

N° d'ordre : 3909

THÈSE

en vue de l'obtention du : **DOCTORAT**

Centre de Recherche : Energie

Structure de Recherche : Structure de Modélisation et Simulation en Mécanique et
Énergétique

Discipline : Physique

Spécialité : mécanique énergétique

Présentée et Soutenue le : 20 / Avril / 2024

par :

Abdelhay LAABYECH

Modélisation mathématique et simulation numérique de la production du biogaz généré par digestion anaérobie des effluents liquides des papeteries

Devant le JURY :

Rachid AHL LAAMARA	PES	Faculté des sciences Rabat, Université Mohamed V	Président/ Rapporteur
Mohammed CHERRAJ	PES	Faculté des sciences Rabat, Université Mohamed V	Examineur/Rapporteur
Mohammed TAIBI	PH	Faculté des Sciences Casablanca, Université Hassan II	Examineur/ Rapporteur
Imane WAHBY	PH	Faculté des sciences Rabat, Université Mohamed V	Examinatrice
Hafida EL HAOUZALI	PH	Ecole Nationale Forestière d'Ingénieurs	Examinatrice
Samir MEN-LA-YAKHAF	Dr	Faculté des sciences Rabat, Université Mohamed V	Invité
Fatima KIFANI-SAHBAN	PES	Faculté des sciences Rabat, Université Mohamed V	Directrice de thèse

Année Universitaire : 2023 - 24

Dédicace

À mes chers parents,

Chaque hommage ne saurait pleinement exprimer la profondeur de vos dévouements, de l'amour inconditionnel et de l'attention dont vous m'avez entouré tout au long de ces années d'études. Ce travail est un modeste témoignage de la gratitude infinie que je vous adresse.

À mes deux sœurs, mes confidentes et alliées,

Vos encouragements constants et vos conseils avisés m'ont permis de surmonter les moments de doute. Merci pour votre présence indéfectible et votre humour qui ont illuminé ma vie.

À la mémoire de ma chère grand-mère,

Ma source d'inspiration et de sagesse, tes prières ont été pour moi une source de réconfort et de force. Je te suis infiniment reconnaissant pour tout ce que tu as apporté à ma vie.

À mes amis,

Merci pour les fous rires partagés, c'est avec vous que les moments de tension se transforment en moments de bonheur et de détente.

À tous ceux qui m'aiment et à tous ceux que j'aime,

Merci du fond du cœur pour votre présence chaleureuse et votre foi en moi. Grâce à vous, j'ai pu accomplir ce que j'avais entrepris.

À tous les visages anonymes,

Aux conversations en sourdine, aux usagers des cafés, grâce à vous, ces lieux ne sont plus seulement des espaces de passage, mais également des espaces de concentration et d'inspiration. Merci pour votre présence discrète mais essentielle.

"Life doesn't have to be perfect. It just has to be lived."

Remerciements

La partie expérimentale du présent travail a été réalisée à la Station d'Épuration de la Compagnie Marocaine des Cartons et des Papiers de Kénitra. La partie concernant la modélisation et la simulation a été effectuée au sein de la structure Modélisation et Simulation en Mécanique et Energétique MSME de la Faculté des Sciences de Rabat.

C'est avec une profonde reconnaissance que j'exprime mes premiers remerciements à ma directrice de thèse Madame **Fatima KIFANI-SAHBAN** Professeure à *la faculté des sciences de Rabat*. Sa disponibilité, ses remarques constructives et pertinentes, ainsi que son aide pour la rédaction de mon mémoire ont contribué à l'amélioration de mon travail. Je suis infiniment reconnaissant pour tout ce qu'elle m'a apporté et je lui exprime ma gratitude et mon respect les plus sincères.

Mes remerciements vont également à Monsieur **Rachid AHL LAAMARA**, Professeur à *la faculté des sciences de Rabat*, pour avoir accepté d'endosser à la fois le rôle de rapporteur et celui de président du jury de cette thèse malgré ses multiples responsabilités et engagements.

Je suis également reconnaissant envers Monsieur **Mohammed TAIBI**, Professeur Habilité à *la faculté des sciences de Casablanca*, qui a généreusement consacré son temps et ses compétences en tant que rapporteur et examinateur pour évaluer ce travail et participer au jury. Sa disponibilité et ses précieux conseils ont été d'une aide inestimable tout au long de la réalisation de ce travail.

Mes sincères remerciements vont à Monsieur **Mohammed CHERRAJ**, Professeur à *la faculté des sciences de Rabat*, pour sa précieuse contribution en tant que rapporteur et examinateur, pour son analyse de mon travail et pour avoir bien voulu participer au jury de ma soutenance de thèse.

Je souhaite exprimer ma profonde gratitude à Madame **Hafida EL HAOUZALI**, Professeure Habilitée à *l'Ecole Nationale Forestière des Ingénieurs de Salé*, pour l'honneur qu'elle m'a fait en acceptant de participer au jury de soutenance en tant qu'examinatrice. Je la remercie chaleureusement pour l'intérêt qu'elle a porté à mes travaux.

Je tiens à exprimer ma sincère reconnaissance à Madame **Imane WAHBY**, Professeure Habilitée à *la faculté des sciences de Rabat*, pour rôle en tant qu'examinatrice au sein du jury de soutenance de ma thèse. Je la remercie chaleureusement pour l'attention particulière qu'elle a accordée à mes travaux.

Je suis également très reconnaissant envers Monsieur **Samir MEN-LA-YAKHAF**, Docteur en physique de *l'Université Mohamed V*, pour avoir accepté de faire partie de ce jury. Je tiens à lui exprimer ma reconnaissance pour sa disponibilité, ses conseils, son soutien constant et le partage de ses connaissances qui m'ont guidé et réconforté durant les moments de doute que j'ai traversés.

Je tiens aussi à remercier vivement Monsieur **Kamal GUERAOU**, Professeur émérite à *la faculté des sciences de Rabat*.

J'adresse enfin mes remerciements, ma profonde gratitude à toutes les personnes qui m'ont apporté leur aide et qui ont participé à l'élaboration de ce travail. Je pense notamment à ma famille, à mes collègues et à mes amis, qui m'ont soutenu et encouragés tout au long de ces années.

RÉSUMÉ

Ce travail porte sur la modélisation de la production du biogaz par digestion anaérobie des effluents pollués de la station d'épuration (STEP) de la papeterie de Kénitra et sur l'impact des paramètres physiques, physico-chimiques et biologiques sur cette production. Les résultats de cette modélisation sont confrontés à l'expérience menée à la STEP. Les mesures de quelques paramètres mentionnés, en amont et en aval du digesteur, indiquent que les rejets liquides de la papeterie ont été convenablement dépollués et que la quantité de biogaz produite varie d'un jour à l'autre, se situant entre $600 \text{ et } 2000 \text{ m}^3 \cdot \text{j}^{-1}$. Le modèle proposé dans ce travail est basé sur les équations de conservation de la masse, de quantité de mouvement et d'énergie dans les cas compressible et incompressible et un modèle biologique de dégradation et de production du biogaz fondé sur le modèle de Monod. Les hypothèses retenues pour adapter le système d'équation précité à notre cas d'études sont, pour le comportement hydraulique du fluide, que la géométrie du digesteur est cylindrique, que l'effluent est un fluide newtonien et que l'écoulement de celui-ci se fait en flux homogène et axisymétrique et, pour la biodégradation, que la biomasse végétale présente dans les effluents de la papeterie est représentée par la cellulose et que les réactions biochimiques impliquées dans le processus sont homogènes et décrites par le modèle cinétique de Monod. Le système d'équation a été résolu par la méthode des volumes finis pour les équations de conservation et par la méthode de Runge-Kutta pour les équations de biodégradation. Le modèle reflète de manière satisfaisante la production du biogaz. Cette validation a permis de simuler le comportement hydraulique du bioréacteur, la croissance des différentes biomasses, la production des produits intermédiaires et finaux et d'identifier les paramètres pertinents de la DA. Les paramètres simulés dans les cas compressible et incompressible sont similaires et légèrement différents pour ce qui est de la masse volumique et la vitesse du fluide.

Mots clés : digestion anaérobie, effluent liquide, carbone organique dissout, biomasse, biogaz, hydrodynamique, compressible, incompressible, bioréacteur, modèle biologique, méthode des volumes finis, méthode de Runge-Kutta.

ABSTRACT

This work focuses on the modelling of biogas production through anaerobic digestion of polluted effluents from the wastewater treatment plant (WWTP) of the KÉNITRA paper mill and on the impact of physical, physicochemical, and biological parameters on this production. The results of this modelling are compared with experiments conducted at the WWTP. Measurements of several mentioned parameters, upstream and downstream of the digester, indicate that the liquid discharges from the paper mill were adequately treated and that the amount of biogas produced varies daily, ranging between 600 and $2000\text{ m}^3/\text{day}$. The proposed model in this work is based on the conservation equations of mass, momentum, and energy for both compressible and incompressible cases, as well as a biological degradation and biogas production model based on the MONOD model. The assumptions made to adapt the aforementioned system of equations to our case study include: for the hydraulic behaviour of the fluid, the digester geometry is cylindrical, the effluent is a Newtonian fluid, and its flow is homogeneous and axisymmetric; and for biodegradation, the plant biomass present in the paper mill effluents is represented by cellulose, and the biochemical reactions involved in the process are homogeneous and described by the MONOD kinetic model. The system of equations was solved using the FINITE VOLUME METHOD for the conservation equations and the RUNGE-KUTTA method for the biodegradation equations. The model satisfactorily reflects biogas production. This validation allowed the simulation of the hydraulic behaviour of the bioreactor, the growth of different biomasses, the production of intermediate and final products, and the identification of relevant parameters for anaerobic digestion. The parameters simulated in both compressible and incompressible cases are similar, with slight differences in fluid density and velocity.

Keywords: anaerobic digestion, liquid effluent, dissolved organic carbon, biomass, biogas, hydrodynamics, compressible, incompressible, bioreactor, biological model, finite volume method, Runge-Kutta method.

Liste des figures

Figure.I.1 :	Représentation schématique de la structure de la paroi cellulaire.....	8
Figure.I.2 :	Structure chimique de la chaîne de cellulose	9
Figure.I.3 :	Monomères des hémicelluloses.....	9
Figure.I.4 :	Les trois monomères constitutifs des lignines.....	10
Figure.I.5 :	Les différentes liaisons lignine-carbohydrates	11
Figure.I.6 :	Liaison éther entre la position C-6 du résidu β -mannose dans le glucomannane.....	11
Figure.I.7 :	Diagramme du procédé de fabrication de pâte à papier et papier.	12
Figure.I.8 :	Les différentes techniques de la mise en pâte	13
Figure.I.9 :	Les différentes méthodes de blanchiment pour chaque type de pâte à papier.....	15
Figure.I.10 :	Les étapes de la formation de la feuille et le niveau d'eau en chacune.....	16
Figure.I.11 :	Les matières utilisées et celles rejetées par les papeteries.....	18
Figure.I.12 :	Les quatre étapes de la digestion anaérobie	26
Figure.I.13 :	Hydrolyse d'un polysaccharide en galactose et en glucose.....	26
Figure.I.14 :	Hydrolyse d'un triglycéride en glycérol et acides gras.....	27
Figure.I.15 :	Hydrolyse d'une protéine en acides aminés.....	27
Figure.I.16 :	Evolution du taux de croissance des méthanogènes avec la température.....	31
Figure.I.17 :	Relation entre le taux de dégradation et le temps de rétention requis.....	34
Figure.I.18 :	Schéma d'un réacteur anaérobie UASB	40
Figure.I.19 :	Schéma d'un réacteur anaérobie EGSB.....	40
Figure.I.20 :	Systèmes de valorisation du digestat.....	47
Figure.I.21 :	Circuit de vapeur avant et après installation de la turbine.....	48
Figure.I.22 :	Courbe de croissance bactérienne	54
Figure.I.23 :	Type de modèle selon les phases de la DA prises en compte	61
Figure.I.24 :	Flux de DCO pour un composé particulière.....	62
Figure.II.1 :	Organigramme de fonctionnement de la STEP	67
Figure.II.2 :	Clarificateur.....	68
Figure.II.3 :	Flottateur	68
Figure.II.4 :	Échangeur de chaleur	69
Figure.II.5 :	Le circuit des effluents entre la tour de conditionnement et le méthaniseur	70
Figure.II.6 :	Digesteur anaérobie.....	71
Figure.II.7 :	Torchère	72
Figure.II.8 :	Production de biogaz mesurée.....	74
Figure.II.9 :	Composants de la centrale thermique.....	75
Figure.II.10 :	Les deux étages de la turbine	76
Figure.II.11 :	Cycle de l'installation.....	78
Figure.II.12 :	Cycle thermodynamique (dans le sens moteur)	79

Figure.III.1 :	Domaine physique	90
Figure.III.2 :	Schéma du modèle mathématique	95
Figure.III.3 :	Maillage du domaine	101
Figure.III.4 :	Présentation de la méthode de RUNGE KUTTA	120
Figure.III.5 :	Organigramme de résolution	126
Figure.III.6 :	Profil des productions de biogaz en fonction du temps	129
Figure.III.7 :	Profil de la masse volumique en fonction du temps (dans le cas compressible)	130
Figure.III.8 :	Profil de la vitesse axiale en fonction de la hauteur	131
Figure.III.9 :	Profil de la température en fonction de la hauteur (dans le cas compressible)	132
Figure.III.10 :	Profil de la température en fonction de la hauteur (dans le cas incompressible)	132
Figure.III.11 :	Teneur en carbone organique en fonction du temps.	133
Figure.III.12 :	Dégradation du carbone organique à trois vitesses différentes en fonction du temps	133
Figure.III.13 :	Teneur en carbone dissout en fonction du temps.....	134
Figure.III.14 :	Concentration de biomasse acidogène en fonction du temps	135
Figure.III.15 :	Teneur en acétate en fonction du temps.....	136
Figure.III.16 :	Concentration de biomasse méthanogène en fonction du temps	136
Figure.III.17 :	Teneur en méthane en fonction du temps	137
Figure.III.18 :	Teneur en dioxyde de carbone en fonction du temps	138
Figure.III.19 :	Production de biogaz en fonction du temps.....	138
Figure.III.20 :	Volume de biogaz produit par concentration de carbone organique	139
Figure.III.21 :	Teneurs en carbone organique en fonction du temps	140
Figure.III.22 :	Teneurs en carbone dissout en fonction du temps	140
Figure.III.23 :	Teneurs en acétate en fonction du temps	141
Figure.III.24 :	Zone de stagnation des acétates pour une concentration donnée.....	142
Figure.III.25 :	Teneurs en méthane en fonction du temps.....	143
Figure.III.26 :	Teneurs en dioxyde de carbone en fonction du temps.....	143
Figure.III.27 :	Productions de biogaz en fonction du temps	144
Figure.III.28 :	Volume de biogaz produit par concentration de carbone organique	144

Liste des tableaux

Tableau I.1 :	Utilisation finale de la pâte obtenue par les différents procédés mécaniques.....	13
Tableau I.2 :	Polluants présents dans les effluents durant les différentes étapes du processus.....	18
Tableau I.3 :	La composition des effluents issus des procédés de la mise en pâte à papiers	19
Tableau I.4 :	Composition des boues de pâte et de papier	20
Tableau I.5 :	Réactions d'acétogénèse avec production de dihydrogène et de formiate	28
Tableau I.6 :	Réactions Homoacétogénèses lithotrophe et fermentative	28
Tableau I.7 :	Exemples de groupes microbiens dominants dans les processus de DA	30
Tableau I.8 :	Classement des bactéries selon le régime de température	30
Tableau I.9 :	Comparaison des régimes mésophiles et thermophiles	31
Tableau I.10 :	Compétition pour l'utilisation du couple H_2/CO_2 et de l'acétate	37
Tableau I.11 :	Classifications des digesteurs anaérobies selon le mode de culture	38
Tableau I.12 :	Composition du biogaz	42
Tableau I.13 :	Potentiel théorique de méthane des composants organiques	43
Tableau I.14 :	Les formes d'utilisation du biogaz brut	45
Tableau I.15 :	Produits indésirables de la digestion anaérobie	45
Tableau I.16 :	Procédés d'enrichissement et d'épuration du biogaz	46
Tableau I.17 :	Expressions de la vitesse de croissance microbienne	57
Tableau I.18 :	Termes d'inhibition	58
Tableau I.19 :	Classement de l'application des modèles mono et biphasique	62
Tableau I.20 :	Classement de l'application des modèles tri et multiphasés.....	63
Tableau II.1 :	Rôle des substances ajoutées aux eaux clarifiées	70
Tableau II.2 :	Analyses des effluents aux différents niveaux de la STEP.....	73
Tableau II.3 :	Mesure de la production de biogaz pour le mois d'avril	74
Tableau II.4 :	Caractéristiques de la turbine de la CMCP.....	76
Tableau II.5 :	Mesures de la pression et de la température en amont de la turbine.....	79
Tableau II.6 :	Mesures de la pression et de la température en aval de la turbine.....	80
Tableau III.1 :	Paramètres utilisés dans le modèle mathématique.....	127
Tableau III.2 :	Valeurs des paramètres utilisés dans le model de la dynamique des fluides	128

Nomenclature

<i>STEP</i>	:	Station d'épuration
<i>DA</i>	:	Digestion Anaérobie
<i>GW</i>	:	Pâte mécanique
<i>PGW</i>	:	Pâte mécanique pression
<i>TMP</i>	:	Pâte thermomécanique
<i>RMP</i>	:	Pâte mécanique raffinée
<i>CTMP</i>	:	Pâte chimico-thermomécanique
<i>CMP</i>	:	Pâte chimico-mécanique
<i>DBO</i>	:	Demande biochimique en oxygène
<i>DCO</i>	:	Demande chimique en oxygène
<i>AGV</i>	:	Acides Gras Volatils
<i>BMP</i>	:	Potentiel méthanogène biologique
$\dot{m}$	:	Débit massique de la vapeur
<i>P</i>	:	Pression
<i>T</i>	:	Température
<i>H</i>	:	Enthalpie
<i>S</i>	:	Entropie
$\dot{Q}$	:	Energie chaleur
<i>W</i>	:	Travail
<i>R</i>	:	Constante des gaz parfait ($J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$)
<i>PCI</i>	:	Pouvoir calorifique
ε	:	Efficacité
$\vec{u}$	:	Vecteur de la vitesse du fluide en mouvement
ρ	:	Masse volumique
Γ	:	Débit volumique par unité de temps
ρC_p	:	Capacité calorifique volumique ($J \cdot m^{-3} \cdot K^{-1}$) du fluide en mouvement,
$\dot{q}_v$	:	Flux volumique ($W \cdot m^{-3}$) d'énergie produite ou consommée par les réactions chimiques.
θ_i	:	Teneur en carbone organique du composant i ($kg \cdot m^{-3}$)
θ_{aq}	:	Concentration en carbone dissous du composant i ($kg \cdot m^{-3}$)

θ_{Ba}	:	Concentration en biomasse acidogène ($kg.m^{-3}$)
θ_{Bm}	:	Concentration en biomasse méthanogène ($kg.m^{-3}$)
θ_{Ac}	:	Teneur en carbone de l'acétate ($kg.m^{-3}$)
θ_{CH_4}	:	Teneur en méthane ($kg.m^{-3}$)
θ_{CO_2}	:	Teneur en dioxyde de carbone ($kg.m^{-3}$)
H_{SA}	:	Constante de demi-concentration en substrat de la biomasse acidogène ($kg.m^{-3}$)
Y_A	:	Masse de biomasse acidogène produite par masse de carbone utilisé.
Y_{AC}	:	Coefficient de rendement d'acétate
Y_M	:	Masse de la biomasse méthanogène produite par masse d'acétate utilisé.
Y_{CH_4}	:	Coefficient de rendement en méthane
D_a	:	Constante de mortalité de la biomasse acidogène (j^{-1})
D_m	:	Constante de mortalité de la biomasse méthanogène (j^{-1})
H_{SM}	:	Constante de demi-concentration en substrat de la biomasse méthanogène ($kg.m^{-3}$)
λ_m	:	Taux de croissance spécifique maximum de la biomasse méthanogène (j^{-1}).
P_A	:	Constante de cinétique
E_A	:	Énergie d'activation ($kcal.mol^{-1}$)

Table des matières

Dédicace.....	i
Remerciements.....	ii
RÉSUMÉ.....	iv
ABSTRACT	v
Liste des figures	vi
Liste des tableaux	viii
Nomenclature.....	ix
Table des matières	xi
INTRODUCTION GENERALE.....	1
Chapitre I Synthèse Bibliographique	5
Partie I.1 Le Papier : Source, Fabrication et Impact Environnemental de sa production	6
I.1.A. Introduction	7
I.1.B. Production mondiale et nationale du papier	7
I.1.C. Le bois : composition et structure	8
I.1.C.i. La cellulose	8
I.1.C.ii. Les hémicelluloses	9
I.1.C.iii. La lignine	10
I.1.C.iv. Liaisons lignine-polysaccharides	10
I.1.D. Fabrication de pâte à papier.....	11
I.1.D.i. Préparation du bois.....	12
I.1.D.ii. La mise en pâte	12
I.1.D.ii.a. La pâte mécanique	13
I.1.D.ii.b. La pâte chimique	14
I.1.D.ii.c. La pâte recyclée.....	14
I.1.D.iii. Le blanchiment.....	15
I.1.D.iv. Le lavage.....	15
I.1.E. La formation de la feuille	16
I.1.F. Composition des rejets liquides des papeteries et leur impact environnemental.....	17
I.1.F.i. Traitement des effluents liquides pollués des papeteries	19
I.1.F.ii. Types, compositions et traitements des boues dérivées des traitements des effluents liquides des papeteries.....	20
I.1.G. Conclusion.....	21
Partie I.2 La Digestion Anaérobie : Fondamentaux et Technologies associées	22
I.2.A. Introduction	23
I.2.B. Bref historique de la DA	23
I.2.C. Utilités et inconvénients de la DA.....	23
I.2.D. Microbiologie de la digestion anaérobie	25
I.2.E. Etapes de la digestion anaérobie.....	25

I.2.E.i.	Hydrolyse	26
I.2.E.ii.	Acidogénèse	27
I.2.E.iii.	Acétogénèse	28
I.2.E.iv.	Méthanogénèse.....	28
I.2.F.	Les micro-organismes de la DA	29
I.2.G.	Température de la DA	29
I.2.H.	Paramètres physico-chimiques et biologiques affectant la DA	31
I.2.H.i.	Effet de la température	32
I.2.H.ii.	Effet du pH.....	32
I.2.H.iii.	Effet de l'agitation	33
I.2.H.iv.	Eléments nutritifs	33
I.2.H.v.	Substrat fermentescible	33
I.2.H.vi.	Taux de charge organique	34
I.2.H.vii.	Le temps de rétention	34
I.2.H.vii.a.	Le temps de rétention de la biomasse	34
I.2.H.vii.b.	Le temps de rétention hydraulique	35
I.2.H.viii.	Les composés toxiques et inhibiteurs.....	35
I.2.I.	Technologie de la DA.....	37
I.2.I.i.	Mode d'alimentation des réacteurs de DA.....	38
I.2.I.ii.	Digesteurs utilisés pour la DA des effluents des papeteries.....	38
I.2.J.	Produits de la digestion anaérobie et leurs voies d'utilisation.....	41
I.2.J.i.	Le biogaz.....	41
I.2.J.i.a.	Constituants du biogaz	41
I.2.J.i.b.	Potentiel méthanogène de biomasse	42
I.2.J.i.c.	Rendements théorique et spécifique en méthane des boues des papeteries.....	43
I.2.J.i.d.	Valorisation du biogaz.....	44
I.2.J.i.e.	Les procédés d'enrichissement et d'épuration du biogaz.....	45
I.2.J.ii.	Le digestat	46
I.2.J.ii.a.	Constituants du digestât.....	46
I.2.J.ii.b.	Traitements et utilisations du digestat	46
I.2.K.	Les centrales thermiques dans les papeteries	47
I.2.L.	Conclusion.....	48
Partie I.3	Synthèse bibliographie sur les modèles numériques de la DA	49
I.3.A.	Introduction	50
I.3.B.	Modélisation de la DA	50
I.3.C.	Bref historique des modèles de la DA	50
I.3.D.	Les grandeurs à modéliser	51
I.3.D.i.	Le premier groupe : étapes extracellulaires.....	51
I.3.D.ii.	Le deuxième groupe : taux de réactions intracellulaires	53

I.3.E. Classement des modèles physico-chimiques de la digestion anaérobie	60
I.3.F. Choix du modèle	61
I.3.G. Logiciels de la DA.....	63
I.3.G.i. Exemple de logiciels	63
I.3.G.ii. Fonctionnalités	64
I.3.G.iii. Limitations	64
I.4. Conclusion.....	64
Chapitre II Etude du cas de la STEP de Kénitra	65
II.1. Introduction	66
II.2. Présentation de la Station d'épuration	66
II.2.A. Organigramme de fonctionnement	66
II.2.B. Les équipements de la STEP et leurs fonctionnements	67
II.2.B.i. Clarificateur et bêche à boue	67
II.2.B.ii. Flottateur à air dissous.....	68
II.2.B.iii. Cuves de reprise des eaux clarifiées.....	69
II.2.B.iv. Echangeur de chaleur	69
II.2.B.v. Tour de conditionnement	70
II.2.B.vi. Digesteur	71
II.2.B.vii. Torchère	71
II.3. Mesures recueillies des différents équipements de la STEP	72
II.3.A. Dimensions et conditions de fonctionnement du digesteur	72
II.3.B. Mesures des paramètres physico-chimiques et biologiques des effluents.....	72
II.3.C. Mesures de la production de biogaz	73
II.4. Installation de valorisation du biogaz en chaleur et électricité.....	75
II.4.A. Description, principe de fonctionnement et caractéristiques techniques de la turbine.....	75
II.4.B. Cycle thermodynamique de la centrale thermique	77
II.5. Mesures des paramètres et de l'efficacité de la centrale thermique	79
II.5.A. L'énergie fournie et consommée par la centrale thermique	79
II.5.A.i. Mesures de la température et de la pression en amont et en aval des composants de la centrale thermique	79
II.5.A.ii. Bilan d'énergie des différents dispositifs de la centrale thermique.....	80
II.6. Conclusion.....	85
Chapitre III Modélisation de la DA	86
Partie III.1 Mise en équation du modèle proposé.....	87
III.1.A. Introduction	88
III.1.B. Position du problème et hypothèses simplificatrices.....	88
III.1.B.i. Hypothèses du modèle	88
III.1.B.ii. Dynamique des fluides au sein du digesteur	89
III.1.C. Modèles mathématiques utilisés – Domaine physique.....	90
III.1.C.i. Equations régissant l'écoulement du fluide au sein du digesteur.....	90

III.1.C.ii. Modèle de dégradation et de production de biogaz.....	94
III.1.C.ii.a. Présentation du modèle mathématique	94
III.1.C.ii.b. Constantes cinétiques du modèle.....	98
III.1.D. Conclusion.....	98
Partie III.2 Méthodes de résolution	99
III.2.A. Introduction	100
III.2.B. Discrétisation des équations de conservation	100
III.2.B.i. Principe de la méthode des volumes finis	100
III.2.B.ii. Maillage du domaine.....	101
III.2.B.iii. Discrétisation des équations	102
III.2.B.iii.a. Discrétisation de l'équation de conservation de la masse	102
III.2.B.iii.b. Discrétisation des équations de conservation de la quantité de mouvement	105
III.2.B.iii.c. Discrétisation de l'équation de conservation d'énergie.....	115
III.2.B.iv. Résolution par la méthode de Gauss Seidel	120
III.2.C. Discrétisation des équations issues du modèle mathématique de la DA	120
III.2.C.i. Principe de la méthode RUNGE-KUTTA	120
III.2.C.ii. Discrétisation des équations de la DA	121
III.2.C.ii.a. Equation de la concentration de carbone solide	121
III.2.C.ii.b. Equation de la concentration du carbone dissous	122
III.2.C.ii.c. Equation de la concentration de Biomasse acidogène.....	122
III.2.C.ii.d. Equation de la concentration de Biomasse méthanogène.....	123
III.2.C.ii.e. Equation de la concentration de l'Acétate	123
III.2.C.ii.f. Equation de la concentration de Méthane.....	123
III.2.C.ii.g. Equation de la concentration de Dioxyde de carbone	124
III.2.D. Conclusion.....	124
Partie III.3 Résultats et discussions	125
III.3.A. Introduction	126
III.3.B. Organigramme de résolution	126
III.3.C. Paramètres cinétiques et biologiques.....	127
III.3.C.i. Paramètres biologiques du modèle de dégradation et de production du biogaz.....	127
III.3.C.ii. Paramètres physiques et physico-chimiques	127
III.3.D. Résultats et discussions	128
III.3.D.i. Productions réelle et simulée du biogaz.....	128
III.3.D.ii. Résultats des paramètres physiques, physico-chimiques, biologiques et des produits intermédiaires et finaux de la DA	129
III.3.D.ii.a. Paramètres physiques	129
III.3.D.ii.b. Paramètres physico-chimiques	131
III.3.D.ii.c. Evolution des substrats et des micro-organismes	132
III.3.D.ii.d. Evolution des produits intermédiaires et finaux	137
III.3.D.ii.e. Effet du carbone organique sur les produits intermédiaires et finaux	139

III.3.E. Conclusion.....	145
Conclusion générale	146
Références bibliographiques	150
Annexes	161
Annexe 1 : Méthodes de blanchiment.....	162
Annexe 2 : Différents traitements des effluents liquides.....	163
Annexe 3 : Réacteurs utilisés pour la DA des effluents des usines papetière	166
Annexe 4 : Valeurs limites spécifiques de rejet.....	170
Annexe 5 : Turbines à vapeur	171

INTRODUCTION GENERALE

Partout dans le monde, les déchets industriels posent d'énormes problèmes écologiques et environnementaux. Ces dernières années, une prise de conscience sur les problèmes de pollution se manifeste au Maroc. En effet, tout est mis en œuvre pour répondre, entre autres, aux problèmes provoqués par les déchets industriels dans le cadre du fonds de dépollution industriel. Ce dernier, mis en place avec l'appui du gouvernement allemand, vise la réduction des émissions industrielles liquide, solide et gazeuse. Les industries rejetant des effluents liquides ont été beaucoup plus nombreuses à profiter des offres dudit fonds et à adhérer au respect de l'environnement comme c'est le cas de la station d'épuration 'STEP' de la papeterie de Kénitra. Le secteur industriel au Maroc présente un bénéfice sur le plan socio-économique, alors que les déchets (liquides, solides ou gazeux), majoritairement biodégradables, provenant des branches industrielles chimiques sont polluants et source de nuisances écologique et environnementale.

Concernant les papeteries, elles font partie des industries nécessitant l'emploi de substances chimiques dans les différentes opérations de leur chaîne de production et de grandes quantités d'eau allant de 200 à 1000 m³ par tonne de pâte à papier [1–3]. En conséquence, elles rejetteraient un énorme volume d'effluents liquides chargés en divers polluants fortement contaminés, tels que les matières organiques qui composent le bois et également par des substances tels que des acides résiniques, des acides gras, alcools diterpéniques et acides résiniques chlorés [4–8]. C'est pourquoi, ils nécessitent d'être dépollués avant de les rejeter dans la nature [9–11]. Néanmoins, ces effluents sont une source d'énergie non négligeable s'ils bénéficient d'un traitement adéquat [12, 13].

Les techniques permettant de traiter les rejets liquides industriels sont les traitements biologiques, physico-chimiques et membranaires [14, 15]. Malgré leurs performances, ces procédés n'éliminent pas complètement les polluants contenus dans les rejets industriels, ne sont pas écologiques et la combinaison d'au moins deux de ces procédés est souvent nécessaire pour venir à bout des polluants ou du moins approcher les normes de rejets des eaux usées fixées par les législations gouvernementales [15]. Parmi ces traitements, la digestion anaérobie 'DA' est largement recommandée du point de vue environnemental et énergétique [16–18]. En effet, son efficacité de dépollution des déchets organiques, sa réduction des gaz à effet de serre et sa production d'énergie renouvelable sont certains [10, 19–21]. Si ces atouts sont fondamentaux, il n'en demeure pas moins que la DA est un processus complexe. Elle implique, certainement, de nombreuses interactions dynamiques entre les substrats organiques et les micro-organismes. D'autres causes de cette complexité sont, entre autres, la diversité des substrats, celle des micro-organismes, les interactions entre ceux-ci et les paramètres opérationnels [22]. Maximiser les avantages environnementaux et énergétiques de la DA revient donc à maîtriser cette complexité. Cela nécessite de mettre en œuvre des stratégies de contrôle et d'optimisation. Expérimentalement, le contrôle implique d'éviter toutes perturbations éventuelles du processus, optimiser les conditions de fonctionnement pour

maximiser les performances des digesteurs [23]. Cela dit, l'expérience seule ne permet pas d'examiner différents scénarios et conditions en mesure de comprendre tous les mécanismes mis en jeu et de parvenir à optimiser les conditions de fonctionnement et par voie de conséquence la production du biogaz [24, 25]. Ces aspects peuvent, en revanche, être examinés par la modélisation mathématique. Cette dernière peut, dans un cadre théorique, prédire les performances dans de nombreuses situations et contribue à élucider les mécanismes sous-jacents et à identifier les facteurs qui ont une influence sur le processus de la DA [26]. Néanmoins, la modélisation est tributaire de données expérimentales précises et d'hypothèses simplificatrices. L'intérêt de ces dernières est de se concentrer sur les aspects pertinents du processus de la DA pour en réduire la complexité. La fiabilité de ces hypothèses peut être vérifiée, validée et améliorée par l'expérience [27, 28]. C'est ce à quoi nous allons procéder dans le présent travail. En effet, nous allons proposer un modèle mathématique pour simuler les résultats expérimentaux recueillis d'un digesteur d'une capacité de 1200 m³ installé dans la 'STEP' de la papeterie de Kénitra. La STEP traite 4500 m³ d'effluents liquides pollués par jour et produit du biogaz qu'elle valorise en électricité et en chaleur. La STEP vise l'amélioration et l'optimisation de la production de biogaz pour réduire sa facture énergétique et dépolluer au mieux ses effluents. Pour y parvenir, nous examinerons expérimentalement l'impact de quelques paramètres physiques, physico-chimiques et biologiques des effluents en amont et en aval du digesteur sur la production du biogaz. Nous procéderons de même par modélisation mathématique d'une part pour valider notre modèle et d'autre part pour mettre en évidence les paramètres pertinents de la DA des effluents pollués de la STEP.

Cette thèse est structurée en trois chapitres et une conclusion. Le premier chapitre est relatif à une synthèse bibliographique sur le bois, l'extraction de la cellulose du bois, le processus de fabrication de la pâte à papier et à l'utilisation de centrale thermique dans les papeteries. Ce chapitre aborde aussi les rejets liquides pollués de ces dernières et leurs traitements, les fondamentaux de la DA, ses avantages et ses inconvénients, la technologie qui lui est associée et les logiciels et modèles employés pour la simuler.

Le deuxième chapitre est consacré à l'étude du cas de la STEP de la papeterie de Kénitra. Après une introduction, seront présentés la station d'épuration, ses équipements et leur fonctionnement. Ensuite, des mesures recueillies sur site de certains paramètres physiques, physico-chimiques et biologiques, à l'entrée et à la sortie du digesteur, serviront à mettre en évidence leur impact sur la production de biogaz. D'autres mesures prises en amont et en aval des composants de la centrale thermique, utilisant le biogaz produit par la STEP comme combustible, permettront d'évaluer son efficacité et le gain énergétique de la papeterie.

Le troisième chapitre traite de la modélisation de la DA. La première partie de ce chapitre est relative à la formulation mathématique du modèle que nous proposons pour simuler les phénomènes biologiques durant la DA et le comportement hydraulique des effluents dans le

digesteur. Ce modèle, basé sur des équations fondamentales de conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie et du système d'équations du modèle mathématique de production de biogaz, sera adapté à notre cas d'étude par des hypothèses simplificatrices.

Ensuite, les méthodes de résolution des équations du modèle précité seront abordées dans la deuxième partie du chapitre III. La méthode des volumes finis sera utilisée pour discrétiser les équations de conservation, les équations algébriques qui en découlent seront traitées par la méthode de Gauss-Seidel. Les équations de biodégradation seront résolues par la méthode de Runge-Kutta d'ordre 2.

Enfin, dans la dernière partie du chapitre III, seront présentés les résultats de la simulation en l'occurrence la production de biogaz, quelques paramètres physiques, physico-chimiques et biologiques ainsi que l'impact de la concentration en carbone dissout sur certains des paramètres précités.

Les informations principales qui se dégagent de ce mémoire seront données dans la conclusion.

Chapitre I

Synthèse Bibliographique

Partie I.1

Le Papier :

Source, Fabrication et Impact Environnemental de sa production

I.1.A. Introduction

La principale source de matière première pour la fabrication du papier était le bois. Ces dernières années, pour des raisons écologiques et économiques, le recyclage du vieux papier et l'utilisation de celui-ci dans la fabrication du papier, sont de plus en plus courants. Cependant, il est toujours nécessaire d'ajouter de la pâte noble (vierge) pour obtenir un produit fini de bonne qualité [3]. La fabrication du papier n'est pas un procédé propre; elle nécessite l'utilisation de substances chimiques pour sa production [29] et génère d'énormes quantités d'effluents chargés en divers polluants fortement contaminés [2, 15].

Dans cette partie, nous présentons une description succincte du bois, de sa structure cellulaire, de ses constituants et de l'arrangement des parois cellulaires. Ensuite, nous présentons les étapes principales de la fabrication de la pâte à papier et du papier. Nous soulignons également les impacts des rejets liquides des fabriques de pâte à papiers et du papier sur l'environnement. Dans ce contexte, nous abordons les principales filières de traitement des eaux industrielles en mettant l'accent sur celles des traitements des effluents des papeteries y compris les étapes pré et post-digestion anaérobie dans les STEP. Par la suite, nous explorons l'utilisation des centrales thermiques dans les papeteries.

I.1.B. Production mondiale et nationale du papier

La production mondiale de papier est estimée à environ 416 millions de tonnes en 2022, légèrement inférieure à celle de 2018, malgré la résilience relative du secteur due à l'essor du e-commerce. Toutefois, la reprise demeure plus lente que la croissance mondiale, avec une forte reprise en Asie et des difficultés persistantes en Europe. Parmi les principaux producteurs de papier figurent la Chine, les États-Unis, le Japon, l'Allemagne, la Corée du Sud, le Brésil, la Finlande, le Canada, la Suède et l'Italie. Les grandes entreprises du secteur comprennent toujours des noms tels que International Paper, Georgia-Pacific Corp., Weyerhaeuser Corporation aux États-Unis, ainsi que Stora Enso en Finlande et Kimberly-Clark Corp. en Europe. Au Maroc, le marché du papier est dynamisé par une demande constante dans les domaines de l'éducation, de l'emballage et de l'impression, stimulée par la croissance économique et démographique. Malgré la présence de quelques usines locales, le pays demeure largement dépendant des importations, principalement en provenance d'Europe et d'Asie. Environ 20% de la consommation nationale de papier (estimée à 950 000 tonnes en 2021) est produite localement, avec des acteurs majeurs tels que CMCP International Paper, Novatis, Pap-Sac Maghreb et Jeesr Industries, tandis que le reste est importé, principalement d'Europe, d'Asie et des États-Unis.

I.1.C. Le bois : composition et structure

Le bois est constitué d'un ensemble de cellules organisées en divers tissus, assurant des fonctions de conduction, de soutien mécanique, de stockage et de restitution. Il forme la majeure partie du tronc de l'arbre et facilite le transport de l'eau et des nutriments entre les racines et les branches. Principalement composé d'un mélange de trois polymères naturels - la cellulose, la lignine et les hémicelluloses - les proportions de ces composants varient d'une espèce de bois à l'autre (bois feuillus, bois résineux, herbes) et d'une couche de la paroi cellulaire à une autre [30, 31]. Du point de vue mécanique, la disposition structurale de ces polymères à l'intérieur de la paroi cellulaire peut être considérée comme une structure en partie fibrillaire [32]. La paroi cellulaire est constituée de fibrilles de cellulose partiellement liées par une matrice composée de lignine et d'hémicelluloses [33]. Son épaisseur varie en fonction de sa fonction dans l'arbre et se compose de trois parties distinctes : la lamelle moyenne, la paroi primaire et la paroi secondaire (voir figure I.1) [34].

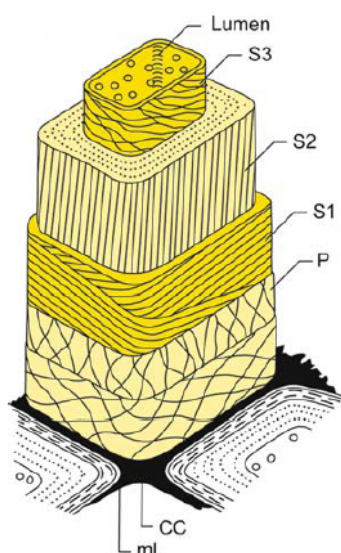


Figure.I.1 : Représentation schématique de la structure de la paroi cellulaire ; S3, S2, S1 couches de paroi secondaire ; P, paroi primaire ; mL, La lamelle moyenne [34].

I.1.C.i. La cellulose

La cellulose est un homopolymère linéaire de formule générale $(C_6H_{10}O_5)_n$, constituée uniquement de D-glucopyranose reliés par des liaisons β -1,4 (Figure.I.2) [31, 32, 35]. Les nombreuses liaisons hydrogènes, intra- et intermoléculaires qu'elle forme lui permettent d'adopter une structure fibrillaire qui lui donne un caractère insoluble dans la plupart des solvants. En revanche, l'hydroxyde de cupriéthylène-diamine est l'un des meilleurs solvants

pour la dissoudre [36–38]. Sa structure fibrillaire, joue un rôle particulièrement important dans la cohésion intermoléculaire, lui confère des propriétés mécaniques exceptionnelles en traction [32]. La cellulose est considérée comme la source de composés organiques renouvelables la plus abondante sur terre [39]. Elle représente environ 30 à 50% en masse de la plante qui fait d'elle le principal constituant des végétaux et en particulier du bois (les fibres du bois) [31, 39]. Une fois prélevé du bois, la cellulose est utilisée soit sous forme de fibres brutes ou de dérivés dans plusieurs applications tel que la fabrication de la pâte à papier, de biocarburant et même d'additifs alimentaires [39, 40].

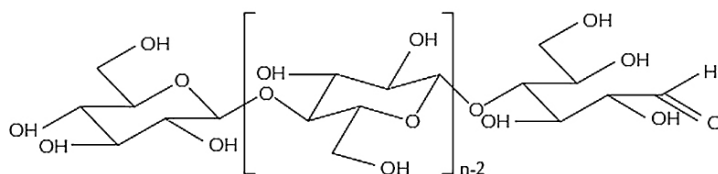


Figure.I.2 : Structure chimique de la chaîne de cellulose [32]

I.1.C.ii. Les hémicelluloses

Les hémicelluloses regroupent l'ensemble des polymères glucidiques non cellulosiques et non pectiques. Ce sont des polymères qui se composent de monomères glucoses, xyloses, mannoses, galactoses, acides uroniques, rhamnoses et/ou arabinoses (Figure.I.3) [39]. Contrairement à la cellulose et la lignine, les hémicelluloses présentent une structure fortement ramifiée, caractérisée par des liaisons courtes, les rendant ainsi plus fragiles que la cellulose en présence d'acides et de bases. Ainsi, elles sont en majorité solubles dans l'eau ce qui permet de les séparer facilement de la cellulose au cours des traitements papetiers [31, 39]. Elles constituent de 15 à 25% en masse de la plante et renforcent la cohésion de la paroi cellulaire en couplant les fibrilles de cellulose à la matrice de lignine [31, 39].

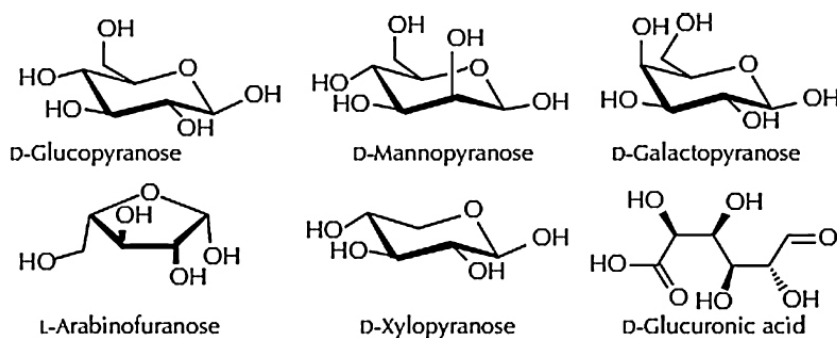


Figure.I.3 : Monomères des hémicelluloses [32]

I.1.C.iii. La lignine

La lignine (les lignines) est un polymère complexe, non linéaire. Il est difficile de connaître sa structure native exacte car celle-ci varie selon l'espèce, l'environnement et l'âge du végétal [41–43]. Elle est généralement issue de la polymérisation de trois alcools phénylpropanoïde appelés aussi les monolignols (*p*-coumarylique (H), coniférylique (G) et sinapylique (S)) (Figure.I.4) [31]. Cette polymérisation conduit respectivement à la formation des monomères *p*-hydroxyphényles (H), guaïacyles (G) et syringyles (S) [35, 42, 44]. Il convient de noter que le coniférylique (G) est présent dans le bois des résineux, tandis que le sinapylique (S) est présent dans celui des feuillus. La lignine est considérée comme la deuxième source de composés organiques renouvelables la plus abondante sur terre [42]. Elle constitue entre 15 et 35% en masse de la plante selon la nature du végétale (bois feuillus, bois résineux, herbes) [39].

La lignine est très résistante à la dégradation biologique [43]. Ce caractère est considéré comme une contrainte dans le processus de la production de pâte à papier, car la séparation totale de la lignine des polysaccharides (la cellulose, les hémicelluloses et les pectines...) est difficile. De même, cette résistance constitue un obstacle lors de la conversion de la biomasse lignocellulosique en éthanol-carburant [41, 43].

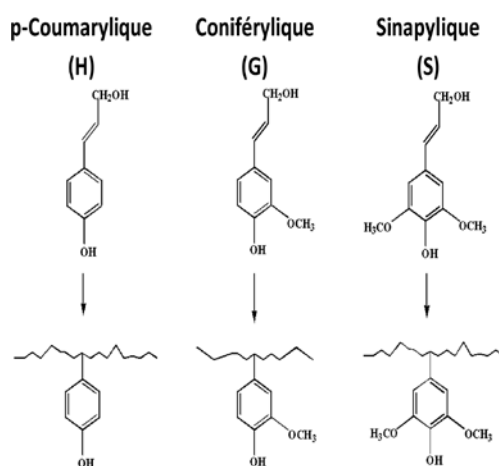


Figure.I.4 : Les trois monomères constitutifs des lignines [31]

I.1.C.iv. Liaisons lignine-polysaccharides

Dans la paroi cellulaire végétale, la lignine est associée aux polysaccharides par des liaisons de type éther, ester, acétal ou glycosidique (Figure.I.5) [45, 46]. Ce type de liaison est appelé complexe lignine-carbohydates (LCC) et il était mis en évidence par ERDMAN en 1866 [38, 45]. Depuis, plusieurs études ont confirmé la présence de ces liaisons mais aucune d'entre elles n'a apporté une preuve directe de la présence de ces liaisons chimiques entre la lignine et les polysaccharides. Très récemment des chercheurs, par application des analyses « HMBC, 2D HSQC-TOCSY et 3D TOCSY-HSQC » sur un résidu de mannose dans le glucomannane, provenant du pin rouge japonais, ont pu pour la première fois identifier la présence d'une liaison

$$\text{CH}_3\text{OH} \quad \text{lignine} \quad \text{CH}_3\text{OH} \quad \text{lignine}$$

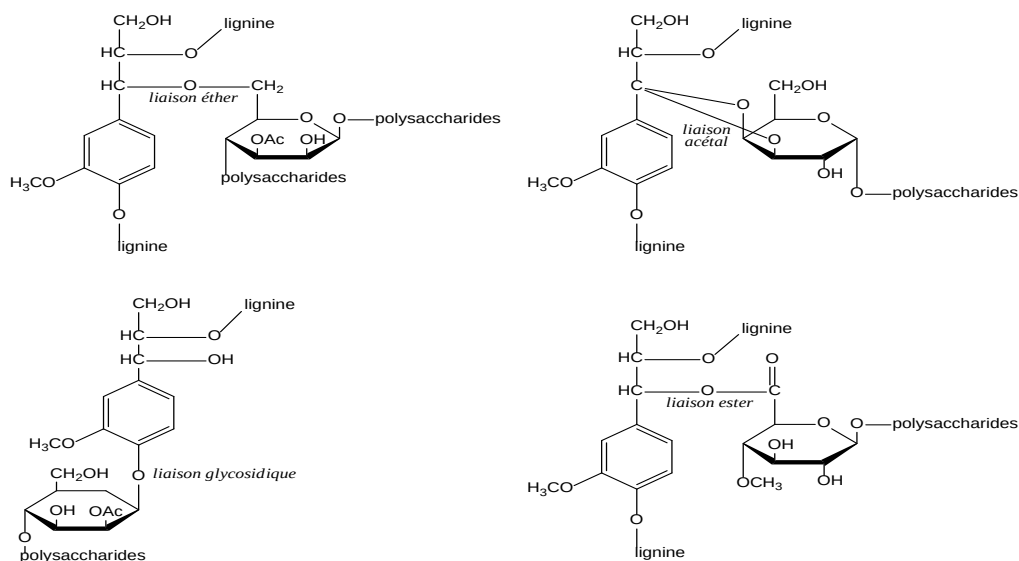


Figure.I.5 : Les différentes liaisons lignine-carbohydrates

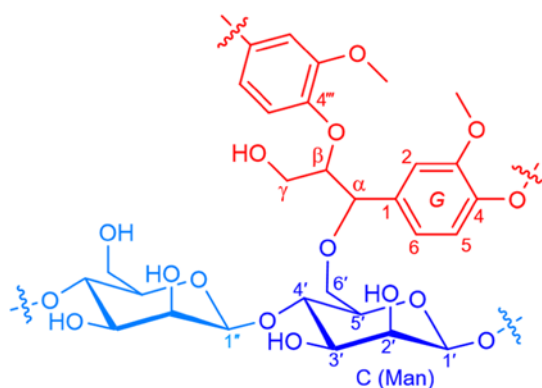


Figure.I.6 : Liaison éther entre la position C-6 du résidu β -mannose dans le glucomannane et la position α de la lignine [47]

I.1.D. Fabrication de pâte à papier

La fabrication du papier commence par l'extraction de la cellulose contenue dans la matière première, puis la transformation de la cellulose en pâte à papier et enfin en papiers proprement dit [48, 49]. Les produits peuvent revêtir plusieurs formes, telles que des papiers d'impression et d'écriture, des papiers à usage sanitaire et domestique, des cartons d'emballages, etc. [50].

Le procédé de fabrication de papier nécessite plusieurs étapes parmi lesquelles : la préparation du bois, la mise en pâte, le blanchiment, le lavage et la formation de la feuille (Figure I.7) [48, 51].

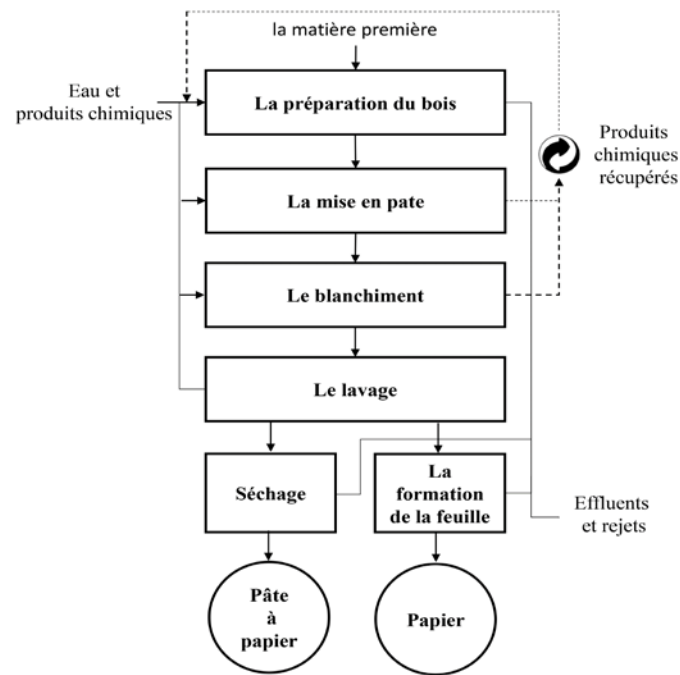


Figure.I.7 : Diagramme du procédé de fabrication de pâte à papier et papier (inspiré de [52]).

I.1.D.i. Préparation du bois

La préparation du bois est la première étape du procédé de fabrication du papier. En effet, les papeteries reçoivent le bois sous différentes formes (tronc, copeaux, billes...). Pour utiliser cette matière première, une phase de lavage, suivie d'une phase d'écorçage et d'une phase de mise en copeaux sont nécessaires [48]. La première phase consiste à nettoyer toutes les impuretés collées au bois telles que la boue et la terre. Dans la deuxième phase l'écorce du bois doit totalement être enlevée, car elle est indésirable pour la préparation de la pâte. Quant à la dernière phase, elle consiste à couper le bois en copeaux, pour qu'il soit prêt à être transformé en pâte [48, 51].

I.1.D.ii. La mise en pâte

En général, les pâtes à papiers sont fabriquées à partir du bois (fibres vierges), du papier recyclé ou des résidus agricoles [50].

Comme déjà mentionné (paragraphe I.1.C, de ce chapitre), le bois est constitué principalement de fibres de cellulose qui sont collées entre elles par une substance appelée lignine. Pour transformer le bois en pâte à papier, ces fibres doivent être séparées les unes des autres afin d'éliminer la majeure partie de la lignine et de l'hémicellulose de la matière première et d'extraire des fibres pures de cellulose [48, 53]. Ce processus est appelé délignification du bois et peut être réalisé par des techniques mécaniques, chimiques ou mi- chimiques selon la matière première utilisée (fibres vierges ou recyclées) et le type de pâte à produire (pâte

mécanique, pâte chimique ou pâte recyclée) [54]. Ces techniques sont présentées sur la figure I.8 et discutées dans ce qui suit.

En fait, Les fibres recyclées sont traitées par des méthodes mécaniques tandis que les fibres vierges sont soumises aux des méthodes mécaniques et chimiques [50].

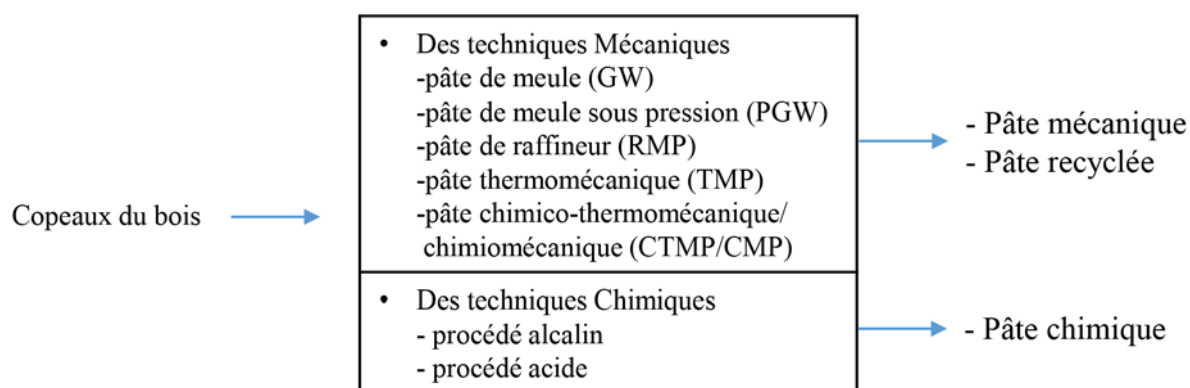


Figure.I.8 : Les différentes techniques de la mise en pâte

I.1.D.ii.a. La pâte mécanique

La pâte mécanique est obtenue en séparant les fibres de bois les unes des autres par l'application d'une énergie mécanique à la matrice du bois. Cette énergie provoque la rupture progressive des liaisons qui relient les fibres entre elles. Cette méthode a un rendement élevé de 90% à 95% car elle conserve la majeure partie de la lignine. Le produit obtenu de cette pâte a des propriétés de résistance acceptables. En revanche, il a une faible qualité et une résistance au vieillissement réduite, ce qui se traduit par une décoloration [52]. Ce type de pâte est utilisé dans la production de papier journal, de papier pour cahier, de papiers pour magazines, papiers de publication/catalogues etc (Tableau I.1) [50, 55].

Tableau I.1 : Utilisation finale de la pâte obtenue par les différents procédés mécaniques

Procédé de fabrication	Utilisations finales
GW, PGW, TMP, RMP	Papiers d'impression et d'écriture et papier journal
CTMP/CMP	Papiers d'impression et d'écriture, papiers à usage sanitaire et domestique et cartons d'emballages

Avec :

GW : Pâte mécanique ; PGW : Pâte mécanique pression ; TMP : Pâte thermomécanique ; RMP : Pâte mécanique raffinée ; CTMP : Pâte chimico-thermomécanique ; CMP : Pâte chimico-mécanique.

I.1.D.ii.b. La pâte chimique

La pâte chimique est produite par un processus de cuisson à haute température et sous haute pression, des conditions qui dépendent des différentes méthodes utilisées pour sa fabrication. Cette pâte est obtenue en mélangeant des réactifs chimiques avec des copeaux de bois dans un immense autoclave appelé « Digester » [48, 52, 54]. L'utilisation combinée de la chaleur, la pression et des produits chimiques permet de dissoudre la lignine, l'hémicellulose, les matières extractibles du bois libérant ainsi les longues fibres de cellulose [50, 55]. Le rendement de la pâte obtenue par ce procédé est d'environ 40 à 50 % de la matière ligneuse originale [52].

Il existe plusieurs méthodes de mise en pâte chimique. Néanmoins, deux principales techniques sont largement utilisées : le procédé alcalin (procédé de mise en pâte au sulfate/Kraft) et le procédé acide (procédé de mise en pâte au sulfite et au bisulfite) [48]. La pâte obtenue par le procédé alcalin est difficile à blanchir c'est pourquoi la pâte non blanchie est utilisée dans la fabrication des emballages, tandis que celle blanchie est employée dans la production de papiers d'impression et d'écriture. En effet, le papier issu de cette pâte a une bonne résistance mécanique [48]. En revanche la pâte obtenue par le procédé acide est plus claire et facile à blanchir. De plus, le papier fabriqué à partir de cette pâte, ayant des caractéristiques mécaniques plus faibles que celui de la pâte alcaline, est utilisé dans la fabrication de papiers d'impression et d'écriture [55].

I.1.D.ii.c. La pâte recyclée

Le papier recyclé ou fibres recyclées regroupe les vieux cartons et papiers récupérés. Ces derniers sont devenus une source importante de fibres cellulosiques pour la fabrication de la pâte à papier [50]. En moyenne, les fibres recyclées sont plus courtes et plus faibles que les fibres vierges, ce qui réduit quelque peu les caractéristiques de résistance du papier ou du carton [56]. Pour remédier à ce problème, certaines papeteries ajoutent aux fibres recyclées une portion de fibres vierges. Les fibres recyclées sont généralement transformées en pâte par des méthodes mécaniques avec un rendement en pâte recyclée de 60 % à 70 % du papier récupéré [50]. Dans le processus de recyclage les fibres recyclées subissent une séparation mécanique et un désencrage chimique pour éliminer les adhésifs, les encres et d'autres impuretés. Les opérations de ce procédé incluent la trituration, l'épuration, le fractionnement, le raffinage et le désencrage [56]. Le produit final obtenu dépend du traitement suivi. La pâte recyclée peut être désencrée puis blanchie pour enlever l'encre, la rendant ainsi plus claire, plus propre et lumineuse. Celle-ci est utilisée dans la fabrication du papier journal, du papier magazine et du papier tissu [50]. En revanche, elle peut également être utilisée sans désencrage pour des applications qui

n'exigent pas une luminosité élevée comme dans la fabrication de carton, carton ondulé et certains tissus [50].

I.1.D.iii. Le blanchiment

Après l'étape de mise en pâte, la pâte obtenue présente une couleur marron car elle contient encore de la lignine. Cette dernière est incolore dans le bois mais elle prend une couleur durant les processus de mise en pâte [50]. Pour fabriquer des cartons et du papier d'une luminosité élevée, le blanchiment est un traitement absolument nécessaire peu importe la méthode de mise en pâte utilisée [57]. Le blanchiment s'effectue à plusieurs étapes avec un ou plusieurs agents chimiques servant à éliminer ou à dissoudre la lignine [50]. Les produits obtenus à partir des pâtes blanchies sont plus blancs, plus brillants, plus souple et plus absorbants que ceux des pâtes non blanchies. Les premiers sont utilisés dans les fabrications qui nécessitent une grande pureté en blancheur, comme les papiers d'impression et d'écriture, tandis que les deuxième seconds sont utilisés dans la production du carton doublure, du carton pour boîtes, des sacs d'épicerie, etc. [50]. Il convient de différencier le blanchiment des pâtes mécaniques de celui des pâtes chimiques et des pâtes recyclées. Le premier est un éclaircissement des pâtes qui se fait par conversion et stabilisation des groupes chromophores colorés sans perte de substance. Le deuxième se fait par délignification et le dernier par une séquence de désencrage complétée par une séquence de délignification (figure I.9) [57]. Une description des principales méthodes utilisées pour le blanchiment des pâtes précitées est donnée sur l'annexe 1. Même si le blanchiment est essentiel il reste pourtant l'étape la plus polluante de tout le processus de fabrication de la pâte à papiers.

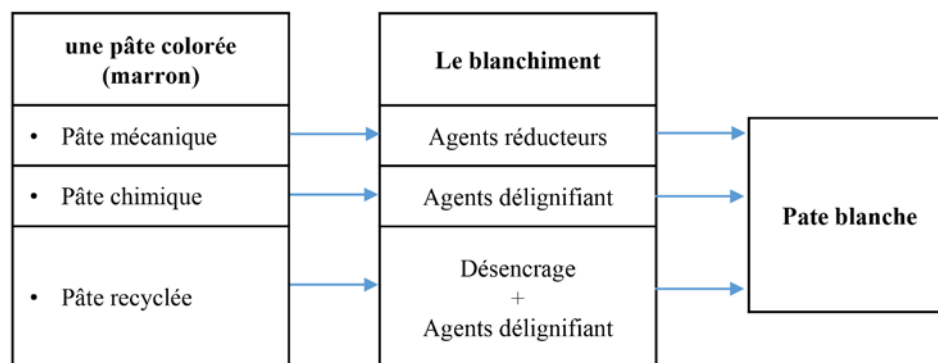


Figure.I.9 : Les différentes méthodes de blanchiment pour chaque type de pâte à papier

I.1.D.iv. Le lavage

Le lavage, aussi connu sous le nom « étape d'extraction alcaline », permet d'extraire la couleur et les agents utilisés lors du blanchiment de la pâte à papier, grâce à un alcali (soude caustique) [51]. Il faut souligner que dans le processus de fabrication de la pâte chimique, celle-ci est lavée à deux reprises. Le premier lavage est appliqué après le processus chimique de mise

en pâte tandis que deuxième, l'extraction alcaline, intervient après l'étape du blanchiment. L'ajout du premier lavage au processus est nécessaire. Compte tenu des grandes quantités de produits chimiques utilisés lors de la fabrication de ce type de pâte, leur récupération est cruciale, car ils interfèrent avec les traitements de production des papiers en aval. Ainsi, ils sont coûteux à remplacer et nocifs pour l'environnement [50].

I.1.E. La formation de la feuille

Cette étape de la fabrication du papier consiste à transformer la pâte obtenue par les traitements précédents en papier ou carton, destiné à l'utilisation dans diverses activités.

Les principes fondamentaux de cette étape reposent sur la préparation d'une suspension diluée de fibres et d'additifs dans l'eau, la formation d'une feuille à partir de la suspension préparée, et enfin l'élimination de l'eau par drainage, pression et évaporation jusqu'à l'obtention d'un substrat approprié [58]. À l'échelle industrielle, ceci se passe selon le procédé suivant (figure I.10) :

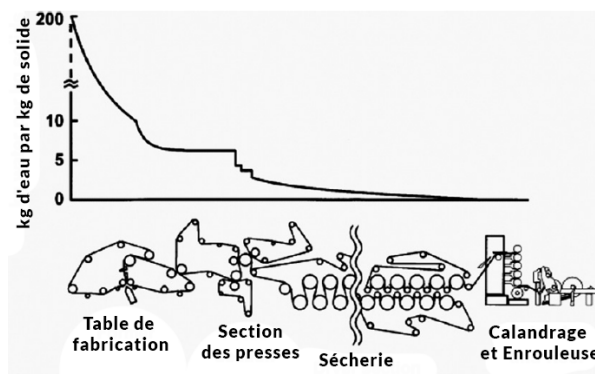


Figure.I.10 : Les étapes de la formation de la feuille et le niveau d'eau en chacune

Caisse de tête : Les fibres (la pâte) sont stockées dans des cuves de grandes capacités situées en tête de la machine, puis pompées et mélangées avec beaucoup d'eau et d'additifs. Ensuite elles sont déversées sur toute la largeur d'une toile d'égouttage en mouvement sans fin. Le rôle de la caisse de tête est de distribuer la bonne quantité de fibres en suspension sur la toile de la machine avec une vitesse appropriée et d'une manière uniforme [60].

Table de fabrication : est constituée d'une toile, son rôle est de transporter les fibres à la section des presses et d'éliminer, à travers la toile, une grande partie de l'eau qui a servi à véhiculer les fibres [60, 61]. L'égouttage se fait d'une manière libre et/ou sous vide. Sous l'effet de la gravité, l'eau en excès est évacuée de la feuille à travers les fentes de la toile. Cependant, l'effet de gravité seul ne suffit pas pour assurer l'égouttage complet. Ainsi, la feuille passe au-dessus de caisses aspirantes qui permettent d'évacuer une partie de l'eau restante sous l'effet du vide [58].

Section des presses et essorage mécanique : La section des presses est constituée d'une presse rotative et d'une presse à sabot qui permettent, par pression et sous l'action du vide, d'extraire le maximum d'eau possible avant d'arriver en sécherie [58]. L'eau contenue dans la feuille à la sortie de la toile est éliminée lors du passage par une presse. Après l'essorage subi à la section des presses, la teneur en eau de la feuille est généralement d'environ 60% – 65% [59, 62].

La sécherie : Lors du séchage, la feuille passe à travers un séchoir composé de plusieurs cylindres rotatifs, chauffés à la vapeur [59]. Cette étape de séchage favorise l'évaporation de l'eau restante par transfert de chaleur et de masse, permettant ainsi une siccité de 90% ou plus selon le grade et les propriétés souhaitées, en utilisant la chaleur et l'air [59]. À la sortie du séchoir, le papier est pratiquement sec.

Le calandrage et l'enrouleuse : La feuille qui sort de la section de séchage présente une surface rugueuse. Elle passe alors à travers la calandre pour adoucir, comprimer et lisser sa surface [59]. A l'extrémité de la machine, la feuille séchée et calandree est enroulée autour d'un mandrin jusqu'à la constitution d'une bobine de grand diamètre appelé 'bobine mère' [59].

Le façonnage : Les bobines provenant de la machine sont découpées en bobines plus petites 'filles', expédiées vers les ateliers de presse pour être transformées en un produit final selon les caractéristiques désirées par le client [59].

I.1.F. Composition des rejets liquides des papeteries et leur impact environnemental

Les procédés de mise en pâte et de fabrication des papiers consomment de grandes quantités d'eau, qui réapparaissent sous forme d'effluents. Ces derniers contiennent plus de 250 produits chimiques, en quantité significative, acquis tout au long de la chaîne de production. Ces substances sont polluantes et nocives pour l'environnement [63]. Il s'agit principalement des matières en suspension (MES), des matières organiques, des composés inorganiques, des traces des biphényles polychlorés (BPC), des composés phénoliques, des composés organochlorés, des substances nutritives, des métaux lourds etc., [52, 64, 65]. La figure I.11 présente les différents éléments impliqués dans la fabrication du papier et les types de matières rejetées. Le tableau I.2 répertorie les différents polluants présents dans les effluents tout au long du processus de fabrication de la pâte à papiers et du papier.

Les données du tableau I.3 [65] indiquent une différence significative dans la composition chimique des effluents provenant des opérations de fabrication de pâte à papier par rapport à celles de la formation de papier (tableau I.3). Cette disparité est due au caractère des substrats utilisés (fibre vierge, papier recyclé...), à la diversité des méthodes de mise en pâte et de

fabrication du papier, ainsi qu'à l'utilisation des produits chimiques variés dans ces processus [54].

Malgré les efforts déployés pour réduire l'usage de produits chimiques nuisibles à l'environnement, lors des étapes de mise en pâte, de blanchiment, de lavage et de formation de la feuille, les papeteries ont un impact très négatif sur l'environnement. C'est pourquoi le traitement de leurs effluents est impérativement nécessaire.

Tableau I.2 : Polluants présents dans les effluents durant les différentes étapes du processus de la fabrication de la pâte à papiers et de papiers [52].

Étapes du processus	Polluants
La préparation du bois	Des matières en suspension, de la DBO, de la saleté, des particules, des fibres, etc.
La mise en pâte	Les produits chimiques pour la cuisson, ainsi que la lignine et d'autres substances extractives du bois, des résines, des acides gras, des colorants DBO, DCO, AOX, COV (terpènes, alcools, phénols, méthanol, acétone, chloroforme, etc.).
Le lavage	Un pH élevé, la DBO, la DCO, les solides en suspension et elle se caractérise par une couleur brun foncé
Le blanchiment	La lignine, des glucides, du colar, de la DCO, de l'AOX et des composés chlorés inorganiques tels que le chlorate de ClO, des composés organochlorés tels que les dioxines, les furannes, les chlorophénols, des composés organiques tels que l'acétone, le chlorure de méthylène, le sulfure de carbone, le chloroforme, le chlorométhane, trichloroéthane, etc.
La formation de la feuille	Des déchets particulaires, des composés organiques, des colorants inorganiques, de la DCO, etc.

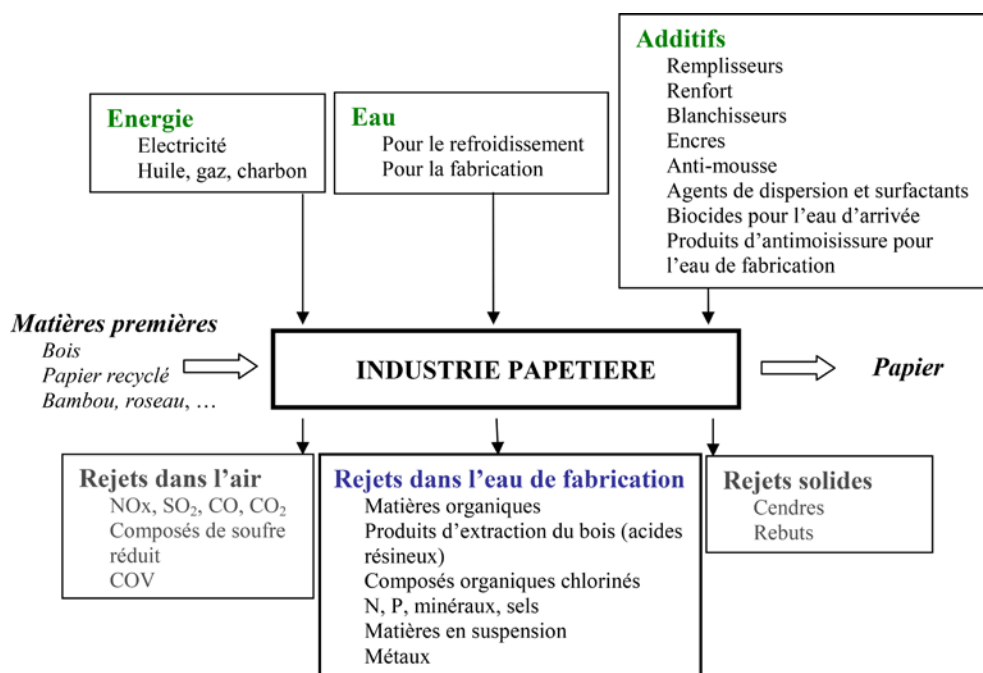


Figure.I.11 : Les matières utilisées et celles rejetées par les papeteries [64]

Tableau I.3 : La composition des effluents issus des procédés de la mise en pâte à papiers et de la fabrication des papiers [65].

Procédé	La mise en pâte mécanique et chimique		La fabrication du papier et de du papier recyclé	
Composition des effluents (concentration en $mg.l^{-1}$)	DCO	500– 115000	DCO	480– 4450
	<i>pH</i>	6.3– 6.8	<i>pH</i>	6.1– 8.3
	Lignine	11000– 25000	Chlorures	80– 980
	Sulfate	3– 5100	Sulfates	241
	Sulfite	50– 4800	Phosphates	155– 470
	Sulfures	1– 270	Acides gras volatils	950
	Acide acétique	235– 10400	Acide acétique	200
	Acides	3.2– 550	Acide propionique	98
	résiniques	13.9– 38.5	Acide butyrique	36
	Chlorures	5	Les polyphénols	48
	Acide totale	17 – 800	Particules solides dissoutes	395– 2500
	Phénols	0 – 1000	Cellulose	1200
	Peroxyde	0– 1140		
	Furfural	0,1 – 25000		
	Terpènes	0 – 18		
	Propanol-2	90 – 12000		
	Méthanol	0 – 3200		
	Éthanol	4.3 – 5.2		
	Acide abiétique	5,3 – 14,5		
	Acide oléique	2.2		
	β-Sitostérol	17– 27		
	Ca ²⁺	2730		
	Tannins			

I.1.F.i. Traitement des effluents liquides pollués des papeteries

Dans le paragraphe « I.1.F » de ce chapitre, nous avons abordé la composition des rejets liquides des papeteries. Compte tenu de leur degré de contamination, leur dépollution est essentielle pour réduire leur pollution et, par voie de conséquence, minimiser leur impact sur l’environnement. Pour y parvenir, de nombreux traitements sont nécessaires et se font dans des STEP.

Les effluents liquides des papeteries subissent généralement un traitement primaire suivi d’un traitement secondaire (annexe 2). Le premier est un traitement physico-chimique, relatif à une clarification, réalisée par sédimentation ou flottation (annexe 2). Il permet l’élimination de plus de 80% de matière en suspension (MES) ainsi qu’une partie de la matière organique (DCO, DBO) [54, 64, 66]. Le deuxième est un traitement biologique d’épuration aérobie et/ou anaérobie [67]. Il est effectué par des procédés tels que les boues activées, le lagunage ou encore les bioréacteurs. Il vise à éliminer la majeure des composés organiques biodégradables jusqu’à 90% de la DCO et 99% de la DBO [54, 64]. Ces traitements permettent de réduire

considérablement différents types de boues et de déchets solides en suspension générés par les usines papetières, que ce soit au niveau de la mise en pâte ou de la formation de la feuille.

I.1.F.ii. Types, compositions et traitements des boues dérivées des traitements des effluents liquides des papeteries

Les papeteries génèrent plusieurs types de boues qui nécessitent une gestion appropriée. Certaines provenant de la chaîne de fabrication de la pâte à papier, tandis que d'autres sont issues du processus de dépollution des effluents liquides [68]. Dans la suite, nous nous concentrons sur les boues primaires et biologiques.

Les boues primaires dérivant des papeteries sont composées de matières organiques et inorganiques telles que la cellulose, l'hémicellulose, la lignine, le sable, des revêtements et des composants métalliques (tableau I.4) [14, 69, 70]. En ce qui concerne les boues biologiques, elles contiennent des composés non biodégradables, de micro-organismes et d'autres résidus des procédés de production de pâte à papier et papiers, variant selon les composants des effluents et les traitements appliqués (tableau I.4) [14, 69, 70].

Ces boues font également l'objet de processus de dépollution appliqués pour minimiser leur impact sur l'environnement. Elles sont donc déshydratées, stabilisées et soumises à des traitements biologique et chimique biologiquement et chimiquement. Ensuite, les boues valorisables le sont, tandis que les autres sont éliminées dans des décharges contrôlées.

Tableau I.4 : Composition des boues de pâte et de papier [71]

Paramètre	Boues primaires	Boues biologiques
<i>Total des solides secs (% TS)</i>	1.5 – 6.5	1.0 – 2.0
<i>Solides volatils (% TS)</i>	51 – 80	65 – 97
<i>Teneur en cendres (% TS)</i>	20 – 49	12 – 41
<i>N (% TS)</i>	0.1 – 0.5	3.3 – 7.7
<i>P (% TS)</i>	–	0.5 – 2.8
<i>pH</i>	5 – 11	6.0 – 7.6
<i>Pouvoir calorifique (MJ/kg – base sèche)</i>	14 – 20	22 – 25
<i>Glucides (%VS)</i>	–	0 – 23
<i>Protéines (%VS)</i>	–	22 – 52
<i>Lipides (%TS)</i>	–	2 – 10
<i>Cellulose (%TS)</i>	36 – 45	19 – 27
<i>Lignine (%TS)</i>	20 – 24	36 – 50

I.1.G. Conclusion

Nous avons présenté dans cette partie une description du bois, de sa composition et toutes les étapes de fabrication de pâte à papiers et papiers à partir de celui-ci. Tout au long de la chaîne de production, l'eau est indispensable. A la fin du processus, les papeteries se retrouvent avec des effluents liquides et des boues hautement pollués, nécessitant une dépollution via la combinaison de traitements physiques, chimiques et biologiques. Tous ces traitements sont décrits dans l'annexe 2.

Dans la partie suivante, nous nous intéresserons particulièrement au traitement biologique de ces effluents par DA.

Partie I.2

La Digestion Anaérobie :

Fondamentaux et Technologies associées

I.2.A. Introduction

La DA est un phénomène biologique qui se déroule naturellement dans des milieux dépourvus d'oxygène, où les micro-organismes décomposent la matière organique en produits finaux notamment le biogaz et le digestât. La DA se produit dans les sédiments des lacs et des rivières, dans les fosses septiques, dans les décharges et dans des installations dédiées à cet effet telles que les digesteurs anaérobies [72–74].

Nous présentons ci-dessous un bref historique de la DA, ses avantages et ses inconvénients, ses principales étapes, les paramètres physico-chimiques et biologiques qui influent son déroulement, les micro-organismes impliqués, ainsi que les technologies qui lui sont associées.

I.2.B. Bref historique de la DA

Les origines de la DA remontent à l'Antiquité, où les déchets organiques étaient décomposés à l'aide de méthodes rudimentaires basées sur l'observation du processus. La reconnaissance scientifique du processus est survenue plus tard. En 1776, VOLTA découvrit le méthane en remarquant son émanation d'un marais [75]. Il réalise qu'il pouvait s'enflammer initiant ainsi son potentiel comme source d'énergie renouvelable. Les processus microbiologiques associés à la DA ont depuis suscité un intérêt continu de la part des chercheurs. Au XIXe siècle, les travaux de pionniers tels que LOUIS PASTEUR et ROBERT KOCH ont jeté les bases de la microbiologie moderne, ouvrant ainsi la voie à de nouvelles avancées [76, 77]. En effet, la DA a progressé d'une méthode traditionnelle à une technologie contemporaine largement adoptée, proposant des solutions novatrices pour relever les défis environnementaux et énergétiques. Les premières applications industrielles de la digestion anaérobie ont vu le jour en Allemagne au début du XXe siècle, marquant le début de son expansion mondiale. Au fil du temps, la digestion anaérobie s'est diversifiée, trouvant des applications dans divers domaines tels que l'agriculture, l'agroalimentaire, le traitement des eaux usées et la gestion des déchets. De plus, les avancées dans la conception des digesteurs, les méthodes de contrôle des processus microbiologiques et le développement des technologies de valorisation du biogaz ont permis d'améliorer l'efficacité et la rentabilité des installations de DA. Grâce à ces progrès, la digestion anaérobie est devenue un outil polyvalent pour la valorisation des déchets organiques, la production d'énergie renouvelable, la fabrication de bioproduits et la réduction des émissions de gaz à effet de serre [72–74].

I.2.C. Utilités et inconvénients de la DA

Quelle que soit l'origine de la matière biodégradable, elle offre de nombreux avantages sur le plan environnemental, énergétique et économique. En effet, la DA représente une avancée

majeure dans le traitement et la gestion des déchets solides et liquides, répondant ainsi aux préoccupations environnementales [78]. Dans les papeteries, la DA des effluents permet de réduire significativement la matière organique, ce qui se traduit par une diminution du volume des déchets solides et par une baisse de la DCO et de la DBO des eaux usées, tout en produisant des quantités conséquentes des boues [71, 79]. La DA contribue à réduire les odeurs et les volatils dégagés lors de la décomposition de la biomasse et à éliminer la propagation des insectes, de réduire les pathogènes, les virus, les protozoaires et autres organismes par la présence d'acides organiques, et aussi par les températures élevées en particulier en conditions thermophiles limitant ainsi les émissions de dioxyde de carbone et d'autres gaz à effet de serre [12, 78, 79]. Les composés volatils sont transformés en produits finaux inodores tels que le méthane et le dioxyde de carbone.

Par ailleurs, la DA est considérée comme une ressource énergétique qui transforme les déchets précités en énergie renouvelable. Elle permet de produire, un gaz riche en méthane, le biogaz qui peut être valorisé sous forme d'électricité, de chaleur, etc... ce qui constitue l'un des avantages significatifs de la DA par rapport aux autres formes de production de bioénergie [78]. Le méthane étant un puissant gaz à effet de serre, sa combustion pour produire de l'énergie empêche qu'il soit émis dans l'atmosphère. Pour évaluer le bilan carbone du biogaz, il faut tenir compte des émissions associées à sa production, son stockage, son transport, sa purification et sa combustion [80, 81].

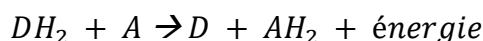
En plus du biogaz, la DA produit également un résidu de digestion, le digestât, qui peut être utilisé comme engrais ou conditionneur de sol [12]. Sur le plan économique, la DA présente plusieurs avantages en permettant la production de l'électricité, la réduction des coûts de traitement des déchets et la génération de revenus grâce à la commercialisation de l'énergie excédentaire et du digestât (engrais). De plus, elle réduit le recours aux combustibles fossiles nécessaires à la production commerciale d'engrais [12, 82, 83]. En comparaison avec d'autres techniques, la DA nécessite également moins d'espace, ce qui est un avantage en termes d'empreinte spatiale dans les installations industrielles [71].

Cependant, malgré ces nombreux avantages, la DA présente également des inconvénients. Les principaux inconvénients incluent le coût initial élevé de l'installation et la période de démarrage prolongée du processus [12, 84]. De plus, la DA nécessite une surveillance et un contrôle attentifs en raison de l'instabilité potentielle du système et des risques d'explosion des gaz produits, le colmatage des conduites de gaz, la corrosivité et l'intoxication liées à la présence de H_2S , ainsi que les défis associés aux opérations de nettoyage des digesteurs [12, 85].

I.2.D. Microbiologie de la digestion anaérobie

Le déroulement biochimique de la digestion anaérobie, nécessite quelques concepts fondamentaux en biologie que nous donnons ci-après.

Les micro-organismes sont des organismes vivants, monocellulaires capables de se reproduire par division cellulaire. Ils tirent leur matière et leur énergie de l'environnement. Avec les bonnes conditions de température, de *pH*, de disponibilité de l'eau, d'oxygène pour certains types de micro-organismes, ainsi que d'une source d'énergie, les micro-organismes peuvent se reproduire et atteindre une taille particulière [86]. Les micro-organismes ont besoin, pour leur propre métabolisme, d'une source de carbone pouvant être obtenue à partir de matière organique ou de dioxyde de carbone [87, 88], ainsi que d'une source d'énergie procurée soit par photosynthèse (phototrophie), soit par des réactions biochimiques d'oxydoréduction (chimiotrophie) [88, 89]. Dans les procédés de traitement biologique, les micro-organismes obtiennent le carbone et l'énergie nécessaires à la production de nouveaux tissus cellulaires par la dégradation du substrat. Plus précisément, ils absorbent l'énergie libérée lors des réactions d'oxydoréduction, un processus endergonique [88]. Ces réactions impliquent un transfert d'électrons entre un donneur d'électrons (réducteur) et un accepteur d'électrons (oxydant). Lorsque le donneur d'électrons est oxydé, l'accepteur d'électrons, qui peut être un composé organique ou inorganique, est réduit [88]. Ces réactions se déroulent comme suit :



L'agent donneur d'hydrogène (H_2) subit alors une oxydation en D avec libération d'énergie, tandis que l'agent accepteur d'hydrogène A , subit une réduction en AH_2 avec libération d'énergie.

I.2.E. Etapes de la digestion anaérobie

La DA a tout d'abord été représentée par l'étape de méthanogenèse seule, puis l'étape d'hydrolyse a été prise ajoutée suivie de l'acidogénèse et enfin de l'acétogénèse. Ces étapes sont depuis présentées dans l'ordre suivant : hydrolyse, acidogénèse, acétogénèse et méthanogenèse illustrées sur la figure I.12. Chaque étape a sa propre flore microbienne et les produits d'une étape servent de substrats à l'étape suivante ou les étapes ultérieures [27, 90, 91].

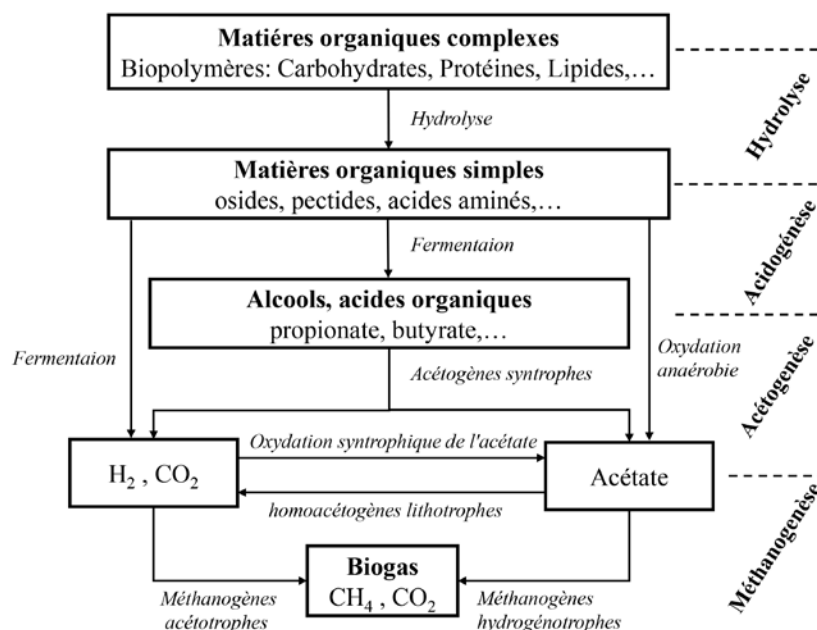


Figure.I.12 : Les quatre étapes de la digestion anaérobie

I.2.E.i. Hydrolyse

L'hydrolyse marque le début du processus de la DA où les micro-organismes hydrolytiques décomposent les molécules complexes et à haut poids moléculaires, telles que les polysaccharides, les hydrates de carbone, les protéines, les lipides..., en molécules plus simples comme les monosaccharides, les acides aminés, les sucres et les acides gras, etc... [27, 28, 92]. Au cours de cette phase, les micro-organismes sécrètent des enzymes extracellulaires pour hydrolyser la fraction soluble des polymères tandis que l'hydrolyse de la fraction non soluble se produit en deux étapes : d'abord les microorganismes colonisent la surface des particules, puis ils sécrètent des enzymes pour hydrolyser la fraction non soluble [92–94]. Dans ce qui suit, nous présentons les produits d'hydrolyse de quelques substrats :

- L'hydrolyse des hémicelluloses et des pectines produit du glucose, du xylose, du mannose et de l'arabinose. Quant à la cellulose, elle se décompose en cellobiose et glucose (Figure.I.13) [78].

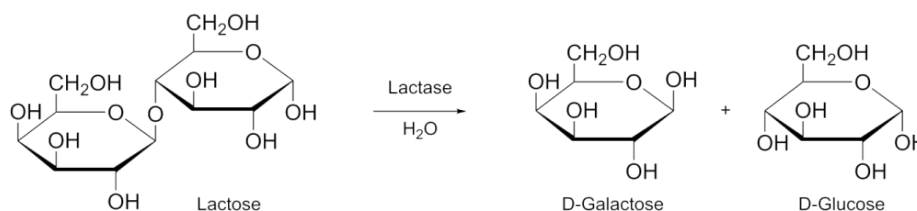


Figure.I.13 : Hydrolyse d'un polysaccharide en galactose et en glucose.

- L'hydrolyse des triglycérides les décompose. Ils sont généralement en acides gras et en glycérol (Figure.I.14) [78].

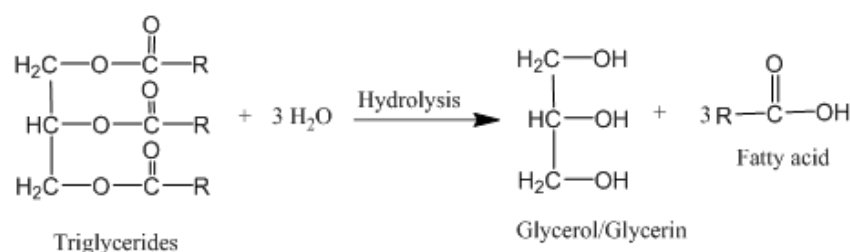


Figure.I.14 : Hydrolyse d'un triglycéride en glycérol et acides gras.

- Pour l'hydrolyse des protéines, les liaisons peptidiques sont converties en acides aminés (Figure.I.15) [78].

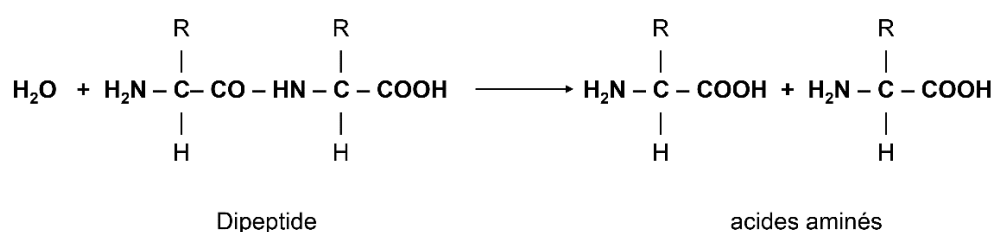
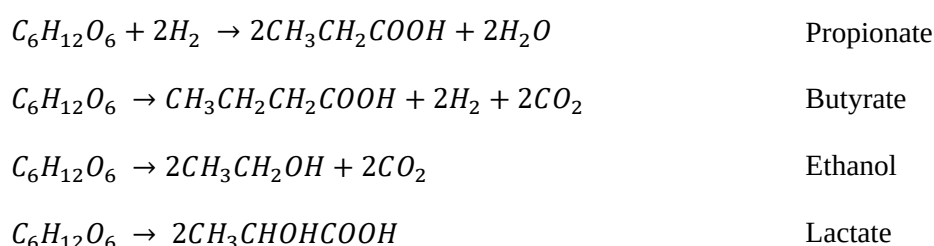


Figure.I.15 : Hydrolyse d'une protéine en acides aminés.

I.2.E.ii. Acidogénèse

L'acidogénèse constitue la deuxième étape du processus de la DA au cours de laquelle les produits de l'hydrolyse sont décomposés par des micro-organismes acidogènes en acide gras volatils (AGV), en alcools, en hydrogène, en dioxyde de carbone et en eau [27, 28]. Cette phase est la plus rapide de toutes les autres étapes de la DA en raison du taux de croissance très élevé des bactéries qui y interviennent. Ces dernières peuvent être anaérobies facultatives (Acétobacter ou Streptococcus) ou strictement anaérobies (Clostridium). Il est important de noter que l'accumulation de composés intermédiaires produits pendant l'acidogénèse tel que l'acétate ou l'hydrogène peut bloquer l'action des microorganismes des phases d'acétogénèse et de méthanogénèse entraînant ainsi l'inhibition du processus de la DA [28]. Les réactions de dégradation du glucose pendant la phase d'acidogénèse sont présentées à titre d'exemple [28] :



I.2.E.iii. Acétogénèse

L'acétogénèse représente la troisième étape du processus de DA. A ce stade, les produits des deux phases précédentes sont réduits en acétate, en hydrogène et en dioxyde de carbone. Cette conversion est assurée par des microorganismes qui se reproduisent à un rythme plus lent que celui des autres micro-organismes impliqués dans la DA. Ces micro-organismes regroupent deux types de bactéries acétogènes [28] ; les acétogènes syntrophes qui produisent de l'acétate et de l'hydrogène à partir des métabolites issus de l'acidogénèse tels que le propionate, le butyrate, l'éthanol et le lactate (Tableau I.5) [28]. les acétogènes non-syntrophes, parmi lesquels les homoacétogènes lithotrophes consomment le CO_2 et produisent de l'acétate, tandis que les homoacétogénèses fermentatives dégradent le glucose en acétate (Tableau I.6) [27, 28].

Tableau I.5 : Réactions d'acétogénèse avec production de dihydrogène et de formiate, et énergies libres associées [28].

Substrat utilisé	Réaction	$\Delta G_o(kJ)$
Propionate	$CH_3CH_2COOH + 2H_2O \rightarrow CH_3COOH + 3H_2 + CO_2$	+76,1
	$CH_3CH_2COOH + 2H_2O + 2CO_2 \rightarrow CH_3COOH + 3H_2 + 3HCOOH$	+82
Butyrate	$CH_3CH_2CH_2COOH + 2H_2O \rightarrow 2CH_3COOH + 2H_2$	+48,1
	$CH_3CH_2CH_2COOH + 2H_2O + 2CO_2 \rightarrow 2CH_3COOH + 2H_2 + 2HCOOH$	+55,2
Ethanol	$CH_3CH_2OH + H_2O \rightarrow CH_3COOH + 2H_2$	+ 9,6
Lactate	$CH_3CHOHCOOH + H_2O \rightarrow CH_3COOH + 2H_2 + CO_2$	- 4,2

Tableau I.6 : Réactions Homoacétogénèses lithotrophe et fermentative [28].

Homoacétogénèse lithotrophe	$CO_2 + 2H_2 \rightarrow CH_3COOH$
Homoacétogénèse fermentative	$C_6H_{12}O_6 + 2H_2O \rightarrow 2CH_3COOH + 2CO_2 + 4H_2$
	$C_6H_{12}O_6 \rightarrow 3CH_3COOH$

I.2.E.iv. Méthanogénèse

La Méthanogénèse est la dernière étape du processus de la DA. Durant cette phase, l'acide acétique est converti en méthane et en gaz carbonique, tandis que le gaz carbonique et l'hydrogène se transforment également en méthane. Dans le premier cas, la réaction fait appel aux bactéries hydrogénotrophes appelées hydrogénophiles et dans le second, aux bactéries acétotrophes appelées acétoclastes [28].

Les méthanogènes acétotrophes utilisent l'acide acétique comme substrat et le transforme en méthane selon la réaction suivante [27, 84] : $CH_3COOH \rightarrow CH_4 + CO_2$

Le méthane produit par ces méthanogènes représente 65 à 70% du méthane produit par tout le processus [27].

Quant aux méthanogènes hydrogénotrophes, ils transforment le dioxyde de carbone et l'hydrogène en méthane selon la réaction suivante [27, 84] : $CO_2 + 4H_2 \rightarrow CH_4 + 2H_2O$

Les méthanogènes et les acidogènes ont des intérêts mutuels. L'utilisation de l'hydrogène par les méthanogènes, à ce stade, permet de maintenir une pression d'hydrogène extrêmement basse. Par conséquent, la formation de produits intermédiaires de fermentation tels que le propionate et le butyrate par les acidogènes diminue, et l'équilibre de la réaction de fermentation tend à la formation de substrats méthanogènes, à savoir l'acétate, le dioxyde du carbone et le formiate. En revanche, une pression partielle d'hydrogène élevée favorise la formation de propionate et de lactate et d'éthanol. Un déséquilibre à ce stade peut entraîner à une réduction de l'absorption d'hydrogène, une accumulation d'acides gras volatils, un ralentissement de la formation d'acétate par acétogénèse et une baisse de la valeur du *pH*. Ces conditions peuvent également causer l'inhibition du processus [10, 27, 88]. Les microorganismes impliqués dans la méthanogénèse, les archées ou méthanogènes, se caractérisent par des taux de croissance maximale faibles et une forte sensibilité au *pH* [27, 95].

I.2.F. Les micro-organismes de la DA

Comme mentionné dans la section précédente, le processus de la DA fait intervenir divers groupes de micro-organismes [82, 95]. Ces derniers sont présentés dans le tableau I.7 et la figure I.12 et ils sont classés comme suit : Les bactéries hydrolytiques et fermentatives, les bactéries acétogènes et les bactéries méthanogènes (archées).

I.2.G. Température de la DA

La DA peut se faire dans trois régimes thermiques différents, en fonction des micro-organismes qui y sont associés, à savoir les psychrophiles (*moins de 30°C*), les mésophiles (*de 25 à 40°C*) et les thermophiles (*50 à 65°C*). Chaque type de micro-organismes mentionné possède une de température optimale de croissance et d'activité (Figure.I.16 et Tableau I.8).

La DA en conditions psychrophiles, autrement dit à température ambiante, est généralement peu productive à cause de la faible croissance des microorganismes. En revanche, ces derniers sont plus actifs en régimes mésophiles et thermophiles [96, 97] (Figure.I.16). Les microorganismes mésophiles tolèrent des variations de température de 2 à 3°C par jour tandis

que les microorganismes thermophiles ne tolèrent que des variations de température inférieures à 1°C par jour [98]. Compte tenu de la sensibilité des microorganismes thermophiles à la température et de la demande énergétique nécessaire à leur développement et leur activité, le mode mésophile est le plus couramment utilisé à l'échelle industrielle [99]. Une comparaison entre les régimes mésophiles et thermophiles est donnée sur le tableau I.9.

Tableau I.7 : Exemples de groupes microbiens dominants dans les processus de DA [82]

Etape de DA	Groupe microbien	Substrats	Produits	Exemples de bactérie
Hydrolyse et acidogénèse	Bactéries hydrolytiques et fermentatives	<i>Cellulose</i> <i>Hémicelluloses</i>	<i>Cellobiose</i> <i>Des hexoses</i> <i>Pentoses</i> <i>Acide acétique</i> <i>Éthanol</i> <i>CO₂</i>	<i>Phylum Firmicutes et Bacteroidetes.</i> <i>Acetivibrio</i> <i>Bacteroides</i> <i>Clostridium</i> <i>Ruminococcus</i> <i>Thermotoga</i>
		<i>Protéines</i>	<i>Peptides acides aminés</i>	<i>Phylum des Protéobactéries</i>
Acétogénèse	Syntrophes	<i>Propionate</i> <i>Butyrate</i>	<i>Acétate</i> <i>H₂</i> <i>CO₂</i>	<i>Syntrophomonas</i> <i>Smithella</i> <i>Synergistes</i>
	Syntrophique (Bactéries oxydantes à l'acétate)	<i>Acétate</i>	<i>H₂</i> <i>CO₂</i>	<i>Clostridium</i> <i>Thermotoga lettingae</i> <i>Thermacetogenium</i> <i>Phaeum</i>
	Homoacétogènes	<i>H₂</i> <i>CO₂</i>	<i>Acétate</i>	<i>Acetobacterium</i>
Méthanogénèse	Méthanogènes acétotrophes	<i>Acétate</i>	<i>CH₄</i> <i>CO₂</i>	<i>Methanosaeta</i> <i>Methanosarcina</i>
	Méthanogènes hydrogénotrophes	<i>H₂</i> <i>CO₂</i>	<i>CH₄</i>	<i>Methanosarcina</i> <i>Methanobacteriales</i> <i>Methanospirillum</i> <i>Méthanoculleus</i>

Tableau I.8 : Classement des bactéries selon le régime de température [97].

Régime thermique	Psychrophile	Mésophile	Thermophile
Température (°C)	Moins de 30	30 – 40	50 – 60
Température optimale (°C)	Entre 12 et 18	35	55

Tableau I.9 : Comparaison des régimes mésophiles et thermophiles [27, 99]

	Avantages	Inconvénients
Régime mésophile	- Faible consommation d'énergie - Faible production d'ammoniaque - Charge organique supportée plus importante - Grande stabilité des réacteurs	- Hygiénisation limitée - Rendement de dégradation moyen - Digestion assez lente (temps de séjour augmenté)
Régime thermophile	- Stabilité face à la baisse de pH - Hydrolyse accélérée de la biomasse - Digestion rapide (temps de rétention réduit) - Meilleure dégradation des substrats - un taux de production de biogaz élevé - Plus grande hygiénisation (destruction efficace des agents pathogènes) - Phase de lancement plus aisée	- la sensibilité aux variations de température - Consommation d'énergie élevée en raison des températures élevées - Accumulation d'acides organiques plus importante - Taux de croissance des microorganismes ralenti - Charge organique applicable moins importante

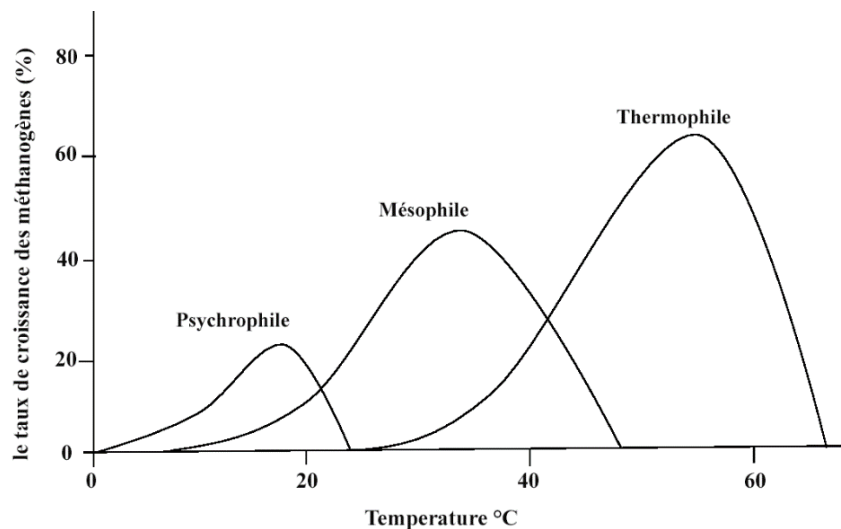


Figure.I.16 : Evolution du taux de croissance des méthanogènes avec la température

I.2.H. Paramètres physico-chimiques et biologiques affectant la DA

La DA est un processus biologique complexe qui dépend non seulement de la diversité microbienne, mais également de plusieurs paramètres physiques, physico-chimiques et biologiques. Ces paramètres doivent être contrôlés afin de fournir les conditions nécessaires à la croissance des micro-organismes et, par conséquent, garantir le bon déroulement de la DA pour obtenir une production optimale du biogaz [97, 100, 101]. Nous donnons ci-dessous quelques informations sur l'effet de ces paramètres sur la DA.

I.2.H.i. Effet de la température

La température au sein du digesteur doit être maintenue quasi-constante pour garantir un bon déroulement des processus physico-chimiques et biologiques de la DA. En effet, l'activité des différents micro-organismes impliqués dans la DA est très sensible aux variations de la température. D'ailleurs, comme il a déjà été précisé, les mésophiles tolèrent des variations de 2 à 3°C par jour et les thermophiles moins de 1°C par jour, avec une activité optimale à des valeurs spécifiques indiquées dans le tableau I.8. Concernant la phase gazeuse de la DA, les variations de température peut avoir des conséquences négatives sur la production de biogaz [99]. Une augmentation de la température jusqu'à 55°C semble améliorer l'activité biologique, accélérer la vitesse des réactions et ainsi réduire la durée de la fermentation et vice versa [97].

Pour maintenir la température du digesteur relativement constante certaines pratiques sont mises en place. Pour limiter les échanges thermiques entre les parois du digesteur et l'extérieur, ces parois devraient être isolées [99]. Le contrôle de la température dans un digesteur se fait par échange de chaleur interne ou externe. Le chauffage intérieur est assuré par des tuyaux d'échange de chaleur installés à l'intérieur du digesteur avec des extrémités connectées à l'extérieur. De l'eau chaude, à environ 50 – 70°C, circule à travers le tube pour échanger de la chaleur avec le substrat froid. Les tubes de forme spirale sont souvent préférés car ils offrent des taux de transfert de chaleur plus élevés que d'autres formes de tubes. Dans le cas de chauffage externe, les effluents passent à travers des échangeurs de chaleur avant d'entrer dans le digesteur. Le contenu du digesteur est pompé à travers des échangeurs de chaleur externes, puis renvoyé dans le digesteur [79, 99, 102].

I.2.H.ii. Effet du pH

Le *pH* affecte la croissance de toutes les variétés de micro-organismes impliqués dans les différentes étapes du processus [103, 104]. En général, l'hydrolyse atteint un *pH* optimal de 5 à 7 [105]. Ainsi, les micro-organismes acidogènes préfèrent un *pH* supérieur à 5 et elles produisent de l'acide jusqu'à ce que le *pH* atteigne 5,0. Les acétogènes fonctionnent optimalement à un *pH* proche de la neutralité [106]. Quant aux micro-organismes méthanogènes, ils opèrent dans une plage de *pH* de 6,0 à 8.5 en dehors de laquelle le milieu devient toxique pour eux. Le *pH* optimal pour l'activité des méthanogènes se situe entre 6,6 et 8,5 [27, 103, 104]. Afin que tous les micro-organismes impliqués dans la DA soient actifs de manière optimale, la gamme de *pH* tolérée est comprise entre 6,8 et 7,2 [103, 107].

Au début du processus de la DA, la production d'acides peut abaisser le *pH* à 6,0 ou moins, accompagnée d'une forte production de dioxyde de carbone [104]. Ensuite, le *pH* augmente pour se situer entre 6,8 et 7,2 lorsque les méthanogènes consomment les acides volatils et les

convertissent en méthane et en dioxyde de carbone [103, 104]. Pendant la DA, le *pH* est significativement influencé par la vitesse et la teneur des produits intermédiaires formés [103]. Les variations rapides du *pH* doivent être atténuées car une chute de *pH* peut entraîner l'inhibition, voire l'arrêt, du processus de la DA [82].

I.2.H.iii. Effet de l'agitation

L'agitation du contenu du digesteur vise à homogénéiser les substrats et les microorganismes pour optimiser le contact entre eux et uniformiser la température et la concentration [97, 108, 109], ce qui améliore la production de biogaz. Cependant, une agitation excessive peut diminuer la production du biogaz [96]. L'agitation du contenu du digesteur peut être réalisée par des dispositifs de mélange tels que des racleurs, pistons, etc... ou par la recirculation du gaz produit [97, 110]. Dans les digesteurs continus, l'agitation peut être assurée par le débit d'alimentation en affluent [97, 108].

I.2.H.iv. Eléments nutritifs

Pour fonctionner de façon optimale, les microorganismes ont besoin d'un apport régulier d'un substrat équilibré contenant 20 à 30 fois plus de carbone que d'azote, avec un rapport carbone/azote (*C/N*) idéal de 25 [103, 105, 108]. Un rapport *C/N* élevé entraîne une consommation rapide de l'azote (*N*) par les microorganismes pour leur croissance (protéines), ce qui diminue la réaction sur le carbone résiduel, particulièrement chez les méthanogènes entraînant une diminution de la production du biogaz [103, 111]. En revanche, un rapport *C/N* est très faible conduit à l'accumulation de l'azote libre provoquant la formation d'ammoniac. Cela augmentera le *pH* du digesteur à une valeur supérieure à 8,5, inhibant les méthanogènes et réduisant le taux de production de biogaz [108].

I.2.H.v. Substrat fermentescible

Pour la production de biogaz par DA tous les types de biomasse contenant des glucides, des protéines, des graisses, des oligo-éléments et des vitamines sont nécessaires à la reproduction des micro-organismes et à l'activité des systèmes enzymatiques microbiens [78, 104]. La matière organique biodégradable est hydrolysée au cours de la première étape du processus de digestion anaérobie, et le temps de la réaction dépend de la structure chimique des composés et de leur teneur dans le mélange (Figure.I.17) [112].

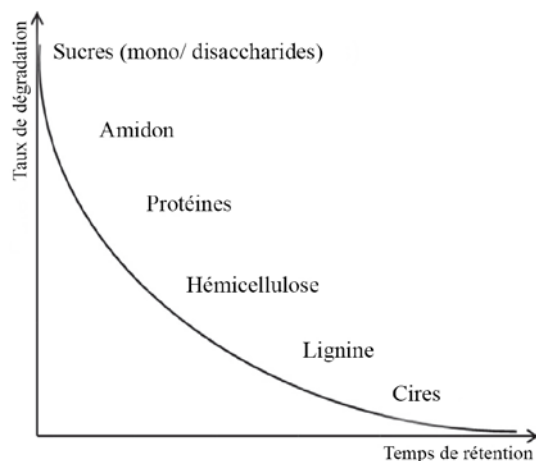


Figure.I.17 : Relation entre le taux de dégradation et le temps de rétention requis selon la composition du substrat [112]

I.2.H.vi. Taux de charge organique

Le taux de charge organique (OLR) est la concentration de solides volatils (VS) ou la concentration de demande chimique en oxygène (DCO) par jour et par volume de digesteur. Cette grandeur indique la quantité de matière biodégradable fournie au digesteur au cours d'une période donnée, normalement exprimée en masse de matière organique (DCO) par unité de volume de réacteur et unité de temps ($Kg\ DCO.m^{-3}.jour^{-1}$) [96, 113, 114].

I.2.H.vii. Le temps de rétention

Ce paramètre est utilisé lorsque le bioréacteur fonctionne en mode continu et représente la période pendant laquelle la matière organique reste à l'intérieur du digesteur. Ainsi, il se divise en deux types : le temps de rétention de la biomasse et le temps de rétention hydraulique également connu sous le nom de temps de séjour hydraulique [92, 115, 116].

I.2.H.vii.a. Le temps de rétention de la biomasse

Le temps de rétention de la biomasse, ou Solid Retention Time SRT en anglais, est la durée moyenne pendant laquelle les microorganismes vivants restent dans le système de traitement [99, 111, 115]. Si la vitesse d'évacuation est plus rapide que la capacité de multiplication des micro-organismes, cela peut entraîner leur sortie du système, conduisant à un échec du processus [104, 113]. Un temps de rétention prolongé dans les digesteurs anaérobies favorise une production et une récupération maximales des gaz, tout en offrant une protection contre des substances toxiques ou inhibitrices présentes dans l'alimentation [99, 104, 117]. Le temps de rétention de la biomasse se calcule en divisant la masse totale des micro-organismes présents dans le digesteur par la masse totale des micro-organismes perdus du système dans une unité de temps [99].

$$SRT = \frac{\text{Masse totale des bactéries}(kg)}{\text{Masse totale des bactéries perdues du digesteur } (kg/jour)} \quad (I.1)$$

I.2.H.vii.b. Le temps de rétention hydraulique

C'est le temps de séjour hydraulique (TSH) du liquide dans le digesteur à alimentation continue. Ainsi, il représente la durée pendant laquelle la matière organique reste en contact avec les microorganismes, depuis son entrée jusqu'à sa sortie [113, 117]. Le TSH est estimé en divisant le volume du bassin (V) en m^3 par le débit de l'effluent entrant (Q) en $m^3.h^{-1}$. Le temps de séjour moyen est exprimé par l'expression suivante [99] :

$$T_s \text{ (moy)} = V \text{ (m}^3\text{)} / Q_{\text{moy de 24h}} \text{ (m}^3 / \text{h)} \quad (I.2)$$

I.2.H.viii. Les composés toxiques et inhibiteurs

Le processus de la DA peut être totalement ou partiellement inhibé par l'oxygène et par certaines substances présentes dans les déchets ou produites. Ces substances peuvent avoir un effet toxique sur l'activité des micro-organismes. Les substances inhibitrices comprennent l'ammoniac, les acides gras volatils, les métaux lourds, les sulfures, les sels, les composés phénoliques et les xénobiotiques [70, 92, 118].

- Les acides gras volatils

Les acides gras volatils 'AGV' sont des acides organiques à courtes chaînes, composé de 1 à 6 atomes de carbone. Ils proviennent soit de l'effluent de la dégradation des lipides, des carbohydrates et des protéines lors des phases d'hydrolyse et d'acidogénèse de la DA. Les principaux AGV sont l'acide formique, acétique, propionique, butyrique, isobutyrique, valérique, iso-valérique, caproïque et isocaproïque. Dans les conditions normales, les AGV produits sont consommés durant les phases d'acétogénèse et de méthanogénèse. Cependant, un déséquilibre du fonctionnement dans le digesteur, causé par une surcharge organique, la présence de toxines organiques ou inorganiques, des fluctuations de température... peut entraîner une accumulation des AGV conduisant ainsi à un arrêt total de la production du méthane [27, 28, 92, 98]. Pour prévenir cette accumulation d'AGV, différentes techniques sont utilisées, telles que la séparation physique des réactions d'acidogénèse et de méthanogénèse, ainsi que le maintien d'une faible pression partielle en hydrogène dans le digesteur [98].

- L'azote ammoniacal

Au cours de la DA les protéines sont hydrolysées en acides aminés pendant la phase d'hydrolyse. Ces derniers, sont ensuite convertis, durant la phase d'acidogénèse, en CO_2 , AGV et azote ammoniacal [27, 92]. Ce dernier ne participe pas aux réactions de la DA, il est uniquement utilisé par les microorganismes pour leur croissance. L'accumulation des produits azotés tels que l'ammonium (NH_4^+) et l'ammoniac (NH_3), non utilisés par les microorganismes, est toxique surtout pour les méthanogènes acétotrophes. Le seuil de toxicité se situe entre 1,5 et 3 $gN.L^{-1}$ (N est relatif à l'azote) et dépend du pH et de la température du milieu. Les pH alcalins favorisent la présence de NH_3 libre, tandis que l'azote est peu toxique pour un pH neutre. Les températures élevées augmentent l'activité métabolique des microorganismes et, par conséquent, la concentration en ammoniac dans le milieu. C'est pourquoi la DA en mode thermophile est plus susceptible à subir ce type d'inhibition que celle en mode mésophile [27, 92, 98]. Pour réduire et gérer l'inhibition de l'ammoniac, plusieurs méthodes sont utilisées, telles que la précipitation chimique, la dilution des substrats, la co-digestion pour gérer le ratio C/N , l'immobilisation des microorganismes par utilisation de support [98].

- Les métaux lourds

Les métaux lourds regroupent tous les métaux ayant une densité supérieure à 5 $g.cm^{-3}$. Ils peuvent être présents en concentrations importantes dans les déchets municipaux et les boues de station d'épuration [98]. Durant la DA les métaux lourds sont identifiés comme toxiques à partir d'une concentration de 1 $mg.l^{-1}$. Ces métaux comprennent le cuivre, le chrome, le cadmium, le zinc, le nickel, le plomb, le cobalt, et le fer et sont classés selon l'ordre suivant $Cu > Cr > Cd = Zn > Ni \gg Pb$. L'effet toxique des métaux lourds est attribué à la déstabilisation de la fermentation et conduit à un arrêt du processus. En effet les acidogènes semblent plus sensibles aux métaux lourds que les méthanogènes [27, 92, 118]. Pour réduire la charge en métaux lourds dans un réacteur plusieurs méthodes telles que la précipitation, la sorption et la chélation sont utilisées [98].

- Sulfure d'hydrogène (H_2S)

Dans les réacteurs anaérobies, le sulfure d'hydrogène (H_2S) est formé lors de la dégradation des molécules contenant du soufre moléculaire par deux grands groupes de bactéries : les sulfato-réductrices hydrogénotrophes et les sulfato-réductrices acétotrophes. En DA, la toxicité du sulfure d'hydrogène inhibe la formation de méthane et d'acétate et peut prendre deux formes : la première est due à la concurrence pour les substrats organiques et inorganiques entre les bactéries sulfato-réductrices et les méthanogènes hydrogénotrophes et homoacétogènes pour

l'utilisation de l'hydrogène, ainsi qu'avec les méthanogènes acétotrophes pour l'utilisation de l'acétate, selon les réactions présentées sur le tableau I.10. La seconde forme résulte de la toxicité du sulfure pour divers groupes de micro-organismes [27, 98, 118]. Cette inhibition peut être évitée en utilisant diverses méthodes comme la dilution des substrats, des techniques physico-chimiques, des réactions chimiques et la conversion biologique [98].

Tableau I.10 : Compétition pour l'utilisation du couple H_2/CO_2 et de l'acétate [28].

Bactéries	Réaction
BSRH	$4H_2 + H_2SO_4 \rightarrow H_2S + 4H_2O$
BSRA	$CH_3COOH + H_2SO_4 \rightarrow H_2S + 2H_2O + 2CO_2$
BMH	$4H_2 + CO_2 \rightarrow CH_4 + 2H_2O$
BH	$2H_2 + CO_2 \rightarrow CH_3COOH$
BMA	$2H_2 + CO_2 \rightarrow CH_3COOH$

Avec : BSRH : bactéries sulfato-réductrices hydrogénotrophes, BSRA : bactéries sulfato-réductrices acétotrophes, BMH : bactéries méthanogènes hydrogénotrophes, BH : bactéries homoacétogènes, BMA : bactéries méthanogènes acétotrophes.

I.2.I. Technologie de la DA

La technologie de la DA s'appuie sur l'utilisation de digesteurs également appelés fermenteurs ou bioréacteurs. Cette installation est généralement constituée d'une cuve qui doit, de préférence, être isolée thermiquement de l'extérieur. Dans cette cuve, différents microorganismes se développent dans le but de convertir les matières organiques en biogaz et en digestât [88, 102]. Les réacteurs biologiques anaérobies sont généralement caractérisés par une absence d'oxygène, une vitesse de croissance des micro-organismes lente, des températures et des concentrations de matière homogènes autant que possible, ainsi qu'une production de biogaz composé principalement de CH_4 , CO_2 et parfois de H_2 [119].

Les bioréacteurs anaérobies peuvent être classés en deux grandes catégories selon la façon dont la biomasse est retenue dans le système: les digesteurs à cultures libres et les digesteurs à cultures fixées [82, 120]. Dans les procédés à cultures libres, les substrats et les microorganismes sont en suspension dans le réacteur [82]. [82]. Les systèmes à cultures libres comprennent des réacteurs à lit de boues anaérobies à flux ascendant, des réacteurs à lit de boues granulaires en expansion etc. (Tableau I.11) [120]. Dans les procédés à cultures fixées, les microorganismes s'attachent et se développent sur divers supports : les roches poreuses, le charbon actif, les perles de plastique... ayant une surface spécifique élevée pour former un biofilm. Ces supports sont soit des films fixes, soit des films mobiles (en suspension dans le

digesteur). Les systèmes à cultures fixées comprennent des réacteurs à film fixe, à lit expansé et à lit fluidisé (Tableau I.11) [82, 120].

Tableau I.11 : Classifications des digesteurs anaérobies selon le mode de culture [82]

Les digesteurs à cultures libres	Les digesteurs à cultures fixées
- Réacteur à lit de boue anaérobie à flux ascendant - Réacteur à procédé par contact - Réacteur anaérobie à Chicanes (RAC) - Réacteur à lit de boue granulaire en expansion EGSB	- Réacteur à lit mobile - Réacteur à lit fluidisé - Réacteur à filtre anaérobie

I.2.I.i. Mode d'alimentation des réacteurs de DA

Les bioréacteurs fonctionnent selon les trois modes suivants :

Le mode de fonctionnement en discontinu ou batch : le réacteur est une construction simple et est complètement fermé pendant une période déterminée. Les substances organiques ne sont introduites dans le digesteur qu'une seule fois (avec ou sans inoculum). A la fin de la digestion le réacteur, après la formation du biogaz, le réacteur est vidé et le processus peut recommencer. La production de biogaz n'est pas régulière [28, 92, 116].

Le mode de fonctionnement en continu : le réacteur est alimenté par le substrat de façon permanente pour obtenir une production de gaz constante et continue, et le digestât est évacué par une action mécanique. Le volume des effluents ou des déchets solides dans le réacteur reste constant [28, 92, 116].

Le mode discontinu séquentiel ou fedbatch : Le digesteur semi-continu, fonctionne avec une combinaison des propriétés des deux modes précédents. Le remplissage et la vidange se font par alternance [28, 92, 116].

I.2.I.ii. Digesteurs utilisés pour la DA des effluents des papeteries

Le premier bioréacteur anaérobie utilisé pour le traitement des effluents des papeteries était une lagune anaérobie mise en service à la fin des années 70, suivi par le premier réacteur à procédé par contact en 1981. Cependant, l'apparition de la génération des digesteurs anaérobies des traitements à haut débit, tels que les réacteurs à lit de boue anaérobie à flux ascendant UASB 'UPFLOW ANAEROBIC SLUDGE BLANKET' en anglais, n'a eu lieu qu'en 1983 [70, 92]. Simultanément, de nombreux types différents de configurations de réacteurs ont été utilisés pour le traitement anaérobie des effluents de pâte à papier comme les réacteurs à filtre, les réacteurs à lit fluidisé et à lit expansé, les bioréacteurs à membrane, les réacteurs à chicanes etc. [52, 99]. Dans la suite, nous exposons uniquement les procédés « lit de boue anaérobie à flux

ascendant » et son dérivé « lit de boue granulaire en expansion » car ce dernier est le réacteur examiné dans le cadre de ce travail. En fait, l'annexe 3 fournit une description des configurations de réacteurs évoquées dans ce paragraphe, lesquelles sont employées dans le traitement des rejets issus de la pâte à papier.

- *Lit de boue anaérobie à flux ascendant*

Le procédé à lit de boue anaérobie à flux ascendant appelé UASB, Upflow Anaerobic Sludge Blanket en anglais, est un traitement anaérobie à haut débit. C'est une technologie à cultures libres basée sur la formation de granules [79]. Il se compose essentiellement d'un réservoir avec un lit de boues (Figure.I.18). Dans ce réacteur, l'affluent à épurer s'écoule de bas en haut à travers un lit de boues constitué par des flocons de micro-organismes épurateurs agglomérés [79]. Le bon fonctionnement de ce système dépend de la formation d'agrégats de boues, floccs ou granules bactériens, de 1 à 5 mm qui s'accumulent et se déposent facilement au fond du digesteur, ces derniers ont des vitesses de sédimentation élevées de l'ordre de 30 à 80 m. h⁻¹ [12, 79, 119]. La mise en mouvement du lit se fait par la multiplication des points d'injection de l'affluent et par l'agitation résultante de la formation de biogaz, ce qui permet d'avoir une distribution uniforme de l'affluent à traiter, un bon contact entre les effluents de pâte à papier et la biomasse et d'éviter de créer de zone morte au sein du réacteur [99, 119]. L'affluent traité sort au sommet du réacteur au travers d'un déversoir et d'un joint hydraulique pour éviter les fuites de gaz produit. Le bioréacteur est équipé d'un séparateur triphasé, gaz-liquides-solides, installé en haut du réacteur, qui permet la rétention des granules entraînées par le biogaz produit, et leur retour à la zone de décantation (en bas du digesteur) [12].

Le réacteur UASB est le système de traitement anaérobie le plus utilisé, car il permet d'obtenir une bonne décantabilité, des temps de rétention hydraulique faibles, des concentrations élevées en biomasse microbienne (jusqu'à 80 g.l⁻¹), une séparation efficace des solides/liquides, un gain de place par rapport aux systèmes fonctionnant en aérobie, ne nécessite aucun support pour la fixation de la biomasse, produit peu de boues tout en produisant du biogaz et les coûts d'installation, d'exploitation et de maintenance du réacteur sont inférieurs à ceux des autres procédés anaérobies [99, 119]. Ces réacteurs nécessitent une longue période de mise en route (2 à 8 mois). Pour pallier ce problème, l'ajout d'un inoculum provenant d'un autre réacteur UASB en fonctionnement est nécessaire pour un démarrage rapide [119]. Ces systèmes sont utilisés pour le traitement des effluents présentant des concentrations élevées allant de 250 à 24 000 mg/l de DCO et des taux de charge variant généralement de 3,5 à 5 kg de DBO.m⁻³ par jour et pouvant atteindre 8 kg de DBO.m⁻³ par jour. Ils sont

utilisés pour le traitement des divers effluents provenant des papeteries [99]. Ces systèmes permettent des réductions de 70 à 85 % de la DCO et 85% à 90% de DBO [70].

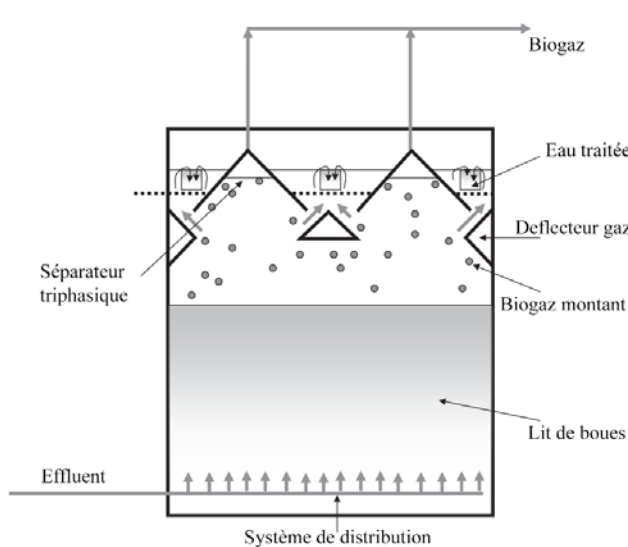


Figure.I.18 : Schéma d'un réacteur anaérobie UASB [113]

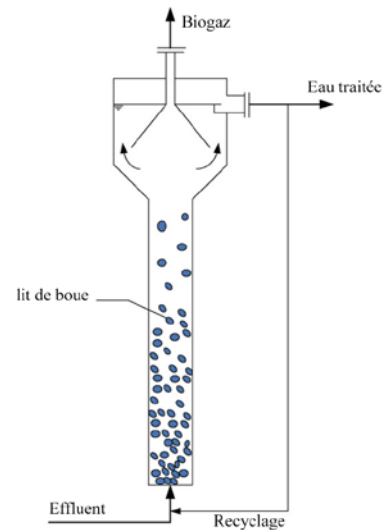


Figure.I.19 : Schéma d'un réacteur anaérobie EGSB [121]

- Réacteur à lit de boue granulaire en expansion

Suite à un certain nombre d'inconvénients associés au réacteur UASB, comme la longue période de démarrage, la faible élimination des pathogènes et des nutriments, la présence de solides en suspension dans l'eau traitée ainsi que la présence de volumes morts à l'intérieur du réacteur. Plusieurs variantes des systèmes UASB ont été développées, telles que le réacteur à lit de boues granulaires en expansion EGSB, EXPANDED GRANULAR SLUDGE BED en anglais [119, 122].

Les réacteurs EGSB sont des systèmes parfaitement agités, conçus dans le but d'éviter les volumes morts et d'améliorer le contact entre la boue granulaire et les eaux usées au sein du réacteur (Figure.I.19) [119]. Ces objectifs atteints par l'expansion du lit de boues dans tout le réacteur grâce à des vitesses d'écoulement ascendantes élevées, par la recirculation d'effluent réalisée grâce au rapport hauteur/diamètre élevé [99, 121]. Par conséquent, cela entraîne une meilleure homogénéité hydraulique, une meilleure performance et stabilité et une production plus importante de biogaz [121]. En effet, ces réacteurs ont des temps de séjour hydrauliques faibles, un taux de chargement en boue plus important et présentent de meilleures caractéristiques de transfert de masse que le réacteur UASB [99, 119].

I.2.J. Produits de la digestion anaérobie et leurs voies d'utilisation

La DA génère principalement deux produits, le biogaz et le digestât. Les paragraphes qui suivent regroupent quelques informations sur ces deux sous-produits.

I.2.J.i. Le biogaz

Quelle que soit la technologie utilisée, la DA produit un biogaz, un mélange gazeux composé de plusieurs éléments parmi lesquels le méthane ' CH_4 '. Ce dernier est l'élément d'intérêt principal du biogaz car c'est la seule source d'énergie [123, 124].

Le biogaz peut être valorisé en énergie de plusieurs façons en énergie soit directement en chaleur et électricité, soit après son épuration afin d'être injecté dans le réseau de gaz naturel, soit en l'utilisant à la place du carburant pour les transports [82, 125].

Le potentiel méthanogène de biomasse, la composition et les différentes modes d'utilisations du biogaz sont donnés dans les sections suivantes.

I.2.J.i.a. Constituants du biogaz

La composition du biogaz varie selon le type de la matière première, la technologie utilisée et les conditions de déroulement de la DA [126]. En général, le biogaz se compose principalement de méthane (CH_4) et le dioxyde de carbone (CO_2), et dans une moindre mesure de sulfure d'hydrogène (H_2S), diazote (N_2), de dihydrogène (H_2), d'ammoniac (NH_3), ainsi que des traces d'eau d' H_2O (humidité) [28, 82]. Les proportions typiques des constituants du biogaz provenant d'un processus de traitement anaérobie fonctionnant dans des conditions optimales sont présentés sur le tableau I.12.

Le rapport entre CH_4 produit et CO_2 varie en fonction de la teneur et la composition du substrat utilisé pendant la DA. En effet, l'instabilité du processus de la DA due à un ou plusieurs facteurs, mentionnés dans les sections précédentes, tels que la mauvaise gestion du réacteur anaérobie, la présence des composés inhibiteurs et l'absence des conditions opérationnelles et environnementales appropriées peut non seulement ralentir le processus mais aussi entraîner des rendements en méthane plus faibles que ceux indiqués sur le tableau I.12 [70].

En général, pour les effluents qui sont destinés au traitement par DA, la fraction de CH_4 se situe entre 45% et 75%, tandis que pour les effluents provenant des papeteries cette fraction se situe entre 55% et 65% [69].

Tableau I.12 : Composition du biogaz [82, 112, 125, 127]

Méthane	CH_4	45– 75%
Dioxyde de carbone	CO_2	25– 55%
Azote	N_2	(0 – 5%)
Vapeur	H_2O	2– 7%
Ammoniac	NH_3	< 1000 ppm
Hydrogène	H_2	< 10,000 ppm
Sulfure d'hydrogène	H_2S	< 10,000 ppm
Oxygène	O_2	(0 – 2%)
Autres composés	-	0– 100 ppm

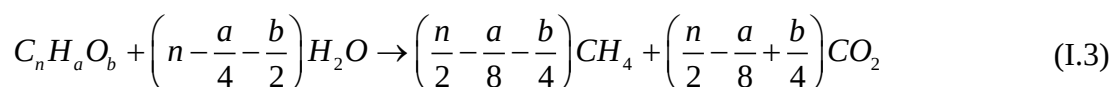
I.2.J.i.b. Potentiel méthanogène de biomasse

Le potentiel méthanogène biochimique ‘BMP’, acronyme de ‘BIOCHEMICAL METHANE POTENTIAL’ en anglais, correspond à la quantité maximale de méthane pouvant être produite par la DA d’un substrat organique donné. Le potentiel méthanogène d’une substance est évalué en laboratoire à l’aide du test de potentiel méthanogène ‘TMP’. Ce test implique le mélange d’un échantillon avec un inoculum contenant une flore microbienne. Ensuite, l’échantillon est incubé dans des conditions anaérobies, soit thermophiles soit mésophiles, afin de simuler les conditions rencontrées dans les digesteurs.

Le BMP varie en fonction de la dégradabilité et de l’état d’oxydation du carbone de la biomasse (déchets organiques et résidus). Plus la dégradabilité est bonne, plus l’état d’oxydation est faible et plus la production de méthane est importante. La production de méthane peut être exprimée par une équation stœchiométrique appelée potentiel théorique de méthane ou rendement en méthane [128], comme précisé dans ce qui suit.

-Le potentiel théorique de méthane :

Si la composition élémentaire exacte de n’importe quel substrat est connue, la production de méthane peut être estimée, en supposant que toute la matière organique est dégradée en méthane et dioxyde de carbone, par l’équation suivante [105, 128] :



Dans les conditions réelles, la DA génère des produits autres que le CH_4 et CO_2 . L’équation de Buswell ci-dessous tient compte de la présence d’azote et de soufre dans les déchets et de la production d’ammoniac et d’hydrogène sulfuré [105] :

$$C_n H_a O_b N_x S_y + \left(n - \frac{a}{4} - \frac{b}{2} + \frac{3x}{4} + \frac{y}{2} \right) H_2O \rightarrow \left(n - \frac{a}{4} - \frac{b}{2} + \frac{3x}{4} + \frac{y}{2} \right) CO_2 + \left(n + \frac{a}{4} - \frac{b}{2} - \frac{3x}{4} - \frac{y}{2} \right) CH_4 + xNH_3 + yH_2S \quad (I.4)$$

Cependant, l'approche stœchiométrique ne peut pas calculer les rendements en méthane dans un digesteur en continu. En revanche, elle est utile pour comparer les rendements expérimentaux et théoriques du méthane dans des tests à l'échelle de laboratoire. Par ailleurs, le potentiel théorique du méthane calculé est toujours supérieur au potentiel réel, car une partie de la matière organique est difficilement dégradable, environ 5 à 10% du substrat est utilisé par les micro-organismes pour leur croissance et leur développement en plus des effets d'inhibition qui pourraient avoir lieu au cours de la DA [27, 105].

Dans la plupart des cas la composition atomique exacte de la matière première est inconnue, seule la teneur approximative des principaux groupes organiques est connue. Dans ce cas, l'estimation du potentiel théorique du méthane s'obtient à l'aide de l'équation suivante, en se basant sur les données du tableau I.13 [128].

$$P_{Th,CH_4} = 0,415 \text{ glucides} + 0,496 \text{ protéines} + 1,014 \text{ lipides} + 0,373 \text{ acétate} + 0,530 \text{ propionate} \quad (I.5)$$

Tableau I.13 : Potentiel théorique de méthane des composants organiques [84, 128].

Type de substrat	Composition	Production de méthane (STP L. g ⁻¹ . VS ⁻¹)	CH ₄ (%)
Glucides ^a	(C ₆ H ₁₀ O ₅) _n	0,415	50
Protéine ^b	C ₅ H ₇ NO ₂	0,496	50
Lipides ^c	C ₅₇ H ₁₀₄ O ₆	1,014	70
Acétate	C ₂ H ₄ O ₂	0,373	50
Éthanol	C ₂ H ₆ O	0,730	75
Propionate	C ₃ H ₆ O ₂	0,530	58

Note : STP, température standard (0°C) et pression (1 atm) ; a : La cellulose est utilisée comme hydrate de carbone modèle ; b : La gélatine est utilisée comme protéine modèle et l'azote est converti en ammoniac ; c : Le trioléate de glycérol est utilisé comme lipide modèle.

I.2.J.i.c. Rendements théorique et spécifique en méthane des boues des papeteries

Dans le paragraphe « I.1.F.ii » de la deuxième partie de ce chapitre, la composition organique des boues biologique provenant des papeteries est présentée dans le tableau I.4. A partir de ces informations et de l'équation (I.5), en considérant que le BMP de la lignine comme

nul [69], le potentiel théorique de méthane des boues est estimé entre 0,208 et 0,471 $L. g^{-1}$ solides volatils, avec une valeur moyenne de 0,340 $L. g^{-1}$.solides volatils [69].

Quant au rendement spécifique des boues des papeteries, des travaux effectués sur des boues biologiques provenant de six papeteries, chacune utilisant un procédé de fabrication différent, ont montré que le rendement spécifique en méthane varie entre 0,1 et 0,2 ml de méthane/mg volatils solides [129, 130]. Les auteurs de ces travaux ont souligné que ces valeurs témoignent d'un bon BMP et donc d'une production de biogaz satisfaisante [130].

I.2.J.i.d. Valorisation du biogaz

Comme mentionné précédemment, le méthane est le seul composé du biogaz qui présente un intérêt énergétique, avec un pouvoir calorifique de 9,96 kWh/m^3 à 25 °C. Par conséquent, le pouvoir calorifique du biogaz dépend uniquement de sa teneur en méthane et il est proportionnel à celle-ci. Le dioxyde de carbone (CO_2), bien qu'il soit inerte, sa teneur importante dans le mélange contribue à réduire le du pouvoir calorifique du biogaz [28, 125]. Selon sa teneur en méthane, le biogaz peut être utilisé sous diverses formes [28, 82] :

- **le biogaz brut** : avec une teneur en méthane d'environ 45% à 70%, il est utilisé, de la manière la plus simple et la moins couteuse directement dans des chaudières, des moteurs ou des unités de cogénération pour la production d'énergie thermique (chaleur ou froid) et/ou d'énergie mécanique (électricité). Les différentes formes d'utilisation du biogaz brut sont répertoriées sur le tableau I.14 [28, 82, 125].

- **le biogaz épuré** : Afin que le biogaz soit conforme aux spécifications requises pour être utilisé sous forme de gaz naturel comprimé (GNC), en remplacement du carburant dans le secteur des transports ou pour son injection dans le réseau de gaz naturel, ses caractéristiques doivent être similaires à celles du gaz naturel [125]. En effet, contrairement au biogaz, le gaz naturel contient des faibles teneurs en dioxyde de carbone généralement comprise entre 0,67 à 1% et également des teneurs élevées en hydrocarbures (éthane, propane, butane) autres que le méthane [126]. Dans ce but, le biogaz brut nécessite des traitements d'enrichissement pour améliorer sa qualité en éliminant ou en transformant le CO_2 contenu dans le biogaz brut, afin d'augmenter sa teneur en méthane à plus de 95% en volume. De plus un traitement d'épuration est nécessaire pour éliminer les contaminants potentiels et les composés chimiques corrosifs (tableau I.15) [12, 82, 125]. Dans ce contexte, l'épuration regroupe d'autres techniques plus spécifiques visant l'élimination totale ou partielle de certains composants et impuretés, tels que [125] :

- Désulfuration du biogaz : l'élimination de sulfure d'hydrogène contenu dans le biogaz brut.
- Séchage du biogaz : l'élimination de l'humidité de l'eau contenue dans le biogaz brut.

L'épuration et l'enrichissement se font par l'élimination du dioxyde de carbone (CO_2) dans le cadre d'une démarche plus complexe et plus coûteuse, ainsi que des composants présents à faibles concentrations, comme H_2S ou H_2O à travers une démarche plus simple [127]. Il est important que la concentration de (H_2S) et ses produits d'oxydation soit inférieure à 50 ppm pour éviter la corrosion [12]. Après l'épuration, le biogaz obtenu est appelé biométhane et sa teneur en méthane est supérieure à 95% en volume. Selon la technologie utilisée cette teneur peut atteindre 99% en volume [82, 127].

Tableau I.14 : Les formes d'utilisation du biogaz brut [28].

Production d'énergie	Thermique	- Chaudière - Groupe frigorifique
	Energie de travail	- Moteur à gaz - Turbine à vapeur - Turbine à gaz - Pile à combustible
Production simultanée	Energie thermique (chaleur ou froid) et énergie de travail	- Cogénération
	De chaleur, de travail et de froid	- Tri-génération

Tableau I.15 : Produits indésirables de la digestion anaérobie [125]

Gaz	Effets indésirables
CO_2 et N_2	- un impact plus négatif en étant toxique pour les humains et les autres organismes vivants. - diminuer le pouvoir calorifique du biogaz.
H_2S et le NH_3	- corrosifs pour les vannes, les tubes, les équipements de surveillance, les moteurs à gaz, etc.
Les siloxanes	- causer des problèmes dans les moteurs à combustion de gaz en raison de la raison de la formation de silice microcristalline vitreuse.

I.2.J.i.e. Les procédés d'enrichissement et d'épuration du biogaz

Les nombreuses technologies développées pour l'enrichissement et l'épuration du biogaz. Notamment celles basés sur l'élimination physico-chimique du CO_2 et du H_2S sont présentées sur le tableau I.16.

Tableau I.16 : Procédés d'enrichissement et d'épuration du biogaz [125]

Technologies d'enrichissement du biogaz	Technologies d'épuration du biogaz
L'absorption physique (lavage à l'eau, lavage aux solvants organiques) L'absorption chimique	Précipitation chimique L'adsorption L'absorption
L'adsorption La séparation cryogénique L'adsorption à pression alternée (PSA) La technologie membranaire Le procédé d'hydrogénation chimique.	La séparation par membrane

I.2.J.ii. Le digestat

En plus du biogaz, la digestion anaérobie génère également un sous-produit semi-solide, appelé digestât. Ses constituants, ses traitements et ses utilisations sont donnés ci-après.

I.2.J.ii.a. Constituants du digestât

Il se compose de matières minérales telles que l'azote (*N*), le phosphore (*P*), le potassium (*K*) et d'autres traces telles que le calcium (*Ca*), le magnésium (*Mg*) et le soufre (*S*) [112, 114]. Les teneurs de ces composés varient selon le type de substrats, sa teneur en matière sèche, sa biodégradabilité, et son rapport *C/N* ; un faible rapport *C/N* conduit à la production d'un digestât à teneur relativement élevée en ammoniac et vice versa [82, 112]. Ainsi, ses caractéristiques dépendent des conditions de fonctionnement du digesteur ; notamment les systèmes de digestion thermophile sont efficaces pour éliminer les pathogènes contrairement aux systèmes mésophiles. En effet, le digestat résultant de ces derniers nécessite un traitement dans des installations de compostage afin de réduire davantage son taux d'humidité et d'éliminer les pathogènes [18, 82, 84].

I.2.J.ii.b. Traitements et utilisations du digestat

Le digestât peut être utilisé sous sa forme brute ou après une séparation de phase liquide/solide qui permet d'obtenir une fraction solide riche en phosphore et en matière organique et une fraction liquide contenant principalement de l'azote, du potassium et une faible quantité de matière organique. Les principaux systèmes de valorisation du digestât sont donnés sur la figure I.20 [127].

L'utilisation du digestât comme engrais présente plusieurs avantages : sa teneur élevée en éléments nutritifs (NPK) par rapport aux déchets organiques non traités, son apport en

micronutriments pour les plantes, la réduction des odeurs en remplaçant l'utilisation du fumier non traité comme engrais. Bien que le digestat puisse produire des odeurs, celles-ci sont généralement moins prononcées et moins désagréables que celles émises par le fumier non traité. En outre, il est efficace pour améliorer les conditions du sol et garantir la sécurité vétérinaire [114]. Par ailleurs, des recherches ont démontré la possibilité de produire du biochar, de l'énergie thermique et de l'énergie renouvelable, tels que la bio-huile et le gaz de synthèse à partir du digestât par pyrolyse. Ce processus implique le chauffage des matières à une température comprise entre 300 à 1 000°C dans des conditions d'oxygène limitées. Le pouvoir calorifique inférieur (PCI) du gaz de synthèse produit est d'environ 11 MJ/m³ [84].

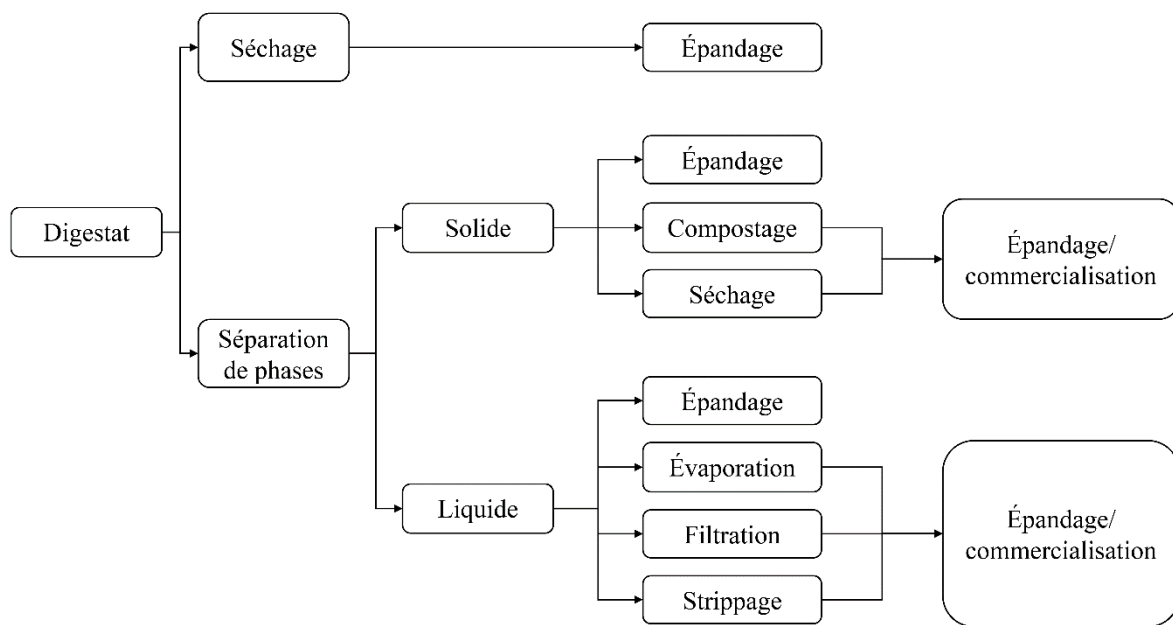


Figure.I.20 : Systèmes de valorisation du digestat [127]

Bien que le digestât issu de la DA des déchets des papeteries puisse offrir des avantages en tant qu'engrais organique, sa composition et ses caractéristiques peuvent également présenter des inconvénients. En effet, les boues biologiques et les boues primaires peuvent contenir des métaux lourds comme le cadmium, ce qui limite son utilisation comme engrais [112, 131].

I.2.K. Les centrales thermiques dans les papeteries

Les centrales thermiques installées dans les papeteries sont des équipements de production d'énergie thermique qui utilisent divers types de combustibles notamment le biogaz pour générer de la chaleur. Cette chaleur est convertie en vapeur, qui alimente ensuite les processus de fabrication du papier, notamment le séchage de la pâte à papier [132, 133]. Si ces centrales se composent d'une chaudière, elles produisent uniquement de la vapeur. En revanche, si elles sont équipées en plus d'une turbine (annexe 5) elles génèrent de la vapeur et de l'électricité

(Figure I.21) [134, 135]. Dans ce dernier cas, la centrale fonctionne en co-génération, ce qui de réduire la facture énergétique de la papeterie.

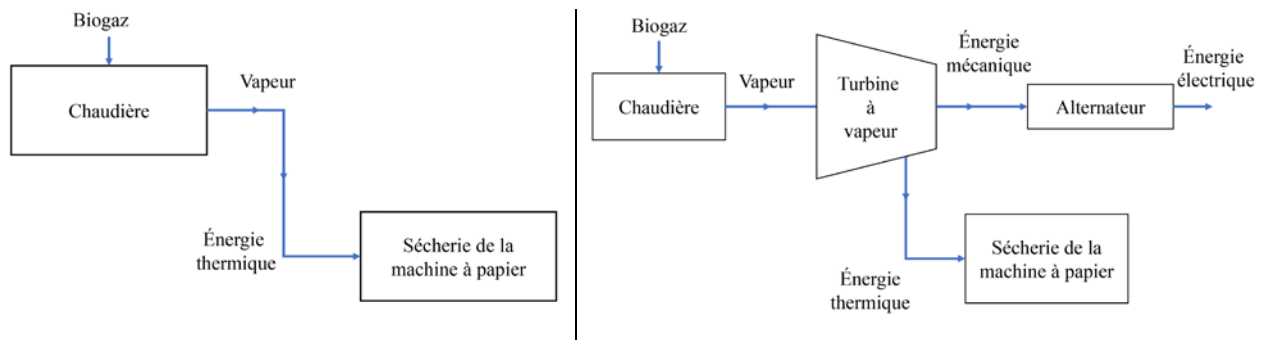


Figure.I.21 : Circuit de vapeur avant et après installation de la turbine

I.2.L. Conclusion

Le processus de la DA est un moyen efficace pour dépolluer les effluents papetiers et de générer deux sous-produits le biogaz et le digestât. Le biogaz principalement composé de méthane, est le composant le plus important en termes d'énergie. Il peut être utilisé pour produire de la chaleur, de l'électricité ou comme combustible à l'état brut ou purifié.

Le digestât, quant à lui, contient des nutriments et des matières organiques partiellement décomposées. En raison de sa richesse en nutriments, il est souvent utilisé comme engrais ou amendement du sol mais avant cet emploi, il est traité pour réduire les odeurs, les pathogènes et la teneur en eau.

Néanmoins, ce procédé biologique est difficile à maîtriser car il dépend de nombreux paramètres interdépendants. Le bon fonctionnement de ce traitement biologique nécessite des conditions favorables au développement et à la croissance des microorganismes, ainsi qu'au contrôle des paramètres inhibiteurs. Ce contrôle est réalisé par l'ajout de substances chimiques et/ou par des traitements thermiques. Les méthodes traditionnelles de contrôle sont laborieuses, ce qui rend nécessaire le recours aux méthodes basées sur la modélisation mathématique et la simulation numérique. C'est ce à quoi nous intéressons dans la partie suivante.

Partie I.3

Synthèse bibliographie sur les modèles numériques de la DA

I.3.A. Introduction

La modélisation consiste à formuler mathématiquement, à l'aide d'équations, un concept ou un processus afin de prédire, reproduire ou expliquer un phénomène réel [28, 92]. Pour modéliser un processus complexe comme la DA, il est nécessaire de comprendre les facteurs qui influent sur sa performance et sa stabilité. Ces facteurs incluent la composition du substrat, les paramètres physiques, physico-chimiques et biologiques affectant la DA, les composés toxiques et inhibiteurs, les microorganismes impliqués dans chaque phase du processus, ainsi que les transferts de masse et de chaleur [136].

Dans cette partie, nous donnons succinctement un historique des modèles de la DA, les grandeurs à modéliser, le classement des modèles physico-chimiques de la DA et les critères de choix du modèle numérique à adopter.

I.3.B. Modélisation de la DA

La modélisation de la DA vise à comprendre et à prédire le fonctionnement des digesteurs ainsi que les interactions entre les substrats et les micro-organismes impliqués dans le processus. Les modèles de la DA intègrent la cinétique des réactions biochimiques, la cinétique de croissance et de mortalité des micro-organismes, les paramètres opérationnels et le transfert de masse des substrats et des produits à travers le digesteur de même que le transfert de chaleur résultant des différentes réactions. La fiabilité des modèles est validée par l'expérience. Une fois validé, le modèle peut être appliqué pour élucider la complexité de la DA et atteindre certains paramètres difficilement accessibles par expérimentation, notamment la prédiction des cinétiques de dégradation et l'évolution dynamique des milieux, ainsi que la comparaison rapide de différents paramètres tels que la charge organique, le temps de séjour, substrat etc... [19, 137]

I.3.C. Bref historique des modèles de la DA

En raison de l'importance de la digestion anaérobie, dès la fin des années 60, plusieurs modèles dynamiques ont été développés. Ces modèles sont plus ou moins complexes selon le nombre de processus biochimiques et physico-chimiques mis en jeu [19, 92]. Ils proposent, généralement, une hypothèse communément acceptée qui relie des modèles cinétiques de dégradation à des modèles biologiques de croissance, également appelés modèles de concentration cellulaire. Ces derniers considèrent que la transformation du substrat en produits se fait par la présence de populations bactériennes. Ainsi, ces modèles de la digestion anaérobie s'appuient sur des principes tels que la conservation de la matière.

L'évolution de la masse M d'un constituant, en fonctionnement continu, est définie par le bilan suivant [28] :

$$\frac{dM}{dt} = \underbrace{M_{\text{Entrées}} - M_{\text{Sorties}}}_{\text{Flux entrée/sortie}} + \underbrace{M_{\text{Gaz} \rightarrow \text{Liquide}} - M_{\text{Liquide} \rightarrow \text{Gaz}}}_{\text{Echanges gazeux}} + \underbrace{M_{\text{Produite}} - M_{\text{Consommée}}}_{\text{Bioréaction}} \quad (I.6)$$

En revanche, en réacteur fermé, appelé 'batch' en anglais, l'évolution de la masse M peut être définie comme un processus biologique dans lequel il n'y a pas d'échange de masse avec l'extérieur, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de flux d'entrée ou de sortie sauf pour le flux de gaz.

La différence entre ces modèles de la DA, réside principalement dans les choix de représentation des cinétiques bactériennes [19, 28].

I.3.D. Les grandeurs à modéliser

La modélisation de la DA divise généralement les étapes du processus en deux groupes : le premier regroupe les vitesses de la désintégration et de l'hydrolyse, tandis que le deuxième contient les cinétiques intervenant dans les phases d'acidogénèse, d'acétogénèse et de méthanogénèse. Ainsi, elle prend en compte les phénomènes d'inhibition et les équilibres liquide-gaz.

I.3.D.i. Le premier groupe : étapes extracellulaires

L'hydrolyse d'un certain type de substrat est liée à l'activité des micro-organismes hydrolytiques, au pH , à la température, à la concentration du substrat, à la biodégradabilité, etc. Comme nous l'avons vu dans la section « I.2.E.i » de ce chapitre, l'hydrolyse regroupe à la fois la solubilisation des particules insolubles et la décomposition biologique de polymères organiques en monomères ou dimères qui peuvent passer à travers la membrane cellulaire. La décomposition des polymères organiques est réalisée grâce à des enzymes extracellulaires produites biologiquement. Cependant, la solubilisation n'est pas nécessairement un processus enzymatique, elle peut également avoir lieu grâce aux réactions physico-chimiques. Cependant, ni l'une ni l'autre n'est donc une étape biologique proprement dite, car elles se réalisent sans métabolisation [27, 136, 138].

La dégradation des polymères organiques durant l'étape d'hydrolyse, est souvent modélisée en utilisant la cinétique de réaction du premier ordre, représentée par l'équation suivante [27, 136, 138] :

$$\frac{dS}{dt} = -k_h \cdot S \quad (I.7)$$

Avec :

S : La concentration du substrat ($mol.l^{-1}$) ;

k_h : la constante de vitesse d'hydrolyse ($jour^{-1}$).

Plusieurs approches ont été proposées par différents auteurs pour affiner la modélisation de l'étape d'hydrolyse. Parmi celles-ci, on trouve des modèles couplés à la croissance bactérienne, comme le modèle biologique de la biomasse du premier ordre (équation I.8), du demi-ordre (équation I.9) et de l'ordre A (équation I.10). Ces modèles sont similaires au modèle cinétique chimique du premier ordre mais sont plus complets car en plus de la constante de la vitesse d'hydrolyse et la concentration du substrat, ils prennent en compte la concentration de la biomasse. D'autres modèles, comme ceux de Monod (équation I.11) et de Michaelis-Menten (équation I.12), considèrent que le coefficient du taux d'hydrolyse demeure constant, indépendamment des caractéristiques physiques des particules. Ces modèles décrivent le taux d'hydrolyse en fonction des concentrations d'enzymes et de substrats. Le modèle de Contois (équation I.13) prend en considération le taux de croissance spécifique des micro-organismes en fonction de la concentration de la masse cellulaire (B) et du substrat limitant [27, 136, 139].

La cinétique biologique du premier ordre :

$$\frac{dS}{dt} = -k_h S B \quad (I.8)$$

La cinétique de la biomasse de demi-ordre :

$$\frac{dS}{dt} = -k_h S B^{1/2} \quad (I.9)$$

La cinétique de la biomasse d'ordre A :

$$\frac{dS}{dt} = -k_h S B^A \quad (I.10)$$

Équation de Monod :

$$\frac{dS}{dt} = -\mu_{\max} \frac{S B}{Y (k_s + S)} \quad (I.11)$$

Équation de Michaelis-Menten :

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{k_h S B}{(k_s + S)} \quad (I.12)$$

Modèle Contois : -

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{k_h S B}{(k_s B + S)} \quad (I.13)$$

Avec :

B : Concentration de biomasse ou d'enzyme ($mol.l^{-1}$) ;

K_S : Constante de saturation pour le substrat ($mol.l^{-1}$) ;

Y : Coefficient de rendement de croissance ;

μ_{max} : Taux de croissance spécifique maximum (h^{-1}) ;

Une approche alternative, différente de celles précédemment mentionnées, relie l'équation d'hydrolyse aux caractéristiques physiques des particules, c'est-à-dire à la surface. Celle-ci suppose que les particules du substrat sont entièrement recouvertes d'enzymes hydrolytiques sécrétés par les micro-organismes et que la vitesse d'hydrolyse est proportionnelle à la surface accessible à ces enzymes (équation I.14). Ce modèle est appelé modèle SBK, acronyme de SURFACE BASED KINETICS en anglais, et il ne tient compte ni du substrat ni de la concentration de la biomasse [139–141].

$$\frac{dM}{dt} = -K_{sbk} \cdot A \quad (I.14)$$

Avec :

M : Masse du substrat (kg) ;

K_{sbk} : Constante d'hydrolyse basée sur la surface ($kg.m^{-2}.jour^{-1}$) ;

A : Surface disponible pour l'hydrolyse (m^2).

Un comparatif entre ces modèles a montré que la cinétique du premier ordre ne conduit pas à une perte d'information excessive et qu'elle peut représenter l'étape d'hydrolyse, en particulier des substrats complexes et hétérogène [27, 138, 141]. De plus, d'autres études ont montré que les modèles dans lesquels l'hydrolyse est couplée à la croissance de micro-organismes hydrolytiques fonctionnent bien pour les substrats difficiles à dégrader ainsi que pour les charges organiques élevées ou fluctuantes [139].

I.3.D.ii. Le deuxième groupe : taux de réactions intracellulaires

Contrairement au groupe précédent, les étapes de la digestion anaérobie impliquées dans ce groupe, l'acidogénèse, l'acétogénèse et la méthanogénèse, sont des étapes métaboliques durant lesquelles les substrats sont consommés et transformés par des micro-organismes. Ces étapes métaboliques sont basées sur des cinétiques biologiques qui incluent trois phénomènes : la croissance bactérienne, la mort bactérienne et la consommation du substrat [19, 27].

- *La croissance et la mort bactérienne :*

La croissance bactérienne en milieu non renouvelé comporte les phases qui sont illustrées sur la figure I.22 et discutées en ce qui suit [88, 142, 143].

La première phase est la phase de latence : Les bactéries prendront un certain temps pour s'adapter aux nouvelles conditions de leur milieu environnemental. Si on inocule un nouveau milieu identique au précédent par des bactéries prélevées en phase exponentielle du milieu précédent il n'y aura pas de phase latence. Durant cette phase le taux de croissance est nul mais la taille et la masse des cellules augmentent.

La phase de croissance exponentielle : durant cette phase le taux de croissance atteint un maximum, la communauté bactérienne représente une croissance rapide et les cellules se multiplient de façon exponentielle. L'oxydation des matières organiques conduit à la formation de nouvelles cellules et à la production de produits finis.

Phase stationnaire : durant cette phase la concentration du substrat diminue radicalement et les déchets s'accumulent et l'environnement de croissance devient défavorable. Par conséquent, la croissance diminue et le taux de croissance devient nul car les bactéries qui se multiplient sont compensées par celles qui meurent.

Phase de déclin : durant cette phase le taux de croissance est négatif en raison de l'épuisement complet du substrat et des effets toxiques engendrés par l'accumulation de métabolites toxiques et par les résidus de cellules mortes qui entraînent la désactivation du reste des cellules.

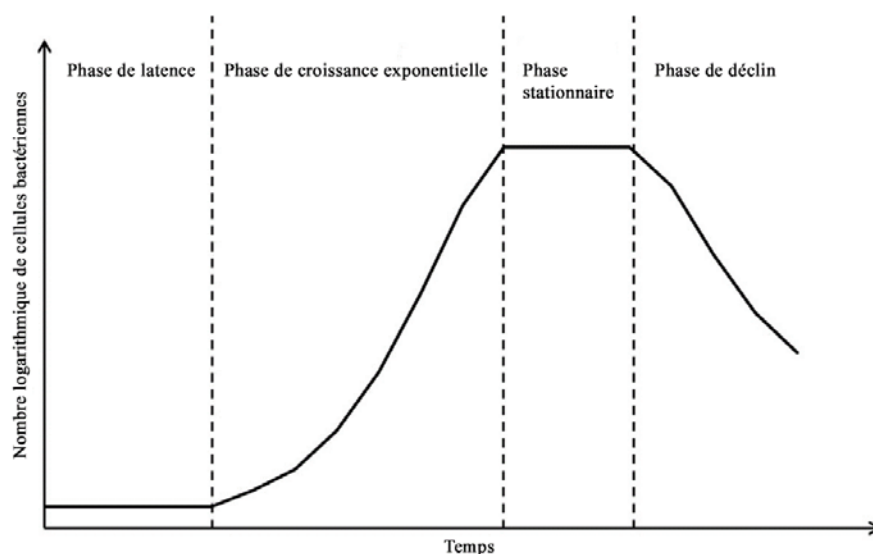


Figure.I.22 : Courbe de croissance bactérienne

La fonction cinétique d'une réaction biologique, ou le taux de réaction, dépend de la communauté bactérienne utilisée, des types des substrats à dégrader, des conditions environnementales du processus et des composés produits [144].

En effet, la croissance des microorganismes et leur décomposition (la mort bactérienne) sont généralement modélisées comme des réactions de premier ordre. Elles sont définies successivement par les équations I.15 et I.16 suivantes [136] :

$$r_g = \mu.B \quad (\text{I.15})$$

$$-r_d = k_d.B \quad (\text{I.16})$$

Avec :

r_g : Taux de croissance microbienne ($g.L^{-1}.j^{-1}$) ;

r_d : Taux de décomposition de la biomasse ($g.L^{-1}.j^{-1}$) ;

k_d : Coefficient de décomposition (j^{-1}) ;

B : Concentration en substrat hydrolysable ($g.L^{-1}$) ;

μ : Taux de croissance spécifique (j^{-1}).

A partir des équations I.15 et I.16, la fonction de croissance bactérienne est représentée par l'équation dynamique I.17 et est associée à la cinétique d'utilisation du substrat par l'équation I.18 ci-dessous [27, 145].

$$\frac{dB}{dt} = (\mu - k_d)B \quad (\text{I.17})$$

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{1}{Y} \frac{dB}{dt} \quad (\text{I.18})$$

Avec :

S : Concentration en substrat ($g.L^{-1}$) ;

Y : Rendement en biomasse (la fraction de substrat convertie en biomasse par le métabolisme cellulaire).

- *Modèle cinétique de la croissance de la biomasse :*

Le tableau I.17 regroupe les divers modèles cinétiques utilisés pour modéliser les processus de la DA [137]. En général, le modèle cinétique de MONOD est appliqué dans la plupart des procédés de traitement biologique des eaux usées [137]. Ce modèle, pour la croissance bactérienne, propose que le taux de croissance spécifique est inversement proportionnel à la concentration du substrat ; c'est-à-dire qu'il augmente rapidement à de faibles concentrations et lentement à une concentration élevée du substrat, jusqu'à ce qu'une saturation des bactéries soit atteinte [146].

$$\mu = \mu_{\max} \frac{[S]}{k_s + [S]} \quad (\text{I.19})$$

Avec :

$\mu_{\max}$: Taux de croissance maximale des micro-organismes (j^{-1});

S : Concentration du substrat limitant la croissance ;

K_s : Constante de demi-vitesse (la valeur de S quand $\mu/\mu_{\max}$ vaut 0,5).

- *La croissance microbienne et la concentration en substrat :*

En combinant les équations I.17, I.18 et I.19, le taux de croissance microbienne et la concentration en substrat sont donnés respectivement par les équations suivantes :

$$\frac{dB}{dt} = \left(\frac{\mu_{\max} \cdot S}{k_s + S} - k_d \right) \cdot B = \left(\frac{Y \cdot k_m \cdot S}{k_s + S} - k_d \right) \cdot B \quad (\text{I.20})$$

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{1}{Y} \left(\frac{\mu_{\max} \cdot S}{k_s + S} - k_d \right) \cdot B = \left(\frac{k_m \cdot S}{k_s + S} - \frac{1}{Y} k_d \right) \cdot B \quad (\text{I.21})$$

Avec :

k_m : Taux spécifique d'utilisation de Monod pour un substrat donné (jour^{-1}).

Les équations I.20 et I.21 permettent de décrire la cinétique des réactions de croissance, de décomposition de la biomasse et la transformation biologique des substrats d'une forme à une autre.

Tableau I.17 : Expressions de la vitesse de croissance microbienne en fonction de la concentration du substrat [138]

Équation	Taux de croissance spécifique, μ
Moser [147]	$\mu_{\max} \frac{S^n}{S^n + K_s}$
Contois [148]	$\mu_{\max} \frac{S}{S + B \cdot x}$
Grau et coll. [149]	$\frac{\mu_{\max} \cdot S^n}{S_0}$
Chen and Hashimoto [150]	$\frac{\mu_{\max} \cdot S}{S_0 \cdot k + (1 - k) \cdot S}$

- *La cinétique de la formation du produit :*

La cinétique de la formation du produit peut être calculée par conservation de la matière durant la réaction biochimique, en utilisant la cinétique de la dégradation du substrat et de la croissance bactérienne [27, 146].

Substrat dégradé = croissance bactérienne + produits de réactions

$$\rightarrow -\frac{dS}{dt} = \frac{dB}{dt} + \frac{dP}{dt} \quad \text{D'où} \quad \frac{dP}{dt} = -\frac{dS}{dt} - \frac{dB}{dt} \quad (\text{I.22})$$

En remplaçant $\frac{dS}{dt}$ et $\frac{dB}{dt}$ par leurs expressions, on obtient :

$$\frac{dP}{dt} = \frac{1-Y}{Y} \left(\frac{\mu_{\max} \cdot S}{k_s + S} \right) \cdot B = (1-Y) \left(\frac{k_m \cdot S}{k_s + S} \right) \cdot B \quad (\text{I.23})$$

Le système d'équations I.20, I.21 et I.23 est valable pour un système dont le substrat se dégrade en un seul produit. Cependant, si le substrat se dégrade en plusieurs produits de réaction, il est nécessaire d'ajouter des coefficients stœchiométriques de partage (η_i) dans l'équation I.23 relative à la cinétique de la formation des produits, ce qui donne [27] :

$$\frac{dP}{dt} = \sum_i \eta_i \cdot (1-Y) \cdot \left(\frac{k_m \cdot S}{k_s + S} \right) \cdot B \quad (\text{I.24})$$

En conclusion, ces équations cinétiques permettent de modéliser les phénomènes biochimiques du processus de la DA de la matière organique. Ainsi, elles sont appliquées à tous

les substrats et aux produits intermédiaires intervenant dans les différentes phases du processus. En l'occurrence, tous les modèles faisant intervenir des cinétiques biologiques fonctionnent de cette manière [27].

- Les phénomènes d'inhibitions

Dans certains cas, il est nécessaire de prendre en compte un ou plusieurs facteurs susceptibles d'inhiber une étape ou l'ensemble du processus de la DA. Par conséquent, les expressions du taux de croissance microbienne utilisées précédemment sont incapables de décrire précisément la croissance bactérienne. En revanche, il existe d'autres expressions du taux de croissance microbienne qui prennent en compte les phénomènes d'inhibition ou de toxicité. Quelques-unes d'entre elles sont présentées sur le tableau I.18. Cependant, les expressions les plus fréquemment utilisées dans les modèles anaérobies sont celle de Haldane (Équation I.25) employée pour l'inhibition par le substrat et celle de MONOD-IERUSALIMSKY (Équation I.26) employée pour l'inhibition par le produit (inhibition non compétitive) [27, 136, 138].

Tableau I.18 : Termes d'inhibition [136, 145, 146]

Modèle	Expression	
Haldane [151]	$\mu = \mu_{\max} \frac{S}{k_s + S + \frac{S^2}{K_i}}$	(I.25)
Monod-Ierusalimsky [152]	$\mu = \mu_{\max} \frac{S}{k_s + S} \times \frac{K_i}{K_i + I}$	(I.26)
Aiba et coll. [153]	$\mu = \mu_{\max} \frac{S}{k_s + S} \exp(-S/k_i)$	(I.27)
Moser et Bergter [147]	$\mu = \mu_{\max} \frac{S^n}{k_s + S^n} \frac{k_p}{k_p + p^m}$	(I.28)
Grant [154]	$\mu = \frac{\mu_{\max}}{S + K_i}$	(I.29)

Avec :

K_i : Constante d'inhibition et i symbolise la concentration de l'inhibiteur.

- Les équilibres liquide-gaz

Durant les processus de la DA, dans la phase liquide, plusieurs composés de nature gazeuse sont produits, comme le dioxyde de carbone CO_2 , l'hydrogène H_2 et le méthane CH_4 . Cette

production de gaz met en contact une phase liquide avec une phase gazeuse, ce qui conduit à l'apparition des phénomènes de transfert de matière entre ces deux phases [27, 136].

Presque tous les modèles de DA prennent en compte l'équilibre de la concentration entre le gaz et le liquide à l'intérieur du digesteur. Cet équilibre, lorsque la phase liquide est diluée, est décrit par la loi de Henry (Équation I.30) qui a pour expression [19, 27, 136].

$$K_H = \frac{S_{liq,i,ss}}{P_{gaz,i,ss}} \quad (I.30)$$

En l'absence de l'équilibre souhaité entre les phases liquide et gazeuse, dû à une production supplémentaire de gaz à partir des étapes du processus de la DA, un courant de transfert de gaz de la phase liquide à la phase gazeuse naît selon la théorie du double-film (Équation I.31) [19, 27, 136] modélisé par l'expression suivante :

$$\phi = k_L a (C_{Ai} - C_{AL}) \quad (I.31)$$

A partir de ces deux théories, le taux de transfert de gaz est présenté sous la forme donnée par l'expression suivante :

$$\rho_{T,i} = k_L a (S_{liq,i} - K_{H,i} P_{gaz,i}) \quad (I.32)$$

Avec :

ρ_T : Taux spécifique de transfert de masse de gaz i , ($Kg\ DCO.m^{-3}.j^{-1}$) ;

KLa : Coefficient global K_L de transfert de masse lié à la surface spécifique de transfert (j^{-1}) ;

$S_{liq,i}$: Concentration du gaz i dans la phase liquide, ($g\ DCO.m^{-3}$) ;

$P_{gas,i}$: Pression partielle du gaz i dans la phase gazeuse, (bar) ;

$K_{H,i}$: Constante d'HENRY'S du gaz i , ($mol.L^{-1}.bar^{-1}$).

N.B : Les deux paramètres « K_L » et « a » varient indépendamment et sont difficiles à mesurer expérimentalement, d'où le coefficient $K_L a$ est souvent utilisé [27].

Les taux de transfert liquide/gaz des composants majoritaires du biogaz :

Les taux de transfert liquide/gaz diffèrent d'un gaz à l'autre. L'hydrogène et le méthane sont peu solubles et se trouvent généralement sous forme gazeuse, tandis que le dioxyde de carbone, en raison de son caractère soluble, réagit avec l'eau par diffusion moléculaire [27]. Les taux de transfert liquide/gaz de ces éléments sont donnés par les équations suivantes [136] :

$$\text{Hydrogène :} \quad \rho_{T,H_2} = k_L a \left(S_{liq,H_2} - K_{H,H_2} P_{gaz,H_2} \right) \quad (I.33)$$

$$\text{Méthane :} \quad \rho_{T,CH_4} = k_L a \left(S_{liq,CH_4} - K_{H,CH_4} P_{gaz,CH_4} \right) \quad (I.34)$$

$$\text{Dioxyde de carbone :} \quad \rho_{T,CO_2} = k_L a \left(S_{liq,CO_2} - K_{H,CO_2} P_{gaz,CO_2} \right) \quad (I.35)$$

I.3.E. Classement des modèles physico-chimiques de la digestion anaérobie

Les modèles de la DA sont classés selon le nombre de phases qu'ils comportent : une seule, deux, trois ou quatre phases (Figure.I.23) [92].

Les modèles à une seule étape sont les premiers modèles de la DA et prennent en compte que la phase méthanogène. Ils impliquent une seule population de micro-organismes qui se base sur l'utilisation d'acétate ou des acides gras volatils. L'introduction des effets d'inhibition dans ces modèles est très limitée, comme c'est le cas du modèle proposé par Andrews et Pearson en 1965 [91, 92].

Les modèles en deux étapes, biphasiques, sont plus réalistes que les premiers et décrivent les transformations des matières organiques lors de l'acidogénèse, en acides gras organiques. Ces derniers, à leur tour, seront transformés en grande partie en méthane durant la phase de méthanogénèse. Ces modèles prennent en compte les bactéries acidogènes et méthanogènes, et considèrent les inhibitions dues à l'accumulation des AGV. Parmi ceux-ci, on trouve le modèle proposé par KIELY & coll. en 1997, et celui proposé par BERNARD & coll. en 2001, AM2 [91, 92].

Quant aux modèles à trois étapes, triphasiques ils comprennent la phase d'hydrolyse, par ajout des cinétiques d'hydrolyses au modèle, la phase d'acidogénèse et celle de méthanogénèse. Enfin, ceux à quatre phases, quadri-phasiques, prennent en compte toutes les 4 phases de la DA (hydrolyse, acidogénèse, acétogénèse, et méthanogénèse). Ces deux derniers modèles considèrent le processus comme une chaîne d'étapes et de réactions réalisées par des

populations microbiennes distinctes. Ils permettent une description des effets d'inhibition et des équilibres chimiques et sont proches de la réalité. En revanche, leur application est complexe à cause de nombre élevé de données qu'ils nécessitent en entrée. Parmi les modèles triphasiques, on trouve celui proposé par SIMEONOV & coll. en 1996 et celui proposé par NOYKOVA & coll. en 2002. Quant aux modèles quadri-phasiques, on cite le modèle ADM1 développé par le groupe de L'IWA en 2002 et celui développé par MORAU en 2006 [91, 92].

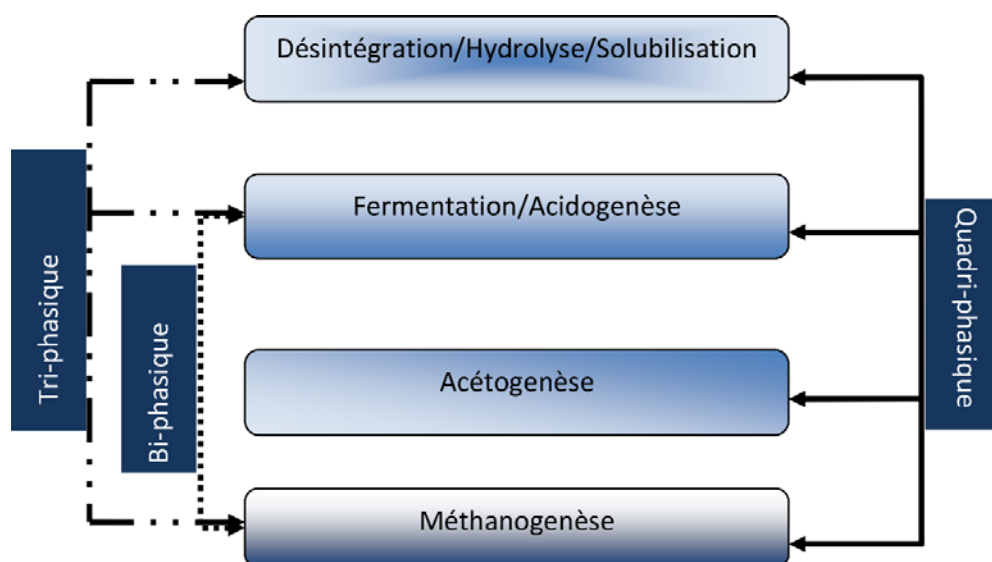


Figure.I.23 : Type de modèle selon les phases de la DA prises en compte [92]

I.3.F. Choix du modèle

Le choix du modèle se base principalement sur l'objectif de la modélisation. Dans ce contexte, on trouve des modèles détaillés pour la compréhension du processus, des modèles simplifiés pour le contrôle, la prédiction du potentiel méthanogène biologique (BMP). Ces modèles nécessitent la composition de l'effluent à traiter et disposent d'entrées pour les données expérimentales nécessaires à leurs calculs. Si la composition de l'effluent est de nature complexe, le modèle doit considérer une étape de désintégration avant celle d'hydrolyse. Si l'effluent se compose des polysaccharides, des protéines et/ou de lipides, le processus commence par l'étape d'hydrolyse. Dans le cas où le déchet est déjà acidifié, le processus démarre directement à partir de l'étape d'acétogenèse (Figure I.24) [19, 92]. Les tableaux I.19 et I.20 regroupent l'utilisation de certains modèles selon le type de substrat considéré [92].

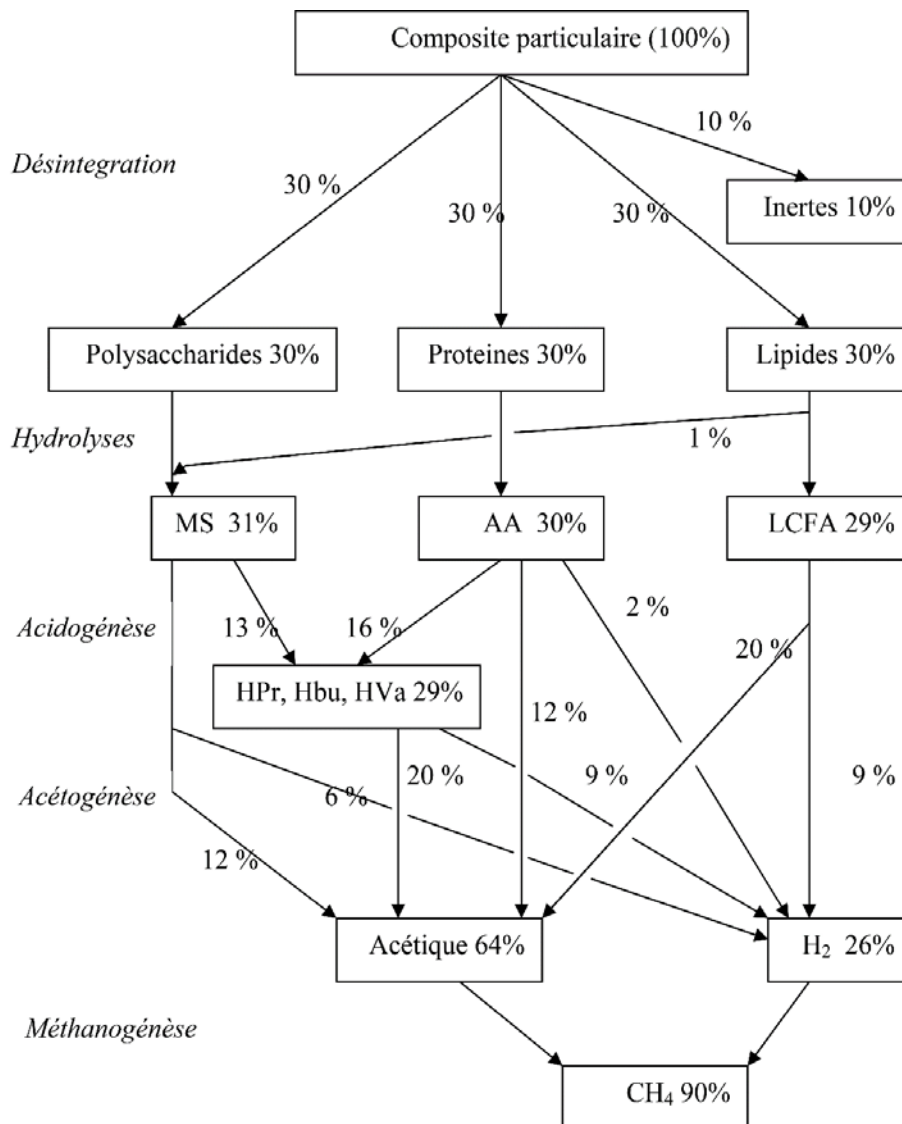


Figure.I.24 : Flux de DCO pour un composé particulaire renfermant 10% inertes, 30% protéines, 30% lipides et 30% polysaccharides grasses [19].

Tableau I.19 : Classement de l'application des modèles mono et biphasique de la digestion anaérobie selon la nature des substrats [92, 155]

Types de modèle	Type de substrat	Technologie de la digestion	Limites du modèle
Modèle monophasique	- Déchets organiques : les boues d'épuration, Déchets alimentaires et agricoles	(ANDREWS ET PEARSON, 1965)	Adaptés aux substrats qui ont une composition chimique simple et faciles à dégrader en l'absence d'oxygène.
Modèle biphasique	- Effluents liquides : boues de la STEP, vinasse, lisiers de porc. - Déchets solides : FOOM. - Co-digestion de FOOM + boues primaires, lisiers.	Mode continu (KIELY ET AL., 1997; BERNARD ET AL., 2001) ou discontinu alimenté VAVILIN ET AL., 2002	S'applique seulement sur les substrats solubles

Tableau I.20 : Classement de l'application des modèles tri et multiphases de la digestion anaérobie selon la nature des substrats [92, 155]

Types de modèle	Type de substrat	Technologie de la digestion	Limites du modèle
Modèle triphasique	- Effluents liquides : lisiers. - Déchets solides, déchets municipaux, fumier de bovin. - Co-digestion de fractions organiques des déchets municipaux et boues activées.	Mode continu (SIMEONOV ET AL., 1996) Mode discontinu (SIMEONOV ET AL., 1996, NOYKOVA ET AL., 2002; LIU ET AL., 2008)	Modélisation de la biomasse hydrolytique non prise en compte par le modèle
Modèle quadriphasique et plus	- Boues activées, boues primaires, lisiers	Mode continu (ADM1, IWA, 2002 ; MORAU, 2006)	Modèle physicochimique sophistiqué mais ne convient pas au substrat non dissout

I.3.G. Logiciels de la DA

Comme indiqué dans les sections précédentes, la DA est un processus complexe qui requiert une compréhension approfondie des interactions entre les divers paramètres et variables impliqués. De plus, un suivi et un contrôle constants de l'installation sont nécessaires pour prévenir toute inhibition ou interruption totale du processus. Dans cette perspective, plusieurs logiciels de DA sont disponibles, offrant un outil précieux pour modéliser, simuler et optimiser ces processus. Ces logiciels contribuent ainsi à maximiser les rendements énergétiques et environnementaux des installations de DA [156].

I.3.G.i. Exemple de logiciels

Dans le domaine de la DA, plusieurs logiciels spécialisés sont largement utilisés. Parmi eux, on peut citer des logiciels de modélisation tels que ADM1 et BioWin, qui permettent de simuler les processus biochimiques et physiques de la DA afin d'optimiser les paramètres opérationnels [157, 158]. Des logiciels de surveillance et de contrôle comme SCADA (SUPERVISORY CONTROL AND DATA ACQUISITION) sont également couramment employés pour surveiller en temps réel les performances des installations et pour effectuer des ajustements en fonction des données recueillies [159]. Pour la gestion des intrants et des sorties, des outils comme PLC (PROGRAMMABLE LOGIC CONTROLLERS) ou SCADA sont utilisés pour planifier et gérer les flux de matières premières et de produits finaux [159, 160]. Enfin, pour la gestion des données, des plateformes telles que ADAVISOR ou ENVIRODATA sont souvent déployées pour collecter, analyser et interpréter les données générées par les installations de DA, fournissant ainsi une base solide pour des décisions éclairées en matière d'optimisation des processus et de durabilité environnementale [161, 162].

I.3.G.ii. Fonctionnalités

Les logiciels de DA représentent des outils informatiques conçus pour gérer et améliorer les installations d'épuration et production de méthane. Ils proposent une diversité de fonctionnalités adaptées aux besoins spécifiques de ce domaine, telles que [156]:

- la surveillance et contrôle en temps réel des paramètres qui impactent les digesteurs anaérobies, tels que la température, le *pH*, le volume de gaz produit, le débit d'affluent, etc. Cela permet une identification rapide des problèmes et l'application des correctifs nécessaires pour maintenir le bon fonctionnement du digesteur.

- la possibilité de prévoir les performances de l'installation, par simulation et modélisation, dans différentes conditions et d'évaluer différentes approches opérationnelles dans le but d'optimiser le processus de fonctionnement de l'installation.

- la collecte et le stockage des données générées par l'installation, ce qui rend la surveillance des performances et l'analyse des données plus aisées. Ces logiciels informatiques contribuent à maintenir des conditions optimales dans l'installation pour maximiser la production du biogaz et réduire les coûts financiers des installations.

I.3.G.iii. Limitations

Bien que les logiciels de DA présentent des avantages significatifs en termes de planification, de gestion et d'optimisation des installations, ils sont confrontés à certaines limites. Tout d'abord, la complexité des processus de modélisation de la DA peut rendre difficile leur utilisation, nécessitant souvent une expertise spécialisée pour interpréter efficacement les résultats. De plus, la précision des prédictions générées par ces logiciels dépend étroitement de la qualité et de la précision des données d'entrée fournies, ce qui peut poser des défis en termes de collecte et de fiabilité des données utilisées dans les modèles, notamment en raison de la difficulté à obtenir certaines d'entre elles.

I.4. Conclusion

A partir de cette synthèse bibliographique succincte de la modélisation de la DA, il ressort qu'établir un modèle nécessite plusieurs étapes. En effet, il faut fixer l'objectif de la modélisation, définir les grandeurs à modéliser, les étapes de la DA à prendre en considération, le modèle de biodégradation et les données expérimentales disponibles. La suite de cette partie sera consacrée aux mesures expérimentales recueillies sur le site de la STEP. Quant au modèle proposé dans ce travail, il fera l'objet du chapitre III.

Chapitre II

Etude du cas de la STEP de Kénitra

II.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous nous intéressons au biogaz produit par digestion anaérobie à partir des effluents de la STEP de la papeterie de Kénitra et à sa valorisation. La STEP de Kénitra valorise le biogaz en électricité et en vapeur pour respectivement réduire sa facture énergétique et pour sécher la pâte à papier via une centrale thermique. A ces deux fins, nous avons recueilli les mesures de certains paramètres physiques, physico-chimiques, biologiques avant et après traitement biologique et celles de la production de biogaz sur une période d'un mois. Nous avons également collecté les mesures de la température et de la pression en amont et en aval des éléments constitutifs de la centrale thermique et les caractéristiques techniques de la turbine. Les paramètres et caractéristiques précités serviront à estimer les performances énergétiques de la centrale thermique.

Avant d'exposer les mesures recueillies de la STEP de Kénitra, nous présentons la station d'épuration, ses équipements et leurs fonctionnements notamment l'installation de traitement biologique des effluents de la papeterie et la centrale thermique.

II.2. Présentation de la Station d'épuration

La station d'épuration de l'usine CMCP-international Paper de Kenitra a été inaugurée le 9 avril 2013. Ce projet a été réalisé en partenariat avec le fonds de dépollution industrielle FODEP, l'agence du bassin hydraulique du Sebou et le secrétariat d'Etat auprès du Ministre de l'Energie, des Mines, de l'Eau et de l'Environnement. La station a nécessité un investissement de l'ordre de 50 millions de DH.

II.2.A. Organigramme de fonctionnement

Comme nous l'avons vu au chapitre I, les effluents liquides des fabriques de pâte à papier et papiers ont une composition très diversifiée. Afin de pouvoir réutiliser ces effluents après épuration ou pour les rejeter dans la nature sans provoquer de pollution, ils nécessitent d'être traités.

La figure II.1 regroupe les différents traitements utilisés dans la STEP de Kénitra. Les effluents liquides des papeteries sont soumis à un traitement primaire relatif à une clarification qui permet de séparer la phase solide-liquide et liquide-liquide. Ce traitement est effectué par une sédimentation dans le clarificateur et une flottation dans le flottateur. Le deuxième traitement, relatif à l'épuration biologique est utilisé afin d'assurer la dégradation des matières organiques biodégradables, effectué par un bioréacteur anaérobie ESGB

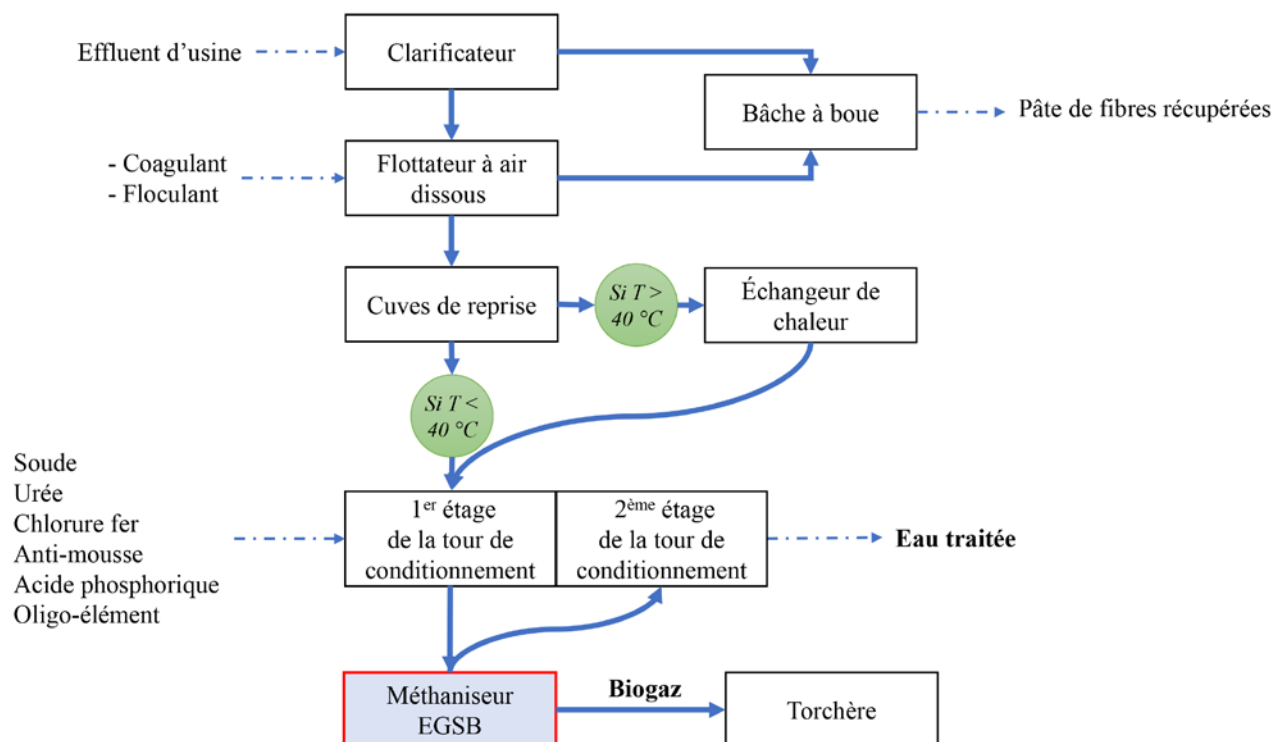


Figure.II.1 : Organigramme de fonctionnement de la STEP

II.2.B. Les équipements de la STEP et leurs fonctionnements

II.2.B.i. Clarificateur et bêche à boue

Le clarificateur est alimenté par les effluents de l'usine. Le clarificateur est un bassin circulaire équipé d'un pont racleur où s'effectue la séparation des particules volumineuses du reste des effluents rejetés par l'usine (Figure II.2).

La bêche à boue a pour rôle de récupérer la pâte évacuée par le clarificateur. La récupération de la pâte se passe à l'aide de l'opération de décantation par gravité.

La pâte décantée au fond du bassin est poussée par des lames racleuses vers un puits au centre du bassin. De là, sous l'effet de la pression hydrostatique, la pâte est évacuée en dehors du bassin vers une bêche à boue, qui à son tour la renvoie au palper de la machine.

Les effluents clarifiés sont alors acheminés vers un canal de sortie. À ce niveau, une pompe se charge de faire transiter les effluents vers le flottateur à air dissous.



Figure.II.2 : Clarificateur [163]

II.2.B.ii. Flottateur à air dissous

Le flottateur à air dissous est une technique de traitement des eaux usées qui permet la séparation des matières en suspension (Figure.II.3).

Le processus consiste à introduire des petites bulles d'air aux particules qui entrent dans le flottateur, afin de former un ensemble de densité inférieure à celle de l'eau, ce qui les fait flotter. Ces microbulles, en remontant à la surface, entraînent avec elles les particules qui sont ensuite écrémées par un racleur de surface, puis retirées des eaux à traiter.



Figure.II.3 : Flottateur [164]

La flottation par air dissous est précédée d'un traitement chimique de Coagulation-Floculation ; elle consiste à ajouter un coagulant puis un floculant (polymère) à l'entrée de l'unité.

Le rendement de la séparation de la matière solide en suspension peut atteindre 95%. La pâte récupérée est envoyée vers la bêche à boue, la même bêche utilisée par le clarificateur, qui permet de transférer la pâte vers l'atelier de palpage.

II.2.B.iii. Cuves de reprise des eaux clarifiées

Elle alimente la tour de conditionnement par les eaux clarifiées. Après avoir traversé le clarificateur et le flottateur, les eaux clarifiées parviennent à la cuve de reprise. Elles sont transférées directement vers la tour de conditionnement si la température des eaux ne dépasse pas 40°C . Si, en revanche, la température des eaux est supérieure à 40°C les eaux passent à travers un échangeur de chaleur afin de la faire baisser.

II.2.B.iv. Echangeur de chaleur

Il permet de refroidir les effluents chauds avant qu'ils atteignent le digesteur. Cet échangeur de chaleur (Figure II.4) ne fonctionne que si la température des effluents est supérieure à 40°C .

Cette unité assure le refroidissement des effluents afin que leur température ne dépasse pas 39°C au maximum car ces effluents alimentent le digesteur dont la température doit être inférieure à 40°C pour des raisons biologiques.



Figure.II.4 : Échangeur de chaleur [165]

II.2.B.v. Tour de conditionnement

Cette tour de conditionnement est composée de deux étages (Figure II.5) :

1er étage : Avant de les introduire dans le digesteur, les effluents clarifiés provenant de la cuve de reprise sont traités chimiquement en leur ajoutant de la soude, de l'urée, du chlorure de fer, de l'anti-mousse, de l'acide phosphorique et des oligo-éléments. Ces substances offrent les conditions optimales de vie des micro-organismes et le rôle de chacune de ces substances est précisé dans le tableau II.1.

Tableau II.1 : Rôle des substances ajoutées aux eaux clarifiées

Produit	Objectif
Soude	Régulateur alimentaire de <i>pH</i>
Urée	Nutriment pour le développement de la bactérie Dégradation de la pollution
Chlorure fer	Pour structure du floc
Anti-mousse	Limiter les effets d'un moussage
Acide phosphorique	Nutriment pour développement de la bactérie Dégradation de la pollution
Oligo-élément	Additif alimentaire

2ème étage : Ce niveau est prévu pour recevoir l'eau épurée après son passage dans le digesteur. L'eau est ensuite rejetée dans la rivière avec une composition qui ne compromettrait pas l'équilibre de l'environnement.

En cas de problème ou panne au niveau de la station d'épuration, ce niveau est fermé pour éviter tout rejet.

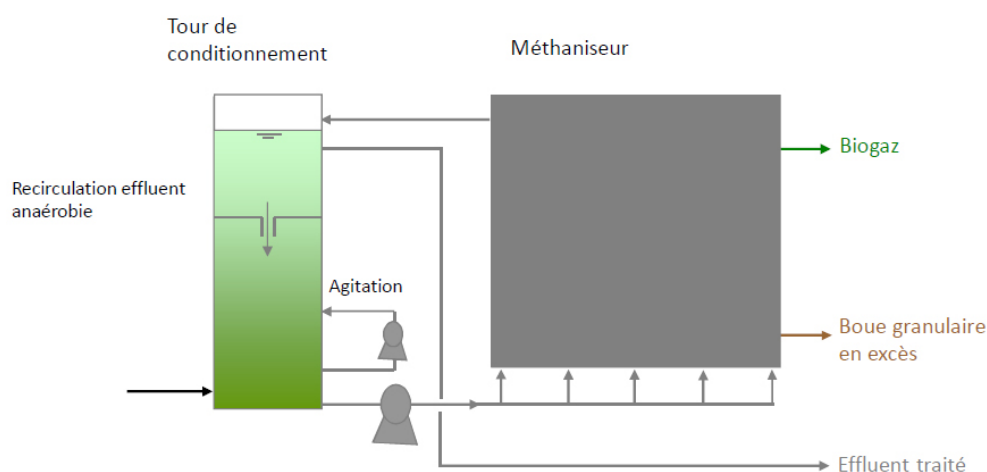


Figure.II.5 : Le circuit des effluents entre la tour de conditionnement et le méthaniseur

II.2.B.vi. Digesteur

Après le passage par le premier étage de la tour, les effluents arrivent au digesteur au travers d'un tube qui se divise en deux à l'entrée de celui-ci (Figure.II.6). Chaque tube est relié à un faisceau tubulaire en bas du digesteur. Les deux tubes fonctionnent en alternance pour équilibrer la distribution des effluents dans le digesteur, évitant ainsi la formation de canaux préférentiels et de zones mortes.

Dès que les effluents sont à l'intérieur du digesteur, la transformation naturelle de la matière organique par des micro-organismes en absence d'oxygène commence. C'est la DA qui conduit à la formation d'un biogaz contenant du méthane utilisable comme source d'énergie.

Le gaz produit par DA remonte et atteint les canaux d'évacuation des gaz produits.

Quant à l'eau épurée, elle quitte le digesteur vers le deuxième étage de la tour à travers des tubes qui se trouvent aux trois quarts de la hauteur du digesteur.



Figure.II.6 : Digesteur anaérobie [166]

II.2.B.vii. Torchère

Le biogaz produit au niveau du digesteur est destiné à alimenter la chaudière. Le surplus de biogaz produit est brûlé par une torchère (Figure II.7).



Figure.II.7 : Torchère [165]

II.3. Mesures recueillies des différents équipements de la STEP

II.3.A. Dimensions et conditions de fonctionnement du digesteur

A la STEP de Kénitra, la DA est réalisée dans un digesteur de type EGSB. Chaque jour, ce digesteur traite $4500m^3$ d'effluents liquides. Ses dimensions sont de 15 m de hauteur et 10 m de diamètre, avec une capacité de $1200 m^3$. La DA des effluents chargés en matières organiques se fait en présence de micro-organismes mésophiles en milieu neutre à $30^{\circ}C$.

II.3.B. Mesures des paramètres physico-chimiques et biologiques des effluents

Le tableau II.2 regroupe les paramètres physico-chimiques et biologiques des effluents liquides traités à différents niveaux de la STEP.

Dans le clarificateur et le flottateur, le liquide est acide puisque son pH est inférieur à 7. La demande chimique en oxygène (DCO) diminue légèrement en passant du clarificateur au flottateur, alors qu'elle diminue de 70% en passant du flottateur au digesteur. Ceci signifie qu'une oxydation de la matière organique présente dans l'eau s'est produite.

La demande biochimique en oxygène (DBO) diminue également de manière significative en passant du clarificateur au digesteur, indiquant la dégradation de la matière organique présente dans l'eau.

Les micro-organismes cultivés au sein du digesteur sont de type mésophile. Le pH et la température mesurés au sein de digesteur, respectivement 7,2 et 29°C, sont convenables pour la croissance et le développement des micro-organismes précédemment cités

Tableau II.2 : Analyses des effluents aux différents niveaux de la STEP.

Débit des effluents par jour ($m^3.j^{-1}$)	4017
Clarificateur	
DCO ($mg.L^{-1}$)	2118
pH	6,54
DBO ($mg O_2.L^{-1}$)	1000
Flottateur	
DCO ($mg.L^{-1}$)	2092
pH	6,28
Matière en suspension	110
Digesteur	
DCO ($mg.L^{-1}$)	600
DBO ($mg O_2.L^{-1}$)	200
Matière en suspension	134
NH_4	2,48
PO_4	1,42
pH	7,2
Température °C	30
Profile de bord	0,7
Quantité de biogaz produite ($m^3.j^{-1}$)	1754

DCO : La demande chimique en oxygène ; DBO : La demande biochimique en oxygène.

II.3.C. Mesures de la production de biogaz

La production journalière du biogaz tout au long du mois avril est donnée sur le tableau II.3 et représentée sur la figure II.8.

Pour les 2 et 3 avril, il n'y avait pas de production de biogaz. Ces deux jours sont réservés à la maintenance des machines et toute l'usine est en arrêt.

La quantité de biogaz produite diffère d'un jour à l'autre, la différence de concentration des effluents en matières organiques dissoutes en serait la cause.

La digestion des matières organiques n'est pas réalisée dans des conditions strictement anaérobies dans la mesure où la soupape de sécurité ne se ferme pas convenablement. De plus, le rendement en biogaz peut être amélioré une fois l'étanchéité de l'installation rétablie. Le

rendement en biogaz peut également être optimisé si les effluents sont exempts de lignine. La présence de cette dernière, composée d'unités phénylpropanoïdes non hydrolysables, du moins avec les micro-organismes spécifiques de l'hydrolyse des polysaccharides, pourrait inhiber la fermentation de la fraction fermentescible des rejets liquides [168]. Il serait souhaitable de procéder à la dégradation de la lignine avant de soumettre les rejets liquides à la fermentation anaérobie.

Précisons que les données des périodes antérieures ne nous ont pas été communiquées.

Tableau II.3 : Mesure de la production de biogaz pour le mois d'avril en $m^3 \cdot jour^{-1}$.

Jour	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Volume/jour	192	—	—	1704	968	577	795	723	796	962
Jour	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
Volume/jour	905	880	925	873	934	944	794	898	1177	1039
Jour	22	23	24	25	26	27	28	29	30	—
Volume/jour	1307	1347	1832	1832	1754	2082	2134	1818	1541	—

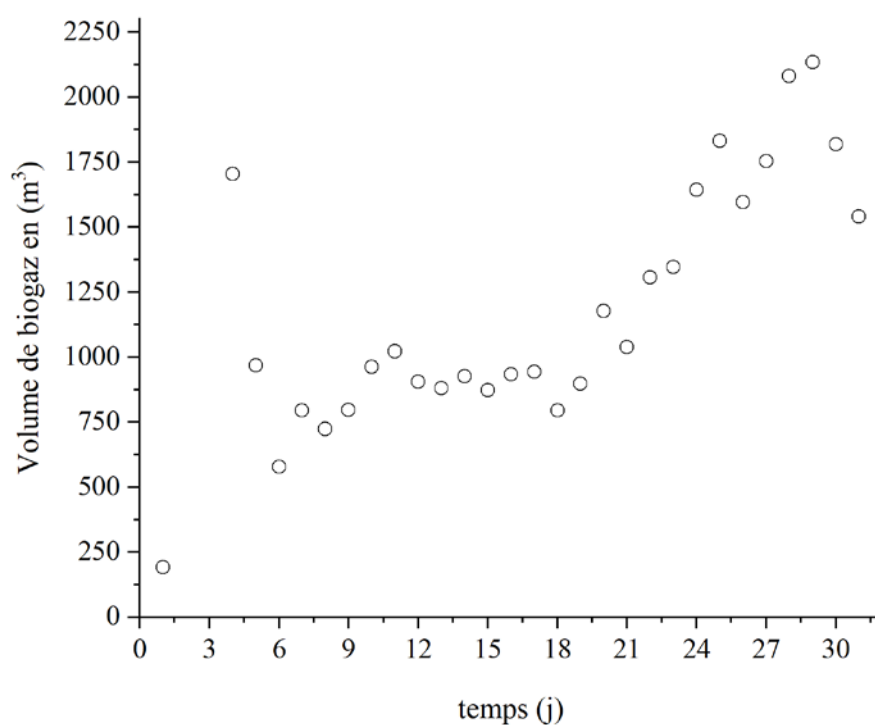


Figure.II.8 : Production de biogaz mesurée ($m^3 \cdot jour^{-1}$).

II.4. Installation de valorisation du biogaz en chaleur et électricité

La STEP est équipée d'une centrale thermique qui fonctionne en cogénération. Ses principaux composants sont : une chaudière, une turbine, un alternateur, un condenseur et un transformateur (Figure II.9). La centrale thermique utilise l'eau comme vecteur d'énergie. Au niveau de la chaudière, l'eau est chauffée et transformée en vapeur par la chaleur générée par la combustion du biogaz. Cette énergie thermique est ensuite convertie en énergie mécanique par la turbine. L'énergie mécanique est enfin transmise à l'alternateur, lequel la convertit en électricité (Annexe 5). A la sortie de la turbine, la vapeur, autrement dit l'énergie thermique, est dirigée vers la sécheuse du papier. Puisque notre intérêt se porte sur le gain énergétique de la papeterie, nous nous limiterons ci-après à la description, au principe de fonctionnement et aux caractéristiques techniques de la turbine.

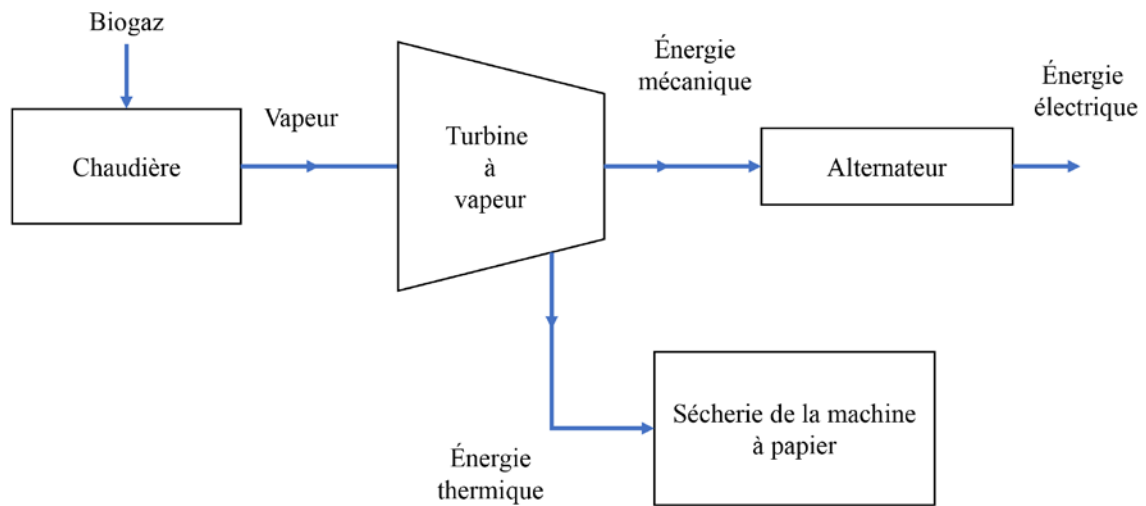


Figure.II.9 : Composants de la centrale thermique

II.4.A. Description, principe de fonctionnement et caractéristiques techniques de la turbine

La turbine utilisée est à vapeur axiale à contre pression et à soutirage SIEMENS, d'une puissance de 5 MW modèle ENG 25/20/50-3. Elle se compose de 2 étages de détente (Figure II.10). La vapeur, dans ce type de turbine, subit une détente partielle jusqu'à une moyenne pression dans un étage de 'haute pression'. Une partie de la vapeur est soutirée pour être utilisée dans un processus industriel, tandis que le reste de la vapeur est détendu dans un étage de 'basse pression'. Les caractéristiques de la turbine à vapeur sont rassemblées dans le tableau II.4.

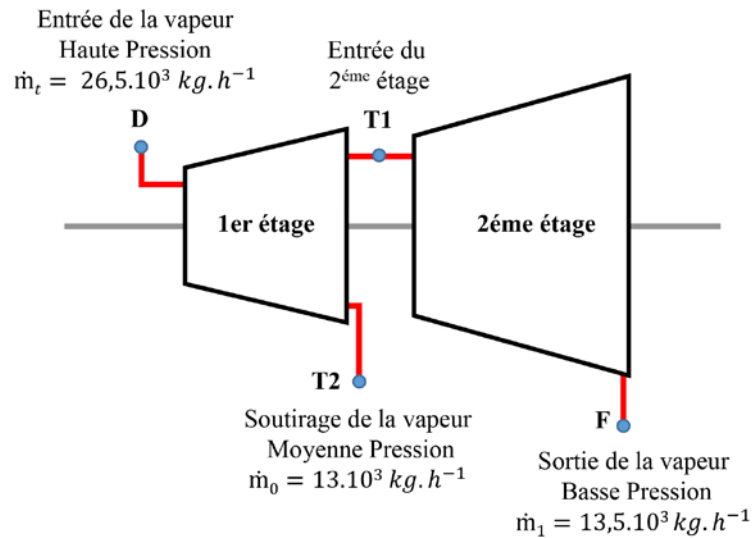


Figure.II.10 : Les deux étages de la turbine

Avec :

$\dot{m}$: Débit massique de la vapeur en $Kg.s^{-1}$.

Débit massique total qui entre à la turbine : $\dot{m}_t = 26,5.10^3 Kg.h^{-1} = 7,36 Kg.s^{-1}$

Débit massique soutiré du 1er étage : $\dot{m}_0 = 13 \times 10^3 Kg.h^{-1} = 3,61 Kg.s^{-1}$

Débit massique qui traverse toute la turbine : $\dot{m}_1 = 13,5 \times 10^3 Kg.h^{-1} = 3,75 Kg.s^{-1}$

Tableau II.4 : Caractéristiques de la turbine de la CMCP

TURBINE AXIALE A CONTRE PRESSION ET SOUTIRAGE TYPE ENG 25/20/50-3		
Caractéristique technique	Valeur	Unité
Vitesse nominale	12587	t/min
Vitesse provoquant fermeture rapide	13750	t/min
Puissance nominale	3200	KW
Pression de vapeur vive	40	Bar
T vapeur vive	420	$^{\circ}C$
Contre pression	2,3	Bar
Température de contre pression	170	$^{\circ}C$
Pression en soutirage	15	Bar
T extraction	300	$^{\circ}C$

II.4.B. Cycle thermodynamique de la centrale thermique

Le cycle thermodynamique de la centrale thermique donné sur la figure II.12 est décrit ci-dessous et la figure II.11 représente le tracé de son cycle sur le diagramme entropique de la vapeur d'eau.

- Le point D représente le point d'entrée de la vapeur à la turbine.
- D-I1 : Détente dans le 1er étage : La vapeur subit une expansion à mesure qu'elle traverse les ailettes de la turbine. Cela se traduit par une baisse de la température et une augmentation de l'entropie.
- I1-F : Détente dans le 2eme étage : La vapeur subit une expansion à mesure qu'elle traverse les ailettes de la turbine. Cela se traduit par une baisse de la température et une augmentation de l'entropie.

Points I2 et F de sortie de la vapeur : À la sortie de la turbine, la vapeur a perdu de l'énergie sous forme de travail mécanique.

- F-C2-A : Condensation de la vapeur suite à l'échange de chaleur avec le condenseur, changement d'état à température et pression constante.
 - F-C2 : échangeur de chaleur : une diminution de l'enthalpie correspondant à la diminution de température à pression constante
 - C2-A : Machine de séchage 3 : changement d'état à pression et température relativement constante
- I2-C1-G : Condensation de la vapeur soutirée qui résulte d'un échange de chaleur dans le mélangeur, changement d'état à température et pression constante.
 - I2-C1 : échangeur de chaleur : une diminution de l'enthalpie correspondant à la diminution de température à pression constante
 - C1-G : Machine de séchage 1 : changement d'état à pression et température relativement constante
- A-B : Compression du liquide dans une pompe à liquide (les pompes à liquide consomment beaucoup moins en travail que les compresseurs), la variation de température qui accompagne cette compression est faible car le liquide est incompressible
- G-E1 : préchauffe isobare au mélangeur.
- E1-E2 : vaporisation isotherme dans la chaudière.

- E2-D : surchauffe avec échange irréversible de chaleur dans la chaudière.

N.B : A l'entrée de la chaudière (point B) existe un régulateur de pression (détendeur), la pression chute de 59 bar à 39 bar (B').

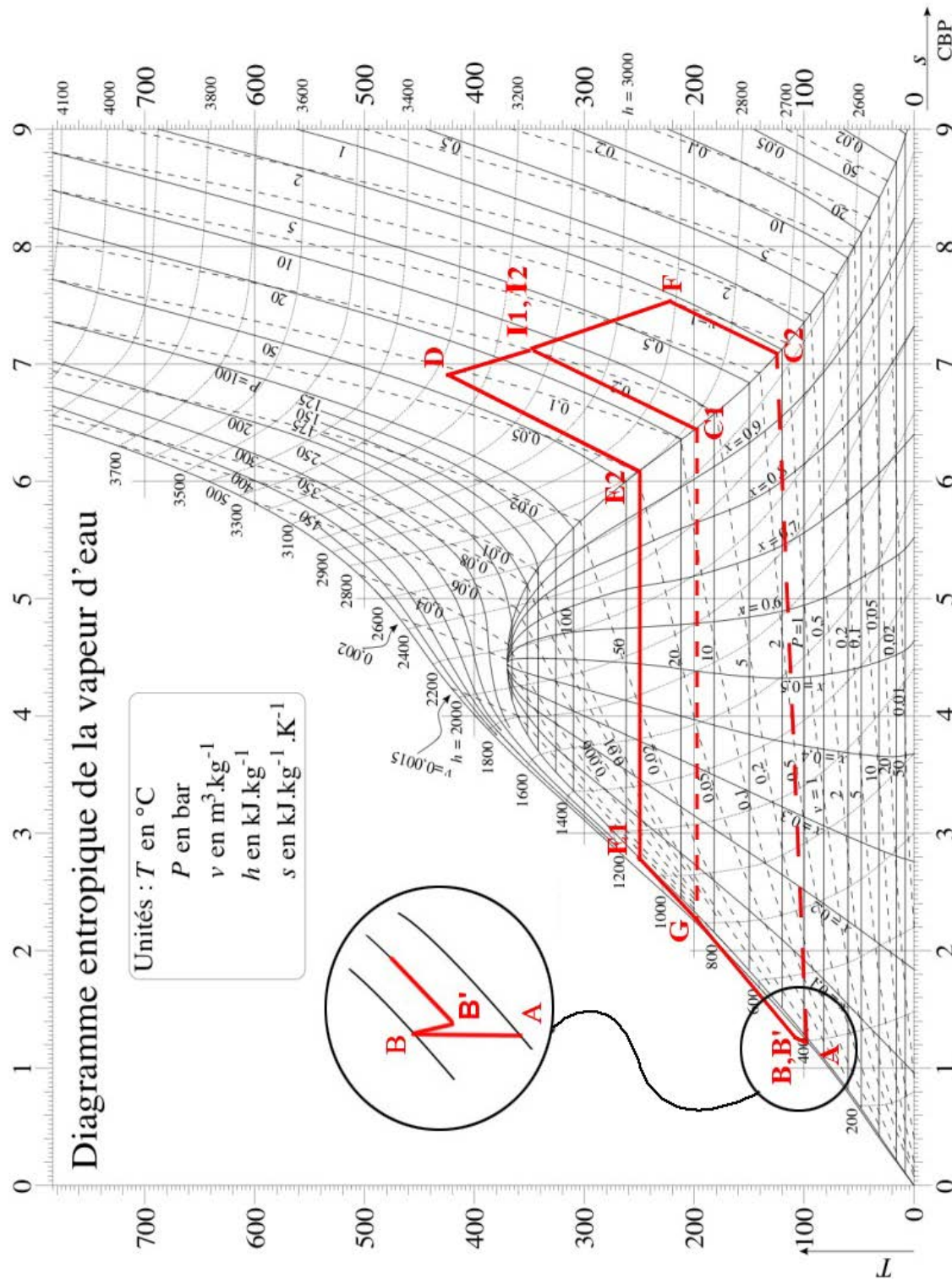


Figure.II.11 : Cycle de l'installation

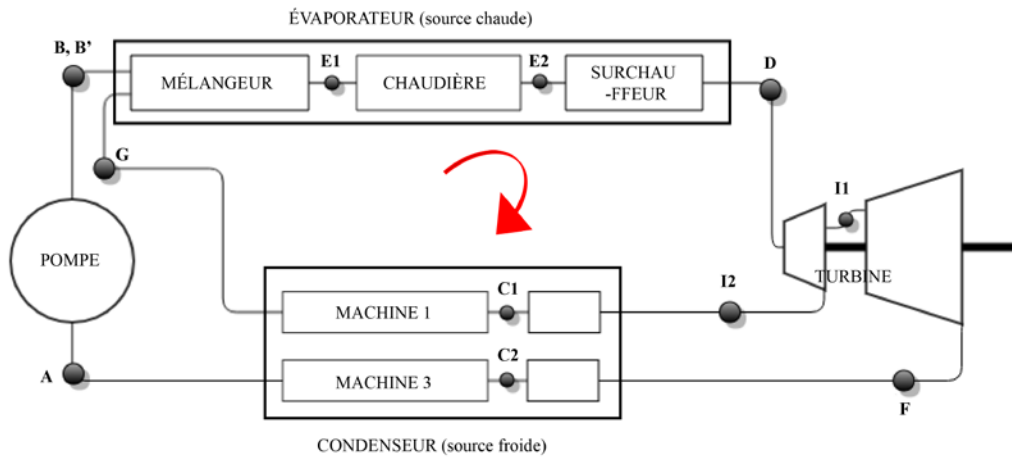


Figure.II.12 : Cycle thermodynamique (dans le sens moteur)

II.5. Mesures des paramètres et de l'efficacité de la centrale thermique

Les performances énergétiques peuvent être estimées par le rapport entre l'énergie récupérée à la sortie de la turbine et l'énergie fournie à son entrée. Pour ce faire, il faut connaître le cycle thermodynamique de la turbine et établir les équations de bilan à son entrée et à sa sortie.

II.5.A. L'énergie fournie et consommée par la centrale thermique

II.5.A.i. Mesures de la température et de la pression en amont et en aval des composants de la centrale thermique

Comme nous l'avons déjà précisé au paragraphe « II.4 », la centrale thermique est composée d'une pompe, d'un évaporateur, d'un condenseur et d'une turbine. Les température et pression en amont et en aval de chacun des éléments de la centrale thermique sont regroupés dans le tableau II.5 et II.6. A partir de ces valeurs, nous calculons les enthalpies et les entropies correspondantes en utilisant le diagramme entropique de la vapeur d'eau.

Tableau II.5 : Mesures de la pression et de la température en amont de la turbine

Point A	Point B	Point B'	Point D
Valeurs mesurées			
$P_A = 1,013 \text{ Bar}$ $T_A = 99^\circ\text{C}$	$P_B = 59 \text{ Bar}$ $T_B = 99^\circ\text{C}$	$P_{B'} = 39 \text{ Bar}$ $T_{B'} = 99^\circ\text{C}$	$P_D = 39 \text{ Bar}$ $T_D = 431^\circ\text{C}$
Valeurs estimées			
$h_A = 414,951 \text{ kJ/kg}$ $s_A = 1,296 \text{ kJ/kg/K}$	$h_B = 419,325 \text{ kJ/kg}$ $s_B = 1,291 \text{ kJ/kg/K}$	$h_{B'} = 417,815 \text{ kJ/kg}$ $s_{B'} = 1,293 \text{ kJ/kg/K}$	$h_D = 3288,65 \text{ kJ/kg}$ $s_D = 6,890 \text{ kJ/kg/K}$

Tableau II.6 : Mesures de la pression et de la température en aval de la turbine

Point G	Point I ₁ ≈ I ₂	Point F
Valeurs mesurées		
$P_G = 15 \text{ Bar}$ $T_G = 200^\circ\text{C}$	$P_{C1} = 15 \text{ Bar}$ $T_{C1} = 350^\circ\text{C}$	$P_F = 2,3 \text{ Bar}$ $T_F = 220^\circ\text{C}$
Valeurs estimées		
$h_G = 840 \text{ kJ/kg}$ $S_G = 2,3 \text{ kJ/kg/K}$	$h_{T1} = 3148,05 \text{ kJ/kg}$ $S_{T1} = 7,10358 \text{ kJ/kg/K}$	$h_F = 2909,71 \text{ kJ/kg}$ $S_F = 7,5249 \text{ kJ/kg/K}$

II.5.A.ii. Bilan d'énergie des différents dispositifs de la centrale thermique

Énergie chaleur totale reçue par le fluide au niveau de l'évaporateur :

L'énergie chaleur massique reçue par le fluide au niveau de **l'évaporateur**

$$q_C = h_D - h_G \quad (\text{II.1})$$

$$q_C = h_D - h_G = 3288,65 - 840 = 2448,65 \text{ kJ / kg}$$

L'énergie chaleur totale reçue par le fluide au niveau de **l'évaporateur**

26500 kg/h étant le débit massique total alimentant la chaudière

$$\dot{Q}_C = q_C \times \dot{m}_t \quad (\text{II.2})$$

$$\dot{Q}_C = q_C \times \dot{m}_t = 2448,65 \times 26500 \rightarrow \dot{Q}_C = 6,488.10^7 \text{ kJ / h}$$

Énergie travail fournie par la turbine :

- L'énergie travail massique fournie par la masse m_0 de vapeur soutirée

$$w_2 = -(h_D - h_{I1}) \quad (\text{II.3})$$

$$w_2 = -(h_D - h_{I1}) = -(3288,65 - 3148,05) = -140,6 \text{ kJ / kg}$$

- L'énergie travail massique fournie par la masse m_1 de vapeur traversant **les 2 étages de la turbine**

$$w_1 = -(h_D - h_F) \quad (\text{II.4})$$

$$w_1 = -(h_D - h_F) = -(3288,65 - 2909,71) = -378,94 \text{ kJ / kg}$$

- L'énergie travail massique globale fournie par la vapeur dans la turbine :

$$w_t = w_1 + w_2 \quad (\text{II.5})$$

$$w_t = w_1 + w_2 = -519,54 \text{ kJ / kg}$$

- La masse m_0 de vapeur soutirée produit un travail massique de :

$$W_2 = \dot{m}_0 \times w_2 \quad (\text{II.6})$$

$$W_2 = \dot{m}_0 \times w_2 \quad \text{Sur une durée de } 1H = 13000 \times (-140,6) = -1,8278.10^6 \text{ kJ/h}$$

- La masse m_1 de vapeur traversant les deux étages de la turbine produit un travail massique de :

$$W_1 = \dot{m}_1 \times w_1 \quad (\text{II.7})$$

$$W_1 = \dot{m}_1 \times w_1 \quad \text{Sur une durée de } 1H = 13500 \times (-378,94) = -5,116.10^6 \text{ kJ / h}$$

Avec : $m_1 = m_t - m_0$

➔ L'énergie travail globale fournie par la turbine :

La masse totale m_t de vapeur entrant dans la turbine produit donc l'énergie travail :

$$W = W_1 + W_2 \quad (\text{II.8})$$

$$W = W_1 + W_2 = -6,943.10^6 \text{ kJ / h}$$

Énergie travail consommée par la pompe :

Comme mentionné précédemment, l'usine est équipée d'une pompe de 59 bars. Au niveau de l'entrée de la chaudière, située au point B, un régulateur de pression diminue cette pression de 59 bars à 39 bars, désignée comme B'. Dans ce contexte, nous allons entreprendre des calculs comparatifs afin d'évaluer l'impact sur l'efficacité du cycle en utilisant une pompe de 59 bars par rapport à une pompe de 39 bars.

La formule générale de l'énergie travail consommée par une pompe :

$$W = \dot{m}(h_s - h_e) \quad (\text{II.9})$$

Où :

- W est l'énergie travail consommée par la pompe (W ou $J.s^{-1}$).
- $\dot{m}$ est le débit massique du fluide ($kg.s^{-1}$).
- h_s est l'enthalpie spécifique du fluide à la sortie de la pompe ($kJ.kg^{-1}$).
- h_e est l'enthalpie spécifique du fluide à l'entrée de la pompe ($kJ.kg^{-1}$).
- L'énergie travail dans le cas d'une pompe de 59 bars :

$$\bullet \quad h_B - h_A = 419,325 - 414,951 = 4,374 \text{ kJ / kg}$$

$$W = 4,374 \times 26500 = 1,159.10^5 \text{ kJ / h}$$

- L'énergie travail dans le cas d'une pompe de 39 bars :

$$\bullet \quad h_{B'} - h_A = 417,815 - 414,951 = 2,864 \text{ kJ / kg}$$

$$W = 2,864 \times 26500 = 0,759.10^5 \text{ kJ / h}$$

Efficacité de la centrale thermique :

La formule générale de l'efficacité d'une centrale thermique :

$$\varepsilon = \frac{|W|}{\dot{Q}_C} \quad (\text{II.10})$$

Où :

- W : L'énergie travail totale.
- $\dot{Q}_C$: L'énergie chaleur totale reçue par le fluide au niveau de la chaudière.
- Sans le travail de la pompe :

$$\varepsilon = \frac{|W|}{\dot{Q}_C} = \frac{6,943.10^6}{6,488.10^7} = 0,107$$

- Dans le cas d'une pompe de 59 Bar :

$$\varepsilon = \frac{|W_{turbine}|}{\dot{Q}_C + W_{pompe}} = \frac{|-6,93.10^6|}{6,488.10^7 + 1,159.10^5} = 0,106$$

- Dans le cas d'une pompe de 39 Bar :

$$\varepsilon = \frac{|W_{turbine}|}{\dot{Q}_C + W_{pompe}} = \frac{|-6,93 \cdot 10^6|}{6,488 \cdot 10^7 + 0,759 \cdot 10^5} = 0,106$$

Les calculs effectués démontrent qu'il n'y a pas de différence significative dans l'efficacité du cycle, quelle que soit la pompe utilisée, que ce soit celle de 59 bars ou celle de 39 bars.

Gain énergétique en électricité :

Le processus de production d'électricité comprend plusieurs étapes, chacune reliée à un équipement de l'installation, à savoir : une turbine à vapeur, un réducteur, un alternateur et un transformateur. Chaque composant transforme et perd une partie de l'énergie mécanique fournie par la turbine. Le réducteur ajuste le rapport de vitesse et couple pour maintenir une rotation constante entre la turbine et l'alternateur. L'alternateur convertit l'énergie mécanique en électricité, avec un rendement de 95%. Ensuite, le transformateur augmente la tension du courant alternatif produit par l'alternateur, avec un rendement de 96%.

La production d'énergie dans la centrale électrique :

$$\text{La puissance délivrée par la turbine : } P = \frac{|W|}{3600} = \frac{6,943 \cdot 10^6}{3600} = 1928,747 \text{ kW}$$

$$\text{La puissance délivrée par le réducteur : } La \text{ puissance} = 1928,747 \times 0,94 = 1813,02 \text{ kW}$$

$$\text{La Puissance délivrée par l'alternateur : } La \text{ puissance} = 1813,02218 \times 0,95 = 1722,37 \text{ kW}$$

$$\text{La Puissance délivrée par le transformateur : } La \text{ puissance} = 1722,37 \times 0,96 = 1653,48 \text{ kW}$$

$$\text{Le gain énergétique} = \frac{1653,48}{1653,48 + 5211} = 0,24 = 24 \% \quad (\text{II.11})$$

Grace à la turbine l'usine peut couvrir 24% de ses besoins en électricité.

Avec :

- Puissance moyenne achetée du réseau = 5211 kW ;

- Puissance moyenne fournie par la centrale = 1653,48 kW.

Gain apporté par l'emploi du biogaz dans la centrale thermique

La quantité totale d'énergie thermique nécessaire à la chaudière sur une période de 24 heures :

L'énergie chaleur totale nécessaire au niveau de la chaudière :

$$\dot{Q}_C = q_C \times \dot{m}_t = (h_c - h_s) \times \dot{m}_t \quad (\text{II.12})$$

$$\dot{Q}_C = q_C \times \dot{m}_t = (h_c - h_s) \times \dot{m}_t = 2448,65 \times 26500 = 6,488.10^7 \text{ kJ} / \text{h}$$

$$\dot{Q}_{C \ 24h} = 6,488.10^7 \times 24 = 1,56.10^9 \text{ KJ}$$

Calcule d'énergie totale produite par le biogaz en 24 heures :

Le pouvoir calorifique du biogaz dont la teneur en méthane est supposée de 50% est :

$$\text{PCI (biogaz)} = \text{PCI (CH}_4) \times \% \text{ CH}_4 \quad (\text{II.13})$$

$$\text{PCI (biogaz)} = \text{PCI (CH}_4) \times \% \text{ CH}_4 = 9,94 \times 0,5 = 4,97 \text{ KWh. m}^{-3}$$

Avec :

$$- \text{PCI (CH}_4) = 9,94 \text{ KWh. m}^{-3}$$

Le pouvoir calorifique du biogaz est donné en kilowattheures par mètre cube (KWh. m^{-3}). Convertissons cela en kilojoules par mètre cube (KJ. m^{-3}) pour être cohérent avec l'énergie chaleur totale nécessaire à la chaudière. Calculons la quantité totale d'énergie thermique pouvant être produite à partir du 1213 m^3 du biogaz généré par la station d'épuration sur une période de 24 heures.

$$\text{Quantité de chaleur produite par } 1213 \text{ m}^3 \text{ de biogaz} = \text{PCI (biogaz)} \times \text{Volume (biogaz)} \quad (\text{II.14})$$

$$= 4,97 \times 1213 = 6028,61 \text{ KWh} = 2,17.10^7 \text{ KJ}$$

Rapport entre la quantité de biogaz produit (Energie produite) et la quantité nécessaire (Energie nécessaire) au niveau de la chaudière en 24h :

$$r = \frac{Q_{\text{biogazProduite}}}{Q_c} = \frac{2,17.10^7}{1,56.10^9} = 0,014 \quad (\text{II.15})$$

La quantité moyenne du biogaz produite peut fournir une quantité de chaleur de $2,17.10^7 \text{ KJ}$ et peut couvrir jusqu'à 1.4% de la quantité de chaleur nécessaire pour le fonctionnement de la centrale thermique de l'usine.

II.6. Conclusion

Il découle de ce chapitre que les mesures collectées avant et après traitement biologique indiquent que les effluents de la papeterie ont été convenablement dépollués et sont en conformité avec les normes marocaines indiquées dans le tableau 1 de l'annexe 4.

Au cours du processus de dépollution, le pH est acide dans le clarificateur et le flottateur. Des neutralisations sont effectuées en aval de ces derniers pour atteindre un pH de 7,2 dans le digesteur. La température au sein de ce dernier est de $30^{\circ}C$. Ces deux grandeurs conviennent à la croissance et au développement des bactéries mésophiles cultivées au sein du digesteur. Après le passage des effluents par le clarificateur et le flottateur la DCO diminue d'environ 1%. En revanche, elle diminue considérablement après le passage des effluents dans le digesteur pour atteindre $600\text{ mg d'oxygène.l}^{-1}$ alors qu'elle était à $2092\text{ mg d'oxygène.l}^{-1}$. Cette diminution est causée par l'oxydation de la matière organique présente dans l'effluent. Par ailleurs, le traitement biologique au niveau du digesteur assure simultanément une diminution considérable de la DBO qui passe de 1000 à 200 mg.l^{-1} . Cette diminution est due à la dégradation de la matière organique contenue dans l'effluent par les microorganismes anaérobies. Dans ces conditions, la DA des effluents liquides produit de 600 à $2000\text{ m}^3.\text{jour}^{-1}$ de biogaz.

Il semble qu'il n'y ait pas de différence significative dans l'efficacité du cycle, quelle que soit la pompe utilisée, que ce soit une pompe de 59 bars ou une pompe de 39 bars. Par ailleurs, la valorisation du biogaz dans la centrale thermique comble environ 24% des besoins en électricité de la papeterie et 1,4% de ses besoins thermiques. Par ailleurs, la production moyenne de biogaz serait en mesure de générer une quantité de chaleur d'environ $2,17.10^7\text{ KJ}$.

Chapitre III

Modélisation de la DA

Partie III.1

Mise en équation du modèle proposé

III.1.A. Introduction

Dans cette partie, nous proposons un modèle mathématique en mesure de simuler les phénomènes physiques, physico-chimiques et biologiques de la biodégradation de la matière végétale contenue dans les effluents de la papeterie, ainsi que la production de biogaz. Nous procédons donc à la formulation des équations décrivant le comportement hydraulique des effluents et la production du biogaz dans le digesteur. Les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie, ainsi que celles de la biodégradation ont été adaptées à notre cas d'étude en se basant sur des hypothèses appropriées. Les équations qui décrivent les aspects biochimiques et biologiques de la dégradation de la matière végétale sont celles du modèle mathématique développé par EL-FADEL & COLL. [169].

Ce modèle est plus simple comparé à des modèles plus complets comme l'ADM1 [170]. Ce dernier prend en compte les processus des quatre étapes de la DA, les interactions entre celles-ci, les transferts de masse de substrat et de produits entre les phases liquide et gazeuse, des termes pour la production de chaleur et le pH , et intègre 7 espèces de micro-organismes, impliquant ainsi la digestion de nombreux substrats [170]. Notre objectif est d'étudier la digestion d'un seul substrat sans inclure plusieurs types de biomasse, de suivre les évolutions des produits intermédiaires et finaux de la DA et d'examiner l'effet de la concentration du carbone sur ceux-ci. Le choix du modèle d'EL-FADEL & COLL. [169] répond à ces attentes.

Le modèle que nous proposons nous permettra, comme nous le verrons dans la partie III.3 du chapitre III, d'examiner le comportement du fluide dans le digesteur et de suivre l'évolution de la formation des produits intermédiaires et finaux de la DA des effluents de la papeterie.

Dans ce qui suit, nous présentons les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie et de la biodégradation de notre modèle.

III.1.B. Position du problème et hypothèses simplificatrices

La dynamique des fluides au sein du digesteur est modélisée par les équations de conservation, tandis que la cinétique biologique est représentée par le modèle mathématique d'El-Fadel [169]. Pour établir notre modèle, nous avons adopté quelques hypothèses, que nous exposons ci-après, pour simplifier le contexte théorique.

III.1.B.i. Hypothèses du modèle

La dynamique de notre modèle repose sur des hypothèses que nous précisons ci-après pour le digesteur, les effluents et la biodégradation.

Hypothèse relative au digesteur :

- La forme du digesteur est cylindrique.

Hypothèses relatives aux effluents :

- Fluide newtonien ;
- Ecoulement du fluide homogène et axisymétrique ;
- Température initiale du fluide constante et optimale ;
- Vitesse d'entrée des effluents dans le digesteur constante.

Hypothèse relative à la biodégradation :

- Les réactions biochimiques sont décrites par le modèle de Monod ;
- Biodégradabilité d'un seul substrat ;
- Biomasse végétale est représentée par la cellulose ;
- Les réactions biochimiques sont homogènes.

III.1.B.ii. Dynamique des fluides au sein du digesteur

Vitesse d'écoulement :

- L'écoulement se déroule dans un digesteur de forme cylindrique, comme indiqué sur la figure III.1, la mise en équation se fera donc dans un repère de coordonnées cylindriques. Le champ de vitesse de l'écoulement du fluide a pour

$$\text{composantes } \vec{u} = \begin{cases} u_r = u_r(r, \theta, z, t) \\ u_\theta = u_\theta(r, \theta, z, t) \\ u_z = u_z(r, \theta, z, t) \end{cases}$$

- L'écoulement est un flux de fluide homogène à symétrie de révolution. Ainsi nous avons :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} = 0 \quad \text{et} \quad u_\theta = 0 ;$$

- Le vecteur vitesse est donné par :

$$\vec{u} = \begin{cases} u_r = u_r(r, z, t) \\ u_\theta = 0 \\ u_z = u_z(r, z, t) \end{cases} \quad \rightarrow \quad \vec{u} = u_r(r, z, t)\vec{e}_r + u_z(r, z, t)\vec{e}_z$$

III.1.C. Modèles mathématiques utilisés – Domaine physique

Le domaine géométrique siège de notre écoulement est un digesteur de forme cylindrique d'axe de révolution $O\vec{e_z}$ comme c'est indiqué ci-dessous (figure III.1) :

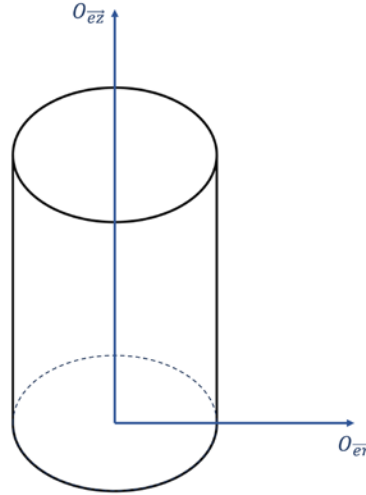


Figure.III.1 : Domaine physique

III.1.C.i. Equations régissant l'écoulement du fluide au sein du digesteur

Nous présentons et adaptons ci-après les équations de conservation de la matière, de la quantité de mouvement et d'énergie à notre cas d'étude selon les hypothèses précédemment définies.

- **Equation de conservation de masse**

L'équation de conservation de la masse, pour un volume dans lequel la masse entre et sort avec une génération de masse volumique interne Γ par unité de temps dans les cas compressible et incompressible s'écrivent respectivement :

$$- \frac{\partial \rho_{\text{fluide}}}{\partial t} + \text{div}(\rho_{\text{fluide}} \vec{u}) = \Gamma \quad (\text{III.1})$$

$$- \rho_{\text{fluide}} \text{div}(\vec{u}) = \Gamma \quad (\text{III.2})$$

Avec :

- ρ : Masse volumique ;
- $\vec{u}$: Vitesse de l'écoulement ;
- Γ : Débit volumique par unité de temps. Si $\Gamma > 0$, représente une source sinon si $\Gamma < 0$, représente un puits

- **Equation de conservation de la quantité de mouvement**

Pour un fluide newtonien les équations de conservation de la quantité de mouvement dans les cas compressible et incompressible s'écrivent sous les formes suivantes :

- Compressible :

$$\rho \frac{d\vec{u}}{dt} = \rho \left[\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} \right] = \vec{f} - \vec{\nabla} p - \frac{2}{3} (\mu \vec{\nabla} \cdot \vec{u}) + \vec{\nabla} \cdot \left[\mu \left(\vec{\nabla} \vec{u} + (\vec{\nabla} \vec{u})^T \right) \right] \quad (\text{III.3})$$

- Incompressible :

$$\rho \frac{d\vec{u}}{dt} = \rho \left[\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} \right] = \vec{f} - \vec{\nabla} p - \mu \vec{\nabla}^2 \vec{u} \quad (\text{III.4})$$

Avec :

- ρ : Masse volumique ;
- $\vec{u}$: Vitesse de l'écoulement ;
- $\vec{f}$: Forces externes ;
- p : Forces de pression

- **Equation d'énergie**

$$- \rho C_p \frac{DT}{Dt} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p \vec{\nabla} \cdot (\vec{u} T) = \rho \dot{q}_g + K \vec{\nabla}^2 T + \phi + S \quad (\text{III.5})$$

Avec :

- le taux de dissipation visqueuse pour :

Un écoulement compressible

$$\begin{aligned} \phi = & 2\mu \left[\left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 \right] - \frac{2}{3} \mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (ru_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 \\ & + \mu \left[\left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right)^2 \right] \end{aligned}$$

Un écoulement incompressible

$$\phi = 2\mu \left[\left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 \right] \\ + \mu \left[\left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right)^2 \right]$$

- Le flux local de chaleur par diffusion (la loi de Fourier) :

$$K \nabla^2 T = K \left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right]$$

Avec :

- T : Température (de la phase solide et des phases fluides) (en K) ;
- $\vec{u}$: Vecteur de la vitesse du fluide en mouvement $\vec{u} = u_r(r, z, t)\vec{e}_r + u_z(r, z, t)\vec{e}_z$;
- ρC_p : Capacité calorifique volumique ($J.m^{-3}.K^{-1}$) du fluide en mouvement ;
- $\dot{q}_v$: Flux volumique ($W.m^{-3}$) d'énergie produite ou consommée par les réactions chimiques.

La projection de ces équations vectorielle suivant la direction axiale $O\vec{e}_z$ et suivant la direction radiale $O\vec{e}_r$ tenant compte des hypothèses précités s'écrivent :

• **Equation de conservation de la masse**

- ***Dans le cas compressible***

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (\rho r u_r)}{\partial r} + \frac{\partial (\rho u_z)}{\partial z} = \Gamma \quad (III.6)$$

- ***Dans le cas incompressible***

$$\frac{1}{r} \rho \frac{\partial (r u_r)}{\partial r} + \rho \frac{\partial (u_z)}{\partial z} = \Gamma \quad (III.7)$$

- **Equation de conservation de la quantité de mouvement**

Suivant la direction radiale $O\vec{e}_r$:

Dans le cas compressible

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) &= \frac{\partial}{\partial r} \left[\mu \left(-\frac{2}{3} \left(\frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2 \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \right] + \frac{2\mu}{r} \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r} \right) \end{aligned} \quad (\text{III.8})$$

Suivant la direction axiale $O\vec{e}_z$:

Dans le cas compressible

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g_z + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(-\frac{2}{3} \left(\frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2 \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial r} \left[\mu \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \right] + \frac{\mu}{r} \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (\text{III.9})$$

Dans le cas incompressible

$$\rho \left(\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g_z + \mu \left[\left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) \right] \quad (\text{III.10})$$

- **Equation d'énergie**

$$\rho C_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + u_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial T}{\partial z} \right] = \rho \dot{q}_g + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \phi + \text{Source} \quad (\text{III.11})$$

Avec :

- La dissipation :

Pour un écoulement compressible :

$$\phi = 2\mu \left[\left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{u_r}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \mu \left[\left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right)^2 \right] - \frac{2}{3} \mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (ru_r)}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2$$

Pour un écoulement incompressible :

$$\phi = 2\mu \left[\left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{u_r}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right)^2$$

- Le flux local de chaleur par diffusion (la loi de Fourier) :

$$K \nabla^2 T = K \left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right]$$

Aux équations précédemment établies, nous ajoutons des conditions aux limites les plus appropriées concernant les vitesses, la température et la pression.

$$\begin{aligned} - \quad u_r(r = R) &= 0 & ; & & - \quad u_z(r = R) &= 0 \\ - \quad u_r(z = 0) &= 0 & ; & & - \quad u_z(z = 0) &= u_0 \\ - \quad u_r(r = 0) &= 0 & ; & & - \quad \partial u_z / \partial r|_{r=0} &= 0 \\ - \quad T(r = 0 - R ; z = 0) &= T_i & ; & & - \quad T(r = R, t) &= f(t) \end{aligned}$$

III.1.C.ii. Modèle de dégradation et de production de biogaz

III.1.C.ii.a. Présentation du modèle mathématique

EL-FADEL & COLL. ont développé un modèle mathématique intégrant les aspects bio-physico-chimiques fondamentaux pour modéliser la production et les transferts de biogaz et de chaleur dans les digesteurs. Ce modèle de production de biogaz est basé sur celui de MONOD pour la croissance microbienne et ses équations reflètent la dynamique de l'écosystème. Elles incluent l'hydrolyse des composants précurseurs de la production de biogaz, la naissance et la mort des biomasses acidogène et méthanogène. De plus, le modèle prend en compte l'utilisation du carbone dissout par les biomasses acidogènes pour la production des acétates et du dioxyde de carbone (CO_2). Enfin, la production de méthane (CH_4) et de dioxyde de carbone à partir des produits intermédiaires par les biomasses méthanogènes (Figure.III.2) [169, 171, 172].

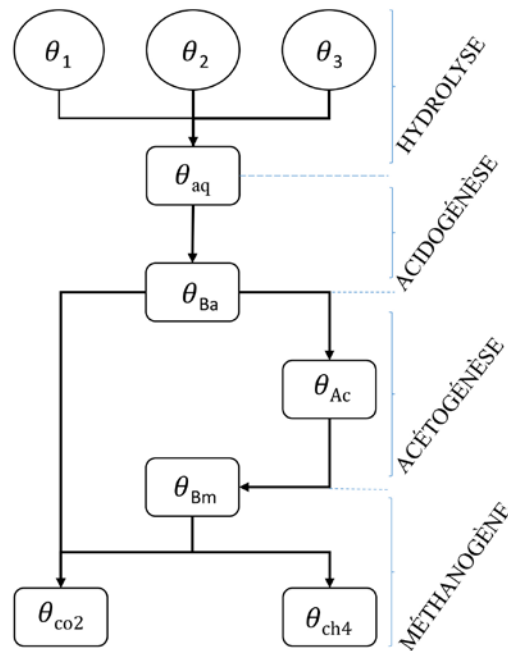


Figure.III.2 : Schéma du modèle mathématique [173]

Le principe de conservation de la masse de carbone est couplé à ce modèle. Ce dernier s'exprime sous la forme d'un système d'équations différentielles couplées du premier ordre qui sont présentées dans ce qui suit :

- Équation du carbone organique

Elle permet de décrire la variation temporelle de la concentration d'un ou plusieurs substrats. Il s'agit d'un modèle cinétique de biodégradation des matières organiques qui prend en compte le fait que les substrats n'ont pas la même vitesse de décomposition : une fraction se dégrade rapidement, une deuxième lentement et une troisième lentement.

$$\frac{d\theta_i}{dt} = -\sum_{i=1}^3 (h_i \theta_i) \quad (\text{III.12})$$

Avec :

- θ_i : Teneur en carbone organique du composant i (kg / m^3)
- h_i : Constante cinétique de dégradation de premier ordre du composant i ($jour^{-1}$) ;
Où $i = 1$ rapidement ; $i = 2$: moyennement ; $i = 3$: lentement biodégradable.

- Équation du carbone dissout

Elle représente la fraction de la matière organique hydrolysée où les molécules complexes sont transformées en molécules plus simples.

$$\frac{d\theta_{aq}}{dt} = \sum_{i=1}^3 (h_i \theta_i) - \left[\left(\frac{\lambda_A}{Y_A} \right) \left(\frac{\theta_{aq}}{H_{Sa} + \theta_{aq}} \right) \theta_{Ba} \right] \quad (\text{III.13})$$

Avec :

- θ_{aq} : Concentration en carbone dissout du composant i ($kg.m^{-3}$) ;
- λ_a : Taux de croissance spécifique maximum de la biomasse acidogène ($jour^{-1}$) ;
- H_{Sa} : Constante de demi-concentration en substrat de la biomasse acidogène ($kg.m^{-3}$) ;
- Y_A : Masse de biomasse acidogène produite par masse de carbone utilisé.

- Équations de biomasse acidogène et méthanogène

Elles décrivent la naissance et la mort des micro-organismes acidogène et méthanogène selon le modèle de Monod [172, 174].

$$\frac{d\theta_{Ba}}{dt} = \left[\left(\frac{\lambda_A \cdot \theta_{aq}}{H_{Sa} + \theta_{aq}} \right) - D_a \right] \cdot \theta_{Ba} \quad (\text{III.14})$$

$$\frac{d\theta_{Bm}}{dt} = \left[\left(\frac{\lambda_M \cdot \theta_{Ac}}{H_{SM} + \theta_{Ac}} \right) - D_m \right] \cdot \theta_{Bm} \quad (\text{III.15})$$

Avec :

- θ_{Ba} : Concentration en biomasse acidogène ($kg.m^{-3}$) ;
- θ_{Bm} : Concentration en biomasse méthanogène ($kg.m^{-3}$) ;
- D_a : Constante de mortalité de la biomasse acidogène ($jour^{-1}$) ;
- D_M : Constante de mortalité de la biomasse méthanogène ($jour^{-1}$) ;
- H_{SM} : Constante de demi-concentration en substrat de la biomasse méthanogène ($kg.m^{-3}$) ;
- λ_M : Taux de croissance spécifique maximum de la biomasse méthanogène ($jour^{-1}$).

- Équation d'acétate

Cette équation représente l'écart entre l'acétate obtenu par les étapes antérieures et celui consommé par l'étape ultérieure.

$$\frac{d\theta_{Ac}}{dt} = Y_{Ac} \cdot \left[(1 - Y_A) \left(\frac{\lambda_A}{Y_A} \right) \left(\frac{\theta_{aq}}{H_{Sa} + \theta_{aq}} \right) + D_a \right] \cdot \theta_{Ba} - \left[\left(\frac{\lambda_M}{Y_M} \right) \left(\frac{\theta_{Ac}}{H_{SM} + \theta_{Ac}} \right) \right] \cdot \theta_{Bm} \quad (III.16)$$

Avec :

- θ_{Ac} : Teneur en carbone de l'acétate ($kg \cdot m^{-3}$) ;
- Y_{Ac} : Coefficient de rendement d'acétate ;
- Y_M : Masse de la biomasse méthanogène produite par masse d'acétate utilisé

- Équations de méthane et de dioxyde de carbone

L'acétate émanant de l'acidogénèse est métabolisé par la biomasse méthanogène en méthane (équation III.17) et en dioxyde de carbone (équation III.18). Le carbone aqueux résultant de l'hydrolyse est métabolisé par la biomasse acidogène en dioxyde de carbone (équation. III.18).

$$\frac{d\theta_{CH_4}}{dt} = Y_{CH_4} \cdot \left[(1 - Y_M) \left(\frac{\lambda_M}{Y_M} \right) \left(\frac{\theta_{Ac}}{H_{Sm} + \theta_{Ac}} \right) + D_m \right] \cdot \theta_{Bm} \quad (III.17)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\theta_{CO_2}}{dt} = & (1 - Y_{Ac}) \cdot \left[(1 - Y_A) \left(\frac{\lambda_A}{Y_A} \right) \left(\frac{\theta_{aq}}{H_{Sa} + \theta_{aq}} \right) + D_a \right] \cdot \theta_{Ba} + \\ & (1 - Y_{CH_4}) \cdot \left[(1 - Y_M) \left(\frac{\lambda_M}{Y_M} \right) \left(\frac{\theta_{Ac}}{H_{Sm} + \theta_{Ac}} \right) \right] \cdot \theta_{Bm} \end{aligned} \quad (III.18)$$

Avec :

- θ_{CH_4} : Teneur en méthane ($kg \cdot m^{-3}$) ;
- θ_{CO_2} : Teneur en dioxyde de carbone ($kg \cdot m^{-3}$) ;
- Y_{CH_4} : Coefficient de rendement en méthane.

Le système d'équations, de III.12 à III.18, décrivant la production de biogaz n'ayant pas de solutions analytiques, le recours aux méthodes numériques s'impose. La méthode adoptée dans ce travail, est celle de RUNGE-KUTTA D'ORDRE 2. Cette dernière sera présentée dans la suite du présent chapitre.

III.1.C.ii.b. Constantes cinétiques du modèle

D'après El-Fadel et coll. [169], la croissance nette de chaque population microbienne est caractérisée par des constantes bio-cinétiques. Ces dernières, suite à des observations expérimentales, varient avec la température. Toujours d'après El-Fadel et coll. [169], la loi d'Arrhénius, basée sur l'hypothèse d'une énergie d'activation constante pour l'étape déterminante de la vitesse, semble être la plus couramment utilisée pour estimer la variation de bio-cinétique avec la température. L'équation traduisant cette loi s'écrit comme suit :

$$P_A = \alpha_A \exp\left[-\frac{E_A}{RT}\right] \quad (\text{III.19})$$

Où :

- P_A : Constante de cinétique [169] ;
- α_A : Constante de proportionnalité, même unité que la constante cinétique correspondante ($D_a, D_m, H_{Sa}, H_{Sm}, \lambda_A, \lambda_M$) ;
- E_A : Énergie d'activation ($kcal.mol^{-1}$) ;
- α_A et E_A : α_B et E_B sont en général déterminés expérimentalement ;
- R : Constante des gaz parfait ($J.K^{-1}.mol^{-1}$).

Cette loi peut également s'écrire sous la forme logarithmique, ce qui est utile pour atteindre l'énergie d'activation :

$$\ln P_A = \ln \alpha_A - \left[\frac{E_A}{RT}\right] \quad (\text{III.20})$$

III.1.D. Conclusion

Dans cette section, nous avons présenté les équations de conservation, de biodégradation et de production de biogaz, ainsi que les hypothèses pour adapter ces équations précitées à notre cas d'étude. Nous avons ainsi supposé, pour le comportement hydraulique du biogaz, que la géométrie du digesteur était cylindrique, que l'effluent est un fluide newtonien et que l'écoulement de celui-ci se fait en flux homogène et axisymétrique. Pour la biodégradation, nous avons considéré que la biomasse végétale présente dans les effluents de la papeterie est représentée par la cellulose, que les réactions biochimiques sont des réactions homogènes décrites par le modèle cinétique de Monod. Le système d'équations décrivant le comportement hydraulique du biogaz et sa production n'a pas de solution analytique ce qui nécessite le recours aux méthodes de résolution numériques. Ces dernières font l'objet de la partie III.2 du chapitre III.

Partie III.2

Méthodes de résolution

III.2.A. Introduction

Cette section vise à exposer les méthodes permettant de résoudre les équations de conservation, de biodégradation et de production de biogaz (chapitre III.1). La méthode choisie à cet effet est celle des VOLUMES FINIS et de GAUSS-SEIDEL pour les équations de conservation et celle de RUNGE KUTTA D'ORDRE 2 pour les équations de biodégradation et de production de biogaz [175–177].

La méthode des volumes finis est souvent utilisée pour la résolution des lois de conservation car elle garantit que le flux entrant dans un volume de contrôle soit égal au flux sortant du volume adjacent. Elle tient compte des effets de non linéarité, de compressibilité et de viscosité, à l'aide des équations de NAVIER-STOCKES. Grâce à l'utilisation des maillages non-structurés, cette méthode permet de résoudre des équations aux dérivées partielles dans des géométries complexes. La méthode de GAUSS-SEIDEL, reconnue pour son aspect itératif, est employée pour résoudre le système des équations algébriques résultant de la discrétisation par les volumes finis. Cette méthode requiert moins de mémoire et converge souvent plus rapidement que les autres méthodes itératives de résolution des systèmes linéaires. Quant au système d'équations de biodégradation (paragraphe III.1.C.ii.a, chapitre III), il est résolu à l'aide de la méthode de RUNGE KUTTA D'ORDRE 2. Cette dernière est également une méthode itérative. Son emploi pour résoudre les équations de biodégradation et de production du biogaz se justifie par le fait que celles-ci ne dépendent que du temps. Elle est stable, précise et présente l'avantage d'avoir des ordres croissants tout en évitant le calcul des dérivées requis par d'autres méthodes [173, 178]. Elle permet de transformer le système des équations différentielles en un système d'équations algébriques.

Dans ce qui suit, nous exposons le principe, le maillage et la discrétisation des équations de conservation par les VOLUMES FINIS et la résolution des équations qui en découlent par la méthode de GAUSS SEIDEL. Nous présentons également le principe et la résolution des équations de biodégradation et de production de biogaz par la méthode de RUNGE-KUTTA D'ORDRE 2.

III.2.B. Discrétisation des équations de conservation

III.2.B.i. Principe de la méthode des volumes finis

La méthode des volumes finis s'utilise en deux étapes : La première étape est le maillage, celle-ci consiste à diviser le domaine de calcul en un nombre fini de volume de contrôle, qui ne

sont pas nécessairement uniformes, et dont le centre de chaque volume est noté (P) (Figure.III.3). La deuxième étape est la discrétisation des équations sur chaque volume.

III.2.B.ii. Maillage du domaine

A deux dimensions, le domaine est subdivisé en un nombre fini de volumes de contrôle qui sont constitués d'éléments de surface réguliers (Figure.III.3).

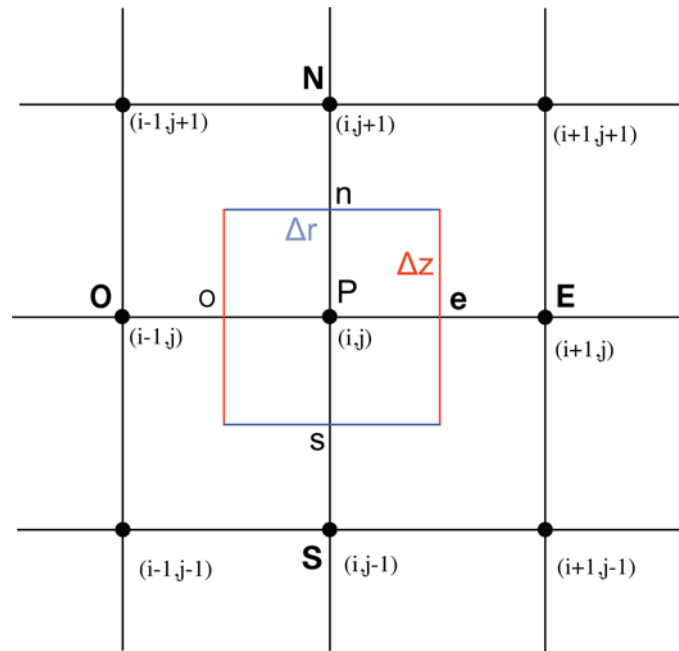


Figure.III.3 : Maillage du domaine

Où :

- P est le nœud principal, i l'indice de discrétisation suivant l'axe des " r ", j l'indice de discrétisation suivant l'axe des " z ".
- Le temps sera indexé par l'indice " k ". Les lettres E, O, N et S représentent respectivement l'Est, l'Ouest, le Nord et le Sud.
- Le carré représente un élément de volume de contrôle.
- Les segments $[PE]$ et $[PN]$ valent respectivement Δr et Δz .

Nous allons adopter les pas de discrétisation suivants :

- Suivant l'axe des " r " : $r(i) = (i-1)\Delta r$ avec Δr est le pas de discrétisation suivant cette direction.

- Suivant l'axe des "z" : $z(j) = (j-1)\Delta z$ avec Δz est le pas de discrétisation suivant cette direction.

III.2.B.iii. Discrétisation des équations

Dans ce qui suit, nous intégrons les équations du système suivant le volume de contrôle ($r dr dz$) et le long de l'intervalle du temps de longueur dt . En utilisant la méthode des volumes finis dans le cas implicite.

En rappelant que : $\int_{dt} f(t, x) dt = [\alpha f^{t+dt} + (1-\alpha) f^t] \Delta t$; $\alpha \in [0,1]$

Avec :

$\alpha = 1$ dans le cas implicite.

III.2.B.iii.a. Discrétisation de l'équation de conservation de la masse

L'équation III.6 de conservation de la masse dans le cas compressible est discrétisée comme suit :

$$\int_{vc} \int_{dt} \frac{\partial \rho}{\partial t} r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \rho \frac{u_r}{r} r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \frac{\partial(\rho u_r)}{\partial r} r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} r dr dz dt = \int_{vc} \int_{dt} \Gamma r dr dz dt$$

Avec :

$$\triangleright \int_{vc} \int_{dt} \frac{\partial \rho}{\partial t} r dr dz dt = r_p \left[(\rho)_p^{t+dt} - (\rho)_p^t \right] \Delta r \Delta z$$

$$\triangleright \int_{vc} \int_{dt} \frac{\rho u_r}{r} r dr dz dt = \int_{dt} (u_r)_p \rho_p \Delta r \Delta z dt = \rho_p^{t+dt} (u_r)_p \Delta r \Delta z \Delta t$$

$$\begin{aligned} \triangleright \int_{vc} \int_{dt} \frac{\partial(\rho u_r)}{\partial r} r dr dz dt &= (u_r)_p r_p \int_{dt} (\rho)_o^e \Delta z dt \\ &= (u_r)_p r_p \int_{dt} \left[\frac{(\rho)_E + (\rho)_P}{2} - \frac{(\rho)_P + (\rho)_O}{2} \right] \Delta z dt = (u_r)_p r_p \left[(\rho)_E^{t+dt} - (\rho)_O^{t+dt} \right] \frac{\Delta z \Delta t}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \triangleright \int_{vc} \int_{dt} \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} r dr dz dt &= (u_z)_p r_p \int_{dt} (\rho)_s^n \Delta r dt \\ &= (u_z)_p r_p \int_{dt} \left[\frac{(\rho)_N + (\rho)_P}{2} - \frac{(\rho)_P + (\rho)_S}{2} \right] \Delta r dt = (u_z)_p r_p \left[(\rho)_N^{t+dt} - (\rho)_S^{t+dt} \right] \frac{\Delta r \Delta t}{2} \end{aligned}$$

$$\triangleright \int_{vc} \int_{dt} \Gamma r dr dz dt = \int_{dt} \bar{\Gamma} r_p \Delta r \Delta z dt = \bar{\Gamma}^{t+dt} r_p \Delta r \Delta z \Delta t$$

L'équation devient :

$$\begin{aligned} r_p \left[(\rho)_p^{t+dt} - (\rho)_p^t \right] \Delta r \Delta z + \rho_p^{t+dt} (u_r)_p \Delta r \Delta z \Delta t + (u_r)_p r_p \left[(\rho)_E^{t+dt} - (\rho)_O^{t+dt} \right] \frac{\Delta z \Delta t}{2} \\ + (u_z)_p r_p \left[(\rho)_N^{t+dt} + (\rho)_S^{t+dt} \right] \frac{\Delta r \Delta t}{2} = \bar{\Gamma}^{t+dt} r_p \Delta r \Delta z \Delta t \end{aligned}$$

Cette équation peut donc se mettre sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} A(i, j)(\rho)_{(i+1, j)}^{k+1} + B(i, j)(\rho)_{(i-1, j)}^{k+1} + C(i, j)(\rho)_{(i, j)}^{k+1} + E(i, j)(\rho)_{(i, j+1)}^{k+1} \\ + F(i, j)(\rho)_{(i, j-1)}^{k+1} = D(i, j) \end{aligned} \quad (\text{III.21})$$

Avec :

$$\begin{aligned} - A(i, j) &= r_p (u_r)_p \frac{\Delta z \Delta t}{2} ; \\ - B(i, j) &= -r_p (u_r)_p \frac{\Delta z \Delta t}{2} ; \\ - C(i, j) &= r_p \Delta r \Delta z + (u_r)_p \Delta r \Delta z \Delta t ; \\ - D(i, j) &= \bar{\Gamma}^{t+dt} r_p \Delta r \Delta z \Delta t + (\rho)_p^t r_p \Delta r \Delta z ; \\ - E(i, j) &= r_p (u_z)_p \frac{\Delta r \Delta t}{2} ; \\ - F(i, j) &= -r_p (u_z)_p \frac{\Delta r \Delta t}{2} . \end{aligned}$$

L'équation III.7 de conservation de la masse dans le cas incompressible est discrétisée comme suit :

$$\int_{vc} \int_{dt} \rho \frac{\partial u_r}{\partial r} r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \rho \frac{u_r}{r} r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \rho \frac{\partial u_z}{\partial z} r dr dz dt = \int_{vc} \int_{dt} \Gamma r dr dz dt$$

Avec :

$$\begin{aligned}
\text{➤} \quad & \int_{vc} \int_{dt} \rho \frac{\partial u_r}{\partial r} r dr dz dt = \rho_P r_P \int_{dt} (u_r)_o^e \Delta z dt \\
& = \rho_P r_P \int_{dt} \frac{(u_r)_E + (u_r)_P}{2} - \frac{(u_r)_P + (u_r)_O}{2} \Delta z dt = \rho_P r_P \left[(u_r)_E^{t+dt} - (u_r)_O^{t+dt} \right] \frac{\Delta z \Delta t}{2} \\
\text{➤} \quad & \int_{vc} \int_{dt} \frac{\rho u_r}{r} r dr dz dt = (\rho)_P (u_r)_P^{t+dt} \Delta r \Delta z \Delta t \\
\text{➤} \quad & \int_{vc} \int_{dt} \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} r dr dz dt = \rho_P r_P \int_{dt} (u_z)_s^n \Delta r dt \\
& = \rho_P r_P \int_{dt} (u_z)_s^n \Delta r dt = \rho_P r_P \int_{dt} \left[\frac{(u_z)_N + (u_z)_P}{2} - \frac{(u_z)_P + (u_z)_S}{2} \right] \Delta r dt \\
& = \rho_P r_P \int_{dt} \left[\frac{(u_z)_N - (u_z)_S}{2} \right] \Delta r dt = \rho_P r_P \left[(u_z)_N^{t+dt} - (u_z)_S^{t+dt} \right] \frac{\Delta r \Delta t}{2} \\
\text{➤} \quad & \int_{vc} \int_{dt} \Gamma r dr dz dt = \int_{dt} \bar{\Gamma} r_P \Delta r \Delta z dt = \bar{\Gamma}^{t+dt} r_P \Delta r \Delta z \Delta t
\end{aligned}$$

L'équation devient :

$$\begin{aligned}
& r_P \rho_P \left[(u_z)_N^{t+dt} - (u_z)_S^{t+dt} \right] \frac{\Delta r \Delta t}{2} + r_P \rho_P \left[(u_r)_E^{t+dt} - (u_r)_O^{t+dt} \right] \frac{\Delta z \Delta t}{2} \\
& + \rho_P (u_r)_P^{t+dt} \Delta r \Delta z \Delta t = \bar{\Gamma}^{t+dt} r_P \Delta r \Delta z \Delta t
\end{aligned}$$

L'équation peut donc se mettre sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
& A(i, j)(u_r)_{(i+1, j)}^{k+1} + B(i, j)(u_r)_{(i-1, j)}^{k+1} + C(i, j)(u_r)_{(i, j)}^{k+1} + E(i, j)(u_r)_{(i, j+1)}^{k+1} \\
& + F(i, j)(u_r)_{(i, j-1)}^{k+1} = D(i, j)
\end{aligned} \tag{III.22}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
- \quad & A(i, j) = r_P \rho_P \frac{\Delta z \Delta t}{2} ; \\
- \quad & B(i, j) = -r_P \rho_P \frac{\Delta z \Delta t}{2} ; \\
- \quad & C(i, j) = \rho_P \Delta r \Delta z \Delta t ;
\end{aligned}$$

- $D(i, j) = \bar{\Gamma}^{t+dt} r_p \Delta r \Delta z \Delta t$;
- $E(i, j) = r_p \rho_p \frac{\Delta r \Delta t}{2}$;
- $F(i, j) = -r_p \rho_p \frac{\Delta r \Delta t}{2}$.

III.2.B.iii.b. Discrétisation des équations de conservation de la quantité de mouvement

L'équation de la quantité de mouvement III.8 dans le cas compressible suivant la direction $O\vec{e}_r$ est discrétisée comme suit :

$$\begin{aligned} \int_{vc} \int_{dt} \rho \left(\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) r dr dz dt &= \int_{vc} \int_{dt} \frac{\partial}{\partial r} \left[\mu \left(-\frac{2}{3} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial r u_r}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2 \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) \right] r dr dz dt \\ &+ \int_{vc} \int_{dt} \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \right] r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \frac{2\mu}{r} \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r} \right) r dr dz dt \end{aligned}$$

Ou encore :

$$\begin{aligned} \int_{vc} \int_{dt} \rho \frac{\partial u_r}{\partial t} r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \rho u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \rho u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} r dr dz dt &= \\ \int_{vc} \int_{dt} \frac{\partial}{\partial r} \left[-\frac{2\mu}{3} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) \right] r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \frac{\partial}{\partial r} \left(-\frac{2\mu}{3} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) r dr dz dt & \\ + \int_{vc} \int_{dt} \frac{\partial}{\partial r} \left(2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) r dr dz dt & \\ + \int_{vc} \int_{dt} \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \frac{2\mu}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} -2\mu \frac{u_r}{r^2} r dr dz dt & \end{aligned}$$

Ou encore :

$$\begin{aligned} \int_{vc} \int_{dt} \rho \frac{\partial u_r}{\partial t} r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \rho u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \rho u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} r dr dz dt &= \\ \int_{vc} \int_{dt} \frac{\partial}{\partial r} \left(2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} -\frac{2\mu}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right) r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} -\frac{2\mu}{3} \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} r dr dz dt & \\ + \int_{vc} \int_{dt} \frac{2\mu}{3} \frac{u_r}{r^2} r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \frac{\partial}{\partial r} \left(-\frac{2\mu}{3} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) r dr dz dt & \\ + \int_{vc} \int_{dt} \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \frac{2\mu}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} -2\mu \frac{u_r}{r^2} r dr dz dt & \end{aligned}$$

Avec :

$$\triangleright \int_{vc} \int_{dt} \rho \frac{\partial u_r}{\partial t} r dr dz dt = \rho_P r_P \left[(u_r)_P^{t+dt} - (u_r)_P^t \right] \Delta r \Delta z$$

$$\begin{aligned} \triangleright \int_{vc} \int_{dt} \rho u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} r dr dz dt &= \int_{dt} (r \rho u_r)_p (u_r)_o^e \Delta z dt = \int_{dt} \left[(r \rho u_r)_p (u_r)_e - (r \rho u_r)_p (u_r)_o \right] \Delta z dt \\ &= \int_{dt} r_P \rho_P (u_r)_p \left[\frac{(u_r)_E + (u_r)_P}{2} - \frac{(u_r)_P + (u_r)_O}{2} \right] \Delta z dt \\ &= r_P \rho_P (u_r)_p \left[\frac{(u_r)_E^{t+dt} + (u_r)_P^{t+dt}}{2} - \frac{(u_r)_P^{t+dt} + (u_r)_O^{t+dt}}{2} \right] \Delta z \Delta t \\ &= r_P \rho_P (u_r)_p \left[(u_r)_E^{t+dt} - (u_r)_O^{t+dt} \right] \frac{\Delta z \Delta t}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \triangleright \int_{vc} \int_{dt} \rho u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} r dr dz dt &= \int_{dt} (r \rho u_z)_p (u_r)_s^n \Delta r dt \\ &= \int_{dt} \left[(r \rho u_z)_p (u_r)_n - (r \rho u_z)_p (u_r)_s \right] \Delta r dt \\ &= \int_{dt} r_P \rho_P (u_z)_p \left[\frac{(u_r)_N + (u_r)_P}{2} - \frac{(u_r)_P + (u_r)_S}{2} \right] \Delta r dt \\ &= r_P \rho_P (u_z)_p \left[\frac{(u_r)_N^{t+dt} + (u_r)_P^{t+dt}}{2} - \frac{(u_r)_P^{t+dt} + (u_r)_S^{t+dt}}{2} \right] \Delta r \Delta t \\ &= r_P \rho_P (u_z)_p \left[(u_r)_N^{t+dt} - (u_r)_S^{t+dt} \right] \frac{\Delta r \Delta t}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \triangleright \int_{vc} \int_{dt} \frac{\partial}{\partial r} \left(2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) r dr dz dt &= \int_{dt} 2\mu r_p \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right)_o^e \Delta z dt \\ &= \int_{dt} 2\mu r_p \left[\left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right)_e - \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right)_o \right] \Delta z dt = \int_{dt} 2\mu r_p \left[\frac{(u_r)_E - (u_r)_P}{\Delta r} - \frac{(u_r)_P - (u_r)_O}{\Delta r} \right] \Delta z dt \\ &= 2\mu r_p \left[\frac{(u_r)_E^{t+dt} - (u_r)_P^{t+dt}}{\Delta r} - \frac{(u_r)_P^{t+dt} - (u_r)_O^{t+dt}}{\Delta r} \right] \Delta z \Delta t \\ &= 2\mu r_p \left[(u_r)_E^{t+dt} - 2(u_r)_P^{t+dt} + (u_r)_O^{t+dt} \right] \frac{\Delta z \Delta t}{\Delta r} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \triangleright \int_{vc} \int_{dt} -\frac{2\mu}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right) r dr dz dt &= \int_{dt} -\frac{2\mu}{3} r_p \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right)_o^e \Delta z dt \\ &= \int_{dt} -\frac{2\mu}{3} r_p \left[\left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right)_e - \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right)_o \right] \Delta z dt = \int_{dt} -\frac{2\mu}{3} r_p \left[\frac{(u_r)_E - (u_r)_P}{\Delta r} - \frac{(u_r)_P - (u_r)_O}{\Delta r} \right] \Delta z dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{2\mu}{3} r_p \left[\frac{(u_r)_E^{t+dt} - (u_r)_P^{t+dt}}{\Delta r} - \frac{(u_r)_P^{t+dt} - (u_r)_O^{t+dt}}{\Delta r} \right] \Delta z \Delta t \\
&= -\frac{2\mu}{3} r_p \left[(u_r)_E^{t+dt} - 2(u_r)_P^{t+dt} + (u_r)_O^{t+dt} \right] \frac{\Delta z \Delta t}{\Delta r}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{➤} \quad \int_{vc} \int_{dt} -\frac{2\mu}{3} \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} r dr dz dt &= \int_{dt} -\frac{2\mu}{3} (u_r)_o^e \Delta z dt = \int_{dt} -\frac{2\mu}{3} \left[(u_r)_e - (u_r)_o \right] \Delta z dt \\
&= \int_{dt} -\frac{2\mu}{3} \left[\frac{(u_r)_E + (u_r)_P}{2} - \frac{(u_r)_P + (u_r)_O}{2} \right] \Delta z dt \\
&= -\frac{2\mu}{3} \left[\frac{(u_r)_E^{t+dt} + (u_r)_P^{t+dt}}{2} - \frac{(u_r)_P^{t+dt} + (u_r)_O^{t+dt}}{2} \right] \Delta z \Delta t = -\frac{\mu}{3} \left[(u_r)_E^{t+dt} - (u_r)_O^{t+dt} \right] \Delta z \Delta t
\end{aligned}$$

$$\text{➤} \quad \int_{vc} \int_{dt} \frac{2\mu}{3} \frac{u_r}{r^2} r dr dz dt = \frac{2\mu}{3} \frac{1}{r_p} (u_r)_P^{t+dt} \Delta r \Delta z \Delta t$$

$$\begin{aligned}
\text{➤} \quad \int_{vc} \int_{dt} -\frac{2\mu}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right) r dr dz dt &= \int_{dt} -\frac{2\mu}{3} r_p \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \right]_p dr dz dt \\
&= -\frac{2\mu}{3} r_p \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \right]_p \Delta r \Delta z \Delta t
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{➤} \quad \int_{vc} \int_{dt} \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) r dr dz dt &= \int_{dt} (r\mu)_p \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} \right)_s \Delta r dt \\
&= \int_{dt} \int_s^n \left[\mu r_p \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} \right)_n - \mu r_p \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} \right)_s \right] \Delta r dt = \int_{dt} \int_s^n \mu r_p \left[\frac{(u_r)_N - (u_r)_P}{\Delta z} - \frac{(u_r)_P - (u_r)_S}{\Delta z} \right] \Delta r dt \\
&= \mu r_p \left[\frac{(u_r)_N^{t+dt} - (u_r)_P^{t+dt}}{\Delta z} - \frac{(u_r)_P^{t+dt} - (u_r)_S^{t+dt}}{\Delta z} \right] \Delta r \Delta t \\
&= \mu r_p \left[(u_r)_N^{t+dt} - 2(u_r)_P^{t+dt} + (u_r)_S^{t+dt} \right] \frac{\Delta r \Delta t}{\Delta z}
\end{aligned}$$

$$\text{➤} \quad \int_{vc} \int_{dt} \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) r dr dz dt = \mu r_p \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \right]_p \Delta r \Delta z \Delta t$$

$$\begin{aligned}
\text{➤} \quad \int_{vc} \int_{dt} 2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r} dr dz dt &= \int_{dt} (2\mu)_p (u_r)_o^e \Delta z dt = \int_{dt} 2\mu \left[(u_r)_e - (u_r)_o \right] \Delta z dt \\
&= \int_{dt} 2\mu \left[\frac{(u_r)_E + (u_r)_P}{2} - \frac{(u_r)_P + (u_r)_O}{2} \right] \Delta z dt
\end{aligned}$$

$$= 2\mu \left[\frac{(u_r)_E^{t+dt} + (u_r)_P^{t+dt}}{2} - \frac{(u_r)_P^{t+dt} + (u_r)_O^{t+dt}}{2} \right] \Delta z \Delta t = \mu \left[(u_r)_E^{t+dt} - (u_r)_O^{t+dt} \right] \Delta z \Delta t$$

$$\Rightarrow \int_{vc} \int_{dt} -2\mu \frac{u_r}{r} dr dz dt = \int_{dt} -2\mu \left(\frac{u_r}{r} \right)_P \Delta r \Delta z dt = -\frac{2\mu}{r_p} (u_r)_P^{t+dt} \Delta r \Delta z \Delta t$$

L'équation devient :

$$\begin{aligned} & \rho_p r_p \left[(u_r)_P^{t+dt} - (u_r)_P^t \right] \Delta r \Delta z + r_p \rho_p (u_r)_P \left[(u_r)_E^{t+dt} - (u_r)_O^{t+dt} \right] \frac{\Delta z \Delta t}{2} \\ & + r_p \rho_p (u_z)_P \left[(u_r)_N^{t+dt} - (u_r)_S^{t+dt} \right] \frac{\Delta r \Delta t}{2} = 2\mu r_p \left[(u_r)_E^{t+dt} - 2(u_r)_P^{t+dt} + (u_r)_O^{t+dt} \right] \frac{\Delta z \Delta t}{\Delta r} \\ & - \frac{2\mu}{3} r_p \left[(u_r)_E^{t+dt} - 2(u_r)_P^{t+dt} + (u_r)_O^{t+dt} \right] \frac{\Delta z \Delta t}{\Delta r} - \frac{\mu}{3} \left[(u_r)_E^{t+dt} - (u_r)_O^{t+dt} \right] \Delta z \Delta t \\ & + \frac{2\mu}{3} \frac{1}{r_p} (u_r)_P^{t+dt} \Delta r \Delta z \Delta t - \frac{2\mu}{3} r_p \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \right]_P \Delta r \Delta z \Delta t \\ & + \mu r_p \left[(u_r)_N^{t+dt} - 2(u_r)_P^{t+dt} + (u_r)_S^{t+dt} \right] \frac{\Delta r \Delta t}{\Delta z} + \mu r_p \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \right]_P \Delta r \Delta z \Delta t \\ & + \mu \left[(u_r)_E^{t+dt} - (u_r)_O^{t+dt} \right] \Delta z \Delta t - \frac{2\mu}{r_p} (u_r)_P^{t+dt} \Delta r \Delta z \Delta t \end{aligned}$$

Cette équation peut donc se mettre sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} & A(i, j)(u_r)_{(i+1, j)}^{k+1} + B(i, j)(u_r)_{(i-1, j)}^{k+1} + C(i, j)(u_r)_{(i, j)}^{k+1} + E(i, j)(u_r)_{(i, j+1)}^{k+1} \\ & + F(i, j)(u_r)_{(i, j-1)}^{k+1} = D(i, j) \end{aligned} \quad (\text{III.23})$$

Avec :

$$\begin{aligned} - \quad & A(i, j) = -\frac{4}{3} \mu r_p \frac{\Delta z \Delta t}{\Delta r} - \frac{2}{3} \mu \Delta z \Delta t + r_p \rho_p (u_r)_P \frac{\Delta z \Delta t}{2} ; \\ - \quad & B(i, j) = -\frac{4}{3} \mu r_p \frac{\Delta z \Delta t}{\Delta r} + \frac{2}{3} \mu \Delta z \Delta t - r_p \rho_p (u_r)_P \frac{\Delta z \Delta t}{2} ; \\ - \quad & C(i, j) = r_p \rho_p \Delta r \Delta z + \frac{8}{3} \mu r_p \frac{\Delta z \Delta t}{\Delta r} + \frac{4}{3} \frac{\mu}{r_p} \Delta r \Delta z \Delta t + 2\mu r_p \frac{\Delta r \Delta t}{\Delta z} ; \\ - \quad & D(i, j) = \rho_p r_p (u_r)_P^t \Delta r \Delta z + \frac{1}{3} \mu r_p \left(\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \right)_P \Delta r \Delta z \Delta t ; \end{aligned}$$

$$- E(i, j) = -\mu r_p \frac{\Delta r \Delta t}{\Delta z} + \rho_p r_p (u_z)_p \frac{\Delta r \Delta t}{2} ;$$

$$- F(i, j) = -\mu r_p \frac{\Delta r \Delta t}{\Delta z} - \rho_p r_p (u_z)_p \frac{\Delta r \Delta t}{2} .$$

L'équation de la quantité de mouvement III.9 dans le cas compressible suivant la direction $O\vec{e}_z$ est discrétisée comme suit :

$$\begin{aligned} & \int_{vc} \int_{dt} \rho \frac{\partial u_z}{\partial t} r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \rho u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \rho u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} r dr dz dt = \\ & \int_{vc} \int_{dt} -\frac{\partial p}{\partial z} r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} -\rho g_z r dr dz dt + \frac{2\mu}{3} \int_{vc} \int_{dt} \frac{u_r}{r^2} r dr dz dt \\ & - \int_{vc} \int_{dt} \frac{2\mu}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right) r dr dz dt - \int_{vc} \int_{dt} \frac{2\mu}{3} \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial z} r dr dz dt - \int_{vc} \int_{dt} \frac{2\mu}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right) r dr dz dt \\ & + \int_{vc} \int_{dt} 2\mu \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right) r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \mu \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} \right) r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \mu \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} \right) r dr dz dt \\ & + \int_{vc} \int_{dt} \frac{\mu}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \frac{\mu}{r} \frac{\partial u_r}{\partial z} r dr dz dt \end{aligned}$$

Avec :

$$\triangleright \int_{vc} \int_{dt} \rho \frac{\partial u_z}{\partial t} r dr dz dt = \rho_p r_p \left[(u_z)_p^{t+dt} - (u_z)_p^t \right] \Delta r \Delta z$$

$$\begin{aligned} \triangleright \int_{vc} \int_{dt} \rho u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} r dr dz dt &= \int_{dt} \rho_p r_p (u_r)_p (u_z)_o^e \Delta z dt \\ &= \int_{dt} \rho_p r_p (u_r)_p \left[(u_z)_e - (u_z)_o \right] \Delta z dt = \int_{dt} \rho_p r_p (u_r)_p \left[\frac{(u_z)_E + (u_z)_P}{2} - \frac{(u_z)_P + (u_z)_O}{2} \right] \Delta z dt \\ &= \rho_p r_p (u_r)_p \left[\frac{(u_z)_E^{t+dt} + (u_z)_P^{t+dt}}{2} - \frac{(u_z)_P^{t+dt} + (u_z)_O^{t+dt}}{2} \right] \Delta z \Delta t \\ &= \rho_p r_p (u_r)_p \left[(u_z)_E^{t+dt} - (u_z)_O^{t+dt} \right] \frac{\Delta z \Delta t}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \triangleright \int_{vc} \int_{dt} \rho u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} r dr dz dt &= \int_{dt} \rho_p r_p (u_z)_p (u_z)_s^n \Delta r dt \\ &= \int_{dt} \rho_p r_p (u_z)_p \left[(u_z)_n - (u_z)_s \right] \Delta r dt = \int_{dt} \rho_p r_p (u_z)_p \left[\frac{(u_z)_N + (u_z)_P}{2} - \frac{(u_z)_P + (u_z)_S}{2} \right] \Delta r dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \rho_p r_p (u_z)_p \left[\frac{(u_z)_N^{t+dt} + (u_z)_P^{t+dt}}{2} - \frac{(u_z)_P^{t+dt} + (u_z)_S^{t+dt}}{2} \right] \Delta r \Delta t \\
&= \rho_p r_p (u_z)_p \left[(u_z)_N^{t+dt} - (u_z)_S^{t+dt} \right] \frac{\Delta r \Delta t}{2}
\end{aligned}$$

$$\text{➤} \quad \int_{vc} \int_{dt} -\frac{\partial p}{\partial z} r dr dz dt = \int_{dt} -r_p \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)_p \Delta r \Delta z dt = -r_p \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)_p \Delta r \Delta z \Delta t$$

$$\text{➤} \quad \int_{vc} \int_{dt} -\rho g_z r dr dz dt = \int_{dt} -g_z \rho_p r_p \Delta r \Delta z dt = -g_z \rho_p r_p \Delta r \Delta z \Delta t$$

$$\text{➤} \quad \int_{vc} \int_{dt} \frac{2\mu}{3} \frac{u_r}{r^2} r dr dz dt = \frac{2\mu}{3} \frac{1}{r_p} (u_r)_p \Delta r \Delta z \Delta t$$

$$\begin{aligned}
\text{➤} \quad \int_{vc} \int_{dt} -\frac{2\mu}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right) r dr dz dt &= \int_{dt} -\frac{2\mu}{3} r_p \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right) \right]_p \Delta r \Delta z dt \\
&= -\frac{2\mu}{3} r_p \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right) \right]_p \Delta r \Delta z \Delta t
\end{aligned}$$

$$\text{➤} \quad \int_{vc} \int_{dt} -\frac{2\mu}{3} \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial z} r dr dz dt = \int_{dt} -\frac{2\mu}{3} \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} \right)_p \Delta r \Delta z dt = -\frac{2\mu}{3} \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} \right)_p \Delta r \Delta z \Delta t$$

$$\begin{aligned}
\text{➤} \quad \int_{vc} \int_{dt} -\frac{2\mu}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right) r dr dz dt &= \int_{dt} -\frac{2\mu}{3} r_p \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right)_s^n \Delta r dt \\
&= \int_{dt} -\frac{2\mu}{3} r_p \left[\left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right)_n - \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right)_s \right] \Delta r dt = \int_{dt} -\frac{2\mu}{3} r_p \left[\frac{(u_z)_N - (u_z)_P}{\Delta z} - \frac{(u_z)_P - (u_z)_S}{\Delta z} \right] \Delta r dt \\
&= -\frac{2\mu}{3} r_p \left[\frac{(u_z)_N^{t+dt} - (u_z)_P^{t+dt}}{\Delta z} - \frac{(u_z)_P^{t+dt} - (u_z)_S^{t+dt}}{\Delta z} \right] \Delta r \Delta t \\
&= -\frac{2\mu}{3} r_p \left[(u_z)_N^{t+dt} - 2(u_z)_P^{t+dt} + (u_z)_S^{t+dt} \right] \frac{\Delta r \Delta t}{\Delta z}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{➤} \quad \int_{vc} \int_{dt} 2\mu \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right) r dr dz dt &= \int_{dt} 2\mu r_p \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right)_s^n \Delta r dt \\
&= \int_{dt} 2\mu r_p \left[\frac{(u_z)_N - (u_z)_P}{\Delta z} - \frac{(u_z)_P - (u_z)_S}{\Delta z} \right] \Delta r dt \\
&= 2\mu r_p \left[\frac{(u_z)_N^{t+dt} - (u_z)_P^{t+dt}}{\Delta z} - \frac{(u_z)_P^{t+dt} - (u_z)_S^{t+dt}}{\Delta z} \right] \Delta r \Delta t
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 2\mu r_p \left[(u_z)_N^{t+dt} - 2(u_z)_P^{t+dt} + (u_z)_S^{t+dt} \right] \frac{\Delta r \Delta t}{\Delta z} \\
\text{➤} \quad &\int_{vc} \int_{dt} \mu \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} \right) r dr dz dt = \int_{dt} \mu r_p \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} \right) \right]_p \Delta r \Delta z dt = \mu r_p \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} \right) \right]_p \Delta r \Delta z \Delta t \\
\text{➤} \quad &\int_{vc} \int_{dt} \mu \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} \right) r dr dz dt = \int_{dt} \mu r_p \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} \right)_o \Delta z dt \\
&= \int_{dt} \mu r_p \left[\frac{(u_z)_E - (u_z)_P}{\Delta r} - \frac{(u_z)_P - (u_z)_O}{\Delta r} \right] \Delta z dt \\
&= \mu r_p \left[\frac{(u_z)_E^{t+dt} - (u_z)_P^{t+dt}}{\Delta r} - \frac{(u_z)_P^{t+dt} - (u_z)_O^{t+dt}}{\Delta r} \right] \Delta z \Delta t \\
&= \mu r_p \left[(u_z)_E^{t+dt} - 2(u_z)_P^{t+dt} + (u_z)_O^{t+dt} \right] \frac{\Delta z \Delta t}{\Delta r} \\
\text{➤} \quad &\int_{vc} \int_{dt} \frac{\mu}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} r dr dz dt = \int_{dt} \mu (u_z)_o^e \Delta z dt = \int_{dt} \mu \left[\frac{(u_z)_E + (u_z)_P}{2} - \frac{(u_z)_P + (u_z)_O}{2} \right] \Delta z dt \\
&= \mu \left[\frac{(u_z)_E^{t+dt} + (u_z)_P^{t+dt}}{2} - \frac{(u_z)_P^{t+dt} + (u_z)_O^{t+dt}}{2} \right] \Delta z \Delta t = \mu \left[(u_z)_E^{t+dt} - (u_z)_O^{t+dt} \right] \frac{\Delta z \Delta t}{2} \\
\text{➤} \quad &\int_{vc} \int_{dt} \frac{\mu}{r} \frac{\partial u_r}{\partial z} r dr dz dt = \int_{dt} \mu \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} \right)_p \Delta r \Delta z dt = \mu \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} \right)_p \Delta r \Delta z \Delta t
\end{aligned}$$

L'équation devient :

$$\begin{aligned}
&\rho_p r_p \left[(u_z)_P^{t+dt} - (u_z)_P^t \right] \Delta r \Delta z + \rho_p r_p (u_r)_p \left[(u_z)_E^{t+dt} - (u_z)_O^{t+dt} \right] \frac{\Delta z \Delta t}{2} \\
&+ \rho_p r_p (u_z)_p \left[(u_z)_N^{t+dt} - (u_z)_S^{t+dt} \right] \frac{\Delta r \Delta t}{2} = -r_p \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)_p \Delta r \Delta z \Delta t - g_z \rho_p r_p \Delta r \Delta z \Delta t \\
&+ \frac{2\mu}{3} \frac{1}{r_p} (u_r)_p \Delta r \Delta z \Delta t - \frac{2\mu}{3} \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} \right)_p \Delta r \Delta z \Delta t - \frac{2\mu}{3} r_p \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right) \right]_p \Delta r \Delta z \Delta t \\
&- \frac{2\mu}{3} r_p \left[(u_z)_N^{t+dt} - 2(u_z)_P^{t+dt} + (u_z)_S^{t+dt} \right] \frac{\Delta r \Delta t}{\Delta z} + 2\mu r_p \left[(u_z)_N^{t+dt} - 2(u_z)_P^{t+dt} + (u_z)_S^{t+dt} \right] \frac{\Delta r \Delta t}{\Delta z} \\
&+ \mu r_p \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} \right) \right]_p \Delta r \Delta z \Delta t + \mu r_p \left[(u_z)_E^{t+dt} - 2(u_z)_P^{t+dt} + (u_z)_O^{t+dt} \right] \frac{\Delta z \Delta t}{\Delta r} \\
&+ \mu \left[(u_z)_E^{t+dt} - (u_z)_O^{t+dt} \right] \frac{\Delta z \Delta t}{2} + \mu \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} \right)_p \Delta r \Delta z \Delta t
\end{aligned}$$

Cette équation peut donc se mettre sous la forme suivante :

$$A(i, j)(u_z)_{(i+1, j)}^{k+1} + B(i, j)(u_z)_{(i-1, j)}^{k+1} + C(i, j)(u_z)_{(i, j)}^{k+1} + E(i, j)(u_z)_{(i, j+1)}^{k+1} + F(i, j)(u_z)_{(i, j-1)}^{k+1} = D(i, j) \quad (\text{III.24})$$

Avec :

$$\begin{aligned} - \quad A(i, j) &= -\mu r_p \frac{\Delta z \Delta t}{\Delta r} - \mu \frac{\Delta z \Delta t}{2} + r_p \rho_p (u_r)_p \frac{\Delta z \Delta t}{2} ; \\ - \quad B(i, j) &= -\mu r_p \frac{\Delta z \Delta t}{\Delta r} + \mu \frac{\Delta z \Delta t}{2} - r_p \rho_p (u_r)_p \frac{\Delta z \Delta t}{2} ; \\ - \quad C(i, j) &= \rho_p r_p \Delta r \Delta z + \frac{8}{3} \mu r_p \frac{\Delta r \Delta t}{\Delta z} + 2 \mu r_p \frac{\Delta z \Delta t}{\Delta r} ; \\ - \quad D(i, j) &= \rho_p r_p (u_z)_p^t \Delta r \Delta z + \frac{2\mu}{3} \frac{(u_r)_p}{r_p} \Delta r \Delta z \Delta t + \frac{1}{3} \mu r_p \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right) \right]_p \Delta r \Delta z \Delta t ; \\ &\quad + \frac{1}{3} \mu \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} \right)_p \Delta r \Delta z \Delta t - r_p \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)_p \Delta r \Delta z \Delta t - g_r r_p \rho_p \Delta r \Delta z \Delta t \\ - \quad E(i, j) &= -\frac{4\mu}{3} r_p \frac{\Delta r \Delta t}{\Delta z} + r_p \rho_p (u_z)_p \frac{\Delta r \Delta t}{2} ; \\ - \quad F(i, j) &= -\frac{4\mu}{3} r_p \frac{\Delta r \Delta t}{\Delta z} - r_p \rho_p (u_z)_p \frac{\Delta r \Delta t}{2} . \end{aligned}$$

L'équation de la quantité de mouvement III.10 dans le cas incompressible suivant la direction $O\vec{e}_z$ est discrétisée comme suit :

$$\begin{aligned} &\int_{vc} \int_{dt} \rho \frac{\partial u_z}{\partial t} r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \rho u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \rho u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} r dr dz dt \\ &= \int_{vc} \int_{dt} -\frac{\partial p}{\partial z} r dr dz dt - \int_{vc} \int_{dt} \rho g_z r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \mu \frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} r dr dz dt \\ &\quad + \int_{vc} \int_{dt} \mu \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \mu \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} r dr dz dt \end{aligned}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
\text{➤} \quad & \int_{vc} \int_{dt} \rho \frac{\partial u_z}{\partial t} r dr dz dt = \rho_P r_P \left[(u_z)_P^{t+dt} - (u_z)_P^t \right] \Delta r \Delta z \\
\text{➤} \quad & \int_{vc} \int_{dt} \rho u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} r dr dz dt = \int_{dt} \rho_P r_P (u_r)_P (u_z)_O^e \Delta z dt = \int_{dt} \rho_P r_P (u_r)_P \left[(u_z)_e - (u_z)_O \right] \Delta z dt \\
& = \int_{dt} \rho_P r_P (u_r)_P \left[\frac{(u_z)_E + (u_z)_P}{2} - \frac{(u_z)_P + (u_z)_O}{2} \right] \Delta z dt \\
& = \rho_P r_P (u_r)_P \left[\frac{(u_z)_E^{t+dt} + (u_z)_P^{t+dt}}{2} - \frac{(u_z)_P^{t+dt} + (u_z)_O^{t+dt}}{2} \right] \Delta z \Delta t \\
& = \rho_P r_P (u_r)_P \left[(u_z)_E^{t+dt} - (u_z)_O^{t+dt} \right] \frac{\Delta z \Delta t}{2} \\
\text{➤} \quad & \int_{vc} \int_{dt} \rho u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} r dr dz dt = \int_{dt} \rho_P r_P (u_z)_P (u_z)_S^n \Delta r dt = \int_{dt} \rho_P r_P (u_z)_P \left[(u_z)_n - (u_z)_S \right] \Delta r dt \\
& = \int_{dt} \rho_P r_P (u_z)_P \left[\frac{(u_z)_N + (u_z)_P}{2} - \frac{(u_z)_P + (u_z)_S}{2} \right] \Delta r dt \\
& = \rho_P r_P (u_z)_P \left[\frac{(u_z)_N^{t+dt} + (u_z)_P^{t+dt}}{2} - \frac{(u_z)_P^{t+dt} + (u_z)_S^{t+dt}}{2} \right] \Delta r \Delta t \\
& = \rho_P r_P (u_z)_P \left[(u_z)_N^{t+dt} - (u_z)_S^{t+dt} \right] \frac{\Delta r \Delta t}{2} \\
\text{➤} \quad & \int_{vc} \int_{dt} -\frac{\partial p}{\partial z} r dr dz dt = \int_{dt} -r_P \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)_P \Delta r \Delta z dt = -r_P \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)_P \Delta r \Delta z \Delta t \\
\text{➤} \quad & \int_{vc} \int_{dt} -\rho g_z r dr dz dt = \int_{dt} -g_z \rho_P r_P \Delta r \Delta z dt = -g_z \rho_P r_P \Delta r \Delta z \Delta t \\
\text{➤} \quad & \int_{vc} \int_{dt} \mu \frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} r dr dz dt = \int_{dt} \mu r_P \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} \right)_O^e \Delta z dt = \int_{dt} \mu r_P \left[\frac{(u_z)_E - (u_z)_P}{\Delta r} - \frac{(u_z)_P - (u_z)_O}{\Delta r} \right] \Delta z dt \\
& = \mu r_P \left[\frac{(u_z)_E^{t+dt} - (u_z)_P^{t+dt}}{\Delta r} - \frac{(u_z)_P^{t+dt} - (u_z)_O^{t+dt}}{\Delta r} \right] \Delta z \Delta t \\
& = \mu r_P \left[(u_z)_E^{t+dt} - 2(u_z)_P^{t+dt} + (u_z)_O^{t+dt} \right] \frac{\Delta z \Delta t}{\Delta r} \\
\text{➤} \quad & \int_{vc} \int_{dt} \mu \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} r dr dz dt = \int_{dt} \mu (u_z)_O^e \Delta z dt = \int_{dt} \mu \left[\frac{(u_z)_E + (u_z)_P}{2} - \frac{(u_z)_P + (u_z)_O}{2} \right] \Delta z dt
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \mu \left[\frac{(u_z)_E^{t+dt} + (u_z)_P^{t+dt}}{2} - \frac{(u_z)_P^{t+dt} + (u_z)_O^{t+dt}}{2} \right] \Delta z \Delta t = \mu \left[(u_z)_E^{t+dt} - (u_z)_O^{t+dt} \right] \frac{\Delta z \Delta t}{2} \\
\text{➤ } \int_{vc} \int_{dt} \mu \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} r dr dz dt &= \int_{dt} \mu r_p \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right)_s^n \Delta r dt = \int_{dt} \mu r_p \left[\frac{(u_z)_N - (u_z)_P}{\Delta z} - \frac{(u_z)_P - (u_z)_S}{\Delta z} \right] \Delta r dt \\
&= \mu r_p \left[\frac{(u_z)_N^{t+dt} - (u_z)_P^{t+dt}}{\Delta z} - \frac{(u_z)_P^{t+dt} - (u_z)_S^{t+dt}}{\Delta z} \right] \Delta r \Delta t \\
&= \mu r_p \left[(u_z)_E^{t+dt} - 2(u_z)_P^{t+dt} + (u_z)_S^{t+dt} \right] \frac{\Delta r \Delta t}{\Delta z}
\end{aligned}$$

L'équation devient :

$$\begin{aligned}
&\rho_p r_p \left[(u_z)_P^{t+dt} - (u_z)_P^t \right] \Delta r \Delta z + \rho_p r_p (u_r)_p \left[(u_z)_E^{t+dt} - (u_z)_O^{t+dt} \right] \frac{\Delta z \Delta t}{2} \\
&+ \rho_p r_p (u_z)_p \left[(u_z)_N^{t+dt} - (u_z)_S^{t+dt} \right] \frac{\Delta r \Delta t}{2} = -r_p \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)_p \Delta r \Delta z \Delta t - g_z \rho_p r_p \Delta r \Delta z \Delta t \\
&+ \mu r_p \left[(u_z)_E^{t+dt} - 2(u_z)_P^{t+dt} + (u_z)_O^{t+dt} \right] \frac{\Delta z \Delta t}{\Delta r} + \mu \left[(u_z)_E^{t+dt} - (u_z)_O^{t+dt} \right] \frac{\Delta z \Delta t}{2} \\
&+ \mu r_p \left[(u_z)_N^{t+dt} - 2(u_z)_P^{t+dt} + (u_z)_S^{t+dt} \right] \frac{\Delta r \Delta t}{\Delta z}
\end{aligned}$$

L'équation peut donc se mettre sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
&A(i, j)(u_z)_{(i+1, j)}^{k+1} + B(i, j)(u_z)_{(i-1, j)}^{k+1} + C(i, j)(u_z)_{(i, j)}^{k+1} + E(i, j)(u_z)_{(i, j+1)}^{k+1} \\
&+ F(i, j)(u_z)_{(i, j-1)}^{k+1} = D(i, j)
\end{aligned} \tag{III.25}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
- \quad A(i, j) &= -\mu r_p \frac{\Delta z \Delta t}{\Delta r} - \mu \frac{\Delta z \Delta t}{2} + r_p \rho_p (u_r)_p \frac{\Delta z \Delta t}{2} ; \\
- \quad B(i, j) &= -\mu r_p \frac{\Delta z \Delta t}{\Delta r} + \mu \frac{\Delta z \Delta t}{2} - r_p \rho_p (u_r)_p \frac{\Delta z \Delta t}{2} ; \\
- \quad C(i, j) &= \rho_p r_p \Delta r \Delta z + 2\mu r_p \frac{\Delta r \Delta t}{\Delta z} + 2\mu r_p \frac{\Delta z \Delta t}{\Delta r} ; \\
- \quad D(i, j) &= \rho_p r_p (u_z)_P^t \Delta r \Delta z - r_p \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)_p \Delta r \Delta z \Delta t - g_z r_p \rho_p \Delta r \Delta z \Delta t ;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
- \quad E(i, j) &= -\mu r_p \frac{\Delta r}{\Delta z} \frac{\Delta t}{2} + r_p \rho_p (u_z)_p \frac{\Delta r}{2} \frac{\Delta t}{2} ; \\
- \quad F(i, j) &= -\mu r_p \frac{\Delta r}{\Delta z} \frac{\Delta t}{2} - r_p \rho_p (u_z)_p \frac{\Delta r}{2} \frac{\Delta t}{2} .
\end{aligned}$$

III.2.B.iii.c. Discrétisation de l'équation de conservation d'énergie

L'équation de la conservation d'énergie III.10 dans le cas compressible est discrétisée comme suit :

$$\begin{aligned}
& \int_{vc} \int_{dt} \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \rho C_p u_r \frac{\partial T}{\partial r} r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \rho C_p u_z \frac{\partial T}{\partial z} r dr dz dt = \\
& \int_{vc} \int_{dt} \rho \dot{q}_g r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k r \frac{\partial T}{\partial r} \right) r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) r dr dz dt \\
& + \int_{vc} \int_{dt} \left[2\mu \left[\left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{u_r}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \mu \left[\left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right)^2 \right] \right] r dr dz dt \\
& - \frac{2}{3} \mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (r u_r)}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 r dr dz dt \\
& + \int_{vc} \int_{dt} S r dr dz dt
\end{aligned}$$

Ou encore :

$$\begin{aligned}
& \int_{vc} \int_{dt} \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \rho C_p u_r \frac{\partial T}{\partial r} r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \rho C_p u_z \frac{\partial T}{\partial z} r dr dz dt = \\
& \int_{vc} \int_{dt} \rho \dot{q}_g r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} k \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right) r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \frac{1}{r} k \frac{\partial T}{\partial r} r dr dz dt \\
& + \int_{vc} \int_{dt} \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) r dr dz dt \\
& + \int_{vc} \int_{dt} \left[2\mu \left[\left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{u_r}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \mu \left[\left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right)^2 \right] \right] r dr dz dt \\
& - \frac{2}{3} \mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (r u_r)}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 r dr dz dt \\
& + \int_{vc} \int_{dt} S r dr dz dt
\end{aligned}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
\text{➤} \quad & \int_{vc} \int_{dt} \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} r dr dz dt = \rho C_p r_p [T_p^{t+dt} - T_p^t] \Delta r \Delta z \\
\text{➤} \quad & \int_{vc} \int_{dt} \rho C_p u_r \frac{\partial T}{\partial r} r dr dz dt = \int_{dt} \rho C_p r_p (u_r)_p (T)_o^e \Delta z dt \\
& = \int_{dt} \rho C_p r_p (u_r)_p \left[\frac{T_E + T_P}{2} - \frac{T_P + T_O}{2} \right] \Delta z dt \\
& = \rho C_p r_p (u_r)_p \left[\frac{T_E^{t+dt} + T_P^{t+dt}}{2} - \frac{T_P^{t+dt} + T_O^{t+dt}}{2} \right] \Delta z \Delta t = \rho C_p r_p (u_r)_p [T_E^{t+dt} - T_O^{t+dt}] \frac{\Delta z \Delta t}{2} \\
\text{➤} \quad & \int_{vc} \int_{dt} \rho C_p u_z \frac{\partial T}{\partial z} r dr dz dt = \int_{dt} \rho C_p r_p (u_z)_p (T)_s^n \Delta r dt \\
& = \int_{dt} \rho C_p r_p (u_z)_p \left[\frac{T_N + T_P}{2} - \frac{T_P + T_S}{2} \right] \Delta r dt \\
& = \rho C_p r_p (u_z)_p \left[\frac{T_N^{t+dt} + T_P^{t+dt}}{2} - \frac{T_P^{t+dt} + T_S^{t+dt}}{2} \right] \Delta r \Delta t = \rho C_p r_p (u_z)_p [T_N^{t+dt} - T_S^{t+dt}] \frac{\Delta r \Delta t}{2} \\
\text{➤} \quad & \int_{vc} \int_{dt} \rho \dot{q}_g r dr dz dt = \dot{q}_g \rho r_p \Delta r \Delta z \Delta t \\
\text{➤} \quad & \int_{vc} \int_{dt} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k r \frac{\partial T}{\partial r} \right) r dr dz dt = \int_{dt} k r_p \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_o^e \Delta z dt = \int_{dt} k r_p \left[\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_e - \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_o \right] \Delta z dt \\
& = \int_{dt} k r_p \left[\frac{T_E - T_P}{\Delta r} - \frac{T_P - T_O}{\Delta r} \right] \Delta z dt = k r_p \left[\frac{T_E^{t+dt} - T_P^{t+dt}}{\Delta r} - \frac{T_P^{t+dt} - T_O^{t+dt}}{\Delta r} \right] \Delta z \Delta t \\
& = k r_p [T_E^{t+dt} - 2T_P^{t+dt} + T_O^{t+dt}] \frac{\Delta z \Delta t}{\Delta r} \\
\text{➤} \quad & \int_{vc} \int_{dt} \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) r dr dz dt = \int_{dt} k r_p \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_s^n \Delta r dt = \int_{dt} k r_p \left[\left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_n - \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_s \right] \Delta r dt \\
& = \int_{dt} k r_p \left[\frac{T_N - T_P}{\Delta z} - \frac{T_P - T_S}{\Delta z} \right] \Delta r dt = k r_p \left[\frac{T_N^{t+dt} - T_P^{t+dt}}{\Delta z} - \frac{T_P^{t+dt} - T_S^{t+dt}}{\Delta z} \right] \Delta r \Delta t \\
& = k r_p [T_N^{t+dt} - 2T_P^{t+dt} + T_S^{t+dt}] \frac{\Delta r \Delta t}{\Delta z} \\
\text{➤} \quad & \int_{vc} \int_{dt} k \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} r dr dz dt = \int_{dt} k (T)_o^e \Delta z dt = \int_{dt} k [(T)_e - (T)_o] \Delta z dt \\
& = \int_{dt} k \left[\frac{T_E + T_P}{2} - \frac{T_P + T_O}{2} \right] \Delta z dt = k \left[\frac{T_E^{t+dt} + T_P^{t+dt}}{2} - \frac{T_P^{t+dt} + T_O^{t+dt}}{2} \right] \Delta z \Delta t \\
& = k [T_E^{t+dt} - T_O^{t+dt}] \frac{\Delta z \Delta t}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{➤} \quad & \int_{vc} \int_{dt} \left[2\mu \left[\left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{u_r}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \mu \left[\left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right)^2 \right] \right. \\
& \left. - \frac{2}{3} \mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (ru_r)}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 \right] r \, dr \, dz \, dt \\
& = \left[2r_p \mu \left[\left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{u_r}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \mu r_p \left[\left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right)^2 \right] \right. \\
& \quad \left. - \frac{2}{3} r_p \mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (ru_r)}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 \right]_p \Delta r \, \Delta z \, \Delta t
\end{aligned}$$

$$\text{➤} \quad \int_{vc} \int_{dt} S \, r \, dr \, dz \, dt = \bar{S} \, r_p \, \Delta r \, \Delta z \, \Delta t$$

L'équation devient :

$$\begin{aligned}
& \rho C_p r_p \left[T_P^{t+dt} - T_P^t \right] \Delta r \Delta z + \rho C_p r_p (u_r)_p \left[T_E^{t+dt} - T_O^{t+dt} \right] \frac{\Delta z \, \Delta t}{2} + \\
& \rho C_p r_p (u_z)_p \left[T_N^{t+dt} - T_S^{t+dt} \right] \frac{\Delta r \, \Delta t}{2} = \dot{q}_g \rho r_p \Delta r \, \Delta z \, \Delta t + k r_p \left[T_E^{t+dt} - 2T_P^{t+dt} + T_O^{t+dt} \right] \frac{\Delta z \, \Delta t}{\Delta r} \\
& + k \left[T_E^{t+dt} - T_O^{t+dt} \right] \frac{\Delta z \, \Delta t}{2} + k r_p \left[T_N^{t+dt} - 2T_P^{t+dt} + T_S^{t+dt} \right] \frac{\Delta r \, \Delta t}{\Delta z} \\
& + \left[2r_p \mu \left[\left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{u_r}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \mu r_p \left[\left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right)^2 \right] \right. \\
& \quad \left. - \frac{2}{3} r_p \mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (ru_r)}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 \right]_p \Delta r \, \Delta z \, \Delta t + \bar{S} \, r_p \, \Delta r \, \Delta z \, \Delta t
\end{aligned}$$

Cette équation peut donc se mettre sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
& A(i, j)(T)_{(i+1, j)}^{k+1} + B(i, j)(T)_{(i-1, j)}^{k+1} + C(i, j)(T)_{(i, j)}^{k+1} + E(i, j)(T)_{(i, j+1)}^{k+1} \\
& + F(i, j)(T)_{(i, j-1)}^{k+1} = D(i, j)
\end{aligned} \tag{III.26}$$

Avec :

$$- \quad A(i, j) = C_p r_p \rho (u_r)_p \frac{\Delta z \, \Delta t}{2} - k r_p \frac{\Delta z \, \Delta t}{\Delta r} - k \frac{\Delta z \, \Delta t}{2} ;$$

$$\begin{aligned}
- \quad B(i, j) &= -C_p r_r \rho(u_r)_p \frac{\Delta z \Delta t}{2} - k r_p \frac{\Delta z \Delta t}{\Delta r} + k \frac{\Delta z \Delta t}{2} ; \\
- \quad C(i, j) &= C_p r_r \rho_p \Delta r \Delta z + 2k r_p \frac{\Delta z \Delta t}{\Delta r} + 2k r_p \frac{\Delta r \Delta t}{\Delta z} ; \\
- \quad D(i, j) &= C_p \rho r_p T_p^t \Delta r \Delta z + \dot{q}_g \rho r_p \Delta r \Delta z \Delta t + \bar{S} r_p \Delta r \Delta z \Delta t \\
&\quad + \left[2r_p \mu \left[\left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{u_r}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \mu r_p \left[\left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right)^2 \right] \right. \\
&\quad \left. - \frac{2}{3} r_p \mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(r u_r)}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 \right]_p \Delta r \Delta z \Delta t ; \\
- \quad E(i, j) &= C_p r_p \rho(u_z)_p \frac{\Delta r \Delta t}{2} - k r_p \frac{\Delta r \Delta t}{\Delta z} ; \\
- \quad F(i, j) &= -C_p r_p \rho(u_z)_p \frac{\Delta r \Delta t}{2} - k r_p \frac{\Delta r \Delta t}{\Delta z} .
\end{aligned}$$

L'équation de la conservation d'énergie III.11 dans le cas incompressible est discrétisée comme suit :

$$\begin{aligned}
& \int_{vc} \int_{dt} \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \rho C_p u_r \frac{\partial T}{\partial r} r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \rho C_p u_z \frac{\partial T}{\partial z} r dr dz dt = \\
& \int_{vc} \int_{dt} \rho \dot{q}_g r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k r \frac{\partial T}{\partial r} \right) r dr dz dt + \int_{vc} \int_{dt} \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) r dr dz dt \\
& + \int_{vc} \int_{dt} \left[2\mu \left[\left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{u_r}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \mu \left[\left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right)^2 \right] \right] r dr dz dt \\
& + \int_{vc} \int_{dt} S r dr dz dt
\end{aligned}$$

La même discrétisation pour tous les termes, que ceux du cas compressible, la seule différence est au niveau du terme de la dissipation.

$$\begin{aligned}
\triangleright \quad & \int_{vc} \int_{dt} \left[2\mu \left[\left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{u_r}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \mu \left[\left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right)^2 \right] \right] r dr dz dt \\
& = \left[2r_p \mu \left[\left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{u_r}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \mu r_p \left[\left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right)^2 \right] \right]_p \Delta r \Delta z \Delta t
\end{aligned}$$

L'équation devient :

$$\begin{aligned}
& \rho C_p r_p \left[T_p^{t+dt} - T_p^t \right] \Delta r \Delta z + \rho C_p r_p (u_r)_p \left[T_E^{t+dt} - T_O^{t+dt} \right] \frac{\Delta z \Delta t}{2} + \\
& \rho C_p r_p (u_z)_p \left[T_N^{t+dt} - T_S^{t+dt} \right] \frac{\Delta r \Delta t}{2} = \dot{q}_g \rho r_p \Delta r \Delta z \Delta t + k r_p \left[T_E^{t+dt} - 2T_p^{t+dt} + T_O^{t+dt} \right] \frac{\Delta z \Delta t}{\Delta r} \\
& + k \left[T_E^{t+dt} - T_O^{t+dt} \right] \frac{\Delta z \Delta t}{2} + k r_p \left[T_N^{t+dt} - 2T_p^{t+dt} + T_S^{t+dt} \right] \frac{\Delta r \Delta t}{\Delta z} \\
& + \left[2r_p \mu \left[\left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{u_r}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \mu r_p \left[\left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right)^2 \right] \right]_p \Delta r \Delta z \Delta t + \bar{S} r_p \Delta r \Delta z \Delta t
\end{aligned}$$

Cette équation peut donc se mettre sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
& A(i, j)(T)_{(i+1, j)}^{k+1} + B(i, j)(T)_{(i-1, j)}^{k+1} + C(i, j)(T)_{(i, j)}^{k+1} + E(i, j)(T)_{(i, j+1)}^{k+1} \\
& + F(i, j)(T)_{(i, j-1)}^{k+1} = D(i, j)
\end{aligned} \tag{III.27}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
- \quad & A(i, j) = C_p r_p \rho (u_r)_p \frac{\Delta z \Delta t}{2} - k r_p \frac{\Delta z \Delta t}{\Delta r} - k \frac{\Delta z \Delta t}{2} ; \\
- \quad & B(i, j) = -C_p r_p \rho (u_r)_p \frac{\Delta z \Delta t}{2} - k r_p \frac{\Delta z \Delta t}{\Delta r} + k \frac{\Delta z \Delta t}{2} ; \\
- \quad & C(i, j) = C_p r_p \rho_p \Delta r \Delta z + 2k r_p \frac{\Delta z \Delta t}{\Delta r} + 2k r_p \frac{\Delta r \Delta t}{\Delta z} ; \\
- \quad & D(i, j) = C_p \rho r_p T_p^t \Delta r \Delta z + \dot{q}_g \rho r_p \Delta r \Delta z \Delta t + \bar{S} r_p \Delta r \Delta z \Delta t \\
& + \left[2r_p \mu \left[\left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{u_r}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \mu r_p \left[\left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right)^2 \right] \right]_p \Delta r \Delta z \Delta t ; \\
- \quad & E(i, j) = C_p r_p \rho (u_z)_p \frac{\Delta r \Delta t}{2} - k r_p \frac{\Delta r \Delta t}{\Delta z} ; \\
- \quad & F(i, j) = -C_p r_p \rho (u_z)_p \frac{\Delta r \Delta t}{2} - k r_p \frac{\Delta r \Delta t}{\Delta z} .
\end{aligned}$$

III.2.B.iv. Résolution par la méthode de Gauss Seidel

Les équations algébriques de III.21 à III.27 obtenues précédemment peuvent être réécrites de manière générale comme suit :

$$A(i, j)(\Psi)_{(i+1, j)}^{k+1} + B(i, j)(\Psi)_{(i-1, j)}^{k+1} + C(i, j)(\Psi)_{(i, j)}^{k+1} + E(i, j)(\Psi)_{(i, j+1)}^{k+1} + F(i, j)(\Psi)_{(i, j-1)}^{k+1} = D(i, j)$$

La résolution de cette équation par la méthode de Gauss Seidel est donnée sous la forme suivante :

$$(\Psi)_{(i, j)}^{k+1} = \frac{D(i, j) - [A(i, j)(\Psi)_{(i+1, j)}^k + B(i, j)(\Psi)_{(i-1, j)}^k + E(i, j)(\Psi)_{(i, j+1)}^k + F(i, j)(\Psi)_{(i, j-1)}^k]}{C(i, j)}$$

III.2.C. Discrétisation des équations issues du modèle mathématique de la DA

III.2.C.i. Principe de la méthode RUNGE-KUTTA

Dans cette méthode d'intégration d'une équation différentielle, on obtient une précision au deuxième ordre en utilisant la dérivée au point de départ x_i pour trouver un point intermédiaire. On utilise ensuite la dérivée en ce point pour trouver la valeur suivante de la fonction. Autrement dit, les valeurs des dérivées des y_i au point initial sont utilisées pour estimer les y_i au centre du pas d'intégration, puis les valeurs de ces dérivées sont utilisées pour faire avancer la solution jusqu'au point x_{i+1} (Figure.III.3).

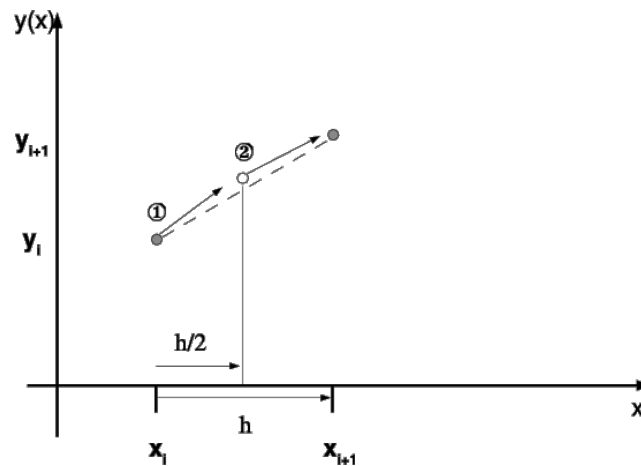


Figure.III.4 : Présentation de la méthode de RUNGE KUTTA

Le système des équations différentielles du modèle mathématique de la production de biogaz est résolu par la méthode de RUNGE-KUTTA d'ordre 2 qui peut être donnée par la forme suivante:

$$\begin{cases} y_{n+1}^* = y_n + h \cdot f(x_n, y_n) \\ y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2} [f(x_n, y_n) + f(x_{n+1}, y_{n+1}^*)] \\ y_0 \text{ donné} \end{cases}$$

Ou bien sous sa forme standard, elle peut être écrite ainsi :

On calcule la dérivée de y_i au point x_{i+1} : $\left(\frac{dy}{dt}\right)_{t=t_i} = h \cdot f(t_i, y_i)$

Puis on calcule la dérivée au point $x_i + h/2$: $\left(\frac{dy}{dt}\right)_{t=t_i+h/2} = h \cdot f(t_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_1}{2})$

$$\text{On écrit alors : } \begin{cases} k_1 = \left(\frac{dy}{dt}\right)_{t=t_i} = h \cdot f(t_i, y_i) \\ k_2 = \left(\frac{dy}{dt}\right)_{t=t_i+h/2} = h \cdot f(t_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_1}{2}) \\ y_{i+1} = y_i + k_2 \end{cases}$$

$$\text{Équivalent de : } \begin{cases} k_1 = h \cdot f(y_i, t_i) \\ k_2 = h \cdot f(y_i + k_1, t_i + 1) \\ y_{i+1} = y_i + \frac{1}{2}(k_1 + k_2) \end{cases}$$

III.2.C.ii. Discrétisation des équations de la DA

III.2.C.ii.a. Equation de la concentration de carbone solide

$$\frac{d\theta_i}{dt} = f(\theta_i) \quad (\text{III.28})$$

$$\text{Avec : } f(\theta_i) = -\sum_{i=1}^3 (h_i \theta_i)$$

D'après la méthode de RUNGE-KUTTA implicite d'ordre 2 cette équation s'écrit :

$$\theta_i^{k+1} = \theta_i^k + k_2$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} k_1 = \left(\frac{d\theta_i}{dt} \right)_{t=t_k} = h \cdot f(\theta_i^k, t_k) \\ k_2 = \left(\frac{d\theta_i}{dt} \right)_{t=t_k+h/2} = h \cdot f\left(\theta_i^{k+h/2} + \frac{k_1}{2}, t_k + \frac{h}{2}\right) \end{cases}$$

III.2.C.ii.b. Equation de la concentration du carbone dissous

$$\frac{d\theta_{(aq)}}{dt} = f(\theta_{(aq)}) \quad (\text{III.29})$$

$$\text{Avec : } f(\theta_{aq}) = \sum_{i=1}^3 (h_i \theta_i) - \left[\left(\frac{\lambda_A}{Y_A} \right) \left(\frac{\theta_{aq}}{H_{Sa} + \theta_{aq}} \right) \theta_{Ba} \right]$$

D'après la méthode de RUNGE-KUTTA implicite d'ordre 2 cette équation s'écrit :

$$\theta_{aq}^{k+1} = \theta_{aq}^k + k_2$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} k_1 = \left(\frac{d\theta_{aq}}{dt} \right)_{t=t_k} = h \cdot f(\theta_{aq}^k, t_k) \\ k_2 = \left(\frac{d\theta_{aq}}{dt} \right)_{t=t_k+h/2} = h \cdot f\left(\theta_{aq}^{k+h/2} + \frac{k_1}{2}, t_k + \frac{h}{2}\right) \end{cases}$$

III.2.C.ii.c. Equation de la concentration de Biomasse acidogène

$$\frac{d\theta_{(Ba)}}{dt} = f(\theta_{(Ba)}) \quad (\text{III.30})$$

$$\text{Avec : } f(\theta_{(Ba)}) = \left[\left(\frac{\lambda_A \cdot \theta_{(aq)}}{H_{Sa} + \theta_{(aq)}} \right) - D_a \right] \theta_{(Ba)}$$

D'après la méthode de RUNGE-KUTTA implicite d'ordre 2 cette équation s'écrit :

$$\theta_{Ba}^{k+1} = \theta_{Ba}^k + k_2$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} k_1 = \left(\frac{d\theta_{Ba}}{dt} \right)_{t=t_k} = h \cdot f(\theta_{Ba}^k, t_k) \\ k_2 = \left(\frac{d\theta_{Ba}}{dt} \right)_{t=t_k+h/2} = h \cdot f\left(\theta_{Ba}^{k+h/2} + \frac{k_1}{2}, t_k + \frac{h}{2}\right) \end{cases}$$

III.2.C.ii.d. Equation de la concentration de Biomasse méthanogène

$$\frac{d\theta_{(Bm)}}{dt} = f(\theta_{(Bm)}) \quad (III.31)$$

$$\text{Avec : } f(\theta_{(Bm)}) = \left[\left(\frac{\lambda_M \cdot \theta_{(Ac)}}{H_{S_M} + \theta_{(Ac)}} \right) - D_m \right] \cdot \theta_{(Bm)}$$

D'après la méthode de Runge-Kutta implicite d'ordre 2 cette équation s'écrit :

$$\theta_{Bm}^{k+1} = \theta_{Bm}^k + k_2$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} k_1 = \left(\frac{d\theta_{Bm}}{dt} \right)_{t=t_k} = h \cdot f(\theta_{Bm}^k, t_k) \\ k_2 = \left(\frac{d\theta_{Bm}}{dt} \right)_{t=t_k+h/2} = h \cdot f\left(\theta_{Bm}^{k+h/2} + \frac{k_1}{2}, t_k + \frac{h}{2}\right) \end{cases}$$

III.2.C.ii.e. Equation de la concentration de l'Acétate

$$\frac{d\theta_{(AC)}}{dt} = f(\theta_{(AC)}) \quad (III.32)$$

$$\text{Avec : } f(\theta_{(AC)}) = Y_{AC} \cdot \left[(1 - Y_A) \left(\frac{\lambda_A}{Y_A} \right) \left(\frac{\theta_{(aq)}}{H_{S_a} + \theta_{(aq)}} \right) + D_a \right] \cdot \theta_{(Ba)} - \left[\left(\frac{\lambda_M}{Y_M} \right) \left(\frac{\theta_{(AC)}}{H_{S_M} + \theta_{(AC)}} \right) \right] \cdot \theta_{(Bm)}$$

D'après la méthode de Runge-Kutta implicite d'ordre 2 cette équation s'écrit :

$$\theta_{AC}^{k+1} = \theta_{AC}^k + k_2$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} k_1 = \left(\frac{d\theta_{AC}}{dt} \right)_{t=t_k} = h \cdot f(\theta_{AC}^k, t_k) \\ k_2 = \left(\frac{d\theta_{AC}}{dt} \right)_{t=t_k+h/2} = h \cdot f\left(\theta_{AC}^{k+h/2} + \frac{k_1}{2}, t_k + \frac{h}{2}\right) \end{cases}$$

III.2.C.ii.f. Equation de la concentration de Méthane

$$\frac{d\theta_{(CH_4)}}{dt} = f(\theta_{(CH_4)}) \quad (III.33)$$

$$\text{Avec : } f(\theta_{(CH_4)}) = Y_{CH_4} \cdot \left[(1 - Y_M) \left(\frac{\lambda_M}{Y_M} \right) \left(\frac{\theta_{(AC)}}{H_{S_M} + \theta_{(AC)}} \right) + D_m \right] \cdot \theta_{(Bm)}$$

D'après la méthode de RUNGE-KUTTA implicite d'ordre 2 cette équation s'écrit :

$$\theta_{CH_4}^{k+1} = \theta_{CH_4}^k + k_2$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} k_1 = \left(\frac{d\theta_{CH_4}}{dt} \right)_{t=t_k} = h \cdot f(\theta_{CH_4}^k, t_k) \\ k_2 = \left(\frac{d\theta_{CH_4}}{dt} \right)_{t=t_k+h/2} = h \cdot f\left(\theta_{CH_4}^{k+h/2} + \frac{k_1}{2}, t_k + \frac{h}{2}\right) \end{cases}$$

III.2.C.ii.g. Equation de la concentration de Dioxyde de carbone

$$\frac{d\theta_{(CO_2)}}{dt} = f(\theta_{(CO_2)}) \quad (III.34)$$

$$\text{Avec : } f(\theta_{(CO_2)}) = (1 - Y_{AC}) \cdot \left[(1 - Y_A) \left(\frac{\lambda_A}{Y_A} \right) \left(\frac{\theta_{(aq)}}{H_{Sa} + \theta_{(aq)}} \right) + D_a \right] \cdot \theta_{(Ba)} - \\ (1 - Y_{CH_4}) \cdot \left[(1 - Y_M) \left(\frac{\lambda_M}{Y_M} \right) \left(\frac{\theta_{(AC)}}{H_{Sm} + \theta_{(AC)}} \right) \right] \cdot \theta_{(Bm)}$$

D'après la méthode de RUNGE-KUTTA implicite d'ordre 2 cette équation s'écrit :

$$\theta_{CO_2}^{k+1} = \theta_{CO_2}^k + k_2$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} k_1 = \left(\frac{d\theta_{CO_2}}{dt} \right)_{t=t_k} = h \cdot f(\theta_{CO_2}^k, t_k) \\ k_2 = \left(\frac{d\theta_{CO_2}}{dt} \right)_{t=t_k+h/2} = h \cdot f\left(\theta_{CO_2}^{k+h/2} + \frac{k_1}{2}, t_k + \frac{h}{2}\right) \end{cases}$$

III.2.D. Conclusion

Nous avons présenté dans cette deuxième partie du chapitre III les méthodes de résolution numériques permettant de résoudre les équations de conservation, de biodégradation et de production de biogaz. Notre choix s'est porté sur l'utilisation de la méthode des volumes finis et celle de Gauss-Seidel pour résoudre les équations de conservation, tandis que la méthode de Runge-Kutta d'ordre 2 a été sélectionnée pour traiter les équations de biodégradation et de production du biogaz. Les équations algébriques résultant de la discrétisation étant complexes, leur résolution a été réalisée à l'aide d'un code numérique rédigé en FORTRAN [179]. Les résultats de la simulation ainsi que leurs interprétations font l'objet de la partie III.3 du chapitre III.

Partie III.3

Résultats et discussions

III.3.A. Introduction

Dans la partie I de ce chapitre, nous avons présenté notre modèle de simulation des phénomènes physiques, biochimiques et biologiques de la biodégradation et la production des produits intermédiaires et finaux de la DA. Les méthodes de résolution choisies pour résoudre les équations mathématiques de notre modèle sont exposées dans la partie II de ce chapitre. Dans cette section nous analysons l'évolution des quelques paramètres physiques, physico-chimiques et biologiques obtenus par notre simulation. Les résultats de cette dernière seront comparés à ceux obtenus expérimentalement (paragraphe II.2, chapitre II).

III.3.B. Organigramme de résolution

Les différentes étapes de résolution numérique sont synthétisées dans le schéma suivant :

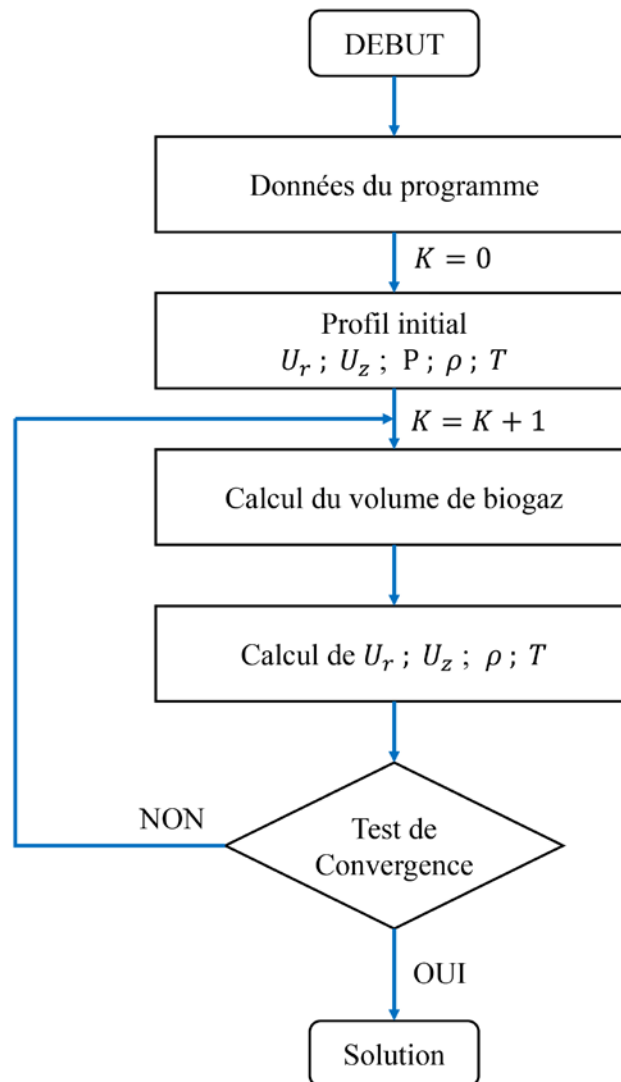


Figure.III.5 : Organigramme de résolution

III.3.C. Paramètres cinétiques et biologiques

III.3.C.i. Paramètres biologiques du modèle de dégradation et de production du biogaz

Les valeurs des constantes du modèle mathématique sont tirées de la littérature (Tableau III.1). La concentration initiale en carbone des effluents de l'usine, utilisée pour la simulation est de 2 kg.m^{-3} , une valeur estimée à partir du potentiel méthanogène théorique [180]. En revanche, les productions journalières de biogaz sont estimées pour des taux de carbone organique initial dans l'effluent liquide allant de 0 à 5 kg.m^{-3} .

Tableau III.1 : Paramètres utilisés dans le modèle mathématique.

Constante cinétique de dégradation de premier ordre de la cellulose en (jour^{-1})		$h_1 = 0,31$	[181]
		$h_2 = 0,29$	
		$h_3 = 0,27$	
Masse de biomasse acidogène produite par masse de carbone utilisé (kg/kg)		$Y_A = 0,16$	[182]
Masse de la biomasse méthanogène produite par masse d'acétate utilisé (kg/kg)		$Y_M = 0,011$	[183]
Constante de mortalité en (jour^{-1})	Biomasse acidogènes	$D_A = 0,4$	[169]
	Biomasse méthanogène	$D_M = 0,05$	[184]
Constante de demi-concentration en substrat en (kg.m^{-3})	Biomasse acidogènes	$H_{Sa} = 0,01$	[169]
	Biomasse méthanogène	$H_{Sm} = 0,002$	[183]
Taux de croissance spécifique maximum en (jour^{-1})	Biomasse acidogènes	$\lambda_a = 8$	[184]
	Biomasse méthanogène	$\lambda_m = 1,47$	[184]
Coefficient de rendement en carbone	Méthane	$Y_{CH_4} = 0,6$	[169]
	Acétate	$Y_{AC} = 0,9$	[169]

III.3.C.ii. Paramètres physiques et physico-chimiques

Les informations relatives aux dimensions du digesteur ainsi que celles concernant les paramètres utilisés dans le cadre de l'étude du comportement hydraulique du digesteur sont présentées dans le tableau III.2.

Tableau III.2 : Valeurs des paramètres utilisés dans le model de la dynamique des fluides

Paramètres	Valeur
<i>Dimensions du digesteur (m)</i>	Hauteur = 15 ; Rayon = 5
<i>Masse volumique de l'effluent ($kg.m^{-3}$)</i>	1006
<i>Vitesse initiale ($m.s^{-1}$)</i>	$1,4.10^5$
<i>Viscosité dynamique de l'effluent (Pa.s)</i>	$0,7.10^{-3}$
<i>Température initiale (K)</i>	302

III.3.D. Résultats et discussions

Les calculs effectués par notre modèle ont été initiés par un profil initial qui satisfait aux conditions aux limites. Les intrants présentés dans les tableaux III.1 et III.2 ont permis de simuler l'évolution de certains paramètres physiques, physico-chimiques, biologiques et des produits intermédiaires et finaux de la DA. Parmi les produits finaux, nous nous intéresserons à la production réelle du biogaz que nous comparerons à celle simulée pour valider notre modèle.

III.3.D.i. Productions réelle et simulée du biogaz

Les accumulations des productions de biogaz sur une période de trente jours dans le cas réel et simulé sont représentées sur la figure III.6. Les tracés de ces figures montrent une augmentation de l'accumulation de la production de biogaz augmentent en fonction du temps. De la première à la vingt-deuxième journée, les écarts entre les taux de production de biogaz réels et simulés peuvent être attribués aux fluctuations de la quantité du carbone dissout dans les effluents liquide de la papeterie, qui diffèrent d'un jour à l'autre. Cependant, à partir du vingt-troisième jour les résultats de la simulation de la production de biogaz concordent avec les résultats expérimentaux. Ainsi, le modèle proposé représente de façon satisfaisante la production réelle du biogaz. Par conséquent, il peut être appliqué pour simuler l'évolution de certains paramètres physiques, physico-chimiques, biologiques, ainsi que des produits intermédiaires et finaux de la DA.

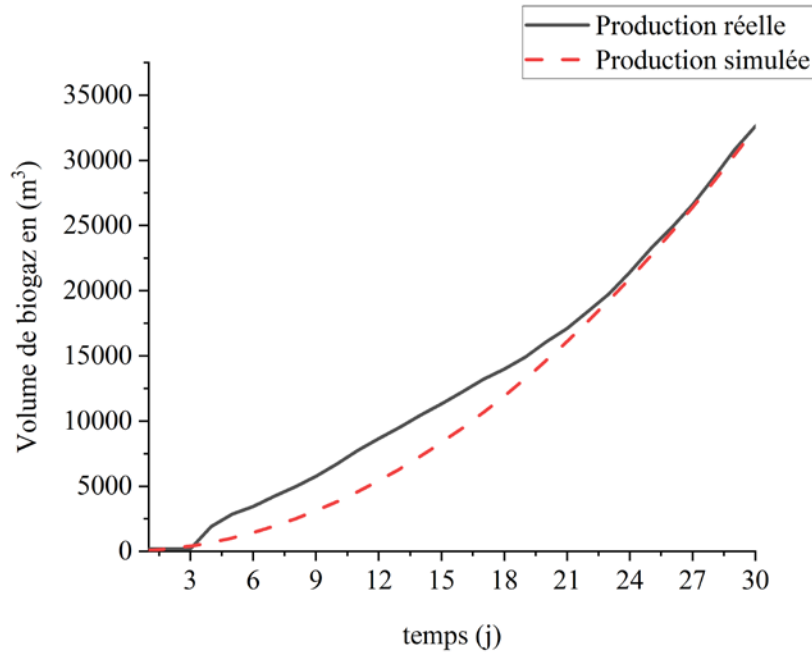


Figure.III.6 : Profil des productions de biogaz en fonction du temps

III.3.D.ii. Résultats des paramètres physiques, physico-chimiques, biologiques et des produits intermédiaires et finaux de la DA

III.3.D.ii.a. Paramètres physiques

Nous donnons ci-dessous les résultats concernant paramètres physiques de la DA obtenus grâce à notre modèle, notamment la masse volumique du fluide et sa vitesse axiale.

- Evolution de la masse volumique du fluide

La masse volumique en fonction du temps est illustrée sur la figure III.7. Cette représentation montre que la masse volumique demeure quasi constante tout au long du processus de la DA. Cela suggère que les variations de volume à l'intérieur du digesteur sont minimales pendant ce processus. La stabilité de la masse volumique peut être attribuée aux faibles taux de production de biogaz par rapport au volume d'effluent présent dans le digesteur ce qui limite l'impact des fluctuations de volume. La stabilité de la masse volumique peut aussi résulter d'un équilibre entre la composition du substrat, les réactions biologiques et les conditions opératoires.

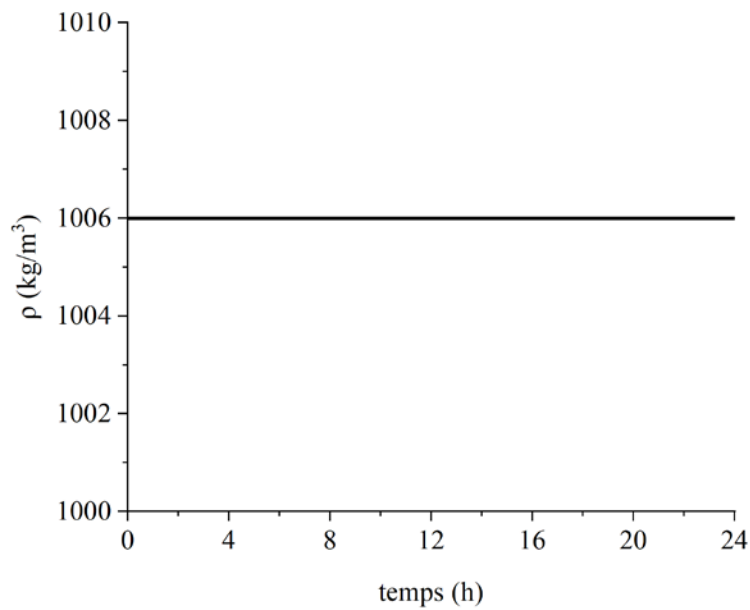


Figure.III.7 : Profil de la masse volumique en fonction du temps (dans le cas compressible)

- *Evolution de la vitesse axiale du fluide*

La figure III.8 illustre l'évolution du profil de la vitesse dans la direction axiale en fonction de la hauteur du digesteur dans les cas compressible et incompressible. Les tracés de cette figure indiquent que dans les deux cas, la vitesse axiale diminue à l'entrée du digesteur. Cette diminution serait due au changement de section entre les tubes d'entrée du fluide et celle du digesteur, ainsi qu'à l'effet du poids du fluide. Dans les deux cas, la vitesse axiale se stabilise autour d'une valeur moyenne, mais cette stabilisation est plus rapide dans le cas incompressible. Nous remarquons également que la vitesse est quasiment la même car l'écart entre les vitesses moyennes dans les deux cas est négligeable, de l'ordre de 6.10^{-7} .

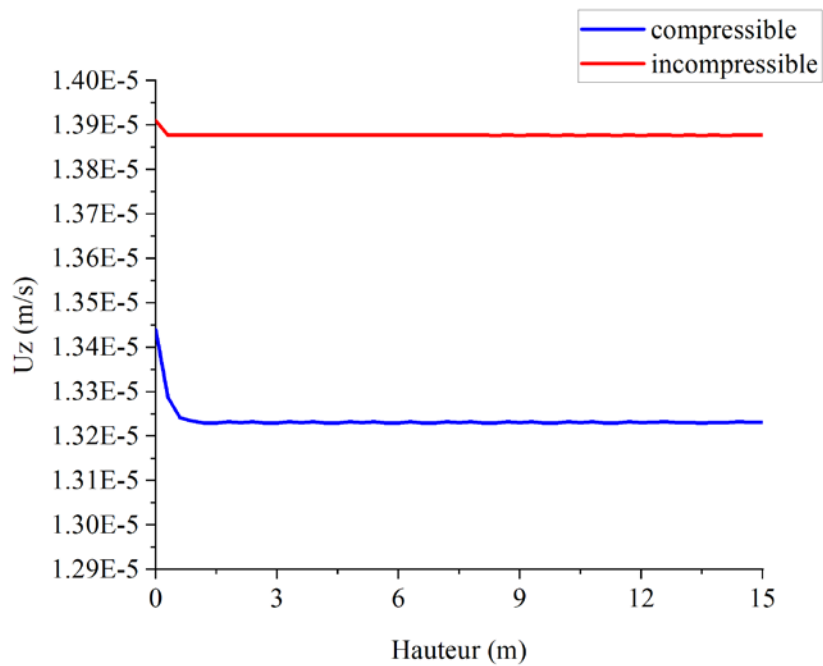


Figure.III.8 : Profil de la vitesse axiale en fonction de la hauteur (dans les cas compressible et incompressible)

III.3.D.ii.b. Paramètres physico-chimiques

Le seul paramètre physico-chimique que nous avons simulé est la température du milieu réactionnel sur toute la hauteur du digesteur. Les figures III.9 et III.10 illustrent l'évolution de ce paramètre suivant la direction axiale du digesteur dans les cas compressible et incompressible. Les tracés des deux figures sont identiques montrant que la température des effluents augmente légèrement dans le premier mètre du digesteur avant de se stabiliser par la suite. Ce phénomène peut être expliqué par l'échange de température entre l'affluent et le contenu du digesteur. Ce dernier gagne en température grâce à l'énergie dégagée par les réactions exothermiques qui se déroulent lors de la DA. Par ailleurs, la température simulée se stabilise autour de 30,6°C, pratiquement la même valeur que celle mesurée expérimentalement dans le digesteur de la STEP (paragraphe II.3.A. du chapitre II). Cette concordance entre la température expérimentale et simulée valide également notre modèle.

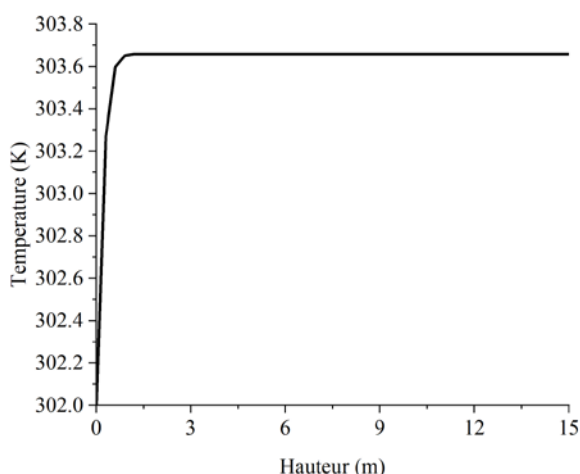


Figure.III.9 : Profil de la température en fonction de la hauteur (dans le cas compressible)

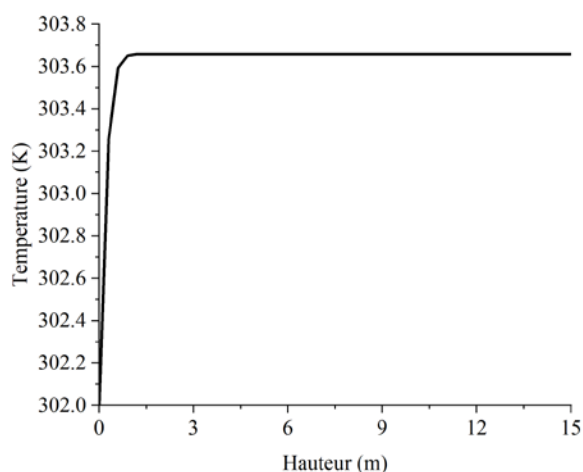


Figure.III.10 : Profil de la température en fonction de la hauteur (dans le cas incompressible)

III.3.D.ii.c. Evolution des substrats et des micro-organismes

- Teneur en carbone organique

Les tracés des figures III.11 et III.12 mettent en évidence une diminution significative de la concentration en carbone organique pendant l'étape d'hydrolyse. A partir du tracé III.9, la quantité de carbone organique dissoute après 24 heures est évaluée à $0,5 \text{ kg.m}^3$. Ceci correspondrait à la quantité de matières organiques hydrolysées pendant cette période.

Par ailleurs, les tracés de la figure III.12 mettent en évidence les trois vitesses de dissolution du carbone organique, rapide, moyenne et lente. Cette différenciation dans les vitesses de dissolution pourrait être attribuée à la variation de la composition de la matière organique, à la distribution inégale des micro-organismes dans le digesteur et aux variations des conditions physico-chimiques telles que le *pH* et la température. Ces facteurs influencent l'activité enzymatique et microbienne, conduisant ainsi à des vitesses de dissolution différentes à différents endroits du digesteur.

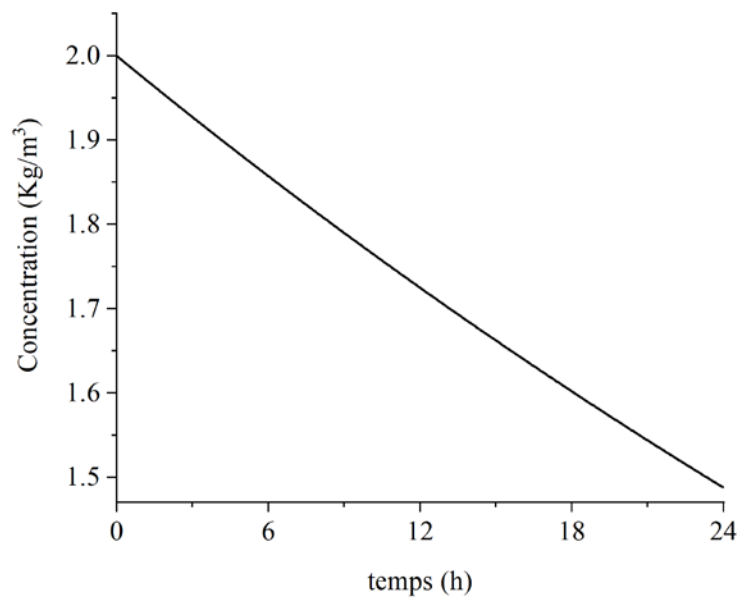


Figure.III.11 : Teneur en carbone organique en fonction du temps.

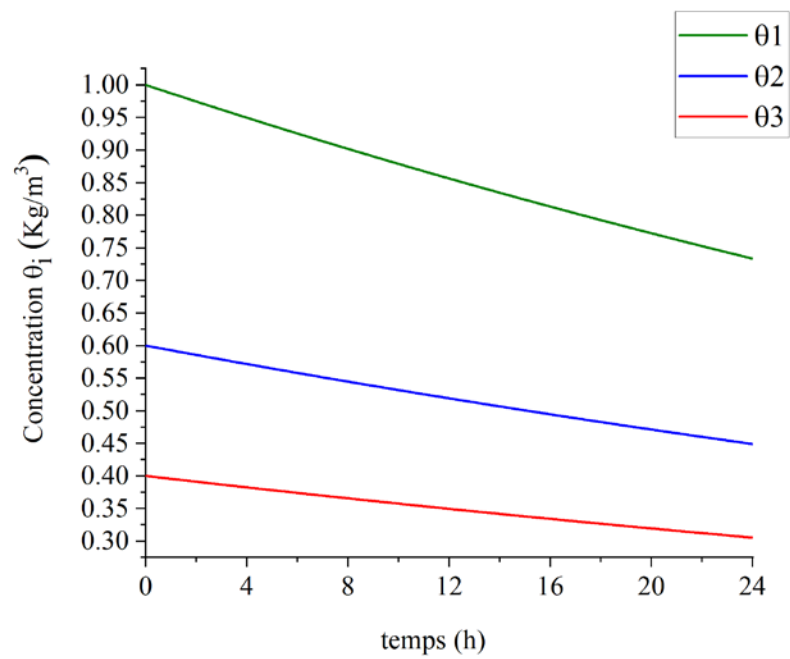


Figure.III.12 : Dégradation du carbone organique à trois vitesses différentes en fonction du temps

- *Teneurs en carbone dissout et en biomasse acidogène*

Le tracé de la figure III.13 indique une augmentation de la teneur en carbone dissout pendant 9 heures, sans toutefois atteindre la quantité spécifiée dans le paragraphe précédent, suivie d'une diminution. Cette tendance pourrait être attribuée au fait qu'à mesure que le carbone organique se dissout, une partie est consommée par les micro-organismes [185], tandis que l'autre est transformée en biomasse acidogène. La vitesse de production de cette dernière (Figure.III.14) est très rapide à partir de 9 heures juste au moment où la teneur en carbone dissout diminue. Au bout de 15 heures, la teneur en carbone dissout est très faible et la production en biomasse acidogène ralentit.

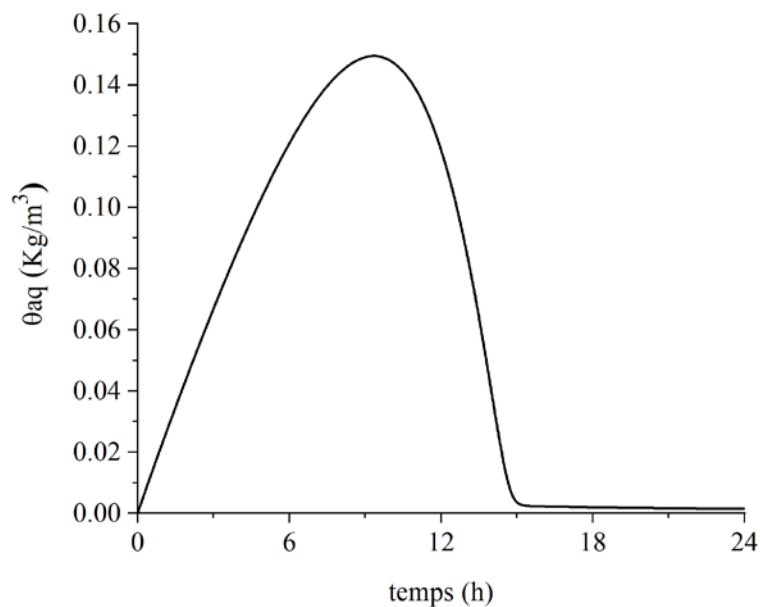


Figure.III.13 : Teneur en carbone dissout en fonction du temps

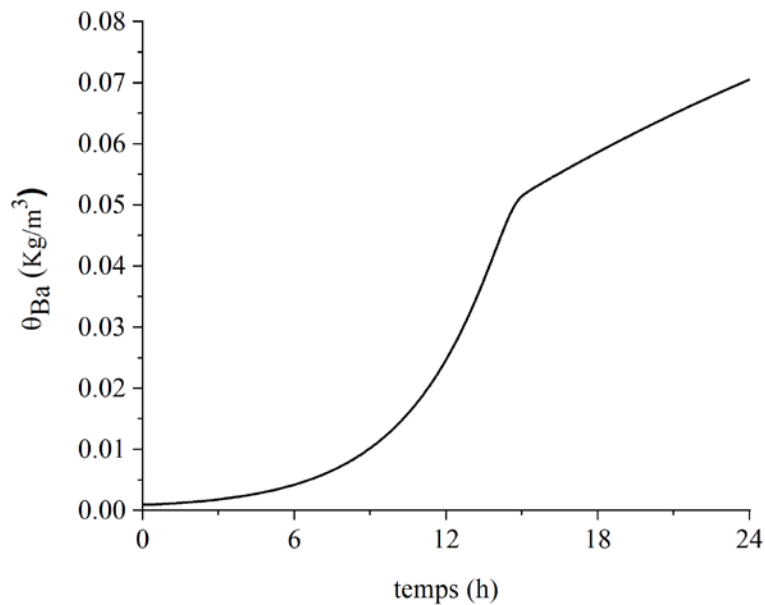


Figure.III.14 : Concentration de biomasse acidogène en fonction du temps

- *Teneurs en acétate et en biomasse méthanogène*

La teneur en acétate produit à partir du carbone dissout et de la biomasse acidogène est représentée sur la figure III.15 Le tracé de cette figure montre une augmentation de la teneur en acétate. La vitesse de production de ce dernier est très rapide de 6 à 15 heures ce qui coïncide avec la diminution de la teneur en carbone dissout. Après 15 heures, la teneur en acétate diminue lentement.

Une partie d'acétate est transformée en biomasse méthanogène. La concentration de cette dernière en fonction du temps est représentée sur la figure III.16 Le tracé de cette figure indique que la production de la biomasse méthanogène est rapide entre 6 et 21 heures, tandis qu'elle diminue à partir de 21h en raison de la faible concentration d'acétate qui existe au même moment.

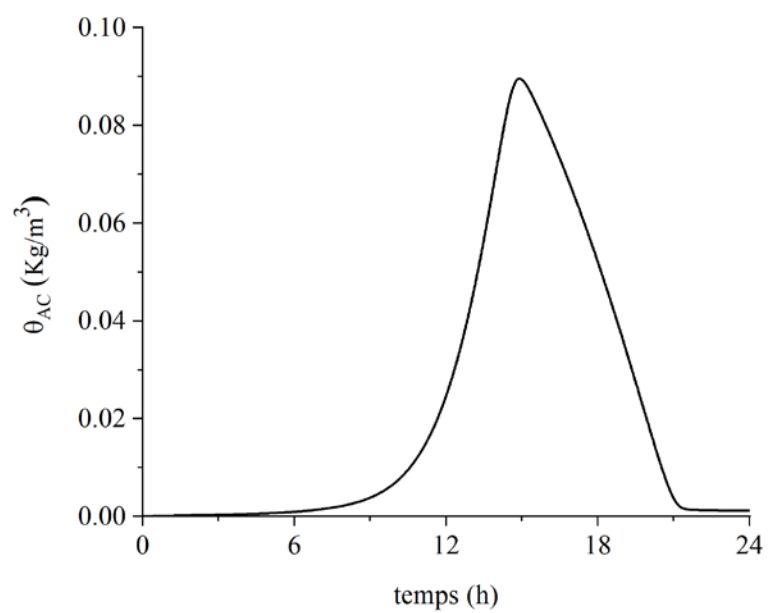


Figure.III.15 : Teneur en acétate en fonction du temps

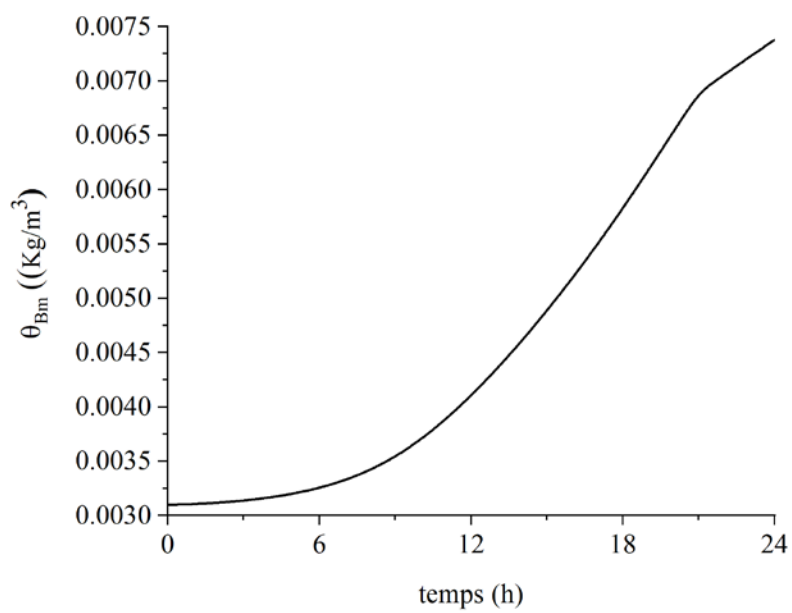


Figure.III.16 : Concentration de biomasse méthanogène en fonction du temps

III.3.D.ii.d. Evolution des produits intermédiaires et finaux

Production de méthane, de gaz carbonique et du biogaz

Les accumulations des productions de méthane à partir d'acétate et de la biomasse méthanogène, ainsi que celles de dioxyde de carbone à partir de la biomasse acidogène, de la biomasse méthanogène et de l'acétate sont représentées sur les figures III.17 et III.18. La simulation indique que la production de ces deux gaz augmente en fonction du temps. La production totale du biogaz, qui représente la somme des productions de méthane et de dioxyde de carbone, est illustrée sur la figure III.19. On constate sur cette dernière, qu'à partir de 3 heures une légère production de biogaz est observée, tandis qu'à partir de 6 heures, moment où les concentrations des biomasses acidogène et méthanogène et de l'acétate augmentent, la vitesse de production de biogaz devient très rapide.

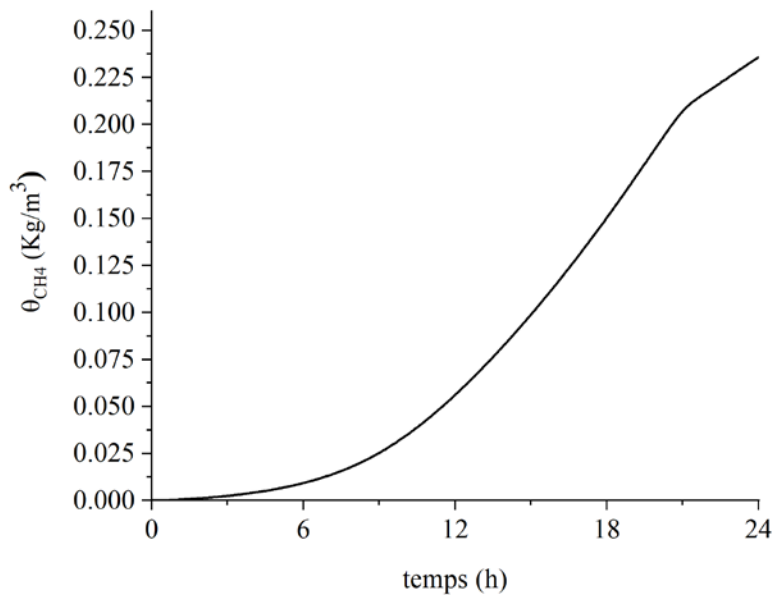


Figure.III.17 : Teneur en méthane en fonction du temps

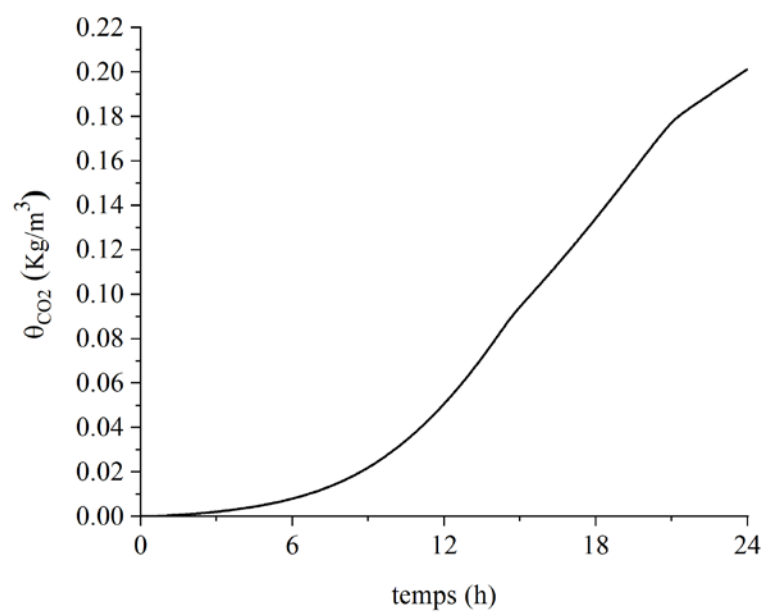


Figure.III.18 : Teneur en dioxyde de carbone en fonction du temps

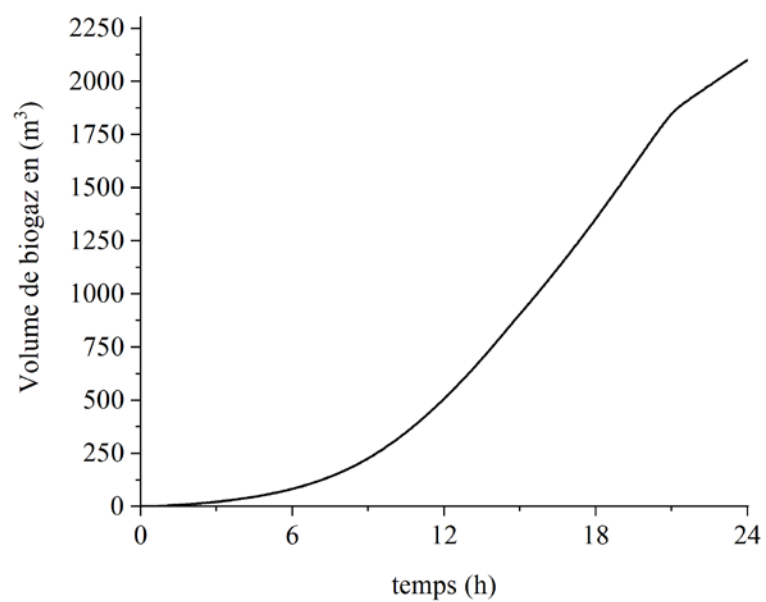


Figure.III.19 : Production de biogaz en fonction du temps

III.3.D.ii.e. Effet du carbone organique sur les produits intermédiaires et finaux

- Production du biogaz en fonction de la teneur en carbone organique

Le tracé de la production de biogaz en fonction de la concentration de carbone organique (Figure.III.20), montre que le volume de biogaz produit dépend de la concentration de carbone organique utilisé. Cela justifie les fluctuations de la production de biogaz dans la station d'épuration d'un jour à l'autre, comme indiqué dans les résultats du chapitre II (paragraphe II.3.C), qui portent sur la mesure de la production de biogaz à la sortie du digesteur.

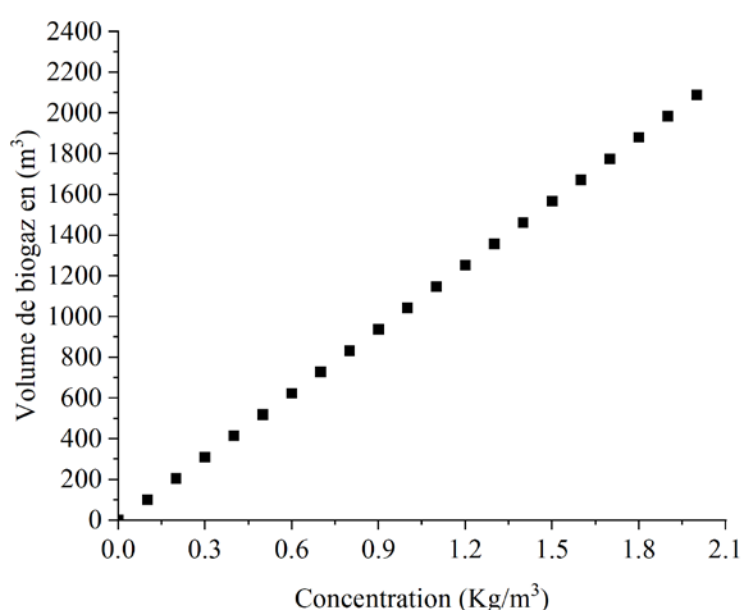


Figure.III.20 : Volume de biogaz produit par concentration de carbone organique

- Effet du taux du carbone organique sur les teneurs de carbone dissout

Les tracés de la figure III.21 montrent que, pendant l'étape d'hydrolyse, la teneur en carbone organique diminue avec le temps. Au cours de cette étape, comme le précise la littérature [78, 103] précise que, les macromolécules sont dégradées en monomères et la cinétique de dégradation dépend de la nature du substrat (protéines, hydrates de carbone, lipides).

Les tracés de la figure III.22 indiquent que, en fonction du temps, les teneurs en carbone dissout augmentent, atteignent un maximum, puis diminuent par la suite. Les teneurs en carbone dissout dépendent de la concentration en carbone organique initiale. En effet, plus la concentration en carbone organique est élevée plus la teneur en carbone dissout est élevée (Figures III.21 et III.22). La diminution de la concentration en carbone dissout s'explique par

sa transformation par les micro-organismes en acides gras volatils (acétate, propionate...), en alcools, en dioxyde de carbone et en hydrogène [78, 103].

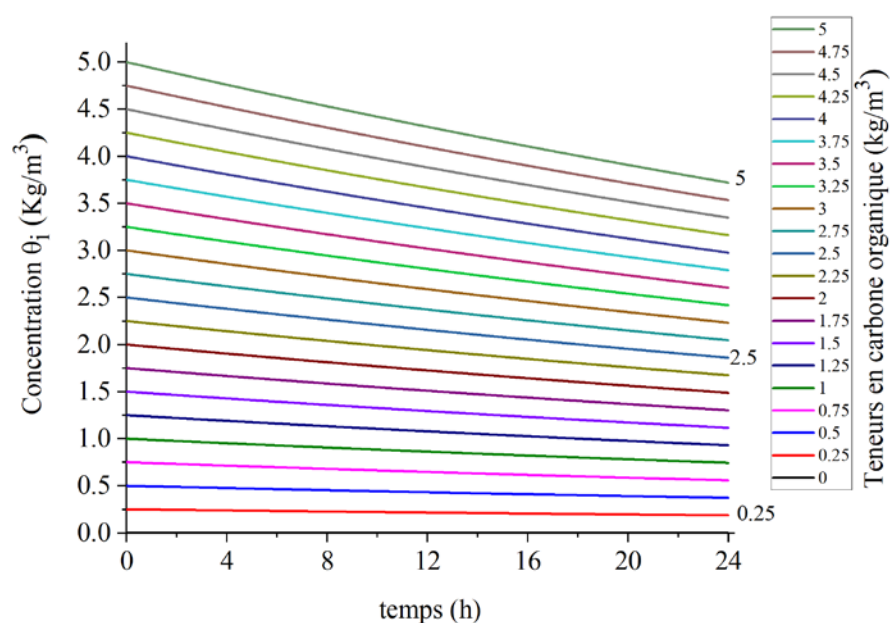


Figure.III.21 : Teneurs en carbone organique en fonction du temps

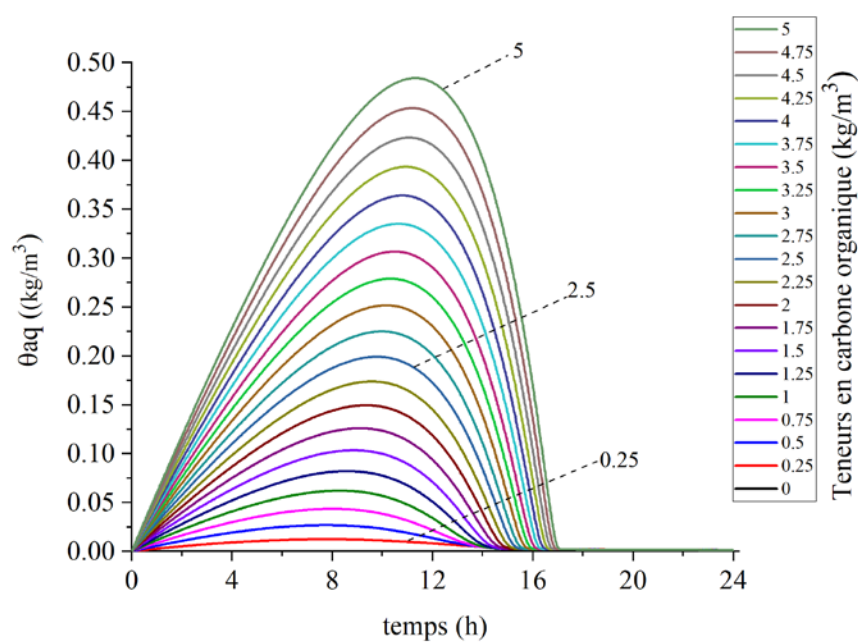


Figure.III.22 : Teneurs en carbone dissout en fonction du temps

- *Effet du taux de carbone organique sur la teneur en acétate*

L'acétate qui est produit lors de l'étape acidogène et acétogène est représenté pour chaque concentration de carbone organique sur la figure III.23. Les tracés indiquent qu'en fonction du temps les productions d'acétates augmentent dans un premier temps, puis diminuent après avoir atteint une valeur maximale pour les concentrations en carbone organique inférieures à $3,75 \text{ Kg.m}^{-3}$. Au-delà de cette concentration les productions d'acétates en fonction du temps connaissent une augmentation exponentielle entre 8 et 17 heures, suivie d'une stabilisation et d'une légère diminution par la suite.

Sur les tracés de la figure III.24, la phase de stagnation observée pour chaque concentration d'acétate coïncide avec la phase où les productions de carbone de la biomasse acidogène (θB_a) croissent linéairement (cette plage est hachurée sur la figure). Puisque la production d'acétate est proportionnelle aux produits des deux phases hydrolyse/acidogénèse et que ces deux phases se produisent plus rapidement que la phase Méthanogène [186], une concentration élevée en carbone organique initial peut conduire à une accumulation des produits des phases hydrolyse/acidogénèse. Ainsi la stagnation observée pour les concentrations d'acétate pourrait être due à l'accumulation des produits des phases hydrolyse/acidogénèse, pouvant éventuellement causer l'inhibition du processus de la digestion anaérobie [187].

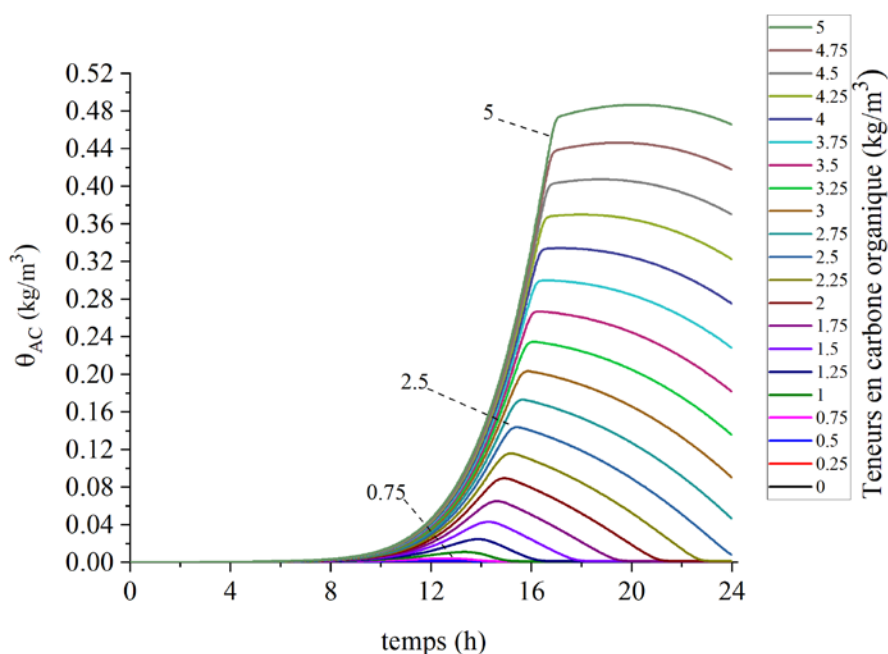


Figure.III.23 : Teneurs en acétate en fonction du temps

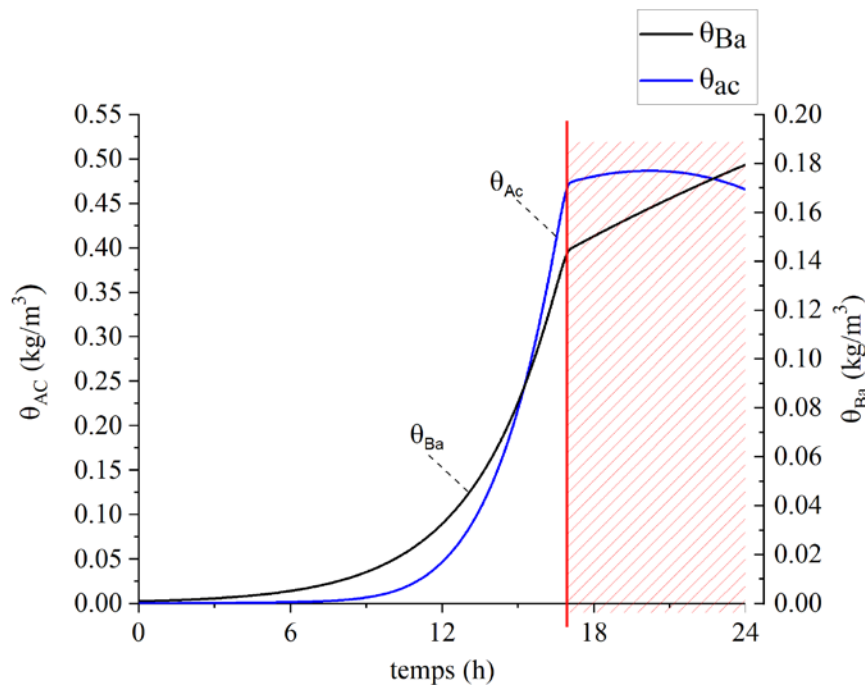


Figure.III.24 : Zone de stagnation des acétates pour une concentration donnée

- *Effet du taux de carbone organique sur les productions du méthane, du dioxyde de carbone et du biogaz*

Les accumulations des productions de méthane et de dioxyde de carbone, issues des phases précitées pour chaque concentration de carbone organique, sont représentées sur les figures III.25 et figure III.26. L'addition des productions du méthane et de dioxyde de carbone donne la production de biogaz (Figure.III.27). Les tracés de ces figures indiquent que les accumulations des productions de ces gaz, ainsi que les productions de biogaz augmentent en fonction du temps et de la concentration de carbone organique initiale dans les effluents [186]. Toutefois, la production de biogaz est faible aux concentrations de carbone inférieures à $2,5 \text{ kg/m}^3$ et devient insensible au-delà de cette valeur. Ceci est clairement illustré sur le tracé de la figure III.28. En effet, au-delà de $2,5 \text{ kg/m}^3$, l Pour pallier cet inconvénient, une valeur optimale de la concentration en carbone organique est nécessaire [188]. Par ailleurs les résultats de la simulation de la production de biogaz (Figure.III.27) concordent avec les résultats expérimentaux de SUN ET COLL. [189] sauf pour les concentrations élevées en carbone. En effet, dans notre simulation, la production de biogaz se stabilise, contrairement à ce que rapportent SUN, M-T ET COLL. [189], où une chute drastique de la production de biogaz a été observée. Leur étude portait sur l'impact de l'augmentation de la charge organique volumique (OLR) sur la production d'acides gras volatils (VFAs) et la méthanogenèse. Une OLR élevée

favorise la concentration en substrat, accélérant ainsi l'hydrolyse/acidogenèse et augmentant la production de VFAs. Dans une plage appropriée d'OLR, les VFAs sont rapidement digérés par la méthanogenèse. Cependant, un dépassement de l'OLR conduit à une accumulation excessive de VFAs, ce qui inhibe la productivité en méthane des méthanogènes, notamment lorsque la concentration de VFAs dépasse $20,00 \text{ g.l}^{-1}$.

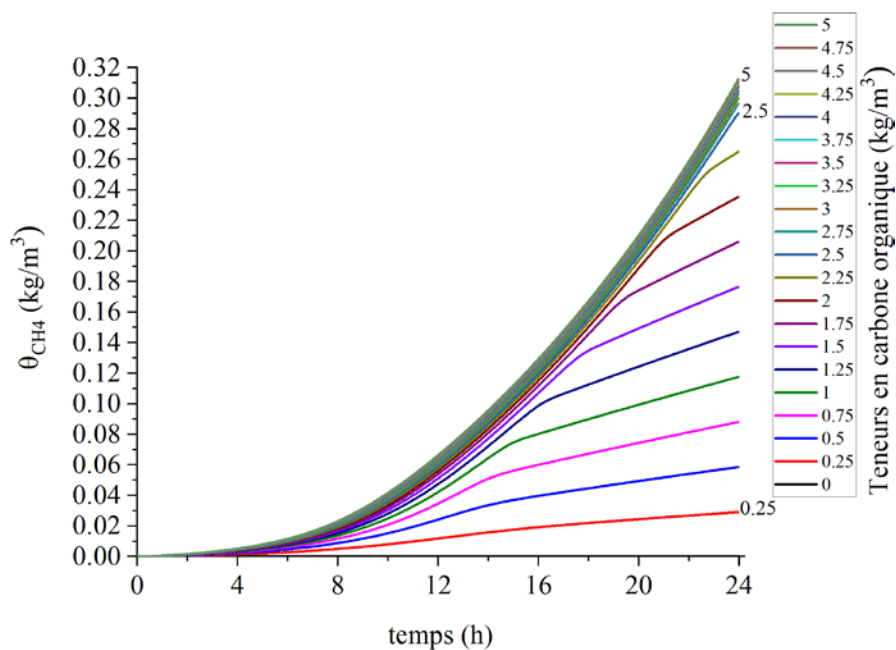


Figure.III.25 : Teneurs en méthane en fonction du temps

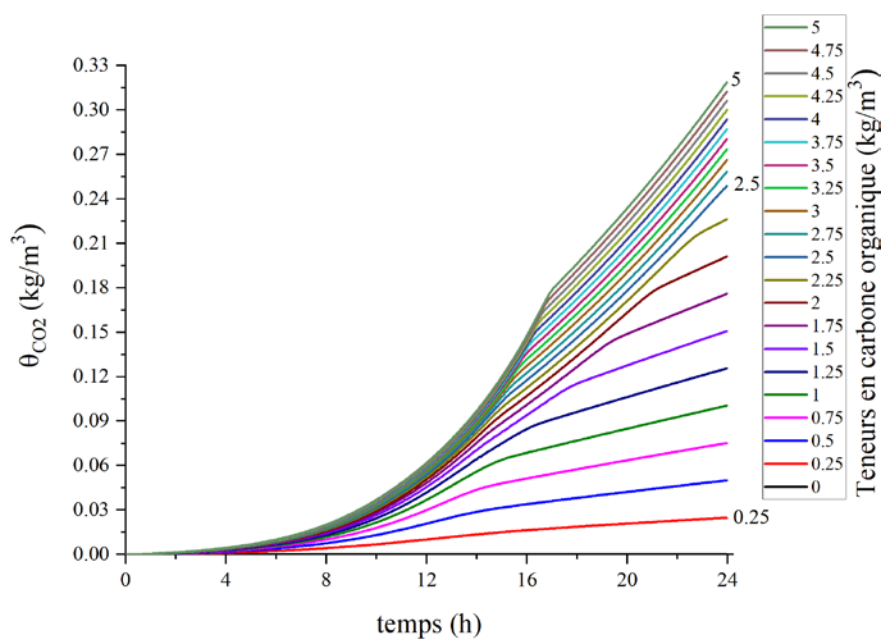


Figure.III.26 : Teneurs en dioxyde de carbone en fonction du temps

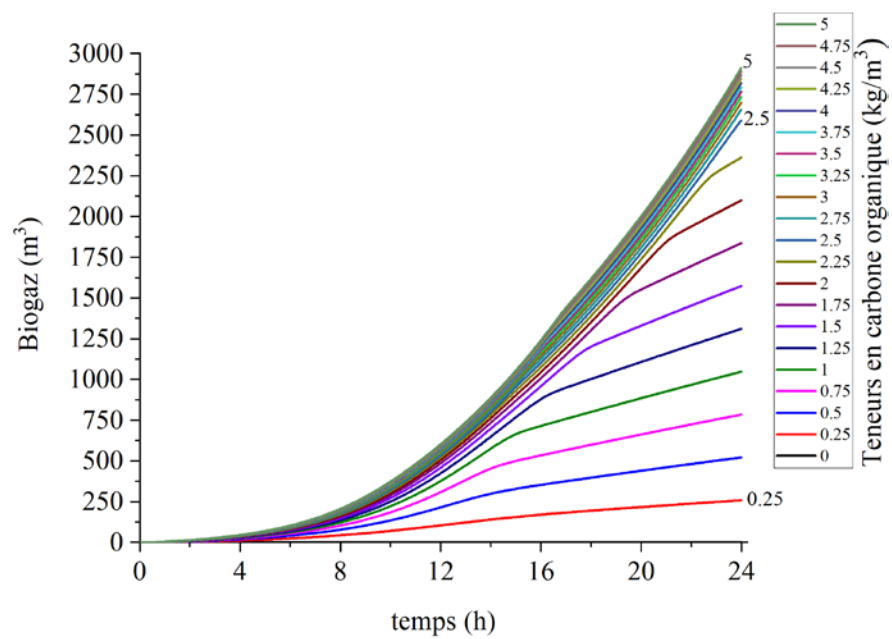


Figure.III.27 : Productions de biogaz en fonction du temps

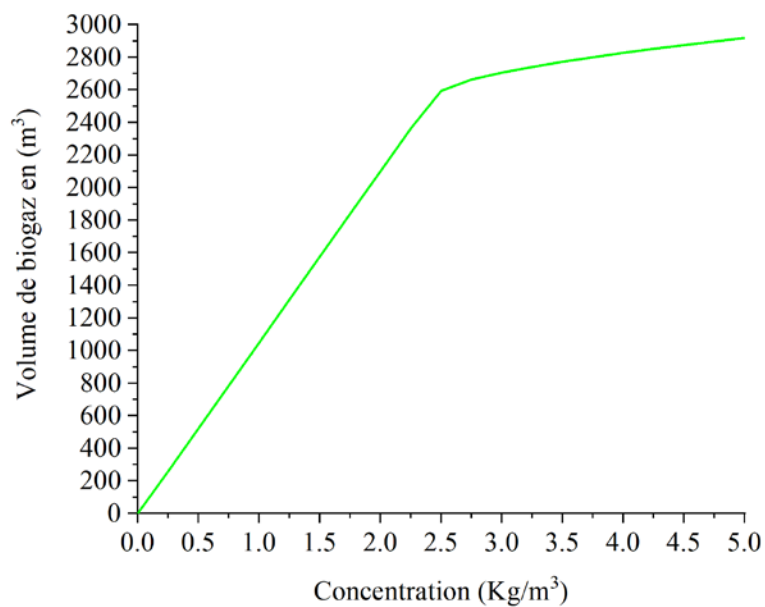


Figure.III.28 : Volume de biogaz produit par concentration de carbone organique

III.3.E. Conclusion

Dans cette partie, nous avons présenté les résultats de l'évolution des grandeurs physiques, biochimiques, biologiques et de production de biogaz obtenus par notre simulation numérique dans les cas compressible qu'incompressible. Les paramètres physico-chimiques sont ceux du digesteur de la STEP de Kénitra, tandis que les paramètres cinétiques et les paramètres biologiques utilisés dans les calculs informatiques sont empruntés à la littérature.

Il ressort de notre simulation que la production de biogaz est légèrement sous-estimée dans les premiers jours de la biodégradation mais convenablement estimée au-delà de 23 *jours*. Le modèle proposé dans ce travail représente de façon satisfaisante la production du biogaz. Cette validation nous a permis de simuler quelques paramètres physiques, physico-chimiques et biologiques de la DA. La modélisation a révélé que la masse volumique du milieu reste constante tout au long du processus et que, à l'exception de l'entrée du digesteur, la vitesse axiale du fluide est également la même tout au long de la hauteur du digesteur. La teneur en carbone organique diminue au cours de la transformation, tandis que la concentration du carbone dissout augmente dans les premières heures avant de diminuer après 9 *heures*. L'augmentation de la teneur en carbone dissout s'accompagne de la production de biomasse acidogène, d'acétate, de biomasse méthanogène, de méthane, de dioxyde de carbone et de biogaz. La diminution du carbone dissout est associée à un ralentissement de la production de la biomasse acidogène et à une diminution de la formation d'acétate. La genèse de la biomasse méthanogène croît lorsque la teneur en acétate augmente et ralentit lorsque cette concentration régresse. La formation du méthane, celle du dioxyde de carbone et celle du biogaz évoluent dans le même sens que celle de la biomasse méthanogène. Par ailleurs, Les résultats obtenus dans les cas compressible et incompressibles sont similaires avec de légères différences observées pour la masse volumique et la vitesse. Comparativement au cas compressible, les calculs sont simplifiés et la solution converge rapidement dans le cas incompressible. Dans la gamme de concentrations en carbone organique examinée, la production de biogaz augmente jusqu'à ce que cette concentration atteigne $2,5 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ mais elle se stabilise au-delà de cette valeur.

Conclusion générale

Comme nous l'avons précisé dans l'introduction générale de ce travail, l'objectif était de proposer un modèle mathématique pour, d'une part, simuler la production de biogaz généré par la DA des effluents émanant de la papeterie de Kénitra, et d'autre part, valider notre modèle afin de l'appliquer pour déceler les paramètres en mesure d'optimiser ladite production.

Le modèle proposé a nécessité des données expérimentales et des hypothèses simplificatrices.

Les données expérimentales, en l'occurrence quelques paramètres physiques, physico-chimiques et biologiques, ont été recueillies, durant un mois, en amont et en aval du digesteur de la STEP. Cette dernière traite 4500 m^3 d'effluents liquides pollués par jour dans un digesteur d'une capacité de 1200 m^3 en présence des bactéries mésophiles en milieu neutre à 30°C . La digestion n'était pas effectuée dans des conditions anaérobiques strictes à cause d'une défaillance dans la fermeture de la soupape de sécurité du digesteur. Les mesures collectées avant et après traitement biologique indiquent que les effluents de la papeterie ont été convenablement dépollués. En aval du digesteur, la DCO était de $600\text{ mg d'oxygène/l}$ alors qu'elle était à $2092\text{ mg d'oxygène/l}$ en amont de celui-ci. Il en est de même pour la DBO qui chute de 1000 à 200 mg/l . Ces valeurs sont conformes aux normes marocaines en vigueur. La quantité de biogaz produite, différente d'un jour à l'autre, est comprise entre 600 et $2000\text{ m}^3.\text{jour}^{-1}$. Cette disparité proviendrait d'une différence de concentration des effluents en matières organiques dissoutes. Indépendamment de la concentration de ces dernières, la quantité de biogaz produite peut être améliorée une fois l'étanchéité de l'installation rétablie et si la dégradation de la lignine pouvait se faire en amont du digesteur. Ce polymère, présent dans les effluents pollués, est non seulement non fermentescible mais il est inhibiteur de la digestion anaérobie.

Le biogaz produit par la STEP est valorisé en électricité et chaleur dans une centrale thermique. La production moyenne de biogaz serait en mesure de générer une quantité de chaleur d'environ $2,17.10^7\text{ KJ}$ et sa valorisation dans la centrale thermique de combler environ 24% des besoins en électricité de la papeterie et 1,4% des besoins en chaleur. La chaleur émanant de la centrale thermique sert à sécher la pâte à papier.

Le modèle mathématique proposé, basé sur les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie et celles de la biodégradation, a été adaptées à notre cas d'étude à l'aide d'hypothèse. Nous avons supposé, que le digesteur avait une géométrie cylindrique, que le fluide se comportait comme un fluide newtonien et que son écoulement était

homogène et axisymétrique. Quant aux équations qui décrivent les aspects biochimiques et biologiques de la dégradation de la matière organique, issues du modèle d'EL-FADEL [92], nous avons considéré que la biomasse organique présente dans les effluents de la papeterie était représentée par la cellulose et que les réactions de biodégradation étaient homogènes. Les équations ont été résolues par la méthode des volumes finis et de GAUSS-SEIDEL pour les équations de conservation et celle de RUNGE KUTTA d'ordre 2 pour les équations de biodégradation et de production de biogaz. Certains paramètres physiques et physico-chimiques sont ceux recueillis de la STEP, les paramètres biologiques sont empruntés à la bibliographie. La production de biogaz est légèrement sous-estimée dans les premiers jours de la biodégradation par notre simulation et convenablement estimée au-delà de 23 jours. Le modèle représente de façon satisfaisante la production réelle du biogaz. Cette validation nous a permis de simuler les paramètres de la DA qui n'étaient pas accessibles expérimentalement. La simulation indique que la masse volumique du milieu est constante au cours du processus, et que, à l'exception de l'entrée du digesteur, la vitesse axiale du fluide est également uniforme sur toute la hauteur du digesteur. La teneur en carbone organique diminue au cours de la transformation, tandis que la concentration du carbone dissous augmente dans les premières heures et diminue après 9h de réaction. L'augmentation de la teneur en carbone dissout s'accompagne de la production de biomasse acidogène, d'acétate, de biomasse méthanogène, de méthane, de dioxyde de carbone et de biogaz. La diminution du carbone dissous va de pair avec un ralentissement de la production de la biomasse acidogène et la diminution de la formation d'acétate. La genèse de la biomasse méthanogène croît lorsque la teneur en acétate augmente et ralentit lorsque la teneur en acétate régresse. Les formations du méthane, celle du dioxyde de carbone et celle du biogaz évoluent dans le même sens que celle de la biomasse méthanogène. Les résultats obtenus dans les cas compressible et incompressible sont similaires, bien que légèrement différents en ce qui concerne la masse volumique et la vitesse. Comparé au cas compressible, les calculs sont simplifiés et la solution converge plus rapidement dans le cas incompressible.

Nous avons évoqué, dans ce travail, les bénéfices environnementaux et énergétiques de la DA des déchets organiques. Maximiser ces bénéfices nécessite la maîtrise des mécanismes de la DA, soit par l'expérience, soit par la modélisation. L'une comme l'autre ayant leurs limites, combiner les deux permettraient une meilleure compréhension des mécanismes de la DA, l'optimisation de la production de biogaz et par là même les performances des digesteurs. Justement, dans ce travail, nous avons montré que la modélisation, une fois validé par

l'expérience, permet d'examiner l'effet des paramètres pertinents sur les mécanismes de la DA ainsi que sur la production du biogaz. Cette combinaison ouvre de nombreuses perspectives de recherches scientifiques et d'innovations pour tirer les meilleurs profits de cette voie de valorisation. Il serait souhaitable, à la suite de ce travail, de valider les évolutions simulées des paramètres physiques, physico-chimiques et biologiques par l'expérience. Si les évolutions réelles et simulées concordent suffisamment, le modèle ne nécessiterait pas d'être amélioré. Dans le cas contraire, il serait indispensable de revoir le cadre théorique et les hypothèses afin de perfectionner le modèle.

Références bibliographiques

- [1] m. Kokko, v. Koskue, et j. Rintala, « anaerobic digestion of 30–100-year-old boreal lake sedimented fibre from the pulp industry: extrapolating methane production potential to a practical scale », *water research*, vol. 133, p. 218-226, avr. 2018, doi: 10.1016/j.watres.2018.01.041.
- [2] j. Virkutyte, « aerobic treatment of effluents from pulp and paper industries », in *current developments in biotechnology and bioengineering*, elsevier, 2017, p. 103-130. Doi: 10.1016/b978-0-444-63665-2.00004-7.
- [3] t. Turner, r. Wheeler, et i. W. Oliver, « evaluating land application of pulp and paper mill sludge: a review », *journal of environmental management*, vol. 317, p. 115439, sept. 2022, doi: 10.1016/j.jenvman.2022.115439.
- [4] p. Chatterjee, l. Lahtinen, m. Kokko, et j. Rintala, « remediation of sedimented fiber originating from pulp and paper industry: laboratory scale anaerobic reactor studies and ideas of scaling up », *water research*, vol. 143, p. 209-217, oct. 2018, doi: 10.1016/j.watres.2018.06.054.
- [5] a. Kumar et a. Ramanathan, « design of an agitator in the anaerobic digester for mixing of biomass slurry », *materials today: proceedings*, vol. 46, p. 9678-9682, 2021, doi: 10.1016/j.matpr.2020.08.011.
- [6] c. Rodriguez, a. Alaswad, z. El-hassan, et a. G. Olabi, « mechanical pretreatment of waste paper for biogas production », *waste management*, vol. 68, p. 157-164, oct. 2017, doi: 10.1016/j.wasman.2017.06.040.
- [7] a. Do carmo precci lopes, c. Mudadu silva, a. Pereira rosa, et f. De ávila rodrigues, « biogas production from thermophilic anaerobic digestion of kraft pulp mill sludge », *renewable energy*, vol. 124, p. 40-49, août 2018, doi: 10.1016/j.renene.2017.08.044.
- [8] h. Dhar, p. Kumar, s. Kumar, s. Mukherjee, et a. N. Vaidya, « effect of organic loading rate during anaerobic digestion of municipal solid waste », *bioresource technology*, vol. 217, p. 56-61, oct. 2016, doi: 10.1016/j.biortech.2015.12.004.
- [9] o. Ashrafi, l. Yerushalmi, et f. Haghighat, « wastewater treatment in the pulp-and-paper industry: a review of treatment processes and the associated greenhouse gas emission », *journal of environmental management*, vol. 158, p. 146-157, août 2015, doi: 10.1016/j.jenvman.2015.05.010.
- [10] k.-y. Show et d.-j. Lee, « anaerobic treatment versus aerobic treatment », in *current developments in biotechnology and bioengineering*, elsevier, 2017, p. 205-230. Doi: 10.1016/b978-0-444-63665-2.00008-4.
- [11] s. Q. Aziz, h. A. Aziz, m. S. Yusoff, m. J. K. Bashir, et m. Umar, « leachate characterization in semi-aerobic and anaerobic sanitary landfills: a comparative study », *journal of environmental management*, vol. 91, n° 12, p. 2608-2614, déc. 2010, doi: 10.1016/j.jenvman.2010.07.042.
- [12] e. Uçkun kiran, k. Stamatelatos, g. Antonopoulou, et g. Lyberatos, « production of biogas via anaerobic digestion », in *handbook of biofuels production*, elsevier, 2016, p. 259-301. Doi: 10.1016/b978-0-08-100455-5.00010-2.
- [13] h. Vashi, o. T. Iorhemen, et j. H. Tay, « aerobic granulation: a recent development on the biological treatment of pulp and paper wastewater », *environmental technology & innovation*, vol. 9, p. 265-274, févr. 2018, doi: 10.1016/j.eti.2017.12.006.
- [14] a. Romaní, p. G. Del-río, a. Rubira, m. J. Pérez, et g. Garrote, « co-valorization of discarded wood pinchips and sludge from the pulp and paper industry for production of advanced biofuels », *industrial crops and products*, vol. 209, p. 117992, mars 2024, doi: 10.1016/j.indcrop.2023.117992.
- [15] s. K. Bagchi, r. Patnaik, i. Rawat, r. Prasad, et f. Bux, « beneficiation of paper-pulp industrial wastewater for improved outdoor biomass cultivation and biodiesel production using *tetrademus obliquus* (turpin) kützing », *renewable energy*, vol. 222, p. 119848, févr. 2024, doi: 10.1016/j.renene.2023.119848.
- [16] t. Xie, s. Xie, m. Sivakumar, et l. D. Nghiem, « relationship between the synergistic/antagonistic effect of anaerobic co-digestion and organic loading », *international biodeterioration & biodegradation*, vol. 124, p. 155-161, oct. 2017, doi: 10.1016/j.ibiod.2017.03.025.
- [17] m. C. Nelson, m. Morrison, et z. Yu, « a meta-analysis of the microbial diversity observed in anaerobic digesters », *bioresource technology*, vol. 102, n° 4, p. 3730-3739, févr. 2011, doi: 10.1016/j.biortech.2010.11.119.
- [18] a. Soo, j. Kim, et h. K. Shon, « technologies for the wastewater circular economy – a review », *desalination and water treatment*, p. 100205, 2024, doi: <https://doi.org/10.1016/j.dwt.2024.100205>.
- [19] k. Derbal, « digestion anaérobie des déchets solides mélanges avec les boues de station d'épuration », doctorat en science en génie de l'environnement, université mentouri constantine faculté des sciences de l'ingénieur, département de chimie industrielle, 2009.

- [20] m. Bennouna et s. Kehal, « production de méthane à partir des boues des stations d'épuration des eaux usées : potentiel existant en algérie », *rev. Energ. Ren. : production et valorisation – biomasse*, centre de développement des énergies renouvelables, b.p. 62, route de l'observatoire, bouzaréah, alger, p. 29-36, 2001.
- [21] w.-k. Qi, l.-f. Liu, q. Shi, c. Wang, y.-y. Li, et y. Peng, « detailed composition evolution of food waste in an intermittent self-agitation anaerobic digestion baffled reactor », *bioresource technology*, vol. 320, p. 124342, janv. 2021, doi: 10.1016/j.biortech.2020.124342.
- [22] z. Wang, y. Hu, s. Wang, g. Wu, et x. Zhan, « a critical review on dry anaerobic digestion of organic waste: characteristics, operational conditions, and improvement strategies », *renewable and sustainable energy reviews*, vol. 176, p. 113208, avr. 2023, doi: 10.1016/j.rser.2023.113208.
- [23] r. A. Labatut et j. L. Pronto, « sustainable waste-to-energy technologies: anaerobic digestion », in *sustainable food waste-to-energy systems*, elsevier, 2018, p. 47-67. Doi: 10.1016/b978-0-12-811157-4.00004-8.
- [24] j. Jimenez *et al.*, « instrumentation and control of anaerobic digestion processes: a review and some research challenges », *rev environ sci biotechnol*, vol. 14, n° 4, p. 615-648, déc. 2015, doi: 10.1007/s11157-015-9382-6.
- [25] k. C. Draa, a. Zemouche, m. Alma, h. Voos, et m. Darouach, « control of anaerobic digestion process », in *new trends in observer-based control*, elsevier, 2019, p. 99-135. Doi: 10.1016/b978-0-12-817034-2.00017-4.
- [26] c. D' bastiani, d. Kennedy, et a. Reynolds, « cfd simulation of anaerobic granular sludge reactors: a review », *water research*, vol. 242, p. 120220, août 2023, doi: 10.1016/j.watres.2023.120220.
- [27] j. Bollon, « etude des mécanismes physiques et de leur influence sur la cinétique de méthanisation en voie sèche : essais expérimentaux et modélisation », insa de lyon, 2012. [en ligne]. Disponible sur: <https://www.theses.fr/2012isal0011>
- [28] j. Hess, « modélisation de la qualité du biogaz produit par un fermenteur méthanogène et stratégie de régulation en vue de sa valorisation », automatique / robotique, université nice sophia antipolis, 2007. [en ligne]. Disponible sur: <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00257347>
- [29] h. Ahmed et m. Vilkkko, « activated sludge model no. 1 calibration for a paper mill wastewater treatment plant in finland », *case studies in chemical and environmental engineering*, vol. 9, p. 100610, juin 2024, doi: 10.1016/j.cscee.2024.100610.
- [30] k. Bytebier, « {etude du comportement mécanique de la paroi cellulaire du bois par microscopie à force atomique », mécanique des matériaux [physics.class-ph], université montpellier ii - sciences et techniques du languedoc, 2009. [en ligne]. Disponible sur: <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00648700>
- [31] e. Privas, « matériaux ligno-cellulosiques : “élaboration et caractérisation” », ecole nationale supérieure des mines de paris, 2013. [en ligne]. Disponible sur: <https://www.theses.fr/2013enmp0028>
- [32] p. Arenas-cárdenas, a. López-lópez, g. E. Moeller-chávez, et e. León-becerril, « current pretreatments of lignocellulosic residues in the production of bioethanol », *waste biomass valor*, vol. 8, n° 1, p. 161-181, janv. 2017, doi: 10.1007/s12649-016-9559-4.
- [33] l. Salmén, « micromechanical understanding of the cell-wall structure », *comptes rendus biologies*, vol. 327, n° 9-10, p. 873-880, sept. 2004, doi: 10.1016/j.crvi.2004.03.010.
- [34] j. Ruelle, « analyse de la diversité du bois de tension de 3 espèces d'angiospermes de forêt tropicale humide de guyane française pointe-à-pitre : uag », sciences du bois, université des antilles et de la guyane, 2006. [en ligne]. Disponible sur: <https://hal.inrae.fr/tel-02824600>
- [35] h. Chen, *biotechnology of lignocellulose: theory and practice*. Dordrecht: springer netherlands, 2014. Doi: 10.1007/978-94-007-6898-7.
- [36] a. Chami khazraji et s. Robert, « self-assembly and intermolecular forces when cellulose and water interact using molecular modeling », *journal of nanomaterials*, vol. 2013, p. 1-12, 2013, doi: 10.1155/2013/745979.
- [37] b. Medronho, a. Romano, m. G. Miguel, l. Stigsson, et b. Lindman, « rationalizing cellulose (in)solubility: reviewing basic physicochemical aspects and role of hydrophobic interactions », *cellulose*, vol. 19, n° 3, p. 581-587, juin 2012, doi: 10.1007/s10570-011-9644-6.
- [38] j. Erdmann, « ueber die concretionen in den birnen », *ann. Chem. Pharm.*, vol. 138, n° 1, p. 1-19, 1866, doi: 10.1002/jlac.18661380102.
- [39] f. Napoly, « étude de nouveaux systèmes catalytiques pour la valorisation de la lignine par oxydation », université claudes bernard - lyon i, 2014. [en ligne]. Disponible sur: <https://www.theses.fr/2014lyo10207>

- [40] c.-j. Liu, « deciphering the enigma of lignification: precursor transport, oxidation, and the topochemistry of lignin assembly », *molecular plant*, vol. 5, n° 2, p. 304-317, mars 2012, doi: 10.1093/mp/ssr121.
- [41] a. Guerra, i. Filpponen, l. A. Lucia, c. Saquing, s. Baumberger, et d. S. Argyropoulos, « toward a better understanding of the lignin isolation process from wood », *j. Agric. Food chem.*, vol. 54, n° 16, p. 5939-5947, août 2006, doi: 10.1021/jf060722v.
- [42] t. Ikeda, k. Holtman, j. F. Kadla, h. Chang, et h. Jameel, « studies on the effect of ball milling on lignin structure using a modified dfrc method », *j. Agric. Food chem.*, vol. 50, n° 1, p. 129-135, janv. 2002, doi: 10.1021/jf010870f.
- [43] j.-k. Weng, x. Li, n. D. Bonawitz, et c. Chapple, « emerging strategies of lignin engineering and degradation for cellulosic biofuel production », *current opinion in biotechnology*, vol. 19, n° 2, p. 166-172, avr. 2008, doi: 10.1016/j.copbio.2008.02.014.
- [44] d. R. Naron, f.-x. Collard, l. Tyhoda, et j. F. Görgens, « influence of impregnated catalyst on the phenols production from pyrolysis of hardwood, softwood, and herbaceous lignins », *industrial crops and products*, vol. 131, p. 348-356, mai 2019, doi: 10.1016/j.indcrop.2019.02.001.
- [45] z. Qin, y.-x. Ma, h.-m. Liu, g.-y. Qin, et x.-d. Wang, « structural elucidation of lignin-carbohydrate complexes (lccs) from chinese quince (*chaenomeles sinensis*) fruit », *international journal of biological macromolecules*, vol. 116, p. 1240-1249, sept. 2018, doi: 10.1016/j.ijbiomac.2018.05.117.
- [46] f. Zikeli, t. Ters, k. Fackler, e. Srebotnik, et j. Li, « wheat straw lignin fractionation and characterization as lignin-carbohydrate complexes », *industrial crops and products*, vol. 85, p. 309-317, juill. 2016, doi: 10.1016/j.indcrop.2016.03.012.
- [47] h. Nishimura, a. Kamiya, t. Nagata, m. Katahira, et t. Watanabe, « direct evidence for α ether linkage between lignin and carbohydrates in wood cell walls », *sci rep*, vol. 8, n° 1, p. 6538, déc. 2018, doi: 10.1038/s41598-018-24328-9.
- [48] d. Couillard, « sources et caractéristiques des eaux usées issues des différents procédés de l'industrie des pâtes et papiers », *science of the total environment*, vol. 12, n° 2, p. 169-197, juin 1979, doi: 10.1016/0048-9697(79)90115-3.
- [49] o. A. Odunlami, t. E. Amoo, h. A. Adisa, f. B. Elehinafe, and, et t. E. Oladimeji, « application of mass transfer in the pulp and paper industry— overview, processing, challenges, and prospects », *results in engineering*, vol. 20, p. 101498, déc. 2023, doi: 10.1016/j.rineng.2023.101498.
- [50] p. Bajpai, « the pulp and paper industry », in *pulp and paper industry*, elsevier, 2017, p. 9-29. Doi: 10.1016/b978-0-12-811099-7.00002-2.
- [51] m. Ali et t. R. Sreekrishnan, « aquatic toxicity from pulp and paper mill effluents: a review », *advances in environmental research*, vol. 5, n° 2, p. 175-196, mai 2001, doi: 10.1016/s1093-0191(00)00055-1.
- [52] d. Pokhrel et t. Viraraghavan, « treatment of pulp and paper mill wastewater—a review », *science of the total environment*, vol. 333, n° 1-3, p. 37-58, oct. 2004, doi: 10.1016/j.scitotenv.2004.05.017.
- [53] s. Basu, s. Malik, g. Joshi, p. K. Gupta, et v. Rana, « utilization of bio-polymeric additives for a sustainable production strategy in pulp and paper manufacturing: a comprehensive review », *carbohydrate polymer technologies and applications*, vol. 2, p. 100050, déc. 2021, doi: 10.1016/j.carpta.2021.100050.
- [54] g. Thompson, j. Swain, m. Kay, et c. F. Forster, « the treatment of pulp and paper mill effluent: a review », *bioresource technology*, vol. 77, n° 3, p. 275-286, mai 2001, doi: 10.1016/s0960-8524(00)00060-2.
- [55] h. L. Hintz et s. A. Lawal, « paper: pulping and bleaching ☆ », in *reference module in materials science and materials engineering*, elsevier, 2018, p. B9780128035818112330. Doi: 10.1016/b978-0-12-803581-8.11233-0.
- [56] s. E. M. Selke, « recycling of paper products », in *reference module in materials science and materials engineering*, elsevier, 2016, p. B9780128035818036511. Doi: 10.1016/b978-0-12-803581-8.03651-1.
- [57] r. Alén, « characteristic testing of pulp and paper », in *reference module in chemistry, molecular sciences and chemical engineering*, elsevier, 2018, p. B9780124095472140144. Doi: 10.1016/b978-0-12-409547-2.14014-4.
- [58] a. Riley, « paper and paperboard packaging », in *packaging technology*, elsevier, 2012, p. 178-239. Doi: 10.1533/9780857095701.2.178.

- [59] n. A. Poirier, i. I. Pikulik, r. Gooding, et a. A. Abdullahi, « papermaking », in *reference module in materials science and materials engineering*, elsevier, 2016, p. B9780128035818021871. Doi: 10.1016/b978-0-12-803581-8.02187-1.
- [60] x. F. Ni, y. Shen, et h. Z. Hu, « expert control for a papermaking process », *engineering applications of artificial intelligence*, vol. 1, n° 2, p. 119-125, juin 1988, doi: 10.1016/0952-1976(88)90034-6.
- [61] p. Bajpai, « paper manufacture—wet end operation », in *biermann's handbook of pulp and paper*, elsevier, 2018, p. 95-135. Doi: 10.1016/b978-0-12-814238-7.00005-2.
- [62] p. Bajpai, « paper machine loops and papermaking », in *pulp and paper industry*, elsevier, 2015, p. 13-20. Doi: 10.1016/b978-0-12-803409-5.00002-1.
- [63] m. I. Pariente, y. Segura, r. Molina, et f. Martínez, « wastewater treatment as a process and a resource », in *wastewater treatment residues as resources for biorefinery products and biofuels*, elsevier, 2020, p. 19-45. Doi: 10.1016/b978-0-12-816204-0.00002-3.
- [64] c. Bassompierre, « procédé à boues activées pour le traitement d'effluents papetiers : de la conception d'un pilote à la validation de modèles », domain_stic.inge, institut national polytechnique de grenoble - inpg, 2007. [en ligne]. Disponible sur: <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00130907>
- [65] r. Toczyłowska-mamińska, « limits and perspectives of pulp and paper industry wastewater treatment – a review », *renewable and sustainable energy reviews*, vol. 78, p. 764-772, oct. 2017, doi: 10.1016/j.rser.2017.05.021.
- [66] c. P. Gerba et i. L. Pepper, « municipal wastewater treatment », in *environmental microbiology*, elsevier, 2015, p. 583-606. Doi: 10.1016/b978-0-12-394626-3.00025-9.
- [67] g. S. Simate *et al.*, « the treatment of brewery wastewater for reuse: state of the art », *desalination*, vol. 273, n° 2-3, p. 235-247, juin 2011, doi: 10.1016/j.desal.2011.02.035.
- [68] t. R. K. C. Doddapaneni et t. Kikas, « integrating torrefaction of pulp industry sludge with anaerobic digestion to produce bioenergy and biochemicals: techno-economic and environmental feasibility analysis », *chemical engineering journal advances*, vol. 14, p. 100463, mai 2023, doi: 10.1016/j.cej.2023.100463.
- [69] d. Donné, « impact on carbon emissions applying the sustainable effisluage wastewater treatment concept to the nordic pulp- and paper industry », *engineering and technology*, 2018. [en ligne]. Disponible sur: <http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:liu:diva-148610>
- [70] m. Kamali, t. Gameiro, m. E. V. Costa, et i. Capela, « anaerobic digestion of pulp and paper mill wastes – an overview of the developments and improvement opportunities », *chemical engineering journal*, vol. 298, p. 162-182, août 2016, doi: 10.1016/j.cej.2016.03.119.
- [71] t. Meyer et e. A. Edwards, « anaerobic digestion of pulp and paper mill wastewater and sludge », *water research*, vol. 65, p. 321-349, nov. 2014, doi: 10.1016/j.watres.2014.07.022.
- [72] d. E. Freedman *et al.*, « biologically active filtration for fracturing flowback and produced water treatment », *journal of water process engineering*, vol. 18, p. 29-40, août 2017, doi: 10.1016/j.jwpe.2017.05.008.
- [73] y. M'sadak, a. Ben m'barek, r. I. Zoghalmi, et s. Baraket, « caractérisation des co-produits de la biométhanisation appliquée à la biomasse animale », *j. Ren. Energies*, vol. 14, n° 2, oct. 2023, doi: 10.54966/jreen.v14i2.264.
- [74] m. Akin *et al.*, « conversion of organic wastes into biofuel by microorganisms: a bibliometric review », *cleaner and circular bioeconomy*, vol. 6, p. 100053, déc. 2023, doi: 10.1016/j.clcb.2023.100053.
- [75] h. Dalton, « the leeuwenhoek lecture 2000 the natural and unnatural history of methane-oxidizing bacteria », *phil. Trans. R. Soc. B*, vol. 360, n° 1458, p. 1207-1222, juin 2005, doi: 10.1098/rstb.2005.1657.
- [76] t. H. Tulchinsky, « robert koch and paul ehrlich: criteria of causation of disease and chemotherapy as “magic bullets” », in *case studies in public health*, elsevier, 2018, p. 117-130. Doi: 10.1016/b978-0-12-804571-8.00016-0.
- [77] g. Bordenave, « louis pasteur (1822–1895) », *microbes and infection*, vol. 5, n° 6, p. 553-560, mai 2003, doi: 10.1016/s1286-4579(03)00075-3.
- [78] k. F. Adekunle et j. A. Okolie, « a review of biochemical process of anaerobic digestion », *abb*, vol. 06, n° 03, p. 205-212, 2015, doi: 10.4236/abb.2015.63020.
- [79] y.-t. Hung, p. Kajitvichyanukul, et l. K. Wang, « advances in anaerobic systems for organic pollution removal from food processing wastewater », in *handbook of water and energy management in food processing*, elsevier, 2008, p. 755-775. Doi: 10.1533/9781845694678.5.755.

- [80] m. Visnyei, p. Bakonyi, k. Bélafi-bakó, et n. Nemestóthy, « integration of gas–liquid membrane contactors into anaerobic digestion as a promising route to reduce uncontrolled greenhouse gas (ch₄/co₂) emissions », *bioresource technology*, vol. 364, p. 128072, nov. 2022, doi: 10.1016/j.biortech.2022.128072.
- [81] b. Afotey et g. T. Sarpong, « estimation of biogas production potential and greenhouse gas emissions reduction for sustainable energy management using intelligent computing technique », *measurement: sensors*, vol. 25, p. 100650, févr. 2023, doi: 10.1016/j.measen.2022.100650.
- [82] d. Nguyen, s. Nitayavardhana, c. Sawatdeenarunat, k. C. Surendra, et s. K. Khanal, « biogas production by anaerobic digestion: status and perspectives », in *biofuels: alternative feedstocks and conversion processes for the production of liquid and gaseous biofuels*, elsevier, 2019, p. 763-778. Doi: 10.1016/b978-0-12-816856-1.00031-2.
- [83] j. Vasco-correa, s. Khanal, a. Manandhar, et a. Shah, « anaerobic digestion for bioenergy production: global status, environmental and techno-economic implications, and government policies », *bioresource technology*, vol. 247, p. 1015-1026, janv. 2018, doi: 10.1016/j.biortech.2017.09.004.
- [84] l. Lin, f. Xu, x. Ge, et y. Li, « biological treatment of organic materials for energy and nutrients production—anaerobic digestion and composting », in *advances in bioenergy*, vol. 4, elsevier, 2019, p. 121-181. Doi: 10.1016/bs.aibe.2019.04.002.
- [85] l. K. Wang, y.-t. Hung, et n. K. Shammas, éd., *physicochemical treatment processes*. Totowa, n.j: humana press, 2005.
- [86] h. Anisman, s. Hayley, et a. Kusnecov, « bacteria, viruses, and the microbiome », in *the immune system and mental health*, elsevier, 2018, p. 77-102. Doi: 10.1016/b978-0-12-811351-6.00003-6.
- [87] t. Fenchel, g. M. King, et t. H. Blackburn, « bacterial metabolism », in *bacterial biogeochemistry*, elsevier, 2012, p. 1-34. Doi: 10.1016/b978-0-12-415836-8.00001-3.
- [88] g. D. Najafpour, « biological treatment**this case study was partially written with contributions from: roya pishgar, school of civil engineering, babol noshirvani university of technology, babol, mazandaran, iran. », in *biochemical engineering and biotechnology*, elsevier, 2015, p. 557-595. Doi: 10.1016/b978-0-444-63357-6.00019-5.
- [89] r. S. Prakasham et b. S. Kumar, « bacterial metabolism—coupled energetics », in *microbial electrochemical technology*, elsevier, 2019, p. 227-260. Doi: 10.1016/b978-0-444-64052-9.00009-1.
- [90] r. Kadam et n. L. Panwar, « recent advancement in biogas enrichment and its applications », *renewable and sustainable energy reviews*, vol. 73, p. 892-903, juin 2017, doi: 10.1016/j.rser.2017.01.167.
- [91] r. Dewil, j. Lauwers, l. Appels, g. Gins, j. Degève, et j. Van impe, « anaerobic digestion of biomass and waste: current trends in mathematical modeling », *ifac proceedings volumes*, vol. 44, n° 1, p. 5024-5033, janv. 2011, doi: 10.3182/20110828-6-it-1002.03208.
- [92] v. A. Rakotoniaina, « co-méthanisation des déchets fermiers et alimentaires : expérimentation et modélisation. Sciences agricoles », université de la réunion, 2012.
- [93] a. Reungsang, s. Sittijunda, et c. Sreela-or, « methane production from acidic effluent discharged after the hydrogen fermentation of sugarcane juice using batch fermentation and uasb reactor », *renewable energy*, vol. 86, p. 1224-1231, févr. 2016, doi: 10.1016/j.renene.2015.09.051.
- [94] j. Intanin, k. Hussaro, et s. Teekasap, « lab-scale anaerobic co-digestion of manure with wastewater from toddy palm process for increased biogas production », *gmsarn international journal*, vol. 12, p. 56-64, juin 2018.
- [95] x. Shi, k. Y. Leong, et h. Y. Ng, « anaerobic treatment of pharmaceutical wastewater: a critical review », *bioresource technology*, vol. 245, p. 1238-1244, déc. 2017, doi: 10.1016/j.biortech.2017.08.150.
- [96] n. Boontian, « conditions of the anaerobic digestion of biomass », sept. 2014, doi: 10.5281/zenodo.1096285.
- [97] yadvika, santosh, t. R. Sreekrishnan, s. Kohli, et v. Rana, « enhancement of biogas production from solid substrates using different techniques—a review », *bioresource technology*, vol. 95, n° 1, p. 1-10, oct. 2004, doi: 10.1016/j.biortech.2004.02.010.
- [98] l. André, « étude de verrous scientifiques et technologiques pour la compréhension et l'optimisation du procédé de méthanisation voie sèche discontinu de sousproduits d'origine agricole », génie des procédés, université de technologie de compiègne, 2016.
- [99] p. Bajpai, *anaerobic technology in pulp and paper industry*. Singapore: springer singapore, 2017. Doi: 10.1007/978-981-10-4130-3.

- [100] g. Leonzio, « fluid dynamic study of anaerobic digester: optimization of mixing and geometric configuration by using response surface methodology and factorial design », *renewable energy*, vol. 136, p. 769-780, juin 2019, doi: 10.1016/j.renene.2018.12.115.
- [101] t. G. Ambaye, e. R. Rene, c. Dupont, s. Wongrod, et e. D. Van hullebusch, « anaerobic digestion of fruit waste mixed with sewage sludge digestate biochar: influence on biomethane production », *front. Energy res.*, vol. 8, p. 31, mars 2020, doi: 10.3389/fenrg.2020.00031.
- [102] z. Teng, j. Hua, c. Wang, et x. Lu, « design and optimization principles of biogas reactors in large scale applications », in *reactor and process design in sustainable energy technology*, elsevier, 2014, p. 99-134. Doi: 10.1016/b978-0-444-59566-9.00004-1.
- [103] r. Chandra, h. Takeuchi, et t. Hasegawa, « methane production from lignocellulosic agricultural crop wastes: a review in context to second generation of biofuel production », *renewable and sustainable energy reviews*, vol. 16, n° 3, p. 1462-1476, avr. 2012, doi: 10.1016/j.rser.2011.11.035.
- [104] j. Ogejo, z. Wen, j. Ignosh, e. Bendfeldt, et e. Collins, « biomethane technology », p. 442-881, 2009.
- [105] j. Meegoda, b. Li, k. Patel, et l. Wang, « a review of the processes, parameters, and optimization of anaerobic digestion », *ijerph*, vol. 15, n° 10, p. 2224, oct. 2018, doi: 10.3390/ijerph15102224.
- [106] j.-c. Mabala, « aptitude d'écosystèmes anaérobies industriels à produire du méthane à partir d'éthanol en conditions psychrophile, mésophile et thermophile », theses, institut national d'études supérieures agronomiques de montpellier, 2012. [en ligne]. Disponible sur: <https://hal.inrae.fr/tel-02803104>
- [107] e. Jankowska, j. Chwialkowska, m. Stodolny, et p. Oleskowicz-popiel, « volatile fatty acids production during mixed culture fermentation – the impact of substrate complexity and ph », *chemical engineering journal*, vol. 326, p. 901-910, oct. 2017, doi: 10.1016/j.cej.2017.06.021.
- [108] r. Kigozi, a. Aboyade, et e. Muzenda, « biogas production using the organic fraction of municipal solid waste as feedstock », *international journal of research in chemical, metallurgical and civil engineering (ijrcmce)*, vol. 1, 2014.
- [109] m. Martínez, m. Martínez, m. Fajardo, et j. López, « modeling flow inside an anaerobic digester by cfd techniques », *international journal of energy and environment*, vol. 2, n° 6, art. N° 6, 2011.
- [110] l. Tian *et al.*, « reducing agitation energy-consumption by improving rheological properties of corn stover substrate in anaerobic digestion », *bioresource technology*, vol. 168, p. 86-91, sept. 2014, doi: 10.1016/j.biortech.2014.03.023.
- [111] s. Zetterlund, o. Schwartz, m. Sandberg, et g. Venkatesh, « computational modelling to advise and inform optimization for aeration and nutrient-dosing in wastewater treatment: case study from pulp and paper mill in south-central sweden », *journal of water process engineering*, vol. 56, p. 104508, déc. 2023, doi: 10.1016/j.jwpe.2023.104508.
- [112] j. C. Akunna, « anaerobic treatment of brewery wastes », in *brewing microbiology*, elsevier, 2015, p. 407-424. Doi: 10.1016/b978-1-78242-331-7.00019-8.
- [113] s. K. Khanal, b. Giri, s. Nitayavardhana, et v. Gadhamshetty, « anaerobic bioreactors/digesters », in *current developments in biotechnology and bioengineering*, elsevier, 2017, p. 261-279. Doi: 10.1016/b978-0-444-63665-2.00010-2.
- [114] a. N. Matheri, s. N. Ndiweni, m. Belaid, e. Muzenda, et r. Hubert, « optimising biogas production from anaerobic co-digestion of chicken manure and organic fraction of municipal solid waste », *renewable and sustainable energy reviews*, vol. 80, p. 756-764, déc. 2017, doi: 10.1016/j.rser.2017.05.068.
- [115] e. François-lopez, « production de biohydrogène par fermentation obscure : potentiel de différentes biomasses et variabilité microbienne », theses, université de strasbourg, 2016. [en ligne]. Disponible sur: <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01511292>
- [116] r. Muthudineshkumar et r. Anand, « anaerobic digestion of various feedstocks for second-generation biofuel production », in *advances in eco-fuels for a sustainable environment*, elsevier, 2019, p. 157-185. Doi: 10.1016/b978-0-08-102728-8.00006-1.
- [117] y. E. Hammoudani *et al.*, « micropollutants in wastewater treatment plants: a bibliometric - bibliographic study », *desalination and water treatment*, vol. 317, p. 100190, 2024, doi: <https://doi.org/10.1016/j.dwt.2024.100190>.
- [118] y. Chen, j. J. Cheng, et k. S. Creamer, « inhibition of anaerobic digestion process: a review », *bioresource technology*, vol. 99, n° 10, p. 4044-4064, juill. 2008, doi: 10.1016/j.biortech.2007.01.057.
- [119] j. B. Zhang, « procédé de traitement anaérobie des boues et de valorisation du biogaz », theses, institut national polytechnique de lorraine, 2011. [en ligne]. Disponible sur: <https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01749534>

- [120] s. Hassan, h. Zwain, et i. Dahlan, « development of anaerobic reactor for industrial wastewater treatment: an overview, present stage and future prospects », *journal of advanced scientific research*, vol. 4, p. 07-12, mars 2013.
- [121] y. J. Chan, m. F. Chong, c. L. Law, et d. G. Hassell, « a review on anaerobic–aerobic treatment of industrial and municipal wastewater », *chemical engineering journal*, vol. 155, n° 1-2, p. 1-18, déc. 2009, doi: 10.1016/j.cej.2009.06.041.
- [122] z. Kong, l. Li, y. Xue, m. Yang, et y.-y. Li, « challenges and prospects for the anaerobic treatment of chemical-industrial organic wastewater: a review », *journal of cleaner production*, vol. 231, p. 913-927, sept. 2019, doi: 10.1016/j.jclepro.2019.05.233.
- [123] e. Gozde ozbayram, « waste to energy: valorization of spent tea waste by anaerobic digestion », *environmental technology*, vol. 42, n° 22, art. N° 22, oct. 2021, doi: 10.1080/09593330.2020.1782477.
- [124] i. A. Cruz *et al.*, « an overview of process monitoring for anaerobic digestion », *biosystems engineering*, vol. 207, p. 106-119, juill. 2021, doi: 10.1016/j.biosystemseng.2021.04.008.
- [125] i. Angelidaki *et al.*, « biogas upgrading: current and emerging technologies », in *biofuels: alternative feedstocks and conversion processes for the production of liquid and gaseous biofuels*, elsevier, 2019, p. 817-843. Doi: 10.1016/b978-0-12-816856-1.00033-6.
- [126] l. Yang et x. Ge, « biogas and syngas upgrading », in *advances in bioenergy*, vol. 1, elsevier, 2016, p. 125-188. Doi: 10.1016/bs.aibe.2016.09.003.
- [127] h. Lindorfer et b. Frauz, « biogas biorefineries », in *industrial biorefineries & white biotechnology*, elsevier, 2015, p. 271-294. Doi: 10.1016/b978-0-444-63453-5.00008-2.
- [128] i. Angelidaki, d. Karakashev, d. J. Batstone, c. M. Plugge, et a. J. M. Stams, « biomethanation and its potential », in *methods in enzymology*, vol. 494, elsevier, 2011, p. 327-351. Doi: 10.1016/b978-0-12-385112-3.00016-0.
- [129] a. Karlsson, x. Truong, j. Gustavsson, b. H. Svensson, f. Nilsson, et j. Ejlertsson, « anaerobic treatment of activated sludge from swedish pulp and paper mills – biogas production potential and limitations », *environmental technology*, vol. 32, n° 14, p. 1559-1571, oct. 2011, doi: 10.1080/09593330.2010.543932.
- [130] l. Chen, « thermal treatment of pulp and paper mill biosludge and digestate to enhance their anaerobic digestibility (phd dissertation) », chemical engineering applied chemistry, 2015. [en ligne]. Disponible sur: <https://hdl.handle.net/1807/70260>
- [131] e.-m. Ekstrand, *anaerobic digestion in the kraft pulp and paper industry : challenges and possibilities for implementation*, vol. 769. Linköping: linköping university electronic press, 2019. Doi: 10.3384/diss.diva-156667.
- [132] s. Sanaye, n. Khakpaay, et a. Chitsaz, « thermo-economic and environmental multi-objective optimization of a novel arranged biomass-fueled gas engine and backpressure steam turbine combined system for pulp and paper mills », *sustainable energy technologies and assessments*, vol. 40, p. 100778, août 2020, doi: 10.1016/j.seta.2020.100778.
- [133] m. J. B. Kabeyi et o. A. Olanrewaju, « technologies for biogas to electricity conversion », *energy reports*, vol. 8, p. 774-786, déc. 2022, doi: 10.1016/j.egy.2022.11.007.
- [134] t. Li, y. Zhang, x. Gao, et f. Jin, « combined heating and power generation performance of thermal station for electricity self-sufficient characterized by two-stage heat transfer », *case studies in thermal engineering*, vol. 53, p. 103895, janv. 2024, doi: 10.1016/j.csite.2023.103895.
- [135] s. Frigo, r. Gabbrielli, et l. Linari, « feasibility study of a chp plant with steam turbine and biomass gasification for tissue paper production », *energy procedia*, vol. 148, p. 751-757, août 2018, doi: 10.1016/j.egypro.2018.08.136.
- [136] k. R. Manchala, y. Sun, d. Zhang, et z.-w. Wang, « anaerobic digestion modelling », in *advances in bioenergy*, vol. 2, elsevier, 2017, p. 69-141. Doi: 10.1016/bs.aibe.2017.01.001.
- [137] j. Palanichamy et s. Palani, « simulation of anaerobic digestion processes using stochastic algorithm », *j environ health sci engineer*, vol. 12, n° 1, p. 121, déc. 2014, doi: 10.1186/s40201-014-0121-7.
- [138] h. N. Gavala, i. Angelidaki, et b. K. Ahring, « kinetics and modeling of anaerobic digestion process », in *biomethanation i*, b. K. Ahring, i. Angelidaki, e. C. De macario, h. N. Gavala, j. Hofman-bang, a. J. L. Macario, s. J. W. H. O. Elferink, l. Raskin, a. J. M. Stams, p. Westermann, et d. Zheng, éd. Berlin, heidelberg: springer berlin heidelberg, 2003, p. 57-93. Doi: 10.1007/3-540-45839-5_3.
- [139] s. A. S. Aldin, g. Nakhla, et m. B. Ray, « the effect of particle size on hydrolysis and modeling of anaerobic digestion », 2010.

- [140] w. T. M. Sanders, m. Geerink, g. Zeeman, et g. Lettinga, « anaerobic hydrolysis kinetics of particulate substrates », *water science and technology*, vol. 41, n° 3, p. 17-24, févr. 2000, doi: 10.2166/wst.2000.0051.
- [141] v. A. Vavilin, b. Fernandez, j. Palatsi, et x. Flotats, « hydrolysis kinetics in anaerobic degradation of particulate organic material: an overview », *waste management*, vol. 28, n° 6, p. 939-951, 2008, doi: 10.1016/j.wasman.2007.03.028.
- [142] v. Chavasit, j. Photi, s. Purttiponthanee, et p. Saekoo, « use of bacterial growth curve for assessing risk of microbiological pathogens in food products », in *microbial contamination and food degradation*, elsevier, 2018, p. 341-365. Doi: 10.1016/b978-0-12-811515-2.00011-1.
- [143] m. Muloiwa, s. Nyende-byakika, et m. Dinka, « comparison of unstructured kinetic bacterial growth models. », *south african journal of chemical engineering*, vol. 33, p. 141-150, juill. 2020, doi: 10.1016/j.sajce.2020.07.006.
- [144] d. E. Mazouni, « modélisation et commande en temps minimum des réacteurs biologiques séquentiels discontinus », theses, université clude bernard lyon 1, 2006. [en ligne]. Disponible sur: <https://hal.inrae.fr/tel-02823390>
- [145] f. Abunde neba, n. Y. Asiedu, j. Morken, a. Addo, et r. Seidu, « a novel simulation model, bk_biogasim for design of onsite anaerobic digesters using two-stage biochemical kinetics: codigestion of blackwater and organic waste », *scientific african*, vol. 7, p. E00233, mars 2020, doi: 10.1016/j.sciaf.2019.e00233.
- [146] n. Kythreotou, g. Florides, et s. A. Tassou, « a review of simple to scientific models for anaerobic digestion », *renewable energy*, vol. 71, p. 701-714, nov. 2014, doi: 10.1016/j.renene.2014.05.055.
- [147] h. Moser, *the dynamics of bacterial populations maintained in the chemostat*. Carnegie institution of washington.
- [148] d. E. Contois, « kinetics of bacterial growth: relationship between population density and specific growth rate of continuous cultures », *journal of general microbiology*, vol. 21, n° 1, p. 40-50, août 1959, doi: 10.1099/00221287-21-1-40.
- [149] p. Grau, m. Dohányos, et j. Chudoba, « kinetics of multicomponent substrate removal by activated sludge », *water research*, vol. 9, n° 7, p. 637-642, juill. 1975, doi: 10.1016/0043-1354(75)90169-4.
- [150] a. G. Hashimoto, v. H. Varel, et y. R. Chen, « ultimate methane yield from beef cattle manure: effect of temperature, ration constituents, antibiotics and manure age », *agricultural wastes*, vol. 3, n° 4, p. 241-256, oct. 1981, doi: 10.1016/0141-4607(81)90011-1.
- [151] e. F. Armstrong, « enzymes. By j.b.s. Haldane, m.a. Monographs on biochemistry. Edited by r.h.a. Plimmer, d.sc., and sir f. G. Hopkins, m.a., m.b., d.sc., f.r.s. Pp. Vii+235. London: longmans, green & co., 1930. Price 14s », *j. Chem. Technol. Biotechnol.*, vol. 49, n° 44, p. 919-920, oct. 1930, doi: 10.1002/jctb.5000494433.
- [152] n. S. Panikov, « microbial growth dynamics », in *comprehensive biotechnology*, elsevier, 2011, p. 257-283. Doi: 10.1016/b978-0-08-088504-9.00032-5.
- [153] s. Aiba, m. Shoda, et m. Nagatani, « kinetics of product inhibition in alcohol fermentation », *biotech & bioengineering*, vol. 10, n° 6, p. 845-864, nov. 1968, doi: 10.1002/bit.260100610.
- [154] d. J. W. Grant, « kinetic aspects of the growth of klebsiella aerogenes with some benzenoid carbon sources », *journal of general microbiology*, vol. 46, n° 2, p. 213-224, févr. 1967, doi: 10.1099/00221287-46-2-213.
- [155] v. A. Vavilin, s. V. Rytov, l. Ya. Lokshina, s. G. Pavlostathis, et m. A. Barlaz, « distributed model of solid waste anaerobic digestion: effects of leachate recirculation and ph adjustment », *biotechnol. Bioeng.*, vol. 81, n° 1, art. N° 1, janv. 2003, doi: 10.1002/bit.10450.
- [156] h. Caillet, a. Bastide, et l. Adelard, « advances in computational fluid dynamics modeling of anaerobic digestion process for renewable energy production: a review », *cleaner waste systems*, vol. 6, p. 100124, déc. 2023, doi: 10.1016/j.clwas.2023.100124.
- [157] e. Liwarska-bizukojc et r. Biernacki, « identification of the most sensitive parameters in the activated sludge model implemented in biowin software », *bioresource technology*, vol. 101, n° 19, p. 7278-7285, oct. 2010, doi: 10.1016/j.biortech.2010.04.065.
- [158] c. Mendes, k. Esquerre, et l. Matos queiroz, « application of anaerobic digestion model no. 1 for simulating anaerobic mesophilic sludge digestion », *waste management*, vol. 35, p. 89-95, janv. 2015, doi: 10.1016/j.wasman.2014.10.013.
- [159] w.-y. Sean, y.-y. Chu, l. L. Mallu, j.-g. Chen, et h.-y. Liu, « energy consumption analysis in wastewater treatment plants using simulation and scada system: case study in northern taiwan », *journal of cleaner production*, vol. 276, p. 124248, déc. 2020, doi: 10.1016/j.jclepro.2020.124248.

- [160] e. R. Alphonsus et m. O. Abdullah, « a review on the applications of programmable logic controllers (plcs) », *renewable and sustainable energy reviews*, vol. 60, p. 1185-1205, juill. 2016, doi: 10.1016/j.rser.2016.01.025.
- [161] r. H. Khokhar, b. C. M. Fung, f. Iqbal, d. Alhadidi, et j. Bentahar, « privacy-preserving data mashup model for trading person-specific information », *electronic commerce research and applications*, vol. 17, p. 19-37, mai 2016, doi: 10.1016/j.elerap.2016.02.004.
- [162] r. E. Clement, s. A. Suter, e. Reiner, d. Mccurvin, et d. Hollinger, « concentrations of chlorinated dibenzo-p-dioxins and dibenzofurans in effluents and centrifuged particulates from ontario pulp and paper mills », *chemosphere*, vol. 19, n° 1-6, p. 649-654, janv. 1989, doi: 10.1016/0045-6535(89)90385-8.
- [163] c. P. Gerba et i. L. Pepper, « municipal wastewater treatment », in *environmental and pollution science*, elsevier, 2019, p. 393-418. Doi: 10.1016/b978-0-12-814719-1.00022-7.
- [164] s. Jafarinejad, « treatment of oily wastewater », in *petroleum waste treatment and pollution control*, elsevier, 2017, p. 185-267. Doi: 10.1016/b978-0-12-809243-9.00006-7.
- [165] i. Sutton, « equipment and buildings », in *plant design and operations*, elsevier, 2017, p. 73-137. Doi: 10.1016/b978-0-12-812883-1.00003-6.
- [166] n. F. Gray, « anaerobic treatment », in *water technology*, elsevier, 2010, p. 585-604. Doi: 10.1016/b978-1-85617-705-4.00019-8.
- [167] a. Laabyech, s. Men-la-yakhaf, f. Kifani-sahban, k. Gueraoui, et i. Wahby, « mathematical and numerical simulation for the production of biogas from liquid effluent of paper pulp mill », *irecon*, vol. 6, n° 4, art. N° 4, juill. 2018, doi: 10.15866/irecon.v6i4.15744.
- [168] m. Koyama, s. Yamamoto, k. Ishikawa, s. Ban, et t. Toda, « inhibition of anaerobic digestion by dissolved lignin derived from alkaline pre-treatment of an aquatic macrophyte », *chemical engineering journal*, vol. 311, p. 55-62, mars 2017, doi: 10.1016/j.ccej.2016.11.076.
- [169] m. El-fadel, « numerical modelling of generation and transport of gas and heat in landfills i. Model formulation », *waste management & research*, vol. 14, n° 5, p. 483-504, oct. 1996, doi: 10.1006/wmre.1996.0046.
- [170] d. Batstone *et al.*, « anaerobic digestion model no 1 (adm1) », *water science and technology: a journal of the international association on water pollution research*, vol. 45, p. 65-73, févr. 2002.
- [171] s. Gholamifard, « modélisation des écoulements diphasiques bioactifs dans les installations de stockage de déchets », theses, université paris-est, 2009. [en ligne]. Disponible sur: <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00512102>
- [172] j. Monod, « technique, theory and applications of continuous culture », p. 371-394, 1950.
- [173] a. Laabyech, s. Men-la-yakhaf, f. Kifani-sahban, k. Gueraoui, et i. Wahby, « effects of the variation of organic carbon rate on the biogas production during anaerobic digestion », *ireme*, vol. 12, n° 10, p. 854, oct. 2018, doi: 10.15866/ireme.v12i10.15399.
- [174] j. Monod, « the growth of bacterial cultures », *annu. Rev. Microbiol.*, vol. 3, n° 1, p. 371-394, oct. 1949, doi: 10.1146/annurev.mi.03.100149.002103.
- [175] n. D. Katopodes, « finite-element and finite-volume methods for scalar transport », in *free-surface flow*, elsevier, 2019, p. 198-258. Doi: 10.1016/b978-0-12-815485-4.00010-3.
- [176] r. G. Mcclarren, « iterative methods for linear systems », in *computational nuclear engineering and radiological science using python*, elsevier, 2018, p. 145-172. Doi: 10.1016/b978-0-12-812253-2.00011-x.
- [177] t. Sonar, « classical finite volume methods », in *handbook of numerical analysis*, vol. 17, elsevier, 2016, p. 55-76. Doi: 10.1016/bs.hna.2016.09.005.
- [178] s. Men-la-yakhaf, k. Gueraoui, et m. Driouich, « new numerical and mathematical code reactive mass transfer and heat storage facilities of argan waste », *astp*, vol. 8, p. 485-498, 2014, doi: 10.12988/astp.2014.4331.
- [179] s. Men-la-yakhaf, k. Gueraoui, m. Driouich, et a. Maaouni, « numerical and mathematical modeling of reactive mass transfer and heat storage installations of argan waste », *international review on modelling and simulations*, vol. 7, n° 6, 2013.
- [180] m. Laurent, « méthanisation des effluents et déchets organiques : état des connaissances sur le devenir pathogène », université paul sabatier, toulouse, 2001.
- [181] j. A. Stinson et r. K. Ham, « effect of lignin on the anaerobic decomposition of cellulose as determined through the use of a biochemical methane potential method », *environ. Sci. Technol.*, vol. 29, n° 9, p. 2305-2310, sept. 1995, doi: 10.1021/es00009a023.

- [182] d. Massé, « comprehensive model of anaerobic digestion of swine manure slurry in a sequencing batch reactor », *water research*, vol. 34, n° 12, p. 3087-3106, août 2000, doi: 10.1016/s0043-1354(00)00064-6.
- [183] v. A. Vavilin, l. Y. Lokshina, et s. V. Rytov, « the <methane> simulation model as the first generic user-friendly model of anaerobic digestion », *vestnik moskovskogo universiteta. Khimiya*, vol. 41, n° 6, 2000.
- [184] h. Siegrist, d. Vogt, j. L. Garcia-heras, et w. Gujer, « mathematical model for meso- and thermophilic anaerobic sewage sludge digestion », *environ. Sci. Technol.*, vol. 36, n° 5, p. 1113-1123, mars 2002, doi: 10.1021/es010139p.
- [185] r. Moletta, *la méthanisation*, 2e ed. France, 2011.
- [186] d. Li *et al.*, « effects of feedstock ratio and organic loading rate on the anaerobic mesophilic co-digestion of rice straw and pig manure », *bioresource technology*, vol. 187, p. 120-127, juill. 2015, doi: 10.1016/j.biortech.2015.03.040.
- [187] s. Babel, k. Fukushi, et b. Sitanrassamee, « effect of acid speciation on solid waste liquefaction in an anaerobic acid digester », *water research*, vol. 38, n° 9, p. 2417-2423, mai 2004, doi: 10.1016/j.watres.2004.02.005.
- [188] m. E. Montingelli, s. Tedesco, et a. G. Olabi, « biogas production from algal biomass: a review », *renewable and sustainable energy reviews*, vol. 43, p. 961-972, mars 2015, doi: 10.1016/j.rser.2014.11.052.
- [189] m.-t. Sun *et al.*, « effects of organic loading rate on biogas production from macroalgae: performance and microbial community structure », *bioresource technology*, vol. 235, p. 292-300, juill. 2017, doi: 10.1016/j.biortech.2017.03.075.
- [190] g. Singh, s. Kaur, m. Khatri, et s. K. Arya, « biobleaching for pulp and paper industry in india: emerging enzyme technology », *biocatalysis and agricultural biotechnology*, vol. 17, p. 558-565, janv. 2019, doi: 10.1016/j.bcab.2019.01.019.
- [191] n. Rahmawati *et al.*, « pulp bleaching by hydrogen peroxide activated with copper 2,2'-dipyridylamine and 4-aminopyridine complexes », *chemical engineering journal*, vol. 112, n° 1-3, art. N° 1-3, sept. 2005, doi: 10.1016/j.cej.2005.07.006.
- [192] b. Sawadogo, « traitement des eaux usées industrielles par des procédés membranaires sous climat sahélien : cas des eaux usées de brasserie au burkina faso », *génie des procédés*, université montpellier; institut international d'ingénierie de l'eau et de l'environnement, 2018. [en ligne]. Disponible sur: <https://www.theses.fr/2018montg085>
- [193] m. Mainardis, c. Ferrara, b. Cantoni, c. Di marcantonio, g. De feo, et d. Goi, « how to choose the best tertiary treatment for pulp and paper wastewater? Life cycle assessment and economic analysis as guidance tools », *science of the total environment*, vol. 906, p. 167598, janv. 2024, doi: 10.1016/j.scitotenv.2023.167598.
- [194] s. Jiménez, m. M. Micó, m. Arnaldos, f. Medina, et s. Contreras, « state of the art of produced water treatment », *chemosphere*, vol. 192, p. 186-208, févr. 2018, doi: 10.1016/j.chemosphere.2017.10.139.
- [195] m. Doble et a. Kumar, « aerobic and anaerobic bioreactors », in *biotreatment of industrial effluents*, elsevier, 2005, p. 19-38. Doi: 10.1016/b978-075067838-4/50004-x.
- [196] p. Breeze, « steam turbine combined heat and power systems », in *combined heat and power*, elsevier, 2018, p. 41-49. Doi: 10.1016/b978-0-12-812908-1.00005-5.
- [197] t. Tanuma, « introduction to steam turbines for power plants », in *advances in steam turbines for modern power plants*, elsevier, 2017, p. 3-9. Doi: 10.1016/b978-0-08-100314-5.00001-4.
- [198] d. K. Sarkar, « steam turbines », in *thermal power plant*, elsevier, 2015, p. 189-237. Doi: 10.1016/b978-0-12-801575-9.00006-8.
- [199] t. Wang, « the gas and steam turbines and combined cycle in igcc systems », in *integrated gasification combined cycle (igcc) technologies*, elsevier, 2017, p. 497-640. Doi: 10.1016/b978-0-08-100167-7.00028-7.
- [200] d. K. Sarkar, « general description of thermal power plants », in *thermal power plant*, elsevier, 2017, p. 1-31. Doi: 10.1016/b978-0-08-101112-6.00001-0.
- [201] a. Ohji et m. Haraguchi, « steam turbine cycles and cycle design optimization », in *advances in steam turbines for modern power plants*, elsevier, 2017, p. 11-40. Doi: 10.1016/b978-0-08-100314-5.00002-6.
- [202] j. B. W. Kok et e. A. Haselhoff, « thermodynamic analysis of the thermal and exergetic performance of a mixed gas-steam aero derivative gas turbine engine for power generation », *heliyon*, vol. 9, n° 8, p. E18927, août 2023, doi: 10.1016/j.heliyon.2023.e18927.

Annexes

Annexe 1 : Méthodes de blanchiment

I.1. Blanchiment des pâtes mécaniques

Le blanchiment des pâtes mécaniques consiste à éclaircir la pâte en modifiant chimiquement les groupements chromophores de la lignine responsable de la couleur des pâtes mécaniques, à savoir que la lignine est décolorée et non pas éliminée. Ceci, permet de conserver presque la masse totale de la pâte, après le blanchiment, en conséquence le rendement du processus est élevé. En revanche, la présence de la lignine dans la pâte est n'est pas souhaitable, car elle peut conduit à une réversion de la couleur dans certaines conditions de température et de lumière [55, 61].

Le blanchiment de cette pâte s'effectue à l'aide des agents réducteurs, comme l'hydrosulfite de sodium/dithionite de sodium, ou par des oxydants, comme le peroxyde d'hydrogène. L'utilisation de ces produits en une seule étape permet d'atteindre une luminosité maximale de 60% à 70%. Cependant, l'utilisation de deux étapes permettrait d'atteindre une luminosité d'environ 75% [61]. Dans ce dernier cas, il est impératif d'utiliser l'étape d'oxydation avant celle de réduction, afin d'éviter que l'oxydant annule ce que l'agent réducteur a accompli [61].

I.2. Blanchiment des pâtes chimiques

Une pâte chimique écrue peut contenir de 2 % à 5 % de lignine [55]. Le blanchiment de cette pâte consiste à dissoudre toute la lignine résiduelle, ce qui d'augmenter la luminosité de la pâte chimique à 70% avec une valeur maximale d'environ 92% [61].

L'élimination de la lignine pendant le blanchiment entraîne une perte de masse de la pâte et à une diminution de la résistance des fibres individuelles. En revanche, elle renforce la solidité des liaisons entre les fibres et rend la pâte moins sujette à la réversion des couleurs, sauf dans le cas de températures élevées [61].

Plusieurs produits chimiques sont utilisés dans le blanchiment de la pâte chimique. Ils sont divisés en deux catégories : les produits chlorés et non chlorés. Les différences entre l'utilisation de ces deux produits ainsi que leur efficacité sont décrites dans ce qui suit.

Le blanchiment au chlore : Pendant de nombreuses années le chlore gazeux (Cl_2) était utilisé comme agent de blanchiment en raison de son efficacité pour blanchir la pâte sans affecter sa résistance. Cependant, vers la fin du XXe siècle, le blanchiment au chlore gazeux a été abandonné en raison de la production importante de composés organochlorés dans les effluents. Une faible proportion des AOX (halogène organique adsorbable, représentant la concentration des atomes de chlore en mg/l) est potentiellement toxique, peu biodégradables et peut causer des dommages aux organismes aquatiques et terrestres, y compris aux êtres humains, tout en posant des problèmes au niveau du traitement biologique de ces effluents [51, 99, 190]. L'utilisation de l'hypochlorite de sodium a également été abandonnée pour les mêmes raisons que le chlore gazeux, en plus de son effet négatif sur la résistance de la pâte [50]. Par ailleurs, des efforts ont été déployés pour réduire l'utilisation de ces agents de blanchiment polluants et les remplacer par de nouvelles technologies de blanchiment plus propres, permettant d'obtenir des pâtes blanchies sans chlore gazeux ECF (Elemental Chlorine Free) ou sans composé chloré TCF (Totally Chlorine Free).

Le blanchiment au dioxyde de chlore (ECF) Le blanchiment au dioxyde de chlore (ECF), pour l'industrie des pâtes à papiers, implique de remplacer le chlore gazeux par le dioxyde de

chlore (ClO_2). Ce dernier est un oxydant très sélectif pour l'élimination de la lignine [55]. Son utilisation permet d'obtenir une pâte à papier d'une brillance élevée avec des propriétés acceptables et des effluents avec des concentrations d'AOX inférieures à celles des techniques traditionnelles. Malgré ce progrès sur le plan environnemental, les effluents obtenus restent toxiques [51, 190].

Le blanchiment sans éléments chlorés (TCF) : Ces dernières années, il est possible de produire des pâtes blanchies sans utiliser de produits à base chlore, c'est ce qu'on appelle des pâtes TCF. Ces techniques reposent sur l'utilisation des produits tels que l'oxygène, l'ozone, le peroxyde d'hydrogène ou des enzymes [50, 191]. Ces techniques sont respectueuses de l'environnement, car l'élimination des substances chlorées au niveau du blanchiment dans les procédés TCF permet d'avoir un impact environnemental réduit par rapport aux procédés ECF [50, 58]. De plus, la pâte blanchie TCF peut atteindre presque la même brillance que la pâte blanchie ECF, cependant sa résistance est légèrement inférieure à celle de cette dernière [50, 58].

Annexe 2 : Différents traitements des effluents liquides

I. Les différents traitements des effluents liquides

Le processus de traitement des effluents au sein d'une station d'épuration se déroule en quatre techniques principales, celles-ci sont détaillées ci-après :

Prétraitement consiste à retenir les matières solides grossières pouvant gêner les étapes ultérieures de traitement des effluents, à savoir les particules de bois, le sable et les huiles présentes dans l'effluent. Ces derniers sont respectivement éliminés par dégrillage, dessablage et dégraissage-déshuilage [64, 69].

Traitement primaire sert à éliminer les particules solides résiduelles et toutes les matières en suspension dans l'effluent, notamment les particules d'écorce, de débris de fibres, de matériaux de charge et de revêtement. La présence de ces résidus diminueraient l'efficacité de l'épuration biologique ultérieure et endommageraient les équipements, justifiant le recours au traitement primaire [14, 52]. Les opérations effectuées à cet effet comprennent la coagulation-floculation, la sédimentation/décantation et la flottation [64, 66, 69]. Les boues obtenues par ce traitement sont appelées boues primaires [70].

Traitement secondaire, de nature biologique, vise à éliminer plus efficacement la pollution organique grâce à des bactéries aérobies ou anaérobies. À la suite de ce traitement, la majeure partie des matières organiques résiduelles et des matières biodégradables en suspension sont consommées [64, 66, 69]. Les boues issues de ce traitement sont appelées boues biologiques ou boues activées résiduaires [14, 70]. En effet, les techniques d'épuration biologique sont plus viables et moins chères que les procédés physico-chimiques [192]. Elles éliminent de 80-90% de la DCO, offrant ainsi une eau épurée de bonne qualité, tout en produisant dans certains cas des produits valorisables (biogaz et/ou digestat) [29, 192].

Traitement tertiaire, de finition, se fait par voie chimique ou physique pour supprimer les substances polluantes résiduelles ou sous produites des traitements antérieurs [193]. Ces derniers peuvent être des métaux, des composés organiques non-biodégradables, des odeurs ou encore des colorants [54, 64]. Ce traitement d'affinage peut être réalisé par adsorption, coagulation, filtration par membrane, floculation, flottation, nanofiltration, ozonation... A noter que ce traitement est effectué pour atteindre les niveaux de polluants requis fixés par les législations gouvernementales [64, 66, 69].

II. Description des techniques utilisées dans le traitement des effluents de papeterie

II.1. Traitements primaires

La sédimentation permet de séparer la phase solide de la phase liquide dans les effluents de la fabrique de la pâte à papiers. Ainsi, les particules qui ont une masse volumique plus grande que celle de l'eau se déposent sous l'action de la gravité, tandis que ceux qui ont une masse volumique plus petite que celle de l'eau flottent à la surface [67, 85]. Ce processus se réalise dans des bassins continus rectangulaires, carrés et circulaires équipés d'un pont de raclage qui a pour rôle de collecter la boue [85]. Selon Thompson, la sédimentation contribue à éliminer plus de 80 % des solides en suspension [54]. En fait, dans un traitement physico-chimique cette méthode s'accompagne de produits chimiques coagulation-floculation. En l'absence de ces produits, il s'agit de sédimentation naturelle [85].

La flottation est une méthode de séparation solide-liquide ou liquide-liquide. Il s'agit d'une décantation inversée qui s'applique aux effluents dont les particules solides sont moins denses que le liquide qui les contient [85]. La flottation entraîne la formation de mousse à la surface du liquide chargé de particules en suspension. La mousse est évacuée soit par débordement soit par raclage mécanique, tandis que l'eau clarifiée est recueillie au fond de la zone de flottation [64, 194]. La technologie la plus utilisée est l'aérofottation, également appelée flottation par air dissous, qui consiste à éliminer les solides en suspension et les solides colloïdaux par flottation en diminuant leur densité apparente. Cette technique se réalise en dissolvant l'air dans les eaux usées sous pression, puis en libérant l'air à la pression atmosphérique dans la chambre de flottation. Les bulles d'air se lient aux particules solides ou liquides, formant des densités inférieures à celle de l'eau et flottent [66, 85].

II.2. Traitements secondaires

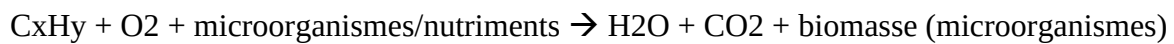
Les techniques d'épuration biologique sont utilisées afin d'assurer la dégradation des matières organiques biodégradables telles que les protéines, les lipides ou glucides, par des microorganismes principalement des bactéries, des champignons et des algues [64, 69]. Ces micro-organismes, transforment ou éliminent les polluants organiques carbonés biodégradables dans les eaux usées par les enzymes, secrétées par les bactéries, qui agissent comme catalyseurs [67, 192]. On distingue les enzymes extracellulaires qui dégradent les macromolécules pour les rendre assimilables par les micro-organismes et les enzymes intracellulaires qui assurent l'assimilation des substances obtenues [192].

L'épuration biologique des effluents des fabriques de pâte à papiers peut s'effectuer en présence d'oxygène (traitement biologique aérobie) ou en absence d'oxygène (traitement biologique anaérobie) [67]. Les techniques d'épuration biologique sont plus viables et moins

couteuses que les procédés physico-chimiques [192]. Elles permettent d'éliminer 80 à 90% de la DCO offrant une eau épurée de bonne qualité, et dans certains cas, génèrent des produits valorisables tels que le biogaz) [192].

Le traitement biologique aérobie :

Ce traitement s'effectue en présence d'oxygène, généralement fourni par l'air, dans un réacteur où l'on met en contact les micro-organismes aérobies épurateurs et les polluants organiques de l'eau à épurer. Les micro-organismes dégradent la matière organique, présente dans les effluents, en produits finis inorganiques (principalement CO₂, NH₃ et H₂O) et se multiplient [67]. Ceci peut être représenté par l'équation suivante [195] :



Ce procédé transforme les solides non décantables en solides décantables, ce qui permet de les séparer de l'eau à épurer ; cela se réalise par l'une des techniques suivantes [67, 88, 192] :

- une culture bactérienne libre en suspension dans l'eau à traiter, telle que l'épuration par boues activées, lagunage naturel et aéré...
- une culture bactérienne fixée sur un support, telle que l'épuration par lits bactériens, par contacteur biologique rotatif RBCs...

Le traitement biologique anaérobie :

La DA est la dégradation des composés organiques, en absence d'oxygène, s'effectuant spontanément par des microorganismes anaérobies [67]. La DA conduit à une élimination de 85 à 95 % de la pollution carbonée et une production de 55-75 % du méthane en volume et 25-40 % du dioxyde de carbone en volume avec une faible production de sulfure d'hydrogène et de la biomasse [10, 67]. Ceci peut être représenté généralement par l'équation suivante [195] :



Les avantages de traitement anaérobie par rapport à un traitement aérobie [64, 120] :

- Nécessite moins d'énergie pour les besoins du processus.
- une faible production de boues.
- une production d'un gaz contenant jusqu'à 70 % de méthane.
- une réduction de la surface des terrains grâce à l'utilisation des réacteurs plus petits.

Les cinétiques biologiques et microbiologies ainsi que les facteurs physico-chimiques et biologiques qui peuvent agir sur ce processus sont discutés plus en détail dans les sections suivantes.

Annexe 3 : Réacteurs utilisés pour la DA des effluents des usines papetière

III.1. Lagunes anaérobies couvertes

Les lagunes anaérobies couvertes, sont des installations qui comprennent généralement un bassin de retenue profond, essentiellement dépourvu d'oxygène dissous, revêtu de géomembranes appropriées et recouvert d'un couvercle souple ou flottant, favorisant ainsi les conditions anaérobies, étanche aux gaz et un système de traitement des gaz et/ou de conversion énergétique (Figure.III.1) [12, 99]. Ces bassins anaérobies ne sont ni aérés, ni chauffés ni mélangés. Le milieu est à la température ambiante, par conséquent, les variations saisonnières de la température influencent la vitesse de réaction de même que la production du biogaz [12, 79]. Cependant, ce système traite avec succès les effluents à faible concentration en matières organiques dont la DBO est supérieure à 500 mg/L et produit un biogaz qui peut être valorisé en électricité et en chaleur [79]. Dans l'industrie des pâtes et papiers, des temps de rétention hydraulique de 7 à 10 jours s'avèrent nécessaires pour d'obtenir des réductions de la DBO₅ de l'ordre de 75 à 90 % [99].

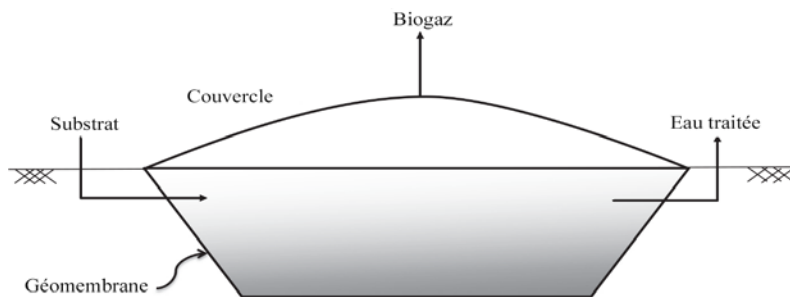


Figure.III.1 : Schéma d'une lagune anaérobie couverte [113]

III.2. Réacteur à procédé par contact anaérobie

Le procédé par contact se compose d'un réacteur anaérobie parfaitement mélangé et d'un bassin de décantation des boues, soit un clarificateur où une cuve externe. Ce bassin de décantation des boues permet de décanter les solides et de les renvoyer au réacteur (Figure.III.2) [99, 120]. La partie des boues renvoyée au réacteur profitera davantage d'un contact supplémentaire avec la biomasse et le nouvel affluent à traiter [120]. Ce recyclage des boues permet de contrôler le temps de rétention de la biomasse (SRT) afin qu'il soit plus long que le temps de rétention hydraulique (TSH). Le facteur critique de ce processus est la séparation des boues du bassin de décantation pour maintenir une concentration élevée de biomasse dans le réacteur [99]. Les réacteurs précités sont parfois équipés d'un dégazeur qui permet de collecter, de séparer le biogaz produit de la phase aqueuse et d'empêcher la biomasse de flotter (Figure.III.3) [113].

Cette conception est utile pour le traitement des effluents contenant une forte concentration de matières en suspension présentant une charge organique de 1 à 2 kg DBO/m³/jour ou entre 0,5 et 10 kg de DCO/m³/jour avec un TSH de 0,5 à 5 jours. Ces systèmes permettent des réductions de 90 à 95 % de la DCO [99].

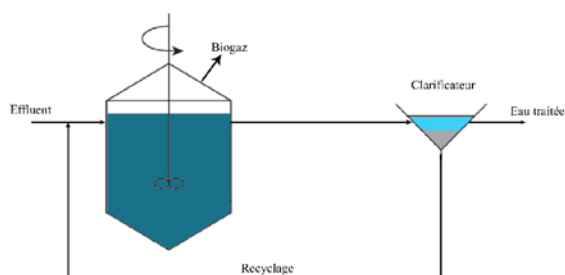


Figure.III.2 : Schéma d'un réacteur anaérobie a procédé par contact

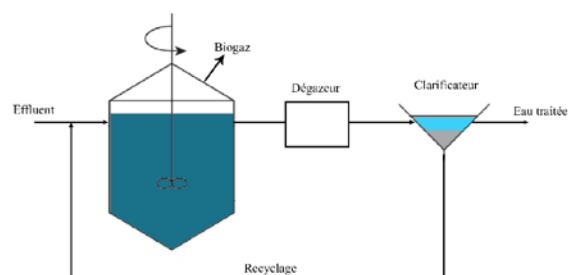


Figure.III.3 : Schéma d'un réacteur anaérobie a procédé par contact avec dégazeur

III.3. Réacteur à filtre anaérobie (à lit fixe)

Les réacteurs à filtres anaérobies à lit fixe sont destinés au traitement des effluents présentant une charge organique à l'entrée faible à moyenne de l'ordre de 8 à 12 g/L [12, 99]. Il s'agit d'un réservoir cylindrique ou rectangulaire pouvant fonctionner à flux ascendant ou flux descendant (Figure.III.4) [79, 99]. Ces réacteurs comportent un support fixe, le plus souvent utilisé étant un lit de plastique ondulé, composé d'un matériau inerte tel que le charbon actif, les anneaux en céramique, les roches, les cendres, le gravier ou le PVC, qui retiennent les micro-organismes pour former un biofilm [12, 79]. Les effluents introduits dans le réacteur traversent les biofiltres, les particules sont piégées par le support et la matière organique est dégradée par les microorganismes anaérobies fixés sur les biofiltres [99].

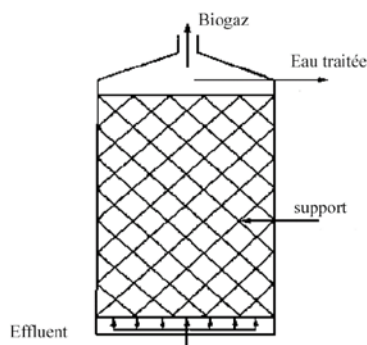


Figure.III.4 : Schéma d'un réacteur à lit fluidisé [99]

Les réacteurs à lit fixe sont simples à construire et peuvent récupérer très rapidement après une période de famine, alors que l'inconvénient majeur de ce concept c'est que le "lit" se bouche facilement, par encrassement, ce qui empêche le contact entre les microorganismes et les eaux usées [79, 99]. Ils sont appliqués à des taux de charge modestes à relativement élevés de l'ordre de $10 \text{ kgm}^{-3}\text{jour}^{-1}$ de DCO [99].

III.4. Réacteur à lit fluidisé et à lit expansé

Ces réacteurs diffèrent des réacteurs à lit fixe par le fait que la structure de support de biomasse est mobile (Figure.III.5). La suspension de ce dernier est maintenue par le courant ascendant de l'effluent ainsi que par la vitesse de recirculation de l'effluent [12, 99, 119]. Lorsque l'expansion du lit de biomasse est de 30% à 90% (réacteur), il s'agit d'un lit fluidisé. En revanche, le lit est compacté lorsque l'expansion est de 10 à 20 % [120]. Au sommet du réacteur, l'eau épurée passe dans un séparateur triphasé qui assure le dégazage et le retour du

matériau qui auraient échappé au lit [99, 119] . Les avantages des lits fluidisés sont la mobilité des supports de biomasse, la réduction du risque de colmatage, le bon mélange du milieu et la distribution beaucoup plus large des biofilms dans le digesteur (l'expansion du lit) [99]. Ces réacteurs sont considérés comme une technologie anaérobie avancée qui peut atteindre des taux de charge supérieurs à $40 \text{ kgm}^{-3} \text{ jour}^{-1}$ [99].

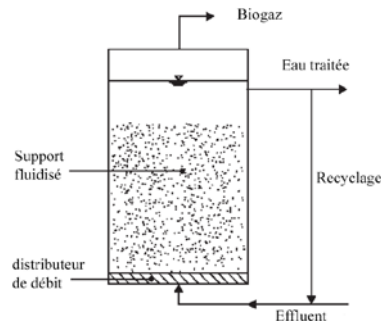


Figure.III.5 : Schéma d'un réacteur à lit fluidisé [99]

III.5. Réacteur anaérobie à chicanes (RAC) :

Un réacteur anaérobie à chicanes (RAC) est un réservoir rectangulaire horizontale qui se compose de plusieurs compartiments, jusqu'à 8 [12, 120]. Ces derniers sont séparés par une série de chicanes qui dévient le flux horizontal des affluents entrants dans des directions successives vers le bas et vers le haut (Figure.III.6) [12]. Cette structure assure un contact entre les eaux usées et la biomasse qui s'accumule au fond du bioréacteur et minimise la perte de biomasse[12, 120]. Dès que les eaux usées s'écoulent dans un compartiment les particules se déposent au fond du réservoir et entrent en contact avec la biomasse, par conséquent, la dégradation de la matière organique par les microorganismes anaérobies se produit [120]. Simultanément, les eaux usées s'accumulent et montent jusqu'à atteindre un niveau où elles commencent à déborder vers le compartiment suivant, et ainsi de suite [120]. Il faut toutefois noter qu'en passant d'un compartiment à l'autre, l'effluent se clarifie davantage [120]. Les microorganismes flottent suite à la production du gaz et se déposent ensuite dans chaque compartiment, cependant la vitesse de leur déplacement horizontal dans le réacteur d'un compartiment à l'autre est relativement lente [99]. Ceci entraîne un temps de rétention de la biomasse important de 100 jours à un temps de rétention hydraulique court, de 6 à 20 h [99]. Ce type de bioréacteur a une structure simple qui ne nécessite ni pièces mobiles ni mélangeurs et ne requiert aucun équipement spécial pour séparer le gaz ou la boue [12, 99].

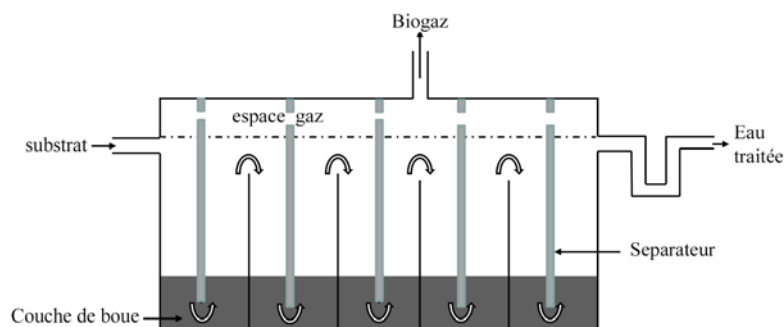


Figure.III.6 : Schéma d'un réacteur anaérobie à chicanes [113]

III.6. Bioréacteur anaérobie à membrane (BAM)

Les bioréacteurs anaérobies à membrane reposent sur le procédé de boues activées et la filtration sur membranes [2]. Il existe deux types de bioréacteurs à membrane : un module à membrane immergée, où la membrane est placée directement dans le bioréacteur, et un module à boucle externe où la membrane se situe à l'extérieur du réacteur immergé dans une chambre séparée (Figure.III.7) [122]. Le premier module est compact, facile à contrôler et demande moins d'énergie que le deuxième. Cependant, la réparation/l'entretien ou le remplacement de la membrane exige l'arrêt du bioréacteur contrairement au deuxième module [113]. Le contenu du bioréacteur est pompé en continu à travers la membrane, permettant de séparer les micro-organismes de l'effluent clarifié, le perméat, et d'avoir un temps de rétention élevé (les micro-organismes restent dans le système) [12]. Le perméat est évacué par la pompe d'aspiration. Ce procédé permet d'éliminer au maximum les acides gras volatils et les matières organiques solubles dégradables, et produire un effluent de très bonne qualité [99, 122]. L'inconvénient majeur de ce concept est l'encrassement de la membrane dû à l'accumulation de différents types de matériaux tel que les précipités inorganiques, les micro-organismes, les colloïdes... à la surface de la membrane [12]. Pour limiter l'encrassement de la membrane le flux transversal de liquide et la circulation de biogaz pour générer le cisaillement de surface sont utilisés, ainsi que des vitesses élevées de pompage d'affluent à travers la membrane sont employées [99, 122].

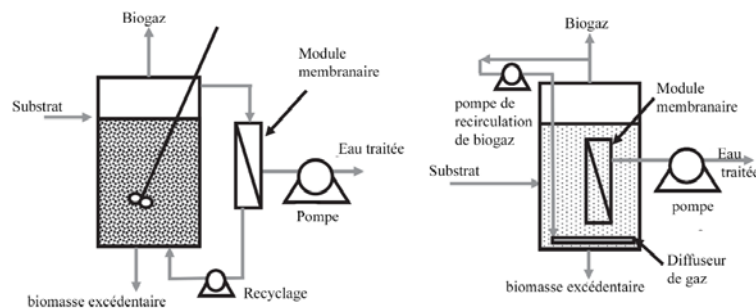


Figure.III.7 : Schéma d'un réacteur anaérobie à membrane, procédé membrane immergée (à gauche) procédé à boucle externe (à droite) [113]

Annexe 4 : Valeurs limites spécifiques de rejet

Tableau 1 : Valeurs limites spécifiques de rejet applicables aux déversements des industries de la pâte à papier, du papier et du carton

Paramètres	Valeurs limites spécifiques de rejet	
	Industries de la pâte à papier	Industries du papier et carton
Débit	50m ³ /tonne de produit fini	40m ³ /tonne de produit fini
Température	30°C	Ne pas dépasser de 10°C la température du milieu récepteur
pH	5,5 – 8,5	5,5 – 8,5
MES mg/l	200	400
DCO mgO₂/l	1000	900
DBO5 mgO₂/l	200	200
Arsenic (As) mg/l	0,1	0,1
Sulfures libres (S²⁻) mg/l	2	
Zinc total (Zn) mg/l	2	2
Fer (Fe) mg/l	3	3
Aluminium (Al) mg/l	10	

MES = Matières en suspension.

DBO5 = Demande biochimique en oxygène durant cinq (5) jours.

DCO = Demande chimique en oxygène

Annexe 5 : Turbines à vapeur

VI.1 Description de la turbine à vapeur

La turbine à vapeur est un dispositif rotatif qui transforme l'énergie cinétique contenue dans la vapeur d'eau en énergie mécanique de rotation à l'arbre en sortie de la turbine (Figure V.1). Cette rotation est entraînée par le passage ou l'impact de la vapeur sur les aubes fixées à l'arbre [196].

En traversant la turbine, la vapeur se détend en passant par des tuyères, ce qui s'accompagne d'une réduction de pression et une augmentation de vitesse [196]. Cette vapeur passe ensuite par une rangée d'aubes fixes, les aubes du stator, qui la redirige vers une deuxième rangée d'aubes mobiles (Figure V.2). C'est l'effet cumulatif des forces réactionnelles de la vapeur sur les aubes mobiles qui assure la puissance rotative communiquée à l'arbre [196, 197].

A la sortie de la turbine la vapeur passe à travers un condenseur, une source froide, où la vapeur rejette la chaleur et retourne à l'état liquide [198, 199].



Figure.V.1. Turbine à vapeur

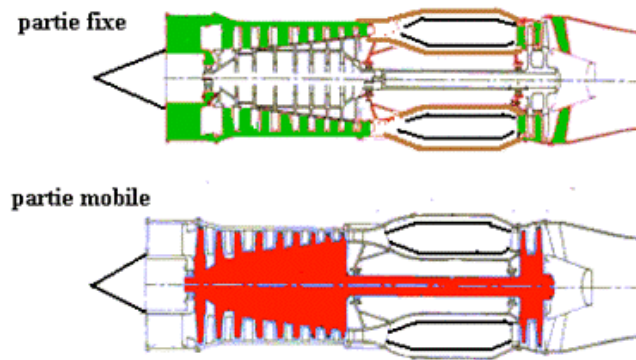


Figure.V.2. Parties fixe (en vert) et mobile (en rouge) d'une turbine

VI.2. Classification des turbines à vapeur selon l'utilisation :

Les turbines à vapeur peuvent être classées en différentes catégories en fonction de leur utilisation industrielle, de leur construction, de la direction de l'écoulement de la vapeur, etc. [198, 200]. Dans les centrales de cogénération quatre types de turbines à vapeur sont couramment utilisés et chacun de ces types convient à une configuration différente de la centrale [196].

-Turbine à condensation : C'est une turbine dans laquelle la vapeur se détend et échappe à une pression inférieure à la pression atmosphérique. Ensuite, ce flux de vapeur d'échappement se liquéfie dans le condenseur qui est refroidi par de l'eau de refroidissement, par conséquent, une grande partie de la chaleur est rejetée à l'extérieur (Figure V.3). Ce type de turbine est surtout utilisé dans les installations de cogénération où la chaleur est utilisée pour produire de la vapeur afin de générer de l'électricité [196, 200, 201].

-Turbine à contre-pression : C'est une turbine dans laquelle la vapeur d'échappement contiendra encore une quantité importante d'énergie à une température et une pression relativement élevée.

Ce type de turbine à vapeur fournit d'un côté un travail mécanique qui peut générer de l'électricité et d'un autre côté une énergie thermique, la vapeur d'échappement, qui peut être utilisée pour répondre aux besoins des processus industriels et à des fins de chauffage (Figure V.4). A savoir que la pression de la vapeur d'échappement est relativement constante car il n'y a aucun moyen de la faire varier [196, 200, 201].

-Turbine à soutirage et condensation : Il s'agit d'une turbine dans laquelle la vapeur subit une détente partielle jusqu'à une moyenne pression dans un étage de haute pression. Une partie de la vapeur est soutirée pour être utilisée dans un processus industriel, tandis que le reste de la vapeur est détendu dans un étage de basse pression, manière similaire à une turbine à condensation (Figure V.5). L'avantage de ce type de turbine est sa capacité à ajuster le débit de vapeur du procédé, ce qui permet de les utiliser dans les usines de cogénération ayant des besoins variables en chaleur [196, 201].

-Turbine à soutirage et contre-pression Les turbines à soutirage et contre-pression, fonctionnent sur le même principe de fonctionnement que les turbines à soutirage et condensation la seule différence réside dans le fait que la vapeur s'échappe à basse pression dans un réseau basse pression au lieu d'être condensée (Figure V.6) [196, 201].

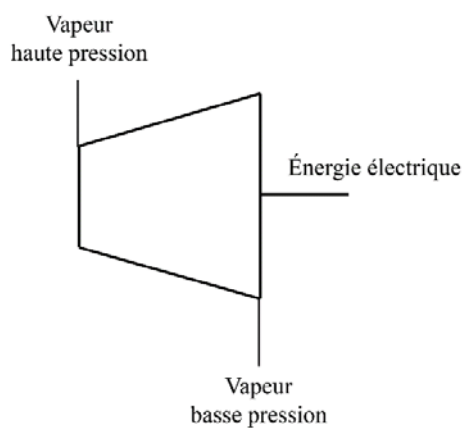


Figure.V.3. Schéma d'une turbine à condensation

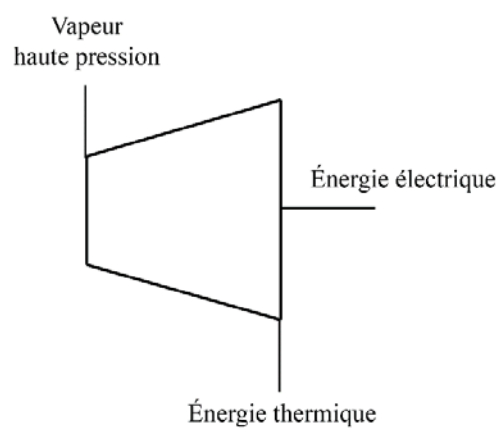


Figure.V.4. Schéma d'une turbine à contre-pression

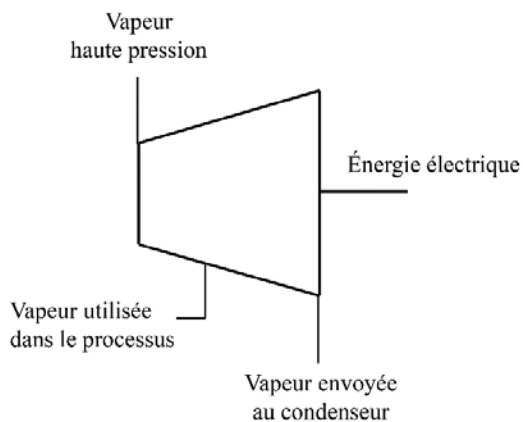


Figure.V.5. Schéma d'une turbine à soutirage et condensation

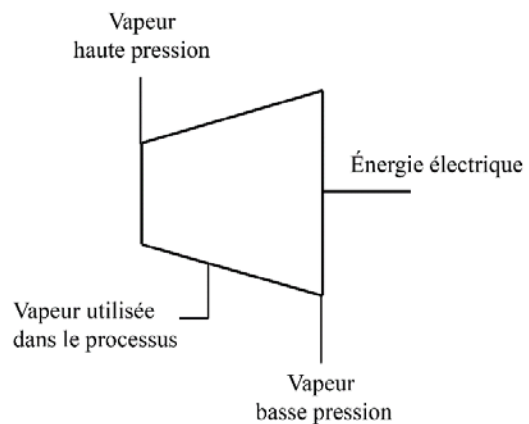


Figure.V.6. Schéma d'une turbine à soutirage et contre-pression

VI.3. Présentation des cycles thermodynamiques :

La turbine à vapeur peut être considérée comme un moteur thermique à combustion externe. En général, elle fonctionne selon le cycle thermodynamique de Rankine. Ce cycle se caractérise par le changement d'état du fluide caloporteur qui est en général de l'eau [201].

VI.3.a. Cycle de Rankine

Le cycle idéal, c'est-à-dire sans pertes de chaleur ou de frottement, correspondant à une centrale thermique élémentaire à vapeur est le cycle de Rankine. Ce dernier comporte les éléments essentiels suivants : la chaudière, la turbine, le condenseur et la pompe. Le cycle de Rankine est représenté schématiquement sur la figure V.7 [199, 201]. Les transformations qui composent ce cycle sont représentées sur le diagramme T-S (Figure V.8) et sont discutées dans ce qui suit.

Dans le cycle fondamental de Rankine, l'eau est pompée dans la chaudière par la pompe d'alimentation (1-2). Ensuite, l'eau est chauffée pour produire de la vapeur saturée (2-3). À l'entrée de la turbine, la vapeur, à haute pression et à haute température, se détend de manière isentropique, c'est-à-dire sans perte, en produisant un travail le long de l'arbre de la turbine (3-4). La vapeur sort de la turbine à basse pression et basse température, cédant sa chaleur en passant par le condenseur et retourne à son état d'origine (4-1) [199, 201].

Les inconvénients du cycle de Rankine comprennent un faible titre en vapeur à la fin de la détente, ce qui entraîne la présence d'eau liquide à l'intérieur de la turbine, favorisant ainsi la corrosion des pales, le dépôt de tartre et les pertes thermiques à travers la paroi humide. De plus, l'efficacité énergétique de l'installation est faible. Pour remédier à ces problèmes, les centrales thermiques modernes fonctionnent selon le principe du cycle de Rankine avec surchauffe à pression constante, cycle avec resurchauffe et cycle avec soutirages. Dans ces types d'installations les chaudières sont équipées de surchauffeurs [199, 201].

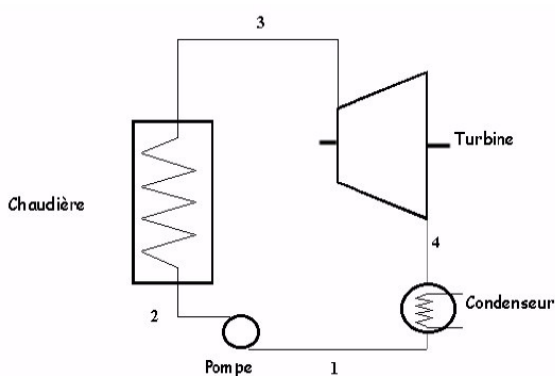


Figure.V.7. Cycle de Rankine

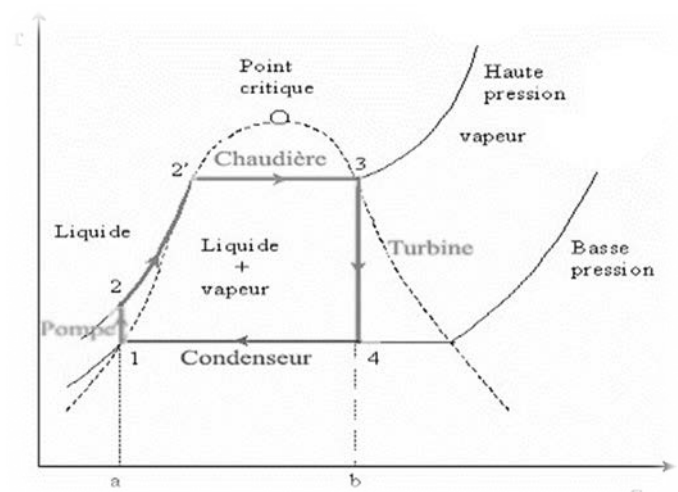


Figure.V.8. Diagramme T-S du cycle de Rankine

Les transformations idéales qui composent le cycle sont :

1-2 : un pompage adiabatique réversible effectué par la pompe

2-3 : un échange de chaleur à pression constante dans la chaudière (vaporisation)

3-4 : une détente adiabatique réversible dans la turbine

4-1 : un échange de chaleur à pression constante dans le condenseur (condensation de l'eau)

$$\text{L'efficacité du cycle de Rankine : } \varepsilon = \frac{(h_3 - h_4)}{(h_3 - h_2)}$$

VI.3.b. Cycle de Rankine avec surchauffe (cycle de HIRN)

Le cycle de la vapeur surchauffée consiste à ajouter une section de surchauffe dans la chaudière. Ce dernier est représenté schématiquement sur la figure V.9 et par le diagramme T-S sur la figure V.10. Dans le cycle de surchauffe, l'eau est transformée en vapeur sèche saturée en passant par le tambour de la chaudière, puis en vapeur surchauffée en traversant un surchauffeur avant d'entrer dans la turbine. En conséquence, la qualité du mélange liquide-vapeur à la sortie de la turbine à vapeur est améliorée [199, 201].

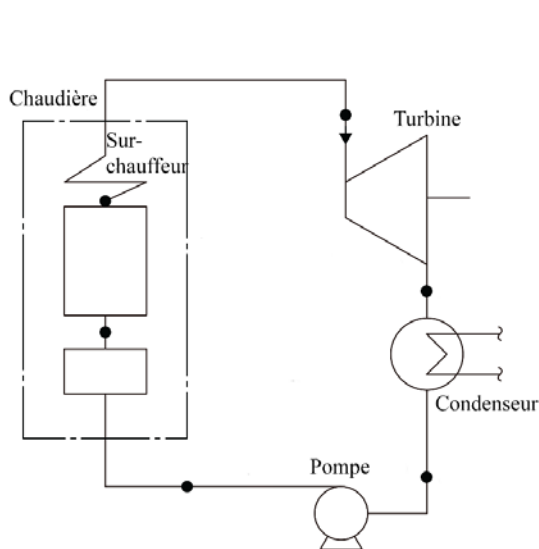


Figure.V.9. Cycle de Rankine avec surchauffe

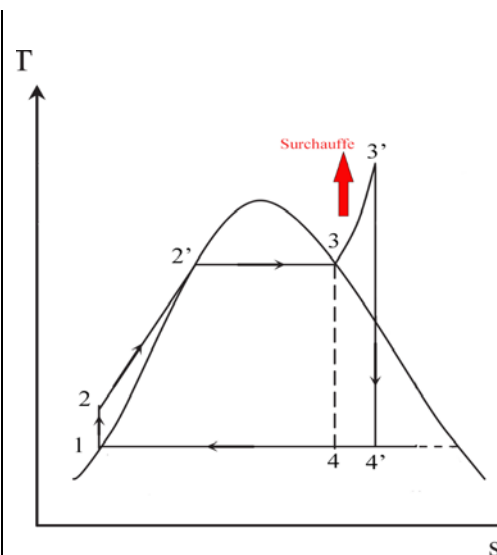


Figure.V.10. Diagramme T-S de cycle de Rankine avec surchauffe

$$\text{L'efficacité du cycle de Rankine avec surchauffe : } \varepsilon = \frac{(h_{3'} - h_{4'})}{(h_{3'} - h_2)}$$

VI.3.c. Cycle avec resurchauffe

Le cycle de réchauffement est représenté schématiquement sur la figure V.11 et par le diagramme T-S sur la figure V.12 [199, 201]. Un cycle avec resurchauffe consiste à renvoyer la vapeur qui a travaillé dans une partie de la turbine vers la chaudière où elle est réchauffée à peu près à la température d'origine. Ensuite, cette vapeur réchauffée est acheminée et détendue par le reste de la turbine avant d'être condensée dans le condenseur [199, 201].

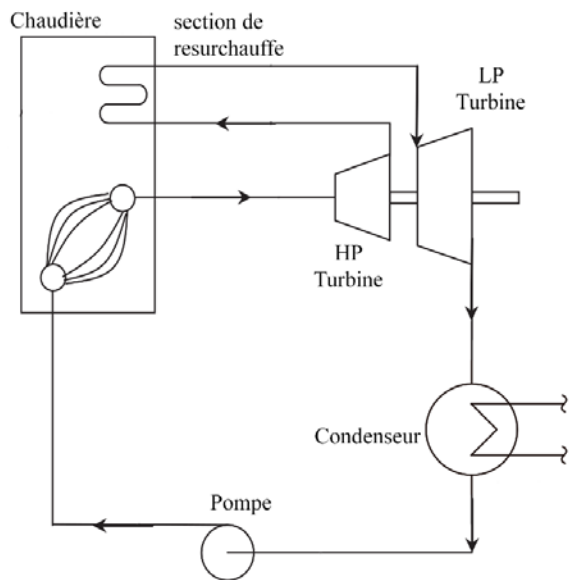


Figure.V.11. Cycle avec resurchauffe

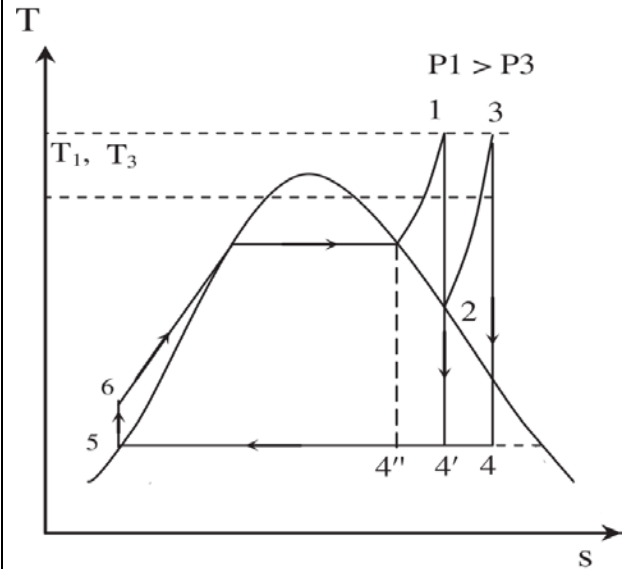


Figure.V.12. Diagramme T-S du cycle avec resurchauffe

$$\text{L'efficacité du cycle de Rankine avec surchauffe : } \varepsilon = \frac{(h_1 - h_2) + (h_3 - h_4)}{(h_1 - h_5) + (h_3 - h_2)}$$

VI.3.d. Cycle à soutirage

Le cycle à soutirage est représenté schématiquement sur la figure V.13 et par le diagramme T-S sur la figure V.14 [199, 201].

Une fraction M0 de vapeur est prélevée en cours de détente dans la turbine, à la pression PC1 et à la température T1''. Le reste de la vapeur poursuit sa détente jusqu'à la pression Pd dans le deuxième étage de la turbine.

Dans le réchauffeur la vapeur soutirée se condense et réchauffe l'eau liquide provenant du condenseur (préalablement comprimé par une pompe jusqu'à la pression Pb) à laquelle elle se mélange.

Les pompes à liquide consomment beaucoup moins en travail que les compresseurs, d'où leur intérêt dans les cycles à vapeur. Le travail ainsi consommé est très faible par rapport à celui fourni par la turbine.

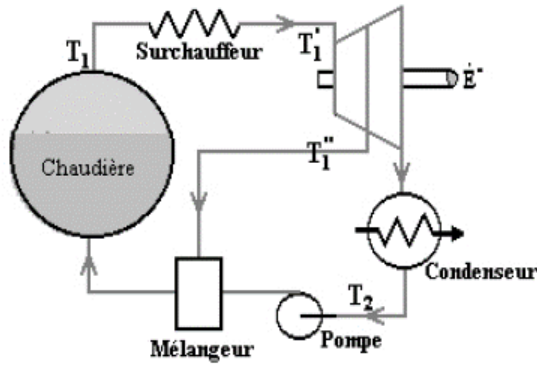


Figure.V.13. Schéma de soutirage

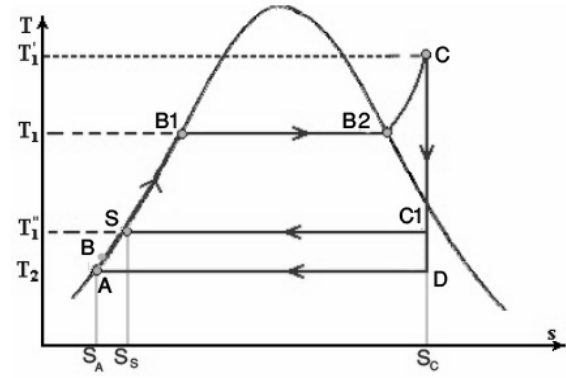


Figure.V.14. Diagramme T-S du Cycle à soutirage

L'efficacité de la turbine : $\varepsilon = \frac{W^-}{Q_C^+}$ [202]

Avec W^- : L'énergie travail fournie par la turbine ; Q_C^+ : L'énergie chaleur totale reçue par le fluide au niveau de la chaudière.

L'énergie chaleur totale reçue par le fluide au niveau de la chaudière :

L'énergie chaleur massique reçue par le fluide au niveau de la chaudière : $q_C^+ = h_c - h_s$

L'énergie chaleur totale reçue par le fluide au niveau de la chaudière : $Q_C^+ = q_C^+ \times \dot{m}_t$

Où $\dot{m}_t$ est le débit de masse du fluide dans la chaudière.

L'énergie travail fournie par la turbine (les deux étages de la turbine):

L'énergie travail massique fournie par la masse m_0 de vapeur sous-titrée : $w_2^- = h_c - h_{c1}$

L'énergie travail massique fournie par la masse m_1 de vapeur traversant les 2 étages de la turbine : $w_1^- = h_c - h_d$

L'énergie travail massique globale fournie par la vapeur dans la turbine : $w_t^- = w_1^- + w_2^-$

La masse m_0 de vapeur soutirée produit un travail massique de : $W_2^- = m_0 \times w_2^-$

La masse $(m_t - m_0)$ de vapeur traversant les deux étages de la turbine produit :

$$W_1^- = (m_t - m_0) \times w_1^-$$

L'énergie travail globale fournie par la turbine :

La masse totale m_t de vapeur entrant dans la turbine produit donc l'énergie travail :

$$W^- = W_1^- + W_2^-$$