

UNIVERSITÉ IBN ZOHR
FACULTÉ DES SCIENCES
AGADIR

N° ordre 117/2013

THÈSE

présentée à la Faculté des Sciences, Université Ibn Zohr, Agadir,
pour obtenir le grade de

Docteur

Spécialité : Instrumentation électronique et signaux

par

Abderrahman ATMANI

**CONCEPTION ET RÉALISATION D'UNE CHAÎNE PORTABLE
D'ACQUISITION ET DE TRAITEMENT DES SIGNAUX :
APPLICATION À LA SÉISMOLOGIE**

soutenue le 20 juillet 2013 devant le Jury composé de Messieurs :

Mostafa BANOUNI	Professeur à l'Université Ibn Zohr, Faculté des Sciences, Agadir	Président
Driss AGLIZ	Professeur à l'Université Ibn Zohr, Faculté des Sciences, Agadir	Encadrant
Es-Saïd AKHOUAYRI	Professeur à l'Université Ibn Zohr, Faculté des Sciences, Agadir	Co-encadrant
El Housein AASSIF	Professeur à l'Université Ibn Zohr, Faculté des Sciences, Agadir	Rapporteur
Mimoun HARNAFI	Professeur à l'Université Mohammed V, Institut Scientifique, Rabat	Rapporteur
Abdelouhab ZEROUAL	Professeur à l'Université Cadi Ayyad, Faculté des Sciences Semlalia, Marrakech	Rapporteur
Mohamed FADEL	Professeur à l'Université Ibn Zohr, Faculté des Sciences, Agadir	Examineur

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION	1
<i>Chapitre 1</i>	
GÉNÉRALITÉS	3
1. INTRODUCTION	3
2. NOTIONS D'ÉLASTICITÉ	3
2.1. Contrainte	3
2.2. Déformation	7
2.2.1. Déformation normale	8
2.2.2. Déformation de cisaillement	9
2.2.3. Tenseur de déformation	10
2.3. Loi de Hooke	10
3. ÉQUATION D'ONDE	11
3.1. Expression générale	11
3.2. Ondes de volume : ondes P et ondes S	12
3.2.1. Équations d'onde	12
3.2.2. Solutions sous forme d'ondes harmoniques	14
3.2.3. Solutions sous forme d'ondes harmoniques planes	15
3.2.3.1. Expression de l'onde	15
3.2.3.2. Champ de déplacement	16
3.2.4. Solutions sous forme d'ondes sphériques	16
3.2.4.1. Expression de l'onde	16
3.2.4.2. Champ de déplacement	17
3.3. Énergie transportée par une onde sismique	18
3.4. Réflexion et réfraction des ondes sismiques aux interfaces	19
3.4.1. Conditions aux limites	20
3.4.2. Lois de Snell-Descartes	21
3.4.3. Coefficients de réflexion et de transmission	23
3.4.3.1. Notations et expressions des ondes	23
3.4.3.2. Vecteurs contrainte	24
3.4.3.3. Ondes tombant sur une surface libre	25
3.4.3.3.1. Ondes incidentes SH	25
3.4.3.3.2. Ondes incidentes P	25
3.4.3.3.3. Ondes incidentes SV	27
3.4.3.4. Retour sur le type des ondes réfléchies et transmises	29
3.4.3.4.1. Ondes incidentes SH	29
3.4.3.4.2. Ondes incidentes P	30
3.4.3.4.3. Ondes incidentes SV	31
3.5. Ondes de surface	31
3.5.1. Introduction	31
3.5.2. Vecteurs déplacement	31
3.5.3. Ondes de Love	32
3.5.3.1. Milieu homogène remplissant le demi-espace	33
3.5.3.2. Couche sur un milieu occupant le demi-espace	33

3.5.3. Ondes de Rayleigh	36
4. SOURCES SÉISMQUES	39
4.1. Explosions	40
4.2. Sources séismiques impliquant le cisaillement des failles	41
4.3. Bruit de fond séismique	42
4. CONCLUSION	46
5. BIBLIOGRAPHIE	46

Chapitre 2

CONCEPTION ET RÉALISATION D'UNE CHAÎNE PORTABLE D'ACQUISITION ET DE TRAITEMENT DES SIGNAUX SÉISMQUES	48
1. INTRODUCTION	48
2. CONCEPTION DE LA CHAÎNE D'ACQUISITION ET DE TRAITEMENT [1]	48
3. RÉALISATION DE LA CHAÎNE D'ACQUISITION ET DE TRAITEMENT	50
3.1. Aspect matériel	50
3.1.1. Capteur 'séismomètre vertical'	50
3.1.1.1. Système mécanique	51
3.1.1.2. Transducteur	52
3.1.1.3. Amortissement magnétique du vélocimètre	53
3.1.1.4. Solution de l'équation du mouvement en régime libre	54
3.1.1.5. Fonction de transfert en régime forcé	56
3.1.1.6. Calibration du séismomètre	57
3.1.2. Module de conditionnement	60
3.1.2.1. Étude de l'amplificateur d'instrumentation	61
3.1.2.1.1. Étage d'entrée	61
3.1.2.1.2. Étage de sortie	62
3.1.2.2. Étude du filtre	63
3.1.2.3. Caractéristiques du module de conditionnement	64
3.1.3. Carte d'acquisition	66
3.1.3.1. Module de conversion analogique en numérique (CAN)	66
3.1.3.1.1. Système de protection d'entrées	67
3.1.3.1.2. Mémoire de balayage des canaux	67
3.1.3.1.3. Multiplexeur d'entrées analogiques	67
3.1.3.1.4. Amplificateur programmable	68
3.1.3.1.5. Échantillonneur-bloqueur	68
3.1.3.1.6. Convertisseur analogique-numérique	68
3.1.3.1.7. Mémoire FIFO des données	69
3.1.3.1.8. Déclenchement de la conversion analogique-numérique	69
3.1.3.1.9. Interruptions	70
3.1.3.1.10. État machine du convertisseur analogique numérique	70
3.1.3.2. Compteur temporisateur	71
3.1.3.3. Convertisseur numérique-analogique	72
3.1.3.4. Ports d'entrée sortie numériques	72
3.1.3.5. Horloge	73
3.1.3.6. Brochage du connecteur	73
3.1.4. Ordinateur portable	74
3.2. Aspect logiciel appliqué au traitement numérique des signaux séismiques	74
3.2.1. Création d'un nouveau fichier ou ouverture d'un fichier existant	75
3.2.2. Prévisualisation des signaux séismiques	76
3.2.3. Acquisition continue des signaux séismiques	76
3.2.4. Traitement des signaux acquis	76
3.2.4.1. Élimination de la composante continue	77

3.2.4.2. Déconvolution de la réponse instrumentale	78
3.2.4.3. Sélection des fenêtres du bruit stationnaire dans un signal sismique	82
3.2.4.4. Apodisation	86
3.2.4.5. Lissage des spectres	89
3.2.4.6. Calcul de la moyenne des deux composantes horizontales d'un signal sismique à trois composantes	93
3.2.4.7. Calcul du rapport spectral H/V	93
3.2.4.8. Validation des rapports spectraux	94
3.2.4.9. Calcul du rapport spectral moyen H/V de bruit de fond sismique	100
3.2.5. Visualisation des résultats	104
4. CONCLUSION	104
5. BIBLIOGRAPHIE	105

Chapitre 3

APPLICATIONS DE LA CHAÎNE PORTABLE D'ACQUISITION ET DE TRAITEMENT DU SIGNAL SÉISMIQUE	107
1. INTRODUCTION	107
2. ÉTALONNAGE	107
2.1. Étalonnage matériel par inter-corrélation	107
2.2. Test de la partie logiciel par la méthode de Nakamura	109
3. APPLICATIONS	110
3.1. Sismique réflexion	111
3.1.1. Sources en sismique réflexion	111
3.1.2. Principe de la sismique réflexion	111
3.1.3. Modèle à deux couches	111
3.1.4. Modèle multicouche	116
3.1.5. Simulation en sismique réflexion	118
3.1.5.1. Ondelette de Ricker	118
3.1.5.2. Génération des signaux	119
3.1.5.3. Correction dynamique et analyse de vitesse	121
3.1.6. Application aux signaux réels	131
3.2. Impact des explosions de carrières sur les structures	139
3.2.1. Introduction	139
3.2.2. Méthodologie	140
3.2.2.1. Évaluation de l'impact à partir de la vitesse	140
3.2.2.2. Logistique utilisée	141
3.2.2.3. Approche adoptée	143
3.2.2.4. Résultats	143
3.3. Détermination de la fréquence propre d'un site et de son amplification aux ondes séismiques	145
4. CONCLUSION	151
5. BIBLIOGRAPHIE	152
CONCLUSION GÉNÉRALE	153

Appendice

QUELQUES COEFFICIENTS ÉLASTIQUES ADDITIONNELS	156
1. BARRE SOUS TENSION UNIAXIALE	156
2. PRESSION HYDROSTATIQUE	157

Liste des publications

Les travaux effectués dans le cadre de la présente thèse ont fait l'objet des publications et communications suivantes :

Publications

- [1] A. ATMANI, E. AKHOUAYRY, D. AGLIZ, E. AÏT LAASRY et M. BANOUNI , *The mobile station designing and calibrating, application to seismic instrumentation* , AMSE Journals, Modelling, Measurement and Control, **A 82** (2009) 48.
- [2] E. AKHOUAYRY, E. AÏT LAASRI, D. AGLIZ, A. ATMANI et M. BANOUNI , *Signal stationarity testing and detecting of its abrupt change* , IEEE Xplore, IEEE Conference Publications, **10.1109** (2011) 1.
- [3] E. AIT LAASRI, E. AKHOUAYRY, D. AGLIZ et A. ATMANI, *Seismic signal discrimination between earthquakes and quarry blasts using fuzzy logic approach*, Lecture Notes in Computer Science, Image and Signal Processing, Springer, **7340** (2012) 166.

Communications

- [1] E. AKHOUAYRY, E. AIT LAASRI, D. AGLIZ, A. ATMANI, A. BIROUK, M. KASMI, A. ELMOURAOUAH et A. IBEN BRAHIM. *Agadir's seismic central acquisition management*, 27TH ECGS Workshop European Center for Geodynamics and Seismology, Seismicity Patterns in the Euro-Med Region, Novembre 17-19, (2008), Luxembourg.
- [2] A. ATMANI, E. AKHOUAYRY, D. AGLIZ et E. AIT LAASRI. *Conception and realisation of a mobile seismic signal detection chain*, 7th General Assembly of Asian Seismological Commission ASC2008 and Seismological Society of Japan 2008 Fall meeting, Novembre 24-28, (2008) Tsukuba, Japan.
- [3] E. AKHOUAYRY, E. AIT LAASRI, D. AGLIZ, A. ATMANI. *Seismic signal processing correlation function applied to Agadir's seismic data bank*, International Association of Seismology and Physics of the Earth's Interior (IASPEI) 2009 General Assembly, Janvier 10-16, (2009), Cape Town, Afrique de Sud.
- [4] A. ATMANI, E. AKHOUAYRY, E. AIT LAASRI et D. AGLIZ. *Seismic signal processing - Conception and realisation of a mobile seismic signal detection chain*, International Association of Seismology and Physics of the Earth's Interior (IASPEI) 2009 General Assembly, Janvier 10-16, (2009), Cape Town, Afrique du Sud.
- [5] E. AKHOUAYRY, E. AIT LAASRI, D. AGLIZ et A. ATMANI. *Seismic data bank management - Application to seismic risk reduction*, 2nd International Conference on GIT4NDM and Rehabilitation, Janvier 30-31, (2009), Asian Institute of Technology (AIT), Bangkok, Thaïlande.
- [6] E. AKHOUAYRY, D. AGLIZ, E. AIT LAASRI et A. ATMANI. *seismic coda processing*, The Meeting of the Saudi society for geosciences, (SMG-8), Mars 9-12, (2009), Saudi geological survey, Jeddah, Arabie Saoudite.
- [7] E. AIT LAASRI, E. AKHOUAYRY, D. AGLIZ et A. ATMANI. *Mise en évidence de l'effet local par correlation de la coda sismique*, TELECOM'2009 et 6èmes JFMMA , Mars 11-13, (2009), Agadir, Maroc.

- [8] E. AKHOUAYRI, D. AGLIZ, A. ATMANI et E. AIT LAASRI. *Seismic studies at Agadir city*, The Meeting of the Saudi society for geosciences, (SMG-8), Mars 9-12, (2009), Saudi Geological Survey, Jeddah, Arabie Saudite.
- [9] E. AIT LAASRI, E. AKHOUAYRI, D. AGLIZ et A. ATMANI. *discrimination des donnees seismiques par correlation - application aux evenements locaux et regionaux*, TELECOM'2009 et 6èmes JFMMA , Mars 11-13, (2009), Agadir, Maroc.
- [10] A. ATMANI, E. AKHOUAYRI, D. AGLIZ et E. AIT LAASRI. *conception et realisation d'une chaine portable d'acquisition et de traitement de signaux seismiques*, TELECOM'2009 et 6èmes JFMMA, Mars 11-13, (2009), Agadir, Maroc.
- [11] E. AIT LAASRI, E. AKHOUAYRI, D. AGLIZ et A. ATMANI. *Discrimination locale/regionale des evenements seismiques, application a la base de donnees seismiques d'agadir*, SETIT 2009, 5th International Conference : Sciences of Electronic, Technologies of Information and Telecommunications, Mars 22-26,(2009), Hammamet, Tunisie.
- [12] E. AIT LAASRI, E. AKHOUAYRI, D. AGLIZ et A. ATMANI. *Seismic events classification using the correlation function*, The 2009 World Congress on Electronics and Electrical Engineering, WCEEENG'09, Avril 6-9, (2009), Le Caire, Egypte.
- [13] E. AIT LAASRI, E. AKHOUAYRI, D. AGLIZ et A. ATMANI. *Local / regional events discrimination using seismic main wavelet and highlight of local conditions using seismic coda*, ISS09 Conference, CTBTO, Juin 10-12, (2009), Hofburg Palace, Vienna, Autriche.
- [14] E. AIT LAASRI, E. AKHOUAYRI, D. AGLIZ et A. ATMANI. *Progiciel multitache de gestion du reseau seismique local d'agadir*, SISMO2010, Février 26-28, (2010), Agadir, Maroc.
- [15] E. AIT LAASRI, E. AKHOUAYRI, D. AGLIZ et A. ATMANI. *Real-time automatic event detection and picking of p-wave arrivals in locally stationary noise using cross correlation*, ESC2010, Septembre 6-10, (2010), Montpellier, France.
- [16] E. AIT LAASRI, E. AKHOUAYRI, D. AGLIZ, A. ATMANI et F. MOURAFIQ. *Development of multi-tasking software for managing local seismic network of agadir*, ASC2010, Novembre 8-10, (2010), Hanoi, Vietnam.
- [17] E. AKHOUAYRI, E. AIT LAASRI, D. AGLIZ et A. ATMANI. *Signal stationarity testing and detecting of its abrupt change*, SIECPC'2011, Avril 23- 26, (2011), Riyadh, Arabie Saudite.
- [18] A. ATMANI, E. AKHOUAYRI, D. AGLIZ et E. AIT LAASRI. *Réalisation d'un programme qui détermine la période propre du sol et son facteur d'amplification des événements séismiques*, ISI2011, juin 1-5, (2011), Errachidia, Maroc.
- [19] E. AIT LAASRI, E. AKHOUAYRI, D. AGLIZ et A. ATMANI. *Automatic system for detection and archiving of seismic event- Application to local seismic network of Agadir*, ISI2011, juin 1-5, (2011), Errachidia, Maroc.
- [20] A. ATMANI, E. AKHOUAYRI, D. AGLIZ et E. AIT LAASRI. *Contribution to the study of seismic background noise - Application to the region of Agadir*, CTBTO2011, Juin 08-10, (2011), Hofburg Palace, Vienna, Autriche.
- [21] A. ATMANI, E. AKHOUAYRI, D. AGLIZ et E. AIT LAASRI. *Système portable complet d'acquisition et de traitement des signaux séismiques : application a la détermination de la fréquence propre du sol*, MISC'11, mai 27-28, (2011), Agadir, Maroc.
- [22] E. AKHOUAYRI, E. AIT LAASRI, D. AGLIZ et A. ATMANI. *Real time cross correlation estimated program and its application to processing seismic data*, CTBTO2011, Juin 08-10, (2011), Hofburg Palace, Vienna, Autriche.
- [23] E. AIT LAASRI, E. AKHOUAYRI, D. AGLIZ et A. ATMANI. *Fuzzy artmap : a neural network for fast stable incremental learning and seismic event discrimination*, CTBTO2011, Juin 08-10, (2011), Hofburg Palace, Vienna, Autriche.
- [24] E. AKHOUAYRI, A. ATMANI, D. AGLIZ, E. AIT LAASRI et F. MOURAFIQ. *Engineering of mobile seismic station*, 8th Saudi Engineering Conference SEC8, December 10, (2011), AlQassim University, Buraidah, AlQassim, Arabie Saudite.

- [25] E. AKHOUAYRI, E. AIT LAASRI, A. ATMANI et D. AGLIZ. *Seismic signal processing, a first synthesis*, 7th Gulf Seismic Forum, Seismology and Earthquake Engineering in the Arabian Gulf Region, January 22-25, (2012), Park Hyatt Jeddah Hotel, Jeddah, Arabie Saudite.
 - [26] E. AIT LAASRI, E. AKHOUAYRI, D. AGLIZ et A. ATMANI. *Seismic Signal Discrimination Between Earthquakes and Quarry Blasts using Fuzzy Logic Approach*, ICISP2012, Juin 28-30, (2012), Agadir, Maroc.
 - [27] A. ATMANI, E. AKHOUAYRI, D. AGLIZ et E. AIT LAASRI. *Automatic system of e-m seismometers calibration using a statistical method by removing a step of current applied to signal coil*, CTBTO2013, Juin 17-21, (2013), Hofburg Palace, Vienna, Autriche.
 - [28] E. AIT LAASRI, E. AKHOUAYRI, D. AGLIZ et A. ATMANI. *A supervised genetic-fuzzy approach for seismic signals classification*, CTBTO2013, Juin 17-21, (2013), Hofburg Palace, Vienna, Autriche.
-

INTRODUCTION

La ville d'Agadir est située dans une région à activité sismique modérée malgré la terrible tragédie du séisme destructeur du 29 février 1960 qui est restée gravée dans les mémoires. Cette activité sismique vient du fait que notre Pays subit les contraintes développées par le rapprochement des plaques tectoniques africaine et européenne. Elle se concentre surtout le long des failles qui longent la chaîne atlasique. Au vu de l'urbanisation galopante dans la région d'Agadir, nous avons jugé utile la création, au sein de la Faculté des Sciences Ibn Zohr, d'un noyau de recherche s'intéressant à l'étude des phénomènes sismiques. Le Laboratoire d'Électronique, de Traitement de Signal et de Modélisation Physique (LETSMMP) a ainsi vu le jour au début des années 90. Ce laboratoire s'intéressait à l'étude et au traitement des signaux sismiques. Les efforts déployés dès lors ont été couronnés par l'installation du réseau sismique régional d'Agadir en collaboration avec le Centre National pour la Recherche Scientifique et Technique (CNRST) de Rabat. Une banque de données sismiques a été constituée et a représentée la matière première de plusieurs études et projets accomplis par l'équipe de traitement du signal.

Les premières stations constituant ledit réseau, au nombre de cinq, sont fixes. Mais, pour sonder d'avantage le domaine d'études liées aux signaux sismiques, en particulier celles nécessitant des déplacements sur terrain et une installation provisoire de dispositifs expérimentaux, nous avons senti le besoin de concevoir et de réaliser une chaîne portable d'acquisition et de traitement des signaux sismiques ce qui a été le but principal du présent travail. Un autre aspect de ce travail a consisté à utiliser notre chaîne dans quelques études préliminaires liées à l'activité sismique dans la région. Les principales caractéristiques attendues de la chaîne réalisée ont été la portabilité et une interface conviviale pour une meilleure commodité d'utilisation.

Le premier chapitre du présent mémoire concerne des généralités sur l'élasticité en rappelant les notions de base sur la contrainte et la déformation menant à la loi de Hooke. Cela nous a permis d'aborder ensuite la formulation des équations de propagation des différents

types d'ondes sismiques et de leur interaction avec une interface. Ce chapitre se termine par une revue sur les différents types de sources sismiques.

Le deuxième chapitre est consacré à la description détaillée des éléments constituant la chaîne portable dans ses deux aspects tant matériel que logiciel.

Dans un troisième chapitre, nous présentons les résultats d'étalonnage de la chaîne. L'étalonnage a porté sur l'aspects matériel et la partie logicielle à été testée. Pour l'étalonnage matériel, nous avons procédé à la corrélation des signaux acquis par la chaîne avec ceux enregistrés à l'aide de la station FSA (installée à la Faculté des Sciences d'Agadir) du réseau sismique d'Agadir. Quant au test du logiciel, nous avons comparé les résultats de traitement numérique des signaux obtenus par le programme que nous avons élaboré avec ceux donnés par un logiciel reconnu dans le domaine. Le chapitre est couronné par trois applications de notre chaîne en relation avec la région d'Agadir, en l'occurrence :

- la prospection sismique par la technique de la sismique réflexion ;
- l'étude de l'impact des tirs des carrières sur les structures ;
- l'évaluation de la fréquence propre d'un site et l'estimation de son amplification vis-à-vis d'une onde sismique.

Nous terminons le manuscrit par une conclusion qui résume l'ensemble des résultats obtenus dans cette étude, et dégage les principales perspectives offertes par notre travail.

GÉNÉRALITÉS

1. INTRODUCTION

Les sources sismiques produisent une énergie mécanique qui est communiquée au sol. Ce dernier est sujet à des contraintes ayant pour conséquence la déformation des différents roches le constituant. La déformation, plus ou moins élastique, subie par un élément à l'intérieur du sol se propage de proche en proche sous forme d'ondes appelées ondes de volume obéissant à des équations de propagation. Dans le domaine de déformation linéaire, ces équations peuvent être obtenues en utilisant la théorie de l'élasticité.

L'interaction des ondes sismiques de volumes avec une discontinuité du milieu de propagation engendre des phénomènes de réflexion, de réfraction, de diffraction et de changement de type.

Dans le présent chapitre, nous présentons des généralités sur l'élasticité ; nous rappelons les notions de base sur la contrainte et la déformation permettant d'aboutir à la loi de Hooke. Cela nous conduit ensuite à la formulation des équations de propagation des différents types d'ondes sismiques et de leur interaction avec une interface. Nous terminons par une revue sur les différents types de sources sismiques.

2. NOTIONS D'ÉLASTICITÉ

L'élasticité est l'étude de la déformation d'un matériau solide sous l'effet des forces qui lui sont appliquées. La théorie en vigueur dans ce domaine suppose que les forces, ou contraintes, possèdent des amplitudes assez faibles pour que le phénomène de déformation soit réversible. La disparition des contraintes implique donc le retour du matériau à sa forme initiale. Ceci n'est possible que si ce processus évolue dans le domaine linéaire du matériau. La déformation est une fonction des propriétés matérielles du matériau ou du milieu telles que la rigidité (résistance au cisaillement) et l'incompressibilité (résistance aux changements de volume). Ces propriétés élastiques sont souvent décrites par deux constantes appelées modules élastiques. En sismologie, les conditions d'utilisation de la théorie de l'élasticité sont satisfaites loin de la source sismique car la variation relative en longueur est de l'ordre de 10^{-6} et s'inscrit bien dans le domaine linéaire des matériaux constituant la croûte terrestre [1].

2.1. Contrainte

Lorsqu'un corps solide (S) est soumis à des forces extérieures quelconques, celles-ci affectent tout point M intérieur à (S). Il s'ensuit une distribution des forces au sein du volume du solide. Opérons, par la pensée, à un sectionnement du corps selon un plan passant par un point interne M et séparant le solide en deux parties (S_1) et (S_2) comme illustré par la figure 1. Si nous enlevons la partie (S_2), le maintien de la même distribution des forces internes dans l'autre partie (S_1) exige l'application d'un champ de forces externes de résultante $\mathbf{F}$ sur le plan de coupe, équivalentes à la distribution des forces internes engendrées par la moitié enlevée. Considérons la force élémentaire $\Delta\mathbf{F}$ qui agit sur l'élément de surface entourant M,

orienté de sorte que son vecteur normal $\mathbf{e}_n$ soit dirigé vers l'extérieur de (S_1) . Le vecteur contrainte ou tension au point M est défini par :

$$\mathbf{T}(M, \mathbf{e}_n) = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{F}}{\Delta S} . \quad (1)$$

Par ailleurs, le maintien à l'état de la distribution des forces internes dans la partie (S_2) nécessite l'application, sur le plan de coupe, d'une distribution de forces internes opposées à celles appliquées dans le cas de la partie (S_1) . Comme le point M ainsi que l'élément de surface ΔS , de vecteur normal cette fois-ci $-\mathbf{e}_n$, font également partie de la moitié (S_2) , le vecteur contrainte en M s'écrit aussi :

$$\mathbf{T}(M, -\mathbf{e}_n) = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{F}'}{\Delta S} \quad (2)$$

où $\mathbf{F}'$ est le champ de forces assurant le maintien de la même distribution des forces internes dans cette deuxième moitié. Étant donné qu'à l'équilibre :

$$\Delta \mathbf{F}' = -\Delta \mathbf{F} ,$$

l'expression (2) se réécrit :

$$\mathbf{T}(M, -\mathbf{e}_n) = - \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{F}}{\Delta S} .$$

Il s'ensuit que :

$$\mathbf{T}(M, -\mathbf{e}_n) = -\mathbf{T}(M, \mathbf{e}_n) . \quad (3)$$

Introduisons un repère orthogonal $R(O, x, y, z)$ de base cartésienne $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$. En notant $(\Delta F_x, \Delta F_y, \Delta F_z)$ les composantes cartésiennes de l'élément de force $\Delta \mathbf{F}$, les composantes du champ vectoriel $\mathbf{T}(M, \mathbf{e}_n)$ s'expriment :

$$T_x = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta F_x}{\Delta S} \quad ; \quad T_y = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta F_y}{\Delta S} \quad ; \quad T_z = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta F_z}{\Delta S} .$$

Ces composantes ont la dimension d'une force par unité de surface. Elles sont donc analogues à une pression. Si le plan de coupe est parallèle au plan Oyz du repère R , on redésigne les composantes cartésiennes du champ $\mathbf{T}$ agissant sur ce plan par :

$$T_x = \sigma_{xx} \quad ; \quad T_y = \sigma_{yx} \quad ; \quad T_z = \sigma_{zx} . \quad (4)$$

Dans l'écriture σ_{ij} , le premier indice correspond à la direction de la force et le second indice indique la direction de la normale au plan subissant la contrainte. De la même manière, on définit six autres composantes de contraintes : σ_{xy} , σ_{yy} et σ_{zy} agissant sur une surface normale à l'axe Oy , et σ_{xz} , σ_{yz} et σ_{zz} agissant sur une surface normale à l'axe Oz .

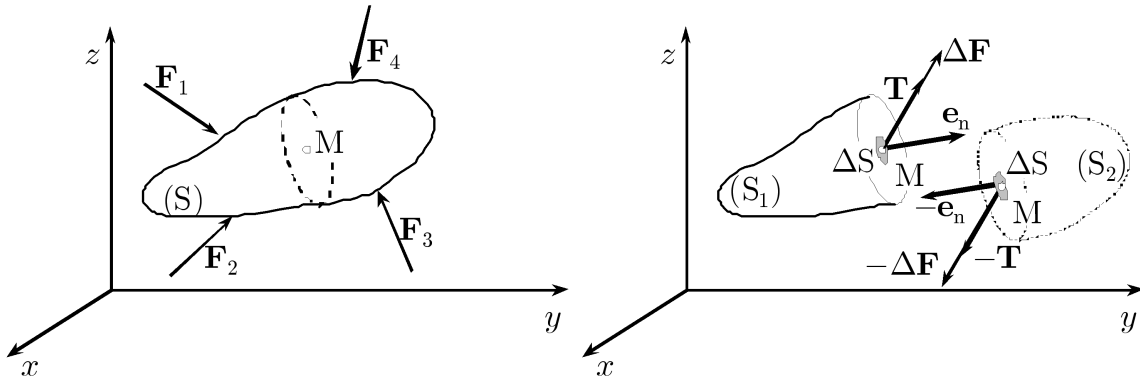


Figure 1. Maintien d'un élément ΔS à la surface de coupe d'un solide en équilibre après sectionnement fictif par l'application d'une force élémentaire externe $\Delta \mathbf{F}$.

Découpons maintenant dans le solide (S) un tétraèdre élémentaire, situé en M, dont trois faces sont normales aux axes du repère R et dont la quatrième face, d'aire dA , constitue la base du tétraèdre (figure 2). Les trois premières faces peuvent être considérées comme étant les projections de la dernière face sur les axes de R. Ainsi, en notant $\mathbf{e}_n$ le vecteur unitaire normale à la base du tétraèdre, de composantes cartésiennes (n_x, n_y, n_z) , les aires des faces perpendiculaires aux axes de R sont données par :

$$dA_x = dA n_x \quad ; \quad dA_y = dA n_y \quad ; \quad dA_z = dA n_z . \quad (5)$$

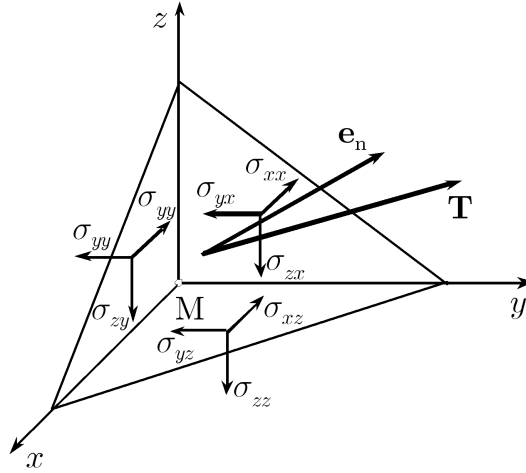


Figure 2. Équilibre d'un tétraèdre sous l'effet des forces agissant sur ses faces.

Pour que le tétraèdre soit en équilibre, il faut au moins que la résultante des forces auxquelles il est soumis soit nulle. Cette condition d'équilibre s'écrit à l'ordre zéro relativement aux dimensions du tétraèdre :

$$\mathbf{T}(M, \mathbf{e}_n) dA + \mathbf{T}(M, -\mathbf{e}_x) dA_x + \mathbf{T}(M, -\mathbf{e}_y) dA_y + \mathbf{T}(M, -\mathbf{e}_z) dA_z = \mathbf{0} ,$$

soit, compte tenu de (3) et (5) :

$$\mathbf{T}(M, \mathbf{e}_n) dA = \mathbf{T}(M, \mathbf{e}_x) n_x dA + \mathbf{T}(M, \mathbf{e}_y) n_y dA + \mathbf{T}(M, \mathbf{e}_z) n_z dA ,$$

ou encore, après simplification par dA :

$$\mathbf{T}(M, \mathbf{e}_n) = n_x \mathbf{T}(M, \mathbf{e}_x) + n_y \mathbf{T}(M, \mathbf{e}_y) + n_z \mathbf{T}(M, \mathbf{e}_z) , \quad (6)$$

La projection de cette relation sur la direction x donne eu égard à (4) :

$$T_x = \sigma_{xx} n_x + \sigma_{xy} n_y + \sigma_{xz} n_z .$$

De manière similaire, la projection suivant les deux autres directions donne :

$$T_y = \sigma_{yx} n_x + \sigma_{yy} n_y + \sigma_{yz} n_z$$

$$T_z = \sigma_{zx} n_x + \sigma_{zy} n_y + \sigma_{zz} n_z .$$

Ainsi, les composantes cartésiennes (T_x, T_y, T_z) de $\mathbf{T}(M, \mathbf{e}_n)$ résultent du produit du vecteur unitaire $\mathbf{e}_n$ avec une matrice :

$$\overline{\overline{\sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (7)$$

dite *tenseur de contrainte*. D'où :

$$\mathbf{T}(M, \mathbf{e}_n) = \overline{\overline{\sigma}} \mathbf{e}_n . \quad (8)$$

Les termes de la diagonale de la matrice $\overline{\overline{\sigma}}$ sont dites *contraintes normales* alors que les autres termes sont appelés *contraintes de cisaillement*. Les contraintes normales avec des valeurs positives sont dites *contraintes de tension*, alors que les valeurs négatives correspondent à des *contraintes de compression*.

Considérons maintenant un parallélépipède rectangle élémentaire situé en un point M repéré par les coordonnées cartésiennes (x, y, z) et dont les faces sont normales aux axes du repère R (figure 3). Notons dx , dy et dz ses dimensions parallèlement à ces axes. Le parallélépipède est en équilibre statique lorsque le torseur des forces appliquées est nul. La première condition d'équilibre nécessite la nullité de la résultante de ces forces ; elle s'exprime au premier ordre par rapport aux dimensions du parallélépipède :

$$\begin{aligned} \sum \mathbf{F}^{\text{app}} = & [\mathbf{T}(x + dx, y, z, \mathbf{e}_x) + \mathbf{T}(x, y, z, -\mathbf{e}_x)] dydz + \\ & + [\mathbf{T}(x, y + dy, z, \mathbf{e}_y) + \mathbf{T}(x, y, z, -\mathbf{e}_y)] dx dz + \\ & + [\mathbf{T}(x, y, z + dz, \mathbf{e}_z) + \mathbf{T}(x, y, z, -\mathbf{e}_z)] dx dy = \mathbf{0} . \end{aligned} \quad (9)$$

La projection de cette relation vectorielle sur l'axe Ox de R s'écrit :

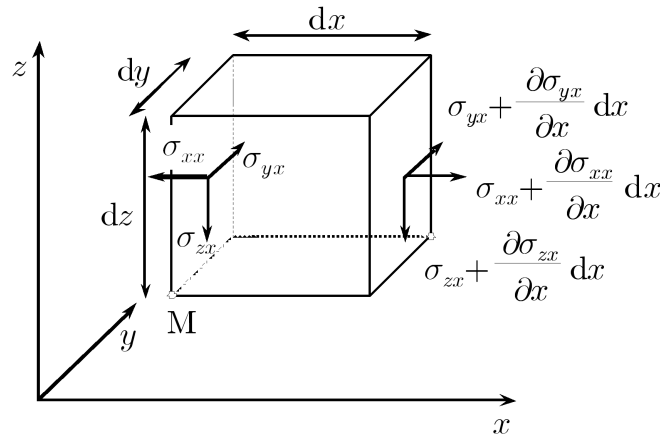


Figure 3. Contraintes agissant sur les faces x d'un parallélépipède rectangle élémentaire dans un solide.

$$\begin{aligned} \sum F_x^{\text{app}} = & [\sigma_{xx}(x + dx, y, z) - \sigma_{xx}(x, y, z)] dydz + [\sigma_{xy}(x, y + dy, z) - \sigma_{xy}(x, y, z)] dx dz + \\ & + [\sigma_{xz}(x, y, z + dz) - \sigma_{xz}(x, y, z)] dx dy = 0 , \end{aligned} \quad (10)$$

soit, en développant $\sigma_{xx}(x + dx, y, z)$, $\sigma_{xy}(x, y + dy, z)$ et $\sigma_{xz}(x, y, z + dz)$ au premier ordre en dx , dy et dz respectivement, puis en simplifiant par le volume $dV = dx dy dz$:

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} = 0 . \quad (11)$$

De même, la projection sur les deux autres axes de R conduit aux relations :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} &= 0 \end{aligned}$$

qui peuvent être obtenues directement à partir de (11) par permutations circulaires sur x , y et z . La seconde condition d'équilibre exige que la somme des moments des forces appliquées

au parallélépipède par rapport à son centre soit nulle. Elle s'exprime :

$$\begin{aligned} & \left[\frac{dx}{2} \mathbf{e}_x \wedge \mathbf{T}(x+dx, y, z, \mathbf{e}_x) - \frac{dx}{2} \mathbf{e}_x \wedge \mathbf{T}(x, y, z, -\mathbf{e}_x) \right] dydz + \\ & + \left[\frac{dy}{2} \mathbf{e}_y \wedge \mathbf{T}(x, y+dy, z, \mathbf{e}_y) - \frac{dy}{2} \mathbf{e}_y \wedge \mathbf{T}(x, y, z, -\mathbf{e}_y) \right] dx dz + \\ & + \left[\frac{dz}{2} \mathbf{e}_z \wedge \mathbf{T}(x, y, z+dz, \mathbf{e}_z) - \frac{dz}{2} \mathbf{e}_z \wedge \mathbf{T}(x, y, z, -\mathbf{e}_z) \right] dx dy = \mathbf{0} . \end{aligned} \quad (12)$$

La projection de cette égalité sur l'axe Ox de R s'écrit après simplification par $dV/2$:

$$\sigma_{zy}(x, y+dy, z) + \sigma_{zy}(x, y, z) - \sigma_{yz}(x, y, z+dz) - \sigma_{yz}(x, y, z) = 0 ,$$

soit, en développant $\sigma_{zy}(x, y+dy, z)$ et $\sigma_{yz}(x, y, z+dz)$ au premier ordre en dy et dz :

$$2\sigma_{zy} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} dy - 2\sigma_{yz} - \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} dz = 0 .$$

À l'ordre zéro en dy et dz , on a :

$$\sigma_{zy} - \sigma_{yz} = 0$$

ou bien encore :

$$\sigma_{zy} = \sigma_{yz} .$$

De même, la projection de (12) sur les axes Oy et Oz conduit respectivement à :

$$\sigma_{xz} = \sigma_{zx} \quad \text{et} \quad \sigma_{yx} = \sigma_{xy} .$$

Ainsi, le tenseur de contrainte $\overline{\overline{\sigma}}$ est symétrique.

Remarque

Un fluide soumis à un champ de forces est le siège de contraintes. Pour un fluide visqueux où les forces de viscosité empêchent les couches du fluide de glisser librement les unes par rapport aux autres, le tenseur de contrainte présente la forme (7) établie dans le cas d'un solide. En l'absence de viscosité, comme dans le cas d'un fluide parfait par exemple, la force $\Delta \mathbf{F}$ dans l'expression (1) est orientée normalement à la surface ΔS et vaut $p \Delta S \mathbf{e}_n$ où p est le champ de pression régnant dans le fluide. Ainsi, la projection de la relation (6) sur les trois vecteurs de la base cartésienne s'écrit respectivement :

$$T_x = \sigma_{xx} n_x = p n_x \quad ; \quad T_y = \sigma_{yy} n_y = p n_y \quad ; \quad T_z = \sigma_{zz} n_z = p n_z ;$$

d'où l'expression du tenseur contrainte :

$$\overline{\overline{\sigma}} = \begin{pmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{pmatrix} \quad (13)$$

2.2. Déformation

En régime dynamique, les contraintes dans le matériau peuvent engendrer deux types de mouvements :

- un mouvement de déplacement incluant la translation et/ou la rotation d'un échantillon du matériau ;
- des mouvements de déformation comportant des variations des dimensions (déformation normale) et/ou des distorsions angulaires (cisaillements) de l'échantillon.

Un point M du matériau, de coordonnées cartésiennes initiales (x, y, z) , se déplace, sous l'effet des contraintes, pour occuper une nouvelle position M' de coordonnées (x', y', z') . On définit le vecteur déplacement par :

$$\mathbf{u}(M) = \mathbf{MM}' = (x' - x)\mathbf{e}_x + (y' - y)\mathbf{e}_y + (z' - z)\mathbf{e}_z = u_x\mathbf{e}_x + u_y\mathbf{e}_y + u_z\mathbf{e}_z \quad (14)$$

où les composantes (u_x, u_y, u_z) dépendent de (x, y, z) non seulement explicitement de par la définition de $\mathbf{u}$ mais aussi implicitement par le biais des coordonnées finales (x', y', z') .

Dans un premier temps, nous nous intéressons uniquement à la déformation. Considérons un volume parallélépipédique rectangle élémentaire (P), situé en un point M dans le matériau, de côtés dx , dy et dz parallèles aux axes du repère R. Sous l'effet des contraintes, il se transforme en un volume (P') situé en M' (figure 4). Le sommet A par exemple, de coordonnées initiales $(x + dx, y, z)$ subit un déplacement :

$$\mathbf{u}(A) = \mathbf{AA}' = u_x(x + dx, y, z)\mathbf{e}_x + u_y(x + dx, y, z)\mathbf{e}_y + u_z(x + dx, y, z)\mathbf{e}_z$$

qui s'écrit encore au premier ordre en dx :

$$\mathbf{u}(A) = \left(u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x} dx\right)\mathbf{e}_x + \left(u_y + \frac{\partial u_y}{\partial x} dx\right)\mathbf{e}_y + \left(u_z + \frac{\partial u_z}{\partial x} dx\right)\mathbf{e}_z. \quad (15)$$

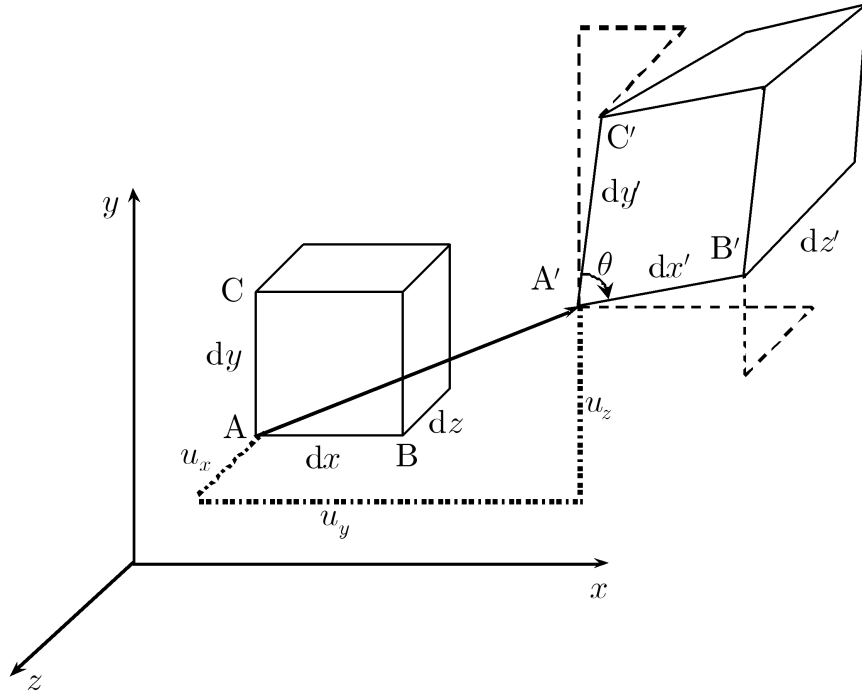


Figure 4. Déformation normale et déformation de cisaillement d'un élément cubique dans un solide.

2.2.1. Déformation normale

La déformation normale selon l'axe Ox , notée ϵ_{xx} , est définie par la variation relative de la longueur de l'échantillon suivant cette direction (1^{er} indice) sous l'effet de la contrainte qui lui est appliquée parallèlement à cette même direction (2^{ème} indice) ; elle peut être exprimée ainsi :

$$\epsilon_{xx} = \frac{\mathbf{M'A'} \cdot \mathbf{e}_x - \mathbf{MA} \cdot \mathbf{e}_x}{\mathbf{MA} \cdot \mathbf{e}_x} = \frac{dx' - dx}{dx}$$

où dx' est la composante selon Ox du vecteur $\mathbf{MA}$ après déformation. On en déduit :

$$dx' = (1 + \epsilon_{xx}) dx. \quad (16)$$

D'autre part, on a :

$$\mathbf{M}'\mathbf{A}' = \mathbf{M}'\mathbf{M} + \mathbf{M}\mathbf{A} + \mathbf{A}\mathbf{A}' = -\mathbf{u}(\mathbf{M}) + \mathbf{M}\mathbf{A} + \mathbf{u}(\mathbf{A}) ,$$

soit, compte tenu de (14) et (15) :

$$\mathbf{M}'\mathbf{A}' = \left(1 + \frac{\partial u_x}{\partial x}\right) dx \mathbf{e}_x + \frac{\partial u_y}{\partial x} dx \mathbf{e}_y + \frac{\partial u_z}{\partial x} dx \mathbf{e}_z . \quad (17)$$

D'où l'on déduit :

$$dx' = 1 + \frac{\partial u_x}{\partial x} ,$$

puis, eu égard à (16) :

$$\epsilon_{xx} \simeq \frac{\partial u_x}{\partial x} .$$

Similairement, on définit les deux autres déformations normales suivant les directions Oy et Oz respectivement par :

$$\epsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y} \quad \text{et} \quad \epsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z} .$$

2.2.2. Déformation de cisaillement

Étant donnés les côtés MA et MB du parallélépipède (P) , initialement parallèles à Ox et Oy , on définit la déformation de cisaillement, notée ϵ_{xy} , par la variation de l'angle (distorsion) entre ces deux côtés sous l'effet des contraintes tangentielles appliquée sur les faces y parallèlement à la direction x . On l'exprime par :

$$\epsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)$$

où θ est l'angle entre les côtés transformés $(M'A')$ et $(M'B')$. Dans la pratique, les distorsions à l'échelle infinitésimale sont très faibles ; θ est alors voisin de la valeur initiale $\pi/2$. D'où :

$$\epsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \simeq \frac{1}{2} \sin \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) = \frac{1}{2} \cos \theta . \quad (18)$$

Or, la définition du produit scalaire permet d'écrire :

$$\mathbf{M}'\mathbf{A}' \cdot \mathbf{M}'\mathbf{B}' = M'A' M'B' \cos \theta = dx' dy' \cos \theta .$$

Le vecteur $\mathbf{M}'\mathbf{B}'$ a une expression similaire à celle (17) du vecteur $\mathbf{M}'\mathbf{A}'$:

$$\mathbf{M}'\mathbf{B}' = \frac{\partial u_x}{\partial y} dy \mathbf{e}_x + \left(1 + \frac{\partial u_y}{\partial y}\right) dy \mathbf{e}_y + \frac{\partial u_z}{\partial y} dy \mathbf{e}_z .$$

Ainsi :

$$\left(1 + \frac{\partial u_x}{\partial x}\right) dx \frac{\partial u_x}{\partial y} dy + \frac{\partial u_y}{\partial x} dx \left(1 + \frac{\partial u_y}{\partial y}\right) dy + \frac{\partial u_z}{\partial x} dx \frac{\partial u_z}{\partial y} dy = dx' dy' \cos \theta ,$$

puis, compte tenu de (18) :

$$\epsilon_{xy} dx' dy' = \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{\partial u_x}{\partial x}\right) \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \left(1 + \frac{\partial u_y}{\partial y}\right) + \frac{\partial u_z}{\partial x} \frac{\partial u_z}{\partial y} \right] dx dy .$$

La composante dy' pouvant être exprimée par une équation similaire à l'expression (16) de dx' :

$$dy' = (1 + \epsilon_{yy}) dy ,$$

il vient après développement et simplification par $dx dy$:

$$\epsilon_{xy}(1 + \epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{xx}\epsilon_{yy}) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial x} \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) .$$

En négligeant les termes d'ordre 2 de petitesse, on obtient :

$$\epsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) .$$

En permutant les indices x et y , on a également :

$$\epsilon_{yx} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) ,$$

soit :

$$\epsilon_{yx} = \epsilon_{xy} .$$

D'une manière similaire, on peut considérer les distorsions des autres paires d'arêtes du parallélépipède (P) pour obtenir deux autres expressions des déformations de cisaillement :

$$\epsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) = \epsilon_{zx} \quad ; \quad \epsilon_{yz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) = \epsilon_{zy} ,$$

2.2.3. Tenseur de déformation

L'ensemble des quantités :

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i} \right) \quad (19)$$

avec $i, j = x, y$ ou z , constitue un tenseur symétrique :

$$\bar{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{pmatrix}$$

dit *tenseur de déformation*. La trace de celui-ci :

$$\text{Tr } \bar{\epsilon} = \epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz} = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = \text{div } \mathbf{u}(\text{M}) , \quad (20)$$

appelée *dilatation cubique* et notée dans la suite Θ , représente la variation relative du volume du parallélépipède élémentaire (P) :

$$\frac{\Delta(dV)}{dV} = \frac{dV' - dV}{dV}$$

avec, en omettant le cisaillement :

$$dV' \simeq dx' dy' dz' = (1 + \epsilon_{xx}) dx (1 + \epsilon_{yy}) dy (1 + \epsilon_{zz}) dz \simeq dV(1 + \text{Tr } \bar{\epsilon}) .$$

2.3. Loi de Hooke

Presque tous les matériaux constituant la croûte terrestre se comportent élastiquement loin de la source là où les amplitudes des contraintes sont faibles et leurs durées sont courtes. Dans ces conditions, les matériaux obéissent à des lois de proportionnalité linéaires qui relient les contraintes aux déformations. La forme la plus générale d'une loi constitutive pour l'élasticité linéaire est la loi de Hooke :

$$\sigma_{ij} = \sum_{k,l} C_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad ; i, j, k, l = x, y \text{ ou } z. \quad (21)$$

Les constantes de proportionnalité C_{ijkl} , qui sont au nombre de $9 \times 9 = 81$, établissent neuf équations entre les neuf éléments du tenseur de contrainte et les neuf éléments du tenseur de déformation. Elles définissent les propriétés matérielles du milieu et sont appelées les *modules élastiques*. La symétrie des tenseurs de contrainte et de déformation ainsi que d'autres symétries invoquées par la fonction densité d'énergie de déformation [réduisent le nombre de ces constantes indépendantes à 21 pour les matériaux de générale anisotropie. L'isotropie caractérisant les nombreux matériaux constituant la croûte terrestre réduit davantage le nombre de ces constantes à deux modules élastiques indépendants, appelé *constantes de Lamé* λ et μ . Ces dernières sont reliées aux C_{ijkl} par l'expression :

$$C_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) ,$$

où δ est le symbole de Kronecker. En portant cette expression dans (21), on obtient la relation :

$$\sigma_{ij} = \sum_{k,l} [\lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk})] \epsilon_{kl}$$

qui peut être réduite à :

$$\sigma_{ij} = \sum_k \lambda \epsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \epsilon_{ij} = \lambda \Theta \delta_{ij} + 2\mu \epsilon_{ij} . \quad (22)$$

Le second paramètre de Lamé μ est appelé *module de cisaillement* ou *rigidité*. Il exprime la résistance du matériau aux contraintes de cisaillement ($\sigma_{ij} = 2\mu \epsilon_{ij}$ avec $i \neq j$). Le premier paramètre λ a plus de sens physique lorsqu'il est combiné à d'autres paramètres élastiques comme le module de Young E , le module d'incompressibilité k ou le coefficient de Poisson ν (cf. Appendice 1).

Pour $i = j$, l'équation (22) donne :

$$\sigma_{ii} = \lambda \Theta + 2\mu \epsilon_{ii} .$$

En sommant sur l'indice i , il vient :

$$\sum_i \sigma_{ii} = (3\lambda + 2\mu) \Theta ;$$

d'où :

$$\Theta = \frac{\sum_i \sigma_{ii}}{3\lambda + 2\mu} .$$

En remplaçant dans (22), on déduit les éléments du tenseur déformation :

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2\mu} \left(\sigma_{ij} - \frac{\lambda \delta_{ij}}{3\lambda + 2\mu} \sum_k \sigma_{kk} \right) . \quad (23)$$

3. ÉQUATION D'ONDE

3.1. Expression générale

En régime dynamique, le principe fondamental de la dynamique appliqué au mouvement de l'élément parallélépipédique (P) dans le référentiel R s'exprime :

$$\rho dV \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \sum \mathbf{F}^{\text{app}} + \mathbf{f} dV \quad (24)$$

où ρ est la densité du milieu, $\sum \mathbf{F}^{\text{app}}$ la résultante des forces de contraintes figurant dans l'équation (9) et $\mathbf{f} dV$ la résultante des forces de volume telles que la force de pesanteur $\rho \mathbf{g} dV$. La projection sur la direction x de R s'écrit compte tenu de (10) et (11) :

$$\rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = f_x + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} .$$

Dans la mesure où les forces de volume ne sont pas considérées, cette équation se réduit à :

$$\rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} .$$

Or, d'après (22) :

$$\sigma_{xx} = \lambda \Theta + 2\mu \epsilon_{xx} \quad ; \quad \sigma_{xy} = 2\mu \epsilon_{xy} \quad ; \quad \sigma_{xz} = 2\mu \epsilon_{xz} ,$$

puis selon (19) :

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x} \quad ; \quad \epsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \quad ; \quad \epsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) .$$

Il s'ensuit :

$$\rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = \lambda \frac{\partial \Theta}{\partial x} + 2\mu \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y \partial x} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z \partial x} \right)$$

où d'après (20) :

$$\frac{\partial \Theta}{\partial x} = \frac{\partial(\operatorname{div} \mathbf{u})}{\partial x} = \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial x \partial z} .$$

Il vient donc, après arrangement :

$$\rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \Theta}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right) = (\lambda + \mu) \frac{\partial \Theta}{\partial x} + \mu \Delta u_x .$$

On obtient deux autres résultats similaires en projetant la relation fondamentale de la dynamique (24) sur les axes Oy et Oz . Ainsi, pour une direction i donnée, on a :

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \Theta}{\partial i} + \mu \Delta u_i \quad i = x, y \text{ ou } z .$$

Ces trois équations peuvent être regroupées dans l'écriture vectorielle suivante :

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) + \mu \Delta \mathbf{u}$$

représentant l'équation générale du mouvement en trois dimensions pour un milieu élastique, linéaire, homogène et isotrope. Comme :

$$\Delta \mathbf{u} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) - \nabla \wedge (\nabla \wedge \mathbf{u}) ,$$

on a encore :

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) - \mu \nabla \wedge (\nabla \wedge \mathbf{u}) . \quad (25)$$

3.2. Ondes de volume : ondes P et ondes S

3.2.1. Équations d'onde

Pour pouvoir chercher des solutions à l'équation (25), on utilise une décomposition dite *décomposition de Helmholtz* permettant d'écrire le champ de déplacement $\mathbf{u}$ sous la forme de la résultante d'un champ à rotationnel nul et d'un champ à divergence nulle. Comme la divergence d'un rotationnel ainsi que le rotationnel d'un gradient sont nuls, la première composante peut être cherchée sous la forme d'un gradient et la deuxième sous la forme d'un rotationnel ; ainsi :

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \nabla \Phi(\mathbf{r}, t) + \nabla \wedge \Psi(\mathbf{r}, t) , \quad (26)$$

$\mathbf{r}$ étant le vecteur position du point courant M du milieu. Les champs Φ et Ψ sont appelés respectivement *potentiel scalaire de déplacement* et *potentiel vecteur de déplacement*. Le

champ de déplacement a donc été décomposé en une partie radiale n'impliquant aucun mouvement de cisaillement et une autre tangentielle n'impliquant aucun changement de volume.

En substituant $\mathbf{u}$ dans l'équation (25) par l'expression (26) donne :

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2(\nabla\Phi + \nabla \wedge \Psi)}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \nabla[\nabla \cdot (\nabla\Phi + \nabla \wedge \Psi)] - \mu \nabla \wedge [\nabla \wedge (\nabla\Phi + \nabla \wedge \Psi)] \\ &= (\lambda + 2\mu) \nabla(\nabla \cdot \nabla\Phi) - \mu \nabla \wedge [\nabla \wedge (\nabla \wedge \Psi)] . \end{aligned}$$

En notant que :

$$\nabla \wedge [\nabla \wedge (\nabla \wedge \Psi)] = \nabla[\nabla \cdot (\nabla \wedge \Psi)] + \nabla^2(\nabla \wedge \Psi) = \Delta(\nabla \wedge \Psi) = \nabla \wedge (\Delta\Psi)$$

et :

$$\nabla \cdot \nabla\Phi = \Delta\Phi ,$$

il vient :

$$\rho \frac{\partial^2(\nabla\Phi + \nabla \wedge \Psi)}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \nabla(\Delta\Phi) + \mu \nabla \wedge (\Delta\Psi) .$$

Cette dernière équation peut être arrangée ainsi :

$$-\nabla \left[(\lambda + 2\mu)\Delta\Phi - \rho \frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} \right] = \nabla \wedge \left[\mu\Delta\Psi - \rho \frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2} \right] .$$

Dans cette expression, le terme à gauche est le gradient d'une fonction de Φ , alors que le terme à droite est le rotationnel d'une fonction de Ψ . Puisque ces deux termes sont toujours égaux à tout instant t et quelle que soit la position $\mathbf{r}$ dans le milieu, ils doivent être égaux à une certaine constante vectorielle ; en régime dynamique, cette dernière est prise égale à zéro. La formalisation de Helmholtz a donc permis de séparer l'équation du mouvement (25) pour un milieu solide élastique, linéaire, homogène et isotrope en deux équations d'onde :

$$\Delta\Phi - \frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} = 0 \quad (27)$$

et :

$$\Delta\Psi - \frac{\rho}{\mu} \frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2} = \mathbf{0} . \quad (28)$$

Elles décrivent les deux types d'ondes élastiques de volume. La première de ces deux équations différentielles est une équation d'onde scalaire ; l'onde correspondante est appelée *onde de compression* dont la vitesse de phase est :

$$\alpha = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} . \quad (29)$$

La seconde équation est une équation d'onde vectorielle. L'onde associée est dite *onde de cisaillement* ; sa vitesse de phase :

$$\beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (30)$$

est inférieure à celle de l'onde de compression. En sismologie, cette dernière onde est la première détectée à la suite d'un événement sismique ; elle aussi dite pour cela *onde primaire* ou *onde P*. Par contre, l'onde de cisaillement est dite *onde secondaire* ou *onde S*. Dans les roches de la croûte terrestre, les vitesses de phase varient de 2 à 6 km/s pour les ondes P et de 1.2 à 3.5 km/s pour les ondes S. Avec des valeurs typiques des constantes de Lamé des roches, à savoir $\lambda \sim \mu \sim 3 \times 10^{10}$ Pa et une densité $\rho \sim 3000$ kg/m³, on a $\alpha \simeq 4.47$ km/s et $\beta \simeq \alpha/\sqrt{3} \simeq 2.58$ km/s ; pour une onde sinusoïdale de fréquence 1 Hz, les longueurs d'onde correspondantes sont $\lambda_P \simeq 4.47$ km et $\lambda_S \simeq 2.58$ km. Le tableau 1 donne les valeurs des vitesses α et β ainsi que la densité de certains substrats de la croûte terrestre.

Tableau 1. Vitesse des ondes P et S ainsi que la densité de certains substrats.

Substratum	α (m/s)	α (m/s)	Densité
Eboulis, terre végétale	300-700	100-300	1.7-2.4
Sables secs	400-1200	100-500	1.5-1.7
Sables humides	1500-4000	400-1200	1.9-2.1
Argiles	1100-2500	200-800	2-2.4
Marnes	2000-3000	750-1500	2.1-2.6
Grès	3000-4500	1200-2800	2.1-2.4
Calcaires	3500-6000	2000-3300	2.4-2.7
Craie	2300-2600	1100-1300	1.8-2.3
Sel	4500-5500	2500-3100	2.1-2.3
Anhydrite	4000-5500	2200-3100	2.9-3
Dolomie	4500-6500	1900-3600	2.5-2.9
Granite	4500-6000	2500-3300	2.5-2.7
Basalte	5000-6000	2800-3400	2.7-3.1
Charbon	2200-2700	1000-1400	1.3-1.8
Eau	1450-1500	-	1
Glace	3400-3800	1700-1900	0.9
Huile	1200-1250	-	0.6-0.9

3.2.2. Solutions sous forme d'ondes harmoniques

Dans la pratique, une onde quelconque peut être considérée comme la résultante d'un nombre fini ou infini d'ondes harmoniques. Il est alors tout à fait légitime de chercher des solutions des équations (28) et (27) sous la forme d'ondes harmoniques de pulsation ω . Ainsi, pour l'onde Φ par exemple, on écrit :

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = A(\mathbf{r}) \cos[\omega t + f(\mathbf{r})] \quad (31)$$

où l'amplitude $A(\mathbf{r})$ et la phase à l'instant initial, $f(\mathbf{r})$, sont à déterminer. En portant cette expression dans (28), on a :

$$\Delta\{A(\mathbf{r}) \cos[\omega t + f(\mathbf{r})]\} + \frac{\omega^2}{\alpha^2} A(\mathbf{r}) \cos[\omega t + f(\mathbf{r})] = 0 . \quad (32)$$

À l'instant $t' = t - T/4$, avec $T = 2\pi/\omega$, cette équation devient :

$$\Delta\{A(\mathbf{r}) \sin[\omega t + f(\mathbf{r})]\} + \frac{\omega^2}{\alpha^2} A(\mathbf{r}) \sin[\omega t + f(\mathbf{r})] = 0 . \quad (33)$$

En faisant (32) + i(33) et en introduisant la quantité :

$$\overline{\Phi}(\mathbf{r}, t) = A(\mathbf{r}) \cos[\omega t + f(\mathbf{r})] + iA(\mathbf{r}) \sin[\omega t + f(\mathbf{r})] = A(\mathbf{r}) e^{i[\omega t + f(\mathbf{r})]} = \overline{A}(\mathbf{r}) e^{i\omega t}$$

où $\overline{A}(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r}) e^{if(\mathbf{r})}$, on a :

$$\Delta[\overline{A}(\mathbf{r}) e^{i\omega t}] + \frac{\omega^2}{\alpha^2} \overline{A}(\mathbf{r}) e^{i\omega t} = 0 ,$$

puis en simplifiant par $e^{i\omega t}$:

$$\Delta\overline{A}(\mathbf{r}) + \frac{\omega^2}{\alpha^2} \overline{A}(\mathbf{r}) = 0 . \quad (34)$$

À une distance relativement grande vis-à-vis des dimensions de la zone où l'onde sismique a pris naissance, cette dernière peut être cherchée sous la forme d'une onde sphérique. À une distance encore plus grande, l'onde peut se comporter localement comme une onde plane.

3.2.3. Solutions sous forme d'ondes harmoniques planes

3.2.3.1. Expression de l'onde

On cherche les solutions $\overline{A}(\mathbf{r})$ sous la forme du produit de trois termes $\overline{A}_x(x)$, $\overline{A}_y(y)$ et $\overline{A}_z(z)$ respectivement fonctions de x , y et z seuls :

$$\overline{A}(\mathbf{r}) = \overline{A}_x(x) \overline{A}_y(y) \overline{A}_z(z) .$$

En remplaçant dans (34) puis en divisant par $\overline{A}_x \overline{A}_y \overline{A}_z$, on obtient :

$$\frac{1}{\overline{A}_x(x)} \frac{\partial^2 \overline{A}_x(x)}{\partial x^2} + \frac{1}{\overline{A}_y(y)} \frac{\partial^2 \overline{A}_y(y)}{\partial y^2} + \frac{1}{\overline{A}_z(z)} \frac{\partial^2 \overline{A}_z(z)}{\partial z^2} = -\frac{\omega^2}{\alpha^2} .$$

Le premier membre de cette équation est la somme de trois termes indépendants, fonctions respectivement de x , y et z . Cette somme étant égale à une constante réelle, chacun des trois termes doit être lui-même une constante réelle :

$$\frac{1}{\overline{A}_x(x)} \frac{\partial^2 \overline{A}_x(x)}{\partial x^2} = -k_x^2 \quad ; \quad \frac{1}{\overline{A}_y(y)} \frac{\partial^2 \overline{A}_y(y)}{\partial y^2} = -k_y^2 \quad ; \quad \frac{1}{\overline{A}_z(z)} \frac{\partial^2 \overline{A}_z(z)}{\partial z^2} = -k_z^2$$

avec, bien sûr :

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \frac{\omega^2}{\alpha^2} .$$

En arrangeant, on a encore :

$$\frac{\partial^2 \overline{A}_x(x)}{\partial x^2} + k_x^2 \overline{A}_x(x) = 0 \quad ; \quad \frac{\partial^2 \overline{A}_y(y)}{\partial y^2} + k_y^2 \overline{A}_y(y) = 0 \quad ; \quad \frac{\partial^2 \overline{A}_z(z)}{\partial z^2} + k_z^2 \overline{A}_z(z) = 0 .$$

La solution de la première équation différentielle par exemple s'écrit sous la forme :

$$\overline{A}_x(x) = \overline{A}_{0x}^+ e^{-ik_x x} + \overline{A}_{0x}^- e^{ik_x x}$$

qui représente la résultante d'une onde "incidente" d'amplitude complexe $\overline{A}_{0x}^+$ se propageant dans le sens de l'axe Ox et d'une onde "réfléchie" d'amplitude complexe $\overline{A}_{0x}^-$ se propageant dans le sens inverse avec un vecteur d'onde k_x . Ainsi, en se limitant à la seule onde incidente, la solution de l'équation (27) s'écrit :

$$\overline{\Phi}(\mathbf{r}, t) = \overline{A}_{P0} e^{i(\omega t - \mathbf{k}_P \cdot \mathbf{r})} \quad (35)$$

avec $\mathbf{k}_P = k_x \mathbf{e}_x + k_y \mathbf{e}_y + k_z \mathbf{e}_z$ de module :

$$k_P = \frac{\omega}{\alpha}$$

et $\overline{A}_{P0} = \overline{A}_{0x} \overline{A}_{0y} \overline{A}_{0z}$.

En procédant d'une manière analogue, on obtient pour l'onde de cisaillement Ψ :

$$\overline{\Psi}(\mathbf{r}, t) = \overline{\mathbf{A}}_{S0} e^{i(\omega t - \mathbf{k}_S \cdot \mathbf{r})} \quad (36)$$

où $\mathbf{k}_S$ est un vecteur d'onde de module :

$$k_S = \frac{\omega}{\beta} .$$

Pour une même pulsation ω , la longueur d'onde de l'onde P, $\lambda_P = 2\pi/k_P$, est inférieure à celle $\lambda_S = 2\pi/k_S$ de l'onde S.

3.2.3.2. Champ de déplacement

En appliquant l'opérateur gradient à la relation (35), on obtient l'expression complexe du champ de déplacement de l'onde P :

$$\bar{\mathbf{u}}_P(\mathbf{r}, t) \equiv \nabla \bar{\Phi}(\mathbf{r}, t) = -i\mathbf{k}_P \bar{\Phi}(\mathbf{r}, t) = \bar{B}_{P0} e^{i(\omega t - \mathbf{k}_P \cdot \mathbf{r})} \mathbf{k}_P \quad (37)$$

avec $\bar{B}_{P0} = -i\bar{A}_{P0}$. Ce champ correspond à un déplacement des particules dans la direction de propagation. Lors du passage de l'onde, un élément du volume infinitésimal du sol subit donc une succession de compressions et de dilatations dans le sens de propagation de l'onde.

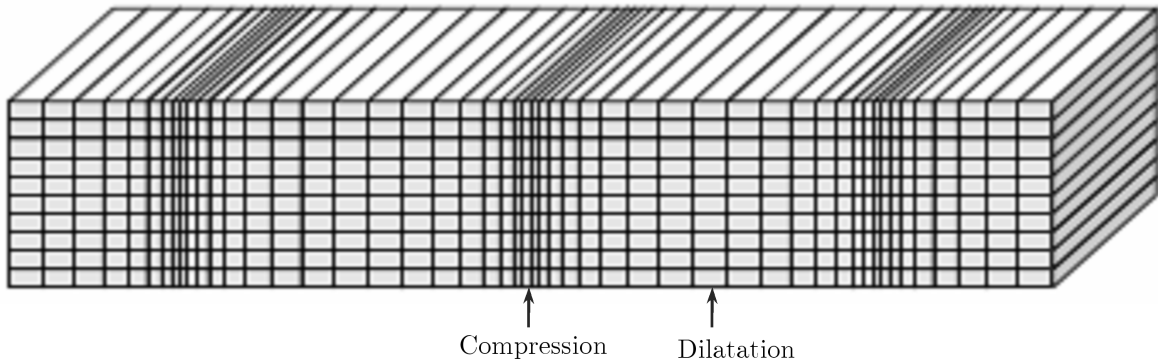
De même, l'expression complexe du champ de déplacement de l'onde S est donné par :

$$\bar{\mathbf{u}}_S(\mathbf{r}, t) \equiv \nabla \wedge \bar{\Psi}(\mathbf{r}, t) = -i\mathbf{k}_S \wedge \bar{\Psi}(\mathbf{r}, t) . \quad (38)$$

Au passage de l'onde S, le déplacement des particules a lieu perpendiculairement à la direction de propagation.

La figure 5 représente schématiquement le mouvement des particules du sol au passage d'une onde P ou une onde S.

Onde P



Onde S

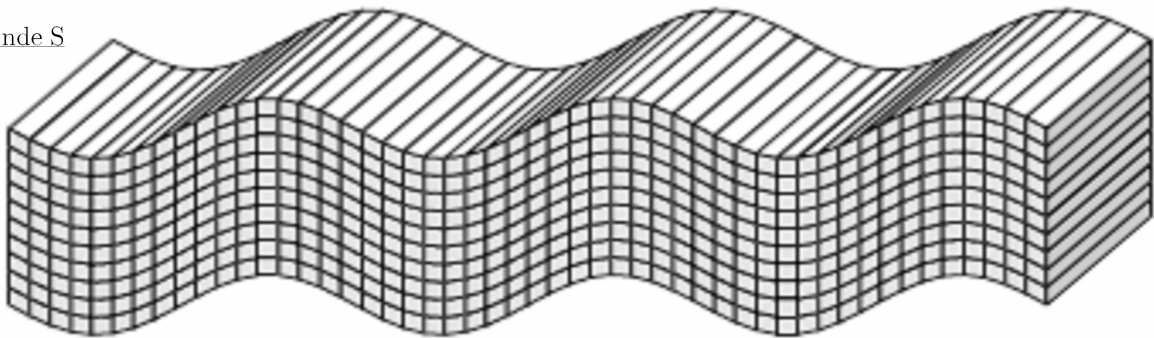


Figure 5. Représentation schématique du mouvement particulaire du sol durant le passage des ondes planes séismiques de types P et S.

3.2.4. Solutions sous forme d'ondes sphériques

3.2.4.1. Expression de l'onde

La propagation sous la forme d'une onde sphérique exige des propriétés intrinsèques du milieu élastique de présenter la symétrie sphérique autour du centre des fronts d'onde. Il est à noter qu'un milieu homogène et isotrope présente évidemment les conditions requises pour une telle propagation.

Choisissons l'origine O du référentiel R confondue avec le centre des fronts d'onde et considérons le système de coordonnées sphériques (r, θ, φ) . L'amplitude complexe $\overline{A}(\mathbf{r})$ ne dépend que de la distance r au centre O : $\overline{A}(\mathbf{r}) = \overline{A}(r)$. Comme le laplacien s'exprime dans le système de coordonnées sphériques :

$$\Delta = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 r}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{1}{\tan \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right),$$

l'équation (34) s'écrit ainsi :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2 (r\overline{A})}{\partial r^2} - \frac{\omega^2}{\alpha^2} \overline{A} = 0.$$

En multipliant par r , on a encore :

$$\frac{\partial^2 (r\overline{A})}{\partial r^2} - \frac{\omega^2}{\alpha^2} (r\overline{A}) = 0.$$

En posant $\overline{\mathcal{A}} = r\overline{A}$, on a :

$$\frac{\partial^2 \overline{\mathcal{A}}}{\partial r^2} - \frac{\omega^2}{\alpha^2} \overline{\mathcal{A}} = 0$$

dont la solution générale est :

$$\overline{\mathcal{A}}(\mathbf{r}) = \overline{A}_0^+ e^{-ik_P r} + \overline{A}_0^- e^{ik_P r},$$

avec $k_P = \omega/\alpha$; d'où l'on déduit :

$$\overline{A}(\mathbf{r}) = \frac{\overline{\mathcal{A}}(\mathbf{r})}{r} = \frac{1}{r} (\overline{A}_0^+ e^{-ik_P r} + \overline{A}_0^- e^{ik_P r}).$$

Dans cette dernière expression, la fonction $r^{-1}\overline{A}_0^+ e^{-ik_P r}$ est une onde qui diverge à partir du centre O des fronts d'onde, et la fonction $r^{-1}\overline{A}_0^- e^{ik_P r}$ est une onde qui converge vers O. La présence du facteur r^{-1} traduit une décroissance du phénomène quand on s'éloigne du centre.

Ainsi, en se limitant à la seule onde incidente, la solution de l'équation (27) s'écrit :

$$\overline{\Phi}(\mathbf{r}, t) = \frac{\overline{A}_{P0}}{r} e^{i(\omega t - k_P r)}. \quad (39)$$

En procédant d'une manière analogue, on obtient pour l'onde de cisaillement Ψ :

$$\overline{\Psi}(\mathbf{r}, t) = \frac{\overline{A}_{S0}}{r} e^{i(\omega t - k_S r)} \quad (40)$$

avec $k_S = \omega/\beta$.

3.2.4.2. Champ de déplacement

En appliquant l'opérateur gradient à la relation (39), on obtient l'expression complexe du champ de déplacement de l'onde P :

$$\overline{\mathbf{u}}_P(\mathbf{r}, t) = \frac{\partial \overline{\Phi}(\mathbf{r}, t)}{\partial r} \mathbf{e}_r = \overline{B}_{P0} \left(\frac{1}{r} - \frac{i}{k_P r^2} \right) e^{i(\omega t - k_P r)} \mathbf{k}_P$$

avec $\overline{B}_{P0} = -i\overline{A}_{P0}$ et $\mathbf{k}_P = k_P \mathbf{e}_r$. Comme pour une onde plane, ce champ correspond à un déplacement radial des particules. À grande distance du centre O, l'amplitude de l'onde décroît comme $1/r$.

En notant $(\bar{\Psi}_r, \bar{\Psi}_\theta, \bar{\Psi}_\varphi)$ les composantes sphériques du potentiel complexe $\bar{\Psi}$, celles du champ de déplacement de l'onde S, $\bar{\mathbf{u}}_S$, sont données par :

$$\begin{aligned}\bar{u}_{Sr} &= (\mathbf{rot} \bar{\Psi}) \cdot \mathbf{e}_r = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(\bar{\Psi}_\varphi \sin \theta)}{\partial \theta} - \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \bar{\Psi}_\theta}{\partial \varphi} \\ \bar{u}_{S\theta} &= (\mathbf{rot} \bar{\Psi}) \cdot \mathbf{e}_\theta = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \bar{\Psi}_r}{\partial \varphi} - \frac{1}{r} \frac{\partial(r \bar{\Psi}_\varphi)}{\partial r} \\ \bar{u}_{S\varphi} &= (\mathbf{rot} \bar{\Psi}) \cdot \mathbf{e}_\varphi = \frac{1}{r} \frac{\partial(r \bar{\Psi}_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{\Psi}_r}{\partial \theta} .\end{aligned}$$

Comme $\bar{\Psi}$ ne dépend ni de θ ni de φ mais seulement de r , il vient :

$$\begin{aligned}\bar{u}_{Sr} &= 0 \\ \bar{u}_{S\theta} &= -\frac{\bar{B}_{S0\varphi}}{r} e^{i(\omega t - k_S r)} \\ \bar{u}_{S\varphi} &= \frac{\bar{B}_{S0\theta}}{r} e^{i(\omega t - k_S r)}\end{aligned}$$

où $\bar{B}_{S0\theta}$ et $\bar{B}_{S0\varphi}$ désignent les composantes de la quantité vectorielle $-ik_S \bar{\mathbf{A}}_{S0}$ respectivement selon les vecteurs de base $\mathbf{e}_\theta$ et $\mathbf{e}_\varphi$. Le déplacement $\bar{\mathbf{u}}_S$ est ainsi orthoradial et décroît comme $1/r$.

3.3. Énergie transportée par une onde sismique

Considérons une surface séparant un milieu homogène et isotrope en deux parties I et II. Soit, sur cette surface, un élément $d\mathbf{S} = dS \mathbf{e}_n$ centré en un point M et orienté de la partie I vers la partie II. Nous supposons que le milieu est le siège d'un champ de contrainte $\mathbf{T}$. La force $d\mathbf{F}'$ exercée par la partie I sur la partie II au niveau de l'élément de surface $d\mathbf{S}$ est d'après (2) et (3) :

$$d\mathbf{F}' = \mathbf{T}(\mathbf{M}, -\mathbf{e}_n) dS = -\mathbf{T}(\mathbf{M}, \mathbf{e}_n) dS .$$

Si $\dot{\mathbf{u}}(\mathbf{M}, t)$ est la vitesse des particules en M, la puissance transmise à travers $d\mathbf{S}$ est :

$$dP = d\mathbf{F}' \cdot \dot{\mathbf{u}}(\mathbf{M}, t) = -\mathbf{T}(\mathbf{M}, \mathbf{e}_n) \dot{\mathbf{u}}(\mathbf{M}, t) dS .$$

Compte tenu de (8), on a également :

$$dP = -(\bar{\boldsymbol{\sigma}} \mathbf{e}_n) \cdot \dot{\mathbf{u}}(\mathbf{M}, t) dS = -\sum_i \left(\sum_j \sigma_{ij} n_j \right) \dot{u}_i = -\sum_i \sum_j \sigma_{ij} n_j \dot{u}_i ,$$

où $\dot{u}_i$, $i = x, y, z$, sont les composantes cartésiennes du vecteur vitesse $\dot{\mathbf{u}}$. Puisque le tenseur contrainte est symétrique, on peut remplacer σ_{ij} par σ_{ji} , d'où l'on a intervertissant les indices de sommation i et j :

$$dP = -\sum_i \sum_j \sigma_{ji} n_j \dot{u}_i = -\sum_j \sum_i \sigma_{ij} n_i \dot{u}_j = -\sum_i \left(\sum_j \sigma_{ij} \dot{u}_j \right) n_i = -[\bar{\boldsymbol{\sigma}} \dot{\mathbf{u}}(\mathbf{M}, t)] \cdot \mathbf{e}_n dS .$$

À l'image du vecteur de Poynting en électromagnétisme, on définit le *vecteur densité d'énergie* par :

$$\mathbf{E}(\mathbf{M}, t) = \bar{\boldsymbol{\sigma}} \dot{\mathbf{u}}(\mathbf{M}, t) . \quad (41)$$

La quantité d'énergie traversant l'élément dS par unité de temps est :

$$\mathcal{P} = \frac{dP}{dS} = \mathbf{E}(\mathbf{M}, t) \cdot \mathbf{e}_n .$$

Considérons maintenant une onde plane d'amplitude A , de pulsation ω , de vecteur d'onde $\mathbf{k}$ et polarisée selon le vecteur unitaire $\mathbf{e}_p$:

$$\mathbf{u}(M, t) = A\mathbf{e}_p \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) .$$

Le vecteur vitesse est donné par :

$$\dot{\mathbf{u}}(M, t) = -A\omega\mathbf{e}_p \sin(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) .$$

Notons (k_x, k_y, k_z) les composantes cartésiennes de $\mathbf{k}$ et (p_x, p_y, p_z) celles du vecteur unitaire $\mathbf{e}_p$. Compte tenu de (22) et (19), l'expression (41) s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(M, t) &= \sum_{ij} \mathbf{e}_i \sigma_{ij} \dot{u}_j \\ &= \lambda \sum_{ij} \mathbf{e}_i \Theta \delta_{ij} \dot{u}_j + 2\mu \sum_{ij} \mathbf{e}_i \epsilon_{ij} \dot{u}_j \\ &= \lambda \sum_i \mathbf{e}_i \Theta \dot{u}_i + 2\mu \sum_{ij} \mathbf{e}_i \epsilon_{ij} \dot{u}_j \\ &= \lambda \sum_{ij} \mathbf{e}_i \frac{\partial u_j}{\partial j} \dot{u}_i + \mu \sum_{ij} \mathbf{e}_i \left(\frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i} \right) \dot{u}_j \\ &= \omega A^2 \left[\lambda \sum_{ij} \mathbf{e}_i p_j k_j p_i + \mu \sum_{ij} \mathbf{e}_i (p_i k_j + p_j k_i) p_j \right] \sin^2(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \\ &= \omega A^2 \left[\lambda \sum_i \underbrace{\sum_j p_j k_j p_i \mathbf{e}_i}_{\mathbf{e}_p \cdot \mathbf{k}} + \mu \sum_i \underbrace{\sum_j k_j p_j p_i \mathbf{e}_i}_{\mathbf{k} \cdot \mathbf{e}_p} + \mu \sum_i \underbrace{\sum_j p_j^2 k_i \mathbf{e}_i}_1 \right] \sin^2(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \\ &= \omega A^2 \left[\lambda (\mathbf{e}_p \cdot \mathbf{k}) \sum_i p_i \mathbf{e}_i + \mu (\mathbf{k} \cdot \mathbf{e}_p) \sum_i p_i \mathbf{e}_i + \mu \sum_i k_i \mathbf{e}_i \right] \sin^2(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \end{aligned}$$

soit :

$$\mathbf{E}(M, t) = [(\lambda + \mu)(\mathbf{k} \cdot \mathbf{e}_p) \mathbf{e}_p + \mu \mathbf{k}] \omega A^2 \sin^2(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) . \quad (42)$$

Pour une onde P, le vecteur polarisation $\mathbf{e}_p$ est parallèle au vecteur d'onde $\mathbf{k}$ et l'on a $(\mathbf{k} \cdot \mathbf{e}_p) \mathbf{e}_p = \mathbf{k}$. D'où :

$$\mathbf{E}_P(M, t) = (\lambda + 2\mu) \omega A^2 \mathbf{k} \sin^2(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) .$$

Dans le cas d'une onde S, le vecteur $\mathbf{e}_p$ est par contre perpendiculaire à $\mathbf{k}$. Le terme en λ dans l'expression (42) est donc nul et l'on a :

$$\mathbf{E}_S(M, t) = \mu \omega A^2 \mathbf{k} \sin^2(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) .$$

On peut noter ainsi que, dans les deux cas de polarisation, l'énergie élastique est transmise selon la direction de propagation de l'onde soustendue par le vecteur d'onde $\mathbf{k}$.

3.4. Réflexion et réfraction des ondes sismiques aux interfaces

Lorsqu'une onde sismique arrive sur une interface du sous-sol, il s'ensuit des ondes réfléchies et des ondes transmises. La réflexion et la transmission sont gouvernées par la continuité des contraintes et des déplacements des particules au niveau de l'interface. Afin de pouvoir présenter ces deux phénomènes, nous nous bornerons pour des raisons de simplicité au cas d'ondes planes incidentes sur une interface plane et horizontale de dimensions infinies.

Trois types possibles d'ondes incidentes peuvent être considérés :

- l'onde de compression P pour laquelle le mouvement des particules a lieu perpendiculairement aux fronts d'onde, dans le plan vertical d'incidence ;
- l'onde de cisaillement du type SV correspondant à un mouvement des particules parallèle aux fronts d'onde et situé dans le plan d'incidence ;
- l'onde de cisaillement du type SH pour laquelle le mouvement des particules, parallèle aux fronts d'onde, est normal au plan d'incidence.

Les deux premiers cas donnent lieu à des conversions d'ondes P en ondes SV et inversement. Le troisième cas n'induit aucune conversion car le mouvement des particules a lieu parallèlement à l'interface : ce type d'onde est réfléchi et transmis uniquement en ondes SH. On retient ainsi deux grandes familles :

- la famille des ondes P et SV, sujettes à des conversions ;
- la famille des ondes SH, en première approximation sans conversion.

3.4.1. Conditions aux limites

Différents cas peuvent être considérés :

- 1) *Deux milieux solides en contact franc.* Dans ce cas, le déplacement et la contrainte normale à l'interface doivent être continus à la traversée de l'interface. La continuité du déplacement est nécessaire pour éviter l'interpénétration de la matière ou la formation de cavités à l'interface. Pour traduire la continuité du vecteur contrainte, nous utiliserons la relation (3) avec $\mathbf{e}_n = \mathbf{e}_z$ et $M(x, y, 0)$ un point de l'interface ; en indiquant par 1 et 2 les tensions dans les deux milieux, on a :

$$\mathbf{T}_1(M, \mathbf{e}_z) = -\mathbf{T}_2(M, -\mathbf{e}_z) .$$

Eu égard à (8) et (7), il vient :

$$\sigma_{1xz}\mathbf{e}_x + \sigma_{1yz}\mathbf{e}_y + \sigma_{1zz}\mathbf{e}_z = \sigma_{2xz}\mathbf{e}_x + \sigma_{2yz}\mathbf{e}_y + \sigma_{2zz}\mathbf{e}_z ,$$

soit :

$$\sigma_{1xz} = \sigma_{2xz} \quad ; \quad \sigma_{1yz} = \sigma_{2yz} \quad ; \quad \sigma_{1zz} = \sigma_{2zz} . \quad (43)$$

- 2) *Interface solide-liquide sans cavitation* où la cavitation désigne la formation d'une poche vide dans le fluide. Deux cas doivent être distingués : un liquide visqueux , c'est-à-dire pouvant être le siège de contraintes de cisaillement, et un liquide non visqueux pour lequel le tenseur de contrainte est diagonal conformément à l'équation (13). Dans le premier cas, les conditions aux limites pour le cas solide-solide discuté ci-dessus s'appliquent [3]. Pour le second, le glissement du liquide peut se produire parallèlement à l'interface et aucune condition de continuité des composantes tangentiellles n'est requise ; seule la continuité des composantes normales des vecteurs de déplacement et de contrainte est ainsi nécessaire. En sismologie, les océans et le noyau externe semblent se comporter comme des fluides non visqueux [4].
- 3) *Surface libre.* Comme le vide ne peut être le siège d'une quelconque contrainte, les conditions aux limites se réduisent à la nullité du vecteur contrainte à la surface. Les particules à la surface peuvent cependant se déplacer, ce qui signifie que le déplacement en surface ne peut être spécifié à l'avance. En première approximation, la surface de la Terre, y compris les océans, est un bon exemple d'une surface libre parce que les paramètres élastiques de l'atmosphère sont beaucoup plus petits que celles des roches ou de l'eau. Il est à noter cependant que les tremblements de terre peuvent générer des ondes atmosphériques tout comme, à l'inverse, les explosions atmosphériques peuvent générer des ondes de surface dans la Terre [3-5].

3.4.2. Lois de Snell-Descartes

Considérons un premier milieu élastique (M_1) séparé d'un deuxième milieu élastique (M_2) par un dioptré plan horizontal. On suppose que ces deux milieux sont homogènes et isotropes. Ils sont caractérisés par leurs densités respectives ρ_1 et ρ_2 et par les vitesses α_1 et α_2 des ondes P et les vitesses β_1 et β_2 des ondes S susceptibles de s'y propager. Soit $R(O, x, y, z)$ un référentiel orthogonal direct lié à l'ensemble des deux milieux, de base cartésienne $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$. Une onde sismique plane P, de pulsation ω_{Pi} et de vecteur d'onde $\mathbf{k}_{Pi}$, se propage dans le milieu (M_1) en se dirigeant vers le dioptré ; le champ déplacement associé s'écrit d'après (37) :

$$\bar{\mathbf{u}}_{Pi} = \bar{\mathbf{A}}_{Pi} e^{i(\omega_{Pi}t - \mathbf{k}_{Pi} \cdot \mathbf{r})}$$

où $\bar{\mathbf{A}}_{Pi}$ est son amplitude complexe et $\mathbf{r}$ le vecteur position dans le référentiel R .

À la suite de l'interaction avec le dioptré, il prend naissance deux ondes réfléchies P et SV qui, d'après (37) et (38), sont associées aux vecteurs déplacement :

$$\bar{\mathbf{u}}_{Pr} = \bar{\mathbf{B}}_{Pr} e^{i(\omega_{Pr}t - \mathbf{k}_{Pr} \cdot \mathbf{r})}$$

$$\bar{\mathbf{u}}_{Sr} = \bar{\mathbf{B}}_{Sr} e^{i(\omega_{Sr}t - \mathbf{k}_{Sr} \cdot \mathbf{r})}$$

et deux ondes transmises P et SV :

$$\bar{\mathbf{u}}_{Pt} = \bar{\mathbf{C}}_{Pt} e^{i(\omega_{Pt}t - \mathbf{k}_{Pt} \cdot \mathbf{r})}$$

$$\bar{\mathbf{u}}_{St} = \bar{\mathbf{C}}_{St} e^{i(\omega_{St}t - \mathbf{k}_{St} \cdot \mathbf{r})}$$

d'amplitudes complexes respectives $\bar{\mathbf{B}}_{Pr}$, $\bar{\mathbf{B}}_{Sr}$, $\bar{\mathbf{C}}_{Pt}$ et $\bar{\mathbf{C}}_{St}$, de pulsations ω_{Pr} , ω_{Sr} , ω_{Pt} et ω_{St} , et de vecteurs d'onde $\mathbf{k}_{Pr}$, $\mathbf{k}_{Sr}$, $\mathbf{k}_{Pt}$ et $\mathbf{k}_{St}$.

Afin de pouvoir déterminer ces différents champs, nous choisissons le repère $Oxyz$ de façon que (figure 6) :

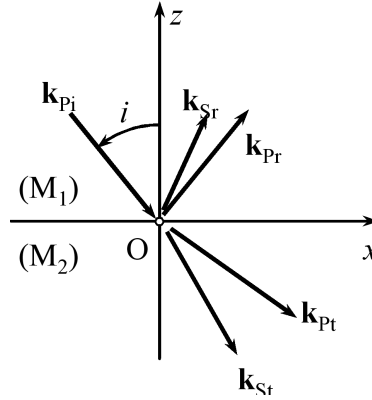


Figure 6. Disposition des vecteurs d'onde des différentes ondes incidente, réfléchies et transmises vis-à-vis du référentiel d'étude $R(O, x, y, z)$.

- le plan Oxy soit confondu avec le dioptré ;
- l'axe Oz soit orienté du milieu (M_2) vers le milieu (M_1) ;
- le vecteur d'onde $\mathbf{k}_i$ soit parallèle au plan d'incidence Oxz .

Soient alors $(a_{Pi}, 0, g_{Pi})$, (a_{Pr}, b_{Pr}, g_{Pr}) , (a_{Sr}, b_{Sr}, g_{Sr}) , (a_{Pt}, b_{Pt}, g_{Pt}) et (a_{St}, b_{St}, g_{St}) respectivement les cosinus directeurs de $\mathbf{k}_{Pi}$, $\mathbf{k}_{Pr}$, $\mathbf{k}_{Sr}$, $\mathbf{k}_{Pt}$ et $\mathbf{k}_{St}$ et k_{Pi} , k_{Pr} , k_{Sr} , k_{Pt} et k_{St} leurs

modules. La condition de continuité du déplacement $\mathbf{u}$ en $z = 0$ s'exprime pour la composante normale Oz au dioptré par exemple :

$$\begin{aligned} \overline{\mathbf{A}}_{\text{Pi}} \cdot \mathbf{e}_z e^{i(\omega_{\text{Pi}} t - k_{\text{Pi}} a_{\text{Pi}} x)} + \overline{\mathbf{B}}_{\text{Pr}} \cdot \mathbf{e}_z e^{i[\omega_{\text{Pr}} t - k_{\text{Pr}}(a_{\text{Pr}} x + b_{\text{Pr}} y)]} + \overline{\mathbf{B}}_{\text{Sr}} \cdot \mathbf{e}_z e^{i[\omega_{\text{Sr}} t - k_{\text{Sr}}(a_{\text{Sr}} x + b_{\text{Sr}} y)]} = \\ = \overline{\mathbf{C}}_{\text{Pt}} \cdot \mathbf{e}_z e^{i[\omega_{\text{Pt}} t - k_{\text{Pt}}(a_{\text{Pt}} x + b_{\text{Pt}} y)]} + \overline{\mathbf{C}}_{\text{St}} \cdot \mathbf{e}_z e^{i[\omega_{\text{St}} t - k_{\text{St}}(a_{\text{St}} x + b_{\text{St}} y)]} . \end{aligned}$$

Deux autres équations similaires sont obtenues en écrivant la continuité du déplacement selon les directions Ox et Oy . Les trois égalités doivent être ainsi vérifiées pour $z = 0$, mais quels que soient t , x , y . Ceci n'est possible que dans la mesure où les coefficients de t , x et y dans les exponentielles complexes sont égaux :

$$\omega_{\text{Pi}} = \omega_{\text{Pr}} = \omega_{\text{Sr}} = \omega_{\text{Pt}} = \omega_{\text{St}} = \omega \quad (44)$$

$$k_{\text{Pi}} a_{\text{Pi}} = k_{\text{Pr}} a_{\text{Pr}} = k_{\text{Sr}} a_{\text{Sr}} = k_{\text{Pt}} a_{\text{Pt}} = k_{\text{St}} a_{\text{St}} \quad (45)$$

$$0 = k_{\text{Pr}} b_{\text{Pr}} = k_{\text{Sr}} b_{\text{Sr}} = k_{\text{Pt}} b_{\text{Pt}} = k_{\text{St}} b_{\text{St}} \quad (46)$$

La relation (44) exprime que la réflexion ou la réfraction ne changent pas la fréquence de l'onde. Il s'ensuit immédiatement que les modules k_{Pi} et k_{Pr} des vecteurs d'onde des ondes P incidente et réfléchie se propageant dans le milieu (M_1) sont égaux :

$$k_{\text{Pi}} = k_{\text{Pr}} = \frac{\omega}{\alpha_1} .$$

La relation (46) traduit le fait que les vecteurs d'onde $\mathbf{k}_{\text{Pi}}$, $\mathbf{k}_{\text{Pr}}$, $\mathbf{k}_{\text{Sr}}$, $\mathbf{k}_{\text{Pt}}$ et $\mathbf{k}_{\text{St}}$ sont tous cinq orthogonaux à l'axe Oy et donc coplanaires ; c'est la première loi de Snell-Descartes : les plans de réflexion et de réfraction sont confondus avec le plan d'incidence. Les égalités (45) montrent que les composantes selon l'axe Ox des trois vecteurs d'onde sont de même sens : la disposition de ces vecteurs est bien celle donnée par la figure 4. Notons par ailleurs i_{Pi} , i_{Pr} , i_{Sr} , i_{Pt} et i_{St} les angles qu'ils font avec la normale Oz au dioptré. Ainsi :

$$a_{\text{Pi}} = \cos\left(\frac{\pi}{2} - i_{\text{Pi}}\right) = \sin i_{\text{Pi}}$$

et, pareillement :

$$a_{\text{Pr}} = \sin i_{\text{Pr}} \quad ; \quad a_{\text{Sr}} = \sin i_{\text{Sr}} \quad ; \quad a_{\text{Pt}} = \sin i_{\text{Pt}} \quad ; \quad a_{\text{St}} = \sin i_{\text{St}} .$$

En conséquence, les égalités (45) s'écrivent en fonction des vitesses de phase α_1 , β_1 , α_2 et β_2 dans les deux milieux, après simplification par ω :

$$\frac{\sin i_{\text{Pi}}}{\alpha_1} = \frac{\sin i_{\text{Pr}}}{\alpha_1} = \frac{\sin i_{\text{Sr}}}{\beta_1} = \frac{\sin i_{\text{Pt}}}{\alpha_2} = \frac{\sin i_{\text{St}}}{\beta_2} = \text{cte.} \quad (47)$$

La première de ces égalités, en particulier, exprime la deuxième loi de Snell-Descartes pour l'onde P :

$$i_{\text{Pi}} = i_{\text{Pr}} . \quad (48)$$

L'angle de transmission i_{Pt} peut être supérieur ou inférieur à l'angle i_{Pi} suivant qu'il s'agit d'une augmentation ou d'une diminution de la vitesse de phase α au passage dans le deuxième milieu. Les équations (47) peuvent aussi s'arranger :

$$\frac{\alpha_1}{\sin i_{\text{Pi}}} = \frac{\alpha_1}{\sin i_{\text{Pr}}} = \frac{\beta_1}{\sin i_{\text{Sr}}} = \frac{\alpha_2}{\sin i_{\text{Pt}}} = \frac{\beta_2}{\sin i_{\text{St}}} = c . \quad (47')$$

La projection sur le plan de l'interface des vitesses de phase des différentes ondes est ainsi une constante.

Si les deux milieux sont tels que $\alpha_2 > \alpha_1$, alors il existe un angle d'incidence limite ou critique, i_{Pi}^c , correspondant à $i_{\text{Pt}} = \pi/2$ tel que :

$$\sin i_{\text{Pi}}^c = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} . \quad (49)$$

Quand $i_{Pi} > i_{Pi}^c$, il n'y a plus d'onde P transmise. Outre l'onde réfléchie, il se propage dans ce cas une onde inhomogène au niveau de l'interface, le long de de l'axe Ox , et l'énergie est renvoyée dans le premier milieu ; c'est le principe de la sismique réflexion.

Remarque

Bien que l'on se soit limité dans ce paragraphe à une onde incidente du type P, on obtiendrait les mêmes résultats si l'on considérait les deux autres types SV ou SH. En particulier, l'équation (47) s'écrit dans le cas d'une onde incidente SV :

$$\frac{\sin i_{Si}}{\beta_1} = \frac{\sin i_{Pr}}{\alpha_1} = \frac{\sin i_{Sr}}{\beta_1} = \frac{\sin i_{Pt}}{\alpha_2} = \frac{\sin i_{St}}{\beta_2} \quad (47'')$$

et dans le cas d'une onde SH :

$$\frac{\sin i_{Si}}{\beta_1} = \frac{\sin i_{Sr}}{\beta_1} = \frac{\sin i_{St}}{\beta_2} = \text{cte.} \quad (47''')$$

3.4.3. Coefficients de réflexion et de transmission

3.4.3.1. Notations et expressions des ondes

Avant d'aborder l'étude des coefficients de réflexion et de transmission d'une onde incidente sur l'interface, nous devons réécrire d'abord les expressions des déplacements associés aux différentes ondes réfléchies et transmises. Pour une onde P, le déplacement des particules est longitudinal et l'amplitude vectorielle est portée par le vecteur unitaire $\mathbf{e}_P = \mathbf{k}_P/k_P$. Dans le cas d'une onde S, le déplacement est orthogonal au vecteur $\mathbf{e}_S = \mathbf{k}_S/k_S$; dans le cadre des hypothèses du paragraphe 3.4.2. précédent, l'amplitude vectorielle est portée par le vecteur $\mathbf{e}_S \wedge \mathbf{e}_y$ pour l'onde SV et par le vecteur $\mathbf{e}_y$ pour l'onde SH.

Afin de simplifier la notation utilisée, nous désignerons par A , $k_1 = \omega/\alpha_1$ et i respectivement l'amplitude, le vecteur d'onde et l'angle d'incidence de l'onde incidente de type P. Ces trois grandeurs seront notées :

- B , k_1 et r pour l'onde réfléchie P ;
- C , $k_2 = \omega/\alpha_2$ et t pour l'onde transmise P.

Nous primerons simplement ces quantités pour des ondes du type SV et doublement pour les ondes du type SH. Ainsi, on a :

- pour les ondes incidentes :

$$\bar{\mathbf{u}}_{Pi}(M, t) = A(\sin i \mathbf{e}_x - \cos i \mathbf{e}_z) e^{i[\omega t - k_1(x \sin i - z \cos i)]} \quad (50)$$

$$\bar{\mathbf{u}}_{SVi}(M, t) = A'(\cos i' \mathbf{e}_x + \sin i' \mathbf{e}_z) e^{i[\omega t - k'_1(x \sin i' - z \cos i')]} \quad (51)$$

$$\bar{\mathbf{u}}_{SHi}(M, t) = A'' \mathbf{e}_y e^{i[\omega t - k''_1(x \sin i'' - z \cos i'')]} ; \quad (52)$$

- pour les ondes réfléchies :

$$\bar{\mathbf{u}}_{Pr}(M, t) = B(\sin r \mathbf{e}_x + \cos r \mathbf{e}_z) e^{i[\omega t - k_1(x \sin r + z \cos r)]} \quad (53)$$

$$\bar{\mathbf{u}}_{SVr}(M, t) = B'(-\cos r' \mathbf{e}_x + \sin r' \mathbf{e}_z) e^{i[\omega t - k'_1(x \sin r' + z \cos r')]} \quad (54)$$

$$\bar{\mathbf{u}}_{SHr}(M, t) = B'' \mathbf{e}_y e^{i[\omega t - k''_1(x \sin r'' + z \cos r'')]} , \quad (55)$$

avec cependant $k''_1 = k'_1 = \omega/\beta_1$;

- pour les ondes transmises :

$$\bar{\mathbf{u}}_{\text{Pt}}(\mathbf{M}, t) = C(\sin t \mathbf{e}_x - \cos t \mathbf{e}_z) e^{i[\omega t - k_2(x \sin t - z \cos t)]} \quad (56)$$

$$\bar{\mathbf{u}}_{\text{SVt}}(\mathbf{M}, t) = C'(\cos t' \mathbf{e}_x + \sin t' \mathbf{e}_z) e^{i[\omega t - k'_2(x \sin t' - z \cos t')]} \quad (57)$$

$$\bar{\mathbf{u}}_{\text{SHt}}(\mathbf{M}, t) = C'' \mathbf{e}_y e^{i[\omega t - k''_2(x \sin t'' - z \cos t'')]} , \quad (58)$$

avec $k''_2 = k'_2 = \omega/\beta_2$.

3.4.3.2. Vecteurs contrainte

Pour pouvoir expliciter les conditions aux limites (43), on doit d'abord exprimer les quantités σ_{iz} , $i = x, y, z$. Compte tenu des relations (22) et (19) et eu égard aux expressions des déplacements présentées au paragraphe 3.4.3.1. ci-dessus, on a les équations suivantes :

- pour les ondes P :

avec la composante $u_y \equiv 0$ et le vecteur $\mathbf{u}$ indépendant de y :

$$\sigma_{xz} = 2\mu\epsilon_{xz} = \mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \quad (59)$$

$$\sigma_{yz} = 2\mu\epsilon_{yz} = \mu \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) = 0 \quad (60)$$

$$\sigma_{zz} = \lambda\Theta + 2\mu\epsilon_{zz} = \lambda \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z} = \lambda \frac{\partial u_x}{\partial x} + (2\mu + \lambda) \frac{\partial u_z}{\partial z} ; \quad (61)$$

- pour les ondes SV :

avec $u_y \equiv 0$ et le vecteur $\mathbf{u}$ indépendant de y :

$$\sigma_{xz} = \mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \quad (62)$$

$$\sigma_{yz} = \mu \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) = 0 \quad (63)$$

$$\sigma_{zz} = \lambda \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z} = 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z} ; \quad (64)$$

- pour les ondes SH :

avec $u_x = u_z \equiv 0$ et u_y indépendante de y :

$$\sigma_{xz} = \mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) = 0 \quad (65)$$

$$\sigma_{yz} = \mu \frac{\partial u_y}{\partial z} \quad (66)$$

$$\sigma_{zz} = \lambda \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 . \quad (67)$$

Toutes ces expressions s'appliquent aux ondes incidente, réfléchies et transmises. Notons que les conditions de continuité des contraintes couplent les déplacements relatifs aux ondes P et SV, tandis que le déplacement relatif à l'onde SH n'est couplé qu'avec lui-même.

Dans ce qui suit, nous nous bornerons à présenter l'interaction d'une onde avec une surface libre. Le cas des interfaces solide-solide et solide-liquide sont traités en détails dans la référence [6].

3.4.3.3. Ondes tombant sur une surface libre

3.4.3.3.1. Ondes incidentes SH

Le déplacement total $\bar{\mathbf{u}}^{\text{tot}}$ dans le milieu matériel est la résultante des déplacements associés à l'onde SH incidente et à la seule onde réfléchie SH :

$$\bar{\mathbf{u}}^{\text{tot}}(\mathbf{M}, t) = A'' \mathbf{e}_y e^{i[\omega t - k_1''(x \sin i'' - z \cos i'')] } + B'' \mathbf{e}_y e^{i[\omega t - k_1''(x \sin r'' + z \cos r'')] } . \quad (68)$$

En portant cette expression dans la relation non triviale (66), il vient avec $z = 0$:

$$ik_1'' \cos i'' A'' e^{i(\omega t - k_1'' x \sin i'')} - ik_1'' \cos r'' B'' e^{i(\omega t - k_1'' x \sin r'')} = 0 , \quad (69)$$

soit encore, en tenant compte de (47''') et (48) puis en faisant les simplifications nécessaires :

$$B'' = A'' .$$

La relation (68) se réécrit pour un point M à la surface :

$$\bar{\mathbf{u}}^{\text{tot}}(x, y, 0, t) = 2A'' \mathbf{e}_y e^{i(\omega t - k_1'' x \sin i'')} . \quad (68')$$

L'amplitude de la vibration est le double de celle de l'onde incidente.

3.4.3.3.2. Ondes incidentes P

Le déplacement total $\bar{\mathbf{u}}^{\text{tot}}$ est la résultante des déplacements associés à l'onde P incidente et aux ondes réfléchies P et SV :

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{u}}^{\text{tot}}(\mathbf{M}, t) = & A(\sin i \mathbf{e}_x - \cos i \mathbf{e}_z) e^{i[\omega t - k_1(x \sin i - z \cos i)]} \\ & + B(\sin r \mathbf{e}_x + \cos r \mathbf{e}_z) e^{i[\omega t - k_1(x \sin r + z \cos r)]} \\ & + B'(-\cos r' \mathbf{e}_x + \sin r' \mathbf{e}_z) e^{i[\omega t - k_1'(x \sin r' + z \cos r')] } . \end{aligned} \quad (70)$$

Comme pour l'onde incidente SH, on a à exprimer les amplitudes des ondes réfléchies B et B' en fonction de celle de l'onde incidente, A . Deux équations de continuité des contraintes sont nécessaires. Eu égard aux relations (59) à (64), seules doivent être considérées les contraintes σ_{xz} et σ_{zz} . Il vient donc, pour $z = 0$ et compte tenu de (59) et (62) :

$$\begin{aligned} \sigma_{xz} = & ik_1 A (\sin i \cos i + \cos i \sin i) e^{i(\omega t - k_1 x \sin i)} \\ & + ik_1 B (-\sin r \cos r - \cos r \sin r) e^{i(\omega t - k_1 x \sin r)} \\ & + ik_1' B' (\cos^2 r' - \sin^2 r') e^{i[\omega t - k_1'(x \sin r' + z \cos r')] } \\ = & 0 \end{aligned} \quad (71)$$

ou bien encore, après les simplifications possibles compte tenu de (47) :

$$k_1 A \sin 2i - k_1 B \sin 2r + k_1' B' \cos 2r' = 0 .$$

En exprimant les vecteurs d'onde en fonction des vitesses de phase, on obtient après division par $\omega A / \alpha_1$ et arrangement :

$$\frac{B}{A} \sin 2i - \frac{B'}{A} \frac{\alpha_1}{\beta_1} \cos 2r' = \sin 2i \quad (72)$$

où l'on a tenu compte de (48).

Par ailleurs, afin d'exprimer la condition $\sigma_{zz} = 0$, on utilise la relation (61) pour les composantes P de $\bar{\mathbf{u}}^{\text{tot}}$ et la relation (64) pour la composante SV ; d'où l'on a pour $z = 0$:

$$\begin{aligned} \sigma_{zz} = & ik_1 A (-\lambda \sin^2 i - (2\mu + \lambda) \cos^2 i) e^{i(\omega t - k_1 x \sin i)} \\ & + ik_1 B (-\lambda \sin^2 r - (2\mu + \lambda) \cos^2 r) e^{i(\omega t - k_1 x \sin r)} \\ & - 2ik_1' B' \mu \sin r' \cos r' e^{i[\omega t - k_1'(x \sin r' + z \cos r')] } \\ = & 0 \end{aligned} \quad (73)$$

et après simplification et arrangement compte tenu de (47) :

$$\frac{B}{A}(\lambda + 2\mu \cos^2 i) + \frac{B'}{A} \frac{\alpha_1}{\beta_1} \mu \sin 2r' = -(\lambda + 2\mu \cos^2 i)$$

où l'on a tenu compte de (48). Le facteur contenant λ peut s'arranger autrement en considérant (29), (30) et (47) :

$$\lambda + 2\mu \cos^2 i = \lambda + 2\mu(1 - \sin^2 i) = \lambda + 2\mu - 2\mu \frac{\alpha_1^2}{\beta_1^2} \sin^2 r' = \mu \frac{\alpha_1^2}{\beta_1^2} (1 - 2 \sin^2 r') = \mu \frac{\alpha_1^2}{\beta_1^2} \cos 2r' .$$

Ainsi :

$$\frac{B}{A} \frac{\alpha_1}{\beta_1} \cos 2r' + \frac{B'}{A} \sin 2r' = -\frac{\alpha_1}{\beta_1} \cos 2r' . \quad (74)$$

Le déterminant du système formé par les équations (72) et (74) s'écrit :

$$\Delta = \begin{vmatrix} \sin 2i & -\frac{\alpha_1}{\beta_1} \cos 2r' \\ \frac{\alpha_1}{\beta_1} \cos 2r' & \sin 2r' \end{vmatrix} = \sin 2i \sin 2r' + \frac{\alpha_1^2}{\beta_1^2} \cos^2 2r' ; \quad (75)$$

les coefficients de réflexion s'expriment finalement :

$$\frac{B}{A} = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} \sin 2i & -\frac{\alpha_1}{\beta_1} \cos 2r' \\ -\frac{\alpha_1}{\beta_1} \cos 2r' & \sin 2r' \end{vmatrix} = \frac{\sin 2i \sin 2r' - (\alpha_1/\beta_1)^2 \cos^2 2r'}{\sin 2i \sin 2r' + (\alpha_1/\beta_1)^2 \cos^2 2r'} \quad (76)$$

et :

$$\frac{B'}{A} = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} \frac{\alpha_1}{\beta_1} \sin 2i & -\frac{\alpha_1}{\beta_1} \sin 2i \\ \frac{\alpha_1}{\beta_1} \cos 2r' & -\frac{\alpha_1}{\beta_1} \cos 2r' \end{vmatrix} = -\frac{2(\alpha_1/\beta_1) \sin 2i \cos 2r'}{\sin 2i \sin 2r' + (\alpha_1/\beta_1)^2 \cos^2 2r'} . \quad (77)$$

Alors que le coefficient B'/A est toujours négatif, le coefficient B/A , quant à lui, peut prendre des valeurs positives, négatives ou nulles selon les valeurs de l'angle d'incidence i et du rapport α_1/β_1 . Pour un rapport supérieur à 1.764, le coefficient B/A est toujours négatif ; avec un rapport inférieur, il existe toujours un intervalle de i dans lequel le coefficient est positif (figure 7). Quand, pour une valeur particulière de i , B/A est nul, cela signifie que seule l'onde SV est réfléchiée ; on parle alors de *conversion de mode de vibration*.

Compte tenu des expressions (76) et (77), la relation (70) se réécrit pour un point M à la surface :

$$\vec{u}^{\text{tot}}(x, y, 0, t) = A(\sin 2r' \mathbf{e}_x - \cos 2r' \mathbf{e}_z) \frac{2(\alpha_1/\beta_1)^2 \cos i}{\sin 2i \sin 2r' + (\alpha_1/\beta_1)^2 \cos^2 2r'} e^{i(\omega t - k_1 x \sin i)} .$$

Les composantes cartésiennes de ce vecteur déplacement présentent un déphasage nul ; il s'ensuit que la matière en surface vibre selon une droite faisant un angle θ avec l'horizontale tel que :

$$\text{tg } \theta = -\frac{\cos 2r'}{\sin 2r'} = -\cotg 2r' .$$

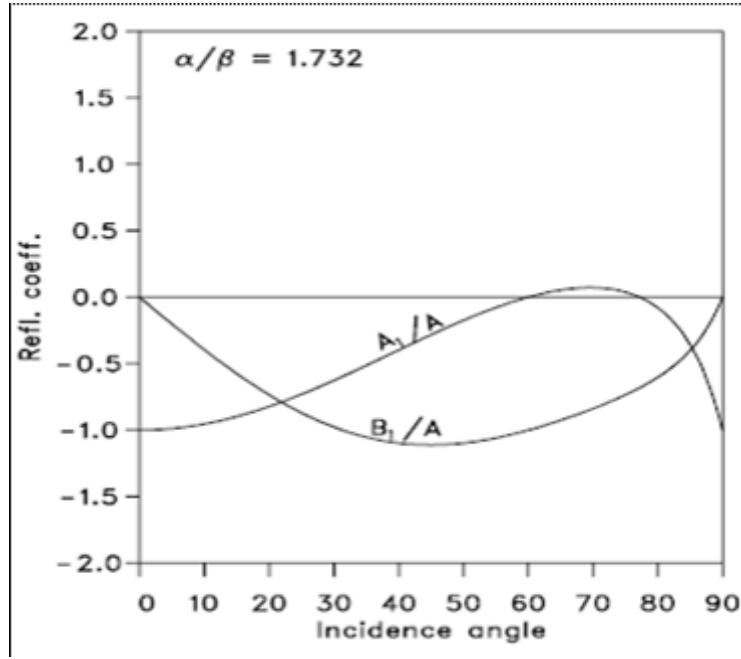


Figure 7. Variations, en fonction de l'angle d'incidence, des coefficients de réflexion et de transmission d'une onde sismique plane polarisée SH tombant sur un dioptré plan séparant deux milieux homogènes et isotropes.

Remarque : Incidence normale

En incidence normale, $i = r = 0$ et l'on a $r' = 0$, $B = -A$ et $B' = 0$. Il n'y a pas d'onde SV réfléchi et le déplacement de la matière en surface est donné par le vecteur :

$$\bar{\mathbf{u}}^{\text{tot}}(x, y, 0, t) = -2A\mathbf{e}_z e^{i\omega t}.$$

L'amplitude de la vibration est le double de celle de l'onde incidente.

3.4.3.3. Ondes incidentes SV

Le déplacement total $\bar{\mathbf{u}}^{\text{tot}}$ est la résultante des déplacements associés à l'onde SV incidente et aux ondes réfléchies SV et P :

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{u}}^{\text{tot}}(M, t) = & A'(\cos i' \mathbf{e}_x + \sin i' \mathbf{e}_z) e^{i[\omega t - k'_1(x \sin i' - z \cos i')]} \\ & + B'(-\cos r' \mathbf{e}_x + \sin r' \mathbf{e}_z) e^{i[\omega t - k'_1(x \sin r' + z \cos r')]} \\ & + B(\sin r \mathbf{e}_x + \cos r \mathbf{e}_z) e^{i[\omega t - k_1(x \sin r + z \cos r)]}. \end{aligned} \quad (78)$$

Un traitement analogue à celui mené dans le cas d'une onde incidente de type P conduit aux coefficients suivants :

$$\frac{\bar{B}}{\bar{A}} = \frac{(\alpha_1/\beta_1) \sin 4i'}{\sin 2i' \sin 2r + (\alpha_1/\beta_1)^2 \cos^2 2i'} \quad (79)$$

$$\frac{\bar{B}'}{\bar{A}'} = \frac{\sin 2i' \sin 2r - (\alpha_1/\beta_1)^2 \cos^2 2i'}{\sin 2i' \sin 2r + (\alpha_1/\beta_1)^2 \cos^2 2i'}. \quad (80)$$

Il existe des valeurs de i' correspondant à un coefficient B'/A' nul, c'est-à-dire pour lesquelles il n'y qu'une onde P réfléchi; cette situation correspond à une conversion d'une onde SV en une onde P.

Compte tenu des expressions (79) et (80), la relation (78) se réécrit pour un point M à la surface :

$$\bar{\mathbf{u}}^{\text{tot}}(x, y, 0, t) = 2A' \frac{\alpha_1}{\beta_1} \frac{(\alpha_1/\beta_1) \cos 2i' \cos i' \mathbf{e}_x + \cos r \sin 2i' \mathbf{e}_z}{\sin 2r \sin 2i' + (\alpha_1/\beta_1)^2 \cos^2 2i'} e^{i(\omega t - k'_1 x \sin i')} . \quad (81)$$

Le mouvement vibratoire des particules au sol est rectiligne et a lieu selon une direction θ' telle que :

$$\text{tg } \theta = \frac{\cos r \sin 2i'}{(\alpha_1/\beta_1) \cos 2i' \cos i'} .$$

Sous incidence normale, $i' = 0$, on a $r = 0$, $B = 0$ et $B' = -A'$. Il n'y a pas d'onde P réfléchie. L'expression (81) du vecteur déplacement des particules au sol se réduit à :

$$\bar{\mathbf{u}}^{\text{tot}}(x, y, 0, t) = 2A' \mathbf{e}_x e^{i\omega t}$$

qui peut être identifiée à l'équation (68') lorsqu'on y pose $i'' = 0$.

Ondes inhomogènes

Comme $\beta_1 < \alpha_1$, il s'ensuit, d'après (47''), l'existence d'un angle d'incidence critique i'_c correspondant à un angle de réflexion r des ondes P égal à $\pi/2$ et dont le sinus vaut, d'après (47'') :

$$\sin i'_c = \frac{\beta_1}{\alpha_1} .$$

Les coefficients de réflexion deviennent alors :

$$\begin{aligned} \frac{B}{A'} &= 2 \frac{\beta_1}{\alpha_1} \text{tg } 2i'_c = \frac{4\sqrt{1 - \beta_1^2/\alpha_1^2}}{\alpha_1^2/\beta_1^2 - 2} \\ \frac{B'}{A'} &= -1 . \end{aligned}$$

Quand $i' > i'_c$, l'angle de réflexion r n'est plus réel car son sinus devient théoriquement supérieur à 1 :

$$\sin r = \frac{\alpha_1}{\beta_1} \sin i' > 1 .$$

Son cosinus :

$$\cos r = \pm \sqrt{1 - \sin^2 r} = \pm i \sqrt{\frac{\alpha_1^2}{\beta_1^2} \sin^2 i' - 1} \quad (82)$$

est imaginaire pur.

Pour déduire les expressions des coefficients de réflexion à des angles d'incidences $i' > i'_c$, récrivons le dénominateur des fractions figurant dans (79) et (80) sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} D &= \frac{\alpha_1^2}{\beta_1^2} \left(\cos^2 2i' \pm i 2 \frac{\beta_1^2}{\alpha_1^2} \sin r \sqrt{\sin^2 r - 1} \sin 2i' \right) \\ &= \frac{\alpha_1^2}{\beta_1^2} \left(\cos^2 2i' \pm i 2 \sin i' \sqrt{\sin^2 i' - \frac{\beta_1^2}{\alpha_1^2}} \sin 2i' \right) \\ &= |D| e^{\pm i\phi} \end{aligned}$$

où $|D|$ est le module de D et $\pm\phi$ son argument, avec :

$$\text{tg } \phi = 2 \sin i' \sqrt{\sin^2 i' - \frac{\beta_1^2}{\alpha_1^2}} \frac{\sin 2i'}{\cos^2 2i'} = \frac{2 \sin i' \text{tg } 2i' \sqrt{\sin^2 i' - \beta_1^2/\alpha_1^2}}{\cos 2i'} .$$

Dans l'expression (80), le numérateur étant l'opposé du complexe conjugué de D , il vient :

$$\frac{B'}{A'} = -e^{\pm i2\phi} ;$$

d'où l'on a pour l'onde SV réfléchie :

$$\bar{\mathbf{u}}_{\text{SVr}}(\mathbf{M}, t) = A'(\cos r' \mathbf{e}_x - \sin r' \mathbf{e}_z) e^{i[\omega t - k'_1(x \sin r' + z \cos r') \pm 2\phi]} . \quad (83)$$

Avant d'exprimer le coefficient B/A' , réécrivons d'abord D comme suit :

$$D = \frac{\alpha_1^2}{\beta_1^2} \cos^2 2i' (1 \mp i \tan \phi) .$$

D'où :

$$\begin{aligned} \frac{B}{A'} &= 2 \frac{\beta_1}{\alpha_1} \frac{\tan 2i'}{1 \mp i \tan \phi} = 2 \frac{\beta_1}{\alpha_1} \tan 2i' \frac{1 \pm i \tan \phi}{1 + \tan^2 \phi} \\ &= 2 \frac{\beta_1}{\alpha_1} \tan 2i' \cos \phi (\cos \phi \pm i \sin \phi) = 2 \frac{\beta_1}{\alpha_1} \tan 2i' \cos \phi e^{\pm i\phi} . \end{aligned}$$

L'onde P réfléchie se réécrit donc, compte tenu de (82) :

$$\bar{\mathbf{u}}_{\text{SVr}}(\mathbf{M}, t) = 2A' \frac{\beta_1}{\alpha_1} \tan 2i' \cos \phi (-\cos i' \mathbf{e}_x + \sin i' \mathbf{e}_z) e^{i(\omega t - k'_1 x \sin i' \pm \phi)} e^{\mp \frac{z}{\Lambda}} , \quad (84)$$

où :

$$\Lambda = \frac{1}{k_1 \sqrt{(\alpha_1^2/\beta_1^2) \sin^2 i' - 1}} = \frac{\beta_1}{\omega \sqrt{\alpha_1^2 \sin^2 i' - \beta_1^2}}$$

est une profondeur caractéristique de l'atténuation. Comme l'abscisse z prend ses valeurs entre 0 et $+\infty$, seule l'alternative 'supérieure' des doubles signes ' $\mp$ ' ou ' $\pm$ ' est à retenir aussi bien dans cette expression que dans l'expression (83). L'onde (84) se propage selon l'axe Ox à la vitesse de phase :

$$\frac{\omega}{k'_1 \sin i'} = \frac{\alpha_1}{\sin i'} = c ;$$

son amplitude décroît exponentiellement en fonction de la profondeur z ce qui est caractéristique d'une onde inhomogène. Quand la profondeur z augmente d'une quantité Λ , l'amplitude diminue d'un facteur e^{-1} .

3.4.3.4. Retour sur le type des ondes réfléchies et transmises

Nous avons admis qu'une onde incidente de type SH ne donne naissance, après l'interaction avec un dioptré plan, qu'à des ondes réfléchies ou transmises de type SH et qu'une onde de type P ou SV engendre seulement des ondes réfléchies ou transmises de type P ou SV. Nous allons utiliser les résultats des paragraphes 3.4.3.3.1, 3.4.3.3.2 et 3.4.3.3.3 pour justifier cette hypothèse; une même démarche pourrait être entreprise dans le cas de l'interaction avec un dioptré séparant deux milieux matériels élastiques.

3.4.3.4.1. Ondes incidentes SH

Supposons que la réflexion donne naissance, outre l'onde réfléchie SH, à deux ondes de types P et SV. Le déplacement total $\bar{\mathbf{u}}^{\text{tot}}$ dans le milieu matériel est la résultante des déplacements associés à l'onde SH incidente et aux trois ondes réfléchies :

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{u}}^{\text{tot}}(\mathbf{M}, t) &= A'' \mathbf{e}_y e^{i[\omega t - k'_1(x \sin i'' - z \cos i'')] } \\ &\quad + B'' \mathbf{e}_y e^{i[\omega t - k'_1(x \sin r'' + z \cos r'')] } \\ &\quad + B(\sin r \mathbf{e}_x + \cos r \mathbf{e}_z) e^{i[\omega t - k_1(x \sin r + z \cos r)] } \\ &\quad + B'(-\cos r' \mathbf{e}_x + \sin r' \mathbf{e}_z) e^{i[\omega t - k'_1(x \sin r' + z \cos r')] } . \end{aligned} \quad (85)$$

Portons cette expression dans la relation (66). Puisque seules les ondes SH admettent une composante selon Oy non nulle, on obtient, avec $z = 0$, la même équation (69) :

$$ik_1'' \cos i'' A'' e^{i(\omega t - k_1'' x \sin i'')} - ik_1'' \cos r'' B'' e^{i(\omega t - k_1'' x \sin r'')} = 0$$

qui permet d'exprimer l'amplitude B'' de l'onde SH réfléchi en fonction de celle A'' de l'onde SH incidente. Écrivons maintenant la continuité de la contrainte σ_{xz} . Puisque seules les composantes u_x et u_z du déplacement interviennent dans l'expression de cette contrainte, les ondes SH incidente et réfléchi ne sont pas concernées et l'on obtient donc, compte tenu de (59) et (62), une équation que l'on pourrait déduire directement de (71) après y avoir posé $A = 0$:

$$\begin{aligned} \sigma_{xz} &= ik_1 B (-\sin r \cos r - \cos r \sin r) e^{i(\omega t - k_1 x \sin r)} \\ &\quad + ik_1' B' (\cos^2 r' - \sin^2 r') e^{i[\omega t - k_1' (x \sin r' + z \cos r')]} \\ &= 0 ; \end{aligned}$$

d'où :

$$-k_1 B \sin 2r + k_1' B' \cos 2r' = 0 ,$$

ou bien encore :

$$B \sin 2r - B' \frac{\alpha_1}{\beta_1} \cos 2r' = 0 . \quad (72')$$

De même, la continuité de la contrainte σ_{zz} donne l'équation suivante qui peut être déduite de (73) en y annulant A :

$$\begin{aligned} \sigma_{zz} &= ik_1 B (-\lambda \sin^2 r - (2\mu + \lambda) \cos^2 r) e^{i(\omega t - k_1 x \sin r)} \\ &\quad - 2ik_1' B' \mu \sin r' \cos r' e^{i[\omega t - k_1' (x \sin r' + z \cos r')]} \\ &= 0 ; \end{aligned}$$

d'où :

$$B(\lambda + 2\mu \cos^2 i) + B' \frac{\alpha_1}{\beta_1} \mu \sin 2r' = 0 .$$

Le même arrangement qui a permis d'aboutir à l'expression (74) entraîne :

$$B \frac{\alpha_1}{\beta_1} \cos 2r' + B' \sin 2r' = 0 . \quad (74')$$

Le système formé par les équations (72') et (74') est homogène. Les racines B et B' sont nulles à moins que son déterminant Δ , exprimé par une relation identique à (75), soit nul ; ce qui n'est pas le cas. Ainsi, les amplitudes B et B' sont bien nulles signifiant l'absence d'ondes P et SV réfléchies lors de l'interaction d'une onde SH avec une surface libre.

3.4.3.4.2. Ondes incidentes P

Le déplacement total $\bar{\mathbf{u}}^{\text{tot}}$ est la résultante des déplacements associés à l'onde P incidente et aux ondes réfléchies P, SV et SH :

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{u}}^{\text{tot}}(M, t) &= A(\sin i \mathbf{e}_x - \cos i \mathbf{e}_z) e^{i[\omega t - k_1 (x \sin i - z \cos i)]} \\ &\quad + B(\sin r \mathbf{e}_x + \cos r \mathbf{e}_z) e^{i[\omega t - k_1 (x \sin r + z \cos r)]} \\ &\quad + B'(-\cos r' \mathbf{e}_x + \sin r' \mathbf{e}_z) e^{i[\omega t - k_1' (x \sin r' + z \cos r')]} \\ &\quad + B'' \mathbf{e}_y e^{i[\omega t - k_1'' (x \sin r'' + z \cos r'')]} . \end{aligned}$$

En portant cette expression dans la relation (66) n'impliquant que la composante selon l'axe Oy du vecteur déplacement, il vient avec $z = 0$:

$$-ik_1'' \cos r'' B'' e^{i(\omega t - k_1'' x \sin r'')} = 0 ;$$

d'où :

$$B'' = 0$$

traduisant l'absence d'onde réfléchie de type SH.

3.4.3.4.3. Ondes incidentes SV

Le déplacement total $\bar{\mathbf{u}}^{\text{tot}}$ est la résultante des déplacements associés à l'onde SV incidente et aux ondes réfléchies SV, P et SH :

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{u}}^{\text{tot}}(\mathbf{M}, t) = & A'(\cos i' \mathbf{e}_x + \sin i' \mathbf{e}_z) e^{i[\omega t - k'_1(x \sin i' - z \cos i')]} \\ & + B'(-\cos r' \mathbf{e}_x + \sin r' \mathbf{e}_z) e^{i[\omega t - k'_1(x \sin r' + z \cos r')]} \\ & + B(\sin r \mathbf{e}_x + \cos r \mathbf{e}_z) e^{i[\omega t - k_1(x \sin r + z \cos r)]} \\ & + B'' \mathbf{e}_y e^{i[\omega t - k''_1(x \sin r'' + z \cos r'')]} .\end{aligned}$$

En portant cette expression dans (66), on obtient les mêmes résultats que pour une incidente P, en particulier $B'' = 0$, signifiant, là aussi, l'absence d'onde réfléchie de type SH.

3.5. Ondes de surface

3.5.1. Introduction

Les ondes de surface sont des ondes qui se propagent parallèlement à une surface et dont l'amplitude tend vers zéro lorsque la distance à partir de cette surface augmente indéfiniment. Ce sont donc des ondes inhomogènes. Il y a deux principaux types d'ondes de surface, portant les noms des auteurs qui les ont étudiés pour la première fois : les ondes de Love et les ondes de Rayleigh. Alors que les travaux de Love ont été menés pour interpréter les ondes détectées par les sismographes horizontaux, ceux de Rayleigh ont prédit l'existence des ondes portant son nom. Les deux types d'ondes diffèrent par leurs polarisations : les ondes de Love sont de type SH et celles de Rayleigh sont une combinaison des polarisations P et SV. Il existe, en outre, un autre type d'ondes, appelé ondes de Stoneley, constitué d'ondes P et SV inhomogènes se propageant parallèlement à l'interface de deux milieux remplissant les deux demi-espaces.

Comme les ondes de surface sont des ondes inhomogènes, on peut proposer pour les vecteurs déplacement, solutions des équations d'onde, des expressions similaires à (84). Les expressions de ces ondes sont obtenues par l'application des conditions de continuité à la surface. Toutefois, lorsqu'un modèle du sol comprend des couches, on peut adopter des solutions sous forme d'ondes progressives non atténuées au lieu d'ondes inhomogènes. Chaque couche se comporte comme un guide d'ondes et peut être le siège d'un système ondulatoire formé d'ondes 'incidentes' et 'réfléchies'.

3.5.2. Vecteurs déplacement

Réécrivons les vecteurs déplacement (50) à (58) sous la forme compacte suivante :

$$\bar{\mathbf{u}}_P(\mathbf{M}, t) = A(l\mathbf{e}_x + n\mathbf{e}_z) e^{i\omega[t - (lx + nz)/\alpha]} \quad (86)$$

$$\bar{\mathbf{u}}_{SVi}(\mathbf{M}, t) = B(-n\mathbf{e}_x + l\mathbf{e}_z) e^{i\omega[t - (lx + nz)/\beta]} \quad (87)$$

$$\bar{\mathbf{u}}_{SHi}(\mathbf{M}, t) = C\mathbf{e}_y e^{i\omega[t - (lx + nz)/\beta]} , \quad (88)$$

où les coefficients l et n représentent des sinus et cosinus d'angle et vérifient en conséquence :

$$l^2 + n^2 = 1 \quad (89)$$

Les déplacements relatifs à des ondes de surface, dont l'amplitude décroît exponentiellement avec la profondeur z , peuvent être déduits des relations (86) à (88) à la suite d'un arrangement

approprié. Avant de procéder à cela, récrivons d'abord la combinaison $(lx + nz)/\delta$, avec $\delta = \alpha$ ou β , sous la forme :

$$\frac{lx + nz}{\delta} = \frac{x + nz/l}{\delta/l} = \frac{x \pm \sqrt{1/l^2 - 1}z}{\delta/l} = \frac{x \pm \sqrt{c^2/\delta^2 - 1}z}{c}$$

où :

$$n = \pm \sqrt{1 - l^2} \quad (90)$$

et :

$$c = \frac{\delta}{l} \quad ; \quad \delta = \alpha, \beta \quad (91)$$

la vitesse de phase parallèlement à l'interface, définie par (47'). En introduisant la quantité :

$$\eta_\delta = \sqrt{\frac{c^2}{\delta^2} - 1} \quad (92)$$

on a aussi :

$$\frac{lx + nz}{\delta} = \frac{x \pm \eta_\delta z}{c}$$

En posant ensuite :

$$\kappa = \frac{\omega}{c} \quad (93)$$

les relations (86) à (88) deviennent :

$$\bar{\mathbf{u}}_P(M, t) = A(\mathbf{e}_x \pm \eta_\alpha \mathbf{e}_z) e^{i\kappa(ct - x \mp \eta_\alpha z)} \quad (94)$$

$$\bar{\mathbf{u}}_{SV}(M, t) = B(\mp \eta_\beta \mathbf{e}_x + \mathbf{e}_z) e^{i\kappa(ct - x \mp \eta_\beta z)} \quad (95)$$

$$\bar{\mathbf{u}}_{SH}(M, t) = C\mathbf{e}_y e^{i\kappa(ct - x \mp \eta_\beta z)} \quad (96)$$

où le facteur $1/l$ a été intégré dans les coefficients A et B sans que cela restreigne la généralité des équations (94) et (95). Les signes '-' et '+' dans les exponentielles complexes traduisent deux ondes se propageant respectivement selon et à l'encontre de l'axe Oz .

Considérons maintenant le cas où n est imaginaire pur. Puisque la condition (89) doit être satisfaite, l doit être supérieur à 1 ; d'où l'on a :

$$n = \pm \sqrt{1 - l^2} = \pm i\sqrt{l^2 - 1}$$

puis :

$$\frac{n}{l} = \pm i\sqrt{1 - \frac{1}{l^2}} = \pm i\sqrt{1 - \frac{c^2}{\delta^2}} = \pm i\gamma_\delta$$

avec :

$$\gamma_\delta = \sqrt{1 - \frac{c^2}{\delta^2}} = i\eta_\delta \quad (97)$$

Les équations (94) à (96) deviennent finalement :

$$\bar{\mathbf{u}}_P(M, t) = A(\mathbf{e}_x \mp i\gamma_\alpha \mathbf{e}_z) e^{\mp \gamma_\alpha \kappa z + i\kappa(ct - x)} \quad (98)$$

$$\bar{\mathbf{u}}_{SV}(M, t) = B(\pm i\gamma_\beta \mathbf{e}_x + \mathbf{e}_z) e^{\mp \gamma_\beta \kappa z + i\kappa(ct - x)} \quad (99)$$

$$\bar{\mathbf{u}}_{SH}(M, t) = C\mathbf{e}_y e^{\mp \gamma_\beta \kappa z + i\kappa(ct - x)} \quad (100)$$

Ces trois dernières expressions représentent des ondes inhomogènes se propageant selon l'axe Ox avec une vitesse de phase c .

3.5.3. Ondes de Love

Nous considérons les deux modèles de sol suivants : un sol formé d'un milieu remplissant le demi-espace et un sol constitué d'une couche déposée sur un milieu occupant le demi-espace.

3.5.3.1. Milieu homogène remplissant le demi-espace

Le déplacement des particules est donné par (100) en considérant le signe ‘-’ pour assurer un comportement physique quand z croît :

$$\bar{\mathbf{u}}_{\text{SH}}(\mathbf{M}, t) = C \mathbf{e}_y e^{-\gamma_\beta \kappa z + i\kappa(ct-x)} .$$

La composante (66) du vecteur contrainte, qui s’écrit ici :

$$\sigma_{yz} = \mu \frac{\partial u_y}{\partial z} = -C \mu \gamma_\beta \kappa e^{-\gamma_\beta \kappa z + i\kappa(ct-x)}$$

doit être nulle en $z = 0$; il s’ensuit :

$$C = 0 ,$$

ce qui signifie que les ondes de Love ne peuvent pas exister dans un milieu homogène remplissant le demi-espace.

3.5.3.2. Couche sur un milieu occupant le demi-espace

Considérons une couche d’épaisseur h déposée sur un milieu remplissant le demi-espace ; ces deux milieux, que nous désignerons par (M_1) et (M_2) , sont homogènes et isotropes. Puisque l’épaisseur h est finie, la couche est le siège d’ondes se propageant comme indiqué sur la figure 8. Le vecteur déplacement s’écrit donc :

$$\bar{\mathbf{u}}_{\text{SH}}(\mathbf{M}, t) = \mathbf{e}_y (A e^{-i\eta_1 \kappa z} + B e^{i\eta_1 \kappa z}) e^{i\kappa(ct-x)} ; \quad 0 < z < h \quad (101)$$

$$\bar{\mathbf{u}}_{\text{SH}}(\mathbf{M}, t) = C \mathbf{e}_y e^{-\gamma_2 \kappa z + i\kappa(ct-x)} ; \quad z > h \quad (102)$$

où les quantités $\eta_{1,2}$ et γ_2 sont exprimées respectivement par (92) et (97) avec $\delta = \beta$:

$$\eta_1 = \sqrt{\frac{c^2}{\beta_1^2} - 1} \quad ; \quad \gamma_2 = \sqrt{1 - \frac{c^2}{\beta_2^2}} . \quad (103)$$

Dans l’équation (102), la condition $\gamma_2 > 0$ étant nécessaire pour que l’exponentielle $e^{-\gamma_2 \kappa z}$ tende vers 0 lorsque z augmente, on doit avoir :

$$\beta_2 > c = \frac{\beta_1}{\sin i''} \quad (104)$$

ce qui correspond à un angle d’incidence i'' sur l’interface supérieur à l’angle critique $i_c'' = \arcsin(\beta_1/\beta_2)$.

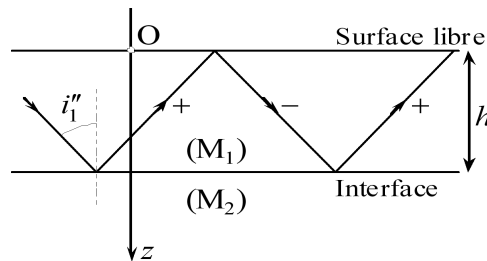


Figure 8. Propagation d’ondes SH dans une couche de hauteur h déposée sur un milieu occupant le demi-espace.

Les conditions aux limites du problème sont les suivantes :

- le vecteur contrainte doit être nul à la surface libre $z = 0$;
- les vecteurs déplacement et contrainte doivent être continus à la traversée de l’interface en $z = h$.

Les relations qui en découlent permettent de déterminer les coefficients A , B et C dans les équations (101) et (102). Ainsi, en portant ces deux expressions dans (66), on a :

$$\begin{aligned}\sigma_{yz} &= \mu_1 \frac{\partial u_y}{\partial z} = \mu_1 (-A i \eta_1 \kappa e^{-i \eta_1 \kappa z} + B i \eta_1 \kappa e^{i \eta_1 \kappa z}) e^{i \kappa (ct - x)} ; & 0 < z < h \\ \sigma_{yz} &= \mu_2 \frac{\partial u_y}{\partial z} = -\mu_2 C \gamma_2 \kappa e^{-\gamma_2 \kappa z + i \kappa (ct - x)} ; & z > h .\end{aligned}$$

En imposant à la contrainte σ_{yz} d'être nulle en $z = 0$ et continue en $z = h$, on obtient respectivement :

$$\begin{aligned}A &= B \\ -i \mu_1 \eta_1 (A e^{-i \eta_1 \kappa h} - B e^{i \eta_1 \kappa h}) &= -\mu_2 \gamma_2 C e^{-\gamma_2 \kappa h} .\end{aligned} \quad (105)$$

La dernière relation peut être arrangée ainsi :

$$A(e^{-i \eta_1 \kappa h} - e^{i \eta_1 \kappa h}) + i C \frac{\mu_2 \gamma_2}{\mu_1 \eta_1} e^{-\gamma_2 \kappa h} = 0 ,$$

soit :

$$C = 2A \frac{\mu_1 \eta_1}{\mu_2 \gamma_2} \sin(\eta_1 \kappa h) e^{\gamma_2 \kappa h} . \quad (106)$$

La continuité du vecteur déplacement en $z = h$ donne :

$$A e^{-i \eta_1 \kappa h} + B e^{i \eta_1 \kappa h} = C e^{-\gamma_2 \kappa h} ,$$

ou encore après considération de (105) et arrangement :

$$C = 2A \cos(\eta_1 \kappa h) e^{\gamma_2 \kappa h} . \quad (107)$$

En portant (105) et (107) dans (101) et (102), il vient :

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{u}}_{\text{SH}}(\mathbf{M}, t) &= A(e^{-i \eta_1 \kappa z} + e^{i \eta_1 \kappa z}) e^{i \kappa (ct - x)} \mathbf{e}_y \\ &= 2A \cos(\eta_1 \kappa z) e^{i \kappa (ct - x)} \mathbf{e}_y ; & 0 < z < h\end{aligned} \quad (108)$$

$$\bar{\mathbf{u}}_{\text{SH}}(\mathbf{M}, t) = 2A \cos(\eta_1 \kappa h) e^{-\gamma_2 \kappa (z - h)} e^{i \kappa (ct - x)} \mathbf{e}_y ; \quad z > h . \quad (109)$$

L'équation (108) représente une onde stationnaire selon Oz et progressive selon Ox .

La figure 9 donne une représentation schématique du mouvement des particules du sol dans les demi-espace, au voisinage de l'interface, au passage d'une onde de Love.

Onde de Love

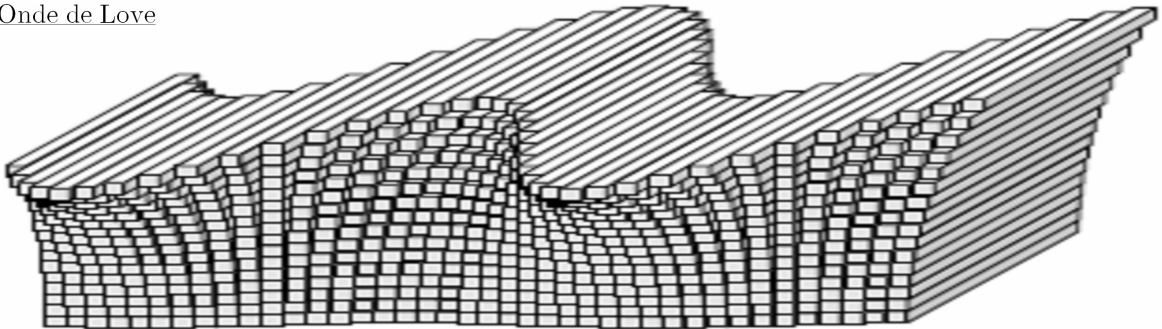


Figure 9. Représentation schématique du mouvement particulière du sol au passage d'une onde de Love.

En faisant maintenant le rapport des équations (106) et (107), on a :

$$\text{tg}(\eta_1 \kappa h) = \frac{\mu_2 \gamma_2}{\mu_1 \eta_1} . \quad (110)$$

Pour pouvoir établir une comparaison entre c et β_1 , supposons a priori que $\beta_1 > c$. Eu égard à (103), on peut écrire :

$$\eta_1^2 = -\left(1 - \frac{c^2}{\beta_1^2}\right) = -\gamma_1^2 ,$$

γ_1 étant une quantité alors positive. En prenant la racine carrée de cette dernière égalité, on a :

$$\eta_1 = \pm i\gamma_1 .$$

Étant donné que $\text{tg}(\pm i\xi) = \pm \text{th}\xi$, la relation (110) devient :

$$-\gamma_1 \text{th}(\gamma_1 \kappa h) = \frac{\mu_2}{\mu_1} \gamma_2 .$$

Comme γ_1 , γ_2 , μ_1 et μ_2 sont positifs, cette équation n'a pas de racine réelle puisque ses deux membres sont de signes opposés. Ainsi, η_1 est réel et donc $\beta_1 < c$; d'où :

$$\beta_1 < c < \beta_2 \quad (111)$$

signifiant que la vitesse de phase des ondes de cisaillement dans la couche doit être plus petite que celle dans le milieu semi-infini.

L'équation (110) ne se prête pas à une résolution analytique mais on peut en dégager certaines caractéristiques en suivant l'analyse faite par HUDSON [7]. Tout d'abord, réécrivons l'expression de η_1 dans (103) ainsi :

$$\eta_1 = \frac{c}{\beta_1} \sqrt{1 - \frac{\beta_1^2}{c^2}} = \frac{c}{\beta_1} \zeta ,$$

avec :

$$\zeta = \sqrt{1 - \frac{\beta_1^2}{c^2}} . \quad (112)$$

La quantité ζ est toujours positive car $\beta_1 < c$ et sa valeur maximale est, d'après (111) :

$$\zeta_{\max} = \sqrt{1 - \frac{\beta_1^2}{\beta_2^2}} .$$

Exprimons ensuite γ_2/η_1 en fonction de β_1 , β_2 et ζ :

$$\left(\frac{\gamma_2}{\eta_1}\right)^2 = \frac{c^2(1/c^2 - 1/\beta_2^2)}{c^2(1/\beta_1^2 - 1/c^2)} = \frac{\beta_1^2/c^2 - \beta_1^2/\beta_2^2}{1 - \beta_1^2/c^2} = \frac{1 - \beta_1^2/\beta_2^2}{\zeta^2} - 1 ;$$

pour avoir le dernier membre dans cette équation, on a ajouté puis retranché 1. Finalement :

$$\frac{\gamma_2}{\eta_1} = \sqrt{\frac{1 - \beta_1^2/\beta_2^2}{\zeta^2} - 1} .$$

En utilisant cette relation ainsi que (93), l'équation (110) devient :

$$\text{tg}\left(\frac{\omega h}{\beta_1} \zeta\right) = \frac{\mu_2}{\mu_1} \sqrt{\frac{1 - \beta_1^2/\beta_2^2}{\zeta^2} - 1} . \quad (110')$$

Dans cette équation, on suppose que les quantités h , β_1 , β_2 et μ_2/μ_1 sont fixées alors que ω est considéré comme un paramètre. La seule variable est donc ζ . Le premier membre de (110') est la fonction tangente qui admet une infinité de branches s'annulant lorsque :

$$\zeta = \frac{\beta_1}{\omega h} n\pi = \zeta_n$$

et tendant vers l'infini quand :

$$\zeta = \frac{\beta_1}{\omega h} (2m - 1) \frac{\pi}{2} = \zeta_m$$

où n et m sont des entiers naturels non nuls. Le second membre de (110') est une fonction décroissante avec ζ s'annulant en $\zeta = \zeta_{\max}$ et tendant vers $+\infty$ quand ζ tend vers 0 (figure 10). L'intersection de la courbe correspondante avec les branches de la fonction tangente détermine les racines cherchées de (110') et, de (112), les valeurs de c et donc celles de l'angle d'incidence, $i_1'' = \arcsin(\beta_1/c)$. Pour un angle d'incidence $i_1'' > i_c''$, les valeurs de ω réalisant (110') correspondent aux modes de propagation des ondes de Love dans le sol considéré.

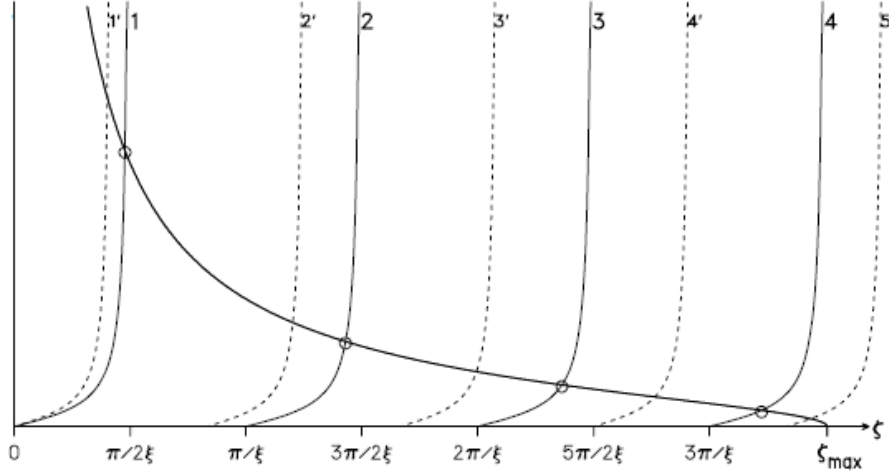


Figure 10. Résolution graphique de l'équation (110'). L'intersection des courbes en trait plein correspondent aux racines de cette équation définissant les modes de propagation des ondes de Love dans le sol considéré. Les branches en pointillés correspondent à une pulsation ω plus grande que celle relatives aux branches en trait plein.

Il est à noter que plus ω augmente, plus il y a de branches et donc de racines dans l'intervalle de définition de ζ . Il n'y a plus de racine lorsque $\zeta_1 > \zeta_{\max}$, ce qui correspond à une pulsation limite :

$$\omega_{\min} = \frac{\pi}{h\sqrt{1/\beta_1^2 - 1/\beta_2^2}} .$$

3.5.3. Ondes de Rayleigh

Comme il a été signalé plus haut, le système ondulatoire dans ce cas est une combinaison d'ondes P et SV. Le déplacement correspondant est obtenu à partir de (98) et (99) :

$$\bar{\mathbf{u}}(\mathbf{M}, t) = [A(\mathbf{e}_x - i\gamma_\alpha \mathbf{e}_z) e^{-\gamma_\alpha \kappa z} + B(i\gamma_\beta \mathbf{e}_x + \mathbf{e}_z) e^{-\gamma_\beta \kappa z}] e^{i\kappa(ct-x)}$$

où γ_δ est donné par (97). C'est une onde inhomogène se propageant selon l'axe Ox avec une vitesse de phase c . L'amplitude étant décroissante avec la profondeur z , γ_δ est un réel positif ce qui impose $c < \delta$, ou encore $c < \beta$.

Les conditions aux limites imposent la nullité des composantes σ_{xz} et σ_{zz} du vecteur contrainte en $z = 0$. Pour la première de ces composantes, il vient en considérant (59) pour le type d'onde P et (62) pour le type SV :

$$\sigma_{xz}|_{z=0} = [-2\mu A\gamma_\alpha \kappa + \mu B(-i\gamma_\beta^2 \kappa - i\kappa)] e^{i\kappa(ct-x)} = 0 ,$$

ou bien encore en utilisant (97) et en effectuant les simplifications nécessaires :

$$2\gamma_\alpha A + i\left(2 - \frac{c^2}{\beta^2}\right)B = 0 \quad (113) .$$

Pour la composante σ_{zz} , on obtient en considérant (61) pour le type d'onde P et (64) pour le type SV :

$$\sigma_{zz}|_{z=0} = [-i\lambda\kappa A + i(\lambda + 2\mu)A\gamma_\alpha^2\kappa - 2\mu B\gamma_\beta\kappa] e^{i\kappa(ct-x)} = 0 .$$

Cette égalité peut s'arranger autrement en tenant compte d'abord de (29) et (30) puis de (97) avec $\delta = \alpha$:

$$Ai\kappa\left[-\lambda + \mu\frac{\alpha^2}{\beta^2}\left(1 - \frac{c^2}{\alpha^2}\right)\right] - 2\mu B\gamma_\beta\kappa = i\kappa\mu\left(2 - \frac{c^2}{\beta^2}\right)A - 2\mu\gamma_\beta\kappa B = 0 ,$$

soit :

$$i\left(2 - \frac{c^2}{\beta^2}\right)A - 2\gamma_\beta B = 0 , \quad (114)$$

Le système formé par les équations (113) et (114) est homogène ; son déterminant doit être nul :

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2\gamma_\alpha & i(2 - c^2/\beta^2) \\ i(2 - c^2/\beta^2) & -2\gamma_\beta \end{vmatrix} = 0$$

d'où l'on déduit :

$$\left(2 - \frac{c^2}{\beta^2}\right)^2 - 4\gamma_\alpha\gamma_\beta = 0 . \quad (115)$$

Cette équation ne dépend pas de ω ; il s'ensuit que les racines c ne dépendent pas non plus de ω : il n'y a donc pas de dispersion lors de la propagation des ondes de Rayleigh.

Exprimons maintenant le vecteur déplacement en considérant pour le coefficient A son expression en fonction de B déduite de (113). On a pour la composante selon Ox :

$$\begin{aligned} \bar{u}_x &= \left[-\frac{i}{\gamma_\alpha}\left(1 - \frac{c^2}{2\beta^2}\right)B e^{-\gamma_\alpha\kappa z} + i\gamma_\beta B e^{-\gamma_\beta\kappa z}\right] e^{i\kappa(ct-x)} \\ &= \frac{i}{\gamma_\alpha}\left(1 - \frac{c^2}{2\beta^2}\right)B \left[-e^{-\gamma_\alpha\kappa z} + \frac{\gamma_\alpha\gamma_\beta}{1 - c^2/2\beta^2} e^{-\gamma_\beta\kappa z}\right] e^{i\kappa(ct-x)} . \end{aligned}$$

Comme, d'après (115) :

$$\gamma_\alpha\gamma_\beta = \frac{1}{4}\left(2 - \frac{c^2}{\beta^2}\right)^2 = \left(1 - \frac{c^2}{2\beta^2}\right)^2 ,$$

il vient :

$$\bar{u}_x = \frac{i\gamma_\beta}{1 - c^2/2\beta^2}B \left[-e^{-\gamma_\alpha\kappa z} + \left(1 - \frac{c^2}{2\beta^2}\right)e^{-\gamma_\beta\kappa z}\right] e^{i\kappa(ct-x)} . \quad (116)$$

Pour la composante du déplacement selon Oz , on a :

$$\begin{aligned} \bar{u}_z &= (-i\gamma_\alpha A e^{-\gamma_\alpha\kappa z} + B e^{-\gamma_\beta\kappa z}) e^{i\kappa(ct-x)} \\ &= \left(1 - \frac{c^2}{2\beta^2}\right)B \left[-e^{-\gamma_\alpha\kappa z} + \left(1 - \frac{c^2}{2\beta^2}\right)^{-1} e^{-\gamma_\beta\kappa z}\right] e^{i\kappa(ct-x)} \\ &= \frac{\gamma_\alpha\gamma_\beta}{1 - c^2/2\beta^2}B \left[-e^{-\gamma_\alpha\kappa z} + \left(1 - \frac{c^2}{2\beta^2}\right)^{-1} e^{-\gamma_\beta\kappa z}\right] e^{i\kappa(ct-x)} \end{aligned} \quad (117)$$

Afin de déterminer la trajectoire des particules au passage de l'onde, considérons les parties réelles de (116) et (117) :

$$u_x = QV(z) \sin(\omega t - \kappa x) \quad (118)$$

$$u_z = Q\gamma_\alpha W(z) \cos(\omega t - \kappa x) \quad (119)$$

avec :

$$Q = \frac{B\gamma_\beta}{1 - c^2/2\beta^2}$$

$$V(z) = e^{-\gamma_\alpha \kappa z} - \left(1 - \frac{c^2}{2\beta^2}\right) e^{-\gamma_\beta \kappa z}$$

$$W(z) = -e^{-\gamma_\alpha \kappa z} + \left(1 - \frac{c^2}{2\beta^2}\right)^{-1} e^{-\gamma_\beta \kappa z} .$$

En éliminant le temps entre les égalités (118) et (119), on a :

$$\frac{u_x^2}{Q^2 V^2(z)} + \frac{u_z^2}{Q^2 \gamma_\alpha^2 W^2(z)} = 1$$

qui est l'équation d'une ellipse contenue dans le plan vertical Oxz et dont les demi-grand axe $QV(z)$ et petit-axe $Q\gamma_\alpha W(z)$ diminuent exponentiellement en fonction de la profondeur z . Pour déterminer le sens de parcours de la trajectoire elliptique, considérons l'angle θ tel que (figure 11) :

$$\tan \theta = \frac{u_x}{u_z} = \frac{V(z) \sin(\omega t - \kappa x)}{\gamma_\alpha W(z) \cos(\omega t - \kappa x)} = \frac{V(z)}{\gamma_\alpha W(z)} \tan(\omega t - \kappa x) .$$

Cet angle varie au cours du temps. Il croît lorsque $V(z)/W(z) > 0$ est positif et décroît si $V(z)/W(z) < 0$. Le mouvement est alors rétrograde dans la première situation et direct dans la deuxième.

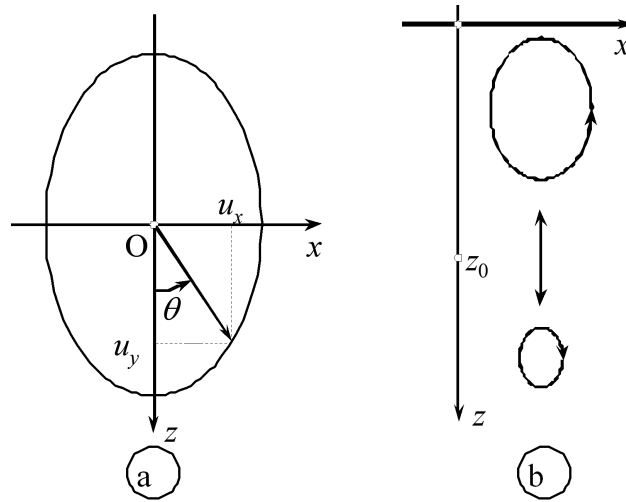


Figure 11. Trajectoire des particules du sol au passage d'une onde de Rayleigh (a), et sens de parcours en fonction de la profondeur z (b).

La fonction $W(z)$ est toujours positive car $(1 - c^2/2\beta^2)^{-1} > 1$ et $\gamma_\beta < \gamma_\alpha$. Par contre, la fonction $V(z)$ peut s'annuler ou prendre des valeurs positives ou négatives. En $z = 0$, V est positive. Au fur et à mesure que z augmente, le terme $e^{-\gamma_\alpha \kappa z}$ décroît plus rapidement que $e^{-\gamma_\beta \kappa z}$ puisque $\gamma_\beta < \gamma_\alpha$ et à partir d'une profondeur z_0 donnée, la fonction $V(z)$ s'annule puis change de signe. Cette profondeur particulière est obtenue en résolvant l'équation :

$$e^{(\gamma_\beta - \gamma_\alpha) \kappa z_0} = 1 - \frac{c^2}{2\beta^2} .$$

Comme $V(z_0) = 0$, on a aussi $u_x \equiv 0$: la trajectoire se réduit alors à un segment de droite vertical.

La figure 12 représente schématiquement le mouvement des particules du sol au passage d'une onde de Rayleigh.

Onde de Rayleigh

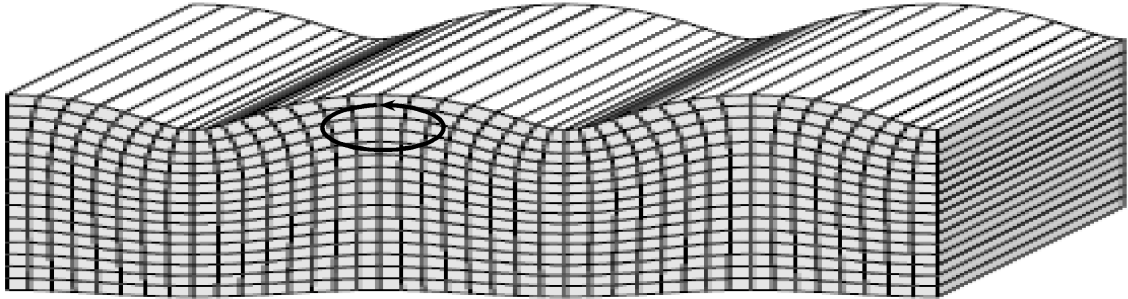


Figure 12. Représentation schématique du mouvement particulaire du sol au passage d'une onde de Rayleigh.

4. SOURCES SÉISMQUES

Lorsqu'un déséquilibre brusque de contrainte survient à l'intérieur ou à la surface du globe, suite à un phénomène quelconque, il se produit une déformation qui se propage dans le milieu terrestre sous forme d'ondes sismiques. La région, plus ou moins étendue, où la déformation a pris naissance constitue une source sismique. Les sources sismiques sont souvent classées en deux catégories selon leur caractère naturel ou artificiel. Ce critère permet de faire la distinction entre les séismes et les trémors, correspondant respectivement à des sources naturelles et des sources artificielles. Les séismes peuvent être d'origine tectonique ou volcanique, alors que les trémors sont dus à l'activité humaine. Les sources sismiques peuvent être aussi groupées en celles qui sont externes à la Terre solide et celles qui sont internes. Le tableau 2 énumère quelques sources sismiques communes, qui impliquent toutes des processus de grand intérêt pour les scientifiques.

Tableau 2. Exemples de sources d'ondes sismiques classées en sources internes et sources externes.

Sources internes naturelles	Sources externes	Sources mixtes naturelles
Séismes de failles Explosions enterrées Circulation hydrologique Mouvements de magma Effondrement des cavités internes	<i>Naturelles :</i> Vent Pression atmosphérique Vagues et les marées Avalanches Impact des météorites <i>Artificielles :</i> Bruit anthropique Lancement de roquettes Avions à réaction	Éruption volcanique Glissements des terrains

Nombreuses théories physiques et descriptions mathématiques ont été développées pour décrire ces types de sources. Dans le but de représenter mathématiquement les phénomènes physiques complexes associés, on détermine habituellement l'équivalent dynamique du

système de forces mises en jeu. En portant ensuite le nouveau système de forces idéalisé dans les équations newtoniennes du mouvement, on arrive à prévoir de façon satisfaisante les ondes résultantes.

Les sources externes sont souvent plus faciles à représenter mathématiquement que les sources internes. Dans la plupart des cas, les sources externes peuvent être traitées comme des tractions variables dans le temps et appliquées à la surface de la Terre, une traction étant une tension résultant d'une force appliquée à un élément de surface. Comme la traction varie avec le temps, un déséquilibre de tension est créé au voisinage de la source. Ce déséquilibre est rattrapé par les mouvements du milieu, qui se propagent à leur tour progressivement sous forme d'ondes sismiques.

Le système de forces internes peut être relativement simple, comme le système de forces à trois dipôles nécessaire pour représenter une explosion isotrope, ou complexe, comme la distribution spatiale des forces à double couple nécessaire pour représenter un grand séisme. Toutes les sources produisent des ondes de volume et des ondes de surface, mais l'excitation relative, les caractéristiques de fréquence et d'amplitude de ces ondes dépendent énormément du type de source et de l'historique de la force. Par exemple, les enregistrements sismiques des explosions nucléaires peuvent être habituellement discriminés des séismes naturels par leur très grande excitation des ondes P de fréquence élevée par rapport aux ondes de surface de fréquence inférieure.

4.1. Explosions

La grande majorité des sources sismiques importantes implique la formation de failles ou bien l'apparition de mouvements de cisaillement sur des surfaces à l'intérieur de la Terre. Les sources issues des explosions souterraines d'origine humaine sont des sources communes à larges échelles d'énergie. Les petites explosions sont utilisées dans les mines, les carrières, l'excavation des routes et les autres applications de construction ainsi que dans l'exploration des ressources naturelles et des études de la croûte terrestre. Les sources plus importantes comprennent des essais nucléaires souterrains, qui produisent des ondes assez puissantes pour être observées très loin sur la surface de la Terre. Les sources naturelles explosives ou implosives sont rares mais certaines d'entre elles peuvent se produire avec des transitions de phase minéralogiques métastables ou des processus magmatiques en profondeur. L'aspect le plus général qu'on associe intuitivement aux explosions souterraines est leur symétrie sphérique. Une explosion idéale n'implique aucune déformation de cisaillement à la source, et par conséquent aucune onde S ne peut être générée ou excitée par l'explosion. La détection éventuelle d'une onde S peut témoigner de l'écart de la symétrie de la source par rapport à une symétrie sphérique, et de la conversion d'une onde P ou SV en onde SH par les hétérogénéités des structures souterraines.

Considérons une explosion qui a lieu à l'intérieur du Globe. Elle peut être idéalisée par l'application d'une impulsion de pression à l'intérieur d'une petite cavité à symétrie sphérique. Cette cavité peut être par l'explosion elle-même par fusion, vaporisation et déformation des roches avoisinantes. Une explosion nucléaire souterraine peut produire une cavité dans la roche préexistante d'un kilomètre de diamètre. Néanmoins, quel que soit le processus non linéaire qui a eu lieu immédiatement après la libération de l'énergie, la théorie infinitésimale d'élasticité est valable au delà d'un rayon r_e dit *rayon élastique*. L'évolution temporelle de la force de pression effective lors de l'explosion peut varier d'une impulsion où la pression chute rapidement à sa valeur initiale, à une marche où des tensions produites dans le milieu distordu inélastiquement demeurent sous forme d'une pression permanente effective. Les explosions nucléaires impliquent souvent une combinaison de ces effets. Le rayon élastique d'une explosion nucléaire souterraine peut être égal à plus d'un kilomètre.

Au-delà du rayon élastique, l'équation de mouvement se réduit à une équation d'onde à une dimension :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} - \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -4\pi F(t) \delta(r - r_e)$$

où $\phi = \phi(r, t)$ est le potentiel de déplacement de l'onde P et $F(t)$ la force effective appliquée sur le rayon élastique. La solution de cette équation est de la forme :

$$\phi(r, t) = -\frac{F(t - r/\alpha)}{r}.$$

L'explosion ayant eu lieu à l'instant $t = 0$, la quantité r/α représente l'instant où la perturbation est arrivée à la distance r . Le champs de déplacement $u(r, t)$ est à symétrie sphérique et vaut :

$$u(r, t) = \frac{\partial \phi(r, t)}{\partial r} = \frac{1}{r^2} F(t - r/\alpha) + \frac{1}{r\alpha} \frac{\partial F(\tau)}{\partial \tau} \quad (120)$$

où $\tau = t - r/\alpha$. Dans le dernier membre de cette équation, le terme en $1/r^2$ représente des déplacements qui sont directement proportionnels à la force effective et décroissant rapidement en fonction de la distance r à la source. Ce terme est dit terme de champ proche. Le second terme, proportionnel à la dérivée temporelle du potentiel, décroît plus lentement et domine en conséquence à grande distance. Il est dit terme de champ lointain. Un échelon de la pression effective à la source engendre ainsi une déformation statique permanente du milieu à une distance voisine de r_e et un mouvement impulsif du sol plus loin. C'est ce dernier type de mouvement que l'on rencontre dans le cas d'autres sources lointaines.

Une explosion peut être modélisée par trois dipôles de forces mutuellement perpendiculaires où les paires de forces agissent le long d'une même direction, dans des sens opposés. Chaque couple de force est caractérisé par son moment $M(t) = f\delta\xi$ où f est l'intensité des forces et $\delta\xi$ est la distance entre les points d'application de ces forces. Pour la source explosive, l'histoire temporelle de $F(t)$ est reliée au moment $M(t)$ par [réf] :

$$M(t) = -4\pi\rho\alpha^2 F(t)$$

où $F(t)$ est défini maintenant en termes de force par unité de masse. Ainsi, une source explosive peut être représentée par les forces de volume équivalentes qui produisent les mêmes mouvements.

4.2. Sources sismiques impliquant le cisaillement des failles

Contrairement à une explosion souterraine, la plupart des sources sismiques manquent de symétrie sphérique. Par exemple, la formation des failles implique une dislocation de cisaillement sur une surface plane qui n'est certainement pas symétrique sphériquement mais pouvant admettre une certaine symétrie d'ordre inférieur. Les ondes déployées sont influencées par la distribution de la traction au voisinage de la source et par conséquent transmettent l'asymétrie à des endroits éloignés. Ce qui conduit au concept du modèle de radiation, qui est une description géométrique de l'amplitude et du sens du mouvement initial distribués sur les fronts d'ondes P et S à proximité de la source. La symétrie d'ordre inférieur caractérisant les dislocations de cisaillement fournit des relations prévisibles entre le modèle de rayonnement de l'onde détectable et l'orientation du plan de la faille, ce qui permet la détermination à distance du processus de formation de la faille.

Le développement des systèmes de forces équivalents pour les séismes naturels exige une compréhension de base des processus associés. Historiquement, la rupture du sol et les failles de surface associées à des vibrations de la Terre ont souvent été observées, mais dans bien de cas, aucune rupture de surface ne peut être associée à un séisme, mettant les

observateurs en confusion quant à la détermination de la cause et de l'effet du phénomène. Il a été difficile d'appliquer n'importe quelle méthode pour étudier les séismes à cause de la base de données limitée des observations. Il a fallu attendre le séisme de San Francisco en 1906 pour qu'une théorie causale reliant les deux phénomènes soit clairement énoncée. REID [Réf] a soigneusement étudié les mouvements permanents et bien exposés du sol qui se sont produits au moment de ce séisme. Les déformations horizontales dans le voisinage de la faille de San Andreas ont montré une simple symétrie qui a amené l'auteur à formuler la théorie du rebond élastique des tremblements de terre. Cette théorie, en partie empirique et intuitive, souligne que les tensions endurées par la croûte terrestre, résultant généralement de grands mouvements de cisaillement de la croûte à l'échelle régionale, provoquent l'accumulation de contrainte dans les environs immédiats des failles. Ces failles sont des ruptures quasi planes de roches à travers lesquelles des déplacements ultérieurs relativement faibles ont eu lieu. Lorsque la contrainte accumulée atteint un seuil imposé par les propriétés des matériaux constituant la roche et la surface de la faille, un brusque fractionnement ou glissement se produit, libérant l'énergie de la tension accumulée. La plupart de l'énergie délivrée est consommée par la rupture des roches sous forme de chaleur, mais une portion est convertie en ondes sismiques qui se propagent de la zone de la faille, communiquant la perturbation aux régions lointaines du milieu. Tant que la faille est active, la déformation régionale peut conduire à plusieurs cycles d'accumulation de contrainte et de libération d'énergie.

4.3. Bruit de fond sismique

Une source de bruit de fond sismique est toute sollicitation, autre qu'un séisme, capable de générer des vibrations mécaniques dans le sol. Ces sources peuvent être de natures diverses et variées. On peut citer par exemple : les marées, l'impact des vagues sur les rivages, l'écoulement de l'eau d'une rivière ou d'un torrent, la pluie, les arbres ou les immeubles vibrant sous l'effet du vent, les machines des usines, le roulement des trains et des voitures, etc. Ces sources peuvent être classées en différentes catégories. Si on s'intéresse à leur nature, un critère simple permet d'établir une telle classification : leur caractère naturel ou anthropique. Ce critère permet de faire une distinction entre les microséismes et les microtrémors. Par ailleurs, suite aux études effectuées par GUTENBERG [9], ASTEN [10] et ASTEN et HENSTRIDGE [11], les sources sismiques peuvent être classées également par le domaine de fréquence où elles émettent :

- les basses fréquences : elles sont définies par les fréquences inférieures à 1 Hz. Les sources responsables de ce bruit sont naturelles, comme les océans et les conditions météorologiques à grande échelle ;
- les fréquences intermédiaires : c'est le domaine de fréquences compris entre 1 Hz et 5 Hz. Les sources qui génèrent le bruit dans cette gamme peuvent être naturelles comme les conditions météorologiques locales ou anthropiques comme les sources de bruit urbain ;
- les hautes fréquences : elles correspondent aux fréquences supérieures à 5 Hz. Elles sont spécifiques aux sources humaines.

FRANTTI [12] a mis en évidence, en 1963, que le bruit sismique change de comportement vers 1 Hz. Des mesures sur 48 sites différents aux États Unis et au Canada dans des conditions différentes de sol, de localité et de temps ont permis de montrer que la vitesse particulière diminue en amplitude quasi linéairement en fonction de la fréquence et présente ensuite une amplitude presque constante (palier) vers les plus hautes fréquences. En 1993, YAMANAKA *et al.* [13] ont effectué des mesures du bruit sismique à l'université de Los Angeles pendant une semaine, à une raison de 10 minutes toutes les deux heures. Ils ont ensuite visualisé les variations temporelles de l'amplitude spectrale de la composante horizontale de ce bruit pour

les deux fréquences 3.3 Hz ($T = 0.3$ s) et 0.15 Hz, correspondant respectivement à des périodes de 0.3 et 6.5 s, en même temps que les variations de la hauteur des vagues pour des périodes de 12 à 14 s dans la station Begg Rock en Californie, à une centaine de kilomètres au sud-est des côtes de Los Angeles. Les résultats qu'ils ont obtenus sont représentés à la figure 13. Les résultats ont permis de constater que le bruit de haute fréquence est corrélé à l'activité humaine alors que le bruit basse fréquence est corrélé à la hauteur des vagues de l'Océan Pacifique, c'est-à-dire, aux conditions météorologiques à grande échelle. Ces constatations montrent que le bruit sismique se comporte différemment dans le domaine fréquentiel selon son origine naturelle ou anthropique.

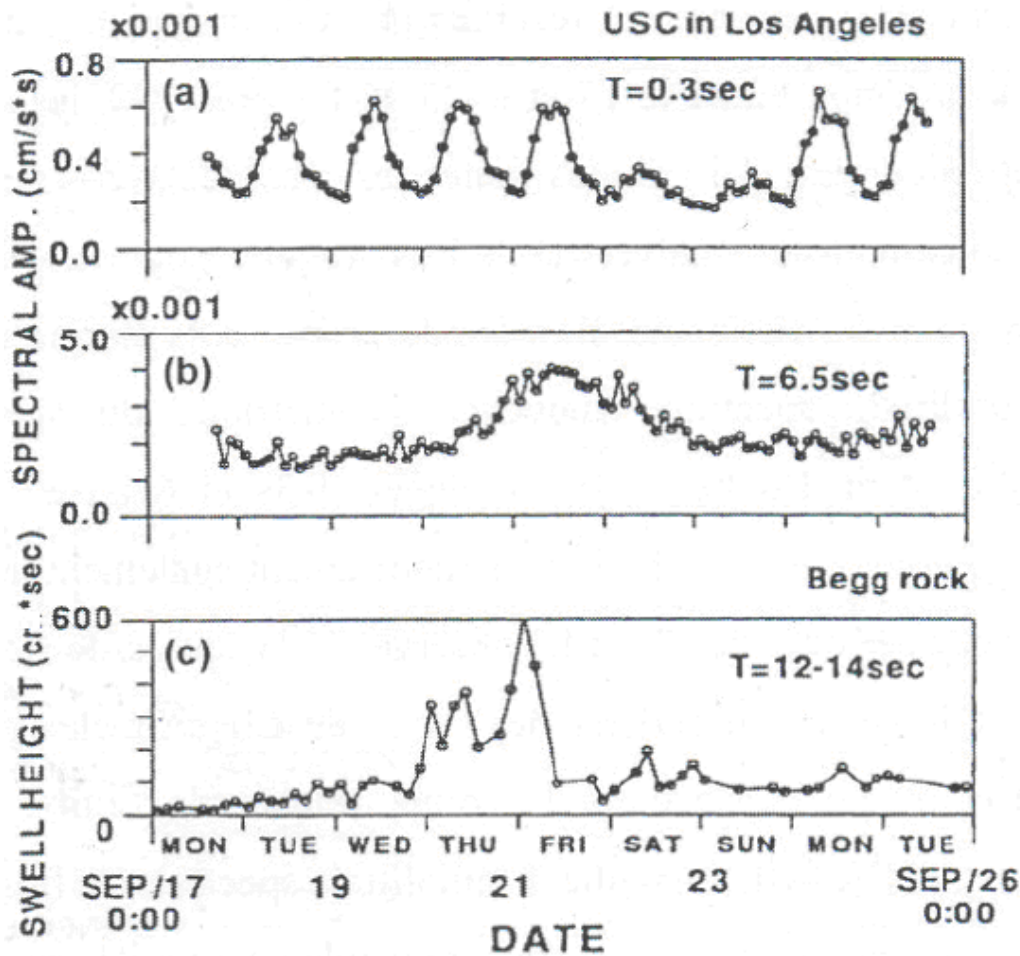


Figure 13. Variations temporelles de l'amplitude spectrale de la composante horizontale du bruit de fond sismique enregistré l'université de Los Angeles pour les fréquences 3.3 Hz et 0.15 Hz et sa corrélation avec la hauteur des vagues, en même temps, sur la côte de l'Océan Pacifique [13].

KANAI et TANAKA [14] ont mesuré les variations temporelles de l'amplitude maximale du bruit pendant 24 heures sur des enregistrements continus à Tokyo. Mais leur étude s'est restreinte aux courtes périodes, la période propre de leur sismomètre étant de 1 s. Ils ont parvenu à montrer que durant la journée, l'amplitude maximale du bruit sismique est de l'ordre d'un demi-micromètre alors qu'elle chute pendant la nuit à l'ordre d'un dixième de micromètre. Cela a mis en évidence la relation qui existe entre l'amplitude du bruit de fond sismique pour les fréquences supérieures à 1 Hz et l'activité humaine. Par contre, HAUBRICH *et al.* [15] et AKAMATSU *et al.* [16] se sont intéressés aux basses fréquences du bruit sismique. Ils ont mis en évidence une bonne corrélation entre l'amplitude des microséismes et l'amplitude des vagues. Un autre moyen qui a donné un nouvel élan à la compréhension du bruit de fond sismique est la méthode du réseau dont les techniques ont été développées

depuis la moitié du siècle dernier. Les données du réseau LASA dans le Montana, aux États-Unis, ont servi en 1968 à étudier la direction de propagation du bruit par TOKSOZ *et al.* [17]. Ces derniers ont appliqué une analyse en fréquence-nombre d'onde (F-K) et ont pu localiser deux sources de bruit basse fréquence (0.2-0.6 Hz), en l'occurrence l'Océan Pacifique et la Mer de Labrador. La même technique d'analyse a été utilisée par HORIKE [18] à Osaka au Japon. Il a montré que les sources de bruit basse fréquence (0.68-0.8 Hz) sont les vagues sur le rivage le long de la baie d'Osaka, alors que le trafic urbain de cette ville constitue par prédilection la source de bruit haute fréquence (1.4-1.7 Hz). Il en est de même pour les travaux de SATOH *et al.* en 2001 [19]. Ces derniers ont analysé les signaux de la composante verticale des enregistrements du bruit sismique collecté pendant la nuit dans le bassin de Sendai (Japon) avec la méthode F-K. Ils sont parvenus à attribuer le bruit basse fréquence à l'Océan Pacifique (0.55-0.90 Hz), alors qu'à haute fréquence (1.20-2.00 Hz), le bruit provient de la ville de Sendai.

L'ensemble de ces travaux ont affirmé que le bruit sismique se comporte différemment dans les domaines temporel et fréquentiel selon l'une de ses deux origines distinctes :

- bruit naturel : son amplitude est corrélée aux conditions météorologiques et océaniques à grande échelle pour les fréquences inférieures à 0.5 Hz, alors qu'il est dû au vent et aux conditions météorologiques locales ou régionales pour les fréquences voisines de 1 Hz ;
- bruit anthropique : son amplitude admet une variation journalière et hebdomadaire. Il est essentiellement dû à l'activité humaine et sa fréquence est supérieure à 1 Hz.

Une limite moyenne, d'environ 1 Hz, apparaît entre les domaines fréquentiels où ces deux types de sources émettent. Mais d'après SEO [20], cette limite n'est pas aussi franche qu'on puisse l'affirmer. Il a prouvé qu'elle peut être décalée vers les basses fréquences pour les sols mous comme le cas du bassin de Mexico au Mexique. Il a effectué deux enregistrements de bruit de fond sismique en continu sur deux sites différents de cette ville. L'un des deux sites est sédimentaire (SCT) alors que l'autre est sur le rocher (UNAM). Pour le site sédimentaire, la figure 14 permet de constater une variation journalière et hebdomadaire de l'amplitude dans le domaine temporel ainsi que dans le domaine fréquentiel sur toute la gamme de fréquence. Tandis que pour le site au rocher, on observe aussi une variation d'amplitude mais qui n'apparaît que pour les fréquences supérieures à 1 Hz et qui n'est pas corrélée à l'alternance du jour et de la nuit. La conclusion que l'auteur a dégagé de cette étude est que l'amplitude du bruit anthropique est largement supérieure à celle du bruit naturel dans le bassin mou de Mexico, et que le bruit dû à l'activité humaine existe même pour les fréquences largement inférieures à 1 Hz (aux environs de 0.1 Hz).

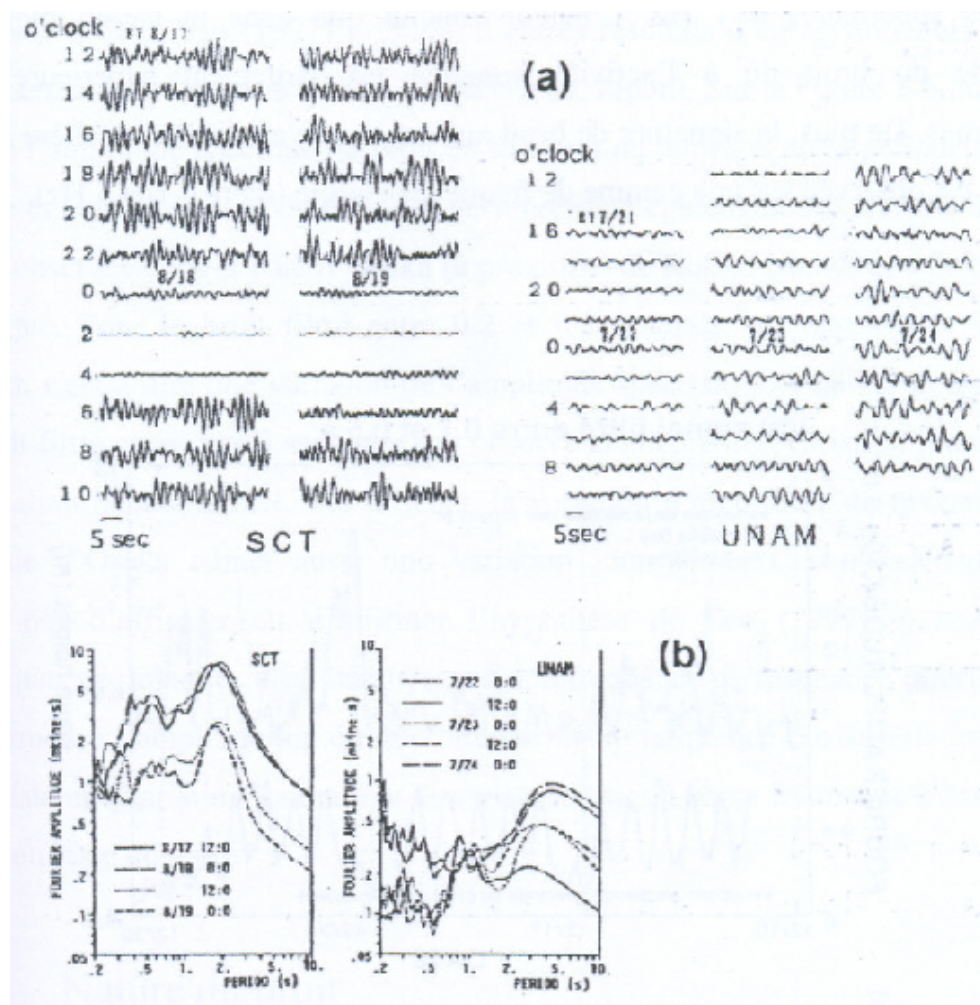


Figure 14. Visualisation dans le domaine temporel (a) et dans le domaine fréquentiel (b) du bruit de fond sismique enregistré en continu sur deux sites différents de la ville de Mexico : un site sédimentaire (SCT) et un site rocheux (UNAM) [20].

SEO a présenté, dans le même article, des résultats d'enregistrements continus du bruit de fond sismique pendant trois semaines à Rokko Islande (Kobé, Japan). Une représentation simultanée à la figure 15 de l'amplitude spectrale du bruit et de la hauteur des vagues en fonction du temps permet de constater que le bruit haute fréquence, filtré entre 2 Hz et 5 Hz, est caractérisé par une variation journalière et hebdomadaire. Tandis que le bruit filtré entre 0.3 Hz et 1 Hz, qui comprend aussi les traces d'une variation journalière et non pas hebdomadaire, est assez corrélé aux variations de la hauteur des vagues à Sakihama sur la côte pacifique, il est faiblement corrélé à celles dans la baie d'Osaka, à proximité de Rokko Islande. En retrouve de nouveau la lien ferme entre le microtrémor et l'activité humaine d'une part, et l'influence des variations atmosphérique à grande échelle sur le microséisme d'autre part.

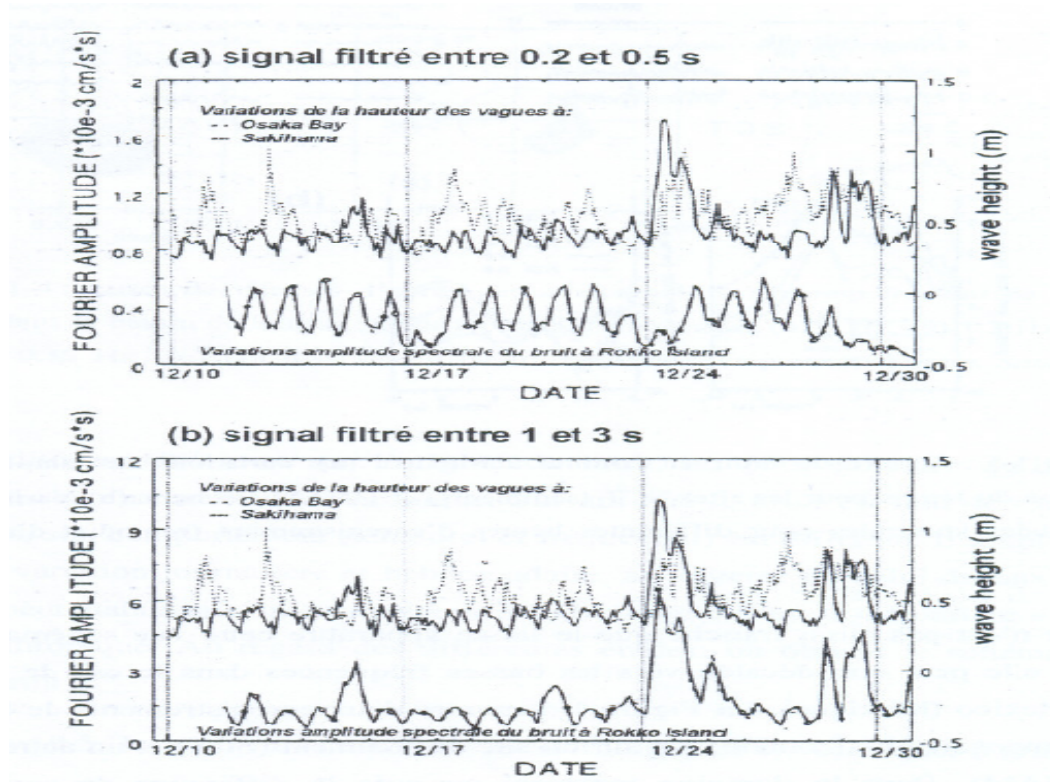


Figure 15. Représentation, en fonction du temps, de l'amplitude spectrale du bruit enregistré en continu pendant trois semaines à Rokko Islande (Kobé, Japan) et de la hauteur des vagues. En (a), le bruit sismique est filtré entre 2 Hz et 5 Hz. En (b), le bruit sismique est filtré entre 1 Hz et 3.3 Hz [20].

4. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons rappelé certaines notions de la théorie de l'élasticité, en particulier celles de contrainte et de déformation, ainsi que la loi de Hooke reliant ces deux grandeurs dans le domaine élastique. L'application de la relation fondamentale de la dynamique à un élément du sol permet d'obtenir les équations des ondes de volume P et S pour un milieu linéaire, homogène et isotrope. Les ondes P et S sont respectivement caractérisées par une polarisation longitudinale et une polarisation transversale; la vitesse de phase de l'onde P est supérieure à celle de l'onde S. Nous avons ensuite abordé l'étude de l'interaction des ondes de volume avec une interface ce qui a conduit à l'expression des coefficients de réflexion et de transmission en fonction des caractéristiques des couches situées de part et d'autre de l'interface. L'interaction avec une surface libre donne naissance à deux types d'ondes de surface désignées par R et L. Les ondes R, dite de Rayleigh ont une polarisation elliptique dans le plan d'incidence de l'onde de volume incidente alors que les ondes L, dites de Love, sont polarisées transversalement. Le chapitre se termine par une revue des caractéristiques de quelques types de sources sismiques tels que les explosions, les sources sismiques impliquant le cisaillement des failles et le bruit de fond sismique.

5. BIBLIOGRAPHIE

- [1] T. LAY et T. C. WALLACE, *Modern global seismology*, International geophysics series, Elsevier, 1995.
- [2] L. E. MALVERN, *Introduction to the mechanics of a continuous medium*, Printice-Hall, New Jersey, 1969.

- [3] W. PILANT, *Elastic waves in the Earth*, Elsevier, Amsterdam 1979.
 - [4] K. AKI et P. RICHARDS, *Quantitative seismology*, vol. I, Freeman, San Francisco, 1980.
 - [5] A. BEN-MENACHEM et S. SINGH, *Seismic waves and sources*, Springer, Berlin, 1981.
 - [6] J. PUJOL, *Elastic wave propagation and generation in seismology*, Cambridge University Press, Cambridge, 2003.
 - [7] J. HUDSON, *The excitation and propagation of elastic waves*, Cambridge University Press, Cambridge, 1980.
 - [8] H. F. REID, *Science* **27** (1908) 74.
 - [9] B. GUTENBERG, *Microseisms. Advan. Geophys.* **5** (1958) 53.
 - [10] M. W. ASTEN, *Bulletin of the Seismological Society of America* **68** (1978) 1623.
 - [11] M. W. ASTEN et J. D. HENSTRIDGE, *Geophysics* **49** (1984) 1828.
 - [12] G. FRANTTI, *Geophysics* **28** (1963) 547.
 - [13] H. YAMANAKA, M. DRAVINSKI et H. KAGAMI, *Bulletin of the Seismological Society of America* **83** (1993) 1695.
 - [14] K. KANAI et T. TANAKA, *Bulletin of the Earthquake Research Institute*, **39** (1961) 97.
 - [15] R. A. HAUBRICH, W. H. MUNK et F. E. SNODGRASS, *Bulletin of the Seismological Society of America* **35** (1963) 27.
 - [16] J. AKAMATSU, M. FUJITA et K. NISHIMURA, *Journal of Physics of the Earth* **40** (1992) 137.
 - [17] M. N. TOKSÖZ et R. T. LACOSS, *Science* **159** (1968) 872.
 - [18] M. HORIKE, *Journal of Physics of the Earth* **33** (1985) 59.
 - [19] T. SATOH, H. KAWASE et M. SHIN'ICHI, *Bulletin of the Seismological Society of America* **91** (2001) 206.
 - [20] K. SEO, Comparison of measured microtremors with damage distribution, in JICA, Research and Development Project on Earthquake Disaster Prevention, 1997.
-

CONCEPTION ET RÉALISATION D'UNE CHAÎNE PORTABLE D'ACQUISITION ET DE TRAITEMENT DES SIGNAUX SÉISMQUES

1. INTRODUCTION

Le progrès technologique croissant des systèmes programmables miniatures conjugué à l'avènement de langages de programmation évolués ont un impact considérable sur les dispositifs et les logiciels utilisés dans le domaine de l'acquisition et du traitement des signaux. Ce progrès a été mis à profit pour la conception et la réalisation, au sein de notre laboratoire, d'une chaîne portable d'acquisition et de traitement des signaux sismiques. Les principales caractéristiques recherchées ont été la portabilité, une faible consommation d'énergie ainsi que la convivialité. En effet, le travail sur le terrain nécessite un système d'acquisition portable pourvu d'une autonomie convenablement suffisante et d'une interface utilisateur commode. Hormis la carte d'acquisition programmable miniature de type PCMCIA, et pour des raisons purement économiques, l'ensemble des modules électroniques accomplissant le conditionnement du signal ont été réalisés autour d'un circuit intégré disponible sur le marché. Par ailleurs, le logiciel LabVIEW (*Laboratory Virtual Instrumentation Engineering Workbench*) de National Instruments a été utilisé comme plateforme de développement d'algorithmes pour le traitement numérique des signaux. Il dispose d'une bibliothèque d'instruments virtuels (*Virtual Instruments*, VIs) constituant les interfaces de sous-programmes qui peuvent, entre autres, exécuter les fonctions et les commandes élémentaires utilisées en traitement du signal. Ces instruments virtuels offrent une utilisation aisée et conviviale et permettent un développement d'applications rapide et efficace. Pour ces raisons, LabVIEW est couramment utilisé dans l'acquisition de données, le contrôle d'instruments et l'automatisation industrielle sur une variété d'environnements comme Microsoft Windows.

2. CONCEPTION DE LA CHAÎNE D'ACQUISITION ET DE TRAITEMENT [1]

Au passage d'une onde sismique, les particules du sol effectuent un mouvement à trois dimensions conventionnellement orientées selon la direction verticale, la direction nord-sud, ou longitudinale, et la direction est-ouest ou transversale. Les grandeurs position, vitesse ou accélération peuvent être détectées par un sismomètre à trois composantes et traduites en trois signaux électriques proportionnels chacun à la grandeur physique au sol selon les trois directions correspondantes. Le sismomètre 3C que nous utilisons est un sismomètre de type L-4-3D de Mark Products, constitué de trois sondes de vitesse identiques. Chacune d'elles est disposée suivant l'une des trois directions de l'espace susmentionnées. La figure 1 montre une photographie du sismomètre. On y distingue les trois sondes disposées orthogonalement l'une par rapport à l'autre et reliées électriquement au connecteur situé sur le couvercle. Sur ce dernier est gravée, près du poignet, une flèche qui doit pointer vers le nord géographique lors de l'installation du sismomètre. Un niveau à bulle d'air permet en outre de placer l'appareil

en position horizontale. Le tableau 1 résume les principales caractéristiques mécaniques et électriques du séismomètre.

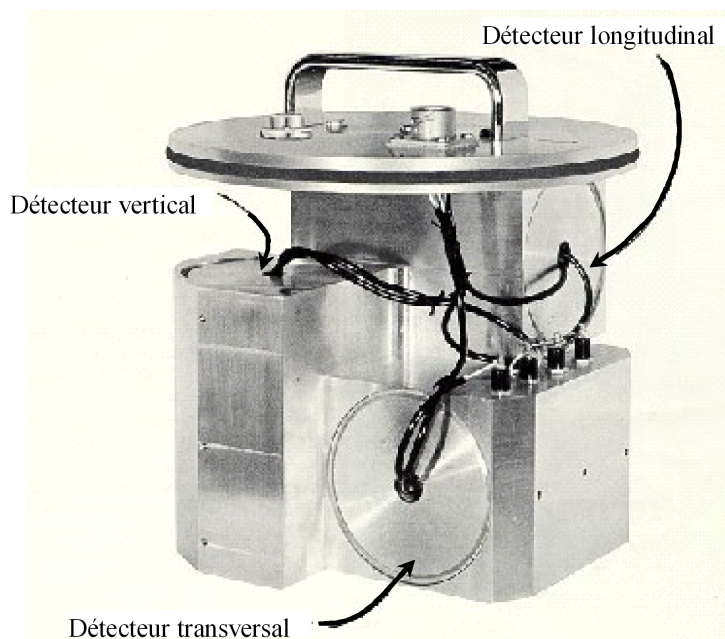


Figure 1. Séismomètre L-4-3D de Mark Products, démonté de son coffret cylindrique.

Tableau 1. Caractéristiques mécaniques et électriques du séismomètre trois composants L-4-3D.

	Sonde V	Sonde L	Sonde T
N° de référence	2950	2951	2952
Résistance de la bobine de couplage (Ω)	5500	5500	5500
Fréquence propre (Hz)	2.0	2.0	2.0
Sensibilité (V/m/s)	270	270	270
Résistance de la bobine de calibration (Ω)	8.7	6.3	6.4
Masse mobile (g)	515.2	513.0	512.3
Masse totale (kg)	12		
Constante de calibration (N/A)	3.95×10^{-4}	4.62×10^{-4}	4.45×10^{-4}

Les signaux analogiques recueillis via la sonde sont d'un niveau de tension et d'une étendue spectrale variables. Selon l'application, un traitement analogique en amont de la numérisation est souvent nécessaire. Pour ce faire, le conditionnement est effectué par un module de mise en forme du signal constitué d'un amplificateur et d'un filtre. L'amplificateur doit être d'une impédance d'entrée assez élevée pour ne pas trop charger la sonde. Il a été choisi de type différentiel à taux de réjection en mode commun (TRMC) élevé pour atténuer les parasites qui s'accrochent éventuellement à la liaison galvanique sonde-amplificateur. En outre, nous avons opté pour un gain variable afin d'augmenter l'amplitude des signaux jusqu'à

un niveau convenable en vue de leur numérisation. Le filtre est de type passe-bas et d'un ordre approprié pour accomplir la fonction anti-repliement du spectre. Il est à noter que pour notre étude, l'intérêt est porté plus particulièrement aux fréquences contenues dans l'intervalle $[0.1, 20]$ Hz correspondant approximativement aux fréquences de résonance des sols jusqu'aux fréquences des signaux générés par les explosions de carrières en passant par celles des événements sismiques. Le module de conditionnement du signal a été réalisé avec des composants électroniques actifs dont la technologie est de type CMOS, ce qui a permis la réduction du volume de l'alimentation.

La numérisation des signaux analogiques s'opère grâce à une carte d'acquisition analogique-numérique reliée à un ordinateur portable par le biais du port PCMCIA. La carte effectue successivement les opérations de multiplexage, d'échantillonnage-blocage, puis de conversion et enfin de stockage provisoire. Les données sont ensuite transférées à la mémoire de masse de l'ordinateur où elles sont enregistrées. La fréquence d'échantillonnage peut être étendue jusqu'à une centaine de kilohertz.

Le programme gérant l'acquisition et le traitement des signaux stockés est établi sous la plateforme LabView.

Le schéma synoptique décrivant les différents éléments de la chaîne d'acquisition et du traitement du signal est représenté sur la figure 2.

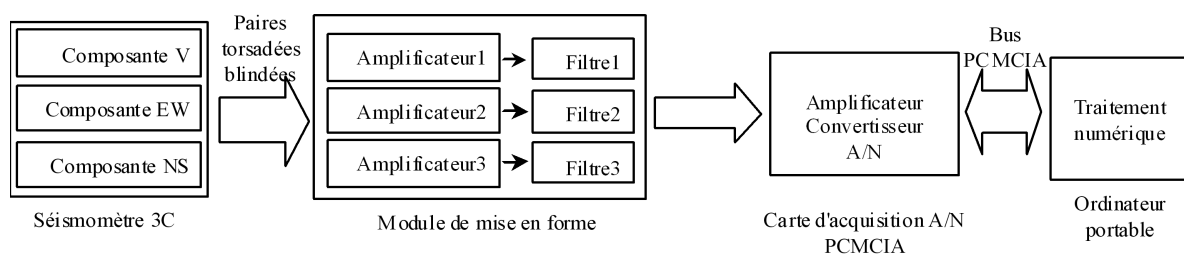


Figure 2. Schéma synoptique de la chaîne d'acquisition et de traitement des signaux sismiques.

3. RÉALISATION DE LA CHAÎNE D'ACQUISITION ET DE TRAITEMENT

La chaîne d'acquisition présente deux aspects principaux complémentaires [2], un premier matériel et l'autre logiciel. L'aspect matériel porte sur les modules ou les éléments matériels mis en jeu pour la réalisation de la chaîne destinée à l'acquisition du signal sismique. L'aspect logiciel englobe tout programme ou pilote pouvant communiquer avec le matériel ou exploiter ses ressources pour traiter les signaux reçus et en extraire les informations utiles. Nous développons dans ce qui suit chacun de ces deux aspects en décrivant les caractéristiques des éléments qui les constituent.

3.1. Aspect matériel

La chaîne d'acquisition est constituée d'une succession de dispositifs qui prennent en charge de manière séquentielle les signaux sismiques : le capteur, le module de conditionnement, la carte d'acquisition analogique-numérique (A/N) et l'ordinateur.

3.1.1. Capteur 'séismomètre vertical'

Un séismomètre est généralement constitué par l'association de deux systèmes : un système mécanique ou inertiel et un système transducteur. Le premier système est formé par une masse mobile m couplée, par le biais d'un ressort de constante de raideur k , à un

bâti solidaire du sol et un dispositif d'amortissement fluide de coefficient de frottement α . Le second système fournit un signal électrique correspondant au mouvement relatif de la masse m par rapport au bâti.

3.1.1.1. Système mécanique

Le mouvement d'entraînement du bâti lié au sol confère à la masse m un mouvement relatif grâce à son inertie. Afin de pouvoir mettre en équation ce dernier mouvement, considérons un référentiel géocentrique $R_0(T, X, Y, Z)$ supposé galiléen, l'axe TZ étant, au niveau du sol, vertical ascendant. Une particule du sol en mouvement possède dans ce référentiel une position $\mathbf{r}_s(X, Y, Z)$. Attachons ensuite au bâti du séismomètre lié au sol un référentiel $R(O, x, y, z)$ d'axe Oz également vertical ascendant. Dans ce dernier référentiel, la masse m est repérée par le vecteur position $\mathbf{r}(x, y, z)$. Dans un premier temps, nous nous intéressons à la composante verticale du mouvement du sol. La masse m est alors assujettie à un déplacement selon l'axe TZ , dirigé par le vecteur $\mathbf{e}_z$, et le ressort de couplage est disposé verticalement (figure 3).

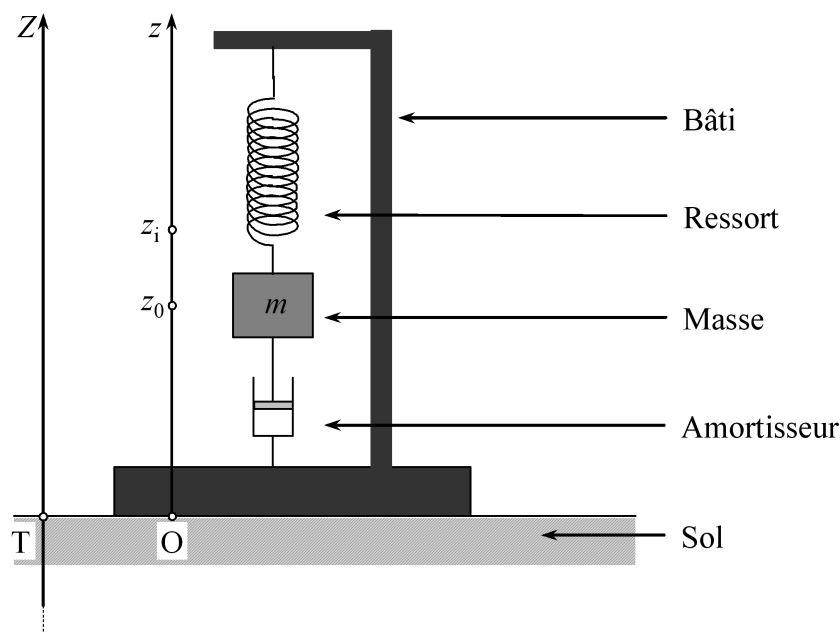


Figure 3. Schéma de principe d'un séismomètre vertical.

Dans le référentiel R , la masse est soumise aux forces suivantes :

- le poids $\mathbf{P} = -mg\mathbf{e}_z$;
- la force de rappel élastique $\mathbf{F}_r = k(z_i - z)\mathbf{e}_z$, z_i étant la cote de l'extrémité libre du ressort avant la fixation de la masse m ;
- la force de frottement visqueux $\mathbf{F}_f = -\alpha\dot{z}(t)\mathbf{e}_z$;
- la force d'inertie d'entraînement $\mathbf{F}_e = -m\ddot{Z}(t)\mathbf{e}_z$, Z étant l'abscisse de l'origine O dans le référentiel R_0 .

La relation fondamentale de la dynamique appliquée au mouvement de la masse dans R s'exprime en projection sur l'axe vertical :

$$m\ddot{z} = -mg + k(z_i - z) - \alpha\dot{z} - m\ddot{Z} .$$

En l'absence de tout mouvement, la masse se trouve à l'équilibre à l'abscisse z_0 telle que $-mg + k(z_i - z_0) = 0$, soit :

$$z_0 = z_i - \frac{mg}{k} .$$

Introduisons maintenant la variable $\zeta = z - z_0$ représentant l'écart par rapport à cette position. Il vient :

$$m\ddot{\zeta} = -k\zeta - \alpha\dot{\zeta} - m\ddot{Z} ,$$

ou bien encore :

$$m\ddot{\zeta} + \alpha\dot{\zeta} + k\zeta = -m\ddot{Z} . \quad (1)$$

En introduisant les quantités :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{et} \quad \beta = \frac{\alpha}{2m\omega_0} \quad (2)$$

représentant respectivement la pulsation propre du système mécanique et sa constante d'amortissement, la dernière équation devient :

$$\ddot{\zeta} + 2\beta\omega_0\dot{\zeta} + \omega_0^2\zeta = -\ddot{Z} . \quad (3)$$

La solution générale de cette équation différentielle est la somme d'une solution sans second membre correspondant au régime libre et une solution particulière traduisant le régime forcé. Avant d'aborder ces solutions, nous allons d'abord décrire le transducteur car le mouvement de la masse dépend en outre des caractéristiques de celui-ci ainsi que de l'impédance d'entrée du circuit de conditionnement.

3.1.1.2. Transducteur

Le transducteur du séismomètre que nous avons utilisé repose sur l'effet d'induction magnétique. Il est équipé d'une bobine liée à la masse m , assujettie à se déplacer dans l'entrefer d'un aimant permanent solidaire du bâti où règne un champ magnétique $\mathbf{B}$ uniforme et à symétrie cylindrique (figure 4). Le flux magnétique élémentaire $d\phi$ coupé par la bobine au cours d'un déplacement $dz = d\zeta$ pendant une durée dt est donné par :

$$d\phi = 2\pi rNB dz$$

où N est le nombre total de spires formant la bobine et r leur rayon moyen. Il s'ensuit l'apparition, aux bornes de la bobine, d'une tension :

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -2\pi rNB\dot{\zeta} = -lB\dot{z} = -\sigma\dot{\zeta} \quad (4)$$

où $l = 2\pi rN$ est la longueur du fil constituant la bobine et $\sigma = lB$ est une quantité appelée *sensibilité* ou *constante électromotrice* de la sonde. Le signal électrique fourni par la sonde est ainsi proportionnel à la vitesse du déplacement de la masse, d'où le nom de *séismomètre de vitesse* ou *vélocimètre* que l'on attribue à ce type de sonde.

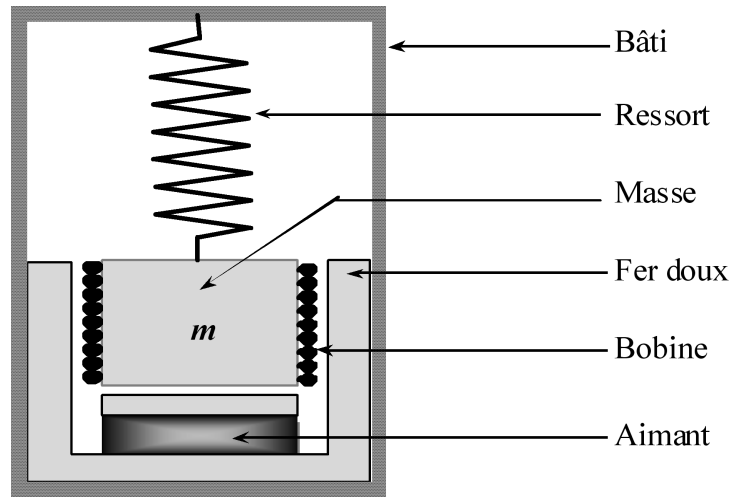


Figure 4. Schéma d'un vélocimètre vertical dont la bobine se mouvant dans un champ magnétique uniforme constitue le transducteur.

3.1.1.3. Amortissement magnétique du vélocimètre

En circuit ouvert, c'est-à-dire lorsque les bornes de la bobine de la sonde sont en l'air, la seule force de frottement visqueux présente est celle résultant de la résistance de l'air où se meut la masse m , de coefficient α_0 :

$$F_a = -\alpha_0 \dot{z} = -\alpha_0 \dot{\zeta} .$$

Lorsqu'on charge la sonde avec une résistance R_c , celle de l'étage d'entrée de l'instrumentation en aval par exemple, on peut modéliser le circuit électrique impliquant la bobine par le schéma de Thévenin donné par la figure 5 où L_b et R_b sont respectivement l'inductance et la résistance de la bobine, et e la f.e.m. induite par le mouvement dans le champ magnétique $\mathbf{B}$.

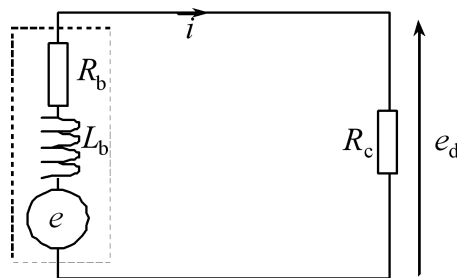


Figure 5. Schéma de Thévenin du circuit formé par la bobine de couplage et de l'entrée de la chaîne d'acquisition.

La loi des mailles appliquée à ce circuit s'exprime :

$$e = L_b \frac{di}{dt} + (R_b + R_c)i .$$

Dans la gamme des fréquences inférieures à 20 Hz et sur lesquelles porte notre intérêt, l'impédance de la bobine est bien inférieure à la résistance totale $R_t = R_b + R_c$. De la sorte, le terme $L_b di/dt$ dans l'expression précédente peut être négligé. L'intensité du courant i circulant dans le circuit est alors :

$$i = \frac{e}{R_b + R_c} . \quad (5)$$

Il s'ensuit une force de Laplace appliquée à la bobine, et donc à la masse m :

$$F_m = 2\pi r N i B = \sigma i = \frac{\sigma e}{R_b + R_c} \quad (6)$$

qui s'écrit encore compte tenu de (4) :

$$F_m = -\frac{\sigma^2}{R_t} \dot{\zeta}$$

avec $R_t = R_b + R_c$. Cette force peut être identifiée à une force de frottement visqueux, puisqu'elle est de la forme $F_m = -\alpha_m \dot{\zeta}$, où :

$$\alpha_m = \frac{\sigma^2}{R_t} . \quad (7)$$

Ainsi, la force de frottement visqueux F_f est due à l'amortissement par l'air et à l'amortissement magnétique. Le coefficient α dans l'équation (1) est par conséquent la somme de deux termes : $\alpha = \alpha_0 + \alpha_m$. Le coefficient d'amortissement s'exprime ensuite :

$$\beta = \beta_0 + \beta_m \quad (8)$$

avec :

$$\beta_0 = \frac{\alpha_0}{2m\omega_0}$$

et :

$$\beta_m = \frac{\alpha_m}{2m\omega_0} .$$

En remplaçant dans cette dernière relation α_m par son expression (7), on obtient :

$$\beta_m = \frac{C}{R_t}$$

où :

$$C = \frac{\sigma^2}{2m\omega_0}$$

est appelée *constante électrique* du séismomètre et s'exprime en ohm.

Par ailleurs, en raison de la résistance non nulle de la bobine, la tension à l'entrée de la chaîne de conditionnement s'écrit eu égard à (5) :

$$e_d = R_c i = \frac{e R_c}{R_b + R_c} .$$

Compte tenu de (4), on a encore :

$$e_d = -\sigma_d \dot{\zeta} \quad (9)$$

où :

$$\sigma_d = \frac{R_c}{R_b + R_c} \sigma \quad (10)$$

est la *sensibilité de la sonde en charge*.

3.1.1.4. Solution de l'équation du mouvement en régime libre

En régime libre, la force d'entraînement est nulle et l'équation (3) devient :

$$\ddot{\zeta} + 2\beta\omega_0 \dot{\zeta} + \omega_0^2 \zeta = 0 . \quad (11)$$

La solution générale de cette dernière équation différentielle dépend de la nature des racines de son équation caractéristique :

$$p^2 + 2\beta\omega_0 p + \omega_0^2 = 0$$

dont le discriminant réduit s'écrit :

$$\Delta' = \omega_0^2(\beta^2 - 1) .$$

Trois cas de mouvement peuvent avoir lieu selon le signe de Δ' : mouvement aperiodique amorti, mouvement oscillatoire amorti et mouvement critique.

Mouvement aperiodique amorti

Il correspond à $\Delta' > 0$, c'est-à-dire à $\beta > 1$. L'équation caractéristique admet deux racines réelles négatives :

$$p_{\pm} = -\beta\omega_0 \pm \omega_0\sqrt{\beta^2 - 1}$$

et la solution de l'équation (11) est donc de la forme :

$$\zeta(t) = C_+ e^{p_+ t} + C_- e^{p_- t}$$

où C_+ et C_- sont deux constantes à déterminer à partir des conditions initiales.

Mouvement oscillatoire amorti

Il correspond à $\Delta' < 0$, soit à $\beta < 1$. L'équation caractéristique possède deux racines complexes :

$$p_{\pm} = -\beta\omega_0 \pm i\omega_0\sqrt{1 - \beta^2} ;$$

la solution de l'équation (11) s'écrit :

$$\zeta(t) = C_0 e^{-\beta\omega_0 t} \cos(\omega' t - \varphi) \quad (12)$$

où C_0 et φ sont des constantes à déterminer à partir des conditions initiales et :

$$\omega' = \omega_0\sqrt{1 - \beta^2} \quad (13)$$

est la pseudo-pulsation. En notant ζ_n et ζ_{n+1} deux élongations maximales successives, le décrement logarithmique s'écrit :

$$\lambda = \ln \frac{\zeta_n}{\zeta_{n+1}} = \beta\omega_0 T' \quad (14)$$

où :

$$T' = \frac{2\pi}{\omega'} = \frac{2\pi}{\omega_0\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (15)$$

est la pseudo-période des oscillations. En combinant les relations (14) et (15), on obtient les expressions de ω_0 et β en fonctions des grandeurs mesurables T' et λ :

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{4\pi^2 + \lambda^2}}{T'} \quad ; \quad \beta = \frac{\lambda}{\sqrt{4\pi^2 + \lambda^2}} .$$

Écrivons maintenant la dérivée de l'écart ζ exprimé par (12) ; on a compte tenu de (13) :

$$\dot{\zeta}(t) = -\omega_0 C_0 e^{-\beta\omega_0 t} \cos(\omega' t - \varphi - \varphi_0) \quad (16)$$

où φ_0 est tel que :

$$\cos \varphi_0 = \beta \quad \text{et} \quad \sin \varphi_0 = \frac{\omega'}{\omega_0} . \quad (17)$$

Mouvement critique

Ce mouvement correspond à $\beta = 1$; l'équation caractéristique possède une racine réelle double $p = -\omega_0$. La solution de l'équation (11) s'écrit :

$$\zeta(t) = (C_1 + C_2 t) e^{-\omega_0 t}$$

où C_1 et C_2 sont des constantes dépendant des conditions initiales.

3.1.1.5. Fonction de transfert en régime forcé

Après l'application de la force d'entraînement F_e , le régime transitoire décrit ci-dessus disparaît au bout d'une durée de trois à quatre fois la quantité $\tau = 1/\omega_0$. Afin de pouvoir établir l'expression de la fonction de transfert de déplacement $\mathcal{T}_d = \zeta/Z$ du système mécanique, nous nous mettons dans le cas d'une sollicitation harmonique de pulsation ω :

$$\overline{Z}(t) = \overline{Z}_m e^{i\omega t}$$

et nous cherchons la solution permanente de l'équation (3) sous la forme d'une fonction également harmonique de même pulsation :

$$\overline{\zeta}(t) = \overline{\zeta}_m e^{i\omega t} .$$

En portant ces deux expressions dans (3), on obtient :

$$(-\omega^2 + 2i\beta\omega_0\omega + \omega_0^2) \overline{\zeta}(t) = \omega^2 \overline{Z}(t) ; \quad (18)$$

d'où la fonction de transfert de déplacement :

$$\overline{\mathcal{T}}_d(\omega) = \frac{\overline{\zeta}(t)}{\overline{Z}(t)} = \frac{\omega^2}{-\omega^2 + \omega_0^2 + i2\beta\omega_0\omega} .$$

Cette fonction est caractéristique d'un filtre passe haut de second ordre, de pulsation propre ω_0 , de coefficient d'amortissement β et de gain -1 .

En dérivant par rapport au temps puis en multipliant par σ_d les deux membres de l'expression (18), on obtient eu égard à (9) :

$$(-\omega^2 + 2i\beta\omega_0\omega + \omega_0^2) \overline{e}_d(t) = -\sigma_d \omega^2 \dot{\overline{Z}}(t) ;$$

d'où l'on déduit la fonction de transfert de vitesse du séismomètre :

$$\overline{\mathcal{T}}_v(\omega) = \frac{\overline{e}_d(t)}{\dot{\overline{Z}}(t)} = \frac{\sigma_d \omega^2}{\omega^2 - \omega_0^2 - i2\beta\omega_0\omega} . \quad (19)$$

Pour la sonde verticale du séismomètre L-4-3D, la figure 6 montre les variations du module et de la phase de $\overline{\mathcal{T}}_v$ en fonction de la fréquence ν pour différentes valeurs du coefficient d'amortissement β . On peut constater que le module $|\overline{\mathcal{T}}_v|$ est d'autant plus large et plat que le coefficient β est proche de 0.7.

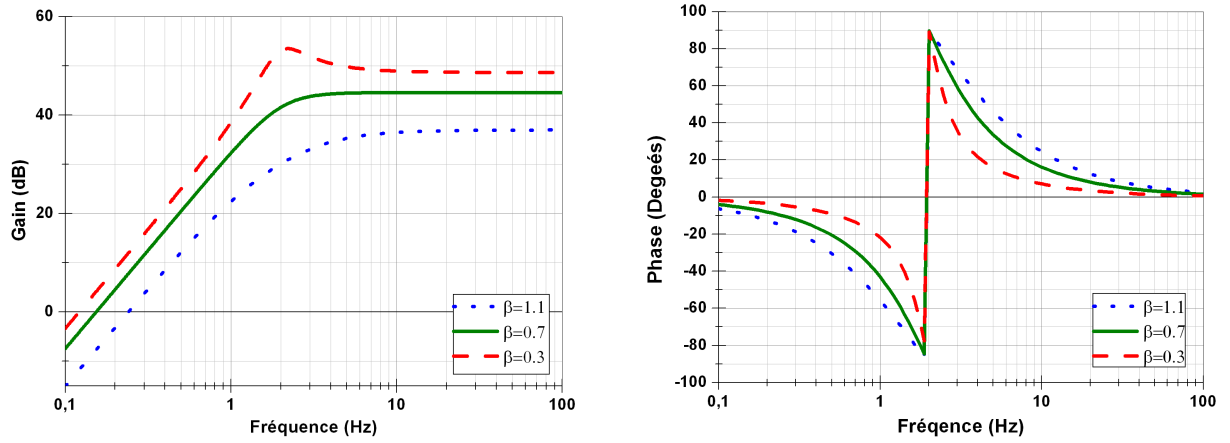


Figure 6. Variations du module (à gauche) et de la phase (à droite) de la fonction de transfert $\overline{T}_v$ du vélocimètre utilisé pour trois valeurs du coefficient d'amortissement β .

3.1.1.6. Calibration du séismomètre

Les sondes sismiques nécessitent une calibration préalable pour déterminer avec précision leurs caractéristiques pertinentes qui pourraient éventuellement varier au cours de l'usage. En effet, des travaux ont montré qu'il peut exister une différence notable entre les caractéristiques d'un séismomètre obtenues à posteriori par calibration et celles fournies à priori par le constructeur [3,4]. Parmi les nombreuses méthodes de calibration utilisées, nous avons adopté celle effectuée par marche de potentiel appliquée à la bobine du signal car elle présente l'avantage d'être précise et directe [3]. La masse m du pendule étant le seul paramètre utilisé parmi les caractéristiques fournies par le constructeur, la méthode fournit les trois caractéristiques essentielles du séismomètre, en l'occurrence, la pulsation propre ω_0 , le coefficient d'amortissement α et la sensibilité en charge σ_d .

La figure 7 montre le schéma électrique du banc de calibration utilisé dans le présent travail. Ce montage est centré autour d'un relais DPDT (*Double Pole Double Throw*) actionné manuellement et assurant l'interface entre le séismomètre et le système d'acquisition. Il est constitué de deux commutateurs identiques à deux positions chacun et couplés mécaniquement. Lorsque le commutateur du relais est en positions 1 et 4, le milliampèremètre mesure le courant continu I_{ext} dont une partie I_0 traverse la bobine du séismomètre et déplace alors la masse m de sa position d'équilibre z_0 . Lorsque le nouvel équilibre est atteint, on permute le commutateur aux positions 3 et 6. La bobine se trouve alors pratiquement fermée sur la résistance de charge R_c en parallèle avec la résistance d'entrée R_e de l'étage d'acquisition. La valeur de la résistance R_c est choisie très inférieure à R_e pour que la bobine soit pratiquement chargée par R_c et suffisamment grande pour permettre le retour à l'équilibre de la masse m selon un mouvement oscillatoire amorti. Généralement, ce choix est tel que la valeur du coefficient d'amortissement β soit la plus proche possible de 0.707 ; de la sorte, les vibrations de la masse sismique en mode de fonctionnement normal suivent convenablement celles du sol et la réponse du séismomètre à la vitesse du sol est uniforme sur un grand domaine fréquentiel [5]. Le signal généré par la sonde pendant le retour à l'équilibre est numérisé par le dispositif d'acquisition. Le mode amorçage est utilisé au cours de l'acquisition pour synchroniser le début d'enregistrement et l'actionnement du commutateur.

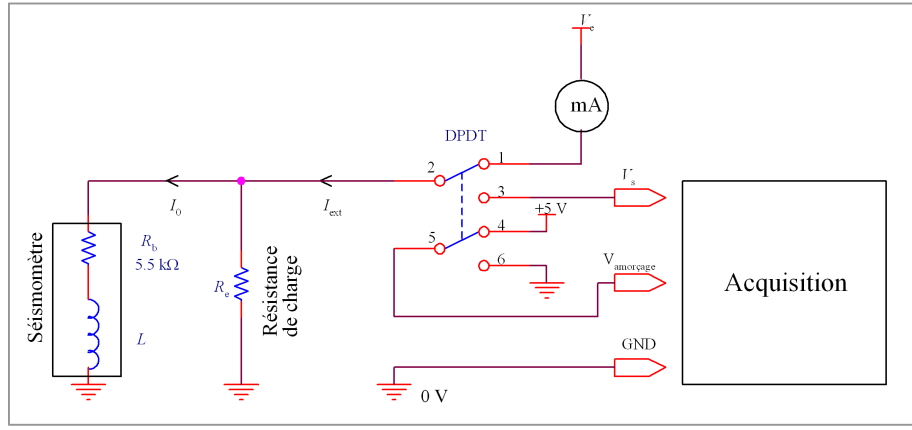


Figure 7. Schéma du montage électronique intercalé entre le système d'acquisition et la sonde lors de la calibration.

Au cours de la calibration on suppose que le mouvement du sol est négligeable comparé au mouvement de la masse causé par le courant de calibration, et que, par conséquent, la tension du bruit de fond ne perturbe pas le procédé de calibration. Bien après l'application de la tension continue V_e , il circule dans la bobine, de résistance interne R_b , un courant d'intensité $I_0 = V_e/R_b$. Il s'ensuit une force magnétique qui, d'après la relation (6), vaut :

$$F_m = \sigma I_0 .$$

Cette force provoque le déplacement de la masse d'une quantité :

$$\zeta_0 = -\frac{F_m}{k} = -\frac{\sigma V_e}{k R_b} = -\frac{\sigma V_e}{m \omega_0^2 R_b} . \quad (20)$$

Lorsque le commutateur coupe la tension d'alimentation, le courant I_0 s'arrête brusquement. L'énergie inductive emmagasinée par la bobine du séismomètre se dissipe à travers la résistance de charge R_c . Si l'on admettait que la masse reste calée sur la valeur ζ_0 de ζ , l'intensité dans la bobine d'inductance L décroîtrait exponentiellement avec une constante de temps :

$$\tau = \frac{L_b}{R_b + R_c}$$

de l'ordre d'une microseconde. Cette constante est négligeable devant la période d'oscillation propre $T_0 = 2\pi/\omega_0 \simeq 0.5$ s du séismomètre. Il est alors légitime de considérer que les conditions initiales juste après relâchement du commutateur sont telles que la masse m est encore immobile ($\dot{\zeta} = 0$) à la position $\zeta = \zeta_0$ alors que la bobine est complètement déchargée ($i = 0$). Ainsi, à l'instant $t = 0$, l'équation (16) donne :

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \varphi_0 ,$$

d'où l'on a en considérant la relation (12) pour le même instant :

$$\zeta_0 = C_0 \sin \varphi_0 .$$

En prenant compte de (17) et de (20), on a finalement pour la vitesse :

$$\dot{\zeta}(t) = \frac{\sigma V_e}{m R_b \omega'} e^{-\beta \omega_0 t} \sin \omega' t ,$$

puis, selon (9) et (10) :

$$e_d(t) = -\frac{\sigma^2 V_e R_c}{m R_b (R_b + R_c) \omega'} e^{-\beta \omega_0 t} \sin \omega' t , \quad (21)$$

La figure 8 montre un exemple du signal expérimental enregistré lors de la calibration de la sonde verticale de notre séismomètre. Ce signal a été approché par la fonction :

$$e_{da}(t) = -\frac{A}{\omega'} e^{-at} \sin \omega' t .$$

Pour déterminer les valeurs des paramètres A , a et ω' qui permettent une approche satisfaisante, nous avons utilisé la méthode des moindres carrés basée sur l'algorithme de LEVENBERG-MARQUARDT. La sensibilité est ensuite évaluée par la relation :

$$\sigma = \sqrt{\frac{mAR_b(R_b + R_c)}{V_e R_c}} .$$

La quantité a étant identifiée à $\beta\omega_0$ et la pseudo-pulsation ω' , d'après (13), à $\omega_0\sqrt{1 - \beta^2}$, il

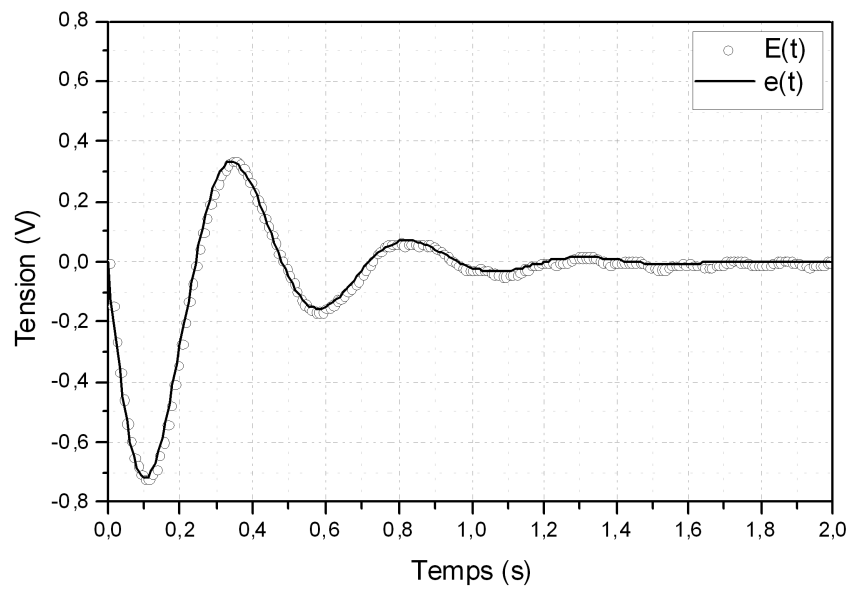


Figure 8. Signal expérimental enregistré $e_d(t)$ (cercles) et son équivalent théorique $e_{da}(t)$ (trait plein) lors de la calibration de la composante verticale du séismomètre L-4-3D.

vient :

$$\beta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + \omega'^2}} \quad \text{et} \quad \omega_0 = \sqrt{a^2 + \omega'^2} .$$

En l'absence de charge ($R_c = \infty$), seul l'amortissement dû à l'air est opérationnel et β se réduit à β_0 . D'où l'on déduit, compte tenu de (8), la valeur du coefficient d'amortissement de l'air :

$$\alpha_0 = 2ma .$$

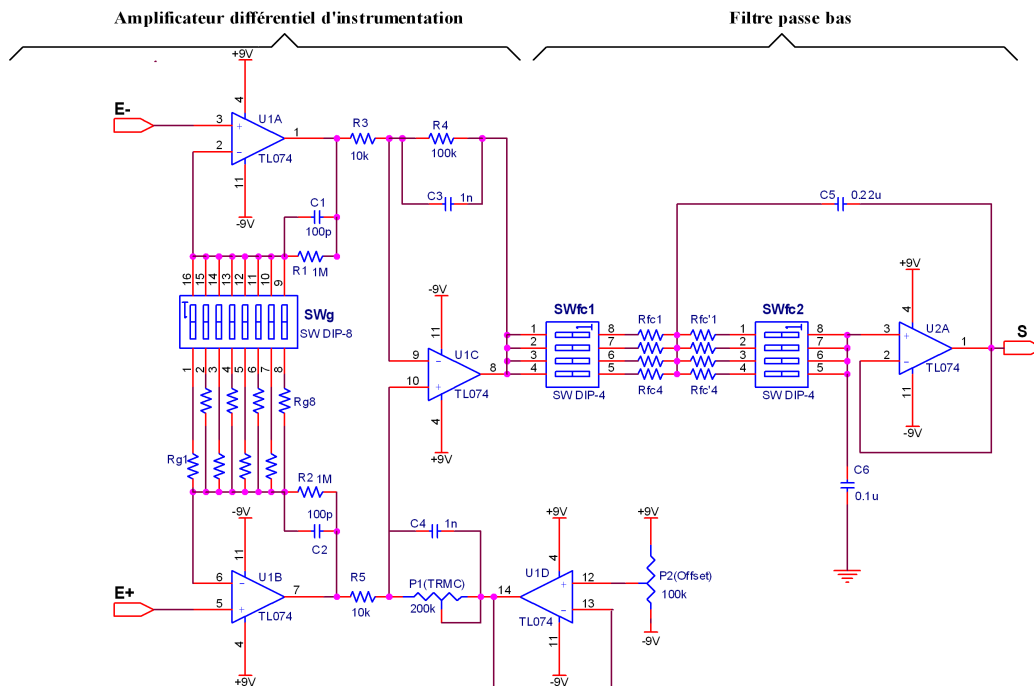
Le tableau 2 rassemble les résultats de calibration des trois sondes du séismomètre utilisé. Nous y avons indiqué les incertitudes absolues de la fréquence propre et de la sensibilité à vide que nous avons estimées d'après la méthode du fit adoptée. Nous constatons que l'ensemble des valeurs ainsi déterminées sont voisines de celles indiquées dans la fiche signalétique de la sonde fournie par le constructeur. Les résistances de charge mentionnées dans le tableau 2 ont été choisies de sorte que le coefficient β soit proche de la valeur 0.707.

Tableau 2. Caractéristiques déterminées par calibration des trois sondes du sismomètre L-4-3D de Mark Products.

	Sonde V	Sonde L	Sonde T
Fréquence propre ν_0 (Hz)	2.1 ± 0.1	2.2 ± 0.1	2.1 ± 0.1
Sensibilité σ (V/m/s)	275 ± 2	296 ± 1	290 ± 1
Coefficient d'amortissement de l'air β_0 (Ns/m)	0.24	0.26	0.27
Résistance de charge R_c (k Ω)	6.8	8.2	8.2
Coefficient d'amortissement β	0.69	0.72	0.72
Sensibilité en charge σ_d (V/m/s)	152.0	177.2	173.6

3.1.2. Module de conditionnement

Les signaux sismiques délivrés par la sonde peuvent avoir d'une part un niveau très faible et d'autre part un contenu spectral dépassant nos besoins d'étude. Il est alors nécessaire de mettre en forme ces signaux par un module de conditionnement comportant trois canaux identiques comprenant chacun un amplificateur d'instrumentation et un filtre. Les deux parties du module sont réalisées autour du circuit intégré TL074 de technologie CMOS. La figure 9 représente le schéma électrique de l'un des canaux.

**Figure 9.** Schéma électrique montrant l'amplificateur d'instrumentation et le filtre qui constituent un canal du module de mise en forme de la chaîne d'acquisition et de traitement.

3.1.2.1. Étude de l'amplificateur d'instrumentation

Pour améliorer la protection du signal sismique contre divers parasites et augmenter sa tension à une valeur convenable en vue de sa conversion en valeurs numériques, nous avons équipé le module de mise en forme par un amplificateur différentiel d'instrumentation [6,7] dont le schéma électrique est représenté à la figure 9. Il est constitué des deux étages, un étage d'entrée en série avec un étage de sortie.

3.1.2.1.1. Étage d'entrée

L'étage d'entrée, représenté par le montage (a) sur la figure 10, est un amplificateur différentiel symétrique en montage non inverseur, conçu à la base de deux amplificateurs opérationnels U1A et U1B supposés parfaits. Les résistances R_1 , R_g et R_2 étant parcourues par le même courant i , les tensions entre leurs bornes satisfont les égalités suivantes :

$$i = \frac{U_{s1} - U_{e+}}{R_1} = \frac{U_{e+} - U_{e-}}{R_g} = \frac{U_{e-} - U_{s2}}{R_2} .$$

D'où l'on déduit les expressions des tensions de sortie :

$$U_{s1} = U_{e+} + \frac{R_1}{R_g} (U_{e+} - U_{e-}) \quad (22)$$

$$U_{s2} = U_{e-} - \frac{R_2}{R_g} (U_{e+} - U_{e-}) . \quad (23)$$

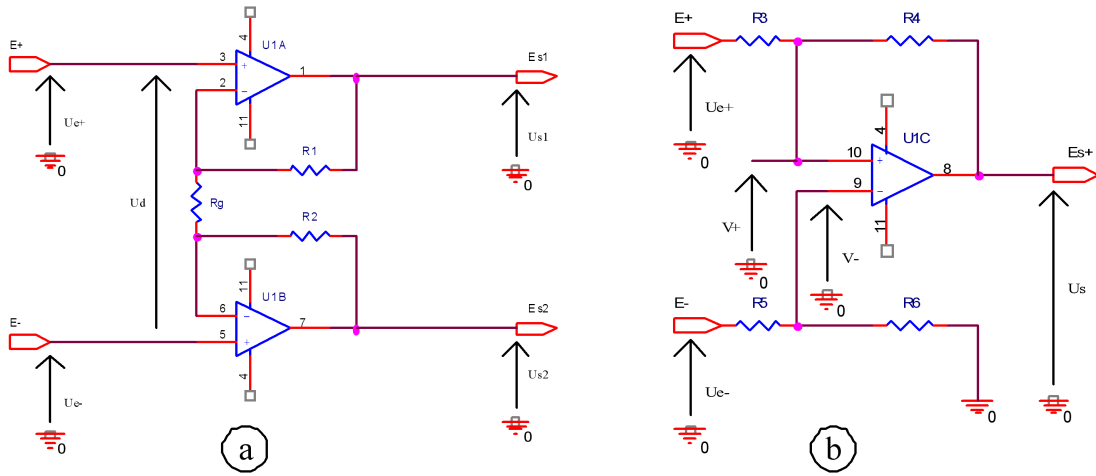


Figure 10. Schéma de principe de l'étage d'entrée (a) et de l'étage de sortie (b) de l'amplificateur différentiel d'instrumentation.

On définit la tension d'entrée différentielle U_{ed} et la tension d'entrée en mode commun U_{ec} de cet étage respectivement par :

$$U_{ed} = U_{e+} - U_{e-} \quad ; \quad U_{ec} = \frac{U_{e+} + U_{e-}}{2} . \quad (24)$$

En substituant les expressions de U_{e+} et U_{e-} obtenues à partir de ces définitions dans les formules (22) et (23), il vient :

$$U_{s1} = U_{ec} + \left(\frac{1}{2} + \frac{R_1}{R_g} \right) U_{ed} \quad ; \quad U_{s2} = U_{ec} - \left(\frac{1}{2} + \frac{R_2}{R_g} \right) U_{ed} .$$

Par ailleurs, la tension de sortie différentielle de l'étage s'exprime par :

$$U_{sd} = U_{s1} - U_{s2} ,$$

et sa tension de sortie en mode commun par :

$$U_{sc} = \frac{U_{s1} + U_{s2}}{2} .$$

On définit le gain différentiel et le gain en mode commun respectivement par :

$$G_d = \left(\frac{U_{sd}}{U_{ed}} \right)_{U_{ec}=0} ; \quad G_c = \left(\frac{U_{sc}}{U_{ec}} \right)_{U_{ed}=0} . \quad (25)$$

Lorsque les valeurs des résistances R_1 et R_2 sont égales, ce qui est toujours le cas en pratique, ces expressions deviennent :

$$G_d = 1 + \frac{2R_1}{R_g} ; \quad G_c = 1 .$$

3.1.2.1.2. Étage de sortie

L'étage de sortie, représenté par le montage (b) sur la figure 10, est un amplificateur différentiel à un seul amplificateur opérationnel désigné par U2A. Ce dernier étant supposé parfait, les deux résistances R_3 et R_4 sont parcourues par le même courant électrique i et les tensions entre leurs bornes satisfont la relation :

$$i = \frac{U_s - V_+}{R_4} = \frac{V_+ - U_{e+}}{R_3} ,$$

V_+ étant la tension par rapport à la référence de l'entrée non inverseuse de l'amplificateur opérationnel. D'autre part, la règle du diviseur de tension appliqué aux deux résistances R_5 et R_6 donne :

$$V_- = \frac{R_6}{R_5 + R_6} U_{e-}$$

où V_- est la tension par rapport à la référence de l'entrée inverseuse de l'amplificateur opérationnel. Comme pour un amplificateur opérationnel parfait $V_+ = V_-$, les deux relations précédentes donnent donc :

$$\frac{R_3}{R_3 + R_4} U_s = \frac{R_6}{R_5 + R_6} U_{e-} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} U_{e+} , \quad (26)$$

À l'image des relations (24) relatives à l'étage d'entrée, introduisons maintenant les tensions d'entrée différentielle et en mode commun :

$$U_{ed} = U_{e+} - U_{e-} ; \quad U_{ec} = \frac{U_{e+} + U_{e-}}{2} .$$

L'équation (26) donne donc :

$$U_s = \frac{R_3 R_6 - R_4 R_5}{R_3(R_5 + R_6)} U_{ec} + (R_3 + R_4) \frac{\frac{R_6}{R_5 + R_6} + \frac{R_4}{R_3 + R_4}}{2R_3} U_{ed} .$$

En imposant :

$$\frac{R_4}{R_3} = \frac{R_6}{R_5} \quad (27) ,$$

le gain en mode commun G_c , défini, comme pour l'étage d'entrée, par une relation similaire à la deuxième égalité dans (25), devient nul :

$$G_c = 0 .$$

Cette condition est évidemment satisfaite en prenant encore :

$$R_3 = R_5 \quad \text{et} \quad R_4 = R_6 ,$$

ce qui est toujours le cas en pratique. Dans ces mêmes conditions, le gain différentiel, défini de façon similaire au cas de l'étage d'entrée, vaut :

$$G_d \equiv \left(\frac{U_{sd}}{U_{ed}} \right)_{U_{ec}=0} = \frac{R_4}{R_3} .$$

Cependant, à cause de l'incertitude sur les valeurs des résistances, la condition (27) n'est pas toujours vérifiée, et le gain en mode commun n'est donc pas toujours nul. Si ϵ_R est l'incertitude relative des résistances utilisées, le pire des cas dans le choix des résistances est celui qui maximiserait le gain de mode commun, ce qui correspond à :

$$G_c = \frac{R_3(1 + \epsilon_R)R_4(1 + \epsilon_R) - R_3(1 - \epsilon_R)R_4(1 - \epsilon_R)}{R_3(1 - \epsilon_R)[R_3(1 - \epsilon_R) + R_4(1 - \epsilon_R)]} .$$

Après développement, on obtient abstraction faite des termes d'ordre de petitesse supérieur :

$$G_c = \frac{4\epsilon_R G_d}{1 + G_d} .$$

Finalement, le gain total de l'amplificateur de la figure 9 s'obtient en multipliant les gains des deux étages d'entrée et de sortie qui le constituent ; d'où l'on a pour les gains différentiel et en mode commun totaux :

$$G_d = \frac{R_4}{R_3} \left(1 + 2 \frac{R_1}{R_g} \right) \quad (28)$$

$$G_c = 4\epsilon_R \frac{R_4}{R_3 + R_4} .$$

La première égalité montre que la variation de la valeur de la résistance R_g permet de changer le gain de l'amplificateur à la valeur désirée. La deuxième égalité renseigne sur l'intérêt d'utiliser des résistances de précision dont l'incertitude relative est très faible, ce qui permet d'avoir un gain en mode commun quasi nul. Le remplacement de la résistance R_6 par une résistance variable dans le schéma général de la figure 9 est un moyen sûr pour satisfaire la condition (27) et par suite réduire au minimum le gain en mode commun.

3.1.2.2. Étude du filtre

Afin d'éliminer les signaux perturbateurs dus au phénomène de repliement du spectre lors de la discrétisation du signal analogique [7,8], nous avons introduit un filtre anti-repliement dans le module de conditionnement. Nous avons opté pour un filtre passe-bas de type Butterworth d'ordre 2 [9]. Son schéma de principe est représenté par la figure 11.

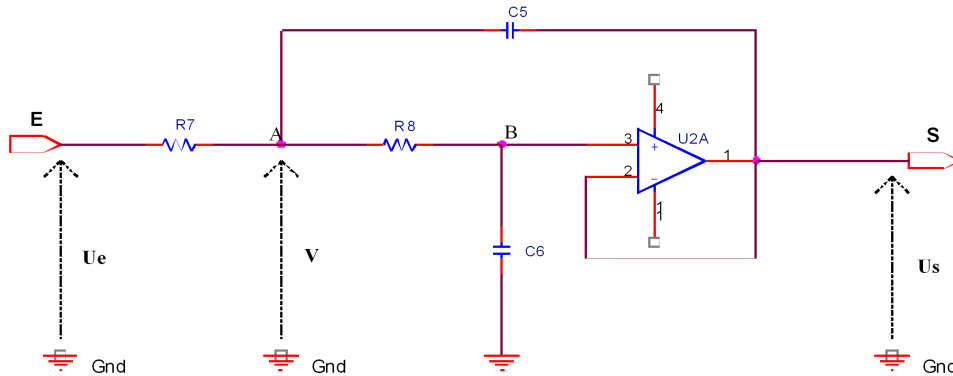


Figure 11. Schéma de principe du filtre de Butterworth du second ordre.

Ce filtre actif est construit autour de l'amplificateur opérationnel U2A monté en suiveur donc de gain unité. Les quatre éléments passifs dont deux résistances R_7 et R_8 et deux condensateurs C_5 et C_6 déterminent les paramètres importants du filtre et sa fonction de transfert. Ainsi, la loi des nœuds appliquée au nœud A donne :

$$\frac{V - U_e}{R_7} + \frac{V - U_s}{R_8} + \frac{V - U_s}{\frac{1}{pC_5}} = 0 \quad (29)$$

avec $p = i\omega$, ω étant la pulsation de la tension d'entrée. Appliquons ensuite la loi du diviseur de tension au point B ; on a :

$$U_s = \frac{\frac{1}{pC_6}}{R_8 + \frac{1}{pC_6}} V . \quad (30)$$

La résolution du système formé des deux équations (29) et (30) aboutit, tout calcul fait, à l'expression de la fonction de transfert du filtre :

$$A(p) = \frac{U_s}{U_e} = \frac{1}{R_7 R_8 C_5 C_6 p^2 + C_6 (R_7 + R_8) p + 1} .$$

Dans notre application, les valeurs des résistances R_7 et R_8 sont prises égales ; en les désignant par R_{fc} , il vient :

$$A(p) = \frac{1}{R_{fc}^2 C_5 C_6 p^2 + 2C_6 R_{fc} p + 1} . \quad (31)$$

Or la fonction de transfert d'un filtre passe-bas de second ordre de type Butterworth a une expression générale de la forme :

$$A(p) = \frac{A_0}{\left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2 + \frac{p}{Q\omega_0} + 1} \quad (32)$$

où A_0 est le gain statique ou gain en tension continue du filtre, ω_0 sa pulsation propre et Q son facteur de qualité ou coefficient de surtension. L'identification des deux expressions (31) et (32) donne donc :

$$A_0 = 1$$

$$\omega_0 = \frac{1}{R_{fc} \sqrt{C_5 C_6}} \quad (33)$$

$$Q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C_5}{C_6}} . \quad (34)$$

D'après l'expression (34), le choix des condensateurs C_5 et C_6 permet de fixer le facteur de qualité à la valeur voulue alors que la relation (33) montre que la variation de la valeur de la résistance R_{fc} permet de modifier la fréquence de coupure $\nu_c = \omega_0/2\pi$ de ce filtre.

3.1.2.3. Caractéristiques du module de conditionnement

Le module de conditionnement comme le montre la figure 9 dispose d'un ensemble de caractéristiques pertinentes. Il admet une impédance d'entrée élevée, de l'ordre de $10^{12} \Omega$ puisque les circuits utilisés ont un étage d'entrée J-FET. La consommation d'énergie est très réduite, de l'ordre de 800 mW par canal, filtre compris. La tension d'alimentation est symétrique et fixée à $\pm 9 \text{ V}$; elle est assurée par l'association de quatre piles de type R12 de f.e.m. 4.5 V. Le gain est réglable et s'effectue par l'intermédiaire des micro-commutateurs SW_g qui permettent de sélectionner une parmi huit résistances R_g . On obtient ainsi une plage

de gain allant d'environ 30 dB à 72 dB par pas de 6 dB. Le tableau 3 donne les valeurs de la résistance R_g mises en jeu ainsi que celles du gain G_d correspondantes.

Tableau 3. Valeurs théoriques et expérimentales du gain G_d de l'amplificateur différentiel d'instrumentation de la figure 9 pour différentes valeurs de la résistance R_g utilisées.

R_g (Ω)	A_v^{th}	A_v^{exp}	G_d^{th} (dB)	G_d^{exp} (dB)
510	3922.6	4000	71.9	72.1
1200	1667.7	1625	64.4	64.2
2000	1001	1000	60.0	60
3900	513.8	500	54.2	54.0
8200	244.9	240	47.8	47.6
15000	134.3	135	42.6	42.6
33000	61.6	60	35.8	35.6
68000	30.4	30	29.7	29.5

La figure 9 montre qu'un potentiomètre ajustable multi-tour P_1 a été introduit à la place de la résistance R_6 de la figure 10 pour mieux apparier les résistances selon l'égalité (27). D'autre part, des résistances de précision ($\epsilon_R = 1\%$) sont utilisées dans le module préamplificateur. Il s'ensuit une amélioration du rapport de réjection en mode commun défini par :

$$\text{RRMC} = \frac{G_d}{G_c}.$$

Un autre potentiomètre multi-tour P_2 est introduit entre P_1 et la masse par l'intermédiaire du suiveur U_{1D} dans le but du réglage de l'offset. Ce dernier est un décalage de la tension de sortie par rapport à la référence (0 volt). Un tel défaut est dû principalement à la dissymétrie des amplificateurs opérationnels (*input offset voltage*) et à la différence des résistances des fils de liaison des deux entrées au capteur.

Le filtre anti-repliement du spectre est caractérisé par une courbe de réponse uniforme dans sa bande passante grâce à son facteur de qualité $Q = 0.74$ assuré par des condensateurs $C_5 = 0.22\ \mu\text{F}$ et $C_6 = 0.1\ \mu\text{F}$. Il est aussi caractérisé par une pente de -40 dB par décade au delà de sa fréquence de coupure ν_c . Cette dernière est réglable par permutation de quatre valeurs du couple de résistances (R_{fc}, R'_{fc}) par le biais des deux micro-commutateurs SWfc_1 et SWfc_2 , ce qui permet d'obtenir quatre valeurs de la fréquence de coupure convenablement réparties pour couvrir la bande des fréquences rencontrées dans les applications sismiques. Le tableau 4 donne les valeurs des résistances R_{fc} mises en jeu et les valeurs de la fréquence de coupure théoriques ν_c^{th} et expérimentales ν_c^{exp} correspondantes.

Tableau 4. Valeurs théoriques ν_c^{th} et expérimentales ν_c^{exp} de la fréquence de coupure ν_c en fonction des valeurs des résistances R_{fc} utilisées dans le filtre passe-bas Butterworth de deuxième ordre utilisé.

R_{fc} (Ω)	ν_c^{th} (Hz)	ν_c^{exp} (Hz)
380000	2.2	2.2
200000	5.4	6.0
91000	11.8	12.0
39000	27.5	28.0

La figure 12a montre les courbes de réponse du module de mise en forme de la chaîne d'acquisition pour les huit positions disponibles des micro-commutateurs SWg où les couples des micro-commutateurs SWfc1 et SWfc2 permettant de régler la fréquence de coupure du filtre sont fixés à la position 1 correspondante à la fréquence $\nu_{c4} = 28$ Hz. La figure 12b représente les courbes de réponses du module de mise en forme pour les quatre positions disponibles du couple de micro-commutateurs SWfc1 et SWfc2, les micro-commutateurs SWg permettant de régler le gain étant fixé à la position 7 correspondante au gain $G_{rmd2} = 64.2$ dB. Sur les deux figures, les valeurs expérimentales (symboles) sont pratiquement égales à celles fournies par les expressions théoriques (traits) résultant du produit de (28) par (32). Toutes les courbes obtenues sont caractérisées par une réponse régulière avant la fréquence de coupure. Au-delà de cette dernière, la réponse du module de conditionnement décroît en fonction de la fréquence avec une pente de 40 dB par décade.

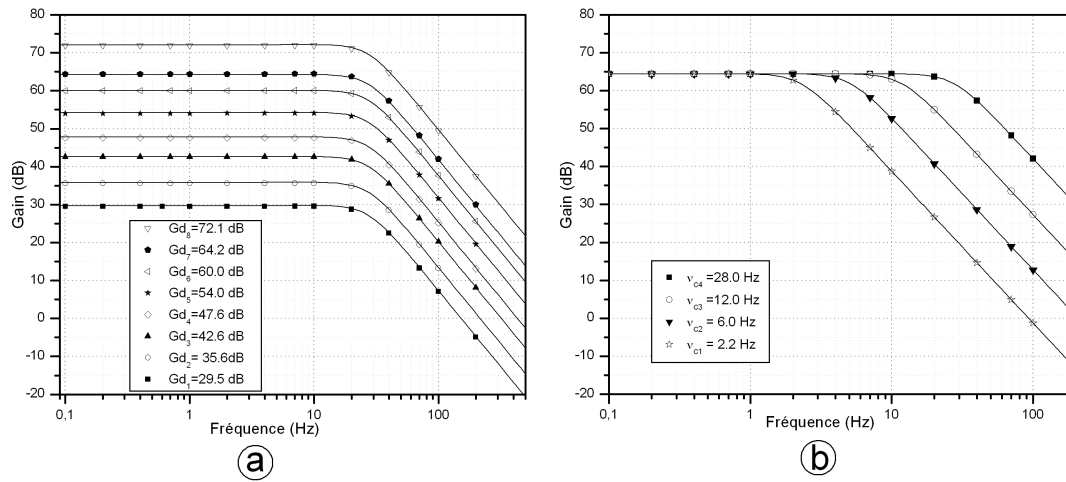


Figure 12. Représentation théorique (traits) et expérimentale (symboles) de la réponse du module de conditionnement pour la fréquence de coupure $\nu_{c4} = 28$ Hz (a), et pour un gain $G_{d7} = 64.2$ dB (b).

3.1.3. Carte d'acquisition

Pour pouvoir être traités par ordinateur, les signaux analogiques fournis par le module de conditionnement sont convertis en valeurs numériques. Cette opération est réalisée grâce à une carte PCMCIA type II d'acquisition de données. Nous disposons d'une carte KPCMCIA-12AIAOH de Keithley dont toutes les fonctions sont programmables [10,11]. C'est une carte multifonction d'acquisition de données qui renferme quatre sous-systèmes interdépendants pouvant exécuter des opérations complexes. Ces sous-systèmes sont :

- le sous-système de conversion analogique en numérique (CAN) ;
- le sous système de conversion numérique en analogique (CNA) ;
- le sous-système d'entrées sorties numériques ;
- le sous système de comptage et temporisation.

Nous allons maintenant décrire brièvement ces quatre modules.

3.1.3.1. Module de conversion analogique en numérique (CAN)

La carte d'acquisition admet un module qui reçoit les signaux analogiques et les convertit en valeurs numériques. Ce module comporte plusieurs éléments (figure 13) [12].

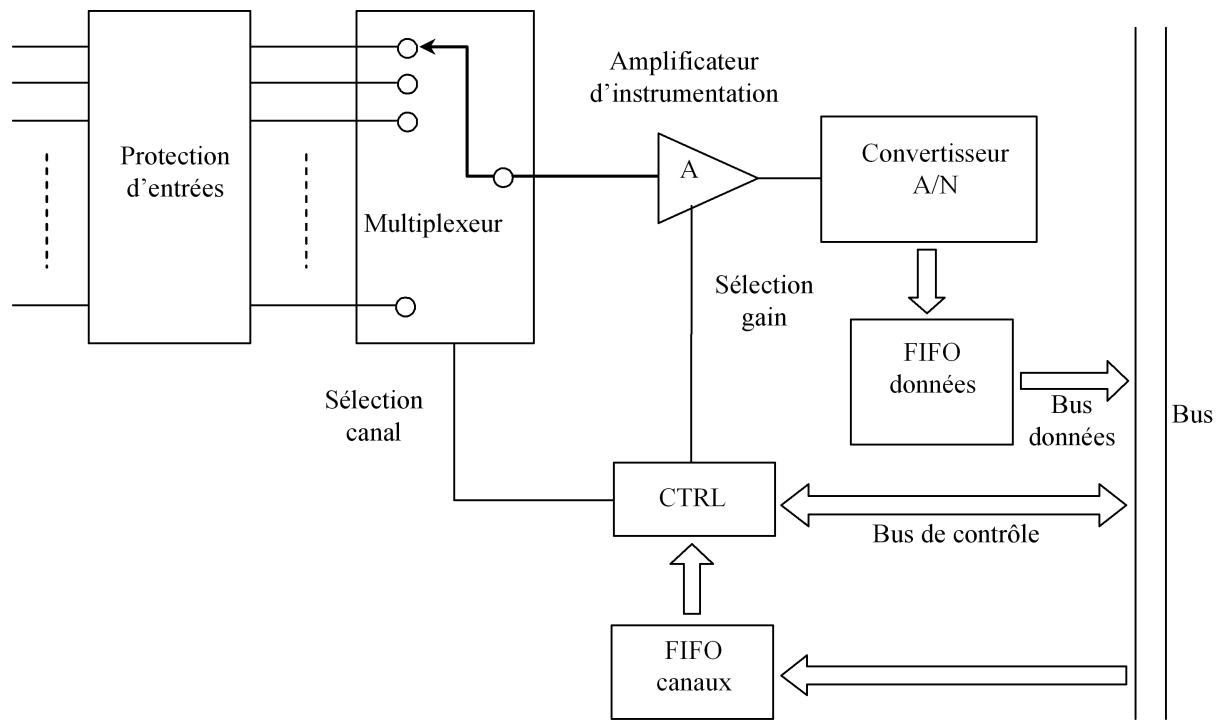


Figure 13. Schéma bloc du module de conversion analogique numérique dans une carte type d'acquisition des données.

3.1.3.1.1. Système de protection d'entrées

Le multiplexeur d'entrée admet une protection intégrée contre les surtensions quand la carte est mise sous tension ou hors tension. Dans ces conditions, le mécanisme de protection peut isoler les entrées du reste de la carte aussi longtemps que leurs tensions sont dans la marge de protection de ± 30 V.

3.1.3.1.2. Mémoire de balayage des canaux

C'est une mémoire FIFO (*First In First Out*) de taille 2048 mots, résidente dans la carte d'acquisition, où est programmée la file d'attente des canaux analogiques d'entrée et leurs gains respectifs qui seront scrutés séquentiellement au cours de l'acquisition. Le nombre d'entrées dans la liste de balayage peut varier de 1 à 2048. Aucune dépendance n'est impliquée parmi ces entrées.

3.1.3.1.3. Multiplexeur d'entrées analogiques

La carte PC KPCMCIA-12AIAOH admet huit broches d'entrées analogiques qui peuvent être configurées par logiciel soit en huit canaux simples ou en quatre canaux différentiels. Des cartes d'expansion peuvent être utilisées pour augmenter le nombre de canaux d'entrée à 128, mais elles ne peuvent être utilisées que pour les entrées simples. La fonction du multiplexeur est la scrutation séquentielle de ces canaux. Chacun de ces derniers, et à tour de rôle, a son signal acheminé vers les dispositifs matériels de traitement situés en aval. Cette opération est commandée par la liste programmée dans la mémoire de balayage des canaux. Notre application n'utilise que les trois premiers canaux. Chaque canal achemine l'un des signaux délivrés par la sonde à trois composantes.

Quand on spécifie les canaux 4 à 7 en configuration différentielle, les entrées sont court-circuitées à la masse pour le système de mesure d'offset. Les lectures prises dans de telles

circonstances peuvent être utilisées pour la correction de décalage des tensions sur les entrées analogiques.

3.1.3.1.4. Amplificateur programmable

Dans la carte d'acquisition KPCMCIA-12AIAOH de Keithley, la sortie du multiplexeur délivre le signal analogique de l'entrée sélectionné à un amplificateur d'instrumentation intégré dont le gain est programmable indépendamment pour chaque canal dans la liste de balayage des canaux. Les valeurs disponibles du gain sont 1, 10, 100, et 1000, et correspondent respectivement aux gammes bipolaires d'entrée de ± 10 V, ± 1 V, ± 0.1 V, et ± 0.01 V.

3.1.3.1.5. Échantillonneur-bloqueur

Lorsque la variation de la tension ΔV_e du signal sismique appliquée à l'entrée du convertisseur analogique numérique (CAN) risque d'être importante pendant la durée de sa conversion, c'est-à-dire supérieure au demi-quantum $q/2^{(*)}$ ($\Delta V_e > q/2$), l'échantillonneur-bloqueur doit précéder le CAN. La fonction de l'échantillonneur-bloqueur est de prélever avec précision et à un instant donné, imposé par l'horloge à cadence, un échantillon de la tension variable appliquée à son entrée (phase échantillonnage), le mémoriser (phase blocage), et puis le présenter à l'entrée du CAN pendant le temps nécessaire pour le convertir en quantité numérique.

3.1.3.1.6. Convertisseur analogique-numérique

Le convertisseur analogique numérique (CAN) est l'élément de l'unité d'entrée analogique qui traduit la tension analogique V_e présentée par l'échantillonneur bloqueur en valeur numérique. Le CAN délivre donc, par sa sortie, un mot de n bits correspondant, selon un code binaire déterminé, à la tension V_e appliquée à son entrée. Il existe plusieurs méthodes de conversion ayant chacune des caractéristiques qui leur sont propres. L'une des caractéristiques les plus importantes est le temps de conversion T_c sur le nombre de bits n exigé. Notre carte d'acquisition est dotée d'un convertisseur analogique numérique à approximations successives de résolution 12 bits. La figure 14 illustre son schéma synoptique [7]. La tension d'entrée V_e fournie par l'échantillonneur-bloqueur correspond à une valeur numérique à n bits, $N = b_{n-1}b_{n-2} \cdots b_1b_0$. Les valeurs de ces n bits (0 ou 1) sont déterminées successivement en comparant V_e avec n valeurs de tension $V_a(n-1)$, $V_a(n-2)$, ..., et $V_a(0)$ préalablement programmées dans un séquenceur. La logique de commande cadencée par l'horloge H, en l'occurrence le circuit Intel 82C54, met successivement à 1, en partant du bit b_{n-1} de poids le plus fort MSB (*Most Significant Bit*), les n bascules du registre préalablement mis à zéro. Après chaque mise à 1, le contenu du registre est transformé par le convertisseur numérique analogique (CNA) en une tension analogique V_a qui est comparée à la tension d'entrée V_e . Ainsi, si $V_e > V_a$, la valeur 1 du bit est conservée et verrouillée ; si, par contre, $V_e < V_a$, le bit est remis à zéro et verrouillé. Le test se poursuit sur les bits suivants jusqu'au bit b_0 de poids le plus faible LSB (*Least Significant Bit*) b_0 . Le contenu du registre est alors égal au résultat de la conversion N . Le temps de conversion est $T_c = nT_H$, T_H étant la période de l'horloge H.

(*) Le quantum est la tension analogique qui correspond à la plus petite valeur numérique dans un convertisseur analogique/numérique, c'est-à-dire à un 1 logique. C'est donc la différence de tension appliquée à l'entrée du convertisseur pour incrémenter la valeur numérique à la sortie d'une unité. Le quantum est défini par $q = U/(2^n - 1)$ où $U = V_a(n-1)$ est la tension pleine échelle appliquée au CAN et n le nombre de bits du convertisseur.

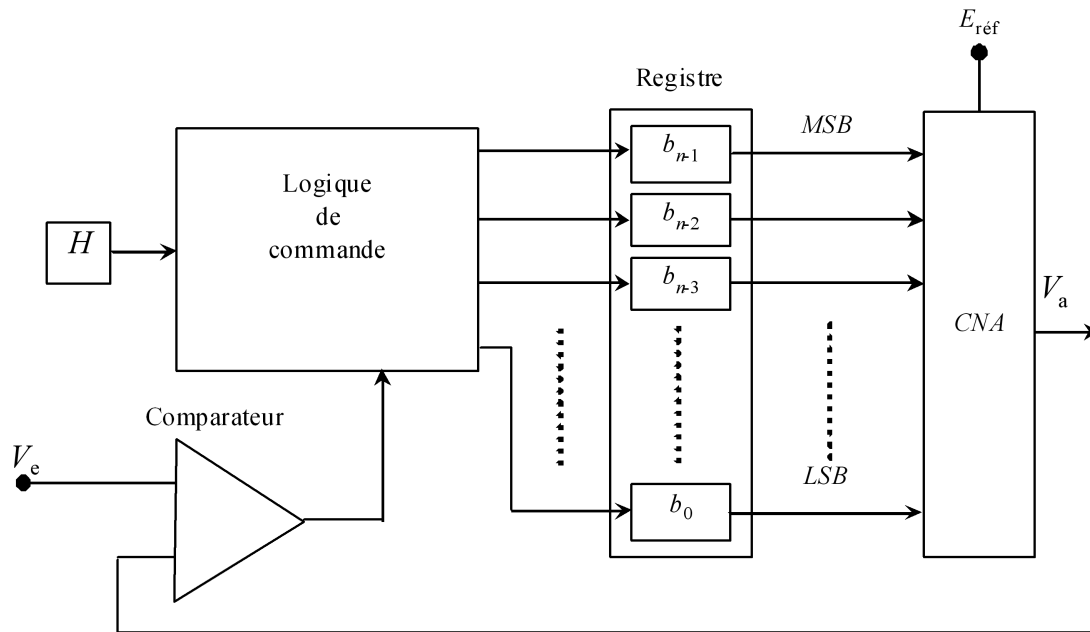


Figure 14. Schéma bloc d'un convertisseur analogique-numérique à approximations successives.

3.1.3.1.7. Mémoire FIFO des données

C'est aussi une mémoire FIFO intégrée à la carte d'acquisition, de taille 2048 mots. Elle reçoit les valeurs numériques résultant de la conversion analogique-numérique avant de les transmettre à la mémoire tampon de l'ordinateur. Quand la mémoire FIFO de données est pleine, la carte PCMCIA établit un drapeau '*données perdues*' à la fin de chaque balayage. Le seuil programmable '*presque pleine*' de la mémoire FIFO des données permet de prévenir cette situation. Dès la mise sous tension ou l'initialisation de la carte, la valeur par défaut attribuée à ce seuil est la capacité de la mémoire FIFO moins 7 mots (3.5 échantillons).

3.1.3.1.8. Déclenchement de la conversion analogique-numérique

La carte d'acquisition que nous utilisons dispose de plusieurs sources de déclenchement permettant d'entamer le processus de conversion d'une tension analogique en valeurs numériques. Les sources de déclenchement disponibles sont :

- Déclenchement interne appelé aussi déclenchement par logiciel. Une commande d'armement issue du logiciel sert en même temps de déclenchement dès qu'elle sera reçue par la carte d'acquisition.
- Déclenchement externe par l'entrée TTL.
- Déclenchement externe par l'entrée analogique comparée à un seuil pré-réglé par la sortie de premier canal du convertisseur numérique analogique.
- Déclenchement par l'horloge à cadence.

Pour les sources de déclenchement extérieures (TTL ou analogique), la commande d'armement est aussi nécessaire, de sorte que tout déclenchement précédant cette commande est ignoré.

Par ailleurs, la carte d'acquisition peut fonctionner suivant plusieurs modes de déclenchement qui sont :

- *le mode mono coup de déclenchement* pour lequel un déclenchement, interne ou externe, lance un seul balayage de tous les canaux indiqués dans la liste de balayage ;
- *le mode continu de déclenchement* (sans pré-déclenchement). Dans ce mode, un déclenchement quelconque débute une série de balayages. Le premier balayage est

lancé immédiatement lors de la réception du déclenchement et les suivants se produisent au rythme de l'horloge à cadence. Ce processus continue jusqu'à ce que le logiciel émette une commande '*arrêt A/N*'.

- *le mode continu avec pré-déclenchement*. Il n'est permis qu'avec les sources externes (TTL ou analogique). La commande d'armement lance l'acquisition des canaux indiqués dans la liste de balayage au rythme de l'horloge. Les données résultantes sont placées dans la mémoire FIFO de données. Cependant, une fois que le seuil '*presque-plein*' programmé est atteint, seules les données les plus récentes sont retenues dans la mémoire FIFO jusqu'à ce que survienne un déclenchement externe. L'acquisition se poursuit alors sans rejet des données récemment acquises.

3.1.3.1.9. Interruptions

La carte d'acquisition a trois sources d'interruption qui sont :

- L'interruption '*fin de balayage*' (*End Of Scan, EOS*). Elle est émise à la fin de chaque balayage de la liste des canaux.
- L'interruption '*seuil de FIFO*'. Elle prévient l'ordinateur quand un drapeau '*presque-plein*' est établi par la carte. Un bloc d'échantillons doit alors être déplacé de la FIFO aux buffers de l'ordinateur.
- L'interruption du temporisateur. Elle est envoyée à l'ordinateur chaque fois que le compteur-temporisateur déborde.

3.1.3.1.10. État machine du convertisseur analogique numérique

La carte d'acquisition a un état machine interne qui contrôle l'opération de conversion analogique numérique dont le diagramme est représenté par la figure 15. Après initialisation ou mise sous tension, l'état machine par défaut est marqué par E_0 . C'est l'état de repos ou d'attente de la carte d'acquisition. La première transition d'état normalement attendue est la transition E_0 à E_3 , lancée par une commande RSTQ (*Reset queue*) issue du logiciel et qui vise à programmer la liste de balayage des canaux. Dans l'état E_3 , la file d'attente des canaux est programmée. L'état machine retourne de nouveau à E_0 . L'étape de retour E_3 à E_0 est activée en émettant une commande flash des données FIFO qui est notée par RSTF (*Reset FIFO*) qui installe les choix du premier canal et son gain pour la liste de balayage. La carte attend alors un déclenchement pour commencer le balayage des canaux. Quand la commande de déclenchement ANCLK (*A/N Clock*) survient, l'état machine bascule de l'état E_0 à l'état E_1 et la conversion analogique en numérique commence. L'état machine attend à E_2 jusqu'à ce que la conversion soit accomplie. Il rejoint ensuite E_4 où le résultat de la conversion A/N est écrit dans la FIFO des données. La vitesse de balayage est déterminée par le temps de transition de l'état E_1 à l'état E_4 , qui peut être réglé à 10 μs , 20 μs , ou 40 μs fournissant une vitesse de balayage pouvant atteindre 100 kilo-échantillon par seconde. S'il y a plusieurs canaux à balayer dans la liste, l'état machine sauterait à E_1 pour une autre boucle de conversion. Autrement, il reviendra à E_0 et attendra un autre déclenchement ou une impulsion d'échantillonnage issue de l'horloge si la carte fonctionne en mode continu de déclenchement. Ce processus garantit que la liste de balayage et la FIFO des données sont correctement flashées pour l'acquisition des données prévue. À tout moment pendant l'acquisition de données, une commande '*arrêt A/N*' permet d'arrêter l'acquisition des données en initialisant l'état machine à E_0 .

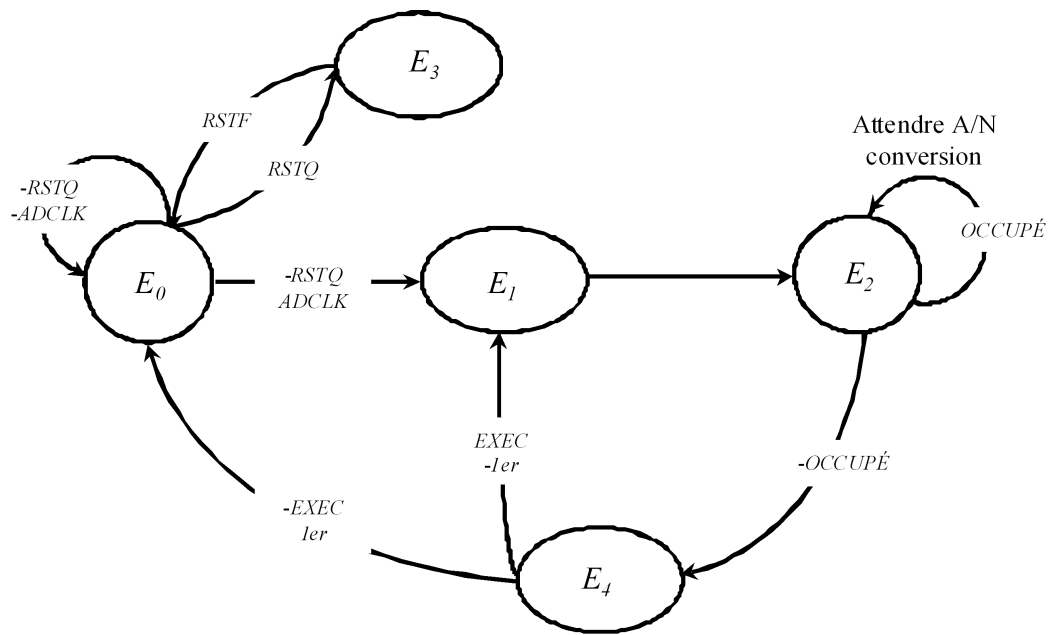


Figure 15. Diagramme de transition d'état du processus de conversion analogique numérique pour la carte KPCMCI-12AIAOH.

3.1.3.2. Compteur temporisateur

La carte KPCMCI-12AIAOH est équipée d'un circuit compteur-temporisateur qui renferme trois registres :

- un registre de recharge 16 bits qui est accessible en écrivant dans le port du compteur-temporisateur (base+10), et reçoit ainsi la valeur initiale du compteur qui détermine le diviseur pour des opérations de synchronisation ou le module pour des opérations de comptage ;
- un compteur 16 bits qui n'est pas directement accessible. Il est rechargé avec la valeur fournie par le registre de recharge chaque fois qu'il déborde ;
- un verrou de lecture 16 bits (base+11) qui lit la valeur courante du compteur chaque fois qu'il reçoit une commande de verrouillage.

La source du signal d'horloge du compteur-temporisateur qui est sélectionnée par programmation est soit :

- la source interne d'horloge de 1 MHz ;
- la source extérieure d'horloge, ou l'entrée du compteur d'impulsions partagée avec l'entrée externe d'horloge du rythme et également avec le bit 2 de l'entrée numérique en raison du confinement des broches d'entrées sorties.

Le compteur temporisateur dispose de quatre modes de fonctionnement :

- En mode 0, le compteur s'arrête et se recharge avec sa valeur initiale par le front montant issu de la source d'horloge choisie.
- En mode 1, le compteur s'arrête tout en gardant la dernière valeur atteinte (pas de recharge).
- Le mode 2 est le mode de comptage dans lequel le compteur est incrémenté par les fronts montants communiqués par la source d'horloge choisie. Lorsque le compteur déborde en passant par son compte final FFFF, une impulsion est émise par la sortie TTL d'impulsion de débordement *ExtOut*.
- En mode 3, le compteur est commandé par l'état logique du signal issu de la porte de commande externe *ExtGate* partagé avec le convertisseur numérique analogique. Le

comptage évolue si le signal de commande est à l'état haut et s'arrête s'il est à l'état bas.

L'interruption du temporisateur est validée ou inhibée par logiciel. Une fois permise, une interruption est envoyée à l'ordinateur chaque fois que le compteur déborde.

3.1.3.3. Convertisseur numérique-analogique

La carte d'acquisition est équipée de deux canaux de conversion numérique-analogique série 12-bit (AD7249 de Analog Device) supportant une mise à jour synchrone. Elle est configurée pour avoir une sortie bipolaire de gamme ± 5 V. Le port de données du convertisseur numérique analogique (N/A) occupant deux mots dans l'espace d'entrées sorties (base+8,9), le format des données de sortie 12-bit est toujours en complément à 2, justifié à droite, avec les quatre bits supérieurs indiquant le numéro du canal de sortie (0000 pour le canal 0 et 0001 pour le canal 1).

La liaison série du port N/A au convertisseur N/A contient un buffer 16 bits et un registre à décalage 16 bits. Un mot de données écrit dans le port N/A est d'abord écrit dans le buffer, chargé dans le registre à décalage, et ensuite envoyé au registre d'entrée du canal N/A correspondant (à l'intérieur du convertisseur AD7249). À l'intérieur du convertisseur N/A, chaque canal a également un registre à décalage 16 bits, un registre d'entrée 12 bits et un registre de sortie 12 bits. Les données chargées dans le registre de sortie déterminent la sortie analogique du canal N/A. Le convertisseur N/A a quatre modes de fonctionnement :

- Le mode 0 est celui de mise à jour directe. Le registre correspondant du canal de sortie N/A est mis à jour immédiatement après écriture du mot de données dans le port N/A. Il n'y a aucune synchronisation entre les deux canaux dans ce mode.
- Le mode 1 est celui de mise à jour synchronisé (les deux canaux sont mis à jour en même temps) par le débordement du temporisateur.
- Le mode 2 correspond à la mise à jour synchronisée des deux canaux par le front montant de la commande de la porte externe *ExtGate*.
- Le mode 3 assure la mise à jour synchronisée des deux canaux par l'horloge principale.

Dans les trois derniers modes synchrones de mise à jour (1, 2, et 3), le mot de données écrit dans chaque canal N/A est d'abord bufférisé dans son registre d'entrée (à l'intérieur du AD7249), puis chargé dans son registre de sortie quand l'événement correspondant, selon le mode, est reçu. Ce qui met à jour sa sortie N/A. Les modes synchrones de mise à jour peuvent être employés pour générer des signaux de conditions de phase précises, à l'image des signaux sinusoïdaux orthogonaux.

3.1.3.4. Ports d'entrée sortie numériques

La carte d'acquisition admet deux ports numériques compatibles TTL : un port d'entrée et un port de sortie. Ces ports peuvent être utilisés pour commander ou surveiller les dispositifs d'acquisition des données analogiques. Ils occupent tous les deux un seul mot dans l'espace d'entrées sorties (base +3).

Le port numérique d'entrée est de quatre bits. Il est accessible seulement en lecture et ne dispose pas de verrou. Chacune des quatre lignes d'entrée est partagée avec d'autres fonctions à cause du confinement des broches dans le connecteur d'entrée de la carte d'acquisition (figure 16). Le bit 0 est partagé avec l'entrée externe de déclenchement. Le bit 2 est partagé avec l'entrée d'horloge externe. Les bits 1 et 3 quant à eux, assurent le choix du gain externe si une ou plusieurs cartes d'expansion sont utilisées quand le bit 5 du registre de contrôle '*mode d'extension*' est armé par le logiciel.

Le port numérique de sortie est de quatre bits également. On y accède par écriture seulement et il dispose d'un verrou. De même pour le port numérique d'entrée, les quatre lignes de sortie numérique sont partagées. Elles peuvent en effet servir pour le choix des canaux externes si le bit d'expansion est armé par le logiciel. Dans ce cas, les lignes de sortie numérique sont gouvernées par les bits du canal externe sélectionné par l'entrée courante de la liste de balayage. Autrement, elles sont connectées aux bits 0 à 3 du verrou du port numérique de sortie.

3.1.3.5. Horloge

La carte d'acquisition a une horloge de temps 24 bits et un diviseur programmable par 2, 10 ou 100. L'horloge de temps peut également être utilisée avec une source d'horloge externe. Avec la source d'horloge interne de 10 MHz, l'horloge à cadence peut produire des vitesses d'échantillonnage précises allant de 0.006 Hz à 100 kHz.

3.1.3.6. Brochage du connecteur

La carte d'acquisition est équipée d'un connecteur 0.8 mm protégé à 32 broches, lié au module de mise en forme du signal sismique via un câble blindé se terminant avec un connecteur femelle type D à 37 broches dont le brochage est représenté à la figure 16. Le manuel d'utilisateur propre à la carte d'acquisition KPCMCI-12AIAOH fourni la description suivante des broches du connecteur :

- Les broches notées Ch0 à Ch7 (ou Ch0+ à Ch7+) représentent les huit entrées analogiques simples de la carte. Elles peuvent être transformées par programmation en quatre entrées analogiques différentielles notées par les paires (Ch0+,Ch0-) à (Ch3+,Ch3-).
- Les sorties analogiques sont en nombre de deux, D/A Ch0 et D/A Ch1.
- Les entrées numériques sont marquées sur le connecteur par les broches DI0 à DI3. L'entrée numérique DI0 joue aussi le rôle de l'entrée de déclenchement externe notée Ext. Trigger, alors que l'entrée DI2 est partagée avec l'entrée de l'horloge externe notée ExtClk. Les deux entrées restantes DI1 et DI3 sont reprises comme des entrées de sélection de gain, notées GS0 et GS1, si une ou plusieurs cartes d'extension sont utilisées.
- Les sorties numériques sont marquées sur le connecteur par les broches DO0 à DO3. Ces sorties sont partagées respectivement avec les quatre sorties CS0 à CS3 prévues pour la sélection du canal externe si une ou plusieurs cartes d'extension sont utilisées.
- Sortie de l'impulsion de débordement pour le compteur temporisateur notée par ExtOut.
- Entrée de control du compteur temporisateur désignée par ExtGate.
- Les broches GND marquent le retour à la terre de l'alimentation ou la valeur de référence (0 V) de toutes les tensions d'entrée ou de sortie numériques et analogiques.
- Les broches marquées par N/C ne sont pas connectées.

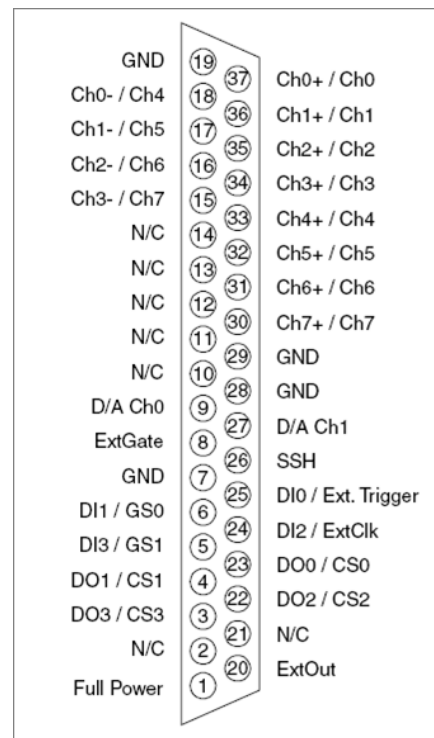


Figure 16. Brochage du connecteur KCAB-AIAO d'entrée-sortie D-37 de la carte d'acquisition KPCMCIA-12AIAOH.

3.1.4. Ordinateur portable

La carte d'acquisition est insérée dans le slot PCMCIA (*Personal Computer Memory Card International Association*, d'où le nom donné parfois au bus) d'un ordinateur portable où sont installés les logiciels Windows XP Professionnel, DriverLINX, LabVIEW et le programme réalisé sous cette dernière plateforme contrôlant l'acquisition et effectuant le traitement des données.

3.2. Aspect logiciel appliqué au traitement numérique des signaux sismiques

Le programme d'acquisition et de traitement des signaux sismiques que nous avons mis au point communique avec la carte d'acquisition KPCMCIA-12AIAOH grâce à un logiciel appelé 'DriverLINX' de Keithley [11]. Les pilotes de DriverLINX supportent divers langages de programmation comprenant Visuel C/C++, Visuel Basic et Delphi. Une bibliothèque de lien dynamique (DLL) est fournie pour tous les types de langages de programmation sous Microsoft Windows comme Visual Basic (VBX). La carte d'acquisition a également un software support clés en main pour TestPoint avec un software support facultatif pour LabView. Chaque instrument virtuel (VI) de LabView admet trois composantes :

- un bloc diagramme jouant le rôle du code graphique ;
- un panneau avant qui représente une interface pour l'utilisateur. Les commandes et les indicateurs qui figurent sur ce panneau permettent à un opérateur d'entrer ou d'extraire des données à partir d'un VI en exécution ;
- un connecteur, sous forme d'une icône, utilisé pour représenter le VI. Ce connecteur possède des terminaux qui sont reliés à ceux d'autres VIs par des fils acheminant les valeurs des variables.

Le programme 'Pleats', réalisé dans notre laboratoire, est établi sous la base de ces VIs. Il admet une structure modulaire constituée d'un ensemble de sous-VIs organisés dans un

menu principal comprenant les items montrés dans le schéma bloc de la figure 17. Nous allons maintenant passer en revue chacun de ces items.

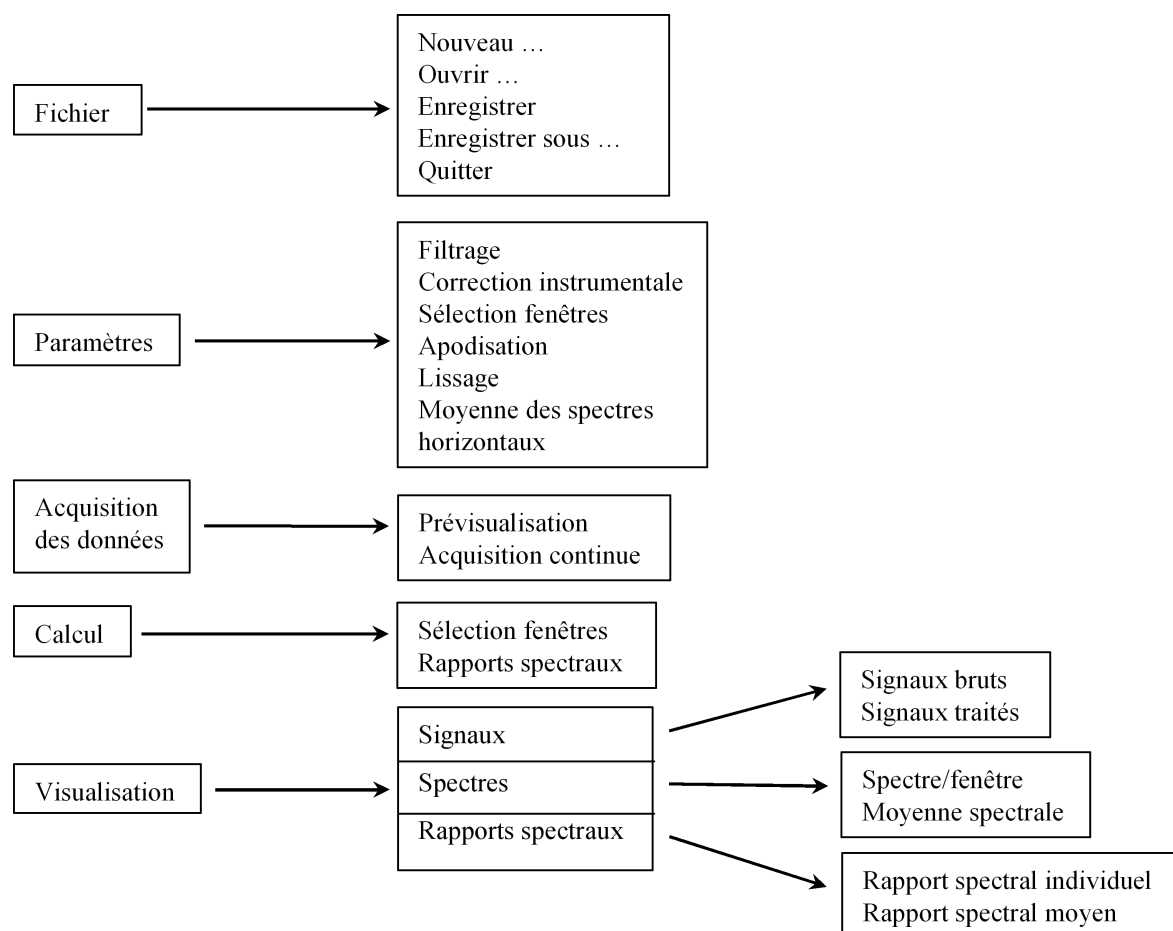


Figure 17. Items constituant le menu et les sous-menus du programme *Pleats* chargé du traitement des signaux sismiques.

3.2.1. Création d'un nouveau fichier ou ouverture d'un fichier existant

Cette rubrique du menu principal nommée '*Fichier*' permet de définir le nom du fichier ainsi que le chemin d'accès où l'on peut sauvegarder des signaux récemment acquis ou lire un fichier de données sismiques déjà existant dans la mémoire de masse de l'ordinateur. Les fichiers que nous utilisons sont de type ACCII et disposent d'un entête indiquant la date et l'heure de l'enregistrement, le lieu ou la zone où a été effectué l'enregistrement, le gain de l'amplificateur ainsi que la fréquence de coupure du filtre à anti-repliement du spectre, la fréquence d'échantillonnage et le nombre d'échantillons du fichier. L'entête est suivi par des données correspondant aux signaux sismiques des trois composantes verticale (V), est-ouest (EW) et nord-sud (NS) selon le format imposé par le VI d'enregistrement. Nous présentons sur la figure 18 un extrait du début d'un tel fichier où 'Gain' représente le gain G_d , 'Fc' la fréquence de coupure ν_c , 'Fréq' la fréquence d'échantillonnage ν_e et 'Nbr' le nombre d'échantillons N_e dans l'enregistrement.

```

17/01/2012 13:55:38
Zone : Imi Mqorn
Gain = 4
Fc = 4
Fréq = 100
Nbr = 119998
V          EW          NS
-----
-0.005     -0.005     -0.015
-0.005     -0.005     -0.015
-0.005      0.010     -0.005
-0.005      0.020     -0.005
-0.005      0.015     -0.010
  0.000      0.010     -0.020
  0.000      0.010     -0.024
  0.005      0.015     -0.015
  ...

```

Figure 18. Début d'un fichier contenant les données sismiques acquises par notre chaîne de mesure.

3.2.2. Prévisualisation des signaux sismiques

Cet élément de menu permet de visualiser en temps quasi réel les signaux sismiques acquis directement sur l'écran sans les enregistrer dans la mémoire de masse de l'ordinateur, ce qui permet de :

- s'assurer du bon fonctionnement des éléments constituant les trois canaux de la chaîne d'acquisition ;
- prévenir un dysfonctionnement des liaisons inter-modulaires ;
- modifier la fréquence de coupure des filtres ;
- agir sur le gain de l'amplificateur s'il y a écrêtage ou niveau faible des signaux ;
- faire éventuellement une correction de l'offset et du rapport de réjection en mode commun au moyen des ajustables équipant le module de mise en forme.

3.2.3. Acquisition continue des signaux sismiques

Elle suit logiquement l'étape de prévisualisation. C'est une routine permettant l'acquisition des signaux sur les trois canaux de la chaîne sismique en mode de déclenchement continu [11,12]. Ce mode permet d'avoir une période constante entre deux échantillons successifs du signal sismique. Les paramètres importants d'entrée faisant office de commandes pour ce VI sont la fréquence d'échantillonnage ν_e et la durée d'acquisition t_a . La fréquence d'échantillonnage est le nombre d'échantillons acquis par seconde sur chaque canal de la chaîne et de manière quasi simultanée. Quant à la durée d'acquisition, elle dépend de la fréquence minimale du spectre du signal à laquelle on s'intéresse. En effet, il est recommandé que l'enregistrement comprenne au moins 200 cycles significatifs de cette fréquence pour que sa représentation dans le spectre soit valide [13]. Pour une durée de 20 min par exemple, cette fréquence est de l'ordre de 0.2 Hz.

3.2.4. Traitement des signaux acquis

Cet élément du menu englobe un ensemble de sous-programmes qui permettent de traiter les signaux sismiques récemment acquis ou lus à partir d'un fichier. Ce sont les

procédures généralement adoptées en traitement du signal. Elles comportent l'élimination de la composante continue, le lissage, le calcul de la moyenne des deux composantes horizontales d'un signal sismique à trois composantes, la sélection des fenêtres par la méthode anti-STA-LTA [14], la correction instrumentale sur le séismomètre, la décimation, le filtrage numérique, la transformée de Fourier rapide FFT (*Fast Fourier Transform*), le calcul de l'amplitude spectrale, etc. La majorité de ces procédés de traitement ont des sous-programmes disponibles et prêts à l'emploi dans la palette de commandes du programme LabVIEW, comme la décimation, le filtrage numérique, la FFT. Cependant, le caractère spécifique de notre programme '*Pleats*' nécessite la création d'autres sous-programmes propres à nos applications. Nous présentons ci-dessous une brève description de ces derniers ainsi que leurs organigrammes.

3.2.4.1. Élimination de la composante continue

Un signal sismique enregistré comporte souvent une composante continue. Cette dernière peut être due à l'offset introduit par le mauvais réglage du zéro dans le module préamplificateur-filtre ou au décalage de l'étage amplificateur situé à l'entrée de la carte d'acquisition. La procédure de l'élimination de la composante continue est constituée de deux étapes simples comme indiqué par l'organigramme de la figure 19. On calcule d'abord la valeur

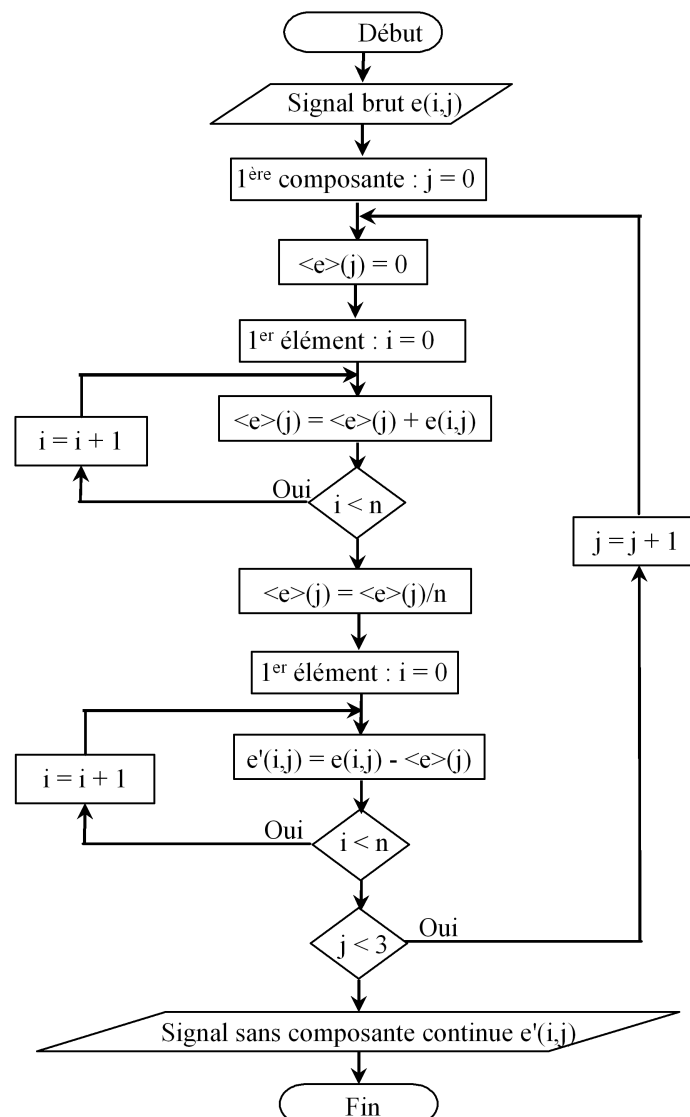


Figure 19. Algorithme de sous VI d'élimination de la composante continue du signal brut.

moyenne $\langle e \rangle(j)$ du signal brut $e(i, j)$ pour chaque canal j ($j = 0, 1, 2$), puis l'on soustrait cette moyenne du signal brut pour obtenir un signal $e'(i, j)$ sans composante continue.

3.2.4.2. Déconvolution de la réponse instrumentale

Les éléments constituant notre chaîne portable d'acquisition et de traitement influent généralement sur les signaux sismiques bruts issus du sol. En effet, chaque composante de ces éléments admet sa propre réponse caractérisée par sa fonction de transfert. Le produit des expressions (19), (28) et (32), correspondant respectivement au vélocimètre L-4-3D, à l'amplificateur d'instrumentation et au filtre de Butterworth d'ordre 2, conduit à l'expression de la fonction de transfert $R(\nu)$ de la chaîne entière :

$$R(\nu) = \frac{-\sigma_d \nu^2}{-\nu^2 + i2\beta\nu_{0s}\nu + \nu_{0s}^2} \frac{G_d}{1 + i\frac{\nu}{Q\nu_{0f}} - \left(\frac{\nu}{\nu_{0f}}\right)^2}, \quad (35)$$

avec $\sigma_d = 152$ V/m/s, $\beta = 0.69$ et $\nu_{0s} = 2.1$ Hz pour la composante verticale du vélocimètre (cf. tableau 2), puis :

$$G_d = \frac{R_4}{R_3} \left(1 + \frac{2R_1}{R_g}\right) = 1 + \frac{2 \times 10^6}{R_g}, \quad \nu_{0f} = \frac{1}{2\pi R_{fc} \sqrt{C_5 C_6}} = \frac{1073022.41}{R_{fc}}$$

et $Q = 0.742$ pour le module de mise en forme. La figure 20 montre les variations de $R(\nu)$ dans le cas où le gain G_d de l'amplificateur d'instrumentation est de 47.6 dB, correspondant à $R_g = 8.2$ k Ω , et où la fréquence de coupure ν_{0f} du filtre anti-repliement de spectre est de 12.0 Hz correspondant à $R_{fc} = 91$ k Ω . Il est à noter ici que chacune des trois sondes du séismomètre 3C que nous utilisons admet sa propre fonction de transfert $R(\nu)$ en raison de leurs caractéristiques qui ne peuvent pas être parfaitement identiques ainsi que des différences qui peuvent exister entre les éléments constituant chaque canal.

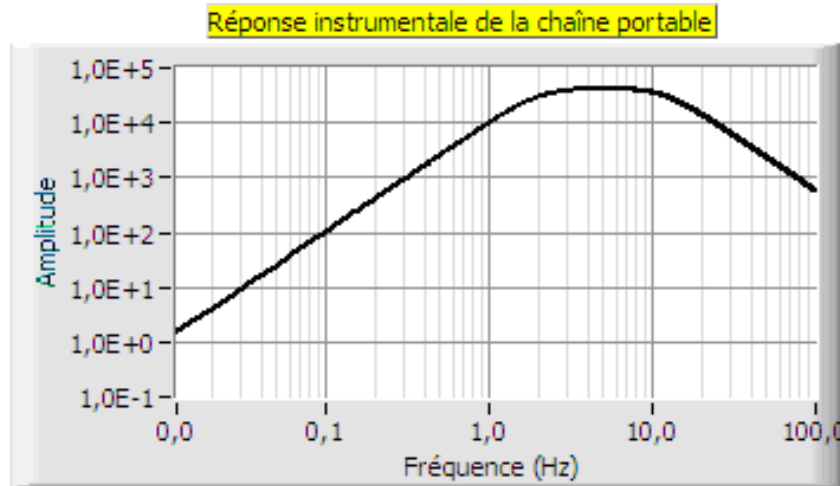


Figure 20. Variations, en fonction de la fréquence ν , de la fonction de transfert globale R de la chaîne portable d'acquisition et de traitement des signaux sismiques relative à la composante verticale du séismomètre, avec $R_g = 8.2$ k Ω et $R_{fc} = 91$ k Ω .

La chaîne portable d'acquisition des signaux sismiques atténue donc une partie importante du signal brut issu du sol. La partie basse fréquence en dessous de 2 Hz est d'une importance capitale dans les études effectuées en séismologie. Il est alors important de restituer les signaux sismiques bruts du sol en procédant à l'élimination de l'influence de la chaîne portable sur les signaux enregistrés.

Afin de pouvoir établir le principe de cette procédure, raisonnons par exemple sur la composante verticale $Z(t)$ du déplacement du sol au niveau de la sonde. Cette composante peut toujours se décomposer en une série de Fourier ; la grandeur complexe $\bar{Z}(t)$ associée s'écrit ainsi :

$$\bar{Z}(t) = \int_0^{+\infty} \tilde{Z}(\nu) e^{i2\pi\nu t} d\nu$$

et peut être considérée comme étant la superposition d'ondes harmoniques :

$$\bar{Z}_\nu(t) = \tilde{Z}(\nu) e^{i2\pi\nu t}$$

de fréquences ν et d'amplitudes complexes :

$$\tilde{Z}(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{Z}(t) e^{-i2\pi\nu t} dt .$$

Les signaux électriques correspondant récupérés après la chaîne sont donc :

$$\bar{e}_\nu(t) = R(\nu) \bar{Z}_\nu(t) = R(\nu) \tilde{Z}(\nu) e^{i2\pi\nu t} .$$

La résultante de ces signaux n'est autre que le signal $\bar{e}(t)$ correspondant au déplacement mécanique $\bar{Z}(t)$:

$$\bar{e}(t) = \int_0^{+\infty} R(\nu) \tilde{Z}(\nu) e^{i2\pi\nu t} d\nu$$

où le produit $R(\nu) \tilde{Z}(\nu)$ peut être identifié à la transformée de Fourier $\tilde{e}(\nu)$ de $\bar{e}(t)$. Ainsi, pour accéder au déplacement du sol $\bar{Z}(t)$, on calcule d'abord le spectre :

$$\tilde{e}(\nu) \equiv R(\nu) \tilde{Z}(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{e}(t) e^{-i2\pi\nu t} dt$$

du signal enregistré $\bar{e}(t)$. En divisant ensuite par $R(\nu)$ puis en prenant la transformée de Fourier inverse, on obtient l'expression de $\bar{Z}(t)$:

$$\bar{Z}(t) = \int_0^{+\infty} \frac{\tilde{e}(\nu)}{R(\nu)} e^{i2\pi\nu t} d\nu .$$

Cette technique est appelée déconvolution de la réponse instrumentale du système d'acquisition des signaux. Nous avons réalisé un programme sous la plateforme LabVIEW qui permet d'accomplir cette tâche. L'organigramme de la figure 21 montre les principales étapes suivies par ce programme.

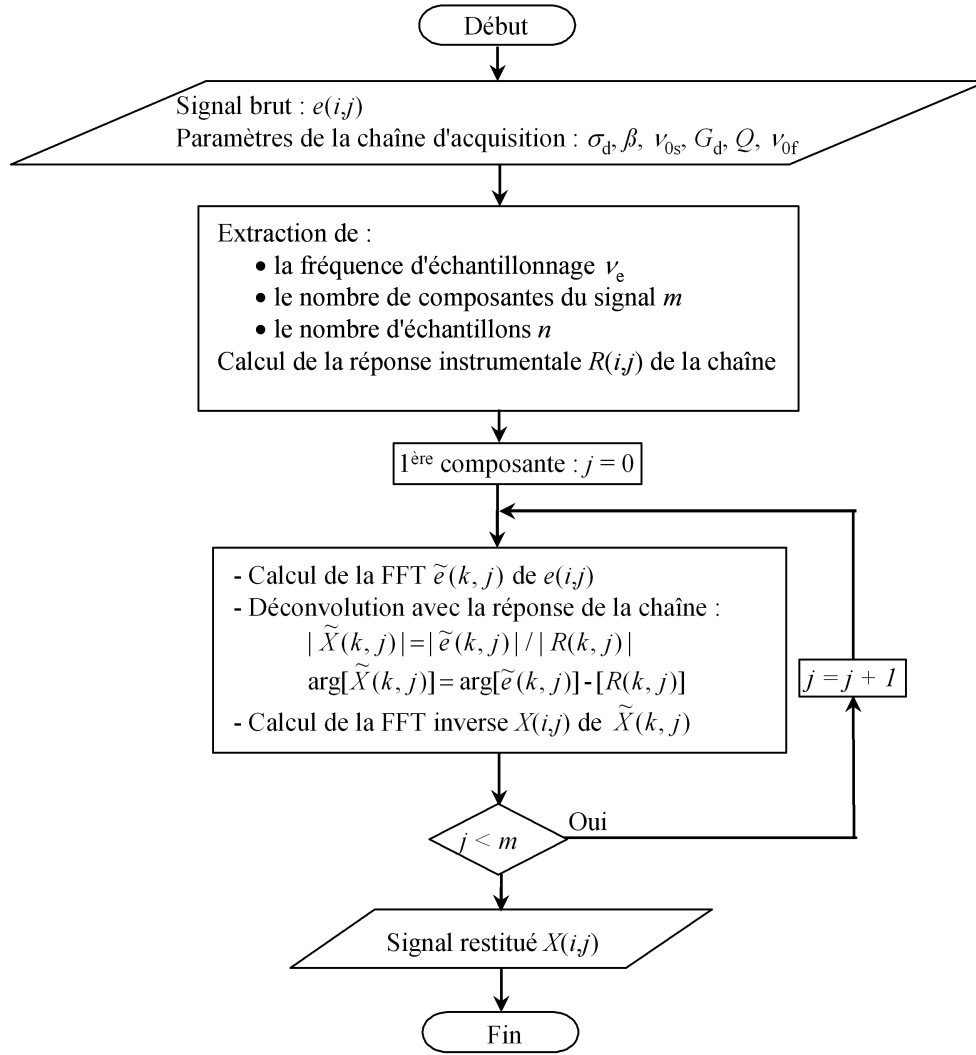


Figure 21. Algorithme de déconvolution de la réponse instrumentale de la chaîne portable d'acquisition et de traitement des signaux sismique.

La première étape du programme consiste à lire le signal sismique trois composantes $e(i, j)$ qui est précédemment enregistré dans un fichier ou qui vient d'être acquis par la chaîne portable. Les paramètres pertinents sont préalablement saisis via le panneau avant du programme ou à partir du fichier approprié. Pour chacune des trois composantes du sismomètre, les paramètres nécessaires sont la fréquence propre ν_{0s} , le coefficient d'amortissement β et la transduction en charge σ_d . Pour le module de mise en forme, on doit disposer du gain différentiel G_d de l'amplificateur d'instrumentation, de la fréquence de coupure ν_{0f} du filtre de Butterworth et de la qualité Q du filtre. On procède ensuite à l'extraction de la fréquence d'échantillonnage ν_e , du nombre de composantes du signal m ($m = 3$) et le nombre d'échantillons N_e à partir du signal brut d'entrée $e(i, j)$. On calcule également le spectre $R(k, j)$ de la réponse instrumentale de la chaîne portable d'acquisition à l'aide de l'expression (35). Enfin, on effectue les opérations suivantes :

- on calcule d'abord la FFT $\tilde{e}(k, j)$ de $e(i, j)$;
- on calcule ensuite le rapport $\tilde{e}(k, j)/R(k, j)$; ce calcul est réalisé en divisant les modules respectifs des deux grandeurs figurant dans ce rapport et en soustrayant leurs arguments ;
- on obtient finalement le déplacement du sol $X(i, j)$ au niveau du sismomètre par le calcul de la FFT inverse du rapport $\tilde{e}(k, j)/R(k, j)$.

Nous avons appliqué la méthode de déconvolution aux signaux réels. La figure 22a montre les variations temporelles d'un signal sismique $e_z(t)$ relatif à la composante verticale enregistré par la chaîne portable d'acquisition à la Faculté des Sciences d'Agadir le 16/11/2006 à 10:26:40. La fréquence d'échantillonnage a été fixée à 100 Hz et le nombre d'échantillons du signal a été tronqué à 8192. L'amplitude $|\tilde{e}_z(\nu)|$ de son spectre est représentée sur la figure 22b. Les figures 22c et 22d montrent les variations de l'amplitude et de l'argument de la réponse instrumentale $R(\nu)$ de la chaîne d'acquisition portable ; le gain G_d de l'amplificateur d'instrumentation est de 54 dB et le fréquence de coupure ν_{of} pour le filtre passe-bas de Butterworth est de 27.5 Hz. La figure 22e montre les variations de l'amplitude du rapport $\tilde{Z}(\nu) = \tilde{e}_z(\nu)/R(\nu)$. On peut remarquer, à ce stade, que cette amplitude est devenue plus importante sur les plages fréquentielles en deçà de 2 Hz puis au delà de 30 Hz. La transformée de Fourier inverse de cette fonction, identifiée au déplacement du sol $Z(t)$, est représentée en amplitude sur la figure 22f.

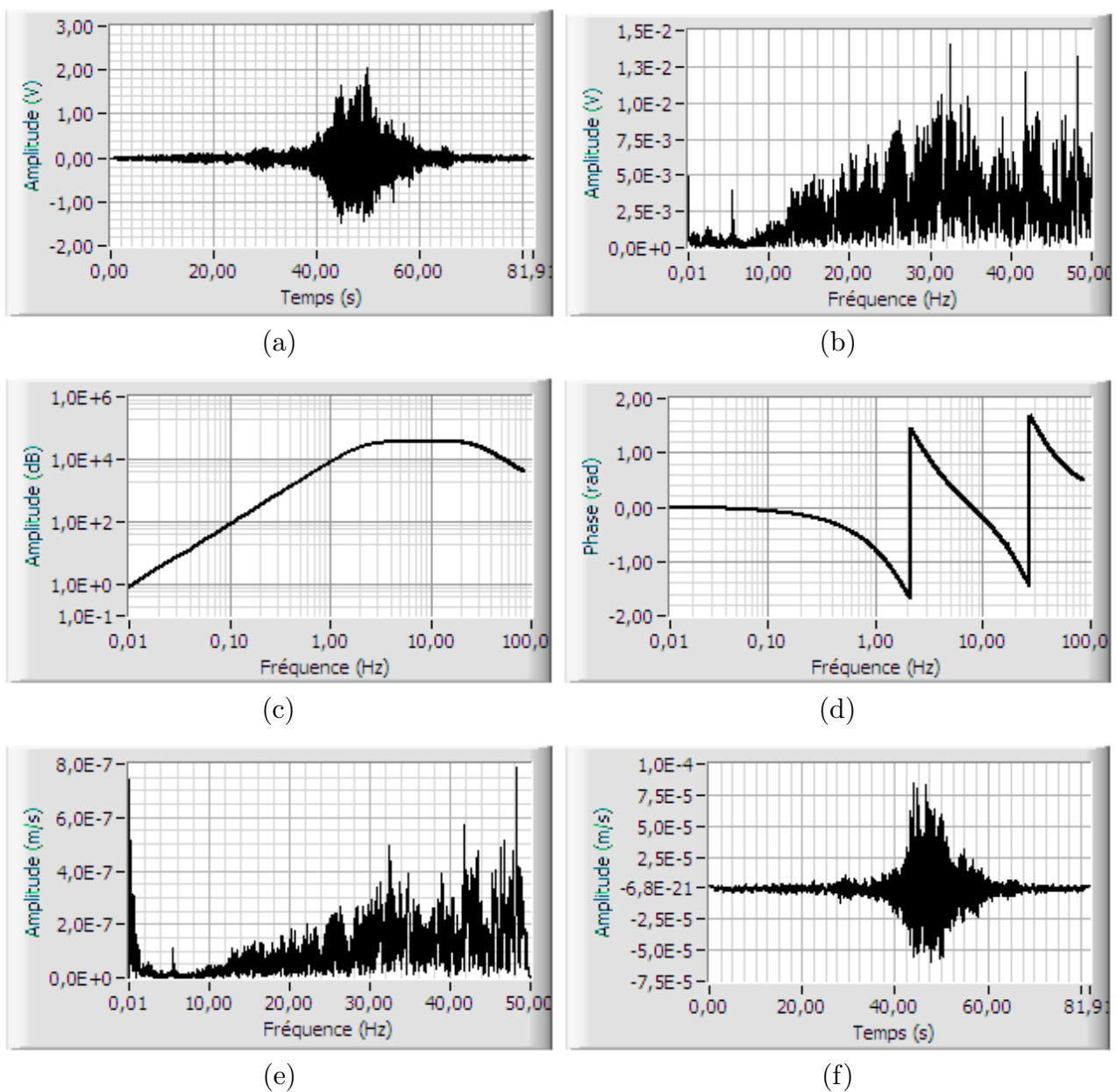


Figure 22. Application de la déconvolution de la réponse instrumentale de la chaîne d'acquisition portable sur un signal sismique réel.

3.2.4.3. Sélection des fenêtres du bruit stationnaire dans un signal sismique

Certaines recherches sur les signaux sismiques s'intéressent plus particulièrement à l'étude statistique du bruit de fond sismique. Une telle étude se base sur un grand nombre de fenêtres de durée prédéfinie sélectionnées sur un long enregistrement sismique, omettant de la sorte les structures transitoires associées à des sources spécifiques. Pour cela, un module de sélection automatique de fenêtre de bruit sismique a été introduit dans le programme. Son objectif est d'extraire les parties les plus stationnaires de ce bruit, évitant ainsi les transitoires associés à des sources spécifiques très voisines. Cet objectif est différent de celui visé par les sismologues qui tentent de détecter les événements à l'aide d'algorithmes trigger spécifiques traquant les transitoires.

La procédure de détection des transitoires est basée sur une comparaison classique entre deux grandeurs issues du signal sismique lui-même, en l'occurrence la moyenne à court terme désignée par *STA* (*short term average*) et la moyenne à long terme désignée par *LTA* (*long term average*). Ces deux moyennes portent sur une fonction $S(i)$ permettant de caractériser le signal $e'(i, j)$ débarrassé de la composante continue. La fonction caractéristique $S(i)$ peut être par exemple la valeur absolue du signal ou la valeur quadratique moyenne de son amplitude calculée sur la base des trois composantes du signal sismique ; dans notre programme, nous avons opté pour la valeur quadratique moyenne. Afin de compenser les différences des niveaux d'amplitudes souvent observées entre les trois composantes du signal, nous avons introduit deux facteurs de pondération F_{ew} et F_{ns} respectivement sur les deux composantes $e'(i, 1)$ et $e'(i, 2)$ du signal représentant respectivement les composante est-ouest et nord-sud ; le facteur de pondération de la composante verticale $e'(i, 0)$, prise comme référence, a été fixé à 1. Cette méthode empêche la composante d'amplitude la plus importante de noyer les transitoires contenus dans les deux autres composantes, ce qui améliore davantage l'élimination de tous les transitoires dans le signal sismique. Ainsi, la fonction $S(i)$ est exprimée par :

$$S(i) = \sqrt{\frac{e'(i, 0)^2 + [F_{ew}e'(i, 1)]^2 + [F_{ns}e'(i, 2)]^2}{3}}$$

où l'indice i parcourt les n échantillons du signal enregistré.

La moyenne à court terme, $S_{sta}(i)$, est le niveau moyen de la fonction $S(i)$ pendant une courte durée T_{sta} dont les valeurs typiques sont comprises entre 0.5 s et 2 s. En notant $\delta t = 1/\nu_e$ la durée séparant l'acquisition de deux échantillons voisins, le nombre d'échantillons acquis durant T_{sta} est $n_{sta} = T_{sta}/\delta t$. La moyenne à court terme est ainsi :

$$S_{sta}(i) = \frac{1}{n_{sta}} \sum_{k=i}^{i-n_{sta}+1} S(k) .$$

Pour les échantillons d'indice i inférieur à n_{sta} , $S_{sta}(i)$ a été prise égale à la moyenne globale de la fonction $S(i)$:

$$\langle S \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} S(i) .$$

De même, la moyenne à long terme, $S_{lta}(i)$, est le niveau moyen de la fonction caractéristique du signal sismique pendant une durée T_{lta} plus longue que T_{sta} , de l'ordre de plusieurs dizaines de secondes et pouvant s'étendre sur toute la longueur de l'enregistrement [14,15] :

$$S_{lta}(i) = \frac{1}{n_{lta}} \sum_{k=i}^{i-n_{lta}+1} S(k) ,$$

où $n_{lta} = T_{lta}/\delta t$ est le nombre d'échantillons acquis durant T_{lta} .

Nous nous intéressons aux fenêtres exemptes de transitoires énergétiques, c'est-à-dire les fenêtres pour lesquelles le rapport :

$$\rho(i) = \frac{S_{\text{sta}}(i)}{S_{\text{lta}}(i)}$$

doit rester inférieur à un seuil raisonnable ρ_{max} , dont la valeur typique est autour de 1.5 à 2, et cela pendant la durée T_{fen} de chaque fenêtre. Parallèlement, nous évitons les parties du signal caractérisées par des amplitudes anormalement basses. Nous avons ainsi introduit un seuil minimum ρ_{min} au-dessous duquel le rapport $\rho(i)$ ne doit pas chuter durant la fenêtre sélectionnée. Nous avons également intégré deux autres critères qui peuvent être optionnellement utilisés pour la sélection des fenêtres :

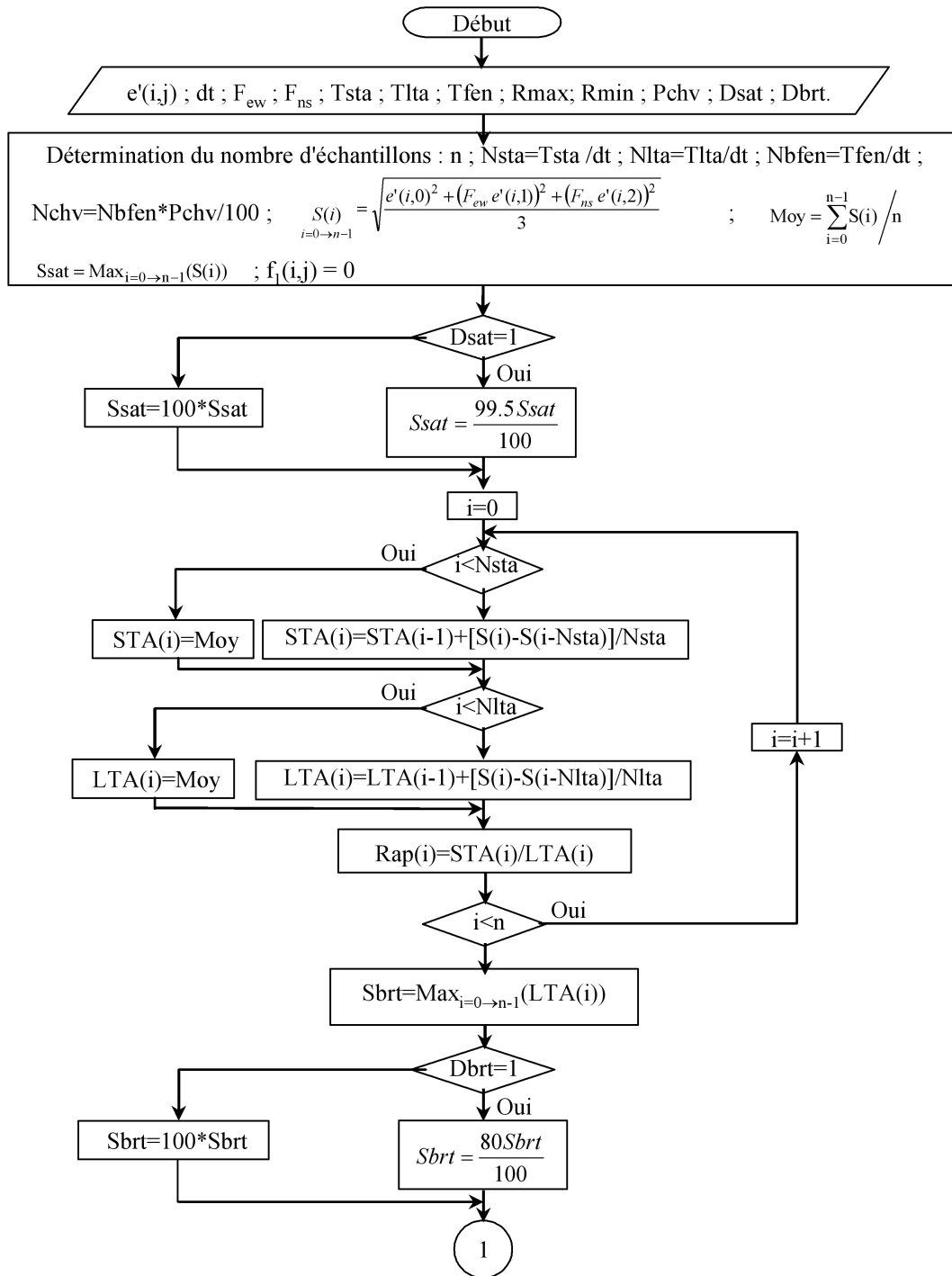
- La saturation du signal affecte la transformée de Fourier et par suite le spectre du signal sismique. Le programme cherche l'amplitude maximale :

$$S_{\text{sat}} = \max[S(i)], \quad i = 0, 1, \dots, n - 1$$

du signal sismique tout entier, et exclut automatiquement les parties durant lesquelles le pic d'amplitude atteint ou dépasse 99.5 % de ce maximum d'amplitude ; cette option a été validé par défaut dans le programme par l'armement d'un drapeau de saturation D_{sat} ($D_{\text{sat}} = 1$).

- Dans certains cas, il peut exister des transitoires de longue durée pour lesquels le rapport $\rho(i)$ reste entre les deux limites établies, mais durant lesquels le mouvement du sol peut ne pas être une représentation de véritables vibrations ambiantes caractérisant le bruit de fond sismique. Nous avons donc introduit une autre option permettant d'éviter les parties trop bruitées du signal pendant lesquelles la valeur de $S_{\text{lta}}(i)$ excède 80 % de sa valeur maximale S_{brt} dans tout l'enregistrement. Par défaut, cette options a été invalidée dans le programme par le désarmement d'un drapeau de bruit D_{brt} ($D_{\text{brt}} = 0$).

Le programme de sélection des fenêtres, représenté par l'algorithme de la figure 23, cherche automatiquement dans l'enregistrement des fenêtres de durée prédéfinie T_{fen} et satisfaisant les critères précités. Lorsqu'une fenêtre est sélectionnée, elle est gardée pour le traitement en aval et le programme cherche la fenêtre suivante tout en permettant à deux fenêtres successives de se chevaucher à un pourcentage prédéfini, noté P_{chv} , que l'on peut faire varier de 0 % à 50 %. Les variables mises en jeu dans le module de sélection des fenêtres sont récapitulées ainsi :



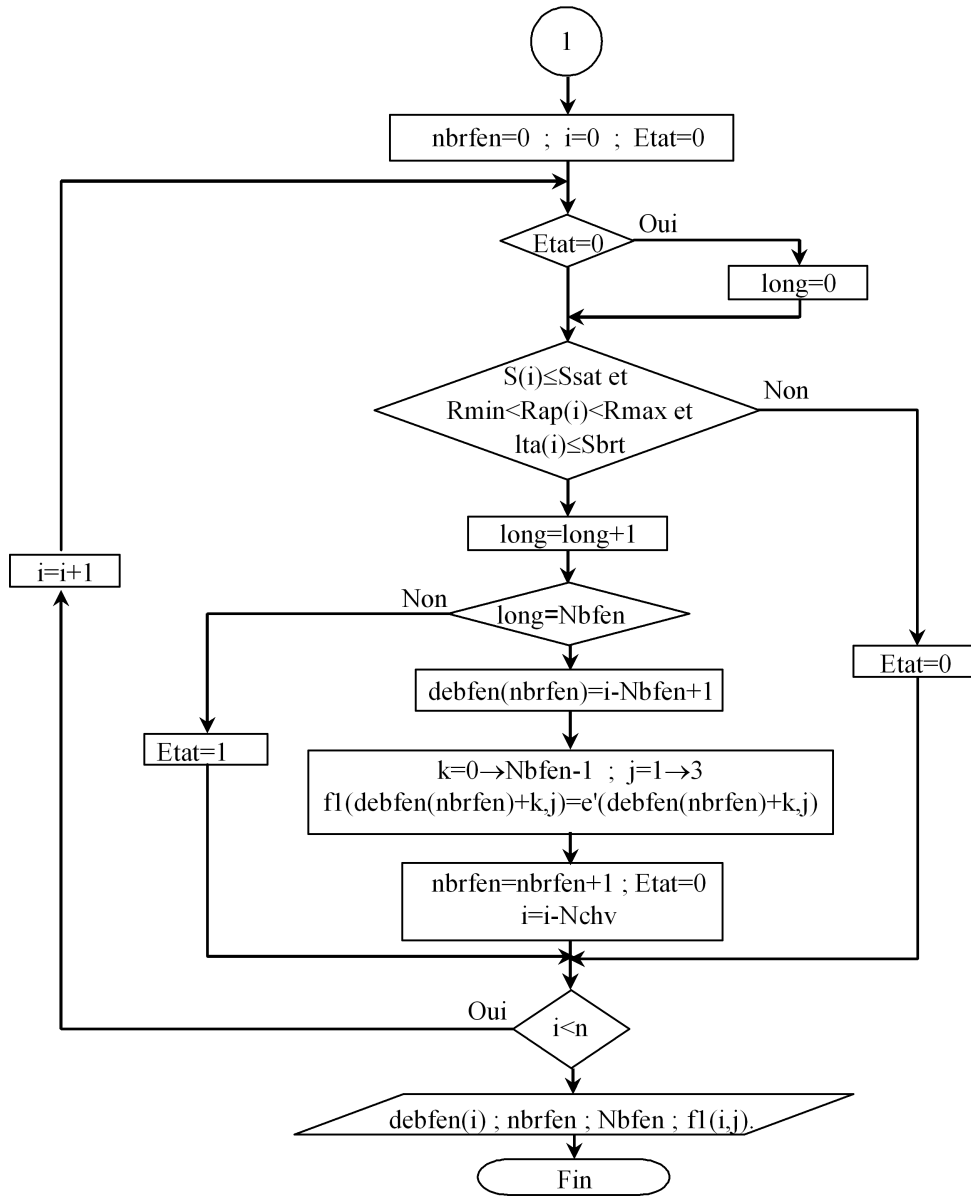


Figure 23. Organigramme de l'algorithme anti STA-LTA pour la sélection des fenêtres à bruit stationnaire dans l'enregistrement du bruit de fond sismique.

Paramètres d'entrée

Les paramètres d'entrée sont :

- le nom et le chemin du fichier constituant l'enregistrement des signaux $e'(i, j)$ issus des vibrations sismiques ambiantes et dépourvus de la composante continue ;
- dt désignant la durée δt séparant deux échantillons voisins ;
- T_{sta} et T_{lta} représentant respectivement les durées T_{sta} et T_{lta} des fenêtres STA et LTA ;
- R_{min} et R_{max} représentant respectivement les limites inférieure ρ_{min} et supérieure ρ_{max} permises pour le rapport $\rho(i)$ auquel est associé le tableau $Rap(i)$;
- T_{fen} traduisant la durée T_{fen} des fenêtres du signal sismique durant laquelle le rapport $\rho(i)$ doit rester dans l'intervalle $[\rho_{min}, \rho_{max}]$;
- P_{chv} représentant le pourcentage P_{chv} d'intersection permis à deux fenêtres voisines ;
- D_{sat} représentant le drapeau D_{sat} pour activer ou désactiver l'omission des parties saturées du signal ;

- **Dbrt** représentant le drapeau D_{brt} permettant d'éviter ou non les zones trop bruitées de l'enregistrement.

Paramètres de sortie

Les paramètres de sortie sont :

- **nbrfen** représentant le nombre de fenêtres satisfaisantes aux critères imposés par les paramètres d'entrée ;
- **Nbfen** traduisant le nombre d'échantillons compris dans chacune de ces fenêtres ;
- **debfen(k)**, avec **k** allant de 0 à **nbrfen**, étant un tableau constitué des indices i dans l'enregistrement $e'(i, j)$ tout entier, du premier élément des fenêtres.

Paramètres intermédiaires

Dans l'algorithme de la figure 23 :

- **STA(i)** et **LTA(i)** sont respectivement les tableaux représentant respectivement les fonctions $S_{\text{sta}}(i)$ et $S_{\text{lta}}(i)$;
- **Nsta** et **Nlta** désignant respectivement les nombres d'échantillons n_{sta} et n_{lta} dans les fenêtres STA et LTA ;
- **f1(i, j)** est un tableau d'importance secondaire. Sa valeur est initialement nulle. Il est prévu pour la visualisation, avec une couleur différente, des fenêtres sélectionnées sur les mêmes graphes que ceux représentant $e'(i, j)$. Les parties de **f1(i, j)** ne couvrant pas les fenêtres sélectionnées restent nulles ;
- **long** est une variable locale dénombrant les éléments successifs de l'enregistrement $e'(i, j)$ qui satisfont les trois conditions $\rho_{\min} \leq \rho(i) \leq \rho_{\max}$, $S(i) \leq S_{\text{sat}}$ et $S_{\text{lta}}(i) \leq S_{\text{brt}}$. Dès que sa valeur atteint **Nbfen**, une nouvelle fenêtre de bruit stationnaire est trouvée ;
- **Nchv** = **Nbfen*****Pchv**/100 est le nombre d'échantillons formant l'intersection de deux fenêtres voisines ;
- **Etat** est un drapeau qui maintient ou réinitialise le processus de sélection des fenêtres à bruit stationnaire. En effet, au cours de l'extraction d'une nouvelle fenêtre à partir du signal $e'(i, j)$, **long** s'incrmente tant que **Etat** est à 1, ce qui veut dire que les trois conditions précitées sont encore satisfaites. Dès que l'une de ces conditions est rompue, le drapeau **Etat** est remis à zéro et la recherche d'une nouvelle fenêtre s'entame à partir du rang i en cours du signal $e'(i, j)$.

3.2.4.4. Apodisation

Théoriquement, le calcul des spectres par la transformée de Fourier suppose que les signaux sont de durée infinie. En traitement de signal, les signaux réels $e(t)$ sont toujours de durée T limitée ce qui peut être considéré comme si l'on avait appliqué une fenêtre, ou une porte, rectangulaire $h(t)$ à un signal théoriquement infini $e_{\infty}(t)$:

$$e(t) = h(t) e_{\infty}(t) .$$

Une telle opération est dite *apodisation* ou *pondération* ou encore *fenêtrage* d'un signal. Quand on passe au domaine fréquentiel par l'application de la FFT au signal tronqué $e(t)$, l'apodisation se traduit par le produit de convolution entre le spectre $E_{\infty}(\nu)$ du signal infini et le spectre $H(\nu)$ de la porte rectangulaire :

$$E(\nu) = H(\nu) * E_{\infty}(\nu) .$$

Le spectre d'un signal réel obtenu par FFT, $E(\nu)$, est donc souvent corrompu. Il s'identifie au spectre $E_{\infty}(\nu)$ si $H(\nu)$ est la distribution de Dirac $\delta(\nu)$ centrée en $\nu = 0$ car constituant

l'élément neutre de l'opération de convolution dans l'espace des fonctions. Or, le signal temporel ayant un spectre en fonction de Dirac est un signal constant infini, ce qui est impossible en pratique. Il se pose alors le problème d'éliminer ou de minimiser l'effet du fenêtrage par un compromis entre la largeur du pic principal du spectre $H(\nu)$ qui doit être la plus réduite possible et les pics secondaires qui doivent être les plus atténués possibles. Plusieurs types de fenêtres $h(t)$ ont été proposés dans ce contexte. Les plus courantes sont la fenêtre rectangulaire :

$$h(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \in [0, T] , \\ 0 & \text{ailleurs,} \end{cases}$$

la fenêtre de Hann :

$$h(t) = \begin{cases} 0.5 - 0.5 \cos 2\pi \frac{t}{T} & \text{si } t \in [0, T] , \\ 0 & \text{ailleurs,} \end{cases}$$

la fenêtre de Hamming :

$$h(t) = \begin{cases} 0.54 - 0.46 \cos 2\pi \frac{t}{T} & \text{si } t \in [0, T] , \\ 0 & \text{ailleurs,} \end{cases}$$

et la fenêtre de Blackman :

$$h(t) = \begin{cases} 0.42 - 0.5 \cos 2\pi \frac{t}{T} + 0.08 \cos 4\pi \frac{t}{T} & \text{si } t \in [0, T] , \\ 0 & \text{ailleurs.} \end{cases}$$

Ces fenêtres se distinguent les unes des autres par la largeur du lobe central du spectre $H(\nu)$ ainsi que par l'atténuation des lobes secondaires (figure 24).

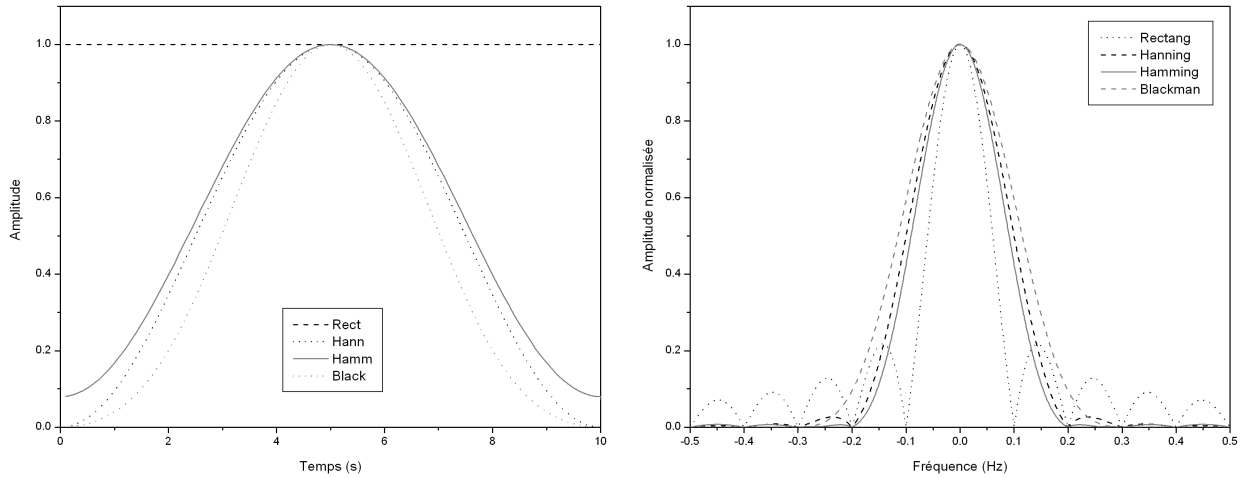


Figure 24. Fenêtres rectangulaire, de Hann, de Hamming et de Blackman (à gauche) et spectres fréquentiels correspondants (à droite).

Le choix du type de la fenêtre d'apodisation dépend de l'application désirée. La fenêtre que nous avons adoptée est inspirée de celle de Hann. Ce choix est justifié par le fait que ses lobes secondaires sont plus faibles comparés à ceux de la fenêtre rectangulaire bien que son lobe central soit plus large. La modification que nous avons apportée à la fenêtre de Hann est l'ajout d'une quantité appelée *pourcentage d'apodisation* p . En notant n le nombre d'échantillons représentant le signal réel $e'(i, j)$ enregistré ($i = 0, 1, \dots, n-1$; $j = 0, 1, 2$), nous avons introduit un indice d'apodisation $k = pn/100$ qui délimite la tranche du signal sujette à l'action de pondération. Ainsi :

$$h(i, j) = \begin{cases} 0.5(1 - \cos \pi \frac{i}{k}) & \text{pour } 0 \leq i \leq k-1 \text{ et } n-1-k \leq i \leq n-1 , \\ 1 & \text{pour } k \leq i \leq n-2-k. \end{cases}$$

Seuls les k premiers et les k derniers échantillons du signal $e'(i, j)$ sont donc affectés d'une réduction. L'algorithme de l'apodisation est représenté par la figure 25. La figure 26 montre un exemple d'application sur un signal sinusoïdal de fréquence 0.1 Hz avec une fenêtre d'apodisation d'un pourcentage de 20%.

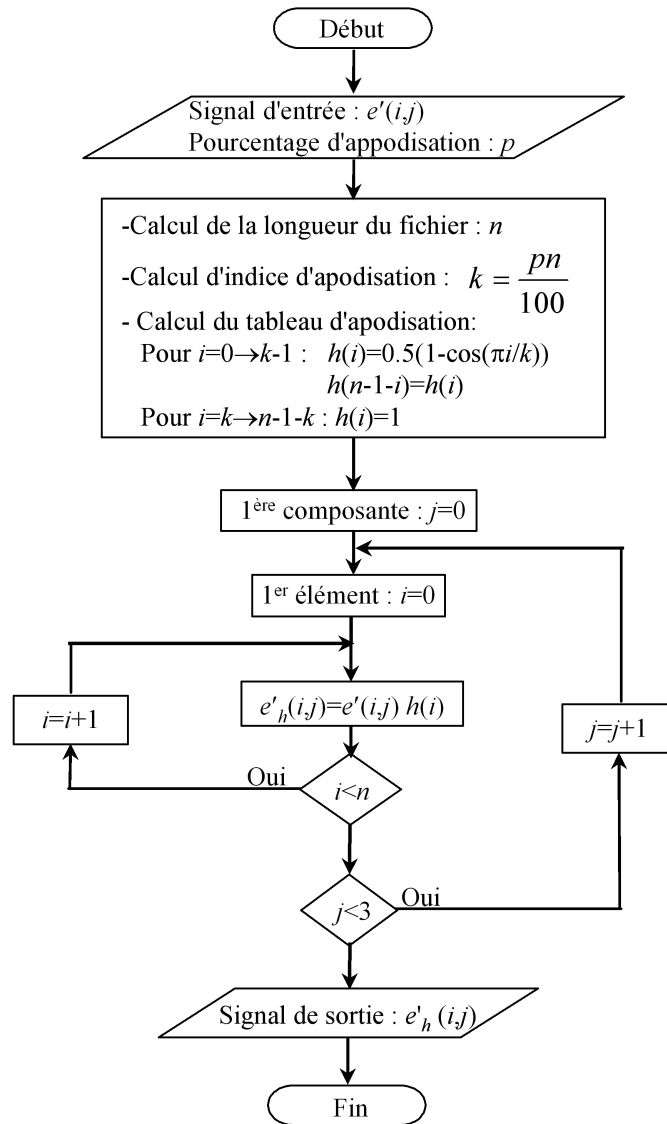


Figure 25. Algorithme de sous VI pour la phase d'apodisation du signal sismique $e'(i, j)$.

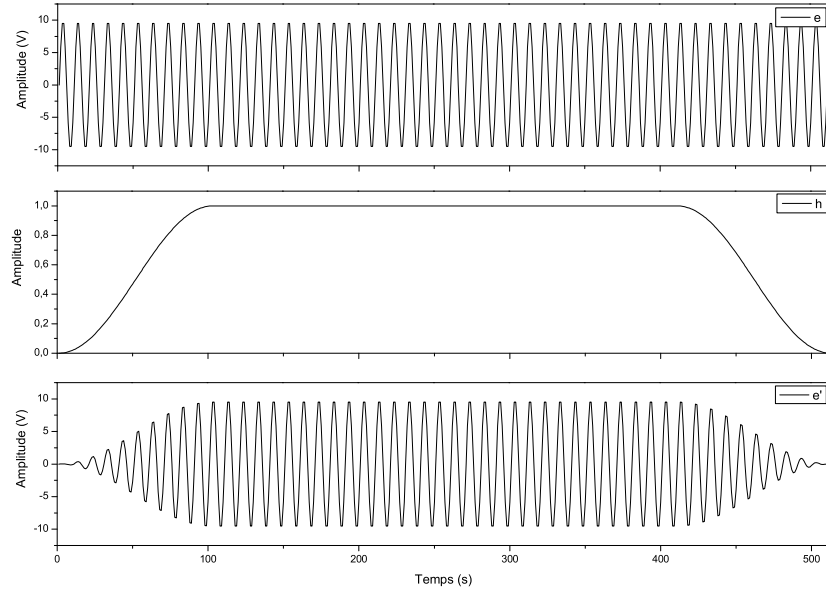


Figure 26. Résultat de l'application d'apodisation sur un signal sinusoïdal de fréquence 0.1 Hz (en haut) avec une fenêtre d'un pourcentage de 20% (au centre).

3.2.4.5. Lissage des spectres

Les spectres fréquentiels bruts $E(\nu)$ présentent généralement beaucoup d'oscillations très courtes et de nombreux pics qui compromettent leur lisibilité. Par ailleurs, dans l'évaluation du rapport H/V que nous allons décrire plus loin, les valeurs très petites dans de tels spectres conduisent à des valeurs non réalistes de ce rapport. En conséquence, le lissage des spectres s'avère très recommandé. Nous utilisons trois techniques pour le lissage, en l'occurrence le lissage rectangulaire, le lissage triangulaire et enfin celui proposé par KONNO ET OHMACHI [16]. Le principe du lissage consiste à calculer, pour chaque fréquence ν , la moyenne pondérée $\overline{E}(\nu)$ par une certaine fonction $w(\nu')$ dans une fenêtre symétrique $\mathcal{D} = [\nu - \Delta\nu, \nu + \Delta\nu]$ centrée sur cette fréquence et glissant le long du spectre :

$$\overline{E}(\nu) = \frac{\int_{\nu-\Delta\nu}^{\nu+\Delta\nu} w(\nu') E(\nu') d\nu'}{\int_{\nu-\Delta\nu}^{\nu+\Delta\nu} w(\nu') d\nu'}$$

Les trois types de lissage diffèrent par le type de la fonction de pondération $w(\nu')$ (figure 27). Cette dernière est constante dans la fenêtre $\mathcal{D}$:

$$w(\nu') = 1$$

pour le lissage rectangulaire ; elle est décroissante linéairement au fur et à mesure que l'on s'écarte de la fréquence ν dans le cas d'un lissage triangulaire :

$$w(\nu') = 1 + \epsilon \frac{\nu' - \nu}{\Delta\nu}$$

où ϵ vaut $+1$ pour $\nu' < \nu$ et -1 pour $\nu' > \nu$. Pour le lissage de KONNO-OHMACHI, on a :

$$w(\nu') = \left\{ \frac{\sin[\log(\nu'/\nu)^b]}{\log(\nu'/\nu)^b} \right\}^4$$

où b est un coefficient traduisant la largeur de l'intervalle $\mathcal{D}$ qui est constante sur une échelle logarithmique de ν' . Plus ce coefficient est grand, plus la largeur de $\mathcal{D}$ est petite. Une valeur typique de b est de 40. La fenêtre est définie par l'intervalle $\mathcal{D} = [\nu/\varpi, \nu\varpi]$ avec $\varpi = 10^{\pi/b}$.

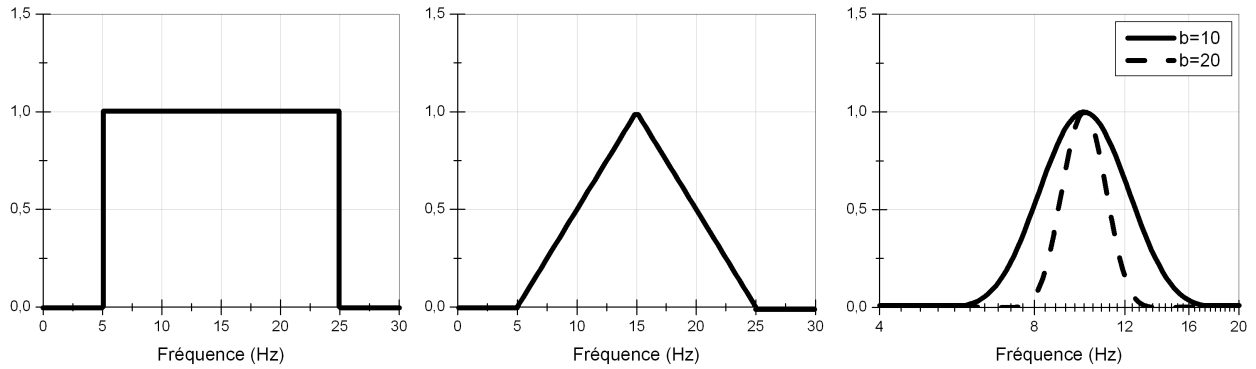


Figure 27. Fenêtres utilisées dans le sous-programme de lissage des spectres : rectangulaire (à gauche), triangulaire (au milieu) et celle de KONO-OHMACHI pour deux valeurs de b (à droite).

L'algorithme de lissage de type rectangulaire ou triangulaire est montré sur la figure 28, alors que celui de KONO-OHMACHI est présenté sur la figure 29.

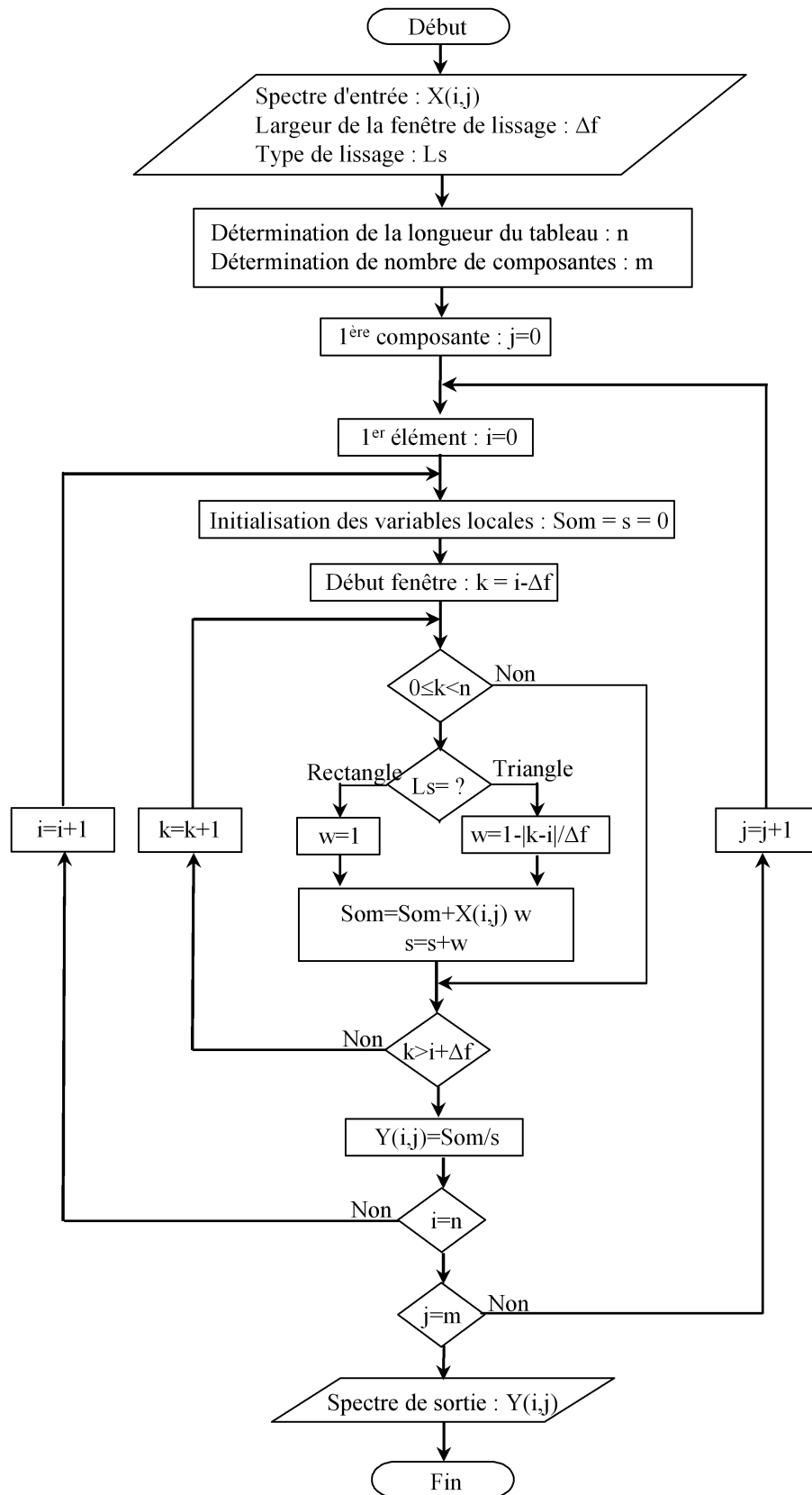


Figure 28. Algorithme de sous-VI pour le lissage rectangulaire et triangulaire des spectres fréquentiels. n désigne le nombre d'échantillons N_e et m le nombre de composantes du signal ($m = 3$).

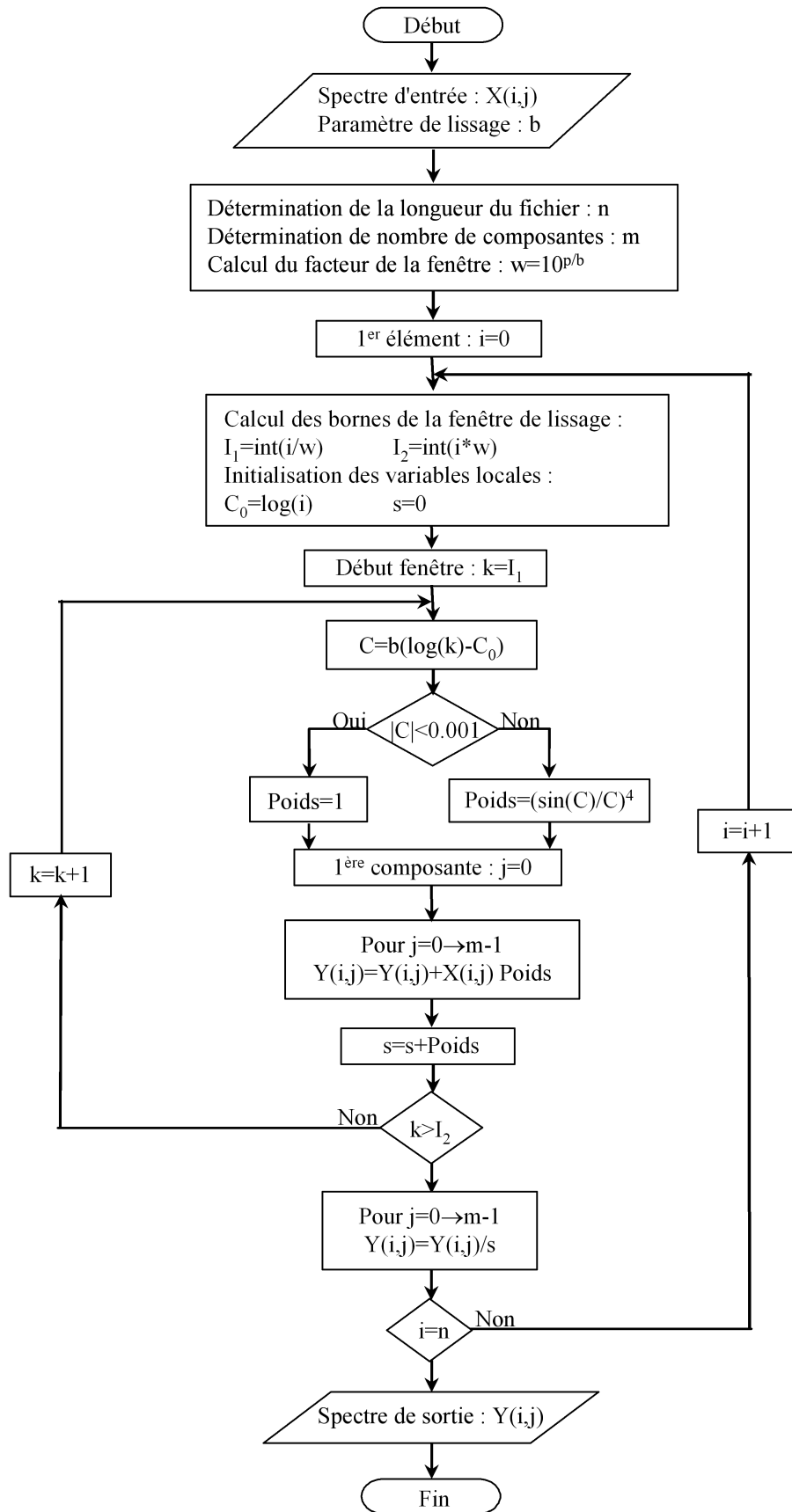


Figure 29. Algorithme de sous-VI pour le lissage des spectres par la méthode de KONNO-OHMACHI.

3.2.4.6. Calcul de la moyenne des deux composantes horizontales d'un signal sismique à trois composantes

Pour des applications particulières telle que l'estimation de la réponse spectrale d'un sol par la méthode du bruit de fond sismique, il est nécessaire d'effectuer une sorte d'intégration des spectres des deux composantes est-ouest, $E_{ew}(\nu)$, et nord-sud, $E_{ns}(\nu)$ en un seul spectre $E_h(\nu)$ dit horizontal. Notre programme permet de réaliser cette moyenne selon trois méthodes, en l'occurrence arithmétique :

$$E_h(\nu) = \frac{E_{ew}(\nu) + E_{ns}(\nu)}{2} ,$$

quadratique :

$$E_h(\nu) = \sqrt{\frac{E_{ew}^2(\nu) + E_{ns}^2(\nu)}{2}}$$

ou géométrique :

$$E_h(\nu) = \sqrt{E_{ew}(\nu) E_{ns}(\nu)} .$$

La figure 30 représente l'algorithme du sous-programme qui permet d'accomplir de telles moyennes.

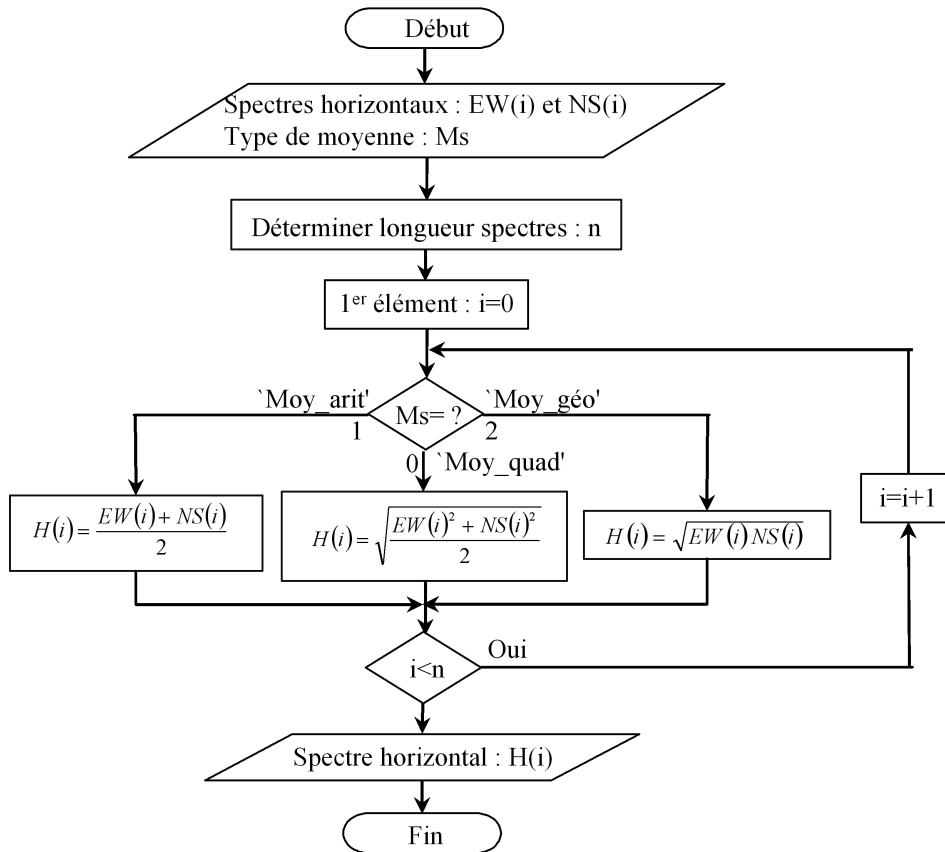


Figure 30. Algorithme pour le calcul de la moyenne des deux spectres horizontaux correspondants aux fenêtres sélectionnées du signal sismique.

3.2.4.7. Calcul du rapport spectral H/V

Le rapport de deux spectres dans un intervalle donné est défini par la division, quand elle existe, des valeurs des deux spectres pour chaque fréquence. En sismologie, le rapport

spectral, dit H/V , constitue un exemple concret d'une telle opération. C'est le rapport de la composante horizontale $E_h(\nu)$ du spectre à sa composante verticale $E_v(\nu)$:

$$H/V = \frac{E_h(\nu)}{E_v(\nu)} .$$

La figure 31 montre l'organigramme permettant d'évaluer le rapport H/V à partir de la donnée des deux composantes verticale et horizontale du spectre d'un signal sismique à trois composantes.

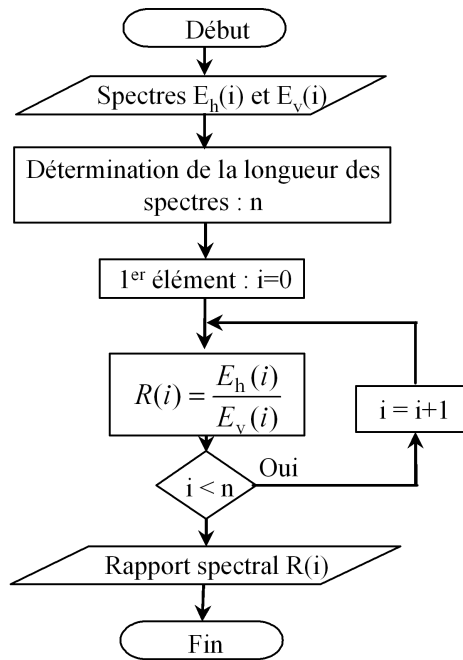


Figure 31. Algorithme représentant le calcul du rapport spectral H/V .

3.2.4.8. Validation des rapports spectraux

Les rapports spectraux des fenêtres du bruit stationnaire sélectionnées à partir d'un enregistrement du signal sismique ne donnent pas tous les résultats désirés. En effet, la sélection de ces fenêtres par la méthode anti STA/LTA ne garantit pas le rejet des signaux indésirables de faible niveau, provenant de sources très voisines, qui sont noyées dans le bruit stationnaire et ne sont pas corrélés avec la structure de sous sol dans les voisinages du point d'enregistrement. Une validation de ces rapports spectraux s'avère donc nécessaire pour qu'ils satisfassent à certains critères prédéfinis. Ce procédé permet de rejeter les fenêtres pour lesquelles le rapport spectral montre une allure très différente s'écartant nettement de l'aspect commun des rapports spectraux de la majorité des fenêtres. La méthode que nous avons mise en œuvre est basée sur les caractéristiques essentielles de ces rapports spectraux, en l'occurrence les fréquences $F(i)$ de leurs pics fondamentaux et les amplitudes correspondantes $A(i)$. Un sous-programme '*Coordonnées pics.vi*' permet tout d'abord de déterminer les valeurs de ces deux grandeurs pour chacun des N rapports spectraux $R_L(k)$ fournis par le sous programme '*Windows sélection*' et qui forment les lignes du tableau d'entrée $X(i, j)$ à deux dimensions dans l'algorithme de la figure 32. La quantité $A(i)$ représente la valeur maximale du $i^{\text{ième}}$ spectre, alors que $F(i)$ est la valeur de la fréquence correspondant. La sortie de sous-programme est constituée des deux tableaux $A(i)$ et $F(i)$ de N éléments chacun.

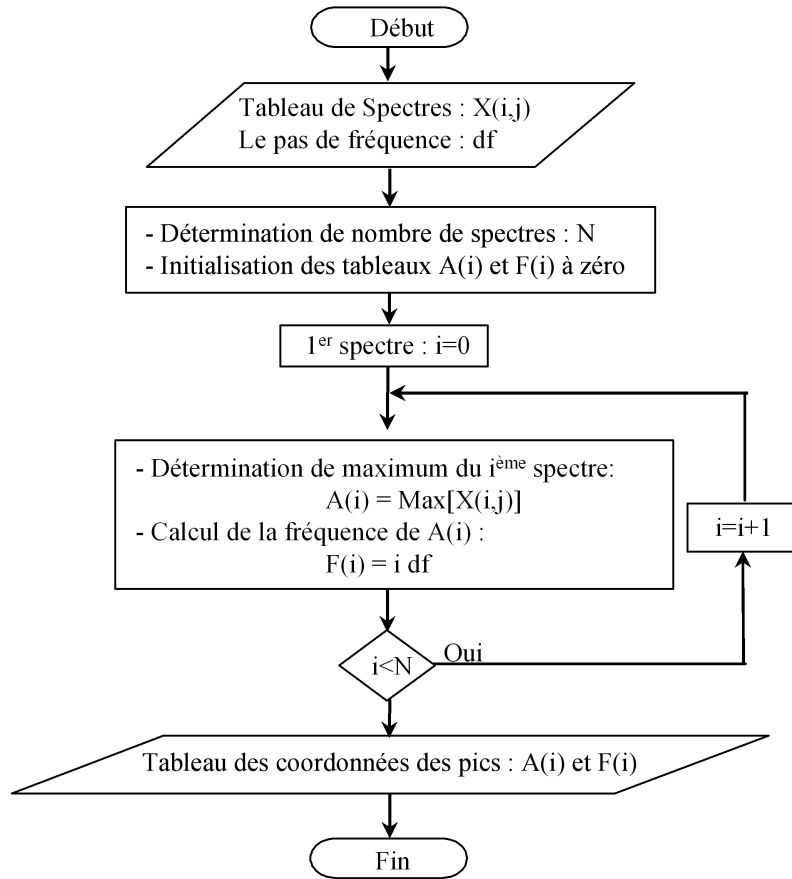


Figure 32. Algorithme du sous-VI ‘*Coordonnées pics.vi*’ qui permet de déterminer les coordonnées du pic fondamental pour les spectres correspondant aux fenêtres à bruit de fond séismique stationnaire.

Un autre sous-programme ‘*Coordonnées spectres-v1.vi*’ s’occupe ensuite de la tâche de sélection des rapports spectraux valides à partir des spectres de bruit de fond stationnaire. L’algorithme de ce VI est montré à la figure 33. Les deux tableaux $A(i)$ et $F(i)$ résultant du sous-programme précédant représentent les entrées du VI courant. Le sous-programme détermine d’abord, pour chaque fréquence ν_i définie par l’indice i , le nombre d’occurrences $N(i)$, la valeur moyenne de la fréquence $F_{\text{moy}}(i)$ et la valeur moyenne de l’amplitude $A_{\text{moy}}(i)$ pour tous les pics fondamentaux des rapports spectraux dont la fréquence $F(j)$ et l’amplitude $A(j)$ satisfont respectivement les conditions $|F(i) - F(j)| < \sigma_F$ et $|A(i) - A(j)| < \sigma_A$. Les quantités σ_F et σ_A sont des valeurs prédéterminées de déviations standard respectivement en fréquence et en amplitude qui dépendent de la fréquence selon le tableau 5. Le sous-programme en déduit l’indice i_{max} qui présente le nombre maximal N_{max} d’occurrences de rapports spectraux dont les amplitudes moyennes $A_{\text{moy}}(i)$ sont supérieures à 2, ainsi que les valeurs effectives correspondantes des déviations standard $\sigma_{F_{\text{moy}}}$ et $\sigma_{A_{\text{moy}}}$. Par l’intermédiaire de ces résultats, le sous-programme détermine ensuite grâce à la deuxième boucle d’indice i , les N_{max} rapports spectraux satisfaisant les conditions précitées en les marquant par $T(i) = 1$. Les variables de sortie du sous-programme sont i_{max} , N_{max} et le tableau $T(i)$.

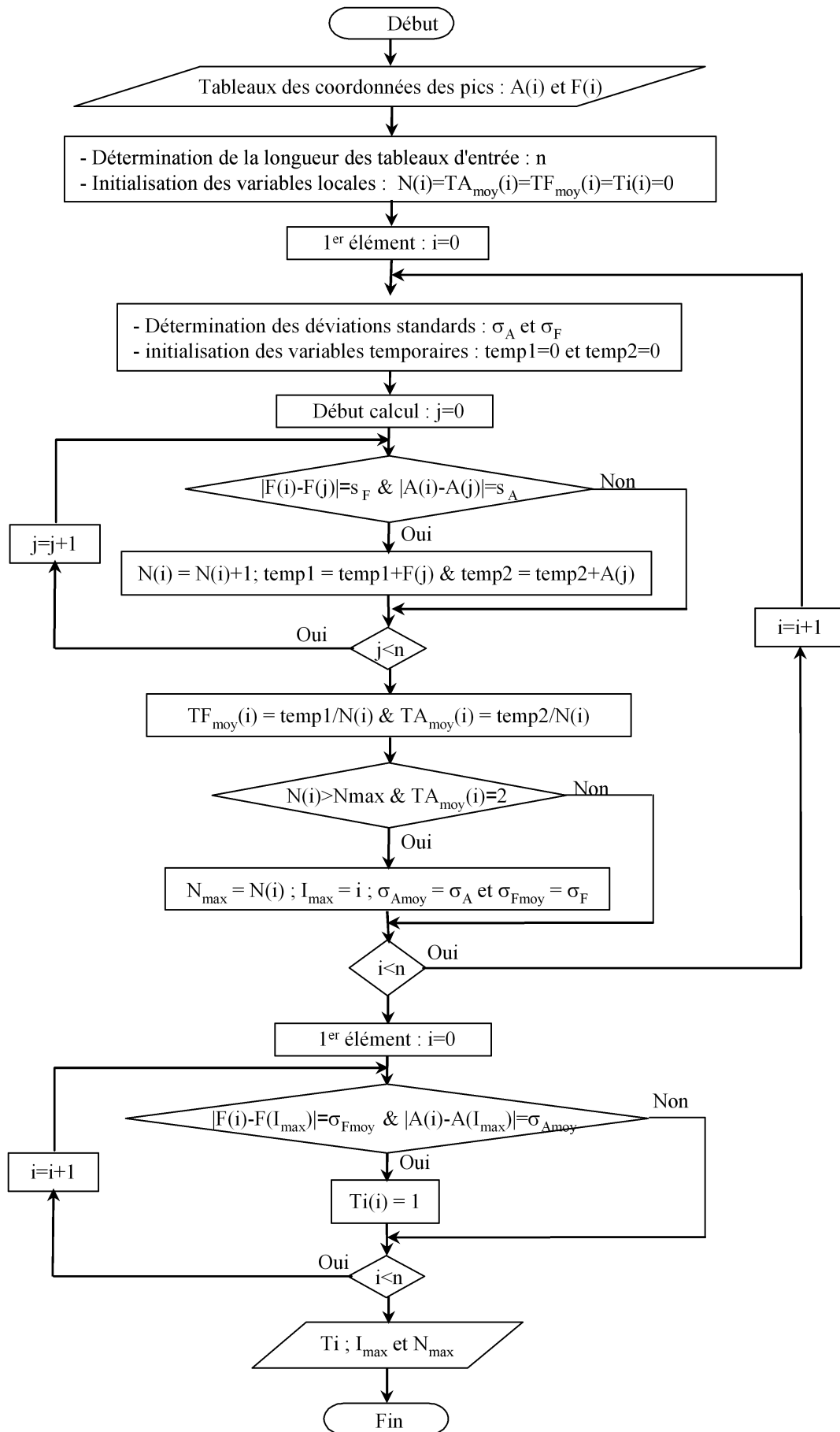
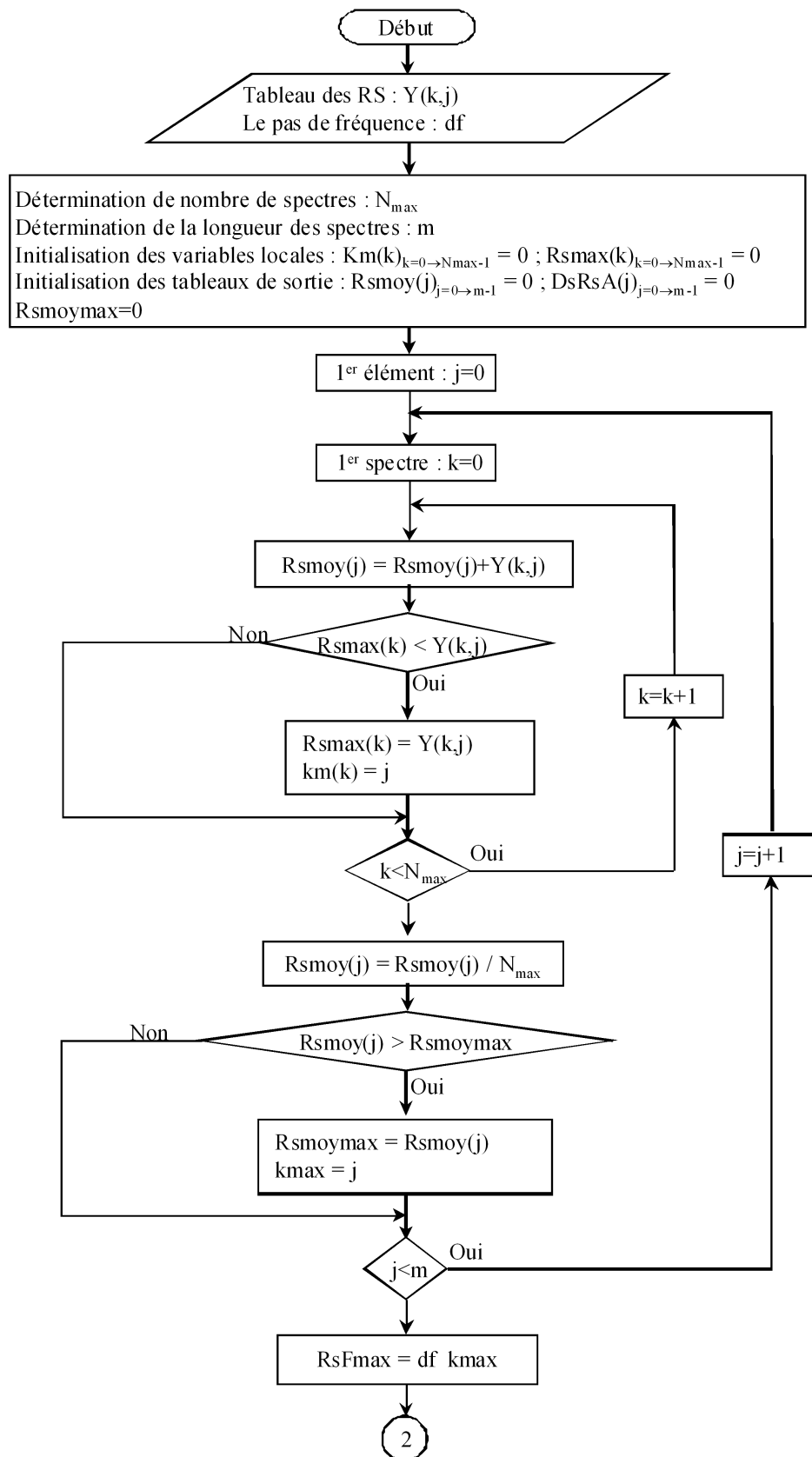


Figure 33. Algorithme du sous-VI ‘Coordonnées spectres-v1.vi’ permettant de sélectionner des fenêtres valides à partir des fenêtres à bruit de fond stationnaire.

Le calcul du rapport spectral moyen et son écart-type ainsi que les coordonnées de son pic fondamental est réalisé à l'aide d'un sous-programme '*Calcul Ao et Fo v0.vi*' dont la figure 35 montre l'organigramme. Les variables d'entrée de ce VI sont le tableau $Y(k, j)$ des rapports spectraux valides résultant du sous-programme précédant ainsi que le pas $\delta\nu$ de la fréquence. La première boucle d'indice j permet de calculer la courbe $R_{s\text{ moy}}(j)$ du rapport spectral moyen en fonction de la fréquence par le biais de la sous-boucle d'indice k . Cette dernière permet aussi de relever les coordonnées $K_m(k)$ et $R_{s\text{ max}}(k)$ des pics fondamentaux pour chacun des N_{max} spectres constituant le tableau $Y(k, j)$. On en déduit les coordonnées **RsFmax** et **Rsmoymax** du pic fondamental du rapport spectral moyen $R_{s\text{ moy}}(j)$. La deuxième boucle d'indice j est consacrée au calcul de la courbe **DsRsA(j)** représentant l'écart-type d'amplitude correspondant aux rapports spectraux valides en fonction de la fréquence. Ceci permet d'extraire l'écart-type **DsRsAmax** d'amplitude correspondant au pic du rapport spectral moyen $R_{s\text{ moy}}(j)$. La dernière boucle d'indice k concerne le calcul de l'écart-type **DsRsF** des fréquences des pics pour les N_{max} courbes de rapports spectraux valides.



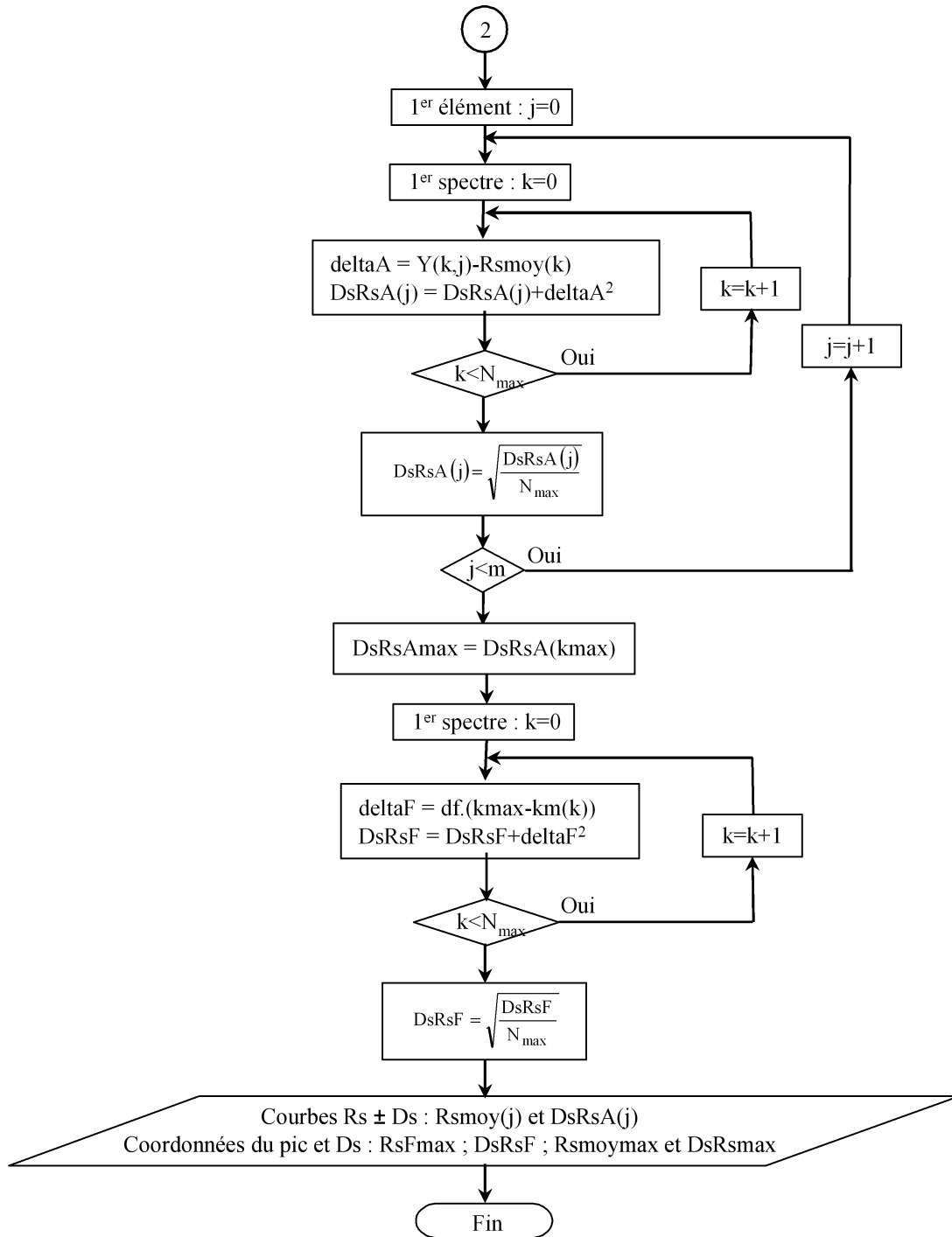


Figure 35. Algorithme du sous-VI ‘Calcul Ao et Fo v0.vi’ pour le calcul de la courbe moyenne du rapport spectral en fonction de la fréquence et sa déviation standard à partir des fenêtres du bruit de fond sismique valides. Les coordonnées du maximum de ces courbes sont aussi fournies.

3.2.4.9. Calcul du rapport spectral moyen H/V de bruit de fond sismique

Lorsqu’il s’agit du bruit de fond comme signal sismique, la méthode de calcul du rapport spectral moyen H/V est communément appelée *méthode de Nakamura*. Cette dernière a pour objectif l’estimation de la fréquence dominante et l’amplification d’un site à la surface du sol où l’enregistrement du bruit sismique a été effectué. La courbe du rapport spectral moyen H/V du bruit de fond sismique présente souvent un seul pic très prononcé lorsque le sol peut être représenté par un modèle stratifié à une dimension et constitué d’une couche sédimentaire surmontant le rocher. Ce pic peut avoir plusieurs origines suivant le contraste d’impédance entre les sédiments et le rocher. D’après les travaux menées par BONNEFOY-CLAUDET *et al.*

[17-20], l'origine de ce pic peut être attribuée à la contribution de différents paramètres tels que l'ellipticité des ondes de Rayleigh, la résonance des ondes S et le minimum de la vitesse de groupe du mode fondamental des ondes de Love.

- *Ondes de Rayleigh*

L'ellipticité des ondes de Rayleigh, notée χ , est le rapport en amplitude des déplacements horizontaux sur les déplacements verticaux des particules du sol. Dans le cas d'un demi-espace infini, l'ellipticité χ des ondes de Rayleigh à la surface du sol peut être déterminée des équations (1-xxxx104) du chapitre 1 par l'expression :

$$\chi_{z=0} = \frac{u_x}{u_z} . \quad (36)$$

Le mouvement particulaire des ondes de Rayleigh dans ce cas est elliptique rétrograde indépendamment de la fréquence. Lorsque le milieu est stratifié, par exemple une couche sédimentaire déposée sur un demi-espace infini constitué de rocher, l'ellipticité du mode fondamental des ondes de Rayleigh dépend aussi de la fréquence et du contraste d'impédance entre la couche sédimentaire et le rocher. Le contraste d'impédance $Z_{\text{Sed/Roc}}$ entre la couche sédimentaire et le rocher est défini par le rapport :

$$Z_{\text{Sed/Roc}} = \frac{\rho_{\text{roc}}\beta_{\text{roc}}}{\rho_{\text{séd}}\beta_{\text{séd}}} \quad (37)$$

où ρ et β sont respectivement la densité et la vitesse de phase des ondes S dans le matériau. Lorsque la structure est caractérisée par un fort contraste (supérieur à 5), le mouvement particulaire est purement horizontal à une certaine fréquence ν_1 , la courbe d'ellipticité présente alors un pic à cette fréquence. Ce cas correspond à la courbe 'Type 3' sur la figure 36. Alors que pour des contrastes d'impédance modérée (courbe 'Type 2') ou faible (courbe 'Type 1'), la courbe d'ellipticité ne présente aucun pic.

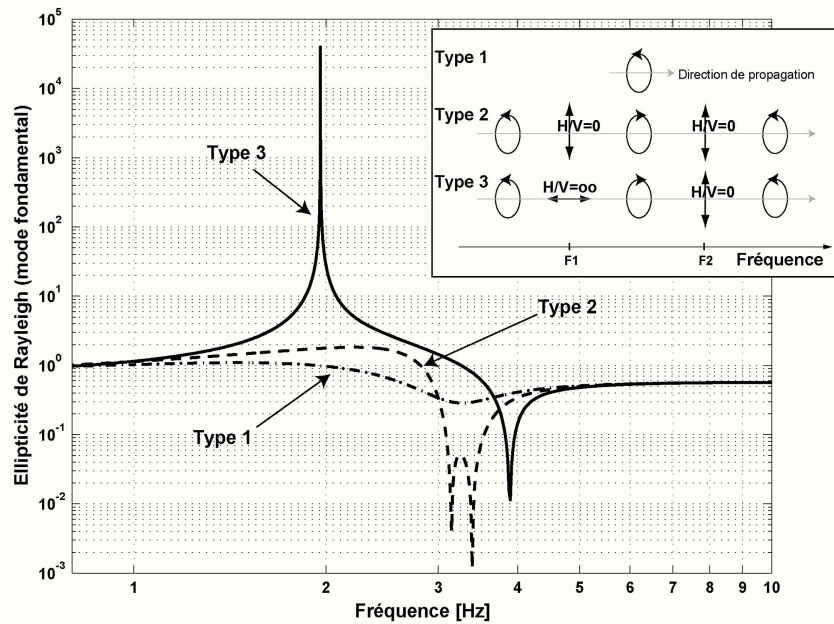


Figure 36. Ellipticité du mode fondamental des ondes de Rayleigh en fonction de la fréquence pour un modèle à une dimension constitué d'une couche sédimentaire sur le rocher et pour trois valeurs différentes du contraste d'impédance [17].

• Ondes de volume S

Le pic H/V peut être dû à la résonance des ondes S. Les structures constituant le sol forment un système mécanique qui peut être excité par les ondes sismiques de type S provenant des différentes sources du bruit sismique. Ce système est donc caractérisé par sa réponse à ces signaux sismiques, s'identifiant à la fonction de transfert de la structure aux ondes S (figure 37). À une fréquence déterminée de l'onde excitatrice, il s'établit un phénomène de résonance entre l'onde et la structure qui donne naissance aux ondes stationnaires. Ce phénomène est matérialisé par le pic fondamental de la fonction de transfert et a lieu lorsque l'épaisseur de la couche sédimentaire d est égale au quart de la longueur d'onde λ de l'onde sismique incidente et peut s'exprimer en fonction de la fréquence de résonance ν et la vitesse de phase des ondes S par :

$$d = \frac{\beta}{4\nu} . \quad (38)$$

Des simulations de bruit de fond sismique ont montré que les sources de bruit sismique profondes et lointaines permettent d'obtenir une courbe H/V qui donne une bonne estimation de la fonction de transfert des ondes S en termes d'amplitude et de fréquence de résonance. La détermination de cette dernière permet d'estimer l'épaisseur de la couche sédimentaire déposée sur le rocher d'après l'expression (38) étant donnée la vitesse des ondes sismiques S dans cette couche.

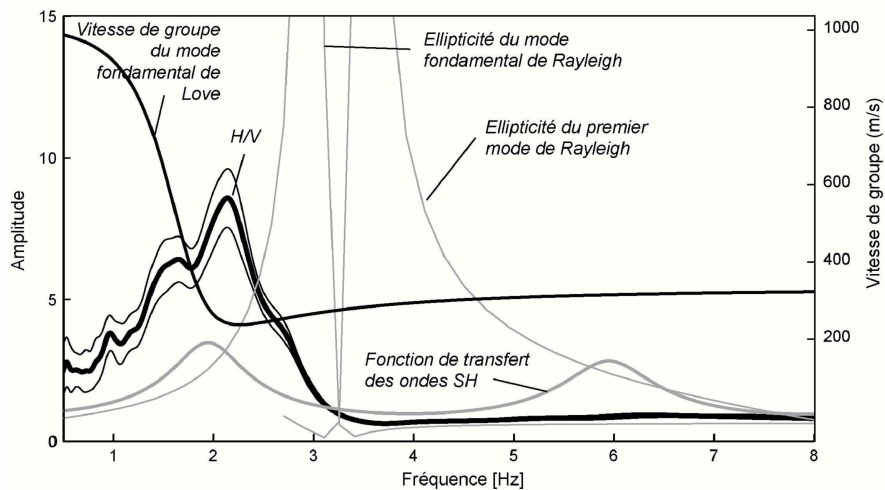


Figure 37. Représentation simultanée de la courbe H/V, des ellipticités du mode fondamental et du premier harmonique des ondes de Rayleigh, de la fonction de transfert des ondes S et des vitesses de groupe du mode fondamental de Love [17].

• Ondes de Love

Les ondes de Love n'apparaissent que sur les composantes horizontales d'un séismogramme trois composantes. Leur présence effective dans le champ d'ondes du bruit de fond sismique permet alors de favoriser l'amplitude des composantes est-ouest (EW) et nord-sud (NS) relativement à l'amplitude de la composante verticale (V) dans le signal du bruit sismique. Ce fait est d'autant plus accentué que les ondes de Love dans le mode fondamental sont très énergétiques, c'est-à-dire lorsque leur vitesse de groupe est minimale (figure 37). Ceci a pour conséquence l'accentuation du pic fondamental du rapport spectral H/V.

Chacun des trois processus précités participe, dans une certaine proportion, à l'apparition du pic H/V. Les pics fondamentaux des trois courbes coïncident pratiquement lorsque le contraste d'impédance entre la couche sédimentaire et le rocher est important. Pourtant, la

fréquence du pic H/V donne une bonne estimation de la fréquence de résonnance déduite de la fonction de transfert des ondes S. La déviation entre les deux fréquences est inférieure à 20 % dans le pire des cas.

La procédure de calcul du rapport spectral H/V pour un enregistrement $e(i, j)$ du bruit de fond sismique s'effectue suivant un certain nombre d'étapes qui s'exécutent de manière séquentielle suivant l'organigramme de la figure 38 [15]. Après l'élimination de la composante continue $\bar{e}(j)$ issue de chaque canal j , N fenêtres $f_L(k, j)$ sont sélectionnées par la méthode 'Anti-STA-LTA' sur le signal sismique brut enregistré. Une boucle est ensuite effectuée sur les N fenêtres où chacune est soumise successivement à l'apodisation, au calcul de l'amplitude spectrale $F_L(k, j)$, au lissage, au calcul de la moyenne des deux spectres horizontaux $F_L(k)$ et enfin au calcul du rapport spectral H/V noté $R_L(k)$. Nous enchaînons par l'extraction des rapports spectraux valides $R_p(k)$ à partir des N rapports spectraux $R_L(k)$ suivant certains critères prédéfinis mentionnés dans le paragraphe précédant. On aborde ensuite le calcul du spectre moyen $\bar{R}(k)$ de l'ensemble des rapports spectraux valides et de son écart-type $\sigma(k)$ en fonction de la fréquence. Nous déduisons enfin du pic fondamental de ces courbes la fréquence propre ν_0 du site et l'amplitude A_0 correspondante ainsi que leurs écart-types respectifs $\sigma(\nu_0)$ et $\sigma(A_0)$.

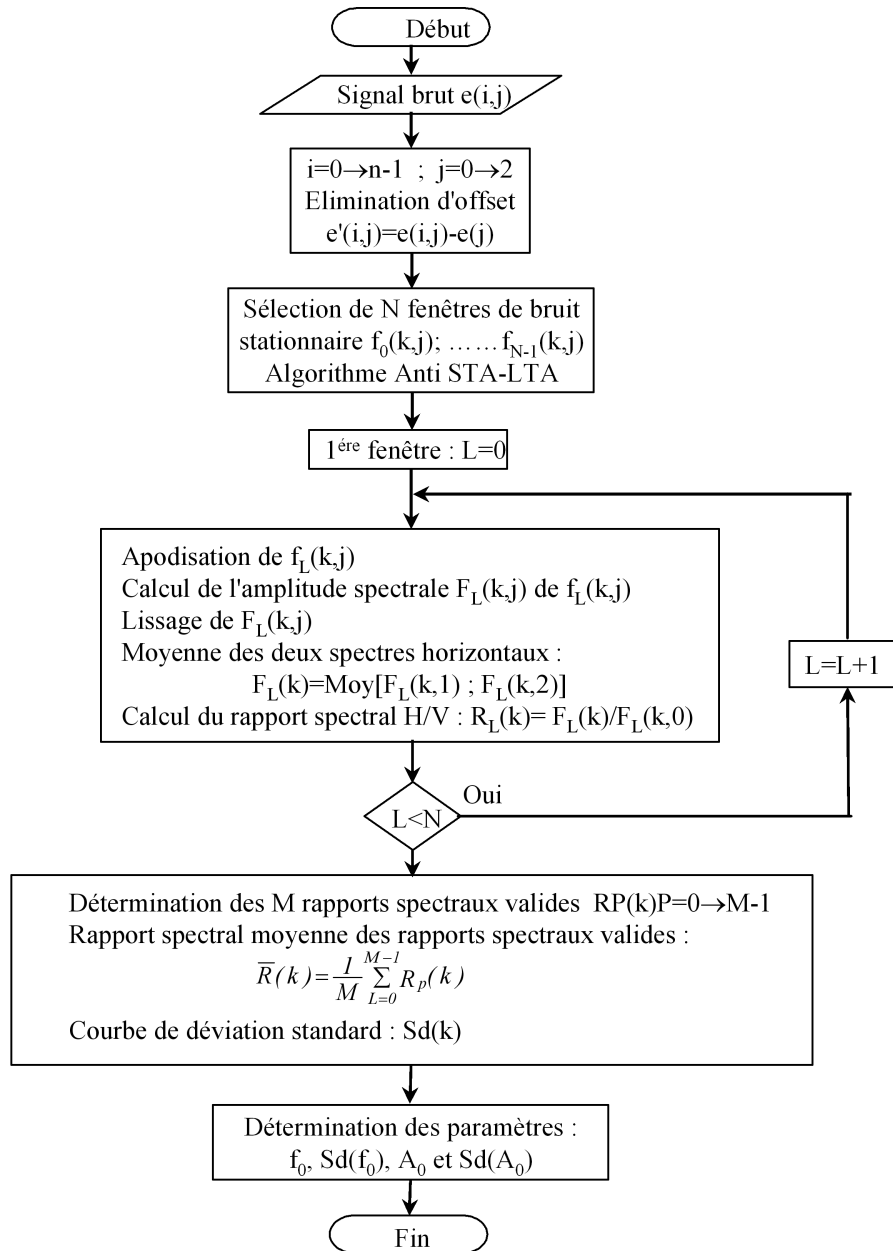


Figure 38. Algorithme du programme qui calcule le rapport spectral H/V à partir des enregistrements du bruit de fond sismique.

3.2.5. Visualisation des résultats

Chaque sous-programme, ou élément de menu lorsqu'il est appelé, ouvre une fenêtre sur l'écran où sont visualisés les signaux au cours de leur traitement ainsi que les résultats numériques des calculs. Une fois ces fenêtres fermées, on a encore la possibilité de consulter ces graphes ou les résultats correspondants dans la rubrique du menu nommée visualisation. Cela permet de visualiser les signaux bruts, les signaux dépourvus de la composante continue, les signaux filtrés, les signaux décimés, les spectres, les rapports spectraux et tous les résultats numériques des calculs associés.

4. CONCLUSION

Dans le but de satisfaire le besoin de notre laboratoire en matière d'instrumentation dans le domaine de séismologie, nous avons procédé à la conception et à la réalisation

d'une chaîne portable d'acquisition et de traitement des signaux sismiques. Cette dernière est constituée d'un séismomètre 3C de type L-4-3D, d'un module de mise en forme que nous avons réalisé dans notre laboratoire, d'une carte d'acquisition KPCMCI-12AIAOH et d'un ordinateur portable. Le module de mise en forme comporte trois canaux constitués chacun d'un amplificateur d'instrumentation à gain réglable et d'un filtre de Butterworth de second ordre à fréquence de coupure réglable pour prévenir l'anti-repliement du spectre. Les principales caractéristiques de cette chaîne d'acquisition sont la portabilité, une autonomie en énergie qui n'est contrainte que par le nombre de batteries de rechange de l'ordinateur portable et leur capacité. Cette dernière caractéristique permet de travailler sur le terrain pendant de longues durées. En plus, et pour des raisons purement économiques, la réalisation du module électronique de conditionnement du signal est basée sur un circuit intégré disponible sur le marché. Ce circuit intégré est de type CMOS, ce qui permet une réduction optimale de la consommation en énergie par le module de mise en forme. Des calculs théoriques et des tests expérimentaux ont été effectués avec succès pour chaque élément de la chaîne portable. De point de vue logiciel, le programme qui permet de traiter numériquement les signaux sismiques acquis a été développé dans notre laboratoire sous la plateforme LabVIEW. Cette dernière, utilisant un langage graphique, fournit une interface utilisateur simple, robuste et conviviale pour une meilleure commodité d'utilisation. Le programme de traitement réalisé basé sur les Instruments Virtuels (Virtual Instruments, VIs) a un aspect modulaire facilitant sa mise au point et son développement. Il comporte les principales fonctions de traitement des signaux sismiques dont on peut avoir besoin. Les sous-VIs du programme de traitement sont testés de manière individuelle pour garantir des performances optimales et dépister les erreurs éventuelles.

Le prochain chapitre porte sur l'étalonnage des deux aspects matériel et logiciel de la chaîne portable. Nous y présenterons quelques applications de cette chaîne.

5. BIBLIOGRAPHIE

- [1] A. ATMANI, E. AKHOUAYRY, D. AGLIZ, E. AÏT LAASRY et M. BANOUNI, *AMSE Journals* **82** (2009) 48
- [2] P. RIASCOS, A. RACINES, J. CAICEDO, J. MEJIA et H. MEYER, *Earth Sci. Res. J.* **8** (2004) 52.
- [3] P. W. RODGERS, A.J. MARTIN, M. C. ROBERTSON, M. M. HSU et D. B. HARRIS, *Bull. Seism. Soc. Am.* **85** (1995) 845.
- [4] G. B. BOWDEN, *Calibration of Geophone Microseismic Sensors*, LCLS-TN, 03-6, October 2003.
- [5] G. B. BOWDEN, *Mark L4C Geophone Design Constants*, NLC ME, Note No. 1-94 Rev 2, 31 May 1995.
- [6] M. KEJARIWAL, J. JOHNSTON, T. HOPKINS et P. DRAKSHAPALLI, *A Low-Power High-precision Self-testing Data Acquisition System for a Large Seismic Exploration Grid*, Cirrus Logic Inc, 2901 Via Fortuna, Austin, TX 78746, USA
- [7] G. ASCH, *Acquisition de données du capteur à l'ordinateur*, Dunod, Paris, 1999.
- [8] J. HAVSKOV et G. ALGUACIL, *Instrumentation in Earthquake Seismology*, Preliminary version, June 2002.
- [9] E. G. JENSEN, *A Filter Circuit Board for the Earthworm Seismic Data Acquisition System*, USGS, 2000.

- [10] KEITHLEY, *KPCMCIA-12AIAOH/16AIAOH Type II PCMCIA Card User's Manual*, 1999.
 - [11] KEITHLEY, *DriverLINX, Technical Reference Manual*, 1999.
 - [12] KEITHLEY, *DriverLINX Analog I/O Programming Guide*, 1999.
 - [13] K. ATAKAN, A.-M. DUVAL, N. THEODULIDIS, B. GUILLIER, J.-L. CHATELAIN, P.-Y. BARD et THE SESAME-TEAM, 13th World Conference on Earthquake Engineering. Vancouver, B.C., Canada, August 1-6, 2004.
 - [14] E. AKHOUAYRI, D. AGLIZ, M. FADEL et A. AIT OUAHMAN, AMSE Periodicals, *Advances in Modeling and Analysis*, **C 56** (2001).
 - [15] M. G. KOLLER, J.-L. CHATELAIN, B. GUILLIER, A.-M. DUVAL, K. ATAKAN, C. LACAVE, P.-Y. BARD et THE SESAME-PARTICIPANTS, *Practical user guidelines and software for the implementation of the h/v ratio technique : measuring conditions, processing method and results interpretation*, 13th World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver, B.C., Canada, Paper No. 3132, August 1-6, 2004.
 - [16] K. KONNO et OHMACHI, Bull. Seism. Soc. Am. **88** (1998) 228.
 - [17] S. BONNEFOY-CLAUDET, Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble, 2004.
 - [18] S. BONNEFOY-CLAUDET, C. CORNOU, P. Y. BARD et F. COTTON, *Nature of noise wave-field*, SESAME report, D13.08 (<http://sesame-fp5.obs.ujf-grenoble.fr>).
 - [19] S. BONNEFOY-CLAUDET, F. COTTON et P. Y. BARD, Earth-Science Reviews **79** (2006) 205.
 - [20] S. BONNEFOY-CLAUDET, A. KÖHLER, C. CORNOU, M. WATHELET et P. Y. BARD, Bull. Seism. Soc. Am. **98** (2008) 288.
-

APPLICATIONS DE LA CHAÎNE PORTABLE D'ACQUISITION ET DE TRAITEMENT DU SIGNAL SÉISMIQUE

1. INTRODUCTION

La chaîne d'acquisition et de traitement du signal que nous avons réalisée peut servir dans plusieurs applications telles que la prospection sismique par la technique de sismique marteau, l'étude de l'impact des tirs des carrières sur les structures et la détermination de la fréquence propre du sol dans un site par la méthode de Nakamura. L'une des principales perspectives de ce travail est la réalisation du microzonage sismique de la ville d'Agadir en vue de participer à l'élaboration de sa carte de gestion du risque.

Avant la mise en service de notre chaîne, une phase d'étalonnage est indispensable pour mettre en évidence ses capacités et détecter les défauts qui peuvent éventuellement survenir dans l'une de ses parties ou dans son fonctionnement global.

2. ÉTALONNAGE

La phase d'étalonnage a porté sur les deux principaux volets : l'aspect matériel et l'aspect logiciel. L'étalonnage matériel est réalisé par comparaison, à l'aide de la fonction d'inter-corrélation, de deux signaux sismiques résultant d'un même événement sismique. Le premier signal est acquis par notre chaîne d'acquisition, alors que le deuxième est acquis par un autre système d'acquisition semblable, déjà étalonné, faisant partie du réseau sismique régional d'Agadir [1]. L'essai du logiciel quant à lui, repose sur la comparaison entre les résultats d'un traitement spécifique par la méthode de Nakamura réalisé par notre programme et ceux d'un traitement semblable accompli par un autre programme connu et appliqué aux mêmes signaux sismiques pour des études similaires.

2.1. Étalonnage matériel par inter-corrélation

La corrélation est une mesure de similarité entre deux signaux en adoptant comme critère que les deux signaux corrélés ne diffèrent que par un terme de retard et d'amplitude [2]. Par définition, la corrélation $C_{xy}(\tau)$ entre deux signaux réels $x(t)$ et $y(t)$ est une fonction du temps relatif entre les deux fonctions. Elle s'exprime par :

$$C_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)y(t - \tau) dt .$$

La variable τ est appelée retard. Cette opération est interprétée comme une comparaison des deux signaux $x(t)$ et $y(t - \tau)$. Pour les valeurs de τ où il y a ressemblance, la valeur de la fonction de corrélation est grande.

Dans le cas discret des signaux $x(m)$ et $y(n)$ échantillonné avec une période Δt , cette corrélation s'écrit :

$$C_{xy}(n) = \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} x(m)y(m-n) ,$$

le retard en temps étant $n\Delta t$. Lorsque ces signaux sont de durées limitées et comprennent respectivement M et N échantillons, l'expression de corrélation devient :

$$C_{xy}(n) = \sum_{m=0}^{m=M} x(m)y(m-n) .$$

Dans le cas où les signaux corrélés sont différents, la fonction $C_{xy}(n)$ est dite *intercorrélation* ; lorsque la corrélation porte sur le signal avec lui-même, on parle d'*autocorrélation* et l'on note $C_{xx}(n)$ la fonction de corrélation.

On définit le *coefficient de corrélation* par :

$$k = \max |C_{xy}^{(n)}(n)|$$

où $C_{xy}^{(n)}(n)$ est l'intercorrélation normalisée par la moyenne géométrique des autocorrélations :

$$C_{xy}^{(n)}(n) = \frac{C_{xy}(n)}{\sqrt{C_{xx}(0)C_{yy}(0)}} .$$

Il résulte de l'inégalité de Schwartz que $C_{xy}^{(n)}(n)$ est toujours inférieur ou égal à 1. Une valeur de k proche de 1 traduit une bonne identité entre les signaux x et y à un facteur de retard, de signe ou d'amplitude près. Pour les petites valeurs de k ($k \ll 1$), on dira que les signaux sont décorrélés.

Pour étalonner notre chaîne portable, nous avons effectué une intercorrélation entre les signaux sismiques qu'elle délivre d'une part et ceux fournis par le réseau sismique d'Agadir d'autre part [1]. La figure 1 montre un exemple de cette procédure où le graphe à droite représente un événement sismique issu d'une explosion de carrière dans la région d'Agadir enregistré par la station FSA du réseau localisée à la Faculté des Sciences. Le graphe de gauche montre le même événement enregistré par la composante verticale de la chaîne portable. Les deux séismomètres ont été placés dans la même trappe et séparés d'une distance de 1 m environ. Nous avons prélevé dans chaque enregistrement les parties qui encadrent juste l'événement sismique, délimitées par les deux traits en pointillés sur les graphes du haut. Ces parties, de durée 2.5 s environ, sont reportées respectivement sur les deux graphes du milieu. Le dernier graphe de la figure montre l'intercorrélation normalisée calculée pour les deux parties prélevées. Il en résulte un coefficient de corrélation $k = 0.9$. Cette opération a été effectuée sur plusieurs autres signaux sismiques de même type et a abouti à des résultats analogues. Les résultats ainsi obtenus montrent que les signaux enregistrés par la chaîne portable et la station régionale sont pratiquement identiques. On peut conclure en conséquence que notre chaîne portable est calibrée. La très légère différence entre les deux signaux comparés peut être attribuée en grande partie aux sondes sismiques qui ne sont pas identiques ; en effet, le réseau sismique comporte des séismomètres SS-1 de Kenimetrics installés verticalement et de fréquence propre 1 Hz, alors que la chaîne portable dispose d'un séismomètre L-4-3D de Mark Products de fréquence propre 2 Hz.

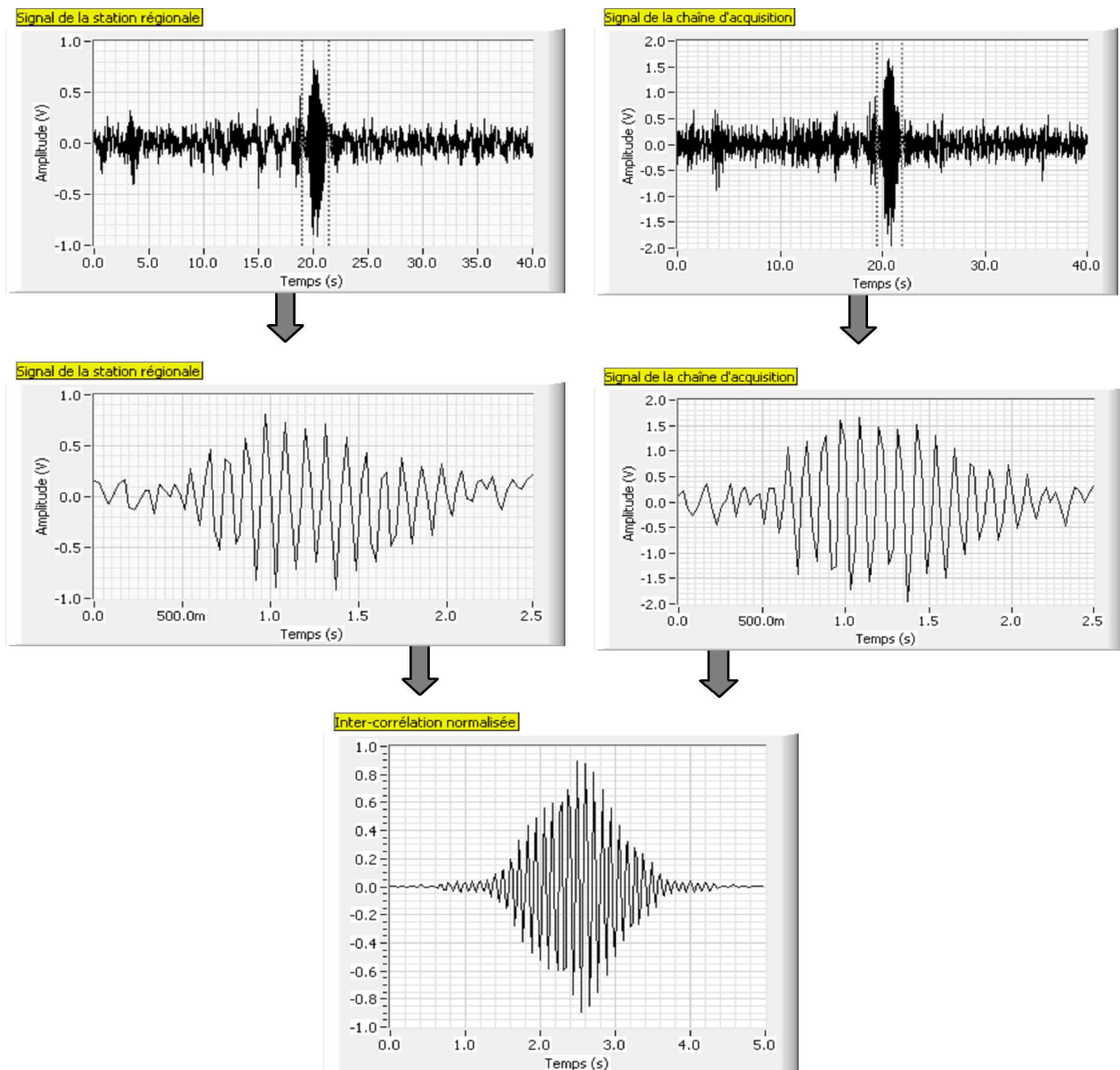


Figure 1. Intercorrélation normalisée de deux signaux sismiques d'origine explosion de carrière qui sont enregistrés par deux systèmes d'acquisition différents.

2.2. Test de la partie logiciel par la méthode de Nakamura

L'un des traitements essentiels pour lesquels a été conçue notre chaîne portable est l'application de la méthode de Nakamura. Cette méthode, rappelons-le, consiste à calculer le rapport spectral moyen, noté H/V , de la composante horizontale sur la composante verticale du bruit de fond sismique dans un site donné à la surface du sol. Elle a été appliquée par le biais de deux logiciels différents :

- le programme *Pleats* que nous avons développé et qui fait partie de l'aspect logiciel de notre chaîne portable d'acquisition et de traitement ;
- le programme *Jesame* réalisé dans le cadre du projet européen SESAME (*Site Effects assessment using AMbient Excitations*) qui a pour but l'évaluation des effets de site à l'aide d'excitations ambiantes.

Pour comparer les résultats de ces deux programmes, nous avons utilisé deux enregistrements de bruit de fond sismique :

- le premier, dénommé *Berguente1*, est un enregistrement de bruit de fond sismique acquis à proximité du village Berguente situé aux environs de la ville d'Agadir, à une longitude $9^{\circ}50'869''$ W, une latitude $30^{\circ}48'620''$ N et une altitude de 380 ± 6 m ;
- le second, répertorié sous la référence *M037_20020929_1102*, est fourni par le projet européen SESAME et fait partie des signaux contenus dans le cédérom avec le programme *Jsesame* comme exemple d'enregistrement de bruit de fond sismique dans un but d'essai.

Les rapports spectraux moyens obtenus par notre programme *Pleats* à partir de ces deux enregistrements sont représentés par les deux graphes en bas sur la figure 2. Ceux obtenus à l'aide du programme *Jsesame* sont représentés par les deux graphes en haut sur la même figure. On peut constater que les deux programmes donnent pratiquement le même résultat, tant pour l'allure des courbes que pour les valeurs de fréquence et du rapport spectral relatives aux pics fondamentaux.

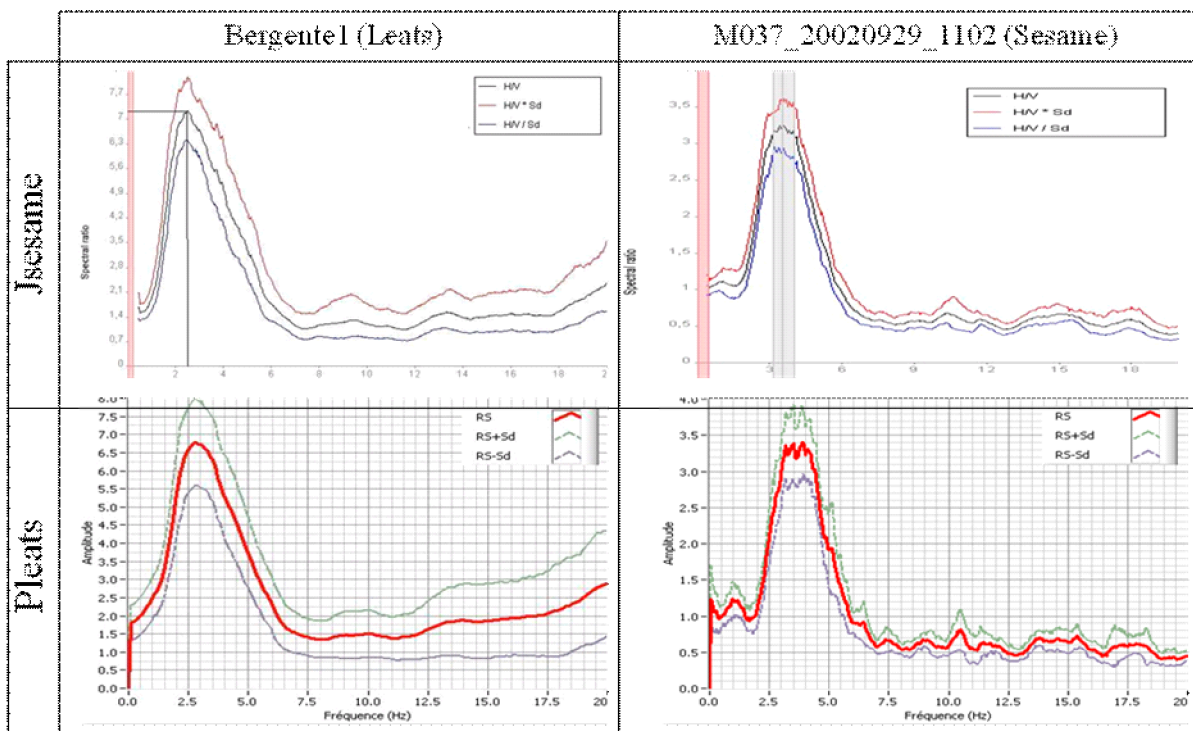


Figure 2. Comparaison des rapports spectraux calculés par la méthode de Nakamura à l'aide des logiciels *Jsesame* et *Pleats*.

3. APPLICATIONS

Notre chaîne portable ainsi étalonnée peut servir dans plusieurs applications. Comme mentionné en début de ce chapitre, on peut citer :

- la prospection sismique par la technique de sismique réflexion ;
- l'étude de l'impact des tirs des carrières sur les structures ;
- la détermination de la fréquence propre du sol dans un site par la méthode de Nakamura.

3.1. Sismique réflexion

La sismique réflexion est la technique la mieux adaptée à la détermination des détails fins des structures du sous-sol sur des étendues limitées. Grâce à sa résolution, cette méthode est utilisée dans le domaine de la prospection pétrolière pour cartographier les structures sédimentaires superficielles. Elle est aussi de plus en plus utilisée pour obtenir de nouvelles informations sur la structure fine dans la croûte terrestre et la frontière croûte-manteau.

3.1.1. Sources en sismique réflexion

Lors du choix d'une source sismique pour une application donnée, la profondeur d'investigation et la résolution souhaitées, entre autres, doivent être considérés [3]. Pour l'étude sismique superficielle, la source doit donc générer une énergie suffisante pour pouvoir enregistrer un signal mesurable. Ce dernier doit aussi avoir une fréquence suffisamment élevée pour résoudre les différentes couches. Deux catégories principales de sources sont utilisées en sismique réflexion :

- Les *sources impulsives* : elles excitent le milieu par une libération soudaine d'énergie. Les sources de ce type les plus utilisées sont les explosifs, l'impact des projectiles à la surface, la chute de poids, les marteaux et le détonateur à gaz. Ce dernier est un dispositif dans lequel un mélange de gaz explose dans une chambre possédant le couvercle inférieur amovible déposé à même le sol.
- Les *vibrateurs* : ce sont des dispositifs dans lesquels une plaque métallique pressée contre le sol est vibrée à une fréquence croissante dans la gamme 5-60 Hz pendant une durée atteignant les 30 s pour les profils à réflexion profonds de la croûte terrestre. Les vibreurs demandent une étape additionnelle en traitement de données pour extraire les réflexions à partir des enregistrements, dite *corrélation croisée* des enregistrements avec le signal de la source.

3.1.2. Principe de la sismique réflexion

L'hypothèse de base de la sismique réflexion est l'existence d'un empilement de couches horizontales dans la croûte et le manteau, chacune avec sa propre vitesse de phase α des ondes sismiques P. Les couches inclinées, les failles et les autres structures peuvent être incluses dans la méthode. Les ondes P issues d'une source d'énergie située à la surface du sol sont presque normalement incidentes sur les interfaces de ces couches et les ondes réfléchies peuvent être enregistrées par des géophones situés à la surface du sol, près de la source. Comme les directions de propagation des ondes sismiques sont voisines de l'incidence normale, les ondes S ne sont pas générées [4]. Les ondes P réfléchies au voisinage de l'incidence normale sont de très faible amplitude comparées aux réflexions de grand angle pour lesquelles l'angle d'incidence est proche ou supérieur à une valeur critique qui dépend de la nature des couches constituant le sous-sol. Cet état de fait signifie que les réflexions sous incidence normale sont moins faciles à reconnaître que les réflexions à grand angle et semblent plus susceptibles à être masquées par le bruit de fond sismique. Un moyennage adéquat et des techniques de traitement avancées doivent donc être utilisés pour détecter les réflexions des interfaces.

3.1.3. Modèle à deux couches

Considérons le modèle d'un sol constitué d'une couche d'épaisseur z_1 , surmontant un demi-espace (figure 3). La vitesse de phase des ondes P dans les deux milieux sont respectivement α_1 et α_2 . Deux trajets au moins s'offrent aux ondes P issues de la source

S pour arriver sur le capteur R : le trajet direct SR et le trajet SCR au cours duquel l'onde subit une réflexion à l'interface entre les deux couches.

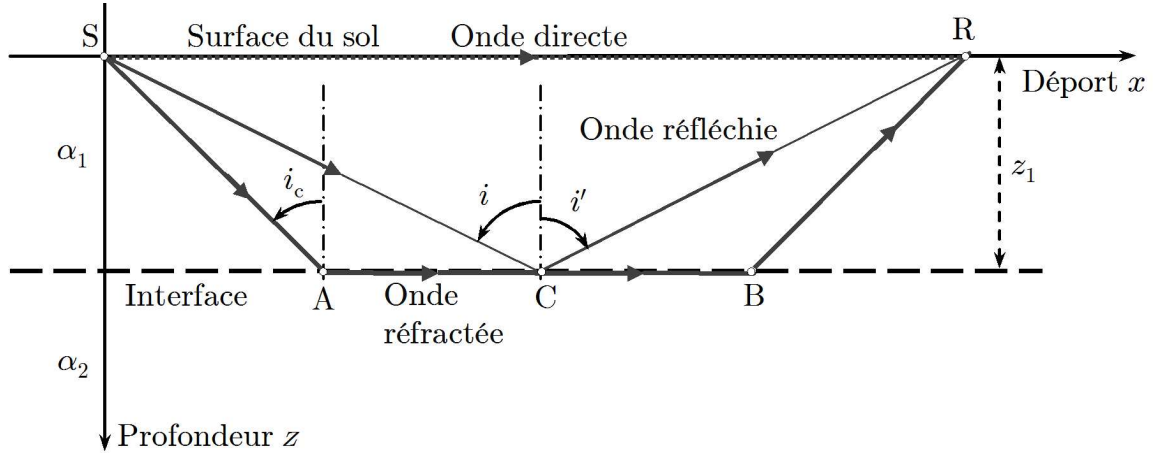


Figure 3. Raies relatives à l'onde sismique P se propageant de la source S au capteur R dans un modèle simple à deux couches.

Pour le trajet direct, la durée de parcours de l'onde est :

$$t_d = \frac{SR}{\alpha_1} = \frac{x}{\alpha_1} \quad (1)$$

où $x = SR$ est le déport du récepteur R par rapport à la source S. La courbe représentant les variations de t_d en fonction de x est une droite affine de pente $1/\alpha_1$ (figure 4).

Pour le deuxième trajet, la durée de parcours de l'onde après réflexion en C est :

$$t_r = \frac{SC}{\alpha_1} + \frac{CR}{\alpha_1} .$$

Au point d'incidence C, l'angle de réflexion étant égal à l'angle d'incidence, il s'ensuit que :

$$SC = CR = \frac{x}{2 \sin i} ,$$

ou bien encore :

$$SC = CR = \sqrt{z_1^2 + \frac{x^2}{4}} .$$

La durée de parcours devient :

$$t_r = \frac{2}{\alpha_1} \sqrt{z_1^2 + \frac{x^2}{4}} , \quad (2)$$

d'où l'on a en élevant au carré :

$$t_r^2 = \frac{4z_1^2}{\alpha_1^2} + \frac{x^2}{\alpha_1^2} \quad (3)$$

qui est l'équation d'une hyperbole (figure 4).

Sous incidence normale ($x = 0$), le temps de parcours, que nous désignerons par t_0 , est :

$$t_0 = \frac{2z_1}{\alpha_1} . \quad (4)$$

C'est la durée d'un aller-retour de l'onde après réflexion sur l'interface en incidence normale. L'équation (3) peut alors se réécrire sous la forme :

$$t_r^2 = t_0^2 + \frac{x^2}{\alpha_1^2} . \quad (5)$$

Pour les grandes distances de la source ($x \gg z_1$), le temps de parcours t_d tend vers celui du parcours direct, t_d :

$$t_r \simeq t_d = \frac{x}{\alpha_1} .$$

La droite $t_d = t_d(x)$ constitue ainsi une asymptote de la courbe $t_r = t_r(x)$ quand x croît indéfiniment. Ainsi, la pente de la partie linéaire de la courbe permet de déterminer la valeur de la vitesse de phase α_1 . On déduit ensuite la valeur de z_1 à l'aide de la relation (4) connaissant l'ordonnée t_0 en $x = 0$. On peut déterminer autrement ces deux quantités à partir de la droite $t_r^2 = t_r^2(x)$ exprimée par (5) de pente $1/\alpha_1$ et d'ordonnée à l'origine t_0^2 .

Si $\alpha_2 > \alpha_1$, un troisième trajet SABR peut s'offrir aux ondes pour parvenir jusqu'à R lorsque l'angle d'incidence i atteint la valeur critique :

$$i_c = \arcsin \frac{\alpha_1}{\alpha_2} . \quad (6)$$

L'onde transmise rasante a la propriété de retourner continuellement l'énergie dans la couche supérieure, sous un angle $i' = i_c$, au fur et à mesure qu'elle se déplace le long de l'interface. La durée de parcours t_t du trajet SABR est la somme de la durée du trajet AB parcouru à la vitesse α_2 et des durées des trajets égaux SA et BR parcourus à la vitesse α_1 :

$$t_t = \frac{AB}{\alpha_2} + \frac{2z_1}{\alpha_1 \cos i_c} .$$

Étant donné que $AB = x - 2z_1 \operatorname{tg} i_c$, il vient compte tenu de (6) :

$$t_t = \frac{x}{\alpha_2} + \frac{2z_1}{\alpha_1} \cos i_c = \frac{x}{\alpha_2} + \frac{2z_1}{\alpha_1} \sqrt{1 - \frac{\alpha_1^2}{\alpha_2^2}} \quad (7)$$

qui est l'équation d'une droite de pente $1/\alpha_1$ et d'ordonnée à l'origine $(2z_1/\alpha_1)\sqrt{1 - \alpha_1^2/\alpha_2^2}$ (figure 4). Cette droite est tangente à l'hyperbole définie par (3) à l'abscisse critique :

$$x_c = 2z_1 \operatorname{tg} i_c = \frac{2z_1 \alpha_1}{\sqrt{\alpha_2^2 - \alpha_1^2}} .$$

Elle coupe la droite (1) à l'abscisse :

$$x_s = \frac{2z_1}{\alpha_1} \sqrt{\frac{\alpha_2 + \alpha_1}{\alpha_2 - \alpha_1}} .$$

Pour des déports $x < x_s$, l'onde directe atteint le capteur avant celle de l'onde transmise rasante. Par contre, lorsque $x > x_s$, l'onde transmise apparaît dans le séismogramme avant l'onde directe. Quant à l'onde réfléchie, elle est la troisième à atteindre le capteur.

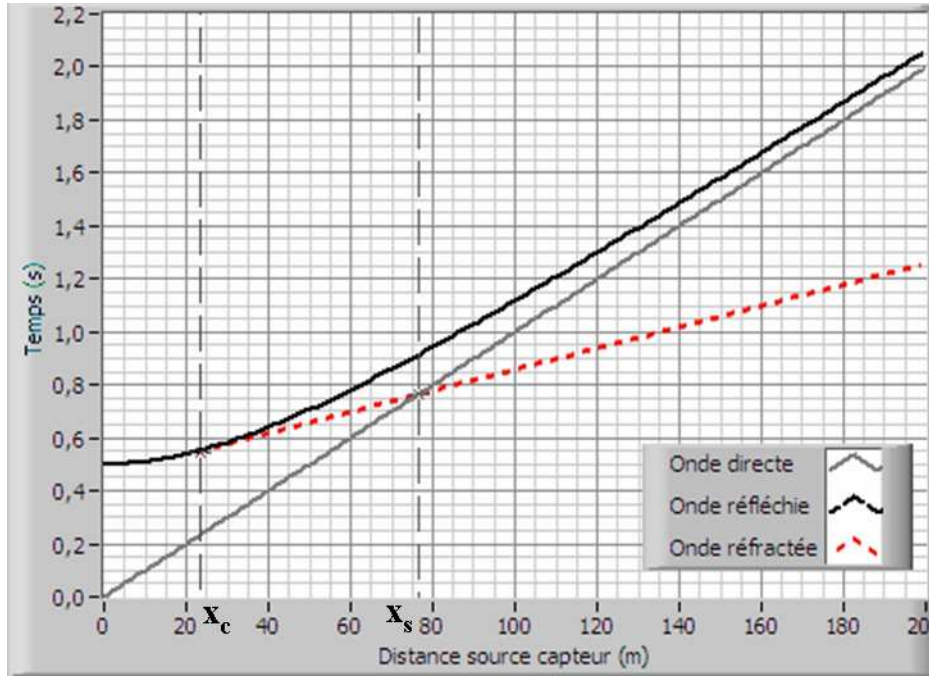


Figure 4. Variations du temps de parcours t en fonction du déport x pour différents types d'ondes dans le cadre d'un modèle simple à deux couches.

Il arrive souvent que les signaux relatifs aux ondes réfléchies soient d'amplitude tellement faible pour se prêter convenablement à un traitement numérique ultérieur [5]. Dans le but d'améliorer le rapport signal sur bruit, on procède alors à la moyennisation des signaux issus de capteurs voisins, après avoir éliminé les écarts entre leurs temps de parcours. La procédure utilisée pour cela est appelé *sommation en temps* (*stacking*). Une autre méthode, moins utilisée, est la *sommation déport commun*; elle consiste à combiner tous les enregistrements ayant une même distance d'offset SR .

Une technique, dite *sommation point profondeur commun* (*Common Depth Point*, CDP), où l'on combine tous les enregistrements des réflexions issues d'un même point de l'interface, est la méthode généralement utilisée. On dispose d'un ensemble formé d'une source S alignée avec N récepteurs R_i disposés d'un même côté de la source et séparés deux à deux d'une distance Δx appelée *intertrace*. On définit le déport x comme la distance entre la source et le premier proche récepteur. Le signal acquis par un récepteur est appelé *trace sismique*. On désigne par *enregistrement sismique* l'ensemble des traces sismiques acquis par les N récepteurs pour une position donnée de la source. On procède à une série d'enregistrements sismiques dite *profil sismique*, en décalant à chaque fois la source ainsi que l'ensemble des récepteurs, le long de l'alignement, d'une distance Δs égale à un nombre entier d'intertraces. On appelle *couverture* d'un tel profil la quantité :

$$C = \frac{N}{2\Delta x}.$$

La figure 5 montre schématiquement la disposition de la source et des capteurs lors d'un enregistrement sismique au cours d'une campagne de sismique réflexion. Dans cet exemple, le nombre de récepteurs est 8. Si la source et l'ensemble des récepteurs sont déplacés 4 fois avec un espacement entre les tirs de $\Delta s = \Delta x$, nous obtenons une couverture de 4. Les systèmes effectuant les profils de réflexion ont habituellement 48 ou 96 canaux (et donc de géophones), ce qui permet une couverture de 24 ou 48. Plus la couverture est grande, plus la visualisation des faibles et profondes interfaces ainsi que la qualité du profil obtenu sont meilleures. En pratique, un espacement Δx de quelques dizaines à quelques centaines de

mètres est utilisé entre les récepteurs en sismique réflexion. En revanche, un espacement de plusieurs kilomètres est utilisé en sismique réfraction.

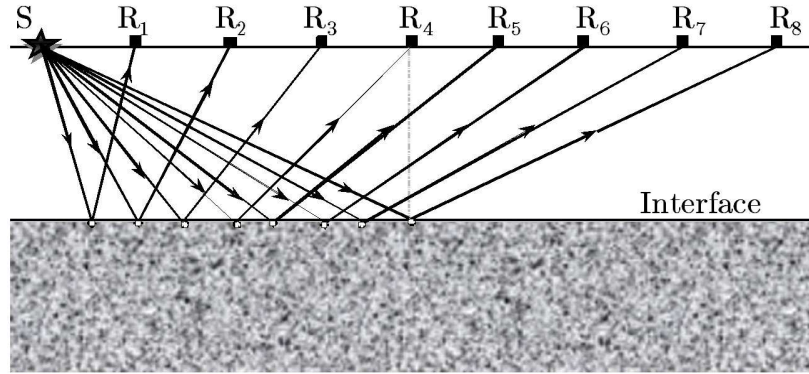


Figure 5. Schéma de disposition de la source et des capteurs lors d'un enregistrement sismique au cours d'une campagne de sismique réflexion.

Pour pouvoir sommer tous les enregistrements et produire un unique signal réfléchi par un point donné de l'interface (point profondeur commun), on doit d'abord les corriger de leurs différents temps de parcours qui sont dus à leurs différentes distances d'offset. Cette correction des temps de parcours est appelée *correction dynamique en temps* (*Normal Move Out*, NMO). Le temps de parcours pour le rayon réfléchi dans le modèle simple à deux couches de la figure 3 est donné par l'équation (2). La différence du temps de parcours Δt pour deux récepteurs a et b quelconques est appelée *correction de temps*. Cette dernière peut s'écrire ainsi :

$$\Delta t = \frac{2}{\alpha_1} \left(\sqrt{z_1^2 + \frac{x_a^2}{4}} - \sqrt{z_1^2 + \frac{x_b^2}{4}} \right), \quad (8)$$

où x_a et x_b , avec $x_a > x_b$, sont les distances des deux géophones a et b au point de tir. On appelle *élimination normale*, et l'on note Δt_{NMO} la valeur de Δt correspondant au cas particulier où le géophone b est sur le point de tir ($x_b = 0$). Dans ce cas, le rejet de l'indice a permet à l'équation (8) de se réécrire :

$$\Delta t_{\text{NMO}} = \frac{2}{\alpha_1} \left(\sqrt{z_1^2 + \frac{x^2}{4}} - z_1 \right), \quad (9)$$

Lorsqu'on suppose que $2z_1 \gg x$, qui est généralement le cas en sismique réflexion, un développement limité à l'ordre 2 en x/z_1 du radical donne :

$$\Delta t_{\text{NMO}} \simeq \frac{x^2}{4\alpha_1 z_1}.$$

Compte tenu de (4), on a aussi :

$$\Delta t_{\text{NMO}} \simeq \frac{x^2}{2\alpha_1^2 t_0}. \quad (10)$$

Cette correction NMO doit être soustraite des temps de parcours pour tous les enregistrements CDP. L'effet de cette correction est d'aligner toutes les réflexions issues de chaque point P avec le même temps d'arrivée t_0 de sorte qu'elles puissent être empilées pour produire une seule trace. Cette procédure peut donner des résultats meilleurs lorsqu'on utilise un modèle pour lequel α_1 et z_1 sont connus. En pratique, ces deux quantités sont des inconnues à déterminer à partir des réflexions. Une série d'arrivées est identifiée comme réflexions issues d'un point P de l'interface si leurs temps de parcours coïncident avec une hyperbole. Des valeurs successives de α_1 et t_0 sont donc essayées jusqu'à ce qu'une combinaison définissant une hyperbole qui

donne la meilleure coïncidence avec les temps d'arrivées soit trouvée. Les valeurs finales de α_1 et t_0 définissent alors le modèle. Dans ce but, un critère numérique doit être utilisé. La puissance (ou une entité similaire) du signal empilé est calculée pour chaque valeur du couple α_1 et t_0 . La valeur maximale de la puissance est par suite utilisée pour déterminer la meilleure vitesse pour une valeur quelconque de t_0 . Une représentation de la puissance en fonction à la fois de la vitesse et du temps est souvent appelée *visualisation du spectre de vitesse*. Une section d'enregistrement à point de profondeur commun montre les temps de parcours comme si les tirs et les capteurs de chaque signal coïncident. Ce résultat est atteint par le processus de moyennisation, qui implique nécessairement une moyenne sur des distances horizontales assez courtes, mais qui a l'avantage considérable d'augmenter le rapport signal sur bruit d'un facteur égal à $\sqrt{N}$ au dessus du rapport signal sur bruit des N traces individuelles.

3.1.4. Modèle multicouche

Un modèle à deux couches n'est évidemment pas une approximation réaliste d'une pile de couches sédimentaires ou de la croûte terrestre, mais il sert à illustrer le principe de la méthode de réflexion. Un empilement multiple de couches est donc meilleur que le modèle d'un empilement à deux couches. Les temps de parcours à travers un empilement de plusieurs couches sont calculés de la même manière que pour deux couches, à condition cependant d'appliquer, au niveau de chaque interface, la loi de Snell :

$$\frac{\sin i}{\alpha} = \text{cte} = p .$$

Considérons donc un empilement de n couches horizontales, d'épaisseurs z_i et de vitesses des ondes P α_i , $i = 1, 2, \dots, n$. Les temps de parcours t_r et le déport x sont donnés par :

$$x = 2 \sum_{i=1}^n \frac{z_i p \alpha_i}{\sqrt{1 - p^2 \alpha_i^2}}$$

$$t_r = 2 \sum_{i=1}^n \frac{z_i}{\alpha_i \sqrt{1 - p^2 \alpha_i^2}} .$$

Dans le cas général, il est difficile d'exprimer x en fonction de t_r par élimination du paramètre p entre ces deux équations. La courbe $t_r = f(x)$ n'est pas une hyperbole comme dans le cas où $n = 1$. Cependant, il peut être montré que le carré de t_r^2 peut être exprimé comme une série infinie de x^2 :

$$t_r^2 = c_0 + c_1 x^2 + c_2 x^4 + c_3 x^6 + \dots \quad (11)$$

où les coefficients $c_0, c_1, c_2, \dots$ sont des constantes dépendant des épaisseurs z_i et des vitesses α_i . En pratique, il a été montré que l'utilisation des deux premiers termes du développement (11) permettent d'évaluer t_r avec une précision de 2 %, qui est assez suffisante pour la plupart des travaux de la sismique réflexion. Ainsi :

$$t_r^2 \simeq c_0 + c_1 x^2 \quad (12)$$

qui est l'équation d'une hyperbole. La constante c_0 est donnée par :

$$c_0 = \left(\sum_{i=1}^n t_i \right)^2 \quad (13)$$

où $t_i = 2z_i/\alpha_i$ est le temps de parcours vertical aller-retour de l'onde dans la $i^{\text{ième}}$ couche. Le temps de parcours aller-retour sous incidence normale pour les n interfaces est la somme de tous les t_i :

$$t_{0,n} = \sum_{i=1}^n t_i = \sum_{i=1}^n \frac{2z_i}{\alpha_i} . \quad (14)$$

L'équation (13) peut donc s'écrire de manière simplifiée :

$$c_0 = t_{0,n}^2 .$$

La seconde constante de l'équation (12) est donnée par :

$$c_1 = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{\sum_{i=1}^n t_i \alpha_i^2} .$$

On introduisant la quantité $\bar{\alpha}_n$ telle que :

$$\bar{\alpha}_n^2 = \frac{1}{t_{0,n}} \sum_{i=1}^n t_i \alpha_i^2 \quad (15)$$

dite 'vitesse quadratique moyenne' pondérée par les durées de parcours des n couches, la constante c_1 devient :

$$c_1 = \frac{1}{\bar{\alpha}_n^2} .$$

Ainsi, l'équation (12) devient :

$$t_r^2 = t_{0,n}^2 + \frac{x^2}{\bar{\alpha}_n^2} .$$

Cette dernière expression est similaire à l'équation (5) dans le cas à deux couches où t_0 et α_1 sont respectivement remplacés par les quantités $t_{0,n}$ et $\bar{\alpha}_n$. Ainsi, on peut calculer les corrections NMO puis déterminer les traces sismiques issues des réflexions sur les interfaces à la manière décrite précédemment dans le cas à deux couches, ce qui permet d'estimer à la fois $t_{0,n}$ et $\bar{\alpha}_n$ pour chaque réflecteur à l'aide d'une visualisation du spectre de vitesse. En effet, supposons que les vitesses quadratiques moyennes et les temps de parcours sous incidence normale aient été déterminées pour chaque couple d'interfaces parallèles successives, c'est-à-dire que $t_{0,n-1}$, $t_{0,n}$, $\bar{\alpha}_{n-1}$ et $\bar{\alpha}_n$ sont connus. À l'aide des équations (14) et (15), on peut déterminer la vitesse α_n relative à la $n^{\text{ième}}$ couche. En effet, la dernière équation peut se réécrire :

$$\bar{\alpha}_n^2 \sum_{i=1}^n t_i = \sum_{i=1}^n t_i \alpha_i^2 .$$

En sortant de la somme au deuxième membre le terme d'ordre n , on a aussi :

$$\bar{\alpha}_n^2 \sum_{i=1}^n t_i = \sum_{i=1}^{n-1} t_i \alpha_i^2 + t_n \alpha_n^2 . \quad (16)$$

D'après (15), on a par ailleurs :

$$\sum_{i=1}^{n-1} t_i \alpha_i^2 = \bar{\alpha}_{n-1}^2 \sum_{i=1}^{n-1} t_i . \quad (17)$$

En soustrayant membre à membre (16) et (17), on a :

$$\bar{\alpha}_n^2 \sum_{i=1}^n t_i - \bar{\alpha}_{n-1}^2 \sum_{i=1}^{n-1} t_i = \alpha_n^2 t_n .$$

Or :

$$t_n \equiv \sum_{i=1}^n t_i - \sum_{i=1}^{n-1} t_i = t_{0,n} - t_{0,n-1} ;$$

d'où :

$$\bar{\alpha}_n^2 t_{0,n} - \bar{\alpha}_{n-1}^2 t_{0,n-1} = \alpha_n^2 (t_{0,n} - t_{0,n-1}) ,$$

puis :

$$\alpha_n = \sqrt{\frac{\bar{\alpha}_n^2 t_{0,n} - \bar{\alpha}_{n-1}^2 t_{0,n-1}}{t_{0,n} - t_{0,n-1}}} . \quad (18)$$

D'autre part, l'équation (14) peut se réécrire :

$$t_{0,n} = \sum_{i=1}^n \frac{2z_i}{\alpha_i} = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{2z_i}{\alpha_i} + \frac{2z_n}{\alpha_n} = t_{0,n-1} + \frac{2z_n}{\alpha_n} ;$$

d'où l'on déduit :

$$z_n = \frac{\alpha_n}{2} (t_{0,n} - t_{0,n-1}) . \quad (19)$$

Par suite, étant donnés les double-temps de parcours à l'incidence normale sur les réflecteurs et les vitesses moyennes quadratiques pour l'empilement des couches situées au dessus de ces réflecteurs, le modèle vitesse-profondeur peut être estimé couche par couche, en commençant du haut et en progressant vers le bas.

En réalité, la structure du sous-sol n'est pas aussi simple que ce qui est schématisé ci-dessus. Il en résulte plusieurs phénomènes physiques accompagnant la propagation des ondes sismiques. Ces phénomènes compliquent les traitements des signaux obtenus enregistrés. On peut citer :

- les réflexions multiples qui ont lieu plus d'une fois sur une interface. Leur périodicité permet de les filtrer des données enregistrées par déconvolution ;
- la diffraction qui se produit lorsqu'une onde sismique interagit avec une quelconque discontinuité dans une structure terrestre ou avec toute irrégularité dont l'étendue est de l'ordre de la longueur d'onde du signal sismique incident ;
- la distorsion qui a lieu sur les interfaces inclinées. Ces dernières sont représentées dans l'enregistrement d'une section sismique par une inclinaison apparente δ' plus faible que leur inclinaison réelle δ . De telles inclinaisons sont liées par :

$$\tan \delta' = \sin \delta .$$

On attribue le nom de *migration* au processus qui tend à corriger toutes ces anomalies, déplace les réflecteurs à leurs véritables positions spatiales et élimine les diffractions.

3.1.5. Simulation en sismique réflexion

3.1.5.1. Ondelette de Ricker

Pour générer les séismogrammes synthétiques, nous avons adopté une ondelette de Ricker [6] :

$$R(t) = A(1 - 2\pi^2\nu_p^2 t^2) e^{-\pi^2\nu_p^2 t^2}$$

où A est l'amplitude et ν_p est un paramètre dit *fréquence de pointe*. C'est une ondelette de phase zéro avec un pic central et deux lobes latéraux plus petits (figure 6). Son spectre fréquentiel présente un pic à la fréquence $\nu = \nu_p$.

Dans la littérature, on rencontre le terme *largeur de l'ondelette de Ricker* qui est l'intervalle de temps Δt entre les centres des deux lobes latéraux et qui est exprimée par :

$$\Delta T = \frac{\sqrt{6}}{\pi\nu_p} \simeq \frac{0.7797}{\nu_p} .$$

Quelques fois, on attribue à l'ondelette une pseudo-période :

$$T = \frac{1}{\nu_p} .$$

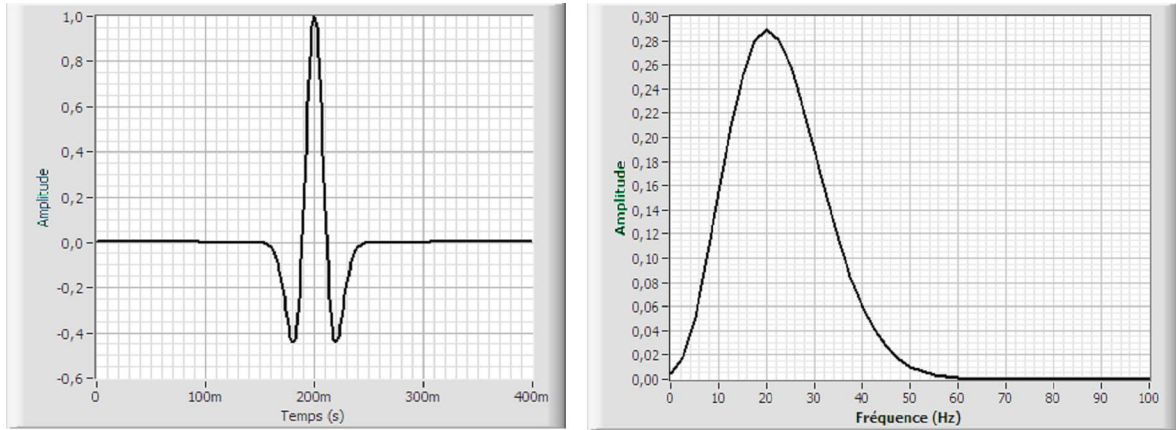


Figure 6. Variations de l'ondelette de Ricker en fonction du temps (à gauche) et du module de sa transformée de Fourier en fonction de la fréquence (à droite). L'amplitude A de l'onde est fixée arbitrairement à 1 et la fréquence de pointe ν_p à 20 Hz correspondant à une largeur Δt d'environ 0.039 s. La fréquence d'échantillonnage ν_e a été fixée à 500 Hz pour un nombre d'échantillons $N_e = 200$.

3.1.5.2. Génération des signaux

Pour simuler les signaux obtenus par la technique de la sismique réflexion à l'aide du modèle simple de la figure 3, nous avons opté pour un profil à $N_t = 96$ géophones avec tir au bout, d'un déport $x = 10$ m et d'inter-trace $\Delta x = 10$ m. L'organigramme de la figure 7 montre les étapes entreprises dans la procédure de génération des signaux correspondant aux différents géophones. Les variables d'entrée de cette procédure sont :

- la vitesse α_1 des ondes P dans la première couche ;
- la vitesse α_2 des ondes P dans la deuxième couche ou dans le rocher ;
- l'épaisseur z_1 de la première couche ou la profondeur du réflecteur (interface) ;
- le nombre de traces N_t qui composent le profil sismique ;
- l'inter-trace Δx ;
- la fréquence d'échantillonnage ν_e du signal sismique de chaque trace au cours de son acquisition ;
- le nombre d'échantillons N_e composant chaque trace.

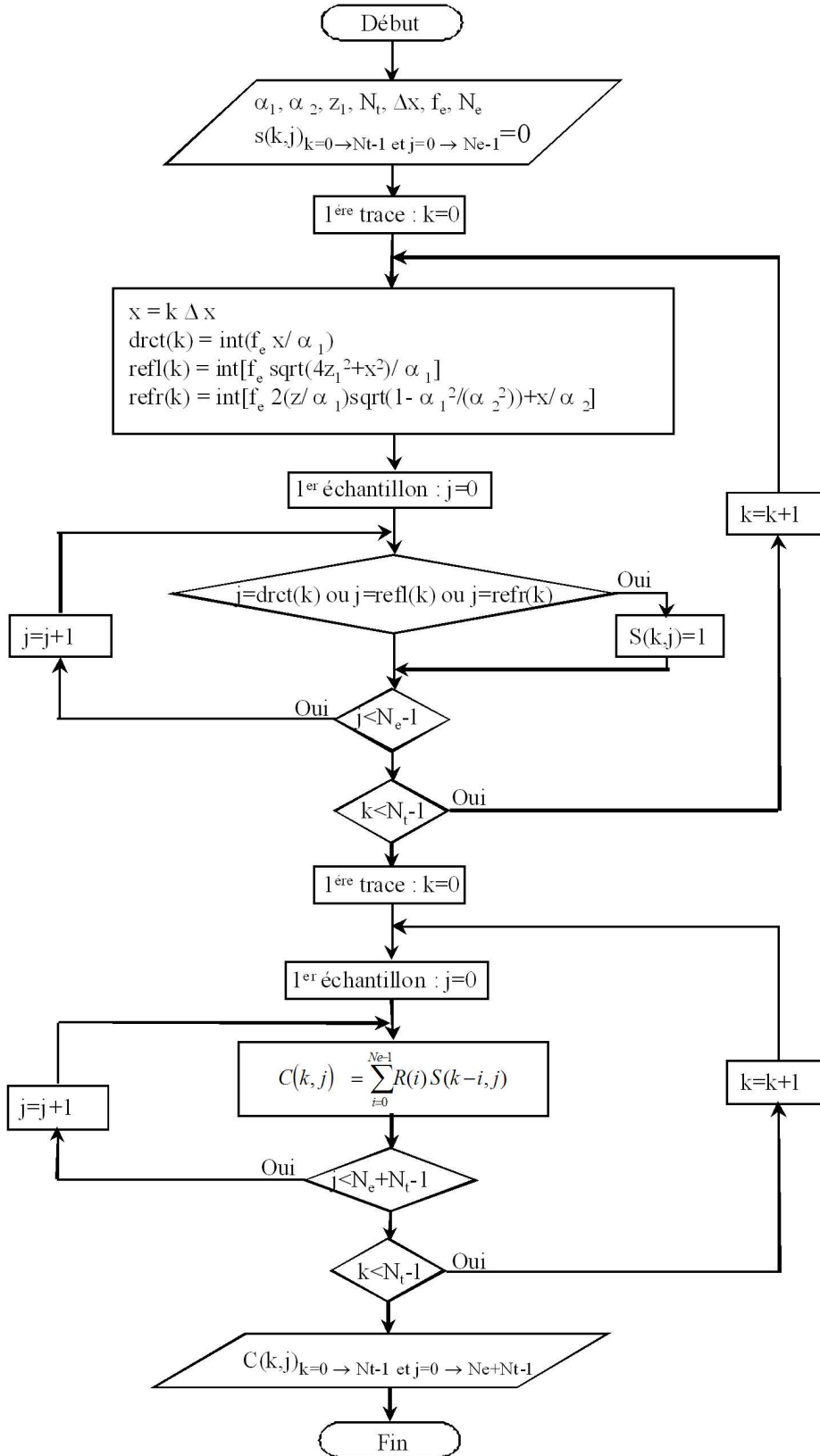


Figure 7. Algorithme de sous-VI générant les signaux des traces sismiques directe, réfléchie et réfractée dans le cas du modèle à deux couches pour la simulation de la sismique réflexion.

Après saisie des variables d'entrée, nous procédons à la construction du tableau des indices des temps d'arrivées $S(i, j)$ où l'indice j , variant de 0 à $N_t - 1$, représente les traces et l'indice i , variant de 0 à $N_e - 1$, représente les échantillons d'une trace donnée j . Chaque trace renferme trois types d'ondes recueillies par le capteur. Ces dernières sont l'onde directe,

réfléchi et réfractée symbolisée respectivement par les indices *drct*, *refl* et *refr*. Les expressions correspondantes aux indices de ces dernières sont respectivement :

$$i_{\text{drct}}(j) = E\left(\frac{x}{\alpha_1}\nu_e\right)$$

$$i_{\text{refl}}(j) = E\left(\frac{\sqrt{4z_1^2 + x^2}}{\alpha_1}\nu_e\right)$$

$$i_{\text{refr}}(j) = E\left[\left(\frac{2z_1}{\alpha_1}\sqrt{1 - \frac{\alpha_1^2}{\alpha_2^2}} + \frac{x}{\alpha_2}\right)\nu_e\right]$$

où 'E' est la fonction partie entière et $x = j\Delta x$ est le déport du récepteur j . Lorsque la valeur du compteur i de l'échantillon en cours coïncide avec l'indice de l'une des trois types d'ondes précitées, l'élément correspondant du tableau $S(i, j)$ est mis à 1. On enchaîne par le calcul de la corrélation croisée de chaque colonne j du tableau résultant avec l'ondelette de Ricker $R(i)$ pour obtenir le tableau $C(k, j)$ constitué du signal sismique effectif correspondant à la trace j . L'expression de la corrélation croisée des deux signaux pour chaque trace j est [7] :

$$C(k, j) = \sum_{i=0}^{N_e-1} R(i)S(k-i, j) \quad , \quad k = 0, 1, \dots, N_e + N_t - 1.$$

La figure 8 montre l'enregistrement obtenu par la procédure de génération des signaux pour les valeurs d'entrée suivants : $\alpha_1 = 1000$ m/s, $\alpha_2 = 2500$ m/s, $z_1 = 250$ m, $N_t = 96$, $\Delta x = 10$ m, $\nu_e = 1000$ Hz et $N_e = 2000$.

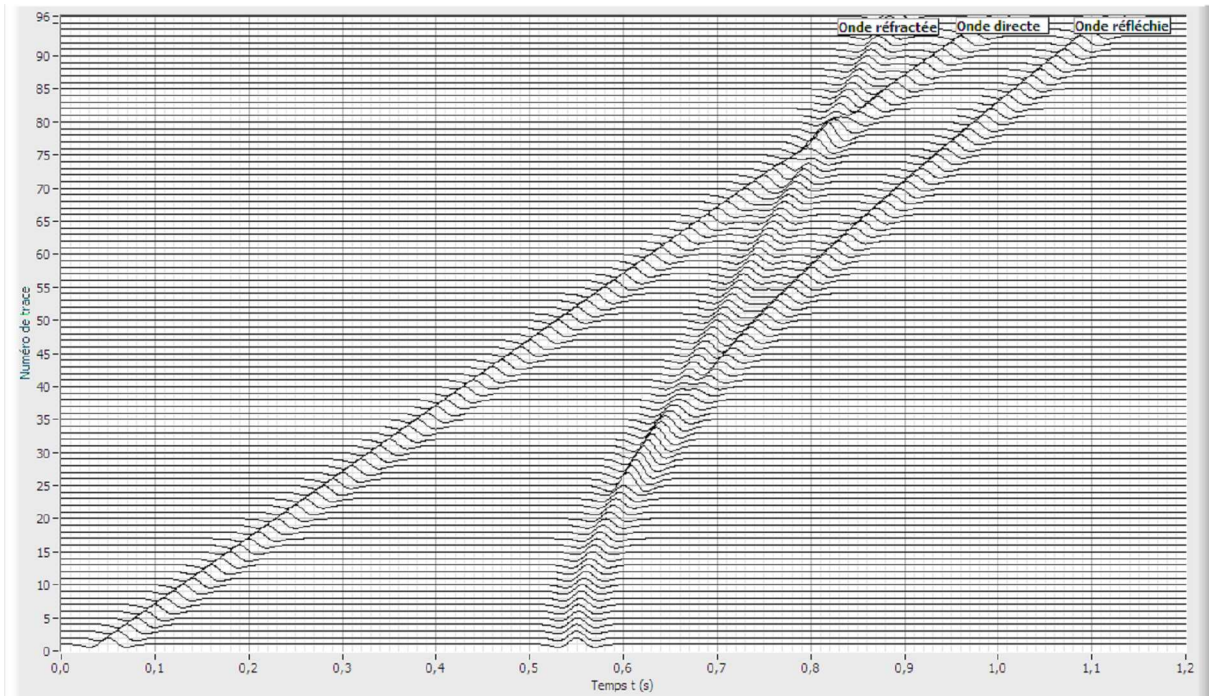


Figure 8. Visualisation d'un enregistrement sismique obtenu par le sous-VI de simulation des traces sismiques pour le modèle simple à deux couches.

3.1.5.3. Correction dynamique et analyse de vitesse

L'analyse de vitesse est la détermination du modèle de vitesse du sous-sol, c'est-à-dire l'estimation des valeurs de vitesse des ondes P dans les différentes couches constituant

la croûte terrestre, ainsi que leurs épaisseurs ou la profondeur de leurs interfaces. Cette procédure est l'une des étapes entreprises dans la technique d'imagerie sismique des structures géologiques du sous-sol. L'analyse de vitesse repose sur l'hypothèse qu'à chaque pas du temps d'échantillonnage sur la trace sismique, peut correspondre une réflexion. Pour chaque valeur de temps de parcours aller-retour, nous devons donc faire un balayage de vitesse afin de trouver la vitesse qui donne la meilleure sommation suivant l'indicatrice hyperbolique qu'elle définit [8-18]. L'organigramme de la figure 9 montre les étapes entreprises dans la procédure d'analyse de vitesse.

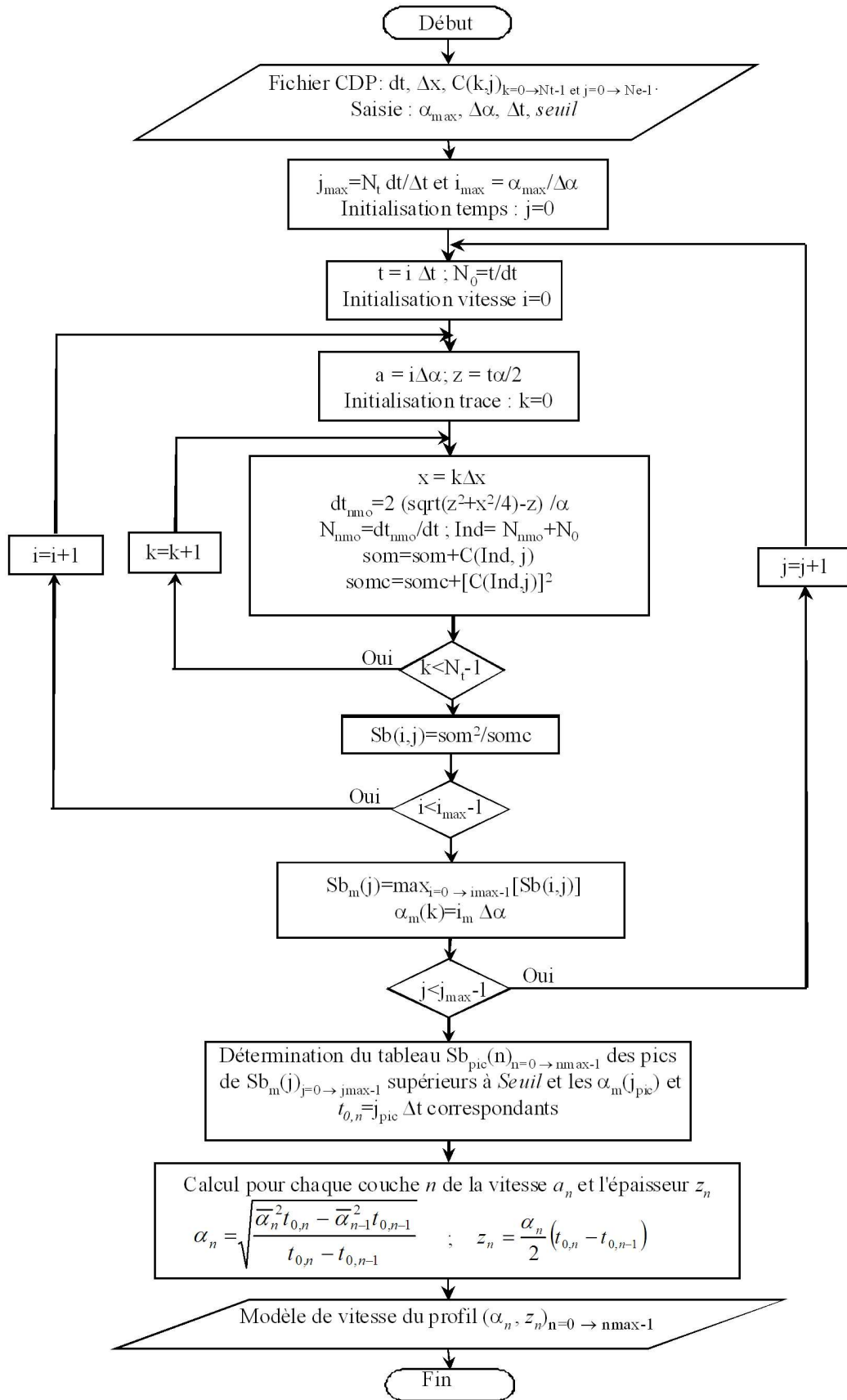


Figure 9. Algorithme de sous-VI qui réalise la procédure d'analyse de vitesse pour déterminer le modèle de vitesse à partir de l'enregistrement d'un profil dans la méthode de la sismique réflexion.

Les données d'entrée du sous-VI effectuant la procédure d'analyse de vitesse et qui peuvent être lues à partir d'un fichier ou saisies par l'opérateur sont :

- le chemin d'accès du fichier d'entrée contenant le pas d'échantillonnage en temps dt , le pas d'échantillonnage en distance ou inter-trace Δx et les données $C(k, j)$ avec k allant de 0 à $N_e - 1$ et j de 0 à $N_t - 1$ du profil sismique arrangées en collection point profondeur commun CDP ;
- la vitesse maximale d'analyse $\alpha_{\max}$ dont la valeur par défaut est de 3000 m/s ;
- le pas de progression en vitesse $\Delta\alpha$ au cours de l'analyse dont la valeur par défaut est de 10 m/s ;
- le pas de progression en temps de parcours Δt au cours de l'analyse. Nous avons pris 10 ms comme valeur par défaut pour ce paramètre.

Une fois les données d'entrée saisies, nous procédons selon les étapes suivantes :

- Scrutation successive des valeurs du temps de parcours t_r comprises dans l'intervalle défini par la durée d'enregistrement du profil sismique. Cette opération est réalisée grâce à la boucle d'indice k qui ne considère que les valeurs du temps multiples de Δt ($t_r = k \Delta t$) ;
- Pour chaque valeur du temps de parcours t_r , un balayage de toutes les valeurs possibles de la vitesse α est effectué par la sous-boucle d'indice i . Cette dernière ne tient compte que des valeurs de vitesse multiples de $\Delta\alpha$ ($\alpha = i \Delta\alpha$) ;
- Pour chaque couple (t_r, α) correspondant au couple d'indices (k, i) , nous calculons d'abord la correction dynamique dt_{mmo} (*normal moveout*) pour chaque trace du profil qui permet de compenser l'effet d'obliquité des trajets. Cette correction permet de ramener les temps d'arrivée des réflexions à ceux des traces à déport nul (source-récepteur confondus), c'est-à-dire à ceux qui correspondraient à des rayons parvenant sous incidence normale sur les miroirs. La correction dynamique est exprimée par la relation (9) et approximée par la relation (10). Nous calculons ensuite la semblance des N_t traces corrigées dynamiquement pour les échantillons d'indice $k = t/\Delta t$. La semblance $S_b(k, i)$ est défini par le rapport entre le carré de la somme des échantillons à la somme de leurs carrés :

$$S_b(k, i) = \frac{\left[\sum_{j=0}^{N_t-1} C(k, j) \right]^2}{\sum_{j=0}^{N_t-1} [C(k, j)]^2} .$$

C'est la sous-boucle d'indice j qui permet de calculer la valeur de semblance pour un couple donné de temps de parcours t_r et de vitesse α correspondant au couple d'indices (k, i) . L'analyse de vitesse fournit une carte de vitesse appelée *spectre de vitesse* et noté $S_p(t\alpha, .)$. Cette quantité représente une des variables de sortie du sous-VI ; c'est une fonction de semblance à deux dimensions : le temps t_r et la vitesse α . Le spectre de vitesse peut être visualisé par des graphes de surface à trois dimensions où par des graphes d'intensité qui utilisent une échelle de couleur pour représenter les variations de semblance suivant l'axe des z ;

- Calcul de la valeur maximale de semblance $S_{\text{bm}}(k)$ et la valeur de la vitesse $\alpha_m(k)$ correspondante pour chaque valeur du temps de parcours t_r . La détermination des maxima $S_b^{\text{pic}}(n)$ de cette courbe qui dépassent un seuil donné permet de déduire les couples $(t_{0,n}, \bar{\alpha}_n)$ liés aux réflexions sur les interfaces de la structure souterraine ;

- Calcul des vitesses α_n des ondes sismiques P et les épaisseurs z_n de chaque couche constituant le modèle de vitesse du sous-sol et décrivant la structure rocheuse souterraine par les expressions (18) et (19) respectivement.

La figure 10 est une représentation de la semblance maximale $S_{bm}(k)$ en fonction du temps de parcours obtenu pour l'enregistrement sismique représenté à la figure 8 consacré au modèle à une couche comprenant l'onde directe, l'onde réfléchie et l'onde réfractée. La valeur maximale de semblance est obtenue pour un temps de parcours de 0.58 s et qui correspond d'après le spectre de vitesse de la figure 11 à une vitesse de 960 m/s dans la couche sédimentaire surmontant le rocher, ce qui aboutit à une profondeur de 278.4 m de l'interface réflectrice. Ces valeurs ont été déterminées moyennant un seuil de détection des pics de 90 et une largeur de 3 points pour la compensation des moindres carrées. Le pas d'itération choisi pour la boucle de vitesse est de 10 m/s alors que celui correspondant à la boucle du temps est de 0.01 s. Les résultats trouvés sont comparables aux valeurs adoptées dans la phase de l'enregistrement des traces sismiques montrée sur la figure 8. La figure 12 est une autre variante de représentation du spectre de vitesse en trois dimensions au lieu de la représentation sous forme de spectre l'intensité sur la figure 11.

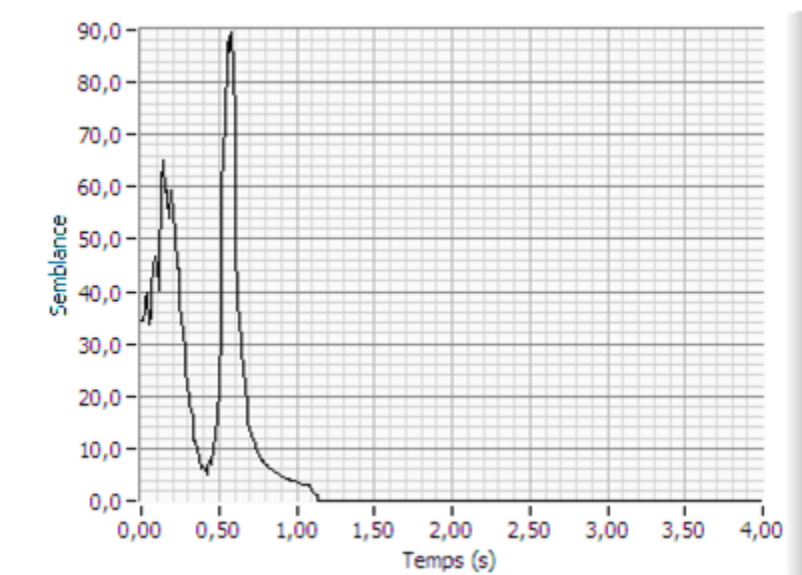


Figure 10. Représentation de la semblance maximale en fonction du temps de double parcours obtenue par le sous-VI d'analyse de vitesse à partir de l'enregistrement sismique de la figure 8.

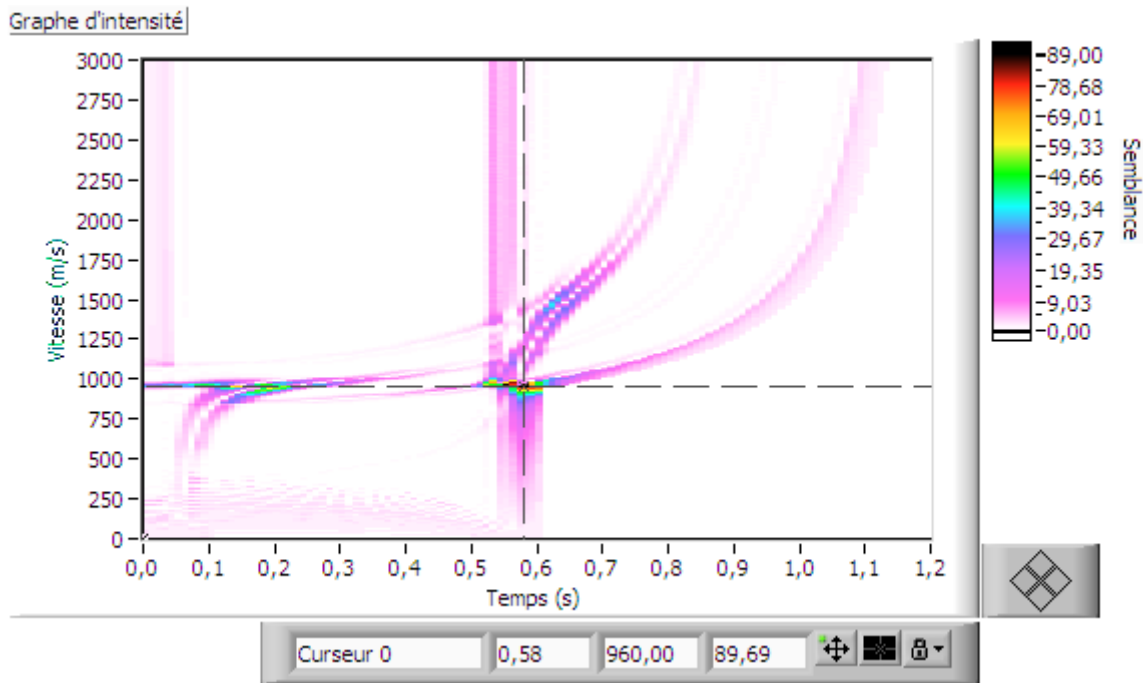


Figure 11. Spectre de vitesse obtenu par le sous-VI d'analyse de vitesse à partir de l'enregistrement sismique du modèle simple à deux couches de la figure 8.

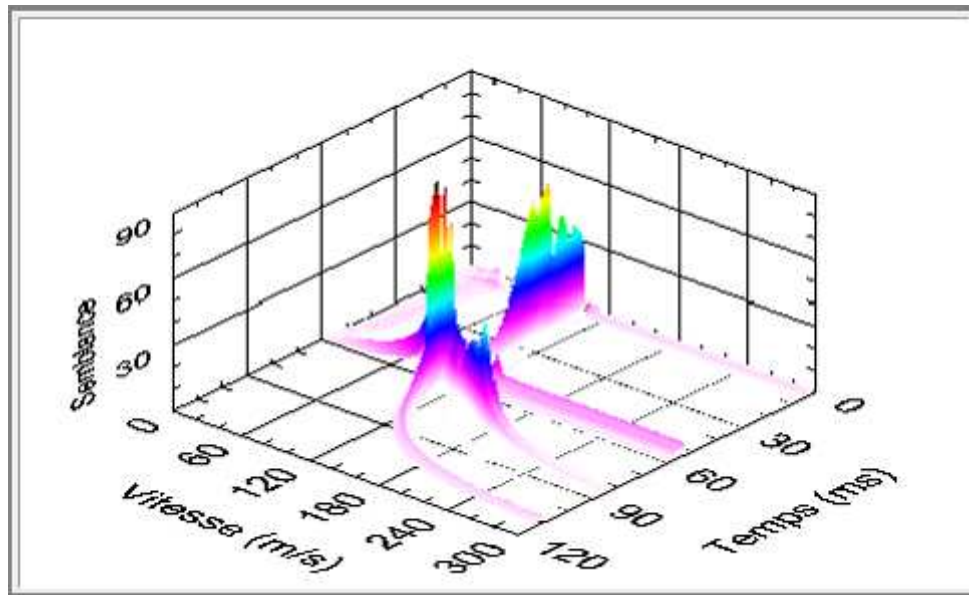


Figure 12. Spectre de vitesse dans une représentation trois dimensions analogue au spectre de vitesse sous forme du spectre d'intensité de la figure 11 et qui correspond à l'enregistrement sismique de la figure 8.

La fréquence de pointe ν_p liée à la largeur de l'ondelette ΔT est un paramètre important dans la recherche d'une meilleure précision pour estimer les épaisseurs et les vitesses des ondes sismiques correspondant aux couches sédimentaires constituant un profil sismique. La figure 13 illustre l'effet de la fréquence de la source sur la largeur du pic principal de semblance maximale en fonction du temps de parcours relatif à l'enregistrement sismique de la figure 8 pour trois valeurs différentes de la fréquence de pointe ν_p de la source, 20 Hz, 40 Hz et 100 Hz. La figure à gauche est obtenue pour une fréquence $\nu_p = 20$ Hz permettant d'obtenir $\alpha_1 = 954$ m/s et $z_1 = 271$ m. La figure du milieu correspond à $\nu_p = 40$ Hz donnant

$\alpha_1 = 980$ m/s et $z_1 = 255$ m. La figure de droite correspond à $\nu_p = 100$ Hz, $\alpha_1 = 990$ m/s et $z_1 = 252$ m. Toutes les autres données ont été prises égales pour les trois figures. Nous concluons que plus la fréquence de l'ondelette est grande, plus le pic de semblance est étroit et meilleure est la précision des résultats obtenus (voir les valeurs d'entrée de l'enregistrement figure 8).

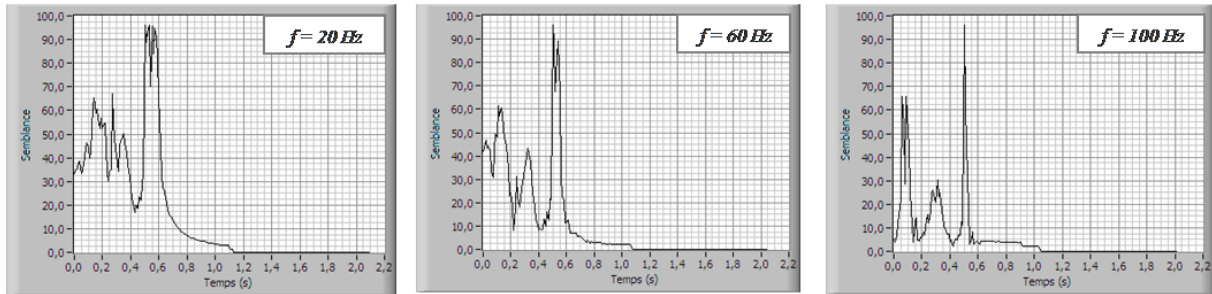


Figure 13. Influence de la fréquence de la source sur la largeur du pic principal de la semblance en fonction du temps de parcours caractérisant la réflexion de l'onde sismique sur une interface.

Lorsqu'on élimine l'onde directe et l'onde réfractée de l'enregistrement de la figure 11, par une technique appropriée appelée *muting* et consistant à annuler sur chaque trace la partie du signal qui renferme éventuellement les ondes directe et réfractée, l'enregistrement ne comporte plus que la composante réfléchie et possède l'allure donnée par la figure 14. Rappelons que les valeurs adoptées pour les différents paramètres du modèle sont $\alpha_1 = 1000$ m/s, $z_1 = 250$ m, $N_t = 96$, $\Delta x = 10$ m, $\nu_e = 1000$ Hz et $N_e = 2000$. La représentation de la semblance maximale en fonction du temps de parcours est montrée à la figure 15 alors que le spectre de vitesse correspondant est montré par les figures 16 et 17.

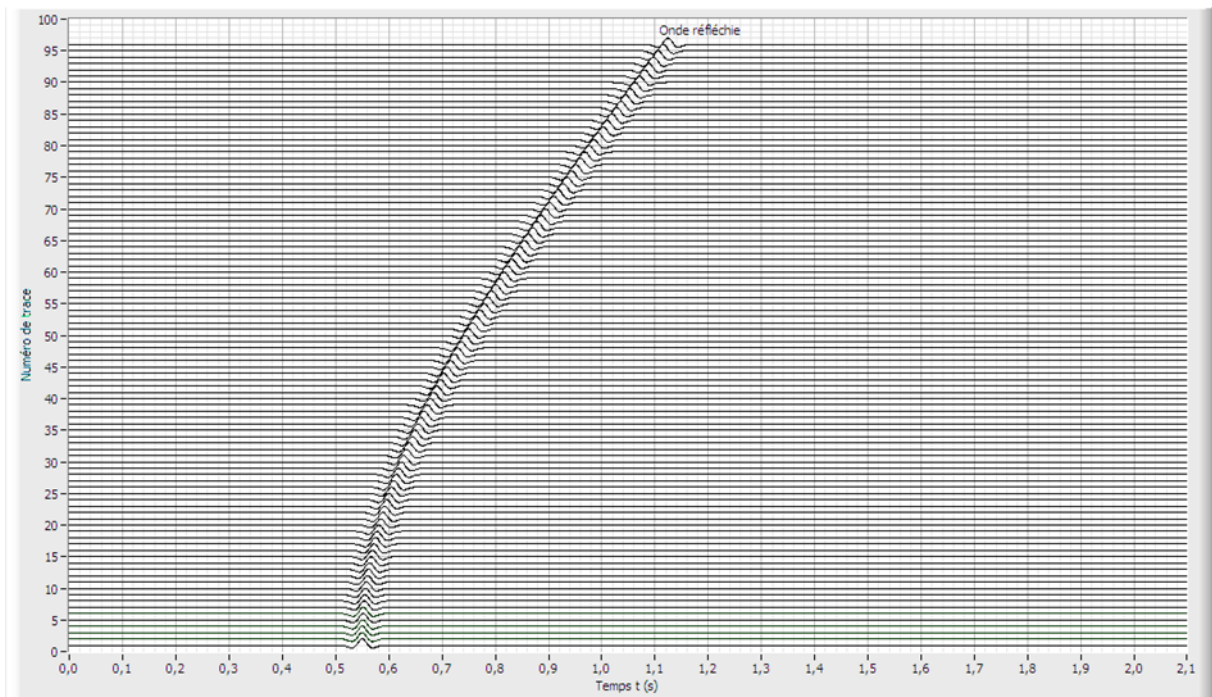


Figure 14. Visualisation de l'enregistrement sismique ne comportant que les ondes réfléchies, obtenu par le sous-VI de simulation des données sismiques dans le cadre du modèle simple à deux couches de la figure 3.

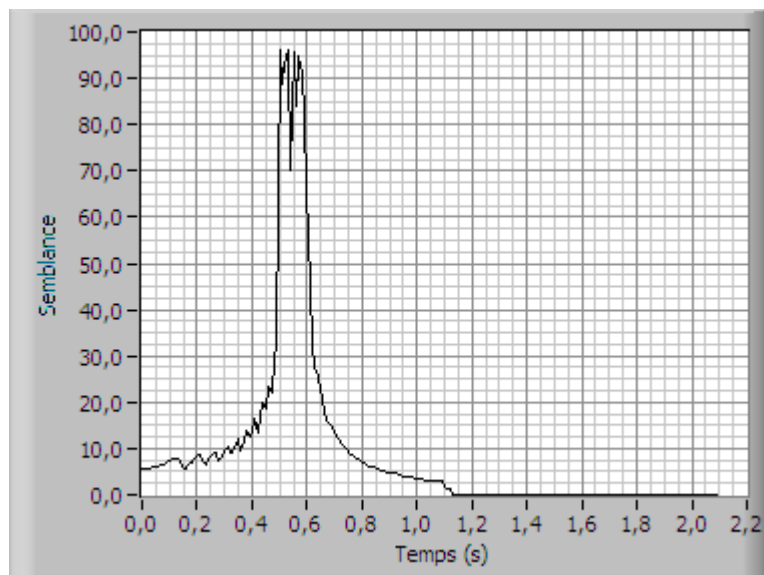


Figure 15. Représentation de la semblance maximale en fonction du temps de double parcours, obtenue par le sous-VI d'analyse de vitesse à partir de l'enregistrement sismique de la figure 14.

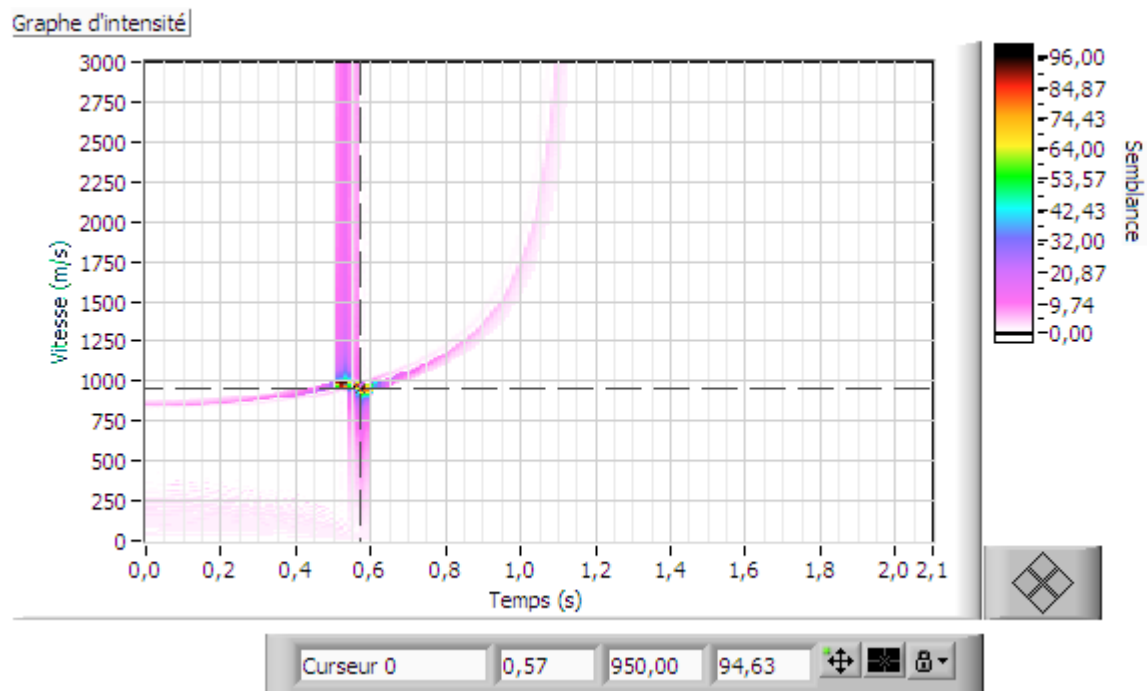


Figure 16. Spectre de vitesse obtenu par le sous-VI d'analyse de vitesse à partir de l'enregistrement sismique du modèle simple à deux couches de la figure 14.

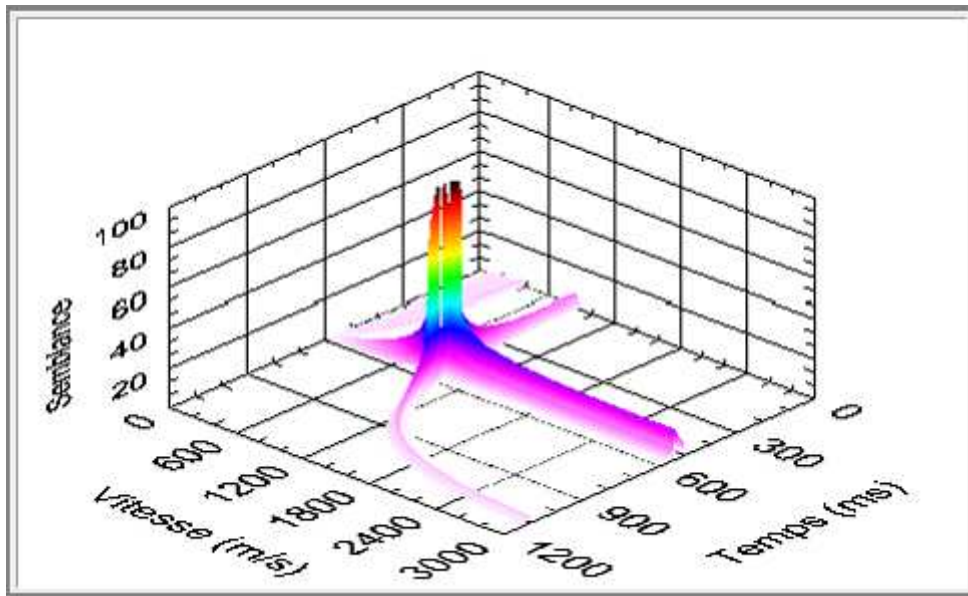


Figure 17. Spectre de vitesse dans une représentation à trois dimensions analogue au spectre de vitesse sous forme du spectre d'intensité de la figure 16 et qui correspond à l'enregistrement sismique de la figure 14.

Les valeurs obtenues pour le temps de double parcours, la vitesse des ondes P et l'épaisseur de la couche sédimentaire sont respectivement $t = 0.57$ s, $\alpha_1 = 950$ m/s et $z_1 = 271$ m. Ces résultats sont similaires à ceux trouvés auparavant pour le modèle d'enregistrement sismique de la figure 8 et donnent une bonne approximation des valeurs adoptées par l'enregistrement sismique de la figure 14. Quant au spectre de vitesse, les figures 16 et 17 ne comportent cette fois-ci qu'un seul pic très prononcé et dépourvu des tâches qui sont visibles dans celui des figures 11 et 12 et qui sont donc dues aux ondes directes et réfractées que comportait l'enregistrement. Cependant, la présence des ondes directes et réfractées ne semble pas perturber la procédure d'analyse de vitesse et de détermination des vitesses et des épaisseurs des couches du profil sismique.

Intéressons-nous maintenant au cas où nous disposons d'un profil sismique composé de trois couches : une pile de deux couches sédimentaires de contrastes différents surmontant le rocher. L'enregistrement sismique comporte alors deux ondes réfléchies par les deux interfaces de la structure. La figure 18 montre un exemple d'un tel enregistrement. Nous avons choisi un modèle de sous-sol caractérisée par les valeurs $\alpha_1 = 500$ m/s et $z_1 = 250$ m pour la première couche, et $\alpha_2 = 1000$ m/s et $z_2 = 500$ m pour la deuxième couche. Les paramètres concernant l'enregistrement sismique sont le nombre de traces $N_t = 96$, l'inter-trace $\Delta x = 10$ m, la fréquence d'échantillonnage $\nu_e = 1000$ Hz et le nombre d'échantillons $N_e = 4000$.

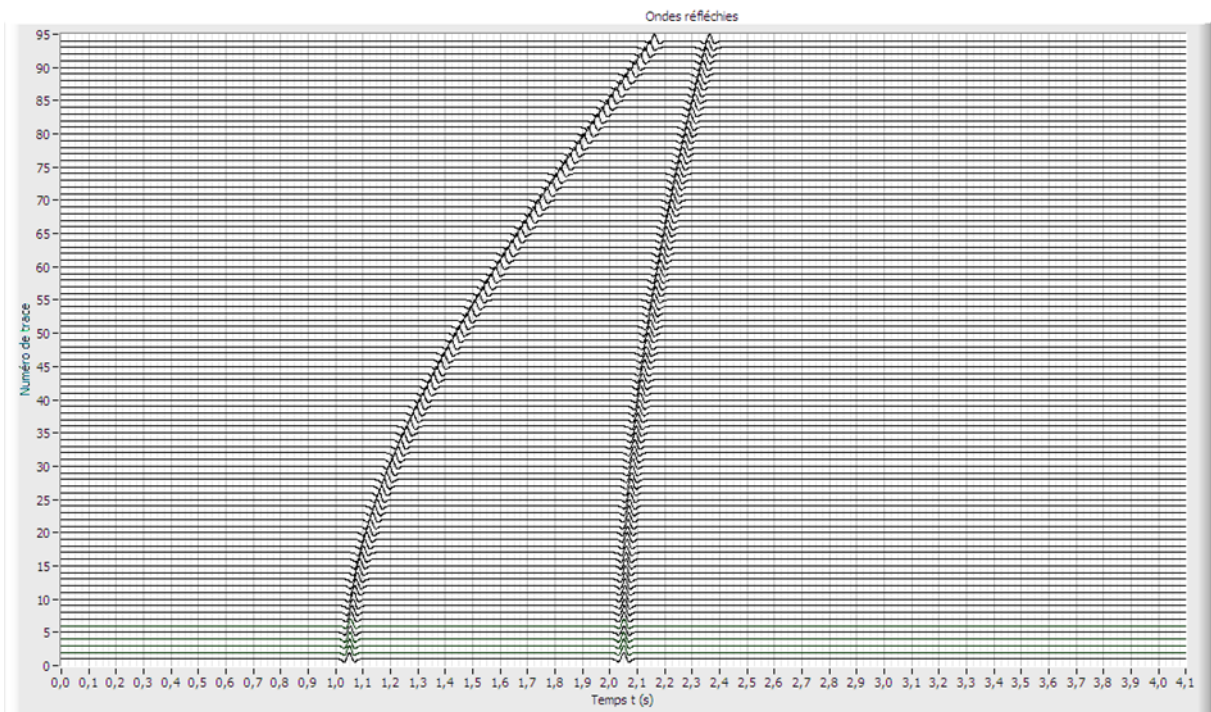


Figure 18. Enregistrement sismique ne comportant que les ondes réfléchies, obtenu par le sous-VI de simulation des données sismiques pour le modèle de sous-sol comportant trois couches.

Après traitement, nous obtenons une bonne estimation du modèle que nous avons proposé à la figure 18. Les figures 19 et 20 montrent que les valeurs obtenues pour les double-temps de parcours, les vitesses et les épaisseurs des deux couches supérieures sont respectivement $t_1 = 1.07$ s, $\alpha_1 = 490$ m/s et $z_1 = 262$ m pour la première couche, alors que ces valeurs sont $t_2 = 2.07$ s, $\alpha_2 = 1017$ m/s et $z_2 = 509$ m pour la deuxième couche.

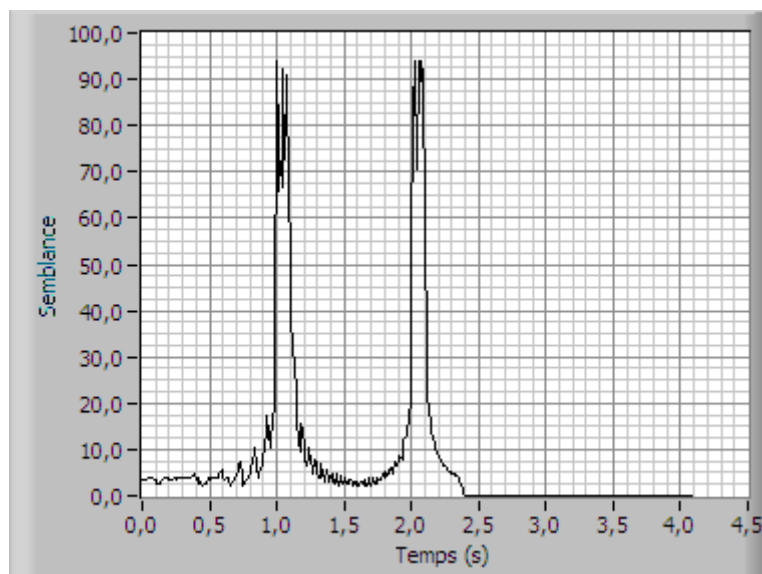


Figure 19. Représentation de la semblance maximale en fonction du temps de double parcours obtenue par le sous-VI d'analyse de vitesse à partir de l'enregistrement sismique de la figure 18.

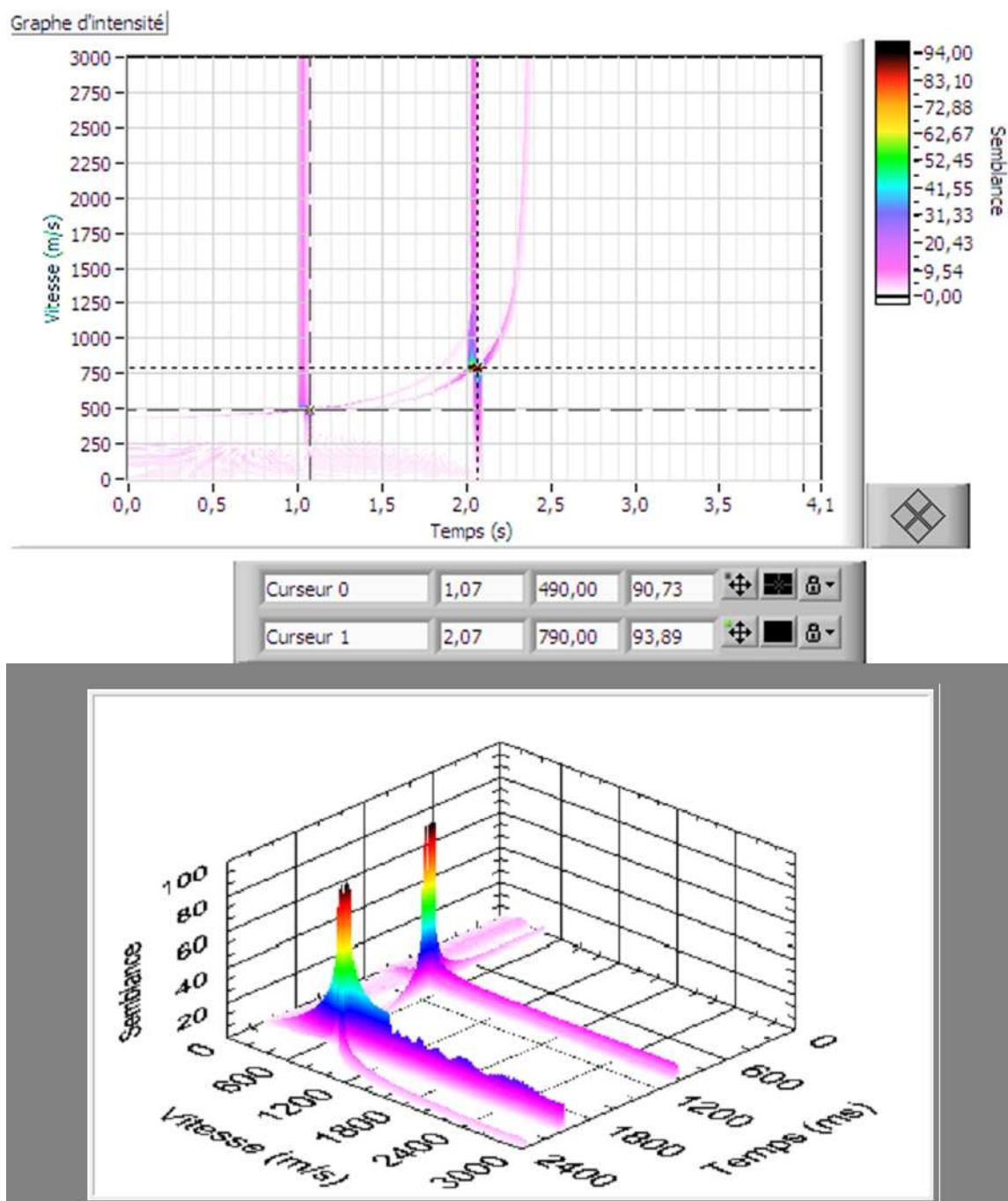


Figure 20. Spectre de vitesse (en haut sous forme de spectre d'intensité, et en bas sous forme de représentation 3D) obtenu par le sous-VI d'analyse de vitesse à partir de l'enregistrement sismique du modèle à trois couches de la figure 18.

3.1.6. Application aux signaux réels

Nous avons appliqué la technique décrite précédemment au traitement des signaux réels obtenus par la méthode de la sismique réflexion. La figure 21 donne un exemple d'enregistrement sismique normalisé réalisé au sein de la Faculté des Sciences d'Agadir le matin du 04 Avril 2010. Cet enregistrement été accompli près du portail sud de l'établissement où la structure du terrain est une couche d'alluvions déposée sur du rocher. La source consiste en un marteau de masse 6 kg percutant une plaque d'acier rectangulaire déposée à même le sol. La direction du profil est sud-nord et la source est fixée durant la manipulation à l'extrême sud du profil. On a utilisé une sonde trois composantes L-4-3D et deux sondes SS1 placées à 5 m les unes des autres. Nous avons effectué 10 essais identiques et les enregistrements

obtenus ont été moyennés dans le but d'améliorer le rapport signal sur bruit. L'entrée 1 du module amplificateur est reliée à la composante verticale du sismomètre L-4-3D, alors que les deux autres entrées sont connectées aux sondes SS1. Nous avons déplacé les trois sondes quatre fois de suite pour avoir un nombre de traces N_t égal à 12. Le gain de l'amplificateur, identique pour les trois canaux, a été fixé à 42.6 dB, alors que la fréquence de coupure du filtre passe-bas à anti-repliement de spectre est fixée à 28 Hz. On a opté pour une fréquence d'échantillonnage de 1000 échantillons par seconde et une durée d'enregistrement de 4 s.

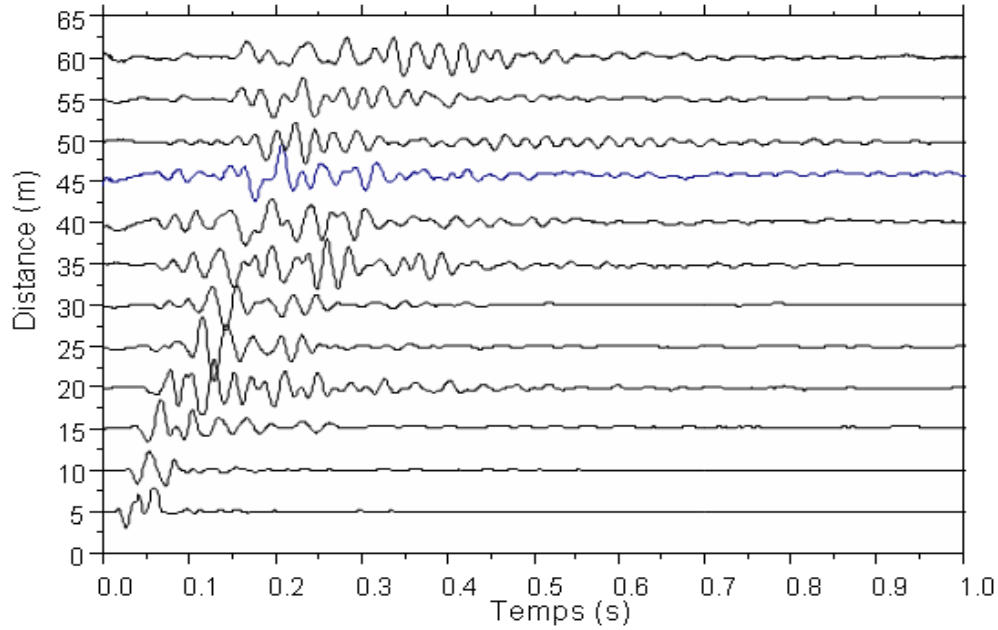


Figure 21. Visualisation des traces normalisées et tronquées à 1 s d'un profil sismique réalisé au sein de la Faculté des Sciences d'Agadir par la technique de la sismique marteau.

Les variations, en fonction du temps de parcours, de la semblance maximale obtenue sont montrées sur la figure 22 ; le spectre de vitesse est donné par la figure 23. Ces résultats ont été obtenues moyennant un seuil de détection des pics de 9 et une largeur de 3 points pour la compensation des moindres carrées. Le pas d'itération choisi pour la boucle de vitesse est de 1 m/s alors que celui correspondant à la boucle du temps est de 1 ms. Le pic principal du spectre de vitesse est probablement dû à la réflexion de l'ondelette issue de la source sur l'interface alluvions-rocher caractérisée par un important contraste d'impédance, et par suite une grande valeur du coefficient de réflexion. La valeur obtenue pour la vitesse des ondes P et l'épaisseur de la couche des alluvions sont respectivement $\alpha_1 = 240$ m/s et $z_1 = 19$ m.

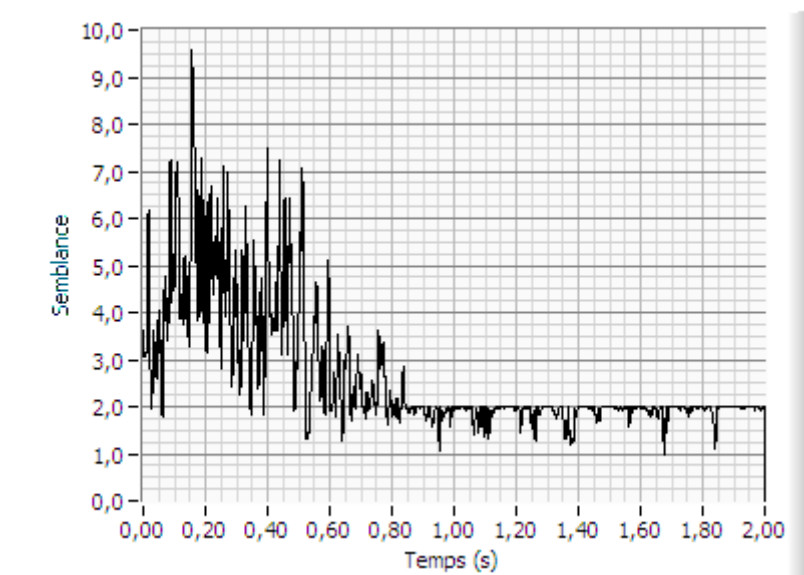


Figure 22. Représentation de la semblance maximale en fonction du temps de parcours obtenue par analyse de vitesse pour l'enregistrement sismique de la figure 21.

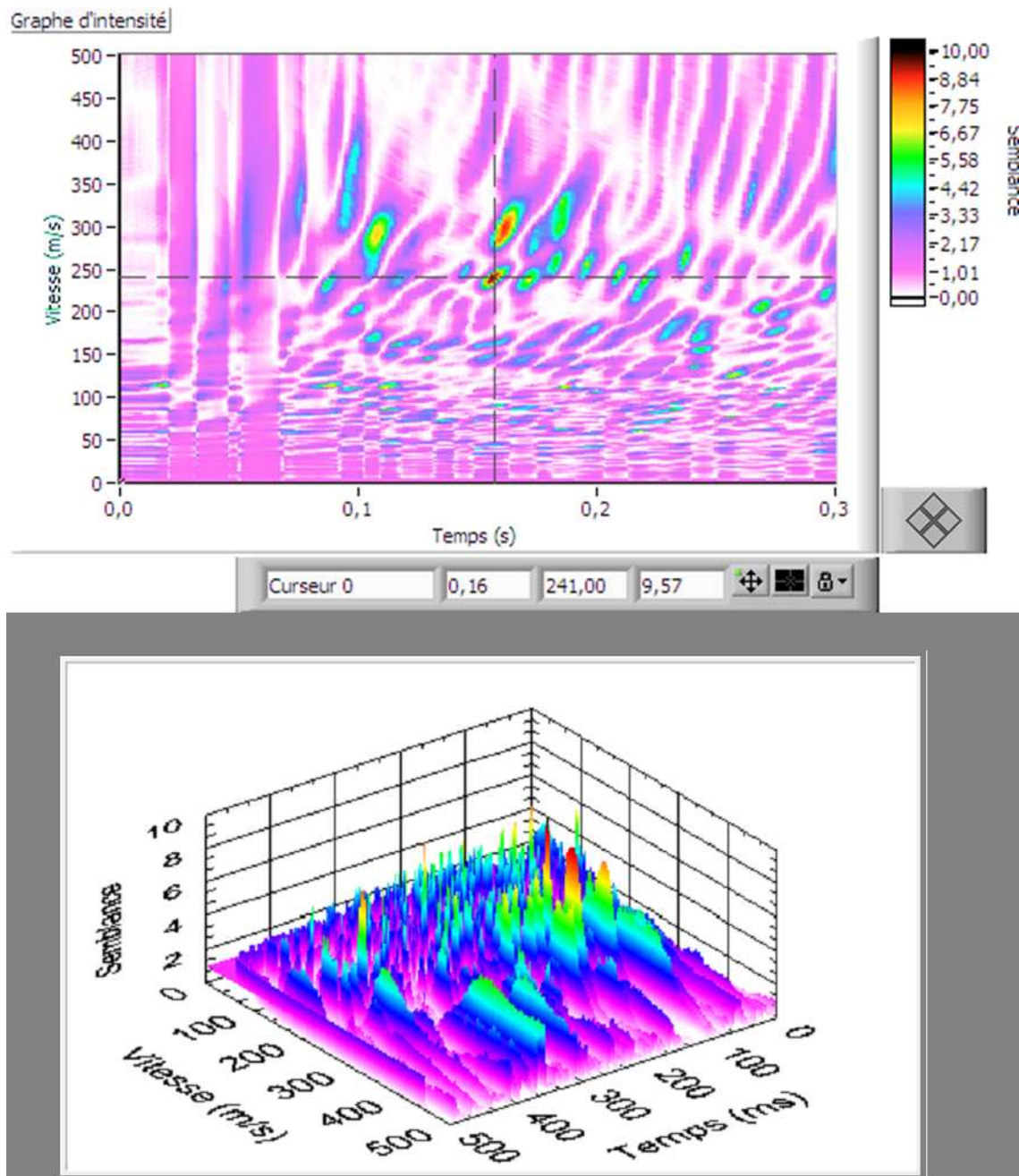


Figure 23. Spectre de vitesse (en haut sous forme de spectre d'intensité, et en bas sous forme de représentation 3D) obtenu par le sous-VI d'analyse de vitesse à partir de l'enregistrement sismique de la figure 21.

La figure 24 montre un autre exemple d'enregistrement sismique effectué le 26 avril 2010, dans une région montagneuse au nord-est de la ville d'Agadir, près du village Igui Ougadir. La source est constituée d'une masse métallique cylindrique d'environ 17 kg en chute libre guidée par une tige de hauteur 1.80 m et percutant une plaque métallique déposée sur le sol au point d'impact. Le profil est de direction est-ouest et la source est fixée durant l'enregistrement à l'extrême est du profil. L'inter-trace est de 5 m. Le déport initial —distance entre la source et la première sonde— est fixée à 10 m. Nous avons accompli au moins deux essais pour chaque trace. Nous avons aussi déplacé les trois sondes quatre fois pour avoir un nombre de traces $N_t = 12$. L'entrée 1 du module amplificateur est reliée à la composante verticale du sismomètre L-4-3D, alors que les deux autres entrées sont reliées aux sondes SS1. Le gain de l'amplificateur, identique pour les trois canaux, a été fixé à 42.6 dB, alors que la fréquence

de coupure du filtre passe-bas est choisie égale à 28 Hz. La fréquence d'échantillonnage est de 1000 échantillons par seconde et la durée d'enregistrement a été fixée à 4 s.

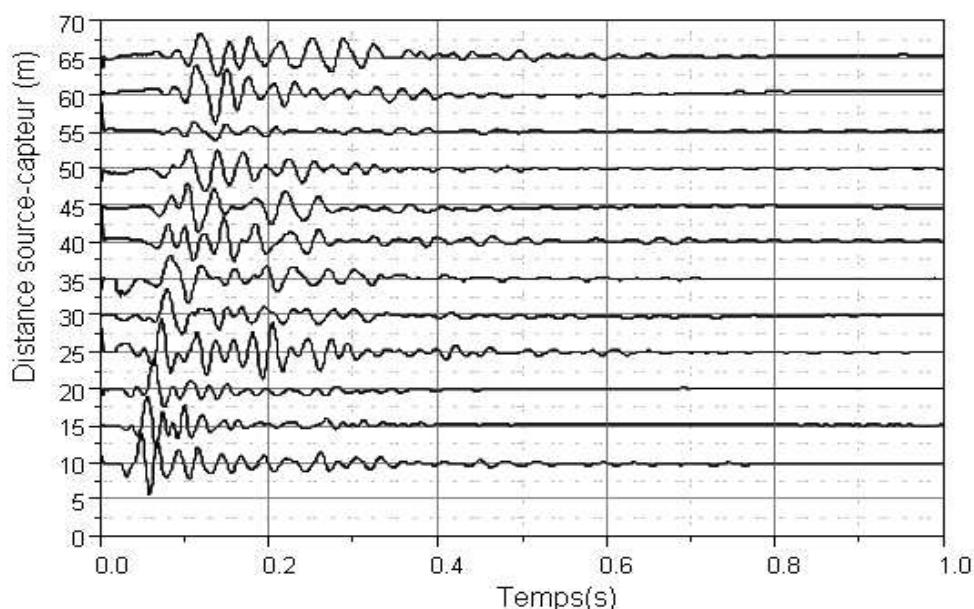


Figure 24. Visualisation des traces tronquées à 2 s d'un profil sismique réalisé près du village Igui Ougadir, région montagneuse au nord-est de la ville d'Agadir, par la méthode de la sismique marteau.

La procédure d'analyse de vitesse nous a permis d'obtenir la représentation de la semblance maximale en fonction du double temps de parcours montrée sur la figure 25 et le spectre de vitesse montré sur la figure 26. Le pic principal de la semblance donne cette fois-ci un double temps de parcours de 80 ms, une vitesse des ondes P dans la couche des alluvions de 445 m/s et une profondeur de l'interface réflectrice de 18 m.

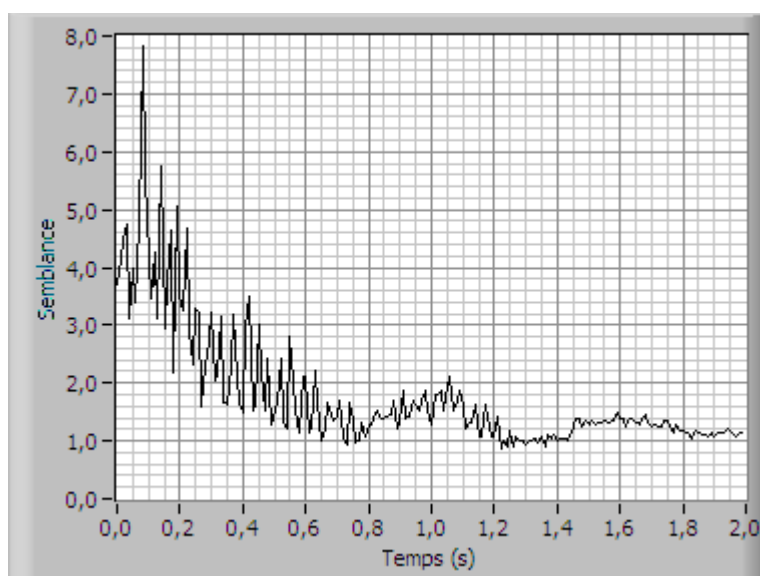


Figure 25. Représentation de la semblance maximale en fonction du temps de parcours obtenue par analyse de vitesse à partir de l'enregistrement sismique de la figure 24.

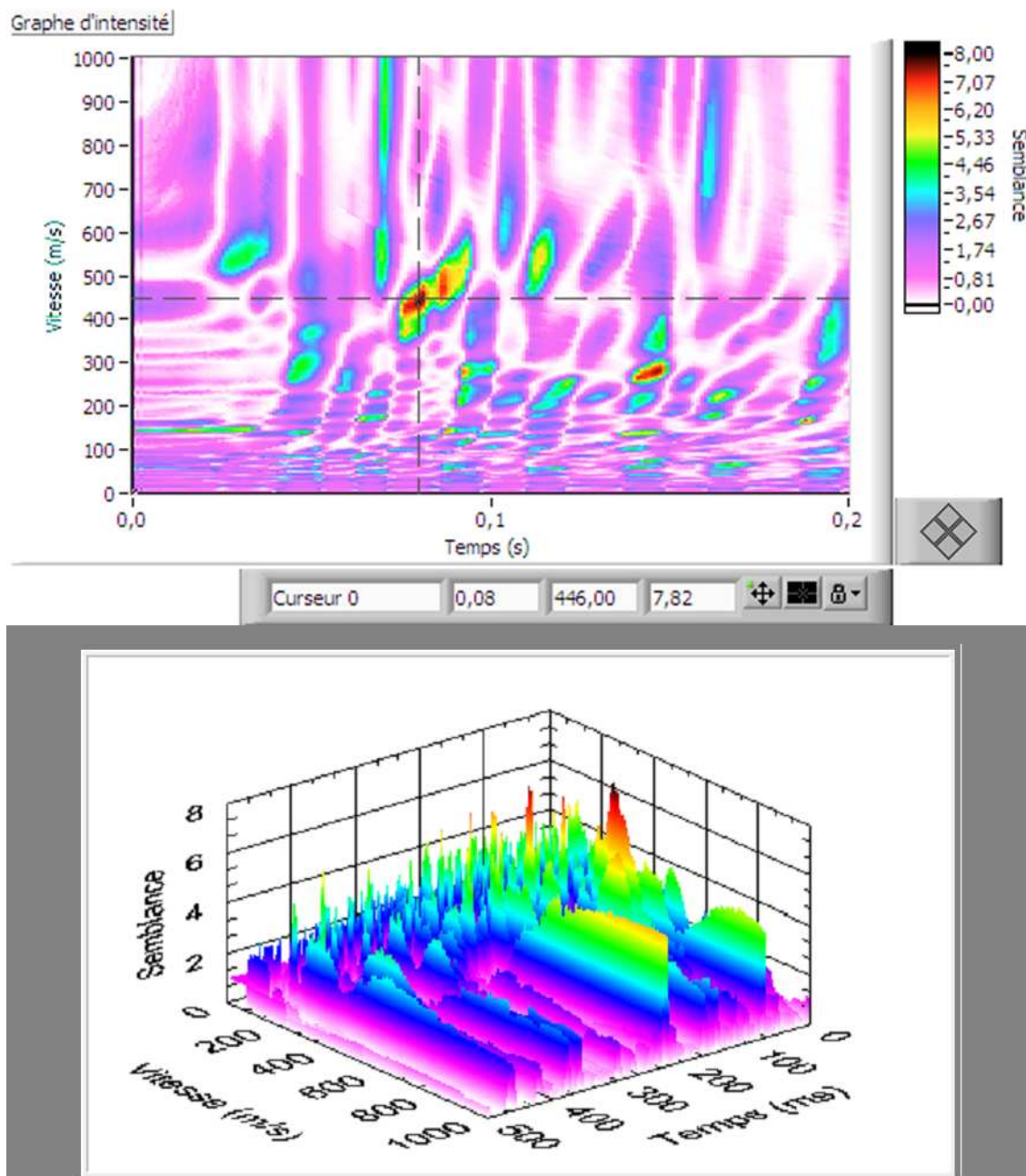


Figure 26. Spectre de vitesse (en haut sous forme de spectre d'intensité, et en bas sous forme de représentation 3D) obtenu par analyse de vitesse à partir de l'enregistrement sismique de la figure 24.

La technique de sismique réflexion a été aussi effectuée le samedi 29 janvier 2011 dans un terrain dégagé séparant les communes de Tikiouine et Drarga, sur la rive ouest de l'affluent Ighzer El Arba. La direction du profil est nord-sud. La source utilisée est la même que pour les expériences menées à Igui Ougadir. Elle a été déplacée plusieurs fois par pas de 10 m pour chaque disposition des trois séismomètres espacés les uns des autres de 10 m comme décrit par le tableau 1. Nous avons quelques fois effectué 2 ou 3 essais pour la même position de la source et des récepteurs pour éviter les transitoires provenant des chantiers voisins. Comme précédemment, l'entrée 1 du module amplificateur est reliée à la composante verticale de sismomètre L-4-3D et les deux autres entrées sont reliées aux sondes SS1. Le gain de l'amplificateur, identique pour les trois canaux, a été fixé à 42.6 dB et la fréquence de coupure du filtre à 28 Hz. Le profil, de longueur 90 m, est constitué de 10 positions désignées par P_0 à P_9 . La position P_0 est de coordonnées N 30.38125° W 009.49313° 28 m. La position

P_9 est de coordonnées N 30.38045° W 009.49261° 26 m. L'angle entre la direction du profil et la direction nord-sud est de 3°. La fréquence d'échantillonnage est de 1000 échantillons par seconde, la durée d'enregistrement de 4 s et le nombre d'échantillons tronqué de 1000. Chaque enregistrement nommé *ExRuvw* est identifié par la position x de la source E (émetteur) et les positions u , v et w des trois séismomètres R (récepteurs). Les enregistrements sont ensuite rassemblés (phase d'édition) en source commune comme l'enregistrement noté E6R543210 de la figure 27 obtenu à partir de E6R543 et E6R210.

Tableau 1. Position de la source S et des séismomètres R, désignés par SS1 ou 3C, pour les enregistrements effectués sur le profil Tikiouine-Drarga par la technique de la sismique réflexion.

Enregistrement	P_9	P_8	P_7	P_6	P_5	P_4	P_3	P_2	P_1	P_0
E3R210							S	3C	SS1	SS1
E4R210						S		3C	SS1	SS1
E5R210					S			3C	SS1	SS1
E6R210				S				3C	SS1	SS1
E7R210			S					3C	SS1	SS1
E9R543	S				3C	SS1	SS1			
E8R543		S			3C	SS1	SS1			
E7R543			S		3C	SS1	SS1			
E6R543				S	3C	SS1	SS1			
E2R543					3C	SS1	SS1	S		
E1R543					3C	SS1	SS1		S	

La procédure d'analyse de vitesse nous a permis d'obtenir la semblance maximale en fonction du double temps de parcours montrée par la figure 28 et le spectre de vitesse montré par la figure 29. Le pic principal de la semblance donne cette fois-ci un double temps de parcours de 150 ms, une vitesse des ondes P dans la couche des alluvions de 270 m/s et une profondeur de l'interface réflectrice de 20 m.

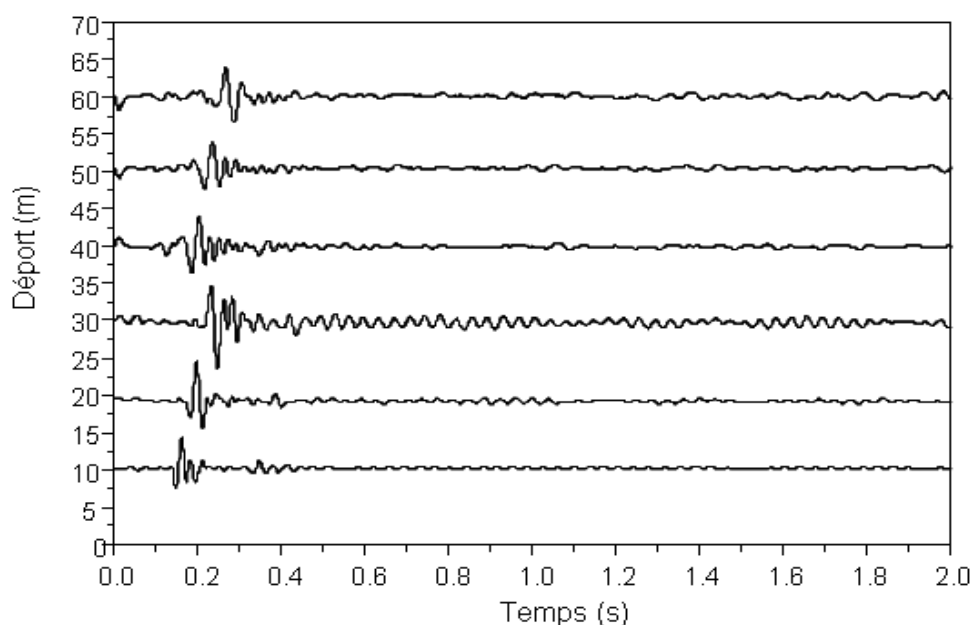


Figure 27. Visualisation des traces du profil sismique E6R543210 réalisé sur la rive ouest de l'affluent séparant Tikiouine de Drarga par la méthode de la sismique -marteau.

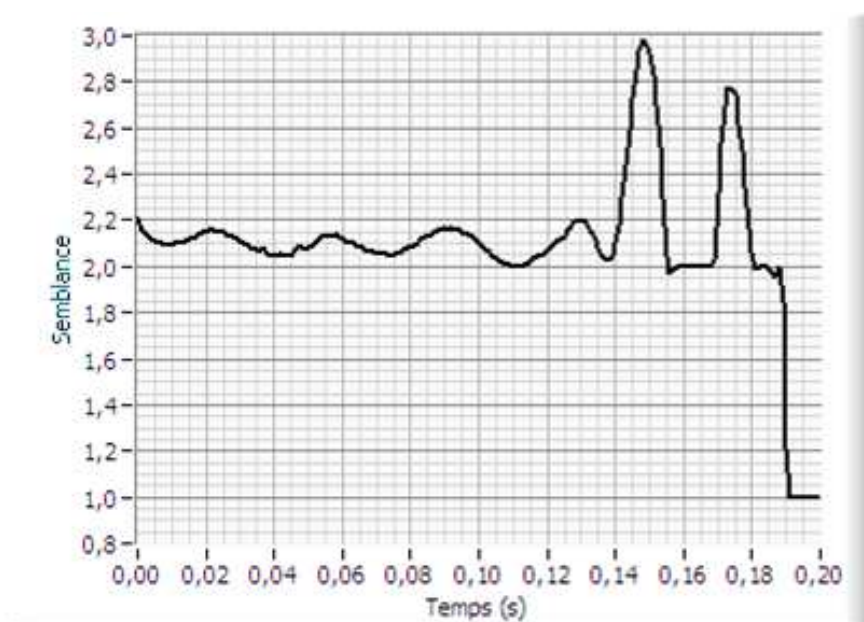


Figure 28. Représentation de la semblance maximale en fonction du temps de parcours obtenue par analyse de vitesse à partir de l'enregistrement sismique de la figure 27.

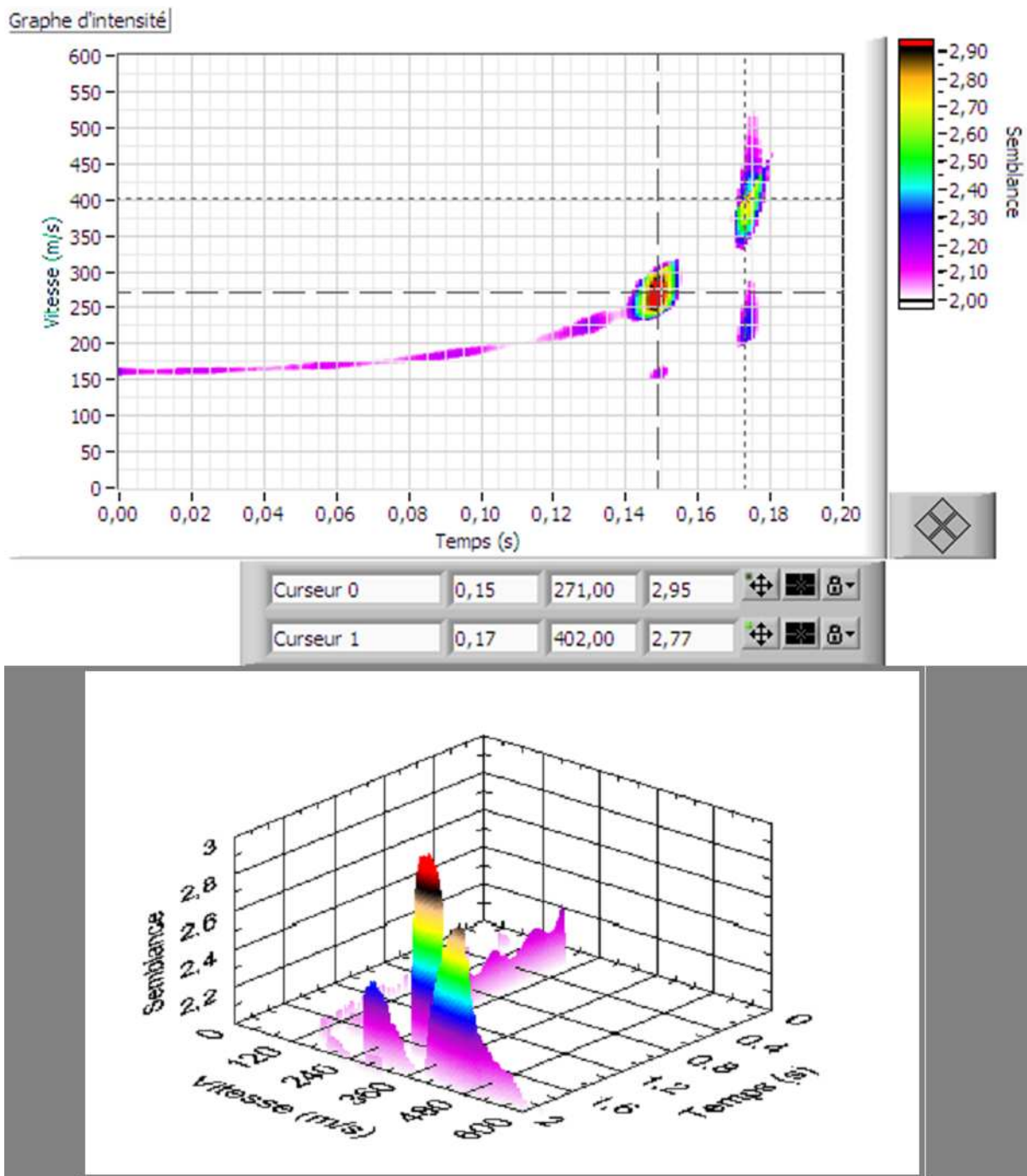


Figure 29. Spectre de vitesse (en haut sous forme de spectre d'intensité, et en bas sous forme de représentation 3D) obtenu par analyse de vitesse à partir de l'enregistrement sismique de la figure 27.

3.2. Impact des explosions de carrières sur les structures

3.2.1. Introduction

Un matériau subissant des contraintes est sujet à l'endommagement par fatigue pouvant éventuellement aboutir à sa rupture si le nombre de cycles de sollicitation est assez grand ou si la contrainte dépasse la limite élastique du matériau. Les contraintes-déformations générées par les explosions de carrières induisent la propagation d'ondes sismiques. Une partie de l'énergie déployée par ce type de sources sismiques est transmise au sol sous forme d'ondes de surfaces (onde de Love et onde de Rayleigh). L'impact de ses dernières

sur les structures, particulièrement leurs fondations, est à quantifier afin de déterminer les zones éventuelles à risque. L'approche adoptée est basée sur la détermination de la vitesse maximale des particules (*peak particle velocity*, PPV) au sol des sites considérés en fonction de la fréquence. L'évaluation de ce paramètre permet de renseigner directement sur les dommages qui pourraient être causés aux structures.

Agadir est une ville très jeune puisqu'elle a été pratiquement détruite par le séisme du 29 février 1960. Son développement exige alors un essor important du secteur de bâtiment tant dans le domaine de production de matériaux que celui des ressources humaines. La réduction du coût exige la proximité des zones de production des matériaux à la ville. Ce facteur économique doit prendre en compte les effets néfastes sur les structures causés par les tirs de carrières. En effet, quelques carrières sont encore en activité dans des sites établis à moins de quatre kilomètres au nord et au nord-est de la ville d'AGADIR.

3.2.2. Méthodologie

3.2.2.1. Évaluation de l'impact à partir de la vitesse

Plusieurs travaux ont été réalisés afin de relier les effets indésirables des vibrations sur les structures aux explosions des carrières. Certains travaux mettent en valeur le déplacement des particules du sol [19], d'autres la vitesse de déplacement de ces particules [20,21]. Il a été établi que l'impact des vibrations sismiques sur les structures pourrait être corrélé à la vitesse maximale des particules PPV du sol. Cette dernière dépend elle-même de la fréquence [22]. C'est d'ailleurs pour cette raison que la détermination du paramètre PPV est communément utilisée pour évaluer l'impact des explosions des carrières sur les structures. Nous avons récapitulé sur la figure 30 certaines normes de vibration adoptées par différents pays ou chercheurs. Ces normes décrivent les valeurs limites de PPV en fonction de la fréquence pour différents types de structures. Sur la figure, USBM représente la norme RI 8507 recommandée en 1981 par le Bureau des Mines des États-Unis d'Amérique [22] alors que USOSM identifie les règlements imposés en 1983 par le Bureau de l'Exploitation Minière de Surface aux États-Unis (*United States Office of Surface Mining*). DIN représente le standard allemand de vibration 4150 fourni en 1986 par l'Institut Allemand de Normalisation (*Deutsches Institut für Normung*) [23]. Nous pouvons souligner que la différence entre ces valeurs limites est due essentiellement à l'absence de normes unifiées à l'échelle mondiale d'une part, et aux différentes propriétés des sites d'études d'autre part.

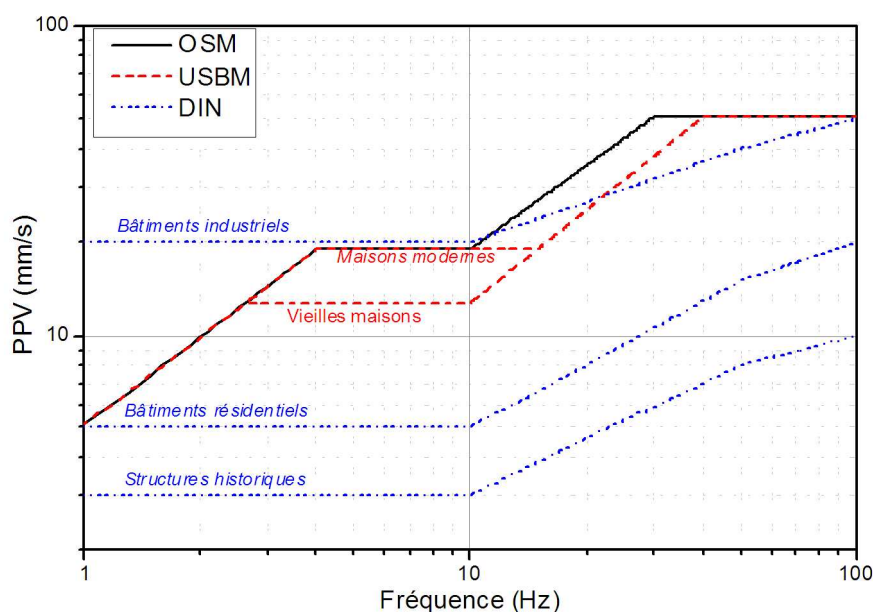


Figure 30. Seuils de PPV à différentes fréquences définissant les critères du niveau de sécurité pour les explosions des carrières adoptés par certains pays ou auteurs [22,23].

3.2.2.2. Logistique utilisée

Les moyens utilisés pour accomplir ce travail comportent, d'une part, les dispositifs d'acquisition des signaux sismiques délivrés par les explosions des carrières et, d'autre part, le programme qui permet de traiter les signaux acquis et d'en extraire l'information utile.

Aspect matériel

Notre chaîne portable d'acquisition et de traitement ainsi que le réseau sismique d'Agadir sont les dispositifs de mesure qui ont permis d'enregistrer plusieurs événements issus d'explosions de carrières dans les zones périphériques de la ville d'Agadir. Un GPS est utilisé pour localiser les sites d'enregistrement ainsi que les sites des carrières en activité. Cette localisation permet d'estimer les distances entre les carrières et les points d'enregistrement, et d'aider à l'identification des événements issus des carrières et d'en extraire quelques caractéristiques.

Aspect logiciel

L'acquisition des signaux sismiques produits par les carrières est effectuée grâce à un sous-programme de détection d'événements qui fonctionne en mode continue avec pré-déclenchement par niveau de tension pré-réglé. Une fois sauvegardés dans un fichier, un autre sous-programme permet de calculer la vitesse maximale de déplacement des particules induit par ces explosions.

Identification des signaux

La classification permettant d'identifier les événements qui résultent des explosions des carrières qui nous intéressent dans cette partie se fait selon des critères définis dont on peut citer :

- l'identité temporelle puisque les explosions de carrières sont programmées dans des laps de temps bien déterminées ;
- la connaissance préalable des positions des sources et l'utilisation d'une sonde à trois composantes cadrant l'azimut des carrières ;
- le spectre des explosions de carrières qui est relativement riche en hautes fréquences vu la proximité des carrières ;
- la plus grande partie de l'énergie libérée est déployée sous forme d'ondes de surface (Rayleigh et Love).

Les sites d'enregistrement choisis sont situés à la périphérie de la ville d'Agadir, notamment les quartiers Hay Mohammadi situé au nord-est de la ville et le village Imi-Mqhorn situé au sud-est de la ville sur la route secondaire qui mène à Tafraout à mi-chemin entre Biougra et Ait Baha. Ces deux sites ont été choisis vus leur proximité des carrières. Les sites d'enregistrements et les carrières sont indiqués sur les cartes de la figure 31. Les tâches blanchâtres sur ces cartes marquent les carrières alors que les points d'enregistrement sont distingués par les étoiles blanches. Pour illustration, nous donnons à la figure 32 les séismogrammes types 3C d'événements correspondants aux tirs des carrières enregistrés par notre chaîne portable dans les sites susmentionnés. L'amplitude des signaux enregistrés est donnée en volt. Cette amplitude est directement reliée à la vitesse des particules du sol via la fonction de transfert de la chaîne d'acquisition. Les séismogrammes à gauche de la figure 32, nommés 'Imi_Mqhorn_20120103115306.dat', sont les trois composantes d'un événement de carrière qui a été enregistré en temps calme le 03/01/2012 à 11:53:06 au site 1 sur la carte à gauche de la figure 31. Les coordonnées géographiques de ce site sont N 30.16686°, W 09.24802° et 195 m. Le gain de l'amplificateur d'instrumentation a été fixé à 47.6 dB alors que la fréquence de coupure du filtre anti-repliement du spectre a été réglée à 28 Hz. La fréquence d'échantillonnage a été de 100 Hz. Les séismogrammes à droite de la figure 32, nommé 'Imi_Mqhorn_20120110135538.dat', sont les trois composantes d'un événement de carrière qui a été enregistré le 10/01/2012 à 13:55:38 au site 2 sur la carte de droite sur la figure 31. Les coordonnées géographiques du site sont N 30.17212° W 09.23396° et 165 m. Le gain de l'amplificateur d'instrumentation a été fixé à 47.6 dB et la fréquence de coupure du filtre anti-repliement du spectre à 28 Hz. La fréquence d'échantillonnage a été réglée sur 100 Hz.

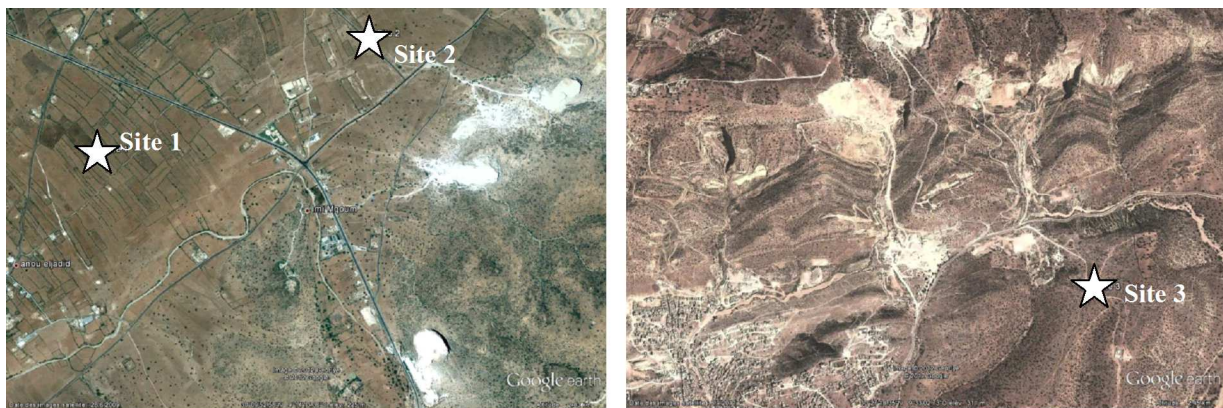


Figure 31. Localisation sur les cartes des sites où ont été enregistrés les tirs de carrières à l'aide du logiciel *Google Earth*. La carte de droite montre les carrières situées au nord-est d'Agadir près du village Ait-Lmoudden alors que la carte de gauche montre les carrières situées près du village Imi-Mqhorn.

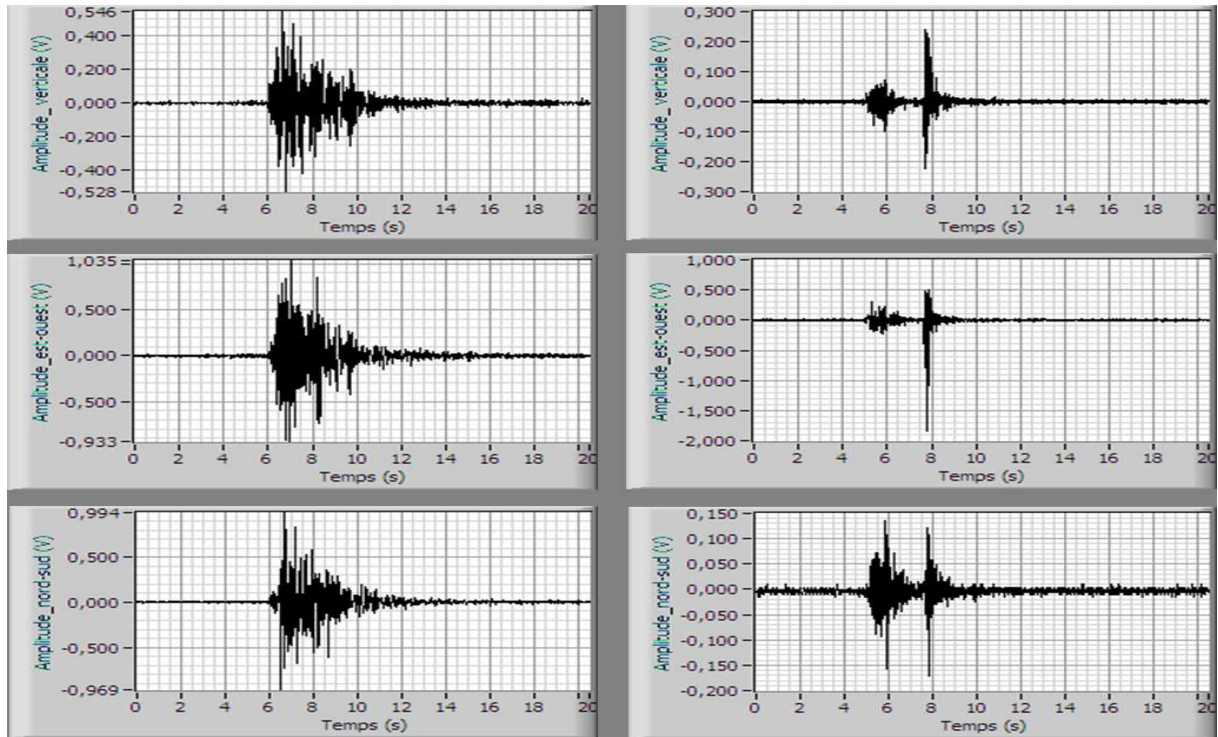


Figure 32. Séismogrammes types d'événements produits par les explosions de carrières enregistrés par la station portable d'acquisition et de traitement des signaux sismiques.

3.2.2.3. Approche adoptée

La connaissance de la densité d'énergie déployée au sol par une explosion de carrière permet directement de mesurer la vitesse des particules du sol à une distance donnée de la source grâce à la relation existant entre les deux grandeurs. La transformée de Fourier à court terme (TFCT) et sa représentation en spectrogramme sont les méthodes temps-fréquence les plus utilisées dans ce contexte en traitement du signal. D'un point de vue mathématique, la TFCT peut être interprétée comme l'analyse de Fourier de tranches successives du signal pondérées par une fenêtre temporelle. Elle est définie par :

$$F_x(t, \nu; h) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(u) h^*(u - t) e^{-i2\pi\nu u} du$$

où t et ν sont respectivement les variables temps et fréquence, et $h(t)$ la fenêtre d'analyse. En pratique, on utilise le spectrogramme identifié au carré du module de la TFCT :

$$S_x(t, \nu; h) = |F_x(t, \nu; h)|^2 ,$$

analogue à une densité d'énergie.

3.2.2.4. Résultats

L'application de cette méthode au signal 'Imi_Mqhorn_20120103115306.dat' susmentionné est illustrée par la figure 33. Les trois signaux montrés à gauche de la figure correspondent aux trois composantes de cet événement de carrière comme il a été enregistré par la chaîne portable d'acquisition. Les amplitudes des trois signaux sont données en volt. Les trois signaux visualisés au milieu de la figure ont été obtenus à partir des signaux bruts par déconvolution de la contribution instrumentale des trois composantes de la chaîne d'acquisition. Leurs amplitudes sont données en (m/s). La déconvolution a pour objectif d'extraire le signal décrivant la vitesse des particules du sol sans qu'elle soit affectée par la fonction de transfert de la chaîne portable. La méthode de déconvolution utilisée a été abordée au paragraphe

4.2.4.2 du chapitre 2. À droite de la même figure 33 sont montrés les trois spectrogrammes correspondant respectivement aux trois signaux restitués. Le spectrogramme permet de représenter le spectre de chaque signal en fonction du temps. Le tableau 2 montre les résultats obtenus pour l'exemple considéré.

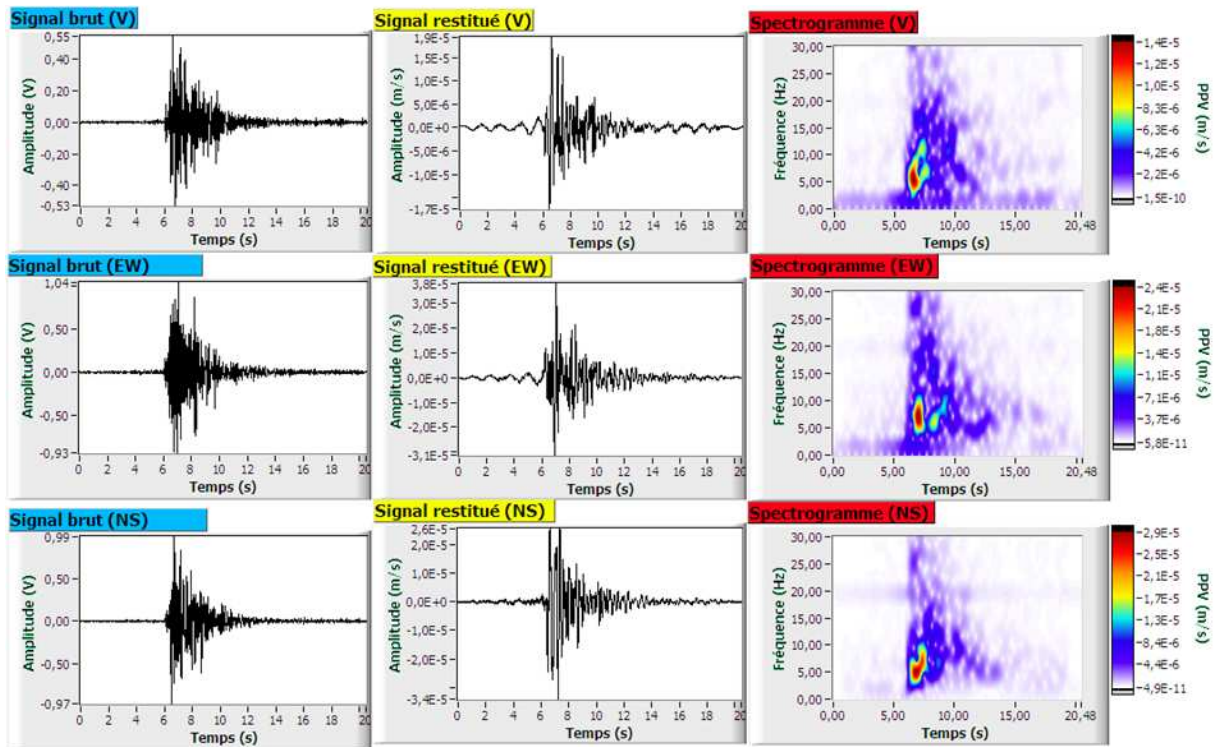


Figure 33. Calcul des spectrogrammes (à droite) des trois composantes d'un événement de carrière (au centre) obtenus par déconvolution de la réponse instrumentale à partir du signal brut (à gauche) enregistré par la chaîne portable.

Tableau 2. Résultats de calcul de la PPV à partir du spectrogramme appliqué au signal 'Imi_Mqhorn_20120103115306.dat'.

Composante	Verticale	Est-ouest	Nord-sud
PPV (mm/s)	1.9×10^{-2}	4.5×10^{-2}	3.06×10^{-2}
Fréquence (Hz)	5.57	6.93	4.98

Nous avons appliqué la présente méthode aux divers signaux correspondant aux explosions des carrières enregistrés dans les différents sites, pour des distances variées entre les carrières et les structures. Les valeurs de la PPV obtenues sont largement inférieures aux seuils fixés par les différentes normes précitées (cf. figure 30). Ceci suggère que les explosions de carrières ne présentent pas de danger sur les structures tout au moins durant notre étude et dans les zones concernées par cette étude. Il est tout de même intéressant de ne pas négliger la fréquence par laquelle surviennent les explosions des carrières même si elles sont d'une intensité insignifiante. Une fréquence importante de ces explosions peut entraîner la fatigue des matériaux à long terme et engendrer les mêmes dommages qu'aurait pu provoquer une explosion d'intensité élevée.

3.3. Détermination de la fréquence propre d'un site et de son amplification aux ondes sismiques

La fréquence propre d'un site et son amplification vis-à-vis des ondes sismiques sont d'une importance capitale dans le domaine du génie civil. Elles constituent deux paramètres importants dans l'évaluation du risque lié à la sismicité dans un endroit précis à la surface du sol. Les ingénieurs du domaine tiennent compte de ces deux paramètres lors de la conception des édifices pour les rendre plus résistants aux séismes. Il existe plusieurs méthodes basées sur le bruit de fond sismique pour mesurer la fréquence propre et l'amplification d'un site aux ondes sismique à la surface du sol : la méthode du spectre absolu, la méthode du rapport spectral par rapport à un site de référence, la méthode de Nakamura et la méthode de l'inversion de structure de vitesse à travers un réseau d'enregistrement. Nous avons adopté la méthode de Nakamura qui est la plus utilisée en raison de sa simplicité à mettre en œuvre et de son faible coût. Comme nous l'avons décrit au chapitre 2, cette méthode est basée sur le calcul de la moyenne du rapport spectral H/V du bruit de fond sismique en fonction de la fréquence. La courbe du rapport spectral moyen H/V du bruit de fond sismique présente souvent un seul pic très prononcé lorsque le sous-sol peut être représenté par une couche meuble déposée sur un substrat rocheux. L'abscisse du pic représente la fréquence propre du site où l'enregistrement du bruit de fond sismique a été effectué, alors que l'ordonnée de ce pic permet de renseigner sur l'amplification des ondes sismiques par le site. Plusieurs mesures de ce type ont été effectuées dans diverses zones de la ville d'Agadir. La figure 34 montre le signal 3C du bruit de fond sismique enregistré à la Faculté des Sciences d'Agadir le 16/11/2006 à 10:26:40. La fréquence d'échantillonnage a été fixée à 100 échantillons par seconde et la durée de l'enregistrement est de 10 minutes ce qui donne un fichier de 60000 échantillons.

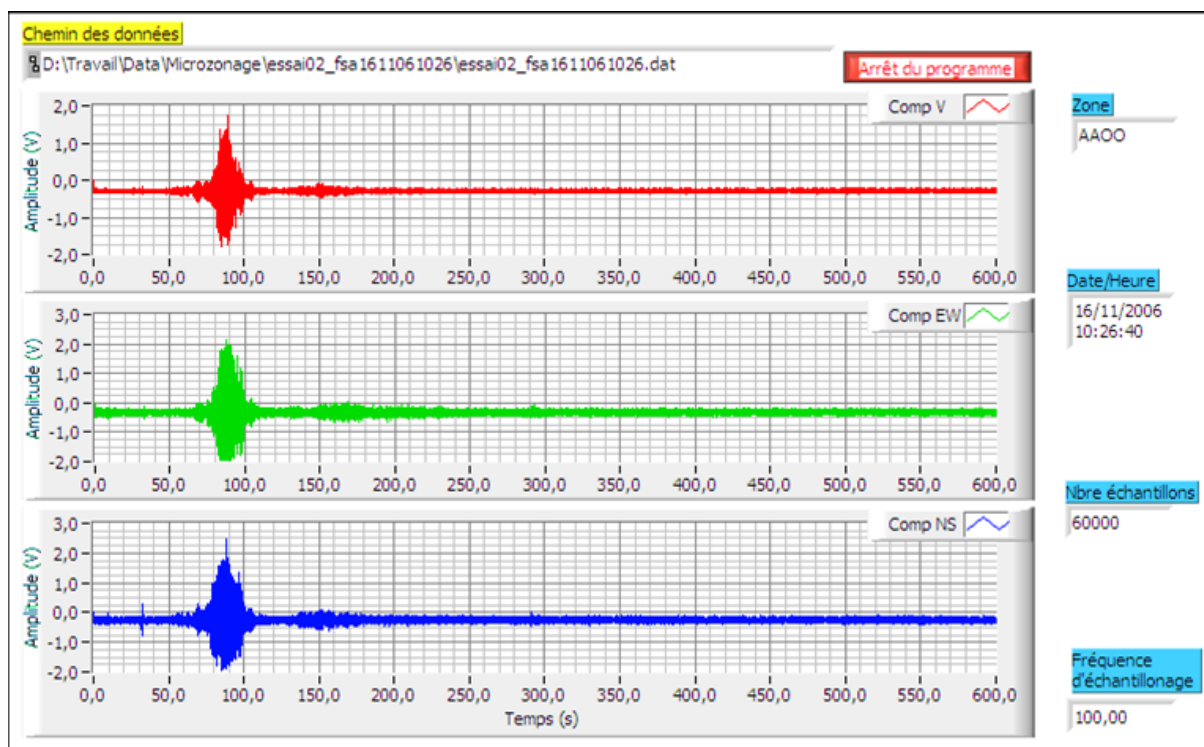


Figure 34. Exemple d'enregistrement de bruit de fond sismique effectué à la Faculté des Sciences d' Agadir.

La courbe du haut sur la figure correspond au signal de la composante verticale (V) du sismomètre. La courbe au milieu est le signal recueilli par la sonde transversale orientée selon

la direction est-ouest (E-W). La dernière courbe sur la figure représente le signal recueilli par la composante longitudinale orientée selon la direction nord-sud (N-S).

La figure 35 montre la phase d'extraction des fenêtres à bruit de fond stationnaire de l'enregistrement précédent. Les transitoires marqués en gris dans les signaux sont éliminés du traitement en aval par l'algorithme anti-STA/LTA [1,24]. Ce dernier ne garde que les parties du signal dont le rapport STA/LTA indiqué par la courbe noire (en bas de la figure 35) est compris entre un seuil minimal $R_{\rho min} = 0.7$ et un seuil maximal $R_{\rho max} = 1$. La durée de la fenêtre LTA dans cet exemple est fixée à $t_{lta} = 20$ s, alors que celle de la fenêtre STA est $t_{sta} = 1$ s. On a choisi une durée $t_{long} = 10.24$ s pour la longueur T_{fen} des fenêtres d'analyse. Les variables $Fact_{EW}$ et $Fact_{NS}$ sont respectivement les poids de contribution des signaux correspondant aux composantes EW et NS dans le calcul du rapport STA/LTA sont pris égales à 1. Le pourcentage de chevauchement des fenêtres sélectionnées, $\%chauv$ est de 50 %. Finalement, l'armement des drapeaux de saturation et de bruit marqués par deux variables logiques situées en bas de la figure nous fournit un nombre de 54 fenêtres stationnaires ($N_s = 54$) dans l'enregistrement.

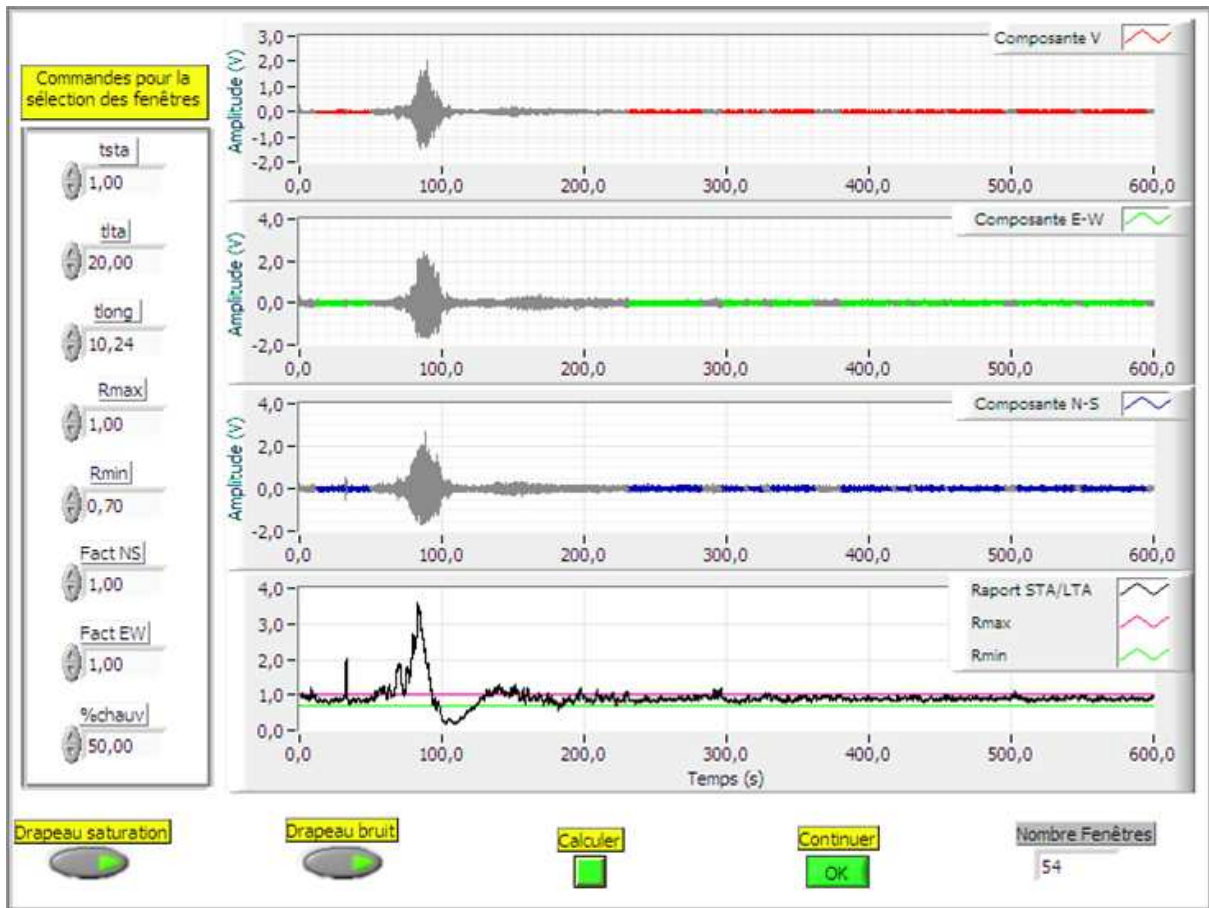


Figure 35. Phase de sélection des fenêtres à bruit de fond stationnaire dans l'enregistrement de bruit de fond sismique de la figure 34.

La figure 36 montre la troisième étape de calcul pour la détermination de la fréquence propre du sol ainsi que l'amplification des ondes sismiques. Le sous-programme correspondant réalise une suite d'opérations sur chacune des 54 fenêtres stationnaires obtenues à l'étape précédente [25,26] :

- l'apodisation dont le pourcentage choisi pour le présent exemple est $A_{ap} = 10$ % ;

- le calcul de l'amplitude spectrale. Les graphes de la figure 36 montrent les amplitudes spectrales des trois composantes (V, EW et NS) correspondant à la dernière fenêtre de bruit stationnaire sélectionnée dans l'enregistrement de bruit de fond sismique par l'étape précédente ;
- le lissage de l'amplitude spectrale calculée. La méthode de lissage utilisée dans cet exemple est celle de Kono et Ohmachi. Le paramètre de lissage choisi ici est $P_{Lis} = 30$;
- le calcul de la moyenne des deux spectres horizontaux. Nous avons adoptée la moyenne géométrique.

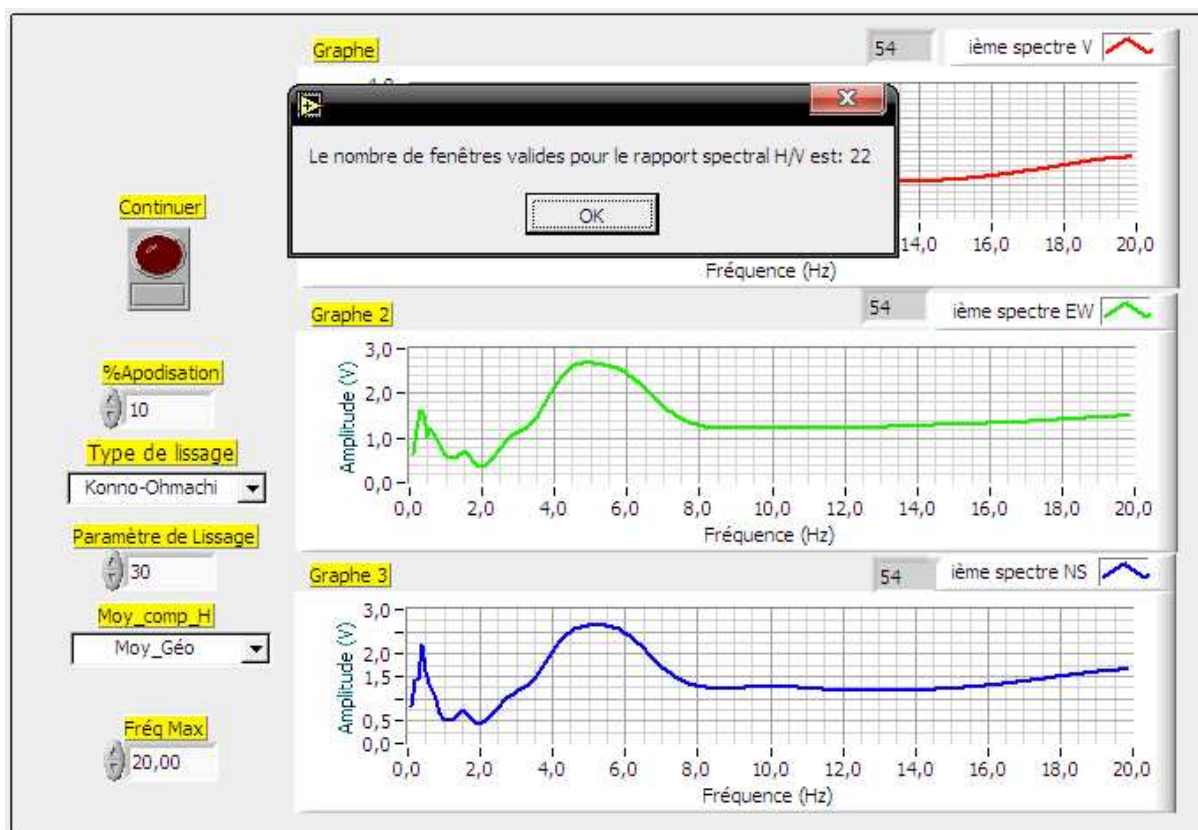


Figure 36. Phase de calcul et de validation des rapports spectraux pour les fenêtres de bruit de fond stationnaire sélectionnées dans l'enregistrement montré sur la figure 35.

La fréquence maximale que nous avons choisie pour visualiser le rapport spectral H/V dans le présent exemple est de 20 Hz. Une procédure de validation des rapports spectraux obtenus basée sur des critères prédéfinis, que nous avons abordé au paragraphe 4.2.4.8 du chapitre 2, est ensuite lancée. Cette procédure a abouti à 22 fenêtres valides ($N_v = 22$) comme il est montré sur la figure 36.

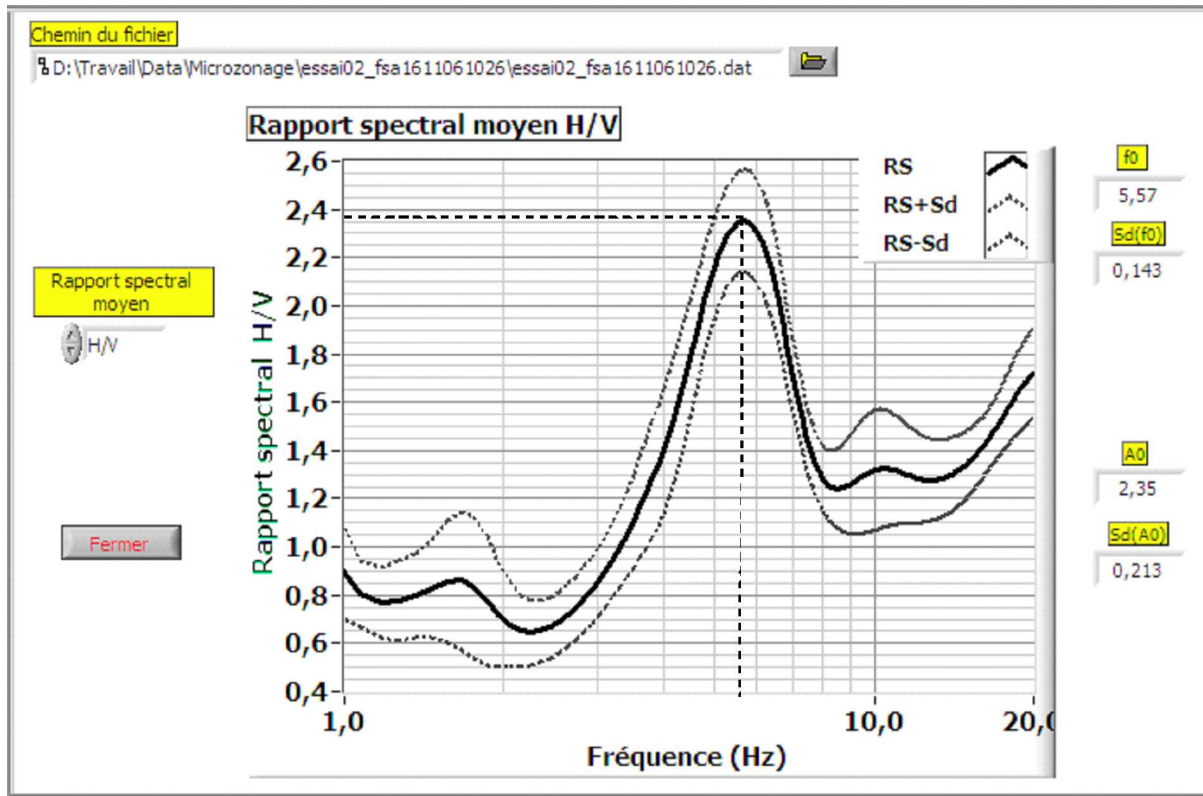


Figure 37. Étape de calcul du rapport spectral moyen H/V du bruit de fond et son écart-type à partir des rapports spectraux valides. Les coordonnées du pic donnent les caractéristiques sismiques du site étudié.

Nous terminons par le calcul du rapport spectral moyen H/V et de son écart-type sur la base des rapports spectraux valides. La figure 37 montre le résultat obtenu. À partir des coordonnées du pic fondamental sur la courbe, on peut déduire la fréquence propre $\nu_0 = 5.6$ Hz du site, l'amplitude $A_0 = 2.4$ correspondante ainsi que leurs déviations standards respectives $\Delta\nu = 0.2$ Hz et $\Delta A = 0.2$.

L'épaisseur h de la couche sédimentaire superficielle, formée de matériaux meubles et surmontant le rocher rigide, est reliée à la fréquence propre ν_0 du site par [27] :

$$h = \frac{\beta}{4\nu_0}$$

où β est la vitesse des ondes sismiques S dans la couche. Étant donné que cette dernière est constituée de terre végétale à la Faculté des Sciences, la valeur moyenne de β est estimée à 200 m/s selon le tableau 1 du chapitre 1. Il s'ensuit donc une épaisseur $h = 18$ m environ qui est très proche de la valeur trouvée précédemment avec la méthode de la sismique réflexion ($h = 19$ m).

Rappelons que l'amplitude du pic fondamental de la courbe du rapport spectral H/V est liée au contraste d'impédance :

$$Z = \frac{\rho_{\text{roc}}\beta_{\text{roc}}}{\rho_{\text{séd}}\beta_{\text{séd}}}$$

entre les sédiments et le rocher. Plus l'écart entre les densités ρ ou les vitesses β des ondes S entre le rocher et la couche sédimentaire est important, plus le pic du rapport spectral H/V est affirmé.

Ce procédé a été appliqué sur quelques sites dans la ville d'Agadir et la région avoisinante. La figure 38 montre les rapports spectraux obtenus. La courbe du rapport spectral H/V propre

à la rive sud de l'Oued Tildi et montrée sur la figure 38A est pratiquement horizontale et ne présente aucun maximum significatif. Ce résultat est dû à l'absence de sédiments meubles et à l'affleurement du substrat rocheux constitué de calcaire blanc sénonien. Les autres courbes de la figure présentent au contraire un pic plus au moins prononcé de diverses amplitudes A_0 et fréquences ν_0 . On déduit que les sites correspondants sont constitués de roches plus ou moins meubles surmontant le rocher. Le tableau 3 récapitule les paramètres adoptés dans les différentes étapes du procédé ainsi que les résultats obtenus. Nous avons gardé les autres paramètres pertinents du traitement identiques pour les exemples cités pour pouvoir comparer les résultats obtenus. Ces paramètres communs ne figurent pas dans le tableau 3 et leurs valeurs sont égales à celles de l'exemple précédant de la Faculté des Sciences. Dans la phase de sélection des fenêtres à bruit de fond stationnaire, ces paramètres communs adoptés sont la durée t_{LTA} de la fenêtre LTA, fixée à 20 s, et la durée t_{STA} de la fenêtre STA fixée à 1 s. On a choisi une longueur des fenêtres d'analyse $t_{long} = 10.24$ s. Le pourcentage de chevauchement des fenêtres sélectionnées est $\%chauv = 50$ %. Finalement, les drapeaux de saturation et de bruit sont armés. Dans la phase de calcul du rapport spectral, le pourcentage d'apodisation des fenêtres adopté est $A_{ap} = 10$ %. La moyenne géométrique est celle que nous avons adoptée pour le calcul de la moyenne des deux spectres horizontaux. La dernière colonne du tableau 3 montre les résultats obtenus à partir des rapports spectraux de la figure 38.

La rive nord de l'Oued Tildi (site B) est caractérisée par une fréquence propre élevée ($\nu_0 = 14.8 \pm 0.3$ Hz). Si nous attribuons à la couche superficielle constituée de marnes jaunes une vitesse moyenne des ondes S de l'ordre de 1100 m/s d'après le tableau 1 du chapitre 1, nous estimons pour cette couche une épaisseur $h = 19$ m. L'amplitude du pic H/V pour ce site, $A_0 = 5.8 \pm 0.5$ étant assez élevée, le contraste d'impédance entre la couche et le rocher est importante.

Le site Irzer-Ghezoua (site D), situé à l'anticlinal de la Kasbah Agadir-Oufella, est constitué du sables cénomaniens. Sa fréquence caractéristique $\nu_0 = 6.7 \pm 0.2$ Hz est moyenne. Si nous lui attribuons une vitesse β de l'ordre de 800 m/s, l'épaisseur h de la couche cénomanienne est alors estimée 30 m. L'amplitude du pic H/V $A_0 = 3.8 \pm 0.5$ étant modérée, le contraste d'impédance entre la couche et le rocher est moyen. La modération de ce contraste caractérise aussi la région de Founti-bas (site E) pour laquelle $A_0 = 3.6 \pm 0.7$. Mais, cette dernière possédant une fréquence de résonance très faible, $\nu_0 = 0.4 \pm 0.05$ Hz, l'épaisseur h de la couche du sable est estimée à 190 m.

Parmi les sites étudiés, celui qui présente un contraste d'impédance par rapport au rocher maximal est Berguente (site F) pour lequel $A_0 = 7.0 \pm 2.1$. Cela s'explique par la nature de la couche superficielle constituée de terre végétale et d'éboulis ($\beta = 300$ m/s). Mais sa fréquence de résonance assez faible, $\nu_0 = 2.4 \pm 0.6$ Hz permet d'estimer une épaisseur de couche h de 62.5 m.

Le site (C) situé sur la rive ouest de l'Oued Ighzer-Arba, entre Tikiouine et Drarga, présente pour nous un intérêt particulier du fait que l'épaisseur de la couche sédimentaire constituée de terre végétale et d'éboulis a été évaluée de trois manières différentes. La méthode de la sismique réflexion abordée au paragraphe 3.1.6. ci-dessus nous a permis d'avoir une vitesse α des ondes P dans la couche des alluvions de valeur 270 m/s et une épaisseur de la couche $h = 20$ m. En utilisant la formule approximative (cf. §3.2.1 du chapitre 1) :

$$\alpha = \sqrt{3}\beta, \quad (20)$$

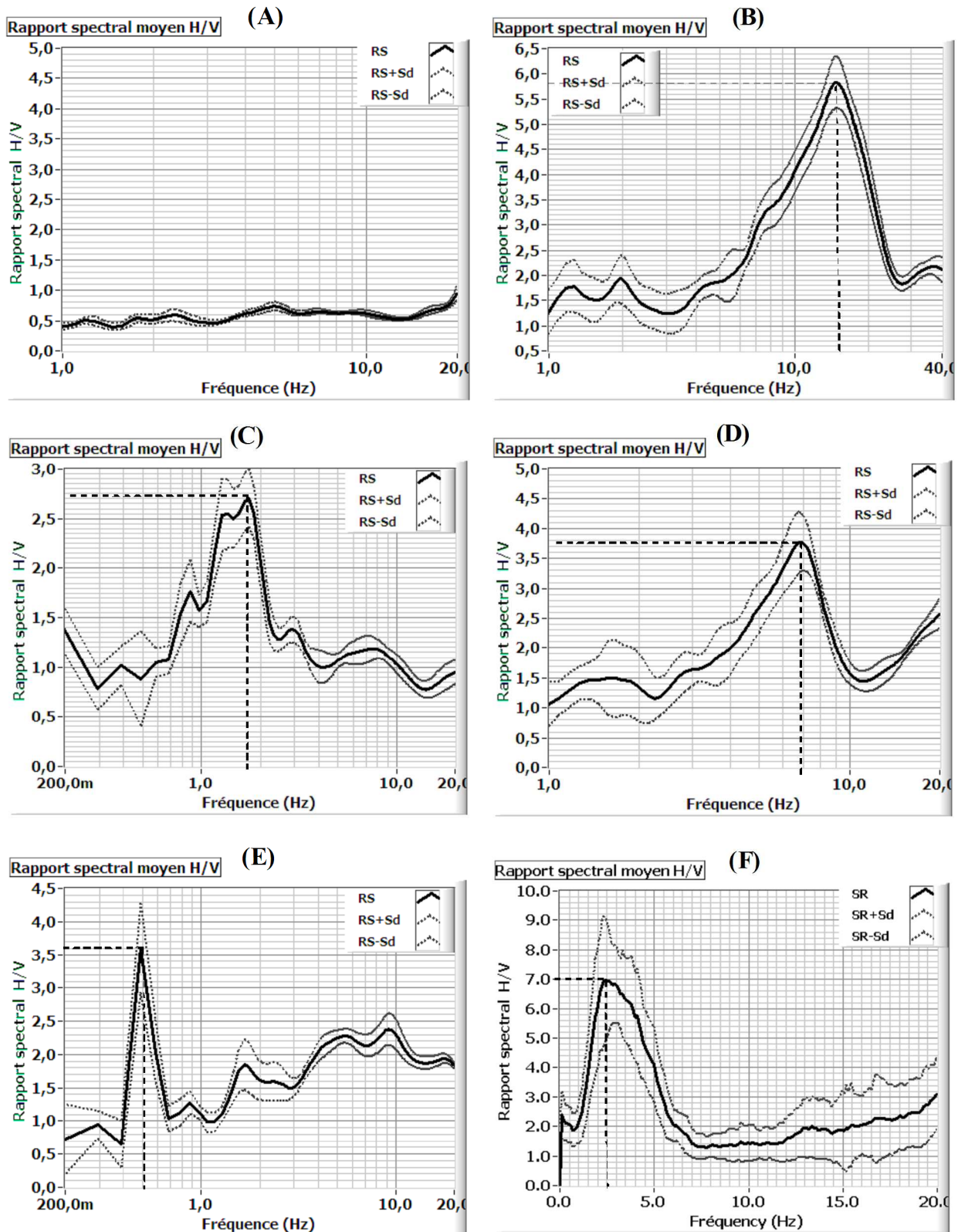


Figure 38. Variations de l'amplitude des rapports spectraux H/V en fonction de la fréquence pour quelques sites dans la région d'Agdir : rive sud de l'oued Tildi (A), rive nord de l'oued Tildi (B), rive ouest de l'oued Ighzer-Arba (C), Ighzer-Ghezoua, Founi bas (E) et Berguente (F).

la vitesse des ondes S correspondante est $\beta = 160$ m/s. Selon les résultats du tableau 3, la fréquence de résonance relative au site (C) est $\nu_0 = 1.7 \pm 0.04$ Hz. Nous en déduisons une épaisseur $h = 23$ m/s. Une troisième évaluation de l'épaisseur de la couche superficielle a été

obtenue à partir d'un sondage effectué au voisinage de ce site et qui a abouti à $h = 22$ m. Les trois valeurs de l'épaisseur sont très voisines. Le site de la Faculté des Sciences quant à lui nous a donné deux valeurs d'épaisseur presque égales : la technique de la sismique réflexion a donné pour la couche des alluvions une épaisseur $h = 19$ m et une vitesse α des ondes P de l'ordre 240 m/s. La technique du rapport spectral H/V donne une épaisseur $h = 18$ m. Mais la valeur 140 m/s de β déduite de α à l'aide de la relation (20) nous permet d'estimer, par la méthode du rapport spectral H/V, une épaisseur de 12.5 m seulement.

Tableau 3. Récapitulation des caractéristiques et des paramètres de traitement pour les sites cités à la figure 38 où la fréquence propre et l'amplification des ondes sismiques ont été estimées par la méthode de Nakamura.

Nom du site	Coordonnées	Paramètres d'acquisition	Paramètres de sélection des fenêtres	Paramètres de calcul du RS (H/V)	Résultats
Oued Tildi (Rive sud) <i>Calcaire blanc sénonien</i> (Site A)	30°26'42.2" N 09°35'45.9" W $H = 95$ m	29/11/2006 11:42:03 100 Hz 5 min	$R_{\max} = 1.3$ $R_{\min} = 0.3$ $F_{EW} = 1$ $F_{NS} = 1$ $N_s = 43$	Lis : K&O $P_{lis} = 50$ $N_v = 19$	$\nu_0 = -$ $A_0 = -$
Oued Tildi (Rive nord) <i>Marnes jaunes sénoniens</i> (Site B)	30°25'58.4" N 09°36'22.1" W $H = 98$ m	29/11/2006 12:25:18 100 Hz 5 min	$R_{\max} = 1.7$ $R_{\min} = 0.8$ $F_{EW} = 0.5$ $F_{NS} = 0.5$ $N_s = 44$	Lis : K&O $P_{lis} = 40$ $N_v = 36$	$\nu_0 = 14.8 \pm 0.3$ Hz $A_0 = 5.8 \pm 0.5$
Ighzer-Arba <i>Terre végétale</i> (Site C)	30°22'46.3" N 09°29'28.1" W $H = 41$ m	06/10/2011 12:33:56 100 Hz 20 min	$R_{\max} = 2$ $R_{\min} = 0.5$ $F_{EW} = 1$ $F_{NS} = 1$ $N_s = 104$	Lis : K&O $P_{lis} = 30$ $N_v = 20$	$\nu_0 = 1.7 \pm 0.04$ Hz $A_0 = 2.7 \pm 0.3$
Irzer Ghezoua <i>Cénomaniens</i> (Site D)	30°26'14.7" N 09°37'23.5" W $H = 88$ m	29/11/2006 13:32:29 100 Hz 5 min	$R_{\max} = 1.7$ $R_{\min} = 0.8$ $F_{EW} = 1$ $F_{NS} = 1$ $N_s = 33$	Lis : K&O $P_{lis} = 40$ $N_v = 13$	$\nu_0 = 6.7 \pm 0.2$ Hz $A_0 = 3.8 \pm 0.5$
Founty Bas <i>Dunes de sables meubles</i> (Site E)	30°24'26.1" N 09°35'39.0" W $H = 30$ m	16/11/2006 11:31:40 100 Hz 10 min	$R_{\max} = 1.5$ $R_{\min} = 0.6$ $F_{EW} = 1$ $F_{NS} = 1$ $N_s = 90$	Lis : K&O $P_{lis} = 30$ $N_v = 40$	$\nu_0 = 0.4 \pm 0.05$ Hz $A_0 = 3.6 \pm 0.7$
Berguente <i>Terre végétale</i> (Site F)	30°48'620" N 09°50'869" W $H = 380$ m	24/09/2008 11:25:37 100 Hz 10 min	$R_{\max} = 1.6$ $R_{\min} = 0.6$ $F_{EW} = 1$ $F_{NS} = 1$ $N_s = 78$	Lis=Triangl $P_{lis} = 10$ $N_v = 29$	$\nu_0 = 2.4 \pm 0.6$ Hz $A_0 = 7.0 \pm 2.1$

4. CONCLUSION

La chaîne d'acquisition portable conçue et réalisée dans notre laboratoire a servi dans diverses applications permettant d'étudier les phénomènes physiques nécessitant l'acquisition et le traitement des signaux sismiques, en particulier les études nécessitant les déplacements aux terrains et l'installation provisoire des stations sismiques. Les applications en question

sont la prospection sismique par la technique de sismique réflexion, l'étude de l'impact des tirs des carrières sur les structures et la détermination de la fréquence propre du sol dans un site par la méthode de Nakamura. La technique de sismique réflexion nous a permis d'estimer l'épaisseur des couches meubles surmontant le rocher dur ainsi que la vitesse moyenne des ondes P dans ces couches. La méthode de Nakamura nous a permis d'estimer la fréquence propre d'un site et son amplification aux ondes sismiques. Nous avons aussi utilisé la fréquence propre d'un site pour évaluer de manière différente l'épaisseur des couches d'alluvions moyennant aussi bien les valeurs de la vitesse de propagation des ondes S publiées dans la littérature que les valeurs déduites de celles trouvées préalablement pour les ondes P par la méthode de sismique réflexion. L'étude de l'impact des explosions des carrières sur les structures a mis en évidence le caractère insignifiant de l'effet de ces événements artificiels sur les fondations des édifices situés à proximité des carrières, au moins dans les sites concernés par notre étude et durant la durée de cette étude. Les résultats atteints par la chaîne d'acquisition par le biais de ces applications sont très encourageants. En particulier, l'épaisseur des couches des alluvions surmontant le rocher trouvée par les deux méthodes sont pratiquement voisines. Nous comptons par la suite poursuivre cette étude pour améliorer le traitement des données et le généraliser au cas plus réalistes (plusieurs couches, couches inclinées, diffraction, etc.). Nous prévoyons aussi réaliser le microzonage sismique de la ville d'Agadir en vue de participer à l'élaboration de sa carte de gestion du risque.

5. BIBLIOGRAPHIE

- [1] E. AKHOUAYRI, D. AGLIZ, M. FADEL et A. AIT OUAHMAN, *AMSE Periodicals, Advances in Modeling and Analysis*, **C 56** (2001) 3.
- [2] J. L. MARI, F. GLANGEAUD, F. COPPENS, *Traitement du signal pour géologues et géophysiciens*, Tome 2 : Techniques de Base, Editions TECHNIP, Paris, 2001.
- [3] M. VAN DER VEEN, H. A. BUNESS, F. BUEKER et A. G. GREEN, *Journal of Environmental & Engineering Geophysics* **5** (2000) 39.
- [4] T. LAY et T. C. WALLACE, *Modern global seismology*, International geophysics series, **58**, Elsevier, Academic Press, 1995.
- [5] C. M. R. FOWLER, *The Solid Earth, An Introduction to Global Geophysics*, 2nd ed. Cambridge University Press, 2005.
- [6] H. RYAN, "Ricker, Ormsby, Klauder, Butterworth—A choice of wavelets", *CSEG Recorder*, pp. 8-9, Key : citeulike :4268384, Septembre 1994.
- [7] K. R. MASSARSCH et B. H. FELLENIUS, *Ground Vibrations Induced by Case Histories in Geotechnical Engineering*, Arlington, VA, August 11-16, 2008.
- [8] N. DRISSI, Thèse de Doctorat, école Nationale Supérieure des Télécommunications de Bretagne & Université de Rennes 1, Rennes, 2010.
- [9] A. J.-M. PUGIN, S. E. PULLAN, J. A. HUNTER et G. A. OLDENBORGER, *Near Surface Geophysics* (2009) 315.
- [10] A. EGRETEAU, Thèse de Doctorat, Centre de Recherche en Géophysique, 2005.
- [11] K. M. AL-YAHYA, *Geophysics* **54** (1989) 718.
- [12] B. BIONDI et P. SAVA, 69th Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts (1999) 1723.
- [13] Z. LIU et N. BLEISTEIN, *Geophysics* **60** (1995) 142.
- [14] W. MULDER et A. KROODE, *Geophysics* **67** (2002) 1184.

- [15] P. C. SAVA, B. BIONDI et J. ETGEN, *Geophysics* **70** (2005) 19.
 - [16] P. SAVA et B. BIONDI, *Geophysical Prospecting* **52** (2004) 593.
 - [17] P. SAVA et B. BIONDI, *Geophysical Prospecting* **52** (2004) 607.
 - [18] V. P. SINGH, Thèse de Doctorat, école des Mines de Paris, Paris, 2006.
 - [19] J. F. DEVINE, *Highway Research Record* **135** (1966) 35.
 - [20] H. R. NICHOLLS, C. F. JOHNSON et W. I. DUVAL, U.S.B.M., *Bulletin* (1971) 656.
 - [21] A. T. EDWARDS et T. D. NORTHWOOD, *The Engineer* **210** (1960) 538.
 - [22] D. E. SISKIND, M. S. STAGG, J. W. COPP et C. H. DOWDING, U.S.B.M. RI (1980) 8507.
 - [23] DIN 4150, Teil 3. 1986, Erschütterungen im Bauwesen-Einwirkungend auf Bauliche Anlagen.
 - [24] SESAME European research project WP12 - Deliverable D23.12, *Guidelines for the Implementation of the H/V Spectral Ratio Technique on Ambient Vibrations. Measurements, Processing and Interpretation*, December 2004.
 - [25] J.-L. CHATELAIN, B. GUILLIER, F. CARA, A.-M. DUVAL, K. ATAKAN et P.-Y. BARD, The WP02 SESAME team, *Evaluation of the influence of experimental conditions on H/V results from ambient noise recordings*, Springer Science+Business Media B.V., 2007.
 - [26] S. PAROLAI et J. J. GALIANA-MERINO, *Bulletin of the Seismological Society of America* **96** (2006) 228.
 - [27] A.-M. DUVAL, Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris, 1994.
-

CONCLUSION GÉNÉRALE

Le but principal de cette thèse a été de concevoir et de réaliser une chaîne portable d'acquisition et de traitement des signaux sismiques pour servir dans les études sur terrain de l'activité sismique. La partie matériel de cette chaîne d'acquisition est constituée d'éléments que l'on peut facilement se procurer sur le marché : un séismomètre à trois composantes, le module de conditionnement du signal, une carte d'acquisition de type PCMCIA et un ordinateur portable. Le module de conditionnement du signal possède trois canaux comportant chacun un amplificateur différentiel d'instrumentation et un filtre anti-aliasing de Butterworth de second ordre. Il a été réalisé au laboratoire moyennant des composants électroniques actifs dont la technologie est de type CMOS vu leur faible consommation d'énergie. La source d'alimentation de ce module a été réalisée avec des piles plates de 4.5 V. L'aspect informatique de la chaîne repose sur le logiciel LabVIEW qui a été utilisé comme plateforme de développement d'algorithmes pour le traitement numérique des signaux. Son principe basé sur la programmation graphique, fournit une interface robuste et conviviale. Le programme '*Pleats*' que nous avons réalisé est un programme LabVIEW organisé autour d'un menu principal et doté d'une structure modulaire constituée d'un ensemble de sous-programmes appelés VIs. Chacun de ces VIs effectue une tâche élémentaire liée à un traitement spécifique des signaux sismiques.

L'étalonnage des deux aspects matériel et logiciel de la chaîne portable a été réalisé en confrontant les résultats obtenus avec ceux issus d'autres systèmes analogues dans les mêmes conditions, en l'occurrence, le réseau sismique d'Agadir et le programme JSESAME. Nous avons adopté deux méthodes différentes pour la comparaison :

- la méthode de corrélation pour l'étalonnage matériel ;
- le calcul du rapport spectral H/V du bruit de fond sismique pour tester le logiciel.

À l'aide de notre chaîne, nous avons pu mener quelques études préliminaires, liées à l'activité sismique dans la région d'Agadir. Pour cela, de nombreuses sorties sur terrain ont été organisées en vue d'effectuer des enregistrements dans différents sites de la région. Parmi les études entreprises, on peut citer :

- la prospection sismique par la technique de sismique réflexion ;
- l'étude de l'impact des tirs des carrières sur les structures ;
- la détermination de la fréquence prédominante et l'amplification des ondes sismiques d'un site à l'aide d'enregistrement du bruit de fond sismique par la méthode de Nakamura.

Les résultats fournis suite à ces études sont très encourageants et permettent dans l'avenir le développement au sein du laboratoire de nouvelles voies de recherche dans ce domaine. Parmi les perspectives de ce travail, nous comptons accomplir, grâce à la chaîne portable réalisée, le microzonage sismique de la ville d'Agadir en vue de participer à l'élaboration des ses cartes de gestion du risque.

QUELQUES COEFFICIENTS ÉLASTIQUES ADDITIONNELS

Dans cet appendice, nous donnons, par le biais de quelques exemples, les relations entre les coefficients de Lamé λ et μ , et certains paramètres élastiques tels que le module de Young E , le coefficient de Poisson ν ou le module d'incompressibilité k .

1. BARRE SOUS TENSION UNIAXIALE

Considérons une barre cylindrique d'axe Ox , subissant l'effet d'une force de tension appliquée à l'une de ses extrémités, parallèlement à son axe. Dans ce cas, le seul élément non nul du tenseur contrainte $\overline{\sigma}$ est σ_{11} ; d'où :

$$\sum_i \sigma_{ii} = \sigma_{11} .$$

Eu égard à l'équation (23) du chapitre 1, seuls les éléments diagonaux du tenseur déformation $\overline{\epsilon}$ sont non nuls :

$$\epsilon_{11} = \frac{\lambda + \mu}{\mu(3\lambda + 2\mu)} \sigma_{11} \quad (1)$$

$$\epsilon_{22} = \epsilon_{33} = -\frac{\lambda}{2\mu(3\lambda + 2\mu)} \sigma_{11} . \quad (2)$$

Ainsi, si la barre subit une traction, c'est-à-dire $\sigma_{11} > 0$, alors $\epsilon_{11} > 0$ et $\epsilon_{22} = \epsilon_{33} < 0$: la barre s'étend parallèlement à l'axe Ox et se contracte perpendiculairement. Elle subit l'effet inverse dans le cas d'une compression où $\sigma_{11} < 0$.

On définit le module de Young E et le coefficient de Poisson ν respectivement par :

$$E = \frac{\sigma_{11}}{\epsilon_{11}} = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu} \quad (3)$$

$$\nu = -\frac{\epsilon_{22}}{\epsilon_{11}} = -\frac{\epsilon_{33}}{\epsilon_{11}} = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} \sigma_{11} . \quad (4)$$

Le module de Young donne le rapport de la contrainte appliquée à l'allongement axial. Quant au coefficient de Poisson, il donne le rapport de la contraction latérale à l'allongement axial.

Les paramètres de Lamé peuvent être obtenus en combinant (3) et (4) :

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$$

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)} .$$

2. PRESSION HYDROSTATIQUE

Considérons un système en équilibre formé d'un corps solide immergé dans un fluide. Le solide subit de la part du fluide l'effet d'un champ de pression p uniforme. D'après la relation (13) du chapitre 1, les éléments du tenseur contrainte $\bar{\sigma}$ sont donnés par :

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} .$$

L'équation (23) du même chapitre, exprimant les éléments de matrice du tenseur déformation $\bar{\epsilon}$, se réécrit :

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2\mu} \left(-p + \frac{3p\lambda}{3\lambda + 2\mu} \right) \delta_{ij} = -\frac{p}{3\lambda + 2\mu} \delta_{ij} .$$

Par conséquent, les seuls éléments non nuls de $\bar{\epsilon}$ sont ceux de la diagonale qui sont en outre égaux l'un aux autres. La trace de ce dernier tenseur est donc :

$$\Theta = \sum_i \epsilon_{ii} = -\frac{3p}{3\lambda + 2\mu} .$$

Cette quantité, représentant le taux de variation du volume du solide, est négative ce qui est en accord avec le fait que les forces hydrostatiques appliquées sont des forces de compression. On définit alors le module d'incompressibilité k par :

$$k = -\frac{p}{\Theta} = \lambda + \frac{2}{3}\mu .$$
