D30 (1,8 m) est relativement plus précis que les modèles SRTM qui présentent la même performance. AW3D30 (ME = 0,3 m) présente des erreurs systématiques faibles et une légère sous-estimation des élévations (Figure 4.12(b)). ASTER (ME = 5,4) contient des erreurs systématiques importantes et sous-estime les élévations (Figure 4.12(a)). Les modèles SRTM (Figure 4.12(c) et (d)) présentent un biais négatif d'environ 1 m indiquant une surestimation.

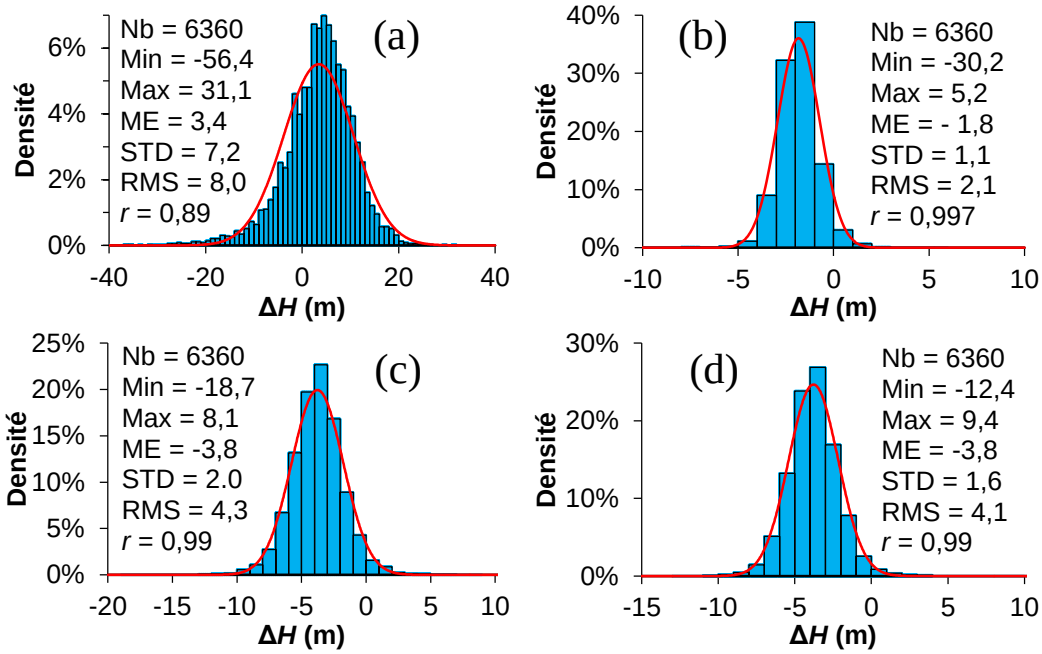


Figure 4.11. Histogrammes des différences d'altitudes et distributions normales de même $ME$ et $STD$ (**Rouge**) pour le site IMSA: (a) ASTER, (b) AW3D30, (c) SRTM1 et (d) SRTM3.

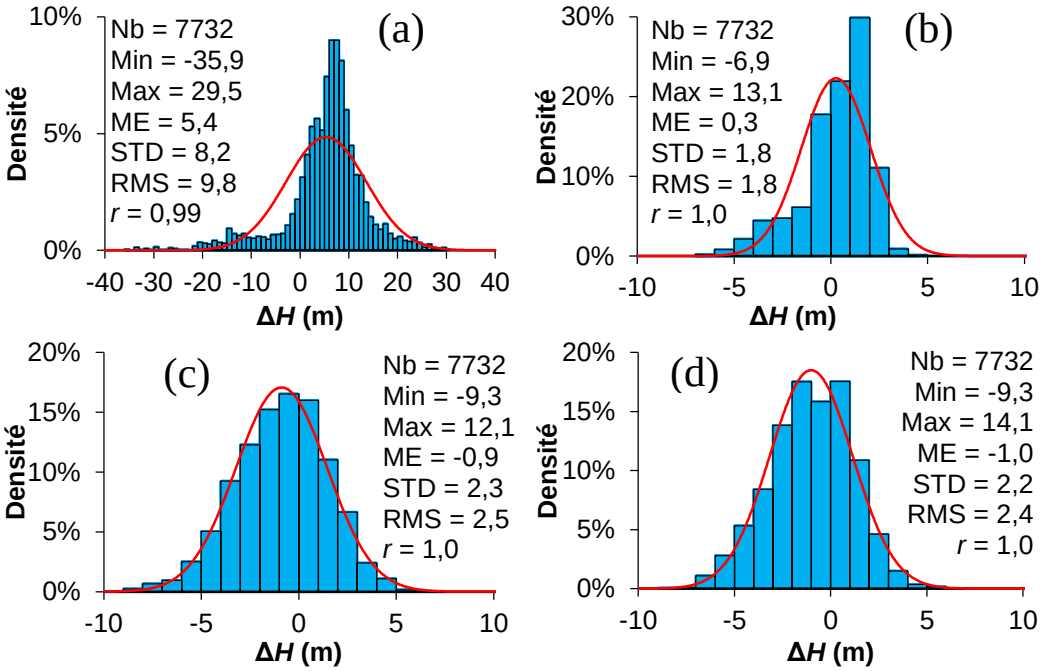


Figure 4.12. Histogrammes des différences d'altitudes et distributions normales de même $ME$ et $STD$ (**Rouge**) pour les données GPS: (a) ASTER, (b) AW3D30, (c) SRTM1 et (d) SRTM3.

#### *4.3.3.4. Résultat de la comparaison avec les points fusionnés*

Le Tableau 4.29 montre les valeurs de RMS des différences d'altitudes entre les MNTs et les données de validation avant et après la prise en compte du la séparation moyenne (ME = 1,12 m) entre le NMM et le géoïde d'EGM96 pour les données de nivellement général et sur le site

IMSA. Les valeurs de RMS ont diminué de façon significative et sont proches de celles obtenues avec les données GPS, ceci nous permet de fusionner toutes les données de validation. Les statistiques descriptives des différences d'altitudes après la fusion sont présentées dans le même tableau, les résultats sont similaires à ceux obtenus avec les données GPS. 74,00%, 99,99%, 99,91% et 99,98% des valeurs absolues des différences d'altitudes sont inférieures à 10 m respectivement pour ASTER, AW3D30, SRTM1 et SRTM3. Ceci souligne la bonne qualité des trois derniers modèles dans la zone d'étude, qui sont tous meilleurs qu'ASTER.

Tableau 4.29. Statistiques descriptives des différences d'altitudes avec les données fusionnées

| Donnée | Statistique | ASTER | AW3D30 | SRTM1 | SRTM3 |
|---|---|---|---|---|---|
| Nivellement général | RMS (m) (Avant) | 6,2 | 2,2 | 3,7 | 3,7 |
| | RMS (m) (Après) | 6,9 | 1,7 | 3,0 | 2,9 |
| IMSA | RMS (m) (Avant) | 8,0 | 2,1 | 4,3 | 4,1 |
| | RMS (m) (Après) | 8,6 | 1,3 | 3,3 | 3,1 |
| Données fusionnées | Min(m) | -55,3 | -29,1 | -17,6 | -11,3 |
| | Max (m) | 32,3 | 13,1 | 12,1 | 14,1 |
| | ME (m) | 5,0 | -0,2 | -1,7 | -1,8 |
| | RMS (m) | 9,2 | 1,6 | 2,9 | 2,7 |
| | Nb. | 14340 | | | |

### 4.3.4. Analyse de l'occupation du sol

Les valeurs de ME et RMS pour les classes d'occupation de sol significatives après la fusion des données de validation sont présentées dans le Tableau 4.30 et la Figure 4.13.

Tableau 4.30. Valeurs de ME et RMS par classes d'occupation de sol

| Classe | Statistique | ASTER | AW3D30 | SRTM1 | SRTM3 |
|---|---|---|---|---|---|
| Roche nue (2441 points) | ME (m) | 5,3 | -0,5 | -2,6 | -2,6 |
| | RMS (m) | 8,2 | 1,1 | 3,1 | 3,0 |
| Prairie ouverte (5485 points) | ME (m) | 4,3 | 0,2 | -0,7 | -0,8 |
| | RMS (m) | 10,0 | 2,0 | 2,4 | 2,2 |
| Prairie ouverte avec arbustes clairsemés (2410 points) | ME (m) | 7,6 | 0,5 | -1,2 | -1,5 |
| | RMS (m) | 9,0 | 1,0 | 2,8 | 2,7 |
| Prairie clairsemée (221 points) | ME (m) | 5,4 | -1,3 | -3,3 | -3,3 |
| | RMS (m) | 7,7 | 1,7 | 3,9 | 3,7 |
| Désert de pierres (3773 points) | ME (m) | 2,9 | -2,0 | -3,8 | -3,8 |
| | RMS (m) | 8,3 | 2,3 | 4,4 | 4,2 |

La précision de tous les MNTs dépend de l'occupation de sol, leur ordre de précision est le même que dans la section précédente, AW3D30 est meilleur que SRTM et ASTER est le moins précis (Figure 4.13(b)). La plus petite valeur RMS a été observée dans « Prairie clairsemée », « Prairie ouverte avec arbustes clairsemés » et « Prairie ouverte » respectivement pour ASTER, AW3D30 et SRTM. La plus grande valeur RMS a été trouvée dans « Prairie ouverte » pour ASTER et « Désert de pierres » pour AW3D30 et SRTM. Le biais systématique entre les MNTs et les données de validation dépend aussi de l'occupation du sol (Figure 4.13(a)). ASTER a

montré respectivement la plus grande valeur ME et la plus petite dans « Prairie ouverte avec arbustes clairsemés » et « Désert de pierres ». De l'autre côté, AW3D30 et SRTM ont montré les plus grandes valeurs ME dans « Désert de pierres » et les plus petites dans « Prairie ouverte ».

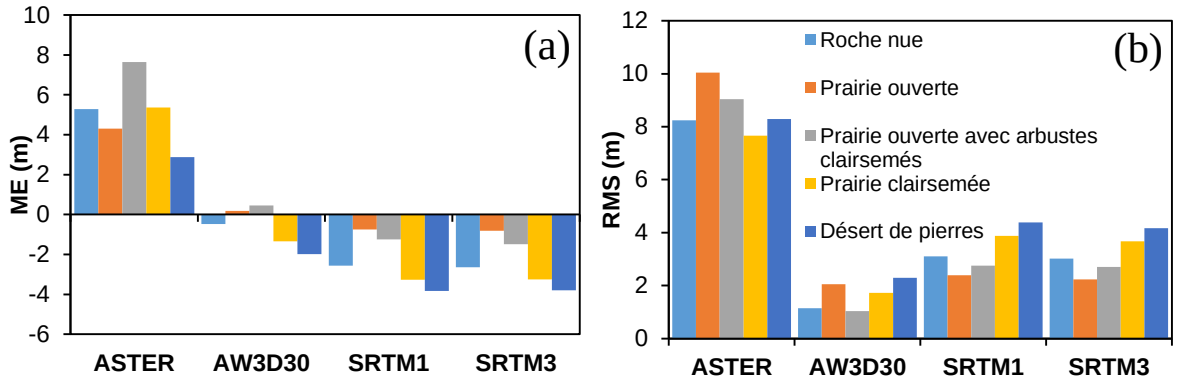


Figure 4.13. ME (a) et RMS (b) par classes d'occupation de sol.

### 4.3.5. Comparaison MNT - MNT

Les statistiques des différences d'altitudes entre les MNTs de 30 m sont présentées dans le Tableau 4.31, leurs distributions sont présentées dans la Figure 4.14. En termes de ME et RMS et des histogrammes, SRTM1 et AW3D30 présentent des écarts faibles, 99.85% des valeurs de différences inférieures à 20 m. Les grandes valeurs observées, au-delà de 700 m pourraient provenir des pixels vides ou erronés dans l'un des modèles. SRTM1 est légèrement au-dessus de AW3D30 (ME = -0,93 m). ASTER présente des larges valeurs de différences et une distribution presque similaire de ces dernières par rapport à AW3D30 et SRTM1, 99,86% et 99,82% sont inférieures 100 m respectivement. Les deux modèles sont au-dessus d'ASTER qui sous-estime les élévations comme il a été constaté avec les données de validation.

Tableau 4.31. Statistiques des différences d'élévations entre les MNTs de 1 arc-seconde

| | Min | Max | ME | STD | RMS |
|---|---|---|---|---|---|
| AW3D30 - SRTM1 | -870 | 719 | -0,9 | 3,5 | 3,6 |
| AW3D30 - ASTER | -3489 | 948 | 1,7 | 15,3 | 15,4 |
| SRTM1 - ASTER | -3489 | 1158 | 2,3 | 16,7 | 16,9 |

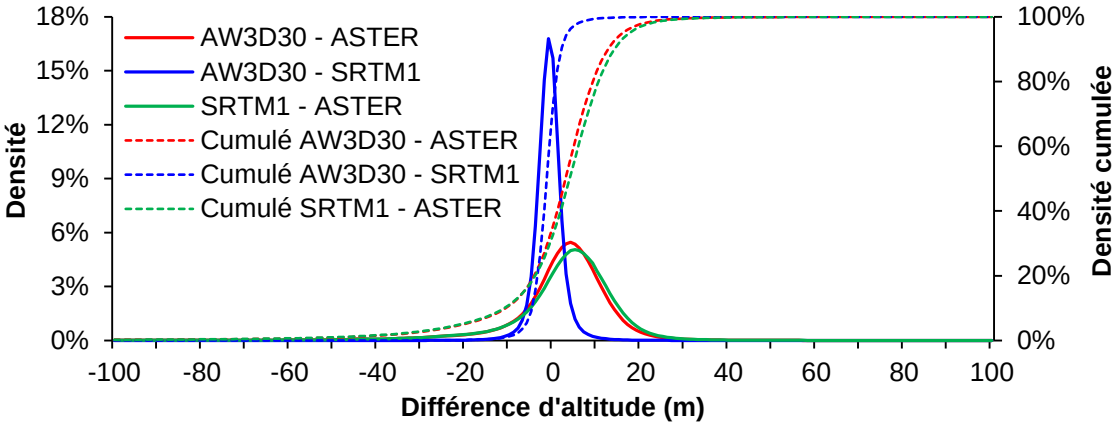


Figure 4.14. Histogrammes classiques et cumulés des différences d'altitudes entre les MNTs de 1 arc-seconde de résolution.

### 4.3.6. Validation des élévations des altitudes des stations gravimétriques

Les altitudes des stations gravimétriques ont été validées avec le MNT AW3D30, les statistiques des différences d'altitudes sont présentées dans le Tableau 4.32, nous avons inclus ASTER et SRTM pour donner un aperçu des différences d'altitudes avec les autres modèles. Les valeurs absolues des différences ne dépassent pas 200 m. L'histogrammes des différences d'altitudes dans la Figure 4.15 montre que les valeurs absolues sont à 99% inférieures à 50 m.

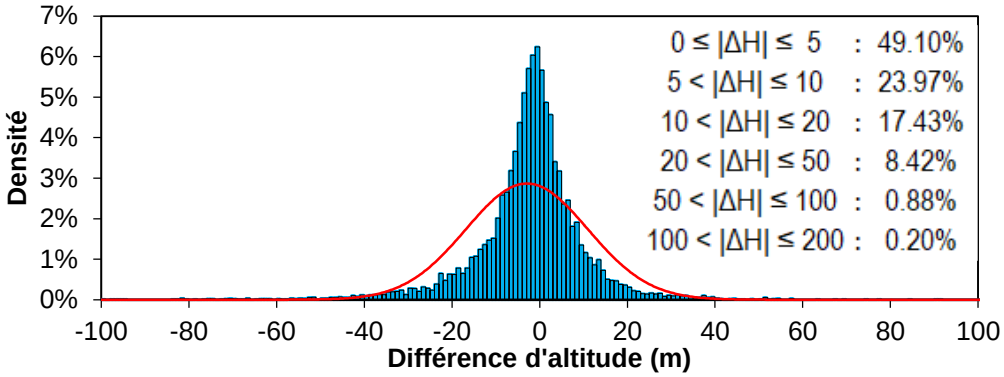


Figure 4.15. Histogramme des différences d'altitudes entre les stations gravimétriques et AW3D30. Distribution normal de même moyenne et écart-type en rouge.

La Figure 4.16 montre la répartition spatiale des valeurs absolues des différences d'altitudes entre les stations gravimétriques et AW3D30, les valeurs supérieures à 20 m apparaissent plus en Algérie, Mali et partout au Niger. Au Niger, les valeurs comprises entre 20 et 50 m, et plus, sont concentrées au Sud-Est, au centre Nord (Aïr), au Nord-Est (Djado) et un peu au Sud-Ouest.

Tableau 4.32. Statistiques des différences d'altitudes entre les stations et les MNTs

| | $H$(station) | $\Delta H$(ASTER) | $\Delta H$(AW3D30) | $\Delta H$(SRTM1) | $\Delta H$(SRTM3) |
|---|---|---|---|---|---|
| Max (m) | 143 | -224 | -185 | -172 | -170 |
| Min (m) | 1996 | 146 | 138 | 138 | 138 |
| ME (m) | 425,0 | -1,8 | -2,9 | -3,9 | -3,9 |
| STD (m) | 143,1 | 18,7 | 13,9 | 14,2 | 14,1 |
| RMS (m) | 448,5 | 18,8 | 14,2 | 14,7 | 14,7 |
| Nb. | 10176 | | | | |

### 4.3.7. Discussions

Avec les trois types de données de validation et leur regroupement, la précision verticale d'AW3D30 en termes de RMS est largement meilleure que celle de 5 m espérée avec la résolution initiale de 5 m. Le résultat est conforme voir meilleur que ceux obtenus dans d'autres pays, tels que l'Afrique du Sud, la Chine, Cameroun, etc., avec divers type de données de validation (MNT locaux, LiDAR, ICESat et GPS) (Hu et al., 2017; Takaku et al., 2016; Yap et al., 2018). Le processus de rééchantillonnage de 5 m à 30 m n'affecte pas la précision de ce MNT dans notre zone d'étude. AW3D30 est plus précis que SRTM et ASTER.

Les RMS des modèles SRTM sont largement inférieures à celles déclarées officiellement (16 m) (Rodríguez et al., 2006), ce résultat a été trouvé également par plusieurs auteurs (Amans, Beiping, & Ziggah, 2013; Athmania & Achour, 2014; Forkuor & Maathuis, 2012; Leblanc et al., 2006; Rexer & Hirt, 2014; Varga & Bašić, 2015). La qualité des deux versions SRTM est

très similaire, le rééchantillonnage de 1 à 3 arc-secondes n'a pas un effet significatif sur leur précision dans les zones de données à cause des faibles variations d'altitudes.

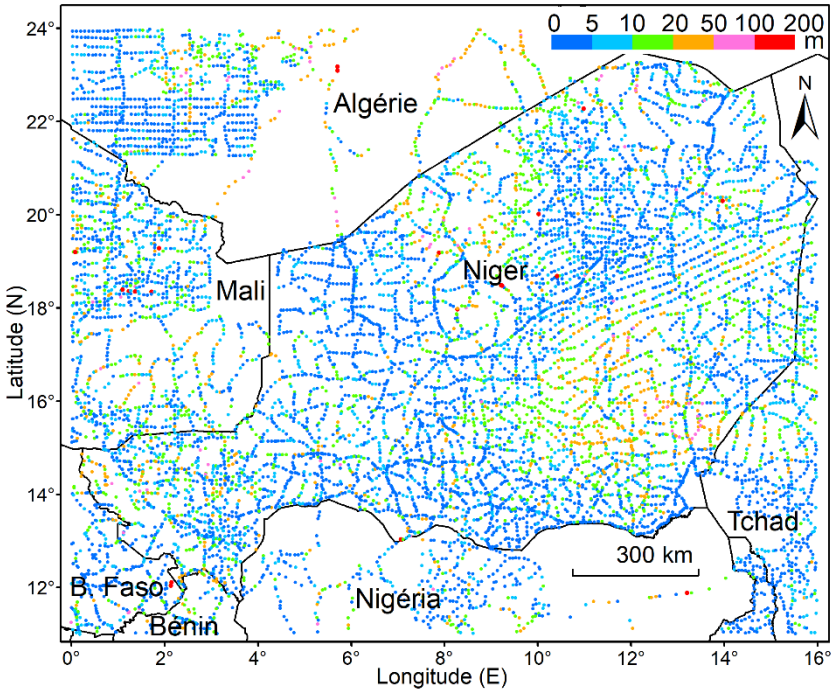


Figure 4.16. Répartition spatiale des valeurs absolues des différences d'altitudes entre les stations gravimétriques et AW3D30.

La meilleure performance de SRTM et AW3D30 est observée avec les données GPS, à cause du même datum altimétrique, le géoïde d'EGM96. La même performance a été observée pour les deux MNTs avec les données regroupées en prenant en compte du décalage entre les deux géoïdes, sauf pour ASTER. Ces deux modèles surestiment les élévation, comme indiqué dans d'autres études (Athmania & Achour, 2014; Hu et al., 2017).

ASTER présente également des valeurs de RMS de l'ordre de celle déclarée officiellement (9 m) avec les données GPS et les regroupements des points de validation. La précision est un peu meilleure avec les données référencées au NMM. Ce résultat a été trouvé par d'autres auteurs (Athmania & Achour, 2014; Mukherjee et al., 2013; Suwandana, Kawamura, Sakuno, Kustiyanto, & Raharjo, 2012). L'effet des erreurs systématiques est important, la valeur de $ME$ est supérieure à 3 m pour tous les points de validation et ASTER sous-estime les élévations, comme indiqué dans de nombreuses études (Athmania & Achour, 2014; Hirt, Filmer, & Featherstone, 2010; Varga & Bašić, 2015). Aussi, comme dans des études précédentes, par exemple (Hu et al., 2017; Varga & Bašić, 2015), SRTM est globalement meilleur qu'ASTER et dans notre zone d'étude AW3D30 est encore meilleur que SRTM.

Tous les MNTs ont montré une sensibilité à l'occupation d sol dans la zone d'étude. Les classes « Roche nue » et « Désert de pierre » peuvent être assimilées au sol nu, les autres classes à des faibles couvertures végétales et il n'y a pas de données de validation dans les zones bâties selon la carte d'occupation de sol. L'influence de la végétation est supposée négligeable spécialement pour SRTM qui est basé sur l'interférométrie RADAR. Les variations de ME et RMS constatées

par classes d'occupation de sol pourraient être causées par la distribution aléatoire des différences d'altitudes et de la morphologie du terrain.

Tous les modèles nécessitent un remplissage de vide, sauf la version SRTM3 du CGIAR. Cette dernière pourra servir pour homogénéiser les autres modèles. Comme le calcul des effets de terrain sur la pesanteur nécessitent des MNTs homogènes et si la résolution de 90 m est suffisante pour une bonne précision, SRTM3 CGIAR serait la version la mieux adaptée au Niger.

AW3D30 et SRTM1 présentent des faibles écarts d'altitudes l'un par rapport à l'autre, par contre ASTER présente des écarts d'altitudes importants par rapport aux deux premiers modèles. AW3D30 et SRTM ont presque le même comportement, comparés à ASTER.

Le résultat de la comparaison entre les altitudes des stations gravimétriques et celles d'AW3D30 dans les zones situées au-dessus du 16$^{ème}$ parallèle et dans les zones accidentée est conforme à la spécification de la base de données (Rechenmann, 1969). Au contraire, les résultats ne sont pas cohérents dans les parties du Sud-Ouest et du Sud-Est du Niger, qui sont des zones à relief peu accusé et où le positionnement horizontal des stations gravimétriques était censé être plus précis. Selon la distribution des valeurs absolues de la différence de hauteurs entre les données de validation et AW3D30 ($|\Delta H| \leq 10$ m à 99,99%), les élévations de la base de données gravimétriques présentent des erreurs importantes dans ces zones. Par conséquent, les hauteurs de station de gravité avec des grandes différences des hauteurs peuvent être remplacées par celles du MNT dans ces zones.

## 4.4. Résultats de transformation des coordonnées des points GPS/Nivellement au Niger

### 4.4.1. Transformation des coordonnées

Les paramètres de translation $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$ au niveau du point 65 sont présentés dans le Tableau 4.33.

Tableau 4.33. Paramètres de translation en mètres au point 65

| | X | Y | Z |
|---|---|---|---|
| IGNN | 6205280,3000 | 339048,5300 | 1431688,2000 |
| JICA | 6205259,6597 | 339171,4629 | 1431651,2409 |
| $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$ | 20,6403 | -122,9329 | 36,9591 |

Les statistiques des coordonnées transformées et des nouvelles hauteurs de géoïdes sont présentées dans le Tableau 4.34.

### 4.4.2. Comparaison des variations locales des géoïdes géométriques avec EGM2008

La comparaison des nouvelles hauteurs de géoïde avec celle du géoïde d'EGM2008 au d/o 2190 est présentée dans la sous-section 4.2.1.2, Tableau 4.22, la moyenne et l'écart type des différences sont respectivement de 0,04 m et 0,15 m. Ces statistiques donnent un aperçu de la similitude entre ces deux modèles. Les statistiques des variations locales des géoïdes sont

présentées dans le Tableau 4.35. Le modèle géométrique avant la transformation de coordonnées présente des variations plus importantes par rapport aux deux autres modèles.

Tableau 4.34. Statistiques des coordonnées transformées pour tous les points et des ondulations de géoïde géométriques après transformation de coordonnées

| | MIN | MAX | $ME$ | $STD$ |
|---|---|---|---|---|
| $X_{Transf}$(m) | 6162065,49 | 6205280,30 | - | - |
| $Y_{Transf}$(m) | 186232,69 | 433219,66 | - | - |
| $Z_{Transf}$(m) | 1431688,20 | 1589099,05 | - | - |
| $\lambda_{Transf}$(°) | 1,7241 | 4,0091 | - | - |
| $\varphi_{Transf}$(°) | 13,0600 | 14,5258 | - | - |
| $h_{Transf}$(°) | 212,95 | 298,16 | 258,69 | 21,73 |
| $H$(m) | 191,07 | 275,69 | 237,09 | 21,89 |
| $N_{Transf}$(m) | 20,07 | 22,77 | 21,60 | 0,75 |

Tableau 4.35. Statistiques des variations locales des géoïdes

| MODELS | MIN | MAX | ME | VARIANCE | STD | RMS |
|---|---|---|---|---|---|---|
| JICA-IGNN | -3,2 | 0,19 | -1,19 | 0,82 | 0,91 | 1,49 |
| EGM2008 | -1,41 | 1,06 | -0,11 | 0,42 | 0,65 | 0,65 |
| Géoïde corrigé | -1,82 | 0,88 | -0,29 | 0,55 | 0,74 | 0,79 |

Les grilles de variations locales du géoïde pour EGM2008 et les coordonnées transformées sont présentées respectivement sur la Figure 4.17.

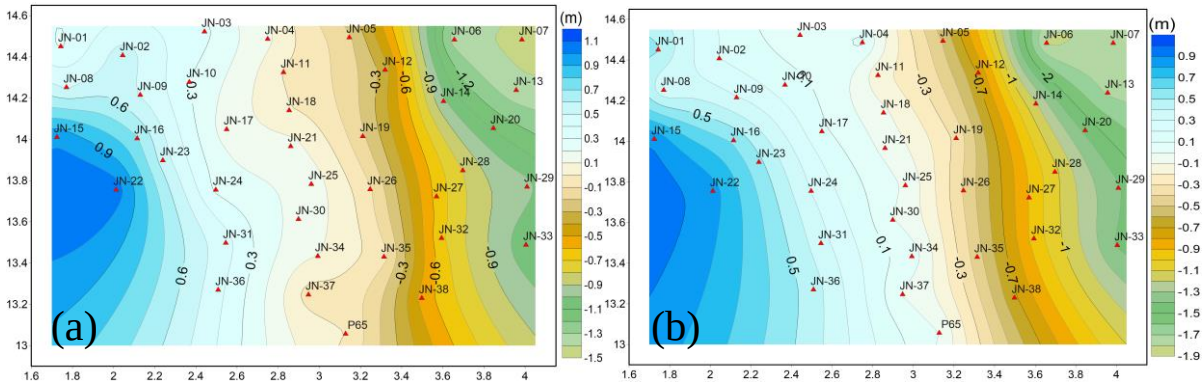


Figure 4.17. Variations locales du géoïde par rapport au point 65 : (a)- EM2008, (b) géoïde géométriques après transformation.

#### *4.4.2.1. Analyse visuelle*

La Figure 4.18 présente le graphe des variations des géoïdes relatifs, les valeurs sont triées par ordre croissant selon les variations EGM2008 au niveau des points GPS/nivellement. La superposition en 3D des géoïdes relatifs est présentée sur la Figure 4.19. Nous remarquons sur les deux figures que les variations du modèle avant transformation sont exagérées et opposées à celle d'EGM2008. Le modèle après transformation est semblable à celui d'EGM2008 même

si ce dernier apparait plus lisse et légèrement au-dessus du modèle géométrique. La transformation des coordonnées a restauré la tendance du géoïde géométrique.

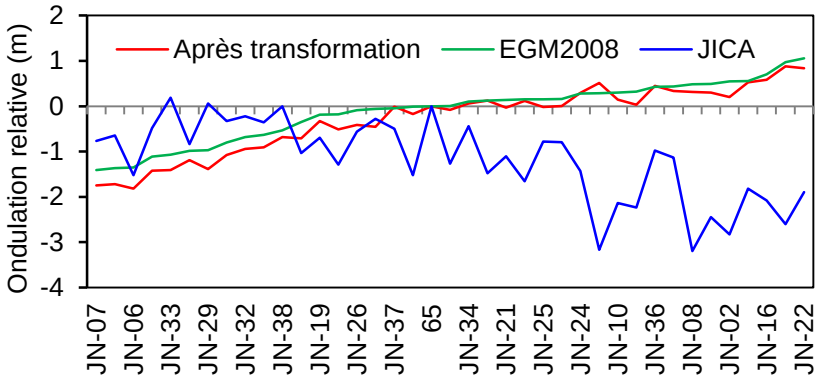


Figure 4.18. Variations locales par rapport au point 65 du géoïde géométrique après transformation.

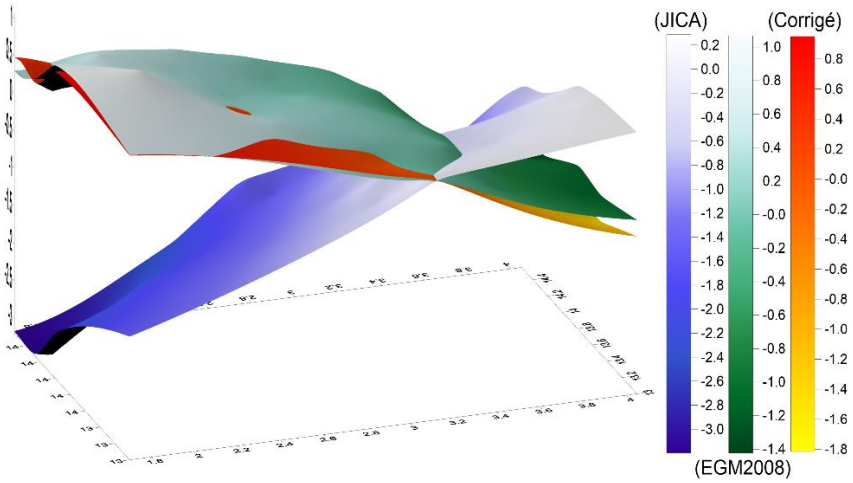


Figure 4.19. Superposition en 3D des géoïdes relatifs.

#### *4.4.2.2. Résultats des tests d'hypothèse*

##### *i. Test de normalité de Jarque-Bera Test*

Les résultats du test de normalité sont présentés dans le Tableau 4.36. Toutes les p_valeurs sont supérieures $\alpha$, l'hypothèse nulle est acceptée, le risque de la rejeter alors qu'elle est vraie est de 27.40%, 28.2% et 22% respectivement pour les modèle JICA-IGNN, EGM2008 et transformé. Le test confirme la distribution pour les trois géoïdes relatifs. Sur la Figure 4.20, les distributions cumulées empiriques sont proches des bissectrices.

Tableau 4.36. Résultats du test de normalité pour les valeurs de géoïdes relatifs

| Modèle | Valeur observée | Valeur critique | p_valeur (bilatéral) | Degré de liberté | $\alpha$ |
|---|---|---|---|---|---|
| JICA-IGNN | 2,589 | 5,991 | 0,274 | 2 | 5 % |
| EGM2008 | 2,532 | 5,991 | 0,282 | 2 | |
| Géoïde corrigé | 3,025 | 5,991 | 0,220 | 2 | |

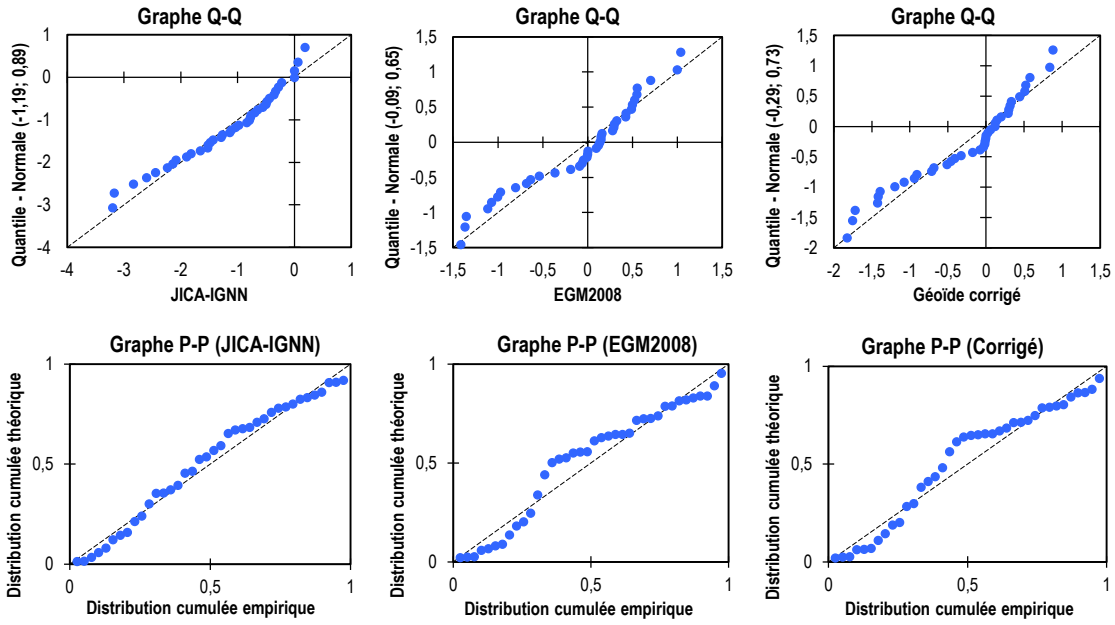


Figure 4.20. Graphes Quantile-Quantile et Probabilité-Probabilité pour les modèles

### *ii. Comparaison de deux variances par le F-Test de Fisher bilatéral*

Les résultats sont présentés dans le Tableau 4.37 et sur la Figure 4.21. L'hypothèse nulle $H_0$ est acceptée pour EGM2008 et le géoïde corrigé à $\alpha = 5\%$ et $\alpha = 10\%$ de niveaux significatifs, les p_valeurs sont supérieures $\alpha$. A $\alpha = 5\%$, l'hypothèse nulle $H_0$ est aussi acceptée pour EGM2008 et le géoïde avant transformation, mais la p_valeur est très proche de $\alpha$, 5,28% et à $\alpha = 10\%$ elle est rejetée. Donc nous avons fait le test d'égalité des moyennes uniquement pour EGM2008 et le géoïde corrigé.

Tableau 4.37. Résultats du F-Test pour la comparaison des variances à 5% et 10 % de niveau significatif

| Modèles | $s_1/s_2$ | Valeur observée | Valeur critique | p_valeur (bilatéral) | $\alpha$ | Degré de liberté |
|---|---|---|---|---|---|---|
| EGM2008 vs JICA-IGNN | 1,892 | 1,892 | 1,907 | 0,0528 | 5% | (38 , 38) |
| EGM2008 vs Géoïde corrigé | 1,279 | 1,279 | 1,907 | 0,452 | | |
| EGM2008 vs JICA-IGNN | 1,892 | 1,892 | 1,717 | 0,0528 | 10% | |
| EGM2008 vs Géoïde corrigé | 1,279 | 1,279 | 1,717 | 0,452 | | |

### *iii. Test bilatéral de comparaison des moyennes par le T-Test de Student*

Les résultats du test sont : différence $m_1 - m_2 = -0{,}202$, Valeur observée $t_{obs} = 1{,}268$, Valeur critique $|t|_{crit} = 1{,}268$, $p\_valeur = 0{,}209 > \alpha$. L'hypothèse nulle $H_0$ est acceptée. La distribution de Student est présentée sur la Figure 4.22. Le T-Test de Student confirme l'égalité des moyennes entre EGM2008 et le géoïde corrigé.

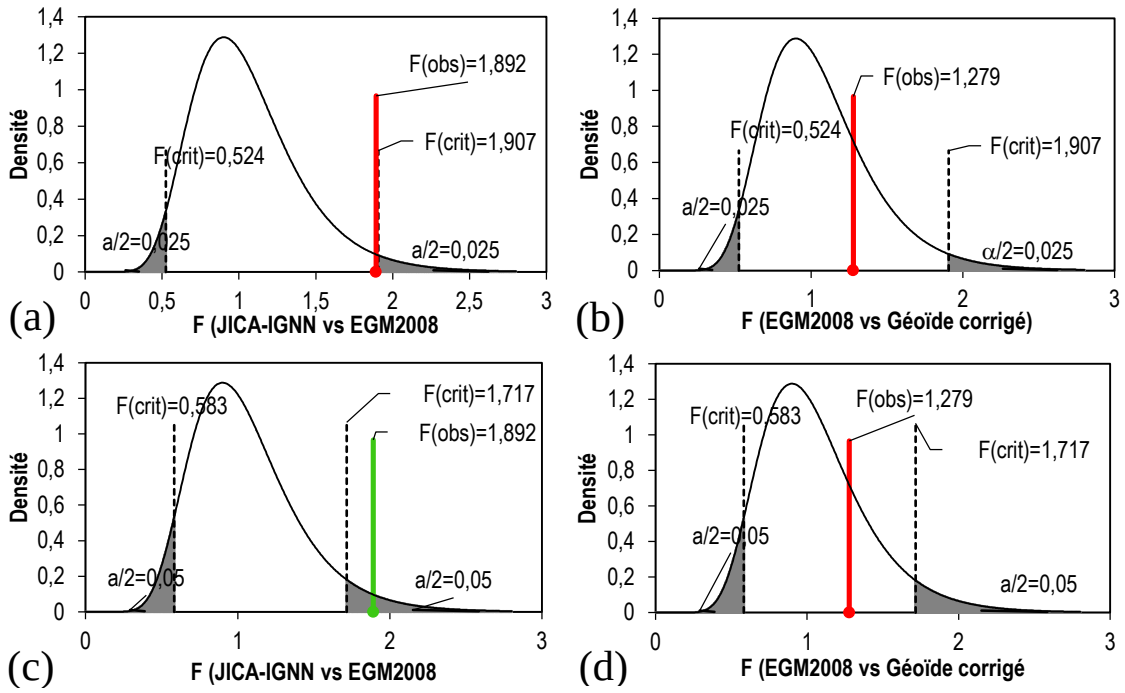


Figure 4.21. Test de Fisher-Snedecor aux niveaux significatif de 5% (a) et (b) ; 10 % (c) et (d).

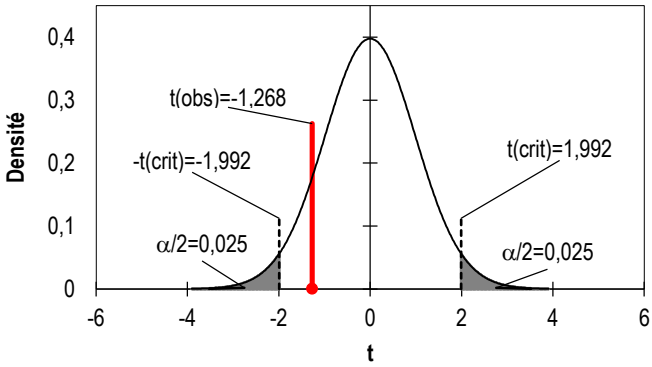


Figure 4.22. Test de Student bilatéral, niveau significatif de 5%

## Conclusion

Dans la section 4.1, nous avons présenté les résultats du traitement et de la validation des données de mesures gravimétriques continentales. Après les vérifications préliminaires 8393 et 1783 stations ont été retenues des données du BGI et celles provenant du rapport technique d'ORSTOM. La fusion des deux sources a donné 9737 stations. Les valeurs des anomalies à l'air libre et de Bouguer simples ont été recalculées dans le système de référence GRS80. Après la validation croisée, nous avons retenu 9571 stations. L'espacement moyen des points est de 0,144° avec une densité de 48 points au degré carré. La validation croisée des points anomalies de Bouguer simple a permis d'éliminer 224 (1,25%) sur un total de 17871 points digitalisés. Les valeurs des 17647 points restants ont été converties dans GRS80 puis fusionnées avec les deux autres sources. En fin de compte nous avons 23469 points d'anomalie de Bouguer simple dans la zone d'étude, avec une densité de 118 points au degré carré et un espacement moyen de 0,092° entre les points. Nous avons encore de larges zones dépourvues de données

gravimétriques, d'où la nécessité de les remplir avec celles provenant des GGMs de hautes résolution.

Les résultats de l'évaluation des GGMs combinés ont montré une sensibilité des anomalies de pesanteur aux très courtes longueurs d'onde modélisées par le RTM. Comme il est attendu, il y a une amélioration de la connaissance du champ de pesanteur par la mission GOCE dans les grandes et moyennes longueurs d'onde. Le modèle combiné EIGEN-6C4 a montré une meilleure performance et a été retenu pour le rehaussement spectral des GGMs « satellite pur » et pour la densification de la base de données. Le modèle « satellite pur » GOCE DIR5 a présenté des petits écarts par rapport aux données gravimétriques continentales et les points GPS/Nivellement, au d/o 200 en termes de RMS. Il a été retenu pour les le calcul des composantes grandes et moyennes longueurs d'onde du géoïde.

Dans la section 4.3, nous avons présenté les résultats de l'évaluation des MNTs globaux : ASTER GDEM version 2, AWD3D30 et les versions de 1 et 3 arc-secondes de SRTM. D'après les résultats de l'exploration des MNTs, que seule la version SRTM 90 m du CGIAR ne contient pas de pixels vides, elle a été évaluée avec les versions de 30 m. La précision verticale, en comparaison avec des données de contrôles au sol essentiellement issues des observations DGPS est de 9,2 m, 1,6 m, 2,9 m et 2,7 m pour ASTER, AW3D30, SRTM1 et SRTM3 respectivement en termes de RMS. AWD3D30 est le plus précis, ensuite les modèles SRTM, ASTER est le moins précis. La précision de tous les MNTs dépend du type d'occupation de sol dans la zone d'étude. SRTM et AW3D30 ont présentés des écarts faibles l'un par rapport l'autre. SRTM 90 m - CGIAR est approprié pour le calcul des effets de terrain si la résolution est suffisante. A travers la comparaison avec AW3D30, nous avons montré les élévations des stations gravimétriques sont conformes à la spécification de la base de données dans la partie Nord du Niger, le contraire est observé dans les parties Sud-Ouest et Sud-Est

Dans la dernière section, nous avons présenté les résultats de la transformation des coordonnées des points GPS/nivellement vers le système WGS84 au Niger. La différence entre les hauteurs de géoïde d'EGM2008 et celles du géoïde géométrique issu des coordonnées transformées a donné une valeur RMS de 16 cm. L'analyse des variations locales des hauteurs de géoïde par rapport au point fondamental à travers les statistiques basiques, les courbes de tendance et la superposition des surfaces 3D a montré que le géoïde transformé et EGM2008 ont la même tendance. Au contraire, les variations du géoïde géométrique libéré par la JICA-IGNN sont inversées et exagérées. Le test Jarque-Bera a confirmé que les variations locales des géoïdes suivent les distributions normales au niveau de significatif $\alpha = 5\%$. Par le F-test de Fisher, l'égalité des variances entre le géoïde EGM2008 et le modèle géométrique JICA-IGNN a été rejetée à un niveau de significatif $\alpha = 10\%$. Le même test a confirmé l'égalité des variances entre le géoïde d'EGM2008 et le modèle transformé aux niveaux significatifs $\alpha = 5\%$ et $\alpha = 10\%$. Le T-test de Student bilatéral au niveau de significatif $\alpha = 5\%$ a confirmé également l'égalité des moyennes entre EGM2008 et le géoïde transformé. La transformation des coordonnées a restauré les vraies variations locales du modèle géométrique de géoïde. Les points de nivellement/GPS transformés peuvent être utilisés pour l'évaluation locale des GGMs et du géoïde gravimétrique.

# PARTIE III – LE GEOIDE GRAVIMETRIQUE DU NIGER : VALIDATION, INTERPRETATION ET APPLICATION AU NIVELLEMENT PAR GNSS

# CHAPITRE 5. RESULTATS DU CALCUL DU MODELE DE GEOIDE

## Introduction

Dans ce chapitre, nous exposons les résultats du calcul du géoïde gravimétrique à travers l'approche du quasigéoïde par le modelé de terrain résiduel (RTM). Dans la première section, sont présentés les résultats du calcul des effets de terrain selon RTM. La section suivante présente les contributions des modèles géopotentiels aux anomalies de pesanteurs et au géoïde. Ensuite nous avons présenté les résultats des trois phases du calcul de géoïde : Retrait et interpolation des anomalies résiduelles, calcul du quasigéoïde résiduel et restauration des contributions du GGM et de la topographie. Enfin, le géoïde gravimétrique est présenté.

## 5.1. Effets de terrains selon RTM : résultats des calculs

### 5.1.1. Surfaces topographiques de références et des MNTs dégradés

Les Figure 5.1(a) et Figure 5.1(b) montrent la surface de référence correspondant à ~100 km d'échelle spatiale ou d/o 200 calculée à partir du filtre passe-bas et sa différence avec celle dérivée du modèle des harmoniques sphériques de la topographie, respectivement. Les Figure 5.1(c) et Figure 5.1(d) montrent les résultats équivalents pour l'échelle spatiale de ~9 km ou d/o 2190. Il est évident que la surface correspondant à d/o 200 est plus lisse. Le Tableau 5.1 indique les statistiques descriptives des surfaces de références et leurs différences.

Tableau 5.1. Statistiques descriptives des grilles des surfaces topographiques de référence et de leurs différences. FPB = Filtre passe-bas. HS = Harmoniques sphériques

| d/o | Méthode | Min | Max | ME | STD | RMS |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 200 | FPB | 123,951 | 1799,25 | 494,52 | 250,08 | 554,16 |
| | HS | 48,78 | 1725,67 | 482,72 | 250,63 | 543,90 |
| | FPB - HS | -183,97 | 249,97 | 11,80 | 35,28 | 37,20 |
| 2190 | FPB | 71,50 | 2614,70 | 495,08 | 264,93 | 561,51 |
| | HS | 49,72 | 2525,61 | 482,93 | 257,45 | 547,27 |
| | FPB - HS | -136,45 | 258,60 | 12,16 | 15,47 | 19,68 |

Les valeurs absolues des différences dépassent 200 m, avec RMS de 37,20 m et 19,68 m respectivement pour d/o 200 et 2 190. Sur la Figure 5.1(e) (cf. Profil A-B, Figure 5.1(a)), la méthode d'harmonique sphérique donne plus de détails spectraux pour d/o 200. Les profils C-D et E-F (cf. Figure 5.1(c)) sont situés dans des zones de basses altitudes et accidentées, respectivement. Sur les Figure 5.1(f) et Figure 5.1(g), la solution de filtre passe-bas présente plus de détails spectraux pour d/o 2190. Il y a aussi des décalages horizontaux entre les surfaces moyennes d'élévation. Pour mieux construire les élévations de RTM en tenant compte des caractéristiques locales du terrain, nous avons considéré les surfaces de référence déterminées par le passe-bas du filtre.

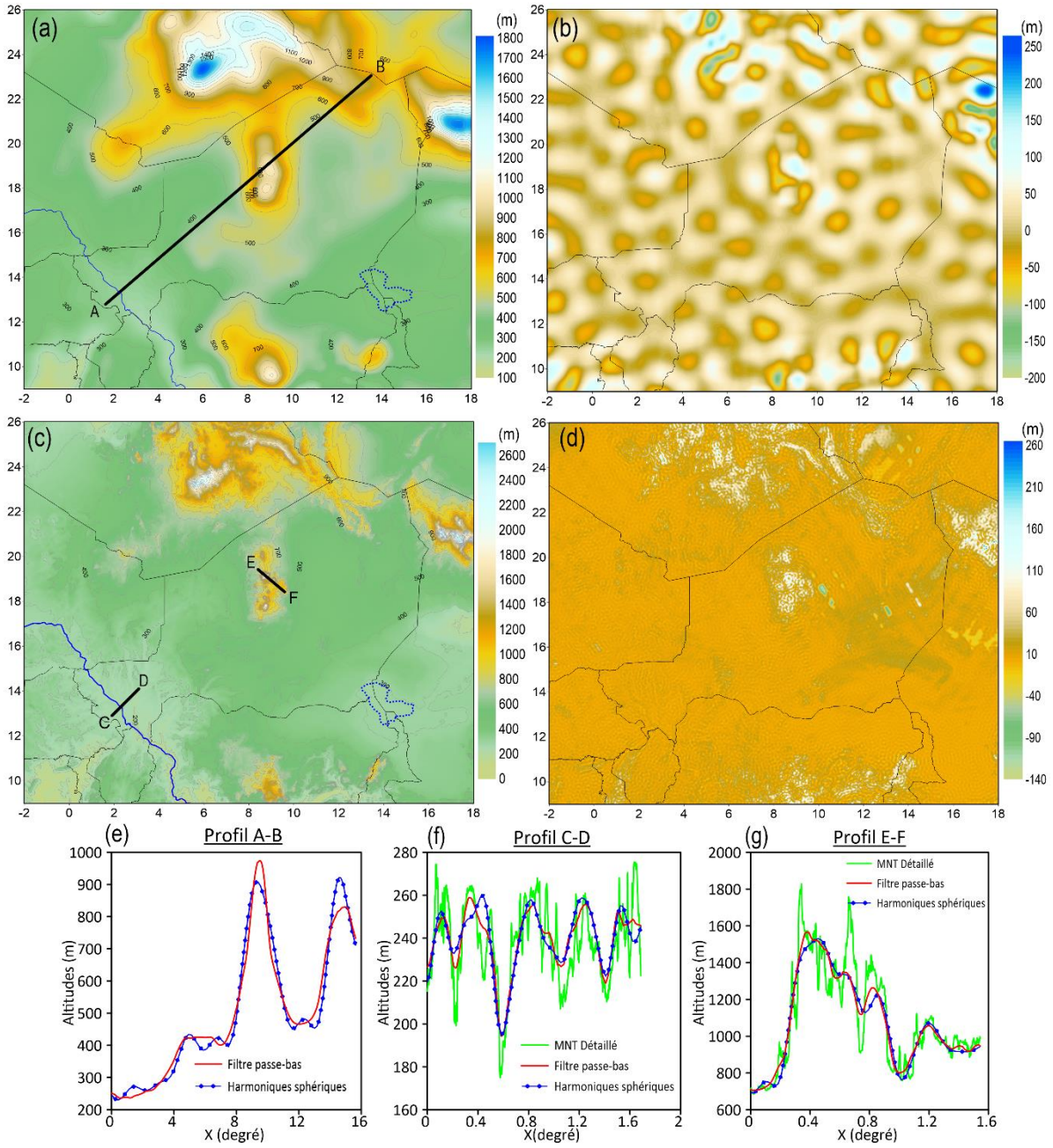


Figure 5.1. Surfaces de références à partir du filtre passe-bas et leurs différences avec celles déterminées par harmoniques sphériques de la topographie en mètres : (a) d/o 200 ; (b) Différence pour d/o 200 ; (c) d/o 2190 ; (d) Différence pour d/o 2190 ; (e) Profil A-B ; (f) Profil C-D ; (g) Profil E-F.

## 5.1.2. Choix des rayons d'intégration

### *5.1.2.1. Choix de $R_2$*

La contribution du RTM au quasigéoïde (effet indirect) et les corrections de terrain comme fonction de rayon d'intégration $R_2$ sont présentées dans les Figure 5.2(a) et Figure 5.2(c) pour les points de test situés dans la région basse et la zone montagneuse respectivement. Les valeurs sont plus importantes dans le rayon de 60 km autour des points de test. Les valeurs oscillantes

du RTM et des élévations réelles reflètent les deux types de reliefs. Elles se propagent dans les effets indirects et les corrections classiques de terrain. Les amplitudes sont de 3-5 mm et 0,01-0,02 mgal à des longueurs d'onde de 15-20 km dans la région basse (Figure 5.2**(**a)). A 0,02 mgal et 3 mm près, les valeurs sont stables au-delà de $R_2 = 100\ km$. En zone montagneuse, les amplitudes sont de 1-5 cm et 0,5 mGal à des longueurs d'onde de 15-20 km (Figure 5.2(c)), les valeurs sont stables au-delà de $R_2 = 190\ km$**.**

### *5.1.2.2. Choix de $R_1$*

Avec 55 km comme valeur de référence, l'influence de $R_1$ est négligeable sur les anomalies de hauteur du RTM et les corrections de terrain au point de test dans la région basse (Figure 5.2(b)). En zone montagneuse (Figure 5.2(d)), à $R_1 = 5\ km$, la valeur des différences est de 0,035 mGal et de 5 mm respectivement pour les effets indirects et les corrections de terrain. $R_1 = 10\ km$ est suffisant pour 0,01 mGal et 2 mm de précision. Les régions de faibles variations de relief prédominent au Niger, $R_1 = 10\ km$ et $R_2 = 200\ km$ sont largement suffisant pour une bonne précision des effets de terrain. Ces valeurs seront utilisées pour tous mes calculs.

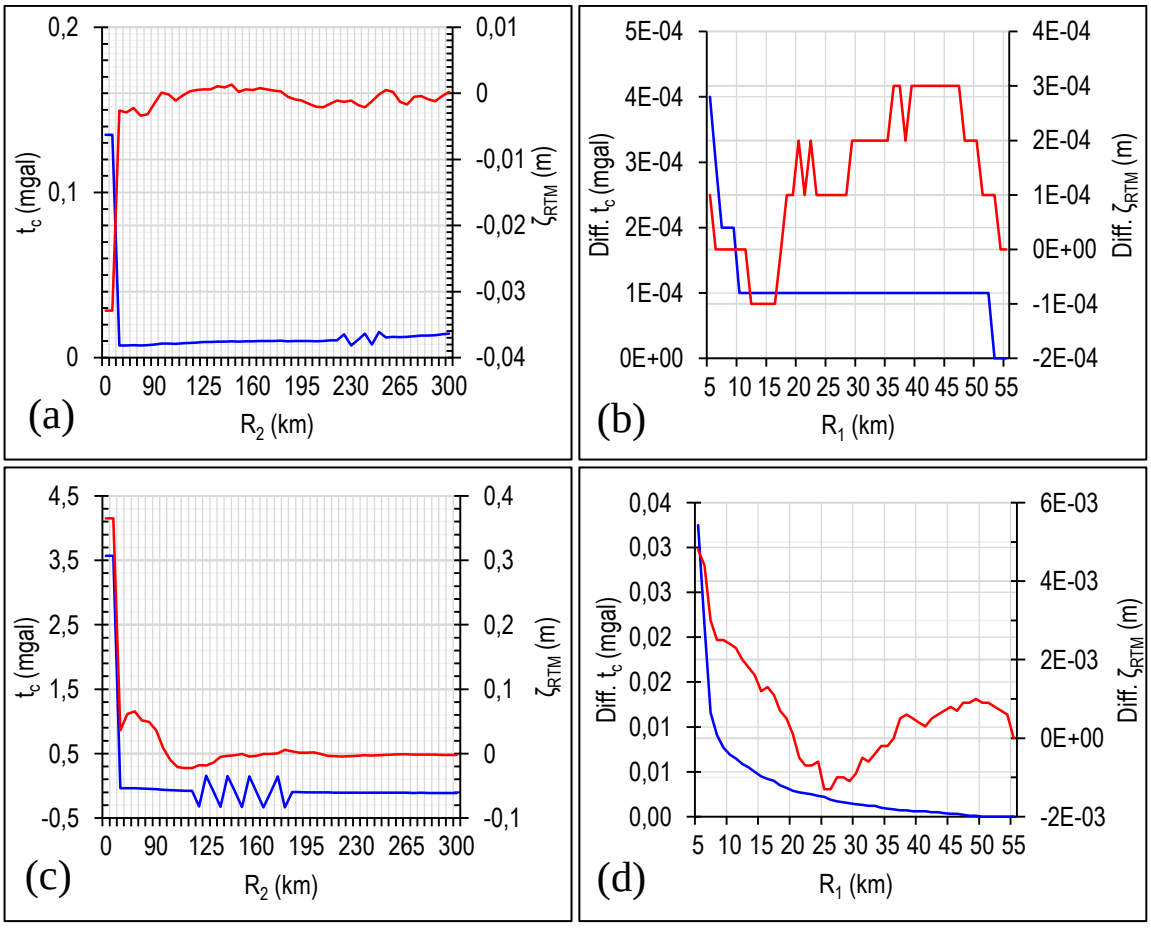


Figure 5.2. Anomalies d'altitude du RTM et corrections classiques de terrain en fonction du rayon intégration $R_2$ pour $R_1 = 15\ km$: (a) région basse, (c) Zone montagneuse. Différences des effets RTM et des corrections de terrain en fonction du rayon d'intégration $R_1$ pour $R_2 = 200\ km$ : (b) région basse, (d) Zone montagneuse. Ligne bleue = corrections de terrain. Ligne rouge = effet indirect.

## 5.1.3. Choix de la résolution des MNT

Les statistiques descriptives des effets du terrain et leurs différences par résolution spatiale sont indiquées respectivement dans les Tableau 5.2, Tableau 5.3 et Tableau 5.4 pour les corrections de terrain, l'effet direct et l'effet indirect. Les quantités sont plus importantes dans la région montagneuse. Les écarts (plages de valeurs, $ME$, $STD$ et $RMS$) augmentent lorsque la résolution devient plus faible pour les deux zones de test.

### *5.1.3.1. Corrections de terrain*

Dans la zone de basses altitudes (Fleuve Niger), les valeurs absolues des différences sont de l'ordre de 0,2 mgal (Tableau 5.2), les basses-résolutions sont suffisantes pour avoir une bonne précision. Dans la zone montagneuse (Aïr), la RMS des différences varie de 0,26 à 1,61 mgal, la résolution de 3 arc-secondes présente la plus petite plage de valeurs de différences (-1,78 à 2,67 mgal).

Tableau 5.2. Statistiques des corrections classiques de terrain et de leurs différences en mgal par résolution spatiale

| | **Fleuve Niger** | | | | | **Aïr** | | | | | **Nb.** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Min** | **Max** | ***ME*** | ***STD*** | ***RMS*** | **Min** | **Max** | ***ME*** | ***STD*** | ***RMS*** | |
| $X_{1S}$ | 0,00 | 0,32 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,00 | 19,19 | 1,48 | 2,13 | 2,59 | 1681 |
| $X_{3S}$ | 0,00 | 0,33 | 0,05 | 0,05 | 0,07 | 0,00 | 20,97 | 1,47 | 2,18 | 2,62 | |
| $X_{7,5S}$ | 0,00 | 0,38 | 0,03 | 0,06 | 0,07 | -0,36 | 17,27 | 1,25 | 1,91 | 2,28 | |
| $X_{15S}$ | 0,00 | 0,30 | 0,03 | 0,06 | 0,07 | -0,36 | 15,86 | 1,07 | 1,62 | 1,94 | |
| $X_{30S}$ | 0,00 | 0,32 | 0,03 | 0,06 | 0,07 | -0,37 | 18,22 | 1,00 | 1,72 | 1,99 | |
| $X_{60S}$ | 0,00 | 0,23 | 0,02 | 0,06 | 0,06 | -0,37 | 11,60 | 0,77 | 1,11 | 1,35 | |
| $\Delta X_{3S}$ | -0,06 | 0,06 | 0,00 | 0,01 | 0,01 | -1,78 | 2,67 | 0,01 | 0,26 | 0,26 | |
| $\Delta X_{7,5S}$ | -0,05 | 0,18 | 0,01 | 0,01 | 0,02 | -2,90 | 7,56 | 0,21 | 0,58 | 0,62 | |
| $\Delta X_{15S}$ | -0,02 | 0,21 | 0,01 | 0,02 | 0,02 | -8,52 | 10,88 | 0,39 | 1,05 | 1,12 | |
| $\Delta X_{30S}$ | -0,08 | 0,15 | 0,01 | 0,02 | 0,02 | -5,80 | 12,83 | 0,46 | 1,32 | 1,40 | |
| $\Delta X_{60S}$ | -0,07 | 0,21 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | -0,78 | 14,48 | 0,69 | 1,45 | 1,61 | |

### *5.1.3.2. Effet direct*

Dans la zone du Fleuve Niger, la $RMS$ des différences pour l'effet direct varie de 0,08 à 0,83 mGal et le biais est négligeable (Tableau 5.3). Dans la zone de l'Aïr, les valeurs varient de 0,39 à 5,70 mgal et -0,58 à 0,01 mgal respectivement pour RMS et la moyenne. La résolution de 3 arcs-secondes a montré les plus petites valeurs de différence dans les deux zones d'essai. Les différences dépassent 10 mgal pour les résolutions plus faibles dans la zone montagneuse.

### *5.1.3.3. Effet indirect*

Pour l'effet indirect, les valeurs de RMS et moyenne des différences ne dépassent pas 1 mm pour toutes les résolutions dans la région du fleuve Niger. Dans la zone de l'Aïr, au cm près, les statistiques sont les mêmes pour toutes les résolutions, les valeurs absolues des différences ne dépassent pas 5 cm, les valeurs RMS varient de 3 à 10 mm.

Tableau 5.3. Statistiques des effets directs et de leurs différences en mgal par résolution spatiale

| | **Fleuve Niger** | | | | | **Aïr** | | | | | **Nb.** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Min** | **Max** | ***ME*** | ***STD*** | ***RMS*** | **Min** | **Max** | ***ME*** | ***STD*** | ***RMS*** | |
| $X_{1S}$ | -7,05 | 4,04 | -0,3 | 2,58 | 2,6 | -24,59 | 96,93 | 4,04 | 23,81 | 24,14 | 1681 |
| $X_{3S}$ | -7,05 | 4,07 | -0,29 | 2,57 | 2,59 | -24,73 | 96,69 | 4,03 | 23,8 | 24,13 | |
| $X_{7,5S}$ | -7,06 | 4,07 | -0,29 | 2,56 | 2,58 | -25,31 | 95,92 | 4,19 | 23,95 | 24,31 | |
| $X_{15S}$ | -6,94 | 4,18 | -0,29 | 2,54 | 2,55 | -24,21 | 94,79 | 4,4 | 23,95 | 24,34 | |
| $X_{30S}$ | -6,89 | 4,18 | -0,34 | 2,52 | 2,55 | -29,13 | 92,01 | 4,43 | 24,19 | 24,59 | |
| $X_{60S}$ | -6,82 | 4,07 | -0,33 | 2,45 | 2,47 | -28,66 | 86,98 | 4,62 | 24,02 | 24,45 | |
| $\Delta X_{3S}$ | -0,39 | 0,29 | -0,01 | 0,08 | 0,08 | -2,05 | 4,64 | 0,01 | 0,39 | 0,39 | |
| $\Delta X_{7,5S}$ | -0,98 | 1,24 | -0,01 | 0,23 | 0,23 | -19,62 | 11,05 | -0,15 | 1,98 | 1,98 | |
| $\Delta X_{15S}$ | -1,32 | 1,7 | -0,01 | 0,29 | 0,29 | -25,79 | 12,93 | -0,36 | 2,77 | 2,80 | |
| $\Delta X_{30S}$ | -3,68 | 4,91 | 0,04 | 0,71 | 0,71 | -28,04 | 34,72 | -0,39 | 4,98 | 5,00 | |
| $\Delta X_{60S}$ | -3,98 | 6,68 | 0,03 | 0,83 | 0,83 | -35,50 | 38,26 | -0,58 | 5,67 | 5,70 | |

Tableau 5.4. Statistiques des effets indirects et de leurs différences en m par résolution spatiale

| | **Fleuve Niger** | | | | | **Aïr** | | | | | **Nb.** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Min** | **Max** | ***ME*** | ***STD*** | ***RMS*** | **Min** | **Max** | ***ME*** | ***STD*** | ***RMS*** | |
| $X_{1S}$ | -0,061 | 0,017 | -0,017 | 0,021 | 0,027 | -0,058 | 1,233 | 0,317 | 0,287 | 0,427 | 1681 |
| $X_{3S}$ | -0,061 | 0,017 | -0,018 | 0,021 | 0,027 | -0,057 | 1,233 | 0,319 | 0,286 | 0,428 | |
| $X_{7,5S}$ | -0,061 | 0,017 | -0,018 | 0,021 | 0,027 | -0,059 | 1,232 | 0,316 | 0,287 | 0,427 | |
| $X_{15S}$ | -0,061 | 0,017 | -0,018 | 0,021 | 0,027 | -0,061 | 1,229 | 0,316 | 0,287 | 0,427 | |
| $X_{30S}$ | -0,062 | 0,016 | -0,018 | 0,021 | 0,027 | -0,056 | 1,230 | 0,317 | 0,286 | 0,427 | |
| $X_{60S}$ | -0,061 | 0,016 | -0,018 | 0,021 | 0,027 | -0,058 | 1,225 | 0,316 | 0,286 | 0,427 | |
| $\Delta X_{3S}$ | 0,00 | 0,001 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | -0,012 | 0,006 | -0,002 | 0,003 | 0,004 | |
| $\Delta X_{7,5S}$ | -0,001 | 0,001 | 0,00 | 0,00 | 0,000 | -0,016 | 0,014 | 0,001 | 0,003 | 0,003 | |
| $\Delta X_{15S}$ | -0,001 | 0,002 | 0,00 | 0,00 | 0,001 | -0,034 | 0,046 | 0,001 | 0,008 | 0,008 | |
| $\Delta X_{30S}$ | -0,004 | 0,004 | 0,001 | 0,001 | 0,001 | -0,044 | 0,049 | 0,00 | 0,010 | 0,010 | |
| $\Delta X_{60S}$ | -0,003 | 0,008 | 0,001 | 0,001 | 0,001 | -0,030 | 0,052 | 0,001 | 0,005 | 0,005 | |

Avec 1 arc-seconde comme référence et des résolutions variant 3 à 60 arc-secondes, la précision attendue par RMS est de 0,08 à 0,83 mgal pour l'effet direct et 0,01 à 0,03 mgal pour les corrections de terrain, dans la zone de faible altitude. L'influence des résolutions GDEM sur l'effet indirect est négligeable dans cette zone. Dans la zone montagneuse, l'amélioration attendue est de l'ordre de 10 mm (valeur absolue maximale) même avec 3 arc-secondes de résolution. Dans la même zone, les précisions sont de 0,39 à 5,70 mgal pour l'effet direct et de 0,26 à 1.61 mgal pour les corrections de terrain. Dans toute la zone d'étude, la résolution de 3 arcs-secondes est suffisante pour avoir de bonnes précisions.

### 5.1.4. Grilles des effets de terrain

Les statistiques des effets de terrain aux nœuds de grille sont présentées dans le Tableau 5.5, les valeurs de point ont été converties en grilles raster de même résolution, 1,5 arc-minute.

L'effet indirect est présenté pour la zone d'étude. Les effets de RTM sont plus importants pour la surface topographique de référence de ~100 km d'échelle spatiale. L'amplitude des contributions de RTM au quasigéoïde (effets indirects) n'atteint pas 10 cm avec la surface topographique de référence de ~9 km. Les valeurs atteignent 1,7 m pour l'échelle spatiale de ~100 km. L'effet direct varie de -67,36 à 48,46 mgal et de -75,23 à 155,75 mgal respectivement pour les échelles spatiales de ~9 km et ~100 km. Les corrections de terrain ne dépassent pas 30 mgal.

Tableau 5.5. Statistiques des grilles des effets de terrain

| d/o | Quantités | Min | Max | *ME* | *STD* | Nb. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | SRTM3(m) | 111 | 2965 | 487,29 | 239,96 | |
| | $t_c$ (mgal) | 0,00 | 28,51 | 0,14 | 0,49 | 433321 |
| 200 | $\Delta g_{RTM}$ (mgal) | -75,23 | 155,75 | -0,40 | 5,95 | |
| | $\zeta_{RTM}$ (m) | -0,347 | 1,668 | -0.002 | 0,11 | 333961 |
| 2190 | $\Delta g_{RTM}$ (mgal) | -67,36 | 48,46 | -0,35 | 2,26 | 433321 |
| | $\zeta_{RTM}$ (m) | -0,059 | 0,072 | 0,00 | 0,003 | 333961 |

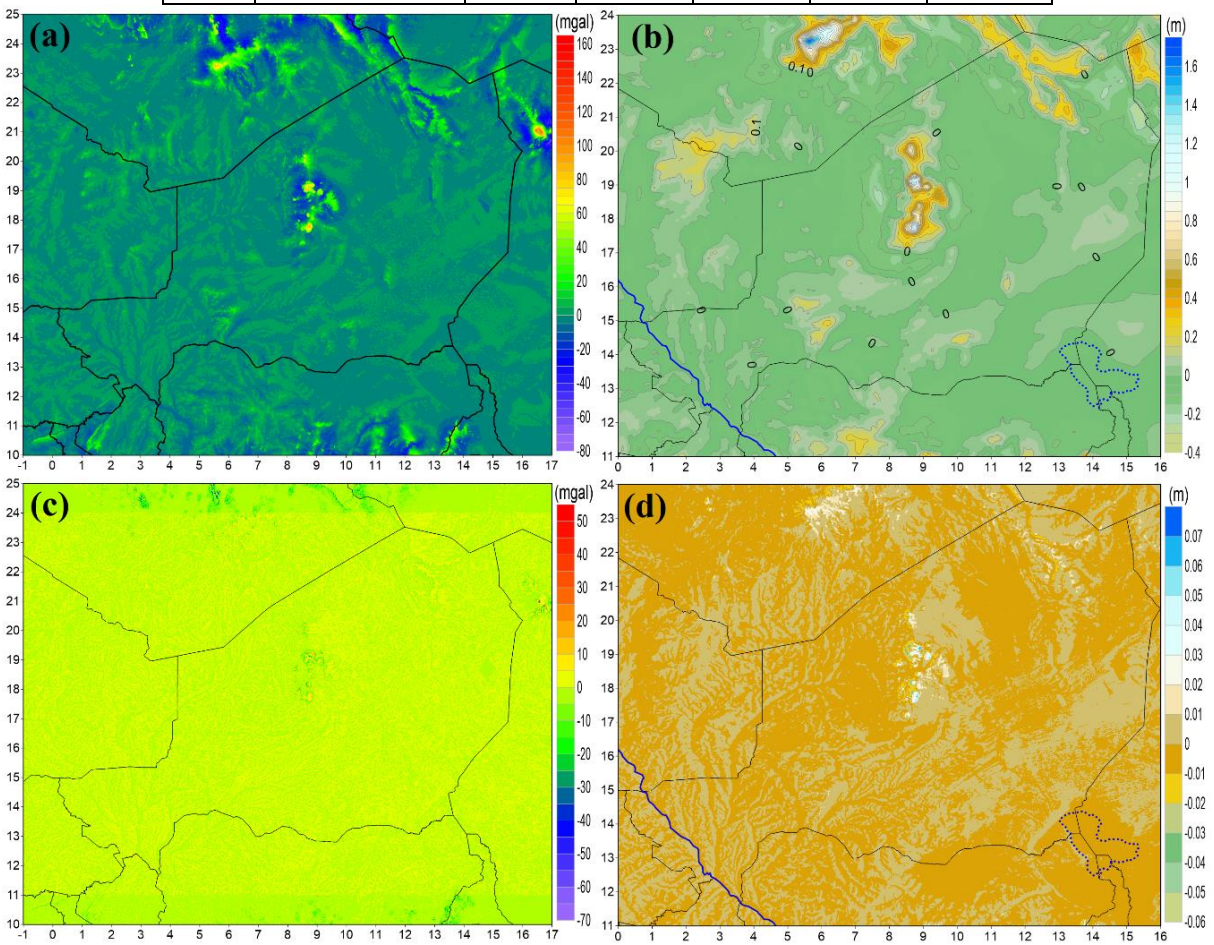


Figure 5.3. Effets RTM: (a) Effet direct et (b) Effet indirect (Zone d'étude) pour d/o 200. (c) Effet direct et (d) Effet indirect (Zone d'étude) pour d/o 2190.

Les Figure 5.3(a) et Figure 5.3(b) montrent les cartes de grille des effets directs et indirects respectivement pour ~100 km d'échelle spatiale, celles correspondant à ~9 km d'échelle spatiale

sont présentées dans les Figure 5.3(c) et Figure 5.3(d). Les effets de RTM et les corrections de terrain (voir Figure 5.4) sont globalement faibles et en corrélation avec les gradients topographiques. Les valeurs relativement importantes sont exposées dans: Hoggar (Algérie), Aïr (Centre Nord Niger), Tibesti (Tchad), Plateau de Jos (Nigéria) et Adamaoua (Cameroun).

Tableau 5.6. Statistiques des grilles des effets de terrain au Niger.

| d/o | Quantités | Min | Max | *ME* | *STD* | Nb. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $t_c$ (mgal) | 0,00 | 28,51 | 0,11 | 0,39 | 161247 |
| 200 | $\Delta g_{RTM}$ (mgal) | -24,73 | 96,69 | -0,17 | 4,85 | |
| | $\zeta_{RTM}$ (m) | -0,280 | 1,256 | -0,017 | 0,097 | |
| 2190 | $\Delta g_{RTM}$ (mgal) | -53,92 | 46,51 | -0,08 | 1,75 | |
| | $\zeta_{RTM}$ (m) | -0,0589 | 0,0722 | -0,0002 | 0,0032 | |

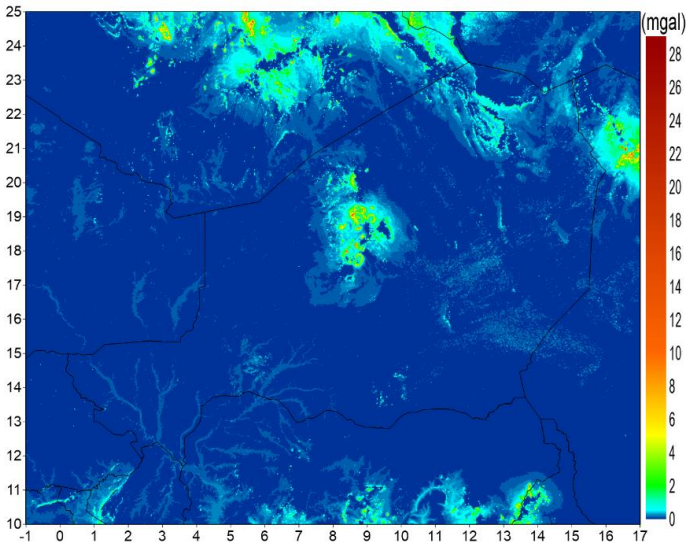


Figure 5.4. Corrections classiques de terrain.

Les grilles sont découpées au-dessus du Niger, les statistiques et les histogrammes sont présentés respectivement dans le Tableau 5.6 et la Figure 5.5. Pour le d/o 2190, 98,44% des effets indirects sont inférieurs à 1 cm et 98,2% des effets directs sont inférieurs à 5 mgal. Pour les d/o 200, 85,87% des effets indirects sont inférieurs à 10 cm, et 12,75% varient de 10 à 30 cm, 89,77% des effets directs sont inférieurs à 5 mgal et 6,66% varient de 5 à 10 mgal. 98,77% des corrections de terrain sont inférieures à 1 mgal, 1,105% varient de 1 à 5 mgal au Niger. Ces résultats confirment les faibles variations du relief au Niger, ayant conduit à la non prise en compte des corrections de terrain dans les cartes d'anomalies de Bouguer (Rechenmann, 1969).

### 5.1.5. Effets de terrains au niveau des stations gravimétriques et études des effets des écarts d'altitudes

Les statistiques descriptives des corrections classiques et des effets RTM pour les deux bases de données gravimétriques et leurs différences sont présentées dans le Tableau 5.7. Les effets RTM correspondent à la surface de référence de ~100 km.

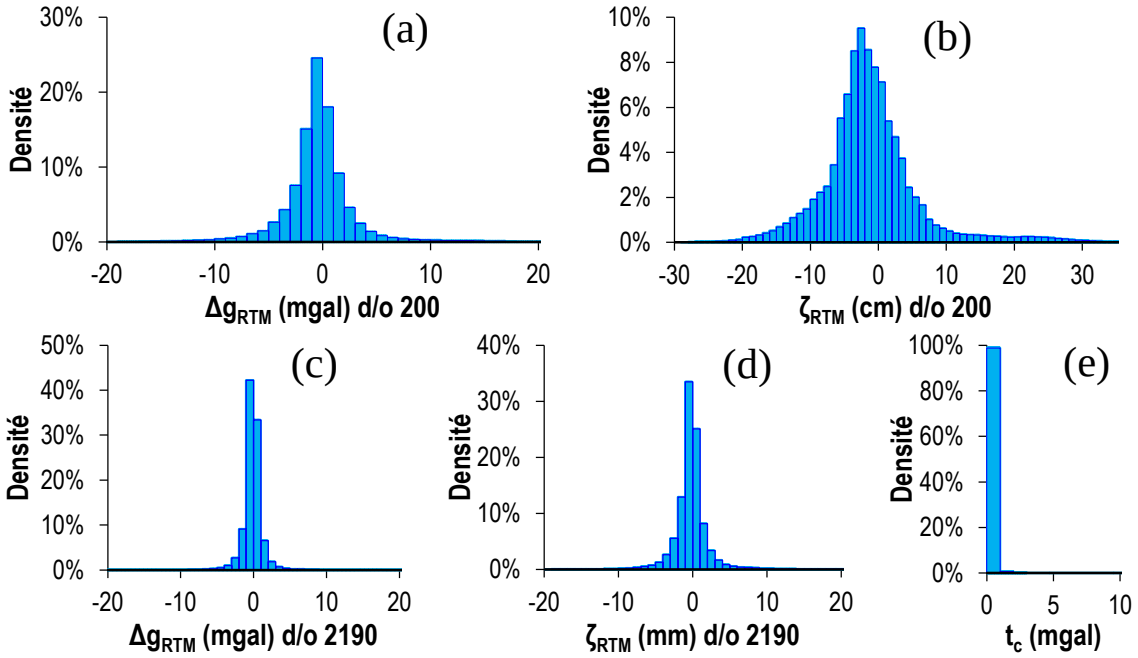


Figure 5.5. Distribution des effets de terrain au Niger: (a) Effet direct et (b) Effet indirect pour d/o 200 ; (c) Effet direct et (d) Effet indirect pour d/o 2190 ; (e) Corrections classique de terrain.

Tableau 5.7. Statistiques des effets de terrain et des différences pour les bases de données originale et alternative.

| | **Quantités** | **Min** | **Max** | ***ME*** | ***STD*** | ***RMS*** | **Nb.** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Base de données originale | $H_{Station}$ (m) | 143,00 | 1996,00 | 425,02 | 143,10 | 448,46 | 10176 |
| | $\Delta g_{RTM}$ (mgal) | -37,00 | 25,29 | -1,51 | 3,38 | 3,70 | |
| | $t_c$ (mgal) | 0,00 | 14,53 | 0,23 | 0,59 | 0,63 | |
| | $\zeta_{RTM}$ (m) | -0,306 | 1,473 | -0,014 | 0,068 | 0,069 | |
| Base de données Alternative | $H_{SRTM}$ (m) | 146,00 | 2102,00 | 428,91 | 141,99 | 451,80 | |
| | $t_c$ (mgal) | 0,00 | 3,94 | 0,08 | 0,14 | 0,16 | |
| | $\Delta g_{RTM}$ (mgal) | -24,76 | 45,37 | -0,94 | 3,12 | 3,26 | |
| | $\zeta_{RTM}$ (m) | -0,306 | 1,470 | -0,014 | 0,068 | 0,069 | |
| Différences | $H$ (m) | -170,00 | 138,00 | -3,89 | 14,12 | 14,65 | |
| | $t_c$ (mgal) | -1,55 | 14,48 | 0,15 | 0,55 | 0,57 | |
| | $\Delta g_{RTM}$ (mgal) | -32,85 | 6,07 | -0,57 | 1,86 | 1,95 | |
| | $\zeta_{RTM}$ (mm) | -1,200 | 3,200 | -0,017 | 0,094 | 0,096 | |

Selon les valeurs moyennes des écarts, les corrections classiques de terrain sont surestimées avec la base de données originale, alors que le contraire se produit pour les effets RTM. Le biais est significatif pour les corrections classiques de terrain et l'effet direct RTM. L'impact des écarts d'altitude sur ces deux quantités est clairement visible sur les Figure 5.6(a) et (b). Les valeurs absolues de leurs écarts respectifs augmentent avec celles des écarts d'altitude. Les courbes de régression sont approchées par des polynômes de second degré. Les corrections de terrain sont surestimées pour la station gravimétrique située en dessous ou au-dessus du MNT. Les différences d'effet direct (Figure 5.6(a)) sont fortement corrélées avec celles des hauteurs,

le coefficient est de corrélation est de 0,965. Le plateau de Bouguer entre la surface topographique réelle et celle de référence est la principale contribution, 0,1119 mgal/m.

L'influence des écarts d'altitude sur l'effet indirect est négligeable (Figure 5.6(c)), la valeur absolue des différences est de l'ordre de 3 mm et le coefficient de corrélation est de 0,60.

Pour surmonter l'impact de l'écart d'altitudes entre les deux sources d'élévation, les effets topographiques calculés à partir de la base de données alternative sont plus appropriées. Le MNT décrit mieux les caractéristiques du terrain autour des stations gravimétriques.

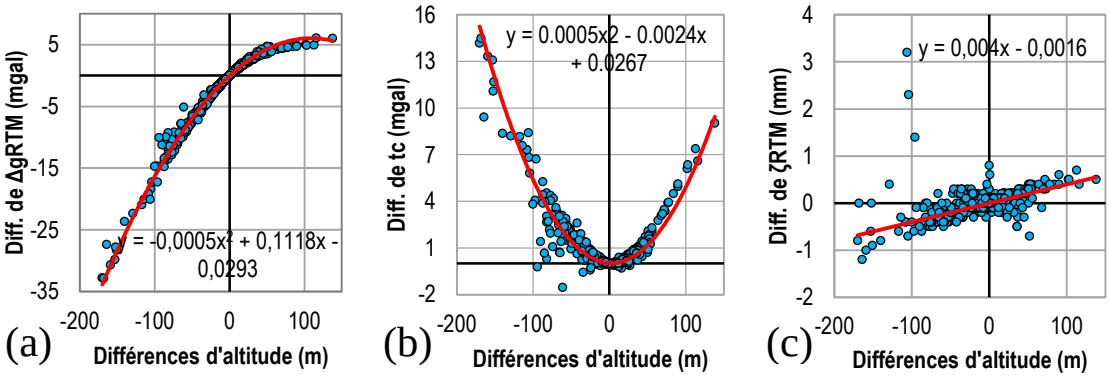


Figure 5.6. Différences des effets de terrain entre les bases de données originale et alternative comme fonction des différences d'altitudes: (a) Effet direct, (b) Corrections de terrain et (c) Effet indirect.

## 5.2. Anomalies de pesanteurs et anomalies d'altitudes à partir des GGMs

### 5.2.1. Anomalies de pesanteur à partir du GGM de haute résolution EIGEN-6C4

Les statistiques descriptives des anomalies à l'air libre calculées à partir du GGM de haute résolution EIGEN-6C4 au d/o 2190 avant et après le rehaussement spectral (SEM) par RTM et celles des anomalies de Bouguer sont présentées dans le Tableau 5.8. Les grilles sont présentées dans la Figure 5.7, les anomalies à l'air libre (Figure 5.7(a) et (b)) couvrent la zone de calcul, une extension de la zone d'étude de 1° dans toutes les directions alors que celle de Bouguer (Figure 5.7(d)) sont limitées à la zone d'études. La grille des corrections de plateau de Bouguer à partir des élévations de SRTM3 est présentée dans la Figure 5.7(c).

Tableau 5.8. Statistiques descriptives des anomalies de pesanteur à partir d'EIGEN-6C4 au d/o 2190 avant et après la SEM par RTM

| Quantités | Min | Max | $ME$ | $STD$ | Nb. |
|---|---|---|---|---|---|
| $\Delta g_{GGM}$ (mgal) | -57,76 | 181,85 | 3,64 | 18,37 | 433321 |
| $\Delta g_{RTM}$ (mgal) | -67,36 | 48,46 | -0,35 | 2,26 | |
| $\Delta g_{GGM} + \Delta g_{RTM}$ (mgal) | -58,77 | 214,88 | 3,29 | 18,24 | |
| $0{,}1119H$ (mgal) | 15,43 | 282,72 | 53,29 | 24,03 | 333961 |
| $\Delta g_{BA}$(mgal) | -141,51 | 72,86 | -51,62 | 19,91 | |

Sur les Figure 5.7(a) et (b), nous voyons que les anomalies à l'air libre sont corrélées avec la topographie, les grandes valeurs positives se trouvent dans les zones d'altitudes relativement

grandes (Aïr, Hoggar, Tibesti). Le Niger est divisé en ses deux principaux bassins sédimentaires. Les anomalies de Bouguer (Figure 5.7(d)) sont négatives dans presque toute la zone d''étude, quelques valeurs positive apparaissent dans la partie Sud-Ouest du Niger en se prolongeant jusqu'au Bénin et dans la zone frontière entre le Mali et l'Algérie.

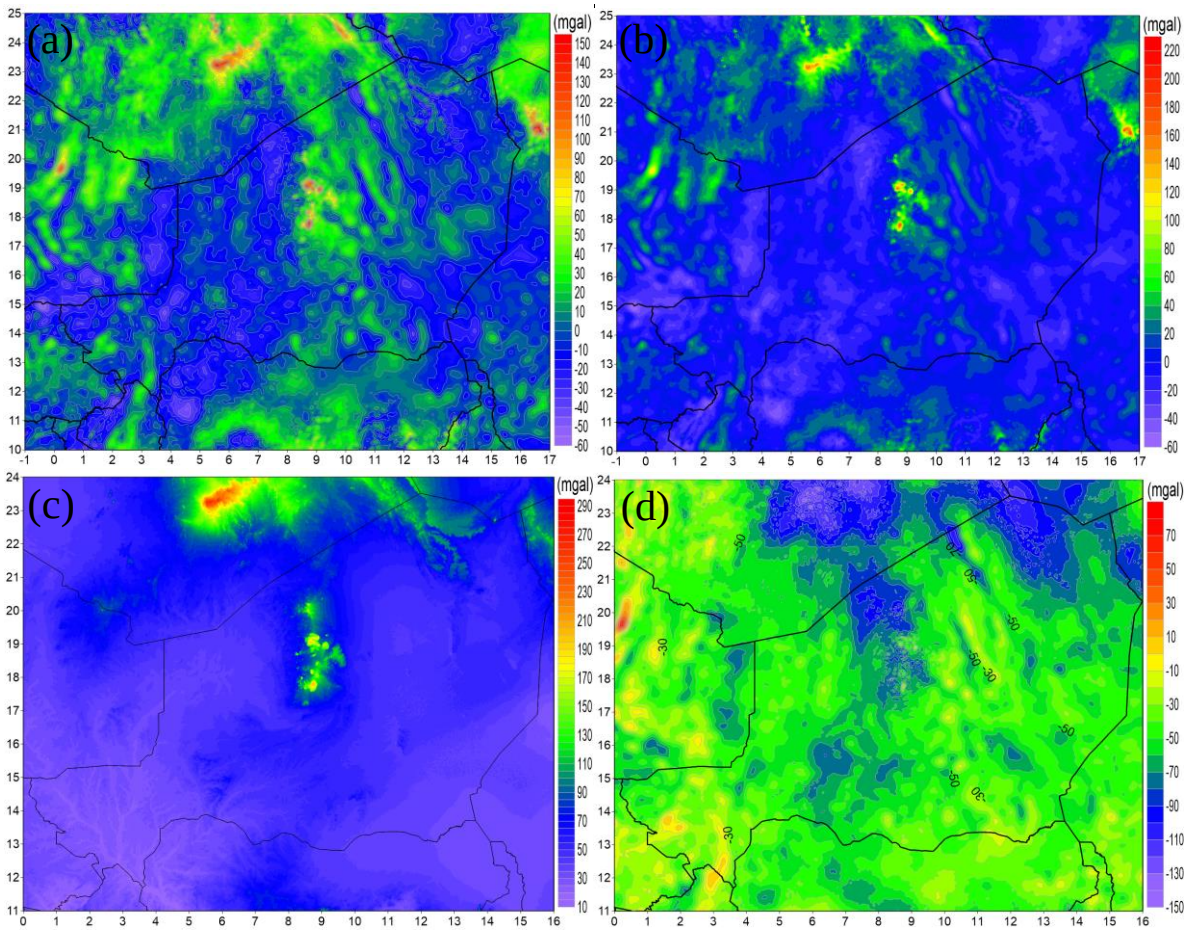


Figure 5.7. Anomalie de pesanteur à partir EIGEN-6C4 : (a) anomalie à l'air libre avant SEM, (b) anomalie à l'air libre après SEM par RTM, (c) correction de plateau de Bouguer à partir de SRTM3 et (d) anomalie de Bouguer simple.

### 5.2.2. Contribution des grandes et moyennes longueurs d'onde aux anomalies de pesanteurs et aux hauteurs de quasigéoïde

Les anomalies de pesanteur, les hauteurs de quasigéoïde, les ondulations de géoïde et les anomalies de Bouguer correspondant aux grandes et moyennes longueurs sont calculées à partir du GGM satellite pur GOCE DIR5 au d/o 200. Les grilles sont présentées dans la Figure 5.8, leurs statistiques descriptives ainsi que celles des valeurs extraites au niveau des stations gravimétriques sont affichées dans le Tableau 5.9. Les anomalies à l'air libre (Figure 5.8(a)) couvrent la zone de calcul alors que les autres grilles sont limitées à la zone d'études.

A travers les anomalies à l'air libre (Figure 5.8(a)), le géoïde (Figure 5.8(d)) et le quasigéoïde (Figure 5.8(b)) des grandes et moyennes longueurs, la zone d'étude est divisée en deux zones correspondant aux deux principaux bassins sédimentaires. Ces quantités sont corrélées avec la topographie et les plus petites valeurs d'anomalie d'altitude et de géoïde sont dans la zone du Lac Tchad au Sud Est. Les anomalies de Bouguer (Figure 5.8(c)) sont calculées à partir des

anomalies à l'air libre (Figure 5.8(a)) en retranchant le plateau de Bouguer pris entre la surface de de référence de ~100 km (Figure *5.1*(a)) et le géoïde. Les valeurs sont négatives dans toute la zone d'étude, les plus grandes valeurs sont localisées dans le Hoggar (Algérie) et se prolongent vers le Sud jusqu'à l'Aïr (Niger), elles apparaissent aussi dans le Djado à la frontière entre le Niger, l'Algérie et la Libye.

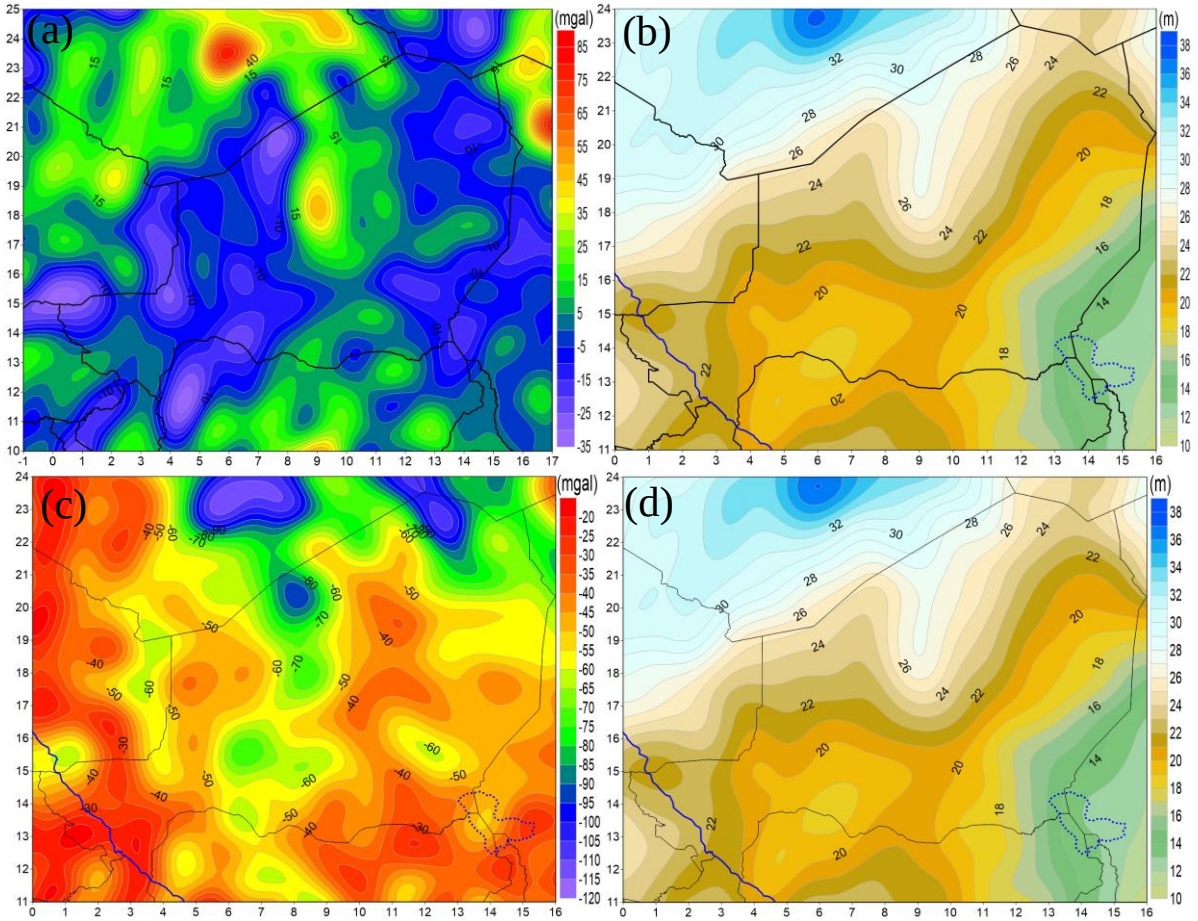


Figure 5.8. Grilles des contributions des grandes et moyennes longueurs d'onde à partir de GOGE DIR5 au d/o 200: (a) Anomalie de pesanteur $\Delta g_{GGM}$, (b) Anomalie d'altitude $\zeta_{GGM}$, (c) Anomalie de Bouguer simple $\Delta g_B$ et (d) Géoïde $N_{GGM}$.

Tableau 5.9. Statistiques descriptives des contributions des grandes et moyennes longueurs d'onde à partir du GGM GOCE DIR5

| | **Quantités** | **Min** | **Max** | ***ME*** | ***STD*** | **Nb.** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Grille | $\Delta g_{GGM}$ (mgal) | -32,46 | 80,90 | 3,69 | 15,56 | 433321 |
| | $N_{GGM}$(m) | 10,37 | 37,02 | 23,03 | 5,29 | 333961 |
| | $\zeta_{GGM}$(m) | 10,38 | 37,20 | 23,06 | 5,31 | |
| | $\Delta g_B$ (mgal) | -114,76 | -15,66 | -51,41 | 18,29 | |
| Station | $\Delta g_{GGM}$ (mgal) | -32,44 | 74,71 | 1,11 | 12,78 | 9571 |
| | $\zeta_{GGM}$(m) | 10,47 | 37,17 | 22,41 | 4,91 | |

## 5.3. Résultats de la phase de retrait

### 5.3.1. Calcul, interpolation et densification de la grille d'anomalie résiduelle

Les résultats du calcul de l'anomalie à l'air libre résiduelle au niveau des stations gravimétriques sont présentés dans le Tableau 5.10. Nous remarquons une réduction de l'amplitude des valeurs de $\Delta g_{FA}$ à $\Delta g_{res}$, l'écart type standard $STD$ est passé de 15,53 à 9,65 mgal.

Tableau 5.10. Résultat du calcul de l'anomalie à l'air libre résiduelle

| | **Min** | **Max** | $ME$ | $STD$ | **Nb.** |
|---|---|---|---|---|---|
| $\Delta g_{FA}$ | -50,84 | 108,22 | -0,81 | 15,53 | 9571 |
| $\Delta g_{GGM}$ | -32,44 | 74,71 | 1,11 | 12,78 | |
| $\Delta g_{RTM}$ | -24,76 | 45,37 | -0,93 | 3,12 | |
| $\Delta g_{res}$ | -39,43 | 80,39 | -0,99 | 9,65 | |

La grille résultante est présentée dans la Figure 5.9. Comme il est attendu, la grille présente des pixels vides, 213560 sur le total 433321, soit 49,30%.

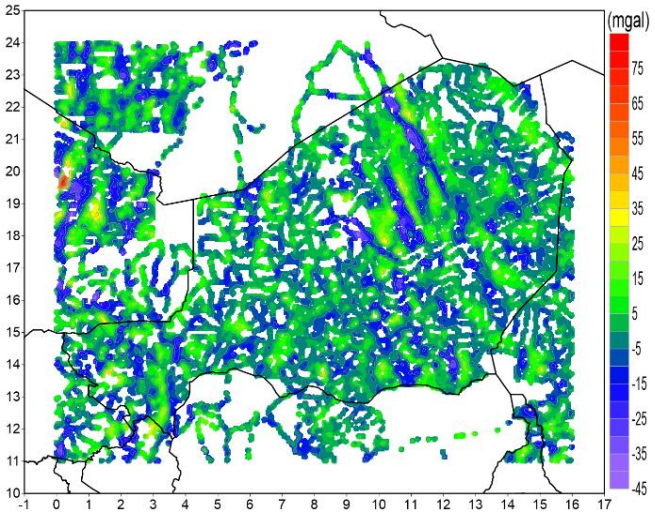


Figure 5.9. Grille des anomalies résiduelles avant densification.

Les résultats du calcul de l'anomalie à l'air libre résiduelle à partir du GGM EIGEN-6C4 amélioré par RTM (Sect. 5.2.1) sont présentés dans le Tableau 5.11. Les grilles de RTM correspondant à l'échelle spatiale de ~200 km (Figure 5.3(a)) et les grandes longueurs à partir de GOCE DIR5 (Figure 5.8) ont été retirées. La grille complète est affichée dans la Figure 5.10(a).

Tableau 5.11. Anomalies résiduelles en mgal à partir d'EIGEN-6C4 amélioré

| | **Min** | **Max** | $ME$ | $STD$ | **Nb.** |
|---|---|---|---|---|---|
| $\Delta g_{FA}$(EIGEN-6C4+RTM) | -58,77 | 214,88 | 3,29 | 18,24 | 433321 |
| $\Delta g_{GGM}$(DIR5) | -32,46 | 80,90 | 3,69 | 15,56 | |
| $\Delta g_{RTM}$(~200km) | -75,23 | 155,75 | -0,40 | 5,95 | |
| $\Delta g_{res}$ | -47,41 | 87,57 | 0,07 | 8,16 | |

La grille pour la densification est affichée dans la Figure 5.10(b), sa fusion directe avec la grille interpolée (Figure 5.9) produirait des artefacts importants du fait des différences entre les données de mesures terrestres et le GGM. Ainsi, nous avons extrait et fusionné les nœuds de la grille avec les anomalies résiduelles ponctuelles (Tableau 5.10), puis ré-interpolé les valeurs selon les même critères définis au début de cette sous-section. La grille densifiée des anomalies résiduelles est présentée dans la Figure 5.11. Après la restauration des grilles du RTM $\Delta g_{RTM}^{gri}$ et des grandes longueurs d'ondes $\Delta g_{GGM}^{gri}$, la grille densifiée des anomalies à l'air libre obtenue est affichée dans la Figure 5.12, les statistiques sont présentées dans le Tableau 5.12. Comme nous avons vu avec les résultats du GGM combiné, les anomalies à l'air libre sont corrélées avec la topographie de la zone d'étude.

Tableau 5.12. Statistiques des grilles densifiées d'anomalies résiduelles et à l'air libre

| | **Min** | **Max** | ***ME*** | ***STD*** | **Nb.** |
|---|---|---|---|---|---|
| $\Delta g_{res}^{gri}$ (mgal) | -47,41 | 77,33 | 0,31 | 8,15 | 433321 |
| $\Delta g_{FA}^{gri}$(mgal) | -58,77 | 214,88 | 2,98 | 18,30 | |
| LON (°) | -1 | 17 | Résolution (°) | | |
| LAT (°) | 10 | 25 | 0,025 | | |

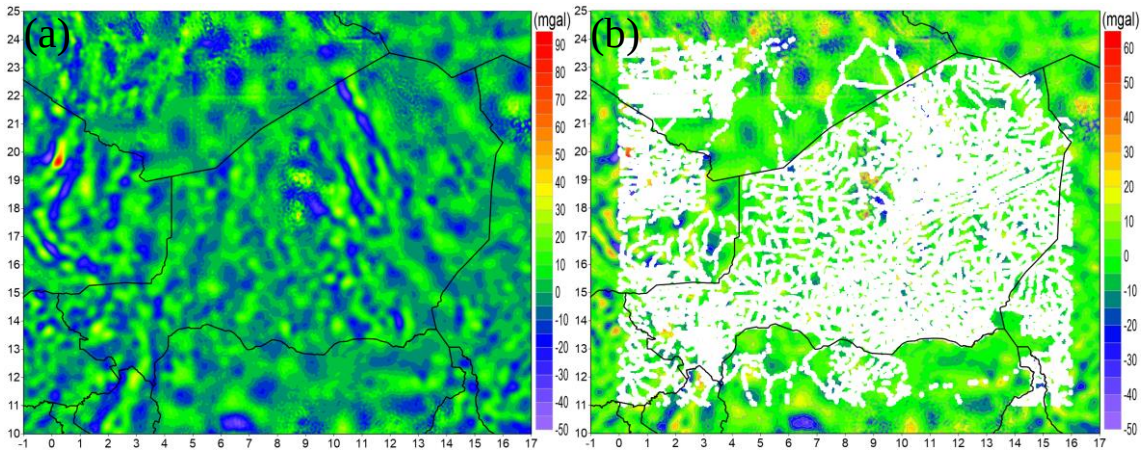


Figure 5.10. Grille d'anomalies résiduelles à partir de EIGEN-6C4 +RTM : (a) Grille pleine et (b) Grille pour remplissage de vides.

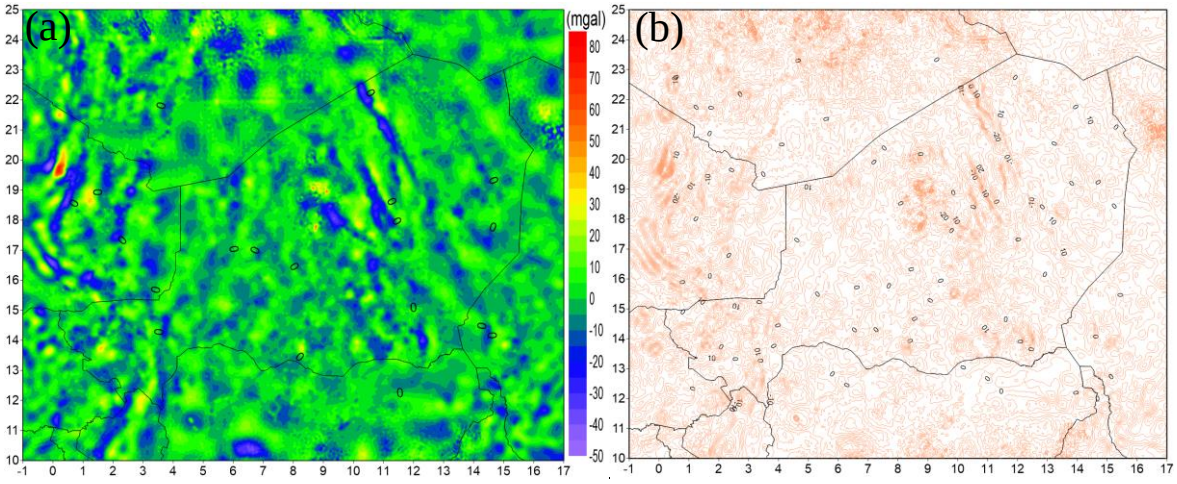


Figure 5.11. (a) Grille densifiée des anomalies résiduelles en mgal. (b) Contour (5 mgal).

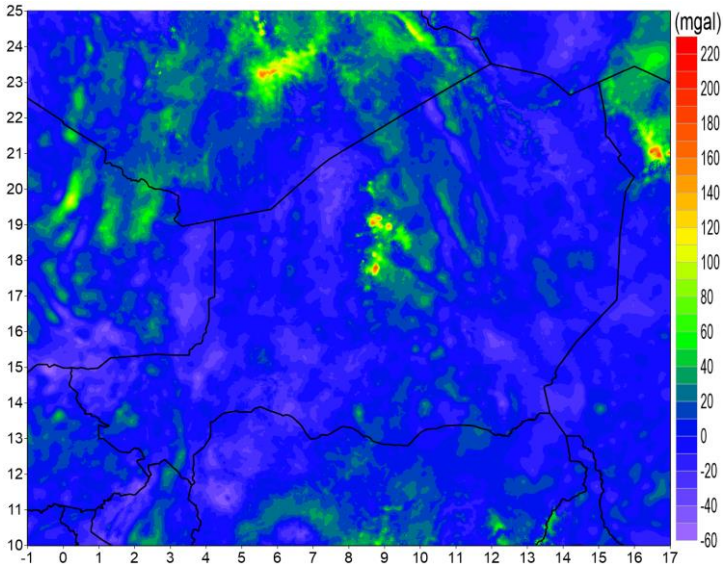


Figure 5.12. Grille densifiée des anomalies à l'air libre.

### 5.3.2. Interpolation et densification de la grille d'anomalies de Bouguer simples

La grille résultante est présentée sur la Figure 5.13(a), elle est limitée à la zone d'étude et contient 32,87% de pixels vides. La grille d'anomalies de Bouguer du GGM EGIEN-6C4 amélioré par RTM (Figure 5.7(d)) a servi pour le remplissage du vide. La grille pour le remplissage des vides est présentée sur la Figure 5.13(b). La grille densifiée est affichés dans la Figure 5.14 avec les contours, les statistiques sont présentées dans le Tableau 5.13. La grille densifiée ressemble à celle calculée à partir du GGM combiné ayant servi pour le remplissage des vides, les valeurs négatives prédominent dans la zone d'étude.

Tableau 5.13. Statistiques de la grille densifiée des anomalies de Bouguer simple

| | **Min** | **Max** | ***ME*** | ***STD*** | **Nb.** |
|---|---|---|---|---|---|
| $\Delta g_{BA}$(mgal) | -141,51 | 60,61 | -51,92 | 19,73 | 333961 |
| LON (°) | 0 | 16 | Résolution (°) | | |
| LAT (°) | 11 | 24 | 0,025 | | |

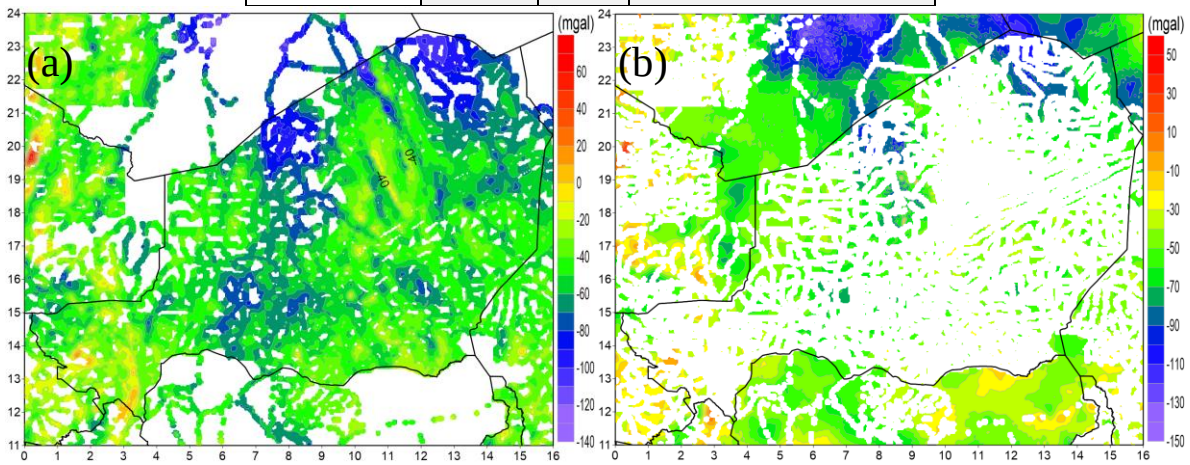


Figure 5.13. Grilles d'anomalie de Bouguer : (a) Grille interpolée à partir des points avant remplissage des vides ; (b) Grille pour remplissage des vides à partir de EIGEN-6C4+RTM.

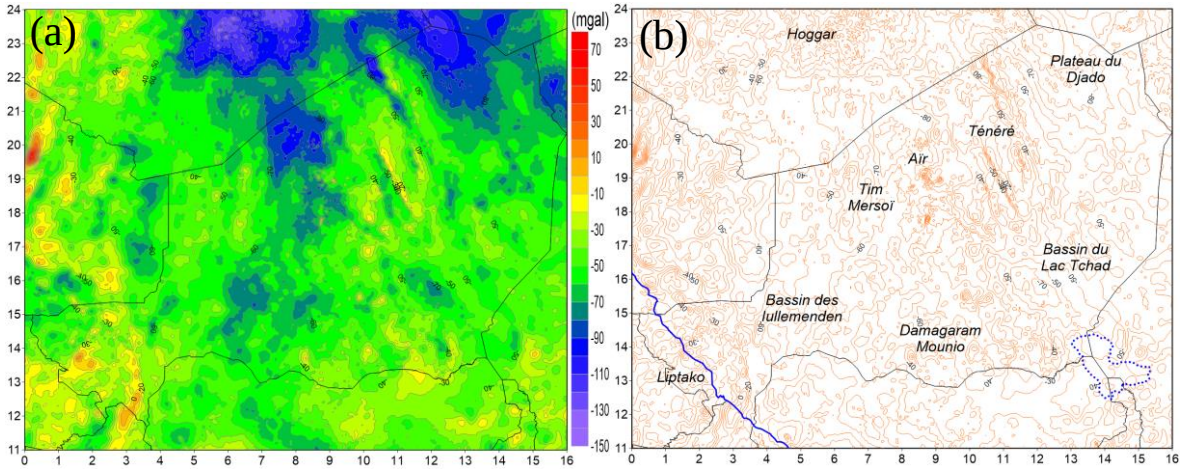


Figure 5.14. Grille densifiée des anomalies de Bouguer simples (a). Contour (b).

## 5.4. Phase de calcul du quasigéoïde résiduel

Les statistiques des anomalies d'altitude résiduelles $\zeta_{res}$ estimées par les méthodes 1D-FFT sphérique (SP1D), 2D-FFT sphérique multi-bande (SPFOUR), 2D-FFT plane (GEOFOUR) et l'intégration dans le domaine de l'espace (STOKES) sont présentées dans le Tableau 5.14. La solution par le programme STOKES est donnée au niveau des stations gravimétriques et aux nœuds de la grille afin de nous affranchir des interpolations de $\zeta_{res}$. Les nœuds ont été convertis en grille, la solution est affichée dans la Figure 5.15. Les valeurs varient d'environ -95 à 110 cm pour les quatre méthodes de calcul.

Tableau 5.14. Statistiques des anomalies d'altitudes résiduelles en mètres

| **Méthode** | **Min** | **Max** | ***ME*** | ***STD*** | ***RMS*** | **Nb.** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| STOKES (Stations) | -0,916 | 0,970 | -0,013 | 0,200 | 0,200 | 9571 |
| STOKES (nœuds) | -0,917 | 0,972 | -0,005 | 0,198 | 0,198 | 333961 |
| 1D-FFT (SP1D) | -0,945 | 1,079 | -0,023 | 0,209 | 0,209 | |
| 2D-FFT (SPFOUR) | -0,946 | 1,068 | -0,018 | 0,206 | 0,207 | |
| 2D-FFT (GEOFOUR) | -0,945 | 1,087 | -0,013 | 0,206 | 0,206 | |
| LON (°) | 0 | 16 | Résolution (°) | | | |
| LAT (°) | 11 | 24 | 0,025 | | | |

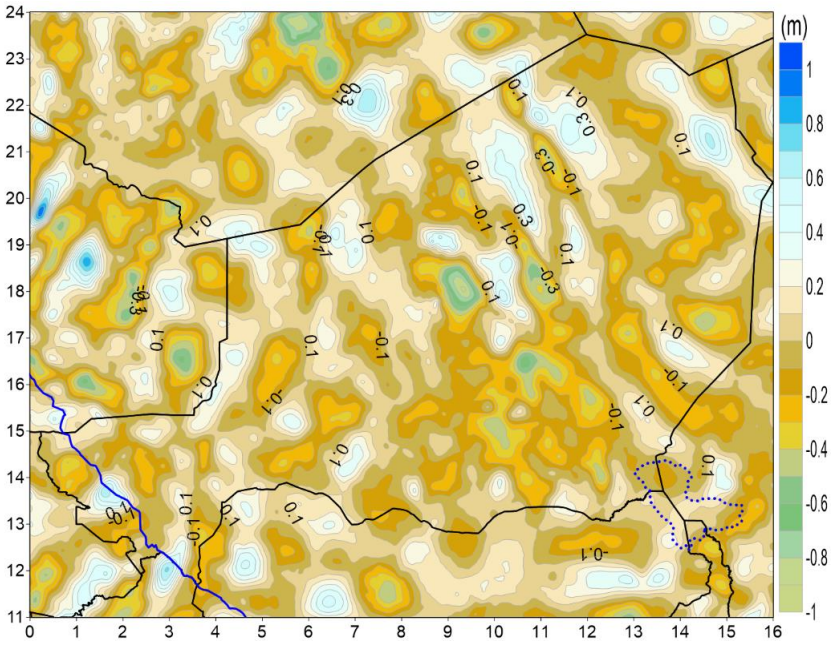


Figure 5.15. Quasigéoïde résiduel par la méthode STOKES.

Nous avons comparé les résultats de calcul de $\zeta_{res}$ deux à deux, comme la solution finale du géoïde dépendra de ces dernières. Les statistiques des différences sont présentées dans le Tableau 5.15 et les grilles sont affichées dans la Figure 5.16.

Tableau 5.15. Statistiques des différences de hauteurs de géoïde en centimètres

| **Méthode** | **Min** | **Max** | ***ME*** | ***STD*** | ***RMS*** | **Nb.** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| STOKES - SP1D | -27,0 | 29,0 | 1,8 | 9,1 | 9,3 | 333961 |
| STOKES - SPFOUR | -22,2 | 28,1 | 1,3 | 8,2 | 8,3 | |
| STOKES - GEOFOUR | -20,7 | 26,7 | 0,8 | 7,7 | 7,7 | |
| SP1D - SPFOUR | -9,7 | 11,0 | -0,5 | 2,5 | 2,6 | |
| SP1D - GEOFOUR | -10,7 | 12,2 | -1,0 | 3,0 | 3,1 | |
| SPFOUR - GEOFOUR | -2,5 | 3,5 | -0,5 | 1,0 | 1,0 | |
| LON (°) | 0 | 16 | Résolution (°) | | | |
| LAT (°) | 11 | 24 | 0,025 | | | |

Les plus grands écarts (environ 29 cm) sont observés entre STOKES et SP1D. Les solutions SPFOUR et GEOFOUR présentent les plus petits écarts l'une par rapport à l'autre, et des écarts similaires par rapport à SP1D au centimètre près. La meilleure solution sera choisie après la validation du géoïde.

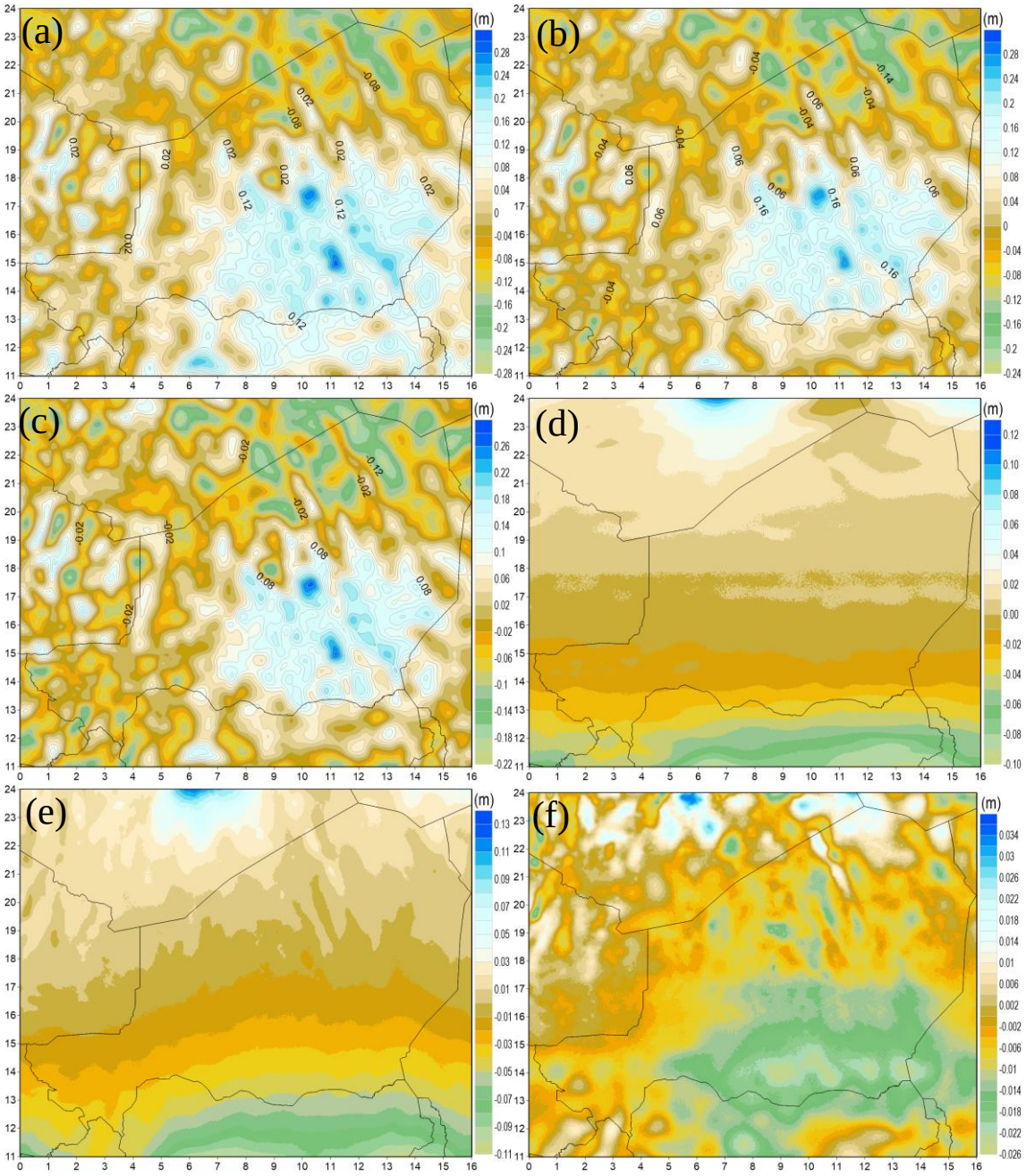


Figure 5.16. Différences entre les solutions du géoïde gravimétrique : (a) STOKES - SP1D ; (b) STOKES - SPFOUR ; (c) STOKES - GEOFOUR ; (d) (SP1D - SPFOUR) ; (e) SP1D - GEOFOUR ; (f) SPFOUR - GEOFOUR.

## 5.5. Restauration du quasigéoïde

Les statistiques du quasigéoïde $\zeta$ après la restauration des contributions du RTM $\zeta_{RTM}$ et du modèle géopotentiel $\zeta_{GGM}$ sous forme de grille et au niveau des stations gravimétriques sont présentées dans le Tableau 5.16 pour les quatre solutions. La grille correspondant à la méthode « STOKES » est présentée dans la Figure 5.17.

Tableau 5.16. Statistiques du quasigéoïde $\zeta$ en mètres

| Méthode | Min | Max | *ME* | *STD* | *RMS* | Nb. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| STOKES (Stations) | 10,548 | 37,191 | 22,382 | 4,927 | 22,918 | 9571 |
| STOKES (nœuds) | 10,433 | 37,690 | 23,053 | 5,330 | 23,661 | 333961 |
| 1D-FFT (SP1D) | 10,376 | 37,923 | 23,034 | 5,381 | 23,655 | |
| 2D-FFT (SPFOUR) | 10,443 | 37,871 | 23,040 | 5,364 | 23,656 | |
| 2D-FFT (GEOFOUR) | 10,454 | 37,858 | 23,045 | 5,359 | 23,660 | |
| LON (°) | 0 | 16 | Résolution (°) | | | |
| LAT (°) | 11 | 24 | 0,025 | | | |

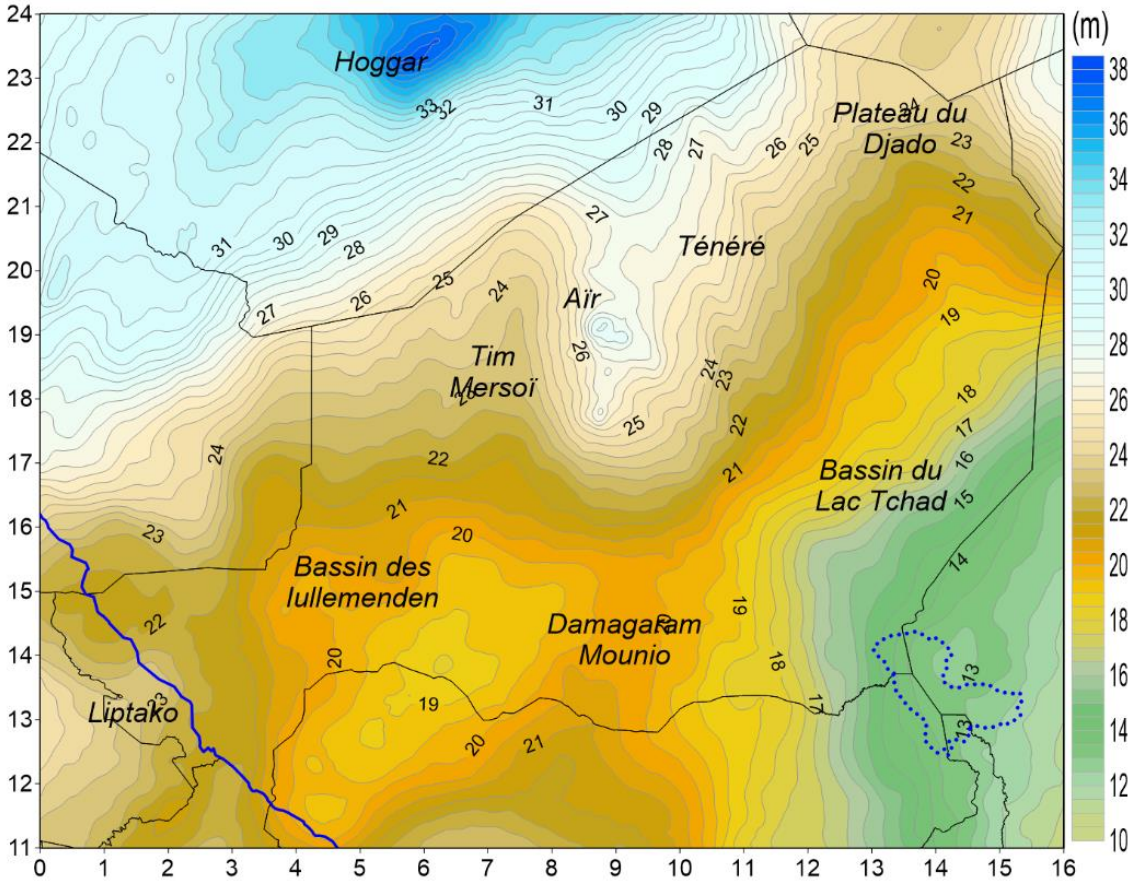


Figure 5.17 . Grille du quasigéoïde par la méthode STOKES, intervalle = 0,5.

## 5.6. Géoïde gravimétrique du Niger

### 5.6.1. Séparation entre le géoïde et le quasigéoïde

Nous l'avons également calculée sous forme de grille en utilisant la grille densifiée d'anomalies de Bouguer simples (Figure 5.14) et les élévations de SRTM3, elle est présentée dans la Figure 5.18. Selon les statistiques dans le Tableau 5.17, l'amplitude ne dépasse pas 32 cm et les plus grandes valeurs se trouvent dans les zones montagneuses (Hoggar, Aïr). Les valeurs sont de même signe que celles des anomalies de Bouguer, donc majoritairement négatives, impliquant que dans presque toute la zone d'étude, le quasigéoïde est au-dessus du géoïde.

### 5.6.2. Conversion du quasigéoïde en géoïde gravimétrique

Nous avons ajouté les valeurs de $N - \zeta$ au quasigéoïde pour déterminer le modèle gravimétrique de géoïde. Les statistiques des hauteurs de géoïde par les quatre méthodes de calculs sont également présentées dans le Tableau 5.17. La grille pour la solution par la méthode de calcul STOKES est présentée dans la Figure 5.19. Dans la zone d'étude, les valeurs varient de 10,40 m au Sud-Est (Tchad) à 37,6 m (Hoggar) environ avec une moyenne de 23 m. Au Niger, les plus grandes valeurs se trouvent dans la zone montagneuse de l'Aïr et son extension vers le Nord, les plus petites valeurs se situent dans le bassin du Lac Tchad.

Sur la représentation en 3D (Figure 5.20), nous constatons des bombements du géoïde au niveau des zones de socles (Liptako-Gourma, de l'Aïr au Damagaram Mounio et Djado) et des fossés dans les bassins sédimentaires (Iullemenden et Lac Tchad).

Tableau 5.17. Statistiques des hauteurs de géoïde en mètres

| Méthode | Min | Max | *ME* | *STD* | *RMS* | Nb. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $N - \zeta$ (Stations) | -0,283 | 0,026 | -0,023 | 0,016 | 0,028 | 9571 |
| STOKES (Stations) | 10,534 | 36,908 | 22,359 | 4,922 | 22,895 | |
| $N - \zeta$ (Grille) | -0,319 | 0,027 | -0,028 | 0,026 | 0,038 | 333961 |
| STOKES | 10,419 | 37,431 | 23,025 | 5,317 | 23,631 | |
| 1D-FFT (SP1D) | 10,362 | 37,666 | 23,006 | 5,368 | 23,624 | |
| 2D-FFT (SPFOUR) | 10,429 | 37,616 | 23,011 | 5,352 | 23,625 | |
| 2D-FFT (GEOFOUR) | 10,440 | 37,603 | 23,017 | 5,347 | 23,629 | |
| LON (°) | 0 | 16 | Résolution (°) | | | |
| LAT (°) | 11 | 24 | 0,025 | | | |

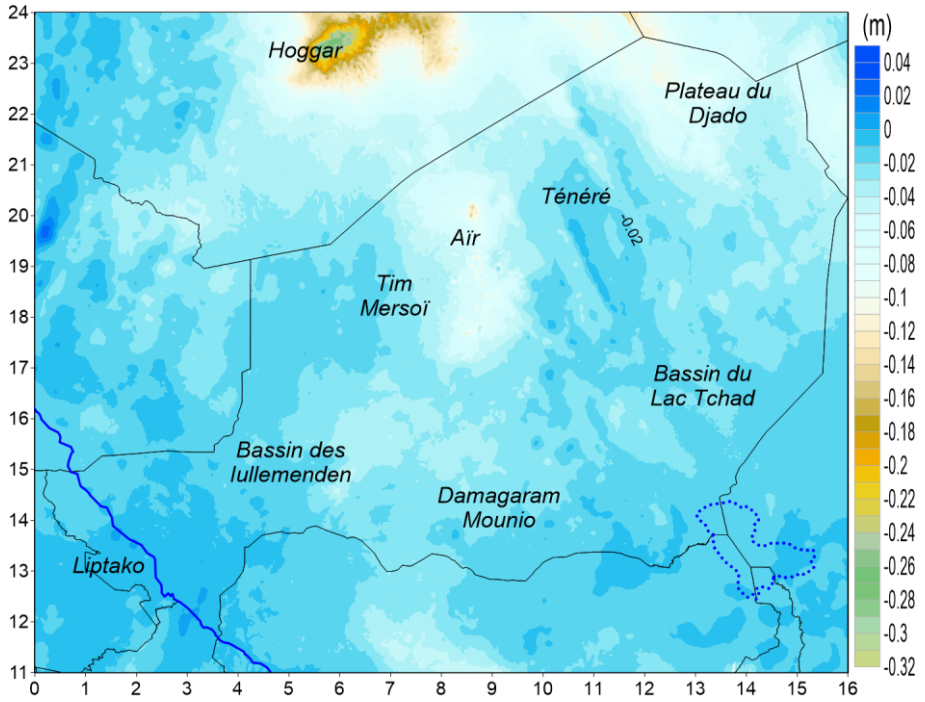


Figure 5.18. Séparation entre le géoïde et le quasigéoïde en mètres.

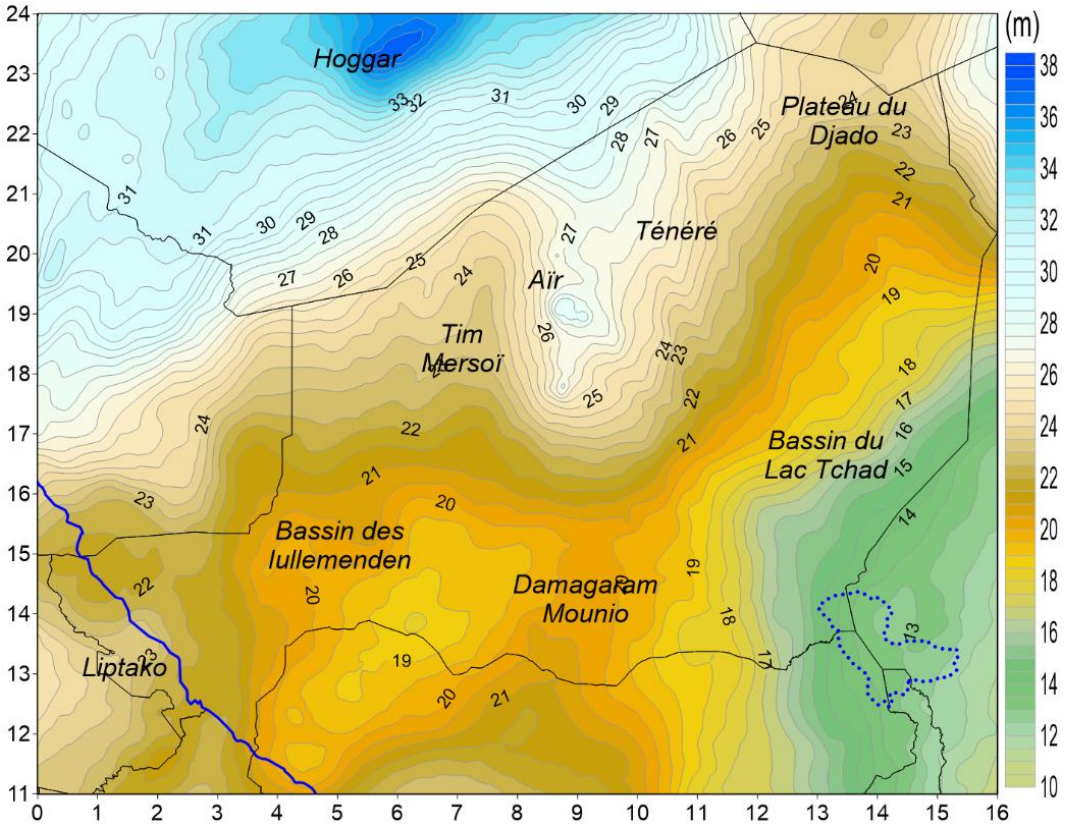


Figure 5.19. Grille du géoïde gravimétrique du Niger par la méthode de calcul STOKES en mètre, intervalle = 0,5.

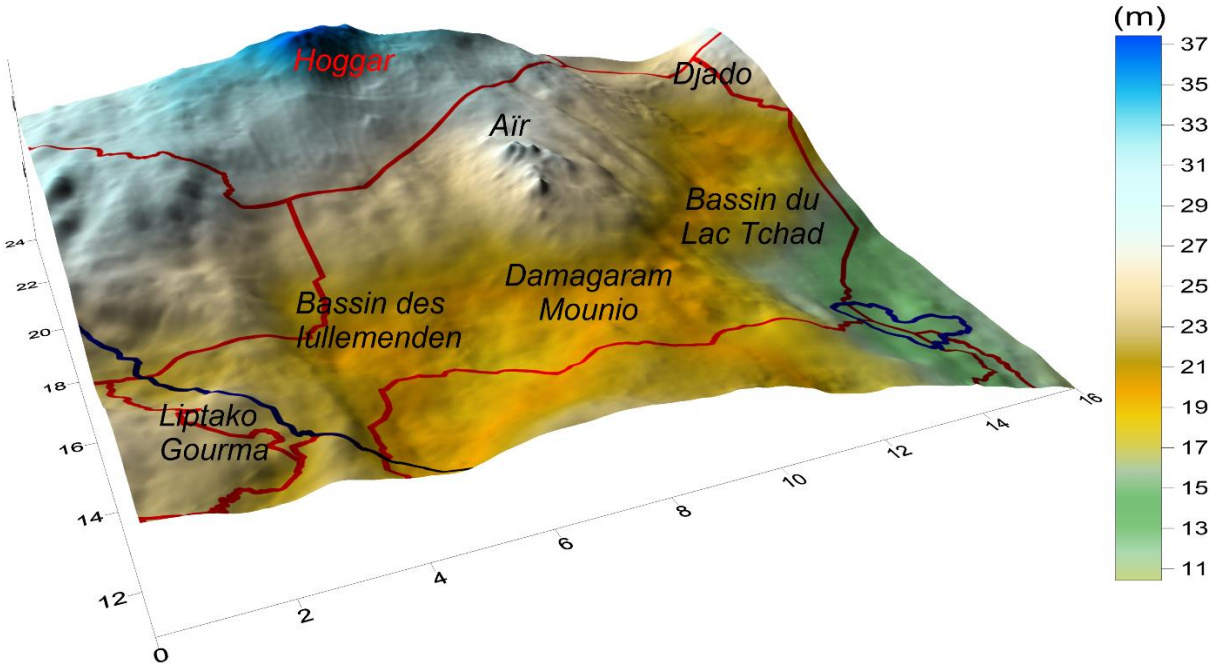


Figure 5.20. Représentation 3D du modèle de géoïde gravimétrique du Niger basé sur la méthode STOKES.

## 5.7. Interprétation géologique préliminaire des anomalies de Bouguer des grandes et moyennes longueurs d'onde

Cette partie est une contribution à l'interprétation des anomalies de pesanteur au Niger. Quelques études ont déjà été faites au Niger et dans les zones environnantes en vue d'interpréter quelques anomalies gravimétriques déterminées à partir des mesures continentales (Cratchley, Louis, & Ajakaiye, 1984; Louis & Rechenmann, 1966). Rougier (2012) a étudié les interactions entre la lithosphère et l'asthénosphère et les mouvements verticaux dans la région du Hoggar comprenant le territoire nigérien. Il a calculé la discontinuité de Mohorovicic et la limite entre la lithosphère et l'asthénosphère (LLA) selon la formule de Fullea, Fernàndez, Zeyen, & Vergés (2007). La méthode considère un modèle lithosphérique de 4 couches composé de la croûte, du manteau lithosphérique, de l'asthénosphère et de l'océan ($\rho_w = 1030\ kg/m^3$). La profondeur de la croute terrestre et la base de la lithosphère sont reliées avec les élévations selon l'isostasie locale :

$$z_c = \frac{\rho_a . L_0 + E(\bar{\rho}_c - \rho_w) + z_L(\bar{\rho}_m - \rho_a)}{\bar{\rho}_m - \bar{\rho}_a} \quad (5\text{-}1)$$

Où $z_c$ est la profondeur de la discontinuité de Mohorovicic, $z_L$ est la profondeur de la limite entre lithosphère et l'asthénosphère (LLA), $\bar{\rho}_c$ et $\bar{\rho}_m$ sont les densités moyennes de la croûte ($2850\ kg/m^3$) et du manteau lithosphérique ($2300\ kg/m^3$), respectivement et $L_0$ est la profondeur du niveau asthénosphérique libre. Toutes les profondeurs se réfèrent au NMM, elles sont positives là où l'élévation $E$ est positive et négatives pour le cas contraire. Nous avons extrait et analysé les grilles de la discontinuité de Moho et de LLA de notre zone d'étude.

Dans ce chapitre nous avons calculé les anomalies de Bouguer des grandes et moyennes longueurs d'onde à partir du GGM GOCE DIR5 au d/o 200 (Figure 5.8(c)). Pour expliquer les variations de ces anomalies de Bouguer, nous devrons nous intéresser aux sources gravimétriques les plus profondes à l'échelle de la croûte terrestre. Il est connu que la profondeur de la discontinuité de Mohorovicic influe sur les grandes et moyennes longueurs d'onde du champ de pesanteur (Tenzer et al., 2015).

L'objectif ici est de donner une interprétation géologique préliminaire pour les anomalies de Bouguer correspondant aux grandes et moyennes longueurs d'onde (Figure 5.8(c)) au Niger.

### 5.7.1. Méthodologie

L'approche est basée sur l'analyse de la superposition entre l'anomalie de Bouguer et les principales provinces géologiques, la discontinuité de Mohorovicic et la LLA. Nous avons d'abord extrait les grilles de profondeur de Moho et de LLA couvrant le Niger. Ensuite les anomalies de Bouguer, la profondeur de Moho et la LLA ont été superposées et les profils ont été extraits pour la comparaison. Aussi, les dérivées premières normalisées des profils ont été calculées et analysées.

### 5.7.2. Résultats et discussions

Comme il est visible dans la Figure 5.21(a), la limite inférieure de la croûte au Niger n'est pas plate, mais présente des ondulations du Nord-Est vers le Sud-Ouest. La topographie du Moho est compatible avec la variation de l'anomalie de Bouguer (Figure 5.21(a)). Le soulèvement du

Moho au-dessous du Ténéré (profondeur à 38 km) est accompagné d'une augmentation de l'anomalie de Bouguer. Le même phénomène apparaît dans l'extrémité du Craton Ouest Africain (COA) situé dans la limite Sud-Ouest du Niger. Dans le Djado et le bassin du Mangueni au Nord-Est, dans l'Aïr, le Tim Mersoï et le bassin des Iullemenden où le Moho est plus profond (40 à 42 km), l'anomalie de Bouguer diminue de manière substantielle tout en suivant la tendance du Moho de façon remarquable dans la direction Sud-Ouest du massif de l'Aïr.

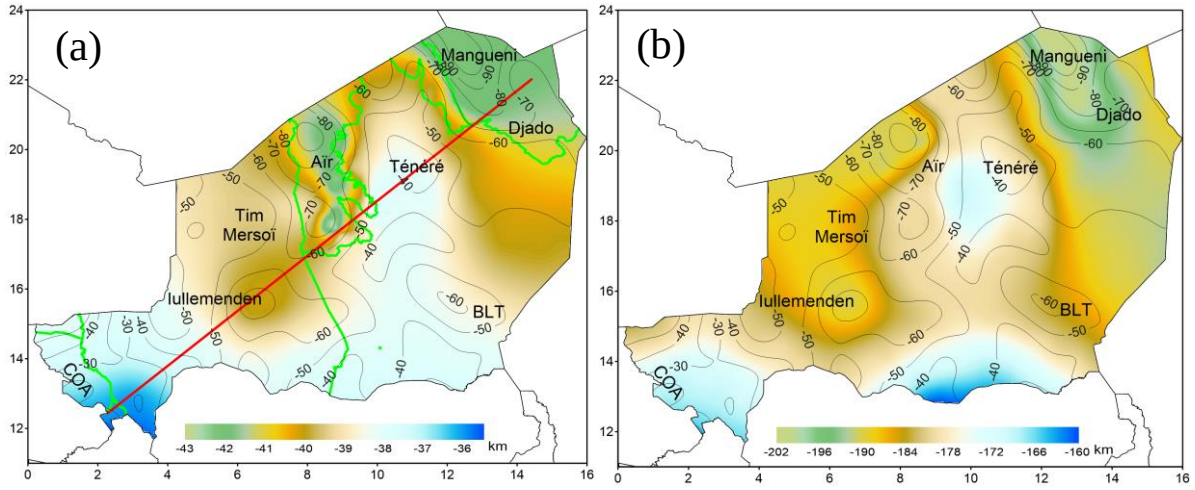


Figure 5.21. (a) Superposition entre les contours de l'anomalie de Bouguer simple et la profondeur de Moho ; Profil (trait continu rouge) ; Limite des provinces géologiques (trait continu vert). (b) Superposition entre les contours de l'anomalie de Bouguer simples et la limite Lithosphère-Asthénosphère. BLT = Bassin du Lac Tchad, COA = Craton Ouest Africain.

De l'autre côté, les profils dans la Figure 5.22 montre la relation entre la topographie du Moho et le comportement des anomalies de Bouguer. C'est aussi le cas si nous considérons la comparaison de l'anomalie de Bouguer et la limite Lithosphère-Asthénosphère (LLA) (Figure 5.21(b)) correspondant au même profil.

A partir de cette analyse visuelle, nous pouvons conclure que les grandes et moyennes longueurs d'onde de l'anomalie de Bouguer sont influencées par la topographie du Moho et partiellement par la limite Lithosphère-Asthénosphère. Le rebond du Moho introduit le manteau comme matériau dense, et ainsi la limite Lithosphère-Asthénosphère (LLA), conduisant à une augmentation de la pesanteur, alors que l'affaissement du Moho et de LLA produit l'effet inverse. L'analyse des dérivées premières normalisées de l'anomalie de Bouguer, des profondeurs de Moho et de LLA (Figure 5.23) montrent la même tendance accompagnée par plus de détails sur la variation dans chaque zone.

Bien que l'effet des structures superficielle soit négligeable, la présence de corps granitiques dans la région de l'Aïr induit des anomalies négatives, en effet ces types de roches sont moins denses que la densité moyenne de la croûte (Hinze, Von Frese, & Saad, 2013). Cette situation nous amène à penser que ces granites sont très enracinés dans la croûte et se prolongent latéralement vers le Sud-Ouest. De plus, dans le domaine du Ténéré, la variation de l'anomalie de Bouguer est bien corrélée avec les profondeurs de Moho et LLA (Figure 5.22 et Figure 5.23),

ce qui indique que ce domaine n'est pas homogène, un rebond de la discontinuité de Moho est survenu au centre de cette zone.

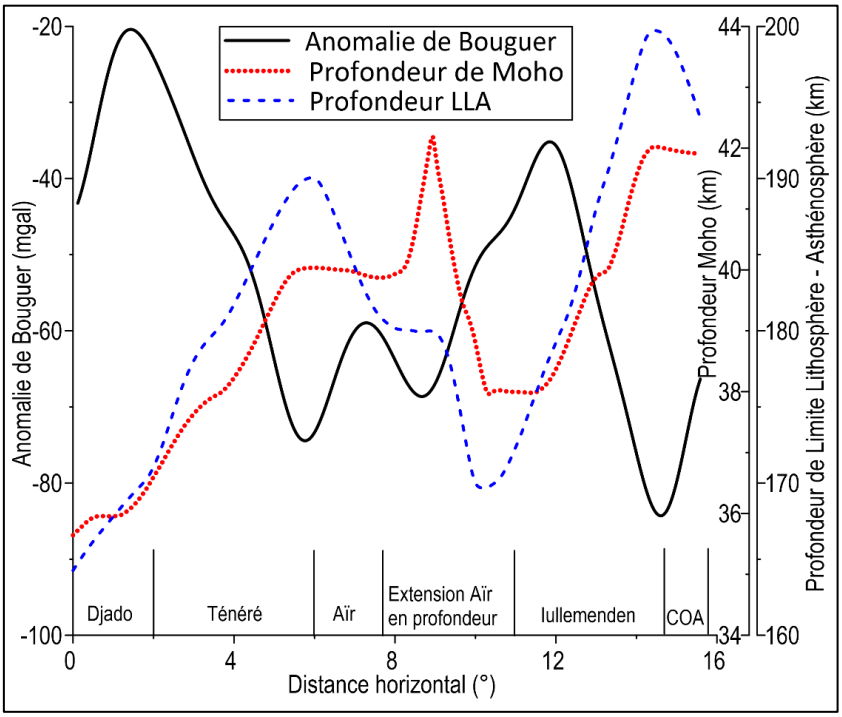


Figure 5.22. Profil (cf. Figure 5.21(a)).

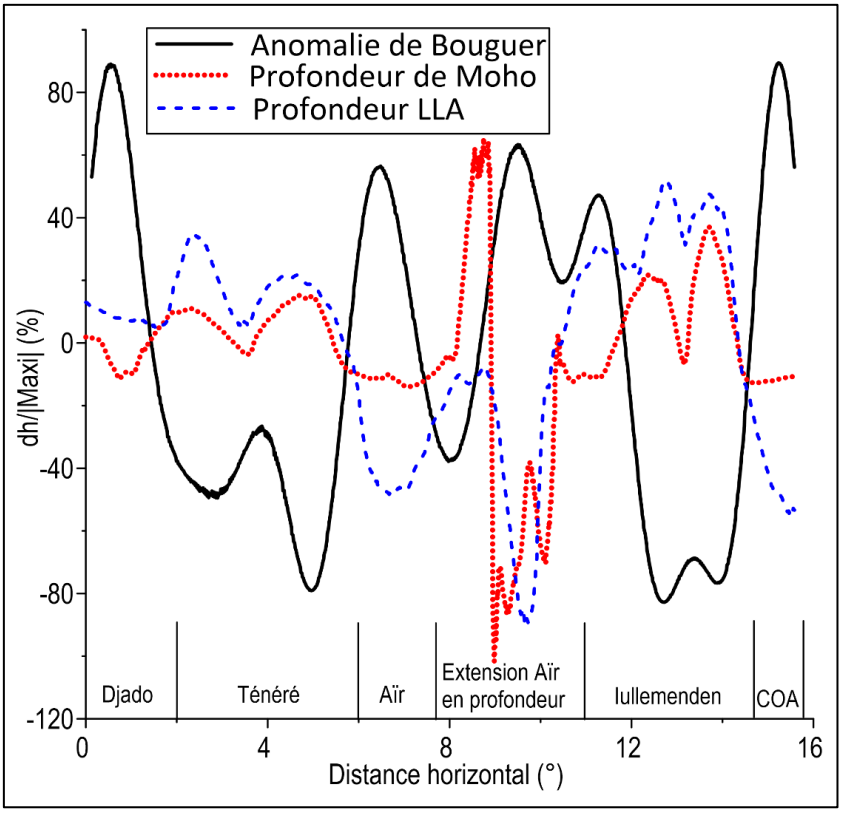


Figure 5.23. Dérivées premières normalisées des profils (cf. Figure 5.22).

Comme la détermination du champ régional demeure encore une préoccupation en géophysique appliquée, les anomalies de Bouguer correspondant aux grandes et moyennes longueurs d'onde

peuvent être considérées comme une bonne représentation de ce dernier. Ainsi nous pourrons l'utiliser afin de déduire le champ résiduel pour l'investigation des sources gravimétriques superficielles au Niger.

## Conclusion

Dans ce chapitre nous avons d'abord présenté les résultats des calculs des effets de terrains selon le modèle de terrain résiduel (RTM). Les élévations du RTM ont été déterminées à partir du MNT SRTM3 et les surfaces topographiques de références de $\sim 9\ km$ et $\sim 100\ km$ d'échelle spatiale.

La comparaison entre les surfaces topographiques de références calculées par le développement en harmoniques sphériques et celles obtenues par le filtre passe-bas appliqué au MNT, a montré des différences significatives allant jusqu'à 200 m. Nous avons adopté les solutions du filtre passe-bas car elles décrivent l'allure de la topographie et sont directement dérivées du MNT qui va servir pour les calculs des effets de terrain.

Les tests ont été réalisés au niveau de deux points, l'un dans une zone d'altitude basse et l'autre dans la zone montagneuse pour le choix des rayons d'intégration des effets de terrains. Il ressort que les rayons $R_1 = 10\ km$ pour la zone proche et $R_2 = 200\ km$ pour la zone lointaine sont largement suffisants pour avoir une précision de 0,01 mgal et 2 mm respectivement pour les corrections de terrain et l'effet indirect. Ces rayons ont été utilisés dans tous les calculs.

Les tests réalisés au niveau de deux zones, l'une dans une zone d'altitude basse et l'autre dans la zone montagneuse, ont montré que la résolution de 3 arc-secondes suffisante une bonne précision des effets de terrain au Niger. Les précisions attendues en référence à la résolution de 1 arc-seconde sont de 0,26 mgal pour les corrections de terrain, 0,4 mgal pour l'effet indirect et 3 mm pour l'effet indirect.

Les effets RTM ont été calculés sous forme de grilles et au niveau des stations gravimétriques. L'effet indirect est présenté pour la zone d'étude. L'effet indirect varie de -0,347 à 1,668 m et de -5,9 à 7,2 cm respectivement avec la surface de référence de ~100 km et celle ~9 km. L'effet direct varie de -67,36 à 48,46 mgal et de -75,23 à 155,75 mgal respectivement pour les échelles spatiales de ~9 km et ~100 km. Les corrections de terrain ne dépassent pas 30 mgal. La zone d'étude est caractérisée par des faibles valeurs des effets de terrains à cause des faibles variations de la topographie en général, les valeurs sont corrélées avec les variations du relief et des valeurs relativement grandes sont localisées dans les zones montagneuses.

L'analyse de l'influence des différences d'altitudes entre le MNT et les stations gravimétriques sur les effets de terrain ont montré que ces dernières conduisent à une surestimation des corrections de terrain et des erreurs significatives dans la contribution du plateau de Bouguer à l'effet direct. Les écarts d'altitudes sont ceux des effets de terrain. Nous avons suggéré l'utilisation des effets de terrain calculés essentiellement à partir des élévations du MNT car ce dernier décrit mieux la topographie autour des stations gravimétriques.

Dans la deuxième partie du chapitre nous avons présenté les résultats du calcul des contributions des GGMs « satellite pur » et « combiné ». Les anomalies à l'air libre et de Bouguer ont été calculé à partir du GGM combiné EIGEN-6C4 amélioré par RTM pour servir au remplissage des vides et la densification de la base de données gravimétriques. Les valeurs varient de 659,77

à 214,88 mgal et de -141,51 à 72,86 mgal pour les anomalies à l'air libre et de Bouguer simples respectivement. Les contributions des grandes et moyennes longueurs d'onde ont été calculées à partir du GGM satellite pur GOCE DIR5 au d/o 200 pour les anomalies de pesanteur, le géoïde et le quasigéoïde. Les valeurs varient -32,46 à 80,9 mgal, -114,76 à -15,66 mgal, 10,38 à 37,02 m et 10,37 à 37,02 m respectivement pour les anomalies à l'air libre, les anomalies de Bouguer simples, le quasigéoïde et le géoïde.

Dans la 3ème partie, nous avons présenté les résultats de la phase de retrait, le calcul de l'anomalie à l'air libre résiduelle selon RTM au niveau des stations gravimétriques. Cette dernière a été interpolée, les pixels vides ont remplis avec ceux de la grille des anomalies résiduelles calculées à partir du GGM combiné selon le même principe de retrait. La grille densifiée de l'anomalie résiduelle a été présentée et celle de l'anomalie à l'air libre après la restauration des grandes longueurs d'onde et du RTM. Les valeurs varient de -47,41 à 77,33 mgal et de -58,77 à 214,88 mgal pour la grille densifiée de l'anomalie résiduelle et celle des anomalies à l'air libre respectivement. Les points d'anomalies de Bouguer ont été interpolés directement et les pixels vides ont été remplis avec ceux de la grille calculée à part du GGM combiné. Les valeurs de la grille densifiée varient de -141,51 à 60,61 mgal avec une moyenne de -51,92.

Nous avons par la suite calculé le quasigéoïde résiduel à partir de la grille densifiée des anomalies résiduelles au niveau des stations gravimétriques et sous forme de grille. Nous avons implémenté quatre méthodes d'intégration : la méthode numérique dans le domaine de l'espace avec le module STOKES et les FFT dans le domaine des fréquences. La FFT monodimensionnelle sphérique (1D-FFT), la bidimensionnelle sphérique (2D-FFT) et la bidimensionnelle plane (2D-FFT) ont été évaluées respectivement avec les modules SP1D, SPFOUR et GEOFOUR de Gravsoft. Les valeurs du quasigéoïde résiduel varient de -95 à 110 cm environ pour les quatre solutions. La comparaison des quatre résultats a montré une similarité entre les solutions SPFOUR et GEOFOUR, la valeur absolue des différences entre ces deux résultats ne dépasse pas 3,5 cm, alors qu'elle atteint 12 cm pour les deux modèles avec SP1D. Les écarts absolus maximaux entre toutes les solutions FFT et STOKES avoisinent 30 cm.

Nous avons restauré les contributions des grandes longueurs d'onde et du RTM aux anomalies d'altitudes résiduelles pour calculer le quasigéoïde gravimétrique du Niger. Les résultats sont présentés sous formes de grille et au niveau des stations gravimétriques. Les valeurs varient de 10,376 à 37,923 m avec une moyenne de 23,05 m et un écart type standard de 5,4 m environ pour les quatre solutions calculées.

La grille de séparation géoïde-quasigéoïde a été calculée à partir de la grille d'anomalie de Bouguer et au niveau des stations des stations gravimétriques. Les valeurs varient de -31,9 à 3 cm.

Le géoïde gravimétrique du Niger a été déduit en ajoutant la séparation géoïde-quasigéoïde au quasigéoïde. Les ondulations du géoïde varient de 10,4 m au Sud-est de la zone d'étude (Bassin du Lac Tchad) à 37,666 m au centre Nord (Hoggar - Algérie), avec une moyenne de 23 m et un écart type standard de 5,3 m environ. Au Niger, les plus grandes valeurs sont localisées dans le massif de l'Aïr et son prolongement vers le Nord.

A travers l'interprétation visuelle, nous avons déduit que les anomalies à l'air libre, le géoïde et le quasigéoïde gravimétrique sont corrélés avec la topographie de la zone d'étude. Les valeurs relativement grandes sont localisées dans les zones de hautes altitudes. Le constat est le même pour les résultats des grandes et moyennes longueurs d'onde. La zone d'étude et particulièrement le Niger sont divisés en deux compartiments correspondant aux deux principaux bassins sédimentaires, celui des Iullemenden et celui du Lac Tchad. La zone d'étude est entièrement caractérisée par des anomalies de Bouguer négatives pour les grandes et moyennes longueurs. Pour le signal gravimétrique complet quelques valeurs positives apparaissent dans la zone frontalière entre l'Algérie et Mali et au Sud-ouest du Niger en se prolongeant au Sud jusqu'au Bénin. Nous avons montré que la variation des anomalies de Bouguer des grandes et moyennes longueurs d'onde concorde avec la topographie de la discontinuité de Mohorovicic et celle de la limite entre la lithosphère et l'asthénosphère au Niger.

# CHAPITRE 6. VALIDATION DU MODELE ET APPLICATION AU NIVELLEMENT PAR GNSS

## Introduction

Dans ce chapitre nous allons présenter les résultats de la comparaison du modèle gravimétrique NIGEO19 (*Nigerien Geoid* 2019) avec les modèles existants dans la zone d'étude, de l'évaluation avec les points GPS/Nivellement et l'application au Nivellement par GNSS. La comparaison est faite avec AGP007 (Merry, 2007), CGM05 du Cameroun (Kamguia et al., 2007) et les GGMs combinés de haute résolution. La validation du modèle est faite avec les points GPS/Nivellement situés au Niger et au Nord du Nigéria avant et après l'ajustement par les huit (8) modèles paramétriques. Enfin la campagne de nivellement par GNSS et l'application directe du géoïde gravimétrique sont développée.

## 6.1. Comparaison avec les modèles existants et les GGMs

Les statistiques des différences entre notre modèle de géoïde et les modèles existants sont présentées dans Tableau 6.1. Les GGMs combinés EGM2008 et EIGEN-6C4 ont été évalués au d/o 2190 et les différences sont présentées en centimètres.

Tableau 6.1. Statistiques des différences entre le modèle gravimétrique et les modèles existants

| | **Min** | **Max** | $\boldsymbol{ME}$ | $\boldsymbol{STD}$ | **Nb.** |
|---|---|---|---|---|---|
| [STOKES - EGM2008] (cm) | -53,6 | 71,1 | -0,9 | 12,3 | 333961 |
| [STOKES - EIGEN-6C4] (cm) | -38,1 | 39,5 | -1,0 | 8,4 | |
| [SP1D - EGM2008] (cm) | -50,9 | 60,6 | -2,8 | 15,9 | |
| [SP1D - EIGEN-6C4] (cm) | -52,6 | 43,8 | -2,8 | 13,1 | |
| [SPFOUR - EGM2008] (cm) | -48,4 | 67,1 | -2,2 | 15,5 | |
| [SPFOUR - EIGEN-6C4] (cm) | -52,1 | 39,3 | -2,3 | 12,5 | |
| [GEOFOUR - EGM2008] (cm) | -46,8 | 69,2 | -1,7 | 15,2 | |
| [GEOFOUR - EIGEN-6C4] (cm) | -51,0 | 39,8 | -1,8 | 12,1 | |
| [STOKES - AGP2007] (m) | -2,31 | 1,04 | -0,61 | 0,37 | |
| [SP1D - AGP2007] (m) | -2,26 | 1,14 | -0,63 | 0,34 | |
| [SPFOUR - AGP2007] (m) | -2,31 | 1,12 | -0,63 | 0,35 | |
| [GEOFOUR - AGP2007] (m) | -2,31 | 1,12 | -0,62 | 0,35 | |
| [STOKES - CGM05] (m) | -3,03 | 0,83 | -0,63 | 0,53 | 38841 |
| [SPFOUR - CGM05] (m) | -3,10 | 0,65 | -0,67 | 0,52 | |
| [SP1D - CGM05] (m) | -3,17 | 0,63 | -0,72 | 0,52 | |
| [GEOFOUR - CGM05] (m) | -3,09 | 0,67 | -0,66 | 0,52 | |

Les valeurs absolues des différences atteignent jusqu'à 70 cm pour certaines solutions comparées avec EGM2008, contrairement à EIGEN-6C4 dont les valeurs varient d'environ -50 à 40 cm. Les biais varient de 1 à 3 cm environ et tous les modèles gravimétriques sont légèrement en dessous des modèles de GGMs ($ME < 0$). Les plus petits écart-types standards sont obtenus entre les solutions gravimétriques et EIGEN-6C4 et la méthode STOKES a données la plus petite valeur ($STD = 8{,}4\ cm$). Nous avons fait le rehaussement spectral des

deux modèles combinés avec la contribution du RTM correspondant à la surface de référence de ~9 km, mais les écart-types des différences avec le modèle gravimétrique demeurent les même. La différence des écarts pour EGM2008 et EIGEN-6C4 est due au fait que le second GGM intègre les données de GOCE et il a été utilisé pour la densification de la grille des anomalies résiduelles. Comme les solutions FFT sont semblables, nous avons présentées dans la Figure 6.1 les grilles de différences pour STOKES et GEOFOUR avec les GGMs combinés améliorés par les effets RTM. Toutes les grilles de différences sur la Figure 6.1 présentent des valeurs relativement grandes dans le bassin du Lac Tchad au Sud-Est du Niger, jusqu'à – 40 cm. Des grandes valeurs positives, environ 30 cm, sont obtenues dans le Nord-Est du pays. Les erreurs d'omission sont la principale source des écarts entre les GGMs et le modèle gravimétrique.

Les statistiques des différences entre les solutions gravimétriques et AGP2007 (Tableau 6.1 et Figure 6.2) montrent des écarts dépassant 2 m, un important biais négatif ($|ME| > 60\ cm$) et des écart-types d'environ 35 cm. AGP2007 est au-dessus des solutions gravimétriques. Les larges valeurs de différences (environ 2 m) apparaissent au Sud-Est de l'Algérie jusqu'à la frontière avec le Niger. Au Niger, les différences varient de -2 à 0 m. Des valeurs positives d'environ 1 m apparaissent au centre sud (Nigéria) et à la frontière entre la Libye et le Tchad.

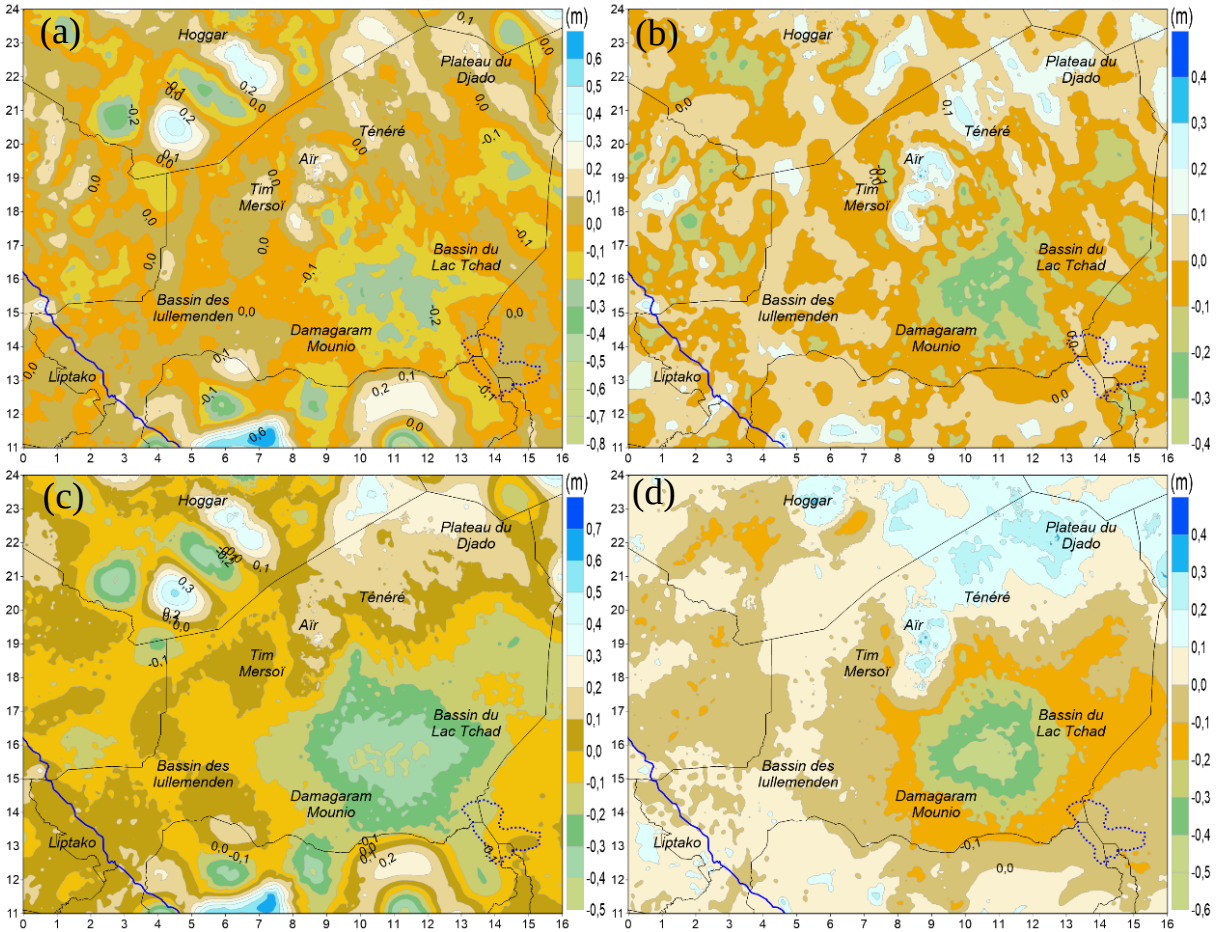


Figure 6.1. Grilles de différences entre les modèles gravimétriques et les GGMs combinés : (a) STOKES - (EGM2008 + RTM). (b) STOKES - (EIGEN-6C4 + RTM). (c) GEOFOUR - (EIGEN-6C4 + RTM). (d) GEOFOUR - (EIGEN-6C4 + RTM). Intervalle = 10 cm.

Le modèle CGM05 est limité à la partie commune avec notre zone d'étude, de 8° à 16° Est et 11° à 14° Nord. Les statistiques des différences entre les solutions gravimétriques et CGM05 (Tableau 6.1 et Figure 6.3) montrent également des écarts dépassant 3 m en valeur absolu, un important biais négatif ($|ME| \approx 70\ cm$) et des écart-types d'environ 50 cm. CGM05 est au-dessus des solutions gravimétriques. Les larges valeurs de différences (environ 3 m) apparaissent au centre sud zone d'étude (au Niger et au Nigéria). Les larges valeurs de différences obtenues avec AGP2007 et CGM05 pourraient provenir du manque de données gravimétriques dans certaines zones lors de leur détermination, notamment au centre du Nigéria. Ces deux modèles ont utilisé respectivement les MNTs de 30 arcs secondes SRTM 30'' et GLOBE, et les données du satellite GRACE.

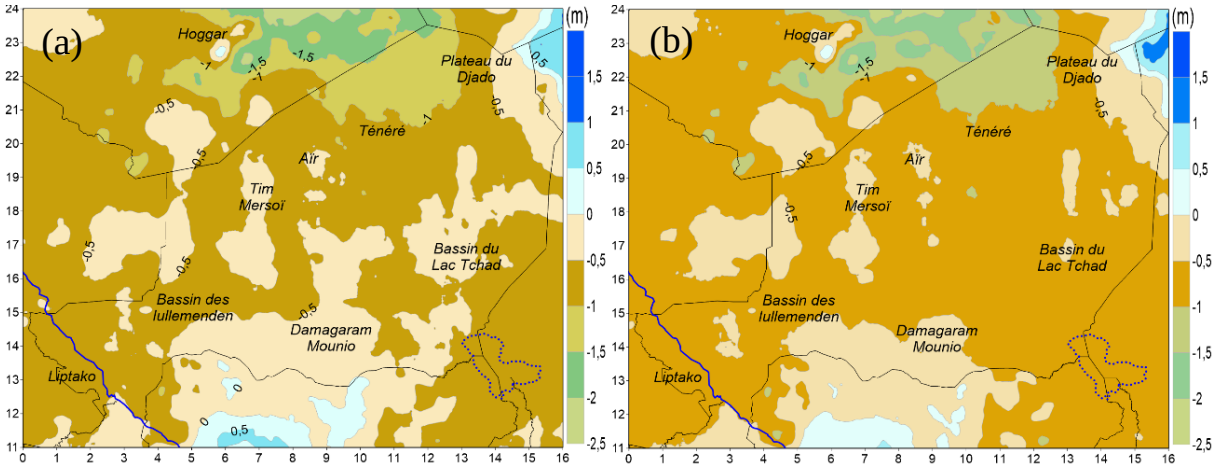


Figure 6.2. Grilles de différences entre les modèles gravimétriques et AGP2007 : STOKES - AGP2007 (a). SP1D - AGP2007 (b). Intervalle = 0,5 m.

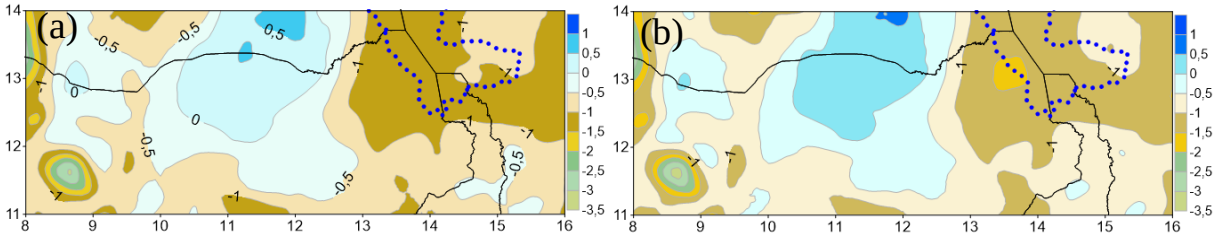


Figure 6.3. Grilles de différences entre les modèles gravimétriques et CGM05 : STOKES - CGM05 (a). SP1D - CGM05 (b). Intervalle = 0,5 m.

La comparaison avec les points GPS/Nivellement bien repartis dans l'ensemble du territoire donnerait davantage de détails sur la précision des tous ces modèles par rapport au modèle gravimétrique.

## 6.2. Validation et ajustement du modèle de géoïde aux points GPS/Nivellement

### 6.2.1. Evaluation directe avant ajustement

Les statistiques descriptives de la comparaison entre les quatre solutions de géoïde gravimétrique, les GGMs combinés améliorés par RTM et AGP2007 avec les 39 points GPS/Nivellement existant au Niger sont présentées dans le Tableau 6.2. Le plus grand écart type standard STD est observé avec EGM2008 (15,2 cm) alors que le plus petit est donnée par

EIGEN-6C4 (13,6 cm). Au centimètre près, les solutions FFT sont identiques entre elles et meilleures que la méthode STOKES (intégration dans le domaine de l'espace), le biais plus important est observé avec SP1D et STOKES ($ME \approx 2\ cm$). Toutes les solutions gravimétriques présentent des biais faibles par rapport au point de validation. AGP2007 présente un STD relativement faible mais le plus grand biais négatif ($ME = -54\ cm$), comme nous l'avons aussi obtenu dans la comparaison des grilles à la section précédente. Les performances d'AGP2007, EIGEN-6C4 et EGM2008 en termes de STD pourraient s'expliquer les faibles variations d'altitude et du géoïde dans la zone de validation.

Tableau 6.2. Statistiques descriptives des écarts des hauteurs de géoïde en centimètre au niveau de 39 points GPS/nivellement au Niger

| | STOKES | SP1D | SPFOUR | GEOFOUR | EGM2008 | EIGEN-6C4 | AGP2007 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Min | -27,6 | -25,1 | -26,1 | -27,0 | -26,8 | -22,6 | -82,5 |
| Max | 43,9 | 43,6 | 42,6 | 42,1 | 44,1 | 43,2 | -20,9 |
| ME | 2,3 | 2,0 | 0,5 | -0,2 | 4,4 | 2,1 | -54,0 |
| STD | 15,1 | 14,3 | 14,3 | 14,3 | 15,2 | 13,6 | 13,8 |
| Nb. | 39 | | | | | | |

Les statistiques descriptives de la comparaison entre les quatre solutions de géoïde gravimétrique, les GGMs combinés améliorés par RTM, AGP2007 et CGM05 avec les points GPS/Nivellement existant au Nord du Nigeria sont présentées dans le Tableau 6.3.

Parmi les modèles couvrant les 11 points de validation, AGP2007 présente les plus petites valeurs de différences ($STD = 68{,}6\ cm$) et ($ME = 27{,}7\ cm$). Les solutions gravimétriques et les GGMs combinés ont des valeurs de $STD$ de plus de 80 cm et des biais positifs importants ($ME > 40\ cm$), les solutions FFT sont légèrement meilleures que STOKES. La comparaison avec CGM05 a été faite au niveau de trois (3) points couverts par ce modèle, les valeurs de $STD$ sont respectivement de 42,8 cm, 61 cm et plus 70 cm pour AGP2007, CGM05 et les modèles gravimétriques. Ce résultat est similaire à celui obtenu avec les 11 points, AGP2007 présente le plus petit $STD$.

Tableau 6.3. Statistiques descriptives des écarts des hauteurs de géoïde en mètre au niveau des points GPS/nivellement au Nigéria

| | STOKES | SP1D | SPFOUR | GEOFOUR | EGM2008 | EIGEN | AGP2007 | CGM05 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Min | -1,15 | -1,11 | -1,16 | -1,18 | -1,06 | -1,10 | -1,09 | -0,71 |
| Max | 1,89 | 1,91 | 1,89 | 1,88 | 1,95 | 1,89 | 1,54 | 0,41 |
| ME | 0,430 | 0,504 | 0,452 | 0,442 | 0,460 | 0,469 | 0,277 | -0,016 |
| STD | 0,864 | 0,856 | 0,858 | 0,861 | 0,834 | 0,852 | 0,686 | 0,610 |
| Nb. | 11 | | | | | | | 3 |

### 6.2.2. Ajustement aux points GPS/Nivellement

Les ajustements aux points GPS/Nivellement du Niger et du Nigéria ont été faits séparément à causes des différences entre les deux systèmes altimétriques et la distribution spatiale limitée des points. Une bonne répartition des points GPS/Nivellement permettrait d'ajuster le modèle gravimétrique dans toute la zone d'étude et y proposer un datum altimétrique unifié. Nous avons

implémenté les huit (8) modèles paramétriques : Suppression de biais (1 paramètre), polynômes de premier (linéaire), deuxième (Poly-2) et troisième (Poly-3) degrés, 3 (3-par.), 4 (4-par.), 5 (5-par.) et 7 (7-par.) paramètres. Partant de $n$ points GPS/Nivellement avec leurs coordonnées $(\lambda_i, \varphi_i)$, les hauteurs ellipsoïdales $h_i$ et les altitudes orthométriques $H_i$, l'ajustement du modèle gravimétrique au modèle géométrique implique les étapes suivants, résumées dans la Figure 6.4:

- Extraire les hauteurs de géoïde gravimétrique $N_i$ au niveau des points ;
- Calculer le vecteur des différences $\Delta N_i$ ;
- Choisir un modèle de transformation à $m$ paramètres ;
- Calculer la matrice de transformation A en utilisant les coordonnées des points GPS/Nivellement $(\lambda_i, \varphi_i)$ et selon le modèle paramétrique choisi ;
- Estimer le vecteur des paramètres de transformation $\hat{x}$ par moindres carrés ;
- Calculer le vecteur des différences ajustées $\hat{v}$, faire l'analyse statistique des valeurs obtenues pour la qualité du modèle et la précision interne du géoïde gravimétrique après ajustement ;
- Interpoler le vecteur des écarts ajustés pour déterminer la surface de correction ;
- Ajouter la surface de correction au modèle gravimétrique pour obtenir le modèle hybride, ajusté au modèle géométrique.

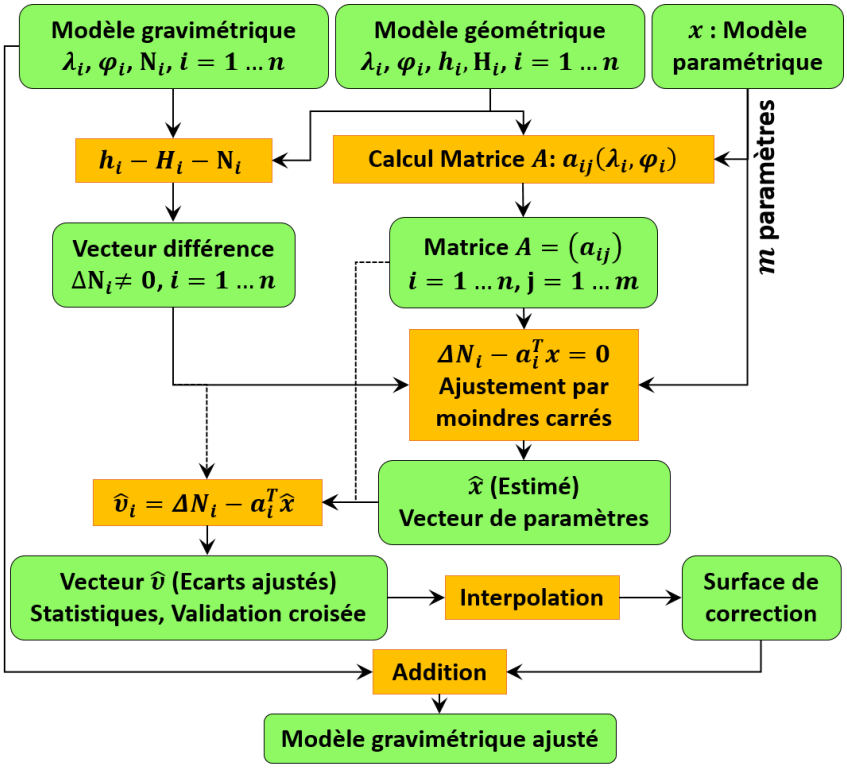


Figure 6.4. Processus d'ajustement du modèle gravimétrique aux points GPS/Nivellement, adapté de Fotopoulos (2013).

#### *6.2.2.1. Evaluation de la précision interne au Niger*

Comme nous l'avons annoncé dans le Chapitre 3, l'ajustement a d'abord été fait aux 39 points GPS/Nivellement disponibles au Niger. Après le calcul des matrices correspondantes, les paramètres de transformation $\hat{x}$ calculés pour les 8 modèles paramétriques selon l'ajustement

par moindres carrés sont présentés dans les tableaux 6.4-7 respectivement pour STOKES, SP1D, SPFOUR et GEOFOUR.

Tableau 6.4. Paramètres pour STOKES

| Paramètres | Biais | Linéaire | Poly-2 | Poly-3 | 3-par. | 4-par. | 5-par. | 7-par. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0,0228 | 0,02 | 0,02 | 0,04 | 1,74 | 234,27 | 397,92 | 14037,10 |
| $x_2$ | | -7,76 | -8,12 | -7,67 | -7,69 | 4,19 | 12,40 | 718,56 |
| $x_3$ | | -5,47 | -3,25 | -1,68 | -5,31 | 52,79 | -327,00 | 60375,69 |
| $x_4$ | | | -197,08 | -268,46 | | -239,95 | -358,42 | -14394,75 |
| $x_5$ | | | 630,55 | 115,62 | | | 877,10 | -55962,69 |
| $x_6$ | | | 55,67 | -46,93 | | | | -2895,83 |
| $x_7$ | | | | 9139,63 | | | | -11314,41 |
| $x_8$ | | | | -61231,04 | | | | |
| $x_9$ | | | | 40367,12 | | | | |
| $x_{10}$ | | | | -41335,53 | | | | |

Tableau 6.5. Paramètres pour SP1D

| Paramètres | Biais | Linéaire | Poly-2 | Poly-3 | 3-par. | 4-par. | 5-par. | 7-par. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0,0205 | 0,02 | 0,00 | 0,02 | 1,64 | 65,58 | 198,69 | 10550,27 |
| $x_2$ | | -6,99 | -7,43 | -7,51 | -6,92 | -3,66 | 3,02 | 516,51 |
| $x_3$ | | -5,22 | -3,75 | -0,81 | -5,07 | 10,91 | -298,01 | 45868,73 |
| $x_4$ | | | -83,79 | -138,14 | | -65,98 | -162,34 | -10813,99 |
| $x_5$ | | | 590,47 | 63,11 | | | 713,43 | -42572,62 |
| $x_6$ | | | 132,53 | 35,32 | | | | -2110,65 |
| $x_7$ | | | | 10937,99 | | | | -8559,33 |
| $x_8$ | | | | -70587,79 | | | | |
| $x_9$ | | | | 35171,11 | | | | |
| $x_{10}$ | | | | -41080,75 | | | | |

Tableau 6.6. Paramètres pour SPFOUR

| Paramètres | Biais | Linéaire | Poly-2 | Poly-3 | 3-par. | 4-par. | 5-par. | 7-par. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0,005 | 0,00 | -0,01 | 0,01 | 1,47 | 67,20 | 200,05 | 10528,92 |
| $x_2$ | | -7,02 | -7,45 | -7,53 | -6,96 | -3,60 | 3,07 | 515,77 |
| $x_3$ | | -4,60 | -3,13 | 0,04 | -4,47 | 11,96 | -296,34 | 45767,65 |
| $x_4$ | | | -84,71 | -140,55 | | -67,82 | -163,99 | -10792,30 |
| $x_5$ | | | 588,06 | 42,81 | | | 711,99 | -42477,70 |
| $x_6$ | | | 130,85 | 31,17 | | | | -2107,37 |
| $x_7$ | | | | 11000,63 | | | | -8540,14 |
| $x_8$ | | | | -73384,02 | | | | |
| $x_9$ | | | | 35624,36 | | | | |
| $x_{10}$ | | | | -40990,37 | | | | |

Les statistiques descriptives des vecteurs des erreurs ajustées $\hat{v}$ ont été calculées afin d'obtenir la précision des modèles gravimétriques. A titre d'exemple nous avons présentés les statistiques des écarts avant et après ajustement pour la méthode STOKES dans le Tableau 6.8 ainsi que les

coefficients de détermination de l'ajustement par moindres carrés pour toutes les méthodes de calcul. Pour tous les modèles, les écart-types standards $STD$ avant et après les transformations sont présentés dans le Tableau 6.9.

Tableau 6.7. Paramètres pour GEOFOUR

| Paramètres | Biais | Linéaire | Poly-2 | Poly-3 | 3-par. | 4-par. | 5-par. | 7-par. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | -0,0016 | 0,00 | -0,02 | 0,00 | 1,50 | 60,38 | 194,31 | 10500,09 |
| $x_2$ | | -7,11 | -7,55 | -7,54 | -7,05 | -4,04 | 2,68 | 513,69 |
| $x_3$ | | -4,73 | -3,26 | -0,18 | -4,60 | 10,11 | -300,70 | 45662,74 |
| $x_4$ | | | -81,49 | -137,09 | | -60,75 | -157,71 | -10762,23 |
| $x_5$ | | | 596,81 | 61,10 | | | 717,79 | -42385,21 |
| $x_6$ | | | 132,82 | 36,40 | | | | -2100,50 |
| $x_7$ | | | | 10527,64 | | | | -8514,24 |
| $x_8$ | | | | -71969,48 | | | | |
| $x_9$ | | | | 35124,82 | | | | |
| $x_{10}$ | | | | -40689,47 | | | | |

Tableau 6.8. Statistiques descriptives des écarts des hauteurs de géoïde en centimètre au niveau des points GPS/nivellement au Niger avec la méthode STOKES et coefficients de détermination

| | Avant | Biais | Linéaire | Poly-2 | Poly-3 | 3-par. | 4-par. | 5-par. | 7-par. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Min | -27,6 | -29,9 | -23,8 | -22,9 | -22,2 | -23,8 | -22,8 | -23,2 | -25,4 |
| Max | 43,9 | 41,6 | 30,8 | 32,6 | 25,7 | 30,9 | 34,2 | 32,1 | 27,3 |
| ME | 2,3 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| STD | 15,1 | 15,1 | 12,0 | 11,2 | 10,4 | 12,0 | 11,9 | 11,2 | 11,0 |
| $R^2$ | STOKES | 1 | 0,635 | 0,552 | 0,480 | 0,634 | 0,624 | 0,552 | 0,534 |
| | SP1D | 1 | 0,667 | 0,610 | 0,532 | 0,667 | 0,666 | 0,613 | 0,599 |
| | SPFOUR | 1 | 0,673 | 0,616 | 0,535 | 0,672 | 0,671 | 0,619 | 0,604 |
| | GEOFOUR | 1 | 0,664 | 0,607 | 0,529 | 0,664 | 0,663 | 0,610 | 0,596 |
| Nb. | 39 | | | | | | | | |

Tableau 6.9. Précision des quatre solutions de géoïde gravimétrique avant et après ajustement aux 39 points GPS/Nivellement : écart type standard en cm

| | Avant | Biais | Linéaire | Poly-2 | Poly-3 | 3-par. | 4-par. | 5-par. | 7-par. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| STOKES | 15,1 | 15,1 | 12,0 | 11,2 | 10,4 | 12,0 | 11,9 | 11,2 | 11,0 |
| SP1D | 14,3 | 14,3 | 11,7 | 11,2 | 10,4 | 11,7 | 11,7 | 11,2 | 11,1 |
| SPFOUR | 14,3 | 14,3 | 11,7 | 11,2 | 10,4 | 11,7 | 11,7 | 11,2 | 11,1 |
| GEOFOUR | 14,3 | 14,3 | 11,7 | 11,1 | 10,4 | 11,7 | 11,6 | 11,2 | 11,0 |
| Nb. | 39 | | | | | | | | |

Comme attendu, le meilleur ajustement, selon les coefficients $R^2$, entre le modèle gravimétrique et le modèle géométrique est donné par la suppression du biais entre les deux modèles, donc une meilleure corrélation. Mais malheureusement dans notre cas il n'améliore pas la précision interne du géoïde gravimétrique.

Après l'ajustement, toutes les valeurs moyennes sont nulles. Les valeurs $STD$ ont été nettement améliorées d'environ 3 cm, sauf pour le modèle basé sur la suppression du biais à cause des

faibles valeurs moyennes avant l'ajustement. La meilleure précision est obtenue avec la transformation polynomiale de troisième degré (Poly-3), $STD = 10{,}4\ cm$ pour tous les modèles gravimétriques après l'ajustement (Tableau 6.8 et Tableau 6.9). Les modèles de transformation à cinq (5) et sept (7) paramètres et le polynomial de deuxième degré présentent presque le même résultat en termes de $STD$. Ils sont légèrement meilleurs que les modèles linéaires, à trois (3) et quatre (4) paramètres.

Nous avons limité la grille de géoïde gravimétrique autour des points GPS/Nivellement au Sud-Ouest du Niger, 1,7° à 4,025° Est et de 13,05° à 14,55° Nord (Figure 6.7), puis calculé les surfaces de corrections selon l'ajustement par moindres carrés. Les statistiques des grilles de corrections sont présentées dans les tableaux 6.10-13 respectivement pour les méthodes STOKES, SP1D, SPFOUR et GEOFOUR. Les grilles des surfaces de correction sont affichées dans la Figure 6.5.

Tableau 6.10. Statistiques des grilles de corrections en cm avec la méthode STOKES

| | Biais | Linéaire | Poly-2 | Poly-3 | 3-par. | 4-par. | 5-par. | 7-par. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Min | -29,3 | -23,2 | -21,8 | -21,8 | -23,2 | -22,2 | -22,0 | -24,2 |
| Max | 40,6 | 29,9 | 31,6 | 25,0 | 29,9 | 33,3 | 31,1 | 26,4 |
| ME | 1,2 | -0,7 | -0,8 | 0,0 | -0,7 | -0,6 | -0,7 | -0,3 |
| STD | 11,7 | 8,5 | 7,2 | 6,6 | 8,5 | 8,2 | 7,2 | 7,2 |
| Nb. | 5734 | | | | | | | |

Tableau 6.11. Statistiques descriptives des grilles de corrections en cm avec la méthode SP1D

| | Biais | Linéaire | Poly-2 | Poly-3 | 3-par. | 4-par. | 5-par. | 7-par. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Min | -26,6 | -19,9 | -19,8 | -21,8 | -19,9 | -20,0 | -20,5 | -21,7 |
| Max | 40,4 | 31,0 | 31,5 | 26,3 | 31,1 | 32,0 | 30,2 | 27,6 |
| ME | 1,4 | -0,4 | -0,6 | 0,0 | -0,4 | -0,3 | -0,4 | -0,2 |
| STD | 11,2 | 8,0 | 7,3 | 6,7 | 8,0 | 7,9 | 7,3 | 7,3 |
| Nb. | 5734 | | | | | | | |

Tableau 6.12. Statistiques des grilles de corrections en cm avec la méthode SPFOUR

| | Biais | Linéaire | Poly-2 | Poly-3 | 3-par. | 4-par. | 5-par. | 7-par. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Min | -26,1 | -20,0 | -19,9 | -21,8 | -20,0 | -20,1 | -20,5 | -21,8 |
| Max | 41,0 | 31,0 | 31,5 | 26,2 | 31,0 | 32,0 | 30,2 | 27,5 |
| ME | 1,3 | -0,4 | -0,6 | 0,0 | -0,4 | -0,3 | -0,4 | -0,2 |
| STD | 11,1 | 8,0 | 7,3 | 6,7 | 8,0 | 8,0 | 7,3 | 7,3 |
| Nb. | 5734 | | | | | | | |

Tableau 6.13. Statistiques des grilles de corrections en cm avec la méthode GEOFOUR

| | Biais | Linéaire | Poly-2 | Poly-3 | 3-par. | 4-par. | 5-par. | 7-par. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Min | -26,3 | -19,8 | -19,7 | -21,7 | -19,8 | -19,9 | -20,4 | -21,6 |
| Max | 41,1 | 31,1 | 31,5 | 26,2 | 31,1 | 32,0 | 30,2 | 27,5 |
| ME | 1,3 | -0,4 | -0,6 | 0,0 | -0,4 | -0,3 | -0,4 | -0,2 |
| STD | 11,1 | 8,0 | 7,2 | 6,6 | 8,0 | 7,9 | 7,2 | 7,3 |
| Nb. | 5734 | | | | | | | |

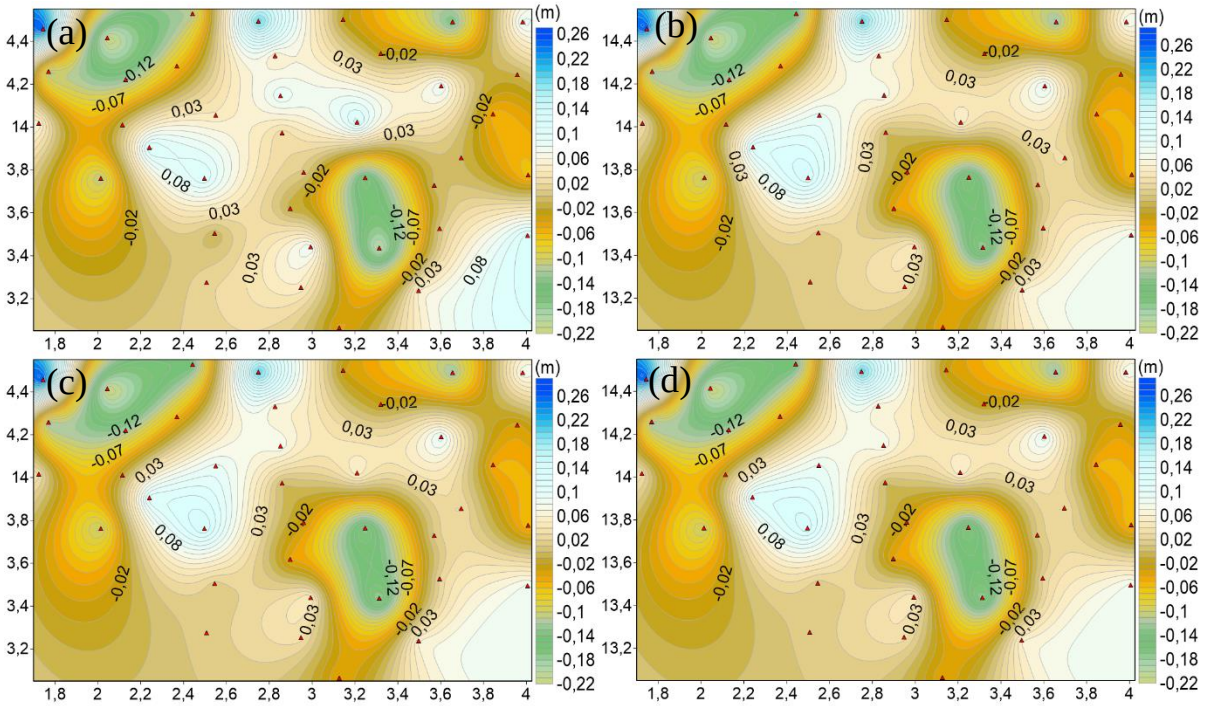


Figure 6.5. Surfaces de correction entre les modèles gravimétriques et le modèle géométrique basées sur les 39 points et la transformation polynomiale de troisième degré au Niger : (a) STOKES, (b) SP1D, (c) SPFOUR et (d) GEOFOUR.

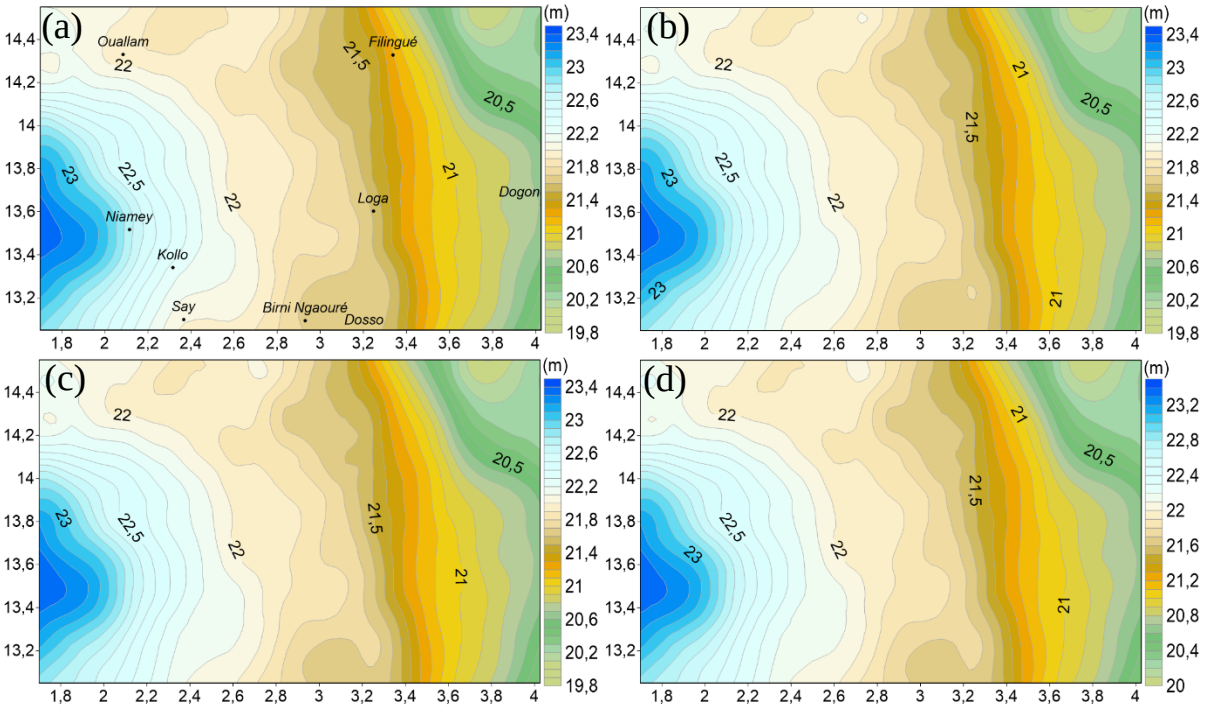


Figure 6.6. Modèles gravimétriques ajustés aux 39 points du Niger par la transformation polynomiale de troisième degré : (a) STOKES, (b) SP1D, (c) SPFOUR et (d) GEOFOUR.

Les statistiques descriptives des modèles ajustés dans la zone limitée pour les quatre solutions gravimétriques sont présentées dans les tableaux 6.14-17. Les modèles ajustés par la transformation polynomiale de troisième degré (Poly-3) sont présentés dans la Figure 6.6. La

précision de ces quatre solutions gravimétriques est donc de 10,4 cm. L'application au nivellement par GNSS a été faite avec ces modèles ajustés.

Tableau 6.14. Statistiques des grilles de modèle ajusté en mètre avec la méthode STOKES

| | Avant | Biais | Linéaire | Poly-2 | Poly-3 | 3-par. | 4-par. | 5-par. | 7-par. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Min | 20,05 | 19,84 | 20,00 | 19,97 | 20,00 | 20,00 | 20,02 | 19,97 | 19,95 |
| Max | 23,39 | 23,43 | 23,27 | 23,31 | 23,38 | 23,27 | 23,29 | 23,32 | 23,34 |
| ME | 21,70 | 21,72 | 21,70 | 21,70 | 21,70 | 21,70 | 21,70 | 21,70 | 21,70 |
| STD | 0,73 | 0,80 | 0,71 | 0,71 | 0,72 | 0,71 | 0,71 | 0,72 | 0,72 |
| Nb. | 5734 | | | | | | | | |

Tableau 6.15. Statistiques des grilles de modèle ajusté en mètre avec la méthode SP1D

| | Avant | Biais | Linéaire | Poly-2 | Poly-3 | 3-par. | 4-par. | 5-par. | 7-par. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Min | 20,02 | 19,84 | 19,99 | 19,95 | 19,98 | 19,99 | 20,00 | 19,96 | 19,93 |
| Max | 23,38 | 23,44 | 23,29 | 23,30 | 23,36 | 23,29 | 23,29 | 23,31 | 23,32 |
| ME | 21,71 | 21,72 | 21,71 | 21,70 | 21,71 | 21,71 | 21,71 | 21,70 | 21,71 |
| STD | 0,73 | 0,80 | 0,72 | 0,72 | 0,72 | 0,72 | 0,72 | 0,72 | 0,72 |
| Nb. | 5734 | | | | | | | | |

Tableau 6.16. Statistiques des grilles de modèle ajusté en mètre avec la méthode SPFOUR

| | Avant | Biais | Linéaire | Poly-2 | Poly-3 | 3-par. | 4-par. | 5-par. | 7-par. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Min | 20,03 | 19,86 | 20,00 | 19,96 | 20,00 | 20,00 | 20,01 | 19,97 | 19,94 |
| Max | 23,40 | 23,46 | 23,31 | 23,32 | 23,39 | 23,31 | 23,32 | 23,34 | 23,35 |
| ME | 21,73 | 21,74 | 21,72 | 21,72 | 21,73 | 21,72 | 21,72 | 21,72 | 21,72 |
| STD | 0,73 | 0,80 | 0,72 | 0,72 | 0,72 | 0,72 | 0,72 | 0,72 | 0,72 |
| Nb. | 5734 | | | | | | | | |

Tableau 6.17. Statistiques des grilles de modèle ajusté en mètre avec la méthode GEOFOUR

| | Avant | Biais | Linéaire | Poly-2 | Poly-3 | 3-par. | 4-par. | 5-par. | 7-par. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Min | 20,04 | 19,87 | 20,01 | 19,96 | 20,00 | 20,01 | 20,02 | 19,98 | 19,95 |
| Max | 23,40 | 23,46 | 23,31 | 23,32 | 23,38 | 23,31 | 23,32 | 23,34 | 23,35 |
| ME | 21,73 | 21,75 | 21,73 | 21,73 | 21,73 | 21,73 | 21,73 | 21,73 | 21,73 |
| STD | 0,73 | 0,80 | 0,72 | 0,72 | 0,72 | 0,72 | 0,72 | 0,72 | 0,72 |
| Nb. | 5734 | | | | | | | | |

#### *6.2.2.2. Evaluation de la précision interne au Nord Nigéria*

L'ajustement avec les 11 points GPS/nivellement au Nord du Nigéria a été fait séparément. Après le calcul des matrices correspondantes, les paramètres de transformation calculés pour les 8 modèles paramétriques selon l'ajustement par moindres carrés sont présentés dans les tableaux 6.10-13 respectivement pour STOKES, SP1D, SPFOUR et GEOFOUR. Les statistiques descriptives des vecteurs des erreurs ajustées $v$ ont été calculées afin d'obtenir la précision des modèles gravimétriques, le Tableau 6.22 présente les valeurs pour la méthode STOKES avant et après ajustement. Pour les quatre solutions gravimétries, les écart-types standards $STD$ avant et après les transformations sont présentés dans le Tableau 6.23.

Tableau 6.18. Paramètres pour STOKES

| Paramètres | Biais | Linéaire | Poly-2 | Poly-3 | 3-par. | 4-par. | 5-par. | 7-par. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0,43 | 0,43 | -0,34 | 2025,94 | -5,82 | -520,04 | -496,81 | -988,42 |
| $x_2$ | | 5,35 | -12,19 | -18919,20 | 4,59 | -76,17 | -72,12 | 33,35 |
| $x_3$ | | 26,07 | -15,61 | -19983,66 | 26,11 | -101,48 | -837,46 | -2981,96 |
| $x_4$ | | | 251,95 | 19186,60 | | 535,04 | 590,10 | 1041,44 |
| $x_5$ | | | 1156,03 | 56733,66 | | | 1729,01 | 2409,81 |
| $x_6$ | | | -802,91 | 161856,26 | | | | -514,28 |
| $x_7$ | | | | 3821,65 | | | | 1372,65 |
| $x_8$ | | | | -36964,57 | | | | |
| $x_9$ | | | | -100308,33 | | | | |
| $x_{10}$ | | | | -335736,33 | | | | |

Tableau 6.19. Paramètres pour SP1D

| Paramètres | Biais | Linéaire | Poly-2 | Poly-3 | 3-par. | 4-par. | 5-par. | 7-par. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0,50 | 0,50 | -0,25 | 2465,73 | -5,88 | -512,14 | -489,88 | -18,44 |
| $x_2$ | | 5,96 | -11,12 | -19067,95 | 5,20 | -74,32 | -70,44 | 147,62 |
| $x_3$ | | 26,36 | -13,69 | -26058,40 | 26,39 | -99,21 | -804,66 | 1979,73 |
| $x_4$ | | | 248,64 | 18062,37 | | 526,76 | 579,53 | 44,23 |
| $x_5$ | | | 1132,85 | 84196,67 | | | 1657,27 | -2227,43 |
| $x_6$ | | | -750,61 | 164719,02 | | | | -1053,54 |
| $x_7$ | | | | 4277,53 | | | | 482,59 |
| $x_8$ | | | | -77676,34 | | | | |
| $x_9$ | | | | -95995,75 | | | | |
| $x_{10}$ | | | | -345194,13 | | | | |

Tableau 6.20. Paramètres pour SPFOUR

| Paramètres | Biais | Linéaire | Poly-2 | Poly-3 | 3-par. | 4-par. | 5-par. | 7-par. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0,45 | 0,45 | -0,30 | 2497,08 | -6,10 | -512,78 | -490,63 | -56,51 |
| $x_2$ | | 5,73 | -11,39 | -19186,12 | 4,94 | -74,64 | -70,79 | 143,43 |
| $x_3$ | | 27,30 | -12,76 | -26446,40 | 27,30 | -98,41 | -800,25 | 1794,28 |
| $x_4$ | | | 249,02 | 18167,26 | | 527,20 | 579,70 | 82,47 |
| $x_5$ | | | 1120,82 | 85780,66 | | | 1648,79 | -2047,60 |
| $x_6$ | | | -755,08 | 165729,00 | | | | -1035,17 |
| $x_7$ | | | | 4253,43 | | | | 503,52 |
| $x_8$ | | | | -79804,61 | | | | |
| $x_9$ | | | | -96451,83 | | | | |
| $x_{10}$ | | | | -347352,33 | | | | |

Après l'ajustement, les valeurs moyennes sont nulles. Les valeurs $STD$ ont été nettement améliorées, sauf pour le modèle basé sur la suppression du biais à cause des faibles valeurs moyennes avant l'ajustement. Comme avec les points de validation du Niger, le meilleur ajustement est obtenu avec le modèle polynomial de troisième degré (Poly-3), $STD = 41{,}3\ cm$ pour la méthode STOKE et environ $STD = 43\ cm$ pour les trois (3) solutions FFT.

Tableau 6.21. Paramètres pour GEOFOUR

| Paramètres | Biais | Linéaire | Poly-2 | Poly-3 | 3-par. | 4-par. | 5-par. | 7-par. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0,44 | 0,44 | -0,31 | 2471,63 | -6,13 | -515,40 | -493,20 | -149,94 |
| $x_2$ | | 5,79 | -11,44 | -19105,38 | 4,99 | -74,99 | -71,13 | 133,19 |
| $x_3$ | | 27,38 | -12,92 | -26127,23 | 27,37 | -98,98 | -802,22 | 1328,89 |
| $x_4$ | | | 250,29 | 18161,06 | | 529,89 | 582,49 | 178,12 |
| $x_5$ | | | 1117,44 | 84479,65 | | | 1652,08 | -1609,89 |
| $x_6$ | | | -763,45 | 164949,39 | | | | -987,79 |
| $x_7$ | | | | 4217,80 | | | | 580,71 |
| $x_8$ | | | | -78082,43 | | | | |
| $x_9$ | | | | -96330,70 | | | | |
| $x_{10}$ | | | | -345543,33 | | | | |

Tableau 6.22. Statistiques descriptives des écarts des hauteurs de géoïde en mètre au niveau des points GPS/nivellement au Nord du Nigéria avec la méthode STOKES

| | Avant | Biais | Linéaire | Poly-2 | Poly-3 | 3-par. | 4-par. | 5-par. | 7-par. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Min | -1,15 | -1,58 | -1,51 | -0,84 | -1,05 | -1,50 | -0,98 | -0,91 | -0,83 |
| Max | 1,89 | 1,46 | 0,98 | 1,04 | 0,52 | 0,96 | 0,89 | 1,03 | 1,04 |
| ME | 0,43 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| STD | 0,86 | 0,86 | 0,806 | 0,565 | 0,413 | 0,804 | 0,642 | 0,593 | 0,566 |
| Nb. | 11 | | | | | | | | |

Tableau 6.23. Précision des quatre solutions de géoïde gravimétrique au Nord du Nigéria avant et après ajustement aux 11 points GPS/Nivellement : écart type standard en cm

| | Avant | Biais | Linéaire | Poly-2 | Poly-3 | 3-par. | 4-par. | 5-par. | 7-par. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| STOKES | 86,5 | 86,5 | 80,6 | 56,5 | 41,3 | 80,4 | 64,2 | 59,3 | 56,6 |
| SP1D | 85,6 | 85,6 | 79,3 | 56,1 | 43,5 | 79,0 | 63,1 | 58,5 | 56,1 |
| SPFOUR | 85,8 | 85,8 | 79,3 | 56,1 | 43,4 | 79,0 | 63,1 | 58,5 | 56,1 |
| GEOFOUR | 86,1 | 86,1 | 79,5 | 56,1 | 43,5 | 79,2 | 63,2 | 58,6 | 56,1 |
| Nb. | 11 | | | | | | | | |

### *6.2.2.3. Evaluation des précisions interne et externe au Niger*

Le modèle gravimétrique est ajusté à 29 points et les dix (10) points restants ont servi pour l'évaluation de la qualité externe au Niger. La répartition des points d'ajustement et de contrôle est présentée dans la Figure 6.7. Le Tableau 6.24 présente les statistiques des différences des hauteurs de géoïde avant l'ajustement, les solutions FFT sont meilleurs que STOKES.

Tableau 6.24. Statistiques descriptives des écarts des hauteurs de géoïde en cm au niveau des 29 points d'ajustement au Niger

| | Min | Max | ME | STD | Nb. |
|---|---|---|---|---|---|
| STOKES | -27,6 | 43,9 | 2,2 | 16,1 | 29 |
| SP1D | -25,1 | 43,6 | 2 | 15,3 | |
| SPFOUR | -26,1 | 42,6 | 0,5 | 15,2 | |
| GEOFOUR | -27 | 42,1 | -0,2 | 15,3 | |

Après le calcul des matrices correspondantes, les paramètres de transformation calculés pour les 8 modèles paramétriques selon l'ajustement par moindres carrés sont présentés dans les tableaux 6.17-20 respectivement pour STOKES, SP1D, SPFOUR et GEOFOUR.

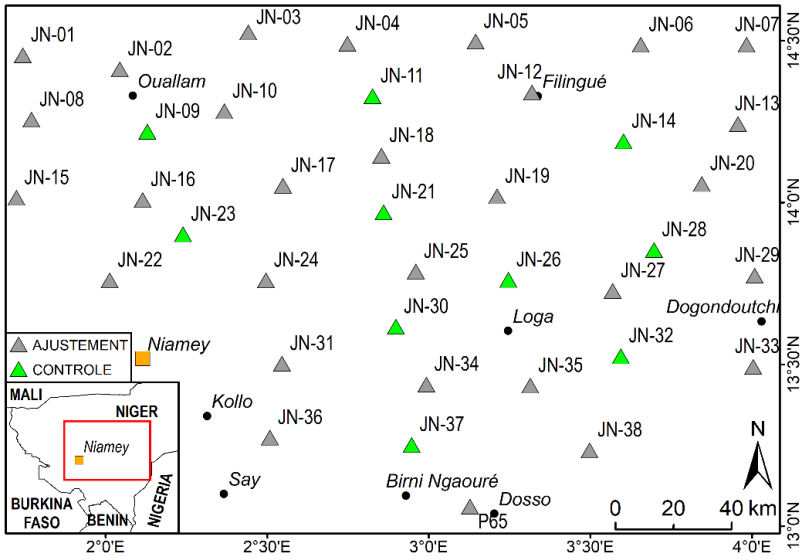


Figure 6.7. Répartition des points d'ajustement et de contrôle au Niger.

Tableau 6.25. Paramètres pour STOKES

| Paramètres | Biais | Linéaire | Poly-2 | Poly-3 | 3-par. | 4-par. | 5-par. | 7-par. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0,0219 | 0,02 | 0,02 | 0,05 | 1,69 | 264,92 | 376,00 | 21669,50 |
| $x_2$ | | -7,71 | -7,77 | -7,04 | -7,64 | 5,81 | 11,23 | 1153,98 |
| $x_3$ | | -5,30 | -2,68 | -4,48 | -5,15 | 60,61 | -295,71 | 94211,11 |
| $x_4$ | | | -203,18 | -307,97 | | -271,62 | -340,21 | -22257,04 |
| $x_5$ | | | 546,49 | -23,67 | | | 800,41 | -87095,96 |
| $x_6$ | | | -67,83 | -266,68 | | | | -4672,01 |
| $x_7$ | | | | 8327,02 | | | | -18190,29 |
| $x_8$ | | | | -43126,03 | | | | |
| $x_9$ | | | | 51473,36 | | | | |
| $x_{10}$ | | | | -37390,45 | | | | |

Tableau 6.26. Paramètres pour SP1D

| Paramètres | Biais | Linéaire | Poly-2 | Poly-3 | 3-par. | 4-par. | 5-par. | 7-par. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0,0200 | 0,02 | 0,01 | 0,03 | 1,69 | 114,02 | 206,27 | 19768,81 |
| $x_2$ | | -7,09 | -7,33 | -7,93 | -7,02 | -1,28 | 3,22 | 1030,35 |
| $x_3$ | | -5,42 | -3,50 | -4,76 | -5,26 | 22,80 | -273,10 | 86648,85 |
| $x_4$ | | | -101,81 | -202,93 | | -115,92 | -172,87 | -20306,34 |
| $x_5$ | | | 526,83 | -63,81 | | | 664,69 | -80120,04 |
| $x_6$ | | | 28,77 | -186,04 | | | | -4204,34 |
| $x_7$ | | | | 12362,62 | | | | -16795,97 |
| $x_8$ | | | | -46972,16 | | | | |
| $x_9$ | | | | 50892,67 | | | | |
| $x_{10}$ | | | | -31246,54 | | | | |

Tableau 6.27. Paramètres pour SPFOUR

| Paramètres | Biais | Linéaire | Poly-2 | Poly-3 | 3-par. | 4-par. | 5-par. | 7-par. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0,005 | 0,00 | -0,01 | 0,02 | 1,53 | 115,00 | 206,71 | 19829,61 |
| $x_2$ | | -7,11 | -7,34 | -7,92 | -7,05 | -1,25 | 3,22 | 1034,15 |
| $x_3$ | | -4,81 | -2,90 | -3,95 | -4,68 | 23,67 | -270,50 | 86916,99 |
| $x_4$ | | | -102,37 | -205,14 | | -117,09 | -173,71 | -20369,35 |
| $x_5$ | | | 522,33 | -90,29 | | | 660,81 | -80364,44 |
| $x_6$ | | | 26,37 | -190,56 | | | | -4219,71 |
| $x_7$ | | | | 12371,71 | | | | -16853,25 |
| $x_8$ | | | | -49702,75 | | | | |
| $x_9$ | | | | 51353,27 | | | | |
| $x_{10}$ | | | | -31269,56 | | | | |

Tableau 6.28. Paramètres pour GEOFOUR

| Paramètres | Biais | Linéaire | Poly-2 | Poly-3 | 3-par. | 4-par. | 5-par. | 7-par. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | -0,0017 | 0,00 | -0,02 | 0,01 | 1,56 | 107,41 | 200,10 | 19692,59 |
| $x_2$ | | -7,20 | -7,44 | -7,90 | -7,14 | -1,73 | 2,79 | 1026,21 |
| $x_3$ | | -4,94 | -3,02 | -4,12 | -4,80 | 21,64 | -275,65 | 86335,27 |
| $x_4$ | | | -98,61 | -200,36 | | -109,23 | -166,46 | -20227,84 |
| $x_5$ | | | 532,91 | -67,79 | | | 667,83 | -79833,35 |
| $x_6$ | | | 28,85 | -183,74 | | | | -4189,14 |
| $x_7$ | | | | 11832,61 | | | | -16730,42 |
| $x_8$ | | | | -48372,14 | | | | |
| $x_9$ | | | | 50675,58 | | | | |
| $x_{10}$ | | | | -31117,41 | | | | |

Les statistiques descriptives des vecteurs des erreurs ajustées $v$ ont été calculées afin d'évaluation la qualité de l'ajustement. Pour les quatre solutions gravimétries, les écart-types standards $STD$ différences au niveau des points d'ajustement avant et après les transformations sont présentés dans le Tableau 6.29. Le meilleur ajustement est encore obtenu avec le modèle polynomial de degré 3 (Poly-3), $STD = 11\ cm$ pour toutes solutions gravimétriques, il est légèrement supérieur à celui obtenu avec les 39 points (10,4 cm).

Tableau 6.29. Qualité interne des quatre solutions de géoïde gravimétrique au niveau de 29 points GPS/nivellement au Niger avant et après l'ajustement : écart type standard en cm

| | Avant | Biais | Linéaire | Poly-2 | Poly-3 | 3-par. | 4-par. | 5-par. | 7-par. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| STOKES | 16,1 | 16,1 | 12,8 | 12,0 | 11,0 | 12,8 | 12,6 | 12,0 | 11,6 |
| SP1D | 15,3 | 15,3 | 12,3 | 11,9 | 10,9 | 12,3 | 12,3 | 11,9 | 11,5 |
| SPFOUR | 15,2 | 15,2 | 12,3 | 11,9 | 10,9 | 12,3 | 12,3 | 11,9 | 11,5 |
| GEOFOUR | 15,3 | 15,3 | 12,3 | 11,8 | 10,9 | 12,3 | 12,3 | 11,8 | 11,4 |
| Nb. | 29 | | | | | | | | |

Le Tableau 6.30 présente les statistiques des différences des hauteurs de géoïde au niveau des dix (10) points de contrôle avant l'ajustement. Les solutions FFT sont meilleures que la

méthode STOKES au cm près. Les écart-types des différences avant et après l'ajustement aux 29 points sont présentés dans le Tableau 6.31. La précision de toutes les solutions gravimétriques a été améliorée par rapport aux dix (10) de contrôle. Le plus petits écart-type est obtenu avec la transformation à un (1) paramètre ou la suppression du biais, $STD = 9\ cm$ pour toutes les solutions gravimétriques. Les transformations à 4 et à 7 paramètres donnent également des écart-type d'environ 10 cm. Avec la transformation polynomiale 3$^{ème}$ degré (Poly-3), la précision externe est de l'ordre de la qualité interne, $STD \approx 11\ cm$ pour toutes solutions gravimétriques.

Tableau 6.30. Statistiques des écarts des hauteurs de géoïde en cm au niveau des 10 points restant au Niger avant l'ajustement aux 29 autres points

| | STOKES | SP1D | SPFOUR | GEOFOUR |
|---|---|---|---|---|
| Min | -17,5 | -19,5 | -21,3 | -21,8 |
| Max | 22,5 | 19,5 | 17,5 | 16,9 |
| ME | 2,5 | 2,2 | 0,5 | -0,1 |
| STD | 12,5 | 11,7 | 11,7 | 11,7 |
| Nb. | 10 | | | |

Tableau 6.31. Précision du géoïde gravimétrique en terme de $STD$ en cm au niveau des 10 points GPS/nivellement au Niger avant et après l'ajustement aux 29 autres points

| | Avant | Biais | Linéaire | Poly-2 | Poly-3 | 3-par. | 4-par. | 5-par. | 7-par. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| STOKES | 12,5 | 9,0 | 10,9 | 11,1 | 11,2 | 10,9 | 10,5 | 11,3 | 10,5 |
| SP1D | 11,7 | 9,0 | 10,1 | 10,5 | 10,9 | 10,1 | 9,8 | 10,5 | 9,9 |
| SPFOUR | 11,7 | 9,0 | 10,1 | 10,6 | 10,9 | 10,1 | 9,9 | 10,5 | 9,9 |
| GEOFOUR | 11,7 | 9,0 | 10,1 | 10,6 | 10,9 | 10,1 | 9,9 | 10,5 | 9,9 |
| Nb. | 10 | | | | | | | | |

## 6.3. Application au nivellement par GNSS

### 6.3.1. Campagne de mesures par GPS

#### *6.3.1.1. Zone d'application*

L'application au nivellement par GNSS a été faite dans la zone du modèle gravimétrique ajusté aux points GPS/Nivellement dans le Sud-Ouest du Niger. Nous avons fait des observations GNSS sur les bornes et repères du Nivellement Général de l'Afrique de l'Ouest (NGAO) au Niger et utilisé données d'observation en vue de l'application directe du géoïde gravimétrique et comme une évaluation supplémentaire de sa précision. Nous avons ciblé le tronçon de la Route Nationale 1 (RN1) entre Niamey et Dosso, long de 140 km (Figure 6.8).

A la demande de l'Université de Zinder (UZ), l'IGN-N a mis à notre disposition les récepteurs GNSS bifréquences **Ashtech ProMark 800**, dont une base et trois antennes mobiles avec les accessoires et deux techniciens.

### *6.3.1.2. Mission de reconnaissance*

L'objectif de la mission de reconnaissance a été de recenser les repères de nivellement général et les points géodésiques existants pouvant servir de référence pour le levé le long du tronçon choisi. La mission a été menée en deux étapes : une préparation au bureau et la sortie sur le terrain.

Les emplacements et les altitudes des repères de nivellement général sont répertoriés par cartes topographiques de 1/200000, le tronçon de la RN1-Est entre Niamey et Dosso est couvert par deux (2) feuilles : Niamey (ND31-IX) et Dosso (ND31-X). Nous avons récupéré les répertoires des deux (2) feuilles service de documentation de l'IGNN (IGN, 1975a, 1975b). Nous disposons également des cartes topographiques scannées de 1/200000 et 1/50000.

Nous avons géoréférencé les cartes au 1/50000 de la zone puis digitalisé les bornes et repères de nivellement dans Quantum GIS, afin de récupérer les positions approximatives en coordonnées géographiques. Les données attributaires ont été complétées à partir des répertoires, à savoir le matricule, l'altitude, le type de repères, le point kilométrique, etc. Les données ont été téléchargées dans un récepteur GPS de navigation GARMIN MAP 62S à l'aide de GARMIN MAPSOURCE.

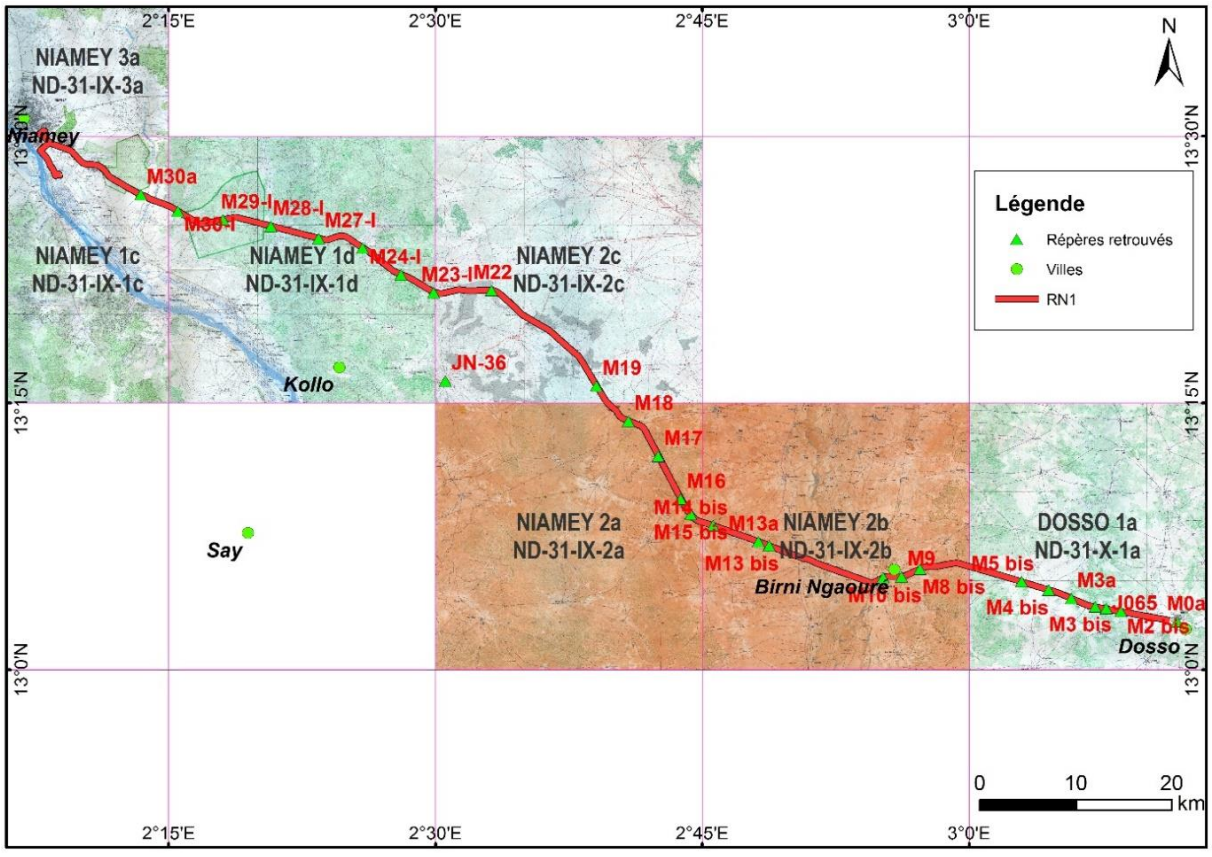


Figure 6.8. Repères de nivellement retrouvés le long de la RN1 entre Niamey et Dosso sur le fond topographique de 1/50000.

Nous avons effectué la mission de reconnaissance sur le terrain, le 28 Septembre 2016. Les moyens utilisés sont :

- Un (1) véhicule tout terrain ;

- Un (1) récepteur GPS de poche GARMIN MAP 62S ;
- Cartes topographiques : 1/200000: ND31-IX (Niamey) et ND31-X (Dosso) ; 1/50000: Niamey-1c, Niamey-1d, Niamey-2c, Niamey-2a, Niamey-2b et Dosso-1a

Nous avons utilisé conjointement le compteur de kilométrage du véhicule et le GPS pour retrouver les bornes et repères de nivellement.

A l'issue de la mission, vingt-cinq (25) bornes et repères de nivellement ont été retrouvés, les autres sont détruits, introuvables à cause de la couverture végétale ou inaccessibles, nous avons abandonné la recherche après plusieurs tentatives. Les repères géodésiques existants sont les points 065 et JN-36 (JICA & IGN-N, 1996). Nous avons aussi la station GNSS permanente de l'aéroport de Niamey. Les repères retrouvés sont affichés dans la Figure 6.8.

#### *6.3.1.3. Mission de levé par GNSS*

La mission de levé GNSS a été effectuée le 02 Octobre 2016. L'équipe est constituée de :

- Doctorant ;
- Deux (2) techniciens ;
- Deux (2) aides topographes ;

Les moyens utilisés sont :

- Un (1) véhicule tout terrain ;
- Un (1) récepteur GPS de poche GARMIN MAP 62S ;
- Quatre récepteurs GNSS **Ashtech ProMark 800** (une base et trois mobiles) ;
- Résultats de la mission de reconnaissance.



Figure 6.9. Station de base à Karoubedji. Crédit photo : IBRAHIM Y. Salissou, Octobre 2016.

Comme nous n'avions pas accès à la station permanente de l'aéroport de Niamey, nous avons fait le rattachement au point géodésique JN-36 situé à Karoubedji (Figure 6.9). Les mesures ont été faites en mode statique rapide, la base a été installée au point JN-36 et la durée des observations variaient de 20 à 30 minutes avec les récepteurs mobiles sur les repères de nivellement. Nous avons observé progressivement les bornes situées en direction de Niamey, à partir de Kouré, puis une borne en direction de Dosso vers la fin de la journée. Nous étions

limités par l'autonomie de la batterie du récepteur de base. Au total, sept (7) points ont été mesurés. La station de base et deux autres sur les bornes de nivellement sont présentées respectivement dans Figure 6.10(a) et Figure 6.10(b). Le croquis de levé est présenté dans la Figure 6.11.

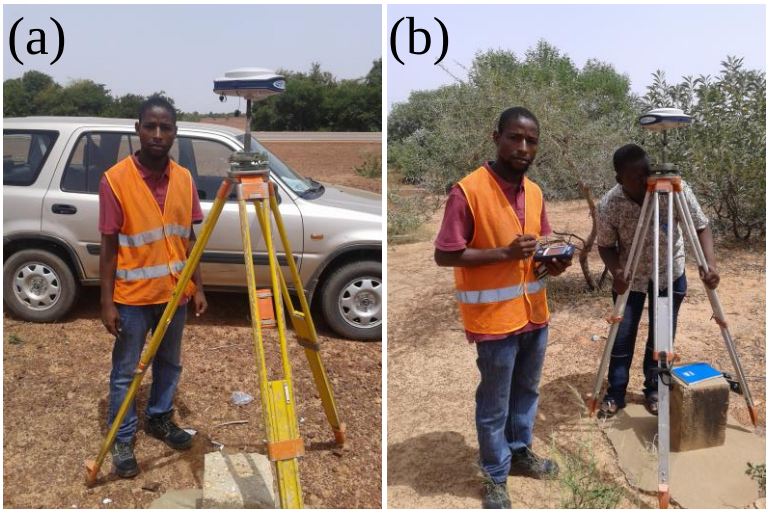


Figure 6.10. (a) et (b) Stations aux bornes de nivellement général du Niger. Crédit photo : IBRAHIM YAHAYA Salissou, Octobre 2016.

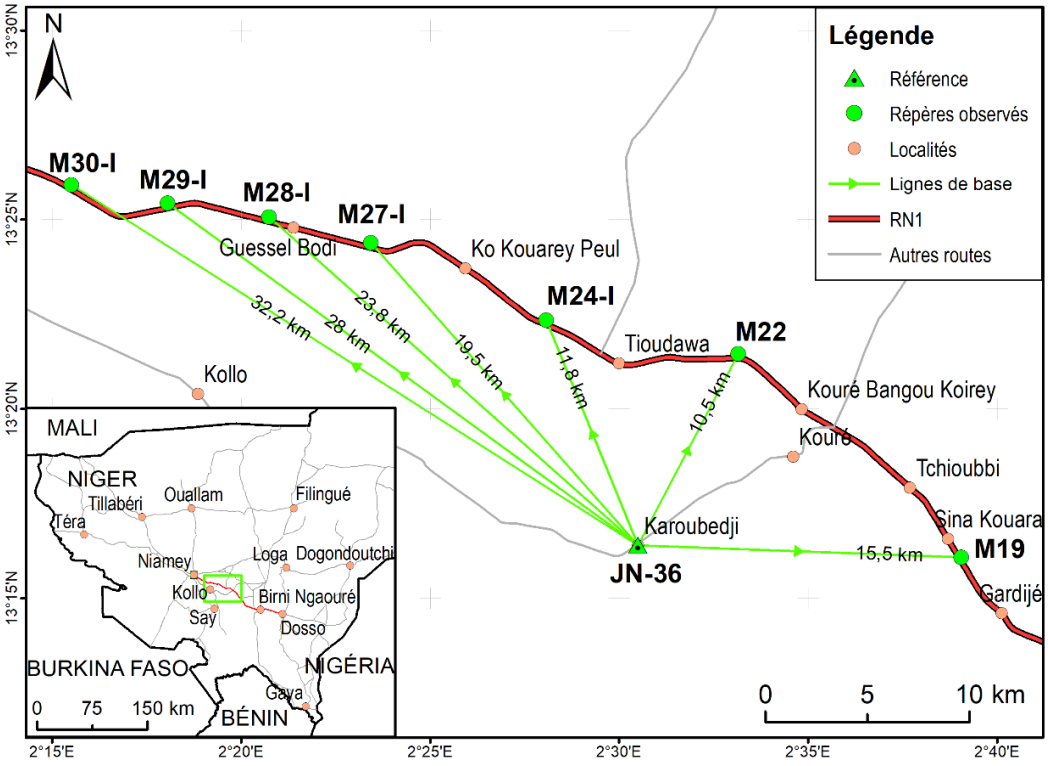


Figure 6.11. Croquis de levé GPS.

#### *6.3.1.4. Traitement de données et résultats*

Le traitement des données et le calcul a été fait au Département de Topographie de l'IGN-N avec le logiciel « Leica Geo Office ». Les hauteurs ellipsoïdales obtenues après les calculs sont présentées dans le Tableau 6.32 avec les altitudes orthométriques provenant du répertoire des

bornes de nivellement général et les points kilométriques (PK). Nous avons également calculé les hauteurs de géoïde géométrique.

Tableau 6.32. Résultats des observations GPS après calcul avec les altitudes orthométriques et les hauteurs de géoïde géométrique

| **Point** | **JN-36** | **M30-I** | **M29-I** | **M28-I** | **M27-I** | **M24-I** | **M22** | **M19** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\boldsymbol{h}$ (m) | 251,145 | 222,848 | 243,603 | 235,784 | 260,192 | 271,681 | 279,800 | 279,082 |
| $\boldsymbol{H}$ (m) | 228,812 | 200,046 | 220,216 | 213,002 | 237,800 | 249,298 | 257,345 | 257,784 |
| $\boldsymbol{N}$ (m) | 22,333 | 22,802 | 23,387 | 22,782 | 22,392 | 22,383 | 22,455 | 21,298 |
| **PK** (km) | - | 18,89 | 23,85 | 28,8 | 33,78 | 43,55 | 53,28 | 68,17 |

### 6.3.2. Nivellement par GNSS

Les ondulations du géoïde à partir des quatre solutions gravimétriques, avant et après ajustement aux points GPS/Nivellement, ont été extraites au niveau des points observés par GPS. Les profils des géoïdes gravimétrique et géométrique sur la RN1 sont présentés dans la Figure 6.12. Le modèle gravimétrique se présente comme une pente décroissante en direction de Dosso (PK18 à PK68) tandis que les altitudes orthométriques varient dans le sens inverse. Deux repères de nivellement, M19 et M29-I, ont des écarts de plus de 70 cm, nous avons déduit que ces erreurs importantes proviennent des observations faites sur le terrain. Après, il est remarquable que le modèle géométrique est au-dessus du modèle gravimétrique et la solution SP1D est en dessous des autres solutions gravimétriques. Nous avons éliminé ces deux points, il reste 5 points. Nous avons implémenté la formule (2-31) qui met en relation les différences des altitudes orthométriques avec celles des hauteurs de géoïde et des hauteurs ellipsoïdales. L'altitude orthométrique de chaque point a été calculée en prenant le point JN-36 comme référence avec son ondulation de géoïde gravimétrique et sa hauteur ellipsoïdale. Les altitudes orthométriques obtenues sont comparées avec celles qui sont publiées dans le répertoire des bornes et repères de nivellement général.

Nous avons testé les quatre solutions gravimétriques avant et après l'ajustement aux points GPS/Nivellement. Les statistiques des écarts d'altitudes orthométriques sont présentées dans les tableaux 6.27-30 respectivement pour STOKES, SP1D, SPFOUR et GEOFOUR avant et après l'ajustement aux 39 points GPS/Nivellement. La meilleure précision du nivellement par GNSS, en termes de $STD$, est obtenue avec les modèles non ajustés et qui sont ceux ajustés par le polynôme de 3$^{ème}$ degré (Poly-3) pour les quatre méthodes de calcul. Elle est de l'ordre de 12 cm pour les cinq (5) points considérés.

Tableau 6.33. Statistiques des écarts d'altitudes en cm pour la méthode STOKES

| | Avant | Biais | Linéaire | Poly-2 | Poly-3 | 3-par. | 4-par. | 5-par. | 7-par. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nb. | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| Min | -7,0 | 0,1 | 0,2 | -2,9 | -5,6 | 0,1 | 0,4 | -2,8 | -2,4 |
| Max | 23,9 | 32,6 | 32,5 | 28,9 | 25,5 | 32,6 | 32,9 | 29,0 | 29,2 |
| ME | 7,9 | 14,8 | 15,0 | 11,9 | 9,3 | 14,8 | 15,1 | 12,0 | 12,4 |
| STD | 11,8 | 13,0 | 12,7 | 12,4 | 11,8 | 13,0 | 12,9 | 12,4 | 12,2 |

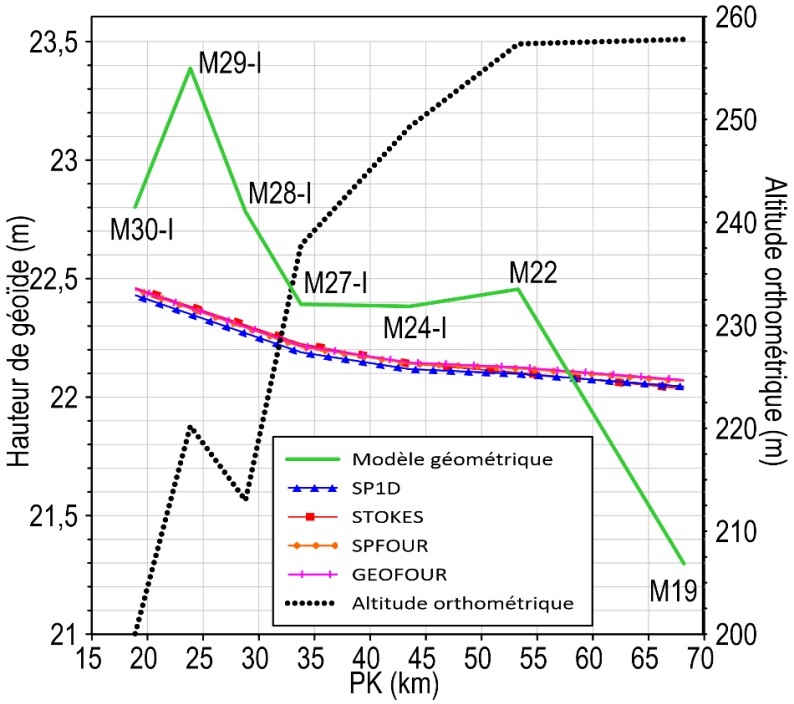


Figure 6.12. Profils des géoïdes géométrique et gravimétrique sur le tronçon de la RN1.

Tableau 6.34. Statistiques des écarts d'altitudes en cm pour la méthode SP1D

| | Avant | Biais | Linéaire | Poly-2 | Poly-3 | 3-par. | 4-par. | 5-par. | 7-par. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nb. | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| Min | -2,9 | 2,9 | 2,7 | 0,0 | -1,1 | 2,7 | 2,8 | 0,2 | 0,4 |
| Max | 28,2 | 35,2 | 35,2 | 31,9 | 30,3 | 35,2 | 35,2 | 32,1 | 32,1 |
| ME | 11,0 | 17,0 | 16,7 | 14,1 | 12,9 | 16,7 | 16,8 | 14,3 | 14,4 |
| STD | 11,8 | 12,7 | 13,0 | 12,5 | 12,1 | 13,0 | 13,0 | 12,5 | 12,3 |

Tableau 6.35. Statistiques des écarts d'altitudes en cm pour la méthode SPFOUR

| | Avant | Biais | Linéaire | Poly-2 | Poly-3 | 3-par. | 4-par. | 5-par. | 7-par. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nb. | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| Min | -2,9 | 2,9 | 2,8 | 0,1 | -2,8 | 2,8 | 2,9 | 0,3 | 0,5 |
| Max | 28,1 | 35,0 | 35,2 | 31,9 | 28,2 | 35,1 | 35,2 | 32,1 | 32,1 |
| ME | 11,0 | 16,9 | 16,8 | 14,1 | 11,3 | 16,7 | 16,8 | 14,3 | 14,5 |
| STD | 11,8 | 12,6 | 13,0 | 12,5 | 11,9 | 13,0 | 12,9 | 12,4 | 12,3 |

Tableau 6.36. Statistiques des écarts d'altitudes en cm pour la méthode GEOFOUR

| | Avant | Biais | Linéaire | Poly-2 | Poly-3 | 3-par. | 4-par. | 5-par. | 7-par. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nb. | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| Min | -2,9 | 2,9 | 2,8 | 0,0 | -2,8 | 2,8 | 2,8 | 0,3 | 0,4 |
| Max | 28,2 | 35,0 | 35,2 | 31,9 | 28,3 | 35,2 | 35,3 | 32,1 | 32,1 |
| ME | 11,0 | 16,9 | 16,8 | 14,1 | 11,3 | 16,8 | 16,8 | 14,3 | 14,5 |
| STD | 11,8 | 12,7 | 13,0 | 12,5 | 11,9 | 13,0 | 13,0 | 12,5 | 12,3 |

La solution du nivellement par GNSS avec les modèles gravimétriques ajustés aux 29 points a été aussi présentée. Les écart-types standards sont présentés dans le Tableau 6.37. La précision

est la même que celle obtenue avec les modèles ajustés aux 39 points et la transformation polynomiale de 3ème degré (Poly-3) donne le plus petit $STD$ après l'ajustement.

Tableau 6.37. Ecarts types standards en cm entre les altitudes orthométriques du nivellement GNSS et du nivellement général après l'ajustement aux 29 points

| | Avant | Biais | Linéaire | Poly-2 | Poly-3 | 3-par. | 4-par. | 5-par. | 7-par. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| STOKES | 11,8 | 12,9 | 13,3 | 12,6 | 12,0 | 13,2 | 13,2 | 12,6 | 12,3 |
| SP1D | 11,8 | 12,9 | 13,2 | 12,7 | 12,1 | 13,2 | 13,2 | 12,7 | 12,4 |
| SPFOUR | 11,8 | 12,8 | 13,2 | 12,7 | 12,0 | 13,2 | 13,2 | 12,7 | 12,4 |
| GEOFOUR | 11,8 | 12,9 | 13,2 | 12,7 | 12,1 | 13,2 | 13,2 | 12,7 | 12,4 |
| Nb. | 5 | | | | | | | | |

Nous avons éliminé le repère de nivellement **M28-I** dont l'écart d'altitude avoisine 30 cm, les écarts types standards pour les quatre (4) points restants sont présentés dans le Tableau 6.38. La précision du nivellement par GNSS est de 8,8 cm avec la méthode STOKES et l'ordre de 8 cm avec les solutions FFT. Les plus petits $STD$ sont encore obtenus avec les modèles non ajustés et la transformation polynomiale de 3ème degré (Poly-3) donne le plus petit $STD$ après l'ajustement.

Tableau 6.38. Ecart-types standards des différences entres les altitudes obtenues par le nivellement général et le nivellement par GNSS au niveau de 4 points avant et après ajustement

| | | Avant | Biais | Linéaire | Poly-2 | Poly-3 | 3-par. | 4-par. | 5-par. | 7-par. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 39 points | STOKES | 8,8 | 9,7 | 9,3 | 9,2 | 8,8 | 9,7 | 9,5 | 9,2 | 9,0 |
| | SP1D | 8,0 | 8,8 | 9,1 | 8,7 | 8,3 | 9,1 | 9,1 | 8,7 | 8,5 |
| | SPFOUR | 7,9 | 8,7 | 9,1 | 8,7 | 8,3 | 9,1 | 9,1 | 8,7 | 8,5 |
| | GEOFOUR | 8,0 | 8,8 | 9,1 | 8,7 | 8,3 | 9,1 | 9,1 | 8,7 | 8,5 |
| 29 points | STOKES | 8,8 | 9,4 | 9,9 | 9,3 | 8,8 | 9,8 | 9,7 | 9,3 | 8,9 |
| | SP1D | 8,0 | 8,9 | 9,3 | 8,9 | 8,3 | 9,3 | 9,3 | 8,9 | 8,5 |
| | SPFOUR | 7,9 | 8,9 | 9,3 | 8,9 | 8,2 | 9,3 | 9,2 | 8,9 | 8,4 |
| | GEOFOUR | 8,0 | 8,9 | 9,3 | 8,9 | 8,3 | 9,3 | 9,3 | 8,9 | 8,5 |
| Nb. | | 4 | | | | | | | | |

## Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons fait les validations et tests des quatre solutions du modèle de géoïde gravimétrique du Niger NIGEO19 et sa comparaison avec des modèles existants.

La comparaison avec le GGM combiné EGM2008, évalué à son degré maximal (2190) et amélioré, par RTM a donné des valeurs absolues de différence atteignant 70 cm. La comparaison avec EIGEN-6C4, évalué dans les mêmes conditions, a montré des écarts relativement faibles, entre -50 et 40 cm environ, un écart-type de 8,4 cm avec l'une des solutions gravimétriques et un biais faible de 1 à 3 cm. Les similarités entre EIGEN-6C4 et le géoïde gravimétrique sont dues au fait que les deux modèles utilisent les données de la mission de gravimétrie spatiale GOCE, contrairement à EGM2008 qui ne contient que celles de GRACE.

Les différences de hauteurs de géoïde entre le modèle gravimétrique et le modèle africain AGP2007 dépassent deux (2) mètres dans certaines zones, en plus un important biais négatif de

plus de 60 cm et un écart-type de plus 35 cm a été observé. Des différences plus importantes ont été observées avec le modèle gravimétrique du Cameroun CGM05 dans la partie commune avec notre zone d'étude, de 8° à 16° Est et 11° à 14° Nord. Des écarts dépassant 3 m en valeur absolue, un important biais négatif d'environ 70 cm et des écart-types d'environ 50 cm. Les écarts les plus importants sont apparus dans les zones dépourvues de données gravimétriques lors du calcul d'AGP2007 et CGM05, et dans les zones d'élévation relativement grandes. Nous avons aussi expliqué que ces écarts sont liés à l'utilisation des MNTs de 30 arc-secondes dans ces deux modèles, SRTM30 et GLOBE, respectivement pour AGP2007 et CGM05.

Par la suite nous avons fait la validation avec les points GPS/Nivellement. Avant l'ajustement du modèle gravimétrique aux 39 points du Niger, les $STD$ des différences de hauteurs de géoïde géométrique et des autres modèles sont respectivement de 15,2 cm, 13,6 cm, 13,8 cm, 15,1 cm et 14,3 cm pour EGM2008, EIGEN-6C4, AGP2007, STOKES et les solutions FFT. Les solutions gravimétriques ont présenté des biais faibles par rapport aux modèles existants, malgré les $STD$ relativement grands, ce qui dénote de leur qualité. AGP2007 a présenté un décalage moyen important de -54 cm par rapport au modèle géométrique, donc une mauvaise performance.

Avec les 11 points GPS/Nivellement du Nigéria, les $STD$ des différences de hauteurs de géoïdes sont respectivement de 86,4 cm, 85,6 cm, 85,8 cm, 86,1 cm, 83,4 cm, 85,2 cm et 68,6 cm pour STOKES, SP1D, SPFOUR, GEOFOUR, EGM2008, EIGEN-6C4 et AGP2007. La meilleure performance a été observée avec AGP2007 aussi en termes de $ME = 27{,}7\ cm$. Les biais sont supérieurs à 40 cm avec les autres modèles et les solutions FFT sont légèrement meilleures que STOKES. Un résultat similaire a été obtenu au niveau de trois (3) points couverts par CGM05 au Nord-Est du Nigéria, les valeurs de $STD$ de 42,8 cm, 61 cm et plus 70 cm pour AGP2007, CGM05 et les modèles gravimétriques respectivement ont été observées. La précision au Nigéria est largement inférieure à celle obtenue au Niger.

L'ajustement au points GPS/Nivellement a été fait selon les huit (8) modèles paramétriques : Suppression de biais (1 paramètre), polynômes de premier (linéaire), deuxième (Poly-2) et troisième (Poly-3) degrés, 3 (3-par.), 4 (4-par.), 5 (5-par.) et 7 (7-par.) paramètres.

L'ajustement aux 39 points du Niger par les modèles paramétriques a donné une amélioration d'environ 3 cm sauf celui basé sur la suppression du biais, aussi toutes valeurs moyennes des écarts sont nulles. Le modèle polynomial de troisième degré (Poly-3) a donné la meilleure précision par rapport aux points GPS/Nivellement, $STD = 10{,}4\ cm$ pour toutes les solutions gravimétriques. Les modèles de transformation à cinq (5) et sept (7) paramètres et le polynomial de deuxième degré ont présenté presque le même résultat, $STD \approx 11\ cm$. Ils sont légèrement meilleurs que les modèles linéaire, à trois (3) et quatre (4) paramètres, $STD \approx 12\ cm$. La similarité des résultats pour les modèles gravimétriques ne permet pas de choisir un, nous avons ainsi proposé quatre (4) grilles de géoïde gravimétrique ajustées et limitées autour des 39 points, couvrant 1,7° à 4,025° Est et de 13,05° à 14,55° Nord. Les surfaces de correction ont été calculées et ajoutées au modèle gravimétrique. La précision du modèle gravimétrique est donc de 10,4 cm, obtenue avec le modèle polynomial de troisième degré (Poly-3).

Au Nord du Nigéria, une amélioration de plus de 40 cm en termes de $STD$ a été obtenue après l'ajustement aux 11 points GPS/Nivellement par le modèle polynomial de troisième degré

(Poly-3), qui a donné la meilleure adaptation comme au Niger. Les valeurs moyennes sont nulles. La précision en termes de $STD$ est donc de 41,3 cm et environ 43 cm respectivement pour la méthode STOKES et les trois solutions FFT.

La deuxième validation a consisté à retirer 10 points parmi les 39 existants au Niger, ajuster le modèle gravimétrique aux 29 points restants, évaluer la précision interne sur ces derniers et la précision externe sur les 10 autres. Pour la précision interne, le meilleur ajustement a été obtenu avec le modèle polynomial de degré 3 (Poly-3), $STD = 11\,cm$ pour toutes solutions gravimétriques, il est légèrement supérieur à celui obtenu avec les 39 points ($STD = 10{,}4\,cm$). La précision de toutes les solutions gravimétriques a été améliorée par rapport aux dix (10) de contrôle après l'ajustement aux 29 points. Le plus petits écart-type a été obtenu avec la transformation à un (1) paramètre ou la suppression du biais, $STD = 9\,cm$ pour toutes les solutions gravimétriques. Les transformations à 4 et à 7 paramètres ont également des écart-type d'environ 10 cm. Avec la transformation polynomiale 3$^{ème}$ degré (Poly-3), la précision externe de l'ordre de la qualité interne, $STD \approx 11\,cm$ a été obtenue pour toutes solutions gravimétriques.

L'application au nivellement par GNSS a été faite dans la zone du modèle ajusté au 39 points GPS/Nivellement du Niger. Le tronçon Est de la RN1, de Niamey à Dosso sur 140 km a été ciblé. L'objectif était de mesurer les hauteurs ellipsoïdales des bornes et repères de nivellement, déterminer leurs altitudes orthométriques par l'application directe du géoïde gravimétrique et comparer ces dernières avec celles publiées dans les répertoires de nivellement général du Niger. La mission de reconnaissance a permis de recenser 25 repères de nivellement entre Niamey et Dosso. Sept (7) bornes de nivellement ont été observées par DGPS en mode statique rapide du PK18 au PK68, six (6) en direction de Niamey à partir de Kouré et une (1) en direction de Dosso. Le rattachement a été fait au point géodésique JN-36 situé à Karoubedji. Les profils de géoïdes et de la topographie ont été présentés. Le géoïde gravimétrique présente une pente dans la direction de Dosso alors que les altitudes augmentent dans la même direction le long du tronçon observé. Deux points ont présenté des écarts d'altitude de plus de 70 cm, ils ont été éliminés. La précision du nivellement par GNSS au niveau des cinq (5) est d'environ 12 cm pour les quatre solutions gravimétriques avec les modèles non ajustés et ceux obtenus après l'ajustement aux 39 points GPS/Nivellement. La meilleure précision a été encore observée avec les modèles ajustés par le polynôme de 3$^{ème}$ degré (Poly-3) pour les quatre méthodes de calcul. La précision est la même avec les modèles ajustés aux 29 points parmi les 39 existants au Niger, le polynôme de 3$^{ème}$ degré (Poly-3) a donné toujours le meilleur ajustement. Après l'élimination d'un (1) point dont l'écart d'altitude avoisine 30 cm, les STD des différences d'altitudes orthométriques pour les quatre (4) points restants sont de 8,8 cm avec la méthode STOKES et de l'ordre de 8 cm avec les solutions FFT. Les plus petits $STD$ sont encore obtenus avec les modèles non ajustés et la transformation polynomiale de 3$^{ème}$ degré (Poly-3) donne le plus petit $STD$ après l'ajustement. Les modèles adaptés selon le polynôme de troisième degré (Poly-3) et particulièrement les solutions FFT seront adoptés pour le nivellement par GNSS dans la zone d'ajustement au 39 points GPS/Nivellement.

# CHAPITRE 7. CONCLUSION GENERALE - PERSPECTIVES

NIGEO19 est le premier géoïde gravimétrique dédié au Niger qui couvre l'intégralité du territoire national. L'immensité du territoire, l'état vieillissant des équipements cartographiques, voire l'inexistence dans certaines zones, ont fait du GNSS l'outil de positionnement le plus utilisé dans beaucoup de projets à l'échelle nationale ou locale. Mais Néanmoins la détermination des altitudes orthométrique avec le GNSS n'est possible qu'avec un modèle de géoïde de bonne précision. Le géoïde du Niger fait aussi partie du projet de géoïde africain sous ses différentes versions, mais aucune d'elles n'a fait l'objet d'une évaluation de la qualité au Niger. Aussi les données gravimétriques utilisées dans ces modèles sont très limitées spatialement, des interpolations ont été faites sur des larges zones afin de remplir les vides. Les géoïdes globaux issus des GGMs couvrent également le Niger, comme les géoïdes africains, mais aucun modèle global n'a été évalué au Niger. En plus le contenu spectral des GGMs est limité à cause de la troncation à un degré maximal des harmoniques sphériques, donc ils contiennent des erreurs d'omission. Cette situation nous a conduits dans cette étude à la détermination du premier modèle de géoïde gravimétrique pour le Niger en tenant compte des nouvelles opportunités.

## 7.1. Synthèse et discussion des résultats

L'étude bibliographique a permis de choisir la méthode de Retrait-Calcul-Restauration (RCR) à travers l'approche du quasigéoïde par le modèle de terrain résiduel (RTM) qui permet aussi de répondre aux exigences actuelles, l'établissement du géoïde centimétrique. Nous avons donc combiné les données d'un GGM « satellite pur » au d/o 200 avec celles des mesures gravimétriques continentales et les effets RTM calculés à partir d'un MNT de qualité et de précision suffisante. L'intégrale de STOKES été évaluée dans un rayon largement suffisant de 0,9. Les données gravimétriques et les MNTs nécessaires couvrent la zone d'étude élargie d'un (1) et de deux (2) degrés respectivement pour l'évaluation l'intégrale de STOKES et le calcul des effets RTM des rayons suffisants. Le modèle de géoïde a été calculé par rapport au système de référence GRS80 sur la zone limitée de 11° à 24 Nord et de 0° à 16° Est. Toutes les grilles sont présentées à la résolution de 1,5 arc-minute (0,025°).

La première grande phase a été l'acquisition des données, leurs validations et traitements préliminaires en vue du calcul et la validation du modèle de géoïde gravimétrique. Il s'agit des mesures gravimétriques continentales, les GGM, les MNT et les points GPS/Nivellement.

Nous avons collecté 8583 et 1793 stations de mesures gravimétriques continentales couvrant la zone d'étude, respectivement auprès du BGI et du rapport d'ORSTOM. La densité des données fournies par le BGI a été réduite d'environ 70% par rapport à l'existant. Après les vérifications préliminaires, la fusion des deux (2) sources, la conversion dans GRS80 et la validation croisée par Krigeage, 9571 points d'anomalies à l'air libre ont été retenus. L'espacement moyen des points est de 0,144° avec une densité de 48 points au degré carré. La digitalisation des cartes gravimétriques du Niger a donné 17647 points d'anomalies de Bouguer simples dans GRS80 à l'issue de la validation croisée et la conversion des valeurs. Après la fusion avec les deux autres sources, nous avons obtenu 23469 points d'anomalie de Bouguer simples dans la zone d'étude, avec une densité de 118 points au degré carré et un espacement moyen de 0,092°. Les zones

dépourvues de données gravimétriques ont été remplies ultérieurement en utilisant un GGM de haute résolution.

L'évaluation des GGMs a été faite par la comparaison avec les mesures gravimétriques continentales et les points GPS/Nivellement. Elle a permis de sélectionner un GGM « satellite pur » pour la représentation des grandes et moyennes longueurs d'onde et un modèle combiné pour la densification de la base de données gravimétrique. Nous avons privilégié les GGMs basé sur la dernière mission de gravimétrique spatiale, GOCE. Le modèle combiné EIGEN-6C4 a été retenu pour le rehaussement spectral des GGMs « satellite pur » et pour la densification de la base de données. Le GGM « satellite pur » DIR5 a été sélectionné au d/o 200.

Nous avons sélectionné puis évalué la précision verticale des MNTs suivants : ASTER GDEM version 2, AWD3D30 et les versions à vide 1 et 3 arc-secondes de SRTM. Il est ressorti de l'exploration des MNTs que seule la version SRTM 90 m du CGIAR ne contient pas de pixels vides, elle a été évaluée avec les versions de 30 m. La précision verticale, en comparaison avec des données de contrôles au sol essentiellement issues des observations DGPS est de 9,2 m, 1,6 m, 2,9 m et 2,7 m pour ASTER, AW3D30, SRTM1 et SRTM3 respectivement en termes de RMS. AWD3D30 est le plus précis, ensuite les modèles SRTM, ASTER est le moins précis. SRTM 90 m - CGIAR est approprié pour le calcul des effets de terrain si la résolution est suffisante.

La dernière phase de collecte de données a concerné les données de validation du modèle gravimétrique, à savoir les points GNSS/Nivellement. La difficulté rencontrée dans cette phase était que les campagnes de levés DGPS récentes dans beaucoup de projets au Niger n'étaient pas pour un but géodésique. Trente-neuf (39) et onze (11) points GNSS/Nivellement ont été collectés respectivement au Niger et au Nord du Nigeria. Les coordonnées des points du Niger ont été transformées afin de les rendre compatibles pour la validation du modèle gravimétrique.

La deuxième phase a été consacrée au calcul du géoïde gravimétrique. Nous avons d'abord fait le traitement de la topographie selon le RTM. Les élévations du RTM ont été déterminées à partir du MNT SRTM 90 m du CGIAR, la surface topographique de référence de $\sim 9\ km$ d'échelle spatiale pour le rehaussement spectral des GGMs combinés et celle de $\sim 100\ km$ d'échelle spatiale pour la contribution de la topographie au géoïde. Afin de garder la cohérence avec le MNT, nous avons adopté les solutions de références déterminées par l'application du filtre passe-bas à ce dernier. Les rayons $R_1 = 10\ km$ pour la zone proche et $R_2 = 200\ km$ pour la zone lointaine ont été utilisés, offrant une précision de 0,01 mgal et 2 mm respectivement pour les corrections de terrain et l'effet indirect. La résolution de 3 arc-secondes est suffisante pour des précisions de 0,26 mgal pour les corrections de terrain, 0,4 mgal pour l'effet indirect et 3 mm pour l'effet indirect. Avec la surface de référence de $\sim 9\ km$, les valeurs varient de -5,9 à 7,2 cm et de -67,36 à 48,46 mGal respectivement pour l'effet indirect et l'effet direct. Les valeurs varient de de -0,347 à 1,668 m et de -0,347 à 1,668 m et de -5,9 à 7,2 cm respectivement l'effet direct et l'effet indirect avec la surface de référence de $\sim 100\ km$. Les corrections classiques de terrain sont inférieures à 30 mGal. La zone d'étude est caractérisée par des faibles valeurs des effets de terrains à cause des faibles variations de la topographie en général, les

valeurs sont corrélées avec les variations du relief et des valeurs relativement grandes sont localisées dans les zones montagneuses.

Après le traitement de la topographie, nous avons procédé au calcul des contributions des grandes et moyennes longueurs d'onde aux anomalies de pesanteur et d'altitude au d/o 200 à partir du GGM « satellite pur » GOCE DIR5 sélectionné à l'issue de l'évaluation. Les valeurs varient -32,46 à 80,9 mgal, -114,76 à -15,66 mgal, 10,38 à 37,02 m et 10,37 à 37,02 m respectivement pour les anomalies à l'air libre, les anomalies de Bouguer simples, le quasigéoïde et le géoïde. Les anomalies à l'air libre et de Bouguer ont été calculé à partir du GGM combiné EIGEN-6C4 au d/o 2190 et amélioré par RTM pour servir au remplissage des vides et à la densification de la base de données gravimétriques. Les valeurs varient de 659,77 à 214,88 mgal et de -141,51 à 72,86 mgal pour les anomalies à l'air libre et de Bouguer simples respectivement.

Dans la phase de retrait, nous avons calculé l'anomalie résiduelle en retranchant de l'anomalie à l'air libre, la contribution du GGM et l'effet direct au niveau des stations gravimétriques. Nous avons ensuite interpolé l'anomalie résiduelle puis rempli les vides avec EIGEN-6C4 amélioré par RTM. Les valeurs de la grille varient de -47,41 à 77,33 avec ME = 0,31 et STD = 8,15 en mgal. La grille des anomalies à l'air libre a été également présentée, les valeurs varient de -58,77 à 214,88 avec ME = 2,98 et STD = 18,3 en mgal. Nous avons enfin interpolé les points d'anomalies de Bouguer simples puis rempli les vides avec le GGM combiné amélioré par RTM, les valeurs varient de -141,51 à 60,61 avec ME = -51,92 et STD = 19,73 en mgal.

Quatre solutions de quasigéoïde résiduel ont été calculées à partir de la grille densifiée des anomalies résiduelles avec la suite logicielle Gravsoft. Il s'agit de la méthode analytique avec le module STOKES et trois méthodes de transformée de Fourier Rapide (FFT) dans le domaine des fréquences : monodimensionnelle sphérique 1D-FFT, bidimensionnelle sphérique 2D-FFT et bidimensionnelle plane respectivement avec les modules SP1D, SPFOUR et GEOFOUR. Les valeurs du quasigéoïde résiduel sont comprises entre -95 à 110 cm pour les quatre solutions. Les méthodes SPFOUR et GEOFOUR sont similaires, leur différence absolue ne dépasse pas 3,5 cm, elle atteint 12 cm entre les deux solutions et SP1D. Les écarts absolus maximaux d'environ 30 cm ont été observés entre les solutions FFT et STOKES.

Dans la phase de restauration, nous avons ajouté les anomalies d'altitude du GGM et l'effet indirect du RTM au quasigéoïde résiduel pour calculer le quasigéoïde gravimétrique. Les valeurs de la grille varient de 10,376 à 37,923 m avec ME = 23,05 m et STD = 5,4 m environ pour les quatre solutions. La grille de séparation géoïde-quasigéoïde a été calculée à partir de la grille densifiée d'anomalies de Bouguer simples et les élévations de SRTM 90. Les valeurs varient de -31,9 à 3 cm. Le géoïde gravimétrique du Niger (*Nigerien Geoid* 2019 – NIGEO19) a été déduit en ajoutant la séparation géoïde-quasigéoïde au quasigéoïde. Les ondulations de NIGEO19 varient de 10,4 m au Sud-Est dans le Bassin du Lac Tchad à 37,666 m au centre Nord (Hoggar - Algérie), avec ME = 23 m et STD = 5,3 m environ. Au Niger, les plus grandes valeurs sont localisées dans le massif de l'Aïr et son prolongement vers le Nord. Le choix de la meilleure solution parmi les 4 (STOKES, SP1D, SPFOUR et GEOFOUR) a été fait après la validation par les points GPS/Nivellement.

NIGEO19 a été comparé aux modèles existants. Les écarts absolus atteignant 70 cm ont été observés entre NIGEO19 et le géoïde d'EGM2008. NIGEO19 est plus proche du géoïde d'EIGEN-6C4, les différences varient de -50 et 40 cm, avec STD = 8,4 cm et un biais faible de 1 à 3 cm. Pour rappel, EIGEN-6C4 a été utilisé pour la densification de la base de données gravimétrique et il intègre les données de GOCE comme NIGEO19, contrairement à EGM2008 qui contient uniquement les données de GRACE. NIGEO19 est très différent du modèle Africain AGP2007, des différences dépassant 2 m ont été observés dans certaines zones, ainsi qu'un important biais négatif de plus de 60 cm et un écart-type de plus 35 cm. Des écarts absolus dépassant 3 m à certains endroits, un biais négatif d'environ 70 cm et des écart-types d'environ 50 cm ont été observés par rapport au modèle du Cameroun (CGM05). Ces différences sont dues au manque de données dans certaines zones durant le calcul de CGM05 et AGP2007, et à l'utilisation des MNTs de faible résolution, 30 arc-secondes.

La validation de NIGEO19 par rapport aux 39 points du Niger, avant l'ajustement par moindres carrés, a donné les précisions de **15,1 cm** et **14,3 cm** en termes de STD respectivement pour STOKES et les solutions FFT. Les précisions des modèles existants sont de 15,2 cm, 13,6 cm et 13,8 cm respectivement pour EGM2008, EIGEN-6C4 et AGP2007, ils ont présenté des biais plus importants. Par rapport aux 11 points au Nord du Nigeria, la précision en termes STD est de **86,4 cm**, **85,6 cm**, **85,8 cm** et **86,1 cm** pour STOKES, SP1D, SPFOUR et GEOFOUR respectivement. Au niveau de trois (3) points couverts par CGM05, les précisions en termes de $STD$ sont de 61 cm et plus 70 cm pour, CGM05 et NIGEO19 respectivement. La précision au Niger largement meilleure que celle observée au Nord du Nigéria.

L'ajustement de NIGEO19 au points GPS/Nivellement a été fait selon huit (8) modèles paramétriques distincts : Suppression de biais (1 paramètre), polynômes de 1$^{er}$ (linéaire), 2$^{ème}$ (Poly-2) et 3$^{ème}$ (Poly-3) degrés, 3 (3-par.), 4 (4-par.), 5 (5-par.) et 7 (7-par.) paramètres. Après l'ajustement aux 39 points du Niger, la meilleure précision a été obtenue avec le polynôme de 3$^{ème}$ degré (Poly-3), $\boldsymbol{STD = 10,4\ cm}$ pour les 4 solutions gravimétriques. La précision est de $\boldsymbol{STD \approx 11\ cm}$ les modèles Poly-2, 5-par. et 7-par. Ce résultat est légèrement meilleur que celui obtenu avec les modèles linéaire, 3-par. et 4-par., $\boldsymbol{STD \approx 12\ cm}$. Nous avons proposé quatre (4) modèles ajustés aux 39 points dans la zone allant de 1,7° à 4,025° Est et de 13,05° à 14,55° Nord. La précision de NIGEO19 est donc de **10,4 cm**, cette précision est interne car elle est basée sur la validation croisée au niveau des points d'ajustement. Afin d'évaluer la précision externe, nous avons retiré 10 points des 39 existants puis ajusté NIGEO19 aux 29 points restants afin d'évaluer les précisions interne et externe respectivement au niveau des 29 et 10 points respectivement. Pour toutes les solutions gravimétriques, la précision interne est de **11 cm**, obtenue avec le modèle Poly-3, elle est légèrement inférieure à celle obtenue avec les 39 points ($\boldsymbol{STD = 10,4\ cm}$). Au niveau des dix (10) points de contrôle, la précision du géoïde gravimétrique a été améliorée après l'ajustement aux 29 points. Le modèle basé sur la suppression du biais a donné une valeur $\boldsymbol{STD = 9\ cm}$ pour toutes les solutions gravimétriques, les modèles 4-par. et 7-par. ont donné des valeurs $\boldsymbol{STD \approx 10\ cm}$. La précision externe est de l'ordre de la qualité interne avec le modèle Poly-3, $\boldsymbol{STD \approx 11\ cm}$. La précision interne au Nord du Nigéria est de $\boldsymbol{STD \approx 41,3\ cm}$ avec la solution STOKES et le modèles Poly-3 par rapport aux 11 points existants.

La phase finale a été l'application au nivellement par GNSS en utilisant les solutions ajustées aux 39 points GPS/Nivellement du Niger. Nous avons observé sept (7) bornes de nivellement général par DGPS le long de la RN1, du PK18 au PK68 entre Niamey et Dosso. Les observations ont été faites en mode statique rapide, rattachées à un point géodésique. Deux points présentant des écarts de plus de 70 cm ont été éliminés et les tests a été fait sur les cinq (5) points restants. La précision des altitudes orthométriques obtenues par NIGEO19 et le GNSS en termes de STD est de **12 cm** avec les quatre solutions gravimétriques par rapport à celles publiées dans le répertoire du nivellement général, le même résultat a été obtenu les modèles ajustés aux 29 points. L'ajustement par le polynôme de 3$^{ème}$ degré (Poly-3) a donné la meilleure précision. Après l'élimination d'un point, la précision a été réduite respectivement à **8,8 cm** et **8 cm** pour la solution STOKES et les trois (3) solutions FFT. Nous avons adopté les solutions ajustées selon le polynôme de 3$^{ème}$ degré (Poly-3) et particulièrement les solutions FFT pour le nivellement par GNSS dans la zone des 39 points GPS/Nivellement. La précision observée de NIGEO19 au Niger est en phase avec la tendance actuelle dans le monde à savoir l'établissement du géoïde centimétrique.

Dans la zone d'étude et particulièrement au Niger, les anomalies à l'air libre, le géoïde et le quasigéoïde gravimétrique sont corrélés avec la topographie, les valeurs relativement grandes sont localisées dans les zones de hautes altitudes. Il en est de même pour les quantités dérivées du GGM dans les grandes et moyennes longueurs d'onde, les deux principaux bassins sédimentaires (Iullemenden et Lac Tchad) sont délimités. Les anomalies de Bouguer des grandes et moyennes longueurs sont négatives. Avec les mesures gravimétriques continentales, quelques anomalies de Bouguer positives sont localisées au Sud-ouest du Niger en se prolongeant au Sud jusqu'au Bénin. Elles apparaissent également à la frontalière Algérie-Mali. Nous avons montré que la variation des anomalies de Bouguer des grandes et moyennes longueurs d'onde concorde avec celle de la profondeur de la discontinuité de Mohorovicic et la limite entre la lithosphère et l'asthénosphère au Niger. Le rebond de la profondeur de Mohorovicic est accompagné par une augmentation de l'anomalie de Bouguer et l'affaissement produit le contraire.

## 7.2. Contribution de la thèse

A travers cette thèse, nous avons doté le Niger d'un premier modèle de géoïde gravimétrique (NIGEO19). Ce produit va contribuer à la cartographie du pays notamment l'établissement d'un datum altimétrique moderne permettant l'utilisation du GNSS pour le positionnement 3D. NIGEO19 est aussi adéquat pour la densification du réseau de nivellement complémentaire de précision $\mathbf{5}\ \boldsymbol{cm}/\sqrt{\boldsymbol{D}}$ (Distance $\boldsymbol{D}$ en km). Il va également booster le développement économique à l'heure des grands chantiers d'infrastructures structurantes.

La deuxième grande contribution de ce projet est la construction d'une nouvelle base de données gravimétrique raffinée pour le Niger en rassemblant les différentes sources de données. Elle permettra d'approfondir la prospection géophysique notamment par la gravimétrie, pour une meilleure connaissance de la géologie structurale du Niger. Nous avons aussi fait une première interprétation des anomalies de pesanteur des grandes et moyennes longueurs d'onde en corrélation avec les sources gravimétriques profondes, la discontinuité de Mohorovicic et la limite entre la lithosphère et l'asthénosphère.

Nous avons fait l'évaluation des modèles géopotentiels globaux (GGMs) et exploité les données de la dernière mission de gravimétrique spatiale GOCE pour la modélisation des grandes et moyennes longueurs d'onde du champ de pesanteur et du géoïde au Niger. Nous avons également montré la très bonne performance des MNTs globaux au Niger, notamment le SRTM et le plus récent ALOS World 3D-30 m (AW3D30). Ils peuvent aussi servir comme sources d'élévations pour le rattachement des levés altimétriques localement dans les zones dépourvues de repères de nivellement général, et aussi pour les études scientifiques notamment l'hydrologie.

Nous avons également doté le Niger des cartes des effets de la topographie sur la pesanteur et le géoïde à travers le modèle de terrain résiduel (RTM) et les corrections classiques de terrain. Les résultats vont permettre le raffinement des anomalies de Bouguer et l'estimation des erreurs d'omission des GGM de haute résolution pour les longueurs d'onde inférieures à 18 km.

Notre travail est aussi une contribution scientifique importante, en phase avec les efforts déployés par l'AIG sur le continent africain. NIGEO19 sera mis à la disposition de la communauté géodésique à travers le Service International pour le Géoïde.

## 7.3. Limitations de l'étude

Le manque de métadonnées suffisantes sur les mesures gravimétriques ne permet pas d'estimer la précision globale du géoïde gravimétrique NIGEO19 dans toute la zone d'étude. Les campagnes de reconnaissances gravimétriques d'ORSTOM en Afrique n'avaient pas un objectif géodésique. Les positionnements planimétrique et altimétrique sont l'une des principales sources d'erreur. Néanmoins, une attention particulière a été accordée quant au nettoyage des données, à travers la validation croisée, les données erronées ont été éliminées. L'autre facteur limitatif est la densité de la distribution des données gravimétriques et l'existence des zones dépourvues de données. L'utilisation des GGMs de haute résolution pour le remplissage des vides introduit leurs erreurs d'omissions, en plus ces derniers ne peuvent pas remplacer les mesures continentales. L'absence d'un MNT homogène de meilleure résolution nous a conduit à l'utilisation de la version SRTM 90 m de CGIAR dans laquelle les vides et les pixels erronés ont été éliminés à travers des algorithmes et des méthodes statistiques. Nous avons toutefois montré que la résolution de 90 m est suffisante pour une bonne estimation des effets de terrain au Niger à cause du relief peu accusé. Aussi, les calculs des effets de terrain ainsi que la réduction de Bouguer ont été fait avec la densité topographique standard $\rho_0 = 2{,}67\ g/cm^3$ en l'absence d'un modèle de densité dans la zone. Même si la topographie est peu accusée dans la zone d'étude, un bon modèle de densité permettrait une meilleure estimation des très courtes longueurs d'onde du champ de pesanteur. Les insuffisances de la méthode RCR basée sur la formule classique de Stokes ont conduit à des modifications du noyau à l'instar de la méthode KTH et Stokes-Helmert. Comme nous ne disposons pas des outils d'implémentation de ces méthodes, nous nous sommes limités à la RCR et l'environnement de calcul Gravsoft. La distribution spatiale des points GPS/Nivellement est très limitée, l'évaluation et l'ajustement du modèle gravimétrique NIGEO19 ont été faits dans une zone limitée au Sud-Ouest du Niger. Le nivellement par GNSS n'est possible que dans cette zone.

## 7.4. Recommandations et perspectives

Un effort considérable reste encore à fournir afin de collecter davantage de points GPS/Nivellement partout au Niger pour déterminer la surface de correction du modèle gravimétrique et rendre pleinement opérationnelle le nivellement par le GNSS. Nous allons faire le plaidoyer auprès des institutions publiques et privées pour davantage de partage et pour une centralisation des données pouvant servir à des fins géodésiques en particulier et scientifique en général. Déjà une collaboration a été faite avec l'Institut Géographique National du Niger durant cette thèse dans l'acquisition de données indépendantes pour le test du modèle gravimétrique. Nous allons continuer dans ce sens en espérant que l'IGN-N et les autres institutions vont s'approprier pleinement l'utilisation de notre produit, NIGEO19, notamment pour l'extension du réseau de nivellement du Niger. Nous allons aussi mettre à contribution les grandes sociétés de Génie Civil et des Mines qui utilisent déjà les outils GNSS, IMOURAREN SA, la Société des Mines de l'Aïr (SOMAÏR), les bureaux d'étude comme GERMS Consulting qui nous a déjà fournis des données GPS pour la validation des MNTs globaux. Nous souhaiterons aussi que le Département de Topographie à l'Institut Universitaire de Technologie (IUT) de l'Université de Zinder (UZ) soit équipé de matériels de pointe notamment les récepteurs GNSS bifréquence, non seulement pour l'enseignement mais aussi pour la recherche.

Au-delà du projet de géoïde africain qui vise l'uniformisation du datum altimétrique sur le continent, le Niger est membre de deux espaces économiques communs, la Communauté Economique des Etats de l'Afrique de l'Ouest (CEDEAO) et l'Union Economique et Monétaire Ouest Africaine (UEMOA). Les seules tentatives de calcul de géoïde national ont été faites récemment au Ghana, c'est une perspective qui s'ouvre à nous pour le calcul des géoïdes dans les autres pays afin d'accompagner les projets d'infrastructures conjoints dans lesdits espaces économiques. Nous espérons collecter les données nécessaires auprès du Bureau Gravimétriques International (BGI) et des autres institutions détentrices. Ce sera aussi l'occasion pour l'application des autres méthodes et approches de détermination de géoïde gravimétrique.

Aussi, l'essentiel de l'interprétation des anomalies gravimétriques et la cartographie géophysique reste encore à faire au Niger. La base de données raffinée construite durant cette thèse est bien appropriée pour cette fin.

# REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Abbak, R. A., Erol, B., & Ustun, A. (2012). Comparison of the KTH and remove–compute–restore techniques to geoid modelling in a mountainous area. *Computers & Geosciences*, *48*, 31–40. https://doi.org/10.1016/j.cageo.2012.05.019

Abbak, R. A., Sjöberg, L. E., Ellmann, A., & Ustun, A. (2012). A precise gravimetric geoid model in a mountainous area with scarce gravity data: a case study in central Turkey. *Studia Geophysica et Geodaetica*, *56*(4), 909–927. https://doi.org/10.1007/s11200-011-9001-0

Abd-elmotaal, H. A. (2003). Towards a Precise Geoid for Egypt. In I.N. Tziavos (Ed.), *Gravity and Geoid 2002, 3rd Meeting of the International Gravity and Geoid Commission* (pp. 120–125). Thessaloniki, Greece, August 26–30, 2002.

Abd-Elmotaal, H. A. (2008). Gravimetric Geoid for Egypt using High-degree Tailored Reference Geopotential Model. *NRIAG Journal of Geophysics, Special Issue*, 507–531.

Abd-Elmotaal, H. A. (2010). Effect of Digital Height Models' Resolution on Gravity Reduction and Geoid Computation in Egypt. In *2nd Arab Conference on Astronomy and Geophysics*. Cairo, Egypt, October 25–28, 2010.

Abd-Elmotaal, H. A. (2011a). African Geoid Project: Current Status and Future Plans. In *IUGG General Assembly*. Melbourne, Australia, June 28 - July 7, 2011.

Abd-Elmotaal, H. A. (2011b). FFT versus least square collocation techniques for gravimetric geoid determination in Egypt. *Journal of Applied Geophysics*, *10*(1), 121–133.

Abd-Elmotaal, H. A. (2012). Gravity Interpolation within Large Gaps. In *7th International Conference of Applied Geophysics*. Cairo, Egypt, February 27, 2012.

Abd-Elmotaal, H. A. (2015). Validation of GOCE Models in Africa. *Newton's Bulletin*, (5), 149–162. Retrieved from http://www.isgeoid.polimi.it/Newton/Newton_5/11_Hussein_149_162.pdf

Abd-Elmotaal, H. A., & Kühtreiber, N. (2014). Automated Gross Error Detection Technique Applied to the Gravity Database of Africa. In *General Assembly ofthe European Geosciences Union (EGU)*. Vienna, Austria, April 27 – May 2, 2014.

Abd-Elmotaal, H. A., & Makhloof, A. (2013). Comparison of Recent Geopotential Models for the Recovery of the Gravity Field in Africa. In *Geodetic Week & INTERGEO 2013*. Essen, Germany, October 8-10, 2013.

Abd-Elmotaal, H. A., Seitz, K., Abd-Elbaky, M., & Heck, B. (2015). Tailored Reference Geopotential Model for Africa. In *International Association of Geodesy Symposia* (pp. 1–8). Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/1345_2015_84

Abd-Elmotaal, H. A., Seitz, K., Kühtreiber, N., & Heck, B. (2015a). African Geoid Model AFRgeo2015. In *26th General Assembly of the International Union of Geodesy and Geophysics (IUGG 2015)*. Prague, Czech Republic, June 22 - July 2, 2015.

Abd-Elmotaal, H. A., Seitz, K., Kühtreiber, N., & Heck, B. (2015b). Establishment of the Gravity Database AFRGDB_V1.0 for the African Geoid. In *International Association of Geodesy Symposia Journal* (pp. 131–138). https://doi.org/10.1007/1345_2015_51

Abdalla, A. (2009). *Determination of a gravimetric geoid model of Sudan using the KTH method*. Division of Geodesy,Department of Transport and Economics, Royal Institute of Technology (KTH) - 100 44 Stockholm, Sweden.

Abdalla, A., & Fairhead, J. D. (2011). A new gravimetric geoid model for Sudan using the KTH method. *Journal of African Earth Sciences*, *60*(4), 213–221. https://doi.org/10.1016/j.jafrearsci.2011.02.012

Abdalla, A., Fashir, H., Ali, A., & Fairhead, D. (2012). Validation of recent GOCE/GRACE geopotential models over Khartoum state - Sudan. *Journal of Geodetic Science*, *2*(2), 88–97. https://doi.org/10.2478/v10156-011-0035-6

Abdalla, A., Mogren, S., & Enkin, R. (2015). Implementation of a rigorous least-squares modification of Stokes' formula to compute a gravimetric geoid model over Saudi Arabia (SAGEO13). *Canadian Journal of Earth Sciences*, *52*(10), 823–832. https://doi.org/10.1139/cjes-2014-0192

Abdalla, A., & Tenzer, R. (2011). The evaluation of the New Zealand's geoid model using the KTH method. *Geodesy and Cartography*, *37*(1), 5–14. https://doi.org/10.3846/13921541.2011.558326

Abrams, M. (2016). ASTER Global DEM Version 3, and new ASTER Water Body Dataset. *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences - ISPRS Archives*, *41*(July), 107–110. https://doi.org/10.5194/isprsarchives-XLI-B4-107-2016

Addinsoft. (2017). XLSTAT 2017.3, Data analysis and statistics with Microsoft Excel. Retrieved 16 May 2017, from https://www.xlstat.com/

Ågren, J. (2004). *Regional geoid model determination methods for the era of satellite gravimetry (Numerical investigations using synthetic earth gravity models)*. Doctoral thesis, KTH – Division of Geodesy, Stockholm Sweden.

Ågren, J., Barzaghi, R., Carrion, D., Denker, H., Duquenne, H., Grigoriadis, V. N., … Tziavos, I. N. (2009). Different geoid computation methods applied on a test dataset : results and considerations. In *VII Hotine-Marussi Symposium on Mathematical Geodesy*. Rome, Italy.

Ågren, J., Sjöberg, L. E., & Kiamehr, R. (2009). The new gravimetric quasigeoid model KTH08 over Sweden. *Journal of Applied Geodesy*, *3*(3), 143–153. https://doi.org/10.1515/JAG.2009.015

Aic Progetti, & Groupe Art & Génie. (2014). *Etudes Technique de Réhabilitation de 425km de Routes Bitumées du Réseau Prioritaire National - Lot 2C: Tânout-Takoukou - Rapport topographique*. République du Niger - Ministère de l'Equipement - Direction Générale des Grands Travaux - Niamey - Niger.

Akyilmaz, O., Ustun, A., Aydin, C., Arslan, N., Doganalp, S., Guney, C., … Yagci, O. (2016). *ITU_GGC16 The combined global gravity field model including GRACE & GOCE data up to degree and order 280*. https://doi.org/10.5880/icgem.2016.005

Albouy, Y. (2012). Soixante ans de géophysique à l'ORSTOM-IRD en Afrique. *Travaux Du Comité Français d'Histoire de La Géologie, 3ème Série*, *28*(8), 119–147.

Albouy, Y., Boukere, D., Legeley-Padovani, A., Villeneuve, J., Foy, R., Bonvalot, S., … Poudjhom, Y. (1992). Données gravimétriques ORSTOM Afrique-Madagascar. In *Congrès Exploration Minière, Recherches d'Eau et Environnement*. Ouagadougou, 7-13 Décembre 1992.

Aleem, K. F. (2013). *Adaptation of a Global Orthometric to a Local Height Datum Using "Satlevel" Collocation Model*. A Ph.D. Thesis. Department of Surveying and Geoinformatics, University of Lagos Nigeria.

Aleem, K. F., Olaleye, J. B., Badejo, O. T., & Olusina, J. O. (2011). A combination of ellipsoidal height from Satellite method and Orthometric height for Geoid Modelling. In *International Global Navigation Satellites Society IGNSS Symposium 2011*. Sydney, NSW, Australia 15 – 17 November 2011.

Amans, O. C., Beiping, W., & Ziggah, Y. Y. (2013). Assessing Vertical Accuracy of SRTM Ver 4.1 and ASTER GDEM Ver 2 Using Differential GPS Measurements--Case Study in Ondo State Nigeria. *International Journal of Scientific & Engineering Research*, *4*(12), 523–531.

Amante, C., & Eakins, B. W. (2009). *ETOPO1 1 Arc-minute Global Relief Model: Procedures, data sources and analysis* (NOAA Technical Memorandum NESDIS NGDC-24). Boulder, Colorado.

Amos, M. J., & Featherstone, W. E. (2003). Preparations for a new gravimetric geoid model of New Zealand, and some preliminary results. In *New Zealand Surveyor* (Vol. 293, pp. 9–20).

Amos, M. J., & Featherstone, W. E. (2006). A Comparison of Gridding Techniques for Terrestrial Gravity Observations in New Zealand. *Geomatics Research Australasia*.

Andersen, O. B., Knudsen, P., & Trimmer, R. (2005). Improved High Resolution Altimetric Gravity Field Mapping (KMS2002 Global Marine Gravity Field). In *A Window on the Future of Geodesy* (pp. 326–331). Berlin/Heidelberg: Springer-Verlag. https://doi.org/10.1007/3-540-27432-4_56

ASTER GDEM Validation Team. (2009). *ASTER Global DEM Validation-Summary Report*. Retrieved from https://lpdaac.usgs.gov/sites/default/files/public/aster/docs/ASTER_GDEM_Validation_Summary_Report.pdf

Athmania, D., & Achour, H. (2014). External Validation of the ASTER GDEM2, GMTED2010 and CGIAR-CSI- SRTM v4.1 Free Access Digital Elevation Models (DEMs) in Tunisia and Algeria. *Remote Sensing*, *6*(5), 4600–4620. https://doi.org/10.3390/rs6054600

Avalos-Naranjo, D., & Gomez, R. (2012). Geoid modeling in Mexico and the collaboration with Central America and the Caribbean. In *American Geophysical Union, Fall Meeting*.

Avalos-Naranjo, D., Santos C., M., Vaníček, P., & Hernández, A. (2009). *Insights into the Mexican Gravimetric Geoid (GGM05)*. https://doi.org/10.1007/978-3-540-85426-5_50

Barthelmes, F., & Köhler, W. (2016). International Centre for Global Earth Models (ICGEM). *Journal of Geodesy, The Geodesists Handbook*, *90*(10), 907–1205. https://doi.org/10.1007/s00190-016-0948-z

Bašić, T., & Bjelotomić, O. (2014). HRG2009: New High Resolution Geoid Model for Croatia BT - Gravity, Geoid and Height Systems. In U. Marti (Ed.) (pp. 187–191). Cham: Springer International Publishing.

Bašić, T., & Hecimovic, Z. (2005). Latest geoid determinations for the Republic of Croatia. *Newton's Bulletin*, (3), 82–91.

Benahmed Daho, S. A. (2000). The new gravimetric geoid in Algeria. *Bulletin of the International Geoid Service (IGeS)*, *10*, 78–84.

Benahmed Daho, S. A. (2003). Calcul des hauteurs orthométriques à partir des observations GPS : Cas d'étude : Nord de l'Algérie. In *2nd FIG Regional Conference*. Marrakech, Morocco, December 2-5, 2003.

Benahmed Daho, S. A. (2004). A computer program for an adjustment of combined gps/levelling/geoid networks: case of study : North of algeria. *Newton's Bulletin*, (2), 42–51. Retrieved from http://cat.inist.fr/?aModele=afficheN&cpsidt=17897187

Benahmed Daho, S. A. (2009). Evaluation of the Earth Gravity Model EGM2008 in Algeria. *Newton's Bulletin*, (4), 172–184.

Benahmed Daho, S. A. (2010a). Assessment of the EGM2008 Gravity Field in Algeria Using Gravity and GPS/Levelling Data. In *International Association of Geodesy (IAG)-Gravity, Geoid and Earth Observation* (pp. 459–466). Chania, Crete, Greece, 23-27 June 2008: Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-642-10634-7_61

Benahmed Daho, S. A. (2010b). Precision assessment of the orthometric heights determination in northern part of Algeria by combining the GPS data and the local geoid model. *Comptes Rendus Geoscience*, *342*(2), 87–94. https://doi.org/10.1016/j.crte.2009.10.011

Benahmed Daho, S. A. (2013). Evaluation of GRACE/GOCE geopotential models in Algeria. In *Presentation in IAG General Assembly (Gravity Field Determination and Applications / Regional*

*gravity and geoid studies)*. Potsdam - Germany.

Benahmed Daho, S. A., & Fairhead, J. D. (2004). A new quasi-geoid computation from gravity and gps data in Algeria. *Newton's Bulletin*, (2), 52–59. Retrieved from http://cat.inist.fr/?aModele=afficheN&cpsidt=17897188

Benahmed Daho, S. A., & Fairhead, J. D. (2007). Accuracy assessment of the available geoid models in Algeria. *Computers & Geosciences*, *33*(1), 76–82. https://doi.org/10.1016/j.cageo.2006.05.009

Benahmed Daho, S. A., & Fairhead, J. D. (2009). A new high-resolution gravimetric geoid model for Algeria based on GRACE-derived Geopotential Model and SRTM data. In *EGU General Assembly Conference Abstracts*. 19-24 April, 2009 in Vienna, Austria.

Benahmed Daho, S. A., Fairhead, J. D., Zeggai, A., Ghezali, B., Derkaoui, A., Gourine, B., & Khelifa, S. (2008). New investigation on the choice of the tailored geopotential model for Algeria. *Journal of Geodynamics*, *45*(2–3), 154–162. https://doi.org/10.1016/j.jog.2007.10.002

Benahmed Daho, S. A., & Goughali, M. (2013). A refined geoid model for Algeria using EGM2008 and the satellite altimetry-derived marine gravity anomalies in Algeria. In *Presentation in IAG General Assembly (Gravity Field Determination and Applications / Regional gravity and geoid studies)*. Potsdam - Germany.

Benahmed Daho, S. A., & Kahlouche, S. (1998). The Gravimetric Geoid in Algeria: First Results (pp. 262–268). https://doi.org/10.1007/978-3-642-72245-5_38

Benahmed Daho, S. A., & Kahlouche, S. (1999). Gravimetry data validation in Algeria. *Bollettino Di Geofisica Teorica Ed Applicata*, *40*(3–4), 205–210.

Benahmed Daho, S. A., Kahlouche, S., & Fairhead, J. D. (2006). A procedure for modelling the differences between the gravimetric geoid model and GPS/levelling data with an example in the north part of Algeria. *Computers & Geosciences*, *32*(10), 1733–1745. https://doi.org/10.1016/j.cageo.2006.04.003

Benahmed Daho, S. A., Mendas, A., Fairhead, J. D., & Derkaoui, A. (2009). Impact of the new GRACE Geopotential Model and SRTM data on the geoid modelling in Algeria. *Journal of Geodynamics*, *47*(2–3), 63–71. https://doi.org/10.1016/j.jog.2008.07.006

Benahmed Daho, S. A., & Merry, C. L. (2007). Merging the African Geoid model with GPS/Levelling data in Algeria using the Collocation method. *Bollettino Di Geodesia e Scienze Affini*, *66*(2), 49–65.

Berry, P. A. M., Garlick, J. D., & Smith, R. G. (2006). *Near-global validation of the SRTM DEM using satellite radar altimetry*. *Earth and Planetary Remote Sensing Laboratory, De Montfort University, The Gateway, Leicester, LE19BH, UK*.

Bettadpur, S., Ries, J. C., Eanes, R., Nagel, P., Pie, N., Poole, S., … Save, H. (2015). Evaluation of the GGM05 Mean Earth Gravity models. In *Geophysical Research Abstracts-European Geosciences Union(EGU)2015-4153* (Vol. 17). Vienna, Austria.

BGI. (2015). Land Gravity data. Retrieved 22 January 2015, from http://bgi.omp.obs-mip.fr/data-products/Gravity-Databases/Land-Gravity-data

Bjelotomić, O. (2015). *High Resolution Geoid Modelling of Croatia*. PhD thesis. Faculty of Geodesy, University of Zagreb.

Bjerhammar, A. (1973). *Theory of errors and generalized matrix inverses*. Elsevier.

Blitzkow, D., Matos, A., & Cintra, J. P. (2009). Digital terrain model evaluation and computation of the terrain correction and indirect effect in South America. *Geoacta*, *34*(2), 59–74.

Bloodshed Software. (2018). Dev-C++. Retrieved 1 December 2018, from

https://www.bloodshed.net/devcpp.html

Bomfim, E. P., Braitenberg, C., & Molina, E. C. (2013). Mutual evaluation of global gravity models (EGM2008 and GOCE) and terrestrial data in Amazon Basin, Brazil. *Geophysical Journal International*, *195*(2), 870–882. https://doi.org/10.1093/gji/ggt283

Boukere, D.-B., Legeley-Padovani, A., Poudjoum Djomani, Y. H., Foy, R., & Albouy, Y. (1995a). *Levés gravimétriques de reconnaissance - Gravity map : République Centrafricaine*. *Office de la Recherche Scientifique et Technioue Outre - Mer(ORSTOM)* (ORSTOM Edi).

Boukere, D.-B., Legeley-Padovani, A., Poudjoum Djomani, Y. H., Foy, R., & Albouy, Y. (1995b). *Levés gravimétriques de reconnaissance - Gravity map : Togo-Bénin*. *Office de la Recherche Scientifique et Technioue Outre - Mer(ORSTOM)* (ORSTOM Edi).

Bracewell, R. N. (1986). *The Hartley transform*. *Oxford engineering science series* (2nd ed., Vol. 19). Oxford University Press, New York.

Brockmann, J. M., Zehentner, N., Höck, E., Pail, R., Loth, I., Mayer-Gürr, T., & Schuh, W.-D. (2014). EGM_TIM_RL05: An independent geoid with centimeter accuracy purely based on the GOCE mission. *Geophysical Research Letters*, *41*(22), 8089–8099. https://doi.org/10.1002/2014GL061904

Bruinsma, S. L., Förste, C., Abrikosov, O., Marty, J.-C., Rio, M.-H., Mulet, S., & Bonvalot, S. (2013). The new ESA satellite-only gravity field model via the direct approach. *Geophysical Research Letters*, *40*(14), 3607–3612. https://doi.org/10.1002/grl.50716

CILSS. (2016). *Landscapes of West Africa - A window on a changing world*. *U.S. Geological Survey EROS*. 47914 252nd St, Garretson, SD 57030, UNITED STATES. https://doi.org/10.5066/F7N014QZ

Corchete, V. (2008). The high-resolution gravimetric geoid of North Iberia: NIBGEO. *Terra Nova*, *20*(6), 489–493.

Corchete, V. (2010). The high-resolution gravimetric geoid of Italy: ITG2009. *Journal of African Earth Sciences*, *58*(3), 580–584. https://doi.org/10.1016/j.jafrearsci.2010.05.010

Corchete, V. (2013). The first high-precision gravimetric geoid of Hungary : HGG2013. *Server on Geodesy, Seismology and Environmental Sciences*. https://doi.org/10.1016/j.jup.2017.08.003

Corchete, V., Chourak, M., & Khattach, D. (2005). The high-resolution gravimetric geoid of Iberia: IGG2005. *Geophysical Journal International*, *162*(3), 676–684. https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2005.02690.x

Corchete, V., Chourak, M., Khattach, D., & Benaïm, E. H. (2007). The high-resolution gravimetric geoid of Morocco: MORGEO. *Journal of African Earth Sciences*, *48*(4), 267–272. https://doi.org/10.1016/j.jafrearsci.2007.04.002

Corchete, V., Chourak, M., Khattach, D., & Benaïm, E. H. (2008). A new high-resolution gravimetric geoid for South Spain and the Gibraltar Strait area: SOSGIS. *Journal of African Earth Sciences*, *51*(3), 145–150. https://doi.org/10.1016/j.jafrearsci.2008.01.002

Corchete, V., Flores, D., & Oviedo, F. (2006). The first high-resolution gravimetric geoid for the Bolivian tableland: BOLGEO. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, *157*(3–4), 250–256. https://doi.org/10.1016/j.pepi.2006.04.004

Corchete, V., & Pacino, M. C. (2007). The first high-resolution gravimetric geoid for Argentina: GAR. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, *161*(3–4), 177–183. https://doi.org/10.1016/j.pepi.2007.01.012

Cratchley, C. R. (1960). Geophysical Survey of the South Western Part of the Chad Basin. In *C.C.T.A Conference on 'Geology'*. Kaduna, Nigeria.

Cratchley, C. R., Louis, P., & Ajakaiye, D. E. (1984). Geophysical and geological evidence for the Benue-Chad Basin Cretaceous rift valley system and its tectonic implications. *Journal of African Earth Sciences*, *2*(2), 141–150. https://doi.org/10.1016/S0731-7247(84)80008-7

Dadé, I. (2007). *Projet de Système d'Information Cartographique(SIC): Structuration d'un référenciel ou modèle de BD et outils méthodologiques pour la gestion cartographique dans 4 pays de l'UEMOA: Burkina, Mali, Niger et Sénégal*. Mémoire de Master 2 en Sciences de l'Information Documentaire: Technologie de l'Information - Ecole de Bibliothécaires, Archivistes et Documentalistes-Université Cheikh Anta Diop de Dakar.

Danielson, J., & Gesch, D. (2011). *Global Multi-resolution Terrain Elevation Data 2010(GMTED2010). U.S. Geological Survey Open-File Report 2011–1073* (Vol. 2010). Sioux Falls, SD, USA.

Daras, I. (2008). *Determination of a gravimetric geoid model of greece using the method of kth (Unpublished doctoral dissertation)*. Retrieved from url:%0Ahttp://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:kth:diva-199682

Delclaux, F. (2003). *Campagne de nivellement GPS dans la région de Diffa et du Lac Tchad*. *Rapport de mission, UMR HydroSciences*. Montpellier.

Denker, H. (2005). Evaluation of SRTM3 and GTOPO30 Terrain Data in Germany. In C. Jekeli, L. Bastos, & J. Fernandes (Eds.), *Gravity, Geoid and Space Missions. . International Association of Geodesy Symposia* (Vol. 129, pp. 218–223). Berlin/Heidelberg: Springer-Verlag. https://doi.org/10.1007/3-540-26932-0_38

Denker, H., Barriot, J. P., Barzaghi, R., Fairhead, J. D., Forsberg, R., Ihde, J., … Tziavos, I. N. (2007). The Development of the European Gravimetric Geoid Model EGG07. In *Observing our Changing Earth* (pp. 177–185). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-540-85426-5_21

DMA. (1973). *Report of the 12th parallel survey*. (Defense Mapping Agency DMA, Ed.). Retrieved from https://documentation.ensg.eu/index.php?lvl=notice_display&id=42999

Dodo, J. D., & Kamarudin, M. N. (2007). The Implementation of the Global Navigation Satellite System (GNSS) in Nigeria: The Challenges. In *Poceeding of joint International Symposium & Exhibition on Geoinformation 2007 & International Symposium on GPS/GNSS 2007 (ISG-GNSS2007)* (p. 12). Persada Johor International Convention Centre, Johor Bharu MALAYSIA, 5-7 November 2007.

Dubois, J., Diament, M., & Cogné, J.-P. (2011). *Géophysique*. (DUNOD, Ed.) (4th ed.). Paris: DUNOD. Retrieved from http://books.google.fr/books?id=dF0p9xcbrQ0C

Duclaux, F., Martin, J. M., Blot, C., & Remiot, R. (1954). *Etablissement d'un réseau général de stations gravimétrique en Afrique, à Madagascar, à la Réunion et à l'Ile Maurice*. ORSTOM, Office de la Recherche Scientifique et Technique d'Outre-Mer - Paris.

Dufour, J. P. (2001). *Introduction à la géodésie*. Paris: Hermès Science Publications.

Duquenne, F., Botton, S., Peyret, F., & Willis, P. (2005). *GPS: localisation et navigation par satellites* (2nd ed.). Lavoisier.

Duquenne, H. (1998). A New Solution for the Quasigeoid in France QGF98. In *Proceedings of the 2nd Continental Workshop on the Geoid in Europe, vol. 98 of Finnish Geodetic Institut reports*. Budapest.

Edan, J. D., Idowu, T. O., Abubakar, T., & Aliyu, M. R. (2014). Determination of Orthometric Heights from GPS and Levelling Data. *International Journal of Electronics, Communication & Instrumentation Engineering Research and Development (IJECIERD)*, *4*(1), 123–134.

El-Mowafy, A., Fashir, H., Al Habbai, A., Al Marzooqi, Y., & Babiker, T. (2006). Real-Time Determination of Orthometric Heights Accurate to the Centimeter Level Using a Single GPS Receiver: Case Study. *Journal of Surveying Engineering*, *132*(1), 1–6. https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9453(2006)132:1(1)

El Brirchi, E. H. (2013). *Calcul d'un modèle de Géoïde gravimétrique marocain par l'exploitation des données gravimétriques spatiales de la mission GOCE, combinées aux données terrestres*. Thèse de Doctorat en Génie Géologique - LGE - CED-STI - FST - USMBA - Fès - Maroc.

El Brirchi, E. H., & El Azzab, D. (2011). Improving Geoid Determination over Morocco Area using Goce Level 2 Data. In *4th International GOCE User Workshop'* (p. 6). Technical University of Munich, Germany.

El Brirchi, E. H., & El Azzab, D. (2012). Comparing Global Geoids. *Coordinates*, *8*(4), 20–24.

Ellmann, A. (2004). *The geoid model for the Baltic countries determined by the least squares modification of Stokes' formula*. Doctoral dissertation in Geodesy No. 1061, Royal Institute of Technology (KTH), Stockholm.

ELSEVIER. (2018). Mendeley - Reference Management Software & Researcher Network. Retrieved 1 December 2018, from https://www.mendeley.com

ESA. (1999). Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Mission, Report for mission selection of the four candidate Earth Explorer missions. *ESA SP*, *1233*(1).

Ezeigbo, C. U. (1991). Estimation Models of Geoid in Nigeria Using Doppler Satellite Observations. In *Determination of the Geoid: Present and Future - International Association of Geodesy Symposia* (Vol. 106, pp. 230–240). Springer New York. https://doi.org/10.1007/978-1-4612-3104-2_28

Ezeigbo, C. U., Fajemirokun, F. A., Nwilo, P. C., Ayodele, E. G., & Oyewusi, A. M. (2007). Analysis of some Factors that affect the Accuracy of the Gravimetric Geoid Determination in Nigeria. *African Geodetic Journal*, *1*(1).

Farr, T. G., & Kobrick, M. (2000). Shuttle Radar Topography Mission produces a wealth of data. *American Geophysical Union Eos*, *81*, 583–585.

Farr, T. G., Rosen, P. A., Caro, E., Crippen, R., Duren, R., Hensley, S., … Alsdorf, D. (2007). The Shuttle Radar Topography Mission. *Reviews of Geophysics*, *45*(2), RG2004. https://doi.org/10.1029/2005RG000183

Featherstone, W. E., & Kirby, J. F. (2000). The reduction of aliasing in gravity anomalies and geoid heights using digital terrain data. *Geophysical Journal International*, *141*(1), 204–212. https://doi.org/10.1046/j.1365-246X.2000.00082.x

Forkuor, G., & Maathuis, B. (2012). Comparison of SRTM and ASTER Derived Digital Elevation Models over Two Regions in Ghana - Implications for Hydrological and Environmental Modeling. In P. Tommaso (Ed.), *Studies on Environmental and Applied Geomorphology* (pp. 219–240). Rijeka: IntechOpen. https://doi.org/10.5772/28951

Forsberg, R. (1984). *A study of terrain reduction, density anomalies and geophysical inversion methods in gravity field computation*. *Reports of the Department of Geodetic Science and Surveying, No. 355*. The Ohio University State, 1958 Neil Avenue, Columbus, Ohio 43210.

Forsberg, R. (2008). Terrain effects in geoid computations. In *In: International Geoid Service, Ed., International School for the Determination and use of the geoid*. Como - Italy.

Forsberg, R., Kaminskis, J., & Solheim, D. (1997). Geoid of the Nordic and Baltic Region from Gravimetry and Satellite Altimetry. In J. Segawa, H. Fujimoto, & S. Okubo (Eds.), *Gravity, Geoid and Marine Geodesy SE - 72* (Vol. 117, pp. 540–547). Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-662-03482-8_72

Forsberg, R., & Sideris, M. G. (1993). geoid computations by multi-band FFT approach. *Manuscripta Geodaetica*, 82–90.

Forsberg, R., Strykowski, G., Iliffe, J. C., Ziebart, M., Cross, P. A., Tscherning, C. C., … Finch, O. (2003). OSGM02: A new geoid model of the British Isles. In *The 3rd meeting of the International Gravity and Geoid Comission, GG2002*. Aug. 26 - 30, 2002, Thessaloniki, I. Tziavos (ed.), Editions Ziti.

Forsberg, R., & Tscherning, C. C. (1981). The use of height data in gravity field approximation by collocation. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, *86*(B9), 7843–7854. https://doi.org/10.1029/JB086iB09p07843

Forsberg, R., & Tscherning, C. C. (2008). *An overview manual for the GRAVSOFT Geodetic Gravity Field Modelling Programs* (2nd ed.).

Förste, C., & Bruinsma, S. L. (2016). *EIGEN-6S4: A time-variable satellite-only gravity field model to d/o 300 based on LAGEOS, GRACE and GOCE data from the collaboration of GFZ Potsdam and GRGS Toulouse*. https://doi.org/10.5880/icgem.2016.008

Förste, C., Bruinsma, S. L., Abrikosov, O., Lemoine, J.-M., Marty, J. C., Flechtner, F., … Biancale, R. (2014). *EIGEN-6C4 The latest combined global gravity field model including GOCE data up to degree and order 2190 of GFZ Potsdam and GRGS Toulouse*. *GFZ Data Services*. https://doi.org/10.5880/icgem.2015.1

Förste, C., Flechtner, F., Schmidt, R., König, R., Meyer, U., Stubenvoll, R., … Lemoine, J.-M. (2006). A mean global gravity field model from the combination of satellite mission and altimetry/gravimetry surface gravity data. In *Poster presented at EGU General Assembly 2006 - Vienna, Austria, 02-07 April 2006 Geophysical Research Abstract Vol. 8, 03462, 2006*.

Förste, C., Flechtner, F., Schmidt, R., Meyer, U., Stubenvoll, R., Barthelmes, F., … Raimondo, J. C. (2005). A New High Resolution Global Gravity Field Model Derived From Combination of GRACE and CHAMP Mission and Altimetry/Gravimetry Surface Gravity Data. In *EGU General Assmebly*. Vienna - Austria.

Förste, C., Flechtner, F., Schmidt, R., Stubenvoll, R., Rothacher, M., Kusche, J., … Meyer, U. (2008). EIGEN-GL05C - A New Global Combined High-resolution GRACE-base Gravity Field Model of the GFZ-GRGS Cooperation. *Geophysical Research Abstracts-EGU General Assembly*, *10*.

Fotopoulos, G. (2003a). *An analysis on the optimal combination of geoid, orthometric and ellipsoidal height data*. University of Calgary, Department of Geomatics Engineering.

Fotopoulos, G. (2003b). An Analysis on the Optimal Combination of Geoid , Orthometric and Ellipsoidal Height Data by. *Department of Geomatics Engineering, University of Calgary*, (20185), 230. Retrieved from http://www.geomatics.ucalgary.ca/links/GradTheses.html

Fotopoulos, G. (2013). Combination of Heights BT - Geoid Determination: Theory and Methods. In F. Sansò & M. G. Sideris (Eds.) (pp. 517–544). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-540-74700-0_11

Fritz, S., Bartholome, E., Belward, A., Hartley, A., Stibig, H.-J., Eva, H., … Defourny, P. (2003). *Harmonization, mosaicking, and production of the Global Land Cover 2000 database*. *EUR - Scientific and Technical Research ReportsJoint*. Ispra, Italy (2003): European Commission. Retrieved from http://publications.jrc.ec.europa.eu/repository/handle/JRC26168

Fullea, J., Fernàndez, M., Zeyen, H., & Vergés, J. (2007). A rapid method to map the crustal and lithospheric thickness using elevation, geoid anomaly and thermal analysis. Application to the Gibraltar Arc System, Atlas Mountains and adjacent zones. *Tectonophysics*, *430*(1–4), 97–117. https://doi.org/10.1016/j.tecto.2006.11.003

Gatti, A., & Reguzzoni, M. (2017). *GOCE gravity field model by means of the space-wise approach*

*(release R5). GFZ Data Services*. https://doi.org/10.5880/icgem.2017.005

Geisser, S., & Eddy, W. F. (1979). A Predictive Approach to Model Selection. *Journal of the American Statistical Association*, *74*(365), 153–160. https://doi.org/10.1080/01621459.1979.10481632

GERMS Consulting. (2013). *Etudes Technique de pour l'Aménagement et le Bitumage de Route Baléyara-Filingué(83km)-Polygonation de Base*. République du Niger - Ministère de l'Equipement - Direction Générale des Grands Travaux - Niamey - Niger.

GERMS Consulting. (2015). *Levés Topographiques dans le Cadre des Projets de Routes Rurales*. GERMS Consulting, Niamey, Niger.

GGUL. (2006). *Determination of an Optimum Geoid for Nigeria*. *Geodesy Group University of Lagos - A Project Report Sponsored by Centre for Geodesy and Geodynamics (CCG) and the National Space Research and Development Agency (NASRDA) Abuja, Nigeria*.

Gilardoni, M., Reguzzoni, M., & Sampietro, D. (2015). GECO: a global gravity model by locally combining GOCE data and EGM2008. *Studia Geophysica Et Geodaetica*.

Godah, W., & Krynski, J. (2015). Comparison of GGMs based on one year GOCE observations with the EGM08 and terrestrial data over the area of Sudan. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, *35*, 128–135. https://doi.org/10.1016/j.jag.2013.11.003

Godah, W., Szelachowska, M., & Krynski, J. (2014). Accuracy assessment of GOCE-based geopotential models and their use for modelling the gravimetric quasigeoid - A case study for Poland. *Geodesy and Cartography*, *63*(1). https://doi.org/10.2478/geocart-2014-0001

Godivier, R., Legeley-Padovani, A., & Albouy, Y. (1986). *Lévés Gravimétriques de Reconnaissance : Congo - Gabon*. *Office de la Recherche Scientifique et Technique Outre-Mer(ORSTOM)*. Paris.

Godivier, R., Legeley, A., & Albouy, Y. (1986). *Lévé gravimétrique de reconnaissance : République centrafricaine*. *Edition de l'ORSTOM*. Paris.

GoldenSoftware. (2018). Surfer. Retrieved 1 August 2018, from http://www.goldensoftware.com/products/surfer

Gómez, M., Del Cogliano, D., Perdomo, R., & Hormaechea, J. L. (2014). A new combined quasigeoid model in Tierra del Fuego. *Geologica Acta*, *12*(3), 219–226. https://doi.org/10.1344/GeologicaActa2014.12.3.4

Gomez, M. E., Bagu, D. R., Del Cogliano, D., & Perdomo, R. A. (2013). EVALUATION OF TERRAIN CORRECTIONS THROUGH FFT AND CLASSICAL INTEGRATION IN TWO SELECTED AREAS OF THE ANDES AND THEIR IMPACT ON GEOIDAL. *Boletim de Ciências Geodésicas*, *19*(3), 407–419. https://doi.org/10.1590/S1982-21702013000300004

GRACE. (1998). *Gravity Field and Climate Experiment: science and mission requirements document*. NASA's Earth System Science Pathfinder Program.

Greigert, J., & Pougnet, R. (1965). Carte Géologique de la République du Niger.

Gruber, T., Visser, P. N. A. M., Ackermann, C., & Hosse, M. (2011). Validation of GOCE gravity field models by means of orbit residuals and geoid comparisons. *Journal of Geodesy*, *85*(11), 845–860. https://doi.org/10.1007/s00190-011-0486-7

Haagmans, R., de Min, E., & Gelderen, M. (1993). Fast evaluation of convolution integrals on the sphere using 1-D FFT, and a comparison with existing methods for Stokes' integral. *Manuscripta Geodaetica*, *18*(5), 82–90.

Haddad, M. (2004). *Détermination du Géoïde en Algérie du Nord par Intégration des Données Gravimétriques et Altimétriques*. AGENCE SPATIALE ALGERIENNE.

Hammer, S. (1939). Terrain corrections for gravimeter stations. *Geophysics*, *4*(3), 184–194. https://doi.org/10.1190/1.1440495

Hansen, M. C., Defries, R. S., Townshend, J. R. G., & Sohlberg, R. (2000). Global land cover classification at 1 km spatial resolution using a classification tree approach. *International Journal of Remote Sensing*, *21*(6–7), 1331–1364. https://doi.org/10.1080/014311600210209

Harroy, J.-P. (1953). *Comptes rendus de la troisième Conférence internationale pour la protection de la faune et de la flore en Afrique*. Bukavu, 26-31 octobre 1953, Congo belge. Retrieved from https://portals.iucn.org/library/node/5945

Hastings, D. A., & Dunbar, P. K. (1999). *Global Land One-kilometer Base Elevation (GLOBE) Digital Elevation Model. Key to Geophysical Records Documentation No. 34* (Vol. 1). National Oceanic and Atmospheric Administration, National Geophysical Data Center, 325 Broadway, Boulder, Colorado 80303, U.S.A.

Hayford, J., & Bowie, W. (1912). The effect of topography and isostatic compensation upon the intensity of gravity. *Bulletin of the American Geographical Society*, *44*(6), 464–465.

Heck, B., & Seitz, K. (2007). A comparison of the tesseroid, prism and point-mass approaches for mass reductions in gravity field modelling. *Journal of Geodesy*, *81*(2), 121–136. https://doi.org/10.1007/s00190-006-0094-0

Heiskanen, W. A., & Moritz, H. (1967). *Physical Geodesy*. (Freeman, Ed.). San Francisco London.

Hinze, W. J., Von Frese, R. R. B., & Saad, A. H. (2013). *Gravity and magnetic exploration: Principles, practices, and applications*. Cambridge University Press.

Hirt, C. (2010). Prediction of vertical deflections from high-degree spherical harmonic synthesis and residual terrain model data. *Journal of Geodesy*, *84*(3), 179–190. https://doi.org/10.1007/s00190-009-0354-x

Hirt, C., Featherstone, W. E., & Marti, U. (2010). Combining EGM2008 and SRTM/DTM2006.0 residual terrain model data to improve quasigeoid computations in mountainous areas devoid of gravity data. *Journal of Geodesy*, *84*(9), 557–567. https://doi.org/10.1007/s00190-010-0395-1

Hirt, C., Filmer, M. S., & Featherstone, W. E. (2010). Comparison and validation of the recent freely available ASTER-GDEM ver1, SRTM ver4.1 and GEODATA DEM-9S ver3 digital elevation models over Australia. *Australian Journal of Earth Sciences*, *57*(3), 337–347. https://doi.org/10.1080/08120091003677553

Hirt, C., Gruber, T., & Featherstone, W. E. (2011). Evaluation of the first GOCE static gravity field models using terrestrial gravity, vertical deflections and EGM2008 quasigeoid heights. *Journal of Geodesy*, *85*(10), 723–740. https://doi.org/10.1007/s00190-011-0482-y

Hirt, C., Marti, U., Bürki, B., & Featherstone, W. E. (2010). Assessment of EGM2008 in Europe using accurate astrogeodetic vertical deflections and omission error estimates from SRTM/DTM2006.0 residual terrain model data. *Journal of Geophysical Research*, *115*(B10), B10404. https://doi.org/10.1029/2009JB007057

Hofmann-Wellenhof, B., Lichtenegger, H., & Wasle, E. (2008). *GNSS — Global Navigation Satellite Systems: GPS, GLONASS, Galileo, and more*. Vienna: Springer Vienna. https://doi.org/10.1007/978-3-211-73017-1

Hofmann-Wellenhof, B., & Moritz, H. (2005). *Physical Geodesy*. Vienna: Springer-Verlag. https://doi.org/10.1007/b139113

Hofmann, J., & Walter, D. (2006). How complementary are SRTM-X and -C Band Digital Elevation Models ? *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing Journal of the American Society for Photogrammetry and Remote Sensing*.

Holmes, S. A., & Pavlis, N. K. (2008). A Fortran Program for Very-High-Degree Harmonic Synthesis. Retrieved from http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/new_egm/harmonic_synth_v02.f

Hu, Z., Peng, J., Hou, Y., & Shan, J. (2017). Evaluation of Recently Released Open Global Digital Elevation Models of Hubei, China. *Remote Sensing*, *9*(3), 262. https://doi.org/10.3390/rs9030262

Huang, J., & Véronneau, M. (2013). Canadian gravimetric geoid model 2010. *Journal of Geodesy*, *87*(8), 771–790. https://doi.org/10.1007/s00190-013-0645-0

Huang, J., & Véronneau, M. (2015). Assessments of Recent GRACE and GOCE Release 5 Global Geopotential Models in Canada. *Newton's Bulletin*, (5).

Hwang, C., Wang, C.-G., & Hsiao, Y.-S. (2003). Terrain correction computation using Gaussian quadrature. *Computers & Geosciences*, *29*(10), 1259–1268. https://doi.org/10.1016/j.cageo.2003.08.003

IAG-AIG. (2011). *Travaux - Reports 2007 - 2011*. (H. Drewes & H. Hornik, Eds.), *IUGG General Assembly* (Vol. 37). Melbourne, Australia, June/July 2011.

Ibrahim Yahaya, S., & El Azzab, D. (2018a). Construction of a new refined and densified gravity database for Niger Republic and computation of the separation between geoid and quasigeoid using GIS. In *4ème Edition du Colloque International des utilisateurs du SIG-The 4th International conference of GIS Users*. Meknes, Morocco, 20-21 December 2018.

Ibrahim Yahaya, S., & El Azzab, D. (2018b). High-resolution Residual Terrain Model and Terrain Corrections for Gravity Field Modelling and Geoid Computation in Niger Republic. *Geodesy and Cartography*, *44*(3), 89–99. https://doi.org/10.3846/gac.2018.3787

Ibrahim Yahaya, S., & El Azzab, D. (2019a). Calcul du premier modèle gravimétrique de géoïde (NIGEO18) et application au nivellement par GNSS au Niger. In *La 2 ème Edition des Journées Doctorales 2EJD_2019*. Fès, 14-15 Janvier 2019.

Ibrahim Yahaya, S., & El Azzab, D. (2019b). Vertical accuracy assessment of global digital elevation models and validation of gravity database heights in Niger. *International Journal of Remote Sensing*, *40*(20), 7966–7985. https://doi.org/10.1080/01431161.2019.1607982

Ibrahim Yahaya, S., El Brirchi, E. H., & El Azzab, D. (2015). Calcul des composantes grandes et moyennes longueurs d'ondes en vue de l'élaboration d'un modèle de géoïde gravimétrique sur le Niger. In *Colloque international : Application des technologies géospatiales en Géosciences (ATGG2015)*. Taza, Maroc, 21-22 Octobre 2015.

Ibrahim Yahaya, S., El Brirchi, E. H., & El Azzab, D. (2016a). Assessment of Global Geopotential Models for GNSS Levelling in Niger. In *3ème Edition du Colloque International des utilisateurs du SIG-The 3rd International conference of GIS Users*. Oujda, Maroc, 22-23 novembre 2016.

Ibrahim Yahaya, S., El Brirchi, E. H., & El Azzab, D. (2016b). Evaluation of Digital Terrain Models and Handling of the Topography by two Approaches for Geoid Computation in Niger. In *3ème Edition du Colloque International des utilisateurs du SIG-The 3rd International conference of GIS Users* (pp. 356–361). Oujda, Maroc, 22-23 novembre 2016.

Ibrahim Yahaya, S., El Brirchi, E. H., & El Azzab, D. (2017a). Impact of datum transformation on local variations of geometric geoid in Niger. *Geodesy and Cartography*, *43*(4), 147–157. https://doi.org/10.3846/20296991.2017.1412615

Ibrahim Yahaya, S., El Brirchi, E. H., & El Azzab, D. (2017b). Mise en place d'une base de données géographique pour le calcul du géoïde gravimétrique au Niger. In *Congrès International MORGEO2017 sur les Technologies Géospatiales: Applications et Perspectives*. Casablanca, Maroc, 16-17 Mai 2017.

IGN. (1975a). *Répertoires des emplacements et altitudes des répères de nivellement - Feuille de Dosso(ND31-X) au 1/200000 de l'Afrique de l'Ouest*. *GEODESIE - NIVELLEMENT DE PRECISION*. INSTITUT GEOGRAPHIQUE NATIONAL - Paris.

IGN. (1975b). *Répertoires des emplacements et altitudes des répères de nivellement - Feuille de Niamey (ND31-IX) au 1/200000 de l'Afrique de l'Ouest*. *GEODESIE - NIVELLEMENT DE PRECISION*. INSTITUT GEOGRAPHIQUE NATIONAL - Paris.

IHB. (2008). *User's Handbook on Datum Transformations Involving WGS 84*. Monaco.

Ilias, D. (2008). *Determination of a gravimetric geoid model of Greece using the method of KTH*. MSc. thesis in Geodesy,Division of Geodesy, Sch. of Arch. & Built Env. KTH – Stockholm Sweden.

INCT. (2007). Rapport National de l'Algerie. In *XXI V IUGG General Assembly*. Perugia, Italy, 2-13, July 2007.

Inerbayeva, D. (2010). Determination of Gravimetric Geoid Model of Khazakhstan Using KTH-Method.

International Association of Geodesy. (1971). Geodetic Reference System 1967. *Bulletin Géodésique, Pub. Spéc.*(3).

IRD. (2018a). Horizon Pleins textes - La base de ressources documentaires de l'IRD. Retrieved 14 February 2015, from http://horizon.documentation.ird.fr/

IRD. (2018b). La cartothèque Sphaera. Retrieved 14 February 2015, from http://sphaera.cartographie.ird.fr

Isioye, O. A., & Fajemirokun, F. A. (2011). Current Trend in GNSS Based Heighting: Conditions and Limitations on Its Applications in Nigeria. *Asian Journal of Engineering, Sciences and Technologiy*, *1*(2).

Ismail, Z. (2016). *Détermination de l'exactitude d'un géoïde gravimétrique*. Thèse de Doctorat en Géodésie - Université de Recherche Paris Sciences et Lettres, Ecole doctorale Astronomie et Astrophysique d'Ile de France - LAboratoire de REcherche en Géodésie, Paris.

Janák, J., & Šprlák, M. (2006). A new software for gravity field modelling. *Geodetic and Cartographic Horizon(in Slovak)*, (52), 1–8.

Janák, J., Vaníček, P., Foroughi, I., Kingdom, R. W., Sheng, M. B., & Santos, M. C. (2017). Computation of precise geoid model of Auvergne using current UNB Stokes-Helmert's approach. *Contributions to Geophysics and Geodesy*, *47*(3), 201–229. https://doi.org/10.1515/congeo-2017-0011

Jarque, C. M., & Bera, A. K. (1987). A test for normality of observations and regression residuals. *International Statistical Review/Revue Internationale de Statistique*, *55*(2), 163–172.

Jarvis, A., Reuter, H. I., Nelson, A., & Guevara, E. (2008). *Hole-filled seamless SRTM data V4*. *Technical report, International Centre for Tropical Agriculture (CIAT)*. Retrieved from http://srtm.csi.cgiar.org

JAXA. (2018). ALOS Global Digital Surface Model 'ALOS World 3D - 30m (AW3D30)'. Retrieved 5 March 2018, from https://www.eorc.jaxa.jp/ALOS/en/aw3d30/index.htm

Jiang, Z., Poitevin, C., & Tscherning, C. C. (1996). *Nouvelle solution pour le géoïde gravimétrique Belgique-Luxembourg*. Saint-Mandé, France.

JICA, & IGN-N. (1996). *Rapport général de l'étude pour la réalisation de la carte topographique des Regions du Djerma Ganda et des Dallols en République du Niger*. *Japan International Cooperation Agency, Institut Géographique National du Niger*.

Jinsheng, N. I. N. G., Jiancheng, L. I., & Dingbo, C. H. A. O. (1998). Application of the hartley transform in the computation of the geoid in china. *Geo-Spatial Information Science*, *1*(1), 43–49. https://doi.org/10.1080/10095020.1998.10553283

Kadlec, M. (2011). *Refining gravity field parameters by residual terrain modeling*. Doctoral Thesis, Department of Mathematics, Faculty of Applied Sciences, University of West Bohemia, Pilsen, Czech Republic.

Kahlouche, S., Rami, A., & Benahmed Daho, S. A. (2004). Topex Altimetric Mean Sea Level and Gravimetric Geoid in the North of Algeria. In C. Hwang, C. K. Shum, & J. Li (Eds.), *Satellite Altimetry for Geodesy, Geophysics and Oceanography SE - 9* (Vol. 126, pp. 73–81). Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-642-18861-9_9

Kamguia, J., Charles, T. T., Nouayou, R., Tadjou, J. M., Manguelle-Dicoum, E., & Kande, H. L. (2007). The Local Geoid Model of Cameroon: CGM05. *Nordic Journal of Surveying and Real Estate Research*, *4*(2).

Kearsley, A. H. W. (1985). Towards the optimum evaluation of the inner zone contribution to geoid heights. *Australian Journal of Geodesy, Photogrammetry, and Surveying*, *42*, 75–98.

Kiamehr, R. (2006). *Precise gravimetric geoid model for Iran based on GRACE and SRTM data and the least squares modification of Stokes' formula with some geodynamics interpretations*. Doctoral thesis in Geodesy, KTH – Division of Geodesy, Stockholm Sweden.

Kiamehr, R. (2007). Qualification and refinement of the gravity database based on cross-validation approach — A case study of Iran. *Acta Geodaetica et Geophysica Hungarica*, *42*(3), 285–295. https://doi.org/10.1556/AGeod.42.2007.3.3

Kiamehr, R. (2011). The new quasi-geoid model IRQG09 for Iran. *Journal of Applied Geophysics*, *73*(1), 65–73. https://doi.org/10.1016/j.jappgeo.2010.11.007

Kloch, G., & Krynski, J. (2008). Towards Optimisation of the Determination of Terrain Corrections with the Use of Prism Method. In *The 7th International Conference 'ENVIRONMENTAL ENGINEERING'* (Vol. 3, pp. 1345–1353). May 22-23, Vilnius.

Klu, M. A. (2015). *Determination of Gravimetric Geoid for Ghana Using the Stokes-Helmert Method*. Master of Science in Engineering Thesis - The University of Newbrunswick.

Konaté, M., Guiraud, M., Lang, J., & Yahaya, M. (2003). Sedimentation in the Kandi extensional basin (Benin and Niger): fluvial and marine deposits related to the Late Ordovician deglaciation in West Africa. *Journal of African Earth Sciences*, *36*(3), 185–206. https://doi.org/10.1016/S0899-5362(03)00026-5

Kotsakis, C., & Sideris, M. G. (1999). On the adjustment of combined GPS/levelling/geoid networks. *Journal of Geodesy*, *73*(8), 412–421. https://doi.org/10.1007/s001900050261

Krige, D. G. (1951). A statistical approach to some basic mine valuation problems on the Witwatersrand. *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, *52*(6), 119–139.

Kuczynska-Siehien, J., Lyszkowicz, A., & Birylo, M. (2016). Geoid determination for the area of Poland by the least squares modification of Stokes's formula. *Acta Geodynamica et Geomaterialia*, 1–8. https://doi.org/10.13168/AGG.2015.0041

Kumar, M. (1983). *African Doppler Surveys (ADOS)*. Defense Mapping Agency - Hydrographic Topographic Center/ Topographic Center - Washington DC: Defense Technical Information Center.

Kuroishi, Y. (2000). Precise Gravimetric Determination of Geoid for Japan. *Journal of the Geodetic Society of Japan*, *46*(1), 1–20. https://doi.org/10.11366/sokuchi1954.46.1

Lambert, W. D. (1945). *The international gravity formula*. JD & ES Dana.

Le Coz, M., Delclaux, F., Genthon, P., & Favreau, G. (2009). Assessment of Digital Elevation Model (DEM) aggregation methods for hydrological modeling: Lake Chad basin, Africa. *Computers & Geosciences*, *35*(8), 1661–1670. https://doi.org/10.1016/j.cageo.2008.07.009

Leblanc, M., Favreau, G., Maley, J., Nazoumou, Y., Leduc, C., Stagnitti, F., … Lemoalle, J. (2006). Reconstruction of Megalake Chad using Shuttle Radar Topographic Mission data. *Palaeogeography, Palaeoclimatology, Palaeoecology*, *239*(1–2), 16–27. https://doi.org/10.1016/j.palaeo.2006.01.003

Lemoine, F. G., Smith, D. E., Kunz, L., Smith, R., Pavlis, E. C., Pavlis, N. K., … Nerem, R. S. (1997). The Development of the NASA GSFC and NIMA Joint Geopotential Model. In *Gravity, geoid and marine geodesy* (pp. 461–469). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-662-03482-8_62

Levallois, J. J. (1977). *Transformation du systeme OGS en IGSN 71 a partir des resultats publies dans le catalogue 'Gravimeter primary station net in East and Central Africa', Overseas Geological Surveys (1961)*. (D. Masson Smith & E. M. Andrew, Eds.). Bureau gravimetrique international(BGI).

Li, Y. C., & Sideris, M. G. (1992). The fast Hartley transform and its application in physical geodesy. *Manuscripta Geodaetica*, *17*, 381–387.

Louis, P., & Rechenmann, J. (1966). Interprétation géologique de certaines anomalies gravimétriques du Ténéré (République du Niger). *Comptes Rendus de l'Académie Des Sciences - Series D, t. 263*, 476–479.

Luo, Z., Ning, J., Chen, Y., & Yang, Z. (2005). High Precision Geoid Models HKGEOID-2000 for Hong Kong and SZGEOID-2000 for Shenzhen, China. *Marine Geodesy*, *28*(2), 191–200. https://doi.org/10.1080/01490410590953758

Lyszkowicz, A., Birylo, M., & Becek, K. (2014). A new geoid for Brunei Darussalam by the collocation method. *Geodesy and Cartography*, *63*(2). https://doi.org/10.2478/geocart-2014-0013

Łyszkowicz, A., & Wahiba, A. A. (1998). The Gravimetric Geoid for Libya. In R. Forsberg, M. Feissel, & R. Dietrich (Eds.), *Geodesy on the Move: Gravity, Geoid, Geodynamics and Antarctica - International Association of Geodesy Symposia* (Vol. 119, pp. 275–280). Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-642-72245-5_40

Łyszkowicz, Adam. (2012). Geoid in the area of Poland in the author's investigations. *Technical Sciences/University of Warmia and Mazury in Olsztyn*, *4964*, 1–18.

Manzano, G., Chourak, M., Corchete, V., & Manzano, F. (2010). Determination of a Gravimetric Geoid Solution for Andalusia (South Spain). *Engineering*, *2*(3), 160–165.

Maune, D. F. (2007). *Digital Elevation Model Technologies and Applications: The DEM User Manual* (2nd ed.). Asprs Pubns: Bethesda, MD, USA.

Merry, C. L. (2003a). DEM-induced errors in developing a quasi-geoid model for Africa. *Journal of Geodesy*, *77*(9), 537–542. https://doi.org/10.1007/s00190-003-0353-2

Merry, C. L. (2003b). The African Geoid Project and Its Relevance to the Unification of African Vertical Reference Frames. In *2nd FIG Regional Conference*. Marrakech, Morocco, December 2-5, 2003.

Merry, C. L. (2006). *An updated geoid model for Africa: AGP2006*.

Merry, C. L. (2007). An Updated Geoid Model for Africa. In *Symposium G2, XXIV General Assembly of the IUGG*. Perugia, Italy, July 2007.

Merry, C. L. (2009). EGM2008 Evaluation for Africa. *Newton's Bulletin*, *4*, 200–206. Retrieved from http://www.isgeoid.polimi.it/Newton/Newton_4/Report_EA10_Africa.pdf

Merry, C. L., Blitzkow, D., Abd-Elmotaal, H. A., Fashir, H. H., John, S., Podmore, F., & Fairhead, J.

D. (2003). A Preliminary Geoid Model for Africa. In F. Sansò (Ed.), *A Window on the Future of Geodesy* (pp. 374–379). Berlin/Heidelberg: Springer-Verlag. https://doi.org/10.1007/3-540-27432-4_64

Meslem, M. A. (2005). A gravimetric quasi-geoid evaluation in the Northern region of Algeria using EGM96 and GPS/Levelling. *Newton's Bulletin*, (3), 9.

Meslem, M. A. (2013). Earth Gravity field Models comparison in view of a reliable local geoid in Algeria. In *Communication accepted for presentation in IAG General Assembly (Gravity Field Determination and Applications / Regional gravity and geoid studies)*. Potsdam - Germany.

Mikhail, E. M., & Gracie, G. (1981). *Analysis and adjustment of survey measurements*. Van Nostrand Reinhold Co.

Moka, E. C., & Agajelu, S. I. (2006). On The Problems of Computing Orthometric Heights From GPS Data. In *Proceedings of the First International Workshop on Geodesy and Geodynamics, Centre for Geodesy and Geodynamics* (pp. 85–91). Toro, Nigeria.

Molodensky, M., Eremeev, V., & Yurkina, M. (1962). Methods for study of the external gravitational field and figure of the Earth. *Translation from Russian (1960), Israel Program for Scientific Translation, Jerusalem.*

Moritz, H. (1972). *Advanced least-squares methods* (Vol. 175). Ohio State University Research Foundation.

Moritz, H. (1980a). *Advanced physical geodesy*. *Karlsruhe : Wichmann ; Tunbridge, Eng. : Abacus Press, 1980.* (Vol. 1).

Moritz, H. (1980b). Geodetic Reference System 1980. In *XVII IUGG General assembly*. Canberra, December 1979. Resolution No 7.

Mugnier, C. J. (1998). Grids & Datums - Republic of Cameroon. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 493–495.

Mugnier, C. J. (1999). Grids & Datums - The Kingdom of Morocco. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 1–4.

Mugnier, C. J. (2009). Grids & Datums - Federal Republic of Nigeria. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, *75*(2), 113 & 116.

Mugnier, C. J. (2011). Grids & Datums - Republic of Niger. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 1097–1098.

Mukherjee, S., Joshi, P. K., Mukherjee, S., Ghosh, A., Garg, R. D., & Mukhopadhyay, A. (2013). Evaluation of vertical accuracy of open source Digital Elevation Model (DEM). *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, *21*, 205–217. https://doi.org/10.1016/j.jag.2012.09.004

Mustafa, S. I., & Bihter, E. (2005). Geoid Modelling in Turkey Using Remove-Compute-Restore and Least Squares Modification of Stokes' Integral Methods. In *IUGG General Assembly* (p. 18). Prague, Czech Republic.

Nagy, D., Papp, G., & Benedek, J. (2000). The gravitational potential and its derivatives for the prism. *Journal of Geodesy*, *74*(7), 552–560. https://doi.org/10.1007/s001900000116

Nahavandchi, H., & Sjöberg, L. E. (2001). Precise geoid determination over Sweden using the Stokes–Helmert method and improved topographic corrections. *Journal of Geodesy*, *75*(2–3), 74–88. https://doi.org/10.1007/s001900000154

NASA JPL. (2013a). NASA Shuttle Radar Topography Mission Global 1 arc second [Data set]. *NASA EOSDIS Land Processes DAAC*. https://doi.org/10.5067/MEaSUREs/SRTM/SRTMGL1N.003

NASA JPL. (2013b). NASA Shuttle Radar Topography Mission Global 3 arc second [Data set]. *NASA EOSDIS Land Processes DAAC*. https://doi.org/10.5067/MEaSUREs/SRTM/SRTMGL3.003

NGA. (2018). Shuttle Radar Topography Mission (SRTM) Void Filled. Retrieved 10 April 2018, from https://lta.cr.usgs.gov/SRTMVF

Nicacio, E., Dalazoana, R., & de Freitas, S. R. C. (2018). Evaluation of recent combined global geopotential models in Brazil. *Journal of Geodetic Science*, *8*(July), 72–82 Research. https://doi.org/10.1515/jogs-2018-0008

Nnam, V., Onwuzuligbo, C., & Nnam, G. (2015). Optimum Geoid Determination for Enugu Lifestyle and Golf City Estate. In *FIG Working Week 2015* (p. 7462). Sofia, Bulgaria, 17-21 May 2015.

Nsombo, P. (1996). *Geoid model determination over Zambia*. PhD Thesis in Geodesy, KTH – Division of Geodesy, Stockholm Sweden.

Odera, P. A., & Fukuda, Y. (2013). Towards an improvement of the geoid model in Japan by GOCE data: A case study of the Shikoku area. *Earth, Planets and Space*, *65*(4), 361–366. https://doi.org/10.5047/eps.2012.07.005

Odera, P. A., & Fukuda, Y. (2014). Improvement of the geoid model over Japan using integral formulae and combination of GGMs. *Earth, Planets and Space*, *66*(1), 22. https://doi.org/10.1186/1880-5981-66-22

Odera, P. A., Fukuda, Y., & Kuroishi, Y. (2012). A high-resolution gravimetric geoid model for Japan from EGM2008 and local gravity data. *Earth, Planets and Space*, *64*(5), 361–368. https://doi.org/10.5047/eps.2011.11.004

Ojo, S. B., & Ajakaiye, D. E. (1989). Preliminary Interpretation of Gravity Measurements in the Middle Niger Basin Area, Nigeria. In C. A. Kogbe (Ed.), *Geology of Nigeria* (2nd ed., pp. 347–358). Lagos: Elizabethan Publishing Company.

Okiwelu, A. A., Okwueze, E. E., & Ude, I. (2011). Determination of Nigerian Geoid Undulations from Spherical Harmonic Analysis. *Applied Physics Research*, *3*(1), 8. https://doi.org/10.5539/apr.v3n1p8

Olaleye, J. B., Aleem, K. F., Olusina, J. O., & Abiodun, O. E. (2010). Establishment of an Empirical geoid model for a small geographic area: A case study of PortHarcourt, Nigeria. *Surveying and Land Information, Science*, *70*(1), 39–48.

Olaleye, J. B., Badejo, O. T., Olusina, J. O., & Aleem, K. F. (2013). Rectangular 'Satlevel' Model for Quick Determination of Geoid: A Case Study of Lagos State of Nigeria. *Journal of Emerging Trends in Engineering and Applied Sciences (JETEAS)*, *4*(5), 699–706.

Olaleye, J. B., Olusina, J. O., Badejo, O. T., & Aleem, K. F. (2013). Geoidal Map and Three Dimension Surface Model Part of Port Harcourt Metropolis from "Satlevel" Collocation Model. *International Journal of Computational Engineering Research*, *3*(4), 52–58.

Omang, O. C. D., & Forsberg, R. (2000). How to handle topography in practical geoid determination: three examples. *Journal of Geodesy*, *74*(6), 458–466. https://doi.org/10.1007/s001900000107

Orupabo, S., Opuaji, T. A., & Adekunle, I. A. (2014). 50-Points Data for Deriving Transformation Parametrers of Geodetic Data in Nigeria. *Indian Journal of Scientific Research and Technology*, *2*(1), 97–101.

Pail, R., Bruinsma, S., Migliaccio, F., Förste, C., Goiginger, H., Schuh, W.-D., … Tscherning, C. C. (2011). First GOCE gravity field models derived by three different approaches. *Journal of Geodesy*, *85*(11), 819–843. https://doi.org/10.1007/s00190-011-0467-x

Pavlis, N. K., Factor, J., & Holmes, S. (2007). Terrain-related gravimetric quantities computed for the next EGM. In *1st International Symposium of the International Gravity Field Service (IGFS)* (Vol.

18, pp. 318–323). Harita Dergisi, Istanbul.

Pavlis, N. K., Holmes, S. A., Kenyon, S. C., & Factor, J. K. (2012). The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008). *Journal of Geophysical Research*, *117*(B4), B04406. https://doi.org/10.1029/2011JB008916

Pavlis, N. K., Holmes, S., Kenyon, S., & Factor, J. (2008). An Earth Gravitational Model to degree 2160: EGM2008. In *EGU General Assmebly* (pp. 13–18). Vienna, Austria.

Persits, F., Ahlbrandt, T., Tuttle, M., Charpentier, R., Brownfield, M., & Takahashi, K. (2001). *Map showing geology, oil and gas fields, and geological provinces of Africa*. *USGS Open-File Report 97-470A*.

Pierre, B. (2012). *GNSS : Systèmes Globaux de Navigation par Satellite*. *Ecole Nationale des Sciences Géographiques - Département Positionnement Terrestre et Spatial*.

Poudjoum Djomani, Y. H., Boukere, D.-B., Legeley-Padovani, A., Nnange, J. M., Ateba-Bekoa, Albouy, Y., & Fairhead, J. D. (1995). *Levés gravimétriques de reconnaissance - Gravity map : Caméroun*. *Office de la Recherche Scientifique et Technioue Outre - Mer(ORSTOM)*.

PRN. (2016). Programme de Renaissance II. Retrieved 2 February 2018, from https://www.presidence.ne/programme-de-renaissance/

Python. (2018). Python. Retrieved 1 December 2018, from https://www.python.org/

Rapp, R. H., Wang, Y. M., & Pavlis, N. K. (1991). *The Ohio State 1991 geopotential and sea surface topography harmonic coefficient models*.

Rechenmann, J. (1966). Catalogue des stations gravimétriques réoccupables en Afrique occidentale : réseau ORSTOM, mesures effectuées de 1953 à 1965. *Cahier d'ORSTOM - Série Géophysique*, *7*, 195. Retrieved from http://www.documentation.ird.fr/hor/fdi:14966

Rechenmann, J. (1969). *Cartes gravimétriques du Niger: Note explicative n°38*. *Office de la Recherche Scientifique et Technique Outre-Mer(ORSTOM)*. Paris, 1969.

Reigber, C., Bock, R., Tilgner, C., Schwintzer, P., Luehr, H., Jakowski, N., … Grunwaldt, L. (1996). *CHAMP Phase B Executive summary*.

Reigber, C., Schwintzer, P., Stubenvoll, R., Schmidt, R., Flechtner, F., Meyer, U., … Raimondo, J. C. (2006). *A High Resolution Global Gravity Field Model Combining CHAMP and GRACE Satellite Mission and Surface Data: EIGEN-CG01C*.

ResearchGate. (2018). ResearchGate. Retrieved from https://www.researchgate.net/

Rexer, M., & Hirt, C. (2014). Comparison of free high resolution digital elevation data sets (ASTER GDEM2, SRTM v2.1/v4.1) and validation against accurate heights from the Australian National Gravity Database. *Australian Journal of Earth Sciences*, *61*(2), 213–226. https://doi.org/10.1080/08120099.2014.884983

Rio, M. H., & Dinardo, S. (2011). GUT Tutorial. *ESA Website*, (December), 1–81.

Rodriguez, E., Morris, C. S., Belz, J. E., Chapin, E. C., Martin, J. M., Daffer, W., & Hensley, S. (2005). *An assessment of the SRTM topographic products*. Pasadena, California: Jet Propulsion Laboratory. Retrieved from https://www2.jpl.nasa.gov/srtm/SRTM_D31639.pdf

Rodríguez, E., Morris, C. S., Belz, J. E., Rodriguez, E., Morris, C. S., & Belz, J. E. (2006). A global assessment of the SRTM performance. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, *72*(3), 249–260. https://doi.org/10.14358/PERS.72.3.249

Rosen, P. A., Hensley, S., Joughin, I. R., Li, F. K., Madsen, S. N., Rodriguez, E., & Goldstein, R. M. (2000). Synthetic aperture radar interferometry. *Proceedings of the IEEE*, *88*(3), 333–382.

https://doi.org/10.1109/5.838084

Rougier, S. (2012). *Interactions lithosphère-asthénosphère et mouvements verticaux: le cas du massif du Hoggar*. Retrieved from http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00788392/

Rummel, R., Balmino, G., Johannessen, J., Visser, P., & Woodworth, P. (2002). Dedicated gravity field missions - principles and aims. *Journal of Geodynamics*, *33*(1–2), 3–20. https://doi.org/10.1016/S0264-3707(01)00050-3

Rummel, R., Gruber, T., & Koop, R. (2004). High level processing facility for GOCE: products and processing strategy. In *2nd International GOCE User Workshop "GOCE, The Geoid and Oceanography"*. Frascati, Italy, 8-10 March 2004, ESA SP-569.

Sansò, F., & Sideris, M. G. (2013). The Local Modelling of the Gravity Field by Collocation BT - Geoid Determination: Theory and Methods. In F. Sansò & M. G. Sideris (Eds.) (pp. 203–258). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-540-74700-0_5

Satgé, F., Bonnet, M. P., Timouk, F., Calmant, S., Pillco, R., Molina, J., … Garnier, J. (2015). Accuracy assessment of SRTM v4 and ASTER GDEM v2 over the Altiplano watershed using ICESat/GLAS data. *International Journal of Remote Sensing*, *36*(2). https://doi.org/10.1080/01431161.2014.999166

Schwabe, J., Ewert, H., Scheinert, M., & Dietrich, R. (2014). Regional geoid modeling in the area of subglacial Lake Vostok, Antarctica. *Journal of Geodynamics*, *75*, 9–21. https://doi.org/10.1016/j.jog.2013.12.002

Schwarz, K.-P., Sideris, M. G., & Forsberg, R. (1990). The use of FFT techniques in physical geodesy. *Geophysical Journal International*, *100*(3), 485–514. https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1990.tb00701.x

Seeber, G. (2003). *Satellite Geodesy*. *New York* (2nd ed.). Berlin - New York: Walter de Gruyter.

Seitz, K., & Heck, B. (2001). Tesseroids for the calculation of topographic reductions. *Abstracts Vistas for Geodesy in the New Millenium. IAG*.

Ses, S., Khaleefa, A., & Forsberg, R. (2009). Refined geoid model for the United Arab Emirates. *Geoinformation Science Journal*, *9*(1), 51–61.

Sideris, M. G. (1990). Rigorous Mravimetric Terrain Modelling using Molodensky's Operator. *Manuscripta Geodaetica*, *15*, 97–106.

Sideris, M. G. (2013). Geoid Determination by FFT Techniques. In F. Sansò & M. G. Sideris (Eds.), *Lecture Notes in Earth System Sciences* (pp. 453–516). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-540-74700-0_10

Sideris, M. G., & She, B. (1995). A new, high-resolution geoid for Canada and part of the U.S. by the 1D-FFT method. *Bulletin Géodésique*, *69*(92), 108.

Silverfrost. (2018). Silverfrost FTN95 Personal Edition: Fortran for Windows. Retrieved 3 December 2018, from https://www.silverfrost.com/32/ftn95/ftn95_personal_edition.aspx

Sjöberg, L. E. (1984). Least squares modification of Stokes' and Venning-Meinesz' formulas by accounting for truncation and potential coefficients errors. *Manuscripta Geodaetica*, *9*, 209–229.

Sjöberg, L. E. (1991). Refined least squares modification of Stokes's formula. *Manuscripta Geodaetica*, *16*, 367–375.

Sjöberg, L. E. (2003). A general model for modifying Stokes' formula and its least-squares solution. *Journal of Geodesy*, *77*(7), 459–464. https://doi.org/10.1007/s00190-003-0346-1

Sjöberg, L. E., Gidudu, A., & Ssengendo, R. (2015). The Uganda Gravimetric Geoid Model 2014

Computed by The KTH Method. *Journal of Geodetic Science*, *5*(1). https://doi.org/10.1515/jogs-2015-0007

Smith, D. A., Holmes, S. A., Li, X., Guillaume, S., Wang, Y. M., Bürki, B., … Damiani, T. M. (2013). Confirming regional 1 cm differential geoid accuracy from airborne gravimetry: The Geoid Slope Validation Survey of 2011. *Journal of Geodesy*, *87*(10–12), 885–907. https://doi.org/10.1007/s00190-013-0653-0

Smith, D. A., & Milbert, D. G. (1999). The GEOID96 high-resolution geoid height model for the United States. *Journal of Geodesy*, *73*(5), 219–236. https://doi.org/10.1007/s001900050239

Smith, D. A., & Roman, D. R. (2001). GEOID99 and G99SSS: 1-arc-minute geoid models for the United States. *Journal of Geodesy*, *75*(9–10), 469–490. https://doi.org/10.1007/s001900100200

Smith, D. A., & Small, H. J. (1999). The CARIB97 high-resolution geoid height model for the Caribbean Sea. *Journal of Geodesy*, *73*(1), 1–9. https://doi.org/10.1007/s001900050212

Šprlák, M., Gerlach, C., & Pettersen, B. (2012). Validation of GOCE global gravity field models using terrestrial gravity data in Norway. *Journal of Geodetic Science*, *2*(2), 134–143. https://doi.org/10.2478/v10156-011-0030-y

Šprlák, M., Gerlach, C., & Pettersen, B. (2015). Validation of GOCE global gravitational field models in Norway. *Newton's Bulletin*, (5), 13–24. Retrieved from http://www.isgeoid.polimi.it/Newton/Newton_5/03_Sprlak_13_24.pdf

Srinivas, N., Tiwari, V. M., Tarial, J. S., Prajapti, S., Meshram, A. E., Singh, B., & Nagarajan, B. (2012). Gravimetric geoid of a part of south India and its comparison with global geopotential models and GPS-levelling data. *Journal of Earth System Science*, *121*(4), 1025–1032. https://doi.org/10.1007/s12040-012-0205-7

Ssengendo, R., Sjöberg, L. E., & Gidudu, A. (2015). Computation of the Gravimetric Quasigeoid Model over Uganda Using the KTH Method. In *FIG Working Week 2015*. Sofia, Bulgaria, 17-21 May 2015.

Stokes, G. (1849). On the variation of gravity on the surface of the Earth. *Trans Camb Phil Soc*, (8), 672–695.

Strang van Hees, G. (1991). Stokes formula using Fast Fourier Techniques. In R. Rapp & F. Sansò (Eds.), *Determination of the Geoid SE - 47* (Vol. 106, pp. 405–408). Springer New York. https://doi.org/10.1007/978-1-4612-3104-2_47

Suwandana, E., Kawamura, K., Sakuno, Y., Kustiyanto, E., & Raharjo, B. (2012). Evaluation of aster GDEM2 in comparison with GDEM1, SRTM DEM and topographic-map-derived DEM using inundation area analysis and RTK-DGPS data. *Remote Sensing*, *4*(8), 2419–2431. https://doi.org/10.3390/rs4082419

Tachikawa, T., Kaku, M., Iwasaki, A., Gesch, D. B., Oimoen, M. J., Zhang, Z., … Carabajal, C. (2011). *ASTER Global Digital Elevation Model Version 2 - summary of validation results* (2nd ed.). NASA. Retrieved from http://pubs.er.usgs.gov/publication/70005960

Tadono, T., Ishida, H., Oda, F., Naito, S., Minakawa, K., & Iwamoto, H. (2014). Precise Global DEM Generation by ALOS PRISM. *ISPRS Annals of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, *II*(4), 71–76. https://doi.org/10.5194/isprsannals-II-4-71-2014

Takaku, J., & Tadono, T. (2017). Quality updates of 'AW3D' global DSM generated from ALOS PRISM. *International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*, *2017-July*(July), 5666–5669. https://doi.org/10.1109/IGARSS.2017.8128293

Takaku, J., Tadono, T., & Tsutsui, K. (2014). Generation of high resolution global DSM from ALOS PRISM. *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information*

*Sciences - ISPRS Archives*, *40*(4), 243–248. https://doi.org/10.5194/isprsarchives-XL-4-243-2014

Takaku, J., Tadono, T., Tsutsui, K., & Ichikawa, M. (2016). Validation of 'AW3D' Global DSM Generated from ALOS PRISM. *ISPRS Annals of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, *III–4*, 25–31. https://doi.org/10.5194/isprsannals-III-4-25-2016

Tenzer, R., Chen, W., Tsoulis, D., Bagherbandi, M., Sjöberg, L. E., Novák, P., & Jin, S. (2015). Analysis of the Refined CRUST1.0 Crustal Model and its Gravity Field. *Surveys in Geophysics*, *36*(1), 139–165. https://doi.org/10.1007/s10712-014-9299-6

Tenzer, R., Novák, P., Janák, J., Huang, J., Najafi-Alamdari, M., Vajda, P., & Santos, M. (2003). A review of the UNB approach for precise geoid model determination based on the Stokes-Helmert method. In *Santos M. (ed.): Honoring the academic life of Petr Vaníček*. Fredericton, Canada.

Tocho, C., & Vergos, G. S. (2015). Assessment of different-generation GOCE-only and GOCE/GRACE Earth Global Gravity Models over Argentina using terrestrial gravity anomalies and GPS/Levelling data. *Newton's Bulletin*, (Special Issue 5), 105–126.

Tóth, G., Rózsa, S., Andritsanos, V. ., Ádám, J., & Tziavos, I. N. (2000). Towards a cm-geoid for Hungary: Recent efforts and results. *Physics and Chemistry of the Earth, Part A: Solid Earth and Geodesy*, *25*(1), 47–52. https://doi.org/10.1016/S1464-1895(00)00008-9

Tscherning, C. C. (1985). Geoid modeling using collocation in Scandinavia and Greenland. *Marine Geodesy*, *9*(1), 1–16. https://doi.org/10.1080/15210608509379512

Tscherning, C. C. (2013). Geoid Determination by 3D Least-Squares Collocation. In F. Sansò & M. G. Sideris (Eds.), *Geoid Determination SE - 7* (Vol. 110, pp. 311–336). Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-540-74700-0_7

Tziavos, Ilias N., & Sideris, M. G. (2013). Topographic Reductions in Gravity and Geoid Modeling. In F. Sansò & M. G. Sideris (Eds.), *Geoid Determination* (Vol. 110, pp. 337–400). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-540-74700-0

Tziavos, Ilias N., Vergos, G. S., Mertikas, S. P., Daskalakis, A., Grigoriadis, V. N., & Tripolitsiotis, A. (2013). The contribution of local gravimetric geoid models to the calibration of satellite altimetry data and an outlook of the latest GOCE GGM performance in Gavdos. *Advances in Space Research*, *51*(8), 1502–1522. https://doi.org/10.1016/j.asr.2012.06.013

Ulotu, P. E. (2009). *Geoid Model of Tanzania from Sparse and Varying Gravity Data Density by the KTH Method*. Ph.D. Dissertation, Department of Transport and Economics, Division of Geodesy, Royal Institute of Technology (KTH), 100 44 Stockholm, Sweden.

USGS. (1996). Global 30 Arc-Second Elevation (GTOPO30). Retrieved 15 December 2017, from https://lta.cr.usgs.gov/GTOPO30

Uzodinma, V. N., & Mohammed, S. O. (2013). Determination of Improved Elevation Differences from GPS and Earth Geopotential Model 2008 (EGM2008) for Engineering Operations. *Nigerian Journal of Space Research*, *11*(54–60).

Vaníček, P., & Featherstone, W. E. (1998). Performance of three types of Stokes's kernel in the combined solution for the geoid model. *Journal of Geodesy*, *72*.

Vaníček, P., Kingdom, R. W., & Santos, M. (2012). Geoid versus quasigeoid: a case of physics versus geometry. *Contributions to Geophysics and Geodesy*, *42*(1). https://doi.org/10.2478/v10126-012-0004-9

Vaníček, P., & Kleusberg, A. (1987). The Canadian geoid model - Stokesian approach. *Manuscripta Geodaetica*, *12*, 86–98.

Vaníček, P., & Krakiwsky, E. J. (1986). *Geodesy the concepts*. (P. Vaníček & E. J. Krakiwsky, Eds.). Amsterdam: Elsevier Science Pub. Co. Retrieved from

http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780444877758500058

Vaníček, P., & Sjöberg, L. E. (1991). Reformulation of Stokes's theory for higher than second degree reference field and modification of integration kernels. *Journal of Geophysical Research*, *96*(B4).

Varga, M. (2018). *The Application of Crustal Models in Regional Modelling of the Earth's Gravity Field*. PhD thesis. Faculty of Geodesy, University of Zagreb. https://doi.org/10.13140/RG.2.2.11800.08963/2

Varga, M., & Bašić, T. (2015). Accuracy validation and comparison of global digital elevation models over Croatia. *International Journal of Remote Sensing*, *36*(1), 170–189. https://doi.org/10.1080/01431161.2014.994720

Varga, M., Grgic, M., Bjelotomić, O., & Bašić, T. (2018). *Investigation and comparison of RCR and LSMSA regional geoid modelling approaches*. https://doi.org/10.13140/RG.2.2.35079.04008

Vening Meinesz, F. A. (1928). A formula expressing the deflection of the plumb-line in the gravity anomalies and some formulae for the gravity-field and the gravity-potential outside the geoid. In *Koninkl Ned Akad* (Vol. XXXI).

Vermeer, M. (1992). a frequency domain approach to optimal geophysical data gridding. *Manuscripta Geodaetica*, *17*, 215–226.

Voigt, C., Rülke, A., Denker, H., Ihde, J., & Liebsch, G. (2010). *Validation of GOCE products by terrestrial data sets in Germany*. *Geotechnologien Science Report, No 17. In: Observation of the System Earth from Space, Status Seminar*. October 4, 2010. Retrieved from http://doi.org/10.2312/GFZ.gt.17.16

Wang, Y. M., Saleh, J., Li, X., & Roman, D. R. (2012). The US Gravimetric Geoid of 2009 (USGG2009): model development and evaluation. *Journal of Geodesy*, *86*(3), 165–180. https://doi.org/10.1007/s00190-011-0506-7

Yakubu, C., Ferreira, V., & Asante, C. (2017). Towards the Selection of an Optimal Global Geopotential Model for the Computation of the Long-Wavelength Contribution: A Case Study of Ghana. *Geosciences*, *7*(4), 113. https://doi.org/10.3390/geosciences7040113

Yap, L., Kandé, L. H., Nouayou, R., Kamguia, J., Ngouh, N. A., & Makuate, M. B. (2018). Vertical accuracy evaluation of freely available latest high-resolution (30 m) global digital elevation models over Cameroon (Central Africa) with GPS/leveling ground control points. *International Journal of Digital Earth*, 1–25. https://doi.org/10.1080/17538947.2018.1458163

Yildiz, H., Forsberg, R., Ågren, J., Tscherning, C. C., & Sjöberg, L. E. (2012). Comparison of remove-compute-restore and least squares modification of Stokes' formula techniques to quasi-geoid determination over the Auvergne test area. *Journal of Geodetic Science*, *2*(1). https://doi.org/10.2478/v10156-011-0024-9

Yun, H.-S. (1999). Precision geoid determination by spherical FFT in and around the Korean peninsula. *Earth, Planets and Space*, *51*(1), 13–18. https://doi.org/10.1186/BF03352204

Zaki, A. (2015). *Assessment of GOCE Models in Egypt*. https://doi.org/10.13140/RG.2.1.4357.9045

Zumberge, J. F., Heflin, M. B., Jefferson, D. C., Watkins, M. M., & Webb, F. H. (1997). Precise point positioning for the efficient and robust analysis of GPS data from large networks. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, *102*(B3), 5005–5017. https://doi.org/10.1029/96JB03860