UNIVERSITÉ IBN ZOHR
ECOLE NATIONALE DES SCIENCES APPLIQUEES - AGADIR

N° d'ordre : Dr/01/2008

THÈSE

Présentée à l'Ecole Nationale des sciences Appliquées
Pour obtenir le grade de :

Docteur

UFR : Ingénierie des procédés de l'énergie et de l'environnement

Spécialité : Génie des Procédés

Simulation numérique de l'évaporation des alcools sous forme de film turbulent en présence d'un écoulement d'air dans un tube vertical

par :

Saliha SENHAJI

(DESA: Energétique)

Soutenue le 26 juillet 2008 devant la commission d'examen :

Président : A. MIR, Professeur de l'Enseignement Supérieur, Ecole Nationale des Sciences Appliquées, Agadir

Rapporteurs : H. HAMDI, Professeur de l'Enseignement Supérieur, Faculté des Sciences Semlalia, Marrakech
J. CHAOUFI, Professeur de l'Enseignement Supérieur, Faculté des Sciences, Agadir

Examinateurs : A. BENDOU, Professeur de l'Enseignement Supérieur, Ecole Nationale de Commerce et de Gestion, Agadir
T. MEDIOUNI, Professeur de l'Enseignement Supérieur, Ecole Nationale des Sciences Appliquées, Agadir

Dédicaces

A mes très chers parents qui ont toujours été là pour moi, et qui m'ont donné un magnifique modèle de labeur et de persévérance.

A mon mari, sur qui je peux toujours compter, pour le soutien infini qu'il m'a toujours témoigné et pour tout ce qu'il fait pour moi.

A mes deux anges Anass et Inass

A tous ceux qui m'ont encouragé

J'espère que vous trouverez dans ce travail toute ma reconnaissance.

Remerciements

Les remerciements sont une forme de politesse incontournable mais insuffisante pour témoigner ma gratitude envers ceux qui m'ont soutenu techniquement et moralement.

Mes remerciements les plus sincères s'adressent à M A. Mir, Directeur de L'Ecole Nationale des sciences Appliquées, d'avoir bien voulu présider ce jury, malgré ses nombreuses occupations. Je le remercie vivement pour l'intérêt qu'il a exprimé pour ce travail ses conseils pertinents qu'il n'a cessé de me prodiguer pour mener à bien cette étude.

Ma profonde reconnaissance s'adresse à mon encadrant, Mme T. Mediouni, qui n'a épargné aucun effort pour m'orienter pour mener à terme ce travail. Qu'elle trouve ici l'expression de ma profonde gratitude pour sa bienveillance son amabilité, ses précieux conseils, ses encouragements et son soutien sans lesquelles ce travail n'aurait pas pu aboutir.

Ma gratitude s'adresse à mon co-encadrant M M. Feddaoui, pour le temps précieux qu'il m'a consacré sans hésitation pendant tout le temps de préparation de cette thèse. Son aide, ses conseils pertinents et son écoute sans lesquelles ce travail n'aurait jamais vu le jour.

Mes vifs remerciements s'adressent également à M H. Hamdi Professeur à la faculté des sciences Semlalia, Marrakech, d'avoir bien voulu faire le déplacement, ainsi que, M J. Chaoufi, Professeur à la faculté des sciences d'Agadir qui m'ont fait l'honneur d'examiner ce travail.

Mes sincères remerciements s'adressent à M A. Bendou, directeur de l'Ecole nationale de Commerce et de Gestion, pour sa participation à ce jury, pour ses encouragements et ses orientations ainsi que ses qualités scientifiques et humaines.

Enfin que tous ceux qui ont participé de près ou de loin dans l'élaboration de ce travail trouvent ici l'expression de mes vifs remerciements.

Sommaire

Sommaire

Résumé

Nomenclature

Introduction générale 12

Chapitre 1 Etude Bibliographique

1.1 Introduction 14

1.2 Revue bibliographique des études du refroidissement d'un film par un écoulement d'air 15

1.2.1 Cas de l'eau 15

1.2.2 Cas des alcools 16

1.2.3 Cas des mélanges 17

1.3 Revue bibliographique des études de l'évaporation d'un film en présence d'un écoulement d'air 17

1.3.1 Cas de l'eau 17

1.3.2 Cas des alcools 22

1.3.3 Cas des mélanges 23

1.4 Conclusion 26

Chapitre 2 Position du problème et établissement des équations

2.1 Introduction 27

2.2 Position du problème 28

2.3 Hypothèses simplificatrices 29

2.4 Équations gouvernantes 29

2.4.1 Equations de la couche limite liquide 29
2.4.2 Equations de la phase gazeuse binaire 30
2.4.3 Modèle de turbulence dans le film liquide 30
2.4.4 Conditions aux limites et à l'interface 32
2.4.5 Grandeurs caractéristiques 33
2.4.5.1 Nombres adimensionnels 33
2.4.5.2 Fractions massiques et molaires à l'interface 34

2.5 Propriétés des fluides 35

2.5.1 Propriétés des corps purs 35
2.5.2 Corrélations pour le mélange gazeux 38

2.6 Conclusion 40

Chapitre 3 Méthodes de résolution numériques

3.1 Introduction 41

3.2 Méthode aux différences finies 42

3.2.1 Méthode aux différences finies 42
3.2.2 Maillage 42

3.3 Discrétisation 44

3.3.1 Equations discrétisées du modèle 46
3.3.2 Discrétisation de l'équation de continuité dans les deux phases 48
3.3.3 Discrétisation des équations à l'interface gaz-liquide 48
3.3.4 Discrétisation des équations sur l'axe de symétrie 49

3.4 Organigramme de calcul 50

3.5 Stabilité du schéma de calcul 52

3.5.1 Paroi adiabatique 52
3.5.2 Paroi soumise à un flux constant et uniforme 52

3.6 Validation du modèle 53

3.7 Conclusion 54

Chapitre 4 Etude du refroidissement d'un film turbulent par un jet d'air laminaire

4.1 Introduction 55

4.2 Paramètres de simulation 56

4.3 Etude paramétrique de l'évaporation de l'éthanol et du méthanol 57

4.3.1 Profil des vitesses 57
4.3.2 Profil des températures 60
4.3.3 Profil des fractions massiques dans le gaz 63
4.3.4 Températures à la paroi et à l'interface 65
4.3.5 Nombres de Nusselt et de Sherwood 67
4.3.6 Les flux évaporés au niveau de l'interface 72

4.4 Comparaison des trois fluides 77

4.4.1 Profil des vitesses 77
4.4.2 Profil des températures 78
4.4.3 Profil des fractions massiques 79
4.4.4 Températures à la paroi et à l'interface 80
4.4.5 Nombres de Nusselt et de Sherwood 81
4.4.6 Les flux évaporés 82
4.4.7 Chute de température dans le film liquide 83

4.5 Conclusion 84

Chapitre 5 Etude de l'évaporation d'un film turbulent en présence d'un écoulement gazeux

5.1 Introduction **85**

5.2 Paramètres de simulation **86**

5.3 Etude paramétrique de l'évaporation de l'éthanol et du méthanol **87**

5.3.1 Profil des vitesses **87**
5.3.2 Profil des températures de la fraction massique dans la phase gazeuse **89**
5.3.3 Températures à l'interface et à la paroi et fraction massique à la paroi **93**
5.3.4 Nombres de Nusselt et de Sherwood **97**
5.3.5 Les flux évaporés au niveau de l'interface **102**

5.4 Comparaison des trois fluides **107**

5.4.1 Profil des vitesses **107**
5.4.2 Profil des températures **108**
5.4.3 Profil des fractions massiques **109**
5.4.4 Températures à la paroi et à l'interface **110**
5.4.5 Flux relatifs au niveau de l'interface **111**

5.5 Conclusion **112**

Conclusion Générale **113**

Références Bibliographiques **115**

Annexe A **118**

Coefficients des corrélations pour le calcul des propriétés physico-chimiques des fluides purs **118**

Annexe B **120**

Algorithme de Thomas **120**

Annexe C **121**

Méthode de correction de la pression **121**

Annexe D **123**

Grandeurs de mélange **123**

Résumé :

Nous avons procédé à la simulation numérique de l'évaporation d'un film liquide d'éthanol ou de méthanol s'écoulant sur la paroi interne d'un tube d'évaporateur à film ruisselant. Un jet d'air est véhiculé dans le sens descendant dans le but de favoriser l'évaporation. La paroi du tube est soit maintenue adiabatique dans ce cas on s'intéresse à l'étude du refroidissement d'un film liquide causé par l'évaporation partielle de celui-ci en convection mixte. Soit elle est soumise à un flux de chaleur constant et uniforme.

Nous avons, d'abord, procédé à la détermination des conditions optimales de l'évaporation pour l'éthanol et le méthanol dans chaque cas. Ensuite, nous avons effectué une étude comparative par rapport à l'eau. Les équations qui régissent les transferts thermiques et massiques ainsi que les conditions aux limites qui leur sont associées sont discrétisés à l'aide d'une méthode aux différences finies implicite. Les systèmes d'équations algébriques obtenues sont résolus à l'aide de l'algorithme de Thomas.

Les résultats montrent qu'une faible proportion du fluide chaud introduit dans un tube à paroi externe adiabatique, permet d'évacuer partiellement l'énergie emmagasinée par le liquide entraînant son refroidissement. La nature du fluide joue un rôle important sur les transferts de chaleur et de masse occasionnés entre le film liquide et le gaz. Ainsi, le fluide le plus volatil présente un meilleur refroidissement. L'étude paramétrique a montré que le refroidissement est amélioré quand le débit liquide est faible, la température d'entrée de film élevée et le débit de l'air important. La récupération énergétique est rendue possible grâce à l'évaporation partielle d'un fluide volatil. Une quantité conséquente d'énergie fournie par la paroi peut être récupérée moyennant l'évaporation d'une faible proportion de méthanol ou d'éthanol. Un faible débit liquide, une température d'entrée de film élevée et un nombre de Reynolds gazeux important sont considérés comme des conditions d'exploitation favorables à la récupération énergétique par les alcools.

Abstract

We performed numerical simulation of the evaporation of a liquid film made by ethanol or methanol falling down in the internal face of a vertical tube. A laminar co-current flow of air at constant temperature is conveyed through the tube in the downward direction. The wall of the tube is maintained adiabatic, in this case, we are interested in the study of the cooling of a liquid film caused by the partial evaporation of the latter in mixed convection . We also study the case when the wall of the tube is subjected to a constant and uniform heat flux. In this situation we study heat recovery by an alcohol film.

A parametric study is undertaken in order to update the influence of the liquid flow, Reynolds number in gas as well as the temperature in the two phases liquid and gas on the intensity of the transfers of heat and mass which take place in the tube. Also, we conducted a comparative study in relation to water. The equations in the gas and the liquid associated to the boundary conditions are solved using an implicit finite difference method. The systems of equations obtained are solved with the Thomas algorithm.

The results show that the evaporation of a small proportion of hot fluid introduced in a tube externally insulated, can partially evacuate the energy stored by the evaporative cooling process. The fluid nature plays an important role on the transfer of heat and mass caused between the film and liquid gas. Thus, the most volatile fluid is more cooling. The study showed cooling is improved when the liquid flow is low, the temperature of entry film high and the flow of air important. The energy recovery is made possible by the partial evaporation of a volatile fluid. A considerable amount of energy provided by the wall can be recovered through evaporation of a small proportion of methanol or ethanol. A low liquid and temperature flow at the entry of the tube and a high velocity of the gas are considered important as operating conditions favourable to the energy recovery by alcohols.

مــلخــص الــرســـالـــة

لقد قمنا بتقريب رقمي لتبخر طبقة سائلة من الكحول (الإيتانول و الميتانول) التي تتحرك على الجدار الداخلي لأنبوب عمودي. نبعث تيارا هوائيا في نفس المنحى بهدف تسهيل عملية التبخر. إما نجعل جدار الأنبوب في وضعية لا تسمح بأي تبادل حراري، الشيء الذي مكننا من دراسة تبريد الطبقة السائلة الناتجة عن التبخر الجزئي لهذا الأخير. و إما نعرض جدار الأنبوب لتيار حراري قار و منتظم.قمنا أولا بتحديد الظروف الملائمة لتبخر كل من الإيتانول و الميتانول في كل حالة، ثم قمنا بدراسة مقارنة للكحول المستعمل مع الماء. النتائج المحصل عليها تبين أن نسبة قليلة من السائل الساخن المدخل في الأنبوب (دو جدار خارجي يحول دون التبادل الحراري)، يسمح بتحرير جزئي للطاقة الكامنة في السائل و كذلك بتبريد هذا الأخير. طبيعة السائل تلعب دورا هاما في تنقل كل من الحرارة و المادة بين الطبقة السائلة و الغاز. و هكذا السائل الأسرع تبخرا يبرد جيدا. يمكننا كذلك استرجاع الطاقة بفضل تبخر نسبة قليلة من سائل قابل للتبخر. الطاقة المسترجعة في هذه الحالة تعد مهمة. بينت كذلك الدراسة أن في كلتا الحالتين يكون استرجاع الطاقة أو التبريد أحسن إذا كان : تدفق السائل قليل، حرارة الطبقة السائلة مرتفعة في البداية و كذلك تدفق الهواء أكبر.

Nomenclature

c_p	chaleur massique à pression constante	$J.kg^{-1}.K^{-1}$
d	diamètre du tube	m
D_v	coefficient de diffusion du fluide dans le mélange gazeux	$m^2.s^{-1}$
D_h	Diamètre hydraulique	m
g	accélération de la pesanteur	$m.s^{-2}$
h_M	coefficient de transfert massique	$m.s^{-2}$
h_T	coefficient de transfert thermique	$W.K^{-1}m^{-2}$
H	longueur du tube	m
L_v	chaleur latente massique d'évaporation	$J.kg^{-1}$
$\dot{m}_I$	densité de flux de vapeur	$kg.m^{-2}s^{-1}$
$\dot{M}$	débit massique du gaz	$kg.s^{-1}$
Mr	fraction massique évaporée	
M_a	masse molaire de l'air	$kg.mol^{-1}$
M_v	masse molaire de l'alcool gazeux	$kg.mol^{-1}$
Nu_ℓ	nombre de Nusselt local, lié au transfert de chaleur latente	
Nu_s	nombre de Nusselt local, lié au transfert de chaleur sensible	
Nu_x	nombre de Nusselt total	
P	pression	Pa
P_a	pression atmosphérique	Pa
P_{vs}	Pression de vapeur saturante	Pa
Pr	nombre de Prandtl	
Pr_t	nombre de Prandtl turbulent	
$Q_{\ell I}$	flux de chaleur latent	$W.m^{-2}$
Q_{sI}	flux de chaleur sensible	$W.m^{-2}$
Q_{tI}	flux de chaleur total	$W.m^{-2}$
q_p	flux de chaleur à la paroi	$W.m^{-2}$
R	rayon du tube	m
r	coordonnée radiale	m
Re	nombre de Reynolds défini dans la phase gazeuse	
Re_L	nombre de Reynolds défini dans la phase liquide	
Sc	nombre de Schmidt, défini dans la phase gazeuse	
Sh_x	nombre de Sherwood local, défini dans la phase gazeuse	
T	température dimensionnelle	K
T_c	température critique	K
T_{eb}	température d'ébullition	K
T_b	température de mélange	K
u	vitesse axiale dimensionnelle	$m.s^{-1}$

u_*	vitesse de frottement	$m.s^{-1}$
υ	vitesse radiale dimensionnelle	$m.s^{-1}$
w	fraction massique de la vapeur	
x	abscisse dans le sens de l'écoulement	m
y	fraction molaire	

Lettres grecques

Γ_0	débit d'entrée du film liquide	$kg.s^{-1}$
Γ_φ	coefficient isotropique de diffusion	$kg.m^{-1}s^{-1}$
δ_0	épaisseur de la couche limite à l'entrée du film liquide	m
δ_x	épaisseur de la couche limite local du film liquide	m
λ	conductivité thermique	$W.K^{-1}m^{-1}$
λ_t	conductivité thermique turbulente	$W.K^{-1}m^{-1}$
τ_I	contrainte de cisaillement à l'interface	Pa
τ_p	contrainte de cisaillement à la paroi	Pa
μ	viscosité dynamique	$kg.m^{-1}s^{-1}$
μ_t	viscosité dynamique turbulente	$kg.m^{-1}s^{-1}$
ν	viscosité cinématique	$m^2.s^{-1}$
ρ	masse volumique	$kg.m^{-3}$
φ	grandeur intensive générique	

Indices

a	air
eb	ébullition
b	quantité de mélange
c	critique
g	phase gazeuse
I	conditions à interface gaz-liquide
L	film liquide
0	condition à l'entrée
p	condition à la paroi
t	turbulent
v	vapeur

Introduction générale

Les transferts de chaleur et de masse avec changement de phase présentent un intérêt pratique dans différents domaines d'ingénierie tels que la distillation, le séchage, le dessalement par procédé thermique, concentration d'effluents etc.

Particulièrement, l'évaporation de films minces est de plus en plus utilisée dans l'industrie chimique pour la séparation des mélanges (thermosensibles, bas gradient de température ou basse pression de travail), le refroidissement des composants électroniques ou des aubes des turbines, le refroidissement ou concentration des fluides, la protection des parois,.... Malgré l'évolution déjà acquise au niveau de la compréhension des mécanismes de transfert couplés dans les écoulements de couche limite avec changement de phase, la plupart des auteurs se sont intéressés à l'étude de l'évaporation d'un film d'eau. En effet, l'étude de l'évaporation d'autres fluides tels que les alcools reste un problème ouvert par rapport au cas de l'eau qui a donné lieu à de nombreux travaux durant les dix dernières années.

Les évaporateurs à film ruisselant sont de plus en plus utilisés dans l'industrie. Plus particulièrement dans le domaine du refroidissement de film ou de parois, l'évaporation d'effluents industriels, etc.…

Dans les tours de refroidissement, la surface externe du tube est maintenue adiabatique. Le liquide chaud introduit sous forme de film est refroidi au moyen d'un écoulement gazeux a température ambiante.

Pour la protection de parois d'un tube abritant un écoulement gazeux chaud, on introduit un liquide sous forme de film mince pour protéger par refroidissement la paroi interne du tube contre la température élevée du gaz et ainsi permettre d'augmenter la durée de vie des équipements.

Dans les évaporateurs à film ruisselant, on peut aussi soumettre la surface externe du tube à un flux de chaleur constant et uniforme : Cette configuration peut être utilisée pour l'évaporation d'un liquide thermosensible. Elle peut aussi permettre la récupération de l'énergie par évaporation partielle du film.

L'objectif de ce travail consiste à résoudre le problème de la convection mixte en présence d'un écoulement gazeux dans le cas des fluides suivants : eau, éthanol ou méthanol. On s'intéresse à l'étude de l'intensité des transferts qui régissent l'évaporation d'un film d'alcool en vue de déterminer le degré de refroidissement ou le taux d'évaporation.

Il s'agit plus particulièrement d'un film turbulent s'écoulant sur la face interne d'un tube cylindrique vertical. Un écoulement d'air laminaire à température constante est véhiculé en co-courant dans l'objectif de favoriser l'évaporation.

La paroi du tube est soit maintenue adiabatique dans ce cas on s'intéresse à l'étude du refroidissement d'un film liquide causé par l'évaporation partielle de celui-ci en convection mixte. Soit elle est soumise à un flux de chaleur constant et uniforme, pour analyser le taux d'évaporation des alcools étudiés.

Les équations dans le gaz et dans le liquide ainsi que les conditions aux limites qui leur sont associées sont discrétisées à l'aide d'une méthode aux différences finies implicites. Les systèmes d'équations obtenus sont résolus à l'aide de l'algorithme de Thomas. Les résultats présentés sont fondés sur un certain nombre d'hypothèses formulées sur la base de l'étude bibliographique établie.

Une étude paramétrique, est d'abord, menée afin de mettre à jour l'influence du débit liquide, du nombre de Reynolds gazeux et de la température initiale dans les deux phases sur l'intensité des transferts de chaleur et de masse qui s'opèrent dans le tube. L'influence du flux thermique imposé à la paroi et de la longueur du tube sur l'évaporation partielle du film est aussi examinée. Ensuite, une étude comparative par rapport à l'eau est effectuée.

Dans la première partie de ce rapport, nous présentons les différents aspects de la modélisation effectuée. La deuxième partie est réservée aux méthodes numériques. Quant à la troisième partie, elle est consacrée à l'étude du refroidissement d'un film turbulent par un jet d'air laminaire. La dernière partie s'intéresse à l'étude de l'évaporation d'un film turbulent en présence d'un écoulement gazeux.

Chapitre 1

Etude bibliographique

1.1 INTRODUCTION

L'utilisation des films liquide dans l'industrie présente de sérieux avantages et son étude présente un intérêt de point de vue pratique et fondamental. Cet intérêt est lié au fait que le film constitue un support favorable à la réalisation de nombreuses investigations dans des domaines très divers (dessalement par procédé thermique, pré mélanges de combustion, refroidissement de liquide, de composants électroniques ou d'aubes de turbines, concentration de solutions ….).

Pour ces raisons, l'évaporation d'un film d'eau a été abordée par plusieurs auteurs en envisagent diverses configurations. Tandis qu'une évolution importante a été acquise au niveau de la compréhension des mécanismes de transfert couplés dans les écoulements de type couche limite avec changement de phase dans le cas de l'eau, l'étude d'autres fluides n'a pas reçu l'attention adéquate dans les travaux antérieurs.

On présente, dans ce chapitre, une revue bibliographique sur les études théoriques et expérimentales ayant traité l'évaporation des films minces. Nous donnons les principaux travaux relatifs à l'évaporation de l'eau, des alcools puis les mélanges.

1.2 REVUE BIBLIOGRAPHIQUE DES ETUDES DU REFROIDISSEMENT D'UN FILM PAR UN ECOULEMENT D'AIR

1.2.1 Cas de l'eau

Yan et al. [1] ont étudié les caractéristiques des transferts de chaleurs et de masse accompagnant le refroidissement de film d'eau turbulent s'écoulant le long d'une paroi plane inclinée adiabatique par un flux d'air turbulent en co-courant. Ils ont examiné l'influence de l'angle d'inclinaison, de la température du gaz, de l'épaisseur du film à l'entrée et de la vitesse du gaz. Les résultats montrent que l'augmentation de la température et de la vitesse du gaz ainsi que la diminution de l'angle d'inclinaison et de l'épaisseur du film ont tendance à augmenter la température du liquide et la fraction d'eau à l'interface. Une étude similaire avec les mêmes conditions de calculs dans un canal adiabatique a été entreprise par **Yan [2]**, qui a montré que le refroidissement est amélioré quand la température initiale du film est élevée le débit liquide faible et le nombre de Reynolds élevé. Le refroidissement du film est occasionné par le transfert thermique en mode latent dû à l'évaporation du liquide

Feddaoui et al. [3] se sont intéressées à l'étude numérique du refroidissement par évaporation d'un film liquide d'eau tombant le long d'un tube vertical isolé thermiquement. Les équations gouvernantes respectives pour le film liquide et le jet de gaz couplés par les conditions d'interface, sont résolues à l'aide d'une méthode aux différences finies implicite. Les effets des conditions d'écoulement sur le mécanisme de refroidissement de film sont discutés. Les résultats montrent qu'un meilleur refroidissement de film liquide est noté pour un système ayant une température d'admission liquide élevée, un nombre de Reynolds d'écoulement de gaz plus élevé ou un débit liquide plus faible. Aussi, les résultats indiquent que la convection de la chaleur par le film ruisselant de l'eau devient le mécanisme principal pour l'évacuation de la chaleur à partir de l'interface.

Feddaoui [4] a entrepris une étude numérique du refroidissement d'un film d'eau en configuration cylindrique. Le régime turbulent est considéré dans les deux phases. Les résultats montrent que le refroidissement est plus efficace pour de faibles débits, une vitesse d'air élevée ou lorsque la température d'entrée du film est grande.

Les mêmes auteurs **(Feddaoui et al. [5])** ont étudié les transferts thermiques ayant lieu en cas d'évaporation de film en présence d'un écoulement gazeux dans le cas d'un liquide pur : l'eau. Il s'agit du refroidissement de film s'écoulant sur l'une des faces d'un canal vertical isolé thermiquement. Une étude paramétrique des effets du nombre de Reynolds, de la température et du débit du film liquide a été menée. La plus importante baisse de température de liquide est

obtenue avec une élévation de la température d'entrée ou réduction du débit d'eau à l'entrée avec un grand nombre de Reynolds de gaz. La convection de la chaleur par le film liquide est le mécanisme principal pour l'évacuation de la chaleur à partir de la paroi. Le refroidissement du film liquide est causé principalement par le mode latent associé à l'évaporation. L'amélioration du transfert de chaleur et de masse est obtenue pour des forces de flottabilité opposée, par rapport à la même situation de convection forcée dans le cas laminaire.

Un code numérique a été développé pour étudier le refroidissement d'un film liquide turbulent dans un tube vertical isolé thermiquement par **Feddaoui et al. [6]**. Dans cette étude le gaz circule en co-courant en régime turbulent. L'effet de variation du nombre de Reynolds, de la température initiale du film et du débit liquide sur le mécanisme de refroidissement est étudié. Un meilleur refroidissement de film est obtenu avec un grand nombre de Reynolds, un faible débit liquide et une température de film élevée.

Jang et al. [7] ont simulé numériquement la protection thermique de paroi à l'aide d'un film d'eau liquide dans un canal adiabatique. Le gaz chaud en régime turbulent circule en co courant. L'évaporation est favorisée par un faible débit liquide un nombre de Reynolds élevé et une température élevée du gaz

1.2.2 Cas des alcools

De leur coté, **Tsay et al. [8]** ont mené une étude numérique et expérimentale de refroidissement de paroi en utilisant un film d'éthanol sur une plaque verticale adiabatique en présence d'un écoulement gazeux co-courant. Le refroidissement est amélioré quand la température d'entrée du film est élevée et le débit liquide faible. Le transfert par mode latent domine au niveau de l'interface.

Parmi les travaux qui ont traité le refroidissement des parois à l'aide d'un film d'éthanol dans un canal, figurent ceux de **Yan et al. [9]**. Le refroidissement est amélioré quand la température d'entrée du film est élevée et le débit liquide faible. Le transfert par mode latent domine au niveau de l'interface.

1.2.3 Cas des mélanges

Les travaux traitant les mélanges sont moins fréquents, malgré que l'évaporation des mélanges en films minces soit présente dans plusieurs procédés chimiques. Parmi les plus importants on cite :

Baumann et al. [10] qui ont proposé un modèle physique expliquant l'équilibre de phases des liquides binaires dans le cas d'un film constitué d'un mélange de benzène et de méthanol en configuration cylindrique en présence d'un écoulement gazeux turbulent. . Dans cette étude et pour simplifier le problème, le film liquide est supposé comme étant un écoulement de Couette laminaire à une seule dimension. Le calcul de l'évaporation de mélange benzène-méthanol dans un écoulement tubulaire d'air chaud montre clairement l'influence de l'équilibre de phase et son interaction avec le processus de transport local.

Une étude numérique et expérimentale a été menée par **Benachour [11]** dans le cas de l'évaporation en convection mixte d'un film liquide binaire ruisselant en régime laminaire sur la paroi interne d'un cylindre vertical à paroi adiabatique. Les résultats montrent que la composition du mélange joue un rôle important sur l'intensité des transferts de chaleur et masse, qui sont plus élevés quand le constituant du mélange est volatil. La comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux montre un accord quantitatif pour les grands débits, cependant, pour les petits débits, les écarts observés résultent d'une part de l'inefficacité du dispositif expérimental pour la mesure de l'épaisseur du film liquide, et d'autre part des hypothèses simplificatrices retenues.

1.3 REVUE BIBLIOGRAPHIQUE DES ETUDES DE L'EVAPORATION D'UN FILM EN PRESENCE D'UN ECOULEMENT D'AIR

1.3.1 Cas de l'eau

La majeure partie des travaux publiés concerne l'eau :

Tsay et al. [12] ont considéré le cas d'un canal chauffé par un gaz en contre courant, ils supposent que l'épaisseur du film négligeable. Les influences du flux à la paroi, de l'humidité relative de l'air et du nombre de Reynolds gazeux sont étudiées. Le transfert par mode latent domine au niveau de l'interface. Si le flux thermique imposé à la paroi, augmente l'évaporation augmente. L'influence de l'humidité de l'air est plus prononcée à l'entrée du canal.

Chiang et al. [13] ont mené une étude fondamentale de l'évaporation de l'eau dans un canal. La paroi sur laquelle s'écoule le film est chauffée tandis que l'autre est maintenue adiabatique. Le gaz est véhiculé en contre courant. Les paramètres étudiés sont le nombre de Reynolds de film, la température d'entrée de liquide, le flux thermique pariétal et la largeur du canal. Les résultats montrent que le flux interfacial est dominé par le mode latent. On assiste à une diminution de la température de la paroi pour des nombres de Reynolds de film supérieurs à 100 pour différentes valeurs du nombre de Reynolds du film. L'inverse est retrouvé pour des nombres de Reynolds du film inférieur à 50.

Une étude de l'évaporation en convection mixte de l'eau dans un courant d'air a été effectuée par **Agunaoun et al. [14]** dans le cas d'une surface plane inclinée a température constante. Ils montrent que l'interface air-eau se comporte comme une paroi isotherme de température voisine de la surface inclinée. Ils ont effectué une étude paramétrique des distances d'assèchement.

Yan et al. [15] ont étudié l'influence de l'angle d'inclinaison, de l'épaisseur du film et de la vitesse d'écoulement gazeux sur l'évaporation en convection externe le long d'une plaque inclinée chauffée par un flux uniforme. Ils ont pu montrer que l'augmentation de l'un ou l'autre de ces paramètres a pour conséquence la diminution des températures à la paroi et à l'interface.

Yan et al. [16] ont aussi étudié l'évaporation dans un canal vertical, deux conditions thermiques sont considérées : flux de chaleur uniforme à travers la paroi ou température de paroi constante. Dans ce cas les paramètres étudiés sont les conditions thermiques à la paroi, le débit liquide, le nombre de Reynolds gazeux ainsi que les forces de flottabilité. Les résultats montrent que les transferts à l'interface sont dominés par le mode latent associé à l'évaporation du film liquide. L'hypothèse de négliger l'épaisseur du film est inappropriée surtout quand le débit liquide augmente. Aussi, les forces de flottabilité ont tendance à améliorer les transferts de chaleur et de masse entre les deux phases.

Yan et al. [17] dans cette étude ils se sont aussi intéressés aux effets de flottabilité sur les transferts de chaleur et de masse dans le cas du système air-eau dans un canal dont la paroi est maintenue à température constante. Les pertes par évaporation sont compensées par une injection additionnelle de liquide à travers les parois poreuses du canal. Les résultats montrent que le mode latent est prédominant le long du canal. Aussi les forces de flottabilité causent une

détérioration des coefficients de transfert de chaleur et de masse dans le cas où la flottabilité "aidée" à l'écoulement, et vice versa dans le cas où la flottabilité est "opposée" à l'écoulement.

Agunaoun et al. [18] Ont mené une étude pour la modélisation des transferts qui régissent l'évaporation en convection mixte (naturelle et forcée avec possibilité de prédominance de l'une ou l'autre) d'un film liquide ruisselant sur une paroi inclinée isotherme, adiabatique ou soumise à un flux de chaleur de densité constante et uniforme en co-courant et en contre courant. Le régime dans les deux phases est considéré comme laminaire.

Fedorov et al. [19] ont développé une analyse de l'évaporation d'un film d'eau extrêmement mince ruisselant sous l'effet de gravité le long d'une plaque d'un canal vertical, avec écoulement turbulent d'air en contre-courant. La plaque humide est supposée isotherme, l'autre plaque est maintenue adiabatique. Leurs résultats montrent qu'à bas nombre de Reynolds $(Re < 300000)$, les effets de flottabilités aident l'écoulement, perturbent la distribution de la vitesse et affectent les coefficients de transport. Le transfert de chaleur est dominé par le transport de chaleur latent associé à l'évaporation du film liquide.

Lin et al. [20] ont étudié les effets de flottabilité, de la diffusion combinée de chaleur et de masse en convection forcée laminaire dans un tube vertical maintenu à température constante. Le film liquide est supposé extrêmement mince alors la résolution des équations se fait uniquement dans la phase gazeuse. Leurs résultats montrent qu'une augmentation de la température à la paroi provoque une grande vitesse d'évaporation. Ils ont noté aussi que les effets de flottabilité sont importants (grand Gr_T/Re et Gr_M/Re) quand la température est élevée et le nombre de Reynolds gazeux faible.

Une étude numérique des forces de flottabilité dans le cas du refroidissement de la paroi d'un tube vertical uniformément chauffé en présence d'un film d'eau sur la face interne a été menée par **He et al. [21]**. La gamme du nombre de Reynolds gazeux s'écoulant en contre courant est prise dans la gamme 4600 à 13800. Les résultats montrent que les transferts de la chaleur et de la masse mise en jeu sont influencés par la température de l'eau et le débit ainsi que par les effets de flottabilité. Deux différents modes de transfert ont été identifiés, l'évaporation et le refroidissement du film liquide. Le modèle de turbulence de Launder-Sharma rend bien compte quant aux influences sur la turbulence dans les conditions de convection forcée et mixte

avec le transfert de chaleur et de masse considérées dans cette étude. Cependant, il a été mis en évidence que sous certaines situations le modèle de turbulence est influencé par la flottabilité et cause la laminarisation de l'écoulement prévu dans les simulations quand il ne semble pas se produire dans la pratique. Le modèle prévoit la transition de la turbulence au cas laminaire trop tôt. Quand l'eau de refroidissement est à température relativement élevée le système fonctionne en mode évaporation. L'énergie fournie par la paroi est essentiellement absorbée par l'évaporation du liquide contenu dans le film. En revanche, quand la température d'entrée de l'eau dans le tube est relativement basse le système opère dans le mode refroidissement du film. L'augmentation du débit d'eau conduit généralement à l'augmentation de la température de la paroi.

Mezaache et al. [22] Ont développé une étude similaire dans laquelle ils montrent que le terme de diffusion enthalpique est toujours négligeable que la plaque soit adiabatique, isotherme ou traversée par un flux de chaleur.

Feddaoui [4] a mené une étude numérique de l'évaporation d'un film d'eau dans un tube soumis à un flux de chaleur constant. Les résultats de simulation montrent que le système fonctionne en mode évaporation quand la température du film liquide est relativement élevée et en mode refroidissement quand l'eau est introduite dans le tube à température relativement faible.

Une étude numérique détaillée a été entreprise par **Feddaoui et al. [23]** afin d'analyser les effets de flottabilité sur la diffusion massique et thermique dans le cas des écoulements turbulents dans un tube vertical chauffé sous différentes conditions pour le système air-eau. Les résultats prouvent qu'un meilleur transfert thermique est obtenu pour un nombre de Reynolds gazeux élevé, un flux de chaleur à la paroi plus important ou un débit d'eau faible à l'admission. Ceci est obtenu grâce à une évaporation importante due à des effets plus grands de flottabilité. Les résultats trouvés indiquent que la convection par le film d'eau est le mécanisme principal pour le déplacement de la chaleur à partir de la paroi. Le transfert thermique le long de l'interface gaz-liquide est dominé par le mode latent associé à l'évaporation du film liquide.

Un code numérique a été développé par **Feddaoui et al. [24]** dans le but d'étudier l'évaporation en convection mixte dans un tube chauffé. Les résultats montrent que quand l'eau est introduite à température relativement élevée le système fonctionne en mode évaporation.

L’énergie fournie par la paroi est essentiellement absorbée par l’évaporation du liquide contenu dans le film. En revanche, quand la température d’entrée de l’eau dans le tube est relativement basse le système opère dans le mode refroidissement du film. La convection de la chaleur au niveau du film devient le mécanisme principal pour évacuer la chaleur de la paroi.

Mezaache et al. [25] Quant à eux ont présenté les résultats d’une étude paramétrique des conditions d’entrée sur l’évaporation de film d’eau s’écoulant sur une plaque inclinée. L’écoulement dans les phases gazeuses et liquide est considéré de type couche limite laminaire. On considère la paroi comme maintenue à température constante ou soumise à un flux constant. L’étude de l’effet de l’inclinaison montre que cette dernière est liée aux débits liquides et gazeux. L’augmentation du débit liquide et la réduction de la vitesse du gaz permettent une amélioration de l’effet de l’inclinaison pour des valeurs inférieures à 10° qui elle-même améliore le débit liquide évaporé.

Parmi les travaux les plus récents ceux de **Ben Jabrallah et al. [26]** qui ont examiné numériquement l’évaporation d’un film d’eau dans une cavité rectangulaire. Leurs résultats montrent que l’intensité des échanges massiques et thermiques peut être améliorée par la réduction du débit d’eau.

1.3.2 Cas des alcools

Certains auteurs se sont intéressés à l’éthanol.

Yan et al. [27] ont étudié l’évaporation naturelle de l’eau et de l’éthanol séparément dans le cas d’un canal a température de paroi constante, et l’évaporation en convection mixte dans un tube a température ou à flux a la paroi constant**.** L’hypothèse qui consiste à négliger l’épaisseur du film est seulement valable quand le débit liquide est très faible. Le transfert par mode latent en conjonction avec l’évaporation du film domine au niveau de l’interface.

Yan [28] a mené une analyse numérique en régime laminaire de l'évaporation de l'eau et de l'éthanol en écoulement entre deux plaques planes. La plaque sur laquelle s'écoule le film liquide est soumise à un flux de chaleur uniforme et constant, tandis que l'autre plaque est supposée adiabatique. Les influences du débit d'entrée du film liquide, le flux de chaleur à la paroi sur l'évaporation du film et sur les caractéristiques du transfert de chaleur et de masse associées sont examinés. Les résultats montrent que l'hypothèse d'un film liquide extrêmement mince est valide uniquement pour les systèmes à faibles débits massiques de liquide à l'entrée.

Yan [29-30] a proposé une étude théorique de l'évaporation, en convection mixte d'un film liquide d'eau ou d'éthanol qui s'écoule sur la paroi interne d'un canal vertical dont les parois sont maintenues à température constante ou dans un tube ou on considère deux conditions thermiques paroi à température constante ou soumise à un flux de chaleur. L'évolution des nombres de Nusselt sensibles et latents montre que le mode d'échange prédominant est le mode latent. Un faible débit liquide à l'entrée du canal ou une augmentation de la température à la paroi s'accompagne d'une augmentation des valeurs du nombre de Nusselt local **[29]**. Quand le nombre de Reynolds liquide est relativement élevé, les nombres de Nusselt et de Sherwood augmentant au même temps **[30]**. Aussi le nombre de nusselt sensible devient assez faible quand on diminue la température à la paroi (respectivement le flux à la paroi).

Feddaoui et al. [31] ont traité l'évaporation de l'éthanol en convection mixte dans un tube vertical. Il s'agit d'une recherche numérique qui a été conduite afin d'analyser les effets combinés de flottabilité de la diffusion thermique et massique d'un écoulement dans un tube en convection laminaire mixte dont la paroi est maintenue à température constante. Les résultats numériques sont présentés pour les systèmes air-eau et air-éthanol qui circule en contre courant avec l'air. Le développement de l'écoulement et le transfert thermique a été examiné par un schéma aux différences finies totalement implicite. Les effets de la température et du nombre de Reynolds du tube sur le transfert de la chaleur et de masse ont été étudiés. Les résultats indiquent que la convection de la chaleur dans l'écoulement est dominée par le transfert de la chaleur latente en association avec l'évaporation du film liquide.
Quand la température de paroi est élevée et le nombre de Reynolds assez bas, les forces de flottabilité facilitent l'écoulement et distordent le profil de vitesse à certains endroits axiaux.

1.3.3 Cas des mélanges

D’autres auteurs ont traité le cas des mélanges.

Bryan et al. [32] a étudié l’évaporation d’un mélange binaire 50%eau et 50% éthylène glycol sous forme d’un film liquide ruisselant sur une plaque verticale. Le problème est la description axiale et transversale du gradient de concentration dans un mélange binaire (constitué de 50% eau et de 50% d’éthylène glycol) sous forme d’un film liquide ruisselant sur une plaque verticale a partir de l’évaporation préférentielle du composé le plus volatile et la résistance à la diffusion du film liquide. Il s’agit de la formulation des équations gouvernantes et des conditions aux limites qui décrivent l’évaporation de deux composés ruisselant sous forme de film le long d’une surface verticale. Le profil des concentrations et le développement axial du nombre de Sherwood sont calculés. Les résultats montrent que dans le cas de l’évaporation avec la phase vapeur laminaire, la résistance au niveau du liquide est importante tandis que la résistance de la phase vapeur est négligeable. La résolution des équations est faite au moyen des différences finies pour la détermination du profil des concentrations et le développement axial du nombre de Sherwood. Une solution analytique pour le nombre asymptotique de Sherwood assurant un flux de masse constant à l'interface est tirée. La valeur du nombre de Sherwood est à peu prés le double du nombre de Nusselt dans la même situation de transfert de chaleur avec les conditions aux limites inverses. Le nombre de Sherwood calculé pour un cas simple de variation axiale du flux comparé favorablement au nombre de Sherwood asymptotique indique que le flux massique est approximativement constant pour un flux de chaleur faible ou modéré. L’effet de l’évaporation sur la valeur du nombre de Sherwood développé est faible.

Palen et al. [33] ont réalisé une étude expérimentale pour la détermination des coefficients de transfert pour un film liquide. Il s’agit d’un mélange eau- éthylène glycol ou eau –propylène glycol dans un tube vertical. Les coefficients d’échange sont déterminés expérimentalement avec un flux de chaleur entre 3000 et 25 000 W/m^2 et un nombre de Reynolds entre 300 et 3000. Les résultats montrent que les coefficients de transfert thermiques pour les mélanges dépendent essentiellement de la composition du mélange et non du flux à la paroi ou du nombre de Reynolds. L’analyse des résultats montre aussi que la résistance au transfert dans le liquide induit l’augmentation de la température de la paroi réduisant le gradient de température. Une corrélation semi-empirique pour le phénomène de transfert à l’interface a été proposée. Le coefficient de transfert pour les composés binaires peut être jusqu'à 80 % plus faible que celui pour un composé pur dans les mêmes conditions. La diminution du coefficient de transfert peut être due à la diminution de la température de la paroi. En utilisant une formulation théorique

pour le film liquide, le coefficient de transfert massique a été déterminé a partir des données expérimentales et corrélé aux nombres de Sherwood, Schmidt et le Reynolds.

Agunaoun et al. [34]: dans cette étude, Il s'agit d'un film mince de mélange liquide binaire en présence d'un écoulement d'air humide forcé ou libre. Le régime considéré est permanent, laminaire, établi et sans onde sur une paroi, soumise à une densité de flux de chaleur constante, plane et inclinée. Un écoulement d'air permanent et laminaire s'écoule en parallèle à la surface.

Quand la plaque est mise en présence d'un écoulement d'air forcé chaud sans être soumise à un flux de chaleur, on met en évidence la protection de la paroi et l'influence de la composition du mélange liquide sur les échanges de chaleur. L'exemple du mélange éthanol-eau montre que la protection est d'autant plus efficace que la teneur en éthanol est grande (liquide le plus volatil). Avec ce mélange, une étude comparative de l'apport des différentes convections montre l'influence déterminante de la vitesse du gaz sur les échanges. Les transferts de chaleur et de masse sont améliorés quand la convection massique va dans le même sens que l'écoulement. L'étude de différents mélanges (éthanol -eau et éthylène glycol -eau) montre que les nombres caractéristiques des transferts de chaleur et de masse ne varient pas linéairement quand la composition du mélange varie. Les résultats les plus intéressants sont donnés en convection forcée en particulier dans le cas d'un mélange éthylène glycol- eau.

En effet le calcul montre qu'il est possible d'accroître la fraction massique évaporée quand le dosage en éthylène glycol est inférieur à 40 %.Comparativement à celle dans le cas de l'eau pure. De plus, même si d'une manière générale le coefficient d'échange diminue quand la teneur en éthylène glycol augmente, il est possible de mettre en évidence une stabilisation, voire une augmentation de celui-ci. Cette particularité a été constatée aussi par **Palen et al. [33].**

Cherif et al. [35] ont mené une étude dont le but est d'analyser l'influence d'un film mince de liquide, formé d'un mélange binaire eau - éthanol ou eau- éthylène glycol sur les transferts de chaleur et de masse entre deux plaques parallèles et verticales. La plaque sur laquelle s'écoule le film liquide est soumise à un flux de chaleur, la plaque sèche est adiabatique. Le but de ce travail est d'analyser l'influence d'un film mince liquide, formé d'un mélange binaire, sur les transferts de chaleur et de masse entre deux plaques planes.

L'influence de l'épaisseur du film est importante même pour des débits initiaux de liquide très faibles. L'étude paramétrique montre que le mélange eau-éthanol est plus efficace pour le refroidissement des parois. Pour ce mélange, le taux évaporé total cumulé le long des deux plaques planes augmente avec la concentration de l'éthanol. Ce taux tend vers la valeur obtenue pour l'éthanol pur. Pour le mélange éthylène glycol le taux d'évaporation peut dépasser celui de l'eau pure. Ce résultat dépend de la longueur des plaques et de la concentration de l'éthylène glycol dans le mélange initial. En fait le mélange évaporé est constitué essentiellement d'eau. La présence de l'éthylène glycol permet d'évaporer plus d'eau que si le film était formé d'eau pure.

Leuthner [36] a considéré le transfert de chaleur et de masse au cours de l'évaporation de film liquide d'eau ou de mélange eau - éthylène glycol binaire dans le cas laminaire et turbulent dans un tube. La comparaison des données prévues a partir d'un modèle pour l'écoulement laminaire avec des données expérimentales a montré que ce modèle présente un certain décalage par rapport à l'expérience. Par contre les coefficients de transfert thermique des modèles en régime turbulent sont comparables à l'expérience pour le cas de l'eau et du mélange eau - éthylène glycol avec des nombres de Reynolds entre 250 et 420.

Benachour [11] a présenté une étude numérique et expérimentale de l'évaporation en convection mixte d'un film liquide binaire ruisselant en régime laminaire sur la paroi interne d'un cylindre vertical chauffé. Les résultats montrent que la composition du mélange joue un rôle important sur l'intensité des transferts de chaleur et masse, qui sont plus élevés quand le constituant du mélange est volatil. La comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux montre un accord quantitatif pour les grands débits, cependant, pour les petits débits, les écarts observés résultent d'une part de l'inefficacité du dispositif expérimental pour la mesure de l'épaisseur du film liquide, et d'autre part des hypothèses simplificatrices retenues.

1.4 CONCLUSION

L'étude bibliographique a montré que l'on peut étudier trois conditions différentes au niveau de la paroi du tube : température constante, flux constant ou nul. Maintenir la paroi à température constante étant pratiquement difficile à réaliser, on envisagera dans cette étude uniquement le cas du flux à la paroi constant ou nul.

L’hypothèse d’épaisseur de film négligeable conduisant à la résolution des équations uniquement dans la phase gazeuse n’est pas adéquate.

Dans les études antérieures ayant traité l’éthanol, les flux sont considérés laminaires. L’effet de la turbulence au niveau du film liquide sur les transferts de chaleur et de masse a été étudié uniquement dans le cas de l’eau. Le film liquide envisagé dans cette étude sera considéré comme turbulent. Le modèle utilisé pour représenter la turbulence au niveau du film liquide est celui de **Yih et Liu [37]**.

La méthode généralement utilisée pour la résolution du modèle mathématique est la méthode des différences finies implicite.

L’objectif de ce travail est d’effectuer une étude paramétrique de l’évaporation de l’éthanol ou du méthanol dans un tube vertical. Un flux d’air s’écoule en co-courant dans l’objectif de favoriser l’évaporation. Une étude comparative des transferts de chaleur et de masse obtenus dans le cas des alcools et de l’eau pur est envisagée.

Chapitre 2

Position du Problème et établissement des équations

2.1 INTRODUCTION

L'étude de l'évaporation d'un film d'eau a suscité l'intérêt de beaucoup d'auteurs et a donné lieu à de nombreux travaux de recherche en raison de la disponibilité de cette source et de son coût relativement faible. Toutefois, l'utilisation d'alcools peut s'avérer intéressante.

Après avoir fait l'état des travaux publiés, nous analysons dans ce chapitre le problème posé physiquement. Cette étape est fondamentale et permet d'apporter des simplifications aux équations générales et d'établir les conditions de validité du modèle que nous proposons dans le cas du système étudié. Afin d'aborder la modélisation des échanges thermiques et massiques lors de l'évaporation en convection mixte des alcools lors de l'évaporation dans un tube en présence d'un écoulement gazeux nous allons considérer deux conditions aux limites : paroi adiabatique ou soumise à un flux constant.

Le modèle développé peut s'appliquer à un tube d'évaporateur à film ruisselant. Par modification des conditions thermiques pariétales ainsi que les conditions à l'entrée, on peut simuler l'une ou l'autre des situations suivantes : refroidissement de film liquide ou récupération énergétique au moyen de celui-ci. Dans cette étude on cherche à trouver les conditions optimales de fonctionnement dans le cas du refroidissement et de la récupération énergétique.

2.2 POSITION DU PROBLEME

On considère un film liquide constitué d'alcool pur s'écoulant sur la face interne d'un tube vertical de faible diamètre $d = 0{,}02\ m$. Le liquide est introduit initialement à la température T_{L0} avec un débit massique Γ_0. La paroi externe du tube est soumise à une densité de flux de chaleur constante et uniforme q_p. Un flux d'air laminaire sec est véhiculé à travers le cylindre dans le sens descendant avec une vitesse constante u_0 (Figure : 2.1). Soit x, l'abscisse mesurée positivement dans le sens de l'écoulement à partir de l'entrée du tube et r la coordonnée radiale. L'existence des gradients de température et de concentration va créer à l'intérieur du tube des mouvements de fluides favorisant l'évaporation de l'alcool.

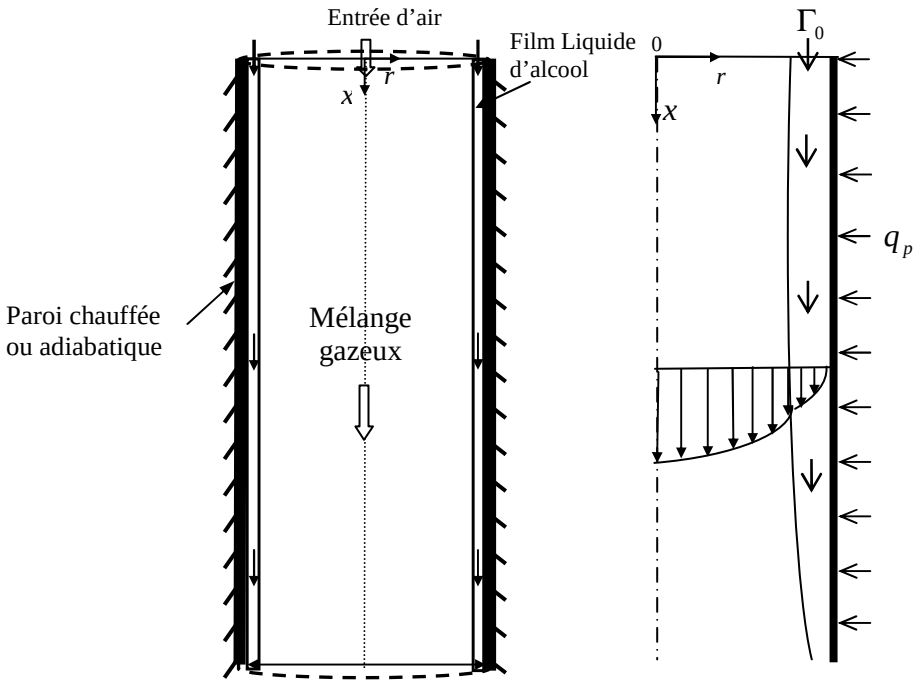


Figure 2.1 Schéma physique du problème

2.3 HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES

Pour la formulation mathématique du problème, les hypothèses suivantes sont prises en considération :

- Les écoulements sont bidimensionnels et axisymétriques ;
- L'écoulement du gaz est considéré comme laminaire et le liquide turbulent ;
- Le rayonnement et les effets secondaires du Duffour et Soret sont négligeables ;
- Les approximations de la couche limite sont partout valables ;
- Le mélange gazeux est considéré comme gaz parfait ;
- L'interface gaz-liquide est en équilibre thermodynamique et il n'y a pas de dissolution de gaz dans le liquide ;
- La dissipation d'énergie visqueuse est négligeable ;
- La tension superficielle du liquide est supposée négligeable ;

2.4 EQUATIONS GOUVERNANTES

2.4.1 Equations de la couche limite dans la phase liquide

Les équations gouvernantes correspondent à la conservation de la masse, de l'énergie et de la quantité de mouvement pour le film liquide turbulent. Elles sont établies en se basant sur les hypothèses formulées précédemment:

Equations de continuité :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho_L u_L)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\rho_L r v_L)=0 \qquad \textbf{(2.1)}$$

Equation de conservation de la quantité de mouvement

$$\rho_L\left(u_L\frac{\partial u_L}{\partial x}+v_L\frac{\partial u_L}{\partial r}\right)=-\frac{dP}{dx}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r(\mu+\mu_t)\frac{\partial u_L}{\partial r}\right) \qquad \textbf{(2.2)}$$

Equation de l'énergie

$$\rho_L Cp_L\left(u_L\frac{\partial T_L}{\partial x}+v_L\frac{\partial T_L}{\partial r}\right)=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r(\lambda+\lambda_t)\frac{\partial T_L}{\partial r}\right) \qquad \textbf{(2.3)}$$

2.4.2 Equations de la phase gazeuse binaire

Le transfert de chaleur et de masse en convection mixte en phase gazeuse est décrit par les équations de conservation de la masse, de quantité de mouvement, de l'énergie et de la fraction massique.

Equations de continuité :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho_g u_g)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\rho_g r v_g)=0 \qquad \textbf{(2.4)}$$

Equation de conservation de la quantité de mouvement

$$\rho_g\left(u_g\frac{\partial u_g}{\partial x}+v_g\frac{\partial u_g}{\partial r}\right)=-\frac{dP}{dx}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\mu_g\frac{\partial u_g}{\partial r}\right)-[\rho_0-\rho_g]g \qquad \textbf{(2.5)}$$

Equation de l'énergie

L'équation de l'énergie en phase gazeuse dans le cas d'un corps pur s'écrit sous la forme :

$$\rho_g c_{pg}\left(u_g\frac{\partial T_g}{\partial x}+\upsilon_g\frac{\partial T_g}{\partial r}\right)=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\lambda_g\frac{\partial T_g}{\partial r}\right]+\rho_g D_v(c_{pg}-c_{pa})\frac{\partial T_g}{\partial r}\frac{\partial w}{\partial r} \qquad \textbf{(2.6)}$$

Equation de diffusion

$$\rho_g\left(u_g\frac{\partial w}{\partial x}+v_g\frac{\partial w}{\partial r}\right)=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rD_v\rho_g\frac{\partial w}{\partial r}\right) \qquad \textbf{(2.7)}$$

Deux équations additionnelles viennent compléter la modélisation mathématique du problème. En chaque position axiale, le bilan matière de la fraction évaporée doit être vérifié.
Il est convenable d'ajouter les équations de la conservation de masse dans les deux phases, aux équations de transfert.

L'équation de conservation de la masse dans le gaz s'écrit :

$$\frac{1}{2}(R-\delta_0)^2 u_0 \rho_g = \int_0^{R-\delta_x} r\, \rho_g u_g dr - \int_0^x (R-\delta_x)\rho_g v_I dx \qquad \textbf{(2.8)}$$

Dans le liquide le bilan matière s'exprime selon l'équation suivante :

$$\Gamma_0 = 2\pi \int_{R-\delta_x}^{R} r\, \rho_L u_L dr + 2\pi \int_0^x (R-\delta_x)\rho_g v_I\, dx \qquad \textbf{(2.9)}$$

2.4.3 Modèle de turbulence dans le film liquide

Dans cette étude le débit liquide est choisi de manière à obtenir un régime turbulent dans le film liquide qui s'écoule avec $Re_L > 1500$.

Pour simuler le transfert de chaleur et de masse dans le film liquide, le modèle de viscosité turbulente de **Yih et Liu [37]** est utilisé. D'autres modèles similaires sont disponibles dans la littérature pour simuler le transfert de chaleur à travers un film liquide turbulent, notamment ceux de **Mudwwar et El-Masri [38]** et **Chun et Park [39]**.

La viscosité turbulente dans le modèle de Yih et Liu est donnée par :

$$\frac{\mu_{Lt}}{\mu_L} = -0{,}5 + 0{,}5\left\{1 + 0{,}64\, y^{+2}\left(\tau/\tau_p\right) \times \left[1 - \exp\left(-y^+\left(\tau/\tau_p\right)^{1/2}/A^+\right)\right]^2 . f^2\right\}^{1/2}$$

pour $(R-r)/\delta_x < 0{,}6$ **(2.10)**

$$\left.\frac{\mu_{Lt}}{\mu_l}\right|_{(R-r)/\delta=0.6} = constante$$

pour $0{,}6 < (R-r)/\delta_x < 1{,}0$ **(2.11)**

Où

$$f = \exp\left[-1{,}66\left(1-\left(\tau/\tau_p\right)\right)\right] \qquad \textbf{(2.12)}$$

$$y^+ = (R-r)u_*/\nu \qquad \textbf{(2.13)}$$

$$A^+ = 25{,}1 \qquad \textbf{(2.14)}$$

La conductivité turbulente λ_{Lt}, peut être obtenue par l'introduction du nombre de Prandtl turbulent Pr_t

$$\lambda_{Lt} = \mu_{Lt}.c_{pL} / Pr_t \qquad \textbf{(2.15)}$$

Le nombre de Prandtl turbulent peut être évalué en utilisant les modèles de **Van Driest et Cebeci [40]**, il est donné par l'expression suivante :

$$Pr_t = \left\{1 - \exp\left[-y^+\left(\tau/\tau_p\right)^{1/2}\right]/A^+\right\} \Big/ \left\{1 - \exp\left[-y^+\left(\tau/\tau_p\right)^{1/2}\right]/B^+\right\} \qquad \textbf{(2.16)}$$

où B^+ est donnée par **Habib et Na [41]** à partir des données expérimentales en fonction du nombre de Prandtl comme suit :

$$B^+ = Pr^{-1/2}\sum_{i=1}^{5} C_i \left(\log_{10} Pr\right)^{i-1} \qquad \textbf{(2.17)}$$

Cette fonction monotone croissante vaut 35 pour $Pr = 1$ et 26 pour Pr=0,7 .

Avec :

$$C_1 = 34.96,\ C_2 = 28.97,\ C_3 = 33.95,\ C_4 = 6.33,\ C_5 = -1.186 \qquad \textbf{(2.18)}$$

2.4.4 Conditions aux limites et à l'interface

Les équations (2.1)-(2.7) sont soumises aux conditions aux limites et à l'interface suivantes:

A l'entrée, le gaz est introduit dans le tube à vitesse et température uniforme.

2.4.4.1 Condition à l'entrée du tube : $x = 0$

a) Pour le gaz

$$u_g = u_0, \qquad T_g = T_0, \qquad w = w_0, \qquad P = P_a \qquad \textbf{(2.19)}$$

b) Pour le liquide

$$T_L = T_{L0} \qquad \textbf{(2.20)}$$

2.4.4.2 Condition à la paroi du tube : $r = R$

$$u_L = \upsilon_L = 0 \qquad \textbf{(2.21)}$$

$$\left(\lambda_L + \lambda_{Lt}\right)\frac{\partial T_L}{\partial r} = q_p \quad \left(\left(\lambda_L + \lambda_{Lt}\right)\frac{\partial T_L}{\partial r} = 0, \text{ flux adiabatique}\right) \qquad \textbf{(2.22)}$$

2.4.4.3 Condition sur l'axe de symétrie : $r = 0$

En raison de la symétrie, on a :

$$\upsilon_g = 0 \qquad \frac{\partial u_g}{\partial r} = \frac{\partial T_g}{\partial r} = \frac{\partial w}{\partial r} = 0 \qquad \textbf{(2.23)}$$

2.4.4.4 Conditions à l'interface : $r = R - \delta_x$

L'épaisseur $\delta(x)$ du film dépend de la cote x, ainsi en chaque position axiale les bilans matière et thermiques nous permettent d'écrire :

a) Continuité de la vitesse (condition de non-glissement) et de la température

$$u_I(x) = u_{g,I} = u_{L,I}\,, \quad T_I(x) = T_{g,I} = T_{L,I} \qquad \textbf{(2.24)}$$

b) Continuité de la contrainte de cisaillement

$$\tau = (\mu + \mu_t)\frac{\partial u}{\partial r}\Big)_{L,I} = \mu \frac{\partial u}{\partial r}\Big)_{g,I} \qquad \textbf{(2.25)}$$

On supposant que l'absence de cisaillement entre le gaz et le liquide se traduit par la proportionnalité des gradients de vitesse dans les deux phases à l'interface.

c) Continuité du flux de chaleur

Le transfert de chaleur à l'interface peut être effectué par mode sensible Q_{sI} et/ou par mode latent dû à l'évaporation partielle du film liquide. Le flux de chaleur total évacué au niveau de la surface de la phase liquide à la phase gazeuse, s'exprime comme suit :

$$(\lambda + \lambda_t)\frac{\partial T}{\partial r}\Big)_{L,I} = \lambda \frac{\partial T}{\partial r}\Big)_{g,I} + \dot{m}_I L_v = Q_{sI} + Q_{lI} \qquad \textbf{(2.26)}$$

L_v : étant la chaleur latente massique d'évaporation

Le flux de masse échangé entre les deux phases est donné par la loi de Fick.

$$\dot{m}_I = -\rho_g \upsilon_I = \frac{\rho_g D_v}{(1 - w_I)}\frac{\partial w}{\partial r} \qquad \textbf{(2.27)}$$

Avec

$$\upsilon_I = -\frac{D_v}{(1-w_I)}\frac{\partial w}{\partial r} \qquad \textbf{(2.28)}$$

2.4.5 Grandeurs caractéristiques

2.4.5.1 Nombres adimensionnels

Afin d'analyser l'influence des paramètres tels que le débit d'entrée de liquide, du gaz et du flux à la paroi sur les processus de transfert de chaleur et de masse, il est nécessaire de connaître certaines grandeurs telles que les nombres locaux de Nusselt sensible et latent liés respectivement au transfert thermique ainsi que le nombre de sherwood lié au transfert de masse.

Les nombres de Nusselt locaux le long de l'interface sont définis par :

$Nu_s = \frac{Q_{sI} D_h}{\lambda_g (T_I - T_b)}$, lié au transfert de chaleur sensible **(2.29)**

$Nu_l = \frac{\dot{m}_I L_v D_h}{\lambda_g (T_I - T_b)}$, lié au transfert de chaleur latent **(2.30)**

Le nombre de Nusselt local total est défini comme :

$$Nu_x = \frac{h_T D_h}{\lambda_g} = \frac{Q_{tI} D_h}{\lambda_g (T_I - T_b)} \qquad \textbf{(2.31)}$$

Qui peut s'écrire aussi comme suit :

$$Nu_x = Nu_s + Nu_\ell \qquad \textbf{(2.32)}$$

Le nombre de Sherwood Local le long de l'interface est donné par:

$Sh_x = \frac{h_M D_h}{\lambda_g D_v} = \frac{\dot{m}_I (1-w_I) D_h}{\rho D_v (1-w_b)}$ lié au transfert de matière **(2.33)**

T_b, w_b sont respectivement la température et la fraction massique de mélange, il sont données par (voir annexe D):

$$T_b = \int_0^{R-\delta_x} \rho c_p r u T dr \Big/ \int_0^{R-\delta_x} \rho c_p r u dr \qquad \textbf{(2.34)}$$

$$w_b = \int_0^{R-\delta_x} \rho r u w dr \Big/ \int_0^{R-\delta_x} \rho r u dr \qquad \textbf{(2.35)}$$

Dans le but d'améliorer notre compréhension des transferts de chaleur et de masse, on utilise le taux d'évaporation total cumulé donné par :

$$Mr = \frac{\textit{le taux massique évaporé}}{\textit{le débit massique à l'entrée}} = \frac{2\pi \int_0^x (R - \delta_x)\dot{m}_I \, dx}{\Gamma_0} \qquad \textbf{(2.36)}$$

2.4.5.2 Fractions massiques et molaires à l'interface

Dans un mélange gazeux la loi des gaz parfaits pour chaque constituant i s'écrit sous la forme :

$$P_i V = \frac{m_i}{M_i} RT$$

Loi de dalton pour un mélange d'air et de vapeur d'alcool s'écrit sous la forme : : $P = P_a + P_v$

La fraction molaire d'un constituant i dans un mélange gazeux est liée à la pression partielle de ce gaz par la relation : $P_i = y_i P$

La fraction massique à l'interface dans le cas corps pur est donnée par la relation thermodynamique suivante :

$$w_I = \frac{m_v}{m_v + m_a} = \frac{n_v M_v}{n_v M_v + n_a M_a} \qquad \textbf{(2.37)}$$

$$w_I = \frac{P_{vs,v} M_v}{P_{vs,v} M_v + P_a M_a} = \frac{P_{vs,v} M_v}{P_{vs,v} M_v + (P - P_{vs,v}) M_a} \qquad \textbf{(2.38)}$$

2.5 PROPRIETES DES FLUIDES

La simulation d'un procédé, ne peut se faire sans la connaissance d'un certain nombre de propriétés de corps purs qui serviront, entre autres, à la détermination des propriétés thermodynamiques, de transfert et d'équilibre entre phases des mélanges considérés.

Il s'agit de la détermination d'une part des propriétés des corps purs en fonction de la température. Et d'autre part des corrélations pour le mélange gazeux en fonction de la température, de la pression et de la fraction massique.

2.5.1 Propriétés des corps purs

Sans une connaissance minimale sur certaines propriétés clés du corps pur, aucun calcul numérique performant ne peut être envisagé. Toutefois, il est à noter que la mesure ou la détermination expérimentale de ces propriétés clés pouvant s'avérer délicate ou impossible, la

valeur nécessaire peut être estimée, généralement à partir de corrélations empiriques afin de pouvoir réaliser un tel calcul.

Les propriétés des corps purs utilisés dans cette simulation sont tirées de la base DIPPR version 11.0 contenant 1692 corps **[44]**. Cette base est une base publique. Sa particularité réside dans le fait qu'elle ne possède pas d'utilisateur "propriétaire" et ne peut donc pas être ni modifiée ni supprimée.

Les propriétés de corps purs sont décomposées en deux grandes familles : propriétés intrinsèques et propriétés dépendantes de la température et de la pression.

Les propriétés appartenant à la seconde catégorie permettent de décrire la dépendance à la température et de la pression de la propriété considérée. Pour représenter cette dépendance, diverses corrélations sont accessibles, avec, d'une part, celles correspondant à des fonctions de lissage pour lesquelles les paramètres ont été obtenus à partir de mesures expérimentales et, d'autre part, celles présentant un caractère prédictif pour lesquelles seule la connaissance de certaines propriétés intrinsèques est nécessaire.

D'une manière générale, quelque soit la propriété de corps pur dépendant de la température et/ou de la pression, les deux types de corrélations précédemment évoqués sont accessibles, garantissant la possibilité de réaliser des calculs de simulation à partir d'un minimum de connaissance sur ces propriétés de corps purs.

La liste des coefficients de corrélations utilisées et leur domaine d'application sont présentés à l'annexe A.

a- Propriétés intrinsèques

Les propriétés intrinsèques données dans le tableau 2.1 sont utilisées pour la prédiction de certaines propriétés dépendantes de la température.

Tableau 2.1 Propriétés intrinsèques des corps purs

	Masse molaire	T_c	T_b
méthanol	32,042	512,6	337,7

éthanol	46,069	513,9	351,4
eau	18,015	647	373,2

b- Chaleur spécifique

$$C_p^{liq}(J/kmol.°K) = A + B\,T + C\,T^2 + D\,T^3 + E\,T^4 \qquad \textbf{(2.39)}$$

$$C_p^{\ gazparfait}(J/kmol.°K) = A + B\left[\frac{\frac{C}{T}}{\sinh\frac{C}{T}}\right]^2 + D\left[\frac{\frac{E}{T}}{\cosh\frac{E}{T}}\right]^2 \qquad \textbf{(2.40)}$$

c- Conductivité thermique

$$\lambda^{liq}(W/m°K) = A + B\,T + C\,T^2 + D\,T^3 + E\,T^4 \qquad \textbf{(2.41)}$$

$$\lambda^{gaz}(W/m°K) = \frac{A\,T^B}{\left[1 + \frac{C}{T} + \frac{D}{T^2}\right]} \qquad \textbf{(2.42)}$$

d- Viscosité

$$\mu^{liq}(Pa.s) = exp\left[A + \frac{B}{T} + C\,lnT + D\,T^E\right] \qquad \textbf{(2.43)}$$

$$\mu^{gaz}(Pa.s) = \frac{A\,T^B}{\left[1 + \frac{C}{T} + \frac{D}{T^2}\right]} \qquad \textbf{(2.44)}$$

e- Densité du liquide

$$d^{liq} = \frac{A}{B^{\left[1+\left(1-\frac{T}{c}\right)^D\right]}} \qquad \textbf{(2.45)}$$

f- Densité du gaz

Le gaz étant considéré comme parfait la densité de chaque gaz peut être calculée à partir de l'équation d'état des gaz parfaits : $d_i = \frac{P_i M_i}{RT}$

D'après la loi de dalton la pression totale du gaz est égale à la somme des pressions partielles de chaque constituant : $P = P_a + P_g$

Pour chaque constituant :

$$P_i = \frac{n_i RT}{V} = \frac{m_i RT}{M_i V} = \frac{d_i RT}{M_i} \qquad \textbf{(2.46)}$$

g- Pression de saturation

$$P^{sat}(Pa) = exp\left[A + \frac{B}{T} + C\ lnT + D\ T^{E} \right] \qquad \textbf{(2.47)}$$

h- Chaleur latente de vaporisation

$$L_v = A(1-T_r)^{\left(B+C\,T_r+D\,T_r^2+E\,T_r^3\right)} \qquad \textbf{(2.48)}$$

$T_r = \frac{T}{T_c}$: c'est la température réduite

i- Diffusivité d'un gaz a faible pression

Diffusion dans l'air : Méthode de **Fuller et al. [42].**

$$D_{12} = \frac{0.00143\,T^{1.75}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{M_1}+\frac{1}{M_2}\right)\right]^{0.5}}{P\left(\left(\sum v_{i1}\right)^{1/3}+\left(\sum v_{i2}\right)^{1/3}\right)^2} \qquad \textbf{(2.49)}$$

D_{12} : Coefficient de diffusion de 1 dans 2 en cm^2/s

P : la pression en bar

T : température en °K

$\sum v_i$ valeur de groupe de contribution (volume de diffusion atomique et structurelle) déterminée par le tableau suivant :

Tableau 2.2 Volume de diffusion atomique et structurelle des espèces chimiques

C	15,9
H	2,31
O	6,11
Anneau aromatique	-18,3
Air	19,7

Tableau 2.3 Valeur de groupe de contribution des corps purs

	$\sum v_i$
Eau	18,015
air	19,7
éthanol	51,77
méthanol	31,25

2.5.2 Corrélations pour le mélange gazeux

La température, la pression, la fraction molaire et les propriétés physico-chimiques de chaque constituant interviennent dans le calcul des propriétés physico-chimiques pour le mélange gazeux. Les corrélations utilisées pour le mélange gazeux binaire sont tirées de **[42-43]**.

a) Chaleur spécifique d'un mélange gazeux

Pour un mélange de gaz considéré comme idéal la chaleur spécifique se calcule comme suit :

$$C_{pm} = \sum_{i=1}^{n} y_i C_{pi} \qquad \textbf{(2.50)}$$

b) Densité d'un mélange gazeux binaire

$$d = d_g + d_{air}$$

Loi des gaz parfaits : $d_i = \frac{P_i M_i}{RT}$

Loi de dalton : $P_a = P - P_g$

$$d_m = \frac{1}{RT}\left[P_{vsg} M_g + (P - P_{vsg}) M_{air}\right] \qquad \textbf{(2.51)}$$

c) Viscosité d'un mélange de gaz à basse pression

La viscosité d'un mélange de gaz est rarement une fonction linéaire de sa composition. La viscosité d'un mélange de gaz peut être estimée, à partir de la théorie cinétique des gaz. Pour des mélanges gazeux, la formule semi-empirique de **Wilke [42]** donne des valeurs cohérentes.

$$\eta_m = \sum_{i=1}^{n} \frac{y_i \eta_i}{\sum_{j=1}^{n} y_i \phi_{ij}} \qquad \textbf{(2.52)}$$

où

$$\phi_{ij} = \frac{\left[1 + \left(\frac{\eta_i}{\eta_j}\right)^{0.5} \left(\frac{M_j}{M_i}\right)^{0.25}\right]^2}{\left[8 * \left(1 + \left(\frac{M_i}{M_j}\right)\right)\right]^{0.5}} \qquad \textbf{(2.53)}$$

Cette corrélation permet de prédire la viscosité des mélanges gazeux sous faible pression, avec une erreur moyenne de l'ordre de 2 %.

$$\phi_{ji} = \frac{\eta_j}{\eta_i}\frac{M_i}{M_j}\phi_{ij} \qquad \textbf{(2.54)}$$

η : Viscosité en micro poise

y_i : fraction molaire

d- Conductivité thermique d'un mélange de gaz à basse pression

La conductivité thermique d'un mélange de gaz n'est pas toujours une fonction linéaire de la fraction molaire. On utilise à cet effet l'équation de **Wassiljewa [43]**.

$$\lambda_m = \sum_{i=1}^{n} \frac{y_i\ \lambda_i}{\sum_{j=1}^{n} y_i\ A_{ij}} \qquad \textbf{(2.55)}$$

$$A_{ij} = \phi_{ij}$$

2.6 CONCLUSION

Le modèle mathématique établi modélise les transferts simultanés de chaleur et de masse pour l'écoulement d'un alcool dans un tube circulaire vertical, en présence d'un écoulement co-courant d'air sec. La paroi du tube est supposée adiabatique ou soumise à un flux de chaleur constant et uniforme.

En général les problèmes pratiques sont trop complexes pour être traité théoriquement. Dans le but d'analyser ces problèmes, des simplifications au niveau des équations à résoudre ont été effectuées sous forme d'hypothèses justifiées issues de l'étude bibliographique, et permettant d'apporter une approche du problème. Les bilans matière, et les corrélations empiriques pour le calcul des propriétés viennent compléter le modèle mathématique élaboré.

Chapitre 3

Méthodes de résolution numérique

3.1 INTRODUCTION

Le modèle développé dans le chapitre précédent montre clairement la complexité des phénomènes observés dans l'étude des transferts simultanés de chaleur et de masse lors de l'évaporation d'un film d'alcool sur la paroi interne d'un tube vertical. Les mécanismes de transferts dépendent de la nature du fluide et du nombre important des paramètres contrôlant ce phénomène. Dans ce type de problème (non-linéarité, propriétés physiques variables, écoulement diphasique, anisotropie...), les méthodes analytiques peuvent devenir trop complexe à mettre en ouvre. On fait alors appel à des méthodes approchées demandant l'aide d'un système informatique pour effectuer le grand nombre de calculs impliqués (différences finies, volumes finis ou par les méthodes d'affinités rapides).

Dans les travaux antérieurs ayant traité l'écoulement interne ou externe sous forme de film, la méthode utilisée pour la résolution des modèles mathématique obtenus est la méthode des différences finies implicites **[1–12, 14-18]**. Certains auteurs ont traité le problème par la résolution des équations elliptiques à l'aide de la méthode des volumes finis **[13, 19, 21]**.

Dans la présente simulation, les équations mathématiques régissant le problème sont paraboliques. Elles sont discrétisées par un schéma implicite aux différences finies en raison de sa simplicité de mise en œuvre. Cette méthode nécessite de mailler le système physique à modéliser (chaque cellule du maillage contient alors les constantes physiques des fluides mises en jeu). Après discrétisation, le système tridiagonal obtenu associé aux conditions aux limites et à l'interface, sera résolu à l'aide de l'algorithme de Thomas ou TDMA **[45]**. Le calcul itératif se fait ligne par ligne, en choisissant un maillage non uniforme et suffisamment serré dans les zones à fort gradient et à l'interface gaz-liquide.

3.2 METHODE AUX DIFFERENCES FINIES

On est amené à rechercher la solution des équations aux dérivées partielles. Parmi les méthodes de résolutions couramment pratiquées dans ce cas, la méthode des différences finies est la plus facile d'accès. Nous utilisons donc un schéma aux différences finies implicite pour résoudre les équations de transfert d'énergie et de masse dans les deux phases. Comme ces équations sont couplées, nous les résolvons simultanément.

3.2.1 Méthode des différences finies

La méthode aux différences finies repose sur deux notions : la discrétisation des opérateurs de dérivation/différentiation d'une part, et la convergence du schéma numérique ainsi obtenu grâce aux formules de Taylor, on définit la discrétisation des opérateurs différentiels (dérivées premières, secondes, etc, partielles ou non). La formulation de Taylor-Young est préférable dans son utilisation simple, la formulation de Taylor avec reste intégral de Laplace permet de mesurer les erreurs.

3.2.2 Maillage

La première étape dans l'établissement de la procédure des différences finies pour résoudre les équations aux dérivées partielles est de remplacer le domaine continu par une grille c'est ce qu'on appelle maillage.

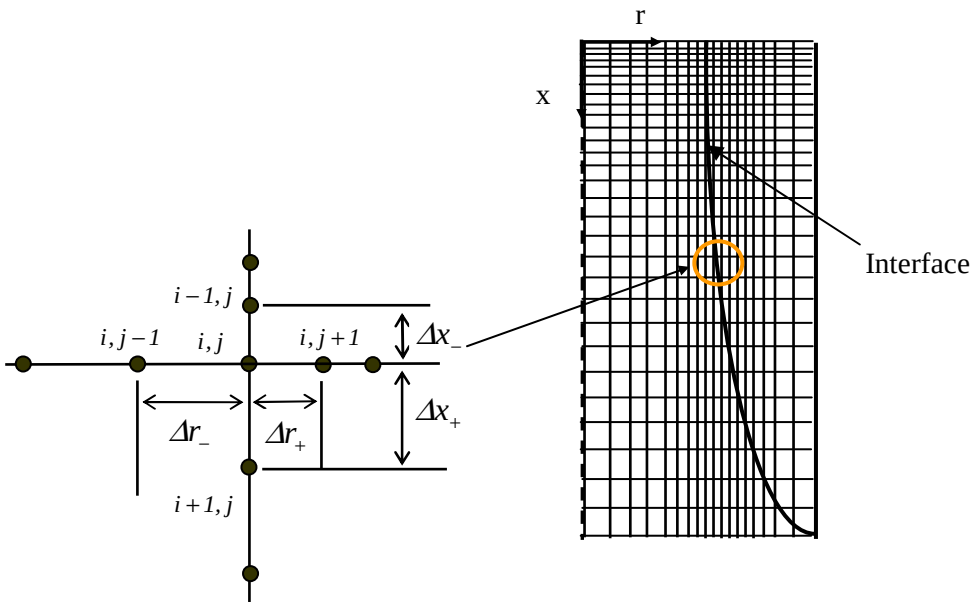


Figure 3.1 Maillage de calcul

Un maillage est un ensemble de points du domaine de définition sur lequel on va appliquer la méthode des différences finies. On appelle le pas du maillage la distance entre deux points successifs du maillage Ce pas n'est pas nécessairement constant, il est même judicieux de ne pas le fixer comme tel dans notre cas. La répartition des points du maillage dans le film est effectuée avec un pas très petit par rapport au gaz. Pour améliorer la précision des calculs, nous avons utilisé un maillage non uniforme augmentant le nombre de nœuds à l'entrée et au niveau de l'interface.

Les pas de calcul dans la direction axiale et dans la direction radiale (dans les deux phases) sont donnés par des séries géométriques comme suit :

$$r_{j+1} - r_j = \alpha(r_j - r_{j-1}) \qquad j = 1, \ldots\ldots NK \qquad \textbf{(3.1)}$$

$$x_{j+1} - x_j = \beta(x_j - x_{j-1}) \qquad i = 1, \ldots\ldots NI \qquad \textbf{(3.2)}$$

$$r^g{}_{j+1} - r^g{}_j = \alpha_g(r^g{}_j - r^g{}_{j-1}) \qquad j = 1, \ldots\ldots NJ \qquad \textbf{(3.3)}$$

$$r^L{}_{j+1} - r^L{}_j = \alpha_L(r^L{}_j - r^L{}_{j-1}) \qquad j = NJ + 1, \ldots\ldots NK - 1 \qquad \textbf{(3.4)}$$

NK : le nombre de nœuds dans le sens radial.
NJ : le nombre de nœuds dans le sens radial dans la phase gazeuse.
NL=NK-NJ : Le nombre de nœuds dans le sens radial dans la phase liquide.
NI : le nombre de nœuds dans la direction axiale.

Chaque nœud du maillage est repéré par rapport à l'axe des x et des r dans la phase liquide et la phase gazeuse respectivement par les indices i et j. Les coordonnées x et r d'un nœud (i, j) sont données par :

$$x_{i+1} - x_i = \beta(x_i - x_{i-1}) = \beta^2(x_{i-1} - x_{i-2}) = \ldots\ldots = \beta^{i-1}(x_2 - x_1) = \beta^{i-1}\Delta x_1$$

$$x_i - x_{i-1} = \beta^{i-2}\Delta x_1$$

$$x_{i-1} - x_{i-2} = \beta^{i-3}\Delta x_1 \qquad \textbf{(3.5)}$$

$$x_2 - x_1 = \beta\ \Delta x_1$$

On obtient finalement :

$$x_i = \frac{\beta^{i-1} - 1}{\beta - 1}\Delta x_1 \qquad \text{(Dans la direction axiale, } i = 1, \ldots\ldots, NI\ ) \qquad \textbf{(3.6)}$$

de la même façon on obtient :

$$r = \Delta r_{g1} \frac{\alpha_g^{j-1} - 1}{\alpha_g - 1} \qquad \text{(Dans la phase gazeuse, } j = 1, ..., NJ \text{)} \qquad \textbf{(3.7)}$$

$$r = \Delta r_{L1} \frac{\alpha_L^{j-1} - 1}{\alpha_L - 1} \qquad \text{(Dans la phase liquide, } j = NJ + 1, ..., NK - 1 \text{)} \qquad \textbf{(3.8)}$$

Si on considère L la longueur du tube : $L = \frac{\beta^{NI-1}}{\beta - 1} \Delta x_1$ **(3.9)**

Les pas de calcul est alors sous la forme : $\Delta x_1 = \frac{(1-\beta)L}{1-\beta^{NI-1}}$ **(3.10)**

a) Dans la phase gazeuse $0 < r < R - \delta_x$

$$R - \delta_x = \frac{\alpha_g^{NJ-1} - 1}{\alpha_g - 1} \Delta r_{g1} \qquad \textbf{(3.11)}$$

On aura alors :

$$\Delta r_{g1} = \frac{(1-\alpha_g)(R-\delta_x)}{1-\alpha_g^{NJ-1}} \qquad \textbf{(3.12)}$$

b) Dans la phase liquide $0 < r < \delta_x$

$$\delta_x = \frac{\alpha_L^{NL-1} - 1}{\alpha_L - 1} \Delta r_{L1}$$

$$\Delta r_{L1} = \frac{(1-\alpha_L)\,\delta_x}{1-\alpha_L^{NL-1}} \qquad \textbf{(3.13)}$$

3.3 DISCRETISATION

Dans l'approche des différences finies le domaine continu est discrétisé. Les variables dépendantes sont ainsi considérées comme existant uniquement en des points discrets. Les dérivées sont approchées par des différences résultant d'une représentation algébrique des équations aux dérivées partielles

Ecrire un schéma numérique de résolution de l'équation différentielle initiale signifie: substituer les formulations des dérivées/différentielles obtenues par approximation aux opérateurs eux-mêmes sur tous les points du maillage. Ainsi un problème impliquant un calcul a été transformé en un problème algébrique dans lequel une équation lie les valeurs passées, présentes et futures sans qu'on arrive à exprimer ces dernières seules.

On aboutit à un système d'équations à matrice triangulaire de dimension égale au nombre de nœuds du maillage. La structure du système permet une résolution simplifiée à l'aide de la méthode de Thomas.

La valeur d'une fonction f au nœud (i,j) est notée $f_{i,j}$.

Nous développons une approximation aux différences finies avec l'erreur de troncature $O(\Delta r)^2$ pour $\left.\frac{\partial f}{\partial r}\right|_{i,j}$ au point (i,j) en utilisant $f_{i,j}$, $f_{i,j+1}$ et $f_{i,j-1}$ quand le maillage est non uniforme. Nous adoptons la notation $\Delta r_+ = r_{i,j+1} - r_{i,j}$ et. $\Delta r_- = r_{i,j} - r_{i,j-1}$. Les développements en série de Taylor de la fonction f au point (i,j) donnent :

$$f_{i,j+1} = f_{i,j} + f'(\alpha\Delta r_-) + f''\frac{(\alpha\Delta r_-)^2}{2!} + f^{(3)}\frac{(\alpha\Delta r_-)^3}{3!} + \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \textbf{(3.14)}$$

$$f_{i,j-1} = f_{i,j} + f'(-\Delta r_-) + f''\frac{(-\Delta r_-)^2}{2!} + f^{(3)}\frac{(-\Delta r_-)^3}{3!} + \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \textbf{(3.15)}$$

Pour calculer $\left.\frac{\partial f}{\partial r}\right|_{i,j}$ nous procédons de la manière suivante :

$$f_{i,j+1} - \alpha^2 f_{i,j-1} = (1-\alpha^2) f_{i,j} + \alpha(\alpha+1) f'\Delta r^-$$

$$f'_{i,j} = \frac{1}{\alpha(\alpha+1)\Delta r^-}\left[f_{i,j+1} - \alpha^2 f_{i,j-1} - (1-\alpha^2) f_{i,j}\right] \quad \textbf{(3.16)}$$

De la même façon on obtient $\left.\frac{\partial f^2}{\partial r^2}\right|_{i,j}$:

$$f_{i,j+1} + \alpha f_{i,j-1} = (1+\alpha) f_{i,j} + \frac{\alpha}{2}(\alpha+1) f''\Delta r^{-2}$$

$$f''_{i,j} = \frac{2}{\alpha(\alpha+1)\Delta r^{-2}}\left[f_{i,j+1} + \alpha\ f_{i,j-1} - (1+\alpha\ ) f_{i,j}\right] \quad \textbf{(3.17)}$$

Les termes de convection et de diffusion radiale par une différence centrée :

$$\left.\frac{\partial f}{\partial r}\right|_{i,j} = \frac{f_{i,j+1} - f_{i,j-1}}{2\Delta r} + O(\Delta r) \quad \textbf{(3.18)}$$

Pour une meilleur précision, les conditions de continuité des contraintes de cisaillement et le flux de chaleur au niveau de l'interface gaz-liquide, sont approchées par une différence vers l'avant à l'ordre 2 en phase liquide et par une différence vers l'arrière à l'ordre *2* en phase

gazeuse pour les dérivées premières de la vitesse et de la température par rapport à la coordonnée radiale.

Les termes convectifs axiaux sont approchés par une différence vers l'avant :

$$\left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{i,j} = \frac{f_{i,j} - f_{i-1,j}}{\Delta x} + \mathrm{O}(\Delta x) \qquad \textbf{(3.19)}$$

3.3.1 Équations discrétisées du modèle

Les systèmes d'équations peuvent être mis sous la forme simple suivante :

$$\Omega_\varphi \left(u\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \upsilon \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\Gamma_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right] + S_\varphi \qquad \textbf{(3.20)}$$

Avec

φ : Variable dépendante, peut être u , T , w

Γ_φ : est le coefficient isotropique de diffusion

S_φ : Terme source de la grandeur φ considérée.

Tableau 3.1 Présentation des différents termes de l'équation de transport considérée

Équation (s)		Ω_φ	φ	Γ_φ	S_φ
Équation de mouvement	Liquide	ρ_L	u_L	μ_L	$-\frac{dP}{dx}$
	Gaz	ρ_g	u_g	μ_g	$-\frac{dP}{dx} - (\rho_0 - \rho_g)g$
Équation de la chaleur	Liquide	$\rho_L c_{pL}$	T_L	λ_L	0
	Gaz	$\rho_g c_{pg}$	T_g	λ_g	$\rho D_v (c_{pg} - c_{pa}) \frac{\partial T_g}{\partial r}\frac{\partial w_g}{\partial r}$
Équation de diffusion	Gaz	ρ_g	w_g	$\rho_g D_v$	0

La discrétisation de cette équation aux dérivées partielles est comme suit :

$$\frac{(\Omega_\varphi u)_j}{\Delta x_{i-1}}(\varphi_j^i - \varphi_j^{i-1}\left[(\Omega_\varphi v)_j - \frac{\Gamma_{\varphi j}}{r_j} - \Gamma_{r\varphi j} \right] \frac{1}{\alpha(\alpha+1)\Delta r^-}\left[\varphi_{j+1}^i - \alpha^2 \varphi_{j-1}^i - (1-\alpha^2)\varphi_j^i\right]$$

$$\left[-\Gamma_{\varphi j}\right]\frac{2}{\alpha(\alpha+1)\Delta r^{-2}}\left[\varphi_{j+1}^i + \alpha\ \varphi_{j-1}^i - (1+\alpha\ )\varphi_j^i\right] = S_\varphi \qquad \textbf{(3.21)}$$

Après aménagement des équations, on peut les mettre sous forme d'un système de matrice tridiagonale :

$$A\ \varphi_{i,j-1} + B\ \varphi_{i,j} + C\ \varphi_{i,j+1} = D \qquad \textbf{(3.22)}$$

avec :

$$\mathrm{A}= \Delta r^{-}\left[\left(\Omega_{\varphi}\, v\right)_j - \frac{\Gamma_{\varphi j}}{r_j} - \Gamma_{r\varphi j}\right] - 2\Gamma_{\varphi}$$

$$\mathrm{B}= -(1-\alpha^2)\Delta r^{-}\left[\left(\Omega_{\varphi}\, v\right)_j - \frac{\Gamma_{\varphi j}}{r_j} - \Gamma_{r\varphi j}\right] + 2\Gamma_{\varphi}(\alpha+1) + \alpha(\alpha+1)\Omega_{\varphi} u \frac{\Delta r_{-}^{2}}{\Delta x^{-}}$$

$$\mathrm{C}= -\alpha^2 \Delta r^{-}\left[\left(\Omega_{\varphi}\, v\right)_j - \frac{\Gamma_{\varphi j}}{r_j} - \Gamma_{r\varphi j}\right] + 2\Gamma_{\varphi}\alpha$$

$$\mathrm{D}= \Omega_{\varphi} u\alpha(\alpha+1)\frac{\Delta r^{2}{}_{\mathrm{j\text{-}1}}}{\Delta x_{i-1}}\varphi_{i-1,j} - S_{\varphi j}\alpha\ (\alpha\ +1)\Delta r^{2}{}_{-}$$

Tableau 3.2 Coefficients des équations discrétisées

Équation (s)		Liquide	Gaz
Equation de mouvement	A	$-\alpha_L^2(\rho v - \frac{\mu}{r} - \mu_r) - 2\alpha_L \frac{\mu}{\Delta r_{-}}$	$-\alpha_g^2(\rho v - \frac{\mu}{r} - \mu_r) - 2\alpha_g \frac{\mu}{\Delta r_{-}}$
	B	$\rho u \alpha_L(\alpha_L+1)\frac{\Delta r^{-}}{\Delta x_{-}} - (1-\alpha_L^2)$ $\left(\rho v - \frac{\mu}{r} - \mu_r\right) + 2(1+\alpha_L)\frac{\mu}{\Delta r_{-}}$	$\rho u \alpha_g(\alpha_g+1)\frac{\Delta r^{-}}{\Delta x_{-}} - (1-\alpha_g^2)$ $\left(\rho v - \frac{\mu}{r} - \mu_r\right) + 2(1+\alpha_g)\frac{\mu}{\Delta r_{-}}$
	C	$\rho v - \frac{\mu}{r} - \mu_r - 2\frac{\mu}{\Delta r_{-}}$	$\rho v - \frac{\mu}{r} - \mu_r - 2\frac{\mu}{\Delta r_{-}}$
	D	$\alpha_L(\alpha_L+1)\Delta r^{-}\left(-\frac{dP}{dx} + u_j^{i-1}\frac{\rho u}{\Delta x^{-}}\right)$	$\alpha_g(\alpha_g+1)\Delta r^{-}\left(-\frac{dP}{dx} - (\rho_0-\rho_g)g + u_j^{i-1}\frac{\rho u}{\Delta x^{-}}\right)$
Equation de la chaleur	A	$-\alpha_L^2(\rho v c_p - \frac{\lambda}{r} - \lambda_r) - 2\alpha_L\frac{\lambda}{\Delta r_{-}}$	$-\alpha_g^2\eta_g\Delta r^{-} + \alpha_g^2\Delta r^{-}\left(\lambda_r + \frac{\lambda}{r}\right) - 2\lambda\alpha_g^2$
	B	$\rho u c_p \alpha_L(\alpha_L+1)\frac{\Delta r^{-}}{\Delta x_{-}} - (1-\alpha_L^2)$ $\left(\rho v c_p - \frac{\lambda}{r} - \lambda_r\right) + 2(1+\alpha_L)\frac{\lambda}{\Delta r_{-}}$	$\rho u c_p \alpha_g(\alpha_g+1)\frac{\Delta r^{-2}}{\Delta x_{-}} - \eta_g\Delta r^{-}(1-\alpha_g^2)$ $-(1-\alpha_g^2)\Delta r^{-}\left(\lambda_r + \frac{\lambda}{r}\right) + 2\lambda(1+\alpha_g)$
	C	$\rho v c_p - \frac{\lambda}{r} - \lambda_r - 2\frac{\lambda}{\Delta r_{-}}$	$\eta_g\Delta r^{-} - \Delta r^{-}\left(\lambda_r + \frac{\lambda}{r}\right) - 2\lambda$
	D	$\rho u c_p \alpha_L(\alpha_L+1)\frac{\Delta r^{-}}{\Delta x_{-}} T_j^{i-1}$	$\rho u c_p \alpha_L(\alpha_L+1)\frac{\Delta r^{-}}{\Delta x_{-}} T_j^{i-1}$

Avec :

$$\eta_g = \rho c_p v - \frac{1}{\alpha_g(\alpha_g+1)\Delta r^-}\left[w_{1,j+1} - \alpha_g^2 w_{1,j-1} - (1-\alpha_g^2)w_{1,j}\right]\rho_g D_v (c_{pg} - c_{pa})$$

Tableau 3.3 Coefficients de l'équation de diffusion discrétisée

A	$-\alpha_g^2(\rho v - \frac{\rho D_v}{r} - (\rho D_v)_r) - 2\alpha_g \frac{\rho D_v}{\Delta r_-}$
B	$\rho u \alpha_g(\alpha_g+1)\frac{\Delta r^-}{\Delta x_-} - (1-\alpha_g^2)\left(\rho v - \frac{\rho D_v}{r} - (\rho D_v)_r\right) + 2(1+\alpha_g)\frac{\rho D_v}{\Delta r_-}$
C	$\rho v - \frac{\rho D_v}{r} - (\rho D_v)_r - 2\frac{\rho D_v}{\Delta r_-}$
D	$\rho u \alpha_g(\alpha_g+1)\frac{\Delta r^-}{\Delta x_-} w$

3.3.2 Discrétisation de l'équation de continuité dans les deux phases

L'équation de continuité dans les deux phases liquide et gaz peuvent s'écrire sous la forme :

$$\alpha^2(\rho v_k)^i_{j-1} + (\rho v_k)^i_j\left[(1-\alpha_k^2) - \frac{\alpha_k(\alpha_k+1)\Delta r^-}{r}\right] - (\rho v_k)^i_{j+1} = \alpha_k(\alpha_k+1)\frac{\Delta r^-}{\Delta x^-}\left[(\rho u_k)^i_j - (\rho u_k)^{i-1}_j\right] \quad \textbf{(3.23)}$$

$$Où\ k = L \quad ou \quad g$$

3.3.3 Discrétisation des équations à l'interface gas-liquide :

Les dérivées partielles de la vitesse $(\partial u/\partial r)_g$ et de la températures $(\partial T/\partial r)_g$ mises en jeu dans l'expression de la continuité de la contrainte de cisaillement et du flux thermique sont approchées par une différence vers l'avant à l'ordre 2 pour $(\partial \varphi/\partial r)_L$ et par une différence vers l'arrière à l'ordre 2 pour $(\partial \varphi/\partial r)_g$ avec φ signifie u ou T.

3.3.3.1 Discrétisations de l'équation de continuité de la contrainte de cisaillement

$$\tau = \mu_{L,eff}\frac{\partial u}{\partial r}\Big)_L = \mu_g \frac{\partial u}{\partial r}\Big)_g$$

$$\mu_{L,eff}\frac{-\alpha_L(\alpha_L+2)u_{i,NJ} + (\alpha_L+1)^2 u_{i,NJ+1} - u_{i,NJ+2}}{\alpha_L(\alpha_L+1)\Delta r_{NJ}} = \mu_g \frac{(2\alpha_g+1)u_{i,NJ} - (\alpha_g+1)^2 u_{i,NJ-1} + \alpha_g^2 u_{i,NJ-2}}{(\alpha_g+1)\Delta r_{NJ-1}} \quad \textbf{(3.24)}$$

3.3.3.2 Discrétisations de l'équation de continuité de flux de chaleur

$$\lambda_{L,eff}\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{L,I} = \lambda\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{g,I} + \dot{m}_I\ L_v = q_{sI} + q_{lI}$$

$$\lambda_{L,eff}\frac{-\alpha_L(\alpha_L+2)T_{i,NJ} + (\alpha_L+1)^2 T_{i,NJ+1} - T_{i,NJ+2}}{\alpha_L(\alpha_L+1)\Delta r_{NJ}} = \lambda_g\frac{(2\alpha_g+1)T_{i,NJ} - (\alpha_g+1)^2 T_{i,NJ-1} + \alpha_g^2 T_{i,NJ-2}}{(\alpha_g+1)\Delta r_{NJ-1}}$$

$$+\frac{\rho D_v}{(1-w_I)}L_v\frac{(2\alpha_g+1)w_{i,NJ} - (\alpha_g+1)^2 w_{i,NJ-1} + \alpha_g^2 w_{i,NJ-2}}{(\alpha_g+1)\Delta r_{NJ-1}} \qquad \textbf{(3.25)}$$

Les deux équations (3.24) et (3.25) sont adoptées comme conditions aux limites de couplage entre les deux domaines fluides. Les relations traduisant la continuité du flux thermique et celle de la contrainte de cisaillement à l'interface liquide-gaz doivent être mises sous la forme suivante :

$$A_{NJ}^n u_{i,NJ-1} + B_{NJ}^n u_{i,NJ} + C_{NJ}^n u_{i,NJ+1} = D_{NJ}^n \qquad \textbf{(3.26)}$$

$$A_{NJ}^n T_{i,NJ-1} + B_{NJ}^n T_{i,NJ} + C_{NJ}^n T_{i,NJ+1} = D_{NJ}^n \qquad \textbf{(3.27)}$$

3.3.4 Discrétisation des équations sur l'axe de symétrie:

3.3.4.1 Équation de mouvement :

$$B_1^1 u_{i,1} + C_1^1 u_{i,1} = D_1^1 \qquad \textbf{(3.28)}$$

$$B_1^1 = -\frac{(\rho u)_1}{\Delta x_{i-1}}2\Delta r_1 + \frac{8\mu_1}{\Delta r_1}$$

$$C_1^1 = -\frac{8\mu_1}{\Delta r_1}$$

$$D_1^1 = \frac{(\rho u)_1}{\Delta x_{i-1}}u_{0i,1}2\Delta r_1 + \left[-dP_d/dx + (\rho_1 - \rho_0)g\right]2\Delta r_1$$

3.3.4.2 Équation de la chaleur :

$$B_1^2 T_{i,1} + C_1^2 T_{i,1} = D_1^2 \qquad \textbf{(3.29)}$$

$$B_1^2 = -\frac{(\rho u)_1 c_{p1}}{\Delta x_{i-1}}2\Delta r_1 + \frac{8\lambda_1}{\Delta r_1}$$

$$C_1^2 = -\frac{8\lambda_1}{\Delta r_1}$$

$$D_1^2 = \frac{(\rho u)_1 c_{p1}}{\Delta x_{i-1}}T_{0i,1}2\Delta r_1$$

3.3.4.3 Équation de diffusion :

$$B_1^3 w_{i,1} + C_1^3 w_{i,1} = D_1^3 \qquad \textbf{(3.30)}$$

$$B_1^3 = -\frac{(\rho u)_1}{\Delta x_{i-1}} 2\Delta r_1 + \frac{8\rho_1 D_1}{\Delta r_1}$$

$$C_1^3 = -\frac{8\rho_1 D_{v1}}{\Delta r_1}$$

$$D_1^3 = \frac{(\rho u)_1}{\Delta x_{i-1}} w_{0i,1} 2\Delta r_1$$

3.4 ORGANIGRAMME DE CALCUL

Les systèmes d'équations obtenus après discrétisation peuvent être écrit sous forme de matrices tri diagonales. La résolution est alors assurée par l'algorithme de Simple développé par Patankar [39] pour l'inversion de matrices tri diagonales.

La méthode de résolution est itérative. A chaque itération, les équations de quantité de mouvement sont résolues en considérant le champ de pression disponible.

On utilise la méthode de Raithby et Schneider [40] appropriée aux écoulements incompressibles pour la correction de pression. Connaissant dP/dx une solution temporaire est obtenue pour les équations aux différences finies, une correction peut être obtenue en utilisant une forme de la méthode de Newton. La vitesse temporaire est corrigée en chaque point. La résolution de l'équation de la pression fournit les corrections à apporter aux champs de vitesses dont les nouvelles valeurs servent à résoudre les équations des autres variables scalaires (température et concentration).

Disposant du champ corrigé de la pression, on répète la procédure jusqu'à convergence. Pour mieux contrôler la convergence du processus itératif, une sous relaxation est introduite dans les équations algébriques. La convergence est considérée comme obtenue lorsque les valeurs des résidus des équations décrivant le modèle deviennent inférieures à une valeur ε (de l'ordre de 10^{-4}).

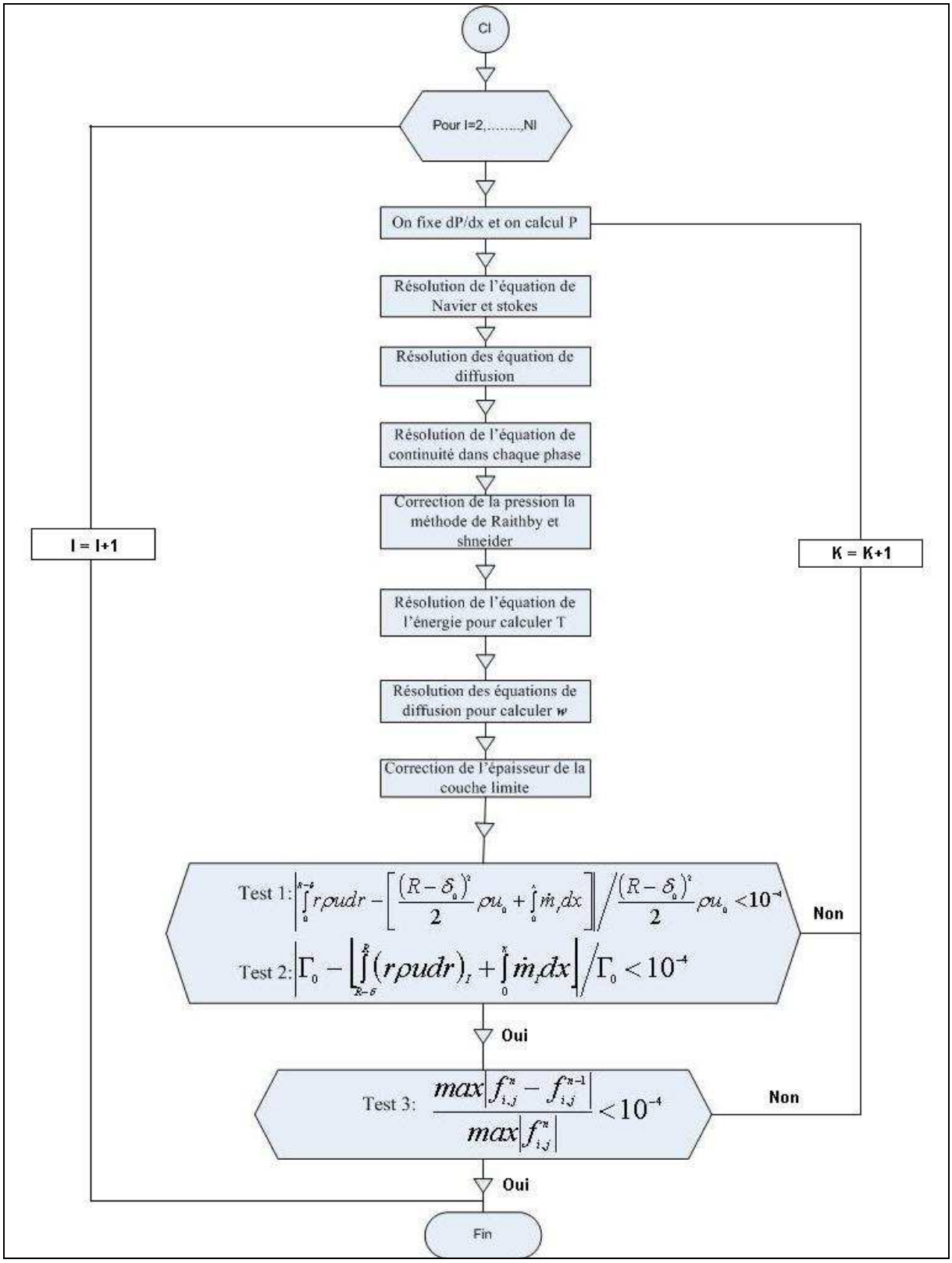


Figure 3.2 Organigramme de calcul

3.5 STABILITE DU SCHEMA DE CALCUL

Le maillage utilisé n'est pas uniforme. Le pas à l'entrée et au niveau de l'interface est petit. L'utilisation de grilles fines génère des problèmes de convergence. Il s'agit donc de trouver un optimum entre le temps de calcul et la précision. La vérification de la stabilité du calcul numérique est examinée pour différents maillages dans tous les cas étudiés.

3.5.1 Paroi adiabatique

Le tableau 3.4 donne pour un nombre fixé de sections de calcul suivant la direction axiale, la variation du flux sensible, en fonction du nombre de points choisis suivant la direction axiale I et radiale J dans le liquide et k dans le gaz. La détermination du maillage optimum nous a conduit à retenir un maillage de 101×61×31 avec une erreur moyenne qui ne dépassant pas 3%.

Tableau 3.4 Influence du maillage sur le flux sensible dans le cas du méthanol, avec $\Gamma_0 = 5{,}425\times10^{-4}\, kg/s$ et $\mathrm{Re} = 2000$

I×J×K x/d	**201x81x61**	**101x81x31**	**101x61x31**	**81x61x21**	**81x31x21**
3,60	166,60	167,53	168,07	176,98	178,92
10,12	90,36	90,82	91,20	94,78	95,98
26,95	44,03	44,65	44,90	45,52	46,24
57,89	20,28	20,71	20,86	20,53	20,97
80,75	12,18	12,58	12,69	13,01	13,36
100,00	7,44	8,00	8,10	8,08	8,37

3.5.2 Paroi soumise à un flux constant et uniforme

Plusieurs tailles de grille ont été testées pour garantir la stabilité du schéma numérique. Le maillage 101×61×31 est adopté. Ce choix est justifié par une étude comparative nombre Sherwood déterminé pour les différents cas. Les cas considérés pour cette optimisation sont donnés dans le tableau 3.5.

Tableau 3.5 Comparaison du nombre de Sherwood pour différents maillages dans le cas de l'éthanol $\Gamma_0 = 6{,}52\ 10^{-3}\ kg/s$, $\mathrm{Re} = 2000$, $q_p = 1000\ W/m^2$.

I×J×K **x/d**	**101×61×31**	**201×81×51**	**201×121×81**	**51×81×21**
2,38	11,70	11,71	11,71	12,91
8,74	7,218	7,222	7,218	7,296
12,99	6,432	6,428	6,424	6,484
41,99	5,278	5,274	5,270	5,285
100	5,283	5,282	5,281	5,276

3.6 VALIDATION DU MODELE

Afin de vérifier l'exactitude de la procédure numérique de calcul, nous avons comparé nos résultats avec ceux de **Yan [30]** dans le cas de l'évaporation d'un film d'eau dans un tube vertical à paroi soumise à un flux uniforme et d'un film d'éthanol dans le cas où la paroi est maintenue à température constante. La figure 3.3 illustre les variations du nombre de Nusselt sensible local le long du tube dans le cas de l'eau. Sur la figure 3.4 on représente le nombre de Nusselt total dans le cas de l'éthanol. On constate que l'accord est satisfaisant entre la présente étude et la simulation de **Yan [30]**. L'écart entre les deux études ne dépasse pas 3%.

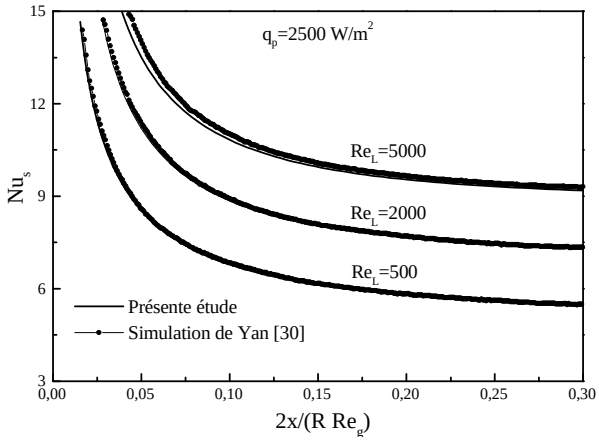


Figure 3.3 Variation axiale du nombre de Nusselt sensible Nu_s pour un film d'eau

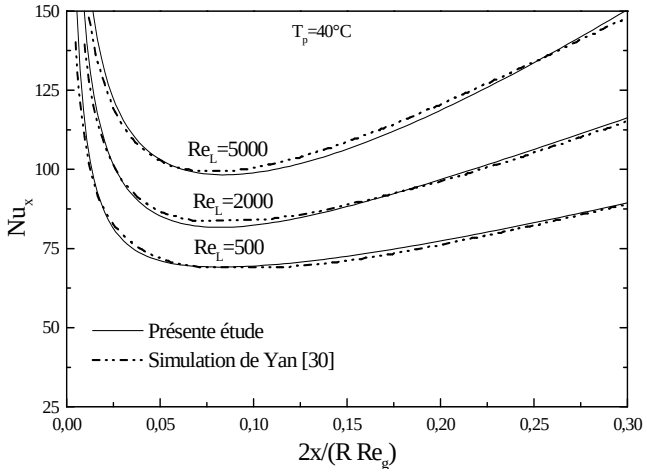


Figure 3.4 Variation axiale du nombre de Nusselt total Nu_x pour un film d'éthanol

3.7 CONCLUSION

Le choix du maillage optimum a été nécessaire pour un bon compromis entre le critère de stabilité de calcul de l'algorithme de Thomas et l'occupation acceptable de mémoire.

L'utilisation d'une progression géométrique nous a permis d'obtenir un maillage serré au voisinage de l'interface liquide-gaz. Dans la direction radiale, les nœuds du maillage sont distribués au voisinage de l'interface coté gaz en utilisant une progression géométrique de raison ($\alpha_g = 0,97$) et du coté liquide avec une raison ($\alpha_L = 1,02$).

Pour mieux contrôler la convergence du processus itératif, une sous relaxation implicite a été prise en considération avec des paramètres de relaxation différents pour chaque variable.

La procédure numérique développée a été validée par rapport aux travaux antérieurs. Compte tenu de ces validations, le modèle numérique établi est considéré comme approprié pour étudier le problème actuel.

Chapitre 4

Etude du refroidissement d'un film turbulent par un jet d'air laminaire

4.1 INTRODUCTION

L’utilisation des échangeurs thermiques classiques pour le refroidissement d’effluents industriels pose des problèmes de surface d’échange, et de conduction tubulaire faibles qui peuvent limiter les échanges thermiques. Particulièrement dans le cas des échangeurs à serpentin, fréquemment utilisé pour le refroidissement des liquides moyennant un flux gazeux, la surface d’échange se trouve très réduite. L’utilisation d’évaporateur à film ruisselant peut pallier ce problème en permettant un contact direct entre les deux fluides ainsi q’une surface d’échange plus importante.

Dans l’objectif de situer les conditions optimales au refroidissement par évaporation d’un film liquide constitué d’éthanol ou de méthanol, une étude paramétrique a été menée numériquement. Ensuite, une étude comparative entre les alcools étudiés et l’eau est effectuée pour déterminer le fluide permettent d’obtenir le meilleur refroidissement.

4.2 PARAMETRES DE SIMULATION

Le modèle de calcul présenté est appliqué à un film d'éthanol ou de méthanol s'écoulant le long de la paroi interne d'un tube de rayon $R = 0{,}01\ m$ isolé thermiquement. Le fluide étant introduit dans le tube à une température relativement élevée $T_{L0} = 40\,°C - 60°C$, un écoulement gazeux constitué d'air sec est acheminé a travers le cylindre dans le sens descendant dans le but de refroidir le film liquide.

L'air sec est introduit à $T_0 = 20 - 40°C$ et à pression atmosphérique. Le flux gazeux est considéré comme laminaire. Dans ce cas le nombre de Reynolds est fixé à 1000 ou 2000. Le débit liquide est maintenu à $\Gamma_0 = 1.10^{-2} - 4.10^{-2}\ kgs^{-1}$.

Tableau 4.1 Paramètres de simulation pour l'éthanol

T_{L0}	Γ_0	Re	T_g	Re_L	Pr	Sc
40°C	1 10^{-2} kg s^{-1}	2000	20°C	784	0,71	1,27
60°C	2 10^{-2} kg s^{-1}	2000	20°C	2188	0,71	1,27
40°C	4 10^{-2} kg s^{-1}	2000	20°C	1560	0,71	1,27
60°C	2 10^{-2} kg s^{-1}	2000	40°C	2188	0,71	1,27
60°C	2 10^{-2} kg s^{-1}	1000	20°C	2188	0,71	1,27

Tableau 4.2 Paramètres de simulation pour le méthanol

T_{L0}	Γ_0	Re	T_g	Re_L	Pr	Sc
40°C	1 10^{-2} kg s^{-1}	2000	20°C	1436	0,71	0,97
60°C	2 10^{-2} kg s^{-1}	2000	20°C	3535	0,71	0,97
40°C	4 10^{-2} kg s^{-1}	2000	20°C	5707	0,71	0,97
60°C	2 10^{-2} kg s^{-1}	2000	40°C	3535	0,71	0,97
60°C	2 10^{-2} kg s^{-1}	1000	20°C	3535	0,71	0,97

Tableau 4.3 Paramètres de simulation pour l'eau

T_{L0}	Γ_0	Re	T_g	Re_L	Pr	Sc
60°C	$2\ 10^{-2}$ kg s^{-1}	2000	20°C	2750	0,71	0,599

4.3 ETUDE PARAMETRIQUE DE L'EVAPORATION DE L'ETHANOL OU DU METHANOL

4.3.1 Profil des vitesses

Les figures 4.1 et 4.4 représentent l'évolution de la composante longitudinale de la vitesse en fonction de la distance radiale pour différentes positions axiales et pour différentes conditions de simulation.

Le profil de la composante longitudinale en fonction de la distance radiale évolue de la distribution uniforme imposée à l'entrée vers la forme parabolique caractéristique de l'écoulement de poiseuille au fur et à mesure que le gaz s'écoule à travers le tube.

Dans la phase liquide, l'épaisseur du film est faible favorisant normalement l'écoulement par diffusion. Toutefois, le choix du débit est effectué de manière à créer la turbulence au niveau du film liquide ($Re_L > 1500$). Il en résulte que la composante axiale de la vitesse décrit un profil parabolique de type poiseuille. On peut constater dans le liquide que la vitesse ne varie que très peu en fonction de la position de la section de calcul. L'hypothèse faite dans les études antérieures **[3,30]** sur les faibles variations de la vitesse dans le liquide en fonction de x est ainsi justifiée.

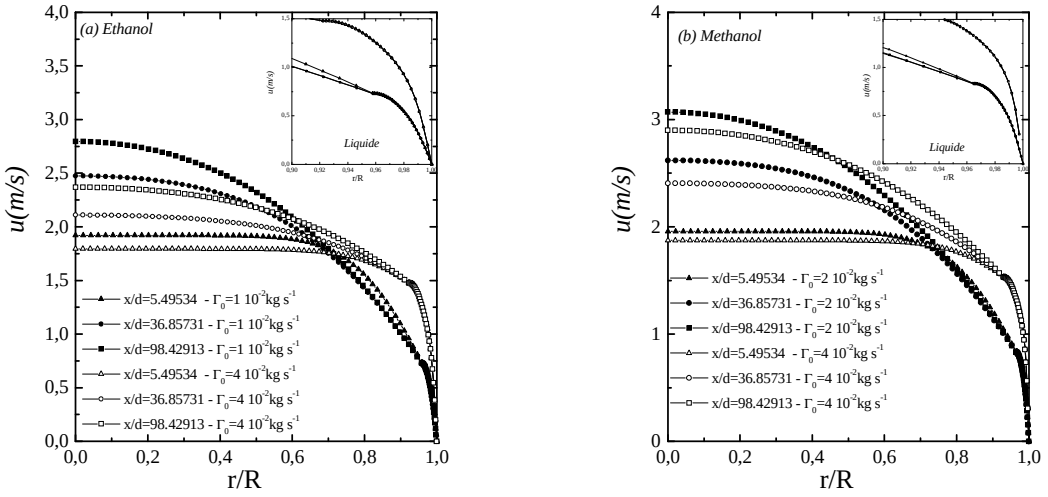


Figure 4.1 Effet du débit sur le profil de vitesse à différentes sections du tube.

$$q_p = 0\ w.m^{-2},\ Re_g = 2000,\ T_{L0} = 40\,°C,\ T_g = 20°C$$

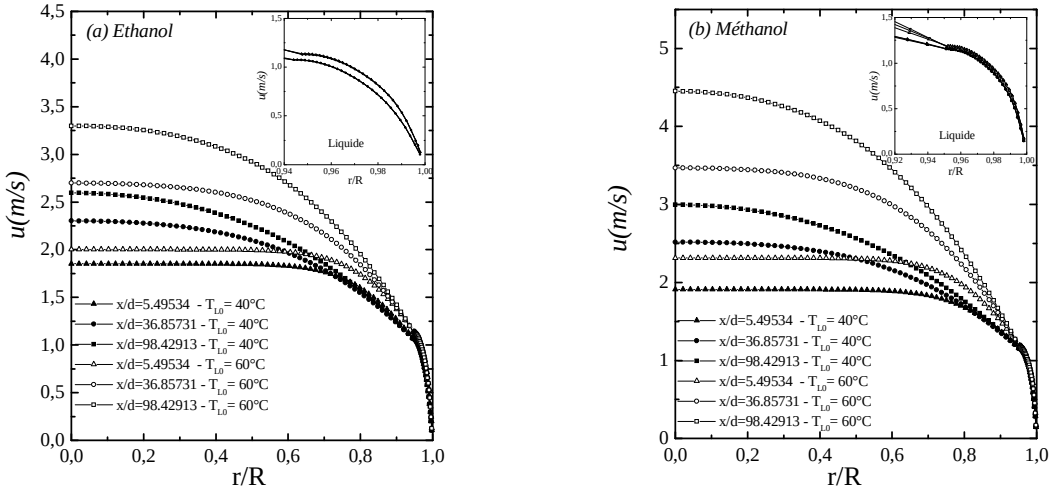


Figure 4.2 Effet de la température du film sur le profil de vitesse à différentes sections du tube. $q_p = 0\ w.m^{-2},\ Re_g = 2000,\ T_g = 20°C,\ \Gamma_0 = 2\ 10^{-2}\ kg.s^{-1}$,

La figure 4.1 représente l'évolution de la vitesse longitudinale en fonction de la coordonnée radiale pour différents débits liquide. Contrairement au film liquide, la vitesse de l'écoulement gazeux décroît peu avec le débit liquide sauf à la sortie du tube.

Dans l'objectif de montrer l'influence de la température initiale du film sur l'évaporation, nous avons tracé le profil de la composante longitudinale de la vitesse pour des simulations dont le film liquide est acheminé à l'entrée du tube avec une température égale à 40°c (respectivement 60°C) comme le montre la figure 4.2.

L'augmentation de la température du film engendre une intensification des forces thermiques augmentant l'agitation moléculaire ce qui permet une évaporation plus facile des molécules de la surface du film. Ainsi la valeur maximale de la composante longitudinale de la vitesse prend une valeur plus importante quand la température du film à l'entrée augmente. Cette constatation est valable pour les deux fluides étudiés. On note également que la vitesse croît rapidement quand le film liquide progresse vers la sortie du tube.

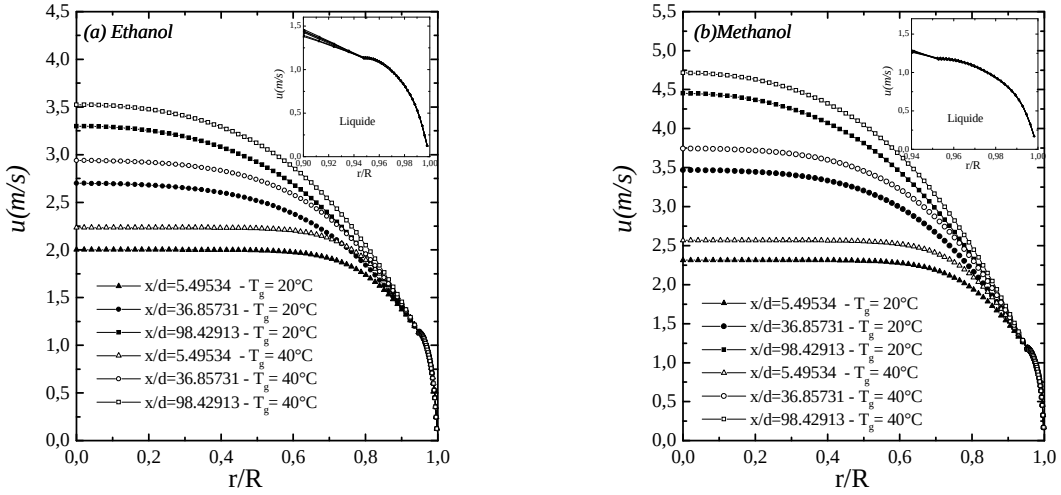


Figure 4.3 Effet de la température du gaz sur le profil de vitesse à différentes sections du tube. $q_p = 0\ w.m^{-2}$, $Re_g = 2000$, $T_{L0} = 60°C$, $\Gamma_0 = 2\ 10^{-2}\ kg.s^{-1}$

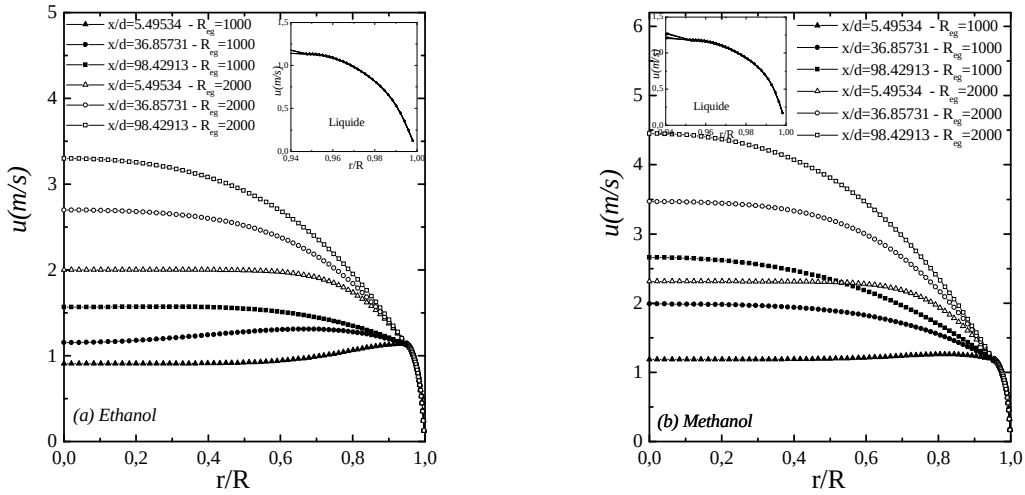


Figure 4.4 Effet du nombre de Reynolds gazeux sur le profil de vitesse à différentes sections du tube. $q_p = 0\ w.m^{-2}$, $T_g = 20°C$, $T_{L0} = 60°C$, $\Gamma_0 = 2\ 10^{-2}\ kg.s^{-1}$,

La figure 4.3 et la figure 4.4 représentent l’effet de la température du gaz à l’entrée et le nombre de Reynolds gazeux sur l’évolution du profil de vitesse pour différentes positions de la section de calcul.

Ainsi la température du gaz et le nombre de Reynolds ont un effet incontestable sur le profil des vitesses. L’augmentation de la température du gaz se traduit par une élévation de la vitesse au niveau de l’écoulement gazeux. De la même manière l’augmentation du débit gazeux permet d’évacuer les molécules de surface favorisant ainsi le phénomène d’évaporation. D’après la figure 4.4, une distorsion de profile de vitesse à l’entrée du tube est constatée. Elle est causée par les forces de flottabilités qui se manifestent pour des températures élevées du gaz associées à un nombre de Reynolds faible.

4.3.2 Profil des températures

Les variations des distributions de température dans les deux phases pour différentes positions axiales en fonction de la coordonnée radiale sont illustrées sur les figures 4.5 à 4.8. On relève qu'au fur et à mesure que l’écoulement progresse dans le tube, le profil de la température dans la phase gazeuse augmente d’intensité. La tendance inverse est constatée dans la phase liquide. Cet aspect prouve que le transfert thermique se produit du liquide vers le gaz. En effet, on constate que l’évaporation partielle du film s’accompagne d’une augmentation de la température du gaz au voisinage de l’interface due à l’énergie thermique libérée par mode latent. L’énergie interne emmagasinée dans le film est épuisée partiellement par l’évaporation d’une portion de celui-ci, et par conséquent la température du liquide diminue.

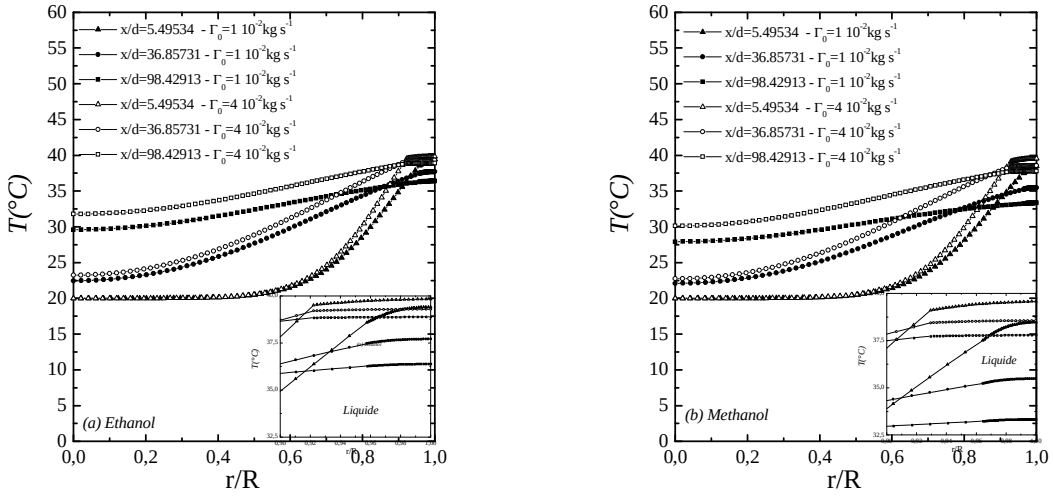


Figure 4.5 Effet du débit liquide sur le profil de température à différentes sections du tube. $q_p = 0\ w.m^{-2}$, $Re_g = 2000$, $T_{L0} = 40\,°C$, $T_g = 20°C$

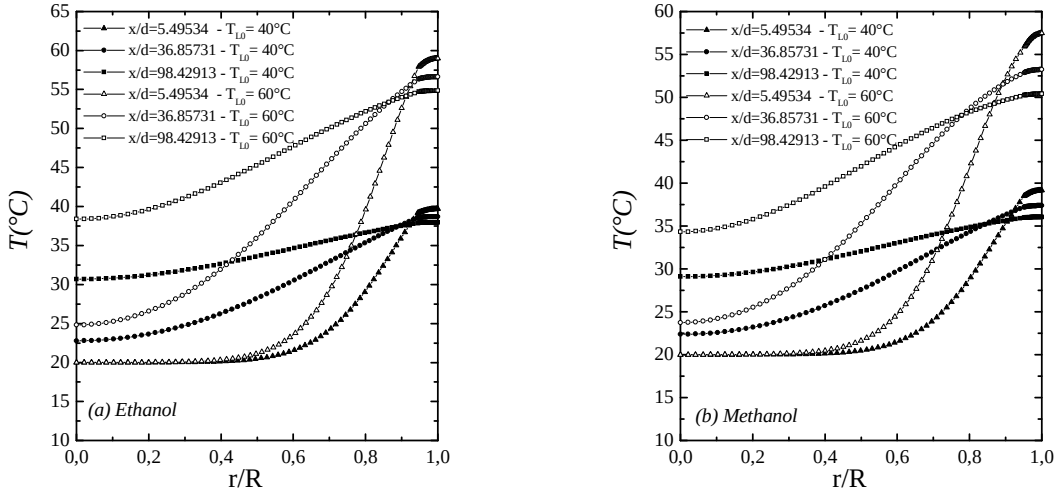


Figure 4.6 Effet de la température du film sur le profil de température à différentes sections du tube. $q_p = 0\ w.m^{-2}$, $Re_g = 2000$, $T_g = 20°C$, $\Gamma_0 = 2\,10^{-2}\ kg.s^{-1}$,

La figure 4.5 et la figure 4.6 visualisent l'effet du débit et de la température du film liquide sur la température dans les deux phases. Quand le débit liquide est relativement élevé la température dans le liquide diminue peu par rapport à l'entrée. Le refroidissement d'un film liquide est donc défavorisé par l'augmentation du débit liquide.

L'augmentation du débit du film à l'entrée du tube s'accompagne de l'augmentation de la température dans l'écoulement gazeux. La quantité évaporée est plus importante à grand débit se traduisant par une évacuation plus élevée d'énergie vers l'écoulement gazeux.

La température du film à l'entrée influe de manière très significative sur les distributions des températures dans la phase gazeuse le long du tube (figure 4.6). L'énergie apportée par un film liquide relativement chaud est importante, ceci a pour conséquence une évaporation plus intense. Tandis que l'effet de la température du film est très visible sur la figure 4.6, l'effet du débit reste plus faible sauf à la sortie du tube comme le montre la figure 4.5.

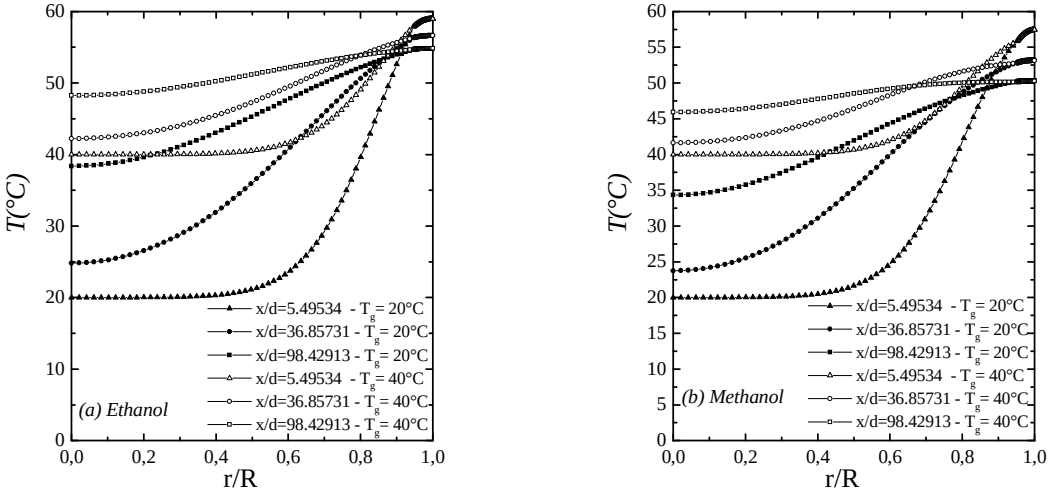


Figure 4.7 Effet de la température du gaz sur le profil de température à différentes sections du tube. $q_p = 0\ w.m^{-2}$, $Re_g = 2000$, $T_{L0} = 60°C$, $\Gamma_0 = 2\ 10^{-2}\ kg.s^{-1}$,

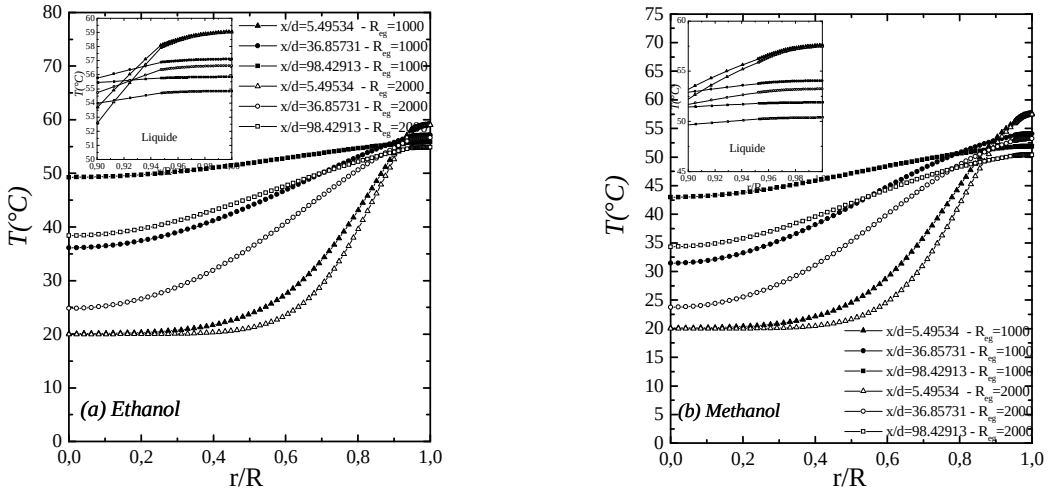


Figure 4.8 Effet du nombre de Reynolds gazeux sur le profil de température à différentes sections du tube. $q_p = 0\ w.m^{-2}$, $Re_g = 2000$, $T_{L0} = 60°C$, $\Gamma_0 = 2\,10^{-2}\ kg.s^{-1}$,

Sur les figures 4.7 et 4.8 on représente l'effet de la température et du Reynolds de l'air à l'entrée sur le profil des températures dans les deux phases. La température dans la phase liquide est très peu influencée par la température du gaz comme on peut le voir sur la figure 4.7. Par contre l'effet de l'augmentation du nombre de Reynolds gazeux est plus prononcé figure 4.8. En effet, l'augmentation du débit du gaz, se traduit par un échauffement du gaz et un refroidissement du liquide qui est de plus en plus important quand l'écoulement avance dans le tube.

4.3.3 Profil de la fraction massique dans le gaz

Afin d'étudier l'effet des paramètres retenus du problème sur l'évaporation, on visualise l'évolution de la fraction massique dans la phase gazeuse pour différentes sections du tube sur les figures 4.9, 4.12. Le profil obtenu est similaire au profil des températures.

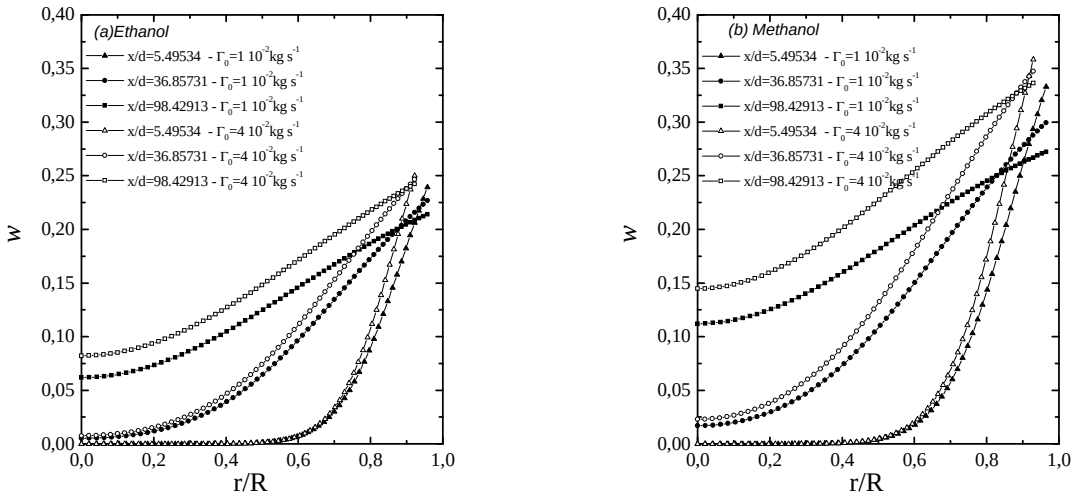


Figure 4.9 Effet du débit liquide sur le profil de la fraction massique du gaz à différentes sections du tube. $q_p = 0\ w.m^{-2}$, $Re_g = 2000$, $T_{L0} = 40°C$, $T_g = 20°C$

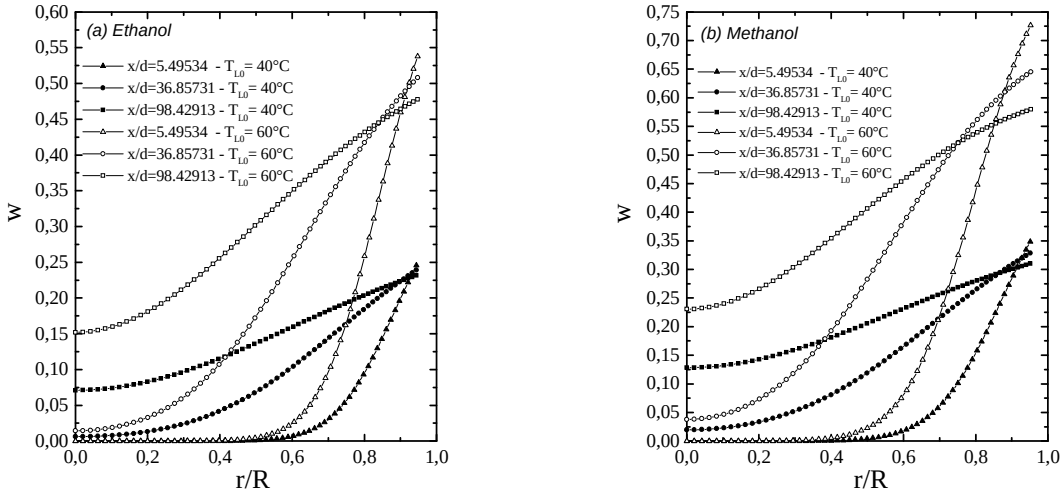


Figure 4.10 Effet de la température du film sur le profil de la fraction massique à différentes sections du tube. $q_p = 0\ w.m^{-2}$, $Re_g = 2000$, $T_g = 20°C$, $\Gamma_0 = 2\ 10^{-2}\ kg.s^{-1}$,

La fraction massique en phase gazeuse croit progressivement le long du tube. Au niveau de l'interface elle diminue au fur et a mesure que l'écoulement du gaz progresse dans le tube. En effet l'humidité ambiante influe sur le transfert de chaleur et de masse. Ainsi plus le milieu est sec plus le flux d'évaporation est important faisant absorber plus d'énergie calorifique à l'interface.

D'une manière similaire à celle de la température, la fraction massique dans le gaz croit légèrement avec l'augmentation du débit. Par contre l'effet de la température du film est plus marqué se traduisant par une fraction massique plus importante en phase gazeuse. L'évaporation des alcools étudiés serait plus sensible à la température du film que le débit. La fraction massique dans le gaz et par conséquent l'évaporation est insensible à la température du gaz figure 4.11. Par contre l'accroissement du débit du gaz (figure 4.12) se traduit par une diminution de la fraction que ce soit au niveau de l'écoulement gazeux ou de l'interface.

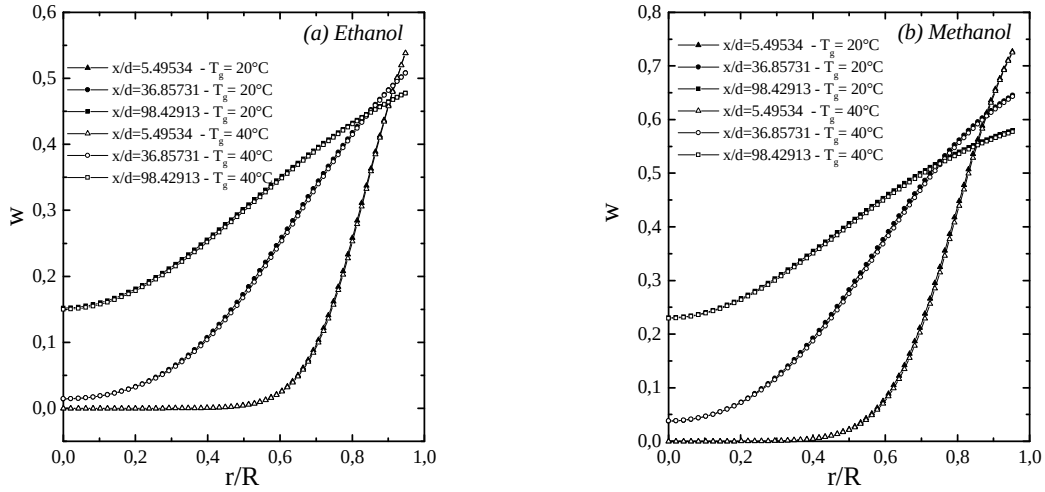


Figure 4.11 Effet de la température du gaz sur le profil de la fraction massique à différentes sections du tube. $q_p = 0\ w.m^{-2}$, $Re_g = 2000$, $T_{L0} = 60°C$, $\Gamma_0 = 2\ 10^{-2}\ kg.s^{-1}$

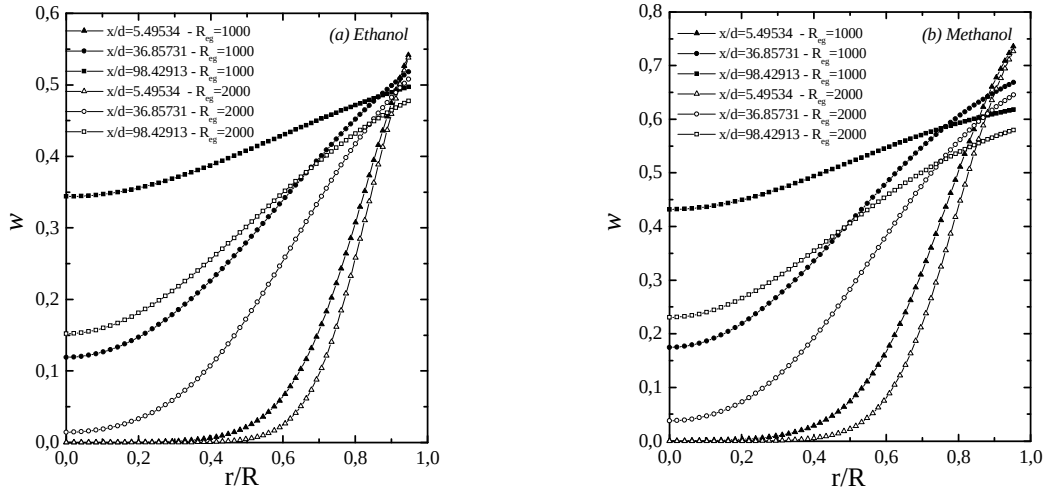


Figure 4.12 Effet du nombre de Reynolds gazeux sur le profil de température à différentes sections du tube. $q_p = 0\ w.m^{-2}$, $Re_g = 2000$, $T_{L0} = 60°C$, $\Gamma_0 = 2\ 10^{-2}\ kg.s^{-1}$.

4.3.4 Température à la paroi et à l'interface

Les températures à l'interface et à la paroi sont relativement voisines sauf à l'entrée du tube. Ceci s'explique aisément par l'épaisseur faible du film surtout quand on s'éloigne de l'entrée du tube.

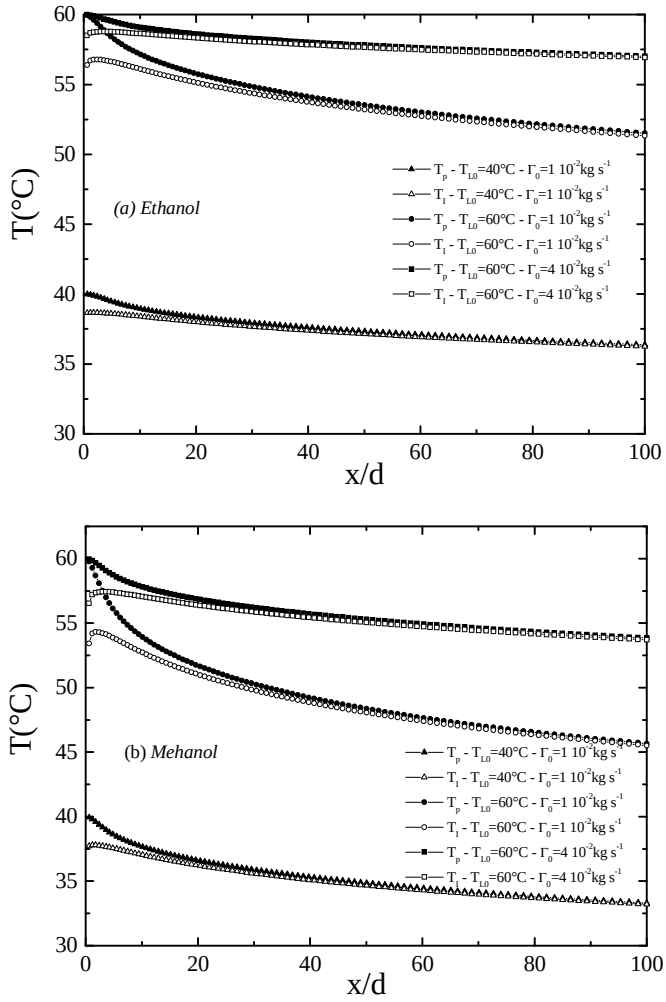


Figure 4.13 Effet du débit et de la température du liquide sur la température à la paroi et à l'interface. $q_p = 0\ w.m^{-2}$, $Re_g = 2000$, $T_g = 20°C$

Ce sont des fonctions décroissantes de la position axiale au niveau du tube. Cette baisse est occasionnée par le transfert de chaleur entre le liquide et le gaz. Ainsi, l'énergie contenue dans le liquide est partiellement évacuée par mode latent, ce qui conduit à l'abaissement de la température du film. En fait, ce sont les molécules les plus agitées du film liquide qui arrivent à vaincre les forces de Van Der Waals et s'échappent du liquide. Les molécules présentant une énergie cinétique moyenne plus basse restent à l'état liquide. Donc, l'évaporation entraîne un refroidissement du film puisque la température représente le niveau d'énergie cinétique des molécules.

La température et le débit du film à l'entrée du tube ont un effet indéniable sur la température du film liquide comme le montre la figure 4.13. Celles-ci sont d'autant plus faibles que le débit liquide est plus bas. Ce résultat a été relevé par **Tsay et al. [16]** dans le cas de

l'éthanol. Les températures à la paroi et à l'interface sont proches quand la température du film est relativement faible et le débit important.

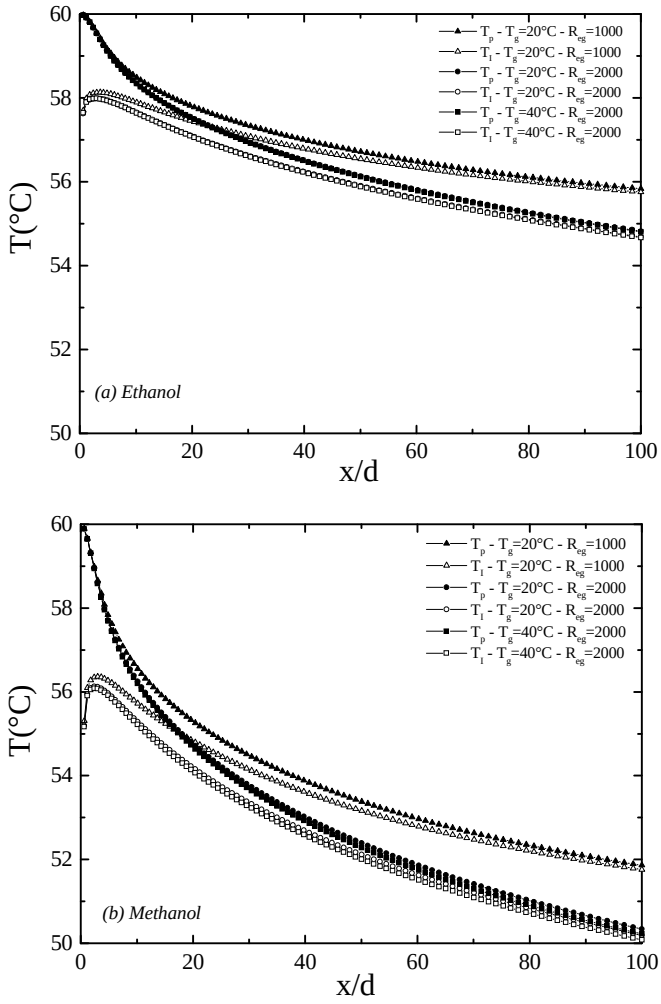


Figure 4.14 Effet de la température et du Reynolds gazeux sur les températures à la paroi et à l'interface. $q_p = 0\ w.m^{-2}$, $Re_g = 2000$, $T_{L0} = 60°C$, $\Gamma_0 = 2\ 10^{-2}\ kg.s^{-1}$,

La température du film liquide diminue avec l'augmentation du nombre de Reynolds gazeux. La figure 4.14 étant réalisée pour un gaz s'écoulant en régime laminaire, on s'attend alors à un effet de Reynolds plus important en régime turbulent. Ce résultat est tout à fait prévisible puisque l'augmentation du nombre de Reynolds favoriserait théoriquement le transfert thermique entre l'interface et le gaz. Comme on peut le voir sur la même figure, la température en phase liquide est insensible à la variation de la température du gaz.

4.3.5 Nombres de Nusselt et de Sherwood

Les figures 4.15-4.18 présentent les variations du nombre de Nusselt sensibles et latents pour l'éthanol et le méthanol en fonction du débit et de la température d'entrée du film et aussi en fonction du Reynolds et de la température du gaz. On relève que les nombres de Nusselt sensibles au niveau de l'interface (figure 4.15 et 4.16) diminuent fortement avec l'augmentation de la coordonnée longitudinale jusqu'à $x/d = 20$. Ensuite ils tendent asymptotiquement vers une valeur sensiblement constante. Cette évolution résulte de la définition même du nombre de Nusselt local. En effet, celui-ci traduit globalement l'évolution du rapport du flux convectif et conductif le long du tube. Les transferts convectifs sont donc plus intenses à l'entrée du tube pour les deux fluides favorisant ainsi le transfert thermique dans cette zone.

Cette tendance se confirme par le tracé des courbes de Nusselt latent (figures :4.17 et 4.18) caractérisant le flux énergétique qui s'opère entre le film liquide et le gaz. Ceci peut s'expliquer par le fait qu'au fur et à mesure que l'écoulement progresse dans le tube, les gradients thermiques et massiques au niveau de l'interface diminuent et l'échange se fait essentiellement par conduction.

Pour avoir des informations sur le transfert de masse au niveau de l'interface nous avons tracé sur la figure 4.19, le nombre de Sherwood pour l'éthanol et le méthanol. Ce dernier suit globalement la même tendance que le flux latent. Ainsi le flux massique engendré par convection est plus élevé par rapport à celui du à la diffusion surtout au niveau de l'entrée, pour $x/d > 20$ il devient presque constant.

L'évaporation des fluides étudiés serait donc plus intense à l'entrée du tube grâce aux transferts convectifs plus importants dans cette région par rapport aux flux conductifs et diffusionnels. Le nombre de Nusselt sensible est faible par rapport au nombre de Nusselt latent ce qui montre que le transfert de chaleur au niveau de l'interface se fait essentiellement par mode latent. Tout comme pour l'évolution des températures, de la composante longitudinale de la vitesse et la fraction massique, la volatilité du fluide est liée au transfert de chaleur par mode latent : le fluide le plus volatil présente un Nusselt latent élevé donc une évaporation plus intense.

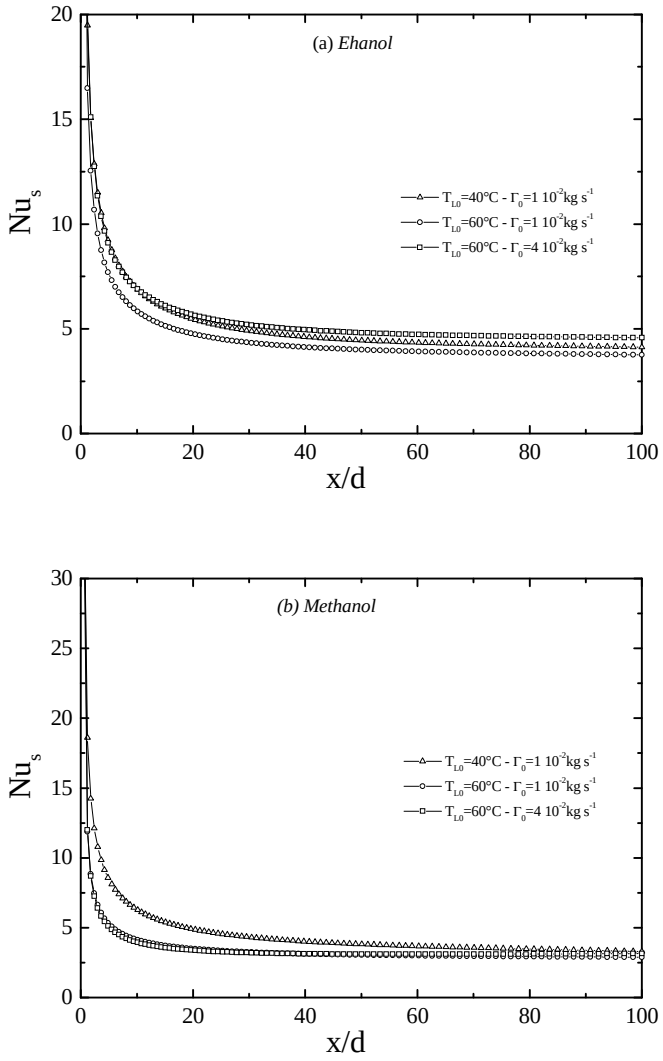


Figure 4.15 Effet du débit et de la température liquide sur le nombre de Nusselt sensible.

$$q_p = 0\ w.m^{-2},\ Re_g = 2000,\ T_g = 20°C$$

La figure 4.15 présente les variations du nombre de Nusselt sensible pour l'éthanol en fonction du débit et de la température d'entrée du film dans le tube. De la même manière, l'effet de la température et du nombre de Reynolds gazeux sur Nu_s sont illustrés sur la figure 4.16. La figure 4.15 (a) montre que, pour le film d'éthanol, l'augmentation de la température ou la diminution du débit liquide se traduit par la diminution du nombre de Nusselt sensible.

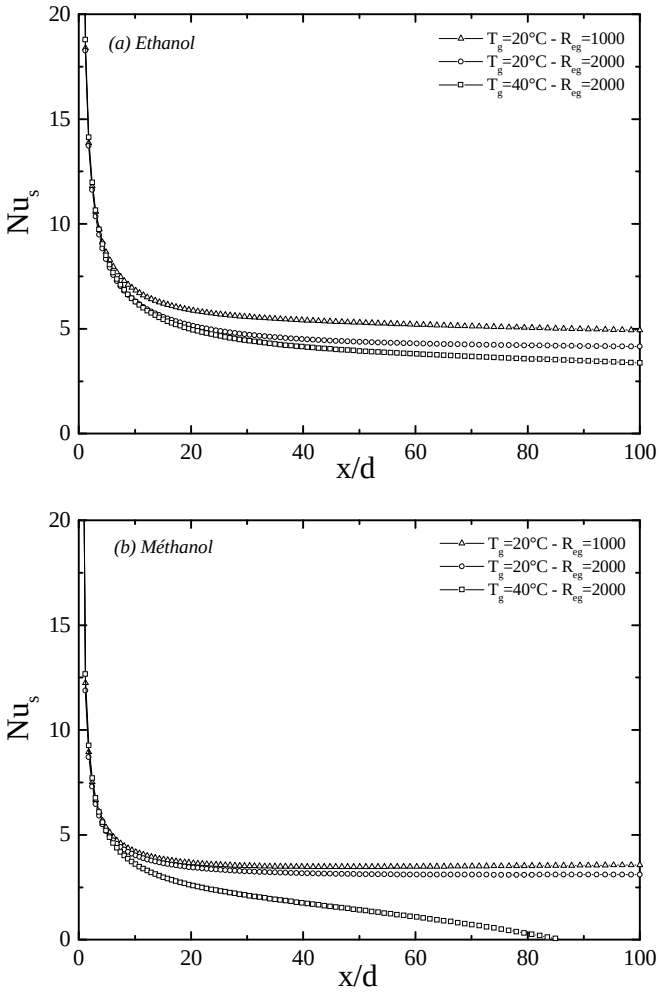


Figure 4.16 Effet de la température et du Reynolds gazeux sur le nombre de Nusselt sensible

$$q_p = 0\ w.m^{-2},\ T_{L0} = 60°C,\ \Gamma_0 = 2\ 10^{-2}\ kg.s^{-1}$$

Pour le méthanol, comme on peut constater sur la figure 4.15 (b), le nombre de Nusselt sensible est insensible à la variation du débit liquide. Quand à l'élévation de la température du film elle permet de diminuer le nombre de Nusselt sensible.

Sur la figure 4.16, nous avons tracé l'évolution du Nus en fonction du nombre de Reynolds gazeux. On constate globalement qu'une augmentation du débit ou de la température au niveau du gaz a pour conséquence la réduction du nombre de Nusselt sensible au niveau de l'interface.

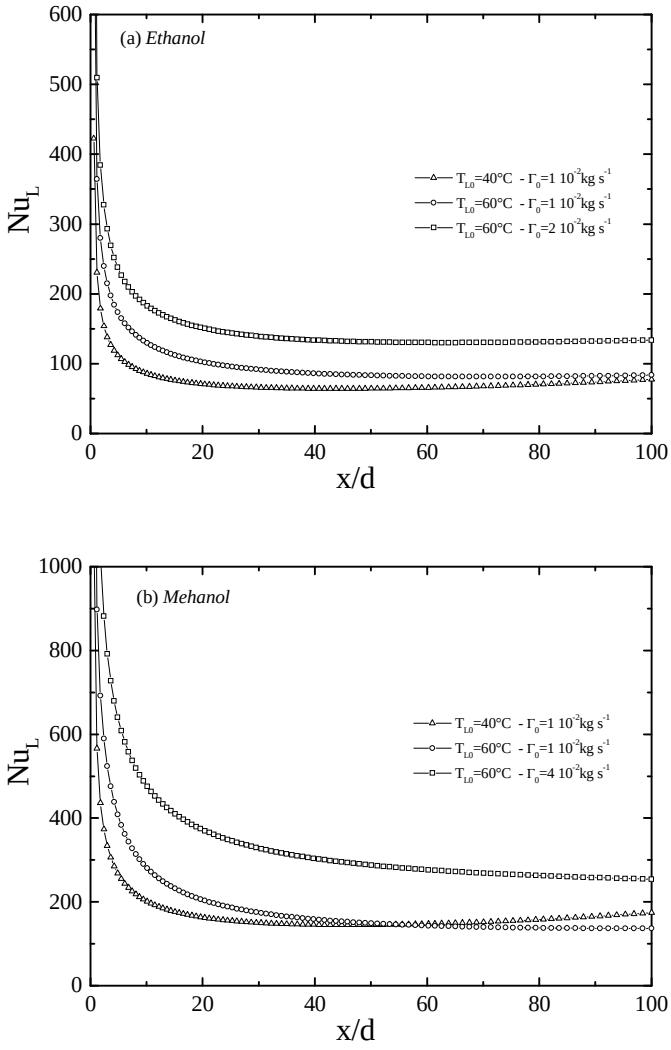


Figure 4.17 Effet du débit et de la température du liquide sur le nombre de Nusselt latent.

$$q_p = 0\ w.m^{-2},\ Re_g = 2000,\ T_g = 20°C$$

Les figures 4.17 et 4.18 montrent l'effet de la température et du débit dans les deux phases sur le nombre de Nusselt latent pour l'éthanol et le méthanol. Cette grandeur est élevée pour des systèmes à débit liquide important, une température du film élevée ou quand la température de l'écoulement gazeux augmente. On note une faible diminution quand le débit gazeux augmente.

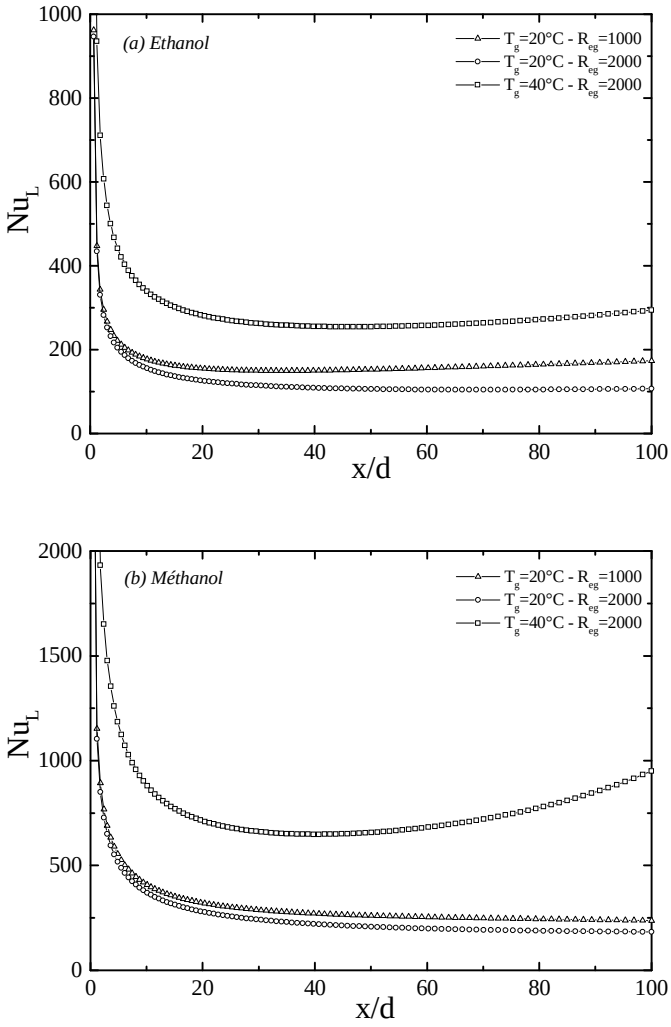


Figure 4.18 Effet de la température et du Reynolds gazeux sur le nombre de Nusselt latent

$q_p = 0\ w.m^{-2}$, $T_{L0} = 60°C$, $\Gamma_0 = 2\ 10^{-2}\ kg.s^{-1}$

Le nombre de Nusselt latent augmente avec le débit gazeux, cette augmentation est très importante dans le cas du méthanol que de l'éthanol. Il est intéressant de noter que le nombre de Nusselt latent du méthanol et deux fois le nombre de Nusselt latent de l'éthanol. Ce qui confirme la volatilité importante du méthanol.

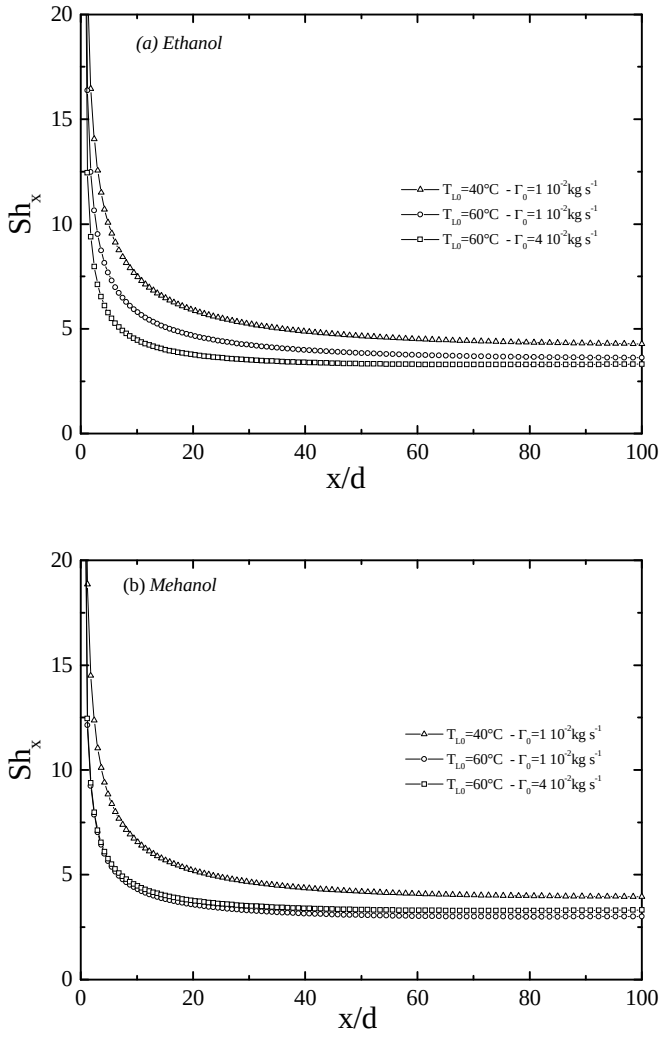


Figure 4.19 Effet du débit et de la température liquide sur le nombre de Sherwood

$$q_p = 0\ w.m^{-2},\ Re_g = 2000,\ T_g = 20°C$$

Les variations du nombre de Sherwood local en fonction du débit et de la vitesse de l'écoulement du film liquide sont illustrées sur la figure 4.19. Ces courbes sont similaires à celles représentant le nombre de Nusselt sensible. Ceci s'explique par le fait que les nombres de Prandtl et de Schmidt sont voisins de l'unité dans cette étude

4.3.6 Les flux évaporés au niveau de l'interface

Sur les figures 4.20 à 4.23 on représente les flux matière dimensionnels et adimensionnels évaporés au niveau de l'interface. Les flux matières évaporés, tout comme les nombres de Nusselt latent et le nombre de Sherwood, sont une fonction décroissante de l'abscisse x. L'évaporation est donc plus intense à l'entrée du tube. Elle décroît au fur et à mesure que

l'écoulement progresse dans le tube en raison de l'élévation de la fraction massique au niveau du gaz.

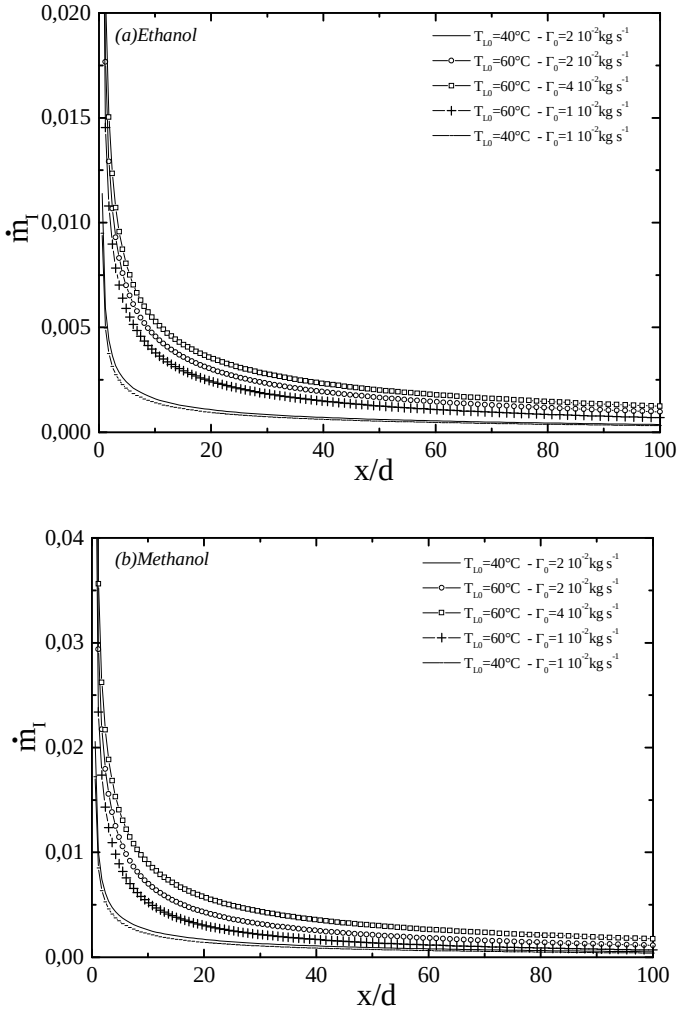


Figure 4.20 Effet du débit et de la température liquide sur le flux matière évaporé

$$q_p = 0\ w.m^{-2},\ Re_g = 2000,\ T_g = 20°C$$

La figure 4.20 présente, en fonction des débits et des températures dans les deux phases, les flux matière évaporés pour les deux fluides. L'augmentation du débit dans la phase liquide, est favorable à l'évaporation. E effet la quantité évaporée est plus importante quand le débit augmente. Toutefois, l'effet de l'augmentation de la température du film est plus important. La quantité évaporée augmente très légèrement avec l'élévation la température du gaz comme le montre la figure 4.21.

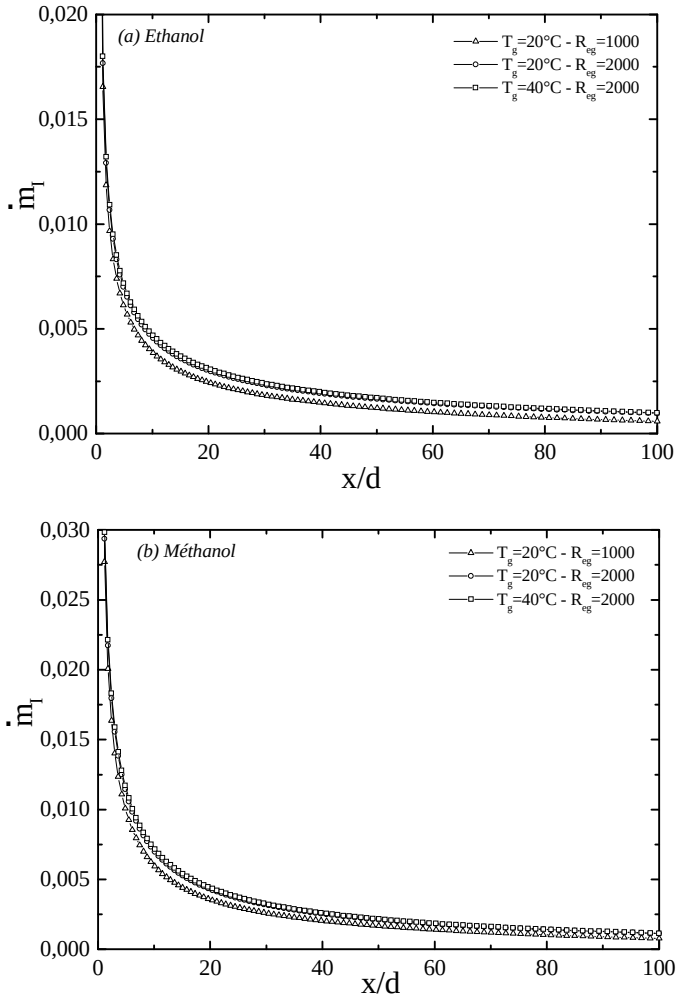


Figure 4.21 Effet de la température et du Reynolds gazeux sur le flux matière évaporé

$$q_p = 0\ w.m^{-2}\ ,\quad T_{L0} = 60°C\ ,\quad \Gamma_0 = 2\ 10^{-2}\ kg.s^{-1}$$

On assiste à une légère amélioration quand le débit du gaz augmente comme le montre la figure 4.21. Quand le nombre de Reynolds gazeux diminue, la quantité évaporée permet d'augmenter la fraction à l'interface ce qui défavorise l'évaporation. L'augmentation du débit gazeux permet d'évacuer continuellement les molécules de l'alcool évaporé permettant de maintenir le gradient de concentration au niveau de l'interface ce qui favorise l'évaporation.

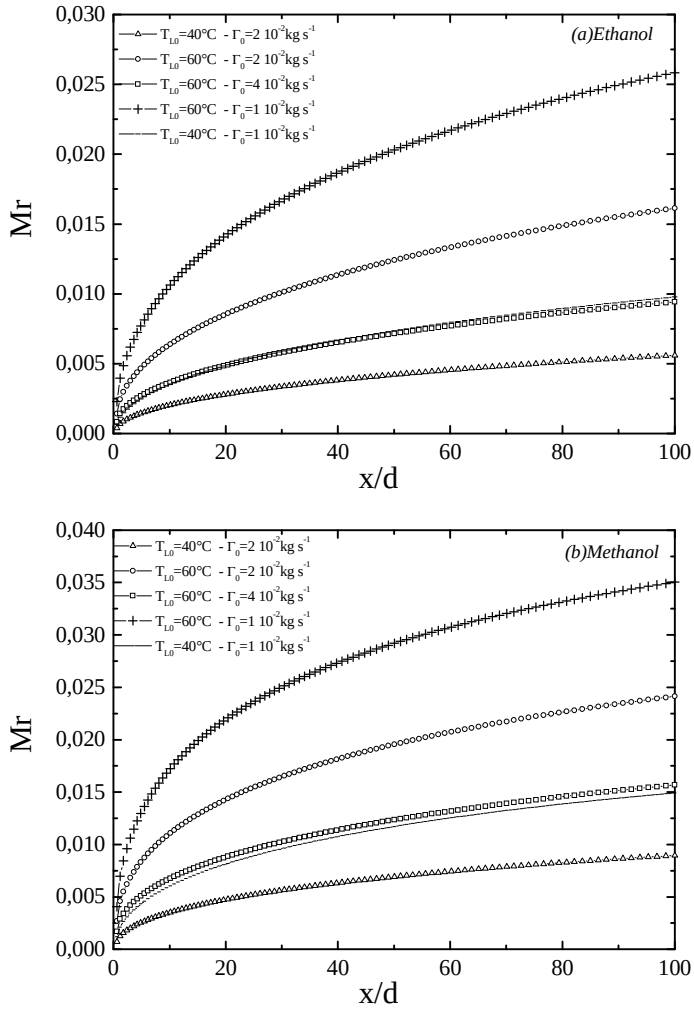


Figure 4.22 Effet du débit et de la température liquide sur la fraction évaporée

$$q_p = 0\ w.m^{-2},\ Re_g = 2000,\ T_g = 20°C$$

Le tracé des courbes représentant la fraction évaporée (figures : 4.22 et 4.23) en fonction des paramètres précités permet, d'une part, de confirmer les résultats obtenus par le tracé des courbes représentant la quantité évaporée. D'autre part, on relève que l'évaporation d'une faible portion de liquide se traduit par l'abaissement de la température du film constituant ainsi le mécanisme principal d'évacuation de l'énergie thermique contenue dans le film. Les paramètres permettant d'accroître la quantité évaporée sont dans l'ordre, la température du film, le débit liquide, le nombre de Reynolds gazeux et la température du gaz.

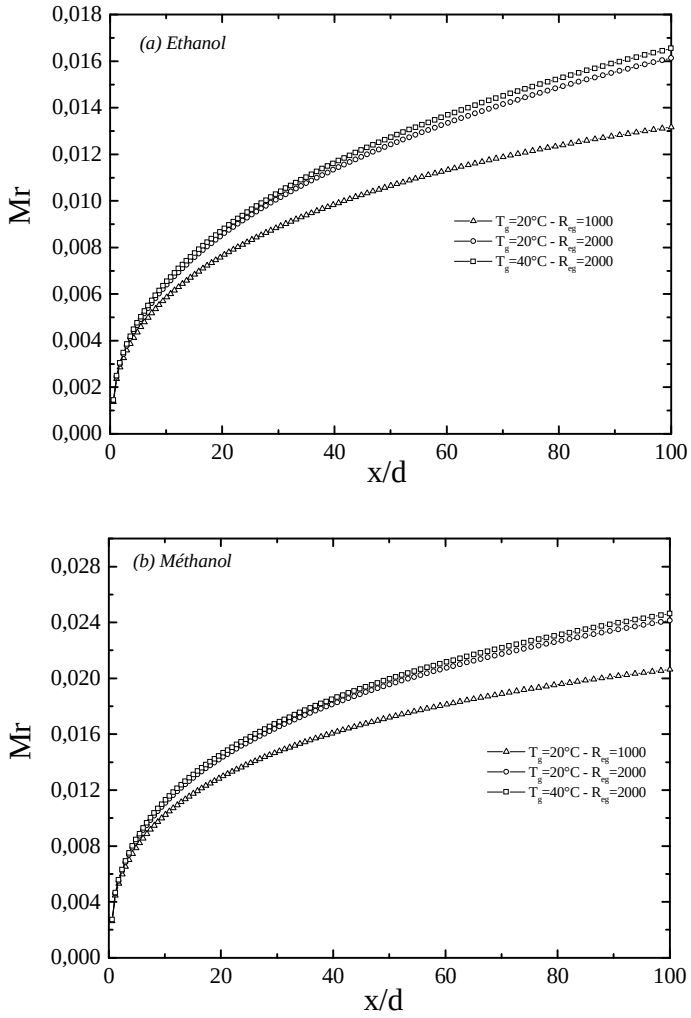


Figure 4.23 Effet de la température et du Reynolds gazeux sur la fraction évaporée

$$q_p = 0\ w.m^{-2},\ T_{L0} = 60°C,\ \Gamma_0 = 2\ 10^{-2}\ kg.s^{-1}$$

La fraction évaporée dépend de la nature du fluide utilisé et des conditions en termes de température et de débit à l'entrée du tube. La fraction évaporée augmente quand le fluide est plus volatil. Contrairement au flux matière évaporé, la diminution du débit liquide se traduit par l'augmentation de la fraction évaporée. L'élévation de la température initiale du film permet d'évaporer une portion plus importante de fluide introduit sous forme de film

4.4 COMPARAISON DES TROIS FLUIDES

Après avoir analysé l'effet des différents paramètres sur les transferts de chaleur et de masse qui s'opèrent entre le film liquide et l'écoulement gazeux, on passe à la comparaison par rapport à celui de l'eau.

4.4.1 Profil des vitesses

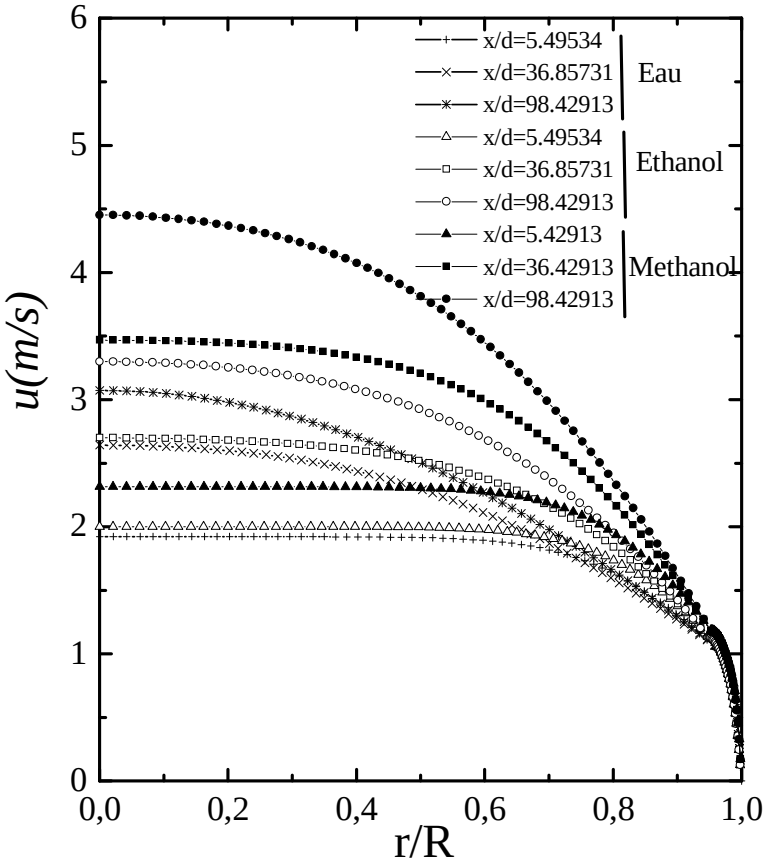


Figure 4.24 Comparaison entre les profils de vitesse pour les trois fluides

$q_p = 0\ w.m^{-2}$, $T_{L0} = 40°C$, $\Gamma_0 = 2\ 10^{-2}\ kg.s^{-1}$, $Re_g = 2000$, $T_g = 20°C$

Les profils de la composante longitudinale de la vitesse en fonction de distance radiale pour l'eau, l'éthanol et le méthanol sont présentés sur la figure 4.24. On remarque que la nature du fluide à une influence significative sur les profils de la composante longitudinale de la vitesse ainsi que sur la distance à partir de laquelle l'écoulement est établi (figure 4.24). La vitesse la plus élevée est relevée pour le composant le plus volatil : le méthanol, l'éthanol, puis l'eau. Cette différence de comportement s'explique par le pouvoir volatil des fluides étudiés. Ainsi plus la température d'ébullition du fluide est basse plus la vitesse est élevée.

4.4.2 Profil des températures

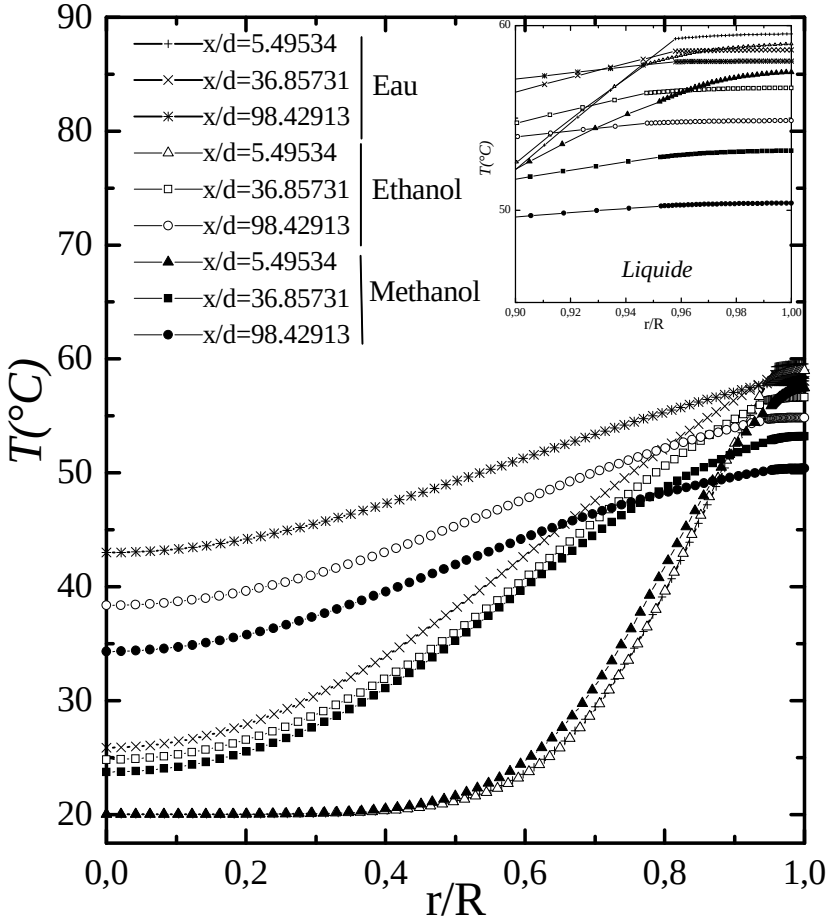


Figure 4.25 Comparaison entre les profils de température pour les trois fluides

$q_p = 0\ w.m^{-2}$, $Re_g = 2000$, $T_g = 20°C$, $T_{L0} = 60°C$, $\Gamma_0 = 2\ 10^{-2}\ kg.s^{-1}$,

Classé dans l'ordre décroissant de volatilité, on cite: l'eau, l'éthanol puis le méthanol. La température, contrairement à la vitesse, dans la phase gazeuse est d'autant plus élevée que le fluide est moins volatil. Elle est croissante dans le sens de l'écoulement. Ainsi l'évaporation plus intense pour les fluides volatils se traduit par l'augmentation de la vitesse et la diminution de la température dans la phase gazeuse. La température en phase gazeuse du méthanol est inférieure à celle de l'éthanol bien que l'énergie libérée par mode latent soit plus importante.

Ceci peut s'expliquer par la densité du méthanol gazeux beaucoup plus faible ce qui lui permet une évacuation plus aisée à l'extérieur du tube. Malgré le fait que l'eau est moins dense que les alcools étudiés en phase gazeuse, la température du gaz obtenue est plus élevée à cause de la chaleur latente de vaporisation de l'eau qui est largement supérieure à celle des alcools.

On constate, également qu'au niveau du film liquide, le refroidissement est plus important pour le méthanol suivi par l'éthanol puis l'eau. On peut lier cet aspect au phénomène

d’évaporation qui permet un meilleur refroidissement du film grâce à l’évacuation partielle de l’énergie par évaporation a travers l’interface liquide-gaz.

4.4.3 Profil de fraction massique

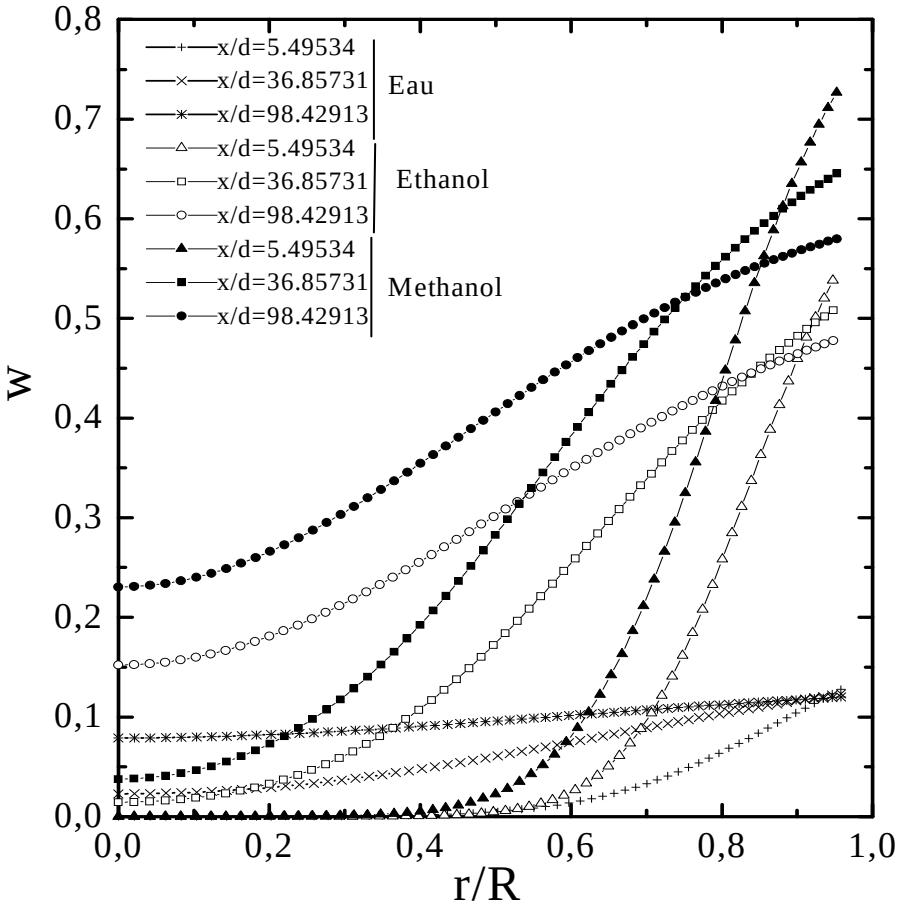


Figure 4.26 Comparaison entre les profils de fraction massique pour les trois fluides.

$q_p = 0\ w.m^{-2}$, $Re_g = 2000$, $T_g = 20°C$, $T_{L0} = 60°C$, $\Gamma_0 = 2\ 10^{-2}\ kg.s^{-1}$,

Sur la figure 4.26 nous présentons, les profils de la fraction massique en phase gazeuse pour les trois fluides à savoir, l’eau, l’éthanol et le méthanol. La fraction massique des différents fluides étudiés est d’autant plus élevée que le pouvoir volatil du fluide est important figure 4.26. Ce résultat confirme les constatations formulées précédemment pour la vitesse d’écoulement et la température.

4.4.4 Températures à l’interface et à la paroi

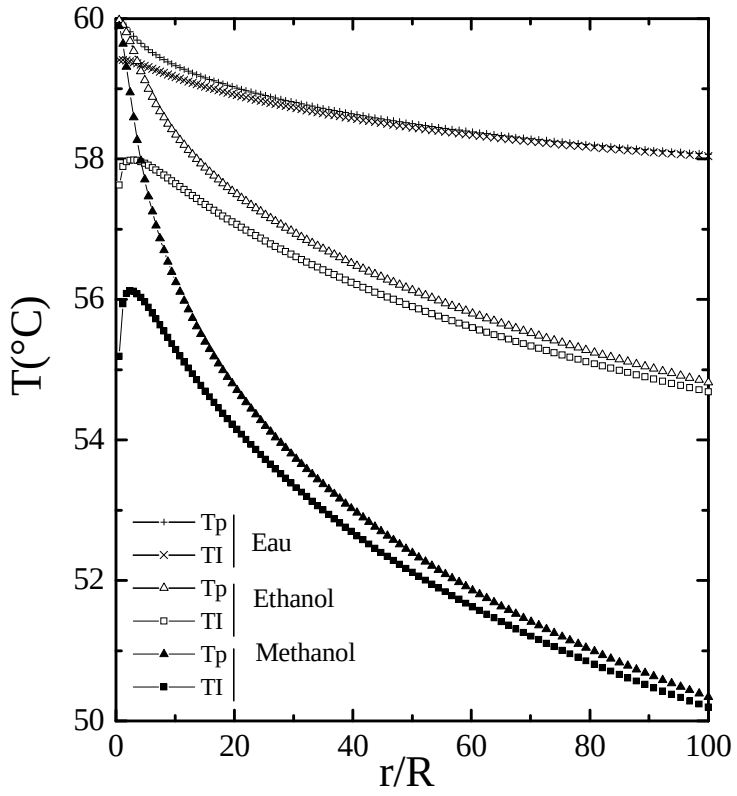


Figure 4.27 Comparaison entre les températures à l'interface et à la paroi pour les trois fluides.

$q_p = 0\ w.m^{-2}$, $Re_g = 2000$, $T_g = 20°C$, $T_{L0} = 60°C$, $\Gamma_0 = 2\ 10^{-2}\ kg.s^{-1}$

Afin de comparer le refroidissement obtenu pour les deux fluides étudiés avec l'eau, La figure 4.27, présente la variation des températures à la paroi et à l'interface. Il est intéressant de noter que le gradient de température entre la paroi et l'interface est plus important pour le méthanol par rapport à l'éthanol.

Ce gradient est encore plus faible pour un film constitué d'eau pure. Ceci peut être expliqué par le fait que la conductivité du méthanol plus faible par rapport à l'éthanol qui est elle même plus faible par rapport à la conductivité de l'eau. Cela a pour conséquence, une résistance à la propagation de la chaleur au niveau du film liquide ce qui se traduit par une différence de température entre la paroi et l'interface relativement importante.

4.4.5 Nombres de Nusselt

La figure 4.28 présente les variations du nombre de Nusselt sensible et latent respectivement pour l'eau, l'éthanol et le méthanol.

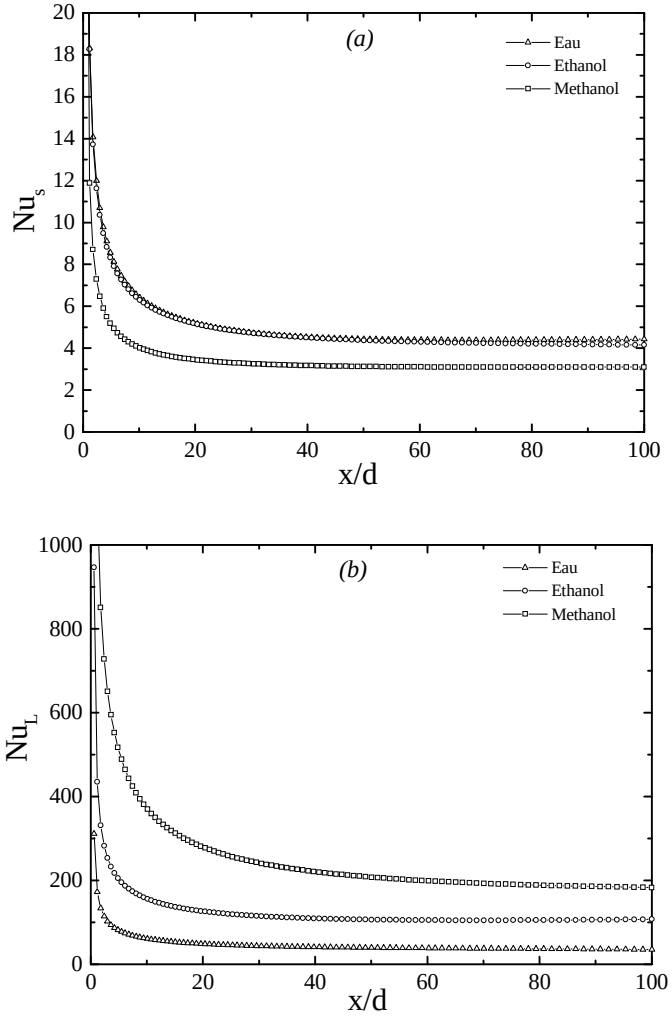


Figure 4.28 Comparaison des nombres adimensionnels au niveau de l'interface pour trois fluides.(a) Nombre de Nusselt sensible (b) Nombre de Nusselt latent.

$q_p = 0\ w.m^{-2}$, $Re_g = 2000$, $T_g = 20°C$, $T_{L0} = 60°C$, $\Gamma_0 = 2\ 10^{-2}\ kg.s^{-1}$

On remarque que Nu_s pour le méthanol est beaucoup plus faible que celui de l'éthanol puis de l'eau comme on peut le constater sur la figure 4.28 (a). Ceci peut s'expliquer par la conductivité des fluides étudiés qui croit dans le même sens que le nombre de Nusselt sensible.

La tendance inverse est notée pour le flux latent à travers l'interface comme le montre la figure 4.28 (b). Ce qui prouve que l'évaporation du méthanol est plus intense par rapport à l'éthanol puis l'eau.

4.4.6 Les flux évaporés

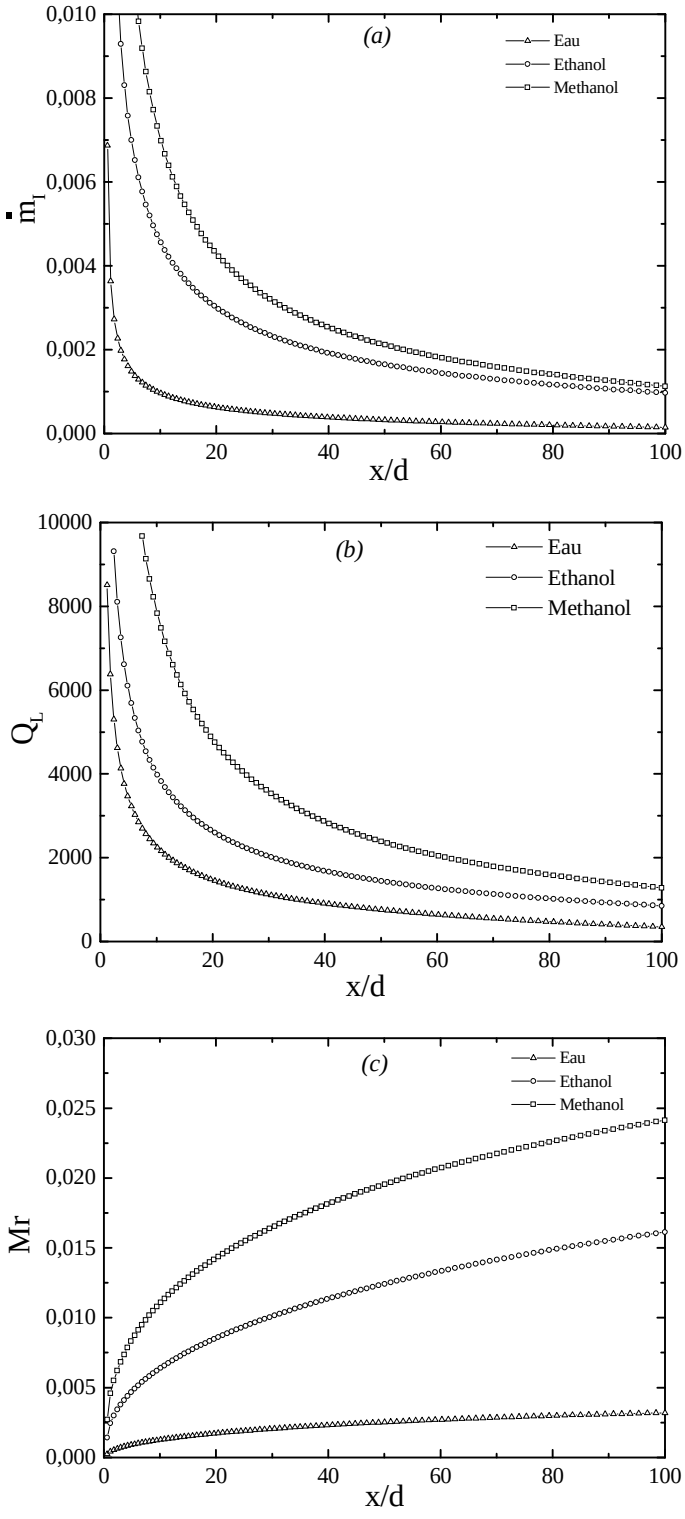


Figure 4.29 Comparaison des flux matière (a) et thermique (b) évaporés et de la fraction évaporée (c) au niveau de l'interface pour les trois fluides. $q_p = 0\ w.m^{-2}$, $Re_g = 2000$, $T_g = 20°C$, $T_{L0} = 60°C$, $\Gamma_0 = 2\ 10^{-2}\ kg.s^{-1}$

Le flux matière évaporé suit la même tendance que le flux latent comme le montre la figure 4.29. Ceci prouve que l'énergie évacuée du film liquide vers le gaz est une énergie de changement d'état due à l'évaporation des fluides mis en jeu. Le fluide le plus volatil présente toujours plus de transfert massique et thermique du à l'évaporation. Globalement, une faible proportion de fluide est évaporée occasionnant le refroidissement du film.

La proportion évaporée de méthanol est plus élevée par rapport à l'éthanol. La quantité d'eau évaporée est très faible par rapport aux alcools.

4.4.7 Chute de température dans le film liquide.

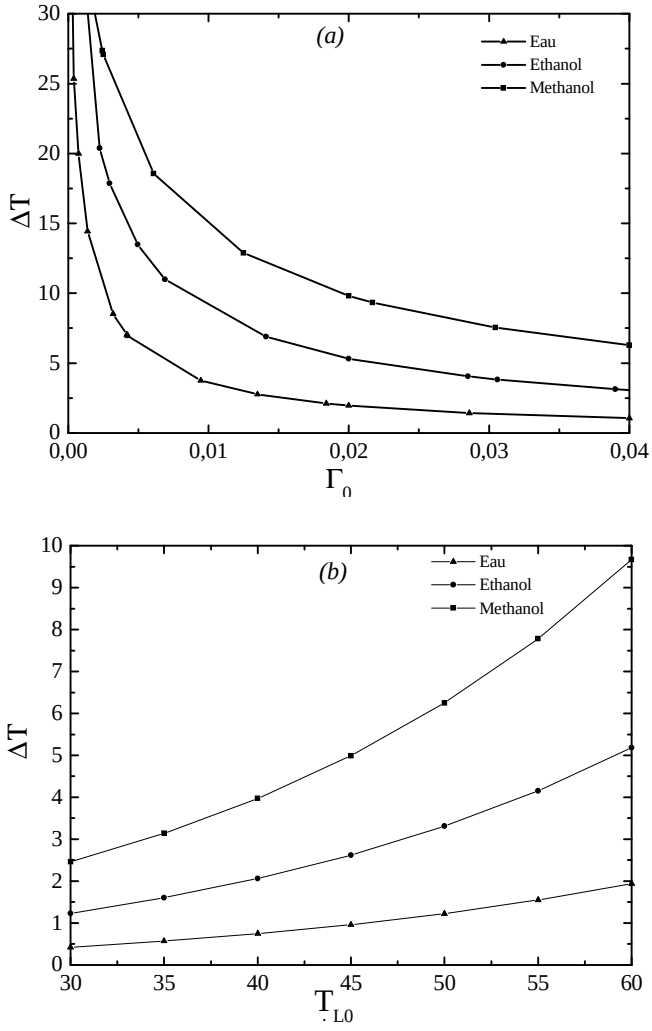


Figure 4.30 Comparaison de la chute de température dans le film pour les trois fluides (a) en fonction du débit liquide (b) en fonction de la température initiale du film

$$q_p = 0\ w.m^{-2},\ Re_g = 2000,\ T_g = 20°C$$

La fraction évaporée pour les alcools est plus importante, contrairement à l'eau à cause de la volatilité de ces fluides comme on peut le constater sur la figure 4.29(c). Un meilleur refroidissement du film liquide s'ensuit (figure 4.30). Le refroidissement est une fonction décroissante du débit liquide et croissant de la température initiale du film.

4.5 CONCLUSION

La convection est le mode de transfert dominant que ce soit au niveau du film liquide ou de l'écoulement gazeux. Toutefois quand le nombre de Reynolds gazeux est faible et la température du liquide élevée, les forces de flottabilité d'origine thermiques et massiques sont plus importantes.

Le transfert thermique se produit du liquide vers le gaz. Au niveau de l'interface, le transfert thermique est essentiellement régi par mode latent en conjonction avec l'évaporation du film liquide.

L'évaporation de film est favorisée par un débit liquide ou une température initiale de film élevés. Le refroidissement du film liquide est d'autant plus important que le débit liquide est faible, le débit gazeux élevé et la température initiale du film importante. La température du film est insensible à la variation de la température du gaz.

L'eau, l'éthanol ou le méthanol sous forme de film chaud s'écoulant sur la paroi interne d'un tube isolé thermiquement peut être refroidi par un jet d'air laminaire. L'évaporation d'une faible proportion de fluide n'excédant pas 2,4% pour le méthanol (respectivement 1,6 % d'éthanol et 0,3 % d'eau) permet d'évacuer partiellement l'énergie transportée par le fluide en abaissant sa température de 9,8 °C pour le méthanol (respectivement 5,3°C pour l'éthanol et 2°C pour l'eau). Ces résultats ont été obtenus en régime turbulent, en régime laminaire le refroidissement est beaucoup plus important et la fraction évaporée ne dépasse pas 3,5 % pour le méthanol et 2,5% pour l'éthanol.

La nature du fluide joue un rôle important sur l'intensité des transferts de chaleur et de masse qui s'opèrent entre les deux phases. Ces derniers sont plus importants quand le fluide est plus volatil. Plus le fluide mis en jeu est volatil plus il occasionne un meilleur refroidissement.

Chapitre 5

Etude de l'évaporation d'un film turbulent en présence d'un écoulement gazeux

5.1 INTRODUCTION

Dans l'industrie des quantités importantes d'énergie sont rejetées dans la nature sous forme de fluides chauds issus de circuits de refroidissements ; de gaz de combustion…. Les évaporateurs tubulaires a films ruisselants permettent de récupérer partiellement cette énergie. Le modèle développé, dans cette étude, peut s'appliquer à un tube d'évaporateur à film ruisselant.

Les études numériques sur l'évaporation en convection mixte pour un film d'eau ont été largement développées en incluant diverses configurations : dans un tube, dans un canal, sur une plaque inclinée. Par contre, l'étude de l'évaporation des alcools est un problème susceptible de fournir des informations très utiles au milieu industriel en raison de l'utilisation fréquente de ces fluides.

Il s'agit de dégager les conditions favorables à l'évaporation d'un film turbulent constitué d'éthanol ou de méthanol. Pour favoriser l'évaporation, un écoulement d'air laminaire est véhiculé à travers le cylindre dans le sens descendant. Une étude comparative par rapport à l'eau est aussi effectuée.

5.2 PARAMETRES DE SIMULATION

La simulation est menée dans le cas d'un tube de 2m de longueur et de diamètre 0,02m. Le film s'écoule sur la paroi interne du tube soumis à un flux de chaleur constant et uniforme.

Tableau 5.1 Paramètres de simulation pour l'éthanol

T_{L0}	Γ_0	q_p	Re	T_g	Re_L	Pr	Sc
20°C	1 10^{-2} kgs^{-1}	5000 Wm^2	2000	20°C	536	0,71	1,27
20°C	2 10^{-2} kgs^{-1}	5000 Wm^2	2000	20°C	1076	0,71	1,27
20°C	4 10^{-2} kgs^{-1}	5000 Wm^2	2000	20°C	2150	0,71	1,27
40°C	1 10^{-2} kgs^{-1}	5000 Wm^2	2000	20°C	784	0,71	1,27
20°C	1 10^{-2} kgs^{-1}	5000 Wm^2	1000	20°C	536	0,71	1,27
20°C	1 10^{-2} kgs^{-1}	5000 Wm^2	2000	60°C	536	0,71	1,27
20°C	1 10^{-2} kgs^{-1}	10000 Wm^2	2000	20°C	536	0,71	1,27

Tableau 5.2 Paramètres de simulation pour le méthanol

T_{L0}	Γ_0	q_p	Re	T_g	Re_L	Pr	Sc
20°C	1 10^{-2} kgs^{-1}	5000 Wm^2	2000	20°C	1110	0,71	0,97
20°C	2 10^{-2} kgs^{-1}	5000 Wm^2	2000	20°C	2222	0,71	0,97
20°C	4 10^{-2} kgs^{-1}	5000 Wm^2	2000	20°C	4435	0,71	0,97
40°C	1 10^{-2} kgs^{-1}	5000 Wm^2	2000	20°C	1436	0,71	0,97
20°C	1 10^{-2} kgs^{-1}	5000 Wm^2	1000	20°C	1110	0,71	0,97
20°C	1 10^{-2} kgs^{-1}	5000 Wm^2	2000	60°C	1110	0,71	0,97
20°C	1 10^{-2} kgs^{-1}	10000 Wm^2	2000	20°C	1110	0,71	0,97

Tableau 5.3 Paramètres de simulation pour l'eau

T_{L0}	Γ_0	q_p	Re	T_g	Re_L	Pr	Sc
20°C	1 10^{-2} kgs^{-1}	5000 Wm^2	2000	20°C	643	0,71	0,599

5.3 ETUDE PARAMETRIQUE DE L'EVAPORATION DE L'ETHANOL OU DU METHANOL

5.3.1 Profil des vitesses dans les deux phases

Les distributions du profil de vitesse axiale dans le tube sont illustrées sur les figures 5.1-5.4. Au fur et à mesure que le gaz progresse dans le tube, l'écoulement s'organise selon un champ de vitesse parabolique. Le profil uniforme imposé à l'entrée, prend la forme d'un écoulement de poiseuille dans la région d'écoulement établi. Le débit gazeux continue à augmenter le long du tube témoignant de l'évaporation progressive provenant du film liquide.

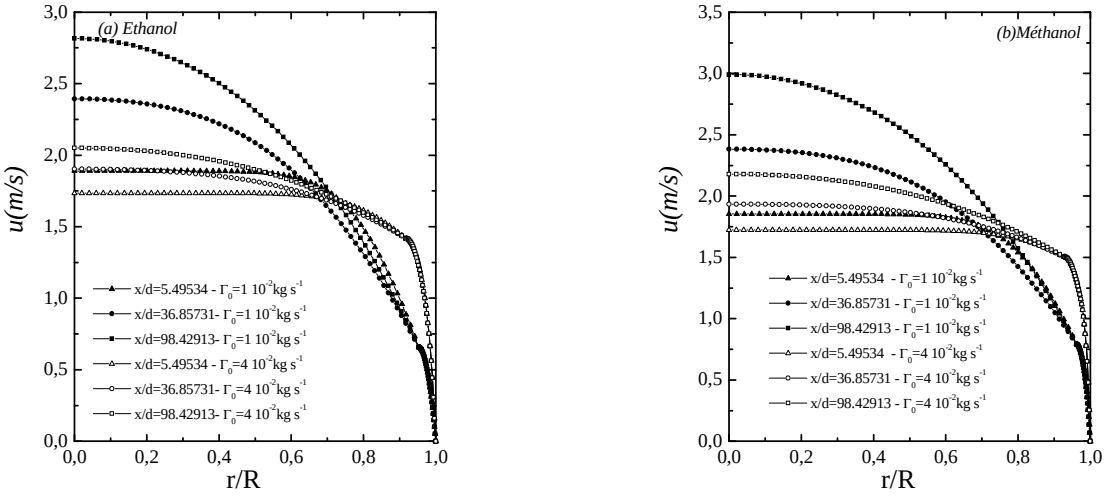


Figure 5.1 Effet du débit sur le profil de vitesse à différentes sections du tube.

$$q_p = 5000\ w.m^{-2},\ Re_g = 2000,\ T_{L0} = 20°C,\ T_g = 20°C$$

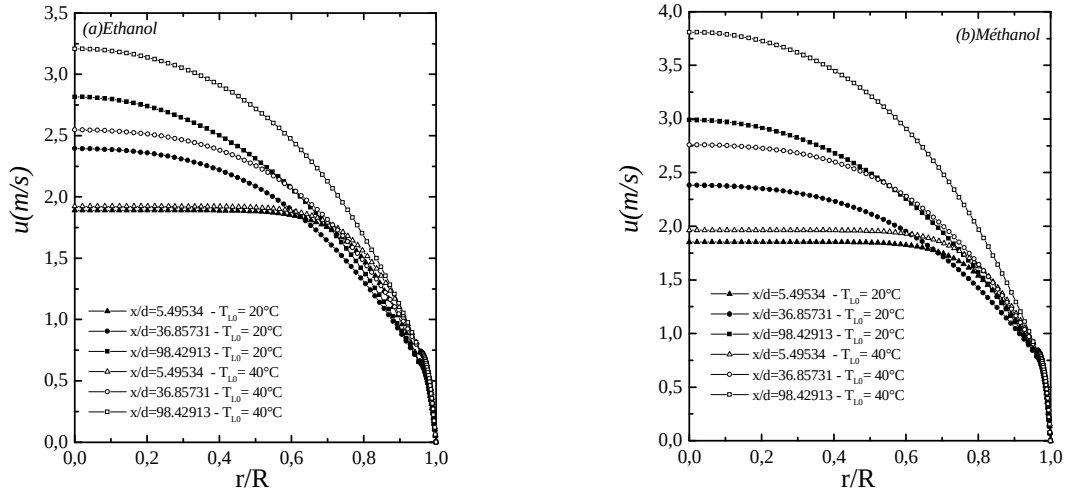


Figure 5.2 Effet de la température du film sur le profil de vitesse à différentes sections du tube. $q_p = 5000\ w.m^{-2},\ Re_g = 2000,\ T_g = 20°C,\ \Gamma_0 = 10^{-2}\ kg.s^{-1}$

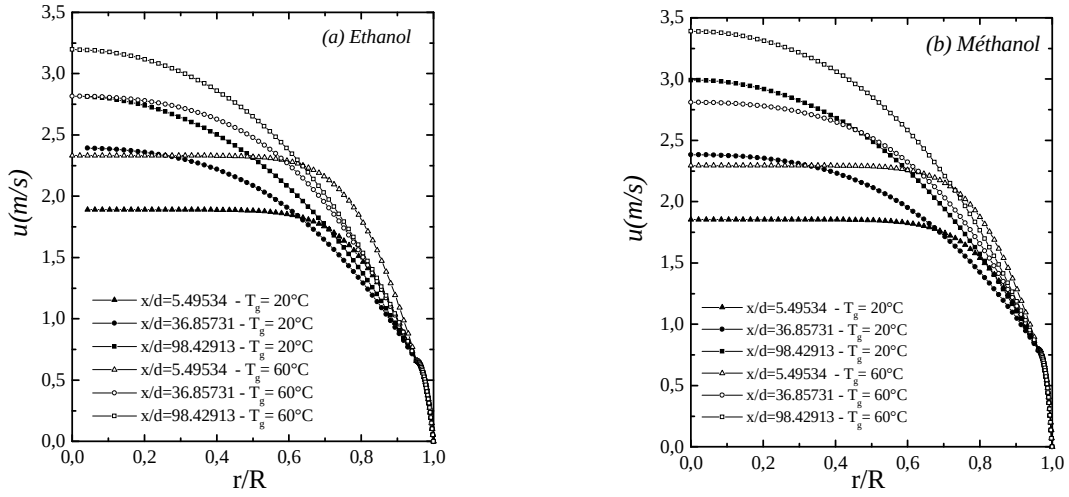


Figure 5.3 Effet de la température du gaz sur le profil de vitesse à différentes sections du tube. $q_p = 5000\ w.m^{-2}$, $Re_g = 2000$, $T_{L0} = 20°C$, $\Gamma_0 = 10^{-2}\ kg.s^{-1}$

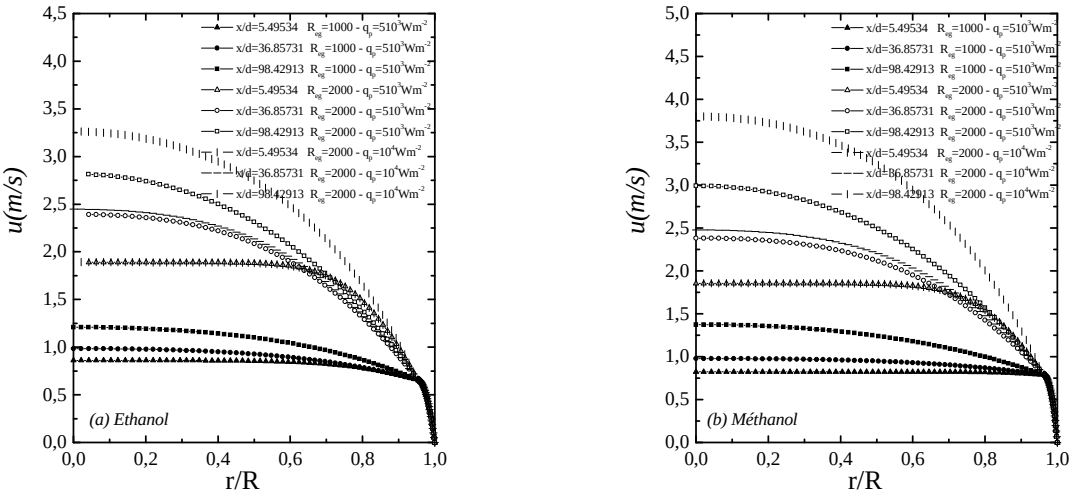


Figure 5.4 Effet du nombre de Reynolds gazeux et du flux à la paroi sur le profil de vitesse à différentes à sections du tube. $T_{L0} = 20°C$, $T_g = 20°C$, $\Gamma_0 = 10^{-2}\ kg.s^{-1}$

On remarque d'après les figures 5.1-5.2 que, la vitesse axiale adimensionnelle est d'autant plus grande que le débit liquide est faible et la température initiale du film liquide importante. L'augmentation du flux de chaleur imposé à la paroi, de la température ou de la vitesse d'entrée du gaz provoque une augmentation des transferts par convection mixte comme le montre les figures 5.3-5.4.

5.3.2 Profil des températures et de la fraction massique dans la phase gazeuse

Sur les figures 5.5-5.8, on représente la température dans les deux phases en fonction des différents paramètres. De la même manière, le profil de la fraction massique est illustré sur les figures 5.9-5.12.

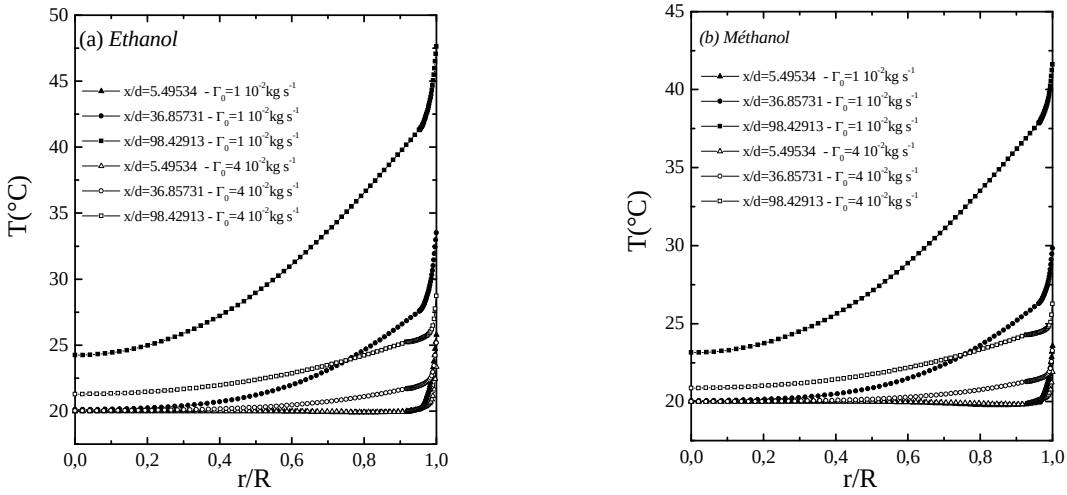


Figure 5.5 Effet du débit liquide sur le profil de température à différentes sections du tube. $q_p = 5000\ w.m^{-2}$, $Re_g = 2000$, $T_{L0} = 20°C$, $T_g = 20°C$

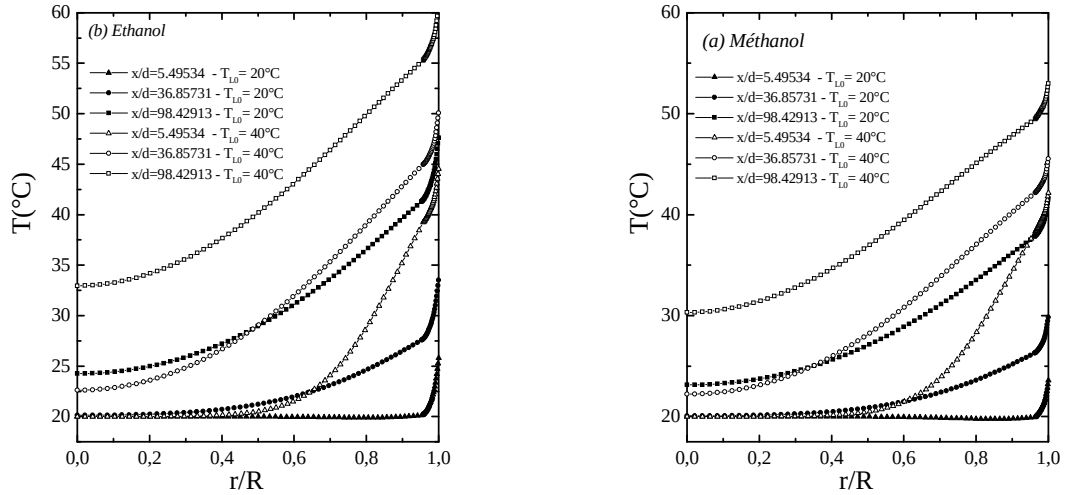


Figure 5.6 Effet de la température du film sur le profil de température à différentes sections du tube. $q_p = 5000\ w.m^{-2}$, $Re_g = 2000$, $T_g = 20°C$, $\Gamma_0 = 10^{-2}\ kg.s^{-1}$

Globalement, la fraction massique se développe plus rapidement que la température. Ceci est du au fait que le nombre de Schmidt est supérieur au nombre de Prandtl. Le transfert de matière dans ce cas est dominant par rapport au transfert thermique. Ceci peut être pris comme une particularité pour les alcools. En effet l'inverse a été constaté par les auteurs ayant traité le cas de l'eau **[12, 18, 20, 26, 28-29]**.

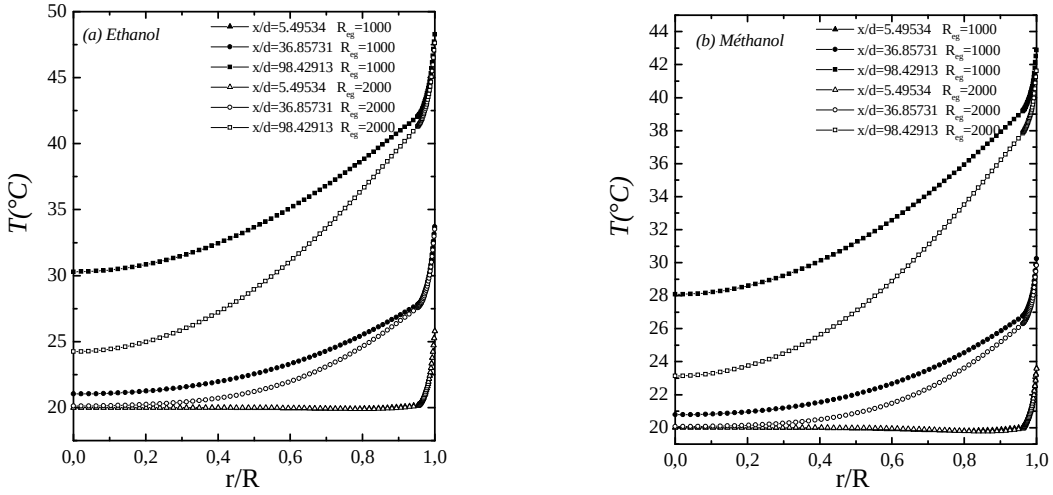


Figure 5.7 Effet du nombre de Reynolds gazeux sur le profil de température à différentes sections du tube. $q_p = 5000\ w.m^{-2}$, $T_{L0} = 20°C$, $T_g = 20°C$, $\Gamma_0 = 10^{-2}\ kg.s^{-1}$

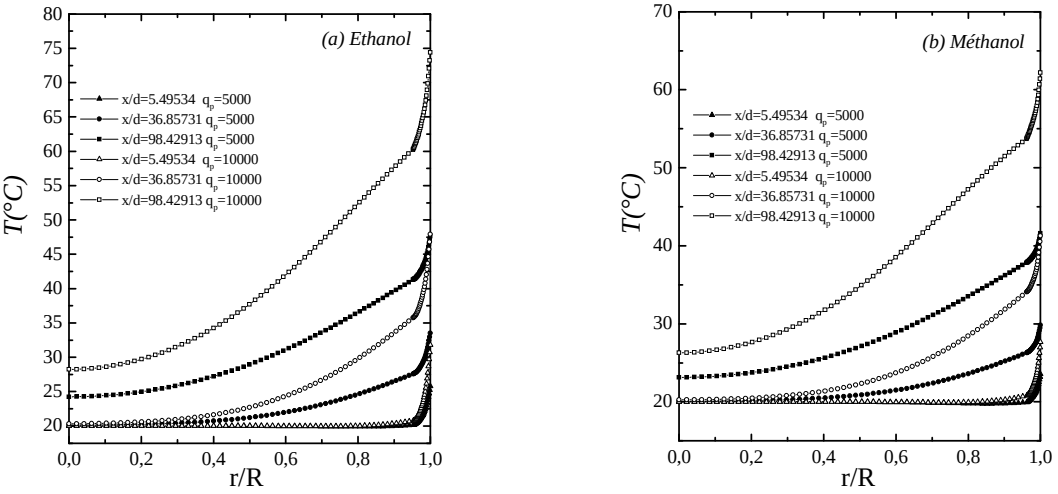


Figure 5.8 Effet du flux à la paroi sur le profil de température à différentes sections du tube. $Re_g = 2000$, $T_{L0} = 20°C$, $T_g = 20°C$, $\Gamma_0 = 10^{-2}\ kg.s^{-1}$

La température et la fraction massique, tout comme la vitesse, augmente avec la diminution du débit liquide comme on peut le voir sur les figures : 5.5 et 5.9. En effet quand le débit augmente la température à l'interface diminue (figure 5.5), dans ce cas moins de liquide passe à l'état vapeur. Inversement, l'augmentation de la température du liquide permet d'accroître la fraction massique en phase gazeuse figure 5.9 et 5.12.

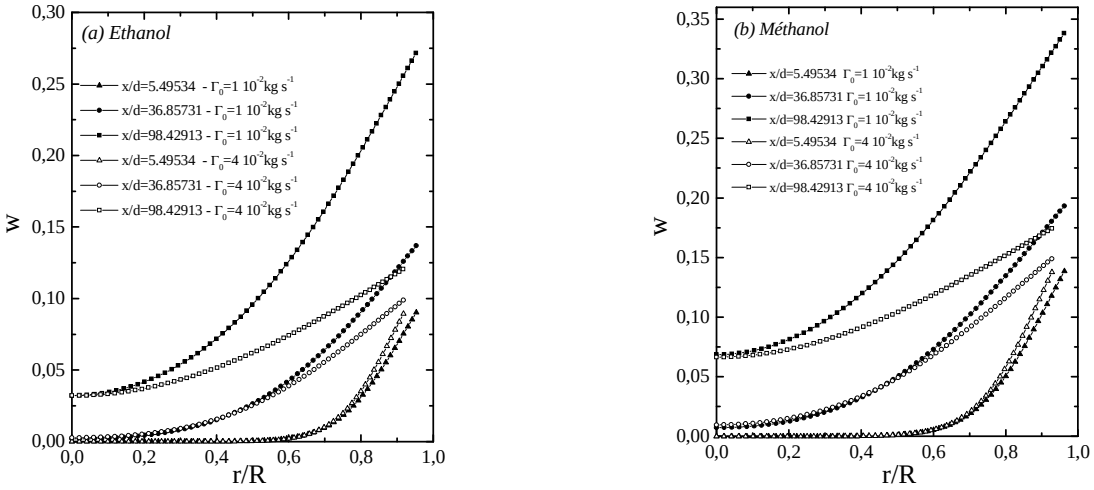


Figure 5.9 Effet du débit liquide sur le profil de la fraction massique à différentes sections du tube. $q_p = 5000\ w.m^{-2}$, $Re_g = 2000$, $T_{L0} = 20°C$, $T_g = 20°C$

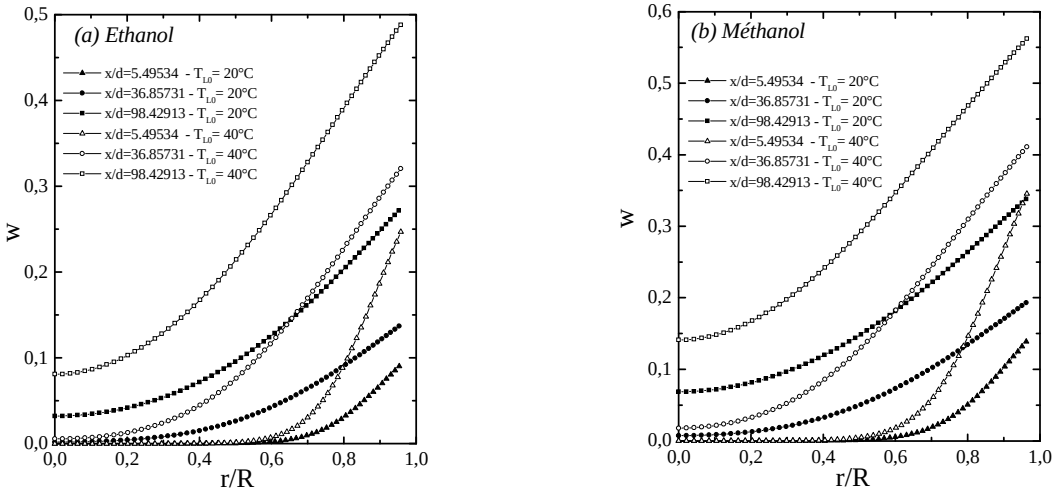


Figure 5.10 Effet de la température du film sur le profil de la fraction massique à différentes sections du tube. $q_p = 5000\ w.m^{-2}$, $Re_g = 2000$, $T_g = 20°C$, $\Gamma_0 = 10^{-2}\ kg.s^{-1}$.

Quand l'air est introduit à température ambiante, l'augmentation du flux à la paroi permet d'augmenter la température du film. Comme l'augmentation de la température du film permet d'améliorer l'évaporation, ceci se traduit par l'élévation de la température dans le gaz.

La fraction massique à l'interface est insensible à la variation de la température du gaz prouvant que le transfert thermique se fait essentiellement du liquide vers le gaz.

La diminution du nombre de Reynolds gazeux a pour conséquence l'augmentation de la fraction massique et de la température au niveau de l'écoulement gazeux. On constate également que la température diminue le long du tube quand on augmente le nombre de Reynolds. Cela est du à l'évacuation de la chaleur à partir de l'interface grâce à l'écoulement d'air. Ceci permet de situer les paramètres favorables à l'évaporation.

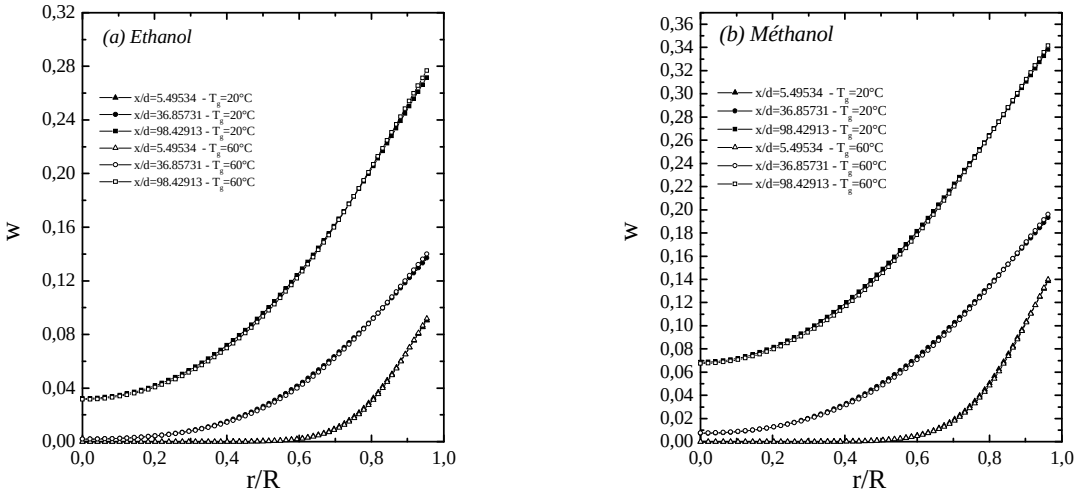


Figure 5.11 Effet de la température du gaz sur le profil de la fraction massique à différentes sections du tube. $q_p = 5000\ w.m^{-2}$, $Re_g = 2000$, $T_{L0} = 20°C$, $\Gamma_0 = 10^{-2}\ kg.s^{-1}$

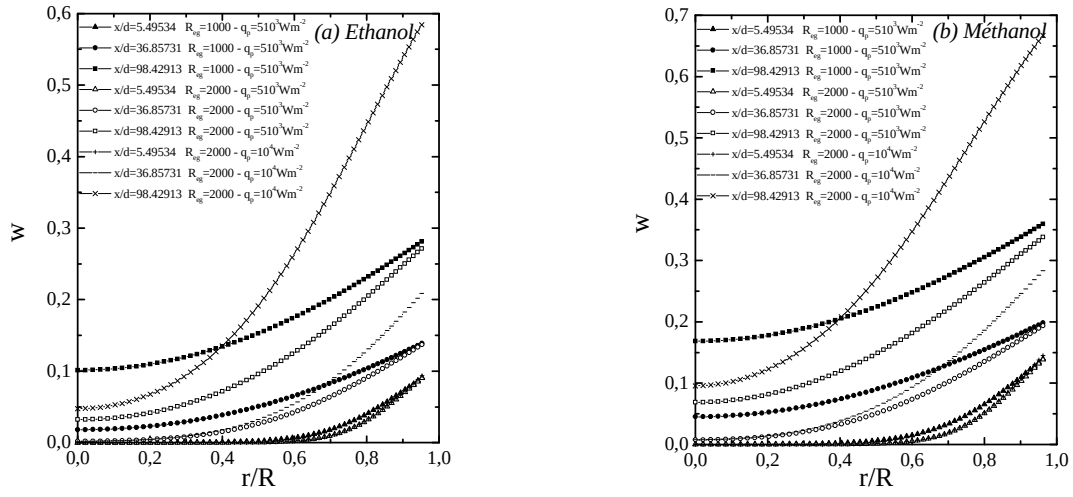


Figure 5.12 Effet du nombre de Reynolds gazeux et du flux à la paroi sur le profil de la fraction massique à différentes sections du tube. $T_{L0} = 20°C$, $T_g = 20°C$, $\Gamma_0 = 10^{-2}\ kg.s^{-1}$

5.3.3 Températures à l'interface et à la paroi et fraction massique à la paroi

Dans l'objectif d'analyser les transferts de chaleur et de masse entre les deux phases, nous avons tracé la distribution des températures à la paroi et l'interface pour l'éthanol et le méthanol en fonction du débit liquide le long du tube figure 5.13. De la même manière l'effet de la température, du Reynolds gazeux et de l'intensité du flux à la paroi sur les températures à l'interface et à la paroi sont illustrées sur la figure 5.14.

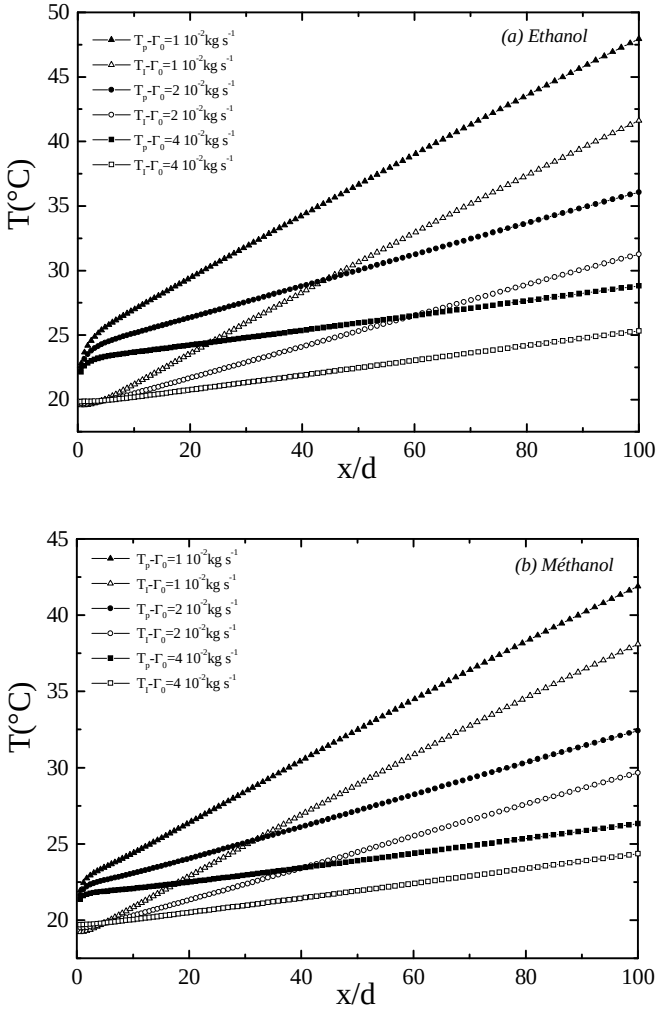


Figure 5.13 Effet du débit sur les températures à la paroi et à l'interface (a) éthanol (b) méthanol. $q_p = 5000\ w.m^{-2}$, $Re_g = 2000$, $T_{L0} = 20°C$, $T_g = 20°C$

La température à la paroi et celle et de l'interface augmente progressivement le long du tube. Cette caractéristique est due au fait que le film d'alcool absorbe de la chaleur sensible à partir de la paroi au fur et à mesure que le film liquide s'écoule le long du tube.

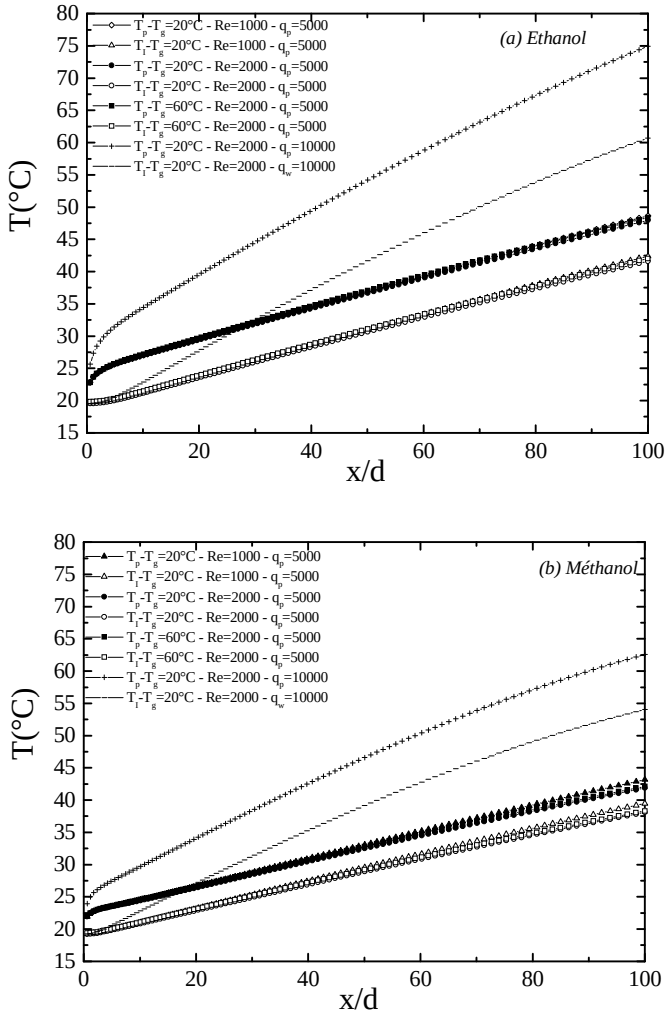


Figure 5.14 Effet de la température, du Reynolds gazeux et du flux à la paroi sur les températures à la paroi et à l'interface. $T_{L0} = 20°C$, $\Gamma_0 = 10^{-2}\ kg.s^{-1}$

Quoique l'épaisseur du film soit faible, les températures à la paroi et à l'interface sont très distinctes. Cette tendance est plus marquée quand on s'éloigne de l'entrée du tube et aussi quand le débit liquide est plus faible. Ceci s'explique par la conductivité thermique du fluide plus faible quand la température augmente au fur et à mesure que l'écoulement avance dans le tube. Aussi quand le débit liquide diminue la température du film augmente réduisant la conductivité thermique au niveau de celui-ci.

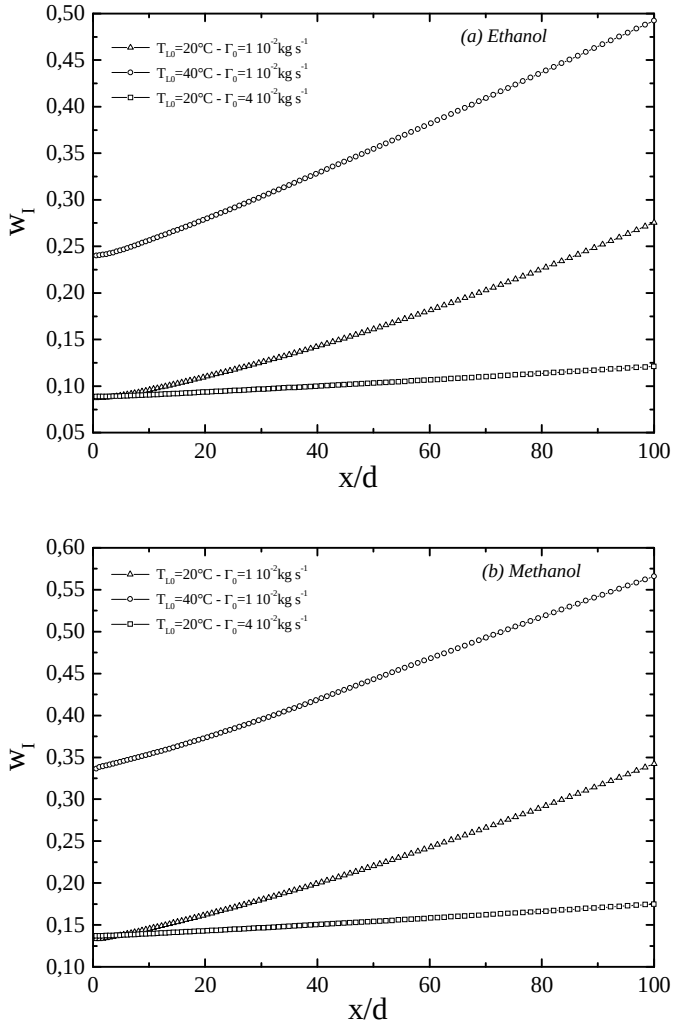


Figure 5.15 Effet de la température et du débit liquide sur la fraction massique au niveau de l'interface. $q_p = 5000\ w.m^{-2}$, $Re_g = 2000$, $T_g = 20°C$

Les figures 5.15 et 5.16 représentent la fraction massique interfaciale en fonction des paramètres précités. Plus le débit massique du liquide est bas plus la température du film est élevée. La réduction du débit le long du tube à cause de l'évaporation, quoique minime, s'accompagne d'une augmentation progressive de la température. Ceci permet d'accroître la fraction massique à l'interface.

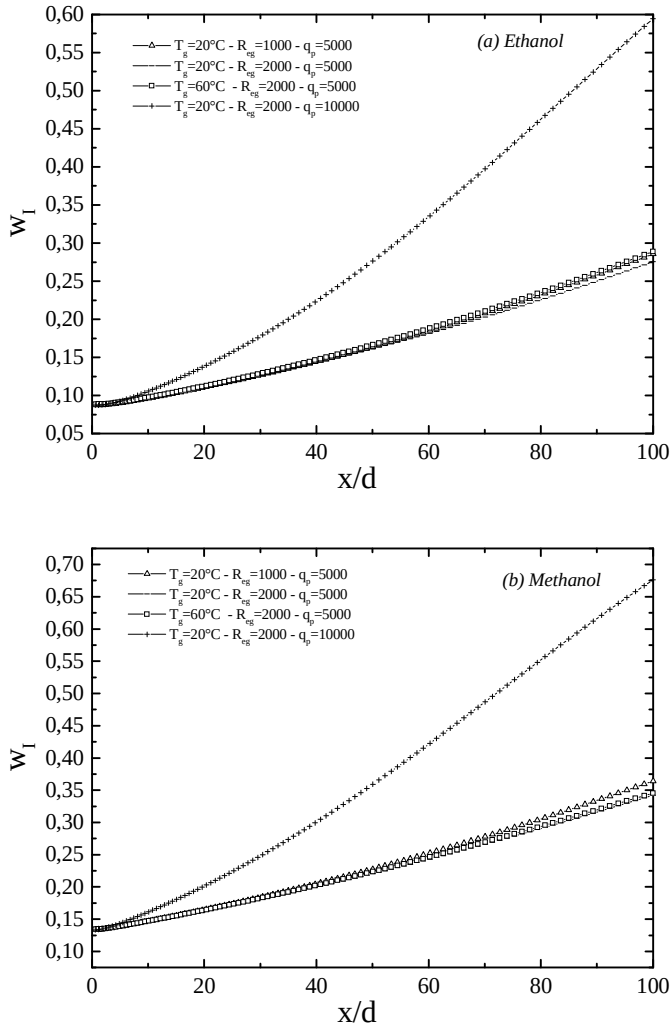


Figure 5.16 Effet de la température, du Reynolds gazeux et du flux à la paroi sur la fraction massique au niveau de l'interface. $T_{L0} = 20°C$, $\Gamma_0 = 10^{-2}\ kg.s^{-1}$

Le débit gazeux détermine normalement l'efficacité de la diffusion de la chaleur et du liquide évaporé loin de la surface du film. L'augmentation du Reynolds gazeux permet de réduire la fraction au niveau de l'interface figure 5.16. On remarque que l'augmentation de la température du gaz permet d'accroître légèrement la fraction massique à l'interface. L'effet de la température et du débit gazeux sur la température du film est globalement négligeable par rapport à l'effet du flux à la paroi.

Les flux élevés à la paroi permettent d'améliorer l'évaporation ce qui se traduit par l'élévation de la fraction massique au niveau de l'interface le long du tube. Cette constatation est déjà observée sur le profil de la fraction massique.

5.3.4 Nombres de Nusselt et de Sherwood

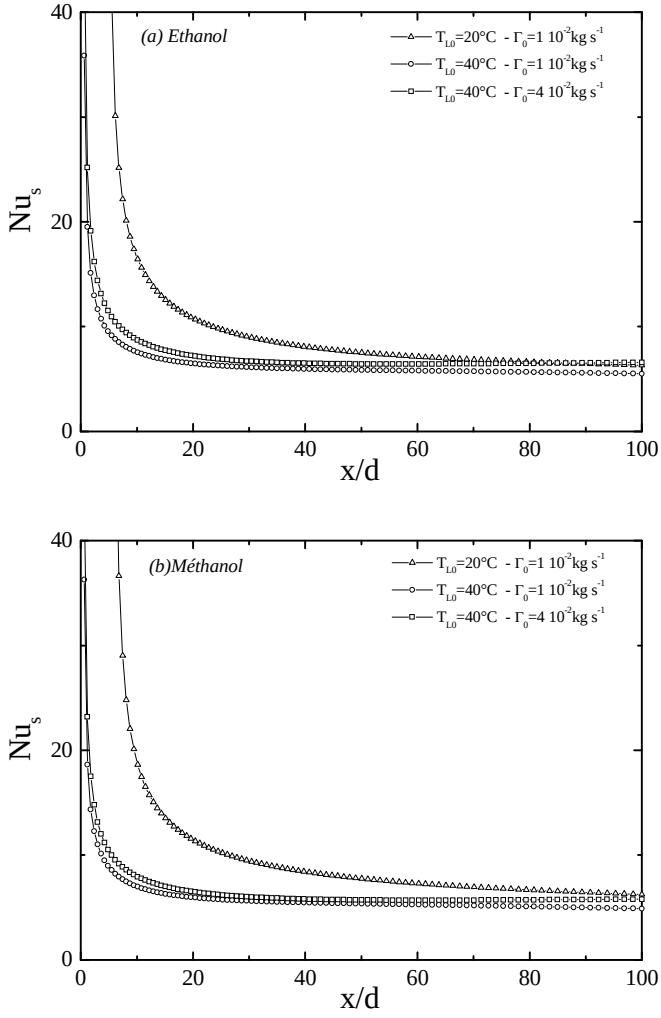


Figure 5.17 Effet du débit et de la température liquide sur le nombre de Nusselt sensible.

$$q_p = 5000\ w.m^{-2},\ Re_g = 2000,\ T_g = 20°C$$

Sur la figure 5.17, on présente le nombre de Nusselt sensible en fonction du débit et de température du film. A l'entrée du tube, pour $x < 40d$, la convection de la chaleur au niveau du film est le mécanisme principal pour l'évacuation de la chaleur de la paroi comme en témoigne l'allure des nombres de Nusselt sensibles et latents dans cette zone (figures 5.17 et 5.18). Quand l'écoulement progresse dans le tube, le transfert thermique et massique est essentiellement régi par conduction et par diffusion (figure 5.17-5.20).

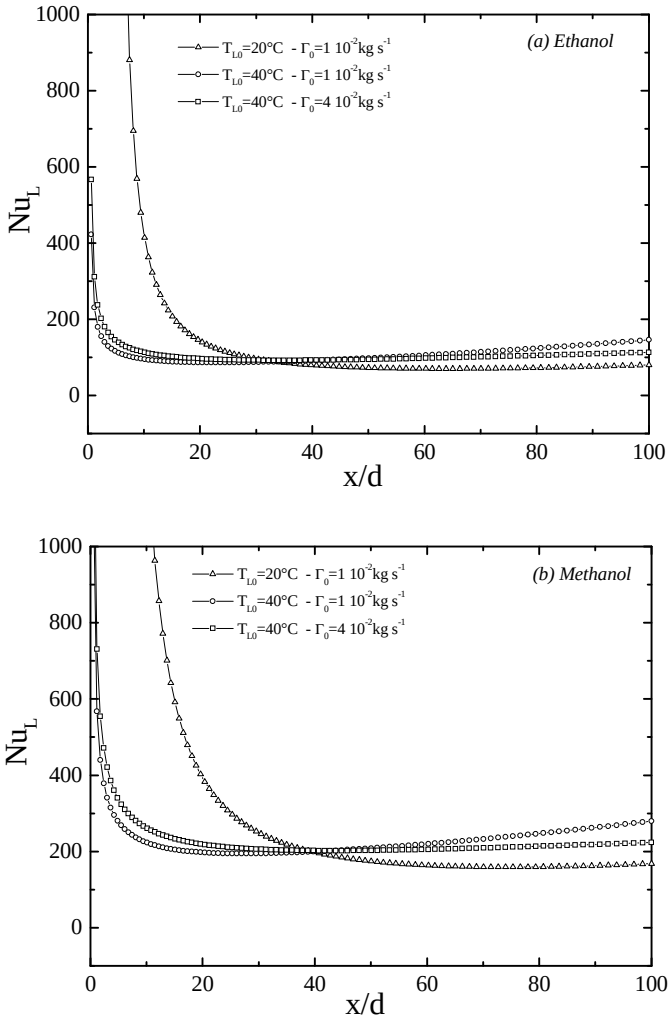


Figure 5.18 Effet du débit et de la température liquide sur le nombre de Nusselt latent.

$$q_p = 5000\ w.m^{-2},\ Re_g = 2000,\ T_g = 20°C$$

La figure 5.18 illustre la variation du nombre de Nusselt latent en fonction du débit et de la température du liquide. Cette grandeur est beaucoup plus élevée par rapport au nombre de Nusselt sensible montrant que l'énergie apportée par la paroi est essentiellement évacuée par mode latent.

L'évaporation est plus importante dans la zone d'entrée du tube. Ceci est du d'une part aux transferts convectifs dans cette zone, et d'autre part, car le gradient de concentration entre l'interface liquide-gaz et le mélange gazeux est élevé. La concentration des alcools dans l'écoulement gazeux augmente au cours de la progression dans le tube ce qui provoque une diminution de l'évaporation.

Dans les 40 premiers diamètres du tube le nombre de Nusselt latent est plus important quand la température du film est relativement faible (figure 5.18). Ceci résulte de la définition de ce nombre adimensionnel (équation (2.30)). On assiste à l'inversion de cette tendance au delà de cet abscisse. Ceci est dû à un effet de la température d'entrée du film plus marqué sur le flux massique évaporé comme le confirme la figure 5.22.

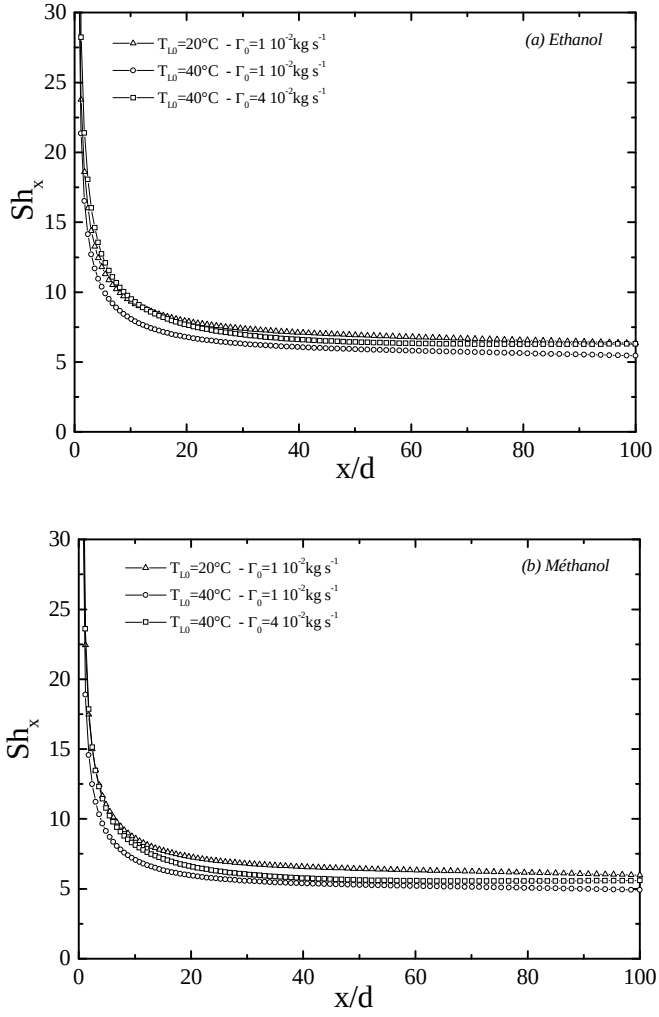


Figure 5.19 Effet du débit et de la température liquide sur le nombre de Sherwood

$$q_p = 5000\ w.m^{-2},\ Re_g = 2000,\ T_g = 20°C$$

Le nombre de Nusselt sensible figure 5.17 et le nombre de Sherwood figure 5.19 présentent la même allure car les nombres de Prandtl et de Schmidt sont voisins de l'unité dans cette étude. Ces deux nombres adimensionnels, sont plus importants quand le débit augmente et/ou la température à l'entrée du liquide diminue comme illustré sur les figures 5.17 et 5.19.

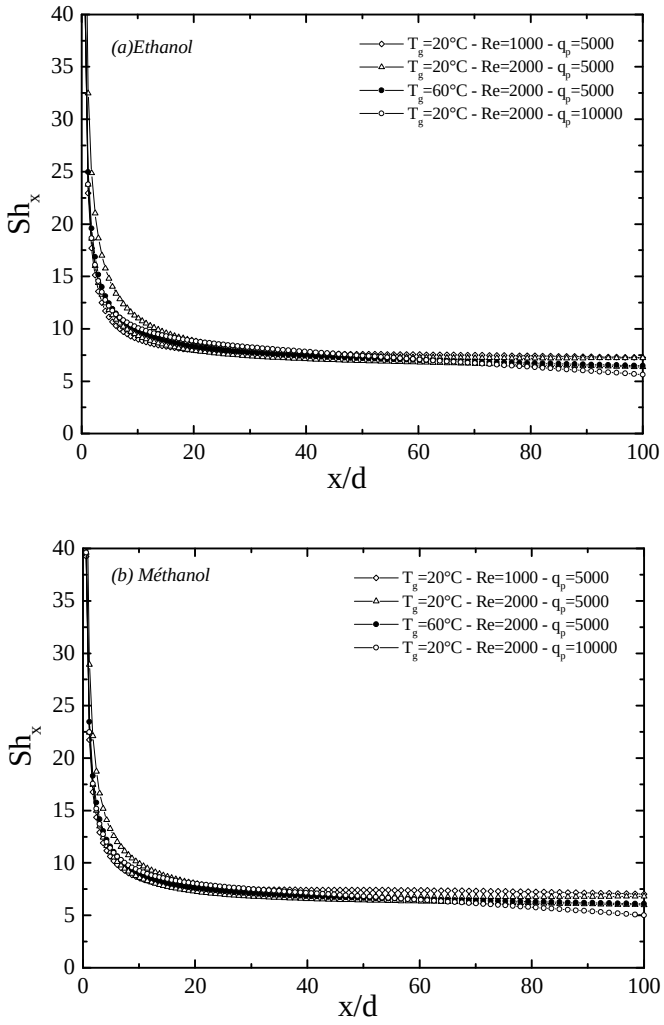


Figure 5.20 Effet de la température, du Reynolds gazeux et du flux à la paroi le nombre de Sherwood. $T_{L0} = 20°C$, $\Gamma_0 = 10^{-2}\ kg.s^{-1}$

Pour illustrer l'effet de la température du Reynolds gazeux, et du flux à la paroi sur les transferts de chaleur et de masse, on représente sur les figures 5.20 et 5.21 le nombre de Sherwood et le nombre de Nusselt total.

Le nombre de Sherwood local diminue rapidement dans les zones proches de l'entrée du cylindre jusqu'à une valeur sensiblement constante. Ceci peut être expliqué par les transferts conductifs et diffusionels qui deviennent plus importants que ceux par convection vers la sortie du tube.

Le transfert de matière varie très peu suite à la variation de la température du gaz du débit de celui-ci et même du flux imposé à la paroi.

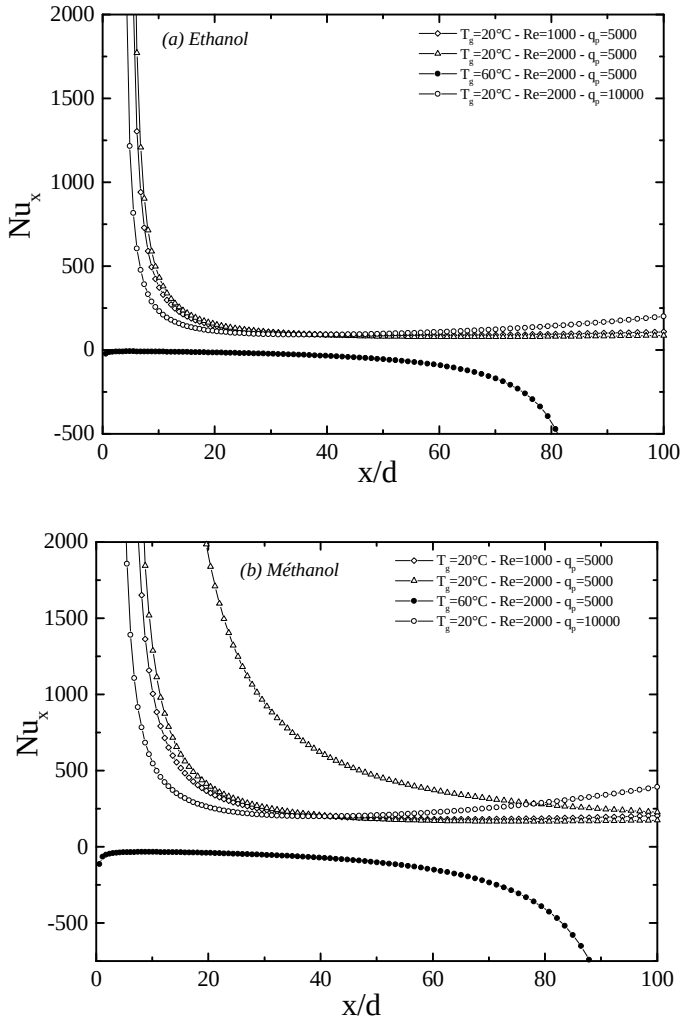


Figure 5.21 Effet de la température, du Reynolds gazeux et du flux à la paroi sur le nombre de Nusselt total. $T_{L0} = 20°C$, $\Gamma_0 = 10^{-2}\ kg.s^{-1}$

A cause du fait que le transfert par mode latent est dominant au niveau de l'interface le nombre de Nusselt total présente la même tendance que le nombre de Nusselt latent comme on peut le constater sur la figure 5.21.

Quand la température du gaz augmente le transfert thermique sensible change de direction et se fait du gaz vers le film liquide. C'est pourquoi la température du film augmente légèrement dans ce cas. Le film liquide reçoit de l'énergie à la fois de la paroi et du gaz.

Le nombre de Nusselt total tout comme celui latent est plus important quand le débit gazeux augmente, il décroît le long du tube. L'effet du flux à la paroi est lié à la longueur du tube. En effet à partir de $x / d = 40$, l'évaporation à tendance à croître avec l'augmentation de la longueur du tube

5.3.5 Les flux évaporés à l'interface

Afin de mettre a jour l'effet des paramètres précités sur l'évaporation on trace l'évolution des flux matière évaporés et des flux latents pour les deux fluides (figure 5.22 et 5.23). Ces courbes présentent la même allure prouvant que le transfert de matière qui se fait entre les deux phases est lié à l'évaporation. L'intensité du flux sensible par rapport à celui latent confirme ce résultat figure 5.24.

L'inspection de ces courbes (figures 5.22 et 5.23), montre que près de l'entrée de l'évaporation des alcools étudiés est importante. Elle est suivie par une région à taux d'évaporation relativement constant. Au cours de la dernière partie du tube, le flux matière évaporé et le flux latent présentent des profils presque linéaires. Cette tendance est plus marquée quand le flux imposé à la paroi est relativement faible.

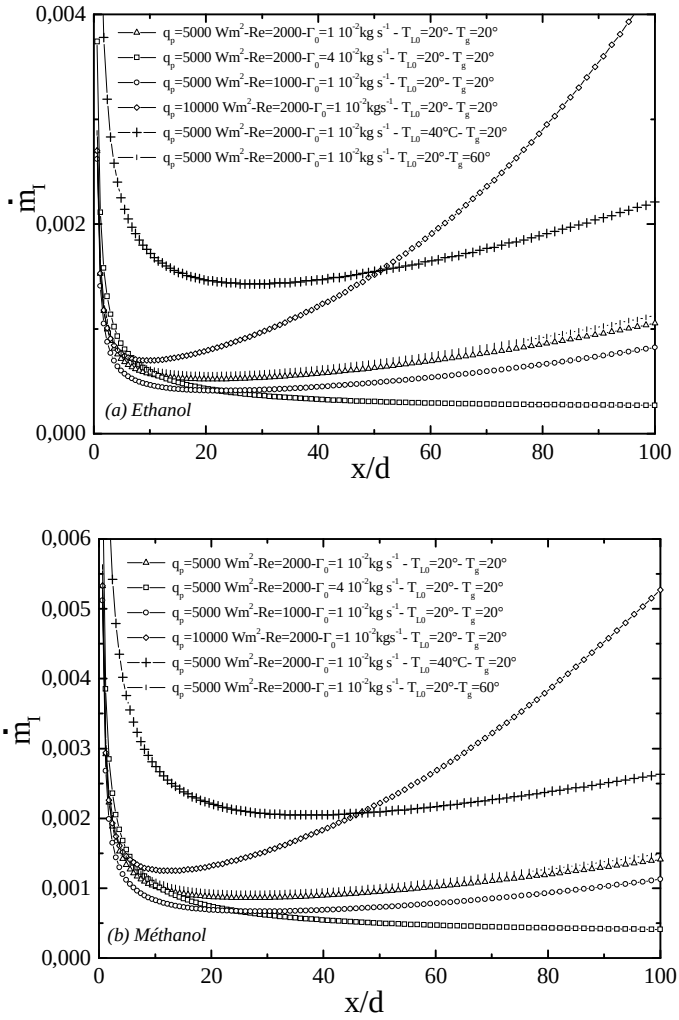


Figure 5.22 Effet du débit, de la température dans les deux phases et du flux à la paroi sur le flux matière évaporé

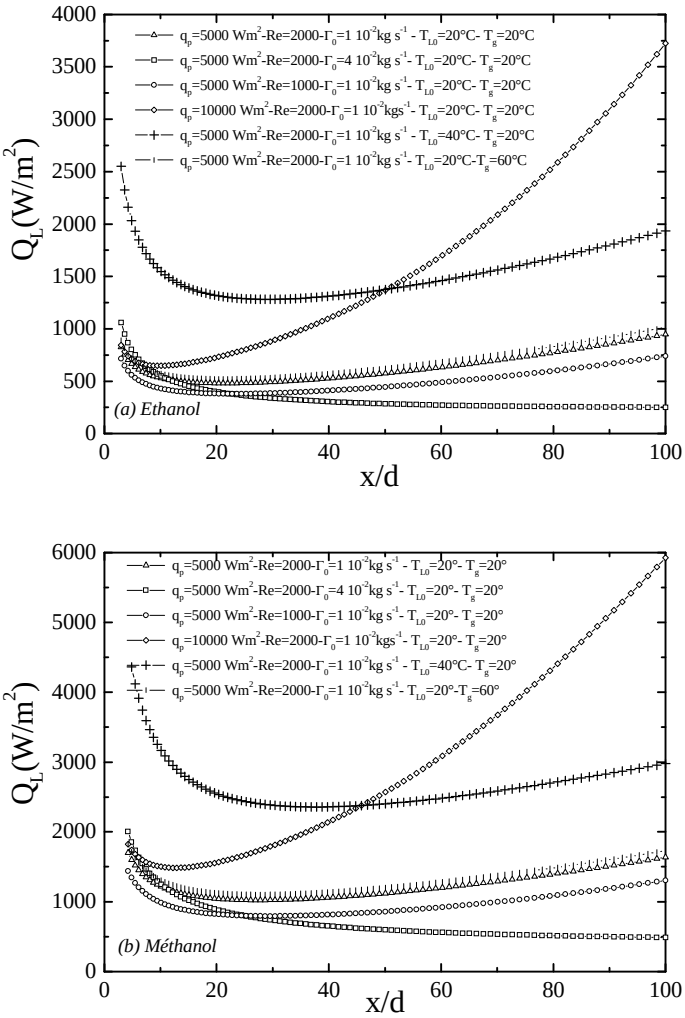


Figure 5.23 Effet du débit, de la température dans les deux phases et du flux à la paroi sur le flux latent évaporé

Quand x/d>40 (respectivement 20 quand le flux à la paroi est important), l'évaporation augmente graduellement le long du tube, ce qui peut être lié à la température du film qui est supérieure dans la dernière partie du tube (figure 5.13).

On peut aussi noter qu'une diminution de débit massique liquide entraîne une plus grande évaporation de film. Ce comportement est similaire à celui observé par **Feddaoui et al. [31]** dans le cas de l'eau et de **Tsay et al. [27]** pour un film d'éthanol. En régime turbulent le temps de passage du film liquide à travers le tube est si rapide que l'évaporation est très faible.

Il apparaît que quand le nombre de Reynolds du gaz augmente les valeurs du flux latent augmente (figures 5.23 et 5.24). Ce qui implique que les transferts de chaleur et de masse sont plus efficaces en convection forcée.

Notre attention est maintenant tournée vers l'effet du flux à la paroi et des températures dans les deux phases sur les échanges de chaleur et de masse entre le film liquide et le gaz (figures 5.22 et 5.23). Comme on pouvait s'y attendre, il ressort de ces courbes que le système à flux de chaleur à la paroi élevé ou à température de film à l'entrée du tube importante montre un plus grand flux latent à l'interface. Dans ce cas la température du liquide et la fraction massique à la paroi sont plus élevées (figures 5.14 et 5.16). L'évaporation est peu sensible à l'augmentation de la température du gaz.

Globalement les flux massique et latent à l'interface augmentent dans la direction de l'écoulement. Il s'avère, alors, que la longueur du tube a une influence indéniable sur l'intensité de l'évaporation. Cette dernière se développe d'une manière plus intense quand x augmente.

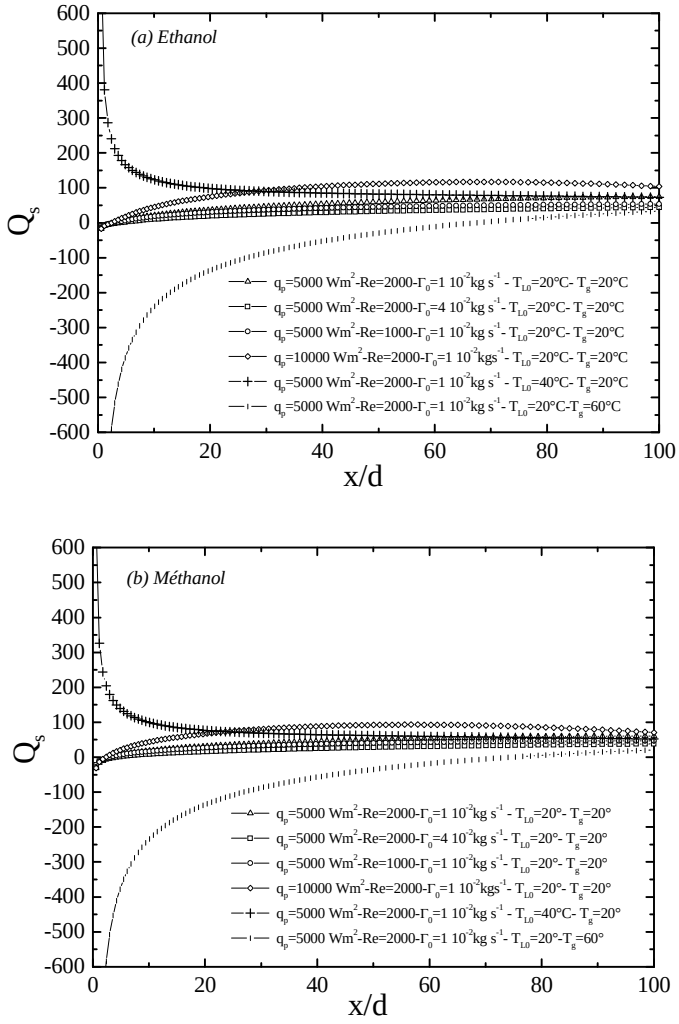


Figure 5.24 Effet du débit, de la température dans les deux phases et du flux à la paroi sur le flux sensible.

Quand le gaz est introduit à température ambiante et le film liquide relativement chaud, le gradient relativement important de température à l'entrée se traduit par une élévation du flux sensible à l'interface. Cet effet s'estampe au fur et à mesure que les deux phases s'écoulent dans le tube. En effet la température du liquide augmente et le gradient entre le liquide et le gaz diminue. Dans ce cas, le flux sensible est légèrement amélioré quand le flux à la paroi augmente à cause de l'élévation progressive de la température à la paroi.

Quand le gaz est introduit à température relativement élevée le transfert par mode sensible change de direction figure 5.24. Il se fait dorénavant du gaz vers le liquide en augmentant très légèrement la température du film. L'augmentation de la vitesse que ce soit dans le liquide ou le gaz n'affecte pas le flux sensible.

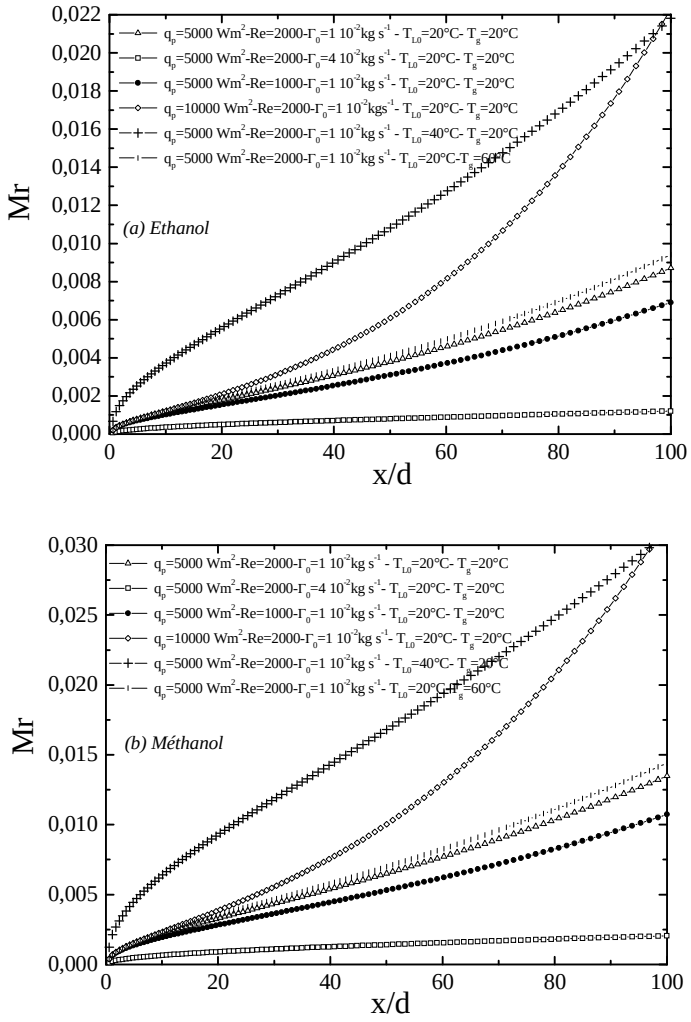


Figure 5.25 Effet du débit, de la température dans les deux phases et du flux à la paroi sur le taux massique évaporé.

La figure 5.25 représente la variation du taux massique évaporé le long du tube en fonction des paramètres du problème. En régime turbulent la portion de liquide évaporée est très faible, elle n'excède pas 0,12% dans le cas de l'éthanol et 0,21 % pour le méthanol. La récupération énergétique dans ce cas est faible (pour l'éthanol : 0,5 % et pour le méthanol 1%). La température du liquide ou du flux de chaleur à la paroi permet d'améliorer l'évaporation. Ils ont des effets équivalents permettant d'évaporer 2,2 % d'éthanol (respectivement 3% de méthanol) en emportant 39% d'énergie pour l'éthanol (respectivement 60% pour le méthanol) apportée au niveau de la paroi externe du tube (figure 5.26).

L'augmentation de la vitesse d'écoulement dans le gaz ou de la température permet d'améliorer le taux évaporé.

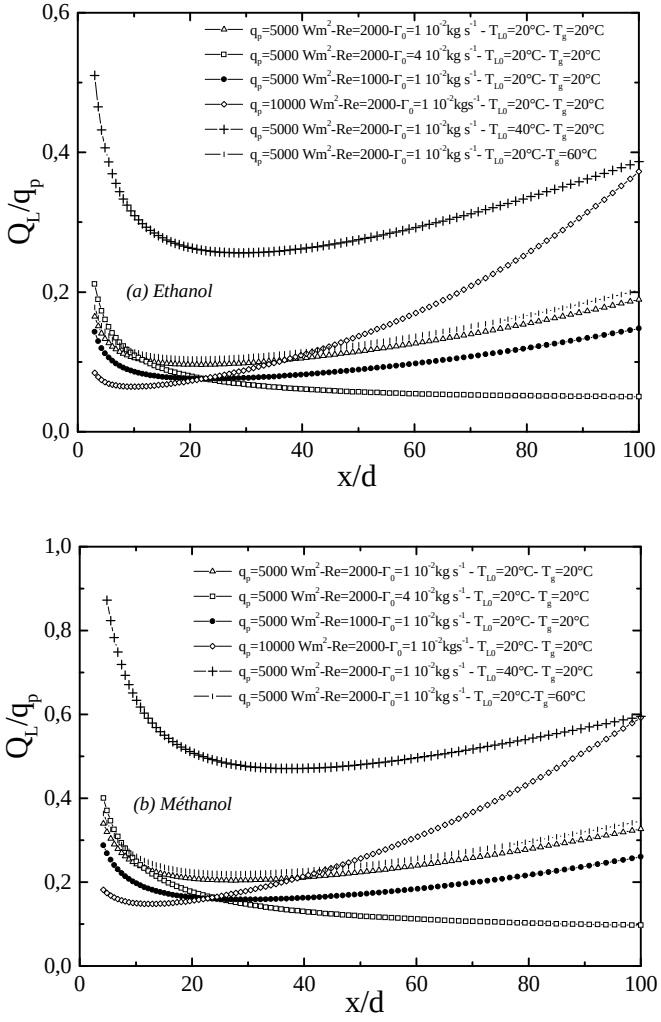


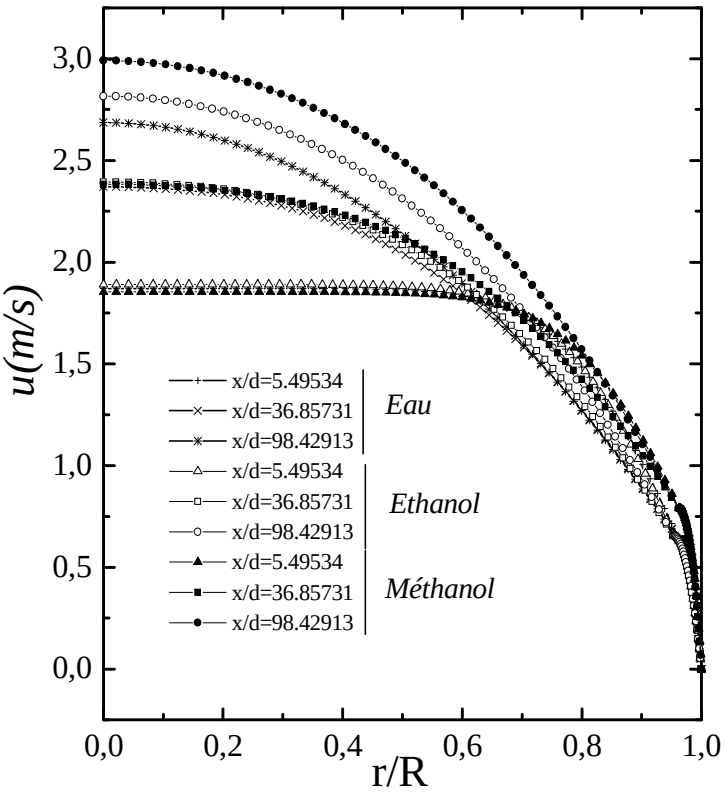
Figure 5.26 Effet du débit, de la température dans les deux phases et du flux à la paroi sur le flux latent relatif à l'interface.

Nous illustrons sur la figure 5.26 l'effet du débit, de la température dans les deux phases et du flux à la paroi sur le flux latent relatif à l'interface. L'effet des différents paramètres du problème sur le flux évaporé relatif est identique au taux massique évaporé.

On constate que, quand le film liquide est introduit à température ambiante, l'augmentation de la température du gaz, du Reynolds de celui-ci ou de la température du gaz permet d'accroître les taux d'évaporation massiques (0,9 % pour l'éthanol et 1,4 % pour le méthanol) et thermiques (20 % pour l'éthanol et 35 % pour le méthanol).

5.4 COMPARAISON DES TROIS FLUIDES

5.4.1 Profil des vitesses



5.27 Comparaison entre les profils de vitesse pour les trois fluides.

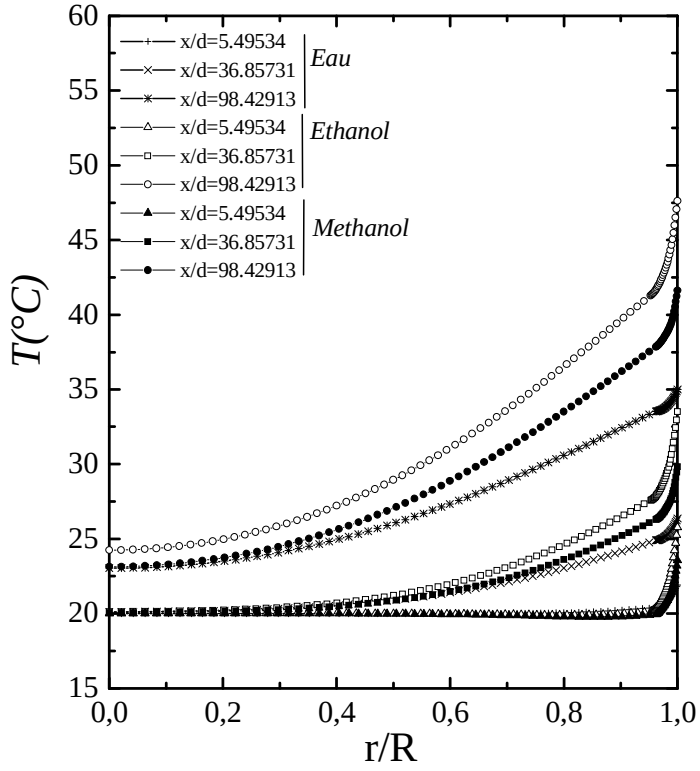
$q_p = 5000\ w.m^{-2}$, $Re_g = 2000$, $T_g = 20°C$, $T_{L0} = 20°C$, $\Gamma_0 = 10^{-2}\ kg.s^{-1}$

On remarque d'après les profils comparatifs de la vitesse axiale le long du tube comme le montre la figure 5.27 que, globalement, le fluide est décéléré au voisinage de l'interface et accéléré dans la partie centrale du tube. La vitesse de circulation du mélange air- méthanol est

plus élevée que l'air-éthanol qui elle-même supérieur à la vitesse de circulation air-eau. Ainsi la volatilité des alcools se traduit, que ce soit au niveau de l'interface ou dans l'écoulement gazeux, par une vitesse plus importante par rapport à l'eau.

Pour les mêmes conditions aux limites, les transferts convectifs sont plus intenses en phase liquide pour le méthanol que dans le cas de l'éthanol ou l'eau (Tableaux 5.1-5.3). Ceci se traduit par une vitesse dans le liquide élevée pour le méthanol suivi par l'eau puis l'éthanol.

5.4.2 Profil des températures



5.28 Comparaison entre les profils de température pour les trois fluides.

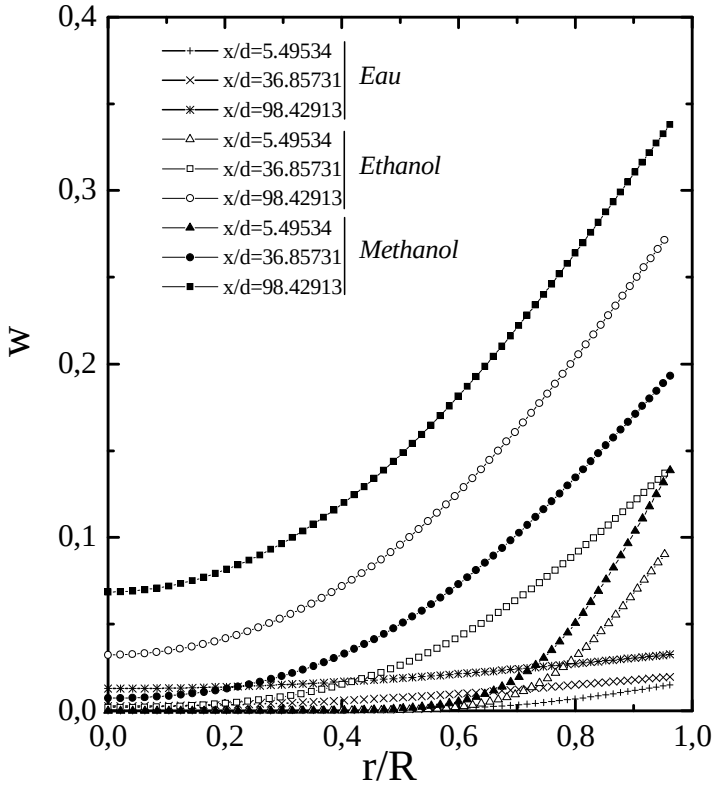
$q_p = 5000\ w.m^{-2}$, $Re_g = 2000$, $T_g = 20°C$, $T_{L0} = 20°C$, $\Gamma_0 = 10^{-2}\ kg.s^{-1}$

Le profil de température du gaz uniforme imposé à l'entrée, a tendance à augmenter le long du tube. Ceci signifie que le transfert thermique se fait du liquide vers le gaz. Lorsque l'air est en présence d'un fluide peu volatil (éthanol est moins volatil que le méthanol) l'évaporation est moins importante ce qui se traduit par une température de la phase liquide plus élevée. Toutefois, on remarque que même la température du gaz est plus élevée dans ce cas. Ceci est dû à la densité

du méthanol qui est plus faible par rapport à l'éthanol lui permettant une évacuation rapide vers la sortie du tube.

La température dans les deux phases, dans le cas du mélange air –eau est plus basse que celle des alcools étudiés. Ainsi l'évaporation très faible de l'eau se traduit par une température de la phase gazeuse plus faible. L'eau liquide récupère moins d'énergie fournie par la paroi par mode sensible ce qui explique la température basse de film constatée dans ce cas.

5.4.3 Profil des fractions massiques

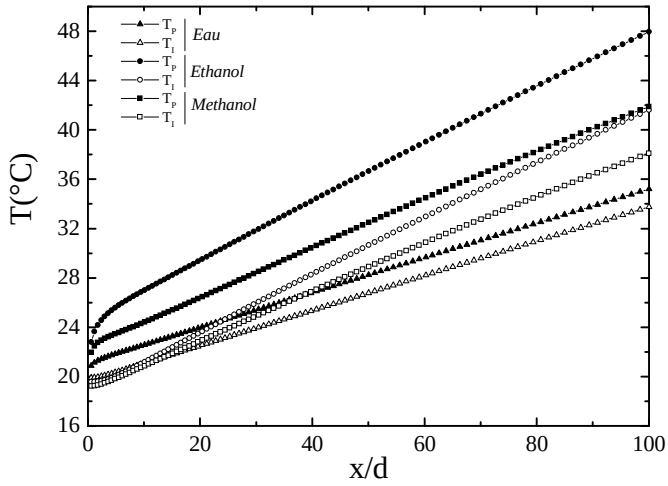


5.29 Comparaison entre les profils de fraction massique pour les trois fluides.

$q_p = 5000\ w.m^{-2}$, $Re_g = 2000$, $T_g = 20°C$, $T_{L0} = 20°C$, $\Gamma_0 = 10^{-2}\ kg.s^{-1}$

En raison de l'évaporation, la fraction massique croit le long du tube. L'augmentation de la fraction massique est liée à la volatilité du fluide, plus le fluide est volatil plus on constate une élévation importante de la fraction massique en phase gazeuse. Il s'ensuit une différence significative dans l'évaporation du méthanol par rapport à l'eau et l'éthanol.

5.4.4 Températures à la paroi et à l'interface



5.30 Comparaison entre les températures à l'interface et à la paroi pour les trois fluides.

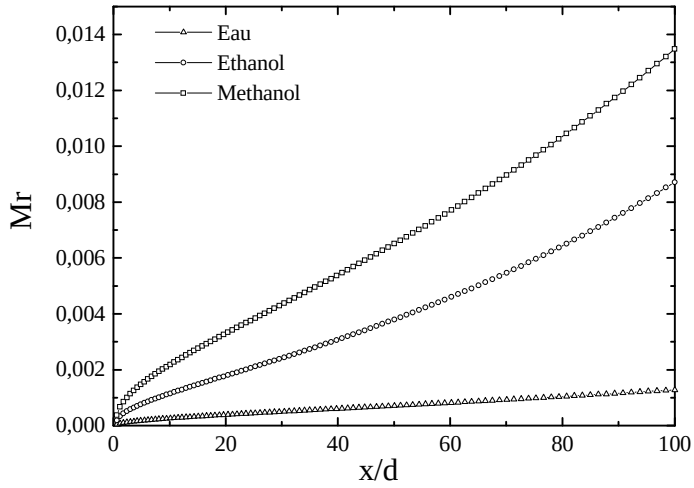
$$q_p = 5000\ w.m^{-2},\ Re_g = 2000,\ T_g = 20°C,\ T_{L0} = 20°C,\ \Gamma_0 = 10^{-2}\ kg.s^{-1}$$

Les températures à l'interface et à la paroi se développent de la même façon, et sont relativement plus élevés pour l'éthanol par rapport au méthanol. Ceci est probablement dû au refroidissement par évaporation qui est plus important pour le méthanol par rapport au film d'éthanol.

Le gradient de température entre la paroi et l'interface est plus important pour l'éthanol par rapport au méthanol. Ceci peut s'expliquer par la conductivité faible de l'éthanol par rapport au méthanol. De même que les travaux antérieurs **[1,5]** la figure 5.30 montre que l'interface et la paroi présentent des températures très proches dans le cas de l'eau. Cela peut être expliqué par la conductivité relativement élevée de l'eau.

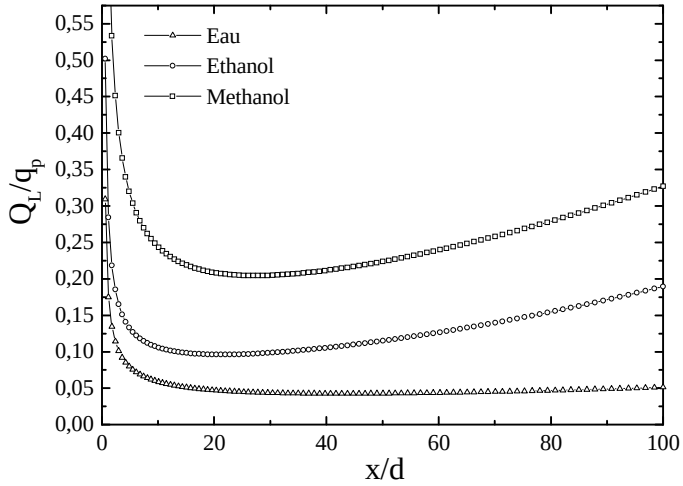
L'élévation de la température pariétale le long du cylindre est moins importante pour le méthanol par rapport à l'éthanol. La température du film d'eau est faible par rapport aux alcools. Ces résultats démontrent qu'un film d'eau ruisselant sur une paroi soumise à un flux de chaleur constant atténue l'action de ce flux de façon plus efficace par rapport au méthanol et à l'éthanol.

5.4.5 Flux relatifs au niveau de l'interface



5.31 Comparaison de la fraction évaporée au niveau de l'interface pour les trois fluides

$q_p = 5000\ w.m^{-2}$, $Re_g = 2000$, $T_g = 20°C$, $T_{L0} = 20°C$, $\Gamma_0 = 10^{-2}\ kg.s^{-1}$



5.32 Comparaison du flux latent relatif pour les trois fluides

$q_p = 5000\ w.m^{-2}$, $Re_g = 2000$, $T_g = 20°C$, $T_{L0} = 20°C$, $\Gamma_0 = 10^{-2}\ kg.s^{-1}$

Les figures 5.31 et 5.32 illustrent les variations du taux d'évaporation total cumulé au niveau de l'interface et des flux de chaleur latent relatifs pour l'eau, l'éthanol et le méthanol. L'examen du taux d'évaporation total cumulé montre que la différence entre l'évaporation de l'éthanol et l'eau est considérable, mais pas tout à fait aussi élevée que le méthanol.

Une faible proportion de fluide (0,1% d'eau, 0,9% d'éthanol et 1,3% de méthanol) s'évapore en emportant avec elle une quantité conséquente d'énergie (5% dans le cas de l'eau, 10% pour l'éthanol et 20 % pour le méthanol).

5.5 CONCLUSION

Le transfert par mode latent entre le film liquide et le mélange gazeux est supérieur à celui qui se déroule en mode sensible.

Contrairement au régime laminaire dans le liquide, l'évaporation est faible en régime turbulent.

Quand la température est élevée et le débit est faible, le taux d'évaporation est élevé même si le flux à la paroi est faible.

Finalement, la diminution du débit massique du liquide et l'augmentation de la température de celui-ci ou du flux imposé à la paroi entraîne une évaporation plus importante. L'évaporation est insensible à l'augmentation de la température du gaz.

La nature du constituant joue un rôle important sur l'évaporation. Le méthanol est considéré comme efficace pour la récupération énergétique. Une faible proportion de fluide n'excédant pas 3 % de méthanol (respectivement 2% d'éthanol) s'évapore dans le tube en emportant 60 % de l'énergie fournie par la paroi dans le cas du méthanol (respectivement 40% pour l'éthanol).

Conclusion générale

L'étude de l'évaporation d'un film d'eau a suscité l'intérêt de beaucoup d'auteurs et a donné lieu à de nombreux travaux de recherche en raison de la disponibilité de cette source et de son coût relativement faible. Toutefois, l'étude des mélanges reste un problème ouvert et susceptible de fournir des informations utiles pour le milieu industriel puisque les phases impliquées dans les processus techniques sont presque toujours des mélanges à plusieurs composants. Dans ce contexte, L'étude de l'évaporation d'autres fluides purs tel que l'éthanol et le méthanol constitue une étape intermédiaire importante avant l'étude des mélanges.

L'utilisation d'échangeurs thermiques classiques pour le refroidissement d'effluents industriels pose des problèmes de surface d'échange, et de conduction tubulaire faibles qui peuvent limiter les échanges thermiques. Particulièrement dans le cas des échangeurs à serpentin, fréquemment utilisés pour le refroidissement des liquides moyennant un flux gazeux, la surface d'échange se trouve très réduite. L'utilisation d'évaporateur à film ruisselant peut pallier ce problème en permettant un contact direct et plus étalé entre les deux fluides.

Dans l'industrie des quantités importantes d'énergie sont rejetées dans la nature sous forme de fluides chauds issus de circuits de refroidissements ; de gaz de combustion…. Les évaporateurs tubulaires a films ruisselants permettent de récupérer partiellement cette énergie.

Dans ce contexte, nous avons procédé à la simulation de l'évaporation d'un film liquide d'éthanol ou de méthanol s'écoulant sur la paroi interne d'un tube d'évaporateur à film ruisselant. Un jet d'air est véhiculé dans le sens descendant dans le but de favoriser l'évaporation. Deux conditions thermiques au niveau de la paroi ont été étudiées : adiabatique ou soumise à un flux constant et uniforme. Nous avons, d'abord, procédé à la détermination des conditions optimales de l'évaporation pour l'éthanol et le méthanol dans chaque cas. Ensuite, nous avons effectué une étude comparative par rapport à l'eau.

Les équations qui régissent les transferts thermiques et massiques ainsi que les conditions aux limites qui leur sont associées sont discrétisés à l'aide d'une méthode aux différences finies

implicite. Les systèmes d'équations algébriques obtenues sont résolus à l'aide de l'algorithme de Thomas.

L'étude paramétrique du refroidissement par évaporation d'un film constitué d'éthanol ou de méthanol a montré que le refroidissement est amélioré quand le débit liquide est faible, la température d'entrée de film élevée et le débit de l'air important.

L'évaporation d'une faible proportion ne dépassant pas 3%, dans les meilleurs des cas, le fluide chaud introduit dans un tube à paroi externe adiabatique, permet d'évacuer partiellement l'énergie emmagasinée par le liquide entraînant son refroidissement.

La nature du fluide joue un rôle important sur les transferts de chaleur et de masse occasionnés entre le film liquide et le gaz. Ainsi, le méthanol présente un meilleur refroidissement suivi de l'éthanol puis l'eau.

Plus le fluide est volatil plus il est considéré comme efficace pour la récupération énergétique. 60 % de l'énergie fournie par la paroi, peut être récupérée moyennant l'évaporation d'une faible portion de méthanol 3%. Aussi 2% d'éthanol permet de récupérer 40% de l'énergie apportée par la paroi du tube.

Un faible débit liquide, une température d'entrée de film élevée et un nombre de Reynolds gazeux important sont considérés comme des conditions d'exploitation favorables à la récupération énergétique par les alcools.

Cette étude nous a permis de cerner les paramètres influençant, d'une part, le refroidissement par évaporation, et d'autre part, la récupération énergétique pour un fluide s'écoulant sous forme de film sur la face interne d'un tube vertical.

Dans un avenir très proche nous, procéderons à la simulation des mélanges binaires. Cette étude serait d'une grande utilité puisque les fluides mis en jeu dans l'industrie sont généralement des mélanges. Le prolongement de la présente simulation serait d'analyser l'évaporation en régime turbulent. La nature turbulente du gaz, bien qu'elle rende l'approche plus complexe, est importante pour un éventuel dimensionnement.

Annexe A

Coefficients des corrélations pour le calcul des propriétés physico-chimiques des fluides purs Componend plus [44]

Ethanol

	A	B	C	D	E	Intervalle de validité
Cp(liquide)J/kmol°K	102640	-139,63	-0,030341	0,0020386	0	159,05<T<390°K
Cp(gaz) J/kmol°K	49200	145770	1662,8	93900	744,7	200<T<1500° K
λ (liquide) W/m°K	0,2468	-0,000264	0	0	0	159,05<T<353,15° K
λ (gaz) W/m°K	-0,010109	0,6475	-7332	-268000	0	293,15<T<1000° K
μ (liquide) Pa.s	7,875	781,98	-3,0418	0	0	200<T<440°K
μ (gaz) Pa.s	$1,0613\ 10^{-7}$	0,8066	52,7	0	0	200<T<1000°K
Psat Pa	74,475	-7164,3	-7,327	$3,134\ 10^{-6}$	2	159,05<T<513,92°K
Lv J/kmol	$569\ 10^{5}$	0,3359	0	0	0	159,05<T<513,9°K
d (liquide) $kmol/m^3$	1,648	0,27627	513,92	0,2331	0	159,05<T<513,9°K

Méthanol

	A	B	C	D	E	Intervalle de validité
Cp(liquide)J/kmol°K	105800	-362,23	0,9379	0	0	175,47<T<400°K
Cp(gaz) J/kmol°K	39252	87900	1916,5	53654	896,7	200<T<1500°K
λ (liquide) W/m°K	0,2837	-0,000281	0	0	0	175,41<T<337,85°K
λ (gaz) W/m°K	-7,763	1,0279	$-7436\ 10^{4}$	$6,77\ 10^{9}$		273<T<100°K
μ (liquide) Pa.s	-25,317	1789,2	2,069	0	0	175,47<T<337,85°K
μ (gaz) Pa.s	$3,0663\ 10^{-7}$	0,69655	205	0	0	240<T<1000°K
Psat Pa	81,768	-6876	-8,7078	$7,1926\ 10^{-6}$	2	175,47<T<512,64°K
Lv J/kmol	$5239\ 10^{4}$	0,3682	0	0	0	175,47<T<512,64°K
d (liquide) $kmol/m^3$	2,988	0,2685	512,64	0,2453	0	175,47<T<512,64°K

Air

	A	B	C	D	E	Intervalle de validité
Cp(liquide)J/kmol°K	-214460	9185,1	-106,12	0,41616	0	75<T<115°K
Cp(gaz) J/kmol°K	28958	9390	3012	7580	1484	50<T<1500°K
λ (liquide) W/m°K	0,28472	-0,0017393	0	0	0	75<T<125°K
λ (gaz) W/m°K	0,00031417	0,7786	-0,7116	2121,7	0	70<T<2000°K
μ (liquide) Pa.s	-20,077	285,15	1,784	$-6{,}2382\ 10^{-22}$	10	59,15<T<130°K
μ (gaz) Pa.s	$1{,}425\ 10^{-6}$	0,5039	108,3	0	0	80<T<2000°K
Psat Pa	21,662	-692,39	-0,39208	0,0047574	1	59,15<T<132,45°K
Lv J/kmol	8474000	0,3822	0	0	0	59,15<T<132,45°K
d (liquide) $kmol/m^3$	2,8963	0,26733	132,45	0,27341	0	59,15<T<132,45°K

Eau

	A	B	C	D	E	Intervalle de validité
Cp(liquide) J/kmol°K	276370	-2090,1	8,125	-0,014116	$9{,}370110^{-6}$	273,16<T<533,15°K
Cp(gaz) J/kmol°K	33363	26790	2610,5	8896	1169	100<T<2273,1°K
λ (liquide) W/m°K	-0,432	0,0057255	$-8{,}078\ 10^{-6}$	$1{,}861\ 10^{-9}$	0	273,16<T<633,15°K
λ (gaz) W/m°K	0,0021606	0,76839	3940,5	-445340	0	273,16<T<1073,15°K
μ (liquide) Pa.s	-52,843	3703,6	5,866	$-5{,}879\ 10^{-29}$	10	273,16<T<646,15°K
μ (gaz) Pa.s	$6{,}1839\ 10^{-7}$	0,67779	847,83	-73930	0	273,16<T<1073,15°K
Psat Pa	73,649	-7258,2	-7,3037	$4{,}1653\ 10^{-6}$	2	273,16<T<647,13°K
Lv J/kmol	52053000	0,3199	-0,212	0,25795	0	273,16<T<647,13°K
d (liquide) $kmol/m^3$	5,459	0,30542	647,13	0,081	0	273,16<T<333,15°K

Annexe B

Algorithme de Thomas
Méthode de Patankar [45]

Les équations discrétisées dans les deux phases, avec celles couplées à l'interface gaz-liquide conduisent à un système d'équations algébriques que l'on peut écrire sous la forme d'une matrice tridiagonale.

$$[A^n]\times[\varphi^n]=[D^n] \qquad \text{(B.1)}$$

Or, puisqu'on a une dominance de la diagonale, l'algorithme retenu pour la résolution du système algébrique précédente est celui de Thomas. La première étape consiste à rendre la matrice triangulaire supérieure. Les éléments de la nouvelle diagonale sont donnés par :

$$B_j^n = B_j^n - \frac{D_j^n}{B_{j-1}^n} A_{j-1}^n \qquad \text{(B.2)}$$

Et les éléments du nouveau vecteur unitaire D_j^n sont donnés par :

$$D_j^n = D_j^n - \frac{C_j^n}{B_{j-1}^n} D_{j-1}^n \qquad \text{(B.3)}$$

La solution se calcule par la formule de récurrence suivante :

$$\varphi_{J\,max} = \frac{D_{J\,max}}{B_{J\,max}} \qquad \text{(B.4)}$$

$$\varphi_j = \frac{D_j^n - A_j^n \varphi_{j-1}}{B_j^n} \qquad \text{(B.5)}$$

j variant de $NK-1,.....,1$ pour $(n=1,2)$ et j variant de $NJ+1,.....,1$ pour $(n=3,4\text{ et }5)$

Cette solution peut s'écrire aussi de la forme suivante :

$$\varphi_j = \chi_j \varphi_{j+1} + \xi_j \qquad \text{(B.6)}$$

pour j variant de $j=1,....., N\text{K}$

Annexe C

Correction du champ des pressions
Méthode de Raithby & Schneider [46]

La méthode de couplage en pression qui permet à la convergence, la satisfaction à la contrainte d'incompressibilité, est une méthode dite correction de pression. Plusieurs types de procédures itératives peuvent être utilisés. Récemment **Raithby et Schneider [46]** ont proposé un arrangement approprié aux écoulements incompressibles qui exige un tiers de moins d'effort (trois itérations) que le calcul de la sécante. L'arrangement suppose que les coefficients dans les équations discrétisées demeureront constants, c.-à-d., aucune forme de la mise à jour n'est utilisée pendant que le gradient de pression est ajusté de sorte que la contrainte globale de l'écoulement de la masse soit satisfaite. L'idée est qu'une fois qu'on donne $\frac{\mathrm{d}P_d}{\mathrm{d}x}$, une solution temporaire est obtenue pour les équations aux différences finies, une correction peut être obtenue en utilisant une forme de la méthode de Newton. Avec les coefficients "gelés", les vitesses varient linéairement avec le gradient de pression, donc la méthode de Newton devrait fournir la correction du gradient de pression. Pour illustrer, on pose $S = \frac{\mathrm{d}P_d}{\mathrm{d}x}$. On donne la valeur initiale pour $\frac{\mathrm{d}P_d}{\mathrm{d}x} = \left(\frac{\mathrm{d}P_d}{\mathrm{d}x}\right)^*$ et nous calculons des vitesses temporaires $\left(u_j^{n+1}\right)^*$ et un débit massique du gaz $\dot{M}^*$. Due à la linéarité de l'équation de quantité de mouvement avec les coefficients "gelés", par l'application de la méthode de Newton, la vitesse corrigée à chaque point s'écrit:

$$u_j^{n+1} = \left(u_j^{n+1}\right)^* + \frac{\partial u_j^{n+1}}{\partial S}\Delta S \qquad \text{(C.1)}$$

Où ΔS est le changement du gradient de pression exigé pour satisfaire à la conservation massique globale. Nous définissons $u_{p,j}^{n+1} = \frac{\partial u_j^{n+1}}{\partial S}$. Les équations aux différences finies sont discrétisées en tenant compte du gradient de pression (S) pour obtenir les équations discrétisées

pour $u_{p,j}^{n+1}$ qui sont sous une forme tridiagonal. Les coefficients pour les inconnus dans ces équations seront les mêmes que pour les équations aux différences finies implicites initiales. L'algorithme de Thomas est employé pour résoudre le système des équations algébriques pour $u_{p,j}^{n+1}$. Les conditions aux limites sur $u_{p,j}^{n+1}$ doivent être conformes aux conditions aux limites de la vitesse. Pour les conditions où la vitesse est $u_{p,j}^{n+1} = 0$, tandis que pour les conditions où le gradient de vitesse est $\frac{\partial u_{p,j}^{n+1}}{\partial n} = 0$ (normale de n à la borne). La solution de $u_{p,j}^{n+1}$ est alors employée pour déterminer ΔS en notant que $u_{p,j}^{n+1}\Delta S$ est la correction de la vitesse à chaque point exigée pour satisfaire à la conservation massique globale. Donc nous pouvons écrire:

$$\dot{M} - \dot{M}^{*} = \Delta S \int_{A} \rho u_{p,j}^{n+1} dA \qquad \text{(C.2)}$$

L'intégrale est évaluée par des moyens numériques. Dans l'équation (C.2), $\dot{M}$ est une valeur connue indiquée par les conditions initiales. La valeur exigée de ΔS est déterminée à partir de l'équation (C.2). Les valeurs de la vitesse corrigées u_j^{n+1} peuvent alors être déterminées à partir de l'équation (C.1). L'équation de continuité est alors utilisée pour déterminer υ_j^{n+1}.

Annexe D

Grandeurs de mélange

a) Vitesse de mélange

Débit -volumique traversant une section S : $q_v = \int_{S_0} \vec{v} \cdot \vec{n} \ \mathrm{d}S$ (D.1)

Débit- massique traversant une section S : $q_m = \int_{S_0} \rho \vec{v} \cdot \vec{n} \ \mathrm{d}S$ (D.2)

Débit- thermique traversant une section S $q_e = \int_{S_0} \rho c_p T \vec{v} \cdot \vec{n} \ \mathrm{d}S$ (D.3)

Le débit volumique peut s'écrire sous la forme : $q_v = S_0 v_\mathrm{d}$ (D.4)

Avec v_d (vitesse débitante ou vitesse de mélange) c'est la vitesse uniformément distribuée qui assurerait le même débit à travers la surface S_0.

On obtient : $v_d = \frac{1}{S_0} \int_{S_0} \vec{v} \cdot \vec{n} \ \mathrm{d}S$ (D.5)

b) Température de mélange

Par analogie on définit la température de mélange T_b c'est la température d'un écoulement isotherme qui transporterait le même débit thermique avec le même débit volumique

$q_e = T_b \int_{S_0} \rho \, \mathrm{c_p} \, \vec{v} \cdot \vec{n} \ \mathrm{d}S$ (D.6)

D'où : $T_b = \frac{q_e}{2\pi \int \rho c_p r \, u \, \mathrm{d}r} = \frac{\int \rho \, \mathrm{c_p} T \, r \, u \, \mathrm{d}r}{\int \rho c_p r \, u \, \mathrm{d}r}$ (D.7)

c) Fraction massique de mélange

Par analogie entre le transfert thermique et massique on définit la fraction massique de mélange par : $w_b = \frac{\int \rho \, w \, r \, u \, \mathrm{d}r}{\int \rho \, r \, u \, \mathrm{d}r}$ (D.8)