

N° d'ordre : 42/ 2017

# THÈSE DE DOCTORAT

Présentée par

**Mme. Ghita ETTAYE**

Discipline : Génie mécanique

Spécialité : Génie industriel

**Sujet de thèse :** Modélisation et optimisation de la planification intégrée de la production et de la maintenance des systèmes de production

Thèse présentée et soutenue le 9 décembre 2017 devant un jury composé de :

Nom Prénom	Titre	Etablissement	
Bilal HARRAS	PES	Faculté des Sciences et Techniques de Fès	Président
Mohamed SALLAOU	PES	ENSAM de Meknès	Rapporteur
Abdelmajid SAKA	PES	Ecole Nationale des Sciences Appliquées de Fès	Rapporteur
Hassane MOUSTABCHIR	PH	Faculté des Sciences et Techniques d'Errachidia	Rapporteur
Ahmed EL BIYAALI	PES	Faculté des Sciences et Techniques de Fès	Examineur
Jean-Michel BRUCKER	PES	ECAM-EPMI France	Examineur
Abdellah EL BARKANY	PH	Faculté des Sciences et Techniques de Fès	Directeurs de thèse
Ahmed EL KHALFI	PES	Faculté des Sciences et Techniques de Fès	
M. Abdesslam KHALED	Docteur	Directeur pédagogique-IPEP	Invité

Laboratoire d'accueil : Laboratoire Génie Mécanique  
Etablissement : Faculté des Sciences et Techniques de Fès

*À mes chers parents,  
À mon époux,  
À mes enfants,  
À mes frères et ma sœur,  
À toute ma famille.*

# Remerciements

Ce travail de thèse a été réalisé au sein de l'Équipe de Management et Optimisation des Systèmes de Production du Laboratoire de Génie Mécanique de la Faculté des Sciences et Techniques de Fès avec. J'ai trouvé au sein de ce laboratoire une ambiance particulièrement favorable pour mener à bien ce travail, et je remercie vivement le Professeur *Ahmed EL KHALFI*, Directeur du Laboratoire, qui m'y a accueilli et qui a suivi ces travaux de recherche.

Je tiens dans un premier temps à remercier tout particulièrement et très chaleureusement mon directeur de thèse, le Professeur *Ahmed EL KHALFI*, le premier qui m'a donné la chance d'entrer dans le monde de la recherche. Je voudrais lui témoigner toute ma reconnaissance pour sa disponibilité, sa rigueur et ses conseils.

Mon co-directeur de thèse, le Professeur *Abdallah EL BARKANY*, à qui je veux apporter mes remerciements tous particuliers et ma profonde reconnaissance. Il a su m'encadrer avec efficacité, claire voyance et beaucoup de patience durant mes années de thèse.

J'exprime toute ma gratitude aux membres du jury qui me font l'honneur de participer à l'examen de cette thèse. En premier lieu, Monsieur *Bilal HARRAS* qui me fait l'honneur de présider le jury de ma soutenance. Je remercie également les Professeurs *Mohamed SALLAOU*, *Abdelmajid SAKA* et *Hassane MOUSTABCHIR* qui ont accepté d'être les rapporteurs de ce manuscrit. Leur remarques et suggestions me permettent d'apporter des améliorations à la qualité de ce dernier.

Mes remerciements s'adressent également au Professeur *Ahmed EL BIYAALI*, pour avoir accepté d'examiner mon travail de recherche et de faire partie de mon jury de thèse.

J'adresse également mes remerciements à Monsieur le Professeur *Mustapha IJJAALI*, Doyen de la FST de Fès, pour m'avoir assuré un environnement favorable pour mes travaux de recherche. Je remercie encore Monsieur le Professeur *El Mestafa EL HADRAMI*, Vice-Doyen chargé de la recherche, de la formation continue et des relations extérieures pour son soutien permanent et sa disponibilité. Je tiens à exprimer mes plus sincères remerciements à tous les professeurs du *département de Génie Mécanique* de la FST de Fès pour leurs conseils et leur soutien, qu'ils trouvent ici l'expression de ma reconnaissance.

Je souhaite également faire part de toute ma gratitude à tous les membres de ma famille pour leur soutien incomparable, à la mesure de tout ce qu'ils m'ont donné depuis toujours. Je leur dédie cet mémoire.

Je tiens également à témoigner toute ma sympathie et ma profonde amitié à l'ensemble de mes amis pour leur soutien moral, leur aide et l'encouragement permanent qu'ils m'ont assuré le long de ces années de thèse, ainsi qu'à mes directeurs de thèse qui m'ont donné l'opportunité de travailler sur un sujet aussi concret et passionnant.

Enfin, je remercie tous ceux, qui, de près ou de loin, ont contribué à l'élaboration de cette thèse. Qu'ils veuillent bien accepter mes sincères remerciements.

## Résumé

La production se situe au cœur de l'entreprise avec la complexification de ses systèmes, l'organisation de ses activités est devenue très importantes. En parallèle, avec l'accroissement de l'utilisation des machines qui remplaçaient l'être humain, le problème de maintenir ces machines et les garder en bon état de fonctionnement est devenu l'une des préoccupations majeures de l'entreprise. Dès lors, les chercheurs se sont penchés sur la question des plans séparés ainsi que ceux intégrés de la production et de la maintenance. En outre, les systèmes technologiques se distinguent de plus en plus par la complexité croissante de leur structure. Cette complexité accroît l'occurrence de défaillances catastrophiques qui peuvent entraîner d'importantes conséquences pour les entreprises. Ces défaillances peuvent, ainsi, engendrer d'énormes pertes de production, pertes financières, pertes de temps, accidents, blessures, décès, insatisfaction de la clientèle, etc. et exiger d'importants investissements pour la réparation des préjudices causés. Ces situations peuvent réduire la compétitivité des entreprises.

L'objectif de notre contribution est de proposer une nouvelle approche pour pallier à l'apparition aléatoire des pannes et par la suite intégrer des stratégies de maintenance à la planification des opérations de la production au niveau tactique dans les systèmes manufacturiers qui sont affectés par des arrêts imprévus tout au long de leur durée de vie. Ces phénomènes sont responsables des défaillances aléatoires et réduisent l'aptitude des systèmes à assurer leur fonction. Dès lors, la mise au point des politiques de maintenance appropriées permettant de maximiser la disponibilité des systèmes à un coût minimum est nécessaire ainsi que prévenir un plan de production capable de satisfaire les besoins des clients dans les délais prédéfinis avec le respect de la qualité du produit sans avoir de hauts niveaux de stocks ni de ruptures sur la demande pour un système avec un ensemble de produits, de périodes et de lignes.

Cette thèse montre l'intérêt de disposer des modèles de référence pour construire, piloter et évaluer un plan intégré de la production et de la maintenance. En effet, nous avons proposé deux nouveaux modèles de planification intégrant la production avec la maintenance des systèmes de production mono et multi-lignes. L'approche de résolution proposée est basée sur la programmation linéaire des problèmes à entiers mixtes en utilisant un ensemble de méthodes exactes inséré dans les solveurs CPLEX et Matlab. On a programmé notre propre algorithme génétique sous le logiciel Python comme une méthode approchée pour faire l'optimisation, ses avantages sont traduits au niveau de la réduction des coûts obtenus et des temps d'exécution par rapport au programme existant dans Matlab. On a également fait une analyse de sensibilité qui consiste à varier les paramètres jusqu'à trouver le meilleur paramétrage de l'algorithme appliqué. Ensuite, nous avons fourni des exemples numériques pour illustrer les résultats et représenter l'écart économique entre la planification séparée et celle intégrée.

Enfin, les résultats obtenus dans cette thèse montrent l'impact économique réalisé par l'intégration de la planification de la production et de la maintenance. Les méthodes de résolution développées dans ces travaux de thèse permettent la résolution des problèmes de petite ainsi que ceux de grande taille.

**Mots clés :** Production ; maintenance préventive ; réparation minimale ; plan intégré ; modélisation ; optimisation; algorithme génétique.

## Abstract

Production is at the heart of the company with the complexity of its systems, the organization of its activities has become very important. In parallel with the increase in the use of machines that replaced human beings, the problem of maintaining these machines and keeping them in good working order has become one of the major concerns of the industry. From then on, the researchers looked at the issue of separate production and maintenance plans as well as integrated. In addition, technological systems are increasingly distinguished by the increasing complexity of their structure. This complexity increases the occurrence of catastrophic failures that can have significant consequences for companies. These failures can result in enormous production losses, financial losses, loss of time, accidents, injuries, deaths, customer dissatisfaction, etc. And require significant investments to repair the damage caused. These situations can reduce the competitiveness of companies.

The objective of our contribution is to propose a new approach to addressing the random occurrence of failures and then to integrate maintenance strategies into the planning of production operations at the tactical level of manufacturing systems that are affected by unplanned outages throughout their lifetime. These phenomena are responsible for random failures and reduce the ability of systems to perform their functions. Therefore, the development of appropriate maintenance policies to maximize the availability of systems at minimum cost is necessary as well as to prevent a production planning capable of satisfying the needs of the customers within the predefined deadlines with the respect of the quality of the product without having high levels of stocks or breaks in demand for a system with a set of products, periods and lines.

This thesis shows the importance of having reference model to build pilot and evaluate a plan integrating production and maintenance of a production system. Indeed, we have proposed two new planning models integrating production with the maintenance for single and multi-line systems. The proposed resolution approach is based on programming a mixed integer linear problem using a set of exact methods included in the CPLEX and Matlab solvers. We have programmed our own genetic algorithm under the Python software as an approximate method for the optimization. Its benefits are translated at reducing the obtained costs and the execution time compared to the existing program in Matlab. A sensitivity analysis has also been done, which consists of varying the parameters until the best setting of the applied algorithm is found. Then we provided numerical examples to illustrate the results and we represented the economic gap between the separate and the integrated planning.

Finally, the results obtained in this thesis show the economic impact achieved by the integration of the production and maintenance planning. The program based on genetic algorithms that we have established allows for solving small problems as well as larger ones.

**Keywords:** Production; preventive maintenance; minimal repair; integrated planning; modeling; optimization; genetic algorithm.

# Table des matières

<b>Remerciements</b> .....	<b>2</b>
<b>Table des matières</b> .....	<b>5</b>
<b>Liste des figures</b> .....	<b>9</b>
<b>Liste des tableaux</b> .....	<b>11</b>
<b>Acronymes</b> .....	<b>13</b>
<b>Notations principales</b> .....	<b>14</b>
<b>Introduction générale</b> .....	<b>16</b>
<b>Chapitre I : Etat de l'art sur la planification de la production et de la maintenance</b> .....	<b>19</b>
1.1 Introduction .....	20
1.2 Plan de la production.....	21
1.2.1 Contexte historique du plan de production .....	22
1.2.2 Les niveaux de planification dans la chaîne logistique.....	22
1.2.3 Les approches de modélisation de la production.....	24
1.2.4 Modélisation des problèmes de dimensionnement des lots .....	25
1.2.4.1 Discrétisation de l'horizon de planification .....	25
1.2.4.2 PDL à une seule référence .....	25
1.2.4.3 PDL multi-références.....	26
1.2.4.4 Applications du PDL dans les domaines industriels .....	27
1.3 Plan de la maintenance.....	27
1.3.1 Contexte général de la maintenance .....	28
1.3.2 L'importance de la maintenance .....	28
1.3.3 Évolution de la maintenance .....	29
1.3.4 Les différentes formes de maintenance .....	30
1.3.5 Les cinq niveaux de maintenance .....	32
1.3.6 Les types de la maintenance .....	33
1.3.7 Modèles de planification de la maintenance .....	34
1.3.7.1 La politique de maintenance dépendant de l'âge .....	34
1.3.7.2 La politique de maintenance périodique .....	35
1.3.7.3 La politique de limite de défaillance .....	35
1.3.7.4 La politique de maintenance séquentielle .....	35
1.3.7.5 La politique de limite de réparation.....	35

---

1.3.7.6	Les politiques des systèmes multi-composants.....	36
1.4	Les systèmes de production.....	36
1.5	Planification de la maintenance et de la production.....	39
1.5.1	La stratégie séparée des plans maintenance/production.....	39
1.5.2	La stratégie intégrée des plans maintenance/production.....	39
1.6	Modélisation et optimisation.....	44
1.6.1	Définition.....	44
1.6.2	Les méthodes d'optimisation.....	45
1.6.3	Les méthodes exactes.....	46
1.6.4	Les méthodes approchées.....	46
1.7	Conclusion.....	49
<b>Chapitre II</b>	<b>Modèle d'un plan intégrant la production avec la maintenance.....</b>	<b>50</b>
2.1	Introduction.....	51
2.2	La politique de maintenance.....	52
2.2.1	Principe général du modèle proposé.....	52
2.2.2	Le coût de la maintenance.....	53
2.3	Le plan de la production proposé.....	55
2.3.1	Principe général.....	56
2.3.2	La capacité disponible.....	56
2.3.1	Le coût de la production.....	57
2.4	Formulation mathématique du modèle proposé.....	58
2.5	Résolution du problème.....	60
2.5.1	Procédure de résolution.....	60
2.5.2	Méthode 1 : Utilisation du solveur MATLAB 2016b [Mathworks].....	61
2.5.3	Méthode 2 : Le solveur CPLEX 12.6 [ILOG OPL].....	62
2.6	Exemple numérique.....	64
2.6.1	Les demandes.....	64
2.6.2	Les coûts de la maintenance.....	64
2.6.3	Les coûts de la production.....	65
2.7	Résultats numériques.....	68
2.7.1	Plan de production proposé.....	68
2.7.2	Plan de la maintenance proposé.....	71
2.7.3	Plan intégré.....	72
2.7.4	Validation du modèle analytique.....	75

---

---

2.7.5	Étude comparative.....	77
2.8	Conclusion.....	78
<b>Chapitre III : Modélisation du plan intégré pour un système multi-lignes.....</b>		<b>79</b>
3.1	Introduction .....	80
3.2	La politique de la maintenance .....	82
3.3	Le coût de la maintenance de chaque ligne.....	83
3.4	Expression de la capacité .....	83
3.5	Le coût de la production .....	84
3.6	La formulation du modèle mathématique.....	85
3.7	Résolution du problème PIMPM .....	86
3.8	Exemple numérique.....	87
3.8.1	Présentation des demandes .....	87
3.8.2	Les données de la maintenance et de la production .....	88
3.9	Conclusion.....	96
<b>Chapitre IV : Optimisation du plan intégré basée sur les algorithmes génétiques .....</b>		<b>97</b>
4.1	Introduction .....	98
4.2	Analyse de l'état de l'art pour MCLP avec temps de setup .....	98
4.3	Le modèle à optimiser .....	101
4.3.1	Modèle et données numériques .....	101
4.3.2	Procédure de résolution.....	101
4.4	Les algorithmes génétiques .....	102
4.4.1	Introduire les AGs .....	102
4.4.2	Définir l'état de l'art sur les AGs .....	102
4.4.3	Caractéristique des algorithmes génétiques.....	103
4.4.4	Paramètres de l'AG .....	103
4.4.5	AG par Matlab.....	104
4.4.5.1	Algorithme génétique pour un programme linéaire.....	104
4.4.5.2	Critères d'arrêt.....	104
4.4.5.3	Algorithme génétique pour le problème linéaire à entiers mixtes.....	105
4.4.6	AG par Python.....	105
4.4.6.1	Initialisation de la population .....	106
4.4.6.2	Évaluation et opérateur de sélection.....	107
4.4.6.3	Opérateurs génétiques.....	108
4.4.6.4	Critère d'arrêt de l'algorithme.....	109

---

---

4.5	Résolution du problème .....	109
4.5.1	Résultats obtenus par la PLEM sous CPLEX .....	109
4.5.2	Résultats obtenus par le premier algorithme [Matlab] .....	111
4.5.3	Résultats obtenus par le deuxième algorithme [Python] .....	114
4.5.3.1	Analyse de sensibilité de l'algorithme génétique par python .....	114
4.5.3.2	Résultats obtenus par le deuxième algorithme [Python].....	114
4.6	Analyse des résultats .....	115
4.6.1	La résolution par différentes méthodes.....	115
4.6.2	Comparaison des solutions par Gap .....	116
4.7	Conclusion.....	118
<b>Conclusion générale et perspectives .....</b>		<b>119</b>
<b>Bibliographie.....</b>		<b>121</b>
<b>Annexes .....</b>		<b>131</b>

# Liste des figures

## Chapitre I

Figure 1.1. Les concepts de la maintenance industrielle NFX — 60-010 .....	30
Figure 1.2. Les formes de la maintenance .....	32
Figure 1.3. Les niveaux de la maintenance (NF X60.001) .....	33
Figure 1.4. Diagramme fonctionnel d'un système binaire .....	37
Figure 1.5. Les types des systèmes multi-états .....	37
Figure 1.6. Système multi-états avec un seul état de dégradation [WAS, 2011] .....	38
Figure 1.7. Diagramme fonctionnel pour système unitaire multi-états avec différents états de dégradation [WAS, 2011] .....	38
Figure 1.8. Diagramme fonctionnel d'un système multi-états multi-composants [ETT, 2016] .....	39
Figure 1.9. Classification des méthodes d'optimisation.....	45

## Chapitre II

Figure 2.1. Activités maintenance/production séparées dans une ligne de production [ETT, 2017a] .....	51
Figure 2.2. La politique de maintenance proposée [ETT, 2017a] .....	53
Figure 2.3. Le cycle de maintenance .....	54
Figure 2.4. Plan de maintenance sur un horizon fini.....	55
Figure 2.5. Exemple d'un horizon de planification détaillé .....	60
Figure 2.6. Procédure de résolution du modèle proposé .....	61
Figure 2.7. Les composantes d'optimisation ILOG (Annexe 2.1).....	62
Figure 2.8. Les fluctuations des nombres de défaillances avec l'âge .....	65
Figure 2.9. Comportement de la capacité .....	67
Figure 2.10. Les variations des coûts de la production par différents cycles .....	69
Figure 2.11. Les variations des coûts de la maintenance par différents cycles .....	72
Figure 2.12. Les coûts totaux par périodes .....	72
Figure 2.13. Variation des variables et des demandes par périodes et par produits .....	74
Figure 2.14. Les coûts totaux pour la distribution Gamma (2, 1).....	74
Figure 2.15. Représentation des coûts pour différentes valeurs de $\varphi$ .....	76
Figure 2.16. La modification des temps de setup pour les diverses périodes .....	77
Figure 2.17. Extrait du modèle de l'article de [AGH, 2007].....	77

**Chapitre III**

Figure 3.1. Configuration de trois lignes avec les ressources distinctes ..... 80

Figure 3.2. Configurations de trois lignes avec les ressources partagées ..... 81

Figure 3.3. Configuration d'un système de production multi-lignes ..... 81

Figure 3.4. La politique de maintenance proposée ..... 82

Figure 3.5. Organigramme de la résolution par programmation linéaire à entiers mixtes .... 87

Figure 3.6. L'intégration des coûts de la maintenance ..... 89

Figure 3.7. Les variations des coûts globaux intégrés par types de distribution ..... 94

Figure 3.8. Plan de maintenance obtenu ..... 96

**Chapitre IV**

Figure 4.1. La relation gène et population ..... 103

Figure 4.2. Principe de l'algorithme génétique par Python ..... 105

Figure 4.3. Représentation du chromosome ..... 107

Figure 4.4. Croisement de type deux points ..... 108

Figure 4.5. Opérateur de mutation ..... 109

Figure 4.6. Résultats obtenus à l'aide de la programmation par CPLEX ..... 110

Figure 4.7. Pourcentage des coûts de la production sur 50 essais ..... 112

Figure 4.8. Coût de la production optimale obtenue par l'AG sous Matlab ..... 113

Figure 4.9. Comparaison des résultats ..... 115

# Liste des tableaux

## Chapitre I

Tableau 1.1. Les décisions prises par type de plans pour chaque niveau de planification [MUL, 2000] .....	23
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------	----

## Chapitre II

Tableau 2.1. Formulation du modèle dans CPLEX et exécution dans l'annexe 2.2 .....	63
Tableau 2.2. Les demandes par périodes et par références .....	64
Tableau 2.3. Les défaillances par âge selon les lois de distribution .....	65
Tableau 2.4. Les données de la production .....	66
Tableau 2.5. Les valeurs des capacités disponibles par période en fonction des cycles de maintenance $T=n_1\tau$ pour une distribution Gam (2,1) .....	67
Tableau 2.6. Les valeurs des capacités disponibles par période en fonction des cycles de maintenance $T=n_2\tau$ pour une distribution Gam (2,2) .....	68
Tableau 2.7. Les coûts de la production par cycles avec la distribution Gam (2, 1) .....	69
Tableau 2.8. Les coûts de la production par cycles avec la distribution Gam (2, 2) .....	70
Tableau 2.9. Plan de production pour une capacité maximale .....	70
Tableau 2.10. Les coûts de maintenance par cycles .....	71
Tableau 2.11. Les coûts totaux par cycles .....	73
Tableau 2.12. Le plan intégré optimal pour la distribution Gam (2,1) .....	73
Tableau 2.13. Les coûts de la maintenance et la production en variant le $\phi$ .....	75
Tableau 2.14. Les coûts séparés et intégrés .....	78

## Chapitre III

Tableau 3.1. Demandes par produit $i$ et période $t$ pour les deux lignes .....	88
Tableau 3.2. Les coûts totaux de la maintenance pour les différentes distributions .....	89
Tableau 3.3. Les données de la production pour un système de deux lignes .....	90
Tableau 3.4. Les valeurs des capacités disponibles par période en fonction des cycles de maintenance $T= n_1\tau$ pour une distribution Weib (2,1) .....	90
Tableau 3.5. Les valeurs des capacités disponibles par période en fonction des cycles de maintenance $T=n_2\tau$ pour une distribution Weib (2,2) .....	91
Tableau 3.6. Les majorants de la production pour chaque distribution par période, par produit et par ligne (exemple d'un cycle de deux mois) .....	91

---

Tableau 3.7. Les coûts de la production pour différentes lois de distribution .....	92
Tableau 3.8. Les coûts de la maintenance pour un système avec deux lignes de production	93
Tableau 3.9. Plan optimal de la production pour un système de deux lignes .....	93
Tableau 3.10. Les coûts totaux pour la distribution Gam (2.1) et Gam (2.2) .....	95

**Chapitre IV**

Tableau 4.1. État de l'art sur les méthodes de résolution pour le MCLSPS .....	99
Tableau 4.2. Les coûts obtenus par CPLEX .....	110
Tableau 4.3. Paramétrage par défaut de l'AG dans Matlab .....	111
Tableau 4.4. Les résultats de 10 essais successifs .....	111
Tableau 4.5. Le plan intégré optimal obtenu de l'AG [Matlab] .....	113
Tableau 4.6. Paramétrage de l'algorithme génétique dans Python .....	114
Tableau 4.7. Résultats de 14 essais par Python .....	114
Tableau 4.8. Plan intégré par l'AG de Python .....	116
Tableau 4.9. Calcul des gaps .....	117

# Acronymes

TIC	Traitement de l'Information et de la Communication
MRP	Material Requirements Planning
GPAO	Gestion de la Production Assistée par Ordinateur
MRPII	Manufacturing Resources Planning
ERP	Entreprise Resource Planning
PGI	Progiciel de Gestion Intégré
PIC	Plan Industriel et Commercial
PDP	Programme Directeur de Production
PDC	Plan de Charge
ULSP	Uncapacitated Lot-Sizing Problem
MCLSP	Multi-item capacitated lot-sizing problem
MCLSPS	Multi-item Capacitated Lot-sizing problem with Set-up times
PDL	Problèmes de Dimensionnement des Lots
JAT	Juste A Temps
PME	Petite Moyenne Entreprise
AFNOR	Association Française de Normalisation
SME	Système Multi-Etats
MP	Maintenance Préventive
MC	Maintenance Corrective
DCC	Défaillance des Causes Communes
B & B	Branch and Bound
B & C	Branch and Cut
CLSP	Capacitated Lot-Sizing Problem
MPX	Maximal Preservative X
PIMP	Planification Intégrée de la Maintenance et la Production
RAM	Random Access Memory
IBM	International Business Machines
OPL	Optimization Programming Language
PIMPM	Planification Intégrée de la Maintenance et la Production pour un système Multi-lignes
NP-difficile	Non déterministe Polynomial-difficile
NP-complet	Non déterministe Polynomial-complet
AG	Algorithme Génétique
PPRC	Premier Point de Rupture dans le Chromosome
DPRC	Deuxième Point de Rupture dans le Chromosome
AGs	Algorithmes Génétiques

# Notations principales

H	Horizon de planification
t	Période
N	Nombre de période dans H
dt	Demande à période t
xt	Quantité produite à la période t
yt	1 s'il y a une production à la période t $x_t > 0$ et 0 sinon
st	Niveau du stock à la fin de la période t
$\alpha_t$	Coût variable de production à la période t
$\beta_t$	Coût fixe relatif au lancement de la production à la période t
$\gamma_t$	Coût variable de stockage à la période t
M	Majorant de la production
C(t)	Capacité disponible à la période t
i	Produit/ Référence
R	Ensemble de produits/références
$x_{it}$	Quantité produite pour la référence i à la période t
$y_{it}$	1 s'il y a production de la référence i à la période t $x_{it} > 0$ et 0 sinon
$s_{it}$	Niveau du stock à la fin de la période t pour la référence i
$\alpha_{it}$	Coût variable de production d'une unité pour la référence i à la période t
$\beta_{it}$	Coût fixe relatif à un lancement de la référence i à la période t
$\gamma_{it}$	Coût variable de stockage d'une unité pour la référence i à la période t
CP(t)	Coût de la production à la période t
$d_{it}$	Demande (commandes et prévisions) pour la référence i à la période t.
$v_{it}$	Besoin variable en ressources de la référence i à la période t.
$f_{it}$	Besoin fixe en ressources de la référence i à la période t.
$M_{it}$	Majorant de la production de i à la période t
$C_p$	Coût moyen de chaque remplacement préventif MP $c_p \leq c_c$
$C_c$	Coût moyen de chaque réparation minimale MC
T	Cycle de maintenance préventive
$P_p$	Capacité consommée par un remplacement préventif
$P_c$	Capacité consommée par une réparation minimale
f(t)	Fonction de densité de probabilité à la période t
F(t)	Fonction cumulative à la période t
$\lambda(t)$	Le taux de défaillance
CM (t)	Coût de la maintenance à la période t
N1	Nombre de défaillances
N2	Nombre de remplacements préventifs
n1/n2	Nombre de période dans le cycle de la maintenance
NR	Nombre de produits/références
$C_{max}$	Capacité maximale/nominale
$\tau$	La durée de base pour chaque période de planification (1 mois)
CP(t)	Coût de la production à la période t
$r_{it}$	Rupture sur la demande pour la référence i à la période t
$\varphi_{it}$	Coût variable de rupture sur la demande d'une unité pour la référence i à la période t
$s_{i0}$	Stock de i initiale
$\lambda_{it}$	Période maximale pour laquelle on peut anticiper la production de la référence i à la période t
Topt	Cycle de maintenance optimale

Ctot(t)	Coût total de la fonction intégrée à la période t
Gam	Gamma
g	Gamme / Ligne
G	Ensemble de gamme
L	Nombre de lignes
T <sub>g</sub>	Cycle de maintenance préventive pour la ligne g avec $T_g = k_g t$ et $k_g$ le nombre de périodes de base
n <sub>g</sub>	Nombre de période dans le cycle pour la ligne g
CMg(ng)	Coût de la maintenance pour la ligne g
f <sub>g</sub> (t)	Fonction de densité de probabilité à la période t de la ligne g
F <sub>g</sub> (t)	Fonction cumulative à la période t de la ligne g
λ <sub>g</sub> (t)	Taux de défaillance de la ligne g à la période t
N1 <sub>g</sub> (t)	Nombre de défaillances dans la ligne g
N2 <sub>g</sub> (t)	Nombre de remplacements préventifs dans la ligne g
c <sub>pg</sub>	Coût de remplacement préventif pour la ligne g avec $C_{pg} \leq C_{cg}$
cc <sub>g</sub>	Coût de réparation minimale pour les composantes de la ligne g
P <sub>pg</sub>	Capacité consommée par un remplacement préventif dans la ligne g
P <sub>cg</sub>	Capacité consommée par une réparation minimale dans la ligne g
C <sub>g</sub> (t)	Capacité disponible dans la ligne g à la période t
C <sub>max<sub>g</sub></sub>	Capacité nominale de la ligne g
x <sub>git</sub>	Quantité du produit i à produire dans la période t pour la ligne g
y <sub>git</sub>	Variable binaire qui est égale à 1 s'il y a la production de i dans la période t et pour la ligne g et nulle sinon
α <sub>git</sub>	Coût variable de la production d'une unité du produit i dans la période t pour la ligne g
β <sub>git</sub>	Coût fixe de lancement du produit i à la période t pour la ligne g
v <sub>git</sub>	Besoin variable en ressource pour le produit i pendant la période t et à la ligne g (processing time)
f <sub>git</sub>	Besoin fixe en ressource pour le produit i pendant la période t et à la ligne g (set-up time)
M <sub>git</sub>	Majorant de la production pour la ligne g à la production de i pendant la période t.
λ <sub>git</sub>	Période maximale pour laquelle nous pouvons anticiper la production du produit i, dans la période t et pour la ligne g
Weib	Weibull
CMtot	Coût total de la maintenance de toutes les lignes
popsiz	Taille de la population
f(i)	Fitness du chromosome i
ps(i)	Probabilité de sélection du chromosome i
e(i)	Nombre d'occurrence du chromosome i
pm	Probabilité de mutation
pc	Probabilité de croisement
max-ite	Maximum des itérations/génération
Sbest	Solution optimale obtenue
Scur	Solution courante
ite	Itération

# Introduction générale

Dans le domaine de la production industrielle, les tendances actuelles indiquent que les systèmes manufacturiers performants doivent s'adapter rapidement aux fluctuations du marché (demandes aléatoires) et aux perturbations internes (pannes des composants). Les machines doivent pouvoir fabriquer plusieurs types de produits simultanément et de manière efficace. Dans un tel contexte, la planification optimale de la production et le contrôle en temps réel de ces composants deviennent de plus en plus préoccupants tant pour les investisseurs et producteurs que pour les consommateurs.

Dans ces conditions, la détermination d'un rythme de production et d'une politique de maintenance qui permet de minimiser les coûts d'exploitation de ces systèmes est de nos jours un problème préoccupant dans le domaine de l'optimisation des systèmes de production. L'un des objectifs les plus importants dans la majorité des organisations industrielles est de gérer le conflit entre les départements de maintenance et de production. En effet, la production considère que la maintenance n'offre pas les équipements dans les bonnes conditions de fonctionnement et d'une autre part, la maintenance croit que les employés peuvent exploiter plus les équipements. D'où la pertinence de chercher un compromis entre les deux départements. Alors le concept d'intégration vient pour résoudre cette problématique en optimisant un critère lié à la maintenance et à la production qui est définie par le coût total. En effet, la communication et la collaboration entre les actions de maintenance et les opérations de production sont les principales clés pour réussir l'organisation et la planification des activités au sein d'un système de production.

Cette thèse traite de la planification de la production et des stratégies de maintenance des systèmes de production. Le but de cette recherche est d'améliorer les paramètres de planification dans notre problématique, les quantités produites, les niveaux des stocks et des ruptures sur la demande ainsi que la période de maintenance préventive afin d'avoir un prix total minimal.

Sachant que la gestion de production s'intéresse à l'ensemble des décisions à prendre pour qu'une entreprise arrive à fabriquer des produits conformes à la demande, en temps voulu et à des coûts permettant d'assurer sa pérennité. Gérer la production, c'est trouver un compromis entre ces impératifs parfois contradictoires. On voit donc apparaître quatre concepts fondamentaux :

- la maîtrise des délais,
- la maîtrise des coûts,
- la maîtrise de la qualité,
- la satisfaction des clients.

D'autre part, dans un système de production, les interruptions font partie des opérations courantes. Leur nature indésirable nous a invités à développer des stratégies pour les diminuer ou les supprimer avec des méthodes telles que les politiques de maintenance. La maintenance est cependant une source d'interruption de production. Par contre, elle est contrôlée, ce qui la rend acceptable même si elle engendre des effets indésirables du fait que son temps d'exécution ne peut être fixé dans tous les cas. Le fait que la stratégie de maintenance préventive soit contrôlée la rend plus efficace étant donné qu'on peut prendre les mesures nécessaires pour réduire et même annuler les effets indésirables (i.e., les pénuries). Ceci doit être fait en implantant une bonne stratégie de maintenance préventive.

La présentation de la thèse retrace chronologiquement le déroulement de nos travaux de recherche. Nous décrivons brièvement chacun des chapitres constituant ce mémoire qui est composé de quatre chapitres.

Le premier chapitre est consacré à l'état de l'art des plans de la production et de la maintenance. Cette étude met en évidence les questions importantes relatives à la planification séparée et celle intégrée dans différents cas des systèmes de production au milieu industriel, y compris les différentes politiques de maintenance existantes, les plannings de production qui s'appuie principalement sur le dimensionnement des lots avec ou sans capacité ainsi que les approche utilisée dans la résolution et l'optimisation d'un ensemble d'applications. Ces axes de recherche sont discutés du point de vue contraintes et critères de modélisation, de résolution et d'optimisation. D'après cette étude bibliographique qui fait émerger les enjeux industriels et méthodologiques de notre thèse, nous avons repéré trois voies de modélisation à savoir : la planification intégrée de la production et de la maintenance d'un système composé d'une seule ligne de production ensuite, la modélisation pour le cas d'un système multi-lignes en tenant compte de la contrainte de rupture sur la demande et le temps de lancement de la production.

Dans le deuxième chapitre, on introduit notre premier travail de recherche en étudiant le problème de la planification intégrée de la maintenance et la production dans le cadre d'un système soumis à des remplacements préventifs périodiquement avec des réparations minimales en cas de défaillances imprévues. Nous développons un modèle prenant en considération l'interdépendance entre le plan de la maintenance et celui de la production avec le temps de lancement de la production tout cela en agissant sur le coût total de la maintenance et de la production par une fonction objective qui contient deux tranches : la première rassemble les coûts du lancement d'un produit, de la production, du stockage et de la rupture sur la demande, ainsi que la deuxième tranche comprend les coûts des maintenances préventives et des réparations minimales pour un système de production multi-périodes, multi-références en considérant que souvent dans l'industrie les clients n'admettent pas les retards sur les commandes. En effet, la majorité des clients ne tolèrent aucun retard sur la livraison des produits, ce qui provoque la rupture. Ensuite, on fait la résolution du modèle proposé à l'aide du solveur CPLEX et on compare avec les résultats existants dans la littérature en utilisant une fonction intégrée dans le solveur Matlab qui fait la résolution des problèmes linéaires à entiers mixtes.

Le troisième chapitre est consacré à la proposition d'un plan intégrant une politique de maintenance préventive périodique qui se fait au début de chaque cycle de production et des réparations minimales en cas de défaillances aléatoires avec un plan de production basé sur le dimensionnement des lots capacitaires avec considération du temps de lancement et des ruptures sur les demandes pour le cas d'un système multi-lignes sujet à des gammes parallèles avec ressources séparés. Un cas d'étude est donné aussi pour présenter l'efficacité de notre démarche d'intégration et de résolution du problème linéaire à entiers mixtes à l'aide du solveur CPLEX.

Le quatrième chapitre est dédié à l'optimisation du modèle proposé dans le deuxième chapitre à l'aide des algorithmes génétiques, comme ils sont certainement la branche des algorithmes évolutionnistes la plus connue et la plus utilisée. Il s'agit de simuler l'évolution naturelle d'organismes (individus), génération après génération, en respectant des phénomènes d'hérédité et une loi de survie. Dans une population d'individus, ce sont en général les plus forts, c'est à dire les mieux adaptés au milieu, qui survivent et donnent une descendance. En effet, on suppose que les qualités et les défauts peuvent être hérités des parents de manière stochastique. Dans notre troisième travail de recherche, on a appliqué cette méthode approchée à l'aide de deux logiciels : premièrement, le programme AG intégré dans Matlab avec une fonction déjà prédéfinie et deuxièmement, notre programme AG proposé dans Python.

Finalement, le mémoire est parachevé par une conclusion générale qui résume les conclusions les plus importantes de ces travaux, les résultats obtenus sur la démarche suivie, les résultats obtenus leur impact et les perspectives pour des travaux futurs.

# Chapitre I

# Chapitre 1

## Etat de l'art sur la planification de la production et de la maintenance

---

### 1.1 Introduction

Qui dit planning dit tenue du planning. Voilà une charge de travail que je vois souvent supprimée ou trop fortement réduite dans un bon nombre de projets. Mais au fait, à quoi ça sert un planning ?

Bien souvent, le chef de projet (expérimenté) sur des projets de taille moyenne a en tête des tâches à mener et le besoin d'un planning ne se fait pas nécessairement ressentir. Il est donc bien entendu possible de mener à bien un projet sans pour autant faire un planning. Cela est principalement lié à la taille du projet et aux risques que l'on accepte de prendre sur le projet. Dans la catégorie casse-cou (du genre saut du grand canyon à moto), il y a ceux qui réussissent et ceux qui y laissent leur peau. L'expérience montre que ceux qui réussissent sont justement ceux qui vont le mieux préparer et planifier leur action afin d'anticiper les risques et de les prévenir. Et bien dans les projets industriels, c'est pareil. En effet, l'élaboration d'un plan oblige à se projeter dans le futur, à réfléchir aux tâches à mener, pour cette raison la planification de la maintenance et de la production est l'événement majeur du marché des solutions dédiées à la performance de l'activité industrielle. Sachant que la planification est l'organisation à l'avance de tous les ressources et moyens nécessaires pour produire un produit ou un service en matière de temps/coûts/qualité souhaités.

Généralement, les études portant sur la planification de la production ne tiennent pas en compte les arrêts imprévus et considèrent les actions de maintenance comme des perturbations aux processus de la production. De la même manière, les travaux qui s'intéressent à la planification de la maintenance ne mettent pas en valeur d'une façon explicite le gain en ce qui concerne de disponibilité et ne prennent pas en considération les exigences du système de production. Ce conflit d'intérêts entre les deux départements peut se résumer par la non-considération mutuelle des exigences et des besoins de ces deux fonctions vitales au sein d'un système de production délicat. Dans ces conditions, l'absence de synchronisation rend l'optimisation simultanée difficile, vu que l'optimisation de l'une est perçue entrant qu'une charge ardue pour l'autre sans analyser les bénéfices de l'intégration.

Avant de présenter la planification simultanée de la production et de la maintenance, nous commençons par décrire brièvement la planification de chacun des deux concepts dans le but de montrer l'intérêt que peut apporter l'intégration de la production et de la maintenance pour améliorer la disponibilité et la rentabilité des systèmes de production. Ensuite, nous nous focalisons sur la planification de la production et de la maintenance, le cœur de notre travail, et présentons les différents modèles développés pour traiter les problèmes de la planification de production et ceux de la planification de la maintenance.

## 1.2 Plan de la production

Depuis la fin de la seconde guerre mondiale, l'environnement des entreprises manufacturières est en constante évolution. Chaque changement introduit de nouvelles contraintes que les dirigeants doivent appréhender pour adapter le fonctionnement de l'entreprise à leur nouvel environnement. Nous illustrons cette mutation par l'identification des principales étapes qui ont conduit à définir le contexte industriel actuel.

La première étape que nous identifions est la fin de la seconde guerre mondiale qui en fait une phase de reconstruction nécessaire, confronte une demande supérieure aux capacités de production disponibles à cette époque. Dans ce contexte de pénurie, les entreprises sont en situation favorable, car du fait de l'absence de concurrence, elles « produisent pour vendre » et elles décident du profit réalisé en fixant la marge bénéficiaire escomptée. De ce fait, le prix de vente des produits disponibles sur le marché est calculé en fonction du coût de réalisation et de la marge souhaitée.

Le traité de Rome, signé en 1958, donne naissance au « Marché commun » qui élargit l'espace économique où une concurrence plus vive fait sentir ses effets. Pour faire face à cette évolution, les entreprises s'appuient sur des méthodes de planification et de gestion qui, pour la plupart, sont basées sur le cadre conceptuel proposé par Robert N. Anthony.

Les années 1970 ont été marquées par l'apparition des produits japonais sur les marchés européens. Pour conquérir ces marchés, les industriels japonais se sont appuyés sur les travaux de chercheurs tels que W. Edwards Deming, Joseph M. Juran et Kaoru Ishikawa, pour introduire le concept de « Qualité » dans la réalisation de leurs produits. Ce concept offrait alors un double avantage. D'une part, ce label conférait aux produits une image de marque positive et il permettait une diminution des coûts de services après-vente.

Cette extension des marchés a eu comme effet d'inverser le rapport entre l'offre et la demande. En effet, le marché a évolué d'un contexte de pénurie vers une situation d'excédents. Ce changement a considérablement modifié la logique de fonctionnement des entreprises, car d'une situation favorable où elles contrôlaient le marché, elles doivent alors faire face aux exigences de leurs clients. Dans cet environnement concurrentiel, les entreprises ont dû personnaliser leurs produits en proposant des options et des variantes. De ce fait, les entreprises ont dû privilégier la flexibilité de leurs moyens de production. D'autre part, le développement de la personnalisation modifie la logique de fonctionnement de l'entreprise nécessitant de « produire ce qui est vendu ». De plus, le prix de vente étant fixé par le marché, les entreprises doivent parfaitement maîtriser le coût de réalisation des produits pour maintenir une marge bénéficiaire. Dans ce contexte, le cadre proposé par Robert N. Anthony n'est plus adapté, car il privilégie une vision gestionnaire à une vision stratégique. Aussi, Michael E. Porter propose le modèle des cinq forces concurrentielles pour fournir à l'entreprise une position lui permettant de se différencier, de réduire ses coûts, d'innover, de croître et de s'allier.

Les années 1990 et 2000 sont marquées quant à elles par un développement considérable des technologies du TIC. Cette évolution a, d'une part, influencé le fonctionnement des entreprises et, d'autre part, accentué la concurrence du fait du développement des échanges via Internet. Le développement d'applications logicielles de plus en plus performantes permet une automatisation sans cesse croissante de certaines tâches de gestion et elle a fourni des outils d'aide à la décision de plus en plus adaptés aux besoins des dirigeants. Parmi les conséquences de cette évolution, citons la possibilité pour les entreprises de transférer leur outil de production vers des pays à faible coût de main-d'œuvre tout en conservant leur gestion.

En conséquence, dans un environnement évolutif et difficilement prévisible, les entreprises doivent devenir réactives, voir proactives, pour s'adapter, voir anticiper, aux différents changements. En

d'autres termes, les capacités d'adaptation et d'anticipation capables d'appréhender les évolutions économiques, technologiques et sociologiques, sont désormais au cœur des stratégies de survie et de croissance des entreprises.

### **1.2.1 Contexte historique du plan de production**

Dans la littérature, comme première solution pour le problème de planification de la production on a trouvé l'approche MRP (la planification des besoins en composants) qui a commencé entre les années 60 et 70. Son principe consiste en déterminer de manière automatisée, pour chaque produit fini, à partir du besoin brut, le besoin net (besoin brut - stock) en tenant compte des ordres prévisionnels et des ordres lancés ou fermes. La méthode MRP est historiquement la première méthode dont l'usage est lié à celui de l'ordinateur et elle est la base des premières GPAO. Elle se base sur l'éclatement des produits finis en composants à quantité connue et sur des délais d'obtention de tous les produits. Elle calcule les quantités achetées ou celles à approvisionner. L'objectif étant de synchroniser période par période (semaine, jour, etc.) le flux de matériaux avec l'inventaire en cours dans le calendrier de production. Alors que ce type de modèle ne considère pas la contrainte de capacité des ressources et ne tient pas compte des pannes, des retards de livraisons et des stocks, on parle alors de la production juste à temps.

Ensuite, il est venu la deuxième solution qui a apporté une réponse à l'ensemble des problèmes de planification de la production sous nom MRPII en 1971 (la planification des ressources manufacturières) qui est une adaptation du MRP en prenant en compte les ressources humaines et les besoins en matériel. Cette évolution de l'outil nécessite la prise en compte des « gammes de fabrication ». Le principal avantage du MRP II est sa capacité à réaliser une planification à capacité infinie, à préparer l'ordonnancement à capacité finie des ressources telles que : les machines et la main d'œuvre ainsi que réaliser de calculs de coûts et un suivi précis de la production. À son rôle, cette approche a montré ses limites en termes de synchronisation des flux physiques avec les ressources assurées par la gestion de la capacité ainsi que la non-considération des aléas de production tels que les défaillances, les demandes mal estimées, les stocks et les ruptures.

Puis dans les années 80, une troisième solution a émergé sous titre d'ERP également appelé PGI est un système d'information qui permet de gérer et suivre au quotidien, l'ensemble des informations et des services opérationnels d'une entreprise en utilisant des logiciels professionnels de gestion intégré dans la MRPII. Alors que l'inconvénient de cette méthode est que son implantation dans l'entreprise cause, des changements importants et par la suite les pannes causées par leur déploiement sont nombreux, seulement 1/3 des projets ERP réussissent et les résultats obtenus par cette approche restent uniquement sous forme d'informations statistiques et non des décisions à prendre pour planifier les tâches (source standishgroupe.com).

Par la suite, on peut dire que même avec ces outils d'aide à la décision la planification de la production ne répond pas aux questions concernant les quantités du produit fini pour satisfaire les demandes des clients pendant un horizon de planification prédéterminée qui sera définie dans le paragraphe suivant.

### **1.2.2 Les niveaux de planification dans la chaîne logistique**

La planification de la production vise à satisfaire les commandes des clients ou les prévisions de ventes en termes de quantité de qualité et de délai en optimisant l'exploitation des ressources. Un critère de temps figure pour faire la classification des types de la planification qui est l'horizon de planification à long, moyen et court terme (planification stratégique, tactique et opérationnelle). Ces

trois niveaux de planification étudiés par [HAX, 1975] dépendent du niveau de gestion et de contrôle du système, de degré d'incertitude et de la nature des décisions. Le tableau 1.1 représente les décisions et les plans relatifs aux différents niveaux à savoir :

- **La planification à long terme (décisions stratégiques)** définit la stratégie générale ou les *macrostructures* (étude de marché, investissements, campagne publicitaire) et s'intéresse essentiellement à l'optimisation de la chaîne logistique sous un horizon de : 1 à 5 ans
- **Planification à moyen terme (décisions tactiques)** établit un *plan de production* (définition des taux de production pour chaque famille de produits) qui donne pour un nombre de périodes la quantité à produire, le niveau de stock à respecter et les ressources à utiliser afin d'assurer l'équilibre entre la charge demandée et la capacité disponible et fait l'organisation des moyens de production sous un horizon de : 1 mois à 1 an
- **Planification à court terme (décisions opérationnelles)** définit des ordonnancements détaillés (objets terminaux et ressources individualisées) et représente une concrétisation des décisions tactiques et stratégiques en planifiant l'ordonnancement des opérations sur les machines en respectant les fluctuations des demandes et des disponibilités des ressources sous un horizon de : 1 jour à 1 semaine
- **microplanification (conduite)** se fait en plein temps réel.

**Tableau 1.1.** Les décisions prises par type de plans pour chaque niveau de planification [MUL, 2000]

Niveaux de planification	Décisions	Plans
Planification stratégique	Localisation des entrepôts et des unités de production	Plan Industriel et Commercial (P.I.C.) : <ul style="list-style-type: none"> <li>• Effectuer les prévisions de vente par famille de produits ;</li> <li>• Intégrer les nouvelles opportunités commerciales décelées grâce aux études de marché (conquête d'un nouveau marché, lancement de nouveaux produits) ;</li> <li>• Étudier l'évolution des ressources d'approvisionnement, de transport, de production, de stockage... et évaluer les besoins matériels, humains et financiers ;</li> <li>• Planifier les investissements futurs.</li> </ul>
	Localisation des nouvelles installations	
	Capacité de production des installations	
	Technologies et structure des installations	
	Planification globale des ressources	
	Choix de la stratégie de transport	
	Choix de la stratégie de pilotage	
Planification tactique	Allocation de la capacité des installations	Programme Directeur de Production (P.D.P.) : <ul style="list-style-type: none"> <li>• Déterminer les besoins bruts et les dates réelles de ces différents besoins sur l'horizon de planification industrielle ;</li> </ul>
	Planification par famille de produits	
	Planification agrégée des besoins en ressources et en capacité	

	Planification des relations inter installations	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calculer les besoins nets ;</li> <li>• Équilibrer les stocks sur la base de données de planification</li> <li>• Équilibrer les charges par l'entreprise du MRP, Manufacturing Resource Planning et sur la base des gammes opératoires.</li> </ul>
Planification opérationnelle	Planification de la production journalière	<p>Plan de fabrication et planning d'atelier PDC :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Pilotage des ateliers ;</li> <li>• Détails de la nature et les quantités de composants à fabriquer, les dates de lancement et de livraison ;</li> <li>• La mise à jour est quotidienne.</li> </ul>
	Gestion des inventaires à court terme	
	Émission des ordres de production par unité	
	Planification journalière des opérations	
	Planification de la tournée des véhicules	
	Support logistique des opérations quotidiennes	

### 1.2.3 Les approches de modélisation de la production

Une classification donnée par [MPG2006] est faite selon les approches de modélisation suivantes :

- Modèles analytiques :
  - Planification hiérarchique de la production ;
  - Planification du besoin matériel MRP ;
  - Planification de la capacité ;
  - Planification de ressources manufacturières ;
  - Gestion des inventaires ;
  - Planification de la chaîne logistique.
- Modèles conceptuels :
  - Planification du besoin matériel MRP ;
  - Planification de la chaîne logistique.
- Modèles de simulation :
  - Planification agrégée de la production ;
  - Planification du besoin matériel MRP ;
  - Planification de la capacité ;
  - Planification de ressources manufacturières.
- Modèles basés sur l'intelligence artificielle :
  - Planification agrégée de la production ;
  - Planification du besoin matériel MRP ;

- Planification de la capacité ;
- Planification de ressources manufacturières ;
- Gestion des inventaires ;
- Planification de la chaîne logistique.

### **1.2.4 Modélisation des problèmes de dimensionnement des lots**

La planification de la production au niveau tactique consiste à décider comment transformer la matière première en un produit fini afin de satisfaire les demandes des clients avec un coût minimum et en respectant le délai. Sachant que le dimensionnement des lots (lot-sizing) est l'une des décisions les plus importantes et critique dans la planification de la production en particulier et dans la gestion de la chaîne logistique en général. En effet, elle consiste à déterminer les quantités à produire de chaque type du produit et à chaque période de l'horizon de planification. De nombreux modèles ont été développés dans ce contexte en se basant sur des critères selon les situations rencontrées, à savoir :

- Le nombre de niveaux : mono-niveau et multi-niveaux ;
- Le nombre de lignes : une ligne et multi-lignes ;
- Le nombre de références : une référence et multi-lignes ;
- Le type de demande : demande constante ou variable pendant l'horizon de planification ;
- La capacité du système de production : limite ou infinie par des contraintes de ressources.

De ce fait, nous sommes intéressés à cet axe de recherche afin de présenter une revue de littérature qui résume les travaux les plus marquants dans ce domaine pour le cas de la planification d'un seul niveau sur un horizon fini  $H$  avec des périodes discrètes  $t \in \{1, \dots, N\}$  en considérant le cas multi-références et multi-lignes.

#### **1.2.4.1 Discrétisation de l'horizon de planification**

Les problèmes de dimensionnement de lots peuvent être des problèmes de « big Bucket » où la période de temps est assez longue pour produire différents types de références ou des problèmes de « small bucket » où on ne peut produire qu'un seul type de produit dans la période de temps.

#### **1.2.4.2 PDL à une seule référence**

Le modèle mathématique de base est traité dans [WAG, 1958] pour un système à une référence et sans contrainte de capacité connue sous le nom ULSP. Il permet de dimensionner la taille de lot pour chaque période afin de satisfaire la demande et minimiser la somme des coûts de production (coût fixe de lancement et coût unitaire pour chaque unité) et des coûts de stockage pour chaque unité stockée à la fin de la période. La demande doit être satisfaite et la capacité est considérée infinie. Pour chaque période  $t$ , les variables de décision sont la quantité à produire, le lancement de production et le niveau de stock à la fin de  $t$ . Les paramètres sont le coût unitaire de la production, le coût fixe du lancement (set-up) et le coût unitaire de stockage. En utilisant ces paramètres et ces variables, la formulation du modèle basique qui représente le noyau de la planification de la production dans le MRP est comme suit :

$$\text{Min} \sum_{t=1}^H (\alpha_t x_t + \beta_t y_t + \gamma_t s_t) \quad (1.1)$$

sujet à:

$$x_t + s_{t-1} - s_t = d_t \quad \forall t \in H \quad (1.2)$$

$$x_t \leq M y_t \quad \forall t \in H \quad (1.3)$$

$$x_t, s_t \geq 0 \quad \forall t \in H \quad (1.4)$$

$$y_t \in \{0,1\} \quad \forall t \in H \quad (1.5)$$

$$\text{avec: } M = \sum_{k=t}^H d_k \quad \forall t \in H \quad (1.6)$$

L'équation (1.1) a pour objectif de minimiser la somme des coûts de production et de stockage. La contrainte (1.2) représente la conservation des flux pour satisfaire la demande à travers l'horizon de planification. La contrainte (1.3) est définie par cette condition : s'il y a un lancement de la production, la quantité produite ne doit pas dépasser le majorant de la production (voir équation (1.6)). La contrainte (1.4) exprime le fait que les deux variables de décision soient positives ou nulles pour chaque période et en fin la contrainte (1.5) concerne la variable binaire du lancement.

En rajoutant une contrainte de limitation des ressources, le modèle devient sous forme d'un problème de dimensionnement des lots à une seule référence et à capacité finie sous le nom CLSP. Dans ce cas, la contrainte (équation (1.3)) est remplacée par l'équation (1.7) (la capacité peut être variable ou fixe par période si on néglige la dégradation) :

$$x_t \leq C_t \quad \forall t \in H \quad (1.7)$$

### 1.2.4.3 PDL multi-références

En se basant sur la condition d'optimalité proposée par [WAG, 1958] qui indique qu'on ne produit jamais à une période  $t$  en ayant un stock non nul provenant de la période  $(t-1)$ , [Man1958] a introduit le critère de plusieurs références. Ensuite, [TRI, 1989] et [MIL, 2000] ont proposé le modèle basique du problème de lot-sizing multi-références soumis à des contraintes de capacité et tenant compte le coût et le temps de lancement (setup) et il est noté par MCLSPS. Avec l'indice de l'ensemble des références  $i=1, \dots, R$ . Comme le changement de références induit un temps de non-productivité, ce dernier est appelé un besoin fixe en ressources ou setup ainsi que la fabrication d'un produit diffère de l'autre. On constate aussi un besoin variable unitaire en ressources de la référence  $i$  à la période  $t$ , alors la capacité de ces ressources qui est exprimée généralement en nombre d'heures dans la période doit être supérieure à ce qui est existant. En respectant, les contraintes suivantes, [AKS 2009] a proposé le modèle ci-dessous :

- Tous les calculs se font à la fin de chaque période
- Les coûts ainsi que les besoins fixes sont comptabilisés à chaque période de production

En utilisant les paramètres et les variables de décision, on obtient le modèle ci-joint proposé par [AKS2009]. L'équation 8 est la fonction objectif qui minimise le coût total. La contrainte (1.9) exprime la conservation des flux à travers l'horizon de planification. La contrainte (1.10) montre que la consommation des ressources doit être limitée par la capacité. La contrainte (1.11) indique que lors du lancement de la production, la quantité à produire ne doit pas dépasser le majorant de la production

indiqué dans l'équation (1.14). Enfin, les contraintes (1.12) et (1.13) sont les bornes des variables pour toute référence  $i$  et à chaque période  $t$ .

$$\text{Min} \sum_{i=1}^R \sum_{t=1}^H (\alpha_{it}x_{it} + \beta_{it}y_{it} + \gamma_{it}s_{it}) \quad (1.8)$$

*sujet à:*

$$x_{it} + s_{i(t-1)} - s_{it} = d_{it} \quad \forall t \in H \quad \forall i \in R \quad (1.9)$$

$$\sum_{i=1}^R (O_{it}x_{it} + f_{it}y_{it}) \leq C_t \quad \forall t \in H \quad (1.10)$$

$$x_{it} \leq My_{it} \quad \forall t \in H \quad \forall i \in R \quad (1.11)$$

$$x_{it}, s_{it} \geq 0 \quad \forall t \in H \quad \forall i \in R \quad (1.12)$$

$$y_{it} \in \{0,1\} \quad \forall t \in H \quad \forall i \in R \quad (1.13)$$

$$\text{avec: } M = \sum_{k=t}^H d_{ik} \quad \forall t \in H \quad (1.14)$$

#### 1.2.4.4 Applications du PDL dans les domaines industriels

Des aperçus récents sur la littérature de dimensionnement des lots se trouvent entre autres dans [DRE, 1997], [WOL, 2002], [JAN, 2008], [GIC, 2008], etc.

La pertinence pratique du dimensionnement des lots est appuyée par les nombreux exemples de leurs applications dans diverses industries à savoir la fabrication des tuiles [DEM, 2004] ; industrie des pneumatiques par [JAN, 2004] ; moulage par injection plastique [DAS, 2005], industrie textile ([DUM, 2000] et [SIL, 2006]), la production de papier [GUP, 2005]; moulage en alliage métallique [DOS, 2002] et les lignes d'emballage dans les industries de transformation [VIC, 1986] et [MAR, 2007].

### 1.3 Plan de la maintenance

L'intégration progressive des nouvelles technologies est devenue une donnée inéluctable pour les entreprises manufacturières : c'est ce que l'on a convenu d'appeler le défi technologique. La mondialisation des marchés (c.-à-d. les marchés sans frontières) crée de nouvelles exigences de production dont une des conditions majeures repose sur la maîtrise de la qualité de réalisation (de fabrication).

D'autre part, la sûreté de fonctionnement de l'équipement de production (absence de dysfonctionnement : le « zéro-panne », le « zéro-défaillance ») devient alors une source importante de gains de productivité lorsque l'on tient compte de facteurs, tels que : la fiabilité, la maintenabilité, la disponibilité, la durabilité, la sécurité et la rentabilité des opérations. Pour donner à la production l'assurance d'une performance qualité-coût de haut niveau, il faut disposer de moyens parfaitement adaptés et en parfaite condition de fonctionnement. Cette interdépendance production-maintenance s'est surtout accentuée avec l'implantation de l'automatisation et de l'informatisation dans l'industrie.

Enfin, pour toute industrie que se veut compétitive et efficace, c'est une façon de rentabiliser ses opérations de production au moment d'arrêts momentanés, de pannes de diverses natures ou encore de diminutions de capacité réelle de production.

### **1.3.1 Contexte général de la maintenance**

Pour de nombreuses industries, dans les pays industrialisés les plus avancés, le mot « maintenance » évoque de plus en plus des activités modernes et porteuses de progrès dans la mouvance des impératifs de la qualité totale, de la productique et du JAT. Ces activités sont tournées vers l'optimisation de la disponibilité des moyens de production et, de ce fait, concourent à la productivité et à la compétitivité des entreprises manufacturières. Les nouvelles pratiques de la maintenance industrielle débouchent principalement sur des stratégies et politiques de maintenance ainsi que le développement des activités de service aux industries.

Le responsable d'une démarche de « maintenance » renouvelée a pour mission à la fois de conjuguer une approche technique par ses machines et de plus en plus aussi une approche de gestionnaire à de multiples égards : organisation, prévention, gestion des coûts, formation, animation du personnel, gestion de services sous-traités, etc. Ces ajustements à caractère dynamique des activités de la maintenance qui s'appliquent surtout pour l'instant à la grande entreprise permettent de remédier à de nombreuses maladies de l'entreprise reliées aux rebuts dans les usines, aux délais non respectés, aux pannes de toute nature. En résumé, à tous ses dysfonctionnements des machines qui entravent la performance de l'équipement de production.

### **1.3.2 L'importance de la maintenance**

Depuis l'an 2000, de nombreux facteurs placent les nouvelles pratiques de maintenance sur le devant de la scène. Mentionnons tout d'abord la complexité croissante des équipements de production et les dangers de leur utilisation (Bhopal et Tchernobyl en sont des exemples frappants). Les transferts technologiques et la difficulté de leur implantation dans les secteurs manufacturiers de pointe en montrent une autre facette.

Ce sont les grandes entreprises qui actuellement investissent le plus dans ce domaine d'activité en pleine évolution. Les PME technologiques, elles aussi, s'engagent de plus en plus dans cette voie de l'avenir.

Dans le monde industriel, six grandes tendances s'affirment, en ce qui concerne la maintenance :

- a. Les deux piliers de toute exploitation industrielle, la production et la maintenance, sont intimement liés sur le plan organisationnel ;
- b. La maintenance devient une fonction qui permet non seulement une meilleure disponibilité de l'équipement, mais assure aussi un meilleur maintien de la valeur de l'équipement de fabrication. Une installation, par exemple, dont on double la durée de vie par une bonne maintenance représente un gain plus que substantiel sur le plan du rendement de l'investissement ;
- c. On observe l'intervention commune des ingénieurs et du personnel de maintenance dans la conception et la définition de projets d'installations nouvelles ;

- d. La polyvalence (« Multi-Skilling ») du personnel de production-maintenance qui est formé de gens capables à la fois de faire fonctionner un système de production et d'être responsables de sa remise en état se manifeste de plus en plus ;
- e. On assiste à la redécouverte du rôle fondamental des humbles rouages de la maintenance, des inspections de routine, de la lubrification, etc., et, en particulier, du rôle essentiel de l'ordre et de la propreté à la japonaise ;
- f. La sixième tendance enfin, la moins connue consiste à voir dans la maintenance un champ privilégié pour la mise en valeur des nouvelles technologies de l'information.

### 1.3.3 Évolution de la maintenance

L'évolution de la maintenance se manifeste dans le passage du concept d'entretien à celui de la maintenance. Ce changement d'appellation reflète en fait une lente et longue évolution:

- Dans un premier temps, l'entretien consistait à prendre soin des différents types de matériel - entretien d'exploitation, comprenant le nettoyage, la lubrification, le graissage -, à attendre la panne pour réparer et changer les pièces - entretien curatif -, à rechercher certains aménagements - entretien d'amélioration ;
- Dans un deuxième temps, est venu s'ajouter un entretien préventif de type systématique visant à éviter la panne par des contrôles et des changements de pièces à intervalles réguliers ;
- Enfin, las de procéder à des changements systématiques de pièces encore en bon état et de devoir périodiquement arrêter la production pour ces interventions, les responsables de ce qui est en train de devenir la maintenance s'orientent désormais vers une maintenance conditionnelle, c'est-à-dire subordonnée à l'apparition d'indicateurs de l'opportunité d'une intervention de maintenance préventive.

Le slogan : « Entretien c'est subir, la maintenance c'est maîtriser » résume bien le changement d'attitude.

En France, ce passage a été officialisé dès 1981 par l'émission de la norme NFX — 60-010 définissant dorénavant la maintenance comme étant « l'ensemble des actions permettant de maintenir ou de rétablir un bien dans un état spécifié ou en mesure d'assurer un service déterminé ».

Historiquement, c'est la maintenance corrective qui a très longtemps prévalu. L'ajout à la maintenance d'un échéancier ou d'un calendrier prédéterminé d'interventions ou d'opérations d'entretien vient lui donner graduellement un caractère préventif de nature systématique.

L'augmentation de la fiabilité d'exploitation, la maîtrise totale de la disponibilité de l'équipement et la réduction des coûts de maintenance (notamment dans l'industrie de procédés) sont à la base des modifications subies par les méthodes de maintenance en vigueur.

À l'heure actuelle, les pratiques modernes de maintenance industrielle s'inscrivent à l'intérieur de trois grands concepts : la fiabilité, la maintenabilité et la disponibilité (Figure 1.1).

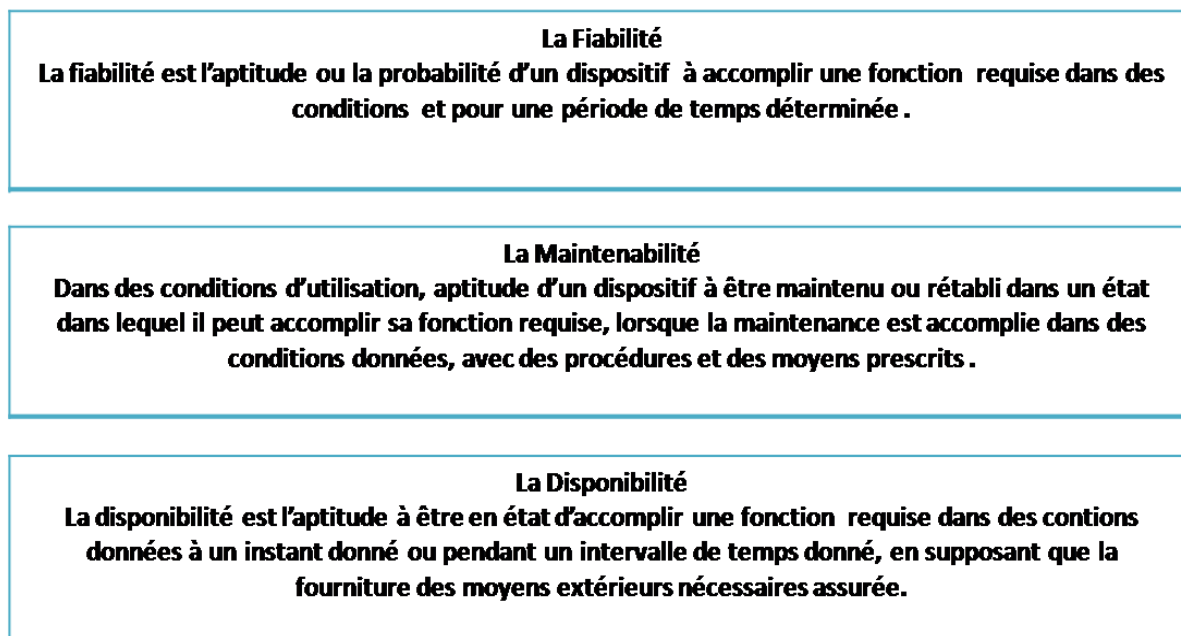


Figure 1.1. Les concepts de la maintenance industrielle NFX — 60-010

### 1.3.4 Les différentes formes de maintenance

L'arbre de la maintenance (Figure 1.2) comprend deux grands embranchements principaux : la maintenance corrective ou curative et la maintenance préventive qui se subdivise en maintenance systématique et en maintenance conditionnelle ou prédictive.

La maintenance corrective est effectuée après défaillance du matériel. À celle-ci correspond à deux formes d'interventions : le dépannage et la réparation après panne.

Par dépannage, on entend généralement une intervention de type provisoire, le plus souvent immédiate, rendue nécessaire soit par l'absence de pièces de rechange, soit pour préparer le terrain avant la réparation définitive. Ce type de pratique est fréquent en période de mise au point et de rodage d'une machine ou d'un procédé de fabrication ou, au contraire, en fin de vie d'un matériel.

La réparation, c'est le but ultime de la maintenance et, par la même occasion, là où se situe le plus fort pourcentage des activités qui y sont liées.

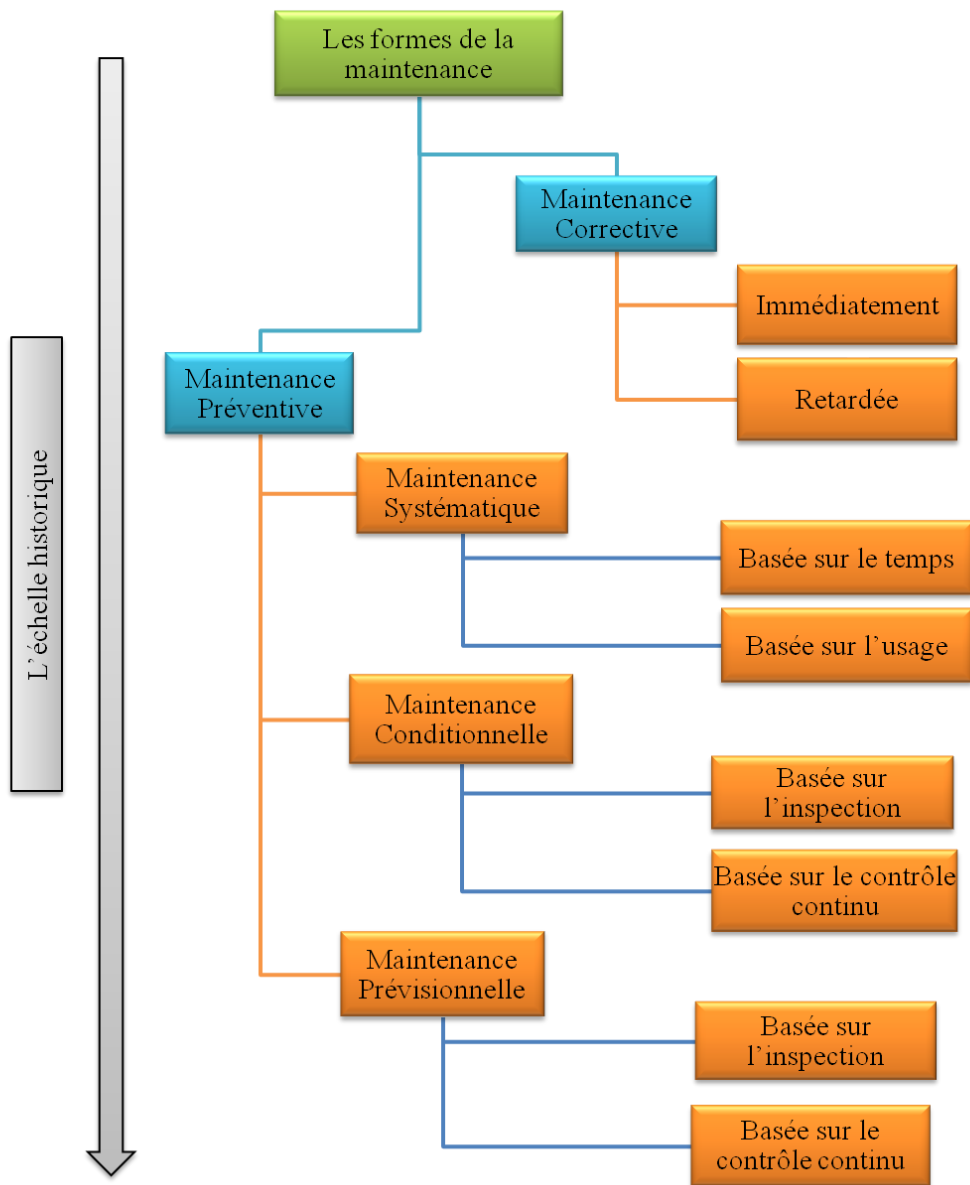
Cette première forme de maintenance permet d'introduire un certain nombre d'améliorations visant :

- la suppression ou la diminution des pannes ou d'anomalies ;
- l'augmentation de la durée de vie des organes de la machine ;
- la réduction de la consommation (de lubrifiants, par exemple) ;
- la standardisation des composantes ;
- l'amélioration de la maintenabilité.

La maintenance préventive fait appel à des critères prédéterminés, dans le but de réduire la probabilité de défaillance d'un bien ou la dégradation d'un service rendu par un équipement de production. Dans le cadre de la maintenance préventive, on peut opérer selon un échancier

relativement fixe : c'est la maintenance systématique ; ou en fonction d'un événement défini préalablement et révélateur de l'état de dégradation d'un équipement (grâce à l'information d'un capteur, la mesure d'une usure...) : il s'agit alors de maintenance conditionnelle (ou prédictive). Dans la maintenance préventive, on retrouve habituellement l'ensemble des opérations suivantes :

- **les opérations de surveillance** : rondes sur les matériels en fonctionnement, interventions légères, corrections de petites pannes, interventions de premier niveau ; cette pratique est pertinente pour tous les matériels automatisés ou stratégiques dans le procédé de fabrication ;
- **les visites périodiques** : si l'on ignore les durées de vie des pièces et composants de l'équipement, ces visites imposent très souvent des travaux de maintenance décidés sur-le-champ, parce qu'ils sont urgents ou planifiés. Cette pratique s'applique aux matériels arrivés à maturité, accessibles ou placés en redondance dans un procédé de production, et pour lesquels le diagnostic et le délai d'obtention des pièces de rechange peuvent être rapides ;
- **la maintenance systématique** : lorsque les durées de vie des différents sous-ensembles et composants de l'équipement sont bien connues, quand ces matériels sont soumis à des normes strictes (les appareils sous pression, les ascenseurs, etc.) ou lorsque le coût d'immobilisation peut être diminué, en procédant à des échanges standards de sous-ensembles ;
- **la maintenance conditionnelle** : pour le même équipement que ci-dessus, mais lorsque les causes et les modes de ses défaillances sont suffisamment bien connus et que l'on sait corréler leur apparition avec un phénomène physique enregistrable au moyen d'un capteur (tels que les vibrations, les bruits, l'usure...).



**Figure 1.2.** Les formes de la maintenance

### 1.3.5 Les cinq niveaux de maintenance

Un bon management de la maintenance consiste à faire fonctionner l'entreprise avec un objectif de production sans bris ni défaillance. Les gens de la maintenance doivent donc offrir dans ce cadre un certain nombre de prestations de travail précises. Par définition, une prestation de maintenance peut contenir :

- l'exécution d'une ou de plusieurs opérations de maintenance préventive ou corrective ;
- l'exécution de l'ensemble des opérations de maintenance nécessaires sur un bien donné, pendant une période donnée ;

La classification à cinq niveaux des prestations de maintenance permet de déterminer précisément les actions à mettre à chacun de ces niveaux, c'est-à-dire (Figure 1.3) :

- la nature des opérations de maintenance ;
- le niveau d'intervention nécessaire ;
- les gammes de travaux à effectuer ;
- les qualifications professionnelles requises ;
- le volume d'heures, la durée des travaux prévus.

<b>1°NIVEAU</b>
<b>Réglages simples prévus par le constructeur au moyen d'organes accessibles au aucun démontage d'équipement, ou échange d'éléments accessibles en tout sécurité.</b>
<b>2°NIVEAU</b>
<b>Dépannages par échanges-standard d'élément prévus à cet effet, ou d'opération mineures de maintenance préventive (rondes).</b>
<b>3°NIVEAU</b>
<b>Identification et diagnostic de pannes , réparation échange de composants fonctionnels , réparations mécaniques mineures.</b>
<b>4°NIVEAU</b>
<b>Travaux importants de maintenance corrective ou préventive</b>
<b>5°NIVEAU</b>
<b>Travaux de rénovation de construction ou réparations importantes confiées à un atelier central</b>

**Figure 1.3.** Les niveaux de la maintenance (NF X60.001)

### 1.3.6 Les types de la maintenance

D'après la norme européenne (NF EN 13 306 X 60-319) la maintenance est défini par : « L'ensemble de toutes les actions techniques, administratives et de management durant le cycle de vie d'un bien, destinées à le maintenir ou à le rétablir dans un état dans lequel il peut accomplir la fonction requise ». Cette norme a devisé la maintenance en deux principaux types en se basant sur le critère de la panne : D'abord, la maintenance corrective qui est effectuée après la défaillance d'un système ou d'une partie d'un système dans le but de le remettre dans un état qui lui permet d'accomplir la fonction qui lui est affectée ; ensuite, la maintenance préventive qui est effectuée périodiquement dans le but d'assurer le bon fonctionnement et d'éviter les pannes. Dans ce dernier type, on a trouvé deux sous-types : la maintenance systématique qui est exécutée à des intervalles de temps préétablis ou selon un nombre défini d'unités d'usage, mais sans contrôle préalable de l'état du bien ainsi que la maintenance conditionnelle ou prédictive qui s'appuie sur des contrôles et/ou des mesures sur un système, ces contrôles permettent de détecter des défauts, d'analyser leur évolution et leur impact par rapport au système et d'intervenir au moment le plus opportun avant que la défaillance du système s'arrive.

L'optimisation de la maintenance consiste globalement en des modèles mathématiques servant à trouver soit le meilleur compromis possible entre le profit de la maintenance et son coût ou les

moments idéaux pour exécuter les interventions de maintenance. Les différents états de l'art que nous avons mentionnés dans ce chapitre révèlent que l'optimisation de la maintenance est un domaine scientifique bien établi, domaine auquel aussi bien les ingénieurs que les scientifiques ont largement contribué. Cependant, à partir de l'état d'un système après l'intervention, nous pouvons distinguer les types de maintenance suivants :

- **La maintenance parfaite** qui restaure le système à un état de fonctionnement neuf. La fonction de distribution et le taux de panne des composants ayant subi une maintenance parfaite sont égaux à ceux des composants neufs « as good as new » et le remplacement total d'un système en panne par un système tout neuf est un exemple typique de maintenance parfaite ;
- **La maintenance minimale** qui restaure le système en panne à un taux de panne égal à celui juste avant la panne, ce système est généralement appelé « as bad as old ». Le changement d'une partie du composant en panne pour remettre le système en marche est un exemple de maintenance minimale ;
- **La maintenance imparfaite** se situe entre la maintenance parfaite et la maintenance minimale. L'état du système réparé n'est ni neuf ni égal à l'état du système juste avant la panne, mais se situe dans un état intermédiaire. Généralement, la maintenance imparfaite rend le système réparé plus jeune de ce qu'il était juste avant la panne, le réglage d'une machine pour la remettre en marche est un exemple d'une maintenance imparfaite ;
- **La mauvaise maintenance** augmente le taux de défaillance du système parce que dans ce cas l'action de maintenance détériore l'état du système, la réparation juste partielle de l'ensemble de la panne est l'exemple principal de ce type de maintenance.

### 1.3.7 Modèles de planification de la maintenance

Les exigences de performances accrues sur des systèmes technologiques de plus en plus complexes demandent une gestion optimisée de leur état de santé. L'objectif des politiques de maintenance est de prévenir, éviter ou corriger les dysfonctionnements des systèmes très divers et souvent complexes. La littérature scientifique contient de multiples politiques de maintenance adaptées à différents contextes et qui se distinguent principalement par la nature des activités, le critère de performance retenu et par le caractère déterministe ou stochastique des paramètres qu'elles tiennent en compte.

Les politiques de maintenance à un seul composant ont fondé la base des travaux menant à des systèmes complexes contenant plusieurs composants, pour cette raison nous allons passer en revue les principaux modèles obtenus par les revues qui s'intéressent aux systèmes mono-composants.

#### 1.3.7.1 La politique de maintenance dépendant de l'âge

Un composant est remplacé s'il atteint un âge  $T$  ou s'il tombe en panne durant sa période de fonctionnement. [BAR, 1960] ont optimisé les paramètres de cette politique telle que la période  $T$ . [TAH, 1975] ont commencé les premiers travaux qui combinent le remplacement total et la réparation minimale en cas de panne, en effet, un composant est remplacé totalement s'il tombe en panne pour la première fois à  $t$  ou bien s'il atteint l'âge  $T$  ( $0 \leq t \leq T$ ), mais le composant subi une réparation minimale s'il tombe en panne dans un intervalle de son fonctionnement  $[0, t]$ . D'autre par, l'intégration du paramètre « nombre de panne  $N$  » est faite par [NAK, 1984] qui a proposé le remplacement

minimal d'un composant s'il atteint un âge  $T$  ou un remplacement de tout le composant si le nombre de pannes dépasse un nombre fixé d'avance. Le choix entre un remplacement minimal et complet a été examiné dans la politique de maintenance préventive mixte basée sur l'âge développé par [WAG, 1999].

### **1.3.7.2 La politique de maintenance périodique**

De façon indépendante de l'historique des défaillances et des réparations, un composant est soumis à une maintenance préventive pour des intervalles de temps fixes et en cas de panne à une réparation minimale ou parfaite. Dans le modèle de [NAK, 1986], un remplacement complet est planifié chaque période  $kT$  ( $k=1,2,\dots$ ) ainsi qu'en cas de défaillance entre les remplacements périodiques une réparation minimale est faite ; mais si le nombre de pannes dépasse un seuil préfixé  $n$ , le composant est laissé dans son état jusqu'à la fin de la période en exercice (actuel). Le modèle de [LIU, 1995] avait pour mission de rajeunir le système, en faisant un nombre  $O$  de remplacements minimaux chaque période et en cas de panne, dans le cas où l'âge du composant atteint  $(O+1)T$  périodes, il est totalement remplacé. Pour [PON, 2006], le modèle élaboré pour un matériel loué se penche sur une politique qui réalise un compromis entre les coûts de remplacement et de pénalité.

### **1.3.7.3 La politique de limite de défaillance**

Pour cette politique, la maintenance préventive n'est faite que si l'un des indicateurs de fiabilité du composant atteint un seuil prédéterminé. Dans le modèle de [BER, 1978], le remplacement se fait en cas de panne ou lorsqu'un ensemble de variables d'état atteint le seuil préfixé. Pour [LIE, 1986], une fois le taux de défaillance du composant touche le seuil, une action préventive est faite en suite deux actions correctives sont proposées juste après l'intervention. Le taux de défaillance devient entre les deux états « good as new » et « bad as old ». Le degré d'amélioration du taux de défaillance est appelé facteur d'amélioration qui sera une variable de décision de la fonction objectif à optimiser. [CHA, 1993] ont maximisé la disponibilité du composant en prenant en considération des durées d'interventions préventives.

### **1.3.7.4 La politique de maintenance séquentielle**

Dans ce cas, les intervalles de maintenance préventive ne sont pas les mêmes, ils sont de plus en plus courts. Le modèle de [NAK, 1988] propose des interventions préventives au bout des intervalles de temps  $x_k$  fixés d'avance ( $k=1,\dots,N$ ). Le remplacement total se fait à la  $N^{\text{ème}}$  intervention. En cas de pannes imprévues, le composant subira des réparations minimales, l'optimum exige que  $x_k < x_{k-1}$  pour ( $k=2,\dots,N$ ). Dans le travail de [NGU, 1981], une intervention préventive est faite si le composant n'a pas subi de pannes durant  $t_i$  et il est remplacé après  $k$  réparations où  $t_i$  est le seuil maximum pour lequel le composant peut rester sans subir de remplacement après  $(i-1)$  réparations.

### **1.3.7.5 La politique de limite de réparation**

Cette politique exige que le coût de réparation ne doit pas dépasser un seuil préfixé sinon le composant est totalement remplacé. Vu que le cumul des coûts de réparation dépasse le coût de remplacement total, cependant l'historique des pannes qui n'est pas pris en considération par [YUN, 1987] il est présent dans le travail de [BEI, 1982] où le composant n'est remplacé que si le coût de réparation par unité de temps aboutit à un seuil prédéterminé sinon il est réparé. Le temps limite de réparation est un critère de décision inclus par [NAK, 1974]. Si ce temps dépasse un seuil  $T$ , le composant sera remplacé par un nouveau sinon une réparation minimale est exposante.

### 1.3.7.6 Les politiques des systèmes multi-composants

Les résultats obtenus pour les politiques de maintenance des systèmes mono-composants ne peuvent pas être généralisés facilement aux systèmes multi-composants, ces composants appartenant au même système et contribuant à son fonctionnement, ils présentent donc naturellement divers types d'interactions. De façon classique, on distingue les dépendances économiques, stochastiques et structurelles d'où la pertinence de présenter les revues de littérature s'intéressant aux politiques de maintenance pour les systèmes multi-composants.

- La politique de dépendances stochastiques : tous les composants sont soumis à des sollicitations semblables. Les durées de vie et les détériorations de chacun des composants sont donc stochastiques dépendantes si l'état d'un composant influence le fonctionnement des autres composants.
- La politique de dépendances structurelles : l'intervention de maintenance sur un composant nécessite une opération de déplacement ou de démontage pour atteindre et réparer les autres composants. Le travail de maintenance des autoroutes par [DEK, 1998] est un exemple très utile pour ce type.
- La politique de dépendances économiques : lors d'une intervention de maintenance sur une partie défaillante du système, il peut être avantageux de maintenir également certains composants encore en état de marche avec un coût marginal additionnel faible.

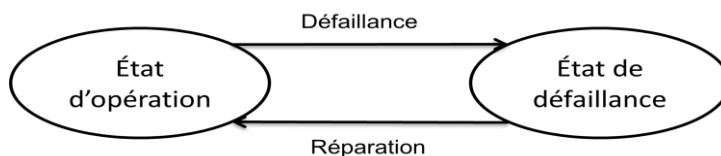
L'hypothèse classique qui considère les systèmes comme étant mono-composants peut s'avérer très pénalisante dès que l'on cherche à appliquer ses modèles à des problèmes réels où les systèmes technologiques sont constitués de composantes de natures diverses en présence de telles dépendances. L'analyse des travaux existants montre que la détermination d'une politique multi-composant reste un problème largement ouvert et que la dégradation reste le facteur majeur qui oriente le choix de la politique appropriée.

## 1.4 Les systèmes de production

Dans les travaux de modélisation des systèmes de production, assurer la continuité du service est un problème crucial parce que l'occurrence d'une défaillance peut entraîner l'arrêt systématique du fonctionnement du système. Pour palier à ces arrêts aléatoires, les solutions les plus courantes sont : la redondance qui se traduit par la duplicité de plus d'un module assigné à exécuter une fonction. En cas de panne, elle permet d'entreprendre une action de réparation sur un module défaillant sans affecter le déroulement normal du fonctionnement du système. Les stocks tampons qui sont placés entre les sous-systèmes, en cas de panne d'un sous-système  $i$  le fonctionnement du sous-système  $i+1$  est assuré par le stock intermédiaire des deux sous-systèmes. Les techniques de sûreté de fonctionnement (la tolérance aux fautes, la reconfiguration, la duplication d'architectures, la conception de commande de surveillance à fonctionnement sûr) qui sont basées sur l'activation interne des mécanismes automatiques de reconfiguration, en cas de panne le système a la capacité de continuer à fonctionner avec des performances réduites. L'utilisation des politiques de maintenance préventive, conditionnelle et d'inspection.

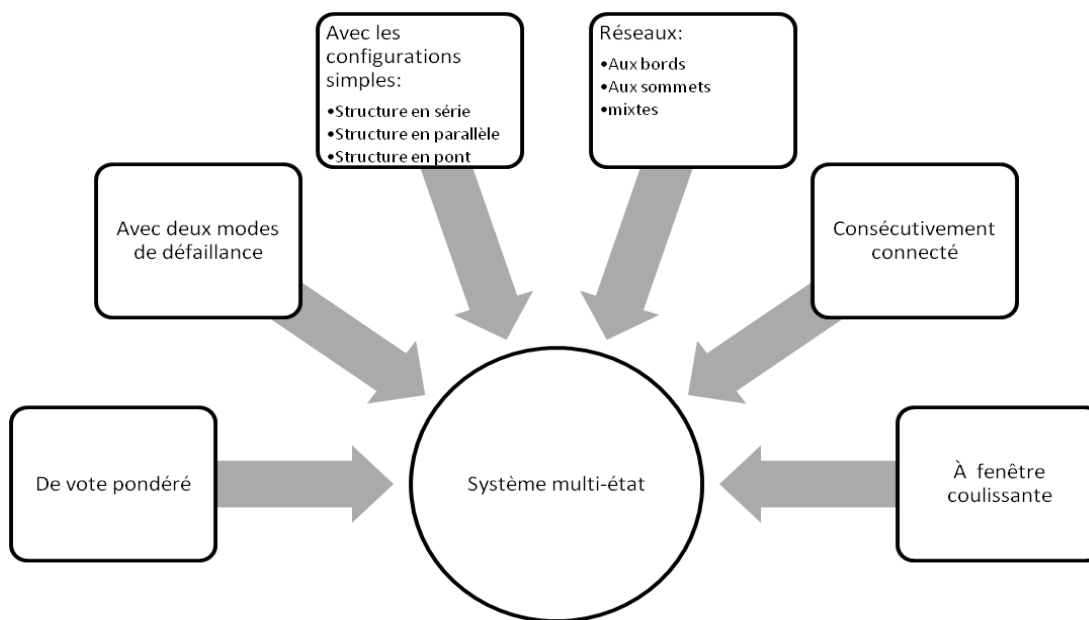
Dans le domaine de la fiabilité, l'étude du fonctionnement des systèmes technologiques a été entreprise en se basant sur la modélisation binaire où deux états sont considérés : l'état d'opération où le fonctionnement est parfait et l'état de défaillance complète [WAS, 2011] (Figure 1.4). Cependant,

de plus en plus certains travaux dans la littérature scientifique tiennent compte de nombreuses situations qui peuvent survenir durant la vie utile de certains systèmes. De tels systèmes sont appelés des systèmes multi-états (SME) qui sont généralement soumis à divers modes de défaillance avec différents effets sur leurs performances. L'un de ces modes de défaillances, la dégradation, permet aux SME de continuer à assurer leur service malgré l'occurrence d'une panne entraînant une réduction partielle de leurs performances nominales. Une abondante littérature a été dédiée aux systèmes binaires. Cependant peu de travaux ont été publiés sur les SME. Pour cela l'un des objectifs de ce travail est d'étudier les modèles traitant les SME.



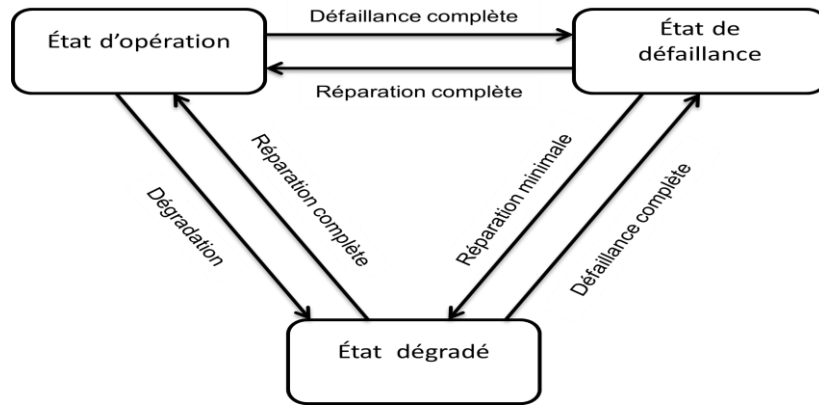
**Figure 1.4.** Diagramme fonctionnel d'un système binaire

Les SME sont, d'après [LEV, 2003], des systèmes pouvant avoir un nombre fini de niveaux de performances intermédiaires allant du fonctionnement parfait jusqu'à l'arrêt total. Leur défaillance est soit complète entraînant l'arrêt total du fonctionnement soit partielle entraînant la dégradation de la performance sans causer l'arrêt du système de production. La modélisation de ces systèmes diffère avec les états intermédiaires existants. Dans la figure 1.5, on a classé les différents types des SME.



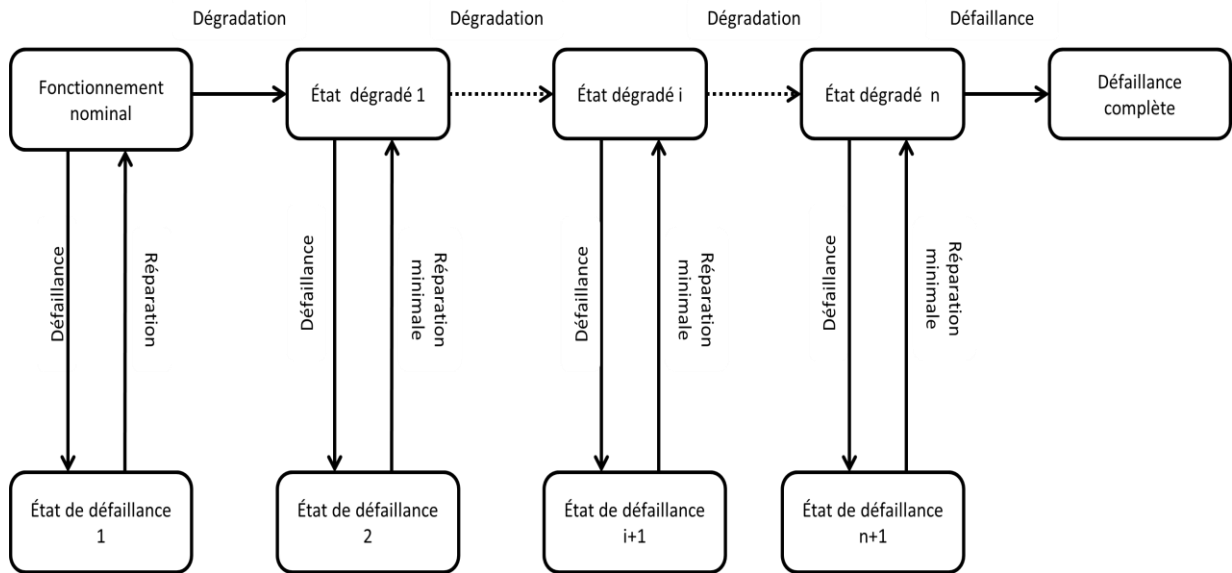
**Figure 1.5.** Les types des systèmes multi-états

Les modèles les plus célèbres sont basés sur l'exploration d'extensions multi-états établis à partir du modèle binaire déjà représenté dans la figure (1.4). [WU, 2003] et [ZAI, 2001] ont énoncé que dans le cas d'un SME, la performance du système contient plus de deux états. En se basant sur ces réflexions, [WAS, 2011] a élaboré le modèle du plus petit SME unitaire dessiné sur la figure 1.6 dans lequel en intégrant à la configuration binaire un troisième état dit dégradé.



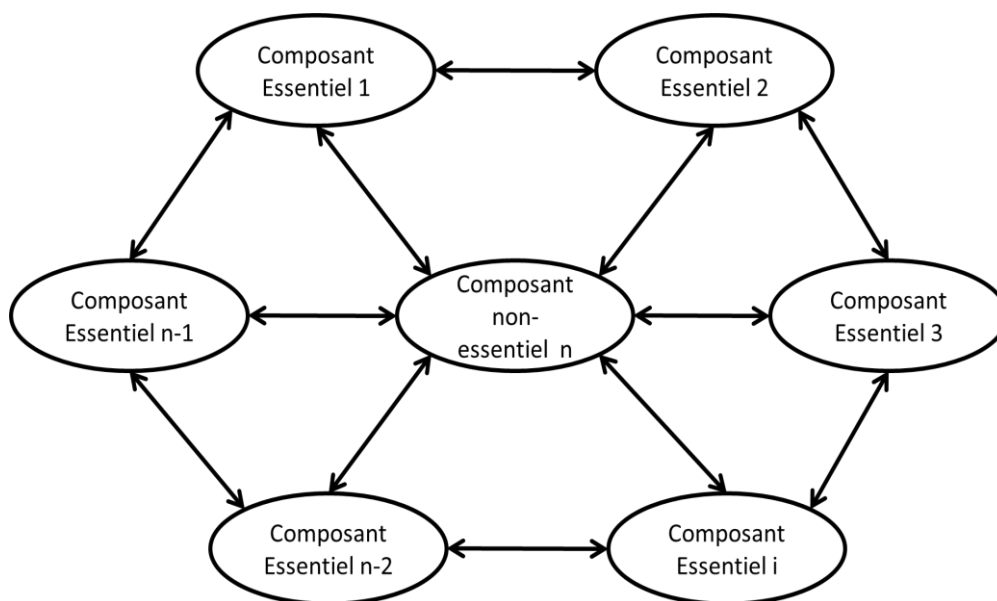
**Figure 1.6.** Système multi-états avec un seul état de dégradation [WAS, 2011]

Plusieurs modèles étudiés dans la littérature supposent qu'après une défaillance dans le système sa réparation le restitue à son état neuf, mais si c'était toujours le cas, les systèmes pourraient être fonctionnels pendant un temps infini, ce qui est à peu près impossible pour les systèmes manufacturiers. Le modèle générique de [WAS, 2011] a introduit un nombre  $n$  d'états dégradés subissant  $n+1$  réparations minimales (Figure 1.7).



**Figure 1.7.** Diagramme fonctionnel pour système unitaire multi-états avec différents états de dégradation [WAS, 2011]

Sachant qu'un système est un ensemble construit de sous-systèmes et de composants, l'effet de la défaillance de chaque élément du système influence sur le fonctionnement global. Prenant en considération qu'un système peut contenir des composants essentiels et non essentiels tels que la défaillance d'un composant essentiel conduit à l'interruption totale du système, ainsi que pour celui non essentiel elle conduit à des perturbations tolérées qui dégradent la performance nominale du système. La figure 1.8 représente une distribution des composants en intégrant les interactions qui peuvent exister entre eux sachant que chaque composant suit un fonctionnement binaire.



**Figure 1.8.** Diagramme fonctionnel d'un système multi-états multi-composants [ETT, 2016]

Les performances de tels systèmes sont considérées comme ayant le même niveau dans leur phase utile. Cependant, différents niveaux de performances surviennent dans la vie des systèmes ont pour objectif d'assurer le travail sous des dégradations contrôlées.

## 1.5 Planification de la maintenance et de la production

### 1.5.1 La stratégie séparée des plans maintenance/production

Dans l'industrie, le non-respect du planning de la maintenance préventive (MP) par le service ordonnancement peut causer la défaillance des équipements de production et par conséquent l'interruption de la production et la non-satisfaction de la demande du client. Malgré leur interdépendance, ces deux activités sont généralement planifiées et exécutées séparément dans les systèmes manufacturiers comme les travaux déjà cités. En effet, la stratégie séparée est dévissée en deux catégories :

- la première catégorie traite le sujet de la planification de la production pour satisfaire les commandes dans des délais exigeant une disponibilité maximum des équipements.
- La deuxième catégorie regroupe des modèles traitant la planification de la maintenance exige des arrêts de production pour effectuer des actions de MP.

L'aspect non optimal de cette stratégie n'évite pas le conflit et peut générer des coûts supplémentaires venant des arrêts de la production en cas de pannes imprévues. Étant donné que l'exécution des activités de maintenance provoque fréquemment des conflits entre les responsables de maintenance et de production, car ils interviennent comme des éléments venant perturber un programme de production préétabli, pour cette raison on est orienté vers les études faites sur la planification intégrée de la maintenance et de la production qui visent à minimiser le coût total des deux activités.

### 1.5.2 La stratégie intégrée des plans maintenance/production

De nombreuses recherches liées à la planification de la production et celle de la maintenance séparément peuvent être trouvées dans la littérature [ETT, 2016] au cours de ces dernières années,

mais les recherches qui s'articulent sur la planification intégrée des deux activités sont peu. Dans ce paragraphe, nous allons présenter un résumé des travaux existant dans ce domaine.

- [LEE, 1987] ont intégré la maintenance par inspection au problème de dimensionnement du lot pour un processus de production dégradable, où les inspections servent à déterminer si le système est sous contrôle ou non et à proposer une action de maintenance en cas de défaillance en minimisant le coût moyen de stockage et des opérations d'inspection et correctif. La résolution du modèle a été faite en utilisant une approximation de la fonction coût.
- [GRO, 1992a] analysent les effets des défaillances de machines et des interventions correctives sur les décisions de dimensionnement des lots. En vertu de leur politique, lorsque la machine tombe en panne, une maintenance corrective est immédiatement effectuée. Si l'inventaire en main à ce moment est supérieur ou égal à un seuil, la production est retardée jusqu'à ce que tout l'inventaire disponible soit épuisé. Toutefois, si l'inventaire en main est inférieur à une valeur de seuil, la production est immédiatement reprise. Dans un article ultérieur, [GRO, 1992b] étudient également la question des stocks de sécurité pour satisfaire le niveau de service prescrit par la direction en présence de pannes de machines. Ils proposent une politique de contrôle de production facile à mettre en œuvre et développent une expression fermée pour la taille de lot optimale dans le cadre de cette politique. [GAL, 1994] a étendu le concept de [GPS1992a] en proposant un algorithme de planification de la production après chaque arrêt.
- [SRI, 1996] ont ajouté au modèle de ([LEE, 1987]) l'option de maintenance préventive dans le cas de la politique de production (s, S) traitée par [SHA, 1984]. Dans leur modèle, dès que le niveau d'inventaire est porté à une certaine valeur spécifiée S, un remplacement préventif est lancé. Après l'opération de maintenance préventive, la production reprend dès que le niveau d'inventaire tombe en dessous d'une autre valeur prédéterminée s et que l'installation continue à produire des articles jusqu'à ce que le niveau d'inventaire soit remonté à S. Si l'installation tombe en panne pendant le fonctionnement, il est minimalement réparé et remis en service. Dans une structure de coûts qui inclut un coût de maintenance préventive, de réparation, d'installation, de pénurie, de stockage et un coût de demande non satisfaite, une expression pour le coût prévu par unité de temps est obtenue pour le plan proposé.
- [WEI, 1999] ont annoncé l'utilisation du principe du plan agrégé de la production avec les politiques de maintenance dans leur modèle de planification intégrée pour un système multi-périodes et multi-références. Cette agrégation a été générée en utilisant la formulation d'un programme linéaire à entier mixte proposée par [CHU, 1984]. [WEI, 1999] déterminent un planning des opérations de maintenance et de production, sans se préoccuper des conflits qui risquent de se poser au niveau d'une machine donnée, ce type de problème a été résolu par [BEN, 2001]. Ensuite, [BEN, 1999] a ajouté la conception des paramètres de contrôle de la qualité au modèle intégré pour optimiser les quantités à produire et le niveau de maintenance pour le cas d'un processus imparfait.
- [GOA, 2001] ont présenté une approche simple pour déterminer une politique d'exploitation pratique en ce qui concerne la planification des travaux de maintenance et de la taille des lots de plusieurs produits fabriqués sur une seule machine. Ensuite [BEN, 2002], a proposé un modèle intégré de détermination de la taille des lots et la politique de

maintenance préventive pour le cas imparfait ayant une distribution de détérioration générale avec un taux de risque croissant.

- [LIV, 2000] ont proposé un modèle de remplacement préventif d'un système de production série-parallèle afin de satisfaire la demande client, toutefois ce modèle s'applique uniquement aux problèmes de génération de l'énergie hydroélectrique caractérisés par leur aspect continu et non stockable, ces caractéristiques ne sont pas applicables dans le domaine de la production manufacturière. Une autre étude faite par [IRA, 2002] ont utilisé un processus markovien minimisant le coût total pour un plan conjoint de la maintenance préventive et de la production dans le cas d'un seul produit avec un taux de défaillance croissant du à l'usage, cette détérioration affecte la capacité de production et rend les opérations de maintenance plus coûteuses, mais la complexité du problème limite son application seulement aux problèmes de petite taille (ex. système à trois états). La théorie de la fiabilité des SME a été introduite par [LIV, 2000] en considérant une demande variable et un horizon de planification fini pour une politique de remplacement d'un système série parallèle.
- [GOE, 2003] ont travaillé sur une formulation combinée des décisions relatives à la conception du système et de la planification la de production et la maintenance pour des usines de traitement polyvalentes en introduisant le problème d'allocation de fiabilité au stade de la conception.
- [CHE, 2004] ont présenté une stratégie conjointe de production avec les stocks tampons et de maintenance préventive pour une unité de production qui subit des défaillances aléatoires, opérant dans un environnement où les durées de réparation et de remplacement préventif sont aléatoires. La stratégie proposée se caractérise par deux variables de décision : la période  $T$  dans laquelle le remplacement préventif doit être effectué et le niveau  $S$  du stock qui doit être construit après l'achèvement de chaque action de maintenance pour pallier aux perturbations provoquées par les pannes et actions de maintenance planifiées. La politique optimale est obtenue en minimisant le coût total attendu par unité de temps en utilisant une procédure numérique.
- [YAO, 2005] ont étudié les politiques optimales de maintenance préventive et de production pour un système de production non fiable avec des temps d'interventions stochastiques et non négligeables. Dans leur travail, ils ont caractérisé plusieurs propriétés structurelles liées à la politique optimale à savoir, en cas où il y a un niveau élevé de backorder, il est optimal soit d'utiliser le taux maximal ou effectuer des remplacements préventifs, et quand il y a un niveau élevé de stock, il faut ralentir le système de production ou faire de la maintenance préventive est optimal.
- [CHE, 2006] ont prolongé le travail de [CHE, 2004] et considéré le coût moyen total par unité de temps comme critère de performance sous une contrainte du niveau minimum de disponibilité stationnaire requis de l'unité de production.
- Le premier travail qui propose une vraie planification intégrée est ce lui de [AGH, 2007] où il ils ont pris en considération les arrêts imprévus de production, ainsi que les actions de maintenance préventive et corrective en affectant la disponibilité et par conséquent la capacité réelle du système binaire dans chaque période. En cas de panne, c'est tout le système qui est en arrêt et une réparation minimale est effectuée pour le remettre en marche. Le problème est formulé en tant qu'un problème de lot-sizing à capacité limité multi-produits et assimilé à une seule machine. Sa résolution consiste à fixer une politique

préventive traduite par la périodicité des remplacements et à calculer ensuite la capacité de production disponible afin d'obtenir le coût total optimal des deux opérations pour un horizon fini sans considérer le cas de pénurie ni la rupture sur la demande et en utilisant CPLEX comme l'outil de résolution du programme linéaire à entiers mixtes

- Dans le cas d'un système qui possède un ensemble de lignes de production en parallèle, [AGH, 2008] ont traité pour la première fois le problème de planification intégrée. Ils ont suggéré un algorithme basé sur la décomposition lagrangienne afin de résoudre un modèle non linéaire mixte de planification de la maintenance périodique et non périodique et de la production, comme extension du travail de [AGH, 2007] qui a proposé leur modèle pour une seule ligne. En effet, une réparation minimale est effectuée en cas de panne d'une ligne et des remplacements préventifs sont faits périodiquement pour renouveler les lignes de production afin d'optimiser le coût total. La résolution de ce problème a été faite par la méthode de relaxation lagrangienne.
- [CHE, 2008] ont présenté leur modèle en tenant compte les problèmes de non-conformité éventuelle des produits, dans le but de minimiser le coût total par unité de temps sur un horizon infini. Cependant, [JIN, 2009] ont défini une nouvelle méthodologie basée sur la notion de «stock option» utilisée en finance pour générer le nombre de tâches de maintenance et la quantité à produire afin de maximiser le profit en minimisant les coûts.
- [NOU, 2010] ont suggéré une intégration de la planification tactique pour la production et la maintenance préventive périodique d'un système multi-états qui doit satisfaire une demande fixe dans un horizon fini en réduisant le coût total des deux fonctions. Dans leur modèle, la partie qui concerne la production correspond à un problème de lot capacitaire de dimensionnements multi-produits, le réglage de la taille des lots est considéré comme décision relative à la planification tactique qui inclut les décisions de remplacements préventifs cycliques faites au début de chaque période avec des réparations minimales en cas de panne. La résolution du modèle proposé a été faite avec une évaluation exhaustive de maintenance préventive alternative. Cette méthode ne peut résoudre que des problèmes de petite taille, ensuite un algorithme génétique a été développé pour faire face aux cas des systèmes multi-états dégradables.
- Dans le plan intégré proposé par [HAJ, 2011], on a rencontré le cas d'un modèle stochastique de planification pour un système composé d'une seule machine et caractérisé par une cadence de production variable  $U$ , un taux de panne croissant, une demande aléatoire et avec la possibilité de recourir à la sous-traitance.
- [SIT, 2011] ont étudié la planification de la maintenance et de la production hiérarchique pour les systèmes à plusieurs étages avec diminution progressive de la capacité en raison de la détérioration. Ils ont proposé une planification à deux niveaux pour résoudre le problème de planification hiérarchique, c'est-à-dire la planification agrégée qui inclut les remplacements préventifs et la planification désagrégée qui gère les incertitudes et les pannes non planifiées (correctives).
- Dans un autre contexte, [NAJ, 2011] ont proposé un modèle de planification conjointe de la production et la maintenance d'un système de production soumis à des défaillances aléatoires prenant en compte les paramètres de fiabilité du système et la capacité. Ils ont également ajouté l'approche des fenêtres temps pour réduire la pénurie de la demande en période de forte demande et donner plus de flexibilité aux actions de maintenance

préventive. Ils ont utilisé l'optimisation par le Solveur Xpress MP pour les petits problèmes et les algorithmes génétiques pour des problèmes de taille plus importante.

- Une extension de [AGH, 2007], [AGH, 2008] et [NOU, 2010] a été étudiée en considérant des intervalles de temps flexibles pour les actions préventives et en autorisant la possibilité de différer une partie de la demande si la capacité ne permet pas de produire toute la commande pour une période donnée pour minimiser un groupe de coûts. [FIT, 2012] ont abordé la problématique de l'intégration de la planification non périodique de la maintenance préventive et la planification tactique de la production pour un système multi-produits à une seule machine. Au niveau de la production, les décisions impliquent la détermination des quantités à produire (taille des lots) et pour la maintenance les remplacements peuvent être effectués au début de chaque période à l'exception de la première période et à la fin de la dernière. Une méthode pour évaluer la réduction de la capacité du système de production et les coûts de maintenance préventive et corrective est présentée. Le modèle intégré vise à optimiser la vitesse de production de la machine qui dépend du nombre d'occurrence des défaillances et de remplacements préventifs.
- [NOU, 2012] ont prolongé le travail de [NOU, 2010] pour étudier le cas des systèmes contenant des composants parallèles et dépendants économiquement ainsi que stochastiquement (DCC). Ils ont utilisé le modèle  $\beta$  facteur pour représenter les DCC en supposant deux causes possibles pour la panne du système : la défaillance indépendante des composants simples et la DCC simultanée de tous les composants. Une politique de maintenance du groupe T-âge a été faite pour laquelle les composants sont cycliquement renouvelés tous ensemble avec des réparations minimales en cas de pannes imprévues en ajoutant la planification d'un lot-sizing dans le but de minimiser la somme des coûts pour une demande des produits dans un horizon fini. Ensuite, il vient le plan intégré de [YAL, 2014] qui n'a pas seulement considéré le cas des systèmes multi-lignes, multi-périodes et multi-produits, mais aussi il a pris en considération la dégradation des lignes de production. Cette dégradation est représentée dans le modèle comme une réduction des capacités des lignes de production en fonction de l'évolution du temps. Les opérations de maintenance sont supposées fournir les lignes dans un état de fonctionnement «as good as new» avec capacité maximale. Grâce à l'étude des limites des modèles, il est démontré que l'approche proposée peut faire face à une gamme de problèmes plus large que celle des travaux faits dans [AGH, 2008].
- [FIT, 2014] ont étendu le modèle de [NOU, 2010] afin de confronter la situation non périodique en proposant une politique de remplacement préventive au début ou à l'intérieur de la période de planification de la production et des réparations minimales en cas de défaillances aléatoires. Le gain en termes de coût total entre le cas périodique et non périodique est de 2,5 % en utilisant la résolution par la recherche exhaustive pour les problèmes de petite taille et un algorithme de recuit simulé pour les cas complexes. Ensuite, le travail [BEH, 2015] a proposé un algorithme génétique hybridé avec la recherche tabou pour un modèle intégrant la planification de la production et de la maintenance des systèmes de production imparfaits avec des composants conformes et non conformes.
- [BEH, 2016] ont étudié la planification intégrée de la production, la maintenance et la qualité pour des systèmes dégradés. Dans la partie planification de la production, ils ont traité le problème de dimensionnement de lots pour le cas multi-produits avec la détérioration de la qualité et dans la planification de la qualité, ils ont discuté la détermination optimale d'un processus d'inspection qui est utilisé pour étudier l'état caché

du système. Compte tenu d'une maintenance imparfaite liée à l'âge de la machine et avec plusieurs possibilités d'amélioration des conditions de la machine, un plan de maintenance détermine le type d'opérations à effectuer sur la machine à chaque intrusion. Ces décisions sont simultanément liées au dimensionnement des lots et la qualité où la fonction objective minimise le coût total.

- [NOU, 2016] ont considéré un contexte de dimensionnement de lots multi-périodes multi-produits pour développer un modèle intégré (non linéaire à entiers mixtes) pour la détermination conjointe des valeurs optimales du plan de production, et des niveaux de maintenance préventive de la machine, tout en tenant compte des coûts liés à la qualité pour un processus imparfait. L'objectif est de minimiser la somme des coûts d'inspection, de maintenance préventive, de production d'articles non conformes, de restauration, de production, de mise en place, de stockage et des coûts de pénurie.
- [HNA, 2016] ont proposé un algorithme de résolution basé sur la programmation linéaire mixte qui peut atteindre 56 périodes dans l'horizon de planification pour un système sujet aux défaillances aléatoires et des réparations minimales comme extension du plan de [FIT, 2012].
- Récemment, les auteurs de [ETT, 2017a] ont modifié le modèle [AGH, 2007] en additionnant les contraintes du temps de setup et de la rupture sur la demande et ils ont résolu le problème en utilisant la programmation linéaire à entier mixte par le solveur Matlab. En cas de problème multi-lignes [ETT, 2017b] ont étendu le modèle précédent et utilisé la programmation linéaire intégrée dans le solveur CPLEX.
- Un autre travail de [ETT, 2017c] a traité l'optimisation avec les algorithmes génétiques du modèle proposé dans [ETT, 2017a] et les auteurs ont montré l'efficacité de cette approche de résolution en termes de minimisation des coûts ainsi que les temps d'exécution.

## 1.6 Modélisation et optimisation

### 1.6.1 Définition

Notre approche est basée sur deux phases essentielles pour construire un modèle correct avant de passer à la phase de l'optimisation :

- L'objectif de la phase de modélisation est de décrire un résumé mathématique référentiel du problème à résoudre. Ce modèle identifie :
  - Les objets à manipuler (produits, ressources, périodes, etc.)
  - Les données associées aux objets (demande de produits pendant les périodes, capacité des ressources, etc.)
  - Les décisions (également appelées variables de décision, ou simplement des variables) à prendre par rapport aux objets afin de proposer ou de définir une solution au problème
  - Les contraintes à satisfaire par les décisions afin de définir des solutions réalisables ou acceptables au problème
  - la fonction objective qui fournit un moyen pour évaluer et comparer les solutions possibles ainsi que pour choisir la meilleure solution parmi les solutions possibles.
- L'objectif de la phase d'optimisation est de trouver une solution optimale du modèle.

### 1.6.2 Les méthodes d'optimisation

Quand bien même les méthodes de résolution exactes conduisent à obtenir un résultat qui permet de garantir une optimalité de la solution, dans certaines circonstances, pourtant on peut trouver des solutions de bonne qualité, sans garantie d'optimalité, mais en faveur d'un temps de calcul plus minimal. Pour cela, on applique des méthodes appelées les méta-heuristiques, adaptées à chaque problème traité, avec cependant l'inconvénient de ne disposer en retour d'aucune information sur la qualité des solutions obtenues.

Les heuristiques ou les méta-heuristiques exploitent généralement des processus aléatoires pendant la découverte de l'espace de recherche pour faire face à l'explosion combinatoire engendrée par l'utilisation des méthodes exactes. En plus de cette base stochastique, les méta-heuristiques sont le plus souvent itératives. En effet, le même processus de recherche est répété plusieurs fois lors de la résolution. Leur intérêt fondamental provient effectivement de leur capacité à éviter les minimums locaux en acceptant la dégradation de la fonction objective pendant leur progression.

D'une autre part, les méthodes exactes ont permis de trouver des solutions optimales pour des problèmes de taille raisonnable et rencontrent généralement des difficultés face aux problèmes de taille importante. En revanche, les méthodes approchées ne garantissent pas de trouver une solution exacte, mais seulement une approximation. Ces deux classes de méthodes de résolution sont détaillées dans la figure 1.9.

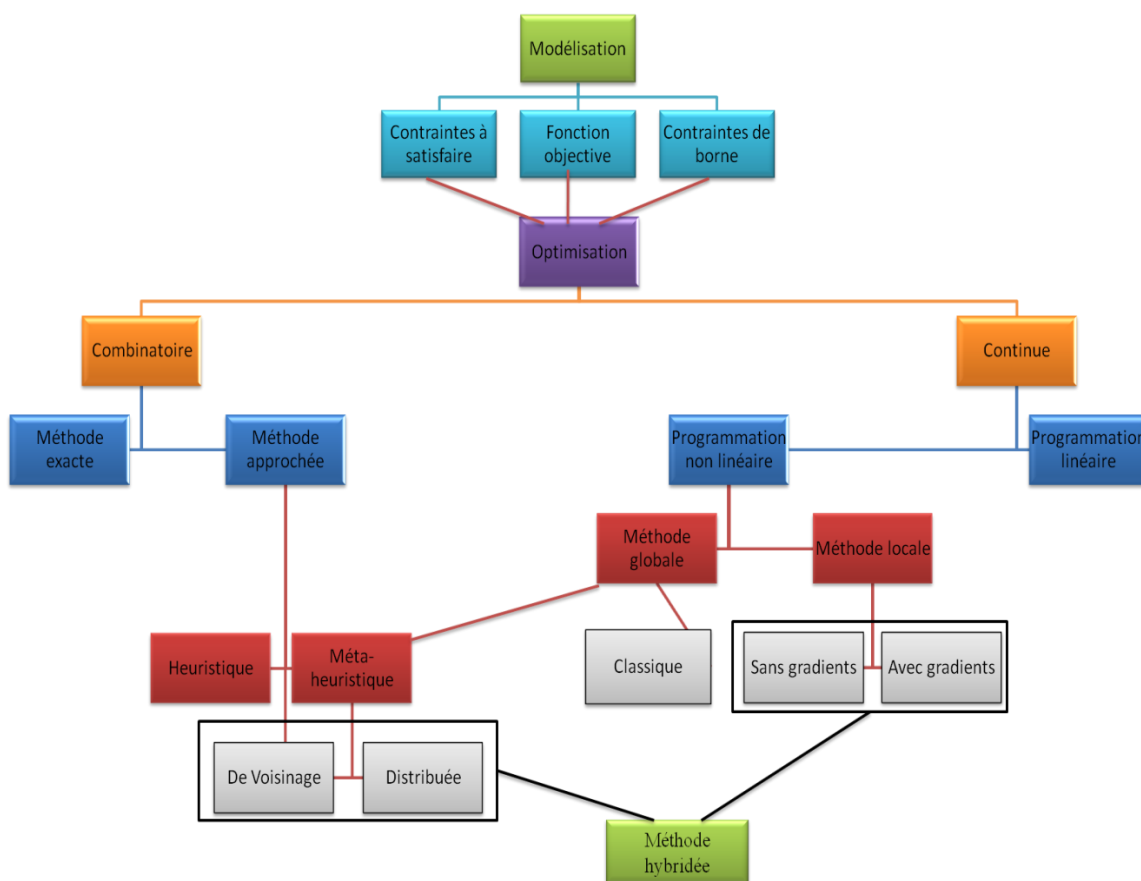


Figure 1.9. Classification des méthodes d'optimisation

### 1.6.3 Les méthodes exactes

Nous présentons d'abord quelques méthodes de la classe des algorithmes exacts. Ces méthodes garantissent de trouver la solution optimale pour un problème de taille finie dans un temps limité et de prouver son optimalité [PUC, 2005].

- **La méthode séparation et évaluation (Branch and Bound)**

L'algorithme de séparation et évaluation, plus connu sous son appellation anglaise (B & B) ([LAN, 1960]), repose sur une méthode arborescente de recherche d'une solution optimale par séparation et évaluation, en représentant les états solutions par un arbre d'états, avec des nœuds et des feuilles. La méthode B & B est basée sur trois axes principaux :

- L'évaluation ;
- La séparation ;
- La stratégie de parcours.

- **La méthode des coupes planes (Branch and Cut)**

La méthode des coupes planes n'est pas toujours efficace face aux problèmes difficiles. De même, bien que l'algorithme du « Branch and Bound » puisse être très performant pour une certaine classe de problèmes, pour cela on utilise la méthode « Branch and Cut » qui combine entre l'algorithme du « Branch and Bound » et de la méthode des coupes planes. Pour une résolution d'un programme linéaire en nombres entiers, la méthode B & C commence par relaxer le problème puis appliquer la méthode des coupes plane sur la solution trouvée. Si on n'obtient pas une solution entière alors le problème sera divisé en plusieurs sous-problèmes qui seront résolus de la même manière.

- **La méthode de la génération de colonnes**

Le principe de la génération de colonnes repose sur le fait que toutes les variables d'un programme linéaire ne seront pas forcément utilisées pour atteindre la solution optimale. L'objectif de cette méthode est de résoudre un problème réduit avec un ensemble limité de variables. Le problème initial est appelé problème maître, et le problème réduit est appelé problème restreint. Le problème restreint est plus simple à résoudre, mais si l'ensemble de ses variables ne contient pas celles qui donnent la solution optimale pour le problème maître, pour atteindre la solution optimale du problème maître, il faut rajouter au problème restreint des variables pouvant être utilisées pour améliorer la solution. On constate que la méthode de la génération de colonnes peut être combinée avec un processus de B & B pour résoudre un programme linéaire en nombres entiers. Cette méthode est appelée Branch & Price.

### 1.6.4 Les méthodes approchées

Une heuristique est un algorithme approché permettant d'obtenir en temps polynomial au moins une solution réalisable rapide et pas obligatoirement optimale. L'usage d'une heuristique est efficace pour calculer une solution approchée d'un problème et ainsi accélérer le processus de résolution exacte. Les heuristiques peuvent être classées en deux catégories :

- Méthodes constructives qui génèrent des solutions à partir d'une solution initiale en essayant d'en ajouter petit à petit des critères jusqu'à obtenir une solution complète ;
- Méthodes de fouilles locales qui commencent avec une solution initialement complète et probablement moins intéressante, et essaient de manière répétitive d'améliorer cette solution en explorant son voisinage.

Sachant que les heuristiques rencontrent différentes difficultés pour obtenir une solution réalisable de bonne qualité pour des problèmes d'optimisation difficiles, les méta-heuristiques ont fait leur apparition pour résoudre cette problématique. Ces algorithmes sont plus complets et complexes qu'une simple heuristique, et permettent généralement d'obtenir une solution de très bonne qualité pour des problèmes issus des domaines de la recherche opérationnelle ou de l'ingénierie dont on ne connaît pas de méthodes efficaces pour les traiter ou bien quand la résolution du problème nécessite un temps élevé ou une grande mémoire de stockage. Alors on peut distinguer les méta-heuristiques qui travaillent avec une population de solutions de celles qui ne manipulent qu'une seule solution à la fois. Les exemples les plus connus de ces méthodes sont :

- **Le recuit simulé (Simulated Annealing)**

Le recuit simulé (SA) a été introduit par [KIR, 1983] et [CER, 1985] comme une méthode de recherche locale normale, utilisant une stratégie pour éviter les minimums locaux. Cette méta-heuristique est basée sur une technique utilisée depuis longtemps par les métallurgistes qui, pour obtenir un alliage sans défaut, faisant alterner les cycles de réchauffage (ou de recuit) et de refroidissement lent des métaux. Le recuit simulé s'appuie sur des travaux faits par [MET, 1953], qui ont pu décrire l'évolution d'un système en thermodynamique.

Le principe du recuit simulé est de parcourir de manière itérative l'espace des solutions. On part avec une solution notée  $s_0$  initialement générée de manière aléatoire dont correspondent une énergie initiale  $E_0$  et une température initiale  $T_0$  généralement élevée. À chaque itération de l'algorithme, un changement élémentaire est effectué sur la solution. Cette modification fait varier l'énergie du système. Si cette variation est négative (la nouvelle solution améliore la fonction objective et permet de diminuer l'énergie du système), elle est acceptée. Si la solution trouvée est moins bonne que la précédente alors elle sera acceptée avec une probabilité  $P$  calculée suivant la distribution de Boltzmann. La méthode du recuit simulé a l'avantage d'être souple vis-à-vis des évolutions du problème et facile à implémenter. Elle permet d'avoir d'excellents résultats pour un nombre de problèmes complexes. Par contre, pour trouver les bons paramètres, il est nécessaire de faire de nombreux tests.

- **La recherche taboue (Tabu Search)**

La recherche taboue est une méthode de recherche locale combinée avec un ensemble de techniques permettant d'éviter d'être piégé dans un minimum local ou la répétition d'un cycle. La recherche taboue est introduite par [GLO, 1986], [HAN, 1986] et [GLO, 1997]. Cette méthode a montré son efficacité pour la résolution des problèmes d'optimisation difficiles. Effectivement, à partir d'une solution initiale  $s$  dans un ensemble de solutions local  $S$ , des sous-ensembles de solution  $N(s)$  appartenant au voisinage  $S$  sont générés. Par l'intermédiaire de la fonction d'évaluation, nous retenons la solution qui améliore la valeur de la solution  $f$ , choisie parmi l'ensemble de solutions voisines  $N(s)$ . L'algorithme accepte parfois des solutions qui n'améliorent pas toujours la solution courante. L'implantation d'une liste taboue (Tabu list)  $T$  de longueur  $k$  contenant les  $k$  dernières solutions

visitées est essentielle, ce qui empêche la possibilité à une solution déjà trouvée d'être acceptée et stockée dans la liste taboue. Comme critère d'arrêt, on peut par exemple fixer un nombre maximum d'itérations sans amélioration du critère  $s^*$ , ou bien fixer un temps limite après lequel la recherche doit s'arrêter. La recherche taboue est une méthode de recherche locale, et la structure de son algorithme de base est proche de celle du recuit simulé, avec l'avantage d'avoir un paramétrage simplifié : le paramétrage consiste d'abord à trouver une valeur indicative  $t$  d'itérations pendant lesquelles les mouvements sont interdits. Il faudra également choisir une stratégie de mémorisation. En revanche, la méthode taboue exige une gestion de la mémoire de plus en plus lourde en mettant des stratégies de mémorisation complexe.

- **Les algorithmes génétiques**

Les algorithmes génétiques sont des algorithmes d'optimisation stochastique fondés sur les mécanismes de la sélection naturelle et de la génétique. Ils ont été adaptés à l'optimisation par [HOL, 975]. Egalement les travaux de [GOL, 1989a] et [GOL, 1989b] ont largement contribué à les enrichir. Leur principe est simple : on part d'une population de solutions potentielles (chromosomes) initiales, arbitrairement choisies et on évalue leur performance (Fitness) relative. Sur la base de ces performances, on crée une nouvelle population de solutions potentielles en utilisant des opérateurs évolutionnaires simples : la sélection, le croisement et la mutation. Quelques individus se reproduisent, d'autres disparaissent et seuls les individus les mieux adaptés sont supposés survivre. On répète ce cycle jusqu'à ce qu'on trouve une solution satisfaisante. En effet, l'héritage génétique à travers les générations permet à la population d'être adaptée et donc répondre au critère d'optimisation. La mise en œuvre d'un algorithme génétique nécessite :

- Le codage des données ;
- Génération de la population initiale ;
- Fonction d'adaptation (Fitness) ;
- Sélection (uniforme, tournoi, Élitisme, par roulette ou Reste stochastique sans remplacement) ;
- Croisement (uniforme ou MPX) ;
- Mutation.

- **Les algorithmes de colonies de fourmis**

Les algorithmes de colonies de fourmis ont été proposés par [COL, 1992]. Ils sont itératifs à population où tous les individus partagent un savoir commun qui leur permet d'orienter leurs futurs choix et d'indiquer aux autres individus des choix à suivre ou à éviter. Son principe repose sur le comportement particulier des fourmis qui utilisent pour communiquer une substance chimique volatile particulière appelée phéromone grâce à une glande située dans leur abdomen. En quittant leur nid pour explorer leur environnement à la recherche de la nourriture, les fourmis arrivent à élaborer des chemins qui s'avèrent fréquemment être les plus courts pour aller du nid vers une source de nourriture. Chaque fourmi dépose alors une quantité de phéromones sur ces pistes qui deviendront un moyen de communication avec leurs congénères, les fourmis choisissent ainsi avec une probabilité élevée les chemins contenant les plus fortes concentrations de phéromones à l'aide des récepteurs situés dans leurs antennes.

- **L'optimisation par essaim de particules**

L'optimisation par essaim de particules a été proposée par [KEN, 1995]. Cette méthode est inspirée du comportement social des animaux évoluant en essaim. Au départ, ils cherchaient à simuler la capacité des oiseaux à voler de façon synchrone et leur aptitude à changer brusquement de direction tout en restant en une formation optimale. Les particules sont les individus et elles se déplacent dans l'hypermespace de recherche en se basant sur des critères de limites :

- Chaque particule est dotée d'une mémoire qui lui permet de mémoriser le meilleur point par lequel elle est déjà passée et elle a tendance à retourner vers ce point ;
- Chaque particule est informée du meilleur point connu au sein de son voisinage et elle va tendre à aller vers ce point.

Chaque individu utilise donc, non seulement, sa propre mémoire, mais aussi l'information locale sur ses plus proches voisins pour décider de son propre déplacement. Des règles simples, telles qu'« aller à la même vitesse que les autres », « se déplacer dans la même direction » ou encore « rester proche de ses voisins » sont des exemples de comportements qui suffisent à maintenir la cohésion de l'essaim.

## **1.7 Conclusion**

En vue de l'état des lieux faits sur un grand nombre de travaux de recherche qui s'articule autour de la modélisation et l'optimisation des plans Production/maintenance. On montre que les études examinant la planification de la production ne tiennent pas compte les arrêts imprévus et considèrent les actions de maintenance corrective comme une perturbation du processus de production. Ainsi, les travaux qui s'intéressent à la planification de la maintenance ne mettent pas en valeur de façon explicite le gain en termes du coût et ne tiennent pas compte des exigences du système de production. Ce conflit d'intérêts entre les deux activités peut être résumé par une non-considération mutuelle des exigences et des besoins de ces deux fonctions vitales dans un système de production complexe. De ce fait, le manque de synchronisation rend l'optimisation simultanée très difficile, vu que l'optimisation d'une activité est perçue comme un lourd fardeau pour l'autre activité sans analyser les avantages apportés.

Pour faire face à cette problématique, une planification intégrée est proposée afin de trouver un plan global optimal qui réduit le coût total des fonctions de maintenance et de production. Bien que les critères de périodicité et de dépendance soient présents dans le même sujet, l'étude de la planification de cette manière reste ouverte avec des travaux limites. Le chapitre suivant présente notre contribution de base dans ce domaine d'étude, en proposant un modèle de référence d'un plan intégré des deux fonctions simultanément.

# Chapitre II

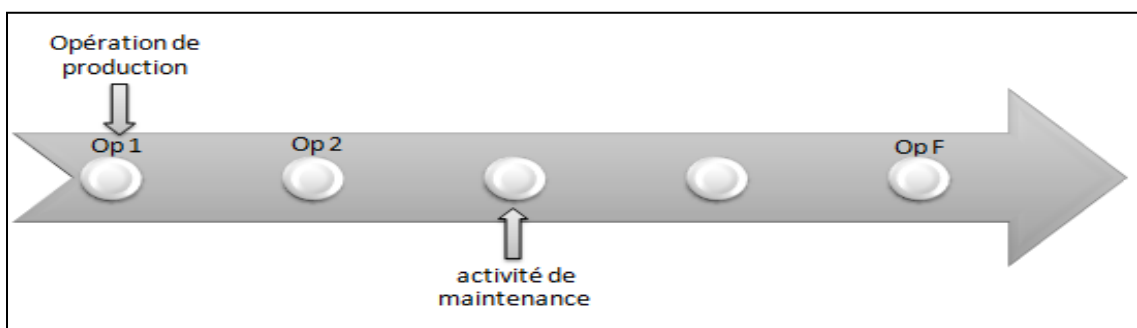
## Chapitre 2

# Modèle d'un plan intégrant la production avec la maintenance

### 2.1 Introduction

Actuellement, les systèmes de production dans les usines fonctionnent à plein régime et la mise en place d'une politique de maintenance efficace devient cruciale pour assurer la disponibilité des ressources afin de satisfaire les demandes des clients en matière du coût, qualité et délai en respectant les quantités voulues.

Il est bien connu que le travail par équipe est très essentiel au bon fonctionnement d'une organisation et le monde industriel n'y échappe pas. Pourtant de nombreux sondages effectués ont démontré que les relations entre les départements de maintenance et les départements de production échappent à cette règle, à cause de l'éternel conflit qui existe toujours. En effet, dans une unité industrielle, les agents de maintenance s'imposent lors des pannes en appliquant une stratégie de pouvoir sans explications, alors que les responsables de production doivent produire au maximum et les arrêts dans la chaîne de production peuvent être une source de rupture des stocks et des demandes. Donc, le point de friction n'est qu'économique. Il faut choisir entre l'arrêt, l'ouvrier inactif, et la poursuite de la production avec risque de casse coût et possibilité de l'arrêt. Souvent, le problème est résolu par négociation entre les responsables des deux services de manière séquentielle en tolérant l'insertion d'activités de maintenance dans le plan de fabrication sous forme de perturbations (Figure 2.1).



**Figure 2.1.** Activités maintenance/production séparées dans une ligne de production [ETT, 2017a]

Pour répondre à la réalité industrielle, l'intégration des activités de maintenance avec les opérations de production est un sujet qui intéresse aussi bien les industriels que les chercheurs, cette intégration doit se faire d'une façon à optimiser le coût total de la maintenance et de la production, et c'est sur quoi nous allons travailler dans ce chapitre.

## 2.2 La politique de maintenance

De nos jours, les systèmes industriels deviennent de plus en plus complexes. Cette complexité est due d'une part à leur structure qui ne se résume pas à des structures classiques (structure séries, parallèles, séries-parallèles, etc.) et d'autre part à la prise en compte d'un composant présentant des phénomènes de dégradation. Sachant que la dégradation est due à l'âge et à l'usage et si aucune action de maintenance n'est effectuée, le processus de dégradation du système industriel mène à une défaillance de celui-ci. Cette dernière interrompt le processus de production et par la suite provoque la perte et diminue les profits. En outre, une maintenance régulière peut réduire les temps des arrêts causés par les pannes. Ceci mène au développement d'une stratégie de maintenance préventive dans le but que le système de production puisse fonctionner de la manière la plus rentable.

Selon la norme NF EN 13306, la défaillance est définie par la cessation de l'aptitude d'un bien à accomplir une fonction requise. Après une défaillance, le bien est en panne, totale ou partielle. Une défaillance est un événement à distinguer d'une panne qui est un état. On peut dire que l'état de défaillance d'un système de production conduit à la panne qui est définie à son rôle par « l'état d'un bien inapte à accomplir une fonction requise, excluant l'incapacité due à la maintenance préventive ou à d'autres actions programmées ou à un manque de ressources extérieures ». Dans la littérature, de nombreuses publications ont classifié les défaillances selon différents critères [RAU, 2004], à savoir selon la cause (défaillance primaire, secondaire, ou due à une mauvaise commande), selon le temps (défaillance graduelle ou soudaine), selon la détectabilité (défaillance apparente ou cachée), et selon le degré (défaillance partielle ou complète). D'une autre part, [DEL, 2008] a distingué les défaillances aléatoires des défaillances systématiques :

- Les défaillances aléatoires sont des défaillances physiques pour lesquelles les performances du système diminuent. Elles peuvent être liées à la dégradation du système par le vieillissement du système ou à des stress excessifs du système par les sollicitations extérieures du système ou les erreurs humaines durant la maintenance ;
- Les défaillances systématiques peuvent être liées à la conception du système de production, à sa fabrication, ou aux interactions avec le milieu extérieur. Ces défaillances induisent la diminution des performances du système alors que ce dernier n'est physiquement pas dégradé.

### 2.2.1 Principe général du modèle proposé

Pour un horizon de planification fini, le système de production se dégrade avec le temps et l'utilisation. Cette dégradation diminue la fiabilité et la disponibilité de la ligne de production et augmente le taux de défaillance. Cela influe sur la productivité dans la ligne d'où la pertinence de proposer une politique de maintenance définie en avance qui assure un bon état de fonctionnement dans l'entreprise. Notre plan proposé est illustré dans la figure 2.2 et suit les points suivants :

- Le remplacement préventif se fait périodiquement (à des instants prédéterminés ( $T=k\tau$ ,  $2k\tau$ ,  $3k\tau$ ...)) au début de la période et se termine au cours de la même période  $t$ . Ce remplacement rend la ligne de production à un état neuf (as good as new) avec un coût  $C_p$  ;
- En cas de défaillance aléatoire, une réparation minimale restaure la ligne à un état de fonctionnement « as bad as old » à l'intérieur du cycle  $T$  avec un coût  $C_c$  et le taux de défaillance reste constant ;

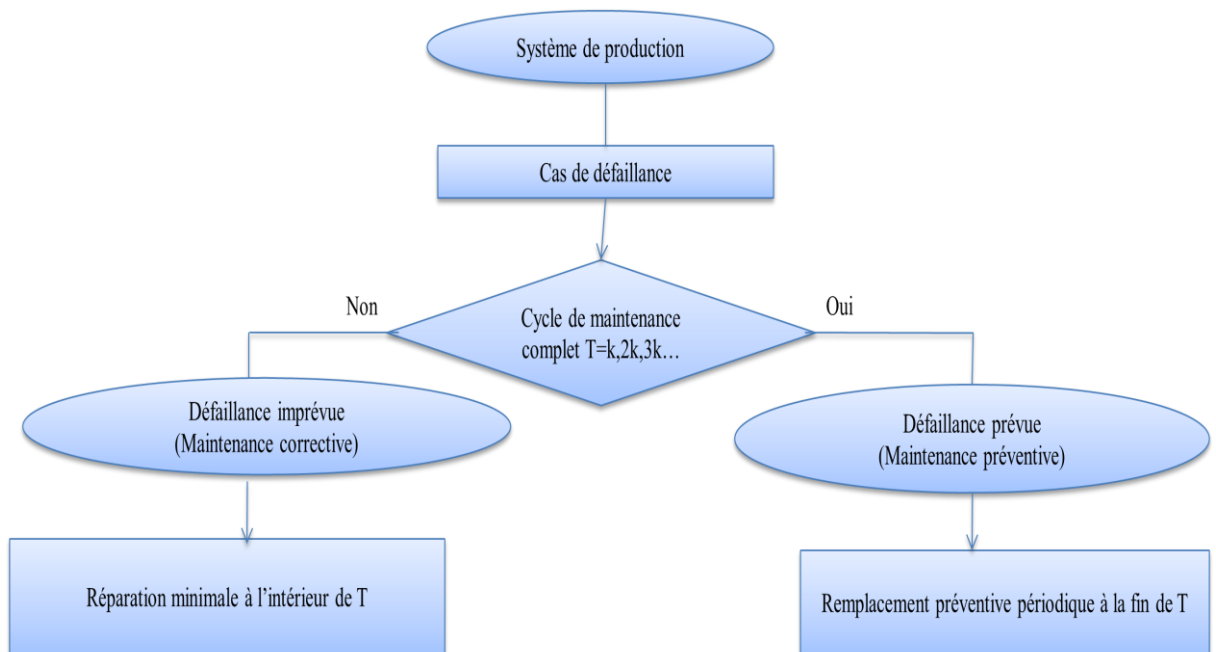
- Toute opération de maintenance préventive ou corrective consomme un pourcentage de la capacité disponible respectivement  $P_p$  et  $P_c$  ;
- La durée de vie du système de production suit une loi de probabilité avec le taux de défaillance pour la période  $t \in H$  qui est donné par :

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{1-F(t)}; \forall t \in H \quad (2.1)$$

Pour les conditions de la loi de Gamma et de Weibull, le taux de défaillance pour un intervalle de temps est défini par :

$$\int_0^m \lambda(t) dt = \int_0^m \frac{f(t)}{1-F(t)} dt = \int_0^m \frac{t}{1+t} dt = \log\left(\frac{1-F(0)}{1-F(m)}\right) = -\log(1-F(m))$$

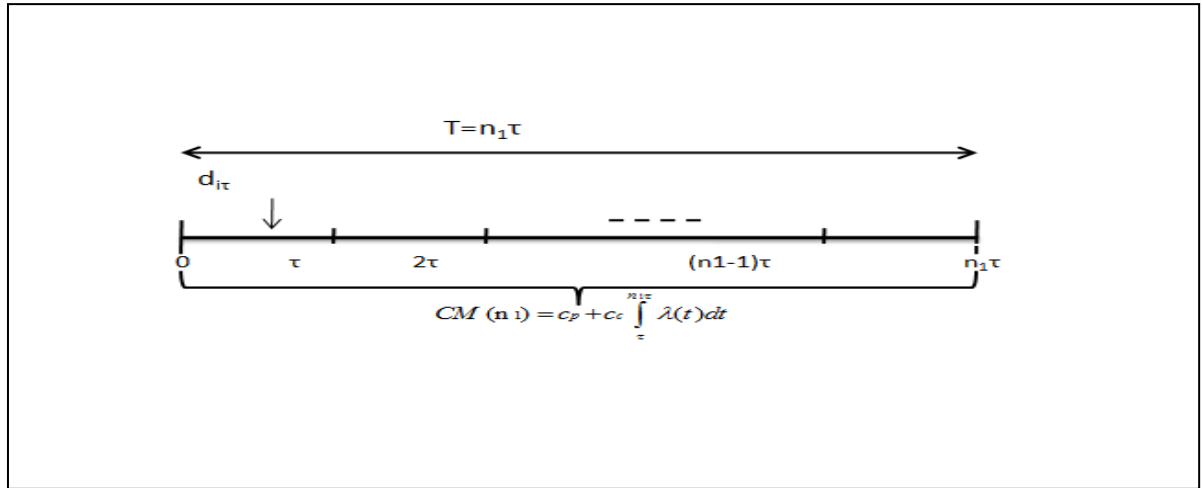
avec  $F(0) = 0$  (2.2)



**Figure 2.2.** La politique de maintenance proposée [ETT, 2017a]

### 2.2.2 Le coût de la maintenance

En se basant sur l'équation (2.2) et la figure 2.3, on peut calculer le coût de maintenance qui inclut le coût correctif pour chaque composant en panne, et préventif pour les composants non défaillants. Sachant que  $[E]$  est le plus grand entier inférieur ou égal à  $E$ ,  $N_1(t)$  est le nombre de défaillances et  $N_2(t)$  est le nombre de remplacements préventifs pendant l'intervalle  $[0, t]$  :



**Figure 2.3.** Le cycle de maintenance

$$CM(t) = c_c [N_1(t)] + c_p [N_2(t)] \quad (2.3)$$

$$\text{Avec : } [N_1(t)] = \left[ \frac{H}{T} \right]$$

$$\text{et } [N_2(t)] = \left[ \frac{H}{T} \right] \int_0^T \lambda(t) dt$$

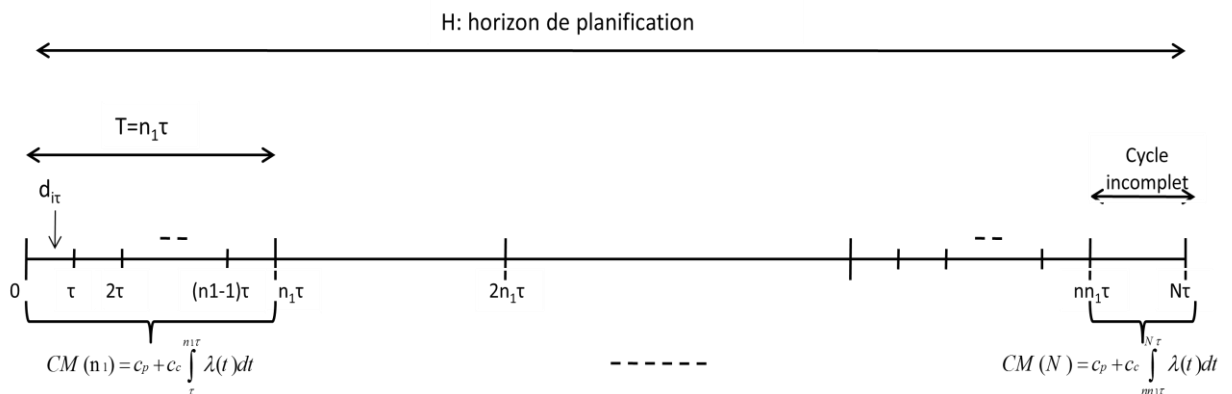
De ce fait, le coût total de la maintenance d'un système de production est une fonction non linéaire des deux types de maintenance et il est exprimé par l'équation suivante :

$$CM(t) = \frac{H}{T} \left( c_p + c_c \int_0^T \lambda(t) dt \right) \quad (2.4)$$

En général, l'horizon de planification H n'est pas toujours un multiple de cycle de maintenance préventive. Si on connaît le cycle de maintenance, T et la loi de distribution des défaillances, on exprime la valeur du coût en fonction du nombre d'intervalles par cycle [YAL, 2014] par l'équation suivante (figure 2.4) :

$$CM(n_1) = [N / n_1] c_p - c_c \log \left[ (1 - F(n_1 \tau))^{[N/n_1]} (1 - F((N - [N / n_1] n_1) \tau)) \right]$$

$$\text{Avec : } T = n_1 \tau \quad \text{et } H = N \tau \quad (2.5)$$



**Figure 2.4.** Plan de maintenance sur un horizon fini

L'algorithme qui permet de calculer la périodicité optimale des remplacements préventifs est le suivant :

---

**Algorithme 2.1 :** Calcul de la périodicité optimale des remplacements préventifs

---

**Initialisation :**

Nombre de périodes dans l'horizon,

Distribution des défaillances sur le système,

Coûts de remplacement préventif et de réparation minimale,

**Programme principal :****Pour  $t : 1$  jusqu'au Nombre de périodes Faire**

- Déterminer le nombre moyen de pannes à la période  $t$ .
- Calculer le coût total de la maintenance à la période  $t$ .

**Fin Pour**

Classer les coûts et déterminer leur minimum

La périodicité optimale est la période  $t$  qui minimise le coût total de la maintenance par unité de temps.

---

### 2.3 Le plan de la production proposé

Très souvent dans l'industrie les clients n'admettent pas les retards sur les commandes. En fait, il existe des clients qui ne tolèrent aucun retard sur la livraison des produits. Dans cette circonstance, la commande est rejetée et on parle d'une perte partielle ou totale de la demande, c'est la définition de la rupture sur la demande. Dans la pratique, on constate deux axes qui provoquent la rupture : la première cause est la limitation des capacités disponibles, car elles ne sont pas suffisantes pour satisfaire les demandes aux dates prévues. La seconde cause est économique. En effet, il est rentable d'avoir des ruptures sur les demandes plutôt que de les satisfaire en entier, surtout quand la somme du coût de production et de stockage est supérieure au coût de rupture. La conséquence la plus menaçante est la perte du client ainsi que la mauvaise réputation qui peut avoir comme risque majeur la perte de futurs clients et par conséquent la diminution des ventes. L'un de nos objectifs est la minimisation des ruptures sur la demande parce qu'elles sont des pénalités très élevées dans la fonction objective en comparaison avec les autres coûts. Les ruptures sont modélisées par des variables continues avec des pénalités unitaires dans la fonction objective et une contrainte de borne.

On note que les ressources s'agissent de l'ensemble des moyens nécessaires pour réaliser la transformation des matières premières et composants en produits finis. Suivant le type d'entreprise, les ressources comprennent de la main-d'œuvre, des équipements, des outillages, des informations, etc. Les décisions concernant les ressources sont importantes. D'abord parce qu'elles engagent en général l'entreprise pour des sommes élevées et pour une longue durée comme des décisions d'investissement

et d'embauche. Ensuite, parce que leurs conséquences sont décisives à la fois pour la rentabilité de l'entreprise et pour sa capacité à répondre à la demande du marché, en effet, une insuffisance de ressources empêche de livrer correctement les clients. De ce fait, nous allons introduire les besoins en ressources fixes et variables dans notre modèle.

### 2.3.1 Principe général

Un horizon de planification couvre  $N$  périodes de longueur de base fixe  $\tau$  est exprimé par  $H = N\tau$  et  $R$  l'ensemble de références qui doit être produit pendant  $H$  (avec  $NR$  le nombre de produits), pour chaque produit  $i \in R$  une demande doit être satisfaite dans chaque période  $t \in H$ .

Le plan de production établit les besoins en ressources pour effectuer des transformations à fin de satisfaire les clients de la manière la plus efficace et la plus économique. Le problème de planification de la production traite des décisions de dimensionnement des lots (lot-sizing) des différentes références  $R$  à produire dans un horizon de planification limité contenant  $N$  périodes auxquelles ces lots doivent être produits. Pour notre cas, la capacité est finie et on travail sous un ensemble d'hypothèses qu'on a ajoutées au problème classique de dimensionnement des lots (noté par MCLSP) à savoir :

- Le lancement de la production d'une référence  $i$  à une période  $t$  entraîne en plus de la consommation variable en ressources, une consommation dite fixe (setup time) ;
- La demande est exprimée à partir des commandes fermes (à court terme) et complétées par les commandes prévisionnelles (à plus long terme), à la période  $t$  et pour chaque référence  $i$  ;
- Le retard de la livraison des demandes n'est pas toléré par le client, alors dans cette situation les commandes sont annulées et les demandes sont perdues pour des capacités non satisfaisantes et c'est le cas de rupture sur la demande « breaking on the demand » ;
- Une particularité importante des problèmes de planification de production est la variation de la demande dans le temps. Ces variations poussent le décideur à anticiper ses demandes et à les fabriquer quelques périodes plus tôt. Afin d'amortir les coûts fixes, le décideur est également contraint de lancer des campagnes de production. Ces deux décisions ainsi que les capacités limitant entraînent des stratégies de stockage. Ceci induit un coût de stockage unitaire pour chaque référence et à chaque période. Les références peuvent avoir une durée de vie limitée, celle-ci est exprimée en nombre de périodes. Cette contrainte limitera les anticipations de la production et par conséquent la production maximale ;
- Une problématique souvent rencontrée dans l'industrie, c'est que la production soit un multiple d'une taille de lot fixée. Dans les modèles classiques de lot-sizing, la variable qui représente les quantités produites est souvent continue, et ne prend pas en compte le fait que la production ne puisse être réalisée qu'en multiple d'une quantité donnée.

### 2.3.2 La capacité disponible

Le concept de capacité résulte de la durée de disponibilité de la ressource par période de temps (la journée, la semaine, le mois, etc.) ainsi que du choix d'une unité de mesure qui permet d'additionner les débits de produits éventuellement différents. Etant entendu que si les produits sont assez

---

semblables, une seule unité physique convient. Il faut, cependant, distinguer la capacité théorique et la capacité réelle. La capacité théorique est celle que l'on peut faire au maximum sur un poste de charge par période de référence ; elle est appelée aussi nominale et celle réelle est noté par disponible.

Sachant que le système de production a une capacité nominale  $C_{max}$  et chaque activité de maintenance préventive ou corrective consomme un pourcentage de cette capacité respectivement  $P_p = a * C_{max}$  et  $P_c = b * C_{max}$  tel que  $0 \leq a \leq b \leq 1$ . Cette dernière hypothèse peut être justifiée par le fait que les ressources de capacité en cas de défaillance aléatoire se consomment plus puisque certaines activités de réparation hors ligne doivent dans ce cas être réalisé en ligne, alors la capacité disponible dans chaque période  $t$  est donnée en unité de temps par  $C(t)$  tel que :

- Si la maintenance préventive est faite dans la période  $t$  :

$$C(t) = c_{max} - P_p - P_c \int_0^{\tau} \lambda(u + (t-1)\tau) du \quad (2.6)$$

$$\text{Avec: } u = \{1, \dots, n_1\}$$

- Si seulement on a que des actions correctives pour les autres intervalles :

$$C(t) = c_{max} - P_c \int_0^{\tau} \lambda(u + (t-1)\tau) du \quad (2.7)$$

$$\text{Avec: } u = \{1, \dots, n_1\}$$

Pour calculer la capacité de la ligne de production pour chaque période de l'horizon  $H$ , on pose  $T = n_1 \tau$ , on suppose que sa valeur est connue, on définit la capacité du premier cycle  $C(t)$  et on suppose que les valeurs de la capacité soient distribuées identiquement sur tous les cycles de maintenance  $\{T, 2T, 3T, \dots\}$  et par la suite, on en déduit les autres valeurs  $\forall t \in H$  à partir des calculs faits dans les équations (2.6) et (2.7) et en utilisant l'équation (2.2) si :

$$t = (n_1 k + u) \tau / k \in \{1, \dots, [N / n_1]\} / u \in \{1, \dots, n_1\} : C(t) = C(u \tau) \text{ Alors } C(t) \text{ est égal à :}$$

$$C(t) = \begin{cases} C(\tau) = c_{max} - P_p + P_c \log(1 - F(\tau)) & \text{Si } n = 1 \\ C(n\tau) = c_{max} - P_c \log\left(\frac{1 - F((n-1)\tau)}{1 - F(n\tau)}\right) & \text{Avec: } (n = 2, \dots, n_1 - 1) \\ C(t = n_1 k \tau + u) = C(u); \\ \text{telque } k \in \{1, \dots, [N / n_1]\}; u \leq (n_1 - 1)\tau; u \leq N - k n_1 \tau \end{cases} \quad (2.8)$$

### 2.3.1 Le coût de la production

En se basant sur le problème classique du lot-sizing, on a proposé un plan de production et on a rajouté la contrainte de rupture sur la demande et le paramètre du temps de setup aux problèmes existant dans la littérature, avec le coût de production qui est exprimé dans l'équation (2.9). Cette équation est définie par la sommation des coûts variables de production d'une unité multipliée par les quantités produites, des coûts fixes relatifs au lancement de la production, des coûts variables de stockage d'une unité par niveau de stock et des coûts variables de rupture sur la demande d'une unité de la référence  $i$  à la période  $t$  par niveau de pénurie.

$$CP(t) = \sum_{i=1}^{NR} \sum_{t=1}^N (\alpha_{it} x_{it} + \beta_{it} y_{it} + \gamma_{it} s_{it} + \varphi_{it} r_{it}) \quad \forall i \in R; \forall t \in H \quad (2.9)$$

## 2.4 Formulation mathématique du modèle proposé

En se basant sur les hypothèses suivantes, la modélisation du problème de planification intégrée de la maintenance et la production devient plus simple :

- Tous les calculs se font à la fin de chaque période (Incrémentatation des stocks, livraisons, pertes...);
- Les coûts ainsi que les besoins fixes sont comptabilisés à chaque période de production, même si la production est lancée à des périodes consécutives.

### a. Le modèle élaboré

En utilisant les variables et les paramètres, nous formulons le problème PIMP avec la fonction objective (2.10) qui minimise le coût total induit par le plan de production (les coûts variables de production et de stockage, ainsi que les coûts fixes de lancement et de rupture sur la demande) et le plan de maintenance (coûts des tâches préventives et correctives) sous l'ensemble de contraintes suivantes comme suit :

$$\min \left( \sum_{i=1}^{NR} \sum_{t=1}^N (\alpha_{it} x_{it} + \beta_{it} y_{it} + \gamma_{it} s_{it} + \varphi_{it} r_{it}) + CM(t) \right) \quad (2.10)$$

sujet à:

$$x_{it} + r_{it} - s_{it} + s_{i(t-1)} = d_{it}; \quad \forall i \in R, \forall t \in H \quad (2.11)$$

$$\sum_{i=1}^{NR} (v_{it} x_{it} + f_{it} y_{it}) \leq C(t); \quad \forall t \in H \quad (2.12)$$

$$x_{it} \leq M y_{it}; \quad \forall i \in R, \forall t \in H \quad (2.13)$$

$$r_{it} \leq d_{it}; \quad \forall i \in R, \forall t \in H \quad (2.14)$$

$$x_{it}, s_{it}, r_{it} \geq 0; \quad \forall i \in R, \forall t \in H \quad (2.15)$$

$$y_{it} \in \{0,1\}; \quad \forall i \in R, \forall t \in H \quad (2.16)$$

$$s_{i0} = 0; \quad \forall i \in R \quad (2.17)$$

### b. Les contraintes

- La contrainte (2.11) exprime la conservation des flux à travers l'horizon de planification H pour la référence i à la période t. Elle garantit que le stock disponible de la référence i augmente suffisamment avec la quantité produite pour satisfaire la demande dans la période t et le reste est stocké pour les périodes suivantes (rupture) ;
- La contrainte (2.12) exprime le fait que le plan que nous souhaitons calculer doit être à capacité fini. En effet, pour la réalisation d'un plan, nous disposons d'une quantité de ressources qui sera consommée par la production d'une ou plusieurs références avec  $f_{it}$  et  $v_{it}$  sont respectivement le besoin fixe et le besoin variable en ressources de i à t ;

- La contrainte (2.13) signifie que s'il y a un lancement de production, alors la quantité produite ne devra pas dépasser le majorant de la production  $M$ , celui-ci est défini et calculer à l'aide de l'algorithme 2.2 suivant :

$$M = \min \left( \sum_{t'=t}^{\lambda_{it}=N\tau} d_{it'}; ((C(t) - f_{it}) / v_{it}) \right) \forall i \in R, \forall t \in H \quad (2.18)$$

- La contrainte (2.14) assure que la rupture pour la référence  $i$  à la période  $t$  soit inférieure à la demande de la même référence  $i$  et à la même période  $t$  ;
- La contrainte (2.15) garantie que les variables  $x_{it}$ ,  $s_{it}$  et  $r_{it}$  sont continues positive pour toute référence  $i$ , pour chaque période  $t$  ;
- La contrainte (2.16) exprime le fait que  $y_{it}$  est une variable binaire dépendante de la production pour toute référence  $i$  et à chaque période  $t$  ;
- La contrainte (2.17) signifie que le stock initial est vide pour toutes les références.

Le modèle proposé dépend essentiellement des moments de remplacement préventif et de réparation minimale ainsi que les capacités de production pendant chaque cycle de maintenance ce qui est représenté dans la figure 2.5.

---

**Algorithme 2.2 :** Détermination des majorants de la production

---

**Initialisation :**

Nombre de périodes dans l'horizon,

Nombre de produits,

La matrice des demandes par périodes et produits,

La matrice des capacités par périodes,

La matrice des besoins variables en ressources,

La matrice des besoins fixes en ressources.

**Programme principal :**

**Pour  $t$  : 1 jusqu'au Nombre de périodes Faire**

**Pour  $i$  : 1 jusqu'au Nombre de produits Faire**

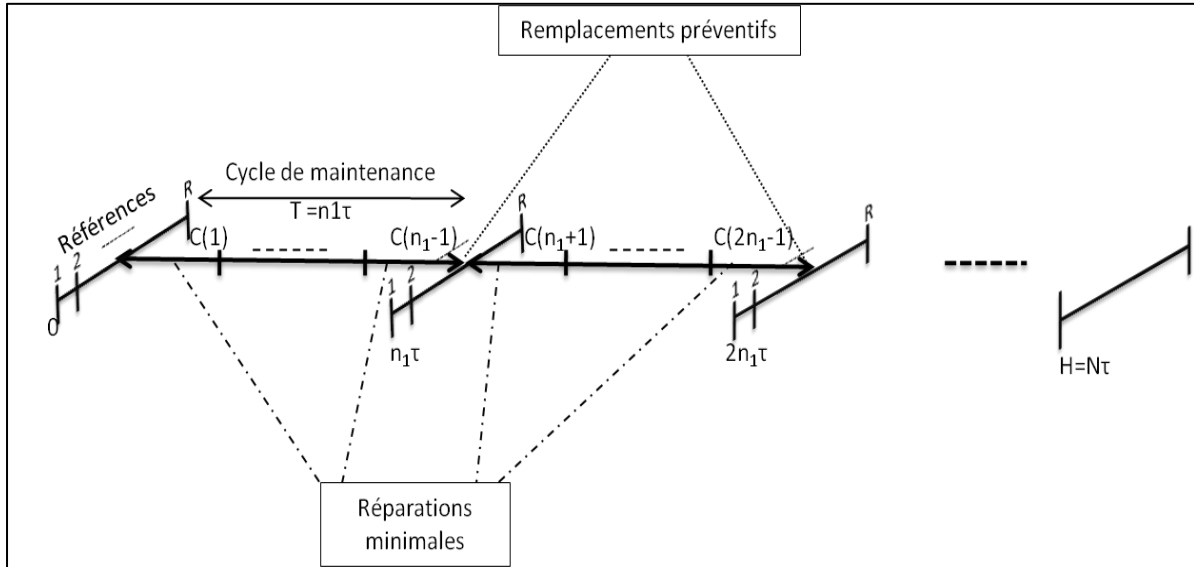
- Déterminer la quantité maximale de la référence pouvant être produite,
- Calculer la demande sur le tronçon de l'horizon  $[t, \dots, \lambda_{it}]$ ,
- Déduire le minimum de ces deux valeurs déjà calculé.

**Fin Pour**

**Fin Pour**

Elaborer la matrice du majorant de la production.

---



**Figure 2.5.** Exemple d'un horizon de planification détaillé

## 2.5 Résolution du problème

### 2.5.1 Procédure de résolution

L'algorithme de résolution qu'on va proposer pour déterminer un plan intégré optimal est codé dans un ordinateur de microprocesseur CORE i5, 5<sup>ème</sup> génération avec une RAM de 4GB, la résolution a été faite suivant la procédure montrée dans la Figure 2.6 et détaillée ci-joint :

---

#### Algorithme 2.3 : Détermination du plan intégré

---

##### Initialisation :

Définir la loi de probabilité que suit le système de production et calculer le taux de défaillance par période  $\lambda(t) : \forall t \in H$ .

##### Programme principal :

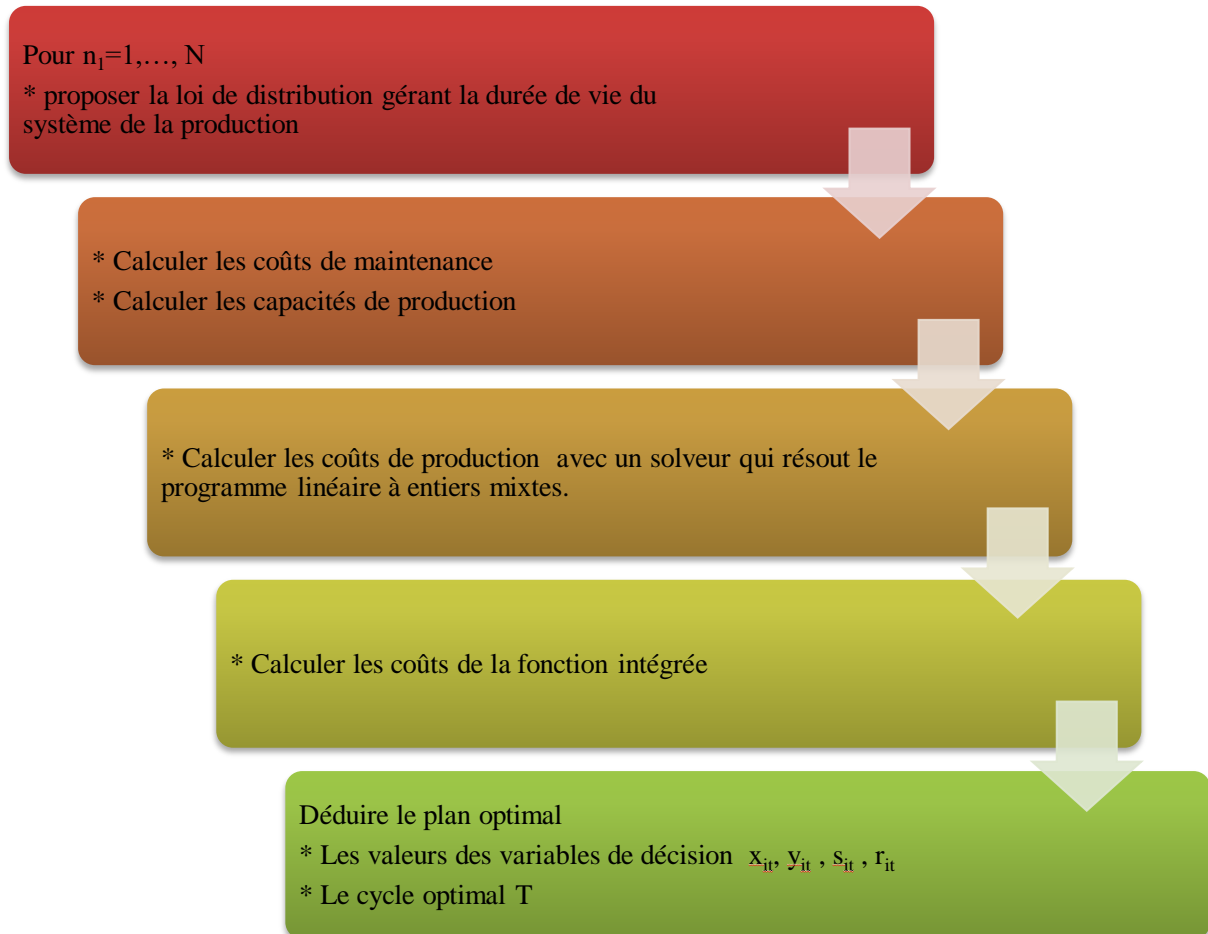
##### Pour $n_1 : 1$ jusqu'au Nombre de périodes Faire

- Calculer les coûts de la maintenance  $CM(n_1)$ , dans ce cas le cycle optimal  $T_{opt} = n_1^* \tau$  est celui qui correspond à la valeur du coût minimal  $CM(n_1^*) = \min_{n_1} \{CM(n_1)\}$  ;
- Calculer les valeurs des capacités  $C(t, n_1)$  pour chaque période  $t \in H$  ;
- Résoudre le problème de programmation linéaire à entiers mixtes (avec l'un des deux solveurs présentés dans les paragraphes suivants) pour déterminer les coûts de la production  $CP(n_1)$  en utilisant les valeurs de capacités  $C(t, n_1)$ , dans ce cas le cycle optimal  $T_{opt} = n_1^* \tau$  est celui correspondant à la valeur  $CP(n_1^*) = \min_{n_1} \{CP(n_1)\}$  ;

- Déduire les coûts totaux  $C_{tot}(n_i)$  et sélectionner le cycle optimal  $T_{opt} = n_i * \tau$  qui correspond au coût minimal  $C_{tot}(n_i^*) = \min_{n_i} \{C_{tot}(n_i)\}$ .

**Fin Pour**

Exprimer la solution finale avec les valeurs obtenues pour le minimum à savoir :  $T, x_{it}, y_{it}, s_{it}, r_{it} : \forall i \in R, \forall t \in H$



**Figure 2.6.** Procédure de résolution du modèle proposé

**2.5.2 Méthode 1 : Utilisation du solveur MATLAB 2016b [Mathworks]**

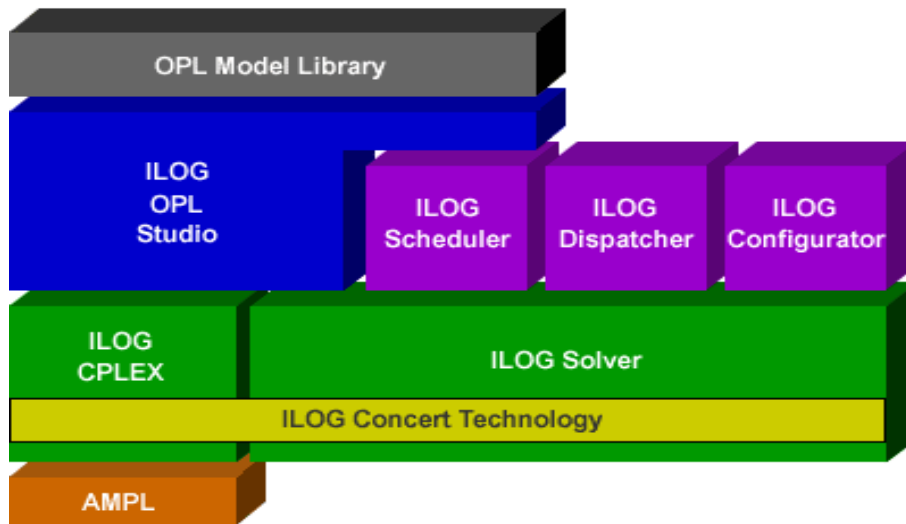
Matlab utilise « Intlinprog » comme une stratégie de base pour résoudre les programmes linéaires à entier mixte. « Intlinprog » peut résoudre le problème dans toutes les étapes suivantes. Si elle résout le problème dans une étape, elle n'exécute pas les étapes ultérieures.

1. Réduisez le problème en utilisant le prétraitement du programme linéaire « Linear Program Preprocessing » ;
2. Résoudre un problème initial relaxé (non entier) en utilisant la programmation linéaire ;
3. Effectuez un prétraitement du programme en entier mixte pour resserrer la relaxation de la programmation linéaire ;

4. Essayez la méthode « Cut Generation » pour resserrer d'avantage la relaxation de la programmation linéaire du problème linéaire à entier mixte ;
5. Essayez de trouver des solutions réalisables par des entiers en utilisant des heuristiques intégrées dans Matlab ;
6. Utilisez un algorithme « Branch and Bound » pour rechercher systématiquement la solution optimale. Cet algorithme permet de résoudre les relaxations de programmation linéaire avec des gammes restreintes de valeurs possibles des variables entières. Il tente de générer une séquence de limites mises à jour sur la valeur optimale de la fonction objectif.

### 2.5.3 Méthode 2 : Le solveur CPLEX 12.6 [ILOG OPL]

CPLEX est un outil informatique d'optimisation commercialisé par la société IBM depuis son acquisition de l'entreprise française ILOG en 2009 avec la version 6.0. Il est composé d'un exécutable (CPLEX interactif) et d'une bibliothèque de fonctions pouvant s'interfacer avec différents langages de programmation : C, C++, Java et Python. La dernière version, à ce jour, est la version 12.7. Les composants de la suite d'optimisation ILOG sont présentés dans la figure 2.7.



**Figure 2.7.** Les composantes d'optimisation ILOG (Annexe 2.1)

CPLEX est un solveur pour la programmation linéaire. Il est basé sur une implantation du simplexe primal et dispose du simplexe dual et de réseau. Il fait aussi la combinaison entre le simplexe, la branch and bound et la génération de coupes pour résoudre les programmes linéaires à entiers mixtes comme dans notre cas d'étude. Depuis peu, il intègre également une technique à base de points intérieurs et peut traiter des problèmes quadratiques.

De nos jours, CPLEX est un des solveurs les plus performants disponibles. Il peut également traiter des problèmes contenant plusieurs dizaines de milliers de variables et plusieurs centaines de milliers de contraintes.

Généralement, les problèmes traités par la suite d'optimisation ILOG sont : les programmes linéaires et linéaires mixtes, les programmes quadratiques et quadratiques mixtes, les programmes avec contraintes quadratiques et avec contraintes quadratiques mixtes. La création de notre modèle dans CPLEX a suivi un ensemble d'étapes comme illustré dans le tableau 2.1

**Tableau 2.1.** Formulation du modèle dans CPLEX et exécution dans l'annexe 2.2

Formulation mathématique	Formulation dans le langage OPL
$\min \left( \sum_{i=1}^{NR} \sum_{t=1}^H (\alpha_i x_{it} + \beta_i y_{it} + \gamma_i s_{it} + \phi_i r_{it}) \right)$ <p>sujet à :</p> $x_{it} + r_{it} - s_{it} + s_{it(t-1)} = d_{it}; \forall i \in R, \forall t \in H$ $\sum_{i=1}^{NR} (v_{it} x_{it} + f_{it} y_{it}) \leq C(t); \forall t \in H$ $x_{it} \leq My_{it}; \forall i \in R, \forall t \in H$ $r_{it} \leq d_{it}; \forall i \in R, \forall t \in H$ $s_{it} \leq d_{it}; \forall i \in R, \forall t \in H$ $x_{it}, s_{it}, r_{it} \geq 0; \forall i \in R, \forall t \in H$ $y_{it} \in \{0,1\}; \forall i \in R, \forall t \in H$ $s_{i0} = 0; \forall i \in R$	<pre> //taille du problème int R=...; // nombre dereferences int N=...; // nombre de périodes range references =1..R; range periods =1..N; //paramètres float alfa[references][periods]=...; float beta[references][periods]=...; float gam[references][periods]=...; float fi[references][periods]=...; float nu[references][periods]=...; float f[references][periods]=...; float capacity[periods]=...; float demand[references][periods]=...; float majorant[references][periods]=...; float cap[references][periods]=...;  //variables de décision dvar boolean y[references][periods]; dvar int+ x[references][periods]; dvar int+ s[references][periods]; dvar int+ r[references][periods];  //modèle minimize (sum (i in references, t in periods) alfa[i][t]*x[i][t] +sum (i in references, t in periods)beta[i][t]*y[i][t] +sum (i in references, t in periods)gam[i][t]*s[i][t] +sum (i in references, t in periods)fi[i][t]*r[i][t]);  //contraintes subject to { forall (i in references) flow_conserv1: x[i][1]+r[i][1]+s[i][1]*(-1)==demand[i][1] ; forall (i in references, t in 2..N) flow_conserv2: x[i][t]+r[i][t]+s[i][t+(-1)]+s[i][t]*(-1)==demand[i][t] ; forall (t in periods) capacity_limit: sum (i in references) nu[i][t]*x[i][t] +sum (i in references) f[i][t]*y[i][t]&lt;=capacity[t]; forall (i in references, t in periods) production_limit: x[i][t]&lt;=majorant[i][t]*y[i][t]; forall (i in references, t in periods) breaking_limit: r[i][t]&lt;=demand[i][t]; } </pre>

## 2.6 Exemple numérique

### 2.6.1 Les demandes

Une partie des données utilisées dans notre cas d'étude est basée sur l'exemple numérique utilisé dans [AGH, 2007] et [BER, 2012], afin d'illustrer les avantages de l'intégration simultanée des activités de la maintenance et de la production dans un système possédant une seule ligne de production en considérant les contraintes du temps de setup et de la rupture sur la demande. Pour valider expérimentalement notre modèle analytique, nous avons choisi un horizon de planification  $H=11\tau$  tel que la période de production de base est  $\tau=1$  mois et le nombre de périodes est  $N=11$ . On considère aussi deux types de produits à réaliser dans chaque lot  $NR=2$  dans le but de satisfaire les demandes des clients qui sont indiqués sur le tableau 2.2 dans des délais prédéterminés.

**Tableau 2.2.** Les demandes par périodes et par références

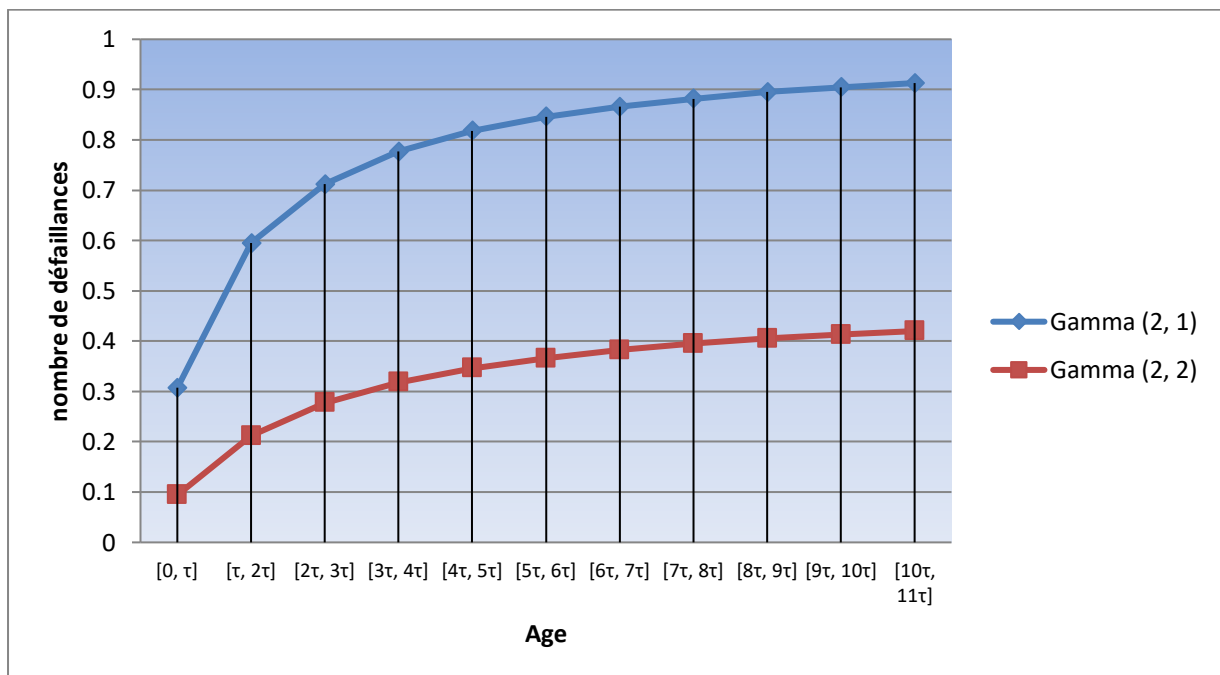
<b>Demande de la référence i à la période t</b>	<b>Produit 1</b>	<b>Produit 2</b>
1	2	3
2	3	2
3	2	3
4	3	2
5	2	3
6	3	2
7	2	3
8	3	2
9	2	3
10	3	2
11	2	3

### 2.6.2 Les coûts de la maintenance

L'évaluation des coûts totaux de la maintenance a besoin d'abord du coût de chaque remplacement préventif qui est de la valeur  $C_p=28$  et du coût d'une réparation minimale qui est donnée par  $C_c=35$  pour toutes les périodes. Ainsi la durée de vie de notre système est supposée distribuée selon la loi de probabilité Gamma avec deux cas de paramètres  $(\alpha=2, \lambda=1)$  ou  $(\alpha=2, \lambda=2)$  de sorte à exprimer les taux de défaillance par période (tableaux 2.3) comme illustrée dans la figure 2.8.

**Tableau 2.3.** Les défaillances par âge selon les lois de distribution

Âge	Nombre prévu de défaillances	
	Gamma (2, 1)	Gamma (2, 2)
$[0, \tau]$	0.307	0.094
$[\tau, 2\tau]$	0.595	0.212
$[2\tau, 3\tau]$	0.712	0.277
$[3\tau, 4\tau]$	0.777	0.318
$[4\tau, 5\tau]$	0.818	0.346
$[5\tau, 6\tau]$	0.846	0.366
$[6\tau, 7\tau]$	0.866	0.382
$[7\tau, 8\tau]$	0.882	0.395
$[8\tau, 9\tau]$	0.895	0.405
$[9\tau, 10\tau]$	0.905	0.413
$[10\tau, 11\tau]$	0.913	0.420

**Figure 2.8.** Les fluctuations des nombres de défaillances avec l'âge

### 2.6.3 Les coûts de la production

Pour estimer le coût total de la production pendant l'horizon de planification, nous avons besoin des coûts de production, de lancement, de stockage et de rupture ainsi que les besoins fixes et

variables des ressources utilisées (dans notre exemple, on suppose que les paramètres considérés sont de mêmes valeurs pour toute période et toute référence comme présentée dans le tableau 2.4).

**Tableau 2.4.** Les données de la production

Référence / période	$i \in \{1, 2\} / t \in \{1, \dots, 11\}$
Coût de la production $\alpha_{it}$	5
Coût de lancement $\beta_{it}$	25
Coût de stockage $\gamma_{it}$	2
Coût de rupture sur la demande $\varphi_{it}$	100
Besoin fixe en ressources $f_{it}$	5
Besoin variable en ressources $v_{it}$	1

Quant au calcul des capacités, on suppose que chaque période de base a une capacité nominale fixée à la valeur  $C_{max} = 15$ , et sachant que les interventions de la maintenance préventive ou celles correctives consomment un pourcentage de cette capacité, respectivement  $P_p = 1$  et  $P_c = 5$  ( $a = 0.33$  et  $b = 0.67$ ), on peut alors en déduire les capacités disponibles  $C(t, n_i) \forall (t, n_i) \in H$  à partir du programme de l'annexe 2.3, en se basant sur l'équation (2.8) et l'algorithme 2.4 (Tableaux 2.5 et 2.6).

---

**Algorithme 2.4 :** Calcul de la matrice des capacités

---

**Initialisation :**

Nombre de périodes dans l'horizon,

Distribution de défaillance sur le système,

Pourcentage de capacité consommé par un remplacement préventif,

Pourcentage de capacité consommé par une réparation minimale.

**Programme principal :**

**Pour  $t : 1$  jusqu'au Nombre de périodes**

**Pour  $n_1 : 1$  jusqu'au Nombre de périodes Faire**

Calculer la capacité disponible  $C(t, n_1)$ ,

**Fin pour**

**Fin Pour**

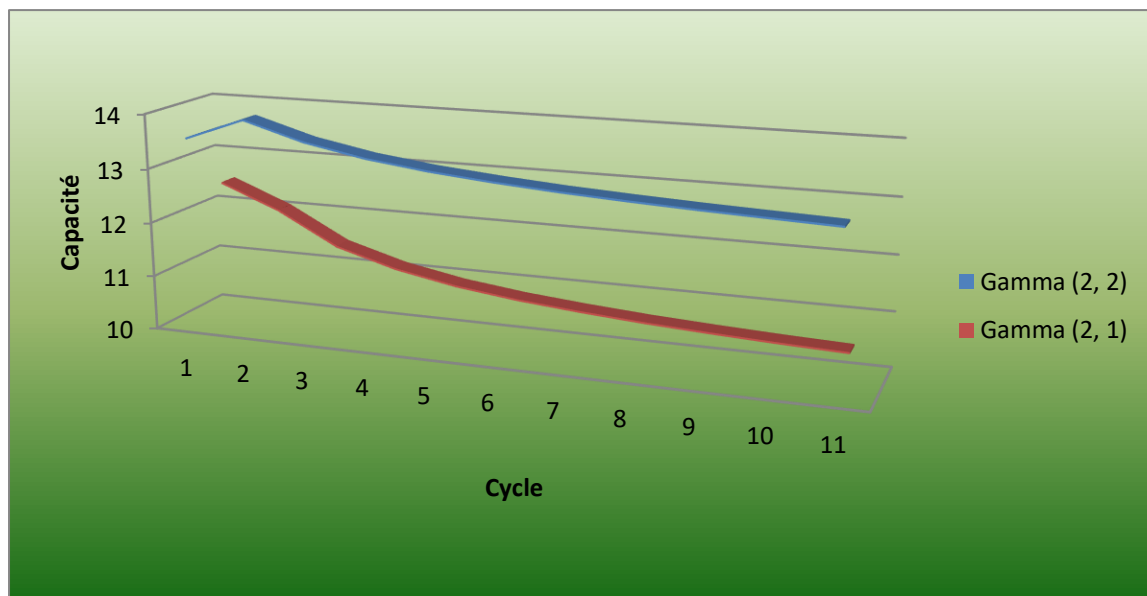
Tracer la matrice de capacité  $C$ .

---

**Tableau 2.5.** Les valeurs des capacités disponibles par période en fonction des cycles de maintenance  $T=n_1\tau$  pour une distribution Gam (2,1)

$n_1$ /t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$n_1=1$	12.47	12.47	12.47	12.47	12.47	12.47	12.47	12.47	12.47	12.47	12.47
$n_1=2$	12.47	12.03	12.47	12.03	12.47	12.03	12.47	12.03	12.47	12.03	12.47
$n_1=3$	12.47	12.03	11.44	12.47	12.03	11.44	12.47	12.03	11.44	12.47	12.03
$n_1=4$	12.47	12.03	11.44	11.12	12.47	12.03	11.44	11.12	12.47	12.03	11.44
$n_1=5$	12.47	12.03	11.44	11.12	10.91	12.47	12.03	11.44	11.12	10.91	12.47
$n_1=6$	12.47	12.03	11.44	11.12	10.91	10.77	12.47	12.03	11.44	11.12	10.91
$n_1=7$	12.47	12.03	11.44	11.12	10.91	10.77	10.67	12.47	12.03	11.44	11.12
$n_1=8$	12.47	12.03	11.44	11.12	10.91	10.77	10.67	10.59	12.47	12.03	11.44
$n_1=9$	12.47	12.03	11.44	11.12	10.91	10.77	10.67	10.59	10.53	12.47	12.03
$n_1=10$	12.47	12.03	11.44	11.12	10.91	10.77	10.67	10.59	10.53	10.48	12.47
$n_1=11$	12.47	12.03	11.44	11.1	10.91	10.77	10.67	10.59	10.53	10.48	10.44

On constate que la capacité de la production diminue avec l'augmentation de l'intervalle du cycle de maintenance et cela est dû principalement au maintien des machines qui consomme le temps de la production (Figure 2.9).



**Figure 2.9.** Comportement de la capacité

**Tableau 2.6.** Les valeurs des capacités disponibles par période en fonction des cycles de maintenance  $T=n_2\tau$  pour une distribution Gam (2,2)

$n_2$ /t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$n_2=1$	13.53	13.53	13.53	13.53	13.53	13.53	13.53	13.53	13.53	13.53	13.53
$n_2=2$	13.53	13.94	13.53	13.94	13.53	13.94	13.53	13.94	13.53	13.94	13.53
$n_2=3$	13.53	13.94	13.62	13.53	13.94	13.62	13.53	13.94	13.62	13.53	13.94
$n_2=4$	13.53	13.94	13.62	13.41	13.53	13.94	13.62	13.41	13.53	13.94	13.62
$n_2=5$	13.53	13.94	13.62	13.41	13.27	13.53	13.94	13.62	13.41	13.27	13.53
$n_2=6$	13.53	13.94	13.62	13.41	13.27	13.17	13.53	13.94	13.62	13.41	13.27
$n_2=7$	13.53	13.94	13.62	13.41	13.27	13.17	13.09	13.53	13.94	13.62	13.41
$n_2=8$	13.53	13.94	13.62	13.41	13.27	13.17	13.09	13.03	13.53	13.94	13.62
$n_2=9$	13.53	13.94	13.62	13.41	13.27	13.17	13.09	13.03	12.98	13.53	13.94
$n_2=10$	13.53	13.94	13.62	13.41	13.27	13.17	13.09	13.03	12.98	12.94	13.53
$n_2=11$	13.53	13.94	13.62	13.41	13.27	13.17	13.09	13.03	12.98	12.94	12.90

## 2.7 Résultats numériques

### 2.7.1 Plan de production proposé

En vue de calculer les coûts totaux de la production dans le cas où il n'y a pas d'activité de maintenance  $CM(n_1) = 0$  pour chaque période de temps, (pour les différents cas des cycles de maintenance préventive) on utilise le modèle de dimensionnement des lots à capacité finie défini par l'équation (2.19) comme suit :

$$\min \left( \sum_{i=1}^{NR} \sum_{t=1}^H (\alpha_{it} x_{it} + \beta_{it} y_{it} + \gamma_{it} s_{it} + \varphi_{it} r_{it}) \right)$$

sujet à :

$$x_{it} + r_{it} - s_{it} + s_{i(t-1)} = d_{it}; \forall i \in R, \forall t \in H$$

$$\sum_{i=1}^{NR} (v_{it} x_{it} + f_{it} y_{it}) \leq C(t); \forall t \in H$$

$$x_{it} \leq M y_{it}; \forall i \in R, \forall t \in H$$

$$r_{it} \leq d_{it}; \forall i \in R, \forall t \in H$$

$$s_{it} \leq d_{it}; \forall i \in R, \forall t \in H$$

$$x_{it}, s_{it}, r_{it} \geq 0; \forall i \in R, \forall t \in H$$

$$y_{it} \in \{0, 1\}; \forall i \in R, \forall t \in H$$

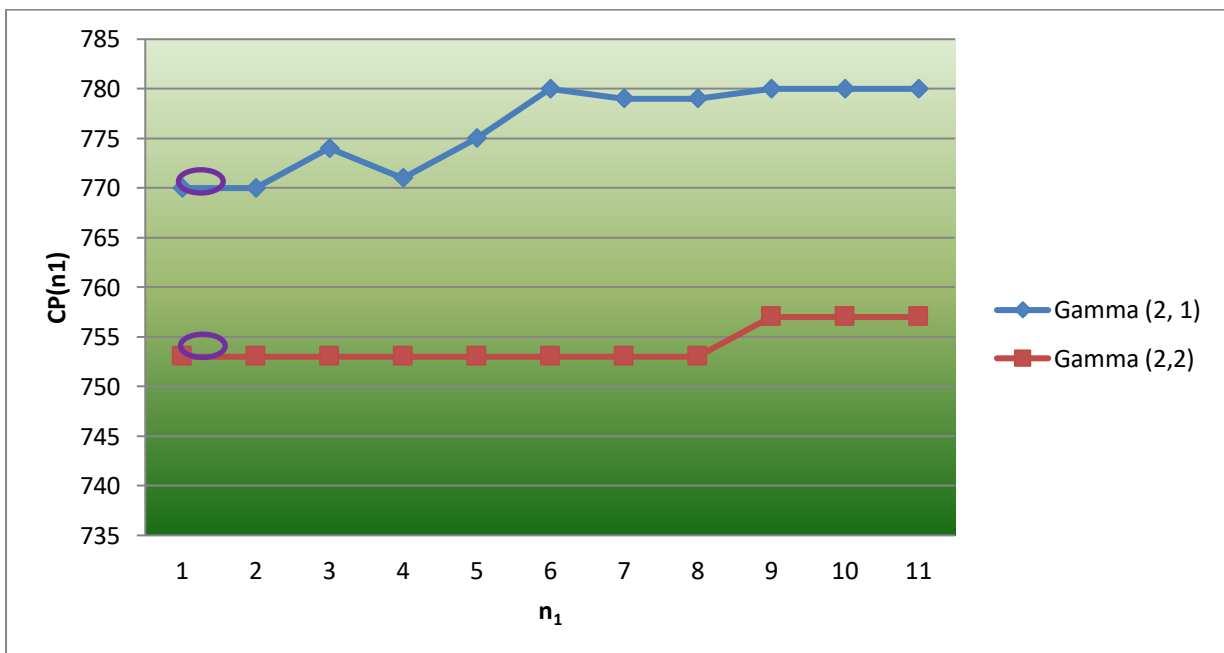
$$s_{i0} = 0; \forall i \in R$$

(2.19)

Les résultats obtenus après la résolution du modèle analytique du plan de la production figurent dans les tableaux 2.7 et 2.8. On constate que les valeurs acquises augmentent avec l'accroissement du nombre de périodes de base dans le cycle utilisé et cela montre l'influence remarquable de la consommation de la capacité provoquée par la dégradation du système de la production à cause de l'âge et l'usage des composants. Il apparaît clairement au vu de la figure 2.10 que le plan optimal de la production est pour un cycle  $T = 1\tau$  avec une valeur minimale.

**Tableau 2.7.** Les coûts de la production par cycles avec la distribution Gam (2, 1)

Cycle $T=n_1\tau$	Solution	Solution de réserve1	Solution de réserve 2	Solution de réserve 3
1	770	6528	7038	*
2	770	6528	7038	*
3	774	6477	6987	1124
4	771	5056	5500	*
5	775	6422	6932	779
6	780	6401	6911	1088
7	779	6382	6892	*
8	779	6356	6866	904
9	780	6334	6844	1099
10	780	6334	6844	966
11	780	6334	6844	*



**Figure 2.10.** Les variations des coûts de la production par différents cycles

**Tableau 2.8.** Les coûts de la production par cycles avec la distribution Gam (2, 2)

Cycle $T=n_2\tau$	Solution	Solution de réserve 1	Solution de réserve 2	Solution de réserve 3
1	753	6688	7223	1130
2	753	6688	7223	1130
3	753	6688	7223	1130
4	753	6688	7223	1130
5	753	6688	7223	1130
6	753	6688	7223	1130
7	753	6688	7223	1130
8	753	6688	7223	1130
9	757	6688	7223	1354
10	757	6688	7223	1354
11	757	6688	7223	1354

D'autre part, supposant qu'il n'y a pas de maintenance et que la capacité de production reste nominale inchangeable pour toutes les périodes  $C(t) = C_{max} = 15$ , les coûts de la production prennent la valeur  $CP(n_1) = 747; \forall n_1 \in \{1, \dots, 11\}$ . Elle est plus petite que le minimum des coûts de production dans les cas précédents. C'est ce que l'on appelle l'estimation du coût théorique et le plan cherché devient celui du tableau 2.9. On remarque que là les quantités produites ne sont pas bien réparties sur les périodes (des périodes avec de grandes valeurs et d'autres sans production) et les niveaux des stocks sont très élevés.

**Tableau 2.9.** Plan de production pour une capacité maximale

$CM(n_1)=0 ; CP(n_1)= 747 ; C_{tot}(n_1)=747 C(t)=C_{max}$								
$i \in \{1,2\}$ $t \in \{1, \dots, 11\}$	Référence 1				Référence 2			
Période t	$x_{1t}$	$y_{1t}$	$s_{1t}$	$r_{1t}$	$x_{2t}$	$y_{2t}$	$s_{2t}$	$r_{2t}$
1	0	0	0	2	10	1	7	0
2	10	1	7	0	0	0	5	0
3	0	0	5	0	0	0	2	0
4	0	0	2	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	10	1	7	0
6	10	1	7	0	0	0	5	0

7	0	0	5	0	0	0	2	0
8	0	0	2	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	8	1	5	0
10	5	1	2	0	0	0	3	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0

### 2.7.2 Plan de la maintenance proposé

Sur la base de l'équation (2.5), de l'algorithme 2.1 et du programme de l'annexe 2.4, le calcul des coûts de maintenance par nombre de périodes de base dans le cycle de maintenance a donné lieu aux résultats montrés ci-joint dans le tableau 2.10.

Le comportement global des coûts totaux de maintenance est représenté dans la figure 2.11. On remarque que la valeur minimale pour le cas de la distribution Gamma (2,1) est définie pour un cycle de maintenance  $T = 4\tau$  toutefois dans l'autre cas de distribution on constate un remplacement préventif pour un cycle de  $T = 6\tau$ . Toutefois, ces plans restent non valides puisqu'ils sont séparés du plan de la production.

**Tableau 2.10.** Les coûts de maintenance par cycles

Cycle $T=n_1\tau$	Le coût de maintenance	
	La distribution Gamma (2, 1)	La distribution Gamma (2, 2)
1	426.14	344.40
2	308.48	197.01
3	284.99	156.03
4	279.82	139.53
5	291.32	146.61
6	282.18	128.133
7	283.89	129.41
8	287.58	132.10
9	293.96	136.57
10	304.81	143.60
11	326.08	154.99

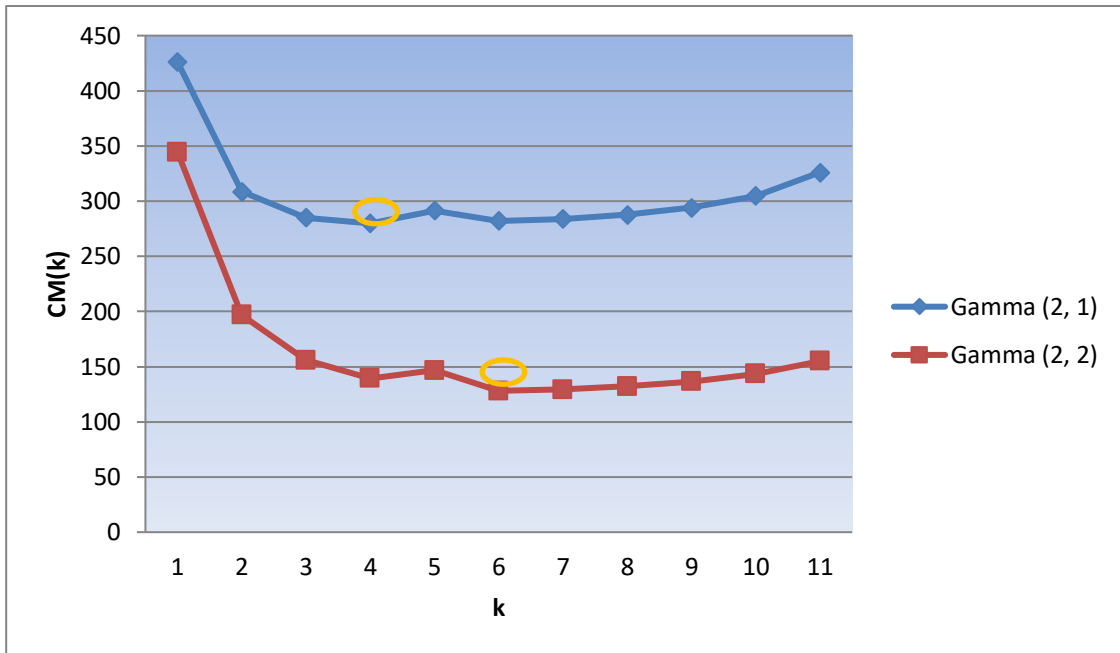


Figure 2.11. Les variations des coûts de la maintenance par différents cycles

### 2.7.3 Plan intégré

Prenant le cas de la distribution Gamma (2, 1) et lorsqu'on fait la sommation pour intégrer les deux coûts on arrive aux valeurs du Tableau 2.11 tracé dans la figure 2.12. Dans cette situation, on peut dire que le coût total minimal est  $C_{tot}(n_1 = 4) = 1050.82$  pour des remplacements préventifs à faire tous les 4 mois. Cela traduit le plan de production marqué dans le tableau 2.12 contenant les quantités à produire, les moments de production, les niveaux des stocks et des ruptures pour chaque période de temps et chaque référence.

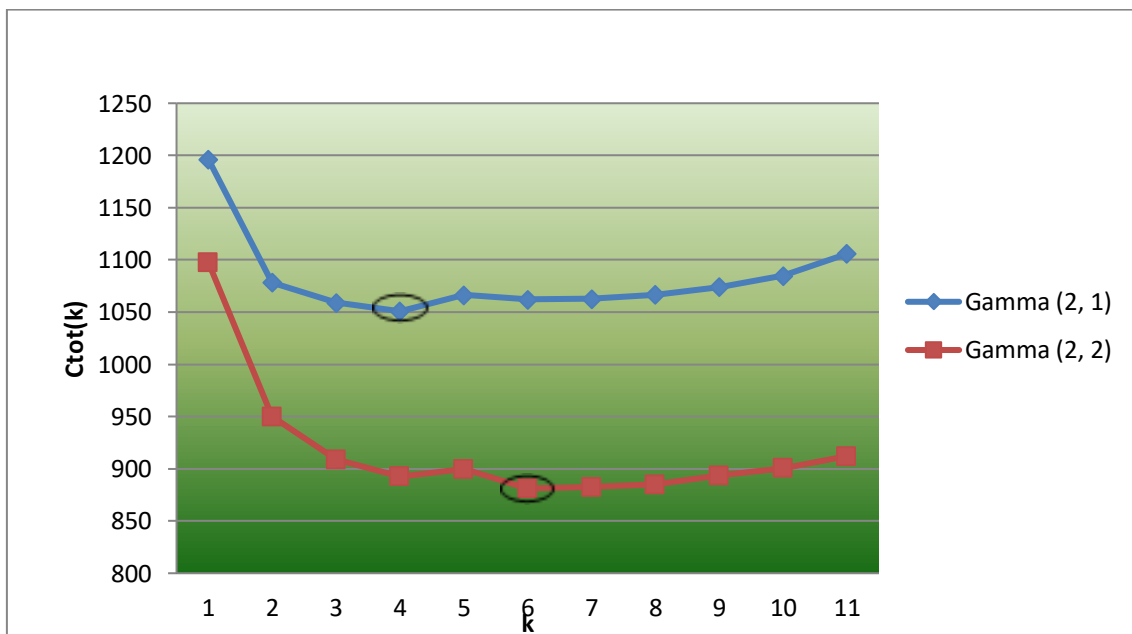


Figure 2.12. Les coûts totaux par périodes

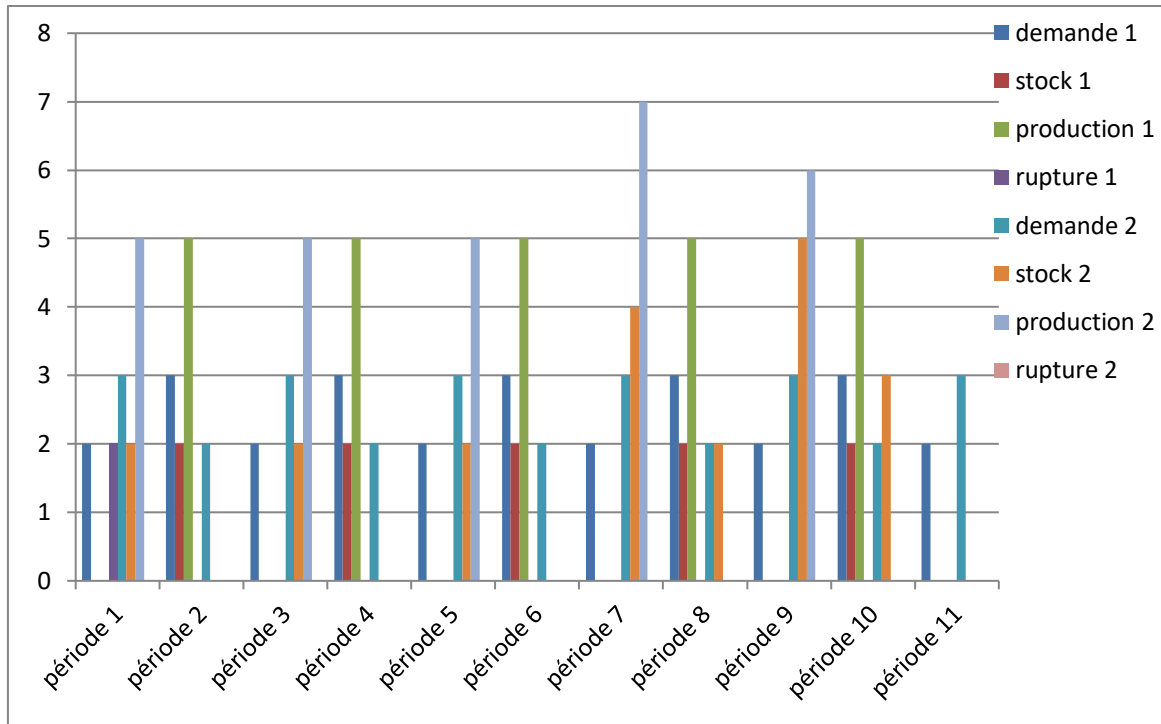
**Tableau 2.11.** Les coûts totaux par cycles

$T=k\tau$	Ctot (k) ; Gam (2, 1)	Ctot (k) ; Gam (2, 2)
1	1196,14	1097,4
2	1078,48	950,01
3	1058,99	909,03
4	1050,82	892,53
5	1066,32	899,61
6	1062,18	881,13
7	1062,89	882,41
8	1066,58	885,1
9	1073,96	893,57
10	1084,81	900,6
11	1106,08	911,99

**Tableau 2.12.** Le plan intégré optimal pour la distribution Gam (2,1)

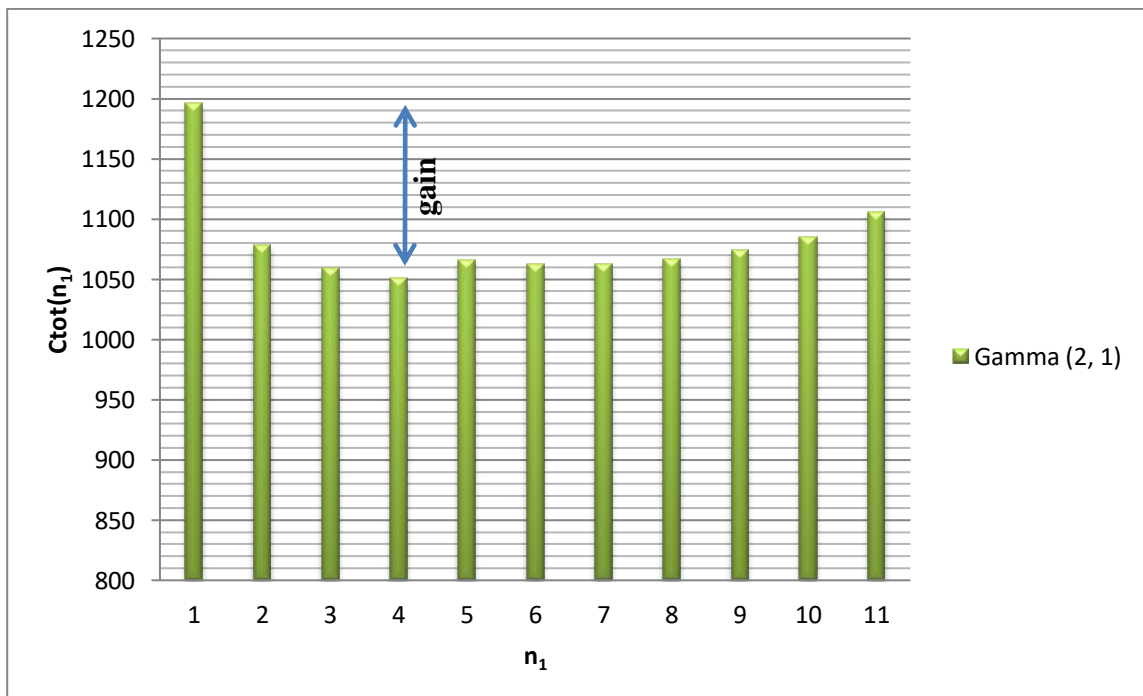
$T=5\tau$ ; $CM(n_1=4)=279.82$ ; $CP(n_1=4)=771$ ; $Ctot(n_1=4)=1050,82$								
$i \in \{1,2\}$ $t \in \{1,\dots,11\}$	Référence 1				Référence 2			
Période t	$x_{1t}$	$y_{1t}$	$s_{1t}$	$r_{1t}$	$x_{2t}$	$y_{2t}$	$s_{2t}$	$r_{2t}$
1	0	0	0	2	5	1	2	0
2	5	1	2	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	5	1	2	0
4	5	1	2	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	5	1	2	0
6	5	1	2	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	7	1	4	0
8	5	1	2	0	0	0	2	0
9	0	0	0	0	6	1	5	0
10	5	1	2	0	0	0	3	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0

Dans le but de montrer les écarts entre les demandes des produits par périodes et les différentes variables de décision on a tracé l'historique de la figure 2.13. D'où on peut dire que notre plan suit un équilibre entre ce qui est demandé et ce qui est produit ainsi que le stock et la rupture.



**Figure 2.13.** Variation des variables et des demandes par périodes et par produits

En se basant sur le plan de production optimal pour  $n_1 = 1$  et en faisant rajouter la valeur du coût de maintenance  $CM(n_1 = 1) = 426.14$  pour ce cas de cycle, on arrive à la valeur  $C_{tot}(n_1 = 1) = 1196.14$ . Et si on fait la comparaison entre le plan intégré trouvé pour  $n_1 = 4$  avec le coût  $C_{tot}(n_1 = 4) = 1050.82$  on parvient à un gain de 145.32 € en terme économique. C'est ce qu'on voit sur la figure 2.14, cela justifier l'apport de l'intégration des deux activités maintenance/production.



**Figure 2.14.** Les coûts totaux pour la distribution Gamma (2, 1)

### 2.7.4 Validation du modèle analytique

Dans ce paragraphe, notre but est de valider l'importance des contraintes ajoutées aux modèles existants dans le cadre de ce projet de recherche. Pour ce faire, on présente divers exemples, avec différentes valeurs des coûts unitaires de la rupture sur la demande aussi que pour les besoins en ressources, permettant ainsi de faire ressortir l'ensemble des possibilités, et des points forts.

Il est très intéressant de noter que le cas de l'absence de la rupture et du temps de setup et le changement du majorant de la production définissent le modèle proposé par [AGH, 2008] avec des coûts plus petits et un plan intégré différent de notre application. Concernant le cas d'étude, on propose un horizon de 11 mois représentant une planification d'une année avec un mois de vacances au lieu de l'horizon  $H = 8\tau$  étudié dans la littérature et une durée de vie du système de la production distribué selon la loi de probabilité Gamma (2, 1).

Sur la base des résultats classés dans le tableau 2.13, on constate dans la figure 2.14 que le coût unitaire de la rupture sur la demande influe directement sur le coût total des deux fonctions d'où la pertinence de la prise en compte de la planification de cette partie au niveau du plan global.

**Tableau 2.13.** Les coûts de la maintenance et la production en variant le  $\varphi$

Cycle $T=n_1\tau$	Le coût de la maintenance	Le coût de la production			
		$\varphi_{it}=50$	$\varphi_{it}=100$	$\varphi_{it}=150$	$\varphi_{it}=200$
1	426.14	670	770	870	970
2	308.48	670	770	870	970
3	284.99	674	774	874	974
4	279.82	671	771	871	971
5	291.32	675	775	875	975
6	282.18	680	780	880	980
7	283.89	679	779	879	979
8	287.58	679	779	879	979
9	293.96	680	780	880	980
10	304.81	680	780	880	980
11	326.08	680	780	880	980

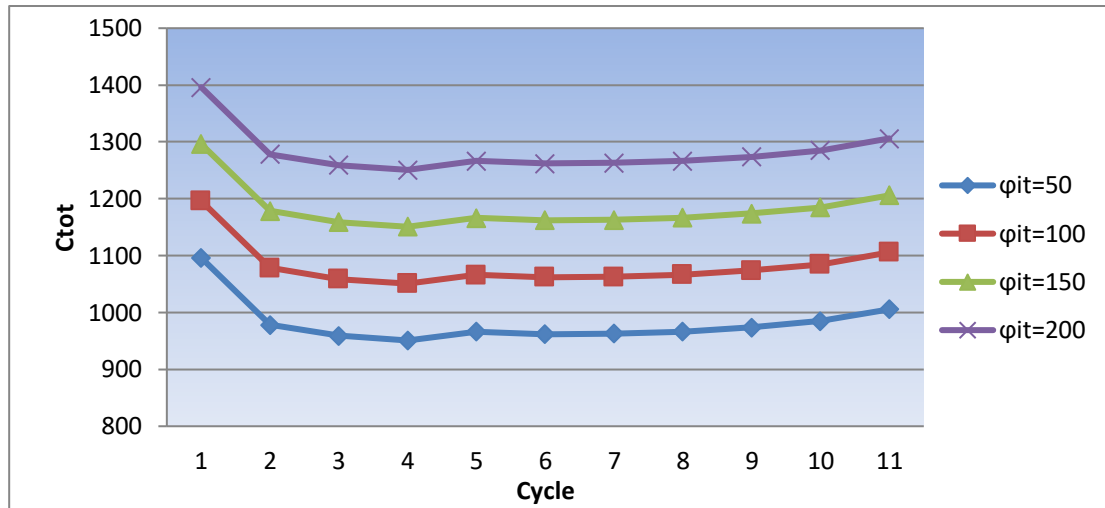
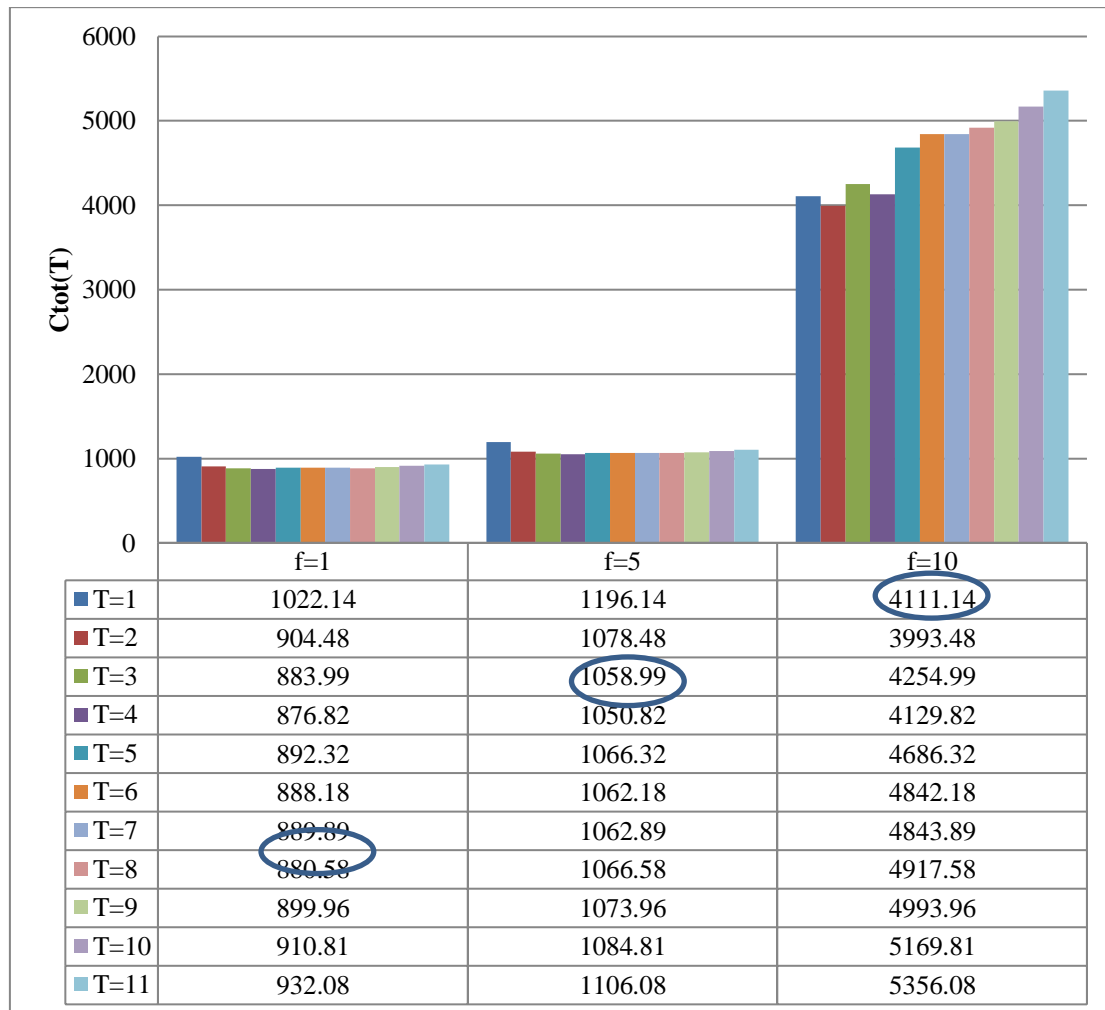


Figure 2.15. Représentation des coûts pour différentes valeurs de  $\phi$

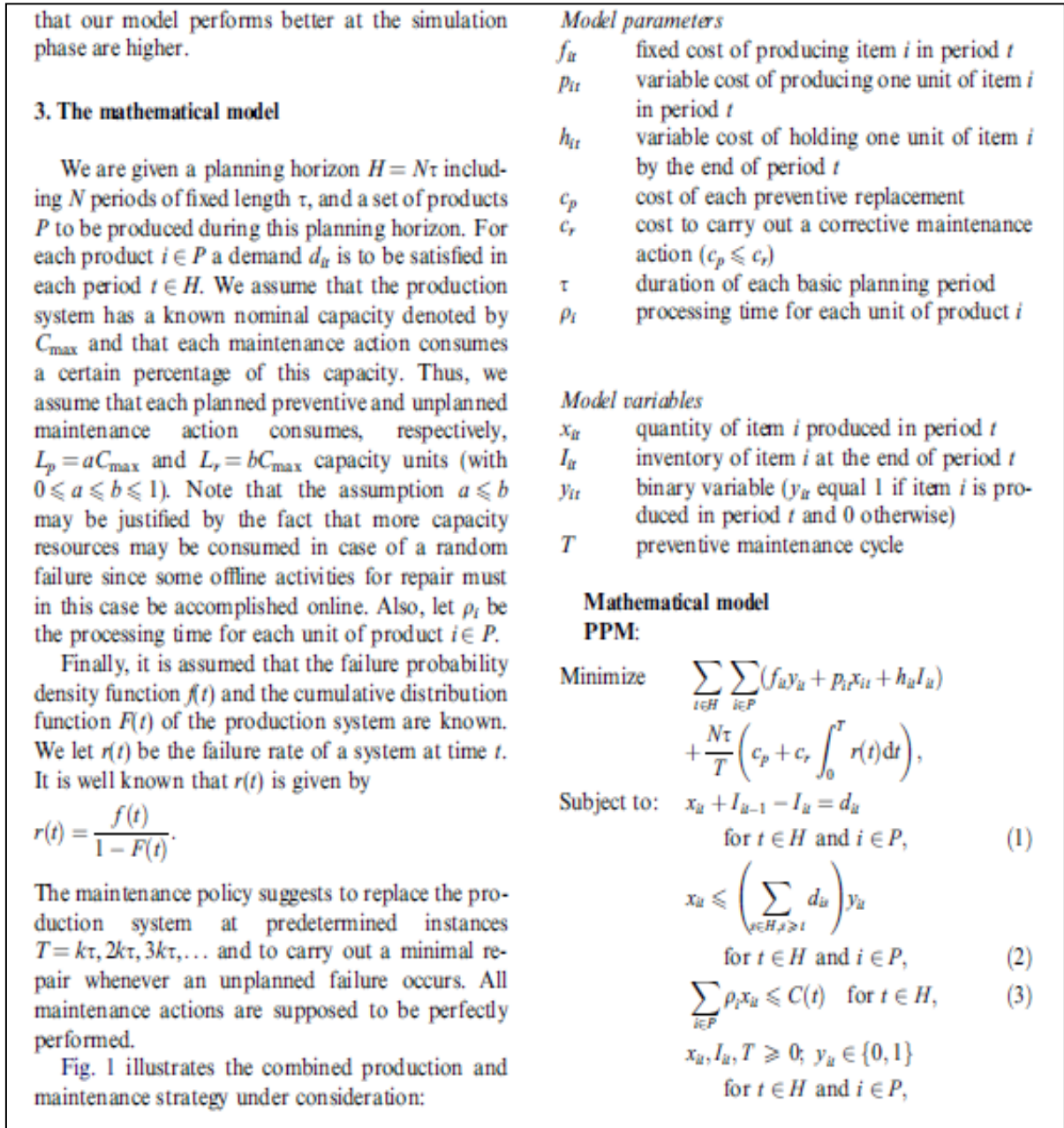
Lorsqu'on fait varier la partie de temps de setup (changement des besoins variables en ressources), on voit clairement les différences entre les coûts et le changement du cycle optimal ainsi que le plan de la production. Ce qui traduit l'importance de bien choisir ce critère et le gérer correctement puisque l'augmentation de ce temps induit la minimisation du nombre de périodes de base dans le cycle. L'histogramme de la figure 2.16 décrit les variations par cycles de maintenance préventive.



**Figure 2.16.** La modification des temps de setup pour les diverses périodes

### 2.7.5 Étude comparative

Le modèle proposé par [AGH, 2007] est décrit dans la figure 2.17. Avec cette modélisation et son exemple numérique on a fait la comparaison en utilisant l'algorithme du solveur Matlab et le programme qu'on construit à l'aide de la fonction « intlinprog » (le cas de T=4 est présenté dans l'annexe 2.5 pour [AGH, 2007] et [ETT, 2017a]).



**Figure 2.17.** Extrait du modèle de l'article de [AGH, 2007]

On a abouti aux résultats du tableau 2.14 qui confirme l'efficacité de nos modifications au niveau des contraintes et de la fonction objective en ce qui concerne les coûts de la production avec respect de

l'optimalité du cycle de maintenance d'où la pertinence de prendre en considération ces critères dans la définition du plan optimal.

**Tableau 2.14.** Les coûts séparés et intégrés

T=k $\tau$ with k=n1	Coût séparé			Coût intégré	
	Coût de la maintenance	Coût de la production	Coût de la production [AGH, 2007]	Coût total	Coût total [AGH, 2007]
1	309.92	604.24	431.06	914.16	740.98
2	238.19	606	433.76	844.19	671.95
3	228.51	611.24	443.48	839.75	671.99
4	223.34	608.88	436.84	832.22	660.18
5	224.77	607.12	434.28	831.89	659.05
6	229.44	618	447.28	847.44	676.72
7	238.96	618	447.28	856.96	686.24
8	231.10	618	444.28	849.10	678.38

## 2.8 Conclusion

Ce chapitre vise à proposer un modèle de référence qui a construit la partie principale de notre thèse à partir d'une large analyse bibliographique de ce qui est existant dans le domaine de la recherche et dans l'industrie et à partir de ce qui manque au niveau de la modélisation classique pour aboutir à une amélioration des résultats et cela en faisant rajouté la contrainte de rupture sur la demande et les critères de temps et coûts de setup. Ensuite, on a fait la résolution du problème en utilisant le solveur CPLEX des programmes linéaires à entiers mixte puisqu'il est actuellement le solveur le plus performant dans la planification de la production en ce qui concerne le temps d'exécution, le nombre de variables et d'équations dans le problème. Puis, on a comparé les résultats obtenus par les auteurs qui ont proposé pour la première fois une vraie planification intégrée de la production et de la maintenance [AGH, 2007] avec ceux résultant de la résolution de notre modèle modifié au niveau de la fonction objective et des contraintes en utilisant le solveur Matlab.

# Chapitre III

# Chapitre 3

## Modélisation du plan intégré pour un système multi-lignes

### 3.1 Introduction

Généralement, la planification de la production vise à déterminer les quantités à produire, le coût et le temps de production, mais pratiquement, les planificateurs insistent sur le choix entre plusieurs modes de fabrication. En réalité, il est nécessaire de choisir entre des modes de production alternatifs, puisque plusieurs lignes de production (ou gammes) ; plusieurs fournisseurs ou plusieurs sous-traitants sont impliqués dans la fabrication. Chacune de ces alternatives a un coût de production et une consommation de ressources différentes. En effet, le fournisseur peut avoir plusieurs offres concernant la fabrication d'un produit fini. Ces offres sont différentes en termes des coûts de production ainsi que de la consommation des ressources et peuvent être modélisées selon les gammes. La production peut être locale dans l'entreprise ou avec un sous-traitant externe. En règle générale, les coûts varient selon les sous-traitants, et nous pouvons dire que le choix entre plusieurs fournisseurs est la même chose que faire une sélection entre plusieurs lignes de production.

Dans l'industrie, nous parvenons à trouver deux types de lignes de production, celles avec des ressources distinctes et l'autre avec une ou plusieurs ressources communes. Dans le cas de la première situation, les produits finis ont des lignes de production complètement séparées. En fait, la production d'un produit n'affecte pas directement la production de substituts. Cette configuration est montrée schématiquement sur la figure 3.1 qui montre un exemple de trois lignes de production avec des ressources distinctes.

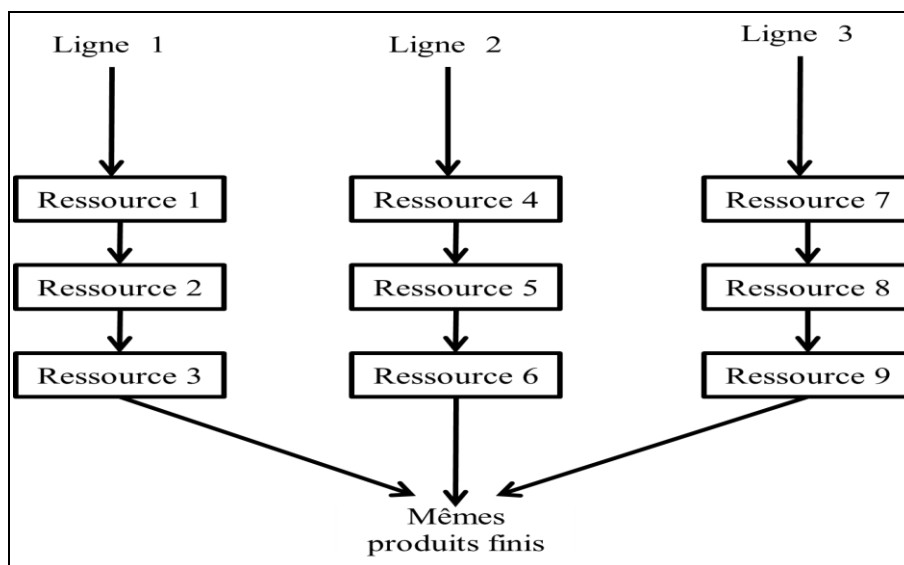


Figure 3.1. Configuration de trois lignes avec les ressources distinctes

La deuxième situation est plus compliquée. En effet, les produits finis passent par une ou plusieurs ressources communes, c'est le cas rencontré dans une entreprise qui a plusieurs lignes de production avec des ressources partagées et qui sont souvent des ressources humaines et des ressources matérielles. Par conséquent, la production d'un produit affecte directement la production de produits finis. Cette configuration est montrée schématiquement sur la figure 3.2, qui montre trois lignes de production qui partagent les deux types de ressources.

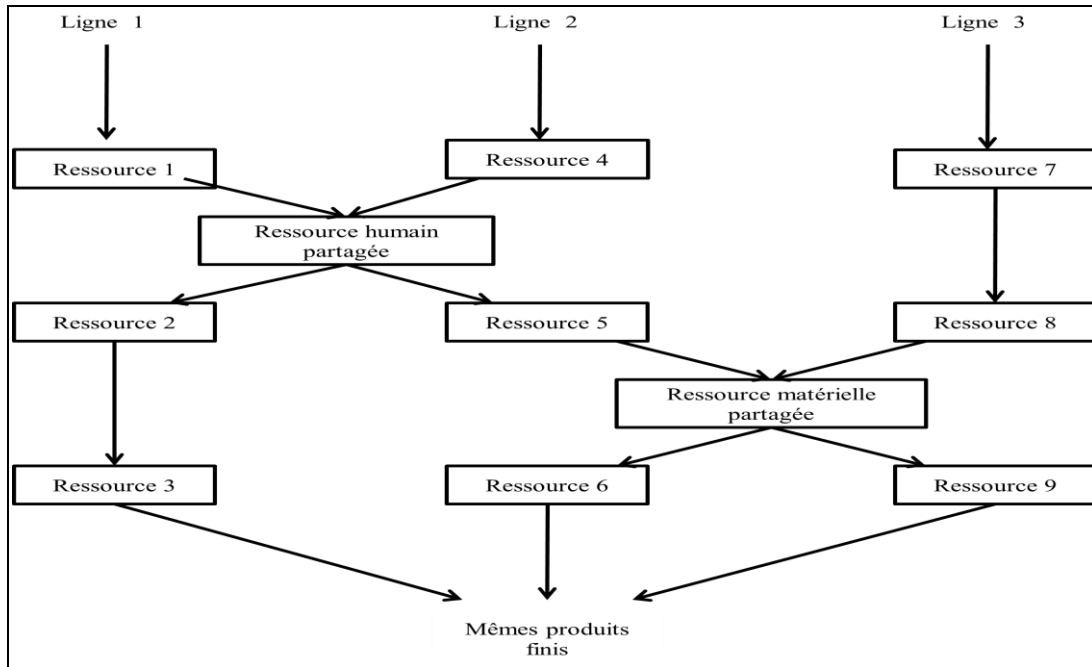


Figure 3.2. Configurations de trois lignes avec les ressources partagées

Dans ce chapitre, nous allons aborder la question du problème de dimensionnement des lots pour le cas d'un système de production multi-gammes et nous allons considérer la situation des ressources séparées en étendant les travaux réalisés dans [AGH, 2008] et ceux de [YAL, 2014] comme illustré à la figure 3.3.

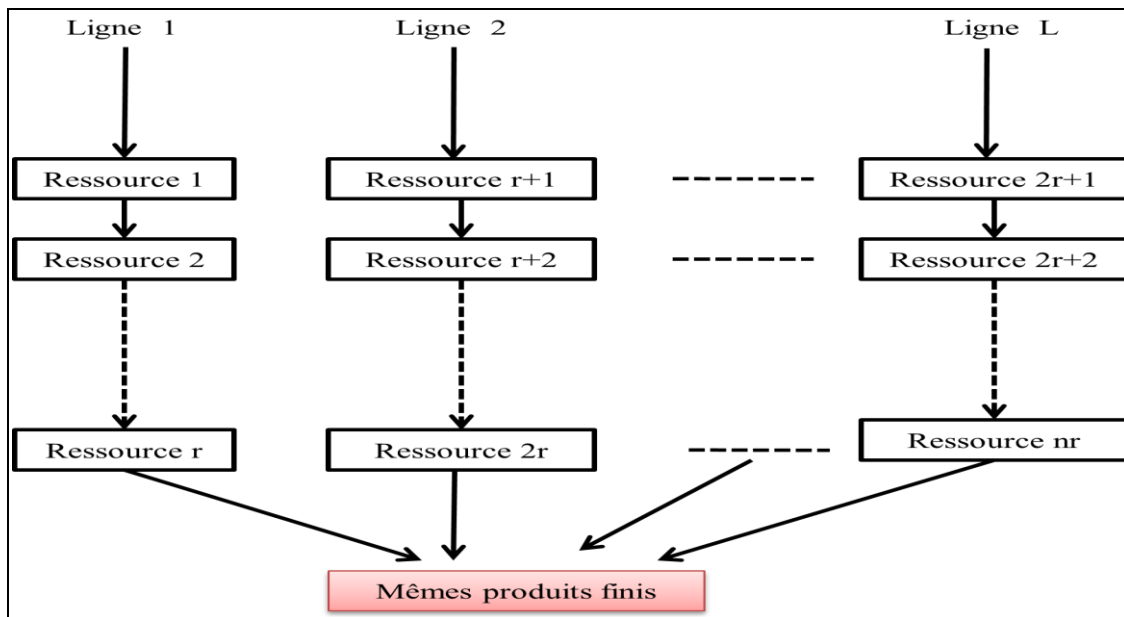


Figure 3.3. Configuration d'un système de production multi-lignes

Pour modéliser cette situation, nous nous sommes basés sur notre modèle précédent ([ETT, 2017a]) et nous avons considéré une nouvelle dimension (pour chaque ligne) que nous désignerons par  $g$  ainsi que le nombre de lignes  $L$  et l'ensemble des gammes est  $G$ . Les produits sont considérés comme distincts pendant la phase de production, mais à leur entrée en stock et en cas de rupture de la demande, des quantités de tous les produits équivalents sont ajoutées pour répondre aux besoins des clients.

### 3.2 La politique de la maintenance

Pour un horizon fini, la ligne de production se dégrade avec le temps et l'utilisation. Ainsi, la fiabilité et la disponibilité de la production diminuent et le taux de défaillance augmente, ce qui influe sur la capacité et la productivité de la ligne. Principalement, la maintenance d'un système industriel est divisée en deux types principaux en fonction des critères de défaillance : la maintenance corrective qui se déroule après la panne d'un système ou d'une partie de ce dernier afin d'exécuter la fonction qui lui est assignée, puis la maintenance préventive qui est effectuée périodiquement pour assurer le bon fonctionnement et prévenir la défaillance. Notre politique a pour mission d'estimer le moment d'intervention cyclique et de remplacer le système de production périodiquement et préventivement à des moments prédéterminés  $T_g = n_g t, 2n_g t, 3n_g t \dots$  et faire une réparation minimale en cas de panne non prévue à l'intérieur du cycle  $T_g$  et cela pour chaque ligne de production comme on a montré dans la figure 3.4.

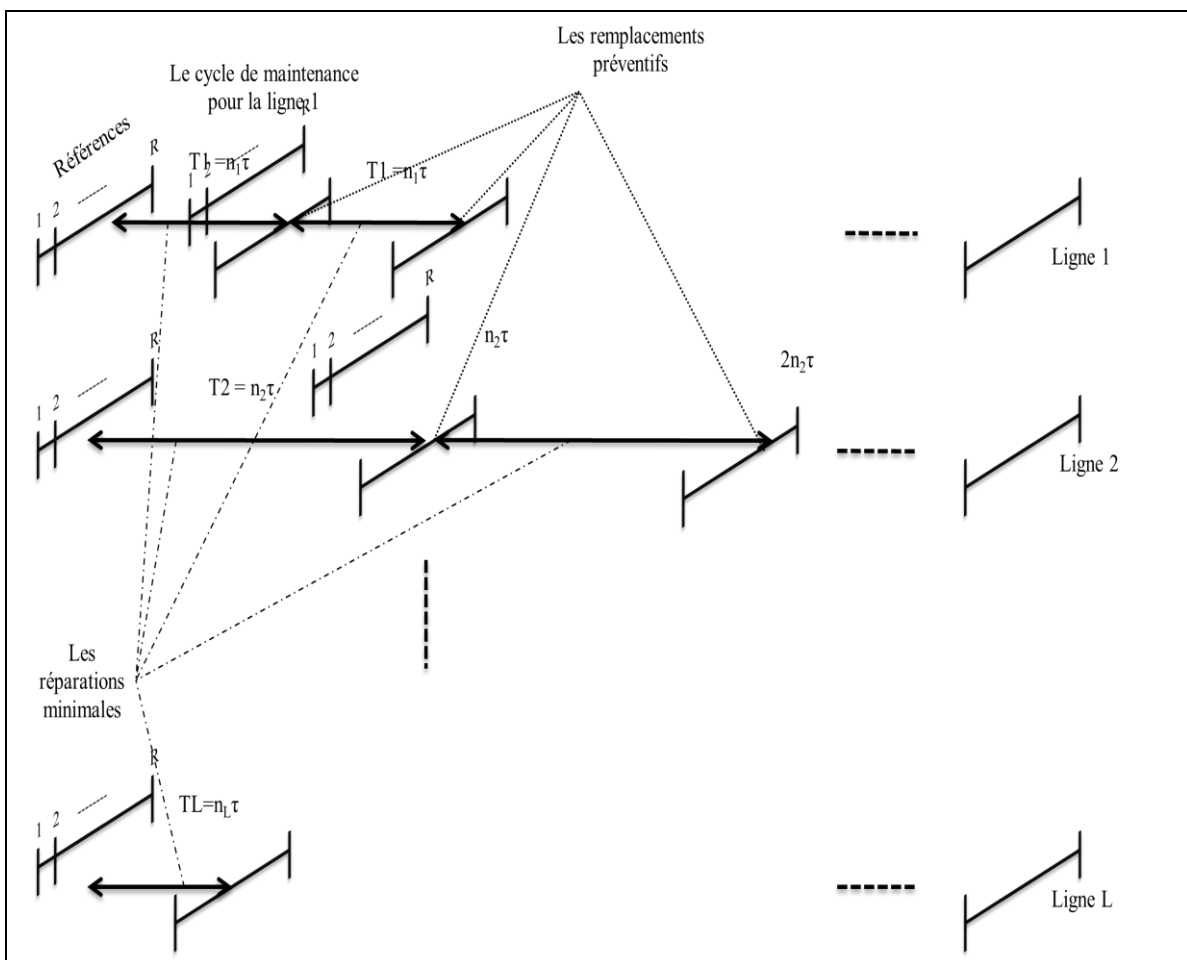


Figure 3.4. La politique de maintenance proposée

### 3.3 Le coût de la maintenance de chaque ligne

En ajoutant la dimension  $g$  au modèle proposé dans le deuxième chapitre, nous pouvons décrire le coût de maintenance total par ligne  $CM_g(n_g)$  à l'aide de l'équation (3.2), où  $G$  est le nombre de gammes,  $f_g$  est la fonction de densité de probabilité,  $F_g$  est la fonction de distribution cumulée définie pour une distribution de probabilité connue et le taux de défaillance pour chaque gamme est donnée par :

$$\lambda_g(t) = \frac{f_g(t)}{1 - F_g(t)}; \forall t \in H, \forall g \in G \quad (3.1)$$

$$CM_g(t) = c_{cg} [N_1(t)] + c_{pg} [N_2(t)]; \forall g \in G \quad (3.2)$$

$$\text{Avec : } [N_{1g}(t)] = \left[ \frac{H}{T_g} \right]$$

$$\text{et } [N_{2g}(t)] = \left[ \frac{H}{T_g} \right] \int_0^{T_g} \lambda_g(t) dt$$

En faisant remplacer l'équation (3.1) dans (3.2) nous sommes arrivés à écrire l'équation (3.3) et définir le coût total de maintenance pour chaque ligne de production par l'équation (3.4) et le coût total à l'aide de l'équation (3.5).

$$CM_g(t) = \left[ \frac{H}{T_g} \right] c_{pg} + \left[ \frac{H}{T_g} \right] * c_{cg} \left( \int_0^{T_g} \lambda_g(t) dt + \int_{n_g \tau}^H \lambda_g(t) dt \right); \forall g \in G \quad (3.3)$$

$$CM_g(n_g) = [N / n_g] c_{pg} - c_{cg} \log \left[ (1 - F_g(n_g \tau))^{[N/n_g]} (1 - F_g((N - [N / n_g] n_g) \tau)) \right] \\ \text{avec } T_g = n_g \tau \text{ et } H = N \tau \quad (3.4)$$

Dans la plupart des cas, l'horizon de planification de la production  $H$  n'est pas un multiple du cycle de maintenance préventive. Si nous avons  $T_g$  pour chaque ligne et nous connaissons le coût correctif de chaque composant défectueux et le coût préventif pour le composant non défaillant, ainsi que la distribution de probabilité des défaillances qui caractérise la durée de vie de chaque ligne, nous pouvons exprimer la valeur du coût de maintenance total en fonction du nombre de périodes par ligne (équation 3.5)

$$CM(t) = \sum_{g=1}^L CM_g(n_g) \quad (3.5)$$

### 3.4 Expression de la capacité

La capacité est la quantité maximale théorique de produits pouvant être réalisée par un système de production donné pendant une période de temps spécifique dans des conditions de fonctionnement prédéterminées. Notre étude de cas consiste à planifier la maintenance et la production comme deux

activités intégrées. Pour définir la capacité disponible de la ligne  $g$  dans la période  $t$ , on suppose que chaque opération de maintenance consomme un pourcentage de la capacité maximale respectivement  $Pp_g = a_g C_{\max g}$  pour le cas préventif et  $Pc_g = b_g C_{\max g}$  pour le cas correctif. Sachant que  $0 \leq a_g \leq b_g \leq 1$ . Cette inégalité s'explique par le fait que, en cas de défaillance aléatoire, les ressources sont consommées d'avantage parce que certaines activités de réparation hors ligne doivent, dans ce cas être réalisées en ligne alors la capacité est décrite par  $C(t)$  tel que :

- S'il y a un remplacement préventif dans la période  $t$  à la ligne  $g$  :

$$C_g(t) = C_{\max g} - Pp_g - Pc_g \int_0^{\tau} \lambda(u + (t-1)\tau) du \quad \text{avec } u = \{1, \dots, n_g\} \quad (3.6)$$

- Si seulement il n'y a que des actions correctives pour les autres intervalles :

$$C_g(t) = C_{\max g} - Pc_g \int_0^{\tau} \lambda(u + (t-1)\tau) du \quad \text{avec } u = \{1, \dots, n_g\} \quad (3.7)$$

Sur la base de la démonstration faite dans [AGH, 2008] et [YAL, 2014], l'expression de la capacité est effectuée comme suit:

$$\text{Si: } t = (n_g k + u)\tau / k \in \{1, \dots, [N / n_g]\} / u \in \{1, \dots, n_g\} : \text{ with } C_g(t) = C_g(u\tau)$$

Alors  $C_g(t)$  est égale à :

$$\left\{ \begin{array}{l} C_g(\tau) = C_{\max g} - Pp_g + Pc_g \log(1 - F_g(\tau)) \quad \text{Si } n=1^* \\ C_g(n\tau) = C_{\max g} - Pc_g \log\left(\frac{1 - F_g((n-1)\tau)}{1 - F_g(n\tau)}\right) \quad \text{Avec: } (n=2, \dots, n_g-1)^{**} \\ C_g(t = n_g k \tau + u\tau) = C_g(u\tau); \\ \text{Avec } k \in \{1, \dots, [N / n_g]\}; u \leq (n_g - 1)\tau; u \leq N - kn_g \tau \end{array} \right. \quad (3.8)$$

Si nous connaissons le cycle de maintenance  $T_g = n_g \tau$  et la distribution de probabilité de chaque ligne, nous pouvons calculer la capacité  $C_{gt}$ . Nous supposons que les valeurs de capacité sont réparties de manière identique sur tous les cycles de maintenance  $T_g, 2T_g, 3T_g, \dots$  et pour chaque ligne  $g$ . Ensuite, nous calculons la capacité du premier cycle pour la ligne  $g$ . Puis, nous pouvons en déduire les autres valeurs  $\forall t \in H; \forall g \in G$ .

### 3.5 Le coût de la production

Ce chapitre consiste à déterminer un plan de production pour un ensemble de références  $R$ , dans un horizon de planification composé de  $N$  périodes longues et pour un ensemble de lignes  $G$ . Pour exprimer le coût de production, nous utilisons la somme des coûts variables de rupture sur demande et de stockage ainsi que les coûts fixes de production et de lancement comme exprimer dans l'équation suivante :

$$CP(n_g) = \sum_{g=1}^L \sum_{i=1}^{NR} \sum_{t=1}^N (\alpha_{g_{it}} x_{g_{it}} + \beta_{g_{it}} y_{g_{it}}) + \sum_{i=1}^{NR} \sum_{t=1}^N (\gamma_{it} s_{it} + \varphi_{it} r_{it}); \forall g \in G; \forall i \in R; \forall t \in H \quad (3.9)$$

### 3.6 La formulation du modèle mathématique

En utilisant les variables de décision et les paramètres avec l'extension multi-lignes, nous exprimons le problème de planification intégrée de la maintenance et de la production pour un système multi-lignes PIMPM comme suit :

*PIMPM* :

$$\min \left( \sum_{g=1}^L \sum_{i=1}^{NR} \sum_{t=1}^N (\alpha_{git} x_{git} + \beta_{git} y_{git}) + \sum_{i=1}^{NR} \sum_{t=1}^N (\gamma_{it} s_{it} + \varphi_{it} r_{it}) + \sum_{g=1}^L (CM_g(n_g)) \right) \quad (3.10)$$

sujet à :

$$\sum_{g=1}^L x_{git} + r_{it} - s_{it} + s_{i(t-1)} = d_{it}; \forall i \in R, \forall t \in H \quad (3.11)$$

$$\sum_{g=1}^L \sum_{i=1}^{NR} (v_{git} x_{git} + f_{git} y_{git}) \leq C_g(t); \forall g \in G; \forall t \in H \quad (3.12)$$

$$x_{git} \leq M_{git} * y_{git}; \forall g \in G; \forall i \in R; \forall t \in H \quad (3.13)$$

$$r_{it} \leq d_{it}; \forall i \in R, \forall t \in H \quad (3.14)$$

$$\sum_{g=1}^L y_{git} \leq 1; \forall i \in R, \forall t \in H \quad (3.15)$$

$$\begin{cases} x_{git} \geq 0; \forall g \in G; \forall i \in R; \forall t \in H \\ s_{it}, r_{it} \geq 0; \forall i \in R; \forall t \in H \end{cases} \quad (3.16)$$

$$y_{git} \in \{0, 1\}; \forall g \in G; \forall i \in R; \forall t \in H \quad (3.17)$$

$$s_{i0} = 0; \forall i \in R \quad (3.18)$$

Avec :

- La fonction objective (3.10) minimise le coût total qui comprend le coût total de la production (production, lancement, stockage et rupture sur la demande) et le coût total de la maintenance (tâches préventives et correctives) pour chaque ligne de production.
- La contrainte (3.11) montre la conservation des flux à travers l'horizon de planification pour le produit  $i$  à la période  $t$  ainsi qu'elle garantit que le stock disponible du produit augmente avec la quantité produite pour chaque ligne  $g$  afin de satisfaire la demande pendant la période  $t$  et le reste est stocké pendant des périodes suivantes (rupture).
- La contrainte (3.12) reflète le fait que le plan que nous voulons calculer doit être avec une capacité finie dans toutes les lignes. En effet, pour réaliser une planification, nous avons des ressources qui seront consommées par la production d'un ou de plusieurs produits par ligne de production. La consommation totale doit rester inférieure à la capacité disponible  $C_{gt}$  qui est exprimée pour chaque période et ligne par l'expression dans l'équation (3.8).
- La contrainte (3.13) indique que s'il y a un lancement de la production, la quantité produite ne doit pas dépasser un majorant de la production pour chaque ligne (3.19). Ce dernier est défini par le minimum entre la quantité maximale de produits pouvant être produit et la demande sur un segment de l'horizon  $[t, \dots, \lambda_{git}]$ .

$$M_{git} = \min \left( \sum_{t'=t}^{\lambda_{git}=N\tau} d_{it'} : ((C_{gt} - f_{git}) / v_{git}) \right); \forall g \in G; \forall i \in R; \forall t \in T_j \quad (3.19)$$

- La contrainte (3.14) garantit que la rupture sur la demande du produit  $i$  à la fin de la période  $t$  est inférieure à la demande pour le même produit à la même période.
- La contrainte (3.15) force à tout moment que chaque produit est réalisé au plus une seule fois par ligne.
- La contrainte (3.16) assure que les variables  $x_{git}$ ,  $s_{it}$  et  $r_{it}$  sont continues positives pour toute référence  $i$ , à chaque période  $t$  et pour chaque ligne  $g$ .
- La contrainte (3.17) exprime le fait qu' $y_{git}$  est une variable binaire dépendante de la production pour tout produit  $i$  à chaque période  $t$  et ligne  $g$ .
- Enfin, la contrainte (3.18) indique que l'inventaire initial pour chaque produit  $i$  est nul à l'instant  $t = 0$ .

### 3.7 Résolution du problème PIMPM

Pour déterminer le plan optimal de production et de maintenance intégré pour un système de production dégradable multi-lignes, nous utilisons la procédure basée sur les tâches suivantes :

Pour  $g = 1, \dots, L$  :

Pour  $n_g = 1, \dots, N$  :

- Tâche 1 : calculer les coûts de la maintenance  $CM_g(n_g)$  : dans ce cas le cycle optimal de la ligne  $g$  ( $T_g^* = n_g * \tau$ ) est celui qui correspond à la valeur minimale  $\min_{n_g} \{CM_g(n_g)\}$ .
- Tâche 2 : calculer les valeurs des capacités  $C_{gt}$  pour chaque période  $t \in H$  et chaque ligne  $g \in G$
- Tâche 3 : appliquer la programmation linéaire à entiers mixtes dans le solveur CPLEX pour chaque ligne afin de résoudre le problème de dimensionnement des lots à capacité finie pour un système multi-ligne avec la rupture sur la demande et le temps de setup pour déterminer les coûts de la production en utilisant les valeurs des capacité obtenues dans la tâche précédente.
- Tâche 4 : calculer les coûts totaux PIMPM ( $n_g$ ) et sélectionner le cycle de maintenance optimal qui est égal à  $\min_{n_g} \{PIMPM(n_g)\}$ .

Déduire la solution finale en exprimant les valeurs des variables  $T_g$ ,  $x_{git}$ ,  $y_{git}$ ,  $s_{it}$ ,  $r_{it}$ .

L'algorithme de la solution proposée (Figure 3.5) est codé en utilisant Matlab R2016a et ILOG OPL \ CPLEX 12.6 et que tous les travaux numériques ont été réalisés dans un ordinateur avec un micro processeur i5, 5ème génération et d'une RAM de 4 Go de processeur.

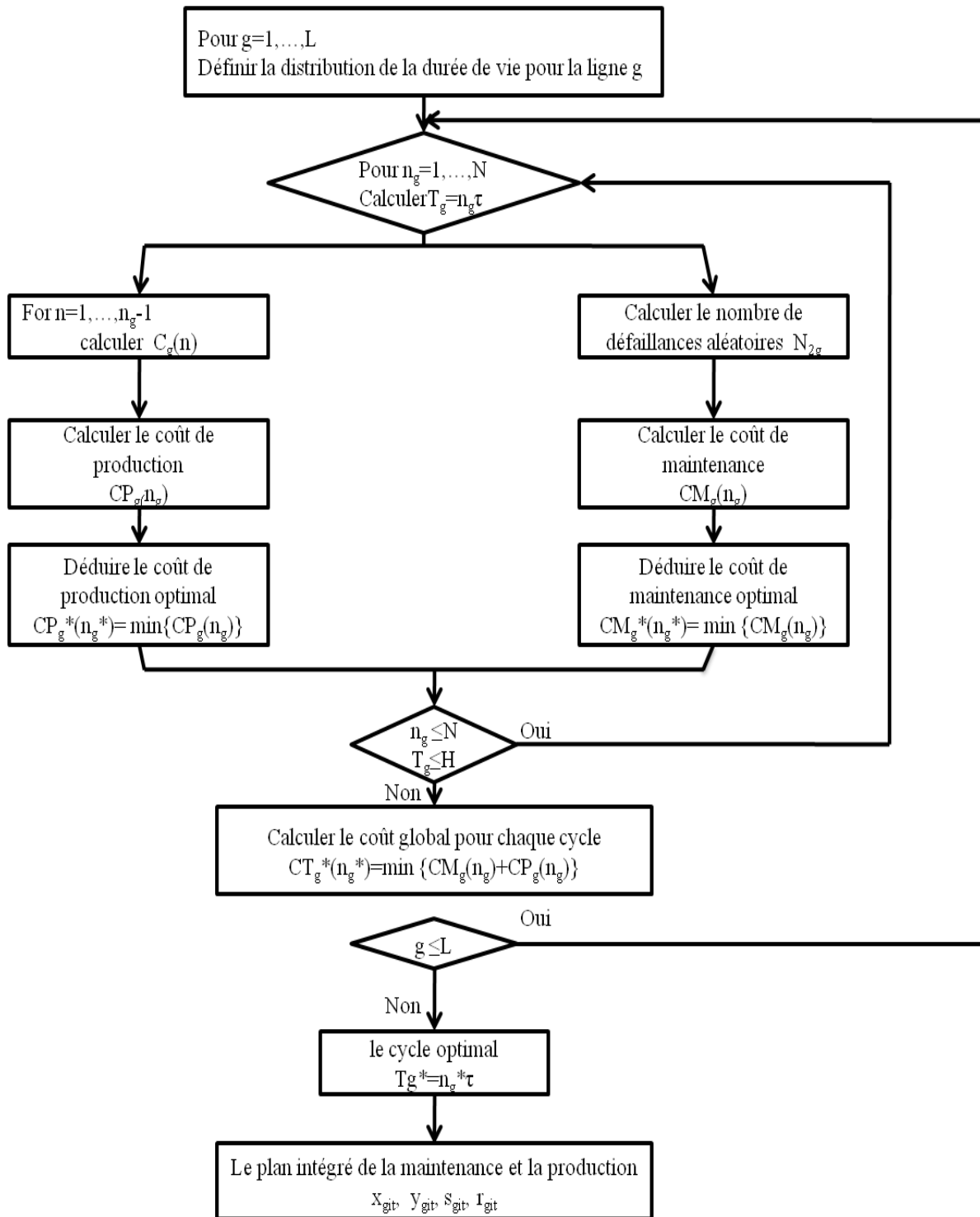


Figure 3.5. Organigramme de la résolution par programmation linéaire à entiers mixtes

### 3.8 Exemple numérique

#### 3.8.1 Présentation des demandes

Pour illustrer les avantages d'intégrer simultanément les activités de maintenance et les opérations de production dans cas d'un système de production multi-lignes compte tenu du temps d'installation et des contraintes de rupture sur demande, nous proposons d'étudier un système avec un horizon de

planification d'une année, composé de 11 périodes de production de base d'un mois chacune  $N = 11$ . Nous considérons également deux produits en lots à produire pendant cet horizon divisé sur les deux lignes de production (deux gammes différentes  $G = \{1, 2\}$ ) pour satisfaire les demandes du client et qui sont indiquées dans le Tableau 3.1 pour chaque période  $t \in (H = \{1, \dots, 11\})$ .

**Tableau 3.1.** Demandes par produit  $i$  et période  $t$  pour les deux lignes

Période $t$	Produit 1	Produit 2
1	2	3
2	3	2
3	2	3
4	3	2
5	2	3
6	3	2
7	2	3
8	3	2
9	2	3
10	3	2
11	2	3

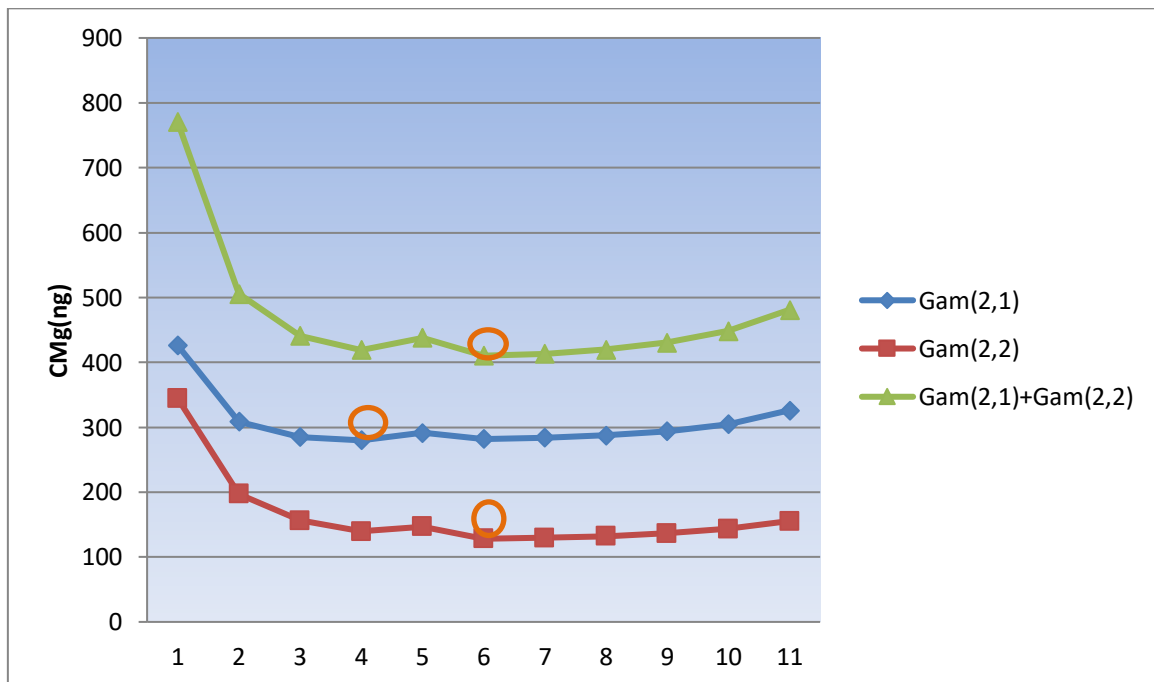
### 3.8.2 Les données de la maintenance et de la production

Pour évaluer le coût de maintenance, nous avons besoin d'un ensemble de constantes qui sont : le coût de remplacement préventif  $C_{p1} = C_{p2} = 28$  et le coût de l'action de réparation minimale  $C_{c1} = C_{c2} = 35$  pour chaque ligne de production. Il est également nécessaire de connaître la répartition des pannes (durée de vie de la ligne) qui est sous une distribution Gamma avec les paramètres  $(\alpha = 2, \lambda = 1)$  pour la ligne 1 et une distribution Gamma avec les paramètres  $(\alpha = 2, \lambda = 2)$  pour la ligne 2 (Voir les variations des défaillances dans la figure 2.8 et des coûts de la maintenance dans le tableau 2.10 du deuxième chapitre).

On constate, dans le tableau 3.2 que le coût minimal pour la première ligne est 279,82 pour un cycle de quatre mois et pour la seconde ligne est de 128,13 pour six mois. Lorsqu'on applique l'équation 5 on obtient la valeur 410,31 pour des remplacements préventifs tous les six mois (Figure 3.6).

**Tableau 3.2.** Les coûts totaux de la maintenance pour les différentes distributions

Cycle T en mois	Gam (2,1)	Gam (2,2)	Weib (2,1)	Weib (2,2)	Gam ((2,1)+(2,2))
1	426,14	344,40	500	404,25	770,54
2	308,48	197,01	332,50	323,75	505,49
3	284,99	156,03	276,50	355,25	441,01
4	279,82	139,53	248,50	414,75	419,35
5	291,32	146,61	242,50	502,25	437,93
6	282,18	128,13	220,50	561,75	410,31
7	283,89	129,41	220,50	596,75	413,3
8	287,58	132,10	220,50	666,75	419,68
9	293,96	136,57	220,50	771,75	430,53
10	304,81	143,60	220,50	911,75	448,41
11	326,03	154,99	220,50	1086,8	481,02



**Figure 3.6.** L'intégration des coûts de la maintenance

D'autre part, chaque période de base pour chaque ligne a une capacité nominale fixe et ses valeurs sont  $C_{\max 1} = C_{\max 2} = 15$  ainsi que toute activité de maintenance préventive ou corrective consomme une partie de la capacité nominale, respectivement  $P_{c1} = P_{c2} = 5$  et  $P_{p1} = P_{p2} = 1$ .

Pour estimer les coûts de production avec l'utilisation des deux lignes, nous avons besoin des coûts illustrés dans le tableau 3.3 ainsi que les valeurs des capacités calculées en se basant sur les deux types de distribution (Voir les tableaux 2.5 et 2.6 du chapitre 2) et les tableaux 3.4 et 3.5. Ensuite, pour les majorants de la production, on a fait leurs calculs dans le tableau 3.6 à l'aide de l'équation (3.19).

**Tableau 3.3.** Les données de la production pour un système de deux lignes

Ligne Produit Période	$g= \{1,2\}$ $i= \{1,2\}$ $t= \{1,\dots, 8\}$
Coût de production $\alpha_{git}$	5
Coût de lancement $\beta_{git}$	25
Coût de stockage $\gamma_{it}$	2
Coût de rupture sur la demande $\phi_{it}$	100
Les besoins fixes en ressources $f_{git}$	5
Les besoins variables en ressources $v_{git}$	1

**Tableau 3.4.** Les valeurs des capacités disponibles par période en fonction des cycles de maintenance  $T= n_1\tau$  pour une distribution Weib (2,1)

$n_1$ /t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$n_1=1$	11.50	11.50	11.50	11.50	11.50	11.50	11.50	11.50	11.50	11.50	11.50
$n_1=2$	11.50	12.50	11.50	12.50	11.50	12.50	11.50	12.50	11.50	12.50	11.50
$n_1=3$	11.50	12.50	12.50	11.50	12.50	12.50	11.50	12.50	12.50	11.50	12.50
$n_1=4$	11.50	12.50	12.50	12.50	11.50	12.50	12.50	12.50	11.50	12.50	12.50
$n_1=5$	11.50	12.50	12.50	12.50	12.50	11.50	12.50	12.50	12.50	12.50	11.50
$n_1=6$	11.50	12.50	12.50	12.50	12.50	12.50	11.50	12.50	12.50	12.50	12.50
$n_1=7$	11.50	12.50	12.50	12.50	12.50	12.50	12.50	11.50	12.50	12.50	12.50
$n_1=8$	11.50	12.50	12.50	12.50	12.50	12.50	12.50	12.50	11.50	12.50	12.50
$n_1=9$	11.50	12.50	12.50	12.50	12.50	12.50	12.50	12.50	12.50	11.50	12.50
$n_1=10$	11.50	12.50	12.50	12.50	12.50	12.50	12.50	12.50	12.50	12.50	11.50
$n_1=11$	11.50	12.50	12.50	12.50	12.50	12.50	12.50	12.50	12.50	12.50	12.50

**Tableau 3.5.** Les valeurs des capacités disponibles par période en fonction des cycles de maintenance  $T=n_2\tau$  pour une distribution Weib (2,2)

$n_2$ /t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$n_2=1$	12.75	12.75	12.75	12.75	12.75	12.75	12.75	12.75	12.75	12.75	12.75
$n_2=2$	12.75	11.25	12.75	11.25	12.75	11.25	12.75	11.25	12.75	11.25	12.75
$n_2=3$	12.75	11.25	8.75	12.75	11.25	8.75	12.75	11.25	8.75	12.75	11.25
$n_2=4$	12.75	11.25	8.75	6.25	12.75	11.25	8.75	6.25	12.75	11.25	13.62
$n_2=5$	12.75	11.25	8.75	6.25	3.75	12.75	11.25	8.75	6.25	3.75	12.75
$n_2=6$	12.75	11.25	8.75	6.25	3.75	1.25	12.75	11.25	8.75	6.25	3.75
$n_2=7$	12.75	11.25	8.75	6.25	3.75	1.25	0	12.75	11.25	8.75	6.25
$n_2=8$	12.75	11.25	8.75	6.25	3.75	1.25	0	0	12.75	11.25	8.75
$n_2=9$	12.75	11.25	8.75	6.25	3.75	1.25	0	0	0	12.75	11.25
$n_2=10$	12.75	11.25	8.75	6.25	3.75	1.25	0	0	0	0	12.75
$n_2=11$	12.75	11.25	8.75	6.25	3.75	1.25	0	0	0	0	0

**Tableau 3.6.** Les majorants de la production pour chaque distribution par période, par produit et par ligne (exemple d'un cycle de deux mois)

	T	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Gam (2,1) — Gam (2,1)	Ligne1	7.47	7.03	7.47	7.03	7.47	7.03	7.47	7.03	7	5	2
		7.47	7.03	7.47	7.03	7.47	7.03	7.47	7.03	7.47	5	3
	Ligne2	7.47	7.03	7.47	7.03	7.47	7.03	7.47	7.03	7	5	2
		7.47	7.03	7.47	7.03	7.47	7.03	7.47	7.03	7.47	5	3
Gam (2,2) — Gam (2,2)	Ligne 1	8.53	8.94	8.53	8.94	8.53	8.94	8.53	8.94	7	5	2
		8.53	8.94	8.53	8.94	8.53	8.94	8.53	8.94	8	5	3
	Ligne 2	8.53	8.94	8.53	8.94	8.53	8.94	8.53	8.94	7	5	2
		8.53	8.94	8.53	8.94	8.53	8.94	8.53	8.94	8	5	3
Weib (2,1) — Weib (2,1)	Ligne 1	6.5	7.5	6.5	7.5	6.5	7.5	6.5	7.5	6.5	5	2
		6.5	7.5	6.5	7.5	6.5	7.5	6.5	7.5	6.5	5	3
	Ligne 2	6.5	7.5	6.5	7.5	6.5	7.5	6.5	7.5	6.5	5	2
		6.5	7.5	6.5	7.5	6.5	7.5	6.5	7.5	6.5	5	3
Weib (2,2) — Weib (2,2)	Ligne 1	7.75	6.25	7.75	6.25	7.75	6.25	7.75	6.25	7	5	2
		7.75	6.25	7.75	6.25	7.75	6.25	7.75	6.25	7	5	3
	Ligne 2	7.75	6.25	7.75	6.25	7.75	6.25	7.75	6.25	7	5	2
		7.75	6.25	7.75	6.25	7.75	6.25	7.75	6.25	7	5	3

Gam (2,1) — Gam (2,2)	Ligne 1	7.47	7.03	7.47	7.03	7.47	7.03	7.47	7.03	7	5	2
		7.47	7.03	7.47	7.03	7.47	7.03	7.47	7.03	7.47	5	3
	Ligne 2	8.53	8.94	8.53	8.94	8.53	8.94	8.53	8.94	7	5	2
		8.53	8.94	8.53	8.94	8.53	8.94	8.53	8.94	8	5	3
Weib (2,1) — Weib (2,2)	Ligne 1	6.5	7.5	6.5	7.5	6.5	7.5	6.5	7.5	6.5	5	2
		6.5	7.5	6.5	7.5	6.5	7.5	6.5	7.5	6.5	5	3
	Ligne 2	7.75	6.25	7.75	6.25	7.75	6.25	7.75	6.25	7	5	2
		7.75	6.25	7.75	6.25	7.75	6.25	7.75	6.25	7	5	3
Gam (2,1) — Weib (2,2)	Ligne 1	7.47	7.03	7.47	7.03	7.47	7.03	7.47	7.03	7	5	2
		7.47	7.03	7.47	7.03	7.47	7.03	7.47	7.03	7.47	5	3
	Ligne 2	7.75	6.25	7.75	6.25	7.75	6.25	7.75	6.25	7	5	2
		7.75	6.25	7.75	6.25	7.75	6.25	7.75	6.25	7	5	3

Sur la base des données présentées et sans utiliser la partie maintenance (CM (t)=0) dans la procédure de la figure 3.5, on fait le calcul des coûts totaux de la production et on aboutit aux résultats illustrés dans le tableau 3.7. Ces résultats montrent que le changement des distributions de défaillance pour le même système de production est une contrainte qui peut générer des coûts très élevés. Dans la plupart des cas on constate que la production minimale est pour le cas d'un cycle d'un mois seulement où la capacité est au niveau maximal. Ensuite, les coûts commencent à augmenter avec la progression des périodes dans le cycle, mais ces coûts définissent toujours la production pour un plan séparé sans considération des activités de la maintenance.

**Tableau 3.7.** Les coûts de la production pour différentes lois de distribution

Cycle T en mois	Gam(2,1)- Gam(2,1)	Gam(2,2)- Gam (2,2)	Gam(2,1)- Gam (2,2)	Gam(2,1)- Weib(2,2)	Weib(2,1)- Weib(2,1)	Weib(2,2)- Weib(2,2)	Weib(2,1)- Weib(2,2)
1	770	753	770	770	779	770	779
2	770	753	770	771	779	771	779
3	774	753	774	803	771	803	901
4	771	753	771	1366	774	1366	1544
5	775	753	775	2882	771	2882	2971
6	775	753	775	2518	771	2518	2696
7	779	753	779	2518	771	2518	2607
8	779	753	779	2857	774	2857	2946
9	780	757	780	3303	770	3303	3392
10	780	757	780	3749	770	3749	3838

11	780	757	780	4009	770	4009	4098
----	-----	-----	-----	------	-----	------	------

Afin de calculer les coûts globaux de la production et la maintenance pour les différents cas nous avons fait la sommation des coûts des tableaux 3.7 et 3.8 ainsi que tracé ces valeurs. Prenant le cas d'un système composé de deux lignes de production avec des durées de vie qui suivent la distribution Gamma (2, 1) et la Gamma (2,2) on choisit le cycle optimal de deux façons :

- Premièrement, on calcule le coût total en faisant la sommation du coût total de maintenance avec celui de la production comme illustré dans la figure 3.6.

**Tableau 3.8.** Les coûts de la maintenance pour un système avec deux lignes de production

Cycle T en mois	Gam(2,1)-Gam(2,1)	Gam(2,2)-Gam(2,2)	Gam(2,1)-Gam(2,2)	Gam(2,1)-Weib(2,2)	Weib(2,1)-Weib(2,1)	Weib(2,2)-Weib(2,2)	Weib(2,1)-Weib(2,2)
1	852.28	688.8	770.54	830.39	1000	808.5	904.25
2	616.96	394.02	505.49	632.23	665	647.5	656.25
3	569.98	312.06	441.01	640.24	553	710.5	631.75
4	559.64	279.06	419.35	694.57	497	829.5	663.25
5	582.64	293.22	437.93	793.57	485	1004.5	744.75
6	564.36	256.26	410.31	843.93	441	1123.5	782.25
7	567.78	258.82	413.3	880.64	441	1193.5	817.25
8	575.16	264.2	419.68	954.33	441	1333.5	887.25
9	587.92	273.14	430.53	1065.71	441	1543.5	992.25
10	609.62	287.2	448.41	1216.56	441	1823.5	1132.25
11	652.06	309.98	481.02	1412.83	441	2173.6	1307.3

Dans ce cas, on remarque que le minimum est trouvé pour le cas d'un cycle de maintenance avec des remplacements préventifs faits tous les 6 mois (voir la Figure 3.7) et un plan de production donné dans le tableau 3.9.

**Tableau 3.9.** Plan optimal de la production pour un système de deux lignes

$T_g = 6\tau; \quad CP(6) = 775; \quad CM_{tot}(6) = 410.31 \quad C_{tot}(6) = 1185.3$												
Variables	X <sub>git</sub>				Y <sub>git</sub>				S <sub>it</sub>		r <sub>it</sub>	
	Line1		Line 2		Line 1		Line 2					
ligne $g \in \{1,2\}$	P1	P2	P1	P2	P1	P2	P1	P2	P1	P2	P1	P2
produit $i \in \{1,2\}$												
Période t	X <sub>1it</sub>		X <sub>2it</sub>		Y <sub>1it</sub>		Y <sub>2it</sub>		S <sub>it</sub>		r <sub>it</sub>	
1	0	5	0	0	0	1	0	0	0	2	2	0

2	5	0	0	0	1	0	0	0	2	0	0	0
3	0	5	0	0	0	1	0	0	0	2	0	0
4	0	0	5	0	0	0	1	0	2	0	0	0
5	0	5	0	0	0	1	0	0	0	2	0	0
6	5	0	0	0	1	0	0	0	2	0	0	0
7	0	7	0	0	0	1	0	0	0	4	0	0
8	0	0	5	0	0	0	1	0	2	2	0	0
9	0	0	0	6	0	0	0	1	0	5	0	0
10	5	0	0	0	1	0	0	0	2	3	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

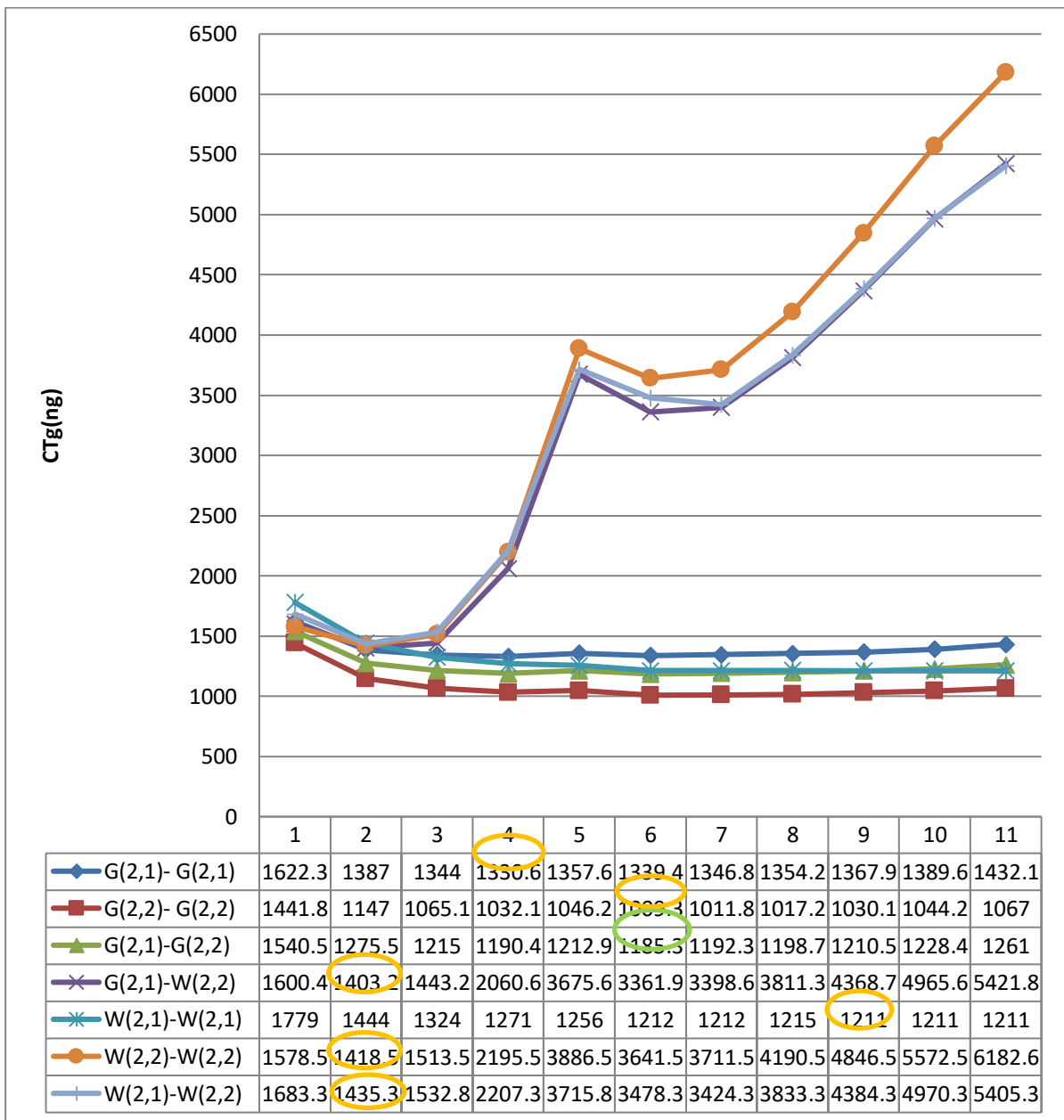


Figure 3.7. Les variations des coûts globaux intégrés par types de distribution

Si on a favorisé le plan optimal de la production avec un coût de 1540.54, on voit que l'écart du plan déjà choisi est de 355.24 ce qui n'est pas tolérant en terme économique alors c'est un gain remarquable obtenu par notre modèle (les résultats du programme proposé sont dans l'annexe 3.1).

- Deuxièmement, on somme le coût total de la production avec le coût de la maintenance pour la ligne 1 d'une distribution Gamma (2.1) et on fait la même chose pour celui de la ligne 2 avec une loi Gamma (2.2) (Tableau 3.10)

**Tableau 3.10.** Les coûts totaux pour la distribution Gam (2.1) et Gam (2.2)

Cycle T en mois	CM <sub>1</sub> (n <sub>1</sub> ) Gam (2,1)	CM <sub>2</sub> (n <sub>2</sub> ) Gam (2,2)	CP (t) Gam (2,1)- Gam (2,2)	CT <sub>1</sub> (n <sub>1</sub> )	CT <sub>2</sub> (n <sub>2</sub> )
1	426.14	344.40	770	1196.14	1114.4
2	308.48	197.01	770	1078.48	967.01
3	284.99	156.03	774	1058.99	930.03
4	279.82	139.53	771	1050.82	910.53
5	291.32	146.61	775	1066.32	921.61
6	282.18	128.13	775	1057.18	903.13
7	283.89	129.41	779	1062.89	908.41
8	287.58	132.10	779	1066.58	911.1
9	293.96	136.57	780	1073.96	916.57
10	304.81	143.60	780	1084.81	923.6
11	326.03	154.99	780	1106.03	934.99

Concernant ce cas le plan optimal nous conduit à choisir le même plan de production qu'on a présenté dans le cas précédent. Mais le plan de maintenance est différent dans cette situation où chaque ligne à son propre cycle à savoir 4 mois pour la première ligne et 6 mois pour la deuxième ligne (Figure 3.8).

Afin de mieux expliquer l'importance de l'intégration qu'on a proposée dans le premier cas d'étude. Si on prend par exemple un système avec une durée de vie qui suit les deux lois Weibull (2.1) et weibull (2.1) respectivement pour la ligne 1 et 2, on constate que le tableau 3.7 nous donne un coût de production minimal de 779 pour un cycle T=1mois. D'autre part le tableau 3.8 indique un coût de maintenance minimum de 631.75 pour un cycle T= 3mois. Toutefois, lorsqu'on fait l'intégration des deux activités ? on obtient un coût optimal de valeur 1435.25 pour un cycle de deux mois.

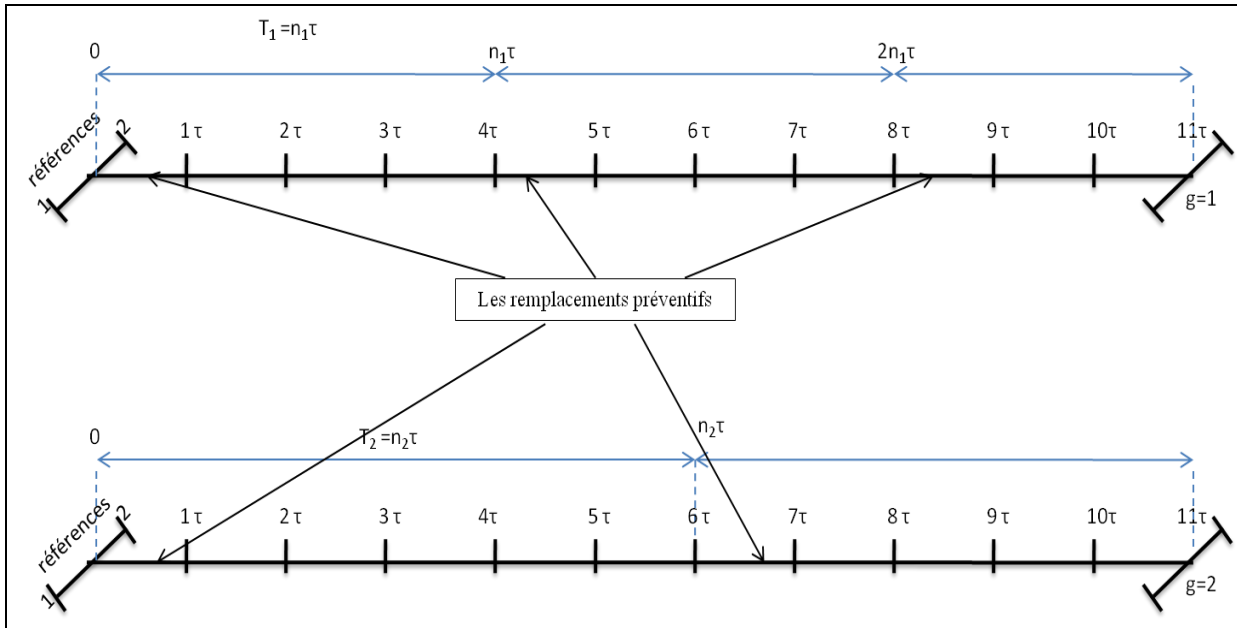


Figure 3.8. Plan de maintenance obtenu

### 3.9 Conclusion

Ce chapitre traite la question de la planification intégrée des activités de maintenance et des opérations de production au niveau tactique pour les systèmes multi-lignes avec des ressources distinctes et en introduisant la contrainte de rupture sur la demande et celle du temps d'installation (set-up) qui exigent la satisfaction des demandes dans les délais requis. La politique de maintenance offre des remplacements préventifs au début de chaque cycle et des réparations minimales en cas de défaillances aléatoires. Le modèle a proposé une fonction objective qui réduit le coût total et peut déterminer simultanément le plan de production optimal (la production, le moment de la production, le stockage et la rupture) et le moment du remplacement préventif. La résolution est programmée avec le solveur linéaire à entiers mixtes CPLEX et le logiciel Matlab. Ensuite, nous fournissons des exemples numériques pour illustrer les résultats et représenter l'écart économique entre la planification séparée et la planification intégrée.

# Chapitre IV

# Chapitre 4

## Optimisation du plan intégré basée sur les algorithmes génétiques

---

### 4.1 Introduction

Les heuristiques et les méta-heuristiques sont un paradigme très important des méthodes approchées destinées à la résolution des problèmes de la planification de la production au niveau stratégique. Grâce à elles, on peut proposer aujourd'hui les meilleures solutions pour les problèmes de plus grande taille et pour de très nombreux cas qu'ils étaient impossible de les traiter auparavant.

À première vue, les sciences de la vie et les sciences de l'ingénieur n'ont pas grand chose en commun. En effet, le biologiste et l'ingénieur portent leurs regards dans des directions distinctes, pour ne pas dire opposées. Ces dernières décennies, le développement des biotechnologies, qui ne sont rien d'autre que des techniques d'ingénierie appliqués à des processus de la biologie, a donné la naissance des métaphores informatiques artificielles telles que les réseaux de neurones, les réseaux immunitaires et les algorithmes génétiques. Et par la suite, on a créé la relation entre les deux disciplines. Dans ce chapitre, on s'intéresse aux algorithmes génétiques qui s'inspirent des mécanismes de l'évolution darwinienne des espèces et de la génétique moderne pour constituer une méthode de recherche et d'optimisation avec ces propriétés intéressantes indéniables.

### 4.2 Analyse de l'état de l'art pour MCLP avec temps de setup

Au début de nos travaux, nous nous sommes intéressés à définir un état de l'art concernant le CLSP et ses extensions. Sachant qu'on a modélisé dans les chapitres 2 et 3 ce problème de dimensionnement des lots à capacité finie pour d'un système de production multi-périodes, multi-produits et multi-lignes. En considérant les ruptures sur les demandes et en prenant compte les temps de reconfiguration de l'atelier « setup time » qui tient une place tout à fait à part puisqu'il induit une difficulté supplémentaire liée à l'obtention d'une solution réalisable. De ce fait, nous donnons un état de l'art des méthodes de résolution rencontrées dans la littérature.

[BIT, 1982] ont prouvé que le problème du CLSP est NP-difficile au cas où la capacité est finie. De plus, en considérant les temps de lancement (setup time) [TRI, 1989] ont montré que le problème est de faisabilité NP-complet et ils sont les premiers à présenter un algorithme efficace qui prend en charge les besoins fixes (setups). De nombreuses approches de résolution ont été élaborées dans ce domaine d'étude [COM, 2008]. Le problème étant NP-complet dans cette situation les méthodes exactes se sont vite butées à la taille des instances, c'est pour cette raison qu'une large partie des recherches s'est tournée vers l'élaboration d'heuristiques et dans une moindre proportion vers l'utilisation des méta-heuristiques. Il est néanmoins très difficile de pouvoir comparer les multiples méthodes rencontrées dans la littérature, car elles intègrent une certaine flexibilité aux modèles

proposés pour pallier la difficulté de la faisabilité (Tableau 4.1). Cette étude bibliographique reste un extrait des travaux les plus pertinents dans ce domaine d'étude.

**Tableau 4.1.** État de l'art sur les méthodes de résolution pour le MCLSPS

Référence	Méthodes exactes	Méthodes approchées	Gap obtenu en %	Extension
[TRI, 1989]	relaxation lagrangienne		*	×
[HIN, 1996]	la relaxation lagrangienne combinée à la génération de colonnes		*	×
[MIL, 2000]	Branch & Cut		0.41	×
[BEL, 2000]	Branch & Cut		0.87	×
[ABS, 2006]	Branch & Cut		0.01	Avec Shortage
[ABS, 2009]	Branch & Cut		*	Avec rupture sur la demande
[DIA, 1992a]	Branch & Bound		0.65	Avec overtime
[DIA, 1992b]		heuristique basée sur la relaxation lagrangienne	0.59	Avec overtime
[HAU, 2006]		heuristique basée sur la relaxation lagrangienne	0.58	Avec prix de vente
[SUR, 2008]		heuristique basée sur la relaxation lagrangienne	27.03	×
[DUM, 1997]		heuristique basée sur la relaxation lagrangienne	*	Avec point intérieur
[OZD, 2002]		algorithme génétique couplé avec la recherche locale	0.17	Avec overtime
[DEG, 2003]		Algorithme basé sur la décomposition de Dantzig-Wolfe.	0.2	Avec stocks initiaux
[GOP, 2001]		Recherche taboue	12.4	Avec setup carryover
[XIE, 2002]		Recherche taboue		×
[BER, 2005]		Recherche taboue		Avec temps de livraison
[KAR, 2005]		Recherche taboue	*	Avec setup carryover + Backlogging
[AKR, 2006]		Recherche taboue		Avec stocks tampons
[AKR, 2006]		Algorithme génétique		Avec stocks tampons
[GAA, 2006]		Algorithme génétique		Backorders
[HOM, 2008]		Algorithme génétique		Cas multi-niveau
[WOA, 2011]		Algorithme génétique		Avec contraintes budgétaires

[CLA, 2000]		recherche locale		Temps de setup avec séquençage
[HIN, 2003]		recherche locale	0.28	×
[ALM, 2010]		recherche locale		Temps de setup dépendant de la séquence
[MUL, 2012]		recherche locale		×
[BER, 2004]		Memetic algorithms		Cas multi-étages
[TOR, 2006]		Memetic algorithms		Avec la planification de la livraison
[HOM, 2010]		Recuit simulé		System non capacitaire multi-niveau
[STA, 2002]		Algorithme génétique hybride		Temps de setup avec séquençage+Backlogging
[BER, 2005]		Méta heuristique hybride		Avec temps de livraison
[MIS, 2011]		Méta heuristique hybride (AG+RS)		Avec planification des entrepôts
[PIT, 2006]		Algorithme de colonie de fourmis		Cas multi-niveau

Légende :

\* Gap non traité ;

× Forme initiale avec temps de setup.

Au vu de cet état de l'art, nous pouvons remarquer que peu de méthodes abordent le problème du CLSP avec temps de setup sous sa forme initiale. La plupart du temps, les auteurs utilisent des extensions de ce modèle pour faciliter l'obtention d'une solution admissible. Nous pouvons également remarquer que les heuristiques qui tentent de le résoudre s'appuient presque toutes sur une relaxation lagrangienne de la capacité. Dans [DUM, 1997], les auteurs suggèrent que c'est sans doute la meilleure façon d'aborder ce problème. L'une des méthodes les plus efficaces est la méthode basée sur la relaxation lagrangienne. Celle-ci tente de déplacer les quantités produites vers les périodes futures puis vers les périodes passées afin d'éliminer les dépassements des capacités. Le processus s'interrompt si toutes les contraintes de capacité sont satisfaites, ou si les contraintes de capacité restent violées après deux essais de déplacement. En effet, en relaxant les contraintes de ressource du problème (MCLSP), on retombe sur plusieurs sous-problèmes de type ULSP faciles à résoudre. Les heuristiques lagrangiennes sont utilisées pour trouver une borne supérieure au problème. On a remarqué également que seul [OZD, 2002] ont tenté d'apporter une réponse par une méta-heuristique adaptée d'une extension « avec overtime ». C'est, à notre connaissance, la seule tentative qui a été faite sur ce modèle. Sur la base des résultats publiés, il n'est pas facile de juger comment les méta-heuristiques se comportent en comparaison vu qu'il n'y a pas de collecte de problèmes tests généralement acceptée dans laquelle on peut rechercher l'analyse comparative des différentes méthodes proposées. Concernant l'utilisation des algorithmes génétiques, tous les auteurs qui ont travaillé avec cette méthode ont négligé la contrainte de rupture sur la demande. Tous ces critères nous mènent à appliquer cette méthode qui est peu exploitée dans ce domaine de travail afin d'obtenir les meilleurs plannings de la production dans les temps satisfaisants en travaillant sur l'ensemble des paramètres essentiels dans la construction de son algorithme.

### 4.3 Le modèle à optimiser

#### 4.3.1 Modèle et données numériques

Le modèle qu'on va résoudre en utilisant les AGs est celui proposé dans le deuxième chapitre. Il est décrit par les équations de (2.10) à (2.18) avec l'exemple numérique illustré dans le paragraphe 2.6 dans le même chapitre (Tableaux (2.2). (2.3). (2.4). (2.5) et (2.10)) en considérant une durée de vie qui suit la loi de probabilité Gamma (2.1).

#### 4.3.2 Procédure de résolution

Pour déterminer le plan intégré optimal de production et de maintenance de notre modèle proposé, nous avons utilisé l'algorithme suivant :

---

**Algorithme 4.1** : Procédure de résolution par les algorithmes génétiques

---

*Initialisation* :

Capacité nominale,

Nombre de périodes dans l'horizon,

Nombre de produits.

*Programme principal* :

*Pour n1:1 jusqu'au Nombre de périodes Faire*

- Calculer le coût total de la maintenance CM ( $n_1$ ).
- *Pour t : 1 jusqu'au Nombre de périodes Faire*
  - Remplir la matrice des capacités nominales C ( $n_1, t$ ).
- *Fin pour*
- Appliquer le programme d'algorithme génétique (par Matlab ou par Python) pour résoudre MCLSP avec temps de setup et la rupture sur la demande pour calculer le coût total de production CP ( $n_1$ ) ;
- Déterminer le coût total des deux fonctions.

*Fin pour*

Déduire les minimums des coûts ;

Donner le plan intégré optimal (périodicité T et variables de décision  $x_{it}$ ,  $y_{it}$ ,  $s_{it}$ ,  $r_{it}$ ).

---

L'algorithme de résolution proposé est codé en utilisant Matlab R2016b et Python 3.4.3. Ensuite, tous les travaux numériques ont été réalisés dans un ordinateur avec un micro processeur Intel(R) Core(TM) i5-5200U, 5ème génération avec une mémoire RAM de 4 Go.

## 4.4 Les algorithmes génétiques

### 4.4.1 Introduire les AGs

L'AG est une métaphore biologique qui est inspirée des mécanismes de sélection naturelle et de génétique de l'évolution, et utilisée comme outil d'optimisation. Il a la capacité de localiser rapidement des solutions satisfaisantes pour les plus compliqués des problèmes. Sa structure est simple à mettre en œuvre sur l'ordinateur. Il utilise à la fois la survie des structures les mieux adaptées, et les échanges de l'information entre eux. L'AG est une procédure simple et facile à implanter. Il repose sur trois principes :

- Le principe de variation : Chaque individu au sein d'une population est unique. Ces différences, plus ou moins importantes, vont être décisives dans le processus de sélection ;
- Le principe d'adaptation : Les individus les plus adaptés à leur environnement atteignent plus facilement l'âge adulte. Ceux ayant une meilleure capacité de survie pourront donc se reproduire davantage ;
- Le principe d'hérédité : Les caractéristiques des individus doivent être héréditaires pour pouvoir être transmises à leur descendance. Ce mécanisme permettra de faire évoluer l'espèce pour partager les caractéristiques avantageuses à sa survie.

### 4.4.2 Définir l'état de l'art sur les AGs

En 1860 [DAR, 1980] rejette l'existence «de systèmes naturels figés» et expose sa théorie de l'évolution des espèces : sous l'influence des contraintes extérieures, les êtres vivants se sont graduellement adaptés à leur milieu naturel au travers de processus de reproductions. À l'arrivée du 20<sup>ème</sup> siècle, on constate la mise en évidence de l'existence de mutations génétiques. Les problèmes de traitement de l'information sont résolus de manières figées : lors de sa phase de conception, le système reçoit toutes les caractéristiques nécessaires pour les conditions d'exploitations connues au moment de sa conception ce qui empêche une adaptation à des conditions d'environnement inconnues, variables ou évolutives. Les chercheurs en informatique étudient donc des méthodes pour permettre aux systèmes d'évoluer spontanément en fonction de nouvelles conditions. Ensuite en 1966 L. J. Fogel a déclaré la programmation évolutionnaire pour la première fois. Puis I. Rechenberg a étudié la stratégie d'évolution en 1973. [HOL, 1975] a introduit le premier modèle formel des algorithmes génétiques (the canonical genetic algorithm AGC). Ce modèle a fondé la base des recherches ultérieures. La vulgarisation des algorithmes génétiques a été étudié dans [Gol1989]. En 1990, la programmation d'une panoplie d'algorithmes génétiques transcrite en C++ dans une librairie appelée GALib contenant des outils pour les problèmes d'optimisation en utilisant les AG. Dans Matlab, il y a le développement d'un outil d'optimisation avec les AG dans «optimization tool box» à l'aide d'une fonction qui s'appelle «ga» pour le problème mono-objectif et «gamultiobj» pour le cas multi-objective.

Sachant que la méthode AG est une stratégie très connue pour optimiser les problèmes linéaires et non-linéaires avec un grand nombre de variables alors comment peut on utiliser cette méthode pour optimiser les paramètres auxquels nous nous sommes intéressé ?

Afin de répondre à cette question, nous devons suivre les étapes suivantes :

- a Vérifiez que votre problème est bien adapté à l'optimisation avec un AG.
- b Choisissez les paramètres que vous souhaitez optimiser.
- c Déterminer la représentation chromosomique des paramètres.
- d Générer une population initiale d'individus avec des chromosomes randomisés.

- e Évaluer l'aptitude de chaque individu à se reproduire.
- f Autoriser les règles de sélection et les comportements aléatoires pour sélectionner la prochaine population.

### 4.4.3 Caractéristique des algorithmes génétiques

Parmi les caractéristiques qui rendent les algorithmes génétiques différents des méthodes classiques d'optimisation, on trouve que :

- 1— Les algorithmes génétiques utilisent le codage des variables de décision qui sont les chromosomes au lieu des fonctions directement.
- 2— Les algorithmes génétiques manipulent une population d'individus au lieu d'un point unique.
- 3— Les algorithmes génétiques utilisent les valeurs de la fonction à optimiser, alors que les autres méthodes utilisent des informations auxiliaires telle que la dérivée.
- 4— Les règles de transitions des algorithmes génétiques sont stochastiques, alors que la plupart des autres méthodes travaillent avec des règles de transition déterministes.

Alors les raisons de ce nombre grandissant d'applications sont clairs ; ces algorithmes génétiques sont simples d'un point de vue de calcul, mais sont cependant très performants dans leur recherche d'exploration.

### 4.4.4 Paramètres de l'AG

Pour bien comprendre la suite de notre chapitre, il faut maîtriser un certain nombre de termes techniques tel que :

Le mot *gène* est un terme général définissant, l'entité héréditaire qui détermine le développement d'un caractère particulier. Les gènes, dans les algorithmes génétiques, sont tout simplement des caractères dont les valeurs sont appelées des *allèles*. Ils sont juxtaposés pour former ce qu'on appelle le *chromosome* qui est une composante de la solution. Une *population* est l'ensemble des solutions envisageables formant un groupe *d'individus* (chromosome = une solution) qui se reproduisent entre eux, cette opération a pour but la transmission des gènes d'une génération à une autre (Figure 4.1).

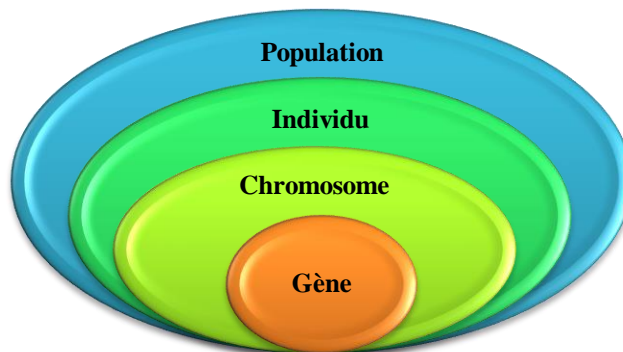


Figure 4.1. La relation gène et population

Il y a trois opérateurs d'évolution dans les algorithmes génétiques :

- **La sélection** : Choix des individus les mieux adaptés.
- **Le croisement** : Mélange par la reproduction des particularités des individus choisis.
- **La mutation** : Altération aléatoire des particularités d'un individu.

## 4.4.5 AG par Matlab

### 4.4.5.1 Algorithme génétique pour un programme linéaire

La programmation linéaire dans Matlab suit un ensemble d'étapes défini dans l'algorithme 4.2 suivant :

---

**Algorithme 4.2** : Algorithme génétique pour un problème linéaire par Matlab

---

#### *Initialisation*

Créer une population initiale aléatoire.

#### *Programme principal : créer une séquence de nouvelles populations*

#### *Pour ite : 1 jusqu'au maximum de génération*

- Calculer la fitness de chaque individu de la population.
- Classer les valeurs.
- Choisir les chromosomes parents en fonction de la qualité de leur fitness.
- Certains des individus sont choisis comme élite et transmis à la population suivante. Et d'autres subissent un croisement et mutation.
- Remplacer la population actuelle par les enfants pour former la génération suivante.

#### *Fin pour*

L'algorithme s'arrête lorsque l'un des critères d'arrêt est atteint.

---

### 4.4.5.2 Critères d'arrêt

L'algorithme génétique utilise les conditions suivantes pour déterminer quand il doit s'arrêter :

- Le nombre de générations est atteint.
- Le temps d'exécution est égal à **Time limit**.
- La valeur de la fonction de fitness pour le meilleur point dans la population actuel est inférieure ou égale à **Fitness limit**.
- La variation moyenne relative à fonction fitness au cours des générations est inférieure à **Function tolerance**.
- S'il n'y a pas d'amélioration au niveau de la fonction objective dans un intervalle de temps égal à **Stall time limit**.

Voir l'explication des termes en anglais dans le site [mathworks.com](http://mathworks.com)

### 4.4.5.3 Algorithme génétique pour le problème linéaire à entiers mixtes

La programmation des AG à entiers mixtes implique plusieurs modifications au niveau de l'algorithme de base (algorithme 4.1) à savoir :

- Les fonctions spéciales de création, de croisement et de mutation imposent aux variables d'être des entiers voir [DEE, 2009]
- L'algorithme génétique tente de minimiser une fonction de pénalité, et non la fonction fitness. La fonction de pénalité comprend un terme pour l'infaisabilité. Elle est combinée avec la sélection de tournoi binaire pour sélectionner des individus pour les générations suivantes. La valeur de la fonction de pénalité d'un membre d'une population est :
- Si le membre est faisable, la fonction de pénalité est égale à la fonction fitness
- Si le membre est infaisable, la fonction de pénalité est égale à la fonction fitness maximale parmi les membres faisables de la population, plus une somme des violations de contrainte du point (impossible).

Pour plus de détails sur la fonction de pénalité, veuillez consulter la référence [DEB, 2000].

### 4.4.6 AG par Python

Notre algorithme génétique commence par une population initiale construite à partir d'un ensemble de solutions aléatoires. Chaque individu de la population est un chromosome de gènes (4\*nombre de produits\*nombre de périodes) qui évolue à travers des itérations successives appelées générations. Dans chaque génération, les chromosomes sont évalués avec la fonction fitness de l'équation (2.10) sous les contraintes (équation (2.11) jusqu'à (2.18)). Pour créer la prochaine génération, des opérations de croisement et de mutation sont effectuées. Les éléments exceptionnels de la nouvelle génération sont remplacés par de nouveaux chromosomes dans l'opérateur d'évaluation afin de maintenir la taille de la population constante. Après un certain nombre de générations, la solution converge vers la meilleure solution optimale. Le concept de base de l'algorithme génétique utilisé dans notre programme peut être représenté dans la figure 4.2 et la procédure d'exécution est présentée dans l'algorithme 4.3

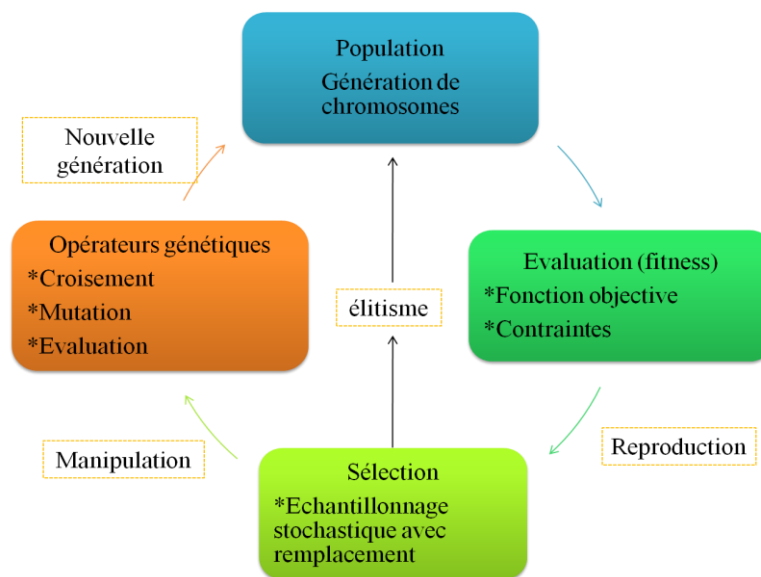


Figure 4.2. Principe de l'algorithme génétique par Python

---

**Algorithme 4.3 :** Algorithme génétique par Python pour PLEM

---

**Initialisation :**

Définir tous les paramètres du problème (le nombre de périodes et de produits. la matrice de la capacité. les données de la production)

**Programme principal :**

**Commencez la génération de l'AG**

- $ite = 0$
- Produire la population initiale par une initialisation aléatoire en respectant toutes les contraintes du modèle P (ite).
- Évaluer les valeurs de la fonction fitness des membres dans P (ite) et déduire le minimum de f-obj0.
- Sélectionner et classer les valeurs de f-obj0 en utilisant un échantillonnage stochastique avec remplacement et déduire le minimum de f-obj1 après la sélection puis produire une nouvelle population P (ite).
- ***tant que : ite < max-ite faire***

- Sélectionner deux parents.
- Faire (progéniture) une descendance des parents sélectionnés P (ite-1) en appliquant l'opérateur de croisement avec la probabilité pc.
- Muter la solution de P (ite-1) avec la probabilité pm mettre les résultats dans P(ite)
- Déterminer les fonctions de fitness des membres dans P (ite).
- Faire un filtrage de vecteur des fitness obtenues et déduire le minimum de f-obj (ite) pour chaque ite.

Ite + 1

**Fin tant que**

- Comparez min-f-obj0. min-f-obj1. min-f-obj (ite).

**Fin de la génération de l'AG**

La solution est celle obtenue par la fitness minimale.

Le chromosome donné par la fitness minimale représente les variables de décision voulues

---

#### 4.4.6.1 Initialisation de la population

L'AG doit fournir une population initiale, comme indiqué dans la première étape de l'algorithme 4.3. La méthode la plus courante consiste à générer des solutions au hasard pour toute la population. Cependant, étant donné que les AG peuvent améliorer itérativement les solutions existantes, la population débutante peut être semée avec des solutions potentiellement bonnes en respectant les

contraintes de limites. Concernant le codage des variables de décision chaque chromosome est composé de 4 parties définissant les différents coûts de la production avec la dimension : nombre de produits\*nombre de périodes (Figure 4.3).

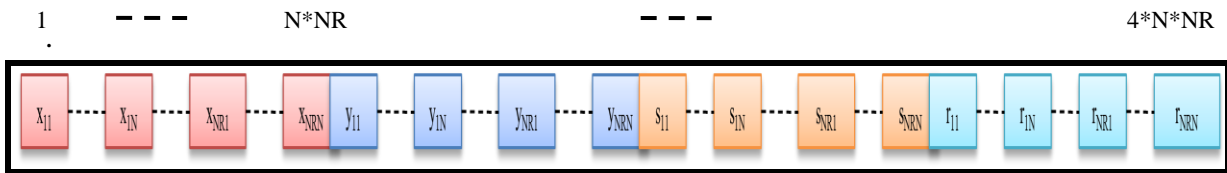


Figure 4.3. Représentation du chromosome

#### 4.4.6.2 Évaluation et opérateur de sélection

L'opérateur de reproduction est appliqué pour souligner de bonnes solutions et éliminer les mauvaises solutions dans une population tout en maintenant la taille de la population constante. Il existe plusieurs opérateurs de reproduction. La sélection par tournoi est l'une des méthodes populaires où les chromosomes des meilleurs fitness sont choisis pour la population faisable.

Un processus de sélection nommé échantillonnage stochastique avec remplacement est adopté pour notre AG proposé dans lequel un élément de la population peut être sélectionné plus d'une fois. Il est considéré comme la méthode standard de sélection dans la programmation génétique principalement parce qu'il est historiquement accepté comme une technique polyvalente largement mise en œuvre. En outre, cette méthode de sélection s'est également avérée dans une variété de problèmes dans les différents domaines.

Également nommé comme la fitness proportionnelle et la sélection par la roue de la roulette, l'échantillonnage stochastique avec le remplacement fonctionne avec ce principe que l'aptitude proportionnelle de chaque chromosome devrait se refléter dans la fréquence du chromosome dans le groupe d'accouplement. Ensuite, chaque chromosome de la population a une probabilité de sélection pour un croisement basé sur sa fitness relative. Cette technique offre la plus grande probabilité de sélection aux membres en forme de la population.

Pour évaluer l'occurrence attendue (e) d'un chromosome (i) dans le pool d'accouplement, on devise la fitness d'un chromosome par la somme des fitness de tous les chromosomes dans une population (équation (4.1)).

$$\begin{aligned}
 f(i) &= \max\_f\_obj0 - f\_obj0(i) \\
 ps(i) &= \frac{f(i)}{\sum_{\text{popsize}} f} \\
 e(i) &= ps(i) * \text{popsize}
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

Le nom « roue de la roulette » a été donné à cette méthode (échantillonnage stochastique avec remplacement) parce que le processus de sélection peut être assimilé à faire tourner une roue de roulette. Chaque élément de la population représente une quantité de l'espace sur la roue qui reflète sa fitness relative. Plus l'individu est approprié, plus la surface de la roulette est occupée par cet individu.

À chaque instant qu'un parent est nécessaire pour la reproduction, la sélection est basée sur une rotation (spin) de la roue.

#### 4.4.6.3 Opérateurs génétiques

La nouvelle population est produite après l'utilisation des opérateurs génétiques. Cependant, lors de la production de la nouvelle génération en utilisant ces opérateurs, il y a une chance de perdre le meilleur flipping trouvé. Pour éviter que cela ne se produise, l'élitisme copie le chromosome le plus fort de la population actuelle directement à la nouvelle population. L'élitisme peut être plus efficace lorsque le taux de mutation est élevé et peut entraîner la perte des bonnes solutions dans la prochaine génération.

##### a Opérateur de croisement

Notre opérateur de croisement est effectué en échangeant les informations entre deux chromosomes parents (avec une longueur égale à  $2 \times \text{nombre de périodes} = 2N$ ). Le croisement proposé est de type multipoints (Figure 4.5) et multi-niveaux : deux chromosomes sont choisis aléatoirement dans la population faisable (avec  $i1c$  et  $i2c$  les numéros de lignes choisis dans la matrice de la population). Puis un nombre aléatoire ( $i3c$  entre 1 et  $N$ ) est généré, cela définit le premier point de rupture dans le chromosome (PPRC) où l'opérateur de croisement se produit, un autre nombre aléatoire ( $i4c$  entre  $N+1$  et  $2N$ ) est sélectionné, cela représente le deuxième point de rupture dans le chromosome où le croisement se manifeste au niveau de DPRC. Les nouveaux chromosomes générés sont ensuite copiés dans la nouvelle génération. Le taux de croisement (la proportion de chromosomes dans le groupe d'accouplement sur lequel l'opérateur de croisement appliquera) est déterminé sur la base de la pratique d'essais et d'erreurs. Un taux de croisement plus élevé ( $pc$ ) permet l'exploration d'un grand espace de solution et réduit les chances d'un faux optimum.

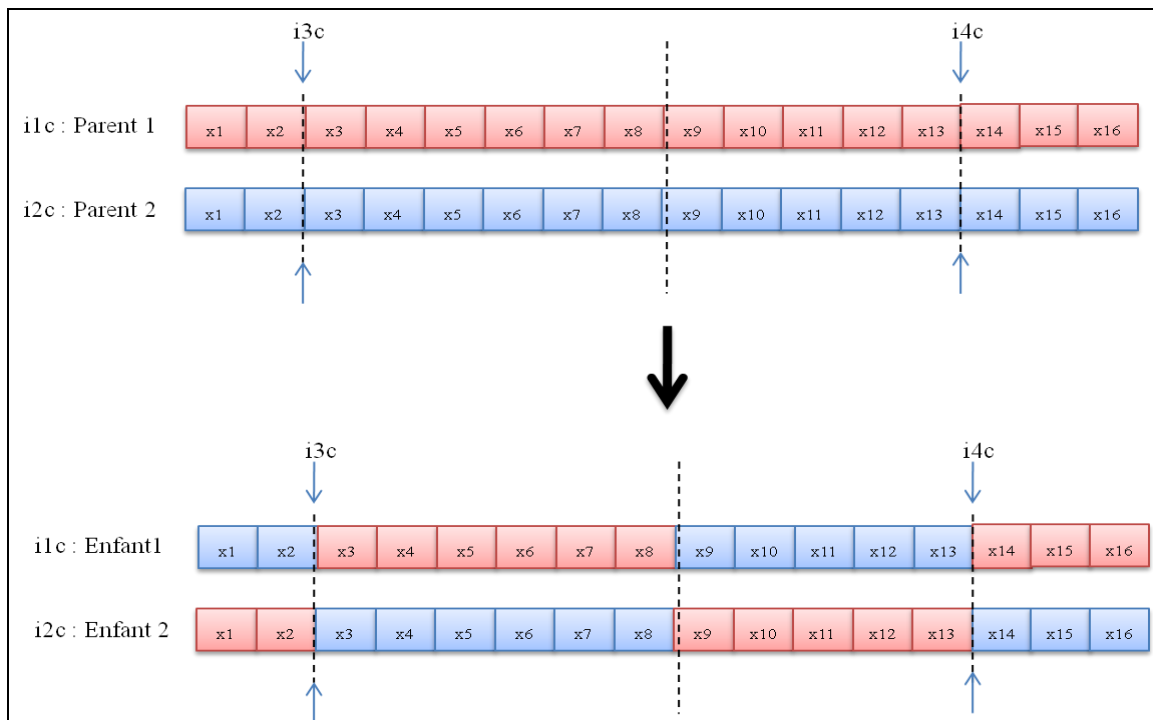


Figure 4.4. Croisement de type deux points

## b Opérateur de mutation

Nous utilisons la mutation pour modifier un gène d'un individu existant afin d'augmenter la variabilité de la population. Cet opérateur remplace les gènes perdus de l'ancienne population pendant le processus de sélection ou fournit les gènes qui étaient absents de la population initiale. Dans le processus de notre opérateur de mutation (Figure 4.5), deux chromosomes sont choisis parmi les chromosomes croisés si le taux de mutation n'est pas atteint ; la mutation est alors appliquée à un gène aléatoire ( $i1m$  entre 1 et  $2N$ ) sur le chromosome sélectionné. Pour ce faire, un nombre aléatoire contraint est remplacé par l'ancienne valeur. Une fois le processus de mutation est terminé, le nouveau chromosome généré est copié du groupe d'accouplement dans la nouvelle génération. Le taux de mutation ( $pm$ ) contrôle les taux auxquels de nouveaux gènes sont introduits dans la population. Un taux de mutation très faible négligerait de nombreux gènes utiles et une valeur très élevée entraînerait un grand nombre de perturbations aléatoires, la perte de ressemblance parents-descendants et l'algorithme va finalement perdre la capacité à apprendre l'historique de la recherche.

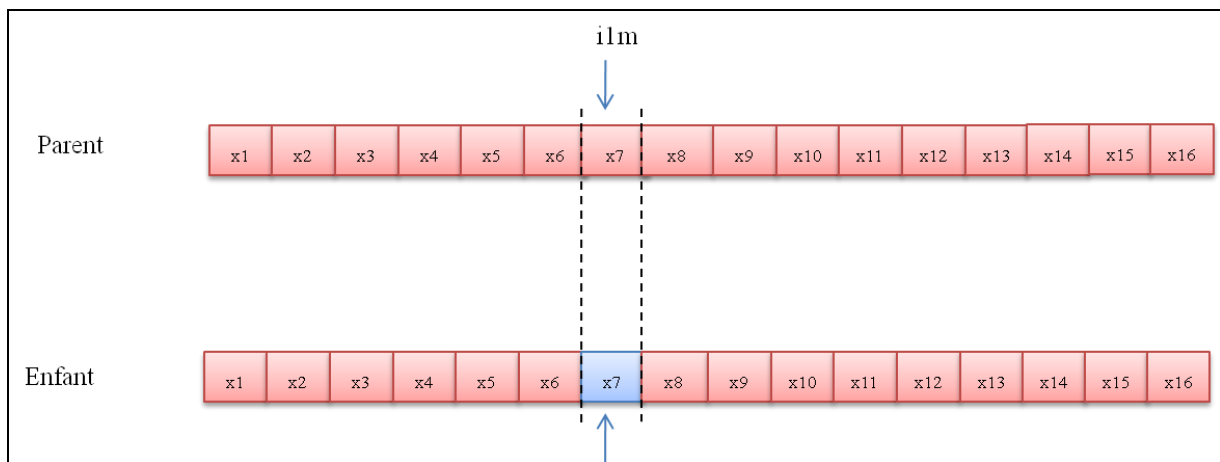


Figure 4.5. Opérateur de mutation

### 4.4.6.4 Critère d'arrêt de l'algorithme

Malheureusement, dans la plupart des méthodes d'optimisation, il est toujours difficile de montrer la convergence de la solution optimale et donc nous fixons un point d'arrêt pour arrêter le processus en limitant le nombre d'itérations / générations.

## 4.5 Résolution du problème

Cette section vise à valider le modèle en utilisant les algorithmes génétiques (AGs) et à étudier leurs performances. Les expériences ont été effectuées sur le langage Java sur un Core (TM) i5-5200U- CPU — 2.20 GHz - 4.00 Go de RAM.

### 4.5.1 Résultats obtenus par la PLEM sous CPLEX

Dans le travail du [ETT, 2017c], les auteurs définissent les coûts pour les différentes périodes dans l'horizon de planification pour le cas d'un système avec une durée de vie distribuée selon la loi Gamma ( $\alpha=2$ .  $\lambda=1$ ). On trouve les résultats dans le tableau 4.2 avec un minimum  $C_{tot}(n_1 = 5) = 3538.32$  qui mène à faire des remplacements préventifs chaque 5 mois (Figure 4.6) et

sur lesquels on s'est basé pour faire la comparaison entre les résultats de la méthode proposée et ceux obtenus par la méthode exacte.

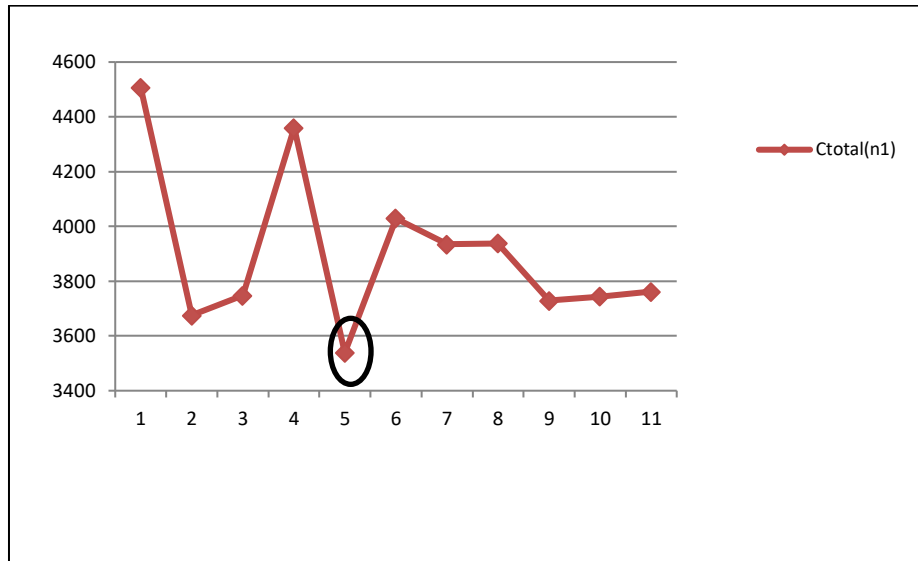


Figure 4.6. Résultats obtenus à l'aide de la programmation par CPLEX

Tableau 4.2. Les coûts obtenus par CPLEX

Périodes t	CP (t)	CM (t)	Ctot (t)
1	4080	426.14	4506.14
2	3367	308.48	3675.48
3	3462	284.99	3746.99
4	4080	279.82	4359.82
5	3247	291.32	3538.32
6	3747	282.18	4029.18
7	3650	283.89	3933.89
8	3650	287.58	3937.58
9	3435	293.96	3728.96
10	3435	304.81	3743.81
11	3435	326.08	3761.08

### 4.5.2 Résultats obtenus par le premier algorithme [Matlab]

Le calcul des coûts de la production par les AGs sous Matlab en utilisant la fonction « ga » avec les paramètres (Tableau 4.3) proposés par défaut dans le tool box Matlab pour 10 tests nous a menés aux résultats qui figurent dans le tableau 4.4. La programmation de notre modèle est donnée dans l'annexe 4.1 pour mieux clarifier la méthode de résolution utilisée.

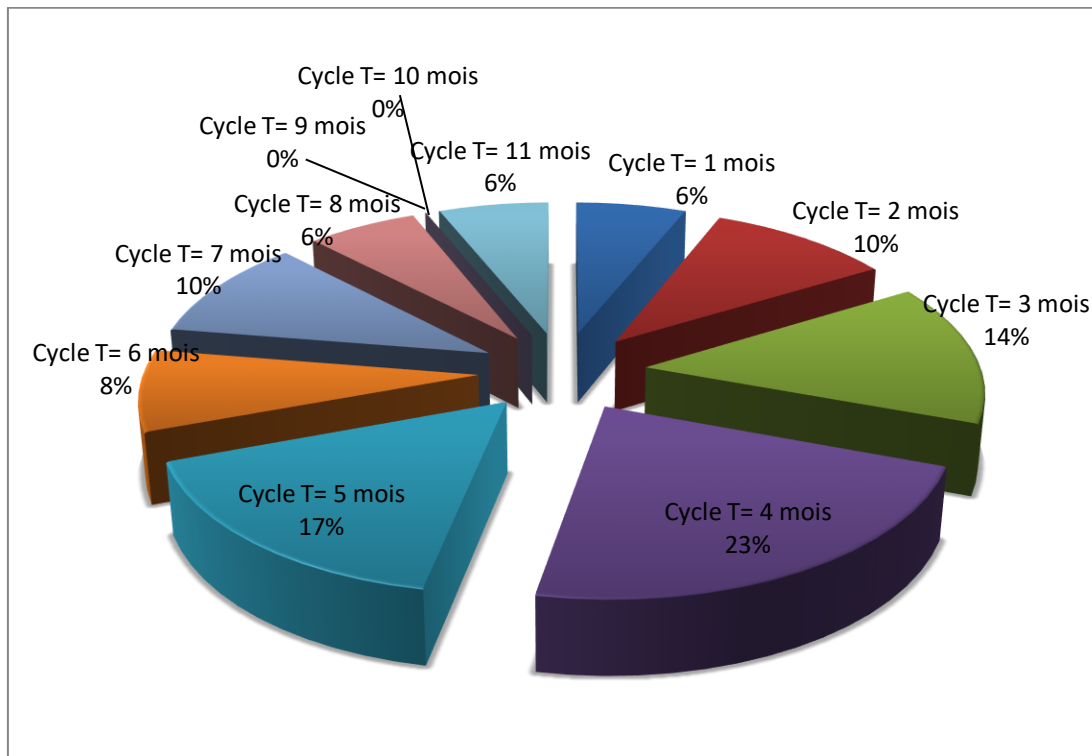
**Tableau 4.3.** Paramétrage par défaut de l'AG dans Matlab

Paramètres	Valeurs
Élite conteur	0.05*population = 440
Fraction de mutation	0.15
Fraction de croisement	0.8
Nombre d'itérations	1000
Taille de la population	100*nombre de variables = 8800

**Tableau 4.4.** Les résultats de 10 essais successifs

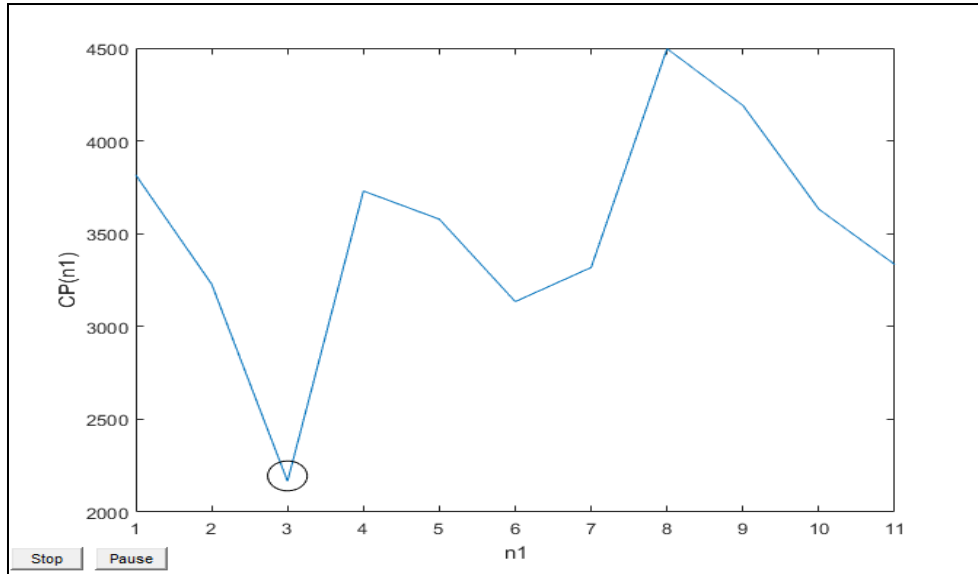
Périodes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Ts
Test n°1	3941	3563	3350	3653	4456	2688	3449	4339	4272	3807	3556	138
Test n°2	3593	3011	3308	3595	2061	2897	4225	3386	3341	3301	3276	145
Test n°3	2888	4162	4381	2660	3777	4072	5066	5134	3419	3501	3846	132
Test n°4	3844	4723	3438	4098	2640	3238	3620	4162	2833	3000	3730	132
Test n°5	3817	3228	2166	3730	3578	3134	3318	4497	4191	3632	3334	154
Test n°6	5479	2990	4564	3161	2675	3790	2837	4310	3527	3586	3269	149
Test n°7	4323	3248	4336	2638	3987	3852	3733	4005	2973	3492	2732	166
Test n°8	3373	4367	3990	2980	4049	2382	2774	3075	4374	4703	3739	150
Test n°9	3817	3228	2166	3730	3578	3134	3318	4497	4191	3632	3334	145
Test n°10	4323	3248	4336	2638	3987	3852	3733	4005	2973	3492	2732	157

On constate que parmi les 10 tests, 4 fois un cycle  $T=4\tau$  est présent comme le cas des coûts minimaux, ce qui reflète que la programmation par les AG nous mène à choisir la même périodicité optimale que celle proposée par la résolution à l'aide de CPLEX concernant le plan de production ainsi que les remplacements préventifs. D'autre part, on a trouvé aussi le plus petit coût qui se répète pas mal de fois pour le cas de  $T=3\tau$ ,  $CP(n_1 = 3) = 2166$ . Ensuite, on a continué à faire d'autres essais dans le but de confirmer cette solution et pour choisir le coût approprié pour 50 compilations du programme on a abouti à la distribution des cas d'optimalité de la figure 4.7 avec le pourcentage le plus grand de valeur 22% qui traduit 11/50 essais avec un coût minimum  $CP(n_1 = 4) = 2638$  qui se répète 6 fois sur 11 donc 60% des solutions tend vers cette valeur. On remarque aussi que les valeurs minimales sont dans l'intervalle  $3\tau \leq T \leq 5\tau$  surtout pour  $T=3\tau$ , le coût prend la valeur  $CP(n_1 = 3) = 2166$  alors notre choix s'est fondé sur le nombre d'occurrences par rapport aux essais et le minimum des coûts (Annexe 4.2).



**Figure 4.7.** Pourcentage des coûts de la production sur 50 essais

Sur la base des fréquences d'occurrence des solutions, On a pu définir le plan de maintenance en proposant des remplacements préventifs chaque 3 mois et des réparations minimales en cas de défaillances imprévues. D'autre part en considérant les résultats d'optimisation du coût de la production (Figure 4.8), la sommation des deux coûts maintenance /production pour les cas  $T = 3\tau / 4\tau$  nous donne les valeurs  $C_{tot}(n_1 = 3) = 2450.99$ ;  $C_{tot}(n_1 = 4) = 2917.82$  et nous a permis d'élaborer le plan intégré optimum qui coordonne les variables des deux tâches alors le plan de production est détaillé dans le tableau 4.5.



**Figure 4.8.** Coût de la production optimale obtenue par l'AG sous Matlab

**Tableau 4.5.** Le plan intégré optimal obtenu de l'AG [Matlab]

$CM(n_1=3) = 284.99 ; CP(n_1=3) = 2166 ; C_{tot}(n_1=3) = 2450.99 ; T=3\tau$								
$i \in \{1,2\}$ $t \in \{1,\dots,11\}$	Référence 1				Référence 2			
Période t	$x_{1t}$	$y_{1t}$	$s_{1t}$	$r_{1t}$	$x_{2t}$	$y_{2t}$	$s_{2t}$	$r_{2t}$
1	0	0	0	2	0	0	0	3
2	2	1	2	3	0	0	0	2
3	0	0	0	0	4	1	1	0
4	3	1	0	0	6	1	5	0
5	0	0	0	2	8	1	10	0
6	6	1	3	0	2	1	10	0
7	0	0	1	0	4	1	11	0
8	5	1	3	0	0	0	9	0
9	0	0	3	2	0	0	6	0
10	0	0	0	0	0	0	4	0
11	0	0	0	2	0	0	1	0

Par la suite l'application de la nouvelle approche est réussie et on peut dire qu'elle est raisonnable du fait qu'elle nous donne des résultats qui se répètent pendant un certain nombre d'essais. Alors cette méthode approchée fournit un nouvel outil pour la planification intégrée de la production et la maintenance dans le milieu industriel. Tous ces points nous ont encouragés à programmer notre propre algorithme sous un autre solveur et à travailler sur le réglage des paramètres de l'AG afin d'améliorer les solutions obtenues et chercher dans l'intervalle des solutions  $[3\tau, 5\tau]$ .

### 4.5.3 Résultats obtenus par le deuxième algorithme [Python]

#### 4.5.3.1 Analyse de sensibilité de l'algorithme génétique par python

Avant d'exploiter les résultats, nous réalisons une analyse de sensibilité qui consiste à faire varier les paramètres de l'algorithme génétique afin d'obtenir son meilleur paramétrage. Puis pour arriver à analyser leurs impacts sur le système. L'analyse de sensibilité est jugée par un indicateur de performance représenté par le coût de la production pour avoir une idée sur la qualité de la solution par cette méta-heuristique. Les paramètres étudiés peuvent être résumés comme suit :

- Probabilité de mutation (pm : 0.001 -0.2) ;
- Probabilité de croisement (pc : 0.6 -0.8) ;
- Nombre d'itérations (générations) (max-ite : 4 -1000) ;
- Taille de la population (popsize : 2-100).

À partir de différents protocoles de test que nous avons effectué, nous pouvons constater que le réglage adéquat des paramètres de notre algorithme génétique est obtenu en retenant les valeurs qui sont résumées dans le tableau 4.6.

**Tableau 4.6.** Paramétrage de l'algorithme génétique dans Python

Paramètres	Valeurs
Mutation	0.05
Croisement	0.8
Nombre d'itérations	400-1000
Taille de la population	4-10

#### 4.5.3.2 Résultats obtenus par le deuxième algorithme [Python]

Notre choix s'est fondu sur l'optimisation du coût de la production pour le cas  $T = 5\tau$  puisqu'on a trouvé le minimum des coûts dans cette zone pour les deux applications précédentes (CPLEX et Matlab test N° 2 tableau 4.5). Après un ensemble d'essais de notre programme AG sous Python on obtient différentes valeurs proches de  $CP(n_1 = 5) = 3247$  qui sont résumé dans le Tableau 4.7.

**Tableau 4.7.** Résultats de 14 essais par Python

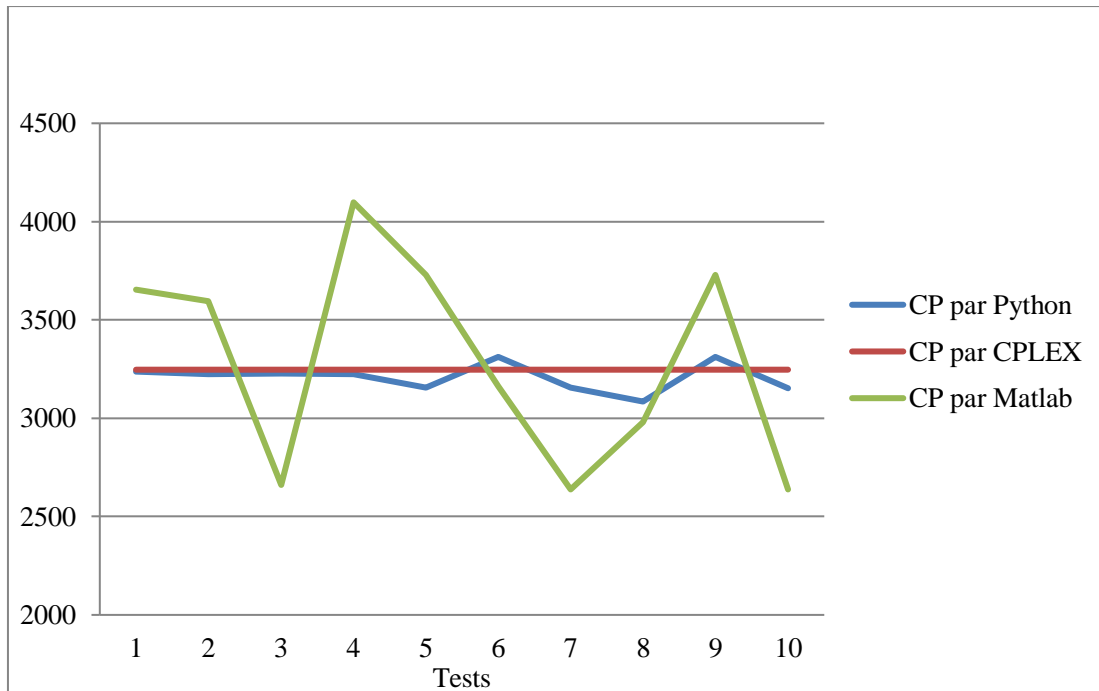
Nombre d'itérations	Coût de la production	Temps d'exécution (seconds)	Nombre d'occurrences
400	3237	28	2
400	3223	30	2
400	3227	32	1
400	3157	27	2
1000	3085	60	3

1000	3151	54	2
1000	3312	56	1
1000	3350	62	1

## 4.6 Analyse des résultats

### 4.6.1 La résolution par différentes méthodes

Une idée générale sur la variation des coûts pendant 10 tests est représentée dans la figure 4.9. On peut dire que les résultats de l'AG par Matlab prennent des valeurs qui sont loin du coût obtenu par CPLEX alors que l'AG par Python donne des valeurs qui sont toujours proches de 3747 et cela du au réglage fait sur les paramètres de l'algorithme proposé.



**Figure 4.9.** Comparaison des résultats

Le minimum atteint par notre programme prend la valeur 3085 comme la plus petite parmi les résultats des différents tests avec un coût total  $C_{tot}(n_1 = 5) = 3376.32$ . Le plan proposé dans cette situation intègre des remplacements préventifs tous les 5 mois et une planification de la production qui suit la quantité à produire, les niveaux de stock et de rupture illustrés dans le tableau 4.8.

Deux paramètres peuvent être utilisés pour effectuer la comparaison : le premier est le temps d'exécution ainsi que le second représente l'écart entre la solution courante et la solution optimale. Nous générons des instances afin que le coût total soit minimisé et par la suite le plan sera optimisé. La robustesse de notre heuristique sera mesurée en évaluant les Gaps sur dix essais.

**Tableau 4.8.** Plan intégré par l'AG de Python

T=5τ ; CM(5)=291.32 ; CP(5)= 3085 ; Ctot(5)= 3376.32 ;								
Période t	Produit 1				Produit 2			
	x1t	y1t	s1t	r1t	x2t	y2t	s2t	r2t
1	3	1	1	0	0	1	0	3
2	2	1	2	2	10	1	0	0
3	0	0	1	1	3	1	0	0
4	2	1	1	0	0	0	0	2
5	0	0	0	1	3	1	2	2
6	2	1	0	1	0	0	0	0
7	3	1	1	0	0	0	0	3
8	3	1	2	1	0	0	0	2
9	1	1	2	1	0	0	0	3
10	0	0	1	2	4	1	2	0
11	0	0	0	1	0	0	0	1

L'évolution des résultats numériques obtenus implique la vitesse de convergence raisonnable (c'est-à-dire environ 1 minute en moyenne pour 1000 itérations). Les résultats de cette étude de cas rendent ce modèle et sa mise en œuvre facilement transférables pour résoudre d'autres problèmes complexes dans le contexte de la planification intégrée et de l'optimisation. Dans l'ensemble, l'algorithme peut être utilisé comme un outil efficace pour l'optimisation de systèmes de production complexes.

#### 4.6.2 Comparaison des solutions par Gap

Le gap représente l'erreur relative entre la solution optimale obtenue par l'AG qui représente une borne inférieure pour notre problème et la meilleure solution obtenue pour chaque instance. Le gap est donné par l'équation suivante :

$$\text{GAP} = \frac{(\text{Scur} - \text{Sbest})}{\text{Sbest}} * 100 \quad (4.2)$$

Pendant la résolution, la borne inférieure obtenue est donnée par B-Inf. la meilleure solution obtenue est B-Sol la pire W-ol et la moyenne M-Sol sur les répliques effectuées. Nous donnons

ensuite le GAP obtenu par rapport à la borne inférieure : le meilleur (B-Gap), le pire (W-Gap) ainsi que le moyen (M-Gap). Dans ce cas, les GAP sont calculés par les formules de l'équation (4.3) :

$$\begin{aligned}
 B\_Gap &= \frac{B\_Sol - B\_Inf}{B\_Inf} \\
 M\_Gap &= \frac{M\_Sol - B\_Inf}{B\_Inf} \\
 W\_Gap &= \frac{W\_Sol - B\_Inf}{B\_Inf}
 \end{aligned}
 \tag{4.3}$$

Un autre GAP concerne les méthodes de résolution utilisées est calculé de la manière suivante :

$$GAP_{\text{méthode}} = \frac{(\text{Résultat Métaheuristique} - \text{Résultat Solveur})}{\text{Résultat Solveur}} \times 100
 \tag{4.4}$$

L'application des équations (4.2) et (4.4) nous conduit aux résultats du tableau 4.9, on constate que notre algorithme proposé dans le solveur Python a des valeurs de GAP très petites par rapport à celles résultantes du solveur Matlab alors que le GAP doit tendre vers zéro ce qui traduit l'efficacité du programme qu'on construit dans le solveur Python.

**Tableau 4.9.** Calcul des gaps

Tests N°	CP avec CPLEX	CP avec AG Matlab	CP avec AG Python	GAP Matlab	GAP Python	GAPméthode Matlab	GAPméthode Python
1	347	3653	3237	38.48	4.93	12.50	0.31
2	3247	3595	3223	36.28	4.47	10.72	0.74
3	3247	2660	3227	0.83	4.60	-18.08	0.62
4	3247	4098	3223	55.34	4.47	26.21	0.74
5	3247	3730	3157	41.39	2.33	14.88	2.77
6	3247	3161	3312	19.83	7.36	-2.65	-2.00
7	3247	2638	3157	0.00	2.33	-18.76	2.77
8	3247	2980	3085	12.96	0.00	-8.22	4.99
9	3247	3730	3312	41.39	7.36	14.88	-2.00
10	3247	2638	3151	0.00	2.14	-18.76	2.96

#### **4.7 Conclusion**

À cause du nombre élevé de variables et de contraintes impliquées dans ce cas de problème, trouver la solution optimale a été un défi complexe pour la planification intégrée de la maintenance et de la production. Le programme des algorithmes génétiques proposé dans ce chapitre a été mis en place pour optimiser le coût total afin de rechercher le plan optimal intégré, quel que soit le nombre de produits et de périodes utilisés dans un système de production. Il est démontré dans la section des résultats comment le modèle d'optimisation proposé peut générer des avantages importants pour la réduction des coûts (plus de 200 € par cycle) grâce à l'intégration globale des décisions de production et de maintenance dans un délai d'exécution acceptable d'environ 1 min.

# Conclusion générale et perspectives

---

Nous nous proposons de dresser le résumé des contributions que nous pensons avoir apportées sur la planification intégrée. On présente également l'ensemble des conclusions générales et recommandations relatives aux travaux effectués dans le cadre de cette thèse.

Nous avons porté nos efforts pour présenter une revue de littérature sur la planification intégrée des activités de la maintenance ainsi que les opérations de la production pour un ensemble de types des systèmes manufacturiers. Plusieurs travaux dans la littérature ont traité les plans de la maintenance et ceux de la production. Cependant, après avoir passé en revue l'état de l'art, on constate que peu de recherches ont été réalisées sur la planification intégrée de ces deux activités et la modélisation des systèmes de production comme multi-lignes. C'est le sujet de la première partie du chapitre qui définit l'état des lieux. Ensuite, nous avons établi une étude comparative détaillée sur l'ensemble des modèles traitant les plans intégrés et utilisant différentes méthodes exactes ainsi que approchées d'optimisation et considérant de nombreux contraintes qui peuvent générer une réduction des coûts totaux.

L'objectif principal de cette thèse est de proposer un modèle intégrant le plan de production qui est défini par le dimensionnement des lots pour un problème à capacité finie avec la politique de maintenance préventive en ajoutant le temps de lancement et le critère de la rupture sur la demande qui n'est pas traité dans la plus part des travaux existants et cela pour deux types de systèmes multi-périodes, multi-références : mono-ligne et multi-lignes. Le second objectif est de minimiser une fonction des coûts sous un ensemble de contraintes. La résolution de ces deux modèles a été faite en utilisant le solveur CPLEX dans la programmation d'un problème à entiers mixtes. Par la suite, on a fait la comparaison de la modélisation proposé avec le travail le plus célèbre dans ce domaine de recherche afin de montrer l'écart entre les deux contributions.

Avoir une solution, très proche ou égale à la solution optimale, dans un temps acceptable révèle bien l'utilité des méthodes méta-heuristiques pour résoudre un tel problème de planification intégrée et le rendre applicable en industrie. De plus, étant donné l'incapacité des méthodes exactes classiques à fournir une solution optimale dans un temps raisonnable pour des problèmes de planification de grande taille, l'utilisation de la méthode approchée nous a permis d'ouvrir la voie au développement des autres modèles de planification, tels que l'ajout de différentes contraintes au modèle proposé dans nos travaux de recherche. En effet, notre programme AG sous Python a fait preuve de son efficacité au niveau de la réduction des coûts obtenus et des temps d'exécution par rapport au programme existant dans Matlab.

Comme les résultats obtenus étant encourageants, il serait intéressant de pouvoir développer certains autres aspects envisageables en perspectives :

- Proposer une planification intégrée production/maintenance pour les systèmes multi-états dégradables. En effet, la modélisation, l'évaluation et l'optimisation des performances des SME dont les caractéristiques opératoires sont soumises à la dégradation avec l'âge et l'usage ;

- Introduire le recuit simulé dans l'algorithme génétique qu'on a proposé dans Python dans le but de proposer un nouveau critère d'arrêt des générations du programme ;
- Inclure le coût d'indisponibilité au niveau de la politique de maintenance et l'intégrer dans la fonction objective ;
- Etendre le modèle suggérer dans le chapitre 3 pour traiter le cas d'un système multi-lignes avec une ressource commune ou multi-ressources ;
- Prendre en compte les critères de dépendance entre les composants du système de la production ainsi que la périodicité au niveau de la maintenance pour rendre les cycles de remplacements flexibles ;
- Considérer les temps des opérations de maintenance et de production dans la modélisation ;
- Etudier le cas cyclique et non cyclique avec les dépendances économiques et stochastiques pour développer un modèle de planification intégrée en tenant compte l'aspect de sécurité au niveau des étapes de la maintenance pour les systèmes multi-états ;
- Développer une méta-heuristique pour la résolution des plans concernant les systèmes multi-lignes.

---

# Bibliographie

---

[ABS, 2006] Absi. N. et Kedad-Sidhoum. S., 2006. The multi-item capacitated lot-sizing problem with set-up-times and shortage costs. Research paper. Laboratoire Lip6.

[ABS, 2009] Absi. N. and Kedad-Sidhoum. S., 2009. Multi-Item capacitated lot-Sizing problem with set-up times and shortage costs: Polyhedral results.

[AGH, 2007] Aghezzaf. E., Jamali. M. and Ait-Kadi. D., 2007. An integrated production and preventive maintenance planning model. *European Journal of Operational Research*. 181 (2), 679-685.

[AGH, 2008] Aghezzaf. E. and Najid. N., 2008. Integrated production planning and preventive maintenance in deteriorating production systems. *Information Sciences*. 178, 3382-3392.

[AKR, 2006] Akrami. B., Karimi. B. and Hosseini. S. M., 2006. Two meta-heuristic methods for the common cycle economic lot sizing and scheduling in flexible flow shops with limited intermediate buffers: The finite horizon case. *Applied Mathematics and Computation*. 183(1), 634-645.

[ALM, 2010] Almada-Lobo. B. and James. R. J., 2010. Neighbourhood search meta-heuristics for capacitated lot-sizing with sequence-dependent set-ups. *International Journal of Production Research*. 48(3), 861-878.

[BAR, 1960] Barlow. R. and Hunter. L., 1960. Optimum Preventive Maintenance Policies. *Operations Research*. 8(1), 90-100.

[BEH, 2015] Beheshti-Fakher. H., Nourelfath. M. and Gendreau. M., 2015. Joint planning of production and maintenance in a single machine deteriorating system. *IFAC-PapersOnLine*. 48, pp. 747-754.

[BEH, 2016] Beheshti-Fakher. H., Nourelfath. M. and Gendreau. M., 2016. Joint planning of production and maintenance in a single machine deteriorating system. *IFAC-PapersOnLine* 49(12), 745-750.

[BEI, 1982] Beichelt. F., 1982. A replacement policy based on limits for the repair cost rate. *IEEE Transactions on Reliability*. 31 (4), 401-402.

[BEL, 2000] Belvaux. G. and Wolsey. L., 2000. Lot-sizing problems: Modeling issues and a specialized branch-and cut system bc-prod. *Management Science* 46(5), 724-738.

[BEN, 1999] Ben-Daya. M., 1999. Integrated production maintenance and quality model for imperfect processes. *IIE Transactions*. 31, 491-501.

[BEN, 2002] Ben-Daya. M., 2002. The economic production lot-sizing problem with imperfect production processes and imperfect maintenance. *International Journal of Production Economics* 76, 257-264.

[BEN, 2001] Bennour. M., Bloch. C. and Zerhouni. N. Modélisation intégrée des activités de maintenance et de Production. 3e Conférence Francophone de Modélisation et Simulation

---

«Conception. Analyse et Gestion des Systèmes Industriels» MOSIM'01 — du 25 au 27 avril 2001 — Troyes (France).

[BER, 1978] Bergman. B., 1978. Optimal replacement under a general failure model. *Advances in Applied Probability*. 10, 431-451.

[BER, 2004] Berretta. R. & Rodrigues. L. F., 2004. A memetic algorithm for a multistage capacitated lot-sizing problem. *International Journal of Production Economics*. 87(1), 67-81.

[BER, 2005] Berretta. R., 2005. Meta-heuristic approaches for the multilevel resource-constrained lot-sizing problem with Set-up and lead times. *Asia -Pacific Journal of Operational Research*. 22 (2), 261-286.

[BER, 2012] Bergeron. D., 2012. Couplage de la simulation et de l'optimisation pour une planification intégrée de la Production et de la maintenance des systèmes de production flexibles. La maîtrise en génie industriel (concentration en productique). L'Université du Québec à Trois-Rivières.

[BIT, 1982] Bitran. G. and Yanasse. H., 1982. Computational complexity of the capacitated lot size problem. *Management Science*. 46(5), 724-738.

[CHA, 1993] Chan. J.K. and Shaw. L., 1993. Modeling repairable systems with failure rates that depend on age and maintenance. *IEEE Transactions Reliability*. 42, 566-570.

[CER, 1985] Cerný. V., 1985. A thermodynamical approach to the traveling salesman problem: an efficient simulation algorithm. *Journal of Optimization Theory and Applications*. 45(1),41-51.

[CHE, 2004] Chelbi. A. and Ait-Kadi. D., 2004. Analysis of a production/inventory system with randomly failing production unit submitted to regular preventive maintenance. *European Journal of Operational Research*. 156, 712-718.

[CHE, 2006] Chelbi. A. and Rezg. N., 2006. Analysis of a production/inventory system with randomly failing production unit subjected to a minimum required availability level. *International Journal of Production Economics*. 99, 131-143.

[CHE, 2008] Chelbi. A., Rezg. N. and Radhoui. M., 2008. Simultaneous determination of production lot size and preventive maintenance schedule for unreliable production system. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*. 14 (2), 161-176.

[CHU, 1984] Chung. C. and Krajewski. L., 1984. Planning horizons for master production scheduling. *Journal of Operations Management*. 4 (4), 389-406.

[CLA, 2000] Clark. A. R., 2000. A local search approach to lot sequencing and sizing. In M. Tucci & M. Garetti (Eds.). *Proceedings of the Third International Workshop of the IFIP WG 5.7 Special Interest Group on 'Advanced techniques in production planning & control'* (pp. 145-152). Firenze: Firenze University Press.

[COL, 1992] Colorni. A., Dorigo. M. and Maniezzo. V., 1992. An investigation of some properties of an 'ant algorithm'. In Manner and Manderick. pp.509-520.

[COM, 2008] Comelli. M., Gourgand. M. and Lemoine. D., 2008. A review of tactical planning models. *Journal of Systems Science and Systems Engineering*. 18 (2), 204-229.

[DAR, 1980] Darwin., 1980. L'origine des espèces au moyen de la sélection naturelle ou la lutte pour l'existence dans la nature.

- 
- [DAS, 2005] Dastidar. S. G. and Nagi. R., 2005. Scheduling injection molding operations with multiple resource constraints and sequence dependent set-up times and costs. *Computers & Operations Research*. 32, pp.2987-3005.
- [DEB, 2000] Deb. K., 2000. An efficient constraint handling method for genetic algorithms. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 186(2-4), pp. 311-338.
- [DEE, 2009] Deep. K., Kansal. M.L. and Mohan. C., 2009. A real coded genetic algorithm for solving integer and mixed integer optimization problems. *Applied Mathematics and Computation*. 212(2), pp. 505-518.
- [DEG, 2003] Degraeve. Z. and Jans. R., 2003. A new Dantzig-Wolfe reformulation and branch-and-price algorithm for the capacitated lot sizing model with set-up times. *ERIM Report Series in Management ERS-2003-010-LIS*. Erasmus University Rotterdam.
- [DEK, 1998] Dekker. R., Van Der Meer. J., Plasmeijer. R. and Wildeman. R., 1998. Maintenance of light-standards: a case-study. *Journal of the Operational Research Society*. 49, 132-143.
- [DEL, 2008] Deloux. E., 2008. Politiques de maintenance conditionnelle pour un système à dégradation continue soumis à un environnement stressant. Thèse de doctorat. Université de Nantes
- [DEM, 2004] De Matta. R. and Miller. T., 2004. Production and inter-facility transportation scheduling for a process industry. *European Journal of Operational Research*. 158, pp.72-88.
- [DIA, 1992a] Diaby. M., Bahl. H., Karwan. M. and Zionts. S., 1992a. Capacitated lot-sizing and scheduling by lagrangean relaxation. *European Journal of Operational Research*. 59, pp.444-458.
- [DIA, 1992b] Diaby. M., Bahl. H., Karwan. M. and Zionts. S., 1992b. A lagrangean relaxation approach for verylarge- scale capacitated lot-sizing. *Management Science*. 38(9), pp.1329-1340.
- [DOS, 2002] Dos Santos-Meza. E., Dos Santos. M. and Arenales. M. N., 2002. A lot-sizing problem in an automated foundry. *European Journal of Operational Research*. 139, pp.490-500.
- [DRE, 1997] Drexl A. and Kimms. A., 1997. Lot sizing and scheduling - survey and extensions. *European Journal of Operational Research*. 99, pp.221-235.
- [DUM, 1997] Du Merle. O., Goffin. J., Trouiller. C. and Vial. J., 1997. A lagrangian relaxation of the capacitated multi-item lot sizing problem solved with an interior point cutting plane algorithm. Research paper. McGill University. Montréal. Canada.
- [DUM, 2000] Dumoulin. A. and Vercellis. C., 2000. Tactical models for hierarchical capacitated lot-sizing problems with set-ups and changeovers. *International Journal of Production Research*. 38(6), pp.51-67.
- [ETT, 2016] Ettaye. G., El barkany. A. and El khalfi. A., 2016. The integration of maintenance plans and production scheduling for a degradable multi-state system: A literature review. *International journal of productivity and quality management*. 19, pp. 74-97.
- [ETT, 2017a] Ettaye. G., El barkany. A. and El khalfi. A., 2017a. Modeling and optimization a production/maintenance integrated planning. *International Journal of Engineering Research in Africa*. 28, pp. 169-181.
- [ETT, 2017b] Ettaye. G., El barkany. A. and El khalfi. A., 2017b. Integrating production and maintenance for a multi-lines system. *International Journal of Performability Engineering*. 13, pp. 29-44.

- 
- [ETT, 2017c] Ettaye. G., El Barkany. A., Jabri. A. and El Khalfi. A. Optimizing the integrated production and maintenance planning using genetic algorithm. *Journal of Industrial Engineering and Management*, Soumis et en cours
- [FIT, 2012] Fitouhi. M.C., and Nourelfath. M., 2012. Integrating noncyclical preventive maintenance scheduling and production planning for a single machine. *International Journal of Production Economics*. 136, pp.344-351.
- [FIT, 2014] Fitouhi. M.C. and Nourelfath. M., 2014. Integrating noncyclical preventive maintenance scheduling and production planning for multi-state systems. *Reliability Engineering and System Safety*. 121, pp.175-186.
- [GAA, 2006] Gaafar. L., 2006. Applying genetic algorithms to dynamic lot sizing with batch ordering. *Computers & Industrial Engineering*. 51(3), pp.433-444.
- [GAL, 1994] Gallego. G., 1994. When is a base stock policy optimal in recovering cyclic schedules. *Naval Research Logistics*. 41, pp.317-333.
- [GIC, 2008] Gicquel. C., Minoux. M. and Dallery. Y., 2008. Capacitated Lot Sizing models: a literature review. <hal-00255830>.
- [GLO, 1986] Glover. F., 1986. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. *Computers and Operations Research*. 13, pp.533-549.
- [GLO, 1997] Glover. F., and Laguna. M., 1997. *Tabu search*. Kluwer Academic Publishers. Norwell. MA. second edition.
- [GOA, 2001] Goyal. S. and Kahyaoglu. Y., 2001. Integrating maintenance lot sizing and production planning for a single machine. In: M. Rahim. M. Ben-Daya. (Eds.). *integrated models in production planning inventory quality and maintenance*. Springer-Verlag. Pp.95-103.
- [GOE, 2003] Goel. H., J.Grievink. M.P. and Weijnen. C., 2003. Integrated optimal reliable design. production. and maintenance planning for multipurpose process plants. *Computers and chemical engineering*. 27(11), pp.1543-1555.
- [GOL, 1989a] Goldberg. D., 1989a. *Genetic algorithms*. addison wesley. Addison Wesley. ISBN: 0-201-15767-5.
- [GOL, 1989b] Goldberg. D., 1989b. *Genetic algorithms in search. optimization and machine learning*. Addison Wesley.
- [GOP, 2001] Gopalakrishnan. M., Ding. K., Bourjolly. J. and Mohan. S., 2001. A tabu-search heuristic for the capacitated lot-sizing problem with set-up carryover. *Management Science* 47(6), pp.851-863.
- [GRO, 1992a] Groenevelt. H., Pintelon. L. and Seidmann. A., 1992a. Production lot sizing with machine breakdowns. *Management Science*. 38, pp.104-123.
- [GRO, 1992b] Groenevelt. H., Pintelon. L. and Seidmann. A., 1992b. Production lot sizing with machine breakdowns and Safety Stocks. *Operations Research*. 40(5), pp.959-971.
- [GUP, 2005] Gupta. D. and Magnusson. T., 2005. The capacitated lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent set-up costs and set-up times. *Computers & Operations Research*. 32, pp.727-747.
- [HAJ, 2011] Hajej. Z., Dellagi. S. and Rezg. N. An optimal maintenance/production planning for a manufacturing system under random failure rate and a subcontracting constraint. In: *The 2nd International Conference on Industrial Engineering and Operations Management - IEOM*. 2011.
-

- 
- [HAN, 1986] Hansen. P. The steepest ascent mildest descent heuristic for combinatorial programming. Présenté au Congress on Numerical Methods in Combinatorial Optimization. Capri. Italie, 1986.
- [HAU, 2006] Haugen. K., Olstad. A. et Pettersen. B. 2006. The profit maximizing capacitated lot-size (pclsp) problem. *European Journal of Operational Research*...
- [HAX, 1975] Hax. H. and Meal., 1975. Hierarchical integration of production planning and scheduling. *Studies in the Management Sciences 1*.
- [HIN, 1996] Hindi. K., 1996. Solving the clsp by a tabu search heuristic.. *Journal of Operational Research Society* 47(1), pp.151-161.
- [HIN, 2003] Hindi. K., Fleszar. K. and Charalambous. C., 2003. An effective heuristic for the clsp with setup times. *Journal of Operational Research Society* 54, pp.490-498.
- [HNA, 2016] Hnaien. F., Yalaoui. F., Mhadhbi. A. and Nourelfath. M., 2016. A mixed-integer programming model for integrated production and maintenance. *IFAC-PapersOnLine* 49-12 pp.556-561.
- [HOL, 1975] Holland. J. H., 1975. *Adaptation in natural and artificial systems*. University of Michigan press.
- [HOM, 2008] Homberger. J., 2008. A parallel genetic algorithm for the multilevel unconstrained lot-sizing problem. *INFORMS Journal on Computing*. 20(1), pp.124-132.
- [HOM, 2010] Homberger. J., 2010. Decentralized multi-level uncapacitated lot-sizing by automated negotiation. *4OR: A Quarterly Journal of Operations Research*. 8(2), pp.155-180.
- [IRA, 2002] Iravani. S. and Duenyas. I., 2002. Integrated maintenance and production control of a deteriorating production system. *IIE Transactions*. 34 (5), pp.423-435.
- [JAN, 2004] Jans. R. and Degraeve. Z., 2004. An industrial extension of the discrete lot-sizing and scheduling problem. *IIE Transactions*. 36, pp.47-58.
- [JAN, 2008] Jans. R. and Degraeve. Z., 2008. Modeling industrial lot sizing problems: a review. *International Journal of Production Research*. 46(6), pp.1619- 1643.
- [JIN, 2009] Jin. X., Li. L. and Ni. J., 2009. Option model for joint production and preventive maintenance system. *International Journal of Production Economics*. 119 (2), pp.347-353.
- [KAR, 2005] Karimi. B., Ghomi. S.M.T. F. and Wilson. J.M., 2005. A tabu-search heuristic for solving the clsp with backlogging and set-up carry-over. *Journal of Operational Research Society* 47(6), pp.851-863.
- [KEN, 1995] Kennedy. J. and Eberhart. R., 1995. Particle swarm optimization. proceedings of IEEE international conference on neural networks. doi:10.1109/ICNN.1995.488968, pp.1942-1948.
- [KIR, 1983] Kirkpatrick. S., Gelatt. C. D. and Vecchi. K. P., 1983. Optimization by simulated annealing. *Science*. 220, pp.671-680.
- [LAN, 1960] Land. A. H. and Doig. A. G., 1960. An automatic method for solving discrete programming problems. *Econometrica*. 28:497-520.
- [LEE, 1987] Lee. H.L. and Rosenblatt. M.J., 1987. Simultaneous determination of production cycle and inspection schedules in a production system. *Management Science*. 33, pp.1125-1136.

- 
- [LEV, 2003] Levitin. G., Podofillini. L. and Zio. E., 2003. Generalized importance measures for multi-state elements based on performance level restrictions. *Reliability Engineering and System Safety*. 82 (3), pp. 287-298.
- [LIE, 1986] Lie. C.H. and Chun. Y.H., 1986. An algorithm for preventive maintenance policy. *IEEE Transactions Reliability*. 35, pp.71-75.
- [LIU, 1995] Liu. X., Makis. V. and Jardine. A.K.S., 1995. A replacement model with overhauls and repairs. *Naval research Logistics*. 42, pp.1063-1079.
- [LIV, 2000] Levitin. G. and Lisnianski. A., 2000. Optimization of imperfect preventive maintenance for multi state systems. *Reliability Engineering and System Safety*. 67 (2), pp.193-203.
- [MAR, 2007] Marinelli. F., Nenni. M.E. and Sforza. A., 2007. Capacitated lot sizing and scheduling with parallel machines and shared buers: a case study in a packaging company. *Annals of Operations Research*. 150, pp177-192.
- [MET, 1953] Metropolis. N., Rosenbluth. M. N. and Teller. H. A., 1953. Equation of state calculation by fast computing machines. *Journal of Chemical Physics*. 21(6), pp.1087-1092.
- [MIL, 2000] Miller. A.J., Nemhauser. G.L. and Savelsbergh. M.W.P., 2000. On the capacitated lot-sizing and continuous 0-1 knapsack polyhedra. *European Journal of Operational Research*. 125(2), pp.298-315.
- [MIS, 2011] Mishra. N., Kumar. V., Kumar. N., Kumar. M. & Tiwari. M. K., 2011. Addressing lot sizing and warehousing scheduling problem in manufacturing environment. *Expert Systems with Applications*. 38(9), pp.11751-11762.
- [MUL, 2006] Mula. J., Poler. Garcia-Sabater. R. J. and Lario. F., 2006. Models for production planning under uncertainty: A review. *International Journal of Production Economics* 103 (1), pp. 271-285.
- [MUL, 2012] Muller. L. F., Spoorendonk. S. and Pisinger. D., 2012. A hybrid adaptive large neighborhood search heuristic for lot-sizing with set-up times. *European Journal of Operational Research*. 218(3), pp.614-623.
- [NAJ, 2011] Najid. N., Selsouli. M. A. and Mohafid A., 2011. An integrated production and maintenance planning model with time windows and shortage cost. *International Journal of Production Research*.49, pp.2265-2283.
- [NAK, 1974] Nakagawa. T. and Osaki. S., 1974. The optimum repair limits replacement policy. *Operational Research Quarterly*. 25, pp.311-317.
- [NAK, 1984] Nakagawa. T., 1984. Optimal policy of continuous and discrete replacement with minimal repair at failure. *Naval Research Logistics Quarterly*. 31, pp.543-550.
- [NAK, 1986] Nakagawa. T., 1986. Periodic and sequential preventive maintenance policies. *Journal of Applied Probability*. 23, pp.536-542.
- [NAK, 1988] Nakagawa. T., 1988. Sequential imperfect preventive maintenance policies. *IEEE Transactions on Reliability*. 34, pp.536-542.
- [NGU, 1981] Nguyen. D.G. and Murthy. D.N.P., 1981. Optimal repair limit replacement policies with imperfect repair. *Journal of Operational Research Society*. 32, pp.409-416.

- 
- [NOU, 2010] Nourelfath. M., Fitouhi. M.C. and Machani. M., 2010. An Integrated Model for Production and Preventive Maintenance Planning in Multi-State Systems. *IEEE Transactions on Reliability*. 59(3).
- [NOU, 2012] Nourelfath. M. and Chatelet. E., 2012. Integrating production, inventory and maintenance planning for a parallel system with dependent components. *Reliability Engineering and System Safety*. 101, pp.59-66.
- [NOU, 2016] Nourelfath. M., Nahas. N. and Ben-Daya. M., 2016. Integrated preventive maintenance and production decisions for imperfect processes. *Reliability Engineering and System Safety*. 148, pp.21-31.
- [OZD, 2002] Ozdamar. L., Birbil. S. and M.C. P., 2002. Technical note: New result for the capacitated lot sizing problem with overtime decisions and set-up times. *Production Planning & Control*. 13(1), pp.2-10.
- [PIT, 2006] Pitakaso. R., Almeder. C., Doerner. K. F. and Hartl. R. F., 2006. Combining population-based and exact methods for multi-level capacitated lot-sizing problems. *International Journal of Production Research*. 44(22), pp.4755-4771.
- [PON, 2006] Pongpech. J. and D.N.P. Murthy., 2006. Optimal periodic preventive maintenance policy for released equipment. *Reliability Engineering and System Safety*. 91, pp.772-777.
- [RAU, 2004] Rausand. M. and Hoyland. A., 2004. *System Reliability Theory: Models, Statistical Methods, and Applications*. Wiley. 2 éditions.
- [SHA, 1984] Sharafali. M., 1984. On a continuous review production-inventory problem. *Operations Research Letters*. 3, pp.199-204.
- [SIL, 2006] Silva C. and Magalhaes. J.M., 2006. Heuristic lot size scheduling on unrelated parallel machines with applications in the textile industry. *Computers & Industrial Engineering*. 50, pp.76-89.
- [SIT, 2011] Sitompul. C. and Aghezzaf. E., 2011. An integrated hierarchical production and maintenance-planning model. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*. 17 (3).
- [SRI, 1996] Srinivasan. M.M. and Lee. H.S., 1996. Production/inventory system with preventive maintenance. *IIE Transactions*. 28, pp.879-890.
- [SUR, 2008] Süral. M., Denizel. M. and Van Wassenhove. L., 2008. Lagrangean relaxation based heuristics for lot sizing with set-up times. *European Journal of Operational Research*...
- [STA, 2002] Staggemeier. A., Clarke. A., Aickelin. U. & Smith. J., 2002. A hybrid genetic algorithm to solve a lot sizing and scheduling problem. Internal Research Report MS-2002-4. Bristol: University of the West of England.
- [TAH, 1975] Tahara. A. and Nishida. T., 1975. Optimal replacement policy for minimal repair model. *Journal of Operations Research Society of Japan*. 18, pp.113-124.
- [TOR, 2006] Torabi. S. A., Ghomi. S. F., & Karimi. B. (2006). A hybrid genetic algorithm for the finite horizon economic lot and delivery scheduling in supply chains. *European Journal of Operational Research*. 173(1). 173-189.
- [TRI, 1989] Trigeiro. W. L., Thomas. J. and McLain. J.O., 1989. Capacitated lot sizing with set-up times. *Management Science*. 35, pp.353-366.
- [VIC, 1986] Vicki. S.D.L. and Dwight. S.D. E., 1986. A mixed integer programming model for lot sizing and sequencing packaging lines in the process industries. *IIE Transactions*. 18, pp.278-285.
-

[WAG, 1958] Wagner. H. M. and Whitin. T. M., 1958. A dynamic version of the economic lot size model. *Management Science*. 5 (1), pp.89-96.

[WAG, 1999] Wang. H. and Pham. H., 1999. Some maintenance models and availability with imperfect maintenance in production systems. *Annals of Operations Research*. 91, pp.305-318.

[WAS, 2011] Wassy. I. S. Modélisation et optimisation des performances et de la maintenance des systèmes multi-états ; (Thèse présentée à la Faculté des études supérieures de l'Université Laval dans le cadre du programme de doctorat en génie mécanique. 2011).

[WEI, 1999] Weinstein. L. and Chung. C., 1999. Integrating maintenance and production decisions in a hierarchical production planning environment. *Computers and Operations Research*. 26 (10-11), pp.1059-1074.

[WOA, 2011] Woarawichai. C., Kullpattaranirun. T. and Rungreunganun. V., 2011. Inventory lot-sizing problem with supplier selection under storage space and budget constraints. *IJCSI International Journal of Computer Science Issues*. 8(2), pp.250-255.

[WOL, 2002] Wolsey. L., 2002. Solving multi-item lot-sizing problems with an MIP solver using classification and reformulation. *Management Science*. 48(12), pp.1587-1602.

[WU, 2003] Wu. S. and Chan. L., 2003. Performance utility-analysis of multi-state systems. *IEEE Transactions on Reliability*. 52 (1), pp.14-21.

[XIE, 2002] Xie. J. and Dong. J., 2002. Heuristic genetic algorithms for general capacitated lot-sizing problem. *Computers and Mathematics with Applications* 44, pp.263-276.

[YAL, 2014] Yalaoui. F., Chabbi. K. and Yalaoui. A., 2014. Integrated production planning and preventive maintenance in deteriorating production systems. *Information Sciences*. 278, pp.841-861.

[YAO, 2005] Yao. X., Xie. X., Fu. M.C. and Marcus. S. I., 2005. Optimal joint preventive maintenance and production policies. *Naval Research Logistics*. 52 (7), pp.668-681.

[YUN, 1987] Yun. W.Y. and Bai. D.S., 1987. Cost limits replacement policy under imperfect repair. *Reliability Engineering*. 19(1), pp.23-28.

[ZAI, 2001] Zaitseva. E. N. and Levashenko. V.G., 2001. New Reliability Indices for Multi-State System. ECCTD'01 - European Conference on Circuit Theory and Design. August 28-31. Espoo. Finland.



# **Annexes**

# Annexes

## Annexe 2.1. Les abréviations utilisées dans la figure 2.7

**ILOG CPLEX** - Le cœur du système résout des problèmes de programmation mathématique.

**ILOG Solver** - La partie principale du système résout des applications en utilisant la programmation par contraintes.

**ILOG concert technology** - Les bibliothèques contiennent les fonctionnalités du système. Elles sont disponibles pour les langages C++, Java et .NET.

**ILOG Scheduler** — Fournit des extensions pour résoudre des problèmes de planification.

**ILOG Dispatcher** — Fournit des extensions pour la résolution de problèmes de tournées de véhicules.

**ILOG Configurator** - Ce module contient des utilitaires pour l'optimisation des ventes en ligne (problèmes de e-commerce).

**ILOG OPL Studio** — OPL est un langage pour la modélisation des problèmes d'optimisation. Il interagit directement avec les modules ILOG Cplex, ILOG Solver et ILOG Dispatcher.

AMPL - C'est un autre langage pour la modélisation, qui interagit avec le module ILOG CPLEX (AMPL a été développé par les laboratoires Bell).

## Annexe 2.2. Exécution du modèle proposé

### A2.2.1 Solutions

```
// solution (optimal) with objective 775

// Quality Incumbent solution:

// MILP objective                7.7500000000e+002

// MILP solution norm |x| (Total. Max)    9.50000e+001 7.00000e+000

// MILP solution error (Ax=b) (Total. Max)  0.00000e+000 0.00000e+000

// MILP x bound error (Total. Max)        0.00000e+000 0.00000e+000

// MILP x integrality error (Total. Max)   0.00000e+000 0.00000e+000

// MILP slack bound error (Total. Max)    0.00000e+000 0.00000e+000
```

---

x = [[0 5 0 5 0 5 0 5 0 5 0]  
[5 0 5 0 5 0 7 0 6 0 0]];  
y = [[0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0]  
[1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 0]];  
s = [[0 2 0 2 0 2 0 2 0 2 0]  
[2 0 2 0 2 0 4 2 5 3 0]];  
r = [[2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]  
[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]];

### A2.2.2 Journal

Tried aggregator 2 times.

MIP Presolve eliminated 22 rows and 1 columns.

MIP Presolve added 2 rows and 2 columns.

MIP Presolve modified 35 coefficients.

Aggregator did 2 substitutions.

Reduced MIP has 55 rows. 88 columns. and 178 nonzeros.

Reduced MIP has 22 binaries. 66 generals. 0 SOSs. and 0 indicators.

Presolve time = 0.00 sec. (0.17 ticks)

Found incumbent of value 6932.000000 after 0.00 sec. (0.30 ticks)

Probing time = 0.00 sec. (0.03 ticks)

Tried aggregator 1 time.

Reduced MIP has 55 rows. 88 columns. and 178 nonzeros.

Reduced MIP has 22 binaries. 66 generals. 0 SOSs. and 0 indicators.

Presolve time = 0.00 sec. (0.08 ticks)

Probing time = 0.00 sec. (0.03 ticks)

MIP emphasis: balance optimality and feasibility.

MIP search method: dynamic search.

Parallel mode: deterministic. using up to 4 threads.

Root relaxation solution time = 0.00 sec. (0.14 ticks)

Nodes				Cuts/					
Node	Left	Objective	Inf	Best Integer	Best Bound	ItCnt	Gap		
*	0+	0		6932.0000	25.0000	33	99.64%		
*	0+	0		6422.0000	25.0000	33	99.61%		
0	0	523.0952	20	6422.0000	523.0952	33	91.85%		
0	0	706.0396	41	6422.0000	Cuts: 51	63	89.01%		
0	0	744.9535	57	6422.0000	Cuts: 25	78	88.40%		
0	0	750.9154	57	6422.0000	Cuts: 18	91	88.31%		
0	0	756.0331	28	6422.0000	Cuts: 14	103	88.23%		
0	0	757.5134	54	6422.0000	Cuts: 20	113	88.20%		
0	0	760.2996	55	6422.0000	Cuts: 19	122	88.16%		
0	0	760.6869	61	6422.0000	ZeroHalf: 6	127	88.15%		
0	0	760.8491	59	6422.0000	Cuts: 5	131	88.15%		
0	0	760.9255	61	6422.0000	ZeroHalf: 3	135	88.15%		
0	0	761.4603	55	6422.0000	Cuts: 5	145	88.14%		
0	0	761.6824	57	6422.0000	Cuts: 8	148	88.14%		
0	0	761.9541	57	6422.0000	Cuts: 9	155	88.14%		
0	0	762.1615	57	6422.0000	Cuts: 10	161	88.13%		
0	0	762.5022	18	6422.0000	ZeroHalf: 6	164	88.13%		
0	0	762.8593	60	6422.0000	Cuts: 10	171	88.12%		
0	0	763.3402	61	6422.0000	Cuts: 8	176	88.11%		
0	0	763.3829	59	6422.0000	Cuts: 9	181	88.11%		
0	0	763.4045	60	6422.0000	ZeroHalf: 2	184	88.11%		
*	0+	0		779.0000	763.4045	184	2.00%		

*	0+	0	775.0000	763.4045	184	1.50%
	0	0	cutoff	775.0000	775.0000	184 0.00%

Elapsed time = 0.06 sec. (12.17 ticks. tree = 0.00 MB. solutions = 4)

Implied bound cuts applied: 2

Mixed integer rounding cuts applied: 5

Flow path cuts applied: 5

Zero-half cuts applied: 17

Gomory fractional cuts applied: 4

Root node processing (before b&c):

Real time = 0.06 sec. (12.18 ticks)

Parallel b&c. 4 threads:

Real time = 0.00 sec. (0.00 ticks)

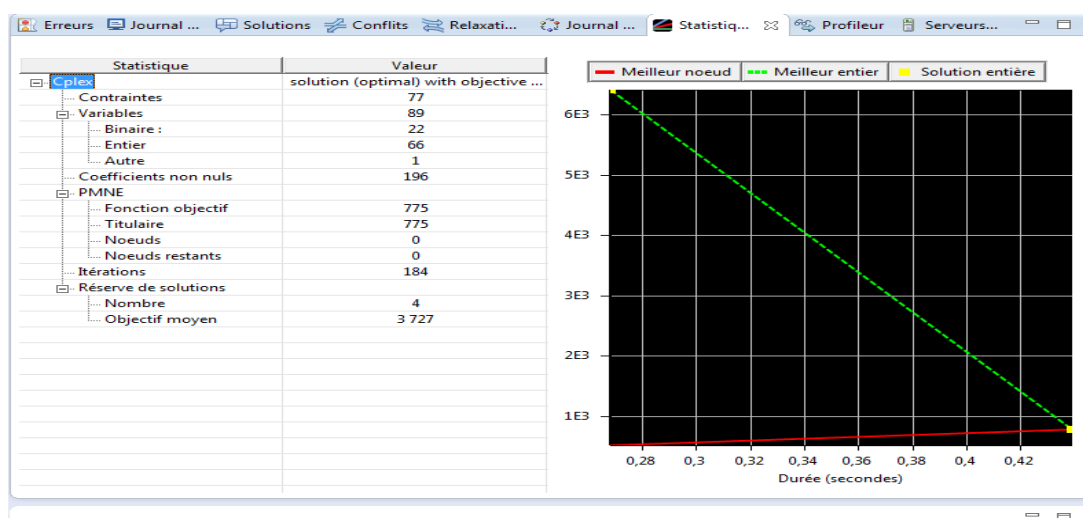
Sync time (average) = 0.00 sec.

Wait time (average) = 0.00 sec.

-----

Total (root+branch & cut) = 0.06 sec. (12.18 ticks)

### A2.2.3 Statistiques



### A2.2.4 Capture d'écran

The screenshot displays the IBM ILOG CPLEX Optimization Studio interface. The main window shows the model file `GAexmple.mod` with the following code:

```

1 /*****
2 * OPL 12.6.0.0 Model
3 * Author: User
4 * Creation Date: 31 déc. 2016 at 18:53:58
5 *****/
6 //taille du problème
7 int R=...; // nombre dereferences
8 int N=...; // nombre de périodes
9 range references =1..R;
10 range periods =1..N;
11 //paramètres
12 float alfa[references][periods]=...;
13 float beta[references][periods]=...;
14 float gam[references][periods]=...;
15 float fi[references][periods]=...;
16 float nu[references][periods]=...;
17 float f[references][periods]=...;
18 float capacity[periods]=...;
19 float demand[references][periods]=...;
20 float majorant[references][periods]=...;
21 float cap[references][periods]=...;

```

The **Structure** pane on the right shows the model's components:

- au moyen de CPLEX
- Données internes (2)
  - periods : range
  - references : range
- Données externes (12)
  - alfa : float[references][periods]
  - beta : float[references][periods]
  - cap : float[references][periods]
  - capacity : float[periods]
  - demand : float[references][periods]
  - f : float[references][periods]
  - fi : float[references][periods]
  - gam : float[references][periods]
  - majorant : float[references][periods]
  - N : int
  - nu : float[references][periods]
  - R : int
- Variables de décision (4)
  - r : dvar int+[references][periods]
  - s : dvar int+[references][periods]
  - x : dvar int+[references][periods]
  - y : dvar boolean[references][periods]

The **Navigator de problèmes** pane shows the solution with an objective value of 3685. The **Erreurs** pane displays the following solution details:

```

// solution (optimal) with objective 3685
// Quality Incumbent solution:
// MILP objective                    3.685000000e+003
// MILP solution norm |x| (Total, Max) 6.60000e+001 3.00000e+000
// MILP solution error (Ax=b) (Total, Max) 3.55271e-015 8.88178e-016
// MILP x bound error (Total, Max) 1.33227e-015 4.44089e-016

```

The **Propriétés** pane is empty. The bottom status bar shows the time 00:00:35 and the date 29/06/2017.

## Annexe 2.3. Programmation des capacités disponibles

### A2.3.1 Capture d'écran

The screenshot displays the MATLAB R2015b environment. The main window shows the script `CapaciteMatrice.m` with the following code:

```

2 - a= input('entrer le parametre alfa: ');
3 - b= input('entrer le parametre lamda: ');
4 - Pp= input('entrer la capacite consommer par la MP :Pp=');
5 - Pc= input ('entrer la capacite consommer par la MC :Pc=');
6 - Cmax=input ('entrer la capacite nominale : Cmax=');
7 - N= input ('entrer le nombre de periodes : N=');
8 - Cg=zeros (N,N);
9 - for n1= 1:N %'nombre de periodes dans le cycle'
10 - Cg (1,n1)=Cmax-Pp+Pc*log (1-gamcdf (1, a, b));
11 - for n=2:1:n1
12 - Cg (n,n1)=Cmax-(Pc*log ((1-gamcdf ((n-1), a, b)) / (1-gamcdf (n, a, b))));
13 - end
14 - end
15 - Cg

```

The workspace window shows the following variables:

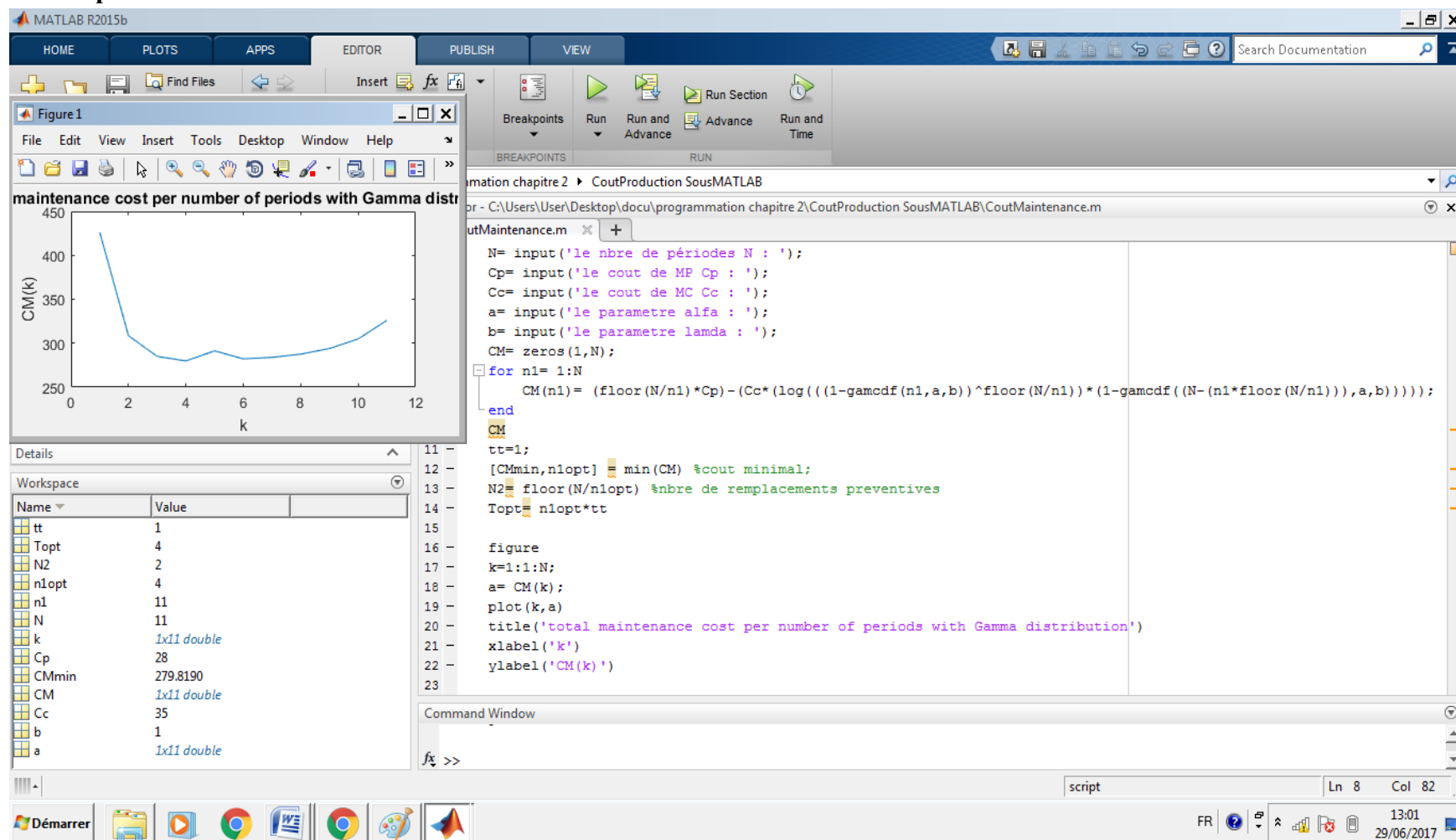
Name	Value
N2	2
n1opt	4
n1	11
N	11
n	11
k	1x11 double
Cp	28

The Command Window displays the output of the script, which is a 10x10 matrix of values:

12.4657	12.4657	12.4657	12.4657	12.4657	12.4657	12.4657	12.4657	12.4657	12.4657	12.4657
12.4657	12.0273	12.4657	12.0273	12.4657	12.0273	12.4657	12.0273	12.4657	12.0273	12.4657
12.4657	12.0273	11.4384	12.4657	12.0273	11.4384	12.4657	12.0273	11.4384	12.4657	12.0273
12.4657	12.0273	11.4384	11.1157	12.4657	12.0273	11.4384	11.1157	12.4657	12.0273	11.4384
12.4657	12.0273	11.4384	11.1157	10.9116	12.4657	12.0273	11.4384	11.1157	10.9116	12.4657
12.4657	12.0273	11.4384	11.1157	10.9116	10.7708	12.4657	12.0273	11.4384	11.1157	10.9116
12.4657	12.0273	11.4384	11.1157	10.9116	10.7708	10.6677	12.4657	12.0273	11.4384	11.1157
12.4657	12.0273	11.4384	11.1157	10.9116	10.7708	10.6677	10.5889	12.4657	12.0273	11.4384
12.4657	12.0273	11.4384	11.1157	10.9116	10.7708	10.6677	10.5889	10.5268	12.4657	12.0273
12.4657	12.0273	11.4384	11.1157	10.9116	10.7708	10.6677	10.5889	10.5268	10.4766	12.4657
12.4657	12.0273	11.4384	11.1157	10.9116	10.7708	10.6677	10.5889	10.5268	10.4766	10.4351

## Annexe 2.4. Programmation des coûts de la maintenance

### A2.4.1 Capture d'écran



---

## Annexe 2.5. Comparaison du modèle [AGH, 2007] avec [ETT, 2017a]

### A2.5.1 Programme Matlab du modèle [ETT, 2017a]

```

% function objective

f = zeros (64.1);

f (1:16)= 5 ;

f (17:32)= 25 ;

f (33:48)= 2 ;

f (49:64)= 100 ;

% contraintes d'inégalité

À = zeros (24.64) ;

b = zeros (24.1) ;

% contraintes sur la capacité

À (1.1) = 1 ; A (1.9) = 1 ; A (1.17) = 5 ; A (1.25) = 5 ;   b (1) = 12.47 ;
À (2.2) = 1 ; A (2.10) = 1 ; A (2.18) = 5 ; A (2.26) = 5 ;   b (2) = 12.03 ;
À (3.3) = 1 ; A (3.11) = 1 ; A (3.19) = 5 ; A (3.27) = 5 ;   b (3) = 11.44 ;
À (4.4) = 1 ; A (4.12) = 1 ; A (4.20) = 5 ; A (4.28) = 5 ;   b (4) = 11.12 ;
À (5.5) = 1 ; A (5.13) = 1 ; A (5.21) = 5 ; A (5.29) = 5 ;   b (5) = 12.47 ;
À (6.6) = 1 ; A (6.14) = 1 ; A (6.22) = 5 ; A (6.30) = 5 ;   b (6) = 12.03 ;
À (7.7) = 1 ; A (7.15) = 1 ; A (7.23) = 5 ; A (7.31) = 5 ;   b (7) = 11.44 ;
À (8.8) = 1 ; A (8.16) = 1 ; A (8.24) = 5 ; A (8.32) = 5 ;   b (8) = 11.12 ;

% contraintes sur le majorant

À (9.1) = 1 ; A (9.17) = -20 ;                               b (9) = 0 ;
A (10.2) = 1 ; A (10.18) = -18 ;                             b (10) = 0 ;
A (11.3) = 1 ; A (11.19) = -15 ;                             b (11) = 0 ;
A (12.4) = 1 ; A (12.20) = -13 ;                             b (12) = 0 ;
A (13.5) = 1 ; A (13.21) = -10 ;                             b (13) = 0 ;

```

---

$A(14.6) = 1 ; A(14.22) = -8 ;$                        $b(14) = 0 ;$   
 $A(15.7) = 1 ; A(15.23) = -5 ;$                        $b(15) = 0 ;$   
 $A(16.8) = 1 ; A(16.24) = -3 ;$                        $b(16) = 0 ;$   
 $A(17.9) = 1 ; A(17.25) = -20 ;$                        $b(17) = 0 ;$   
 $A(18.10) = 1 ; A(18.26) = -17 ;$                        $b(18) = 0 ;$   
 $A(19.11) = 1 ; A(19.27) = -15 ;$                        $b(19) = 0 ;$   
 $A(20.12) = 1 ; A(20.28) = -12 ;$                        $b(20) = 0 ;$   
 $A(21.13) = 1 ; A(21.29) = -10 ;$                        $b(21) = 0 ;$   
 $A(22.14) = 1 ; A(22.30) = -7 ;$                        $b(22) = 0 ;$   
 $A(23.15) = 1 ; A(23.31) = -5 ;$                        $b(23) = 0 ;$   
 $A(24.16) = 1 ; A(24.32) = -2 ;$                        $b(24) = 0 ;$

% contraintes d'égalité

Aeq = zeros (16.64) ;

beq = zeros (16.1) ;

% contraintes de conservation des flux

$Aeq(1.1) = 1 ; Aeq(1.33) = -1 ; Aeq(1.49) = 1 ;$                        $beq(1) = 2 ;$   
 $Aeq(2.2) = 1 ; Aeq(2.34) = -1 ; Aeq(2.50) = 1 ; Aeq(2.33)=1 ; beq(2) = 3 ;$   
 $Aeq(3.3) = 1 ; Aeq(3.35) = -1 ; Aeq(3.51) = 1 ; Aeq(3.34)=1 ; beq(3) = 2 ;$   
 $Aeq(4.4) = 1 ; Aeq(4.36) = -1 ; Aeq(4.52) = 1 ; Aeq(4.35)=1 ; beq(4) = 3 ;$   
 $Aeq(5.5) = 1 ; Aeq(5.37) = -1 ; Aeq(5.53) = 1 ; Aeq(5.36)=1 ; beq(5) = 2 ;$   
 $Aeq(6.6) = 1 ; Aeq(6.38) = -1 ; Aeq(6.54) = 1 ; Aeq(6.37)=1 ; beq(6) = 3 ;$   
 $Aeq(7.7) = 1 ; Aeq(7.39) = -1 ; Aeq(7.55) = 1 ; Aeq(7.38)=1 ; beq(7) = 2 ;$   
 $Aeq(8.8) = 1 ; Aeq(8.40) = -1 ; Aeq(8.56) = 1 ; Aeq(8.39)=1 ; beq(8) = 3 ;$   
 $Aeq(9.9) = 1 ; Aeq(9.41) = -1 ; Aeq(9.57) = 1 ;$                        $beq(9) = 3 ;$   
 $Aeq(10.10) = 1 ; Aeq(10.42) = -1 ; Aeq(10.58) = 1 ; Aeq(10.41)=1 ; beq(10) = 2 ;$   
 $Aeq(11.11) = 1 ; Aeq(11.43) = -1 ; Aeq(11.59) = 1 ; Aeq(11.42)=1 ; beq(11) = 3 ;$

---

Aeq(12.12) = 1; Aeq(12.44) = -1; Aeq(12.60) = 1; Aeq(12.43)=1; beq(12) = 2;

Aeq(13.13) = 1; Aeq(13.45) = -1; Aeq(13.61) = 1; Aeq(13.44)=1; beq(13) = 3;

Aeq(14.14) = 1; Aeq(14.46) = -1; Aeq(14.62) = 1; Aeq(14.45)=1; beq(14) = 2;

Aeq(15.15) = 1; Aeq(15.47) = -1; Aeq(15.63) = 1; Aeq(15.46)=1; beq(15) = 3;

Aeq(16.16) = 1; Aeq(16.48) = -1; Aeq(16.64) = 1; Aeq(16.47)=1; beq(16) = 2;

% contraintes de bornes

intcon = [17.18. 19.20. 21.22. 23.24. 25.26. 27.28. 29.30. 31.32];

% bornes inférieures

lb = zeros (64.1);

% bornes supérieures

ub = Inf(64.1);

ub (17:32)= 1 ;

ub (49)=2 ;

ub (50)=3 ;

ub (51)=2 ;

ub (52)=3 ;

ub (53)=2 ;

ub (54)=3 ;

ub (55)=2 ;

ub (56)=3 ;

ub (57)=3 ;

ub (58)=2 ;

ub (59)=3 ;

ub (60)=2 ;

ub (61)=3 ;

ub (62)=2 ;

ub (63)=3 ;

ub (64)=2 ;

[x, fval, EXITFLAG] = intlinprog (f,intcon,A,b,Aeq,beq,lb,ub) ;

### A2.5.2 Contenu du « Command window »

>> CPDdiffCdiffK4principale1

LP: Optimal objective value is 322.928741.

Cut Generation: Applied 7 Gomory cuts.

15 flow cover cuts, and 20 mir cuts.

Lower bound is 589.891497.

Heuristics: Found 1 solution using rounding.

Upper bound is 1811.680000.

Relative gap is 67.40%.

Heuristics: Found 2 solutions using rss.

Upper bound is 608.880000.

Relative gap is 3.10%.

Branch and Bound:

explored time (s)	solution	fval	gap (%)	
28	0.03	3	6.088800e+02	0.000000e+00

Optimal solution found.

>> Intlinprog stopped because the objective value is within a gap tolerance of the optimal value. options. TolGapAbs = 0 (the default value).

The intcon variables are integer within tolerance. options. TolInteger = 1e-05 (the default value).

### A2.5.3 Extrait du « Profile Summary »

Generated 29-Jun-2017 20:35:55 using performance time.

<a href="#">Function Name</a>	<a href="#">Calls</a>	<a href="#">Total Time</a>	<a href="#">Self Time*</a>	Total Time Plot (dark band = self time)
<a href="#">CPDdiffCdiffK4principale1</a>	1	0.627 s	0.058 s	
<a href="#">intlinprog</a>	1	0.569 s	0.004 s	
<a href="#">...hAndCut&gt;IntlinprogBranchAndCut.run</a>	1	0.303 s	0.037 s	
<a href="#">slbiClient</a>	1	0.190 s	0.012 s	
<a href="#">...dLinear&gt;GeneralizedLinear.checkRun</a>	1	0.167 s	0.002 s	
<a href="#">...t:IntlinprogBranchAndCut.checkProblem</a>	1	0.165 s	0.013 s	
<a href="#">checkLinearConstraints</a>	1	0.136 s	0.002 s	
<a href="#">checkLinearConstraints&gt;i_isSolver</a>	1	0.130 s	0.006 s	
<a href="#">createProblemStruct</a>	1	0.123 s	0.020 s	
<a href="#">ver</a>	1	0.104 s	0.001 s	
<a href="#">ver&gt;locGetSingleToolboxInfo</a>	1	0.102 s	0.022 s	
<a href="#">...edLinear.performExitflagAndMsgActions</a>	1	0.076 s	0.009 s	
<a href="#">slbiClient&gt;getOptions</a>	1	0.074 s	0.022 s	
<a href="#">intlinprog&gt;i_createProblem</a>	1	0.067 s	0.052 s	
<a href="#">optim\private\slbiMex (MEX-file)</a>	1	0.035 s	0.035 s	
<a href="#">slbiClient&gt;changeConstraintForm</a>	1	0.035 s	0.022 s	

## A2.5.4 Capture d'écran

The screenshot shows the MATLAB R2015b environment. The workspace contains the following variables:

Name	Value
A	24x64 double
Aeq	16x64 double
b	24x1 double
beq	16x1 double
EXITFLAG	1
f	64x1 double
fval	608.8800
intcon	1x16 double
lb	64x1 double
ub	64x1 double
x	64x1 double

The Command Window shows the following output:

```
>> clear all
>> CPDdiffCdiffK4principale1
LP:
Optimal objective value is 322.928741.

Cut Generation: Applied 7 Gomory cuts,
                15 flow cover cuts, and 20 mir cuts.
                Lower bound is 589.891497.

Heuristics:    Found 1 solution using rounding.
                Upper bound is 1811.680000.
                Relative gap is 67.40%.

Heuristics:    Found 2 solutions using rss.
                Upper bound is 608.880000.
                Relative gap is 3.10%.
```

### A2.5.5 Programme Matlab du modèle [AGH, 2007]

```

% function objective

f = zeros (48.1);

f (1:16)= 5 ;

f (17:32)= 25 ;

f (33:48)= 2 ;

% contraintes d'inégalité

A = zeros(24.48);

b = zeros(24.1);

À (1.1) = 1 ; A (1.9) = 1 ;   b (1) = 9.49 ;

A(2.2) = 1; A(2.10) = 1;   b (2) = 7.55 ;

A(3.3) = 1; A(3.11) = 1;   b (3) = 6.68 ;

A(4.4) = 1; A(4.12) = 1;   b (4) = 6.26 ;

A(5.5) = 1; A(5.13) = 1;   b (5) = 9.49 ;

A(6.6) = 1; A(6.14) = 1;   b (6) = 7.55 ;

A(7.7) = 1; A(7.15) = 1;   b (7) = 6.68 ;

A(8.8) = 1; A(8.16) = 1;   b (8) = 6.26 ;

%

A(9.1) = 1; A(9.17) = -20;           b (9) = 0 ;

A (10.2) = 1 ; A (10.18) = -18 ;           b (10) = 0 ;

A (11.3) = 1 ; A (11.19) = -15 ;           b (11) = 0 ;

A (12.4) = 1 ; A (12.20) = -13 ;           b (12) = 0 ;

A (13.5) = 1 ; A (13.21) = -10 ;           b (13) = 0 ;

A (14.6) = 1 ; A (14.22) = -8 ;           b (14) = 0 ;

A (15.7) = 1 ; A (15.23) = -5 ;           b (15) = 0 ;

```

---

$A(16.8) = 1 ; A(16.24) = -3 ;$                        $b(16) = 0 ;$   
 $A(17.9) = 1 ; A(17.25) = -20 ;$                        $b(17) = 0 ;$   
 $A(18.10) = 1 ; A(18.26) = -17 ;$                        $b(18) = 0 ;$   
 $A(19.11) = 1 ; A(19.27) = -15 ;$                        $b(19) = 0 ;$   
 $A(20.12) = 1 ; A(20.28) = -12 ;$                        $b(20) = 0 ;$   
 $A(21.13) = 1 ; A(21.29) = -10 ;$                        $b(21) = 0 ;$   
 $\dot{A}(22.14) = 1 ; A(22.30) = -7 ;$                        $b(22) = 0 ;$   
 $A(23.15) = 1 ; A(23.31) = -5 ;$                        $b(23) = 0 ;$   
 $A(24.16) = 1 ; A(24.32) = -2 ;$                        $b(24) = 0 ;$

% contraintes d'égalité

Aeq = zeros (16.48) ;

beq = zeros (16.1) ;

Aeq(1.1) = 1 ; Aeq(1.33) = -1 ;                      beq(1) = 2 ;

Aeq(2.2) = 1 ; Aeq(2.34) = -1 ; Aeq(2.33)=1 ; beq(2) = 3 ;

Aeq(3.3) = 1 ; Aeq(3.35) = -1 ; Aeq(3.34)=1 ; beq(3) = 2 ;

Aeq(4.4) = 1 ; Aeq(4.36) = -1 ; Aeq(4.35)=1 ; beq(4) = 3 ;

Aeq(5.5) = 1 ; Aeq(5.37) = -1 ; Aeq(5.36)=1 ; beq(5) = 2 ;

Aeq(6.6) = 1 ; Aeq(6.38) = -1 ; Aeq(6.37)=1 ; beq(6) = 3 ;

Aeq(7.7) = 1 ; Aeq(7.39) = -1 ; Aeq(7.38)=1 ; beq(7) = 2 ;

Aeq(8.8) = 1 ; Aeq(8.40) = -1 ; Aeq(8.39)=1 ; beq(8) = 3 ;

Aeq(9.9) = 1 ; Aeq(9.41) = -1 ;                      beq(9) = 3 ;

Aeq(10.10) = 1 ; Aeq(10.42) = -1 ; Aeq(10.41)=1 ; beq(10) = 2 ;

Aeq(11.11) = 1 ; Aeq(11.43) = -1 ; Aeq(11.42)=1 ; beq(11) = 3 ;

Aeq(12.12) = 1 ; Aeq(12.44) = -1 ; Aeq(12.43)=1 ; beq(12) = 2 ;

Aeq(13.13) = 1 ; Aeq(13.45) = -1 ; Aeq(13.44)=1 ; beq(13) = 3 ;

Aeq(14.14) = 1 ; Aeq(14.46) = -1 ; Aeq(14.45)=1 ; beq(14) = 2 ;

```

Aeq(15.15) = 1; Aeq(15.47) = -1; Aeq(15.46)=1; beq(15) = 3;
Aeq(16.16) = 1; Aeq(16.48) = -1; Aeq(16.47)=1; beq(16) = 2;
% contraintes de bornes
intcon = [17.18. 19.20. 21.22. 23.24. 25.26. 27.28. 29.30. 31.32];
% bornes inférieures
lb = zeros (48.1);
% bornes supérieures
ub = Inf(48.1);
ub (17:32)= 1 ;
[x. fval. EXITFLAG] = intlinprog (f. intcon. A. b. Aeq. beq. lb. ub);

```

### A2.5.6 Contenu du « Command window »

```
>>CPaghezzafk4Periode8
```

LP: Optimal objective value is 365.524931.

Cut Generation: Applied 8 Gomory cuts. 3 implication cuts. 9 flow cover cuts and 10 mir cuts. Lower bound is 433.178368.

Heuristics: Found 1 solution using rounding.

Upper bound is 568.180000.

Relative gap is 23.71%.

Heuristics: Found 1 solution using rss.

Upper bound is 443.740000.

Relative gap is 2.37%.

Branch and Bound:

















nodes	total	num int	integer	relative
explored	time (s)	solution	fval	gap (%)
20	0.03	3	4.431800e+02	1.587607e+00
24	0.03	4	4.368400e+02	9.750715e-02
28	0.03	4	4.368400e+02	0.000000e+00

Optimal solution found.

>>Intlinprog stopped because the objective value is within a gap tolerance of the optimal value. options. TolGapAbs = 0 (the default value). The intcon variables are integer within tolerance. options. TolInteger = 1e-05 (the default value).

### A2.5.7 Extrait du « Profile Summary »

Generated 29-Jun-2017 22:15:33 using performance time.

<a href="#">Function Name</a>	<a href="#">Calls</a>	<a href="#">Total Time</a>	<a href="#">Self Time*</a>	Total Time Plot (dark band = self time)
<a href="#">CPaghezzafk4Periode8</a>	1	0.670 s	0.063 s	
<a href="#">intlinprog</a>	1	0.607 s	0.004 s	
<a href="#">...hAndCut&gt;IntlinprogBranchAndCut.run</a>	1	0.313 s	0.038 s	
<a href="#">slbiClient</a>	1	0.195 s	0.011 s	
<a href="#">...dLinear&gt;GeneralizedLinear.checkRun</a>	1	0.186 s	0.002 s	
<a href="#">...t:IntlinprogBranchAndCut.checkProblem</a>	1	0.184 s	0.018 s	
<a href="#">checkLinearConstraints</a>	1	0.145 s	0.002 s	
<a href="#">checkLinearConstraints&gt;i_isSolver</a>	1	0.139 s	0.010 s	
<a href="#">createProblemStruct</a>	1	0.129 s	0.026 s	
<a href="#">ver</a>	1	0.103 s	0.001 s	
<a href="#">ver&gt;locGetSingleToolboxInfo</a>	1	0.102 s	0.022 s	
<a href="#">slbiClient&gt;getOptions</a>	1	0.084 s	0.022 s	
<a href="#">...edLinear.performExitflagAndMsgActions</a>	1	0.080 s	0.010 s	
<a href="#">intlinprog&gt;i_createProblem</a>	1	0.071 s	0.055 s	
<a href="#">slbiClient&gt;getFixedOptions</a>	1	0.038 s	0.002 s	
<a href="#">slbiClient&gt;prepareTempFileName</a>	3	0.036 s	0.003 s	

## A2.5.8 Capture d'écran

The screenshot shows the MATLAB R2015b environment with the following components:

- Workspace:** A table listing variables:
 

Name	Value
A	24x48 double
Aeq	16x48 double
b	24x1 double
beg	16x1 double
EXITFLAG	1
f	48x1 double
fval	436.8400
intcon	1x16 double
lb	48x1 double
ub	48x1 double
x	48x1 double
- Command Window:** Shows the execution of the following MATLAB code:
 

```
>> clear all
>> CPaghezzi4Periode8
LP:
    Optimal objective value is 365.524931.

Cut Generation:
    Applied 8 Gomory cuts,
    3 implication cuts, 9 flow cover cuts,
    and 10 mir cuts.

Lower bound is 433.178368.

Heuristics:
    Found 1 solution using rounding.
    Upper bound is 568.180000.
    Delphine.gan.ie.23.015
```
- Editor:** Displays the script code for 'CPaghezzi4Periode8.m', showing constraint definitions:
 

```
47 - Aeq(10,10) = 1; Aeq(10,42) = -1; Aeq(10,41)=1; beg(10) = 2;
48 - Aeq(11,11) = 1; Aeq(11,43) = -1; Aeq(11,42)=1; beg(11) = 3;
49 - Aeq(12,12) = 1; Aeq(12,44) = -1; Aeq(12,43)=1; beg(12) = 2;
50 - Aeq(13,13) = 1; Aeq(13,45) = -1; Aeq(13,44)=1; beg(13) = 3;
51 - Aeq(14,14) = 1; Aeq(14,46) = -1; Aeq(14,45)=1; beg(14) = 2;
52 - Aeq(15,15) = 1; Aeq(15,47) = -1; Aeq(15,46)=1; beg(15) = 3;
53 - Aeq(16,16) = 1; Aeq(16,48) = -1; Aeq(16,47)=1; beg(16) = 2;
54 $ Lower bounds
55 - lb = zeros(48,1);
56 $ Upper bounds
57 - ub = Inf(48,1);
58 - ub(17:32) = 1;
59 - [x, fval, EXITFLAG] = intlinprog(f,intcon,A,b,Aeq,beg,lb,ub);
```

### Annexe 3.1 Coût minimale pour un système multi-lignes

#### A3.1.1 Solutions

```
// solution (optimal) with objective 775

// Quality Incumbent solution:

// MILP objective                7.7500000000e+002

// MILP solution norm |x| (Total. Max)    9.50000e+001 7.00000e+000

// MILP solution error (Ax=b) (Total. Max)  0.00000e+000 0.00000e+000

// MILP x bound error (Total. Max)        0.00000e+000 0.00000e+000

// MILP x integrality error (Total. Max)   0.00000e+000 0.00000e+000

// MILP slack bound error (Total. Max)     0.00000e+000 0.00000e+000

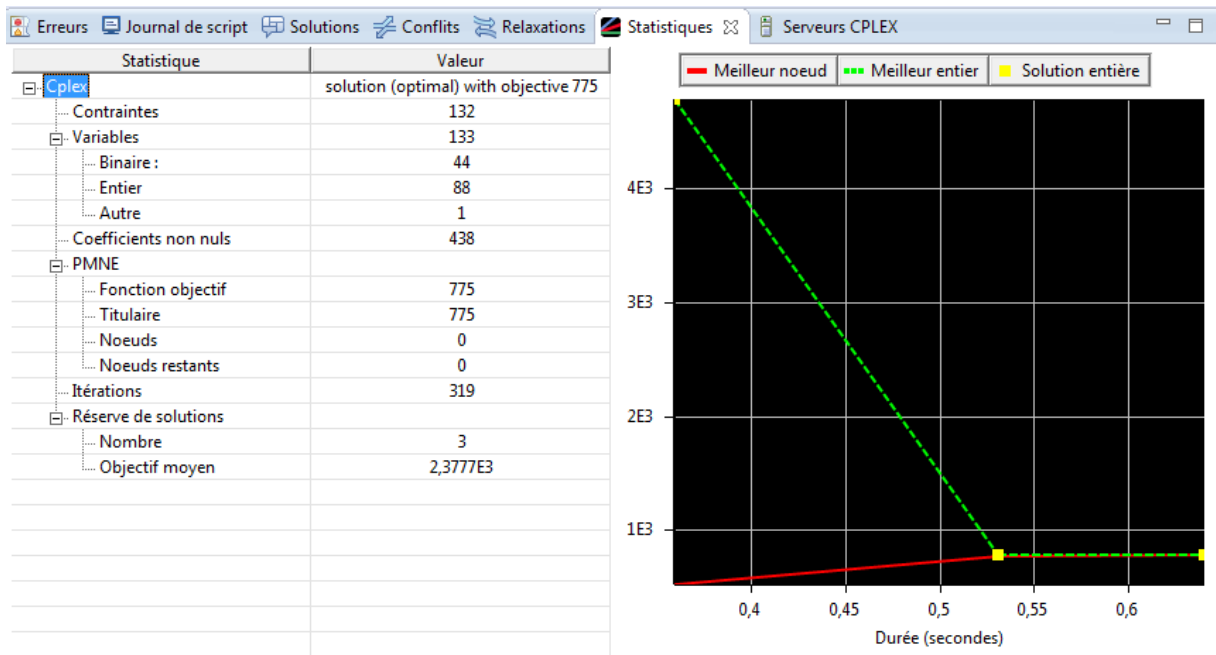
x = [[[0 5 0 0 0 5 0 0 0 5 0]
      [5 0 5 0 0 0 0 0 6 0 0]]
      [[0 0 0 5 0 0 0 5 0 0 0]
      [0 0 0 0 5 0 7 0 0 0 0]]];

y = [[[0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0]
      [1 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0]]
      [[0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0]
      [0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0]]];

s = [[0 2 0 2 0 2 0 2 0 2 0]
      [2 0 2 0 2 0 4 2 5 3 0]];

r = [[2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
      [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]];
```

### A3.1.2 Statistiques :



### Annexe 4.1. Programme algorithme génétique par Matlab

```
%CM=[426.14 308.48 284.99 279.82 291.32 282.18 283.89 287.58 293.96 304.81 326.08]
```

```
% capacité
```

```
C = [12.47 12.47 12.47 12.47 12.47 12.47 12.47 12.47 12.47 12.47 12.47 ;
```

```
12.47 12.03 12.47 12.03 12.47 12.03 12.47 12.03 12.47 12.03 12.47 ;
```

```
12.47 12.03 11.44 12.47 12.03 11.44 12.47 12.03 11.44 12.47 12.03 ;
```

```
12.47 12.03 11.44 11.12 12.47 12.03 11.44 11.12 12.47 12.03 11.44 ;
```

```
12.47 12.03 11.44 11.12 10.91 12.47 12.03 11.44 11.12 10.91 12.47 ;
```

```
12.47 12.03 11.44 11.12 10.91 10.67 12.47 12.03 11.44 11.12 10.91 ;
```

```
12.47 12.03 11.44 11.12 10.91 10.77 10.67 12.47 12.03 11.44 11.12 ;
```

```
12.47 12.03 11.44 11.12 10.91 10.77 10.67 10.59 12.47 12.03 11.44 ;
```

```
12.47 12.03 11.44 11.12 10.91 10.77 10.67 10.59 12.47 10.53 12.03 ;
```

```
12.47 12.03 11.44 11.12 10.91 10.77 10.67 10.59 10.53 10.48 12.47 ;
```

```
12.47 12.03 11.44 11.12 10.91 10.77 10.67 10.59 10.53 10.48 10.44];
```

---

X=zeros (11.88);

for i=1:11

% Contraintes d'inégalité

b = zeros (77.1);

A = zeros(77.88);

A(1.1) = 1; A(1.12) = 1; A(1.23) = 5; A(1.34) = 5; b (1) = C (i. 1);

A(2.2) = 1; A(2.13) = 1; A(2.24) = 5; A(2.35) = 5; b (2) = C (i. 2);

A(3.3) = 1; A(3.14) = 1; A(3.25) = 5; A(3.36) = 5; b (3) = C (i. 3);

A(4.4) = 1; A(4.15) = 1; A(4.26) = 5; A(4.37) = 5; b (4) = C (i. 4);

A(5.5) = 1; A(5.16) = 1; A(5.27) = 5; A(5.38) = 5; b (5) = C (i. 5);

A(6.6) = 1; A(6.17) = 1; A(6.28) = 5; A(6.39) = 5; b (6) = C (i. 6);

A(7.7) = 1; A(7.18) = 1; A(7.29) = 5; A(7.40) = 5; b (7) = C (i. 7);

A(8.8) = 1; A(8.19) = 1; A(8.30) = 5; A(8.41) = 5; b(8) = C(i.8);

À (9.9) = 1 ; A (9.20) = 1 ; A (9.31) = 5 ; A (9.42) = 5 ; b (9) = C (i. 9) ;

À (10.10) = 1 ; A (10.21) = 1 ; A (10.32) = 5 ; A (10.43) = 5 ; b (10) = C (i. 10) ;

À (11.11) = 1 ; A (11.22) = 1 ; A (11.33) = 5 ; A (11.44) = 5 ; b (11) = C (i. 11) ;

À (12.1) = 1 ; A (12.23) = -27 ; b (12) = 0 ;

À (13.2) = 1 ; A (13.24) = -25 ; b (13) = 0 ;

À (14.3) = 1 ; A (14.25) = -22 ; b (14) = 0 ;

À (15.4) = 1 ; A (15.26) = -20 ; b (15) = 0 ;

À (16.5) = 1 ; A (16.27) = -17 ; b (16) = 0 ;

A(17.6) = 1; A(17.28) = -15; b (17) = 0 ;

A(18.7) = 1; A(18.29) = -12; b (18) = 0 ;

A(19.8) = 1; A(19.30) = -10; b (19) = 0 ;

A(20.9) = 1; A(20.31) = -7; b (20) = 0 ;

---

$A(21.10) = 1; A(21.32) = -5;$	$b(21) = 0;$
$A(22.11) = 1; A(22.33) = -2;$	$b(22) = 0;$
$A(23.12) = 1; A(23.34) = -28;$	$b(23) = 0;$
$A(24.13) = 1; A(24.35) = -25;$	$b(24) = 0;$
$A(25.14) = 1; A(25.36) = -23;$	$b(25) = 0;$
$A(26.15) = 1; A(26.37) = -20;$	$b(26) = 0;$
$A(27.16) = 1; A(27.38) = -18;$	$b(27) = 0;$
$A(28.17) = 1; A(28.39) = -15;$	$b(28) = 0;$
$A(29.18) = 1; A(29.40) = -13;$	$b(29) = 0;$
$A(30.19) = 1; A(30.41) = -10;$	$b(30) = 0;$
$A(31.20) = 1; A(31.42) = -8;$	$b(31) = 0;$
$A(32.21) = 1; A(32.43) = -5;$	$b(32) = 0;$
$A(33.22) = 1; A(33.44) = -3;$	$b(33) = 0;$

% Contraintes d'égalité

$\hat{A}(34.1) = 1; A(34.45) = -1; A(34.67) = 1;$	$b(34) = 2;$
$A(35.2) = 1; A(35.46) = -1; A(35.68) = 1; A(35.45)=1;$	$b(35) = 3;$
$A(36.3) = 1; A(36.47) = -1; A(36.69) = 1; A(36.46)=1;$	$b(36) = 2;$
$A(37.4) = 1; A(37.48) = -1; A(37.70) = 1; A(37.47)=1;$	$b(37) = 3;$
$A(38.5) = 1; A(38.49) = -1; A(38.71) = 1; A(38.48)=1;$	$b(38) = 2;$
$A(39.6) = 1; A(39.50) = -1; A(39.72) = 1; A(39.49)=1;$	$b(39) = 3;$
$A(40.7) = 1; A(40.51) = -1; A(40.73) = 1; A(40.50)=1;$	$b(40) = 2;$
$A(41.8) = 1; A(41.52) = -1; A(41.74) = 1; A(41.51)=1;$	$b(41) = 3;$
$A(42.9) = 1; A(42.53) = -1; A(42.75) = 1; A(42.52)=1;$	$b(42) = 2;$
$A(43.10) = 1; A(43.54) = -1; A(43.76) = 1; A(43.53)=1;$	$b(43) = 3;$
$A(44.11) = 1; A(44.55) = -1; A(44.77) = 1; A(44.54)=1;$	$b(44) = 2;$

---

$$\hat{A}(45.12) = 1; A(45.56) = -1; A(45.78) = 1; \quad b(45) = 3;$$

$$A(46.13) = 1; A(46.57) = -1; A(46.79) = 1; A(46.56)=1; b(46) = 2;$$

$$A(47.14) = 1; A(47.58) = -1; A(47.80) = 1; A(47.57)=1; b(47) = 3;$$

$$A(48.15) = 1; A(48.59) = -1; A(48.81) = 1; A(48.58)=1; b(48) = 2;$$

$$A(49.16) = 1; A(49.60) = -1; A(49.82) = 1; A(49.59)=1; b(49) = 3;$$

$$A(50.17) = 1; A(50.61) = -1; A(50.83) = 1; A(50.60)=1; b(50) = 2;$$

$$A(51.18) = 1; A(51.62) = -1; A(51.84) = 1; A(51.61)=1; b(51) = 3;$$

$$A(52.19) = 1; A(52.63) = -1; A(52.85) = 1; A(52.62)=1; b(52) = 2;$$

$$A(53.20) = 1; A(53.64) = -1; A(53.86) = 1; A(53.63)=1; b(53) = 3;$$

$$A(54.21) = 1; A(54.65) = -1; A(54.87) = 1; A(54.64)=1; b(54) = 2;$$

$$A(55.22) = 1; A(55.66) = -1; A(55.88) = 1; A(55.65)=1; b(55) = 3;$$

$$A(56.1) = -1; A(56.45) = 1; A(56.67) = -1; \quad b(56) = -2;$$

$$A(57.2) = -1; A(57.46) = 1; A(57.68) = -1; A(57.45)=-1; b(57) = -3;$$

$$A(58.3) = -1; A(58.47) = 1; A(58.69) = -1; A(58.46)=-1; b(58) = -2;$$

$$A(59.4) = -1; A(59.48) = 1; A(59.70) = -1; A(59.47)=-1; b(59) = -3;$$

$$A(60.5) = -1; A(60.49) = 1; A(60.71) = -1; A(60.48)=-1; b(60) = -2;$$

$$A(61.6) = -1; A(61.50) = 1; A(61.72) = -1; A(61.49)=-1; b(61) = -3;$$

$$A(62.7) = -1; A(62.51) = 1; A(62.73) = -1; A(62.50)=-1; b(62) = -2;$$

$$A(63.8) = -1; A(63.52) = 1; A(63.74) = -1; A(63.51)=-1; b(63) = -3;$$

$$A(64.9) = -1; A(64.53) = 1; A(64.75) = -1; A(64.52)=-1; b(64) = -2;$$

$$A(65.10) = -1; A(65.54) = 1; A(65.76) = -1; A(65.53)=-1; b(65) = -3;$$

$$A(66.11) = -1; A(66.55) = 1; A(66.77) = -1; A(66.54)=-1; b(66) = -2;$$

$$A(67.12) = -1; A(67.56) = 1; A(67.78) = -1; \quad b(67) = -3;$$

$$A(68.13) = -1; A(68.57) = 1; A(68.79) = -1; A(68.56)=-1; \quad b(68) = -2;$$

---

$A(69.14) = -1$ ;  $A(69.58) = 1$ ;  $A(69.80) = -1$ ;  $A(69.57)=-1$ ;  $b(69) = -3$  ;  
 $A(70.15) = -1$ ;  $A(70.59) = 1$ ;  $A(70.81) = -1$ ;  $A(70.58)=-1$ ;  $b(70) = -2$  ;  
 $A(71.16) = -1$ ;  $A(71.60) = 1$ ;  $A(71.82) = -1$ ;  $A(71.59)=-1$ ;  $b(71) = -3$  ;  
 $A(72.17) = -1$ ;  $A(72.61) = 1$ ;  $A(72.83) = -1$ ;  $A(72.60)=-1$ ;  $b(72) = -2$  ;  
 $A(73.18) = -1$ ;  $A(73.62) = 1$ ;  $A(73.84) = -1$ ;  $A(73.61)=-1$ ;  $b(73) = -3$  ;  
 $A(74.19) = -1$ ;  $A(74.63) = 1$ ;  $A(74.85) = -1$ ;  $A(74.62)=-1$ ;  $b(74) = -2$  ;  
 $A(75.20) = -1$ ;  $A(75.64) = 1$ ;  $A(75.86) = -1$ ;  $A(75.63)=-1$ ;  $b(75) = -3$  ;  
 $A(76.21) = -1$ ;  $A(76.65) = 1$ ;  $A(76.87) = -1$ ;  $A(76.64)=-1$ ;  $b(76) = -2$  ;  
 $A(77.22) = -1$ ;  $A(77.66) = 1$ ;  $A(77.88) = -1$ ;  $A(77.65)=-1$ ;  $b(77) = -3$  ;

% Contraintes de bornes

Intcon = 1:88 ;

% Borne inférieure

LB = zeros (88,1) ;

% Borne supérieure

UB = Inf(88,1) ;

UB(1)= C (i. 1) ;

UB(2)= C (i. 2) ;

UB(3)= C (i. 3) ;

UB(4)= C (i. 4) ;

UB(5)= C (i. 5) ;

UB(6)= C (i. 6) ;

UB(7)= C (i. 7) ;

UB(8)= C (i. 8) ;

UB(9)= C (i. 9) ;

UB(10)= C (i. 10) ;

UB(11)= C (i. 11) ;

UB(12)= C (i. 1) ;

UB(13)= C (i. 2) ;

UB(14)= C (i. 3) ;

UB(15)= C (i. 4) ;

UB(16)= C (i. 5) ;

UB(17)= C (i. 6) ;

UB(18)= C (i. 7) ;

UB(19)= C (i. 8) ;

UB(20)= C (i. 9) ;

UB(21)= C (i. 10) ;

UB(22)= C (i. 11) ;

UB(23)= 1 ;

UB(24)= 1 ;

UB(25)= 1 ;

UB(26)= 1 ;

UB(27)= 1 ;

UB(28)= 1 ;

UB(29)= 1 ;

UB(30)= 1 ;

UB(31)= 1 ;

UB(32)= 1 ;

UB(33)= 1 ;

UB(34)= 1 ;

UB(35)= 1 ;

UB(36)= 1 ;

UB(37)= 1 ;

UB(38)= 1 ;

UB(39)= 1 ;

UB(40)= 1 ;

UB(41)= 1 ;

UB(42)= 1 ;

UB(43)= 1 ;

UB(44)= 1 ;

UB(45)= C (i. 1) ;

UB(46)= C (i. 2) ;

UB(47)= C (i. 3) ;

UB(48)= C (i. 4) ;

UB(49)= C (i. 5) ;

UB(50)= C (i. 6) ;

UB(51)= C (i. 7) ;

UB(52)= C (i. 8) ;

UB(53)= C (i. 9) ;

UB(54)= C(i. 10);

UB(55)= C(i. 11);

UB(56)= C (i. 1) ;

UB(57)= C (i. 2) ;

UB(58)= C (i. 3) ;

UB(59)= C (i. 4) ;

UB(60)= C (i. 5) ;

UB(61)= C (i. 6) ;

UB(62)= C (i. 7) ;

UB(63)= C (i. 8) ;

UB(64)= C (i. 9) ;

UB(65)= C(i. 10);

UB(66)= C(i. 11);

UB(67)=2 ;

UB(68)=3 ;

UB(69)=2 ;

UB(70)=3 ;

UB(71)=2 ;

UB(72)=3 ;

UB(73)=2 ;

UB(74)=3 ;

UB(75)=2 ;

UB(76)=3 ;

UB(77)=2 ;

UB(78)=3 ;

UB(79)=2 ;

UB(80)=3 ;

UB(81)=2 ;

UB(82)=3 ;

UB(83)=2 ;

UB(84)=3 ;

UB(85)=2 ;

UB(86)=3 ;

UB(87)=2 ;

UB(88)=3 ;

% fonction objective

---

```
fun = @(x) 5*(x (1)+x (2)+x (3)+x (4)+x (5)+x (6)+x (7)+x (8)+x (9)+x (10)+x (11)+x (12)+x  
(13)+x (14)+x (15)+x (16)+x (17)+x (18)+x (19)+x (20)+x (21)+x (22)) +25*(x (23)+x (24)+x (25)+x  
(26)+x (27)+x (28)+x (29)+x (30)+x (31)+x (32)+x (33)+x (34)+x (35)+x (36)+x (37)+x (38)+x  
(39)+x (40)+x (41)+x (42)+x (43)+x (44)) +2*(+x (45)+x (46)+x (47)+x (48)+x (49)+x (50)+x (51)+x  
(52)+x (53)+x (54)+x (55)+x (56)+x (57)+x (58)+x (59)+x (60)+x (61)+x (62)+x (63)+x (64)+x  
(65)+x (66)) +100*(x (67)+x (68)+x (69)+x (70)+x (71)+x (72)+x (73)+x (74)+x (75)+x (76)+x  
(77)+x (78)+x (79)+x (80)+x (81)+x (82)+x (83)+x (84)+x (85)+x (86)+x (87)+x (88));
```

```
%opts = gaoptimset('PlotFcns'.plotfun);
```

```
[x.fval.exitflag.output.population.scores] = ga(fun,88,A,b,[],[],LB,UB,[],Intcon,opts);
```

```
cout(i)=fval;
```

```
for j=1:88
```

```
    X (i, j)=x (j);
```

```
end
```

```
end
```

```
i=1:11
```

```
z=cout(i)
```

```
plot(i,z)
```

## Annexe 4.2. Résultats de 50 essais

Tableau A.4.2.1 : Valeurs minimales pour 50 essais avec l'algorithme génétique par Matlab

Tests N°	T=1	T=2	T=3	T=4	T=5	T=6	T=7	T=8	T=9	T=10	T=11
1											3097
2		2775									
3							2817				
4			2166								
5								2519			
6				2700							
7			2166								
8						2688					
9				2638							
10	3016										
11					2861						
12											3097
13				2638							
14		2744									
15					2640						
16								2519			
17				2980							
18		2666					2787				
19					2675						
20			2166								
21				2638							
22							2817				
23	3032										
24						2615					
25				2659							
26			2358								
27					2675						
28		3147									
29				2638							
30							2817				
31					2914						
32			2166								
33						2382					
34				2618							
35							2837				
36											
37		2775									
38								2519			
39				2638							

---

40			3085								
41						2382					
42											
43					2914						
44	3080										
45			2166								
46											2597
47			2166								
48					2304						
49					2675						
50				2518							
Nombre d'occurrences	3	5	8	11	8	4	5	3	0	0	3

