

UNIVERSITE MOHAMMED V-AGDAL
FACULTE DES SCIENCES
Rabat



THÈSE DE DOCTORAT

N° d'ordre : CT20

Préparée en COTUTELLE

Entre

L'UNIVERSITE MOHAMMED V-AGDAL

&

L'UNIVERSIT DE GRENOBLE

Par

Najim TAHIRI

Discipline : Physique-Informatique

Spécialité : Fluides Complexes et Microfluidiques

Simulation de globules rouges modèles en microcirculation, et analyse analytique de modèles de suspensions très concentrées

Soutenue publiquement le **11 octobre 2013** devant le jury:

Président

Mr. Philippe PEYLA : Professeur, Université Joseph Fourier, Grenoble.

Examineurs

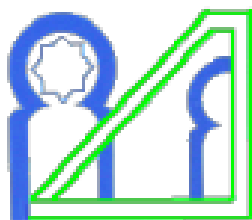
Mr. Chaouqi MISBAH : Directeur de recherche CNRS, Grenoble.

Mr. Hamid EZ-ZAHRAOUY : Professeur, Faculté des Sciences Rabat.

Mr. Klaus KASSNER : Professeur, Université Otto-von-Guericke, Magdeburg.

Mr. Mohamed GUEDDA : Professeur, Université de Picardie Jules Verne, Amiens.

Mr. Abdelilah BENYOUSSEF : Professeur, Faculté des science, Rabat.



UNIVERSITE MOHAMMED V-AGDAL
FACULTE DES SCIENCES
Rabat



THÈSE DE DOCTORAT

N° d'ordre : CT20

Préparée en COTUTELLE

Entre

L'UNIVERSITE MOHAMMED V-AGDAL

&

L'UNIVERSIT DE GRENOBLE

Par

Najim TAHIRI

Discipline : Physique-Informatique

Spécialité : Fluides Complexes et Microfluidiques

Simulation de globules rouges modèles en microcirculation, et analyse analytique de modèles de suspensions très concentrées

Soutenue publiquement le **11 octobre 2013** devant le jury:

Président

Mr. Philippe PEYLA : Professeur, Université Joseph Fourier, Grenoble.

Examineurs

Mr. Chaouqi MISBAH : Directeur de recherche CNRS, Grenoble.

Mr. Hamid EZ-ZAHRAOUY : Professeur, Faculté des Sciences Rabat.

Mr. Klaus KASSNER : Professeur, Université Otto-von-Guericke, Magdeburg.

Mr. Mohamed GUEDDA : Professeur, Université de Picardie Jules Verne, Amiens.

Mr. Abdelilah BENYOUSSEF : Professeur, Faculté des science, Rabat.

Remerciements

Ce travail de thèse a été réalisé en cotutelle entre le Laboratoire de Magnétisme et Physique des Hautes Energies à l'Université Mohammed V- Agdal sous la direction de Monsieur **Hamid EZ – ZAHRAOUY**, Professeur à la Faculté des Sciences de Rabat, et co-encadré par Monsieur **Abdelilah BENYOUSSEF**, Professeur à la Faculté des Sciences de Rabat, et le Laboratoire Interdisciplinaire de Physique à l'Université de Grenoble sous la direction de Monsieur **Chaouqi MISBAH**, Directeur de recherche CNRS, Grenoble.

Je tiens en particulier à exprimer ma plus sincère gratitude à mes directeurs de thèse, Mr. **Hamid EZ – ZAHRAOUY**, Professeur d'enseignement supérieur à la facultés des sciences de Rabat, et Mr. **Chaouqi MISBAH**, Directeur de recherche au CNRS-France, pour avoir acceptés de diriger mes recherches, et pour m'avoir apportés leur expertises avec la plus grande disponibilité tout au long de cette thèse. Cette co-direction a donnée lieu à des échanges riches, à des confrontations de points de vue différents, et c'est réellement de la synthèse de ces points de vue que sont nées les idées et les méthodes développées dans ce mémoire. Je leur suis profondément reconnaissant de la confiance qu'ils m'ont accordé en autorisant mes recherches à prendre cette orientation variée.

Je tiens à remercier très chaleureusement le Professeur **Abdelilah BENYOUSSEF**, Professeur de l'enseignement supérieur à la Faculté des Sciences de Rabat, de m'avoir soutenu tout le temps, pour ses conseils, ses critiques objectives qui m'ont permis de tracer mon chemin dans la recherche et pour ses fortes qualités humaines.

Je remercie, Monsieur **Philippe PEYLA**, Professeur à l'Université Joseph Fourier, Grenoble, qui a accepté d'être le Président du jury de ma soutenance de thèse.

Mes remerciements vont également à Monsieur **Klaus KASSNER**, Professeur à l'Université Otto-von-Guericke, Magdeburg, et Monsieur **Mohamed GUEDDA**, Professeur à l'Université de Picardie Jules Verne, Amiens, qui m'ont fait l'honneur de juger mon travail comme rapporteurs et examinateurs. Qu'ils soient assurés de ma profonde reconnaissance.

Je remercie également toute l'équipe de LMPHE, le professeur Abdallah El Kenz, le profes-

seur Mohammed Loulidi et le professeur Lahoucine Bahmad.

Un grand merci a tous les personnels du Laboratoire Interdisciplinaire de Physique, spécialement, l'équipe DYFCOM.

Une thèse de doctorat est un travail bien trop personnel pour pouvoir se passer du soutien de ses proches. Je tiens tout particulièrement à remercier mes parents ainsi que mes frères Hicham et Oualid, ma soeur Ouarda et toute ma famille. Enfin je termine par remercier mes amis Nouradine, Abdelmalik, Ahsain et Ali.

Table des matières

I	Introduction générale	1
1	Rhéofluidification du sang	1
2	L'effet Fåhræus et Linqvist	3
3	Conséquence sur la répartition du sang	5
4	L'avènement de la microfluidique	6
5	Les globules rouges ont tendance à adopter des formes non symétriques dans la microvascularisation	7
6	Particules déformables	8
6.1	Capsules	9
6.2	Globules Rouges	10
6.3	Vésicules	12
7	Particules rigides	13
8	Contribution de cette thèse	15
8.1	Diagramme de phase de vésicules sans contraste de viscosité sous écoulement de Poiseuille	15
8.2	Diagramme de phase de vésicules avec contraste de viscosité sous écoulement de Poiseuille	17
8.3	Vésicules sous cisaillement linéaire confiné	17
8.4	Particules rigides	17
II	Modèle de vésicule, équation hydrodynamique et méthode intégrale de frontière	21

Table des matières

1	Modèle de vésicule	21
1.1	Vésicules et les propriétés mécaniques	21
1.2	Force de la membrane	23
1.3	Formes d'équilibres d'une vésicule	26
2	Equations hydrodynamiques	27
2.1	Equation de Navier-Stokes et nombres sans dimensions	27
2.2	Equation de Stokes à faible nombre de Reynolds	32
3	Conditions aux limites sur la membrane	33
4	Méthode intégrale de frontière	33
4.1	Application numérique et test de convergence	36
III Vésicule dans un écoulement de Poiseuille confiné		40
1	Introduction	40
2	Profil de vitesse et paramètres sans dimensions	41
2.0.1	Profile de vitesse	41
2.0.2	Paramètres sans dimensions	41
3	Migration latérale et forme	42
3.1	Migration latérale de la vésicule	43
3.2	Forme et dynamique de la vésicule	45
3.2.1	Formes pantoufle (Slipper)	45
3.2.2	Forme parachute	45
3.2.3	Oscillation centrée de la forme (Centered Snaking)	46
3.2.4	Oscillation non centrée de la forme (Off-Centered Snaking)	49
3.2.5	Forme cacahuète (Peanut)	50
4	Diagramme de phase	51
4.1	Sans contraste de viscosité ($\lambda = 1$)	51
4.1.1	Effet du confinement (C_n)	52
4.1.2	Effet de la rigidité membranaire Ca	55
4.2	Cas avec contraste de viscosité ($\lambda = 5$)	58
4.2.1	Effet du nombre capillaire (Ca)	58
4.2.2	Coexistence pantoufle-parachute	61
4.2.3	Pourquoi la forme pantoufle va plus vite que la forme parachute?	62
IV Vésicule dans un écoulement de Cisaillement confiné		63
1	Introduction	63

2	Effet du nombre capillaire	65
3	Effet du confinement C_n	67
4	Conclusion	71
V Propriétés rhéologiques des particules rigides en suspension dans un écoulement de Poiseuille confiné		72
1	Introduction	72
2	Modèles et équation de Stokes : Résolution Analytique	73
2.1	Cas d'une seule particule	75
2.2	Cas de plusieurs particules	79
2.2.1	Champ de vitesse	79
2.2.2	Calcul de la dissipation et de la viscosité effective	80
2.3	Analyse de la dissipation et de la viscosité effective	84
3	Résolution Numérique	84
3.1	Introduction	84
3.2	Théorie de la dynamique des particules de fluide (FPD)	85
3.3	Méthode de projection	87
3.4	Discrétisation "Mac-grid"	88
3.5	Algorithme numérique pour la méthode de FPD	92
3.6	Approche numérique en $2D$ pour simuler les plaques rectangulaires	93
4	Comparaison entre les résultats analytiques et numériques	94
4.1	Vitesse, dissipation et viscosité effective des particules	94
5	Conclusion et implication	96
VI Conclusion Générale		99
Annexe		101
1	Dérivation de la vitesse de translation et de rotation dans le cas de N particules	101
2	Relation entre la dissipation et le débit	103
3	Expression de la dissipation pour N particules	104
Bibliographie		106

Chapitre I

Introduction générale

Le sang est un fluide complexe (dit aussi non newtonien) : ses lois d'écoulements n'obéissent pas aux lois standard des fluides ordinaires (comme l'eau par exemple), décrits par l'équation de Navier-Stokes. Les lois d'écoulements du sang restent à bâtir. La complexité vient d'un couplage non trivial entre les globules rouges (composantes majoritaires du sang), qui bougent et changent incessamment de forme, d'orientation et le fluide porteur. Le mouvement des globules agit à son tour sur l'écoulement global du sang, et ainsi de suite. Le problème général consiste à comprendre le mouvement des globules sous différents écoulements et géométries (y compris les circuits microfluidiques mimant les réseaux sanguins) et leurs interaction avec le fluide porteur, où il doit émerger l'ultime loi de comportement du sang.

Le sang est un matériau non homogène, formé principalement par un fluide (le plasma) et des globules rouges (GR). Les GR occupent (chez un individu sain) environ 45% du volume, les globules blanc, les plaquettes et les protéines, en occupent moins de 1%, le volume restant est occupé par le plasma. Ce sont donc essentiellement les GR qui déterminent les propriétés de l'écoulement sanguin. Lors du déplacement des GR dans le réseau circulatoire (réseau très complexe ; voir Fig. I.1), ils peuvent se déformer sous l'effet de l'écoulement et montrer des dynamiques complexes (on en verra une partie de ces mouvements par la suite), donnant au sang des propriétés d'écoulement très particulières. Nous décrivons ci-après certaines propriétés essentielles du sang.

1 Rhéofluidification du sang

Décrivons à présent quelques propriétés de structures et d'écoulements du sang. Au repos, vu au microscope, le sang présente une structuration spatiale complexe : les GR paraissent empilés comme des assiettes, formant ce que l'on appelle *rouleaux* (voir Fig. I.2). Ces rouleaux sont induits par les protéines du plasma, le fibrinogène, en particulier. Si on soumet le sang à un

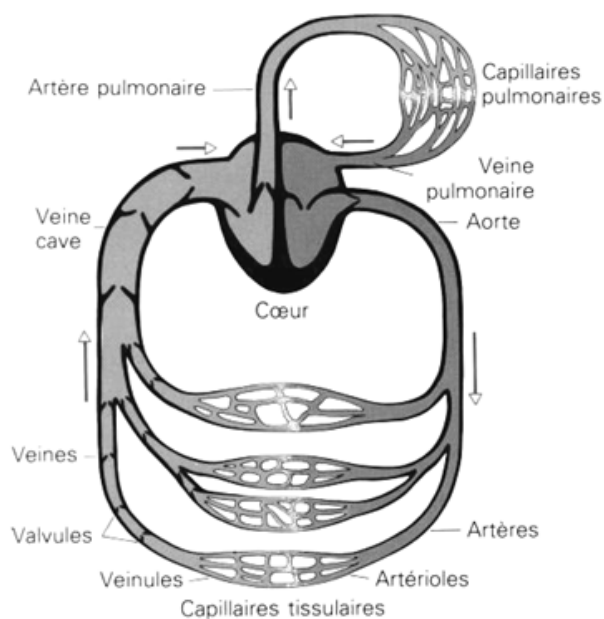


Figure I.1 – Schéma du réseau de la circulation sanguine.

écoulement de cisaillement ces rouleaux vont se détruire peu à peu. La mesure de la viscosité du sang en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ révèle une diminution notable (d'environ une décade) dans la gamme $\dot{\gamma} \sim 1 - 10 \text{ s}^{-1}$, et sature au delà d'un taux de cisaillement de l'ordre de 10 s^{-1} (voir Fig. I.3). Les fluides dotés de cette propriété sont appelés *rhéofluidifiants* (shear-thinning en anglais). La rhéofluidité est une conséquence directe de la destruction des rouleaux au fur et à mesure que $\dot{\gamma}$ augmente. Il convient de préciser qu'il est souvent dit dans la littérature que la notion de rouleaux est peu importante dans l'organisme, car le taux de cisaillement moyen est au moins de quelques dizaines de s^{-1} et par conséquent la viscosité a déjà atteint sa valeur de saturation (voir Fig. I.3). Cette conclusion a été remise en question récemment en microcirculation où il a été mis en évidence des rouleaux qui persistent même si le taux de cisaillement est très fort [1].

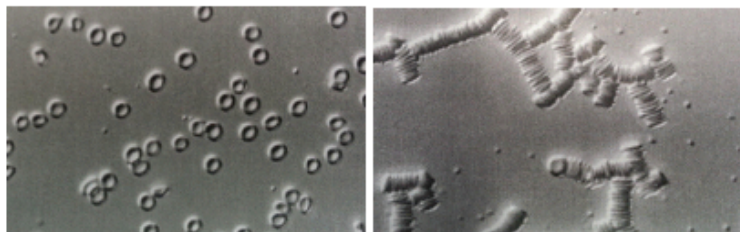


Figure I.2 – A gauche : un échantillon sanguin en absence de protéines coagulantes ; les cellules sont individuelles. A droite : un échantillon sanguin en présence de protéines coagulantes.

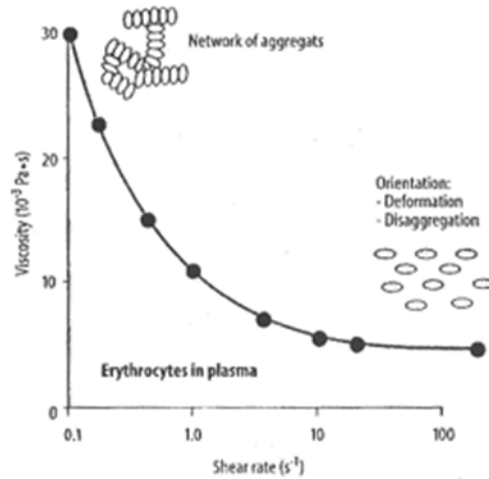


Figure I.3 – La viscosité du sang en fonction du taux de cisaillement montrant une diminution importante (cette diminution est connue sous le nom de rhéofluidification (ou shear-thinning en anglais)) avant une saturation. Cette chute de viscosité est associée à la destruction des rouleaux en augmentant le taux de cisaillement, et le plateau est atteint quand tous les rouleaux sont dissociés en cellules individuelles.

2 L'effet Fåhræus et Linqvist

Par ailleurs, au milieu du 19^{ème} siècle, Poiseuille a rapporté que dans le réseau microvasculaire de petits animaux (la grenouille, en particulier) étudiés, les GR ont tendance à s'éloigner des parois vasculaires (créant ainsi une couche de déplétion de GR). Trouvant qu'il n'était pas facile de manipuler le sang in vitro, Poiseuille attachait son importance à l'étude de fluides simples (comme l'eau). Il a conçu un dispositif expérimental qui lui a permis d'établir sa loi bien connue

$$Q = \frac{\pi}{128} \frac{\Delta P D^4}{L \eta} \quad (\text{I.1})$$

où Q est le débit, ΔP la différence de pression imposée (elle est constante), D est le diamètre du tube cylindrique, L la longueur du tube et η la viscosité du fluide. En général, toutes les quantités sont relativement et facilement accessibles, sauf la viscosité η . Donc la loi de Poiseuille peut être utilisée afin de déterminer la viscosité des fluides. Or, et c'est là, un point très important, si la viscosité des fluides ordinaires est une propriété intrinsèque, il n'est rien pour les fluides complexes, comme le sang. En effet, en utilisant la loi (I.1) pour analyser les écoulements sanguins, l'expérience montre que η dépend du diamètre du tube. Plus précisément,

Chapitre I. Introduction générale

Fåhræus et Linqvist ont montré [2] que pour un diamètre de tube inférieur à $300\mu m$, la viscosité du sang décroît avec le diamètre du tube de plusieurs unités (Fig. I.4) et ce jusqu'à ce que D atteigne une valeur d'environ $D \simeq 10\mu m$ où la viscosité se met à croître. Ce phénomène est connu sous le nom d'effet "Fåhræus-Linqvist".

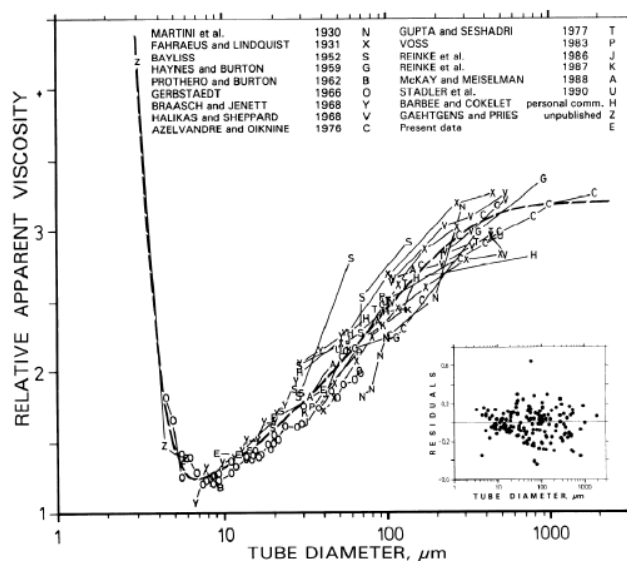


Figure I.4 – Viscosité apparente d'une suspension de globules rouges circulant dans des tubes en verres de différents diamètres, pour un hémocrite de débit de 45%. La courbe représente la loi phénoménologique associée, et les ronds sont les valeurs expérimentales [3].

La diminution de la viscosité apparente du sang avec le diamètre est liée au phénomène de migration des globules rouges au centre du canal, et à la formation d'une couche d'exclusion (ou de déplétion) plasmique aux parois, comme l'avait observé Poiseuille sur des grenouilles. La couche de déplétion a deux origines : (i) la force de portance due à la paroi (la paroi repousse les globules) (étudié théoriquement [4, 5] et expérimentalement [6, 7] sur des vésicules) (ii) la courbure de l'écoulement de Poiseuille qui tend en général à pousser également les globules vers le centre de Poiseuille (des études théoriques et expérimentales ont confirmé ce phénomène [8–10]).

En conséquence, la viscosité apparente du sang qui circule dans un petit vaisseau est inférieure à la viscosité de la même suspension dans un tube de plus grand diamètre, où la répartition des globules est uniforme. Pour les diamètres inférieurs à $5\mu m$, les globules y circulent en file indienne et se déforment beaucoup, ce qui explique l'augmentation de la viscosité avec la diminution du diamètre.

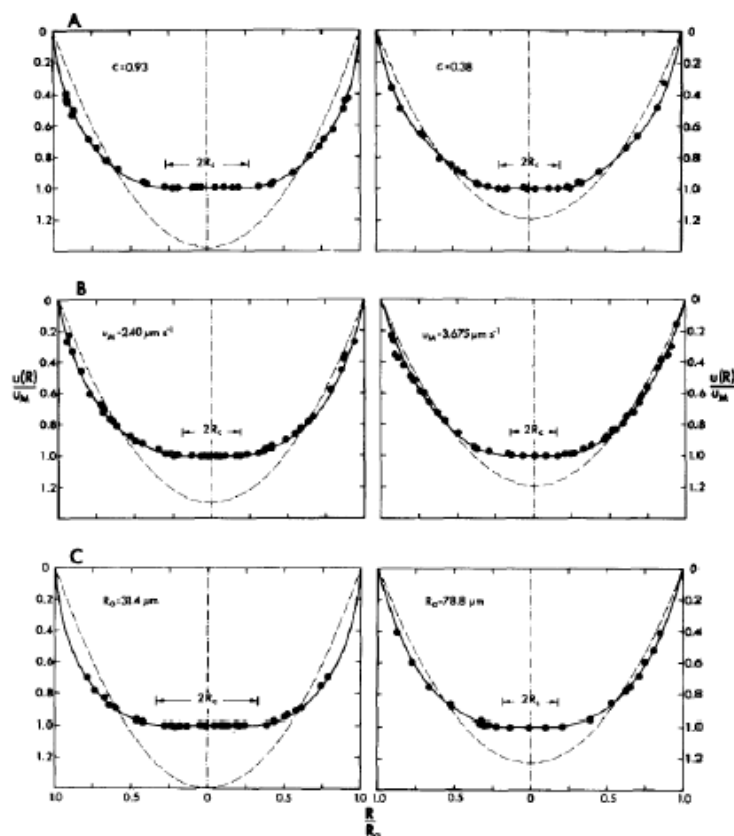


Figure I.5 – Profils de vitesse de globules rouges traceurs dans une suspension de globules rouges, montrant les effets de : (A) la concentration, (B) le débit, (C) le rayon du tube en verre. Les longueurs sont adimensionnées par le rayon du tube et les vitesses par la vitesse maximale des globules (μm). Pour chaque cas, la ligne pointillée indique le profil de vitesse du fluide pour un écoulement de Poiseuille de même débit [11].

3 Conséquence sur la répartition du sang

L'analyse des écoulements sanguins *in vitro* révèle l'aplatissement des profils de vitesses des globules rouges. Ce phénomène est d'autant plus marqué que le diamètre du vaisseau est petit, que le débit est faible et que l'hématocrite est grand, comme cela a été montré *in vitro* par Goldsmith et Marlow [11], voir Fig. I.5. Ces profils de vitesse montrent l'existence d'un amas concentré de globules rouges, plus ou moins large, avançant à la vitesse maximale au centre du canal. Par contre, hors du centre, la vitesse des globules rouges diminue au fur et à mesure que l'on s'approche des parois. Au sein d'un capillaire, les globules rouges circulent en file indienne (ils passent un par un) et peuvent se déformer fortement dans les capillaires (voir exemple *in vitro*, Fig. I.6 (B) et (C)). Les interactions entre les globules rouges et la paroi du capillaire y sont importantes.

4 L'avènement de la microfluidique

L'avènement de la microfluidique a ouvert la voie à diverses études sur le sang durant les 15 dernières années. De nombreux modèles *in vitro* de la microcirculation ont vu le jour. Par exemple, Shelby en 2003 [12] a mis en évidence le grand potentiel des microcanaux en *PDMS* pour caractériser le comportement complexe des globules rouges individuels, infectés par la "malaria", sous un écoulement similaire aux écoulements capillaires *in vivo*. Les réseaux de microcanaux constituent également un très bon outil pour analyser la déformabilité des globules rouges [13] (Fig. I.6) ou encore pour étudier la répartition du débit sanguin au niveau de microbifurcations [14]. Il serait trop ambitieux d'exposer ici toutes les vertus de la microfluidique. Notre objectif a pour but simplement de mentionner l'importance de cette technique dans les recherches actuelles.

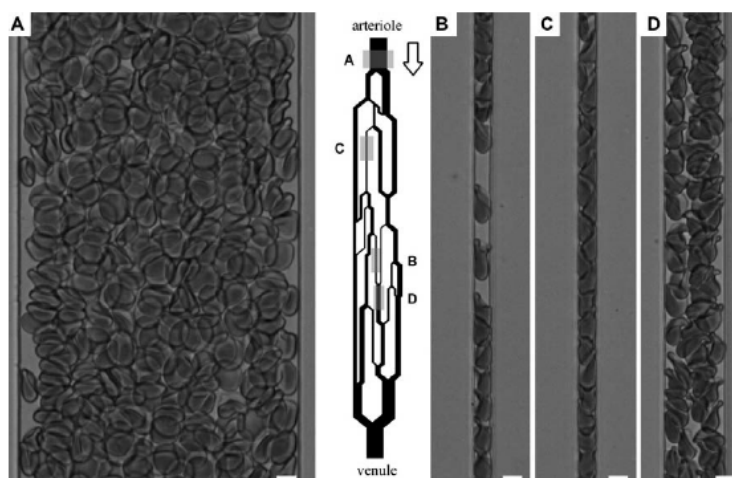


Figure I.6 – Globules rouges circulant dans un microsystème en *PDMS* schématisé au centre de la figure. Les canaux ont tous une profondeur de $5\mu m$, la barre d'échelle représente $5\mu m$ sur les images. L'écoulement a lieu du haut vers le bas sur les images. (A) Globules rouges dans un canal large ($70\mu m$) : les globules sont peu déformés au centre du canal, ils se déforment principalement près des parois, à cause du taux de cisaillement, et lors de collisions entre globules. (B) Dans un petit capillaire de $5\mu m$: les globules rouges se déforment et apparaissent en forme de "parachute". (C) Le même petit capillaire pour un hématokrite plus élevé : les globules se déforment et circulent à la file. (D) Ecoulement multi-file de globules rouges dans un plus grand capillaire ($13\mu m$) recevant, en amont, les globules de deux capillaires convergents [13].

5 Les globules rouges ont tendance à adopter des formes non symétriques dans la microvascularisation

Un fait important dans la microcirculation, qui nous occupera dans cette thèse, est la tendance des globules rouges à adopter une forme non symétrique (dite "pantoufle" ou "Slipper"), qu'on doit différencier de la forme symétrique appelée souvent Parachute. Ces deux formes sont montrées sur la figure I.7. Les premières observations remontent à environ 45 ans, observations rapportées par Skalak and Branemark [15]. Ces auteurs ont rapporté sur des images prise in vivo où on peut distinguer clairement les formes non symétriques des globules rouges (Fig. I.7). Cette étude expérimentale a été poursuivie Gaehtgens et al. [16]. D'autres études ont vu le jour par la suite dans différents groupes [17–20]. Il est clair maintenant que ces formes non symétriques naissent en augmentant la force de l'écoulement. Sur le plan théorique Secomb et al. [21], en utilisant une théorie de lubrification ont montré l'existence de solutions de type Slipper. Une telle forme a été occasionnellement observée par Pozrikidis en simulation numérique [22]. Récemment, il a été montré que la solution Slipper [23] résulte d'une instabilité morphologique intrinsèque; il s'agit d'une bifurcation avec brisure spontanée de la symétrie. On verra que la situation est bien plus complexe que cette image simple.

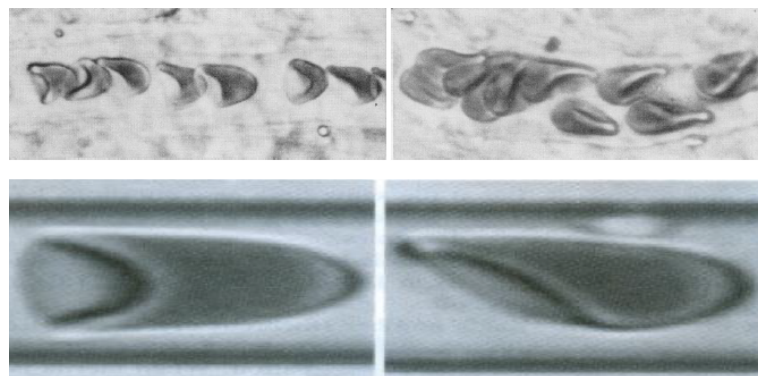


Figure I.7 – Des images de globules rouges observées dans un capillaire en verre. A gauche une forme parachute symétrique. A droite, une forme non symétrique, appelée "Slipper" [17].

Dans ce qui suit, nous présentons une brève description des systèmes étudiés (particules déformables et rigides), et leur analogues biomimétiques ou biologiques.

6 Particules déformables

Nous entendons par le terme "particules déformables", toutes sortes de particules en suspension avec la capacité de changer leur forme quand elles sont soumises à des forces externes, principalement à des contraintes hydrodynamiques. Parmi les particules déformables usuelles,

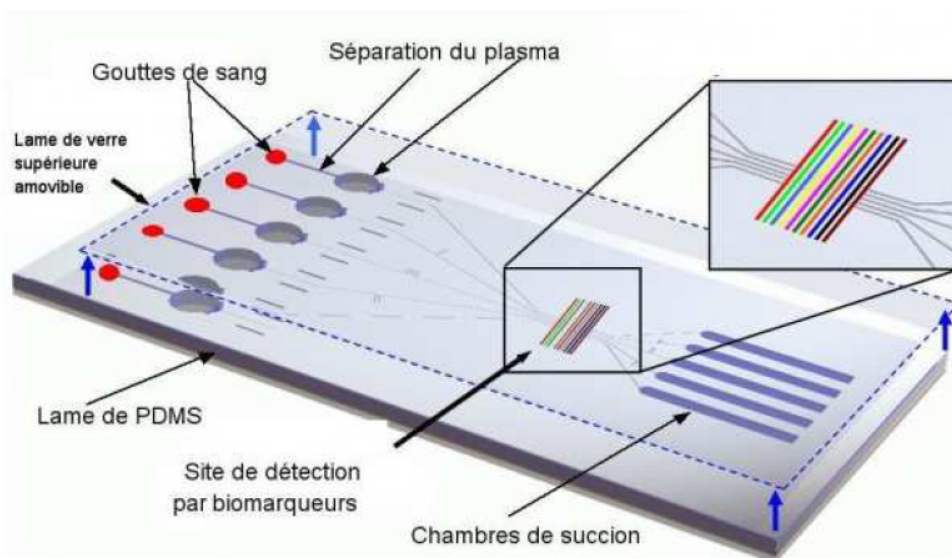


Figure I.8 – Mini dispositif qui pourrait analyser une goutte de sang en quelques minutes : image extraite de <http://les-sciences-pour-les-metiers-de-demain.onisep.fr/>

on peut citer les gouttes, qui ont été étudiée largement, soit leur déformation [24], ou leur propriétés de mouillage sur un substrat [25]. Ces dernières années nous assistons à un véritable engouement vers l'étude des autres particules, déformables, soit biologiques (comme les globules rouges) ou artificielles (comme les capsules) ou biomimétiques (comme les vésicules).

Le globules rouge est un système très étudié actuellement, en particulier à cause de sa prédominance dans le sang et les retombées biomédicales potentielles. Une littérature considérable a été consacrée à ce sujet. L'intérêt que représente le globule rouge, a conduit à imaginer des systèmes biomimétiques qui sont les capsules ou les vésicules. Ces systèmes ont attirées l'attention de la communauté scientifique ces dernières années [26–30]. Ceci est dû en partie à la simplicité et la capacité de ces modèles à reproduire certains comportements dynamiques observés pour les globules rouges.

Par ailleurs, l'avènement de dispositifs microfluidiques et leur capacité de trier différentes entités en fonction de leur propriétés mécaniques (taille, déformation, fluide encapsulé, etc ...)

[31–33] est considéré comme des outils prometteur de diagnostic en matière de recherche médicale (Fig. I.8). Ainsi, la compréhension des propriétés de transport des particules déformables a connu un regain d'intérêt ces dernières années. Ci-dessous une très brève description de la structure et des propriétés de chaque particule déformable (capsule, globule rouge et vésicule). Le modèle de la vésicule sera étudié en détail dans le chapitre suivant, il représente le sujet d'intérêt de la présente thèse.

6.1 Capsules

Une capsule est constituée d'une fine membrane (souvent de polymères) déformable entourant un milieu interne. Cette définition couvre un grand nombre de particules allant des capsules naturelles, telles que les globules rouges, aux capsules artificielles. Ces dernières, qui peuvent contenir des produits très variés, sont présentes dans de nombreuses applications industrielles. Elles sont utilisées par exemple dans la fabrication de produits de consommation courante, comme les pesticides, les films photographiques, les encres d'imprimerie ou les produits cosmétiques (vernis, crèmes de beauté, etc...).

Dans le domaine agroalimentaire, on a recours à l'encapsulation pour des additifs alimentaires (le bêta-carotène ajouté dans les céréales comme apport en vitamine A), dont on veut préserver les principes actifs, ou pour des substances médicamenteuses, telles que les antibiotiques, dont on veut contrôler le goût [34].

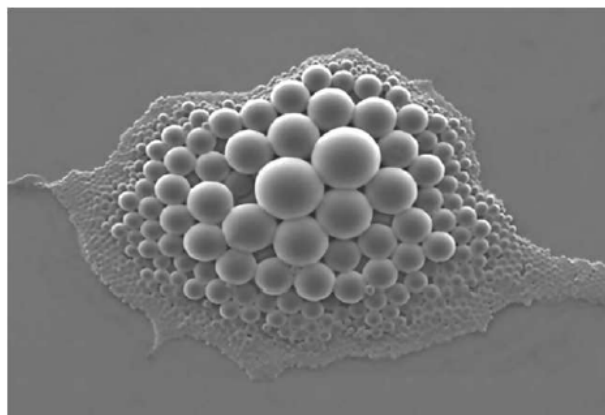


Figure I.9 – Microcapsule de polymère auto-guérison : image extraite de <http://effervesciences.blog.fr>

L'encapsulation présente l'intérêt majeur qui permettra aux actifs principales contenus dans la capsule d'atteindre les points cibles où leur efficacité sera maximale, et de maîtriser la libération de ces produits. Les capsules peuvent aussi intervenir dans d'autres domaines tels que

Chapitre I. Introduction générale

le génie biomédical (thérapie par convoyage de drogues encapsulées), et notamment, servir au traitement de maladies comme le diabète [35].

Les capsules de synthèse sont utilisées dans de nombreuses applications industrielles ou cliniques (Fig. I.9). Sur le plan physique, une capsule a une membrane fine qui est extensible et est dotée d'une élasticité de membrane (souvent une élasticité non linéaire). Les tailles typiques des capsules vont du μm au mm . Les capsules peuvent montrer plusieurs régimes dynamiques, semblables à des globules rouges.

6.2 Globules Rouges

L'écoulement sanguin a été au centre de l'attention des scientifiques depuis le 19^{ème} siècle (Poiseuille a dérivé sa célèbre loi pour l'écoulement d'un fluide newtonien dans une conduite en 1838, dans le but de comprendre la circulation sanguine dans les capillaires).

Le sang est un fluide complexe, constitué par le plasma ; environ 55% de son volume et le 45% restant est composé par les globules rouges (hématies), les globules blancs et les plaquettes occupent ensemble moins de 1% (Fig. I.10). En général l'écoulement sanguin est affecté par le plasma et les globules rouges, et les autres composants peuvent être négligés lorsque on parle d'une modélisation mécanique.

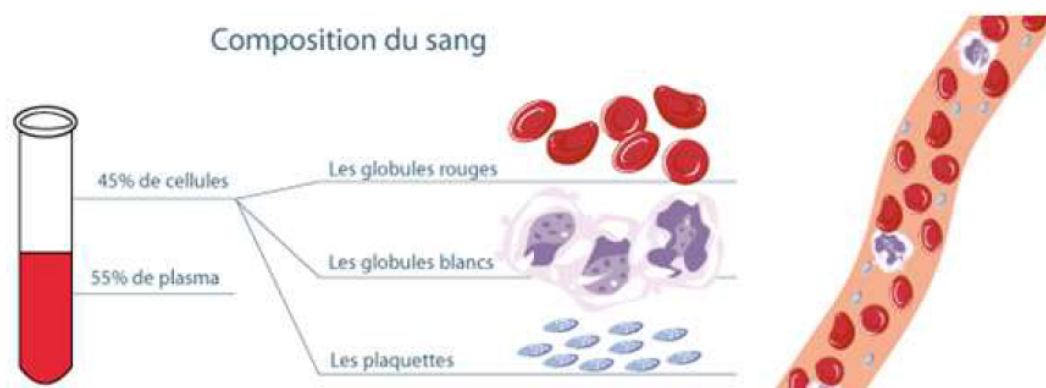


Figure I.10 – Illustration schématique de la composition du sang : image extraite de <http://donner-sonsang.com/>.

Un globule rouge, s'appelle aussi hématie ou érythrocyte est une cellule qui circule dans le sang (Fig. I.11). Sa forme caractéristique est biconcave, avec deux faces concaves opposées. Leur diamètre est environ de $8\mu m$ et ils sont remplis par une suspension dense d'hémoglobine.

Ce contenu interne est vu comme un fluide newtonien qui est environ sept fois plus visqueux que l'eau à la température physiologique, et aussi responsable du transport de l'oxygène dans les poumons et dans les cellules du corps, grâce à l'hémoglobine contenue dans l'ergastoplasme, ainsi sur la régulation du pH sanguin et le transport du CO_2 grâce à l'anhydrase carbonique, une enzyme présente à la surface des hématies qui transforme les bicarbonates en CO_2 ou l'inverse, selon les besoins du corps.

Classiquement, un globule rouge apparaît entre lame et lamelle sous la forme d'un disque biconcave, il ressemble à un tout petit beignet (Fig. I.11) et sa durée de vie est d'environ 120 jours.



Figure I.11 – Image des globules rouges.

La membrane des globules rouges est composée par une bicouche lipidique (comme toutes les cellules humaines)(Fig. I.12). Le cytosquelette, qui possède entre autres la fonction de la préservation de l'intégrité cellulaire, est composé par des filaments d'une protéine (spectrine), qui forment un réseau à deux dimensions. La bicouche lipidique résiste fortement à la dilatation de surface et s'oppose à la flexion de surface, tandis que le cytosquelette possède des propriétés élastiques (il permet des déformations, mais exerce une force de rappel vers la forme originale de la membrane).

Les globules rouges sont très déformables, précisément, parce qu'ils n'ont pas de noyau. Cette caractéristique permet aux cellules de passer à travers les minuscules capillaires qui sont trois à quatre fois plus petits que leur diamètre au repos. Un globule rouge sous écoulement

présente un comportement hautement non trivial [36, 37].

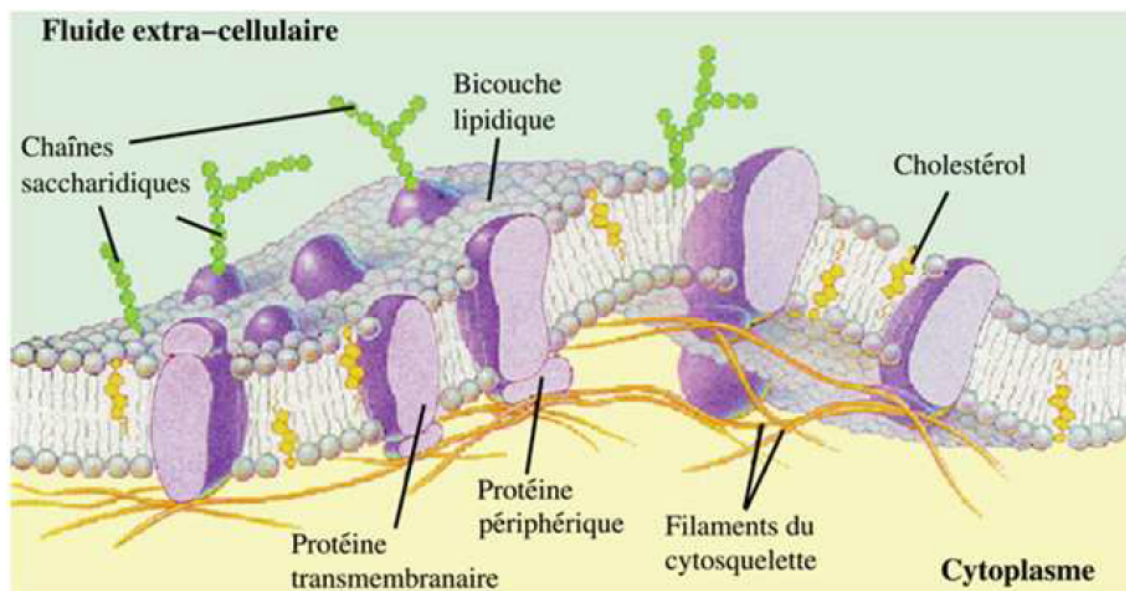


Figure I.12 – Partie de la membrane cellulaire bicouche phospholipidique d'une globule rouge : image extraite de <http://cours-pharmacie.com/biologie-cellulaire/les-membranes-cellulaires.html>.

6.3 Vésicules

Une vésicule est une membrane fermée, qui contient un fluide interne et immergée dans un second fluide. Sa membrane est constituée d'une bicouche de phospholipides, cette structure est due au caractère amphiphile de ces molécules. A température ambiante, cette membrane est généralement en phase liquide; il s'agit donc d'un fluide bidimensionnel incompressible; notamment, l'aire de cette membrane reste toujours constante. Leur diamètre typique varie de quelques dizaines de nanomètres à plusieurs centaines de micromètres. Comme exemple, les vésicules qui sont à l'intérieur du cytoplasme de cellules véritables (qui ont des fonctions de transport de substances telles que les protéines) sont assez de petites taille, typiquement de l'ordre de 100nm . Les vésicules étudiées expérimentalement (au LIPHy) sont assez grandes en taille, typiquement de l'ordre $10 - 100 \mu\text{m}$, et sont appelées vésicules unilamellaires géantes (GUV).

Ces vésicules sont préparées par la méthode électroformation [38] : mise en contact sous champ alternatif d'un film de lipides déposés sur un substrat d'ITO avec une solution aqueuse pendant 4 heures (Fig. I.13).

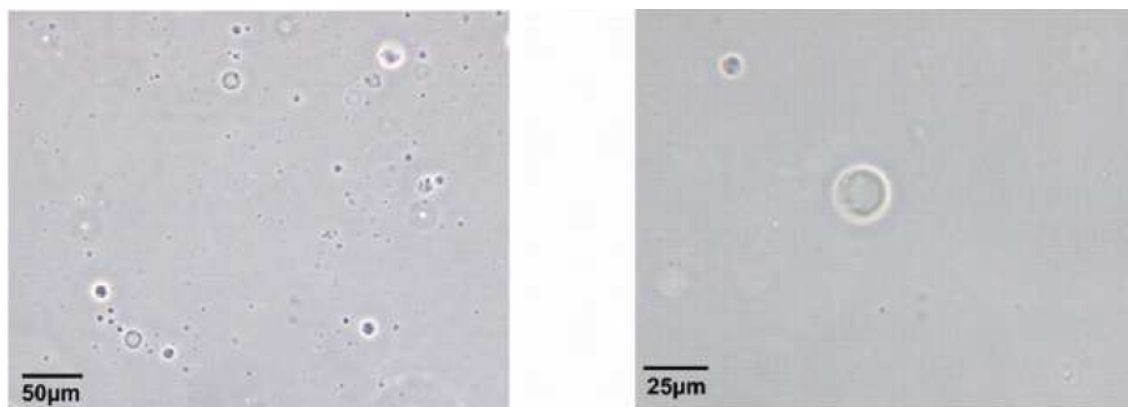


Figure I.13 – Préparation de vésicules géantes à partir des catalipids synthétisés ont été optimisée à l'aide du procédé de gonflement ou par électroformation : image extraite de <http://istpace.org/>.

Les vésicules lipidiques sont des systèmes et des modèles intéressants. Les vésicules peuvent être considérées comme une première approximation des globules rouges (elles sont en quelque sorte des globules rouges sans réseau de cytosquelette et ayant une membrane faite seulement de molécules de phospholipides). Néanmoins, la dynamique (mouvement, formes) de ces objets déformables sous écoulement ou sous contraintes extérieures fortes est non triviale et la description théorique de leur comportement n'est pas simple, car leur forme est libre et se couple aux écoulements environnants. Il existe plusieurs études expérimentales et théoriques [4–6, 39–43]. Une revue récente de l'étude de ces objets sous écoulement peut être trouvée dans la référence [29].

7 Particules rigides

Afin d'approcher des situation complexes d'organisation dans les fluides complexes, comme le sang, à forte concentration, il devient difficile de pouvoir, même à l'aide de simulations, d'arriver à des résultats quantitatifs (les temps de calcul sont très lents, sans parler des problèmes numériques, comme la stabilité, la précision...). Ainsi, nous avons essayé dans cette thèse d'explorer analytiquement certaines situations très concentrés à l'aide de particules rigides de géométrie simples. Au préalable, nous décrivons brièvement certaines suspensions de particules rigides.

Dans la nature et l'industrie il existe un grand nombre de matériaux qui peuvent être représentés par un mélange de fluide et de particules solides.

Leur comportement à l'échelle macroscopique (l'échelle des pièces moulées pour les écoule-

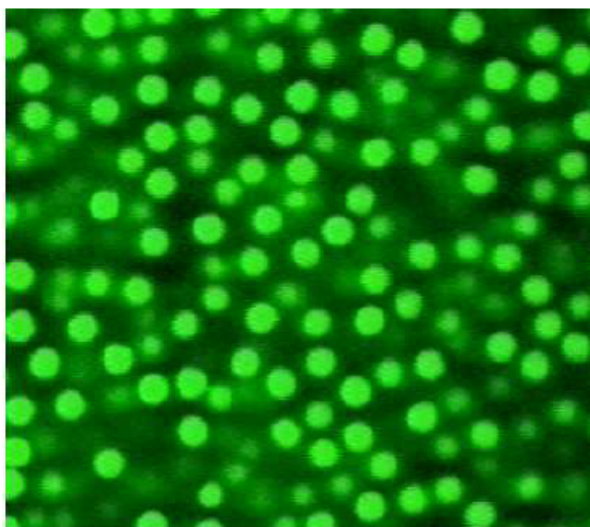


Figure I.14 – Suspension de particules rigides et sphériques utilisées pour un modèle de lunette [44].

ments de composites utilisés dans l'industrie) est fortement lié aux interactions entre le fluide et les particules d'une part, et entre les particules d'autre part. Pour les suspensions les plus simples (toutes les particules sont identiques à faible concentration et sans interaction entre elles, il n'y a que l'interaction hydrodynamique), il existe des modèles de comportement macroscopique construits par l'homogénéisation des différentes grandeurs microscopiques sur un volume élémentaire représentatif du mélange.

Les résultats de ces modèles sont en bon accord avec les observations expérimentales. Néanmoins, lorsque l'on considère des suspensions plus concentrées, les modèles théoriques comportent un certain nombre de paramètres inconnus, deviennent complexes. Par contre, dans le cas complexe (une grande concentration volumique et solide, et pour plusieurs types de particules), il n'existe même pas de modèles tenant compte des interactions entre les différentes particules. On doit alors recourir à des modèles empiriques déduits des observations expérimentales (fluide à seuil et fluide en loi de puissance), pour avoir une description du comportement macroscopique du mélange.

Pour les approches classiques, une alternative intéressante consiste à construire une loi de comportement à partir des simulations numériques directes ; il s'agit de simuler directement l'écoulement du fluide et des particules qu'il contient à l'échelle microscopique, sans aucune approximation [45]. On peut ensuite moyenner les différentes grandeurs qui nous intéressent (viscosité effective, dissipation, etc...) sur un volume élémentaire et d'obtenir une loi de com-

portement macroscopique, on parle alors d'homogénéisation numérique.

Parmi les fluides complexes simples qui sont étudiés dans la littérature, on trouve en premier lieu les suspensions de particules sphériques rigides (Fig. I.14). Ces types de particules rigides en suspension sont utilisées, par exemple, dans la peinture, verre fondu, etc.... Les propriétés de l'écoulement d'une suspension diluée de particules rigides et sphériques ont été d'abord étudiées par Einstein [46], qui a estimé l'augmentation de la viscosité de la suspension due aux particules. La littérature est aujourd'hui très abondante [47].

Dans cette thèse, en considérant des particules très allongées dans un écoulement de Poiseuille, nous allons pouvoir établir plusieurs résultats analytiques. Nous allons discuter des situations réelles d'écoulement de globules rouges (ou vésicules et capsules) ou notre étude peut trouver une application.

8 Contribution de cette thèse

8.1 Diagramme de phase de vésicules sans contraste de viscosité sous écoulement de Poiseuille

Pour les géométries confinées et non confinées, il est connu que les vésicules sous écoulement de Poiseuille, possèdent deux formes possibles :

- Pantoufle, cette forme est asymétrique (le centre de masse de la vésicule est différent de zéro ($Y_G \neq 0$))
- .
- Parachute, cette forme est symétrique (le centre de masse de la vésicule est égal à zéro ($Y_G = 0$)).

La dynamique de la vésicule dépend de trois paramètres sans dimension :

- Surface réduite (le degré de déflation de la vésicule).
- Contraste de viscosité (le rapport entre la viscosité interne et externe de la vésicule).
- Nombre capillaire (le rapport entre l'échelle caractéristique du temps de l'écoulement et le temps nécessaire à la vésicule pour retrouver sa forme d'équilibre après l'arrêt de l'écoulement (ce temps dépend de la rigidité membranaire)).

La thèse de Kaoui (soutenue en 2009), réalisée en cotutelle entre le LIPhy et l'Université Ben M'sik (Casablanca, Maroc), a mis en évidence le fait que même en absence de paroi, et

Chapitre I. Introduction générale

pour des vésicules à $2D$, la forme "Slipper" peut avoir lieu. Il a montré qu'à grand nombre capillaire (ou grande vitesse) la forme est de type "Parachute". En réduisant l'intensité de l'écoulement la forme "Parachute" perd sa stabilité morphologique au profit d'une forme non symétrique, dite "Slipper". Cette découverte, publiée dans la revue *Physical Review Letters* [23] (et remarquée par les médias scientifiques), a donné pour la première fois une explication non ambiguë et robuste au sujet de la forme Slipper. Etant donné le modèle très simplifié adopté par Kaoui, on peut aujourd'hui dire que la forme "Slipper" des globules rouges observée dans la microvascularisation, est un phénomène robuste qui ne dépend pas des détails des globules rouges.

L'étude de Kaoui s'est faite sans paroi (mimant les vaisseaux sanguins). Le premier objectif de cette thèse consiste à analyser l'effet des parois. Nous avons basé notre étude numérique à deux dimensions en prenant des taux de confinement similaires à ceux rencontrés dans la microcirculation (capillaires, 5 à 10 μm , venules, de 10 à 30 μm , et artérioles, 40 à 110 μm). Nous avons considéré que la paroi est légèrement déformable, mimant ainsi la déformabilité de la couche de glycocalyx endothéliale tapissant la paroi des vaisseaux sanguins.

Nous avons mis en évidence un diagramme de phase riche, en fixant le contraste de viscosité à l'unité, la déflation à une valeur proche de celle des globules rouges, et en faisant varier les deux autres paramètres : le nombre capillaire et le taux de confinement. Les principaux résultats se résument comme suit :

- A assez grand nombre capillaire, la situation générique est la suivante : à petit confinement (le cas des artérioles) la forme qui domine est "Slipper". A confinement intermédiaire (venules) la forme est de type Parachute. A plus fort confinement la forme est à nouveau Slipper.
- A faible nombre capillaire (ce qui veut dire une faible intensité de l'écoulement et/ou des membranes plus rigides) nous avons mis en évidence d'autres types de mouvement. Notons au passage, que les cellules atteintes de pathologie, comme la malaria, ont une rigidité plus forte que les cellules saines. Dans ce cas, on obtient encore les formes Slipper, mais de nouvelles phases apparaissent, comme un serpent qui rampe (nous avons baptisé ce mouvement "Snaking"). Le mouvement "Snaking" a deux variantes : (i) une forme d'oscillation centrée (Centered Snaking), où la vésicule prend une forme de serpent et le centre de masse de la vésicule est symétrique par rapport au centre du canal, (ii) une forme d'oscillation non centrée (Off-Centered Snaking), où la vésicule prend toujours une forme de serpent mais son centre de masse n'est plus symétrique par rapport au centre du canal.

- Toujours à faible nombre capillaire, nous avons trouvé que la forme qui prévaut à faible confinement est de type "Peanut" allongée le long de l'écoulement (au lieu de Slipper), tandis qu'à très fort confinement la forme symétrique prévaut (pour les confinements intermédiaires, nous obtenons les mouvement "Snaking" décrits plus haut).

8.2 Diagramme de phase de vésicules avec contraste de viscosité sous écoulement de Poiseuille

Un résultat noté dans l'étude décrite dans la section qui précède est l'apparition de la forme Slipper (pour un confinement donnée) quand on abaisse l'intensité de l'écoulement. Or certaines expériences sur les globules rouges [18, 36] semblaient rapporter le contraire. Nous nous sommes attachés à comprendre l'origine de cette différence. Nous avons montré que la prise en compte d'un contraste de viscosité (ingrédient naturel pour les globules rouges) conduit au passage de la forme parachute à la forme de pantoufle lors de l'augmentation de la force de l'écoulement, en accord avec les expériences. Nous avons établi un diagramme de phase détaillé sur cette question.

8.3 Vésicules sous cisaillement linéaire confiné

Afin de comprendre la rhéologie des systèmes confinés, il nous a semblé naturel de se placer dans une situation où l'écoulement est relativement simple. Or pour comprendre de manière fine la rhéologie, il est nécessaire de comprendre d'abord les différentes dynamiques individuelles. Pour ce faire, cette thèse s'est focalisée sur le cas d'une vésicule unique. Nous avons donc opté pour le cas d'un cisaillement linéaire, et confiné. Nous avons montré que le confinement induit naturellement une transition de l'état "tank-treading" à l'état "tumbling", et joue un rôle similaire à celui d'un contraste de viscosité. Nous avons mis en évidence le fait que l'angle d'inclinaison d'une vésicule se comportent différemment selon la valeur de λ . Pour $\lambda = 1$, l'angle diminue de façon monotone avec le confinement, et elle diminue rapidement quand $C_n > 0.5$. Pour $\lambda > 1$, l'angle d'inclinaison augmente jusqu'à un maximum, puis diminue lorsque le confinement augmente.

8.4 Particules rigides

Même si initialement cette étude avait un but purement fondamental, c.à.d., imaginer des suspensions très concentrées mais tractables analytiquement, par la suite nous avons pu rendre

Chapitre I. Introduction générale

compte que ces études peuvent trouver une application pour le cas de la rhéologie du sang confiné. Avant de présenter ces applications potentielles, nous décrivons d'abord le système et les principaux résultats.

Le modèle initialement proposé par l'équipe de Rabat (Bensyoussef et Ez-Zahraouy), en collaboration avec l'équipe de Grenoble, est une étude analytique d'une suspension de longues plaques solides dans une géométrie plane de Poiseuille confinée. Il a été observé que le débit, la dissipation, et la viscosité apparente η ($\equiv \eta_0 \frac{Q_0}{Q}$, où η_0 est la viscosité du fluide, Q_0 et Q sont les débits avec/sans particules, pour une valeur de pression donnée) sont déterminés en fonction de la structure des plaques dans le canal. Pour particule unique, nous avons constaté que la dissipation et le débit sont maximaux (pour une valeur de pression donnée) quand la particule est au centre du canal, alors que η est minimale [48].

D'autre part, l'analyse des résultats pour un ensemble de N particules distribuées de manière arbitraire dans le canal a été entreprise. Ces résultats ont été exploités pour une distribution périodique de N particules. On constate aussi que la dissipation est quasi-linéaire en fonction de la longueur d'onde de la structure et est non linéaire en fonction de la fraction volumique. Ces études étaient réalisées en l'absence de rotation [48].

Cette thèse a consisté à prendre en compte l'effet de la rotation des points matériels de la plaques (une sorte de tank-treading). Le débit, la dissipation et la viscosité apparente sont étudiés en fonction de la configuration des plaques.

Les résultats essentiels issus de ce travail sont les suivants :

- Pour une seule plaque placée en dehors du centre de l'écoulement, la viscosité est plus faible lorsque la rotation est prise en compte.
- Pour deux plaques, la viscosité minimale correspond à la situation où les particules sont le plus proche possible du centre et disposées symétriquement par rapport au centre du canal. Nous avons calculé les propriétés rhéologiques pour des positions arbitraires des plaques, et pour un arrangement périodique. D'autre part, pour N plaques, et dans une géométrie confinée, la viscosité est environ deux fois plus petite par rapport à la situation où la rotation est ignorée.
- Afin de justifier la notion de rotation, nous avons considéré une suspension de particules

sphériques, avec des chaînes linéaires. Cette étude numérique est en accord qualitatif et semi-quantitatif avec la théorie analytique qui considère de longues plaques. Cet accord met en évidence que notre modèle d'analyse capte les caractéristiques essentielles d'une véritable suspension. Cette étude numérique a été initialement développée par Peyla [49] et basée sur une méthode particulière où les particules sont représentées par un champ scalaire ayant une viscosité élevée à l'intérieur [50].

Les travaux analytiques peuvent trouver une application dans d'autres situations réelles. Par exemple, dans un capillaire sanguin les globules rouges se déplacent en file indienne (Fig. I.15). Si les globules rouges sont centrés leur membrane est au repos (pas de tank-treading) et

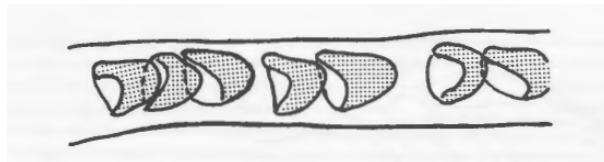


Figure I.15 – Des globules rouges dans un capillaire se déplaçant en file indienne [51].

le fluide interne se déplace en bloc, comme une plaque rigide. L'image de la plaque est de plus en plus réaliste que les globules rouges sont plus rapprochés. Si le confinement diminue, il est connu que les globules rouges se mettent en deux rangées (état "zipper", ou fermeture éclair) ; voir Fig. I.16. Les globules ne sont plus au centre, la membrane des globules rouges effectue un

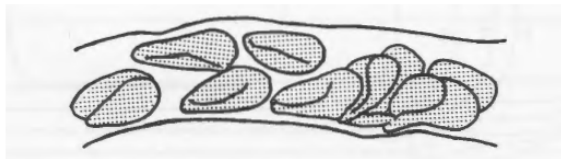


Figure I.16 – Des globules rouges dans un capillaire se déplaçant en file indienne [51].

mouvement de type tank-treading. La rotation introduite dans le modèle de plaques peut être vue comme une idéalisation de la rangée de globules rouges.

Les travaux de cette thèse ont donné lieu à ce jour à 3 publications :

- H. Mansouri, N. Tahiri, H. Ez-Zahraouy, A. Benyoussef, P. Peyla and C. Misbah, "Rheology of particulate suspensions in a Poiseuille Flow", Phys. Rev. E82, 026306 (2010).

Chapitre I. Introduction générale

- B. Kaoui, N. Tahiri, T. Biben, H. Ez-Zahraouy, A. Benyoussef, G. Biros, C. Misbah "Complexity of vesicle microcirculation", *Phys. Rev . E* **84** 041906 (2011).
- N. Tahiri, T. Biben, H. Ez-Zahraouy, A. Benyoussef , and C. Misbah, "On the Problem of Slipper Shapes of Red Blood Cells in the Microvasculature", *Microvascular research* **85**, 40 (2013).

Chapitre II

Modèle de vésicule, équation hydrodynamique et méthode intégrale de frontière

1 Modèle de vésicule

1.1 Vésicules et les propriétés mécaniques

Les vésicules constituent un système de membranes comme les cellules biologiques réelles, et plus particulièrement, les globules rouges. Pour cette raison, une suspension de vésicules peut être vue comme une représentation simplifiée d'une suspension de globules rouges pour étudier la rhéologie et la dynamique du sang.

Les vésicules sont des membranes fermées et composées d'une bicouche phospholipidique. La membrane d'une cellule réelle est principalement formée de lipides, qui lui donnent ses propriétés mécaniques. En outre, c'est un milieu complexe et actif, et peut être déformée par l'action des protéines. La bi-couche lipidique est constamment renouvelée grâce aux lipides de la cellule. Le point remarquable est le fait qu'une fois les lipides plongés dans l'eau ils s'organisent spontanément en bi-couche, et sous certaines conditions cette bi-couche (Figs. II.1 et II.2), se referme sur elle même pour former ce que l'on appelle vésicule.

Le fluide contenu à l'intérieur de la vésicule est une solution aqueuse (cela est nécessaire pour la stabilité de la membrane) et incompressible. Par ailleurs, la membrane est semi-perméable aux molécules de l'eau, et la pression osmotique assure la conservation du volume interne.

L'épaisseur de la bicouche est d'environ 4 *nm*, alors que la dimension linéaire d'une vésicule est beaucoup plus grande. Nous sommes généralement intéressés par des vésicules unilamellaires géantes (GUV= Giant Unilamellar Vesicles), dont la dimension linéaire est de l'ordre de 10 –

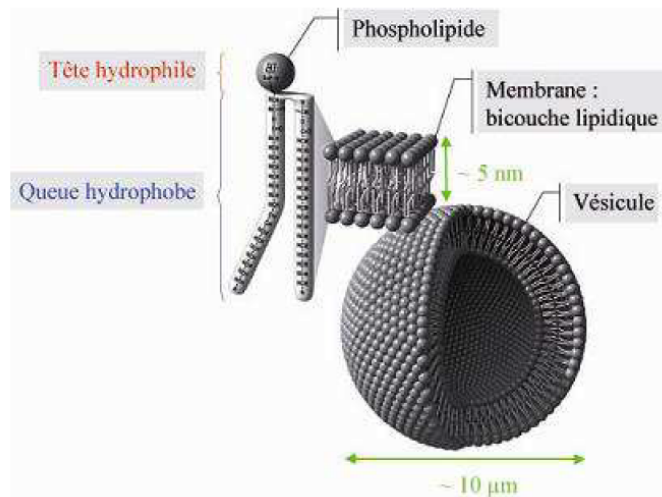


Figure II.1 – Schéma de la structure d'une vésicule.

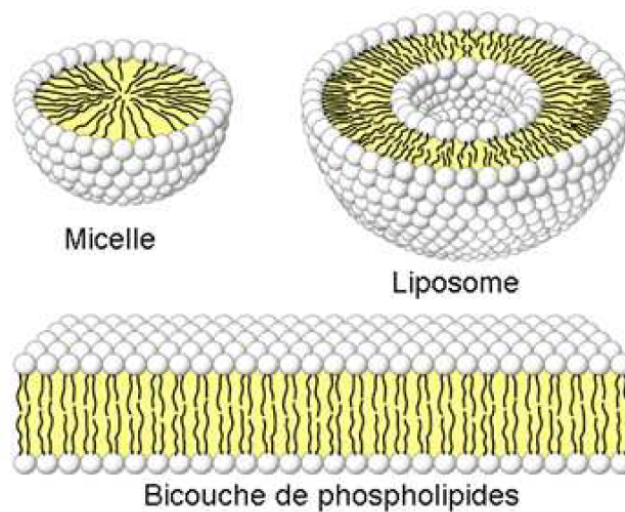


Figure II.2 – Trois possibilités de minimisation de l'énergie superficielle d'une solution aqueuse de phospholipides : des liposomes (ou des vésicules), des micelles, et bicouche de phospholipides.

$100\mu m$, qui est comparable à celle des cellules vivantes. Cette distinction est importante car le rayon de la vésicule est environ 4 ordres de grandeur plus important, ce qui nous permettra de considérer la membrane comme une surface à deux dimensions. On peut donc résumer les propriétés d'une vésicule comme suit : (i) un volume constant en raison de l'incompressibilité du fluide et la pression osmotique, (ii) la membrane est inextensible, car elle peut être vue comme un fluide bidimensionnel, (iii) la membrane possède une énergie de flexion en raison de son épaisseur finie (mais petite, comme une feuille de papier) (iv) la composante normale de la vitesse de la membrane est égale à celle du fluide adjacent (membrane imperméable). Nous allons détailler par la suite le formalisme décrivant la dynamique des membranes.

Même si le mode prépondérant (le seul pris en considération ici) est celui associé à la flexion, en toute généralité, la membrane d'une vésicule peut subir trois différents modes fondamentaux de déformation : (1) Cisaillement (qui garde la surface de la membrane conservée), (2) Extension ou compression (qui peut induire une variation de la surface membranaire, souvent très faible, moins de 1%) et (3) Flexion. La figure II.3 montre ces trois différents modes de déformation.

1.2 Force de la membrane

La membrane est inextensible (un élément de surface ne peut ni être dilaté ni comprimé, en présence de forces hydrodynamiques usuelles ; l'application d'une force très forte, peut à la limite causer une dilatation de l'ordre de 1% avant la rupture). La conservation de la surface totale est une condition suffisante lorsque la vésicule est au repos. Mais si la vésicule se déplace et se déforme sous l'action du champ de vitesse du fluide environnant, nous devons prendre la conservation de la surface locale en considération. En effet, au repos, les forces de pression sont homogènes, et donc la tendance à étirer ou comprimer la surface sont les mêmes partout. Sous écoulement, ces forces varient en général d'un point à l'autre, et par conséquent il faut assurer la condition d'incompressibilité partout. Cette condition peut être remplie par l'introduction d'un multiplicateur de Lagrange ζ défini sur la surface. Ce champ peut être considéré comme une tension de contrôle au niveau local pour conserver la surface locale.

L'énergie de la membrane est alors la somme des contributions de flexion et d'inextensibilité :

$$E = \frac{\kappa}{2} \oint_{\partial\Omega} c^2 ds + \oint_{\partial\Omega} \zeta ds; \quad (\text{II.1})$$

où κ est la rigidité de la membrane (qui est de l'ordre de $10^{-19} J$ [26]) et c la courbure locale de la membrane. ds est un élément de surface (ou l'abscisse curviligne à deux dimensions) sur le domaine membranaire $\partial\Omega$.

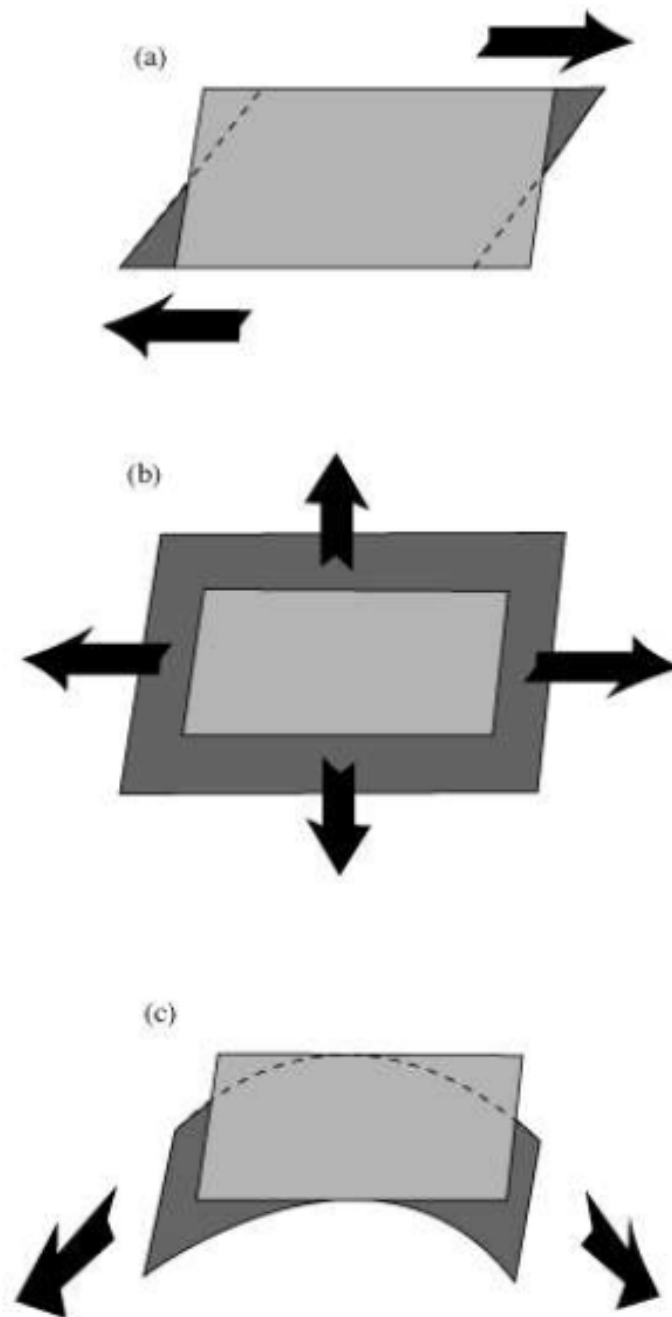


Figure II.3 – Représentation schématique de différents modes de déformation pour une partie de surface membranaire de la vésicule : (a) Cisaillement, (b) Extension/Compression et (c) Flexion.

La force associée à cette énergie est obtenue à partir de la dérivée fonctionnelle de l'énergie [8] E :

$$\mathbf{f}_{mem} = -\frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\delta E}{\delta r}; \quad (\text{II.2})$$

où δr est un petit déplacement d'un point donné de la membrane et g est le déterminant du tenseur métrique définissant la paramétrisation utilisée pour décrire la surface de la vésicule. La forme exacte de cette force dépend de la dimension de l'espace physique. En trois dimensions, on trouve [52] :

$$\mathbf{f}_{mem} = (\kappa[2\Delta_s c + 2c(2c^2 - 2H_G)] + 2\zeta c)\mathbf{n} + \nabla_s \zeta; \quad (\text{II.3})$$

où H_G est la courbure Gaussienne, ∇_s est l'opérateur de Laplace-Beltrami et \mathbf{n} est le vecteur normal à la surface de la membrane. La courbure moyenne c est donnée par

$$c = \nabla \cdot \mathbf{n}, \quad (\text{II.4})$$

tandis que la courbure gaussienne H_G est donnée par :

$$2H_G = c^2 - \nabla \mathbf{n} : \nabla \mathbf{n}^T; \quad (\text{II.5})$$

Nous avons introduit aussi dans l'équation(II.3), le gradient de la surface défini par :

$$\nabla_s \equiv (I - \mathbf{n} \otimes \mathbf{n})\nabla; \quad (\text{II.6})$$

La quantité $(I - \mathbf{n} \otimes \mathbf{n})$ est l'opérateur de projection. L'opérateur de Laplace-Beltrami est défini comme suit :

$$\Delta_s f = \nabla_s \cdot (\nabla_s f); \quad (\text{II.7})$$

où f est une fonction scalaire. La première dérivation de la force membranaire a été donnée par Zhong et Helfrich [53]. Une autre dérivation (sans passer par les notions de géométrie différentielle) de la force en trois dimensions a été donnée dans [54].

En deux dimensions, l'expression de la force membranaire [55] s'écrit :

$$\mathbf{f}_{mem} = \kappa \left[\frac{\partial^2 c}{\partial s^2} + \frac{1}{2} c^3 \right] \mathbf{n} + \zeta c \mathbf{n} + \frac{\partial \zeta}{\partial s} \mathbf{t}; \quad (\text{II.8})$$

où s est la coordonnée curviligne de la membrane et \mathbf{t} est le vecteur unitaire tangent au sens

de l'augmentation de s .

1.3 Formes d'équilibres d'une vésicule

La forme d'équilibre d'une vésicule n'est pas sphérique contrairement au cas d'une gouttelette. Il existe d'autres formes d'équilibre non sphériques lorsqu'elle est placée dans un fluide au repos. Ces formes d'équilibre peuvent être calculées en minimisant l'énergie d'Helfrich (l'équation II.1, ou en annulant la force totale II.3), en imposant les deux contraintes de conservation de la surface (ou périmètre à deux dimensions), S , et du volume (surface à deux dimensions), V , de la vésicule [56].

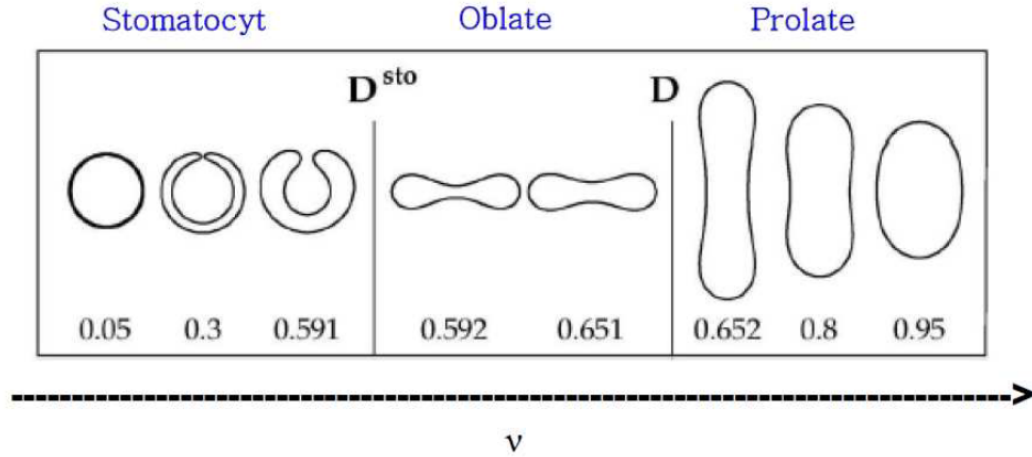


Figure II.4 – Différentes formes d'équilibre d'une vésicule en l'absence d'écoulement dans le cas tridimensionnelles (ici, l'axe de symétrie de la rotation est vertical) en fonction du volume réduit [56].

Le seul paramètre qui contrôle la forme d'une vésicule en absence d'un écoulement externe appliqué, est le volume réduit ν . Ce paramètre mesure le degré de remplissage d'une vésicule, il est défini comme le rapport entre le volume V de la vésicule et le volume d'une sphère de même surface A :

$$\nu_{3D} = \frac{V}{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{A}{4\pi}\right)^{3/2}}; \quad (\text{II.9})$$

Comme conséquence, ν peut varier de 0 (la vésicule est totalement dégonflé) à 1 (sphère). La figure II.4 montre les différentes formes d'équilibre d'une vésicule en fonction de ν . Sur la figure II.4, on voit que pour un volume réduit égal 0.65, la vésicule a une forme biconcave, cette forme est similaire à celle observée pour les globules rouges. Sur cette figure, nous constatons qu'il existe trois familles différentes de formes ("Prolates", "Oblates", et "Stomatocytes").

A deux dimensions, le paramètre équivalent au volume réduit est défini comme le rapport entre l'aire de la vésicule A et l'aire d'un cercle ayant le même périmètre p de la vésicule :

$$\nu_{2D} = \frac{A}{\pi[p/2\pi]^2}; \quad (\text{II.10})$$

En deux dimensions, il n'existe aucune différence entre les formes de type "prolates" et "oblates", tandis qu'aucune forme de type "Stomatocytes" n'est observée [57].

2 Equations hydrodynamiques

2.1 Equation de Navier-Stokes et nombres sans dimensions

Dans le paragraphe précédent l'expression de la force membranaire a été présentée. Nous allons maintenant écrire les équations d'évolution pour les fluides à l'intérieur et à l'extérieur de la vésicule, leur couplage à la force membranaire, et les différentes conditions aux limites (à la membrane et à la limite externe, le cas échéant).

L'équation de Cauchy concernant la conservation du moment s'écrit :

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \nabla \sigma \quad (\text{II.11})$$

où ρ est la densité du fluide, u est la vitesse et σ le tenseur des contraintes. $\frac{D}{Dt} \equiv \frac{d}{dt} + u \cdot \nabla$ représente la dérivée totale ou matérielle. Dans l'équation (II.11) le terme $\rho \frac{Du}{Dt}$ représente l'inertie du fluide.

L'équation de la conservation de la masse est :

$$\frac{d\rho}{dt} + \nabla(\rho u) = 0 \quad (\text{II.12})$$

et se réduit à

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (\text{II.13})$$

pour un fluide incompressible. Pour un fluide newtonien l'expression du tenseur des contraintes est donnée par :

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \eta(\partial_i u_j + \partial_j u_i); \quad (\text{II.14})$$

Chapitre II. Modèle de vésicule, équation hydrodynamique et méthode intégrale de frontière

où η est la viscosité et p la pression. Si l'on combine les équations (II.11), (II.12) et (II.13), on obtient l'équation de Navier-Stokes :

$$\rho \left[\frac{du}{dt} + u \nabla u \right] = -\nabla p + \eta \nabla^2 u; \quad \nabla \cdot u = 0 \quad (\text{II.15})$$

Une fois écrites l'équation d'évolution du fluide ainsi que la force membranaire, nous devons exprimer leur couplage afin de déterminer l'équation d'évolution du système.

L'équation du fluide s'applique au domaine occupé par le fluide interne et externe de la vésicule. Ces deux fluides peuvent avoir des propriétés différentes, en particulier, ils peuvent avoir des viscosités différentes.

La force membranaire s'applique à la frontière entre ces deux fluides, c'est donc dire qu'elle joue le rôle d'une condition limite pour la contrainte des deux fluides.

La conservation de la masse et l'imperméabilité de la membrane entraînent que la composante normale de la vitesse des deux fluides au voisinage de la membrane est égale à la vitesse normale de la membrane elle-même. D'autre part, on suppose que les deux fluides adhèrent à la membrane (ce qu'on appelle l'hypothèse de conditions aux limites *sans glissement*), de sorte que le champ de vitesse tangentielle est égale à la vitesse tangentielle de la membrane elle-même. Ces deux conditions garantissent la continuité du champ de vitesse à travers la membrane.

Par ailleurs, la contribution de la paroi (mimant le rôle d'un vaisseau sanguin) est modélisée par la loi élastique locale, résultant de l'hypothèse *réponse-linéaire*, en négligeant la courbure de l'interface, la force appliquée sur le fluide par la paroi s'écrit :

$$f_{wall} = -k dx; \quad (\text{II.16})$$

où dx est le déplacement local de la paroi de sa position d'équilibre, et k est lié au module de Young. La paroi des vaisseaux sanguins est tapissée d'un endothélium, lequel est protégé par une couche de glycocalyx assez déformable [58]. Ainsi la déformation autorisée sera prise, en ordre de grandeur, proche de celle du glycocalyx, soit environ $20 Pa$.

Ainsi, il est possible d'écrire l'équation d'évolution du système à partir de l'équation (II.15)

et en ajoutant la force membranaire et la force du mur, l'expression devient :

$$\rho \left[\frac{\partial u(x)}{\partial t} + u(x) \nabla u(x) \right] = -\nabla p(x) + \eta \nabla^2 u(x) + f_{mem}(x) \delta(x - x_{mem}) + f_{wall}(x) \delta(x - x_{wall}); \quad (\text{II.17})$$

où x est le vecteur position, ρ (densité) et η (viscosité) sont les propriétés du fluide interne et externe ($\rho = \rho_{in}$ dans V_{in} et ainsi de suite, figure II.5) et $\delta(x - x_{mem})$ et $\delta(x - x_{wall})$ sont des fonction de Dirac qui identifient la position x_{mem} et x_{wall} de la membrane et de la paroi, respectivement. f_{mem} représente la force membranaire et f_{wall} est la force de la paroi (prise comme une force de rappel; Fig. II.6).

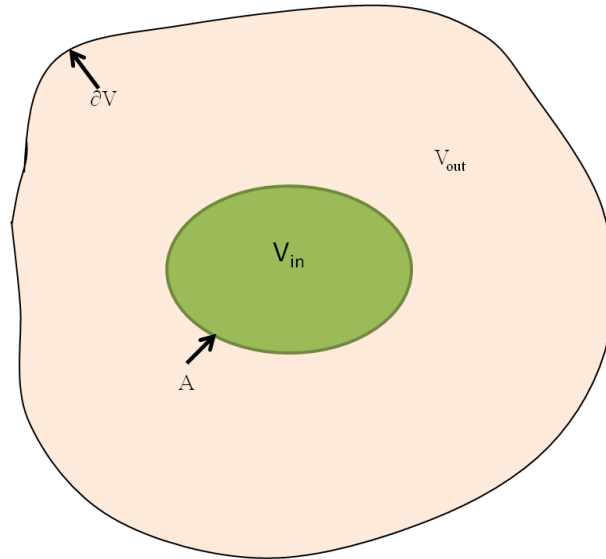


Figure II.5 – Domaine de fluide et les limites d'un fluide contenant une vésicule.

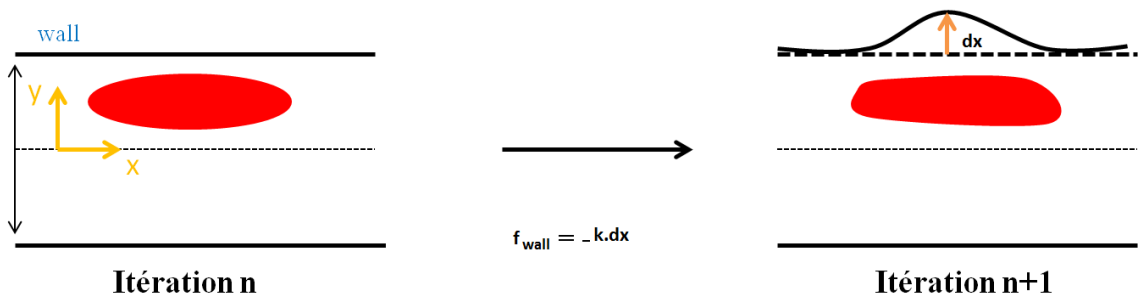


Figure II.6 – Vue schématique de la force de rappel du mur.

Il est utile d'écrire l'équation (II.17) sous une forme sans dimension. Pour cela, les grandeurs physiques sont adimensionnées par des valeurs de référence pertinentes dans le problème.

Nous introduisons des quantités non dimensionnelles comme suit :

$$u^* = \frac{u}{U}; \quad (\text{II.18})$$

$$x^* = \frac{x}{R_0}; \quad (\text{II.19})$$

$$t^* = \frac{t}{T} = \frac{tU}{R_0} = t\dot{\gamma}; \quad (\text{II.20})$$

$$p^* = \frac{pR_0}{\eta U} = \frac{p}{\eta\dot{\gamma}}; \quad (\text{II.21})$$

$$\zeta^* = \kappa R_0^2 \zeta; \quad (\text{II.22})$$

$$c^* = cR_0; \quad (\text{II.23})$$

$$s^* = \frac{s}{R_0}; \quad (\text{II.24})$$

$$f_{mem}^* = \frac{R_0^3}{\kappa} f; \quad (\text{II.25})$$

$$f_{wall}^* = \frac{1}{KR_0} f_{wall}; \quad (\text{II.26})$$

$$\delta^* = R_0 \delta; \quad (\text{II.27})$$

où R_0 est le rayon effectif de la vésicule, ici pris comme une échelle caractéristique de longueur, U est la vitesse caractéristique de l'écoulement et K pris comme dimension d'une force par unité de volume.

Nous substituons ces quantités dans l'équation du système (II.17), on obtient la forme sans dimension suivante :

$$Re \frac{Du^*}{Dt^*} = -\nabla^* p^*(x^*) + \frac{\eta(x^*)}{\eta_{out}} \nabla^{*2} u^* + \frac{1}{Ca} f_{mem}^* \delta(x^* - x_{mem}^*) - \frac{1}{C_{wall}} f_{wall}^* \delta(x^* - x_{wall}^*); (\text{II.28})$$

Les paramètres suivants sans dimension interviennent naturellement :

- *Le nombre de Reynolds Re :*

$$Re = \frac{\rho U R_0}{\eta_{out}}; \quad (\text{II.29})$$

associé à l'écoulement externe appliqué, et mesure le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses.

- *Le contraste de viscosité λ :*

$$\lambda = \frac{\eta_{in}}{\eta_{out}}; \quad (\text{II.30})$$

défini comme le rapport entre la viscosité du fluide contenu dans la vésicule et la viscosité du fluide externe :

- *Le nombre capillaire Ca :*

$$Ca = \frac{\eta_{out} \gamma R_0^3}{\kappa}; \quad (\text{II.31})$$

mesure le rapport entre le temps de cisaillement $1/\gamma$ (qui peut être exprimé comme $\gamma = U/R_0$) et le temps caractéristique ($\frac{\eta_{out} R_0^3}{\kappa}$) nécessaire à la vésicule (dans un état hors-équilibre) de retrouver sa forme d'équilibre après l'arrêt de l'écoulement (où κ est le module de flexion, ayant la dimension d'une énergie, il est estimé pour les globules rouges à $3.10^{-19} J$).

Cependant, comme on le verra par la suite, nous allons imposer la condition d'incompressibilité en affectant une constante de raideur (comme un ressort) assez forte entre deux points représentatifs de la membrane de manière à imposer une surface locale constante (voir section 4); cette méthode est quelquefois appelée *méthode de pénalisation*.

- *La déformabilité du mur C_w :*

$$C_w = \frac{\eta_{out} \gamma}{K R_0}; \quad (\text{II.32})$$

caractérise la déformabilité du mur (par rapport aux forces de cisaillement).

Ces quatre paramètres doivent être complétés par deux autres paramètres qui sont :

- *Le volume réduit en 3D (ou de la surface en 2D) :*

$$\nu_{3D} = \frac{V}{V_s}; \quad \nu_{2D} = \frac{A}{A_s}; \quad (\text{II.33})$$

V_s (A_s) est le volume d'une sphère (ou cercle à deux dimensions) ayant le même domaine (périmètre) que la vésicule.

- Le degré de confinement C_n :

$$C_n = \frac{2R_0}{W}; \quad (\text{II.34})$$

le degré de confinement (le rapport entre le diamètre de la vésicule $2R_0$ et le diamètre W du canal)(Fig. III.1).

2.2 Equation de Stokes à faible nombre de Reynolds

L'écoulement d'un fluide incompressible newtonien de viscosité η_{out} et de densité ρ est caractérisé par le nombre de Reynolds sans dimension,

$$Re = \frac{\rho U R_0}{\eta_{out}}; \quad (\text{II.35})$$

où U est une vitesse caractéristique et R_0 une longueur caractéristique du système étudié. Dans la présente thèse nous considérons que la taille d'une vésicule est de l'ordre de $10 - 100\mu m$ [59], comme longueur caractéristique. Pour une telle longueur et pour les vésicules en suspension dans une solution aqueuse soumise à un cisaillement, avec les moyennes des taux de cisaillement appliquées ($\gamma = U/R_0$) qui sont généralement de l'ordre de $10s^{-1}$, le nombre de Reynolds est assez petit, $Re \sim 10^{-3} - 10^{-2} \ll 1$. Dans ce cas, l'écoulement du fluide est bien approximé par l'équation de Stokes :

$$-\nabla p(x) + \eta(x)\nabla^2 u(x) + f_{mem}(x)\delta(x - x_{mem}) + f_{wall}(x)\delta(x - x_{wall}) = 0; \quad \nabla \cdot u(x) = 0 \quad (\text{II.36})$$

Dans cette limite, qui est le cas typique dans des dispositifs microfluidiques, par exemple, les forces visqueuses dominent les forces inertielles, et l'écoulement est laminaire (aucune turbulence ne peut être observée en l'absence d'objet en suspension).

Par ailleurs, l'écoulement du fluide ne dépend pas de son histoire précédente (en raison de l'absence du terme $\partial u/\partial t$ dans l'équation de Stokes), mais il dépend que des conditions aux limites et des forces extérieures appliquées. Les équations de Stokes sont symétriques par inversion du temps.

3 Conditions aux limites sur la membrane

L'équation ci-dessus peut être reformulée en utilisant les conditions aux limites, comme suit :

$$-\nabla p + \eta_{in} \nabla^2 u = 0 \quad \text{dans } V_{in} \quad (\text{II.37})$$

$$-\nabla p + \eta_{out} \nabla^2 u = 0 \quad \text{dans } V_{out} \quad (\text{II.38})$$

$$(\sigma_{out} - \sigma_{in}) \cdot \mathbf{n} = f_{mem} \quad \text{sur } A \quad (\text{II.39})$$

$$(\sigma_{out} - \sigma_{in}) \cdot \mathbf{n} = f_{wall} \quad \text{sur } \partial V \quad (\text{II.40})$$

où $\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \eta(\partial_i u_j + \partial_j u_i)$ est le tenseur des contraintes.

$$u \rightarrow U^\infty \quad \text{sur } \partial V \quad (\text{II.41})$$

$$\nabla \cdot u = 0 \quad \text{dans } V \quad (\text{II.42})$$

où U^∞ est le flux imposé sur la limite extérieure du système, et pour les notations voir la figure [II.5](#).

Selon la méthode utilisée, pour résoudre l'équation du système, le terme de la force membranaire peut être regardé comme une condition aux limites ou reformulée comme une force de volume localisée autour de la membrane.

4 Méthode intégrale de frontière

La méthode intégrale de frontière (également appelée la méthode des éléments de frontière) est une méthode numérique appropriée pour simuler la dynamique des interfaces déformables libres en mouvement dans les écoulements de Stokes et dans des géométries non confinées ou confinées.

Les quantités physiques sont calculées directement sur l'interface, et par conséquent, il n'est pas nécessaire de résoudre le problème sur l'ensemble du domaine du fluide, afin de saisir la

dynamique de la membrane.

Les équations de Stokes sont des équations linéaires aux dérivées partielles, on peut les transformer en une forme d'équation intégrale. Pour plus de détails au sujet de la méthode, voir [60, 61].

Cette méthode a été adaptée au problème de la dynamique des vésicules par plusieurs groupes [4, 5, 62]. L'idée principale de la méthode consiste à résoudre les équations de Stokes par l'introduction de la fonction de Green. Cette méthode permet de calculer la vitesse de la membrane nécessaire pour l'évolution temporelle des entités en suspension en fonction des intégrales sur les différentes limites présentées dans le domaine du fluide considéré. Le calcul est réduit d'un problème à deux dimensions (domaine fluide) à un problème unidimensionnel (la limite de la vésicule).

Cependant, le mouvement d'un point donné de la surface d'une entité en suspension dépend de la dynamique des points qui sont situés ailleurs. La solution numérique de ces équations a été réalisée par une discrétisation de la surface des vésicules, qui est présentée par une ligne à deux dimensions. Notons que cette méthode est utilisée seulement pour résoudre des équations linéaires (comme les équations de Stokes) et elle a besoin d'une mise à jour de la maille au cours de l'évolution temporelle en raison de la déformation des limites du domaine du fluide [62–64].

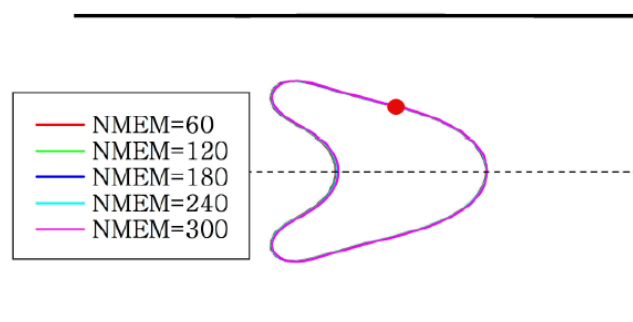


Figure II.7 – Formes de la vésicule pour un nombre différents de points de discrétisation de la membrane.

Par ailleurs, à deux dimensions, la contrainte de la longueur locale d'incompressibilité sur la membrane de la vésicule conserve la distance entre les points voisins de la discrétisation, de sorte que le maillage peut être effectué par une mise à jour avec une advection simple de type

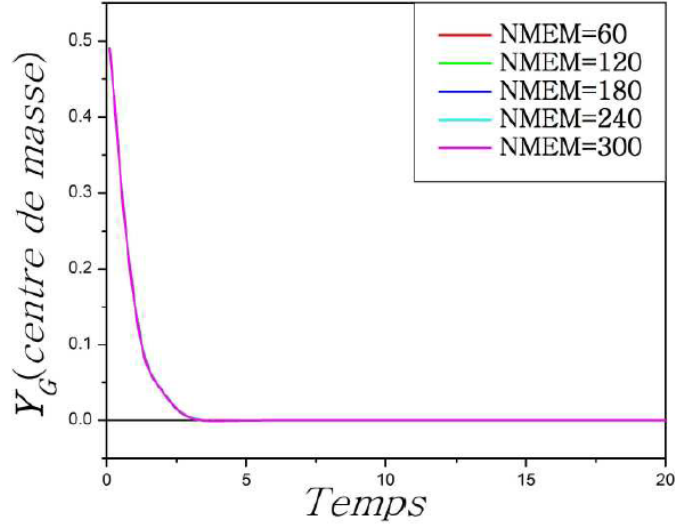


Figure II.8 – Centre de masse de la vésicule en fonction du temps, pour un nombre différentes de points de discrétisation de la membrane.

Lagrange.

L'équation de la vitesse d'un point appartenant à la membrane (désignée par x_0) est donnée par [65, 66] :

$$\begin{aligned}
 u(x_0) &= \frac{2}{1+\lambda} u_{0x} + \frac{1}{2\pi\eta_{out}(1+\lambda)} \oint_{vesicle} G(x-x_0) \cdot f_{mem}(x) ds(x) \\
 &+ \frac{2(1-\lambda)}{\pi(1+\lambda)} \oint_{vesicle} u(x) \cdot K(x-x_0) \cdot \mathbf{n}(x) ds(x) \\
 &+ \frac{2}{\eta_{out}(1+\lambda)} \int_{walls} G(x-x_0) \cdot f_{wall}(x) ds(x)
 \end{aligned} \tag{II.43}$$

avec

$$\begin{aligned}
 G_{ij}(x-x_0) &= -\delta_{ij} \ln|x-x_0| + \frac{(x-x_0)_i(x-x_0)_j}{|x-x_0|^2} \\
 K_{ijk} &= -4 \frac{(x-x_0)_i(x-x_0)_j(x-x_0)_k}{|x-x_0|^4}
 \end{aligned} \tag{II.44}$$

sont les fonctions de Green du problème (G_{ij} se réfère à la contribution que l'on appelle une seule couche, alors que le K_{ijk} pour la contribution de la double couche), u_{0x} représente la

vitesse de l'écoulement imposé, f_{mem} est la force membranaire, et f_{wall} est la force du mur, ces forces sont données par les équations (II.8) et (II.16), respectivement. Nous réécrivons ci-après la force membranaire (II.8)

$$\mathbf{f}_{mem} = -\kappa \left[\frac{d^2 c}{ds^2} + \frac{1}{2} c^3 \right] \mathbf{n} + \zeta \mathbf{n} + \frac{d\zeta}{ds} \mathbf{t}; \quad (\text{II.45})$$

Pour des raisons pratiques, le schéma numérique qui est mis en œuvre dans le code n'utilise pas ζ directement, mais un paramètre comme la tension, introduit comme un paramètre de pénalité :

$$\mathbf{f}_{mem} = -\kappa \left[\frac{d^2 c}{ds^2} + \frac{1}{2} c^3 \right] \mathbf{n} + T [(r_l - r_{l_0}) \boldsymbol{\tau}_l + (r_r - r_{r_0}) \boldsymbol{\tau}_r]; \quad (\text{II.46})$$

où $(r_l - r_{l_0})$ et $(r_r - r_{r_0})$ sont les différences entre les distances réelles d'un point de discrétisation de la membrane à ses voisins de gauche et de droite et de leurs valeurs initiales. $\boldsymbol{\tau}_l$ et $\boldsymbol{\tau}_r$ sont les vecteurs unitaires de pointant du point considéré aux voisins correspondants. Cette tension compte deux composantes tangentielle et normale de la force d'incompressibilité de la membrane, qui sont donné par le multiplicateur de Lagrange ζ dans l'équation (II.8). T est une constante élastique assez grande, de sorte que la force correspondante est assez grande pour satisfaire la conservation de la longueur quasi-locale à l'échelle du temps imposé par l'action de la force physique.

4.1 Application numérique et test de convergence

La méthode intégrale de frontière est très précise et donne des résultats quantitatifs.

Nous avons étudié la convergence numérique du code en variant la rigidité du mur, le nombre de points de la discrétisation de la membrane ainsi que les différentes positions initiales de la vésicule.

Dans ce test, nous considérons la situation physique simple d'une seule vésicule dans un écoulement de Poiseuille confiné, qui est le cas analysé en détail dans le chapitre III.

La figure II.7 montre que la forme de la vésicule est peu sensible au nombre de points de discrétisation de la membrane, indiquant que $N = 60$ donne déjà une bonne représentation. Néanmoins, nous avons vérifié pour certaines situations délicates la sensibilité des résultats au degré de discrétisation, dans ce cas une étude détaillée sur la convergence s'imposait.

Par ailleurs, la position du centre de masse de la vésicule en fonction du temps converge

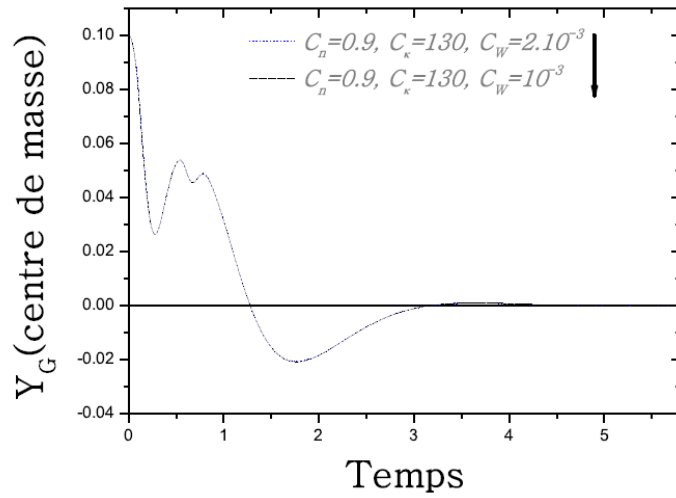


Figure II.9 – Centre de masse de la vésicule en fonction du temps pour les différentes valeurs du rigidité du mur.

vers le même point pour l'état stationnaire, et ce pour les différents points de discrétisation de la membrane. Ces résultats sont représentés sur la figure II.8. On remarque sur la figure II.9, que le centre de masse de la vésicule en fonction du temps est peu sensible à la rigidité du mur.

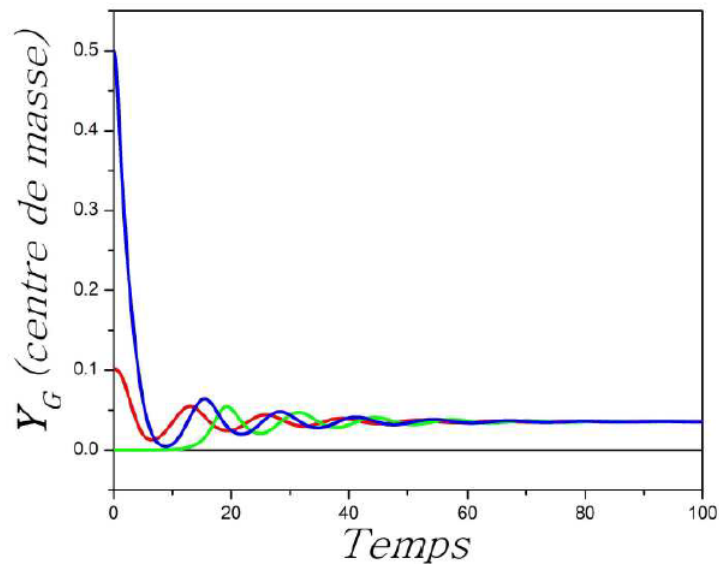


Figure II.10 – Centre de masse de la vésicule en fonction du temps pour les différents positions initiales.

La figure II.10 montre que le centre de masse de la vésicule en fonction du temps converge vers le même point dans l'état stationnaire, quelque soit les conditions initiales (les positions

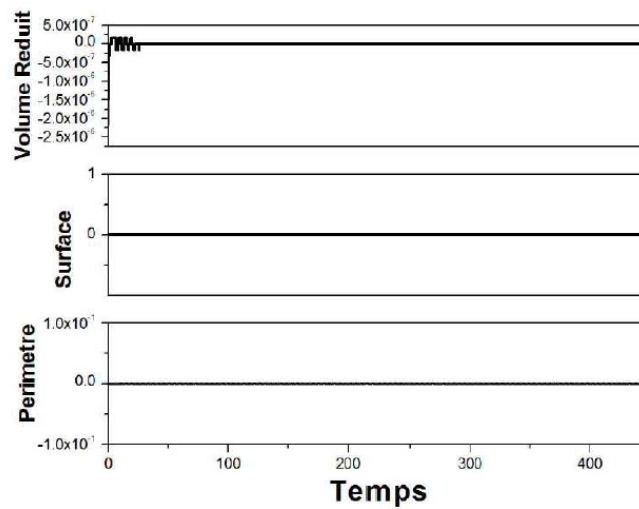


Figure II.11 – Evolution des trois paramètres de la vésicule : périmètre, surface et le taux de remplissage (volume réduit en 3D) en fonction du temps.

de la vésicule par rapport au canal, ou sa forme initiale; par exemple, la forme initiale est une ellipse). La figure II.11 représente l'évolution temporelle des trois paramètres de la vésicule (périmètre, surface et taux de remplissage), ces trois paramètres restent toujours constants au cours de l'évolution temporelle (avec une précision inférieure à 1%).

Pour les tests réalisés ici on constate une convergence vis-à-vis de : (i) du nombre de points de discrétisation de la membrane, (ii) des conditions initiales (positions et formes) de la vésicule et (iii) de la rigidité des murs.

Avantages de la méthode intégrale de frontière

- Calculer directement la vitesse membranaire de la vésicule (autrement, nous n'avons pas besoin de résoudre le problème dans le volume du fluide),
- Réduire la dimensionnalité du problème de $2D$ à $1D$.
- Suivre les fortes déformations de la membrane de la vésicule.

Inconvénients de la méthode

- Evaluation des équations intégrales avec des singularités (logarithmique pour G et $1/r$ pour K),
- Limitée aux configurations géométriques pour lesquelles les fonctions de Green existent (un milieu non borné et semi-borné), et aux écoulements de Stokes.

Il est à noter que récemment, il a été possible d'extraire analytiquement, et de manière exacte, les singularités dans l'équation intégrale [67].

Chapitre III

Vésicule dans un écoulement de Poiseuille confiné

1 Introduction

La présente étude est réalisée sur un modèle simple, notamment, des vésicules en deux dimensions, inspiré par certains comportements intéressants rencontrés dans la circulation sanguine, surtout pour les globules rouges. Également, cette étude est motivée par le souci de comprendre comment la dynamique macroscopique sanguine peut être liée à la déformation et la migration des globules rouges individuels, sous écoulement de Poiseuille présent dans les capillaires et les veinules. On attachera une importance particulière à la détermination des dynamiques formes de vésicules (modèle de globule rouge) dans un milieu plus au moins confiné. Une question importante est de savoir pourquoi les globules rouges adoptent dans la microcirculation des formes asymétriques (pantoufle) dans un écoulement symétrique. La forme pantoufle a été observée in vivo et dans plusieurs travaux expérimentaux in vitro [15, 16, 20].

Dans le présent chapitre, nous étudions, à l'aide de la méthode intégrale de frontière, la dynamique et la morphologie d'une vésicule sous écoulement de Poiseuille confiné à deux dimensions. Nous montrons que les effets des parois conduisent à une complexité dynamique inattendue et à plusieurs morphologies distinctes.

2 Profil de vitesse et paramètres sans dimensions

2.0.1 Profile de vitesse

Nous considérons un écoulement de Poiseuille plan confiné en $2D$ suivant la direction x :

$$u_{0x} = u_{max}[1 - \frac{y^2}{(W/2)^2}]; \quad u_{0y} = 0; \quad (\text{III.1})$$

où W est la largeur du canal et u_{max} désigne la vitesse maximale du fluide au centre de l'écoulement (Fig. III.1). Les limites de parois sont situées à $y = \pm W/2$, de sorte que $u_{0x}(y = \pm W/2) = 0$. Le taux de cisaillement au niveau des parois est donné par $\dot{\gamma} = 4u_{max}/W$.

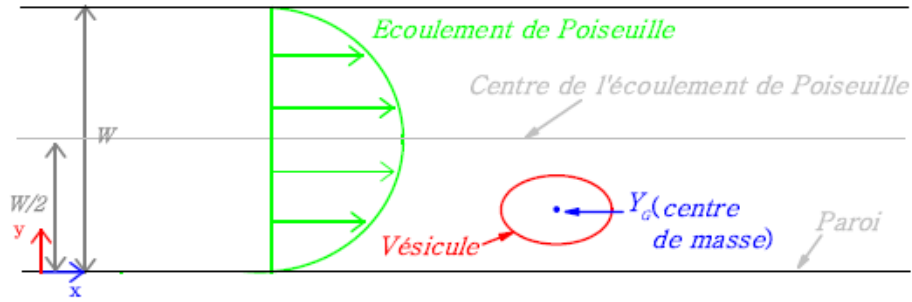


Figure III.1 – Schéma montrant une vésicule placée dans un écoulement de Poiseuille confiné.

De plus, l'extension latérale des parois (suivant la direction x) est prise très grande par rapport à la taille des vésicules (au moins 100 fois plus grand), de sorte que l'écoulement sur les deux côtés latéraux soit pratiquement non perturbé; en fait la vésicule se trouve dans le repère dit de "caméra" (suivant la vésicule).

2.0.2 Paramètres sans dimensions

Dans la suite, nos résultats seront présentés en termes de paramètres sans dimensions à savoir :

$$Ca = \frac{\eta_{out} \dot{\gamma}_W R_0^3}{\kappa}; \quad (\text{III.2})$$

exprime la résistance de la vésicule à l'écoulement.

$$C_w = \frac{\eta_{out} \dot{\gamma}_W}{K R_0}; \quad (\text{III.3})$$

exprime la résistance des parois à l'écoulement. Ces nombres ont déjà été introduit au chapitre II.

Un autre paramètre jouent un rôle central dans cette étude est donné par :

$$C_n = \frac{2R_0}{W}; \quad (\text{III.4})$$

exprimant le degré de confinement (rapport entre le diamètre de la vésicule $2R_0$ –diamètre du cercle équivalent– et la largeur du canal W).

L'échange de l'oxygène entre les globules rouges et les tissus se fait dans la microvasculatisation, et plus précisément : les artérioles [68] (avec des diamètres d'environ $50 \mu m$) et les capillaires (avec des diamètres de 5 à $10 \mu m$). Les taux de cisaillement à la paroi de ces vaisseaux sont environ $8000/s$ et $1000/s$ respectivement. La rigidité membranaire d'une membrane saine est $\kappa \simeq 3 \times 10^{-19} J$ [69], et le diamètre typique d'un globule rouge est environ de $6 \mu m$. La rigidité de membrane d'une cellule infectée (comme la drepanocytose) peut être bien plus importante (jusqu'au un facteur 5 à 10 [70]). La viscosité du plasma est environ $\eta \simeq 10^{-3} Pa.s$. Avec ces nombres, le nombre capillaire Ca varie de 1 à 10 dans le cas d'une membrane rigide (cellules infectées [70]) et de 20 à 200 dans le cas d'une membrane normale (cellules non infectées). Les degrés de confinement des artérioles et des capillaires sont environ 0.15 et 0.8 respectivement, ce qui va dicter la plage de notre choix pour C_n .

3 Migration latérale et forme

Dans cette partie, nous nous concentrons sur les effets des parois (ou le confinement C_n) et les effets du nombre capillaire (Ca) sur la dynamique des vésicules dans un écoulement de Poiseuille plus au moins confiné.

Dans un écoulement de cisaillement linéaire non confiné (faible nombre de Reynolds), une vésicule ne présente aucune migration latérale vers le centre de l'écoulement, sauf si la forme de la vésicule perd intrinsèquement la centro-symétrie, comme il vient d'être mis en évidence théoriquement [71]. La présence d'une paroi brise de manière extrinsèque la centro-symétrie et la vésicule entame une migration qui l'éloigne de la paroi [4–6, 52, 72]. Il s'agit donc d'une force de portance induite par l'écoulement asymétrique en amont et en aval de la vésicule [4, 42].

Vu que le taux de cisaillement dans un écoulement de Poiseuille est variable, il est impor-

tant d'étudier la migration latérale de la vésicule dans le canal. Cette question a été étudiée au LIPhy expérimentalement dans un canal et théoriquement en présence d'une seule paroi [10].

Nous allons donc dans un premier temps présenter quelques résultats sur la migration latérale, avant de s'attaquer au problème des formes adoptées par la vésicule. L'étude est basée sur la méthode intégrale de frontière (Fig. III.1). La vitesse de chaque point appartenant à la membrane de la vésicule s'écrit :

$$\begin{aligned}
 u(x_0) &= \frac{2}{1+\lambda}u_{0x} + \frac{1}{2\pi\eta(1+\lambda)} \oint_{\text{vésicule}} G(x-x_0)f_{mem}(x)ds(x) \\
 &+ \frac{2(1-\lambda)}{\pi(1+\lambda)} \oint_{\text{vésicule}} u(x)K(x-x_0)\mathbf{n}(x)ds(x) \\
 &+ \frac{1}{2\pi\eta(1+\lambda)} \int_{\text{paroi}} G(x-x_0)f_{wall}(x)ds(x)
 \end{aligned}
 \tag{III.5}$$

où u_{0x} désigne la vitesse de l'écoulement imposé, $G(x-x_0)$ est la fonction de Green à deux dimensions, $f_{mem}(x)$ est la force exercée par la membrane sur son fluide environnant, $f_{wall}(x)$ est la force exercée par les parois sur le fluide, $K(x-x_0)$ est la contribution de la double couche et λ désigne le rapport entre la viscosité du liquide interne à la vésicule et la viscosité du fluide externe (voir chapitre II, section 4).

3.1 Migration latérale de la vésicule

Les deux figures III.2 et III.3 montrent l'évolution temporelle de la position latérale (centre de masse) d'une vésicule placée initialement dans cinq positions différentes. $y_0 = 0$, $y_0 = \pm 0.2$, $y_0 = \pm 0.5$ et différentes valeurs du contraste de viscosité, $\lambda = 1$ et $\lambda = 5$ (cas des globules rouges) pour la figure III.2, et $y_0 = 0$, $y_0 = \pm 0.1$ et $y_0 = \pm 0.2$ pour la figure III.3.

Les vésicules ont ici un taux de remplissage $\nu = 0.6$ (proche de celui des globules rouges humains), placées dans un écoulement de Poiseuille confiné caractérisé par un nombre capillaire Ca et un confinement C_n .

La figure III.2 montre que la vésicule migre vers l'axe central de l'écoulement de Poiseuille pour différentes positions initiales et différents contrastes de viscosité. Ceci est en bon accord avec les résultats théoriques [9, 23] et les résultats expérimentaux [10], voir la figure III.4. Également, dans la figure III.3, la vésicule migre vers le centre de l'écoulement et sa centre de masse effectue un mouvement d'oscillation centrée par rapport au centre du canal. Contrairement au

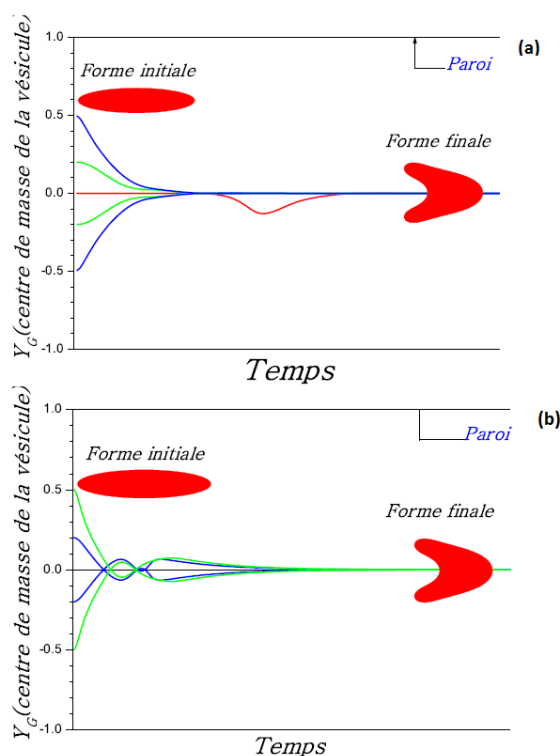


Figure III.2 – Position du centre de masse d’une vésicule en fonction du temps pour différentes positions initiales $y_0 = 0, \pm 0.2, \pm 0.5$. (a) $\lambda = 1$ et (b) $\lambda = 5$.

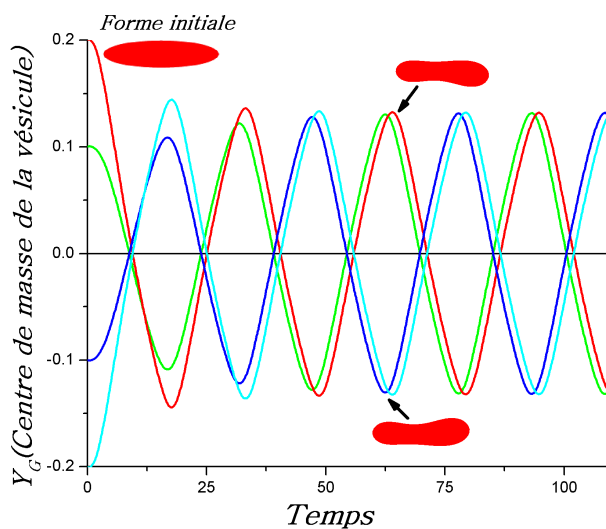


Figure III.3 – Position du centre de masse d’une vésicule en fonction du temps pour différentes positions initiales $y_0 = 0, \pm 0.1, \pm 0.2$.

comportement des gouttelettes qui migrent vers la périphérie [73], pour un contraste de viscosité compris entre 0.5 et 10, et vers le centre de l’écoulement pour un contraste de viscosité

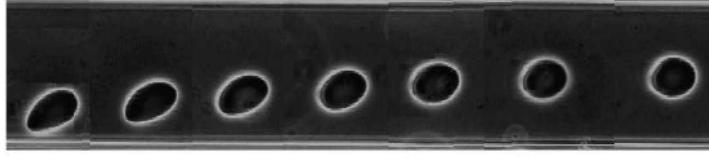


Figure III.4 – Montage de photos expérimentales montrant le déplacement au cours du temps d’une vésicule vers le centre de l’écoulement.

inférieur à 0.5 ou supérieur à 10.

3.2 Forme et dynamique de la vésicule

Dans ce paragraphe, nous étudions la dynamique et les différentes formes que peut prendre la vésicule sans ou avec contraste de viscosité ($\lambda = 1$ et $\lambda = 5$), pour différentes valeurs du confinement (C_n) et du nombre capillaire (Ca). De plus, nous allons également suivre le centre de masse Y_G et la vitesse de chenille de char V_{TT} de la vésicule. Les différentes formes seront caractérisées dans le diagramme de phase ($Ca - C_n$).

3.2.1 Formes pantoufle (Slipper)

Un résultat remarquable est la naissance de formes non symétriques par rapport au centre de l’écoulement. Cette forme asymétrique (appelée *pantoufle*), pour laquelle le centre de masse et la vitesse de chenille de char sont non nulles (Figs. III.5 et III.6). Nous allons rencontrer deux types de solutions pantoufles, l’une est obtenue dans un régime assez confiné et l’autre dans un régime peu confiné, c’est pourquoi nous parlerons par la suite de *pantoufle non confinée et confinée*; il s’agit de deux branches bien distinctes sur le plan mathématique. Le résultat de la figure III.5 est obtenu pour un faible confinement ($C_n = 0.1$) et il s’agit d’une solution de type de *pantoufle non confinée*; ce résultat qui est en bon accord avec les résultats obtenus par Kaoui et al. [23] dans un écoulement de Poiseuille sans paroi.

Pour un degré de confinement suffisamment fort ($C_n = 0.8$) la forme de la vésicule est appelée *pantoufle confinée* (Fig. III.6). Il est intéressant de noter que pour un confinement au-delà de 0.6, la forme pantoufle confinée est observée in vivo (Fig. III.7) pour les globules rouges [15].

3.2.2 Forme parachute

Pour d’autres paramètres (un degré de confinement $C_n = 0.33$ et un nombre capillaire $Ca = 20$), la vésicule migre vers le centre de l’écoulement. Cependant, dans l’état stationnaire,

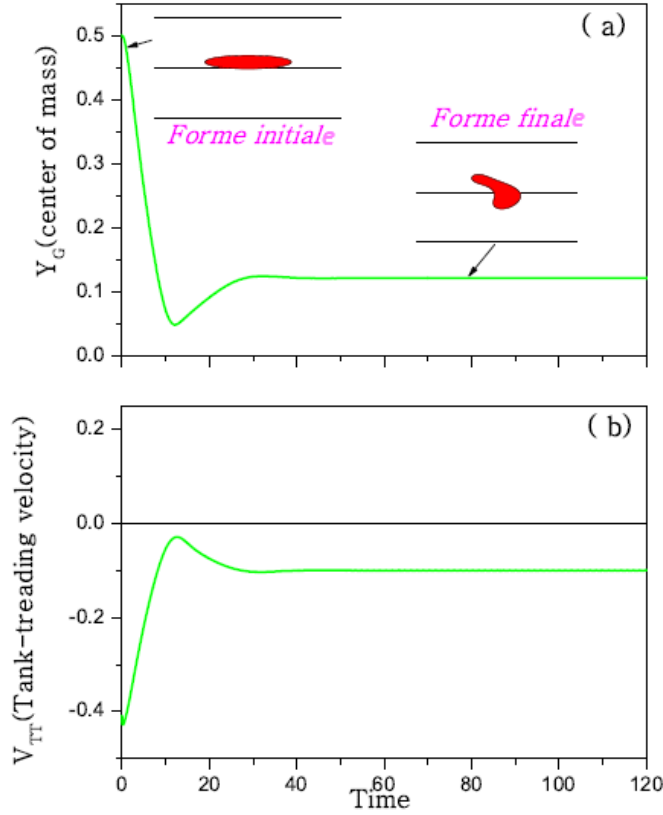


Figure III.5 – (a) Comportement du centre de masse et (b) la vitesse de chenille de char de la vésicule en fonction du temps. Pour $C_n = 0.25$ et $Ca = 10$.

la forme de la vésicule est symétrique (*parachute*), pour laquelle le centre de masse (Y_G) et la vitesse de chenille de char (V_{TT}) sont nulles (Fig. III.8).

Notons que, la forme parachute a été observée expérimentalement dans le cas des globules rouges (Fig. III.9) [15], et le cas des vésicules (Fig. III.10) [74], pour les grandes valeurs du confinement C_n et du nombre capillaire Ca .

3.2.3 Oscillation centrée de la forme (Centered Snaking)

Nous avons mis en évidence d'autres types de dynamiques. En particulier nous avons trouvé que pour certains paramètres la forme de la vésicule ne correspond ni à la forme asymétrique (*pantoufle*) ni à la forme symétrique (*parachute*), mais à une forme qui présente des oscillations temporelles par rapport au centre du canal, appelée *oscillation centrée de la forme*. Cette appellation a été adoptée dans ce cas en vertu du fait que ces oscillations sont symétriques par rapport au centre du canal.

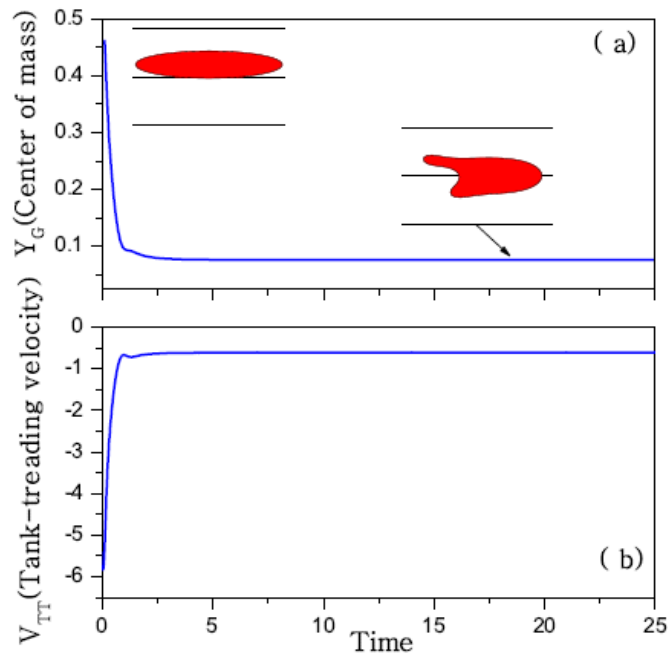


Figure III.6 – (a) Comportement du centre de masse et (b) la vitesse de chenille de char de la vésicule en fonction du temps. Pour $C_n = 0.8$ et $Ca = 40$.

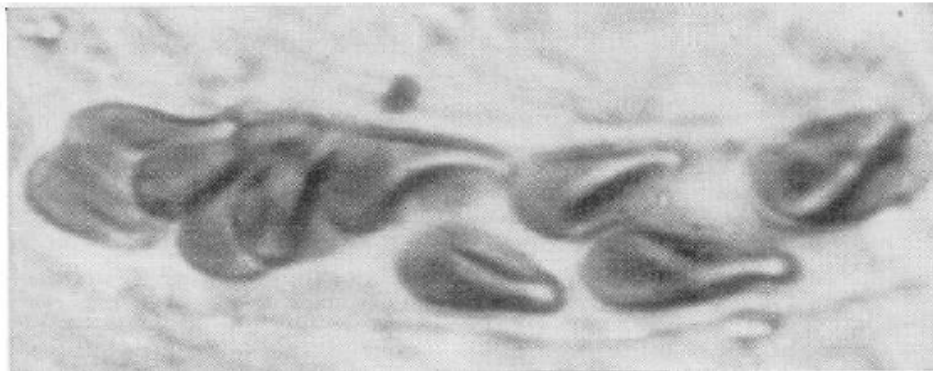


Figure III.7 – Globules rouges (humains) in "vivo" dans un vaisseau de diamètre environ 12μ [15].

La figure III.11 montre que les valeurs moyennes du centre de masse et de la vitesse de chenille de char sont nulles en moyenne sur une période d'oscillation. Notons que, ces résultats sont obtenus pour de petites valeurs du nombre capillaire Ca ($Ca < 10$) et pour un degré de confinement intermédiaire ou assez fort ($C_n > 0.43$).

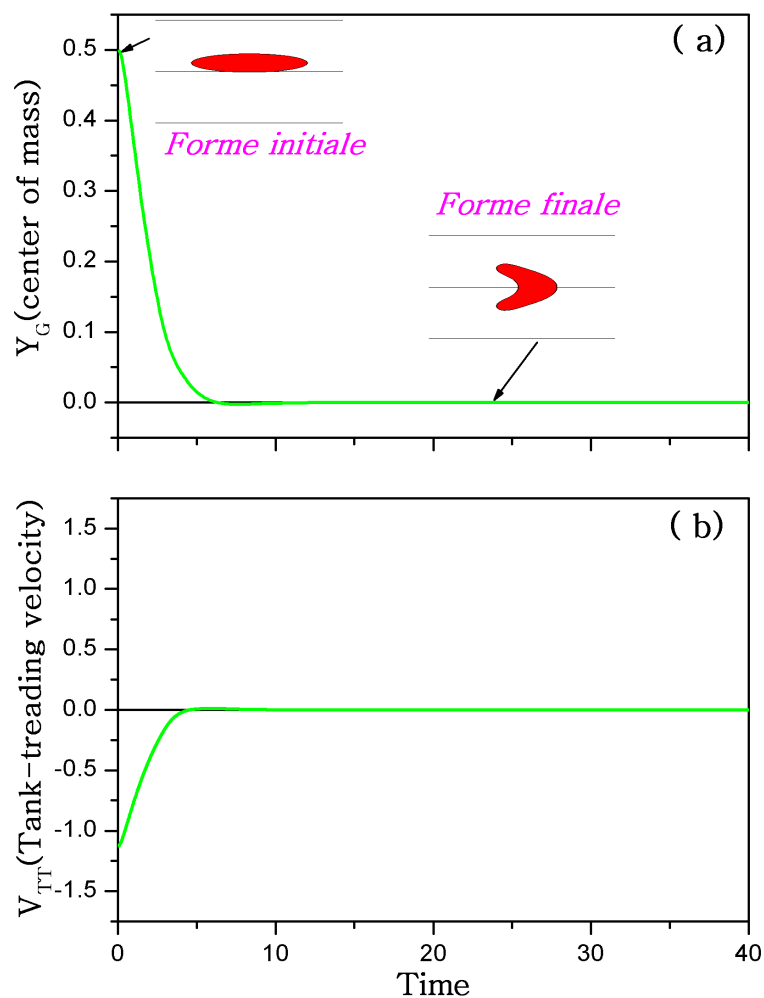


Figure III.8 – (a) Comportement du centre de masse et (b) la vitesse de chenille de char de la vésicule en fonction du temps. Pour $C_n = 0.33$ et $Ca = 20$.

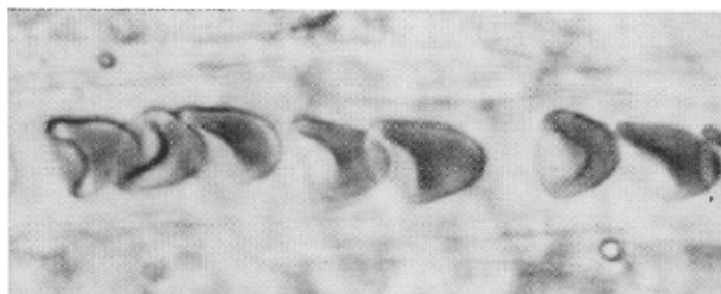


Figure III.9 – Globules rouges circulant "in vivo" dans un capillaire indiquant la forme parachute [15].

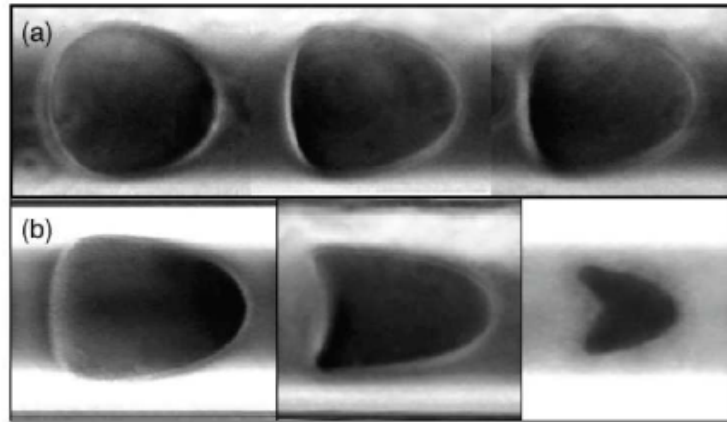


Figure III.10 – Formes des vésicules circulant dans les capillaires de verre [74].

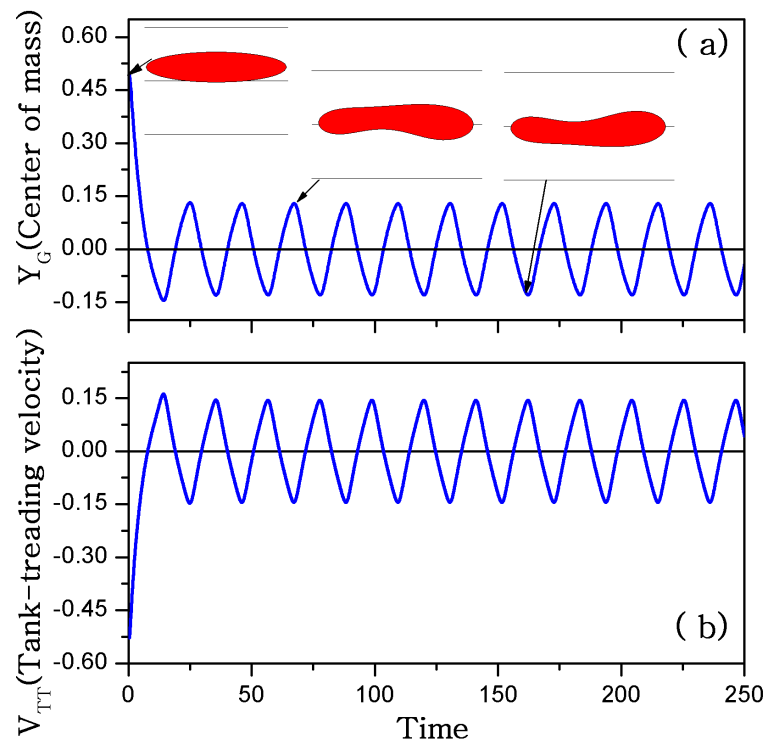


Figure III.11 – (a) Comportement du centre de masse et (b) la vitesse de chenille de char de la vésicule en fonction du temps dans le régime d'oscillation centrée. Pour $Ca = 5$ et $C_n = 0.6$.

3.2.4 Oscillation non centrée de la forme (Off-Centered Snaking)

Dans ce cas la vésicule effectue toujours une migration latérale vers le centre de l'écoulement de Poiseuille pour un nombre capillaire Ca assez petit ($4 < Ca < 10$) et un degré de confinement suffisamment fort ($0.6 < C_n < 0.82$). L'état permanent correspond à une forme qui présente

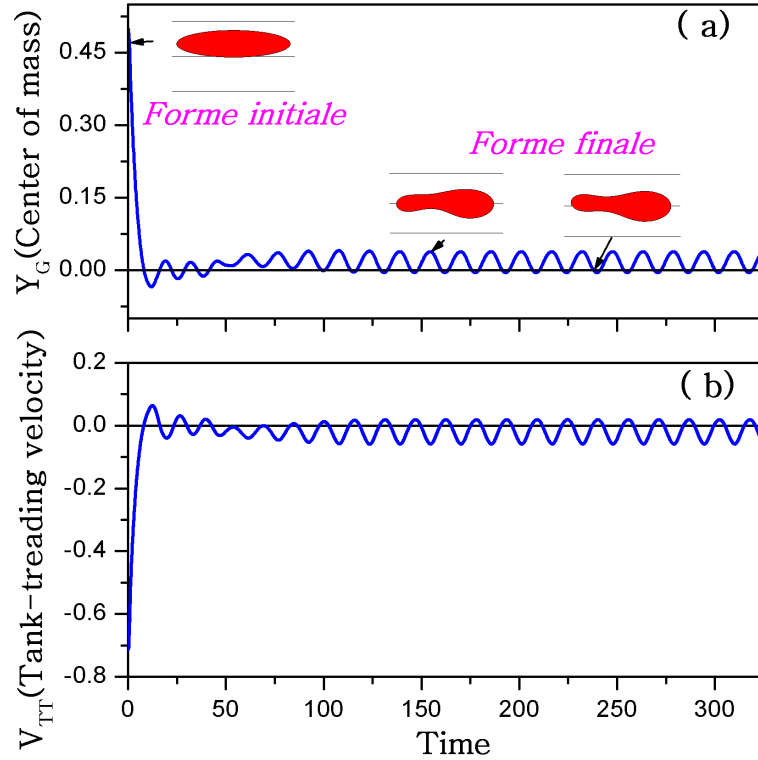


Figure III.12 – (a) Comportement du centre de masse et (b) la vitesse de chenille de char de la vésicule en fonction du temps, dans le régime d'oscillation non centrée. Pour $Ca = 5.5$ et $C_n = 0.7$.

des oscillations temporelles décentrées par rapport au centre du canal, appelée *oscillation non centrée de la forme*; ce terme a été adopté dans ce cas, parce que ces oscillations sont asymétriques par rapport au centre de l'écoulement. La figure III.12 montre le comportement du centre de masse et la vitesse de chenille de char de la vésicule dans le régime d'oscillation non centrée où la valeur moyenne de Y_G et V_{TT} sur une période d'oscillation non nulle.

3.2.5 Forme cacahuète (Peanut)

Pour compléter notre diagramme de phase, et dans le but d'examiner l'effet de la rigidité membranaire, nous avons diminué le nombre capillaire Ca . Dans ce cas la forme adoptée par la vésicule dans le canal à l'état stationnaire est la forme *cacahuète*, pour laquelle le centre de masse et la vitesse de chenille de char sont nulles (Fig. III.13). La figure III.13 montre le comportement du centre de masse et la vitesse de chenille de char de la vésicule. Cette forme a été observée pour des petites valeurs du nombre capillaire ($2 < Ca < 4$) et pour un degré de confinement suffisamment grand ($0.82 < C_n < 0.9$).

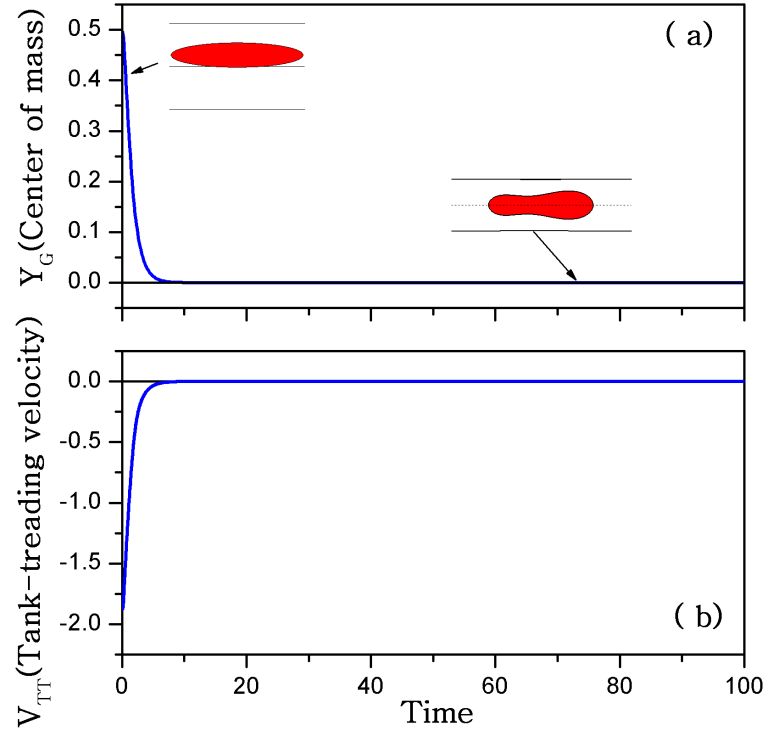


Figure III.13 – (a) Comportement du centre de masse et (b) la vitesse de chenille de char de la vésicule en fonction du temps, dans le régime de cacahuète. Pour $Ca = 2.5$ et $C_n = 0.9$.

4 Diagramme de phase

Nous nous proposons de déterminer le diagramme de phase dans l'espace de paramètres (C_n et Ca). La première étude a été réalisée en l'absence de contraste de viscosité ($\lambda = 1$). Ensuite nous aborderons le cas avec contraste de viscosité où nous allons découvrir des phénomènes nouveaux ($\lambda = 5$).

4.1 Sans contraste de viscosité ($\lambda = 1$)

Dans la section précédente, nous avons essayé de donner un bref aperçu sur toutes les formes possibles d'une vésicule sous écoulement de Poiseuille confiné, en faisant varier deux paramètres importants : le confinement (C_n) et le nombre capillaire (Ca). Ci-après nous allons discuter en détail le diagramme de phase et la manière dont on a procédé pour explorer l'espace des paramètres.

4.1.1 Effet du confinement (C_n)

Nous avons d'abord fixé le nombre capillaire $Ca = 10$ (une valeur typique dans le système microvasculaire) tout en augmentant le degré de confinement (C_n). Tout d'abord, pour un confinement suffisamment petit ($C_n = 0.1$) et pour une forme "elliptique" donnée comme condition initiale, nous constatons que la forme de la vésicule converge vers la forme pantoufle ; la forme parachute est instable. Ces résultats confirment ceux de Kaoui et al. [23] obtenus sans paroi. Ensuite, en augmentant le confinement, nous avons remarqué que la forme pantoufle disparaît dans l'intervalle de confinement $[0.3, 0.6]$ (c.-à-d. $0.3 < C_n < 0.6$). Autrement dit, la forme pantoufle devient instable, alors que la forme parachute retrouve sa stabilité.

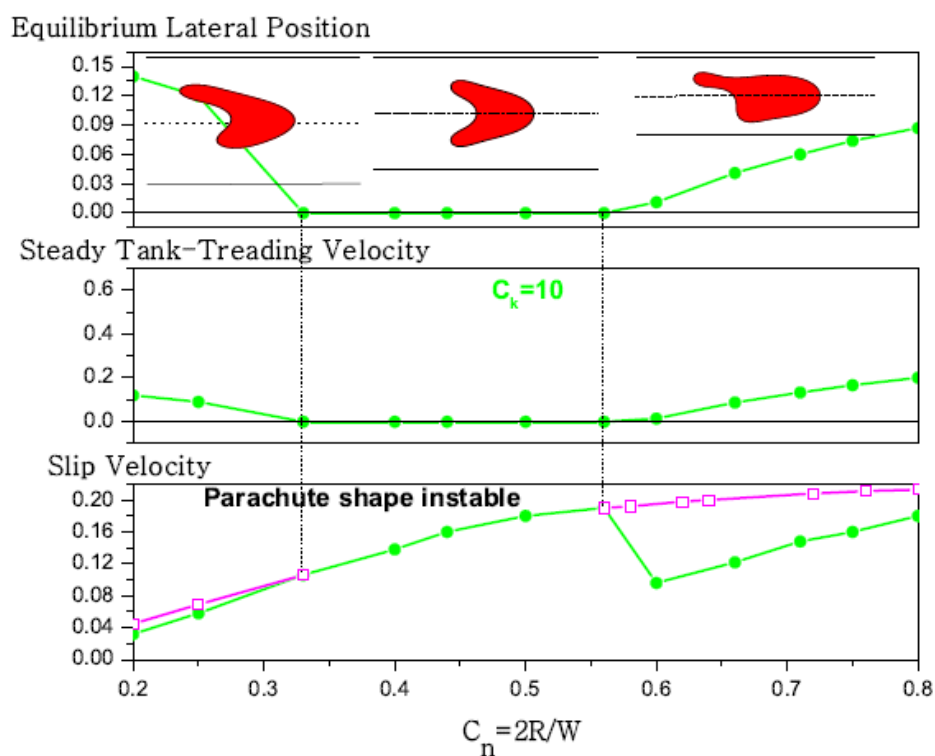


Figure III.14 – Centre de masse (en haut), la vitesse de chenille de char (au milieu) et la vitesse de glissement (en bas) de la vésicule en fonction du confinement (C_n). Le centre de masse de la forme pantoufle et sa vitesse de chenille de char sont non nulles, contrairement à la forme parachute où les deux quantités sont nulles.

Pour un confinement plus important, au delà de 0.6, la forme parachute devient instable et la forme stable est une pantoufle. Nous pensons que ce cas correspond (à droite sur la figure III.14) à celui des formes de globules rouges étudié expérimentalement par Skalak [15]. Il faut noter que la forme pantoufle se produit dans des sites de petit et grand confinement. Compte

tenu des valeurs de C_n où la forme pantoufle prévaut, notre résultat tendrait à dire que ce phénomène aura lieu dans les artérioles et les capillaires du système microvasculaire, là où a lieu justement les échanges d'oxygène entre globules rouges et les tissus.

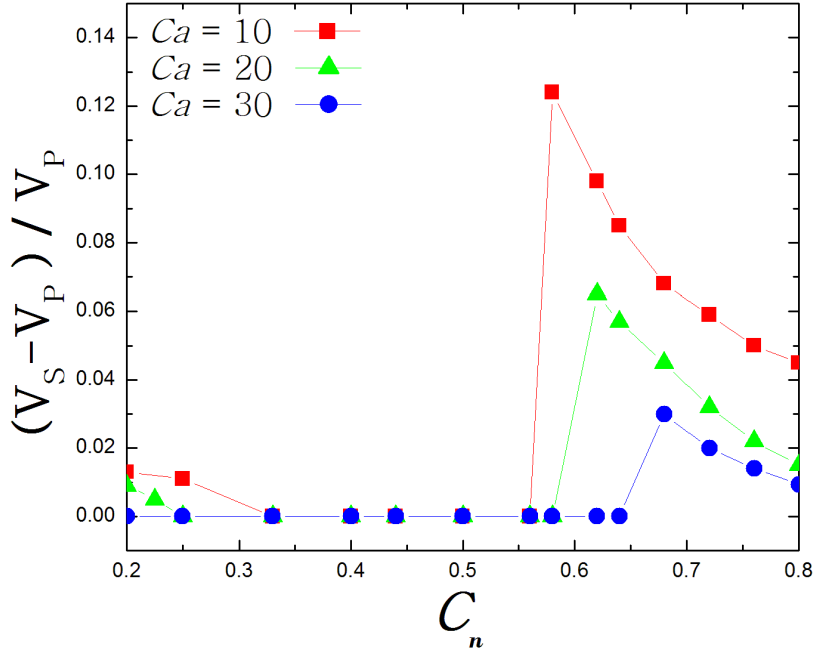


Figure III.15 – Efficacité de l'écoulement de la forme pantoufle par rapport à celle de la forme parachute en fonction du confinement pour les différentes valeurs de Ca .

La figure III.14 montre la position du centre de masse de la vésicule (en haut) en fonction du confinement et les formes correspondantes. En effet, l'instabilité de la forme pantoufle se trouve comme une caractéristique forte de la dynamique des globules rouges dans les artérioles et les capillaires.

Nous avons tenté de savoir s'il existe une explication intuitive à la prédominance de la pantoufle dans la microvascularisation. Nous avons examiné la question de l'efficacité de l'écoulement. D'abord, nous avons comparé la vitesse de la vésicule parachute (instable) dans le domaine de la forme pantoufle (stable) (notons que, la forme parachute a une durée de vie finie durant laquelle la vitesse peut être calculée) pour le même débit et les mêmes conditions de confinement. La figure III.15 montre que la forme pantoufle se déplace toujours plus vite que la forme parachute.

Le gain d'efficacité de l'écoulement atteint jusqu'à 15% (dans les capillaires) pour une série

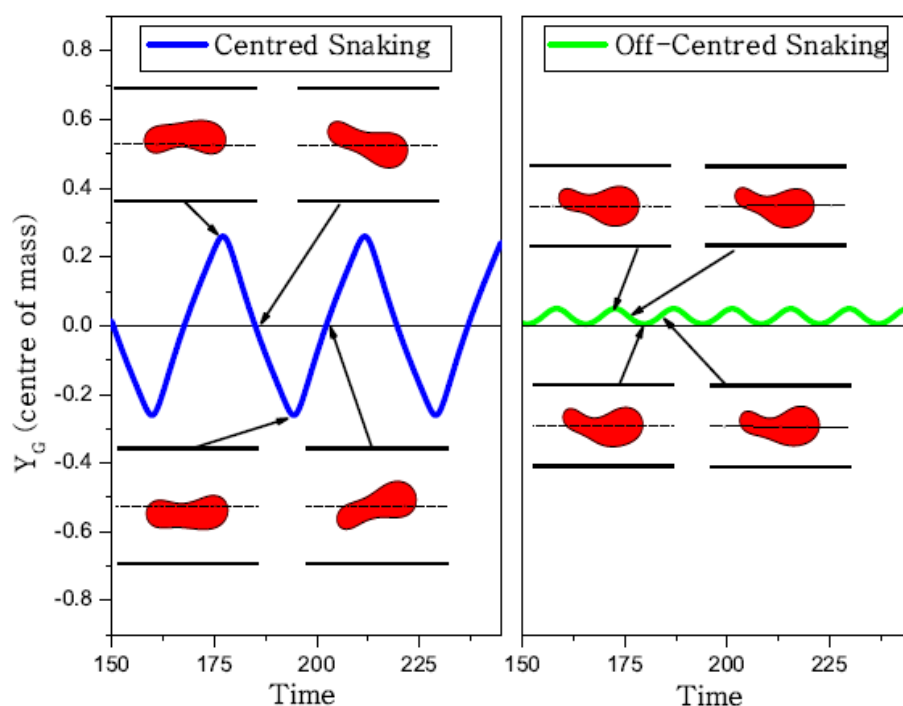


Figure III.16 – Mouvement d'oscillation centrée et décentrée. Les courbes montrent la position du centre de masse en fonction du temps pour le cas d'oscillation (centrée et décentrée). Les flèches indiquent le moment où la forme est affichée.

de paramètres du problème étudié. Une autre caractéristique essentielle associée à la forme pantoufle est la vitesse de chenille de char de la membrane (cette vitesse est nulle pour la forme parachute) représentée sur la figure III.14 (partie du milieu). Cette vitesse induit la recirculation de liquide à l'intérieur de la cellule. Puisque, les globules rouges transportent l'oxygène (et l'ATP, etc...) dans le système microvasculaire, le choix de la forme pantoufle pourrait donc garantir un mélange de l'hémoglobine et une disponibilité des espèces partout au sein du globule.

Le coefficient de diffusion de l'oxygène est de l'ordre $10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$ [75], ceci signifie qu'il faut environ 0.03 s pour que l'oxygène se diffuse à l'intérieur d'un globule rouge. La diffusion de l'ATP est environ 10 fois plus lente que celle de l'oxygène, ce qui implique que sa diffusion au sein d'un globule rouge nécessite un temps d'environ 0.5 seconde , pendant lequel un globule rouge parcourt environ 500 fois son rayon (la distance parcourue est d'environ 0.1 cm).

Le mélange dû au mouvement de chenille de char dans les capillaires (déterminé par le taux de cisaillement) se produit au bout d'un temps d'environ 0.01 s , et donc beaucoup plus vite que la diffusion de l'oxygène et de l'ATP. De plus, la forme pantoufle se trouve accompagnée

d'une augmentation de la contrainte de cisaillement de la paroi. Cette contrainte est liée à la libération de l'ATP [76].

4.1.2 Effet de la rigidité membranaire Ca

Il existe plusieurs maladies comme le "malaria", qui sont accompagnées d'une augmentation significative du module mécanique de la cellule [70]. Nous avons donc examiné l'effet d'augmenter la rigidité membranaire, ceci est équivalent à une diminution du nombre capillaire Ca . Nous avons utilisé des petites valeurs de Ca ($Ca < 10$) et un confinement suffisamment grand ($C_n > 0.43$). Dans ces conditions, on observe une migration latérale de la vésicule vers le centre du canal, et sa forme finale ne correspond ni à la forme pantoufle ni à la forme parachute, mais à une forme qui présente des oscillations temporelles par rapport au centre de l'écoulement. La figure III.16 montre le mouvement d'oscillation centrée et décentrée de la vésicule.

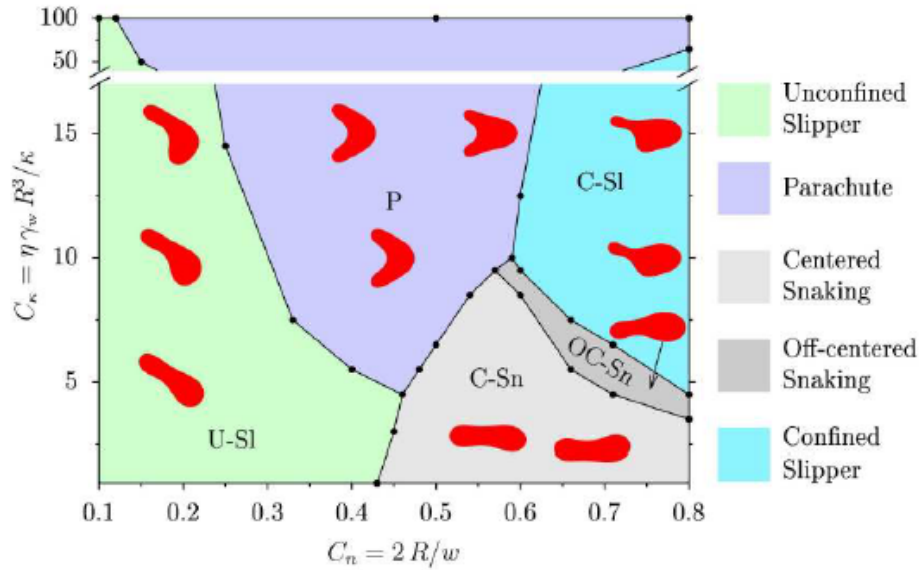


Figure III.17 – Diagramme de phase montrant les cinq régions en fonction du paramètre associé à l'écoulement et la rigidité de la membrane (Ca et le degré de confinement C_n).

La forme oscillante peut être centrée (la valeur moyenne du centre de masse Y_G est nulle) ou décentrée (la valeur moyenne de Y_G est non nulle). L'observation de chaque oscillation dépend des paramètres de l'écoulement (Ca et C_n). Ces résultats montrent les trois implications importantes dans le régime d'oscillation : (i) pour les cellules rigides, la déformation est réduite, ceci présente un obstacle majeur pour "comprimer" les globules rouges dans les capillaires pour faciliter leur passage, (ii) la forme oscillatoire, dans ce cas, permet la circulation efficace et (iii)

la vitesse de chenille de char est beaucoup plus petite par rapport à une cellule saine. En outre, il a été signalé précédemment [77] qu'il existe un passage de la forme disque à la forme allongée (forme prolata) due à une augmentation de la rigidité membranaire de la vésicule. Cela pourrait paraître à première vue, similaire au mouvement d'oscillation centrée, où l'axe principal est en moyenne dans la direction de l'écoulement. Mais cette question mérite plus d'étude avant d'arriver à une conclusion claire.

Nous avons étudié l'effet de la rigidité des parois sur le mouvement d'oscillation centrée.

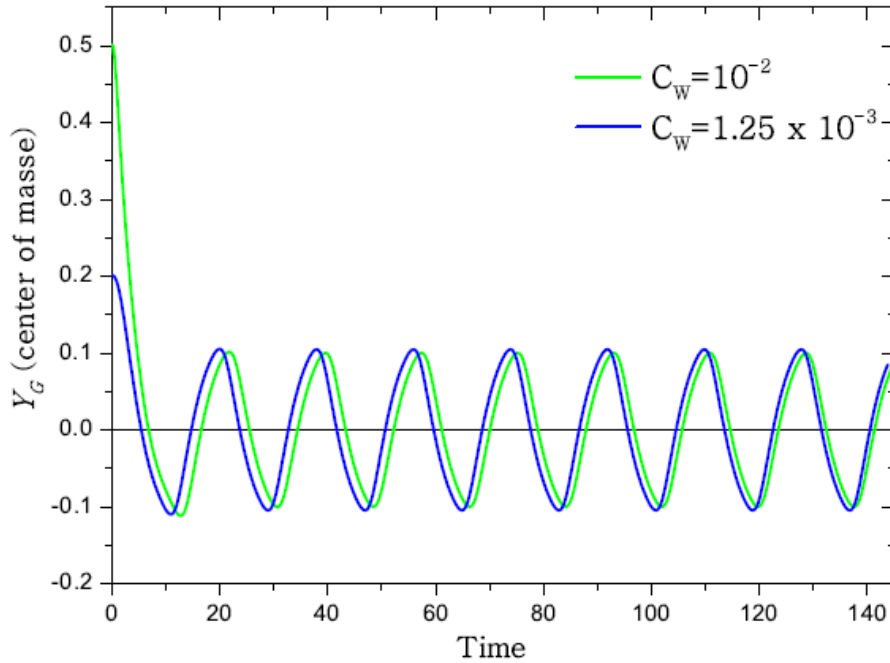


Figure III.18 – Evolution du centre de masse de la vésicule en fonction du temps dans le régime d'oscillation centrée. Pour $C_w = 10^{-2}$ et $C_w = 1.2510^{-3}$.

La figure III.18 montre le comportement du centre de masse de la vésicule en fonction du temps dans ce régime. Nous constatons que l'augmentation de la rigidité de paroi par un facteur 8 n'a pas d'influence sur l'amplitude de l'oscillation.

Nous avons effectué une analyse systématique dans l'espace des paramètres (C_n et Ca) pour déterminer la dynamique et les régions correspondants à chaque forme de la vésicule. Ces régions sont présentés sur la figure III.17. Notons que les cellules normales (Ca suffisamment grand) dans les capillaires correspondent à la partie supérieure de la région "bleu-ciel", alors que les cellules infectées peuvent correspondre soit à la forme pantoufle (en bas de la zone

"bleu-ciel" et à gauche) ou à la forme oscillation centrée (et décentrée) (régions "gris"), selon le degré de la rigidité membranaire (la partie inférieure du diagramme correspond à une rigidité plus élevée). En plus, dans les données expérimentales "in vitro" [19] et pour certaines mesures, il existe un accord avec la présente découverte concernant la partie supérieure du diagramme de phase de la figure III.17. A notre connaissance, il n'existe aucun travail expérimental sur la partie inférieure de la figure III.17 (surtout la partie inférieure du domaine moitié "vert" et les deux domaines "gris"). Certaines expériences sur des vésicules dans un microcanal ont été effectuées [74, 78]. Dans l'étude de Vitkova [74] seule la forme parachute a été observée pour $Ca \simeq 1000$ et $C_n \simeq 0.4 - 0.6$. Par contre, pour de petites valeurs de Ca (de l'ordre de 10 à 100) on s'attend à une forme pantoufle.

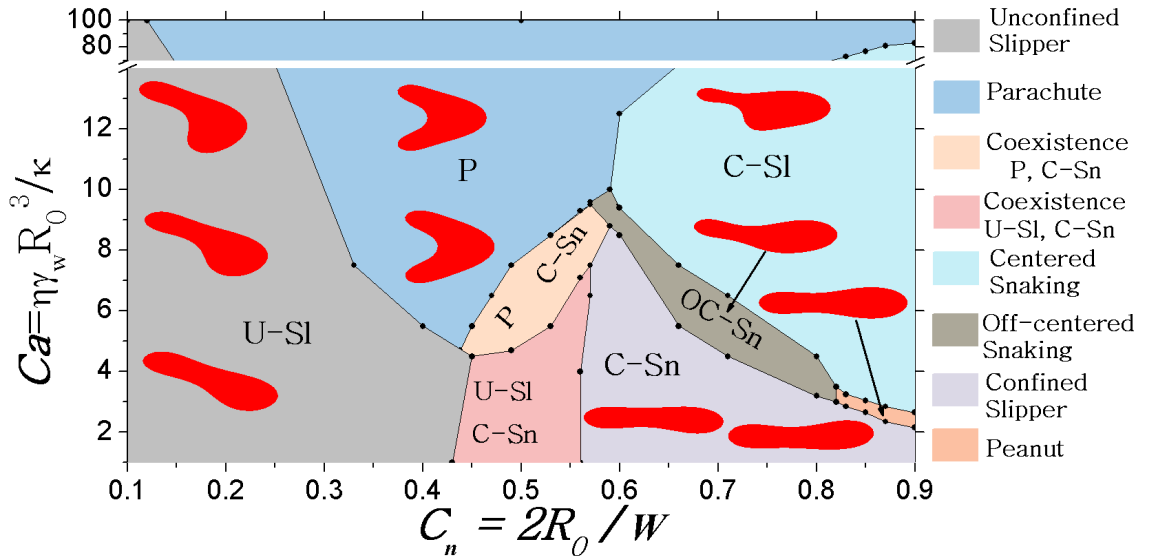


Figure III.19 – Diagramme de phase complet pour $\lambda = 1$.

Finalement, pour compléter le diagramme de phase de la figure III.17, nous avons essayé de changer les conditions initiales, pour déterminer précisément les lignes de transition entre les régions discutés précédemment. Cette étude a été motivée par la recherche de solutions métastables. Ces lignes représentent :

- (1)- Le passage de la forme pantoufle non confinée (U-Sl) à la forme parachute (P).
- (2)- Le passage de la forme pantoufle non confinée (U-Sl) à la forme oscillation centrée (C-Sn).
- (3)- Le passage de la forme parachute (P) à la forme oscillation centrée (C-Sn).
- (4)- Le passage de la forme parachute (P) à la forme pantoufle confinée (C-Sl).
- (5)- Le passage de la forme oscillation centrée (C-Sn) à la forme oscillation non centrée

(OC-Sn).

(6)- Le passage de la forme oscillation non centrée à la forme pantoufle confinée (C-SI).

Le changement de conditions initiales (par exemple : la forme de la vésicule, la position dans le canal, etc...), conduit aux conclusions suivantes :

- il n'existe aucune région de "coexistence" entre les régions désignées ci-dessus comme (1), (4), (5) et (6), qui dépend de ces conditions.

- par contre, pour les deux régions (2) et (3), il existe deux régions de "coexistence" qui dépend donc de ces conditions (voir la figure III.19).

4.2 Cas avec contraste de viscosité ($\lambda = 5$)

Dans l'étude précédente réalisée pour $\lambda = 1$ [79], nous avons montré que, pour un confinement suffisamment petit (C_n petit), la solution obtenue est la forme pantoufle, ceci est confirmée par l'étude de Kaoui al. en l'absence de confinement [23]. Par contre, pour un confinement suffisamment grand, il existe de nouvelles branches de solutions dans le diagramme de phase, ces résultats sont résumés sur la figure III.17. Ce diagramme de phase montre que le passage de la forme parachute à la forme pantoufle s'effectue toujours à faible et à fort degré de confinement (C_n), et également en diminuant la force de l'écoulement (diminution de Ca). Une partie de notre diagramme de phase (pour $C_n < 0.43$) est en accord avec les expériences qui montrent que la forme pantoufle apparaît lors de la diminution de la force de l'écoulement [18–20], mais l'autre partie de notre étude numérique (pour $C_n > 0.43$ et $Ca < 9$) (figure III.17) est en contradiction avec ces expériences.

Dans le but de comprendre ces différences nous avons analysé le cas avec contraste de viscosité (les globules rouges humains ont une viscosité d'environ 5 fois celle du plasma sanguin). Nous avons découvert dans ce cas qu'il existe une branche de solution pantoufle ayant lieu quand on augmente la force de l'écoulement. Ces résultats sont résumés dans le diagramme de phase III.20.

4.2.1 Effet du nombre capillaire (Ca)

Pour les faibles amplitudes de l'écoulement (notamment $Ca < 100$), on constate que les formes adoptées par les vésicules dans le diagramme de phase (Fig. III.20) sont similaires à celles obtenues en l'absence de contraste de viscosité ($\lambda = 1$) (Fig. III.17). Cependant, pour les grandes valeurs du confinement (par rapport à la figure III.17) nous avons découvert un

nouveau domaine (rose) avec une forme très allongée. Ce confinement n'avait pas été exploré auparavant dans le cas $\lambda = 1$.

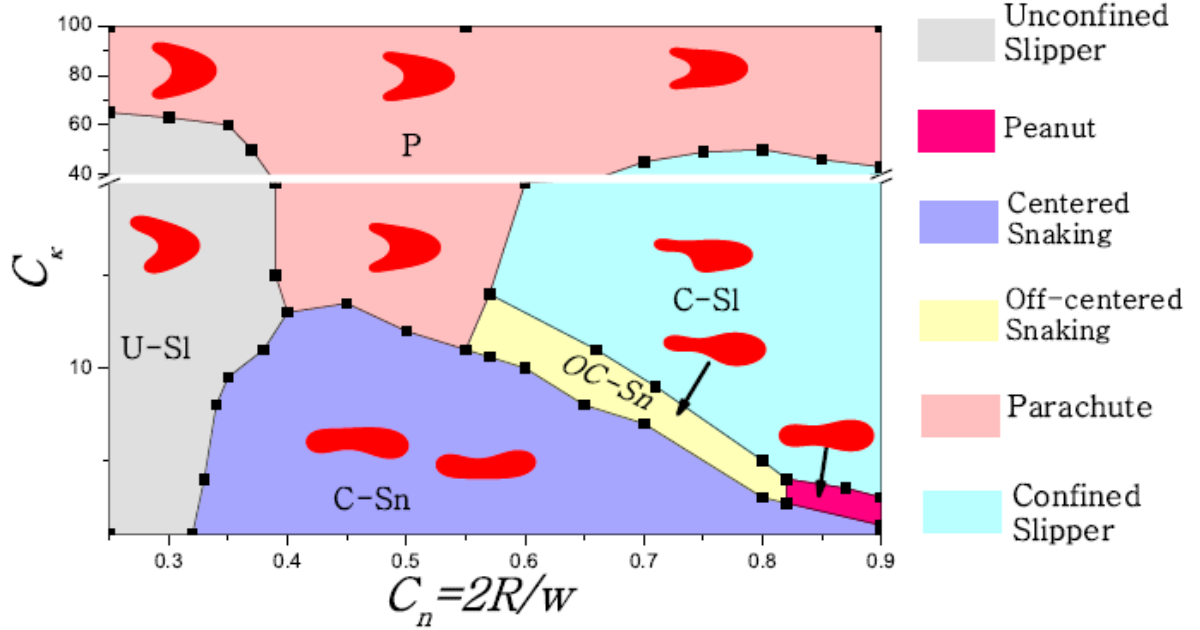


Figure III.20 – Diagramme de phases pour $\lambda = 5$ [80].

En d'autres termes, pour une amplitude pas trop grande de l'écoulement, la caractéristique globale du diagramme de phase ne dépend pas de λ . Par ailleurs, en comparant les deux figures III.17 et III.20, on constate que sur la figure III.20, le diagramme de phase est décalé vers des valeurs supérieures du nombre capillaire Ca . Ceci est dû à une rigidité effective plus élevée de la vésicule ($\lambda = 5$). En effet, afin de déclencher une forme parachute (à partir de la forme oscillation centrée), il est nécessaire d'avoir un écoulement plus élevé pour surmonter la rigidité effective de la vésicule.

Par la suite, nous fixons le confinement à $C_n = 0.35$, et nous faisons varier Ca systématiquement. La figure III.21 montre la position latérale du centre de masse (Y_G) dans le canal en fonction du nombre capillaire Ca .

Rappelons que les formes symétriques et asymétriques sont caractérisées par $Y_G = 0$ et $Y_G \neq 0$, respectivement. Pour Ca petit, la forme est asymétrique (c'est le cas également pour $\lambda = 1$), ce qui correspond à la solution de la forme pantoufle. Lorsqu'on augmente la force de l'écoulement (notamment, $20 < Ca < 100$), on constate que le centre de masse Y_G s'annule, ce qui signifie que la solution devient symétrique (parachute). D'autre part, on observe l'apparition d'une nouvelle branche asymétrique en augmentant davantage la force de l'écoulement (notam-

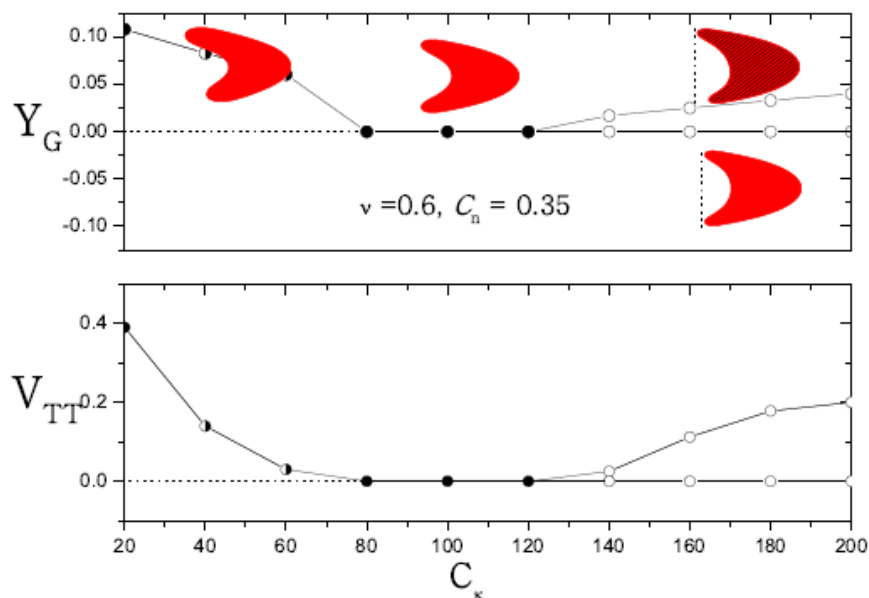


Figure III.21 – Position du centre de masse Y_G (en haut) et la vitesse de chenille de char V_{TT} (en bas) en fonction de la force de l'écoulement.

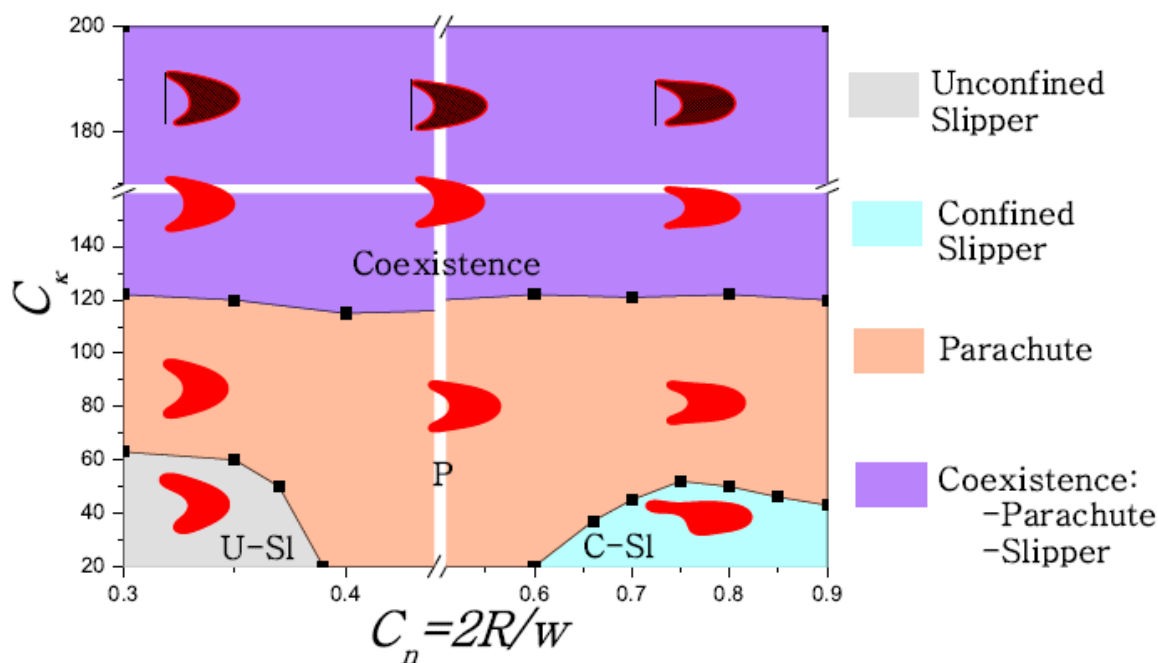


Figure III.22 – Diagramme de phase complète pour $\lambda = 5$ [80].

ment, $Ca > 100$), comme représenté sur la figure III.22. Le même comportement a été trouvé pour les différentes valeurs du confinement C_n (nous avons exploré une série de $C_n = 0.3 - 0.9$).

La nouvelle branche asymétrique (pantoufle) apparaît en augmentant la force de l'écoulement (Ca), en accord avec les observation expérimentales [18–20].

4.2.2 Coexistence pantoufle-parachute

Par la répétition de notre exploration pour les différentes valeurs de C_n et la force de l'écoulement (notamment Ca), nous pourrions explorer le diagramme de phase pour les différentes formes.

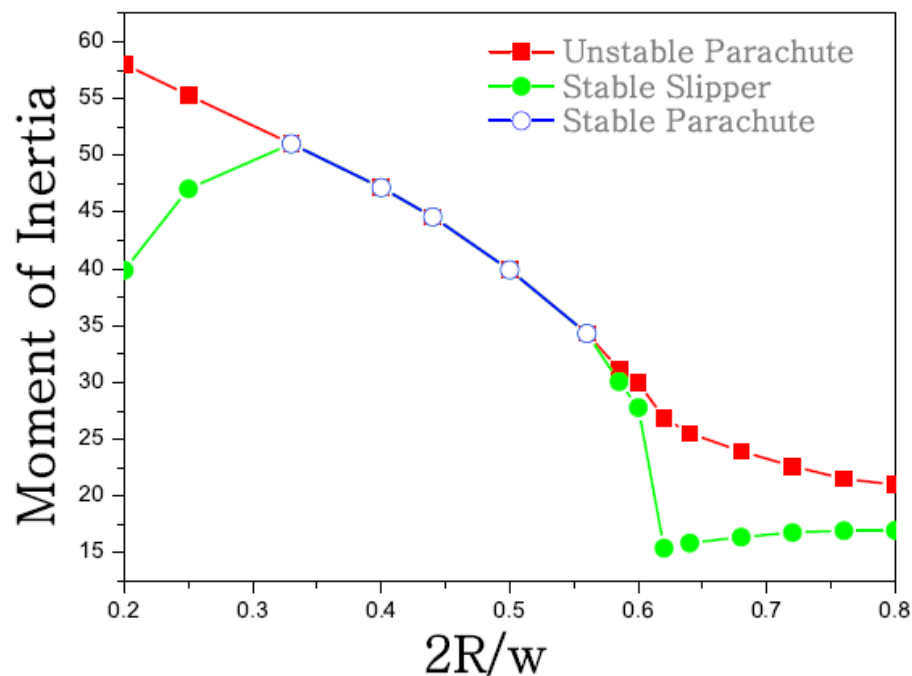


Figure III.23 – Moment d'inertie pour la forme pantoufle et la forme parachute en fonction du confinement, pour $C_\kappa = 20$.

Les résultats sont présentés sur la figure III.22. La forme pantoufle est indiquée par la couleur rouge hachée avec des lignes fines, pour la distinguer de la forme parachute, puisque les deux formes peuvent coexister pour les mêmes paramètres du problème. Cette coexistence se révèle d'être présente pour tous les confinements explorés jusqu'à présent.

Un des résultat important est que la présence d'un contraste de viscosité produit un passage de la forme parachute vers la forme pantoufle lorsqu'on augmente la force de l'écoulement, ce qui n'était pas le cas sans contraste de viscosité. Ce résultat est en accord avec les observations [18–20].

4.2.3 Pourquoi la forme pantoufle va plus vite que la forme parachute ?

Finalement, nous souhaitons donner une image intuitive simple sur la prédominance des formes asymétriques en milieu confiné. Tout d'abord nous avons trouvé que cette forme se déplace plus vite que la forme parachute, ce qui pourrait être à l'origine de sa prévalence en microcirculation. A priori ce résultat est quelque peu troublant puisque la pantoufle a un centre de masse en dehors de la ligne centrale de l'écoulement (où la vitesse est maximale), et malgré cela elle est capable de se déplacer plus rapidement.

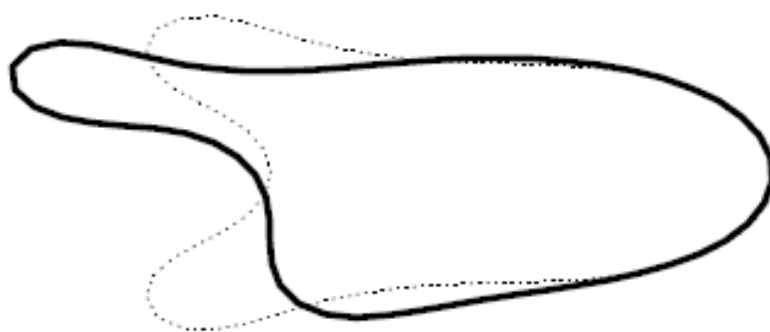


Figure III.24 – Comparaison entre la forme pantoufle (trait plein) et parachute (ligne pointillé), pour $C_n = 0.8$ et $Ca = 20$.

Pour comprendre cette caractéristique, nous comparons les formes parachute et les formes pantoufle (Fig. III.24), pour les mêmes valeurs de paramètres (la parachute est instable alors que le pantoufle est stable). Nous voyons sur la figure III.24 que le centre de masse de la forme pantoufle est au-dessus de la ligne centrale. Or, et c'est là un point principal, la distribution de la masse globale de la forme pantoufle est plus accumulée autour du centre ce qui ne l'est pas la forme parachute. Pour quantifier la distribution de masse, nous avons tracé le moment d'inertie par rapport au centre de l'écoulement pour chacune des formes. Cette quantité nous informe sur comment les points représentatifs de la cellule sont répartis autour de la ligne centrale. Nous constatons que le moment d'inertie de la forme pantoufle est toujours inférieur à celui de la forme parachute, voir figure III.23, confirmant ainsi que la forme pantoufle est plus centrée en moyenne que la forme parachute, même si son centre de masse est hors du centre de la ligne centrale.

Chapitre IV

Vésicule dans un écoulement de Cisaillement confiné

1 Introduction

Notre objectif principal dans ce chapitre est de donner une étude approfondie des phénomènes fondamentaux reliant la rhéologie à la dynamique microscopique des vésicules. La dynamique d'une vésicule dans un écoulement de cisaillement linéaire non confiné et la rhéologie d'une suspension diluée de vésicules sont analysées en détail expérimentalement et théoriquement [4–6, 40–43, 81–85]. Nous sommes intéressé à l'étude des effets du contraste de viscosité, du nombre capillaire et du confinement sur la dynamique et les propriétés rhéologiques de ces vésicules, à l'aide de la méthode des intégrales de frontière.

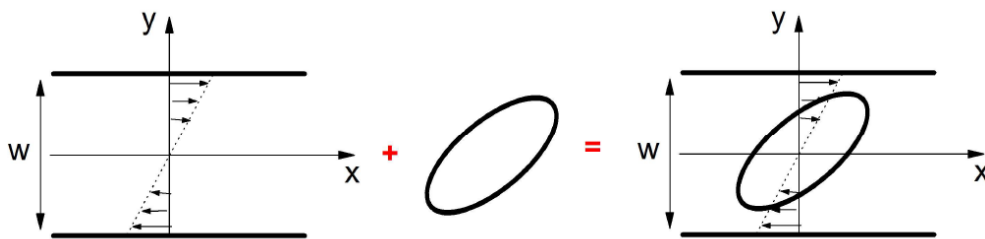


Figure IV.1 – Vu schématique de système étudié.

Plus précisément, nous étudions le comportement de la viscosité effective et l'angle d'inclinaison de la vésicule en fonction du confinement. Pour ce faire, nous considérons le cas d'une seule vésicule bidimensionnelle immergée dans un écoulement de cisaillement linéaire confiné (Fig. IV.1). Il est maintenant bien établi qu'une vésicule non confinée ou un globule rouge soumis à un écoulement de cisaillement présente deux types de dynamique [42, 86–88] :

- Chenille de char (Tank-treading)

À faible contraste de viscosité ou à faible dégonflement, il est peu coûteux de cisailier le fluide interne : la vésicule adopte alors une orientation stationnaire ψ par rapport à l'écoulement, et sa membrane tourne sans modifier sa forme générale, tout en entraînant le fluide interne. En effet, la figure IV.2 (A et B) montre une succession d'images présentant le mouvement de chenille de

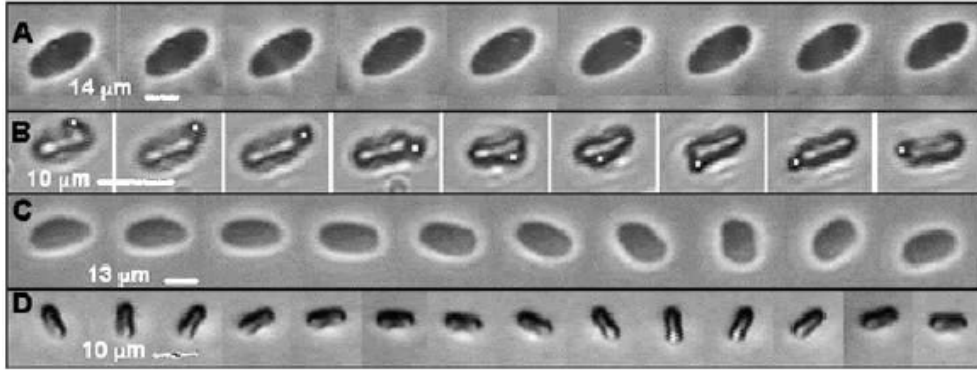


Figure IV.2 – Image temporelle du mouvement de chenille de char (A et B) et de bascule (C et D) pour les vésicules et globules rouges, respectivement [19].

char d'une vésicule et d'un globule rouge. Il est clair que la vésicule et le globule rouge gardent une orientation fixe au cours du temps, tandis que la membrane tourne comme une chenille de char.

- Bascule (Tumbling)

Si la vésicule devient plus dégonflée et/ou plus visqueuse, le mouvement de chenille de char devient trop coûteux, et la vésicule se comporte alors comme un objet solide, en tournant sur elle même (Fig. IV.2 C et D).

D'après la littérature, la transition entre ces deux états dynamiques dépend de trois paramètres sans dimension : (i) le taux de remplissage ν , (ii) le contraste de viscosité λ et (iii) le nombre capillaire Ca [89–92]. Dans ce travail nous traitons l'effet d'un autre paramètre de contrôle supplémentaire qui est le degré de confinement. Outre l'intérêt fondamental, l'effet du confinement est assez naturel dans beaucoup de situations : (i) en microfluidiques, (ii) dans la circulation sanguine, pour ne citer que ces deux exemples qui connaissent un véritable engouement. Sur un plan purement pratique, le confinement peut conduire à une surestimation de la viscosité effective mesurée dans le sang comme indiqué dans [93].

La première quantité rhéologique naturelle est la viscosité effective :

$$\eta_{eff} \equiv \frac{\langle \sigma_{xy} \rangle}{\dot{\gamma}} \quad (\text{IV.1})$$

où σ est le tenseur des contraintes de la suspension qui dépend de la déformation des vésicules et $\langle \rangle$ désigne la valeur moyenne sur le volume.

Il est usuel de retrancher la contribution due à l'écoulement imposé et de normaliser le résultat par un facteur approprié, qui contient la fraction volumique ϕ des entités en suspension [94]. L'écoulement de cisaillement linéaire donne trivialement $\langle \sigma_{xy} \rangle = \eta_0 \dot{\gamma}$, et la quantité sans dimension réduite prend la forme

$$[\eta] \equiv \frac{\langle \sigma_{xy} \rangle - \eta_0 \dot{\gamma}}{\eta_0 \dot{\gamma} \phi} \quad (\text{IV.2})$$

cette quantité est appelée la viscosité intrinsèque. Les figures IV.3 et IV.4 montrent nos simulations donnant l'angle d'inclinaison dans le régime de chenille de char et la viscosité intrinsèque dans les deux régimes (chenille de char et bascule). A faible contraste de viscosité λ , la vésicule effectue le mouvement de chenille de char, tandis qu'à forte valeur de λ , la vésicule effectue un mouvement de bascule. De plus, la viscosité de la suspension obtenue est minimale à une valeur critique de λ_c . Ce minimum a lieu à la bifurcation du mouvement de chenille de char vers le mouvement de bascule.

En présence de parois, nous disposons d'un autre paramètre sans dimension, le degré de confinement C_n . Ce paramètre joue un rôle important, comme on va le voir par la suite. A titre d'illustration, nous montrons sur les deux figures IV.3 et IV.4 l'influence de C_n et Ca sur l'angle d'inclinaison et sur la viscosité réduite, pour $\nu = 0.8$.

2 Effet du nombre capillaire

Nous avons analysé le comportement d'une suspension de vésicule tout en augmentant le taux de cisaillement γ . Deux séries de simulations ont été réalisées, avec des nombres capillaires $Ca = 1.0$ et $Ca = 10.0$. Les résultats sont présentés sur la figure IV.4. On peut constater que la dynamique et la rhéologie montrent des variations significatives en fonction du taux de cisaillement (ou Ca). De plus, on constate que lorsqu'on augmente Ca , la limite de transition entre le chenille de char et la bascule est décalée vers des valeurs plus élevées de λ . Cet effet est lié à l'augmentation de la déformabilité de la vésicule. En outre, une diminution de $[\eta]$ est observée dans le régime de bascule.

Comme on l'a déjà dit plus haut, la viscosité effective d'une suspension de vésicules a un comportement complexe en raison de sa dépendance vis-à-vis de la dynamique microscopique.

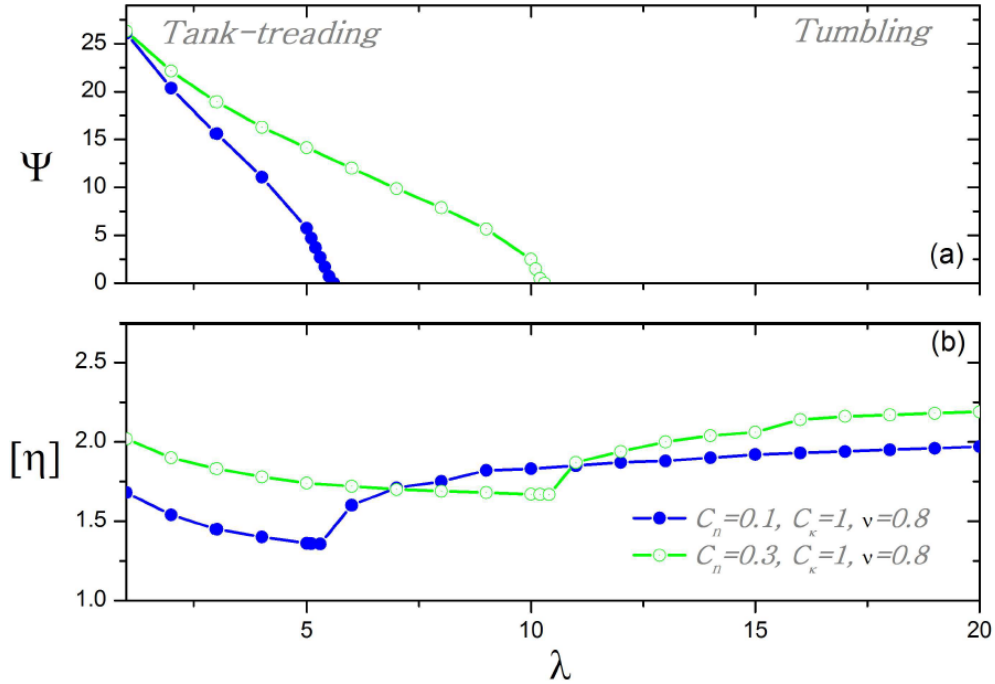


Figure IV.3 – Les deux figures représentent : (a) l'angle d'inclinaison et (b) la viscosité intrinsèque $[\eta]$ en fonction du contraste de viscosité λ . L'aire réduite vaut $\nu = 0.8$, le nombre capillaire $Ca = 1$ et le degré de confinement ($C_n = 0.1$ et $C_n = 0.3$).

Lorsqu'elle est tracée en fonction du rapport de viscosité, Figs. IV.3(b) et IV.4(b), $[\eta]$ présente un comportement non-linéaire et non monotone. Aux faibles valeurs de λ , la vésicule effectue un mouvement de chenille de char. Par contre aux fortes valeurs de λ , la vésicule subit un mouvement de bascule périodique. Dans le régime de chenille de char, $[\eta]$ est une fonction décroissante de λ . L'origine de cette effet est dans l'augmentation de λ qui s'accompagne d'une diminution de l'angle d'inclinaison par rapport au sens de l'écoulement, et donc la vésicule oppose moins de résistance à l'écoulement (Figs. IV.3(b) et IV.4(b)). Le mécanisme est en réalité est un peu plus subtil, comme il est expliqué récemment [95].

Dans le régime de bascule la vésicule balaye une section efficace plus grande contre l'écoulement, et ceci résulte en une résistance plus marquée contre l'écoulement par rapport au cas de chenille de char. Ceci explique la croissance de $[\eta]$ avec λ dans le régime de bascule. La viscosité intrinsèque est donc minimale à la transition entre les deux régimes. Ces résultats confirment ce que nous savons déjà sur le cas non confiné [82, 95]. Ce comportement est également en accord avec les expériences sur les suspensions de vésicules et sur les globules rouges [96].

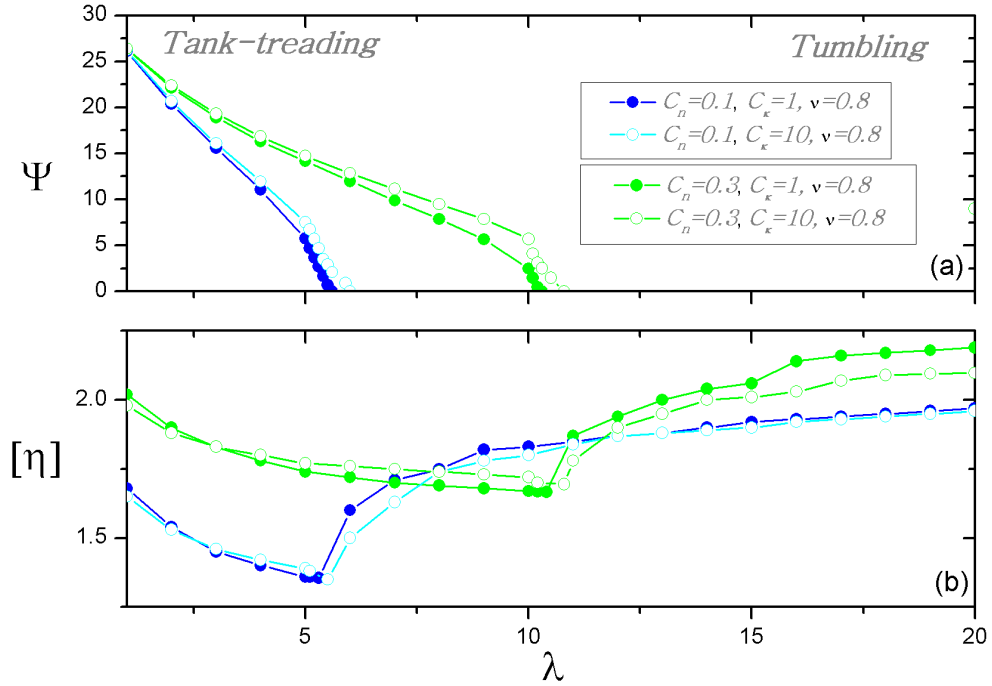


Figure IV.4 – Dynamique et rhéologie d'une suspension de vésicule pour différentes valeurs du confinement C_n et du nombre capillaire Ca . Les deux courbes représentent : (a) l'angle d'inclinaison et (b) la viscosité intrinsèque en fonction du rapport de viscosité λ .

3 Effet du confinement C_n

Dans cette section, nous étudions brièvement les effets du contraste de viscosité λ et du confinement C_n . À cet effet, nous calculons les quantités physiques caractérisant chaque état dynamique de la vésicule en fonction de λ et de C_n . Le mouvement de chenille de char est caractérisé par l'angle d'inclinaison ψ et la vitesse membranaire de chenille de char V_{TT} , alors que le mouvement de bascule est caractérisé par la fréquence de bascule ω .

La Figure IV.5 montre la variation de ces quantités lorsqu'on augmente le contraste de viscosité λ de 1 à 16. ψ est normalisée par $\pi/6$, et V_{TT} et ω sont normalisés respectivement, par la vitesse de rotation ($\gamma R_0/2$) et la fréquence ($\gamma/4\pi$) d'un cylindre rigide en rotation dans un écoulement de cisaillement non confiné [97]. A faible λ , la vésicule effectue le mouvement de chenille de char (panneau de gauche). Une augmentation de λ s'accompagne d'une diminution de ψ et V_{TT} . Pour $\lambda > \lambda_c \simeq 8.02$, le mouvement de bascule prend le relais (panneau de droite). Dans le régime de bascule, ω augmente en fonction de λ jusqu'à une valeur de saturation de cette dernière (limite d'une particule rigide). De plus, même à ce degré de confinement ($C_n = 0.2$), nous sommes en mesure de reproduire qualitativement le même comportement dynamique connu pour les vésicules visqueuses non confinées ($C_n = 0$), rapportés par exemple

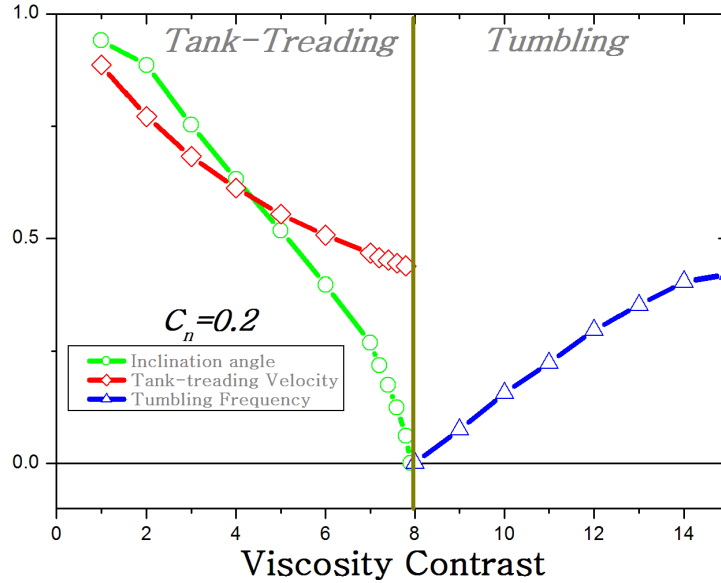


Figure IV.5 – Transition de l'état dynamique de la vésicule induite par une augmentation du contraste de viscosité λ , pour $C_n = 0.2$. L'angle d'inclinaison ψ et la vitesse de chenille de char V_{TT} diminuent en fonction de λ (gauche). La fréquence de bascule ω augmente en fonction de λ (droite). Qualitativement, les mêmes comportements dynamique sont observés pour les vésicules visqueuses non confinés ($C_n = 0$) [42, 86].

dans les références [42, 86–88]. Ensuite, nous examinons l'effet du confinement. On calcule ψ de chenille de char de la vésicule en fonction de λ pour trois valeurs différentes de C_n (0.1, 0.2 et 0.5).

La figure IV.6 représente l'évolution de ψ en fonction de λ pour les trois degrés de confinement (le même comportement indiqué dans la figure IV.5 pour $C_n = 0.2$).

Nous remarquons que pour les deux valeurs de C_n (0.1 et 0.3), l'angle d'inclinaison s'annule en deux valeurs différentes de λ . En augmentant C_n de 0.1 à 0.3, la transition de régime de chenille de char vers celui de bascule passe de 7.48 à 10.48. Pour une plus grande valeur de $C_n = 0.5$, ψ diminue progressivement, mais sans atteindre zéro, par conséquent, la transition vers le mouvement de bascule n'est pas observée. D'après la figure IV.6, nous remarquons que le confinement augmente la valeur de λ_c et élimine le mouvement de bascule à haute valeur du confinement (pour une série de paramètres explorés dans la présente étude).

La figure IV.7 représente le contraste de viscosité critique λ_c en fonction du confinement C_n . Cela donne le diagramme de phase ($\lambda - C_n$) des états dynamiques d'une vésicule visqueuse

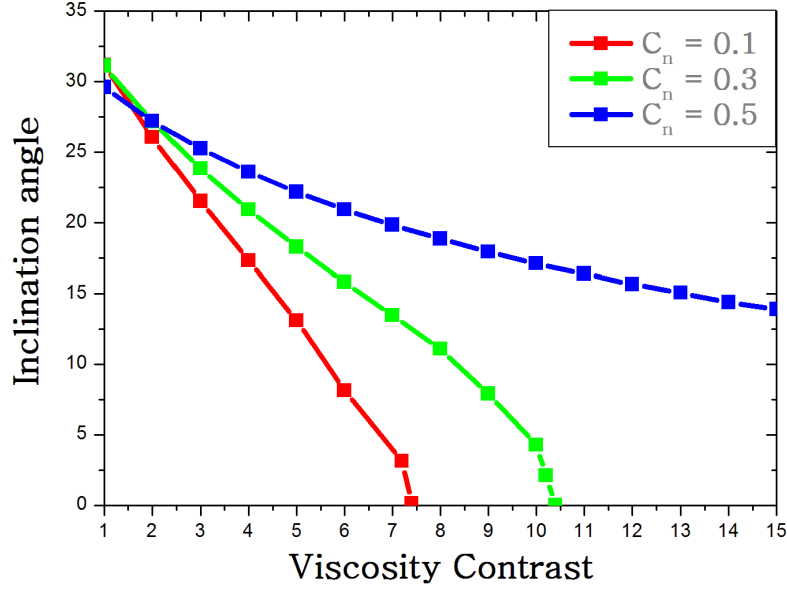


Figure IV.6 – Angle d’inclinaison ψ en fonction du contraste de viscosité λ à trois différents degrés de confinement ($C_n = 0.1, 0.3 \text{ et } 0.5$).

soumise à un écoulement de cisaillement confiné. On observe que le seuil de la transition λ_c est repoussé vers le haut par l’augmentation du confinement. La même évolution a été observée par Beaucourt et Kaoui [42, 98] pour $0.1 < C_n < 0.3$. Ici nous avons exploré un intervalle plus large en confinement $0.05 < C_n < 0.45$.

La figure IV.6 présente une conclusion intéressante concernant la transition de chenille de char vers le mouvement de bascule. En effet, le confinement est un paramètre de contrôle au même titre que le contraste de viscosité λ , et peut induire des transitions au sens *des systèmes dynamiques*, c.à.d. il s’agit là aussi d’une véritable bifurcation.

Un fait peu surprenant est le suivant. L’angle d’inclinaison se comporte différemment selon la valeur de λ ($\lambda = 1$ ou $\lambda > 1$), voir Fig. IV.8. Pour $\lambda = 1$, l’angle diminue de façon monotone avec le confinement C_n . Pour $\lambda > 1$, l’angle d’inclinaison augmente jusqu’à un maximum, puis diminue lorsque le confinement augmente. Dans les deux cas ($\lambda = 1$ et $\lambda > 1$), les angles d’inclinaison convergent qualitativement vers la même valeur de ψ à fort confinement ($C_n > 1$). Nous observons la même variation non-monotone de l’angle en fonction du confinement pour les autres valeurs de λ . Pour les gouttelettes visqueuses confinées, l’augmentation de ψ en fonction de C_n a été également observée numériquement [99] et expérimentalement [100], mais aucune

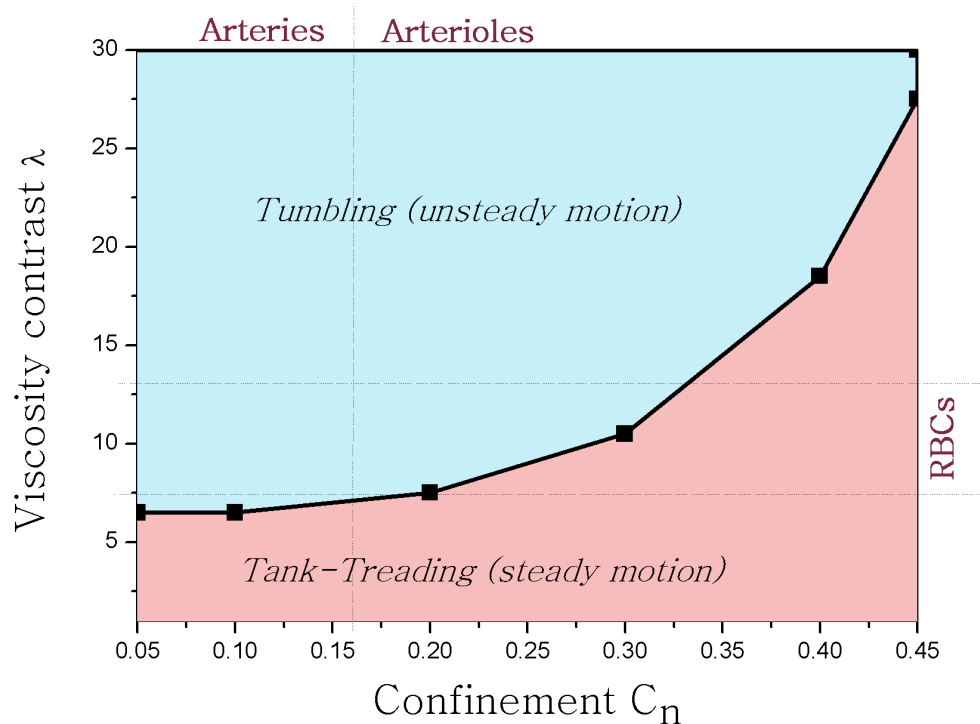


Figure IV.7 – Le diagramme de phase ($\lambda - C_n$) des états dynamiques (chenille de char ou bascule) de la vésicule visqueuse soumise à un écoulement de cisaillement confiné. L'intervalle de $7 < \lambda < 13$ correspond aux globules rouges.

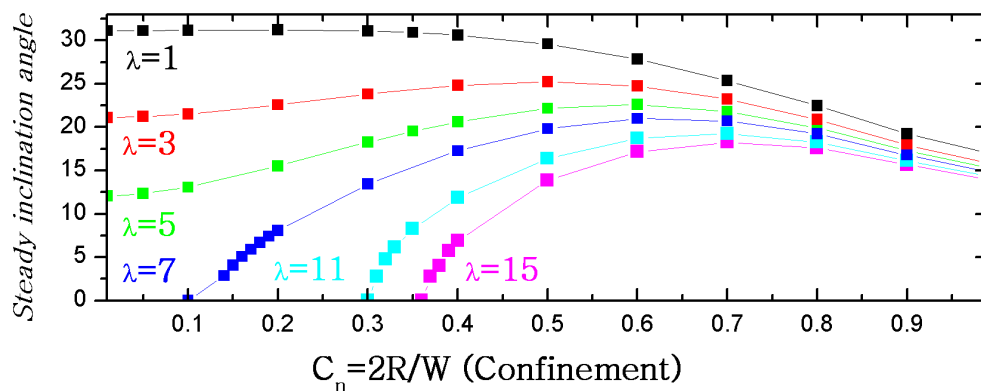


Figure IV.8 – Variation de l'angle d'inclinaison ψ en fonction de confinement C_n , pour les différentes valeurs de λ ($\lambda=1, 3, 5, 7, 11, 15$). Pour $\lambda > 1$, ψ varie de façon non monotone avec C_n . A un confinement plus grand, toutes les courbes convergent qualitativement vers la même valeur de ψ .

explication physique de ce comportement (un peu non intuitif) n'a été fournie. Il convient de préciser, que contrairement aux vésicules, les globules rouges, les gouttelettes sont connus pour effectuer uniquement le mouvement de chenille de char, et donc aucune transition d'état dynamique est observée dans ce cas. Ces résultats sont détaillés dans la référence [98].

4 Conclusion

Grâce à ces simulations, nous avons montré que pour une vésicule visqueuse, on peut reproduire la transition dynamique entre le mouvement de bascule et celui de chenille de char. En outre, nous constatons que le confinement ralentit le mouvement de bascule, en augmentant l'angle d'inclinaison de chenille de char de la vésicule quand $\lambda > 1$. A grand confinement, l'angle diminue, après avoir passé par un maximum (Fig. IV.8).

Nous avons vu que le confinement joue un rôle de paramètre de contrôle et conduit à une transition (au sens des systèmes dynamiques) entre le mouvement de chenille de char et la bascule.

La transition induite par le confinement est le résultat d'une compétition visqueuse et la pression induite par les couples exercés sur la vésicule. À grand degré de confinement, le couple de lubrification induit devient dominant et repousse la vésicule pour s'aligner avec les parois.

Cette étude mérite une plus ample analyse fine afin de comprendre la subtilité de l'effet du confinement. Ces études sont en cours.

Chapitre V

Propriétés rhéologiques des particules rigides en suspension dans un écoulement de Poiseuille confiné

1 Introduction

Afin d'approcher des situation complexes d'organisation dans les fluides complexes, comme le sang, à forte concentration, il devient difficile de pouvoir, même à l'aide de simulations, d'arriver à des résultats quantitatifs (les temps de calcul sont très lents, sans parler des problèmes numériques, comme la stabilité, la précision...). Ainsi, nous avons essayé dans cette thèse d'explorer analytiquement certaines situations très concentrées à l'aide de particules rigides à géométrie simple.

L'étude d'une suspension diluée de particules rigides (avec une faible concentration volumique en particules et à faible nombre de Reynolds) a débuté avec les travaux d'Einstein qui prédit une évolution linéaire de la viscosité avec la concentration volumique en particules. Dans ce cas, les particules sont suffisamment éloignées pour pouvoir considérer qu'elles n'interagissent pas les unes avec les autres. Mais, dans le cas d'une suspension dense, chaque particule rigide agit sur les particules proches, qui agissent à leur tour sur les autres particules. Ces particules se voient donc à travers le fluide, et les méthodes utilisées dans le cas dilué ne s'appliquent pas.

Dans le cas dilué, les exemples unique qui se prêtent à une étude analytique sont : (i) une suspension diluée de particules sphériques [46, 101], ou ellipsoïdales [102, 103], une suspension diluée dans le cas de la théorie de petite déformation, comme les gouttelettes [104, 105], les capsules [106], les vésicules [81, 82]. De plus, l'étude d'une suspension de particules sous écou-

lement confiné représente une question très intéressante pour la microfluidiques. Dans ce cas, les études existantes sont soit numériques ou phénoménologiques [107].

L'étude adoptée ici a été développée en collaboration entre Rabat et Grenoble [48]. Il s'agit d'une suspension de longues plaques rigides en mouvement de translation (Fig. V.2) dans une géométrie confinée de Poiseuille (Fig. V.1).

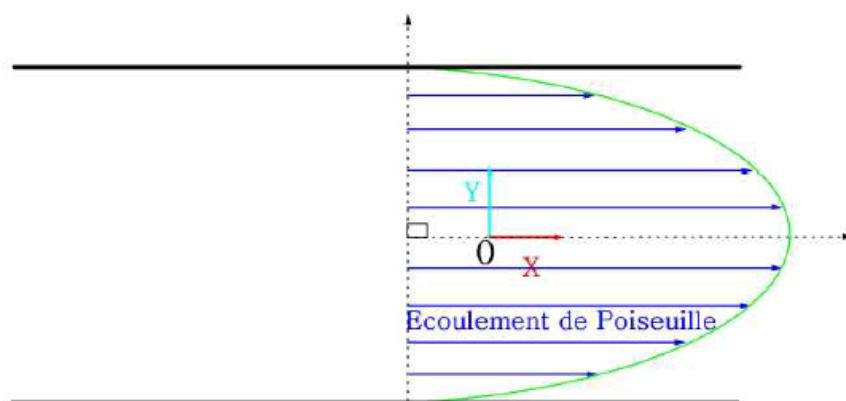


Figure V.1 – Schéma pour un écoulement de Poiseuille confiné.

D'autre part, nous avons essayé d'analyser les résultats pour un ensemble de N particules distribuées de manière arbitraire dans le canal. Ces résultats seront exploités pour une distribution périodique de N particules.

Notre contribution dans cette thèse a consisté à enrichir le modèle mentionné ci-dessus en prenant en compte la rotation des plaques. Nous avons considéré un nombre quelconque de plaques de longueur "infinie" et disposées de manière arbitraire dans un écoulement de Poiseuille.

2 Modèles et équation de Stokes : Résolution Analytique

Nous avons considéré un modèle simple en $2D$, défini par un ensemble de longues plaques rectangulaire. Si nous avons à l'esprit une suspension de sphères réelles, notre modèle de plaques est vu comme suit : on considère que les deux côtés, supérieurs et inférieurs, de chaque plaque se déplacent dans des directions opposées avec une vitesse constante à déterminer, comme représenté dans la figure V.3 (dans l'étude de la référence [48] les deux côtés se déplacent dans la même direction avec la même vitesse; c.-à-d., ces particules n'effectuent pas de rotation).

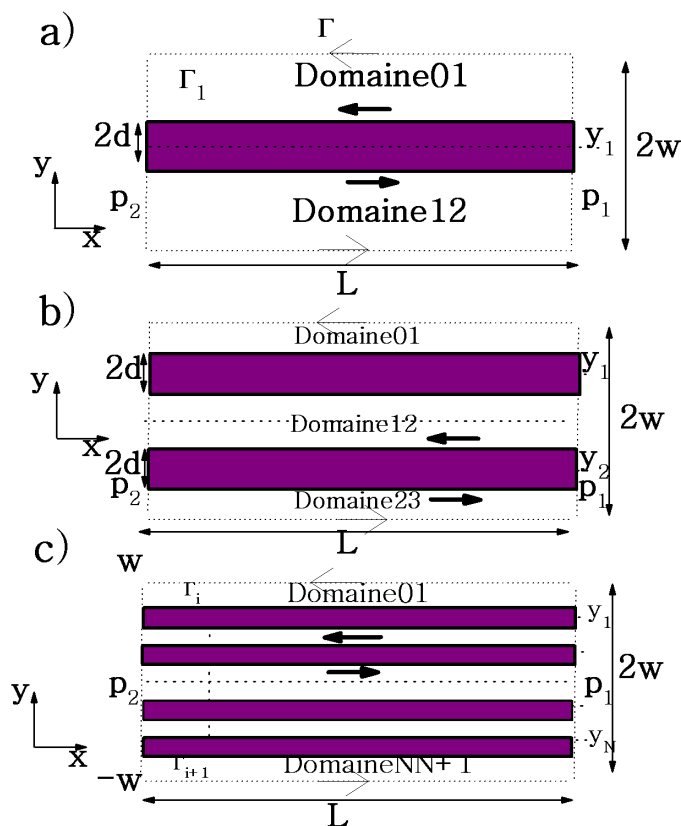


Figure V.2 – Schéma du système étudié montrant les deux contours Γ et Γ_i utilisés dans le calcul de la dissipation. (a) Cas d'une seule particule, (b) Cas de deux particules et (c) Cas de N particules.

Il faut bien garder à l'esprit qu'il ne s'agit pas d'une rotation de la barre dans son ensemble (comme cela se produit pour une barre soumise à un couple), mais plutôt à une sorte de mouvement de "chenille de char" effectif. Nous verrons par la suite des situations réelles (des rangées de globules rouges) qui peuvent être traitées dans ce cadre.

On verra, en particulier, que notre modèle analytique de la plaque avec l'introduction de la rotation peut capturer les propriétés essentielles d'une suspension de sphères réelles qui se mettent en rangées.

Le modèle basé sur la rotation effective de la plaque (plaque à une rotation effective, comme dans la figure V.3 (a)), et inspiré d'un travail précédent d'Ocando et Joseph [108]. Ces auteurs ont réussi à capturer plusieurs caractéristiques fondamentales [108] de l'effet Segré-Silberberg [109] (migration inertielle d'une sphère rigide dans un écoulement de Poiseuille hors du centre).

Nous allons déterminer l'expression du débit, de la viscosité apparente et de la dissipation

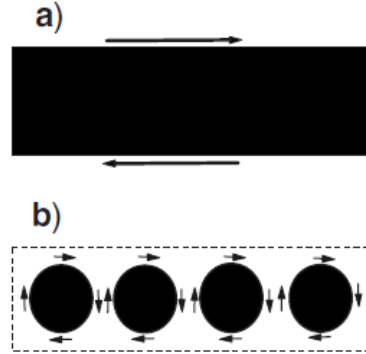


Figure V.3 – (a) Cas de la plaque où les deux vitesses supérieures et inférieures sont opposées, (b) une chaîne de sphères rigides montrant la rotation des particules.

en fonction des paramètres pertinents du problème. Ensuite, nous allons comparer les résultats analytiques aux résultats numériques d'une suspension de particules sphériques et rigides. On terminera par quelques commentaires et implications pour d'autres systèmes, comme le sang.

2.1 Cas d'une seule particule

Le fluide à faible nombre de Reynolds, le cas qui nous intéresse, est décrit par les équations de Stokes [110] :

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0; \quad \partial_i \sigma_{ij} = 0; \quad (\text{V.1})$$

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \eta_0(\partial_j v_i + \partial_i v_j); \quad (\text{V.2})$$

menant à

$$-\nabla p + \eta_0 \nabla^2 \mathbf{v} = 0; \quad (\text{V.3})$$

où p est la pression, et η_0 est la viscosité du fluide ambiant. Ici, nous considérons une géométrie plane de Poiseuille avec un gradient de pression suivant la direction x désigné comme $p_x = (P_1 - P_2)/L < 0$. La largeur du canal est notée $2w$ et sa longueur latérale L (Fig. V.2). En absence de particules le champ d'écoulement est donné par le résultat classique :

$$\mathbf{v}(y) = \frac{p'_x}{2\eta_0}(y^2 - w^2); \quad (\text{V.4})$$

et le débit est donné par

$$Q_0 = -\frac{2}{3\eta_0}p'_x w^3; \quad (\text{V.5})$$

Chapitre V. Propriétés rhéologiques des particules rigides en suspension dans un écoulement de Poiseuille confiné

Nous considérons une longue particule rectangulaire de longueur L et de largeur $2d$, qui se déplace horizontalement dans le fluide (Fig. V.2). Cette particule est supposée assez longue [108] de sorte que les effets latéraux de frontières peuvent être considérés quasiment négligeables. La première tâche consiste à déterminer le débit en présence de la particule. Notons que la vitesse de la particule en translation est encore inconnue, et elle est désignée par \mathbf{v}_1 . De même, la fréquence de la rotation désignée par Ω_1 . La condition de continuité du champ de vitesse imposé sur les deux côtés, supérieurs et inférieurs, de la plaque s'exprime comme suit :

$$\mathbf{v}_+ = \mathbf{v}_1 + \Omega_1 d; \quad (\text{V.6})$$

$$\mathbf{v}_- = \mathbf{v}_1 - \Omega_1 d; \quad (\text{V.7})$$

où \mathbf{v}_\pm désigne la vitesse du fluide sur les deux côtés, supérieurs et inférieurs de la plaque respectivement (Fig. V.2).

Par la résolution de l'équation de Stokes dans chaque domaine du fluide (Fig. (V.2)), et en utilisant les conditions aux limites ci-dessus, on trouve

$$\mathbf{v}_{01}(y) = \frac{p'_x}{2\eta_0} y^2 + b'_{01} y + c'_{01}; \quad (\text{V.8})$$

$$\mathbf{v}_{12}(y) = \frac{p'_x}{2\eta_0} y^2 + b'_{12} y + c'_{12}; \quad (\text{V.9})$$

avec

$$b'_{01} = \frac{(\mathbf{v}_1 + \Omega_1 d)}{y_1 - w + d} - \frac{p'_x}{2\eta_0} (y_1 + w + d); \quad (\text{V.10})$$

$$c'_{01} = -\frac{p'_x}{2\eta_0} w^2 - w b'_{01}; \quad (\text{V.11})$$

$$b'_{12} = \frac{(\mathbf{v}_1 - \Omega_1 d)}{y_1 + w - d} - \frac{p'_x}{2\eta_0} (y_1 - w - d); \quad (\text{V.12})$$

$$c'_{12} = \mathbf{v}_1 - d\Omega_1 - \frac{p'_x}{2\eta_0} (y_1 - d)^2 - b'_{12} (y_1 - d); \quad (\text{V.13})$$

où y_1 est la position verticale du centre de la plaque (Fig. V.2). La vitesse de rotation est induite par un gradient de vitesse (plus précisément sa partie antisymétrique). Comme dans

V.2 Modèles et équation de Stokes : Résolution Analytique

[108], nous prenons cette vitesse approximativement de la forme de celle donnée par la loi de Faxen [111].

$$\Omega_1 = \xi \frac{d\mathbf{v}}{dy}; \quad (\text{V.14})$$

La valeur $\xi = 1/2$ correspond au cas d'une sphère dans un écoulement non confiné. Cette constante de proportionnalité est prise ici comme un paramètre phénoménologique sans dimension. De plus, nous avons vérifié que, pour une sphère avec un confinement faible, la valeur de $\xi = 1/2$ est retrouvée. Dans toutes les comparaisons avec la solution numérique pour une seule particule sphérique (SSP : Single Spherical Particle) et une chaîne de particules sphériques (CSP : Chain of Spherical Particle), nous prenons $\xi = 1/2$ comme valeur effective pour les plaques. Notons que, dans le cas $\xi = 1/2$ on obtient les caractéristiques essentielles issus des simulations numériques. Les deux quantités \mathbf{v}_1 et Ω_1 doivent être déterminées de façon cohérente. Leur détermination nécessite deux conditions : la première est donnée par l'équation (V.14), tandis que la seconde résulte de la condition d'équilibre mécanique de la plaque. La plaque est soumise à des forces de cisaillement σ_{xy} sur les deux côtés, supérieur et inférieur, ainsi qu'aux forces de pression sur les côtés latéraux. La condition d'équilibre mécanique de la plaque prend alors la forme

$$\sigma_{xy}^{01} - \sigma_{xy}^{12} - 2dp'_x = 0; \quad (\text{V.15})$$

Les équations (V.14) et (V.15) permettent de déterminer les inconnues \mathbf{v}_1 et Ω_1 . À l'aide des deux conditions (V.14) et (V.15) (en utilisant (V.8), (V.9) et (V.15)), nous obtenons

$$\Omega_1 = \xi \frac{p'_x}{\eta_0} y_1; \quad (\text{V.16})$$

et

$$\mathbf{v}_1 = \frac{p'_x}{2\eta_0(w-d)} \{(w+d)[y_1^2 - (w-d)^2] - 2\xi dy_1^2\}; \quad (\text{V.17})$$

La détermination de ces constantes nous permet d'obtenir complètement le champ de vitesse, ce qui permet de calculer le débit total dans le canal (le fluide plus la particule). Le débit est défini par $Q = \int_{-w}^w \mathbf{v}(y) dy$. On trouve

$$Q = -\frac{2p'_x w^3}{3\eta_0(1-\phi)} [(1-\phi)(1-\phi^3) - 3\bar{y}_1^2 \phi(1-\xi)]; \quad (\text{V.18})$$

où $\phi = d/w$ est la fraction volumique, et $\bar{y}_1 = y_1/w$ est la position sans dimension du milieu de la particule. En comparaison avec le débit (équation V.5) en l'absence de la particule, on peut

définir une viscosité effective (ou apparente) comme $\eta = \eta_0 Q_0 / Q$

$$\eta = \frac{\eta_0(1 - \phi)}{[(1 - \phi)(1 - \phi^3) - 3\bar{y}_1^2\phi(1 - \xi)]}; \quad (\text{V.19})$$

Si la particule est située au centre du canal alors $\bar{y}_1 = 0$, et η est réduite à $(\eta_0/(1 - \phi^3))$. Autrement dit, l'effet de la rotation disparaît quand la plaque est située au centre de l'écoulement de Poiseuille. Quand la particule est décentrée, nous constatons que si $\xi \neq 0$ (dans l'intervalle $0 < \xi < 1$) la viscosité effective est réduite à cause de la rotation.

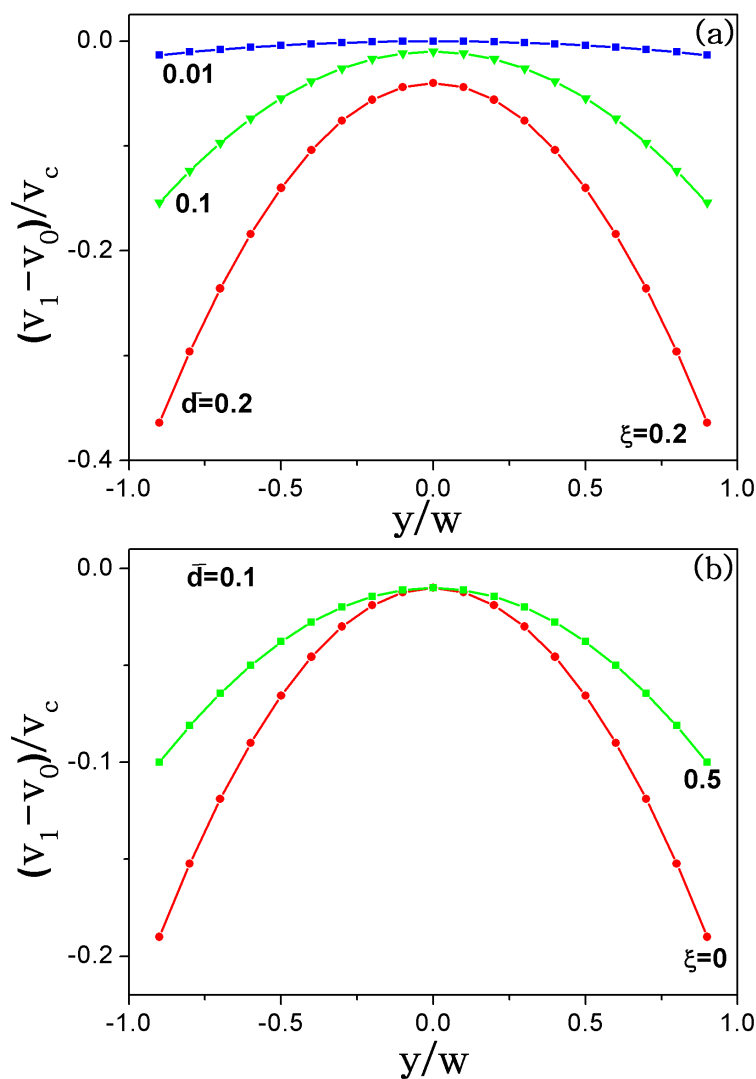


Figure V.4 – Différence entre la vitesse des particules v_1 (normalisée par la vitesse maximale du fluide dans le cas de mouvement libre des particules) et la vitesse du fluide en l'absence de la particules pour : (a) Différentes tailles de particules (normalisée par $2w$) et (b) Différentes valeurs de ξ .

Un résultat similaire a été obtenu pour une particule qui circule dans un écoulement de cisaillement : la rotation réduit la viscosité effective de la valeur $\eta = \eta_0[1 + 3\phi]$ (sans rotation) [112] jusqu'à $\eta = \eta_0[1 + 2\phi]$ (avec rotation libre). Ce dernier résultat est l'analogie du résultat d'Einstein [46] en 2D (à 3D le préfacteur de ϕ vaut 2.5), évalué par Brady [113]. La rotation diminue la viscosité car la perturbation du champ d'écoulement autour d'une particule qui tourne librement et moins prononcée par rapport au cas où la particule qui est immobile. Nous montrons sur les figures V.4(a) et V.4(b), le comportement de la vitesse des particules par rapport à la vitesse du fluide (au centre du canal) en absence de la particule. La différence entre ces deux vitesses représente la vitesse de "glissement" (i.e. le décalage de la vitesse de la particule par rapport à celui du fluide non perturbé calculé au centre de la plaque). Cette dernière augmente lorsqu'on accroît la taille des particules. Nous trouvons que pour une taille donnée, la vitesse de glissement diminue quand la particule est autorisé à tourner.

2.2 Cas de plusieurs particules

2.2.1 Champ de vitesse

Nous généralisons les résultats du paragraphe précédent au cas d'un nombre arbitraire de plaques distribuées de façon aléatoire (Fig. V.3). Nous avons trouvé des expressions de récurrence pour N plaques qui permettent de déterminer à la fois la vitesse de rotation et la vitesse de translation. Chaque quantité associée à la plaque i est désignée par son indice i . Nous obtenons la relation de récurrence suivante

$$v_i = \frac{1}{(y_{i+1} - y_{i-1} + 4d)} \left\{ [v_{i+1} + d(\Omega_i + \Omega_{i+1})] \right. \\ \left. (y_i - y_{i-1} + 2d) + [v_{i-1} - d(\Omega_i + \Omega_{i-1})](y_{i+1} - y_i + 2d) \right. \\ \left. + \frac{p'_x(y_{i-1} - y_{i+1})(y_i - y_{i-1} + 2d)(y_{i+1} - y_i + 2d)}{2\eta_0} \right\} \quad (\text{V.20})$$

où Ω_i est la vitesse de rotation de la particule i , qui obéit à l'expression de récurrence suivante :

$$\Omega_i = \xi \left[\frac{v_{i-1} - v_{i+1} - d(\Omega_{i-1} + \Omega_{i+1})}{(y_{i-1} - y_{i+1} - 2d)} \right. \\ \left. + \frac{p'_x(2y_i - y_{i-1} - y_{i+1})}{2\eta_0} \right] \quad (\text{V.21})$$

Les détails de la dérivation sont donnés dans l'annexe 1. Le champ de l'écoulement dans chaque domaine (c-à-d., pour chaque intervalle $y_{i+1} + d < y < y_i - d$; voir la figure V.2) est

résolu d'une manière cohérente. Par exemple, lorsqu'une seconde particule est introduite, elle tourne en fonction des champs d'écoulements \mathbf{v}_{01} , \mathbf{v}_{12} (obtenus en présence d'une particule) et ainsi de suite (voir l'annexe 1).

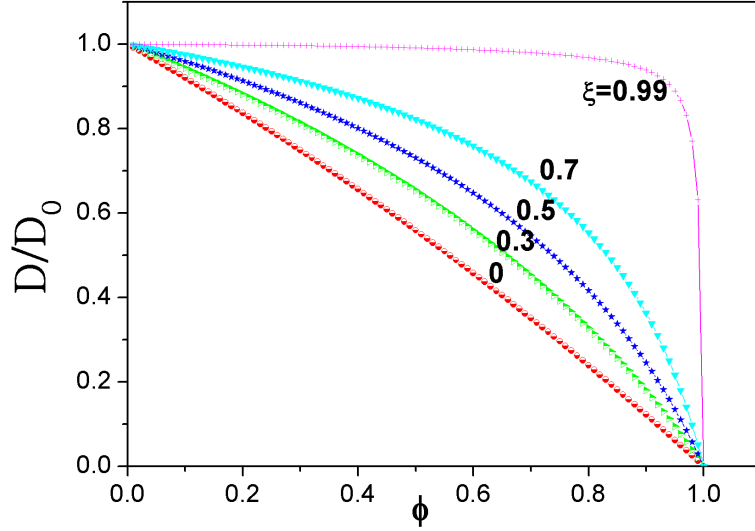


Figure V.5 – Dissipation en fonction de ϕ pour les différentes valeurs de ξ . $N = 8$.

2.2.2 Calcul de la dissipation et de la viscosité effective

Tout d'abord, nous rappelons l'existence d'un lien simple entre le débit Q et la dissipation [48]. La variation temporelle de l'énergie cinétique E_c du système s'écrit après plusieurs manipulations [110] :

$$\dot{E}_c = - \int_V \sigma'_{ik} \partial_k v_i dV + \int_S v_k n_i \sigma_{ik} dS; \quad (\text{V.22})$$

où $\sigma'_{ik} = \eta_0(\partial_i \mathbf{v}_k + \partial_k \mathbf{v}_i)$ est la partie visqueuse du tenseur des contraintes au sein du fluide, n_i est la i -ème composante du vecteur normal dirigé du liquide vers le solide. V représente le volume total occupé par le liquide, et S représente l'union des surfaces solides qui sont en contact avec le liquide. A l'aide de l'expression de σ'_{ik} on peut écrire le premier terme de droite de l'équation (V.22) comme

$$D \equiv \frac{\eta_0}{2} \int_V (\partial_i \mathbf{v}_k + \partial_k \mathbf{v}_i)^2 dV; \quad (\text{V.23})$$

Ceci n'est rien d'autre que la dissipation hydrodynamique. Si l'inertie est négligé (la limite de Stokes) la dissipation D coïncide avec le travail effectué par les forces hydrodynamiques. Ces résultats seront utiles par la suite. Notons que D est une intégrale de volume et il aurait été

V.2 Modèles et équation de Stokes : Résolution Analytique

difficile de l'évaluer directement au sein de tout le volume du système, car dans ce cas on aurait inclut la phase solide. Or nous n'avons aucune informations sur les contraintes dans le solide (sauf si l'équation de l'élasticité dans la matière solide est prise en compte). Cette difficulté est contournée à l'aide du fait que l'équation (V.22) s'annule dans le régime de Stokes, de telle sorte que l'intégrale de volume est remplacée par une intégrale de surface évaluée dans la région liquide proche de frontière solide de la particule. Ce type de raisonnement a été adopté par Einstein [46], et ensuite par Jeffery [102] afin d'évaluer la dissipation d'une sphère ou d'une ellipsoïde dans un écoulement de cisaillement. La même astuce a été utilisé pour évaluer le tenseur moyen des contraintes d'une suspensions [94, 110].

D'après les considérations précédentes, la dissipation prend alors la forme alternative suivante (grâce à (V.22) et à la limite de Stokes) :

$$D = \int_S v_k n_i \sigma_{ik} dS; \quad (\text{V.24})$$

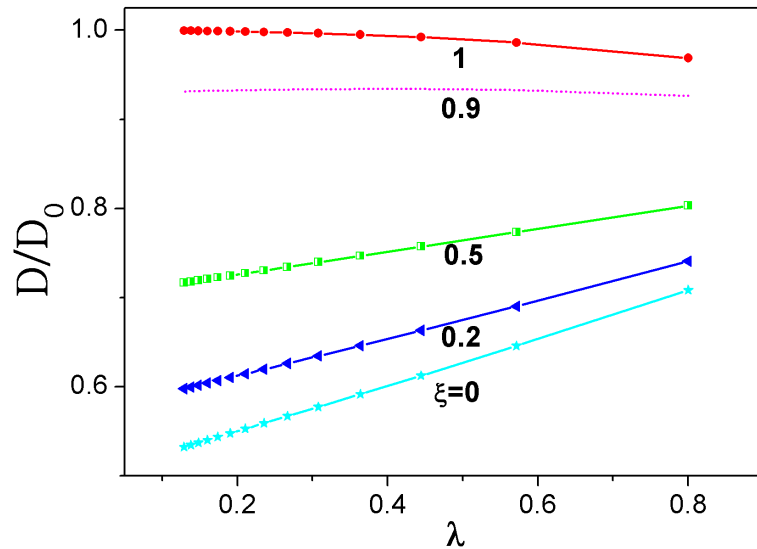


Figure V.6 – Dissipation en fonction de la périodicité λ , pour Différentes valeurs de ξ . La périodicité est modifiée en faisant varier le nombre de particules (en conservant la constante ϕ).

Nous allons tout d'abord établir un résultat reliant la dissipation au débit. Nous faisons ici le calcul explicite dans le cas d'une seule plaque. On peut utiliser le contour global indiqué dans la figure V.2.

La pression exercée sur les deux côtés latéraux (gauche et droite) de la plaque (Fig. V.3)

est simplement donnée par $\sigma_{ik} = -p_2\delta_{ik}$ et $-p_1\delta_{ik}$ respectivement. La normale est égale à -1 sur le côté gauche et $+1$ sur le côté droit. Le débit est donné par $Q = \int_S \mathbf{v} \cdot d\mathbf{S} = \int_S \mathbf{v}_i dS_i = \int_S \mathbf{v}_i n_i dS = \int_S \mathbf{v}_x dS_x$, on déduit facilement à partir de l'équation (V.24) la relation suivante :

$$D = -p'_x LQ; \quad (\text{V.25})$$

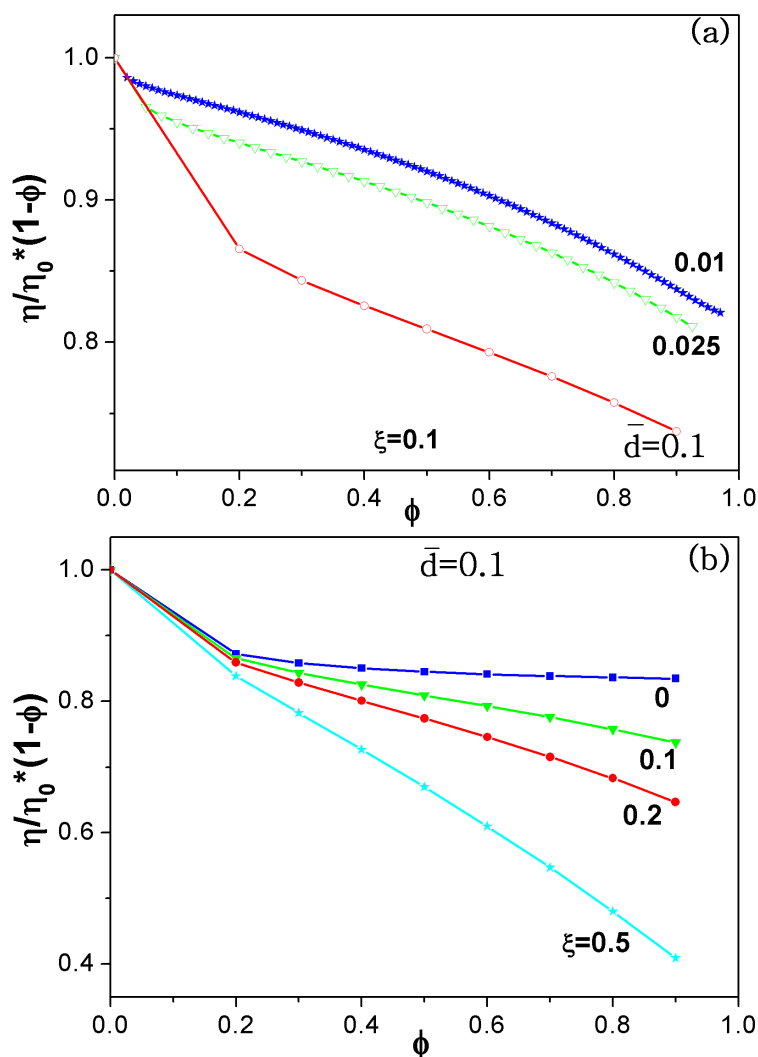


Figure V.7 – (a) Viscosité effective en fonction de ϕ , pour différentes valeurs de \bar{d} , (b) Viscosité en fonction de ϕ , pour différentes valeurs de ξ .

On peut vérifier (voir l'annexe 2) que ce résultat, reliant le débit à la dissipation, obtenu pour une seule plaque, est en fait valable également pour un nombre arbitraire de particules.

V.2 Modèles et équation de Stokes : Résolution Analytique

Ainsi, la dissipation fournit la même information que le débit. La viscosité apparente (définie comme $\eta = \eta_0 Q_0/Q$) donne la même information que l'inverse de D (ou Q). Par exemple, à une dissipation maximale correspond une viscosité minimale et vice-versa.

Les résultats précédentes peuvent maintenant être exploités pour évaluer la dissipation dans le cas de N particules. À cet effet, il est pratique de diviser la dissipation en deux contributions (une partie due à la rotation et l'autre à la translation). Les détails de la dérivation sont présentés dans l'annexe 3. Le résultat s'écrit

$$D = D_{tr} + D_{rot}; \quad (\text{V.26})$$

où D_{tr} est la contribution de la plaque en translation, et D_{rot} l'effet de la rotation. On trouve

$$D_{tr} = \frac{2p_x'^2 w^3}{3N^2 \eta_0 (1-\phi)} [(1-\phi)(N^2 - \phi^3) - N^2 \phi \sum_{i=1}^N \bar{y}_i^2 + 3N^2 \phi^2 \sum_{i<j}^N \sum_{j=1}^N (\bar{y}_i - \bar{y}_j)^2]; \quad (\text{V.27})$$

$$D_{rot} = \frac{2p_x' \phi w^2}{N^2 (1-\phi)} [N(1-\phi) \sum_{i=1}^N \bar{y}_i \Omega_i + \phi \sum_{i=1}^N \bar{y}_i \sum_{j=1}^N \Omega_j]; \quad (\text{V.28})$$

On peut illustrer les résultats on se limitant à deux particules. La dissipation prend une forme relativement simple,

$$D = \frac{p_x'^2 w^3}{6\eta_0} (4 - \phi^3) + D_{st}; \quad (\text{V.29})$$

avec

$$D_{st} = \frac{p_x'^2 w^3 \phi \mathcal{S}^{-1}}{4\eta_0} \left[(\phi - 2)[(\bar{y}_1^2 + \bar{y}_2^2)(\phi^2 - 10\phi + 8) - 2(\bar{y}_1^3 - \bar{y}_2^3)(\phi - 4) - 2\bar{y}_1 \bar{y}_2 \phi(\phi - 2)] - (\phi - 4)[2(\bar{y}_1 - \bar{y}_2)(3\phi - 2) + 4(\bar{y}_1^2 + \bar{y}_2^2)]\bar{y}_1 \bar{y}_2 + 8\phi \bar{y}_1^2 \bar{y}_2^2 \right] \quad (\text{V.30})$$

où

$$\begin{aligned} \mathcal{S} &= (\bar{y}_1 - \bar{y}_2)(3\phi^2 - 12\phi + 8) + 4\bar{y}_1 \bar{y}_2 (\phi - 2) \\ &\quad + 2(\phi - 1)(6\phi - \phi^2 - 4) \end{aligned} \quad (\text{V.31})$$

2.3 Analyse de la dissipation et de la viscosité effective

Nous avons essayé d'analyser le comportement de la dissipation dans le cas de deux plaques, en fonction de leurs positions (\bar{y}_1 et \bar{y}_2 , les deux positions sans dimension). Nous trouvons les résultats suivants : (i) la dissipation est maximale (ou la viscosité est minimale) lorsque les deux particules sont situées symétriquement par rapport au centre de l'écoulement, et qu'elles sont les plus proche possible du centre de l'écoulement ; (ii) le maximum de la dissipation en fonction de la position des particules ne correspond pas à une tangente horizontale de la fonction $D(\bar{y}_1, \bar{y}_2)$. Une étude détaillée révèle qu'il existe un maximum absolu mais qui correspond à une situation non physique. Le maximum absolu est défini par $\partial D/\bar{y}_1 = 0$ et $\partial D/\bar{y}_2 = 0$ (avec un déterminant positif de l'Hessian), qui n'a pas de solution physique. La figure V.5(a) montre la dissipation en fonction de ϕ pour différentes valeurs de ξ . Dans le cas général, pour N particules, et pour l'ensemble des paramètres explorés jusqu'à présent, le maximum de la dissipation correspond à un arrangement périodique des plaques. Nous avons donc concentré notre étude sur cette structure pour analyser quelques résultats représentatifs. À cet effet, nous utilisons les résultats analytiques donnés par les équations (V.27) et (V.28). Il se trouve que la dissipation augmente en fonction de la périodicité de la structure λ (Fig. V.6(a)), pour la plupart des valeurs de ξ , et elle devient une fonction décroissante pour $\xi > 0.9$. Ce passage dans le comportement de la dissipation D est encore mal compris.

Par ailleurs, un autre résultat qui mérite d'être mentionné est la diminution significative de la viscosité apparente lorsqu'on tient compte de la rotation. Cette diminution est observée lorsque la suspension est suffisamment confinée (Figs. V.7(a) et V.7(b)).

3 Résolution Numérique

3.1 Introduction

La méthode dynamique des particules de fluide (Fluid Particle Dynamics method (FPD)) est souvent utilisée pour simuler une suspension de particules colloïdales ou non colloïdales à faible nombre de Reynolds. Cette méthode a été initialement développée par Tanaka et Araki en deux dimensions [114], puis étendue à trois dimensions par Peyla [49, 115]. Il existe d'autres méthodes alternatives de simulation comme par exemple : La dynamique Stokesienne [116] ou la méthode de Lattice Boltzmann [117].

L'idée principale de la méthode est de supposer que le liquide occupe tout l'espace (l'espace fluide plus l'espace occupé par les particules). La viscosité est supposée dépendre de l'espace, elle vaut la valeur du fluide dans le domaine fluide et elle prend une grande valeur dans la phase solide (les domaines des particules). L'avantage principal de la méthode (FPD), c'est qu'elle permet d'éviter explicitement de suivre la frontière "solide-fluide" d'une particule colloïdale et d'éviter ainsi l'application explicite des conditions aux limites à la surface des particules en mouvement. Ce genre de méthode est également connue sous le nom de "méthode de pénalité" [118]. Cette méthode prend en compte la taille finie des colloïdes contrairement à la méthode de la dynamique de Brownienne [119] où les particules sont traitées comme des points. De plus, un point important est que la méthode de (FPD) fournit un traitement approprié des interactions hydrodynamiques entre les particules en suspension, qui jouent un rôle clé dans de nombreux problèmes en matière de suspensions. La procédure de (FPD) n'est pas encore adaptée pour étudier des particules déformables ou élastiques comme les vésicules ou les globules rouges. Nous utilisons ici cette méthode pour étudier le comportement dynamique de particules sphériques rigides.

3.2 Théorie de la dynamique des particules de fluide (FPD)

Rappelons que le mouvement d'un fluide incompressible est décrit par l'équation de Navier-Stokes et la condition d'incompressibilité :

$$\rho\left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v}\nabla\mathbf{v}\right) = \nabla\sigma + f; \quad \nabla \cdot \mathbf{v} = 0; \quad (\text{V.32})$$

où \mathbf{v} est le champ de vitesse du fluide, ρ est la densité du fluide qui est supposée être la même pour les particules et le solvant. f représente le champ de force externe par unité de volume agissant sur le fluide. Le tenseur des contraintes σ est donné par la loi newtonienne :

$$\sigma_{i,j} = -p\delta_{i,j} + \eta(\partial_i\mathbf{v}_j + \partial_j\mathbf{v}_i); \quad (\text{V.33})$$

où η est la viscosité du fluide et p le champ de pression. A faible nombre de Reynolds (le terme $\mathbf{v}\cdot\nabla\mathbf{v}$ est négligeable, mais on garde $Re\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}$ pour des raisons pratiques, tout en prenant Re petit) l'équation (V.32) devient

$$\rho\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \nabla\sigma; \quad \nabla \cdot \mathbf{v} = 0; \quad (\text{V.34})$$

Il s'agit là des équations de Stokes non stationnaires. Dans la méthode de (FPD), on peut appliquer l'équation de Stokes sur une suspension colloïdale sans utiliser les conditions aux

Chapitre V. Propriétés rhéologiques des particules rigides en suspension dans un écoulement de Poiseuille confiné

limites "fluide-solide" pour un déplacement limité. En effet, les particules en suspension sont définies comme une région de viscosité élevée par rapport à la viscosité du solvant. Par conséquent, le champ d'écoulement est défini dans le domaine entier et non seulement en dehors des particules. Lorsque le contraste de viscosité tend vers l'infini ($\eta_p/\eta \rightarrow \infty$) (avec η_p la viscosité de particules et η la viscosité du solvant), les particules de fluide peuvent être considérées comme solides. Dans la pratique le ratio η_p/η sera pris fini mais grand.

Dans nos simulations, nous utilisons un contraste de viscosité $\eta_p/\eta = 100$, pour minimiser au maximum des recirculations du fluide à l'intérieur des particules, tout en gardant l'étude numérique faisable sur le plan pratique ; un rapport trop important impose un très petit pas de temps de telle sorte qu'il devient difficile d'obtenir des résultats à des moment raisonnables. La particule n , située hors du réseau de discrétisation, et se trouve à la position r_n , est représentée par le champ suivant :

$$\varphi_n(r) = \frac{1}{2} \left[1 + \tanh\left(\frac{a - |r - r_n|}{\xi}\right) \right] \quad (\text{V.35})$$

représentant l'espace occupé par la particule. Quand $|r - r_n|$ est assez petit par rapport au rayon a , cela veut dire que l'on se trouve à l'intérieur de la particule et $\varphi \simeq 1$, et dans le cas contraire $\varphi \simeq 0$ (on est en dehors de la particule). ξ représente l'épaisseur de l'interface "fluide-particule" où la viscosité des particules η_p tend vers la viscosité du solvant η , et a est la taille de particules. Ainsi, $R_{eff} \approx a + 2\xi$ est le rayon effectif des billes.

En utilisant le champ auxiliaire (V.35) la distribution spatiale du champ de viscosité pour N particules sphériques est définie comme suit :

$$\eta'(r) = \eta + (\eta_p - \eta) \sum_{n=1}^N \varphi_n(r) \quad (\text{V.36})$$

La figure (V.8) montre le profils de viscosité autour d'une seule particule pour $a = 3\delta$, $\xi = 0.5\delta$, $\delta = 1$, $\eta = 1$ et $\eta_p = 100$.

Ceci garantit que la viscosité de la particule n'est pas assez différente de la viscosité locale ; $\eta' = \eta$ en dehors de la particule (la viscosité du solvant), et à l'intérieur de la particule la viscosité $\eta' = \eta_p$ (la viscosité de la particule). Par ailleurs, en utilisant les équations (V.33) et (V.34) avec la condition d'incompressibilité, l'équation du fluide s'écrit :

$$\rho \partial_t \mathbf{v} = \nabla[\eta(r)(\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T)] - \nabla p; \quad \nabla \cdot \mathbf{v} = 0; \quad (\text{V.37})$$

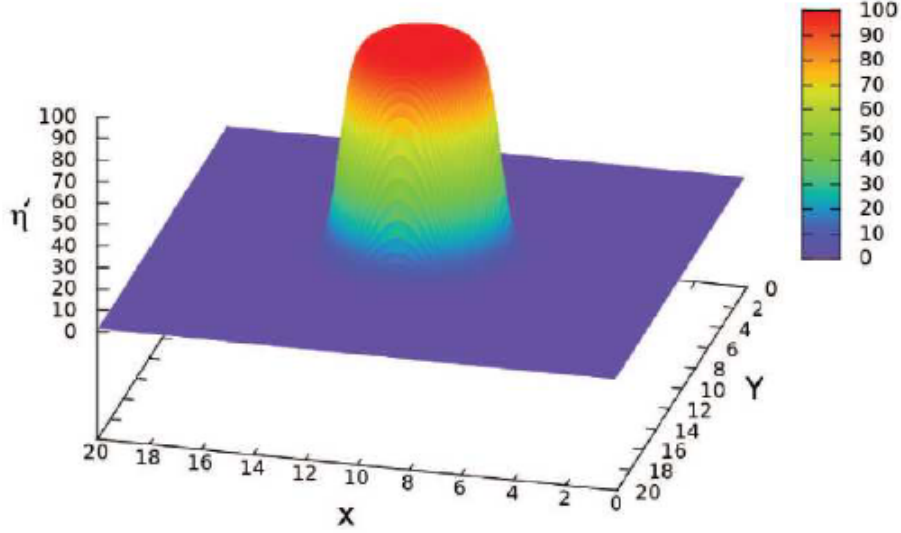


Figure V.8 – Champ de viscosité autour d’une seule particule. $\eta = 1$ et $\eta_p = 100$ [120].

L’équation(V.37) est utilisée pour simuler la dynamique du système composite, fluide et particules. Elle est résolue numériquement en utilisant la méthode de projection, en deux dimensions, basée sur l’algorithme dit "Mac-grid" (Mac=Marker and Cell) [121].

3.3 Méthode de projection

La méthode utilisée est dite de "projection" (pour des raisons qui vont devenir clair par la suite), proposée à l’origine par Chorin (1968) et Temam (1969) [122, 123]. La version explicite de la méthode a été proposée par Fortin en 1971 [124]. Elle peut être divisée schématiquement en trois étapes principales; la première consiste, après discrétisation du temps de l’équation (V.37), à calculer le champ de vitesse (dit intermédiaire) noté \mathbf{v}^* en mettant la pression, c.à.d. on calcule ce champ à partir de

$$\frac{\mathbf{v}^* - \mathbf{v}^n}{\delta t} = \frac{\nabla[\eta(r)(\nabla\mathbf{v} + (\nabla\mathbf{v})^T)]}{\rho}, \quad (\text{V.38})$$

où δt est le pas de temps et 'n' désigne le temps actuel.

$$\mathbf{v}^* = \mathbf{v}^n + \delta t \frac{\nabla[\eta(r)(\nabla\mathbf{v} + (\nabla\mathbf{v})^T)]}{\rho}; \quad (\text{V.39})$$

A cette étape \mathbf{v}^* n’est pas à divergence nulle (contrairement à la condition physique). Ensuite

on calcule le champ de vitesse à l'instant 'n+1', \mathbf{v}^{n+1} (la vitesse "réelle") on mettant cette fois-ci le terme $\Delta\mathbf{v}$ dans (V.37)

$$\frac{\mathbf{v}^{n+1} - \mathbf{v}^*}{\delta t} + \nabla p^{n+1} = 0; \quad (\text{V.40})$$

Or pour calculer \mathbf{v}^{n+1} nous devons déterminer p^{n+1} . Cette quantité est déterminée en imposant que \mathbf{v}^{n+1} est à divergence nulle, ce qui conduit, en prenant la divergence de (V.40) et en utilisant (V.37)

$$\Delta p^{n+1} = \nabla \cdot \mathbf{v}^* \frac{1}{\delta t}; \quad (\text{V.41})$$

Nous résolvons numériquement l'équation de Poisson (V.41) pour déterminer le champ de pression p en utilisant le champ intermédiaire de vitesse \mathbf{v}^* , c'est la deuxième étape de la méthode de projection (le champ déterminé à la première étape de la méthode de projection). Ici la méthode de projection se réfère au fait que parmi les vitesses possibles obtenues par (V.38) seule les vitesses qui sont à divergence nulle seront prises en compte; en d'autres termes on "projette" l'espace des vitesses dans un sous espace à divergence nulle.

La troisième étape, consiste à utiliser l'équation (V.40) pour obtenir le nouveau champ de vitesse \mathbf{v}^{n+1} au pas de temps $n + 1$, et ainsi de suite.

$$\mathbf{v}^{n+1} = \mathbf{v}^* - \frac{\delta t}{\rho} \nabla p^{n+1}; \quad \nabla \cdot \mathbf{v}^{n+1} = 0 \quad (\text{V.42})$$

Egalement, dans notre programme, la condition limite (au niveau des parois) pour la pression p est obtenue en projetant l'équation (V.40) sur la normale unitaire \mathbf{N} de l'extérieur à la frontière Γ . Ainsi, nous obtenons la condition de Neumann

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \mathbf{N}}\right)_{\Gamma}^{n+1/2} = -\frac{1}{\delta t} [\mathbf{v}^{n+1} - \mathbf{v}^*] \mathbf{N}; \quad (\text{V.43})$$

3.4 Discrétisation "Mac-grid"

Les équations (V.39), (V.41) et (V.42) sont résolues numériquement sur une grille bidimensionnelle particulière dite "Mac-grid" (Mac=Marker and Cell) [121, 122, 125]. Sur le réseau de MAC, la pression $p_{i,j}$, la viscosité $\eta_{i,j}$ et le tenseur des contraintes $\sigma_{i,j}$ sont définis au centre de la cellule (i, j) . Les composantes de la vitesse $\mathbf{v}=(u,v)$ ($u_{i\pm 1/2,j}$ et $v_{i,j\pm 1/2}$) sont définies au niveau des faces correspondent à la cellule (i, j) , conformément à la figure V.9. Pour les composantes

de l'équation (V.39) on trouve :

$$u^* = u^n + \delta t \left\{ \frac{(2\eta u_x)_x + (\eta(u_y + v_x))_y}{\rho} \right\}; \quad (\text{V.44})$$

$$v^* = v^n + \delta t \left\{ \frac{(\eta(u_y + v_x))_x + (2\eta u_y)_y}{\rho} \right\}; \quad (\text{V.45})$$

Nous calculons les deux composantes de la vitesse (u^*, v^*) puis on effectue une mise à jour des composantes de la vitesse (u, v). Les équations (V.44) et (V.46) sont écrites sur les faces de cellules appropriées.

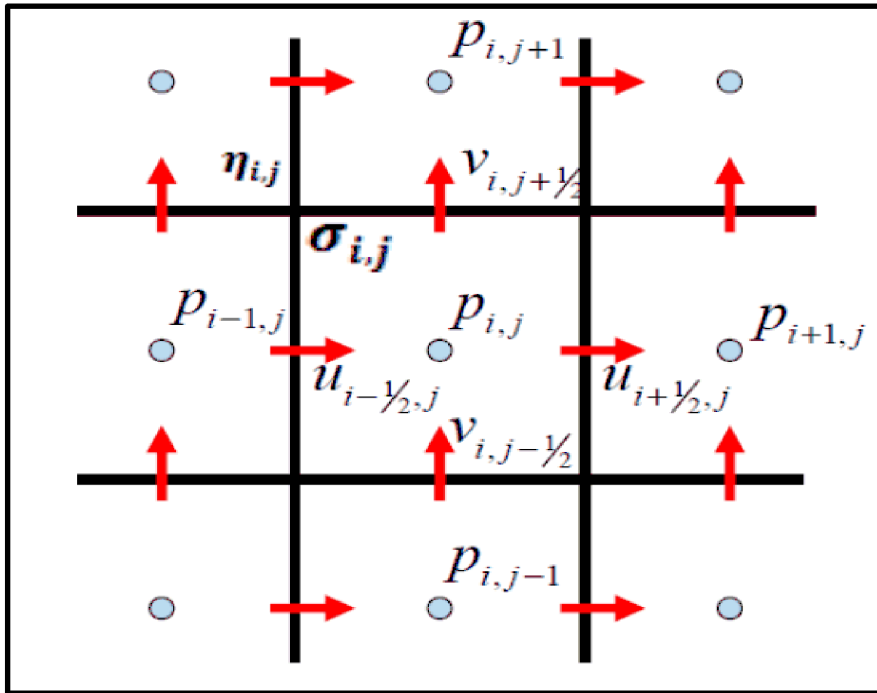


Figure V.9 – Maillage de MAC.

Le premier terme de la viscosité $(2\eta u_x)_x$ dans l'équation (V.44) est discrétisé au niveau du point $x_{i+1/2,j}$ avec u_x désigne la dérivation partielle première de la vitesse et $(u_x)_x$ la dérivation partielle seconde de la vitesse.

$$u_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad (u_x)_x = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad (\text{V.46})$$

Chapitre V. Propriétés rhéologiques des particules rigides en suspension dans un écoulement de Poiseuille confiné

à l'aide de la différence finie centrée on a :

$$(2\eta u_x)_x = \frac{2\eta_{i+1,j}(u_x)_{i+1,j} - 2\eta_{i,j}(u_x)_{i,j}}{dx}, \quad (\text{V.47})$$

avec

$$(u_x)_{i,j} = \frac{u_{i+1/2,j} - u_{i-1/2,j}}{dx}, \quad (\text{V.48})$$

et finalement :

$$(2\eta u_x)_x = \frac{2}{dx} \left\{ \eta_{i+1,j} \frac{u_{i+3/2,j} - u_{i+1,j}}{dx} - \eta_{i,j} \frac{u_{i+1/2,j} - u_{i-1/2,j}}{dx} \right\}; \quad (\text{V.49})$$

Pour le second terme visqueux dans l'équation (V.44) au même point $x_{i+1/2,j}$, on trouve :

$$(\eta(u_y + v_x))_y = \frac{\eta_{i+1/2,j+1/2}(u_y + v_x)_{i+1/2,j+1/2} - \eta_{i+1/2,j-1/2}(u_y + v_x)_{i+1/2,j-1/2}}{dy}, \quad (\text{V.50})$$

avec

$$(u_y)_{i+1/2,j+1/2} = \frac{u_{i+1/2,j+1} - u_{i+1/2,j}}{dy}, \quad (\text{V.51})$$

$$(u_y)_{i+1/2,j-1/2} = \frac{u_{i+1/2,j} - u_{i+1/2,j-1}}{dy}, \quad (\text{V.52})$$

et

$$(v_x)_{i+1/2,j+1/2} = \frac{v_{i+1,j+1/2} - v_{i,j+1/2}}{dx}, \quad (\text{V.53})$$

$$(v_x)_{i+1/2,j-1/2} = \frac{v_{i+1,j-1/2} - v_{i,j-1/2}}{dx}, \quad (\text{V.54})$$

la viscosité est définie au centre de la cellule (sur les points de la grille). Mais en moyenne elle peut être défini partout :

$$\eta_{i+1/2,j\pm 1/2} = \frac{\eta_{i,j} + \eta_{i+1/2,j} + \eta_{i,j\pm 1/2} + \eta_{i+1/2,j\pm 1/2}}{4}, \quad (\text{V.55})$$

De la même manière les termes visqueux de l'équations (V.44) et (V.46) peuvent être discrétisés aussi.

La figure V.10 montre la section transversale XY de la maille MAC. Les vitesses sur les points bleus sont utilisés pour calculer la composante de la vitesse $v_{i+1/2,j}$ au point $x_{i+1/2,j}$ et les points rouges sont utilisés pour calculer la composante de la vitesse $u_{i,j+1/2}$ au point $x_{i,j+1/2}$.

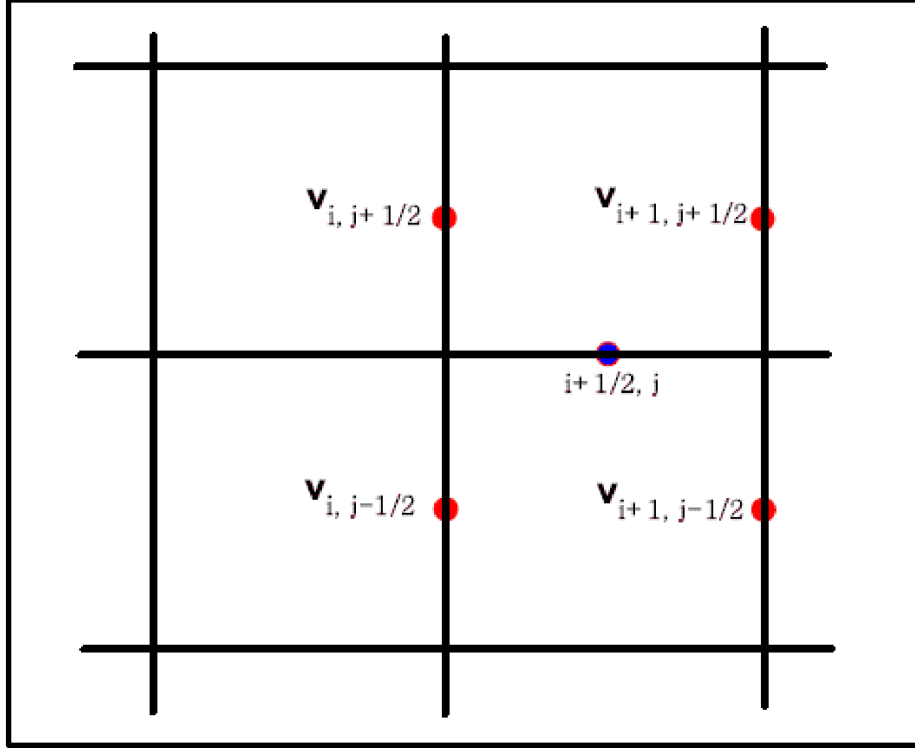


Figure V.10 – Section transversale XY de la maille MAC.

$$u_{i,j+1/2} = \frac{u_{i+1/2,j} + u_{i+1/2,j+1} + u_{i-1/2,j+1} + u_{i-1/2,j}}{4}; \quad (\text{V.56})$$

$$v_{i+1/2,j} = \frac{v_{i+1,j+1/2} + v_{i,j+1/2} + v_{i,j-1/2} + v_{i+1,j-1/2}}{4}; \quad (\text{V.57})$$

Pour résumer, face à un problème de frontière libre, on devrait, en principe, écrire des conditions aux limites sur les sphères mobiles. Ceci n'est, en général, pas une tâche facile à traiter. Un moyen pratique pour traiter ce problème consiste à utiliser la méthode dite de "dynamique des particules fluide" (FPD : fluid particle dynamics) développée à l'origine par [114] et étendue à trois dimensions (3D) par Peyla [49] (voir section 3.2). Notons aussi, qu'il existe d'autres méthodes qui permettent de résoudre ce type de problème comme la méthode de lattice Boltzmann [117, 126] ou la dynamique Stokesienne [116, 127]. L'avantage de la méthode (FPD) c'est qu'elle évite le suivi des particules. Les particules sont définies par une viscosité élevée par rapport à celle du solvant. Par conséquent, le champ d'écoulement est défini dans l'ensemble du domaine et non seulement à l'extérieur des sphères. Ainsi, à chaque pas de temps l'équation (V.34) est résolue à la fois à l'extérieur et à l'intérieur des particules.

3.5 Algorithme numérique pour la méthode de FPD

Dans cette section, nous présentons les séquences successives de base des opérations numériques de la méthode FPD ainsi que certains détails particuliers de cette méthode. Nous considérons que le nombre de Reynolds est faible ($R_e < 1$), et donc que le terme advectif $(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v}$ est négligeable.

Après l'initialisation de la position des particules, on peut définir le champ de viscosité dans toute la suspension en utilisant les équations (V.35) et (V.36). L'étape suivante consiste à calculer les termes visqueux dans les équations (V.44) et (V.46). Une fois les termes visqueux calculés, on peut calculer le champ de vitesse \mathbf{v}^* en utilisant les équations (V.44 et V.46). Il s'agit de la première étape de la méthode de projection (PM=projection method). Ensuite, en utilisant \mathbf{v}^* , nous résolvons l'équation de Poisson (V.41), pour calculer le champ de pression (deuxième étape de la (PM)).

Par ailleurs, pour résoudre l'équation de Poisson, nous utilisons la méthode de relaxation successive (SOR=Successive Over Relaxation); au lieu d'une résolution directe de l'équation de Poisson (V.41), nous résolvons l'équation suivante :

$$\frac{\partial p}{\partial \tau} = \Delta p - \nabla \mathbf{v}^* \frac{\rho}{dt}; \quad (\text{V.58})$$

où τ est un temps artificiel et l'équation (V.58) est résolue par la méthode d'Euler de 3^{ème} ordre jusqu'à ce que la valeur absolue de chaque côté de l'équation soit plus petite que la valeur minimale requise par la précision de la solution numérique. Une fois le champ temporaire de vitesse \mathbf{v}^* et le champ de pression sont déterminés, en utilisant l'équation (V.42) le champ de vitesse \mathbf{v}^{n+1} peut être calculé. Il s'agit de la troisième étape de la *PM*. A cette étape, nous avons des informations complètes sur la viscosité, la vitesse et le champ de pression dans la suspension. La dernière étape de la boucle consiste à mettre à jour les positions des particules dans la suspension, et c'est grâce à :

$$r_n(t + dt) = r_n(t) + \langle v_n \rangle dt; \quad (\text{V.59})$$

où r_n est la coordonnée du centre de la n -ième particule et $\langle v_n \rangle$ désigne la vitesse moyenne à l'intérieur de cette particule. Le diagramme de base de l'algorithme pour la méthode "FPD" est présenté sur la figure V.16.

3.6 Approche numérique en 2D pour simuler les plaques rectangulaires

L'approche numérique que nous avons adoptée pour simuler une plaque rectangulaire dans une suspension de Poiseuille confinée est de remplacer la plaque par soit : (1) une seule particule sphérique (SSP : Single spherical particle) ou (2) une chaîne de particules sphériques (CSP : Chains of Spherical particle) (pour les notations, voir les figures V.11(a) et V.11(c)).

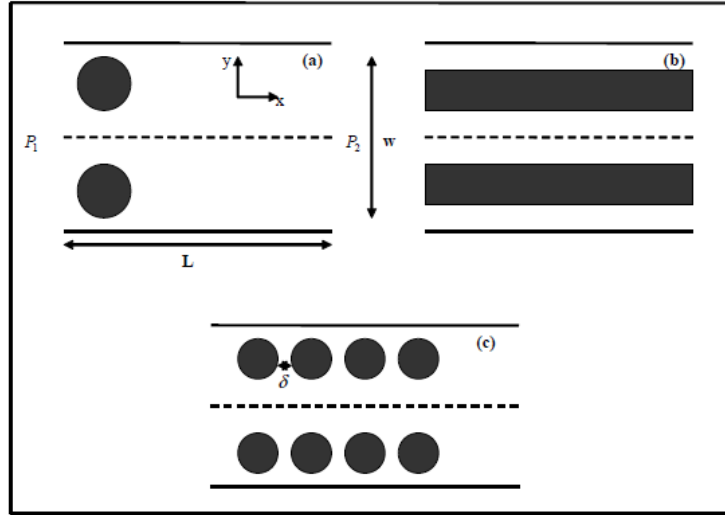


Figure V.11 – Schéma du système étudié : (a) Une seule particule sphérique (SSP), (b) Plaque rectangulaire (RP) et (c) Chaîne de particules sphériques (CSP).

Ces particules de rayon d peuvent tourner librement. Chaque chaîne contient quatre particules sphériques, avec la distance particule-particule notée δ , où δ est légèrement plus grand que la taille de la maille.

Après un certain temps, la configuration initiale des particules atteint un état stationnaire et donc la solution est équivalente à celle de l'écoulement de Stokes pur.

La taille typique de la boîte de simulation est $L_x = 2L_y$ (avec $L_y = 2w$ voir figure V.11). Nous avons considéré le cas de $L_y = 100\delta$ jusqu'à $L_y = 160\delta$. Concernant les conditions aux limites, la vitesse du fluide s'annule sur les limites supérieure et inférieure ($y = \pm w$) de la boîte. Nous considérons des conditions aux limites périodiques dans la direction x .

4 Comparaison entre les résultats analytiques et numériques

4.1 Vitesse, dissipation et viscosité effective des particules

Comparons les résultats des vitesses des particules obtenues numériquement avec les résultats analytiques de la figure V.12.

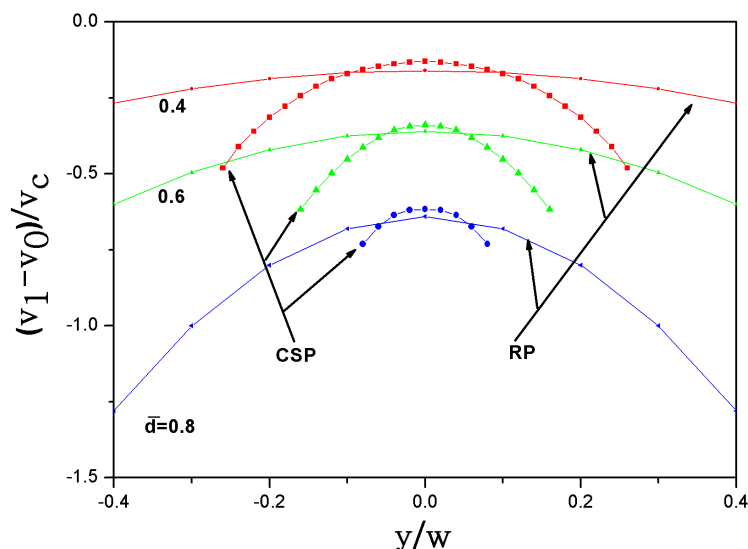


Figure V.12 – Différence entre la vitesse des particules v_1 (normalisée par la vitesse maximale du fluide dans le cas de mouvement libre des particules) et la vitesse du fluide en l'absence de la particules ; les résultats numériques pour (CSP) et les résultats analytiques pour (RP) avec $\xi = 0.5$.

Les particules se déplacent horizontalement, i.e. nous n'avons pas de migration latérale, tandis que leur inter-distance évolue dans le temps jusqu'à ce qu'une configuration d'équilibre soit atteinte.

La figure V.12 présente une comparaison entre les résultats analytiques d'une plaque rectangulaire (RP) et les résultats numériques pour une seule particule sphérique (SSP) ou une chaîne de particules sphériques (CSP). On constate un accord qualitatif très satisfaisant. L'accord quantitatif est meilleur lorsque les particules sont près du centre du canal. La figure V.12 montre que la vitesse de (CSP) est légèrement plus grande que la vitesse de la plaque au centre de l'écoulement, alors que l'inverse est observé lorsque la particule est loin du centre. Une explication possible est la suivante : au centre du canal la rotation est absente grâce à la symétrie. La chaîne perturbe moins le fluide, d'où une efficacité plus élevée de l'écoulement. Lorsque la chaîne est hors du centre de l'écoulement, chaque particule sphérique de cette chaîne effectue un mouvement de rotation dans le sens inverse par rapport à la particule voisine, cela conduit

V.4 Comparaison entre les résultats analytiques et numériques

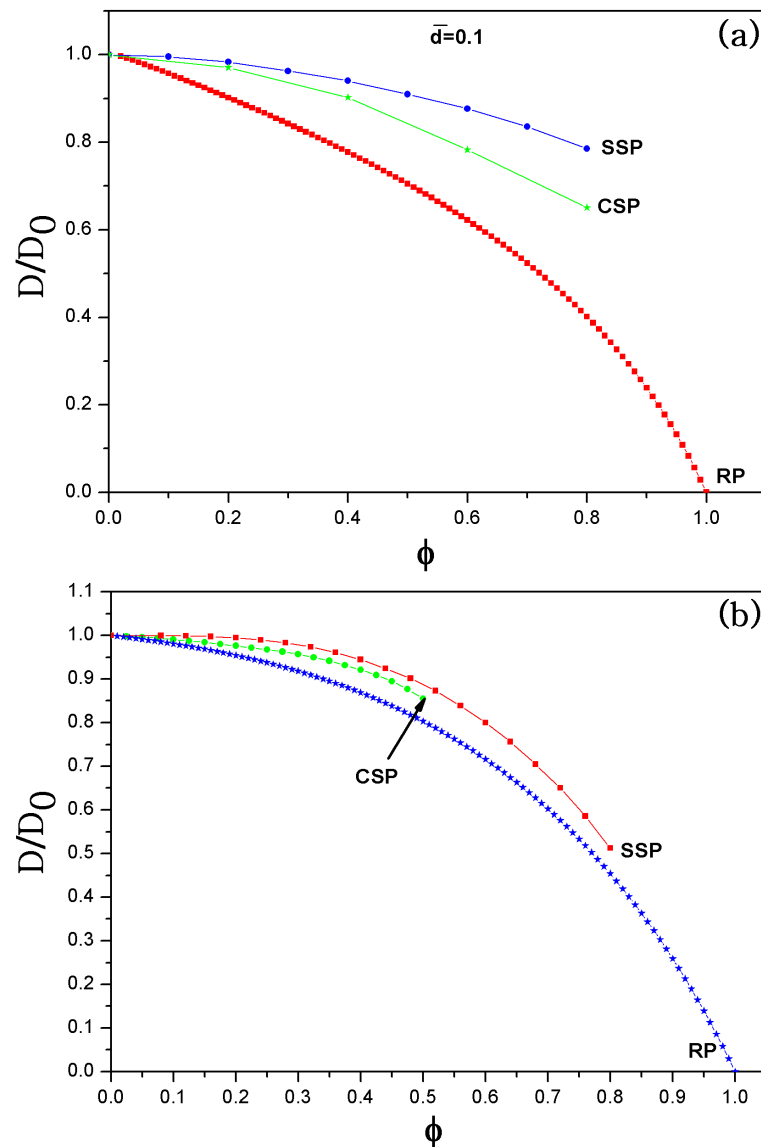


Figure V.13 – Dissipation en fonction de ϕ : (a) Pour $\xi = 0.5$ et $\bar{d} = 0.1$. ϕ est variée en agissant sur N ; (b) pour $N = 1$ et $\xi = 0.5$. ξ est varié en agissant sur d . Les particules (RP , SSP ou CSP) sont au centre du canal.

à une dissipation plus élevée. Par conséquent, la chaîne se translate moins efficacement que la plaque.

La comparaison entre les résultats numériques et les résultats analytiques pour la dissipation est présentée sur la figure V.13; ici il s'agit du cas où les particules sont au centre du canal. L'accord peut être considéré comme remarquable compte tenu de l'approximation très rude qui consiste à remplacer une chaîne de particules sphérique par une plaque rectangulaire.

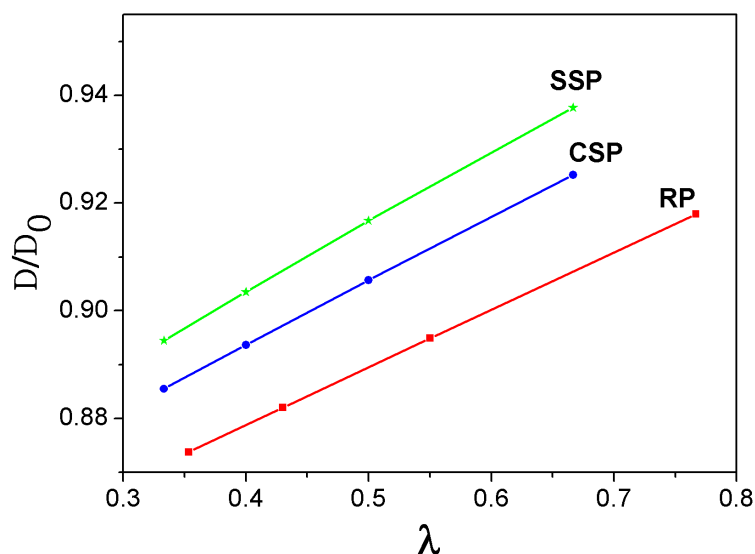


Figure V.14 – Dissipation en fonction de la périodicité λ ; les résultats numériques de (SSP et CSP) sont comparés avec les résultats analytiques obtenus pour $\xi = 0.5$ et $\phi = 0.3$. La périodicité est modifiée en faisant varier le nombre de particules (en conservant la constante ϕ).

Lorsque les particules sont hors centre (figure V.13(a)), la dissipation est plus élevée due à un frottement plus élevé entre sphère dans le cas (CSP), et grâce à l’extension latérale plus élevée pour la (SSP) dans le canal. L’accord quantitatif est relativement bon. Notons que les résultats du (CSP) sont plus proches des résultats analytiques que le modèle (SSP).

Nous avons également étudié la dissipation en fonction de la longueur d’onde de la structure périodique pour une série de (SSP) et (CSP) (Fig. V.14). La encore nous avons trouvé un très bon accord entre les résultats analytiques et numériques. Cet accord est tout à fait satisfaisant, même quantitativement. Encore une fois, le système de (CSP) fournit des résultats meilleurs que le (SSP).

Finalement, nous portons sur la figure V.15 le comportement de la viscosité effective en fonction de la fraction volumique obtenue numériquement pour le (CSP) et le (SSP). On constate, relativement, un bon accord qualitatif avec les résultats analytiques.

5 Conclusion et implication

Pour résumer, nous avons analysé quelques propriétés rhéologiques d’une suspension de longues plaques dans un écoulement de Poiseuille confiné. Le point essentiel réside dans le fait

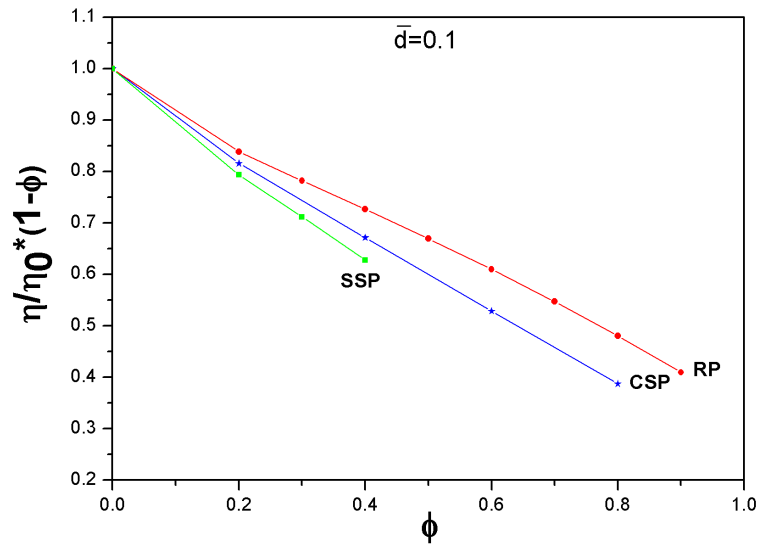


Figure V.15 – Viscosité effective en fonction de ϕ , pour différentes valeurs de \bar{d} .

que l'étude réalisé est entièrement analytique. Nous avons constaté que les résultats numériques obtenus pour une seule particule sphérique (SSP) et une chaîne de particules sphériques (CSP) sont en bon accord qualitatif (et quelquefois même quantitatif) avec les résultats analytiques de la plaque rectangulaire (RP). Ces résultats mettent en évidence que notre modèle simplifié est capable de capturer les caractéristiques de base. Le message essentiel est qu'il n'est pas nécessaire de prendre en considération toutes les complications du modèle afin de pouvoir extraire les informations utiles.

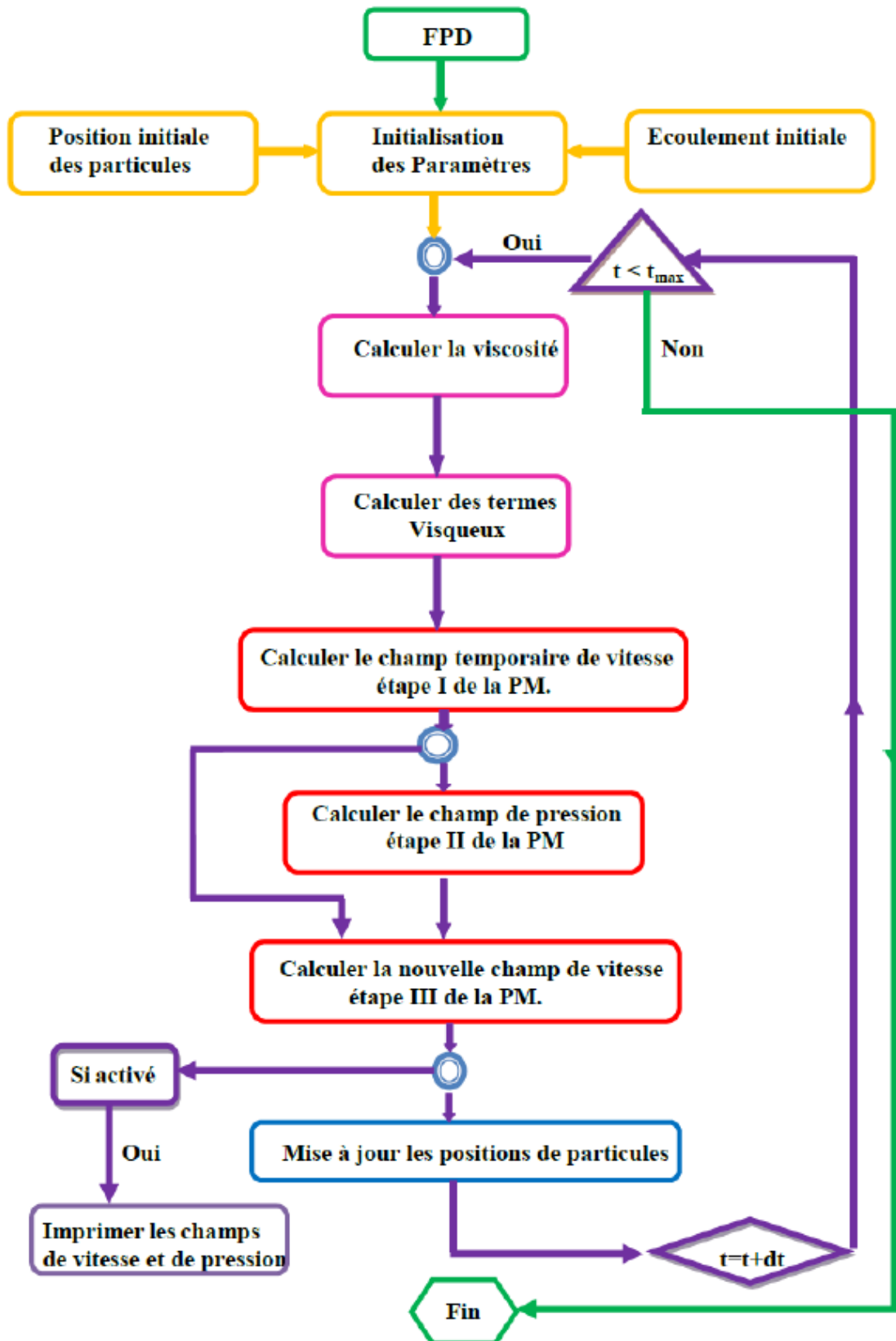


Figure V.16 – Organigramme fondamentale de l’algorithme de la méthode (FPD).

Chapitre VI

Conclusion Générale

Dans cette thèse, nos études mis l'accent sur les différents comportements dynamiques et rhéologiques d'une suspension de vésicules sous écoulement (Poiseuille ou cisaillement) confiné, avec ou sans contraste de viscosité, à l'aide des simulations numériques en deux dimensions.

Pour les géométries confinées et non confinées, il est connu que les vésicules sous écoulement de Poiseuille, possède deux formes : la forme parachute et la forme pantoufle. Nous avons montré que pour des membranes rigides peuvent exister d'autres formes que les deux formes précédents :

- la forme oscillation centrée (Centered Snaking).
- la forme oscillation non centrée (Off-Centered Snaking).
- la forme cacahuète (Peanut).

De plus, nous avons montré que si le contraste de viscosité (le rapport entre la viscosité interne et externe du fluide) est différent de l'unité ($\lambda \neq 1$), comme le cas des globules rouges, le passage de la forme parachute à la forme pantoufle se produit lors de l'augmentation de la force de l'écoulement, ce qu'est en accord avec les expériences. Egalemeent, nous avons observé une phase de coexistence entre la forme parachute et la forme pantoufle, pour un nombre capillaire supérieur à 100.

Enfin, nous avons montré que dans un écoulement de cisaillement confiné, le confinement freine le mouvement de bascule et augmente l'angle d'inclinaison dans le régime de chenille de char de la vésicule.

Dans la deuxième partie de cette thèse, nous avons développé un modèle analytique des plaques planes rectangulaires en translation et en rotation, pour étudier la dynamique, la rhéologie et l'organisation spatio-temporelle des particules, et de faire un lien entre le micro et

Chapitre VI. Conclusion Générale

macro-écoulement. Afin d'utiliser une approche numérique pour simuler une plaque rectangulaire dans une suspension de Poiseuille confiné. La technique utilisée est de remplacer la plaque par : (i) une seule particule rigide sphérique (SSP), et (ii) une chaîne de particules rigides sphériques (CSP). Par ailleurs, plusieurs caractéristiques qualitatives et quantitatives ont été émergées dans ce travail :

- le maximum de la dissipation correspond au cas où les deux particules sont situées symétriquement par rapport au centre de l'écoulement, et elles sont proche du centre du canal.
- la dissipation en fonction de la périodicité de structure est une fonction croissante, pour la plupart valeur de ξ , et elle devient une fonction décroissante pour $\xi > 0.9$.
- la dissipation en fonction de la fraction volumique est une fonction décroissante en l'absence de la rotation, mais elle devient croissante lorsqu'on tient compte de la rotation.
- la viscosité apparente diminue lorsqu'on tient compte de la rotation.

Pour la partie numérique, nous avons constaté que si la densité est suffisamment élevée dans la chaîne, alors le paquet de (CSP) reste inchangées au cours du temps. Pour (SSP) la situation est complètement très différente. Dans ce cas, on observe des migrations latérale vers le centre du canal, et la phase finale est toujours un paquet de particules fixé au centre.

Finalement, il faut noter que la comparaison entre les résultats analytiques et numériques, donnent un très bon accord au niveau qualitatif, surtout pour une chaîne de particules rigides sphériques (CSP).

Annexe

1 Dérivation de la vitesse de translation et de rotation dans le cas de N particules

En haut et en bas de chaque particule on utilise les conditions aux limites. Nous commençons par les conditions aux limites suivantes :

$$v_i^+ = v_i + \Omega_i d, \quad v_i^- = v_i - \Omega_i d; \quad (1)$$

où v_i^\pm désigne la vitesse du fluide sur les deux côtés supérieur et inférieur de la plaque i . La résolution de l'équation de Navier-Stokes dans chaque domaine du fluide, et en utilisant les conditions aux limites ci-dessus, on trouve (voir la figure V.2, pour les définitions des domaines) que

$$\begin{aligned} v_{i,i-1}(y) &= \frac{p'_x}{2\eta_0} y^2 + b_{i,i-1} y + c_{i,i-1} \\ v_{i+1,i}(y) &= \frac{p'_x}{2\eta_0} y^2 + b_{i+1,i} y + c_{i+1,i} \end{aligned} \quad (2)$$

où les indices $i, i-1$ dans v désigne le domaine entre la plaque i et $i-1$, et ainsi de suite.

La vitesse de translation de la particule $i-1, i$ et $i+1$ au niveau de la position y_{i-1}, y_i et y_{i+1} est donnée à partir de la condition de continuité de la vitesse (1). Ces conditions sont données par :

$$v_{i-1}^- = v_{i-1} - \Omega_{i-1} d = \frac{p'_x}{2\eta_0} y^2 + b_{i,i-1}(y_{i-1} - d) + c_{i,i-1}$$

$$\begin{aligned}
 v_{i+1}^+ &= v_{i+1} + \Omega_{i+1}d = \frac{p'_x}{2\eta_0}y^2 + b_{i+1,i}(y_{i+1} + d) + c_{i+1,i} \\
 v_i^- &= v_i - \Omega_i d = \frac{p'_x}{2\eta_0}y^2 + b_{i+1,i}(y_i - d) + c_{i+1,i} \\
 v_i^+ &= v_i + \Omega_i d = \frac{p'_x}{2\eta_0}y^2 + b_{i,i-1}(y_i + d) + c_{i,i-1}
 \end{aligned} \tag{3}$$

Par ailleurs, la plaque i soumise au force de cisaillement σ_{xy} sur les deux côtés supérieur et inférieur de la plaque, et aussi les forces de pression sur les côtés latéraux. Les conditions d'équilibres mécaniques sont

$$\sigma_{xy}^{(i,i-1)} - \sigma_{xy}^{(i+1,i)} - 2dp'_x = 0 \tag{4}$$

avec

$$\sigma_{xy}^{(i,i-1)} = p'_x(y_i + d) + \eta_0 b_{i,i-1}, \quad \sigma_{xy}^{(i+1,i)} = p'_x(y_i - d) + \eta_0 b_{i+1,i} \tag{5}$$

D'après l'équation (3), nous constatons que

$$\begin{aligned}
 b_{i+1,i} &= \frac{(v_{i+1} - v_i)}{(y_{i+1} - y_i + 2d)} + \frac{d(\Omega_{i+1} + \Omega_i)}{(y_{i+1} - y_i + 2d)} - \frac{p'_x}{2\eta_0}(y_{i+1} + y_i) \\
 b_{i,i-1} &= \frac{(v_i - v_{i-1})}{(y_i - y_{i-1} + 2d)} + \frac{d(\Omega_i + \Omega_{i-1})}{(y_i - y_{i-1} + 2d)} - \frac{p'_x}{2\eta_0}(y_i + y_{i-1}) \\
 c_{i,i-1} &= v_i + \Omega_i d - \frac{p'_x}{2\eta_0}(y_i + d)^2 - b_{i,i-1}(y_i + d) \\
 c_{i+1,i} &= v_{i+1} - \Omega_{i+1}d - \frac{p'_x}{2\eta_0}(y_{i+1} + d)^2 + b_{i+1,i}(y_{i+1} + d)
 \end{aligned} \tag{6}$$

Après, on insérant ces expressions dans les équations (4) et (5) on obtient :

$$\begin{aligned}
 v_i &= \frac{1}{(y_{i+1} - y_{i-1} + 4d)} \left\{ [v_{i+1} + d(\Omega_i + \Omega_{i+1})](y_i - y_{i-1} + 2d) \right. \\
 &+ [v_{i-1} - d(\Omega_i + \Omega_{i-1})](y_{i+1} - y_i + 2d) \\
 &+ \left. \frac{p'_x(y_{i-1} - y_{i+1})(y_i - y_{i-1} + 2d)(y_{i+1} - y_i + 2d)}{2\eta_0} \right\}
 \end{aligned} \tag{7}$$

2 Relation entre la dissipation et le débit

Par la suit, la vitesse de rotation est donnée par l'équation (V.14), alors, on obtient :

$$\Omega_i = \xi \frac{dv_{i+1,i-1}(y)}{dy} \quad (8)$$

où $v_{i+1,i-1}(y)$ est le profil de la vitesse du fluide entre les particules $i + 1$ et $i - 1$ en absence de la particule i , Elle est donnée par

$$v_{i+1,i-1}(y) = \frac{p'_x}{2\eta_0} y^2 + b_{i+1,i-1} + c_{y_{i+1},i-1} \quad (9)$$

La vitesse de particules $i + 1$ et $i - 1$ sans la particule i , sont obtenue à l'aide de la relation suivante :

$$v_{i+1}^+ = v_{i+1} + \Omega_{i+1}d = \frac{p'_x}{2\eta_0}(y_{i+1} + d)^2 + b_{i+1,i-1}(y_{i+1} + d) + c_{i+1,i-1} \quad (10)$$

$$v_{i-1}^- = v_{i-1} - \Omega_{i-1}d = \frac{p'_x}{2\eta_0}(y_{i-1} - d)^2 + b_{i+1,i-1}(y_{i-1} - d) + c_{i+1,i-1} \quad (11)$$

avec

$$b_{i+1,i-1} = \frac{(v_{i+1} - v_{i-1})}{(y_{i+1} - y_{i-1} + 2d)} + \frac{d(\Omega_{i+1} + \Omega_{i-1})}{(y_{i+1} - y_{i-1} + 2d)} - \frac{p'_x}{2\eta_0}(y_{i+1} + y_{i-1}) \quad (12)$$

$$c_{i+1,i-1} = v_{i-1} - \Omega_{i-1}d - \frac{p'_x}{2\eta_0}(y_{i-1} - d)^2 - b_{i+1,i-1}(y_{i-1} - d) \quad (13)$$

Ensuite, en utilisant l'équation (8), avec l'expression du champ de vitesse (équation (3)), on trouve

$$\Omega_i = \xi \left(\frac{p'_x}{\eta_0} y_i + b_{i+1,i-1} \right) \quad (14)$$

À l'aide de l'expression $b_{i+1,i-1}$ donné ci-dessus, on obtient facilement

$$\Omega_i = \xi \left[\frac{v_{i-1} - v_{i+1} - d(\Omega_{i-1} + \Omega_{i+1})}{(y_{i-1} - y_{i+1} - 2d)} + \frac{p'_x(2y_i - y_{i-1} - y_{i+1})}{2\eta_0} \right] \quad (15)$$

2 Relation entre la dissipation et le débit

La dissipation prend la forme générale (équation (V.24)) donnée par :

$$D = \int_S v_k n_i \sigma_{ik} dS$$

L'expression explicite de la dissipation pour N plaques, elle décrit par

$$D = L \sum_{i=1}^N [\sigma_{xy}^+ - \sigma_{xy}^-] v_i - p'_x L \sum_{i=1}^{N+1} \int_{y_i+d}^{y_{i-1}-d} v_{ii-1}(y) dy \quad (16)$$

À partir de la condition d'équilibre mécanique pour chaque particule $\sigma_{xy}^+ - \sigma_{xy}^- = 2dp'_x$, alors, l'expression de la dissipation peut être écrite comme

$$D = -p'_x L \left[2d \sum_{i=1}^N v_i + \sum_{i=1}^{N+1} \int_{y_i+d}^{y_{i-1}-d} v_{ii-1}(y) dy \right] \quad (17)$$

Le premier terme est la contribution due à la translation des particules, tandis que le second exprime l'écoulement de fluide entre les particules. Alors le débit total Q s'écrit comme :

$$D = -p'_x L Q \quad (18)$$

c'est l'équation de la dissipation

3 Expression de la dissipation pour N particules

Le débit total (y compris les particules) est donné par $Q = \int_{-w}^w v(y) dy$, et peut être écrit pour N particules comme

$$Q = \sum_{i=1}^{N+1} \int_{y_i+d}^{y_{i-1}-d} v_{ii-1}(y) dy + \sum_{i=1}^N \int_{y_i-d}^{y_i+d} v_i dy \quad (19)$$

où $v_{i,i-1}(y)$ est le profil de la vitesse du fluide entre i et $i-1$, et v_i représente la vitesse des particules. En utilisant l'expression de la vitesse de particules v_i et celle de $v_{i,i-1}(y)$ écrite dans le premier annexe, nous constatons que la dissipation prend la forme suivante :

3 Expression de la dissipation pour N particules

$$\begin{aligned}
 D = & -\frac{p'_x}{2w} \left[\sum_{i=1}^{N+1} \left\{ \frac{p'_x}{6\eta_0} [(y_{i-1} - d)^3 - (y_i + d)^3] \right. \right. \\
 & + \frac{b_{i-1}}{2} [(y_{i-1} - d)^2 - (y_i + d)^2] + \\
 & \left. \left. c_{i-1} [y_{i-1} - y_i - 2d] \right\} - 2dp'_x \sum_{i=1}^N v_i \right] \quad (20)
 \end{aligned}$$

Ensuite, on branche les expressions de $b_{i,i-1}$ et $c_{i,i-1}$, on obtient facilement l'expression de la dissipation en fonction de v_i , Ω_i et y_i

$$\begin{aligned}
 D = & -\frac{p'_x}{2w} \left[\sum_{i=1}^{N+1} \left\{ \frac{p'_x}{2\eta_0} \left[\frac{(y_{i-1} - d)^3 - (y_i + d)^3}{3} \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{(y_{i-1} + y_i)(y_{i-1} - y_i - 2d)^2}{2} \right] \right. \\
 & + \frac{d(\Omega_{i-1} + \Omega_i)(y_{i-1} - y_i - 2d)}{2} \\
 & \left. \left. + \frac{(v_{i-1} - v_{i+1})(y_{i-1} - y_i - 2d)}{2} \right\} \right. \\
 & \left. - 2dp'_x \sum_{i=1}^N v_i \right] \quad (21)
 \end{aligned}$$

Si $\Omega_i = 0$ la particule est en translation pur, et nous obtenons l'expression de la contribution de translation rapporté dans la référence [48],

$$\begin{aligned}
 D_{tr} = & \frac{2p_x'^2 w^3}{3N^2 \eta_0 (1 - \phi)} \left[(1 - \phi)(N^2 - \phi^3) - N^2 \phi \sum_{i=1}^N \bar{y}_i^2 \right. \\
 & \left. + 3N^2 \phi^2 \sum_{i < j}^N \sum_{j=1}^N (\bar{y}_i - \bar{y}_j)^2 \right], \quad (22)
 \end{aligned}$$

Finalement, la contribution due à la rotation peut être identifiée facilement à partir de l'équation (21), et après quelques manipulations élémentaires algébriques, on trouve

$$\begin{aligned}
 D_{rot} = & \frac{2p'_x \phi w^2}{N^2 (1 - \phi)} \left[N(1 - \phi) \sum_{i=1}^N \bar{y}_i \Omega_i \right. \\
 & \left. + \phi \sum_{i=1}^N \bar{y}_i \sum_{j=1}^N \Omega_j \right], \quad (23)
 \end{aligned}$$

Bibliographie

- [1] M. Brust, O. Aouane, M. Thiébaud, D. Flormann, C. Verdier, L. Kästner, H.Selmi, A. Benyoussef, T. Podgorski, G. Coupier, C. Misbah, C. Wagner. Plasma protein induced clustering of red blood cells in microcapillaries. In preparation. [2](#)
- [2] R. Fåhræus and T. Linqvist. The viscosity of the blood in narrow capillary tube. *Am. J. Physiol.*, **96** 562 (1931). [4](#)
- [3] A. R. Pries, A. Fritzsche, K. Ley and P. Gaegtens. Redistribution of red-bloodcell flow in microcirculatory networks by hemodilution. *Circulation Research*, **70** 1113 (1992). [4](#)
- [4] I. Cantat and C. Misbah. Lift force and dynamical unbinding of adhering vesicles under shear flow. *Phys. Rev. Lett.*, **83** 880 (1999). [4](#), [13](#), [34](#), [42](#), [63](#)
- [5] S. Sukumaran and U. Seifert. Influence of shear flow on vesicles near a wall : a numerical study. *Phys. Rev. E*, bf 64 011916 (2001). [4](#), [13](#), [34](#), [42](#), [63](#)
- [6] M. Abkarian, C. Lartigue and A. Viallat. Tank-treading and unbinding of deformable vesicles in shear flow : determination of the lift force. *Phys. Rev. Lett.*, **88** 8103 (2002). [4](#), [13](#), [42](#), [63](#)
- [7] N. Callens, C. Minetti, M. Mader, G. Coupier, F. Dubois, C. Misbah and T. Podgorski. Hydrodynamic lift of vesicles under shear flow in microgravity. *EPL*, **83** 24002 (2008). [4](#)
- [8] B. Kaoui, G. H. Ristow, I. Cantat, C. Misbah and W. Zimmermann. Lateral migration of a vesicle in unbounded Poiseuille flow. *Phys. Rev. E*, **77** 021903 (2008). [4](#), [25](#)

-
- [9] G. Danker, P. M. Vlahovska and C. Misbah. Vesicles in Poiseuille flow. *Phys. Rev. Lett.*, **102** 148102 (2009). [4](#), [43](#)
- [10] G. Coupier, B. Kaoui, T. Podgorski and C. Misbah. Noninertial lateral migration of vesicles in bounded Poiseuille flow. *Physics of Fluids*, **20** 111702 (2008). [4](#), [43](#)
- [11] H. L. Goldsmith and J. C. Marlow. Flow behavior of erythrocytes .2. particle motions in concentrated suspensions of ghost cells. *Journal of Colloid and Interface Science*, **71** 383 (1979). [5](#)
- [12] J. P. Shelby, J. White, K. Ganesan, P. K. Rathod and D. T. Chiu. Microfluidic model for single-cell capillary obstruction by plasmodium falciparum infected erythrocytes. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, **100** 14618 (2003). [6](#)
- [13] J. M. Burns, X. X. Yang, O. Forouzan, J. M. Sosa and S. S. Shevkoplyas. Artificial microvascular network : a new tool for measuring rheologic properties of stored red blood cells. *Transfusion*, **52** 1010 (2012). [6](#)
- [14] T. Ishikawa, H. Fujiwara, N. Matsuki, T. Yoshimoto, Y. Imai, H. Ueno, and T. Yamaguchi. Asymmetry of blood flow and cancer cell adhesion in a microchannel with symmetric bifurcation and confluence. *Biomedical Microdevices*, **13** 159 (2011). [6](#)
- [15] R. Skalak and P. I. Branemark. Deformation of Red Blood Cells in Capillaries. *Science*, **164** 717 (1969). [7](#), [40](#), [45](#), [46](#), [47](#), [48](#), [52](#)
- [16] P. Gaehtgens, C. Duhrsen and K. H. Albrecht. Motion, deformation, and interaction of blood cells and plasma during flow through narrow capillary tubes. *Blood Cells*, **6** 799 (1980). [7](#), [40](#)
- [17] T. W. Secomb, B. Styp-Rekowska and A. Pries. Two-dimensional simulation of red blood cell deformation and lateral migration in microvessels. *Ann. Biomed. Eng.*, **35** 755 (2007). [7](#)
- [18] G. Tomaiuolo, M. Simeone, V. Martinelli, B. Rotoli and S. Guido. Red blood cell deformability in microconfined shear flow. *Soft Matter*, **5** 3736 (2009). [7](#), [17](#), [58](#), [61](#)
- [19] M. Abkarian, M. Faivre, R. Horton, K. Smistrup, C. A. Best-Popescu and H. A. Stone. Cellular-scale hydrodynamics. *Biomed. Mater.*, **3** 034011 (2008). [7](#), [57](#), [58](#), [61](#), [64](#)

Bibliographie

- [20] S. Guido and G. Tomaiuolo. Microconfined flow behavior of red blood cells in vitro. *C. R. Physique*, **10** 751 (2009). [7](#), [40](#), [58](#), [61](#)
- [21] T. W. Secomb and R. Skalak. A two-dimensional model for capillary flow of an asymmetric cell. *Microvas. Res.*, **24** 194 (1982). [7](#)
- [22] C. Pozrikidis. Axisymmetric motion of a file of red blood cells through capillaries. *Phys. Fluids*, **17** 031503 (2005). [7](#)
- [23] B. Kaoui, G. Biros and C. Misbah. Why Do Red Blood Cells Have Asymmetric Shapes Even in a Symmetric Flow?. *Phys. Rev. Lett.*, **103** 188101 (2009). [7](#), [16](#), [43](#), [45](#), [52](#), [58](#)
- [24] H. A. Stone. Dynamics of Drop Deformation and Breakup in Viscous Fluids. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **26** 65 (1994). [8](#)
- [25] P. G. de Gennes. Wetting : statics and dynamics. *Rev. Mod. Phys.*, **57** 827 (1985). [8](#)
- [26] R. Lipowsky and E. Sackmann. Structure and Dynamics of Membranes. *North-Holland*, (1995). [8](#), [23](#)
- [27] P. L. Luisi and P. Walde. Perspectives in Supramolecular Chemistry. *Wiley*, (2000). [8](#)
- [28] C. Pozrikidis. Modeling and Simulation of Capsules and Biological Cells. *Taylor and Francis/CRC Press*, (2003). [8](#)
- [29] P. M. Vlahovska, T. Podgorski and C. Misbah. Vesicles and red blood Cells in flow : From individual dynamics to rheology. *C. R. Physique*, **10** 775 (2009). [8](#), [13](#)
- [30] D. Barthès-Biesel. Capsule motion in flow : Deformation and membrane buckling. *C. R. Physique*, **10** 764 (2009). [8](#)
- [31] S. S. Shevkoplyas, T. Yoshida, L. L. Munn and M. W. Bitensky. Biomimetic auto-separation of leukocytes from whole blood in a microfluidic device. *Anal. Chem.*, **77** 933 (2005). [9](#)
- [32] N. Pamme. Continuous flow separations in microfluidic devices. *Lab Chip*, **7** 1644 (2007). [9](#)

-
- [33] Z. Wu, B. Willing, J. Bjerketorp, J. K. Jansson and K. Hjort. Soft inertial microfluidics for high throughput separation of bacteria from human blood cells. *Lab Chip*, **9** 1193 (2009). [9](#)
- [34] L. C. Mahadevan, S. A. Whatley, T. K. Leung and L. Lim. The brain isoform of a key ATP-regulating enzyme, creatine kinase, is a phosphoprotein. *Biochem. J.*, **222** 139 (1984). [9](#)
- [35] P. Soon-Shiong. Treatment of type I diabetes using encapsulated islets. *Adv Drug Deliv Rev.*, **35** 259 (1999). [10](#)
- [36] M. Abkarian and A. Viallat. Vesicles and red blood cells in shear flow. *Soft Matter*, **4** 653 (2008). [12](#), [17](#)
- [37] M. Bitbol. Red blood cell orientation in orbit $c=0$. *Biophys. J.*, **49** 1055 (1986). [12](#)
- [38] M. I. Angelova, S. Soléau, P. Méléard, J. Faucon and P. Bothorel. Preparation of giant vesicles by external AC electric fields. *Progr. Coll. Pol. Sci.*, **89** 127 (1992). [12](#)
- [39] M. Abkarian. Dynamique et formes d'enveloppes sous champs externes : vésicules et globules rouges. *thèse de doctorat, Université de Grenoble I*, (2002). [13](#)
- [40] U. Seifert. Hydrodynamics lift on bound vesicle. *Phys. Rev. Lett.*, **83** 876 (1999). [13](#), [63](#)
- [41] P. Olla. The behavior of closed inextensible membranes in linear and quadratic shear flows. *Physica A.*, bf 278 87 (2000). [13](#), [63](#)
- [42] J. Beaucourt, F. Rioual, T. Seon, T. Biben and C. Misbah. Steady to unsteady dynamics of a vesicle in a flow. *Phys. Rev. E.*, **69** 011906 (2004). [13](#), [42](#), [63](#), [68](#), [69](#)
- [43] B. Lorz, R. Simson, J. Nardi and E. Sackmann. Weakly adhering vesicles in shear flow : Tank-treading and anomalous lift force. *Europhys. Lett.*, **51** 468 (2000). [13](#), [63](#)
- [44] C. R. Nugent, K. V. Edmond, H. N. Patel and E. R. Weeks. Colloidal glass transition observed in confinement. *Phys. Rev. Lett.*, **99** 025702 (2007). [14](#)
- [45] C. Diaz-Goano, P. D. Mineev and K. Nandakumar. A fictitious domain/finite element method for particulate flows. *J. of Computational Physics*, **192** 105 (2003). [14](#)

Bibliographie

- [46] A. Einstein. Eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen. *Ann. d. Phys.*, **19** 289 (1906). [15](#), [72](#), [79](#), [81](#)
- [47] R. G. Larson. The structure and Rheology of Complex Fluids. *Oxford University Press, Oxford*, (1999). [15](#)
- [48] H. Ez-Zahraouy, H. Mansouri, A. Benyoussef, P. Peyla and C. Misbah. Rheology of a suspension of long plates in a Poiseuille flow. *Eur. Phys. Lett.*, **79** 54002 (2007). [18](#), [73](#), [80](#), [105](#)
- [49] P. Peyla. Rheology and dynamics of a deformable object in a microfluidic configuration : A numerical study. *EPL*, **80** 34001 (2007). [19](#), [84](#), [91](#)
- [50] H. Mansouri, N. Tahiri, H. Ez-Zahraouy, A. Benyoussef, P. Peyla and C. Misbah. Rheology of particulate suspensions in a Poiseuille flow. *Phys. Rev. E*, **82** 026306 (2010). [19](#)
- [51] T. W. Secomb. Mechanics of blood flow in the microcirculation. *Symp. Soc. Exp. Biol.*, **49** 305 (1995). [19](#)
- [52] U. Seifert. Fluid membranes in hydrodynamic flow fields : Formalism and an application to fluctuating quasispherical vesicles in shear flow. *Eur. Phys. J. B*, **8** 405 (1999). [25](#), [42](#)
- [53] O. -Y. Zhong-can and W. Helfrich. Bending energy of vesicle membranes : general expressions for the first, second and third variation of the shape energy and applications to spheres and cylinders. *Phys. Rev. A*, **39** 5280 (1989). [25](#)
- [54] A. Laadhari, C. Misbah and P. Saramito. On the equilibrium equation for a generalized biological membrane energy by using a shape optimization approach. *Physica D*, **239** 1567 (2010). [25](#)
- [55] T. Biben and C. Misbah. An advected-field method for deformable entities under flow. *Eur. Phys. J. B*, **29** 311 (2002). [25](#)
- [56] U. Seifert, K. Berndl and R. Lipowsky. Shape transformations of vesicles : Phase diagram for spontaneous- curvature and bilayer-coupling models. *Phys. Rev. A*, **44**, 1182 (1991). [26](#)
- [57] U. Seifert. Adhesion of vesicles in two dimensions. *Phys. Rev. A*, **43**, 6803 (1991). [27](#)

-
- [58] J. Beaucourt, T. Biben and C. Misbah. Optimal lift force on vesicles near a compressible substrate. *Europhys. Lett.*, **67**, 676 (2004). [28](#)
- [59] B. Alberts, A. Johnson, J. Lewis, M. Raff, K. Roberts and P. Walter. Molecular Biology of the Cell. *Garland, New York*, (2001). [32](#)
- [60] C. Pozrikidis. Boundary Integral and Singularity Methods for Linearized Viscous Flow. *Cambridge University Press, Cambridge*, (1992). [34](#)
- [61] C. Pozrikidis. A practical Guide to Boundary Element Methods with the Software Library BEMLIB. *Chapman & Hall/CRC*, (2002). [34](#)
- [62] M. Kraus, W. Wintz, U. Seifert and R. Lipowsky. Fluid Vesicles in Shear Flow. *Phys. Rev. Lett.*, **77** 3685 (1996). [34](#)
- [63] J. M. Rallison and A. Acrivos. A numerical study of the deformation and burst of a viscous drop in an extensional flow. *J. Fluid Mech.*, **89** 191 (1978). [34](#)
- [64] I. Cantat and C. Misbah. Dynamics and similarity laws for adhering vesicles in haptotaxis. *Phys. Rev. Lett.*, **83** 235 (1999). [34](#)
- [65] C. Pozrikidis. On the transient motion of ordered suspensions of liquid drops. *J. Fluid Mech.*, **246** 301 (1993). [35](#)
- [66] M. R. Kennedy, C. Pozrikidis and R. Skalak. Motion and deformation of liquid drops, and rheology of dilute emulsions in simple shear flow. *Comput. Fluids*, **23** 251 (1994). [35](#)
- [67] A. Farutin, T. Biben and C. Misbah. 3D Numerical simulations of vesicle and inextensible capsule dynamics. *submitted to J. Comp. Phys.*, (2013). [39](#)
- [68] Y. C. Fung. *Biomechanics, Springer, New York*, (1990). [42](#)
- [69] T. Betz, M. Lenz, J. F. Joanny and C. Sykes. ATP-dependent mechanics of red blood cells. *Proc. Natl. Acad. Sci.*, **106** 15320 (2009). [42](#)
- [70] S. Suresh. Mechanical response of human red blood cells in health and disease : Some structure-property-function relationships. *J. of Materials Research*, **21** 1871 (2006). [42](#), [55](#)

Bibliographie

- [71] A. Farutin and C. Misbah. Squaring, Parity Breaking, and S Tumbling of Vesicles under Shear Flow. *Phys. Rev. Lett.*, **109** 248106 (2012). [42](#)
- [72] P. Olla. The lift on a tank-treading ellipsoidal cell in a shear flow. *J. Phys. II France*, **7** 1533 (1997). [42](#)
- [73] L. G. Leal. Particle Motions in a Viscous Fluid. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **12** 435 (1980). [44](#)
- [74] V. Vitkova, M. Mader and T. Podgorski. Deformation of vesicles flowing through capillaries. *Europhys. Lett.*, **68** 398 (2004). [46](#), [49](#), [57](#)
- [75] J. B. D. Macdougall and M. McCabe. Diffusion Coefficient of Oxygen through Tissues. *Nature*, **215** 1173 (1967). [54](#)
- [76] J. Wan, W. D. Ristenpart and H. A. Stone. Dynamics of shear-induced ATP release from red blood cells. *Proc. Natl. Acad. Sci.*, **105** 16432 (2008). [55](#)
- [77] H. Noguchi and G. Gompper. Shape transitions of fluid vesicles and red blood cells in capillary flows. *Proc. Natl. Acad. Sci.*, **102** 14159 (2005). [56](#)
- [78] G. Coupier, B. Kaoui, T. Podgorski and C. Misbah. Noninertial lateral migration of vesicles in bounded Poiseuille flow. *Phys. Fluid*, **20** 111702 (2009). [57](#)
- [79] B. Kaoui, N. Tahiri, T. Biben, H. Ez-Zahraouy, A. Benyoussef, G. Biroso and C. Misbah. Complexity of vesicle microcirculation. *Phys. Rev. E*, **84** 041906 (2011). [58](#)
- [80] N. Tahiri, T. Biben, H. Ez-Zahraouy, A. Benyoussef and C. Misbah. On the Problem of Slipper Shapes of Red Blood Cells in the Microvasculature. *Microvascular Research*, **85** 40 (2013). [59](#), [60](#)
- [81] C. Misbah. Vacillating Breathing and Tumbling of Vesicles under Shear Flow. *Phys. Rev. Lett.*, **96** 028104 (2006). [63](#), [72](#)
- [82] G. Danker and C. Misbah. Rheology of a dilute suspension of vesicles. *Phys. Rev. Lett.*, **98** 088104 (2007). [63](#), [66](#), [72](#)
- [83] G. Danker and C. Misbah. Dynamics and rheology of a dilute suspension of vesicles : Higher-order theory. *Phys. Rev. E*, **76** 041905 (2007). [63](#)

-
- [84] G. Ghigliotti, H. Selmi, B. Kaoui, G. Biros and C. Misbah. Dynamics and rheology of highly deflated vesicles. *ESAIM : PROCEEDINGS*, **28** 211 (2009). [63](#)
- [85] M. Guedda. Dynamic modes of quasispherical vesicles : Exact analytical solution. *Phys. Rev. E*, **82** 051915 (2012). [63](#)
- [86] S. R. Keller and R. Skalak. Motion of a tank-treading ellipsoidal particle in a shear flow. *J. Fluid Mech*, **120** 27 (1982). [63](#), [68](#)
- [87] M. A. Mader, V. Vitkova, M. Abkarian, A. Viallat and T. Podgorski. Dynamics of viscous vesicles in shear flow. *Eur. Phys. J. E*, **19** 389397 (2006). [63](#), [68](#)
- [88] V. Kantsler and V. Steinberg. Transition to tumbling and two regimes of tumbling motion of a vesicle in shear Flow. *Phys. Rev. Lett.*, **96** 036001 (2006). [63](#), [68](#)
- [89] H. Noguchi and G. Gompper. Swinging and tumbling of fluid vesicles in shear flow. *Phys. Rev. Lett.* **98** 128103 (2007). [64](#)
- [90] V. V. Lebedev, K. S. Turitsyn and S. S. Vergeles. Dynamics of nearlys spherical vesicles in an external flow. *Phys. Rev. Lett.* **99** 218101 (2007). [64](#)
- [91] B. Kaoui, A. Farutin and C. Misbah. Vesicles under simple shear flow : Elucidating the role of relevant control parameters. *Phys. Rev. E* **80** 061905 (2009). [64](#)
- [92] J. Deschamps, V. Kantsler and V. Steinberg. Phase diagram of single vesicle dynamical states in shear flow. *Phys. Rev. Lett.* **102** 118105 (2009). [64](#)
- [93] A. M. Forsyth, J. D. Wan, P. D. Owrutsky, M. Abkarian and H. A. Stone. Multiscale approach to link red blood cell dynamics, shear viscosity, and ATP release. *Proc. Natl. Acad. Sci.*, **108** 10986 (2011). [64](#)
- [94] G. K. Batchelor. The stress system in a suspension of force-free particles. *J. Fluid. Mech.*, **41** 545 (1970). [65](#), [81](#)
- [95] G. Ghigliotti, T. Biben and C. Misbah. Rheology of a dilute two-dimensional suspension of vesicles. *J. Fluid. Mech.*, **653** 489 (2010). [66](#)
- [96] V. Vitkova, M. Mader, B. Polack, C. Misbah and T. Podgorski. Micro-Macro Link in Rheology of Erythrocyte and Vesicle Suspensions. *Biophys J.*, **95** L33 (2008). [66](#)

Bibliographie

- [97] R. G. Cox, I. Y. Z. Zia and S. G. Mason. Particle motions in sheared suspensions. *Journal of Colloid and Interface Science* **27** 7 (1967). [67](#)
- [98] B. Kaoui, T. Kruger and Jens Harting. How does confinement affect the dynamics of viscous vesicles and red blood cells? *Soft Matter* **8** 9246 (2012). [69](#), [70](#)
- [99] P. J. A. Janssen and P. D. Anderson. A boundary-integral model for drop deformation between two parallel plates with non-unit viscosity ratio drops. *J. Comput. Phys.* **227** 8807 (2008). [69](#)
- [100] P. J. A. Janssen, A. Vananroye, P. Van Puyvelde, P. Moldenaers and P. D. Anderson. Generalized behavior of the breakup of viscous drops in confinements. *J. Rheol.* **54** 1047 (2010). [69](#)
- [101] G. K. Batchelor. The effect of Brownian motion on the bulk stress in a suspension of spherical particles. *J. Fluid. Mech.*, **83** 97 (1977). [72](#)
- [102] G. B. Jeffery. The Motion of Ellipsoidal Particles Immersed in a Viscous Fluid. *Proc. R. Soc. Lond.*, **A 102** 161 (1922). [72](#), [81](#)
- [103] E. J. Hinch and L. G. Leal. The effect of Brownian motion on the rheological properties of a suspension of non-spherical particles. *J. Fluid Mech.*, **52** 683 (1972). [72](#)
- [104] G. Cox. The deformation of a drop in a general time-dependent fluid flow. *J. Fluid Mech.*, **37** 601 (1969). [72](#)
- [105] N. A. Frankel and A. Acrivos. The constitutive equation for a dilute emulsion. *J. Fluid Mech.*, **44** 65 (1970). [72](#)
- [106] D. Barthès-Biesel, J. M. Rallison. The time-dependent deformation of a capsule freely suspended in a linear shear flow. *J. Fluid. Mech.*, **113** 251 (1981). [72](#)
- [107] J. J. Stickel and R. L. Powell. Fluid Mechanics and rheology of dense suspensions. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **37** 129 (2005). [73](#)
- [108] D. D. Joseph and D. Ocando. Slip velocity and lift. *J. Fluid Mech.*, **454** 263 (2002). [74](#), [76](#), [77](#)
- [109] G. Segré and A. Silberberg. Behaviour of macroscopic rigid spheres in Poiseuille flow Part 2. Experimental results and interpretation. *J. Fluid Mech.*, **14** 136 (1962). [74](#)

-
- [110] L. D. Landau and E. M. Lifchitz. Fluid Mechanics. *Pergamon Press, Oxfor* (1993). [75](#), [80](#), [81](#)
- [111] L. G. Leal. Advanced Transport Phenomena. *Cambridge University Press*, (2007). [77](#)
- [112] G. Ghigliotti. *private communication*. [79](#)
- [113] J. Brady. *Int. J. Multiphase Flow*, **10** 113 (1984). [79](#)
- [114] H. Tanaka and T. Araki. Simulation Method of Colloidal Suspensions with Hydrodynamic Interactions : Fluid Particle Dynamics. *Phys. Rev. Lett.*, **85** 1338 (2000). [84](#), [91](#)
- [115] Y. Davit and P. Peyla. Intriguing viscosity effects in confined suspensions : A numerical study. *EPL*, **83** 64001 (2008). [84](#)
- [116] R. J. Phillips, J. F. Brady and G. Bossis. Hydrodynamic transport properties of hard-sphere dispersions. II. Porous media. *Phys. Fluids*, **31** 3473 (1988). [84](#), [91](#)
- [117] J. Kromkamp, D. van den Ende, D. Kandhai, R. van der Sman and R. Boom. Lattice boltzmann simulation of 2d and 3d non-brownian suspensions in couette flow. *Chem. Eng. Sci.*, **61** 858 (2006). [84](#), [91](#)
- [118] B. Maury. Numerical analysis of a finite element/volume penalty method. *SIAM J. Numer. Anal.*, **47** 1126 (2009). [85](#)
- [119] S. Succi. The Lattice Boltzmann Equation For Fluid Dynamics and Beyond. *Oxford University Press, New York*, (2001). [85](#)
- [120] L. Jibuti. Locomotion and Flow in Complex and Confined Fluids. *Thèse de doctorat, Université de Grenoble I*, (2011). [87](#)
- [121] S. Osher and R. Fedkiw. Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces. *Springer*, (2003). [87](#), [88](#)
- [122] A. J. Chorin. Numerical solution of the Navier-Stokes equations. *Math. Comp.*, **22** 745 (1968). [87](#), [88](#)
- [123] R. Temam. Sur l'approximation de la solution des équations de Navier-Stokes par la méthode des pas fractionnaires. *Arch. Rational Mech. Anal.*, **33** 377 (1969). [87](#)

Bibliographie

- [124] M. Fortin, R. Peyret and R. Temam. Résolution numérique des équations de Navier-Stokes pour un fluide incompressible. *J. Mecanique*, **10** 357 (1971). [87](#)
- [125] F. H. Harlow and J. E. Welch. Numrical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface. *Phys. Fluids*, **8** 2182 (1965). [88](#)
- [126] M. W. Heemels, M. H. J. Hagen and C. P. Lowe. *J. Comput. Phys.*, **164**, 48 (2000). [91](#)
- [127] R. Pesché and G. Nägele. *EPL*, **51** 584 (2000). [91](#)

RESUME

L'objectif principal de cette thèse est consacré à l'étude de la dynamique et la rhéologie d'une suspension de particules denses qui se comportent comme des fluides complexes.

La première partie de cette thèse est consacrée à l'étude de la déformation, le comportement dynamique et la rhéologie d'une suspension de vésicule (un modèle simple pour les globules rouges) sous l'action d'un écoulement externe appliqué (cisaillement simple et Poiseuille confiné) dans la limite de faible nombre de Reynolds. L'étude basée sur des simulations numériques en utilisant la méthode des intégrales de frontière. Cette étude est inspirée par le comportement des globules rouges dans le système microvasculaire.

Notre étude est ensuite consacrée aux effets du confinement et du nombre capillaire sur la forme, le comportement dynamique et la viscosité effective d'une suspension de vésicules. Nous avons montré que pour des membranes rigides (nombre capillaire petit), on peut observer en plus de la forme parachute et pantoufle, les formes suivantes : (i) forme d'oscillation centrée, (ii) forme d'oscillation décentrée et (iii) la forme cacahuète.

Egalement, nous avons examiné l'influence du contraste de viscosité sur la dynamique et la rhéologie d'une vésicule. Nous avons montré qu'il existe une phase de "coexistence" entre la forme pantoufle et la forme parachute.

Dans la deuxième partie de cette thèse, nous avons proposé un modèle analytique et une étude numérique pour étudier les propriétés dynamiques et rhéologiques d'une suspension de particules rigides sous écoulement de Poiseuille confiné.

Le débit, la dissipation et la viscosité apparente sont étudiés en fonction de la structure des plaques dans le canal. Egalement, l'étude numérique d'une suspension de particules sphériques (formes des chaînes de particules) est en accord qualitatif avec le modèle analytique qui considère les longues plaques. Cette étude numérique est basée sur une méthode de la dynamique des particules du fluide, où les particules sont représentées par un champ scalaire ayant une viscosité élevée à l'intérieur.

Mots clés : Rhéologie du sang, Globules rouges, Méthodes numériques, Vésicules, Membranes, Ecoulement de Poiseuille, Microfluidiques.

ABSTRACT

The principal objective of this thesis is devoted to study the dynamics and rheology of a suspension of dense particles which behave as complex fluids.

The first part of this thesis is dedicated to the study of the deformation, the dynamic behavior and rheology of a single neutrally buoyant suspended vesicle (a closed phospholipid membrane), as a response to external applied flows (simple shear and confined Poiseuille flows), is studied in the limit of small Reynolds. The study based on numerical simulations using the boundary integral method. This study is inspired by the behavior of red blood cells in the microvasculature.

Our study is then dedicated on the effects of confinement and capillary number on the shape, the dynamic behavior and the effective viscosity of a vesicles suspension. We have shown that for rigid membranes (small capillary number) may be exist other shapes parachute and slipper, these shapes are : (i) Centered Snaking, (ii) Off-Centered Snaking and (iii) Peanut-shaped.

Equally, we examined the influence of viscosity contrast on the dynamics and rheology of a vesicle. We have shown that there is a phase of "coexistence" between the slipper and parachute shape. The coexistence of shapes seems to be supported by experiments, though a systematic experimental study is lacking.

In the second part of this thesis, we proposed an analytical model and a numerical study for studying the dynamics and rheology properties of a rigid particles suspended in a confined Poiseuille flow.

The flow rate, the dissipation and the apparent viscosity are studied as a function of the underlying structure. Equally, the numerical study is in good qualitative agreement with the analytical theory considering long plates. The numerical study is based on a fluid dynamic particle method where the particles are represented by a scalar field having high viscosity inside.

Keywords : Blood rheology, Red blood cells, Numerical methods, Vesicles, Membranes, Poiseuille flow, Microfluidics.