جامعة سيدي محمد بن عبد الله بفاس
UNIVERSITÉ SIDI MOHAMED BEN ABDELLAH DE FES

كلية العلوم ظهر المهراز فاس
FACULTE DES SCIENCES DHAR EL MAHRAZ FES

N° d'ordre : 63/2024

Centre des Etudes : ***Sciences et Techniques et Sciences Médicales***

Formation Doctorale : ***Sciences et Technologies de l'Information et de Communication***

Discipline : ***Informatique***

Spécialité : ***Informatique***

Laboratoire : ***Laboratoire d'Informatique, Signaux, Automatique et Cognitivisme***

THÈSE DE DOCTORAT

Maching Learning et Programmation par Contraintes. Application au Problème d'Affectation

Présentée par :

Soufyane MAJDOUB

Soutenue le 23/11/2024 devant le jury :

Nom et Prénom	Grade	Etablissement	Président
Pr El Beqqali Omar	Professeur d'enseignement supérieur	Faculté des sciences Dhar El Mahraz, Fès	Président
Pr Mohamed Sabbane	Professeur d'enseignement supérieur	Faculté des sciences, Université Moulay Ismail, Meknès	Rapporteur
Pr Merras Mostafa	Maitre de Conférence Habilité	Ecole supérieur de Technologies, Université Moulay Ismail, Meknès	Rapporteur
Pr El Habib Nfaoui	Professeur d'enseignement supérieur	Faculté des sciences Dhar El Mahraz, Fès	Rapporteur
Pr Boumhidi Jaouad	Professeur d'enseignement supérieur	Faculté des sciences Dhar El Mahraz, Fès	Examinateur
Pr Haddouch Khalid	Maitre de Conférence Habilité	École Nationale des Sciences Appliquées, Université Sidi Mohamed Ben Abdellah	Examinateur
Pr Loqman Chakir	Professeur d'enseignement supérieur	Faculté des sciences Dhar El Mahraz, Fès	Directeur de thèse

Année Universitaire : 2023-2024

Résumé de la thèse

Ce travail porte sur des méthodologies et des applications de la recherche opérationnelle et de l'optimisation combinatoire dans la modélisation et la résolution optimale des problèmes réels rencontrés. La programmation mathématique en nombre entiers nous a permis de formuler un nouveau modèle d'aide à la décision permettant d'optimiser l'occupation des résidences d'estivage, de sélectionner les bénéficiaires du service d'estivage, d'affecter les adhérents aux résidences disponibles, et de gérer les subventions d'estivage. Dans un même contexte et grâce à un outil décisionnel, nous avons pu de générer un système décisionnel permet l'optimisation de sélectionner les étudiants à l'université sous des contraintes de compétences et de préférences, le système permet d'affecter, sous lesdites contraintes, les étudiants aux places disponibles dans les filières choisies. Ainsi, des techniques de réseaux de neurones artificiels et d'apprentissage non supervisé sont exploitées dans l'approximation et la détermination de quelques paramètres clés utilisés dans les formulations mathématiques des problèmes de recherche opérationnelle, ces techniques présentées améliorent d'une manière importante le pré-traitement des paramètres supposés données dans les formulations des problèmes.

Mots clés : Recherche Opérationnelle, Optimisation Combinatoire, Affectation, Sélection, Réseau de Hopfield Continu, K-means, Localisation des Installation, Tourné des Véhicules, Ensemble Stable Maximal.

REMERCIEMENT

Louange à Dieu le tout puissant d'avoir mis sur mon chemin plusieurs personnes dont l'intervention a constitué une aide considérable pour l'élaboration du travail de cette thèse doctorale.

Je suis digne à mes parents qui m'ont toujours encouragée et aidée dans mes études. Ils ont su me donner toutes les chances pour réussir. J'espère qu'ils trouvent, dans la réalisation de ce travail, l'aboutissement de leurs efforts ainsi que l'expression de ma plus affectueuse gratitude.

Les recherches présentées dans cette thèse doctorale ont été menées au sein du Laboratoire d'Informatique, Signaux, Automatique et Cognitivisme (LISAC) de la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz, affiliée à l'Université Sidi Mohamed Ben Abdellah (USMBA) à Fès. Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à Monsieur le Directeur de la Structure de Recherche de la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz, pour m'avoir donné l'opportunité de poursuivre cette recherche doctorale. Je suis également très reconnaissant à Monsieur le Directeur du laboratoire LISAC, pour m'avoir accueilli au sein du laboratoire et pour m'avoir fourni les conseils et le soutien dont j'avais besoin pour réussir.

Je remercie infiniment Monsieur **LOQMAN Chakir**, Professeur d'enseignement supérieur à la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz de Fès, mon en-

cadrant, pour son soutien constant, sa disponibilité, sa confiance, ses conseils permanents, ses compétences et méthodes scientifiques d'encadrements, ses critiques dont ils m'ont fait bénéficier, étaient les points clés d'aboutissement de ce travail.

J'adresse ensuite mes remerciements les plus sincères aux membres du jury respectable : Pr. **El Beqqali Omar** , Pr. **Mohamed Sabbane**, Pr. **Merras Mostafa**, Pr. **El Habib Nfaoui**, Pr. **Boumhidi Jaouad**, et Pr. **Haddouch Khalid** pour l'honneur d'avoir bien voulu d'accepter et de participer à l'évaluation et au rapport de ma thèse.

Je remercie enfin toutes les personnes qui ont participé de près ou de loin à la réussite de ce projet.

Résumé

Ce travail porte sur des méthodologies et des applications de la recherche opérationnelle et de l'optimisation combinatoire dans la modélisation et la résolution optimale des problèmes réels rencontrés. La programmation mathématique en nombre entiers nous a permis de formuler un nouveau modèle d'aide à la décision permettant d'optimiser l'occupation des résidences d'estivage, de sélectionner les bénéficiaires du service d'estivage, d'affecter les adhérents aux résidences disponibles, de gérer les subventions d'estivage. Et dans le même contexte et grâce à un outil décisionnel, nous avons pu de générer un système décisionnel permet l'optimisation de sélectionner les étudiants à l'université sous des contraintes de compétences et de préférences, le système permet d'affecter, sous lesdites contraintes, les étudiants aux places disponibles dans les filières choisies. Ainsi, des techniques de réseaux de neurones artificiels et d'apprentissage non supervisé sont exploitées dans l'approximation et la détermination de quelques paramètres clés utilisés dans les formulations mathématiques des problèmes de recherche opérationnelle, ces techniques présentées améliorent d'une manière importante le prétraitement des paramètres supposés données dans les formulations des problèmes.
Mots clés : Recherche Opérationnelle, Optimisation Combinatoire, Affectation, Sélection, Réseau de Hopfield Continu, K-means, Localisation des Installation, Tourné des Véhicules, Ensemble Stable Maximal.

Abstract

This work focuses on methodologies and applications of operational research and combinatorial optimization in modeling and optimal resolution of real problems encountered. The mathematical programming in whole numbers allowed us to formulate a new model of decision support to optimize the occupancy of summer residences, to select the beneficiaries of the summer service, to assign members to available residences, to manage the summer subsidies. And in the same context and thanks to a decision-making tool, we were able to generate a decision-making system allows the optimization of selecting students at university under skill constraints and preferences, the system allows to affect, under said constraints, students with places available in the chosen courses. Thus, artificial neural network and unsupervised learning techniques are exploited in the approximation and determination of some key parameters used in mathematical formulations of operational research problems, these presented techniques significantly improve the pre-treatment of the supposed parameters given in the problem formulations.
Key words: Operational Research, Combinatorial Optimization, Assignment, Selection, Continuous Hopfield Network, K-means, Facility Location, Vehicle Routing, Maximum Stable Set.

TABLE DES MATIÈRES

1 Introduction générale **2**

2 Optimisation combinatoire : De la théorie à la pratique, des applications concrètes. **6**

2.1 Recherche Opérationnelle : Généralité et histoire 6

2.1.1 Typologies des problèmes de recherche opérationnelle 8

2.2 Méthodologie de la recherche opérationnelle 11

2.2.1 Étude et analyse du problème 11

2.2.2 Modélisation du problème 11

2.2.3 Résolution du Problème 13

2.3 Optimisation combinatoire 14

2.4 Applications de l'optimisation combinatoire 16

2.4.1 Problème d'affectation 16

2.4.2 Problème d'emplacement des installations 20

2.4.3 Problème de tournée 22

2.5 Méthodes de résolution des problèmes d'optimisation combinatoire 27

2.5.1 Méthodes exactes de résolution des problèmes d'optimisation combinatoire 28

2.5.2 Méthodes approchées de résolution des problèmes d'optimisation combinatoire 30

2.6 Solveur d'optimisation combinatoire et Outils de résolution 33

3 Optimisation d'occupation des résidences d'estivage : Un outil décisionnel pour une gestion efficace. **35**

3.1 Contexte et définition du problème 35

3.1.1 Contexte générale 35

3.1.2 Positionnement du problème 36
3.2 Description des ressources matérielles et humaines de la fondation 37
3.2.1 Centres et résidences de la fondation 37
3.2.2 Adhérents de la fondation et leurs catégories 38
3.2.3 Hypothèses et règles de réservation 39
3.3 Le modèle mathématique du problème de réservation des séjours 42
3.3.1 Caractéristiques générales du modèle 43
3.3.2 Caractéristiques particulières du modèle 43
3.3.3 Fonction objectif du modèle 44
3.3.4 Contraintes du modèle 45
3.4 Étude de Cas 49
3.4.1 Calcul des pondérations des adhérents 50
3.4.2 Conception et architecture du système proposé 52
3.4.3 Procédure de réservation 55
3.4.4 Résultats numériques 57
3.4.5 Conclusion 61

4 Identification des bénéficiaires des subventions d'estivage grâce à une solution décisionnelle 62
4.1 Introduction 62
4.2 Positionnement du problème 63
4.3 Description des ressources, du processus, et des règles du bénéfice 65
4.3.1 Description des ressources de la fondation 65
4.3.2 Processus, et règles de bénéfice du service d'estivage 65
4.3.3 Critères de sélection des bénéficiaires 66
4.4 Formulation mathématique du problème 66
4.4.1 Notation 66
4.4.2 Variable sets 67
4.4.3 Fonction objectif 67
4.4.4 Calcul de coefficient de pondération 68
4.4.5 Ensembles des contraintes 69
4.5 Résultats numériques 71
4.5.1 Conditions et hypothèses de l'expérience 72
4.5.2 Environnement de calcul 72
4.5.3 Présentation des résultats 72
4.5.4 Discussion des résultats 74
4.6 Conclusion 76

5 Solution décisionnelle pour la sélection des étudiants dans les établissements universitaires sélectives. 77
5.1 Introduction 77

5.2 Contexte et problématique . . . 77
5.3 Structure organisationnelle des établissements d'enseignement supérieur . . . 78
5.4 Hypothèses et Règles de sélection . . . 79
5.5 Modèle mathématique du problème de sélection des étudiants . . . 81
5.5.1 Caractéristiques générales du modèle . . . 81
5.5.2 Caractéristiques spéciales du modèle . . . 81
5.5.3 Fonction objectif du Modèle . . . 82
5.5.4 Contraintes du modèle . . . 83
5.5.5 Détermination des coefficients de pondération . . . 85
5.6 Étude de cas réelle . . . 86
5.6.1 Présentation des classes préparatoires marocaines . . . 86
5.6.2 Voies d'accès aux classes préparatoires . . . 87
5.6.3 Énoncé du problème de sélection des étudiants aux classes préparatoires . 87
5.6.4 Structure organisationnelle des classes préparatoires . . . 88
5.6.5 Description de données . . . 90
5.7 Résultats et discussion . . . 92
5.7.1 Environnement de calcul . . . 92
5.7.2 Présentation des résultats . . . 93
5.7.3 Comparative study . . . 93
5.8 Conclusion . . . 94

6 Exploitation de la puissance des réseaux de Hopfield continu et de l'algorithme k-means modifié pour l'optimisation 96
6.1 Introduction . . . 96
6.2 Définitions et mise en évidence . . . 97
6.2.1 Problème d'ensemble Stable Maximal . . . 97
6.2.2 Réseau de Hopfield continu . . . 98
6.2.3 Algorithme K-means Classique . . . 99
6.2.4 Méthode Elbow . . . 99
6.3 Résolution du problème d'emplacement des installations sans capacité . . . 101
6.3.1 Première phase : sélection des installations initiales à l'aide du MSSP et du CHN . . . 101
6.3.2 Deuxième phase : Résoudre l'UFLP en utilisant l'algorithme de clustering k-means modifié . . . 104
6.3.3 Étude expérimentale . . . 104
6.3.4 Description des données utilisés . . . 105
6.3.5 Environnement de calcul . . . 105
6.3.6 Solutions exactes en utilisant la programmation en nombres entiers . . . 106
6.3.7 Solutions utilisant notre approche de clustering K-means modifiée . . . 108
6.3.8 Discussion des résultats . . . 108

6.4 Optimisation du Nombre de véhicules pour traiter le Problème de Routage du Véhicule avec Capacité . . . 109
6.4.1 Description de l'approche . . . 110
6.4.2 Première phase : Déterminer la liste des nombres de véhicules candidats à l'aide du MSSP et du CHN . . . 110
6.4.3 Deuxième étape : Déterminer le meilleur nombre de véhicules en utilisant l'algorithme K-means améliorés et la méthode Elbow . . . 113
6.4.4 Étude expérimentale . . . 113
6.4.5 Discussion des résultats . . . 116
6.5 Conclusion . . . 117

7 Conclusion générale **118**
7.1 Synthèse des travaux . . . 118
7.2 Limites et perspectives . . . 119

LISTE DES TABLEAUX

3.1 Typologies des centres dans quelques villes et leur capacité 38
3.2 Règles de réservation dans les deux saisons de l'année. 41
3.3 L'état des centres de la fondation pendant la haute saison. 50
3.4 Résultats d'affectation des adhérents par centre 59
3.5 Les résultats d'affectation pour chaque catégorie d'adhérents. 60

4.1 Comparaison entre l'ancien système et le nouveau système d'aide à la décision. . 64
4.2 Renseignements personnels des trois adhérents a_1, a_2, et a_3. 68
4.3 Calcul des coefficients de pondération des trois adhérents a_1, a_2, et a_3. 69
4.4 Proportions des subventions d'estivage de chaque catégorie. 72
4.5 Résultats d'affectation obtenus par le test du modèle (P) sur les données des sessions estivales des années 2021, 2022 et 2023. 73
4.6 Évolution du nombre d'itérations et du temps d'exécution requis pour atteindre la solution optimale 74

5.1 Règles basiques de sélection dans les établissements universitaires 80
5.2 Principaux pôles des classes préparatoires 87
5.3 Description d'évolution du nombre d'étudiants demandés et assignés au cours des dernières années. 88
5.4 Description des données des centres au cours de l'année 2023. 89
5.5 Significations des paramètres utilisés 90
5.6 Caractéristiques des données étudiées 91
5.7 Résultats de notre approche 93
5.8 Étude comparative des résultats de notre approche et celle de l'approche traditionnelle utilisée 94

5.9 Étude comparative des résultats de notre approche et celle de l'approche traditionnelle utilisée. 94

6.1 Description des données utilisés. 105
6.2 Solutions Exactes du problème. 106
6.3 Solutions après avoir fixé le nombre d'emplacements à 15. 107
6.4 Solutions après avoir fixé le nombre de clients à 60. 107
6.5 Nombre d'installations retournées à l'aide du MSSP et du CHN. 108
6.6 Solutions utilisant notre approche 109
6.7 Description des données utilisées. 115
6.8 Solution exacte des instances en utilisant la méthode classique. 115
6.9 Résultats de notre méthode. 116

TABLE DES FIGURES

2.1 Exemple d'une solution du problème du problème d'affectation classique 16
2.2 Exemple d'une solution du problème d'emplacement des installations 22
2.3 Exemple illustrant une solution du problème TSP. 24
2.4 Exemple illustrant une solution du problème TSP. 25
2.5 Les étapes classiques de l'algorithme génétique 32

3.1 Problématiques rencontrées par système traditionnel. 37
3.2 Quota et nombre d'adhérents de chaque catégorie 39
3.3 Objectifs visés par le nouveau système. 42
3.4 Schéma général du système proposé. 53
3.5 Quelques illustrations du site web de réservation 54
3.6 Quelques diagrammes UML du système de gestion des réservation. 55
3.7 Quelques Capture du logiciel décisionnel de réservation. 56
3.8 Procédure de réservation des séjours dans les centres d'estivage de la fondation. 57
3.9 Description des résidences disponibles, demandées et affectées pendant les périodes de la haute saison. 58

4.1 Résultats d'affectation dans les sessions estivales des années 2021, 2022 et 2023 selon notre approche. 73
4.2 Évolution du nombre d'itérations et du temps d'exécution nécessaire pour atteindre la solution optimale 75

5.1 Description d'évolution du nombre d'étudiants demandés et assignés au cours des dernières années. 89

6.1 Exemple d'un ensemble stable maximal d'un graphe. 97
6.2 L'architecture du Réseau de Hopfield continu. 98

6.3 L'algorithme classique de clustering K-means. 100
6.4 Exemple d'identification du point au coude de la méthode Elbow. 100
6.5 Principaux phases de notre approche proposée. 101
6.6 Solutions Exactes du problème. 106
6.7 Solutions après avoir fixé le nombre d'emplacements à 15. 106
6.8 Solutions after fixing the number of customers at 60.. 107
6.9 Solutions après avoir fixé le nombre des installations à 15. 109
6.10 Principales phases de notre approche. 110
6.11 Principales étapes de la méthode Elbow. 114
6.12 Solution exacte des instances en utilisant la méthode classique. 115
6.13 Solutions de la première phase de notre approche. 116
6.14 Solutions de la deuxième phase de notre approche. 116

CHAPITRE

1

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Le travail décrit dans ces pages représente une exploration profonde du monde fascinant de la recherche opérationnelle (RO). C'est un travail qui a commencé avec curiosité, a évolué à travers d'innombrables heures d'étude et de recherche, et a culminé dans les pages que vous détenez maintenant.

La recherche opérationnelle, souvent appelée la "science d'aide à la décision", est un domaine dynamique qui se trouve à l'intersection des mathématiques, de l'ingénierie, de l'informatique, et de la gestion. Il sert de phare de rationalité, nous guidant à travers les complexités de la prise de décision dans un monde guidé par les données et les incertitudes. Le rapport s'inscrit dans le cadre général de l'optimisation combinatoire, une discipline de la recherche opérationnelle dédiée à la résolution de problèmes complexes impliquant des choix optimaux parmi un ensemble fini ou infini de solutions possibles. Cette discipline, qui a connu une évolution significative au fil du temps, trouve des applications dans divers domaines tels que la logistique, la gestion, l'allocation des ressources, et la planification. Le rapport met en lumière des problèmes classiques de l'optimisation combinatoire, comme le problème d'affectation, le problème d'emplacement des installations, et le problème du voyageur de commerce, tout en abordant les méthodes de résolution (exactes et approchées) et les outils modernes utilisés pour traiter ces problématiques. Il explore également des problématiques spécifiques et variées, telles que la gestion des réservations dans des contextes organisationnels complexes, où des règles et contraintes strictes doivent être respectées pour garantir une affectation équitable et optimale des ressources disponibles. Une autre thématique abordée est la sélection des étudiants sous contraintes, prenant en compte à la fois leurs préférences et leurs compétences, dans le but de concevoir un système efficace et transparent pour des environnements académiques caractérisés par des accès limités.

En outre, le rapport examine l'optimisation de paramètres dans des systèmes complexes, en s'appuyant sur des outils innovants et performants. Ces problématiques sont traitées à travers des solutions avancées reposant sur la programmation en nombres entiers, des heuristiques permettant de trouver rapidement des solutions satisfaisantes, ainsi que des techniques issues des réseaux neuronaux et de la théorie des graphes, adaptées pour répondre aux défis spécifiques de chaque cas étudié.
Cette thèse approfondit les principes, les méthodologies et les applications de la recherche opérationnelle, afin de mettre en lumière son potentiel de transformation. Il témoigne de la puissance de la modélisation mathématique, de l'optimisation et de la simulation pour relever les défis du monde réel dans un éventail de domaines.
La poursuite de cette thèse n'a pas été solitaire mais rendue possible grâce au soutien et aux conseils de nombreux mentors, collègues et amis. Leur expertise, leurs idées et leurs encouragements ont été précieux pour façonner la recherche contenue dans le présent document.
En vous lançant dans ce travail intellectuel à travers les chapitres qui suivent, vous serez témoin de la polyvalence de la recherche opérationnelle. De la modélisation des problèmes de gestion à la résolution optimale de ces problèmes. La recherche opérationnelle est un pivot dans la prise de décision moderne, il a la capacité d'améliorer l'efficacité, de réduire les coûts et d'améliorer la qualité globale des décisions dans les secteurs public et privé.
Cette thèse vise non seulement à diffuser les connaissances, mais aussi à inspirer une enquête plus approfondie. C'est un témoignage des possibilités infinies qui se présentent lorsque les techniques mathématiques et les outils informatiques sont exploitées pour l'amélioration des processus de gestion dans les administrations et les entreprises. C'est un appel à l'action pour ceux qui cherchent des solutions innovantes à des problèmes complexes.
J'adresse au lecteur ma profonde gratitude pour l'intérêt que vous portez à ce travail. J'espère que vous trouverez ces pages informatives, engageantes et peut-être même inspirantes. La recherche opérationnelle est une discipline aux horizons infinis, et je vous invite à vous joindre à l'exploration de son vaste paysage transformateur.
Pour mener à bien notre démarche de recherche opérationnelle, nous avons délibérément opté pour un environnement de développement robuste et polyvalent, à savoir le logiciel Eclipse. Cette plateforme intégrée de développement offre une pléthore de fonctionnalités avancées, des capacités de débogage efficaces et une compatibilité exceptionnelle avec une variété de langages de programmation. Notre choix de langages s'est porté sur deux piliers de la programmation, à savoir Java et Python.

L'utilisation de Java dans l'implémentation de modèles mathématiques nous a permis de bénéficier d'un langage renommé pour sa stabilité et sa portabilité. Grâce à sa grande bibliothèque standard, Java offre une multitude de ressources pour la résolution de problèmes complexes en recherche opérationnelle. De plus, sa capacité à gérer les structures de données avancées facilite la mise en œuvre de modèles sophistiqués.

Parallèlement, Python a été un choix judicieux pour sa simplicité et sa lisibilité. Ce langage est reconnu pour sa flexibilité, ce qui en fait un excellent outil pour la mise en œuvre et le

test rapide de nos prototypes et nos modèles mathématiques. Sa vaste gamme de bibliothèques dédiées à la recherche opérationnelle et à l'optimisation a grandement facilité notre travail. En combinaison avec Spider, notre utilisation de Python a ouvert la porte à des solutions efficaces et rapides pour une variété de problèmes. Ainsi, en associant Eclipse et Java, nous avons mis en place un environnement de développement complet et efficace pour aborder les problèmes de recherche opérationnelle avec précision, fiabilité et souplesse. Notre choix judicieux d'outils et de langages reflète notre engagement envers l'excellence dans la résolution de problèmes complexes et dans la création de solutions innovantes.

Venons à une description plus détaillée du contenu. Ce rapport comprend cinq chapitres. Un deuxième chapitre consacré au cadre générale de l'optimisation combinatoire et ses applications, qui commence par une exploration approfondie des généralités et de l'histoire de la recherche opérationnelle, son évolution au cours du temps, et son importance croissant dans la résolution des problèmes complexes dans les différents domaines. Qui passe par une définition des problèmes d'optimisation et les problèmes d'optimisation combinatoire, et quelques applications intéressantes de l'optimisation combinatoire et des problèmes classiques telles que le problème d'affectation, le problème d'emplacement des installations et le problème du voyageur de commerce et ses variantes. Et qui se termine par quelques méthodes de résolution exactes et approchées de ces problèmes, ainsi que des solveurs d'optimisation et les outils de résolution des problèmes d'optimisation combinatoire.

Un troisième chapitre, consacré à la modélisation et la résolution du problème de réservation de séjours dans les centres d'estivage affiliés à la fondation Mohammedia de la justice dans le cadre d'une stratégie visant l'automatisation du processus de gestion des réservations des séjours dans les centres d'estivages affiliés à la fondation. L'objectif principal de ce travail est de créer un outil décisionnel permettant d'affecter les adhérents aux résidences de la fondation d'une manière exacte, cohérente, et transparente qui respecte plusieurs règles et contraintes imposées par l'administration de la fondation. Le problème est traité comme un problème d'affectation linéaire sous contraintes.

Un quatrième chapitre, permet de créer une solution alternative et complémentaire de celle présenté dans le deuxième chapitre élargissant le nombre de bénéficiaires tout en assurant la continuité du service, même dans des cas particuliers comme les pandémies et les travaux d'aménagement des centre affiliés à la fondation. Il s'agit d'un système d'aide à la décision basé sur la programmation en nombres entiers et une heuristique pour gérer les subventions d'estivage offertes par la fondation à ses adhérents.

Un cinquième chapitre présente une étude, modélisation et résolution du problème de sélection des étudiants dans les instituts et les environnements académiques sous les contraintes de préférences et de compétences. Le système généré permettant la gestion automatique du processus de sélection des étudiants dans les instituts académiques caractérisés par un accès limité des étudiants. Le problème est modélisé sous forme d'un problème d'affectation linéaire sous contraintes de préférences et de compétences.

Un sixième chapitre propose une nouvelle méthode permettant l'approximation des para-

mètres, et la résolution de quelques problèmes liés à la recherche opérationnelle. L'approche est basée principalement sur des outils de la théorie des graphe, des réseaux neuronaux, et de classification non supervisée.

Et un septième et dernier chapitre constitue une conclusion générale et des prochaines perspectives des travaux réalisés.

CHAPITRE

2

OPTIMISATION COMBINATOIRE : DE LA THÉORIE À LA PRATIQUE, DES APPLICATIONS CONCRÈTES.

2.1 Recherche Opérationnelle : Généralité et histoire

Désignée sous le terme d'aide à la décision, la Recherche Opérationnelle (RO) constitue une branche majeure des mathématiques appliquées, d'optimisation, et d'informatique qui s'emploie à mettre à disposition un arsenal d'outils et de méthodes scientifiques visant à améliorer la prise de décision [1][2]. Elle peut être appréhendée comme l'ensemble des méthodes et des techniques rationnelles qui convergent vers la recherche de la meilleure alternative pour atteindre un objectif déterminé, en quête du résultat optimal ou, tout du moins, du meilleur résultat envisageable [3][4]. La Recherche Opérationnelle embrasse un large éventail de techniques et de modèles qui ont pour vocation de clarifier et de résoudre une multitude de problématiques en lien avec la gestion et l'organisation [5][6].

Cette discipline se trouve étroitement intriquée avec l'ingénierie des systèmes ; une approche scientifique interdisciplinaire dédiée à la formalisation, à la compréhension de la conception, et de la validation de systèmes complexes [7]. En outre, elle est en relation avec la gestion des systèmes d'information ; une démarche caractérisée par la création, le développement et la mise en application d'applications informatiques conçues pour la gestion d'entreprise. Ces applications couvrent divers aspects, notamment l'administration, le commerce, la gestion des ressources humaines, les relations clients, la comptabilité, et autres [8]. Toutes ces disciplines s'appuient

sur le raisonnement mathématique, faisant appel à la logique, aux probabilités, et à l'analyse de données, ainsi que sur la modélisation de processus pour parvenir à des solutions efficientes et éclairées. La Recherche Opérationnelle joue donc un rôle essentiel dans l'amélioration des processus de prise de décision et dans l'optimisation des opérations et des systèmes dans divers domaines, allant de la logistique et la gestion de la chaîne d'approvisionnement à la planification de projets et à la gestion des ressources humaines[7].

L'avancée dans les techniques de recherche opérationnelle revêt une importance cruciale pour la réalisation efficace de nombreuses tâches courantes au sein de nos administrations et entreprises. Ceci est particulièrement essentiel en raison de l'incidence étendue de ces techniques dans une multitude de situations concrètes, touchant de vastes domaines du monde réel tels que la gestion, le transport, la logistique, la production, l'attribution des ressources, la planification, les services numériques, les finances, etc [9][10].

Même si l'intelligence artificielle a accompli des avancées notables dans la résolution de problèmes complexes, les études existants ont prouvé que les algorithmes déterministes de la recherche opérationnelle sont indispensables pour déterminer la valeur exacte de tels paramètres qui ont supposé être connus à l'avance dans certains problèmes réels rencontrés. En conséquence, la recherche dans ce domaine se déploie dans une multitude de directions, abordant des niveaux stratégiques, tactiques et opérationnels, et visant à déterminer la valeur optimale de ces paramètres utilisés dans la formulation des modèles de certains problèmes de machine learning, de science de données, et d'intelligences artificielle en générale [11].

La recherche opérationnelle a une histoire fascinante qui trouve ses racines pendant la Seconde Guerre mondiale [12]. À cette époque cruciale, des mathématiciens éminents tels que Von Neumann, Dantzig et Blackett ont uni leurs forces pour élaborer des techniques visant à optimiser l'utilisation des ressources militaires. Les premiers triomphes de cette approche furent manifestes en 1940, lorsque le lauréat du prix Nobel de physique, Patrick Blackett, résolut un problème délicat lié à l'emplacement optimal des radars de surveillance. Dès les années 1950, la recherche opérationnelle fit son apparition dans le monde des entreprises, où des géants tels qu'EDF, Air France et la SNCF (Société Nationale des Chemins de Fer Français) commencèrent à la mettre en pratique. Au fil du temps, cette discipline gagna en prestige et fut intégrée dans les programmes académiques des universités et des grandes écoles. Cependant, vers le milieu des années 1970, elle connut un certain essoufflement, en partie en raison d'un enthousiasme initial excessif et de limitations informatiques qui entravaient l'application des méthodes de la recherche opérationnelle. Ce déclin s'est avéré être de courte durée. À partir du milieu des années 1990, nous avons assisté à un renouveau fulgurant de la recherche opérationnelle. Ce regain d'intérêt est attribuable en grande partie aux progrès technologiques, les outils informatiques étant désormais en mesure de donner vie aux méthodes proposées par la recherche opérationnelle. Cette renaissance a permis à la recherche opérationnelle de retrouver une place prépondérante dans la résolution de problèmes complexes et stimulants, plaçant cette discipline au cœur de la prise de décision dans notre monde en constante évolution[12].

L'objectif fondamental de la recherche opérationnelle est d'établir des fondements rationnels pour aider les décideurs à prendre des décisions éclairées face à des problèmes qui peuvent être complexes, combinatoriaux, aléatoires ou concurrentiels. Cette discipline se consacre généralement à des contextes où des décisions éclairées sont essentielles pour atteindre des objectifs tels que le contrôle, l'optimisation, l'amélioration de l'efficacité, la réduction des coûts, ou l'augmentation de la rapidité des algorithmes [13][14].

2.1.1 Typologies des problèmes de recherche opérationnelle

Problème combinatoire

Un problème est dit "combinatoire" lorsque sa complexité s'accroît considérablement du fait qu'il englobe un vaste ensemble de solutions admissibles parmi lesquelles émerger une solution optimale, voire une solution qui s'approche le plus possible de l'optimalité [15]. Cette catégorie de problèmes se caractérise par sa capacité à s'étendre vers une multitude d'options possibles, définissant un espace de recherche extrêmement vaste. Naviguer dans cet espace pour identifier la solution optimale ou la plus avantageuse requiert des approches méthodiques et des algorithmes sophistiqués. Cette complexité accrue émane du fait que chaque combinaison de solutions possibles représente un chemin vers une solution qui peut différer significativement des autres en termes de qualité et d'efficacité. Ces problèmes combinatoires sont présentent dans une multitude de contextes, des applications logistiques à la planification de réseaux informatiques, en passant par la conception de circuits électroniques et la gestion de la chaîne d'approvisionnement [16].
Prenons, par exemple, le domaine de la logistique, où l'optimisation des itinéraires de livraison est cruciale pour minimiser les coûts tout en respectant les contraintes de temps et les préférences des clients. La multitude de variables en jeu, telles que les points de collecte, les points de livraison, les conditions routières changeantes et les capacités des véhicules, aboutit à une multitude d'options à explorer pour déterminer le trajet optimal. De même, dans la conception de circuits électroniques, il existe d'innombrables manières de connecter les composants pour obtenir le meilleur rendement, la consommation d'énergie minimale et d'autres critères de performance. La complexité de ces décisions est encore accentuée par la diversité des composants électroniques disponibles, des contraintes de taille, et des considérations de coût. Chercher la configuration optimale parmi cet éventail de possibilités est une tâche exigeante qui nécessite des techniques avancées de recherche opérationnelle.

Problème aléatoire

Un problème est qualifié comme un "problème aléatoire" lorsqu'il requiert la recherche d'une solution optimale dans un contexte d'incertitude et de variation. Ces problèmes sont souvent rencontrés dans des situations réelles où des facteurs imprévisibles ou aléatoires influencent les

résultats attendus [17]. Cette catégorie de problèmes se caractérise par sa complexité supplémentaire due à la présence de paramètres variables, de contraintes changeantes et d'éléments incertains. L'objectif principal est de parvenir à une solution optimale qui tienne compte de toutes ces incertitudes. Cette notion de problèmes aléatoires se manifeste dans de nombreux domaines. Prenons, par exemple, le secteur de la gestion de la chaîne d'approvisionnement, où des perturbations telles que des retards imprévus, des pénuries de ressources ou des variations de la demande peuvent survenir à tout moment. La planification logistique [18], notamment pour la distribution de produits frais ou de biens périssables, est un excellent exemple de problème aléatoire. Les décisions concernant les itinéraires de livraison, les quantités à expédier et les points de distribution sont soumises à des variations continues en raison de l'incertitude des conditions météorologiques, des grèves du personnel ou des fluctuations de la demande des consommateurs. Les entreprises doivent constamment réajuster leur logistique pour faire face à ces défis, et la recherche opérationnelle devient un outil indispensable pour déterminer les actions optimales dans ce contexte incertain. De même, dans le domaine de la finance, la gestion de portefeuille est sujette à des variations soudaines des marchés et à des facteurs économiques imprévisibles. Les gestionnaires de portefeuille doivent prendre des décisions pour maximiser les rendements tout en minimisant les risques dans un environnement où les taux d'intérêt, les taux de change et les performances des marchés boursiers sont soumis à des fluctuations aléatoires. La recherche opérationnelle et les méthodes d'optimisation sont utilisées pour identifier les meilleures stratégies d'investissement malgré cette incertitude [19].

Problème concurrentiel

Un problème est considéré comme "concurrentiel" lorsque sa résolution implique la recherche d'une solution optimale dans un environnement complexe et dynamique où les actions et les décisions des parties prenantes s'influencent mutuellement. Dans de telles situations, les paramètres du problème sont déterminés non seulement par les actions du décideur en question, mais également par les réponses et les choix des autres acteurs impliqués [20]. Un exemple classique de problème concurrentiel est le domaine des enchères. Lorsqu'un acheteur souhaite acquérir un produit aux enchères, il doit décider du montant qu'il est prêt à payer pour cet article. Cependant, le prix de l'objet est déterminé par l'interaction entre les enchérisseurs, car chaque offre affecte le prix suivant. Le défi ici consiste à formuler une stratégie d'enchère qui maximise les chances de remporter l'objet tout en minimisant le prix payé. Les enchères en ligne, les ventes aux enchères d'œuvres d'art et les enchères de publicité sur Internet sont des exemples de situations où la recherche opérationnelle est utilisée pour élaborer des stratégies d'enchères optimales. Un autre exemple de problème concurrentiel se trouve dans le domaine des marchés boursiers. Les investisseurs cherchent à acheter et à vendre des actions, mais les prix sont influencés par les transactions des autres investisseurs. La dynamique des marchés boursiers est complexe, avec des milliers de participants prenant des décisions en temps réel, ce qui rend l'optimisation de la stratégie de négociation essentielle pour maximiser les rendements. La recherche opérationnelle dans des contextes concurrentiels implique la modélisation de ces

interactions complexes, la prédiction des comportements des autres acteurs et la formulation de stratégies optimales en réponse. L'objectif est de trouver la meilleure approche pour prendre des décisions éclairées dans un environnement où l'incertitude et les interactions multiples sont la norme [21][22].

De manière plus globale, la recherche opérationnelle a trouvé des applications dans des domaines aussi variés que l'environnement [23], l'énergie [24], l'éducation [25], les télécommunications [26], la finance[27], la défense [28] et bien d'autres. Sa capacité à résoudre des problèmes complexes et à fournir des solutions basées sur des données a ouvert de nouvelles perspectives dans la prise de décisions éclairées, que ce soit dans le secteur public ou privé. Au cours des dernières années, la recherche opérationnelle a connu une expansion significative de son champ d'application, avec une multitude d'innovations et d'initiatives qui ont démontré l'énorme potentiel de cette discipline pour résoudre des problèmes complexes dans une variété de domaines. Cette croissance s'est notamment concentrée sur le domaine de la gestion, mais elle s'est également étendue à d'autres disciplines, reflétant ainsi la polyvalence et l'impact croissant de la recherche opérationnelle. Également, elle a joué un rôle essentiel dans l'amélioration de l'efficacité et de la rentabilité des entreprises. Les applications se sont diversifiées, couvrant des aspects tels que la gestion de la chaîne d'approvisionnement, l'optimisation de la production, la planification stratégique, la logistique, la gestion des stocks et bien plus encore. En fournissant des méthodes analytiques avancées, la recherche opérationnelle a permis aux entreprises de rationaliser leurs opérations, de réduire les coûts et d'augmenter leur compétitivité sur un marché mondial de plus en plus complexe. En effet, [29] considère que, grâce à un large éventail de techniques de résolution de problèmes et de méthodes informatiques, la recherche opérationnelle peut renforcer la santé, ils proposent une approche multidisciplinaire basé sur la recherche opérationnelle pour la gestion des maladies infectieuses dans un contexte mondial, et ils considèrent que la gestion efficace des maladies infectieuses exige des efforts considérables et une approche multidisciplinaire pour s'attaquer au réseau complexe de systèmes biologiques, de santé publique et économiques interconnectés. Dans le domaine de la santé, la recherche opérationnelle a été utilisée pour améliorer la planification des horaires des médecins, la gestion des lits d'hôpitaux et l'optimisation des ressources médicales, contribuant ainsi à une meilleure prestation des soins de santé. En effet, pour garantir l'utilisation optimale des ressources médicales, la livraison de la chirurgie au bon moment, la maximisation de la rentabilité (c.-à-d., le flux de patients) sans encourir de coûts supplémentaires ou de temps d'attente excessif. Les auteurs visent à fournir une analyse documentaire structurée sur la façon dont la recherche opérationnelle peut être appliquée aux processus de planification et d'ordonnancement chirurgicaux [30]. Dans un autre travail, [31] présente un aperçu de la documentation sur l'application des techniques de recherche opérationnelle aux problèmes d'ordonnancement des salles d'opération. Dans ce travail, les auteurs visent à analyser en détail les études dans la littérature liée au problème de planification des salles d'opération dans les hôpitaux.

2.2 Méthodologie de la recherche opérationnelle

La réalité des défis auxquels sont confrontées les administrations et les entreprises est souvent complexe et multifacette. Ces problèmes, bien que rarement intrinsèquement mathématiques, peuvent néanmoins être abordés et résolus grâce à l'application de concepts mathématiques, en particulier ceux fournis par la recherche opérationnelle [32]. L'essence de la recherche opérationnelle réside dans sa capacité à apporter une perspective nouvelle sur ces problématiques. Elle offre un ensemble varié de techniques et d'outils qui, bien que basés sur des fondements mathématiques, s'appliquent efficacement à des situations du monde réel[33]. L'approche méthodologique adoptée dans le cadre de la recherche opérationnelle constitue une démarche systématique et logique. Elle permet de prendre des décisions éclairées de manière rationnelle, tout en intégrant les contraintes spécifiques à chaque problème. D'une manière générale, les solutions découlant de ces décisions sont conçues pour être durables, offrant ainsi des réponses à long terme aux défis étudiés. La recherche opérationnelle offre un cadre précieux pour aborder ces problèmes complexes, en les transformant en opportunités d'amélioration et de développement pour les organisations. Elle incarne ainsi une démarche stratégique et analytique qui va bien au-delà des chiffres, jouant un rôle essentiel dans l'évolution et la croissance des entreprises et des administrations [34]. cette démarche est donnée par les étapes suivantes :

2.2.1 Étude et analyse du problème

L'étape d'étude et d'analyse du problème est une phase cruciale du processus de recherche opérationnelle, car elle nécessite une exploration en profondeur et une compréhension détaillée du problème réel. Cette démarche analytique se traduit par une série d'activités complexes visant à décortiquer le problème sous tous ses aspects et à définir clairement ses paramètres, objectifs, hypothèses, et contraintes. Tout d'abord, il est impératif de mener une analyse approfondie du contexte du problème, en examinant les différentes variables qui entrent en jeu. Une autre facette de cette étape consiste à établir une liste exhaustive des hypothèses sous-jacentes et des règles qui gouvernent le problème. Cela inclut les contraintes strictes, les préférences, les limitations, et les relations entre les variables. Certains de ces éléments sont absolus, tandis que d'autres peuvent être plus flexibles, ce qui nécessite des décisions réfléchies quant à leur inclusion dans le modèle.

Cela implique de recueillir des données pertinentes, d'identifier les acteurs clés et les facteurs externes qui pourraient influencer la situation. La définition précise des objectifs est une étape essentielle. Quels sont les résultats souhaités ? Quelle est la nature des décisions à prendre ? Et quels sont les variables qui doivent être utiliser pour élaborer ce qu'on appelle "solutions" du problème ?

2.2.2 Modélisation du problème

La phase de modélisation du problème revêt une importance capitale, car elle constitue le pont reliant le monde réel aux domaines abstraits des mathématiques et de la recherche

opérationnelle. Cette étape exige une réflexion approfondie et méticuleuse pour traduire les complexités de la réalité en une représentation mathématique structurée. Il s'agit essentiellement de formaliser le problème concret sous une forme mathématique, un modèle, qui peut être soumis à une analyse mathématique rigoureuse. La modélisation peut revêtir diverses formes en fonction de la nature du problème. Il peut s'agir de modèles linéaires, non linéaires, entiers, stochastiques, etc. Chacun de ces modèles s'adapte à des catégories spécifiques de problèmes et offre une perspective unique pour la résolution. Cette étape constitue un art en soi, car la qualité de la modélisation influe directement sur la qualité de la solution qui en découle. Par conséquent, les experts en recherche opérationnelle doivent jongler avec des éléments mathématiques tout en restant ancrés dans la réalité des problèmes pratiques, ce qui exige une compréhension profonde des deux mondes. Cette traduction du problème étudié en un problème purement mathématique constitue le modèle mathématique du problème étudié. Cette formulation mathématique constitue exactement trois parties :

1. **Variables décisionnelles :** L'étape cruciale des variables décisionnelles repose sur une analyse méticuleuse du problème, visant à identifier avec précision les éléments qui ont la capacité d'influencer et de façonner la solution. Il est essentiel de déterminer ces variables, car ce sont elles qui serviront de leviers dans le modèle mathématique pour générer des solutions. Chaque fois qu'une valeur est attribuée à une variable décisionnelle, une solution au problème est produite. Ces variables jouent un rôle central dans la recherche de la meilleure solution. Les variables décisionnelles sont intimement liées à l'ensemble des éléments qui composent le modèle. Elles doivent être soigneusement sélectionnées en fonction de leur forte corrélation avec les paramètres, objectifs, contraintes et autres variables du modèle. Il est essentiel qu'elles aient une relation étroite avec tous les aspects du problème, ce qui facilitera la génération du modèle mathématique dans sa totalité. Lorsque ces variables sont identifiées, elles permettent de créer un espace de recherche, qui est l'ensemble de toutes les solutions possibles pour le problème donné. Cet espace est exploré à l'aide de méthodes mathématiques et de techniques de recherche opérationnelle pour déterminer la solution optimale ou la plus proche de l'optimum. Les variables décisionnelles agissent comme des paramètres de contrôle dans ce processus, permettant au modèle de générer et d'évaluer diverses solutions.
2. **Contraintes du problème :** Il s'agit d'un aspect fondamental de la modélisation mathématique qui revêt une grande importance dans la résolution de problèmes complexes. Ces contraintes se manifestent sous la forme d'équations et d'inéquations, servant à régir et à délimiter les valeurs attribuées aux variables de décision. Elles sont essentielles pour garantir que les solutions générées par le modèle répondent aux critères préétablis. Ces éléments du modèle, sous forme de contraintes, constituent en réalité une traduction des hypothèses et des règles qui gouvernent le problème étudié en équations et inéquations. Leur fonction est de définir un espace bien défini de solutions admissibles ou réalisables. Chaque point de cet espace, correspondant à une combinaison de valeurs des variables de décision, représente une solution réalisable du problème. Les contraintes agissent ainsi

comme des gardiennes du modèle, en s'assurant que les solutions générées se conforment aux normes et aux objectifs définis. Cet espace des solutions admissibles est essentiel pour le processus de résolution du problème. Il offre une base solide à partir de laquelle les algorithmes de recherche opérationnelle peuvent travailler pour déterminer la solution optimale. La relation entre les variables de décision et les contraintes est au cœur de la modélisation mathématique, permettant de baliser le chemin vers des résultats efficaces et pertinents. Les contraintes guident le modèle vers des solutions réalistes et réalisables, contribuant ainsi à la prise de décisions éclairées.

3. **Objectif du problème :** Après une bonne compréhension du problème et de son l'objectif, une formulation de la fonction objectif du problème sera établie en fonction des variables de décisions. Cette fonction devient ainsi le pilier central de la résolution du problème. Elle constitue un élément vital pour parvenir à des résultats optimaux. En effet, elle sert de guide pour chercher la meilleure solution parmi l'ensemble des solutions admissibles, reflétant ainsi l'objectif précis à atteindre. Cette fonction, ancrée dans la théorie mathématique et la recherche opérationnelle, revêt diverses formes et finalités en fonction des besoins. Dans certains cas, elle est orientée vers la maximisation des profits, recherchant l'efficacité économique, tandis que dans d'autres situations, elle s'attelle à minimiser les coûts, visant à rationaliser les ressources. Dans d'autres contextes encore, elle peut être axée sur la réduction des délais, accélérant ainsi la livraison de produits ou de services. Cette polyvalence de la fonction objectif en fait un outil essentiel pour orienter la résolution des problèmes complexes et obtenir des résultats optimaux dans une multitude de scénarios.

La recherche opérationnelle est un domaine où l'art de la simplification et la science de l'optimisation se rencontrent, car elle consiste à trouver un équilibre entre la simplicité et la complexité du modèle. Un modèle trop simpliste risque de négliger des aspects importants du problème, tandis qu'un modèle trop complexe peut être difficile à résoudre.

2.2.3 Résolution du Problème

La phase de résolution du problème de recherche opérationnelle est constituée de trois étapes essentielles. La première c'est la proposition d'un algorithme de résolution du modèle mathématique construit. Il s'agit d'identifier un algorithme permettant de résoudre au modèle construit et qui prend en considération l'objectif du problème. En fait, pour un même modèle, un algorithme de résolution n'est pas unique, i.e, il existe un grand nombre d'algorithmes permettant la résolution d'un même modèle. Cependant, chaque algorithme est caractérisé par la qualité de la solution obtenue, le temps d'exécution, et le degré de simplicité d'implémentation de cet algorithme. La deuxième étape est connue par la validation théorique de l'algorithme proposé. En effet, cet étape consiste à apprécier les trois points caractérisant l'algorithme proposé en utilisant les outils de la recherche opérationnelle. Ensuite dans la troisième étape, une implémentation d'un prototype de l'algorithme est obligatoire afin de démontrer la réalisabilité pratique de l'algorithme proposé. On parle de la validation pratique de l'algorithme. Enfin,

après la confirmation de la validité de ces trois étapes, la solution fournit par cet algorithme sera déployé et utilisé comme solution du problème de départ. Ce processus méticuleux garantit une approche complète et robuste dans la résolution de problèmes complexes en recherche opérationnelle.

2.3 Optimisation combinatoire

Problème d'optimisation

L'optimisation est un processus visant à trouver la meilleure solution possible pour un problème donné en utilisant des ressources limitées. Il s'agit d'. Il s'agit d'un processus mathématique permettant de trouver la meilleure solution possible dans un ensemble de solutions réalisables. Cette solution optimale est obtenue en cherchant à minimiser ou maximiser une fonction objectif sous des contraintes spécifiques [35]. L'objectif principal de l'optimisation est de trouver des solutions efficaces et optimales pour des problèmes complexes et de prendre des décisions éclairées basées sur des critères prédéfinis. L'optimisation est un domaine d'étude crucial dans de nombreux domaines tels que les sciences de l'ingénieur, les mathématiques appliquées, la physique et l'économie dont les méthodes peut être appliquée dans divers domaines tels que la logistique, la planification de la production, la gestion des ressources et la conception des systèmes [36].

L'optimisation revêt une importance capitale dans de nombreux domaines, car elle permet d'améliorer l'efficacité, la performance et la rentabilité des systèmes et des processus. En utilisant des méthodes d'optimisation, il est possible de trouver des solutions qui optimisent l'utilisation des ressources disponibles, réduisent les coûts, minimisent les temps d'exécution et maximisent les bénéfices. L'optimisation joue un rôle crucial dans le développement de nouvelles technologies, dans la résolution de problèmes complexes et dans l'amélioration continue des systèmes existants. Elle offre également aux décideurs une approche scientifique pour prendre des décisions basées sur des calculs et des modèles mathématiques, garantissant ainsi des résultats optimaux et une utilisation efficace des ressources [37].

Mathématiquement, un problème d'optimisation $(\mathcal{P})$ est la donnée d'un ensemble des solutions notés X, et une fonction objectif f à optimiser définie pour tout $x \in X$ à valeur dans $\mathbb{R}$. Les éléments de X sont dits des solutions admissibles ou réalisables du problème d'optimisation $(\mathcal{P})$.

$$(P) : \begin{cases} Opt f(x) \\ \text{s.t :} \\ x \in X. \end{cases} \tag{2.1}$$

Une solution optimale du problème $(\mathcal{P})$ est un élément $x^* \in X$ qui optimise (minimise ou maximise) la fonction objectif f, autrement dit, dans le cas d'un problème de minimisation, c'est un élément $x^* \in X$ qui vérifie $f(x^*) \leq f(x)$ pour tout $x \in X$. Résoudre un problème

d'optimisation $(\mathcal{P})$ revient à chercher une solution optimale $x^* \in X$ [38].

Souvent, l'ensemble X est une partie non vide de $\mathbb{R}^n$, où n désigne la taille du problème $(\mathcal{P})$, dans ce cas, $(\mathcal{P})$ est dit problème d'optimisation continu. Les solutions réalisables sont habituellement représentées sous forme des vecteurs de n composantes, ceux sont les variables du problème $(\mathcal{P})$. L'ensemble X est généralement défini par des équations et/ou des inéquations reliant les variables du problème appelées contraintes du problème $(\mathcal{P})$. La définition de l'ensemble X est donc implicite.

Problème d'optimisation combinatoire

Mathématiquement, l'optimisation combinatoire constitue une classe des problèmes d'optimisation largement étudiée dont le problème consiste à trouver une solution optimale ou quasi-optimale dans un ensemble discret valué de solutions réalisables [39]. Elle vise à résoudre des problèmes d'optimisation impliquant un grand nombre de combinaisons possibles. Ces problèmes sont souvent liés à la planification, à la logistique, à la production, à la distribution et à l'affectation de ressources, et ils peuvent être modélisés à l'aide des graphes, des réseaux, ou d'autres structures combinatoires [40]. En général, l'ensemble des solutions réalisables est ensemble est fini mais compte un très grand nombre d'éléments, et il est décrit de manière implicite, c'est-à-dire par une liste, relativement courte, de contraintes que doivent satisfaire les solutions réalisables.

L'optimisation combinatoire est une branche racine étroitement liées à la recherche opérationnelle qu'on ne peut pas les séparer. Vu que la plupart des problèmes de la recherche opérationnelle s'expriment à l'aide d'un ensemble fini de solutions réalisables et une fonction objectif à optimiser, ce qui défini bien un problème d'optimisation combinatoire.

Pour définir la notion de meilleure solution, une fonction, dite fonction objectif, est introduite. Pour chaque solution, elle renvoie un réel qui exprime la valeur de cette solution, et la meilleure solution (ou solution optimale) est celle qui minimise ou maximise la valeur de la fonction objectif. Clairement, un problème d'optimisation combinatoire peut avoir plusieurs solutions optimales.

Les problèmes de la recherche opérationnelle et de la théorie des graphes se modélisent souvent sous forme d'un problème d'optimisation combinatoire avec une fonction objectif à optimiser, et sous contraintes définissant l'espace des solutions réalisables du problème [41]. A titre d'exemple, le problème du plus court chemin entre deux sommets A et B d'un graphe est un exemple classique de problème d'optimisation combinatoire. L'ensemble des solutions réalisables est l'ensemble des chemins entre A et B tandis que la fonction objectif est la longueur du chemin.

Selon la nature de la fonction objectif et des contraintes, on distingue plusieurs branches d'optimisation combinatoire : la programmation en nombre entier qui exprime l'optimisation d'une fonction soumise à un ensemble de contraintes sur des variables entières, si la fonction objectif et les contraintes sont linéaires, on parle de la programmation linéaire en nombre entier, si en plus, les variables constituent un mélange des variables continues et entières, on parle de

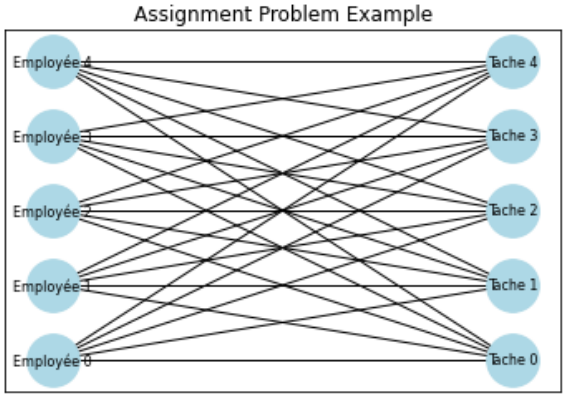
la programmation linéaire à variables mixtes. Ces derniers constituent des outils très puissant permettant la modélisation d'un nombre énorme des problèmes de la recherche opérationnelle et d'aide à la décisions.

2.4 Applications de l'optimisation combinatoire

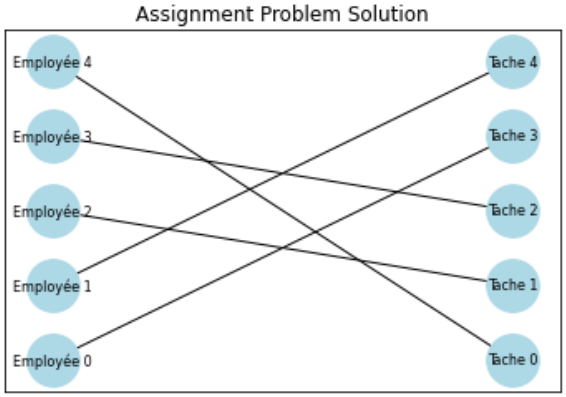
2.4.1 Problème d'affectation

Problème d'affectation classique

Le problème d'affectation, comme son nom l'indique, consiste à attribuer un certain nombre d'objets à un certain nombre de destinations de manière optimale [42]. Plus précisément, il consiste à chercher une affectation optimale, parmi toutes les affectations possibles, d'un nombre n d'employées, à un nombre m des taches, tout en respectant une listes de contraintes reflétant les règles à respecter durant le processus d'affectation dans le but de d'optimiser une fonction objectif qui mesure la qualité de l'affectation, comme par exemple le coût total, le temps de traitement ou la satisfaction des clients... En effet, si on considère un nombre n d'employés et un nombre m des taches ($n > m$), la première règle à respecter dans un problème d'affectation c'est que chaque tache j ($j \in \{1, ..., m\}$) ne pourrais s'exécuter que par un et un seul employé i ($i \in \{1, ..., n\}$), ainsi que chaque employé i doit obligatoirement s'affecter à une seule tache j. Ces règles sont connues par les contrainte d'unicité d'affectation. Une autre règle qu'elle doit aussi prise en considération c'est que le nombre total des employés affectés ne doit pas dépasser le nombre des taches disponibles [43]. Cette règle est connue par la contrainte de ressources ou de capacité, Les deux figures suivantes 2.1 illustrent un exemple d'un problème d'affectation et sa solution en utilisant les graphes biparties .



(a) *Exemple d'un problème d'affectation classique*



(b) *Exemple d'une solution du problème d'affectation classique*

FIGURE 2.1 – Exemple d'une solution du problème du problème d'affectation classique

Souvent, le problème d'affectation se modélise sous forme d'un programme linéaire en nombre entier ($\mathcal{P}lne$), avec des variables décisionnelles de la forme $x_{i,j} \in \{0, 1\}$ permettant d'établir une liaison entre l'ensemble des employés $I = \{1, ..., n\}$ et l'ensemble des taches

$J = \{1, ..., m\}$. La variable $x_{i,j}$ vaut 1 si l'employé $i \in I$ est affecté à la tache $j \in J$, et elle vaut 0 dans le cas contraire. En général, une affectation d'un employé i à une tache j entraîne un coût $c_{i,j}$ appelée le cout d'affectation de l'employé i à la tache j.

Dans un problème d'affectation, une affectation est la donnée d'un ensemble de couples $a = \{(i,j)/i \in I \textbf{ et } j \in J\}$ tel que chaque couple (i,j) est une affectation de l'employé i à la tache j, toute affectation possible a des employés aux taches disponibles qui vérifie les contraintes est appelé solution réalisable du problème d'affectation. L'ensemble de toutes les solutions réalisables est appelé l'espace de recherche du problème d'affectation. Le cout total généré par une solution réalisable est donné par la somme des couts d'affectation $c_{i,j}$ de chaque couple (i,j) figurant dans cette solution. Une solution réalisable est dite optimale si le cout total généré par cette solution est minimale.

La formulation classique du problème d'affectation est donnée par le programme linéaire en nombre entier suivant :

$$(P_{aff}) : \begin{cases} \min \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} c_{i,j} x_{i,j} \\ \text{s.t :} \\ \sum_{i=1}^{n} x_{i,j} = 1, \qquad \forall j \in J \\ \sum_{j=1}^{m} x_{i,j} \leq 1, \qquad \forall i \in I \\ x_{i,j} \in \{0,1\}, \qquad \forall (i,j) \in I \times J. \end{cases} \tag{2.2}$$

Le problème d'affectation revêt une importance majeure dans une variété de domaines, s'étendant de la planification de la production à la logistique et englobant l'affectation des travailleurs [44], la distribution de ressources [45], ainsi que la planification logistique [46]. Dans le secteur de la logistique, il est fréquemment sollicité pour optimiser les itinéraires de livraison, orchestrant de manière efficace l'affectation de ressources telles que des véhicules ou des transporteurs à des destinations spécifiques [46]. En gestion de projet, le problème d'affectation est exploité pour maximiser l'efficacité de la répartition des tâches aux membres de l'équipe, assurant ainsi une utilisation judicieuse des compétences et des ressources humaines disponibles[44]. Cette polyvalence s'étend également à l'optimisation de la gestion des effectifs, où les employés sont assignés de manière optimale à des postes de travail spécifiques en fonction de leurs compétences et de la charge de travail.

Les résultats issus de la recherche en optimisation combinatoire consacrée au problème d'affectation ont des implications concrètes et diversifiées dans la résolution de problèmes réels. Ces applications englobent des aspects tels que l'attribution optimale des tâches aux employés dans divers secteurs d'activité, notamment la santé, où l'affectation judicieuse des patients aux médecins est cruciale. De manière similaire, dans le domaine des transports, le problème d'affectation s'applique concrètement à des situations comme l'optimisation de l'affectation des trains aux voies de chemin de fer et l'efficace allocation des avions aux portes d'embarquement dans l'industrie aéronautique[47].

Problème d'affectation quadratique

Une déclinaison notable du problème d'affectation classique, fréquemment rencontrée en tant qu'application concrète de la recherche opérationnelle et de l'optimisation combinatoire dans divers domaines, est le problème d'affectation quadratique (PAQ) [48]. Cette variante représente une extension du problème d'affectation standard, où chaque objet doit être attribué à une destination unique, et chaque destination ne peut accueillir qu'un seul objet. Dans le cadre du problème d'affectation quadratique, la complexité s'accroît, car chaque objet doit être assigné précisément à une destination, et réciproquement, chaque destination doit recevoir exclusivement un objet. En outre, ce problème se caractérise par une particularité notable : chaque paire d'objets attribués à des destinations distinctes contribue à un coût, lequel est défini comme une fonction quadratique de la distance entre les objets en question. Cette structure quadratique ajoute une dimension supplémentaire à la problématique, introduisant des considérations de coût plus élaborées et des complexités distinctes par rapport au problème d'affectation standard [49]. Le (PAQ) peut être formulé mathématiquement comme un problème d'optimisation quadratique où l'objectif est de minimiser la somme des coûts quadratiques associés à chaque paire d'objets affectés à des destinations différentes. En effet, étant donnée un ensemble de n objets à placer dans un ensemble de n emplacement tel que chaque paire d'emplacement (i, j) $(i, j \in \{1, 2, ..., n\})$ est caractérisé par une distance $d_{i,j}$ séparant l'emplacement i et j, et pour chaque paire d'objet $(k, l) = (\varphi(i), \varphi(j))$ tel que $\varphi(i) = k$ désigne l'emplacement de l'objet k, un flux d'interaction ou un cout $f_{k,l} = f_{\varphi(i),\varphi(j)}$ entre les deux objets k et l est spécifié. Le problème consiste à affecter, d'une manière optimale, tous les objets aux différents emplacements dans le but de minimiser la somme des produits des distances par les flux correspondants [50]. La formulation classique du problème d'affectation quadratique est donnée par :

$$(P_{affq}) : \begin{cases} \min \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} d_{i,j} f_{\varphi(i),\varphi(j)} x_{i,j} x_{\phi(i),\varphi(j)} \\ \text{s.t :} \\ \sum_{i=1}^{n} x_{i,j} = 1, \qquad \forall j \in J \\ \sum_{j=1}^{m} x_{i,j} = 1, \qquad \forall i \in I \\ x_{i,j} \in \{0, 1\}, \qquad \forall (i, j) \in I \times J. \end{cases} \tag{2.3}$$

Ce problème est NP-difficile, ce qui signifie qu'il n'y a pas d'algorithme efficace connu pour résoudre des instances générales de ce problème.

Le problème d'affectation quadratique (PAQ) déploie son impact dans une diversité de domaines, de la planification de la production à la logistique, en passant par la conception de réseaux de communication, la planification de la distribution, et la conception de circuits intégrés. Les résultats issus de la recherche en optimisation combinatoire dédiée au PAQ engendrent des applications concrètes qui se déploient dans la résolution de problèmes réels [51]. Ces applications s'étendent à des secteurs variés tels que la planification de l'affectation des équipements

de télécommunication, la distribution optimale des tâches aux travailleurs, la planification de la production, et la coordination logistique au sein de la chaîne d'approvisionnement.

Problème d'affectation généralisée

Le Problème d'Affectation Généralisée (PAG) se pose comme un défi majeur en optimisation combinatoire, représentant une extension du Problème d'Affectation classique avec sa caractéristique distinctive autorisant l'attribution de plusieurs articles à un seul employé [52]. Dans le problème d'affectation généralisée , un groupe spécifique d'employés est chargé de l'accomplissement d'un ensemble de tâches, chacune étant associée à un coût ou à un bénéfice spécifique. Il est important de souligner que ce processus d'attribution doit respecter des contraintes de capacité prédéfinies pour chaque employé individuel, introduisant ainsi un niveau supplémentaire de complexité. L'objectif global dans le cadre du PAG est de déterminer méticuleusement une stratégie d'attribution qui minimise efficacement le coût total encouru ou, en alternative, maximise le bénéfice cumulé généré. Cette formulation de problème nuancée souligne l'adaptabilité du PAG pour modéliser divers scénarios du monde réel où la distribution optimale des tâches est une considération cruciale, allant de la planification de la production à l'allocation de ressources dans des contextes logistiques complexes. La formulation mathématique du Problème d'Affectation Généralisée (PAG) peut être exprimée comme suit :

$$(P_{affg}) : \begin{cases} \min \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} c_{i,j} x_{i,j} \\ \text{s.t :} \\ \sum_{i=1}^{n} x_{i,j} = 1, \qquad \forall j \in J \\ \sum_{j=1}^{m} x_{i,j} \leq 1, \qquad \forall i \in I \\ \sum_{j=1}^{m} a_{i,j} x_{i,j} \leq b_i, \qquad \forall i \in I \\ x_{i,j} \in \{0,1\}, \qquad \forall (i,j) \in I \times J. \end{cases} \tag{2.4}$$

Dans ces contraintes de capacité, $a_{i,j}$ représente la consommation de ressource de l'employé i pour accomplir la tâche j, et b_i est la capacité maximale de l'employé i. Ces contraintes garantissent que la somme des ressources consommées par les tâches attribuées à chaque employé ne dépasse pas sa capacité maximale[53].

Le Problème d'Affectation Généralisée (PAG) trouve de nombreuses applications dans divers secteurs [52], constituant un outil polyvalent pour optimiser l'allocation des ressources à des tâches spécifiques. Dans le domaine manufacturier, il facilite l'attribution efficace de machines à des tâches de production, optimisant ainsi l'efficacité globale. La gestion de projets bénéficie du PAG en optimisant l'allocation des ressources dans des plannings de projets complexes. Les environnements de cloud computing utilisent le PAG pour attribuer des machines virtuelles à des serveurs physiques, maximisant ainsi l'utilisation des ressources. Dans la logistique et la distribution, le PAG optimise l'attribution de véhicules à des itinéraires de livraison, en

tenant compte des capacités et des contraintes temporelles. La gestion des effectifs profite du PAG en optimisant la planification du personnel, prenant en compte les compétences et les préférences. Les réseaux de télécommunication exploitent le PAG pour une attribution optimale de canaux ou de fréquences. Les compagnies aériennes utilisent le PAG pour la planification des équipages, et la gestion de la chaîne d'approvisionnement l'applique pour optimiser l'attribution des fournisseurs. La planification de la disposition des installations utilise le PAG pour optimiser l'agencement des postes de travail au sein des installations [54].

2.4.2 Problème d'emplacement des installations

Le problème d'emplacement des installations est un problème classique de la recherche opérationnelle et la logistique. Il fait référence au processus de prise de décision stratégique consistant à déterminer les emplacements optimaux pour les installations dans une zone géographique afin de maximiser leur efficacité à servir les clients ou à atteindre des objectifs spécifiques [55]. Ce problème se pose dans divers domaines, notamment le commerce, la logistique, la santé et les services publics. Il s'agit de sélectionner des sites appropriés pour des installations telles que des magasins, des centres de distribution, des hôpitaux, des écoles ou des bureaux gouvernementaux afin d'assurer un accès efficace à la population cible tout en tenant compte de facteurs tels que les coûts de transport, les tendances de la demande, la concurrence, et les contraintes spatiales [56]. L'objectif est de concevoir un réseau d'installations qui minimise les coûts globaux, maximise la couverture des services ou atteint d'autres objectifs bien définis, améliorant ainsi l'efficacité des opérations de l'organisation ou de la prestation des services. Les solutions au problème d'emplacement des installations exigent souvent des techniques analytiques sophistiquées, y compris des systèmes d'information géographique (SIG), des analyses spatiales et des algorithmes d'optimisation, pour tenir compte des relations spatiales complexes et optimiser la décision. Le problème d'emplacement des installations est un défi d'optimisation complexe qui se manifeste sous diverses formes, chacune adaptée pour répondre à des contraintes spécifiques ou optimiser des objectifs distincts. Ces variantes englobent un éventail de considérations, allant des capacités des installations à l'impact environnemental, en exigeant des approches de solutions nuancées [55].

Problème d'emplacement des installations sans capacité

Il consiste à trouver, entre un ensemble d'emplacements potentiels donnés, le meilleur emplacement possible des installations, ce qui réduit le coût global du problème. En général, le problème d'emplacement des installations sans capacité est donné par un ensemble d'emplacements potentiels avec leurs coûts de construction, et un ensemble de clients avec des emplacements connus [57][58]. L'objectif est d'identifier le meilleur emplacement des installations qui minimise le coût global du problème. Le coût global du problème d'emplacement des installations sans capacité est généralement subdivisé en deux coûts principaux : Le premier est le coût de service à tous les clients, qui comprend la distance entre les clients et leurs installations correspondantes, le temps de service de chaque client, le coût de la livraison... Le deuxième est

le coût de la construction des installations [59]. Le modèle général du problème d'emplacement des installations sans capacité est donné par le problème de programmation en nombre entiers suivant :

$$(P_{uflp}) : \begin{cases} \min \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \{a_{i,j} x_{i,j} + b_j y_j\} \\ \text{s.t :} \\ \sum_{j \in J} x_{i,j} = 1, \qquad \forall i \in I. \\ x_{i,j} \leq y_j, \qquad \forall i \in I, \forall j \in J. \\ x_{i,j} \in \{0,1\}, \qquad \forall i \in I, \forall j \in J. \\ y_j \in \{0,1\}, \qquad \forall j \in J. \end{cases} \tag{2.5}$$

Où

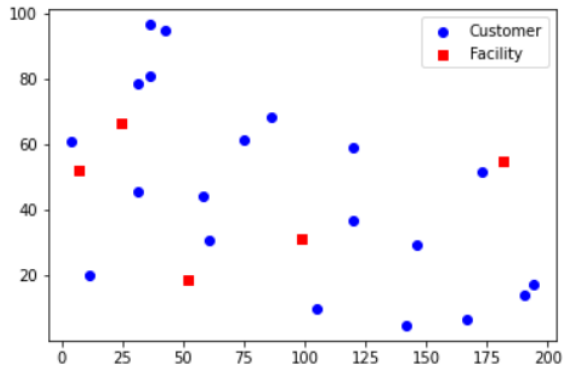
- $I = \{1, ..., n\}$ désigne l'ensemble de tous les clients.
- $J = \{1, ..., m\}$ désigne l'ensemble des emplacements potentiels de l'installation.
- $a_{i,j}$ présente le coût attribué pour servir le client i à partir de l'installation localisé dans l'emplacement j.
- b_j présente le coût d'établissement d'une installation dans l'emplacement j.
- y_j est une variable binaire définie pour tous les $j \in J$, cette variable prend la valeur 1 si l'emplacement potentiel de l'installation j est choisi pour être établi, et elle prend la valeur 0 autrement.
- $x_{i,j}$ est une variable binaire définie pour tous les $i \in I$ et $j \in J$, elle prend la valeur de 1 si le client i sera servi à partir de l'installation établie à l'emplacement j, et elle prend la valeur de 0 dans le cas contraire.
- La première équation définit la fonction objective du problème qui formule le coût global du problème.
- La deuxième équation est un ensemble de contraintes garantissant que chaque client i sera servi par une et une seule installation j.
- La troisième équation est un ensemble de contraintes indiquant que chaque client doit être servi par une et une seule installation qui est déjà établie.

La figure 2.2 illustre un exemple d'une solution du problème d'emplacement des installations sans capacité avec cinq installations présentées en rouge :

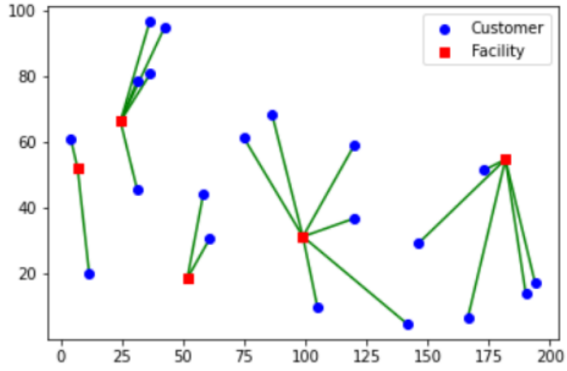
Problème d'emplacement des installations avec capacité

Le problème d'emplacement des installations avec capacité est une variante du problème d'emplacement des installations dans lequel les installations ont des capacités limitées pour servir les clients [58].

Dans le problème d'emplacement des installations avec capacité, chaque installation a une capacité maximale qu'elle peut servir en termes de demande des clients. L'objectif est de déterminer les emplacements optimaux des installations à établir et les clients à desservir par



(a) *Ensemble des clients et des installations potentielles disponibles*



(b) *Solution du problème d'emplacement des installations*

FIGURE 2.2 – Exemple d'une solution du problème d'emplacement des installations

chaque installation (c.à.d les affectations des clients aux installations), tout en respectant les capacités de chaque installation et en minimisant les coûts totaux, qui peut comprendre les coûts de construction des installations et les coûts de transport des biens ou des services aux clients [60].

La formulation mathématique du problème d'emplacement des installations avec capacité est caractérisée par un ensemble de contraintes permettant de contrôler la capacité de chaque installation à servir les clients [58], en ajoutant la contrainte de capacité à la formulation mathématique du problème d'emplacement des installations sans capacité on obtient celle du problème avec capacité 2.6 :

$$(P_{cflp}) : \begin{cases} \min \sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\{a_{i,j}x_{i,j} + b_j y_j\} \qquad \text{s.t :} & (2.6a) \\ \sum_{j\in J} x_{i,j} = 1, \qquad \forall i \in I & (2.6b) \\ x_{i,j} \leq y_j, \qquad \forall i \in I, \forall j \in J & (2.6c) \\ \sum_{i\in I} d_i x_{i,j} \leq y_j k_j, \qquad \forall j \in J & (2.6d) \\ x_{i,j} \in \{0,1\}, \qquad \forall i \in I, \forall j \in J. & (2.6e) \\ y_j \in \{0,1\}, \qquad \forall j \in J. & (2.6f) \end{cases}$$

Avec d_i présente la demande du client i, et k_j présente la capacité de l'installation j.

2.4.3 Problème de tournée

Les problèmes de tournée englobent un large éventail de défis d'optimisation centrés sur la détermination des chemins ou des itinéraires les plus efficaces pour les entités, telles que les véhicules, les marchandises ou les informations, à traverser dans un réseau [61]. Ces problèmes sont présents dans de nombreux contextes réels, y compris le transport, la logistique, les télécommunications et la gestion de la chaîne d'approvisionnement. À la base, les problèmes

de tournée visent à identifier les itinéraires optimaux qui minimisent les coûts, le temps ou l'utilisation des ressources tout en maximisant l'efficacité et la qualité du service [62].

En termes pratiques, les problèmes de tournée impliquent de sélectionner des chemins ou des itinéraires d'une origine à une destination ou entre plusieurs points d'un réseau, en tenant compte de divers facteurs tels que la distance, le temps de déplacement, les contraintes de capacité et d'autres contraintes opérationnelles. Par exemple, dans le cas des problèmes de tournée des véhicules, l'objectif est de déterminer les itinéraires les plus efficaces pour une flotte de véhicules afin de livrer des biens ou des services aux clients tout en minimisant la distance, le temps ou les coûts totaux. Dans les télécommunications, les problèmes de tournée impliquent de déterminer les chemins les plus efficaces pour que les paquets de données se déplacent à travers un réseau de routeurs pour atteindre leur destination.

La résolution des problèmes de tournée est une tâche difficile en raison de leur complexité NP-difficile, une caractéristique qui rend la recherche de solutions optimales informatiques complexes. Malgré cette difficulté inhérente, diverses techniques d'optimisation sont utilisées pour résoudre efficacement les problèmes de routage. Ces méthodes, telles que la programmation mathématique, les algorithmes heuristiques, les approches métaheuristiques et les algorithmes de flux de réseau, visent à naviguer dans le paysage complexe des problèmes de tournée en concevant des stratégies pour approcher ou trouver des solutions optimales ou quasi-optimale dans des délais raisonnables [62].

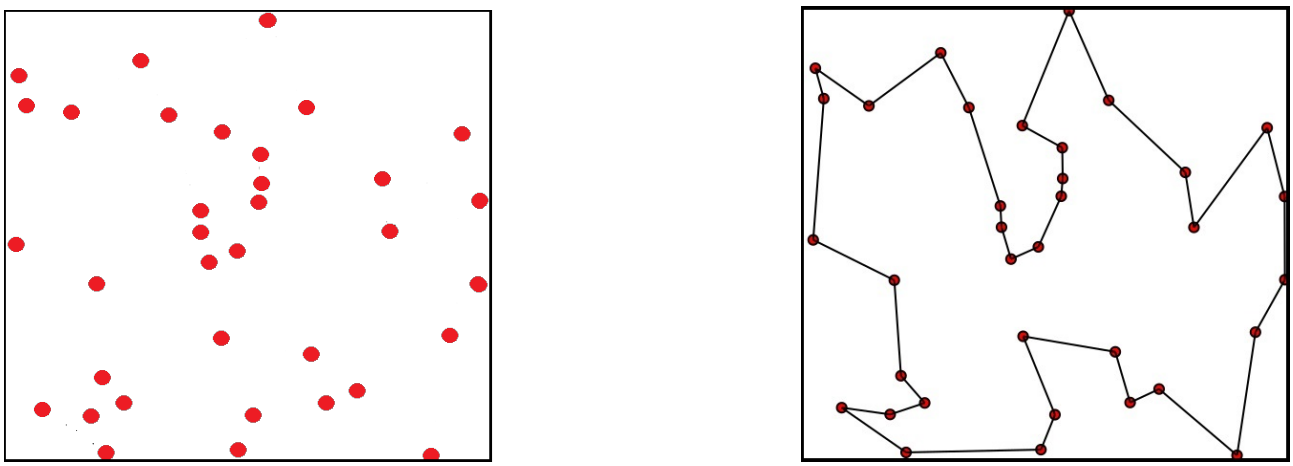
Les problèmes de tournée se présentent sous différentes formes, chacune adaptée pour répondre à des contraintes, des objectifs ou des contextes spécifiques :

Problème du Voyageur de Commerce (TSP)

Le problème du voyageur de commerce TSP est l'un des problèmes d'optimisation combinatoire les plus connus et les plus largement étudiés. Dans le TSP, un vendeur est chargé de visiter un ensemble de villes (ou de clients) exactement une fois, en retournant à la ville de départ, tout en minimisant la distance totale ou le coût parcouru. Le but est de trouver l'itinéraire le plus court possible qui visite chaque ville exactement une fois et retourne au point de départ. Le TSP est un problème classique dans le domaine de la recherche opérationnelle et a des applications dans divers domaines, y compris la logistique, le transport et la fabrication. Sa complexité informatique en fait un problème difficile à résoudre, et trouver une solution optimale devient de plus en plus difficile à mesure que le nombre de villes augmente [63].

Formellement, un TSP est modélisé sous forme d'un graphe $G = (V, E)$ où V est l'ensemble des sommets représentent les villes ou les clients à visiter, E est l'ensemble des arêtes ou des liaisons entre ces villes, et $C = \{c(i, j)/(i, j) \in E\}$ est l'ensemble des pondérations associées à chaque arête, elle représente le coût de la liaison entre les deux villes et correspond généralement à la distance qui les sépare. L'objectif est de trouver un cycle hamiltonien de ce graphe [64], c-à-d. un cycle passant une et une seule fois par tous les sommets du graphe, et de longueur minimale [65].

La formulation classique du problème du voyageur de commerce est donnée par le pro-



(a) *Ensemble des villes à visiter* (b) *Solution du problème TSP*

FIGURE 2.3 – Exemple illustrant une solution du problème TSP.

gramme linéaire en nombre entier suivant 2.7 :

$$(P_{tsp}) : \begin{cases} \min \sum_{i \neq j} c_{i,j} x_{i,j} \qquad \text{s.t :} & \text{(2.7a)} \\ \sum_{j=1}^{n} x_{i,j} = 1, \qquad \forall i \in V, i \neq j & \text{(2.7b)} \\ \sum_{i=1}^{n} x_{i,j} = 1, \qquad \forall j, j \neq i & \text{(2.7c)} \\ \sum_{i,j \in S} x_{i,j} \leq |S| - 1, \qquad S \subset V, 2 \leq |S| \leq n-2 & \text{(2.7d)} \\ x_{i,j} \in \{0,1\}, \qquad \forall (i,j) \in E. & \text{(2.7e)} \end{cases}$$

Où :

- V désigne l'ensemble des villes à visiter.
- E désigne l'ensemble des liaisons entre ces villes.
- $c_{i,j}$ présente le cout associé à chaque liaison $(i,j) \in E$.
- $x_{i,j}$ désigne un ensemble des variables binaires, $x_{i,j}$ prend la valeur 1 si la ville j est visité juste après la ville i, et elle prend la valeur 0 dans le cas contraire.
- S désigne un sous-ensemble de V.
- L'équation 2.7a représente l'objectif du problème qui sert à minimiser le cout total du problème.
- L'équation 2.7b est une contrainte garantissant que le voyageur prend son départ de chaque ville i une et une seule fois.
- L'équation 2.7c est une contrainte garantissant que le voyageur arrive à chaque ville j une et une seule fois.
- L'équation 2.7d est une contrainte permettant d'éviter les sous tours.
- L'équation 2.7e est une contrainte d'intégrité spécifiant l'espace des variables.

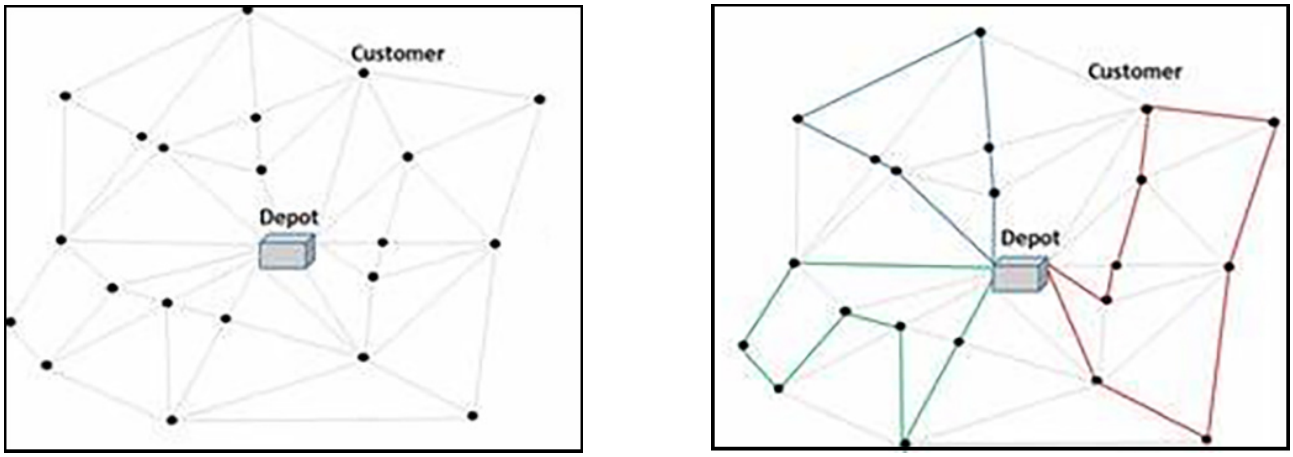
Le problème du voyageur de commerce trouve de nombreuses applications dans divers do-

maines en raison de sa pertinence pratique dans l'optimisation des tâches de routage et de planification. Dans le domaine du transport et de la logistique, le TSP est utilisé pour minimiser les distances de déplacement et les coûts des itinéraires de livraison, ce qui permet aux entreprises d'allouer efficacement les ressources et de réduire les dépenses opérationnelles [66]. Par exemple, les entreprises de transport maritime peuvent utiliser des algorithmes TSP pour planifier les itinéraires les plus efficaces pour les camions de livraison, assurant une distribution rapide et rentable des marchandises aux clients [67]. De même, en planification urbaine, le TSP aide à optimiser les itinéraires de transport en commun, comme les services d'autobus ou de taxi, afin de minimiser les temps de déplacement et la congestion tout en maximisant la couverture du service [68]. En outre, le TSP a des applications dans la fabrication, où il aide à optimiser les calendriers de production et à minimiser le temps nécessaire aux travailleurs pour se déplacer entre les différents postes de travail de l'usine [69].

Problème de tournée de véhicule (VRP)

Le problème tournée des véhicules (VRP) est un problème d'optimisation combinatoire qui consiste à déterminer les itinéraires optimaux pour une flotte de véhicules afin de livrer des biens ou des services à un ensemble de clients tout en minimisant les coûts de transport totaux ou le temps de déplacement [70].

La variante la plus classique du VRP est le problème de tournée de véhicule avec capacité, où chaque véhicule a une capacité limitée et chaque client a une demande de biens ou de services [71]. L'objectif est de trouver le moyen le plus rentable de servir tous les clients en utilisant les véhicules disponibles, en tenant compte des contraintes telles que la capacité du véhicule et la nécessité pour les véhicules de retourner au dépôt (point de départ) après avoir terminé leurs itinéraires 2.4.



(a) *Ensemble des villes à visiter* (b) *Solution du problème VRP*

FIGURE 2.4 – Exemple illustrant une solution du problème TSP.

La formulation mathématique du problème de tournée de véhicule avec capacité (CVRP) peut être décrite comme suit 2.8 :

$$(P_{vrp}) : \begin{cases} \min \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} \sum_{k=0}^{K} \{c_{i,j} x_{i,j,k}\} \qquad \text{s.t} : & (2.8a) \\ \sum_{i=0}^{n} \sum_{k=0}^{K} x_{i,0,k} = \sum_{j=0}^{n} \sum_{k=0}^{K} x_{0,j,k}, \quad \forall k \in \{1, ..., K\} & (2.8b) \\ \sum_{i=0}^{n} \sum_{k=0}^{K} x_{i,j,k} = 1, \quad \forall j \in \{1, ..., n\} & (2.8c) \\ \sum_{j=0}^{n} \sum_{k=0}^{K} x_{i,j,k} = 1, \quad \forall i \in \{1, ..., n\} & (2.8d) \\ \sum_{j=0}^{n} x_{0,j,k} \leq 1, \quad \forall k \in \{1, ..., K\} & (2.8e) \\ \sum_{i=0}^{n} x_{i,j,k} = y_{j,k}, \quad \forall j \in \{1, ..., n\}, \forall k \in \{1, ..., K\}. & (2.8f) \\ \sum_{j=0}^{n} x_{i,j,k} = y_{i,k}, \quad \forall i \in \{1, ..., n\}, \forall k \in \{1, ..., K\}. & (2.8g) \\ \sum_{i=0}^{n} d_i y_{i,k} \leq C, \quad \forall k \in \{1, ..., K\}. & (2.8h) \\ x_{i,j,k} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \in \{1, ..., n\}, \forall k \in \{1, ..., K\}. & (2.8i) \\ y_{i,k} \in \{0, 1\}, \quad \forall j \in \{1, ..., n\}, \forall k \in \{1, ..., K\}. & (2.8j) \end{cases}$$

Où :

- $\{1, ..., n\}$: L'ensemble des clients à visiter.
- $\{1, ..., K\}$: L'ensemble des véhicules disponible.
- $x_{i,j,k}$: Un ensemble des variables binaires, $x_{i,j,k}$ prend la valeur 1 si le véhicule k prend l'arête (i, j), et elle prend la valeur 0 dans le cas contraire.
- $y_{i,k}$: Un ensemble des variables binaires, $y_{i,k}$ prend la valeur 1 si le client i est visité par le véhicule k, et elle prend la valeur 0 dans le cas contraire.
- d_i : Un paramètre définit pour chaque client i, il présente la demande du client i.
- C : Un paramètre présente la capacité du chaque véhicule qui est considéré constant pour tous les véhicules.
- L'équation (2.8a) présente la fonction objective du problème qui consiste à minimiser la distance totale parcourue par les véhicules, ce qui peut inclure les coûts opérationnels présentés par le carburant, les salaires des conducteurs et l'entretien des véhicules, ou à la fois la distance totale et les coûts opérationnels.
- L'équation (2.8b) est une contrainte qui garantie que le nombre de camions qui partent du dépôt est égal au nombre de camions qui arrivent au dépôt.
- Les équations (2.8c) et (2.8d) assurent que chaque client doit être visité une fois et une seule fois.
- L'équation (2.8e) s'assure que le nombre de véhicules utilisés ne doit pas dépasser le nombre de véhicules disponibles K.

- Les équations (2.8f) et (2.8g) permettent de définir la relation entre les deux ensembles de variables binaires.
- L'équation (2.8h) définit la contrainte de capacité qui garantit que la demande totale livrée par un véhicule k ne doit pas dépasser la capacité de ce véhicule.
- Les équations (2.8i) et (2.8j) sont des contraintes d'intégrité qui spécifient l'espace de chaque variable.

Le problème tournée des véhicules (VRP) a de nombreuses applications dans diverses industries. Dans le domaine du transport et de la logistique, les algorithmes VRP sont utilisés pour optimiser les itinéraires de livraison des camions, minimiser les distances et les coûts de déplacement tout en assurant une livraison en temps opportun. Les services de collecte des déchets utilisent le CVRP pour planifier des itinéraires efficaces pour les Véhicules à ordures [71], réduisant ainsi la consommation de carburant et l'impact environnemental. De plus, les agences de transport en commun utilisent des techniques de VRP pour optimiser les itinéraires d'autobus [72], améliorer la couverture du service et réduire les temps d'attente des passagers.

2.5 Méthodes de résolution des problèmes d'optimisation combinatoire

Trouver une solution optimale dans un ensemble discret et fini est un problème facile en théorie : il suffit d'essayer toutes les solutions, et de comparer leurs qualités pour voir la meilleure. Cependant, en pratique, l'énumération de toutes les solutions peut prendre trop de temps ; or, le temps de recherche de la solution optimale est un facteur très important et c'est à cause de lui que les problèmes d'optimisation combinatoire sont réputés si difficiles. La théorie de la complexité donne des outils pour mesurer ce temps de recherche [73]. De plus, comme l'ensemble des solutions réalisables est défini de manière implicite, il est aussi parfois très difficile de trouver ne serait-ce qu'une solution réalisable [73].

Quelques problèmes d'optimisation combinatoire peuvent être résolus (de manière exacte) en temps polynomial par exemple par un algorithme glouton, un algorithme de programmation dynamique ou en montrant que le problème peut être formulé comme un programme linéaire en variables réelles [73].

Dans la plupart des cas, le problème est NP complet et, pour le résoudre, il faut faire appel à des algorithmes de branch and bound, à la programmation linéaire en nombres entiers, ou encore à la programmation par contraintes [74]. En pratique, on se contente très souvent d'avoir une solution approchée, obtenue par une heuristique ou une métaheuristique [75]. Pour certains problèmes, on peut prouver une garantie de performance, c'est-à-dire que l'écart entre la solution obtenue et la solution optimale est borné .

Exemple typique (un problème combinatoire) :

Déterminer où installer 5 centres de distribution parmi 30 sites d'implantation possibles, de sorte que les coûts de transport entre ces centres et les clients soient minimums. Ce problème ne

peut être résolu par une simple énumération des solutions possibles par l'esprit humain, puisqu'il en existe $\frac{30\times29\times28\times27\times26}{1\times2\times3\times4\times5} = 142506$. Et même si un problème de cette taille peut être résolu par énumération par un ordinateur, les décideurs sont régulièrement confrontés à des problèmes infiniment plus complexes, où le nombre de solutions acceptables se compte en milliards de milliards (explosion combinatoire) [76].

2.5.1 Méthodes exactes de résolution des problèmes d'optimisation combinatoire

Les méthodes exactes de résolution des problèmes d'optimisation combinatoire sont des approches algorithmiques qui cherchent à résoudre un problème en examinant toutes les solutions possibles de manière exhaustive et en sélectionnant la meilleure d'entre elles [77].

Ces méthodes sont particulièrement utiles pour les problèmes d'optimisation combinatoire, qui sont des problèmes dans lesquels il faut trouver la meilleure solution parmi un grand nombre de combinaisons possibles. Les exemples de tels problèmes comprennent le problème du voyageur de commerce, le problème d'affectation, le problème du sac à dos, etc. Les méthodes exactes peuvent être classées en deux catégories principales : les méthodes de branch-and-bound (ou arborescence de recherche) et les méthodes de programmation linéaire en nombres entiers (PLNE). Les méthodes de branch-and-bound utilisent une arborescence de recherche pour explorer l'ensemble des solutions possibles, tandis que les méthodes PLNE résolvent un problème linéairement relaxé pour trouver une solution initiale, puis appliquent des techniques de branch-and-bound pour améliorer la solution [77].

La méthode Branch and Bound

La méthode Branch and Bound ($B\&B$) est une technique de résolution d'optimisation combinatoire qui consiste à diviser récursivement un problème en sous-problèmes plus petits et à résoudre chacun de ces sous-problèmes pour déterminer une borne inférieure sur la solution optimale. Cette borne inférieure est utilisée pour éliminer certaines branches de l'arbre de recherche qui ne peuvent pas contenir la solution optimale. Ensuite, l'algorithme explore les branches restantes de l'arbre de recherche en résolvant des sous-problèmes plus petits jusqu'à ce qu'une solution optimale soit trouvée. Le processus de branchement consiste à sélectionner une variable du problème d'optimisation et à diviser les solutions possibles en deux ensembles disjoints, créant ainsi deux sous-problèmes.

La méthode $B\&B$ choisit une variable qui divise les solutions de manière à ce que la relaxation linéaire de chaque sous-problème soit facile à résoudre et à fournir une borne inférieure sur la solution optimale. Les sous-problèmes créés par la méthode de branchement sont résolus séparément, et si une solution optimale est trouvée, elle est utilisée pour mettre à jour la borne inférieure globale. Si la borne inférieure est supérieure à la meilleure solution trouvée jusqu'à présent, l'algorithme peut éliminer certaines branches de l'arbre de recherche qui ne peuvent pas contenir de solutions optimales [78].

Le processus de bornage consiste à éliminer les branches de l'arbre de recherche qui ne peuvent pas contenir de solutions optimales en utilisant la borne inférieure. L'algorithme utilise la borne inférieure pour déterminer si un sous-problème peut contenir une solution optimale ou non. Si la borne inférieure du sous-problème est supérieure à la meilleure solution trouvée jusqu'à présent, l'algorithme élimine la branche correspondante de l'arbre de recherche et passe à la prochaine branche.

La méthode $B\&B$ est largement utilisée pour résoudre une variété de problèmes d'optimisation combinatoire, tels que le voyageur de commerce, le problème du sac à dos, le problème d'affectation, le problème de flot maximum, le problème de partitionnement de graphe, et bien d'autres encore. Cette méthode est très efficace pour résoudre des instances de problèmes de taille moyenne à grande, et peut fournir des solutions optimales ou des solutions de qualité acceptable dans des délais raisonnables[78].

La méthode Branch and Cut

La méthode Branch and Cut ($B\&C$) est une méthode de résolution d'optimisation combinatoire qui combine les avantages de la méthode Branch and Bound ($B\&B$) et les coupes pour renforcer la relaxation linéaire des sous-problèmes. Contrairement à la méthode ($B\&B$), la méthode ($B\&C$) ajoute des coupes (cuts) pour éliminer certaines solutions entières non réalisables et renforcer la relaxation linéaire des sous-problèmes [79]. Les coupes sont des inégalités linéaires valides pour le problème d'optimisation considéré. La méthode ($B\&C$) résout ensuite les sous-problèmes relaxés linéaires et utilise la méthode ($B\&B$) pour explorer l'arbre de recherche et trouver la solution optimale. Cette méthode est particulièrement utile pour résoudre des problèmes d'optimisation combinatoire difficiles qui ne peuvent pas être résolus efficacement par d'autres méthodes. La méthode ($B\&C$) est largement utilisée pour résoudre une variété de problèmes d'optimisation combinatoire, tels que le problème de voyageur de commerce, le problème de sac à dos, le problème d'affectation, le problème de flot maximum, et bien d'autres encore [79].

La méthode Branch and Price

La méthode Branch and Price ($B\&P$) est une méthode de résolution d'optimisation combinatoire qui est souvent utilisée pour résoudre des problèmes de grande taille. Elle combine les avantages de la méthode Branch and Bound ($B\&B$) et la génération de colonnes (column generation) pour résoudre les problèmes d'optimisation combinatoire [80]. Cette méthode commence par résoudre une relaxation linéaire restreinte du problème d'optimisation combinatoire initial, puis utilise la génération de colonnes pour ajouter de nouvelles variables de décision qui améliorent la relaxation linéaire du problème. La méthode ($B\&P$) utilise ensuite la méthode ($B\&B$) pour explorer l'arbre de recherche et trouver la solution optimale. Cette méthode est largement utilisée pour résoudre des problèmes tels que le problème de tournées de véhicules, le problème de routage de véhicules, le problème de planification de production, et bien d'autres encore [80][81].

Les méthodes exactes sont considérées comme les méthodes les plus fiables pour résoudre les problèmes d'optimisation combinatoire, car elles garantissent une solution optimale à chaque fois. Cependant, elles peuvent être très coûteuses en termes de temps de calcul, surtout lorsque le nombre de solutions possibles est très élevé [77].

2.5.2 Méthodes approchées de résolution des problèmes d'optimisation combinatoire

Les méthodes approchées de résolution des problèmes d'optimisation combinatoire sont des algorithmes qui cherchent à trouver des solutions satisfaisantes pour des problèmes d'optimisation combinatoire complexes en un temps raisonnable. Contrairement aux méthodes exactes, qui garantissent de trouver la solution optimale, les méthodes approchées fournissent des solutions qui sont généralement proches de l'optimum, mais qui ne sont pas nécessairement la meilleure solution possible [77]. Les méthodes approchées peuvent être basées sur des techniques de recherche locale, telles que la recherche tabou et la méthode de recuit simulé, ou sur des méthodes évolutives telles que les algorithmes génétiques et les algorithmes de colonies de fourmis [82]. Elles peuvent également utiliser des connaissances spécifiques au problème pour guider la recherche, telles que les méthodes heuristiques [77].

Les méthodes heuristiques

Les heuristiques sont des techniques de résolution de problèmes qui fournissent des solutions réalisables dans des délais raisonnables, mais qui ne garantissent pas une solution optimale. Elles sont généralement utilisées pour des problèmes pour lesquels il est difficile de trouver une solution optimale en temps raisonnable. Ils sont souvent basées sur des règles simples qui permettent d'éliminer certaines options ou d'en privilégier d'autres. Elles sont souvent appliquées dans des contextes d'optimisation combinatoire, tels que la résolution de problèmes d'ordonnancement, de routage, de découpage ou de placement [83].

Les heuristiques peuvent être de différentes natures. Certaines sont basées sur des règles empiriques, comme la recherche locale, qui consiste à explorer localement l'espace des solutions à partir d'une solution initiale pour trouver une solution voisine qui améliore l'objectif [84]. D'autres heuristiques sont basées sur des algorithmes évolutifs, comme les algorithmes génétiques, qui s'inspirent du processus de sélection naturelle pour trouver des solutions optimales [84]. D'autres encore sont basées sur des techniques de résolution de problèmes linéaires ou quadratiques, comme les heuristiques de relaxation linéaire ou de relaxation convexe [85].

Les heuristiques peuvent fournir des solutions de qualité pour des problèmes complexes en un temps raisonnable, mais elles ne garantissent pas que ces solutions sont optimales [86]. Elles peuvent également être utilisées comme méthode d'approximation pour des problèmes dont la complexité est inconnue. Dans tous les cas, les heuristiques peuvent être utiles pour résoudre des problèmes réels dans des contextes où il n'est pas possible de trouver des solutions optimales en temps raisonnable [83].

Les méthodes métaheuristiques

Les métaheuristiques sont des algorithmes d'optimisation qui cherchent à explorer efficacement l'espace de recherche des solutions en combinant différentes stratégies pour échapper aux minima locaux et atteindre une solution optimale ou quasi-optimale. Les métaheuristiques sont souvent utilisées pour des problèmes difficiles où les méthodes classiques d'optimisation ne sont pas adaptées ou ne donnent pas de résultats satisfaisants. Elles sont souvent inspirées de processus naturels ou de phénomènes physiques pour explorer l'espace des solutions de manière efficace [87]. Par exemple, l'algorithme de recherche tabou s'inspire du comportement d'un marcheur qui évite de repasser par des endroits où il est déjà passé, tandis que l'algorithme de recuit simulé s'inspire du processus de refroidissement des matériaux. Les métaheuristiques peuvent être utilisées pour résoudre une grande variété de problèmes, tels que l'optimisation de fonctions continues, la planification de production, la conception de réseaux de transport, ou encore la reconnaissance de formes. Les métaheuristiques peuvent également être combinées avec d'autres techniques d'optimisation, telles que les méthodes de programmation mathématique ou les méthodes de recherche locale, pour améliorer leur performance [88].

Les métaheuristiques sont souvent caractérisées par leur simplicité et leur robustesse, mais leur performance dépend fortement de la qualité de leurs paramètres et de leur mise en œuvre. Il est souvent nécessaire de tester plusieurs algorithmes et d'ajuster leurs paramètres pour obtenir les meilleurs résultats [88].

Quelques exemples de métaheuristiques populaires sont l'algorithme génétique [89], la recherche tabou [90], le recuit simulé [91], et l'algorithme des essaims particulaires [92]. Ces algorithmes sont largement utilisés dans la résolution de problèmes d'optimisation combinatoire, tels que le voyageur de commerce, le sac à dos, le problème de coloration de graphe, le problème d'affectation, et le problème de partitionnement.

L'algorithme génétique

Les algorithmes génétiques sont des approches fascinantes et innovantes de la résolution de problèmes en informatique et on optimisation. Ils s'inspirent des principes de la sélection naturelle et de la génétique. Ces algorithmes appartiennent à une classe d'algorithmes évolutionnaires qui utilisent des techniques telles que la sélection, le croisement et la mutation pour développer des solutions approchées à divers problèmes complexes [93]. Tout comme dans la nature, où les organismes à caractères avantageux survivent et se reproduisent, les algorithmes génétiques imitent ce processus en faisant évoluer une population de solutions potentielles au fil des générations. Dans le processus de génération des solutions, les individus avantageux (solutions) sont sélectionnés pour créer une solution fils, qui hérite des caractéristiques de leurs parents. Ces solutions fils sont générées à partir des opérations aussi inspirées du processus de multiplication cellulaire qui sont en particulier le croisement et la mutation [94]. Les étapes définissant un algorithme génétique classique sont illustrées dans le schéma algorithmique suivant 2.5 :

Les algorithmes génétiques ont un large éventail d'applications dans divers domaines. Dans

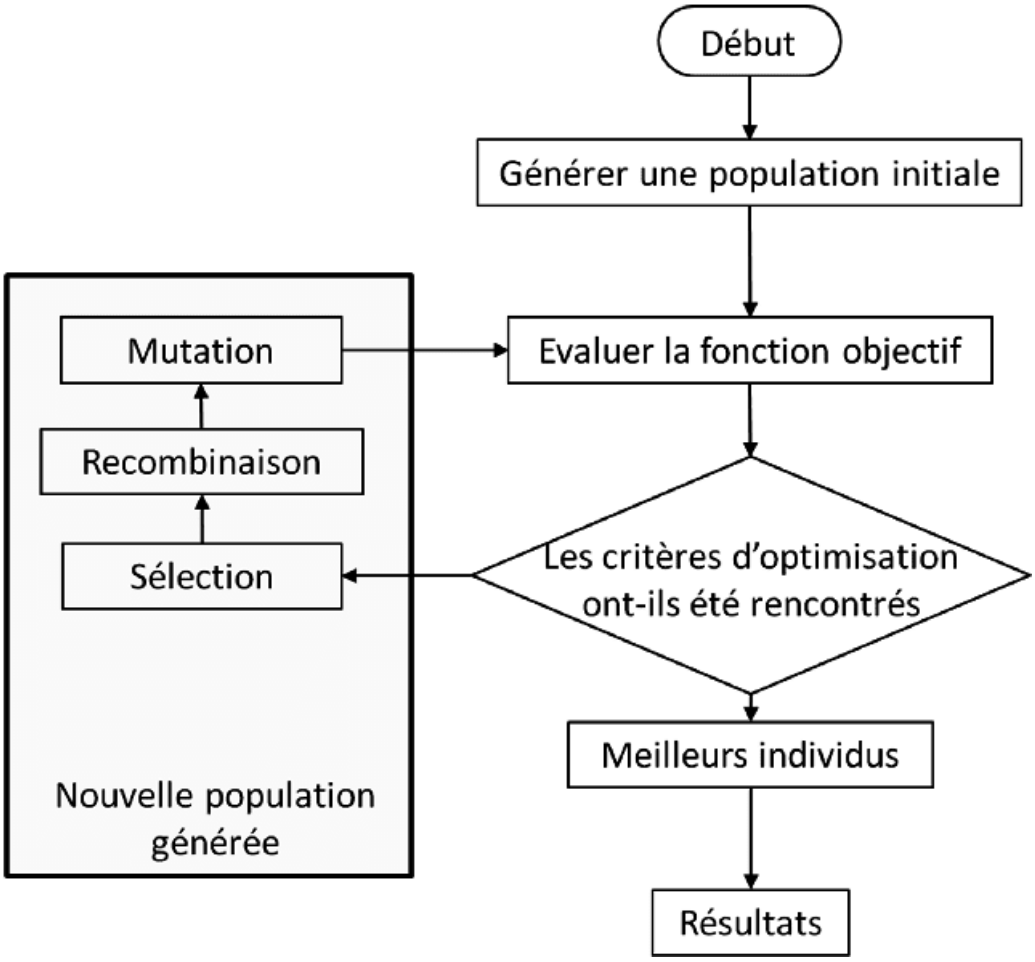


FIGURE 2.5 – Les étapes classiques de l'algorithme génétique

l'optimisation de la conception et de l'ingénierie, ils sont utilisés pour trouver des configurations optimales de produits et de systèmes complexes, en maximisant les performances ou en minimisant les coûts dans des domaines tels que l'aérospatiale, l'automobile et l'électronique. En outre, ils sont utilisés dans la planification et la gestion des ressources, la résolution de problèmes dans la planification de projet, la logistique et l'optimisation de la chaîne d'approvisionnement. Dans l'apprentissage automatique et l'exploration de données, les algorithmes génétiques aident à des tâches telles que la sélection des fonctionnalités, l'optimisation des paramètres pour des modèles tels que les réseaux de neurones et l'analyse de clustering. La robotique bénéficie d'algorithmes génétiques dans la planification du mouvement, l'optimisation des chemins et les systèmes de contrôle, aidant les robots à naviguer dans des environnements complexes. Ainsi que dans la modélisation financière, les algorithmes génétiques sont utilisés pour l'optimisation des portefeuilles et les stratégies de trading, aidant les investisseurs à prendre des décisions éclairées sur des marchés dynamiques.

Différence entre les heuristiques et les métaheuristiques

Les heuristiques et les métaheuristiques sont deux types d'algorithmes d'optimisation qui cherchent à résoudre des problèmes en trouvant une solution approximative de manière efficace [95]. Les heuristiques sont des algorithmes qui utilisent des techniques simples pour explorer

l'espace de recherche des solutions et trouver une solution satisfaisante. Les heuristiques sont souvent inspirées de l'expérience et du bon sens, et peuvent être conçues pour résoudre des problèmes spécifiques. En revanche, les métaheuristiques sont des algorithmes plus généraux qui combinent plusieurs stratégies pour explorer efficacement l'espace de recherche des solutions et trouver une solution optimale ou quasi-optimale. Les métaheuristiques peuvent être utilisées pour résoudre une grande variété de problèmes d'optimisation, et sont souvent inspirées de processus naturels ou de phénomènes physiques. Les métaheuristiques sont souvent plus complexes que les heuristiques, et peuvent prendre plus de temps à s'exécuter. Cependant, les métaheuristiques ont souvent des performances supérieures aux heuristiques pour les problèmes les plus difficiles, car elles sont conçues pour échapper aux minima locaux et atteindre des solutions plus proches de l'optimum global.

2.6 Solveur d'optimisation combinatoire et Outils de résolution

Les solveurs d'optimisation combinatoire représentent une catégorie cruciale d'outils de calcul et d'algorithmes spécifiquement conçus pour traiter les problèmes d'optimisation combinatoire. Ces problèmes sont caractérisés par des variables de décision discrètes, où l'objectif est de déterminer l'arrangement ou la combinaison d'éléments la plus favorable à partir d'un ensemble fini. Ces solveurs fonctionnent en naviguant dans le vaste espace de solution défini par des variables discrètes et cherchent à optimiser une fonction objective tout en respectant les contraintes spécifiées.

Une caractéristique déterminante de ces solveurs est leur habileté à manipuler des variables avec des valeurs discrètes, leur permettant de modéliser et de résoudre des problèmes complexes du monde réel où les décisions impliquent des choix discrets. Le processus d'optimisation implique l'exploration itérative de combinaisons possibles de ces variables discrètes pour identifier la configuration qui maximise ou minimise la fonction objective définie. De plus, les contraintes font partie intégrante de ces problèmes, encapsulant les limites et les exigences du monde réel que la solution doit satisfaire.

En termes d'algorithmes, les solveurs d'optimisation combinatoire utilisent un éventail diversifié de techniques. Les heuristiques et les métaheuristiques offrent des approches pratiques pour trouver des solutions quasi optimales, en particulier dans les scénarios où l'obtention d'une solution exacte est impossible sur le plan informatique. Les algorithmes exacts, d'autre part, s'efforcent de garantir l'optimalité en explorant de manière exhaustive l'ensemble de l'espace de solution, bien qu'ils puissent nécessiter beaucoup de ressources pour des problèmes à grande échelle.

Le paysage des solveurs d'optimisation combinatoire englobe les solutions commerciales et open-source, chacune avec ses avantages distinctifs [96]. Les solveurs commerciaux tels qu'IBM CPLEX Optimization Studio et Gurobi Optimizer fournissent souvent des fonctionnalités avancées, des interfaces conviviales et un support professionnel, ce qui les rend adaptés aux défis

d'optimisation complexes au niveau de l'entreprise. Sur le front open-source, les solveurs comme PuLP, GLPK, CBC, SCIP et OR-Tools offrent flexibilité, accessibilité et développement collaboratif, répondant à une large base d'utilisateurs avec des besoins et des contraintes de ressources variables. Voici quelques solveurs populaires dans les deux catégories :

— Solveurs commerciaux :

1. IBM CPLEX Optimization Studio : Réputé pour son efficacité, CPLEX prend en charge la résolution de problèmes d'optimisation complexes, y compris l'optimisation linéaire, mixte, quadratique et non linéaire. Il fournit une suite complète d'outils et d'interfaces pour diverses applications à travers les industries.
2. Gurobi Optimizer : Gurobi est reconnu pour son solveur d'optimisation haute performance, en particulier dans l'optimisation linéaire, quadratique et mixte. Il offre des algorithmes avancés et des capacités de traitement parallèle, ce qui le rend adapté aux défis d'optimisation à grande échelle.
3. Xpress Optimizer (FICO) : Xpress Optimizer est un solveur polyvalent connu pour sa capacité à traiter un large éventail de problèmes d'optimisation, de la programmation linéaire à la programmation en nombres entiers mixtes. Développé par FICO (Fair Isaac Corporation), il fournit des algorithmes efficaces et des capacités de modélisation pour l'aide à la décision.

— Solveurs non commerciaux/open source :

1. PuLP : PuLP est une bibliothèque de programmation linéaire open-source pour Python, offrant une interface conviviale pour la modélisation et la résolution de problèmes d'optimisation. Il prend en charge la programmation linéaire, en entier et en entier mixte, ce qui le rend accessible pour diverses applications.
2. SCIP (Solving Constraint Integer Programs) : SCIP est un framework open-source spécifiquement conçu pour résoudre des problèmes d'optimisation d'entiers mixtes. Développé à la Technische Universität Berlin, il intègre des algorithmes de pointe pour une optimisation efficace.
3. OR-Tools (Google) : Développé par Google, OR-Tools est une bibliothèque open-source qui englobe une variété d'outils d'optimisation. Il prend en charge la programmation linéaire et intégrale, le routage et la programmation par contraintes, ce qui le rend polyvalent pour divers défis d'optimisation.

CHAPITRE

3

OPTIMISATION D'OCCUPATION DES RÉSIDENCES D'ESTIVAGE : UN OUTIL DÉCISIONNEL POUR UNE GESTION EFFICACE.

3.1 Contexte et définition du problème

3.1.1 Contexte générale

La problématique liée à la réservation des séjours découle d'une stratégie mûrement réfléchie de la Fondation Mohammedia de la Justice, orientée vers la démocratisation de l'accès aux divers services qu'elle offre à l'ensemble de ses adhérents. En quête d'équité, la fondation investit résolument dans les technologies modernes pour offrir des opportunités égales à tous ses adhérents. L'un des besoins majeurs identifiés de la majorité des adhérents concerne les services liés à la réservation de séjours, et la fondation s'est engagée à répondre à cette demande croissante. Afin de concrétiser cet engagement, la fondation a pris l'initiative de développer un logiciel sophistiqué capable de gérer de manière souple, fiable et cohérente toutes les opérations liées à la réservation de séjours dans les centres d'estivages affiliées. Cette approche vise à satisfaire les préférences variées des membres tout en respectant scrupuleusement les règles établies par le service de gestion informatique. Ces règles prennent en considération divers paramètres tels que la catégorie des membres, leur âge, leur situation familiale et leur ancienneté. L'objectif

sous-jacent est de centraliser et unifier les données pour éliminer les redondances, facilitant ainsi la prise de décisions éclairées visant à améliorer continuellement le service. En s'orientant vers une gestion informatisée, la fondation vise à rendre les activités de réservation plus efficientes, fiables et sécurisées, garantissant ainsi un accès transparent à l'information pour l'ensemble de ses membres. Ce système intégré aspire à créer une expérience de réservation harmonieuse tout en optimisant les processus internes pour une prestation de service améliorée.

3.1.2 Positionnement du problème

La problématique liée à la réservation des séjours s'est posée comme un défi majeur au sein du département de gestion informatique et technologique de la Fondation Mohammedia de la Justice marocaine, particulièrement lors de la supervision du service de réservation des séjours destiné à ses membres. En tant qu'entité engagée à offrir des services équitables à l'ensemble de ses adhérents, la fondation propose un service de réservation des séjours dans les divers centres d'estivage affiliés. Tout au long de l'année, et surtout pendant les périodes de vacances, les membres cherchent à bénéficier de ce service en obtenant une résidence dans une ville de leur choix pour des activités de camping. La procédure de candidature implique le remplissage d'une demande de réservation comprenant plusieurs choix de centres, une démarche destinée à accommoder les préférences diversifiées de ses adhérents. Cependant, confrontée à des ressources limitées, tant en termes de centres que de résidences disponibles, la fondation se retrouve dans l'obligation de faire face à un dilemme crucial lors de la sélection des bénéficiaires du service de réservation. Le défi central de cette problématique réside dans la nécessité de répartir les adhérents parmi le nombre limité de résidences affiliées à la fondation, tout en respectant des contraintes visant à assurer la transparence et la cohérence entre les membres tout au long du processus de sélection. Cette opération complexe requiert une gestion stratégique et efficiente pour répondre à une demande souvent excédant l'offre disponible, tout en garantissant un processus transparent et équitable pour tous les membres. La fondation se trouve ainsi face à un défi logistique exigeant, cherchant à optimiser la satisfaction des membres tout en jonglant avec les contraintes de ses ressources limitées. La résolution de cette problématique implique non seulement une gestion habile des données, mais également une approche stratégique afin de maximiser l'utilisation des ressources tout en préservant l'équité et la transparence tout au long du processus de réservation.

La problématique centrale réside dans la gestion d'un volume considérable de demandes de réservation, chacune accompagnée de multiples choix, alors que les ressources disponibles sont extrêmement limitées. De manière complémentaire, la sélection des bénéficiaires est soumise à un ensemble de règles de réservation établies par le service informatique de la Fondation Mohammedia de la Justice, imposant des contraintes spécifiques au processus de sélection. La méthode traditionnelle actuellement employée pour la gestion des réservations de séjours dans les centres d'estivage présente des limitations significatives. Elle exige une quantité considérable de ressources humaines et de temps pour l'élaboration manuelle des listes de bénéficiaires. Ces listes, en outre, ne tiennent pas compte des adhérents ayant déjà bénéficié du service

l'année précédente, ni de l'ancienneté des adhérents, ni d'autres paramètres essentiels. De plus, l'ancienne base de données utilisée contient de données erronées, redondantes et non structurées, entravant ainsi la capacité de sauvegarde et de consultation des historiques des réservations. Sur le plan fonctionnel, la conception graphique de la plateforme existante demeure rudimentaire, ne permettant ni la réservation en ligne ni la synchronisation en temps réel des réservations, ce qui constitue une lacune majeure dans le contexte actuel de technologies avancées. La figure suivante 3.1 résume les différents problématiques rencontrées par système traditionnel :

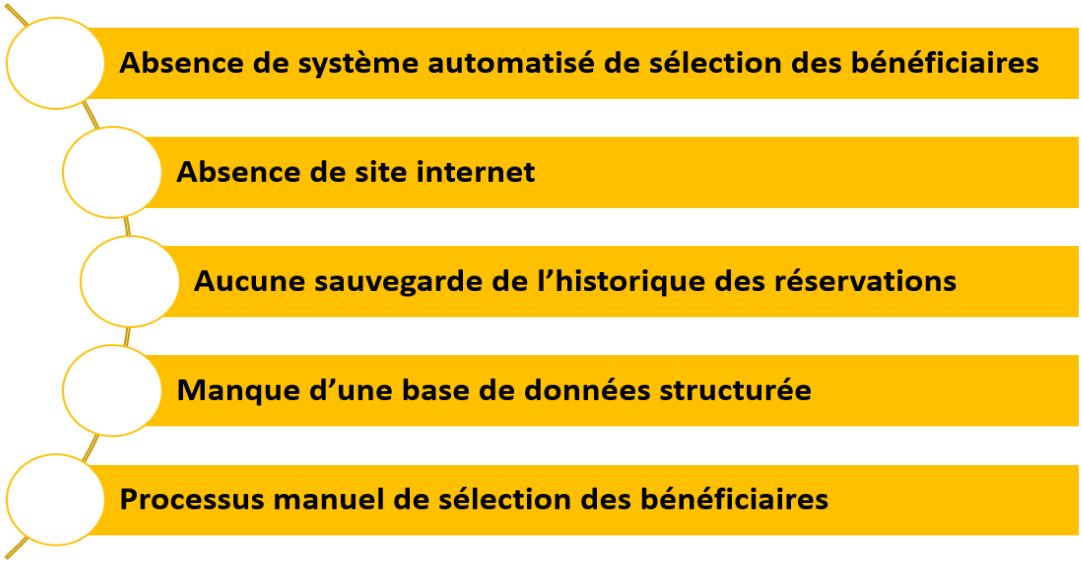


FIGURE 3.1 – Problématiques rencontrées par système traditionnel.

À ce stade, il est incontestable que cette méthode traditionnelle se révèle inexacte et inadéquate. Elle ne garantit pas l'égalité des opportunités entre les adhérents et ne prend pas en considération plusieurs paramètres cruciaux sur lesquels devrait se baser la sélection des bénéficiaires du service de réservation. La nécessité d'une modernisation s'impose afin d'optimiser le processus de réservation, assurer la transparence et la cohérence, tout en offrant une expérience équitable à l'ensemble des membres de la fondation.

3.2 Description des ressources matérielles et humaines de la fondation

3.2.1 Centres et résidences de la fondation

Les ressources de la Fondation Mohammedia de la Justice, au sens de ce contexte, englobent les centres et les résidences affiliées à travers le pays. La fondation dispose d'un réseau de centres répartis dans diverses villes telles que Rabat, Martil, Saidia, et autres. Chaque centre comporte un ensemble de résidences de divers types, allant des bungalows aux appartements et studios, comme détaillé dans le tableau 3.1.

Ville	Type de la résidence	Capacité (en personne)
Rabat	Pavillon (Bungalow)	5
Marrakech	Pavillon	6
Agadir	Appartement	5
Ifrane	Bungalow	5
	Chambres communicantes	4
	Chambre	2
	Duplex	5
Saidia	Appartement	5
	Studio	4
Fnideq	Appartement senior	9
	Appartement moyenne	7
	Appartement junior	5
Martil	Appartement	5
	Studio	2
Tit mellil	Appartement	5
Settat	Appartement	5

TABLE 3.1 – Typologies des centres dans quelques villes et leur capacité

Il est important de souligner que les ressources de la fondation sont soumises à des contraintes, notamment en raison du nombre limité de centres et de résidences disponibles. Pour pallier ces limitations, la fondation a recours à la location de certaines résidences, une stratégie visant à répondre à la demande croissante des membres pendant la saison chaude, qui se compose de 11 périodes, en particulier pendant la saison correspondant aux vacances d'été au Maroc.

Le processus de réservation devient plus difficile lorsque les membres de la fondation souhaitent tous bénéficier du service, en particulier pendant la saison qui coïncide avec la période des vacances d'été au Maroc. Chacun doit remplir une demande de réservation, incluant plusieurs choix de centres. Il est à noter qu'un même centre peut être sélectionné par plusieurs adhérents.

Par conséquent, le processus de sélection des bénéficiaires nécessite de prendre en considération plusieurs paramètres afin de déterminer quels adhérents méritent d'être assignés à une résidence particulière. Ainsi, la gestion de ces ressources, comprenant à la fois les centres et les résidences, devient un enjeu complexe pour la fondation. L'objectif ultime est de maximiser la satisfaction des adhérents en dépit des contraintes de disponibilité, tout en garantissant un processus de réservation équitable et transparent. Cela souligne la nécessité d'une approche stratégique et d'une gestion efficace pour assurer une distribution équitable des ressources limitées entre les adhérents de la fondation.

3.2.2 Adhérents de la fondation et leurs catégories

Au cœur de la Fondation Mohammedia de la Justice réside la mission fondamentale de fournir à ses adhérents une gamme de services essentiels, dont la réservation de séjours dans les

centres d'estivage occupe une place prépondérante. Forte de son engagement envers ses 35000 adhérents, la fondation opère avec une vision inclusive, cherchant à offrir des opportunités équitables à l'ensemble de ses membres.

L'adhésion à la fondation se compose de quatre catégories distinctes, à savoir les magistrats, les fonctionnaires du ministère de la justice, les fonctionnaires de l'administration pénitentiaire, et les fonctionnaires directement affiliés à la fondation. Chacune de ces catégories jouit du droit de bénéficier du service de réservation, avec des quotas spécifiques de résidences alloués dans chaque centre, comme illustré dans la Figure 3.2.

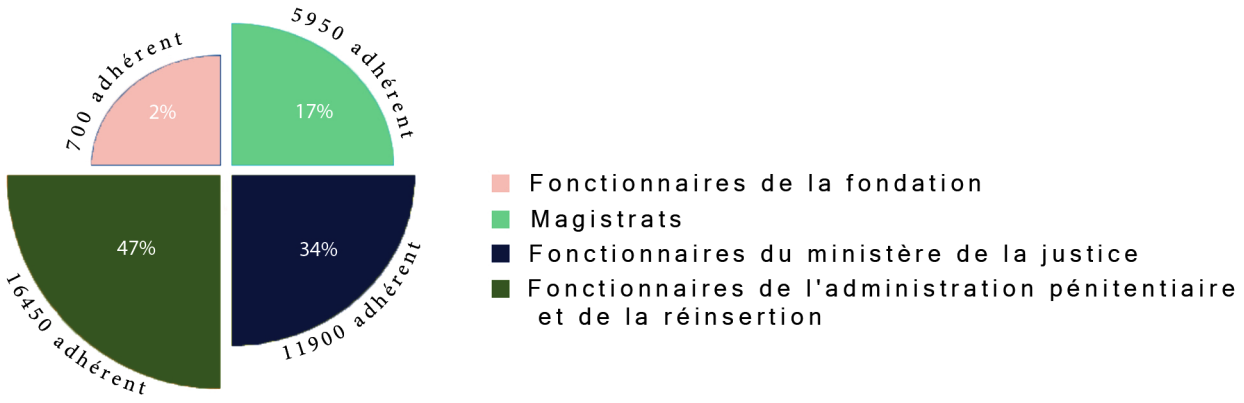


FIGURE 3.2 – Quota et nombre d'adhérents de chaque catégorie

La détermination de ces quotas s'opère en fonction du nombre total d'adhérents appartenant à chaque catégorie. Ainsi, la fondation, dans sa démarche, cherche à équilibrer les opportunités offertes à chacune des catégories, reflétant son engagement envers une distribution équitable des ressources disponibles. Cela souligne la volonté de la fondation de créer un environnement inclusif où tous les membres, quels que soient leur statut professionnel, peuvent profiter pleinement des avantages du service de réservation, contribuant ainsi à la réalisation de la mission centrale de la fondation.

3.2.3 Hypothèses et règles de réservation

Le service de réservation de la Fondation Mohammedia de la Justice est disponible tout au long de l'année, mais il est caractérisé par deux saisons distinctes : la saison normale et la saison chaude, chacune ayant ses propres caractéristiques et règles.

Pendant la saison normale, le processus de réservation suit le principe du "premier arrivé, premier servi". Les adhérents appartenant aux diverses catégories de la fondation peuvent bénéficier du service de réservation sans être soumis à des quotas. Cette période offre une opportunité équitable à tous les membres de profiter du service, sans restrictions liées aux catégories.

En revanche, la saison chaude, généralement de la dernière semaine de juin à la première semaine de septembre, est plus structurée. Cette saison est composée de 11 périodes, chaque période couvrant une semaine complète du lundi au dimanche. Chaque adhérent de la fondation

a le privilège de bénéficier du service une seule fois au cours de cette saison, et ce, malgré la forte demande. Cependant, en raison du nombre limité de résidences disponibles, organiser efficacement le service de réservation pendant cette période complexe représente un défi.

La gestion de la saison chaude implique un grand nombre de demandes de réservation pour un nombre restreint de résidences, augmentant le potentiel d'erreurs et de conflits. Afin de réguler ce processus, le service de gestion informatique a établi un ensemble de règles spécifiques pour guider les demandes de réservation. Ces règles visent à instaurer de la transparence, de l'équité et de la cohérence tout au long du processus, garantissant ainsi une distribution équitable des résidences limitées disponibles et un fonctionnement efficace du service de réservation pendant la saison chaude.

- La réservation à deux reprises n'est pas autorisée, chaque adhérent de la fondation a le droit de bénéficier du service de réservation une seule fois pendant la saison chaude. C'est parce que la fondation investit plus d'argent pour louer des résidences supplémentaires pour satisfaire la majorité des demandes de réservation. Cela est principalement dû au nombre limité de résidences détenues par la fondation par rapport au grand nombre d'adhérents de la fondation. En fait, la fondation reçoit beaucoup de demandes de réservation pendant la saison chaude qui coïncide avec les vacances d'été en Maroc. En fixant cette règle, la fondation vise à répondre au maximum de demandes de réservation et ainsi permettre à des adhérents supplémentaires d'avoir accès au service de réservation.
- Les collisions sont strictement interdites. Les collisions, dans le contexte de la réservation, revêtent une importance cruciale et peuvent être strictement interdites. Une collision se produit lorsque deux adhérents ou plus sont affectés à la même résidence dans la même période. De même, une collision survient lorsqu'un même adhérent est attribué à deux résidences distinctes. Ces situations compromettent non seulement l'équité de la réservation, mais aussi l'efficacité du processus dans son ensemble. Il est impératif de garantir que chaque adhérent puisse exprimer ses préférences en choisissant plusieurs centres sans risque de se retrouver en conflit avec d'autres adhérents ou d'être affecté à des résidences incompatibles.
- La capacité de chaque centre doit être respectée. En effet, il est important de garantir le respect de la capacité de chaque centre dans le processus de réservation. Cela signifie que le nombre de bénéficiaires affectés à chaque centre ne doit en aucun cas dépasser la capacité totale de ce centre, c'est-à-dire le nombre maximal de résidences qu'il peut accueillir. Le non-respect de cette contrainte pourrait entraîner une collision quelque-part dans certain centre.
- Le quota consacré à chaque catégorie doit être respecté. Cela signifie que le nombre de résidences disponibles dans chaque centre doit être réparti de manière équitable en fonction du nombre d'adhérents appartenant à chaque catégorie. Cette approche garantit que chaque catégorie, même celles comprenant un nombre limité d'adhérents, bénéficie d'un accès égal au service de réservation. En respectant cette répartition des quotas, on garantie une distribution juste et équilibrée des ressources, ce qui permet à tous les adhé-

rents de profiter des mêmes opportunités en matière de réservation, indépendamment de leur catégorie d'appartenance.

- La priorité est donnée au premier choix si possible. En fait, les adhérents ont le droit de sélectionner deux centres de leur choix pour leur période préférée. Ainsi, lors du processus de réservation des résidences, les adhérents de la fondation sont affectés à leurs centres préférés en fonction de l'ordre de priorité établi par leurs choix. Cette approche garantit que les adhérents bénéficient autant que possible de leur premier choix de centre, ce qui répond à leurs préférences individuelles et améliore leur satisfaction à l'égard du service de réservation. Cependant, il est important de noter que cette priorité n'est pas absolue et peut être soumise à des contraintes telles que la capacité du centre et le respect des quotas assignés à chaque catégorie...

Ces règles de réservation pour les deux saisons peuvent être brièvement résumées dans le tableau suivant 3.2.

Règles de réservation dans la hot saison	Règles de réservation dans la saison normale
• La réservation à deux reprises n'est pas autorisée. • Les collisions sont strictement interdites. • La capacité de chaque centre doit être respectée. • Le quota consacré à chaque catégorie doit être respecté. • La priorité est donnée au premier choix si possible.	• Suivant le principe "premier arrivé, premier servi"

TABLE 3.2 – Règles de réservation dans les deux saisons de l'année.

S'appuyer sur une méthode traditionnelle et inexacte pour gérer les réservations des séjours dans les centres d'estivage nécessite beaucoup de temps et un grand nombre d'employés pour préparer les listes de bénéficiaires. De plus, le fait de ne pas utiliser un moyen intelligent et automatique pour gérer ces réservations ne permet pas de prendre en compte tous les paramètres (âge, situation familiale, date d'emploi, etc.). Le système actuel ne permet pas non plus de sauvegarder l'historique des réservations et de synchroniser en temps réel la disponibilité des résidences dans les centres. À ce stade-ci, on peut affirmer que le fait de s'en remettre au système actuel donne des résultats inéquitables et peu fiables et ne garantit donc pas l'égalité des chances pour tous les adhérents. Cela ne permet pas une gestion optimale des ressources existantes. Toutes ces raisons nous ont motivés à créer un système intelligent capable de gérer les réservations des séjours d'une manière optimale.

Notre modèle créé prend en compte les différents paramètres et règles établis par le service informatique de la fondation, et assure ainsi des résultats efficaces et fiables. Le modèle proposé peut être construit pour toutes les institutions et fondations fonctionnant de la manière décrite.

Le modèle proposé peut être développé et adapté pour répondre aux besoins spécifiques de diverses institutions et fondations opérant selon le même mode de fonctionnement décrit. En effet, sa flexibilité et sa modularité permettent une personnalisation efficace en fonction des caractéristiques et des exigences propres à chaque organisation. la figure suivante 3.3 résume les différente points forts et les objectives du système proposé :



FIGURE 3.3 – Objectifs visés par le nouveau système.

En intégrant les contraintes et les objectifs particuliers, le modèle sera ajusté pour prendre en compte des variables et des paramètres établis par le service concerné. En développant une solution sur mesure basée sur ce modèle, les institutions peuvent optimiser leurs processus de gestion et offrir un service plus efficace et personnalisé à leurs bénéficiaires. En outre, la mise en œuvre d'un tel modèle favorise la standardisation des pratiques et la centralisation des données, ce qui facilite la coordination et la collaboration entre les différents départements ou services au sein de l'institution.

3.3 Le modèle mathématique du problème de réservation des séjours

Dans cette section, nous avons recours à la programmation entière pour formuler le problème de réservation de séjours. Ce nouveau modèle repose sur des équations précises qui traduisent toutes les règles de réservation établies par le département de gestion informatique. En utilisant la programmation entière, nous nous assurons que chaque variable du modèle représente de manière cohérente les décisions à prendre dans le processus de réservation. Le choix de ce modèle offre plusieurs avantages. Tout d'abord, il permet de capturer d'une manière exhaustive toutes les contraintes et les préférences établies par le département de gestion informatique, garantissant ainsi le respect des règles et des politiques de réservation. De plus, en utilisant

des variables entières pour représenter les décisions, nous pouvons modéliser de manière précise les choix des adhérents, les allocations de ressources, et définir ainsi les relations existantes entres les deux types des ressources. ce qui correspond parfaitement au caractère décisionnel du problème de réservation.

3.3.1 Caractéristiques générales du modèle

Cinq paramètres sont considérés comme les éléments structuraux de base de notre modèle :

- L'adhérent de la fondation qui a le droit de bénéficier du service de réservation pendant la haute saison. L'ensemble des adhérents de la fondation est noté par la lettre A, i.e. $A = \{adherent\#1, adherent\#2, ..., adherent\#|A|\}$, où $|A|$ signifie le nombre total d'adhérents.
- La catégorie des adhérents de la fondation. Cet ensemble de toutes les catégories est noté par la lettre F, i.e. $F = \{catégorie\#1, catégorie\#2, ..., catégorie\#|F|\}$.
- Le centre affilié à la fondation qui contient différents types de résidences. L'ensemble des centres de fondation est noté par la lettre C, i.e. $C = \{center\#1, center\#2, ..., center\#|C|\}$.
- Chaque centre a ses propres résidences. L'ensemble de toutes les résidences de la fondation est noté par la lettre R, i.e. $R = \{résidence\#1, résidence\#2, ..., résidence\#|R|\}$.
- Le quota des résidences consacrées à chaque catégorie des adhérents. L'ensemble des quotas de toutes les catégories est noté par la lettre N, i.e.$N = \{quota\#1, quota\#2, ..., quota\#|F|\}$.

Un ensemble de variables de décision est utilisé tout au long du présent document. Cet ensemble de variables est généralement adopté par la majorité des chercheurs opérationnels lorsque le problème étudié est lié à la programmation entière. Ces variables sont dénotées par $x_{a,r}$, où $a \in A$, et $r \in R$. La variable $x_{a,r}$ prend la valeur 1, quand la résidence r est assignée au adhérent a, et elle prend la valeur zéro autrement.

3.3.2 Caractéristiques particulières du modèle

L'ensemble des variables déjà décrites est suffisamment flexible pour nous aider à décrire, détailler et structurer correctement les équations et contraintes concrétisant les règles de réservation dans notre modèle. Cependant, afin de réduire la complexité de notre modèle, plusieurs sous-ensembles des ensembles originaux A, F, C, R et N sont définis. De plus, les nouveaux sous-ensembles facilitent la modélisation de certaines contraintes. Ces sous-ensembles sont définis comme suit :

$A_f = \{a \in A : a =$ adhérent de la fondation appartient à la catégorie $f \in F\}$.

$A_c = \{a \in A : a =$ adhérent de la fondation ayant une demande de réservation dans une résidence dans le centre $c \in C$ $\}$.

$A_{f,c} = A_f \cap A_c$.

$F_c^{sat} = \{f \in F : f =$ catégorie des adhérents de la fondation dont le quota des résidences dans le centre $c \in C$ est totalement réservé $\}$.

$\overline{F_c^{sat}} = \{f \in F : f \notin F_c^{sat} : f =$ catégorie des adhérents de la fondation dont le quota des

résidences dans le centre $c \in C$ n'est pas totalement réservé }.

$F_c = F_c^{sat} \cup \overline{F_c^{sat}}$.

$R_a = \{r \in R : r =$ résidence choisit par l'adhérent $a \in A$ }.

$R_c = \{r \in R : r =$ résidence dans le centre $c \in C$ de la fondation }.

$R_{a,c} = R_a \cap R_c$.

$C_a = \{c \in C : c =$ centre choisit par l'adhérent $a \in A\}$.

$A_{r,c} = \{a \in A : a =$ adhérent qui a choisit la résidence $r \in R$ dans le centre $c \in C\}$.

$R_{f,c} = \{r \in R : r =$ résidence dans le centre $c \in C$ consacré à la catégorie $f \in F\}$.

$N_{c,f} = \{n_f \in N : n_f =$ quota des résidences n_f consacré à la catégorie des adhérents f, dans le centre $c \in C\}$.

- $PA = \{(a, f, c, r) \in A \times F \times C \times R : (a, f, c, r) =$ affectation a priori à la liste des adhérents affectés à une période donnée de la saison chaude, c'est-à-dire l'adhérent de la catégorie f sera pré-affecté à la résidence r de son choix }..

3.3.3 Fonction objectif du modèle

Les contraintes qui seront définies dans cette section génèrent un espace de recherche de notre problème, c.-à-d. un ensemble de solutions dans lesquelles chaque solution représente une affectation. Ce dernier ne devrait violer aucune règle de base de réservation des séjours. Cependant, certaines valeurs d'affectation sont plus optimales que d'autres. La fonction objective suivante est définie pour garantir le choix de la solution optimale parmi toutes les solutions définies par l'espace de recherche :

$$Maximize \left\{ \sum_{f \in F} \sum_{a \in A_f} \sum_{c \in C_a} \sum_{r \in R_{a,c}} w_a x_{a,r} \right\} \tag{3.1}$$

Tels que :

- F : L'ensemble de tous les catégories des adhérents de la fondation.
- A_f : L'ensemble des adhérents de la fondation de la catégorie $f \in F$.
- C_a : L'ensemble des centres choisit par l'adhérent a.
- $R_{a,c}$: L'ensemble des résidences du centre c choisit par l'adhérent a.
- w_a : Le coefficient de pondération associé à l'adhérent a.

Cette fonction vise à sélectionner l'affectation avec le coefficient de pondération maximal parmi toutes les affectations possibles. Ce coefficient de pondération est directement lié aux renseignements du participant, à savoir l'âge, la situation familiale, le nombre d'enfants, la date d'emploi, la date de la dernière réservation... Cette information nous permet de déterminer correctement les adhérents qui méritent d'être bénéficier d'une résidence souhaitée dans une période donnée. Pour calculer ces coefficients de pondération, une méthode spécifique sera présentée et expliquée dans la section 3.4. Cette méthode, détaillée et rigoureusement élaborée, permettra d'attribuer de manière juste et équitable les résidences aux adhérents en fonction de leurs renseignements et de leurs besoins spécifiques, garantissant ainsi une gestion efficace des ressources et une satisfaction optimale des bénéficiaires.

3.3.4 Contraintes du modèle

Les contraintes présentent les formulations mathématiques des règles de réservation fixées par le service de gestion informatique, créant ainsi un cadre mathématique précis dans lequel le système de réservation peut opérer efficacement. Ces règles couvrent un large éventail de scénarios et de conditions, permettant au système de garantir une gestion fluide et équitable des réservations. Parmi ces règles figurent des mesures pour empêcher un adhérent de réserver deux fois, contrôler les quotas de catégories de résidence, et bien d'autres encore. Chaque règle est soigneusement traduite en une équation mathématique spécifique, incorporée dans le modèle global pour s'assurer que chaque réservation est conforme à l'ensemble des exigences établies. Ces contraintes, bien qu'elles puissent être variées et complexes, sont organisées de manière systématique en quatre ensembles distincts, chacun contenant un ensemble spécifique d'équations qui définit les limites et les conditions à respecter lors du processus de réservation. En rassemblant ces contraintes en ensembles logiques, le modèle offre une structure cohérente et organisée pour garantir que le système de réservation fonctionne de manière efficace et conforme aux normes établies par le service de gestion informatique.

Contraintes d'unicité

Cet ensemble de contraintes est essentiel pour maintenir l'équité du processus de réservation. Il assure que chaque adhérent est affecté au plus à une résidence pendant la saison chaude, ce qui garantit une juste répartition des résidences disponibles parmi les adhérents. De même, il stipule que chaque résidence peut être réservée au plus par un adhérent pendant une période donnée, évitant ainsi toute collision et permettant à un plus grand nombre d'adhérents de bénéficier des avantages offerts par le système de réservation. Ces restrictions imposent au système à favoriser une expérience de réservation équitable et équilibrée pour tous les adhérents, renforçant ainsi la satisfaction globale des utilisateurs et la gestion efficiente des ressources disponibles.

Cet ensemble de contraintes est donné par les équations suivantes :

- Tout au long de la haute saison, chaque adhérent de la fondation peut se bénéficier au plus à une seule fois dans la haute saison. Cette mesure vise à assurer une optimisation des ressources, notamment parce que chaque réservation pendant cette période coute la fondation un budget important, donc représente un investissement important pour la fondation. Ainsi, pour favoriser le bénéfice du maximum possible des adhérents tout en préservant la transparence et la confiance au sein de la communauté des adhérents de la fondation.

  Cette contrainte est donnée par :

$$\forall a \in A, \qquad \sum_{c \in C_a} \sum_{r \in R_{a,c}} x_{a,r} \leq 1. \tag{3.2}$$

  Tels que :

— A : L'ensemble des adhérents de la fondation qui ont présenté leurs demandes de réservation.
— C_a : L'ensemble des centres choisit par l'adhérent a.
— $R_{a,c}$: L'ensemble des résidences du centre c choisit par l'adhérent a.

- Chaque résidence dans un centre donné est attribuée à un seul adhérent, quelle que soit sa catégorie. Cette règle vise à éviter les collisions entre les adhérents, c-à-d d'éviter le fait que deux adhérents s'affectent au même résidence. Cette règle est formuler par l'équation suivante :

$$\forall c \in C, \quad \forall r \in R_c, \qquad \sum_{a \in A_{r,c}} x_{a,r} \leq 1. \tag{3.3}$$

Where :
— C : L'ensemble des centres de la fondation.
— R_c : L'ensemble des résidences du centre c.
— $A_{r,c}$: L'ensemble des adhérents qui ont demandé une résidence r dans le centre c de la fondation.

Contraintes de capacité

Cet ensemble de contraintes offrent un cadre précis pour la gestion efficace des réservations de résidences au sein des centres. En définissant des limites et des directives claires concernant la répartition des résidences entre les diverses catégories d'adhérents, ils permettent de garantir une utilisation optimale des infrastructures résidentielles disponibles. Par exemple, ces contraintes peuvent spécifier le nombre maximum de résidences pouvant être réservées par chaque catégorie d'adhérents. En veillant à ce que les réservations soient gérées de manière équitable et transparente, ces contraintes contribuent à minimiser les conflits potentiels liés à l'attribution des résidences et à maintenir un niveau élevé de satisfaction parmi les adhérents. Ces contraintes sont formulées par l'équation suivante (3') :

- Le respect du quota pour chaque catégorie d'adhérents est crucial pour assurer une répartition équilibrée des ressources résidentielles et maintenir la capacité d'accueil optimale du centre. En limitant le nombre d'adhérents de chaque catégorie autorisés à occuper les résidences. Cette règle garantit que le nombre total d'adhérents affectés aux résidences d'un centre donné ne doit pas dépasser le quota de résidences consacré à cette catégorie d'adhérents :

$$\forall c \in C, \quad \forall f \in F_c, \qquad \sum_{a \in A_f} \sum_{r \in R_{a,c}} x_{a,r} \leq n_{c,f}. \tag{3'}$$

Où :
— C : L'ensemble des centres de la fondation.
— F_c : L'ensemble des catégories des adhérents de la fondation ayant des quotas des résidences dans le centre c.
— A_f : L'ensemble des adhérents de la fondation de la catégorie $f \in F$.

— $R_{a,c}$: L'ensemble des résidences du centre c choisit par l'adhérent a.
— $n_{c,f}$: Le quota des résidences consacré à la catégorie f dans le centre c.

1. Comme défini précédemment dans la section 3.2, plusieurs résidences de certaines catégories peuvent être inoccupées par n'importe quel adhérent de ces catégories. Il est préférable de remplacer la contrainte 3' par une autre contrainte (3.4), dans laquelle les logements vacants restants dans un centre donné de la fondation ont été correctement pris en compte.

$$\forall c \in C, \quad \forall f \in F, \qquad \sum_{a \in A_f} \sum_{r \in R_{a,c}} x_{a,r} \leq n_{c,f} + p_{c,f}. \tag{3.4}$$

$p_{c,f}$ présente la part d'une catégorie $f \in F_c sat$ des résidences inoccupées dans le centre c. Où, F_c^{sat} est un ensemble de catégories de fondation dont le quota de résidences dans le centre $c \in$ est totalement épuisé. Ce paramètre est calculé par les étapes suivantes :

(a) D'abord, on calcule $l_{f',c}$: le nombre des résidences qui sera affecter au adhérents de la catégorie f' dans le centre c :

$$l_{f',c} = \min\left(n_{c,f'}\,, |A_{f',c}|\right), \tag{3.5}$$

où $|A_{f',c}|$ est le nombre des demandes de réservation des adhérents de la catégorie f' dans le centre c.

(b) Puis, on calcule $r_{f',c}$: le nombre total des résidences inoccupé par la catégorie f' dans le centre c,

$$r_{f',c} = n_{c,f'} - l_{f',c} \tag{3.6}$$

Où :
— $\overline{F_c^{sat}}$: L'ensemble des catégories des adhérents dont le quota des résidences dans le centre $c \in C$ n'est pas totalement réservé.

(c) Ce nombre total est redistribué aux catégories dont les quotas ont été épuisés. Puis nous calculons le reste rem_c et le quotient $q_{c,f}$ de la division entière de r_c par $|F_c^{sat}|$.

$$q_{c,f} = \lfloor \frac{r_c}{|F_c^{sat}|} \rfloor, \text{ where} \lfloor . \rfloor \text{ means the integer part.} \tag{3.7}$$

(d) Nous ordonnons les catégories $f_i \in F_c^{sat}$, dans un ordre croissant de leurs quotas. Et finalement, $p_{c,f}$ est donné par :

$$p_{c,f} = \begin{cases} q_{c,f} + 1 & f \in \{f_i \in F_c^{sat} : i = 1, ..., rem_c\} \\ q_{c,f} & f \in \{f_i \in F_c^{sat} : i = rem_c + 1, ..., |F_c^{sat}|\} \end{cases} \tag{3.8}$$

Contraintes de consécution

Consécution des choix des adhérents

Dans une opération de réservation, la séquence des choix revêt une importance significative.

Chaque adhérent souhaite que son premier choix soit satisfait avant de considérer d'autres options. Cette priorisation reflète des préférences individuelles, des besoins spécifiques ou des contraintes personnelles. En respectant cette séquence, on favorise un processus de réservation plus équitable et satisfaisant pour l'ensemble des adhérents, renforçant ainsi leur sentiment d'appartenance au centre. L'ensemble de contraintes suivant permet de satisfaire autant que possible les premiers choix ; il est donné par la formulation suivante :

$$\forall a \in A, \quad \forall c_i \in C_a (i = 1, ..., |C_a| - 1), \qquad \sum_{r \in R_{a,c_{i+1}}} x_{a,r} \leq \sum_{r \in R_{a,c_i}} x_{a,r}. \tag{3.9}$$

Où :

- A : L'ensemble des adhérents de la fondation.
- C_a : L'ensemble des centres choisit par l'adhérent a.
- $R_{a,c}$: L'ensemble des résidences du centre c choisit par l'adhérent a.

Consécution des adhérents

Lorsque deux adhérents de la fondation expriment des préférences identiques pour des résidences du même type et dans le même centre, une politique de priorisation est mise en place pour déterminer l'attribution des résidences. Cette politique accorde la préférence à l'adhérent dont le coefficient de poids associé à sa demande est plus élevé. Ce coefficient de poids peut être déterminé en fonction de divers critères, tels que l'ancienneté de l'adhérent au sein de la fondation, et d'autres facteurs pertinents. Cette approche vise à garantir une répartition équitable des résidences tout en prenant en compte les contributions et l'engagement des adhérents envers la fondation. En favorisant ainsi une réservation transparente et basée sur des critères objectifs, cette politique renforce la confiance des adhérents dans le processus d'affectation.

Les contraintes suivantes assurent cette règle :

$$\forall f \in F, \quad \forall a, b \in A_f, \quad \forall c \in C_a \cap C_b, \quad (w_a < w_b), \quad \sum_{r \in R_{a,c}} x_{a,r} \leq \sum_{r \in R_{b,c}} x_{b,r} + \sum_{c' \in C_b \setminus \{c\}} \sum_{r \in R_{b,c'}} x_{b,r}. \tag{3.10}$$

Où :

- F : L'ensemble de tous les catégories de la fondation.
- A_f : L'ensemble des adhérents de la catégorie $f \in F$.
- C_a : L'ensemble des centres choisit par l'adhérent a.
- $R_{a,c}$: L'ensemble des résidences du centre c choisit par l'adhérent a.
- w_a : Le coefficient de pondération associé à l'adhérent a.

Contraintes de pré-affectation

Ce dernier ensemble de contraintes est essentiel pour offrir une flexibilité accrue dans le processus d'affectation des résidences. Il permet, dans des situations particulières, de pré-affecter des résidences dans un centre spécifique à un adhérent d'une catégorie donnée en fonction de ses préférences. Cette pré-attribution peut répondre à des besoins urgents ou spécifiques, comme il peut être utile durant le processus de réservation pour réduire la complexité de l'algorithme de résolution utilisé.

Ces contraintes sont formulées par l'équation 3.11 :

$$\forall (a, f, c, r) \in PA, \qquad \sum_{r \in R_{a,c}} x_{a,r} = 1. \tag{3.11}$$

Où, $PA = \{(a, f, c, r) \in A \times F \times C \times R : (a, f, c, r) =$ une affectation à priori à la liste des adhérents assignés dans une période donnée de la haute saison, c'est-à-dire, l'adhérent de la catégorie f sera pré-attribué à la résidence r de son choix $\}$.

3.4 Étude de Cas

Afin de prouver la force et la capacité du modèle proposé pour résoudre le problème de réservation des séjours, l'étude de cas MFSWJJO comme exemple.

L'une des principales missions de la fondation est de fournir à ses adhérents un certain nombre de services sociaux. Parmi les services les plus importants fournis aux adhérents de la fondation est celui du réservation des séjours dans les centre d'estivage affiliés à la fondation. En effet, la Fondation Mohammedia admet un ensemble de centres de camping répartis entre différentes villes du royaume et chaque centre a son propre nombre de résidences. Comme il a, dans chaque département, un groupe de fonctionnaires dont le travail est de gérer le service de réservation. Comme nous l'avons dit plus tôt, ces études seront traitées pendant la saison chaude de la dernière semaine de juin à la première semaine de septembre. Cette période est de 11 semaines $\{P_q\}_{q=1,2,...,11}$ de sorte que chaque période se compose de 7 jours du lundi au dimanche.

La Fondation Mohammedia a 7 centres, Ce nombre reste limité pour satisfaire le grand nombre de demandes de réservation reçues. À cette fin, la fondation loue un ensemble de centres supplémentaires pour satisfaire la majorité des demandes de réservation, en particulier pendant les périodes connues un grand nombre de demandes de réservation.

Comme il est décrit ci-dessus, chaque centre se compose d'un certain nombre de résidences, dans chaque centre les résidences diffèrent selon leurs types (Bungalow, appartement, etc). Le nombre de résidences dans un centre de fondation définit la capacité du centre. Certains centres ne sont pas disponibles pendant toutes les périodes de la saison chaude. Dans pourquoi, la fondation loue des centres supplémentaires seulement pendant les périodes connues par un grand nombre de demandes. Dans le tableau suivant 3.3, nous indiquons "coche" un centre

disponible pendant la période correspondante et "−" autrement.

Periods / Center	Status	P_1 22/06 to 29/06	P_2 29/06 to 06/07	P_3 06/07 to 13/07	P_4 13/07 to 20/07	P_5 20/07 to 27/07	P_6 27/07 to 03/08	P_7 03/08 to 10/08	P_8 10/08 to 17/08	P_9 17/08 to 24/08	P_{10} 24/08 to 31/08	P_{11} 31/08 to 07/09
Rabat	owned by foundation	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Fez		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Martil		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Fnideq		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Tit Mellil		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Saidia		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Agadir		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Assilah	leased by foundation	–	–	✓	✓	✓	✓	✓	✓	–	✓	–
Hoceima		–	–	✓	✓	✓	✓	✓	✓	–	✓	–
Tetouan		–	–	✓	✓	✓	✓	✓	✓	–	✓	–
Ifrane		–	–	✓	✓	✓	✓	✓	✓	–	✓	–
Jedida		–	–	✓	✓	✓	✓	✓	✓	–	✓	–
Green (Saidia)		–	–	✓	✓	✓	✓	✓	✓	–	✓	–
Golden (Hoceima)		–	–	✓	✓	✓	✓	✓	✓	–	✓	–

TABLE 3.3 – L'état des centres de la fondation pendant la haute saison.

3.4.1 Calcul des pondérations des adhérents

Le coefficient de pondération dépend directement des renseignements sur les barres. Pour chaque adhérent de la fondation, un poids qui l'identifie est calculé, sur la base des données personnelles fournies par le service de gestion informatique. Ces coefficients de pondération sont formulés de façon à ce que chaque adhérent fondateur ait son propre coefficient de pondération w_a qui devrait être distinct des coefficients de pondération des autres adhérents. Notre méthode de calcul consiste à écrire le coefficient de poids total w_a d'un adhérent comme la somme de deux coefficients : poids principal w_a^1 et poids secondaire w_a^2.

$$w_a = w_a^1 + w_a^2 \tag{3.12}$$

1. Le poids principale w_a^1 est calculé à base des paramètres importants w_1, w_2 et w_3 tels que :

$$w_a^1 = w_1 + w_2 + w_3 \tag{3.13}$$

Où :

* w_1 : Paramètre relatif au nombre d'années entre la date du jour et la dernière date de prestation du service de réservation :

$$w_1 = \begin{cases} 10 * \alpha_1 & \text{if the member has never benefited from the booking service.} \\ 10 * \alpha_2 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{3.14}$$

- α_1 présente le nombre d'années entre le jour courant et sa date d'emploi.
- α_2 présente le nombre d'années entre la date du jour et la dernière date de bénéfice du service de réservation.

* w_2 : Un paramètre dépend de la situation familiale (célibataire, marié ou divorcé). Ce paramètre prend l'une des deux valeurs données par :

$$w_2 = \begin{cases} 3 & \text{si l'adhérent est marié ou divorcé.} \\ 2 & \text{sinon} \end{cases} \tag{3.15}$$

* w_3 : Ce paramètre est lié au nombre d'enfants (si l'adhérent est marié ou divorcé). Ce paramètre prend la valeur :

$$w_3 = 2 * \beta \tag{3.16}$$

où β est le nombre d'enfants de l'adhérent concerné.

Le paramètre dominant parmi w_1, w_2 et w_3 dans le poids principal w_a^1 est w_1. En fait, ce paramètre prend une valeur élevée par rapport aux valeurs prises par w_2 et w_3, surtout si le député concerné n'en a pas bénéficié depuis longtemps.

2. En cas de coefficients de pondération principaux égaux entre deux ou plusieurs adhérents, on calcule un coefficient de pondération secondaire $w_a 2$ qui identifie chacun de ces adhérents. Ce coefficient de pondération permet une confirmation stricte, basée sur des critères logiques, de l'adhérent qui mérite d'être assigné. Le coefficient de poids secondaire $w_a 2$ est composé de deux autres paramètres w_4 et w_5 donnés par :

$$w_a^2 = \frac{1}{2} * (w_4 + w_5) \tag{3.17}$$

where :

* $w_4 = \frac{y}{65}$: Paramètre lié à l'âge y d'adhérent fondateur. Ce paramètre donne la priorité aux adhérents plus âgés. La valeur de ce paramètre est strictement inférieure à 1, car l'âge de la retraite de chaque participant ne peut pas dépasser 65 ans.

* $w_5 = \frac{h_{max} - h_a}{(h_{max} - h_{min})}$: Un paramètre lié à la date à laquelle l'adhérent a rempli le formulaire de demande de réservation sur le site, ce paramètre donne la priorité aux adhérents qui remplissent les demandes de réservation en premier. Où :

— h_{min} : Date de dépôt des demandes de réservation sur le site officiel de la fondation.

— h_{max} : Date de clôture pour la soumission des demandes de réservation sur le site officiel de la fondation.

— h_a : Date de soumission de la demande de réservation de l'adhérent a sur le site officiel de la fondation.

Les différents paramètres w_1, w_2, w_3, w_4 et w_5 sont bien choisis pour que les poids obtenus de tous les adhérents soient différents, aussi, pour garder le coefficient de poids w_a1 toujours plus élevé que l'autre w_a2 .

Remarque 3.4.1. *Notez que, pour un adhérent donné $a \in A$, le coefficient de poids total de cet adhérent w_a se compose de deux coefficients de poids, un poids principal w_a^1 et un autre secondaire w_a^2 . Chacun de ces poids est également composé de plusieurs paramètres, chacun de ces paramètres $w_i(i = 1, 2, ..., 5)$ prend une valeur qui doit être bien définie afin de prioriser les paramètres. En fait, le paramètre w_1 est toujours plus élevé que tous les autres paramètres s'il est non nul, le même dans le cas où $w_1 = 0$, le paramètre $w_2 + w_3$ est toujours plus élevé que les autres paramètres etc.*

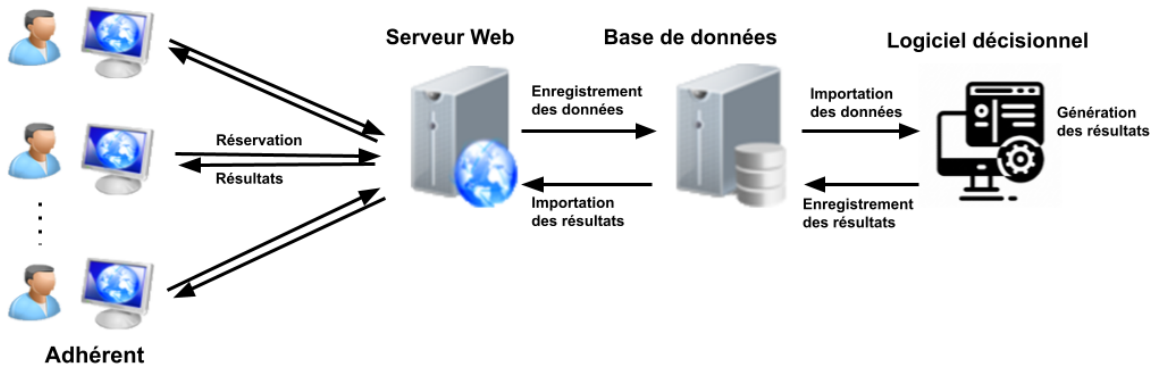
3.4.2 Conception et architecture du système proposé

Le système informatique proposé pour résoudre le problème de réservation des séjours dans les centres d'estivage affiliés à la fondation est une solution complète et ergonomique composée de trois principales parties : une application web, une base de données, et un logiciel décisionnel permettant l'affectation des adhérents aux résidences disponibles de la fondation. L'application web offre une interface conviviale et intuitive aux utilisateurs, facilitant ainsi la soumission des demandes de réservation et la consultation des disponibilités dans les différents centres. Elle permet aux adhérents de sélectionner leurs préférences et de soumettre leurs choix de manière efficace et sécurisée. La base de données constitue le cœur du système, où sont stockées toutes les informations relatives aux centres d'estivage, aux résidences disponibles, ainsi qu'aux adhérents et à leurs préférences. Cette base de données centralisée assure une gestion efficace des données et permet un accès rapide et fiable à l'ensemble des informations nécessaires pour le processus de réservation. Ainsi, le logiciel décisionnel est chargé de l'affectation des adhérents aux résidences disponibles en fonction de leurs choix et des contraintes spécifiques du système. Il utilise des algorithmes d'optimisation sophistiqués permettant d'optimiser la répartition des adhérents et garantir une utilisation optimale des infrastructures résidentielles, tout en tenant compte des préférences individuelles et des critères de priorité définis.

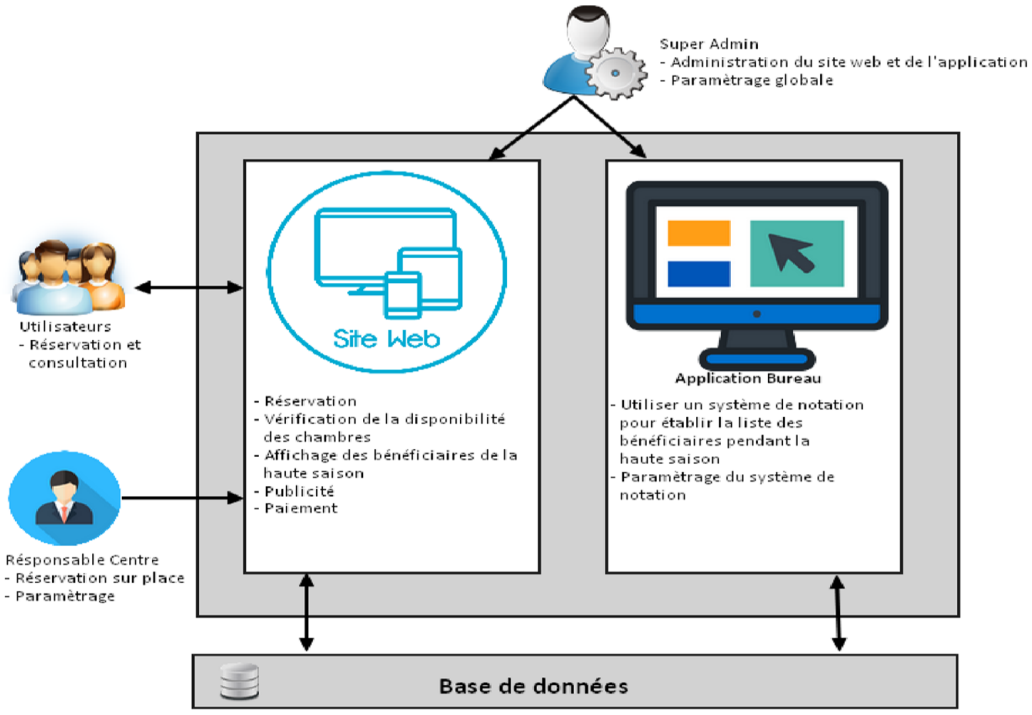
La figure suivant 3.4 décrit d'une manière brève l'architecture de ce système, ainsi que ses principaux fonctionnalités.

Les fonctionnalités principales de chaque partie du système sont bien décrites comme le suivant :

— Un site web dynamique et convivial qui centralise toutes les opérations nécessaires à la gestion efficace du processus de réservation. Grâce à cette interface, les adhérents peuvent facilement créer leur compte, s'authentifier, et mettre à jour leurs informations personnelles en toute sécurité. De même, les gestionnaires de centres bénéficient d'outils puissants pour gérer les détails de chaque centre, y compris la localisation, les tarifs et la disponibilité des résidences. Avec des fonctionnalités de paramétrage dynamique, ils



(a) *Schéma descriptif du système informatique proposé.*

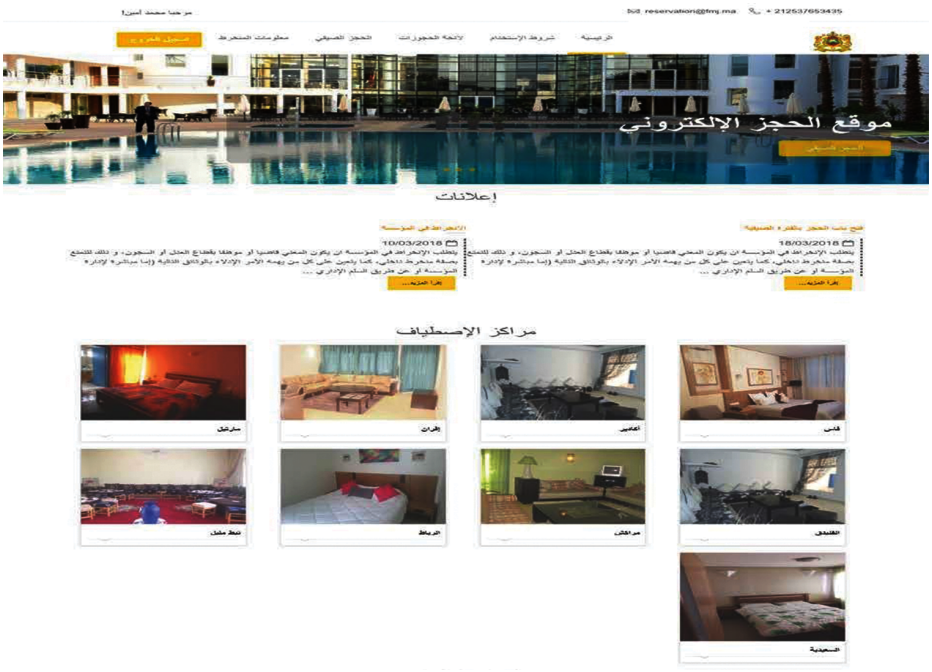


(b) *Schéma illustrant quelques fonctionnalités du système proposé.*

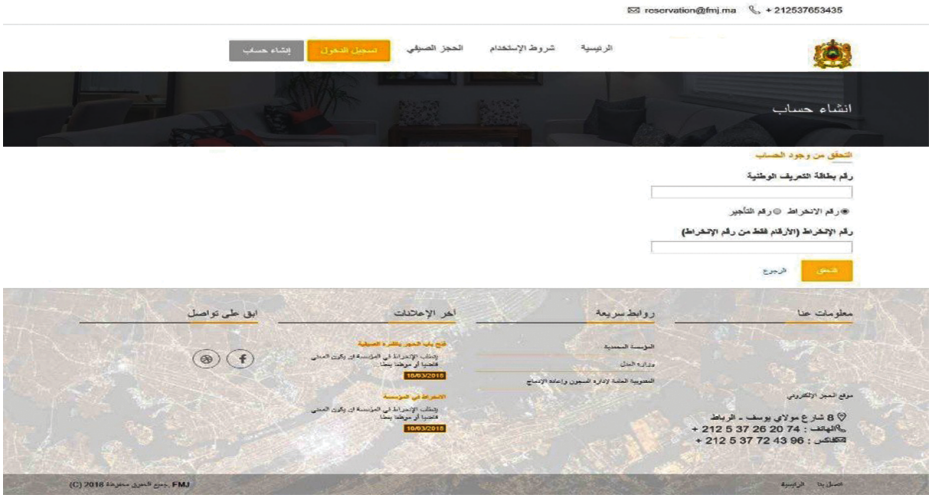
FIGURE 3.4 – Schéma général du système proposé.

peuvent ajuster rapidement l'état et les informations de chaque centre selon les besoins. En ce qui concerne les réservations, le site offre une expérience fluide, avec la possibilité de réserver en ligne, de personnaliser les dates de séjour, et d'accéder en temps réel aux résultats de réservation. De plus, la gestion de listes principales des bénéficiaires et les liste d'attente ainsi que l'envoi automatique de notifications garantissent une communication efficace avec les bénéficiaires. La figure suivante 3.5 contient des captures de la page principale du site de réservation, ainsi que la page de réservation du site :

— une base de données clé constitue une infrastructure de la fondation, robuste, et parfaitement adaptée à sa structure organisationnelle. Cette base de données complète comprend en son sein une multitude d'informations cruciales, telles que les informations détaillés des adhérents, fournissant des données précieuses sur leurs préférences et leurs historiques de réservation. De même, elle répertorie minutieusement les détails relatifs



(a) *Page principale du site web de réservation.*

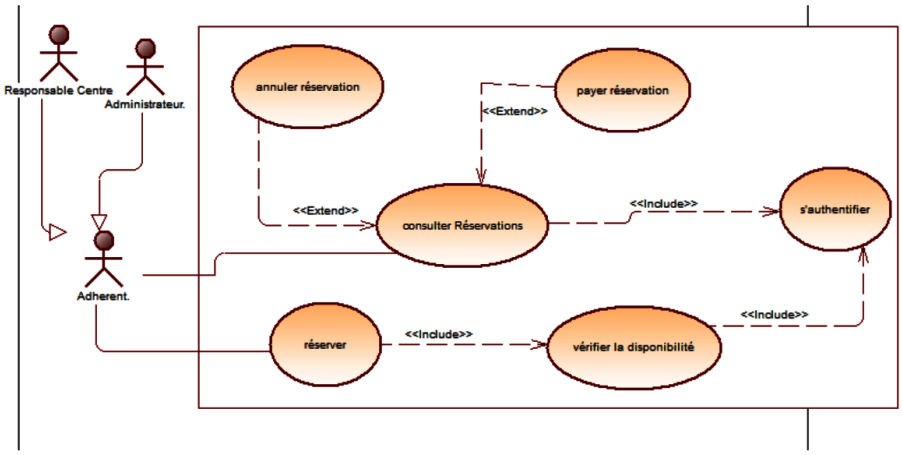


(b) *Page de réservation du site web de la fondation.*

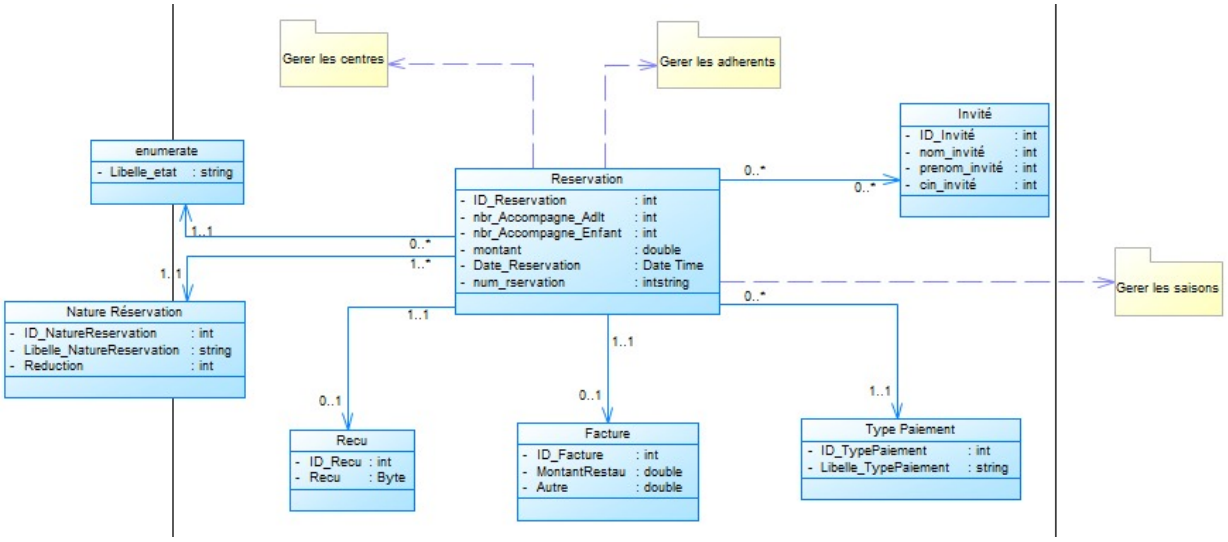
FIGURE 3.5 – Quelques illustrations du site web de réservation

à chaque centre, offrant une vue d'ensemble complète sur leur types de résidences, leurs localisations, leurs tarifs et leur disponibilité. De plus, cette base de données enregistre l'historique des réservations effectuées chaque année, permettant ainsi une analyse approfondie des tendances saisonnières et des schémas de demande. Ainsi, elle gère efficacement les listes principales et d'attente des bénéficiaires. Voici quelques principaux diagrammes de cette base de données du système de gestion des réservation 3.6.

— Le système décisionnel intelligent de sélection des bénéficiaires se distingué par ses fonctionnalités avancées, offrant une approche stratégique et précise pour l'attribution des résidences 3.7. Parmi ses caractéristiques clés, on trouve la possibilité de paramétrer des critères de notation personnalisés, permettant ainsi une évaluation fine et détaillée des adhérents en fonction de leur informations personnelles, de leur historique de réservation



(a) *Diagramme de cas du système de gestion des réservation.*



(b) *Diagramme de classe du système de gestion des réservation.*

FIGURE 3.6 – Quelques diagrammes UML du système de gestion des réservation.

et de leur engagements dans la fondation 3.7a. En outre, le système permet la consultation efficace des demandes, offrant aux gestionnaires une vision claire et synthétique de toutes les requêtes soumises.

L'affectation des adhérents aux résidences qui repose sur le modèle mathématique sophistiqué proposé, et qui prend en compte une variété de paramètres et de contraintes pour garantir une gestion équilibrée et équitable des ressources 3.7b.

Une fois les affectations effectuées, le système génère automatiquement les résultats d'affectation, offrant une visibilité immédiate sur les allocations de résidence. Ainsi, le système assure une gestion efficace des rapports, facilitant ainsi le suivi des performances, l'analyse des tendances et la prise de décisions informées.

3.4.3 Procédure de réservation

La planification de la procédure de réservation pendant la haute saison est un processus crucial qui implique plusieurs étapes clés pour garantir le bon déroulement du processus de



(a) *Gestion des informations personnelles des adhérents.*



(b) *Gestion des listes principales et d'attentes des bénéficiaires.*

FIGURE 3.7 – Quelques Capture du logiciel décisionnel de réservation.

réservation dans les centres d'estivage affiliés à la fondation. Tout d'abord, la circulaire de la haute saison est élaborée avec soin, définissant précisément les dates de début et de fin de cette période animée, ainsi que la plage temporelle pendant laquelle les demandes de réservation peuvent être déposées. De plus, cette circulaire établit rigoureusement les critères de sélection des bénéficiaires des centres pendant la haute saison, en prenant en compte divers facteurs tels que l'ancienneté des adhérents et d'autres critères pertinents. Une fois ces critères établis, le système permet au adhérents le droit de déposer leurs demandes de réservation, puis il génère des listes préliminaires des demandeurs pour procéder au paiement, permettant ainsi d'entamer les procédures financières nécessaires à la réservation de leur séjour estival. Enfin, après une validation finale, la liste définitive des bénéficiaires pour la haute saison est générée, consolidant ainsi les réservations et finalisant les préparatifs pour une période estivale réussie.

La procédure de réservation est illustrée par le diagramme suivant 3.8 :

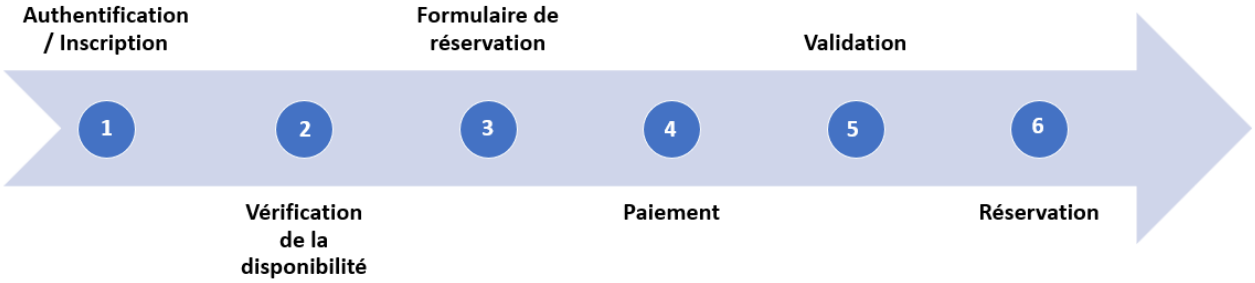


FIGURE 3.8 – Procédure de réservation des séjours dans les centres d'estivage de la fondation.

3.4.4 Résultats numériques

Cette partie expérimentale vise à expliquer les forces et les capacités de notre modèle à résoudre les conflits et les difficultés survenant lors de la gestion des demandes de réservation dans les centres de la fondation. Les résultats présentés abordent toutes les problématiques liées à la satisfaction des demandes de réservation par rapport aux règles établies par le département de gestion informatique. Ces résultats sont issus d'une étude de cas réelle sur les données de la fondation lors des 11 périodes de la saison estivale de l'année 2018.
Les résultats seront présentés dans deux tableaux, le premier contenant les données et les résultats des différents centres, et le second contenant les données et les résultats relatifs aux catégories d'adhérents.

Environnement informatique

Dans le but de générer de véritables tests pour le modèle de gestion des demandes de réservation, toutes les expérimentations ont été réalisées dans un environnement informatique homogène. Les tests ont été effectués sur un processeur Intel(R) Core(TM) i7-3612QM de 2,10 GHz avec 8 Go de RAM, sous le système d'exploitation Windows. Toutes les calculs ont été résolus à l'aide d'IBM ILOG CPLEX Optimization Studio V12.2, et les instances ont été exécutées dans des conditions identiques afin de garantir l'indépendance des résultats par rapport aux paramètres de la machine.

Résultats d'affectation par centre.

Dans cette section, nous présentons les résultats de la période de haute saison au cours de laquelle un nombre important d'adhérents de la fondation ont bénéficié du service de réservation. Le tableau suivant 3.4 récapitule les résultats de toutes les périodes de la haute saison, comprenant tous les paramètres relatifs au service de réservation : le nombre de résidences disponibles, le nombre de résidences demandées par les adhérents de la fondation, le nombre de résidences affectées aux bénéficiaires et le taux de remplissage des résidences de la fondation.

Notations

- R_{av} : Nombre de résidences disponibles dans un centre de la fondation.

- R_{req} : Nombre de résidences demandées par les adhérents de la fondation. Ce nombre comprend deux choix de chaque adhérent.
- R_{ass} : Nombre de résidences affectées aux bénéficiaires.
- τ_{fill} : Taux de remplissage défini par

$$\tau_{fill} = \frac{R_{ass}}{R_{av}}$$

Afin de présenter les résultats des périodes de la saison estivale, nous proposons d'illustrer ces résultats dans un histogramme 3.9 contenant respectivement les résidences disponibles, les résidences demandées et les résidences affectées aux bénéficiaires pour chaque période de la saison estivale.

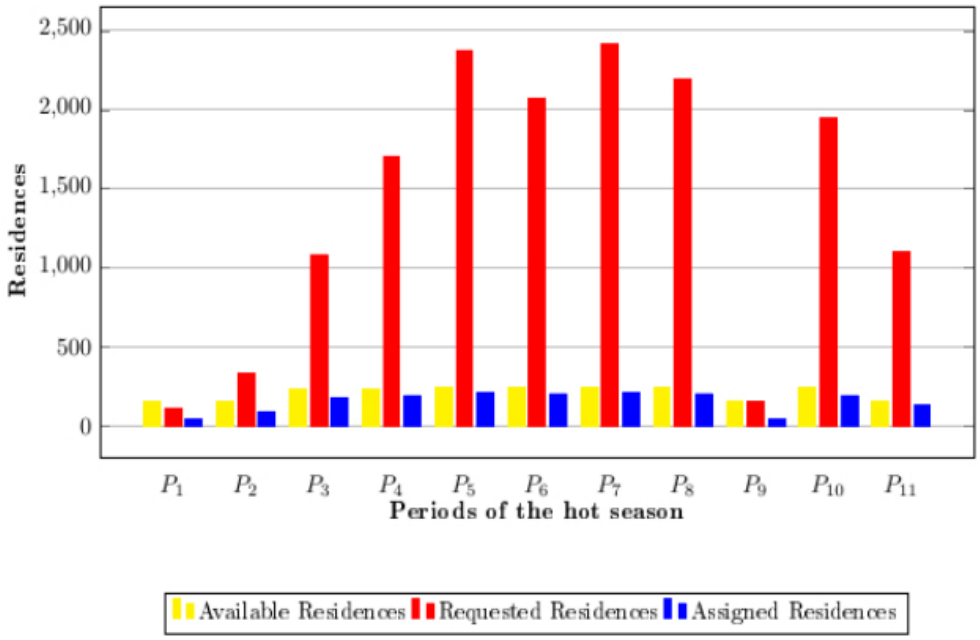


FIGURE 3.9 – Description des résidences disponibles, demandées et affectées pendant les périodes de la haute saison.

En se basant sur les données et des résultats détaillés, il est clair que le nombre de demandes de réservation est normal pendant les premières périodes de la haute saison. Ce nombre connaît une forte augmentation pendant les périodes P_5, P_6, P_7, P_8 et P_{10}, qui coïncident avec le mois d'août lorsque la majorité des employés prennent leurs vacances. La gestion de ce grand nombre de demandes de réservation crée un problème complexe qui a été résolu avec des techniques de programmation. Les résultats obtenus reflètent l'efficacité du système dans la gestion du problème de réservation, principalement le taux de remplissage τ_{fill} dans chaque centre qui est très proche de 100%. Le département de gestion informatique a confirmé la haute qualité de ces résultats, étant donné que les contraintes suivantes sont respectées : les choix des adhérents, les capacités des centres, la continuité des choix et des adhérents, ainsi que la contrainte visant à corriger les quotas de catégories pour réduire le nombre de résidences vacantes dans un centre donné de la fondation. De plus, il est remarquable que le centre de Fès n'a jamais été

Périodes		Nombre des résidences														
	Centres	Rabat	Fez	Martil	Fnideq	Tit Mellil	Saidia	Agadir	Assilah	Hoceima	Tetouan	Ifrane	Jedida	Green (Saidia)	Golden (Hoceima)	Total
P_1	R_{av}	10	38	9	13	7	29	50	-	-	-	-	-	-	-	156
	R_{req}	4	10	33	26	1	19	21	-	-	-	-	-	-	-	114
	R_{ass}	1	8	9	10	0	7	13	-	-	-	-	-	-	-	48
	$\tau_{fill}(\%)$	10	21.05	100	76.92	0	24.13	26	-	-	-	-	-	-	-	30.76
P_2	R_{av}	10	38	9	13	7	29	50	-	-	-	-	-	-	-	156
	R_{req}	6	22	106	84	2	62	53	-	-	-	-	-	-	-	335
	R_{ass}	3	10	9	11	1	22	36	-	-	-	-	-	-	-	92
	$\tau_{fill}(\%)$	30	26.32	10	84.62	14.29	75.86	72	-	-	-	-	-	-	-	58.97
P_3	R_{av}	10	38	9	13	7	29	50	9	9	23	9	7	18	6	237
	R_{req}	8	9	180	154	4	79	104	113	8	145	126	91	39	25	1085
	R_{ass}	4	4	9	13	1	23	50	9	3	23	9	7	18	6	179
	$\tau_{fill}(\%)$	40	10.53	100	100	14.29	79.31	100	100	33.33	100	100	100	100	100	75.52
P_4	R_{av}	10	38	9	13	7	29	50	9	9	23	9	7	18	6	237
	R_{req}	9	19	284	213	9	140	150	192	14	264	137	151	70	53	1705
	R_{ass}	5	11	9	13	4	27	50	9	6	23	9	7	18	6	197
	$\tau_{fill}(\%)$	50	28.95	100	100	57.14	93.10	100	100	66.67	100	100	100	100	100	83.12
P_5	R_{av}	10	38	9	19	7	29	50	9	9	23	9	7	18	6	243
	R_{req}	23	22	424	296	14	189	251	310	18	405	142	230	104	90	2376
	R_{ass}	10	11	9	19	7	23	50	9	8	23	9	7	18	6	209
	$\tau_{fill}(\%)$	100	28.95	100	100	100	79.31	100	100	88.89	100	100	100	100	100	86.01
P_6	R_{av}	10	38	9	19	7	29	50	9	9	23	9	7	18	6	243
	R_{req}	15	9	349	259	16	171	220	172	12	355	133	204	93	66	2074
	R_{ass}	10	7	9	19	7	24	50	9	9	23	9	7	18	6	207
	$\tau_{fill}(\%)$	100	21.05	100	100	100	82.75	100	100	100	100	100	100	100	100	85.18
P_7	R_{av}	10	38	9	19	7	29	50	9	9	23	9	7	18	6	243
	R_{req}	11	27	390	302	17	179	265	303	27	387	135	222	73	76	2414
	R_{ass}	5	14	9	19	7	28	50	9	9	23	9	7	18	6	213
	$\tau_{fill}(\%)$	50	36.84	100	100	100	96.55	100	100	100	100	100	100	100	100	87.65
P_8	R_{av}	10	38	9	19	7	29	50	9	9	23	9	7	18	6	243
	R_{req}	16	25	341	239	10	154	237	300	27	369	139	202	80	57	2196
	R_{ass}	10	11	9	19	3	23	50	9	9	23	9	7	18	6	206
	$\tau_{fill}(\%)$	100	28.95	100	100	42.85	79.31	100	100	100	100	100	100	100	100	84.77
P_9	R_{av}	10	38	9	19	7	29	50	-	-	-	-	-	-	-	162
	R_{req}	5	7	47	41	7	30	24	-	-	-	-	-	-	-	161
	R_{ass}	1	1	9	10	4	8	10	-	-	-	-	-	-	-	43
	$\tau_{fill}(\%)$	10	2.63	100	52.63	57.14	27.59	20	-	-	-	-	-	-	-	26.54
P_{10}	R_{av}	10	38	9	19	7	29	50	9	9	23	9	7	18	6	243
	R_{req}	5	28	292	243	13	136	208	245	17	295	124	199	70	71	1946
	R_{ass}	3	10	9	18	7	23	49	9	9	23	8	7	16	4	195
	$\tau_{fill}(\%)$	30	26.31	100	94.73	100	79.31	98	100	100	100	88.89	100	88.89	66.67	80.24
P_{11}	R_{av}	10	38	9	19	7	29	50	-	-	-	-	-	-	-	162
	R_{req}	24	64	341	285	11	165	210	-	-	-	-	-	-	-	1100
	R_{ass}	10	17	9	19	6	27	50	-	-	-	-	-	-	-	138
	$\tau_{fill}(\%)$	100	44.74	100	100	85.71	93.10	100	-	-	-	-	-	-	-	85.18

TABLE 3.4 – Résultats d'affectation des adhérents par centre

complètement rempli pendant toutes les périodes de la haute saison. Cela est principalement dû au fait que Fès est une ville interne très chaude pendant l'été contrairement aux autres villes côtières. De même, nous observons qu'il y a certaines résidences qui ne sont pas attribuées, cela est dû aux choix multiples des adhérents et au quota attribué à chaque catégorie. En effet, chaque adhérent a le droit de choisir deux centres dans les demandes de réservation. Cependant, seul l'un des deux centres choisis peut être attribué à chaque adhérent au maximum.

Résultats d'affectation par catégorie

Pour spécifier les résultats liés aux adhérents de la fondation et à leurs catégories, le tableau 3.5 résume les détails des adhérents ayant bénéficié du service de réservation selon leurs catégories, le quota de chaque catégorie, le taux de remplissage et le temps d'exécution de chaque opération de réservation.

Notations

- N_{can} : Nombre de candidats.
- N_{res} : Nombre de résidences.
- N_{ben} : Nombre des bénéficiaires
- τ_{ass} : Taux d'affectation défini par :

$$\tau_{ass} = \frac{N_{ben}.}{\min(N_{can}, N_{res})}$$

.

Périodes	N_{can}	N_{res}	**Juges**			**Fonctionnaires du ministère de la justice**			**Fonctionnaires de l'administration des prisons et de réintégration**			**Fonctionnaires de la fondation**			N_{ben}	τ_{ass}%	τ_{fill}%	**CPU time (sec)**
			R_{req}	R_{av}	R_{ben}	R_{req}	R_{av}	R_{ben}	R_{req}	R_{av}	R_{ben}	R_{req}	R_{av}	R_{ben}				
P_1	52	156	1	26	1	27	73	25	23	53	22	1	4	0	48	92.31	30.76	0.23
P_2	119	156	3	26	3	71	73	53	41	53	33	4	4	3	92	77.31	58.97	25.74
P_3	351	237	13	40	9	188	111	96	140	81	70	9	5	4	179	75.52	75.52	56.05
P_4	505	237	13	40	11	334	111	109	148	81	68	10	5	9	197	83.12	83.12	379.11
P_5	734	243	19	41	15	543	114	126	158	83	62	14	5	6	209	86,01	86.01	2861.16
P_6	820	243	54	41	28	480	114	95	259	83	73	27	5	11	207	85.18	85.18	4409.04
P_7	923	243	86	41	31	480	114	98	318	83	72	39	5	12	213	87.65	87.65	4881.52
P_8	817	243	70	41	25	480	114	100	238	83	70	29	5	11	206	84.77	84.77	4307.19
P_9	54	162	0	28	0	38	76	32	16	55	11	0	3	0	43	79,63	26.54	0.81
P_{10}	725	243	40	41	14	495	114	105	174	83	67	16	5	9	195	80.24	80.24	3872.71
P_{11}	347	162	5	28	5	296	76	104	44	55	28	2	3	1	138	85,19	85.18	179.80

TABLE 3.5 – Les résultats d'affectation pour chaque catégorie d'adhérents.

Les résultats présentés dans le tableau 3.5 indiquent que le système génère des résultats prometteurs, avec un taux d'affectation proche de 100%. Le système attribue les adhérents qui ont un poids maximal aux résidences, et les résultats respectent toutes les contraintes du modèle, en particulier la contrainte 3.4 qui a augmenté le nombre de bénéficiaires N_{ben}.
De plus, nous constatons qu'il y a encore des résidences vacantes dans certains centres qui n'ont été attribuées à aucun adhérent, ce qui est interprété par les choix multiples de chaque adhérent. De même, lors des périodes avec un très grand nombre de demandes de réservation, le système donne de très bons résultats concernant la satisfaction des choix des adhérents, tout en respectant les règles imposées par le département de gestion informatique.

3.4.5 Conclusion

Dans cette étude, nous avons présenté un nouveau modèle de réservation de séjours dans les centres d'estivage de la fondation MFSWJJO, traité comme un problème d'affectation sous contraintes. Le modèle prend en considération les règles établies par le département de gestion informatique. Les résultats générés par notre modèle sont efficaces et fiables dans la sélection des adhérents autorisés à bénéficier du service de réservation. Ces résultats ont été vérifiés et certifiés par le département de gestion informatique, faisant ainsi office de résultats officiels pour l'été 2018.

Notre modèle pourrait être adopté par d'autres fondations et institutions offrant des services de réservation de séjours à leurs adhérents pour sélectionner les bénéficiaires. La méthode de résolution adoptée dans ce travail reste standard et n'est pas encore parfaite. Les recherches futures devraient se concentrer sur l'amélioration de la méthode de résolution en introduisant des techniques heuristiques et métaheuristiques pour réduire le temps d'exécution.

CHAPITRE

4

IDENTIFICATION DES BÉNÉFICIAIRES DES SUBVENTIONS D'ESTIVAGE GRÂCE À UNE SOLUTION DÉCISIONNELLE

4.1 Introduction

Le problème de réservation a été introduit dans le chapitre précédent 3.1.1, il s'agit d'un problème de gestion des ressources permettant de sélectionner, parmi un nombre de candidats, les bénéficiaires du service d'estivage fournit par la fondation. En effet, le service d'estivage permet aux adhérents de la fondation de se bénéficier des réservations des séjours dans les résidences affiliées à la fondation pour passer leurs vacances d'été avec leur famille. La fondation dispose d'un ensemble de centres, chacun constitue d'un ensemble de résidences de différents types. Ainsi, pendant la saison d'été, chaque adhérent de la fondation postule au réservation d'une résidence de son choix, le problème consiste à sélectionner les adhérents ayant de tels critères pour bénéficier du service d'estivage, cette sélection se fait sous plusieurs contraintes assurant la cohérence du processus et l'équité entre les adhérents. La complexité du problème réside dans le nombre de résidences qui est presque négligeable devant le nombre de candidats, de plus, les contraintes du processus de sélection rendent le problème NP difficile et insolvable en utilisant des techniques traditionnelles [97].

L'idée de construire un nouveau système d'aide à la décision de gestion des subventions d'estivage au adhérents est apparue pendant la pandémie de Corona virus, en effet, cette pandémie a été le facteur essentiel qui a perturbé les processus de gestion des réservations des séjours

dans les centres d'estivage affiliés à la fondation. C'était une véritable cause d'annulation du service d'estivage dans les centres de fondation pour prévenir les rassemblements et limiter la propagation du virus. A ce niveau, l'ancien système proposé dans [97] est devenu inutile dans ce cas particulier. Ainsi, la direction de la fondation a décidé d'interdire l'estivage dans ses centres afin d'empêcher la propagation du virus Corona, de garder l'opération de bénéfice du service d'estivage à la disposition de ses adhérents, et de chercher une nouvelle approche qui garantisse la continuité du service d'estivage en cas d'urgence et dans les cas particuliers.

4.2 Positionnement du problème

Effectivement, afin de gérer le service d'estivage fourni par la Fondation marocaine Mohammedia pour les travaux sociaux des juges (MFSWJ) à ses adhérents, la fondation s'appuie entièrement sur ses centres d'estivage affiliés, et il utilise le système normal de gestion des réservations pour gérer ce service dans ses centres affiliés [97]. Les caractéristiques du système normal sont résumées dans les points suivants :

- Les dates et les périodes d'estivage sont limitées dans une liste fixe déterminée par la fondation.
- Le nombre de centres affiliés à la fondation est limité à 7 centres.
- Chaque adhérent doit indiquer son choix de période d'estivage lors de sa demande de réservation.
- Le système actuel de gestion des réservations adopte une approche hebdomadaire pour affecter les résidences aux membres.

Ces caractéristiques présentent quelques implications négatives sur la gestion du service d'estivage, principalement : Les adhérents se trouvent limités par des périodes et des options fixes d'estivage, chaque adhérent a également une faible probabilité d'en bénéficier en raison de la congestion de certains adhérents sur certains centres d'estivage aux mêmes périodes. En outre, ces centres peuvent devenir indisponibles pour l'estivage en raison de divers facteurs, y compris les projets d'aménagement et de développement local, les pandémies... À ce niveau, la fondation vise à améliorer la stratégie de gestion du service d'estivage fourni à ses adhérents, en utilisant de nouvelles idées et ressources qui améliorent la qualité de la gestion du service d'estivage. L'idée est de développer un nouveau système d'aide à la décision pour la gestion du service d'estivage qui intègre les nouvelles exigences rencontrées par l'ancien système de gestion, et qui sera utilisé comme solution alternative ou complémentaire à celle proposée dans [97]. La nouvelle stratégie consiste à fournir aux adhérents de la fondation des subventions d'estivage. Étant donné que le coût total pour fournir des subventions d'estivage à tous les adhérents est élevé, un nombre limité d'adhérents peuvent se bénéficier de ces subventions. Par conséquent, la sélection des bénéficiaires selon les nouvelles règles et exigences devient une tâche très difficile pour la direction de la fondation.

Le nouvel objectif stratégique de la fondation consiste à mettre en place un système d'aide à la décision innovant pour aborder cette problématique de manière plus efficace. Dans cette

optique, nous proposons la mise en œuvre d'un tout nouveau modèle autonome de gestion du processus de sélection des bénéficiaires, intégrant les nouvelles règles et exigences établies. L'avantage principal de cette solution réside dans son approche saisonnière et pas hebdomadaire comme celle adopté par l'ancien système [97], ce qui permet une gestion plus flexible et cohérente du processus de gestion de ces subventions. De plus, cette nouvelle stratégie offre aux adhérents la possibilité de choisir la date et le lieu de camping correspondant, renforçant ainsi leur satisfaction. Pour ce faire, nous adoptons les techniques de la modélisation mathématique et de la programmation en nombre entier pour modéliser le nouveau problème, par ailleurs, ce nouveau modèle est formulé comme un problème d'affectation sous contraintes, prenant en compte les règles de bénéfice des subventions et les nouvelles exigences à respecter.

Cette nouvelle approche consiste à offrir aux adhérents de la fondation un autre moyen de bénéficier du service d'estivage. La fondation met à la disposition de ses adhérents un nombre limité de subventions d'estivage. La nouvelle mission est de créer un nouveau système d'aide à la décision permettant de sélectionner les adhérents qui bénéficieront des subventions d'estivage proposées par la fondation. Ce système doit être transparent et respecte bien les règles de bénéfice et les critères de sélection. Le tableau suivant 4.1 résume les avantages et les points de différences entre l'ancien système qui consiste à bénéficier des réservations des séjours dans les centres d'estivage affiliées à la fondation, et le nouveau système d'aide à la décision qui consiste à bénéficier des subventions d'estivage.

Le système normal	**Le nouveau système d'aide à la décision**
Le processus de réservation adopte une approche hebdomadaire	Le processus de gestion des subventions adopte une approche saisonnière
Les lieux d'estivage sont déterminés par la direction de la fondation	Les lieux d'estivage sont choisis par les bénéficiaires subventionnés
Les dates de bénéfice du service d'estivage sont fixées par la direction de la fondation	Les dates de bénéfice des subventions sont choisies par chaque bénéficiaire subventionné
Le service d'estivage est lié aux états des centres (Disponible ou non disponible pour l'estivage)	Le service de subvention d'estivage toujours disponible

TABLE 4.1 – Comparaison entre l'ancien système et le nouveau système d'aide à la décision.

Une simple comparaison entre les points de différences de l'ancien système et du nouveau système démontre les privilèges et les nouvelles contributions mise en évidence pour faire augmenter la qualité du services de réservation offert. En effet, l'ancien système de réservation était basé sur une approche hebdomadaire, tandis que le nouveau système adopte une approche saisonnière, offrant ainsi une vue d'ensemble plus complète et une gestion plus synthétique du service d'estivage. De plus, le nouveau système permet aux adhérents de choisir librement la date et le lieu de leur séjour, offrant ainsi une plus grande flexibilité et une personnalisation accrue du service.

4.3 Description des ressources, du processus, et des règles du bénéfice

4.3.1 Description des ressources de la fondation

Comme il est mentionné dans chapitre précédent, la fondation comprend 35000 adhérents répartis en 4 catégories. Le nombre d'adhérents de la fondation dans chaque catégorie est différent l'un des autres, cette propriété permet de définir une quota des réservations d'hôtel consacrées aux adhérents de chaque catégorie. Étant donné que le budget alloué par la fondation à cette opération de réservation est très limité. La fondation fournit à ses adhérents un nombre limités "$n < 35000$" des subventions d'estivage, par conséquent, juste un nombre fixe "n" d'adhérents peuvent bénéficier de ce service. Les adhérents bénéficiaires doivent avoir certains critères qui les qualifient pour être sélectionnés comme bénéficiaires.

4.3.2 Processus, et règles de bénéfice du service d'estivage

Dans ce nouveau processus, la fondation offre à ses adhérents deux options pour bénéficier du service d'estivage : le premier est l'ancien processus qui est la réservation de séjours dans les centre d'estivage affiliées à la fondation. Le deuxième est la nouvelle option qui permet aux adhérents de la fondation de bénéficier des subventions d'estivage offertes par la fondation. Dans le reste de ce chapitre, nous nous concentrons sur le traitement de la deuxième option pour bénéficier du service d'estivage car le premier est déjà décrit dans le premier chapitre. Le nouveau processus est décrit comme suit : Afin de bénéficier du service d'estivage fourni par la fondation, pendant les vacances d'été, les adhérents doivent remplir une demande de réservation qui contient les informations nécessaires lors du processus de sélection, en particulier le type de service (centres d'estivage de la fondation ou subventions d'estivage). D'une part, la sélection des adhérents qui choisissent de bénéficier des réservations des séjours dans les centres d'estivages affiliées à la fondation est effectuée par le système précédent décrit dans le premier chapitre. D'autre part, la sélection des adhérents de la fondation qui choisissent de bénéficier des subventions d'estivage sera fait à l'aide du nouveau système d'aide à la décision mis en œuvre.

Le processus de sélection des bénéficiaires vise à affecter les subventions d'estivage disponible aux adhérents méritants. Cette sélection est soumise à certaines règles qui assurent la transparence, la cohérence et l'égalité entre les adhérents de la fondation. Ces règles sont définies comme suit :

- Le choix du type de réservation est obligatoire. En fait, chaque adhérent doit décider au préalable quel type de service à choisir, car la fondation a un système de décision qui impose aux adhérents de choisir un des deux services disponibles (centres affiliés à la fondation ou subventions d'estivage).
- Il est interdit de bénéficier deux fois du service de réservation pendant la même saison chaude. Car le budget consacré au service d'estivage est limité, et la fondation tente de

satisfaire le nombre maximum d'adhérents.
— Les collisions ne devraient pas se produire. En effet, chaque subvention peut être affectée à un seul bénéficiaire.
— Le nombre d'adhérents sélectionnés doit être inférieur ou égal au nombre n des subventions d'estivage disponibles.
— Le quota de chaque catégorie doit être respectée. En d'autres termes, le nombre d'adhérents sélectionnés d'une catégorie spécifique ne doit pas dépasser la proportion des subventions d'estivage consacrées aux bénéficiaires de cette catégorie.

Ces règles concrétisent la relation logique entre les subventions d'estivage disponibles et les bénéficiaires, et assurent donc la fiabilité des résultats numériques obtenus.

4.3.3 Critères de sélection des bénéficiaires

Le problème majeur pour la direction de la fondation est que le nombre des subventions d'estivage disponibles est limité par rapport au nombre de candidats. Par conséquent, un certain nombre de critères sont pris en considération pour sélectionner les bénéficiaires, ces critères permettent de faire une différence stricte entre les adhérents méritants et non méritants :

— La date du dernier bénéfice du service d'estivage de l'adhérent.
— La date d'embauchement de l'adhérent.
— La situation familiale de l'adhérent (état matrimonial et nombre d'enfants).
— L'age de l'adhérent.
— La date de demande de bénéfice sur le site de la fondation.

En utilisant un système de notation, chacun de ces critères reçoit une note, et donc chaque adhérent de la fondation reçoit un coefficient de pondération unique.

4.4 Formulation mathématique du problème

Le nouveau système d'aide à la décision est modélisé en utilisant les techniques de la programmation entière, plus précisément, il est modélisé comme un problème d'affectation sous contraintes. Dans cette formulation, les subventions d'estivage et les adhérents sont représentés par des ensembles algébriques. Un ensemble de variables décisionnelles indique si un adhérent bénéficiera ou non d'une subvention d'estivage. Des ensembles de contraintes garantissent que le processus généré respecte les règles imposées par la direction de la fondation, et une fonction objective permet de sélectionner les adhérents méritants en fonction des critères de sélection cités ci-dessus.

4.4.1 Notation

— L'adhérent de la fondation, qui a le droit de bénéficier du service d'estivage. L'ensemble des candidats est noté par M, e.g. $M = \{m_1, m_2, ..., m_{|M|}\}$. $|M|$: nombre de tous les candidats

— La subvention d'estivage qui sera affectée au bénéficiaire. L'ensemble de toutes les subventions d'estivage disponibles est noté par B, e.g. $B = \{b_1, b_2, ..., b_{|B|}\}$.
— La catégorie à laquelle appartient chaque adhérent de la fondation. L'ensemble de toutes ces catégories est dénoté C, e.g. $C = \{c_1, c_2, ..., c_{|C|}\}$.
— La proportion des subventions d'estivage consacrées à chaque catégorie. L'ensemble de toutes les proportions possibles est dénotée par P, e.g. $P = \{p_1, p_2, ..., p_{|P|}\}$.
— Les adhérents de la catégorie $c \in C$ sont représentés par un ensemble M_c.
— La catégorie des adhérents de la fondation dont la proportion des subventions d'estivage est épuisée. L'ensemble de ces catégories est dénotée C_s.
— La proportion des subventions d'estivage consacrées aux adhérents de la catégorie c $\in c$ est notée de P_c.
— La pré-affectation des adhérents aux subventions d'estivage doit également être prise en compte dans ce modèle. En fait, dans certains cas, nous devons corriger certaines bénéficiaires pour garantir de bons résultats ou pour réduire la complexité du problème. L'ensemble de ces pré-affectations est dénoté par PA, e.g. $PA = \{(m, b)/m \in M, b \in B\}$.

4.4.2 Variable sets

L'ensemble des variables proposé dans ce modèle crée un lien entre deux ensembles principaux M et B, ces variables binaires sont dénotées par $x_{m,b}$, avec $m \in M$ et $b \in B$:

$$x_{m,b} = \begin{cases} 1 & \text{si l'adhérent m est affecté à la subvention d'estivage b,} \\ 0 & \text{dans le cas contraire,} \end{cases} \tag{4.1}$$

4.4.3 Fonction objectif

Le processus de réservation doit affecter les subventions d'estivage aux adhérents méritants de la fondation. Les candidats doivent répondre à certains critères qui les qualifient pour bénéficier du service d'estivage. Ces critères sont principalement fondés sur des paramètres personnels importants comme l'âge, la date d'emploi, etc. L'idée est d'intégrer ces critères et de les combiner pour générer un coefficient de pondération w_m qui identifie, de façon unique, chaque adhérent $menM$. Ainsi, pour maximiser la fonction objective définie par l'équation suivante :

$$Maximize \sum_{m \in M} \sum_{b \in B} w_m x_{m,b}. \tag{4.2}$$

Avec :

— M : L'ensemble des candidats pour le service de réservation.
— B : L'ensemble des subventions d'estivage.
— w_m : Le coefficient de pondération de l'adhérent $m \in M$.

Cette équation vise à affecter les subventions d'estivage aux adhérents de la fondation ayant un coefficient de pondération maximal par rapport aux autres adhérents. Ce coefficient de pondération est formulé pour être unique afin d'identifier chaque adhérent.

4.4.4 Calcul de coefficient de pondération

La sélection des bénéficiaires est basée sur les critères de sélection de chaque adhérent. Chacun de ces critères est identifié par une note qui mesure son importance. Afin d'inclure ces critères de sélection dans notre formulation, nous avons adopté la même méthode du problème initial pour déterminer les coefficients de poids. Cette méthode se résume comme suit

$$\forall m \in M, \quad w_m = w_{m1} + w_{m2} \tag{4.3}$$

Où :

$$w_{m1} = w_1 + w_2 + w_3 \text{ and } \; w_{m2} = w_4 + w_5 \tag{4.4}$$

- w_1 : Paramètre dépend de la marge du temps entre la date d'embauchement de l'adhérent et la date de la dernière bénéfice du service d'estivage de cet adhérent.
- w_2 : Paramètre reflète la situation familiale de l'adhérent.
- w_3 : Paramètre lié au nombre d'enfants en cas de mariage de l'adhérent.
- w_4 : Paramètre reflète l'âge d'adhérent.
- w_5 : Paramètre lié à la date exacte de la demande de bénéfice sur le site de la fondation.

La méthode de calcul adoptée pour générer les valeurs prises par ces paramètres est soigneusement formulée pour imposer une dominance totale entre ces paramètres [**?**]. En effet, le paramètre w_1 domine tous les autres paramètres ($w_1 > w_2 + w_3 + w_4 + w_5$), la même chose pour w_2 qui domine également les autres paramètres ($w_2 > w_3 + w_4 + w_5$),...
Cette propriété garantit que si deux candidats ou plus ont la même valeur pour le paramètre w_1 , les autres paramètres feront une distinction stricte entre les coefficients de poids de ces candidats. L'exemple suivant illustre cette propriété de coefficient de poids. Considérons les renseignements personnels de trois adhérents : a_1 , a_2 et a_3 présentés dans le tableau. 4.2 :

Adhérent	**Date de la dernière bénéfice**	**Situation familiale**	**Nombre d'enfants**	**Age de l'adhérent**	**Date de soumission de la demande**
a_1	3	Célibataire	0	30	21/05/2021 at 16 :24 :08
a_2	2	Marié	3	41	22/05/2021 at 09 :45 :32
a_3	3	Célibataire	0	29	20/05/2021 at 13 :04 :51

TABLE 4.2 – Renseignements personnels des trois adhérents a_1, a_2, et a_3.

Étant donné que la date de soumission de la demande de bénéfice en ligne était comprise entre le 01/05/2021 à 00 :00 :00 et le 01/06/2021 à 00 :00 :00, le coefficient de pondération associé à chacun de ces adhérents, en utilisant la méthode de calcul adoptée dans [**?**] est résumé dans le tableau suivant 4.3 :

À partir de cet exemple, nous remarquons que dans le cas a_1 et a_2 , le poids principal w_{m1} présente une dominance stricte. Dans le cas où deux adhérents ont le même coefficient de pondération principal, le second w_{m2} permet de faire une différence stricte entre les adhérents comme il est indiqué dans le cas a_1 et a_3 .

L'adhérent	w_1	w_2	w_3	w_{m1}	w_4	w_5	w_{m2}	w_m
a_1	30	2	0	32	0.461538	0.275829	0.737367	32.368683
a_2	20	3	6	26	0.630769	0.253112	0.883881	29.441940
a_3	30	2	0	32	0.446153	0.315165	0.761318	32.380659

TABLE 4.3 – Calcul des coefficients de pondération des trois adhérents a_1, a_2, et a_3.

4.4.5 Ensembles des contraintes

Le problème de gestion des subventions d'estivage est soumis à un certain nombre de règles imposées par la direction de la fondation. Ces règles seront modélisées par des ensembles de contraintes qui projettent les règles dans la formulation mathématique du problème de gestion des subventions d'estivage.

Contraintes d'unicité

— Cette équation reflète la première règle citée dans la section précédente, elle garantit que chaque adhérent a le droit de bénéficier au maximum une et une seule fois du service d'estivage pendant les vacances d'été :

$$\forall m \in M : \sum_{b \in B} x_{m,b} \leq 1. \tag{4.5}$$

— Chaque subvention d'estivage sera attribuée à un adhérent, plus précisément :

$$\forall b \in B : \sum_{m \in M} x_{m,b} \leq 1. \tag{4.6}$$

Contraintes de capacité

Le nombre total de bénéficiaires doit être inférieur ou égal au nombre des subventions d'estivage fixé par la direction de la fondation. Cette règle est modélisée par l'équation suivante :

$$\sum_{m \in M} \sum_{b \in B} x_{m,b} \leq |B|. \tag{4.7}$$

Où $|B|$ présente le nombre des subventions d'estivage disponibles.

Contraintes de consécutivité des adhérents

Pour considérer uniquement les candidats ayant des coefficients de poids élevés et éliminer automatiquement les autres, les contraintes suivantes assurent cette propriété.

$$\begin{gathered} \forall c \in C,\ \forall m_1, m_2 \in M_c (w_{m_1} > w_{m_2}) : \\ \sum_{b \in B} x_{m_2,b} \leq \sum_{b \in B} x_{m_1,b}. \end{gathered} \tag{4.8}$$

Où w_m indique le coefficient de pondération de l'adhérent m.

Contraintes de proportion

Pour chaque catégorie, le nombre de bénéficiaires doit respecter la proportion des subventions d'estivage consacrée aux adhérents de cette catégorie, plus précisément :

$$\forall c \in C : \sum_{m \in M_c} \sum_{b \in B} x_{m,b} \leq P_c. \tag{4.9}$$

Où P_c est la proportion des subventions d'estivage consacrées à la catégorie $c \in C$.

Dans le cas où les demandes de bénéfice des adhérents appartenant à une catégorie spécifique est inférieure à leur proportion des subventions d'estivage. Les subventions d'estivage restantes seront redistribuées à d'autres adhérents appartenant à d'autres catégories dont la proportion des subventions d'estivage a été épuisée. L'objectif est de satisfaire le nombre maximum d'adhérents. Cette propriété est formulée en utilisant l'équation suivante qui remplace l'équation précédente (4.9) :

$$\forall c \in C : \sum_{m \in M_c} \sum_{b \in B} x_{m,b} \leq P_c + q_c. \tag{4.10}$$

Où q_c présente la proportion de la catégorie c après redistribution des subventions d'estivage restantes aux catégories d'adhérents dont leur proportion des subventions d'estivage a été épuisée. Cette proportion est calculée à l'aide de l'heuristique décrite par l'algorithme suivant 1 :

Algorithme 1 : Algorithme pour calculer la proportion des subventions d'estivage restantes des catégories $c \in C \setminus C_s$.

Data : Nombre de demandes de bénéfice $|M_c|$ et la proportion P_c pour chaque $c \in C \setminus C_s$
Result : Proportion des subventions d'estivage q_c de chaque categorie $c \in C \setminus C_s$
Begin;
foreach $c \in C \setminus C_s$ **do**
  $n_c = P_c - |M_c|$;
end
$N \leftarrow \sum_{c \in C \setminus C_s} n_c$;
if $c \in C_s$ **then**
  $u_c \leftarrow 0$;
else
  $u_c \leftarrow \lfloor N * \frac{P_c}{\sum_{c' \in C_s} P_{c'}} \rfloor$;
end
$r \leftarrow n - \sum_{c \in C \setminus C_s} p_c$;
if $c \in \{c_i \in C \setminus C_s, i = 1, ..., r\}$ **then**
  $q_c \leftarrow u_c + 1$;
else
  $q_c \leftarrow u_c$;
end
End;

Contraintes des pré-affectations

Cet ensemble de contraintes donne la possibilité de fixer une affectation avant de commencer le processus de sélection des bénéficiaire des subventions d'estivage. Cette propriété permet, dans des cas particuliers, d'affecter un ou plusieurs candidats à une subvention d'estivage déterminée, ou de corriger certaines affectations qui augmentent la complexité du problème. Cette propriété aide le système à produire de bons résultats en peu de temps. Cette propriété est formulée par l'équation suivante :

$$\forall (m,b) \in PA : \ x_{m,b} = 1. \tag{4.11}$$

La formulation finale du problème de sélection des bénéficiaire des subventions d'estivage est donnée par le programme linéaire en nombre entiers suivant 4.12 :

$$\begin{cases} Max \sum_{m\in M}\sum_{b\in B} w_m x_{m,b} & \\ \text{subject to :} & \\ \sum_{b\in B} x_{m,b} \leq 1 & \forall m \in M. \\ \sum_{m\in M} x_{m,b} \leq 1 & \forall b \in B. \\ \sum_{m\in M}\sum_{b\in B} x_{m,b} \leq |B|. & \\ \sum_{b\in B} x_{m_2,b} \leq \sum_{b\in B} x_{m_1,b} & \forall c \in C, \forall m_1, m_2 \in M_c \\ & (w_{m_1} > w_{m_2}). \\ \sum_{m\in M_c}\sum_{b\in B} x_{m,b} \leq P_c + q_c & \forall c \in C. \\ x_{m,b} = 1 & \forall (m,b) \in PA. \\ x_{m,b} \in \{0,1\}^{|M|\times|B|}, & \forall m \in M, \forall b \in B. \end{cases} \tag{4.12}$$

4.5 Résultats numériques

Afin de prouver l'efficacité du modèle proposé, nous implémentons le système d'aide à la décision et nous l'instancions en utilisant des données réelles de la fondation Mohammedia de la justice. Les données comprennent les demandes de bénéfice des adhérents de la fondation pendant la saison chaude des années 2021, 2022 et 2023. Ensuite, nous évaluons les résultats obtenus en calculant des quantités appropriées telles que le taux d'affectation, le taux de remplissage, le temps d'exécution... Ainsi, nous testons la performance du système en analysant l'évolution du temps d'exécution et le nombre d'itérations nécessaires pour obtenir une solution optimale.

La fondation met à la disposition de ses adhérents un nombre limité des subventions d'estivage. Les bénéficiaires doivent satisfaire aux critères de sélection imposés par la direction de la fondation. En utilisant un système de notation, ces critères sont projetés dans la formulation

mathématique pour construire le coefficient de poids qui identifie chaque adhérent comme il est indiqué dans la section de calcul des coefficients de poids.

4.5.1 Conditions et hypothèses de l'expérience

Nous avons effectué le test sur les données de fondation pendant la saison chaude de l'année 2021, 2022 et 2023 au cours de laquelle le nombre de'adhérents de la fondation était de 35000. Les proportions des quatre catégories sont les mêmes que les anciennes citées par [**?**], et le nombre des subventions d'estivage disponibles pour exécuter l'opération de sélection est fixé en calculant la proportion des subventions d'estivage consacrées à chaque catégorie.

La proportion de chaque catégorie est déterminée en fonction du rapport existant entre le nombre total d'adhérents de la fondation et le nombre d'adhérents de cette catégorie. Le tableau 4.4 résume les données utilisées dans ce cas expérimental.

Category	**Proportion de chaque catégorie(%)**
C_1 : Juges	17%
C_2 : Fonctionnaires de la fondation	2%
C_3 : Fonctionnaires du ministère de la Justice	47%
C_4 : Fonctionnaires de l'administration des prisons et de réintégration	34%
Total	100%

TABLE 4.4 – Proportions des subventions d'estivage de chaque catégorie.

4.5.2 Environnement de calcul

La partie expérimentale de ce travail est compilée dans un environnement standard caractérisé par $2.80GHz$ Intel (evo), Core (TM) i7-1165G7 processeur, avec 16 Go de RAM fonctionnant sous Windows 11. Le logiciel IBM ILOG CPLEX optimization studio v12.2 offert par IBM a été utilisé pour effectuer tous les calculs.

4.5.3 Présentation des résultats

Dans cette partie, nous présentons les résultats obtenus en testant le modèle proposé sur les données de base de la session estivale des années 2021, 2022 et 2023. Ces résultats sont présentés dans le tableau 4.5 et la figure 4.1 qui résument les demandes de bénéfice, les proportions consacrées et le nombre de bénéficiaires affectés aux subventions d'estivage de chaque catégorie. Le processus est évalué à l'aide du taux d'affectation τ_c calculé pour chaque catégorie de fondation, et d'un taux de remplissage ρ en utilisant les équations suivantes :

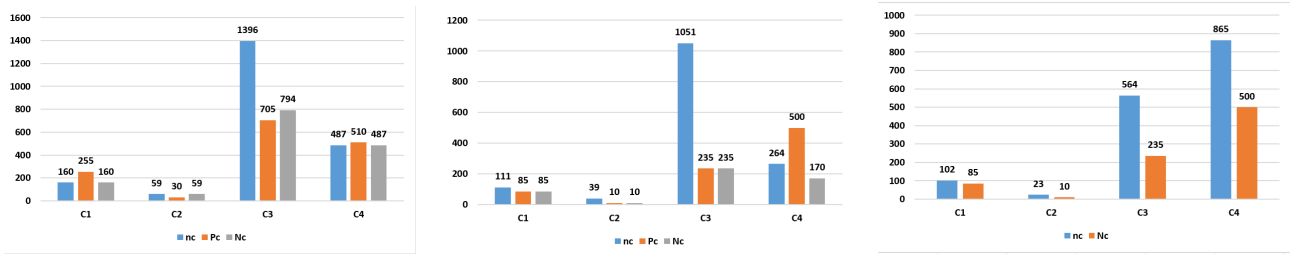
$$\forall c \in C, \quad \tau_c = \frac{N_c}{\min(n_c, P_c)} \quad \text{and} \quad \rho = \frac{T_{ass}}{T_{av}} \tag{4.13}$$

Où, n_c est le nombre de demandes des adhérents de la fondation appartenant à la catégorie c, P_c est la proportion des subventions d'estivage consacrées à la catégorie c, N_c présente le

nombre total de bénéficiaires de cette catégorie c, T_{ass} est le nombre total de bénéficiaires qui représente le nombre d'adhérents affectés au service d'estivage, et T_{av} est le nombre de toutes les subventions d'estivage disponibles.

Année	**Catégorie**	n_c	N_c	P_c	τ_c	ρ	E-time (sec)	N_{iter}	Objectif
2021	C_1	160	160	255	100%	100%	175.91	4158	1.71113e+05
	C_2	59	59	30	100%				
	C_3	1396	794	705	112.62%				
	C_4	487	487	510	100%				
	Total	2102	1500	1500	100%				
2022	C_1	111	85	85	100%	100%	251.17	3612	1.24899e+05
	C_2	39	10	10	100%				
	C_3	1051	235	235	100%				
	C_4	264	170	170	100%				
	Total	1465	500	500	100%				
2023	C_1	102	85	85	100%	100%	8.17	1507	7.72096e+04
	C_2	23	10	10	100%				
	C_3	564	235	235	100%				
	C_4	176	170	170	100%				
	Total	865	500	500	100%				

TABLE 4.5 – Résultats d'affectation obtenus par le test du modèle (P) sur les données des sessions estivales des années 2021, 2022 et 2023.



(a) *Année : 2021* (b) *Année : 2022* (c) *Année : 2023*

FIGURE 4.1 – Résultats d'affectation dans les sessions estivales des années 2021, 2022 et 2023 selon notre approche.

Le tableau 4.5 fournit une description détaillée des trois dernières sessions estivales menées par la fondation. Chaque session comprend des données spécifiques, telles que le nombre de demandes pour chaque catégorie et la proportion des subventions d'estivage allouée à chaque catégorie. En outre, les résultats obtenus à partir de notre système d'aide à la décision proposé pour chaque session sont présentés, y compris le nombre de bénéficiaires dans chaque catégorie, les taux d'affectation, les taux de remplissage, le temps d'exécution, le nombre d'itérations nécessaires pour obtenir la solution optimale, et la valeur correspondante de la fonction objective. Ce tableau 4.5 et la figure 4.1 indiquent que le taux d'affectation et le taux de remplissage sur les trois sessions estivales est de 100 %, ces résultats justifient que notre système d'aide à la décision gère parfaitement l'opération de sélection des bénéficiaire en utilisant les subventions d'estivage. Il convient également de noter qu'au cours de la session estivale de 2021, le

taux d'affectation pour la catégorie C_3 a dépassé 100 %, ce qui peut être interprété par l'effet des contraintes 4.10, qui ajustent les proportions de la catégorie dans le cas des subventions d'estivage non attribuées.

Afin d'évaluer les performances et les capacités de notre modèle, nous avons effectué une analyse complète de l'évolution du temps d'exécution et du nombre d'itérations nécessaires pour parvenir à une solution optimale, en fixant le nombre de demandes de la session estivale de 2021 en 2102 demandes et en modifiant le nombre des subventions d'estivage. En surveillant les changements dans le temps d'exécution et le nombre d'itérations, nous avons pu évaluer l'efficacité de notre modèle à mesure qu'il évoluait avec le nombre croissant des subventions d'estivage. Le tableau suivant présente les détails de cette analyse 4.6.

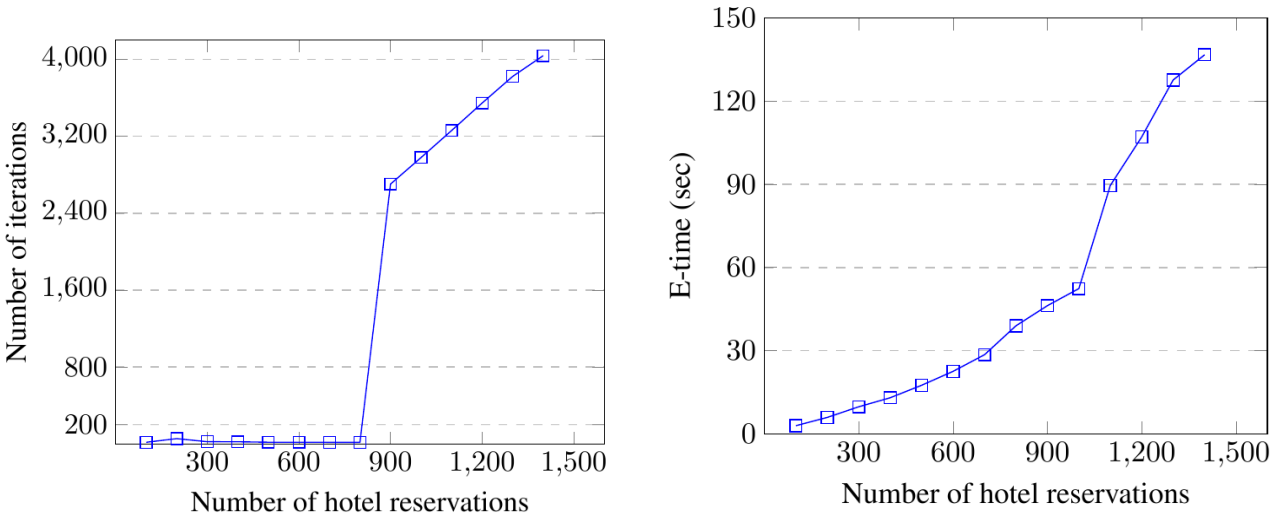
Nombre des subventions d'estivage	**Catégorie**				N_{iter}	E-time (sec)
	C_1	C_2	C_3	C_4		
100	17	2	47	34	17	2.91
200	34	4	94	68	55	5.91
300	51	6	141	102	23	9.75
400	68	8	188	136	22	13
500	85	10	235	170	18	17.51
600	102	12	282	204	18	22.53
700	119	14	329	238	17	28.53
800	136	16	376	272	16	38.97
900	153	18	423	306	2703	46.23
1000	160	24	473	343	2979	52.39
1100	160	30	526	384	3260	89.60
1200	160	36	581	423	3546	107.13
1300	160	43	634	463	3823	127.67
1400	160	56	697	487	4039	136.77

TABLE 4.6 – Évolution du nombre d'itérations et du temps d'exécution requis pour atteindre la solution optimale

A partir du tableau 4.6 et de la figure 4.2, on peut remarquer que, pour chaque instance, les résultats du système sont compatibles avec les règles de bénéfice concernant les proportions, les capacités et les contraintes de consécutivité. De plus, l'évolution du temps d'exécution et le nombre d'itérations nécessaires pour atteindre ces résultats sont avantageux et normaux en raison de la nature combinatoire du problème qui conduit à une augmentation du nombre de variables et d'équations dans la formulation mathématique de la problème de sélection des bénéficiaire des subventions d'estivage, qui conduit par conséquent à une augmentation du nombre d'opérations arithmétiques nécessaires pour trouver la solution optimale du problème. Ces résultats justifient l'efficacité de notre système d'aide à la décision et sa capacité à gérer le processus de sélection en utilisant des subventions d'estivage.

4.5.4 Discussion des résultats

A partir du tableau 4.5 et de la figure 4.1, on remarque que le ratio d'affectation est de 100 % pour toutes les catégories existantes, il est clair que notre modèle implémenté dans le système



(a) *Évolution du nombre d'itérations* (b) *Évolution du temps d'exécution*

FIGURE 4.2 – Évolution du nombre d'itérations et du temps d'exécution nécessaire pour atteindre la solution optimale

d'aide à la décision du service d'estivage fonctionne parfaitement en utilisant les données de base expérimentées, et il présente une très bonne solution pour gérer les subventions d'estivage.

Nous remarquons également que, par exemple, pour la catégorie C_3 de la session 2021, la proportion consacrée à cette catégorie est la plus petite que les bénéficiaires assignés, qui est interprétée par l'effet heuristique donné par les contraintes 4.10, qui redistribuent les subventions d'estivage non affectées sur les catégories dont leurs proportion est épuisée. À ce niveau, nous pouvons toucher l'importance de l'heuristique proposée dans la gestion des ressources et la maximisation du nombre de bénéficiaires. L'évolution du temps d'exécution et du nombre d'itérations nécessaires pour parvenir à une solution optimale est généralement normale en raison de l'aspect combinatoire du problème.

Cette expérience confirme l'aspect pratique du système d'aide à la décision proposé dans la gestion efficace des subventions d'estivage. Il offre aux adhérents une liberté illimitée de choisir le lieu et la date de camping préférés, offrant une solution polyvalente et alternative. Contrairement à l'approche restrictive soulignée dans [**?**], qui limite les adhérents à sélectionner des résidences uniquement à partir de centres de fondation, ce système leur permet d'explorer un plus large éventail d'options et de bénéficier d'une plus grande flexibilité.

Ce système a accompli les nouvelles exigences de l'ancien système, et il a donné aux adhérents de la fondation le droit de bénéficier à la fois des centres de fondation et des subventions d'estivage afin d'augmenter le nombre de bénéficiaires du service d'estivage. Les résultats générés ont été adoptés par la direction de la fondation dans son opération de sélection des bénéficiaires des subventions d'estivage pendant les sessions 2021, 2022 et 2023.

4.6 Conclusion

Dans ce travail, en utilisant la programmation et l'heuristique 0-1 entier, un système d'aide à la décision approprié pour gérer le problème de sélection des bénéficiaires des subventions d'estivage en vertu de nouvelles règles et exigences est proposé. Il constitue une solution alternative et complémentaire qui augmente le nombre de bénéficiaires de ce service, et qui garantit parfaitement la continuité du service d'estivage notamment lors de cas particuliers. Il est prouvé que le système fonctionne parfaitement en ce qui concerne la qualité des résultats générés, le temps d'exécution et le nombre d'itérations nécessaires pour obtenir la solution optimale. Les résultats générés ont été récemment validés, certifiés et déclarés par la direction de la fondation comme résultats officiels pendant la saison chaude des sessions estivales de 2021, 2022 et 2023.

Ce modèle peut être utilisé par les établissements et les fondations comme une nouvelle idée pour gérer le service d'estivage ou comme une solution alternative pour assurer la continuité des processus et des services. En adaptant cette approche à tout problème similaire rencontré, l'efficacité des résultats est garantie. Les perspectives de ce travail sont nombreuses, principalement l'utilisation des deux systèmes combinée à l'heuristique, de nouvelles approches efficaces du problème peuvent être abordées avec succès.

CHAPITRE

5

SOLUTION DÉCISIONNELLE POUR LA SÉLECTION DES ÉTUDIANTS DANS LES ÉTABLISSEMENTS UNIVERSITAIRES SÉLECTIVES.

5.1 Introduction

Ce chapitre aborde la problématique de la sélection des étudiants qui seront admis à des programmes spécifiques dans les institutions académiques, cette tâche est difficile à résoudre manuellement et devient plus compliquée et relativement impossible à résoudre manuellement lorsque le nombre de candidats est énorme. Le problème est rencontré par le conseil de plusieurs institutions académiques tout en sélectionnant les étudiants sur la base de leurs préférences et compétences. Le but de ce travail est de créer un système qui facilite l'exécution de la tâche de sélection des étudiants, gère toutes les opérations liées au processus de sélection, tout en donnant des résultats garantis, transparents et cohérents dans un délai raisonnable.

5.2 Contexte et problématique

Le problème de la sélection des étudiants dans l'environnement universitaire est une question complexe qui englobe de multiples questions. Il se manifeste comme la nécessité de choisir parmi un groupe d'étudiants potentiels ceux qui seront admis à des programmes académiques

spécifiques. Ce processus de sélection peut souvent être imprécis, mal compris ou controversé, ce qui entraîne de l'anxiété chez les candidats. De plus, les critères de sélection peuvent varier selon les programmes et les établissements, ce qui présente des défis d'équité et de cohérence. Les répercussions émotionnelles sur les élèves qui échouent, ainsi que les préoccupations au sujet de la diversité et de l'équité, sont également des aspects du problème. De plus, la forte demande pour certains programmes peut entraîner des décisions difficiles pour les comités de sélection.

L'équilibre entre l'évaluation objective des compétences et des capacités des élèves tout en tenant compte de la diversité et des facteurs subjectifs est un défi crucial à relever pour résoudre ce problème. En outre, il est crucial de fournir aux étudiants des informations complètes sur les différents domaines spécialisés disponibles et de leur permettre de faire leurs propres choix en fonction de leurs réalisations académiques, de leurs intérêts et de leurs aspirations professionnelles.

Les systèmes de sélection existants dans le domaine de l'éducation présentent diverses lacunes qui nécessitent une attention particulière. L'un des principaux problèmes est le manque de transparence qui entoure souvent ces processus. Les critères et les procédures de sélection ne sont pas toujours communiqués clairement aux candidats, ce qui peut entraîner de la confusion et soulever des questions sur l'équité du processus. De plus, certains systèmes de sélection sont sujets à des biais involontaires. Par exemple, lorsque les critères se concentrent principalement sur les résultats scolaires, ils peuvent offrir un avantage aux candidats qui ont eu accès à des ressources éducatives plus étendues, créant ainsi des inégalités. Dans les programmes hautement concurrentiels, le fardeau excessif peut également présenter des défis importants. L'impact émotionnel sur les candidats non retenus est souvent négligé mais important. Le stress émotionnel peut être élevé, surtout pour ceux qui ont investi beaucoup de temps et d'efforts dans leur demande. Un autre défaut commun est la complexité des procédures de sélection. Des processus longs et fastidieux peuvent décourager les candidats et entraver la diversité de la participation.

5.3 Structure organisationnelle des établissements d'enseignement supérieur

Les institutions académiques, dans lesquelles les programmes académiques sont centrés, jouent un rôle clé. Chaque établissement peut se spécialiser dans un domaine académique particulier, comme la science, les arts ou les affaires. Les départements, quant à eux, opèrent au sein des établissements et se concentrent sur des domaines académiques encore plus spécifiques. Ils sont responsables de l'enseignement, de la recherche et du développement de programmes d'études approfondies. Enseignants et chercheurs sont la force motrice de ces départements, offrant des cours et contribuant activement à la recherche académique. Les étudiants, la pierre angulaire de chaque institution académique, sont divisés en différents flux d'études et niveaux académiques, tous s'efforçant d'atteindre leurs objectifs éducatifs. L'administration de l'établissement comprend des services administratifs qui gèrent des aspects tels que l'inscription,

la sélection des étudiants admis à chaque programme et niveau académique, la comptabilité et les ressources humaines. Parallèlement, les services de soutien aux étudiants offrent un soutien précieux, y compris des services de conseil et d'orientation professionnelle.

En ce qui concerne le processus de sélection des étudiants pour les filières spécialisées, les unités académiques impliquées peuvent varier en fonction de la structure organisationnelle de l'établissement d'enseignement. Cependant, les principales unités académiques qui peuvent jouer un rôle clé dans ce processus sont :

- Établissement d'enseignement : Cette entité est généralement responsable de la gestion des programmes d'enseignement et des filières spécialisées. Il élabore souvent des critères de sélection propres à ses programmes et examine les demandes.
- Départements : Les départements universitaires au sein des établissements peuvent être chargés de définir des critères de sélection plus spécifiques liés à leurs domaines spécifiques. Ils peuvent également participer à l'évaluation des candidats.
- Comités de sélection : Certains établissements mettent en place des comités de sélection composés de membres du personnel enseignant et d'experts dans le domaine. Ces comités évaluent les demandes et recommandent les candidats pour l'admission dans les filières spécialisées.
- Services d'admission : Dans de nombreux établissements, un service d'admission centralisé traite les demandes des étudiants et coordonne le processus de sélection.
- Conseillers académiques : Les conseillers académiques peuvent jouer un rôle consultatif auprès des étudiants, en les aidant à choisir les filières de spécialité appropriées en fonction de leurs objectifs académiques et professionnels.
- Les organes de gouvernance de l'institution : Dans certains cas, les organes de gouvernance de l'institution, tels que les conseils d'administration ou les comités de gestion, peuvent définir des politiques générales concernant les critères de sélection et les filières spécialisées.

Ces unités académiques collaborent souvent pour élaborer des critères de sélection complets et équitables qui guident les étudiants vers les filières de spécialité appropriées qui correspondent le mieux à leurs intérêts et objectifs académiques.

5.4 Hypothèses et Règles de sélection

Les règles de sélection de base pour l'admission des étudiants aux filières spécialisées varient d'un établissement à l'autre et sont souvent spécifiques à chaque programme académique. Ces règles doivent être respectées pendant le processus de sélection pour assurer les compétences, les capacités et l'équité des étudiants admis. Ces règles sont généralement liées à la capacité de chaque filière académique, les filières spécialisées recommandées par chaque candidat si possible... Ces règles seront décrites dans les points suivants :

1. La cohérence des demandes doit être respectée. Chaque étudiant doit postuler aux filières appropriées dans un établissement d'enseignement donné.

2. La sélection à deux reprises n'est pas permise. Chaque étudiant doit être affecté au plus à un siège dans une filière académique choisi dans un établissement d'enseignement donné. En fait, un étudiant choisit un nombre fixe de filières appartenant à un établissement d'enseignement, et il est affecté au plus à un siège d'eux.
3. Les collisions ne sont pas autorisées. Dans une institution académique donnée et dans une filière académique particulière, un siège est attribué au plus à un étudiant qui a déjà choisi cette filière.
4. Le nombre maximal de sièges dans une filière particulier appartenant à un établissement d'enseignement doit être respecté. En fait, chaque filière a son propre nombre de sièges qui définit la capacité du volet, puis, le nombre d'étudiants admis dans chaque volet ne doit pas dépasser le nombre de sièges disponibles.
5. Les quotas d'étudiants ayant une série particulière de licence dans chaque filière doivent être respectés. En fait, dans un établissement d'enseignement donné, chaque filière disponible ouvre l'accès aux étudiants avec plusieurs séries de licences avec des quotas différents.
6. La priorité est donnée aux premiers choix si possible. En fait, chaque étudiant a le droit de choisir plus d'un volet dans un établissement d'enseignement donné, et il est affecté au plus à un de ces choix.

Le tableau suivant 5.1 résume les règles de sélection de base des établissements d'enseignement :

Règles basiques de sélection
— **La cohérence des demandes doit être respectée.** — **La sélection à deux reprises n'est pas permise.** — **Les collisions ne sont pas autorisées.** — **La capacité de chaque filière doit être respectée.** — **Le nombre maximal de sièges de chaque filière doit être respecté.** — **Les quotas d'étudiants ayant différents types de diplôme d'études secondaires ne doivent pas être violés.** — **La priorité aux premiers choix doit si possible être prise en compte.**

TABLE 5.1 – Règles basiques de sélection dans les établissements universitaires

La tâche de sélectionner un nombre limité d'étudiants parmi un très grand nombre de candidats, en tenant compte des compétences et des préférences de chaque étudiant, des critères de sélection et de toutes ces règles, est une tâche compliquée qui demande beaucoup de temps et un grand nombre d'employés pour préparer les listes des étudiants assignés. Par conséquent, l'automatisation de cette tâche signifie que nous réduisons le temps et les employés, qui présentent généralement des couts importants pour le département de gestion.

5.5 Modèle mathématique du problème de sélection des étudiants

Afin de formuler le problème de sélection des étudiants dans un établissement académique donné, nous utilisons des techniques de programmation en nombres entiers. Plus précisément, nous formulons ce problème comme un problème d'affectation sous contraintes avec des variables binaires, et sous des contraintes assurant la satisfaction des règles de sélection et des critères imposés par le département de gestion de l'établissement académique.

5.5.1 Caractéristiques générales du modèle

Dans notre formulation du problème de sélection des étudiants comme problème d'affectation sous contraintes est caractérisée par six paramètres principaux qui sont considérés comme élément structurel de base pour notre modèle. Ces ensembles de paramètres sont définis par :

- L'étudiant qui a le droit de postuler pour un siège dans une filière académique pour poursuivre ses études. L'ensemble de ces étudiants est désigné par S, i.e. $S = \{student\#1, student\#2, ..., student\#\,|S|\}$.
- Le siège auquel un étudiant admis est affecté pour poursuivre ses études. L'ensemble des sièges disponibles est noté A, i.e. $A = \{seat\#1, seat\#2, ..., seat\#\,|A|\}$.
- La filière académique dans lequel un étudiant poursuivra ses études. L'ensemble des filières disponibles dans un établissement d'enseignement est désigné par B, i.e. $B = \{stream\#1, stream\#2, ..., stream\#\,|B|\}$.
- Le type du baccalauréat, à partir duquel chaque étudiant obtient son diplôme, l'ensemble de tous ces types de baccalauréat est désigné par T, i.e. $T = \{type\#1, type\#2, ..., type\#\,|T|\}$.
- Le quota d'étudiants ayant un type particulier de baccalauréat dans une filière spécifique. L'ensemble des quotas possibles dans les différents flux est dénoté par Q, i.e. $Q = \{quota\#1, quota\#2, ..., quota\#\,|Q|\}$.
- Le nombre de places disponibles dans une filière universitaire qui représentent la capacité du filière. L'ensemble de ces nombres est indiqué par N, e.g. $N = \{nbr_b / b \in B\}$.

En outre, nous utilisons un ensemble de variables binaires généralement adoptées par les chercheurs pour décrire et établir des liens entre différents ensembles qui définissent la structure de base de notre formulation du programme en nombres entiers. Ces variables sont indiquées par $x_{s,a}$, où $s \in S$, et $a \in A$. La variable $x_{s,a}$ prend la valeur 1, si l'étudiant s est affecté au siège $a \in A$, et elle prend la valeur 0 dans le cas contraire.

5.5.2 Caractéristiques spéciales du modèle

Les ensembles généraux et les variables décrits ci-dessus sont relativement insuffisants pour bien décrire et détailler les liens existants de manière flexible. De plus, il ne permet pas de formuler correctement les différentes contraintes qui concrétisent les règles appliquées par le processus de sélection des étudiants. De plus, le grand nombre d'éléments dans chaque ensemble

général augmentera la complexité du modèle. Par conséquent, pour résoudre ce problème, nous définissons d'autres sous-ensembles des ensembles originaux qui nous aideront à réduire la complexité du modèle et de bien formuler les règle de sélection. Ces sous-ensembles rendront également la formulation des contraintes plus facile que les ensembles originaux.

- $A_b = \{a \in A : a$ est un siège dans la filière $b \in B$ $\}$.
- $S_b = \{s \in S : s$ est un étudiant qui a postuler pour un siège dans la filière $b \in B$ pour poursuivre ses études académiques $\}$.
- $S_t = \{s \in S : s$ est un étudiant ayant le type de baccalauréat $t \in T\}$.
- $S_{b,t} = S_b \cap S_t$.
- $B_s = \{b \in B : b$ est une filière choisit par l'étudiant $s \in S\}$.
- $B_t = \{b \in B : b =$ est une filière ouverte aux étudiants ayant la série du baccalauréat $t \in T$ $\}$.
- $T_b^{sat} = \{t \in T : t =$ est une série de baccalauréats requis pour postuler au filière $b \in B\}$ dont le quota des sièges consacrés aux étudiants ayant ce type de baccalauréat est saturé.
- $\overline{T_b^{sat}} = \{t \in T : t =$ est une série de baccalauréats requis pour postuler au filière $b \in B\}$ dont le quota des sièges consacrés aux étudiants ayant ce type de baccalauréat n'est pas saturé .
- $T_b = T_b^{sat} \cup \overline{T_b^{sat}} = \{t \in T : t =$ est une série de baccalauréats requis pour postuler au filière $b \in B\}$.
- $T_b = \{t \in T : t =$ est une série de baccalauréats requis pour postuler au filière $b \in B\}$.
- $N_b = \{n_b / b \in B : n_b$ est le nombre des sièges disponibles dans la filière académique $b\}$
- $Q_{t,b} = \{q \in Q : q =$ est le quota des sièges consacrés aux bacheliers ayant la série $t \in T$ du baccalauréat dans la filière académique $b \in B$ $\}$.
- $PA = \{(s, b) \in S \times B : (s, b) =$ est une pré-affectation dans laquelle les étudiants $s \in S$ sont affectés au filière académique $b \in B\}$.

5.5.3 Fonction objectif du Modèle

Comme nous l'avons dit plus tôt, le problème de sélection des étudiants est défini comme le processus de sélection des étudiants vérifiant certaines règles et conditions, et dont certains critères les caractérisent des autres étudiants. Dans notre cas, nous caractérisons les élèves en utilisant un coefficient de pondération $w_{s,b}$ qui identifiera chaque élève, et qui dépendra directement du rendement scolaire, des intérêts, des aspirations de carrière, et la filière choisie b de chaque étudiant s. Étant donné que les règles et critères de sélection diffèrent d'un établissement d'enseignement à l'autre, le détail de la méthode de calcul de ce coefficient de pondération est donné dans l'étude de cas au paragraphe **??**, dans lequel nous spécifions l'établissement d'enseignement, sa structure organisationnelle et toutes les autres caractéristiques qui permettent de définir la méthode de calcul appropriée des coefficients de pondération. En général, la fonction objective de notre modèle est donnée par l'équation suivante 5.1 :

$$\forall b \in B : \quad Maximize \left\{ \sum_{s \in S_b} \sum_{a \in A_b} w_{s,b} x_{s,a} \right\}. \tag{5.1}$$

Avec :

— B : L'ensemble des filières disponibles dans un établissement d'enseignement.

— S_b : L'ensemble des étudiants postulant pour la filière b.

— A_b : L'ensemble des sièges disponibles dans la filière b.

Cette fonction vise à sélectionner les étudiants ayant un coefficient de poids maximal parmi tous les autres étudiants. Le coefficient de pondération est calculé de façon à ce que chaque élève ait son propre coefficient de pondération qui doit être distinct de tous les autres coefficients de pondération de des autres étudiants.

5.5.4 Contraintes du modèle

En général, les contraintes reflètent les règles et les exigences respectées par le problème étudié. Dans cette section, nous présentons la formulation mathématique des contraintes. Nous subdivisons ces contraintes en quatre ensembles principaux, chacun composé d'un certain nombre d'équations.

Contraintes d'unicité

— Cet ensemble de contraintes garantit que, dans un établissement d'enseignement, chaque étudiant sera affecté au plus à un siège dans un flux de ses choix. Cette contrainte est donnée par l'équation suivante :

$$\forall b \in B, \ \forall s \in S_b : \ \sum_{a \in A_b} x_{s,a} \leq 1. \tag{5.2}$$

— Cet ensemble de contraintes assure que, pour chaque filière, un siège soit attribué à un et un seul étudiant qui fait l'objet d'une demande pour cette filière, Cette règle est formulée par l'équation suivante :

$$\forall b \in B, \ \forall a \in A_b : \ \sum_{s \in S_b} x_{s,a} \leq 1. \tag{5.3}$$

Contraintes de capacité

— Dans une filière spécifique, le nombre d'étudiants admis est limité. Ainsi, le nombre d'étudiants affectés à une filière ne doit pas dépasser le nombre des sièges disponibles dans cette filière.

$$\forall b \in B : \ \sum_{s \in S_b} \sum_{a \in A_b} x_{s,a} \leq n_b. \tag{5.4}$$

Où :

— n_b : le nombre des sièges disponibles dans la filière b.

— Pour chaque filière $b \in B$, le nombre des étudiants ayant un type particulier de baccalauréat et affectés à des sièges dans la filière b ne doit pas dépasser le quota de sièges consacrés aux étudiants ayant ce type de baccalauréat dans la filière b, autrement dit :

$$\forall b \in B,\ \forall t \in T_b : \sum_{s \in S_{b,t}} \sum_{a \in A_b} x_{s,a} \leq q_{t,b}. \tag{4.5'}$$

Avec :

— T_b : L'ensemble de touts les types de baccalauréat requises pour postuler à la filière b.

— $S_{b,t}$: L'ensemble des étudiants postulant pour la filière $b \in B$ et ayant le type t du baccalauréat.

— $q_{t,b}$: Le quota de sièges consacrés aux bacheliers ayant la série de baccalauréat t dans la filière b.

— Dans plusieurs cas, certains étudiants titulaires de certains types de baccalauréat dans certains filières ne dépassent pas leurs quotas consacrés de sièges, ce qui peut générer des sièges inoccupés dans ces filières. Afin de maximiser l'utilisation des ressources académiques, nous redistribuons ces sièges inoccupés sur les autres élèves titulaires d'autres types de baccalauréat dont leurs quotas de sièges sont épuisés. cette propriété peut être ajoutée en remplaçant les contraintes 4.5' par les contraintes 5.5 :

$$\forall b \in B,\ \forall t \in T_b : \sum_{s \in S_{b,t}} \sum_{a \in A_b} x_{s,a} \leq q_{t,b} + p_{t,b}. \tag{5.5}$$

Où $p_{t,b}$ est calculé suivant la méthode suivante :

— Pour chaque filière $b \in B$ et type du baccalauréat $t \in \overline{T_b^{sat}}$, nous calculons le nombre de sièges inoccupés dans la filière b consacré aux étudiants titulaires du baccalauréat t :

$$r_{b,t} = q_{b,t} - |S_{b,t}|$$

— Après, nous calculons le nombre total de sièges inoccupés dans la filière b :

$$r_b = \sum_{t \in \overline{T_b^{sat}}} r_{b,t}$$

— Ensuite, nous redistribuons ce nombre des sièges inoccupés sur les étudiants titulaires du type de baccalauréat $t \in T_b^{sat}$ en utilisant la formule suivante :

$$h_{b,t} = \left[\frac{r_b}{|T_b^{sat}|} \right]$$

Où $[x]$ désigne la partie entière de x.

— La division entière génère un reste noté rem_b qui sera également redistribué sur les

étudiants titulaires du type de baccalauréat $t \in T_b^{sat}$ en utilisant la formule suivante :

$$p_{c,f} = \begin{cases} h_{b,t} + 1 & t_i \in \{t_i \in T_b^{sat} : i = 1, ..., rem_b\} \\ h_{b,t} & t_i \in \{t_i \in T_b^{sat} : i = rem_b + 1, ..., |T_b^{sat}|\} \end{cases} \tag{5.6}$$

Contraintes de consécutivité

— **Contraintes de consécutivité des choix des étudiants :** Pour chaque étudiant, la priorité aux premiers choix doit être prise en compte. En effet, chaque étudiant souhaite satisfaire son premier choix avant le second, etc. Cette règle peut être formulée par l'équation suivante :

$$\forall s \in S,\ \forall b_i \in B_s (i = 1, ..., |B_s| - 1) : \sum_{a \in A_{b_{i+1}}} x_{s,a} \leq \sum_{a \in A_{b_i}} x_{s,a} \tag{5.7}$$

— **Contraintes de consécutivité des compétences des étudiants :** Cet ensemble de contraintes garantit que la priorité est donnée aux étudiants compétents. En ce sens, les étudiants qui ont le coefficient de poids le plus élevé seront affectés à un siège de ses filières choisis. La contrainte suivante formule mathématiquement cette règle :

$$\forall s, r \in S,\ \forall b \in B_s \cap B_r (w_{s,b} < w_{r,b}) : \sum_{a \in A_b} x_{s,a} \leq \sum_{a \in A_b} x_{r,a} + \sum_{b' \in B_s \cap B_r \setminus \{b\}} \sum_{a \in A_{b'}} x_{r,a} \tag{5.8}$$

Où :

— $w_{s,b}$: Le coefficient poids de l'étudiant s.

Contraintes de pré-affectation

— Cet ensemble de contraintes garantit que certains étudiants seront affectés à un siège dans une filière de leurs choix et pourraient être utilisés soit pour la pré-affectation des étudiants, soit pour mieux gérer et réduire la complexité et les difficultés informatiques. Ces contraintes sont formulées par l'équation suivante :

$$\forall (s, b) \in PA : \sum_{a \in A_b} x_{s,a} = 1. \tag{5.9}$$

Où :

— PA : L'ensemble des pré-affectation des étudiants $s \in S_b$.

5.5.5 Détermination des coefficients de pondération

Généralement, les coefficients de poids sont calculés en fonction de plusieurs paramètres, ces paramètres sont techniquement définis pour éviter des cas particuliers comme des étudiants

ayant les mêmes coefficients de poids dans la même filière, qui vont dégénérer le problème. Pour cela, notre méthode proposée pour calculer ces coefficients de poids des étudiants est basée sur des critères détaillés considérant plusieurs paramètres relatifs au programme scolaire de chaque étudiant et au filière choisi. Cette méthode améliore l'ancienne méthode de calcul du coefficient de poids des étudiants candidats qui permet une confirmation définitive des étudiants méritant d'être affectés sans aucune dégénérescence.

5.6 Étude de cas réelle

Afin de démontrer l'efficacité de notre modèle proposé pour résoudre le problème de sélection des étudiants dans les institutions académiques, les classes préparatoires marocaines sont utilisées comme sujet d'une étude de cas réel.

5.6.1 Présentation des classes préparatoires marocaines

Les classes préparatoires marocaines sont un ensemble d'institutions académiques affiliées au ministère marocain de l'éducation. Ils constituent un cycle post-baccalauréat de deux années. Afin de fournir un environnement socio-éducatif favorable et de renforcer l'équité entre les étudiants, le système d'internat est généralisé à tous les centres des classes préparatoires. Il y a 29 centres préparatoires publics affiliés au ministère de l'éducation, chacun ayant ses propres filières et capacités académiques d'admission. La mission principale du conseil d'administration des classes préparatoires est de sélectionner, parmi un grand nombre d'étudiants candidats, des étudiants exceptionnels ayant des compétences plus élevées et des critères requis pour accéder aux classes préparatoires.

Les classes préparatoires sont des filières d'enseignement supérieur sélectifs qui admettent des étudiants avec des normes académiques élevées. Ils sont généralement logés dans des collèges. Les classes préparatoires visent à augmenter les taux de réussite aux concours d'entrée des grandes écoles de commerce et d'ingénierie. La mission principale du système des classes préparatoires est de participer à la formation d'une élite nationale qualifiée pour diriger le développement scientifique et technologique du pays. Sur une période scolaire de deux années, les classes préparatoires offrent une formation de niveau équivalent aux programmes d'études supérieures. Les élèves acquièrent de solides connaissances générales qui leur permettent :

- S'approprier une méthodologie de travail basée sur l'organisation, l'investigation, l'initiative personnelle et la persévérance.
- Développer l'autonomie et les compétences de pensée et de raisonnement ainsi que la communication.
- S'adapter à différentes situations problématiques.
- Se familiariser graduellement avec les situations nécessitant un effort soutenu qui peuvent survenir au cours de leur formation ultérieure et pendant l'exercice de leur profession.

Les classes préparatoires sont divisées en deux pôles principaux : un pôle scientifique et technologique et un pôle économique et commercial. Les classes préparatoires en sciences et

technologie sont classées en 3 options, tandis que le deuxième pôle (économie et commerce) offre 2 options, comme le montre le tableau suivant 5.2 :

pôles	Désignation
Scientifique et technologique	Mathématiques, Physiques et sciences de l'ingénieur
	Physique, chimie et sciences de l'ingénieur
	Technologie et sciences industrielles
Économique et commerce	Économie et commerce, option scientifique
	Économie et commerce, option technologique

TABLE 5.2 – Principaux pôles des classes préparatoires

5.6.2 Voies d'accès aux classes préparatoires

Il est basé sur la nationalité de l'étudiant et l'institution à partir de laquelle l'étudiant a reçu son diplôme de baccalauréat, l'accès aux classes préparatoires est organisé de 3 voies :

- Pour les titulaires d'un baccalauréat marocain, l'accès aux classes préparatoires est réglementé par une lettre ministérielle. Il précise les procédures et les étapes à suivre pour la demande ainsi que toutes les procédures de sélection et d'enregistrement.
- Pour les étudiants de nationalité marocaine titulaires d'un baccalauréat étranger, les dossiers de candidature sont évalués au niveau des services centraux par une commission spéciale. Une vingtaine de places, tous cours confondus, sont réservées chaque année à cette catégorie de candidats.
- Pour les étudiants de nationalité étrangère ayant un baccalauréat étranger, l'Agence marocaine de coopération internationale (AMCI) centralise les dossiers de candidature. Il gère également le quota réservé à cette catégorie de candidats, une centaine de places étant réservées à ces candidats dans les filières d'études.

Dans ce travail, nous nous concentrerons uniquement sur la première voie, car les deuxième et troisième voies sont faciles à gérer vue que le nombre de places et de candidatures est relativement faible. Cependant, la première façon d'accéder aux classes préparatoires est si difficile et impossible à gérer manuellement. Dans la section suivante, nous expliquerons plus en détail la complexité de ce problème en présentant des statistiques relatives à la tâche de sélection des étudiants pour faire partie des classes préparatoires en utilisant la première méthode.

5.6.3 Énoncé du problème de sélection des étudiants aux classes préparatoires

Le problème de sélection des étudiants aux classes préparatoires est défini comme le processus de sélection des étudiants admis aux classes préparatoires pour poursuivre leurs études de premier cycle dans une filière spécifique. La structure organisationnelle des classes préparatoires au Maroc impose certaines conditions et critères qui doivent être appliqués lors du processus

de sélection. En d'autres termes, le problème est défini selon plusieurs règles et exigences qui doivent être présentes chez les étudiants admis. Ces règles permettent de sélectionner les élèves qualifiés en fonction de l'historique de leurs performances scolaires, comme la note totale du baccalauréat, le nombre d'années répétées par un élève pendant la période du baccalauréat...

Le processus de sélection des étudiants est une tâche annuelle. Chaque année après les examens du baccalauréat, le département de gestion des classes préparatoires commence par annoncer le délai de candidature pour les étudiants du baccalauréat. Ces derniers postulent à un siège dans leur filière préféré. En plaçant des demande de candidature dans le portail du site Web, chaque étudiant remplit une forme de champs contenant des informations principales et des critères nécessaires pour qualifier les niveaux de compétence des étudiants. Ces critères sont principalement basés sur l'historique scolaire des étudiants, leurs compétences et leurs capacités. Ainsi, notre travail vise principalement à concevoir un système d'aide à la décision capable de gérer différentes tâches liées au processus de sélection de manière intelligente, et dans un délai raisonnable...

Depuis 2014, le nombre de demandes d'accès aux classes préparatoires a augmenté comme le montrent le tableau 5.3 et la figure 5.1, et le problème de sélection est devenu de plus en plus difficile à résoudre. En effet, le nombre de candidats aux classes préparatoires est énorme par rapport au nombre de places disponibles ; en outre, la sélection des étudiants admis se fait sous plusieurs contraintes, qui augmente la complexité du problème de sélection des étudiants en tant que problème d'optimisation combinatoire.

Options	Mathématiques, physique et sciences de l'ingénieur		Physique, chimie et sciences de l'ingénieur		Technologie et sciences industrielles		Économie et commerce, Option scientifique		Économie et commerce, option technologique		nombre total des étudiants	
Année	Demandes	Admis	Demandes	Admis	Demandes	Admis	Demandes	Admis	Demandes	Admis	Demandes	Admis
2014	26356	1775	30409	743	2096	484	19736	70	20066	789	98663	3861
2015	25515	1779	29677	709	2147	520	22544	62	21051	978	100934	4048
2016	31060	1804	31937	723	2556	551	23513	68	24177	937	113243	4083
2017	22323	1822	25966	729	1887	557	20306	62	18306	1017	88788	4187
2018	28200	1858	26933	682	1833	549	26041	350	3812	713	86819	4152
2019	33366	1914	32243	693	1922	600	30892	383	4691	793	103114	4383
2020	31646	1899	31518	693	2363	594	24892	405	5276	743	95695	4334

TABLE 5.3 – Description d'évolution du nombre d'étudiants demandés et assignés au cours des dernières années.

5.6.4 Structure organisationnelle des classes préparatoires

L'hébergement des classes préparatoires est effectué par certaines institutions nationales d'éducation publique, une institution qui accueille des classes préparatoires est appelée un établissement / centre d'hébergement. Chaque école d'hébergement accueille des étudiants de régions spécifiques. Dans chaque province, une direction scolaire est chargée d'organiser et de superviser les étudiants inscrits dans les écoles secondaires subordonnées à cette direction

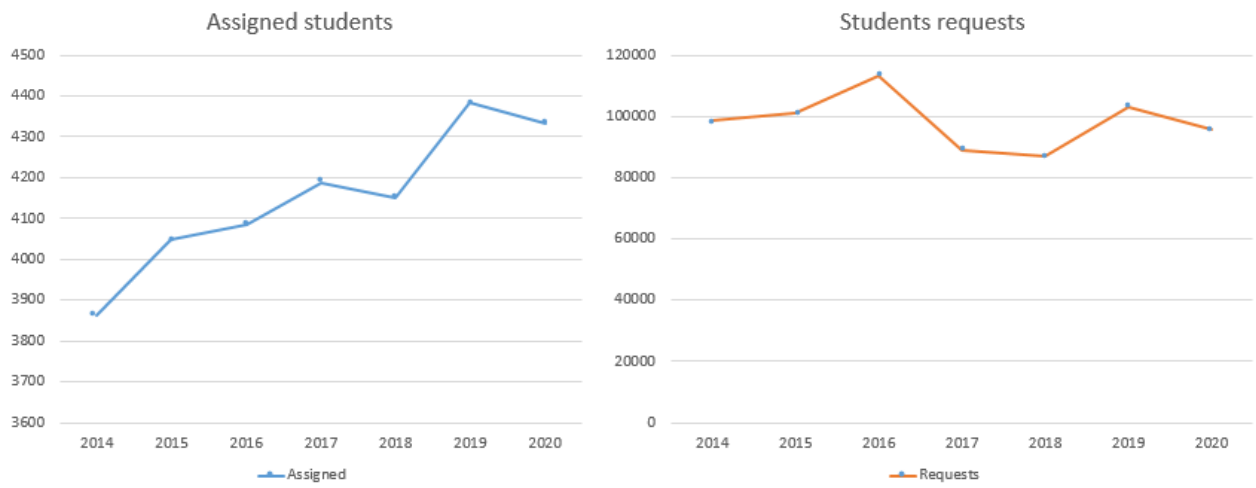


FIGURE 5.1 – Description d'évolution du nombre d'étudiants demandés et assignés au cours des dernières années.

scolaire. Par exemple, le centre MOHAMMED V BENI MELLAL accueille les étudiants des écoles secondaires de trois directions régionales : BENI MELLAL, AZILAL et FEQIH BEN SALEH. Le nombre d'étudiants accueillis par chaque école d'accueil est limité en fonction de la capacité du centre. Chaque centre contient un certain nombre de filières académiques, et à chaque filière académique est caractérisée par sa capacité présentée par le nombre spécifié d'étudiants en ce qui concerne le nombre de sièges disponibles dans ce filière. Le tableau suivant 5.4 décrit les données de 4 centres pendant 3 ans.

Centre	Filières disponibles	Nombre de demandes
Lycée Moulay Idriss (Fez)	MPSI	4532
	PCSI	6725
	ECT	799
Lycée Mohmmed V (Casablanca)	MPSI	7503
	PCSI	7974
Lycée Moulay Ismael (Meknes)	ECS	5290
	ECT	812
Lycée technique (Mohammedia)	MPSI	7271
	TSI	728

TABLE 5.4 – Description des données des centres au cours de l'année 2023.

Les conditions de candidature pour accéder aux classes préparatoires sont définies comme suit : l'étudiant doit être en dernière année du baccalauréat dans un établissement public ou privé marocain accrédité par l'état marocaine, et l'âge de l'étudiant ne doit pas dépasser 21 ans au 31 décembre de l'année en cours.
Notez que chaque élève est caractérisé par :

- Le nombre d'années répétées dans la phase du baccalauréat.
- Âge, spécialité et note totale de l'étudiant.
- Une note attribuée par le conseil de classe.

— Une moyenne qualifiante des matières est calculée en fonction des filières scolaires choisies.

Étant donné que le nombre des sièges dans chaque filière éducative disponible dans un centre d'hébergement est très limité et que le nombre d'étudiants candidats dans chaque filière éducative est très important, la tâche de sélection des étudiants qualifiés devient très compliquée. Dans la section suivante, nous désignons les règles à suivre lors du processus de sélection.

5.6.5 Description de données

Dans cette partie expérimentale, nous testons notre modèle en utilisant les données de 6 centres de classes préparatoires, où chaque centre se caractérise par :

— Filières disponibles dans ce centre.

— Type de baccalauréat requise pour accéder à chaque filière.

— Quota de sièges consacré aux titulaires de chaque série du Baccalauréat.

— Nombre de sièges disponibles dans chaque filière dans ce centre.

Comme nous l'avons indiqué dans la section de calcul des coefficients de poids, chaque étudiant est caractérisé par un coefficient de poids qui l'identifie d'une manière unique. Dans cette section, nous utilisons plusieurs paramètres dans la formulation du coefficient de poids et pour décrire les données. Le tableau suivant 5.5 montre la signification de ces paramètres :

Désignation	Paramètre	Signification
Filière	MPSI	Mathématiques, physique et sciences de l'ingénieur
	PCSI	Physique, chimie et sciences de l'ingénieur
	TSI	Technologie et sciences industrielles
	ECT	Économie et commerce, option technologique
	ECS	Économie et commerce, Option scientifique
Type du Baccalauréat	SM	Sciences Mathématique
	SX-SP	Sciences expérimentales-sciences physiques
	SX-SVT	Sciences expérimentales-Sciences de la vie et de la terre
	SX-SA	Sciences expérimentales-Sciences agricoles
	SE	Sciences économique
	STE	Science et technologie électriques
	STM	Technologie et sciences mécaniques
	SGC	Sciences de la gestion comptable

Table 5.5 – Significations des paramètres utilisés

Le tableau suivant 5.6 illustre les données qui caractérisent chacun des centres :

Concernant les données des étudiants, chaque étudiant est caractérisé par un coefficient de pondération. Ce dernier est calculé sur la base de plusieurs paramètres. La méthode de calcul de ce coefficient de poids est donnée par l'équation suivante :

Centre	Filière	Capacité	Nombre des demandes	Type du Baccalauréat	Nombre des demandes	Quotas des sièges	Disponibilité
Lycée Moulay Idriss (Fez)	MPSI	140	15281	SM	1328	90%	126
				SX-SP	13953	10%	14
	PCSI	68	6724	SM	1234	40%	27
				SX-PC	5328	40%	27
				SX-SVT and SX-SA	162	20%	14
	ECT	72	799	SE	721	75%	54
				SGC	78	25%	18
Lycée Mohmmed V (Casablanca)	MPSI	175	7544	SM	5474	90%	157
				SX-PC	2070	10%	18
	PCSI	70	7975	SM	1346	40%	28
				SX-PC	6428	40%	28
				SX-SVT and SX-SA	201	20%	14
Lycée Moulay Ismael (Meknes)	ECS	72	5137	SM	982	50%	36
				SX-SP	4155	50%	36
	ECT	72	812	SE	728	75%	54
				SGC	84	25%	18
Lycée technique (Mohammedia)	MPSI	64	7271	SM	1830	90%	57
				SX-SP	5441	10%	7
	TSI	96	727	STE	486	70%	67
				STM	241	30%	29

TABLE 5.6 – Caractéristiques des données étudiées

$$\forall s \in S, \forall b \in B_s : \; w_{s,b} = N_1 + (N_2 - 10) + \frac{170 * N_3}{20} + \frac{10 * N_4}{20} + N_5 + N_6 \tag{5.10}$$

Avec :

— $N_1 = \begin{cases} 0, & \text{si l'élève correspondant a répété} \\ & \text{une année dans la deuxième année du cycle du baccalauréat.} \\ 5, & \text{si l'élève correspondant a répété} \\ & \text{une année dans la première année du cycle du baccalauréat} \\ 10, & \text{dans le cas contraire.} \end{cases}$

— $N_2 = \dfrac{M_1 + 2 * M_2}{3}$ Où :

  — M_1 : La note de réussite achevée en première année du cycle du baccalauréat.

  — M_2 : La note de réussite achevée en deuxième année du cycle du baccalauréat.

— N_3 : La moyenne qualifiante des sujets pour chaque filière. Par exemple, pour la filière MPSI, le paramètre N_3 est calculé à l'aide de l'équation :

$$N_3 = \frac{4M + 3Phy + 0,5LV_2 + 1Fr + 0,5Ar}{9}$$

Où M, Phy, Lv_2, Fr, et Ar sont les notes obtenues à l'examen final de la deuxième année, c'est-à-dire dans les matières considérées pour accéder au filière MPSI :

— M : La moyenne des mathématique.

— Phy : La moyenne des physiques.

— Ar : La moyenne de la langue arabe.

— Fr : La moyenne de la langue française.

  - LV_2 : La moyenne de la langue anglaise.
- N_4 : Une note attribuée par le conseil de classe (notée sur 25).
- $N_5 = \frac{|B_s| - ord_b}{|B_s|}$: Une note qui tient compte du rang de la filière choisie, où $|B_s|$ est le nombre de choix possibles.
- $N_6 = \frac{t_{max} - t_s}{t_{max} - t_{min}}$: Une note qui tient compte de la date exacte de candidature des étudiants. Avec :
  - t_{max} : Date limite de soumission des candidatures sur le site.
  - t_{min} : Date de début de soumission de la candidature sur le site web.
  - t_s : Date de soumission exacte de la candidature de l'étudiant s sur le site Web.

Derrière cette formulation de ce coefficient de poids, une condition importante qui doit être satisfaite pour identifier chaque étudiant d'une manière unique. En fait, N_1 , N_2 , N_3 et N_4 sont des notes qui peuvent être égales pour les mêmes élèves, alors quand est le cas, les notes N_5 , N_6 permettent de différencier strictement entre ces étudiants.

A ce niveau, ces données sont suffisantes pour générer tous les coefficients de poids nécessaires à l'optimisation de la fonction objectif.

5.7 Résultats et discussion

Cette section expérimentale vise à démontrer et à prouver l'efficacité et la capacité de notre modèle à résoudre les conflits et les défis rencontrés dans la gestion du processus de sélection des étudiants dans les établissements d'enseignement. Les résultats présentés dans cet article explorent tous les aspects relatifs à la satisfaction des demandes des étudiants vis-à-vis des règlements établis par le département de gestion des classes préparatoires. Ces résultats proviennent d'une étude de cas réalisée à partir de données réelles des classes préparatoires marocaines.

5.7.1 Environnement de calcul

L'algorithme de résolution utilisé pour obtenir les résultats d'affectation est codé en langage java Jee sous eclipse IDE en utilisant le progiciel d'optimisation IBM ILOG CPLEX Optimization Studio qui fournit des outils performants spécialisés dans la résolution de problèmes d'optimisation.

Tous les tests et résultats de calcul rapportés dans cette section expérimentale sont effectués dans un ordinateur portable personnel caractérisé par un processeur Intel(R) core(TM) i7-3612 QM avec 2,10 GHz et 8 Go de RAM dans un système d'exploitation Windows 10. Ceux-ci sont considérés comme suffisants pour réaliser toutes sortes de tâches afin de produire des résultats d'affectation des étudiants aux sièges disponibles dans cette étude de cas.

5.7.2 Présentation des résultats

Dans cette partie, nous présentons les résultats de notre modèle sur les données des quatre centres de classes préparatoires. Ces résultats ont été évalués à l'aide de deux mesures pertinentes : les temps d'exécution et les taux d'affectation présentés par l'équation suivante :

$$\tau = \frac{Ass}{Av} \tag{5.11}$$

Où Ass désigne le nombre d'étudiants admis, et Av désigne le nombre de places disponibles dans un contexte approprié. Ces résultats sont présentés dans le tableau suivant 5.7 :

Centre	Filière	Capacité	Nombre des admis	Série du Baccalauréat	Disponibilité	Nombre des admis	Taux d'affectation	E-time (sec)
Lycée Moulay Idriss (Fez)	MPSI	140	15281	SM	126	126	100%	34211.72
				SX-SP	14	14	100%	
	PCSI	68	6724	SM	27	27	100%	
				SX-PC	27	27	100%	
				SX-SVT and SX-SA	14	14	100%	
	ECT	72	799	SE	54	54	100%	
				SGC	18	18	100%	
Lycée Mohmmed V (Casablanca)	MPSI	175	7544	SM	157	157	100%	32278.98
				SX-PC	18	18	100%	
	PCSI	70	7975	SM	28	28	100%	
				SX-PC	28	28	100%	
				SX-SVT and SX-SA	14	14	100%	
Lycée Moulay Ismael (Meknes)	ECS	72	5137	SM	36	36	100%	26773.81
				SX-SP	36	36	100%	
	ECT	72	812	SE	54	54	100%	
				SGC	18	18	100%	
Lycée technique (Mohammedia)	MPSI	64	7271	SM	57	57	100%	26118.40
				SX-SP	7	7	100%	
	TSI	96	727	STE	67	67	100%	
				STM	29	29	100%	

TABLE 5.7 – Résultats de notre approche

On peut bien remarquer que l'application de notre modèle de sélection des étudiants dans les institutions académiques sur les données réelles des classes préparatoires aux grandes écoles marocaines génère un taux d'affectation de 100% pour tous les filières, cela signifie que toutes les affectations des étudiants au sièges disponibles et le respect des contraintes de ressources, de capacité, de quotas, et de préférences ont été réalisées de manière optimale, sans aucune violation de contraintes ou des règles de sélection, et il maximisent bien la fonction objectif spécifié. Cela prouve l'efficacité de notre modèle et son adaptabilité à la résolution des problèmes similaires de sélection des étudiants.

5.7.3 Comparative study

Afin de démontrer la puissance et l'efficacité de notre modèle pour relever les défis de sélection des étudiants rencontrés dans les établissements universitaires et sa capabilité de remplacer le système traditionnel existant, nous avons effectué une analyse comparative entre les résultats obtenus par notre modèle et ceux issus des méthodes traditionnelles utilisées par

le département de gestion des classes préparatoires en utilisant le même ensemble de données réelles. Cette comparaison 5.9 sert de solide validation de l'efficacité de notre approche pour améliorer le processus de sélection. En juxtaposant les résultats obtenus par notre modèle avec ceux obtenus par les méthodes traditionnelles, nous pouvons discerner les avantages et les améliorations potentielles offertes par notre modèle. Cette évaluation comparative met non seulement en évidence la performance et la précision de notre modèle, mais souligne également son potentiel pour gérer le processus de sélection des étudiants, ouvrant la voie à des pratiques plus simplifiées et efficaces au sein des établissements d'enseignement.

TABLE 5.8 – Étude comparative des résultats de notre approche et celle de l'approche traditionnelle utilisée

Centre	Filière	Série du Baccalauréat	Disponibilité	Notre méthode	Méthode traditionnelle
Lycée Moulay Idriss (Fez)	MPSI	SM	126	126	126
		SX-SP	14	14	14
	PCSI	SM	27	27	27
		SX-PC	27	27	27
		SX-SVT and SX-SA	14	14	14
	ECT	SE	54	54	54
		SGC	18	18	18
Lycée Mohmmed V (Casablanca)	MPSI	SM	157	157	157
		SX-PC	18	18	18
	PCSI	SM	28	28	28
		SX-PC	28	28	28
		SX-SVT and SX-SA	14	14	14
Lycée Moulay Ismael (Meknes)	ECS	SM	36	36	36
		SX-SP	36	36	36
	ECT	SE	54	54	54
		SGC	18	18	18
Lycée technique (Mohammedia)	MPSI	SM	57	57	57
		SX-SP	7	7	7
	TSI	STE	67	67	67
		STM	29	29	29

TABLE 5.9 – Étude comparative des résultats de notre approche et celle de l'approche traditionnelle utilisée.

D'après cette comparaison, les résultats obtenus sont exactement les mêmes que ceux trouvés par le système traditionnel actuel. Ces résultats présentent une forte preuve de l'efficacité de notre système par rapport au système actuel et sa capabilité de remplacer le système actuel qui repose sur des techniques traditionnelles de bureautique, et qui, non seulement consomment beaucoup de temps, mais également mobilisent un grand nombre de ressources humaines. Ainsi, les résultats obtenus confirment la pertinence et l'efficience de notre système, soutenant ainsi la proposition de remplacement du système existant, ce qui permet d'achever notre principal objectif qui tourne autour du principe d'automatisation des processus administratifs dans les direction, les institutions, et les entreprises. .

5.8 Conclusion

Dans ce chapitre, on a abordé la problématique de la sélection des étudiants qui seront admis à des programmes spécifiques dans les institutions académiques, cette tâche est difficile

à résoudre manuellement et devient plus compliquée et relativement impossible à résoudre manuellement lorsque le nombre de candidats est énorme. Le problème est rencontré par le conseil de plusieurs institutions académiques tout en sélectionnant les étudiants sur la base de leurs préférences et compétences. Le but était de créer un système qui facilite l'exécution de la tâche de sélection des étudiants, gère toutes les opérations liées au processus de sélection, tout en donnant des résultats garantis, transparents et cohérents dans un délai raisonnable. Cet objectif est maintenant atteint en utilisant notre modèle mathématique qui reflète et formule les ressources, les capacités, les règles d'accès et de sélection trouvées dans la plupart des institutions académiques, et automatise le processus de sélection des étudiants. Ce problème est formulé comme un problème d'affectations linéaires, sous des contraintes assurant la capacité, la préférence, les compétences des étudiants, les règles d'accès et les critères de sélection définis dans chacun des programmes des institutions académiques.

Une étude de cas réel a été effectué sur les données de la session de 2023 pour générer les étudiants admis dans les classes préparatoires au grandes écoles marocaine. Notre système est bien généré de très bon résultats avec un taux d'affectation de 100% pour tous les filières, ce qui a été interprété par le fait que toutes les affectations des étudiants au sièges disponibles et le respect des contraintes de ressources, de capacité, de quotas, et de préférences ont été réalisées de manière optimale, sans aucune violation de contraintes ou des règles de sélection. Ce qui a prouvé ainsi l'efficacité de notre modèle, son adaptabilité, et sa capabilité de remplacer le système actuel qui repose sur des techniques traditionnelles de bureautique, qui consomment beaucoup de temps, et mobilisent un grand nombre de ressources humaines.

CHAPITRE

6

EXPLOITATION DE LA PUISSANCE DES RÉSEAUX DE HOPFIELD CONTINU ET DE L'ALGORITHME K-MEANS MODIFIÉ POUR L'OPTIMISATION

6.1 Introduction

La programmation en nombres entiers est une technique d'optimisation puissante qui peut être utilisée pour résoudre un large éventail de problèmes de recherche opérationnelle à l'optimalité. La programmation en nombres entiers permet de modéliser les variables de décision en tant que valeurs discrètes (nombres entiers), ce qui convient aux problèmes où les décisions doivent être prises en unités entières (p. ex., nombre de véhicules, nombre d'installations à ouvrir, affectation des tâches aux ressources). Bien que les méthodes exactes de programmation en nombres entiers garantissent une solution optimale, elles peuvent devenir intensives en calcul et peu pratiques pour les problèmes à grande échelle en raison de la nature combinatoire de la programmation entière.

Pour certains problèmes, en particulier ceux avec des grandes tailles ou des structures complexes, il peut être difficile de trouver une solution optimale dans un délai raisonnable en utilisant des méthodes exactes de programmation en nombres entiers. Dans de tels cas, des algorithmes heuristiques, métaheuristiques ou d'autres méthodes sont souvent utilisés pour trouver des solutions quasi-optimale, de bonne qualité dans un délai raisonnable, même si elles

ne garantissent pas l'optimalité. Ces techniques sont particulièrement utiles pour les problèmes où la solution exacte est difficile à obtenir ou où les ressources informatiques sont limitées.

Le reste de ce chapitre se concentre sur l'utilisation d'une nouvelle méthode pour résoudre les problèmes de recherche opérationnelle introduisent dans le premier chapitre introductif : le problème d'emplacement des installations sans capacité, et le problème de Routage du Véhicule avec Capacité. Le premier consiste à résoudre le problème d'emplacement des installations sans capacité en utilisant le problème d'ensemble stable maximum, le réseau de Hopfield continu et un algorithme K-means modifié. Et le second consiste à utiliser presque la même méthode pour optimiser le nombre de véhicules pour traiter le Problème de Routage du Véhicule avec Capacité avant de le résoudre.

6.2 Définitions et mise en évidence

Notre approche s'appuie principalement sur trois outils permettant d'atteindre nos objectives liées à la résolution des problèmes cités dans la partie introductive. Dans cette section, nous définissons brièvement ces outils clé de notre approche.

6.2.1 Problème d'ensemble Stable Maximal

Le problème d'ensemble Stable Maximal (MSSP) est un problème classique dans la théorie des graphes qui consiste à déterminer le plus grand ensemble de nœuds dans un graphe de sorte qu'aucun couple de nœuds de cet ensemble ne sont connectés [98]. Plus formellement, soit $G = (V, E)$ un graphe non orienté où V indique les nœuds définis et E les bords définis, un ensemble stable S est un sous-ensemble de V où chaque couple de nœuds dans S ne sont pas adjacents (voir Figure **??**).

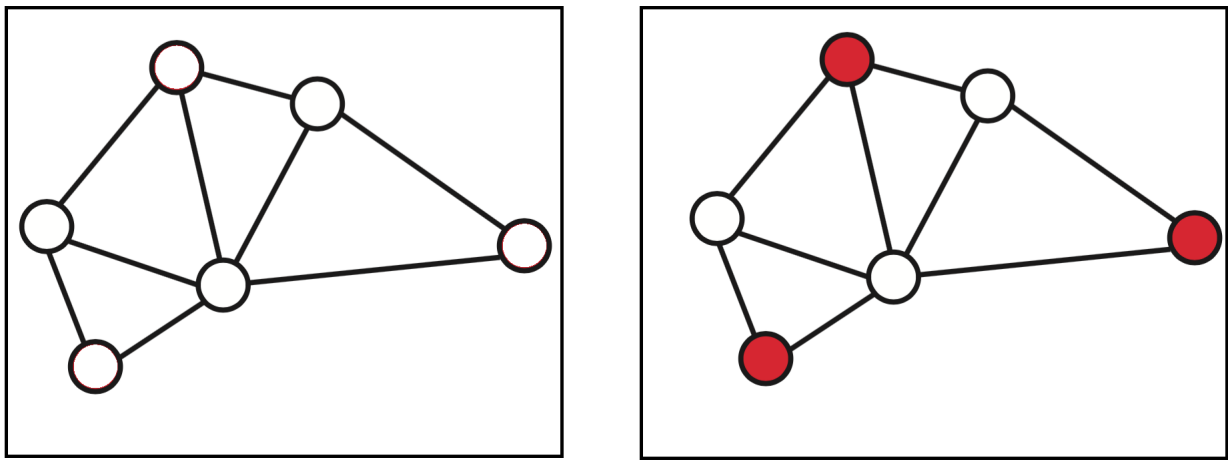


FIGURE 6.1 – Exemple d'un ensemble stable maximal d'un graphe.

Le MSSP consiste à identifier un ensemble stable S contenant le plus grand nombre de nœuds. Le MSSP est un problème NP-complet, c'est-à-dire qu'il n'y a pas d'algorithme de temps

polynomial connu permettant de résoudre le problème exactement pour toutes les instances [99]. Cependant, il existe divers algorithmes heuristiques et d'approximation qui peuvent fournir de bonnes solutions dans la pratique [100].

Un algorithme heuristique bien connu pour le MSSP est l'algorithme greedy [101]. L'algorithme démarre avec un ensemble vide S, et ajoute itérativement des nœuds à S qui ont le moins de voisins en S. Cette action est répétée jusqu'à ce qu'aucun autre nœud ne puisse être ajouté à S sans violer la contrainte de stabilité.

Une autre approche consiste à utiliser des formulations de programmation en nombres entiers du MSSP qui peuvent être traitées à l'aide d'algorithmes de programmation linéaire [102]. Cependant, ces méthodes peuvent ne pas être pratiques pour les instances du problème de grande taille en raison du grand nombre de contraintes et de variables impliquées.

6.2.2 Réseau de Hopfield continu

Le Réseau de Hopfield continu (CHN) est un type de réseau de neurones récurrent (RNN) qui est couramment utilisé pour les problèmes de reconnaissance de formes et d'optimisation. Le Réseau de Hopfield continu c'est la version continue du réseau Hopfield, qui est un réseau de neurones binaire introduit par John Hopfield en 1982 [103]. C'est un réseau de neurones entièrement connecté, où chaque neurone est modélisé par une fonction d'activation à valeur continue qui prend la somme pondérée des entrées de tous les autres neurones (voir Figure **??**).

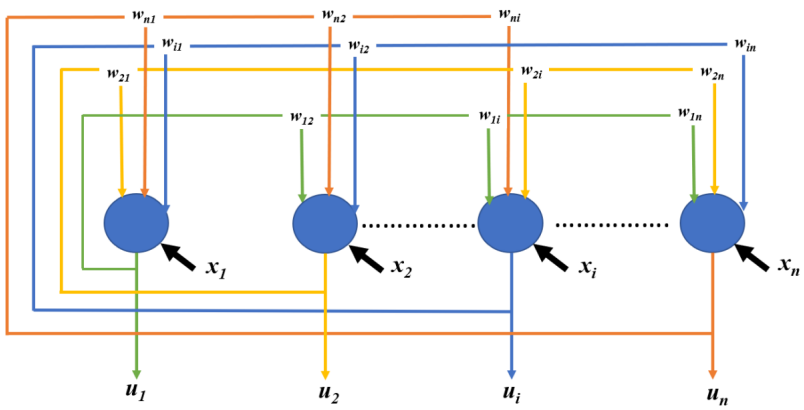


FIGURE 6.2 – L'architecture du Réseau de Hopfield continu.

La fonction d'activation de chaque neurone est typiquement une fonction sigmoïde telle que la fonction logistique ou la fonction tangente hyperbolique [104]. Les poids de connexion entre les neurones sont symétriques et sont déterminés par la règle d'apprentissage Hebbian, qui modifie les poids basés sur la corrélation entre les activations des neurones pré et post-synaptiques. Les pondérations sont continuellement mises à jour en fonction de l'activation du réseau, ce qui fait du CHN un système dynamique.

Le CHN a un état d'équilibre stable pour chaque modèle qu'il a appris, où l'activation de chaque neurone correspond au modèle qu'il représente. L'état d'équilibre stable peut être trouvé

en actualisant itérativement l'activation de chaque neurone jusqu'à ce que la convergence soit atteinte. En outre, le CHN est utilisé pour résoudre certains problèmes d'optimisation en codant la fonction objectif dans la fonction d'énergie du CHN, qui sera minimisée en trouvant l'état d'équilibre du CHN avec la plus faible d'énergie [104].

Le CHN a été utilisé dans diverses applications telles que la restauration d'image [105], le traitement du signal [106], et l'optimisation combinatoire [107]. Cependant, il a quelques limites, telles que la difficulté à former le réseau à apprendre des modèles complexes, et la tendance à converger vers des solutions sous-optimales pour certains problèmes d'optimisation [108].

6.2.3 Algorithme K-means Classique

K-means est un algorithme de clustering qui divise un ensemble de données en plusieurs sous-ensembles k (ou clusters) en fonction de leurs similarités [109].

L'algorithme K-means est souvent utilisé dans la classification des données en tant qu'algorithme d'apprentissage automatique non supervisé pour regrouper des observations similaires dans des domaines tels que la segmentation de la clientèle [110], la reconnaissance d'images [111], et la classification des documents [112]. Cependant, il convient de noter que le choix du nombre de clusters k est souvent difficile et peut avoir un impact significatif sur les résultats obtenus [113]. Les étapes de base de l'algorithme K-means sont les suivantes :

- Définir le nombre de clusters k que vous souhaitez obtenir.
- Initialisez aléatoirement les k centres des clusters.
- Répéter jusqu'à la convergence (c'est-à-dire jusqu'à ce que les centres des clusters ne se déplacent plus) :
  - Assigner chaque point se donnée au centre du cluster le plus proche (en termes de distance euclidienne).
  - Calculer le nouveau centre de chaque cluster en faisant la moyenne de toutes les données qui lui sont attribuées.
- Les centres des clusters obtenus représentent les k clusters.

Le diagramme suivant **??** présente les principales étapes de l'algorithme classique de clustering K-means.

6.2.4 Méthode Elbow

La méthode Elbow est une technique utilisée avec l'algorithme k-means pour déterminer le nombre optimal de clusters. La description détaillée de cette méthode est présentée dans les lignes suivantes :

1. Effectuer des itérations k-means pour les différents nombres de clusters k.
2. À chaque itération, calculer et enregistrer la somme des carrés de distance intra-cluster (WCSS) donnée par l'équation suivante 2 :

$$WCSS = \sum_{i=0}^{p} \sum_{x \in C_i} \|x - \mu_i\|$$

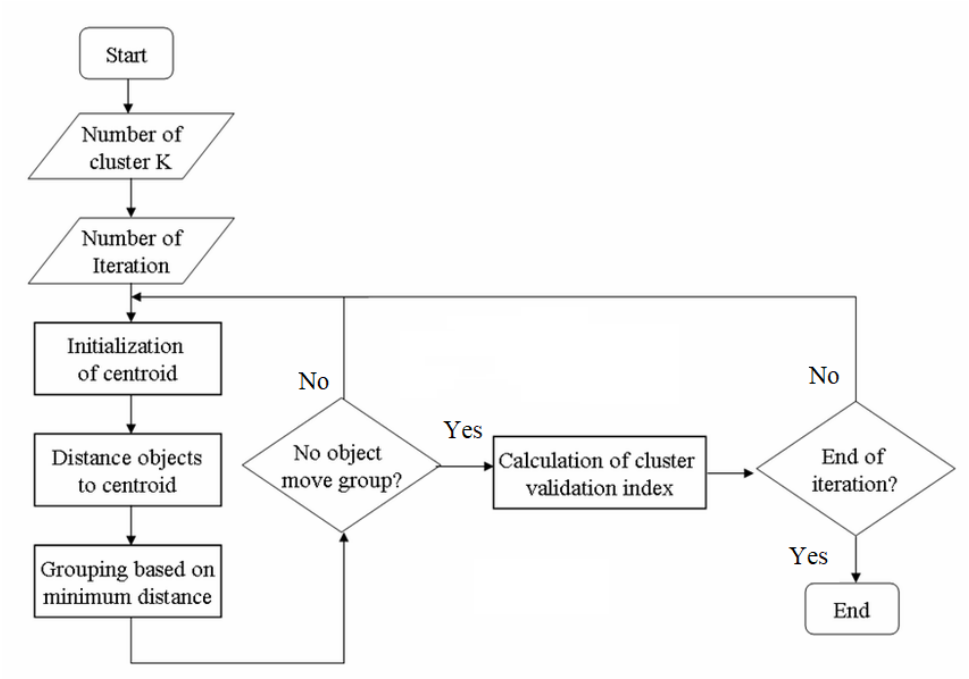


FIGURE 6.3 – L'algorithme classique de clustering K-means.

Où p est le nombre de clusters, C_i est le $i^{ème}$ cluster, x est un point de données dans le cluster C_i et μ_i est le centroïde du cluster C_i.

3. Tracez la courbe (WCSS) en fonction du nombre de clusters.
4. Identifiez le point du coude sur la courbe, où la diminution de (WCSS) ralentit.
5. Le nombre de clusters au coude est considéré comme optimal.

La figure suivante **??** illustre un exemple de la méthode Elbow :

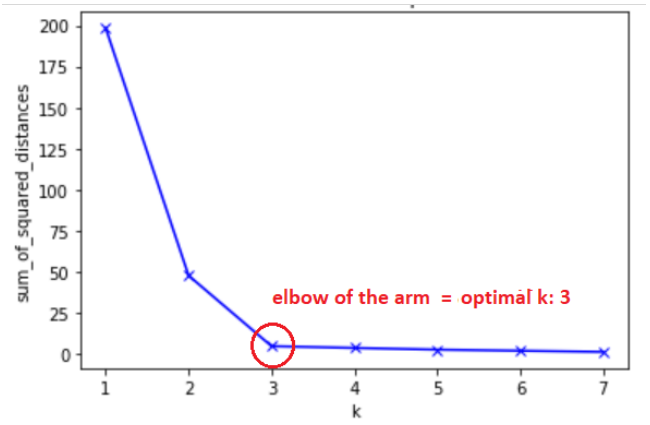


FIGURE 6.4 – Exemple d'identification du point au coude de la méthode Elbow.

Cette méthode permet de choisir un nombre de clusters qui optimise la cohésion intra-cluster tout en évitant une complexité excessive. La visualisation Elbow fournit ainsi une indication du nombre approprié de clusters pour une partition de données efficace.

6.3 Résolution du problème d'emplacement des installations sans capacité

Notre approche vise à résoudre le problème d'emplacement des installations sans capacité (UFLP) en utilisant les ensembles Stables Maximales, le Réseau de Hopfield continu, et un algorithme K-means modifiée. Le problème d'emplacement des installations sans capacité a deux objectifs principaux : le premier est de déterminer le plus petit nombre d'installations à établir et leurs emplacements appropriés. Le deuxième consiste à attribuer, pour chaque installation, l'ensemble des clients correspondant à servir de sorte que chaque client sera servi exactement une fois d'auprès une et une seule installation. Ainsi, selon cette définition du problème de d'emplacement des installations sans capacité, cette approche est organisée en deux phases principales :

1. La première consiste à trouver le nombre initial d'installations (clusters) à établir avec leurs emplacements en utilisant le MSSP et le CHN. Les données initiaux de cette phase sont le nombre initial d'installations à établir et leur emplacement. Les résultats de cette phase seront utilisés comme données initiaux de la deuxième phase de notre approche.
2. La deuxième phase consiste à utiliser un algorithme de clustering K-means modifié pour générer des installations à établir, et à affecter les clients aux installations correspondantes de sorte que le coût total du problème soit minimal. Nous décrivons chacune de ces phases dans la section suivante.

Le schéma suivant **??** explique davantage les étapes de notre approche proposée :

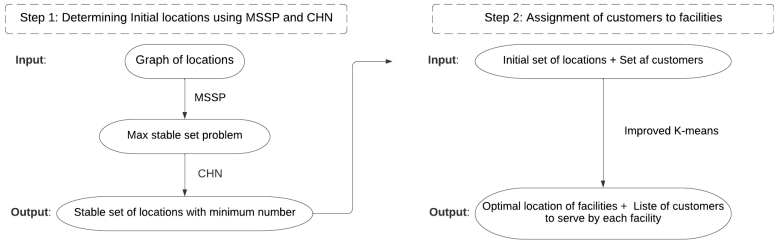


FIGURE 6.5 – Principaux phases de notre approche proposée.

6.3.1 Première phase : sélection des installations initiales à l'aide du MSSP et du CHN

Le défi principal de l'analyse en clustering d'un ensemble de données est de déterminer le meilleur nombre de clusters. Ce dernier agit comme un paramètre clé pour implémenter l'algorithme de clustering K-means. Un bon choix de ce paramètre implique de bons résultats de clustering. Par conséquent, la méthode adoptée pour déterminer le nombre initial d'installations dans notre approche est divisée en deux étapes : La première consiste à formater les données de notre UFLP sous la forme d'un graphe $G(V, E)$ avec des nœuds V et des arêtes E, et de formuler

le MSSP correspondant. La deuxième consiste à identifier un ensemble stable de G en utilisant le CHN pour résoudre le MSSP formulé. L'ensemble stable retourné représente l'ensemble des installations qui seront utilisées comme des données initiales de base pour la deuxième phase de notre approche.

Formulation du MSSP correspondant

Pour identifier un ensemble stable d'installations, nous modélisons l'ensemble des emplacements potentiels d'installations sous la forme d'un graphe $G(V, E)$, où V indique l'ensemble des emplacements potentiels d'installations. Soit $G(V, E)$ un graphe non orienté formé à partir des données de notre UFLP, où $V = V_1, V_2, ..., V_n$ désigne l'ensemble des emplacements potentiels d'installations, et E désigne l'ensemble des arêtes entre chaque paire d'installations. Chaque nœud V_i est défini par ses coordonnées (v_i^1, v_i^2), puis nous définissons la distance entre deux emplacements d'installation potentiels par la distance euclidienne suivante : $d_{ij} = \sqrt{(v_j^1 - v_i^1)^2 + (v_j^2 - v_i^2)^2}$, après, nous définissons la similarité entre deux nœuds V_i et V_j en utilisant la similarité cosinus : $S_{ij} = 1 - \frac{<V_i, V_j>}{\|V_i\|.\|V_j\|}$. Le graphe $G(V, E)$ est donc défini par :

$$\begin{cases} (V_i, V_j) \in E & S_{ij} > \varepsilon \\ (V_i, V_j) \notin E & S_{ij} \leq \varepsilon \end{cases} \tag{6.1}$$

Où ε est un paramètre de similarité qui est fixé a priori.
Soit $S \subseteq V$ un ensemble stable d'emplacements d'installation potentiels. Donc, pour chaque paire de nœuds $(V_i, V_j) \in S \times S$, V_i et V_j ne doivent pas être adjacente, cette propriété peut être exprimée en utilisant l'équation suivante :

$$x_i x_j = 0 \quad \forall i, j \in \{1, ..., n\}(i \neq j) \tag{6.2}$$

Où x_i est une variable binaire définie pour chaque nœud $V_i \in V$ par :

$$\begin{cases} x_i = 1, & \text{if } N_i \in S \\ x_i = 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{6.3}$$

L'objectif du MSSP est de maximiser le cardinal de l'ensemble stable S, plus formellement :

$$\max Z(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i \tag{6.4}$$

Par conséquent, la formulation mathématique du MSSP liée à notre problème est donnée par :

$$(Q')\begin{cases} \max Z(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i \\ s.t. \\ x_i x_j = 0 & \forall i,j \in 1,...,n (i \neq j) \\ x_i \in \{0,1\} & \forall i \in \{1,2,...,n\} \end{cases} \tag{6.5}$$

En utilisant la matrice d'adjacence A du graphe G, cette formulation (Q^prime) devient :

$$\begin{cases} \max Z'(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i \\ s.t. \\ x^t A x = 0_{\mathbb{N}^n} \\ x \in \{0,1\}^n \end{cases} \Leftrightarrow (Q) \begin{cases} \min Z(x) = -\sum_{i=1}^{n} x_i \\ s.t. \\ x^t A x = 0_{\mathbb{N}^n} \\ x = (x_1,...,x_n)^t \in \{0,1\}^n \end{cases} \tag{6.6}$$

Résolution de (Q) à l'aide du réseau de Hopfield continu

Le CHN est un réseau de neurones récurrent entièrement connecté qui a été introduit par Hopfield et Tank [114], c'est un outil très puissant pour attaquer et résoudre un certain nombre de problèmes d'optimisation difficiles [104].

Dans un réseau de Hopfield continu, chaque neurone i est caractérisé par :

— Un biais de compensation i_i^b

— Une valeur d'activation continue y_i qui est l'état du neurone i

— Une sortie $x_i = g(y_i)$ qui est l'activation du neurone i. La fonction d'activation est une tangente hyperbolique qui est bornée aux valeurs de l'intervalle $[0,1]$.

$$\forall i \in \{i,...,n\} : g(y_i) = \frac{1}{2}\left(1 + \tanh(\frac{y_i}{y_0})\right) \tag{6.7}$$

où $y_0 > 0$ est un paramètre utilisé pour contrôler le gain (ou la pente) de la fonction d'activation.

Le réseau se compose de neurones interconnectés, et les connexions entre les neurones sont représentées par des poids symétriques sans auto-connexions. L'activation de chaque neurone est influencée par les activations de ses neurones connectés et les poids correspondants.

L'évolution des états neuronaux du CHN est décrite par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{y}{\tau} + Wx + i^b \tag{6.8}$$

Où x, y, et i^b sont respectivement les vecteurs des états neuronaux, des sorties et des biais. Une équation couramment utilisée est la fonction énergie continue de Hopfield, qui décrit comment

l'énergie du réseau change au cours du temps en fonction de l'état actuel et des poids :

$$E(x) = -\frac{1}{2}x^t W x - (i^b)^t x \tag{6.9}$$

où E représente l'énergie du réseau, w_{ij} représente le poids entre les neurones i et j, et x_i et x_j représentent les valeurs d'activation des neurones i et j, respectivement. En actualisant les valeurs d'activation des neurones en fonction de la fonction énergie, le réseau converge vers un état stable qui correspond à un minimum de la fonction énergie. Par conséquent, nous devons adapter la fonction énergie à la formulation du MSSP original, cette formulation est donnée par :

$$E(x) = \alpha Z(x) + \frac{1}{2}\beta x^t A x + x^t diag(\gamma)(1-x) \tag{6.10}$$

$$= -\alpha \sum_{i=1}^{n} x_i + \frac{1}{2}\beta \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_i x_j + \gamma \sum_{i=1}^{n} x_i(1-x_i) \tag{6.11}$$

Où les paramètres $alpha > 0, beta > 0$, et $gamma > 0$ doivent être sélectionnés de sorte que les points d'équilibre du CHN associé au MSSP soient réalisables. En utilisant la méthode de l'hyperplan, ces paramètres doivent vérifier :

$$\begin{cases} \alpha > 0, \beta > 0, \gamma > 0 \\ -\alpha + \beta - \gamma = \varepsilon \end{cases} \tag{6.12}$$

À ce niveau, nous pouvons résoudre le MSSP et générer les emplacements potentiels initiaux de notre UFLP.

6.3.2 Deuxième phase : Résoudre l'UFLP en utilisant l'algorithme de clustering k-means modifié

Notre méthode de clustering k-means modifiée proposée consiste à utiliser des centroïdes initiaux représentés par les emplacements initiaux de l'installation (retournés par le CHN dans la première phase) et les données des clients à servir, puis à démarrer l'algorithme de clustering. À chaque itération, l'algorithme calcule le centroïde de chaque cluster en fonction des données des clients, calcule la distance entre ce centroïde et chacune des installations et met à jour le centroïde à l'installation la plus proche. L'algorithme renvoie des clusters de clients et leur installation correspondante. L'algorithme suivant décrit les étapes de cet algorithme :

6.3.3 Étude expérimentale

Dans cette partie expérimentale, notre objectif est de tester et de montrer l'intérêt pratique de notre approche. Ainsi, nous utilisons notre approche et la méthode de programmation en nombres entiers pour résoudre le (UFLP) sur trois ensembles de données, nous évaluons la performance de notre méthode proposée en utilisant des paramètres appropriés, et nous comparons

Algorithme 2 : Algorithme de clustering modifié

Data : Emplacements initiaux de l'installation F et leur nombre k, positions des clients CP et le nombre d'itérations I_{max}
Result : L'ensemble des clusters C et l'ensemble d'emplacements des installations P
begin
  repeat
    foreach *client* $c \in CP$ **do**
      Calculer $nc = \arg\min_{x_i \in F} \|c - x_i\|$;
      Ajouter nc à C_i;
      Assigner c au plus proche cluster C_i
    end
    foreach *cluster* $nc \in C_i$ **do**
      Calculer centroid : $\mu_i = \arg\min_{x \in C_i} \|x - nc\|$;
      Calculer l'emplacement d'installation le plus prochen : $f = \arg\min_{x \in F} \|f - \mu\|$;
      Ajouter f à P
    end
  until *Convergence*;
end

les résultats de notre approche par les solutions exactes trouvées en utilisant des techniques de programmation en nombres entiers.

6.3.4 Description des données utilisés

Les données utilisés sont importés d'une bibliothèque publique disponible sur le site Web : https ://github.com/Jeevesh28/Facility-Location-Problem/tree/main/data.

Les détails des données utilisés sont décrits dans le tableau suivant 6.1 :

Instance	**Nombre des emplacements d'installation**	**Nombre des clients**
In_1 :	15	50
In_2 :	20	50
In_3 :	15	60

TABLE 6.1 – Description des données utilisés.

Chacune de ces instances est caractérisée par :
— Le nombre, les coordonnées et les coûts d'établissement des installations potentielles.
— Le nombre, les coordonnées et les coûts de service des clients.

6.3.5 Environnement de calcul

La partie expérimentale de ce travail est compilée dans un environnement standard caractérisé par $2.80GHz$ Intel (evo), Core (TM) i7-1165G7 processeur, avec 16 Go de RAM fonctionnant sous Windows 11. IBM Decision Optimization CPLEX Modeling pour Python,

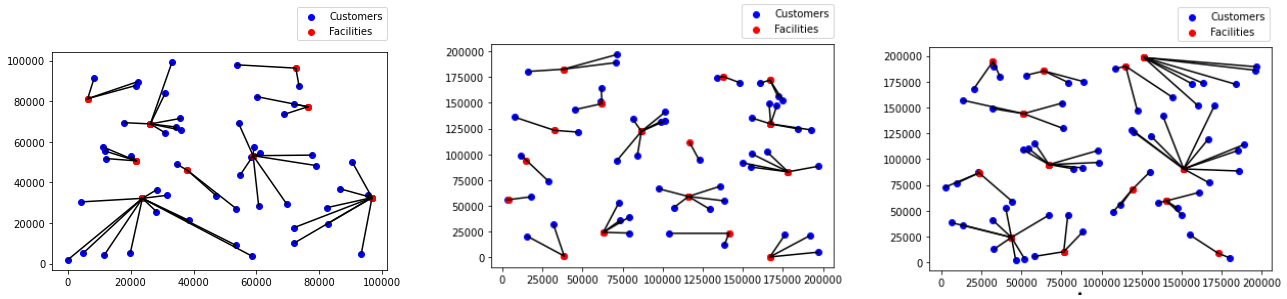
version 2.25.236, proposée par IBM est utilisée pour effectuer la solution exacte de l'UFLP, et le calcul lié au MSSP, au CHN et à la méthode de clustering modifiée.

6.3.6 Solutions exactes en utilisant la programmation en nombres entiers

En utilisant la programmation entière, les solutions exactes des différentes instances du problème d'emplacement de l'installation sans capacité, qui contient le nombre optimal d'installations à établir et d'attribution des clients, sont données par le tableau 6.2 et la figure 6.6 :

Instance	**Nombre des emplacements d'installation**	**Nombre des clients**	**Nombre optimal des installations à établir**	**Cout Total**	**Temps d'exécution (ms)**
In_1 :	15	50	9	938203.122	157.763
In_2 :	20	50	16	1143337.979	157.864
In_3 :	15	60	13	1871794.368	172.597

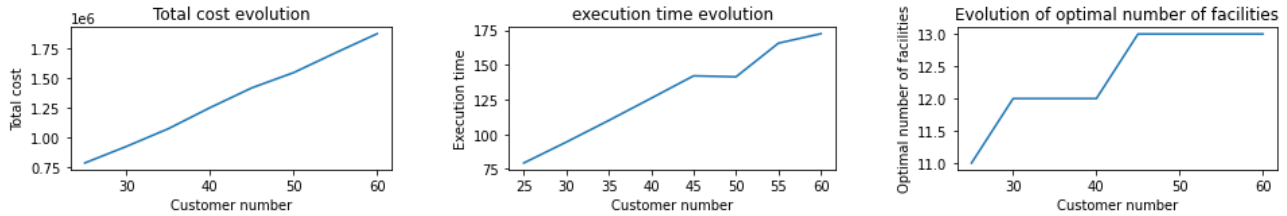
TABLE 6.2 – Solutions Exactes du problème.



(a) *in1* (b) *in2* (c) *in3*

FIGURE 6.6 – Solutions Exactes du problème.

Dans le tableau 6.3 et la figure 6.7 suivants , nous visualisons l'évolution de certains paramètres en fonction du nombre de clients. En fixant le nombre d'emplacement de l'installation à 15.



(a) *in1* (b) *in2* (c) *in3*

FIGURE 6.7 – Solutions après avoir fixé le nombre d'emplacements à 15.

Instance	Nombre des clients	Nombre optimal des installation à établir	Cout Total	Temps d'exécution (ms)
Ins_1 :	25	11	786869.095	79.336
Ins_2 :	30	12	926082.173	94.352
Ins_3 :	35	12	1074480.665	109.927
Ins_4 :	40	12	1251426.383	125.929
Ins_5 :	45	13	1417450.883	142.060
Ins_6 :	50	13	1545174.977	141.365
Ins_7 :	55	13	1710723.246	165.587
Ins_8 :	60	13	1871794.368	172.403

TABLE 6.3 – Solutions après avoir fixé le nombre d'emplacements à 15.

Le tableau 6.3 et la figure 6.7 montrent que tous les paramètres étudiés sont directement proportionnels au nombre de clients.
Dans l'expérience suivante, nous fixons le nombre de clients à 60 et nous varions le nombre d'emplacements potentiels pour mesurer le coût, le temps d'exécution et le nombre optimal d'installations. Le tableau suivant 6.4 montre les résultats de cette expérience. En se basant

Instance	Nombre d'emplacements potentiels	Nombre optimal des installations à établir	Cout total	Temps d'exécution (ms)
Ins_1 :	8	7	2262218.485	157.611
Ins_2 :	9	8	2129581.323	220.119
Ins_3 :	10	9	2104813.835	153.361
Ins_4 :	11	10	1948942.703	157.470
Ins_5 :	12	11	1941714.449	172.963
Ins_6 :	13	12	1912964.986	235.465
Ins_7 :	14	13	1876608.139	172.544
Ins_8 :	15	13	1871794.368	172.403

TABLE 6.4 – Solutions après avoir fixé le nombre de clients à 60.



(a) *in1* (b) *in2* (c) *in3*

FIGURE 6.8 – Solutions after fixing the number of customers at 60..

sur les résultats figurant dans le tableau 6.4 et la figure 6.8, nous constatons que le coût total diminue en insérant de nouvelles installations, qui peut être interprété par le fait de créer un nouvel emplacement d'installation s'accompagne toujours d'une réduction de la distance entre certains clients et les nouveaux emplacements d'installation, Nous pouvons également observer

l'évolution normale du nombre d'installations optimaux nécessaires pour couvrir les clients. Et concernant l'évolution du temps d'exécution, elle est interprétée par une instabilité des opérations arithmétiques nécessaires pour trouver une solution optimale dans chaque instance. En outre, ces résultats confirment que la solution optimale dépend principalement de la position des clients et de l'emplacement des installations.

6.3.7 Solutions utilisant notre approche de clustering K-means modifiée

Afin de tester notre approche basée sur le MSSP et le CHN, nous devons construire un graphe, une matrice d'adjacence, une matrice de similarité de chaque instance de jeu de données, et choisir des points de départ pour exécuter le processus de recherche d'ensemble stable en utilisant le réseau Hopfield continu. Dans notre cas, les points de départ sont choisis au hasard en utilisant l'équation suivante :

$$x_i = 0,99 + \frac{n+1-i}{n} 10^{-3} z \tag{6.13}$$

Où z est une variable aléatoire uniforme dans l'intervalle $[-0,5; 0,5]$, et n le nombre des noeuds. En fixant les paramètres $\alpha = 1.0250$, $\gamma = 0.7$, et $\varepsilon = 0.15$, on calcule β en utilisant l'équation 6.12 :

$$\beta = \alpha + \gamma + \varepsilon = 1.875$$

Les résultats de la première phase de notre approche sont présentés dans le tableau suivant 6.5 :

Instance	**Nombre d'emplacement potentiels**	**Nombre des clients**	**Nombre optimal retourné des installations à établir**
In_1 :	15	50	8
In_2 :	20	50	14
In_3 :	15	60	11

TABLE 6.5 – Nombre d'installations retournées à l'aide du MSSP et du CHN.

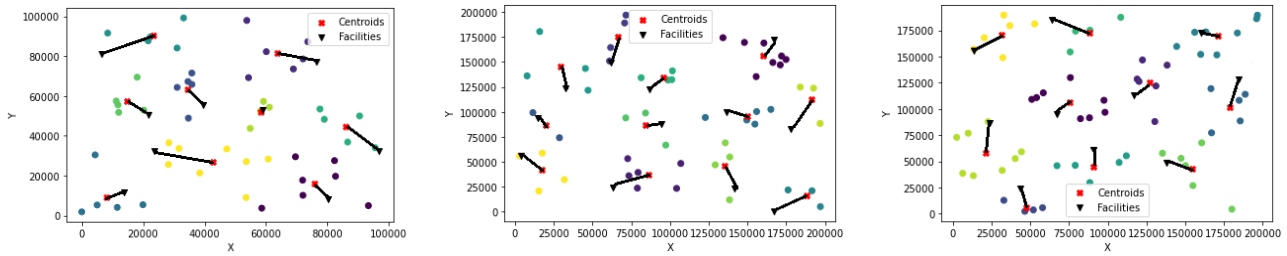
Afin d'affecter des clients aux installations, nous utilisons la classification K-means modifiée décrite ci-dessus avec le nombre optimal des installations à établir retourné comme nombre initial des clusters. Le tableau suivant 6.6 et la figure 6.9 montrent les résultats obtenus après la deuxième phase de notre approche :

6.3.8 Discussion des résultats

Dans la figure 6.9, nous observons que notre approche attribue un emplacement d'installation à chaque cluster, en veillant à ce que toutes les demandes des clients soient couvertes. De plus, en se référant au tableau 6.6, il devient évident que notre approche de décomposition produit constamment des résultats supérieurs en termes de coût global associé à l'UFLP.

Instance	Nombre optimal des installations initiaux retourné par la première phase	Nombre optimal des installations initiaux retourné par la deuxième phase	Cout total
In_1 :	8	9	852285.122
In_2 :	14	12	1203097.431
In_3 :	11	10	1855264.831

TABLE 6.6 – Solutions utilisant notre approche



(a) *in1* (b) *in2* (c) *in3*

FIGURE 6.9 – Solutions après avoir fixé le nombre des installations à 15.

Cette réalisation remarquable s'appuie sur une approche structurée en deux phases. Dans un premier temps, nous déterminons le nombre minimum d'emplacements nécessaires pour servir l'ensemble des clients. Ensuite, nous procédons à l'affectation des clients aux emplacements identifiés. Cette méthode entraîne une réduction du nombre d'installations par rapport à la solution exacte, ce qui explique la disparité des coûts observée entre les deux solutions. Cette différence peut également être justifiée par un principe fondamental de la théorie de l'optimisation, selon lequel la solution d'un problème décomposé ne coïncide pas toujours avec celle du problème original. Ce constat illustre les compromis inhérents à notre approche d'approximation.

6.4 Optimisation du Nombre de véhicules pour traiter le Problème de Routage du Véhicule avec Capacité

Notre approche consiste à déterminer un paramètre clé utilisé dans la modélisation des problèmes de routage des véhicules avec capacité, c'est le nombre de véhicules utilisés dans une formulation CVRP. Ce paramètre joue un rôle essentiel dans la modélisation et la résolution efficace de ce défi logistique. Notre approche méthodologique pour résoudre le problème de routage de véhicule avec capacité (CVRP) implique plusieurs étapes clés. D'abord, nous entreprenons une recherche exhaustive d'une liste L_c de nombres qui représentent les nombres candidats à utiliser comme nombre de véhicules dans le modèle mathématique du CVRP. Cette recherche est effectuée en utilisant à la fois le problème d'ensemble stable maximal (MSSP) et le réseau Hopfield continu (CHN). Pour mieux organiser la visite des clients, nous utilisons, pour chaque nombre candidat $n \in L_c$, un algorithme amélioré de clustering k-means pour former n cluster, puis nous utilisons la méthode Elbow pour déterminer le meilleur nombre de véhicules

à utiliser dans une formulation mathématique du problème CVRP.

6.4.1 Description de l'approche

Dans ce travail, nous visons à déterminer le meilleur nombre de véhicules à utiliser dans une formulation CVRP avant de le résoudre, ce paramètre clé joue un rôle important dans la gestion du coût du problème. Trouver le meilleur nombre de véhicules à utiliser signifie l'optimisation du coût opérationnel du VRP avec capacité. La méthode que nous proposons est divisée en deux grandes étapes décrites comme suit :

— La première phase consiste à établir une liste de nombres susceptibles d'être le meilleur nombre de véhicules. Ce dernier est établi à l'aide du MSSP et du CHN. Les résultats de cette phase seront les données de la deuxième phase.

— La deuxième phase consiste à utiliser un algorithme de clustering K-means amélioré pour regrouper les clients, en utilisant chaque nombre candidat appartenant à la liste renvoyée par la première phase. Ensuite, nous utilisons la méthode Elbow pour déterminer le meilleur nombre de véhicules à utiliser dans le CVRP.

Le diagramme suivant 6.10 illustre les différentes phases de notre approche :

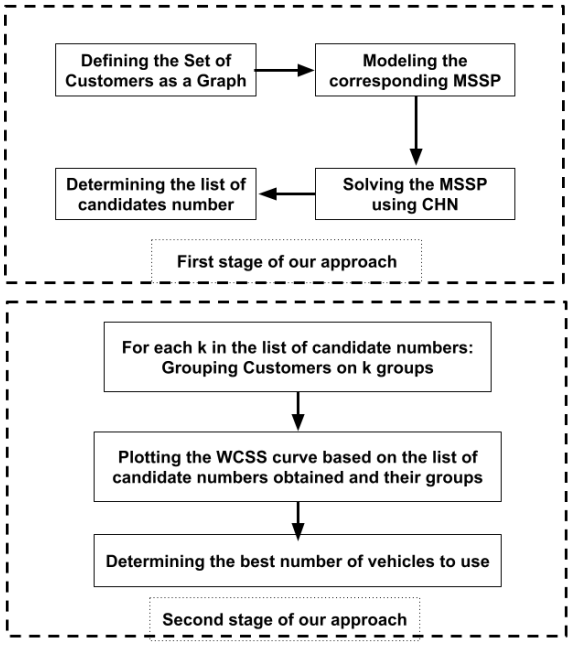


FIGURE 6.10 – Principales phases de notre approche.

6.4.2 Première phase : Déterminer la liste des nombres de véhicules candidats à l'aide du MSSP et du CHN

L'objectif de cette phase est de trouver une liste des nombres dont chacun est utilisé comme nombre des véhicules dans une formulation CVRP, nous dénotons L_c cette liste. On peut évi-

demment remarquer que L_c est borné dans $mathbbN$, c.à.d :

$$\exists\, n_{min}, n_{max} \in \mathbb{N}, \forall\, n \in L_c : n_{min} \leq n \leq n_{max}.$$

Par conséquent, la recherche des paramètres n_{min} et n_{max} est essentiellement la même chose que la recherche de la liste L_c.

Considérons une instance du problème de routage du véhicule avec capacité avec ses paramètres classiques et sans nombre de véhicules. Ces paramètres sont donnés par :

- $\{1, ..., n\}$: L'ensemble des clients à visiter qui sera présenté comme l'ensemble des nœuds du graphe G.
- $c_{i,j}$ Le coût associé à la transition du client i au client j.
- d_i : La demande du client i.
- C : La capacité de chaque véhicule qui sera constante pour tous les véhicules.

Proposition 1

Le paramètre n_{min} est nécessairement égale à $\lfloor \frac{\sum_{i=0}^{n} d_i}{C} \rfloor$ avec $\lfloor x \rfloor$ désigne la partie entière de x.

Démonstration. La preuve de cette proposition est triviale car sinon, nous ne pouvons pas satisfaire tous les clients existants. □

Le reste de cette phase consiste à déterminer le paramètre n_{max}.

Modélisation du MSSP correspondant

Cette partie consiste à définir le graphe associé à l'ensemble des clients définis dans notre CVRP, et à modéliser le MSSP correspondant.

Soit V l'ensemble des clients de notre CVRP, en utilisant les données de notre CVRP. Nous définissons la similarité entre deux clients par $s_{i,j} = \frac{c_{i,j}}{\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n} c_{i,j}}$, ensuite, nous définissons le graphe associé à notre CVRP par l'ensemble des nœuds donnés par l'ensemble des clients $V = \{V_1, ..., V_n\}$, et les arêtes $E = \{(V_i, V_j)/i, j \in \{1, ..., n\},\ i \neq j\}$ donnée par les équations suivantes qui dépendent d'un paramètre de similarité θ fixé a priori :

$$\begin{cases} (V_i, V_j) \in E & s_{ij} > \theta \\ (V_i, V_j) \notin E & s_{ij} \leq \theta \end{cases} \tag{6.14}$$

Dans un ensemble stable S de V, chaque paire de nœuds $(V_i, V_j)enV2$ ne doivent pas être connectée par une arête du graphe $G = (V, E)$. Mathématiquement, cette propriété est formulée par l'ensemble de contraintes suivant :

$$u_i u_j = 0\ \forall i, j \in \{1, ..., n\}(i \neq j). \tag{6.15}$$

Où $\{u_i\}_{i\in\{1,...,n\}}$ est une variable binaire définie par :

$$\begin{cases} u_i = 1 & \text{si le nœud } V_i \text{ appartient à l'ensemble stable } S \\ u_i = 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{6.16}$$

Le problème d'ensemble stable maximal consiste à identifier le plus grand ensemble stable dans un graphe. L'objectif consiste donc à maximiser la cardinalité de l'ensemble stable. Mathématiquement, l'objectif est exprimé par l'équation suivante :

$$\max \sum_{i=1}^{n} u_i \tag{6.17}$$

Ensuite, le problème d'optimisation du MSSP associé à notre CVRP est donné par :

$$(P_1) \begin{cases} \max \sum_{i=1}^{n} u_i, & \text{s.t.} \\ u_i u_j = 0 & \forall i, j \in \{1, ..., n\} (i \neq j) \\ u_i \in \{0, 1\} & \forall i \in \{1, 2, ..., n\} \end{cases} \tag{6.18}$$

Ce problème peut être exprimé sous forme matricielle en utilisant la matrice d'adjacence du graphe G :

$$(P_1) \begin{cases} \min Z(u) = -u^t I_n \\ s.t. \\ u^t A u = 0_{\mathbb{N}^n} \\ u \in \{0, 1\}^n \end{cases} \tag{6.19}$$

Application du réseau de Hopfield continu pour résoudre (P_1)

La nature NP-complet du (P_1) le rend insolvable à l'aide d'algorithmes exacts comme Branch and bound ou Branch and Price, surtout lorsque la taille du problème est grande. A ce fait, nous proposons d'utiliser le réseau de Hopfield continu pour le résoudre.

Les caractéristiques du CHN utilisé sont définies par :

— Les entrées du réseau définies par les variables du MSSP $\{u_1, ..., u_n\}$ qui doivent être initialisées a priori.

— La fonction d'activation du réseau définie par la fonction suivante :

$$g(u) = \frac{1}{2}\left(1 + \tanh(\frac{u}{u_0})\right) \tag{6.20}$$

Où u_0 est un paramètre de contrôle fixé a priori.

— L'activation du réseau définie par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dz}{dt} = -\frac{z}{\tau} + Wu + b_i \tag{6.21}$$

Où z est le vecteur de sortie, u est le vecteur de l'état du neurone, et b_i est le vecteur des biais neuronaux.

— La fonction énergie du réseau définie par la fonction Hopfield suivante :

$$E(x) = -\frac{1}{2}u^t W u - (b_i)^t u \tag{6.22}$$

Où W présente la matrice des poids entre les neurones, et u le vecteur d'activation du réseau.

En adaptant le CHN proposé à la formulation de notre MSSP (P_1), le CHN converge vers un état stable $u_1^s, ..., u_n^s$ qui est le minimum de la fonction énergie de Hopfield liée au problème MSSP, Ainsi, le vecteur $u_1^s, ..., u_n^s$ correspond exactement à la solution du problème de minimisation 6.19, et l'ensemble stable est défini par :

$$S = \{V_i / u_i = 1\} \text{ and } n_{max} = cardS$$

.

À ce niveau, le meilleur nombre de véhicules à utiliser dans la formulation du CVRP vérifie : $k \in \{n_{min}, ..., n_{max}\}$, où $n_{min} = \lceil \frac{\sum_{i=0}^{n} d_i}{C} \rceil$ et $n_{max} = cardS$.

6.4.3 Deuxième étape : Déterminer le meilleur nombre de véhicules en utilisant l'algorithme K-means améliorés et la méthode Elbow

Afin de déterminer le meilleur nombre de véhicules utilisés dans la formulation du CVRP, nous appliquerons un algorithme de clustering k-means amélioré pour regrouper les clients en k clusters pour chaque $k \in n_{min}, ..., n_{max}$, ce dernier est basé sur l'algorithme classique de clustering k-means, juste dans l'étape de calcul des centroïdes, nous ajoutons les données du dépôt à tous les clusters avant de faire la moyenne des points de données appartenant à chaque cluster. Ensuite, nous calculerons la somme des carrés des distances (WCSS) entre chaque client et le centroïde de son cluster, puis nous traçons la courbe (WCSS) en fonction du nombre de clusters k, et enfin, le meilleur nombre de véhicules est exactement le nombre de clusters dans lequel l'évolution de la (WCSS) commencer à se stabiliser.

Le diagramme suivant 6.11 illustre le détail de cette étape :

6.4.4 Étude expérimentale

Dans cette section, notre objectif principal est d'établir empiriquement l'efficacité de notre méthode pour déterminer le nombre optimal de véhicules utilisé dans la formulation de problème

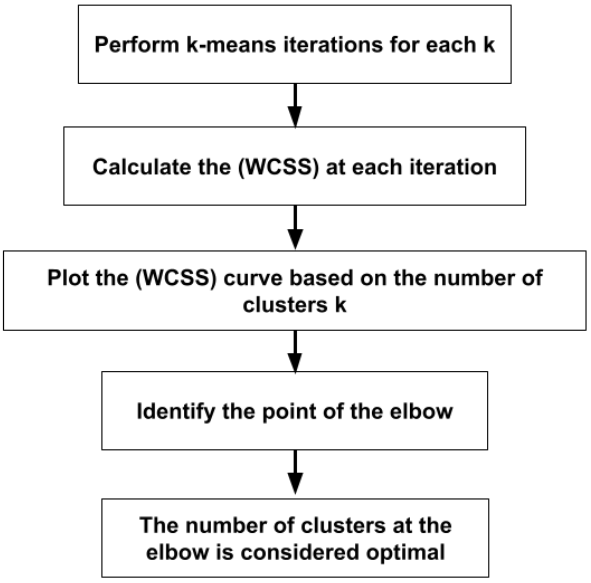


FIGURE 6.11 – Principales étapes de la méthode Elbow.

de routage de véhicule capacité (CVRP). Notre objectif consiste à examiner les performances de notre méthode et à montrer sa compétence dans l'optimisation du nombre de camions d'occasion. Grâce à des tests et une validation rigoureux, nous nous efforçons de souligner la fiabilité et l'efficacité de notre méthode pour déterminer le meilleur nombre de pistes utilisées et de trouver la solution optimale réelle du CVRP.

Ainsi, cette section est subdivisée en trois parties principales : La première consiste à résoudre des instances du CVRP en utilisant la méthode classique de la programmation en nombres entiers et en utilisant le nombre de véhicules donnés dans la description des données. La deuxième partie consiste à utiliser notre méthode pour déterminer le meilleur nombre de véhicules K_{best}, et l'utiliser pour résoudre le CVRP, puis le troisième consiste à comparer les résultats des deux méthodes et discuter des résultats obtenus.

Description des données utilisées

Dans cette partie expérimentale, nous testons notre méthode à l'aide des données open source importée d'une bibliothèque publique : *https ://www.dca.fee.unicamp.br/projects/infobiosys/vrp/.* Cette bibliothèque contient plusieurs instances du problème CVRP caractérisé par les coordonnées de chaque client (nœud), la demande de chaque client et tous les autres paramètres requis. Nous avons utilisé trois instances pour évaluer notre méthode, les principaux paramètres de chaque instance sont décrits dans le tableau suivant 6.7 :

Environnement de calcul

Les calculs, les graphiques et tous les autres résultats sont obtenus à l'aide d'un environnement personnel identifié par les caractéristiques suivantes : processeur intel(evo) 2,80 GHz core (TM) $i7-1165G7$ RAM 16 Go et système d'exploitation windows 11.

La suite logicielle open source Google OR-Tools en langage Python est utilisée pour la résolution

Instance	Nombre des clients	Nombre des véhicules	Capacité de chaque véhicule
$Inst_1$:	76	10	140
$Inst_2$:	76	8	180
$Inst_3$:	101	8	200

TABLE 6.7 – Description des données utilisées.

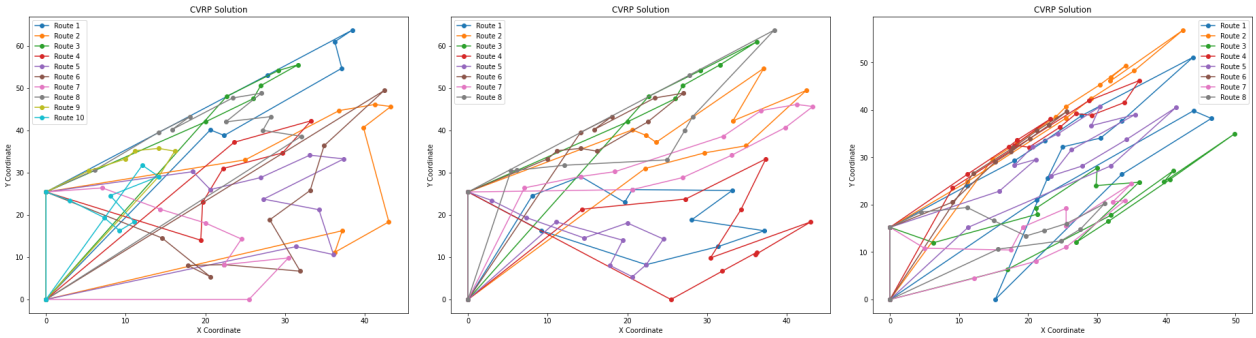
exacte de toutes les instances du problème de routage de véhicule avec capacité, et les calculs associés au problème de l'ensemble stable maximal (MSSP), le réseau de Hopfield continu (CHN), l'approche de clustering améliorée et l'application de la méthode Elbow.

Résolution du CVRP utilisant la méthode classique

Pour valider l'efficacité de notre méthode proposée, il est crucial de générer des solutions exactes pour toutes les instances et de les comparer avec nos résultats. Le tableau 6.8 et les figures 6.12 illustrent les solutions exactes de chaque instance, offrant une vue d'ensemble complète. Ces solutions exactes servent de référence pour évaluer la précision et la performance de notre méthode.

Instance	Nombre de véhicules utilisés	Valeur de l'objectif	Charge totale de tous les itinéraires	Temps d'exécution (ms)
$Inst_1$:	10	967	1364	1203.9451
$Inst_2$:	8	800	1364	1189.2995
$Inst_3$:	8	924	1458	1130.6662

TABLE 6.8 – Solution exacte des instances en utilisant la méthode classique.



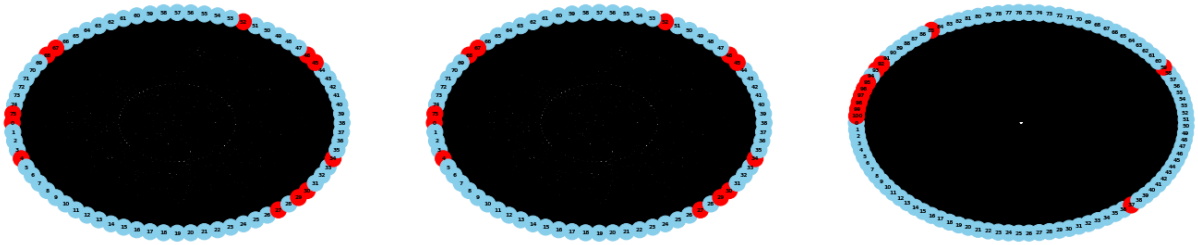
(a) *inst1* (b) *inst2* (c) *inst3*

FIGURE 6.12 – Solution exacte des instances en utilisant la méthode classique.

Résolution du CVRP utilisant notre méthode

La première partie de notre méthode consiste à générer la limite supérieure du paramètre K en utilisant le MSSP et le CHN (voir Figure 6.13). Ensuite, les méthodes K-means et Elbow sont appliquées pour déterminer le meilleur nombre K_{best} utilisé pour résoudre le problème CVRP. Les diagrammes suivants 6.13 illustrent les résultats de la première étape de notre approche. Ensuite, le

tableau 6.9 et les figures 6.14 montrent les résultats des trois instances du problème CVRP en utilisant le meilleur paramètre K_{best} trouvé dans la première étape comme le nombre de véhicules.

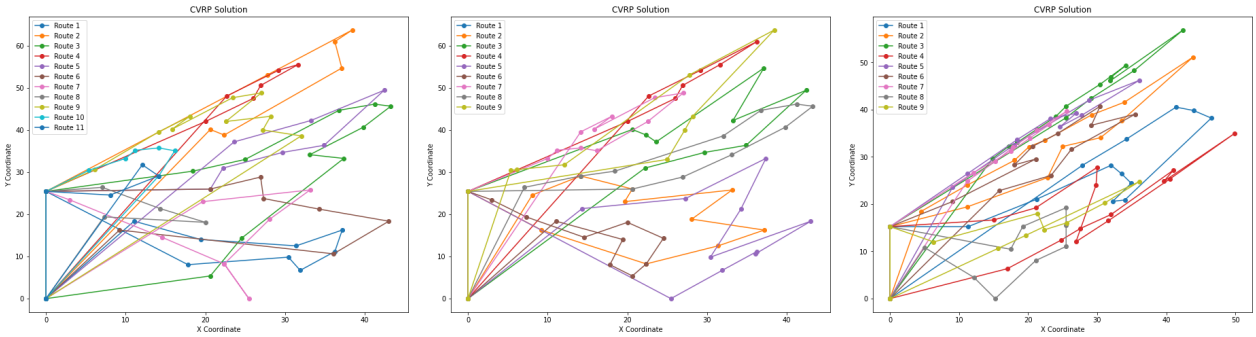


(a) *inst1* (b) *inst2* (c) *inst3*

FIGURE 6.13 – Solutions de la première phase de notre approche.

Instance	n_{min}	n_{max}	K_{best}	Valeur de l'objectif	**Charge totale de tous les itinéraires**	**Temps d'exécution (ms)**
$Inst_1$:	10	12	11	907	1364	1135.3793
$Inst_2$:	8	12	9	788	1364	1129.8859
$Inst_3$:	8	11	9	891	1458	1130.2831

TABLE 6.9 – Résultats de notre méthode.



(a) *inst1* (b) *inst2* (c) *inst3*

FIGURE 6.14 – Solutions de la deuxième phase de notre approche.

6.4.5 Discussion des résultats

Après un examen attentif des figures et des tableaux présentant nos résultats, il est évident que notre méthode surpasse systématiquement l'approche classique. Les valeurs optimales d'objectif dérivées de notre méthode démontrent systématiquement une réduction par rapport à celles obtenues par la méthode classique. Cette amélioration peut être attribuée au choix approprié du nombre de paramètres de véhicules dans la formulation du problème de routage de véhicule avec capacité (CVRP) avant de le résoudre. L'optimisation minutieuse de ce paramètre démontre l'efficacité de notre méthode à affiner l'allocation des ressources pour des résultats supérieurs.

Les résultats soulignent le rôle crucial de la sélection optimale des paramètres dans les modèles mathématiques, un facteur clé pour optimiser l'utilisation des ressources dans les scénarios de résolution de problèmes. Cela souligne l'importance des choix de paramètres réfléchis, contribuant à une efficience et une efficacité accrues dans la résolution de problèmes complexes.

6.5 Conclusion

Dans ce travail, une nouvelle méthode est proposée pour résoudre des problèmes de recherche opérationnelle, la première application consiste à résoudre le problème d'emplacement des installations sans capacité en utilisant le problème d'ensemble stable maximal, le réseau de Hopfield continu et un algorithme de clustering k-means modifié. Cette approche a été évaluée à travers des expériences et des comparaisons avec la solution exacte du problème d'emplacement des installations sans capacité en utilisant divers ensembles de données. Les résultats obtenus démontrent des résultats pertinentes en termes de la qualité de solution et du temps d'exécution, confirmant ainsi l'efficacité de cette approche dans la résolution du problème d'emplacement des installations sans capacité. D'autre part, nous avons appliqué presque la même approche pour déterminer un paramètre clé utilisé dans la formulation du Problème de la Tournée de Véhicules Capacités (CVRP), il s'agit de déterminer le nombre des véhicules utilisé dans la formulation mathématique du problème (CVRP). À travers cette approche, nous avons réussi à trouver le paramètre optimal - le nombre de véhicules - à utilisé dans la formulation du CVRP. Et d'après une comparaison entre notre méthode et la méthode classique de résolution du problème CVRP, les résultats prouvent que notre méthode surpasse clairement l'approche classique. De plus, nous avons souligné le rôle essentiel de l'étape d'analyse préalable des paramètres des formulations mathématiques avant l'étape de résolution du problème, soulignant ainsi l'importance stratégique dans l'optimisation de l'utilisation des ressources dans les différents scénarios de résolution de problèmes.

CHAPITRE

7

CONCLUSION GÉNÉRALE

7.1 Synthèse des travaux

Dans le premier chapitre de cette thèse, nous avons abordé le cadre générale de l'optimisation combinatoire. Premièrement, nous avons commencer par une exploration approfondie des généralités et de l'histoire de la recherche opérationnelle, son évolution au cours du temps, et son importance croissant dans la résolution des problèmes complexes dans les différents domaines, en mettant l'accent sur sa naissance, sa méthodologie en soulignant les différentes étapes du processus d'étude et analyse des problème de recherche opérationnelle, la modélisation des problèmes, et la méthodologie de résolution de ces problèmes. Deuxièmement, nous avons consacré une partie à la définition des problèmes d'optimisation et les problèmes d'optimisation combinatoire. Ensuite, nous avons cité quelques applications intéressantes de l'optimisation combinatoire et des problèmes classiques telles que le problème d'affectation, le problème d'emplacement des installations et le problème du voyageur de commerce. Également, nous avons abordé des variantes de ces problèmes, telles que le problème d'affectation quadratique et l'affectation généralisée, le problème d'emplacement des installations avec et sans capacité et le problème de tournée des véhicules avec capacité, tout en discutant les défis et les objectifs associés à chaque problème. Enfin, nous avons conclu ce chapitre en abordant quelques méthodes de résolution exactes et approchées de ces problèmes, ainsi que des solveurs d'optimisation et les outils de résolution disponibles permettant de résoudre ce genre de problème, en soulignant l'importance de ces méthodes et outils dans la résolution efficace des problèmes d'optimisation combinatoire.

Dans le deuxième chapitre, nous avons présenté un nouveau modèle de réservation de séjours dans les centres d'estivage de la Fondation Mohammedia de la Justice, modélisé comme un problème d'affectation sous contraintes. Notre approche a pris en compte les hypothèses et les règles de réservation imposées par le département de gestion informatique, et les résultats obtenus ont été validés par ce

dernier. Ces résultats ont été déclaré ainsi comme résultats officiels pour la hot saison de la session d'estivage de l'année 2018. Cette validation confirme l'efficacité et la fiabilité de notre modèle dans la sélection des adhérents autorisés à bénéficier du service d'estivage.

Dans le troisième chapitre, nous avons proposé un système d'aide à la décision basé sur la programmation en nombres entiers et une heuristique pour gérer le service d'estivage en utilisant des ressources hôtelière. Cette solution alternative et complémentaire élargit le nombre de bénéficiaires tout en assurant la continuité du service, même dans des cas particuliers comme les pandémies et les travaux d'aménagement des centre de la fondation. Ce système a prouvé son efficacité en termes de qualité des résultats, de temps d'exécution et de nombre d'itérations nécessaires pour parvenir à la solution optimale. Les résultats ont été validés, certifiés et officiellement reconnus par la direction de la fondation lors des sessions d'estivage des années 2021, 2022 et 2023.

Enfin dans le quatrième chapitre, nous avons proposé une nouvelle approche pour résoudre des problèmes de recherche opérationnelle en utilisant des outils de la théorie des graphe, des réseaux neuronaux et de clustering. La première application de cette approche consiste à résoudre le problème d'emplacement des installations sans capacité en utilisant le problème d'ensemble stable maximal dans un graphe, le réseau de Hopfield continu et un algorithme de clustering k-means modifié. Cette approche a été évaluée à travers des expériences et des comparaisons avec la solution exacte du problème d'emplacement des installations sans capacité en utilisant divers ensembles de données. D'autre part, nous avons appliqué presque la même approche pour déterminer un paramètre clé utilisé dans la formulation du Problème de la Tournée de Véhicules Capacités, il s'agit de déterminer le nombre des véhicules utilisé dans la formulation mathématique du problème CVRP. À travers cette approche, nous avons réussi à trouver le paramètre optimal - le nombre de véhicules - à utilisé dans la formulation du CVRP. Et d'après une comparaison entre notre méthode et la méthode classique de résolution de ces problèmes, les résultats prouvent que notre méthode surpasse clairement l'approche classique. De plus, nous avons souligné le rôle essentiel de l'étape d'analyse préalable des paramètres des formulations mathématiques avant l'étape de résolution du problème.

7.2 Limites et perspectives

Bien que notre modèle ait donné des résultats prometteurs, il demeure perfectible. Notamment, la méthode de résolution standard utilisée pourrait être améliorée pour réduire le temps d'exécution et accroître la précision des résultats. Pour cela, nous suggérons que les recherches futures se concentrent sur l'introduction de techniques heuristiques et métaheuristiques, et d'apprentissage par renforcement visant à optimiser la performance du modèle tout en maintenant sa fiabilité.

L'importance de notre recherche dépasse le cadre de la fondation MFSWJJO. En effet, notre modèle pourrait être adopté par d'autres organisations offrant des services de réservation de séjours estivaux à leurs adhérents. Cela souligne la pertinence de notre travail dans le domaine de la gestion des réservations estivales et met en lumière ses implications potentielles pour d'autres institutions similaires.

Concernant l'application des outils décisionnels de recherche opérationnelle et d'intelligence artificielle pour analyser et déterminer les paramètres clés utilisés dans les modèles mathématiques et les formulations des problèmes complexes. Il est important de souligner que nos prochaines études vont aborder des travaux d'analyse et de déterminations des paramètres utilisés dans les formulations

mathématiques classiques des problèmes de recherche opérationnelle et d'intelligence artificielle d'un manière générale.

BIBLIOGRAPHIE

[1] L. Grieco, M. Utley, and S. Crowe, "Operational research applied to decisions in home health care : A systematic literature review," *Journal of the Operational Research Society*, vol. 72, no. 9, pp. 1960–1991, 2021.

[2] M. Utley, S. Crowe, and C. Pagel, *Operational research approaches.* Cambridge University Press, 2022.

[3] N. Boysen, S. Fedtke, and S. Schwerdfeger, "Last-mile delivery concepts : a survey from an operational research perspective," *Or Spectrum*, vol. 43, pp. 1–58, 2021.

[4] M. Doumpos, C. Zopounidis, D. Gounopoulos, E. Platanakis, and W. Zhang, "Operational research and artificial intelligence methods in banking," *European Journal of Operational Research*, vol. 306, no. 1, pp. 1–16, 2023.

[5] F. Petropoulos, G. Laporte, E. Aktas, S. A. Alumur, C. Archetti, H. Ayhan, M. Battarra, J. A. Bennell, J.-M. Bourjolly, J. E. Boylan *et al.*, "Operational research : methods and applications," *Journal of the Operational Research Society*, vol. 75, no. 3, pp. 423–617, 2024.

[6] K. W. De Bock, K. Coussement, A. De Caigny, R. Slowiński, B. Baesens, R. N. Boute, T.-M. Choi, D. Delen, M. Kraus, S. Lessmann *et al.*, "Explainable ai for operational research : A defining framework, methods, applications, and a research agenda," *European Journal of Operational Research*, 2023.

[7] H. A. Eiselt and C.-L. Sandblom, *Operations research : A model-based approach.* Springer Nature, 2022.

[8] L. Grieco, M. Utley, and S. Crowe, "Operational research applied to decisions in home health care : A systematic literature review," *Journal of the Operational Research Society*, vol. 72, no. 9, pp. 1960–1991, 2021.

[9] M. Chalikias, *Applications of Operational Research and Mathematical Models in Management.* MDPI-Multidisciplinary Digital Publishing Institute, 2020.

[10] A. Annarelli and F. Nonino, "Strategic and operational management of organizational resilience : Current state of research and future directions," *Omega*, vol. 62, pp. 1–18, 2016.

[11] C.-F. Chien, S. Dauzère-Pérès, W. T. Huh, Y. J. Jang, and J. R. Morrison, "Artificial intelligence in manufacturing and logistics systems : algorithms, applications, and case studies," pp. 2730–2731, 2020.

[12] M. W. Kirby, *Operational research in war and peace : the British experience from the 1930s to 1970*. Imperial College Press, 2003.

[13] S. Cropper, M. C. Jackson, and P. Keys, *Operational research and the social sciences*. Springer Science & Business Media, 2012.

[14] F. Guerriero and R. Guido, "Operational research in the management of the operating theatre : a survey," *Health care management science*, vol. 14, pp. 89–114, 2011.

[15] S. Chowla and H. J. Ryser, "Combinatorial problems," *Canadian Journal of Mathematics*, vol. 2, pp. 93–99, 1950.

[16] J. M. Weinand, K. Sörensen, P. San Segundo, M. Kleinebrahm, and R. McKenna, "Research trends in combinatorial optimization," *International Transactions in Operational Research*, vol. 29, no. 2, pp. 667–705, 2022.

[17] P. A. Krokhmal and P. M. Pardalos, "Random assignment problems," *European Journal of Operational Research*, vol. 194, no. 1, pp. 1–17, 2009.

[18] M. Siddig and Y. Song, "A multistage stochastic programming model for hurricane relief logistics planning," in *Proceedings of the 2021 IISE annual conference*, 2021.

[19] A. Shapiro, D. Dentcheva, and A. Ruszczynski, *Lectures on stochastic programming : modeling and theory*. SIAM, 2021.

[20] F. Plastria, "Static competitive facility location : an overview of optimisation approaches," *European Journal of Operational Research*, vol. 129, no. 3, pp. 461–470, 2001.

[21] E. S. Hernández-Gress, J. C. Seck-Tuoh-Mora, N. Hernández-Romero, J. Medina-Marín, P. Lagos-Eulogio, and J. Ortíz-Perea, "The solution of the concurrent layout scheduling problem in the job-shop environment through a local neighborhood search algorithm," *Expert Systems with Applications*, vol. 144, p. 113096, 2020.

[22] S. Bazari, A. Pooya, O. Soleimani Fard, and P. Roozkhosh, "Modeling and solving the problem of scheduling university exams in terms of new constraints on the conflicts of professors' exams and the concurrence of exams with common questions," *OPSEARCH*, vol. 60, no. 2, pp. 877–915, 2023.

[23] S. E. Daniel, D. C. Diakoulaki, and C. P. Pappis, "Operations research and environmental planning," *European journal of operational research*, vol. 102, no. 2, pp. 248–263, 1997.

[24] G. K. Saharidis, "Operational research in energy and environment," pp. 693–696, 2017.

[25] A. Labib, M. Read, C. Gladstone-Millar, R. Tonge, and D. Smith, "Formulation of higher education institutional strategy using operational research approaches," *Studies in Higher Education*, vol. 39, no. 5, pp. 885–904, 2014.

[26] G. Anandalingam, S. Raghavan, and S. Raghavan, *Telecommunications network design and management*. Springer Science & Business Media, 2003, vol. 23.

[27] L. Zhao and A. Huchzermeier, "Operations–finance interface models : A literature review and framework," *European Journal of Operational Research*, vol. 244, no. 3, pp. 905–917, 2015.

[28] N. K. Jaiswal, *Military operations research : quantitative decision making.* Springer Science & Business Media, 2012, vol. 5.

[29] S. P. Silal *et al.*, "Operational research : A multidisciplinary approach for the management of infectious disease in a global context," *European journal of operational research*, vol. 291, no. 3, pp. 929–934, 2021.

[30] F. Guerriero and R. Guido, "Operational research in the management of the operating theatre : a survey," *Health care management science*, vol. 14, pp. 89–114, 2011.

[31] Ş. Gür and T. Eren, "Application of operational research techniques in operating room scheduling problems : literature overview," *Journal of Healthcare Engineering*, vol. 2018, 2018.

[32] M. Kunc, J. Malpass, and L. White, *Behavioral operational research : Theory, methodology and practice.* Springer, 2016.

[33] A. R. Ravindran, *Operations research methodologies.* Crc Press, 2008.

[34] R. Tomlinson and I. Kiss, *Rethinking the process of operational research & systems analysis.* Elsevier, 2013.

[35] M. Jamil and X.-S. Yang, "A literature survey of benchmark functions for global optimisation problems," *International Journal of Mathematical Modelling and Numerical Optimisation*, vol. 4, no. 2, pp. 150–194, 2013.

[36] U. M. Diwekar, *Introduction to applied optimization.* Springer Nature, 2020, vol. 22.

[37] F. Fioretto, E. Pontelli, and W. Yeoh, "Distributed constraint optimization problems and applications : A survey," *Journal of Artificial Intelligence Research*, vol. 61, pp. 623–698, 2018.

[38] M. Jamil and X.-S. Yang, "A literature survey of benchmark functions for global optimisation problems," *International Journal of Mathematical Modelling and Numerical Optimisation*, vol. 4, no. 2, pp. 150–194, 2013.

[39] V. T. Paschos, *Applications of combinatorial optimization.* John Wiley & Sons, 2014, vol. 3.

[40] G. Ausiello, P. Crescenzi, G. Gambosi, V. Kann, A. Marchetti-Spaccamela, and M. Protasi, *Complexity and approximation : Combinatorial optimization problems and their approximability properties.* Springer Science & Business Media, 2012.

[41] M. Yannakakis, "Expressing combinatorial optimization problems by linear programs," in *Proceedings of the twentieth annual ACM symposium on Theory of computing*, 1988, pp. 223–228.

[42] M. Akgül, "The linear assignment problem," in *Combinatorial Optimization : New Frontiers in Theory and Practice.* Springer, 1992, pp. 85–122.

[43] R. Burkard, M. Dell'Amico, and S. Martello, *Assignment problems : revised reprint.* SIAM, 2012.

[44] C. Kandemir *et al.*, "Employee-task assignments for organization modeling : A review of models and applications," in *Proceedings of the International Annual Conference of the American Society for Engineering Management.* American Society for Engineering Management (ASEM), 2014, p. 1.

[45] P. Ranganathan and K. Nygard, "An optimal resource assignment problem in smart grid," in *Future Computing : The Second International Conference on Future Computational Technologies and Applications.* Citeseer, 2010, pp. 28–34.

[46] M. Seda, "The assignment problem and its relation to logistics problems," *Algorithms*, vol. 15, no. 10, p. 377, 2022.

[47] R. E. Burkard and U. Derigs, *Assignment and matching problems : Solution methods with FORTRAN-programs.* Springer Science & Business Media, 2013, vol. 184.

[48] R. E. Burkard, E. Cela, P. M. Pardalos, and L. S. Pitsoulis, *The quadratic assignment problem.* Springer, 1998.

[49] E. Cela, *The quadratic assignment problem : theory and algorithms.* Springer Science & Business Media, 2013, vol. 1.

[50] A. S. Hameed, B. M. Aboobaider, N. H. Choon, M. L. Mutar, and W. H. Bilal, "Review on the methods to solve combinatorial optimization problems particularly : quadratic assignment model," *International Journal of Engineering & Technology*, vol. 7, no. 3.20, pp. 15–20, 2018.

[51] M. Abdel-Basset, G. Manogaran, H. Rashad, and A. N. H. Zaied, "A comprehensive review of quadratic assignment problem : variants, hybrids and applications," *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*, pp. 1–24, 2018.

[52] D. R. Morales and H. E. Romeijn, "The generalized assignment problem and extensions," *Handbook of combinatorial optimization*, pp. 259–311, 2005.

[53] D. G. Cattrysse and L. N. Van Wassenhove, "A survey of algorithms for the generalized assignment problem," *European journal of operational research*, vol. 60, no. 3, pp. 260–272, 1992.

[54] T. Öncan, "A survey of the generalized assignment problem and its applications," *INFOR : Information Systems and Operational Research*, vol. 45, no. 3, pp. 123–141, 2007.

[55] R. L. Church and Z. Drezner, "Review of obnoxious facilities location problems," *Computers & Operations Research*, vol. 138, p. 105468, 2022.

[56] R. Z. Farahani, M. Hekmatfar, B. Fahimnia, and N. Kazemzadeh, "Hierarchical facility location problem : Models, classifications, techniques, and applications," *Computers & Industrial Engineering*, vol. 68, pp. 104–117, 2014.

[57] M. S. Kiran and M. Gündüz, "Xor-based artificial bee colony algorithm for binary optimization," *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences*, vol. 21, no. 8, pp. 2307–2328, 2013.

[58] V. Verter, "Uncapacitated and capacitated facility location problems," *Foundations of location analysis*, pp. 25–37, 2011.

[59] R. D. Galvão, "Uncapacitated facility location problems : contributions," *Pesquisa Operacional*, vol. 24, pp. 7–38, 2004.

[60] L.-Y. Wu, X.-S. Zhang, and J.-L. Zhang, "Capacitated facility location problem with general setup cost," *Computers & Operations Research*, vol. 33, no. 5, pp. 1226–1241, 2006.

[61] P. Toth and D. Vigo, "An overview of vehicle routing problems," *The vehicle routing problem*, pp. 1–26, 2002.

[62] ——, *Vehicle routing : problems, methods, and applications.* SIAM, 2014.

[63] D. Davendra, *Traveling salesman problem : Theory and applications.* BoD–Books on Demand, 2010.

[64] M. Jünger, G. Reinelt, and G. Rinaldi, "The traveling salesman problem," *Handbooks in operations research and management science*, vol. 7, pp. 225–330, 1995.

[65] R. Matai, S. P. Singh, and M. L. Mittal, "Traveling salesman problem : an overview of applications, formulations, and solution approaches," *Traveling salesman problem, theory and applications*, vol. 1, no. 1, pp. 1–25, 2010.

[66] P. Baniasadi, M. Foumani, K. Smith-Miles, and V. Ejov, "A transformation technique for the clustered generalized traveling salesman problem with applications to logistics," *European Journal of Operational Research*, vol. 285, no. 2, pp. 444–457, 2020.

[67] E. Filip and M. Otakar, "The travelling salesman problem and its application in logistic practice," *WSEAS Transactions on Business and Economics*, vol. 8, no. 4, pp. 163–173, 2011.

[68] Y. Ahsini, P. Díaz-Masa, B. Inglés, A. Rubio, A. Martínez, A. Magraner, and J. A. Conejero, "The electric vehicle traveling salesman problem on digital elevation models for traffic-aware urban logistics," *Algorithms*, vol. 16, no. 9, p. 402, 2023.

[69] ——, "The electric vehicle traveling salesman problem on digital elevation models for traffic-aware urban logistics," *Algorithms*, vol. 16, no. 9, p. 402, 2023.

[70] A. Goel and V. Gruhn, "A general vehicle routing problem," *European Journal of Operational Research*, vol. 191, no. 3, pp. 650–660, 2008.

[71] R.-J. Kuo, F. E. Zulvia, and K. Suryadi, "Hybrid particle swarm optimization with genetic algorithm for solving capacitated vehicle routing problem with fuzzy demand–a case study on garbage collection system," *Applied Mathematics and Computation*, vol. 219, no. 5, pp. 2574–2588, 2012.

[72] S. Effendy, B. C. Ngo, and R. H. Yap, "An efficient heuristic for passenger bus vrp with preferences and tradeoffs," in *Learning and Intelligent Optimization : 15th International Conference, LION 15, Athens, Greece, June 20–25, 2021, Revised Selected Papers 15*. Springer, 2021, pp. 121–127.

[73] P. Bürgisser, M. Clausen, and M. A. Shokrollahi, *Algebraic complexity theory*. Springer Science & Business Media, 2013, vol. 315.

[74] C. H. Papadimitriou and K. Steiglitz, *Combinatorial optimization : algorithms and complexity*. Courier Corporation, 1998.

[75] M. A. Rahman, R. Sokkalingam, M. Othman, K. Biswas, L. Abdullah, and E. Abdul Kadir, "Nature-inspired metaheuristic techniques for combinatorial optimization problems : overview and recent advances," *Mathematics*, vol. 9, no. 20, p. 2633, 2021.

[76] R. M. Karp, *Reducibility among combinatorial problems*. Springer, 2010.

[77] R. Marti and G. Reinelt, *Exact and Heuristic Methods in Combinatorial Optimization*. Springer, 2022, vol. 175.

[78] D. R. Morrison, S. H. Jacobson, J. J. Sauppe, and E. C. Sewell, "Branch-and-bound algorithms : A survey of recent advances in searching, branching, and pruning," *Discrete Optimization*, vol. 19, pp. 79–102, 2016.

[79] J. E. Mitchell, "Branch-and-cut algorithms for combinatorial optimization problems," *Handbook of applied optimization*, vol. 1, no. 1, pp. 65–77, 2002.

[80] M. Reihaneh and A. Ghoniem, "A branch-and-price algorithm for a vehicle routing with demand allocation problem," *European Journal of Operational Research*, vol. 272, no. 2, pp. 523–538, 2019.

[81] S. Irnich, "A new branch-and-price algorithm for the traveling tournament problem," *European Journal of Operational Research*, vol. 204, no. 2, pp. 218–228, 2010.

[82] M. Baghel, S. Agrawal, and S. Silakari, "Survey of metaheuristic algorithms for combinatorial optimization," *International Journal of Computer Applications*, vol. 58, no. 19, 2012.

[83] J. Mockus, W. Eddy, and G. Reklaitis, *Bayesian Heuristic approach to discrete and global optimization : Algorithms, visualization, software, and applications.* Springer Science & Business Media, 2013, vol. 17.

[84] A. H. Halim and I. Ismail, "Combinatorial optimization : comparison of heuristic algorithms in travelling salesman problem," *Archives of Computational Methods in Engineering*, vol. 26, pp. 367–380, 2019.

[85] S. Yakovlev, "Convex extensions in combinatorial optimization and their applications," *Optimization Methods and Applications : In Honor of Ivan V. Sergienko's 80th Birthday*, pp. 567–584, 2017.

[86] M. Sánchez, J. M. Cruz-Duarte, J. carlos Ortíz-Bayliss, H. Ceballos, H. Terashima-Marin, and I. Amaya, "A systematic review of hyper-heuristics on combinatorial optimization problems," *IEEE Access*, vol. 8, pp. 128 068–128 095, 2020.

[87] F. Peres and M. Castelli, "Combinatorial optimization problems and metaheuristics : Review, challenges, design, and development," *Applied Sciences*, vol. 11, no. 14, p. 6449, 2021.

[88] J. K. Konjaang and L. Xu, "Meta-heuristic approaches for effective scheduling in infrastructure as a service cloud : A systematic review," *Journal of Network and Systems Management*, vol. 29, pp. 1–57, 2021.

[89] O. Kramer and O. Kramer, *Genetic algorithms.* Springer, 2017.

[90] V. K. Prajapati, M. Jain, and L. Chouhan, "Tabu search algorithm (tsa) : A comprehensive survey," in *2020 3rd International Conference on Emerging Technologies in Computer Engineering : Machine Learning and Internet of Things (ICETCE).* IEEE, 2020, pp. 1–8.

[91] A. G. Nikolaev and S. H. Jacobson, "Simulated annealing," *Handbook of metaheuristics*, pp. 1–39, 2010.

[92] S. Lalwani, H. Sharma, S. C. Satapathy, K. Deep, and J. C. Bansal, "A survey on parallel particle swarm optimization algorithms," *Arabian Journal for Science and Engineering*, vol. 44, pp. 2899–2923, 2019.

[93] S. Katoch, S. S. Chauhan, and V. Kumar, "A review on genetic algorithm : past, present, and future," *Multimedia tools and applications*, vol. 80, pp. 8091–8126, 2021.

[94] A. Lambora, K. Gupta, and K. Chopra, "Genetic algorithm-a literature review," in *2019 international conference on machine learning, big data, cloud and parallel computing (COMITCon).* IEEE, 2019, pp. 380–384.

[95] S. Desale, A. Rasool, S. Andhale, and P. Rane, "Heuristic and meta-heuristic algorithms and their relevance to the real world : a survey," *Int. J. Comput. Eng. Res. Trends*, vol. 351, no. 5, pp. 2349–7084, 2015.

[96] J. Kronqvist, D. E. Bernal, A. Lundell, and I. E. Grossmann, "A review and comparison of solvers for convex minlp," *Optimization and Engineering*, vol. 20, pp. 397–455, 2019.

[97] S. Majdoub and C. Loqman, "A new integer model for the management of booking stays at summer resorts," *Computers & Industrial Engineering*, vol. 156, p. 107214, 2021.

[98] S. Rebennack, M. Oswald, D. O. Theis, H. Seitz, G. Reinelt, and P. M. Pardalos, "A branch and cut solver for the maximum stable set problem," *Journal of combinatorial optimization*, vol. 21, pp. 434–457, 2011.

[99] R. Mosca, "Polynomial algorithms for the maximum stable set problem on particular classes of p5-free graphs," *Information processing letters*, vol. 61, no. 3, pp. 137–143, 1997.

[100] S. Burer, R. D. Monteiro, and Y. Zhang, "Maximum stable set formulations and heuristics based on continuous optimization," *Mathematical Programming*, vol. 94, pp. 137–166, 2002.

[101] C. Mannino and A. Sassano, "An exact algorithm for the maximum stable set problem," *Computational Optimization and Applications*, vol. 3, no. 3, pp. 243–258, 1994.

[102] M. Campelo and R. C. Correa, "A lagrangian relaxation for the maximum stable set problem," *arXiv preprint arXiv :0903.1407*, 2009.

[103] J. J. Hopfield and D. W. Tank, ""neural" computation of decisions in optimization problems," *Biological cybernetics*, vol. 52, no. 3, pp. 141–152, 1985.

[104] P. M. Talaván and J. Yáñez, "A continuous hopfield network equilibrium points algorithm," *Computers & operations research*, vol. 32, no. 8, pp. 2179–2196, 2005.

[105] Q. Hong, Y. Li, and X. Wang, "Memristive continuous hopfield neural network circuit for image restoration," *Neural Computing and Applications*, vol. 32, pp. 8175–8185, 2020.

[106] J. Sun, X. Xiao, Q. Yang, P. Liu, and Y. Wang, "Memristor-based hopfield network circuit for recognition and sequencing application," *AEU-International Journal of Electronics and Communications*, vol. 134, p. 153698, 2021.

[107] J.-Y. Potvin and K. A. Smith, "Artificial neural networks for combinatorial optimization," in *Handbook of metaheuristics*. Springer, 2003, pp. 429–455.

[108] T. Ota, I. Sato, R. Kawakami, M. Tanaka, and N. Inoue, "Learning with partial forgetting in modern hopfield networks," in *International Conference on Artificial Intelligence and Statistics*. PMLR, 2023, pp. 6661–6673.

[109] A. Likas, N. Vlassis, and J. J. Verbeek, "The global k-means clustering algorithm," *Pattern recognition*, vol. 36, no. 2, pp. 451–461, 2003.

[110] H. Zare and S. Emadi, "Determination of customer satisfaction using improved k-means algorithm," *Soft Computing*, vol. 24, no. 22, pp. 16 947–16 965, 2020.

[111] M. K. I. Rahmani, N. Pal, and K. Arora, "Clustering of image data using k-means and fuzzy k-means," *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, vol. 5, no. 7, 2014.

[112] A. Y. Ikram and L. Chakir, "Arabic text classification in the legal domain," in *2019 Third International Conference on Intelligent Computing in Data Sciences (ICDS)*. IEEE, 2019, pp. 1–6.

[113] M. Ronen, S. E. Finder, and O. Freifeld, "Deepdpm : Deep clustering with an unknown number of clusters," in *Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2022, pp. 9861–9870.

[114] D. Evansi and M. N. Sulaiman, "Solving optimisation problems using neucomp-a neural network compiler," *International journal of computer mathematics*, vol. 62, no. 1-2, pp. 1–21, 1996.