



Royaume du Maroc
Université Sultan Moulay Slimane
Faculté Polydisciplinaire de Khouribga



THÈSE

Pour l'obtention du grade de

DOCTEUR EN PHYSIQUE

À la Faculté Polydisciplinaire de Khouribga

FORMATION DOCTORALE : MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUE APPLIQUÉES

DOMAINE DE RECHERCHE : MÉCANIQUE ÉNERGÉTIQUE

Présentée par

Anass BENDARAA

MODÉLISATION DU TRANSFERT DE CHALEUR PAR CONVECTION NATURELLE D'UN NANOFLUIDE DANS UNE CAVITÉ CARRÉE

Co-directeur : Mr. Moulay Mustapha CHARAFI,

Directeur de thèse : Mr. Abdellatif HASNAOUI,

Soutenue le 23 Septembre 2020

JURY

Mr. Said OUASKIT	PES, FSBM Casablanca	Président
Mr. Khalil EL HAMI	PES, FP Khouribga	Rapporteur
Mr. Mustapha EL ALAMI	PES, FSAC Casablanca	Rapporteur
Mr. Said SAAD EDDINE	PES, FST Mohammedia	Rapporteur
Mme. Sanaa HAYANI MOUNIR	PH, FP Khouribga	Examinatrice
Mr. Mly. Mustapha CHARAFI	PH, FP Khouribga	Co-directeur de thèse
Mr. Abdellatif HASNAOUI	PES, FP Khouribga	Directeur de thèse

Remerciement

Achèvement d'une étape de mon cursus universitaire, que j'ai nommé « **un bon retour au bercail** ».

Après une expérience qui a duré 2 années, couronnée par l'obtention de mon Master, j'ai eu l'honneur de démarrer une nouvelle aventure, dont les péripéties ont trouvé lieu dans mon écosystème de départ, en côtoyant des personnes qui m'ont marqué le long de mon parcours universitaire. Par cette honorable occasion je vais profiter de ces quelques mots pour exprimer ma gratitude aux personnes qui ont permis à cette thèse d'être ce qu'elle est, et de mon affection à ceux qui ont été à mes côtés et qui m'ont soutenu au cours de ces années.

Un hommage rendu à mes professeurs encadrants, susnommés **Pr. Abdellatif HAS-NAOUI** et **Pr. Moulay Mustapha CHARAFI**, qui ont dirigé mon travail de thèse en m'accordant toute leur confiance. Ces quelques mots ne suffiront pas à exprimer toute ma reconnaissance. Je les remercie du fond du cœur pour leurs soutiens au cours de la réalisation de cette thèse. Vos conseils, vos directives, vos orientations scientifiques ainsi que votre rigueur et partage du savoir-faire, ont été pour moi les piliers qui m'ont poussé à réaliser ce fruit dans les meilleurs délais. Mon parcours étudiantin m'a permis de conquérir plusieurs écoles, dont la vôtre a été la plus significative en termes de recherche scientifique, merci infiniment Messieurs pour votre patience et vos sacrifices.

Je voudrais tout de même remercier Monsieur **Said OUASKIT**, professeur à la Faculté des Sciences de Ben M'sik Casablanca, pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant de présider le jury de cette thèse.

Je désire remercier vivement Monsieur **Khalil EL HAMI**, Professeur à la Faculté Polydisciplinaire de Khouribga, Monsieur **Mustapha EL ALAMI**, Professeur à la Faculté des Sciences de Ain Chock de Casablanca, et Monsieur **Said SAAD EDDINE**, Professeur à la Faculté des Sciences et Techniques de Mohammedia en tant que rapporteurs pour avoir mobilisé leur temps et leurs compétences pour examiner et juger ce travail. Je suis également très reconnaissant envers Madame **Sanaa HAYANI MOUNIR**, Professeur à la Faculté Polydisciplinaire de Khouribga, en tant qu'examinatrice pour avoir accepté de juger et d'examiner le

déroulement de ma soutenance ; Votre présence en tant que jury fut pour moi un grand plaisir.

J'adresse mes sincères remerciements au **Pr. Khalid SBIAAI** directeur du laboratoire LS3M et **Pr. Bouchaib MANOUN** ex-directeur du laboratoire, pour m'avoir accueilli dans ce laboratoire durant toutes ces années et avoir permis que ce travail se déroule dans de bonnes conditions.

Par la même occasion, je tiens à exprimer mes sincères considérations, aux professeurs qui ont marqué mon passage à la Faculté Polysciplinaire de KHOURIBGA, notamment le Professeur **Mohammed ZEROUAL**, qui a planté au fond de moi-même l'esprit de l'analyse et de la recherche scientifique, c'était un grand honneur pour moi de discuter avec vous chaque avancement de mes travaux de recherche, merci infiniment. Par cette opportunité, j'aimerais bien saluer aussi les professeurs, **Rachid FAKHAR**, **My Abderrahim EL MHAMMEDI**, **Soufiane ELHOUSAME**, **Nawal MRHARDY**, **Abdessamad HASSANI**, **Abderahim AZOUANI** et **Salah KHAMLIH**, pour leurs encouragements et conseils fournis en ma faveur.

Je n'oublierai pas de remercier aussi mes amis et collègues du laboratoire que je citerai par ordre alphabétique : **F. EDDIAI**, **H. EL AZRAK**, **A. KHMICH**, **M. DARDOURI**, **Y. TABBAI** et **Y. MANDYLY** pour les bons souvenirs, que je garderai à jamais dans mes pensées.

Enfin, ce travail de recherche est dédié principalement aux personnes les plus importantes dans ma vie : Mes parents. Je ne l'aurais pas fait sans vos sacrifices, vos conseils et vos prières. Au fil des années, vous avez été ma force et vous le serez toujours. Je vous remercie pour votre soutien émotionnel et financier. Je ne pourrai jamais vous rembourser ce que vous faites pour moi, mais je ne cesserai jamais d'essayer.

Résumé

L'objet du présent travail est d'étudier numériquement la convection naturelle au sein d'une cavité remplie de nanofluides, et modélisée en tant que domaine bidimensionnel (2D), considérant ainsi un gradient transversal de température et de vitesse suffisamment faible dans la 3^{ème} direction perpendiculaire au plan du domaine. Il s'agit alors d'enceintes carrées soumises à une multitude de conditions de bords thermiques, ainsi que des effets de différents facteurs externes agissant sur cette configuration (Inclinaison, Champs magnétique). D'autres cavités ont été considérées dans la présente étude, ces dernières ont la particularité d'être dotées d'aillettes parfaitement conductrices à différents endroits donnant lieu ainsi à différentes géométries d'étude. Les équations de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie ont été exprimées en utilisant la formulation vorticité-fonction de courant (ω) – (ψ). La résolution du système d'équations s'est basée principalement sur deux approches, à savoir déterministe et stochastique. Dans la première approche, la méthode des différences finies a été utilisée, où les schémas Upwind et FTCS ont été employés. Par ailleurs, la méthode Boltzmann sur réseau (LBM) a été utilisée dans l'approche stochastique. Le problème est codé dans les deux environnements de programmation MATLAB et Fortran. Le modèle a été confronté à des résultats expérimentaux et numériques pour différents cas de cavités carrées. Ainsi, les résultats numériques trouvés, notamment en terme de nombre de Nusselt ont été comparés avec ceux de la littérature, ce qui a montré la finesse et l'exactitude de notre modèle numérique. Sous forme d'applications, plusieurs cas de figures ont été étudiés, et des solutions à des nombres de Rayleigh compris entre $Ra = 10^3$ et $Ra = 10^6$, et à différentes fractions volumiques des nanoparticules allant de $\phi = 0\%$ à $\phi = 10\%$, ont été explorées pour différents espacements de maillages. Les résultats des champs d'écoulement et de température ainsi obtenus ont été présentés et discutés en évaluant le nombre de Nusselt afin d'analyser le taux de transfert convectif pour chaque cas étudié ; à savoir : L'influence de l'inclinaison de la cavité, de la géométrie (ajout des ailettes parfaitement conductrice), de la température périodique appliquée sur l'une des parois de la cavité et l'effet d'un champs magnétique exercé sur la géométrie d'étude.

Mots clés : *convection naturelle, nanofluides, méthodes des Différences finies (Schéma Upwind), méthode LBM, champ magnétique, chicanes, inclinaison, température périodique.*

Abstract

In this thesis, the natural convection phenomenon inside a cavity filled with a nanofluid was performed numerically, the studied configuration is modeled as a two-dimensional (2D) domain, thus considering a sufficiently small transverse gradient of temperature and velocity in the 3rd perpendicular direction of the domain. This concerns square enclosures subjected to a multitude of thermal boundary conditions, as well as to effects of various external factors acting on this configuration (inclination, Magnetic Fields). Other cavities were considered in the present study, the later having the particularity of being provided with perfectly conductive fins (baffles) at different locations, thus giving rise to different geometries. The continuity, momentum and energy equations were expressed using the vorticity-stream function formulation $(\omega) - (\psi)$. The solution of the system of equations was based mainly on two approaches, namely deterministic and stochastic. In the first approach, the finite difference method was used, where the Upwind and FTCS schemes were employed. Besides, the Lattice Boltzmann method (LBM) was used in the stochastic approach. The problem is computed in both MATLAB and Fortran programming environments. The model was confronted with experimental and numerical results for different cases of square cavities. Thus, the numerical results found, especially in terms of Nusselt number, were compared with those in the literature, which showed the finesse and accuracy of our numerical model. As applications, several cases have been studied, and the solutions for Rayleigh numbers ranging from $Ra = 10^3$ to $Ra = 10^6$, and different volume fractions of nanoparticles ranging from $\phi = 0\%$ to $\phi = 10\%$, have been explored for different mesh spacings. The results of the flow and temperature fields thus obtained were presented and discussed by evaluating the Nusselt number to analyze the convective transfer rate for each studied case; namely : the influence of the cavity inclination, the geometry (addition of perfectly conductive baffles), the periodic temperature applied on one of the cavity walls and the effect of a magnetic field exerted on the studied geometry.

Keywords : *natural convection, nanofluids, finite difference methods (Upwind scheme), LBM method, magnetic field, baffles, tilt, periodic temperature*

Avant-propos

Dans de très nombreux secteurs de l'industrie, l'ingénieur, le technicien et l'opérateur exécutif se trouvent confrontés à des problèmes de transfert de chaleur et d'amélioration des performances thermiques des dispositifs industriels, ce qui leur a donné ces dernières années une importance particulière en raison du coût élevé de l'énergie et des impératifs d'économie qui en résultent. D'où la nécessité de trouver des alternatives et des solutions pour réduire les consommations excessives d'énergies. Ainsi, la compréhension et la maîtrise du phénomène du transfert de chaleur et de la mécanique des fluides restent primordiales pour les ingénieurs du domaine.

Vu que le transfert thermique par convection est le plus présent dans notre vie quotidienne, le besoin d'amélioration de ce type de transfert de chaleur en industrie réside la préoccupation majeure d'un grand éventail de recherche. L'objectif de ce travail de thèse s'inscrit dans ce cadre, il s'est basé ainsi sur les progrès de la nanotechnologie qui stipulent que l'ajout des nanoparticules, que ce soit de type métallique ou oxyde métallique, améliore la conductivité thermique des fluides utilisés et par conséquent entraîne une augmentation évidente du transfert de chaleur. Cela nous a poussés à nous lancer dans la modélisation numérique de ce type de transfert de chaleur, et d'élaborer des codes de calcul qui pourront être des outils de vérification et de simulation de tous les cas de figures possibles.

Tels sont les objectifs auxquels prétend répondre cette thèse de doctorat, c'est décortiquer mieux le phénomène de la convection, voir l'apport de l'usage des nanofluides dans cette discipline et de penser à créer des configurations qui peuvent contribuer à enrichir le vocabulaire scientifique du domaine. Les problèmes traités ici doivent apporter une connaissance fondamentale solide et suffisamment diversifiée pour apprécier l'étendue des applications qui serviront à l'aboutissement de l'amélioration du transfert thermique et par la suite s'inscrire dans la réduction de la consommation excessive de l'énergie.

Table des matières

Remerciement	i
Résumé	iii
Abstract	iv
Avant-propos	v
Table des figures	xiii
Liste des tableaux	xix
Notations et Symboles	xxi
Introduction générale	1
I Préambule sur le transfert de chaleur par convection au sein des nanofluides	
- Généralités et synthèse bibliographique	7
1 Introduction	7
2 Notions sur la convection	8
2.1 Définitions et types de convection	8
2.2 Généralités sur la convection naturelle	8
2.2.1 Aspects physiques du problème de la convection naturelle . . .	9
3 Convection naturelle en milieux confinés	10
3.1 Hypothèses simplificatrices	10

3.1.1	Hypothèse de Boussinesq	11
3.1.2	Autres hypothèses	11
3.2	Equations gouvernantes	12
3.3	Analyse dimensionnelle et similitude	12
3.3.1	Paramètres de marche et grandeurs sans dimension : définitions	13
4	Convection naturelle au sein des cavités	15
4.1	Convection naturelle : écoulements internes de géométries diverses	16
4.2	Solutions par des approches théoriques, numériques et expérimentales . .	18
4.3	Influence de la géométrie des cavités	19
5	Caloporteur à performance élevé : le Nanofluide	22
5.1	Pourquoi les nanofluides ?	23
5.2	Intérêt scientifique et technique	24
5.3	Études existantes sur les nanofluides	24
5.4	Techniques de fabrication	25
5.5	Propriétés thermophysiques des nanofluides	27
5.5.1	Masse volumique	28
5.5.2	Chaleur spécifique	28
5.5.3	Coefficient d'expansion thermique	29
5.5.4	Viscosité dynamique	30
5.5.5	Conductivité thermique	31
6	Applications d'ingénierie	33
7	Convection naturelle dans les cavités remplies de nanofluide	36
8	Conclusion	38

II Position et formulation mathématique du problème d'écoulement convectif dans une cavité remplie de nanofluide : Formulation vorticité - Fonction de courant des équations de Navier Stokes ; couplage avec l'équation d'énergie suivant l'hypothèse de boussinesq ; extension au cas des nanofluides. 41

1	Introduction	41
2	Bilans dynamiques et thermodynamiques	42
2.1	Volume de contrôle, surface de contrôle	42
2.2	Equation de conservation de la masse	43
2.3	Equation de conservation de la quantité de mouvement	45
2.4	Equation de conservation d'Energie	50
3	Configuration étudiée	50

4	Mise en équations appropriées	52
4.1	Equation de continuité	52
4.2	Équations de Navier-Stokes	53
4.3	Equation d'énergie	53
5	Conditions de bords associées	53
6	Vorticité et fonction de courant	55
6.1	Les équations résultantes	57
7	Equations sans dimension et conditions aux limites	58
7.1	Analyse dimensionnelle pour le cas d'un fluide sans nanoparticule	58
7.2	Analyse dimensionnelle pour le cas d'un nanofluide	60
7.3	Conditions aux limites associées à l'analyse dimensionnelle	62
8	Evaluation du transfert de Chaleur	64
9	Conclusion	65

III Résolution numérique du problème : Méthode des différences finies utilisant le schéma Upwind - Méthode de Boltzmann sur réseau (LBM) **67**

1	Introduction	67
2	Méthode de résolution déterministe : Différences finies.	68
2.1	Principe de la méthode	68
2.2	Détermination du maillage	69
2.3	Schémas aux différences finies	69
2.4	Procédure numérique	70
2.4.1	Discrétisation temporelle	70
2.4.2	Discrétisation du Terme convectif	71
2.4.3	Discrétisation des termes diffusifs et du terme source	73
2.4.4	Système d'équations discrétisées	73
2.5	Discrétisation des conditions aux limites	74
2.6	Résolution du système d'équations	79
2.7	Critère de convergence	80
2.8	Algorithme de calcul et organigramme	80
3	Méthode probabiliste : Boltzmann sur réseau (LBM)	82
3.1	Les différentes échelles de description d'un système	82
3.2	Principe général de la méthode	83
3.3	Modèles dynamiques de Boltzmann sur réseau	84
3.4	Équation de Boltzmann discrète et approximation BGK	86

3.5	Relation entre échelles macroscopique et mésoscopique	87
3.6	Fonctions de distributions à l'équilibre	88
3.7	Equation de la chaleur	89
3.8	Cas d'advection diffusion	92
3.9	Écoulement isotherme incompressible	93
3.10	Conditions aux limites	93
3.10.1	Le rebondissement	94
3.10.2	Modèle thermique de Boltzmann sur réseaux (TLBM)	94
3.10.3	Modèle à double population	95
3.10.4	Conditions aux limites hydrodynamiques	96
3.11	Extrapolation des conditions de bord pour le cas étudié	98
3.11.1	Condition au limites hydrodynamique	98
3.11.2	Condition aux limites thermique	100
4	Conclusion	101

IV Les effets de certains paramètres sur le transfert de chaleur par convection au sein des nanofluides : l'inclinaison de la cavité ; l'exposition au champ magnétique ; les chicane parfaitement conductrices ; la température périodique ; le couplage température périodique - chicane parfaitement conductrices et les obstacles adiabatiques. 103

1	Introduction	103
2	Etude du Maillage	104
3	Validation du code de calcul	108
3.1	Comparaison des résultats avec des données expérimentales	108
3.2	Comparaison des résultats avec des données numériques	108
3.2.1	Comparaison quantitative	108
3.2.2	Comparaison qualitative	109
4	Paramètres utilisés	113
5	Etude du transfert de chaleur par convection - applications	114
5.1	Première étude - Effet de l'inclinaison de la cavité et la fraction volumique du nanofluide sur le transfert de chaleur (Charafi et al. MATEC Web of conferences 241, 01006 (2018))	114
5.1.1	Situation du problème et objectifs	114
5.1.2	Configuration étudiée	115
5.1.3	Résultats et discussion	116

5.1.4	Conclusion 1	121
5.2	Deuxième étude - Effet du champ magnétique sur le transfert convectif au sein des nanofluides (Bendaraa et al. Eur. Phys. J. Plus 134 : 468 (2019))	121
5.2.1	Situation du problème et objectifs	121
5.2.2	Configuration étudiée	122
5.2.3	Mise en équation du cas de la magnétohydrodynamique	122
5.2.4	Effet du champ magnétique sur le taux du transfert thermique par convection	124
5.2.5	Conclusion 2	128
5.3	Troisième étude - Effet des chicane parfaitement conductrices sur le transfert convectif au sein des nanofluides (Bendaraa et al. Phys. Fluids 31, 052003 (2019))	129
5.3.1	Situation du problème et objectifs	129
5.3.2	Configuration étudiée	129
5.3.3	Comparaison des profils thermique et hydrodynamique pour le cas de l'air comme caloporteur	131
5.3.4	Effet des chicane parfaitement conductrices sur le transfert convectif	132
5.3.5	Conclusion 3	137
5.4	Quatrième étude - Effet de la température périodique sur le phénomène de convection naturelle dans une cavité carrée remplie de nanofluide : application au refroidissement des panneaux solaires	138
5.4.1	Situation du problème et objectifs	138
5.4.2	Définition du problème et configuration étudiée	138
5.4.3	Choix de l'espacement du maillage et comparaison des résultats	140
5.4.4	Effet de la température périodique sur le transfert convectif	141
5.4.5	Conclusion 4	148
5.5	Cinquième étude - Effet des chicane parfaitement conductrices sur la convection naturelle dans une cavité carrée remplie de nanofluide soumise à une température périodique	149
5.5.1	Situation du problème et objectifs	149
5.5.2	Définition du problème et configuration étudiée	149
5.5.3	Conclusion 5	153

5.6	Sixième étude - Modélisation numérique par la méthode de Boltzmann sur réseau de la convection naturelle au sein d'une cavité carrée remplie d'air : effet des obstacles sur le phénomène	154
5.6.1	Situation du problème et objectifs	154
5.6.2	Validation du code de calcul	154
5.6.3	Effet des obstacles adiabatiques sur le transfert convectif	156
5.6.4	Conclusion 6	164
6	Conclusion	165
	Conclusion et perspectives	167
	Annexe A : Détermination des groupements sans dimension relatifs à un problème de convection thermique.	171
1	Principe	171
2	La détermination des groupements adimensionnels : cas de la convection forcée.	172
3	La détermination des groupements adimensionnels : cas de la convection naturelle.	175
4	Couche limite thermique	177
	Annexe B : Evolution du nombre de Prandtl et du rapport des masses volumiques en fonction de la concentration solide.	179
	Annexe C : Démarche suivie dans la dimensionnalisations des équations.	181
	Annexe D : Pages de garde des Articles publiés.	185
	Publications	191
	Conférences, Congrès et Colloques Nationaux et Internationaux	193
	Bibliographie Générale	197

Table des figures

I.1	Étapes à suivre dans la réalisation d'un prototype.	13
I.2	Nombre de publications annuelles sur les nanofluides.	25
II.1	Ensemble piston-gaz comprimé.	42
II.2	Représentation du volume et de la surface de contrôle.	43
II.3	Configurations soumise à gradient thermique horizontal, température continue à gauche et périodique à droite.	51
II.4	Configurations soumise à gradient thermique vertical, température continue à gauche et périodique à droite.	52
II.5	Représentation des conditions du non-glissement au niveau des parois.	54
II.6	Représentation des conditions des bords thermiques.	55
II.7	a) Conditions sur les lignes de courant et les vorticités au niveau des bords, b) grille de discrétisation avec conditions aux limites discrètes des lignes de courant.	64
II.8	Condition sur les températures aux limites du domaine.	64
III.1	Grille de discrétisation.	69
III.2	Formes discrètes des conditions de bords thermiques.	75
III.3	Fonctions de courant au niveau des limites.	78
III.4	Organigramme de calcul.	81
III.5	Domaines d'études, équations et méthodes de résolution correspondante.	83
III.6	Exemple d'arrangement à 2-D.	84
III.7	Mode arrangement D_2Q_9	85

III.8	Processus de diffusion.	87
III.9	Le rebond des particules.	94
III.10	Fonctions de distribution aux limites du domaine.	97
IV.1	Implémentation du maillage, cas d'un gradient horizontal.	105
IV.2	Implémentation du maillage, cas d'un gradient vertical.	106
IV.3	Comparaison des lignes de courant entre le travail expérimental et le travail actuel ($Pr = 0.7$, $Ra = 10^6$).	107
IV.4	Comparaison des composantes tangentielles des vitesses entre le travail expé- rimental et le présent travail ($Pr = 0.7$, $Ra = 10^6$).	107
IV.5	Comparaison des lignes de courant et des lignes isothermes entre le présent travail, Khanafer et al. [46] et COMSOL Multiphysics ($Pr = 0.7$, $Ra = 10^3$). .	110
IV.6	Comparaison des lignes de courant et des isothermes entre le présent travail, Sheremet et al. [154] et COMSOL Multiphysics, cas de la paroi gauche main- tenue à une température périodique ($Pr = 7.0$, $Ra = 10^5$, $f = 0.05\pi$, $\gamma = 0$ et $\phi = 0.03$ à $\tau = 300$).	111
IV.7	Comparaison des lignes de courant et des isothermes entre le présent travail, Sheremet et al. [154], cas de température périodique dans la paroi gauche ($Pr = 7.0$, $Ra = 10^5$, $f = 0.05\pi$, $\gamma = 0$ et $\phi = 0.03$ à $\tau = 310$).	112
IV.8	Comparaison des lignes de courant et des isothermes entre le présent travail, Sheremet et al. [154], cas de température périodique dans la paroi gauche ($Pr = 7.0$, $Ra = 10^5$, $f = 0.05\pi$, $\gamma = 0$ et $\phi = 0.03$ à $\tau = 310$).	113
IV.9	Représentation schématique du modèle physique.	115
IV.10	les lignes isothermes et les lignes de courants pour ($Pr = 6.2$, $Gr = 10^4$, $\phi = 0\%$, $\gamma = 0^\circ$).	117
IV.11	les lignes isothermes et les lignes de courants pour ($Pr = 6.2$, $Gr = 10^4$, $\phi = 8\%$, $\gamma = 0^\circ$).	117
IV.12	les lignes isothermes et les lignes de courants pour ($Pr = 6.2$, $Gr = 10^4$, $\phi = 16\%$, $\gamma = 0^\circ$).	117
IV.13	l'évolution du nombre de Nusselt moyen pour différentes fraction volumiques et leurs comparaisons avec khanafer et al. [46] ($Pr = 6.2$, $Gr = 10^4$, $\phi = 0\%$, $\gamma = 0^\circ$)	118
IV.14	Évolution du nombre de Nusselt en fonction de l'angle d'inclinaison pour dif- férents nombres de Gr ($Pr = 6.2$, $\phi = 0\%$).	119

IV.15	Profils des lignes de courant et des lignes isothermes à différents angles d'inclinaison ($Gr = 10^4$, $Pr = 6.2$ et $\phi = 0\%$).	120
IV.16	Représentation schématique de la configuration d'étude (cas d'une cavité soumise à un champ magnétique).	122
IV.17	Profil des lignes de courant et isothermes pour différents nombres de Hartmann ($Gr = 10^5$, $\phi = 10\%$).	126
IV.18	L'évolution de la moyenne de Nusselt en fonction du nombre de Hartmann pour différents nombres de Grashof.	127
IV.19	Comparaison de la moyenne de Nusselt pour plusieurs fractions de volume à $Gr = 10^4$	127
IV.20	Comparaison de la moyenne de Nusselt pour plusieurs fractions de volume à $Gr = 10^5$	128
IV.21	Représentation des configurations sans chicane et avec chicane chaude (premier cas).	130
IV.22	configuration avec chicane au niveau des murs froid et adiabatiques (deuxième et troisième cas).	131
IV.23	Lignes de courant obtenus pour $Ra = 10^5$. Le présent résultats (à droite) et ceux de Chahrazad et al. [155] (à gauche). Les intensités sont cartographiées du bleu pour les faibles intensités au rouge pour les intensités élevées.	131
IV.24	Isothermes obtenus pour $Ra = 10^5$. Les présents résultats (à droite) et ceux de Chahrazad et al. [155] (à gauche). Les intensités sont cartographiées du bleu pour les faibles valeurs au rouge pour les valeurs élevées.	132
IV.25	Profils des lignes de courant et des lignes isothermes pour une cavité avec une chicane au côté froid (deuxième cas).	132
IV.26	Profils des lignes de courant et des lignes isothermes pour une cavité doté de chicanes adiabatiques (troisième cas).	133
IV.27	Évolution de Nusselt moyen pour une cavité sans chicanes.	134
IV.28	Évolution du Nusselt moyen pour le cas d'une cavité avec une chicane chaude (Premier cas).	135
IV.29	Évolution du Nusselt moyen pour le cas d'une cavité avec une chicane froide (deuxième cas).	135
IV.30	Évolution du Nusselt moyen pour le cas d'une cavité avec des chicanes adiabatique (troisième cas).	136
IV.31	Évolution du Nusselt moyen pour le cas d'une cavité avec des chicanes adiabatique (troisième cas).	137

IV.32 Représentation de l'application étudiée.	139
IV.33 Représentation schématique pour le modèle physique.	140
IV.34 Comparaison de l'espacement des mailles entre le présent travail et celui de Sheremet et al. [154] ($Pr = 7.0$, $\phi = 0.03$, $f = 0.05\pi$).	141
IV.35 Profils des lignes de courant (à droite) et des isothermes (à gauche) pour $Ra = 10^5$, $f = 0.05\pi$, $\gamma = \pi/6$ et $\phi = 0.03$ à $\tau = 300$	143
IV.36 Profils des lignes de courant (à droite) et des isothermes (à gauche) pour $Ra = 10^5$, $f = 0.05\pi$, $\gamma = \pi/6$ et $\phi = 0.03$ à $\tau = 305$	144
IV.37 Profils des lignes de courant (à droite) et des isothermes (à gauche) pour $Ra = 10^5$, $f = 0.05\pi$, $\gamma = \pi/6$ et $\phi = 0.03$ à $\tau = 310$	144
IV.38 Profils des lignes de courant (à droite) et des isothermes (à gauche) pour $Ra = 10^5$, $f = 0.05\pi$, $\gamma = \pi/6$ et $\phi = 0.03$ à $\tau = 315$	145
IV.39 Profils des lignes de courant (à droite) et des isothermes (à gauche) pour $Ra = 10^5$, $f = 0.05\pi$, $\gamma = \pi/6$ et $\phi = 0.03$ à $\tau = 320$	145
IV.40 Évolution temporelle du nombre de Nusselt moyen pour $f = 0,05\pi$, $\tau = \pi/6$, $\phi = 0,03$ et $0 \leq \tau \leq 340$	146
IV.41 évolution de Nusselt pour chaque nombre de Rayleigh ($10^4 \leq Ra \leq 10^6$ et $0 \leq \tau \leq 340$).	146
IV.42 Effet de la fréquence d'oscillation sur l'évolution du nombre de Nusselt moyen $140 \leq \tau \leq 260$	147
IV.43 Variations temporelle du nombre de Nusselt pour $f = 0,05\pi$, $0 \leq \gamma \leq \pi/2$, $300 \leq \tau \leq 335$	147
IV.44 Effet de la fraction de volume sur l'évolution du nombre de Nusselt.	148
IV.45 Cavité avec une chicane d'une longueur $0.75L$ maintenu à température périodique (cas1).	150
IV.46 Cavité avec une chicane d'une longueur $0.75L$ maintenu à température froide (cas2).	151
IV.47 Cavité avec des chicanes adiabatiques d'une longueur $0.50L$ disposé sur les deux murs adiabatiques (cas3).	151
IV.48 Évolution du nombre de Nusselt pour une plage de Rayleigh entre 10^4 et 10^6 , ($Pr = 7.0$, $\phi = 0.03$).	152
IV.49 Évolution du nombre de Nusselt pour $Ra = 10^5$, ($Pr = 7.0$, $\phi = 0.03$).	152
IV.50 Comparaison entre les résultats des lignes de courant issus de la LBM et des DF pour différents nombres de Rayleigh.	155

IV.51 Comparaison entre les résultats des isothermes issus de la LBM et des DF pour différents nombres de Rayleigh.	156
IV.52 Fonctions de courant pour différentes hauteurs des obstacles $Ra = 10^4$	158
IV.53 Fonctions de courant pour différentes hauteurs des obstacles $Ra = 10^5$	159
IV.54 Fonctions de courant pour différentes hauteurs des obstacles $Ra = 10^6$	160
IV.55 Les isothermes pour différentes hauteurs des obstacles $Ra = 10^4$	161
IV.56 Les isothermes pour différentes hauteurs des obstacles $Ra = 10^5$	162
IV.57 Les isothermes pour différentes hauteurs des obstacles $Ra = 10^6$	163
IV.58 L'évolution du nombre de Nusselt moyen pour les différents nombres de Ray- leigh et différentes hauteurs d'obstacles.	164
A.1 Ecoulement autour d'un cylindre.	173
A.2 Convection naturelle entre un cylindre chauffé et un milieu fluide avoisinant. .	175
A.3 Convection naturelle entre un cylindre chauffé et un milieu fluide avoisinant. .	176
A.4 Profil de la couche limite thermique convectif.	178

Liste des tableaux

III.1	Caractéristique de schéma de vitesse utilisée.	86
IV.1	Les différentes grandeurs qui influencent l'étude de la convection naturelle (<i>libre</i>).106	
IV.2	Comparaison du nombre moyen de Nusselt avec des travaux antérieurs pour différentes valeurs Ra ($Pr = 0.71, \phi = 0$).	109
IV.3	Comparaison de la solution laminaire avec des travaux antérieurs pour différentes valeurs $10^3 \leq Ra \leq 10^6$	109
IV.4	Propriétés thermophysiques des différentes phases.	114
A.1	Les différentes grandeurs qui influencent l'étude de la convection forcée.	173
A.2	Les différentes grandeurs qui influencent l'étude de la convection naturelle (<i>libre</i>).176	
B.1	Nombre de Prandtl pour différents nanofluides en fonction de la fraction volumique.	179
B.2	Rapport des masses volumiques des différents nanofluides en fonction de la fraction volumique	180

Nomenclatures

c_p	Chaleur spécifique à pression constante ($J.kg^{-1}.K^{-1}$).
d_p	Diamètre de la nanoparticule (m).
$\vec{g}$	Vecteur gravité.
Ra	Nombre de Rayleigh $g\beta_f\Delta TL^3/v_f\alpha$.
λ_f	Conductivité thermique du fluide ($W.m^{-1}.K^{-1}$).
λ_s	Conductivité thermique du solide ($W.m^{-1}.K^{-1}$).
λ_d	Conductivité thermique de dispersion ($W.m^{-1}.K^{-1}$).
L	Longueur de la cavité (m).
L_f	Longueur de la chicane (m).
Nu_{mean}	Nombre de Nusselt moyen.
Pr	Nombre de prandtl.
t	: Temps (s).
T	: Température (K).
u, v	Composantes de vitesse ($m \cdot s^{-1}$).
U, V	Composantes de vitesse sans dimension.
x, y	Coordonnées cartésiennes.
X, Y	Coordonnées sans dimension.

Symboles grecs

α	Diffusivité thermique ($m^2 \cdot s^{-1}$).
β_f	Coefficient d'expansion thermique du fluide (K^{-1}).
β_s	Coefficient d'expansion thermique du solide (K^{-1}).
ϕ	Fraction volumique (%).
ν_f	Viscosité cinématique ($m^2.s^{-1}$).

θ	Température sans dimension, $\frac{T-T_c}{T_h-T_c}$.
ω	Vorticité.
Ω	Vorticité adimensionnel, $\frac{\omega L}{\sqrt{g\beta_f\Delta TL}}$.
ψ	Fonction de courant.
Ψ	Fonction de courant sans dimension, $\frac{\psi/L}{\sqrt{g\beta_f\Delta TL}}$.
ζ	Le rapport des expansions thermique, $\frac{\beta_{nf}}{\beta_f}$.
ρ	Densité.
τ	Temps sans dimension, $t\frac{\sqrt{g\beta_f\Delta TL}}{L}$.
μ	Viscosité dynamique.

Souscriptions

eff	Effective.
f	Fluide.
h	Chaude.
c	Froide.
n_f	Nanofluide.
o	Valeur de référence.
s	Solide.
fin	Chicanes.

Introduction générale

Dans ces dernières décennies, la technologie a connu une évolution considérable dans tous les secteurs de l'industrie. D'où la nécessité d'obtenir de meilleurs résultats avec l'optimisation des procédés de production, en assurant plus de bénéfices, en minimisant les pertes et le flux énergétique, et surtout, en améliorant les performances et les méthodes d'usinage. Face à ces enjeux, les industriels ont essayé d'agir et prendre les choses en main, en adoptant de nouvelles stratégies énergétiques et environnementales, afin de maîtriser leurs consommations en terme d'énergie utile. Pour cela, la naissance de divisions de recherche et développement a été une nécessité primordiale pour tous les grands industriels ; cela a conduit à une situation telle que, plusieurs groupes de recherche se sont lancés dans leurs propres investigations, et ont découvert les avantages de la nanotechnologie en essayant de les orienter vers leurs domaines de production. Par ailleurs, les chercheurs affiliés à ces branches mènent toujours leurs recherches pour trouver des solutions s'articulant sur les avancées de la nanotechnologie qui s'impose comme discipline du XXI^{ème} siècle.

Le transfert de chaleur n'est donc pas une exception, puisqu'il s'agit d'un phénomène très important et omniprésent dans tout domaine de l'industrie et qui doit être pris en compte pour la plupart des procédés actuels. Le transfert de chaleur joue un rôle important dans de nombreuses applications, comme le domaine de l'automobile par exemple, où la chaleur générée par les composants mobiles doit être évacuée pour assurer un fonctionnement correct. De même, les équipements électroniques dissipent de la chaleur, ce qui nécessite un système de refroidissement afin de garder leurs régimes nominaux de fonctionnement. En outre, de nombreux processus de production incluent le transfert de chaleur sous diverses formes ; il peut s'agir du refroidissement d'une machine-outil, de la pasteurisation des aliments ou de l'ajustement de la température pour déclencher un processus chimique. Dans la plupart de ces applications, le transfert de chaleur est réalisé par le biais de certains dispositifs, tels que les échangeurs de chaleur, les évaporateurs, les condenseurs et les dissipateurs-économiseurs de chaleur. Il est souhaitable d'augmenter l'efficacité de ces dispositifs en essayant de mettre fin aux problèmes d'encombrement, ce dernier, préoccupe plusieurs ingénieurs énergéticiens,

car la procédure usuelle était d'augmenter la surface d'échange du dispositif pour avoir plus d'efficacité. Cela se contrarie avec les objectifs des applications nécessitant une compacité. Par ailleurs, dans la plupart des systèmes de transfert de chaleur, le fluide de travail est mis en circulation par une pompe, et l'amélioration de l'efficacité du transfert de chaleur peut minimiser la consommation d'énergie associée.

Il existe plusieurs méthodes pour améliorer l'efficacité du transfert de chaleur. Certaines méthodes s'articulent sur l'utilisation de surfaces étendues, l'application de vibrations sur les surfaces d'échange et l'utilisation de micro-canaux. L'efficacité du transfert de chaleur peut également être améliorée en augmentant la conductivité thermique du fluide de travail. Cependant, les liquides de refroidissement traditionnels comme l'eau, les huiles et l'éthylène glycol restent stagnants en raison de leurs limites en terme de capacité d'augmenter le transfert thermique. Ces liquides ont des propriétés thermo-physiques constantes, de sorte que la seule façon d'améliorer leurs propriétés thermiques doit se faire à travers l'appareil, c'est-à-dire en augmentant la surface d'échange thermique ou les débits des réfrigérants. Néanmoins, cette solution implique un potentiel d'échange thermique plus élevé, mais elle n'améliore pas l'efficacité du procédé, c'est la question pertinente qui se pose.

La conductivité thermique élevée des solides peut être utilisée pour augmenter celle d'un fluide. Pour ce faire, les avancées de la nanotechnologie stipule que l'ajout de petites particules solides à ce fluide pourra hisser la conductivité thermique de ce caloporteur. Appelé ainsi nanofluide, ce dernier est défini comme étant un mélange homogène de particules solides nanométriques et d'un liquide appelé à son tour fluide de base, et cela lorsque les tailles de ces particules solides sont inférieures à 100 nm. Cette suspension solide ajoutée est censée améliorer les propriétés thermo-physiques et le comportement thermique de ce nouveau fluide. Ainsi, les réfrigérants traditionnels représentent une option à améliorer d'un point de vue thermo-physique afin de couvrir les besoins de refroidissement des systèmes ; d'où, on s'attend à ce que les nanofluides comblent cette lacune.

Vu son importance, des investigations ont été menées par de nombreux groupes de recherche afin de comprendre plus le comportement thermique des nanofluides et d'essayer de bien cerner les processus physiques qui entourent cette nouvelle branche de caloporteur. Cette importance a donné lieu à plusieurs collaborations et projets. A titre d'exemple, on cite le projet *NanoHex* dont *KTH-Energy Technology* est l'un de ses partenaires. Ce projet est le plus grand en terme de collaboration au monde, il est axé sur la recherche des réfrigérants nanofluides. Il prévoit le développement et l'optimisation des procédés pour la production de ce caloporteur à haute performance destiné à la gestion de la chaleur industrielle. Il s'agit aussi de développer des modèles numériques permettant de prédire avec précision les performances thermiques (propriétés

thermo-physiques et comportement dans les applications industrielles) et la faisabilité de ces réfrigérants nanofluides.

Le présent travail s'inscrit dans ce cadre, il étudie le phénomène de la convection naturelle laminaire dans des enceintes carrées remplies de nanofluide, et les effets qui influencent ce type de transfert. Il est toujours convenu que les nanofluides peuvent assurer une augmentation de performance vis-à-vis des fluides de base, en jouant sur les fractions volumiques de ce caloporteur en terme de nanoparticules. Pourtant, d'autres paramètres peuvent contribuer dans l'amélioration du transfert de chaleur, ce qui nous a poussé d'investiguer plus dans cette problématique. Pour cela, différents scénarios et conditions de bords ont été mis en œuvre, et nos études se sont étalées sur plusieurs cas de figure à savoir, l'effet de l'inclinaison de la cavité, l'influence d'un champ magnétique exercé dans la direction normale à l'une des parois de la cavité et l'effet de l'ajout de chicanes et d'obstacles à l'intérieur de la cavité, sur le phénomène de la convection.

Pour un tel problème, les moyens et les équipements de réalisations expérimentales sont considérés comme onéreux, ce qui nous incite à s'orienter vers l'outil informatique qui constitue aujourd'hui l'un des moyens indispensables d'aide à la décision. Ainsi, et suite aux directives de mes directeurs de thèse, il m'a été confié d'entamer un projet de modélisation numérique qui fait appel à un certain nombre de méthodes et schémas numériques, afin de bien décortiquer les problèmes d'ordre complexe, notamment le problème principal de ce travail de thèse qui est la convection. La résolution de ce problème a nécessité une étude minutieuse s'articulant sur les fondements des méthodes numériques. Dans ce contexte, nous avons développé notre propre code de calcul et mené une étude sur les effets des paramètres thermomécaniques et géométriques du problème étudié.

Avant d'entamer le corps de notre travail, qui s'articule sur la modélisation numérique de l'écoulement convectif au sein des nanofluides, on a pensé à évaluer le comportement thermique de ce caloporteur et le rôle qu'il peut jouer dans l'amélioration des performances d'un échangeur de chaleur. En effet, la problématique est l'optimisation d'un procédé de transfert de chaleur dans une configuration à tubes concentriques d'échangeurs de chaleur, et le travail effectué s'est fondé sur l'utilisation d'un nanofluide à base d'alumine avec différentes concentrations au lieu d'un fluide conventionnel, pour assurer le refroidissement d'une huile synthétique. Comme résultats, les auteurs ont pu affirmer que l'utilisation des nanofluides dans un tel procédé pourra assurer une augmentation d'efficacité de l'échangeur avec une diminution de puissance de l'échangeur envisagé ce qui pourra intervenir dans la résolution des problèmes d'encombrement d'un tel procédé. Notons que dans ce travail, un code développé a été basé plutôt sur des corrélations empiriques et non sur la résolution numérique des équations de dynamique et

d'énergie, ce travail est le fruit de notre quatrième article ([Annexe E](#)).

Le présent manuscrit décrit alors le travail réalisé et les résultats obtenus, il sera présenté et hiérarchisé comme suit :

Le chapitre I présente une étude bibliographique sur les différents types du phénomène de la convection. Cette étude permet, entre autres, de déterminer les paramètres prépondérants qui caractérisent ce phénomène. Ce premier chapitre porte aussi une attention particulière sur la physique qui entoure le domaine des nanofluides, leurs méthodes de fabrication et le rôle qu'ils peuvent jouer dans l'amélioration du transfert convectif. Etant donné que le transfert de chaleur par convection est fortement lié aux géométries d'applications, il s'avère nécessaire de mener une étude critique sur différents travaux de recherche existants dans la littérature, dans lesquels chaque groupe de recherche s'est intéressé à une géométrie et à un type de conditions de bords spécifiques.

Ensuite, un travail de mise en équations du problème de la convection, ainsi que la résolution numérique des dites équations a fait l'objet du deuxième et troisième chapitres. En effet, le **deuxième chapitre** portera sur la formulation mathématique des écoulements convectifs dans une géométrie carrée remplie de nanofluides, où les équations de conservation de la masse, de conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie d'un nanofluide seront explicitées. Par ailleurs, **le troisième chapitre** fera objet d'une étude détaillée des deux modèles numériques : déterministe basé sur la méthode des différences finies ; et probabiliste basé sur la méthode de Boltzmann sur Réseau LBM (Lattice Boltzmann Method), et des démarches suivies dans l'élaboration de nos deux codes de calcul. Ces codes sont alors utilisés comme outils de vérification des résultats des travaux antérieurs et aussi pour simuler des cas de figure sous forme d'applications qu'on verra dans le chapitre à venir.

Le chapitre IV présente les études effectuées en se basant sur les deux modèles numériques concrétisées sous la forme de codes de calcul développés. A travers les résultats de ces études, ce chapitre analyse le transfert de chaleur au sein des géométries carrées remplies de nanofluides, et ce pour plusieurs conditions aux limites ainsi que différentes configurations. Des expériences numériques ont été ainsi produites afin de valider nos deux codes de calcul en les exécutant et en comparant leurs résultats avec ceux des travaux antérieurs. Par la suite, on s'est lancé dans nos investigations pour identifier les différents paramètres qui influencent le transfert de chaleur par convection ainsi que les différentes configurations et cas de figures que nous avons proposés et qui peuvent jouer un rôle important dans l'amélioration du transfert convectif. A l'issue de ces études, des commentaires, interprétations et analyses des divers résultats sont également présentés, au fur et à mesure de chaque application.

Finalement, et en guise de conclusion générale de ce travail de thèse, les principales conclu-

sions et différentes perspectives y sont détaillées, ce qui permettra de mettre le point sur les travaux effectués et les travaux restant encore à réaliser.

Chapitre I

Préambule sur le transfert de chaleur par convection au sein des nanofluides - Généralités et synthèse bibliographique

1 Introduction

Dans ce chapitre, on va présenter une introduction générale relative au transfert de chaleur par convection et ses applications dans différents domaines d'ingénierie. Une attention sera portée également sur l'étude de la convection naturelle au sein des milieux confinés, à savoir les différentes géométries d'enceintes, ainsi que les effets qui peuvent influencer ce type de transfert. L'amélioration du transfert thermique par convection demeure une préoccupation majeure au sein d'un large spectre de recherches du domaine. Ceci a fait appel, au progrès des nanotechnologies stipulant que l'usage des nanofluides aura un apport important sur le phénomène de la convection. Ce chapitre, fera aussi l'objet d'un dénombrement des études existantes sur l'usage des nanofluides et leurs applications éventuelles, leurs modes d'emploi et leurs méthodes d'élaboration et de synthèse, ceci en regroupant les deux aspects théorique et expérimental du domaine. On s'intéressera en particulier à l'effet de ce caloporteur (*nanofluide*) et sa contribution dans l'amélioration et l'intensification du transfert de chaleur ; ainsi qu'à l'étude des paramètres qui ont une influence directe sur la convection naturelle telle que la forme et la géométrie (enceinte carrée, rectangulaire et ondulée...), l'angle d'inclinaison, la position et le type des sources de chaleur appliquées.

2 Notions sur la convection

2.1 Définitions et types de convection

La convection est un mode de transport d'énergie par l'action combinée de la conduction thermique, de l'accumulation de l'énergie et du mouvement du milieu. La convection est le mécanisme le plus important du transfert de l'énergie entre une surface solide et un fluide (liquide ou gaz). Le transfert d'énergie par convection d'une surface dont la température est supérieure à celle du fluide qui l'entoure, s'effectue suivant les étapes suivantes :

- D'abord la chaleur s'écoule par conduction thermique de la surface aux particules fluides adjacentes,
- L'énergie ainsi transmise sert à augmenter la température et l'énergie interne de ces particules,
- Ensuite, ces dernières vont se mélanger avec d'autres particules situées dans une région à basse température et transfèrent une partie de leur énergie, celle-ci est à présent emmagasinée dans les particules fluides et elle est transportée sous l'effet de leur mouvement.

La transmission de chaleur par convection est désignée selon le mode d'écoulement du fluide, par convection libre ou convection forcée. Lorsque ce transfert se produit au sein du fluide des courants dus simplement aux différences de densité résultante des gradients de température, on dit que la convection est naturelle ou libre. Par contre si le mouvement du fluide est provoqué par une action externe, telle qu'une pompe ou un ventilateur, le processus est appelé convection forcée. Si les deux causes existent simultanément, sans que l'une soit négligeable par rapport à l'autre, la convection est dite mixte.

2.2 Généralités sur la convection naturelle

La convection libre *naturelle* se distingue de la convection forcée par le fait que le mouvement du fluide n'est pas dû à un apport externe d'énergie mécanique, mais qu'il trouve sa source au sein même du fluide, sous l'effet conjugué de gradients de masse volumique et d'un champ de pesanteur. Les variations de masse volumique sont généralement dues à des gradients de température. Des gradients de concentration (le cas des mélanges) peuvent jouer le même rôle et donner naissance à une convection naturelle. Le long de cette thèse, nous ne mentionnerons que les phénomènes ayant une origine thermique.

Les écoulements de convection libre se répartissent en quatre grandes catégories : *les panaches*, lorsqu'il n'y a pas de paroi à proximité, *convection libre externe* en présence d'une paroi, *convection libre interne* dans des espaces confinés comportant une entrée et une sortie

distincte (conduite, cheminée), et enfin *convection libre dans les enceintes fermées*, milieux clos ou partiellement ouverts.

En outre, certains auteurs font une différence entre convection "*naturelle*", correspondant au transfert interne ou dans une enceinte, et la véritable convection "*libre*", qui correspond aux panaches et aux écoulements externes. Mais très souvent on emploie indifféremment l'un ou l'autre terme. La masse volumique dépendant de la température (et, le cas échéant, de la concentration), un gradient de température ou de concentration engendre des différences de masse volumique au sein du fluide, d'où résultent des variations latérales de la poussée d'Archimède qui sont à l'origine du mouvement (*flux circulant*). De tels déplacements s'appellent des mouvements de convection. Ils sont à l'origine de certains phénomènes océanographiques (*courants marins*), météorologiques (*orages*), géologiques (*remontées de magma*) par exemple.

En convection naturelle, les mouvements du fluide sont provoqués par des gradients de la masse volumique dus à la non uniformité du champ de la température. Ainsi, des variations latérales de la poussée d'Archimède en résultent et donnent naissance à ces mouvements de convection. En effet, les régions à température élevée, où le poids spécifique est plus faible, sont soumises à des forces dirigées vers le haut, suivant le mécanisme de la poussée d'Archimède ; le fluide prend donc un mouvement ascendant. Le phénomène inverse des courants descendants se produit pour les parties du fluide dont la température est inférieure à celle du fluide chaud.

Les courants de convection naturelle, sont alors dus à des différences de poids spécifique et par conséquent le phénomène se produit en raison de l'existence du champ de pesanteur terrestre.

L'intervention du poids a pour effet de donner à la verticale un rôle privilégié. La définition de la géométrie d'un système convectif doit donc faire intervenir la forme et les dimensions ainsi que la disposition par rapport à la verticale.

Les effets de convection naturelle sont familiers. On peut les observer quotidiennement dans l'eau que l'on chauffe dans un récipient, dans les panaches de certaines cheminées d'usines, la circulation atmosphérique, les vents, les tempêtes sont aussi des effets de la convection naturelle.

2.2.1 Aspects physiques du problème de la convection naturelle

En fait, dans notre environnement quotidien, les manifestations de la convection libre sont plus présentes que les effets de la convection forcée, même si elles ne sont pas toujours directement perceptibles par nos sens : c'est ainsi que dans n'importe quel local d'habitation nous sommes entourés en permanence de mouvement d'air ; celui-ci se réchauffe en montant le long des parois les plus chaudes et se refroidit en descendant le long des parois les plus froides. La

diversité des situations est également plus grande en convection libre : par exemple l'inclinaison d'une paroi, qui est souvent sans effet dans un écoulement isotherme, devient ici un paramètre essentiel ; de même les effets de gravité sont significatifs dans des enceintes fermées anisothermes (bâtiment, réacteurs chimiques) ou en physique de l'environnement, du fait de la présence des écarts de température entre la surface et l'ambiance [1].

Les domaines d'application sont donc vastes, et concernent aussi bien l'isolation des canalisations [2] que le refroidissement des circuits électriques et électroniques [3], la thermique du bâtiment [4] et le confort humain et résidentiel [5], les panaches et la dispersion des effluents gazeux [6], ou encore la thermique de l'atmosphère et des océans [7].

En mécanique des écoulements de convection naturelle, puisque les gradients de masse volumique à l'origine du mouvement sont eux-mêmes dus à des gradients de température, on observe un couplage structurel entre le bilan de quantité de mouvement et le bilan d'énergie, c'est-à-dire, une interaction entre le champ des vitesses et le champ des températures.

L'aspect le plus important des transferts en convection libre est celui qui se produit au voisinage des parois, où on est face à des gradients de température plus importants. La compatibilisation du transfert au niveau des parois fera donc l'objet de nos études présentées dans la suite de ce travail.

3 Convection naturelle en milieux confinés

La convection naturelle en milieu confiné, est exploitée dans plusieurs domaines d'activités. Les industries électriques et électroniques l'utilisent pour la régulation thermique des composants et des dispositifs utilisés dans divers équipements industriels. Parmi d'autres applications, on peut citer : l'aéronautique, l'informatique, l'automobile, l'énergie nucléaire, le transport maritime, le génie civil, l'énergie solaire, les équipements éoliens, la géothermie, ainsi que l'industrie agroalimentaire et d'autres [8].

3.1 Hypothèses simplificatrices

Vu que la dynamique du fluide en convection dépend essentiellement du gradient de la température, et vu que les propriétés thermophysiques des fluides dépendent de la température, notamment la masse volumique et la viscosité, la résolution des équations caractéristiques de la convection naturelle nécessite de définir un certain nombre d'hypothèses simplificatrices.

3.1.1 Hypothèse de Boussinesq

En 1903, à l'époque même où Rayleigh s'intéressait à la convection, Boussinesq [1] proposa une simplification de ces équations de façon à ne conserver que les ingrédients nécessaires et suffisants à la convection thermique. Les hypothèses de Boussinesq consistent à supposer que les différentes propriétés thermodynamiques et de transport du fluide sont indépendantes de la pression. Elles supposent aussi que le fluide est incompressible mais il conserve bien entendu le terme de poussée d'Archimède, directement lié à la dilatation ou à la contraction thermique du fluide. Cette approximation est valable lorsque l'écart de la température entre les parois chaudes et les parois froides est inférieur à 30° ($\Delta T < 30^\circ$) [1]. L'hypothèse essentielle de Boussinesq est : la masse volumique (ρ) est constante sauf dans le terme de poussée d'Archimède. En convection naturelle, la variation de la densité d'un fluide due à sa variation de température est donnée par la relation :

$$\rho = \rho_0[1 - \beta(T - T_0)] \quad (\text{I.1})$$

β : étant le coefficient d'expansion thermique défini de la façon suivante :

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} \bigg|_P \quad (\text{I.2})$$

Pour résoudre un problème de convection naturelle, l'hypothèse de Boussinesq est généralement utilisée comme simplification. Celle-ci consiste à ne prendre en compte la variation de la densité ρ que dans le terme moteur de l'équation de conservation de la quantité de mouvement. Elle est applicable si les différences de température sont assez faibles pour que la relation suivante soit vraie :

$$\beta(T_c - T_f) \ll 1 \quad (\text{I.3})$$

Avec :

T_c : température chaude,

T_f : température de référence.

3.1.2 Autres hypothèses

D'autres hypothèses sont mises en évidence dans plusieurs études qui concernent la convection naturelle dans les milieux clos, ces hypothèses postulent que :

- L'écoulement est supposé Newtonien,
- Écoulement sans dissipation visqueuse,

- Diffusion sans sources ni puit de chaleur ou de matière,
- Les propriétés thermophysiques (y compris la masse volumique) sont supposées indépendantes de la température.

3.2 Equations gouvernantes

Les hypothèses simplificatrices vues précédemment permettent d'établir les équations qui gouvernent un problème de convection naturelle, le système d'équations sera donc constitué des équations suivantes :

- Equation de continuité :

$$Div (\vec{u}) = 0, \quad (I.4)$$

- Equations de quantité de mouvement (Navier-Stokes) : :

$$x \longrightarrow \frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho_\infty} \frac{\partial(P + \rho gx)}{\partial x} + g\beta(T - T_f) + \mu\Delta u, \quad (I.5)$$

$$y \longrightarrow \frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho_\infty} \frac{\partial(P + \rho gy)}{\partial y} + g\beta(T - T_f) + \mu\Delta v, \quad (I.6)$$

$$z \longrightarrow \frac{dw}{dt} = -\frac{1}{\rho_\infty} \frac{\partial(P + \rho gz)}{\partial z} + g\beta(T - T_f) + \mu\Delta w, \quad (I.7)$$

- Equation de conservation de l'énergie : :

$$\frac{dT}{dt} = \alpha\Delta T. \quad (I.8)$$

3.3 Analyse dimensionnelle et similitude

La complexité des phénomènes de convection nécessite l'utilisation de techniques très puissantes qui permettent de maîtriser le nombre de paramètres du problème étudié. Ces techniques sont l'analyse dimensionnelle et la similitude.

L'analyse dimensionnelle est une méthode très puissante qui s'intéresse à l'obtention d'équations très simples qui décrivent des phénomènes et elle donne des pistes pour l'étude expérimentale, ce qui facilite la recherche des solutions. Le résultat d'une analyse dimensionnelle, est l'obtention de groupes sans dimension équivalents au système dimensionnel. Cette opération réduit le nombre de variables décrivant le problème.

La similitude, est une méthode de travail très utilisée en ingénierie permettant l'étude des problèmes sur la base de l'expérimentation et de la comparaison des résultats. Elle est appliquée

lorsque l'on ne peut pas effectuer un essai en grande dimension *grandeur de nature*. Dans ce cas, on fait une étude sur modèle miniaturisé en petite échelle et la similitude permet de projeter les résultats vers le cas d'objet réel, appelé *le prototype*, ces étapes sont présentées pour l'exemple d'une turbine hydraulique sur la figure I.1.

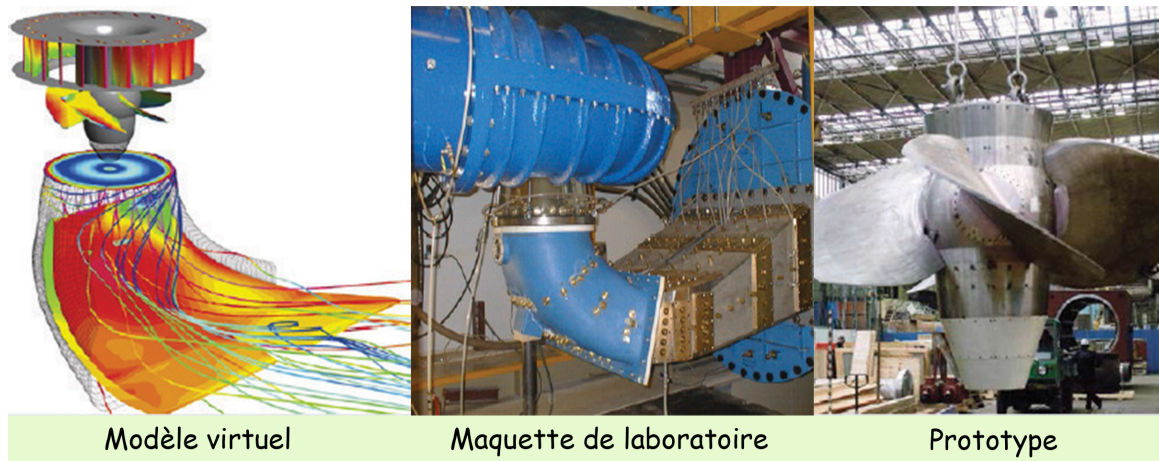


Figure I.1 – Étapes à suivre dans la réalisation d'un prototype.

3.3.1 Paramètres de marche et grandeurs sans dimension : définitions

Comme récapitulatif on dénombre les groupements et nombres adimensionnels les plus utilisés dans le domaine du transfert thermique par convection (on trouve dans l'annexe A la démarche complète pour déterminer ces nombres sans dimension).

Le Nombre de Reynolds : représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses. Ce nombre sans dimension apparaît naturellement en dimensionnalisant les équations de Navier-Stokes. On le définit de la manière suivante : $Re = \frac{U_0 L}{\nu}$.

Avec :

U_0 : Vitesse caractéristique du fluide [m/s],

L : Dimension (longueur) caractéristique du fluide [m],

ν : Viscosité cinématique du fluide [m^2/s],

Le Nombre de Prandtl : est le rapport entre la viscosité cinématique (ν) et la diffusivité thermique (α), ce nombre porte le nom de Ludwig Prandtl, physicien allemand qui a stipulé la relation de calcul suivante : $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$.

Le nombre de Prandtl compare la rapidité des phénomènes thermiques et des phénomènes hydrodynamiques dans un fluide. Un nombre de Prandtl élevé indique que le profil de tempé-

rature dans le fluide sera fortement influencé par le profil de vitesse. Un nombre de Prandtl faible indique que la conduction thermique est tellement rapide que le profil de vitesse a peu d'effet sur le profil de température. Ce nombre adimensionnel peu bien évidemment donner un point de vue sur la nature des fluides utilisés, (exemple : $Pr = 0,71$ pour l'air, $Pr = 7.0$ pour l'eau), pour le cas des nanofluides le nombre de Prandtl est fonction de la fraction volumique de la suspension, le tableau B.1 Annexe B montre des valeurs de ce nombre pour différentes suspensions à différents pourcentages.

Le Nombre de Peclet : est un nombre sans dimension utilisé en transfert thermique et en transfert de masse. Il représente le rapport de deux temps caractéristiques : celui du transfert par convection et celui du transfert par conduction (ou par diffusion pour les transferts massiques). En transfert thermique, ce nombre est équivalent au produit du nombre de Reynolds et du nombre de Prandtl. Ce nombre est attribué au physicien français Eugène Péclet, énonçant la relation suivante : $Pe = Re * Pr = \frac{U_0 L}{\alpha}$.

Le Nombre de Grashof : est un nombre sans dimension utilisé en mécanique des fluides pour caractériser la convection naturelle dans un fluide. Il correspond au rapport des forces de gravité sur les forces visqueuses. Ce nombre porte le nom de l'ingénieur allemand « Franz Grashof ». Ce nombre est défini de la manière suivante : $Gr = \frac{g\beta\theta L^3}{\nu^2}$.

Avec :

g : Accélération de la pesanteur.

β : Coefficient de dilatation.

Le Nombre de Richardson : il compare les effets de la gravité à ceux de l'inertie, il est le paramètre qui gère la convection mixte, et donne une idée sur l'intensité de ce type de transfert. Le nombre de Richardson est fonction du paramètre de la convection naturelle (Gr) et du paramètre de l'écoulement forcé (Re) : $Ri = \frac{Gr}{Re^2} = \frac{g\beta\theta L}{U_0^2}$.

Le Nombre de Rayleigh : est un nombre sans dimension utilisé en mécanique des fluides, il caractérise le transfert de chaleur au sein d'un fluide : inférieur à une valeur critique de 1700, le transfert s'opère essentiellement par conduction, tandis qu'au-delà de cette valeur c'est la convection naturelle qui devient importante. On peut le définir comme le produit du nombre de Grashof, et du nombre de Prandtl. Ce nombre porte le nom de Lord Rayleigh, physicien anglais. On le définit de la manière suivante : $Ra = \frac{g\beta H^3 (T_c - T_f)}{\nu\alpha} = Gr * Pr$.

Le Nombre de Nusselt : est un nombre adimensionnel utilisé dans les opérations de transfert thermique. Il représente le rapport entre le transfert thermique convectif et le transfert thermique conductif à travers une interface (souvent fluide/solide). Si la conduction est le principal mode de transfert, alors le nombre de Nusselt sera de l'ordre de l'unité. En cas de présence de convection (déplacement du fluide au voisinage d'une paroi chaude), le transfert thermique s'effectuera principalement par déplacement du fluide et par conséquent on a tendance vers l'infini du nombre de Nusselt.

Ainsi, le nombre de Nusselt est défini de la manière suivante : $Nu = \frac{hL}{\lambda}$

Avec :

h : Coefficient de transfert thermique par convection.

L : Longueur caractéristique.

λ : Conductivité thermique du fluide.

4 Convection naturelle au sein des cavités

D'après ce qui a été évoqué auparavant, la convection naturelle figure donc comme l'un des principaux modes de transfert de chaleur. Selon la configuration, la géométrie et la nature de l'écoulement, ce mode de transfert peut être classé comme externe ou interne. Pour un flux convectif interne, le fluide qui s'écoule est entouré par des limites solides. Lorsque l'objet solide est entouré ou recouvert par le flux fluide on parle d'une convection à flux externe. Les écoulements à travers les tuyaux et les conduites sont les principaux exemples des flux internes. Tandis que les écoulements sur des plaques planes, ou entourant des cylindres et des sphères sont des exemples des flux externes. Cependant, les flux convectifs naturels sont complexes en raison de l'accouplement essentiel de l'hydrodynamique et des champs thermiques. En particulier, les problèmes de flux interne sont plus complexes que les cas à flux externes. Les problèmes de flux externe peuvent être modélisés en utilisant la théorie classique de la couche limite par la supposition que la région située à l'extérieur de la couche limite n'est pas touchée par l'influence de la limite solide [9]. En revanche, pour la convection interne, les interactions entre la couche limite et le noyau constituent une complexité majeure dans le problème.

D'après les conditions aux limites thermiques appliquées, les systèmes convectifs peuvent être classés en deux types : a) les enceintes chauffées par les parois latérales (le gradient de température est orthogonal à la direction de la gravité) et b) les enceintes chauffées par la paroi inférieure (le gradient de température est parallèle à la direction de la gravité) [9]. La convection naturelle dans une enceinte à chauffage différentiel est un exemple de type-(a) et la convection

de Rayleigh-Benard entre deux plaques horizontales est un exemple de type-(b). Ces différents types de chauffage par convection interne expliquent plusieurs applications en ingénierie telles que le refroidissement des équipements électronique [10], les systèmes de lubrification [11], échangeurs de chaleur [12], capteurs d'énergie solaire [13], fours électriques [14], systèmes de dessalement solaire [15], les procédés de fusion et de solidification [16], [17], etc.

4.1 Convection naturelle : écoulements internes de géométries diverses

La convection naturelle dans les enceintes rectangulaires et carrées a fait l'objet de nombreuses études et recherches. Dans la littérature, ces études ont porté principalement sur les effets des conditions aux limites, des rapports d'aspect et de la nature du milieu sur la qualité et l'intensité de la convection naturelle. L'importance du phénomène étudié a poussé un grand éventail de chercheurs des dernières décennies d'investiguer et de tirer plus d'informations qui peuvent être exploitées dans l'amélioration des transferts de chaleur. Citons par exemple les études qui ont été résumées par Ostrach [18], [19], Hoogendoorn [20] et Fusegi et Hyun [21].

Aydin et al. [22] ont étudié l'effet des rapports d'aspect sur la configuration de l'écoulement et le transport d'énergie dans les enceintes rectangulaires, dont la paroi latérale droite est chauffée et la paroi supérieure est refroidie de façon isotherme, avec des conditions adiabatiques sur les autres parois, la méthode numérique utilisée dans ce travail est basée sur la formulation vorticité-fonction de courant. D'autres travaux illustrés par Sarris et ses collaborateurs [23] ont été sujet d'une étude numérique de la convection naturelle dans une enceinte rectangulaire avec un profil de température sinusoïdal sur la paroi supérieure et des conditions adiabatiques sur les parois inférieures et latérales. Ces auteurs ont rapporté que l'intensité des vitesses du fluide et le taux du transfert de chaleur augmentent avec l'augmentation du rapport d'aspect. Basak et al. [24] ont étudié l'effet des différentes conditions aux limites thermiques appliquées au niveau de la paroi inférieure sur la convection naturelle dans une cavité carrée, en utilisant la méthode des éléments finis. Ils ont indiqué que les taux de transfert de chaleur globaux sont plus faibles pour le cas du chauffage périodique que pour le cas du chauffage uniforme. Récemment, Kaluri et Basak [25] ont étudié l'effet du chauffage distribué sur la qualité de la convection naturelle dans une cavité carrée. Leur étude montre que la distribution de la chaleur et le mélange thermique dans une cavité sont grandement améliorés dans le cas du chauffage distribué sur plusieurs parois, en comparant ce résultat au cas du chauffage isotherme par la paroi inférieure de la cavité.

L'écoulement convectif en milieu poreux a pris aussi une grande partie dans le domaine

du transfert thermique, plusieurs travaux et études se sont intéressés à la convection dans les enceintes et les cavités poreuses et ses applications, cela comprend l'isolation thermique [26], le stockage et le séchage des grains [27], les systèmes de stockage de l'énergie thermique [28], le stockage géologique du CO_2 [29], etc. Des études sur la convection naturelle dans des enceintes de type carré ou rectangulaire remplies de milieux poreux ont été réalisées dans les travaux suivants [30–34].

D'autres études sur le transfert de chaleur par convection naturelle dans des enceintes de formes complexes, en plus des géométries régulières comme la géométrie carrée ou rectangulaire, ont été rapportées dans la littérature en raison de leurs applications dans divers problèmes d'ingénierie [35–37]. Le couplage entre les champs hydrodynamiques et thermiques dans une géométrie complexe par la force de flottabilité rend le modèle mathématique plutôt difficile. Ainsi, les chercheurs ont mené des études importantes sur la convection naturelle dans les enceintes non rectangulaires avec les parois latérales inclinées, courbées et ondulées au cours des deux dernières années. Quelques études antérieures sur la convection naturelle dans divers enclos non rectangulaires sont mentionnées ci-après. Philip [35] a d'abord développé les solutions exactes pour des petits nombre de Rayleigh pendant la convection libre dans diverses enceintes de formes variées (enceintes rectangulaires, elliptiques et triangulaires) en raison du gradient de température uniforme normal au champ gravitationnel. L'effet du rapport d'aspect et de l'orientation des enceintes sur les champs d'écoulement a été étudié et il a été conclu qu'à faible nombre de Rayleigh, les écoulements convectifs sont indépendants de l'orientation de la cavité. Lee [37] a présenté les études numériques et expérimentales du mouvement des fluides et du transfert de chaleur dans une enceinte non rectangulaire chauffée différenciellement. L'effet du nombre de Rayleigh, des rapports d'aspect et de l'inclinaison de l'enceinte sur l'écoulement et les caractéristiques thermiques ont été rapportés dans leur étude. Une des conclusions intéressantes est que la valeur maximale du nombre de Nusselt moyen se produit à un angle d'inclinaison de 180° et la valeur minimale à 270° . Hyun et Choi [36] ont étudié le transfert thermique convectif naturel transitoire dans une enceinte en forme de parallélogramme à de grands nombres de Rayleigh en utilisant la méthode des différences finies. Ils ont rapporté la possibilité d'utiliser l'enceinte en forme de parallélogramme comme une diode thermique transitoire, en contrôlant l'angle d'inclinaison des parois de l'enceinte. Iyican et ses collaborateurs [38] ont étudié l'écoulement convectif naturel et le transfert de chaleur dans une enceinte trapézoïdale dont les parois supérieures et inférieures sont maintenues à différentes températures et dont les parois latérales sont adiabatiques. Karyakin [39] a fait l'étude d'une convection naturelle laminaire bidimensionnelle dans des cavités trapézoïdales isocèles. Varol et ses collaborateurs [40] ont étudié la convection naturelle dans des enceintes trapézoïdales partiellement refroidies de la paroi gauche

inclinée.

4.2 Solutions par des approches théoriques, numériques et expérimentales

Dans la majorité des travaux, les phénomènes de la convection naturels sont traités numériquement, expérimentalement et/ou théoriquement (analytiquement). L'approche numérique exige la solution des systèmes d'équations aux dérivées partielles non linéaires, conformes aux principes de conservation de la mécanique des fluides et de la thermodynamique pour des quantités importantes dans le volume considéré. Les équations de Navier Stokes régissant les problèmes sont constituées d'une équation de continuité, des équations de bilan de quantité de mouvement et une équation de bilan énergétique. La solution numérique du problème dépend des caractéristiques de l'écoulement résultant. Dans chaque cas, une méthode appropriée, parfois complexe, doit être utilisée pour obtenir une solution fiable. L'amélioration continue des méthodes numériques et de la technologie informatique facilite l'analyse approfondie de certains aspects de la convection naturelle qui ne sont pas encore entièrement compris. Lorsqu'elle est applicable, la simulation numérique présente plusieurs avantages à condition que les modèles mathématiques et physiques soient satisfaisants. L'approche numérique permet d'économiser le coût et les efforts des dispositifs expérimentaux et des appareils de mesure nécessaires aux essais physiques. Elle permet également de gagner du temps, car elle permet de contourner le montage des instruments, l'étalonnage, la mesure et le traitement des données. Le développement des codes numériques est néanmoins freiné par la capacité limitée des ordinateurs, surtout dans le cas de phénomènes complexes nécessitant une discrétisation fine du domaine. C'est souvent le cas pour la convection naturelle, en raison de l'instabilité de l'écoulement apparaissant à des nombres de Rayleigh élevés même pour des géométries simples. Dans un passé récent, la plupart des cas ont été traités numériquement. Malheureusement, les résultats ne sont souvent pas comparés aux données expérimentales. L'approche expérimentale est inévitable pour les applications à géométrie large et complexe avec des amplitudes thermiques élevées. Des instruments de mesure de haute précision permettent de valider certains résultats et de formuler des modèles d'une précision accrue. Les approches théoriques complètent les approches numériques et expérimentales en utilisant des méthodes analytiques pour évaluer l'influence des paramètres physiques sur les caractéristiques des écoulements convectifs libres dans des domaines fermés. Enfin, des méthodes inverses, qui ont récemment fait l'objet de progrès constants, sont également utilisées pour déterminer les caractéristiques importantes de la convection naturelle.

L'approche numérique consiste à résoudre un système complexe des équations différentielles

impliquant les aspects thermodynamiques, les caractéristiques thermophysiques et les conditions initiales et aux limites du problème. Plusieurs méthodes numériques sont utilisées pour atteindre et converger à des solutions exactes. La méthode des différences finies est la plus souvent utilisée dans la résolution du problème de la convection. Les œuvres de Patankar [41] et de Tanhil [42] établissent les fondements de cette méthode, en montrant l'ensemble des cas et des schémas de discrétisation possible avec des méthodes simples et intelligentes mais puissantes et une formulation fiable. L'étude numérique de ce problème a donné lieu à plusieurs études utilisant différentes méthodes numériques. Wang et al. [43] ont opté pour la méthode spectrale de Tchebychev, qui a été mise au point pour simuler la convection naturelle dans une cavité poreuse. Boualit et al. [44] ont étudié numériquement la convection naturelle dans une enceinte carrée chauffée verticalement. La méthode numérique utilisée dans cette étude est la méthode des éléments finis où la formulation de Galerkin a été utilisée. Chandra et ses collaborateurs [45] ont utilisé cette même méthode numérique pour décortiquer le phénomène de convection naturelle d'un nanofluide au sein d'une cavité carrée inclinée. De la même manière, Khanafer et al. [46] ont traité numériquement le même problème, de la cavité chauffée remplie de nanofluide à base de nanoparticules de cuivre (Cu). Cette étude a été faite pour une gamme de nombre de Grashof entre 10^3 - 10^5 , et elle a été capable de caractériser l'influence de l'addition des nanoparticules sur l'amélioration du transfert de chaleur, les équations de transport sont résolues numériquement par la méthode des volumes finis en adoptant la méthode des directions implicites alternées (ADI). Xam'an et ses collaborateurs [47] ont réalisé une étude numérique bidimensionnelle basée sur la méthode des volumes finis ; dans ce travail les auteurs ont combiné trois types de transfert de chaleur (convection naturelle laminaire et turbulente, surface radiation et conduction) dans une cavité carrée constituée d'une paroi en verre, une corrélation pour le nombre total de Nusselt était obtenue pour des écoulements laminaires et turbulents en considérant le transfert de chaleur conjugué. Hakan et al. [48] ont également opté pour résoudre numériquement le phénomène de convection en utilisant des nanofluides en cette fois-ci une configuration rectangulaire d'enceintes. D'autres méthodes numériques ont été utilisées pour décrire le même problème, comme la méthode de Boltzmann sur réseau (LBM) qui a fait l'objet de l'étude de Houat et al. [49] et de Rahmati et al. [50].

4.3 Influence de la géométrie des cavités

L'écoulement fluide, et par conséquent les échanges convectifs de la chaleur dans les domaines confinés dépendent fortement de la géométrie de l'enceinte. Selon l'application, plusieurs configurations géométriques ont été traitées. Thiam et Baïri [51] ont traité le cas d'une cavité

cylindrique verticale dont la face supérieure est soumise à un refroidissement exponentiel. L'objectif de ces travaux était de mettre en place une enceinte isotherme autonome utilisée pour le stockage de cartouches contenant des produits pharmaceutiques comme l'insuline. L'approche numérique de ces études s'est basée sur la modélisation 2D par la méthode des volumes finis. Ces travaux ont permis de connaître l'évolution spatiotemporelle de la vitesse du fluide et ses variations avec les principaux paramètres physiques, ainsi que de comprendre la distribution de la température et son évolution dans le temps. Des corrélations de type Nusselt-Rayleigh ont été proposées dans ce travail. Certains résultats numériques sont également comparés à une série d'essais expérimentaux. Plusieurs configurations sont traitées en faisant varier les dimensions, la température centrale de la base du cylindre et les matériaux utilisés. La convection dans cette géométrie cylindrique a été également examinée dans d'autres études, parmi lesquelles celles d'Edwards et Catton [52], Liang [53] ou Versteeg [54] qui considèrent que les bases des enceintes cylindriques sont isothermes et chauffées de manière différentielle avec une surface latérale adiabatique. Huang et Hsieh [55] traitent numériquement le cas d'une cavité cylindrique refroidie par le fond. L'influence des caractéristiques thermophysiques des fluides sur la convection naturelle est mise en évidence par l'étude du transfert de chaleur ayant lieu dans la cavité pour des fluides dont le nombre de Prandtl varie entre 1 jusqu'à 200. Hsieh [56] propose des corrélations d'échange classiques de type Nusselt-Rayleigh-Prandtl en conditions laminaires. Figliola [57] aborde le problème des instabilités dans les cavités cylindriques refroidies par le haut, chauffées par le bas et dont la surface latérale est adiabatique. L'auteur rapporte que des phénomènes tridimensionnels apparaissent lorsque le nombre de Rayleigh devient supérieur à 5.10^4 . Li et Akins [58] ont utilisé la méthode SIMPLER pour étudier la convection laminaire pseudo-stationnaire à l'intérieur d'un cylindre vertical, avec des rapports d'aspect compris entre 0.2 et 2, et des nombres de Rayleigh variant entre 10^3 et 10^7 . Lorsque toutes les parois sauf la surface supérieure de l'enceinte sont chauffées, ces conditions conduisent à une instabilité du code de calcul, ils montrent que la solution numérique devient instable et cela pour des nombres de Rayleigh proches de 10^7 . Rodriguez et al. [59] ont examiné la convection laminaire transitoire dans un cylindre vertical soumis à des échanges thermiques sur les parois. Les corrélations entre le nombre de Nusselt et la température moyenne sont obtenues numériquement par des études paramétriques. Le cas d'un cylindre horizontal avec deux sources de chaleur a été traité numériquement par Sheremet [60]. Cette étude traite l'influence des principaux paramètres physiques sur le flux de chaleur moyen. Une cavité d'une géométrie pentaédrique est traitée par Ridouane et Campo [61]. L'enceinte est formée par deux triangles parallèles opposés de mêmes dimensions reliés par trois plans rectangulaires. L'une des parois reste horizontale et maintenue à une température supérieure aux autres parois.

Des solutions numériques sont obtenues par la méthode des volumes finis pour différents nombres de Rayleigh dans la gamme de 10^4 à $8 \cdot 10^5$. Les auteurs ont montré que la solution n'est symétrique que pour les faibles valeurs du nombre de Rayleigh, et que la symétrie se perd au-dessus d'une valeur critique. Les cavités de section triangulaire avec diverses conditions aux limites sont examinées dans d'autres travaux. Lei et al. [62] ont traité le cas de triangles isocèles chauffés par le fond et remplis d'eau. Basak et al. [63] ont examiné par la méthode des éléments finis l'influence de différentes conditions aux limites thermiques sur l'écoulement à l'intérieur de l'enceinte. Sieres et al. [64] ont traité cette géométrie triangulaire en étudiant les modes de base du transfert thermique dans l'enceinte et déterminent la contribution de la convection naturelle aux échanges thermiques globaux. Dans l'étude 2D proposée par Oztop et al. [65], la cavité de section triangulaire est remplie d'eau froide. La cavité est constituée d'une paroi horizontale sur le fond et d'une paroi verticale formant un angle droit. Elles sont maintenues isothermes et chauffées différentiellement, la paroi horizontale étant plus chaude. Une paroi inclinée les relie et elle est maintenue adiabatiquement. Plusieurs cas sont traités, en considérant les nombres de Rayleigh entre 50 et 10^3 . Le rapport entre la longueur de la paroi verticale et la longueur de la paroi horizontale (supposée constante) varie entre 0.25 et 1 par un pas de 0.25. Les auteurs soulignent que l'influence du rapport d'aspect sur l'écoulement devient négligeable pour les nombres de Rayleigh supérieurs à 10^3 . Par ailleurs, les échanges thermiques diminuent avec la diminution du rapport d'aspect. L'étude numérique 2D de Varol et al. [40] appliquée au génie thermique des bâtiments traite une cavité de section trapézoïdale avec deux parois adiabatiques horizontales, une paroi verticale et une paroi inclinée du côté opposé. La cavité est remplie d'un milieu poreux contenant un fluide saturé. La paroi verticale est chauffée tandis que les parois inclinées sont adiabatiques sauf sur une partie discrète qui est maintenue à une température constante plus basse. Cette région froide peut être située soit sur la paroi supérieure (adjacente à la paroi horizontale supérieure), au milieu ou sur la partie inférieure de la paroi. Sa longueur est égale au tiers de la longueur totale du mur incliné. L'étude est réalisée pour des petits nombres de Rayleigh, entre 10^2 et 10^3 . Trois longueurs différentes ont été examinées pour le mur horizontal supérieur, qui reste cependant plus court que le mur horizontal inférieur. Les transferts thermiques ont été étudiés pour toutes les configurations avec un rapport d'aspect défini comme le rapport des longueurs des parois horizontales supérieure et inférieure. Les auteurs montrent, à travers le nombre de Nusselt, que les échanges sont maximaux pour des rapports d'aspect de l'ordre de 0.25 et lorsque la source froide est située sur la partie supérieure du mur. L'approche numérique est basée sur la méthode des volumes finis et l'algorithme SIMPLER est adopté pour le couplage vitesse-pression. L'influence de plusieurs paramètres physiques sur le champ de température et sur les lignes d'écoulement a été présentée avec

évaluation du nombre de Nusselt. Une configuration hémisphérique a été traitée par Shiina et al. [66]. Le dôme est maintenu isotherme tandis que la base en forme de disque, qui reste horizontale, est maintenue à une température chaude. Les échanges thermiques dans l'enceinte sont examinés dans une large gamme de nombres de Rayleigh évoluant entre 10^6 et 10^{10} pour différents fluides dont le nombre de Prandtl caractéristique est compris entre 6 et 13. Les auteurs ont proposé des corrélations de type Nusselt-Rayleigh qui permettent de quantifier les échanges convectifs dans ce type de cavité. Des travaux numériques et expérimentaux récents ont été réalisés par Baïri et García de María [67–69] pour des cavités hémisphériques inclinées, remplies d'air, formant des angles avec le plan horizontal compris entre 0 et 90°. Comme dans l'étude précédente, le dôme est maintenu isotherme mais la base est soumise à deux conditions aux limites thermiques : température imposée ou densité de flux thermique imposée, selon l'application. Les corrélations de type Nusselt-Rayleigh, montrent l'influence de l'angle d'inclinaison du disque par rapport à l'horizontale, et cela pour une gamme de Ra comprise entre 10^4 et 5.10^7 .

5 Caloporteur à performance élevé : le Nanofluide

Avec les progrès récents en nanotechnologies, des particules de taille nanométrique de type métallique ou oxyde métallique peuvent être obtenues. Cet avancement technologique a donné l'idée de suspendre ces particules dans un fluide de base pour obtenir une amélioration de la conductivité thermique de ce fluide. Une suspension de nanoparticules dans un fluide de base est appelée ainsi, *nanofluide*. Ce terme a été proposé par Choi [70] en 1995 dans le laboratoire national d'Argonne. Le fluide de base est généralement de l'eau, de l'huile ou de l'éthylène glycol (EG).

Les nanoparticules sont de fines particules nanométriques : leur diamètre est de quelques nanomètres ($< 50nm$), D'une manière générale, les nanoparticules peuvent être classées selon leur forme en deux grandes catégories :

1. Les nanoparticules sphériques, plusieurs types de matériaux peuvent être utilisés pour leur fabrication. Ces nanoparticules sphériques peuvent ainsi être à base de métaux (cuivre Cu, fer Fe, or Au, argent Ag...) ou d'oxydes métallique (oxyde d'aluminium Al_2O_3 , oxyde de cuivre CuO, oxyde de titane TiO_2 ...).
2. Les nanotubes (les nanotubes de carbone NTC, les nanotubes de titane TiO_2 , Nanotube de silicium ...).

5.1 Pourquoi les nanofluides ?

Les nanofluides sont des suspensions colloïdales de particules solides nanométriques dans un liquide. Ce type de caloporteur fut la préoccupation majeure des chercheurs en mécanique des fluides et en thermique. Des expériences menées récemment ont indiqué que les nanofluides ont tendance à avoir des propriétés thermiques remarquables, avec des conductivités thermiques beaucoup plus élevées que les fluides de base [71] (Kebllinski, Eastman et Cahill 2005). Parmi les nombreux avantages des nanofluides par rapport aux suspensions solides-liquides conventionnelles, il convient de mentionner que les nanofluides ont : une grande surface spécifique de contact, une grande stabilité de la suspension colloïdale, une puissance de pompage requise inférieure par rapport aux autres types de fluide, un colmatage réduit des particules par rapport aux autres colloïdes et un niveau supérieur de contrôle des propriétés thermodynamiques et de transport et cela bien évidemment en variant le matériau, la concentration et la forme de particules selon des recherches menées depuis 1960 [70], [72] (Choi 1995 ; Saidur, Leong et Mohammad 2011).

Bien que des tentatives aient été faites pour expliquer les raisons physiques d'une telle amélioration dans les nanofluides, il existe encore de nombreuses inconsistances évidentes [73] (Kebllinski, Prasher et Eapen 2008). Il y a au moins quatre raisons pour lesquelles il n'existe toujours pas de théorie définitive sur les nanofluides [74], [75] (Das et al. 2007 ; Wang et Fan 2010) :

- Le comportement thermique est trop différent des composites solide-solide ou des suspensions solide-liquide standard,
- Le transport thermique dans les nanofluides, en plus d'être étonnamment efficace par rapport aux suspensions solide-liquide standard, dépend de variables non traditionnelles, telles que la taille, la forme et le traitement de surface des particules,
- La compréhension de la physique des nanofluides nécessite une approche pluridisciplinaire,
- La difficulté la plus décourageante est probablement liée aux questions multi-échelles. En fait, les nanofluides impliquent au moins quatre échelles [75] (Wang et Fan 2010) : l'échelle moléculaire, la micro-échelle, la méso-échelle et la macro-échelle. La principale difficulté réside dans les méthodes choisies pour corrélérer et optimiser l'interaction entre ces échelles.

5.2 Intérêt scientifique et technique

Il existe un grand nombre d'applications techniques qui peuvent bénéficier d'une meilleure compréhension de l'amélioration de la conductivité thermique des nanofluides.

Un exemple est celui des liquides ioniques, qui sont des sels liquides à température ambiante. Cependant, les liquides ioniques n'ont pas une conductivité thermique très élevée par rapport à l'eau, et si celle-ci pouvait être améliorée par l'ajout de nanoparticules, le liquide serait mieux adapté aux applications de transfert de chaleur telles que la réfrigération à absorption [76] (Sen et Paolucci 2006) ou les circuits de refroidissement, (exemple des fabriques de glace par agitation).

Le refroidissement par liquide avec des fluides à conductivité thermique élevée permettrait également de résoudre de nombreux autres problèmes de dissipation de la chaleur. Par exemple, les systèmes micro-électromécaniques génèrent de grandes quantités de chaleur pendant le fonctionnement et nécessitent des liquides de refroidissement à haut rendement pour atténuer le flux de chaleur important. Un tel système nécessite un contrôle précis de la température et un fluide plus conducteur permettrait un contrôle plus efficace du transfert de chaleur [72], [77], [78] (Escher et al. 2011 ; Nguyen et al. 2007 ; Saidur, Leong, et Mohammad 2011).

Les nanofluides peuvent également être utilisés dans de nombreuses applications quotidiennes, par exemple dans l'industrie automobile. L'amélioration de la conductivité thermique élevée observée dans les nanofluides à base d'éthylène glycol Das et al. [74] suggèrent que cet antigel commun pourrait avoir de meilleures performances simplement avec une suspension de nanoparticules.

5.3 Études existantes sur les nanofluides

Trois approches possibles ont été suivies pour l'étude des nanofluides : expérimentale, empirique et numérique. Bien que le nombre de travaux expérimentaux soit en constante augmentation depuis 1993, très peu d'ouvrages ont été publiés sur les études empiriques ou numériques des nanofluides [74]. Le manque actuel de compréhension du mécanisme de base du transport de l'énergie à l'échelle nanométrique rend les travaux empiriques publiés sur les nanofluides extrêmement dépendants des cas étudiés. En d'autres termes, les chercheurs ont adapté les données aux expériences plutôt que d'obtenir une compréhension fondamentale. Les travaux numériques visant à la compréhension de base sont très rares dans la littérature, et les seuls articles publiés récemment [79–86] (Ghosh et al. 2011 ; Li, Zhang et al. 2008 ; Sankar, Mathew et Sobhan 2008 ; Sarkar et Selvam 2007 ; Shukla et Dhiri 2005 ; Zeroual 2018 ; Achhal 2018 ; Loulijat 2017) simplifient la physique à l'excès. En particulier, cinq de ces travaux utilisent la

dynamique moléculaire (MD) avec un simple potentiel Lennard-Jones (LJ) pour étudier une particule de cuivre solide suspendu dans l'argon liquide. Aucune expérience avec de tels matériaux n'est disponible pour l'instant ; il est donc impossible de valider les résultats. De plus, un potentiel aussi simple est incapable de capturer correctement les effets de surface (stratification liquide, agglomération de particules, etc.) pour les fluides polaires, comme l'eau, qui a été largement utilisée dans les études expérimentales.

Le domaine des nanofluides stimule encore la curiosité des chercheurs de plusieurs domaines, La figure I.2 montre la croissance rapide du nombre d'articles publiés sur les nanofluides depuis 2000 dans le monde.

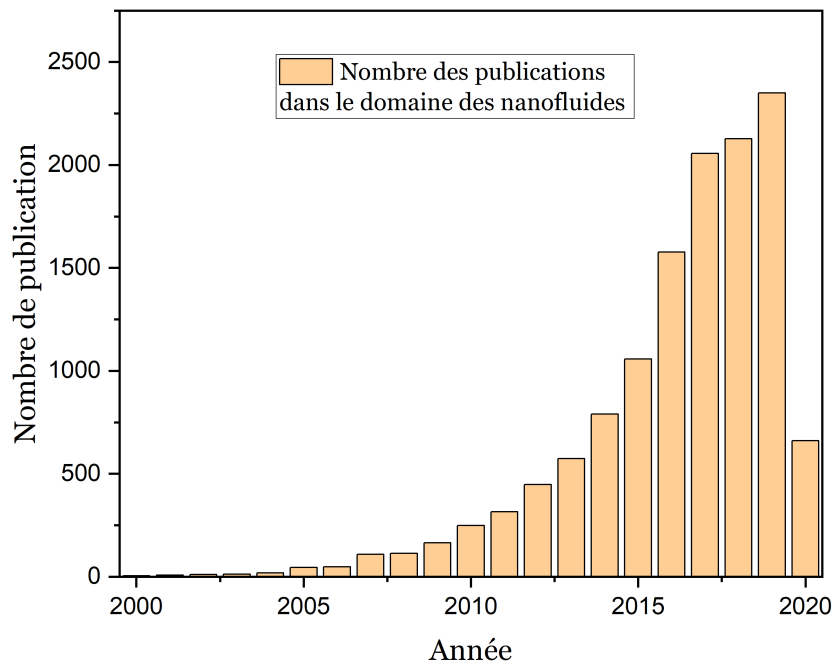


Figure I.2 – Nombre de publications annuelles sur les nanofluides.

5.4 Techniques de fabrication

Les travaux présents dans la littérature, montrent que l'utilisation des nanofluides en tant que fluide caloporteur est envisageable, la plupart des auteurs ayant constaté une amélioration des performances thermiques. Les informations qui reviennent le plus souvent sont l'amélioration de la conductivité thermique et une hausse de la viscosité avec l'augmentation de la concentration en nanoparticules. L'utilisation des nanofluides est cependant assez contraignante, des

précautions particulières devront être prises pour éviter la sédimentation des particules, la corrosion ou l'augmentation des pertes de charge. A l'opposé, certains auteurs affirment le contraire, en l'occurrence que les nanofluides sont moins performants que leurs liquides de base [87]. D'une manière générale, les nanofluides permettent de réduire l'encombrement et la consommation des équipements de refroidissement industriel par une meilleure efficacité. Comme les nanofluides sont de bons conducteurs de chaleur ils peuvent aussi être utilisés pour réchauffer plus efficacement. Un des grands inconvénients des nanofluides est leur prix (près de 100 euros le litre, (donnée de 2010)) Amrid [88]. On doit s'assurer de leur rentabilité. Leur emploi sera sûrement réservé aux technologies de pointe. Les grandes disparités sur l'explication des phénomènes derrière l'amélioration des propriétés thermiques des nanofluides prouvent bien que cette technologie n'est pas encore mature. On s'attend à ce que la recherche dans ce domaine s'intensifie.

Diverses techniques chimiques et physiques sont disponibles pour élaborer des nanoparticules. Ces différentes méthodes permettent d'obtenir des nanoparticules libres ou enrobées, encapsulées dans une matrice hôte.

- **Méthodes physiques** : La méthode la plus simple consiste à subdiviser un matériau jusqu'à l'échelle nanométrique. Toutefois, cette méthode présente d'importantes limitations car elle ne permet pas un contrôle précis des distributions de taille. Afin d'obtenir un meilleur contrôle de la taille et de la morphologie, on peut utiliser d'autres méthodes physiques plus sophistiquées comme :

- la pulvérisation d'un matériau cible, par exemple à l'aide d'un plasma (pulvérisation cathodique), ou d'un faisceau laser intense (ablation par laser) [89],
- le chauffage à très haute température (évaporation thermique) d'un matériau de manière à ce que les atomes qui le constituent s'évaporent. Ensuite un refroidissement adéquat de ces vapeurs permet une agglomération en nanoparticules [90].

En général, les méthodes physiques nécessitent un matériel coûteux et même onéreux pour un rendement en nanoparticules souvent très limité. Les nanoparticules ainsi synthétisées sont la plupart du temps déposées ou liées à un substrat.

- **Méthodes chimiques** : Aujourd'hui, de nombreuses méthodes de synthèse par voie chimique sont disponibles, et présentent l'avantage d'être en général simples à mettre en œuvre et d'être souvent quantitatives et peu coûteuses. Ces méthodes permettent d'obtenir des particules avec une distribution de tailles relativement étroite et de morphologies variées. Comme dans le cas de la voie physique, les nanoparticules peuvent être synthétisées sous deux formes : libres à l'état de poudre relativement facile à disperser dans un liquide ou un gel hôte, ou enrobées dans une matrice solide ou un polymère.

Nous citons ici les méthodes chimiques les plus couramment utilisées :

a) Décomposition de précurseurs organométalliques

L'utilisation de précurseurs organométalliques permet d'élaborer différents systèmes de nanoparticules. Le procédé repose sur la décomposition, dans un solvant organique judicieusement choisi, d'un composé organométallique, dans lequel le métal est généralement à bas degré d'oxydation. Ceci permet d'éviter l'emploi de réducteurs chimiques puissants qui engendrent souvent des impuretés qui s'adsorbent à la surface des particules et sont difficiles à éliminer. La décomposition est réalisée par élimination des ligands de coordination. Cette élimination se fait en général par chauffage [91].

b) Voie radiolytique

Le principe de la synthèse radiolytique des nanoparticules consiste à réduire des ions métalliques en solution au moyen d'espèces produites (en général des électrons) par radiolyse. Dans de telles solutions, les ions métalliques en solution sont en concentration suffisamment faible pour qu'il n'y ait pas d'effet direct des rayonnements sur ces ions. La synthèse peut donc se décrire en deux parties (la radiolyse du solvant, et les réactions de réduction des ions métalliques par les espèces produites par radiolyse suivies par la coalescence des atomes produits) [92].

Les méthodes chimiques ont souvent un rendement bien supérieur à celui des méthodes physiques.

Donc comme conclusion, la fabrication des nanoparticules est une industrie nécessitant une technologie très précise, vu la taille et les différentes formes exigées par les expérimentateurs pour avoir plus d'études de cas, et la nécessité de certains traitements chimiques de surface pour les maintenir en suspension.

La préparation des Nanofluides doit tenir compte surtout d'une suspension stable et durable et une agglomération minimale des nanoparticules, et doit assurer qu'elles n'entrent pas en échange chimique avec le fluide de base.

5.5 Propriétés thermophysiques des nanofluides

Les propriétés thermophysiques (la masse volumique, la chaleur spécifique, la dilatation thermique, la viscosité dynamique et la conductivité thermique) des solutions sont profondément modifiables par l'ajout des nanoparticules. De nombreux paramètres caractérisant ces nanoparticules peuvent avoir un effet notable sur les valeurs des paramètres thermophysiques du nanofluide obtenu (la nature des nanoparticules, leur taille, la fraction volumique (Φ), la conductivité du fluide de base et celle des nanoparticules, la température du milieu ... Etc). Cependant il est à noter que les modèles empiriques utilisés pour la détermination de ces pro-

priétés sont issus d'expériences faites à l'échelle des laboratoires et dont la majorité se base sur la loi de pondération (loi de mélange).

5.5.1 Masse volumique

Pour calculer la masse volumique d'un nanofluide que nous supposons parfaitement homogène (bonne dispersion des nanoparticules dans le fluide de base) en fonction de la fraction volumique (Φ) à une température T donnée, on la définit comme suit :

$$\rho_{nf} = \left(\frac{m}{V} \right)_{nf} = \frac{m_f + m_s}{V_s + V_f} = \frac{\rho_f V_f + \rho_s V_s}{V_f + V_s} \quad (\text{I.9})$$

La fraction volumique des nanoparticules (Φ) désigne le rapport du volume des nanoparticules sur le volume total (fluide + solide).

$$\Phi = \frac{\text{volume du solide}}{\text{volume totale du nanofluide}} = \frac{V_s}{V_s + V_f} \quad (\text{I.10})$$

On en déduit alors la masse volumique du nanofluide :

$$\rho_{nf} = (1 - \phi)\rho_f + \phi\rho_s \quad (\text{I.11})$$

Avec :

ρ_{nf} : La masse volumique du nanofluide,

ρ_f : La masse volumique du fluide de base,

ρ_s : La masse volumique des nanoparticules solides.

Le tableau B.2 annexe B présente les valeurs des rapports de la masse volumique des nanofluides sur la masse volumique du fluide de base pour les nanofluides suivants (eau+ Al_2O_3), (eau+ TiO_2), (eau+Cu), (eau+Ag) et (eau+Au) en fonction de la fraction volumique (Φ) qui varie entre 0% et 10%.

5.5.2 Chaleur spécifique

La chaleur spécifique est la capacité calorifique par unité de masse d'une substance ou d'un system homogène illustré par la relation $C_p = \frac{dQ}{mdT}$. La chaleur spécifique correspond à l'apport de chaleur nécessaire pour élever la température de l'unité de substance de 1K lors de la transformation considérée. Pour la détermination de la chaleur spécifique d'un nanofluide, on a les deux corrélations suivantes.

Xuan et Roetzel [93] ont utilisé :

$$(\rho C_p)_{nf} = (1 - \phi) (\rho C_p)_f + \phi (\rho C_p)_s \quad (\text{I.12})$$

Pak et Cho [94] ont utilisé :

$$(C_p)_{nf} = (1 - \phi) (C_p)_f + \phi (C_p)_s \quad (\text{I.13})$$

Avec :

$(C_p)_{nf}$: Chaleur spécifique du nanofluide,

$(C_p)_f$: Chaleur spécifique du fluide de base,

$(C_p)_s$: Chaleur spécifique des nanoparticules.

De nombreux auteurs préfèrent utiliser l'expression de Xuan et Roetzel [93] pour calculer la chaleur spécifique d'un nanofluide. De ce fait, on a choisi la même relation pour caractériser la chaleur spécifique le long de nos travaux.

5.5.3 Coefficient d'expansion thermique

La variation de la masse volumique sous l'action de la température est caractérisée par le coefficient d'expansion thermique $\beta_T = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P$ appelé également coefficient de dilatabilité.

Pour calculer la valeur de ce coefficient pour les nanofluides de très nombreux auteurs ont utilisé à la suite des premiers travaux sur les nanofluides, par analogie avec la relation (I.13) qui se base sur la loi de pondération.

Duquel, on en déduit la relation suivante :

$$\beta_{nf} = (1 - \phi) \beta_f + \phi \beta_s \quad (\text{I.14})$$

Avec :

β_{nf} : L'expansion thermique du nanofluide,

β_f : L'expansion thermique du fluide de base,

β_s : L'expansion thermique des nanoparticules solides.

Kim et al. [95] ont supposé que le coefficient d'expansion thermique du fluide (β_f) est largement plus grand que celui des nanoparticules solides (β_s). Il ramène l'équation (I.14) à la

forme simplifiée suivante :

$$\beta_{nf} = (1 - \phi)\beta_f \quad (\text{I.15})$$

5.5.4 Viscosité dynamique

La viscosité peut être définie comme étant une propriété d'un fluide pour qu'il résiste aux déformations lorsqu'il est mis en mouvement. On peut donc parler de la viscosité comme étant une mesure du frottement interne d'un fluide. Un liquide très visqueux est un liquide qui présente un frottement interne élevé. La dispersion des nanoparticules dans un liquide a un effet sur la viscosité dynamique de ce dernier. La viscosité obtenue devient la viscosité dynamique du nanofluide qui peut être influencée énormément par la qualité de la dispersion des nanoparticules dans le fluide de base et par la température. Cette viscosité dynamique peut être calculée à partir de la viscosité du fluide de base et la fraction volumique du nanofluide. Dans ce qui suit nous allons citer quelques modèles pour le calcul des viscosités apparentes :

- **Modèle d'Einstein** [96]

Einstein a pu répertorier son propre modèle issu de l'expérimentation, il a vu que pour des nanoparticules parfaitement sphériques, la viscosité dynamique pourra être fonction de la viscosité du fluide et la fraction volumique des nanoparticules, la relation d'Einstein est la suivante :

$$\mu_{nf} = \mu_f(1 - 2.5\Phi) \quad (\text{I.16})$$

Avec :

μ_{nf} : La viscosité dynamique du nanofluide,

μ_f : La viscosité dynamique du fluide de base,

Φ : La fraction volumique des nanoparticules.

- **Modèle de Brinkman** [97]

Par contre, Brinkman (1952) a modifié la formule d'Einstein pour couvrir une large plage de concentrations volumiques, donc, l'étendu de la formule d'Einstein s'écrit comme suit :

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1 - \phi)^{2.5}} \quad (\text{I.17})$$

Remarque : Pour les faibles fractions volumiques, la relation de Brinkman conduit exactement à celle d'Einstein. Ces relations n'intègrent pas les effets du mouvement Brownien ni ceux de la taille des particules.

• Modèle de Batchelor [98]

Les recherches de Batchelor, ont pu montrer que la viscosité n'est pas une fonction linéaire de (Φ) , comme l'indique la relation d'Einstein mais une fonction non linéaire de (Φ) qui est écrite comme suit :

$$\mu_{nf} = \mu_f (2.6\phi^2 + 2.5\phi + 1) \quad (\text{I.18})$$

D'autres relations ont été proposées dans la littérature, limitées à des applications bien précises comme celle due à Maiga et al. [99], qui à partir de résultats de mesures ont proposé la corrélation suivante :

$$\mu_{nf} = \mu_f (123\phi^2 + 7.3\phi + 1) \quad (\text{I.19})$$

Pack et Cho [94] ont proposé, quant à eux une corrélation pour les nanoparticules Al_2O_3 dispersés dans l'eau donnée par :

$$\mu_{nf} = \mu_f (533.3\phi^2 + 39.11\phi + 1) \quad (\text{I.20})$$

Voyant que de nombreuses publications se sont articulées sur le modèle Brinkman pour le calcul des viscosités, on a opté pour ce modèle durant le présent travail.

5.5.5 Conductivité thermique

En l'absence de données expérimentales et de théorie fondée permettant la détermination de la conductivité thermique d'un nanofluide, des relations utilisées précédemment pour le calcul de la conductivité thermique d'une suspension de particules de plus grande taille de l'ordre micromètres ou millimètres dans un fluide, ont été adoptées pour calculer la conductivité thermique des nanofluides.

• Modèle de Maxwell [100]

Maxwell a présenté son modèle pour calculer la conductivité thermique d'un nanofluide en fonction de la fraction volumique du nanofluide, mais ce modèle est valable uniquement dans le cas des nanofluides qui contiennent des nanoparticules sphériques, et que cette condition peut être considérée comme un point négatif pour le modèle, donc pour l'utilisation de ce modèle on est obligé de considérer seulement les nanoparticules de forme sphérique. Le modèle de Maxwell (1873) est donné par la formule suivante :

$$\lambda_{nf} = \frac{\lambda_s + 2\lambda_f + 2(\lambda_s - \lambda_f)\phi}{\lambda_s + 2\lambda_f - (\lambda_s - \lambda_f)\phi} \lambda_f \quad (\text{I.21})$$

Où :

λ_{nf} : La conductivité thermique du nanofluide,

λ_f : La conductivité thermique du fluide de base,

λ_s : La conductivité thermique des particules solides.

- **Modèle de Hamilton** [101]

Le modèle de Hamilton et Crosser (1962) a été établi pour résoudre la limite du modèle de Maxwell. Puisque ce dernier n'est valable que dans le cas des particules sphériques une chose qui rend le modèle moins efficace pour la description du phénomène étudié. Pour cela le modèle de Hamilton et Crosser a été développé pour rendre plus efficace le calcul de la conductivité thermique du nanofluide quel que soit la forme de la nanoparticule, et ça en introduisant la notion du facteur géométrique appelé la sphéricité (Ψ). Ce facteur est défini comme étant le rapport de la surface de la sphère équivalente (même volume) sur la surface d'une nanoparticule.

La conductivité thermique apparente du milieu est donnée par l'expression suivant :

$$\lambda_{nf} = \frac{\lambda_s + (n-1)\lambda_f - (n-1)(\lambda_f - \lambda_s)\phi}{\lambda_s + (n-1)\lambda_f + (\lambda_f - \lambda_s)\phi} \lambda_f \quad (I.22)$$

Où (n) est un facteur de forme empirique donné par :

$$n = \frac{3}{\Psi}$$

$n=3$ pour les particules sphériques et $n=6$ pour les particules cylindriques.

Pour $\Psi = 1$ (particules sphériques) le modèle de Hamilton et Crosser est identique au modèle de Maxwell.

- **Modèle de Yu et Choi** [102]

Une autre expression pour calculer la conductivité thermique a été introduite par Yu et Choi (2003). Ils ont proposé de modéliser les nanofluides comme un liquide de base et des particules solides séparés par une couche nanométrique. Cette couche agit comme un pont thermique entre le fluide et les nanoparticules. De plus, ils ont supposé que la conductivité thermique de la couche nanométrique soit plus grande que la conductivité thermique du liquide. Le modèle de Yu et Choi est donné par la formule suivante :

$$\lambda_{nf} = \frac{\lambda_s + 2\lambda_f + 2(\lambda_s - \lambda_f)(1 + \beta)^3\phi}{\lambda_s + 2\lambda_f - (\lambda_s + \lambda_f)(1 + \beta)^3\phi} \lambda_f \quad (I.23)$$

Où β est le rapport de l'épaisseur de la couche nanométrique sur le rayon des particules.

• Modèles de corrélations semi-empiriques

Il existe plusieurs corrélations semi-empiriques basées sur des résultats expérimentaux utilisées pour calculer la conductivité thermique des différents nanofluides [87] :

$$\lambda_{nf} = (28.905\phi^2 + 2.8273\phi + 1) \lambda_f \quad \text{pour le nanofluide } (EG + Al_2O_3) \quad (a)$$

$$\lambda_{nf} = (-13\phi^2 + 6.3\phi + 1) \lambda_f \quad \text{pour le nanofluide } (eau + Al_2O_3) \quad (b)$$

$$\lambda_{nf} = (11.6\phi^2 + 9.6\phi + 1) \lambda_f \quad \text{pour le nanofluide } (Cu + eau) \quad (c)$$

$$\lambda_{nf} = (7146\phi^2 + 76.6\phi + 1) \lambda_f \quad \text{pour le nanofluide } (huile + NTC) \quad (d)$$

Les équations (a), (b), (c) et (d) sont des corrélations empiriques utilisées pour estimer la conductivité thermique des nanofluides $(EG + Al_2O_3)$, $(eau + Al_2O_3)$, le nanofluide $(Cu + eau)$ et le nanofluide $(huile + \text{nanotube de carbone})$ respectivement.

6 Applications d'ingénierie

Vu son importance, le nanofluide fut encore un domaine fertile de recherche et de développement dans le domaine de l'ingénierie ; plusieurs travaux de recherche ont visé l'utilisation de ce caloporteur dans des applications aussi bien à l'échelle du laboratoire qu'à l'échelle industrielle. Citons par exemple les travaux suivants :

Gladés Bachir [103] a étudié l'influence de la concentration des nanoparticules (Al_2O_3 , CuO , Cu , Ag et Au) dispersées dans un fluide de base sur le transfert de chaleur par conduction et convection en configuration de Rayleigh-Bénard. Les relations donnant la chaleur spécifique et le coefficient d'expansion thermique des nanofluides, utilisées dans ce travail, sont déduites à partir des lois de la thermodynamique ce qui diffère des modèles empiriques approchés retenus de la littérature. Il montre que pour une cellule expérimentale donnée et à une différence de température fixée, l'ajout de nanoparticules dans un fluide porteur conduit à une diminution du nombre de Rayleigh dans le nanofluide obtenu comparé à celui dans le fluide porteur seul. L'apparition de la convection est donc retardée dans le nanofluide. Il s'ensuit que contrairement à ce qui a été obtenu antérieurement par de nombreux auteurs, il est montré que la présence des nanoparticules solides dans un fluide porteur peut réduire le transfert de chaleur au lieu de l'augmenter.

Aizel et al. [104] ont mené un développement de méthodes expérimentales maîtrisant les concentrations de nanoparticules. Une attention toute particulière a été portée sur les méthodes de caractérisation du caloporteur. Le premier axe de ce travail concerne la concentration de nanoparticules dans des architectures de type « Bypass ». Dans le cas de la filtration stérique,

une modélisation par méthode de différence finie permet de prédire l'apparition d'une zone localisée où la concentration est d'une centaine à un millier de fois plus élevée que la concentration initiale, après une heure d'opération. Des composants micro-nano fluidique en silicium ont été réalisés afin de mener une étude paramétrique. En accord avec le modèle proposé, cette étude montre que le nombre de Peclet est le paramètre déterminant dans le choix du design et des conditions d'expérimentations optimales.

Hadaoui [105], a présenté dans sa thèse qui porte sur la synthèse et les caractérisations thermiques et rhéologiques d'un nouveau type de nanofluide : le système $\text{Cu}_2\text{O}/\text{Glycérol}$. La caractérisation est faite en fonction de la taille des particules mises en suspension, de la température et de la fraction volumique solide. Ce travail a nécessité la synthèse des nanoparticules et des nanofluides par la méthode de décomposition thermique des précurseurs organométalliques, qui présente un bon rendement en quantité de nanoparticules (17%). Et le montage d'un dispositif de caractérisation thermique utilisant la méthode 3ω . Finalement, il a passé à la caractérisation rhéologique et thermique de ces échantillons. Les résultats obtenus avec ce nouveau système sont intéressants, car l'augmentation de la conductivité thermique atteint des valeurs importantes : 12% et 35% respectivement pour des fractions volumiques aussi faibles que 0.625% et 0.078% de nanoparticules de 7 nm de diamètre, sans aucune influence notable sur la viscosité du fluide de base, permettant une bonne amélioration du bilan énergétique total. Il a observé que la concentration et la taille (surface) des nanoparticules sont des paramètres clefs du comportement de la conductivité thermique effective du nanofluide $\text{Cu}_2\text{O}/\text{Glycérol}$. Ces mesures montrent la prédominance des modifications de la surface des nanoparticules (par fonctionnalisation ou par réaction chimique secondaire) sur le mouvement brownien dans les transferts thermiques nanoparticules/fluide de base.

Une étude expérimentale a été proposée par Halelfadl [106] sur les propriétés thermophysiques des nanofluides testés (conductivité thermique, viscosité dynamique, masse volumique) et sur les performances thermiques dans un échangeur de chaleur. Elle a présenté également une analyse des résultats de façon à étudier l'influence des paramètres évoqués. Les résultats obtenus sont comparés et discutés vis-à-vis des modèles classiques existants ; elle propose des améliorations et des interprétations selon les tendances obtenues. Les résultats prometteurs de cette étude sont très encourageants et montrent que l'utilisation des nanofluides à base de nanotubes de carbone (*NTC*) offre clairement une amélioration des performances thermiques par rapport aux fluides de base classiques. Les nanofluides à base de *NTC* peuvent constituer ainsi un débouché prometteur des transferts thermiques et présentent de bonnes perspectives de développement.

Wen et Ding [107] ont adopté une procédure expérimentale similaire dans un tube circulaire

chauffé uniformément, mais avec des nanoparticules de trioxyde d'aluminium, alumine (Al_2O_3) de 27-56 nm de diamètre. L'utilisation du nanofluide a augmenté significativement le coefficient de transfert de chaleur en régime laminaire, et ce en augmentant le nombre de Reynolds et la concentration du nanofluide ; l'augmentation du transfert de chaleur convectif est particulièrement importante dans la zone d'entrée puis décroît axialement et la longueur de développement est plus grande que celle pour un fluide conventionnel et croit encore plus avec la concentration en nanoparticules. L'allure du coefficient de transfert en fonction du nombre de Reynolds, pour différentes concentrations a convergé vers des résultats expérimentaux présents déjà dans la littérature.

Tsai et al. [108] ont choisi l'or (Au) comme matériau de base des nanoparticules de plusieurs tailles suspendues dans l'eau. Ce nanofluide est chauffé dans un évaporateur pour alimenter un tube circulaire incliné, puis condensé dans un condenseur pour retourner à nouveau dans l'évaporateur. Les résultats ont montré une réduction importante de la résistance thermique du nanofluide en la comparant avec le fluide de base seul, et surtout une variation de cette résistance avec la taille des nanoparticules. Pour une position verticale du tube, elle est entre 0.17 et 0.215 $^{\circ}C/W$ selon la taille.

Ding et al. [109] ont dispersé des nanotubes de carbone (CNT) dans l'eau et la stabilité de leur suspension a été assurée par une forte homogénéisation par méthode de cisaillement. Le nanofluide obtenu a été chauffé uniformément dans un tube circulaire horizontal. Les résultats expérimentaux ont montré une augmentation significative du coefficient de transfert thermique le long du tube, et ce pour différentes valeurs croissantes de concentrations en nanotubes pour atteindre une augmentation de 35% pour 0.5% de CNT et à $Re = 800$; et sa représentation a montré un pic maximal au niveau d'une certaine distance axiale, quant à sa variation en fonction du nombre de Reynolds, le coefficient de transfert convectif est plus important pour les grandes valeurs de Re .

Yang et al. [110] ont utilisé des nanoparticules de graphites suspendues dans du fluide commercial de transmission automatique, et d'autres suspendues dans un mélange de deux huiles synthétiques avec des additifs. Les particules ont des diamètres de 1-2 μm et une épaisseur de 20-40 nm . Le nanofluide s'écoule en régime laminaire dans un tube horizontal chauffé à deux températures d'études : 50 et 70 $^{\circ}C$. Les résultats expérimentaux montrent une amélioration du coefficient de transfert thermique convectif tout en augmentant le nombre de Reynolds. ($5 < Re < 110$). A 50 $^{\circ}C$, le coefficient de transfert convectif est 22% plus important que celui du fluide de base, alors qu'il est 15% plus important à 70 $^{\circ}C$, d'où l'effet de la température dans cette application.

Heris et al. [111] ont examiné des nanoparticules d'oxyde de cuivre (CuO) et de trioxyde

d'aluminium (Al_2O_3), dispersés à différentes concentrations dans l'eau. L'ensemble constituant un nanofluide est testé en écoulement convectif laminaire dans un tube circulaire horizontal maintenu à température constante. Les résultats expérimentaux montrent que l'augmentation du coefficient de transfert convectif est plus importante pour le mélange (eau/Al_2O_3) que celui du mélange (eau / Cu) et ceci est plus significatif pour les grandes concentrations volumiques en nanoparticules, et pour un optimum compris entre 2.5 et 3%.

Palm et al. [112] ont étudié un écoulement radial de nanoparticules de trioxyde d'aluminium (Al_2O_3) suspendues dans l'eau. Le montage étudié est sous forme de deux disques coaxiaux parallèles dont l'inférieur est chauffé uniformément. Le nanofluide est alimenté en haut à travers le disque supérieur. Pour un pourcentage de 4% de nanoparticules, l'augmentation du coefficient de transfert convectif est de 25% relativement au fluide de base.

7 Convection naturelle dans les cavités remplies de nanofluide

Dans la littérature, diverses études ont été publiées récemment qui visent à améliorer et à intensifier l'échange thermique en utilisant les nanofluides comme caloporteur, c'est le cas par exemple des enceintes carrées remplies de nanofluide, et qui ont fait l'objet de plusieurs études et recherches qu'elles soient théoriques, numériques ou expérimentales. Certains travaux théoriques ont étudié le problème de la convection dans une cavité remplie de nanofluide (travaux de Khanafer et al. [46]). Ils ont utilisé des modèles empiriques pour déterminer les propriétés thermophysiques du nanofluide en utilisant le modèle de Brinkman [28] pour évaluer la viscosité et le modèle de wasp [113] pour estimer la conductivité effective du nanofluide.

La convection naturelle des nanofluides dans une cavité rectangulaire horizontale a été numériquement étudiée par Bennacer et al. [114], en tenant compte de l'effet Soret. Ils ont proposé une formulation modifiée des équations de conservation régissant l'écoulement et le transfert de chaleur dans les nanofluides, prenant en compte des changements importants de la conductivité thermique et de la viscosité du nanofluide, ainsi que la variation spatiale de la concentration des nanoparticules induite par l'effet Soret. Les résultats ont montré que la prise en compte de l'effet Soret augmente le transfert de chaleur dans les nanofluides.

Mohamed el hattab et al. [115] ont présenté une étude numérique de la convection naturelle des nanofluides confinés dans une enceinte carrée chauffée par une source de chaleur isotherme apportée à sa paroi gauche. Les équations qui régissent l'écoulement hydrodynamique et le transfert de chaleur sont décrites par les équations de Navier Stokes et de l'énergie. Ces équations

tions sont discrétisées par la méthode des volumes finis avec un schéma en loi de puissance. La viscosité dynamique et la conductivité thermique effective du nanofluide sont approximées respectivement par le modèle de Brinkman et de Maxwell-Garnetts. Les simulations numériques sont effectuées dans le cas de l'eau pure et aussi pour des suspensions à base de nanoparticules (Al_2O_3 , Cu et TiO_2) pour un nombre de Rayleigh variant de 10^3 à 10^6 et une fraction volumique des nanoparticules comprise entre 0 et 0.1. Les résultats obtenus montrent que le transfert de chaleur s'améliore si on augmente la fraction volumique des nanoparticules et le nombre de Rayleigh.

Une étude numérique de la convection naturelle laminaire stationnaire dans une enceinte carrée chauffée par une section carrée et remplie d'un mélange d'eau et des nanoparticules a été présentée par Salhi et al. [116]. Les équations gouvernantes ont été discrétisées par la méthode des volumes finis avec un schéma hybride. Un code de calcul a été conçu et réalisé dans ce contexte pour utiliser la simulation numérique comme outil d'investigation. L'analyse des résultats s'est focalisée sur l'évaluation du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh. Les résultats de ces études montrent que l'effet du nanofluide sur la convection se manifeste particulièrement pour un nombre de Rayleigh élevé, l'augmentation de la fraction volumique du nanofluide favorise d'avantage le transfert de chaleur, le transfert thermique en présence des nanoparticules d'Ag s'améliore relativement par rapport à des nanoparticules de TiO_2 .

Behzadmehr et al. [117] ont étudié la convection forcée turbulente dans un tube circulaire, utilisant de l'eau et une fraction de 1% de nanoparticules cuivre (Cu). Ayant opté pour la CFD sur un progiciel commercial, les auteurs ont pu valider leur travail avec les travaux expérimentaux de Depew et Farbar [118]. Les simulations numériques menées ont montré que l'augmentation du nombre de Reynolds a engendré la croissance du nombre de Nusselt, ce qui explique le lien entre l'augmentation du nombre de Reynolds et la performance thermique de la configuration étudiée.

Apurba et Niladri [119] ont étudié l'effet du nanofluide sur un écoulement en régime laminaire dans une conduite rectangulaire horizontale bidimensionnelle chauffée à deux extrémités haute et basse. Le fluide qui circule dans la conduite est un mélange d'eau et de nanoparticules de cuivre. Les résultats montrent que l'augmentation du nombre de Reynolds et de la fraction volumique augmente le transfert thermique.

Hakan et Eiyad Abu-Nada [120] ont mené des études numériques pour analyser l'effet d'employer différents nanofluides sur la distribution du champ des températures dans une enceinte de hauteur (H) et de longueur (W) remplie de différents types de nanofluides (Cu, Al_2O_3, TiO_2) et différentes fractions volumiques. Le mur gauche est maintenu à une température chaude

constante (T_H) et le mur droit par une température inférieur à (T_H), soit (T_L). Ils ont montré que la valeur du nombre de Rayleigh, la taille des nanoparticules et la fraction volumique des nanofluides affecte le taux du transfert thermique.

Sheikhzadeh, Nikfar et Fattahi [121] ont étudié la convection naturelle et la génération d'entropie dans une cavité carrée avec un obstacle, remplie d'un mélange d'eau et des nanoparticules de Cu , les résultats montrent l'impact de l'ajout de nanoparticules en Cu , la position et la taille de l'obstacle et le nombre de Rayleigh sur le transfert thermique.

Alinia, Ganji et Gorji-Bandpyn [122] ont étudié l'effet d'angle d'inclinaison et les nanofluides sur la convection mixte dans une enceinte carrée avec deux parois horizontales adiabatiques, et des parois verticales gauche et droite soumises à des températures constantes chaude et froide respectivement. Les résultats montrent que les nanoparticules de SiO_2 améliorent le transfert thermique par rapport au fluide de base, et l'augmentation du nombre de Richardson ainsi que l'angle d'inclinaison peuvent affecter le transfert de chaleur par convection.

Abbasian Arani et al. [123] ont étudié la convection mixte dans une cavité carrée remplie d'un mélange d'eau et de nanoparticules en Cu , avec deux parois horizontales adiabatiques, et un chauffage sinusoïdal pour les parois latérales. Les résultats montrent que le transfert thermique peut être influencé par l'ajout des nanoparticules en Cu , le nombre de Richardson, et le chauffage sinusoïdal.

Elhajjar et al. [124] ont aussi étudié l'influence des nanoparticules sur le transfert de chaleur. Contrairement à ce que de nombreux auteurs ont obtenu, Ils ont montré que dans la configuration de Rayleigh-Bénard, après l'apparition de la convection, le transfert de chaleur est plus élevé dans le fluide de base par rapport au nanofluide. Le nombre de Rayleigh dans les nanofluides diminue avec l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules. Ainsi, les nanoparticules en suspension dans l'eau vont retarder l'apparition de la convection dans ce dernier.

8 Conclusion

Dans la première partie de ce chapitre introductif on a évoqué l'importance du phénomène de la convection, ses types, ses applications envisageables ainsi que les paramètres qui peuvent influencer ce type de transfert. L'attention s'est portée aussi sur les techniques d'analyse adimensionnelle et de similitude qui permettent de dégager certains nombres adimensionnels, ces derniers restent la clé de la compréhension et l'interprétation de ce type de transfert et aussi de donner des explications aux comportements et phénomènes que l'on rencontre. On a ensuite

enchainé par une étude sur les nanofluides qui consiste en l'un des progrès de la nanotechnologie du 20^{ième} siècle, ce nouveau caloporteur basé sur une suspension de nanoparticules a été sujet de plusieurs investigations et recherches, cela a été justifié par la croissance continue des chercheurs ayant intérêt à ce domaine. Cette deuxième partie des généralités, s'est intéressée aussi aux méthodes de synthèse et de caractérisation des nanofluides ainsi qu'aux différents modèles de calculs de leurs propriétés thermophysiques. L'occasion s'est présentée aussi pour souligner les nombreux travaux montrant l'importance de ce fluide caloporteur ainsi que les applications industrielles adéquates. En fin de ce chapitre, nous avons mené une modeste recherche bibliographique sur la convection naturelle au sein des enceintes carrées remplies de nanofluides, avec différentes géométries et conditions de bords, ce qui est considéré comme source de motivation pour les applications sujet des chapitres à venir.

Chapitre II

Position et formulation mathématique du problème d'écoulement convectif dans une cavité remplie de nanofluide : Formulation vorticité - Fonction de courant des équations de Navier Stokes ; couplage avec l'équation d'énergie suivant l'hypothèse de boussinesq ; extension au cas des nanofluides.

1 Introduction

Les nanofluides sont des fluides caloporteurs prometteurs grâce à leurs propriétés thermophysiques remarquables. Ces propriétés ont été examinées en détail dans le chapitre précédent. Afin d'utiliser les nanofluides dans des applications pratiques, il est nécessaire de comprendre leurs caractères dans un transfert de chaleurs par convection. À cette fin, de nombreux chercheurs se sont orientés vers l'étude numérique du comportement des nanofluides dans des écoulements convectifs. Leurs études ont visé également les performances du transfert de chaleur par convection pour ce caloporteur. Loin de là, d'autres recherches ont testé le caloporteur en question, dans diverses configurations géométriques : carrées, rectangulaires, cylindriques et autres [125–128]. Notre investigation s'est penchée vers la configuration carrée, ce choix est justifié par le nombre important de publication qui étudie le transfert de chaleur dans cette forme, ainsi que, son aspect universel qui peut s'adapter aux applications d'ingénierie tel que

le refroidissement des microprocesseurs et des chipsets électroniques. Dans ce chapitre on aura l'opportunité de définir notre configuration de base ainsi que les équations gouvernantes régissant l'écoulement du nanofluide, et cela dans une cavité carrée soumise à différentes conditions aux limites thermiques en précisant toutes les hypothèses simplificatrices adoptées.

2 Bilans dynamiques et thermodynamiques

Dans la suite de ce chapitre, nous allons mettre en place les différentes équations de conservation que nous aurons à utiliser pour décrire les écoulements convectifs des nanofluides.

2.1 Volume de contrôle, surface de contrôle

Pour appliquer les lois fondamentales de la dynamique et de la thermodynamique, on peut adopter deux points de vue :

- On peut s'intéresser au comportement de chacune des particules appartenant à un ensemble appelé **système**. Un système peut changer de forme, de position, d'état thermodynamique mais **contient toujours les mêmes particules** ;
- On peut s'intéresser aux particules contenues dans un volume, appelé volume de contrôle, limité par une surface, appelée **surface de contrôle**.

La quantité de matière, la nature des particules du volume de contrôle peuvent changer avec le temps, mais la forme du volume de contrôle ne change pas. Ce volume de contrôle peut être fixe dans l'espace ou bien se déplacer avec le fluide.

Nous pouvons sur la base de deux exemples illustrer ces deux points de vue.

- Considérons un fluide emprisonné dans un corps de pompe fermée par un piston [Fig. II.1](#). Dans ce cas, lorsque l'on s'intéresse aux transformations thermodynamiques qu'il subit, l'ensemble des molécules constituant ce gaz représentent le système.

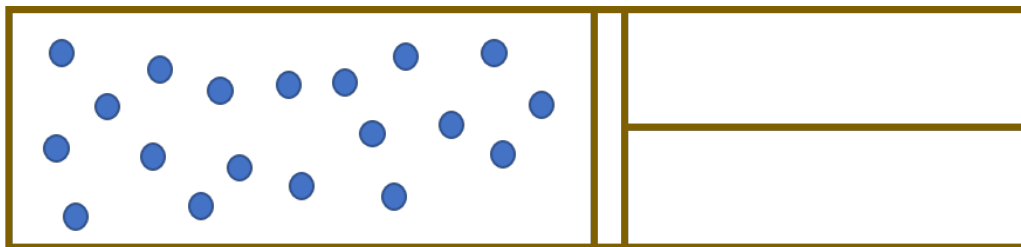


Figure II.1 – Ensemble piston-gaz comprimé.

- Considérons un gaz qui traverse un cylindre, on peut prendre comme volume de contrôle,

le volume limité par la surface en pointillé Fig. II.2 : d'un instant à l'autre, ce ne sont pas les mêmes molécules qui sont contenues dans le volume de contrôle, la surface de contrôle est traversée tant par les molécules entrant dans le volume de contrôle que par celles sortant de celui-ci. Le point de vue système est toujours employé en mécanique du solide et très souvent employé en thermodynamique. Le point de vue volume de contrôle est utilisé en mécanique des fluides (presque exclusivement) et souvent utilisé en thermodynamique des systèmes ouverts.

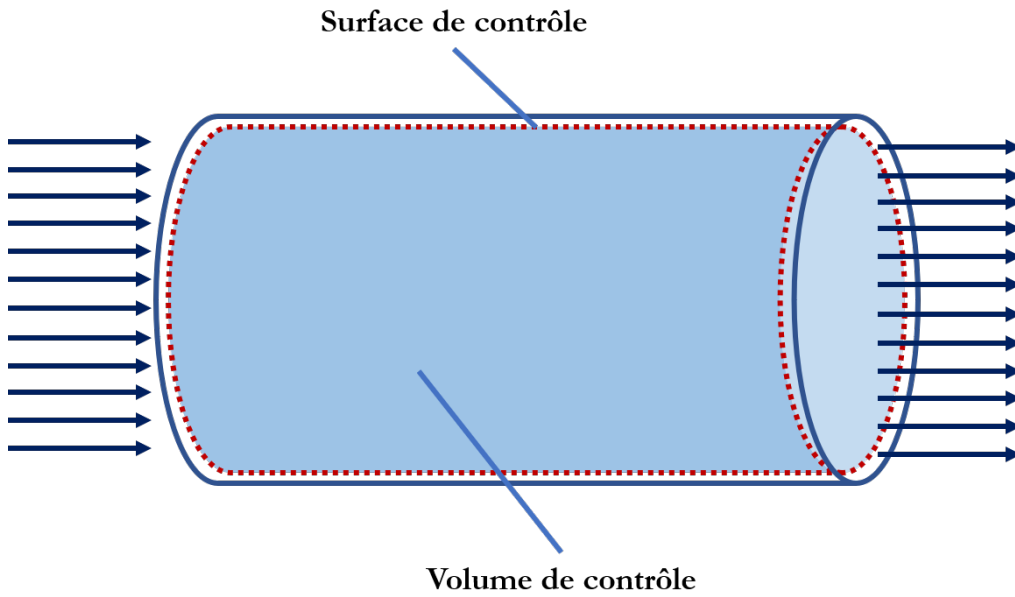


Figure II.2 – Représentation du volume et de la surface de contrôle.

2.2 Equation de conservation de la masse

Considérons un volume de contrôle $V_m(t)$ délimité par une surface de contrôle $A_m(t)$. La masse contenue dans ce volume est :

$$m = \int_{V_m(t)} \rho dV \quad (\text{II.1})$$

Où ρ désigne la densité locale. Si le volume de contrôle ne contient ni sources ni puits, la masse qui se trouve dans $V_m(t)$ est constante et on peut écrire :

$$\frac{d}{dt}m = \frac{d}{dt} \int_{V_m(t)} \rho dV = 0 \quad (\text{II.2})$$

Chapitre II : Position et formulation mathématique du problème d'écoulement convectif dans une cavité remplie de nanofluide

Nous pouvons maintenant appliquer le théorème de transport au volume $V_m(t)$:

$$\frac{d}{dt} \int_{V_m(t)} \rho dV = \int_{V_m(t)} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_{A_m(t)} \rho v \cdot n dA \quad (\text{II.3})$$

D'après l'équation II.2 on peut écrire :

$$\int_{V_m(t)} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_{A_m(t)} \rho v \cdot n dA = 0 \quad (\text{II.4})$$

Si le volume $V_m(t)$ ne contient pas de surface de discontinuité, l'intégrale sur la surface $A_m(t)$ peut être remplacée par une intégrale de volume et le théorème de Green-Ostrogradsky nous permet d'écrire :

$$\int_{A_m(t)} \rho v \cdot n dA = \int_{V_m(t)} \nabla \cdot \rho v dV \quad (\text{II.5})$$

Dans ces conditions, II.4 devient :

$$\int_{V_m(t)} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho v \right] dV = 0 \quad (\text{II.6})$$

Le volume d'intégration est arbitraire et par conséquent l'intégrale doit être identiquement nul :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho v = 0 \quad (\text{II.7})$$

Cette équation locale exprime la conservation de la masse. Elle est applicable en tout point d'un fluide continu ne contenant pas de source ou de puits.

L'équation II.7 est souvent désignée sous le nom d'équation de continuité. On peut l'écrire sous une forme légèrement différente en développant $\nabla \cdot \rho v$.

$$\nabla \cdot \rho v = \rho \nabla \cdot v + v \cdot \nabla \rho \quad (\text{II.8})$$

En substituant cette relation dans II.7, on obtient :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \nabla \cdot \rho + \rho \nabla \cdot v = 0 \quad (\text{II.9})$$

Cette relation fait apparaitre la dérivée matérielle :

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + v \nabla \cdot \rho \quad (\text{II.10})$$

On écrit la relation II.7 sous la forme :

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot v = 0 \text{ ou encore } \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = -\nabla \cdot v \quad (\text{II.11})$$

2.3 Equation de conservation de la quantité de mouvement

Considérons un nouveau volume de contrôle matériel $V_m(t)$. La quantité de mouvement contenue dans ce volume est :

$$\int_{V_m(t)} \rho v dV \quad (\text{II.12})$$

Le principe fondamental de la dynamique indique que la variation de la quantité de mouvement de ce système matériel est égale à la somme de toutes les forces extérieures qui lui sont appliquées.

$$\frac{d}{dt} \int_{V_m(t)} \rho v dV = F \quad (\text{II.13})$$

Dans la plupart des situations (classiques), deux types de forces agissent sur le fluide contenu dans V_m :

1. Les forces de volume que l'on peut exprimer sous la forme :

$$\int_{V_m(t)} \rho g dV \quad (\text{II.14})$$

2. Les forces de surface qui agissent par l'intermédiaire de la surface $A_m(t)$. Nous écrirons ce type de forces sous la forme :

$$\int_{A_m(t)} t(n) dA \quad (\text{II.15})$$

Dans cette expression, n désigne la normale extérieure et :

$$\delta f = t(n) dA \quad (\text{II.16})$$

représente la force élémentaire qui s'exerce sur l'élément de surface dA de normale n et $t(n)$ est le vecteur contraint agissant sur dA .

L'expression II.13 peut donc s'écrire sous la forme :

$$\frac{d}{dt} \int_{V_m(t)} \rho v dV = \int_{V_m(t)} \rho g dV + \int_{A_m(t)} t(n) dA \quad (\text{II.17})$$

Chapitre II : Position et formulation mathématique du problème d'écoulement convectif dans une cavité remplie de nanofluide

Pour simplifier cette première présentation des équations de la mécanique des fluides, nous allons projeter l'équation précédente sur les axes d'un système cartésien fixe.

La projection sur l'axe i ($i = 1, 2, 3$) a pour expression :

$$\frac{d}{dt} \int_{V_m(t)} \rho v_i dV = \int_{V_m(t)} \rho g_i dV + \int_{A_m(t)} t_i(n) dA \quad (\text{II.18})$$

Dans cette expression, $t_i(n)$ désigne la projection sur l'axe i du vecteur contrainte. Pour continuer, il faut écrire $t_i(n)$ de façon plus explicite. On a besoin pour cela de résultats fondamentaux de mécanique des milieux continus.

Ainsi, le théorème de Cauchy par rapport à l'état des contraintes conduit aux résultats suivants :

$$t_i(n) = T_{ij} n_j \quad (\text{II.19})$$

La notation d'Einstein est utilisée ici et :

$$T_{ij} = T_{ji} (i = 1, 2, 3 \text{ et } j = 1, 2, 3) \quad (\text{II.20})$$

La première expression indique que la composante i du vecteur contrainte est donnée par le produit scalaire du tenseur de contraintes T dont les composantes sont T_{ij} et du vecteur normal $\vec{n}$ de composantes n_j . La seconde expression indique que le tenseur T_{ij} est symétrique.

Les expressions des trois composantes du vecteur contrainte s'écrivent sous la forme totalement explicite :

$$\begin{cases} t_1(n) = T_{11}n_1 + T_{12}n_2 + T_{13}n_3 \\ t_2(n) = T_{21}n_1 + T_{22}n_2 + T_{23}n_3 \\ t_3(n) = T_{31}n_1 + T_{32}n_2 + T_{33}n_3 \end{cases} \quad (\text{II.21})$$

D'un point de vu physique, il est intéressant de décomposer le vecteur contrainte t en deux parties :

- La contrainte associée à la pression,
- La contrainte associée aux forces visqueuses.

La pression agit de façon isotrope et sa valeur ne dépend que de l'état thermodynamique du fluide. Les contraintes visqueuses sont au contraire essentiellement liées à l'état de déformation du fluide. On peut écrire dans ces conditions :

$$T_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij} \quad (\text{II.22})$$

Avec :

T_{ij} : tenseur des contraintes,

τ_{ij} : Tenseur des contraintes visqueuses,

$-p\delta_{ij}$: Tenseur des contraintes associées à la pression.

La projection du vecteur contrainte sur l'axe i est alors donnée par :

$$t_i(n) = (-p\delta_{ij} + \tau_{ij}) n_j \quad (\text{II.23})$$

Soit encore :

$$t_i(n) = -pn_i + \tau_{ij}n_j \quad (\text{II.24})$$

En clair cette expression s'écrit :

$$\begin{cases} t_1(n) = -pn_1 + \tau_{11}n_1 + \tau_{12}n_2 + \tau_{13}n_3 \\ t_2(n) = -pn_2 + \tau_{21}n_1 + \tau_{22}n_2 + \tau_{23}n_3 \\ t_3(n) = -pn_3 + \tau_{31}n_1 + \tau_{32}n_2 + \tau_{33}n_3 \end{cases} \quad (\text{II.25})$$

Muni de ces résultats, on peut maintenant reprendre l'analyse de l'équation [II.18](#) reproduite ci-dessous pour la commodité :

$$\frac{d}{dt} \int_{V_m(t)} \rho v_i dV = \int_{V_m(t)} \rho g_i dV + \int_{A_m(t)} t_i(n) dA \quad (\text{II.26})$$

Considérons d'abord le troisième terme :

$$\int_{V_m(t)} t_i(n) dA = \int_{A_m(t)} (-p\delta_{ij} + \tau_{ij}) n_j dA \quad (\text{II.27})$$

Au second membre de cette expression, nous voyons apparaître le flux d'un vecteur dont les composantes sont : $-p\delta_{i1} + \tau_{i1}$, $-p\delta_{i2} + \tau_{i2}$, $-p\delta_{i3} + \tau_{i3}$.

D'après le théorème de Green-Ostrogradsky, écrit sous la forme :

$$\int_A b_j n_j dA = \int_V \frac{\partial b_j}{\partial x_j} dV \quad (\text{II.28})$$

L'expression [II.27](#) peut s'écrire sous la forme :

$$\int_{\mathbf{A}_m(\mathbf{t})} t_i(n) dA = \int_{\mathbf{V}_m(\mathbf{t})} \frac{\partial}{\partial x_j} (-p\delta_{ij} + \tau_{ij}) dV \quad (\text{II.29})$$

Chapitre II : Position et formulation mathématique du problème d'écoulement convectif dans une cavité remplie de nanofluide

Soit encore :

$$\int_{A_m(t)} t_i(n) dA = - \int_{V_m(t)} \frac{\partial p}{\partial x_j} dV + \int_{V_m(t)} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} dV \quad (\text{II.30})$$

Considérons à présent le premier terme :

$$\frac{d}{dt} \int_{V_m(t)} \rho v_i dV \quad (\text{II.31})$$

D'après le théorème de Reynolds ; on peut écrire :

$$\frac{d}{dt} \int_{V_m(t)} \rho v_i dV = \int_{V_m(t)} \rho \frac{dv_i}{dt} dV \quad (\text{II.32})$$

En rassemblant les résultats II.29 et II.32, on obtient finalement :

$$\int_{V_m(t)} \rho \frac{dv_i}{dt} dV = \int_{V_m(t)} \left[\rho g_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \right] dV \quad (\text{II.33})$$

Le volume de contrôle $V_m(t)$ est arbitraire et les intégrantes apparaissant dans les deux membres doivent être identiques :

$$\rho \frac{dv_i}{dt} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho g_i + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (\text{II.34})$$

La signification physique de cette équation apparait clairement : d'où la quantité d'accélération par unité de volume est égale à la somme des forces associées à la pression, forces de volume et contrainte visqueuses par unité de volume.

Pour fixer les idées, nous allons maintenant écrire l'équation II.33 sous la forme explicite et pour les trois composantes :

$$\begin{cases} \rho \frac{dv_1}{dt} = - \frac{\partial p}{\partial x_1} + \rho g_1 + \frac{\partial \tau_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \tau_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial \tau_{13}}{\partial x_3} \\ \rho \frac{dv_2}{dt} = - \frac{\partial p}{\partial x_2} + \rho g_2 + \frac{\partial \tau_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial \tau_{22}}{\partial x_2} + \frac{\partial \tau_{23}}{\partial x_3} \\ \rho \frac{dv_3}{dt} = - \frac{\partial p}{\partial x_3} + \rho g_3 + \frac{\partial \tau_{31}}{\partial x_1} + \frac{\partial \tau_{32}}{\partial x_2} + \frac{\partial \tau_{33}}{\partial x_3} \end{cases} \quad (\text{II.35})$$

L'équation II.33, peut être aussi écrite sous la forme vectorielle compacte :

$$\rho \frac{dv}{dt} = - \nabla p + \rho g + \nabla \tau \quad (\text{II.36})$$

• Equation de Navier-Stokes

Lorsque le fluide en écoulement est newtonien, les équations de conservation de quantité de mouvement prennent la forme particulièrement simple des équations de Navier-Stokes. Nous allons maintenant établir ces équations en supposant, pour simplifier, que la viscosité dynamique μ reste constante dans tout l'écoulement. Si cette viscosité n'est pas constante, des termes supplémentaires apparaissent dans les équations du mouvement.

$$\rho \frac{dv_i}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho g_i + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (\text{II.37})$$

Cette équation exprime l'égalité entre la quantité d'accélération par unité de volume et les forces extérieures qui s'appliquent à l'unité de volume (pression, forces volumiques, contraintes visqueuses). Dans le cas d'un fluide newtonien, les contraintes visqueuses ont pour forme :

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot v) \delta_{ij} \quad (\text{II.38})$$

Nous devons maintenant calculer $(\partial \tau_{ij}) / (\partial x_j)$. Comme μ est constant, on a :

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \mu \left[\frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot v) \delta_{ij} \quad (\text{II.39})$$

Ou encore :

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \mu \left[\frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\nabla \cdot v) \right] - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial}{\partial x_i} (\nabla \cdot v) \quad (\text{II.40})$$

On obtient finalement :

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \mu \nabla^2 v_i - \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} (\nabla \cdot v) \quad (\text{II.41})$$

Et l'équation [II.37](#) devient :

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho g_i + \mu \nabla^2 v_i + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} (\nabla \cdot v) \quad (\text{II.42})$$

Sous une forme explicite, on peut écrire :

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial v_1}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x_1} + \rho g_1 + \mu \nabla^2 v_1 + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial x_1} (\nabla \cdot v) \\ \rho \frac{\partial v_2}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x_2} + \rho g_2 + \mu \nabla^2 v_2 + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial x_2} (\nabla \cdot v) \\ \rho \frac{\partial v_3}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x_3} + \rho g_3 + \mu \nabla^2 v_3 + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial x_3} (\nabla \cdot v) \end{cases} \quad (\text{II.43})$$

On peut aussi représenter ces trois équations sous forme vectorielle compacte :

$$\rho \frac{dv}{dt} = -\nabla p + \rho g + \mu \nabla^2 v + \frac{\mu}{3} \nabla (\nabla \cdot v) \quad (\text{II.44})$$

Les expressions précédentes sont appelées équations de Navier-Stokes.

Lorsque le fluide est incompressible, $\nabla \cdot v = 0$ et le dernier terme disparaît. On a alors :

$$\rho \frac{dv}{dt} = -\nabla p + \rho g + \mu \nabla^2 v \quad (\text{II.45})$$

2.4 Equation de conservation d'Energie

Pour établir une équation locale exprimant la conservation de l'énergie, nous partons de l'expression du premier principe de la thermodynamique pour un volume de contrôle $V_m(t)$.

L'énergie contenue dans le volume $V_m(t)$ a pour expression : $\int_{V_m(t)} \rho \left(e + \frac{1}{2} v^2 \right) dV$. Où e est l'énergie interne de l'élément $V_m(t)$.

Le taux de variation de cette énergie est donné par :

$$\frac{d}{dt} \int_{V_m(t)} \rho \left(e + \frac{1}{2} v^2 \right) dV = \dot{W} + \dot{Q} \quad (\text{II.46})$$

Le développement de l'équation II.46 figurant en annexe C, nous a permis de formuler l'équation de conservation de l'énergie II.47 qui est plus souvent exprimée en fonction de la température du fluide et de sa capacité calorifique à pression constante plutôt qu'en fonction de son énergie interne massique.

Finalement, on trouve l'équation de conservation de l'énergie d'un fluide incompressible sous sa forme générale :

$$\rho C_p \frac{dT}{dt} - \beta_T T \frac{dP}{dt} = -p \nabla \cdot v + \tau : \nabla v + \nabla \cdot (\lambda \nabla T) \quad (\text{II.47})$$

3 Configuration étudiée

On se propose d'étudier le phénomène de la convection naturelle dans un espace confiné ; il s'agit plus précisément d'une cavité carrée (2D) contenant un nanofluide, dont les propriétés thermophysiques sont déterminées à l'aide des modèles empiriques présentés dans la première partie. La configuration de l'écoulement est soumise à différents types de gradient de température, à savoir gradient horizontal, gradient vertical et gradient à sources de température

périodique. En revanche, les autres parois sont considérées imperméables et adiabatiques. Les configurations en étude sont illustrées dans les figures ci-dessous II.3 et II.4.

Tout au long de nos travaux, la simulation proposée repose sur une modélisation du problème qui implique la nécessité de certaines hypothèses simplificatrices. On s'est articulé sur des hypothèses souvent utilisées dans l'étude de la convection naturelle et qui sont énumérées comme suit :

- Absence de source de chaleur,
- Les propriétés thermophysiques du fluide sont constantes et indépendantes de la température,
- Le nanofluide est supposé incompressible et l'écoulement est laminaire, instationnaire et bidimensionnel,
- Le fluide est newtonien et incompressible,
- La dissipation visqueuse est négligée,
- La densité du fluide, quant à elle, suit l'hypothèse de Boussinesq.

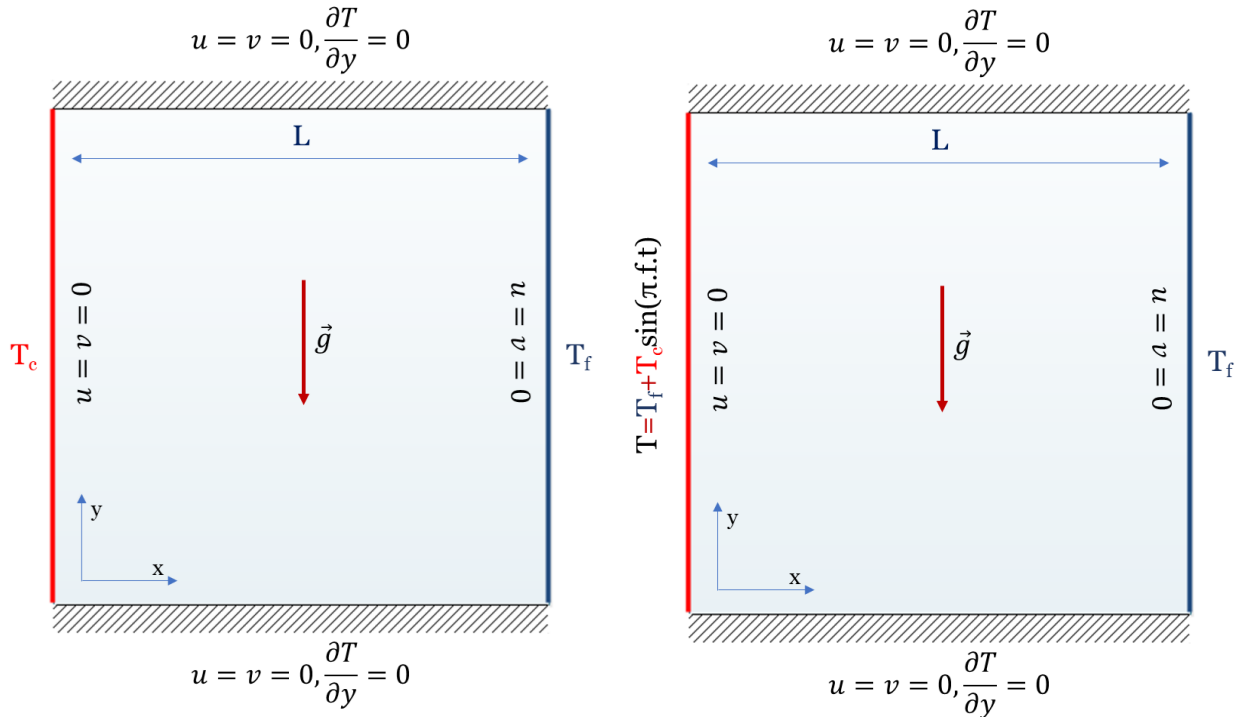


Figure II.3 – Configurations soumises à gradient thermique horizontal, température continue à gauche et périodique à droite.

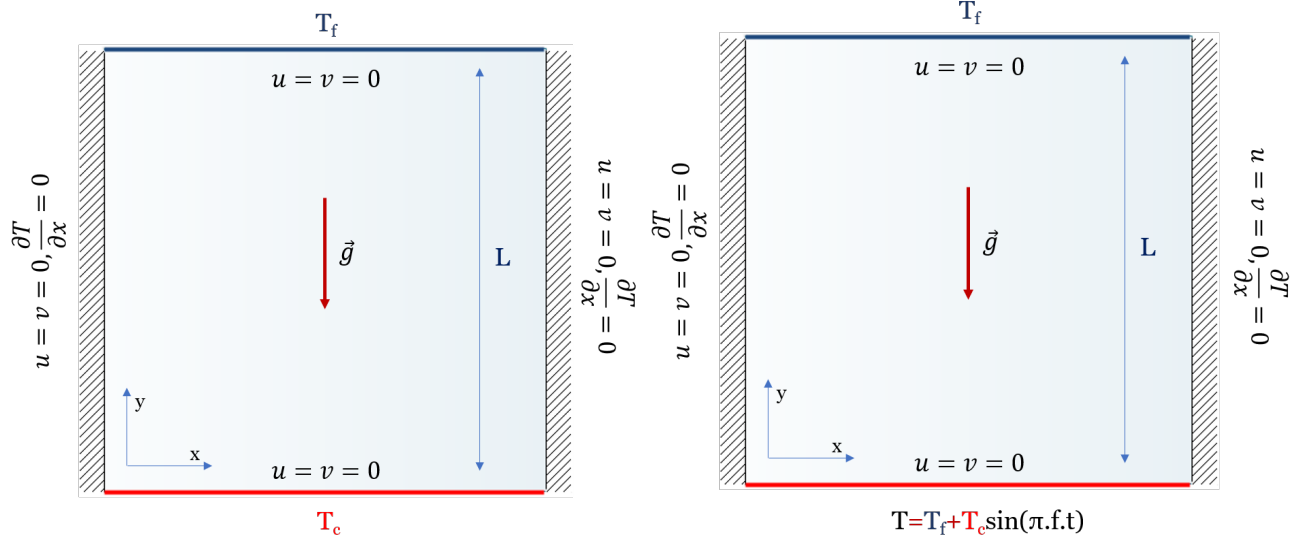


Figure II.4 – Configurations soumise à gradient thermique vertical, température continue à gauche et périodique à droite.

4 Mise en équations appropriées

Les équations qui gouvernent l'écoulement sont les équations de continuité, de Navier-stokes et l'équation d'énergie. D'après les démonstrations faites au début de ce chapitre, il a été démontré l'origine de ces équations qui sont issues respectivement, de la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et la conservation de l'énergie. Afin de garantir une bonne résolution du problème de convection notre système d'équations sera accompagné d'une analyse détaillée des conditions de bords s'appliquant dans nos cas de figure traités.

On peut maintenant simplifier les équations (II.11, II.35 et II.47) en tenant compte de l'approximation de Boussinesq; le système d'équations final sera donc constitué comme suit :

4.1 Equation de continuité

En considérant l'hypothèse d'un fluide incompressible stipulant que la variation de la masse volumique est constante dans le temps $\frac{d\rho}{dt} = 0$, le principe de la conservation de la masse mène alors à l'équation de continuité. Pour le cas d'un écoulement à deux-dimensions l'équation de continuité sera donc écrite comme suit :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.48})$$

4.2 Équations de Navier-Stokes

Pour un écoulement 2D instationnaire l'application de l'approximation de boussinesq conduit au bilan de quantité de mouvement du fluide dans les deux directions x et y , les équations seront écrites comme suit :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.49})$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g\beta (T - T_f) \quad (\text{II.50})$$

4.3 Equation d'énergie

La démonstration de l'équation de l'énergie s'est basée sur le principe de conservation et donne l'équation d'énergie suivante dans le cas d'une absence de source de chaleur :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.51})$$

• Indication :

Pour le cas où le fluide utilisé est un nanofluide, les notations des propriétés thermophysiques seront, $\rho_{nf,0}, \beta_{nf,0}, \nu_{nf,0}$, qui désignent la masse volumique du nanofluide, son coefficient d'expansion thermique et sa viscosité cinématique à la température de référence T_f . Concernant le coefficient de diffusivité thermique du nanofluide il sera calculé comme suit : $\alpha_{nf,0} = \frac{\lambda_{nf,0}}{\rho_{nf,0} C_{p,nf,0}}$.

5 Conditions de bords associées

La résolution numérique du problème nécessite une bonne maîtrise des conditions de bords. Il est à rappeler qu'on traite le cas de convection naturelle au sein d'une cavité carrée remplie d'un nanofluide. On est donc face à deux types de conditions de bords, des conditions de type hydrodynamique et des conditions de type thermique. Le long de notre étude, les conditions aux frontières représentatives du problème considéré sont les suivantes :

- **Frontières hydrodynamiques** : Notre cavité est dotée de parois rigides et imperméables et satisfont les conditions de l'adhérence aux parois qui sont appelées souvent les conditions du non-glissement (Figure II.5), ces dernières sont définies par :

$$\begin{cases} u = v = 0 \text{ à } y = 0 \text{ et } L, 0 \leq x \leq L \\ u = v = 0 \text{ à } x = 0 \text{ et } L, 0 \leq y \leq L \end{cases} \quad (\text{II.52})$$

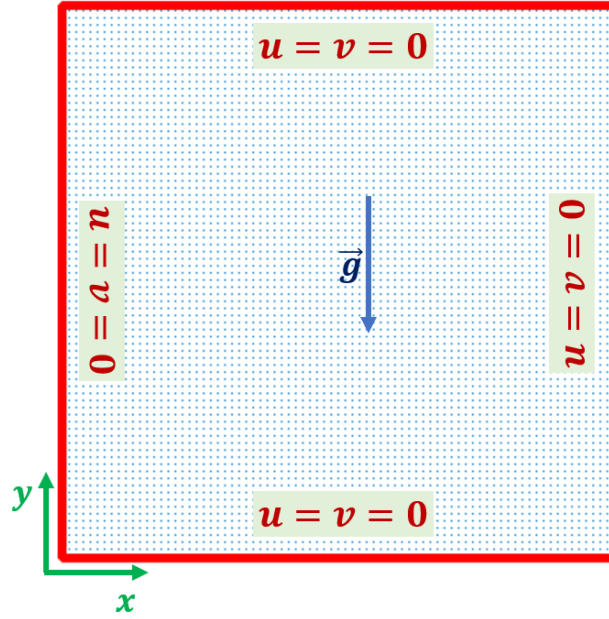


Figure II.5 – Représentation des conditions du non-glissement au niveau des parois.

- **Frontières thermiques** : Les études que l'on mènera par la suite, seront effectuées dans différentes conditions aux limites thermiques que l'on présentera au fur et à mesure avec les résultats. On va se contenter ici du premier cas qui traite le problème d'une cavité soumise à un gradient horizontal. La cavité est donc composée de deux parois horizontales, supposées adiabatiques, et deux parois isothermes, maintenues à des températures constantes mais différentes (Figure II.6). Les conditions thermiques aux frontières sont exprimées comme suit :

$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \text{ à } y = 0 \text{ et } L, 0 \leq x \leq L \\ T = T_c \text{ à } x = 0, 0 \leq y \leq L \\ T = T_f \text{ à } x = L, 0 \leq y \leq L \end{cases} \quad (\text{II.53})$$

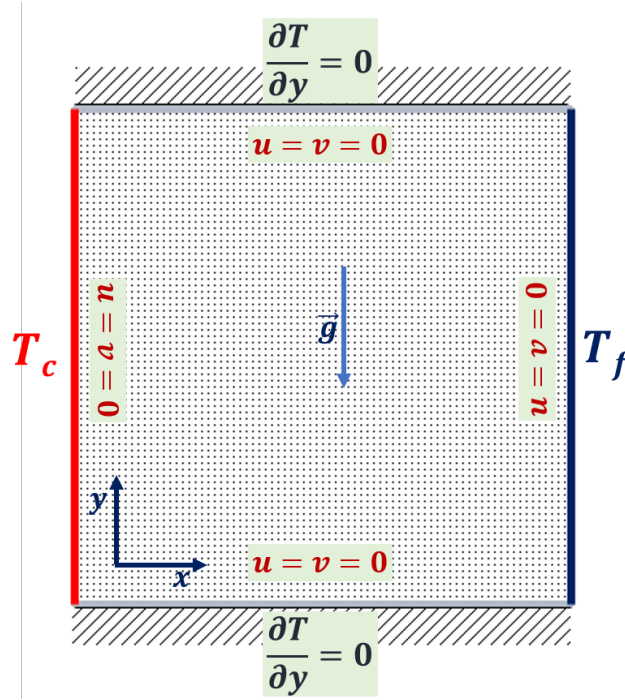


Figure II.6 – Représentation des conditions des bords thermiques.

6 Vorticité et fonction de courant

La résolution des équations de quantité de mouvement est souvent compliquée par la présence des termes de pression. Il est cependant possible de s'en débarrasser, en s'appuyant sur d'autres paramètres du mouvement.

La formulation vorticité-fonction de courant a été l'un des premiers algorithmes des écoulements instables et incompressibles de Navier-Stokes. L'algorithme original de différence finie a été développé par Fromm [129] au laboratoire de Los Alamos. Pour les écoulements bidimensionnels incompressibles avec des propriétés de fluide constantes, les équations de Navier-Stokes peuvent être simplifiées en introduisant la fonction de courant ψ et la vorticité $\bar{\omega}$ comme variables dépendantes.

Le vecteur de vorticité en un point est défini en tant que le rotationnel de la vitesse qui est exprimé comme suit :

$$\bar{\omega} = \nabla \wedge V \quad (\text{II.54})$$

Chapitre II : Position et formulation mathématique du problème d'écoulement convectif dans une cavité remplie de nanofluide

Pour un écoulement bidimensionnel dans le plan $x - y$, la vorticité est réduite à :

$$\omega_z = \bar{\omega} \cdot \hat{k} = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (\text{II.55})$$

Pour les écoulements bidimensionnels incompressibles, une fonction scalaire peut être déduite de telle sorte que l'équation de continuité soit satisfaite de manière identique, si les composantes de vitesse sont exprimées en termes d'une telle fonction, elles sont substituées dans l'équation de continuité :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.56})$$

Les fonctions de courants sont données par la relation suivante :

$$\bar{V} = \nabla \wedge \psi \hat{k} \quad (\text{II.57})$$

Dans le système des coordonnées cartésiennes, la relation précédente s'explique comme suit :

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (\text{II.58})$$

Maintenant, une équation de Poisson pour ψ peut être obtenue en substituant les composantes de vitesse, en termes de fonction de courant, dans l'équation II.55. Ainsi, nous aurons :

$$\nabla^2 \psi = -\omega \quad (\text{II.59})$$

Il s'agit de l'équation de cinématique reliant la fonction de courant et la vorticité. Ainsi, si nous pouvons trouver une équation pour ω , nous aurons obtenu une formulation qui se produit automatiquement des champs de vitesse sans divergence.

Afin d'obtenir l'équation de vorticité, on suit la démarche suivante :

Annonçons à nouveau les deux équations de Navier-Stokes (II.49) et (II.50) :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.60})$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g\beta (T - T_f) \quad (\text{II.61})$$

Effectuons maintenant des dérivations croisées des deux équations (II.60), (II.61) par rapport à y et x respectivement :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial t} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} + \frac{\partial v \partial u}{\partial y \partial y} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 p}{\partial y \partial x} + v \left(\frac{\partial^3 u}{\partial y \partial x^2} + \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} \right) \quad (\text{II.62})$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + u \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial v \partial v}{\partial x \partial y} + v \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial y} + v \left(\frac{\partial^3 v}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 v}{\partial x \partial y^2} \right) + g\beta \frac{\partial T}{\partial x} \quad (\text{II.63})$$

On soustrait (II.62) de (II.63) pour obtenir la relation suivante : (supposons que toutes les grandeurs sont des différentielles totales exactes, pour permettre de changer l'ordre de différenciation).

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) + u \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) + v \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\ = v \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + g\beta \frac{\partial T}{\partial x} \end{aligned} \quad (\text{II.64})$$

On note que le quatrième terme du membre gauche s'annule par l'application de l'équation de la continuité (II.56). On substitue les dérivées croisées des composantes des vitesses par le terme de vorticité donnée par l'équation (II.55). On obtient l'équation de la vorticité qui s'écrit comme suit (la divergence étant nulle) :

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = v \left[\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right] + g\beta \frac{\partial T}{\partial x} \quad (\text{II.65})$$

6.1 Les équations résultantes

Le système d'équation final sera donc composé des équations suivantes :

— *Equation de cinématique :*

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega \quad (\text{II.66})$$

— *Equation de vorticité :*

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = v \left[\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right] + g\beta \frac{\partial T}{\partial x} \quad (\text{II.67})$$

— *Equation de l'énergie :*

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.68})$$

7 Equations sans dimension et conditions aux limites

La formulation adimensionnelle fournit des informations sur les phénomènes physiques à partir des seules considérations d'homogénéité. Ce type d'analyse conduit à une solution partielle de la plupart des problèmes, mais elle ne permet pas la détermination de solutions complètes et ne donne pas une explication des mécanismes physiques mis en jeu. On peut cependant obtenir des estimations à priori des termes qui composent les équations de bilan, dégager les termes dominants et déduire des équations simplifiées représentatives des mécanismes physiques prépondérants. Très généralement, l'analyse dimensionnelle d'un problème permet la réduction du nombre des variables de ce problème. Cette possibilité est particulièrement intéressante lorsqu'il s'agit de mener une série d'expériences numériques portant sur un phénomène dépendant de nombreux paramètres (la procédure suivie dans une analyse dimensionnelle est détaillée en annexe D). Afin d'étudier le phénomène de la convection naturelle au sein d'une cavité, on détermine les variables indépendantes du problème, et on essaie de construire des groupements sans dimension, fonction du système d'équations complet dont le nombre est inférieur à celui des variables initiales.

7.1 Analyse dimensionnelle pour le cas d'un fluide sans nanoparticule

L'emploi des variables adimensionnelles dans les équations régissant le problème permet une meilleure approche de la réalité des phénomènes physiques. Les équations sans dimensions sont indépendantes du système d'unités de mesure utilisé pour les étudier. On peut dire aussi que ces variables permettent d'obtenir des informations générales, qui jouent un rôle prépondérant dans les similitudes.

Dans notre travail, on tente de ramener les équations gouvernantes du problème de convection (II.66), (II.67) et (II.68), à une forme adimensionnelle, il est nécessaire alors de définir des changements de variables.

Le dimensionnement de ces équations se fait comme suit :

II.7 Equations sans dimension et conditions aux limites

• Première étape :

Dans cette première étape on définit les changements de variable à appliquer sur notre système d'équations :

$$\begin{aligned} X &= \frac{x}{L}; Y = \frac{y}{L}; U = \frac{u}{\sqrt{g\beta_f(\Delta T)L}}; V = \frac{v}{\sqrt{g\beta_f(\Delta T)L}} \\ \tau &= \frac{t\sqrt{g\beta_f(\Delta T)L}}{L}; \Omega = \frac{\omega L}{\sqrt{g\beta_f(\Delta T)L}}; \Psi = \frac{\psi}{L\sqrt{g\beta_f(\Delta T)L}}, \theta = \frac{T-T_f}{T_c-T_f} \end{aligned} \quad (\text{II.69})$$

• Deuxième étape :

Cette étape consiste à déduire les groupements sans dimension associés à notre système, ces groupements sont les suivants :

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial(\sqrt{g\beta_f(\Delta T)L/L}\Omega)}{\partial(\sqrt{g\beta_f(\Delta T)L/L}^{-1}\tau)} = \frac{\partial \Omega}{\partial \tau}(\sqrt{g\beta_f(\Delta T)L/L})^2 \quad (\text{II.70})$$

$$u \frac{\partial \omega}{\partial x} \Rightarrow U \sqrt{g\beta_f(\Delta T)L} \frac{\partial \Omega(\sqrt{g\beta_f(\Delta T)L/L})}{\partial x L} = \frac{\partial \Omega}{\partial x} U (\sqrt{g\beta_f(\Delta T)L/L})^2 \quad (\text{II.71})$$

$$v \frac{\partial \omega}{\partial y} \Rightarrow V \sqrt{g\beta_f(\Delta T)L} \frac{\partial \Omega(\sqrt{g\beta_f(\Delta T)L/L})}{\partial Y L} = \frac{\partial \Omega}{\partial Y} V (\sqrt{g\beta_f(\Delta T)L/L})^2 \quad (\text{II.72})$$

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \Omega(\sqrt{g\beta_f(\Delta T)L/L})}{L^2 \partial X^2} = \frac{\sqrt{g\beta_f(\Delta T)L}}{L^3} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} \quad (\text{II.73})$$

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \Omega(\sqrt{g\beta_f(\Delta T)L/L})}{L^2 \partial Y^2} = \frac{\sqrt{g\beta_f(\Delta T)L}}{L^3} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Y^2} \quad (\text{II.74})$$

$$T = \theta (T_c - T_f) + T_f \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial x} = (T_c - T_f) \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{(T_c - T_f)}{L} \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{(T_c - T_f)}{L} \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (\text{II.75})$$

• **Troisième étape** Dans cette étape, on injecte les groupements sans dimensions trouvés précédemment dans les équations gouvernantes et on déduit par la suite le système final d'équations :

— Equation de Vorticité :

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Omega}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = \frac{1}{\sqrt{Gr}} \nabla^2 \Omega + \frac{\partial \theta}{\partial X} \quad (\text{II.76})$$

— *Equation d'énergie :*

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial x} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Pr} \sqrt{Gr}} \nabla^2 \theta \quad (\text{II.77})$$

— *Equation de cinématique :*

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega \quad (\text{II.78})$$

Avec :

$$Gr = \frac{g \beta_f \Delta T L^3}{v_f^2}, \Delta T = T_c - T_f; Pr = \frac{\rho C_{pf} v_f}{\lambda_f} = \frac{v_f}{(\lambda_f / \rho C_{pf})} = \frac{v_f}{\alpha_f}$$

— *Les vitesses radiales et tangentielles :*

$$U = \frac{\partial \Psi}{\partial Y}, V = -\frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (\text{II.79})$$

7.2 Analyse dimensionnelle pour le cas d'un nanofluide

Quelque soit le nanofluide utilisé, on procède de la même manière pour en sortir avec un système d'équations sans dimension. Les nanofluides utilisés dans notre travail suivent aussi les mêmes considérations et hypothèses déjà proposées pour les fluides sans suspension de nanoparticule, à savoir : le système étudié est supposé laminaire, newtonien, incompressible et bidimensionnel ; il n'y a pas de dissipation visqueuse, les propriétés du nanofluide sont constantes et la variation de densité du nanofluide est gérée par l'approximation de Boussinesq. Les équations gouvernantes sont des équations de continuité, et des équations de Navier-stokes exprimées dans leur formulation de "fonction de courant - vorticité" ainsi que des équations d'énergie.

— *Equation de Vorticité :*

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{\mu_{eff}}{\rho_{nf,o}} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{\rho_{nf,o}} [\phi \rho_{s,o} \beta_s + (1 - \phi) \rho_{f,o} \beta_f] g \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (\text{II.80})$$

— *Equation d'énergie :*

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\alpha_{nf} + \frac{\lambda_d}{(\rho c_p)_{nf}} \right) \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\alpha_{nf} + \frac{\lambda_d}{(\rho c_p)_{nf}} \right) \frac{\partial T}{\partial y} \right] \quad (\text{II.81})$$

II.7 Equations sans dimension et conditions aux limites

— *Equation de cinématique :*

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = -\omega \quad (\text{II.82})$$

$$\text{Avec : } \alpha_{nf} = \frac{(k_{eff})_{stagnant}}{(\rho c_p)_{nf}}$$

Les propriétés thermophysiques du nanofluide sont données en fonction de celles du fluide de base et de celles des nanoparticules. En utilisant les règles de mélange, la densité et la capacité thermique du nanofluide sont respectivement données par :

$$\rho_{nf,o} = (1 - \phi) \rho_{f,o} + \phi \rho_{s,o} \quad (\text{II.83})$$

$$(\rho c_p)_{nf,o} = (1 - \phi) (\rho c_p)_{f,o} + \phi (\rho c_p)_{s,o} \quad (\text{II.84})$$

Les mesures de la viscosité effective du nanofluide Cu-eau rapportées par Xuan et Li [130] pour une température allant de 20°C à 70°C correspondent aux valeurs prédites par le modèle de Brinkman [97]. Ce modèle est exprimé comme suit :

$$\mu_{eff} = \frac{\mu_f}{(1 - \phi)^{2.5}} \quad (\text{II.85})$$

La conductivité thermique stagnante du nanofluide peut être prédite à partir de la relation suivante suggérée par Wasp [131] & Choi [132] :

$$(\lambda_{eff})_{stagnant} = \lambda_{f,o} \left(\frac{\lambda_{s,o} + 2\lambda_{f,o} - 2\phi(\lambda_{f,o} - \lambda_{s,o})}{\lambda_{s,o} + 2\lambda_{f,o} + \phi(\lambda_{f,o} - \lambda_{s,o})} \right) \quad (\text{II.86})$$

Où $\lambda_{s,o}$ et $\lambda_{f,o}$ sont respectivement les conductivités thermiques des nanoparticules et du fluide de base.

La conductivité thermique du nanofluide est donnée par la formule suivante [132] :

$$\lambda_{eff} = (\lambda_{eff})_{stagnant} + \lambda_d \quad (\text{II.87})$$

Sur la base de la théorie des milieux poreux, la relation suivante prédit la conductivité thermique dispersée λ_d [133] :

$$\lambda_d = C (\rho c_p)_{nf} |\bar{V}| d_p \quad (\text{II.88})$$

Où $|\bar{V}| = \sqrt{u^2 + v^2}$, d_p est le diamètre des nanoparticules et (C) est une constante inconnue déterminée expérimentalement. Pour les nanofluides Cu-eau, (C) est égal à 0.4 [133]. Les

Chapitre II : Position et formulation mathématique du problème d'écoulement convectif dans une cavité remplie de nanofluide

équations ci-dessus peuvent être reformulées dans leur forme sans dimension en introduisant les paramètres sans dimension suivants :

$$\begin{aligned} X &= \frac{x}{L}, & Y &= \frac{y}{L}, & U &= \frac{u}{\sqrt{g\beta_f\Delta TL}}, & V &= \frac{v}{\sqrt{g\beta_f\Delta TL}} \\ \tau &= \frac{t\sqrt{g\beta_f\Delta TL}}{L}, & \Omega &= \frac{\omega L}{\sqrt{g\beta_f\Delta TL}}, & \Psi &= \frac{\psi}{L\sqrt{g\beta_f\Delta TL}}, & \theta &= \frac{T-T_f}{T_c-T_f} \end{aligned} \quad (\text{II.89})$$

Le système d'équations sans dimension sera écrit comme suit :

— *Equation de Vorticité :*

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Omega}{\partial x} + V \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = \frac{1}{(1-\phi)^{2.5} \left[\phi \frac{\rho_{s,o}}{\rho_{f,o}} + (1-\phi) \right] \sqrt{Gr}} \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Y^2} \right) + \zeta \frac{\partial \theta}{\partial X}, \quad (\text{II.90})$$

— *Equation d'énergie :*

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr\sqrt{Gr}} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\chi \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\chi \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) \right], \quad (\text{II.91})$$

— *Equation de cinématique :*

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega \quad (\text{II.92})$$

Avec :

$$\chi = \frac{\left[\frac{(\lambda_{eff})_{stagnant}}{\lambda_f} \right]}{(1-\phi) + \phi \frac{(\rho c_p)_{s,o}}{(\rho c_p)_{f,o}}} + C\phi \frac{d_p}{L} Pr \sqrt{Gr} \sqrt{U^2 + V^2} \quad (\text{II.93})$$

Le coefficient ζ qui apparaît en termes de dilatation thermique est donné par :

$$\zeta = \left[\frac{1}{1 + \frac{(1-\phi)\rho_{f,0}}{\phi} \rho_{s,o}} \frac{\beta_s}{\beta_f} + \frac{1}{1 + \frac{\phi}{(1-\phi)\rho_{s,0}}} \right] = \frac{\beta_{nf}}{\beta_f} \quad (\text{II.94})$$

7.3 Conditions aux limites associées à l'analyse dimensionnelle

Pour une meilleure résolution du problème, on doit partir d'un état initial proche de la réalité ; les grandeurs physiques sont donc prises comme suit :

Les fonctions de courant $\Psi = 0$, la Vorticité $\Omega = 0$, la température $\theta = 0$.

La solution de l'équation de la vorticité et de l'équation des fonctions de courant exige que les conditions aux limites appropriées des vorticités et des fonctions de courant soient spécifiées

II.7 Equations sans dimension et conditions aux limites

aux frontières. La spécification de ces conditions aux limites est extrêmement importante car elle affecte directement la stabilité et la précision de la solution. Comme l'écoulement est parallèle à une frontière solide, les frontières solides peuvent être considérées comme des lignes de courant constantes. Cependant, ni la vorticité ni ses dérivés aux limites ne sont généralement connus à l'avance. Il faut donc construire un ensemble de conditions aux limites adéquat au problème étudié.

- **Frontières hydrodynamiques** : on a vu auparavant que les conditions de bords mécaniques sont de type adhérence aux parois ([ceci est pour toutes les parois de notre cavité](#)), ce qui rend l'écoulement parallèle au niveau de ces parois, ces dernières peuvent être traitées comme des lignes de courant. Ainsi, la valeur de la fonction de courant sur la ligne de courant au voisinage de la paroi est fixée comme une constante. C'est-à-dire $\Psi = C$, où C est une constante arbitraire, qui peut être égale à zéro. Donc les conditions aux limites explicitées dans le système (II.52), en intervenant les deux équations (II.78) et (II.79) et avec l'application de l'analyse dimensionnel effectué pour notre système de conditions de bords devient :

$$\begin{cases} \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = 0; \Omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} & \text{   } Y = 0 \text{ et } L, \quad 0 \leq X \leq L \\ \frac{\partial \Psi}{\partial X} = 0; \Omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} & \text{à } X = 0 \text{ et } L, \quad 0 \leq Y \leq L \end{cases} \quad (\text{II.95})$$

La figure II.7.a, présente l'ensemble de ces conditions aux limites hydrodynamiques pour le cas étudié.

- **Frontières thermiques** : l'utilisation des groupements sans dimension nous a permis de faire sortir les conditions thermiques aux frontières sans dimension qu'on exprime comme suit :

$$\theta = \frac{T - T_f}{T_c - T_f} \Rightarrow \theta \in [0, 1]$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 & \text{   } Y = 0 \text{ et } L, 0 \leq X \leq L \\ \theta_c = 1 & \text{à } X = 0, 0 \leq Y \leq L \\ \theta_f = 0 & \text{à } X = L, 0 \leq Y \leq L \end{cases} \quad (\text{II.96})$$

La figure II.8, représente l'ensemble de ces conditions aux limites thermiques pour le cas étudié.

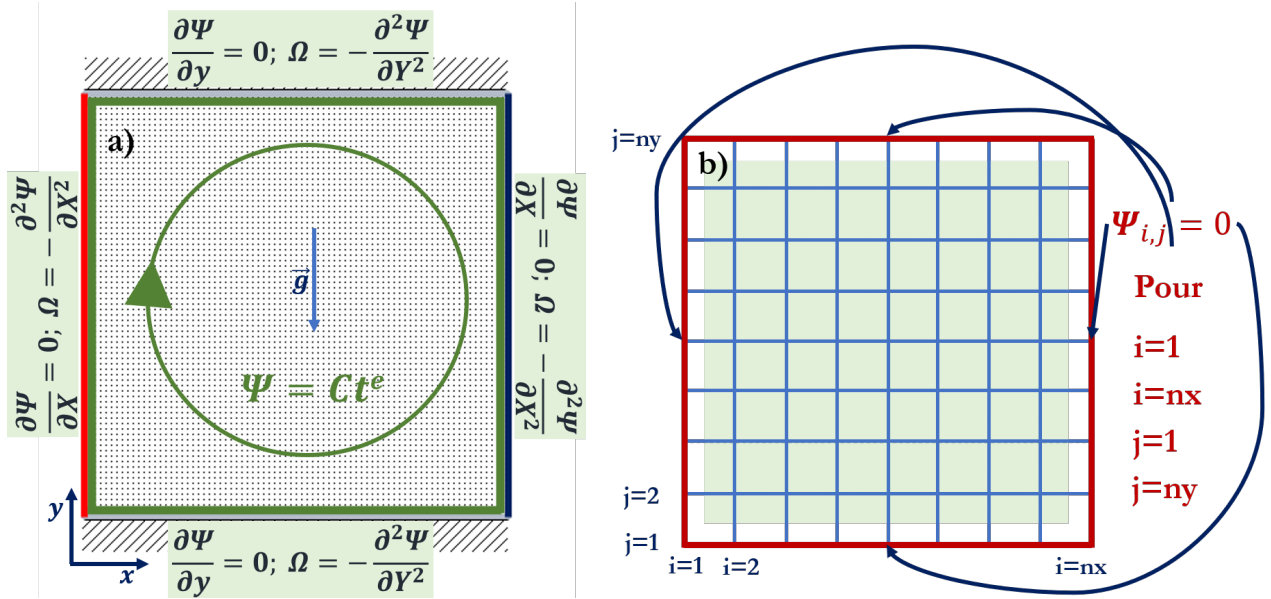


Figure II.7 – a) Conditions sur les lignes de courant et les vorticités au niveau des bords, b) grille de discrétisation avec conditions aux limites discrètes des lignes de courant.

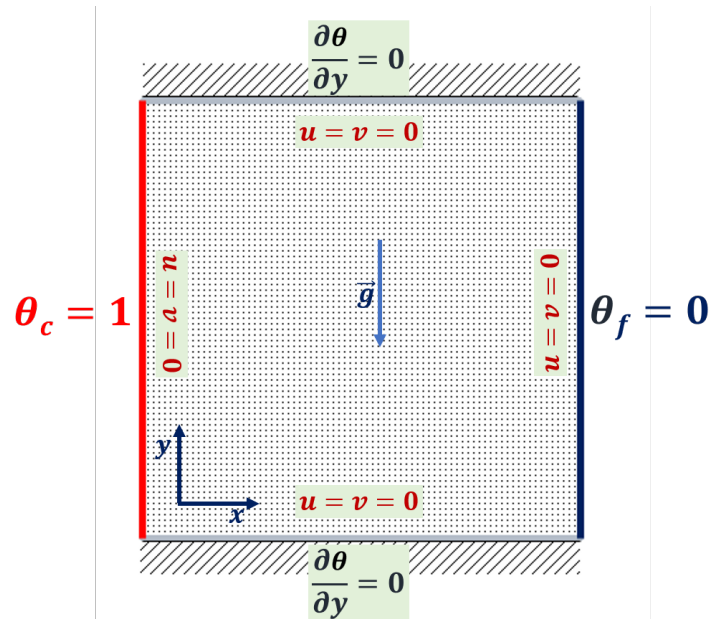


Figure II.8 – Condition sur les températures aux limites du domaine.

8 Evaluation du transfert de Chaleur

Comme déjà défini dans la partie précédente, le taux du transfert de la chaleur par convection est évalué par le nombre de Nusselt qui est le rapport entre la chaleur transférée par convection

et la chaleur transférée par conduction.

$$Nu = \frac{Q_{\text{convection}}}{Q_{\text{conduction}}} \quad (\text{II.97})$$

Le nombre de Nusselt mesure l'efficacité du transfert de chaleur par la convection. Pour une cavité chauffée différentiellement, le nombre de Nusselt moyen peut être calculé en moyennant les nombres de Nusselt locaux calculés au niveau de tous les nœuds de la paroi où on veut évaluer le taux de transfert par convection. Afin de calculer le nombre de Nusselt local sur une paroi isotherme on utilise l'expression suivante :

$$Nu = - \left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_{X=0} \quad (\text{II.98})$$

Pour le cas des nanofluides le nombre de Nusselt local sera fonction du rapport des conductivités thermiques et s'écrit comme suit :

$$Nu = - \left. \frac{\lambda_{nf,o}}{\lambda_{f,o}} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right|_{X=0} \quad (\text{II.99})$$

9 Conclusion

Ce chapitre a fait l'objet d'une analyse bien détaillée portant sur l'étude de la géométrie étudiée, les équations adimensionnelles qui gouvernent le problème ainsi que, les conditions de bords délimitant le problème. L'analyse dimensionnelle a donné naissance à des systèmes d'équations plus significatifs afin d'expliquer le phénomène de la convection à travers les grandeurs et les paramètres sans dimension issus de cette analyse. Dans le chapitre suivant, une analyse numérique a été mise en place afin de modéliser le problème et résoudre les équations de la convection et cela en optant pour deux méthodes, à savoir la méthode des différences finies (FDM) et la méthode de Boltzmann sur réseau (LBM). Deux codes de calculs ont été alors développés, validés puis utilisés sur des cas concrets d'étude et de prévision.

Chapitre III

Résolution numérique du problème : Méthode des différences finies utilisant le schéma Upwind - Méthode de Boltzmann sur réseau (LBM)

1 Introduction

La résolution des problèmes de transfert thermique nécessite une forte réflexion, et la validité des processus et des mécanismes proposés fait appel à la réalisation de certains prototypes qui doivent être testés à maintes reprises. Les résultats ainsi trouvés font l'objet d'une analyse approfondie. Cependant, et pour des cas où l'ordre de la complexité devient de plus en plus important, la réalisation des maquettes et des prototypes devient onéreuse, d'où l'orientation des chercheurs vers les études numériques. L'étude du transfert de chaleur par convection au sein des nanofluides, reste l'une des plus délicates. La fabrication, l'étude et l'analyse du comportement de ce caloporteur demande des moyens d'analyse importantes, l'analyse numérique sera donc un outil judicieux voir incontournable pour réaliser une telle étude.

Dans ce chapitre, une approche numérique sera effectuée pour l'étude et l'analyse du transfert de chaleur convectif des nanofluides dans des géométries carrées soumises à différentes conditions aux limites thermiques. Dans cette étude les équations gouvernantes seront résolues par deux différentes approches, la première est une approche déterministe dans laquelle on utilisera la méthode des différences finies avec une combinaison entre deux schémas numériques ; le premier est un schéma explicite **FTCS** "*Forward in Time, Centred in Space*" (*avancé dans le temps, centré dans l'espace*), et un deuxième schéma qui est connu par le nom Upwind. La deuxième approche quant à elle sera basée sur une méthode stochastique connue par **LBM** "*Lattice Boltzmann Method*" (*Méthode de Boltzmann sur Réseau*).

2 Méthode de résolution déterministe : Différences finies.

2.1 Principe de la méthode

En mathématiques appliquées, de nombreux problèmes peuvent être modélisés en termes d'équations aux dérivées partielles. Ces équations peuvent être résolues par des méthodes numériques en utilisant de nombreuses approches différentes. La méthode des différences finies remplace chaque dérivée dans l'équation différentielle avec une approximation appropriée, basée sur les valeurs des approximations locales obtenues par des extensions de séries de Taylor. Nous nous concentrons d'abord sur la façon d'approximer la dérivée d'une valeur connue de fonction par une formule de différence finie basée uniquement sur les valeurs de la fonction elle-même en des points discrets.

Soit donc $\gamma(x)$ une fonction d'une seule variable qui est supposée être de classe C^n , ce qui signifie que la fonction peut être différenciée plusieurs fois. De plus, chaque dérivée est bien définie et délimitée sur l'intervalle, qui contient le point qui nous intéresse x . En utilisant l'expansion en série de Taylor, nous avons :

$$\gamma(x+h) \approx \gamma(x) + h\gamma'(x) + \frac{h^2}{2!}\gamma''(x) + \frac{h^3}{3!}\gamma'''(x) + \dots \quad (\text{III.1})$$

Et

$$\gamma(x-h) \approx \gamma(x) - h\gamma'(x) + \frac{h^2}{2!}\gamma''(x) - \frac{h^3}{3!}\gamma'''(x) + \dots \quad (\text{III.2})$$

Pour une petite valeur de h . La façon la plus simple d'approximer la dérivée première de la fonction γ au point x est de soustraire l'équation (III.1) de l'équation (III.2), ce qui donne l'approximation par différence finie suivante :

$$\gamma'(x) \approx \frac{\gamma(x+h) - \gamma(x-h)}{2h} + O(h^2) \quad (\text{III.3})$$

De manière analogue, l'approximation par différence finie de la dérivée seconde peut être obtenue en effectuant la sommation des équations (III.1) et (III.2) en obtient par la suite la forme suivante :

$$\gamma''(x) \approx \frac{\gamma(x+h) - 2\gamma(x) + \gamma(x-h)}{h^2} + O(h^2) \quad (\text{III.4})$$

2.2 Détermination du maillage

Le problème étudié est un problème de convection thermique dans un domaine bi-dimensionnel (2D). Afin de bien résoudre numériquement cette problématique, la détermination et la maîtrise du maillage correspondant à la méthode appliquée nécessite une attention particulière, vu l'effet de ce maillage sur la stabilité et la convergence des résultats obtenus.

L'une des premières mesures à prendre en compte pour établir une procédure en différences finies pour résoudre une EDP est de remplacer le domaine du problème continu par un maillage ou une grille en différences finies. À titre d'exemple, supposons que nous souhaitions résoudre une EDP pour laquelle la fonction $u(x, y)$ est l'inconnue du problème, et dépend des deux variables x et y à l'intérieur du domaine carré $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$. Alors nous établirons une grille sur le domaine en remplaçant $u(x, y)$ par $u(i\Delta x, j\Delta y)$, où Δx et Δy représentent les pas de discrétisation de l'espace étudié. Les points peuvent être localisés en fonction des valeurs de i et j , de sorte que les équations de différence sont généralement écrites en fonction du point général (i, j) et de ses voisins. Ce libellé est illustré dans la figure III.1.

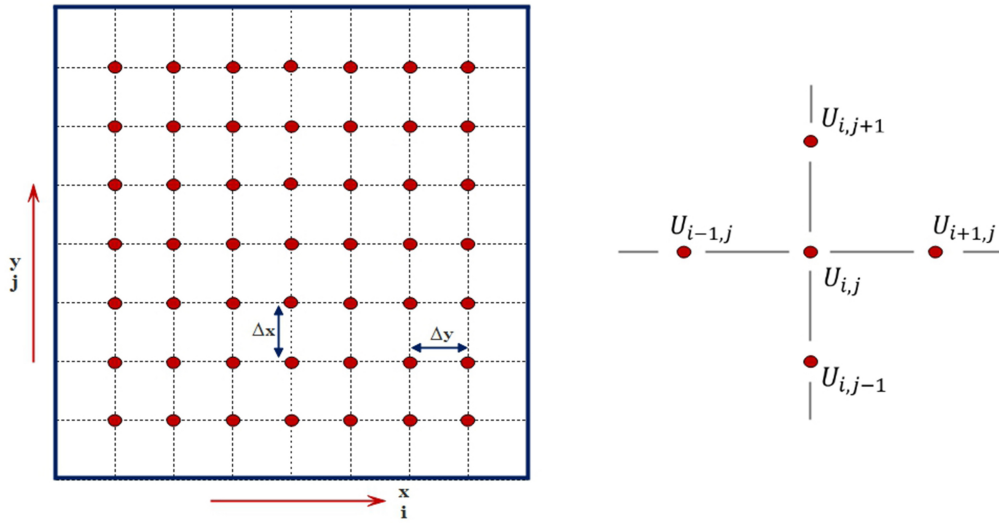


Figure III.1 – Grille de discrétisation.

2.3 Schémas aux différences finies

D'une manière générale, l'approximation aux différences finies utilise de nombreuses représentations (schémas numériques) qui sont possibles pour toute EDP donnée. Il est généralement impossible d'établir un "meilleur" formulaire sur une base absolue. Tout d'abord, la précision d'un schéma de différences finies peut dépendre de la forme exacte de l'équation et du problème

à résoudre, deuxièmement, le choix du meilleur système sera influencé par l'aspect de la procédure que nous essayons d'entamer, c'est-à-dire la précision, l'économie, ou la simplicité de la programmation. On distingue alors entre les principaux schémas suivants :

— *Schéma décentré à gauche :*

$$\frac{\partial \gamma}{\partial x} \approx \frac{\gamma_{i,j}^n - \gamma_{i-1,j}^n}{\Delta x}, \quad \frac{\partial \gamma}{\partial y} \approx \frac{\gamma_{i,j}^n - \gamma_{i,j-1}^n}{\Delta y} \quad (\text{III.5})$$

— *Schéma décentré à droite :*

$$\frac{\partial \gamma}{\partial x} \approx \frac{\gamma_{i+1,j}^n - \gamma_{i,j}^n}{\Delta x}, \quad \frac{\partial \gamma}{\partial y} \approx \frac{\gamma_{i,j+1}^n - \gamma_{i,j}^n}{\Delta y} \quad (\text{III.6})$$

— *Schéma centré :*

$$\frac{\partial \gamma}{\partial x} \approx \frac{\gamma_{i+1,j}^n - \gamma_{i-1,j}^n}{2\Delta x}, \quad \frac{\partial \gamma}{\partial y} \approx \frac{\gamma_{i,j+1}^n - \gamma_{i,j-1}^n}{2\Delta y} \quad (\text{III.7})$$

— *Approximation des dérivées seconde :*

$$\frac{\partial^2 \gamma}{\partial x^2} \approx \frac{\gamma_{i+1,j}^n - 2\gamma_{i,j}^n + \gamma_{i-1,j}^n}{\Delta x^2}, \quad \frac{\partial^2 \gamma}{\partial y^2} \approx \frac{\gamma_{i,j+1}^n - 2\gamma_{i,j}^n + \gamma_{i,j-1}^n}{\Delta y^2} \quad (\text{III.8})$$

2.4 Procédure numérique

Afin de résoudre numériquement les équations aux dérivées partielles établies dans le chapitre précédent, nous allons procéder à leurs discrétisations dans le but d'obtenir un système d'équations algébriques dont la résolution nous permet de déterminer les champs de toutes les variables du problème considéré (ψ, ω et θ). Pour la discrétisation des dérivées partielles des équations gouvernantes, nous avons utilisé différents schémas tel que le schéma Upwind du troisième ordre pour les termes convectifs et le schéma FTCS pour les termes temporels, diffusifs ainsi que pour les dérivées partielles du premier ordre du terme source, Anderson [42], Saadtdjian [134].

2.4.1 Discrétisation temporelle

Comme son nom l'indique, la méthode **FTCS** signifie (*avancé dans le temps, centré dans l'espace*) son application sur les dérivées temporelles veut dire que la discrétisation temporelle sera donc décentrée à droite (*avancé*) dans le temps, les dérivées temporelles présentes dans les équations gouvernantes seront donc écrites comme suit :

— *Dérivée temporelle de la vortacité :*

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} = \frac{\Omega_{i,j}^{n+1} - \Omega_{i,j}^n}{\Delta \tau} \quad (\text{III.9})$$

— *Dérivée temporelle de la température :*

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\theta_{i,j}^{n+1} - \theta_{i,j}^n}{\Delta \tau} \quad (\text{III.10})$$

2.4.2 Discrétisation du Terme convectif

Les termes convectifs, qui ont un caractère de non linéarité posent de grands problèmes dans leur résolution, notamment leur discrétisation et surtout lorsque l'écoulement du fluide présente des zones de recirculation ou des vortex secondaires. Ils existent plusieurs schémas de discrétisation de ces termes. L'un des plus efficaces et des plus utilisés est le schéma « Upwind ». Dans ce schéma la dérivée première d'une entité physique quelconque est une combinaison de la dérivée première centrée et de la dérivée première décentrée avant, quand la vitesse de l'écoulement est positive, et de la dérivée première décentrée arrière, quand la vitesse de l'écoulement est négative. Dans ce travail nous avons opté pour le schéma Upwind du 3^{ème} ordre. Parmi les avantages de ce schéma numérique est son caractère opérationnel pour l'élimination des oscillations induites par le schéma FTCS. Afin de diminuer la diffusion numérique et d'obtenir des résultats sans oscillation, un terme de diffusion artificielle est généralement défini dans le schéma Upwind du 3^{ème} ordre, ou des tailles de pas de temps et / ou des tailles de grille sont fixées à de petites valeurs. La réduction des tailles de grille et / ou du pas de temps augmente le temps de calcul et nécessite généralement l'écriture d'un code assez complexe lorsque des schémas d'ordre élevé sont utilisés [135].

Nous allons, dans ce qui suit, appliquer ce schéma sur les termes convectifs figurant dans les équations qui gouvernent le problème :

— *Termes convectifs de l'équation de vortacité :*

$$U_{i,j}^n \left(\frac{\partial \Omega}{\partial x} \right) \quad (\text{III.11})$$

Si $U_{i,j}^n > 0$ le terme (III.11) s'écrit comme suit :

$$U_{i,j}^n \left(\frac{\Omega_{i+1,j}^n - \Omega_{i-1,j}^n}{2\Delta X} - \frac{\Omega_{i+1,j}^n + 3\Omega_{i-1,j}^n - \Omega_{i-2,j}^n - 3\Omega_{i,j}^n}{6\Delta X} \right) \quad (\text{III.12})$$

Si $U_{i,j}^n < 0$ le terme (III.11) s'écrit de la manière suivante :

$$U_{i,j}^n \left(\frac{\Omega_{i+1,j}^n - \Omega_{i-1,j}^n}{2\Delta X} - \frac{\Omega_{i+2,j}^n - 3\Omega_{i+1,j}^n - \Omega_{i-1,j}^n + 3\Omega_{i,j}^n}{6\Delta X} \right) \quad (\text{III.13})$$

De la même façon, le deuxième terme convectif de l'équation de vorticité :

$$V_{i,j}^n \left(\frac{\partial \Omega}{\partial Y} \right) \quad (\text{III.14})$$

Peut prendre les deux notations suivantes :

Si $V_{i,j}^n > 0$:

$$V_{i,j}^n \left(\frac{\Omega_{i,j+1}^n - \Omega_{i,j-1}^n}{2\Delta Y} - \frac{\Omega_{i,j+1}^n + 3\Omega_{i,j-1}^n - \Omega_{i,j-2}^n - 3\Omega_{i,j}^n}{6\Delta Y} \right) \quad (\text{III.15})$$

Si $V_{i,j}^n < 0$:

$$V_{i,j}^n \left(\frac{\Omega_{i,j+1}^n - \Omega_{i,j-1}^n}{2\Delta Y} - \frac{\Omega_{i,j+2}^n - 3\Omega_{i,j+1}^n - \Omega_{i,j-1}^n + 3\Omega_{i,j}^n}{6\Delta Y} \right) \quad (\text{III.16})$$

— Termes convectifs de l'équation de l'énergie :

On suit la même démarche que pour les termes convectifs de l'équation de vorticité, le premier terme convectif sera donc écrit comme suit :

$$U_{i,j}^n \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right) \quad (\text{III.17})$$

Si $U_{i,j}^n > 0$:

$$U_{i,j}^n \left(\frac{\theta_{i+1,j}^n - \theta_{i-1,j}^n}{2\Delta X} - \frac{\theta_{i+1,j}^n + 3\theta_{i-1,j}^n - \theta_{i-2,j}^n - 3\theta_{i,j}^n}{6\Delta X} \right) \quad (\text{III.18})$$

Si $U_{i,j}^n < 0$:

$$U_{i,j}^n \left(\frac{\theta_{i+1,j}^n - \theta_{i-1,j}^n}{2\Delta X} - \frac{\theta_{i+2,j}^n - 3\theta_{i+1,j}^n - \theta_{i-1,j}^n + 3\theta_{i,j}^n}{6\Delta X} \right) \quad (\text{III.19})$$

De la même façon, le deuxième terme convectif de l'équation de l'énergie :

$$V_{i,j}^n \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) \quad (\text{III.20})$$

Peut s'écrire de la manière suivante :

Si $V_{i,j}^n > 0$:

$$V_{i,j}^n \left(\frac{\theta_{i,j+1}^n - \theta_{i,j-1}^n}{2\Delta Y} - \frac{\theta_{i,j+1}^n + 3\theta_{i,j-1}^n - \theta_{i,j-2}^n - 3\theta_{i,j}^n}{6\Delta Y} \right) \quad (\text{III.21})$$

Si $V_{i,j}^n < 0$

$$V_{i,j}^n \left(\frac{\theta_{i,j+1}^n - \theta_{i,j-1}^n}{2\Delta Y} - \frac{\theta_{i,j+2}^n - 3\theta_{i,j+1}^n - \theta_{i,j-1}^n + 3\theta_{i,j}^n}{6\Delta Y} \right) \quad (\text{III.22})$$

2.4.3 Discrétisation des termes diffusifs et du terme source

Comme mentionné auparavant la discrétisation utilisée pour les termes diffusifs et pour le terme source est de type FTCS. Il en découle les expressions suivantes pour les deux termes diffusifs des équations de vorticité et de l'énergie.

Pour ce qui suit on note $\Delta X = \Delta Y = h$, cas d'un maillage équidistant :

— *Terme diffusif de l'équation de vorticité* :

$$\frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Y^2} = \left(\frac{\Omega_{i+1,j}^n + \Omega_{i-1,j}^n + \Omega_{i,j+1}^n + \Omega_{i,j-1}^n - 4\Omega_{i,j}^n}{h^2} \right) \quad (\text{III.23})$$

— *Terme diffusif de l'équation de température* :

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} = \left(\frac{\theta_{i+1,j}^n + \theta_{i-1,j}^n + \theta_{i,j+1}^n + \theta_{i,j-1}^n - 4\theta_{i,j}^n}{h^2} \right) \quad (\text{III.24})$$

— *Terme source* :

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = \left(\frac{\theta_{i,j+1}^n - \theta_{i,j-1}^n}{2h} \right) \quad (\text{III.25})$$

2.4.4 Système d'équations discrétisées

En appliquant la démarche de discrétisation décrite par les équations (III.11)-(III.25), sur le système (II.90) et (II.92). On trouve donc le système des équations discrétisées qui est exprimé comme suit, dans ce cas on s'est content  juste pour les deux cas $(U_{i,j}^n > 0, V_{i,j}^n > 0)$ et $(U_{i,j}^n < 0 \text{ et } V_{i,j}^n < 0)$:

— *Equation de la vorticité :*

Si $U_{i,j}^n > 0$ et $V_{i,j}^n > 0$

$$\begin{aligned} \frac{\Omega_{i,j}^{n+1} - \Omega_{i,j}^n}{\Delta\tau} + U_{i,j}^n \left(\frac{\Omega_{i+1,j}^n - \Omega_{i-1,j}^n}{2h} - \frac{\Omega_{i+1,j}^n + 3\Omega_{i-1,j}^n - \Omega_{i-2,j}^n - 3\Omega_{i,j}^n}{6h} \right) + V_{i,j}^n \left(\frac{\Omega_{i,j+1}^n - \Omega_{i,j-1}^n}{2h} - \frac{\Omega_{i,j+1}^n + 3\Omega_{i,j-1}^n - \Omega_{i,j-2}^n - 3\Omega_{i,j}^n}{6h} \right) = \frac{1}{(1-\phi)^{2.5} \left[\phi \frac{\rho_{s,o}}{\rho_{f,o}} + (1-\phi) \right] \sqrt{Gr}} \left(\frac{\Omega_{i+1,j}^n + \Omega_{i-1,j}^n + \Omega_{i,j+1}^n + \Omega_{i,j-1}^n - 4\Omega_{i,j}^n}{h^2} \right) + \zeta \left(\frac{\theta_{i,j+1}^n - \theta_{i,j-1}^n}{2h} \right) \end{aligned} \quad (III.26)$$

Si $U_{i,j}^n < 0$ et $V_{i,j}^n < 0$

$$\begin{aligned} \frac{\Omega_{i,j}^{n+1} - \Omega_{i,j}^n}{\Delta\tau} + U_{i,j}^n \left(\frac{\Omega_{i+1,j}^n - \Omega_{i-1,j}^n}{2h} - \frac{\Omega_{i+2,j}^n - 3\Omega_{i+1,j}^n - \Omega_{i-1,j}^n + 3\Omega_{i,j}^n}{6h} \right) + V_{i,j}^n \left(\frac{\Omega_{i,j+1}^n - \Omega_{i,j-1}^n}{2h} - \frac{\Omega_{i,j+2}^n - 3\Omega_{i,j+1}^n - \Omega_{i,j-1}^n + 3\Omega_{i,j}^n}{6h} \right) = \frac{1}{(1-\phi)^{2.5} \left[\phi \frac{\rho_{s,o}}{\rho_{f,o}} + (1-\phi) \right] \sqrt{Gr}} \left(\frac{\Omega_{i+1,j}^n + \Omega_{i-1,j}^n + \Omega_{i,j+1}^n + \Omega_{i,j-1}^n - 4\Omega_{i,j}^n}{h^2} \right) + \zeta \left(\frac{\theta_{i,j+1}^n - \theta_{i,j-1}^n}{2h} \right) \end{aligned} \quad (III.27)$$

— *Equation de l'énergie :*

Si $U_{i,j}^n > 0$ et $V_{i,j}^n > 0$

$$\begin{aligned} \frac{\theta_{i,j}^{n+1} - \theta_{i,j}^n}{\Delta\tau} + U_{i,j}^n \left(\frac{\theta_{i+1,j}^n - \theta_{i-1,j}^n}{2h} - \frac{\theta_{i+1,j}^n + 3\theta_{i-1,j}^n - \theta_{i-2,j}^n - 3\theta_{i,j}^n}{6h} \right) + V_{i,j}^n \left(\frac{\theta_{i,j+1}^n - \theta_{i,j-1}^n}{2h} - \frac{\theta_{i,j+1}^n + 3\theta_{i,j-1}^n - \theta_{i,j-2}^n - 3\theta_{i,j}^n}{6h} \right) = \frac{\chi}{Pr\sqrt{Gr}} \left(\frac{\theta_{i+1,j}^n + \theta_{i-1,j}^n + \theta_{i,j+1}^n + \theta_{i,j-1}^n - 4\theta_{i,j}^n}{h^2} \right) \end{aligned} \quad (III.28)$$

Si $U_{i,j}^n < 0$ et $V_{i,j}^n < 0$

$$\begin{aligned} \frac{\theta_{i,j}^{n+1} - \theta_{i,j}^n}{\Delta\tau} + U_{i,j}^n \left(\frac{\theta_{i+1,j}^n - \theta_{i-1,j}^n}{22h} - \frac{\theta_{i+2,j}^n - 3\theta_{i+1,j}^n - \theta_{i-1,j}^n + 3\theta_{i,j}^n}{6h} \right) + V_{i,j}^n \left(\frac{\theta_{i,j+1}^n - \theta_{i,j-1}^n}{2h} - \frac{\theta_{i,j+2}^n - 3\theta_{i,j+1}^n - \theta_{i,j-1}^n + 3\theta_{i,j}^n}{6h} \right) = \frac{\chi}{Pr\sqrt{Gr}} \left(\frac{\theta_{i+1,j}^n + \theta_{i-1,j}^n + \theta_{i,j+1}^n + \theta_{i,j-1}^n - 4\theta_{i,j}^n}{h^2} \right) \end{aligned} \quad (III.29)$$

2.5 Discrétisation des conditions aux limites

Dans la partie définition du problème, on a évoqué les différentes conditions aux limites thermiques et hydrodynamiques. Il est à rappeler que les conditions hydrodynamiques sont de type non glissement ou adhérence aux parois dans lesquelles on va définir les fonctions de courant et les vorticités sur chaque bord. Concernant les conditions aux limites thermiques on

III.2 Méthode de résolution déterministe : Différences finies.

coïncide de deux types de condition de bords à savoir conditions de Dirichlet (température imposée) et condition de Newman (flux imposé). Les dérivées des conditions aux limites sont discrétisées avec un schéma décentré avant ou arrière, selon la position de la paroi considérée.

— Température

Dans le problème que nous traitons, les températures aux parois latérales sont imposées. Alors que les autres sont adiabatiques. En exprimant la condition d'adiabaticité comme suit :

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{j=1,ny} = 0 \quad (\text{III.30})$$

Il convient d'écrire la forme discrétisée de cette condition comme ci-après :

$$\frac{\theta_{i,j+1}^n - \theta_{i,j-1}^n}{2h} = 0 \quad (\text{III.31})$$

$$\theta_{(2:nx-1,Ny)} = \theta_{(2:nx-1,Ny-1)} \quad (\text{III.32})$$

$$\theta_{(2:nx-1,1)} = \theta_{(2:nx-1,2)} \quad (\text{III.33})$$

La figure suivante récapitule l'ensemble des conditions thermiques appliquées sur la configuration étudiée.

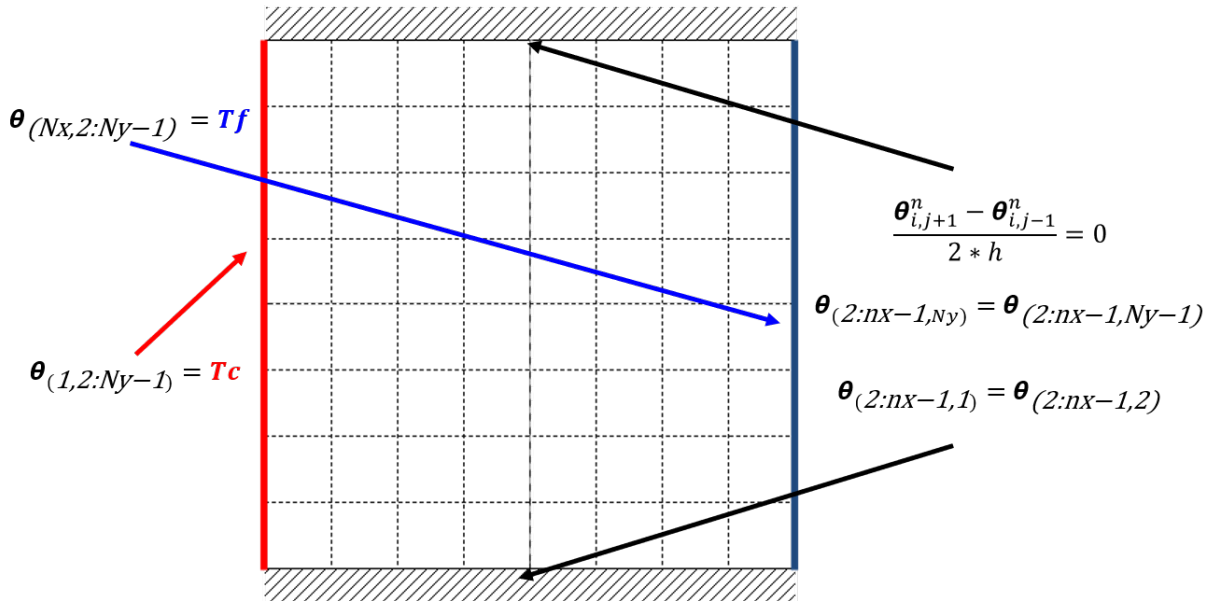


Figure III.2 – Formes discrètes des conditions de bords thermiques.

• Vorticité fonction de courant

L'une des principales difficultés dans l'utilisation de la formulation fonction de courant - vorticité ($\Psi - \Omega$) apparaît lors du traitement des conditions aux limites de la vorticité, qui ne sont pas données explicitement sur les parois (solides ou mobiles). Plusieurs conditions ont été proposées dans la littérature ; dans notre cas nous allons détailler la discrétisation de ces conditions aux niveaux des parois.

Rappelons alors, qu'au niveau des parois les vitesses normales sont nulles puisque les fonctions de courant sont constantes sur les bords (II.7.a), mais les vitesses tangentielles doivent être appliquées, on sera donc face aux conditions suivantes :

— *Sur les frontières gauche et droite :*

$$V = 0 \Rightarrow \frac{\partial \Psi}{\partial X} = 0 \quad (\text{III.34})$$

— *Sur les frontières supérieur et inférieur :*

$$U = 0 \Rightarrow \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = 0 \quad (\text{III.35})$$

La vorticité au niveau des murs doit être trouvée à partir de la fonction de courant. Cette dernière est constante sur les murs, sa détermination fait appel aux conditions (II.95) représentés ainsi sur la Figure II.7.a, ce qui fait :

— *Sur les frontières gauche et droite :*

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega \Rightarrow \Omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \quad (\text{III.36})$$

— *Sur les frontières supérieur et inférieur :*

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega \Rightarrow \Omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} \quad (\text{III.37})$$

Lorsque l'on utilise des approximations aux différences finies, les valeurs de Ψ sont stockées en points discrets constituant une grille de discrétisation (Figure II.7.b) et les dérivées des fonctions de courant sont approximées à l'aide d'une série de Taylor.

Considérons le développement en série de Taylor pour les fonctions de courant Ψ en négligeant les termes d'ordre supérieur à deux. La figure III.3 récapitule les conditions sur les fonctions de courant au niveau des bords.

On trouve :

III.2 Méthode de résolution déterministe : Différences finies.

— *Paroi supérieure :*

$$\Psi_{i,j=Ny-1} = \Psi_{i,j=Ny} - \frac{\partial \Psi_{i,j=Ny}}{\partial Y} h + \frac{\partial^2 \Psi_{i,j=Ny}}{\partial Y^2} \frac{h^2}{2} + o(h^3) \quad (\text{III.38})$$

— *Paroi inférieure :*

$$\Psi_{i,j=2} = \Psi_{i,j=1} + \frac{\partial \Psi_{i,j=1}}{\partial Y} h + \frac{\partial^2 \Psi_{i,j=1}}{\partial Y^2} \frac{h^2}{2} + o(h^3) \quad (\text{III.39})$$

— *Paroi latérale gauche :*

$$\Psi_{i=2,j} = \Psi_{i=1,j} + \frac{\partial \Psi_{i=1,j}}{\partial x} h + \frac{\partial^2 \Psi_{i=1,j}}{\partial x^2} \frac{h^2}{2} + o(h^3) \quad (\text{III.40})$$

— *Paroi latérale droite :*

$$\Psi_{i=Nx-1,j} = \Psi_{i=Nx,j} - \frac{\partial \Psi_{i=Nx,j}}{\partial x} h + \frac{\partial^2 \Psi_{i=Nx,j}}{\partial X^2} \frac{h^2}{2} + o(h^3) \quad (\text{III.41})$$

Concernant les vorticités, elles sont déduites en combinant les discrétisations des définitions (III.40) et (III.41), ainsi que les conditions aux bords sur les fonctions de courant (Figure II.7.b).

Au niveau de la paroi inférieure, on utilise la discrétisation de l'équation (III.33) qui est :

$$\Omega_{i,j=1} = - \left. \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} \right|_{j=1} \quad (\text{III.42})$$

Ainsi la vitesse de la paroi est donnée par :

$$U_{i,j=1} = \left. \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \right|_{j=1} = 0 \quad (\text{III.43})$$

En utilisant le développement en série de Taylor de la fonction de courant sur la paroi inférieure on trouve :

$$\psi_{i,j=2} = \psi_{i,j=1} + \cancel{\frac{\partial \psi_{i,j=1}}{\partial Y} h} - \frac{h^2}{2} \omega_{i,j=1} \quad (\text{III.44})$$

Donc :

$$\psi_{i,j=2} = \psi_{i,j=1} - \frac{h^2}{2} \omega_{i,j=1} \quad (\text{III.45})$$

Ce qui implique :

$$\omega_{i,j=1} = \frac{2}{h^2} (\psi_{i,j=1} - \psi_{i,j=2}) \quad (\text{III.46})$$

D'une manière similaire nous obtenons pour les autres parois on trouve :

— *Paroi supérieure :*

$$\omega_{i,j=ny} = \frac{2}{h^2} (\psi_{i,j=ny} - \psi_{i,j=ny-1}) \quad (\text{III.47})$$

— *Paroi latérale gauche :*

$$\omega_{i=1,j} = \frac{2}{h^2} (\psi_{i=1,j} - \psi_{i=2,j}) \quad (\text{III.48})$$

— *Paroi latérale droite :*

$$\omega_{i=nx,j} = \frac{2}{h^2} (\psi_{i=nx,j} - \psi_{i=nx-1,j}) \quad (\text{III.49})$$

$$\psi_{i,j=Ny-1} = \psi_{i,j=Ny} - \frac{\partial \psi_{i,j=Ny}}{\partial Y} h + \frac{\partial^2 \psi_{i,j=Ny}}{\partial Y^2} \frac{h^2}{2} + o(h^3)$$

$$\psi_{i,j=2} = \psi_{i,j=1} + \frac{\partial \psi_{i,j=1}}{\partial Y} h + \frac{\partial^2 \psi_{i,j=1}}{\partial Y^2} \frac{h^2}{2} + o(h^3)$$

Figure III.3 – Fonctions de courant au niveau des limites.

Prenant en compte les conditions d'adhérence aux parois impliquant la condition d'annulation des fonctions de courant au niveau des bords, ceci conduit aux nouvelles formes des conditions ((III.46) - (III.49)) qui s'écrivent :

$$\begin{cases} \omega_{(i,1)} = -2 * \frac{\psi_{(i,2)}}{h^2}, \omega_{(i,n_y)} = -2 * \frac{\psi_{(i,n_y-1)}}{h^2} \\ \omega_{(1,j)} = -2 * \frac{\psi_{(2,j)}}{h^2}, \omega_{(n_x,j)} = -2 * \frac{\psi_{(n_x-1,j)}}{h^2} \end{cases} \quad (\text{III.50})$$

2.6 Résolution du système d'équations

Les différentes dérivées partielles figurant dans les équations régissant notre modèle mathématique ont été discrétisées. Une fois leurs expressions substituées dans ces équations nous obtenons un système d'équations algébriques qui peut être résolu facilement par des méthodes itératives. L'équation qui calcul les fonctions de courant, étant elliptique. Dans ce travail, nous avons choisi une méthode itérative de surrelaxation successive appelée **S.O.R** (*Successive Over Relaxation*). La méthode (**SOR**) est une technique qui peut être utilisée pour tenter d'accélérer tout processus itératif, mais nous la proposons ici avant tout comme un perfectionnement des deux méthodes utilisées à savoir les méthodes **FTCS** et **Upwind**.

La forme discrète de la fonction de courant est donnée par la relation suivante :

$$\frac{\psi_{i+1,j}^n - 2\psi_{i,j}^n + \psi_{i-1,j}^n}{h^2} + \frac{\psi_{i,j+1}^n - 2\psi_{i,j}^n + \psi_{i,j-1}^n}{h^2} = -\omega_{i,j}^n \quad (\text{III.51})$$

Ce qui est équivalent à écrire :

$$\frac{\psi_{i+1,j}^n + \psi_{i-1,j}^n + \psi_{i,j+1}^n + \psi_{i,j-1}^n - 4\psi_{i,j}^n}{h^2} = -\omega_{i,j}^n \quad (\text{III.52})$$

Selon Mallinson et vahl davis [136], la méthode **S.O.R** appelée aussi méthode pseudo-stationnaire, introduit la notion du temps fictif. Ainsi, l'équations des fonctions de courant (II.78) sera fonction de la dérivée temporelle discrète et un facteur β' appelé paramètre de relaxation, l'équation (II.78) s'écrit alors comme suit :

$$\left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \omega \right) \beta' = \frac{\partial \Psi}{\partial t} \quad (\text{III.53})$$

La forme discrète des fonctions de courant (III.52) sera écrite comme suit :

$$\psi_{i,j}^{n+1} = 0.25\alpha' \left(\psi_{i+1,j}^n + \psi_{i-1,j}^n + \psi_{i,j+1}^n + \psi_{i,j-1}^n + h^2\omega_{i,j}^n \right) + (1 - \alpha') \psi_{i,j}^n \quad (\text{III.54})$$

Avec : $\alpha' = \beta' \times \Delta t$.

Par la suite le champ des vitesses pourra donc être déduit en appliquant la relation (II.58),
 $u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}.$

2.7 Critère de convergence

A chaque pas du temps, la mise à jour des nouvelles variables physiques est faite jusqu' à ce que le critère de convergence soit atteint, ce critère est donné comme suit :

$$\frac{\sum |A_{i,j}^{n+1} - A_{i,j}^n|}{\sum |A_{i,j}^{n+1}|} < 10^{-6} \quad (\text{III.55})$$

Avec les paramètres A représentent, la fonction de courant ψ , la température θ ou la vorticité ω .

2.8 Algorithme de calcul et organigramme

La formulation $\psi - \omega$ exige un traitement simultané des trois équations (fonctions de courant, vorticité et énergie). Les étapes que suit notre démarche de calcul sont résumées par l'algorithme suivant :

1. Définition du domaine, lecture et déclaration des données.
2. Génération du maillage.
3. Introduction des conditions initiales et aux limites.
4. Début de la boucle de temps.
 - Calcul du champ de la fonction de courant à partir de l'équation (III.54) (par la méthode **S.O.R**).
 - Résolution de l'équation de l'énergie et de la vorticité avec la méthode **FTCS** et **Upwind**.
 - Détermination du champ de vitesse (u, v) à partir de la relation (II.58).
 - Incrémentation du temps $(t + \Delta t)$.
 - Répétition du processus itératif jusqu'à la satisfaction du critère de convergence.
5. Fin de la boucle sur le temps.
6. Impression des résultats.

Par la suite on a pu élaborer un code de calcul qui s'articule sur les étapes citées ci-avant, notre démarche suivie est illustrée sur le logigramme de calcul de la figure III.4.

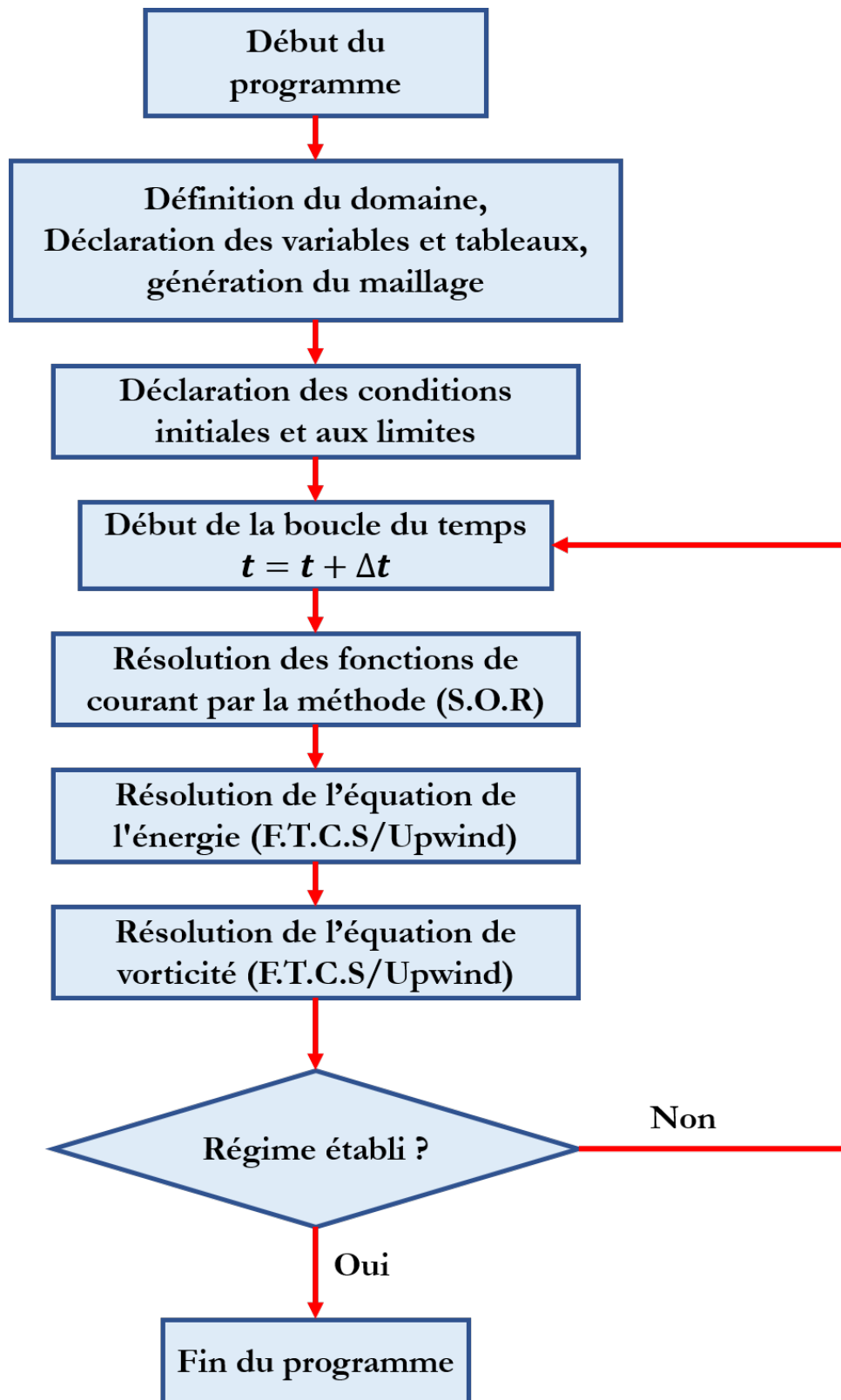


Figure III.4 – Organigramme de calcul.

3 Méthode probabiliste : Boltzmann sur réseau (LBM)

La méthode de Boltzmann sur réseau appelée en anglais *Lattice Boltzmann* (LBM) est une approche mésoscopique, utilisée en mécanique comme outil de résolution numérique des équations. Son principe est de résoudre l'équation de Boltzmann sous forme discrétisée à l'échelle mésoscopique afin d'obtenir par la suite avec une transformation une solution à l'échelle macroscopique. Historiquement, l'approche LBM est développée à partir des constats détruits de la théorie de la cinétique des gaz. En CFD (*Computational Fluid Dynamics*) les variables macroscopiques comme la vitesse u et la pression p , sont directement obtenues par résolution des équations de Navier-Stokes. Par ailleurs, en LBM ces variables macroscopiques peuvent être obtenues à partir des moments hydrodynamiques de la fonction de distribution des particules notés $f(x, t)$ [137].

La LBM a prouvé son efficacité dans la résolution d'un grand nombre de problèmes en mécanique des fluides tels que les écoulements multiphasiques, les milieux poreux, etc. Elle est précise et assez simple à mettre en œuvre. De ce fait, vient notre motivation d'étudier le phénomène de la convection au sein des cavités, afin de comparer son efficacité par rapport aux méthodes déterministes telles que les différences finies. Cette deuxième partie du troisième chapitre, fera donc l'objet d'une description générale de la méthode ainsi que son principe, on dévoilera aussi la manière et les démarches que suivra la résolution de notre problématique.

3.1 Les différentes échelles de description d'un système

La description d'un système peut se faire à différentes échelles. À l'échelle microscopique, la matière est considérée comme discontinue alors qu'à l'échelle macroscopique, la matière est considérée comme continue. La méthode Lattice Boltzmann se situe entre ces deux grandes échelles, on parle de l'échelle mésoscopique. À cette échelle, il est encore possible de définir les grandeurs thermodynamiques macroscopiques (pression, température, vitesse, etc ...). La matière est considérée comme homogène et les moyennes statistiques ont un sens. Le comportement d'un fluide peut s'étudier à chacune de ces échelles ce qui correspond à des méthodes numériques différentes. À l'échelle microscopique, la dynamique moléculaire décrit le mouvement de chaque molécule considérée. Étudier le comportement macroscopique d'un fluide en s'appuyant sur le mouvement microscopique de chacune des molécules qui le composent est trop coûteux numériquement, la méthode LB considère donc des groupes de molécules et réduit leurs possibilités de déplacement en les confinant aux nœuds d'un réseau (*lattice en anglais*) [138].

Enfin, à l'échelle macroscopique, on utilise les méthodes de type différences finies, éléments

III.3 Méthode probabiliste : Boltzmann sur réseau (LBM)

finis et volumes finis, qui reposent sur une discrétisation des équations macroscopiques de Navier-Stokes. Ceci est synthétisé sur la figure III.5.

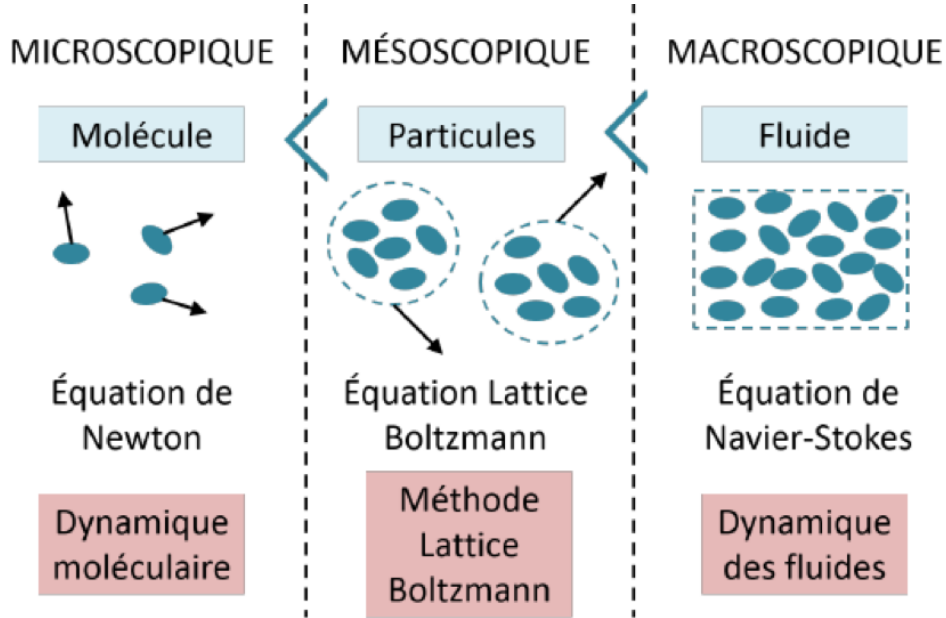


Figure III.5 – Domaines d’études, équations et méthodes de résolution correspondante.

Contrairement à ces méthodes traditionnelles de CFD (*Computational Fluid Dynamics*), la LBM est une méthode « ascendante » ou « émergente » où le comportement macroscopique d’un fluide ou d’un solide est déduit du mouvement discret des particules (propagation et collision). En effet, les équations macroscopiques peuvent être déduites des équations discrètes de la LBM grâce à un développement asymptotique.

3.2 Principe général de la méthode

La méthode LB est issue de la théorie cinétique des gaz de Boltzmann. L’idée fondamentale de la théorie cinétique est que les fluides sont constitués d’un grand nombre de particules qui se déplacent suivant un mouvement aléatoire [139]. L’échange de quantité de mouvement et d’énergie est obtenu par des collisions élastiques entre les particules et la propagation de ces particules. Ce processus est modélisé par l’équation de transport de Boltzmann qui est la suivante :

$$\frac{\partial f_k(x, t)}{\partial t} + c_k \frac{\partial f_k(x, t)}{\partial x} = \Omega_k \quad (\text{III.56})$$

Où la fonction de distribution $f(x, c, t)$ d’une particule simple représente la probabilité de trouver au temps t une particule à la position x et ayant une vitesse c . L’opérateur de collision Ω_k

caractérise le taux d'évolution de la fonction de distribution f dû aux collisions entre particules. Le deuxième terme de gauche représente la modification de la fonction de distribution due au mouvement des particules (dans le cas où elles ne sont soumises à aucune force) [140].

3.3 Modèles dynamiques de Boltzmann sur réseau

Nous avons vu que pour des applications numériques l'équation de Boltzmann a été discrétisée dans l'espace, le temps et l'espace des vitesses. Ces différentes discrétisations sont liées les unes aux autres par une dépendance du pas géométrique au pas de temps en fonction de la vitesse de discrétisation. Pour cela les domaines de solutions ont besoin d'être divisée en réseau. A chaque réseau son propre nombre de nœuds et leurs particules artificielles (fonction de distribution). Certains de ces flux de particules se déplacent dans les directions indiquées aux nœuds voisins [141]. Le nombre de directions et liaisons dépend de l'arrangement du réseau. La terminologie usuelle utilisée par LBM doit se référer à la dimension du problème et du nombre de vitesse qui utilise $D_n Q_m$.

Où :

n : représente la dimension du problème (1 pour 1D, 2 pour 2D et 3 pour 3D),

m : désigne le modèle de vitesse.

Pour un réseau deux dimensions de Boltzmann il existe 3 méthodes d'arrangement au minimum $D_2 Q_4$, $D_2 Q_5$, et $D_2 Q_9$ comme on constate comme suit :

- $D_2 Q_5$ et $D_2 Q_4$

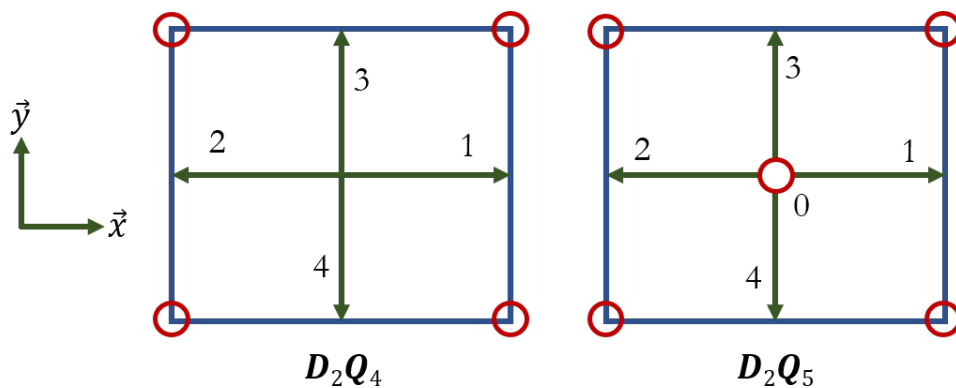


Figure III.6 – Exemple d'arrangement à 2-D.

On peut définir le module du vecteur vitesse correspondant au nœud du réseau par $C = [\pm(\Delta x/\Delta t); \pm(\Delta y/\Delta t)]$ généralement pour simplifier les calculs on prend $\Delta x = \Delta y = 1$ ce qui donne $C = (\pm 1; \pm 1)$. Par exemple pour $D_2 Q_4$ on trouve $C1(1; 0)$, $C2(-1; 0)$, $C3(0; 1)$, et

III.3 Méthode probabiliste : Boltzmann sur réseau (LBM)

$C_4(0; -1)$ correspondants respectivement a f_1, f_2, f_3 et f_4 (ce sont des fonctions de distribution).

- D_2Q_9

C'est le modèle le plus utilisé spécialement pour l'étude des problèmes d'écoulement. Le modèle D_2Q_9 est basé sur un réseau carré de pas $\delta x = \delta y = 1$, chaque motif du réseau est caractérisé par neuf vitesses discrètes ($i = 1 \dots 9$).

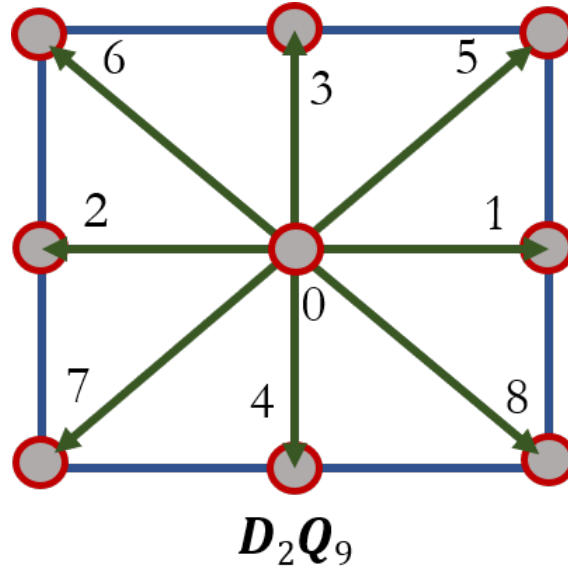


Figure III.7 – Mode arrangement D_2Q_9 .

Les particules fluides se déplacent d'un nœud de la grille vers le nœud voisin avec les vitesses discrètes qui sont données par :

- $C_0(0; 0)$, les composantes suivant x et y sont nulles.
- $C_1(1; 0)$, la composante suivant x est égale à 1 et suivant y est nulle.
- $C_2(-1; 0)$, la composante suivant x est égale à -1 et suivant y est nulle
- $C_3(0; 1)$, la composante suivant x nulle et suivant y est égale à 1.
- $C_4(0; -1)$, la composante suivant x est nulle suivant y est égale à -1 .
- $C_5(1; 1)$, la composante suivant x est égale à 1 suivant y est égale à 1.
- $C_6(-1; 1)$, la composante suivant x est égale à -1 suivant y est égale à 1.
- $C_7(-1; -1)$, la composante suivant x est égale à -1 suivant y est égale à -1 .
- $C_8(1; -1)$, la composante suivant x est égale à 1 suivant y est égale à -1 .

Chaque réseau est caractérisé par des coefficients qu'on appelle des facteurs de poids.

Le présent travail concerne une étude de la convection naturelle au sein d'une cavité carré, donc on est face à un domaine bidimensionnel 2D, alors nous aurons le soin d'utiliser le réseau

D_2Q_9 pour discrétiser les vitesses et les températures.

Le tableau suivant (III.1) récapitule les différents paramètres essentiels pour chaque d'arrangement.

Tableau III.1 – Caractéristique de schéma de vitesse utilisée.

Schéma	k	c_k	ω_k
D_1Q_2	1 et 2	$c = (\pm 1)$	1/2
D_1Q_3	0	$c = (0)$	4/6
	1 et 2	$c = (1), c = (-1)$	1/6
D_2Q_5	0	$c(0, 0)$	1/3
	1, 2, 3, 4	$c(\pm 1, 0), c(0, \pm 1)$	1/6
D_2Q_9	0	$c(0, 0)$	4/9
	1, 2, 3, 4	$c(\pm 1, 0), c(0, \pm 1)$	1/9
	5, 6, 7, 8	$c(\pm 1, \pm 1)$	1/36
D_3Q_7	0	$c(0, 0, 0)$	1/4
	1, 2, 3, 4, 5, 6	$c(\pm 1, 0, 0), c(0, \pm 1, 0), c(0, 0, \pm 1)$	1/8
D_3Q_{15}	0	$c(0, 0, 0)$	16/72
	1, 2, 3, 4, 5 et 6	$c(\pm 1, 0, 0), c(0, \pm 1, 0), c(0, 0, \pm 1)$	8/72
	7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 et 14	$c(\pm 1, \pm 1, \pm 1)$	1/72

Remarque : Ω_k représente le facteur de pondération constante ou du poids, relative à chaque direction de propagation.

3.4 Équation de Boltzmann discrète et approximation BGK

La méthode Lattice Boltzmann repose sur une description spatiale discrète. La probabilité qu'une particule du réseau se propage dans la direction k est donnée par la fonction de distribution discrète $f_k(x, t)$, $k = 0 \dots M$. L'équation de Boltzmann peut alors être écrite sous sa forme discrète :

$$\frac{f_k(x, t + \Delta t) - f_k(x, t)}{\Delta t} + c_k \frac{f_k(x + \Delta x, t + \Delta t) - f_k(x, t + \Delta t)}{\Delta x} = \Omega_k \quad (\text{III.57})$$

Avec $c_k = \frac{\Delta x}{\Delta t}$, on obtient :

$$\frac{f_k(x + \Delta x, t + \Delta t) - f_k(x, t)}{\Delta t} = \Omega_k \quad (\text{III.58})$$

Pour l'opérateur de collision Ω_k , on utilise l'approximation **BGK** (*Bhatnagar-Gross-Krook*) très répandue [141]. Cette approche considère que la collision correspond à une relaxation vers

III.3 Méthode probabiliste : Boltzmann sur réseau (LBM)

un état d'équilibre local (avec un temps de relaxation unique), soit :

$$\Omega_k = \frac{-1}{\tau} [f_k(x, t) - f_k^{eq}(x, t)] \quad (\text{III.59})$$

Où τ est le temps de relaxation qui correspond au temps moyen entre deux collisions et $f_k(x, t)$ est la fonction de distribution d'équilibre au point x et au temps t . L'équation (III.58) signifie qu'après la collision, la fonction de distribution relaxe vers une approximation discrète de la distribution d'équilibre de Maxwell-Boltzmann en un temps de relaxation τ .

En introduisant le facteur de relaxation $\omega = \frac{\Delta t}{\tau}$ qui représente la fréquence de collision des particules sur un pas de temps, on obtient l'équation décrivant explicitement l'évolution spatio-temporelle des fonctions de distribution :

$$f_k(x + \Delta x, t + \Delta t) - f_k(x, t) = \frac{-\Delta t}{\tau} [f_k(x, t) - f_k^{eq}(x, t)] \quad (\text{III.60})$$

Numériquement, l'équation (III.59) conduit aux deux principales étapes de la méthode Lattice Boltzmann :

- La collision

$$f_k(x + \Delta x, t + \Delta t) = f_k(x, t)(1 - \omega) + \omega f_k^{eq}(x, t) \quad (\text{III.61})$$

- La propagation

$$f_k(x + \Delta x, t + \Delta t) = f_k^{eq}(x, t + \Delta t) \quad (\text{III.62})$$

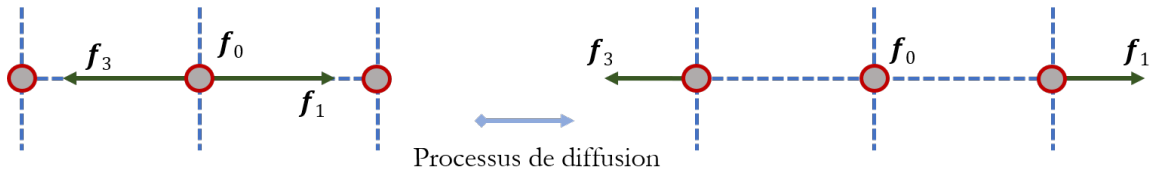


Figure III.8 – Processus de diffusion.

3.5 Relation entre échelles macroscopique et mésoscopique

L'équation de diffusion peut être déduite de l'équation de la LBM en utilisant l'expansion de Chapman-Enskog [142]. La relation entre les échelles macroscopique et mésoscopique est la

suivante :

$$\alpha = \frac{\Delta x^2}{\Delta t D} \left(\frac{1}{\omega} - \frac{1}{2} \right) \quad (\text{III.63})$$

D est la dimension du problème ($D = 1$) pour un problème unidimensionnel, ($D = 2$) pour le problème bidimensionnel et ($D = 3$) pour le problème tridimensionnel.

3.6 Fonctions de distributions à l'équilibre

L'élément clé de l'application de LBM à différents problèmes est la distribution à l'équilibre f^{eq} . Pour des particules se déplaçant dans un milieu avec une vitesse macroscopique, la fonction de distribution de Maxwell peut s'écrire comme suit :

$$f = \frac{\rho}{2\pi/3} e^{-\frac{3}{2}(c-u)^2} \quad (\text{III.64})$$

Qui peut être écrite comme :

$$f = \frac{\rho}{2\pi/3} e^{-\frac{3}{2}(c^2)} e^{-\frac{3}{2}(cu-u)^2/2} \quad (\text{III.65})$$

Avec :

c : est la vitesse microscopique,

u : est la vitesse macroscopique.

D'où l'équation (III.65) peut être étendue autour de l'état stationnaire par un développement de Taylor.

$$f = \frac{\rho}{2\pi/3} e^{-\frac{3}{2}(c^2)} \left[1 + 3(c \cdot u) + \frac{3}{2}u^2 + \dots \right] \quad (\text{III.66})$$

La forme générale de la fonction de distribution d'équilibre peut être écrite ainsi :

$$f_i^{eq} = \phi \omega_i \left[\mathbf{a} + \mathbf{b} c_i \cdot \mathbf{u} + \mathbf{C} (c_i \cdot \mathbf{u})^2 + d u^2 \right] = \phi \omega_i A \quad (\text{III.67})$$

Où u est le vecteur de vitesse d'écoulement (pas d'écoulement) macroscopique ; a, b, C et d sont des constantes qui doivent être déterminées par le principe de conservation (masse, quantité de mouvement et énergie).

ϕ : représente un paramètre scalaire, qui dépend de la densité (ρ) et des concentrations en

III.3 Méthode probabiliste : Boltzmann sur réseau (LBM)

espèces, qui est égale à la somme de toutes les fonctions de distribution, à savoir :

$$\phi(x, t) = \sum_{i=0}^{i=n} f_i^{eq}(x, t) \quad (\text{III.68})$$

Où n est le nombre de vitesse d'un nœud. Par exemple, dans un processus de diffusion, on a un schéma de vitesse qui correspond à D_1Q_9 dans ce cas $n = 9$.

3.7 Equation de la chaleur

Dans cette partie on va essayer de démontrer l'équation de chaleur à partir de la fonction de distribution et l'équation de transport de Boltzmann.

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = \Gamma \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} \quad (\text{III.69})$$

La température peut être exprimée comme suit :

$$T(x, t) = \sum_{i=1}^{i=2} g_i(x, t) = g_1(x, t) + g_2(x, t) \quad (\text{III.70})$$

Dès maintenant, nous écrivons g_i Au lieu de $g_i(x, t)$ pour alléger les écritures. Étant donné que l'équation de diffusion est linéaire, il est juste de supposer que la fonction de distribution d'équilibre est reliée à $T(x, t)$ comme :

$$g_i^{eq} = \omega_i T(x, t) \quad (\text{III.71})$$

En prenant la sommation des deux côtés de l'équation ci-dessus :

$$\sum_{i=1}^2 g_i^{eq} T = \omega_1 T + \omega_2 T \quad (\text{III.72})$$

Avec :

$$g^{eq} = \omega_1 T(x, t) \text{ et } g_2^{eq} = \omega_2 T(x, t) \quad (\text{III.73})$$

Les facteurs de pondération doivent satisfaire la relation

$$\sum_{i=1}^2 \omega_i = 1 \quad (\text{III.74})$$

Chapitre III : Résolution numérique du problème

La fonction de distribution peut être décomposée en petits termes

$$f_i(x, t) = g_i^0 + \varepsilon g_i^1 + \varepsilon^2 g_i^2 \dots \quad (\text{III.75})$$

Où g_i^0 est la fonction de distribution aux conditions d'équilibre, égale à g_i^{eq} en additionnant l'équation ci-dessus, elle conduit à :

$$\sum_{i=1}^2 g_i(x, t) = \sum_{i=1}^2 g_i^0 + \varepsilon g_i^1 + \varepsilon^2 g_i^2 \dots \quad (\text{III.76})$$

$$g_1 + g_2 = T(x, t) \text{ et } g_1^0 + g_2^0 = T(x, t) \quad (\text{III.77})$$

Le développement limité en séries de Taylor de $g(x + \Delta x, t + \Delta t)$ donne :

$$g_i(x + c_i, t + \Delta t) = g_i(x, t) + \frac{\partial g_i}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial g_i}{\partial t} \Delta t + \Delta t^2 / 2 \left(\frac{\partial^2 g_i}{\partial t^2} + 2 \frac{\partial^2 g_i}{\partial t \partial x} c_i + \frac{\partial^2 g_i}{\partial x^2} c_i^2 \right) + o(\Delta t)^2 \quad (\text{III.78})$$

En remplaçant $\frac{1}{\partial t}$ par $\frac{\varepsilon^2}{\partial t}$ et $\frac{1}{\partial x}$ par $\frac{\varepsilon}{\partial x}$; avec $\varepsilon \ll 1$. On obtient :

$$g_i(x + c_i, t + \Delta t) = g_i(x, t) + \frac{\varepsilon^2 \partial g_i}{\partial t} \Delta t + \varepsilon \frac{\partial g_i}{\partial x} c_i \Delta t + \Delta t^2 / 2 \left(\varepsilon^4 \frac{\partial^2 g_i}{\partial t^2} + 2 \varepsilon^3 \frac{\partial^2 g_i}{\partial t \partial x} c_i + \frac{\varepsilon^2 \partial^2 g_i}{\partial x^2} c_i^2 \right) + o(\Delta t)^2 \quad (\text{III.79})$$

L'équation de Lattice Boltzmann peut être écrite comme :

$$g_i(x + c_i, t + \Delta t) = g_i(x, t) + \frac{\Delta t}{\tau} [g_i^0(x, t) - g_i(x, t)] \quad (\text{III.80})$$

D'après les deux relations précédentes, en conservant les termes jusqu'à l'ordre de ε^2 .

$$\frac{\Delta t}{\tau} [g_i^0(x, t) - g_i(x, t)] = \frac{\varepsilon^2 \partial g_i}{\partial t} \Delta t + \varepsilon \frac{\partial g_i}{\partial x} c_i \Delta t + \Delta t^2 / 2 \left(\frac{\varepsilon^2 \partial^2 g_i}{\partial x^2} c_i^2 \right) + o(\Delta t)^2 + o(\varepsilon^3) \quad (\text{III.81})$$

Les termes qui contiennent un ε de puissance supérieure à 2 tend vers 0 (car $\varepsilon \ll 1$)

Le développement de la fonction f_i devient :

$$g_i = g_i^0 + \varepsilon g_i^1 + \varepsilon^2 g_i^2 + \dots \quad (\text{III.82})$$

III.3 Méthode probabiliste : Boltzmann sur réseau (LBM)

On remplace f_i par son développement on obtient

$$\frac{-1}{\tau} [\varepsilon g_i^1 + \varepsilon^2 g_i^2] = \varepsilon^2 \frac{\partial g_i^0}{\partial t} + \varepsilon c_i \frac{\partial g_i^0}{\partial x} + \frac{\varepsilon^2 c_i \partial g_i^1}{\partial x} + \frac{\varepsilon^2 \Delta t^2}{2} \frac{\partial^2 g_i^0}{\partial x^2} \quad (\text{III.83})$$

Les termes d'égalisation des deux côtés de l'équation ci-dessus de même ordre de ε donnent :

$$\frac{-1}{\tau} g_i^1 = c_i \frac{\partial g_i^0}{\partial x} \quad (\text{III.84})$$

Par conséquent en prenant dérivé de l'équation ci-dessus, donne :

$$\frac{-1}{\tau} \frac{\partial f_i^1}{\partial x} = c_i \frac{\partial^2 f_i^0}{\partial x^2} \quad (\text{III.85})$$

Termes de l'ordre de ε^2 :

$$\frac{-1}{\tau} g_i^2 = \frac{\partial g_i^0}{\partial t} + \frac{c_i \partial g_i^1}{\partial x} + \frac{\Delta t^2}{2} \frac{\partial^2 g_i^0}{\partial x^2} \quad (\text{III.86})$$

Substitution de la dérivée de g_i^1 en ce qui concerne x dans l'équation ci-dessus,

$$\frac{-1}{\tau} g_i^2 = \frac{\partial g_i^0}{\partial t} - \tau \frac{c_i c_i \partial^2 g_i^0}{\partial x^2} + \frac{\Delta t^2}{2} \frac{\partial^2 g_i^0}{\partial x^2} \quad (\text{III.87})$$

Pour récupérer l'équation de diffusion continue l'équation ci-dessus doit être additionnée sur tous les États $i = 1, 2$:

$$\sum_i \left(\frac{-1}{\tau} g_i^2 \right) = \sum_i \frac{\partial g_i^0}{\partial t} - \tau \frac{c_i c_i \partial^2 g_i^0}{\partial x^2} + \frac{\Delta t^2}{2} \frac{\partial^2 g_i^0}{\partial x^2} \quad (\text{III.88})$$

Le premier terme sur le côté gauche (**LHS**) est zéro. Le premier terme sur le côté droit (**RHS**) sera :

$$\sum_i \frac{\partial g_i}{\partial t} = \frac{\partial \sum_i g_i}{\partial t} = \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (\text{III.89})$$

Et

$$\sum_i \frac{c_i c_i \partial^2 g_i^0}{\partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\sum_i g_i^0 c_i c_i \right) = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \quad (\text{III.90})$$

$0 = \frac{\partial \psi}{\partial t} - \left(\tau - \frac{\Delta t^2}{2} \right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$ C'est l'équation de la chaleur 1 dimension avec $\Psi(x, t) = T(x, t)$

Un paramètre scalaire comme la densité ou la température.

En comparant l'équation ci-dessus avec l'équation de diffusion, le paramètre de relaxation,

τ peut être relié au coefficient de diffusion comme :

$$\Gamma = \tau - \frac{\Delta t^2}{2} \quad (\text{III.91})$$

Nous avons montré l'équation de la chaleur à partir de l'équation de transport de Boltzmann sur réseau, donc on peut conclure que l'utilisation de l'équation de transport de Boltzmann représente une bonne approximation de la diffusion de la chaleur.

NB : On utilise les relations entre l'échelle microscopique et macroscopique pour décrire la grandeur macroscopique (température) :

$$T(x, t) = \sum_i g_i^{eq}(x, t) \quad (\text{III.92})$$

$$T(x, t) = \sum_i g_i(x, t) \quad (\text{III.93})$$

$$g_i^{eq}(x, t) = \omega_i T(x, t) \quad (\text{III.94})$$

3.8 Cas d'advection diffusion

L'équation de Lattice Boltzmann pour le problème advection - diffusion est la même que l'équation précédente :

$$f_k(x, y, t + \Delta t) = f_k(x, y, t) - \omega + \omega f_k^{eq}(x, y, t) \quad (\text{III.95})$$

La seule différence est un terme supplémentaire ajouté à la fonction de répartition à l'équilibre pour tenir compte de l'effet d'advection,

$$f_k^{eq} = \omega_k \phi(x, t) \left(1 + \frac{c_k \cdot u}{c_s^2} \right) \quad (\text{III.96})$$

Où u est le vecteur vitesse d'advection. Par exemple, pour $2 - D$, le vecteur $U = ui + vj$.

Où i et j sont des vecteurs unitaires dans les directions x et y et c_k est le vecteur unitaire le long de la direction de diffusion.

En général :

$$c_k = \frac{\Delta x}{\Delta t} i + \frac{\Delta y}{\Delta t} j \quad (\text{III.97})$$

Pour $c_k = 1$; la vitesse du son, c_s , pour D_1Q_2 , D_2Q_4 et D_3Q_6 est la suivante :

$$c_s = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Pour D_1Q_3 , D_2Q_5 , D_2Q_9 et D_3Q_{15} ,

$$c_s = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

3.9 Écoulement isotherme incompressible

En l'absence de collision, les particules sont en équilibre thermodynamique. Un tel état est décrit par une fonction de distribution à l'équilibre f^{eq} , solution de l'équation $\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll} = 0$ une telle fonction vérifie donc :

$$f_k^{eq} = \omega_k \rho(x, t) \left(1 + \frac{c_s \cdot u}{c_k} + \frac{1}{2} \frac{(c_k \cdot u)^2}{c_s^4} - \frac{1}{2} \frac{u^2}{c_s^2} \right) \quad (\text{III.98})$$

Avec $c_s = \frac{1}{\sqrt{3}}$ la vitesse de son.

La conservation de la masse peut être décrite comme étant la sommation des fonctions de distributions dans chaque nœud du réseau représentant la densité macroscopique du fluide :

$$\rho = \sum_{k=0}^8 f_k \quad (\text{III.99})$$

La conservation de la quantité de mouvement peut être décrite comme étant la sommation de produits des vitesses microscopiques du réseau par la fonction de distribution.

$$u = \frac{1}{\rho} \sum_{k=0}^8 f_k c_k \quad (\text{III.100})$$

3.10 Conditions aux limites

L'une des parties les plus importantes d'une simulation avec la méthode de Boltzmann sur réseau est l'établissement des conditions aux limites. L'établissement des conditions aux limites pour les méthodes de calcul classique utilisées en hydrodynamique (CFD) se fait par l'obtention des variables de l'écoulement. Ce n'est pas le cas pour la méthode LBM, où les fonctions de distributions entrantes dans le domaine doivent être déterminées. On doit déterminer donc les équations appropriées pour le calcul des fonctions de distributions aux limites du domaine pour chaque condition aux limites. Dans la littérature, plusieurs approches sont suggérées et testées, dans ce qui suit les conditions aux limites présentées sont celles utilisées par [\[141\]](#).

3.10.1 Le rebondissement

Cette condition aux limites est utilisée quand une particule rencontre une limite de type paroi solide, la particule rebondie sur ce dernier pour revenir dans l'écoulement en suivant sa direction d'origine. Le processus de collision n'intervient pas à la limite mais seulement dans la région interne du fluide.

Pour sa simplicité, la méthode du rebond joue un rôle majeur dans la simulation des écoulements des fluides par la méthode de LBM, dans des domaines caractérisés par la complexité de leurs géométries. Cela peut être illustré par exemple dans la simulation des écoulements dans les milieux poreux. La beauté du modèle réside dans le fait que l'on n'a qu'à désigner une particule comme étant un obstacle solide, sans avoir besoin d'autres traitements en programmation.

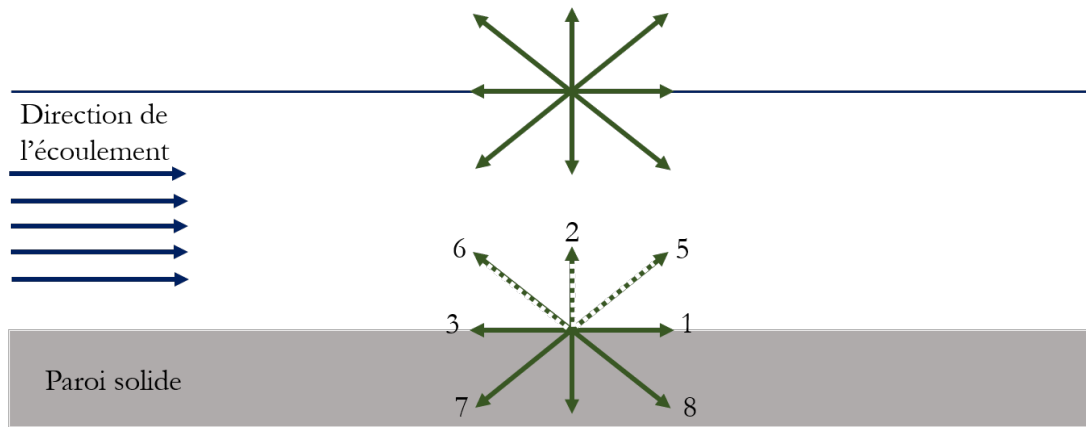


Figure III.9 – Le rebond des particules.

Les fonctions de distributions f_4 , f_7 et f_8 sont connues par le processus de propagation. Lorsque ces fonctions de distributions rencontrent le mur, le schéma du rebond est appliqué, donc :

$$f_5 = f_7; f_2 = f_4 \text{ et } f_6 = f_8$$

Le schéma du rebond assure la conservation de la masse et de la quantité de mouvement, et peut être appliquée aux obstacles et aux murs, en considérant que la vitesse aux surfaces solides est nulle en chaque point.

3.10.2 Modèle thermique de Boltzmann sur réseaux (TLBM)

Durant les 15 dernières années, la méthode LBM a connue une évolution rapide concernant la résolution d'une grande variété de types d'écoulements. Cependant l'effort fournis pour l'éta-

blissement d'un modèle stable pour la méthode de Boltzmann sur réseaux thermiques (TLBM) n'a porté ses fruits que récemment. McNamera et Alder ont réussi à simuler le phénomène de transfert de chaleur en utilisant l'approche à double population [143]. Ce modèle sera utilisé dans notre travail.

3.10.3 Modèle à double population

Dans ce modèle une fonction de distribution indépendante d'énergie interne est introduite pour obtenir le champ de températures. Donc deux fonctions de distributions indépendantes sont utilisées à savoir la fonction de distribution de la densité de masse et celle de l'énergie interne pour simuler l'écoulement du fluide et le transfert de chaleur respectivement [144]. Puisque les deux fonctions de distributions indépendantes sont adoptées pour décrire l'écoulement du fluide et le transfert de chaleur, ces deux dernières peuvent ne pas partager le même réseau et la même fonction d'équilibre. Par exemple dans notre travail nous avons utilisé le réseau D_2Q_9 pour simuler l'écoulement du fluide, et le réseau simplifié D_2Q_5 pour le transfert de chaleur.

Pour un problème thermique incompressible, Mohammed et al. [145] ont proposé deux fonctions de distributions : la fonction de distribution de densité de masse et la fonction de distribution de l'énergie interne.

$$f_k(x + \Delta x, t + \Delta t) - f_k(x, t) = \frac{-\Delta t}{\tau_v} [f_k(x, t) - f_k^{eq}(x, t)] + F \quad (\text{III.101})$$

$$F = 3\omega_i \rho g \beta \theta \quad (\text{III.102})$$

$$g_k(x + \Delta x, t + \Delta t) - g_k(x, t) = \frac{-\Delta t}{\tau_T} [g_k(x, t) - g_k^{eq}(x, t)] \quad (\text{III.103})$$

Où F représente la force externe, τ_v et τ_T sont les temps de relaxation de l'écoulement et du transfert thermique respectivement.

Et procédant à l'expansion de Chapman-Enskog on aboutit aux équations de transfert (III.101), (III.102) et (III.103). On utilise le schéma D_2Q_9 pour la fonction de distribution dynamique, et pour la fonction de l'énergie. Les fonctions d'équilibre dynamique et de l'énergie s'expriment :

$$f_k^{eq} = \omega_k \rho(x, t) \left(1 + \frac{c_s \cdot u}{c_k} + \frac{1}{2} \frac{(c_k \cdot u)^2}{c_s^4} - \frac{1}{2} \frac{u^2}{c_s^2} \right) \quad (\text{III.104})$$

$$g_k^{eq} = \omega_k \psi \left(1 + \frac{c_i \cdot u}{c_s^2} \right) \quad (\text{III.105})$$

3.10.4 Conditions aux limites hydrodynamiques

Il est très fréquent dans les applications pratiques que nous connaissons les composantes des vitesses sur les parois, par exemple la vitesse d'entrée pour un écoulement de canal [146].

Zhu et He [143] ont décrit une méthode pour calculer les trois fonctions inconnues de distribution basées sur les équations de densité et du moment suivantes avec des conditions d'équilibre normales aux limites :

$$\rho = \sum_{k=0}^8 f_k \quad (\text{III.106})$$

$$\rho u = \sum_{k=0}^8 f_k c_k \quad (\text{III.107})$$

L'équation (III.106) peut être écrite comme :

$$\rho = f_0 + f_1 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 + f_7 + f_8 \quad (\text{III.108})$$

Suivant la composante x :

$$\rho u = f_1 + f_5 + f_8 - f_3 - f_7 - f_6 \quad (\text{III.109})$$

Suivant la composante y :

$$\rho v = f_5 + f_2 + f_6 - f_7 - f_4 - f_8 \quad (\text{III.110})$$

Nous avons quatre inconnues : trois fonctions de distribution et une inconnue supplémentaire ρ aux limites. Cependant, nous ne disposons que de trois équations, nous avons besoin d'une autre équation ou d'une condition à résoudre pour quatre inconnues (trois fonctions de distribution et ρ). La condition vient de l'hypothèse de la condition ; normale à la surface. La figure III.10 montre un domaine à l'est, à l'ouest, au nord et au sud des frontières. Les composantes de la vitesse sont connues dans ces limites. Dans la figure suivante, les fonctions inconnues de distribution sont indiquées par des lignes en pointillés. Les fonctions de distribution connues après la propagation sont indiquées par des lignes pleines.

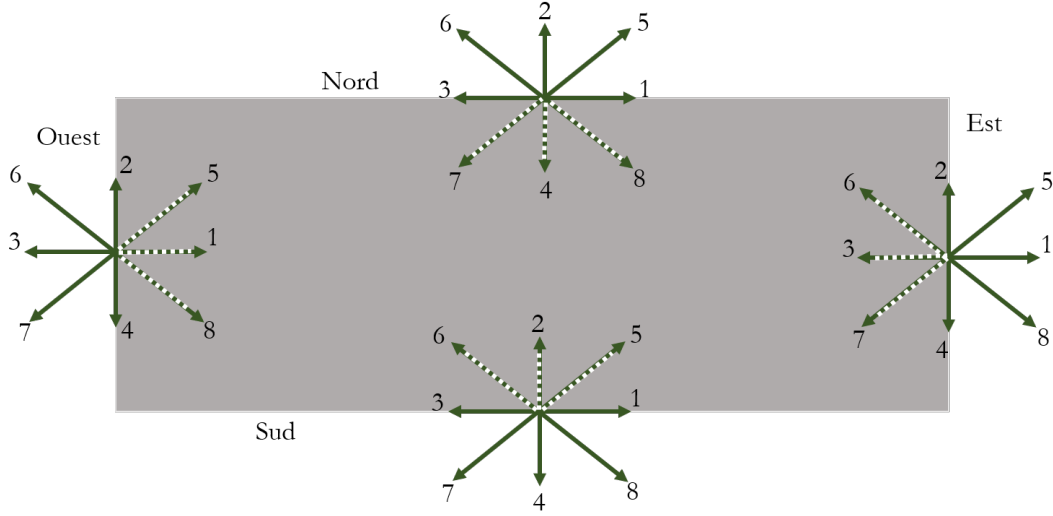


Figure III.10 – Fonctions de distribution aux limites du domaine.

• **Frontières Ouest** Pour les limites ouest, les fonctions de distribution non données sont : f_1 , f_5 et f_8 . La résolution des quatre inconnus : ρ_w , f_1 , f_5 et f_8 est donnée par les équations suivantes :

$$\rho_w = \frac{1}{1 - u_w} (f_0 + f_2 + f_4 + 2(f_3 + f_6 + f_7)) \quad (\text{III.111})$$

$$f_1 = f_3 + \frac{2}{3}\rho_w u_w \quad (\text{III.112})$$

$$f_5 = f_7 - (f_2 - f_4) + \frac{1}{6}\rho_w u_w + \frac{1}{2}\rho_w v_w \quad (\text{III.113})$$

$$f_8 = f_6 + (f_2 - f_4) + \frac{1}{6}\rho_w u_w + \frac{1}{2}\rho_w v_w \quad (\text{III.114})$$

• **Frontières Nord**

$$\rho_E = \frac{1}{1 - u_E} (f_0 + f_2 + f_4 + 2(f_1 + f_5 + f_8)) \quad (\text{III.115})$$

$$f_3 = f_1 - \frac{2}{3}\rho_E u_E \quad (\text{III.116})$$

$$f_7 = f_5 - (f_2 - f_4) - \frac{1}{6}\rho_E u_E - \frac{1}{2}\rho_E v_E \quad (\text{III.117})$$

$$f_6 = f_8 - (f_2 - f_4) + \frac{1}{6}\rho_E u_E + \frac{1}{2}\rho_E v_E \quad (\text{III.118})$$

• Frontières Ouest

$$\rho_N = \frac{1}{1 + u_N} (f_0 + f_1 + f_3 + 2(f_2 + f_6 + f_5)) \quad (\text{III.119})$$

$$f_4 = f_2 - \frac{2}{3}\rho_N u_N \quad (\text{III.120})$$

$$f_7 = f_5 + (f_1 - f_3) - \frac{1}{6}\rho_N u_N - \frac{1}{2}\rho_N v_N \quad (\text{III.121})$$

$$f_8 = f_6 + (f_3 - f_1) + \frac{1}{6}\rho_N u_N - \frac{1}{2}\rho_N v_N \quad (\text{III.122})$$

• Frontières Sud

$$\rho_N = \frac{1}{1 - u_S} (f_0 + f_1 + f_3 + 2(f_4 + f_7 + f_8)) \quad (\text{III.123})$$

$$f_2 = f_4 + \frac{2}{3}\rho_S u_S \quad (\text{III.124})$$

$$f_5 = f_7 - (f_1 - f_3) + \frac{1}{6}\rho_S u_S + \frac{1}{2}\rho_S v_S \quad (\text{III.125})$$

$$f_6 = f_8 + (f_1 - f_3) + \frac{1}{6}\rho_S u_S - \frac{1}{2}\rho_S v_S \quad (\text{III.126})$$

3.11 Extrapolation des conditions de bord pour le cas étudié

On note que le cas traité ici par la LBM, concerne une cavité carrée remplie d'air, cette cavité est soumise à un gradient de température horizontal, les conditions aux limites hydrodynamiques et thermiques sont exposées comme suit :

3.11.1 Condition au limites hydrodynamique

Les quatre parois constitutives de la cavité, sont soumises à la condition d'adhérence aux parois, et donc on écrit les conditions suivantes :

- Frontières Ouest

$$f_1 = f_3 \quad (\text{III.127})$$

$$f_5 = f_7 \quad (\text{III.128})$$

$$f_8 = f_6 \quad (\text{III.129})$$

- Frontières Nord

$$f_3 = f_1 \quad (\text{III.130})$$

$$f_7 = f_5 \quad (\text{III.131})$$

$$f_6 = f_8 \quad (\text{III.132})$$

- Frontières Ouest

$$f_2 = f_4 \quad (\text{III.133})$$

$$f_5 = f_7 \quad (\text{III.134})$$

$$f_6 = f_8 \quad (\text{III.135})$$

- Frontières Sud

$$f_4 = f_2 \quad (\text{III.136})$$

$$f_8 = f_6 \quad (\text{III.137})$$

$$f_7 = f_5 \quad (\text{III.138})$$

3.11.2 Condition aux limites thermique

Concernant les conditions sur les températures au niveau des bords de notre configuration, on est face à deux types de conditions, condition de Dirichlet, où les parois Est et Ouest sont soumises aux températures imposées et les deux autres parois sont adiabatiques, condition de Newman. • **Frontières Ouest**

$$g_1 = tw * (w(1) + w(3)) - g_3 \quad (\text{III.139})$$

$$g_5 = tw * (w(5) + w(7)) - g_7 \quad (\text{III.140})$$

$$g_8 = tw * (w(8) + w(6)) - g_6 \quad (\text{III.141})$$

• Frontière Est

$$g_6 = -g_8 \quad (\text{III.142})$$

$$g_3 = -g_1 \quad (\text{III.143})$$

$$g_7 = -g_5 \quad (\text{III.144})$$

• Frontières Nord et Sud

$$g_8 = g_8 \quad (\text{III.145})$$

$$g_7 = g_7 \quad (\text{III.146})$$

$$g_6 = g_6 \quad (\text{III.147})$$

$$g_5 = g_5 \quad (\text{III.148})$$

$$g_4 = g_4 \quad (\text{III.149})$$

$$g_3 = g_3 \tag{III.150}$$

$$g_2 = g_2 \tag{III.151}$$

$$g_1 = g_1 \tag{III.152}$$

$$g_0 = g_0 \tag{III.153}$$

4 Conclusion

Le but de ce troisième chapitre était de dévoiler les différentes méthodes numériques employées pour la résolution des équations qui gouvernent les problèmes de la convection naturelle. nous avons opté alors pour deux différentes familles de méthodes numérique la première et une méthode déterministe et la deuxième est une méthode probabiliste à savoir les différences finies et Boltzmann sur réseau. Ces deux méthodes ont été employées afin de discrétiser les équations déjà montrées dans les chapitres précédents ; il fut alors de fondement de ce chapitre, du fait que l'on obtient un système d'équations finalement discrétisé et prêt à être incrémenté dans des codes de calcul respectant les algorithmes déjà cités auparavant.

Ce chapitre, a été aussi consacré à l'étude des différentes conditions de bords, et leurs expressions suivant les méthodes numériques qu'on ait fixées. La partie de la discrétisation des conditions aux limites, est l'une des étapes primordiales dans la résolution numérique du système discrétisé, et le bon choix de leur schéma numérique est impérativement essentiel pour garantir une exactitude et une logique dans la résolution du problème. Ces méthodes et démarches, vont être l'outil de base dans l'étude et l'analyse des performances thermiques de plusieurs cas de figure illustrés dans la partie suivante.

Chapitre IV

Les effets de certains paramètres sur le transfert de chaleur par convection au sein des nanofluides : l'inclinaison de la cavité ; l'exposition au champ magnétique ; les chicane parfaitement conductrices ; la température périodique ; le couplage température périodique - chicane parfaitement conductrices et les obstacles adiabatiques.

1 Introduction

Ce quatrième chapitre sera consacré aux différentes applications des deux codes développés qui ont été réalisées dans ce travail de thèse, et qui ont fait l'objet d'un certain nombre de publications et de communications nationales et internationales.

Dans un premier temps, une attention particulière est naturellement accordée à l'exactitude du code de calcul qui sera vérifiée au début du présent chapitre en comparant les résultats issus de notre analyse avec ceux des travaux antérieurs, et aussi avec des résultats du logiciel de simulation COMSOL Multiphysics développé à la base des éléments finis.

Les dits résultats consisteront en l'étude du taux de transfert de chaleur et son accroissement dans différentes configurations de cavité carrée remplie de nanofluide. Les calculs vont permettre

plus précisément d'analyser : l'effet du maillage du domaine étudié, l'allure des lignes de courant et les lignes isothermes, l'intensité du transfert thermique aux parois à travers le nombre de Nusselt, l'influence du régime de l'écoulement à travers le nombre de Rayleigh, l'effet de l'ajout des nanoparticules sur le taux de transfert de chaleur.

Après validation, le code en différences finies sera utilisé pour la réalisation de cinq études tandis que le code LBM sera consacré à la sixième étude :

Première étude - Effet de l'inclinaison de la cavité sur le transfert de chaleur (Charafi et al. MATEC Web of conferences 241, 01006 (2018))

Deuxième étude - Effet du champ magnétique sur le transfert convectif au sein des nanofluides (Bendaraa et al. Eur. Phys. J. Plus 134 : 468 (2019))

Troisième étude - Effet des chicanes parfaitement conductrices sur le transfert convectif au sein des nanofluides (Bendaraa et al. Phys. Fluids 31, 052003 (2019))

Quatrième étude - Effet de la température périodique sur le phénomène de convection naturelle dans une cavité carrée remplie de nanofluides : application au refroidissement des panneaux solaires (Travail soumis dans Phys. Fluids)

Cinquième étude - L'effet des chicanes parfaitement conductrices sur la convection naturelle dans une cavité carrée remplie de nanofluides soumise à une température périodique (Travail soumis dans AIP Conference Proceedings)

Sixième étude - Modélisation numérique par méthode de Boltzmann sur réseau de la convection naturelle au sein d'une cavité carrée remplie d'air : effet des obstacles sur le phénomène (Travail soumis dans AIP Conference Proceedings)

L'ensemble de ces études permettra donc d'analyser l'effet de la disposition de la cavité en termes d'angle d'inclinaison par rapport au plan horizontal et l'effet des différents arrangements de chicanes parfaitement conductrices à l'intérieur de la cavité. Il sera aussi opportun d'étudier l'effet de différents types de conditions de bords thermiques (température maintenue constante et température périodique). Il serait aussi judicieux de rappeler que l'un des objectifs principaux de ces études est d'analyser l'effet des nanofluides et leur apport d'une amélioration au transfert de chaleur par convection naturelle.

2 Etude du Maillage

Afin de tester et évaluer la finesse de cette méthode, des expériences numériques ont été réalisées comme le montrent les figures ci-dessous. Ces expériences numériques ont été faites pour plusieurs espacements des maillages allant de 41×41 , à 81×81 loin des limites. Une

vue en gros du maillage montre qu'on est devant le cas des maillages non uniformes, ce qui est justifié par utilisation d'un raffinement à proximité des parois latérales pour le cas d'un gradient de température horizontal, et un raffinement au niveau des parois supérieures et inférieures pour le cas d'un gradient de température vertical, comme est montré sur les figures (IV.1) et (IV.2). Le maillage devient plus concentré, pour recueillir plus d'informations et pour affiner les résultats. Le test d'indépendance de la grille par rapport au nombre de Nusselt pour chaque nombre de Rayleigh a été étudié. Le tableau IV.1 illustre les résultats de l'indépendance de la grille pour $\phi = 0.04$. D'après les résultats de ce tableau, nous avons choisi l'espacement des mailles 51×51 pour son meilleur rapport temps de simulation et la précision des résultats.

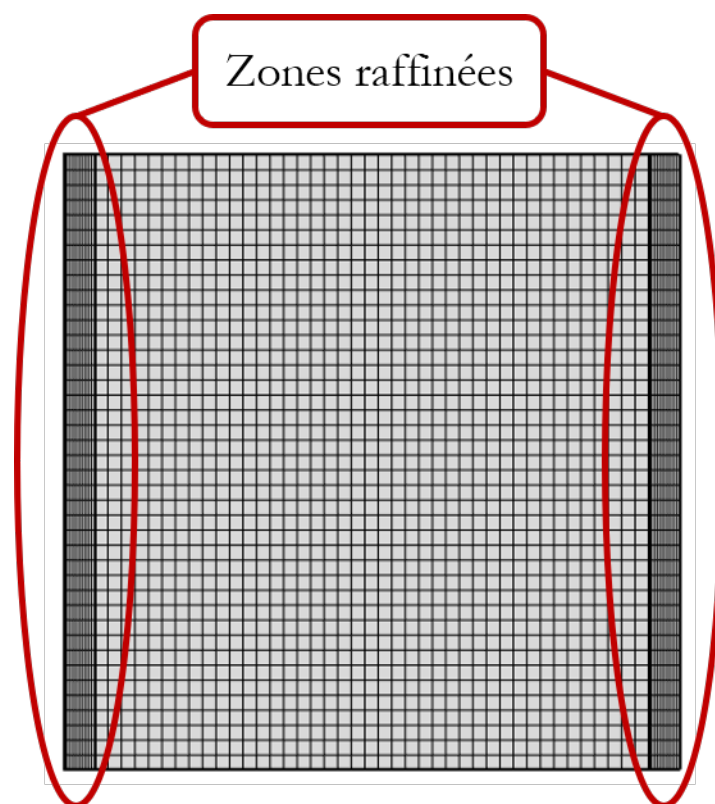


Figure IV.1 – Implémentation du maillage, cas d'un gradient horizontal.

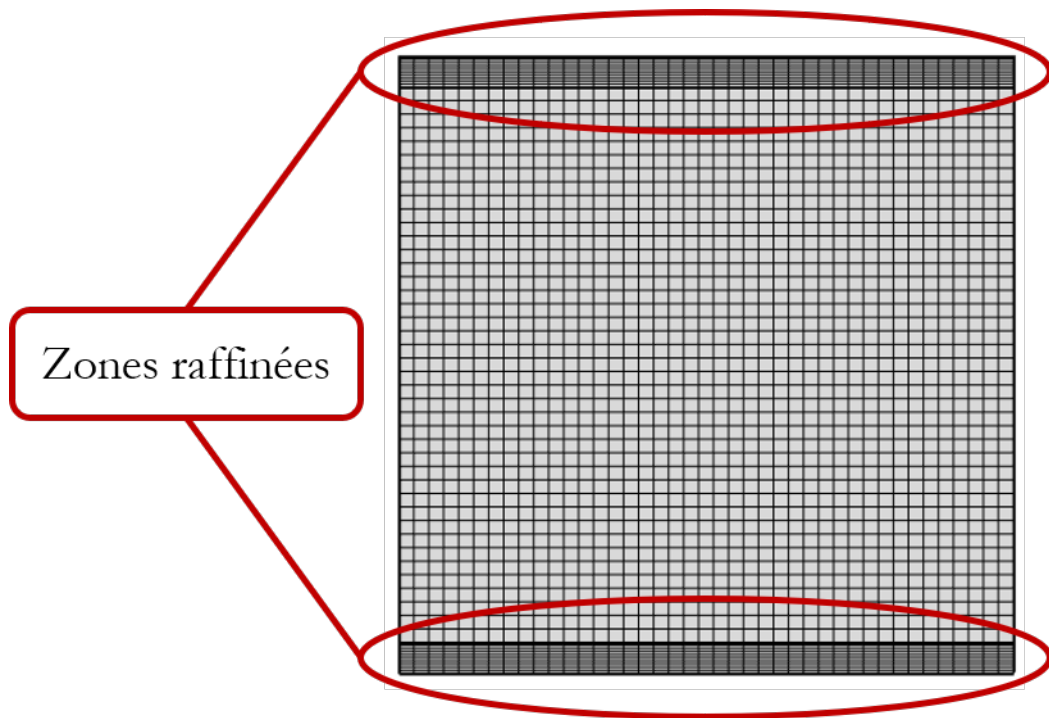


Figure IV.2 – Implémentation du maillage, cas d'un gradient vertical.

Tableau IV.1 – Les différentes grandeurs qui influencent l'étude de la convection naturelle (*libre*).

Espacement des mailles	41×41	51×51	61×61	71×71
Nombre de Nusselt moyen au voisinage du mur chaud pour $Ra = 10^4$	1.965	3.579	3.698	3.701
Nombre de Nusselt moyen au voisinage du mur chaud pour $Ra = 10^5$	2.781	4.462	4.637	4.640
Nombre de Nusselt moyen au voisinage du mur chaud pour $Ra = 10^6$	7.011	8.026	8.298	8.302

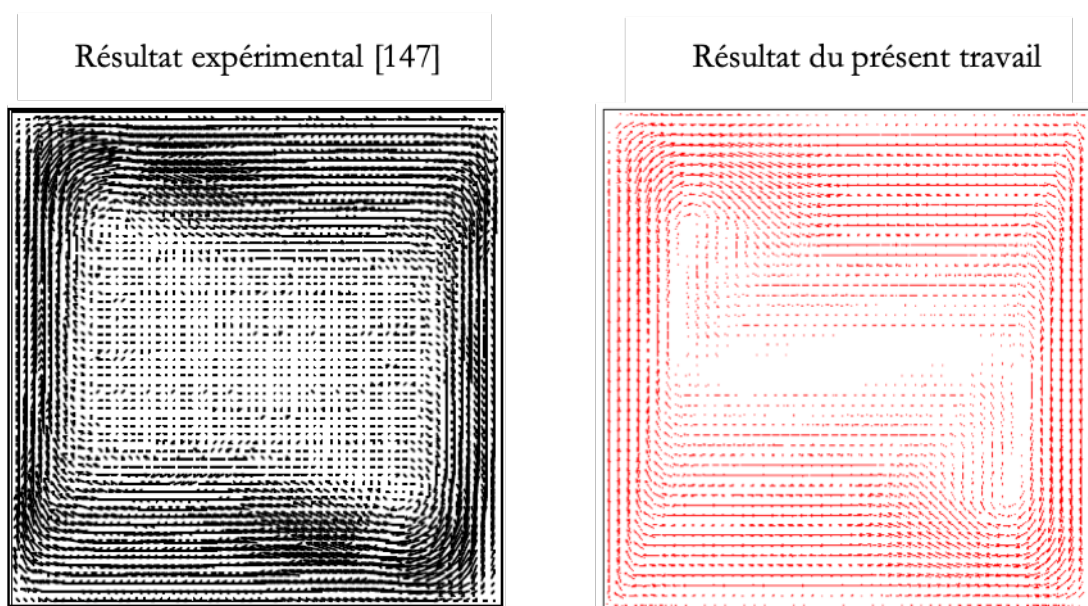


Figure IV.3 – Comparaison des lignes de courant entre le travail expérimental et le travail actuel ($Pr = 0.7$, $Ra = 10^6$).

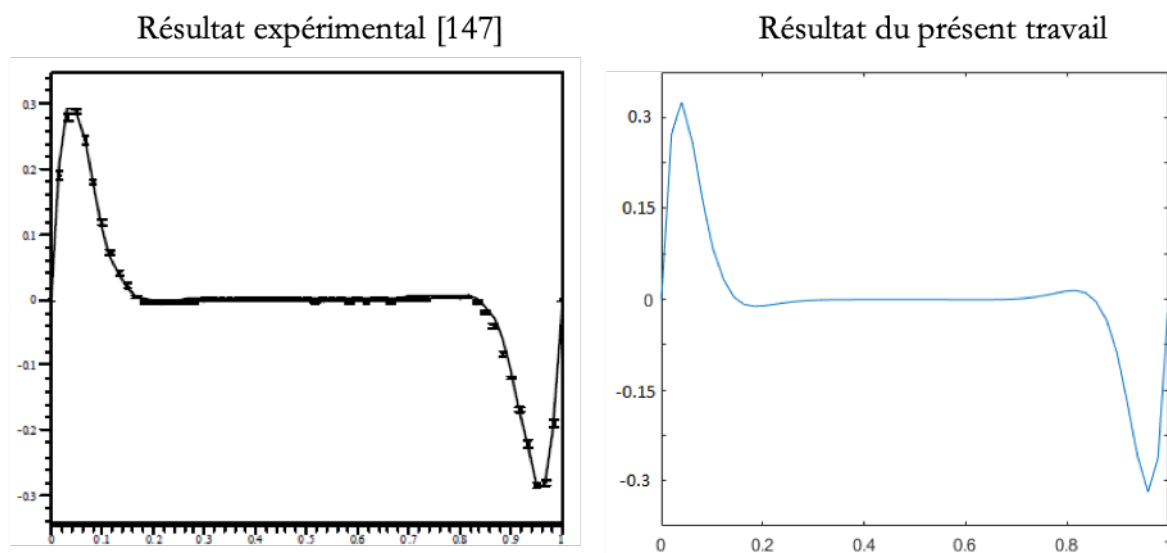


Figure IV.4 – Comparaison des composantes tangentielles des vitesses entre le travail expérimental et le présent travail ($Pr = 0.7$, $Ra = 10^6$).

3 Validation du code de calcul

Le point le plus important est de vérifier l'exactitude des résultats obtenus. A cet effet, le modèle numérique adopté a été validé en réalisant des calculs pour le cas d'une cavité carrée remplie d'air et soumise à un gradient horizontal de température, avec les parois gauches et droites maintenues à deux températures constantes froide et chaude respectivement. Les deux autres parois sont adiabatiques. Les résultats de cette étude sont comparés aux travaux publiés antérieurement.

3.1 Comparaison des résultats avec des données expérimentales

Pour assurer la crédibilité de notre code de calcul et déterminer le taux de compatibilité avec les résultats expérimentaux, des simulations numériques du code développé ont été réalisées et comparées aux travaux expérimentaux publiés précédemment [147], [148]. Ces études comparatives sont illustrées dans les figures IV.3 et IV.4. Elles décrivent les fonctions de courant et l'intensité des composantes tangentielles des vitesses issues des travaux expérimentaux et leurs comparaisons avec nos résultats numériques. La comparaison des résultats montre une forte concordance entre l'expérience faite par Mamun et al. [147] et les résultats numériques issus de notre code de calcul.

3.2 Comparaison des résultats avec des données numériques

3.2.1 Comparaison quantitative

Une étude quantitative a été donc réalisée, montrant la convergence de nos résultats vers les résultats des travaux déjà publiés [149–153], cette comparaison est illustrée dans les tableaux IV.2 et IV.3. Ces tableaux présentent une comparaison entre les résultats numériques obtenus et ceux rapportés dans la littérature. Cette comparaison est basée sur l'évaluation du nombre de Nusselt moyen le long de la paroi chaude, ce qui reflète une perspective sur l'intensité du transfert de chaleur dans la cavité. D'autre part, la vitesse longitudinale maximale (U) le long de la ligne $X = 0.5$ et la vitesse transversale maximale (V) le long de $Y = 0.5$ font également l'objet d'une comparaison. Cet espacement a conduit à des solutions en bon accord avec la solution de référence donnée par De Vahl Davis et al. [149] pour toutes les valeurs de Ra , ainsi qu'avec celles données par Fusegi et al. [21].

IV.3 Validation du code de calcul

Tableau IV.2 – Comparaison du nombre moyen de Nusselt avec des travaux antérieurs pour différentes valeurs Ra ($Pr = 0.71$, $\phi = 0$).

Nombre de Nusselt moyen				
	Présent travail	Boualit et al. [150]	Abu nada et al. [151]	Barakos et al. [152]
$Ra = 10^3$	1.120	1.118	1.153	1.114
$Ra = 10^4$	2.249	2.247	2.265	2.245
$Ra = 10^5$	4.529	4.550	4.514	4.510
$Ra = 10^6$	8.830	9.185	8.816	8.806

Tableau IV.3 – Comparaison de la solution laminaire avec des travaux antérieurs pour différentes valeurs $10^3 \leq Ra \leq 10^6$.

		Present travail	Khanafer et al. [46]	Vahl Davis et al. [149]	Fusegi et al. [153]	Boualit et al. [150]
Ra=10³	Nu_{mean}	1.1206	1.118	1.118	1.105	1.1178
	Umax (X=0.5)	0.138 (Y=0.820)	0.137 (Y=0.812)	0.136 (Y=0.813)	0.132 (Y=0.833)	0.1367 (Y=0.822)
	Vmax (Y=0.5)	0.139 (X=0.179)	0.139 (X=0.173)	0.138 (X=0.178)	0.131 (X=0.200)	0.1388 (X=0.177)
Ra=10⁴	Nu_{mean}	2.2596	2.2459	2.243	2.302	2.2472
	Umax (X=0.5)	0.193 (Y=0.83)	0.192 (Y=0.827)	0.192 (Y=0.823)	0.201 (Y=0.817)	0.1921 (Y=0.822)
	Vmax (Y=0.5)	0.235 (X=0.13)	0.233 (X=0.123)	0.234 (X=0.119)	0.225 (X=0.117)	0.2317 (X=0.177)
Ra=10⁵	Nu_{mean}	4.5398	4.522	4.519	4.646	4.5499
	Umax (X=0.5)	0.133 (Y=0.86)	0.131 (Y=0.854)	0.153 (Y=0.855)	0.147 (Y=0.855)	0.1311 (Y=0.822)
	Vmax (Y=0.5)	0.261 (X=0.069)	0.258 (X=0.065)	0.261 (X=0.066)	0.247 (X=0.065)	0.258 (X=0.177)
Ra=10⁶	Nu_{mean}	8.8399	8.826	8.799	9.012	9.1852
	Umax (X=0.5)	0.080 (Y=0.83)	0.077 (Y=0.8226)	0.079 (Y=0.850)	0.084 (Y=0.856)	0.077 (Y=0.822)
	Vmax (Y=0.5)	0.263 (X=0.041)	0.262 (X=0.039)	0.262 (X=0.038)	0.259 (X=0.033)	0.262 (X=0.177)

3.2.2 Comparaison qualitative

En plus des comparaisons quantitatives, ce paragraphe sera dédié à une comparaison qualitative, dans laquelle on aura l'opportunité de comparer un certain nombre de profils, que

ce soit des lignes de courant ou bien des lignes isothermes. Cette comparaison a pour but de tester notre code de calcul pour plusieurs scénarios ; la configuration choisie sera donc étudiée pour une multitude de fluides et de conditions de température au niveau des limites. La figure IV.5 illustre la validation de notre code numérique effectuée en comparant nos résultats à ceux obtenus par Khanafer et al. [46] et à ceux générés par le logiciel COMSOL Multiphysics. Les résultats sont explorés pour un nombre de Rayleigh ($Ra = 10^3$), et un nombre de Prandtl ($Pr = 0.71$), dans le cas d'un fluide pur ($\phi = 0$). Pour une cavité dont la paroi est maintenue à une température périodique, la figure IV.6 montre une comparaison des lignes de courant du fluide calculées avec celles simulées à l'aide du logiciel COMSOL et les travaux publiés par Sheremet et al. [154] ; et cela pour le cas de l'eau pure comme fluide de refroidissement ($Pr = 7.0$). Les figures IV.7 et IV.8 montrent une concordance entre les résultats de ce code de calcul et ceux de [154] pour une cavité avec un nanofluide à base d' Al_2O_3 en suspension dans l'eau avec une fraction volumique de 3% ; les deux figures représentent les résultats pour les deux instants $\tau = 310$ et $\tau = 320$ respectivement. Ainsi, au fil de nos expériences numériques, nous constatons une forte concordance entre les résultats de notre code de calcul et ceux des travaux précédents et de la plateforme logicielle COMSOL Multiphysics.

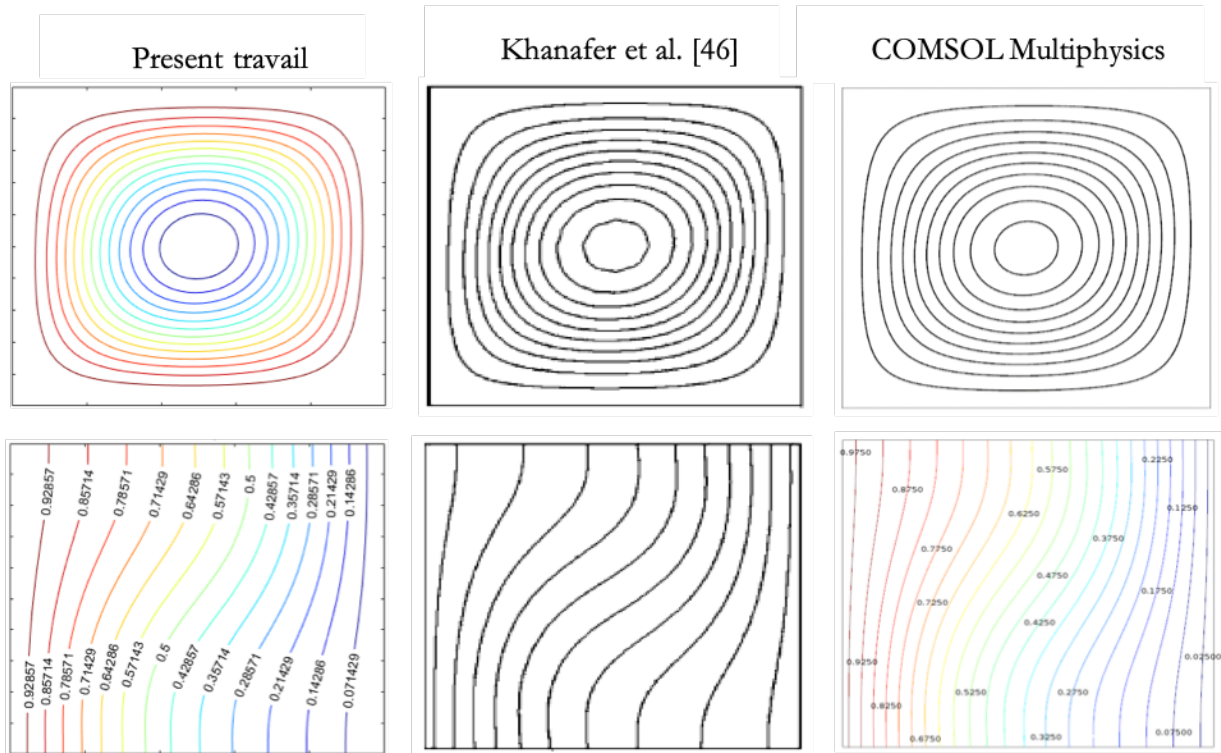


Figure IV.5 – Comparaison des lignes de courant et des lignes isothermes entre le présent travail, Khanafer et al. [46] et COMSOL Multiphysics ($Pr = 0.7$, $Ra = 10^3$).

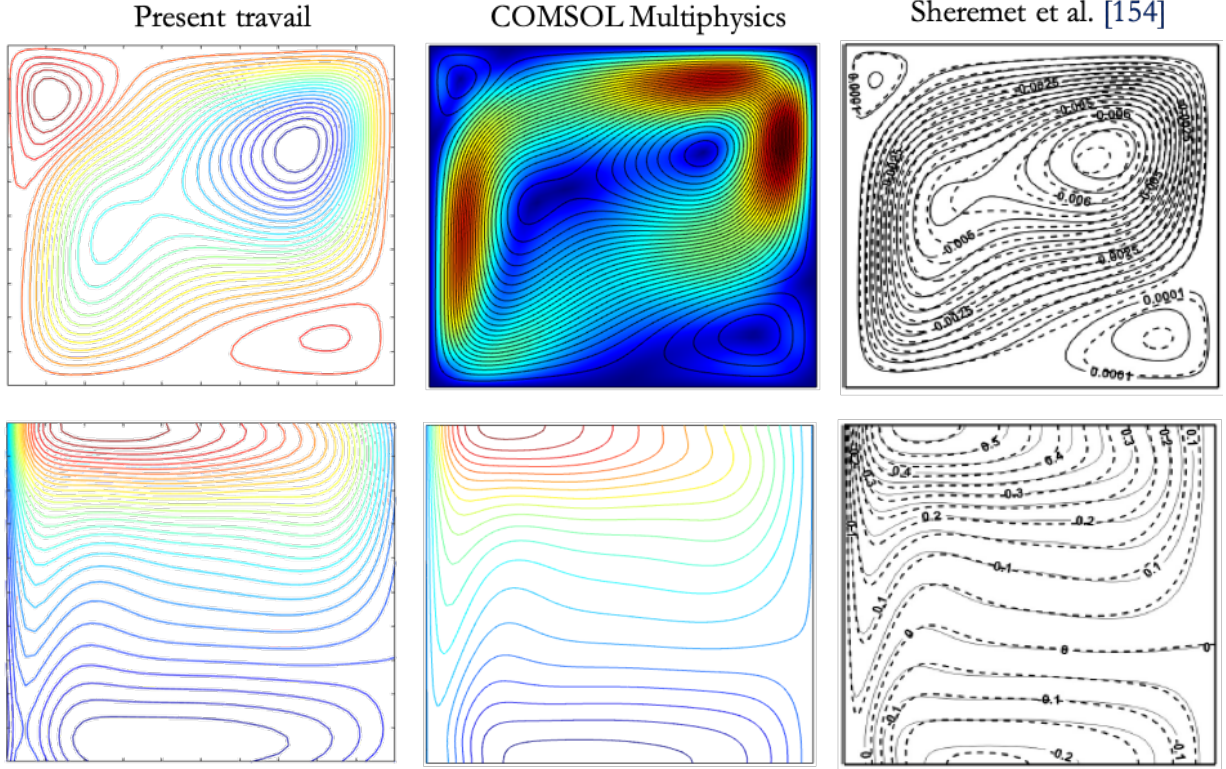


Figure IV.6 – Comparaison des lignes de courant et des isothermes entre le présent travail, Sheremet et al. [154] et COMSOL Multiphysics, cas de la paroi gauche maintenue à une température périodique ($Pr = 7.0$, $Ra = 10^5$, $f = 0.05\pi$, $\gamma = 0$ et $\phi = 0.03$ à $\tau = 300$).

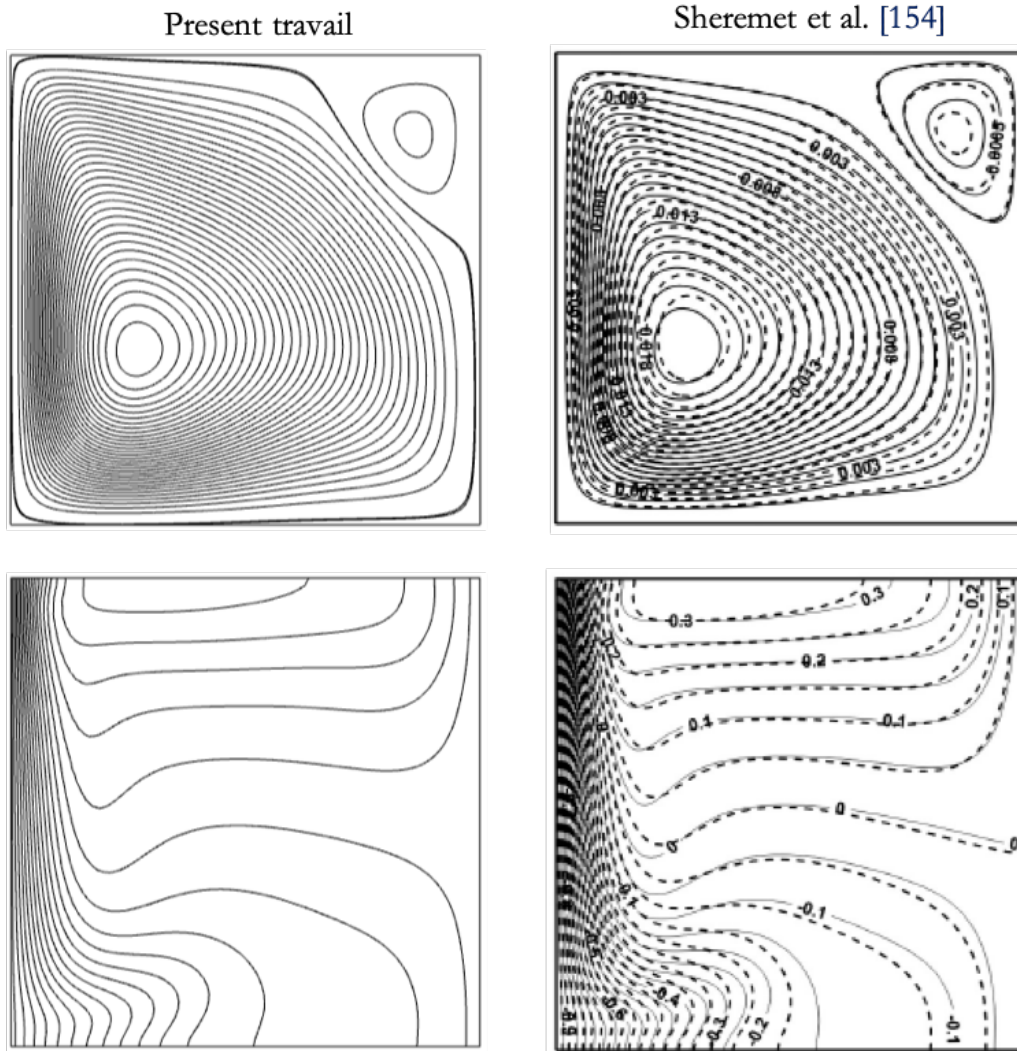


Figure IV.7 – Comparaison des lignes de courant et des isothermes entre le présent travail, Sheremet et al. [154], cas de température périodique dans la paroi gauche ($Pr = 7.0$, $Ra = 10^5$, $f = 0.05\pi$, $\gamma = 0$ et $\phi = 0.03$ à $\tau = 310$).

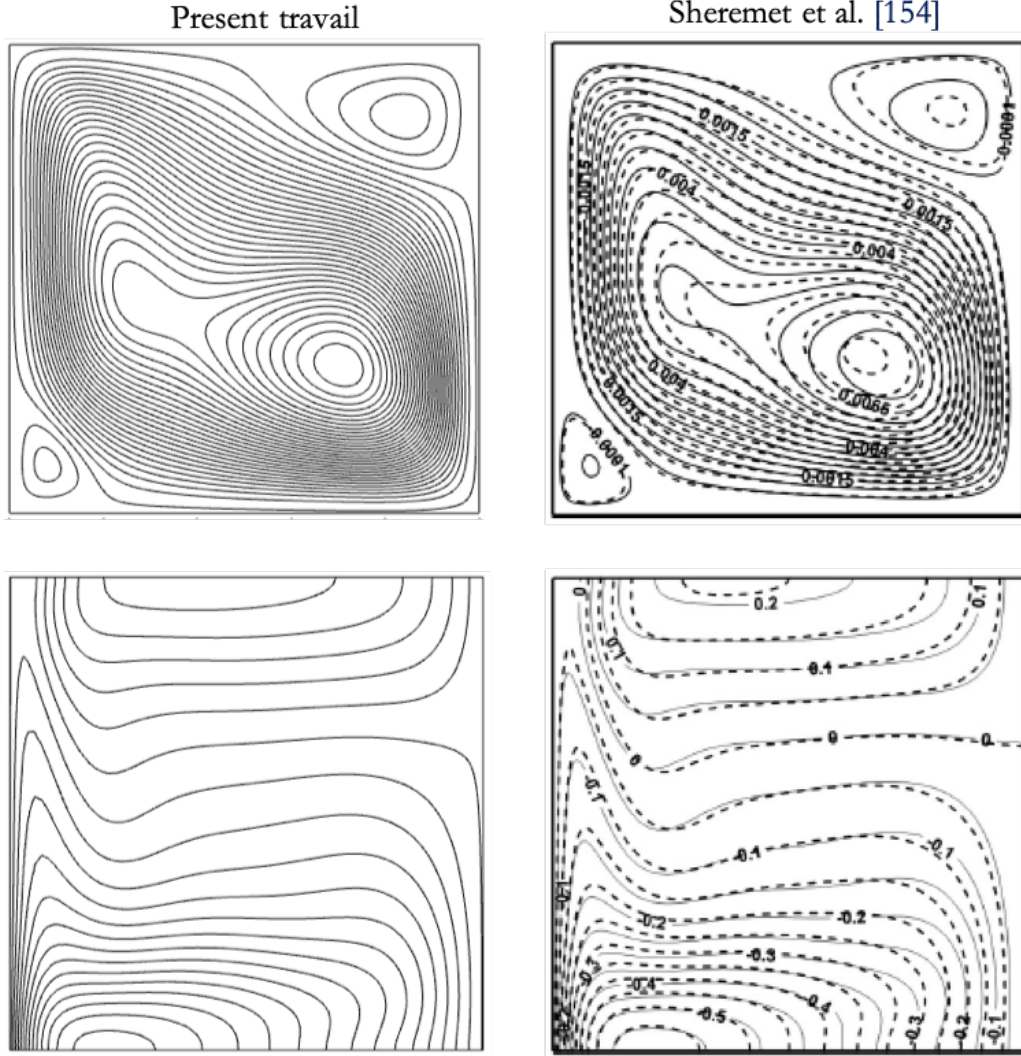


Figure IV.8 – Comparaison des lignes de courant et des isothermes entre le présent travail, Sheremet et al. [154], cas de température périodique dans la paroi gauche ($Pr = 7.0$, $Ra = 10^5$, $f = 0.05\pi$, $\gamma = 0$ et $\phi = 0.03$ à $\tau = 310$).

4 Paramètres utilisés

Le long des travaux explorés dans cette thèse, des études numériques ont été réalisées pour reproduire et expliquer plus en détail le phénomène de la convection naturelle dans une cavité carrée remplie de nanofluide. Ce dernier est basé sur une suspension de nanoparticules de cuivre ayant un diamètre, $d_p = 10nm$. Les propriétés thermophysiques des deux phases constitutives du nanofluide sont présentées dans le tableau IV.4.

Tableau IV.4 – Propriétés thermophysiques des différentes phases.

Propriétés thermophysiques	Phase liquide (Eau)	Phase Solide (Cuivre)
$c_p (J/Kg.K)$	4179	383
$\rho (Kg/m^3)$	997.1	8954
$k (W/m.K)$	0.6	400
$\beta (K^{-1})$	2.1×10^{-4}	1.67×10^{-5}

5 Etude du transfert de chaleur par convection - applications

Après la phase de validation, l'objectif de cette partie est d'analyser l'influence de plusieurs paramètres sur le transfert thermique par convection au sein de la configuration d'étude citée auparavant. Ces études paramétriques seront abordées comme suit : l'étude des performances thermiques vis à vis l'inclinaison de la cavité, l'effet du champs magnétique sur l'intensité du transfert de chaleur, l'effet de la présence de différentes dispositions de chicane sur le comportement thermique de la configuration étudiée, et l'influence de la température périodique. Ainsi, des simulations de ces effets ont été réalisées en analysant le taux de transfert de chaleur pour différents nombres de Rayleigh allant de 10^3 jusqu'à 10^6 et avec différentes fractions volumiques de nanoparticules comprises entre $(0\% \leq \phi \leq 20\%)$.

5.1 Première étude - Effet de l'inclinaison de la cavité et la fraction volumique du nanofluide sur le transfert de chaleur (Charafi et al. MATEC Web of conferences **241**, 01006 (2018))

5.1.1 Situation du problème et objectifs

Dans cette étude, le phénomène de la convection naturelle dans une cavité carrée remplie de nanofluide (N_f) à base de cuivre (Cu) a été étudié. Les influences de la fraction volumique (ϕ) sur le flux convectif, ainsi que l'effet de l'inclinaison (γ) de la cavité sur les performances thermiques ont été examinés. Les équations gouvernantes sans dimension exprimées suivant la formulation de la fonction de courant, vorticité et de la température ont été résolues par des méthodes de différences finies, où le déploiement des deux schémas numériques **FTSC** pour les termes diffusifs et temporels et le schéma Upwind pour les termes convectifs. Le code développé

s'articule sur la méthode des relaxations successives (**SOR**) pour le calcul itératif de la fonction de courant.

Ainsi, la simulation de la convection naturelle du fluide sous l'effet d'un gradient de température, et l'étude de l'effet de la fraction volumique des nanoparticules sur l'amélioration du transfert thermique permettront de valider le code, en comparant les présents résultats avec les travaux précédents. Le code sera ensuite utilisé pour analyser l'effet de l'inclinaison de la cavité sur la performance thermique.

5.1.2 Configuration étudiée

La configuration étudiée est une cavité carrée à parois rigides, remplie d'un nanofluide. Cette configuration est soumise à un gradient de température, la température chaude (Th) étant imposée sur la paroi gauche tandis que la température froide (Tc) est sur la paroi droite (conditions de Dirichlet). Les autres parois sont adiabatiques, comme le montre le schéma présenté à la figure IV.9.

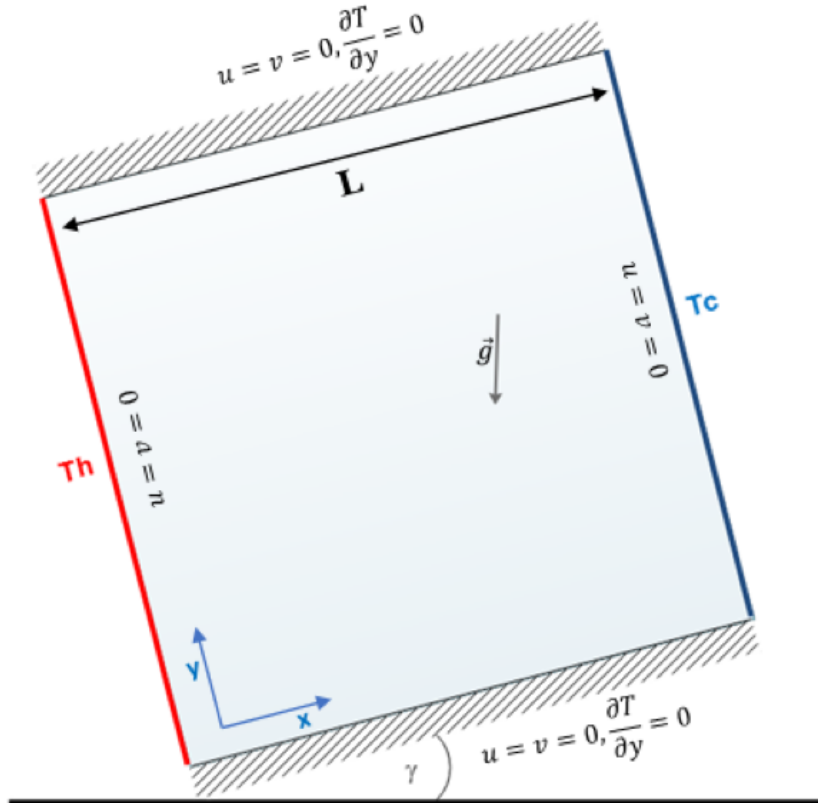


Figure IV.9 – Représentation schématique du modèle physique.

Le nanofluide utilisé est basé sur une suspension de nanoparticules de cuivre (Cu). L'écoulement fluide dans la cavité est supposé être newtonien et incompressible. Les équations gouvernantes sont reformulées en utilisant la formulation vorticité, fonction de courant et la température (II.80), (II.81) et (II.82).

5.1.3 Résultats et discussion

• Effet de l'ajout des nanoparticules

La première étape à faire, est d'essayer de valider notre code de calcul. Ce qui a été fait dans la rubrique "*validation*", dans laquelle, une série d'expériences numériques a été réalisée pour décrire les profils d'écoulement pour une cavité horizontale $\gamma = 0^\circ$. Les résultats ainsi trouvés ont été comparés à ceux des travaux antérieurs et ont montré une bonne concordance avec ces résultats. L'influence de la fraction volumique sur les lignes de courant et les isothermes est illustrée dans les figures IV.10 à IV.12. Ces figures illustrent les effets de la fraction volumique sur les lignes isothermes et les lignes de courant pour un nombre de $Gr = 10^4$. L'analyse de ces figures montre que l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules conduit à une intensification des tourbillons centraux, qui ont tendance à devenir elliptiques. Ces résultats peuvent être expliqués par l'influence de la fraction volumique des nanoparticules sur les forces visqueuses et les forces de flottabilité qui interagissent lors d'un flux de convection naturelle. Concernant les lignes isothermes, il est remarqué que l'augmentation de la fraction volumique entraîne un déplacement de ces lignes proche de la zone chaude vers les zones moins chaudes. A priori cette remarque explique que le nanofluide devient de plus en plus conducteur en augmentant la fraction volumique des nanoparticules suspendues dans le fluide de base. Loin de là, l'analyse du paramètre déterminant à savoir le nombre de Nusselt, calculé au voisinage de la paroi chaude ce nombre quantifie le taux du transfert de chaleur au niveau de la configuration étudié. L'évolution de ce nombre montre que l'ajout des nanoparticules permet une augmentation du Nusselt moyen, ce qui explique que le transfert s'intensifie et devient de plus en plus important avec l'ajout des nanoparticules dans le fluide de base. Ce résultat est montré sur la figure IV.13, joignant aussi une comparaison avec des résultats déjà publiés, ce qui montre une forte concordance entre les résultats et donne un point de vue sur la finesse de la méthode numérique utilisée.

IV.5 Etude du transfert de chaleur par convection - applications

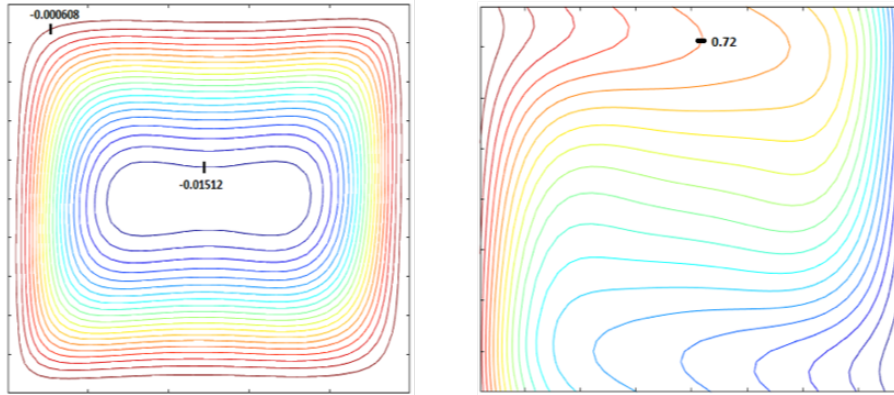


Figure IV.10 – les lignes isothermes et les lignes de courants pour $(Pr = 6.2, Gr = 10^4, \phi = 0\%, \gamma = 0^\circ)$.

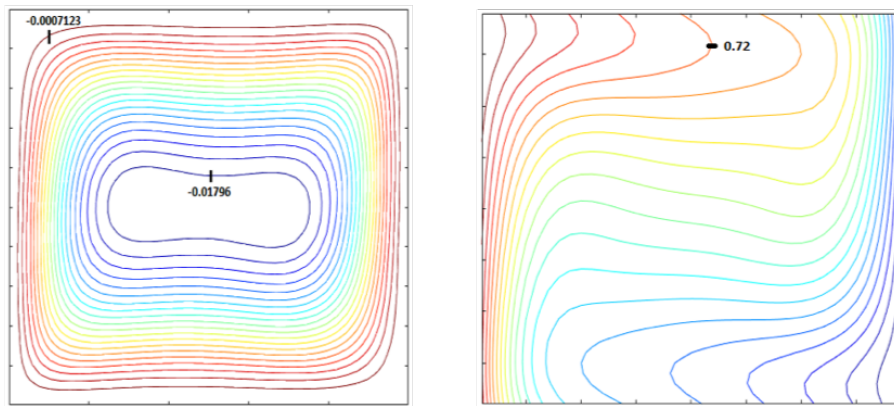


Figure IV.11 – les lignes isothermes et les lignes de courants pour $(Pr = 6.2, Gr = 10^4, \phi = 8\%, \gamma = 0^\circ)$.

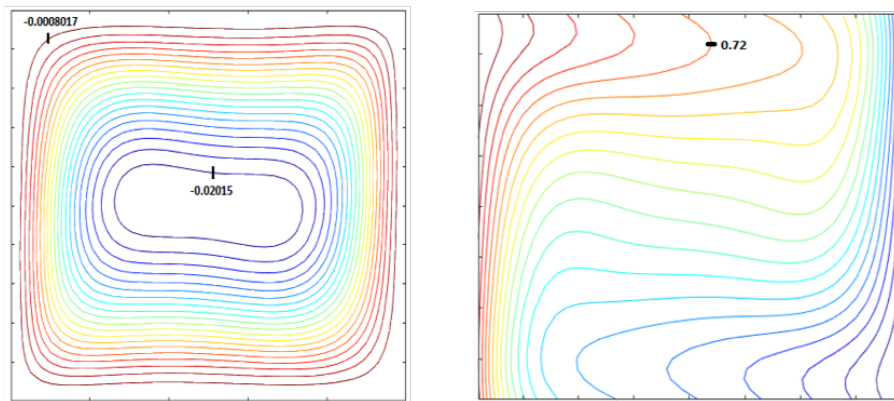


Figure IV.12 – les lignes isothermes et les lignes de courants pour $(Pr = 6.2, Gr = 10^4, \phi = 16\%, \gamma = 0^\circ)$.

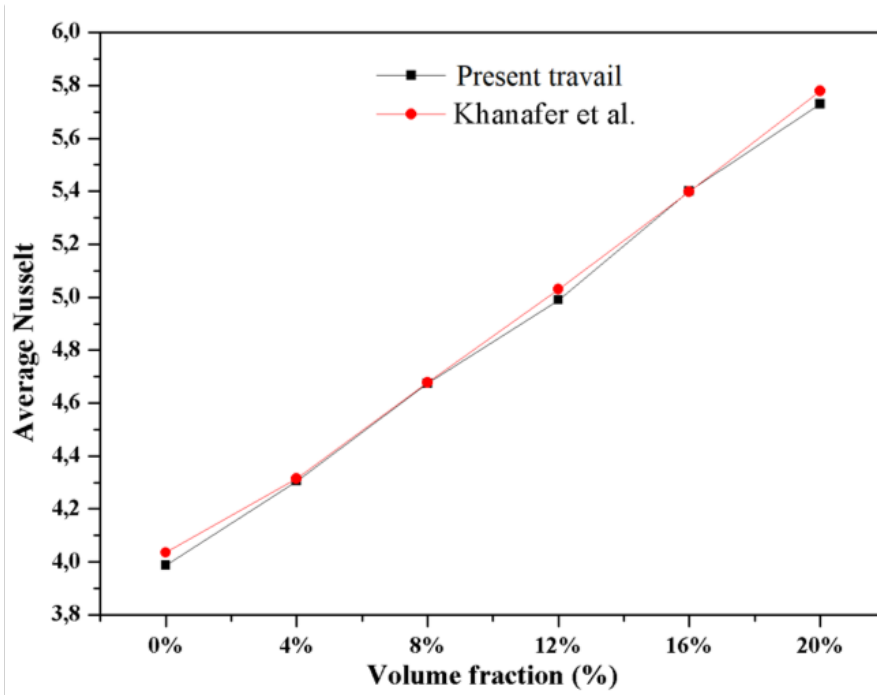


Figure IV.13 – l'évolution du nombre de Nusselt moyen pour différentes fraction volumiques et leurs comparaisons avec khanafer et al. [46] ($Pr = 6.2$, $Gr = 10^4$, $\phi = 0\%$, $\gamma = 0^\circ$)

• Effet de l'inclinaison

Dans cette section, l'influence de l'inclinaison de la cavité sur l'écoulement convectif du nanofluide, ainsi que sur les performances thermiques sont étudiées ; une série de simulations sont effectuées pour détecter l'influence et le rôle que peut jouer ce paramètre. L'étude est faite pour un nanofluide d'une fraction volumique de nanoparticules de cuivre (Cu) de 10%, l'analyse a été élaboré pour une multitude d'inclinaisons de la cavité allant de 0 à $\pi/2$ et pour des valeurs de nombre de Grashof comprises entre 10^3 et 10^5 .

La figure IV.14 illustre l'évolution du nombre de Nusselt moyen au voisinage de la paroi chaude, permettant ainsi de quantifier le taux du transfert de chaleur par convection au sein de notre cavité. Comme le montre la figure en question, le nombre de Nusselt moyen augmente en augmentant le nombre de Grashof (Gr) ce qui signifie que le transfert de chaleur devient de plus en plus intense en augmentant cette grandeur. D'autre part, l'effet de l'inclinaison de la cavité a été aussi étudié, la figure IV.14 présente l'évolution du nombre de Nusselt vis-à-vis l'inclinaison de la cavité. Il est montré que le nombre de Nusselt marque un maximum pour une inclinaison de $\pi/6$ et un minimum pour une inclinaison de $\pi/3$, ce qui veut dire que la configuration la plus performante est celle correspondant à une inclinaison de $\pi/6$.

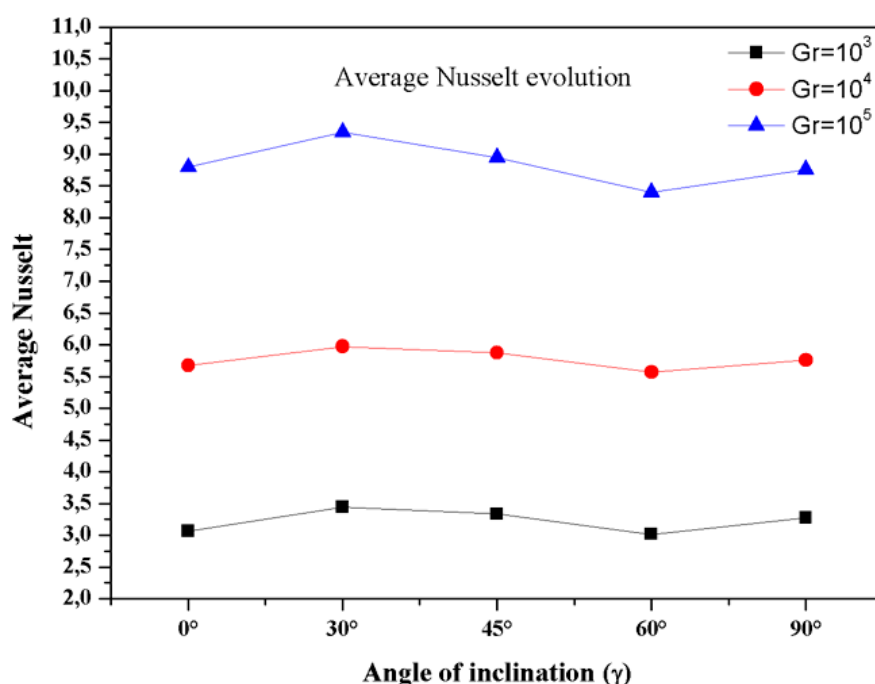
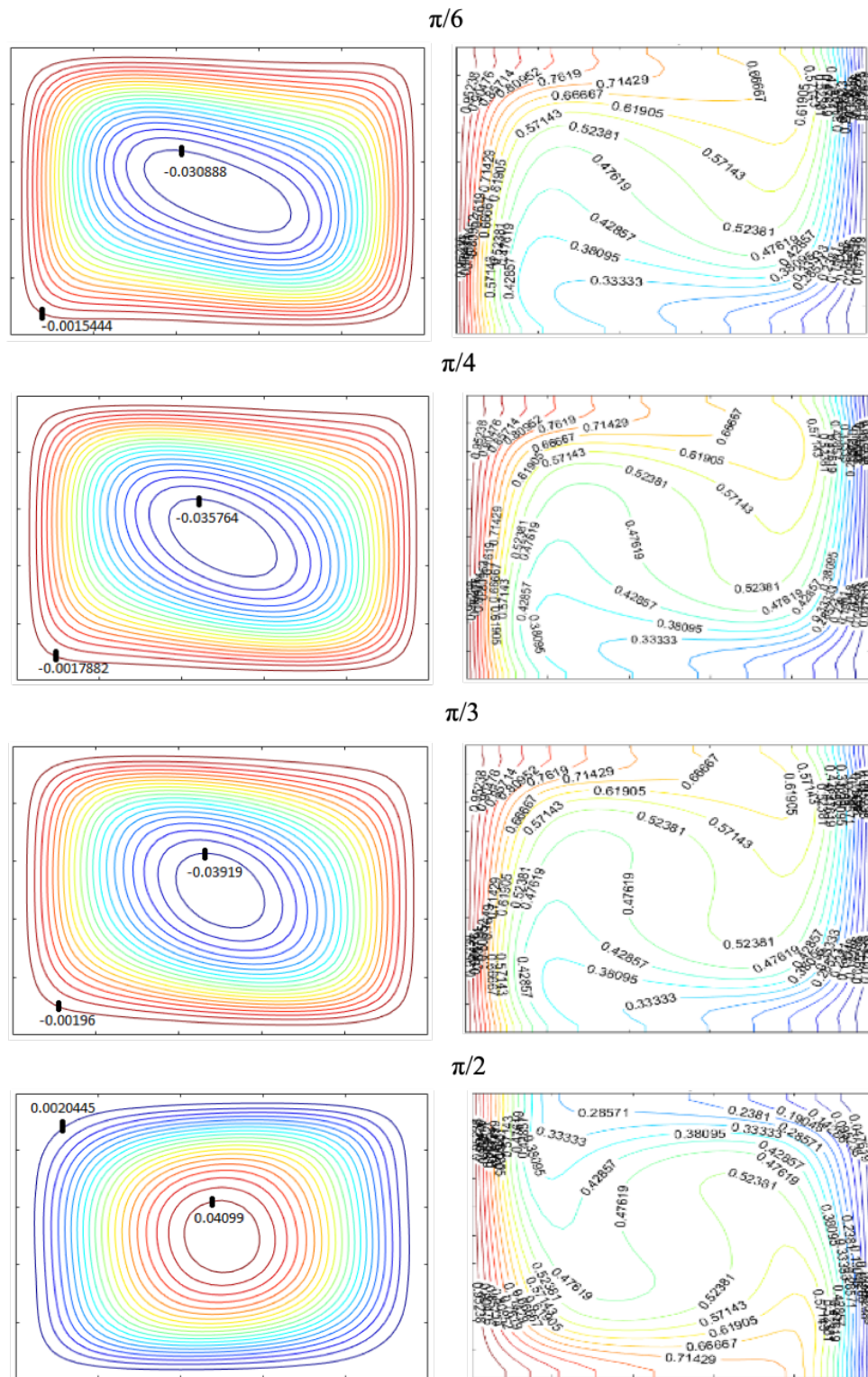


Figure IV.14 – Évolution du nombre de Nusselt en fonction de l'angle d'inclinaison pour différents nombres de Gr ($Pr = 6.2$, $\phi = 0\%$).

Pour analyser l'effet de l'inclinaison sur les lignes de courant et les lignes isothermes, le cas d'un nanofluide avec une fraction volumique de 10% a été adopté. La figure IV.15 illustre les deux profils des lignes de courants et des lignes isothermes pour les inclinaisons mentionnées auparavant. Il est montré que l'augmentation de l'angle d'inclinaison entraîne une modification des lignes des fonctions de courant et des profils des isolignes de température. En effet, on peut remarquer que l'augmentation de l'inclinaison a un effet direct sur l'intensification des contours des lignes de courant puisqu'on constate qu'en augmentant l'inclinaison de la cavité, plus l'intensité des contours centraux augmente, ce qui engendre implicitement une augmentation des vitesses au centre de la cavité. Concernant les profils de température, on peut remarquer qu'il y'a une migration des isolignes de température de la source chaude vers la source froide et cela en augmentant l'inclinaison de la cavité.



5.1.4 Conclusion 1

Dans cette première application, la méthode numérique adoptée, a permis d'élaborer un code de calcul considéré comme outil de simulation et de prédiction de l'influence de l'inclinaison de la cavité sur les performances thermiques. Un ensemble de simulations numériques a été fait pour une large gamme du nombre de Grashof allant de 10^3 et 10^5 à différentes inclinaisons variant de 0 à $\pi/2$. L'analyse des résultats a permis de conclure, que l'amélioration du transfert de chaleur est proportionnelle à l'augmentation de la fraction volumique du nanofluide, le même résultat a été déduit pour l'augmentation du nombre de Grashof, il a été remarqué que sa croissance engendre une augmentation du taux de transfert de chaleur. En ce qui concerne la variation de l'inclinaison, le résultat trouvé montre que l'inclinaison de la cavité affecte les performances thermiques de cette dernière, où il a été remarqué que le transfert devient plus efficace pour une inclinaison de $\pi/6$.

5.2 Deuxième étude - Effet du champ magnétique sur le transfert convectif au sein des nanofluides (Bendaraa et al. Eur. Phys. J. Plus 134 : 468 (2019))

5.2.1 Situation du problème et objectifs

Dans cette application, nous aurons la possibilité d'étudier le problème de la convection naturelle dans une cavité carrée inclinée remplie de nanofluide basé sur une suspension des nanoparticules de cuivre dans l'eau. Notre configuration est soumise à un chauffage différentiel (gradient horizontal) en présence d'un champ magnétique appliqué au niveau du mur chaud, ce champ suit la cavité dans son inclinaison. Les équations gouvernantes sans dimension formulées suivant la formulation fonction de courant, vorticité et la température ont été résolues par la méthode des différences finies, où les schéma Upwind et FTCS ont été utilisés pour discrétiser les termes convectif et diffusif respectivement, la formulation mathématique adopté et l'analyse adimensionnelle proposée a donné lieu à l'apparition d'un nombre sans dimension qui peut être considéré comme le moteur de la magnétohydrodynamique (MHD), ce nombre est appelé Hartmann (Ha). En vue de détermination de l'effet du champ magnétique sur le taux du transfert de chaleur au sein de la configuration d'étude, le transfert de chaleur et l'écoulement fluide seront examinés en fonction de plusieurs paramètres, la fraction volumique des nanoparticules ($0\% \leq \phi \leq 20\%$), le nombre de Grashof ($10^3 \leq Gr \leq 10^5$), le nombre de Hartmann ($0 \leq Ha^2 \leq 100$), et l'angle d'inclinaison de la cavité ($0^\circ \leq \gamma \leq \pi/2$).

5.2.2 Configuration étudiée

Considérons une cavité carrée ($2D$) à parois rigides. La figure IV.16 est sujet d'un schéma représentatif du système avec ses coordonnées et ses conditions aux limites. La cavité est soumise à un gradient de température dont la température froide est imposée sur la paroi droite (T_c), et la température chaude sur la paroi gauche (T_h), (condition de Dirichlet), sur le même mur où la température chaude ait lieu, un champ magnétique B_0 est exercé en permanence et suit la cavité dans son inclinaison. Les autres parois, supérieure et inférieure sont adiabatiques. Les autres parois, supérieure et inférieure sont adiabatiques.

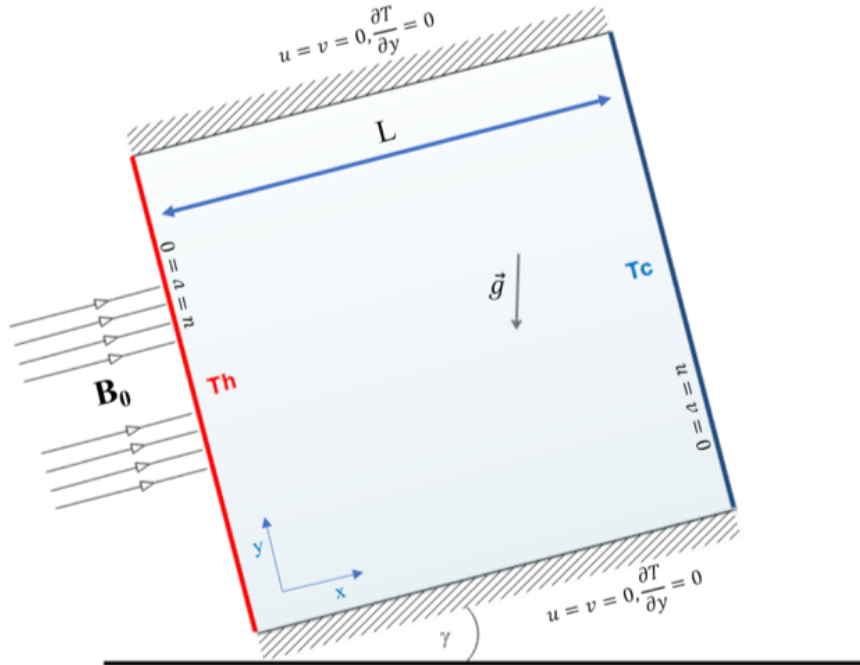


Figure IV.16 – Représentation schématique de la configuration d'étude (cas d'une cavité soumise à un champ magnétique).

5.2.3 Mise en équation du cas de la magnétohydrodynamique

Les équations gouvernantes sont des équations de continuité, et des équations de Navier-stokes exprimées dans leur formulation de "fonction de vorticité" ainsi que des équations d'énergie, notre système sera écrit comme suit :

— *Equation de Vorticité* :

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{\mu_{eff}}{\rho_{nf,o}} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{\rho_{nf,0}} [\phi \rho_{s,o} \beta_s + (1 - \phi) \rho_{f,o} \beta_f] g \left[\cos(\gamma) \frac{\partial T}{\partial x} - \sin(\gamma) \frac{\partial T}{\partial y} \right] + \frac{\sigma_{nf} B_0^2}{\rho_{nf}} \left[-\frac{\partial v}{\partial x} \cos^2(\gamma) + \frac{\partial u}{\partial y} \sin^2(\gamma) + \cos(\gamma) \sin(\gamma) \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right], \quad (IV.1)$$

— *Equation d'énergie* :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\alpha_{nf} + \frac{\lambda_d}{(\rho c_p)_{nf}} \right) \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\alpha_{nf} + \frac{\lambda_d}{(\rho c_p)_n} \right) \frac{\partial T}{\partial y} \right], \quad (IV.2)$$

— *Equation de cinématique* :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega \quad (IV.3)$$

En utilisant l'analyse adimensionnelle suivante :

$$\left. \begin{aligned} X &= \frac{x}{L}, Y = \frac{y}{L}, U = \frac{u}{\sqrt{g \beta_f \Delta T L}}, V = \frac{v}{\sqrt{g \beta_f \Delta T L}} \\ \tau &= \frac{t \sqrt{g \beta_f \Delta T L}}{L}, \Omega = \frac{\omega L}{\sqrt{g \beta_f \Delta T L}}, \Psi = \frac{\psi}{L \sqrt{g \beta_f \Delta T L}}, \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c} \end{aligned} \right\} \quad (IV.4)$$

Le système d'équations sans dimension sera écrit comme suit :

— *Equation de Vorticité* :

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Omega}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = \frac{1}{(1-\phi)^{2.5} [\phi \frac{\rho_{s,o}}{\rho_{f,o}} + (1-\phi)] \sqrt{Gr}} \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Y^2} \right) + \lambda \left[\cos(\gamma) \frac{\partial \theta}{\partial X} - \sin(\gamma) \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right] + Ha^2 \left[-\frac{\partial v}{\partial x} \cos^2(\gamma) + \frac{\partial u}{\partial y} \sin^2(\gamma) + \cos(\gamma) \sin(\gamma) \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] \quad (IV.5)$$

— *Equation d'énergie* :

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr \sqrt{Gr}} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\chi \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\chi \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) \right] \quad (IV.6)$$

— *Equation de cinématique* :

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega \quad (IV.7)$$

Avec :

$$\chi = \frac{\left[\frac{(k_{eff})_{stagnant}}{k_f} \right]}{(1 - \phi) + \phi \frac{(\rho c_p)_{s,o}}{(\rho c_p)_{f,o}}} + C \phi \frac{d_p}{L} \text{Pr} \sqrt{Gr} \sqrt{U^2 + V^2} \quad (\text{IV.8})$$

Les nombres sans dimension sont exprimés en utilisant les propriétés thermophysiques du fluide de base. Le nombre de Prandtl (Pr) est calculé en utilisant la relation suivante : $Pr = \nu_f / \alpha_f$, le nombre de Grashof, $Gr = g \beta_f \Delta T L^3 / \nu_f^2$, et le nombre de Hartmann, $Ha = BL \sqrt{\sigma_{nf} / \mu_{nf}}$.

Le coefficient λ qui apparait dans le terme de l'expansion thermique est donné par :

$$\lambda = \left[\frac{1}{1 + \frac{(1-\phi)}{\phi} \frac{\rho_{f,o}}{\rho_{s,o}}} \frac{\beta_s}{\beta_f} + \frac{1}{1 + \frac{\phi}{(1-\phi) \rho_{f,o}} \rho_{s,o}} \right] = \frac{\beta_{nf}}{\beta_f} \quad (\text{IV.9})$$

5.2.4 Effet du champ magnétique sur le taux du transfert thermique par convection

L'effet du champ magnétique, contrôlé par le nombre sans dimension de Hartmann (Ha), est représenté sur la figure IV.17, pour un nombre de Grashof $Gr = 10^5$ et une suspension de 10%. Cette figure montre, les lignes de courant et des isothermes pour différents nombres de Hartmann. Il est déduit que lorsque l'intensité du champ magnétique augmente, ce qui se traduit par l'augmentation du nombre de Hartmann, l'intensité du flux diminue et les lignes de courant ont tendance à se former en cellules décontractées vers le centre de la cavité. Par conséquent, la configuration des lignes isothermes tend vers un profil de conduction thermique et cela en augmentant l'intensité du champ magnétique. Alors, pour montrer l'effet de l'augmentation du champ magnétique sur le transfert convectif de la chaleur, le nombre de Nusselt moyen calculé le long de la paroi chaude est évalué. La figure IV.18 montre l'évolution du nombre de Nusselt par rapport à l'augmentation de l'intensité du champ magnétique, il est observé que cette augmentation entraîne une diminution du nombre de Nusselt, par conséquent le taux de transfert de chaleur perd son intensité, on peut donc tirer que le transfert de chaleur convectif engendre un caractère inversement proportionnel à l'intensité du champ magnétique. De plus, et comme indiqué auparavant l'inclinaison de la cavité et la fraction volumique du nanofluide restent parmi les paramètres mis en jeu pour essayer d'améliorer le transfert de chaleur dans la configuration étudiée, les figure IV.19 et IV.20 montrent l'évolution du nombre de Nusselt à différentes fractions volumiques pour deux valeurs du nombre de Grashof à savoir 10^4 et 10^5 . De ces deux figures il est conclu que l'augmentation de la fraction volumique par l'ajout

IV.5 Etude du transfert de chaleur par convection - applications

des nanoparticules dans un fluide de base entraîne une amélioration du transfert de chaleur, même constat pour l'inclinaison $\pi/6$ qui représente l'inclinaison idéale pour avoir une intensité maximale en terme du transfert convectif de la chaleur au sein d'un nanofluide à base de cuivre.

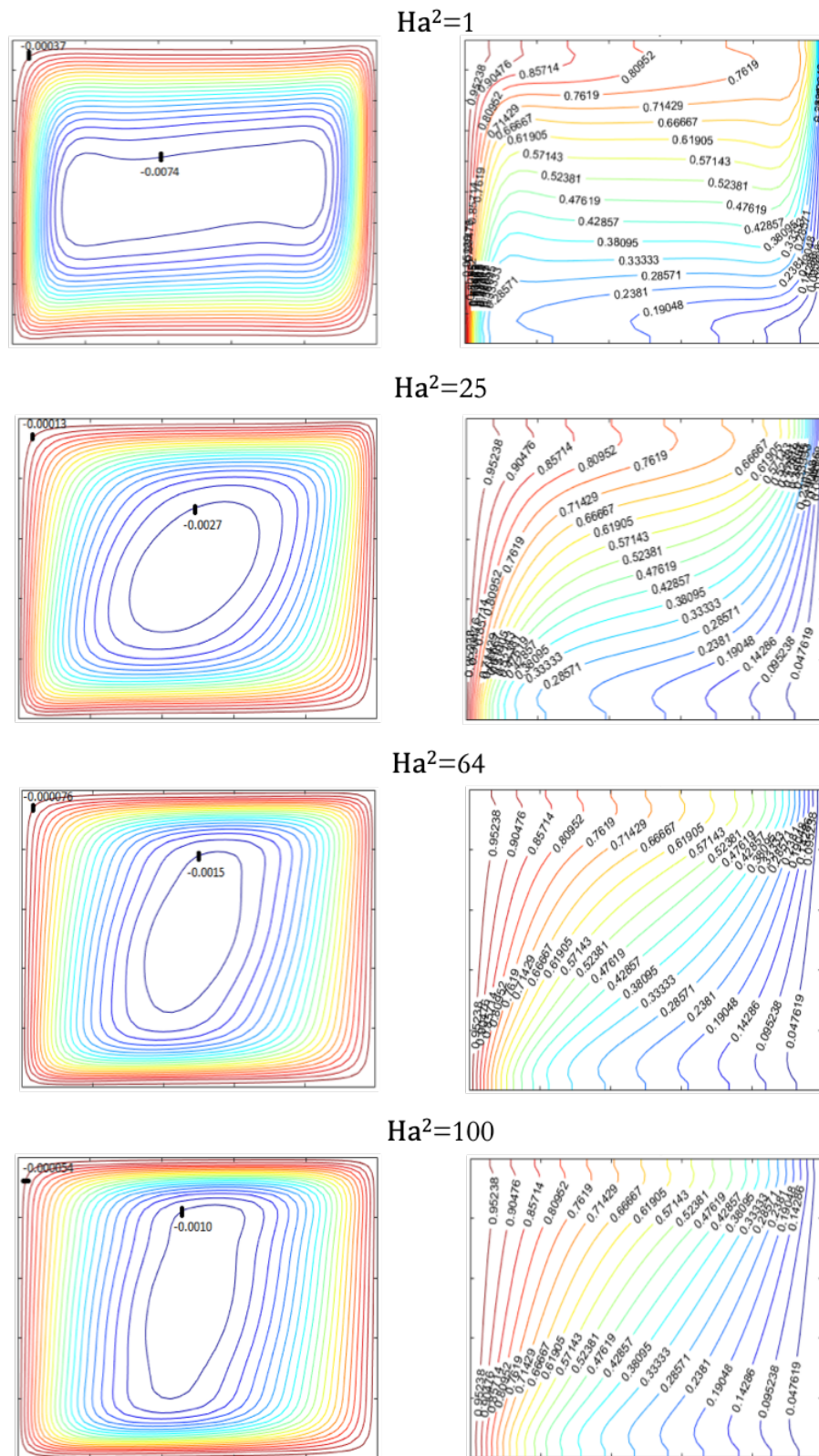


Figure IV.17 – Profil des lignes de courant et isothermes pour différents nombres de Hartmann ($Gr = 10^5$, $\phi = 10\%$).

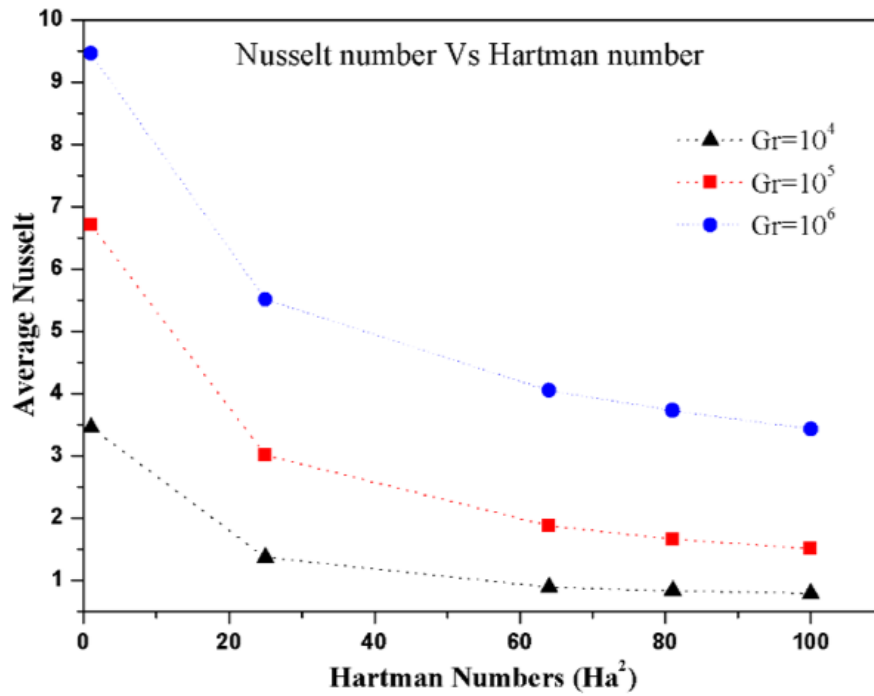


Figure IV.18 – L'évolution de la moyenne de Nusselt en fonction du nombre de Hartmann pour différents nombres de Grashof.

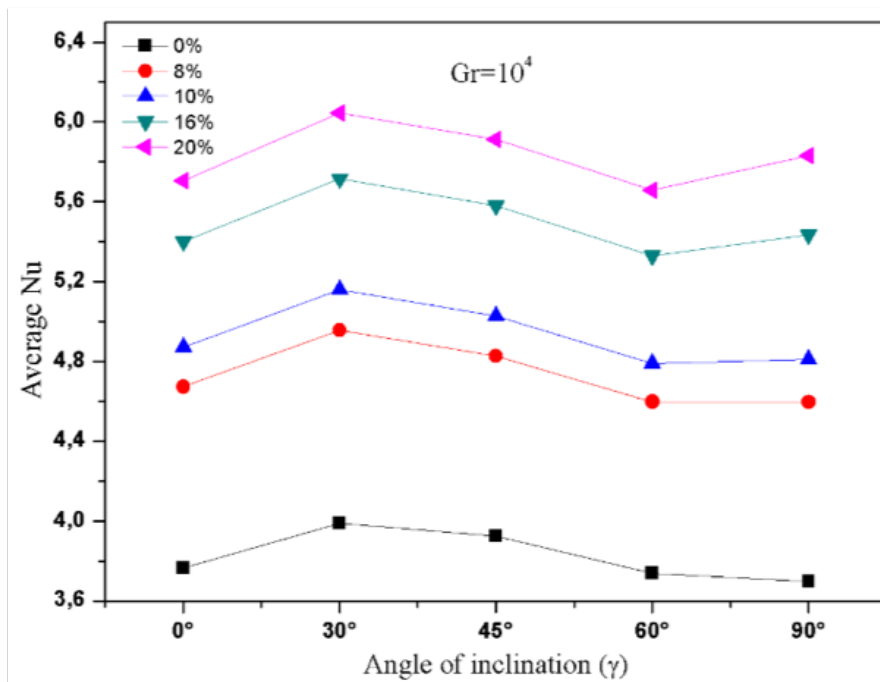


Figure IV.19 – Comparaison de la moyenne de Nusselt pour plusieurs fractions de volume à $Gr = 10^4$.

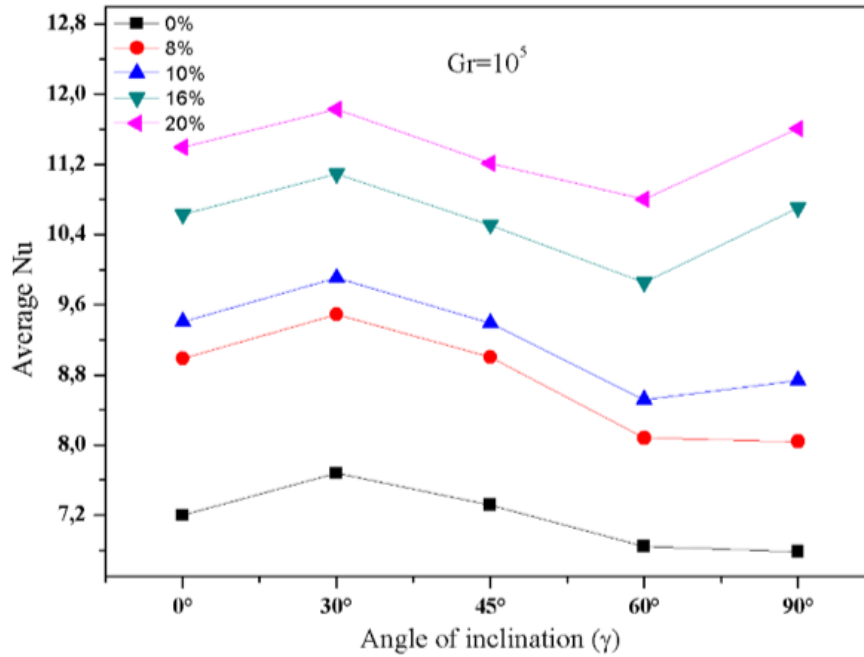


Figure IV.20 – Comparaison de la moyenne de Nusselt pour plusieurs fractions de volume à $Gr = 10^5$.

5.2.5 Conclusion 2

Dans cette deuxième application, notre code de calcul s'est avéré encore une fois comme outil de simulation des effets influençant le transfert de chaleur convectif. Tout d'abord, l'effet de l'augmentation du nombre de Grashof sur le flux de nanofluides est mis en évidence. La structure hydrodynamique de l'écoulement et son comportement thermique ont été étudiés pour des nombre de Grashof d'une valeur de 10^4 et 10^5 et une large gamme de concentrations de nanoparticules. Ces études ont été accompagnées d'une évaluation du nombre de Nusselt (Nu), qui quantifie l'intensité du transfert de chaleur. Les résultats obtenus, montrent que l'augmentation de Nu le long de la paroi chaude est directement liée à une augmentation de la fraction volumique des nanoparticules ainsi qu'une augmentation de Grashof. L'étude de l'influence du champ magnétique sur le flux thermique au sein du nanofluide montre que l'intensité du flux diminue avec l'augmentation du paramètre magnétique Hartmann (Ha). Nos simulations ont montré à nouveau l'effet de l'inclinaison de la cavité sur la qualité et le taux du transfert thermique, et ont permis de déduire que l'inclinaison peut contribuer à l'amélioration de ce transfert, confirmant que l'inclinaison idéale pour avoir le taux maximal du transfert thermique est $\pi/6$.

5.3 Troisième étude - Effet des chicanes parfaitement conductrices sur le transfert convectif au sein des nanofluides (Bendaraa et al. Phys. Fluids 31, 052003 (2019))

5.3.1 Situation du problème et objectifs

Le phénomène de convection naturelle dans une cavité carrée remplie d'un nanofluide cuivre-eau est étudié numériquement. Le domaine étudié est une cavité carrée avec des parois isothermes chaudes et froides au niveau des limites $x = 0$ et $x = L$, respectivement, tandis que les autres parois sont adiabatiques. Des chicanes (ailettes) sont considérées parfaitement conductrices avec des longueurs (L_f) positionnées à différents endroits. De la même manière qu'avant, les équations gouvernant le problème sont exprimées suivant la formulation vorticité, fonction de courant et température. Le système d'équations a été résolu par la méthode des différences finies, en utilisant les deux schémas FTCS et Upwind. L'objectif de cette troisième application est d'analyser l'effet et l'apport de l'ajout de ces chicanes sur le transfert convectif. Une série de simulation des cas adoptés a été faite pour une fourchette du nombre de Rayleigh comprise entre 10^4 et 10^6 . Il a été constaté que l'ajout des chicanes au niveau des murs froid et adiabatique entraîne une augmentation du nombre de Nusselt moyen, alors qu'il diminue lorsque les chicanes sont situées sur la paroi chaude. Ce qui veut dire, que le fait de placer des chicanes parfaitement conductrices sur les parois froides et adiabatiques entraîne une augmentation des performances thermiques de la configuration adoptée.

5.3.2 Configuration étudiée

Considérons la même configuration qu'on a détaillé auparavant, il s'agit donc d'une cavité carrée ($2D$), remplie de nanofluide à base d'une suspension de cuivre, notre cavité est munie de différentes dispositions de chicanes parfaitement conductrices. Le système étudié avec les conditions aux limites sont représentés dans les figures IV.21 et IV.22. La cavité est soumise à un gradient de température dont la température chaude est imposée sur la paroi gauche (T_h) et sa température froide sur la paroi droite (T_c), (conditions de Dirichlet), les autres parois étant adiabatiques. Les conditions initiales et limites de cette étude sont présentées comme suit :

$$u = v = T = 0 \quad \text{à} \quad t = 0 \quad \text{Partout} \quad (\text{IV.10})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{pour } t > 0 \\ u = v = \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad \text{pour } y = 0 \quad \text{et} \quad L, \quad 0 \leq x \leq L \\ T = T_h, \quad u = v = 0 \quad \text{pour } x = 0, \quad 0 \leq y \leq L \\ T = T_c, \quad u = v = 0 \quad \text{pour } x = L, \quad 0 \leq y \leq L \\ \text{(Premier Cas)} \\ T_{\text{fin}} = T_c, \quad u = v = 0 \quad \text{pour } y = \frac{L}{4}, \quad 0 \leq x \leq \frac{3L}{4} \\ \text{(Deuxième Cas)} \\ T_{\text{fin}} = T_h, \quad u = v = 0 \quad \text{pour } y = \frac{L}{4}, \quad \frac{L}{4} \leq x \leq L \\ \text{(Troisième cas)} \\ u = v = \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad \text{pour } x = \frac{L}{4}, \quad 0 \leq y \leq \frac{L}{2} \\ u = v = \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad \text{pour } x = \frac{L}{2}, \quad \frac{L}{2} \leq y \leq L \\ u = v = \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad \text{pour } x = \frac{3L}{4}, \quad 0 \leq y \leq \frac{L}{2} \end{array} \right. \quad (\text{IV.11})$$

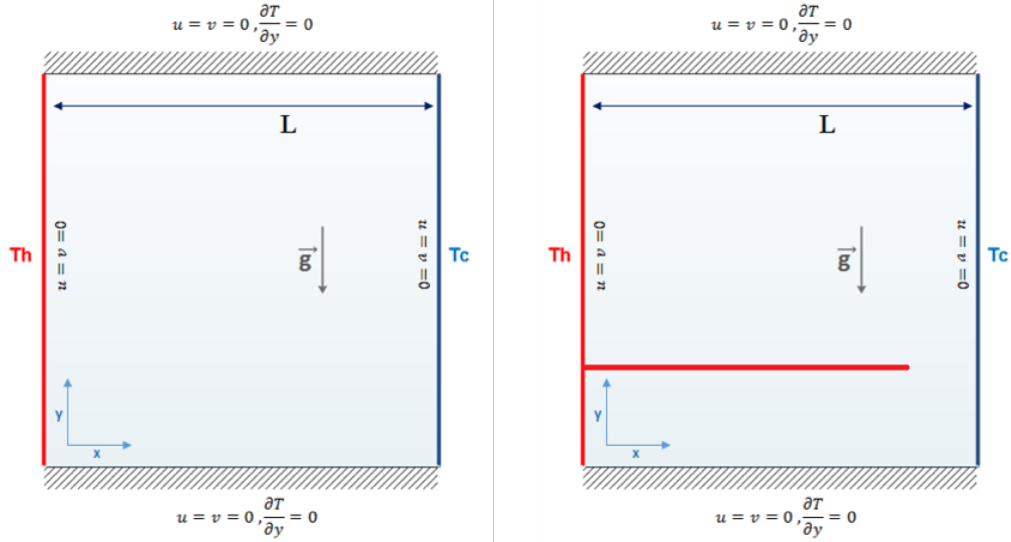


Figure IV.21 – Représentation des configurations sans chicane et avec chicane chaude (premier cas).

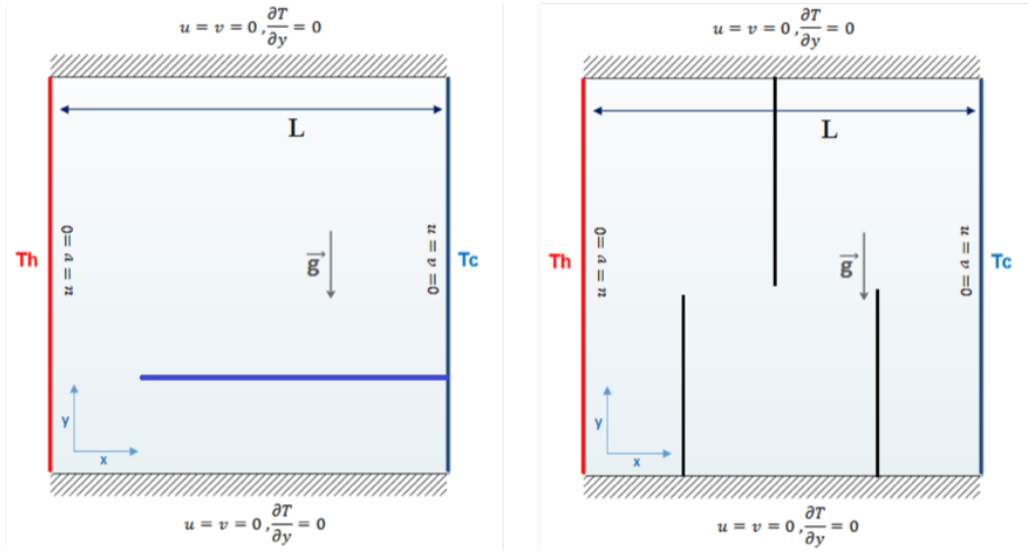


Figure IV.22 – configuration avec chicane au niveau des murs froid et adiabatiques (deuxième et troisième cas).

5.3.3 Comparaison des profils thermique et hydrodynamique pour le cas de l'air comme caloporteur

Le code de calcul développé dans cette application, a été testé et validé pour le cas d'une cavité remplie d'air seulement et munie d'une chicane au niveau du Mur chaud ; le présent cas a été traité par Chahrazad et al. [155]. Les figures IV.23 et IV.24 montrent une comparaison des lignes de courant et des lignes isothermes calculées dans le présent travail et celles de [155], et cela pour un $Ra = 10^5$. Comme on peut constater à partir de ces figures, notre résultat présente une forte concordance avec les résultats tirés de [155].

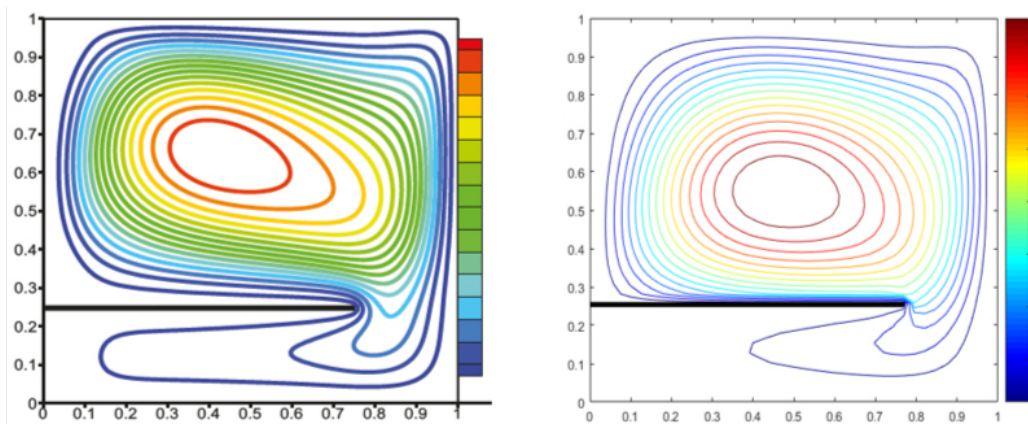


Figure IV.23 – Lignes de courant obtenus pour $Ra = 10^5$. Le présent résultats (à droite) et ceux de Chahrazad et al. [155] (à gauche). Les intensités sont cartographiées du bleu pour les faibles intensités au rouge pour les intensités élevées.

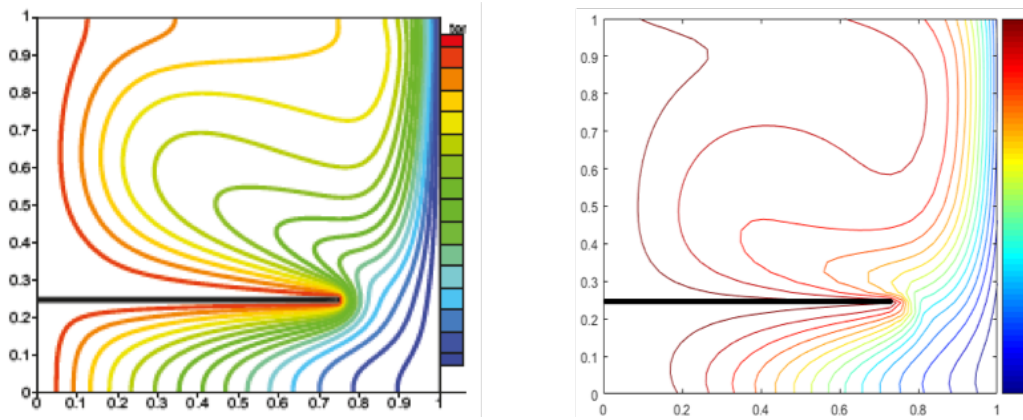


Figure IV.24 – Isothermes obtenus pour $Ra = 10^5$. Les présents résultats (à droite) et ceux de Chahrazad et al. [155] (à gauche). Les intensités sont cartographiées du bleu pour les faibles valeurs au rouge pour les valeurs élevées.

Après avoir validé le modèle et le code développé par une comparaison avec le cas d'une cavité dotée d'une ailette horizontale fixée à la paroi chaude, où la configuration sujet de validation utilise l'air comme fluide caloporteur, nous penchons nos investigations vers l'utilisation des nanofluides dans un tel processus, d'une manière à analyser et détecter le rôle que peut jouer l'ajout des chicane avec différentes dispositions dans l'amélioration du transfert convectif au sein de ce caloporteur. Nous simulerons les cas d'une cavité avec une ailette sur la paroi froide et sur la paroi chaude ainsi que le cas d'un arrangement de chicane sur les deux parois adiabatiques supérieure et inférieure.

5.3.4 Effet des chicane parfaitement conductrices sur le transfert convectif

- **Fonction de courant et ligne isothermes**

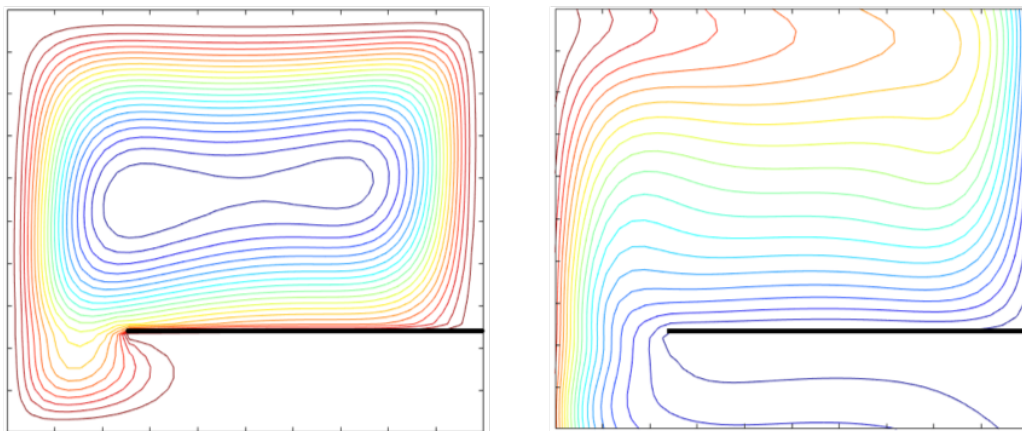


Figure IV.25 – Profils des lignes de courant et des lignes isothermes pour une cavité avec une chicane au côté froid (deuxième cas).

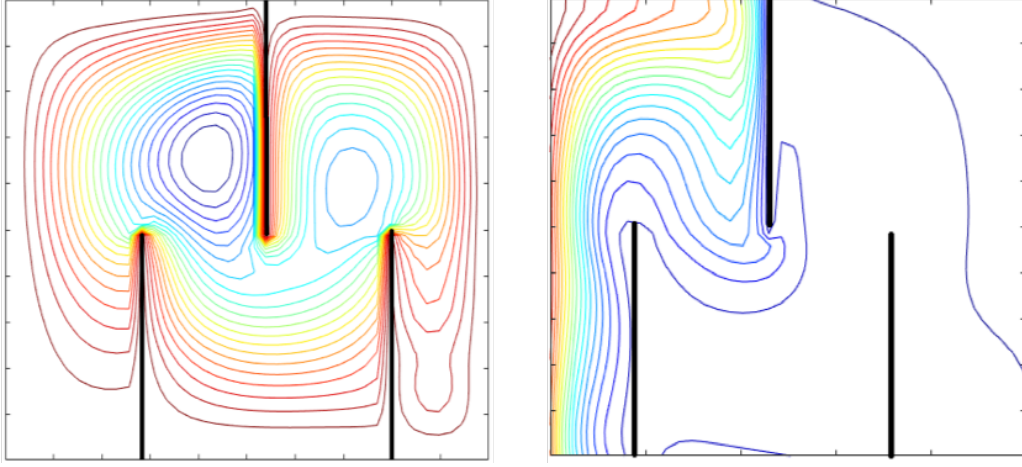


Figure IV.26 – Profils des lignes de courant et des lignes isothermes pour une cavité dotée de chicanes adiabatiques (troisième cas).

Les figures IV.25 et IV.26 montrent les lignes de courant et les lignes isothermes dans une cavité carrée, avec deux cas de disposition des ailettes à $Ra = 10^5$. Dans le premier cas, la cavité est dotée d'une ailette horizontale de longueur $L_f = 0.75L$ à une position $Y = 0.25L$ et fixée à la paroi froide. Dans le second cas, trois ailettes de longueur $L_f = 0.5L$ sont disposées verticalement sur les deux parois adiabatiques (supérieure et inférieure) positionnées respectivement à $X = 0.25L$, $0.5L$ et $0.75L$. Les résultats numériques montrent que la présence d'une seule chicane donne naissance à une grande cellule tournante dans le sens des aiguilles d'une montre (IV.25 à gauche). Dans le cas de la disposition de trois ailettes verticales, les résultats montrent l'apparition de deux tourbillons tournant dans le sens des aiguilles d'une montre (IV.26 à gauche).

Pour les lignes isothermes, les figures IV.25, IV.26 montrent que les ailettes adiabatiques verticales bloquent la propagation de la température dans la cavité. On note également que les lignes isothermes sont plus compactes à proximité de la paroi chaude, laissant des zones moins compactes près de la paroi froide, contrairement au cas d'une seule ailette isotherme soudée à la paroi froide où l'on peut voir un fluide se disperser avec des zones moins compactes sous l'ailette.

• Étude du transfert de chaleur

L'amélioration du transfert thermique sera donc analysée en quantifiant le nombre de Nusselt moyen (Nu_{mean}) à proximité de la paroi chaude. Ce nombre donne un point de vue sur les performances thermiques des configurations étudiées. Cette évaluation a été faite pour différents nombres de Rayleigh (Ra) en utilisant diverses fractions volumiques du nanofluide. Les figures IV.27 à IV.30 montrent l'évolution du nombre moyen de Nu pour les différentes configurations

étudiées. On peut observer que le nombre de Nusselt moyen augmente en augmentant le nombre de Rayleigh (Ra) et la fraction volumique (ϕ) du nanofluide et cela pour une configuration sans ailettes (Figure IV.27). Lorsque l'ailette est placée sur la paroi chaude, le nombre de Nusselt diminue à mesure que la fraction de volume augmente et cet effet est remarqué même lorsque les valeurs de Ra augmentent (Figure IV.28). Cela suggère que la présence de l'ailette sur la paroi chaude entraîne une diminution de la performance thermique du nanofluide au sein de la configuration étudiée. Enfin, les deux configurations restantes, à savoir la chicane isotherme sur la paroi froide (deuxième cas) et les chicanes adiabatiques sur les parois supérieure et inférieure (troisième cas), ont montré que la disposition des ailettes peut jouer un rôle très important dans le comportement thermique en améliorant le transfert de chaleur. On observe que le nombre de Nusselt augmente fortement lorsque l'on augmente la fraction volumique et le nombre de Rayleigh (Figures IV.29, IV.30).

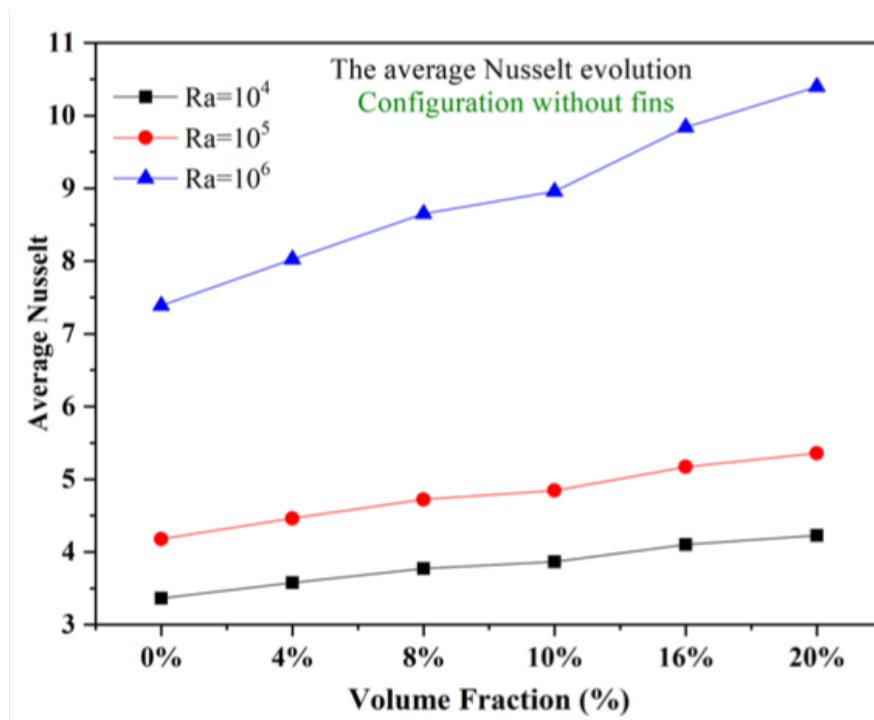


Figure IV.27 – Évolution de Nusselt moyen pour une cavité sans chicanes.

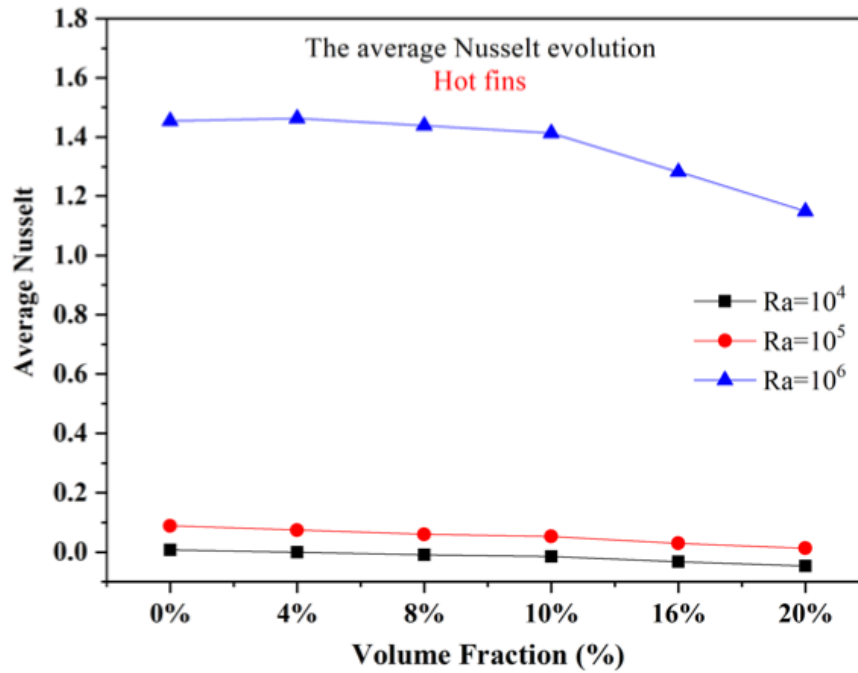


Figure IV.28 – Évolution du Nusselt moyen pour le cas d’une cavité avec une chicane chaude (Premier cas).

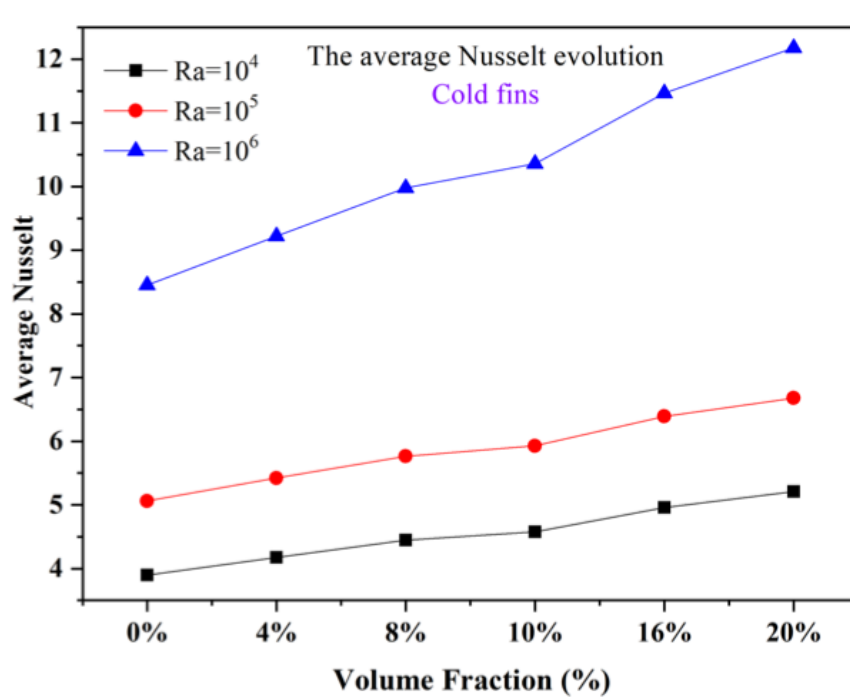


Figure IV.29 – Évolution du Nusselt moyen pour le cas d’une cavité avec une chicane froide (deuxième cas).

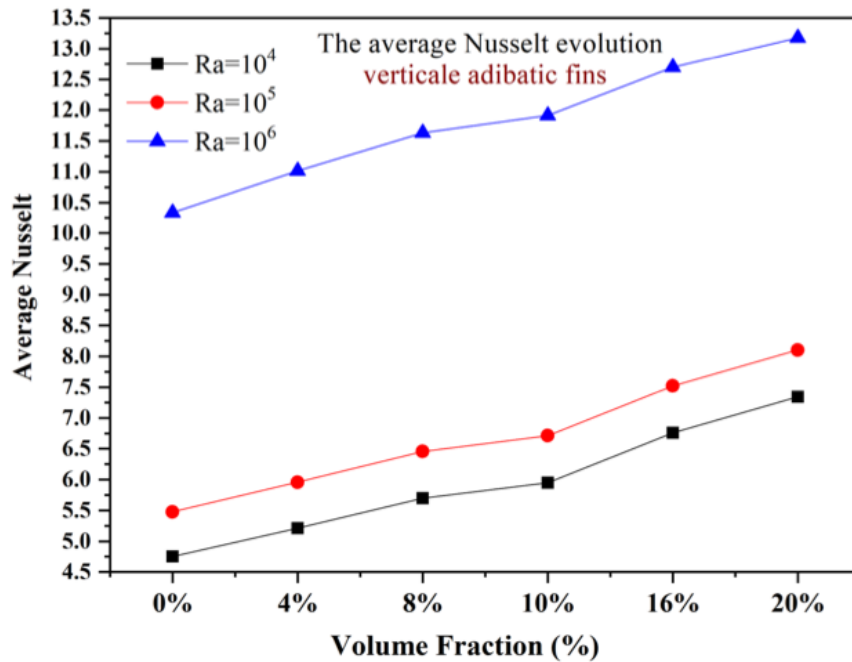


Figure IV.30 – Évolution du Nusselt moyen pour le cas d’une cavité avec des chicane adiabatique (troisième cas).

La figure IV.31 montre une comparaison de l’évolution du nombre de Nusselt pour les quatre cas étudiés. Il est montré que pour un nombre de Rayleigh $Ra = 10^5$ et une fraction volumique allant de 0 à 20%, les configurations avec des ailettes à la paroi froide et avec des parois adiabatiques marquent des nombres de Nusselt plus élevé par rapport aux autres configurations. Le fait de doter la cavité d’ailettes sur la paroi froide et sur les parois adiabatiques permet d’augmenter les performances thermiques de la configuration, tandis que la disposition des ailettes sur la paroi chaude diminue les performances thermiques en induisant une diminution apparente du nombre de Nusselt.

La réduction du nombre moyen de Nusselt près de la paroi chaude, dans le cas d’une ailette fixée à celle-ci, est principalement due à deux raisons. La première est mécanique, la disposition de l’ailette sur la paroi chaude s’opposant à la montée du fluide chaud, ce qui retarde le remplacement du fluide refroidi près de la paroi froide. La seconde raison est thermique et réside dans l’échange de chaleur entre l’ailette et la paroi chaude par conduction d’un côté et entre l’ailette et le nanofluide par convection de l’autre côté. Cela contribue à la diminution du flux de chaleur entre la paroi chaude et le nanofluide environnant.

De plus, l’augmentation du nombre de Nusselt, dans le cas d’une ailette fixée à la paroi froide ou dans le cas d’ailettes fixées aux parois adiabatiques, s’explique à notre avis par le rétrécissement de la géométrie de la cavité. En effet, dans le cas où la chicane est fixée à la

paroi froide, le rétrécissement de la distance entre cette chicane et la paroi chaude augmente le flux de chaleur local et entraîne l'augmentation du nombre de Nusselt moyen à proximité de la paroi chaude.

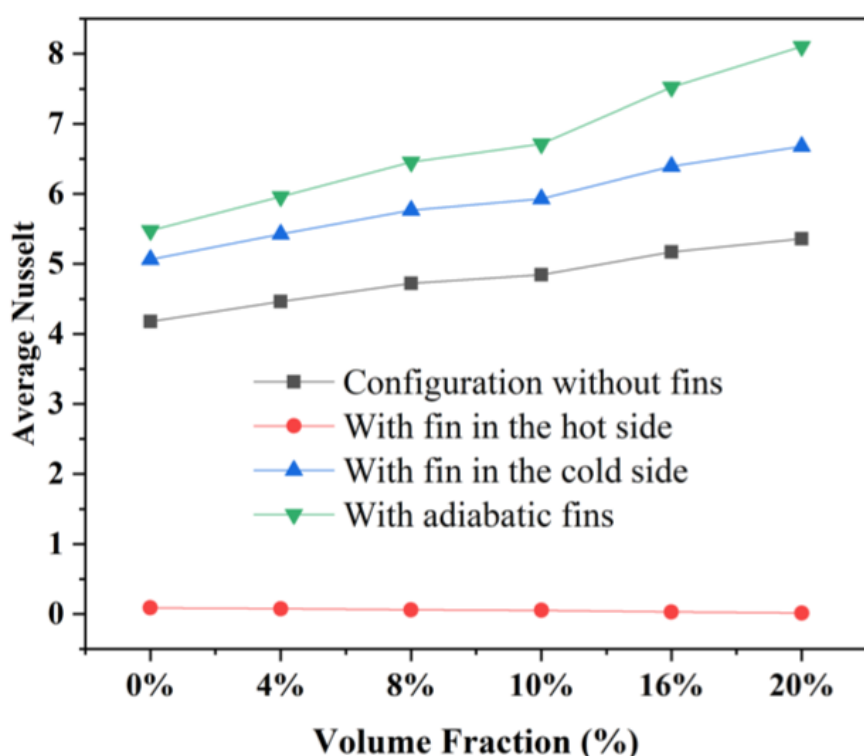


Figure IV.31 – Évolution du Nusselt moyen pour le cas d'une cavité avec des chicanes adiabatique (troisième cas).

5.3.5 Conclusion 3

Dans cette étude, l'effet de l'ajout des chicanes (ailettes) sur les performances thermiques dans une cavité carrée remplie de nanofluides a été examiné. Une suspension de nanoparticules de cuivre dans l'eau est envisagée. La structure de l'écoulement et son comportement thermique ont été étudiés pour une large gamme de nombres de Rayleigh et de concentrations de nanoparticules.

Les résultats obtenus montrent que le nombre de Nusselt moyen augmente dans le cas d'une cavité avec une ailette disposée sur la paroi froide (*cas 2*), et sur les parois adiabatiques (*cas 3*). Dans ces cas, l'augmentation du nombre moyen de Nusselt résulte également d'une augmentation de la fraction volumique des nanoparticules pour des nombres Ra allant de 10^4 à 10^6 . Le résultat trouvé dans ces cas s'explique par le rétrécissement de la géométrie de la cavité qui favorise un échange thermique rapide dans ces cas. Sinon, lorsque l'ailette est disposée sur

la paroi chaude (*cas 1*), l'augmentation de la fraction volumique provoque une diminution de Nusselt entraînant une dégradation des performances thermiques du nanofluide. Cette diminution est générée par le blocage de la montée du fluide chaud destiné à remplacer le fluide froid au sommet de la cavité, ce qui veut dire qu'on est face à une opposition du processus de convection, ainsi que par la création d'une zone chaude à proximité de l'ailette, ce qui contribue à la diminution du flux de chaleur entre la paroi chaude et le nanofluide environnant.

5.4 Quatrième étude - Effet de la température périodique sur le phénomène de convection naturelle dans une cavité carrée remplie de nanofluide : application au refroidissement des panneaux solaires

5.4.1 Situation du problème et objectifs

Le phénomène de convection naturelle au sein d'un nanofluide cuivre-eau dans une cavité carrée maintenue à température périodique est étudié numériquement. La configuration étudiée est soumise à un gradient de température verticale, où la paroi inférieure ($y = 0$) étant maintenue à une température froide et la paroi supérieure ($y = L$) étant soumise à une température périodique. Les autres parois, à $x = 0$ et $x = L$, sont adiabatiques. La configuration étudiée est similaire à un bloc de refroidissement qui suit le panneau solaire dans ces différentes inclinaisons. Un code de calcul basé sur les mêmes méthodes et schémas numériques comme mentionné dans la rubrique modélisation numériques a été réalisé pour analyser l'effet de la fréquence des oscillations de température (f), effet du nombre de Rayleigh (Ra), l'effet de l'angle d'inclinaison de la cavité et du taux de suspension des nanoparticules sur l'écoulement du fluide et le transfert de chaleur ainsi que sur l'apparition des périodes de refroidissement. Il a été constaté qu'une bonne intensification du transfert de chaleur est directement liée à l'augmentation du nombre de Rayleigh, et à l'augmentation de la fréquence des oscillations de température, qui est considérée comme un très bon paramètre de contrôle qui intensifie le flux convectif et le transfert de chaleur.

5.4.2 Définition du problème et configuration étudiée

La configuration étudiée est une cavité carrée (2D) à parois rigides, inclinée d'un angle (γ). Notre cavité remplie de nanofluide joue le rôle d'un dispositif de refroidissement et suit un panneau solaire dans ces différentes inclinaisons. La figure IV.32 montre un modèle réel de notre application.

IV.5 Etude du transfert de chaleur par convection - applications

Afin de réaliser une étude détaillée sur la faisabilité de cette application et d'en tirer sa contribution dans le domaine énergétique, nous nous sommes limités à l'étude du flux convectif à l'intérieur de la cavité uniquement, la figure IV.33 représente la configuration objet de notre étude, la cavité est donc soumise à un gradient de température dont la température chaude imposée à la paroi supérieure (T) réagit d'une manière périodique de telle sorte que $T = T_c + T_h \sin(\xi t)$ et la température froide à la paroi inférieure (T_c), (conditions de Dirichlet), les autres parois sont adiabatiques. Les conditions initiales et aux limites de cette étude sont présentées ci-dessous :

$$u = v = T = 0 \quad \text{à} \quad t = 0 \quad \text{Partout} \quad (\text{IV.12})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{à } t > 0 \\ u = v = \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad \text{pour } x = 0 \text{ et } L, \quad 0 \leq y \leq L \\ T = T_c + T_h \sin(\xi t), \quad u = v = 0 \quad \text{pour } y = L, \quad 0 \leq x \leq L \\ T = T_c, \quad u = v = 0 \quad \text{pour } y = 0, \quad 0 \leq x \leq L \end{array} \right. \quad (\text{IV.13})$$

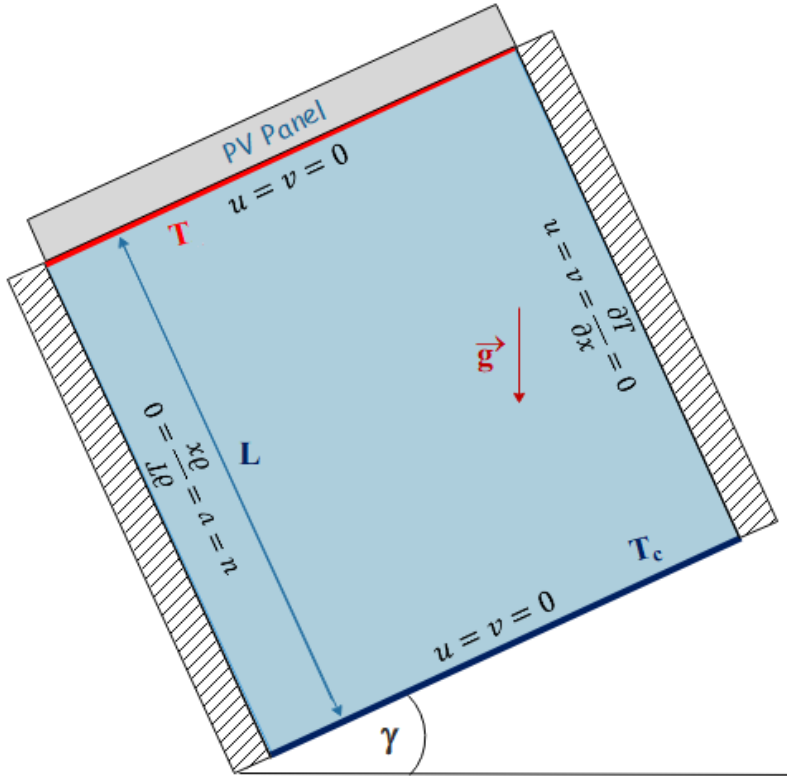


Figure IV.32 – Représentation de l'application étudiée.

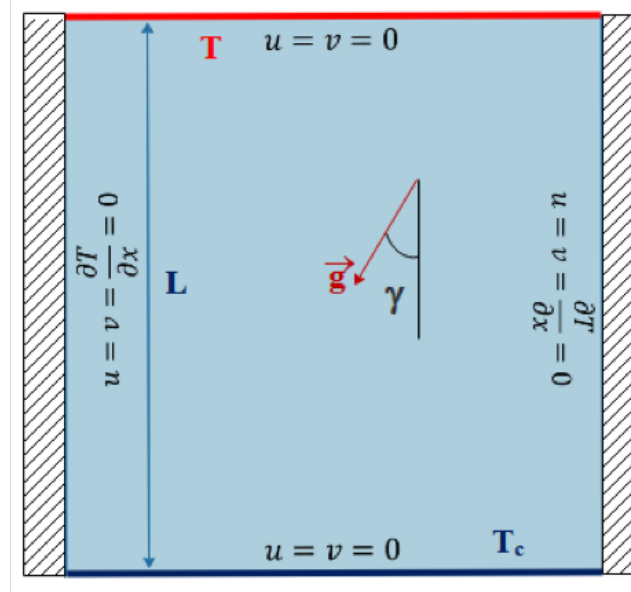


Figure IV.33 – Représentation schématisée pour le modèle physique.

5.4.3 Choix de l'espacement du maillage et comparaison des résultats

Pour tester et évaluer la finesse et la précision de la méthode que nous avons utilisée, plusieurs expériences numériques ont été réalisées pour différents maillages, de 51×51 à 100×100 loin des limites. La figure IV.2 mentionnée dans la partie étude du maillage montre l'espacement du maillage utilisé, il comporte deux zones de raffinement au niveau des parois froide et à température périodique, et cela pour obtenir le maximum d'informations (les deux zones considérées sont susceptibles à avoir des gradients de température élevés). Pour son meilleur rapport temps et précision de simulation, nous avons opté pour un maillage de 51×51 , la figure IV.34 est sujet d'une comparaison entre les résultats de la présente étude et les résultats de Sheremet et al. [154], il est déduit alors qu'il existe un fort accord entre les deux résultats qui nous a permis de valider le modèle et de nous impliquer encore plus dans la validation et la comparaison des résultats.

Pour ce faire, et afin de tester notre code pour plusieurs scénarios, nous avons étudié une multitude de fluides et de conditions de température au niveau des limites (voir la partie comparaison qualitative et quantitative). Pour une cavité dont la paroi est maintenue à une température périodique, la figure IV.6 fait l'objet d'une comparaison des courants de fluide entre ce travail et ceux du logiciel COMSOL et les travaux de Sheremet et al. [154] et ceci pour le cas de l'eau pure comme liquide de refroidissement ($Pr = 7.0$). Les figures IV.7 et IV.8 montrent une concordance entre les résultats de ce code de calcul et ceux de [154] pour une cavité avec un

nanofluide à base d' Al_2O_3 en suspension dans l'eau avec une fraction volumique de 3% ; les deux figures représentent les résultats pour les deux instants $\tau = 310$ et $\tau = 320$ respectivement, ainsi, au fil de nos expériences numériques, nous constatons une forte concordance entre les résultats de notre code de calcul et ceux des travaux précédents et de la plateforme logicielle COMSOL Multiphysics.

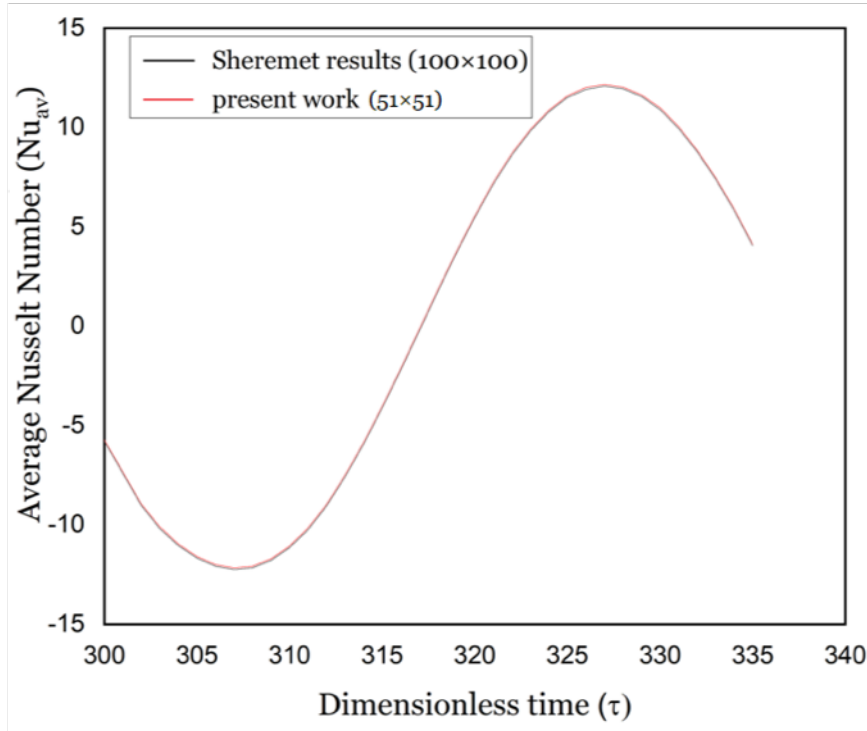


Figure IV.34 – Comparaison de l'espacement des mailles entre le présent travail et celui de Sheremet et al. [154] ($Pr = 7.0$, $\phi = 0.03$, $f = 0.05\pi$).

5.4.4 Effet de la température périodique sur le transfert convectif

Après avoir validé le modèle et le code de calcul développé, en comparant les résultats de simulation de ce travail avec ceux des travaux déjà publiés, pour le cas d'une cavité soumise à un gradient de température horizontal, le présent travail fera l'objet d'une étude de la convection naturelle dans une cavité carrée remplie d'un nanofluide à base de cuivre en suspension dans l'eau pure, la cavité étudiée jouera le rôle de dispositif de refroidissement d'un panneau solaire qui la suit dans toutes ces inclinaison (technologie suiveur MPPT ou tracking system en anglais). L'enceinte étudiée est soumise à une température qui varie périodiquement dans le temps au niveau de la paroi supérieure. Les effets de Rayleigh ($Ra = 10^4 - 10^6$), de l'angle d'inclinaison ($\gamma = 0 - \pi/2$), de la fraction volumique des nanoparticules ($\phi = 0 - 0.03$) et de la fréquence

d'oscillation de la température ($f = 0.05\pi - 0.1\pi$) sur le flux convectif et le taux de transfert de chaleur sont examinés pour $Pr = 7.0$.

Les lignes de courant et les isothermes sont présentés dans les figures IV.35 - IV.39, pour un $Ra = 10^5$, une fréquence d'oscillation $f = 0.05\pi$, un angle d'inclinaison $\gamma = \pi/6$, une fraction volumique de $\phi = 3\%$ et cela pour la 8^{ème} période d'oscillation de $\tau = 300$ à $\tau = 320$, la position et la forme des lignes de courant dépendent des valeurs de la température de la paroi supérieure ($y = L, 0 \leq x \leq L$), d'où la localisation de la température périodique variant dans le temps. En ce qui concerne les lignes isothermes, on constate que pendant cette période, il y a formation de lignes isothermes négatives, ce qui signifie que nous sommes confrontés à une période de refroidissement.

Pour mieux comprendre les phénomènes thermiques impliqués dans cette application et pour savoir ce qui se passe pendant toutes les périodes de fonctionnement, nous avons effectué un suivi du nombre de Nusselt moyen (Nu_{av}) le long des 8 périodes de $\tau = 0$ à $\tau = 340$. La figure IV.40 montre le profil du nombre de Nusselt le long de ces périodes, on voit clairement que ce dernier évolue périodiquement selon une fonction sinusoïdale. On en déduit que chaque période est composée de deux sous-périodes, dont la première prend des valeurs de Nusselt positives et la deuxième prend des valeurs négatives. Les valeurs négatives de Nu représentent un refroidissement de la paroi supérieure, tandis que les valeurs positives reflètent un réchauffement dû à ces variations de température. Afin d'expliquer les résultats présentés dans les figures IV.35 - IV.39 et en utilisant le taux du nombre de Nusselt de la figure IV.40, il est possible de définir deux sous-périodes pour les lignes isothermes, c'est-à-dire de $\tau = 300$ à $\tau = 320$, où nous avons une température négative le long de la paroi supérieure de $\sin(15\pi)$ à $\sin(16\pi)$, et de $\tau = 320$ à $\tau = 340$, où nous avons une température positive le long de la même paroi de $\sin(16\pi)$ à $\sin(17\pi)$. Pendant la première sous-période, la paroi supérieure se comporte comme un refroidisseur et le nanofluide forme une couche limite négative au voisinage de la paroi supérieure de la cavité, ce qui est bénéfique pour refroidir le panneau et assuré une bonne productivité électrique.

L'effet du nombre de Rayleigh sur le nombre de Nusselt moyen sur 8 périodes est montré dans la figure IV.41. Pendant ces périodes, de $\tau = 0$ à $\tau = 340$, le nombre de Nusselt moyen varie d'une manière sinusoïdale en s'alternant entre les périodes négatives et positives. On en déduit que l'augmentation du nombre de Rayleigh entraîne une augmentation de l'amplitude des oscillations, ce qui signifie qu'il y a une forte augmentation du taux de transfert de chaleur. On en conclut que l'augmentation du nombre de Rayleigh entraîne une intensification des échanges convectifs au sein de notre configuration d'étude (bloque de refroidissement).

IV.5 Etude du transfert de chaleur par convection - applications

L'effet de la fréquence d'oscillation a fait partie aussi de nos expériences numériques. La figure IV.42 montre les profils du nombre Nu_{av} pour $Ra = 10^5$, $\gamma = \pi/6$ et $\phi = 0.03$ à différentes valeurs de fréquence d'oscillation entre $f = 0,05\pi$ et $f = 0,1\pi$. On voit ensuite qu'une augmentation de (f) entraîne une augmentation de l'amplitude et une réduction de la période d'oscillation pour l'allure de l'évolution du nombre de Nusselt moyen. Il est donc possible d'augmenter le flux convectif et le transfert de chaleur en augmentant la fréquence des oscillations.

L'effet de l'inclinaison de la cavité sur le Nu_{av} est présenté à la Figure IV.43. La variation de l'angle d'inclinaison entre 0 et $\pi/2$ a été étudiée. Une analyse des résultats a conclu que la variation de l'inclinaison affecte le taux de transfert de chaleur, où le transfert devient plus efficace pour l'angle d'inclinaison $\pi/6$. L'augmentation de l'angle d'inclinaison de 0 à $\pi/6$ est décrite par une croissance de Nu_{av} , qui se caractérise par un gain d'amplitude à la fois dans les périodes de refroidissement et de chauffage.

La figure IV.44 montre l'influence de la fraction volumique des nanoparticules sur taux de transfert de chaleur décrit par le nombre de Nusselt moyen. Il est montré que l'augmentation de ce paramètre conduit à une augmentation du Nu_{av} , cette augmentation reflète une amélioration apparente du transfert de chaleur par l'ajout des nanoparticules suspendu dans le fluide de base, ce qui demeure l'un des moyens d'amélioration du transfert de chaleur.

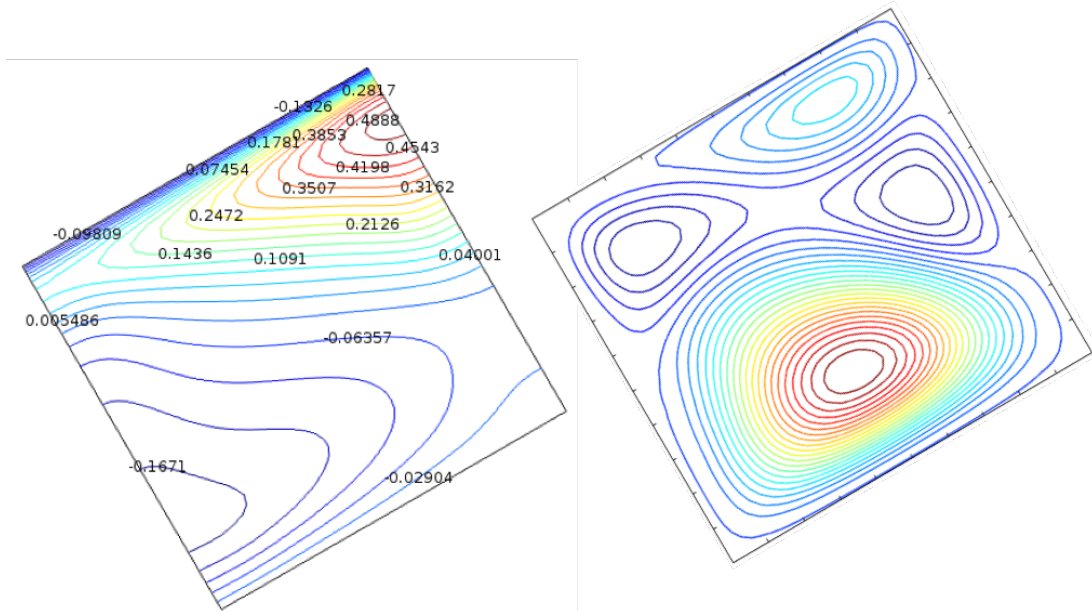


Figure IV.35 – Profils des lignes de courant (à droite) et des isothermes (à gauche) pour $Ra = 10^5$, $f = 0.05\pi$, $\gamma = \pi/6$ et $\phi = 0.03$ à $\tau = 300$.

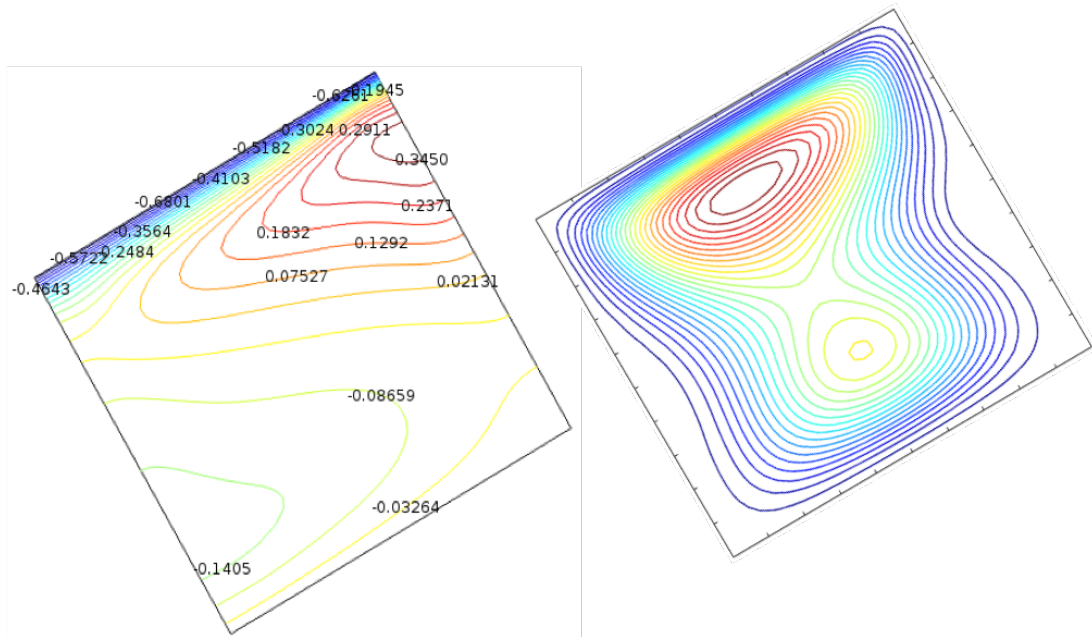


Figure IV.36 – Profils des lignes de courant (à droite) et des isothermes (à gauche) pour $Ra = 10^5$, $f = 0.05\pi$, $\gamma = \pi/6$ et $\phi = 0.03$ à $\tau = 305$.

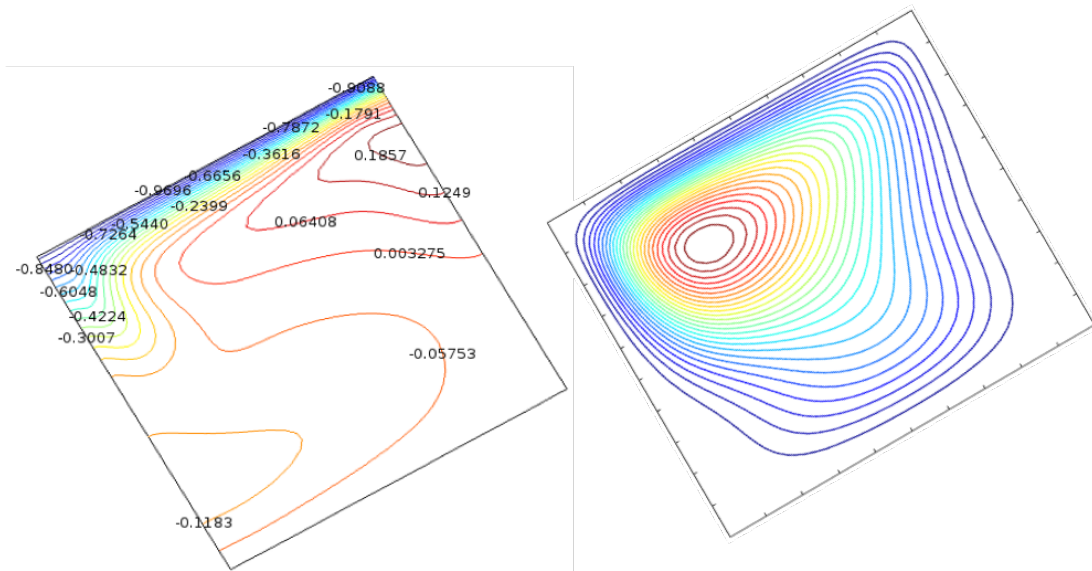


Figure IV.37 – Profils des lignes de courant (à droite) et des isothermes (à gauche) pour $Ra = 10^5$, $f = 0.05\pi$, $\gamma = \pi/6$ et $\phi = 0.03$ à $\tau = 310$.

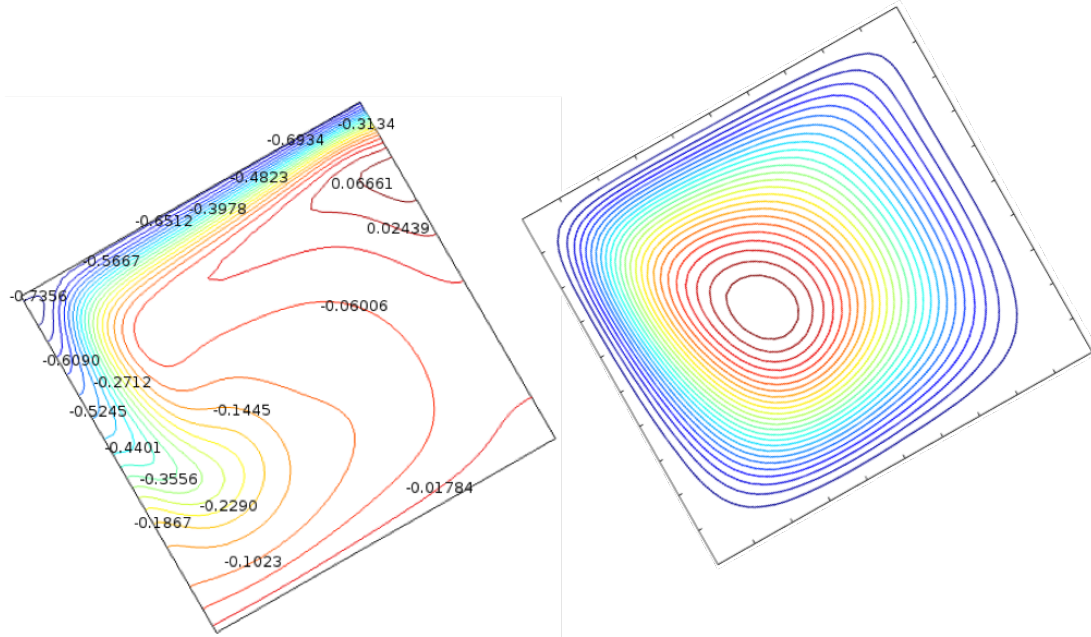


Figure IV.38 – Profils des lignes de courant (à droite) et des isothermes (à gauche) pour $Ra = 10^5$, $f = 0.05\pi$, $\gamma = \pi/6$ et $\phi = 0.03$ à $\tau = 315$.

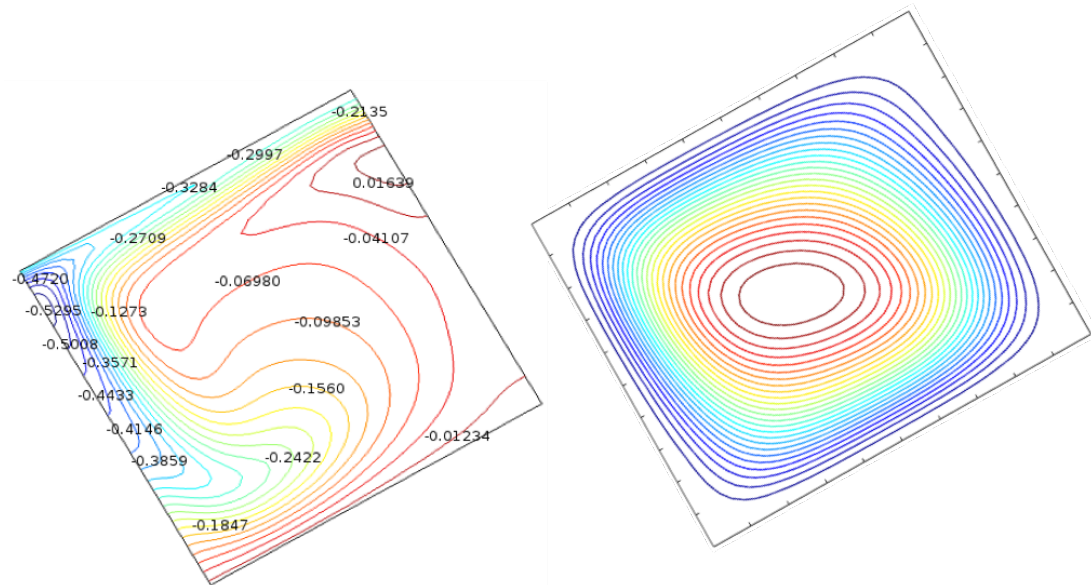


Figure IV.39 – Profils des lignes de courant (à droite) et des isothermes (à gauche) pour $Ra = 10^5$, $f = 0.05\pi$, $\gamma = \pi/6$ et $\phi = 0.03$ à $\tau = 320$.

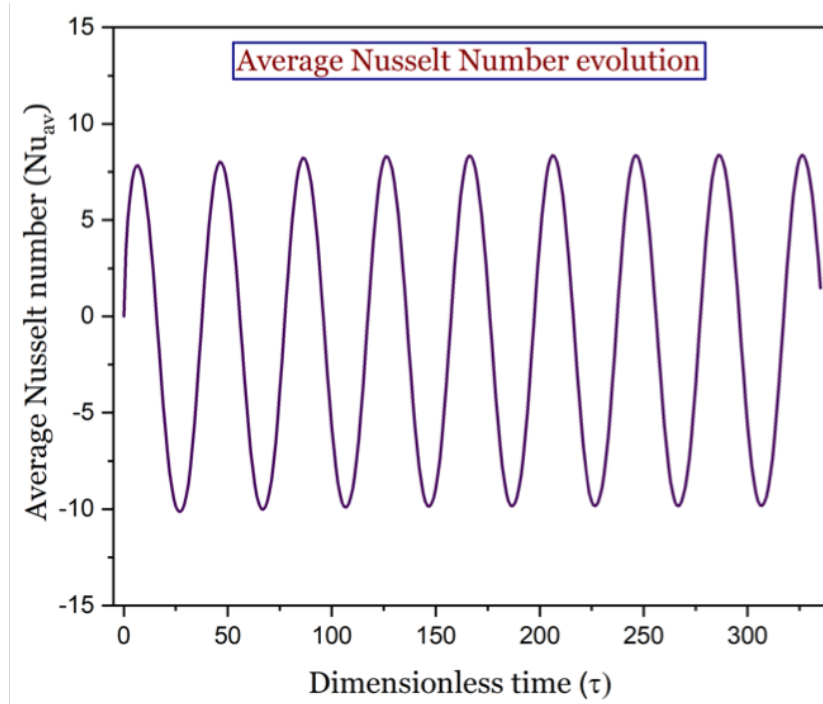


Figure IV.40 – Évolution temporelle du nombre de Nusselt moyen pour $f = 0,05\pi$, $\tau = \pi/6$, $\phi = 0,03$ et $0 \leq \tau \leq 340$.

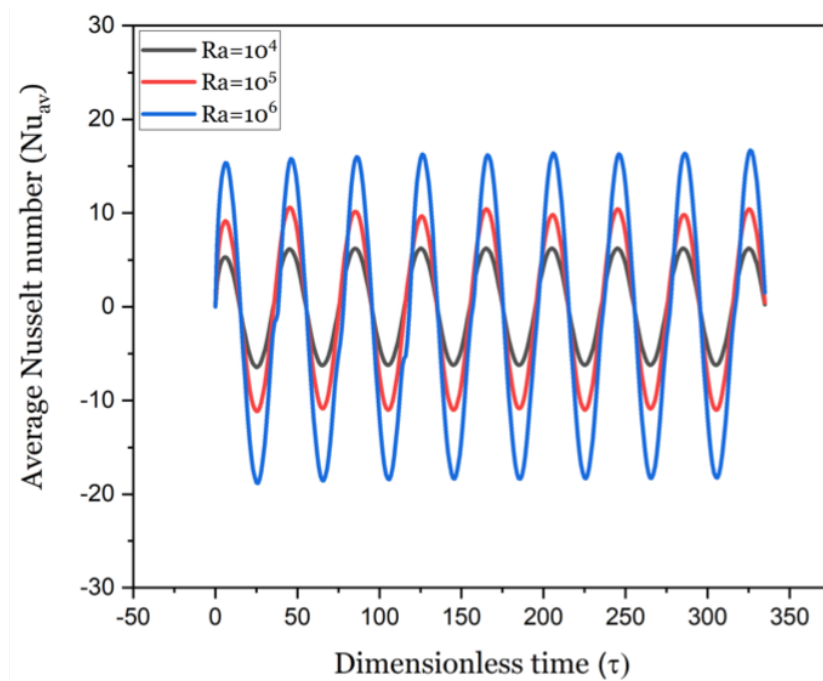


Figure IV.41 – évolution de Nusselt pour chaque nombre de Rayleigh ($10^4 \leq Ra \leq 10^6$ et $0 \leq \tau \leq 340$).

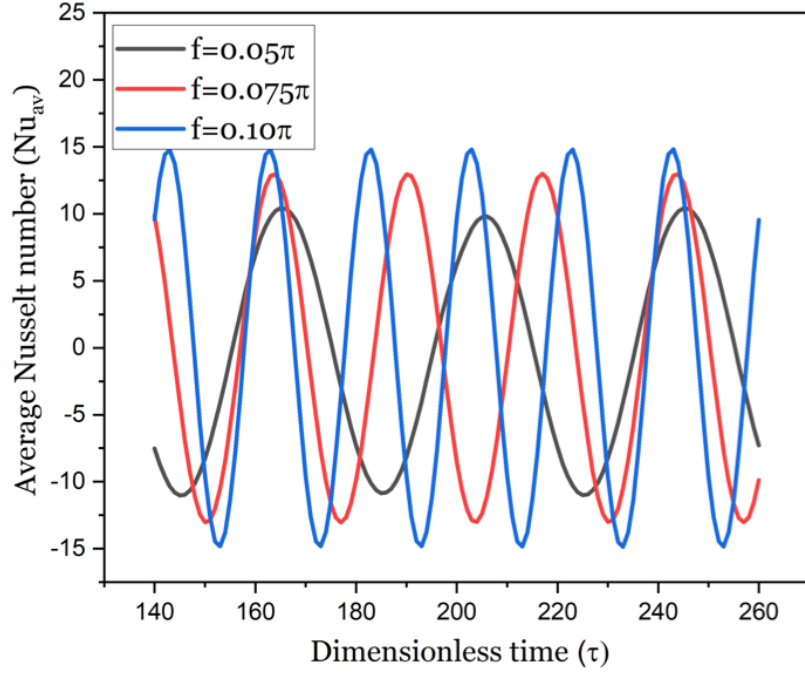


Figure IV.42 – Effet de la fréquence d'oscillation sur l'évolution du nombre de Nusselt moyen $140 \leq \tau \leq 260$.

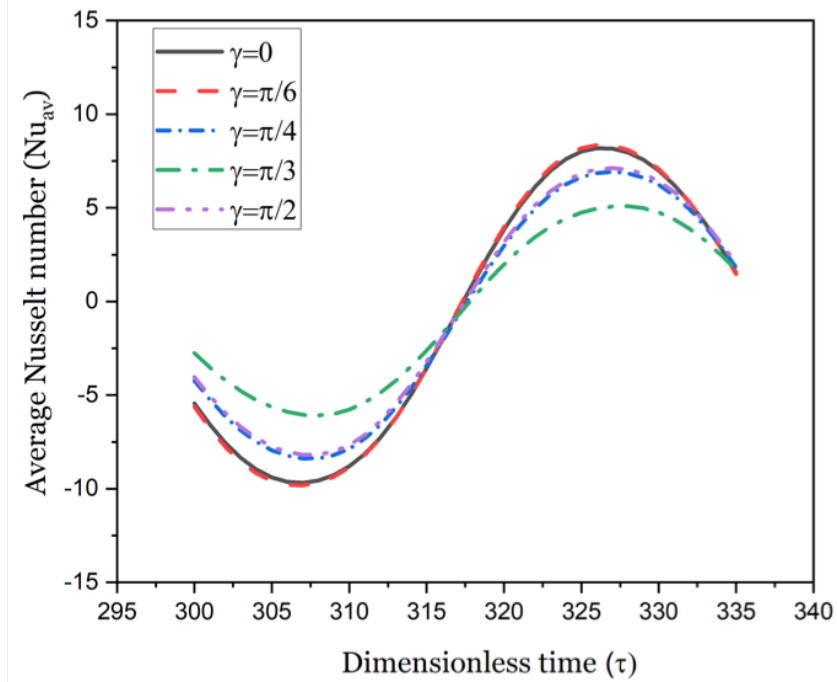


Figure IV.43 – Variations temporelle du nombre de Nusselt pour $f = 0,05\pi$, $0 \leq \gamma \leq \pi/2$, $300 \leq \tau \leq 335$.

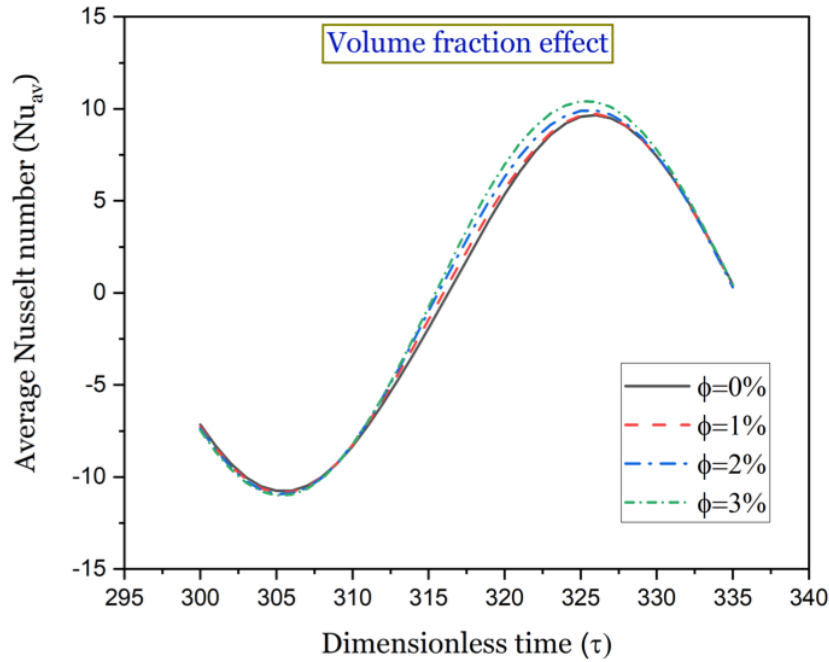


Figure IV.44 – Effet de la fraction de volume sur l'évolution du nombre de Nusselt.

5.4.5 Conclusion 4

Dans cette quatrième application, notre code de calcul a été conçu pour étudier l'effet de la température périodique dans une application de refroidissement des panneaux solaires. La configuration étudiée est une cavité carrée, remplie de nanofluide à base de cuivre en suspension dans l'eau avec des fractions volumiques allant de 0 à 3%, cette cavité est considérée comme un bloc de refroidissement et suit le panneau solaire dans toutes ces inclinaisons entre 0 et $\pi/2$, la cavité étudiée est soumise à un gradient de température périodique au niveau de la paroi supérieure, cette température suit une fonction sinusoïdale, la paroi inférieure est maintenue à une température froide et les autres parois sont adiabatiques. La structure du flux thermique et le taux de transfert de chaleur sont liés à plusieurs paramètres tels que la variation du nombre de Rayleigh, la fréquence d'oscillation, l'inclinaison de la cavité et la variation de la fraction volumique du nanofluide. On en déduit que lorsqu'on fait varier l'un de ces paramètres, il est possible de distinguer deux sous-périodes, la première garantit une distribution de température négative entraînant le refroidissement de la cavité au niveau de cette paroi, et la deuxième sous-période génère une température positive le long de cette paroi. Les résultats de cette application montrent que l'augmentation de la fréquence des oscillations de température et l'augmentation du nombre de Rayleigh entraînent une augmentation de l'amplitude et une restriction de la période d'oscillation, ce qui reflète une amélioration du nombre moyen de Nusselt.

et par conséquent une amélioration du taux de transfert de chaleur. Alors que l'augmentation de l'inclinaison de la cavité entraîne une influence du nombre de Nusselt moyen, l'amélioration du transfert de chaleur a été constatée pour une inclinaison de $\pi/6$. Ainsi, la variation de la fraction volumique affecte également l'évolution de l'indice de Nusselt, on en déduit que l'ajout de nanoparticules peut intensifier plus l'échange convectif pour cette application.

5.5 Cinquième étude - Effet des chicanes parfaitement conductrices sur la convection naturelle dans une cavité carrée remplie de nanofluide soumise à une température périodique

5.5.1 Situation du problème et objectifs

Dans la présente application, nous aurons l'occasion de combiner les effets des chicanes, et de la température périodique sur l'écoulement convectif dans une cavité carrée remplie de nanofluide. L'aspect technologique des nanomatériaux, représenté par une suspension nanofluide, ainsi que les modifications apportées sur des géométries carrées (cavités), seront donc mis à l'épreuve, et cela pour déterminer la contribution de cette modification dans l'amélioration des performances thermiques. Ainsi, il s'agit d'une étude de la convection naturelle dans une enceinte avec une disposition des chicanes parfaitement conductrices à différents endroits, notre cavité est remplie d'un nanofluide à base de Cuivre (*Cu*). Notre objectif est de comprendre l'effet des ailettes sur les performances thermiques pour le cas d'une configuration soumise à une température périodique. Dans ce contexte, nous avons utilisé la même procédure numérique qui s'est basé sur le développement d'un code de calcul s'articulant sur l'approximation aux différences finies en utilisant le schéma Upwind pour discrétiser les termes convectifs. À l'aide de ce code de calcul, un certain nombre d'observations a été tiré, qui postulent que l'ajout d'une ailette conductrice peut évidemment apporter une contribution importante au transfert de chaleur convectif ce qui sera détaillé dans les sections à venir.

5.5.2 Définition du problème et configuration étudiée

La présente étude s'est articulée sur les résultats des deux dernières applications, dans lesquelles nous avons souligné les effets des différentes dispositions de chicanes ainsi que l'effet de la température périodique, sur les performances thermiques. Cette application, fera donc objet d'une combinaison de ces deux effets. La configuration étudiée est une cavité carrée à parois rigides, remplie de nanofluide à base de cuivre. Cette configuration est soumise à un gradient de température, dont la paroi gauche étant soumise à une température périodique

(T) tandis que la température froide (T_c) est maintenue sur la paroi droite (conditions de Dirichlet). Les autres parois sont adiabatiques. Les configurations étudiées, sont sujet d'une différente disposition d'ailettes parfaitement conductrices, elles sont fixées respectivement sur la paroi gauche ayant une température périodique, sur la paroi droite dont la température froide est maintenue, ainsi que sur les parois adiabatiques. Les figures IV.45 - IV.47 montrent les configurations étudiées.

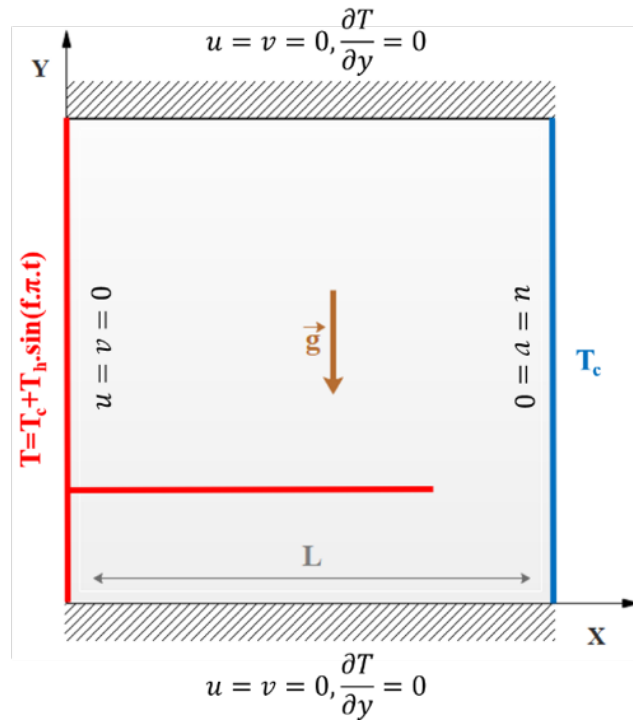


Figure IV.45 – Cavité avec une chicane d’une longueur $0.75L$ maintenu à température périodique (cas1).

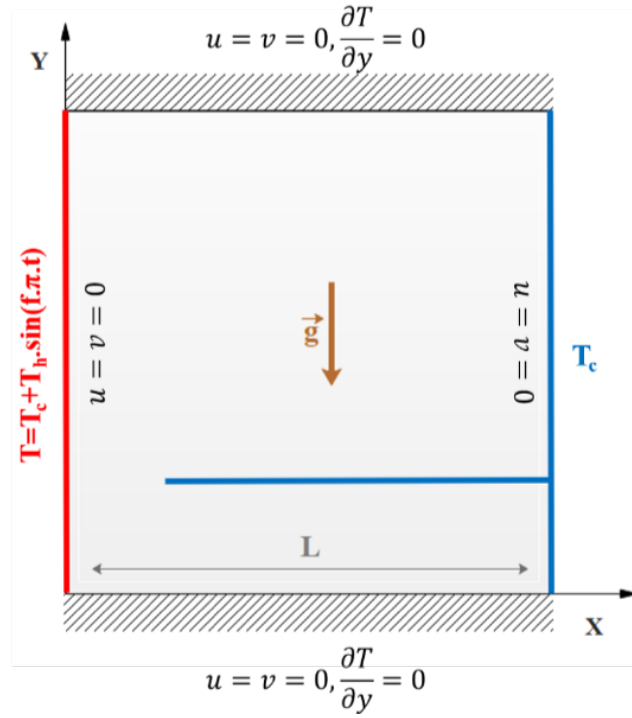


Figure IV.46 – Cavité avec une chicane d’une longueur $0.75L$ maintenu à température froide (cas2).

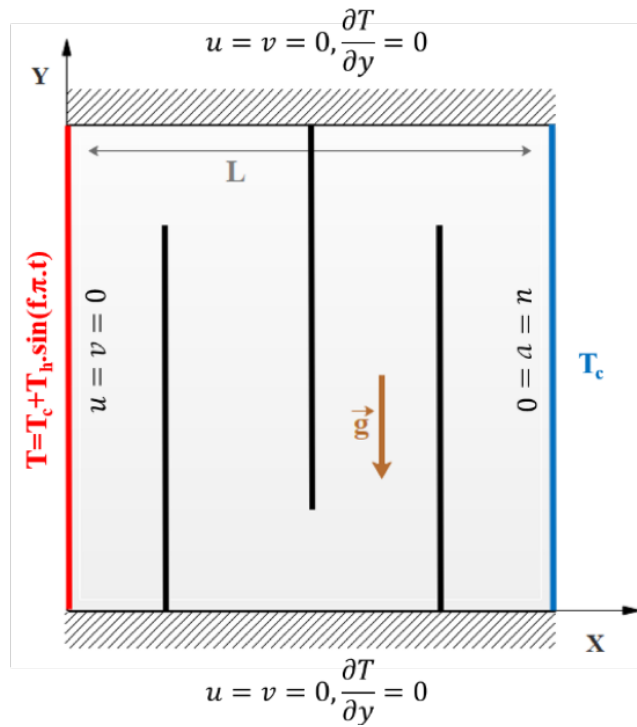


Figure IV.47 – Cavité avec des chicanes adiabatiques d’une longueur $0.50L$ disposé sur les deux murs adiabatiques (cas3).

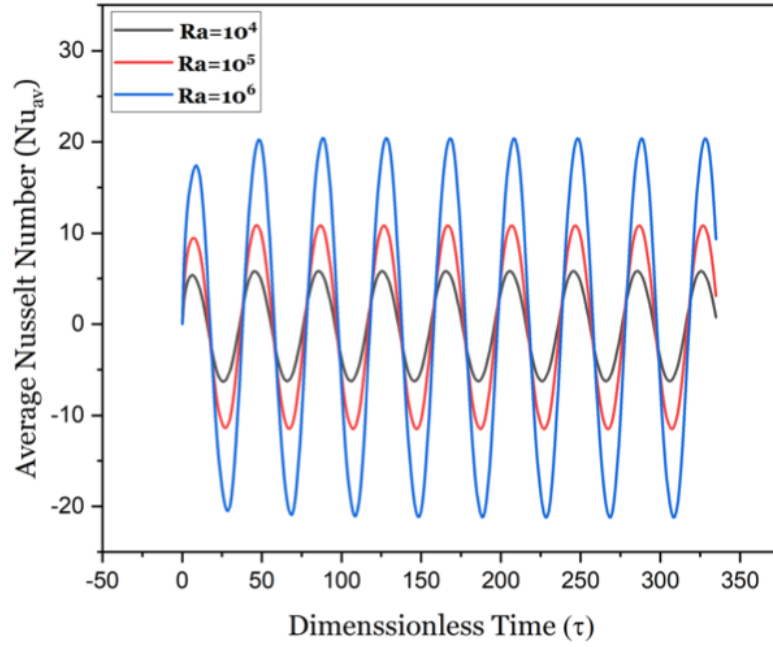


Figure IV.48 – Évolution du nombre de Nusselt pour une plage de Rayleigh entre 10^4 et 10^6 , ($Pr = 7.0$, $\phi = 0.03$).

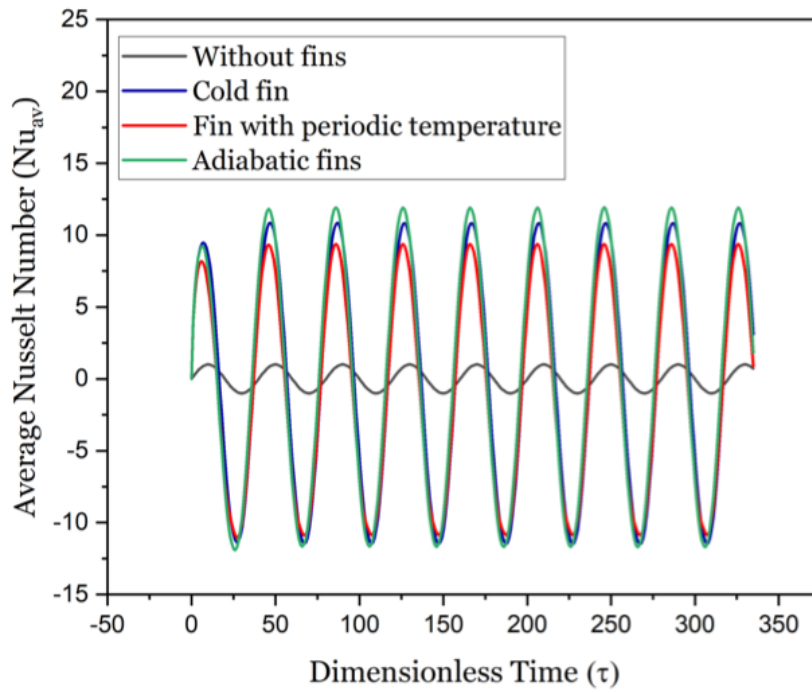


Figure IV.49 – Évolution du nombre de Nusselt pour $Ra = 10^5$, ($Pr = 7.0$, $\phi = 0.03$).

L'effet de l'augmentation du nombre de Rayleigh est montré dans la figure IV.48, qui re-

IV.5 Etude du transfert de chaleur par convection - applications

présente l'évolution du nombre de Nusselt pour différents nombres de Rayleigh allant de 10^4 à 10^6 et ceux pour une cavité avec une chicane maintenue à une température T_C froide, fixé au niveau du mur droit. On peut voir clairement que l'augmentation de l'indice de Rayleigh entraîne une augmentation du nombre de Nusselt, et par conséquent cette augmentation entraîne une amélioration du transfert de chaleur.

L'effet de l'ajout des ailettes est montré dans la figure IV.49, nous pourrions prouver que l'ajout d'ailettes parfaitement conductrices peut influencer le transfert de chaleur au sein de notre configuration, il est distingué que pour les trois cas (ailette à température périodique, ailette maintenue à une température froide et ailettes adiabatiques) il y'a une amélioration du transfert convectif par rapport à la configuration sans chicanes, ce qui est traduit par l'augmentation des amplitudes des périodes de chauffage et de refroidissement (Nusselt positif et négatif respectivement). Contrairement à ce qui a été déduit des résultats de la troisième application, le fait de disposer d'une chicane au niveau du mur gauche et la maintenir à une température périodique peut entraîner une augmentation du taux de transfert de chaleur, ce qui s'oppose avec le résultat trouvé pour le cas du maintien de la même disposition à une température chaude, dans laquelle on a remarqué une dégradation du transfert convectif.

Pour le cas présent, l'évaluation du nombre de Nusselt pour les 3 cas étudiés, nous a permis de conclure que la configuration la plus efficace est la cavité dotée de chicanes adiabatiques.

5.5.3 Conclusion 5

Dans cette étude, un code de calcul basé sur la méthode des différences finies utilisant le schéma *Upwind* a été développé pour simuler numériquement l'effet de l'ajout d'ailettes sur les performances thermiques dans une cavité carrée remplie de nanofluides à base de cuivre, cette cavité est soumise à une température périodique. Les résultats obtenus ont montré que le nombre moyen de Nusselt augmente pour les trois cas étudiés : cavité avec une ailette disposée au mur froid, au niveau du mur maintenu à une température périodique et aux murs adiabatiques. Ce qui veut dire que l'ajout des ailettes parfaitement conductrices peut améliorer le transfert de chaleur dans ces configurations. Cette amélioration pourra être également liée à une augmentation du nombre Rayleigh qui est pris entre 10^4 et 10^6 . L'évaluation du nombre de Nusselt pour tous les cas étudiés, a permis de déduire la configuration la plus efficace, qui est celle dotée d'ailettes adiabatiques.

5.6 Sixième étude - Modélisation numérique par la méthode de Boltzmann sur réseau de la convection naturelle au sein d'une cavité carrée remplie d'air : effet des obstacles sur le phénomène

5.6.1 Situation du problème et objectifs

Après avoir utilisé une méthode déterministe pour résoudre le problème du phénomène de la convection naturelle au sein de différentes configurations de cavité carrée, on se lance maintenant dans l'utilisation des méthodes probabilistes pour la résolution du même problème. Dans cette sixième étude, le phénomène de convection naturelle dans une cavité carrée remplie d'air a été étudié. L'objectif principale de ce travail est le développement d'un code de calcul basé sur la méthode de Boltzmann sur réseau, et de l'admettre comme outil de simulation afin de comparer sa faisabilité par rapport à la méthode déterministe utilisée précédemment, par la suite la méthode en question sera le moyen d'étude du phénomène de la convection dans une cavité carrée munie d'obstacle fixé au centre des deux parois adiabatiques supérieures et inférieure. L'objectif de cette application, fondé sur une série de simulations numériques basées sur ladite méthode, est la détermination de l'effet de la longueur de ces obstacles sur les deux comportements mécanique et thermique, ce qui sera donc sujet d'une investigation approfondie évoqué dans tout ce qui suit.

5.6.2 Validation du code de calcul

Cette section, est réservée à une étude comparative entre les résultats de la **LBM** et la méthode des différences finie afin de voir le taux de concordance entre les résultats des deux méthodes et d'essayer de valider le présent code de calcul. Pour ce faire, nous avons étudié le problème de la convection naturelle dans une cavité carrée fermée remplie d'air, différentiellement chauffée, dont les deux parois horizontales du haut et du bas sont considérées adiabatiques. Ce type de configuration est associé à un problème classique intensivement étudié et utilisé pour la vérification de l'exactitude des codes de calcul. On souligne que les parois latérale droite et gauche sont maintenues à des températures fixes froide et chaude respectivement. La validation du code de calcul a été effectuée pour le cas test (cavité carrée sans obstacle), avec un nombre de Prandtl (Pr) fixé à 0.71 (cas de l'air), et le nombre de Rayleigh (Ra) compris entre 10^4 et 10^6 . Les figures IV.50 et IV.51 montrent clairement que les résultats des lignes de courant et des lignes isothermes obtenues sont similaires à ceux trouvés par la méthode des différences finie, ce qui nous amène à admettre le présent code de calcul pour étudier d'autres applications à venir.

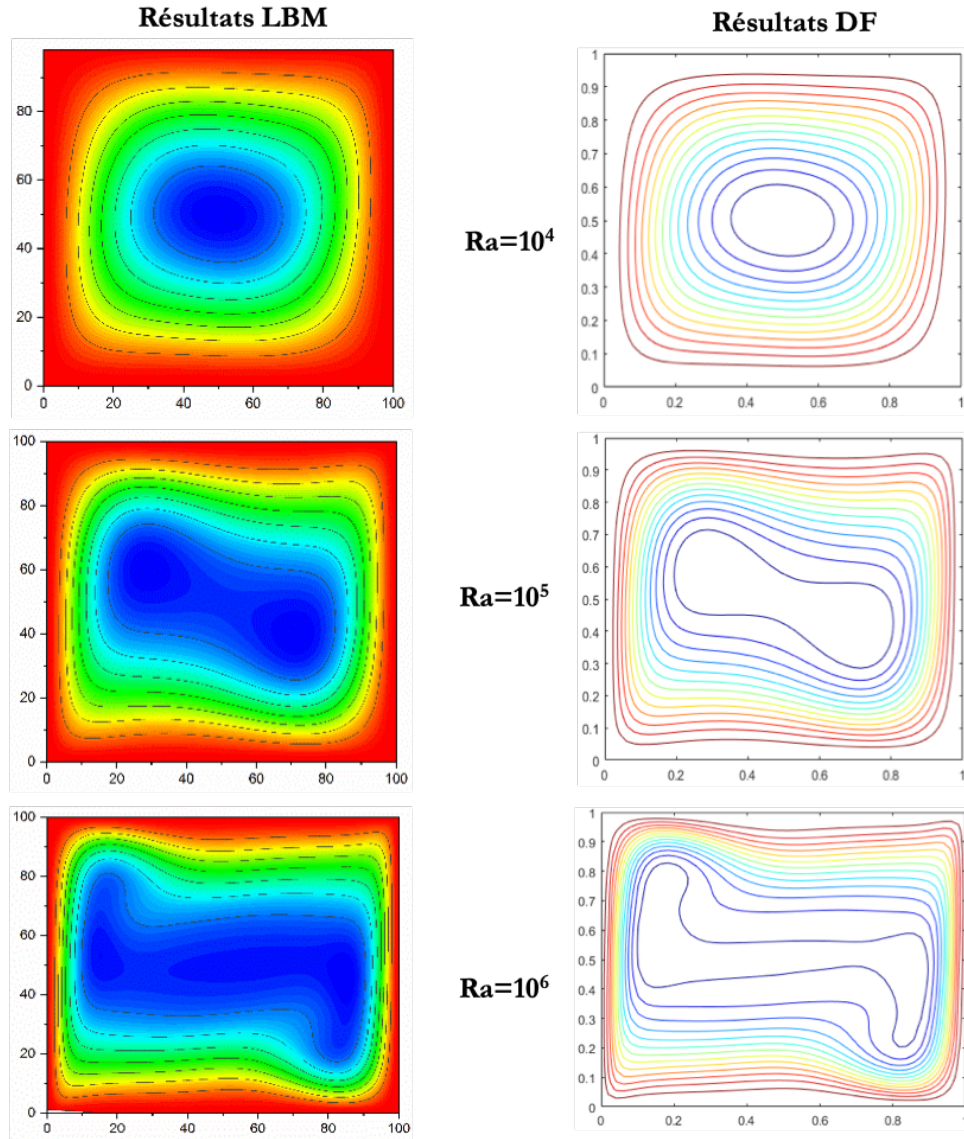


Figure IV.50 – Comparaison entre les résultats des lignes de courant issus de la LBM et des DF pour différents nombres de Rayleigh.

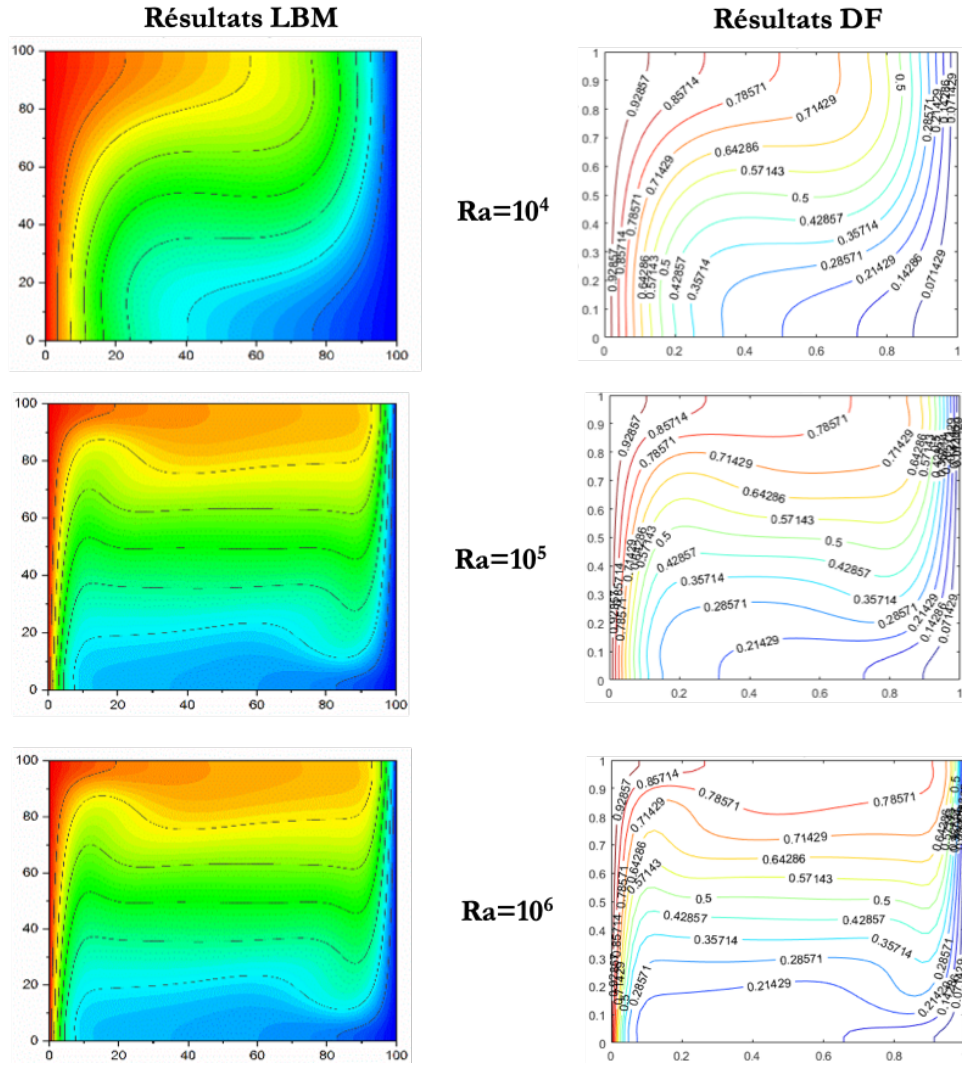


Figure IV.51 – Comparaison entre les résultats des isothermes issus de la LBM et des DF pour différents nombres de Rayleigh.

5.6.3 Effet des obstacles adiabatiques sur le transfert convectif

Après validation du code de calcul par approche comparative, cette sous partie sera consacrée à l'étude de l'influence de la hauteur des deux obstacles adiabatiques, qui varie entre $0.1L$ et $0.4L$ sur l'écoulement convectif au sein de la cavité. Cette étude est faite pour une gamme de Rayleigh comprise entre 10^4 et 10^6 . Dans ce qui suit, nous allons montrer les résultats obtenus pour les deux champs thermique et dynamique, ces résultats seront accompagnés par une discussion sur l'effet des obstacles adiabatiques sur ces deux champs.

• Effet de l'ajout des nanoparticules

Les figures IV.52 - IV.54, représentent respectivement les fonctions de courant pour différentes hauteurs d'obstacles à différents nombres de Rayleigh entre 10^4 à 10^6 .

Pour des obstacles d'une hauteur $H = 0.1L$, leur présence n'affecte nullement des changements sur la structure de l'écoulement, et la configuration obtenue a tendance à un cas sans obstacles. Ce qui veut dire que le phénomène du transfert de chaleur pour ce premier cas pourra rester sans influence apparente.

Pour une hauteur $H = 0.2L$, on remarque une légère compression vers le centre de la cavité. Ce qui influence légèrement la structure de l'écoulement pour un nombre de Rayleigh égale $Ra = 10^4$. Avec l'augmentation du nombre de Rayleigh ; l'influence de la compression sur la structure de l'écoulement augmente, ce qui devient de plus en plus apparent, illustré par une rupture de la ligne de courant centrale.

L'augmentation de la hauteur des obstacles de $H = 0.3L$ à $H = 0.4L$, induit une brisure de la structure unicellulaire de l'écoulement pour former deux cellules. L'allure des lignes de courant montre qu'elles sont tendues vers la partie supérieure au le côté gauche et l'autre vers la partie inférieur côté droit. De plus, on peut tirer de ces constatations, que pour des hauteurs supérieurs $H = 0.2L$, on est face à une construction de deux zones de lignes de courant d'intensité différentes, d'où les lignes de courant du côté gauche sont d'une intensité beaucoup plus élevée que les contours du côté droit. Cette influence sur le profilage mécanique, du cas de la convection en présences des obstacles devient de plus en plus intense en augmentant le nombre de Rayleigh.

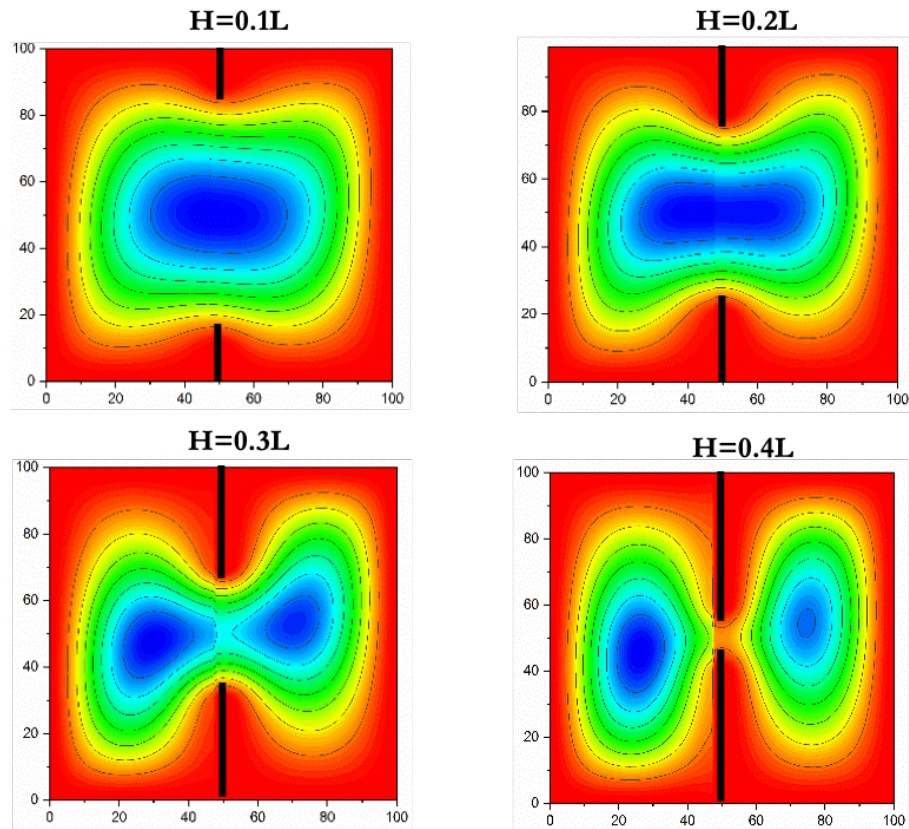


Figure IV.52 – Fonctions de courant pour différentes hauteurs des obstacles $Ra = 10^4$.

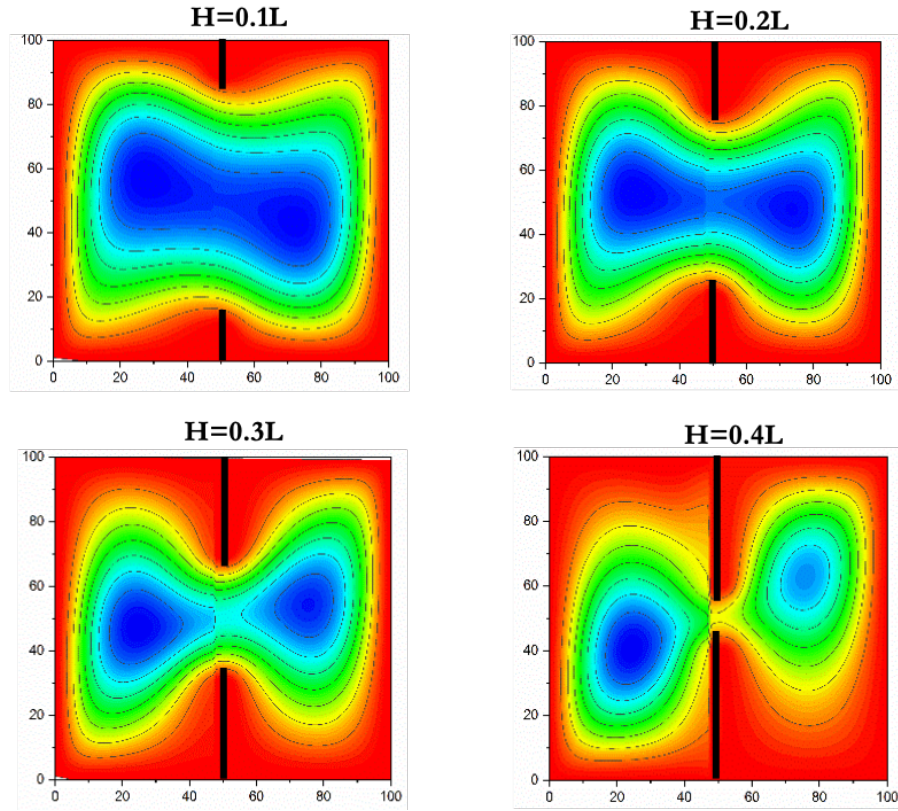


Figure IV.53 – Fonctions de courant pour différentes hauteurs des obstacles $Ra = 10^5$.

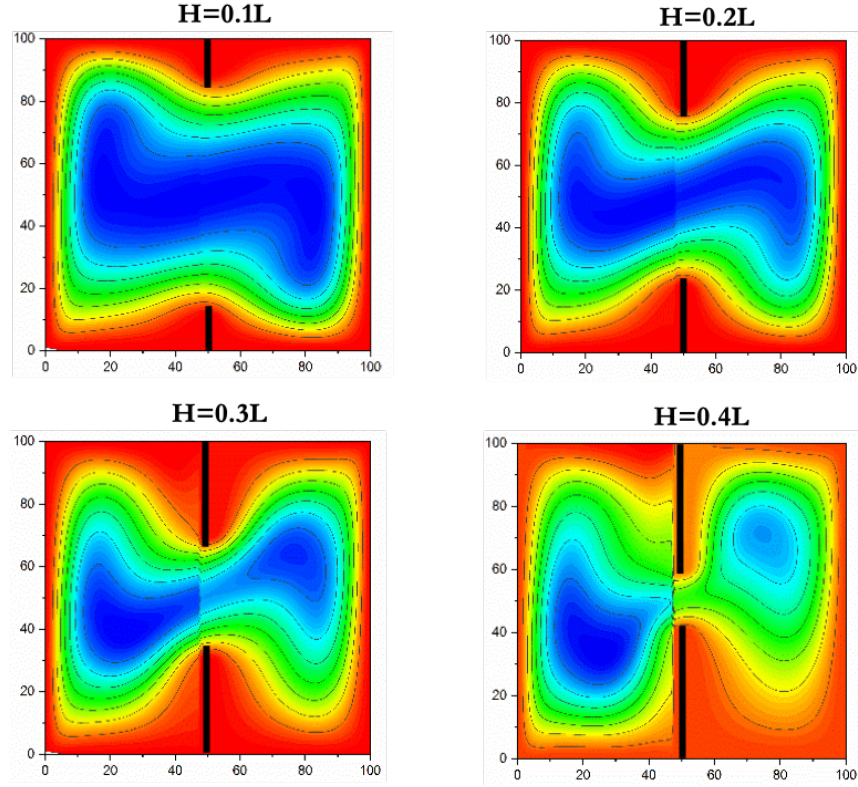


Figure IV.54 – Fonctions de courant pour différentes hauteurs des obstacles $Ra = 10^6$.

• Champ thermique

Le champ thermique, décrit par les lignes isothermes, est représenté respectivement sur les figures IV.55 à IV.57, et cela pour différentes hauteurs d'obstacles de $H = 0.1L$ à $H = 0.4L$ et à différents nombres de Rayleigh entre 10^4 à 10^6 . L'allure des isothermes pour une hauteur $H = 0.1L$ ressemble à celles obtenues pour une cavité carrée sans obstacles, la seule différence réside au niveau des obstacles adiabatiques, dans lesquelles les lignes isothermes rejoignent ces obstacles en formant une masse de ligne parallèles le long de son épaisseur. La présence des obstacles d'une hauteur de $H = 0.2L$ change légèrement l'allure des isothermes qui se stratifie au centre de la cavité près d'obstacles. Cette stratification devient plus prépondérante avec l'accroissement des hauteurs obstacles ($H = 0.3L$ et $H = 0.4L$) et rend ces couches plus tordues loin de ces blocs isothermes, cet effet devient encore plus apparent avec l'augmentation du nombre de Rayleigh. Il est aussi remarqué que l'augmentation de la hauteur des obstacles adiabatiques peut répartir notre cavité en deux zones, une zone à température élevée près de la paroi chaude et une zone à température froide près de la paroi moins chaude, cette remarque est valable pour tous les nombres de Rayleigh, ce qui pourra expliquer utilisation d'un tel processus dans des applications d'isolation thermique.

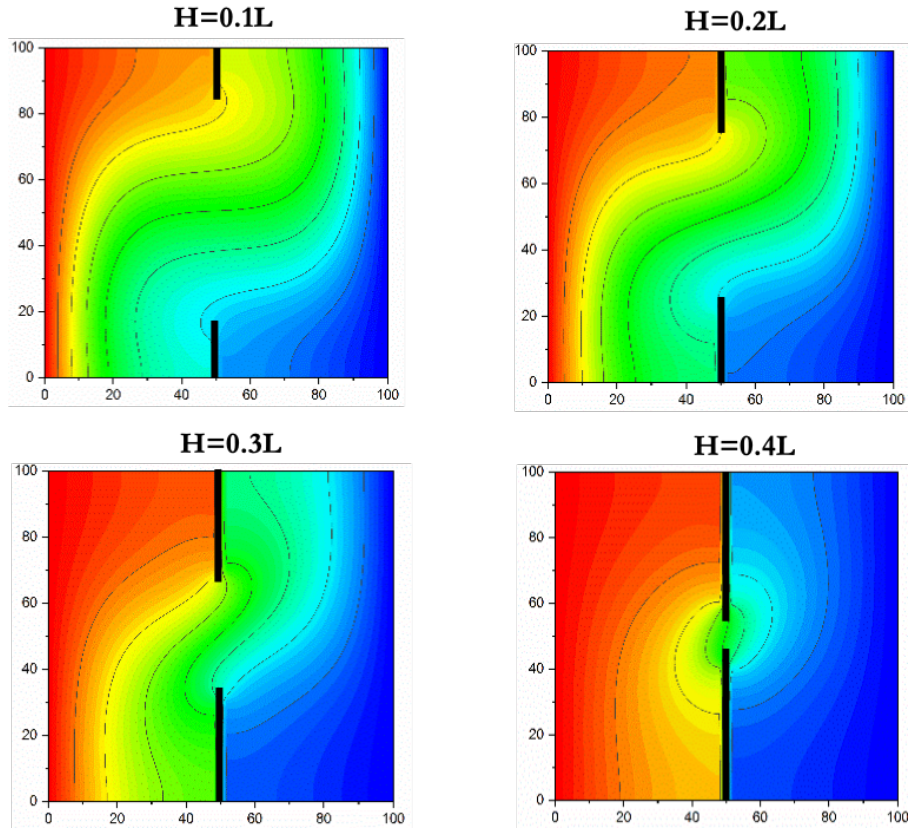


Figure IV.55 – Les isothermes pour différentes hauteurs des obstacles $Ra = 10^4$.

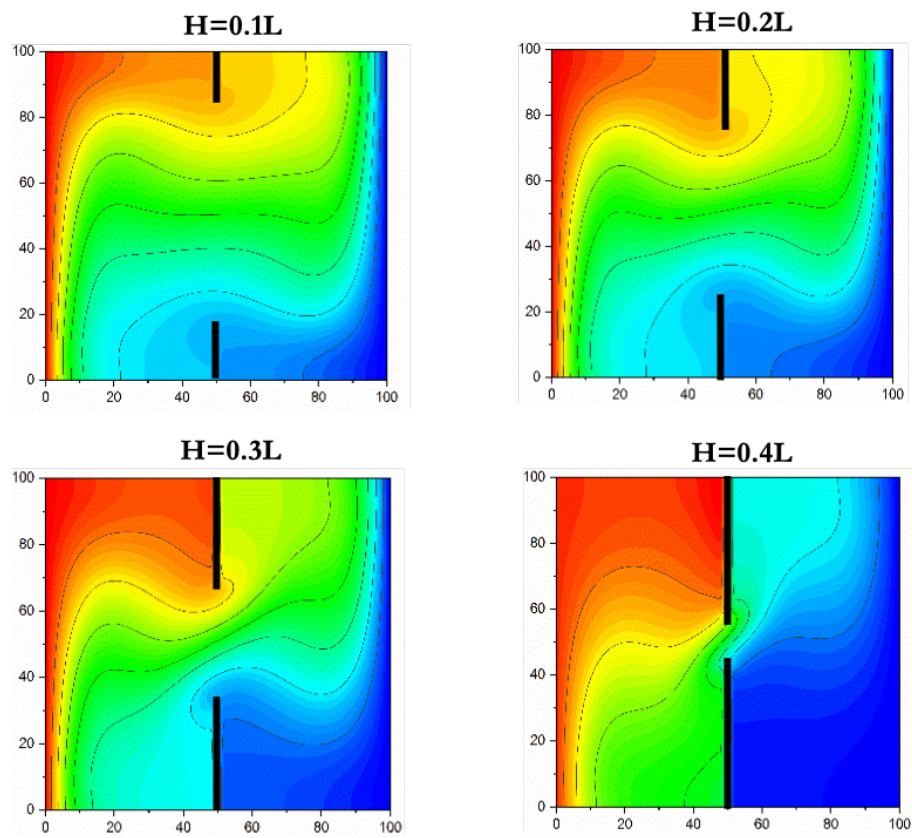


Figure IV.56 – Les isothermes pour différentes hauteurs des obstacles $Ra = 10^5$.

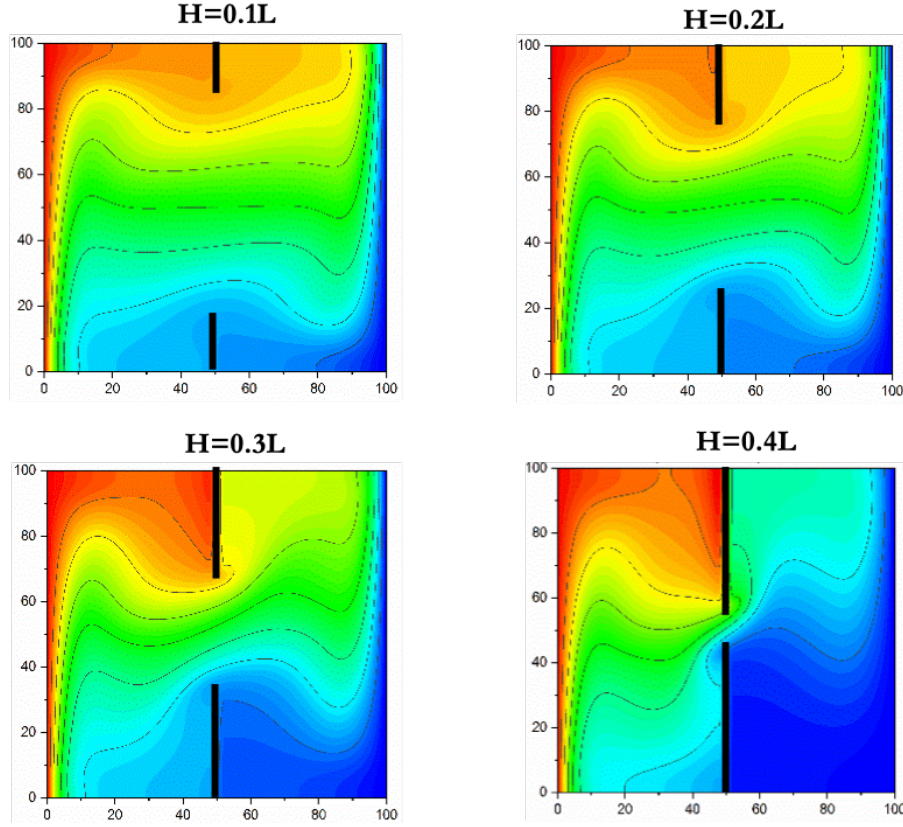


Figure IV.57 – Les isothermes pour différentes hauteurs des obstacles $Ra = 10^6$.

• Taux du transfert de chaleur

Pour concrétiser ce résultat, et essayer de quantifier le taux de transfert de chaleur pour le cas d'une cavité muni d'obstacles, ainsi que l'effet de leurs présences sur la diffusion de la chaleur, on a pu évaluer le nombre de Nusselt moyen pour tous les cas rapportés précédemment. Les résultats ainsi trouvés sont illustrés dans la figure IV.58, qui montre l'évolution de Nusselt moyen (Nu_{mean}) pour chaque hauteur d'obstacles et pour différents nombres de Rayleigh. Il est constaté que l'augmentation de la hauteur des obstacles entraîne une diminution du nombre de Nusselt, et par conséquent une dégradation du transfert de chaleur pour notre configuration. Cette diminution devient de plus en plus importante pour des hauteurs supérieures à $H = 0.2L$, et cela, en augmentant le nombre de Rayleigh. Le fait de quantifier le taux de transfert de chaleur par le biais du nombre de Nusselt moyen a permis de conclure le caractère néfaste de cette disposition d'obstacles dans notre configuration d'étude.

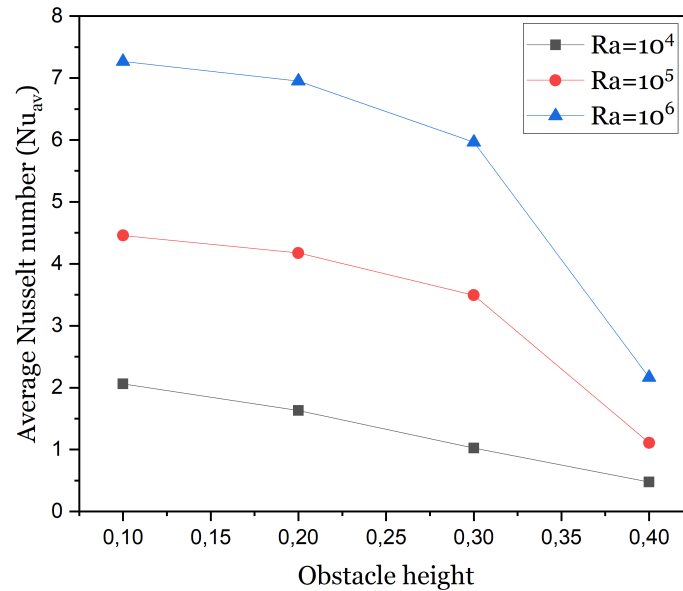


Figure IV.58 – L'évolution du nombre de Nusselt moyen pour les différents nombres de Rayleigh et différentes hauteurs d'obstacles.

5.6.4 Conclusion 6

L'étude numérique de l'effet de la présence de deux obstacles attachés aux centres des parois adiabatiques d'une cavité carrée différentiellement chauffée, sur l'écoulement fluide et sur le transfert thermique par la convection naturelle a été examinée. Une comparaison qualitative des résultats obtenus par la **LBM** avec les résultats de la méthode des différences finis, nous a conduit à valider notre code de calcul, afin de mener plusieurs simulations numériques basées sur ladite méthode, pour bien expliquer et résoudre cette problématique. Les résultats ainsi obtenus, ont permis de conclure que l'augmentation de la hauteur des obstacles induit une diminution du transfert de chaleur convectif et de répartir notre configuration en deux zones, une zone chauffée et l'autre refroidie, ce qui a montré la faisabilité de l'application dans des procédés d'isolation thermique. Une deuxième conclusion, concernant l'effet de la variation du nombre de Rayleigh sur le transfert convectif, il a été déduit que l'augmentation de Ra , a entraîné un accroissement du nombre de Nusselt moyen, par la suite un gain en termes de taux de transfert de chaleur s'appliquera par cette croissance.

6 Conclusion

Ce quatrième chapitre, a fait l'objet d'une étude numérique bien détaillée sur le phénomène de la convection naturelle et les paramètres qui influencent ce type de transfert. Après une étude d'espacement de maillage qui nous a permis d'opter pour les maillages adéquats représentant un bon rapport précision/temps de calcul, on a mené une série de validations des codes de calculs développés, des comparaisons ont été faites avec des travaux expérimentaux, pour le cas d'une cavité soumise à un gradient horizontal de température et d'autres travaux numériquement abordés pour plusieurs cas de figure, à savoir, cavité soumise à un gradient horizontal à différents nombre de Rayleigh, et cavité soumise à une température périodique. Les résultats de comparaison ont été satisfaisants et nous ont menés à valider notre code de calcul et de passer à l'étude des cas influençant ce type de transfert, pour cela une multitude d'études a été faite : étude de l'effet de l'inclinaison, étude de l'effet de la température périodique et effet de l'ajout des chicanes et des obstacles sur le transfert convectif. Il a été conclu qu'un certain nombre de paramètres pourront donner un apport important au transfert de chaleur, et qu'on peut lister comme suit : l'ajout de la fraction volumique des nanoparticules, l'augmentation du nombre de Rayleigh, incliner la cavité avec un angle de $\pi/6$, disposer la cavité avec des chicanes au niveau du mur froid ou au niveau des murs adiabatiques. On a pu tirer aussi de nos expériences numériques que le fait de maintenir la cavité à une température périodique cela peut garantir des périodes de refroidissement, ce qui peut jouer le rôle d'un dispositif de refroidissement. Par le biais d'une méthode probabiliste on a pu aussi déterminer l'effet de disposer une cavité de deux obstacles adiabatiques au centre des deux murs adiabatiques supérieur et inférieur, une série de simulation a pu déterminer le rôle que peut jouer cette disposition dans l'isolation thermique. Les résultats détaillés de ces travaux ont été dispatchés sous forme de conclusions partielles pour chaque application.

Conclusion et perspectives

L'utilisation des nanofluides dans des procédés industriels, nécessitant une maîtrise et une gestion de la consommation d'énergie utiles, s'est avérée une nouvelle alternative ayant marqué des résultats époustouffants. Issu d'un développement accru de la nanotechnologie, ce nouveau caloporteur a pris place parmi les *HTF* du *XXIème* siècle, ceci a été prouvé par de nombreux travaux de recherche dans cette discipline. Ce travail de thèse s'est inscrit dans ce cadre, auquel nous avons mené une étude numérique en vue de quantifier l'importance du transfert de chaleur par convection naturelle au sein des cavités carrées remplies de nanofluides. Ainsi, un ensemble d'investigations a été débouché, afin de voir les méthodes et démarches à suivre pour assurer une amélioration du transfert convectif dans cette configuration.

Reparti en quatre grands chapitres, ce travail de thèse s'est étalé sur plusieurs rubriques allant d'une analyse bibliographique des travaux antérieurs, jusqu'à la mise à l'épreuve de notre modèle numérique, avec des applications pratiques, couronnées par des publications dans des journaux de renommées internationales. Les principales conclusions sont reprises ci-dessous :

Le premier chapitre susnommé généralité et synthèse bibliographique, a présenté le contexte de notre sujet d'étude. Composé ainsi de deux parties, la première a été sujet d'une généralité sur le transfert de chaleur par convection, et son application dans les enceintes confinées, tandis que la deuxième partie a traité la physique qui entoure le domaine des nanofluides, en donnant un aperçu sur les méthodes de synthèse et de caractérisation de ce caloporteur, ainsi qu'aux différents modèles de calculs de ses propriétés thermophysiques. L'importance des nanofluides dans des applications fondées sur le transfert convectif a été présentée. De nombreux travaux montrant les applications envisageables de ce fluide caloporteur ainsi que les applications industrielles adéquates, montrant le rôle qu'il peut jouer dans l'amélioration du transfert de chaleur par convection ont été présentés. Vers la fin de ces généralités, on a mené une étude bibliographique sur la convection naturelle au sein des enceintes carrées remplies de nanofluides, avec différentes géométries et conditions de bords, ce qui est considéré comme la base des travaux

effectués dans les chapitres qui suivent.

Après avoir construit une idée générale sur le comportement thermique des nanofluides au sein de différentes géométries, on a mis en place un deuxième chapitre, qui a servi comme une base de nos études numériques. Il est sujet d'une analyse bien détaillée portant sur l'étude de la géométrie étudiée, les équations qui gouvernent le phénomène étudié ainsi que, les conditions de bords délimitant le problème. Une analyse adimensionnelle des équations gouvernantes, et leur expression dans la formulation *vorticité - fonction de courant*, a fait partie de ce chapitre, cette formulation s'est avérée nécessaire pour la compréhension du phénomène et de le rendre facile à résoudre.

Le système d'équations rapporté dans le deuxième chapitre a été résolu de deux manières différentes, en utilisant deux formalismes distincts. Le premier est déterministe, en appliquant la méthode des différences finis, et le deuxième s'est articulé sur une méthode probabiliste à savoir Boltzmann sur réseau. Les démarches suivies dans ces méthodes de résolution, ainsi que les schémas de discrétisation ont été considérés comme fondement du troisième chapitre. Ce dernier fut alors le moyen de base pour élaborer nos codes de calcul qui seront testés et pris en considération dans nos investigations, dressés sous forme d'applications dans le quatrième chapitre.

Finalement, dans le quatrième chapitre qui résume les différentes applications et leurs résultats numériques, on a présenté plusieurs effets ayant un impact direct sur le transfert convectif. Avant d'étudier ces effets, une validation du code de calcul a été nécessaire, et cela en comparant nos résultats avec ceux des travaux antérieurs. Sous forme d'applications, les études en question ont visé plusieurs volets : le premier a consisté à étudier l'influence des facteurs externes s'exerçant sur la géométrie d'étude, un deuxième volet a traité l'influence de la variation du nombre de Rayleigh, et de la fraction volumique des nanofluides sur le taux de transfert de chaleur, et le troisième a été consacré aux géométries modifiées et le rôle qu'elles peuvent jouer dans l'amélioration du transfert de chaleur par convection.

Les principaux résultats se résument comme suit :

- a) La variation du régime de l'écoulement par la variation du nombre de Rayleigh allant de 10^3 à 10^6 , ainsi que la fraction volumique du nanofluide comprise entre 0 et 10%, a permis de balayer un large domaine d'applications des cavités étudiées. Les tests ont montré que l'augmentation du nombre Rayleigh fait accélérer aisément l'écoulement dans la cavité et le transfert de chaleur passe du mode conductif au mode convectif, et l'augmentation de la fraction volumique pourra contribuer d'une manière significative dans l'intensification du transfert de chaleur par convection.
- b) Les champs dynamiques et thermiques ont été influencés par des facteurs externes, tel

que le champ magnétique exercé ($0 \leq Ha^2 \leq 100$) et l'inclinaison de la cavité (0 à $\pi/2$). Par évaluation du nombre de Nusselt, il a été conclu que l'inclinaison de la cavité a apporté une amélioration du transfert convectif et le maximum a été marqué pour une inclinaison de $\pi/6$. Quant au champ magnétique, il agit négativement sur le transfert de chaleur, mais l'augmentation de son intensité a pu affecter le champ dynamique en augmentant la vitesse de l'écoulement.

- c) L'étude d'une configuration modifiée (cavité dotée des ailettes à différents endroits), a pu montrer le rôle que peut jouer l'ajout des ailettes parfaitement conductrices au sein de la cavité. Cette étude a combiné deux effets, à savoir l'effet des nanofluides et l'effet des ailettes dans l'amélioration du transfert convectif. Les résultats obtenus montrent que le nombre de Nusselt moyen augmente dans le cas d'une cavité avec une ailette disposée sur la paroi froide, et sur les parois adiabatiques. Cette dernière s'est manifestée comme la configuration la plus performante vis-à-vis du cas d'une cavité sans chicanes et une cavité avec une ailette disposé au niveau de la paroi chaude.
- d) L'effet de la température périodique, et le rôle qu'elle a montré dans des utilisations tel que le refroidissement des dispositifs a été rapporté. Il a été distingué que le fait de soumettre la cavité à une température périodique, il y'a création de deux sous-périodes, la première garantie une distribution de température négative entraînant le refroidissement de la cavité au niveau de cette paroi, et la deuxième sous période génère une température positive le long de cette paroi. Les résultats de cette application ont montré que l'augmentation de la fréquence des oscillations de température et l'augmentation du nombre de Rayleigh entraînent une augmentation de l'amplitude et une restriction de la période d'oscillation, ce qui a conduit à une amélioration du nombre moyen de Nusselt et par conséquent une amélioration du taux de transfert de chaleur.
- e) L'influence de la présence des obstacles adiabatiques dans une cavité remplie d'air a été étudié par la LBM, les résultats trouvés ont permis de conclure que l'augmentation de la hauteur des obstacles induit une diminution du transfert de chaleur convectif. Leur présence a pu répartir notre configuration en deux zones, une zone chauffée et l'autre refroidie, ce qui a montré la faisabilité de l'application dans des procédés d'isolation thermique.

Notre travail de thèse, a pu être complété aussi par une simulation numérique du comportement des nanofluides dans une configuration tubulaire d'échangeur de chaleur (publication annexée vers la fin du manuscrit, annexe E), cette étude a montré l'apport de l'usage des nanofluides à la place des fluides de base seulement, en termes d'optimisation de puissance thermique, surface d'échange et efficacité de l'échangeur, ce qui concrétise le rôle des nanofluides dans

l'amélioration de telles applications.

La diversité des cas étudiés, accompagnée d'une analyse approfondie des résultats, indique la validité de notre modèle numérique pour des cas plus délicats. Les codes de calcul développés, ont montré une grande capacité à simuler divers cas, ce qui nous incite à nous engager de plus en plus dans le traitement, l'étude et le développement d'autres cas de figure. Des perspectives de recherche sont alors à envisager :

- Mener une étude tridimensionnelle expérimentale et numérique de ce phénomène,
- Etudier l'influence des hauts régimes d'écoulement,
- Etudier la génération de l'entropie dans les enceintes,
- Incorporer les matériaux à changement de phase (MCP) dans nos études à venir,
- Développer de nouveaux modèles pour la détermination des propriétés thermophysiques des nanofluides,
- Entamer le volet expérimental, en assurant des montages et des bancs d'expérience pour tous les cas étudiés.

Annexe A : Détermination des groupements sans dimension relatifs à un problème de convection thermique.

1 Principe

Pour appliquer l'analyse dimensionnelle, il suffit de connaître toutes les grandeurs physiques qui interviennent ainsi que leur dimension. Par contre la similitude impose la reconnaissance des équations régissant le phénomène. Il ne faut pas perdre de vue notre but c'est le calcul de flux thermique transféré par l'écoulement.

$$\varphi = h(T_p - T_\infty) \quad (\text{A.1})$$

avec :

- φ : Flux transféré, en W/m^2 ,
- h : Coefficient d'échange de la chaleur en $W/m^2.K$,
- $T_p - T_\infty$: Ecart de température entre la paroi et le fluide en K.

Tout phénomène est fonction d'un certain nombre de grandeur ($E_1, E_2, \dots, E_p$) indépendantes ou liées. Etablir une loi physique c'est trouver une relation mathématique entre les différentes variables $E_1, E_2, \dots, E_p$ intervenant dans le phénomène, si la relation existe on peut l'écrire sous la forme suivante :

$$f = (E_1, E_2, \dots, E_p) = 0 \quad (\text{A.2})$$

La forme (I.9) est la forme générale quel que soit l'équation physique à l'équilibre du système. L'application de l'analyse dimensionnelle permet de transformer $f(E_1, E_2, \dots, E_p)=0$ En $f(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_p)=0$.

Annexe A : Détermination des groupements sans dimension relatifs à un problème de convection thermique.

Avec :

- $E_1, E_2, \dots, E_p$: Variables avec dimension
- $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_p$: Variables sans dimension

Alors pour établir l'expression des nombres sans dimension figurants dans f on utilise le Théorème de **VASCHY-BUCKINGHAM**.

Soit :

- p : le nombre total des quantités physiques pour décrire un phénomène,
- q : le nombre de dimension fondamental dans p ,
- k : le nombre des groupes indépendantes adimensionnels.

D'après ce théorème on a : $k = p - q$

L'établissement de cette relation se fait en deux étapes :

★ **La première étape** : Consiste à choisir un système de dimensions fondamentales. Ce choix est arbitraire, mais les formules dimensionnelles de toutes les variables appropriées $E_1, E_2, \dots, E_p$ doivent être exprimées en fonction des dimensions fondamentales dans le système international, ces dimensions sont :

- La Longueur : L
- Le Temps : T
- La température : θ
- La masse : M

★ **La deuxième étape** : Est la détermination des groupements adimensionnels. On se propose de déterminer les groupements adimensionnels dans 2 cas, le 1er cas de convection forcé et le 2ème cas qui concerne la convection libre, sujet des deux sous parties suivantes.

2 La détermination des groupements adimensionnels : cas de la convection forcée.

Etude de l'échange de chaleur par convection forcée entre un cylindre infiniment long chauffé par un fluide arrivant perpendiculairement à son axe, avec une vitesse constante U_0 : le problème consiste à préciser l'expression du flux thermique φ échangé.

2 La détermination des groupements adimensionnels : cas de la convection forcée.

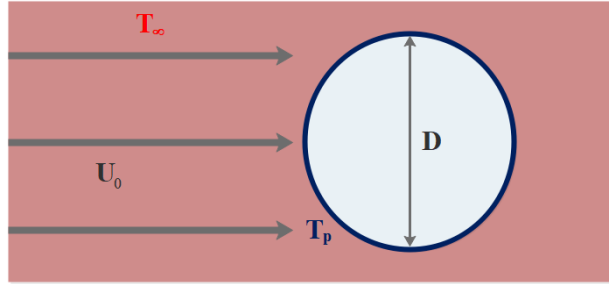


Figure A.1 – Ecoulement autour d'un cylindre.

A partir de la description du processus de la transmission de la chaleur par convection, il est raisonnable d'admettre les quantités physiques considérées dans le tableau suivant comme paramètre dépendant dans l'étude de la convection forcée :

Tableau A.1 – Les différentes grandeurs qui influencent l'étude de la convection forcée.

Grandeurs	Symboles	Unités	Dimensions
Diamètre du tube	D	m	$[L]$
Vitesse du fluide	U_∞	m/s	$[LT^{-1}]$
Masse volumique du fluide	ρ	Kg/m^3	$[ML^{-3}]$
Viscosité dynamique du fluide	μ	$Kg/(m.s)$	$[ML^{-1}T^{-1}]$
Conductance thermique du fluide	λ	$W/(m.C)$	$[MLT^{-3}\theta^{-3}]$
Capacité calorifique du fluide à pression constant	C_p	$J/(Kg.K)$	$[L^2T^{-2}\theta^{-1}]$
Coefficient d'échange de chaleur	h	$W/(m^2.K)$	$[MT^{-3}\theta^{-1}]$
Ecart des température externes	ΔT	m/s	$[\theta]$

En 2^{ème} étape, la relation physique à rechercher entre les différentes variables intervenantes dans le phénomène sont :

$$f(D, U_\infty, \rho, \mu, \lambda, C_p, h, \Delta T) = 0 \quad (A.3)$$

On a donc $p = 8$ (grandeurs physiques) et $q = 4$ (dimensions fondamentales).

Nous constatons donc, qu'il y a $8 - 4 = 4$ groupements adimensionnels à rechercher.

$$F(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4) = 0 \quad (A.4)$$

Pour trouver ces groupements, on écrit π sous la forme d'un produit de variables chacun ayant un exposant inconnu.

$$\pi = D^a, U_\infty^b, \rho^c, \mu^d, \lambda^e, C_p^f, h^g, \Delta T^i \quad (A.5)$$

Où a, b, c, d, e, f, g, i sont 8 inconnus.

Annexe A : Détermination des groupements sans dimension relatifs à un problème de convection thermique.

Ce qui correspond à l'équation aux dimensions d'un groupement π suivant :

$$\pi = [L]^a \cdot [MLT^{-3}\theta^{-1}]^b \cdot [LT^{-1}]^c \cdot [ML^{-3}]^d \cdot [ML^{-1}T^{-1}]^e \cdot [L^2T^{-2}\theta^{-1}]^f \cdot [MT^{-3}\theta^{-1}]^g \cdot [\theta]^i \quad (\text{A.6})$$

$$\pi = [L]^{a+b+c-3d-e+2f} \cdot [M]^{b+d+e+g} \cdot [T]^{-3b-c-3d-e-2f-3g} \cdot [\theta]^{-b-f-g+i} \quad (\text{A.7})$$

Alors le groupement π doit être sans dimension. Ce qui impose la résolution du système suivant :

$$\begin{cases} a + b + c - 3d - e + 2f & = 0 \\ b + d + e + g & = 0 \\ -3b - c - 3d - e - 2f - 3g & = 0 \\ -b - f - g + i & = 0 \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

C'est un système de 4 équations et 8 inconnus, de point de vue mathématique on peut choisir 4 arbitrairement, avec une condition sur ce choix, il faut que chaque inconnu choisi doive être indépendante des autres. Le choix se fait à l'aide expérimental et un peu du sens physique.

★ Nombre de Nusselt : $a = 1, b = -1, c = d = e = f = i = 0, g = 1$.

$$\pi_1 = (h.D)/\lambda = Nu \quad (\text{A.9})$$

C'est le rapport entre le flux de chaleur transféré par la convection et le flux de chaleur par conduction.

★ Nombre de Reynolds : $a = 1, b = 0, c = d = 1, e = -1, f = i = 0, g = 0$.

$$\pi_2 = (\rho.U_\infty.D)/\mu = Re \quad (\text{A.10})$$

Le Nombre de Reynolds (Re) donne un point de vue sur la nature de l'écoulement, on distingue alors entre deux types de régime d'écoulement, un régime laminaire et un régime turbulent.

★ Nombre de Prandtl : $a = 0, b = 0, c = d = 1, e = -1, f = i = 0, g = 0$.

$$\pi_3 = \nu/\alpha = (\mu/\rho)/(\lambda/(\rho.C_p)) = Pr \quad (\text{A.11})$$

Le nombre de Prandtl compare rapidité des phénomènes thermique par rapport aux phénomène hydrodynamique.

★ Nombre d'Eckert :

$$\pi_4 = (U_\infty^2)/(C_p\Delta T) = Ec \quad (\text{A.12})$$

Ils n'interviennent que dans la description d'écoulement proches de la vitesse de son.

3 La détermination des groupements adimensionnels : cas de la convection naturelle.

Dans cette deuxième sous partie, on se propose de déterminer les groupements adimensionnels, du deuxième cas qui concerne la convection naturelle *ou libre*. On considère un fluide au repos à une température T_∞ dans lequel on place un cylindre horizontal chauffé uniformément à la température T_p , on envisage d'étudier l'échange de chaleur par convection naturelle autour du cylindre figure 3. Apriori la densité ρ est fonction de la température et de la pression par

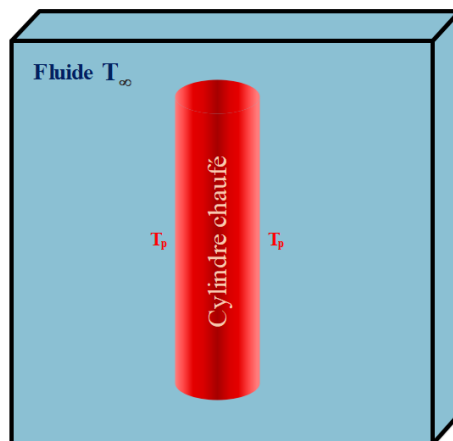


Figure A.2 – Convection naturelle entre un cylindre chauffé et un milieu fluide avoisinant.

la loi d'état. Il est donc naturel de penser que si l'on chauffe une paroi. La température du fluide environnant augmente par diffusion. La stratification de pression s'en trouve changée, le gradient de pression crée le mouvement.

Dans le cas de la convection libre ce sont les différences de masse volumique dans le fluide qui sont à l'origine de son mouvement. Si on note ρ_∞ la masse volumique loin des parois chaude, une particule fluide de masse volumique ρ et de volume ΔV , situé au voisinage d'une paroi d'échange, sera soumise à son poids, $\rho g \Delta V$, et à la poussée d'Archimède, $\rho_\infty g \Delta V$. La résultante des forces s'exerçant verticalement sur la particule sera donc : $F = (\rho_\infty - \rho)g \Delta V$.

La force par unité de masse f , s'exerçant sur la particule, $f = F/\rho \Delta V = (\rho_\infty - \rho)/\rho g$, peut encore s'écrire, si $\rho_\infty - \rho \ll \rho_\infty$: $f \approx (\rho_\infty - \rho)/\rho_\infty g$.

Annexe A : Détermination des groupements sans dimension relatifs à un problème de convection thermique.

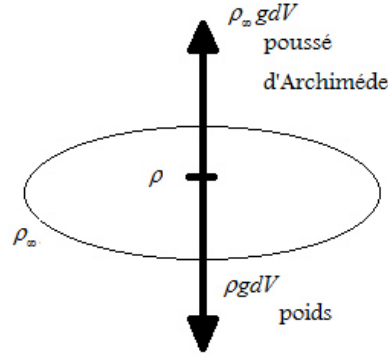


Figure A.3 – Convection naturelle entre un cylindre chauffé et un milieu fluide avoisinant.

★ Le poids $\rho g dV$

★ La poussé d'Archimède $\rho_{\infty} g dV$

Pour l'étude de l'échange de chaleur par convection naturelle, les variables physiques appropriées sont $(l, \nu, \beta g, T - T_0, \alpha, \lambda, \varphi)$.

Tableau A.2 – Les différentes grandeurs qui influencent l'étude de la convection naturelle (*libre*).

Grandeurs	Symboles	Unités	Dimensions
Langueur	l	m	$[L]$
Viscosité cinématique	ν	m^2/s	$[LT^{-1}]$
Coefficient de dilatation	β	$1/^{\circ}C$	$[\theta^{-1}]$
Accélération	g	$m/(s^2)$	$[LT^{-2}]$
Différence de température	$T - T_0$	$^{\circ}C$	$[\theta]$
Diffusivité thermique de fluide	α	$m^2/\check{r}C$	$[L^2T^{-1}]$
Conductivité thermique du fluide	λ	$W/(m.K)$	$[MLT^{-3}\theta^{-1}]$
Flux de chaleur	φ	W/m^2	$[MT^{-3}]$

C'est-à-dire :

$$f(l, \nu, \beta g, T - T_0, \alpha, \lambda, \varphi) = 0 \quad (\text{A.13})$$

Il y'a donc, 7 variables physiques appropriées et 4 dimensions fondamentales ($7 - 4 = 3$) ce qui implique 3 groupements sans dimensions, On a alors :

$$F(\pi_1, \pi_2, \pi_3) = 0 \quad (\text{A.14})$$

Pour exprimer ces groupements, on suit la même démarche faite précédemment :

$$\pi = l^a \cdot \nu^b \cdot (g\beta)^c \cdot (T - T_0)^d \cdot \alpha^e \cdot \lambda^f \cdot \varphi^g \quad (\text{A.15})$$

Avec l'équation au dimension suivante :

$$[\pi] = [L]^a \cdot [L^2 T^{-1}]^b \cdot [L T^{-2} \theta^{-1}]^c \cdot [\theta]^d \cdot [L^2 T^{-1}]^e \cdot [M L T^{-3} \theta^{-1}]^f \cdot [M T^{-3}]^g \quad (\text{A.16})$$

On exprime le groupement π sans dimension, après résolution du système d'équation on a abouti aux résultats suivants :

★ Nombre de Nusselt : $\pi_1 = \frac{\varphi l}{\lambda \Delta T_0} = Nu$

★ Nombre de Prandtl : $\pi_2 = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu}{\rho_0} \frac{\rho_0 C_p}{\lambda} = \frac{\mu C_p}{\lambda} = Pr$

Puis un nouveau nombre qui caractérise la convection libre et qui prend place parmi l'ensemble des groupements :

★ Nombre de Grashof : $\pi_3 = (\beta g \Delta T_0 l^3) / \nu^2 = Gr$

Le nombre **Gr** est le rapport des forces d'Archimède aux forces de viscosité plus **Gr** est grand plus les forces d'Archimède sont importantes ce qui a une influence à mettre le fluide en mouvement.

L'équation (I.22) s'écrit : $F(Nu, Pr, Gr) = 0$

Ou encore : $Nu = f(Gr, Pr)$

Remarque : le nombre de Reynolds n'apparaît pas en convection naturelle, puisqu'il n'y a pas d'écoulement imposé ($U_0 = 0$). Mais on peut calculer un nombre de Reynolds local (Re_{local}) qui correspond au mouvement induit par les gradients de densité ρ .

4 Couche limite thermique

La compréhension de la théorie de la couche limite thermique est nécessaire pour comprendre le transfert de chaleur convectif entre une surface solide et un fluide qui passe dans son voisinage. Une couche limite thermique se développe si la température de l'écoulement fluide et les températures de surface diffèrent. Un profil de température existe en raison de l'échange d'énergie résultant de cette différence de température, la figure A.4 présente le profil de la couche limite thermique ainsi que la variation de la température au voisinage de la paroi.

Annexe A : Détermination des groupements sans dimension relatifs à un problème de convection thermique.

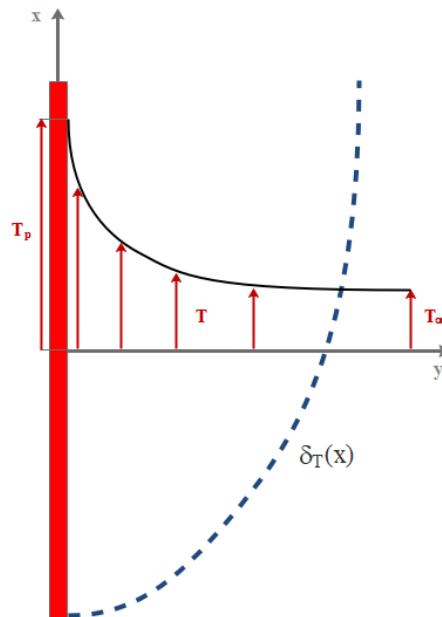


Figure A.4 – Profil de la couche limite thermique convectif.

Dans plusieurs travaux, on est face à une comptabilisation du taux de transfert de chaleur par convection au voisinage d'une géométrie bien définie, pour se faire, les chercheurs sont sensés de déterminer le nombre de Nusselt locale qui est traduit par la relation suivante :

$$Nu_{\text{locale}} = - \lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0}$$

Annexe B : Evolution du nombre de Prandtl et du rapport des masses volumiques en fonction de la concentration solide.

Dans le tableau (B.1) nous donnons la variation du nombre de Prandtl des cinq nanofluides utilise dans cette étude Al_2O_3 , CuO , Cu , Ag et Au , avec l'eau comme fluide de base en fonction de la fraction volumique (ϕ) a une température $T = 20^\circ C$. On remarque que le nombre de Prandtl décroît quand la fraction volumique augmente.

Tableau B.1 – Nombre de Prandtl pour différents nanofluides en fonction de la fraction volumique.

$\phi(\%)$	Nombre de Prandtl pour les nanofluide à bas d'eau				
	$Eau+Al_2O_3$	$Eau+TiO_2$	$Eau+Cu$	$Eau+Ag$	$Eau+Au$
0%	7.066	7.066	7.066	7.066	7.066
1%	6.906	6.922	6.883	6.317	5.847
2%	6.758	6.787	6.713	5.697	4.963
3%	6.618	6.661	6.554	5.176	4.295
4%	6.487	6.542	6.404	4.734	3.773
5%	6.365	6.430	6.264	4.354	3.355
6%	6.249	6.325	6.132	4.026	3.014
7%	6.141	6.226	6.008	3.739	2.731
8%	6.039	6.133	5.891	3.487	2.493

Annexe B : Evolution du nombre de Prandtl et du rapport des masses volumiques en fonction de la concentration solide.

Nous présentons dans le tableau (B.2) les valeurs des rapports de la masse volumique des nanofluides sur la masse volumique du fluide de base pour les cinq nanofluides ($eau+Al_2O_3$), ($eau+CuO$), ($eau+Cu$), ($eau+Ag$) et ($eau+Au$) en fonction de la fraction volumique (ϕ) qui varie entre 0% et 8%.

Tableau B.2 – Rapport des masses volumiques des différentes nanofluides en fonction de la fraction volumique

	$\frac{\rho_{nf}}{\rho_f}$				
$\phi(\%)$	$Eau+Al_2O_3$	$Eau+TiO_2$	$Eau+Cu$	$Eau+Ag$	$Eau+Au$
0%	1	1	1	1	1
1%	10.231	10.296	10.767	10.921	11.801
2%	10.492	10.622	11.562	11.872	13.632
3%	10.752	10.947	12.358	12.823	15.462
4%	11.012	11.272	13.150	13.772	17.292
5%	11.273	11.598	13.949	14.723	19.123
6%	11.533	11.923	14.745	15.673	20.953
7%	11.793	12.248	15.541	16.623	22.783
8%	12.053	12.573	16.336	17.573	24.613
9%	12.314	12.899	17.132	18.524	26.444
10%	12.574	13.224	17.927	19.474	28.274

Annexe C : Démarche suivie dans la dimensionnalisassions des équations.

• Equation de conservation d'Energie

Soit l'équation du premier ordre suivante :

$$a \frac{dx}{dt} + bx = Af(t) \quad (\text{C.1})$$

On veut assurer le passage des variables dimensionnel vers des grandeurs sans dimensions, pour ce faire on pose :

$$x = \chi x_c \quad \text{et} \quad t = \tau t_c \quad (\text{C.2})$$

Ce qui veut dire :

$$\frac{dx}{dt} == \frac{x_c d(\chi)}{t_c d(\tau)}; bx = b\chi x_c \quad \text{et} \quad f(t) = f(\tau t_c) \quad (\text{C.3})$$

L'équation devient :

$$a \frac{x_c d(\chi)}{t_c d(\tau)} + b\chi x_c = Af(\tau t_c) \quad (\text{C.4})$$

$$\frac{d(\chi)}{d(\tau)} + \frac{b}{a} t_c \chi = \frac{At_c}{ax_c} f(\tau t_c) \quad (\text{C.5})$$

$$\frac{d(\chi)}{d(\tau)} + \frac{bt_c}{a} \chi = \frac{At_c}{ax_c} F(\tau) \quad (\text{C.6})$$

Annexe C : Démarche suivie dans la dimensionnalisassions des équations.

On pose :

$$t_c = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{d(\chi)}{d(\tau)} + \chi = \frac{A}{bx_c} F(\tau) \quad (\text{C.7})$$

On pose aussi :

$$x_c = \frac{A}{b} \quad (\text{C.8})$$

$$\frac{d(\chi)}{d(\tau)} + \chi = \frac{A}{bx_c} F(\tau), \text{ avec : } x_c = \frac{A}{b} \text{ et } t_c = \frac{a}{b} \quad (\text{C.9})$$

Pour les équations du second ordre on procède de la même manière, et les groupements ainsi que l'équation sans dimension sont les suivants :

Soit l'équation du deuxième ordre suivante :

$$a \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + cx = Af(t) \quad (\text{C.10})$$

De même, on veut assurer le passage des variables dimensionnelles vers des grandeurs sans dimensions, pour ce faire on pose :

$$x = \chi x_c \quad \text{et} \quad t = \tau t_c \quad (\text{C.11})$$

Ce qui veut dire :

$$a \frac{d^2 (\chi x_c)}{d(\tau t_c)^2} + b \frac{d(\chi x_c)}{d(\tau t_c)} + c(\chi x_c) = Af(\tau t_c) \quad (\text{C.12})$$

$$\frac{ax_c}{t_c^2} \frac{d^2(x)}{d(\tau)^2} + \frac{bx_c}{t_c} \frac{d(x)}{d(\tau)} + c(\chi x_c) = AF(\tau) \quad (\text{C.13})$$

L'équation devient :

$$\frac{d^2(\chi)}{d(\tau)^2} + \frac{bt_c}{a} \frac{d(\chi)}{d(\tau)} + \frac{ct_c^2}{a}(\chi) = \frac{At_c^2}{ax_c} F(\tau) \quad (\text{C.14})$$

On pose :

$$\frac{ct_c^2}{a} = 1 \Rightarrow t_c = \sqrt{\frac{a}{c}} \quad (\text{C.15})$$

Donc :

$$\frac{At_c^2}{ax_c} = 1 \Rightarrow \frac{A}{cx_c} = 1 \quad (\text{C.16})$$

L'équation finale s'écrit alors comme suit :

$$\frac{d^2\chi}{d\tau^2} + \frac{b}{\sqrt{ac}} \frac{d\chi}{d\tau} + \chi = F(\tau) \quad (\text{C.17})$$

Annexe D : Pages de garde des Articles publiés.

Numerical study of natural convection in a differentially heated square cavity filled with nanofluid in the presence of fins attached to walls in different locations

Cite as: Phys. Fluids 31, 052003 (2019); doi: 10.1063/1.5091709

Submitted: 4 February 2019 • Accepted: 22 April 2019 •

Published Online: 14 May 2019



A. Bendaraa,^{1,2,a)} M. M. Charafi,^{2,b)} and A. Hasnaoui^{2,c)}

AFFILIATIONS

¹LS3M Laboratory, Polydisciplinary Faculty of Khouribga, Hassan 1st University, 25000 Khouribga, Morocco

²LS3M Laboratory, Polydisciplinary Faculty of Khouribga, Sultan Moulay Slimane University, 25000 Khouribga, Morocco

^{a)} Author to whom correspondence should be addressed: anass.bendaraa@gmail.com

^{b)} Email: mcharafi@hotmail.com

^{c)} Email: hasnaoui59@hotmail.com

ABSTRACT

The phenomenon of natural convection in a square cavity filled with a copper-water nanofluid is investigated numerically. The studied domain is a square cavity with hot and cold isothermal walls at $x = 0$ and $x = L$, respectively, while the other walls are adiabatic. The fins are considered perfectly conductive with different lengths (L_f) and positioned at different locations. We examined the situation for Rayleigh numbers ranging between 10^4 and 10^6 . The governing equations are expressed in the vorticity, stream function, and temperature formulation. The system of equations was solved by the finite difference method, using the upwind scheme. The computation code thus developed was used to analyze the effect of the different locations of the fins on the thermal performances. The obtained results were validated by comparing with those of a previously published work and with those obtained using COMSOL Multiphysics. It has been found that adding fins on the cold and adiabatic walls results in an increase in the average Nusselt number, while it decreases when the fin is located on the hot wall. That is to say, placing the fins on the cold and adiabatic walls increases the thermal performances of the transfer.

Published under license by AIP Publishing. <https://doi.org/10.1063/1.5091709>

NOMENCLATURE

c_p	specific heat at constant pressure
d_p	nanoparticles diameter
$\vec{g}$	gravitational acceleration vector
Ra	Rayleigh number, $g\beta_f\Delta TL^3/\nu_f\alpha$
k_f	fluid thermal conductivity
k_s	solid thermal conductivity
k_d	dispersed thermal conductivity
L	cavity length
L_f	length of the fin
Nu_{mean}	average Nusselt number
Pr	Prandtl number
t	time
T	temperature

U, V	dimensionless velocities components
u, v	velocities components
x, y	Cartesian coordinates
X, Y	dimensionless coordinates

Greek symbols

α	thermal diffusivity
β_f	fluid thermal expansion coefficient
β_s	solid thermal expansion coefficient
ϕ	volume fraction
ν_f	kinematic viscosity
θ	dimensionless temperature, $\frac{T-T_c}{T_h-T_c}$
ω	vorticity
Ω	dimensionless vorticity, $\frac{\omega L}{\sqrt{g\beta_f\Delta TL}}$

Numerical modeling of natural convection in horizontal and inclined square cavities filled with nanofluid in the presence of magnetic field

A. Bendaraa^{1,2,a}, M.M. Charafi^{2,b}, and A. Hasnaoui^{2,c}

¹ Hassan 1st University, LS3M Laboratory, Polydisciplinary Faculty of Khouribga, 25000 Khouribga, Morocco

² Sultan Moulay Slimane University, LS3M Laboratory, Polydisciplinary Faculty of Khouribga, 25000 Khouribga, Morocco

Received: 16 January 2019 / Revised: 26 April 2019

Published online: 26 September 2019

© Società Italiana di Fisica / Springer-Verlag GmbH Germany, part of Springer Nature, 2019

Abstract. In this paper, we have studied the problem of natural convection in an inclined square cavity filled with a Cu/water nanofluid; this is done under a differentially heated configuration in the presence of a magnetic field which tracks the cavity in its inclination. The dimensionless governing equations formulated using stream function, vorticity and temperature have been solved by the finite difference method of second-order accuracy, where the upwind scheme is employed to discretize the convective terms. It turned out that the developed code requires a numerical validation. To do this, a comparison with previously published numerical and experiments results, as well as with the result of simulations under the COMSOL Multiphysics software was performed. The results thus found express very good agreement with the results of the developed code. Heat transfer and fluid flow are examined for parameters of nanoparticles volume fraction ($0\% \leq \phi \leq 20\%$), Grashof number ($10^3 \leq Gr \leq 10^5$), Hartmann number ($0 \leq Ha^2 \leq 100$), and the cavity inclination angle ($0^\circ \leq \gamma \leq \pi/2$). Thus, it is found that a good enhancement in the heat transfer rate can be obtained by adding copper nanoparticles to the base fluid, as well as the increasing of Grashof number. However, the presence of the magnetic field in the fluid region causes a significant reduction in the fluid flow and heat transfer characteristics.

1 Introduction

Heat transfer is the basis of many industrial processes present in our daily lives. The intensification of these exchanges and the improvement of the effectiveness become a major problem in the industrial world [1–4]. In front of energy and environmental stakes, the technological challenge resides in the development of new processes for better energy management. This work is part of this framework, and it particularly concerns the problems related to the improvement of thermal performance of heat transfer in fluids.

Major advances in material physics have made it possible, since the end of this last decade, to synthesize nanoparticles, which, dispersed in liquids, constitute nanofluids. The nanofluids are then colloidal solutions composed of particles of nanometric size suspended in a base liquid. Their remarkable thermal properties make this fluid the object of several investigations especially in the field of thermal transfer, and the intensification of heat exchanges. It has been also the object of many striking applications which have been successfully crowned by scientific publications [5–8].

In the literature, various studies have been published recently which aims to improve and intensify heat exchange, taking for example the application of this phenomenon in the square enclosure, this last field of application has been the subject of several studies and investigation whether numerical or experimental. Regarding the experimental side, several studies have been conducted, such as the work of Mahian *et al.* [9] where they interpreted experimentally and theoretically the use of silica nanofluids in square and triangular cavity configurations. Karatas *et al.* [10] conducted an experimental study of natural convection combined with radiation using a laboratory device (prism) acting as a rectangular cavity, filled with air and cooled on one side by a local radiator. Attention has been attributed to the effect

^a e-mail: anass.bendaraa@gmail.com (corresponding author)

^b e-mail: mcharafi@hotmail.com

^c e-mail: hasnaoui59@hotmail.com

Numerical modelling of natural convection in a square cavity: effect of nanofluid volume fraction and inclination

M.M. Charafi^a, A. Bendaraa^b, A. Hasnaoui^c

LS3M, Faculté Polydisciplinaire de Khouribga Univ. Sultan My Slimane, 25000 Khouribga, Morocco.

Abstract. In this paper, the phenomenon of natural convection in a square cavity filled with copper (Cu) - based nanofluid (Nf) has been studied. The influences of the volume fraction (ϕ) on the convective flow, as well as the effect of the inclination (γ) of the cavity on thermal performances were examined. The dimensionless governing equations formulated using stream function, vorticity, and temperatures were solved by finite difference methods, where the Successive Over-Relaxation (SOR) iteration and the upwind scheme were adopted. The developed code served as a verification of results where it showed a good agreement with previous works. The calculation code was then used to visualize the influence of the inclination on the thermal enhancement and showed that the transfer becomes more efficient with an inclination of $\pi/6$.

1 Introduction

The phenomenon of convection remains a current and much diversified research axis. This is justified by a set of recently published research works. The mastery and performance management of this type of transfer has become a major issue in the industry, its study has been the subject of several research projects crowned by publications in the field [1–5]. At the laboratory scale, several works have been focused on the study of convective flows in several geometries, namely square cavities.

Karatas et al. [6] carried out an experimental study of the phenomenon of convection in a rectangular cavity subjected to a radiation considered as a source of thermal excitation. In the same context, convection within a ventilated cavity has been the subject of a numerical work by Ismael el al. [7]. Thus, several numerical methods have been implemented to solve the problem of convection in cavities. Lattice Boltzman Methode (LBM) has been used by Haouat et al. [8] to analyze the same problem. Wang et al. [9] have opted for Chebyshev spectral method to analyze convection in a cavity with a porous media.

Other works concentrated on the study of the nanofluids in the square cavities [10]. Boualit et al. [11] and Khanafer et al. [12] used finite element as well as finite volume methods to solve the same problems. Kogawa et al. [13] investigated the influence of the concentration of nanofluids on thermal convection.

The objective of this work is the development of a numerical code to study the phenomenon of convection in a square cavity filled with nanofluids. Thus, the simulation of the natural convection of the fluid under the effect of a temperature gradient, and the study of the

effect of the nanoparticle volume fraction on the improvement of the heat transfer will allow the validation of the code, by comparing the present results with previous works. The code will then be used to analyze the effect of cavity inclination on thermal performance.

2 Mathematical formulation

The studied configuration is a square cavity with rigid walls, filled with a nanofluid. This configuration is subjected to a temperature gradient with the hot temperature (T_h) imposed on the left wall while the cold temperature (T_c) is on the right wall (Dirichlet conditions). The other walls are adiabatic as it is shown in the schema presented in Fig. 1.

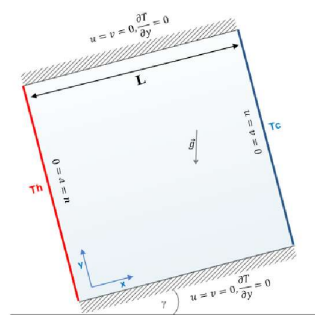


Fig. 1. Schematic representation for the physical model.

The used nanofluid is based on a suspension of copper (Cu) nanoparticles. The fluid flow in the cavity is assumed to be Newtonian and incompressible. The

^a e-mail: mcharafi@hotmail.com

^b e-mail: anass.bendaraa@gmail.com

^c e-mail: hasnaoui59@hotmail.com



Study of the Nanoparticles Concentration Effect on Thermal Performances of Al_2O_3 Based Nanofluid in a Double Pipe Heat Exchanger

A. Bendaraa^{1,2,*}, Mly. M. Charafi², and A. Hasnaoui²

¹Hassan 1st University, LS3M Laboratory, Polydisciplinary Faculty of Khouribga, 25000 Khouribga, Morocco

²Sultan Moulay Slimane University, LS3M Laboratory, Polydisciplinary Faculty of Khouribga, 25000 Khouribga, Morocco

(Received: 26 October 2018. Accepted: 5 December 2018)

Nanofluids are colloidal solutions consisting of particles with nanometric size suspended in a base liquid. Their remarkable thermal properties made this fluid the subject of several investigations in particular in the field of thermal transfer and intensification of thermal exchanges in heat exchangers. In the present work, we characterize the thermophysical properties of a nanofluid based mainly on Alumina (Al_2O_3) nanoparticles suspended in water to estimate its thermal behavior. We studied the influences of the nanoparticles concentrations on the various parameters of the thermal exchanges. Adopting a tubular configuration of heat exchanger, more precisely the double piping configuration, we calculated the parameters relative to the thermal exchanges. The results show that the increase of the Al_2O_3 nanoparticles volume fraction engenders an increase of these parameters. This shows the role played by nanofluids to increase the thermal exchanges, as well as the improvement of performances of heat exchangers.

Keywords: Nanofluids, Alumina, Thermal Performances, Heat Transfer, Heat Exchanger, Double Pipes.

1. INTRODUCTION

Heat transfer is the basis of many industrial processes that are present in our daily lives. The intensification of these exchanges and the improvement of the yield have become a major problem and a real concern in the industrial world. A remarkable effervescency has been felt in society as a whole, to become aware of the progressive exhaustion of the energy resources and who cares about the energy future. In this context, a set of measures are considered for a good control of the energy processes, the field of heat exchangers is one of them, these are widely used in many industrial applications, for example in the chemical industry, energy production, food industry, environmental engineering, heat recovery, air conditioning and refrigeration. The permanent need to improve the thermal performances of the plants, during the flow of monophasic fluids, leads the researcher's communities to use some new techniques that involves charging Heat Transfer Fluids on nanoparticles. The recent advances in nanotechnology

have shown that the addition of nanoparticles in the base fluid, so called nanofluids, which have been used for the first time by Choi et al. [1], such as Alumina (Al_2O_3) nanoparticles, could significantly increase the heat transfer compared to the pure fluid (water) modifying the thermal properties of the carrier fluid. Our subject turns particularly to the improvement of the thermal exchanges in heat exchangers. In the present work, we were able to characterize the thermophysical properties of Al_2O_3 based nanofluids and to estimate its thermal behavior in a tubular configuration of heat exchanger for various nanoparticles volume fractions. In order to study the thermal behavior of the nanofluid in the chosen exchanger configuration, we have opted for a device, which we usually find in lubrication plants. This device is the economizer that cools the lubricant. This process uses tubular configurations of heat exchangers (counter flow double pipe heat exchangers). Its main function is to cool the lubricant of the gas turbine, which enters with a temperature of 100 °C with 0.2 Kg/s flow rate. The nanofluid passes through the internal pipe with a 0.1 Kg/s flow rate and its inlet temperature is 30 °C.

*Corresponding author; E-mail: anass.bendaraa@gmail.com

Publications

1. **Mly. M. CHARAFI**, A. BENDARAA, A. HASNAOUI, "NUMERICAL MODELING OF NATURAL CONVECTION IN A SQUARE CAVITY : EFFECT OF NANOFLUID VOLUME FRACTION AND INCLINATION", J. MATEC Web of conferences (2018), (<https://doi.org/10.1051/mateconf/201824101006>).
2. **A. BENDARAA**, Mly. M. CHARAFI, A. HASNAOUI, "STUDY OF THE NANOPARTICLES CONCENTRATION EFFECT ON THERMAL PERFORMANCES OF BASED NANOFLUID IN A DOUBLE PIPE HEAT EXCHANGER", J. Sensor Letters (2019), (<https://doi.org/10.1166/sl.2019.4067>).
3. **A. BENDARAA**, Mly. M. CHARAFI, A. HASNAOUI, "NUMERICAL STUDY OF NATURAL CONVECTION IN A DIFFERENTIALLY HEATED SQUARE CAVITY FILLED WITH NANOFLUID IN THE PRESENCE OF FINS ATTACHED TO WALLS IN DIFFERENT LOCATIONS", J. Physics of Fluids (2019), (<https://doi.org/10.1063/1.5091709>).
4. **A. BENDARAA**, Mly. M. CHARAFI, A. HASNAOUI, "NUMERICAL MODELING OF NATURAL CONVECTION IN HORIZONTAL AND INCLINED SQUARE CAVITIES FILLED WITH NANOFLUID IN THE PRESENCE OF MAGNETIC FIELD", EPJP (2019), (<https://doi.org/10.1140/epjp/i2019-12814-8>).
5. **A. BENDARAA**, Mly. M. CHARAFI, A. HASNAOUI, "TIME-PERIODIC TEMPERATURE EFFECT ON NATURAL CONVECTION PHENOMENON IN A SQUARE CAVITY : APPLICATION TO SOLAR PANNELS COOLING", *Soumis dans J. Heat and Mass Transfer*.
6. **A. BENDARAA**, Mly. M. CHARAFI, A. HASNAOUI, "NUMERICAL EXPERIMENTS OF ALUMINA-WATER NANOFLUID EFFECT ON THERMAL PERFORMANCES IN DOUBLE PIPE HEAT EXCHANGER", *Soumis dans Heat Transfer-Asian Research*.

Conférences, Congrès et Colloques Nationaux et Internationaux

1. **A. BENDARAA**, Mly. M. CHARAFI, A. HASNAOUI, "RESOLUTION NUMERIQUE DU PROBLEME DE CAVITE ENTRAINEE EN UTILISANT LA FORMULATION VORTICITE-FONCTION DE COURANT DES EQUATIONS DE NAVIER-STOKES", (*Journée scientifique, Méthode numérique et aide à la décision*, 20 Mai 2017 F.P. KHOURIBGA).
2. **A. BENDARAA**, Mly. M. CHARAFI, A. HASNAOUI, "NUMERICAL MODELING OF NATURAL CONVECTION IN A SQUARE CAVITY WITH UNIFORM FLUXES AT VERTICAL SIDES", 6^{ème} édition de la Conférence internationale Franco-Maghrébine des Nanosciences "CFMN18", 19-21 mars 2018 CASA-BLANCA.
3. **A. BENDARAA**, Mly. M. CHARAFI, A. HASNAOUI, "RESOLUTION NUMERIQUE PAR LA METHODE DES DIFFERENCES FINIS DU PROBLEME DE CAVITE ENTRAINEE POUR UNE LARGE GAMME DU NOMBRE DE REYNOLDS", 1st édition de la conférence internationale sur la Technologie, l'Ingénierie et les Mathématiques, 26, 27 Mars 2018 KENITRA.
4. **A. BENDARAA**, Mly. M. CHARAFI, A. HASNAOUI, "NATURAL CONVECTION IN AN ENCLOSURE FILLED WITH NANOFLUID : NUMERICAL STUDY", 6^{ème} édition Journée des doctorants FSTS, 04 Avril 2018 SETTAT.
5. **A. BENDARAA**, Mly. M. CHARAFI, A. HASNAOUI, "NUMERICAL MODELING OF MAGNETIC FIELD INFLUENCES ON NATURAL CONVECTION WITHIN A SQUARE CAVITY FILLED WITH NANOFLUID", 12^{ème} édition Journée d'Analyse Numérique et Optimisation "JANO'12", 18-20 Octobre 2018 AL-Houceima.
6. **A. BENDARAA**, Mly. M. CHARAFI, A. HASNAOUI, "NATURAL CONVEC-

- TION IN AN ENCLOSURE FILLED WITH NANOFLUID : NUMERICAL STUDY"**, 9^{ème} Rencontre Nationale des Jeunes Chercheurs en Physique "RNJCP'12", 27-29 Décembre 2018 Casa-Blanca.
7. **A. BENDARAA**, Mly. M. CHARAFI, A. HASNAOUI, "NUMERICAL INVESTIGATION OF NATURAL CONVECTION IN AN ENCLOSURE FILLED WITH NANOFLUID USING LATTICE BOLTZMANN METHODE", 1^{er} congrès national en physique fondamentale et ses applications "1CNPFA'19" , 19-21 mars 2018 CASABLANCA.
 8. **A. BENDARAA**, Mly. M. CHARAFI, A. HASNAOUI, "TIME-PERIODIC TEMPERATURE EFFECT ON NATURAL CONVECTION PHENOMENON IN A SQUARE CAVITIES : SOLAR COLLECTOR COOLING APPLICATION", 3rd International Congress on Advanced Materials for Photonics, Sensing and Energy Conversion Energy Applications) "AMPSECA'19", 30 Oct-1 Nov 2019 MARRAKECH.
 9. **A. BENDARAA**, Mly. M. CHARAFI, A. HASNAOUI, "ETUDE DE L'INFLUENCE DE LA CONCENTRATION DES NANOPARTICULES SUR LES PERFORMANCES THERMIQUES DES NANOFLUIDES A BASE DE L' Al_2O_3 DANS UN ECHANGEUR TUBULAIRE", 3^{ème} Congrès National en Sciences Physique, Technique et Applications "SPTA 2017", 22-24 Mars 2017 AGADIR.
 10. **A. BENDARAA**, Mly. M. CHARAFI, A. HASNAOUI, "ETUDE DE L'INFLUENCE DE LA CONCENTRATION DES NANOPARTICULES SUR LES PERFORMANCES THERMIQUES D'UN NANOFLUIDE A BASE D'OXYDE DE CUIVRE (CuO) DANS UN ECHANGEUR TUBULAIRE", 5^{ème} édition de la journée des doctorant FSTS , 30 Mars 2017 SETTAT.
 11. **A. BENDARAA**, Mly. M. CHARAFI, A. HASNAOUI, "NUMERICAL MODELING OF THE "DRIVEN CAVITY" PROBLEM USING THE FORMULATION "VORTICITY - STREAMFUNCTION" OF THE NAVIER-STOKES EQUATIONS", 2^{ème} édition de la Conférence Internationale sur les Matériaux Fonctionnels et leurs Applications Technologiques "CIMFAT'17", 13 Octobre 2017, ENS-Université Hassan II .
 12. **A. BENDARAA**, Mly. M. CHARAFI, A. HASNAOUI, "NUMERICAL MODELING OF NATURAL CONVECTION IN A SQUARE CAVITY FILLED WITH NANOFLUID USING A SEVERAL TYPES OF BOUNDARY CONDITIONS", International conference on structural nonlinear dynamic and diagnosis "CSNDD'18",

25-27 Juin 2018 Tanger.

13. **A. BENDARAA**, Mly. M. CHARAFI, A. HASNAOUI, "NUMERICAL STUDY OF NATURAL CONVECTION IN A DIFFERENTIALLY HEATED SQUARE CAVITY FILLED WITH NANOFLUID IN THE PRESENCE OF FINS ATTACHED TO WALLS IN DIFFERENT LOCATIONS", *International Conference on Advances in Energy Technologies, Environmental Engineering and Materials Science, "AETEEMS'18", 13-14 Dec 2018 El JADIDA*.
14. M. NOUNI, M. OUHROUM, **A. BENDARAA**, Mly. M. CHARAFI, A. HASNAOUI, "NUMERICAL STUDY OF NATURAL CONVECTION IN SQUARE CAVITY USING LATTICE BOLTZMANN METHOD : OBSTACLES EFFECT", *The 6th International Congress on Thermal Sciences, "AMT'20", 14-15 Avril 2020 KHOUREBGA (Reporté)*.
15. M. NOUNI, M. OUHROUM, **A. BENDARAA**, Mly. M. CHARAFI, A. HASNAOUI, "NUMERICAL STUDY OF MIXED CONVECTION IN SQUARE CAVITY USING LATTICE BOLTZMANN METHOD : CAVITY WITH MANY DISPOSITIONS OF OBSTACLES", *The 6th International Congress on Thermal Sciences, "AMT'20", 14-15 Avril 2020 KHOUREBGA (Reporté)*.
16. **A. BENDARAA**, M. NOUNI, M. OUHROUM, Mly. M. CHARAFI, A. HASNAOUI, "THE EFFECT OF HIGHER CONDUCTIVE FINS ON NATURAL CONVECTION IN SQUARE CAVITY SUBJECTED TO PERIODIC TEMPERATURE", *The 6th International Congress on Thermal Sciences, "AMT'20", 14-15 Avril 2020 KHOUREBGA (Reporté)*.
17. **A. BENDARAA**, Mly. M. CHARAFI, A. HASNAOUI, "FINS EFFECT ON NATURAL CONVECTION IN A SQUARE CAVITY SUBJECTED TO A MAGNETIC FIELD", *International conference on structural nonlinear dynamic and diagnosis "CSNDD'21", December 17-19, 2020 MARRAKECH (Reporté)*.

Bibliographie Générale

- [1] G. Charnay J.-F. Sacadura and J. Schon. "Initiation aux transferts Thermiques". Technique et documentation (Tec et Doc), 1982. [10](#), [11](#)
- [2] FC Lai. "*Improving effectiveness of pipe insulation by using radial baffles to suppress natural convection*". International journal of heat and mass transfer, 36(4) :899–906, 1993. [10](#)
- [3] J. Alsarraf O. Mahian S. Wongwises A. Moradikazerouni, M. Afrand and M.-D. Tran. "*Comparison of the effect of five different entrance channel shapes of a micro-channel heat sink in forced convection with application to cooling a supercomputer circuit board*". Applied Thermal Engineering, 150 :1078–1089, 2019. [10](#)
- [4] D. Wang W. Zhou N. Zhan, Y. Xu and H. Lv. "*Research on the heat transfer rules of natural convection in a building with single heat source*". Procedia Engineering, 146 :75–82, 2016. [10](#)
- [5] S. Omrani, V. Garcia-Hansen, B-R. Capra, and R. Drogemuller. "*On the effect of provision of balconies on natural ventilation and thermal comfort in high-rise residential buildings*". Building and Environment, 123 :504–516, 2017. [10](#)
- [6] Dario Camuffo. Chapter 10 - atmospheric stability and pollutant dispersion. In Dario Camuffo, editor, Microclimate for Cultural Heritage (Third Edition), pages 175 – 196. Elsevier, third edition edition, 2019. [10](#)
- [7] David Prandle. "*Global expressions for seasonal temperatures of the sea surface and ambient air - the influence of tidal currents and water depth*". Oceanologica acta, 21(3) :419–428, 1998. [10](#)
- [8] Abderrahmane Baïri, Esther Zarco-Pernia, and J-M García De María. "*A review on natural convection in enclosures for engineering applications. The particular case of the parallelogrammic diode cavity*". Applied Thermal Engineering, 63(1) :304–322, 2014. [10](#)
- [9] Adrian Bejan. "Convection heat transfer". John wiley & sons, 2013. [15](#)
- [10] H Chiang and C Kleinstreuer. "*Analysis of passive cooling in a vertical finite channel using a falling liquid film and buoyancy-induced gas-vapor flow*". International journal of heat and mass transfer, 34(9) :2339–2349, 1991. [16](#)

- [11] P Payvar. "*Laminar heat transfer in the oil groove of a wet clutch*". International journal of heat and mass transfer, 34(7) :1791–1798, 1991. [16](#)
- [12] PM Haese and MD Teubner. "*Heat exchange in an attic space*". International Journal of Heat and Mass Transfer, 45(25) :4925–4936, 2002. [16](#)
- [13] KA Joudi, IA Hussein, and AA Farhan. "*Computational model for a prism shaped storage solar collector with a right triangular cross section*". Energy Conversion and Management, 45(3) :391–409, 2004. [16](#)
- [14] Hitesh Mistry, Subhrajit Dey, Peeush Bishnoi, Jose Luis Castillo, et al. "*Modeling of transient natural convection heat transfer in electric ovens*". Applied thermal engineering, 26(17-18) :2448–2456, 2006. [16](#)
- [15] Adel M Abdel Dayem. "*Experimental and numerical performance of a multi-effect condensation–evaporation solar water distillation system*". Energy, 31(14) :2710–2727, 2006. [16](#)
- [16] Shimin Wang, Amir Faghri, and Theodore L Bergman. "*A comprehensive numerical model for melting with natural convection*". International Journal of heat and mass transfer, 53(9-10) :1986–2000, 2010. [16](#)
- [17] S Kalaiselvam, M Veerappan, A Arul Aaron, and S Iniyan. "*Experimental and analytical investigation of solidification and melting characteristics of PCMs inside cylindrical encapsulation*". International Journal of Thermal Sciences, 47(7) :858–874, 2008. [16](#)
- [18] S Ostrach. "*Natural convection in enclosures*". 110(5) :158–174, 1988. [16](#)
- [19] Simon Ostrach. "*Natural convection in enclosures*". In Advances in heat transfer, volume 8, pages 161–227. Elsevier, 1972. [16](#)
- [20] Charles J Hoogendoorn. "*Natural convection in enclosures*". In International Heat Transfer Conference Digital Library. Begel House Inc., 1986. [16](#)
- [21] Toru Fusegi and Jae Min Hyun. "*Laminar and transitional natural convection in an enclosure with complex and realistic conditions*". International journal of heat and fluid flow, 15(4) :258–268, 1994. [16](#), [108](#)
- [22] Orhan Aydin, Ahmet Ünal, and Teoman Ayhan. "*Natural convection in rectangular enclosures heated from one side and cooled from the ceiling*". International journal of heat and mass transfer, 42(13) :2345–2355, 1999. [16](#)
- [23] IE Sarris, I Lekakis, and NS Vlachos. "*Natural convection in a 2D enclosure with sinusoidal upper wall temperature*". Numerical Heat Transfer : Part A : Applications, 42(5) :513–530, 2002. [16](#)
- [24] Tanmay Basak, S Roy, and AR Balakrishnan. "*Effects of thermal boundary conditions on natural convection flows within a square cavity*". International Journal of Heat and Mass Transfer, 49(23-24) :4525–4535, 2006. [16](#)

-
- [25] Ram Satish Kaluri and Tanmay Basak. "Analysis of distributed thermal management policy for energy-efficient processing of materials by natural convection". Energy, 35(12) :5093–5107, 2010. 16
- [26] ZH Kodah, MA Jarrah, and NS Shanshal. "Thermal characterization of foam-cane (Quseab) as an insulant material". Energy conversion and Management, 40(4) :349–367, 1999. 17
- [27] Inci Türk Togrul. "Determination of convective heat transfer coefficient of various crops under open sun drying conditions". International communications in heat and mass transfer, 30(2) :285–294, 2003. 17
- [28] B Dhifaoui, S Ben Jabrallah, A Belghith, and JP Corriou. "Experimental study of the dynamic behaviour of a porous medium submitted to a wall heat flux in view of thermal energy storage by sensible heat". International journal of thermal sciences, 46(10) :1056–1063, 2007. 17, 36
- [29] Mohammad Javaheri, Jalal Abedi, and Hassan Hassanzadeh. "Linear stability analysis of double-diffusive convection in porous media, with application to geological storage of CO₂". Transport in porous media, 84(2) :441–456, 2010. 17
- [30] JL Lage, A Bejan, et al. "The resonance of natural convection in an enclosure heated periodically from the side". International Journal of Heat and Mass Transfer, 36(8) :2027–2038, 1993. 17
- [31] Osvaldo V Trevisan and Adrian Bejan. "Mass and heat transfer by natural convection in a vertical slot filled with porous medium". International Journal of Heat and Mass Transfer, 29(3) :403–415, 1986. 17
- [32] Ho Sang Kwak Gi Bin Kim, Jae Min Hyun. "Buoyant convection in a square cavity partially filled with a heat-generating porous medium". Numerical Heat Transfer, Part A : Applications, 40(6) :601–618, 2001. 17
- [33] M Song and R Viskanta. "Natural convection flow and heat transfer within a rectangular enclosure containing a vertical porous layer". International journal of heat and mass transfer, 37(16) :2425–2438, 1994. 17
- [34] M Anwar Hossain and Mike Wilson. "Natural convection flow in a fluid-saturated porous medium enclosed by non-isothermal walls with heat generation". International Journal of Thermal Sciences, 41(5) :447–454, 2002. 17
- [35] JR Philip. "Free convection at small Rayleigh number in porous cavities of rectangular, elliptical, triangular and other cross-sections". International Journal of Heat and Mass Transfer, 25(10) :1503–1509, 1982. 17
- [36] Jae Min Hyun and Bum Seog Choi. "Transient natural convection in a parallelogram-shaped enclosure". International journal of heat and fluid flow, 11(2) :129–134, 1990. 17
- [37] TS Lee. "Computational and experimental studies of convective fluid motion and heat transfer in inclined non-rectangular enclosures". International journal of heat and fluid flow, 5(1) :29–36, 1984. 17

- [38] L Iyican, Y Bayazitoglu, and L Co Witte. "*An analytical study of natural convective heat transfer within a trapezoidal enclosure*". Journal Heat Transfer, 102(4) :640–647, 1980. [17](#)
- [39] Yu E Karyakin. "*Transient natural convection in prismatic enclosures of arbitrary cross-section*". International journal of heat and mass transfer, 32(6) :1095–1103, 1989. [17](#)
- [40] Yasin Varol, Hakan F Oztop, and Ioan Pop. "*Natural convection in right-angle porous trapezoidal enclosure partially cooled from inclined wall*". International Communications in Heat and Mass Transfer, 36(1) :6–15, 2009. [17](#), [21](#)
- [41] Suhas Patankar. "*Numerical heat transfer and fluid flow*". Taylor & Francis, 2018. [19](#)
- [42] Richard H Pletcher, John C Tannehill, and Dale Anderson. "*Computational fluid mechanics and heat transfer*". CRC press, 2012. [19](#), [70](#)
- [43] Yazhou Wang, Guoliang Qin, Wenqiang He, and Zhenzhong Bao. "*Chebyshev spectral element method for natural convection in a porous cavity under local thermal non-equilibrium model*". International Journal of Heat and Mass Transfer, 121 :1055–1072, 2018. [19](#)
- [44] Abdelhamid Boualit, Nouredine Zeraibi, Toufik Chergui, Mohamed Lebbi, Lyes Boutina, and Salima Laouar. "*Natural convection investigation in square cavity filled with nanofluid using dispersion model*". International Journal of Hydrogen Energy, 42(13) :8611–8623, 2017. [19](#)
- [45] Chandra Shekar Balla, Naikoti Kishan, Rama SR Gorla, and BJ Gireesha. "*MHD boundary layer flow and heat transfer in an inclined porous square cavity filled with nanofluids*". Ain Shams Engineering Journal, 8(2) :237–254, 2017. [19](#)
- [46] Khalil Khanafer, Kambiz Vafai, and Marilyn Lightstone. "*Buoyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids*". International journal of heat and mass transfer, 46(19) :3639–3653, 2003. [19](#), [36](#), [109](#), [110](#)
- [47] J Xamán, J Arce, G Álvarez, and Y Chávez. "*Laminar and turbulent natural convection combined with surface thermal radiation in a square cavity with a glass wall*". International Journal of Thermal Sciences, 47(12) :1630–1638, 2008. [19](#)
- [48] Hakan Karatas and Taner Derbentli. "*Natural convection and radiation in rectangular cavities with one active vertical wall*". International Journal of Thermal Sciences, 123 :129–139, 2018. [19](#)
- [49] Samir Houat and Zine Elabidine Bouayed. "*The lattice Boltzmann method for Mixed Convection in a Cavity*". Energy Procedia, 139 :186–191, 2017. [19](#)
- [50] Ahmad Reza Rahmati, Ali Rayat Roknabadi, and Mahmoud Abbaszadeh. "*Numerical simulation of mixed convection heat transfer of nanofluid in a double lid-driven cavity using lattice Boltzmann method*". Alexandria Engineering Journal, 55(4) :3101–3114, 2016. [19](#)
- [51] Mamadou Moustapha Thiam. "*Convection naturelle dans les cavites cylindriques verticales fermées : application au refroidissement thermoelectrique*". PhD thesis, Paris 10, 1997. [19](#)

-
- [52] DK Edwards and Ivan Catton. "*Prediction of heat transfer by natural convection in closed cylinders heated from below*". International Journal of Heat and Mass Transfer, 12(1) :23–30, 1969. [20](#)
- [53] SF Liang, Alan Vidal, and Andreas Acrivos. "*Buoyancy-driven convection in cylindrical geometries*". Journal of Fluid Mechanics, 36(2) :239–258, 1969. [20](#)
- [54] Henk Kaarle Versteeg and Weeratunge Malalasekera. "*An introduction to computational fluid dynamics : the finite volume method*". Pearson education, 2007. [20](#)
- [55] Durn-Yuan Huang and Shou-Shing Hsieh. "*Analysis of natural convection in a cylindrical enclosure*". Numerical Heat Transfer, Part A : Applications, 12(1) :121–135, 1987. [20](#)
- [56] Shou-Shing Hsieh. "*Thermal correlation of natural convection in bottom-cooled cylindrical enclosures*". Journal of Thermophysics and Heat Transfer, 4(1) :123–126, 1990. [20](#)
- [57] RS Figliola. "*Convection transitions within a vertical cylinder heated from below*". The Physics of fluids, 29(7) :2028–2031, 1986. [20](#)
- [58] YS Lin and RG Akins. "*Pseudo-steady-state natural convection heat transfer inside a vertical cylinder*". Journal of Heat Transfer, 108(2) :310–316, 1986. [20](#)
- [59] I Rodriguez, J Castro, CD Perez-Segarra, and A Oliva. "*Unsteady numerical simulation of the cooling process of vertical storage tanks under laminar natural convection*". International Journal of Thermal Sciences, 48(4) :708–721, 2009. [20](#)
- [60] Mikhail A Sheremet. "*Interaction of two-dimensional thermal "plumes" from local sources of energy under conditions of conjugate natural convection in a horizontal cylinder*". Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 53(4) :566–576, 2012. [20](#)
- [61] Antonio Campo et al. "*Numerical simulation of the 3D behavior of thermal buoyant airflows in pentahedral spaces*". International journal of heat and fluid flow, 29(5) :1360–1368, 2008. [20](#)
- [62] Chengwang Lei, Steven W Armfield, and John C Patterson. "*Unsteady natural convection in a water-filled isosceles triangular enclosure heated from below*". International Journal of Heat and Mass Transfer, 51(11-12) :2637–2650, 2008. [21](#)
- [63] Tanmay Basak, S Roy, and Ch Thirumalesha. "*Finite element analysis of natural convection in a triangular enclosure : effects of various thermal boundary conditions*". Chemical Engineering Science, 62(9) :2623–2640, 2007. [21](#)
- [64] Jaime Sieres, Antonio Campo, José Fernández-Seara, et al. "*Effect of surface radiation on buoyant convection in vertical triangular cavities with variable aperture angles*". International Journal of Heat and Mass Transfer, 50(25-26) :5139–5149, 2007. [21](#)
- [65] Hakan F Oztop, Yasin Varol, and Ioan Pop. "*Investigation of natural convection in triangular enclosure filled with porous media saturated with water near 4°C*". Energy conversion and management, 50(6) :1473–1480, 2009. [21](#)

- [66] Yasuaki Shiina, Kaoru Fujimura, Tomoaki Kunugi, and Norio Akino. "*Natural convection in a hemispherical enclosure heated from below*". International Journal of Heat and Mass Transfer, 37(11) :1605–1617, 1994. [22](#)
- [67] Abderrahmane Baïri and JM García de María. "*Numerical and experimental study of steady state free convection generated by constant heat flux in tilted hemispherical cavities*". International Journal of Heat and Mass Transfer, 66 :355–365, 2013. [22](#)
- [68] Abderrahmane Baïri, Eric Monier-Vinard, Najib Laraqi, Iken Baïri, Minh-Nhat Nguyen, and Cheikh-Tidiane Dia. "*Natural convection in inclined hemispherical cavities with isothermal disk and dome faced downwards. Experimental and numerical study*". Applied thermal engineering, 73(1) :1340–1347, 2014. [22](#)
- [69] Seung Dong Lee, Hyoung M Son, Kune Y Suh, Joy L Rempe, and Sang B Kim. "*Natural convection heat transfer experiment in a hemispherical pool*". In American Nuclear Society-International Congress on Advances in Nuclear Power Plants 2005, ICAPP'05, 2005. [22](#)
- [70] Stephen US Choi and Jeffrey A Eastman. "*Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles*". Technical report, Argonne National Lab., IL (United States), 1995. [22](#), [23](#)
- [71] Pawel Keblinski and David G Cahill. "*Comment on model for heat conduction in nanofluids*". Physical review letters, 95(20) :209401, 2005. [23](#)
- [72] Rahman Saidur, KY Leong, and Hussein A Mohammed. "*A review on applications and challenges of nanofluids*". Renewable and sustainable energy reviews, 15(3) :1646–1668, 2011. [23](#), [24](#)
- [73] Pawel Keblinski, Ravi Prasher, and Jacob Eapen. "*Thermal conductance of nanofluids : is the controversy over ?*". Journal of Nanoparticle research, 10(7) :1089–1097, 2008. [23](#)
- [74] Sarit K Das, Stephen U Choi, Wenhua Yu, and T Pradeep. "*Nanofluids : science and technology*". John Wiley & Sons, 2007. [23](#), [24](#)
- [75] Liqiu Wang and Jing Fan. "*Nanofluids research : key issues*". Nanoscale Research Letters, 5(8) :1241–1252, 2010. [23](#)
- [76] Mihir Sen and Samuel Paolucci. "*The use of ionic liquids in refrigeration*". In ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, volume 47772, pages 131–134, 2006. [24](#)
- [77] W Escher, T Brunswiler, N Shalkevich, A Shalkevich, T Burgi, B Michel, and D Poulikakos. "*On the cooling of electronics with nanofluids*". Journal of heat transfer, 133(5), 2011. [24](#)
- [78] Cong Tam Nguyen, Gilles Roy, Christian Gauthier, and Nicolas Galanis. "*Heat transfer enhancement using Al₂O₃-water nanofluid for an electronic liquid cooling system*". Applied Thermal Engineering, 27(8-9) :1501–1506, 2007. [24](#)
- [79] Madan Mohan Ghosh, Someshwar Roy, Shyamal Kumar Pabi, and Sudipto Ghosh. "*A molecular dynamics-stochastic model for thermal conductivity of nanofluids and its experimental validation*". Journal of nanoscience and nanotechnology, 11(3) :2196–2207, 2011. [24](#)

-
- [80] Ling Li, Yuwen Zhang, Hongbin Ma, and Mo Yang. "An investigation of molecular layering at the liquid-solid interface in nanofluids by molecular dynamics simulation". Physics Letters A, 372(25) :4541–4544, 2008. [24](#)
- [81] N Sankar, Nithin Mathew, and CB Sobhan. "Molecular dynamics modeling of thermal conductivity enhancement in metal nanoparticle suspensions". International Communications in Heat and Mass Transfer, 35(7) :867–872, 2008. [24](#)
- [82] Suranjan Sarkar and R Panneer Selvam. "Molecular dynamics simulation of effective thermal conductivity and study of enhanced thermal transport mechanism in nanofluids". Journal of applied physics, 102(7) :074302, 2007. [24](#)
- [83] Ratnesh K Shukla and Vijay K Dhir. "Numerical study of the effective thermal conductivity of nanofluids". In Heat Transfer Summer Conference, volume 47314, pages 449–457, 2005. [24](#)
- [84] S Zeroual, H Loulijat, E Achehal, P Estellé, A Hasnaoui, and S Ouaskit. "Viscosity of Ar-Cu nanofluids by molecular dynamics simulations : effects of nanoparticle content, temperature and potential interaction". Journal of Molecular Liquids, 268 :490–496, 2018. [24](#)
- [85] El Mehdi Achhal, Hicham Jabraoui, Soukaina Zeroual, Hamid Loulijat, Abdellatif Hasnaoui, and Said Ouaskit. "Modeling and simulations of nanofluids using classical molecular dynamics : Particle size and temperature effects on thermal conductivity". Advanced Powder Technology, 29(10) :2434–2439, 2018. [24](#)
- [86] H Zerradi and H Loulijat. "Numerical simulation of thermal conductivity of aqueous nanofluids containing graphene nanosheets using molecular dynamics simulation". MOJ App Bio Biomech, 2(6) :313–322, 2018. [24](#)
- [87] Vincenzo Bianco, Oronzio Manca, Sergio Nardini, and Kambiz Vafai. "Heat transfer enhancement with nanofluids". CRC press, 2015. [26](#), [33](#)
- [88] Amrid Mammeri. "Amélioration des performances énergétiques des systèmes de refroidissement industriels : Application aux serveurs informatiques". PhD thesis, Paris, ENSAM, 2014. [26](#)
- [89] Hiroshi Sakuma and Kiyoshi Ishii. "Gas flow sputtering : Versatile process for the growth of nanopillars, nanoparticles, and epitaxial thin films". Journal of magnetism and magnetic materials, 321(7) :872–875, 2009. [26](#)
- [90] Yogendra Singh, Julie RN Javier, Sheryl H Ehrman, Martin H Magnusson, and Knut Deppert. "Approaches to increasing yield in evaporation/condensation nanoparticle generation". Journal of Aerosol Science, 33(9) :1309–1325, 2002. [26](#)
- [91] Don Keun Lee, Young Hwan Kim, Xiao-Li Zhang, and Young Soo Kang. "Preparation of mono-disperse Co and Fe nanoparticle using precursor of $M_2+-oleate_2$ ($M= Co, Fe$)". Current Applied Physics, 6(4) :786–790, 2006. [27](#)
- [92] Roland Benoit, Fabienne Warmont, V Meynen, K De Witte, P Cool, Mona Treguer-Delapierre, and M-L Saboungi. "Optimisation of the surface properties of SBA-15 mesoporous silica for in-situ nanoparticle synthesis". Microporous and mesoporous materials, 120(1-2) :2–6, 2009. [27](#)

- [93] Yimin Xuan and Wilfried Roetzel. "*Conceptions for heat transfer correlation of nanofluids*". International Journal of heat and Mass transfer, 43(19) :3701–3707, 2000. [29](#)
- [94] Bock Choon Pak and Young I Cho. "*Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles*". Experimental Heat Transfer an International Journal, 11(2) :151–170, 1998. [29](#), [31](#)
- [95] Jake Kim, Yong Tae Kang, and Chang Kyun Choi. "*Analysis of convective instability and heat transfer characteristics of nanofluids*". Physics of fluids, 16(7) :2395–2401, 2004. [29](#)
- [96] Albert Einstein. "*Investigations on the Theory of the Brownian Movement*". Courier Corporation, 1956. [30](#)
- [97] HC Brinkman. "*The viscosity of concentrated suspensions and solutions*". The Journal of Chemical Physics, 20(4) :571–571, 1952. [30](#), [61](#)
- [98] GK406082 Batchelor. "*Brownian diffusion of particles with hydrodynamic interaction*". Journal of Fluid Mechanics, 74(1) :1–29, 1976. [31](#)
- [99] Sidi El Becaye Maiga, Samy Joseph Palm, Cong Tam Nguyen, Gilles Roy, and Nicolas Galanis. "*Heat transfer enhancement by using nanofluids in forced convection flows*". International journal of heat and fluid flow, 26(4) :530–546, 2005. [31](#)
- [100] JA Eastman, US Choi, S Li, LJ Thompson, and S Lee. "*Enhanced thermal conductivity through the development of nanofluids, MRS Online Proc*". Library Archive, 457, 1996. [31](#)
- [101] R L Hamilton and O K Crosser. "*Thermal conductivity of heterogeneous two-component systems*". Industrial & Engineering chemistry fundamentals, 1(3) :187–191, 1962. [32](#)
- [102] W Yu and SUS Choi. "*The role of interfacial layers in the enhanced thermal conductivity of nanofluids : a renovated Maxwell model*". Journal of nanoparticle research, 5(1-2) :167–171, 2003. [32](#)
- [103] Gladés Bachir. "*Contribution à l'étude de la convection naturelle dans les nanofluides en configuration de Rayleigh-Bénard*". PhD thesis, Université de Toulouse, Université Toulouse III-Paul Sabatier, 2010. [33](#)
- [104] Koceila Aizel. "*Développements de systèmes micro-nanofluidiques appliqués à la filtration et la préconcentration*". PhD thesis, 2013. [33](#)
- [105] Abdellah Hadaoui. "*Effets de taille et de concentration sur les propriétés thermiques et rhéologiques des nanofluides*". PhD thesis, 2010. [34](#)
- [106] Salma Halelfadl. "*Caractérisation des propriétés thermo-physiques et d'échanges de chaleur des nanofluides à base de nanotubes de carbone*". PhD thesis, 2014. [34](#)
- [107] Dongsheng Wen and Yulong Ding. "*Experimental investigation into convective heat transfer of nanofluids at the entrance region under laminar flow conditions*". International journal of heat and mass transfer, 47(24) :5181–5188, 2004. [34](#)

-
- [108] CY Tsai, HT Chien, PP Ding, B Chan, Tien Yau Luh, and PH Chen. "*Effect of structural character of gold nanoparticles in nanofluid on heat pipe thermal performance*". Materials Letters, 58(9) :1461–1465, 2004. 35
 - [109] Yulong Ding, Hajar Alias, Dongsheng Wen, and Richard A Williams. "*Heat transfer of aqueous suspensions of carbon nanotubes (CNT nanofluids)*". International Journal of Heat and Mass Transfer, 49(1-2) :240–250, 2006. 35
 - [110] Ying Yang, Z George Zhang, Eric A Grulke, William B Anderson, and Gefei Wu. "*Heat transfer properties of nanoparticle-in-fluid dispersions (nanofluids) in laminar flow*". International journal of heat and mass transfer, 48(6) :1107–1116, 2005. 35
 - [111] S Zeinali Heris, S Gh Etemad, and M Nasr Esfahany. "*Experimental investigation of oxide nanofluids laminar flow convective heat transfer*". International communications in heat and mass transfer, 33(4) :529–535, 2006. 35
 - [112] Samy Joseph Palm, Gilles Roy, and Cong Tam Nguyen. "*Heat transfer enhancement with the use of nanofluids in radial flow cooling systems considering temperature-dependent properties*". Applied thermal engineering, 26(17-18) :2209–2218, 2006. 36
 - [113] EJ Wasp and TC Aude. "*Deposition velocities, transition velocities, and spatial distribution of solids in slurry pipelines*". In Presented at the 1st International British Hydromechanics Research Association Hydraulic Transport of Solids in Pipes Conference, War Wickshire Univ, Coventry, England, Sept. 1-4, 1970., number H4 Proceeding, 1970. 36
 - [114] Rachid Bennacer, Mohammed El Ganaoui, Thierry Mare, and Cong Tam Nguyen. "*Natural convection of nanofluids in a cavity including the Soret effect*". Computational Thermal Sciences : An International Journal, 1(4), 2009. 36
 - [115] M. EL HATTAB, R. MIR, Y. EL HAMMAMI, and T. MEDIOUNI. "*Simulation numerique de la convection naturelle des nanofluides dans une enceinte carree chauffee par une source de chaleur*". revue internationale d'hydraulique, 45 :51–59, 2013. 36
 - [116] H Salhi and M Si-Ameur. "*Convection naturelle dans les enceintes : nanofluide*". Revue des énergies renouvelables, 15(1) :121–130, 2012. 37
 - [117] A Behzadmehr, M Saffar-Avval, and N Galanis. "*Prediction of turbulent forced convection of a nanofluid in a tube with uniform heat flux using a two phase approach*". International Journal of Heat and Fluid Flow, 28(2) :211–219, 2007. 37
 - [118] CA Depew and L Farbar. "*Heat transfer to pneumatically conveyed glass particles of fixed size*". Journal of Heat Transfer, 85(2) :164–171, 1963. 37
 - [119] Apurba Kumar Santra, Swarnendu Sen, and Niladri Chakraborty. "*Study of heat transfer due to laminar flow of copper–water nanofluid through two isothermally heated parallel plates*". International Journal of Thermal Sciences, 48(2) :391–400, 2009. 37
 - [120] Hakan F Oztop and Eiyad Abu-Nada. "*Numerical study of natural convection in partially heated rectangular enclosures filled with nanofluids*". International journal of heat and fluid flow, 29(5) :1326–1336, 2008. 37

- [121] GA Sheikhzadeh, M Nikfar, and A Fattahi. "*Numerical study of natural convection and entropy generation of Cu-water nanofluid around an obstacle in a cavity*". Journal of mechanical science and technology, 26(10) :3347–3356, 2012. [38](#)
- [122] M Alinia, DD Ganji, and M Gorji-Bandpy. "*Numerical study of mixed convection in an inclined two sided lid driven cavity filled with nanofluid using two-phase mixture model*". International Communications in Heat and Mass Transfer, 38(10) :1428–1435, 2011. [38](#)
- [123] AA Abbasian Arani, S Mazrouei Sebdani, M Mahmoodi, A Ardeshiri, and M Aliakbari. "*Numerical study of mixed convection flow in a lid-driven cavity with sinusoidal heating on sidewalls using nanofluid*". Superlattices and Microstructures, 51(6) :893–911, 2012. [38](#)
- [124] Bilal Elhajjar, Glades Bachir, Abdelkader Mojtabi, Chakib Fakih, and Marie Catherine Charrier-Mojtabi. "*Modeling of Rayleigh–Bénard natural convection heat transfer in nanofluids*". Comptes Rendus Mécanique, 338(6) :350–354, 2010. [38](#)
- [125] Iman Rashidi, Omid Mahian, Giulio Lorenzini, Cesare Biserni, and Somchai Wongwises. "*Natural convection of Al₂O₃/water nanofluid in a square cavity : effects of heterogeneous heating*". International Journal of Heat and Mass Transfer, 74 :391–402, 2014. [41](#)
- [126] Farooq Hassan Ali, Hameed K Hamzah, and Ammar Abdulkadhim. "*Numerical study of mixed convection nanofluid in an annulus enclosure between outer rotating cylinder and inner corrugation cylinder*". Heat Transfer-Asian Research, 48(1) :343–360, 2019. [41](#)
- [127] Naeem Ullah, Sohail Nadeem, and Arif Ullah Khan. "*Finite element simulations for natural convective flow of nanofluid in a rectangular cavity having corrugated heated rods*". Journal of Thermal Analysis and Calorimetry, pages 1–13, 2020. [41](#)
- [128] Korosh Javaherdeh, Mehdi Moslemi, and Mona Shahbazi. "*Natural convection of nanofluid in a wavy cavity in the presence of magnetic field on variable heat surface temperature*". Journal of Mechanical Science and Technology, 31(4) :1937–1945, 2017. [41](#)
- [129] Jacob Fromm, JK Haviland, and Leslie M Mack. "*The time dependent flow of an incompressible viscous fluid*". Seismology : Body Waves and Sources, 12 :386, 2012. [55](#)
- [130] Yimin Xuan and Qiang Li. "*Heat transfer enhancement of nanofluids*". International Journal of heat and fluid flow, 21(1) :58–64, 2000. [61](#)
- [131] Edward J Wasp, John P Kenny, and Ramesh L Gandhi. "*Solid–liquid flow : slurry pipeline transportation.[Pumps, valves, mechanical equipment, economics]*". Ser. Bulk Mater. Handl. ;(United States), 1(4), 1977. [61](#)
- [132] S Lee, SU-S Choi, S Li, , and JA Eastman. "*Measuring thermal conductivity of fluids containing oxide nanoparticles*". Journal of Heat Transfer, 121(2) :280–289. [61](#)
- [133] A Amiri and Kambiz Vafai. "*Analysis of dispersion effects and non-thermal equilibrium, non-Darcian, variable porosity incompressible flow through porous media*". International journal of heat and mass transfer, 37(6) :939–954, 1994. [61](#)
- [134] Estéban Saadjan. "*Phénomènes de transport et leurs résolutions numériques*". 1998. [70](#)

-
- [135] Halil Karahan. "*A third-order upwind scheme for the advection–diffusion equation using spread-sheets*". *Advances in Engineering Software*, 38(10) :688–697, 2007. [71](#)
- [136] Gordon Draisey Mallinson and G De Vahl Davis. "*Three-dimensional natural convection in a box : a numerical study*". *Journal of Fluid Mechanics*, 83(1) :1–31, 1977. [79](#)
- [137] A Benslimene, Said Hamed, Djamila Kaci, et al. "*La méthode de Lattice Boltzmann pour la simulation en mécanique des fluides*". PhD thesis, Université Abderrahmane Mira, 2017. [82](#)
- [138] Malek Benamour. "*Développement d’une méthode de pénalisation volumique en lattice Boltzmann : application aux domaines mobiles*". PhD thesis, 2015. [82](#)
- [139] Paul J Dellar. "*An interpretation and derivation of the lattice Boltzmann method using Strang splitting*". *Computers & Mathematics with Applications*, 65(2) :129–141, 2013. [83](#)
- [140] M Yoshino, Y-H Hotta, T Hirozane, and M Endo. "*A numerical method for incompressible non-Newtonian fluid flows based on the lattice Boltzmann method*". *Journal of non-newtonian fluid mechanics*, 147(1-2) :69–78, 2007. [84](#)
- [141] Prabhu Lal Bhatnagar, Eugene P Gross, and Max Krook. "*A model for collision processes in gases. I. Small amplitude processes in charged and neutral one-component systems*". *Physical review*, 94(3) :511, 1954. [84](#), [86](#), [93](#)
- [142] F J Higuera and Javier Jiménez. "*Boltzmann approach to lattice gas simulations*". *EPL (Europhysics Letters)*, 9(7) :663, 1989. [87](#)
- [143] Qisu Zou and Xiaoyi He. "*On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model*". *Physics of fluids*, 9(6) :1591–1598, 1997. [95](#), [96](#)
- [144] Florian DUGAST, Yilin FAN, Christophe JOSSET, and Lingai LUO. "*Méthode de Lattice Boltzmann appliquée à un problème convectif avec variations des propriétés du fluide avec la température*". [95](#)
- [145] AA Mohamad. "*Lattice Boltzmann Method*", volume 70. Springer, 2011. [95](#)
- [146] Mathilde Louërat. "*Modélisation par la méthode Lattice Boltzmann de la diffusion de chaleur et d’humidité dans des matériaux biosourcés à partir de leur morphologie 3D*". PhD thesis, Université Paris-Saclay, 2017. [96](#)
- [147] MAH Mamun, WH Leong, KGT Hollands, and DA Johnson. "*Cubical-cavity natural-convection benchmark experiments : an extension*". *International journal of heat and mass transfer*, 46(19) :3655–3660, 2003. [108](#)
- [148] Giorgia Nardini, Massimo Paroncini, and Francesco Corvaro. "*Effect of heat transfer on natural convection in a square cavity with two source pairs*". *Heat transfer engineering*, 35(9) :875–886, 2014. [108](#)
- [149] G de Vahl Davis. "*Natural convection of air in a square cavity : a bench mark numerical solution*". *International Journal for numerical methods in fluids*, 3(3) :249–264, 1983. [108](#), [109](#)

- [150] Abdelhamid Boualit, Nouredine Zeraibi, Toufik Chergui, Mohamed Lebbi, Lyes Boutina, and Salima Laouar. "*Natural convection investigation in square cavity filled with nanofluid using dispersion model*". International Journal of Hydrogen Energy, 42(13) :8611–8623, 2017. [108](#), [109](#)
- [151] Eiyad Abu-Nada and Hakan F Oztop. "*Effects of inclination angle on natural convection in enclosures filled with Cu–water nanofluid*". International Journal of Heat and Fluid Flow, 30(4) :669–678, 2009. [108](#), [109](#)
- [152] G Barakos, Ee Mitsoulis, and DO Assimacopoulos. "*Natural convection flow in a square cavity revisited : laminar and turbulent models with wall functions*". International journal for numerical methods in fluids, 18(7) :695–719, 1994. [108](#), [109](#)
- [153] T Fusegi, Jae Min Hyun, K Kuwahara, and B Farouk. "*A numerical study of three-dimensional natural convection in a differentially heated cubical enclosure*". International Journal of Heat and Mass Transfer, 34(6) :1543–1557, 1991. [108](#), [109](#)
- [154] Mikhail A Sheremet, Ioan Pop, and OJIJOH Mahian. "*Natural convection in an inclined cavity with time-periodic temperature boundary conditions using nanofluids : application in solar collectors*". International Journal of Heat and Mass Transfer, 116 :751–761, 2018. [110](#), [140](#)
- [155] Benseghir Chahrazed and Rahal Samir. "*Simulation of heat transfer in a square cavity with two fins attached to the hot wall*". Energy Procedia, 18 :1299–1306, 2012. [131](#)