

UNIVERSITÉ CADI AYYAD

FACULTÉ DES SCIENCES

SEMLALIA - MARRAKECH

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

FACULTÉ DE GÉNIE

DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE

N° d'ordre : 291

THÈSE

présentée à

la Faculté des Sciences Semlalia pour obtenir le grade :

Docteur

UFR : Thermique et Mécanique des Fluides

Spécialité : Énergétique

et

Faculté de Génie de l'Université de Sherbrooke, Canada pour obtenir le grade :

Docteur Es-Sciences appliquées (Ph.D)

Spécialité : Génie mécanique

TRANSFERTS COUPLÉS DE CHALEUR ET DE MASSE PAR CONVECTION MIXTE AVEC CHANGEMENT DE PHASE DANS UN CANAL

par :

Othmane Oulaid

(DESA : Mécanique des Fluides et Énergétiques)

Soutenue le 11 mai 2010 à la Faculté des Sciences Semlalia, Marrakech devant la commission d'examen :

Hassan HAMDY, Professeur, Université Cadi Ayyad Marrakech, Maroc, Président
Abdelkhalek CHEDDADI, Professeur, Université Mohammed V-Agdal, Rabat, Maroc
Yves MERCADIER, Professeur, Université de Sherbrooke, Canada
Mohand TAZEROUT, Professeur, Ecole des Mines de Nantes, France
Brahim BENHAMOU Professeur, Université Cadi Ayyad Marrakech, Directeur
Nicolas GALANIS Professeur, Université de Sherbrooke, co-Directeur

Grace à Dieu

TABLE DES MATIÈRES

RÉSUMÉS.....	iii
LISTE DES FIGURES	vii
LISTE DES TABLEAUX	viii
LISTE DES SYMBOLES	ix
CHAPITRE 1 INTRODUCTION ET REVUE DE LITTÉRATURE	1
1.1 Introduction	1
1.2 Convection forcée.....	2
1.3 Convection naturelle avec transfert combiné de chaleur et de masse	3
1.4 Convection mixte avec transfert couplé de chaleur et de masse	5
1.5 Renversement d'écoulement dans un canal vertical.....	6
1.6 Renversement d'écoulement dans un canal incliné.....	8
1.7 Conclusion.....	9
CHAPITRE 2 MODÉLISATION MATHÉMATIQUE ET NUMÉRIQUE	10
2.1 Introduction	10
2.2 Description et modélisation mathématique du problème étudié	10
2.2.1 Hypothèses simplificatrices.....	11
2.2.2 Équations régissant le transfert de chaleur et de masse.....	14
2.2.3 Équations sans dimensions	15
2.2.4 Nombres sans dimensions caractérisant le problème	16
2.2.5 Conditions aux limites	19
2.3 Méthode numérique.....	20
2.4 Validation du code de calcul	24
2.4.1 Écoulement en développement thermique.....	24
2.4.2 Écoulement en développement simultané	26
2.4.3 Écoulement en développement thermique avec transfert de masse	28
2.4.3 Validation expérimentale.....	30
1.5 Conclusion.....	30
CHAPITRE 3 COMBINED BUOYANCY EFFECTS OF THERMAL AND MASS DIFFUSION ON LAMINAR CONVECTION IN A VERTICAL ISOTHERMAL CHANNEL	31
Résumé	32
Abstract.....	33
3.1 Introduction	34
3.2 Description and Modeling	36
3.3 Numerical method	39
3.4 Results and discussion	40
3.5 Conclusion.....	52

CHAPITRE 4	FLOW REVERSAL IN COMBINED LAMINAR MIXED CONVECTION HEAT AND MASS TRANSFER WITH FACE CHANGE IN A VERTICAL CHANNEL	53
Résumé		54
Abstract.....		55
4.1	Introduction	56
4.2	Description and Modeling of the problem.....	58
4.3	Numerical method	62
4.4	Results and discussion	64
4.5	Flow reversal chart	81
4.6	Conclusion.....	84
CHAPITRE 5	SIMULTANEOUS HEAT AND MASS TRANSFER IN INCLINED CHANNEL WITH ASYMMETRICAL CONDITIONS	85
Résumé		86
Abstract.....		87
5.1	Introduction	88
5.2	Description and Modeling of the problem.....	89
5.3	Numerical method	93
5.4	Results and discussion	95
5.5	Flow reversal chart	111
5.6	Conclusion.....	112
CHAPITRE 6	CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES.....	113
LISTE DES RÉFÉRENCES.....		115

RÉSUMÉ

La présente thèse traite des phénomènes de transferts de chaleur et de masse en convection mixte thermosolutale avec changement de phase dans un canal. Celui-ci est formé de deux plaques planes parallèles dont l'une ou les deux sont mouillées par un film d'eau de faible épaisseur. Ces plaques sont soumises à une température constante et uniforme. Le canal est traversé par un écoulement laminaire ascendant d'air humide en régime permanent. Le système d'équations mathématiques, est basé sur les équations de Navier-Stokes ainsi que les équations de conservation de l'énergie et de conservation des espèces. L'approximation de Boussinesq est adoptée. La résolution des équations gouvernantes est basée sur la méthode des volumes finis alors que le couplage vitesse-pression est traité à l'aide de l'algorithme SIMPLER.

Les effets combinés des forces d'Archimède d'origine thermique et massique sur la convection laminaire dans un canal symétrique isotherme vertical ont été étudiés. Les résultats de cette étude montrent que ces forces ont un effet important sur les champs hydrodynamique, thermique et massique. Ainsi pour des parois froides et un écoulement d'air chaud, ces forces causent le renversement de ce dernier près des parois. De plus, nous avons montré que le transfert par chaleur latente n'est important comparé à celui par chaleur sensible que si le gradient de concentration est important.

Le renversement d'écoulement laminaire dans un canal symétrique isotherme vertical et asymétrique isotherme pour le cas d'un canal incliné a été étudié. Pour le cas du canal incliné, seule la plaque inférieure est couverte d'un film d'eau de faible épaisseur alors que l'autre est considérée imperméable. Nous avons discuté l'effet des forces d'Archimède d'origine thermique et massique sur les champs hydrodynamique, thermique et massique. Ainsi, ces forces peuvent causer le renversement de l'écoulement si leur intensité est importante. Les conditions d'existence de ce dernier ont été présentées par des abaques et expressions analytiques. Ces abaques et expressions donnent la valeur critique du nombre de Grashof d'origine thermique en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs du nombre de Grashof d'origine massique et différents angles d'inclinaison pour le cas du canal incliné.

Mots clés: Transfert de chaleur et de masse, Convection mixte, Changement de phase, Force de gravité, Effet de l'inclinaison, Abaques de renversement, Canal.

ملخص الرسالة

Resume

This thesis deals with a numerical study of laminar mixed convection flow associated with mass transfer and phase change in a parallel plate channel. The plates are maintained at a constant uniform temperature and the lower plate is covered by thin liquid water film. The liquid film is assumed to be extremely thin and its temperature is equal to the wall temperature. A 2D fully elliptical model, associated with the Boussinesq assumption, is used to take into account axial diffusion. The solution of this mathematical model is based on the finite volume method and the velocity-pressure coupling is handled by the SIMPLER algorithm.

Combined buoyancy forces effects on laminar mixed in symmetrical isothermal channel were investigated. Results show that buoyancy forces have an important effect on the hydrodynamic field as well as on the heat and mass transfer characteristics. Thus, for cold plates and an upward hot air flow, these forces induce a flow reversal near the plates for high air temperatures and mass fractions. Additionally, heat transfer associated with phase change (i.e. latent heat transfer) is more important compared with sensible heat transfer.

Flow reversal was investigated in symmetrical isothermal vertical channel and asymmetrical isothermal inclined channel. For the inclined channel, only the lower plate is wetted by a thin liquid water film while the other one is impermeable. We discuss the effect of the buoyancy forces on the hydrodynamic, heat and mass fields. Thus, these forces induce a flow reversal when their intensities are important. It is established that heat transfer associated with phase change is, sometimes, more significant than sensible heat transfer. Furthermore, this importance depends on the mass fraction gradient. The conditions for the existence of flow reversal are presented in charts and analytical expressions. These charts specify the critical thermal Grashof number as a function of the Reynolds number for different values of the solutal Grashof number and different channel inclinations.

Keywords: Heat and mass transfer, Mixed convection, Phase change, Inclined channel, Flow reversal chart.

LISTE DES FIGURES

Figure 2.1 Schéma du canal étudié.....	11
Figure 2.2 Schéma d'un volume de contrôle principale.....	21
Figure 2.3 Schéma du maillage	22
Figure 2.4 Évolution de la température moyenne	25
Figure 2.5 Évolution du nombre de Nusselt.....	25
Figure 2.6 Évolution du nombre de Nusselt moyen	27
Figure 2.7 Évolution du nombre de Nusselt latent	28
Figure 2.8 Évolution du nombre de Nusselt sensible	29
Figure 2.9 Évolution axiale de la température du film.....	30
Figure 3.1 Schematic representation of the physical system.....	37
Figure 3.2 Streamlines, isotherms and isoconcentration lines.....	42
Figure 3.3 Axial velocity profiles.....	44
Figure 3.4 Axial velocity distribution near the plates	44
Figure 3.5 Axial evolution of the friction factor	45
Figure 3.6 Axial evolution of the average mass fraction.....	46
Figure 3.7 Axial evolution of the average temperature	47
Figure 3.8 Axial evolution of sensible Nusselt number	48
Figure 3.9 Axial evolution of Sherwood number	49
Figure 3.10 Axial evolution of latent Nusselt number	50
Figure 3.11 Axial evolution of dimensionless mass fraction gradient near the walls.....	51
Figure 3.12 Axial evolution of latent Nusselt to sensible Nusselt numbers ratio	52
Figure 4.1 Schematic representation of the physical system.....	59
Figure 4.2 Comparison between our results and those from Laaroussi et al., 2009.....	64
Figure 4.3 Axial velocity profiles at $X = 4.62$	67
Figure 4.4 Evolution of the axial velocity near walls.....	68
Figure 4.5 Streamlines	69
Figure 4.6 Axial evolution of the friction factor	71
Figure 4.7 Dimensionless profiles for Case #3.....	73
Figure 4.8 Axial evolution of the dimensionless transverse vapour velocity at the walls	75

Figure 4.9 Axial evolution of the dimensionless mass fraction gradient close to the plate for Case #3	76
Figure 4.10 Axial evolution of Sherwood number	77
Figure 4.11 Axial evolution of latent Nusselt number	79
Figure 4.12 Axial evolution of dimensionless bulk temperature for case #3	80
Figure 4.13 Axial evolution of the latent to the sensible Nusselt numbers ratio.....	81
Figure 4.14 Flow reversal chart	84
Figure 5.1 Schematic representation of the physical system.....	90
Figure 5.2 Comparison between our results and those from literature.....	94
Figure 5.3 Axial evolution of the friction factor	97
Figure 5.4 Axial velocity profiles at $X = 4.86$	98
Figure 5.5 Axial velocity profiles.....	99
Figure 5.6 Streamlines for different inclination angles	100
Figure 5.7 Axial evolution of the dimensionless vapour velocity at the upper wall	101
Figure 5.8 Dimensionless mass fraction and temperature profiles (2D)	103
Figure 5.9 Dimensionless temperature profiles (3D)	104
Figure 5.10 Dimensionless mass fraction profiles.....	106
Figure 5.11 Mean dimensionless temperature	107
Figure 5.12 Axial evolution of Sherwood number at the lower wet plate.....	108
Figure 5.13 Axial evolution of the sensible Nusselt number	109
Figure 5.14 Axial evolution of latent Nusselt number	110
Figure 5.15 Flow reversal chart	111

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1 Valeurs de Φ , S et Γ correspondantes aux équations gouvernantes.....	21
Tableau 2.2 Comparaison des valeurs de coefficient de friction, nombre de Nusselt sensible et nombre de Sherwood pour différents maillages	24
Tableau 2.3 Écart relatif entre les températures moyennes de nos résultats et ceux de Shah [Shah et London, 1978]	26
Tableau 2.4 Écart relatif entre les nombres de Nusselt de nos résultats et ceux de Shah [Shah et London, 1978]	26
Tableau 2.5 Écart relatif entre les nombres de Nusselt moyen de nos résultats et ceux de Hwang [Shah et London, 1978].....	27
Tableau 2.6 Écart relatif entre les nombres de Nusselt latent de nos résultats et ceux de Yan et Lin, 1989.....	29
Tableau 2.7 Écart relatif entre nos résultats et ceux de Yan et Lin, 1989 du nombre de Nusselt sensible	29
Tableau 3.1 Validation of the sensible Nusselt number	40
Tableau 3.2 Validation of the latent Nusselt number	40
Tableau 4.1 Validation of the sensible Nusselt number	63
Tableau 4.2 Validation of the latent Nusselt number	63
Tableau 4.3 Values of parameters of the study	65
Tableau 5.1 Minimum f.Re valeurs	97

LISTE DES SYMBOLES

C	fraction massique adimensionnelle, $C = \frac{\omega - \omega_{in}}{\omega_w - \omega_{in}}$
c_{pa}	chaleur spécifique de l'air ($J.Kg^{-1}.K^{-1}$)
c_{pv}	chaleur spécifique de la vapeur d'eau ($J.Kg^{-1}.K^{-1}$)
D	Coefficient de diffusion (m^2/s)
D_h	diamètre hydraulique, $= 4 W$ (m)
f	coefficient de friction
g	accélération de la pesanteur ($m.s^{-2}$)
Gr_T	nombre de Grashof thermique, $Gr_T = \frac{g\beta_T D_h^3 (T_w - T_{in})}{\nu^2}$
Gr_M	nombre de Grashof massique, $Gr_M = \frac{g\beta_M D_h^3 (\omega_w - \omega_{in})}{\nu^2}$
h_{fg}	chaleur latente de vaporisation (kJ/kg)
k	conductivité thermique (W/m.K)
L	longueur du canal (m)
\dot{m}''	flux de masse évaporé ($kg/m^2.s$)
M	masse molaire (g/mol)
N	rapport de flottabilité, $N = Gr_M/Gr_T$
Nu_L	Nombre de Nusselt Latent, $Nu_L = - \frac{2S}{(1-\theta_m)(1-w_w)} \frac{\partial C}{\partial Y} \Big _{Y=0}$
Nu_S	Nombre de Nusselt sensible, $Nu_S = - \frac{2}{1-\theta_m} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big _{Y=0}$
p	pression (Pa)
p_m	pression modifiée $p_m = p + \rho_{in} g (x \sin \varphi + y \cos \varphi)$ (Pa)
Pr	nombre de Prandtl, $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$
q''	flux de chaleur (W/m^2)
Re	nombre de Reynolds, $u_{in}.D_h/\nu$
Sc	nombre de Schmidt, $Sc = \frac{\nu}{D}$
Sh	Nombre de Sherwood, $Sh = - \frac{2}{1-w_m} \frac{\partial C}{\partial Y} \Big _{Y=0}$
T	température ($^{\circ}C$ ou K)
u	vitesse axiale (m/s)
U	vitesse axiale adimensionnelle, $U = \frac{u}{u_{in}}$

v	vitesse transversale (m/s)
V	vitesse transversale adimensionnelle, $V = \frac{v}{u_{in}}$
V_e	vitesse d'évaporation adimensionnelle, $V_e = -\frac{2}{Re Sc} \frac{\omega_w - \omega_{in}}{1 - \omega_w} \frac{\partial C}{\partial Y} \Big _{Y=0}$
x	coordonnée axiale (m)
X	coordonnée axiale adimensionnelle, $X = \frac{x}{2W}$
y	coordonnée transversale (m)
Y	coordonnée transversale adimensionnelle, $Y = \frac{y}{2W}$
W	demi-distance entre les plaques (m)

Indices et exposants

a	air
e	évaporation
in	grandeur à l'entrée du canal
L	latente
m	moyenne
w	valeur sur les parois du canal
s	sensible
T	thermique
v	vapeur

Symboles grecs

α	coefficient de diffusion thermique, (m ² /s)
β_M	coefficient d'expansion massique, = $M_a / M_v - 1$
β_T	coefficient d'expansion thermique, = $1 / T_{in}$ [K ⁻¹]
γ	facteur de forme, = $2W/L$
θ	température adimensionnelle, $\theta = \frac{T - T_{in}}{T_w - T_{in}}$
ν	viscosité cinématique (m ² /s)
ϕ	humidité relative de l'air (%)
ω	fraction massique (g de vapeur / kg d'air humide)

CHAPITRE 1 Introduction générale et revue bibliographique

1.1 Introduction

Les phénomènes de transfert de chaleur et de masse sont d'un intérêt considérable dans le domaine d'ingénierie. Cet intérêt se traduit par de nombreuses applications comme le dessalement d'eau de mer, la distillation, la climatisation, le séchage du bois, le refroidissement des composantes électroniques,...

L'augmentation des besoins en eau douce causée par les diverses utilisations comme dans l'industrie et l'irrigation, ainsi que les ressources qui restent invariantes ou même en diminution, entraînent la nécessité de créer et développer des unités de dessalement surtout dans les régions qui souffrent d'un déficit en eau douce. Les procédés de dessalement sont multiples (Osmose inverse, Électrodialyse, Évapo-condensation...). Le procédé d'évapo-condensation, qui est un procédé thermique, est intéressant pour les petites unités de dessalement. Ce procédé consiste à utiliser un courant d'air chaud pour évaporer l'eau à dessaler pour ensuite condenser la vapeur d'eau résultante.

Dans le présent travail nous étudions un problème ayant une relation directe avec ces applications faisant intervenir les phénomènes de transferts de chaleur et de masse dans un canal vertical. Celui-ci est constitué de deux plaques planes parallèles avec un film en évaporation et/ou condensation. Pour comprendre ces phénomènes, nous présentons dans le premier chapitre une revue des travaux antérieurs, ce qui nous aidera à situer notre étude. Nous insistons plus particulièrement sur les études consacrées au phénomène de renversement d'écoulement. Dans le deuxième chapitre nous présentons en détail le modèle mathématique ainsi que la méthode des volumes finis utilisée dans ce travail et le code numérique qui a été développé. Les résultats obtenus par ce code sont comparés avec des travaux de littérature afin d'assurer sa validité.

Le troisième chapitre traite des effets combinés des forces d'Archimède d'origine thermique et massique sur la convection laminaire dans un canal symétrique isotherme vertical. Le renversement d'écoulement qui résulte de ces effets, fait l'objet du quatrième chapitre. Les

conditions d'existence de ce phénomène y sont présentées dans des abaques et par des expressions analytiques. Dans le cinquième chapitre nous étudions le renversement d'écoulement laminaire dans un canal asymétrique isotherme incliné. Le but est tant de déterminer les conditions d'existence de ce renversement en fonction de l'inclinaison du canal.

1.2 Convection forcée

L'évaporation par convection forcée d'un film au-dessus d'une plaque plane avec un transfert combiné de chaleur et de masse a fait l'objet de plusieurs recherches théoriques et expérimentales. Par exemple Ait Aldjet, 1988 a fait une étude théorique et expérimentale des transferts ayant lieu au niveau des parois humides et adiabatiques d'un canal plan à l'intérieur duquel circule un écoulement forcé d'air. L'effet de certains paramètres de géométrie et d'entrée sur l'amélioration des échanges thermique et massique a été étudié. Les longueurs d'établissement thermique et massique ont été également déterminées. Lin et al., 1992 ont étudié les effets combinés des forces d'Archimède d'origines thermique et massique sur la convection laminaire forcée dans un canal horizontal à section carrée. La paroi inférieure est maintenue humide et soumise à un flux de chaleur uniforme et les autres parois sont sèches et adiabatiques. Ces auteurs ont montré numériquement que le transfert de chaleur est dominé essentiellement par le transport de chaleur latente.

Boukadida, 2000 a analysé les transferts couplés de chaleur et de masse par convection forcée dans un canal horizontal. Le phénomène d'évaporation de l'eau a été étudié dans un écoulement d'air sec, d'air humide et de vapeur surchauffée. Il a montré que l'analogie entre le transfert de chaleur et de masse n'est valable que pour les faibles températures et pour de faibles concentrations où le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable et que la température d'inversion augmente avec la vitesse de l'écoulement à l'entrée.

Yan et Soong, 1995 ont étudié le problème d'évaporation d'un film liquide ruisselant sur une plaque plane inclinée et soumise à un flux de chaleur uniforme et constant. Ils ont supposé que les écoulements d'air et du film liquide sont turbulents et sans ondes. Leurs résultats montrent que l'augmentation de l'angle d'inclinaison, de l'épaisseur du film liquide à l'entrée ou de la vitesse du courant d'air entraînent une réduction des températures de la plaque et de l'interface. Mezaache et Daguene, 2000 ont étudié numériquement l'évaporation, dans un

courant forcé d'air humide, d'un film mince d'eau ruisselant sur une plaque plane inclinée, considérée adiabatique ou traversée par un flux de chaleur constant. Ils ont montré que le terme de diffusion enthalpique est négligeable et que le transfert de chaleur est dominé par le transfert lié à la transition liquide-vapeur.

1.3 Convection naturelle avec transfert de chaleur et de masse

La convection naturelle d'origines thermique et massique le long d'une plaque verticale ou inclinée a fait l'objet de plusieurs études. Parmi ces études on peut citer celle de Bolter et al., 1946 qui ont réalisé une étude expérimentale par convection naturelle à partir d'un plan libre d'eau. La quantité d'eau évaporée en fonction de l'humidité de l'air extérieur a été étudiée. Maters et al., 1957 et Gill et al., 1965 ont développé des méthodes analytiques pour la résolution du problème des transferts de chaleur et de masse, pour des conditions aux limites de température et de concentration imposées et en l'absence de film ruisselant. La solution analytique a été déterminée par d'autres chercheurs en supposant que le rapport des forces volumiques ($N = \beta_M (C - C_{in}) / \beta_T (T - T_{in})$) est constant.

Une étude théorique et expérimentale de l'évaporation par convection naturelle sur une plaque plane poreuse et saturée d'eau a été effectuée par Vachon, 1979. Cet auteur a utilisé deux méthodes de calcul dont la première est analytique et basée sur les solutions affines et la deuxième numérique utilisant la méthode des différences finies. Les résultats obtenus par ces deux méthodes sont comparés à ceux expérimentales. De plus l'auteur a établi des corrélations donnant les nombres de Nusselt et Sherwood ainsi que le débit évaporé en fonction du nombre de Grashof combiné. Ben Nasrallah et Arnaud, 1985 ont étudié théoriquement l'évaporation en convection naturelle sur une plaque verticale humide chauffée à densité de flux variable suivant la hauteur. Deux types de méthodes ont été utilisés pour résoudre le système d'équations : méthode semi-analytique pour rechercher des solutions affines et des solutions quasi-affines et une méthode de différences finies. Leurs résultats montrent que la méthode quasi-affine est moins restrictive et donne une meilleure approximation de la solution exacte. Ainsi, ils ont représenté des expressions approchées pratiques de la température et de la concentration pariétale et des nombres de Nusselt et de Sherwood locaux.

Tsay et al., 1990 ont étudié l'évaporation par convection naturelle d'un film liquide s'écoulant sur une plaque verticale adiabatique. Cette étude a montré que le transfert de chaleur se fait principalement par le transport de chaleur latente. Une étude sur le transfert de chaleur et de masse en convection naturelle entre deux plaques parallèles et verticales avec un film d'eau ou d'éthanol en évaporation a été menée par Yan et Lin, 1990. Leurs résultats montrent que l'hypothèse d'un film mince n'est valable que pour de faibles débits massiques.

Debbissi, 2000 a étudié l'évaporation de l'eau par convection naturelle entre deux plaques planes dont l'une est humide et soumise à un flux de chaleur uniforme alors que l'autre est supposée imperméable et maintenue isotherme ou chauffée à flux constant. Le rayonnement des plaques a été pris en considération. Leurs résultats montrent que le transfert de chaleur est dominé par le transport de chaleur latente même si le rayonnement des plaques est important et que la température de l'air à côté des plaques subit un abaissement important causé par l'évaporation du film liquide.

Les effets combinés des forces d'Archimède de diffusion thermique et massique dans un écoulement en convection naturelle laminaire à l'intérieur des conduites verticales ont été étudiés par Yan et Lin, 2001. Ces auteurs se sont intéressés aux effets de la température des parois mouillées, de l'humidité de l'air à l'entrée et du facteur de forme sur l'écoulement et le transfert de chaleur et de masse. Ils affirment que le transfert de chaleur se fait essentiellement par le transport de chaleur latente soit en évaporation ou en condensation.

Une étude expérimentale de l'évaporation par convection naturelle d'un mince film d'eau ruisselant sur les parois internes d'un canal vertical et soumises à une densité de flux constante a été menée par Cherif et al., 2005. Ils ont étudié l'effet de la densité de chauffage sur la température du film et sur le coefficient d'échange massique. Leurs résultats montrent qu'une augmentation de la densité du flux de chauffage augmente la température du film et que cette température présente deux zones : une zone d'échauffement vers la sortie du canal et une zone d'évaporation à mi-hauteur de ce dernier. D'autre part, ils ont montré que le profil de température à mi-hauteur du canal présente le phénomène de stratification près de ses parois.

1.4 Convection mixte avec transfert couplé de chaleur et de masse

De nombreuses études ont été consacrées ces dernières années aux effets combinés des forces d'Archimède thermique et massique sur les écoulements en convection mixte ou naturelle. Lin et al., 1988 ont étudié la convection mixte laminaire dans un tube vertical. Leurs résultats montrent que l'effet des forces d'Archimède est important pour des faibles nombres de Reynolds et des températures d'entrée élevées et que le transfert de chaleur est dominé par le transport de chaleur latente due à l'évaporation du film liquide. Yan et al., 1991 ont étudié l'effet du film liquide sur le transfert de chaleur et de masse par convection laminaire dans un canal vertical. Le canal est formé par deux plaques parallèles et adiabatiques sur lesquelles ruisselle un film liquide de température supérieure à celle de l'air à l'entrée du canal. L'écoulement est descendant. Les résultats obtenus montrent que le rapport entre les chaleurs latente et sensible transférées est plus important pour des faibles débits d'écoulement et des températures élevées du film. Une étude numérique du transfert combiné de chaleur et de masse dans un canal vertical a été menée par Lee et al., 1997. Le canal est rectangulaire et une de ses parois est poreuse et maintenue constamment humide par un film d'eau liquide, les autres parois sont sèches et isolées. Ces auteurs ont constaté que du fait de l'évaporation du film liquide, le transfert de masse favorise le transfert de chaleur. Yan, 1998 a mené une étude sur le transfert de chaleur et de masse en convection mixte laminaire dans une conduite rectangulaire en rotation et en présence d'un film d'eau en évaporation. La conduite a des parois poreuses, isothermes et humides. L'auteur a constaté que le transfert de chaleur le long des parois poreuses est dominé par le transport de chaleur latente et que la rotation favorise le transfert de chaleur et de masse et augmente le facteur de friction local. Le même auteur a traité numériquement en 1999 le refroidissement évaporatif d'un film liquide par la convection mixte en régime turbulent dans un canal vertical. Le canal est formé par deux plaques planes supposées adiabatiques, sur lesquelles ruisselle un film liquide. L'écoulement est descendant. Ses résultats montrent que le transfert de chaleur est dominé par le transport de chaleur latente liée à l'évaporation du film liquide et que le refroidissement est maximal pour des valeurs élevées de température d'entrée.

Ait Hammou et al., 2004 ont traité les effets des transferts simultanés de chaleur et de masse en écoulement laminaire descendant d'air humide dans un canal vertical avec des parois

humides. Ces auteurs ont étudié les effets de la température et de l'humidité de l'air à l'entrée sur son écoulement le long du canal et sur le transfert de chaleur et de masse. Ils ont trouvé que le facteur de friction et le nombre de Sherwood augmentent avec ces deux facteurs. D'un autre côté, ils ont montré que les forces d'Archimède influencent beaucoup le profil de vitesse axiale, le facteur de friction et les nombres de Sherwood et Nusselt.

Huang et al., 2005 ont analysé numériquement le transfert de chaleur et de masse en convection mixte laminaire dans un canal vertical de section rectangulaire avec film en évaporation et condensation. Le canal est formé de quatre parois dont deux solides et isolés, alors que les deux autres sont poreuses et maintenues à des températures constantes. Les propriétés physiques sont considérées constantes. La résolution numérique est faite par la méthode de vorticité-vitesse pour un écoulement parabolique tridimensionnelle. Leurs résultats montrent que pour de grandes valeurs de température, il résulte une diminution du coefficient de friction. Le transfert de masse et de chaleur augmente avec le rapport de forme de la section rectangulaire, ainsi qu'une augmentation de l'humidité entraîne une diminution du transfert de chaleur.

Dans les deux sections qui suivent nous citons quelques études qui traitent le renversement de l'écoulement dans des conduites verticales et inclinées.

1.5 Renversement d'écoulement dans un canal vertical

La convection mixte thermique avec renversement d'écoulement dans la région d'entrée dans des tubes horizontal et vertical a été étudiée numériquement par Wang et al., 1994. La méthode de résolution utilisée est celle des différences finies pour un modèle 3D. Les résultats obtenus montrent que la conduction axiale et la convection mixte peuvent créer des distorsions sur la température et la vitesse. Ces distorsions prennent de l'importance si on augmente le nombre de Prandtl et/ou le nombre de Rayleigh. La contrainte de cisaillement sur les parois admet un optimum dans la position où les distorsions se produisent. Cet optimum est soit un maximum pour le cas de chauffage, soit un minimum dans le cas de refroidissement. Le régime du reversement d'écoulement est identifié dans les coordonnées Peclet-Rayleigh.

Nguyen et al., 2004 ont étudié numériquement l'instabilité et le renversement d'un écoulement laminaire en convection thermique mixte dans un tube vertical. La résolution numérique basée

sur la méthode des volumes finis a été utilisée. Les résultats montrent que le renversement de l'écoulement dépend essentiellement du nombre de Grashof. Ainsi pour le cas où les forces d'Archimède sont opposées à l'écoulement, le renversement a lieu près des parois pour un nombre critique de Grashof de 3.10^5 alors qu'il prend lieu au centre du tube pour un nombre critique de 10^6 dans le cas où les forces d'Archimède agissent dans le même sens.

Une solution analytique pour un écoulement développé en convection mixte avec transfert de chaleur et de masse sans changement de phase entre deux plaques parallèles plane a été menée par Boulama et Galanis, 2004. Ils considèrent deux conditions sur les plaques (une température uniforme, UWT ou un flux de chauffage uniforme, UHF) alors que la concentration est supposée uniforme. Leurs résultats montrent que la solution pour le cas UWT dépend du paramètre $(Gt_T + Gt_M) / Re$ alors qu'elle dépend de trois paramètres indépendants : Gt_T / Re , Gt_M / Re et q_1 / q_2 . Ainsi, les conditions produisant le renversement de l'écoulement sont analysées. Salah El-Din, 1992 a analysé l'effet des forces de flottabilité d'origine thermique et massique sur la convection forcée en écoulement laminaire développé dans un canal vertical. Les parois du canal sont soumises à des températures et concentrations constantes et supérieures à celles à l'entrée. Ses résultats ont montré que le renversement d'écoulement ne peut avoir lieu que dans le cas où les températures et les concentrations imposées sur les parois soient asymétriques. Ainsi, les conditions d'existence du renversement ont été représentées.

Récemment, Laaroussi et al., 2009 ont mené une étude numérique de la convection mixte laminaire dans un canal vertical constitué de deux plaques planes parallèles sur lesquelles ruisselle un film liquide. Les plaques sont maintenues à une température constante et le film liquide est supposé d'épaisseur négligeable. L'écoulement d'air est descendant et le film liquide est soit de l'eau soit de l'hexane. Les auteurs ont particulièrement comparé les résultats obtenus avec un modèle mathématique avec propriétés constantes (modèle de Boussinesq) et ceux obtenus en considérant des propriétés variables. Ils ont conclu que le premier modèle n'est valable que pour des températures et des concentrations assez faibles. De plus, pour uniquement de la diffusion de la masse, la force d'Archimède cause l'accélération de l'écoulement dans la couche limite et du renversement de ce dernier au centre du canal.

Plus récemment, Desrayaud et Lauriat, 2009 ont étudié numériquement le renversement d'écoulement laminaire en convection thermique mixte dans canal vertical. Ce canal est formé de deux plaques planes parallèles soumises à une température uniforme. L'approximation de Boussinesq a été adoptée et le modèle numérique est basé sur l'algorithme SIMPLE. Les résultats obtenus montrent que dans le cas des forces de gravité aidante, le renversement d'écoulement se produit au centre du canal près de l'entrée (soit $x/(D_h Re)|_{crit.} \approx 0.007$). De plus les auteurs ont remarqué que la longueur du canal n'a pas d'effet sur la forme et la taille des cellules de renversement tant que le canal est suffisamment long ($L/2b > 10$.)

1.6 Renversement d'écoulement dans un canal incliné

Les phénomènes de transferts couplés de chaleur et de masse ont été abondamment étudiés dans des conduites horizontales ou verticales alors que pour des conduites inclinées, ces études sont moins traitées. Ainsi les effets des conditions d'entrée sur l'évaporation d'un film sur une plaque inclinée ont été traités par Mezaache et Dagenet, 2005. Le calcul numérique utilisé est basé sur la méthode implicite des différences finies. Les résultats obtenus montrent que pour un flux de chaleur imposé ou une température imposée, l'effet de l'inclinaison devient plus important pour les grandes valeurs de la vitesse du gaz et aussi lorsqu'on augmente le débit d'écoulement du liquide. Aussi les auteurs ont montré que dans l'intervalle d'inclinaison 0-10°, l'augmentation de l'angle d'inclinaison implique un accroissement du taux de masse évaporée du film. Le transfert de chaleur par convection mixte associé à l'évaporation d'un film liquide dans une conduite carrée inclinée a été étudié numériquement par Jang et al., 2005. Leurs résultats montrent que le facteur de friction et les transferts de chaleur et de masse sont considérablement affectés par l'angle d'inclinaison. Said et al., 2005 ont étudié numériquement la convection thermique naturelle en régime turbulent dans un canal formé de deux plaques planes isothermes et inclinées. Leurs résultats montrent que le nombre de Nusselt subit une diminution quand le nombre de Rayleigh augmente. Les auteurs ont établi une corrélation pour le calcul du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh et de l'inclinaison du canal. Guimaraes et Menon, 2004 ont étudié le transfert de chaleur par convection mixte dans un canal rectangulaire incliné avec trois sources de chaleur sur sa paroi inférieure. La paroi supérieure est maintenue à une température froide fixe. Les auteurs affirment que l'angle d'inclinaison a un grand effet sur l'écoulement et le transfert de chaleur

pour de faibles nombres de Reynolds, surtout pour des valeurs d'angle d'inclinaison entre 0° et 45° . La recirculation et le renversement d'écoulement sont présentés pour quelques situations telles que $Re = 10$ et des angles d'inclinaison de 45° et 90° .

Rheault et Bilgen, 1993 ont étudié numériquement la convection thermique mixte laminaire dans un canal incliné avec des conditions asymétriques de chauffage. Les équations régissant qui sont elliptiques ont été discrétisées par la méthode des volumes finis et en utilisant la formulation vorticité-ligne de courant. Les auteurs ont montré que le renversement d'écoulement peut avoir lieu pour des nombres de Peclet variant de 10 à 150, où l'effet de la diffusion axiale devient critique. Ainsi les résultats montrent que le renversement près de la paroi froide et/ou au centre du canal devient plus accentué pour de larges valeurs de Gr/Re^2 et que le transfert de chaleur croît généralement avec l'augmentation de Gr/Re^2 et de l'angle d'inclinaison.

1.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une revue de littérature des différents travaux traitant des transferts de chaleur et de masse, et plus particulièrement ceux qui traitent la convection mixte avec changement de phase. Vu la complexité de ces phénomènes, il apparaît que la plupart des travaux numériques adoptent des hypothèses simplificatrices qui limitent le domaine de validité des modèles utilisés et des résultats obtenus et de ce fait ne permettent pas l'étude des certains phénomènes physiques. En Particulier, la diffusion axiale de la quantité de mouvement, de l'énergie et des espèces est souvent négligée. Ce qui conduit à des modèles paraboliques. Le phénomène de renversement d'écoulement dans les conduites en développement simultané avec transfert de chaleur et de masse accompagné d'un changement de phase est très peu étudié. Dans ce travail, nous adoptons un modèle qui prend en considération la diffusion axiale (modèle elliptique) pour étudier le renversement d'écoulement. Nous nous proposons, ainsi, d'approfondir l'étude ce phénomène, ses effets sur les transferts et le champ hydrodynamique ainsi que les conditions de son existence.

CHAPITRE 2 Modélisation mathématique et numérique

2.1 Introduction

Pour atteindre les objectifs visés, il est nécessaire de définir une méthodologie bien appropriée afin d'établir un programme numérique valide qui permet de simuler tous les phénomènes mis en jeu. Nous présentons dans cette partie la formulation mathématique générale du problème étudié (canal asymétrique incliné). Ainsi, la formulation mathématique pour le cas du canal vertical sera ensuite déduite de celle du canal incliné. La méthode de résolution utilisée est décrite en détail. Le code de calcul élaboré est testé par comparaison de nos résultats avec ceux de la littérature.

2.2 Description et modélisation mathématique du problème étudié

Le modèle physique étudié est un canal vertical formé de deux plaques planes, parallèles, et distantes de $2W$. Les plaques sont maintenues à une température constante et uniforme (T_w). L'une de ces plaques (ou juste celle du bas, dans le cas d'un canal incliné) sont mouillées par un film d'eau de faible épaisseur. Vu que le film ne peut tenir sur la plaque du haut dans le cas du canal incliné, la plaque du haut est maintenue imperméable. Le canal est traversé par un écoulement ascendant laminaire d'air humide chaud en régime permanent. À l'entrée, ce dernier à une température T_{in} , une humidité relative ϕ_{in} et un profil de vitesse uniforme u_{in} (Figure 2.1).

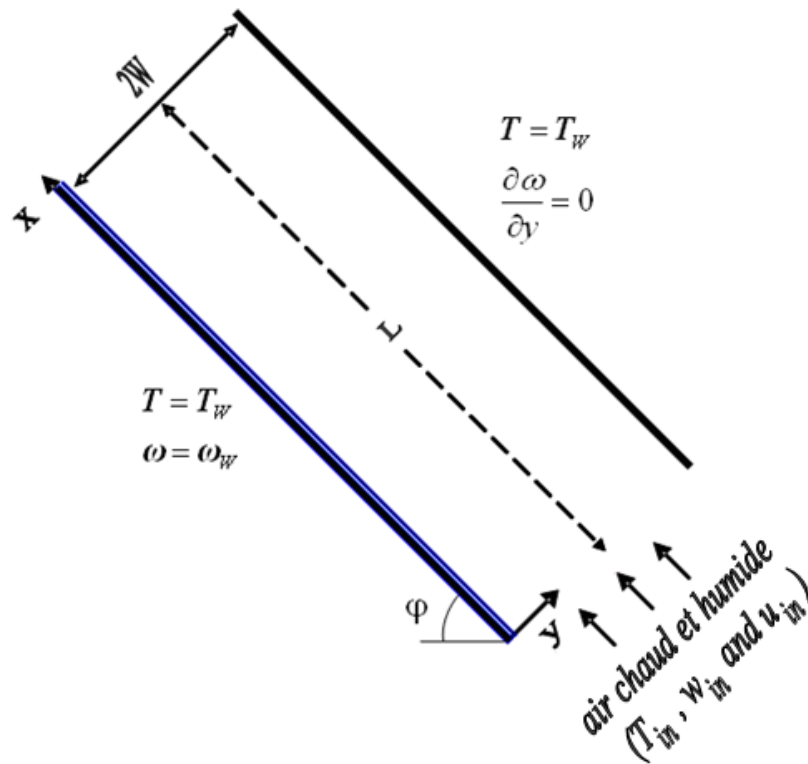


Figure 2.1 Schéma du canal étudié

2.2.1 Hypothèses simplificatrices

Pour étudier les phénomènes complexes mis en jeu, nous avons pris en considération les hypothèses simplificatrices suivantes :

- L'écoulement est laminaire, incompressible, bidimensionnel et en régime permanent.

Dans cette étude le nombre de Reynolds ne dépasse pas 500 et la densité ne varie pas en fonction de la pression. La variation par rapport au temps n'est pas considérée. Cette première hypothèse a été utilisée par plusieurs chercheurs, même pour des nombres de Reynolds dépassent la valeur de 1000. Nous citons par exemple : Lin et al., 1988, Tsay et Yan, 1990, Aguanoun et al. 1994, Debbissi et al., 2001 and Siow et al., 2004.

- Le film liquide est mince.

Pour traiter le film comme une condition limite, le film est considéré très mince. Donc sa température est égale à celle imposée sur la paroi. Ceci nous permet de résoudre les équations de conservation seulement dans la phase gazeuse. Yan, 1993 a montré que cette hypothèse est

valide pour des faibles débits de liquide. Cette hypothèse a été largement utilisée dans la littérature [Gebhart et Pera, 1971, Lin et al., 1988, Debbissi et al., 2003 et Laaroussi et al., 2009].

- L'air humide est considéré gaz parfait.

Sous la pression atmosphérique, l'air humide peut être considéré comme mélange de deux gaz parfaits. Sa densité est déterminée à l'aide de la loi des gaz parfaits et la pression totale est la somme des pressions partielles des deux gaz [Mezaache et Dagenet, 2005 et Siow et al., 2007].

- La dissipation visqueuse et le travail des forces de pression sont négligés.

La diffusion d'énergie d'origine purement mécanique est négligée du fait que la vitesse et la viscosité de l'air sont faibles. Cette hypothèse a été prise en considération par Tsay et Yan, 1990, Ali Cherif et Daif, 1999 et Debbissi et al. 2001.

- L'interface liquide-vapeur est en équilibre thermodynamique.

Cette hypothèse a été prise en considération du fait que le changement de phase ne se produit que sous des conditions de saturation. Donc, l'interface est considérée saturée à la température T_w . Plusieurs auteurs ont pris en considération cette hypothèse [Tsay et Yan, 1990, Yan et Soong, 1995 et Siow et al., 2007].

- Les effets Soret et Dufour sont négligeables.

Le flux de masse causé par le gradient de température (effet Soret) ainsi que le flux de chaleur causé par le gradient de masse sont considérés négligeables. Ces effets secondaires ne sont pas tenus en compte car les gradients de température et concentration sont faibles [Gebhart et Pera, 1971, Tsay et Yan, 1990, Aguanoun et al. 1994 et Ali Cherif et Daif, 1999].

- Le transfert par rayonnement est négligeable.

Du fait que l'intervalle de température considéré reste faible, l'effet radiatif des parois peut être considéré négligeable [Gebhart et Pera, 1971, Agunaoun et al., 1996, Debbissi, 2000, Mezaache et Dagenet, 2005].

- L'approximation de Boussinesq est adoptée.

Pour tenir compte des effets de flottabilité, et vu que les équations gouvernantes complètes et exactes ne sont pas résolubles analytiquement, certaines approximations sont demandées. La

plus simple approximation est celle de Boussinesq. Cette approximation est fondée sur l'hypothèse de considérer la densité comme constante sauf dans le terme de flottabilité [Boussinesq, 1903]. Elle fournit un modèle très utilisé, confirmé par une littérature abondante rapportant d'excellents accords entre calculs et expériences.

La validité de cette approximation a fait l'objet de plusieurs études. Gray et Giorgini, 1976 ont présenté une nouvelle méthode d'obtention des équations approchées des écoulements en convection naturelle en prenant des propriétés physiques variables en fonction de la température et de la pression. Les auteurs montrent que cette approximation est bien valide pour des faibles différences de température et de concentration. Cette méthode a été appliquée à l'eau et à l'air à température ambiante. Shang et Wang (1993) ont étudié la déviation dans les calculs de transfert de chaleur en raison d'ignorer la variabilité des propriétés physiques. Leurs résultats montrent que l'approximation de Boussinesq n'est valable que si les gradients de température restent faibles. Cette approximation a été abondamment adoptée [Gebhart et al., 1988, Tsay et Yan, 1990, Ait Hammou et al. 2004 et Laaroussi et al., 2009].

Cette approximation est exprimée par la relation suivante

$$\rho = \rho_{in} [1 - \beta_T (T - T_{in}) - \beta_M (\omega - \omega_{in})] \quad (2.1)$$

avec : $\beta_T = \frac{-1}{\rho_{in}} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_{C=cste, p=cste}$: Coefficient d'expansion volumique dû à la température.

et

$$\beta_M = \frac{-1}{\rho_{in}} \left(\frac{\partial \rho}{\partial \omega} \right)_{T=cste, p=cste} : \text{Coefficient d'expansion volumique dû à la concentration.}$$

D'après la loi des gaz parfaits : $\rho = \frac{PM}{RT}$ (P: pression total du mélange et M sa masse molaire)

Donc on peut facilement démontrer que : $\beta_T = \frac{1}{T_{in}}$

$$\text{On a aussi : } \beta_M = \frac{-1}{\rho_{in}} \left(\frac{\partial \rho}{\partial \omega} \right)_{T=cste, p=cste} = \frac{-1}{\rho_{in}} \cdot \frac{P}{RT} \left(\frac{\partial M}{\partial \omega} \right)_{T=cste, p=cste}$$

La loi de Dalton nous permet d'écrire $P = P_v + P_a$

En utilisant la loi des gaz parfaits on a : $P = \frac{RT}{V} \cdot \frac{m}{M}$

$$\text{Donc : } \frac{RT}{V} \cdot \frac{m}{M} = \frac{RT}{V} \cdot \frac{m_v}{M_v} + \frac{RT}{V} \cdot \frac{m_a}{M_a} \Rightarrow \frac{1}{M} = \frac{\frac{m_v}{M_v} + \frac{m_a}{M_a}}{m} \text{ (m est la masse total du mélange)}$$

$$\text{On aussi } \omega = \frac{m_v}{m} \text{ et } \frac{m_a}{m} = 1 - \omega$$

$$\text{Donc } \frac{1}{M} = \frac{\omega}{M_v} + \frac{1-\omega}{M_a} \Rightarrow M = \left(\frac{\omega}{M_v} + \frac{1-\omega}{M_a} \right)^{-1}$$

$$\text{Après dérivation et simplification on obtient : } \beta_M = \frac{M_a - M_v}{(M_a - M_v)\omega + M_v}$$

$$\Rightarrow \beta_M = \frac{\frac{M_a - M_v}{M_v}}{\frac{M_a - M_v}{M_v}\omega + 1}$$

$$\text{Du fait que } \frac{M_a - M_v}{M_v} \ll 1 \text{ et } \omega \ll 1, \text{ l'expression simplifié de } \beta_M \text{ devient } \beta_M = \frac{M_a}{M_v} - 1$$

2.2.2 Équations régissant le champ hydrodynamique, thermique et massique

En adoptant les hypothèses simplificatrices signalées dans le paragraphe précédent, les équations qui régissent les transferts de chaleur et de masse dans un canal vertical s'écrivent :

Équation de continuité

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.2)$$

Équation de conservation de la quantité de mouvement suivant x

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \rho g \sin \varphi \quad (2.3)$$

Équation de conservation de la quantité de mouvement suivant y

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \rho g \cos \varphi \quad (2.4)$$

Équation de conservation de l'énergie

$$\rho c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \rho D (c_{pv} - c_{pa}) \left(\frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (2.5)$$

Le second terme de la partie droite de cette équation qui représente le transport d'énergie par inter-diffusion est considéré comme négligeable devant le premier terme, [Yan et al., 1999 et Mezaache et Daguenet, 2000]. Donc cette équation devient :

$$\rho c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (2.6)$$

Équation de diffusion de la vapeur

$$u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = D \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \quad (2.7)$$

En adoptant la relation (2.1), le gradient de pression et le terme de gravité dans l'équation (2.3) peuvent s'écrire comme suit :

$$-\frac{\partial p}{\partial x} - \rho g \sin \varphi = -\frac{\partial p_m}{\partial x} + \rho_{in} g \sin \varphi (\beta_T (T - T_{in}) + \beta_m (\omega - \omega_{in})) \quad (2.8)$$

Avec : $p_m = p + \rho_{in} g (x \sin \varphi + y \cos \varphi)$ est la pression modifiée.

2.2.3 Équations sans dimensions

Pour donner une formulation générale au problème étudié, nous transformons les équations gouvernantes sous leur forme adimensionnelle en adoptant les grandeurs sans dimensions suivantes :

$$X = \frac{x}{2W} \quad ; \quad Y = \frac{y}{2W} \quad ; \quad U = \frac{u}{u_{in}} \quad ; \quad V = \frac{v}{u_{in}}$$

$$\theta = \frac{T - T_{in}}{T_w - T_{in}} \quad ; \quad C = \frac{\omega - \omega_{in}}{\omega_w - \omega_{in}} \quad ; \quad P_m = \frac{P_m}{\rho_{in} u_{in}^2}$$

Après adimensionalisation, les équations (2.2) – (2.7) peuvent s'écrire :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (2.9)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P_m}{\partial X} + \frac{2}{Re} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) + \frac{2 \sin \varphi}{Re^2} (Gr_T \theta + Gr_M C) \quad (2.10)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P_m}{\partial Y} + \frac{2}{Re} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \frac{2 \cos \varphi}{Re^2} (Gr_T \theta + Gr_M C) \quad (2.11)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{2}{Re Pr} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (2.12)$$

$$U \frac{\partial C}{\partial X} + V \frac{\partial C}{\partial Y} = \frac{2}{Re Sc} \left(\frac{\partial^2 C}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial Y^2} \right) \quad (2.13)$$

2.2.4 Nombres sans dimensions caractérisant le problème

Dans les équations adimensionnelles du paragraphe précédent, interviennent d'autres nombres sans dimensions. Ces nombres sont définis comme suit :

- **Rapport de forme** : C'est le rapport entre la largeur et la hauteur du canal.

$$\gamma = \frac{2W}{L} \quad (2.14)$$

- **Nombre de Reynolds** : Il représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces de viscosité.

$$Re = \frac{u_{in} D_h}{\nu} \quad (2.15)$$

avec $D_h = 4.W$

- **Nombre de Grashof thermique** : C'est le rapport entre les forces d'Archimède thermique et les forces de viscosité.

$$Gr_T = \frac{g \beta_T D_h^3 (T_w - T_{in})}{\nu^2} \quad (2.16)$$

- **Nombre de Grashof massique** : C'est le rapport entre les forces d'Archimède massique et les forces de viscosité.

$$Gr_M = \frac{g \beta_M D_h^3 (\omega_w - \omega_{in})}{\nu^2} \quad (2.17)$$

Où ω_{in} et ω_w correspondent respectivement à la concentration en vapeur d'eau à l'entrée du canal et à celle de la saturation à l'interface air-eau.

L'expression de la concentration en vapeur est donnée par Yan et Soong, 1995 :

$$\omega = \frac{M_v p_{sat}(T)}{M_a (p - p_{sat}(T)) + M_v p_{sat}(T)} \quad (2.18)$$

Où P_{sat} est la pression de saturation à la température T donnée par la relation :

$$\log_{10} p_{sat}(T) = 28.59051 - 8.2 \log_{10} T + 2.4804 \times 10^{-3} T - \frac{3142.32}{T} \quad (2.19)$$

D'après relation (2.18) on constate que la concentration en vapeur dépend de la température de l'air. Donc il y a une interdépendance entre Gr_T et Gr_M .

La somme de ces deux nombres adimensionnels est définie comme étant le *nombre de Grashof total* tel que :

$$Gr^+ = Gr_T + Gr_M \quad (2.20)$$

Le rapport entre ces deux nombres de Grashof est défini comme étant le **Rapport de flottabilité** tel que:

$$N = \frac{Gr_M}{Gr_T} \quad (2.21)$$

- **Nombre de Prandtl** : Il représente le rapport entre la diffusivité de la quantité de mouvement et la diffusivité thermique.

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (2.23)$$

- **Nombre de Schmidt** : Il représente le rapport entre la diffusivité de la quantité de mouvement et la diffusivité massique.

$$Sc = \frac{\nu}{D} \quad (2.24)$$

Notons que dans l'équation (2.10), il apparaît un terme adimensionnel Gr/Re^2 qui est le nombre de Richardson. Selon le nombre de Grashof, on peut définir le nombre de Richardson thermique $Ri_T = Gr_T/Re^2$ et le nombre de Richardson massique $Ri_m = Gr_m/Re^2$. Ces nombres mesurent l'importance de la convection naturelle relativement à la convection forcée.

- **Coefficient de friction local** : Il mesure le frottement du fluide à la paroi du canal.

$$f.Re = 4 \left. \frac{\partial U}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (2.24)$$

Le flux de chaleur échangé au voisinage des parois mouillées se compose de deux types de chaleurs :

- Chaleur sensible : énergie transférée directement au liquide sous l'effet du gradient de température. En négligeant l'énergie échangée par rayonnement, l'expression de cette chaleur est donnée par la relation :

$$q_s'' = -k \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (2.25)$$

Où k est la conductivité thermique de l'air humide.

- Chaleur latente : énergie transférée au liquide pour changer son état en vapeur. Son expression est donnée par la relation :

$$q_l'' = \frac{\rho D h_{fg}}{1 - \omega_w} \left. \frac{\partial \omega}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (2.26)$$

Le flux de chaleur total échangé est :

$$q'' = q_s'' + q_l'' = -k \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} + \frac{\rho D h_{fg}}{1 - \omega_w} \left. \frac{\partial \omega}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (2.27)$$

- **Nombre de Nusselt sensible** : Il fournit une comparaison entre le flux transmis par convection thermique et celui transmis par conduction. Il est donné par l'expression suivante :

$$Nu_s = - \frac{2}{1 - \theta_m} \left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=0} \quad (2.28)$$

avec $\theta_m = \frac{1}{U_m} \int_0^1 U \theta dY$

- **Nombre de Nusselt latent** : C'est le rapport entre le flux transmis par convection massique et celui transmis par conduction. Il est donné par la relation :

$$Nu_L = - \frac{2S}{(1 - \theta_m)(1 - \omega_w)} \left. \frac{\partial C}{\partial Y} \right|_{Y=0} \quad (2.29)$$

Où S est un facteur qui indique l'importance de la chaleur due à la diffusion massique vis à vis de celle due à la diffusion thermique, son expression est donnée par : [Lee et al., 1997] :

$$S = \rho D h_{fg} (\omega_w - \omega_m) / [k(T_w - T_m)] \quad (2.30)$$

L'association de ces deux nombres (Nu_S et Nu_L) donne le nombre de Nusselt total, noté Nu_T tel que :

$$Nu_T = Nu_S + Nu_L \quad (2.31)$$

Soit,

$$Nu_T = (h_c * D_h) / k = (q_T'' * D_h) / [k(T_w - T_m)] \quad (2.32)$$

• **Nombre de Sherwood** : C'est le rapport entre le flux transmis par convection massique et celui transmis par diffusion des espèces. Il est défini par la relation :

$$Sh = \frac{h_m D_h}{D} = \frac{\dot{m}'' D_h}{\rho(\omega_w - \omega_m) D} \quad (2.33a)$$

Le flux de masse évaporé est donné par:

$$\dot{m}'' = \rho_L v_L = \omega_w \rho v_e - \rho D \left. \frac{\partial \omega}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (2.33b)$$

Le nombre de Sherwood est donc

$$Sh = \frac{-D_h}{(1 - \omega_w)(\omega_w - \omega_m)} \left. \frac{\partial \omega}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (2.33c)$$

Du fait que ω_w reste faible dans cette étude, cette expression peut être simplifiée comme suit :

$$Sh = \frac{-D_h}{(\omega_w - \omega_m)} \left. \frac{\partial \omega}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (2.33d)$$

La forme adimensionnelle correspondante est :

$$Sh = \frac{-2}{(1 - C_m)} \left. \frac{\partial C}{\partial Y} \right|_{Y=0} \quad (2.33e)$$

2.2.5 Conditions aux limites

Les conditions aux limites sont les conditions imposées sur les parois, l'entrée et la sortie du canal. Ces conditions sont données sous leur forme adimensionnelle tel que :

- À l'entrée ($X = 0, 0 < Y < 1$) :

$$U = 1 \text{ et } V = C = T = 0$$

- Sur la paroi gauche ou inférieure ($Y = 0, 0 < X < \frac{1}{\gamma}$) :

$$U = 0, C = T = 1 \text{ et } V = V_e$$

- Sur la paroi droite ou supérieure ($Y = 1, 0 < X < \frac{1}{\gamma}$) :

$$U = 0, C = T = 1 \text{ et } V = -V_e \text{ (pour un canal vertical symétrique)}$$

$$U = V = 0, T = 1 \text{ et } \left. \frac{\partial C}{\partial Y} \right|_{Y=1} = 0 \text{ (pour un canal asymétrique incliné)}$$

- À la sortie ($X = \frac{1}{\gamma}, 0 < Y < 1$) :

$$\frac{\partial V}{\partial X} = \frac{\partial U}{\partial X} = \frac{\partial T}{\partial X} = \frac{\partial C}{\partial X} = 0$$

Où V_e est la vitesse d'évaporation de l'eau estimée par Lee et al., 1997:

$$V_e = -\frac{2}{\text{Re Sc}} \frac{\omega_w - \omega_{in}}{1 - \omega_w} \left. \frac{\partial C}{\partial Y} \right|_{Y=0} \quad (2.34)$$

Cette vitesse a été déduite pour un écoulement en régime permanent avec faible variation de l'épaisseur du film liquide le long de la plaque et elle est recalculée à chaque itération.

2.3 Méthode numérique

Vu l'impossibilité de la résolution analytique du système d'équations décrivant les transferts des quantités mises en jeu, plusieurs méthodes numériques de résolution ont été élaborés. On peut citer par exemple : les méthodes aux différences finies, aux volumes finis, aux éléments finis. Ces méthodes permettent de transformer le système d'équations aux dérivées partielles en un système d'équations algébriques.

Dans notre étude nous utilisons la méthode des volumes finis, basée sur l'algorithme SIMPLER [Patankar, 1980], avec un schéma en loi de puissance pour les flux convectifs et un

schéma centré pour les flux de diffusion. Nous présentons par la suite un aperçu sur cette méthode.

L'équation aux dérivées partielles d'une variable dépendante Φ est généralement représentée sous la forme suivante :

$$\frac{\partial(\rho\Phi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i \Phi)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right) + S \quad (2.35)$$

Pour retrouver les équations régissant les échanges de chaleur et de masse dans notre problème, nous représentons dans le tableau ci-dessous les valeurs de Φ , S et Γ .

Tableau 2.1 Valeurs de Φ , S et Γ correspondantes aux équations gouvernantes

Équation	Φ	Γ	S
Continuité	1	0	0
Quantité de mouvement suivant X	U	$\frac{2}{Re}$	$\frac{2 \sin \varphi}{Re^2} (Gr_T \theta + Gr_M C)$
Quantité de mouvement suivant Y	V	$\frac{2}{Re}$	$\frac{2 \cos \varphi}{Re^2} (Gr_T \theta + Gr_M C)$
Énergie	θ	$\frac{2}{Pr Re}$	0
Concentration	C	$\frac{2}{Sc Re}$	0

La résolution des équations analogues à l'équation (2.35) par la méthode des volumes finis passe par la discrétisation dans chaque cellule, appelée volume de contrôle (fig.2.2), des formes intégrales des équations à résoudre à la place de leurs formes différentielles considérées [Patankar, 1980].

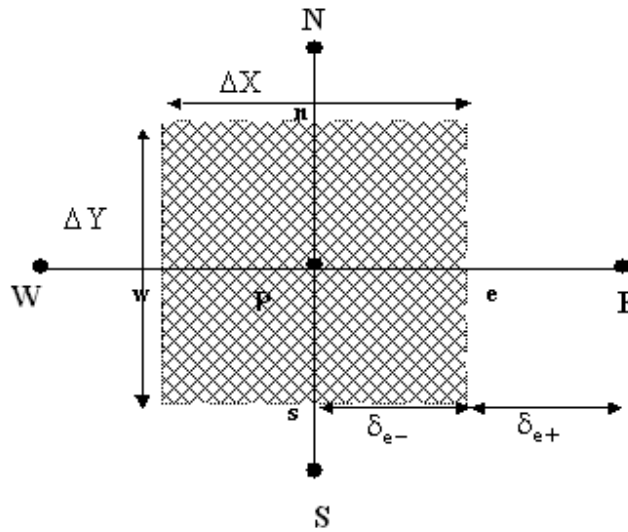


Figure 2.2 Schéma d'un volume de contrôle principal

Les équations discrétisées sont obtenues par intégration de l'équation (2.35) autour de chaque volume de contrôle schématisé sur la figure 2.2.

Le couplage entre l'équation de continuité et les équations de quantité de mouvement nécessite un traitement spécifique. Pour cela on va utiliser un maillage décalé pour évaluer le champ de vitesse (Figure 2.3). Le maillage principal sera réservé pour les grandeurs scalaires (pression, température et concentration).

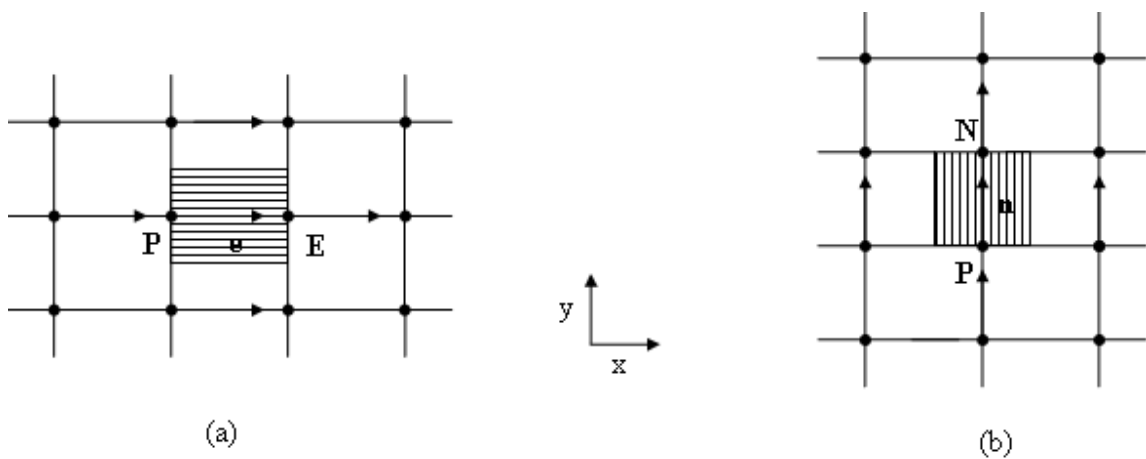


Figure 2.3 Schéma du maillage (a) maillage décalé vers la droite (b) maillage décalé vers la gauche

La discrétisation de l'équation de quantité de mouvement est retrouvée par intégration de l'équation 2.35 en remplaçant Φ par u et/ou v . Après simplification on trouve :

$$a_e u_e = \sum_n a_{nb} u_{nb} + b_u + A_e (p_P - p_E) \quad (2.36a)$$

$$a_n v_n = \sum_n a_{nb} v_{nb} + b_v + A_n (p_P - p_N) \quad (2.36b)$$

Le couplage entre les équations de quantité mouvement et l'équation de continuité, pose un problème du fait que le champ de vitesse calculée par les équations de quantité de mouvement ne satisfait plus l'équation de continuité. Pour dépasser ce problème, Patankar, 1980 a élaboré un algorithme appelé SIMPLER cet algorithme consiste à donner une estimation au champ de pression et de calculer le champ de vitesse. Comme ce champ de vitesse ne satisfait l'équation de continuité, un calcul itératif qui permet la correction de ce champ est nécessaire jusqu'à la satisfaction de l'équation de conservation de masse (continuité).

Pour les cas des fluides incompressibles, l'équation de correction de la pression est obtenue à partir d'une discrétisation de l'équation de continuité. L'intégration de cette équation sur le volume de contrôle principal conduit à une équation où intervient un terme qui tend vers zéro si l'équation de continuité est satisfaite.

Les équations de discrétisation pour les autres variables scalaires sont obtenues en prenant dans l'équation discrétisée, la température comme variable pour l'équation de l'énergie et la concentration pour l'équation de concentration.

L'algorithme SIMPLER se résume aux étapes suivantes :

1. Choix de p^*
2. Calcul de u^* et v^*
3. Calcul de p'
4. En déduire p , u et v
5. Test de Convergence

Si le test est non satisfait : retour à l'étape 2 en utilisant le nouveau champ p comme un champ d'estimation.

La résolution des équations discrétisées, nécessite un calcul itératif à cause de la non-linéarité et du couplage entre celles-ci. Ainsi au cours de la résolution de l'équation d'une variable, les

autres variables sont considérées constantes et leurs valeurs sont égales à celles de l'itération qui précède. Ce processus d'itération est répété jusqu'à convergence de toutes les variables. Le critère de convergence comprend deux indicateurs basés sur la masse résiduelle résultant de l'intégration de l'équation de continuité sur un volume de contrôle. Ces indicateurs sont définis comme étant la plus grande valeur (SMAX) et la somme algébrique (SSUM) de la masse résiduelle à travers tout le domaine de calcul. Ils doivent être inférieurs à 10^{-6} .

Nous considérons un maillage non uniforme dans les deux directions avec une densité de nœuds plus grande près de l'entrée et près des parois où les gradients de température et de concentration sont plus élevés. Afin d'étudier sa sensibilité nous avons considéré différents maillages (100 x 35 et 200 x 70). Les résultats de cette étude sont obtenus en comparant les valeurs de Nu_s et de $f.Re$. Les tableaux 2.2 montrent que les résultats de cette étude diffèrent de moins de 2%. Le maillage 100 x 35 a été adopté pour l'étude paramétrique présenté dans ce travail.

Les tests sur la sensibilité du maillage sont représentés pour les conditions suivantes :

$$Re = 300 ; T_w = 20^\circ\text{C} ; T_{in} = 50^\circ\text{C} ; \phi_m = 30\% \text{ et } \gamma = 1/50$$

Tableau 2.2 Comparaison des valeurs de coefficient de friction, nombre de Nusselt sensible et nombre de Sherwood pour différents maillages.

X	f.Re		Nu _s		Sh	
	100 x 35	200 x 70	100 x 35	200 x 70	100 x 35	200 x 70
0.2	67.2	68.7	19.37	19.75	18.24	18.38
0.5	16.38	16.94	10.79	10.51	9.96	10.02
1	-6.51	-6.42	7.21	7.08	6.85	6.92
10	-15.33	-15.07	6.31	6.29	6.26	6.25
30	14.91	14.69	7.20	7.18	7.19	7.17
50	22.23	22.05	7.48	7.45	7.49	7.44

2.4 Validation du code de calcul

Pour la raison d'assurer la validité de ce programme à toutes les combinaisons possibles, nous avons comparé nos résultats avec quelques résultats de la littérature.

2.4.1 Écoulement en développement thermique

Pour vérifier la validité du code de calcul pour un écoulement en développement thermique, on impose un profil parabolique de vitesse correspondante à un écoulement hydrodynamiquement développé à l'entrée du canal. Ce profil est donné par la relation :

$$\frac{U}{U_{in}} = \frac{3}{2} \left(1 - \left(\frac{y-W}{W} \right)^2 \right) \quad (2.37)$$

Pour comparer nos résultats avec ceux de la littérature, nous présentons l'évolution en fonction de X^* ($X^* = \frac{x}{D_h Re_{Dh} Pr}$) de la température moyenne (Figure 2.4) et du nombre de Nusselt sensible local (Figure 2.5), ainsi que les tableaux regroupant les écarts relatifs entre nos résultats et ceux de Shah et London, 1978.

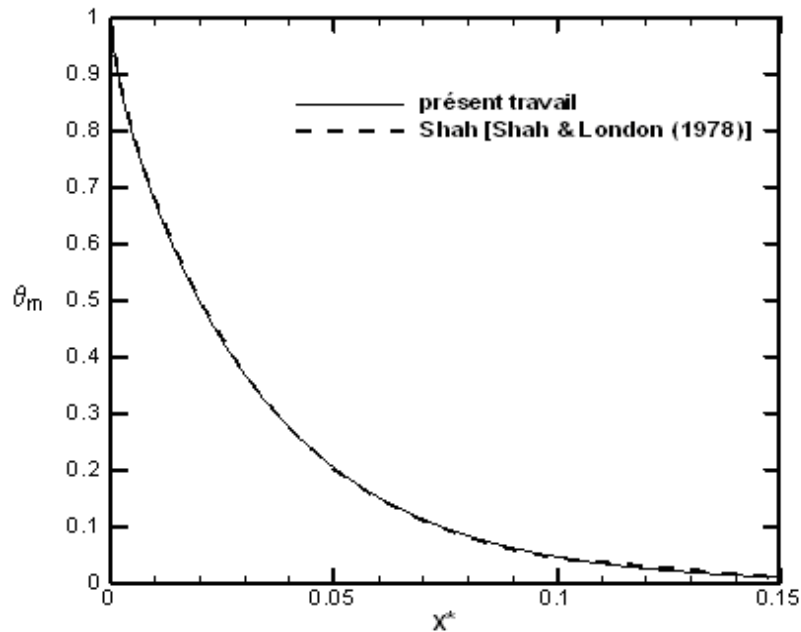


Figure 2.4 Évolution de la température moyenne

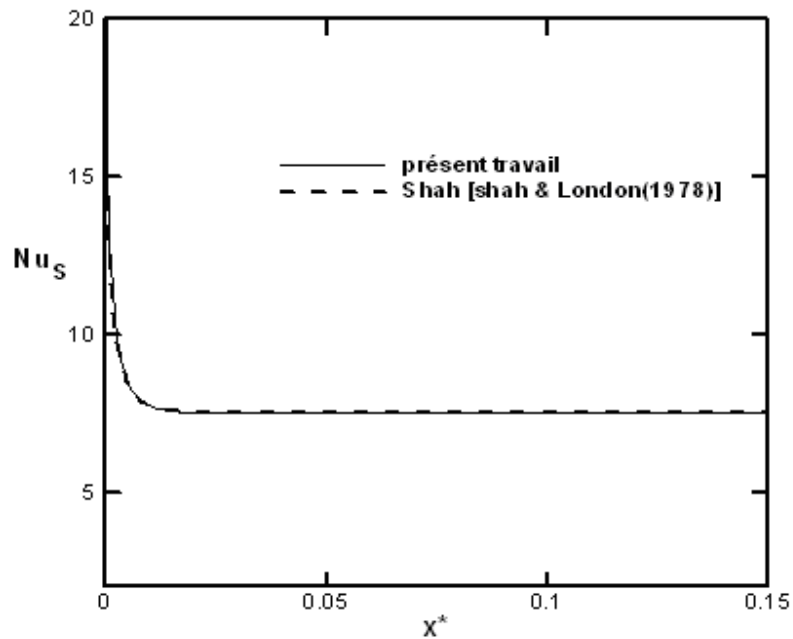


Figure 2.5 Évolution du nombre de Nusselt

Tableau 2.3 Écart relatif entre les températures moyennes de nos résultats et ceux de Shah [Shah et London, 1978]

X^*	0.005	0.05	0.1	0.14
Nos résultats	0.785	0.202	0.0467	0.0156
Résultats de Shah	0.794	0.199	0.0445	0.0168
Ecart (%)	1.14	1.48	4.7	7.14

Tableau 2.4 Écart relatif entre les nombres de Nusselt sensible de nos résultats et ceux de Shah [Shah et London, 1978]

X^*	0.002	0.05	0.1	0.14
Nos résultats	10.68	7.52	7.53	7.53
Résultats de Shah	10.50	7.54	7.54	7.54
Ecart (%)	1.68	0.26	0.13	0.13

Après comparaison entre nos résultats et ceux de Shah [Shah et London, 1978] (Tableau 2.3 et 2.4), pour la température moyenne, on constate que l'écart ne dépasse pas les 5% près de l'entrée du canal et qu'il atteint les 10% vers la sortie. Cette augmentation peut être expliquée par le modèle utilisé par Shah (couche limite) qui n'est pas assez valide en dehors de la couche limite. Concernant le nombre de Nusselt, on voit bien que l'écart ne dépasse pas 2%. L'accord entre nos résultats et ceux de Shah nous assurera la validité de notre code de calcul pour ce type d'écoulement.

2.4.2 Écoulement en développement simultané

Pour vérifier la validité des résultats obtenus par résolution simultanée des équations de quantité de mouvement et de l'énergie en convection forcée, on compare ces résultats avec ceux de Hwang [Shah et London, 1978].

Nous représentons l'évolution axiale du nombre de Nusselt moyen (Figure 2.6), ainsi que le tableau regroupant les écarts relatifs calculés entre nos résultats et ceux de Hwang calculés en quelques positions du canal.

Le nombre de Nusselt moyen est donné par la relation suivante :

$$Nu_{m,x} = \frac{1}{x} \int_0^x Nu_x dx \quad (2.38)$$

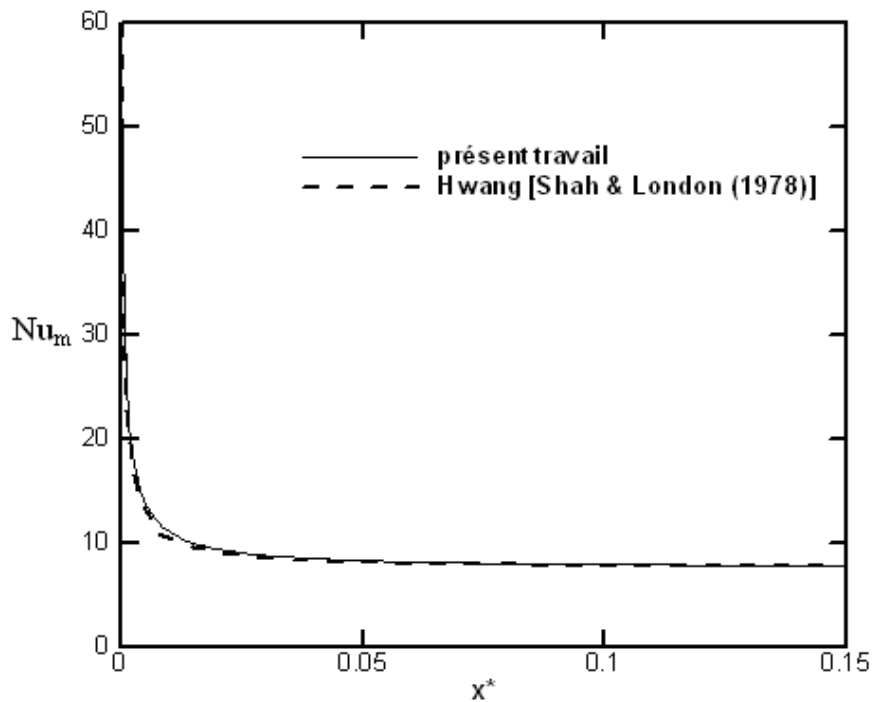


Figure 2.6 Évolution du nombre de Nusselt moyen

Tableau.2.5 : Écart relatif entre les nombres de Nusselt moyen de nos résultats et ceux de Hwang [Shah et London, 1978].

X*	0.004	0.007	0.05	0.14
Nos résultats	15.03	12.29	8.30	7.82
Résultats de Shah	14.24	10.90	8.15	7.72
Ecart (%)	5	11	2	1.3

En comparant nos résultats à ceux de Hwang, on remarque que dans la plupart de la longueur du canal les résultats sont en accord. En effet, cet écart ne dépasse pas 5% pour $X^* \leq 0.006$ et $X^* \geq 0.011$, c'est à dire sur 96.7% de la longueur du canal, alors que cet écart peut atteindre 11% dans la zone qui reste. Ce dernier écart assez important est probablement dû au modèle de couche limite utilisé par cet auteur qui néglige la diffusion axiale de la chaleur. Cet effet joue un rôle très important près de l'entrée du canal comme le montre Nesreddine, 1997. Donc nous pouvons s'assurer de la validité de ce code de calcul concernant l'étude de ce type d'écoulement.

2.4.3 Écoulement en développement thermique avec transfert de masse

Comme troisième test, la validation a été faite pour assurer la validité des résultats obtenus par la résolution de l'équation d'énergie. La comparaison est faite avec les résultats de Yan et Lin, 1989 pour un écoulement en développement thermique avec transfert de masse dont le nombre de Reynolds à l'entrée du canal est de 400, une température d'entrée de 20°C et une humidité d'entrée de 50%. La température des parois humides est de 40°C.

Les résultats obtenus pour les nombres de Nusselt latent est sensible sont présentés sur les figures 2.7 et 2.8, respectivement, ainsi que les tableaux regroupant les écarts entre nos résultats et ceux de Yan et Lin, 1989.

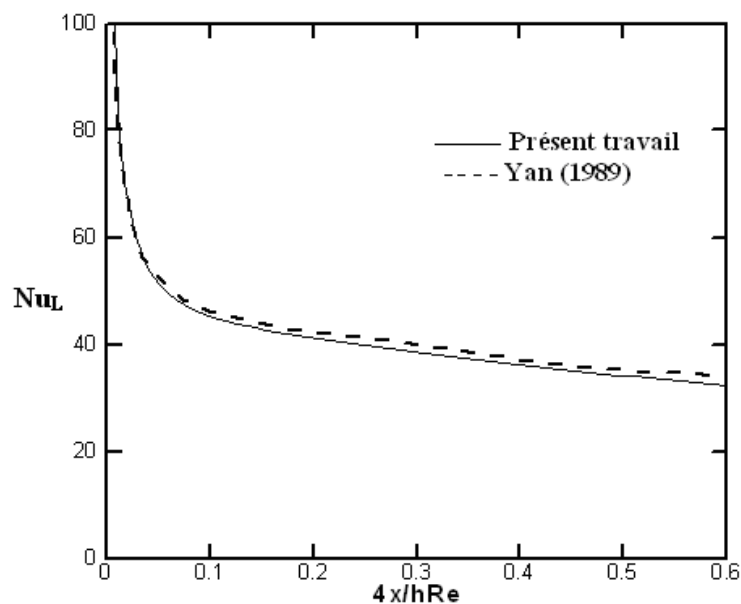


Figure 2.7 Évolution du nombre de Nusselt latent

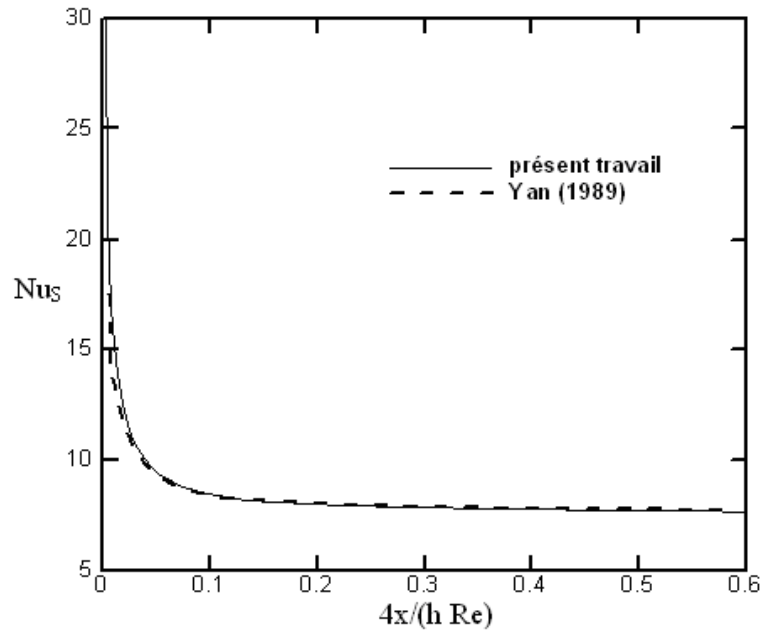


Figure 2.8 Évolution du nombre de Nusselt sensible

Tableau 2.6 Écart relatif entre les nombres de Nusselt latent de nos résultats et ceux de Yan et Lin, 1989

$4x/hRe$	0.02	0.1	0.3	0.56
Nos résultats	66.45	45.18	38.43	32.91
Résultats de Shah	65.85	46.08	39.92	34.76
Ecart (%)	1.36	2.50	3.20	4.05

Tableau 2.7 : Écart relatif entre nos résultats et ceux de Yan et Lin, 1989 du nombre de Nusselt sensible

$4x/hRe$	0.02	0.1	0.3	0.5
Nos résultats	12.24	8.42	7.83	7.69
Résultats de Shah	11.54	8.39	7.87	7.75
Ecart (%)	6.39	0.40	0.43	0.85

Un traitement de ces courbes montre que nos résultats sont en accord avec ceux de Yan, puisque les écarts ne dépassent pas 6% pour les deux nombres. Cet écart est éventuellement dû au modèle de couche limite utilisé par cet auteur qui ignore la diffusion axiale de la chaleur qui joue un rôle très important près de l'entrée du canal comme le montre Nasreddine, 1997. Ainsi la méthode par laquelle nous avons transformé les courbes publiées par cet auteur en données numériques (digitalisation) peut être source d'erreur. Cet accord entre ces résultats

nous permet de nous assurer de la validité de notre code de calcul concernant l'étude de ce type d'écoulement.

2.4.4 Validation expérimentale

Dans cette partie le code de calcul a été validé avec des résultats expérimentaux de Kassim et al., 2010 pour un canal vertical formé de deux plaque parallèles et verticales. Les deux parois supportent un film d'eau et sont adiabatiques. La figure 2.9 montre l'évolution de la température du film le long du canal. On constate que l'écart maximal entre nous résultats et ceux de l'expérimentale ne dépasse pas les 2% ce qui confirme l'hypothèse du film mince et valide notre code de calcul.

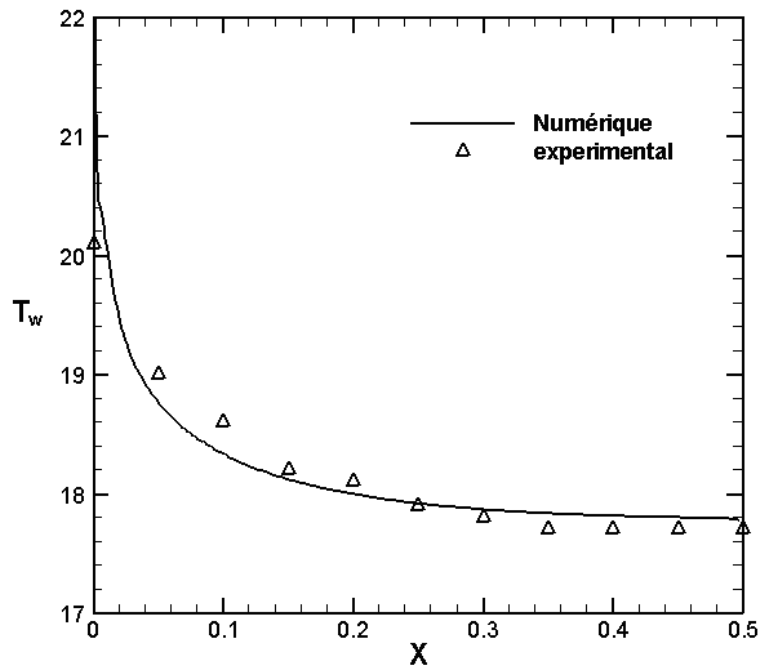


Figure 2.9 Évolution axiale de la température du film

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté la formulation mathématique, la méthode numérique par laquelle on va résoudre les équations discrétisées ainsi qu'une série de tests de validation a été présenté. Ces tests de validation montrent que le code de calcul dont nous disposons est bien valide et qu'il peut simuler les écoulements en convection mixte avec transfert de chaleur et de masse.

CHAPITRE 3 Combined buoyancy effects of thermal and mass diffusion on laminar convection in a vertical isothermal channel

Auteurs et affiliation:

O. OULAIID: étudiant au doctorat, Université de Sherbrooke, Faculté de génie, Département de génie mécanique en cotutelle avec l'Université Cadi Ayyad, Faculté des sciences-Semlalia, Département de physique, Marrakech 40 001, Maroc.

B. BENHAMOU: professeur, Université Cadi Ayyad, Faculté des sciences-Semlalia, Département de physique, Marrakech 40 001, Maroc.

N. GALANIS: professeur, Université de Sherbrooke, Faculté de génie, Département de génie mécanique.

Date d'acceptation : Mars 2009

État de l'acceptation : publié

Revue: Computational Thermal Sciences

Référence: Oulaid, O. Benhamou, B. and Galanis, N. (2010). "Combined buoyancy effects of thermal and mass diffusion on laminar convection in a vertical isothermal channel", International Journal of Computational Thermal Sciences, Vol. 2, No. 2, pp. 125-138.

Titre français: Effets combinés des forces d'Archimède d'origine thermique et massique sur la convection laminaire dans canal vertical isotherme.

Résumé:

Cet article traite numériquement de la convection laminaire mixte avec changement de phase entre deux plaques planes parallèles. Les plaques sont mouillées avec un film d'eau et imposées à une température constante inférieure à celle de l'air à l'entrée du canal. Ce dernier est traversé par un écoulement d'air humide et chaud en régime laminaire. Les résultats de cette étude montrent que ces forces ont un effet important sur les champs hydrodynamique, thermique et massique. Ainsi ces forces réduisent le transfert de chaleur et de masse et causent le renversement de l'écoulement près des parois. Dans la première moitié du canal, le nombre de Nusselt latent calculé dans le cas de la convection mixte est inférieur à celui calculé dans le cas de la convection forcée. Cette tendance se renverse dans la seconde moitié du canal. De plus, nous avons confirmé que le transfert par chaleur latente est plus important comparé à celui par chaleur sensible. Le rapport entre le nombre de Nusselt latent et sensible est de 7 à l'entrée du canal alors qu'il est de 3 à sa sortie.

Mots clés: Canal vertical, Transfert de chaleur et de masse, Convection mixte et forcée, Changement de phase, Condensation, Force d'Archimède, renversement d'écoulement.

Abstract

This paper reports on a numerical study of laminar mixed convection flow associated with mass transfer and phase change in a vertical parallel-plate channel. The plates are wetted by thin liquid water films and maintained at a constant temperature lower than that of the air entering the channel. The solution of the governing equations is based on the finite volume method with the well-known SIMPLER algorithm for handling the velocity-pressure coupling. Numerical results show that buoyancy forces have an important effect on the hydrodynamic field as well as on the heat- and mass- transfer characteristics. These forces induce a flow reversal. Additionally, heat transfer associated with phase change (i.e. latent heat transfer) is more important compared with sensible heat transfer.

Keywords: Vertical channel, heat and mass transfer, mixed and forced convection, phase change, condensation, buoyancy forces, flow reversal.

3.1 Introduction

Simultaneous heat and mass transfer with phase change is present in many natural and engineering processes such as human transpiration, desalination, refrigeration and air conditioning. This problem has therefore been studied extensively, mostly numerically since the number of independent variables influencing the hydrodynamic, thermal and concentration fields is quite large and their control in experimental installations is rather difficult. Lin et al. (1988) investigated the role of vaporization of a thin liquid water film falling on the wall of a vertical tube in laminar mixed convection. The authors assumed constant thermophysical properties evaluated at a reference temperature T_{ref} and mass fraction ω_{ref} obtained by these expressions: $T_{\text{ref}} = (2T_w + T_{\text{in}}) / 3$ and $\omega_{\text{ref}} = (2\omega_w + \omega_{\text{in}}) / 3$, where T_w , T_{in} , ω_w and ω_{in} are respectively the tube wall and inlet air temperatures and mass fractions. This way of evaluating thermophysical properties, known as the *one-third rule*, has been used previously in the literature (Hubbard et al. 1975; Chow and Chung 1983). Chow and Chung (1983) performed a numerical study of evaporation of water in a laminar air stream. The water surface temperature was assumed to be constant and equal to the wet bulb temperature of the free stream. Different airflow temperatures were considered (150-500°C). By comparing the results of their models with variable and constant properties evaluated by the one-third rule, the authors concluded that the latter agree well with the variable-property results, even at high airflow temperatures. Earlier, Hubbard et al. (1975) conducted a numerical study on a single droplet evaporation of octane in stagnant air. The initial temperature of the droplet was 27°C and the air temperature was varied in the range 327-1727°C. By comparing their results using various reference property temperatures and concentrations, they concluded that the one-third rule yields the best agreement with the variable-properties model.

Lin et al. (1988) assumed an extremely thin liquid film so that it could be treated as a boundary condition. This assumption was extensively used in the literature (Huang et al. 2005; Azizi et al. 2007; Ait Hammou et al. 2004). Yan (1993) investigated the validity of this assumption, for both air-water and air-ethanol systems. The author carried out a numerical study of laminar mixed convection associated with evaporation of a falling liquid film along a vertical parallel-plate channel. Both of the plates are heated with a constant temperature. Results obtained by including transport in the liquid film are compared to those corresponding

to the extremely thin liquid film assumption. The major conclusion of the author is that this assumption is valid for systems with small liquid mass flow rates. The effects of evaporation of liquid film on the transfer of heat and mass by laminar natural convection in a vertical parallel-plate channel were carried out both experimentally and numerically by Yan et al. (1991) and Yan and Lin, 1991. Both of the plates are thermally insulated and wetted by a thin ethanol liquid film. The film temperature was higher than that of the downward airflow at the entrance. The numerical study used a boundary layer model in both liquid and gas flows, including the interfacial wave effects. The results showed that the influence of the evaporative latent heat transfer on the cooling of the liquid film depended largely on the inlet film temperature and mass flow rate. Ait Hammou et al. (2004) analyzed numerically the effects of simultaneous heat and mass transfer on the downward laminar flow of humid air in an isothermal vertical channel with wet walls. The authors stated that, depending on the inlet conditions of the flowing humid air, mass transfer might result in liquid film evaporation or condensation of water vapour, but the thermal and mass diffusion buoyancy forces have significant effects on flow characteristics. Huang et al. (2005) conducted a numerical study on laminar mixed convection heat and mass transfer in a rectangular duct. Two of the duct walls were wetted by a thin liquid water film and maintained at different constant temperatures. The other walls are insulated. Air entered the duct with a constant temperature lower than that of the walls and different relative humidities. The authors established that film evaporation as well as vapor condensation occurred on the wall with lower temperature. Recently, a numerical study of buoyancy effects on laminar mixed convection heat and mass transfer in a vertical channel was conducted by Azizi et al. (2007). They used a parallel-plate channel with isothermal and wetted walls. Both upward and downward simultaneously developing flows were considered. An interesting result of this study is that flow reversal was predicted and computed for an upward flow with a relatively high temperature difference between the incoming air and the walls. Flow reversal of a fully developed flow, associated with heat and mass transfer, was investigated analytically by Salah El-Din (1992), and Boulama-Galanis (2004). These authors presented a criterion of occurrence of flow reversal.

The objective of the present study is to numerically investigate the combined buoyancy effects of thermal and mass diffusion on an upward laminar flow in a vertical parallel-plate channel with flow reversal.

3.2 Description and Modeling

Ambient air with a uniform dry bulb temperature T_{in} and a uniform relative humidity ϕ_{in} entered a vertical parallel-plate channel with a uniform upward velocity u_{in} . The plates are covered by a very thin liquid water film and maintained at the same constant temperature T_w lower than that of the entering airflow (Figure 3.1).

We assume that the liquid films were extremely thin so that they could be treated as a boundary condition. This simplification allowed us to handle only the conservation equations in the gas flow. The liquid film was therefore assumed to be at the wall temperature. As reported above, it was demonstrated that this assumption is valid for small liquid mass flow rates (Yan, 1993). Steady state conditions were considered and the flow is assumed to be laminar. Viscous dissipation, radiation heat transfer, and other secondary effects (such as pressure work, energy transport by the interdiffusion of species, Dufour and Soret effects) were assumed to be negligible (Gebhart and Pera, 1971). Finally, the physical properties were taken constant, except for the density in the body forces, which was considered to be a linear function of temperature and mass fraction (Oberbeck-Boussinesq approximation) (Nield and Bejan, 2006).

$$\rho = \rho_{in} [1 - \beta_T (T - T_{in}) - \beta_M (\omega - \omega_{in})] \quad (3.1)$$

For the air-water combination under consideration, both β_T and β_M are positive. However, this is not the case for all gas-liquid combinations.

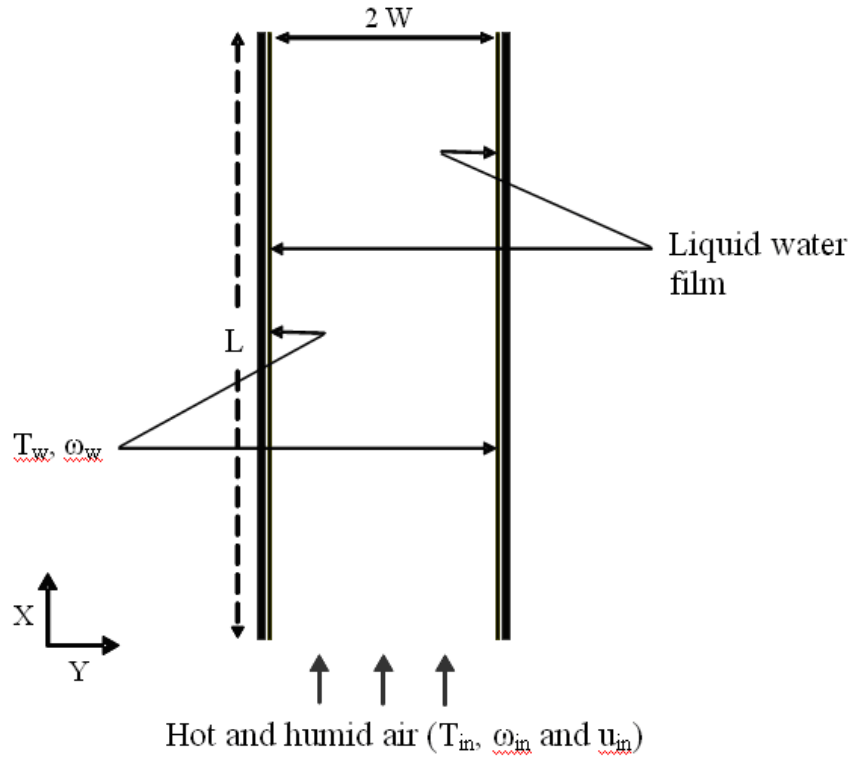


Figure 3.1 Schematic representation of the physical system

The following reference quantities were used for nondimensionalization: the channel width $2W$ for linear dimensions, u_{in} for the velocity components, $T_w - T_{in}$ for the temperature difference $T - T_{in}$, and $\omega_w - \omega_{in}$ for the mass fraction difference $\omega - \omega_{in}$. With this formulation and the above assumptions, the differential equations model the problem:

Continuity equation—

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (3.2)$$

Momentum equations—

$$\left(U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial P_m}{\partial X} + \frac{2}{Re} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) + \frac{2}{Re^2} (Gr_T \theta + Gr_M C) \quad (3.3)$$

$$\left(U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial P_m}{\partial Y} + \frac{2}{Re} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) \quad (3.4)$$

Energy equation—

$$\left(U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) = \frac{2}{Re Pr} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (3.5)$$

Species conservation equation—

$$\left(U \frac{\partial C}{\partial X} + V \frac{\partial C}{\partial Y} \right) = \frac{2}{Re Sc} \left(\frac{\partial^2 C}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial Y^2} \right) \quad (3.6)$$

where

$$X = \frac{x}{2W}, Y = \frac{y}{2W}, U = \frac{u}{u_{in}}, V = \frac{v}{u_{in}}, P_m = \frac{P_m}{\rho_{in} u_{in}^2}, \theta = \frac{T - T_{in}}{T_w - T_{in}} \text{ and } C = \frac{\omega - \omega_{in}}{\omega_w - \omega_{in}}$$

These equations show that six dimensionless groups define the problem: γ , Sc , Pr , Re , Gr_T and Gr_M . The boundary conditions for the problem under consideration are

$$\text{At the inlet } (X = 0): U = 1 \text{ and } V = C = \theta = 0 \quad (3.7)$$

$$\text{At the outlet } (X = 1/\gamma): \frac{\partial U}{\partial X} = \frac{\partial V}{\partial X} = \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{\partial C}{\partial X} = 0 \quad (3.8)$$

$$\text{At the walls } (Y = 0 \text{ and } Y = 1): U = 0, V = \pm V_e, C = \theta = 1 \quad (3.9)$$

where the nondimensional transverse velocity at the interface is (Burmeister, 1993)

$$V_e = \frac{-2}{Re Sc} \frac{(\omega_w - \omega_{in})}{(1 - \omega_w)} \left(\frac{\partial C}{\partial Y} \right)_{Y=0} \quad (3.10)$$

The mass fraction at the wall ω_w , corresponding to the saturation conditions at T_w , is calculated by assuming that the air-vapor mixture is an ideal gas mixture.

Heat transfer between the wet walls and the humid air is the sum of a sensible and a latent component flux

$$q'' = q''_s + q''_L = -k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} - \frac{\rho D h_{fg}}{1 - \omega_w} \frac{\partial \omega}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (3.11)$$

Therefore, the Nusselt number is

$$Nu_T = \frac{h D_h}{k} = \frac{q''_T D_h}{k(T_w - T_m)} = Nu_s + Nu_L \quad (3.12)$$

where

$$Nu_s = -\frac{2}{1-\theta_m} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{Y=0} \quad (3.13)$$

$$Nu_L = -\frac{2S}{1-\theta_m} \frac{\partial C}{\partial Y} \Big|_{Y=0} \quad (3.14)$$

and

$$S = \frac{\rho D h_{fg} (\omega_w - \omega_{in})}{k (1-\omega_w) (T_w - T_{in})} \quad (3.15)$$

S represents the relative importance of energy transport through species diffusion to that through thermal diffusion.

The Sherwood number characterizes mass transfer at the interface

$$Sh = \frac{h_m D_h}{D} = -\frac{2}{1-C_m} \frac{\partial C}{\partial Y} \Big|_{Y=0} \quad (3.16)$$

while the friction factor is

$$f \cdot Re = 4 \left(\frac{\partial U}{\partial Y} \right) \Big|_{Y=0} \quad (3.17)$$

The dimensionless bulk temperature is defined as follows

$$\theta_m = \frac{1}{U_m} \int_0^1 U \theta dY \quad (3.18)$$

and

$$C_m = \frac{1}{U_m} \int_0^1 UC dY \quad (3.19)$$

3.3 Numerical method

The solution of the partial differential equations modelling the flow field and heat-mass transfers is based on the finite volume method. The velocity-pressure coupling is treated with the SIMPLER algorithm (Patankar 1980). Convergence of this iterative procedure is declared when the relative variation of any dependent variable is less than 10^{-4} and if the mass source residual falls below 10^{-6} at all the grid points. The grid is non-uniform in both the streamwise and

transverse directions, with greater node density near the inlet and the walls where the gradients are expected to be more significant. To check the adequacy of the numerical scheme and the constructed code, the results for the case of forced heat convection were first obtained. Different grids sizes were considered to ensure grid independence of the solution. A grid of 100 nodes in the X direction and 35 nodes in the Y direction was found to be sufficiently accurate, as it leads to a change of less than 1% in the values of the Nusselt and the friction factor (Ait Hammou et al. 2004). Validation of the computer code and the model was carried out in the case of hydrodynamically and thermally developing forced convection flow. Good agreement was found in comparison with results from the literature (Shah and London, 1978). In addition, excellent agreement was found between the present calculations and those of Yan and Lin (1989) for mixed convection heat and mass transfer (tables 3.1 and 3.2). The details of these validations and grid sensibility study are presented in a previous work (Ait Hammou et al., 2004).

Table 3.1 Validation of the sensible Nusselt number

X	0.015	0.077	0.23	0.38
Present calculations	12.24	8.42	7.83	7.69
Yan-Lin, 1989	11.54	8.39	7.87	7.75

Table 3.2 Validation of the latent Nusselt number

X	0.015	0.077	0.23	0.38
Present calculations	66.45	45.18	38.43	32.91
Yan-Lin, 1989	65.85	46.08	39.92	34.76

3.4 Results and discussion

The thermophysical properties are taken to be constant and evaluated at a temperature and a concentration given by the *one-third rule*. This special way of evaluating the properties has been found to be appropriate for the analysis of heat- and mass- transfer problems (Chow and Chung 1983; Lin et al. 1988). As reported in the introduction, Chow and Chung (1983) have shown that the one-third rule works well, even at high temperature, when the stream is mostly air. The authors also concluded that this rule remains valid even at significant amounts of

water vapour in airflow with temperatures below 300°C. This condition is prevalent in the present computations. The properties of air, water, and their mixture are evaluated by formulas given by Fuji et al. (1977). All the results presented here were calculated with an aspect ratio $L/2W = 65$.

Since we are interested in studying the effect of the buoyancy forces on the flow field and heat and mass transfers, we have fixed the following conditions: $T_{in} = 90^\circ\text{C}$, $\phi_{in} = 40\%$ ($\omega_{in} = 0.192$ kg of vapour/kg of mixture), $Re = 300$, $Pr = 0.71$, $Sc = 0.59$ and $T_w = 20^\circ\text{C}$ (hence $\omega_w = 0.0145$ kg of vapour/kg of mixture). The corresponding Grashof number values are $Gr_T = -186\,335$, $Gr_M = -104\,377$. These negative Grashof numbers indicate that the corresponding buoyancy forces act in the opposite direction of the entering upward flow.

The system of partial differential equations (Eq. 3.2-3.6) was solved twice: once in the case of a forced convection flow ($Gr_M = Gr_T = 0$) and a second time in the case of a mixed convection flow. By comparing the results of these numerical experiments it is possible to identify the effects of the buoyancy forces on the flow field and heat-mass transfers.

Figures 3.2a and 3.2b show the streamlines, the isotherms, and isoconcentration lines for mixed and forced convection. Considering the streamlines, we observe that they are deflected at the entrance of the channel, even in the forced convection case (Figure 3.2a), which is caused by the effect of edges of the walls and the condensation phenomenon (which will be discussed later). In the case of mixed convection, two symmetric recirculation cells appear close to the walls at the channel entrance. As the flow moves downstream, it undergoes a deceleration due to the buoyancy forces which act in the opposite direction of the airflow. This deceleration results in the flow reversal, and thus the recirculation cells as shown in Figure 3.2b (This point will be addressed later). Around the axis of the channel the streamlines remain parallel due to the symmetry of the problem. Toward the channel exit, streamlines are parallel, which means that the flow is fully developed.

Isotherms and isoconcentration lines are given for forced and mixed convection in Figures 3.2a and 3.2b. By comparing these figures, we note that temperature and mass fraction profiles develop in a similar manner. However, the mass fraction profiles develop slightly more rapidly than that of the temperature; thus the mass fraction boundary layer develops more rapidly than thermal one. This result is explained by the fact that the Schmidt number is

slightly lower than the Prandtl number in the present case ($Pr = 0.71$, $Sc = 0.59$). We note that, near the exit the same dimensionless temperature (θ) and mass fraction (C) values are obtained earlier for forced convection. However, near the inlet the θ and C values are obtained earlier in the case of mixed convection. This is due to the flow acceleration in the core region following its deceleration near the walls (mass conservation) caused by the adverse buoyancy forces. However, since the corresponding conditions at the walls (ω_w and T_w) are lower than those at the inlet (ω_{in} and T_{in}), it follows that near the entrance the dimensional mass fraction (ω) and temperature (T) values for mixed convection are lower than those for forced convection. This is a direct result of the flow reversal, which transports cooler fluid with a lower vapour mass fraction (due of the condensation the vapour in the humid airflow at the channel walls) in the upstream direction when mixed convection is considered.

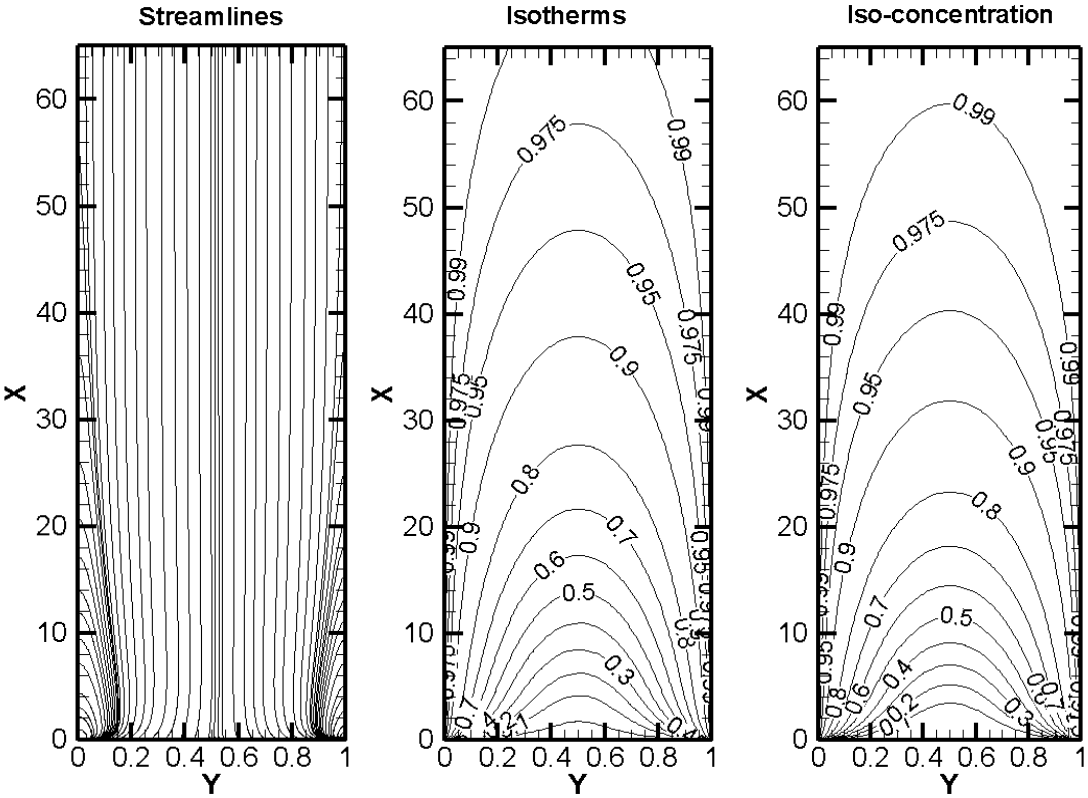


Figure 3.2a: Streamlines, isotherms and isoconcentration lines for forced convection

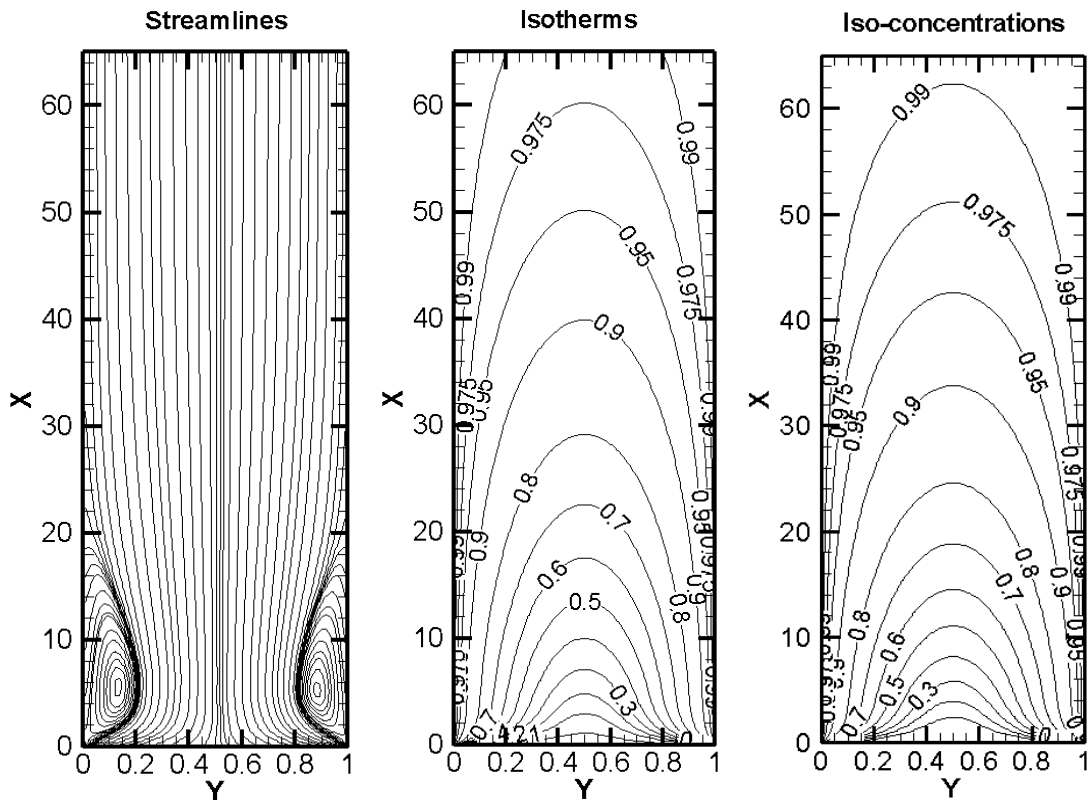


Figure 3.2b: Streamlines, isotherms and isoconcentration lines for mixed convection

The axial velocity profile is shown in the Figure 3.3 for two axial positions. The case of forced convection ($Gr_M = Gr_T = 0$) is also reported. Close to the entry of the channel ($X = 0.44$), we observe that the axial velocity profiles are closer for both mixed and forced convection. This is attributed to the magnitude of the buoyancy forces, which are weak in this region. As the air moves downstream, the buoyancy forces become important. These forces, acting in the opposite direction of the airflow, decelerate it. This deceleration is important close to the walls and produce flow reversal. Axial velocity becomes negative in this zone at $X = 7.15$ (This flow reversal is more clear in Figure 3.3). The flow deceleration close to the walls is compensated by an acceleration at the channel midplane, in order to satisfy the mass conservation equation. The axial velocity profile becomes more convex at the channel axis with a maximum of 2.67. This profile is significantly modified by natural convection. Figure 3.4 shows that the axial velocity near the walls reaches a minimum at $X = 7.15$. Beyond this location, U increases and tends asymptotically to its value corresponding to forced convection. Indeed the buoyancy forces become less and less important as the air moves downstream and thus, inertial forces overcome their effect.

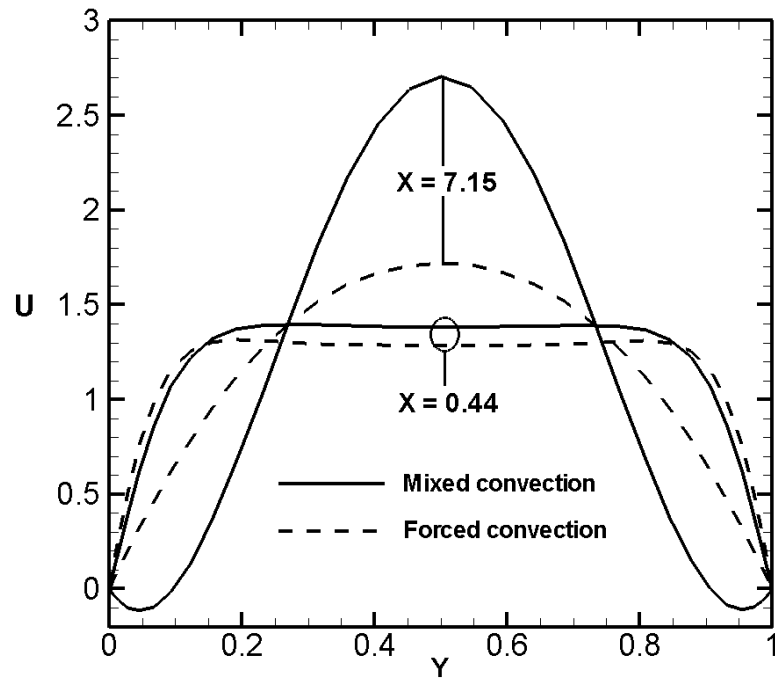


Figure 3.3 Axial velocity profiles

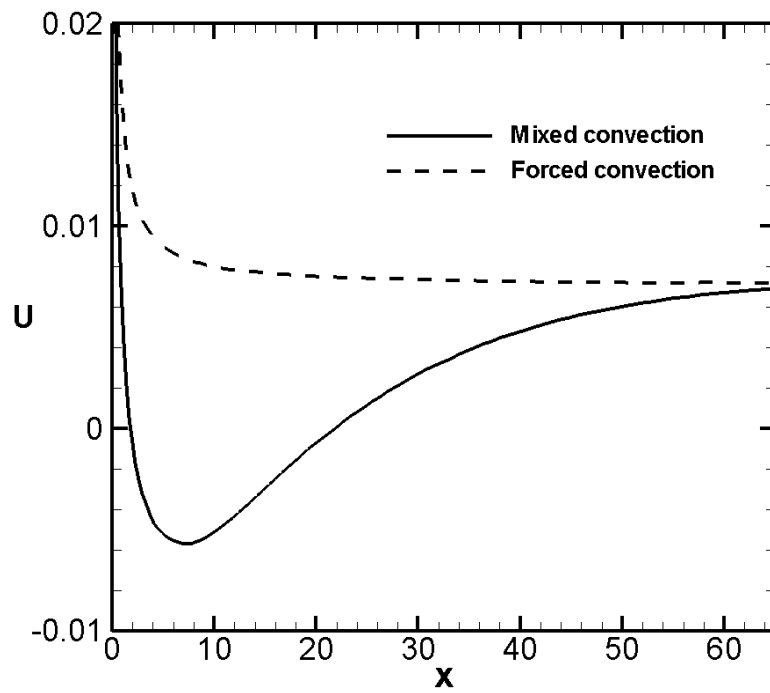


Figure 3.4 Axial velocity distribution near the plates ($Y = 1.1 \cdot 10^{-3}$)

Figure 3.5 presents the axial evolution of the friction factor, $f Re$. Note that the evolution of $f Re$ is similar to that of U close to the walls (Figure 3.4). Thus, in the vicinity of the channel entrance, $f Re$ takes the same values for both mixed and forced convection. Indeed, in this region natural convection is weak because θ and C are weak and so are the buoyancy forces (Eq. 3.3). As the flow moves downstream, $f Re$ decreases further to boundary layer development in conjunction with the action of buoyancy forces. These opposing forces have an important magnitude so that they overcome inertial forces and induce flow reversal, which is indicated by negative values of $f Re$. The zone where negative values of $f Re$ prevail constitutes a recirculation cell. The length of this cell, near the walls, can be deduced from Fig. 5: $1.79 < X < 21.79$. As the flow moves beyond this zone, buoyancy forces become weaker due to air-cooling (Figure 3.7). Thus, inertial forces push the air upward, and its axial velocity becomes positive, and so is $f Re$. Furthermore, at the channel exit $f Re$ tends to the same asymptotical value as in the case of forced convection, $f Re_{\infty} = 24$ which is the analytical value for fully developed flow (Shah and London, 1978).

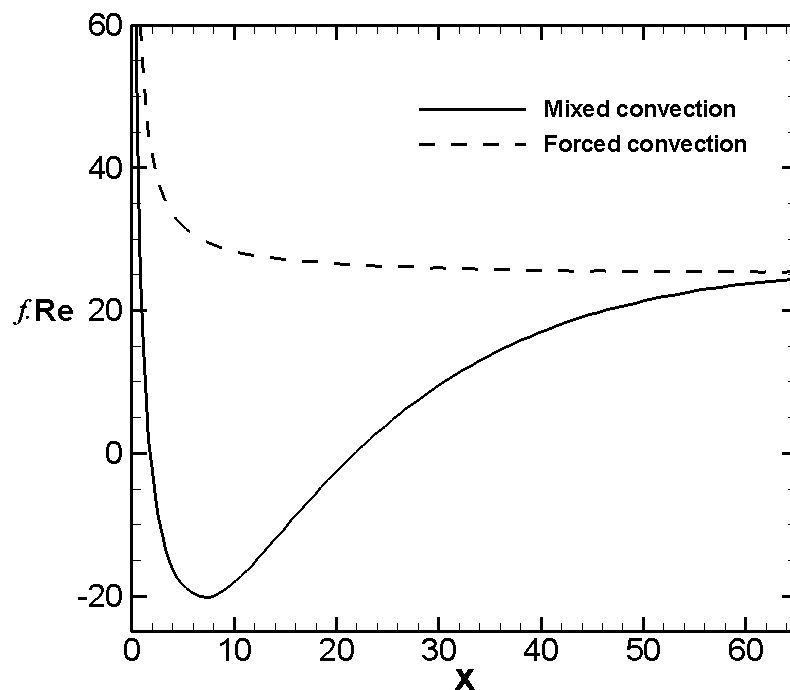


Figure 3.5 Axial evolution of the friction factor

The axial evolution of the average mass fraction along the channel is presented in figure 3.6. One notes that ω_m decreases; this is due to the condensation of water vapor contained in the air on the channel walls. Near the channel entrance, the slope of ω_m is important. This is explained by the strong gradient of mass fraction in this region. At the exit of the channel, ω_m tends towards $\omega_w = 0.0146$ kg of vapour/kg of mixture. It is seen that for a given axial position, ω_m is greater in the case of mixed convection. This is attributed to the action of buoyancy forces, which decelerate the airflow near the walls and thus diminish mass transfer between the air and the channel walls. Near the channel entrance and exit, ω_m takes same values for the two types of convection. In these regions, natural convection is negligible compared to forced convection.

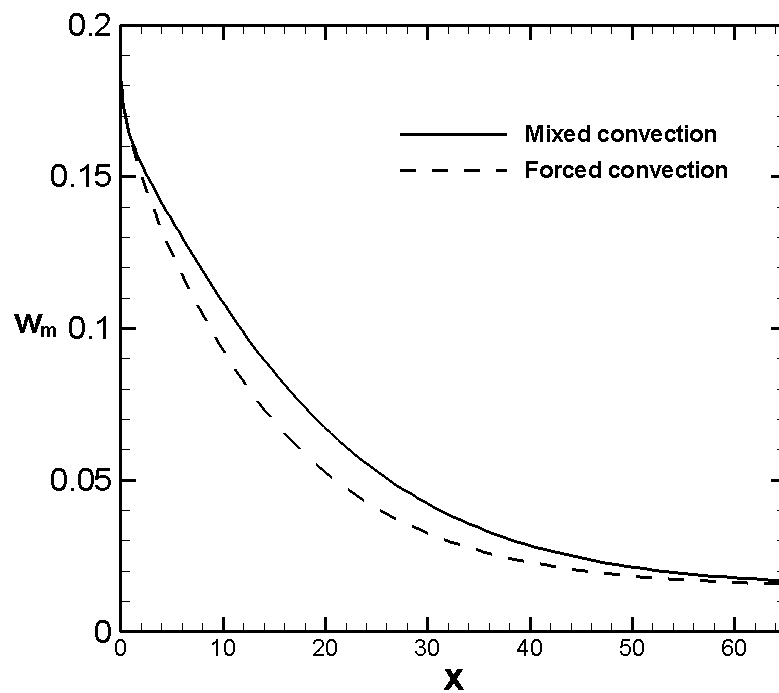


Figure 3.6 Axial evolution of the average mass fraction

Figure 3.7 presents the axial evolution of the air average temperature along the channel. This figure shows that T_m decreases as the air goes downstream and it tends towards the wall temperature (T_w) at the channel exit. Sensible heat transfer cools airflow. As it is shown in Figure 3.6 water vapour contained in airflow is condensed at the channel walls. This

condensation release heat, which is partly absorbed by the air. Further calculations reveal that the mean air temperature T_m is lower at all axial positions if mass transfer does not occur. In this case, the walls have to be cooled to maintain their temperature at $T_w = 20^\circ\text{C}$. This tendency was also reported by Ait Hammou et al. (2004). However, at a given axial position the air average temperature is lower if natural convection is not considered. As it is depicted above, buoyancy forces decelerate the airflow and this deceleration diminishes the heat-transfer flux at the channel walls, resulting in warmer airflow. Very close to the channel inlet and exit, the airflow has the same average temperature for both forced and mixed convection, because in these regions buoyancy forces are negligible.

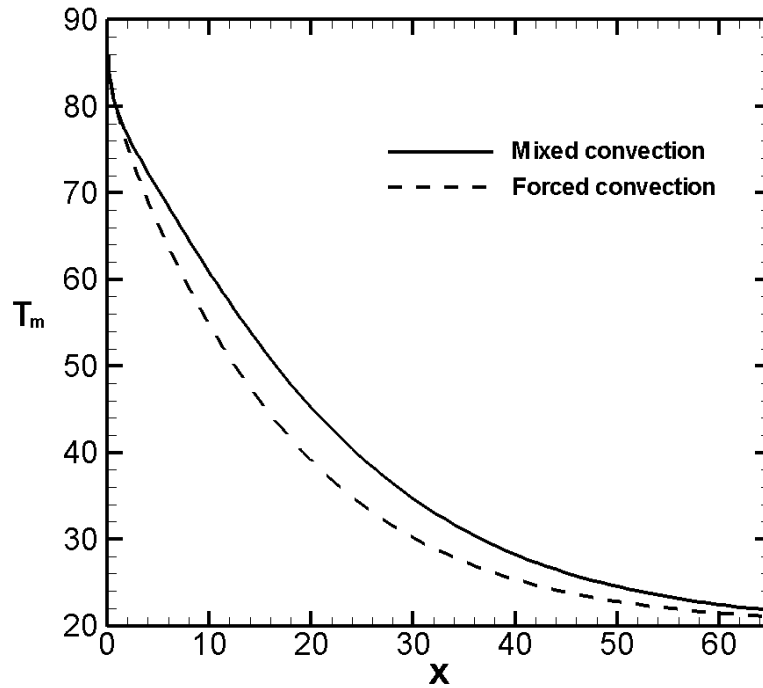


Figure 3.7 Axial evolution of the average temperature

Figure 3.8 presents the development of the sensible Nusselt number along the channel. Close to the channel entrance, Nu_s takes large values because temperature variations are rather important in this zone. As the air moves downstream, buoyancy forces acting in the opposite direction decelerate it and Nu_s diminishes towards a minimum, then increases, and tends to its value corresponding to forced convection. The minimum of Nu_s is located at an axial position

close to that corresponding to the $f Re$ minimum. Nu_s is significantly modified by natural convection. Sensible heat transfer is reduced further to buoyancy forces action. At the channel exit Nu_s tends asymptotically to 7.5 which is its value for fully developed forced convection (Shah and London, 1978).

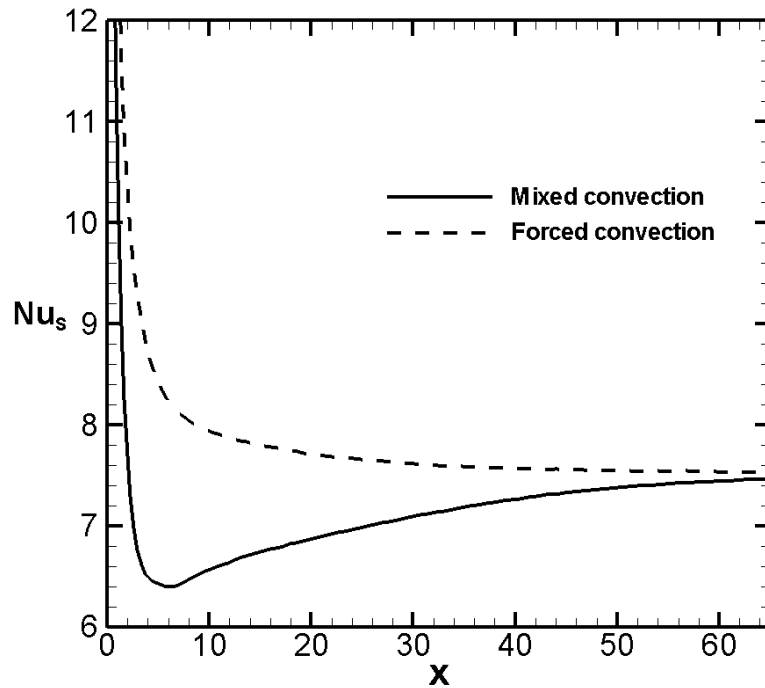


Figure 3.8 Axial evolution of sensible Nusselt number

The Sherwood number, Sh , characterizes mass transfer between the liquid film streaming on the channel walls and the airflow. Figure 3.9 illustrates the development of Sh along the channel. By analyzing this figure, we note that the Sh evolution is similar to that of Nu_s . Indeed, Schmidt and Prandtl numbers are very close in the present study. Mass transfer is then reduced by buoyancy forces action.

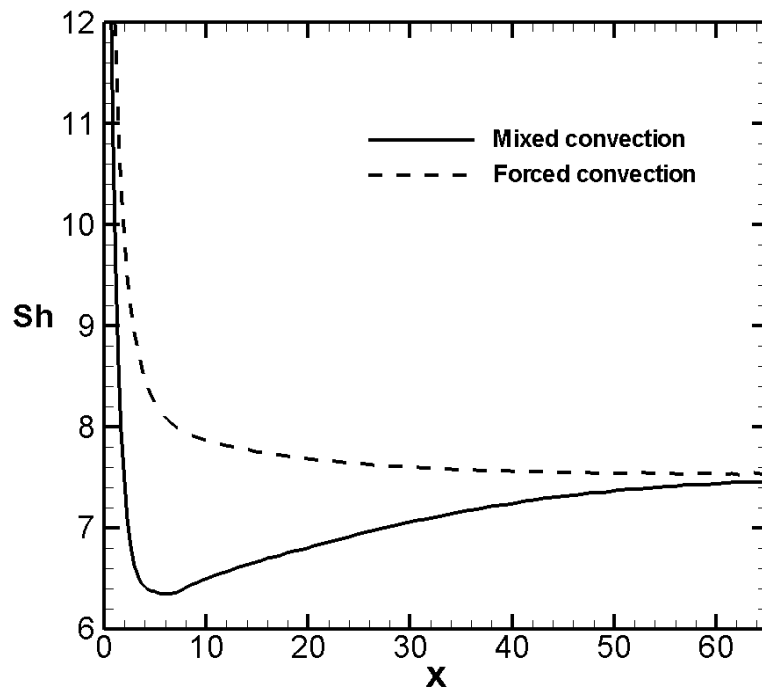


Figure 3.9 Axial evolution of Sherwood number

Figure 3.10 presents the evolution of the latent Nusselt number (Nu_L) along the channel. One notes that Nu_L has the same sign as Nu_S , which means latent and sensible heat fluxes have the same direction (vapor contained in the air is condensed on the channel walls as shown in Figure 3.6). Nu_L is important close to the channel entrance for all types of convection. This is explained by the strong gradients of mass fraction in the vicinity of the channel entrance. As the air moves downstream, water vapor is removed from the air (condensation on the plates); thus, the gradient of mass fraction decreases, and that explains the decreasing of Nu_L . In the first half of the channel ($X < 31.95$), Nu_L is less important in the case of mixed convection than that of forced one. This is due to the deceleration of the flow by buoyancy forces, as depicted above. At $X \cong 31.95$, Nu_L takes the same value for the two types of convection. Beyond this axial position, Nu_L becomes more important when buoyancy forces are taken into account (mixed convection). This inversion in Nu_L tendency is attributed to the dimensionless mass fraction gradient near the walls (Eq. 3.14). Figure 3.11 shows the axial evolution of dimensionless mass fraction gradient near the plates. It can be seen that this gradient has the same tendency as Nu_L . Indeed referring to the Nu_L expression (Eq. 3.14) this parameter is also

affected by dimensionless average temperature θ_m . The axial evolution of the latter (not presented here) shows that it takes greater values for forced convection along the channel. Thus, it is clear that the inversion in Nu_L evolution tendency depicted above is due to the dimensionless mass fraction gradient. The latter takes the same value for both mixed and forced convection at $X \cong 10.33$. This location is different from that corresponding to Nu_L ($X \cong 31.95$). This difference is attributed to θ_m (Eq. 3.14). A similar situation was reported by Azizi et al. (2007). These authors conducted a numerical study of upward and downward mixed convection.

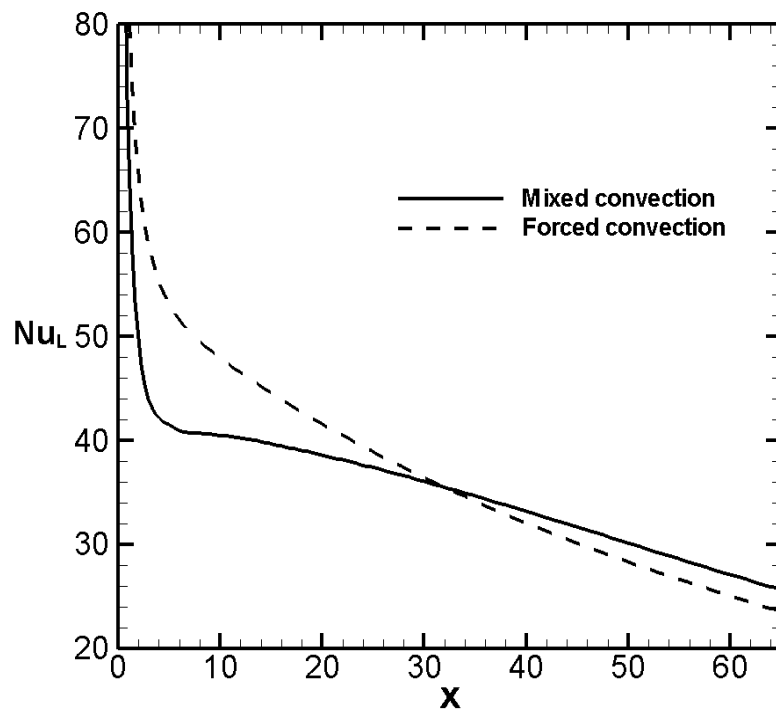


Figure 3.10 Axial evolution of latent Nusselt number

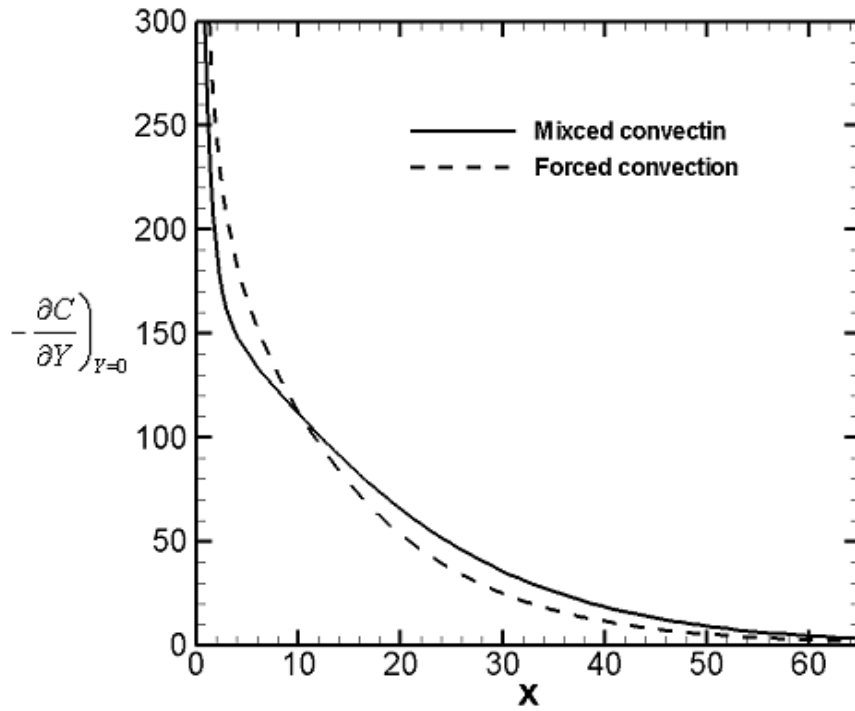


Figure 3.11 Axial evolution of dimensionless mass fraction gradient near the walls ($Y = 1.1 \cdot 10^{-3}$)

To study the relative importance of the latent and sensible heat fluxes, we present in figure 3.12 the axial evolution of the latent to sensible Nusselt numbers ratio R_{Nu} ($= Nu_L/Nu_S$). This figure shows that latent heat flux is 3—7 times the sensible flux. Near the channel entrance R_{Nu} exhibits a small increase. This phenomenon was also reported by Yan (1995). Moreover, we note that R_{Nu} is larger for mixed convection than for forced convection. It is believed that the buoyancy forces action on the sensible heat flux is more important than its action on the latent heat flux.

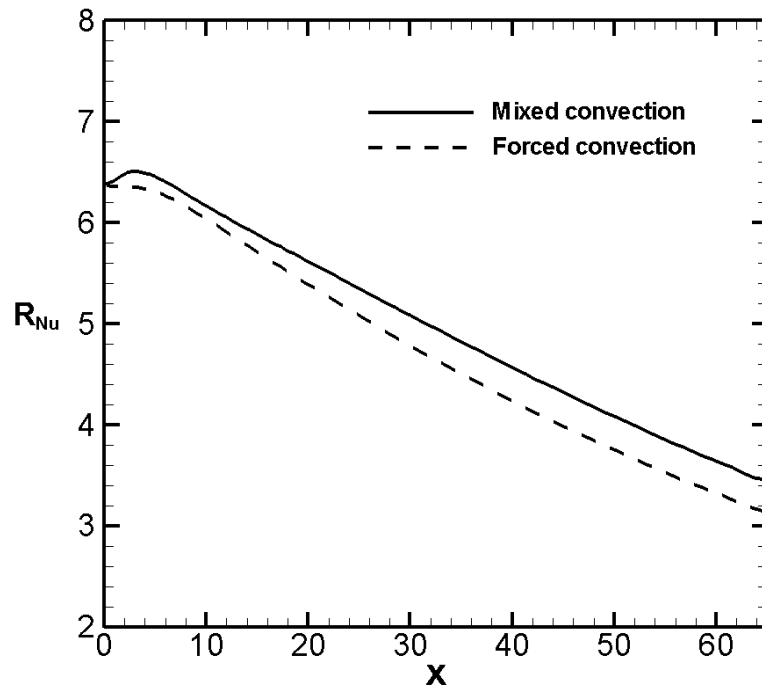


Figure 3.12 Axial evolution of latent Nusselt to sensible Nusselt numbers ratio

3.5 Conclusion

Combined effects of thermal and mass diffusion buoyancy forces on an upward laminar forced convection in a vertical parallel-plate channel were analyzed numerically. The plates were isothermal and wetted by a thin liquid water film. Results show that buoyancy forces decelerate the flow close to the plates and induce a flow reversal. Thus, these forces reduce heat and mass transfer. The sensible heat transfer cools airflow while it is slightly heated by the latent heat flux, which results from the water vapor condensation on the plates. In the first half of the channel, the latent Nusselt number is less important if natural convection is considered. This tendency is inversed in the second half of the channel. However, the latent heat flux is always 3—7 times the sensible flux. Furthermore, in present computations, the zero film thickness assumption may not be appropriate as condensation increases this thickness. This point is under consideration.

CHAPITRE 4 Flow reversal in combined laminar mixed convection heat and mass transfer with phase change in a vertical channel

Auteurs et affiliation:

O. OULAIID: Étudiant au doctorat, Université de Sherbrooke, Faculté de Génie, Département de Génie Mécanique en cotutelle avec l'Université Cadi Ayyad, Faculté des Sciences-Semlalia, Département de physique, Marrakech 40 001, Maroc.

B. BENHAMOU: Professeur, Université Cadi Ayyad, Faculté des sciences-Semlalia, Département de physique, Marrakech 40 001, Maroc.

N. GALANIS: Professeur titulaire, Université de Sherbrooke, Faculté de Génie, Département de Génie Mécanique.

Date d'acceptation : 14 avril 2010

État de l'acceptation : in press

Revue: International Journal of Heat and Fluid Flow

Référence: Oulaid, O. Benhamou, B. and Galanis, N. (2010b). "Flow reversal in combined laminar mixed convection heat and mass transfer with phase change in a vertical channel", International Journal of Heat and Fluid Flow, in press (doi:10.1016/j.ijheatfluidflow.2010.04.007).

Titre français: Renversement d'écoulement en convection mixte laminaire d'origine thermique et massique dans canal vertical.

Résumé:

Le présent article est une étude numériquement des effets des forces d'Archimède sur l'écoulement laminaire d'air humide dans un canal vertical. Ce canal est formé par deux plaques planes parallèles. Les faces internes de ces plaques sont mouillées avec un film d'eau et imposées à une température constante inférieure à celle de l'air à l'entrée du canal. Les résultats numériques de cette étude montrent que ces forces ont un effet important sur les champs hydrodynamique, thermique et massique. Ainsi ces forces causent le renversement d'écoulement près des parois à l'entrée du canal. Nous avons montré que le transfert par chaleur latente est important comparé à celui par chaleur sensible seulement si le gradient de concentration est important. En fin les conditions d'existence du renversement sont présentées par des abaques ainsi que des expressions analytiques. Ces abaques donnent le nombre de Grashof thermique critique en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs du nombre de Grashof massique et différents rapport de forme.

Mots clés: Renversement d'écoulement, Convection mixte, Canal vertical, Transfert de chaleur et de masse, Changement de phase, Carte de renversement.

Abstract

This paper, deals with a numerical study of the effects of buoyancy forces on an upward, steady state, laminar flow of humid air in a vertical parallel-plate channel. The plates are wetted by a thin liquid water film and maintained at a constant temperature which is lower than that of the air entering the channel. A 2D fully elliptical model, associated with the Boussinesq assumption, is used to take into account axial diffusion. The solution of this mathematical model is based on the finite volume method and the velocity-pressure coupling is handled by the SIMPLER algorithm. Numerical results show that buoyancy forces have a significant effect on the hydrodynamic, thermal and mass fraction fields. Additionally, these forces induce flow reversal for high air temperatures and mass fractions at the channel entrance. It is established that heat transfer associated with phase change is, sometimes, more significant than sensible heat transfer. Furthermore, this importance depends on the mass fraction gradient. The conditions for the existence of flow reversal are presented in charts and analytical expressions specifying the critical thermal Grashof number as a function of the Reynolds number for different values of the solutal Grashof number and different aspect ratios of the channel.

Keywords: Flow reversal, Mixed convection, Vertical channel, Heat and mass transfer, Phase change, Flow reversal chart.

4.1 Introduction

Simultaneous heat and mass transfer with phase change is present in many natural and engineering processes, such as human transpiration, desalination, refrigeration and air conditioning. Many studies were conducted during the last decades to investigate the combined effects of thermal and mass buoyancy forces. Lin et al., 1988 analysed the combined buoyancy effects of thermal and mass diffusion on laminar forced convection heat transfer in a vertical tube. Their results show that the effects of these forces are important for small Reynolds numbers and high inlet temperatures. Also, heat transfer is dominated by the transport of latent heat due to the evaporation of the liquid film. Evaporative cooling of a liquid film through interfacial heat and mass transfer in a vertical channel was studied experimentally and numerically by Yan et al., 1991 and Yan and Lin, 1991. Two parallel and adiabatic plates form the channel. A liquid film of ethanol streams along the plates with a temperature, which is higher than that of the downward airflow at the entrance. Their results showed that the influence of the evaporative latent heat transfer on the cooling of the liquid film depends largely on the inlet liquid film temperature and the inlet liquid mass flow rate. Also, their numerical results agree well with the experimental data. Debbissi et al., 2001 studied the evaporation of water by free convection in a vertical channel including the effects of wall radiative properties. A liquid water film streams along one of the plates whereas the other is dry. Both of the plates are heated by a constant uniform heat flux. Their results show that the evaporative cooling at the liquid-air interface disturbs considerably the velocity and temperature profiles in particular near the exit section of the channel. Moreover, the interfacial heat and mass transfer at the humid plate is dominated by the water vaporization.

Flow reversal was studied analytically for fully developed flow with coupled heat and mass transfer by Salah El-Din, 1992 and Boulama and Galanis, 2004. These authors presented the criteria of occurrence of this phenomenon. These studies are some of the rare ones concerning flow reversal in combined mixed convection heat and mass transfer. On the other hand, flow reversal was extensively studied in thermal convection problems. For instance, Nguyen et al., 2004 studied the flow reversal and the instability of a transient laminar thermal mixed convection in a vertical tube subjected to a uniform time-dependent wall heat flux. The problem was investigated numerically by using a full 3D-transient-model and Boussinesq's

assumption. Results show that the flow reversal depends primarily on the Grashof number. Thus, for opposed-buoyancy, it occurs at the tube exit near the walls for $Gr = 3.10^5$, and at the centreline for Grashof number around 10^6 in the case of assisted-buoyancy. Mixed convection with flow reversal in the thermal entrance region of horizontal and vertical pipes was studied numerically by Wang et al., 1994. Their results show that, for ascending flow in a vertical pipe, flow reversal is observed at the pipe centre in the heating case (or near the wall in the cooling case) at relatively high $|Gr/Re|$ with constant Péclet number. The regime of flow reversal has been identified for both heating and cooling cases in the $Pe-|Gr/Re|$ coordinates for a vertical pipe and in the $Pe-Ra$ coordinates for heating in a horizontal pipe. Experimental and numerical studies of thermal mixed convection with flow reversal in coaxial double-duct heat exchangers have been carried out by Maré et al., 2008. Velocity vectors in a vertical heat exchanger for parallel ascending flow of water under conditions of laminar mixed convection have been determined experimentally using the particle image velocimetry technique. Their results show that measured velocity distributions are in very good agreement with corresponding numerical predictions and illustrate the simultaneous existence of flow reversal in the tube and the annulus for both heating and cooling of the fluid in the tube. This situation occurred for approximately equal low flow rates in the tube and annulus and temperature differences at the inlet corresponding to a Richardson number approximately equal to one. Flow under such conditions causes increased losses, may lead to instabilities and affects heat transfer, they should therefore be avoided.

As far as developing flows with heat and mass transfer are concerned, studies on flow reversal are rare [Azizi et al., 2007 and Laaroussi et al., 2009]. Indeed, the majority of the studies on this problem adopted a parabolic model where axial diffusion of momentum, energy and concentration is not taken into account. This model may not be appropriate for flows with low Péclet number where axial diffusion is not negligible [Nesreddine et al., 1998]. In addition, this model cannot predict certain physical phenomena such as the flow reversal if the buoyancy forces are important [Faghri et al., 1980 and Salah El-Din, 2001].

Ait Hammou et al., 2004 have examined numerically the effects of simultaneous heat and mass transfer on a downward laminar flow of humid air in an isothermal vertical channel with wetted walls. By varying the inlet conditions of the humid air, cases of film evaporation and vapour condensation were considered. On the other hand, it was demonstrated that thermal

and mass diffusion buoyancy forces have significant effects on flow characteristics. Flow reversal was not detected for any of the cases under investigation. Recently, Azizi et al., 2007 studied numerically buoyancy effects on upward and downward laminar mixed convection heat and mass transfer in a vertical channel. Flow reversal was predicted for upward flow with high inlet temperature. More recently, flow reversal was investigated by Laaroussi et al., 2009. These authors conducted a numerical study on laminar mixed convection in a vertical parallel-plate channel with film evaporation. The plates are isothermal. Air–water and air–hexane systems were considered. The airflow is downward and the liquid film is considered extremely thin. The effects of both thermal and mass diffusion buoyancy forces are investigated. For water films the latter is opposing and film evaporation produces a significant increase in axial velocity at the core region due to the action of buoyancy forces. For large values of the interfacial mass fraction, flow reversal may occur near the channel walls.

The principal motivation of the present study is to investigate the flow reversal in an upward laminar mixed convection with phase change in a vertical parallel-plate channel. Specifically, we analyse the effects of this phenomenon on heat and mass transfers, as well as the criteria of its occurrence. To analyse this phenomenon the adopted model includes the axial diffusion terms, thus, the equations are elliptical in all directions. Moreover, the conditions under investigation correspond to those encountered in air humidifiers, humidification-dehumidification desalination systems or evaporative air coolers where hot air is in direct contact with cold water.

4.2 Description and Modeling of the problem

The physical problem is a vertical channel formed by two parallel plane plates (Figure 4.1). A water film flows on the internal faces of these plates, which are maintained at a uniform temperature T_w . An upward flow of ambient air enters at temperature T_{in} , relative humidity ϕ_{in} and uniform velocity u_{in} . Steady state conditions are considered and the flow is assumed laminar. Radiation heat transfer, the transfer of energy by inter-diffusion of species, viscous dissipation and the work of the compressive forces are considered negligible. The secondary effects of concentration gradient on the thermal diffusion (Dufour effect) and thermal gradient on the mass diffusion (Soret effect) are neglected [Gebhart et Pera, 1971]. Finally, the physical

properties are assumed to be constant except for the density in the body forces, which is considered to be a linear function of temperature and mass fraction (Boussinesq approximation). This assumption is considered valid for small temperature and mass fraction differences [Gebhart et al., 1988]

$$\rho = \rho_{in} [1 - \beta_T (T - T_{in}) - \beta_M (\omega - \omega_{in})] \quad (4.1)$$

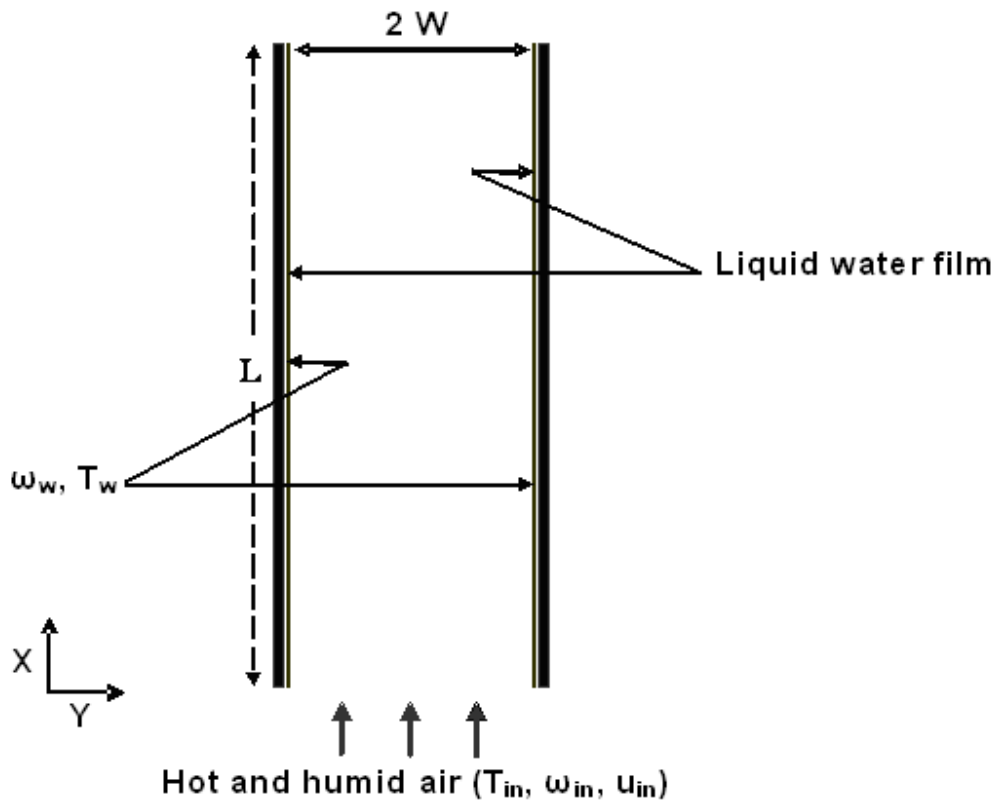


Figure 4.1 Schematic representation of the physical system

The validity of the Boussinesq assumption for simultaneous heat and mass transfer was investigated by Laaroussi et al., 2009. These authors compared the Boussinesq and variable-density models at relatively high temperatures in a vertical parallel-plate laminar mixed convection associated with film evaporation. Their results showed that the Boussinesq model works well for temperature and mass fraction differences less than 20 K and 0.1 kg/kg respectively.

The liquid films are assumed to be thin so that they can be treated as a boundary condition. This simplification allows us to handle only the conservation equations in the gas flow. The liquid film is therefore assumed to be at the wall temperature. Yan, 1993 has stated that this assumption is valid for small liquid mass flow rates. This assumption has been extensively used in the literature [Lin et al., 1988, Laaroussi et al., 2009, Yan et al., 1990 and Yan, 1993].

Under these assumptions, the governing equations of the problem can be written in the following non-dimensional form:

Continuity equation

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (4.2)$$

Momentum equations

$$\left(U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial P_m}{\partial X} + \frac{2}{Re} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) + \frac{2}{Re^2} (Gr_T \theta + Gr_M C) \quad (4.3)$$

$$\left(U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial P_m}{\partial Y} + \frac{2}{Re} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) \quad (4.4)$$

Energy equation

$$\left(U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) = \frac{2}{Re Pr} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (4.5)$$

Species conservation equation

$$\left(U \frac{\partial C}{\partial X} + V \frac{\partial C}{\partial Y} \right) = \frac{2}{Re Sc} \left(\frac{\partial^2 C}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial Y^2} \right) \quad (4.6)$$

where

$$X = \frac{x}{2W}, Y = \frac{y}{2W}, U = \frac{u}{u_{in}}, V = \frac{v}{u_{in}}, P_m = \frac{p_m}{\rho_{in} u_{in}^2}, \theta = \frac{T - T_{in}}{T_w - T_{in}} \text{ and } C = \frac{\omega - \omega_{in}}{\omega_w - \omega_{in}}$$

The boundary conditions for the problem under consideration are

$$\text{- At the inlet } (X = 0): \quad U = 1 \text{ and } V = C = \theta = 0 \quad (4.7)$$

$$\text{- At the outlet } (X = 1/\gamma): \quad \frac{\partial U}{\partial X} = \frac{\partial V}{\partial X} = \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{\partial C}{\partial X} = 0 \quad (4.8)$$

$$\text{- At the walls } (Y = 0 \text{ and } Y = 1): \quad U = 0, V = \pm V_e, C = \theta = 1 \quad (4.9)$$

where the non-dimensional transverse velocity at the interface is [Burmeister, 1993]

$$V_e = \frac{-2}{\text{Re} Sc} \frac{(\omega_w - \omega_{in})}{(1 - \omega_w)} \left(\frac{\partial C}{\partial Y} \right)_{Y=0} \quad (4.10)$$

The mass fraction at the wall ω_w corresponding to the saturation conditions at T_w , is calculated by assuming that air-vapour mixture is an ideal gas mixture, and its expression is given by:

$$\omega_w = \frac{\frac{M_v}{M_a}}{\frac{M_v}{M_a} + \frac{P}{P_{sat}(T_w)} - 1} \quad (4.11)$$

Heat transfer between the wet walls and the humid air is the sum of a sensible and a latent component flux

$$q'' = q''_s + q''_L = -k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} - \frac{\rho D h_{fg}}{1 - \omega_w} \frac{\partial \omega}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (4.12)$$

Therefore, the Nusselt number is

$$Nu_T = \frac{h D_h}{k} = \frac{q''_T D_h}{k(T_w - T_m)} = Nu_S + Nu_L \quad (4.13)$$

where

$$Nu_S = - \frac{2}{1 - \theta_m} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{Y=0} \quad (4.14)$$

$$Nu_L = - \frac{\rho D h_{fg}}{k(1 - \theta_m)} \frac{(\omega_w - \omega_{in})}{(1 - \omega_w)} \frac{2}{(T_w - T_{in})} \frac{\partial C}{\partial Y} \Big|_{Y=0} \quad (4.15)$$

The Sherwood number characterizes mass transfer at the air-liquid interface

$$Sh = \frac{h_m D_h}{D} = \frac{\dot{m}''}{\rho(\omega_w - \omega_m)} \frac{D_h}{D} \quad (4.16a)$$

The interfacial liquid and vapour mass fluxes are given by

$$\dot{m}'' = \rho_L v_L = \omega_w \rho v_e - \rho D \frac{\partial \omega}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (4.16b)$$

The Sherwood number is therefore,

$$Sh = \frac{-D_h}{(1-\omega_w)(\omega_w-\omega_m)} \frac{\partial \omega}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (4.16c)$$

Since ω_w is very small in our problem ($\omega_w < 0.023$) this expression can be simplified as follows:

$$Sh = \frac{-D_h}{(\omega_w-\omega_m)} \frac{\partial \omega}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (4.16d)$$

The corresponding non-dimensional form is

$$Sh = \frac{-2}{(1-C_m)} \frac{\partial C}{\partial Y} \Big|_{Y=0} \quad (4.16e)$$

while the friction factor is

$$f \cdot Re = 4 \left(\frac{\partial U}{\partial Y} \right)_{Y=0} \quad (4.17)$$

The dimensionless bulk temperature is defined as follows:

$$\theta_m = \frac{1}{U_m} \int_0^1 U \theta dY \quad (4.18)$$

and

$$C_m = \frac{1}{U_m} \int_0^1 U C dY \quad (4.19)$$

4.3 Numerical method

The coupled PDEs are solved by the finite volume method and the velocity-pressure coupling is treated by the SIMPLER algorithm [Patankar, 1980]. Convergence of this iterative procedure is declared when the relative variation of any dependent variable is less than 10^{-4} and if the mass source residual falls below 10^{-6} . The grid is non-uniform in both the streamwise and transverse directions with greater node density near the inlet and the walls where the gradients are expected to be more significant. Different grids (100 x 35, 200 x 70, and 400 x 140) were considered to establish the grid independence. The details of this grid sensibility test are provided in a previous work [Ait Hammou et al., 2004] and show that the values of Nu_S and $f \cdot Re$ differ by less than 1%. A grid with 100 nodes in the axial direction and 35 nodes in the transverse one is

therefore adopted in the present study. The computer code was validated [Ait Hammou et al., 2004] with the results available from the literature [Shah et London, 1978] for thermal developing forced convection. In addition, good agreement was found between our calculations and those from the numerical study of Yan et Lin, 1989 for mixed convection heat and mass transfer (Tables 4.1 and 4.2). Finally, Figure 4.2 shows a comparison of velocity profiles calculated by Laaroussi et al., 2009 with the variable density model and our results using the Boussinesq approximation. The difference between corresponding results is less than 4%. All these comparisons validate the model including the Boussinesq approximation and the numerical procedure used for its solution.

Table 4.1 Validation of the sensible Nusselt number

X	0.015	0.077	0.23	0.38
Present calculations	12.24	8.42	7.83	7.69
Yan-Lin, 1989	11.54	8.39	7.87	7.75

Table 4.2 Validation of the latent Nusselt number

X	0.015	0.077	0.23	0.38
Present calculations	66.45	45.18	38.43	32.91
Yan-Lin, 1989	65.85	46.08	39.92	34.76

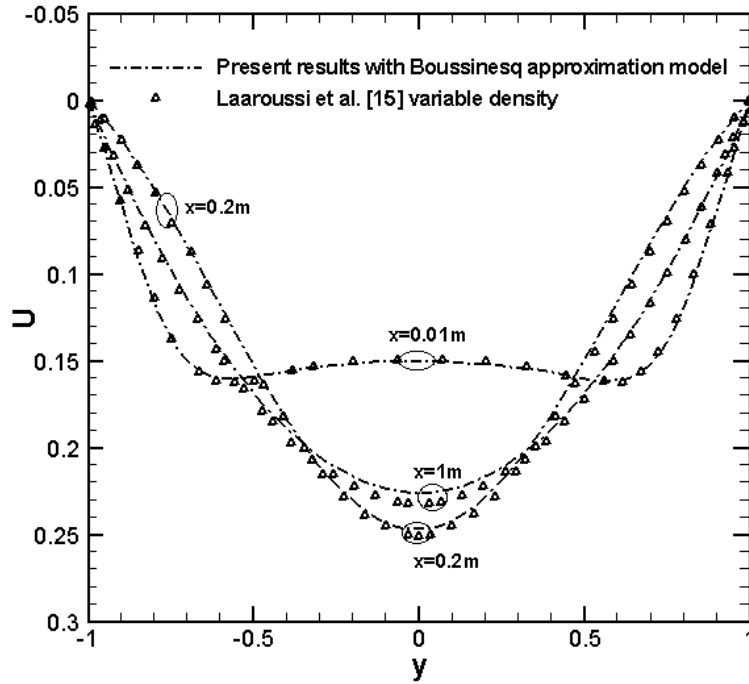


Figure 4.2 Comparison between our results and those from Laaroussi et al., 2009 for $T_W = T_{in} = 327$ K, $\omega_{in} = 0$ and $\omega_w = 0.1$

4.4 Results and discussion

As shown in Equations 4.2-4.6, this problem is governed by the following six dimensionless parameters: γ , Re , Pr , Sc , Gr_T and Gr_M .

Thermo-physical properties are taken to be constant and evaluated at a reference temperature and mass fraction calculated by the *one-third rule* ($T_{ref} = (T_{in} + 2T_W)/3$ and $\omega_{ref} = (\omega_{in} + 2\omega_w)/3$) given by Chow et Chung, 1983. These authors have shown that this rule works well even at high temperatures when the stream is mostly air. Also, Chow et Chung, 1983 concluded that this rule remains valid even at significant amounts of water vapour in airflow with temperatures below 300°C . This condition is prevalent in the present computations. The properties of air, water and their mixture are evaluated by formulas given by Fuji et al., 1977.

In the first part of the current study, the Reynolds number is fixed at 300 and the aspect ratio $\gamma = 1/50$. The mass fraction at the walls (ω_w) is calculated assuming saturation conditions at T_w and treating the air-vapour mixture as an ideal gas mixture. The plates are maintained at a constant temperature $T_w = 20^\circ\text{C}$; thus $\omega_w = 14.66\text{g/kg}$. In all cases the inlet air temperature is higher than the wall temperature and therefore the thermal Grashof number is always negative. The thermal buoyancy force always opposes the upward flow. On the other hand, the mass diffusion Grashof number is positive, zero or negative depending on the absolute humidity of the entering air. The mass diffusion buoyancy force is therefore aiding the flow in the first case and opposing it in the third case. The buoyancy ratio N is always weak, which shows that the thermal buoyancy forces are prevalent in these cases. The values of all other relevant parameters are presented in Table 4.3. The combinations in cases 1-3 serve to evaluate the effects of the inlet temperature, while those in cases 2, 4 and 5 establish the effect of the inlet humidity.

In the second part of the study the Reynolds number is varied to determine the conditions where flow reversal occurs for three different aspect ratios. Results of this study are presented on charts and mathematical correlations are given.

Table 4.3 Values of parameters of the study

case	T_{in} ($^\circ\text{C}$)	Φ_{in} (%)	ω_{in} (g/kg)	T_w ($^\circ\text{C}$)	ω_w (g/kg)	Gr_T	Gr_M	Gr_M / Gr_T	S	Pr	Sc
# 1	30	30	7.8	20	14.47	$-0.88 \cdot 10^5$	$1.07 \cdot 10^4$	-0.12	-2.018	0.709	0.559
# 2	41	30	14.45	20	14.47	$-1.71 \cdot 10^5$	0	0	0	0.708	0.559
# 3	50	30	23.03	20	14.47	$-2.29 \cdot 10^5$	$-1.29 \cdot 10^4$	+0.06	+0.861	0.708	0.558
# 4	41	43.25	20.91	20	14.47	$-1.71 \cdot 10^5$	-10^4	+0.06	+0.929	0.708	0.558
# 5	41	16.7	8.01	20	14.47	$-1.71 \cdot 10^5$	$+10^4$	-0.06	-0.933	0.708	0.559

Axial velocity profile

Figure 4.3a presents the axial velocity profiles for case #3. The case of forced convection ($Gr_M = Gr_T = 0$) is also reported. Close to the channel entrance ($X = 0.3$) the velocity profiles for mixed and forced convection are quite close. This is explained by the prevalence of viscous

forces in the developing boundary layer in this zone. As the air moves downstream, the buoyancy forces become progressively more significant. The net effect of these forces acts in the opposite direction of the upward flow and decelerates it near the walls. Eventually, this deceleration produces a flow reversal close to the channel walls, i.e. for $X = 4.62$, the axial velocity becomes negative as seen on the inset plot. In order to satisfy mass conservation the velocity in the core region increases and reaches a maximum of 2.1 for $X = 4.62$ at the channel axis. The effect of Gr_M on the axial velocity profile at $X = 4.62$ is shown on Figure 4.3b. Three values of Gr_M are considered to show their influence on the flow reversal. This figure shows that the flow reversal is more intense for the condensation case.

The flow reversal is clearer in Figures 4.4a and 4.4b, which show the evolution of the axial velocity, near the walls ($Y = 2.66 \times 10^{-4}$). The case of forced convection is also reported for comparison purposes. It is clear from the Figure 4.4a that the axial velocity evolution is monotonic in the case of forced convection. But that it is not the case if natural convection is taken into account. Indeed, in this case, the axial velocity presents local minima located near the channel entrance. The axial positions corresponding to these minima are essentially the same ($X = 4.62$) for the three considered inlet air temperatures. For case #3, the axial velocity near the walls is negative for a channel portion starting at $X = 0.79$ and finishing at $X = 17.02$. Along this interval, air is flowing in the opposite direction of the entering flow. That change in the flow direction gives rise to a recirculation cell and to the well-known flow reversal phenomenon. Additionally, Figure 4.4b shows that, for negative values of Gr_M (case #4), the axial velocity minimum is more significant and the extent of the region with negative velocities is longer.

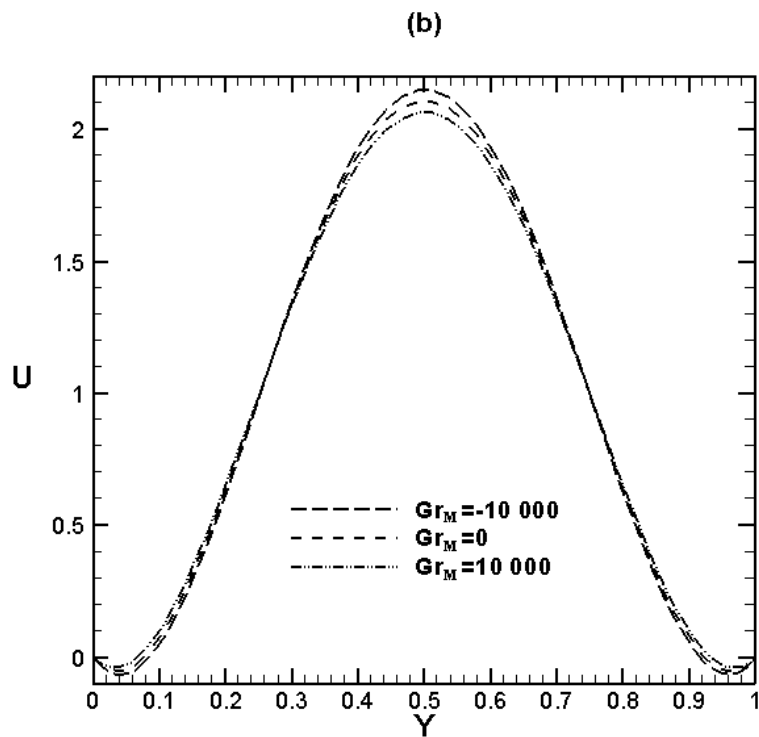
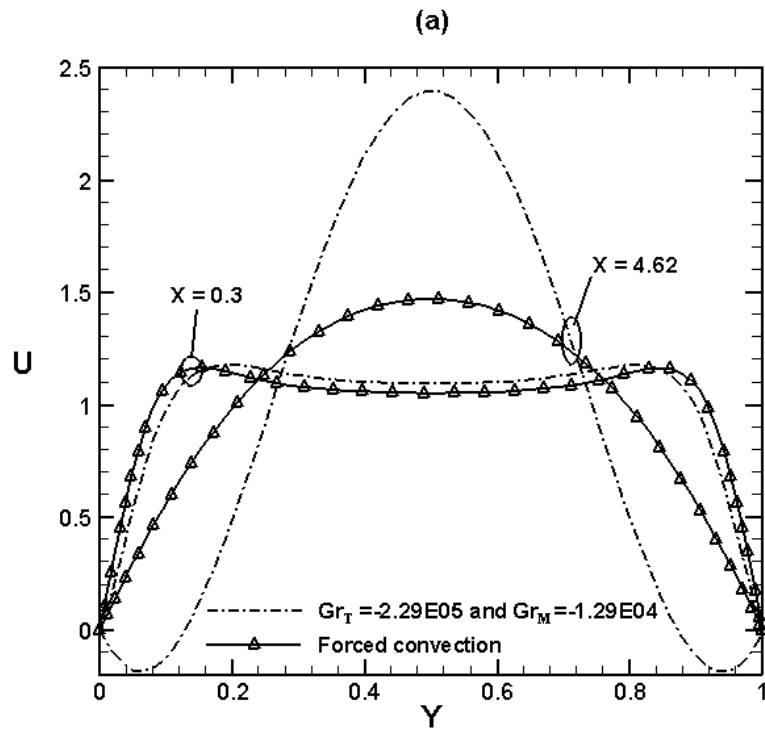


Figure 4.3 Axial velocity profiles at $X = 4.62$: (a) Case #3, (b) effect of Gr_M (Case#2, 4 and 5)

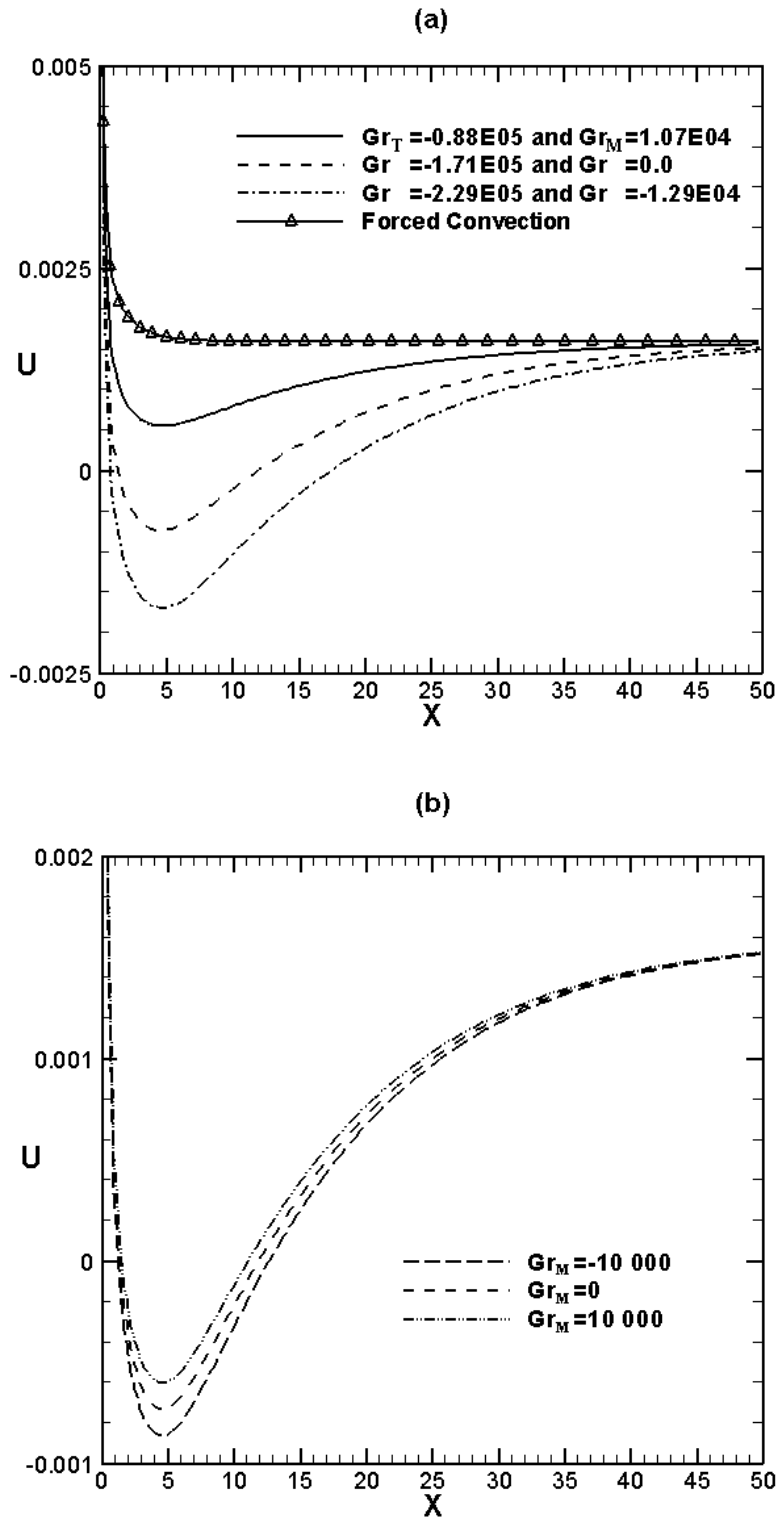


Figure 4.4 Evolution of the axial velocity near walls ($Y=2.66 \cdot 10^{-4}$): (a) effect of T_{in} , (b) effect of Gr_M (Casse #2, 4 and 5)

Streamlines

Figure 4.5 shows the streamlines for different cases with the same Gr_T . This figure clearly illustrates the effect of Gr_M . At the entrance of the channel, we find that these streamlines are deflected. This is caused by the transverse gradients of temperature and mass fraction which are significant in addition to the effect boundary layer growth. Around the axis of the channel the streamlines remain parallel because the considered physical problem is symmetrical. As the flow progress through the channel, it undergoes a deceleration due to the buoyancy forces which are acting in the opposite direction. This deceleration results in recirculation cells with different sizes depending on the intensity of these forces. The recirculation cells consist of closed streamlines contours in case #2 for which there is no mass transfer at the walls. In cases #4 and #5 for which there is respectively condensation and evaporation at the wall, some of the streamlines in the region with negative velocity are normal to the walls at $Y = 0$ and $Y = 1$. In the former case the local velocity is directed towards the walls while in the later case it is directed away from the walls (this is presented in more detail in Figure 4.8b).

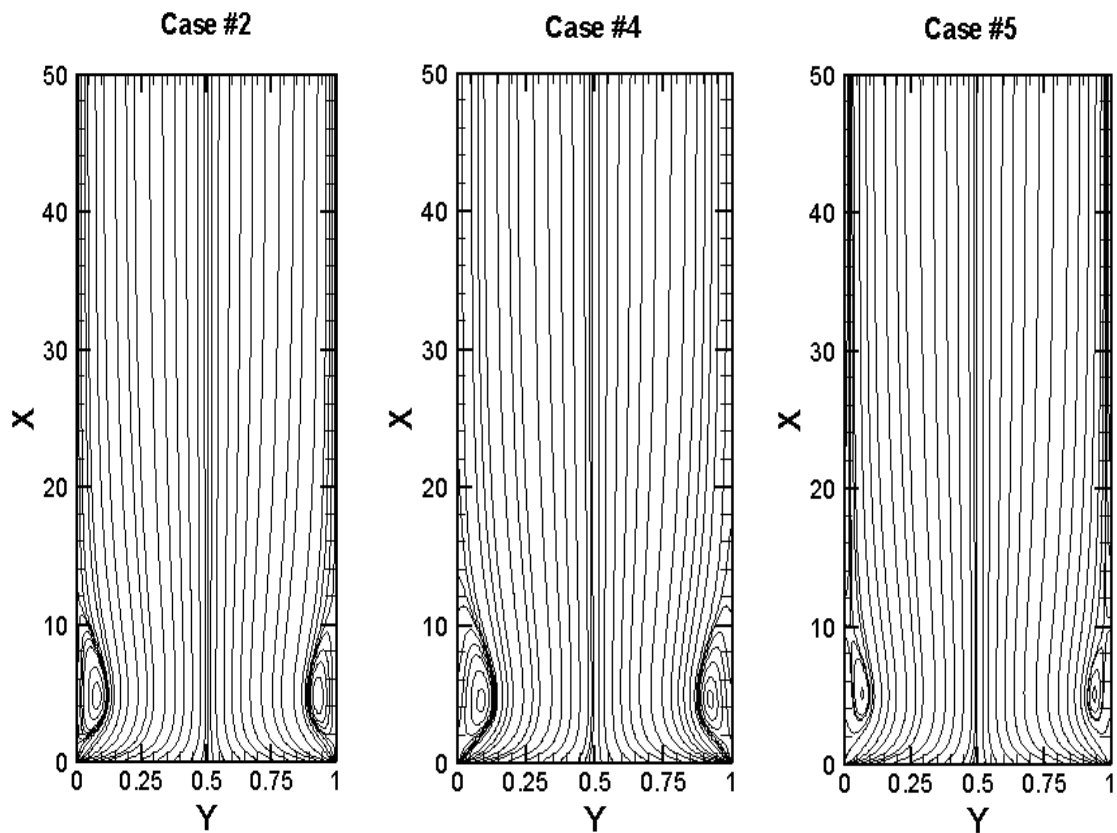


Figure 4.5 Streamlines

Friction factor

Figures 4.6a and 4.6b present the axial evolution of the friction factor, $f.Re$. They show the effect of the inlet air temperature and Gr_M on mixed convection compared to the case of forced convection. It should be noted that close to the walls the evolution of $f.Re$ is similar to that of U (Figure 4.4). Very close to the channel entrance, $f.Re$ is approximately the same for all cases. Indeed, in this zone buoyancy forces are weak due to the fact that θ and C are small (Eq. 4.3). Gradually, as the flow moves downstream, the magnitude of the buoyancy forces increases. Since the net effect of these forces is in the opposite direction of the entering flow, the velocity near the walls decreases and consequently $f.Re$ is reduced. The minimum of $f.Re$ depends on the inlet air conditions. It is -25.23 for the case #3 and it takes negative values for $7.65 \leq X \leq 17.19$. Beyond this zone, the buoyancy forces become weaker since the temperature and vapour mass fraction in the air approach the corresponding values at the wall. Thus, inertia forces acting in the direction of the flow become predominant which explains that the axial velocity and also $f.Re$ become positive. At the channel exit $f.Re$ for all cases tends towards the asymptotic value $f.Re_\infty = 24$, which is the analytical value for fully developed flow [Shah et London, 1978]. Figure 4.6b shows the effect of Gr_M on $f.Re$. Three values of Gr_M are considered to show their influence on the $f.Re$. This figure shows that the $f.Re$ is minimal for the condensation case.

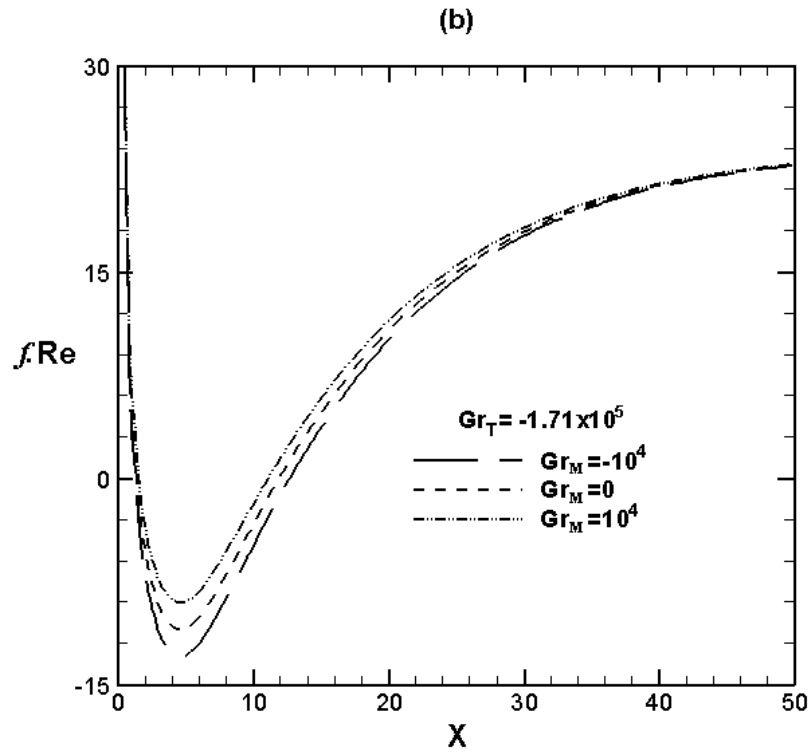
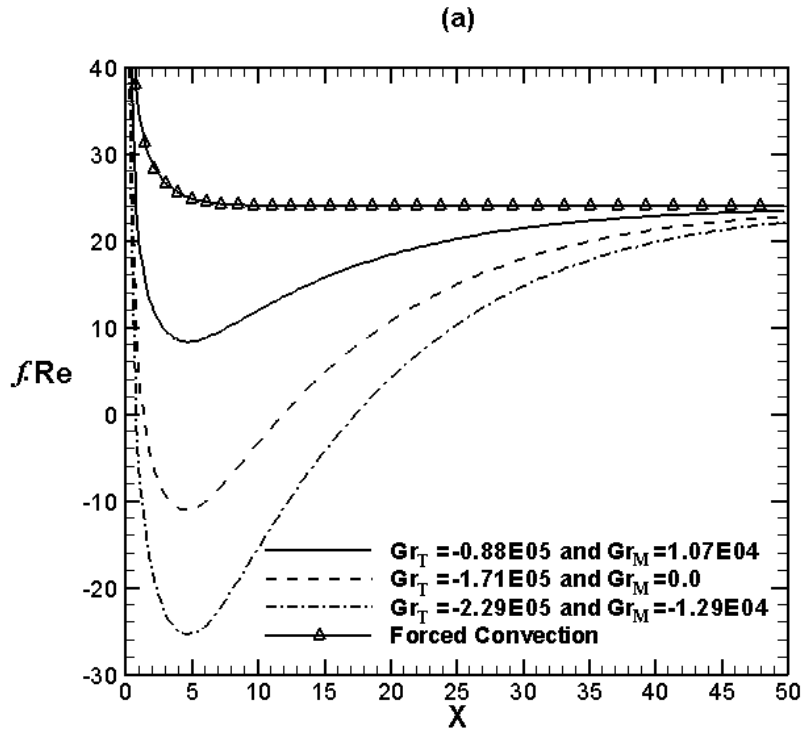


Figure 4.6 Axial evolution of the friction factor: (a) effect of T_{in} , (b) effect of Gr_M (Case #2, 4 and 5)

Axial evolution of mass fraction and temperature profiles

Figures 4.7a and 4.7b show the axial development of the dimensionless mass fraction and temperature profiles respectively for case #3. By comparing these figures, it is found that profiles of θ and C develop in a similar manner (the fluid temperature and its vapour content decrease monotonically as X increases). However, the mass fraction profile develops slightly more rapidly than that of the temperature which reflects that the mass fraction boundary layer develops more rapidly than the thermal one. This result is explained by the fact that the Schmidt number is slightly lower than the Prandtl number in the present case [Yan et al., 1990]. To show the effect of the buoyancy forces on the development of these profiles, the case of forced convection is also presented. We note that these profiles develop faster in the case of forced convection. This simply results from the fact that in the present case heat and mass transfers decrease under the effect of the adverse buoyancy forces. Finally, it is important to note that, for the conditions under consideration here, mixed convection results in higher dimensionless mass fractions (C) and temperatures (θ) near the entrance. However, since the corresponding conditions at the walls (ω_w and T_w) are lower than those at the channel inlet (ω_{in} and T_{in}) it follows that, near the entrance, the dimensional mass fractions (ω) and temperatures (T) for mixed convection are lower than for forced convection. This is a direct result of the flow reversal, illustrated in Figures 4.3a, 4.4a and 6a, which transports cooler fluid with a lower vapour mass fraction in the upstream direction when mixed convection is considered. As a consequence, sensible air-cooling and vapour condensation in the region close to the entrance are lower for mixed convection. Therefore, far from the entrance dimensionless temperature and mass fraction for mixed convection are lower than the corresponding values for forced convection. Accordingly, for the corresponding conditions, mixed convection results in higher mass fractions and temperatures far from the entrance.

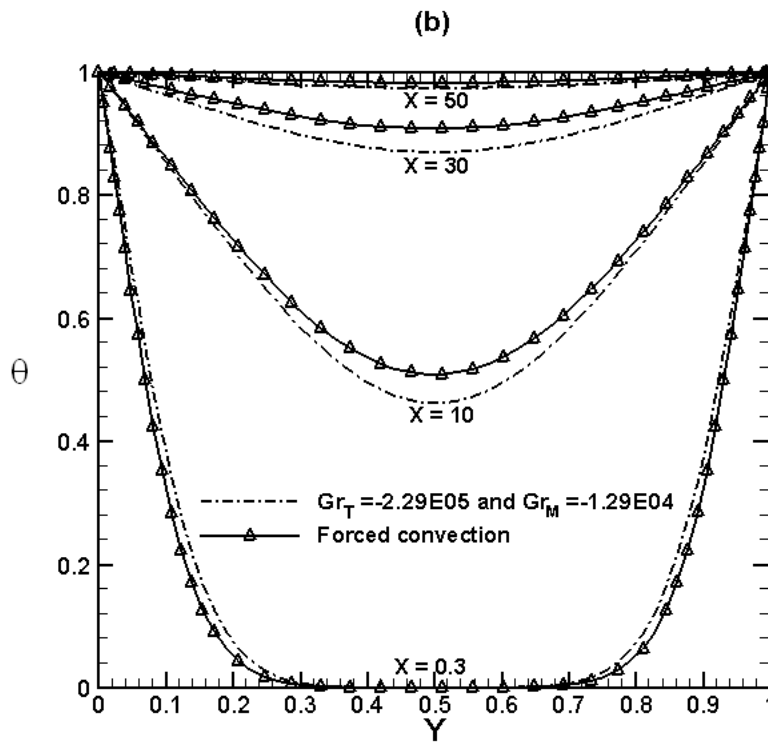
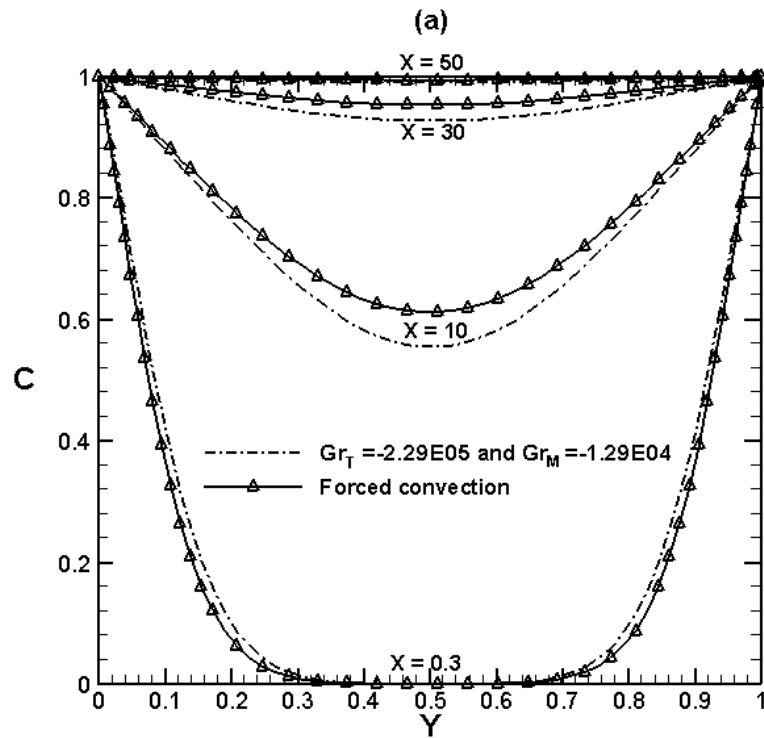


Figure 4.7 Dimensionless profiles for Case #3: (a) mass fraction, (b) temperature

Axial evolution of transverse wall velocity

Figures 4.8a and 4.8b present the axial evolution of the dimensionless transverse vapour velocity at the wall, V_e . We note that V_e is negative for case #3 (condensation case), positive for case #1 (evaporation case) while it is null for case #2 ($Gr_M = 0$ when $\omega_{in} = \omega_w$). Positive values of V_e are obtained for $\omega_w > \omega_{in}$ and indicate an evaporation of the liquid film while negative values are obtained for $\omega_w < \omega_{in}$ and indicate a condensation of the water vapour on the walls. $V_e = 0$ means that there is no mass transfer between the airflow and the wall. Very close to the channel entrance, V_e takes large values due to the large mass gradient. As the air moves downstream, it is humidified or dehumidified and the mass fraction gradient becomes lower. Therefore, V_e tends monotonically towards zero.

The case of forced convection for case #3 is also shown in Figure 4.8a for comparison purposes. We note that near the entrance ($X < 7.44$) the absolute value of V_e is higher in the case of forced convection while further downstream mixed convection results in greater absolute values of V_e . As indicated by Eq. 4.10 this behaviour reflects the corresponding axial variation of the absolute value of the dimensionless mass fraction gradient at the wall (see Figure 4.9) which is higher for forced convection when $X < 7.44$ and for mixed convection further downstream. This inversion occurs within the zone where flow reversal takes place (see Figures 4.4a and 4.6a) and is caused by the latter. Indeed, as explained in the previous section, the dimensional vapour mass fraction near the entrance is higher for forced convection. Therefore the corresponding absolute values of the mass fraction gradient and V_e are also higher for forced convection in this region. On the other hand, far downstream the absolute value of the vapour mass fraction is higher for mixed convection and, therefore, so are the corresponding values of $|\partial C/\partial Y|_{Y=0}$ and $|V_e|$.

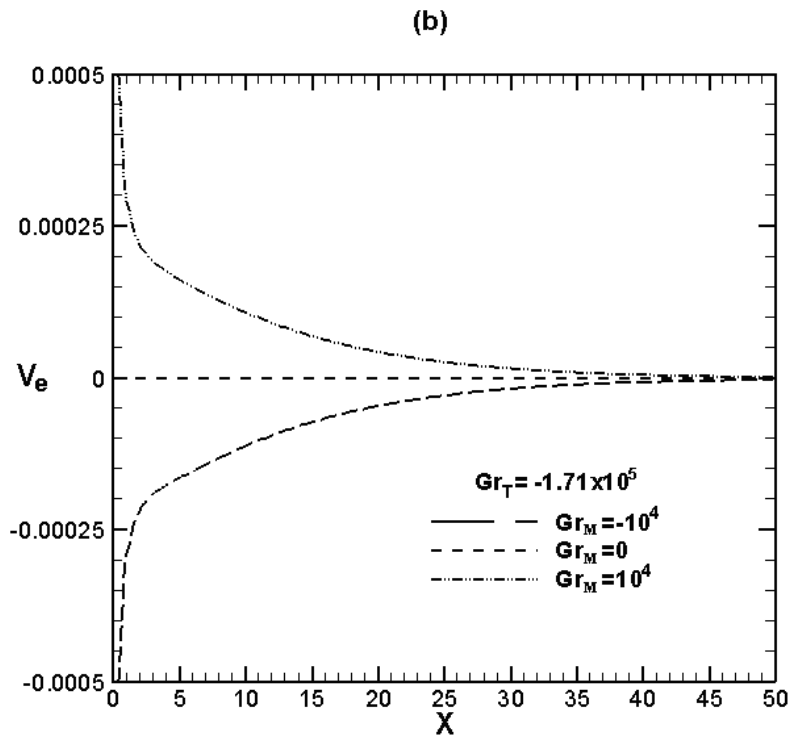
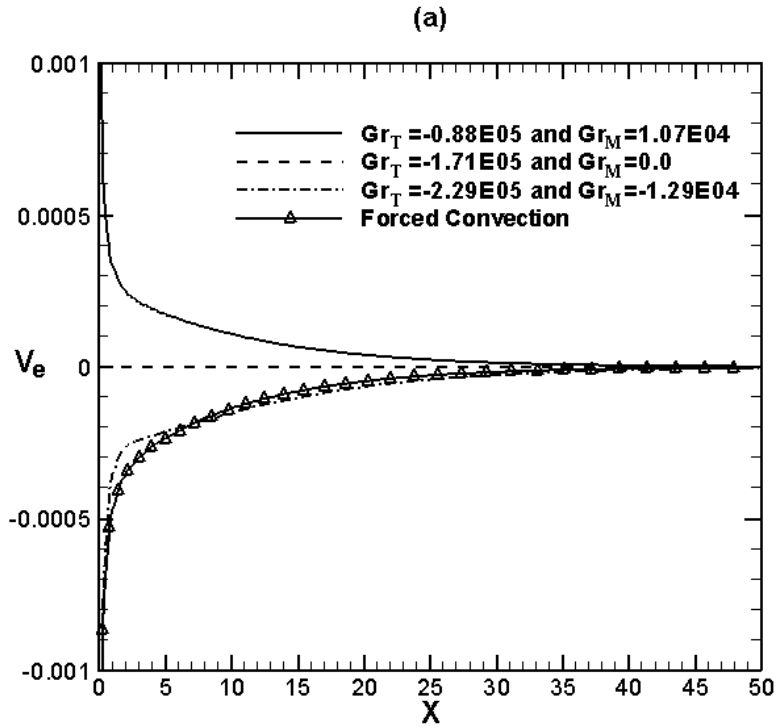


Figure 4.8 Axial evolution of the dimensionless transverse vapour velocity at the walls: (a) effect of T_{in} , (b) effect of Gr_M (Case #2, 4 and 5)

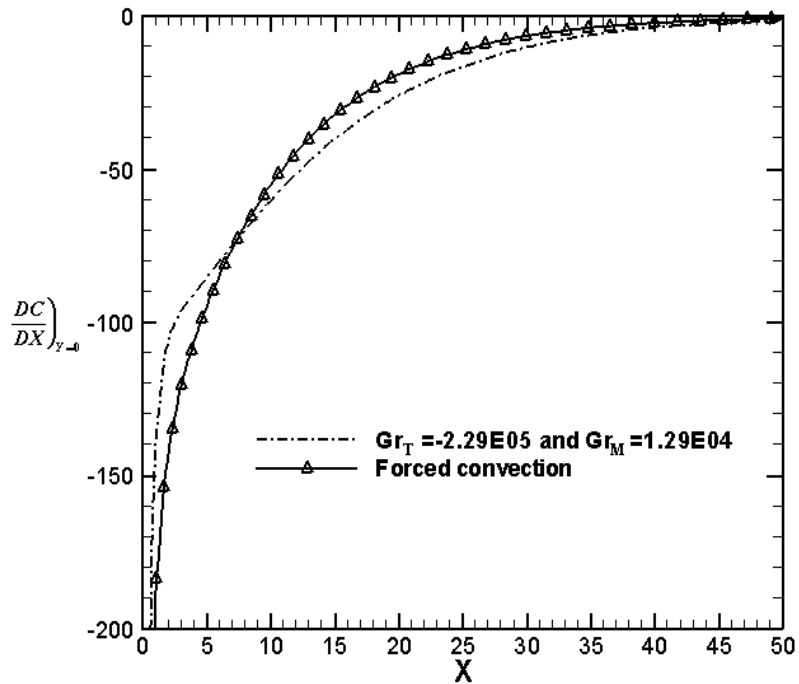


Figure 4.9 Axial evolution of the dimensionless mass fraction gradient close to the plate for Case #3

Axial evolution of the Sherwood number

Mass transfer is characterized by the Sherwood number Sh . Figures 4.10a and 4.10b illustrate its axial evolution along the channel for mixed convection for case #3 and 1 as well as for forced convection for case #3. The Sherwood number for mixed convection for case #2 is identically equal to zero since no mass transfer takes place in this case (see Figure 4.8a). It is noted that for mixed convection Sh reaches a minimum value at the same axial position as $f \cdot Re$ while for forced convection it decreases monotonically. This minimum value decreases as T_{in} increases. This is due to the buoyancy forces whose intensity increases with T_{in} as shown in Table 4.3. These forces, which act in the opposite direction of the ascending airflow, decelerate the flow near the plates and thus mass transfer is decreased. Towards the channel exit, Sh increases and tends towards the same asymptotic value of 7.54, which corresponds to that for fully developed flow in forced convection [Shah et London, 1978]. In Figure 10b we note that the Sherwood number is essentially the same for positive and negative values of Gr_M indicating that the effect of mass transfer on this parameter is quantitatively small. The fact that Sh is always positive can be established from Eq. 4.16 and the observation that the

gradient of the dimensionless mass fraction at $Y = 0$ is always negative (see Figures 4.7a and 4.9) while $\gamma > 0$ and $C_m < 1$.

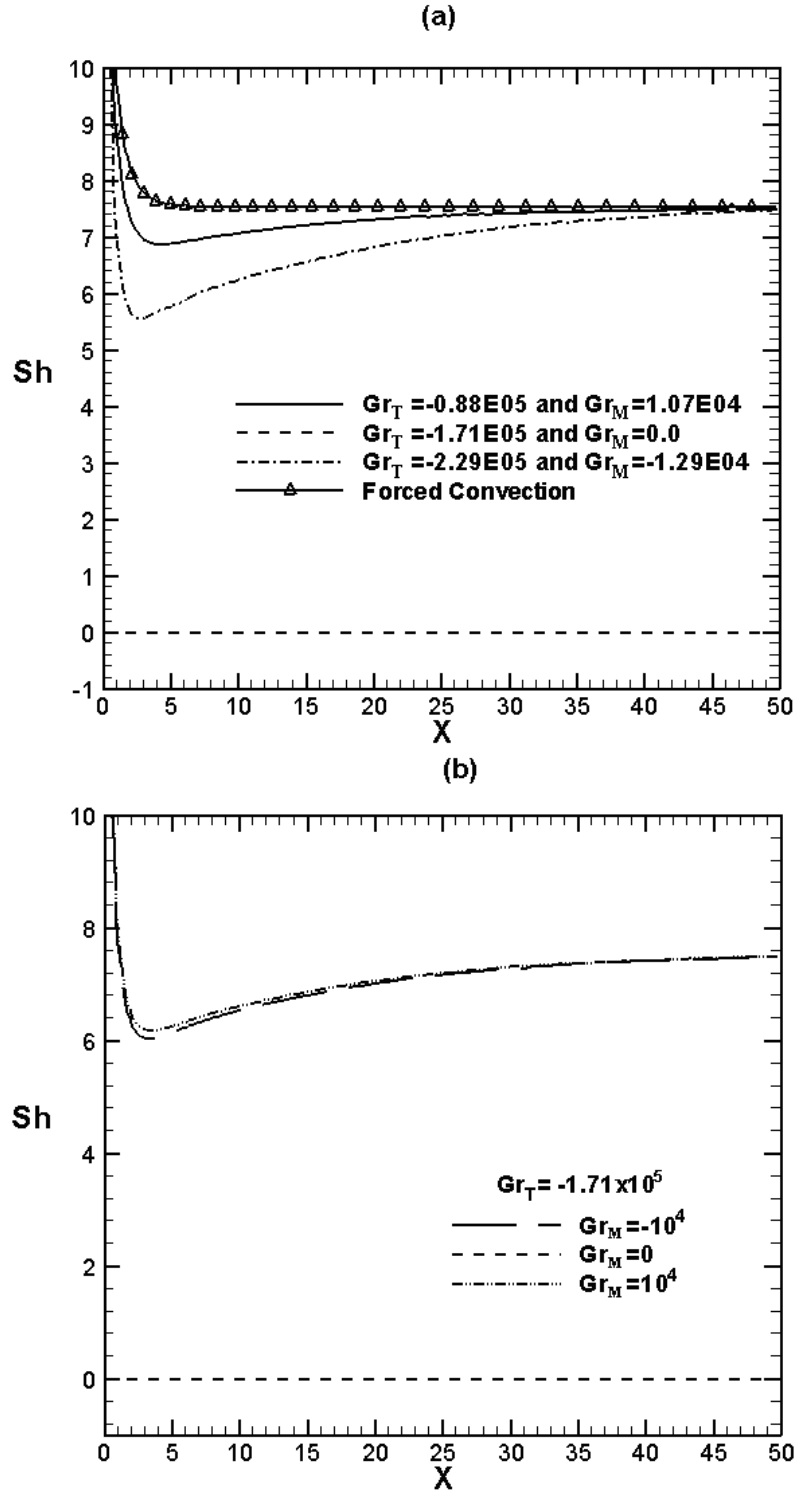


Figure 4.10 Axial evolution of Sherwood number: (a) effect of T_{in} , (b) effect of Gr_M (Case #2, 4 and 5)

Axial evolution of the latent Nusselt number

Figures 4.11a and 4.11b present the axial evolution of the latent Nusselt number (Nu_L) along the channel. This parameter is positive for case #3 (condensation), negative for case #1 (evaporation), and null for case #2 ($Gr_M = 0$). In the first case the water vapour contained in the air is condensed on the channel walls and, since T_w is equal to 20°C , the corresponding latent and sensible heat fluxes are both directed towards the wall. For the case with negative Nu_L , for which evaporation of the liquid film takes place, the sensible and latent heat fluxes have opposite directions. The case of forced convection for case #3 is also reported to show the effect of buoyancy forces. In the first half of the channel ($X < 22.49$), Nu_L is lower in the case of mixed convection. This is due to the deceleration of the flow by the opposing buoyancy forces, as depicted above. At $X \cong 22.49$, Nu_L takes the same value for the two types of convection. Beyond this axial position Nu_L becomes more significant when buoyancy forces are taken into account (mixed convection). This inversion in Nu_L tendency has also been reported by Azizi et al., 2007 and Oulaid et al., 2008. Referring to the expression of Nu_L (Eq. 4.15) it is noted that this parameter is affected by the dimensionless mass fraction gradient and the average temperature θ_m . The axial evolution of θ_m (Figure 4.12) shows that it is everywhere higher for forced convection. Thus, it is clear that the observed inversion in the Nu_L evolution is due to the dimensionless mass fraction gradient (Figure 4.9). The latter takes the same value for both mixed and forced convection at $X \cong 7.44$. This location is different from that where the Nu_L is the same ($X \cong 22.49$). This difference is attributed to θ_m (Eq. 4.15). Figure 4.11b shows that the absolute values of Nu_L for $Gr_M=10^4$ and $Gr_M=-10^4$ are essentially the same indicating that the effect of mass transfer on this parameter is quantitatively small.

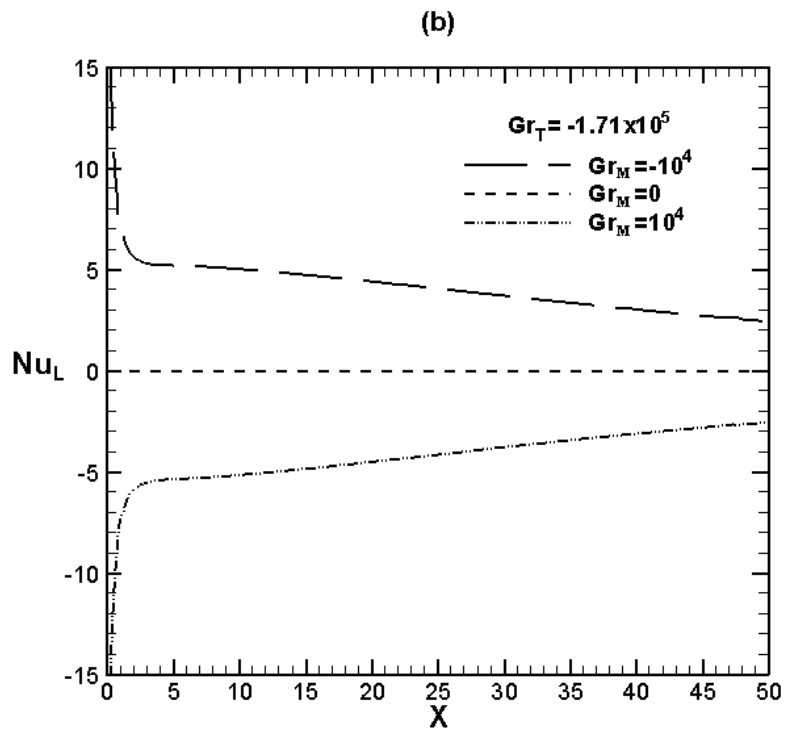
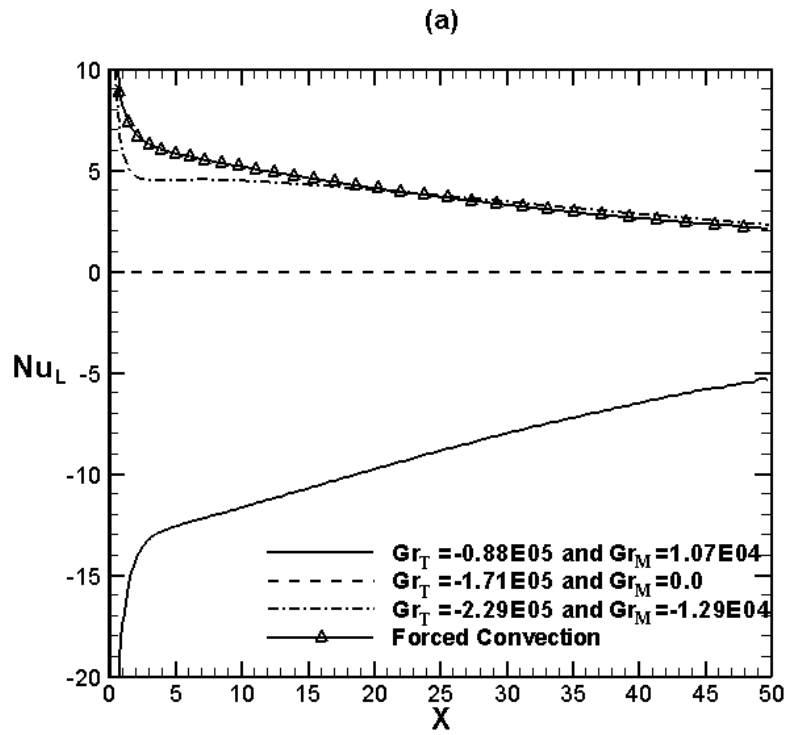


Figure 4.11 Axial evolution of latent Nusselt number: (a) effect of T_{in} , (b) effect of Gr_M (Case #2, 4 and 5)

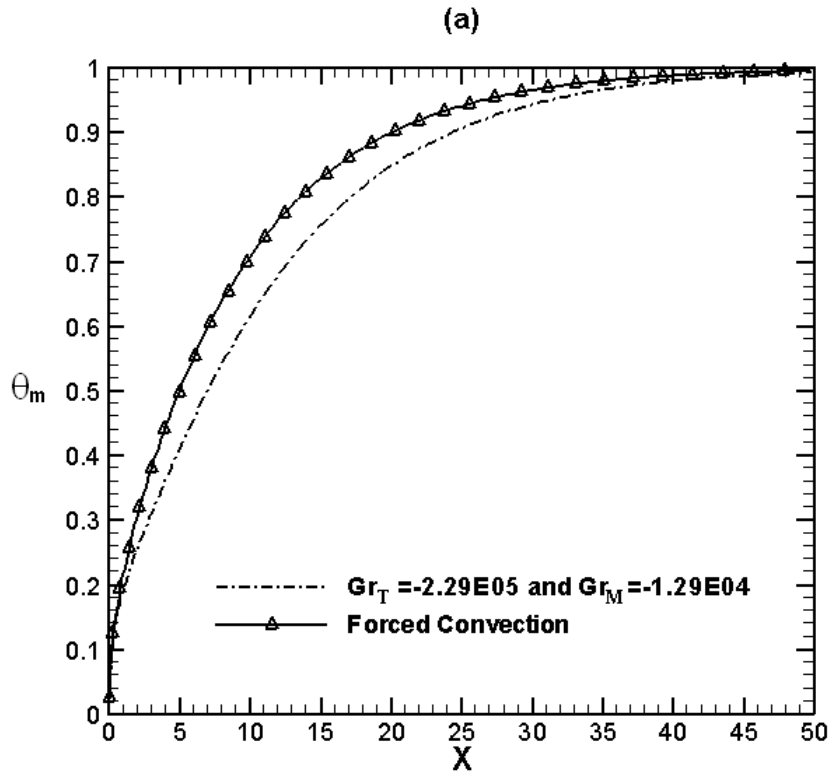


Figure 4.12 Axial evolution of dimensionless bulk temperature for case #3

Comparison of latent and sensible heat fluxes

To show the relative importance of latent and sensible heat fluxes, we present in Figure 4.13 the axial evolution of the ratio between the corresponding Nusselt numbers R_{Nu} ($= Nu_L/Nu_S$). The figure shows that R_{Nu} takes positive or negative values because Nu_S is at all times positive while Nu_L can be positive or negative (see Figures 4.11a and 4.11b). For case #2, R_{Nu} is null along the channel length since for this condition no mass transfer takes place between the gas and the liquid film ($Nu_L = 0$). In this section we are interested in the absolute values of R_{Nu} . Near the channel entrance and for case #3, R_{Nu} shows evidence of a small increase as X increases. This phenomenon was also reported by Yan, 1995. It is noted that $|R_{Nu}| = 1$ at $X = 33.17$ for case #1. The transfer by latent heat is prevalent when $X < 33.17$ for this case. Beyond this position sensible heat flux is more significant. Figure 4.13 also shows that $|R_{Nu}|$ is slightly higher for mixed convection than for forced one over the entire channel length for case #3.

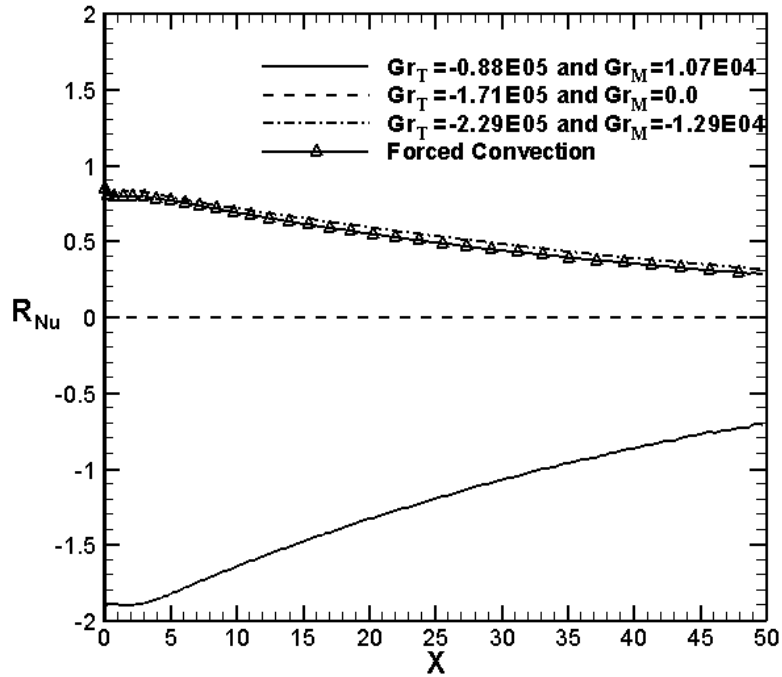


Figure 4.13 Axial evolution of the latent to the sensible Nusselt numbers ratio

4.5 Flow reversal chart

In order to establish the conditions for the existence of flow reversal, a sequence of simulations were carried out. Thus, for a given Re we varied T_{in} (i.e. Gr_T) and at the same time we varied ϕ_{in} to maintain Gr_M fixed until detecting a negative axial velocity. Three values of Gr_M were considered ($Gr_M = -10^4, 0, 10^4$). All these combinations of temperature and mass fraction satisfy the condition for the application of the Boussinesq approximation (the density variation does not exceed 10%). These series of numerical experiments enabled us to draw the flow reversal charts for different aspect ratios of the channel ($\gamma = 1/35, 1/50$ and $1/65$). These flow reversal charts are represented in Figures 4.14a, 4.14b and 4.14c. It is noted that for a given Gr_M an increase of Re increases the absolute value of the critical Gr_T which induces flow reversal. Indeed, as Re increases the magnitude of the opposing thermal buoyancy force that induces flow reversal increases too.

The dependence of this critical thermal Grashof number on the Reynolds number is essentially linear and can be expressed by the following correlations:

$$\begin{cases} Gr_T = 6368.9 - 460.6 Re \\ Gr_T = -2531.7 - 461.2 Re \\ Gr_T = -12031.7 - 461.2 Re \end{cases} \quad \text{for} \quad \begin{cases} Gr_M = -10^4 \\ Gr_M = 0 \\ Gr_M = 10^4 \end{cases} \quad \text{and} \quad \gamma = 1/35$$

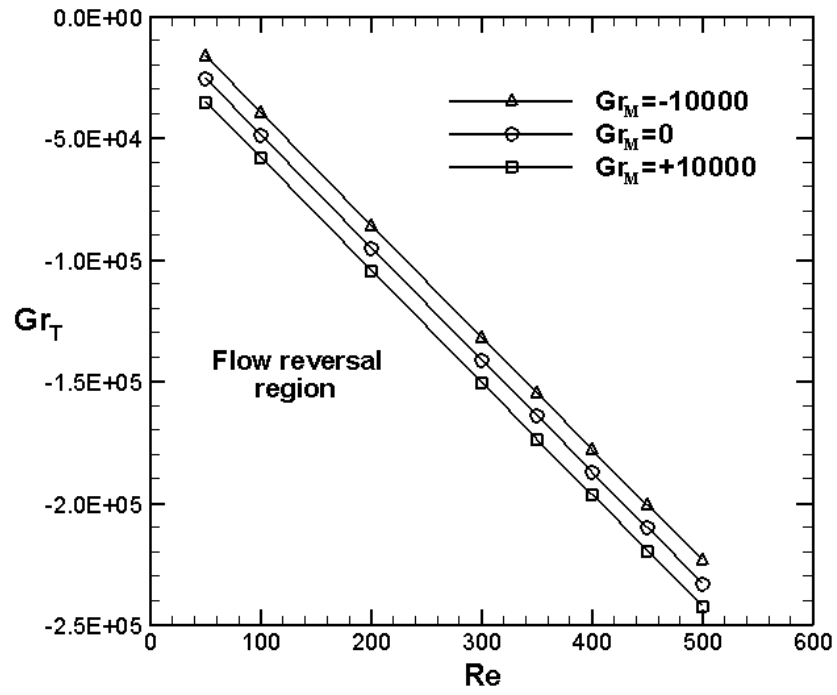
$$\begin{cases} Gr_T = 6358.1 - 462.1 Re \\ Gr_T = -3029.2 - 461.6 Re \\ Gr_T = -12141.9 - 462.1 Re \end{cases} \quad \text{for} \quad \begin{cases} Gr_M = -10^4 \\ Gr_M = 0 \\ Gr_M = 10^4 \end{cases} \quad \text{and} \quad \gamma = 1/50$$

$$\begin{cases} Gr_T = 5722.0 - 461.8 Re \\ Gr_T = -3429.9 - 462.2 Re \\ Gr_T = -12616.0 - 463.2 Re \end{cases} \quad \text{for} \quad \begin{cases} Gr_M = -10^4 \\ Gr_M = 0 \\ Gr_M = 10^4 \end{cases} \quad \text{and} \quad \gamma = 1/65$$

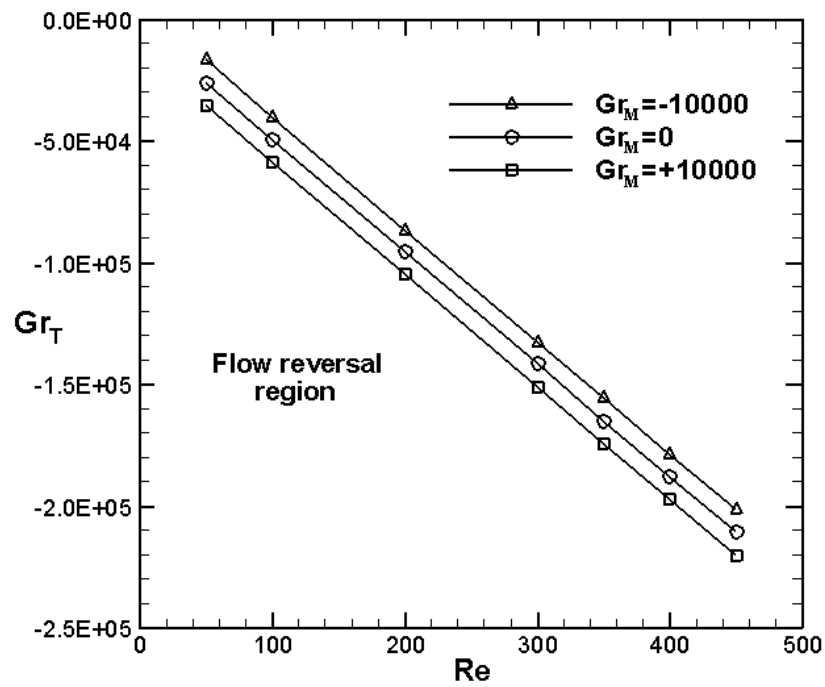
The ranges of the validity of these correlations are indicated in the corresponding figures. For the Reynolds numbers and aspect ratios involved in the present study, the effect of the aspect ratio γ on the critical value of Gr_T is weak (less than 5%).

The flow reversal charts are expected to fix the validity limits of the mathematical parabolic models frequently used in the literature [Lin et al., 1988, Yan et al., 1990 and 1991, Debbissi et al., 2001 and Yan, 1995]. On the other hand, flow reversal may induce flow instabilities [Nguyen et al., 2004], thus the flow reversal chart established here would be helpful to avoid this situation.

(a)



(b)



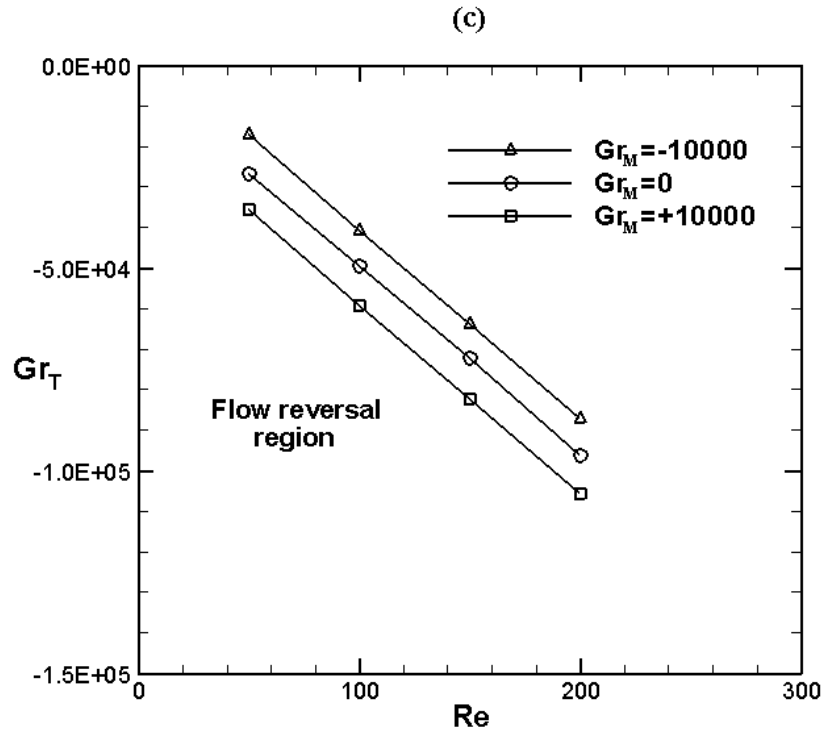


Figure 4.14 Flow reversal chart: (a) $\gamma = 1/35$, (b) $\gamma = 1/50$ and (c) $\gamma = 1/65$

4.6 Conclusion

The effects of buoyancy forces on combined convection mixed heat and mass transfer with phase change have been investigated numerically for an upward flow of warm humid air in a vertical parallel-plate channel with cool walls. The influence of the gas temperature at the channel entrance and the mass diffusion Grashof number were studied. Results show that the buoyancy forces, mostly of thermal origin, decelerate the flow near the walls and induce flow reversal for high temperature differences between the gas and the walls. Thus they reduce heat and mass transfer. Furthermore, the conditions for the existence of flow reversal have been determined for different aspect ratios and mass diffusion Grashof numbers. They are presented in charts and by analytical correlations specifying the critical thermal Grashof number as a function of the Reynolds number.

CHAPITRE 5 Simultaneous heat and mass transfer in inclined channel with asymmetrical conditions

Auteurs et affiliation:

O. OULAIID: étudiant au doctorat, Université de Sherbrooke, Faculté de génie, Département de génie mécanique en cotutelle avec l'Université Cadi Ayyad, Faculté des sciences-Semlalia, Département de physique, Marrakech 40 001, Maroc.

B. BENHAMOU: professeur, Université Cadi Ayyad, Faculté des sciences-Semlalia, Département de physique, Marrakech 40 001, Maroc.

N. GALANIS: professeur, Université de Sherbrooke, Faculté de génie, Département de génie mécanique.

Date de soumission : Mars 2010

État de l'acceptation : en évaluation

Revue: Journal of Applied Fluid Mechanics

Référence: (Oulaid et coll. 201X)

Titre français: Transferts simultanés de chaleur et de masse dans canal incliné avec des conditions asymétriques.

Résumé

Le travail présenté ici est une étude numériquement sur le transfert simultané de chaleur et de masse avec changement de phase dans un canal incliné. Ce canal est formé par deux plaques planes parallèles dont celle inférieure est couverte par un film d'eau alors que celle supérieure est considérée imperméable. On impose aux deux plaques une température constante supérieure à celle de l'air humide à l'entrée du canal. Les résultats numériques de cette étude montrent que les forces d'Archimède diminuent le transfert de chaleur et de masse et causent le renversement de l'écoulement. Ces résultats dépendent essentiellement de l'inclinaison du canal. Ainsi, les conditions d'existence du renversement sont présentées par des abaques ainsi que des expressions analytiques. Ces abaques et expressions donnent le nombre de Grashof d'origine thermique critique en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs du nombre de Grashof d'origine massique, différents rapports de forme et angle d'inclinaison.

Mots clés: Transfert de chaleur et de masse, Convection mixte, Changement de phase, Canal incliné, Carte de renversement.

Abstract

The present work is a numerical study of simultaneous heat and mass transfer with phase change in an inclined channel formed by two parallel plates. The lower one is covered by a thin liquid water film and the upper one is considered impermeable. The plates are maintained at a constant temperature. The liquid film is assumed to be extremely thin and its temperature is uniform and equal to that of the wall. Thermo-physical properties are considered constant and the Boussinesq assumption is adopted. Results show that buoyancy forces have an important effect on the hydrodynamic, thermal and mass fraction fields. These effects depend on the channel inclination and may result on flow reversal when the channel approaches the vertical position. This phenomenon is addressed and a flow reversal chart, as well as the corresponding analytical correlations, for different channel inclinations is given. These correlations give the values of Grashof numbers, which induce flow reversal for a given Reynolds number and inclination angle.

Keywords: Mixed convection, Phase change, Flow reversal chart.

5.1 Introduction

The phenomena of coupled heat and mass transfer have been extensively studied in the literature and the majority of the published works focus on horizontal and vertical configurations. Among the recent studies Laaroussi et al., 2009 conducted a numerical study of laminar mixed convection in a vertical parallel-plate channel with evaporation of thin liquid films wetting the walls. The plates were maintained at a constant temperature and the liquid film thickness was assumed to be negligible. The airflow was downwards and the film was either liquid water or hexane. The authors compared the results obtained with constant properties (Boussinesq model) with those calculated by considering variable density.

Ait Hammou et al., 2004 have examined numerically the effects of simultaneous heat and mass transfer on downward laminar flow of humid air in an isothermal vertical channel with wetted walls. They affirmed that, depending on the inlet conditions of the humid air, mass transfer may result in evaporation or condensation. On the other hand, it was demonstrated that thermal and solutal buoyancy forces have significant effects on flow characteristics. In all cases analyzed in this study, the authors have not detected flow reversal. Combined buoyancy effects of thermal and mass diffusion on laminar mixed convection in a vertical isothermal channel were also studied by Oulaid et al., 2010a. The results show that buoyancy forces decelerate the flow near the channel walls and cause flow reversal.

Heat and mass transfer mixed convection in inclined geometries has not been extensively studied as in vertical and horizontal configurations. Among the few studies addressing inclined configurations we mention that of Said et al., 2005, who investigated numerically turbulent natural heat convection between inclined isothermal plates. Their results show that the average Nusselt number is reduced as the inclination angle increases and that the overall average Nusselt number at different inclination angles can be presented by a single correlation. The problem of heat and mass transfer mixed convection heat transfer enhancement through film evaporation in inclined square ducts was studied numerically by Jang et al., 2005. Their results show that the friction factor as well as heat and mass transfer are affected considerably by the inclination angle and the heat transfer rate can be enhanced to be 10 times of that without mass transfer, especially for a system with a lower temperature.

Rheault and Bilgen, 1993 studied numerically steady laminar mixed heat convection in vertical and inclined parallel-plate channels with asymmetric isothermal boundary conditions. The authors show that the solution of the problem with flow reversal can be achieved in the range of Peclet numbers from 10 to 150, where the effect of axial diffusion becomes critical. Thus their results show that the flow reversal near the colder wall and/or the center of the channel becomes more pronounced when the Richardson number Gr/Re^2 increases.

A two-phase modeling of laminar film condensation from vapor-gas mixtures in inclined parallel-plate channels was presented by Siow et al., 2007. The upper plate is insulated and impermeable while the bottom one is wetted by a liquid film and maintained isothermal. The model uses a finite-control-volume method to solve the complete two-phase boundary-layer equations. The authors' results show that, increasing the angle of inclination (i.e. decreasing the Froude number) produces thinner, faster moving films. Increasing Reynolds number always produced thinner films and higher Nusselt number. An exact analytical solution for the liquid and mixture axial velocity profiles under end of condensation conditions is also presented and compared with the numerical results.

In a previous work [Oulaid et al., 2010b] we investigated flow reversal in combined heat and mass transfer laminar mixed convection with phase change in a vertical channel. The conditions for the existence of flow reversal are presented in charts and analytical expressions specifying the critical thermal Grashof number as a function of the Reynolds number for different values of the solutal Grashof number and different aspect ratios of the channel.

The principal aim of the present investigation is to study the influence of the channel inclination on the hydrodynamic, thermal and mass fraction fields, as well as to present criteria for the occurrence of the phenomenon of flow reversal.

5.2 Description and Modeling of the problem

We consider a channel formed by two inclined parallel-plate channel and spaced in $2W$ (Figure 5.1). These plates are wetted by a very thin water film and subject to a uniform temperature T_w . The air enters with a uniform velocity profile u_{in} , a temperature T_{in} and a relative humidity ϕ_{in} . The upward airflow is considered laminar and steady. We consider that radiation, the heat transfer by inter-diffusion of species, viscous dissipation and the work of

the compressive forces, as well as the Dufour and Soret effects, as negligible [Gebhart et Pera, 1971]. Physical properties are supposed to be constant except for the density in the body forces which is considered as a linear as function of temperature and mass fraction (Boussinesq approximation proposed by Boussinesq, 1903)

$$\rho = \rho_{in} [1 - \beta_T (T - T_{in}) - \beta_M (\omega - \omega_{in})] \quad (5.1)$$

This assumption was carried out with Boussinesq [Boussinesq, 1903] and it was extensively used in the literature [Laaroussi et al., 2009, Said et al., 2005, Jang et al., 2005, Yan, 1993]. The validity of the later was investigated by Gray et Giorgini, 1976. Authors present a new method for obtaining approximate equations for natural convection flows. Their results showed that this method allows the specification of the conditions under which the traditional Boussinesq approximation applies to a given Newtonian fluid and gases. These conditions are prevalent in the present study.

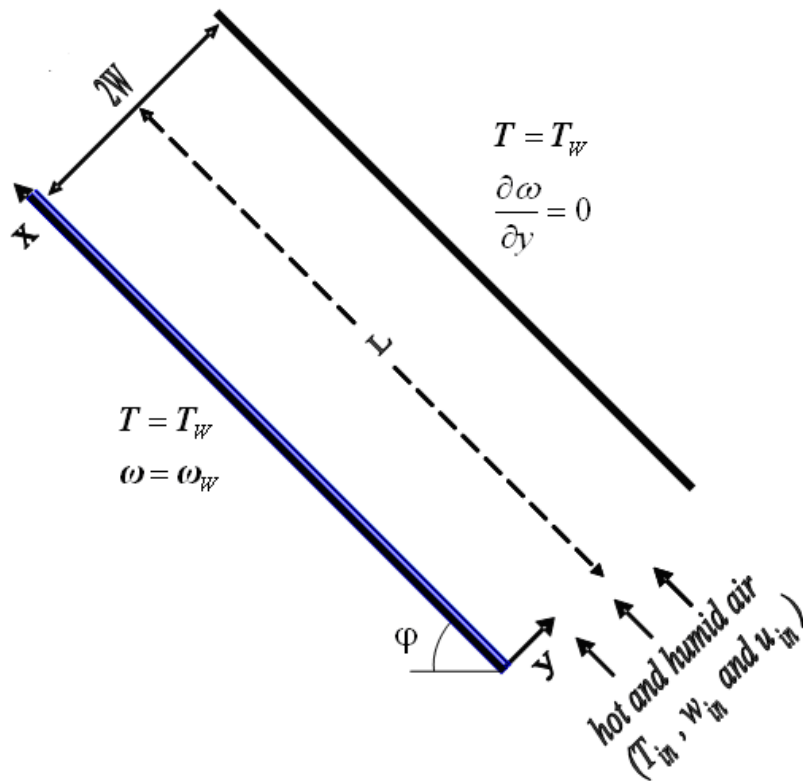


Figure 5.1 Schematic representation of the physical system

The liquid film is assumed to be extremely thin so that they can be treated as a boundary condition. This simplification allows us to handle only the conservation equations in the gas flow. The liquid film is therefore assumed to be at the wall temperature. Yan, 1993 has stated that this assumption is valid for small liquid mass flow rates.

Under these assumptions, the dimensionless governing equations of the problem can be written

Continuity equation

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (5.2)$$

Stream wise momentum equation

$$\left(U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial P_m}{\partial X} + \frac{2}{Re} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) + \frac{2 \sin \varphi}{Re^2} (Gr_T \theta + Gr_M C) \quad (5.3)$$

Span wise momentum equation

$$\left(U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial P_m}{\partial X} + \frac{2}{Re} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) + \frac{2 \cos \varphi}{Re^2} (Gr_T \theta + Gr_M C) \quad (5.4)$$

Energy equation

$$\left(U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) = \frac{2}{Pr Re} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (5.5)$$

Species conservation equation

$$\left(U \frac{\partial C}{\partial X} + V \frac{\partial C}{\partial Y} \right) = \frac{2}{Re Sc} \left(\frac{\partial^2 C}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial Y^2} \right) \quad (5.6)$$

The boundary conditions for the problem under consideration are

$$\text{- At the inlet } (X = 0): \quad U = 1 \text{ and } V = C = \theta = 0 \quad (5.7)$$

$$\text{- At the outlet } (X = 1/\gamma): \quad \frac{\partial U}{\partial X} = \frac{\partial V}{\partial X} = \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{\partial C}{\partial X} = 0 \quad (5.8)$$

$$\text{- At the lower plate } (Y = 0): \quad U = 0, V = V_e, C = \theta = 1 \quad (5.9)$$

$$\text{- At the upper plate } (Y = 1): \quad U = V = 0, \frac{\partial C}{\partial X} = 0, \theta = 1 \quad (5.10)$$

where the non-dimensional transverse velocity at the interface is [Burmeister, 1993]

$$V_e = \frac{-2}{\text{Re } Sc} \frac{(\omega_w - \omega_{in})}{(1 - \omega_w)} \left(\frac{\partial C}{\partial Y} \right)_{Y=0} \quad (5.11)$$

By assuming that air-vapor mixture is an ideal gas mixture, the mass fraction at the lower wall ω_w which corresponding to the saturation conditions at T_w , is calculated by the following expression [Yan and Soong, 1995]

$$\omega = \frac{M_v p_{sat}(T)}{M_a (p - p_{sat}(T)) + M_v p_{sat}(T)} \quad (5.12)$$

The Nusselt number is

$$Nu_T = \frac{h D_h}{k} = \frac{q_T'' D_h}{k(T_w - T_m)} = Nu_S + Nu_L \quad (5.13)$$

Where

$$Nu_S = - \frac{2}{1 - \theta_m} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{Y=0} \quad (5.14)$$

$$Nu_L = - \frac{2 S}{1 - \theta_m} \frac{\partial C}{\partial Y} \Big|_{Y=0} \quad (5.15)$$

and

$$S = \frac{\rho D h_{fg}}{k} \frac{(\omega_w - \omega_{in})}{(1 - \omega_w)} \frac{1}{(T_w - T_{in})} \quad (5.16)$$

S represents the relative importance of energy transport through species diffusion to that through thermal diffusion.

The Sherwood number characterizes mass transfer at the interface

$$Sh = \frac{h_m D_h}{D} = - \frac{2}{1 - C_m} \frac{\partial C}{\partial Y} \Big|_{Y=0} \quad (5.17)$$

while the friction factor is

$$f \cdot \text{Re} = 4 \left(\frac{\partial U}{\partial Y} \right)_{Y=0} \quad (5.18)$$

5.3 Numerical method

The control volume method was used to solve the coupled PDEs (Eq. 5.2-5.6) and the velocity-pressure coupling is treated by the SIMPLER algorithm [Patankar, 1980]. The grid is non-uniform in both the streamwise and transverse directions with greater node density near the inlet and the walls. The details of this grid independence test are provided in a previous work [Ait Hammou et al., 2004]. A grid with 100 nodes in the axial direction and 35 nodes in the transverse one is adopted in this study. Convergence of the iterative procedure is declared when the relative variation of any dependent variable is less than 10^{-4} and if the mass source residual falls below 10^{-6} . The computer code was validated with the results available from the literature [Shah et London, 1978] for thermal developing forced convection. In addition, good agreement was found between our calculations and those from Yan et Lin, 1989 for mixed convection heat and mass transfer. The details of these validations are presented elsewhere [Ait Hammou et al., 2004, Oulaid et al., 2010a and 2010b]. An additional validation for the specific conditions considered here has been carried out. Figure 5.2a shows the comparison between our results and equation 5.19 which gives the mean Nusselt number according to Stephan [Shah et London, 1978] for simultaneous hydrodynamic and thermal development convection in a vertical parallel-plate channel with an isothermal and an insulated plate.

$$Nu_{m,T} = 7.55 + \frac{0.024(x^*)^{-1.14}}{1 + 0.00358(x^*)^{-0.64} \text{Pr}^{0.17}} \quad (5.19)$$

Moreover, our results were compared to those of Mercer [Shah et London, 1978] given by equation 5.20. Figure 5.2b shows this comparison. Heat-mass transfer analogy was used to calculate the Sherwood number. Good agreement was found for these two comparisons.

$$Nu_{m,T} = 4.86 + \frac{0.32(x^*)^{-1.2}}{1 + 0.24(x^*)^{-0.7} \text{Pr}^{0.17}} \quad (5.20)$$

Where $x^* = \frac{X}{D_h Re Pr}$

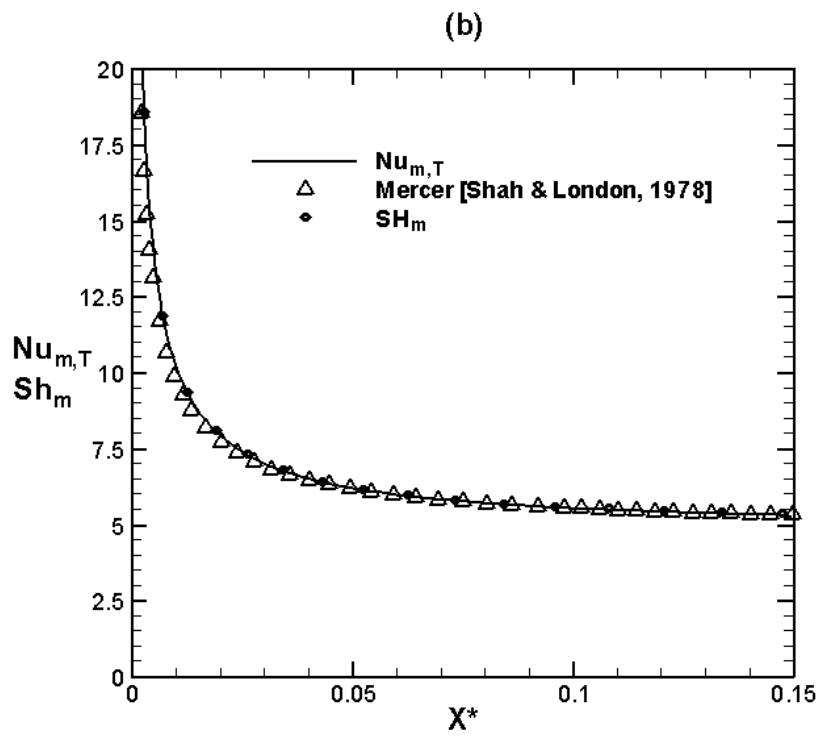
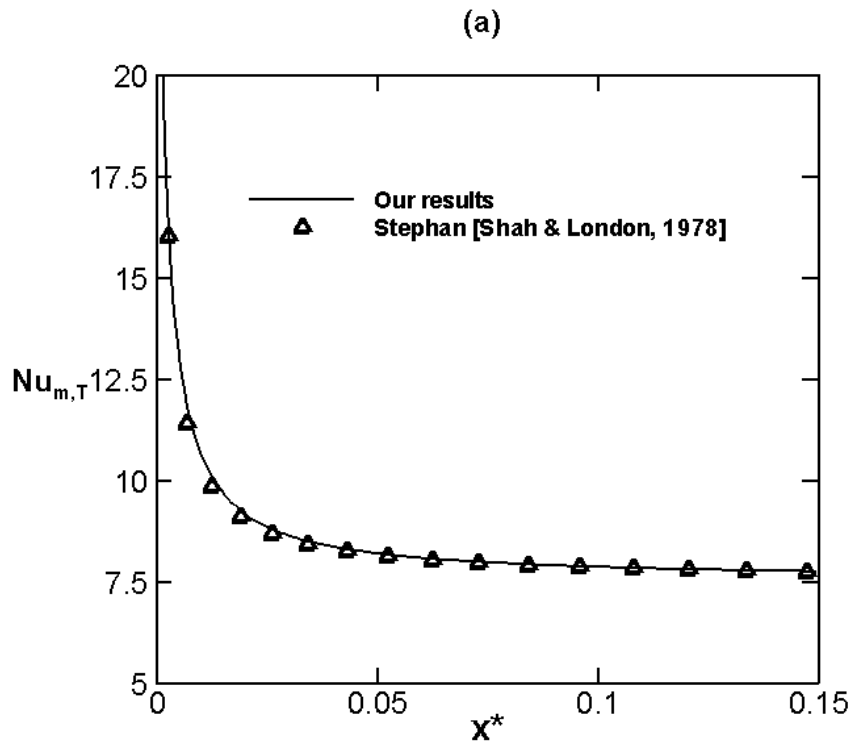


Figure 5.2 Comparison between our results and those from literature

5.4 Results and discussion

The results presented in the first part of this section were calculated with $\gamma = 1/50$, $Re = 300$, $T_{in} = 40^\circ C$, $T_w = 20^\circ C$ and $\phi_{in} = 45.5\%$. Therefore $\omega_{in} = 20.9$ g/Kg is also fixed. Note that the mass fraction at the walls ω_w is calculated assuming saturation conditions at T_w and treating air-vapour mixture as an ideal gas mixture (Eq. 5.12). Thus, $\omega_w = 14.7$ g/kg. Thermo-physical properties are taken to be constant and evaluated at a reference temperature and concentration given by the *one-third rule* ($T_{ref} = (T_{in} + 2T_w)/3$ and $\omega_{ref} = (\omega_{in} + 2\omega_w)/3$) (Chow et Chung, 1983). These authors have shown that this rule works well even at high temperatures when the stream is mostly air. This condition is prevalent in the present computations as ω is weak. The properties of air, water and their mixture are evaluated by formulas given by Fuji et al., 1977. So, $Pr = 0.71$, $Sc = 0.56$, $Gr_T = -1.64 \cdot 10^5$ and $Gr_M = -10^4$. Note that Gr_T and Gr_M are negative, thus the buoyancy forces act in the opposite direction to the upward flow. The buoyancy ratio N ($= Gr_M/Gr_T = 0.061$) is weak, thus the thermal buoyancy force is dominant here. Four different inclination angles values were considered, $\phi = 0^\circ$ (horizontal channel), 30° , 60° and 90° (vertical channel).

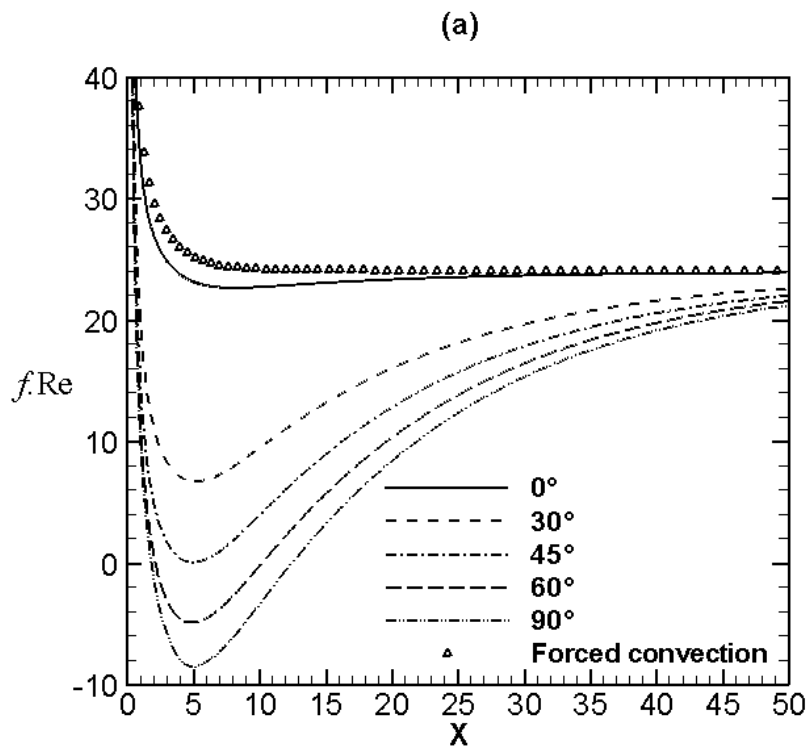
In the second part, we varied the Reynolds number to determine the conditions under which the flow reversal occurs.

Friction factor

The axial evolution of the friction factor, f at the lower wet plate ($Y = 0$) is shown in Figure 5.3a. We note that this evolution is not monotonous for all the inclination angles while it is for the forced convection case. In the latter case f tends towards the asymptotic value $f.Re_\infty = 24$ which is the analytical value for a fully developed flow [Shah et London, 1978]. For an inclined channel, the buoyancy forces have an axial component which decelerates the fluid near the lower plate and consequently decrease f . This decrease becomes more significant for large values of the inclination angle. Table 1 presents the values of the minimum of $f.Re$ and the corresponding axial positions. We notice that this minimum is negative for $\phi = 60^\circ$ and 90° . Examination of Figure 5.3a shows that $f.Re$ takes negative values over some part of the channel: $1.8 \leq X \leq 12.28$ for $\phi = 90^\circ$ and $2.1 \leq X \leq 10.1$ for $\phi = 60^\circ$. In those portions, the

axial velocity U is negative, which indicates flow reversal. This is caused by the axial component of the buoyancy forces, which are opposed to the upward flow.

To show the effect of the transverse component of buoyancy forces on the friction factor, it is presented on Figure 5.3b for both the upper and lower plates. This figure shows that this component has an important effect on f . One notes that, the flow is accelerated near the upper plate while it is decelerated near the lower one.



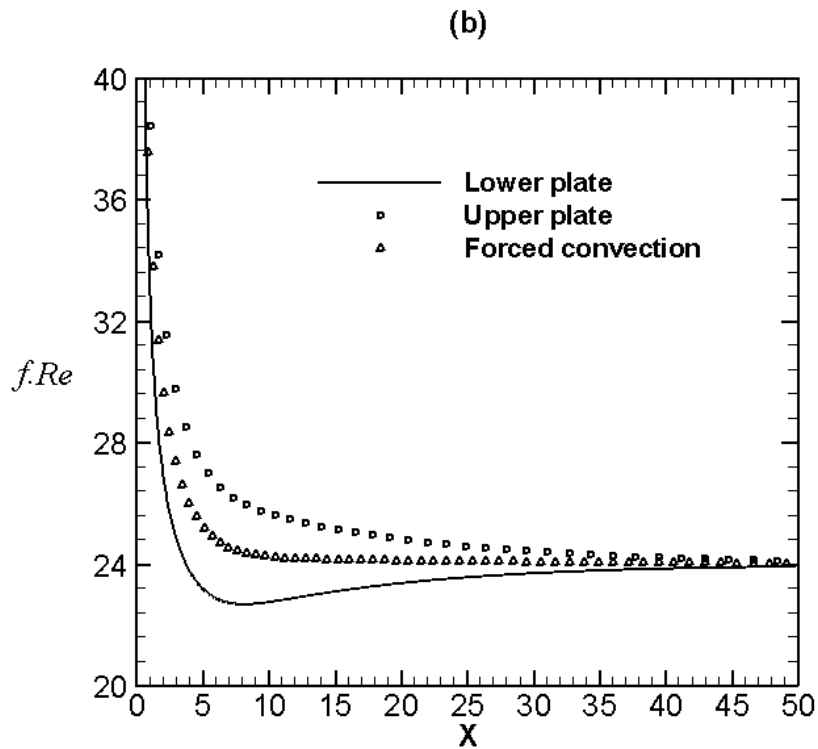


Figure 5.3 Axial evolution of the friction factor: (a) Inclination effect on $f.Re$ near the lower plate, (b) Comparison between $f.Re$ near the upper and lower plates for a horizontal channel

Table 5.1 Minimum $f.Re$ valeurs

φ	30°	60°	90°
X	5.10	4.75	4.86
$f.Re_{min}$	6.77	-4.86	-8.46

Axial velocity profile

Figure 5.4 illustrates the effect of the buoyancy forces on the axial velocity profile at the axial position ($X = 4.86$) corresponding to the minimum of friction factor for a vertical channel ($\varphi = 90^\circ$). The case of forced convection is also reported for comparison. It is obvious that buoyancy forces produce a significant deformation of the axial velocity profile. This distortion results in a deceleration near the walls and acceleration on the axis of the channel. This distortion is due to the axial component of these forces. Here the fluid is more decelerated near

the lower wet plate than near the upper dry one because the mass buoyancy force is weak close to the latter. Regarding the horizontal case, the U profile is slightly distorted due to the transverse component of buoyancy forces. Figures 5.5 show the velocity profiles for different inclination angles. These figures confirm the above observation and show that the velocity profiles tend faster to the parabolic profile for small inclination angles.

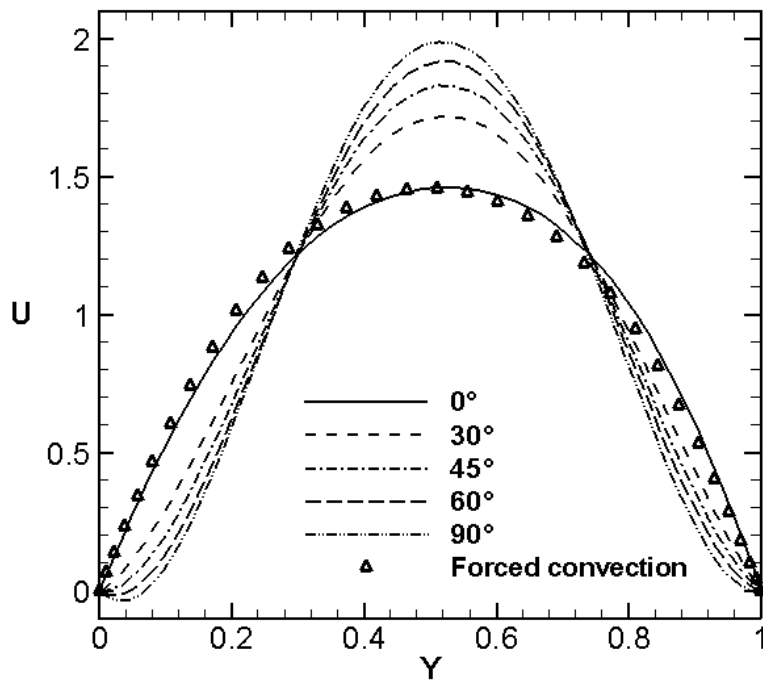
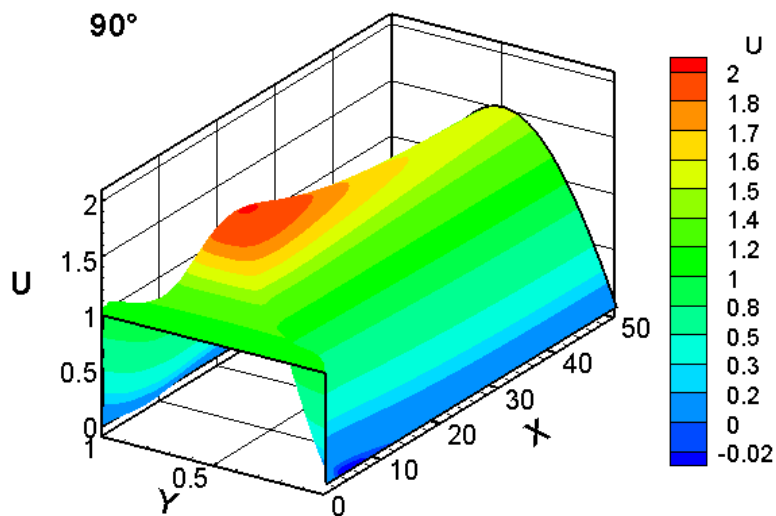


Figure 5.4 Axial velocity profiles at X = 4.86



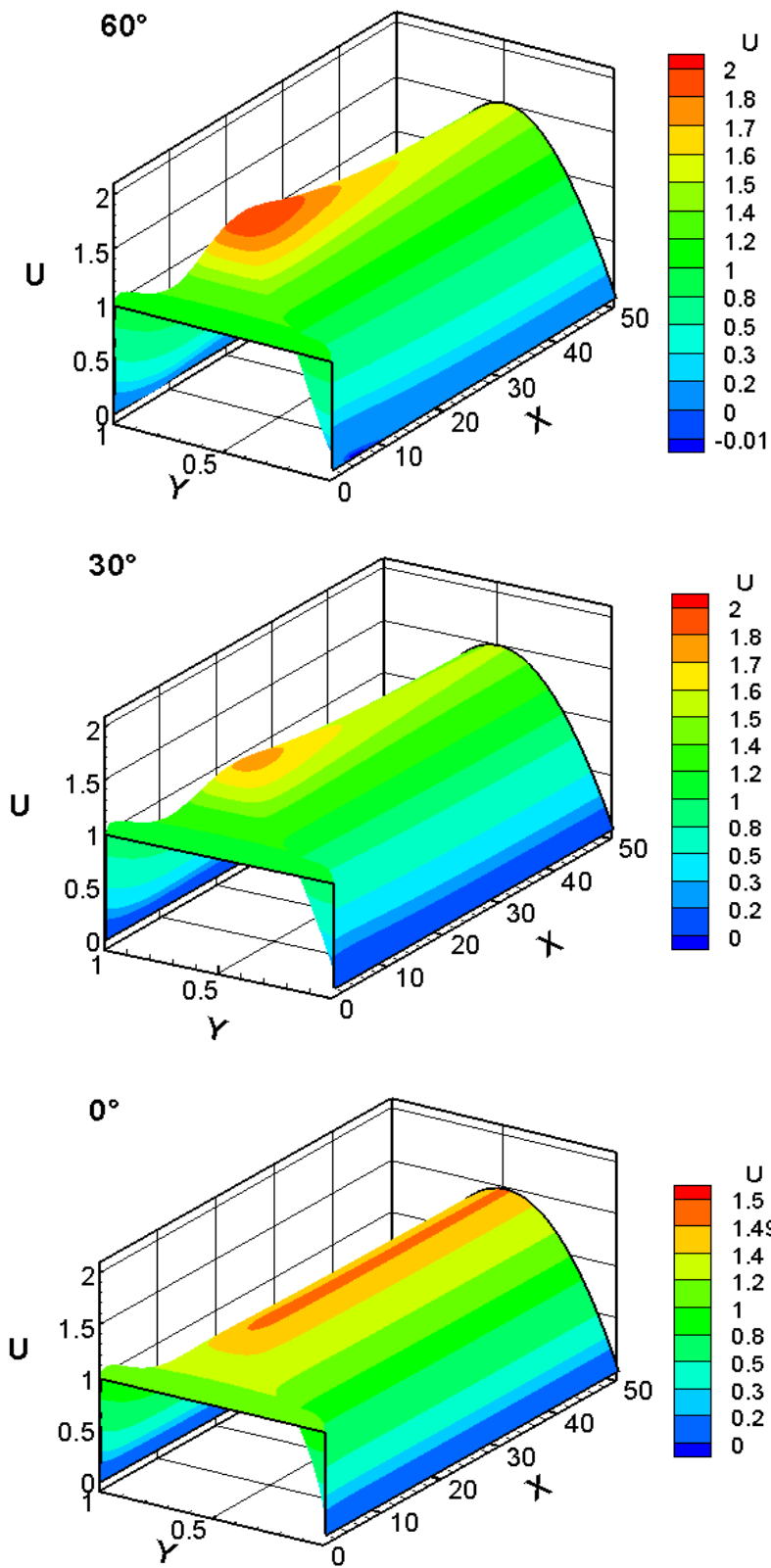


Figure 5.5 Axial velocity profiles

Streamlines

Figure 5.6 shows the streamlines for different channel inclinations. At the channel entrance, these streamlines are deflected away from the plates. This is caused by the transverse gradients of temperature and mass fraction, which are significant, in addition to the growth of the boundary layer. This effect is less notable near the channel axis where the transverse gradients are weak. As the flow develops through the channel, it undergoes a deceleration due to the opposing buoyancy forces. This deceleration results in recirculation cells with different sizes depending on the channel inclination. Remember that the channel is asymmetric, and thus the buoyancy forces near the lower wet plate are more significant than those near the upper dry one. The recirculation cells consist of closed streamline contours and some of the streamlines in the region with negative velocity are normal to the lower plate ($Y = 0$) due to the transverse vapor velocity V_e and the condensation phenomenon, which will be addressed in the following section.

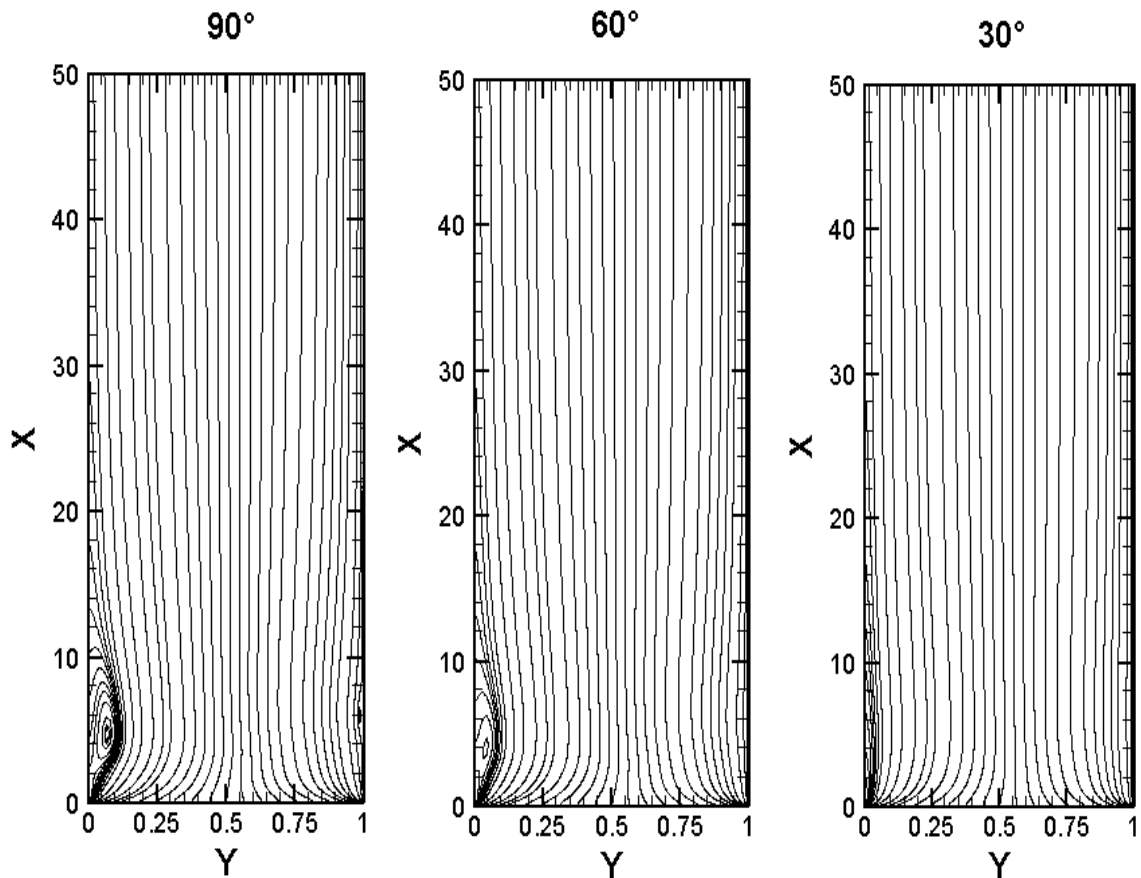


Figure 5.6 Streamlines for different inclination angles

Transverse vapour velocity

Figure 5.7 presents the axial evolution of the dimensionless transverse vapour velocity, V_e at the lower wet plate for different inclinations. The case of forced convection is also presented. We note that V_e is negative which indicate that water vapour is transferred from airflow towards the plate. Thus this situation corresponds to the condensation of the water vapour on the walls. At the channel entrance, the magnitude of V_e takes relatively greater values in this region. It is interesting to note that close to the channel entrance, ($X < 8.73$) the magnitude of V_e for forced convection (and the horizontal case too) is larger than for inclined channel; while further downstream forced convection results in lower values of V_e magnitude. As indicated by Equation 5.10 this behaviour reflects the axial variation of the non-dimensional mass fraction gradient at the wall. This inversion in V_e tendency occurs at $X \cong 8.73$. This axial position is closer to the location of the friction factor minimum (Figure 5.3) and is within the flow reversal zone. It is believed that flow reversal plays a role in the inversion of V_e tendency [Oulaid et al., 2010a]. Finally, as the air moves downstream, it is dehumidified and the mass fraction gradient becomes lower. Therefore, V_e tends monotonically towards zero.

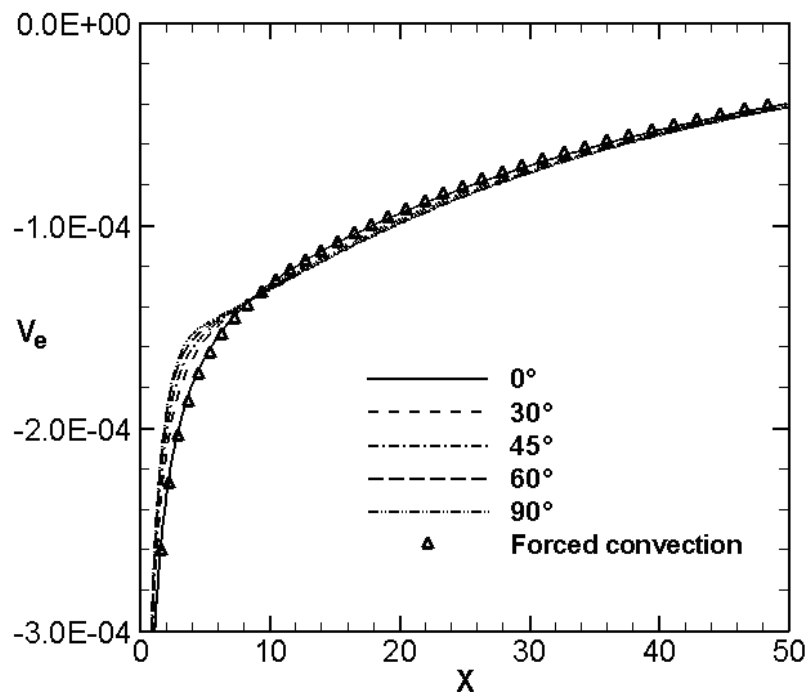
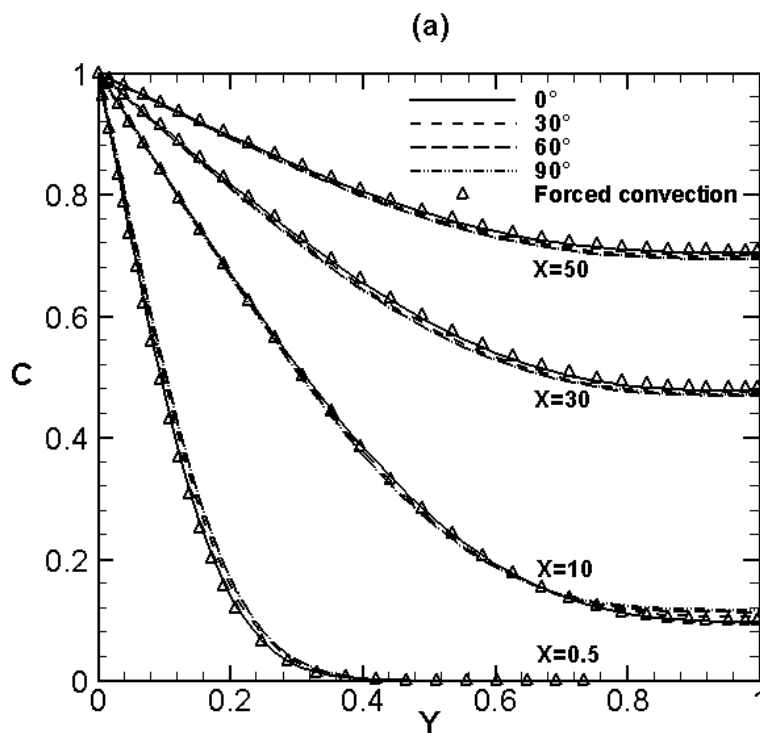


Figure 5.7 Axial evolution of the dimensionless vapour velocity at the upper wall ($Y = 2.66 \cdot 10^{-4}$)

Dimensionless mass fraction and temperature profiles

Figures 5.8 illustrate the axial development of the dimensionless mass fraction and temperature profiles. By comparing these figures, the profiles of θ and C develop in a similar manner (the fluid temperature and its vapour content decrease monotonically as X increases). We note that these profiles develop a bit faster in the case of forced convection and horizontal channel. This simply results from the fact that in the present case heat and mass transfers decrease under the effect of the adverse buoyancy forces. Therefore, far from the entrance dimensionless temperature and mass fraction for mixed convection are lower than the corresponding values for forced convection. Accordingly, for the corresponding conditions, mixed convection results in higher mass fractions and temperatures far from the entrance.

Figures 5.9 and 5.10 show the dimensionless temperature and mass fraction profiles for different channel inclinations. These figures confirm the above observation.



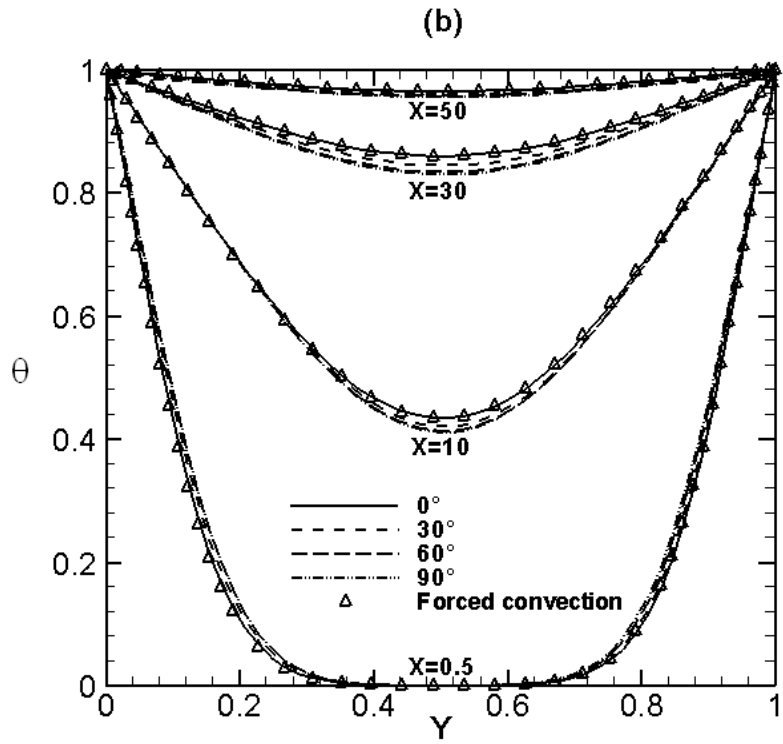
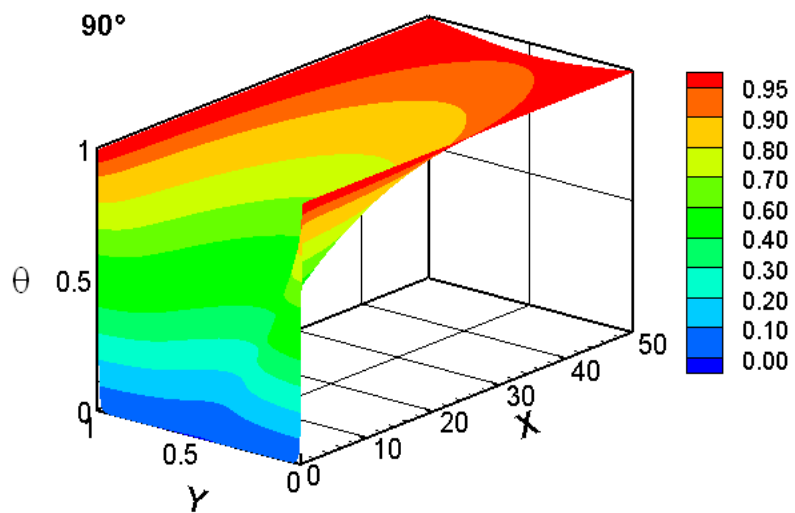


Figure 5.8 Dimensionless profiles: (a) mass fraction, (b) temperature



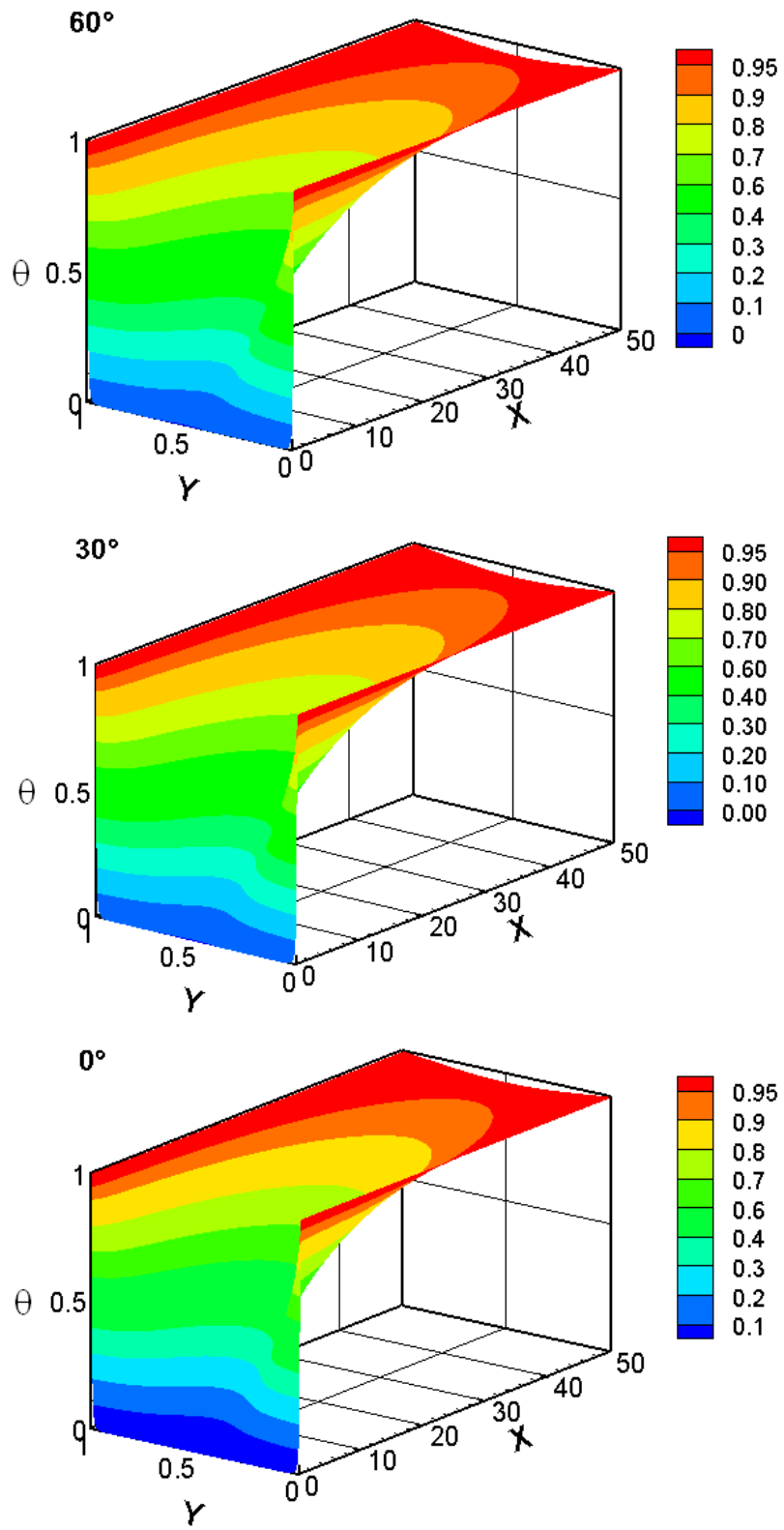
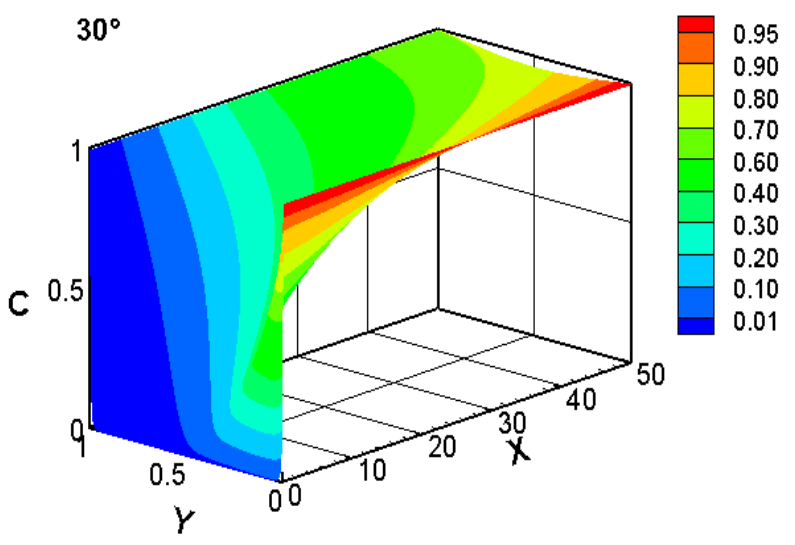
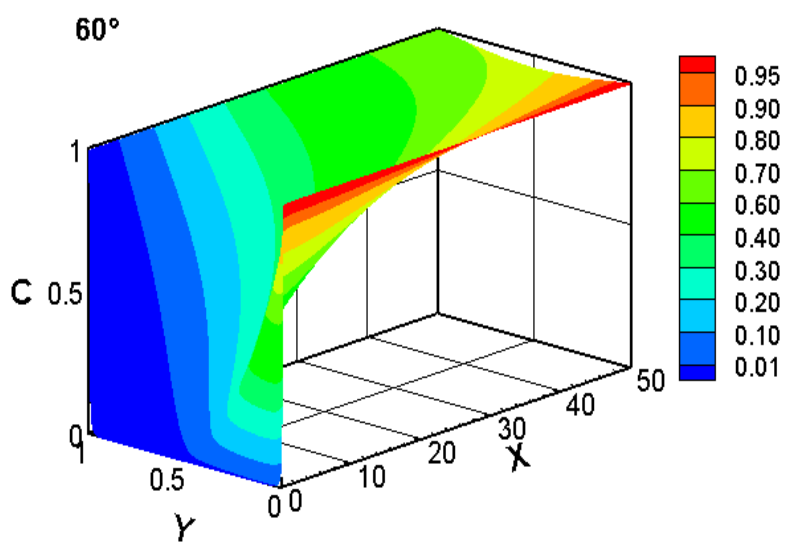
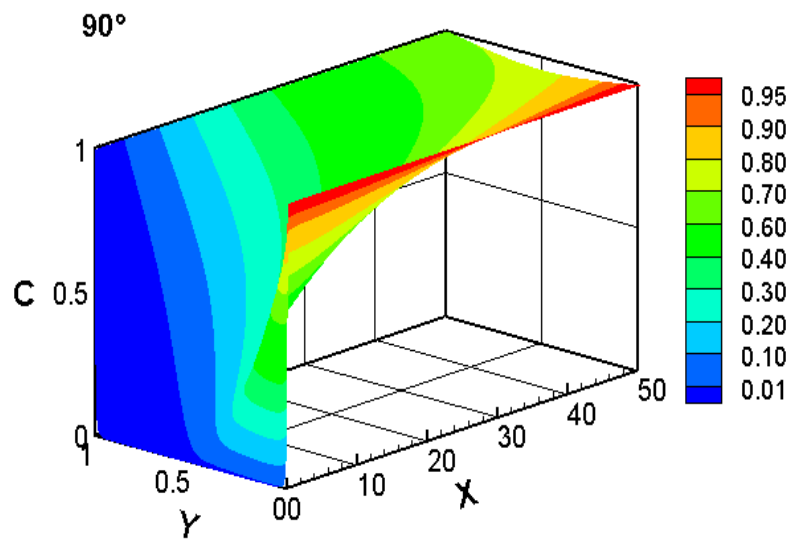


Figure 5.9 Dimensionless temperature profiles



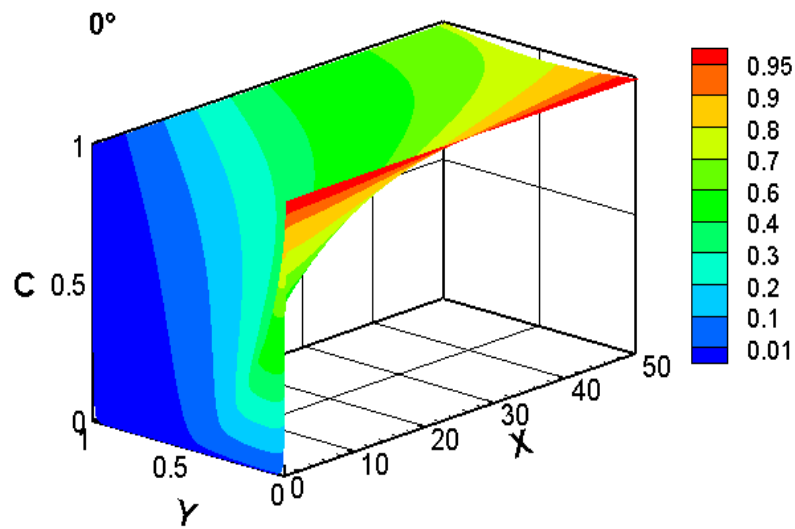


Figure 5.10 Dimensionless mass fraction profiles

Mean dimensionless temperature

Figure 5.11 depicts the mean dimensionless temperature θ_m profiles. It is noticed that the axial development of θ_m is as low as the channel approaches the vertical position. Indeed, for a given axial position, θ_m takes lower value for $\varphi = 90^\circ$ and the higher one for $\varphi = 0^\circ$. This behavior is attributed to the action of the axial component of buoyancy forces. As stated above this component acts in the opposite direction of the flow and its action results in a deceleration of the upward flow near the walls. Therefore, heat transfer between the airflow and the isothermal plates is reduced as the channel approaches its vertical position.

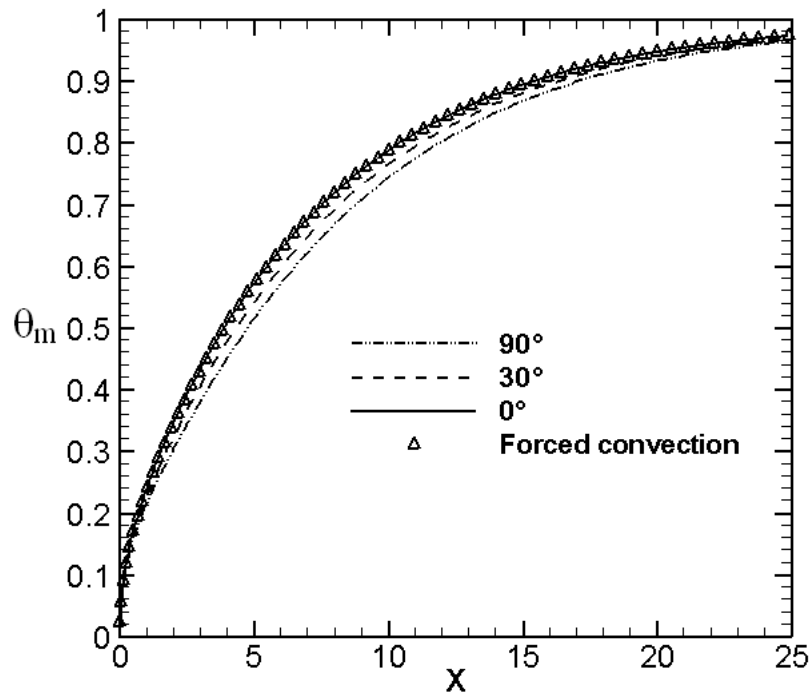


Figure 5.11 Mean dimensionless temperature

Sherwood number

Figure 5.12 represents the axial evolution of Sherwood number, Sh , which characterizes the mass transfer between the airflow and the lower wet plate. By analyzing this figure, the evolution of Sh is monotonous for all cases except for $\phi = 60^\circ$ and $\phi = 90^\circ$ where it exhibits a minimum. This minimum, as well as its axial location, depend on the channel inclination. This reduction of Sh is due to the axial buoyancy forces whose intensity increases with ϕ . These forces, acting downward, decelerate the upward flow, and thus decrease mass transfer. Towards the channel exit, Sh increases again and tends towards the same asymptotic value of 4.86, which corresponds to the fully developed flow with mass transfer between humid and impermeable plates [Shah et London, 1978].

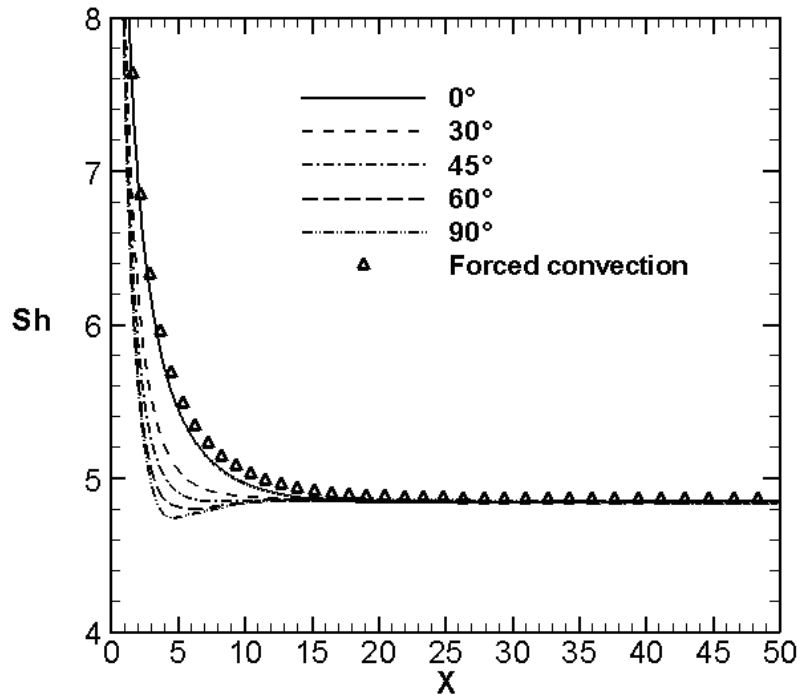


Figure 5.12 Axial evolution of Sherwood number at the lower wet plate

Sensible Nusselt number

The axial evolution of the sensible Nusselt number, Nu_s at the lower plate is shown in Figure 5.13a. Since the plates are maintained at a temperature lower than that of the entering airflow, the sensible heat transfer is always directed from the air towards the plates. Near the entrance Nu_s takes large values due to the high temperature gradient. As the air moves downstream, it is cooled, thus Nu_s decreases. This decrease is larger for the case of vertical channel for which the buoyancy forces have the highest axial component. In the case of forced convection the evolution of Nu_s is monotonic. This is not the case for mixed convection. Indeed, Nu_s has a minimum which depends on the channel inclination. Towards the channel exit, Nu_s tends to the asymptotic value of 7.5 which corresponds to the fully developed forced convection flow. To bring out the effect of the transverse component of buoyancy forces on Nu_s , the case of a horizontal channel ($\varphi = 0^\circ$) is considered. Figure 5.13b presents a comparison of Nu_s at the upper and lower plates. It is clear that, close to the channel entrance, Nu_s is much higher for the upper plate than for the lower one. This is attributed to the buoyancy force action which slightly accelerates the flow in the vicinity of the upper plate (Figure 5.4-5).

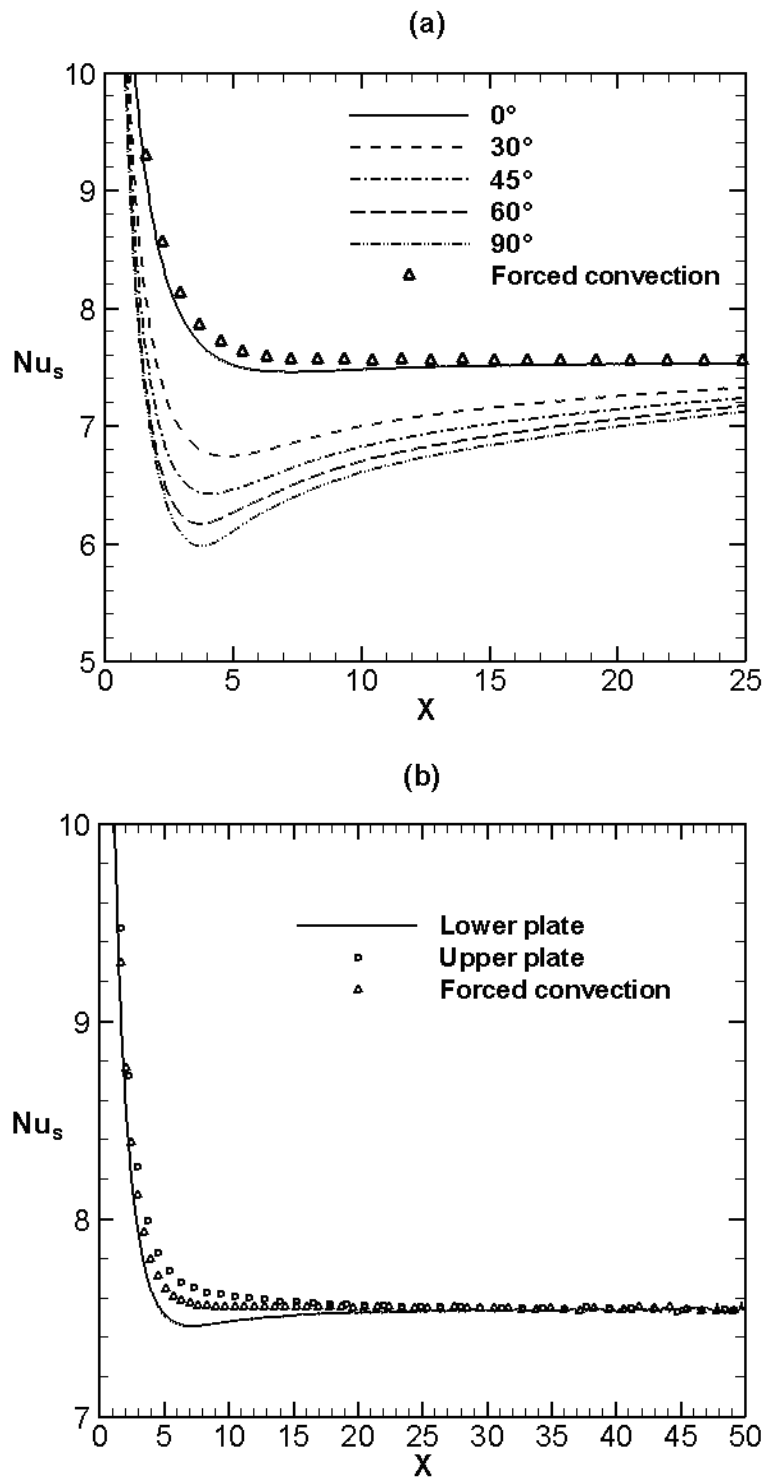


Figure 5.13 Axial evolution of the sensible Nusselt number, (a) Inclination effect on Nu_s at the lower plate, (b) Comparison between Nu_s at the upper and lower plates for a horizontal channel

Evolution of the latent Nusselt number

Figure 5.14 presents the evolution of the latent Nusselt number (Nu_L) along the channel for different inclinations. One notes that Nu_L has the same sign as Nu_S , which means latent and sensible heat fluxes have the same direction, thus vapour contained in the air is condensed on the lower wet plate. Nu_L takes large values very close to the channel entrance for all cases. This is explained by the strong gradients of mass fraction in the vicinity of the channel entrance. As the air moves downstream, water vapour is transferred from air to the lower plate (condensation), thus the gradient of mass fraction decreases, and that explains the decrease of Nu_L . At a particular position, which is within the flow reversal, Nu_L takes a minimum then strongly increases. This behaviour is attributed to the development of the mean airflow temperature (Fig. 5.11). Indeed, according to Eq. (5.15) the denominator of Nu_L ($1 - \theta_m$) tends towards zero more rapidly than the mass fraction gradient $\left(\frac{\partial C}{\partial Y}\right)_{Y=0}$.

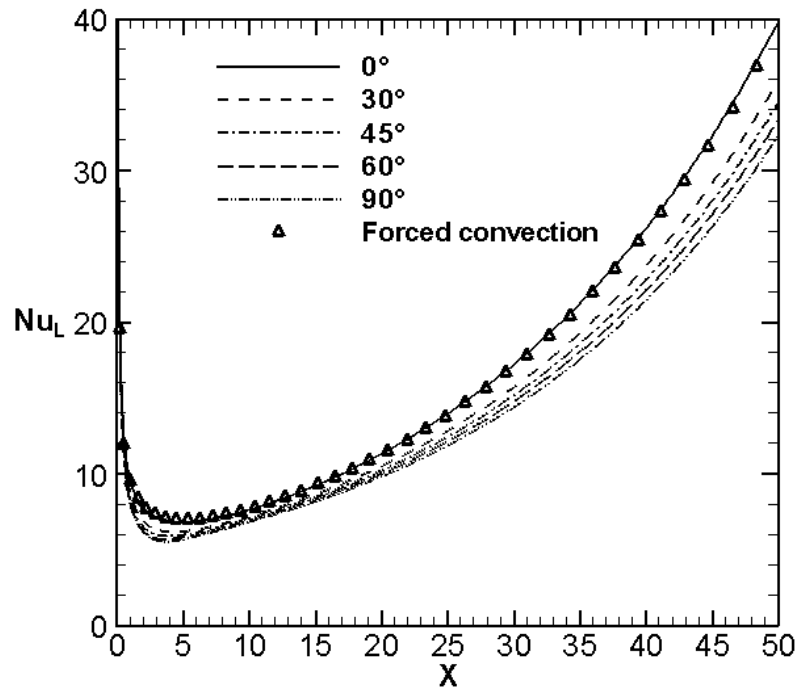


Figure 5.14 Axial evolution of latent Nusselt number

5.5 Flow reversal chart

The flow reversal phenomenon reported above (Figure 5.3-6) has specified conditions to occur. To determine accurately these conditions, a series of numerical experiments were performed. Thus, for a given inclination angle, Gr_M and Re , we varied T_{in} (i.e. Gr_T) until detecting a negative axial velocity. Several values of Re were considered. Results of these numerical experiments are presented on the flow reversal chart in Figure 5.15 for three inclination angles ($\varphi = 30^\circ, 60^\circ$ and 90°). We note that, for a given inclination angle, flow reversal curves are quasi-linear. Moreover, as the inclination angle decreases, the magnitude of Gr_T causing flow reversal increases. Indeed, this flow reversal is caused by the axial component of the buoyancy forces whose magnitude is proportional to the inclination angle (Eq. 5.3). In the case of a horizontal channel ($\varphi = 0^\circ$), flow reversal does not occur because the axial component of the buoyancy forces is zero.

The dependence of the flow reversal condition on Gr_M has been studied. Due to the weakness of this dependence, it is not presented here.

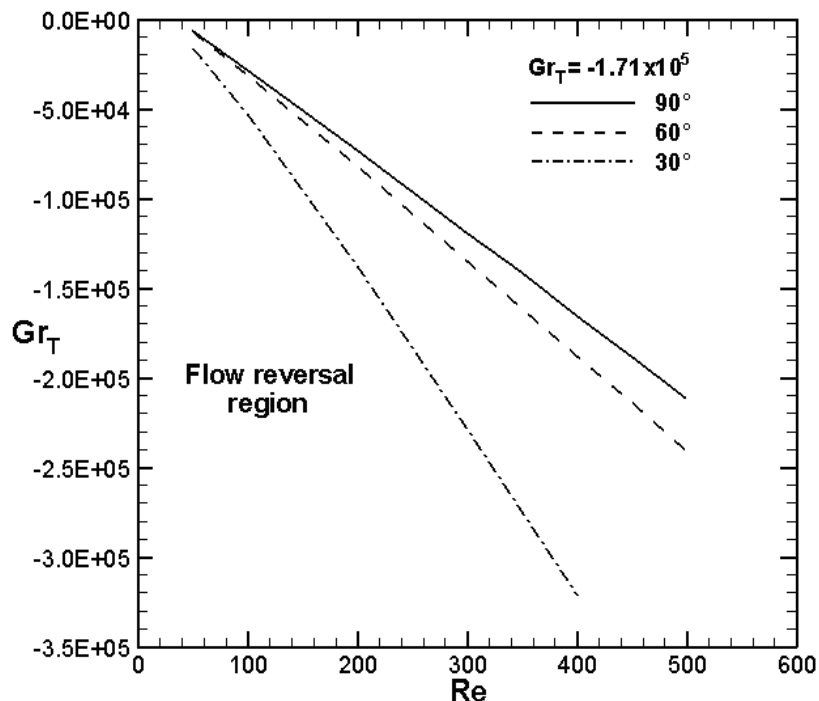


Figure 5.15 Flow reversal chart

The flow reversal charts in figure 5.15 can be expressed by the following correlations:

$$\begin{cases} Gr_T = 32661.0 - 877.1 Re & \varphi = 30^\circ \\ Gr_T = -20816.4 - 521.5 Re & \text{for } \varphi = 60^\circ \\ Gr_T = -17420.1 - 455.1 Re & \varphi = 90^\circ \end{cases}$$

For $Gr_M = -10^4$ and any combination of the inclination and Reynolds number, these correlations give the value of Gr_T which cause flow reversal.

5.6 Conclusion

Heat and mass transfer for mixed convection with phase change in an inclined channel, whose walls are isothermal and the lower is wetted by a thin water film, was analyzed numerically. The effects of buoyancy forces and the channel inclination angle were specifically addressed. The results show that buoyancy forces decelerate the flow near the channel walls and induce flow reversal in the vicinity of the wet plate. Thus these forces reduce heat and mass transfer. The importance of this reduction depends strongly on the channel inclination angle. A chart of flow reversal has been established for different inclination angles. It specifies the values of Grashof numbers that induce flow reversal for a given Reynolds number and inclination angle.

CHAPITRE 6 Conclusion générale et perspectives

Le travail présenté dans cette thèse est une étude numérique de la convection mixte thermosolutale avec changement de phase dans un canal. Celui-ci est formé de deux plaques planes, parallèles maintenues à une température constante et uniforme. Les deux plaques (ou juste celle du bas, dans le cas d'un canal incliné) sont mouillées par un film d'eau de faible épaisseur. Un écoulement d'air humide chaud monte dans ce canal. La modélisation mathématique de ce problème physique est basée sur les équations de conservation de la quantité de mouvement, de l'énergie et des espèces chimiques. Les propriétés thermo-physiques sont considérées constantes et l'approximation de Boussinesq a été adoptée. Des hypothèses simplificatrices ont été introduites et justifiées. Le système d'équations simplifié résultant, qui prend en considération la diffusion axiale, est résolu numériquement par la méthode des volumes finis. Le couplage vitesse-pression est traité par l'algorithme SIMPLER. Un code de calcul a été développé et validé en comparaison avec les résultats numériques et expérimentaux disponibles dans la littérature.

Les principaux résultats tirés de ce travail peuvent être résumés comme suit :

- Les forces d'Archimède ont un effet important sur les champs hydrodynamique, thermique et massique. Ainsi, ces forces peuvent causer le renversement de l'écoulement près des parois et par conséquent diminuer les transferts de chaleur et de masse dans cette région.
- Nous avons confirmé que le transfert par chaleur latente, associé au changement de phase, est plus important comparé à celui par chaleur sensible pour de faibles humidités de l'air à l'entrée du canal, dans le cas de l'évaporation, ou de fortes humidités en cas de condensation.
- Le renversement d'écoulement se produit pour des forces d'Archimède de forte intensité. Les cellules de renversement ont des formes différentes selon la nature du changement de phase : évaporation du film liquide mouillant les plaques, condensation de la vapeur d'eau ou sans changement de phase.

- Les conditions d'existence du renversement d'écoulement ont été étudiées et ont été représentées dans des abaques et par des expressions analytiques. Ces abaques et expressions donnent le nombre de Grashof d'origine thermique critique en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs du nombre de Grashof d'origine massique, différents rapports de forme et angle d'inclinaison.
- L'inclinaison du canal a un effet important sur les transferts de chaleur et de masse. Ainsi le renversement d'écoulement peut avoir lieu pour de grands angles d'inclinaison si les forces d'Archimède sont significatives.

Les perspectives de développement de ce travail peuvent être:

- L'étude du renversement d'écoulement en 3D.
- L'étude du renversement d'écoulement en régime turbulent.
- Prendre en compte l'épaisseur du film liquide.
- Adaptation d'un modèle plus complet qui prend en compte la variabilité des propriétés thermo-physiques en fonction de la température et la concentration.

LISTE DES RÉFÉRENCES

- Agunaoun A., Daif A et Daguene M. (1994) Évaporation en convection forcée d'un film mince s'écoulant en régime permanent, laminaire et sans onde, sur une surface plane inclinée. *Int. J. Heat Mass Transfer*, volume 37, n° 18, p. 2947-2956.
- Agunaoun A., Kaoua M., Daif A. et Daguene M. (1996) Évaporation en convection mixte d'un film mince s'écoulant sur une surface. *Revue Générale de Thermique*, volume 35, p. 373-385.
- Ait Aldjet K. (1988) Évaporation d'eau entre plaques parallèles humides sous l'effet d'un écoulement d'air en convection forcée. Application à l'évaluation des transferts couplés de chaleur et de masse. Thèse de Doctorat-ès-Sciences Physique, Université de Poitiers, Poitiers Cedex, France.
- Ait Hammou Z, Benhamou B, Galanis N et Orfi J. (2004) Laminar Mixed Convection of humid Air in a vertical channel with evaporation or condensation at the wall. *Int. J. Thermal Sciences*, volume 43, p. 531-539.
- Ali Cherif A. et Daif A. (1999) Étude numérique du transfert de chaleur et de masse entre deux plaques planes verticales en présence d'un film de liquide binaire ruisselant sur l'une des plaques chauffée. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, volume 42, p. 2399-2418.
- An P., Li J. et Jackson J. D. (1999) Study of the cooling of a uniformly heated vertical tube by an ascending flow of air and falling water film. *Int. J. Heat and Fluid Flow*, volume 20, p. 268-279.
- Azizi Y., Benhamou B., Galanis N. et El-Ganaoui M. (2007) Buoyancy effects on upward and downward laminar mixed convection heat and mass transfer in a vertical channel, *Int. J. Numerical Methods for Heat and Fluid Flow*, volume 17, n° 3, p. 333-353.
- Banerjee R. (2007) A numerical study of combined heat and mass in an inclined channel using the VOF Multiphase Model. *Numerical Heat Transfer, Part A*, volume 52, p. 163-183.
- Ben Nasrallah S. et Arnaud G. (1985) Évaporation en convection naturelle sur une plaque verticale chauffée à flux variable. *Journal of Applied Mathematics and Physics*, Volume 36, p. 105-119.
- Bolter L. M. K., Gordon H. S. et Griffin J. R. (1946) Free evaporation into air of water from free horizontal quiet surface. *Industrial Engineering Chemistry*, volume. 38, n° 6, p. 596-600.

- Boukadida N. (2000) Contribution à l'étude des transferts couplés de chaleur et de masse : application aux phénomènes de l'évaporation et au séchage convectif. Thèse de Doctorat d'Etat es-Sciences Physiques, Faculté des Sciences de Tunis, Tunis, Tunisie.
- Boulama K. et Galanis N. (2004) Analytical solution for fully developed mixed convection between parallel vertical plates with heat and mass transfer. *J. Heat Transfer*, volume 126, p. 381-388.
- Boussinesq J. (1903) Théorie analytique de la chaleur. Gauthier-Villars, Paris, France.
- Burmeister L. C. (1993), Convective heat transfer. Wiley-Interscience, 2d edition, New York, USA.
- Cherif A. S., Dhifaoui B., Ben Jabrallah S. et Belghith A. (2005) Étude de l'évaporation d'un mince film ruisselant le long des parois actives d'un canal vertical. 12èmes Journées Internationales de Thermique, Proceeding I, p. 157-160.
- Chow L. C. et Chung J. N. (1983) Evaporation of water into laminar stream of air and superheated steam. *Int. J. Heat Mass Transfer*, volume 26, p. 373-380.
- Debbissi C. (2000) Transfert couplés de chaleur et de masse accompagnant l'évaporation par convection naturelle d'un film liquide dans un canal vertical. Thèse de doctorat en sciences physiques, Faculté des Sciences, des techniques et de médecines de Tunis, Tunisie.
- Debbissi C., Orfi J. et Ben Nasrallah S. (2001) Evaporation of water by free convection in vertical channel including effects of wall radiative properties. *Int. J. Heat Mass Transfer*, volume 44, p. 811-826.
- Debbissi C., Orfi J. et Ben Nasrallah S. (2003) Evaporation of water by free or mixed convection into humid air and superheated stream. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, volume 46, p. 4703-4715.
- Desrayaud G. et Lauriat G. (November 2009) Flow reversal of laminar mixed convection in the entry region of symmetrically heated, vertical plate channels. *Int. J. Thermal Sciences*, volume 48, n° 11, p.2036-2045.
- El Haj Essad M. et Lampinen M. J. (2002) Mathematical modeling of falling liquid film evaporation process. *Int. J. refrigeration*, Volume 25, p. 985-991.
- Faghri A., Faghri M. et Javdani K. (1980) Effect of flow pulsation on laminar heat transfer between two parallel plates. *Waerme-und Stoffuebertragung*, volume 13, p. 97-103.
- Fuji T., Kato Y. et Bihara K. (1977) Expressions of transport and thermodynamic properties of air, steam and water. *Sei San Ka Gaku Ken Kuu Jo*, Report no 66, Kyu Shu University, Kyu Shu, Japan.

- Gebhart B. et Pera L. (1971) The nature of vertical natural convection flows resulting from the combined buoyancy effects of thermal and mass diffusion, *Int. J. Heat Mass Transfer*, volume 14, p. 2025-2050.
- Gebhart B., Jaluria Y., Mahajan R. L. et Sammakia B. (1988) *Buoyancy-induced flows and transport*, Hemisphere Pub. Co., New York, USA.
- Gill W. N. Del Gasal E. et Zeh D. W. (1965) Binary diffusion and heat transfer in laminar free convection boundary layers on a vertical plate. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, volume 8, p. 1135-1151.
- Guimaraes P. M. et Menon G. J. (November 2004) Combined free and forced convection in an inclined channel with discrete heat sources. *Mecanica Computacional Volume XXIII*, Bariloche, Argentina.
- Gray D. D. et Giorgini A. (1976) The validity of the Boussinesq approximation for liquids and gases. *Int. J. Heat Mass Transfer*, volume 19, p. 545–551.
- Huang C. C., Yan W. M. et Jang J. H. (2005) Laminar mixed convection heat and mass transfer in vertical rectangular ducts with film evaporation and condensation. *Int. J. Heat Mass Transfer*, volume 48, p. 1772–1784.
- Hubbard G. L., Denny V. E. et Mills A. F. (1975) Droplet evaporation: effects of transients and variable properties. *Int. J. Heat Mass Transfer*, volume 18, p. 1003-1008.
- Issa R. I. (1986) Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting. *Journal of Computational Physics*, volume 62, n° 1, p. 40-65.
- Jang J. H., Yan W.M. et Huang C. C. (2005) Mixed convection heat transfer enhancement through film evaporation in inclined square ducts. *Int. J. Heat Mass Transfer*, volume 48, p. 2117-2125.
- Kassim M. A., Cherif A. S., Benhamou B., Harmand S. et Ben Jabrallah S. (mai 2010) étude numérique et expérimentale de la convection mixte thermosolutale accompagnant un écoulement d'air laminaire ascendant dans un canal vertical adiabatique. 1^{er} colloque international Francophone d'Énergétique et Mécanique (CIFEM'2010), Saly, 17-19 mai 2010, Sénégal.
- Laaroussi N., Lauriat G. et Desrayaud G. (2009) Effects of variable density for film evaporation on laminar mixed convection in a vertical channel. *Int. J. Heat Mass Transfer*, volume 52, n° 1-2, p.151-164.
- Lee K. T., Tsai H. L. et Yan W. M. (1997) Mixed convection heat and mass transfer in vertical rectangular ducts. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, volume 40, p. 1621-1631.

- Lin T. F., Chang C. G. et Yan W. M. (1988) Analysis of combined buoyancy effects of thermal and mass diffusion on laminar forced convection heat transfer in a vertical tube. *J. Heat Transfer*, volume 110, p. 337-344.
- Lin J. N., Chou F.C., Yan W.M. et Tzeng P.Y. (1992) Combined buoyancy effects of thermal and mass diffusion on laminar forced convection in the thermal entrance region of horizontal square channels. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, volume 70, p. 681-689.
- Machado H. A. et Cotta R. M. (1999) Analysis of internal convection with variable physical properties via integral transformation. *Numerical Heat Transfer, Part A*, volume 36, p. 699-724.
- Maré T., Galanis N., Voicu I., Miriel J. et Sow O. (2008) Experimental and numerical study of mixed convection with flow reversal in coaxial double-duct heat exchangers. *Experimental Thermal and Fluid Science*, volume 32, p. 1096–1104.
- Marschall E. et Moresco L. L. (1978) A variable property analysis of laminar film boiling on vertical plates. *Numerical Heat Transfer*, volume 1, p. 285-298.
- Maters W. G., Madden A. J. et Piret E.L. (1957) Simultaneous heat and mass transfer in free convection. *Fluid Mechanics in Chemical Engineering*, Volume 49, n° 6, p. 961-968.
- Mezaache E. et Daguene M. (2000) Étude numérique de l'évaporation dans un courant d'air humide laminaire d'un film d'eau ruisselant sur une plaque inclinée. *Int. J. Thermal Sciences*, volume 39, p. 117-129.
- Mezaache E. et Daguene M. (2005) Effects of inlet conditions on film evaporation along an inclined plate. *Solar Energy*, volume 78, p. 535-542.
- Nesreddine H. (1997) Influence de propriétés physiques du fluide et de la diffusion axiale dans un écoulement avec transfert de chaleur à l'intérieur d'un tube vertical. Thèse de Doctorat, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, Québec, Canada.
- Nesreddine H., Galanis N. et Nguyen C. T. (1998) Effects of Axial Diffusion on Laminar Heat Transfer With Low Péclet Numbers in the Entrance Region of Thin Vertical Tubes. *Numerical Heat Transfer, Part A*, volume 33, p. 247-266.
- Nguyen C. T., Maiga S. E., Landry M., Galanis N. et Roy G. (2004) Numerical investigation of flow reversal and instability in mixed laminar vertical tube flow. *Int. J. Thermal Sciences*, volume 43, p. 797-808.
- Nield D.A. et Bejan A. (2006) *Convection in Porous Media*. 3rd ed., Springer, New York, USA.

- Oulaid O., Benhamou B. et Galanis N. (2010a) Combined buoyancy effects of thermal and mass diffusion on laminar convection in a vertical isothermal channel, *Computational Thermal Sciences*, volume 2, n° 2, p. 125-138.
- Oulaid O. Benhamou B. et Galanis N. (2010b) Flow reversal in combined laminar mixed convection heat and mass transfer with phase change in a vertical channel", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, in press (doi:10.1016/j.ijheatfluidflow.2010.04.007).
- Patankar S.V. (1980) *Numerical heat transfer in fluid flow*. Hemisphere/McGraw-Hill, New York, USA.
- Rheault S. et Bilgen E. (1993) Mixed convection heat transfer in open-ended inclined channels with flow reversal. *Wärme-und Stoffübertragung*, volume 29, p. 107-116.
- Said S. A. M., Habib M. A., Badr H. M. et Anwar S. (November 2005) Turbulent natural convection between inclined isothermal plates. *Computers and Fluids*, volume 34, n° 9, p. 1025-1039.
- Salah El-Din M. M. (1992) Fully developed forced convection in vertical channel with combined buoyancy forces. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, volume 19, p. 239-248.
- Salah El-Din M. M. (2001) Developing laminar convection in vertical double-passage channel. *Heat Mass Transfer*, volume 38, p. 93-96.
- Shah R. K. et London A. L. (1978) *Laminar flow forced convection in ducts*. Academic Press, New York, USA.
- Shang D. Y. et Wang B. X. (1993) The deviation of heat transfer calculation for laminar free convection of gas due to ignoring the variable thermophysical properties. *Wärme- und Stoffübertragung*, volume 28, p. 33-36.
- Siow E. C., Ormiston S. J et Soliman H.M. (2004) A two-phase model for laminar film condensation from steam-air mixtures in vertical parallel-plate channels. *Int J Heat Mass Transfer*, volume 40, p. 365–375.
- Siow E. C., Ormiston S. J. et Soliman H. M. (2007) Two-phase modelling of laminar film condensation from vapour–gas mixtures in declining parallel-plate channels. *Int. J. Thermal Sciences*, volume 46, p. 458-466.
- Tsay Y. L. et Yan W. M. (1990) Binary diffusion and heat transfer in laminar mixed convection channel flows with uniform wall heat flux: extremely thin film thickness. *Wärme-und Stoffübertragung*, volume 26, p. 23-31.
- Tsay Y. L., Li T. F. et Yan W. M. (1990) Cooling of falling liquid film through interfacial heat and mass transfer. *Int. J. Multiphase Flow*, Volume 16, n° 5, p. 853-865.

- Vachon M. (1979) Étude de l'évaporation en convection naturelle. Thèse de Doctorat, Université de Poitiers, Poitiers, France.
- Yan W. M. et Lin T. F. (1989) Effects of wetted wall on laminar mixed convection in a vertical channel. *J. Thermophysics*, Volume 3, p. 94-96.
- Yan W. M., Tsay Y. L. et Lin T. F. (1990) Effects of wetted walls on laminar natural convection between vertical parallel plates with asymmetric heating. *Applied Scientific Research*, volume 47, p. 45-64.
- Yan W. M. et Lin T. F. (1990) Combined heat and mass transfer in natural convection between vertical parallel plates with film evaporation. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Volume 33, p. 529-541.
- Yan W. M., Lin T. F. (1991) Evaporative cooling of liquid film through interfacial heat and mass transfer in a vertical channel. II. Numerical study, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Volume 34, p. 1113-1124.
- Yan W. M., Lin T. F. et Tsay Y. L. (1991) Evaporative cooling of liquid film through interfacial heat and mass transfer in a vertical channel. I. Experimental study, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Volume 34, p.1105-1111.
- Yan W. M. (1993) Mixed convection heat transfer in a vertical channel with film evaporation. *Canadian J. Chemical Engineering*, volume 71, p. 54-62.
- Yan W. M. et Soong C. Y. (1993) Numerical study of liquid film cooling along an inclined plate. *Wärme- und Stoffübertragung*, Volume 28, p. 233-241.
- Yan, W. M. (1995) Effects of film vaporization on turbulent mixed convection heat and mass transfer in a vertical channel. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Volume 38, p. 713-722.
- Yan W. M. et Soong C. Y. (1995) Convective heat and mass transfer along an inclined heated plate with film evaporation. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Volume 38, p. 1261-1269.
- Yan W. M. (1998) Evaporative cooling of liquid film in turbulent mixed convection channels flows. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Volume 41, p. 3719-3729.
- Yan W. M. (1999) Mixed convection heat and mass transfer in rectangular ducts rotating about parallel axis. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Volume 42, p. 2955-2965.
- Yan W. M. et Lin D. (2001) Natural convection heat and mass transfer in vertical annuli with film evaporation and condensation. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Volume 44, p. 1143-1151.
- Wang M., Tsuji T. et Nagano Y. (1994) Mixed convection with flow reversal in the thermal entrance region of horizontal and vertical pipes. *Int. J. Heat Mass Transfer*, volume 37, p. 2305-2319.