جامعة سيدي محمد بن عبد الله بفاس
UNIVERSITÉ SIDI MOHAMED BEN ABDELLAH DE FES

كلية العلوم والتقنيات فاس
FACULTÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE FÈS

N° d'ordre : 56/2022

Centre des Etudes Doctorales : Sciences et Techniques et Sciences Médicales.
Formation Doctorale : Sciences de l'ingénieur, Sciences physiques, Mathématiques et Informatique.
Discipline : Mécatronique
Spécialité* : Mécatronique
Laboratoire : Ingénierie, Systèmes et Applications.

Thèse pour l'obtention de DOCTORAT

Modélisation et Commande des pendules sous-actionnés

Préparée par : Mme ELKINANY Boutaina

Soutenue le 20/07/2022 devant le jury :

Nom et Prénom	Grade	Etablissement	Qualité
MOUSTABCHIR Hassane	PES	ENSA Fès	Président
TAJER Abdelouahed	PES	ENSA Marrakech	Rapporteur & examinateur
ELBAKKALI Abdelmjid	PH	FST Errachidia	Rapporteur & examinateur
HIHI Hicham	PH	ENSA Fès	Rapporteur & examinateur
SAYYOURI Mhamed	PH	ENSA Fès	Examinateur
MANSSOURI Imad	PES	ENSAM Meknès	Examinateur
CHALH Zakaria ALFIDI Mohammed	PES PH	ENSA Fès	Directeur de Thèse

جامعة سيدي محمد بن عبد الله بفاس
UNIVERSITÉ SIDI MOHAMED BEN ABDELLAH DE FES
كلية العلوم والتقنيات فاس
FACULTÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE FÈS

Résumé de la thèse

Dans cette thèse, nous avons l'intention de modéliser et de concevoir des techniques de contrôle et de stabilisation pour un pendule double inversé, formé et contrôlé par une seule commande appliquée à la partie supérieure du système. Ce système est l'un des systèmes mécaniques sous-actionnés les plus sophistiqués que nous ayons rencontrés due à sa conception spécifique. Lorsqu'il est sollicité pour ces raisons, le pendule double inversé est un système hautement non linéaire, instable, et il peut produire des mouvements oscillatoires organisés, sophistiqués et chaotiques. En outre, ce système se caractérise par un nombre de sorties supérieur au nombre d'entrées, ce qui donne lieu à un système SIMO. Le concept étudié du pendule inversé double dans cette thèse implique l'analyse des équations dynamiques non linéaires en utilisant la formulation lagrangienne, tandis que l'approche de bond graph a été utilisée pour la représentation graphique du système. Deux théorèmes flous T-S ont été élaborés pour atteindre la stabilité du système tout en restant aussi proche que possible du modèle non linéaire. La comparaison des deux théorèmes a révélé que le théorème 1 était un meilleur choix car les tests de stabilité et la conception du contrôle sont plus simples à gérer. Après cela, nous avons développé une stratégie de contrôle combinant la méthode Backstepping avec l'erreur quadratique afin de traiter un contrôleur non linéaire robuste pour notre système tout en tenant compte de toutes les non-linéarités qui ne pouvaient pas être négligées. Dans l'ensemble, les résultats de la simulation ont confirmé l'efficacité du contrôleur Backstepping avec erreur quadratique, et la flexibilité du système a été maintenue dans le sens où il peut être modifié de la position initiale à l'état d'équilibre.

Mots clés : Pendule double inversé, Backstepping, Modélisation, T-S Fuzzy, Stabilité, Commande.

Résumé

Dans cette thèse, nous avons l'intention de modéliser et de concevoir des techniques de contrôle et de stabilisation pour un pendule double inversé, formé et contrôlé par une seule commande appliquée à la partie supérieure du système. Ce système est l'un des systèmes mécaniques sous-actionnés les plus sophistiqués que nous ayons rencontrés due à sa conception spécifique. Lorsqu'il est sollicité pour ces raisons, le pendule double inversé est un système hautement non linéaire, instable, et il peut produire des mouvements oscillatoires organisés, sophistiqués et chaotiques. En outre, ce système se caractérise par un nombre de sorties supérieur au nombre d'entrées, ce qui donne lieu à un système SIMO. Le concept étudié du pendule inversé double dans cette thèse implique l'analyse des équations dynamiques non linéaires en utilisant la formulation lagrangienne, tandis que l'approche de bond graph a été utilisée pour la représentation graphique du système. Deux théorèmes flous T-S ont été élaborés pour atteindre la stabilité du système tout en restant aussi proche que possible du modèle non linéaire. La comparaison des deux théorèmes a révélé que le théorème 1 était un meilleur choix car les tests de stabilité et la conception du contrôle sont plus simples à gérer. Après cela, nous avons développé une stratégie de contrôle combinant la méthode Backstepping avec l'erreur quadratique afin de traiter un contrôleur non linéaire robuste pour notre système tout en tenant compte de toutes les non-linéarités qui ne pouvaient pas être négligées. Dans l'ensemble, les résultats de la simulation ont confirmé l'efficacité du contrôleur Backstepping avec erreur quadratique, et la flexibilité du système a été maintenue dans le sens où il peut être modifié de la position initiale à l'état d'équilibre.

Remerciements

Je tiens à remercier Monsieur Zakaria CHALH, Professeur à l'École Nationale des Sciences Appliquées (ENSA) de Fès, qui m'a encadré tout au long de cette thèse et qui m'a fait partager ses brillantes intuitions, ses connaissances et son expérience. Qu'il soit aussi remercié pour sa gentillesse, sa disponibilité permanente et pour les nombreux encouragements qu'il m'a prodiguée.

Mes sincères remerciements à Monsieur Mohammed ALFIDI, Professeur à l'Ecole Nationale des Sciences Appliquées (ENSA) de Fès, co-directeur de thèse pour sa collaboration efficace à ces travaux de recherche. Cette thèse est le fruit d'une collaboration de plus de quatre années avec lui.

J'adresse tous mes remerciements à Monsieur Abdelmjid SAKA, Professeur à l'École Nationale des Sciences Appliquées (ENSA) de Fès, Monsieur Abdelouahed TAJER, Professeur à l'École Nationale des Sciences Appliquées (ENSA) de Marrakech, Monsieur Abdelmajid ELBAKKALI, Professeur à la Faculté des Sciences et Techniques (FST) de Errachidia, et Monsieur Hicham HIHI, Professeur à l'École Nationale des Sciences Appliquées (ENSA) de Fès de l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant d'être rapporteurs de cette thèse.

J'exprime ma gratitude à Monsieur Mhamed SAYYOURI, Professeur à l'École Nationale des Sciences Appliquées (ENSA) de Fès et à Monsieur MANSSOURI Imad, Professeur à l'École Nationale des arts et métiers (ENSAM) de Meknès, qui ont bien voulu être examinateurs.

Je tiens aussi à remercier Monsieur Hassane MOUSTABCHIR, Professeur à l'École Nationale des Sciences Appliquées (ENSA) de Fès, d'avoir accepté d'être président du jury.

Mes plus profonds remerciements vont à mes parents. Tout au long de mon cursus, ils m'ont toujours soutenu, encouragé et aidé. Ils ont su me donner toutes les chances pour réussir. Qu'ils trouvent, dans la réalisation de ce travail, l'aboutissement de leurs efforts ainsi que l'expression de ma plus affectueuse gratitude.

Enfin, je ne pourrais finir ces remerciements sans penser à ma famille dont l'affection, l'amour, le soutien et l'encouragement constants m'ont été d'un grand réconfort et ont contribué à l'aboutissement de ce travail.

Abstract

Throughout this thesis, we intend to model and design control and stabilization procedures for an unprecedented double inverted pendulum formed and controlled by a single command in the system's top section. This system is one of the most sophisticated underactuated mechanical systems we've encountered, with little control results. When pressed for these reasons, the double inverted pendulum is highly nonlinear, unstable, and it can produce organized, sophisticated, and chaotic motion patterns. Furthermore, the number of outputs is greater than the number of inputs, resulting in a SIMO system. The studied concept of the double inverted pendulum in this thesis entails analyzing the nonlinear dynamic equations using the Lagrangian formulation, while the bonds graphs approach was used for the graphical representation of the system. Two T-S fuzzy theorems were devised to reach system stability while remaining as close to the nonlinear model as possible. The comparison of the two theorems revealed that Theorem 1 was a better choice because the stability tests and control design are simpler to manage. We developed a control strategy combining the Backstepping method with quadratic error to address a robust nonlinear controller for our system while accounting for all nonlinearities that could not be removed. Overall, the simulation results confirmed the Backstepping controller's effectiveness with quadratic error, and the system's flexibility was maintained in the sense that it can be modified from the initial position to the equilibrium state.

Table des matières

Table des sigles et acronymes **xv**

Publications **113**

Introduction générale **xix**

1 Les modèles mécaniques sous-actionnés : pendule double inversé **1**
1.1 Introduction . . . 3
1.2 Exemples de systèmes mécaniques sous-actionnés . . . 6
1.2.1 Le pendule double inversé rotatif . . . 6
1.2.2 Le pendule double sur chariot . . . 7
1.2.3 Le pendule double inversé du Furuta . . . 8
1.2.4 Le pendule double sphérique . . . 8
1.2.5 Le pendule double inversé couplé en parallèle . . . 9
1.2.6 Le pendule double lié à un pont roulant . . . 9
1.3 La dynamique non linéaire du système pendule double . . . 10
1.3.1 La formulation lagrangienne pour le pendule double . . . 10
1.3.2 Les équations de mouvements pour les types du pendule double . 11
1.4 Contrôle des pendules doubles . . . 15
1.4.1 Contrôleurs linéaires . . . 15
1.4.2 Contrôleurs non linéaires . . . 18
1.4.3 Contrôleurs intelligents . . . 22
1.5 Comparaison des contrôleurs appliqué au pendule double inversé . . . 27
1.6 Conclusion . . . 28

2 Modélisation mathématique et graphique du système pendule double inversé **29**
2.1 Introduction . . . 31
2.2 Modélisation mathématique du pendule double inversé . . . 31
2.2.1 Description du système . . . 31
2.2.2 Formulation lagrangienne . . . 33
2.3 Bond Graph . . . 34
2.3.1 Le concept de base . . . 35
2.3.2 Les éléments standards du Bond graph . . . 37
2.3.3 Construire un Bond graph pour un système mécanique . . . 41
2.3.4 Causalité . . . 41
2.3.5 Procédure d'affectation de causalité . . . 43
2.4 Modélisation graphique du pendule double inversé . . . 44

2.4.1 La simulation de la réalité virtuelle via 20-Sim 48
2.5 Analyse de position initiale d'équilibre instable 49
2.6 Conclusion 50

3 Conception d'un contrôleur flou du pendule double inversé 51
3.1 Introduction 53
3.2 Commande par retour d'état basée sur un modèle T-S 53
3.3 Formulation de la stratégie du contrôle 54
3.3.1 Conception d'un contrôleur flou à retour d'état 57
3.3.2 Simulations numériques 58
3.4 Stabilisation quadratique relaxée d'un modèle flou T-S 62
3.4.1 Conception des conditions de la stabilité relaxée 63
3.4.2 Simulations numériques 67
3.5 Conclusion 72

4 Conception d'un contrôleur Backstepping basé sur une erreur quadratique 73
4.1 Introduction 75
4.2 La théorie du Backstepping 76
4.3 Contrôleur basé sur le Backstepping avec une erreur quadratique 81
4.3.1 Conception d'un contrôleur basé sur le Backstepping avec une erreur quadratique pour le système double pendule inversé 82
4.3.2 Le schéma du contrôleur via MATLAB 85
4.3.3 Résultats des simulations 87
4.3.4 Discussions 87
4.4 Conclusion 89

5 Modélisation et Contrôle d'un pendule inversé avec deux bras 91
5.1 Introduction 93
5.2 Modélisation mathématique du pendule inversé avec deux bras 94
5.2.1 Description du système pendule inversé avec deux bras 94
5.2.2 Formulation lagrangienne du système pendule inversé avec deux bras 95
5.3 Réalité virtuelle du pendule inversé avec deux bras 96
5.3.1 Modélisation mathématique par Matlab/Simulink 97
5.3.2 Modélisation graphique par 20-Sim 99
5.4 Conception d'un contrôleur pour le pendule inversé avec deux bras 102
5.4.1 Conception d'un contrôleur LQR 102
5.4.2 Conception d'un contrôleur Fuzzy 104
5.5 Conclusion 108

Conclusion générale 109

Publications 113

Bibliographie 115

Table des figures

1.1 Le pendule double inversé rotatif. 7
1.2 Le pendule double sur chariot. 7
1.3 Le pendule double inversé du Furuta. 8
1.4 Le pendule double sphérique. 8
1.5 Le pendule double inversé couplé en parallèle. 9
1.6 Le pendule double lié à un pont roulant. 9

2.1 Le système pendule double inversé. 32
2.2 Symboles du Bond graph pour la source d'effort et la source de flux. . . . 37
2.3 Symbole du Bond graph pour l'élément résistant R. 38
2.4 Symbole du Bond graph pour l'élément capacitif C. 38
2.5 Symbole du Bond graph pour l'élément d'inertie I. 38
2.6 Symboles du Bond graph pour la jonction 0 et la jonction 1. 39
2.7 Symbole du Bond graph pour l'élément multiports. 39
2.8 Symbole du Bond graph pour le transformateur. 40
2.9 Symbole du Bond graph pour le gyrateur. 40
2.10 L'équivalence entre causalité 41
2.11 Traits de causalité pour la jonction 0 et la jonction 1. 43
2.12 Traits de causalité pour le transformateur et le gyrateur. 43
2.13 la représentation bond graph pour le pendule double inversé. 45
2.14 le modèle dynamique dans 20-Sim. 48
2.15 Mouvement du premier pendule via 20-Sim. 48
2.16 Mouvement du deuxième pendule via 20-Sim. 49
2.17 Région convexe et concave de la fonction de Lyapunov. 49

3.1 Le bloc diagramme du contrôleur flou à retour d'état pour le système pendule double inversé. 59
3.2 Perturbation appliquée au système pendule double inversé. 60
3.3 Effort de contrôle avec perturbation. 60
3.4 Effort de contrôle sans perturbation. 61
3.5 Réponse du pendule double inversé sans perturbation. 61
3.6 Réponse du pendule double inversé avec perturbation. 61
3.7 Le bloc diagramme du contrôleur flou basé sur la stabilité relaxée. 68
3.8 Perturbation appliquée au pendule double inversé. 69
3.9 Effort de contrôle avec perturbation. 69
3.10 Effort de contrôle sans perturbation. 70
3.11 q_1 avec perturbation. 70

3.12 q_1 sans perturbation. 70
3.13 q_3 sans perturbation. 71
3.14 q_3 avec perturbation. 71

4.1 Schéma de conception du contrôleur Backstepping. 81
4.2 Le bloc diagramme du contrôleur Backstepping. 86
4.3 La commande u du contrôleur Backstepping. 87
4.4 Simulation du pendule double inversé. 88
4.5 Capture de la réalité virtuelle du pendule double inversé dans Simulink. . 89

5.1 Le pendule inversé avec deux bras. 94
5.2 Réalité virtuelle pour le pendule inversé avec deux bras. 97
5.3 Simulation de mouvement du pendule inversé. 98
5.4 Simulation de mouvement du premier bras. 98
5.5 Simulation de mouvement du deuxième bras. 98
5.6 Simulation de mouvement du deuxième bras. 100
5.7 Réalité virtuelle via 20-Sim. 101
5.8 Simulation de mouvement du pendule inversé. 101
5.9 Simulation de mouvement du premier bras. 102
5.10 Simulation de mouvement du deuxième bras. 102
5.11 Le bloc diagramme du contrôleur LQR. 104
5.12 Le contrôleur LQR pour le pendule inversé avec deux bras. 105
5.13 Le bloc diagramme du contrôleur Fuzzy 106
5.14 Simulation de mouvement du pendule inversé. 107
5.15 Simulation de mouvement du premier bras. 107
5.16 Simulation de mouvement du deuxième bras. 107

Liste des tableaux

1.1 les équations de mouvement de différents types de pendule double. 12
1.2 les équations de mouvement de différents types de pendule double. 13
1.3 les équations de mouvement de différents types de pendule double. 14
1.4 Les paramètres du pendule double lié à un pont roulant 15
1.5 La différence entre le Mamdani et le Takagi Sugeno. 24
1.6 Comparaison des contrôleurs. 27

2.1 Les paramètres techniques du pendule double inversé. 32
2.2 Domaines conventionnels avec flux, effort, déplacement généralisé et moment généralisé. 36
2.3 Les règles d'affectation de causalité. 42

5.1 Les paramètres du système pendule inversé avec deux bras. 95

Table des sigles et acronymes

PID	*Proportional Integral Derivative*
LQR	*Linear Quadratic Regulator*
MRAC	*Model Reference Adaptive Control*
PSO	*Particle Swarm Optimization*
FT2	*Fuzzy Type 2*
TSK	*Takagi-Sugeno-Kang*
LMI	*Linear Matrix Inequality*
Sat	*Saturation*
ANFIS	*Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System*
SIMO	*Single- Input Multiple-Output*
TS	*TAKAGI SUGENO*
MIMO	*Multiple-Input Multiple-Output*

Publications

Publications dans des journaux indexés

Articles Publiés

[1] Elkinany B., Alfidi M., Chalh Z. (2022) Fuzzy Logic Control for Balancing a Two-Armed Inverted Pendulum. In : Statistics, Optimization and Information Computing.

[2] Elkinany B., Alfidi M., Krafes S., Chalh Z. (2021) Modeling and Control an Inverted Pendulum with Two Arms. In : Saka A. et al. (eds) Advances in Integrated Design and Production. CPI 2019. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer. DOI : 10.1007/978-3-030-62199-5-6

[3] Elkinany B., Alfidi M., Chaibi R., Chalh Z. (2020) T-S Fuzzy System Controller for Stabilizing the Double Inverted Pendulum. In : Advances in Fuzzy Systems. DOI : 10.1155/2020/8835511

[4] Elkinany B., Alfidi M., Chalh Z. (2020) Roll angle dynamic control of unicycle robot using Backstepping controller and sliding mode controller. In : International Journal of Modelling, Identification and Control. DOI : 10.1504/IJMIC.2020.117489

[5] Elkinany B., Alfidi M., Krafes S., Chalh Z. (2019) Backstepping Controller Design With a Quadratic Error for a Double Inverted Pendulum. In : International Journal of Modelling, Identification and Control. DOI : 10.1504/IJMIC.2020.108909

[6] Elkinany B., Alfidi M., Chalh Z. (2019) Dynamic control of a unicycle robot with double flywheels using linear quadratic regulator and linear matrix inequality. In : Q science proceeding. DOI : qproc.2019.imat3e2018.12

Articles Acceptés

[7] Elkinany B., Alfidi M., Chalh Z. (2020) Relaxed Quadratic Stabilization of TS Fuzzy Control for A Double Inverted Pendulum. In : Advances in Fuzzy Systems

Articles en Cours de Révision

[7] Krafes S., Elkinany B., Alfidi M., Chalh Z. (2021) Fuzzy models for the control of the decoupled Spherical Inverted Pendulum. In : International Journal of Engineering Research in Africa

Conférences internationales et nationales à comité de lecture et publications des actes

[10] Elkinany B., Alfidi M., Chalh Z. (2017) Modelling and control of unicycle robot. In : Journee de Recherche Inter-Laboratoire, JRIL-2017.

[11] Elkinany B., Alfidi M., Chalh Z. (2019) Dynamic control of a unicycle robot with double flywheels using linear quadratic regulator and linear matrix inequality. In : International Meeting on Advanced Technologies in Energy and Electrical Engineering. DOI : qproc.2019.imat3e2018.12.

[12] Elkinany B., Alfidi M., Chalh Z. (2019) Review of unicycle robot controller. In : International Conference on Computing and Wireless Communication Systems, ICCWCS-2019.

[13] Elkinany B., Alfidi M., Krafes S., Chalh Z. (2019) Modeling and Control an Inverted Pendulum With Two Arms. In : International Conference on Integrated Design and Production, CPI-2019.

[14] Elkinany B., Alfidi M., Chalh Z. (2020) Modeling and stability of the unicycle robot. In : Journee de Recherche Inter-Laboratoire, JRIL-2020.

[15] Elkinany B., Alfidi M., Chalh Z. (2021) Stability analysis and assessment of double inverted pendulum. In : Journee de Recherche Inter-Laboratoire, JRIL-2021.

[16] Elkinany B., Alfidi M., Chalh Z. (2021) Fuzzy Logic Control for Balancing a Two-Armed Inverted Pendulum. In : International Congress of Engineering and Complex systems, ICECS-2021.

[17] Elkinany B., Alfidi M., Chalh Z. (2021) LMI And PID+LQR For Stabilizing A Unicycle Robot. In : International Conference on Embedded Systems and Artificial Intelligence, ESAI-2021.

Introduction générale

Ce projet de doctorat a été élaboré au sein du laboratoire d'ingénierie et système d'applications de l'école nationale des sciences appliquées. Notre thèse sera divisée en deux axes principaux : On s'intéresse dans le premier axe aux aspects de la conception et de la modélisation des systèmes sous actionnés [1–3]. Ce travail nous a amené à analyser un modèle non linéaire ainsi qu'utiliser des techniques mathématiques et graphiques afin de linéariser le modèle autour d'un point d'équilibre. Ces techniques ont attiré notre attention et nous ont amenés au second axe de notre projet. Il s'agit de décortiquer des approches de contrôle principalement non linéaires qui nécessitent une réflexion profonde afin de concevoir des nouvelles méthodes, et pour cette raison, ils représentent une plateforme idéale pour l'étude de la stabilité des systèmes sous actionnés en termes de modélisation et de conception. Par conséquent, le contrôle de ce type de systèmes a été un sujet d'intérêt pour les chercheurs en contrôle dynamique [4–7].

Jusqu'à présent, plusieurs modèles sous actionnés ont été inventés et conçus. On peut citer à titre d'exemple les robots humanoïdes [8], les acrobates [9], les satellites [10], les robots monocycles [11] qui peuvent être considérés comme une amélioration du problème de contrôle du pendule double inversé [12–16]. D'une manière générale, puisque la structure robotique s'inspire principalement du corps humain, les systèmes mécaniques sous actionnés permettent plus de degrés de liberté que des actionneurs. Ce manque d'actionneur fait du modèle sous actionnés un système compliqué. Pour autant que nous le sachions, l'automatique récente dispose des nouvelles méthodes linéaires, non linéaires et intelligentes pour assurer la stabilité d'un tel système autour d'un point de fonctionnement [17–20].

Une première contribution de cette thèse consiste à l'élaboration d'une représentation non linéaire d'un pendule double inversé qui est formé et régulé en appliquant un couple au sommet du pendule puisque la plupart des chercheurs ont modélisé et contrôlé le pendule double inversé en se basant sur la partie inférieure[21]. Le deuxième pendule sera par la suite remplacé par deux pendules afin d'établir un pendule inversé avec deux bras. En outre, Une simulation du modèle est réalisée en utilisant l'atelier de la réalité virtuelle dans l'environnement Matlab afin de confirmer le modèle mathématique du système, simultanément, une analyse graphique est faite via 20-sim pour bien maitriser le transfert de puissance du système.

Une autre contribution réside dans la conception de plusieurs commandes de manière à contrôler notre propre modèle. La première approche combine la commande Backstepping avec l'erreur quadratique en utilisant la théorie de Lyapunov [21]. Il s'agit d'ajouter une

entrée virtuelle à notre système puisque le nombre de sorties est supérieur au nombre de commandes. La seconde approche consiste à établir une représentation Takagi-Sugeno basée sur la transformation polytopique convexe [22] afin de développer un contrôleur fuzzy H_∞. Cette technique est caractérisée par la grande capacité de simplifier la non-linéarité du système afin de réduire le taux d'erreur et d'accroître la précision. Après cela, on va comparer cette approche avec la stabilisation relaxée quadratique [23] pour améliorer les performances obtenues précédemment. Au-delà, le second pendule sera remplacé par deux bras. Ce modèle nous sera donc utile pour présenter et enregistrer notre vision préliminaire du robot monocycle [24, 25] basée sur la modélisation et le contrôle d'un pendule inversé avec deux bras autour d'un point d'équilibre instable [26].

Organisation du mémoire

Cette thèse, composée de cinq chapitres, est organisée de la manière suivante :

Chapitre 1 - Les modèles mécaniques sous-actionnés : Pendule double inversé

En s'appuyant sur une étude bibliographique. Le premier chapitre présente la progression des recherches menées sur les systèmes mécaniques sous actionnées pendant ces dernières années tout en décortiquant leur représentation mathématique à l'aide du formalisme lagrangien. Ainsi, leurs classifications et les stratégies de contrôle conçus pour les commander. Notamment, les méthodes linéaires, non linéaires et intelligents. Afin d'introduire notre propre conceptualisation au système sous-actionné qui est le pendule double inversé.

Chapitre 2 - La modélisation mathématique et graphique du système pendule double inversé

Afin de pouvoir présenter et accomplir une étude bibliographique basée sur les différentes recherches effectuées dans le domaine de la modélisation des systèmes sous actionnées. Une étude bien détaillé a été introduite dans le deuxième chapitre pour décortiquer notre propre conceptualisation du système pendule double inversé qui est régulé par une seule commande (seule entrée-multi sorties). À cet égard, une modélisation mathématique a été établie en se basant sur la formulation lagrangienne, d'autre part, une réalité virtuelle a été incarnée en se basant sur la modélisation graphique via le logiciel 20-Sim afin de la comparer avec la modélisation mathématique.

Chapitre 3 - Conception d'un contrôleur flou du pendule double inversé

Après avoir établir le modèle mathématique et graphique du pendule double inversé en appliquant une seule commande à la partie supérieure du système contrairement aux recherches menées précédemment. Dans ce chapitre, deux lois de commande reposée sur un modèle flou T-S ont été construites. Parallèlement, nous nous sommes appuyés sur la technique T-S fuzzy pour maintenir la linéarité du modèle mathématique non linéaire en utilisant l'inégalité de matrice linéaire pour développer deux théorèmes. Les deux théorèmes représentent des modèles non linéaires apparentés. Néanmoins, les résultats montrent que le théorème 2 est une meilleure option car les tests de stabilisation et la conception de la commande sont plus faciles à gérer.

Chapitre 4 - Conception d'un contrôleur Backstepping basé sur une erreur quadratique

Dans le quatrième chapitre, nous avons introduit et expliqué les étapes de base pour concevoir un contrôleur Backstepping en se basant sur la fonction de Lyapunov. Par la suite, nous avons combiné le contrôleur Backstepping avec une erreur quadratique qui consiste à construire deux entrées virtuelles dans une seule étape puisque le système possède plusieurs sorties et une seule entrée. En effet, ce contrôleur sert à conserver les non-linéarités qui ne peuvent pas être négligées. Les résultats de la simulation ont démontré la robustesse du contrôleur même si on varie brusquement la position des angles du pendule double inversé.

Chapitre 5 - Modélisation et contrôle d'un pendule inversé avec deux bras

Dans le cinquième chapitre, nous avons décrit un modèle dynamique non linéaire d'un pendule inversé à deux bras qui tourne sur des références (O,x,z). Étant donné que ce système est sous-actionné, hautement non linéaire et SIMO. Le modèle mathématique a été établi en appliquant l'approche lagrangienne et testé à partir de la réalité virtuelle réalisée dans l'environnement Matlab/Simulink, ainsi que le modèle graphique qui a été validé par le logiciel 20-Sim. D'autre part, la stabilité du pendule inversé à deux bras a été vérifiée en utilisant deux lois de contrôle à savoir l'algorithme de contrôle linéaire LQR, et le contrôleur intelligent Fuzzy.

CHAPITRE 1

Les modèles mécaniques sous-actionnés : pendule double inversé

Sommaire

1.1 Introduction 3
1.2 Exemples de systèmes mécaniques sous-actionnés 6
1.2.1 Le pendule double inversé rotatif 6
1.2.2 Le pendule double sur chariot 7
1.2.3 Le pendule double inversé du Furuta 8
1.2.4 Le pendule double sphérique 8
1.2.5 Le pendule double inversé couplé en parallèle 9
1.2.6 Le pendule double lié à un pont roulant 9
1.3 La dynamique non linéaire du système pendule double 10
1.3.1 La formulation lagrangienne pour le pendule double 10
1.3.2 Les équations de mouvements pour les types du pendule double 11
1.4 Contrôle des pendules doubles 15
1.4.1 Contrôleurs linéaires 15
1.4.2 Contrôleurs non linéaires 18
1.4.2.1 Contrôle par énergie 18
1.4.2.2 Le mode glissant 19
1.4.2.3 Backstepping 21
1.4.3 Contrôleurs intelligents 22
1.4.3.1 La logique floue 22
1.4.3.2 Les algorithmes génétiques 25
1.4.3.3 Les réseaux de neurones 26
1.4.3.4 Réseau adaptatif à base de système d'inférence floue (ANFIS) . 26
1.5 Comparaison des contrôleurs appliqué au pendule double inversé 27
1.6 Conclusion 28

1.1 Introduction

Au cours des dernières années, des nouvelles technologies ont été développées à grande échelle. Les humains ont toujours été fascinés par le concept de vie artificielle et la construction de machines qui ressemblent à des personnes et se comportent comme elles. L'évolution de la robotique exige encore plus de développement de systèmes performants avec des caractéristiques de haute performance pour des applications pratiques et utiles.
Les systèmes robotiques sont considérés comme étant des systèmes mécaniques. En comparant les degrés de liberté et le nombre des actionneurs, ils sont classifiés en trois catégories : (i) Un système actionné qui contient autant d'actionneurs que de degrés de liberté, (ii) un système mécanique peut être sur-actionné lorsque le nombre des actionneurs est supérieur au nombre de degrés de liberté, (iii) et finalement un système sous actionné qui comporte moins d'actionneurs que de degrés de liberté.
Cette dernière classe de systèmes a fait l'objet d'une recherche scientifique active, alimentée par leurs vastes applications, spécialement, pour aider ou remplacer des personnes dans des travaux dangereux ou indésirables. Dans le domaine de la mécatronique, l'inclusion de robots se développe rapidement depuis les bons résultats des opérations réalisées avec des machines automatisées. Outre, cette conception efficace représente un défi pour les chercheurs et les scientifiques. Par conséquent, les concepteurs mécaniques ont étudié des méthodes et des procédures appropriées afin d'obtenir des résultats réalisables pour ce type de systèmes. On peut citer à titre d'exemple : les mains robotiques, les systèmes aérospatiaux, les robots monocycles tel que [25] qui s'est concentré sur la modélisation du robot monocycle à l'aide de la formulation dynamique lagrangienne. Par la suite, les auteurs ont présenté deux contrôleurs non linéaires : le mode glissant et le backstepping méthodes qui ont été conçus pour contrôler le système. Les deux contrôleurs ont été simulés et les résultats ont montré que la stabilité peut atteindre une bonne performance et une bonne robustesse en utilisant l'approche backstepping plutôt que le mode glissant.
Les systèmes mécaniques sous actionnés ne sont pas limités à des modèles de robotique, mais ils sont caractérisés par la diversité des systèmes, ce qui suscite un grand intérêt d'analyser des modèles linéaires et non linéaires qui nécessitent la conception de contrôleurs spécifiques, entre autres, on peut mentionner : le pendule inversé [27], le pendule inversé rotatif [28], le pendule inversé attaché à un chariot [29–31], et le pendule double inversé [21].
Un pendule inversé est statiquement instable à cause de l'attraction gravitationnelle de la terre qui pointe vers le bas. Cependant, avec un forçage approprié, le pendule inversé peut être stabilisé dans son état d'équilibre vertical. Un intérêt particulier est porté sur le forçage vertical périodique appliqué à la base du pendule pour le stabiliser autour d'un point d'équilibre. De nombreux chercheurs ont étudié comment stabiliser ce système en faisant varier différents paramètres, en particulier son amplitude et sa fréquence. La plupart se sont concentrés sur le cas d'un pendule inversé à un seul degré de liberté, qui avec une hypothèse linéaire, peut être décrit par l'équation de Mathieu. Dans la

référence [32], les auteurs se concentrent sur la recherche de solutions périodiques lorsque le pendule est en mouvement. Leur recherche montre que sous une excitation appropriée en contrôlant l'amplitude et la fréquence de forçage, le pendule peut maintenir certaines orbites périodiques autour de son point d'équilibre. A cet égard, ils ont appliqué quatre différents types géométriques de la réponse du système : les traces temporelles du système, les portraits de phase du système, les vues tridimensionnelles du système en fonction du forçage d'entrée, et le diagramme de densité spectrale de puissance du système. En analysant ces quatre diagrammes simultanément, ils ont caractérisé différents types de comportements périodiques autour de l'axe. Pour discuter davantage, les auteurs ont appliqué une perturbation en utilisant l'amplitude de forçage normalisée comme paramètre de perturbation pour réaliser des solutions périodiques approximatives sur un pendule inversé à un seul degré de liberté. Après cela, ils ont simulé la stabilité du pendule inversé à plusieurs degrés de liberté. Des simulations numériques et des expériences ont été réalisées et des comparaisons détaillées sont discutées afin de montrer un accord performant avec les expériences.
Dans une autre revue de littérature [33], les auteurs ont décrit certaines classes importantes de systèmes mécaniques sous-actionnés à deux degrés de liberté, ils ont présenté aussi la modélisation mathématique de ces systèmes, leurs classifications et toutes les stratégies de contrôle (linéaires, non linéaires et intelligentes), afin de déduire une comparaison globale entre les différentes techniques de stabilisation. Dans le chapitre qui suit [34], les auteurs ont développé un modèle dynamique non linéaire d'un pendule inversé sphérique, qui peut se déplacer verticalement et horizontalement. De plus, ils ont élaboré une représentation mathématique (Euler Lagrange) et graphique (Bond graph), et validé le modèle en utilisant la réalité virtuelle exécutée sur le logiciel Matlab. Après avoir établir les équations de mouvements, ils se sont rendu compte que la conception classique linéaire d'un contrôleur ne peut pas être appliquée pour contrôler ce type de systèmes. Pour résoudre le problème, ils ont proposé une nouvelle méthode basée sur les étapes hiérarchiques du contrôleur Backstepping en tenant compte des non linéarités qui ne peuvent être négligées. En outre, un contrôleur à régulateur linéaire quadratique (LQR + PID) basé sur le modèle de système linéarisé est également conçu pour la comparaison des performances. Enfin, une étude de simulation est réalisée pour prouver l'efficacité du schéma du contrôleur Backstepping où il peut amener le pendule de n'importe quelle condition initiale à l'origine des coordonnées. Dans le dernier chapitre [35], les auteurs ont mis en oeuvre la méthode d'asservissement visuel pour contrôler la stabilité du pendule inversé sphérique dans sa position verticale d'équilibre vue que les applications robotiques basées sur la vision ont fait l'objet d'une grande attention. L'objectif principal de cette étude sera atteint en quatre étapes. La première étape consiste à l'acquisition en temps réel d'images à partir d'un système de vision. Dans la deuxième étape, un algorithme est proposé qui permettra de déterminer avec précision la position du pendule à partir des images acquises. Dans la troisième étape, la différence entre la position actuelle et la position verticale d'équilibre est calculée. La dernière étape consiste à développer une stratégie de commande à partir

de cette différence de position. La commande qui sera générée est basée sur le contrôleur Backstepping pour effectuer les actions du Quadrotor de manière à faire converger le pendule inversé sphérique vers sa position verticale.
La référence [36] a présenté un système sous-actionné, appelé pendule inversé à volant d'inertie. Tout d'abord, les auteurs ont dérivé un modèle non linéaire et établi sa linéarisation autour d'un point de fonctionnement. Par la suite, ils ont décrit l'approche de la conception de la commande utilisée y compris le contrôleur linéaire PID en ajoutant une deuxième boucle de contrôle qui a été exigée à cause de l'apparition d'une instabilité interne. D'autres améliorations de la structure et de la mise en oeuvre de la commande sont recherchées pour réduire le bruit dans l'action de commande en conservant la stabilité globale obtenue par la conception initiale du contrôleur. Dans la référence [37], les auteurs ont conçu et simulé plusieurs stratégies linéaires et non linéaires. Ces techniques de contrôle robustes qui comprennent le mode glissant et le LQR ont été discutées pour le pendule inversé afin d'assurer la stabilité et d'obtenir une meilleure réponse du système. Sur la base de l'analyse et de la structure de conception, toutes les lois exposées sont capables de contrôler le pendule inversé. Le résultat de chaque contrôleur a été tracé et comparé et la comparaison des performances globales prouve que le mode glissant donne les meilleures performances par rapport aux autres techniques de contrôle.
La référence [38] présente une étude d'une revue académique illustrée sur l'analyse de la stabilité du pendule inversé. Commençant par la modélisation de la cinématique et de la dynamique du pendule inversé selon la formulation lagrangienne [39], les auteurs ont conçu un contrôleur LQR et ils ont proposé de modifier les paramètres (poids et longueur) du système afin d'établir la stabilité globale. Dans le chapitre qui suit [40], les auteurs ont développé la stabilité d'un pendule inversé sphérique équilibré sur un chariot omnidirectionnel de manière à ce que le système soit découplé en deux sous-systèmes séparés (Oxy) et (Oyz) pour bien établir les équations dynamiques et concevoir un contrôleur LQR afin de montrer l'efficacité de cette méthode pour stabiliser un système découplé. Après cela, ils ont présenté une modélisation d'un nouveau modèle constitué d'un pendule inversé à quatre roues, les auteurs ont ensuite envisagé de linéariser le système dont le but de réduire son degré de complexité et le stabiliser en utilisant le contrôleur LQR. Enfin, ils ont mis en avant des tendances futures qui peuvent être envisagées telles que les caractéristiques élastiques et les modes de flexion du système.
Les systèmes mécaniques sous actionnés sont généralement représentés par des modèles non linéaires et leurs commandes nécessitent la conception de contrôleurs robustes. Le pendule double inversé [41,42] à titre d'exemple est un cas particulier vue son mouvement chaotique introduit une fois que l'énergie est augmentée. L'objectif principal de la référence [43] est l'explication de la dynamique du pendule double inversé. Au début, les auteurs ont établi les équations du mouvement, en produisant la formulation lagrangienne. Par la suite, ils ont effectué une analyse approfondie afin de concevoir un block nommé (Inverted Pendula Modeling and Control) dans le logiciel Matlab/Simulink. Compte tenu de la particularité de ce système et en raison de sa structure chaotique, la référence [44]

a fait une enquête sur le comportement chaotique du pendule double inversé en faisant varier sa masse et sa longueur. Les résultats sont analysés à l'aide du tracé des séries temporelles, de la carte de Poincaré et du tracé des exposants de Lyapunov. Cependant, Il est observé que la tendance chaotique du système augmente avec la variation de la masse et de la longueur. En outre, la référence [45] a analysé théoriquement et numériquement le système à masse variable, où différents cas sont présentés : Le premier correspond à l'analyse classique du pendule double inversé, le deuxième cas correspond au pendule double inversé à masse variable, en considérant la masse supérieure comme variable. Le troisième cas concerne la variation de la masse inférieure. Enfin, le quatrième cas correspond au pendule double à masse variable. Pour chaque cas on vérifie que m_s » m_i ce qui garantit le comportement du pendule double. Ajoutant à cela, les auteurs ont obtenu les équations couplées du mouvement pour chaque cas en utilisant la formulation de Lagrange. Les équations du système sont développées au moyen de simulation afin de résoudre les équations du mouvement en appliquant la méthode numérique Runge Kutta du quatrième ordre (RK4). Finalement, les résultats de la solution numérique et les effets observés dus à la masse variable sont présentés pour chaque cas.
En s'appuyant sur une étude bibliographique, le but principal de ce chapitre est de faire rassembler les différentes recherches menées dans le domaine de la modélisation mécanique et du contrôle des modèles sous-actionnés, afin de découvrir quelques lacunes qu'il faut signaler pour donner l'occasion aux futurs chercheurs à construire des problématiques dont l'objectif est de stabiliser ces systèmes. Ajoutant à cela, on va aussi exposer les différentes stratégies linéaires, non linéaires, et intelligentes fortement utilisées pour contrôler ce type de systèmes.

1.2 Exemples de systèmes mécaniques sous-actionnés

A cet égard, on va décortiquer dans cette section quelques systèmes mécaniques sous-actionnés fortement non linéaire qui représentent une plateforme idéale pour les futurs chercheurs. Ces exemples comprennent le pendule double inversé rotatif [46, 47], le pendule double inversé sur chariot [48–50], le pendule double inversé du Furuta [51, 52], le pendule double inversé sphérique [53–55], le pendule double inversé couplé en parallèle [56–58], et le pendule double lié à un pont roulant [59–61].

1.2.1 Le pendule double inversé rotatif

Le pendule double inversé rotatif est composé d'un bras, deux pendules, un actionneur qui fournit l'énergie électrique nécessaire pour faire tourner le bras et une base. Les paramètres du système sont définis comme indiqué sur la figure 1.1 :

Les moments d'inerties sont respectivement J_1, J_2 etJ_3 , les masses sont définies par m_1, m_2 et m_3, ainsi que les coordonnées généralisés choisis sont θ_1, θ_2 et θ_3.

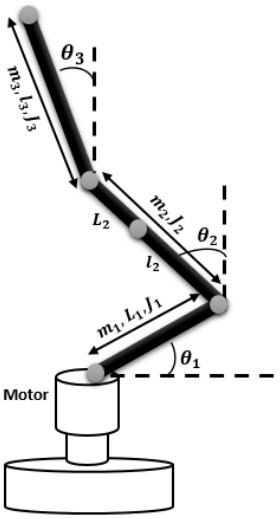


FIGURE 1.1 – Le pendule double inversé rotatif.

1.2.2 Le pendule double sur chariot

La figure 1.2 présente le schéma d'un pendule inversé double sur un chariot. Dans ce mécanisme, le chariot se déplace horizontalement, avec deux liaisons connectées en rotation et une force appliqué sur le chariot. Ce système est considéré comme un des modèles les plus utilisés dans la robotique pour illustrer les stratégies de contrôle non linéaire.

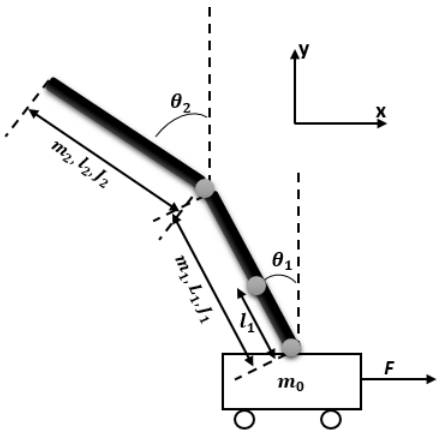


FIGURE 1.2 – Le pendule double sur chariot.

1.2.3 Le pendule double inversé du Furuta

Le pendule double inversé de Furuta est un système dynamique non linéaire dans lequel trois liaisons mécaniques en série sont reliées par trois joints tournants. Le système est représenté dans la figure 1.3 qui est similaire au pendule double inversé rotatif.

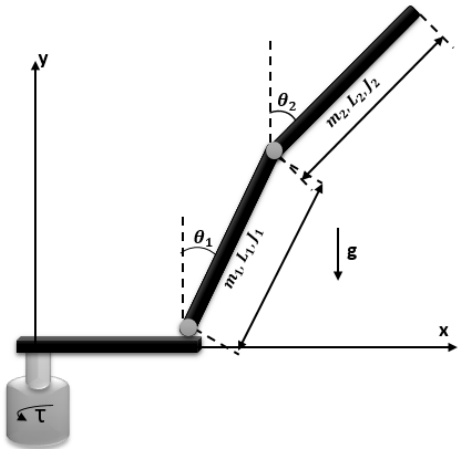


FIGURE 1.3 – Le pendule double inversé du Furuta.

1.2.4 Le pendule double sphérique

Un pendule double sphérique est un mécanisme à trois degrés de liberté constitué de deux pendules dont l'extrémité se déplacent sur la surface d'une sphère. Il est commun d'utiliser trois coordonnées angulaires pour décrire un tel système.

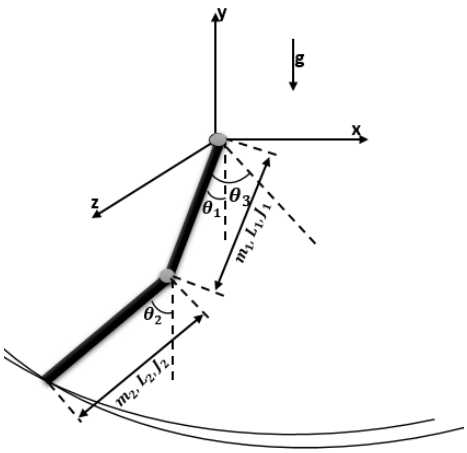


FIGURE 1.4 – Le pendule double sphérique.

1.2.5 Le pendule double inversé couplé en parallèle

La structure du pendule double inversé couplé en parallèle est présentée à la figure 1.5. Il se compose d'une liaison glissière (le chariot qui peut se déplacer à gauche et à droite), deux pendules et une commande.

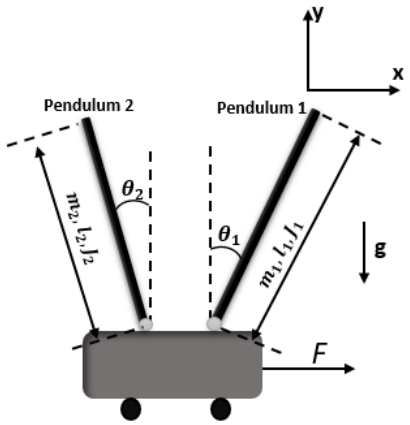


FIGURE 1.5 – Le pendule double inversé couplé en parallèle.

1.2.6 Le pendule double lié à un pont roulant

Le pendule double lié à un pont roulant est illustré à la Fig 1.6. Comme la figure illustre : m, m_1, m_2 représentent respectivement les masses du chariot (trolley), du crochet (hook) et de la charge utile (payload), $x(t)$ représente le déplacement du chariot, l_1 représente la longueur du câble reliant le chariot et le crochet, tandis que l_2 désigne la longueur de câble reliant le crochet et la charge utile.

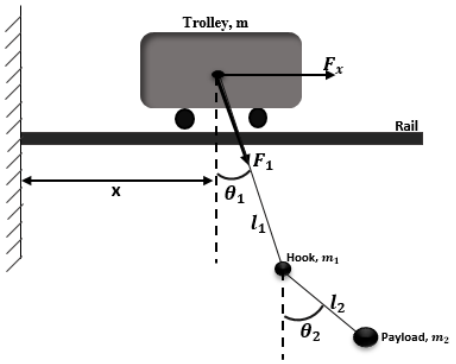


FIGURE 1.6 – Le pendule double lié à un pont roulant.

1.3 La dynamique non linéaire du système pendule double

Lorsque l'on s'intéresse à la représentation des systèmes non linéaires, il est bien connu que ces systèmes ont un comportement extrêmement complexe, de telle sorte que l'application d'une théorie de contrôle particulière pourrait ne pas convenir. Il est donc nécessaire de clarifier, d'une manière ou d'une autre, la classe de systèmes et le formalisme qui nous intéresse.

1.3.1 La formulation lagrangienne pour le pendule double

Dans cette section, nous nous intéressons à la classe des systèmes sous actionnés qui sont dérivés du formalisme lagrangien. Pour discuter d'avantage, un système lagrangien est un système dont le comportement est décrit par les équations d'Euler-Lagrange. Elles sont définies par un ensemble d'équations différentielles ordinaires non linéaires (ODE). Le formalisme lagrangien est un outil de modélisation mathématique puissant basé sur la méthode variationnelle pour modéliser une grande classe de systèmes physiques, en particulier les systèmes mécaniques. Une revue approfondie de la modélisation variationnelle des systèmes mécaniques sous actionnés peut être trouvée dans les références [1, 62–66].

Pour un système à n degrés de liberté, les équations d'Euler-Lagrange sont données par :

$$\frac{d}{dt}(\frac{\partial L(x,\dot{x})}{\partial \dot{x}}) - \frac{\partial L(x,\dot{x})}{\partial x} = F(x).u \tag{1.1}$$

Où x $\in$ Q désigne le vecteur de configuration, F(x) est la matrice des forces externes. $L(q,\dot{q})$ est le Lagrangien associé au système donné et exprimé par la différence entre ses énergies cinétique et potentielle :

$$L(x,\dot{x}) = T - V = \frac{1}{2}.\dot{x}^T.M(x).\dot{x} - V(x) \tag{1.2}$$

Où T désigne l'énergie cinétique, V l'énergie potentielle, et M(q) la matrice d'inertie définie positive, $\dot{x}^T$ est la transposée de $\dot{x}$.
L'avantage du formalisme lagrangien est que la forme des équations d'Euler-Lagrange est invariable. De plus, il permet d'obtenir directement l'équation décrivant l'évolution des systèmes mécaniques en fonction des forces appliquées. En se basant sur ces équations, les équations du mouvement d'un système mécanique peuvent être déduites comme suit :

$$\sum_q m_{rq}(x).\ddot{x}_q + \sum_{p,q} \Gamma^r_{p,q}(x)\dot{x}_p\dot{x}_q + g_r(x) = e_r^T F(x)u \tag{1.3}$$

Où e_r est une base canonique de R^n, $g_r(x) = \partial_{xr} V(x)$, ainsi que le symbole de christoffel $\Gamma^r_{p,q}(x)$ est défini par :

$$\Gamma^r_{p,q}(x) = \frac{1}{2}(\frac{\partial m_{rq}(x)}{\partial x_p} + \frac{\partial m_{rp}(x)}{\partial x_q} - \frac{\partial m_{pq}(x)}{\partial x_r}) \tag{1.4}$$

Sous une forme vectorielle, on peut écrire :

$$M(x).\ddot{x} + C(x,\dot{x}).\dot{x} + G(x) = F(x)u \tag{1.5}$$

$c_{pq} = \sum_{r=1}^{n} \Gamma^p_{rq}(x)\dot{x}_r$ est un élément de $C(x,\dot{x})$, le terme $C(x,\dot{x}).\dot{x}$ regroupe deux termes impliquant la force centrifuge $(\dot{x}_p, \dot{x}_q)$ si $(p = q)$ et la force de Coriolis si $(p \neq q)$, et le terme $G(x)$ représente la matrice de gravité.
la matrice définie par $S_0 = \dot{M}(x) - 2C(x,\dot{x})$ est antisymétrique, ce qui nous permet d'avoir $\dot{M}(x) = C(x,\dot{x}) + C^T(x,\dot{x})$. En prenant en compte que la matrice $M(x)$ est symétrique positive, alors on peut introduire la transformation de Legendre qui est définie par :

$$K = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = M(x)\dot{x} \tag{1.6}$$

Dans ce cas, l'équation (1.5) peut être écrite sous la forme canonique suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = M^{-1}(x)K \\ \dot{k} = -G(x) + \overline{C}^T(x,k)M^{-1}(x)k + F(x)u \end{cases} \tag{1.7}$$

Où : $\overline{C}^T(x,k) = C(x, M^{-1}, k)$ Considérant : $x = x_1$ et $k = x_2$, l'équation (1.7) peut être écrite sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x_1} = M^{-1}(x_1)x_2 \\ \dot{x_2} = -G(x_1) + {x_2}^T(x_1)x_2 + F(x_1)u \end{cases} \tag{1.8}$$

1.3.2 Les équations de mouvements pour les types du pendule double

Le tableau ci dessous représente les équations de mouvements des systèmes illustrés précédemment :

TABLE 1.1 – les équations de mouvement de différents types de pendule double.

Système	Pendule double rotatif	Pendule double sur chariot
M(x)	$\begin{bmatrix} h_1 & h_2\cos(x_2) & h_3\cos(x_3) \\ -h_2\cos(x_2) & -h_4 & -h_5\cos(x_2-x_3) \\ -h_3\cos(x_3) & -h_5\cos(x_2-x_3) & -h_6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} m_0+m_1 & (m_1l_1+m_2L_1) & m_2l_2\cos(x_2) \\ +m_2 & \cos(x_1) & \\ (m_1l_1+m_2L_1) & m_1l_1^2+m_2L_1^2 & m_2L_1l_2 \\ \cos(x_1) & +I_1 & \cos(x_1-x_2) \\ m_2l_2\cos(x_2) & m_2L_1l_2\cos(x_1-x_2) & m_2l_2^2+I_2 \end{bmatrix}$
C(x)	$\begin{bmatrix} b_1-h_2\dot{x_1}^2\sin(x_2)-h_3\dot{x_3}^2\sin(x_3) \\ -b_2\dot{x_2}-h_5\dot{x_3}^2\sin(x_2-x_2) \\ -b_3\dot{x_3}+h_5\dot{x_2}^2\sin(x_2-x_2) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & -(m_1l_1+m_2L_1)\sin(x_1)\dot{x_1} & -m_2l_2\sin(x_2)\dot{x_2} \\ 0 & 0 & m_2L_1l_2\sin(x_1-x_2)\dot{x_2} \\ 0 & -m_2L_1l_2\sin(x_1-x_2)\dot{x_1} & 0 \end{bmatrix}$
F(x)	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
Paramètres	$h_1 = J_1 + {L_1}^2(m_2+m_3)$ $h_2 = L_1(m_2l_2+m_3L_2)$ $h_3 = L_1m_3l_3$ $h_4 = J_2 + {L_2}^2m_3 + {l_2}^2m_2$ $h_5 = L_2m_3l_3$ $h_6 = J_3 + {l_3}^2m_3$ $h_7 = (m_2l_2+m_3L_2)g$ $h_8 = m_3l_3g$	avec : $\theta_1 = x_1; \theta_2 = x_2; \theta_3 = x_3$

TABLE 1.2 – les équations de mouvement de différents types de pendule double.

Système	Pendule double de Furuta	Pendule double sphérique
M(x)	$\begin{bmatrix} (m_1+m_2)L_1^2 & m_2L_1L_2 \\ m_2L_1L_2 & m_2L_2^2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & 0 \\ m_{12} & m_{22} & 0 \\ 0 & 0 & m_{33} \end{bmatrix}$
C(x)	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -m_2gL_2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & c_{13} \\ 0 & 0 & c_{23} \\ -c_{13} & -c_{23} & 0 \end{bmatrix}$
F(x)	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
Paramètre	$m_{11} = \frac{m_1+m_2}{1-\lambda^2}$	$m_{22} = m_2\frac{r^2}{r^2-\lambda^2\alpha^2}$
	$m_{12} = (sign\alpha)m_2(1+\frac{\lambda\alpha^2}{\sqrt{1-\lambda^2}\sqrt{r^2-\lambda^2\alpha^2}})$	$r = \frac{L_2}{L_1}$
	$m_{33} = m_2{l_1}^2\lambda^2(m-1)\frac{\alpha^2}{m+\alpha^2+2\alpha}$	$m = \frac{m_1+m_2}{m_2}$
	$c_{13} = \frac{1}{l_1\lambda}\frac{2\alpha^2(m-1)}{(m+\alpha^2+2\alpha)^2}$	$c_{23} = -(sign\alpha)\frac{1}{l_1\lambda}\frac{2\alpha(m-1)}{(m+\alpha^2+2\alpha)^2}$

TABLE 1.3 – les équations de mouvement de différents types de pendule double.

Système	Pendule double lié à un pont roulant
M(x)	$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{12} & m_1+m_2 & 0 & m_{24} \\ m_{13} & 0 & (m_1+m_2){l_1}^2 & m_{34} \\ m_{14} & m_{24} & m_{34} & m_2{l_2}^2 \end{bmatrix}$
C(x)	$\begin{bmatrix} 0 & (m_1+m_2)\cos(x_1)\dot{x_1} & c_{13} & c_{14} \\ 0 & 0 & -(m_1+m_2)l_1\dot{x_1} & c_{24} \\ 0 & (m_1+m_2)l_1\dot{x_1} & m_1+m_2)l_1\dot{l_1} & c_{34} \\ 0 & m_2l_2\cos(x_1-x_2)\dot{x_1} & c_{43} & 0 \end{bmatrix}$
G(x)	$\begin{bmatrix} 0 \\ -(m_1+m_2)g\cos(x_1) \\ (m_1+m_2)gl_1\sin(x_1) \\ m_2gl_2\sin(x_2) \end{bmatrix}$
F(x)	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -d_1x_1 \\ -d_2x_2 \end{bmatrix}$

TABLE 1.4 – Les paramètres du pendule double lié à un pont roulant .

Paramètre	$m_{11} = m + m_1 + m_2$
	$m_{12} = (m_1 + m_2)\sin(x_1)$
	$m_{13} = (m_1 + m_2)l_1\cos(x_1)$
	$m_{14} = m_2 l_2 \cos(x_2)$
	$m_{24} = m_2 l_2 \sin(x_1 - x_2)$
	$m_{34} = m_2 l_1 l_2 \cos(x_1 - x_2)$
	$c_{13} = (m_1 + m_2)(\cos(x_1)\dot{l_1} - l_1 sin(x_1)\dot{x_1})$
	$c_{14} = -m_2 l_2 \sin(x_2)\dot{x_2}$
	$c_{24} = -m_2 l_2 \cos(x_1 - x_2)\dot{x_2}$
	$c_{34} = m_2 l_1 l_2 \sin(x_1 - x_2)\dot{x_2}$
	$c_{43} = m_2 l_2 \cos(x_1 - x_2)\dot{l_1} - m_2 l_1 l_2 \sin(x_1 - x_2)\dot{x_1}$

1.4 Contrôle des pendules doubles

En tenant compte de la conception du pendule double, de nombreuses méthodes de contrôle ont été appliquées pour le stabiliser [67, 68]. Celles-ci peuvent être classées en contrôleurs linéaires, non linéaires et intelligents.

1.4.1 Contrôleurs linéaires

Dans le but de stabiliser le pendule double inversé, plusieurs chercheurs ont proposé la conception d'un contrôleur linéaire en raison de son importance qui réside dans sa simplicité d'implémentation et sa capacité suffisante pour résoudre de nombreux systèmes qui existent dans le monde réel.
Le PID est une abréviation de (Proportionnel-Intégrateur-Dérivateur). Il s'agit d'un contrôleur linéaire à rétroaction dont la sortie est constituée d'une variable qui est contrôlée en fonction de l'erreur (La différence entre l'entrée et un certain variable mesuré). Chaque élément du régulateur PID représente une action de contrôle particulière. S'il y a une erreur, celle-ci est utilisée pour ajuster une entrée du processus afin d'atteindre la valeur souhaitée.
La référence [69] a proposé deux contrôleurs linéaires : le PID et le MRAC (Commande adaptative à référence de modèle) pour contrôler un pendule composé. En comparant le

contrôleur PID et le contrôleur MRAC, les résultats ont prouvé que la combinaison des commandes PID + MRAC donne une réponse plus meilleure que celle du contrôleur PID.
Les références [70, 71] ont combiné un contrôleur PID avec un algorithme PSO pour stabiliser un pendule double lié à un pont roulant. Pour cela, deux fonctions objectives (fitness) d'un algorithme (PSO) ont été proposé pour la conception d'un contrôleur robuste. Les auteurs ont déterminé d'abord un positionnement précis du crochet et de la charge utile qui sont testés avec ou sans la prise en compte des paramètres de la charge utile dans le calcul de la fonction objective qui est basée sur la distance horizontale entre le crochet et la charge. Les résultats des simulations dans les différentes conditions ont démontré que la fonction objective fournit de meilleures réponses et améliore les performances globales de la position du chariot, du crochet et des oscillations de la charge.
D'autre part, le contrôleur PID a été utilisé comme une méthode principale de contrôle en raison de sa structure qui est simple et sa robustesse face aux bruits. À ce titre, la référence [72] a proposé la combinaison entre le PID et le réseau de neurones pour contrôler le pendule double inversé commandé par un chariot. Le contrôleur a été réalisé en additionnant deux contrôleurs PID pour stabiliser la position et l'angle. Les résultats expérimentaux montrent l'efficacité de l'algorithme proposé et le système de contrôle qui est robuste pour le changement de l'entrée par des perturbations.
Dans la référence [73], les auteurs ont inventé une technique basée sur la combinaison du PID et le fuzzy type 2 (FT2) pour stabiliser le pendule double inversé. Pour ce faire, ils ont appliqué une commande afin de faire converger les valeurs de sortie du système aux valeurs désirées. Par une autre expression, c'est que la valeur de sortie désirée est obtenue, en tant que résultat d'une valeur d'entrée appropriée appliquée au système. L'objectif d'utiliser ce contrôleur est d'amener le pendule double inversé à un point d'équilibre instable en un minimum de temps et de fournir un couple moteur qui assure la position du système sans dépasser un intervalle de tolérance.
La régulation linéaire quadratique (LQR) est l'une des méthodes optimales de contrôle qui consiste à concevoir des systèmes stables en boucle fermée par la recherche d'une matrice de gain, de manière que le retour d'état $u = -K.x$ stabilise le modèle et optimise le critère quadratique de position et d'angle. Ceci amène à la définition des coefficients de pondération Q et R pour chacune des positions et des vitesses. Le choix des coefficients Q et R est très pertinents car la matrice de rétroaction $K = lqr(A, B, Q, R)$ repose sur leur choix pour assurer la stabilisation du système.
Le papier [74] représente la modélisation mathématique et le contrôle d'un pendule double sur chariot en utilisant le PID et le LQR. L'environnement Matlab-Simulink a été utilisé pour la simulation des techniques de contrôle. L'objectif de ce travail est d'avoir une étude comparative de deux stratégies de contrôle différentes et l'analyse de la performance de deux types de contrôleurs différents pour un pendule inversé double. Le résultat montre et valide l'avantage comparatif de la méthode LQR par rapport à la méthode PID. Pareillement, la référence [75] décrit le développement et le contrôle d'un pendule double inversé mobile. Des simulations et des expériences ont été réalisées pour évaluer les performances

du système en matière d'équilibrage et de contrôle de position. Les résultats ont montré le succès de stabilisation du pendule à la position verticale en utilisant LQR.
Dans la référence [76], les auteurs ont essayé de commander un pendule double. L'objectif principal de la conception est d'utiliser une méthode de contrôle appropriée qui produit des couples externes adéquats de sorte que le système entier puisse être complètement stabilisé et contrôlé. Pour ce faire, un modèle mathématique du système est nécessaire, ce qui est réalisé par les équations de Lagrange dans la première partie du document. Comme la conception du contrôleur est basée sur la description de la représentation d'état, ces équations dynamiques sont réécrites sous la forme linéarisées autour d'un état de fonctionnement. Après avoir examiné la contrôlabilité du système, le contrôleur (LQR) a été conçu. Enfin, des résultats de simulation sont fournis pour montrer l'efficacité du contrôleur proposé.
Dans le papier [77],les auteurs ont décrit la stratégie de commande à deux degrés de liberté pour le balancement et la stabilisation du pendule double sur un chariot mobile à partir d'un état initial prédéfini. Ensuite, ils ont présenté et expliqué l'idée conceptuelle l'algorithme LQR-trees proposé pour le basculement et la stabilisation du pendule double sur une chariot à partir d'un large ensemble de conditions initiales non stationnaires et finalement, ils ont réussi à établir la stabilité du système.
La référence [78] traite le problème de contrôle d'attitude d'un hélicoptère à deux degrés de liberté en utilisant la technique LQR. Comme les performances du régulateur LQR dépendent largement des matrices de pondération (Q et R), il est important de les sélectionner d'une manière optimale. Cependant, normalement, les matrices de pondération sont sélectionnées sur la base d'une approche par essais et erreurs, ce qui rend la conception du contrôleur non seulement fastidieuse mais aussi longue. Par conséquent, pour résoudre le problème de sélection des matrices de pondération de LQR, les auteurs ont proposé dans ce papier une méthode d'optimisation adaptative par essaims de particules (APSO) pour obtenir les éléments des matrices Q et R. De plus, pour améliorer la vitesse de convergence et la précision du PSO, un facteur de poids d'inertie adaptatif (AIWF) est introduit dans l'équation de la vitesse du PSO. L'une des principales caractéristiques de l'AIWF est que, contrairement au PSO standard dans lequel le poids d'inertie est maintenu constant tout au long du processus d'optimisation, les poids sont modifiés de manière adaptative en fonction du taux de réussite des particules vers la valeur optimale. La stratégie de commande LQR basée sur l'APSO proposée est appliquée à la commande d'hélicoptère, qui est un système hautement non linéaire et instable. Les résultats expérimentaux montrent que les poids optimisés à l'aide de l'APSO, permettent non seulement de réduire l'erreur de suivi, mais aussi d'améliorer la réponse de suivi avec des oscillations réduites.
Malgré que les contrôleurs linéaires soient utiles pour stabiliser le pendule double inversé, la non-linéarité compliquée de tel modèle ne tolère pas l'application des lois linéaires de commande. Outre, lors de la linéarisation, les effets non linéaires sont négligés. Cependant, la dynamique fournie par ces effets non linéaires est plus riche que celle des systèmes linéaires. Ils doivent donc être conservés pour avoir une bonne robustesse du modèle lors

du contrôle. Pour cela, plusieurs techniques de contrôle non linéaires ont également été développées pour le pendule double inversé du problème de stabilisation.

1.4.2 Contrôleurs non linéaires

1.4.2.1 Contrôle par énergie

La stabilité du pendule double peut être atteinte en contrôlant l'énergie du système au lieu de contrôler sa position et sa vitesse. Par exemple, une façon de faire balancer le pendule double vers la position verticale est de lui donner une énergie qui correspond à la position verticale. Le pendule se mettra alors à osciller et il pourra ensuite être rattrapé en position désirée à l'aide d'une stratégie de stabilisation.
La référence [79] a présenté le concept de contrôle par énergie, et il a montré aussi comment des techniques robustes de balancement sont obtenues en utilisant cette approche. Le comportement obtenu avec la stratégie dépend de manière critique du rapport entre l'accélération maximale du pivot et l'accélération de la gravité. Les simulations ont démontré qu'il est très pratique de balancer un pendule double en contrôlant son énergie.
Dans la référence [80, 81], un modèle dynamique non linéaire d'un pendule double lié à un pont roulant est dérivé. Ensuite, après une analyse minutieuse de ce modèle, les auteurs ont conçu un contrôleur non linéaire basé sur la mise en forme de l'énergie avec une valeur de sortie limitée qui a été proposé. En utilisant la technique de Lyapunov et le théorème d'invariance de LaSalle, il est strictement prouvé que le système de contrôle entier est asymptotiquement stable au point d'équilibre. Enfin, des simulations numériques valident que le contrôle par énergie peut fournir une performance de contrôle robuste supérieure à celle des contrôleurs traditionnels.
Le papier [82] a présenté une méthode de contrôle basée sur le couplage énergétique pour les pendules doubles à pont roulant en appliquant une contrainte initiale. Le contrôleur proposé a une structure plus simple et atteint une meilleure performance de contrôle avec une forte robustesse en améliorant le comportement de couplage entre le mouvement du chariot, le crochet et la charge utile. En outre, afin de garantir un balancement du chariot et de réduire la force initiale, les auteurs ont introduit une fonction tangente hyperbolique dans la loi de contrôle. Des résultats de simulation numérique sont bien représentés pour illustrer la performance de la méthode et la forte robustesse du contrôleur conçu en tenant compte les différents paramètres du système et les perturbations externes.
Dans le papier [83], les auteurs ont développé un modèle non linéaire d'un pendule double sur un chariot. En se basant sur la stratégie de commande par énergie, les auteurs ont conçu un contrôleur qui peut faire converger le système vers la position désirée à partir de n'importe quelle position initiale (c'est-à-dire que les angles initiaux peuvent être choisis arbitrairement). Les résultats ont montré l'efficacité de la méthode non linéaire proposée pour le balancement du système.

1.4.2.2 Le mode glissant

La commande par mode glissant a été proposée et élaborée pour la première fois par Emelyanov, Utkin et d'autres chercheurs au début des années 1950. L'idée a été inspirée par les actions de commutation des relais électromagnétiques.
Le mode glissant est un outil puissant pour traiter des modèles non linéaires. La conception du mode glissant se déroule en deux étapes. Tout d'abord, La première étape consiste à concevoir une surface particulière nommée la surface de glissement et déterminée par $(\sigma = \dot{\sigma} = \ddot{\sigma} = ... = \sigma^{n-1} = 0)$, n est l'ordre de la commande, de telle sorte que le mouvement de glissement satisfasse certaines spécifications de conception, c'est-à-dire que le comportement dynamique du système peut être adapté par le choix particulier de la surface de glissement. Ensuite, une loi de commande discontinue est conçue de telle sorte que les trajectoires du système atteignent la surface de glissement en un temps fini et restent à proximité du domaine glissant jusqu'au point d'équilibre. En raison de son efficacité et de sa simplicité de mise en oeuvre dans la pratique, le mode glissant a été largement utilisé dans de nombreux domaines et applications. En outre, il a été vérifié que l'introduction du mode glissant peut effectivement aider à atteindre certaines performances de contrôle souhaitées pour les systèmes hautement instables.
Le mode glissant et sa version modifiée ont été largement appliqués dans un certain nombre de systèmes réalistes. Ces techniques sont extrêmement utiles pour les systèmes sous-actionnés avec incertitudes, dans lesquels le nombre de sorties est supérieur à celui des entrées. Dans le papier [84], les auteurs se concentrent sur la conception des contrôleurs non linéaires robustes basés sur des techniques de mode de glissement conventionnelles et hiérarchiques pour le pendule double à pont roulant. Dans la première approche, une surface de glissement commune du premier ordre pour les variables d'état a été déterminée et ils ont généré une entrée de contrôle pour attirer tous les états du système vers cette surface. Dans la seconde approche, deux niveaux de surfaces de glissement sont proposés et le schéma de contrôle est conçu sur la base de la stabilité de la surface de second niveau. Pour vérifier la qualité des contrôleurs proposés, une simulation pour le pendule double est mise en oeuvre. Les résultats de la simulation montrent que toutes les trajectoires d'état convergent asymptotiquement vers les valeurs désirées.
Le contrôle par le mode glissant fait partie de la catégorie des commandes à structure variable, c'est-à-dire, des contrôleurs qui commutent différentes lois de commande. La nécessité du mode glissant réside dans : la haute précision, la réponse rapide, la grande robustesse, la non complexité de la conception et l'implantation, et la stabilité vis-à-vis les perturbations et le changement des paramètres. [85] a exploité cette technique pour contrôler le pendule double à pont roulant. Tout d'abord, le modèle dynamique a été établi à l'aide de la formulation lagrangienne. Ensuite, un paramètre variant dans le temps est conçu pour réaliser l'ajustement dynamique de la surface de glissement et améliorer la capacité du contrôleur à mode glissant. En outre, la stabilité asymptotique du système est prouvée par la méthode de Lyapunov. Enfin, une simulation numérique est faite pour vérifier que

la commande à structure variable proposée à une bonne performance de contrôle et une forte robustesse contre les interférences externes, également, les expériences de simulation montrent que la méthode de contrôle proposée dans ce papier peut réduire efficacement la force d'entraînement et assurer le positionnement rapide du chariot.
La plupart des méthodes de contrôle existantes traitent le pendule double à pont roulant comme un système à une longueur de câble fixe. Dans la référence [86], le modèle dynamique du système avec des poutres à masse répartie est établi en tenant compte de la longueur variable du câble. Sur la base de la stratégie de contrôle équivalent, quatre versions de méthodes de contrôle par mode glissant sont conçues. En détail, les méthodes de contrôle hiérarchique par mode glissant basées sur le contrôle de la vitesse et le contrôle du déplacement sont établies, et sur la base de l'analyse de la réponse du système avec les différentes méthodes de contrôle, la méthode de contrôle de la vitesse est sélectionnée. En outre, l'observateur adaptatif est proposé pour réaliser l'estimation efficace de l'angle et de la vitesse angulaire lorsque la longueur du câble change. Des simulations et des expériences sont menées. Les résultats indiquent l'efficacité des méthodes de contrôle par mode glissant qui peuvent assurer la stabilité asymptotique du système en un temps fini, maintenir la robustesse face aux perturbations et s'adapter à la longueur variable du câble.
Puisque le système de pendule double inversé est un système hautement non linéaire. Le mode glissant est conçu pour rendre le pendule double stable à la position d'équilibre verticale. Mais, parfois, il est difficile de déterminer la surface de glissement qui est la clé de la bonne performance du contrôleur. Les auteurs dans [87] ont combiné le mode glissant et la stratégie des algorithmes génétiques améliorées qui est appliquée pour chercher la surface de glissement optimale et optimiser les paramètres du système. La stratégie génétique améliore efficacement la capacité de convergence vers la position désirée. Ainsi, La simulation montre que le mode glissant optimisé par l'algorithme génétique stabilise le pendule double inversé avec des performances satisfaisantes.
En outre, une combinaison des contrôleurs PID et le mode glissant a été faite par [88] pour stabiliser le pendule double sur un chariot. Le système a été modélisé en utilisant Matlab Simulink basé sur les équations cinématiques et dynamiques. Les résultats montrent que cette combinaison produit une meilleure réponse par rapport à l'utilisation d'un seul contrôleur.
Ajoutant à cela, [89] a combiné les contrôleurs LQR et le mode glissant pour commander un pendule double rotatif afin qu'il se tient à sa position verticale. Le modèle dynamique du système a été dérivé en utilisant les équations d'Euler-Lagrange. Le mode glissant basé sur la surface de glissement LQR a été évalué, et les résultats des simulations prouvent que la stabilité du système peut être maintenue par le LQR-mode glissant en présence des perturbations externes ainsi que des incertitudes liées au modèle réel et aux paramètres.

1.4.2.3 Backstepping

Le backstepping est un outil efficace de conception de contrôleurs pour une large classe de systèmes non linéaires. Krstic, et Kokotovic ont systématiquement développé cette approche, en partant de la prise en compte du modèle exact pour englober les non-linéarités incertaines bornées et les incertitudes paramétrées. L'idée de base du backstepping est de décomposer un problème de conception sur le système complet en une séquence des sous-problèmes sur des systèmes d'ordre inférieur, et d'utiliser récursivement certains états comme "commandes virtuelles" pour obtenir les lois de commande intermédiaires en exploitant la fonction de Lyapunov. En partant d'un système d'ordre inférieur et en gérant l'interaction après l'augmentation de la nouvelle dynamique, la conception du contrôleur devient plus efficace. Les avantages de la commande backstepping comprennent la stabilité globale, la robustesse et les performances transitoires calculables.
Dans la référence [90], les auteurs ont décortiqué la commande backstepping avec des exemples de base et des simulations. Les exemples de contrôle backstepping sont établis avec la théorie de stabilité de Lyapunov pour les systèmes non linéaires. De plus, ils ont assimilé des exemples de base pour la méthode backstepping afin d'annoncer quelques résultats de base pour méthode de contrôle actif backstepping.
Dans le papier [16], une commande backstepping modifiée est proposée pour un pendule double inversé rotatif. Le système possède un joint de base rotatif actionné auquel deux liens non actionnés sont attachés. La conception de la commande proposée est un processus en trois étapes pour le modèle du système découplé. Dans la première étape, un contrôleur backstepping est conçu pour chacune des articulations actives et passives. Dans la deuxième étape, une compensation est introduite dans les efforts de contrôle afin de tenir compte des termes incertains basés sur la fonction de Lyapunov. Enfin, les contrôleurs obtenus dans les deux étapes sont combinés pour former une loi de contrôle globale. Les performances du schéma de contrôle proposé sont évaluées par une analyse de convergence et des simulations.
Une comparaison des contrôleurs LQR et backstepping a été faite par [91], ces méthodes sont appliquées pour commander le pendule double rotatif. Tout d'abord, les auteurs ont commencé par traiter la structure physique du système étudié, ensuite, ils ont introduit une nouvelle technique du backstepping nommée (Model-Free Backstepping) qui ne repose pas sur le modèle détaillé du système et utilise uniquement la structure du système et les mesures de l'état pour estimer la dynamique inconnue à l'aide de la fonction du lyapunov. Dans le but de vérifier la faisabilité et l'efficacité de la méthode proposée, des simulations numériques ont été effectuées et comparées avec celles contrôleur LQR. Les résultats montrent que le backstepping est plus performant que le contrôleur LQR.

1.4.3 Contrôleurs intelligents

Le contrôle intelligent décrit la discipline dans laquelle les méthodes de commande développées tentent d'émuler les caractéristiques importantes de l'intelligence humaine. Ces caractéristiques comprennent l'adaptation et l'apprentissage, la planification en cas de grande incertitude et la gestion de grandes quantités de données. Aujourd'hui, le domaine du contrôle intelligent tend à englober tout ce qui n'est pas caractérisé comme un contrôle conventionnel. Le contrôle intelligent est interdisciplinaire car il combine et étend les théories et les méthodes de domaines tels que le contrôle, l'informatique et la recherche opérationnelle. Elle utilise des théories mathématiques et s'inspire des systèmes réels. Les méthodologies de contrôle intelligent sont appliquées à la robotique et à l'automatisation, on peut citer quelques contrôleurs comme : Les réseaux de neurones, la logique floue, les algorithmes génétiques.

1.4.3.1 La logique floue

Le système d'inférence floue est un processus qui interprète les valeurs du vecteur d'entrée et, sur la base de certains ensembles de règles floues, il attribue des valeurs correspondantes au vecteur de sortie. Il s'agit d'une méthode permettant de faire correspondre une entrée à une sortie en utilisant la logique floue. Sur la base de ce processus de mise en correspondance, le système prend des décisions et distingue des modèles. Il existe deux principaux types de systèmes d'inférence flous : le Mamdani et le takagi sugeno.

Mamdani : Le système d'inférence floue de Mamdani a été proposé par Ebhasim Mamdani. Il a d'abord été conçu pour contrôler une combinaison du moteur à vapeur et de chaudière par un ensemble de règles de contrôle linguistiques obtenues auprès d'opérateurs humains expérimentés. Dans le système d'inférence de Mamdani, la sortie de chaque règle est un ensemble de logique floue.
La référence [92] présente un contrôleur Mamdani proposé pour des systèmes comprenant deux pendules inversés placés dans le même plan, où un pendule se déplace le long de l'axe X et l'autre le long de l'axe Y ; les règles du Mamdani sont améliorées en considérant un système bien développé et par essai et erreur dans l'observation du comportement du système. Les résultats de simulation obtenus dans MATLAB sont données, puis deux autres méthodes intelligentes sont présentées. Dans la deuxième méthode proposée, un contrôleur TSK est conçu avec le modèle Anfis et ses résultats de simulation sont présentés. Selon les résultats de la comparaison, les trois contrôleurs stabilisent le système pour les conditions initiales, mais le modèle Anfis à une vitesse plus élevée.
Le papier [93] combine la méthode linéaire PID et la méthode intelligente Mamdani pour commander un pendule double et le faire converger vers la position verticale. Pour avoir la haute performance, les paramètres de du contrôleur PID-Fuzzy ont été optimisés à l'aide des fonctions d'appartenance triangulaires qui sont utilisées dans cette. La simulation et

les résultats expérimentaux indiquent la stabilisation du système.
L'objectif de la référence [94] était de concevoir un contrôleur d'équilibre à logique floue pour un pendule double inversé en utilisant l'atelier « Fuzzy Logic Toolbox » de MATLAB Simulink. Plus précisément, la logique floue a été conçue afin de stabiliser la position verticale du pendule inversé double. Tout d'abord, le pendule inversé simple Quanser QUBE-Servo avec le module de pendule rotatif attaché a été équilibré en utilisant le système d'inférence floue (FIS) et la table de recherche 2D dans MATLAB, et une fois ceci accompli, le système de logique floue pour le pendule linéaire double inversé Quanser fixé à l'unité de base du servomoteur rotatif SRV02. Dans les deux cas, le processus de conception a consisté à modifier le contrôleur d'équilibre PID existant en se basant sur deux entrées : les angles rotatifs et pendulaires mesurés.

Takagi Sugeno :Le système d'inférence floue de Takagi Sugeno a été proposé pour développer une approche systématique de la génération de règles floues à partir d'un ensemble d'entrée-sortie donné.
Les modèles flous Takagi-Sugeno (TS) ont été largement utilisés pour stabiliser des pendules doubles [95]. Ils consistent en une collection de modèles linéaires mélangés à des fonctions d'appartenance non linéaires. La plupart du temps, une manière intéressante de résoudre les différents problèmes abordés consiste à d'écrire les conditions obtenues sous une forme LMI (Linear Matrix Inequalities). Signalons que le nombre de conditions à résoudre dans les problèmes LMI est directement lié au nombre de modèles linéaires.
Dans la référence [96], le système est divisé en 9 modèles linéaires afin d'approcher la situation réelle du mouvement du pendule double inversé, après, la méthode TS fuzzy a été appliqué et la représentation LMI a été écrite pour réaliser la simulation en temps réel et faire converger le système vers son état d'équilibre.
En se basant sur une comparaison entre le Takagi Sugeno et le Mamdani [97], le tableau ci dessous résume différence entre ces deux approches :

TABLE 1.5 – La différence entre le Mamdani et le Takagi Sugeno.

Mamdani	Takagi Sugeno
La fonction d'appartenance de sortie est présente	Aucune fonction d'appartenance de sortie.
La sortie de surface est discontinue	La sortie de la surface est continue.
Grâce à la défuzzification des règles, un résultat net est obtenu	Pas de défuzzification ici. En utilisant la moyenne pondérée des règles de résultat net conséquent est obtenu.
Il a plus de précision dans l'algorithme de chiffrement par bloc d'évaluation de la sécurité	Il a moins de précision dans l'algorithme de chiffrement par bloc d'évaluation de la sécurité.
Le système d'inférence de Mamdani est bien adapté à l'entrée humaine	Le système d'inférence de Sugeno est bien adapté à l'analyse mathématique.

1.4.3.2 Les algorithmes génétiques

Un algorithme génétique est une méthode de recherche heuristique utilisée en intelligence artificielle et en informatique. Il représente une approche spécifique des problèmes d'optimisation qui permet d'estimer des solutions connues et de simuler un comportement évolutif dans des systèmes non linéaire et complexes. Les algorithmes génétiques sont excellents pour la recherche dans des ensembles de données vastes et complexes. Ils sont considérés comme capables de trouver des solutions raisonnables à des problèmes complexes.
Comme mentionné précédemment, Le pendule double inversé est un système hautement non linéaire. Pour cela, l'établissement d'un modèle mathématique précis du pendule double est important pour la conception du contrôleur convenable. [98] a développé un modèle mathématique du système au départ. Afin d'identifier la solution du modèle mathématique avec les données réelles mesurées lors de l'expérience, l'identification du système est effectuée en se basant sur l'algorithme génétique amélioré pour minimiser l'erreur absolue entre les données théoriques et les données réelles. En ce qui suit, Les auteurs ont présenté la stratégie génétique pour améliorer la capacité de convergence globale et éviter efficacement la convergence prématurée de manière efficace. Les expériences montrent que l'algorithme génétique amélioré peut trouver la valeur optimale des paramètres du système de manière efficace et précise, ce qui permet au modèle mathématique à décrire les caractéristiques de mouvement du système réel avec plus de précision.
Le contrôle du mouvement du pendule double sur un chariot est une tâche très complexe et difficile, en particulier lorsqu'il s'agit d'une situation en temps réel, car une différence mineure entre le modèle cinétique et le dispositif réel peut entraîner la nécessité d'ajustements importants en fonction des lois de contrôle par rapport à l'utilisation d'un contrôleur de simulation. [99] a introduit un algorithme génétique amélioré, qui comprend un plan d'expérience orthogonal, une mutation en retour, une opération d'appariement basée sur la distance de Hamming et une opération de croisement à précision variable afin d'identifier les paramètres physiques du système. L'algorithme génétique amélioré peut surmonter les défauts de l'algorithme génétique traditionnel, par exemple la convergence prématurée, et obtenir des résultats plus proches de la solution optimale globale. Les résultats des expériences démontrent l'efficacité de la méthode proposée.
Comme nous savons, la logique floue est utilisée dans une variété d'applications en raison de son attribut d'approximation universel et ses caractéristiques non linéaires. Le réglage des paramètres d'un modèle de logique floue, à savoir les fonctions d'appartenance et la base de règles, nécessite de nombreux essais et erreurs. Ce processus pourrait être simplifié en utilisant un algorithme génétique. Dans le papier [100], les auteurs ont discuté la conception d'un contrôleur flou génétique capable de contrôler un pendule double inversé. L'algorithme génétique est proposé pour améliorer le contrôleur à logique floue pendant le processus d'apprentissage et aussi obtenir un contrôleur capable de ramener le

pendule à sa position inversée. Après l'apprentissage, l'efficacité de la logique floue est testée pour différents scénarios en faisant varier les conditions initiales. Les auteurs ont montré également l'efficacité de la logique floue même lorsqu'il est soumis au bruit et comment la performance s'améliore lorsque le contrôleur est réglé avec le bruit.

1.4.3.3 Les réseaux de neurones

Les réseaux de neurones, également appelés réseaux de neurones artificiels, Leur nom et leur structure sont inspirés du cerveau humain. Un algorithme basé sur l'approche du réseau de neurone est obtenue dans [101] pour optimiser le contrôleur PID. Lorsqu'il est appliqué au système à pendule double inversé, le réseau de neurone formé fournit une commande beaucoup plus stable que l'algorithme à partir duquel il a été formé. Il semble que le réseau de neurone apprenne la stabilisation prédictive à partir de l'ensemble de formation et soit capable de réagir au système plus rapidement que l'algorithme.
Dans la référence [102], les auteurs ont discuté une approche basée sur les réseaux de neurones pour les systèmes chaotiques dynamiques. Ils ont présenté une série d'expériences numériques qui illustrent l'efficacité de l'approche proposée : l'inclusion de formes de plus en plus détaillées d'informations secondaires conduit à des prédictions de plus en plus précises du modèle.

1.4.3.4 Réseau adaptatif à base de système d'inférence floue (ANFIS)

Il s'agit d'une méthodologie d'exploration de données basée sur une combinaison de logique floue et de réseaux de neurones. ANFIS construit une série de règles floues si-alors avec des fonctions d'appartenance appropriées pour produire les paires d'entrées-sorties stipulées. Les règles floues et les fonctions d'appartenance initiales sont d'abord définies en utilisant l'expertise humaine sur les sorties à modéliser. Ensuite, ANFIS peut modifier ces règles floues et ces fonctions d'appartenance pour minimiser la mesure d'erreur de sortie ou expliquer la relation entrée-sortie d'un système complexe.
Pour le pendule double inversé [103], le système d'inférence neuronal flou adaptatif proposé (ANFIS) est appliqué au processus de contrôle de stabilisation du système. L'algorithme de contrôle adaptatif, entièrement capable de répondre aux exigences du contrôle du pendule double inversé, le système ANFIS a été appliqué au contrôleur du système pour obtenir à une meilleure précision et une bonne performance de contrôle.
Également, [104] a établi un modèle mathématique pour le pendule double inversé. Ensuite, un système d'inférence flou neuronale adaptative basée sur la fusion d'état est proposé pour le contrôle du système. Le contrôleur utilise l'erreur et l'algorithme des moindres carrés pour ajuster les fonctions d'appartenance de chaque variable, optimiser les règles floues et identifier le pendule double inversé. Les résultats montrent que le

contrôleur ANFIS proposé peut rendre le pendule inversé stable.

1.5 Comparaison des contrôleurs appliqué au pendule double inversé

D'après [16, 69–71, 74–76, 79–81, 84, 86, 90, 92, 93, 95, 96, 98, 99, 101–104], le tableau ci dessous résume la performance de chaque contrôleur pour le pendule double inversé :

TABLE 1.6 – Comparaison des contrôleurs.

Le contrôleur	Complexité	rapidité	Précision	Résonance	Élimination de perturbation	Robustesse	Suivi
Contrôleurs linéaires							
PID [69–71]	F	M	M	F	F	F	M
LQR [74–76]	M	M	F	F	M	M	M
Contrôleurs non linéaires							
Contrôle par énergie[79–81]	M	H	H	M	H	M	M
Mode glissant [84, 86]	M	H	H	H	H	M	M
Backstepping [16, 90]	H	H	M	F	H	M	M
Contrôleurs intelligents							
Mamdani [92, 93]	H	H	H	F	H	H	H
Takagi-Sugeno [95, 96]	F	M	M	F	F	M	F
Algorithmes génétiques [67, 98]	F	M	M	F	H	H	M
Réseaux de neurones [101, 102]	H	H	M	F	H	H	M
ANFIS [103, 104]	H	H	M	F	F	H	M

F : Faible. M : Moyenne. H : Haute.

Nous avons présenté dans le tableau 1.5 une comparaison entre les contrôleurs linéaires, non linéaires et intelligents. Pour les méthodes linéaires, on peut observer que le LQR est plus performant que le PID en termes d'élimination de perturbation, de robustesse et contrairement pour la simplicité et la précision. Pour les contrôleurs non linéaire, on constate à titre d'exemple que le backstepping est plus complexe que le mode glissant et le contrôle par énergie, en revanche, le contrôleur backstepping ne génère pas une résonance lors de la commande. Pour les contrôleurs intelligents, on remarque que le Takagi-sugeno et les algorithmes génétiques sont simples à implémenter, mais pour la précision et la robustesse, le contrôleur mamdani et les réseaux de neurones sont plus meilleurs. Finalement, on peut présumer qu'aucun de ces contrôleurs ne présente le meilleur résultat requis, cependant, une bonne combinaison d'entre eux peut donner une bonne performance.

1.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les différentes explorations théoriques sur les systèmes sous actionnés existants dans la littérature, à savoir les types du pendule double vu sa structure chaotique et sa haute non linéarité. Ces propriétés ont conduit les chercheurs à l'exploiter afin d'élaborer différentes approches de contrôle dans le domaine de la robotique. Par la suite, nous avons établi les équations du mouvement en utilisant la formulation lagrangienne afin de décortiquer les différentes commandes proposées précédemment dans la littérature pour contrôler ce modèle. Dans le chapitre suivant, nous allons élaborer une représentation non linéaire d'un pendule double inversé qui est commandé en appliquant un couple au sommet du pendule puisque les chercheurs ont modélisé ce système en se basant sur la partie inférieure.

CHAPITRE 2

Modélisation mathématique et graphique du système pendule double inversé

-

Sommaire

2.1 Introduction 31
2.2 Modélisation mathématique du pendule double inversé 31
2.2.1 Description du système 31
2.2.2 Formulation lagrangienne 33
2.3 Bond Graph 34
2.3.1 Le concept de base 35
2.3.2 Les éléments standards du Bond graph 37
2.3.2.1 Sources 37
2.3.2.2 Éléments passifs(R,I,C) 37
2.3.2.3 Les jonctions 38
2.3.3 Construire un Bond graph pour un système mécanique 41
2.3.4 Causalité 41
2.3.5 Procédure d'affectation de causalité 43
2.4 Modélisation graphique du pendule double inversé 44
2.4.0.1 Analyse du bond graph 46
2.4.1 La simulation de la réalité virtuelle via 20-Sim 48
2.5 Analyse de position initiale d'équilibre instable 49
2.6 Conclusion 50

2.1 Introduction

Le pendule double inversé possède un comportement chaotique et constitue une démonstration pratique de la dynamique non linéaire. Son comportement varie d'un mouvement régulier à de faibles énergies, au chaos à des énergies élevées. Pour évaluer l'évolution de ce modèle dans un intervalle du temps précis, il suffit d'analyser son comportement dynamique. Divers méthodes existent dans la littérature pour déterminer les équations de mouvements d'un pendule double inversé, mais la plupart des techniques utilisés sont basés sur : le formalise d'Euler-Lagrange et la représentation graphique Bond graph.
La modélisation du pendule double inversé a fait l'objet de différentes recherches. Cet intérêt est lié au fait que ce modèle a toujours été employé pour évaluer de nouvelles techniques de contrôle. Car il possède plusieurs particularités importantes, parmi lesquelles : le mouvement chaotique, la non linéarité haute, le couplage et le sous actionnement.
Pour illustrer le fonctionnement du pendule double inversé. [105, 106] se sont concentrées sur l'analyse du comportement de ce système en développant la formulation lagrangienne afin de dériver les équations du mouvement. Tandis que, [107, 108] ont modélisé graphiquement le pendule double par l'application de la méthode Bond graph.
L'objectif de ce chapitre est d'introduire notre propre conceptualisation pour le pendule double inversé en appliquant un couple au sommet du système puisque la majorité des chercheurs sont basés sur la partie inférieure pour modéliser et stabiliser ce modèle. Pour cela, nous allons opter dans cette section à établir la représentation mathématique à l'aide du formalisme lagrangien et d'incarner graphiquement le modèle en utilisant le logiciel 20-Sim pour construire le modèle Bond graph et valider les degrés de liberté du système.

2.2 Modélisation mathématique du pendule double inversé

L'objectif de cette section est de déterminer les équations de mouvement du système par le calcul du lagrangien.

2.2.1 Description du système

La figure 1 illustre notre conceptualisation du système de pendule double inversé. Une fois qu'un couple F a été appliqué sur la partie supérieure du pendule double inversé, les deux pendules ont dévié sur leurs centres de gravité. Le tableau ci dessous présente les paramètres techniques de ce système :

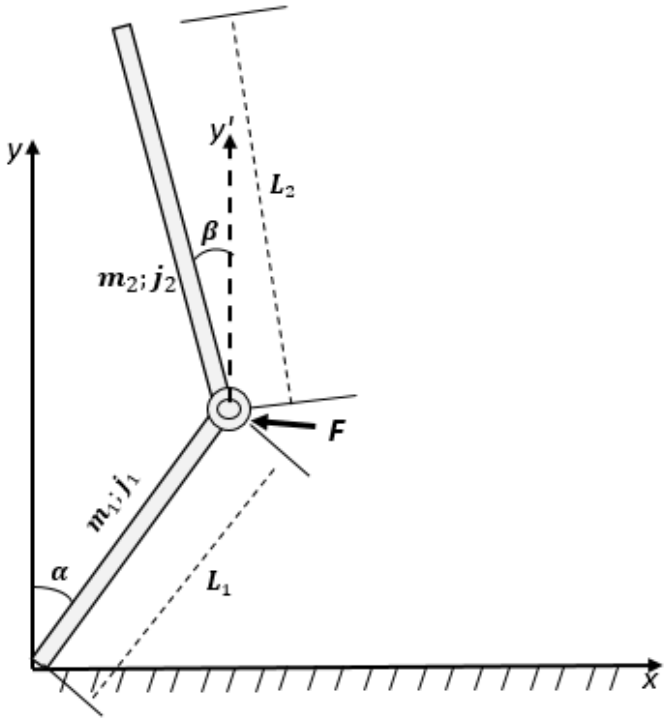


FIGURE 2.1 – Le système pendule double inversé.

TABLE 2.1 – Les paramètres techniques du pendule double inversé.

Paramètre	Description
m_1	Masse du premier pendule.
m_2	Masse du deuxième pendule.
L_1	Longueur du premier pendule.
L_2	Longueur du deuxième pendule.
g=9.81N/kg	Coefficient de gravité .
$J_1 = \frac{m_1.{L_1}^2}{12}$	Moment d'inertie du premier pendule.
$J_2 = \frac{m_2.{L_2}^2}{12}$	Moment d'inertie du deuxième pendule.
α	Angle de rotation du premier pendule.
β	Angle de rotation du deuxième pendule.
F	le couple appliqué à la partie supérieure.

2.2.2 Formulation lagrangienne

Le lagrangien d'un système mécanique est extrait par la différence entre son énergie cinétique et son énergie potentielle. A partir de ce lagrangien, les équations du système sont dérivées en utilisant la méthode d'Euler-Lagrange comme indiqué ci-dessous :

L'énergie cinétique du système est :

$$T = \frac{1}{2}.m_1.(\frac{L_1}{2}.\dot{\alpha})^2 + \frac{1}{2}.m_2.[(L_1.\dot{\alpha})^2 + (\frac{L_2}{2}.\dot{\beta})^2 - L_1.L_2.\dot{\alpha}.\dot{\beta}(\cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta)] + \frac{1}{2}.J_1.\dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2}.J_2.\dot{\beta}^2 \quad (2.1)$$

L'énergie potentielle du système est :

$$V = (\frac{m_1}{2} + m_2).g.L_1.\cos\alpha - \frac{m_2}{2}.g.L_2.\cos\beta \quad (2.2)$$

Le lagrangien est donné par :

$$\mathcal{L} = T - V \quad (2.3)$$

Conformément à la formulation lagrangienne, le modèle dynamique complet du système pendule double inversé est fourni par :

$$\ddot{\alpha} = \frac{1}{\zeta}[\lambda.\xi.(F - \mu.sin\beta - \gamma.\dot{\alpha}^2 + \frac{\lambda}{a}(\gamma.\dot{\beta}^2 + \nu.sin\alpha) + \gamma.\dot{\beta}^2 + \nu.sin\alpha] \quad (2.4)$$

$$\ddot{\beta} = \frac{1}{\xi}[F - \mu.sin\beta - \gamma.\dot{\alpha}^2 + \frac{\lambda}{a}(\gamma.\dot{\beta}^2 + \nu.sin\alpha)] \quad (2.5)$$

Avec,

$$a = m_1.\frac{L_1^2}{4} + J_1 + m_2.{J_2}^2;\ \ \lambda = \frac{m_2}{2}.L_1.L_2.\cos(\alpha - \beta),$$
$$\gamma = \frac{m_2}{2}.L_1.L_2.\sin(\alpha - \beta);\ \ \nu = (\frac{m_1}{2} + m_2).g.L_1$$
$$\eta = m_2.\frac{L_2^2}{4} + J_2;\ \ \xi = \frac{1}{\eta - \frac{\lambda^2}{a}},$$

PS : On va considérer par la suite $m_1 = \frac{3}{4}.m_2$ and $L_1 = \frac{3}{4}.L_2$

Selon le modèle dynamique présenté dans (2.4) et (2.5), la représentation non linéaire de l'espace d'état peut prendre la forme suivante :

$$\begin{aligned} Q &= [\alpha \quad \dot{\alpha} \quad \beta \quad \dot{\beta}]^T \\ &= [q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad q_4]^T \end{aligned} \tag{2.6}$$

le modèle dynamique du pendule double inversé peut être présenté sous la forme non linéaire suivante :

$$\begin{cases} \dot{q_1} = q_2 \\ \dot{q_2} = \frac{1}{\zeta}[\lambda.\xi.(F - \mu.sinq_3 - \gamma.q_2^2 + \frac{\lambda}{a}(\gamma.q_4^2 + \nu.sinq_1) \\ +\gamma.q_4^2 + \nu.sinq_1] \\ \dot{q_3} = q_4 \\ \dot{q_4} = \frac{1}{\xi}[F - \mu.sinq_3 - \gamma.q_2^2 + \frac{\lambda}{a}(\gamma.q_4^2 + \nu.sinq_1)] \end{cases} \tag{2.7}$$

Ainsi, la représentation non linéaire du système peut être donnée comme suit :
$\dot{Q} = f(q) + g(q).u$

Dans laquelle :

$$f(q) = \begin{pmatrix} q_2 \\ \frac{-1}{\zeta}[\lambda.\xi.(\mu.sinq_3 + \gamma.q_2^2 - \frac{\lambda}{a}(\gamma.q_4^2 + \nu.sinq_1) \\ -\gamma.q_4^2 - \nu.sinq_1] \\ q_4 \\ \frac{-1}{\xi}[\mu.sinq_3 + \gamma.q_2^2 - \frac{\lambda}{a}(\gamma.q_4^2 + \nu.sinq_1)] \end{pmatrix}, g(q) = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\lambda.\xi}{\zeta} \\ 0 \\ \frac{1}{\xi} \end{pmatrix}$$

2.3 Bond Graph

Le concept des graphes d'obligations a été créé par Paynter (1961). L'idée a été développée par Karnopp et Rosenberg dans leurs manuels (1968, 1975, 1983, 1990), de manière à pouvoir être utilisée dans la pratique (Thoma, 1975 ; Van Dixhoorn, 1982).
La méthode Bond graph est une approche graphique de la modélisation dans laquelle les ports énergétiques des composants sont reliés par des liaisons qui spécifient le transfert

d'énergie entre les sous-systèmes.
La nature graphique des Bond graphs décortique la structure du système sous forme des équations, ce qui rend les Bond graphs idéaux pour visualiser les caractéristiques essentielles d'un système. En effet, en créant des Bond graphs, la conception et l'analyse de la structure d'un système qui est la partie la plus importante de la modélisation peut souvent être réalisée à l'aide d'un crayon et de papie [109–111].

2.3.1 Le concept de base

Le concept de base de l'analyse du Bond graph consiste à spécifier le flux d'énergie dans un système. Ce flux est toujours régi par l'intervention simultanée de deux paramètres indépendants. Dans la méthode du Bond graph, ces deux paramètres sont définis par les termes généraux d'effort "e" et de Flux "f".
La puissance du flux d'énergie instantané est le produit de ces deux facteurs :

$$p(t) = f(t).e(t) \tag{2.8}$$

Ainsi, le moment et le déplacement sont définis par :

$$p = \int e(t)dt \tag{2.9}$$

$$q = \int f(t)dt \tag{2.10}$$

Par conséquent, l'énergie est donné par :

$$E = \int e.fdt = \int f(t)dp = \int e(t)dq \tag{2.11}$$

Un port d'énergie dans un Bond graph est la passerelle pour l'échange d'énergie. Si un élément échange de l'énergie d'une seule façon (par exemple, la chaleur), cet élément est appelé un élément à un port (ou port unique). Un élément à ports multiples, est donc un élément qui échange de l'énergie de différentes manières (chaleur, électricité, mécanique, etc.).
Les variables de puissance et d'énergie peuvent être électriques, de translation mécanique, de rotation mécanique, thermique et hydraulique. Ils sont énumérés dans le tableau 2.2. La première colonne indique le domaine d'énergie et les colonnes suivantes indiquent le flux, l'effort, la puissance, le déplacement généralisé et le moment généralisé :

TABLE 2.2 – Domaines conventionnels avec flux, effort, déplacement généralisé et moment généralisé.

	f flux	e effort	$q = \int f dt$ déplacement généralisé	$p = \int e dt$ moment généralisé
Électromagnétique	i courant	u tension	$q = \int i dt$ charge	$\lambda = \int u dt$ flux magnétique
Translation mécanique	v vitesse	F force	$x = \int v dt$ déplacement	$p = \int F dt$ moment
Rotation mécanique	ω vitesse angulaire	T couple	$\theta = \int \omega dt$ déplacement angulaire	$b = \int T dt$ moment angulaire
Hydraulique Pneumatique	ϕ débit volumique	P pression	$V = \int \phi dt$ volume	$\tau = \int P dt$ moment d'écoulement
Thermique	T température	f_s flux d'entropie	$S = \int f_s dt$ entropie	
Chimique	μ potentiel chimique	f_N flux molaire	$N = \int f_N dt$ nombre de môles	

2.3.2 Les éléments standards du Bond graph

Les éléments standards du Bond graph peuvent être classés en tant que : Sources (ou éléments actifs), éléments passifs, convertisseurs et jonctions.

2.3.2.1 Sources

Les sources d'énergie sont des dispositifs qui contiennent une sorte d'énergie et, lorsqu'ils sont connectés à un système, le flux d'énergie est établi. Selon le type de variable, la source d'énergie ne peut être qu'une source de flux S_f ou une source d'effort S_e. Fig.2.2.

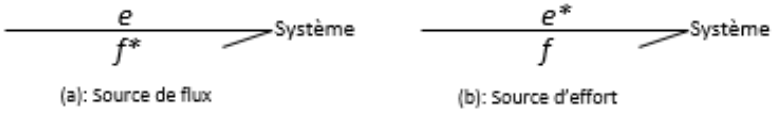


FIGURE 2.2 – Symboles du Bond graph pour la source d'effort et la source de flux.

2.3.2.2 Éléments passifs(R,I,C)

Il existe trois types d'éléments passifs dans les bonds graphs, à savoir les éléments résistifs, capacitifs et d'inertie. Ce sont tous des éléments à port unique qui reçoivent de l'énergie du système et la dissipent ou augmentent leur niveau d'énergie.

Un élément R est un élément qui a une relation statique entre l'effort et le flux. Il est souvent utiliser pour représenter la dissipation d'énergie (frottements, résistance, etc.). On peut l'écrire sous la forme :

$$e = \Phi_1(f) \tag{2.12}$$

La fonction Φ_1 est en général non linéaire, mais pour des raisons de simplicité, nous supposerons qu'elle est linéaire. Ainsi, l'équation (2.12) peut être simplifiée comme suit :

$$e = Rf \tag{2.13}$$

Selon l'équation précédente, la puissance de cet élément est donnée par :

$$P = Rf^2 \tag{2.14}$$

Le symbole de l'élément R est illustré dans la figure (2.3) :

Un élément C est un élément qui a une relation statique entre l'effort et le déplacement, c'est-à-dire :

$$e = \Phi_2(q) \tag{2.15}$$

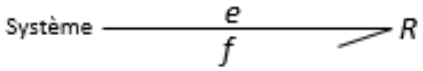


FIGURE 2.3 – Symbole du Bond graph pour l'élément résistant R.

Encore une fois, une fonction linéaire Φ_2 sera supposée ici et nous aurons donc :

$$e = kq \tag{2.16}$$

Le symbole de l'élément C est illustré dans la figure (2.4) :

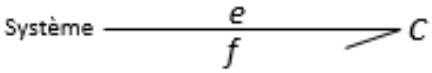


FIGURE 2.4 – Symbole du Bond graph pour l'élément capacitif C.

Un élément I est tout élément qui a une relation statique entre le moment et le flux, ou :

$$p = \Phi_3(f) \tag{2.17}$$

En supposant une fonction linéaire Φ_3 pour notre cas :

$$p = If \tag{2.18}$$

Le symbole de l'élément I est illustré dans la figure (2.5) :

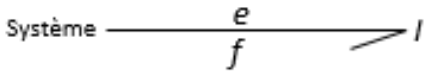


FIGURE 2.5 – Symbole du Bond graph pour l'élément d'inertie I.

2.3.2.3 Les jonctions

Les jonctions sont des éléments du bond graph qui sont responsables de la mise en oeuvre de la loi de conservation de l'énergie. Il existe trois types de jonctions : jonction 0, jonction 1 et les éléments multiports.

Dans la **Jonction 0**, tous les efforts sont égaux, tandis que tous les variables de flux tendent vers 0.

On peut écrire la loi de la jonction 0 comme :

$$\begin{cases} \sum f_I = 0 \\ e_1 = e_2 = e_3 = ... = e_n. \end{cases} \tag{2.19}$$

Dans la **Jonction 1**, tous les flux sont égaux, tandis que tous les variables d'effort tendent vers 0.
On peut écrire la loi de la jonction 1 comme :

$$\begin{cases} \sum e_I = 0 \\ f_1 = f_2 = f_3 = ... = f_n. \end{cases} \tag{2.20}$$

Les symboles de la jonction 0 et la jonction 1 sont représentés dans la figure 2.6.

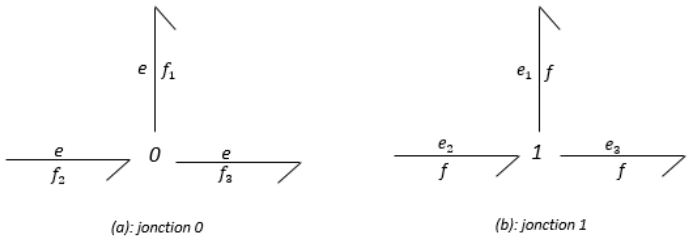


FIGURE 2.6 – Symboles du Bond graph pour la jonction 0 et la jonction 1.

Les éléments multiports

Les éléments multiports sont essentiellement des convertisseurs d'énergie qui reçoivent l'énergie dans un port, la convertissent et la transfèrent au port de sortie. Les éléments idéaux à multiports n'utilisent ni ne gaspillent d'énergie. La représentation générale du bond graph pour un élément à multiports est illustrée à la figure 2.7.
Pour un éléments multiports, le bilan énergétique peut être représenté par :

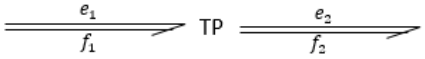


FIGURE 2.7 – Symbole du Bond graph pour l'élément multiports.

$$e_1.f_1 = e_2.f_2 \tag{2.21}$$

Il existe deux types d'éléments multiports, à savoir les transformateurs et les gyrateurs qui seront décrits ci-dessous.

Le transformateur TF est un élément à deux ports dans lequel l'effort d'entrée et de sortie sont proportionnels :

$$e_2 = me_1 \tag{2.22}$$

Dans lequel m est une constante appelée le module de transformation. Dans le bond graph, m est placé au-dessus du transformateur, comme le montre la figure 2.8.

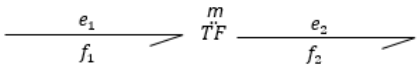


FIGURE 2.8 – Symbole du Bond graph pour le transformateur.

La relation entre les flux est la suivante :

$$f_1 = mf_2 \tag{2.23}$$

Le gyrateur GY est un élément à deux ports dans lequel l'effort d'entrée est le flux de sortie sont proportionnels :

$$f_2 = re_1 \tag{2.24}$$

Dans lequel r est une constante appelée le module du gyrateur. Dans le bond graph, m est placé au-dessus du gyrateur, comme le montre la figure 2.9.

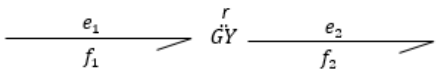


FIGURE 2.9 – Symbole du Bond graph pour le gyrateur.

La relation entre le flux d'entrée et l'effort de sortie est la suivante :

$$f_1 = re_2 \tag{2.25}$$

2.3.3 Construire un Bond graph pour un système mécanique

- Fixer un sens pour les vitesses.

- Identifier toutes les différentes vitesses. Placer la jonction 1 PAR vitesse différente.

-Écrire toutes les relations entre vitesse et placer la jonction 0 entre les jonctions 1 associés aux vitesses.

-En respectant le sens de transfert de puissance, relier les jonctions.

-Éliminer les jonctions 1 associés à une vitesse nulle et simplifier le Bond graph si c'est possible.

2.3.4 Causalité

Les outils de modélisation conduisent finalement à la dérivation des équations de mouvement des systèmes. Pour les bonds graphs, ce processus commence par la spécification des variables d'état. Pour cette raison, les bonds graphs utilisent une technique dans laquelle des traits de causalité sont insérés.

Comme illustré dans la figure 2.10, lorsque deux sous-systèmes A et B échangent de la puissance, deux situations sont possibles :

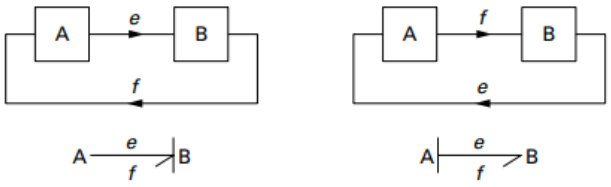


FIGURE 2.10 – L'équivalence entre causalité

Pour les éléments I et C, la relation entre l'effort et le flux est régie par des intégrales. Considérons l'élément I, par exemple, pour lequel le flux est obtenu par intégration de l'effort.

$$f(t) = \frac{1}{I} \int e(t)dt \tag{2.26}$$

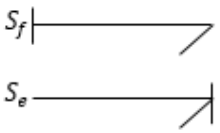
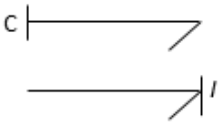
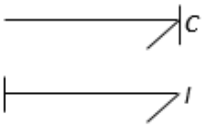
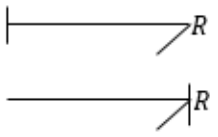
L'équation 2.26 signifie que dans un élément I, l'effort est la cause du transfert d'énergie. En d'autres termes, lorsque l'effort est reçu par l'élément, le flux est généré après un délai. Un exemple est la masse dans les systèmes mécaniques. L'application d'une force à une

masse produit une vitesse. En fait, au temps zéro, il y a une force mais la vitesse est nulle. Après un certain temps, la vitesse sera générée. Ainsi, dans les éléments I, le flux est toujours en retard par rapport à l'effort. On dit que l'effort est la cause et le flux est l'effet. Pour l'élément C, c'est l'inverse, comme illustré dans l'équation (2.27) :

$$e(t) = \frac{1}{C} \int f(t)dt \tag{2.27}$$

Par conséquent, dans un élément C, le flux est la cause et l'effort est l'effet.
La causalité joue un rôle important dans la détermination des variables d'état du système et, pour cette raison, la causalité doit être spécifiée dans un bond graph.
À cette fin, un trait de causalité 'l' est utilisé pour spécifier la causalité de chaque élément dans le graphe de liaison. Le tableau 2.3 résume les traits de causalité des différents éléments du bond graph.

TABLE 2.3 – Les règles d'affectation de causalité.

Type de causalité	Symbole basique
Obligatoire	
Intégrale	
Dérivée	
Arbitraire	

Comme illustré dans le tableau 2.3, les traits donnés aux éléments I et C indiqués sont appelés causalité intégrale puisque la relation entre le flux et l'effort de ces éléments est de

type intégral. Cependant, dans un système physique, il est possible que les éléments I et C puissent recevoir une causalité dérivée. Il est recommandé d'éviter ce type de causalité si possible. Pour les éléments R, la causalité n'est pas importante et les deux formes peuvent être attribuées. Pour les sources, la causalité est de type obligatoire.
Les jonctions sont très importantes lorsque les traits de causalité sont attribués. La raison est que dans chaque jonction il n'y a qu'une seule bande qui contrôle la propriété de cette jonction (c'est-à-dire le flux ou l'effort). Cela signifie, par exemple, que dans un noeud 1, tous les éléments connectés qui ont des flux égaux, le flux est dicté par un seul élément. Un exemple est une source de flux connectée à un noeud 1, évidemment tous les éléments auront le flux de la source. Par convention, la liaison forte dans une jonction à flux commun reçoit le coup causal à l'extérieur de la jonction et les autres liens reçoivent leurs coups à l'intérieur de la jonction. Pour une jonction à effort commun, c'est l'inverse qui s'applique (c'est-à-dire que le lien fort reçoit le coup à l'intérieur de la jonction).
La figure 2.11 illustre les traits de causalité des jonctions à flux commun et à effort commun. Il est clair que dans une jonction 0, un seul trait apparaît à l'intérieur de la jonction et dans une jonction 1, un seul trait apparaît à l'extérieur de la jonction.

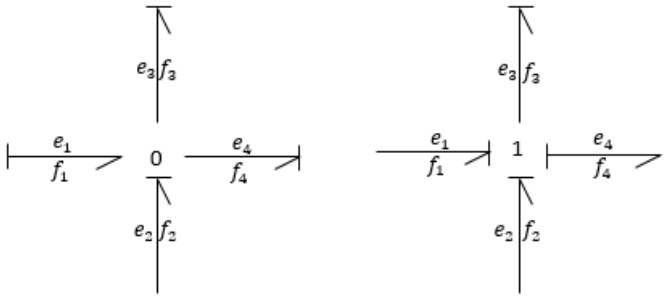


FIGURE 2.11 – Traits de causalité pour la jonction 0 et la jonction 1.

Les figures 2.12 représente les restrictions causales pour le transformateur et le gyrateur.

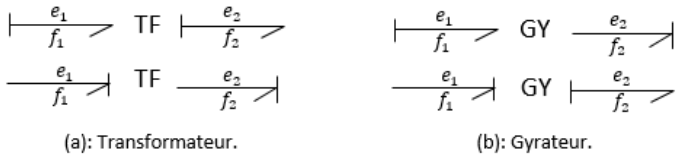


FIGURE 2.12 – Traits de causalité pour le transformateur et le gyrateur.

2.3.5 Procédure d'affectation de causalité

La procédure d'attribution de causalité dans un bond graph n'est pas unique et chacun peut utiliser une manière différente d'insérer les traits. Cependant, il existe quelques

points qu'il est utile de prendre en compte avant d'attribuer les traits de causalité.

- Les sources sont de bons points de départ car leurs traits sont définis.

- Essayez d'attribuer des causalités intégrales pour tous les éléments I et C.

- Affecter la causalité aux éléments R en respectant les restrictions de causalité sur les jonctions.

- Vérifiez toutes les jonctions et assurez-vous qu'il n'y a qu'une seule liaison forte dans chaque joint.

2.4 Modélisation graphique du pendule double inversé

Considérons le système (2.1) :
Dans notre système, le pendule double inversé est représenté à l'aide d'un bond graph composé de plusieurs parties. Les variables généralisées de flux et les variables d'effort correspondent à la vitesse et à la force, respectivement. Comme la figure 2.13 montre, les deux parties du système (le premier et le deuxième pendule inversé) sont représentées dans le bond graph par deux pendules associés et deux points de liaison (A, B) dans chaque élément sont considérés afin de connecter les composants du système.
La vitesse (flux) est spécifiée à l'aide de la jonction 1 dans le support de la représentation graphique. La force (effort) appliquée au centre de masse est représentée par la source d'effort. La relation entre la vitesse et la force du centre de masse a été exprimée en utilisant la transformée modulée MTF, qui définissent la position de A et B dans la référence (o, x, z).
La dynamique de rotation du modèle est considérée en utilisant un inducteur et la dynamique de translation représentée par deux composants d'inertie .
Remarque : En suivant les règles de jonction, nous pouvons trouver une relation entre le système d'espace d'état non linéaire (q_1, q_2, q_3, q_4) qui va de pair avec l'équation (2.7) indiquée précédemment dans la représentation mathématique.

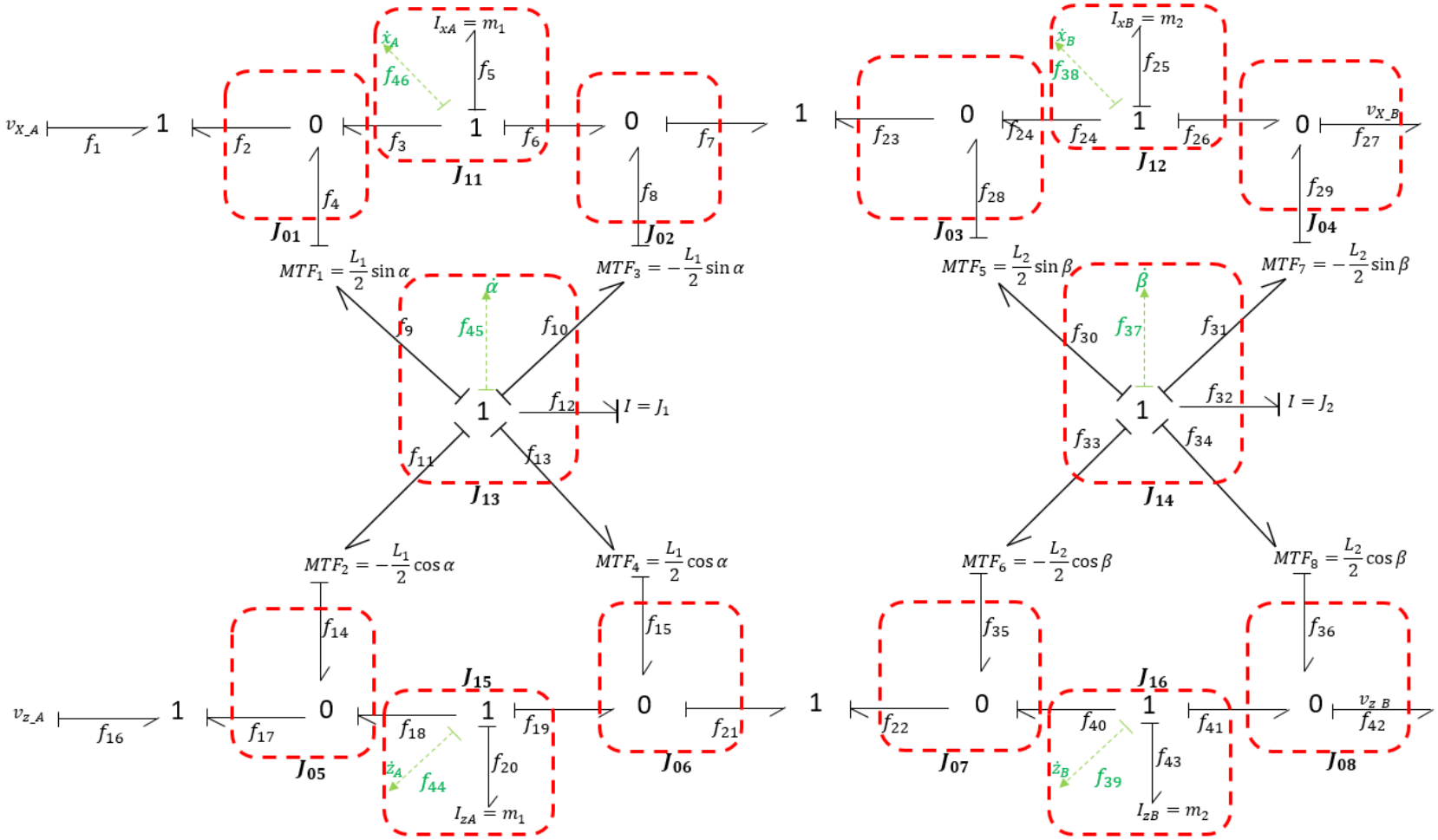


FIGURE 2.13 – la représentation bond graph pour le pendule double inversé.

2.4.0.1 Analyse du bond graph

Junction 1 :

$$J_{11} = \begin{cases} f_5 = f_{46} = f_3 = f_6 \\ e_5 + e_{46} + e_3 + e_6 = 0 \end{cases} \tag{2.28}$$

$$J_{15} = \begin{cases} f_{18} = f_{19} = f_{20} = f_{44} \\ e_{18} + e_{19} + e_{20} + e_{44} = 0 \end{cases} \tag{2.29}$$

$$J_{12} = \begin{cases} f_{27} = f_{28} = f_{29} = f_{26} \\ e_{27} + e_{28} + e_{29} + e_{26} = 0 \end{cases} \tag{2.30}$$

$$J_{16} = \begin{cases} f_{43} = f_{40} = f_{42} = f_{41} \\ e_{43} + e_{40} + e_{42} + e_{41} = 0 \end{cases} \tag{2.31}$$

$$J_{13} = \begin{cases} f_9 = f_{10} = f_8 = f_{11} = f_{12} = f_{13} \\ e_9 + e_{10} + e_8 + e_{11} + e_{12} + e_{13} = 0 \end{cases} \tag{2.32}$$

$$J_{14} = \begin{cases} f_{34} = f_{35} = f_{47} = f_{33} = f_{36} = f_{37} \\ e_{34} + e_{35} + e_{47} + e_{33} + e_{36} + e_{37} = 0 \end{cases} \tag{2.33}$$

Junction 0 :

$$J_{01} = \begin{cases} e_3 = e_4 = e_2 \\ f_2 = f_3 + f_4 \end{cases} \tag{2.34}$$

$$J_{02} = \begin{cases} e_7 = e_6 = e_8 \\ f_7 = f_6 + f_8 \end{cases} \tag{2.35}$$

$$J_{03} = \begin{cases} e_{23} = e_{24} = e_{28} \\ f_{23} = f_{24} + f_{28} \end{cases} \tag{2.36}$$

$$J_{04} = \begin{cases} e_{26} = e_{27} = e_{29} \\ f_{27} = f_{26} + f_{29} \end{cases} \tag{2.37}$$

$$J_{08} = \begin{cases} e_{42} = e_{36} = e_{41} \\ f_{42} = f_{36} + f_{41} \end{cases} \tag{2.38}$$

$$J_{07} = \begin{cases} e_{40} = e_{35} = e_{22} \\ f_{22} = f_{35} + f_{40} \end{cases} \tag{2.39}$$

$$J_{06} = \begin{cases} e_{15} = e_{21} = e_{19} \\ f_{21} = f_{15} + f_{19} \end{cases} \tag{2.40}$$

$$J_{05} = \begin{cases} e_{14} = e_{18} = e_{17} \\ f_{17} = f_{14} + f_{18} \end{cases} \tag{2.41}$$

Junction MTF :

$$MTF_1 = \begin{cases} e_9 = MTF_1 e_4 = \frac{L_1}{2}\sin\alpha e_4 \\ f_4 = MTF_1 f_9 = \frac{L_1}{2}\sin\alpha f_9 \end{cases} \tag{2.42}$$

$$MTF_2 = \begin{cases} e_{11} = MTF_2 e_{14} = -\frac{L_1}{2}\cos\alpha e_{14} \\ f_{14} = MTF_2 f_{11} = -\frac{L_1}{2}\cos\alpha f_{11} \end{cases} \tag{2.43}$$

$$MTF_3 = \begin{cases} e_{10} = MTF_3 e_8 = -\frac{L_1}{2}\sin\alpha e_8 \\ f_8 = MTF_3 f_{10} = -\frac{L_1}{2}\sin\alpha f_{10} \end{cases} \tag{2.44}$$

$$MTF_4 = \begin{cases} e_{13} = MTF_4 e_{15} = \frac{L_1}{2}\cos\alpha e_{15} \\ f_{15} = MTF_4 f_{13} = \frac{L_1}{2}\cos\alpha f_{13} \end{cases} \tag{2.45}$$

$$MTF_5 = \begin{cases} e_{30} = MTF_5 e_{28} = \frac{L_2}{2}\sin\beta e_{28} \\ f_{28} = MTF_5 f_{30} = \frac{L_2}{2}\sin\beta f_{30} \end{cases} \tag{2.46}$$

$$MTF_6 = \begin{cases} e_{33} = MTF_6 e_{35} = -\frac{L_2}{2}\sin\beta e_{35} \\ f_{35} = MTF_6 f_{33} = -\frac{L_2}{2}\sin\beta f_{33} \end{cases} \tag{2.47}$$

$$MTF_7 = \begin{cases} e_{31} = MTF_7 e_{29} = -\frac{L_2}{2}\sin\beta e_{29} \\ f_{29} = MTF_7 f_{31} = -\frac{L_2}{2}\sin\beta f_{31} \end{cases} \tag{2.48}$$

$$MTF_8 = \begin{cases} e_{36} = MTF_8 e_{34} = \frac{L_2}{2}\cos\beta e_{34} \\ f_{34} = MTF_8 f_{36} = \frac{L_2}{2}\cos\beta f_{36} \end{cases} \tag{2.49}$$

Les équations au niveau des éléments passifs :

$$\begin{cases} f_5 = \frac{1}{m_1}.P_5 \\ e_5 = \dot{P}_5 \end{cases} \quad \begin{cases} f_{12} = \frac{1}{J_1}.P_{12} \\ e_{12} = \dot{P}_{12} \end{cases} \quad \begin{cases} f_{20} = \frac{1}{m_1}.P_{20} \\ e_{20} = \dot{P}_{20} \end{cases}$$
$$\begin{cases} f_{25} = \frac{1}{m_2}.P_{25} \\ e_{25} = \dot{P}_{25} \end{cases} \quad \begin{cases} f_{32} = \frac{1}{J_2}.P_{32} \\ e_{32} = \dot{P}_{32} \end{cases} \quad \begin{cases} f_{43} = \frac{1}{m_2}.P_{43} \\ e_{43} = \dot{P}_{43} \end{cases} \tag{2.50}$$

En remplaçant, les vitesses sont données par :

$$\begin{cases} f_{46} = \dot{x_A} = \frac{L_1}{2}\dot{\alpha}\cos\alpha \\ f_{44} = \dot{z_A} = -\frac{L_1}{2}\dot{\alpha}\sin\alpha \end{cases}$$
$$\begin{cases} f_{38} = \dot{x_B} = -L_1\dot{\alpha}\sin\alpha + \frac{L_2}{2}\dot{\beta}\sin\beta \\ f_{39} = \dot{z_B} = L_1\dot{\alpha}\cos\alpha - \frac{L_2}{2}\dot{\beta}\cos\beta \end{cases} \tag{2.51}$$

Ce qui nous conduit à l'équation (2.1)

2.4.1 La simulation de la réalité virtuelle via 20-Sim

Afin de concevoir la dynamique de ce pendule double inversé, il est nécessaire de visualiser les mouvements du modèle dynamique. Cette animation permet de détecter tous les degrés de liberté de ce système, et aide à la sélection du contrôleur approprié.
Pour créer la réalité virtuelle dans le logiciel 20-Sim en utilisant l'approche du bond graph, deux étapes doivent être suivies : la première étape consiste à dessiner le diagramme du bond graph et la deuxième étape consiste à modéliser le prototype du système à l'aide de 20-Sim 3D Mechanics Toolbox.
Comme on peut constater, une fois que le couple a été appliqué sur le deuxième pendule inversé, le système a dévié de sa position d'équilibre figure 2.14. Le développement du mouvement est représenté dans [112].
Comme illustré dans les figures 2.15 et 2.16, le mouvement de notre système a été repré-

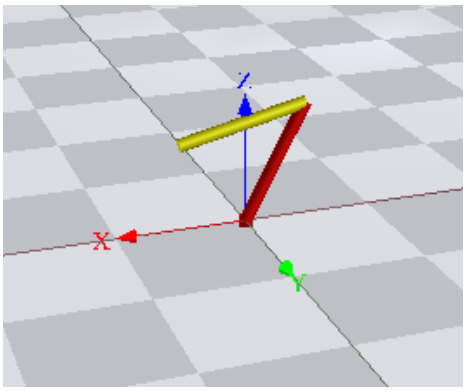


FIGURE 2.14 – le modèle dynamique dans 20-Sim.

senté. Nous pouvons présumer à partir de ces graphes que le système tombe et s'écarte de son centre de gravité, en fait, l'insertion d'un contrôleur de stabilité est hautement nécessaire pour préserver l'équilibre du système.

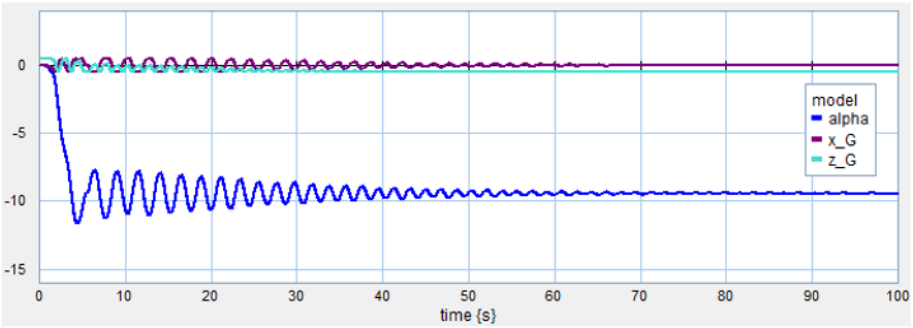


FIGURE 2.15 – Mouvement du premier pendule via 20-Sim.

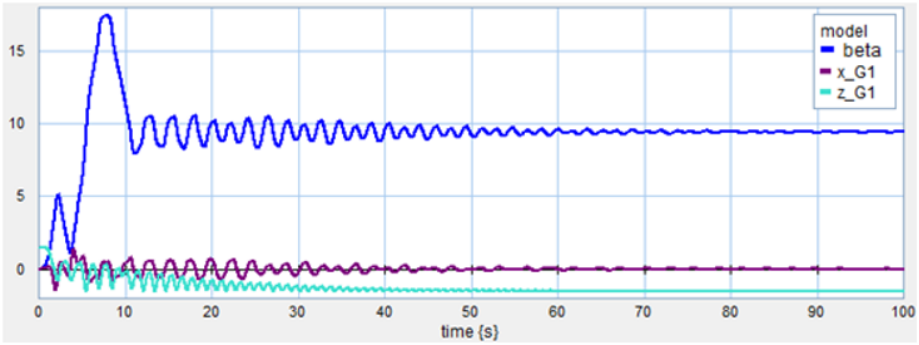


FIGURE 2.16 – Mouvement du deuxième pendule via 20-Sim.

2.5 Analyse de position initiale d'équilibre instable

Considérant le modèle mathématique (2.7).
La tâche la plus compliquée est d'atteindre la stabilité à son point d'équilibre. Nous devons donc choisir une position initiale convenable dans laquelle mettre en oeuvre un contrôleur qui permet au système de passer d'une position d'équilibre instable à une position stable.
Comme l'illustre la figure 2.17, l'approche de Lyapunov est utilisée pour examiner le mouvement de stabilité du point d'équilibre en accord avec le mouvement du système DIP tout en se concentrant sur une fonction scalaire positive.
A titre d'explication, une fonction scalaire continue V(x) qui est 0 à l'origine et positive

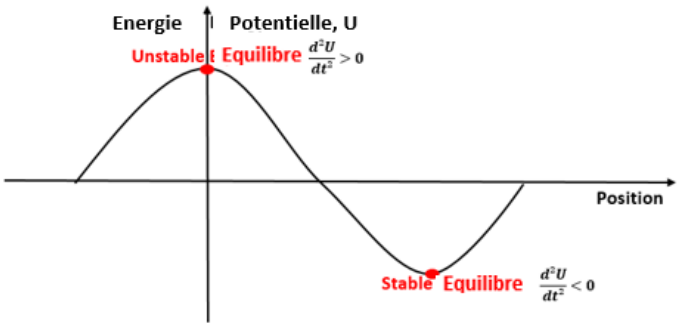


FIGURE 2.17 – Région convexe et concave de la fonction de Lyapunov.

en un certain point entourant le système pendule double inversé, c'est-à-dire :

$$\begin{cases} V(0) = 0, \quad V(x) > 0, \quad \forall x > 0 \\ \|x\| \to \infty \implies V(x) \to \infty \\ \dot{V}(x) < 0, \quad \forall x \neq 0 \end{cases} \tag{2.52}$$

Puisque l'énergie potentielle est une fonction positive et continue, nous la considérons comme une fonction de Lyapunov.
Ainsi, en se basant sur l'approche de Lyapunov, la position d'équilibre instable initiale est déterminée par :

$$\left\{ V_{Convex} = \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \right\} \in R^+ \tag{2.53}$$

Par conséquent,

$$\beta = \arccos\left(\frac{\frac{m_1}{2} + m_2.g.L_1}{\frac{m_2}{2}.g.L_2}.\cos\alpha\right) \tag{2.54}$$

2.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté un modèle dynamique non linéaire d'un pendule double inversé. Cette modélisation a été basée sur deux illustrations : une représentation mathématique en appliquant la méthode Lagrangienne, d'une part, et une illustration graphique en utilisant la méthode du bond graph. Par la suite, le modèle graphique est incarné sur 20-Sim afin de vérifier la trajectoire et le mouvement du système. Dans les chapitres suivants, nous allons développer des techniques de contrôle afin de pouvoir stabiliser le système.

CHAPITRE 3

Conception d'un contrôleur flou du pendule double inversé

Sommaire

3.1 Introduction 53
3.2 Commande par retour d'état basée sur un modèle T-S 53
3.3 Formulation de la stratégie du contrôle 54
3.3.1 Conception d'un contrôleur flou à retour d'état 57
3.3.2 Simulations numériques 58
3.3.2.1 Résultats 60
3.3.2.2 Discussions 62
3.4 Stabilisation quadratique relaxée d'un modèle flou T-S 62
3.4.1 Conception des conditions de la stabilité relaxée 63
3.4.2 Simulations numériques 67
3.4.2.1 Résultats 69
3.4.2.2 Discussions 71
3.5 Conclusion 72

3.1 Introduction

Une fois les modèles mathématiques et graphiques du système pendule double inversé ont été déterminé en se basant sur l'application d'un seul couple au sommet du pendule. Dans le présent chapitre, nous visons à surmonter un tel défi en utilisant le modèle flou T-S pour contrôler ce prototype en position verticale. Pour ce faire, nous allons développer deux théorèmes en se basant sur la technique floue T-S pour maintenir la linéarité du modèle. Ajoutant à cela, on va utiliser les inégalités matricielles linéaires (LMI) pour établir un contrôleur flou H_∞ en raison de son utilité pour simplifier les systèmes non linéaires et diminuer le taux d'erreur. Finalement, on va tirer une conclusion sur le meilleur contrôleur à partir des simulations numériques que nous allons formuler dans l'environnement Matlab/ Simulink.

3.2 Commande par retour d'état basée sur un modèle T-S

La commande floue par retour d'état est considérée comme le dispositif le plus performant pour expliquer le comportement dynamique du système non linéaire d'une manière adéquate. Par conséquent, la nouveauté et l'efficacité de cette méthode se manifestent en fonction des facteurs suivants : la réponse dynamique, le degré de complexité de l'algorithme, le nombre de détecteurs et le coût de mise en oeuvre.
Récemment, l'utilisation des modèles flous dynamiques Takagi-Sugeno (T-S) pour l'approximation de systèmes non linéaires a suscité un grand intérêt. Cet intérêt repose sur le fait que les modèles dynamiques T-S sont facilement obtenus par linéarisation des systèmes non linéaire autour de différents points de fonctionnement [113–115]. Une fois les modèles flous T-S sont obtenus, la méthodologie de contrôle linéaire peut être utilisée pour concevoir des contrôleurs de retour d'état locaux pour chaque modèle linéaire. L'agrégation des règles floues donne un modèle généralement non linéaire, mais sous une forme très spéciale, qui est exactement la même que celle d'un système non linéaire décrit par un ensemble des modèles linéaires polytopiques.
Puisque des algorithmes d'optimisation convexe existent pour traiter ces types de systèmes, il est naturel d'utiliser des algorithmes pour la conception de contrôleurs flous T-S. Des conditions suffisantes pour la stabilité des systèmes T-S ont été proposées pour la première fois dans [116]. Ces conditions suffisantes requièrent l'existence d'une matrice commune définie positive qui satisfait un ensemble d'inégalités de Lyapunov. Bien que la recherche d'une solution définie positive commune de la LMI qui peut être résolue de manière efficace en temps polynomial. [117] a conçu un contrôleur par retour d'état basé sur des inégalités matricielles linéaires (LMI) pour des systèmes T-S. Les auteurs ont établi une méthode systématique de conception de contrôleurs qui utilise un certain type des modèles flous T-S pour approximer des systèmes non linéaires. D'après les résultats des simulations, cette méthode garantit non seulement la stabilité, mais elle minimise

également une limite supérieure d'une mesure de performance linéaire quadratique. [118] a également proposé un contrôleur par retour d'état basé sur LMI pour le contrôle d'un double pendule lié à un pont roulant. La performance du contrôleur proposé a été comparée à celle d'un schéma du contrôle PID en termes de suivi de position et de robustesse due à la variation de la charge utile. Les résultats des simulations ont montré que les deux contrôleurs suivent la position du chariot et les angles d'oscillation. Cependant, le contrôleur proposé a obtenu de meilleurs résultats que le schéma du contrôle PID en termes de réduction des oscillations du crochet et de la charge. En outre, D'après d'un modèle flou T-S d'un double pendule lié à un pont roulant, [119] a combiné un contrôleur floue avec un régulateur linéaire quadratique pour contrôler la régulation de la position et l'angle d'oscillation. Les résultats de la simulation indiquent l'efficacité du contrôleur proposé.
Dans la référence [120], une commande par retour d'état d'un pendule double inversé sur un chariot est conçue. Dans cette méthode, les contrôleurs par retour d'état H_∞ et H_2 sont utilisés pour le modèle linéaire d'espace d'état et la matrice de gain calculée a été obtenue pour stabiliser ce système. Les simulations graphiques révèlent une performance supérieure du contrôleur proposé H_∞. [121] s'est concentré sur des modèles T-S pour stabiliser le système pendule double inversé et afin de valider la méthode proposée, Les simulations ont prouvé l'efficacité de l'approche utilisée.

Dans cette partie du chapitre, une représentation par retour d'état est conçue. Ensuite, nous avons utilisé l'approche floue du retour d'état pour linéariser le modèle mathématique non linéaire et pour développer un contrôleur flou H_∞ vu sa grande capacité à simplifier les systèmes non linéaires de manière à réduire le taux d'erreur et d'augmenter la précision. Dans notre conceptualisation du pendule double inversé, nous avons utilisé le logiciel Matlab pour simuler la commande appliquée sur la partie supérieure du système afin de garantir la stabilité et la flexibilité de la réponse tout en ramenant le système de n'importe quelle position à la position d'équilibre verticale.

3.3 Formulation de la stratégie du contrôle

Il a été prouvé que les modèles flous à retour d'état représentent précisément certains systèmes non linéaires qui utilisent des règles floues SI / ALORS. Ainsi, ces modèles flous à retour d'état fournissent une approche simple et efficace pour compléter d'autres stratégies de contrôle non linéaires et pour diminuer la complexité du système afin d'optimiser le taux d'erreur dans les résultats de simulation en utilisant des modèles mathématiques non linéaires.
Par conséquent, nous nous intéressons plus particulièrement dans cette partie à l'approche floue par retour d'état. Ainsi, les fonctions d'appartenance sont définies selon les conditions ci-dessous :

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{4} h_i(z_1(t), z_3(t)) = 1 \\ 0 \leq h_i(z_1(t), z_3(t)) \leq 1, i = 1, .., 4 \end{cases}$$

Avec :

$$\begin{cases} z_1 = q_1 \\ z_3 = q_3 \end{cases}$$

Où les paramètres q_i sont les variables d'entrée. D'une manière générale, ces variables sont théoriquement définies comme étant continues ou discrètes, mais en pratique, seules les variables continues sont les plus réalisables car tous les contrôleurs et les modèles flous sont appliqués à l'aide d'ordinateurs numériques.
$min_2, min_4, max_2, max_4$ sont respectivement le minimum et le maximum de q_2 et q_4, donc :

$$min_2 < q_2 < max_2$$
$$min_4 < q_4 < max_4$$

Les fonctions d'appartenance $M_{k,min}$ et $M_{k,max}$ destinées à chaque variable sont données comme suit :

$$M_1^1(q_2) = \frac{q_2 - min_2}{max_2 - min_2}; \tag{3.1}$$

$$M_1^2(q_2) = \frac{max_2 - q_2}{max_2 - min_2}; \tag{3.2}$$

$$M_2^1(q_4) = \frac{q_4 - min_4}{max_4 - min_4}; \tag{3.3}$$

$$M_2^2(q_4) = \frac{max_4 - q_4}{max_4 - min_4} \tag{3.4}$$

Les fonctions de pondération du modèle flou de retour d'état sont :

$$\begin{cases} h_1 = M_1^1(q_2).M_2^1(q_4); \\ h_2 = M_1^1(q_2).M_2^2(q_4); \\ h_3 = M_1^2(q_2).M_2^1(q_4); \\ h_4 = M_1^2(q_2).M_2^2(q_4). \end{cases}$$

Ainsi, le modèle flou de retour d'état global est :

$$\begin{cases} \dot{q}(t) = \sum_{i=1}^{4} h_i(z(t))(A_i.q(t) + B_i.q(t) + D.w(t)) \\ z(t) = \sum_{i=1}^{4} h_i(C_i.q(t)), i = 1, .., 4 \end{cases}$$

où les sous-systèmes sont établis de la manière suivante :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{\xi}(\frac{\lambda}{a}+1) & -\frac{\gamma}{\xi}q_2 & -\frac{\lambda}{a}\mu\xi & \frac{\gamma}{\xi}(\frac{\lambda}{a}+1) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{\lambda}{a}\nu & -\frac{\gamma}{\xi} & -\frac{\mu}{\xi} & -\frac{\lambda}{a}\gamma q_4 \end{bmatrix} ; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\lambda}{a}\xi \\ 0 \\ \frac{1}{\xi} \end{bmatrix}$$

Donc,

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{\xi}(\frac{\lambda}{a}+1) & -\frac{\gamma}{\xi}q_{min2} & -\frac{\lambda}{a}\mu\xi & \frac{\gamma}{\xi}(\frac{\lambda}{a}+1) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{\lambda}{a}\nu & -\frac{\gamma}{\xi} & -\frac{\mu}{\xi} & -\frac{\lambda}{a}\gamma q_{min4} \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{\xi}(\frac{\lambda}{a}+1) & -\frac{\gamma}{\xi}q_{min2} & -\frac{\lambda}{a}\mu\xi & \frac{\gamma}{\xi}(\frac{\lambda}{a}+1) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{\lambda}{a}\nu & -\frac{\gamma}{\xi} & -\frac{\mu}{\xi} & -\frac{\lambda}{a}\gamma q_{max4} \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{\xi}(\frac{\lambda}{a}+1) & -\frac{\gamma}{\xi}q_{max2} & -\frac{\lambda}{a}\mu\xi & \frac{\gamma}{\xi}(\frac{\lambda}{a}+1) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{\lambda}{a}\nu & -\frac{\gamma}{\xi} & -\frac{\mu}{\xi} & -\frac{\lambda}{a}\gamma q_{max4} \end{bmatrix}$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{\xi}(\frac{\lambda}{a}+1) & -\frac{\gamma}{\xi}q_{max2} & -\frac{\lambda}{a}\mu\xi & \frac{\gamma}{\xi}(\frac{\lambda}{a}+1) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{\lambda}{a}\nu & -\frac{\gamma}{\xi} & -\frac{\mu}{\xi} & -\frac{\lambda}{a}\gamma q_{min4} \end{bmatrix}$$

et,
$B = B_1 = B_2 = B_3 = B_4$.

Lemma 1. [122] : *Les énoncés suivants concernant le système continu nominal non forcé sont équivalents :*
1) Il existe une matrice $P = P^T > 0$ de telle sorte que

$$\begin{bmatrix} PA_{ij} + A_{ij}^T P & PE_i & C_i^T \\ * & -\gamma^2 I & D_i^T \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \tag{3.5}$$

2) $\dot{x} = A_{ij}x(t)$ est un système stable et perturbé $\dot{x} = A_{ij}x(t) + E_i\omega(t)$ satisfait à H_∞ performance.

3.3.1 Conception d'un contrôleur flou à retour d'état

En évaluant les matrices précédentes pour chaque sous-système linéaire du modèle flou T-S pour le système de pendule double inversé et en prenant en considération les paramètres du système non linéaire (2.7) : $m_1 = 0.5kg, m_2 = 0.75kg, L_1 = 0.5m$ et $L_2 = 0.75kg$ et en supposant que la paire (A_i, B_i) est contrôlable et observable, il sera possible de développer la conception d'un contrôleur flou à retour d'état.
La conception du contrôleur flou est basée sur l'établissement de matrice du gain K_i pour la paire linéaire (A_i, B_i) qui satisfait le théorème de stabilité suivant :
Théorème 1 : *Considérons le système flou en boucle fermée , et un scalaire $\gamma > 0$, le système est asymptotiquement stable avec la performance de H_∞ γ si, il existe une matrice symétrique Q, et des matrices Y_i, telles que les LMIs suivantes soient tenues.*

$$\Omega_{ii} < 0 \quad i = 1, 2, ...r \tag{3.6}$$

$$\Omega_{ij} + \Omega_{ji} < 0 \qquad i < j = i+1, 2, ...r \tag{3.7}$$

where,

$$\Omega_{ij} = \begin{bmatrix} \Omega_{ij}^{11} & E_i & QC_i^T \\ * & -\gamma^2 I & D_i^T \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \tag{3.8}$$

$$\Omega_{ij}^{21} = A_i Q + Q A_i^T + B_i Y j + Y j^T B_i^T \tag{3.9}$$

les matrices de gain sont données par : $K_i = Y Q^{-1}$

Évidemment, les conditions LMI (3.17) et (3.18) peuvent être réécrites comme suit :

$$\sum_{i=1}^{r} h_i^2 \Omega_{ii} + \sum_{i=1}^{r-1} \sum_{j=i+1}^{r} h_i h_j (\Omega_{ij} + \Omega_{ij}) < 0 \tag{3.10}$$

ce qui est vérifié si :

$$\Omega_{ij} = \begin{bmatrix} \Omega_{ij}^{11} & E_i & Q C_i^T \\ * & -\gamma^2 I & D_i^T \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \tag{3.11}$$

Pré- et post-multiplication des deux côtés de (3.24) par $diag\{Q^{-1}, I, I\}$ et en appliquant le changement de variables $Q^{-1} = P$ et $Y_j = K_j Q$, on obtient l'inégalité (3.5).

3.3.2 Simulations numériques

Dans cette partie, le suivi de la robustesse du système est simulé par la mise en oeuvre d'un modèle flou à retour d'état.

Pour représenter l'étude de stabilité et les techniques de conception du contrôleur à retour de sortie flou T-S pour le système développé, nous devons concevoir le gain de retour K_i des sous-modèles linéaires comme suit :

$$K_1 = \begin{bmatrix} -9.3504 & -0.4311 & 1.0867 & 1.1527 \end{bmatrix},$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} -9.3754 & -0.4321 & 1.0868 & 1.1552 \end{bmatrix},$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} -9.3750 & -0.4309 & 1.0868 & 1.1551 \end{bmatrix},$$

$$K_4 = \begin{bmatrix} -9.3501 & -0.4299 & 1.0867 & 1.1526 \end{bmatrix}.$$

MATLAB Simulink a été mis en oeuvre pour simuler les performances du contrôleur flou à retour d'état. La figure 3.1 montre le schéma fonctionnel du système DIP :

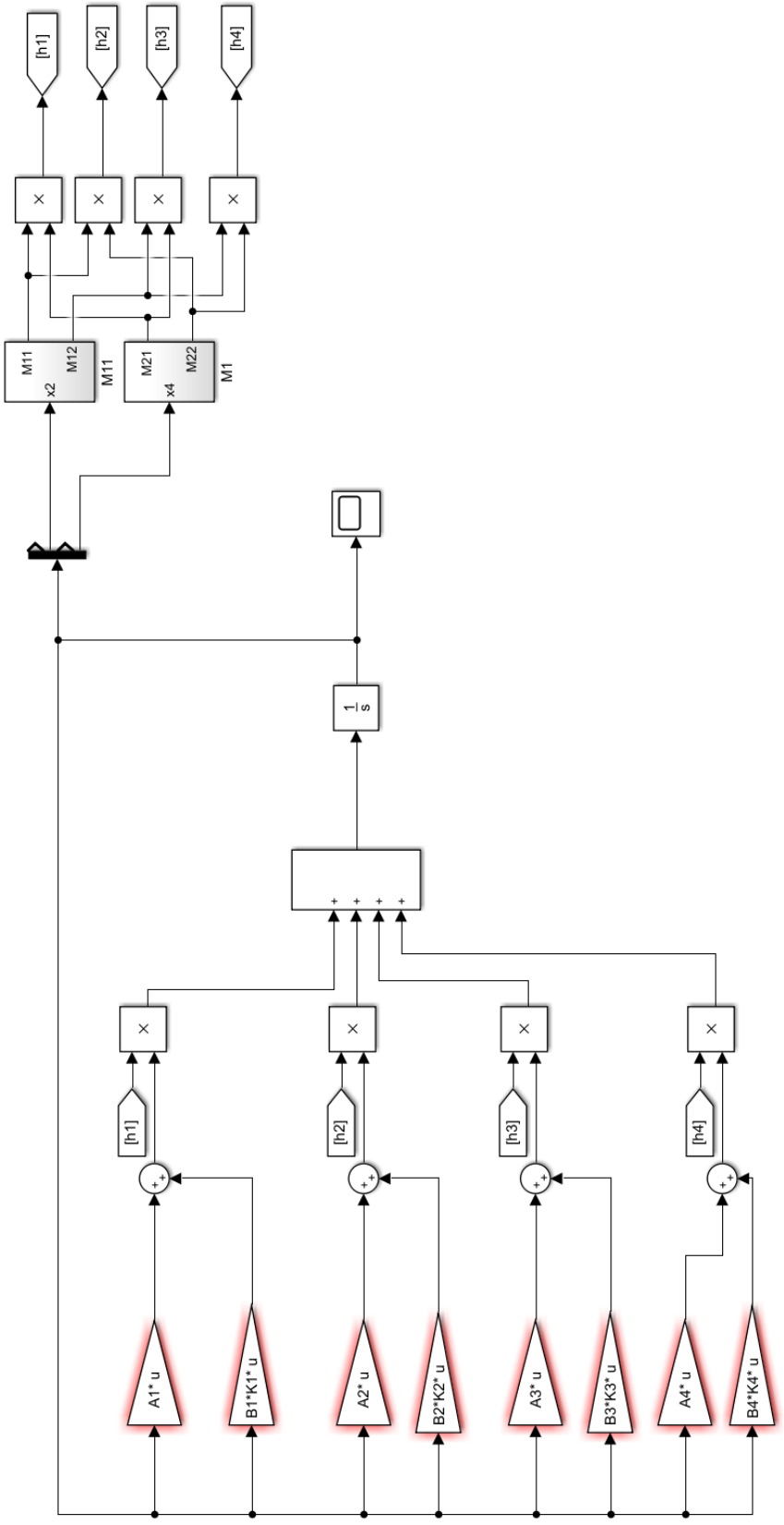


FIGURE 3.1 – Le bloc diagramme du contrôleur flou à retour d'état pour le système pendule double inversé.

3.3.2.1 Résultats

Pour vérifier le modèle flou à retour d'état proposé pour le système pendule double inversé, des simulations ont été mises en oeuvre via Simulink, comme le montre la figure 3.1. Les résultats ont montré que le pendule double inversé peut être équilibré en position verticale, indépendamment de la présence ou de l'absence de perturbation, comme les figures 3.5 et 3.6 montrent.

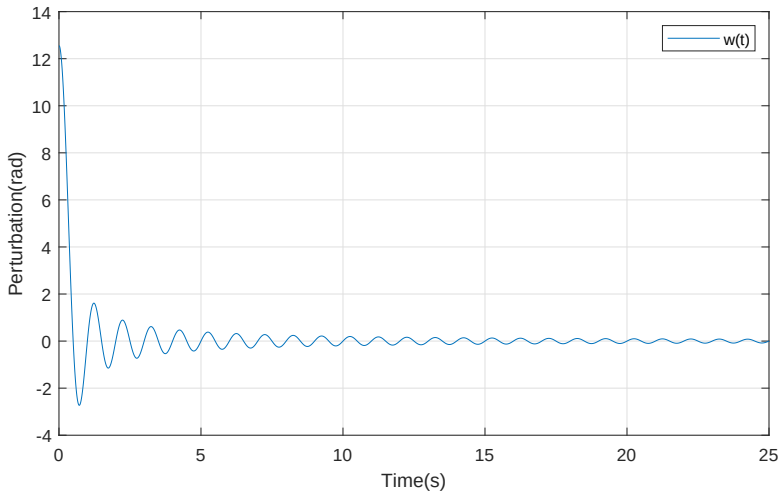


FIGURE 3.2 – Perturbation appliquée au système pendule double inversé.

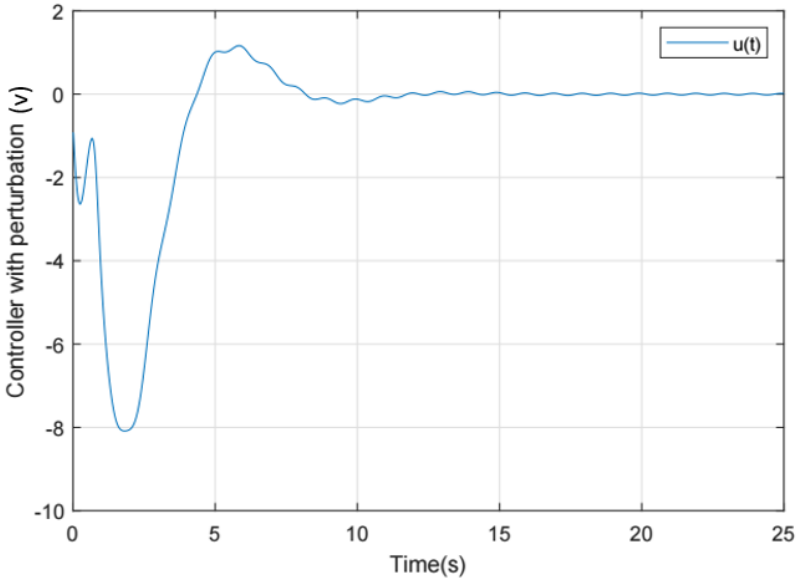


FIGURE 3.3 – Effort de contrôle avec perturbation.

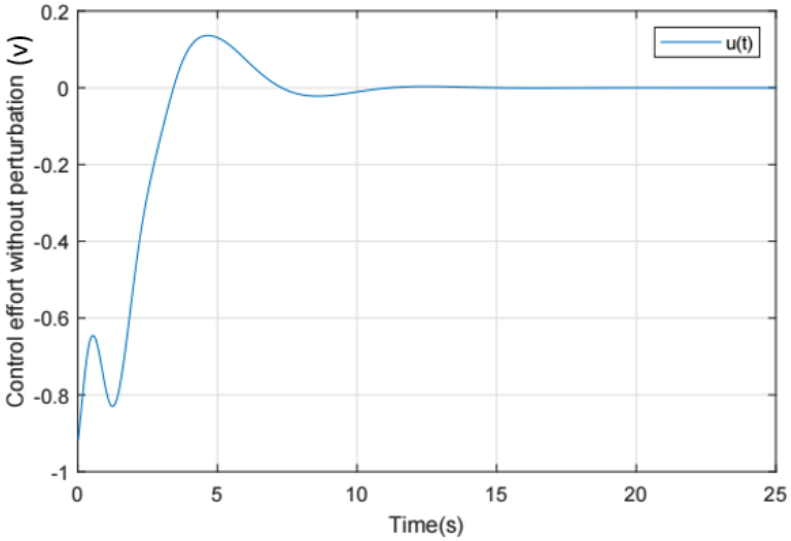


FIGURE 3.4 – Effort de contrôle sans perturbation.

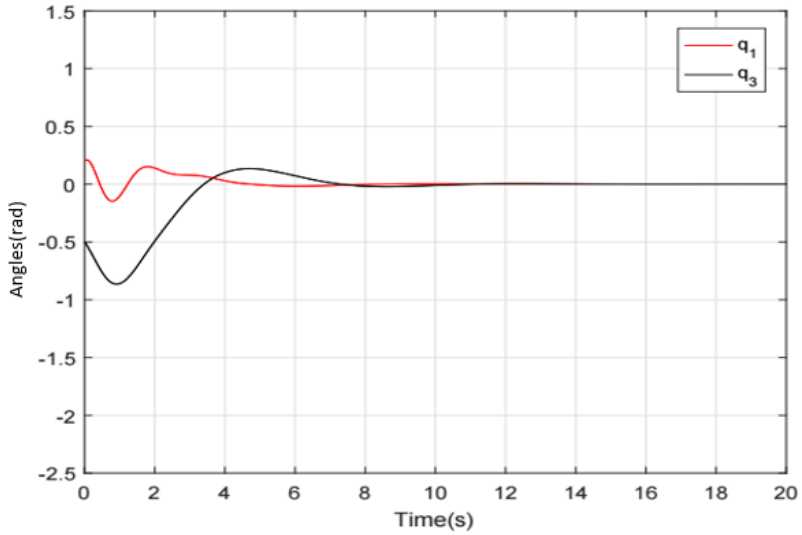


FIGURE 3.5 – Réponse du pendule double inversé sans perturbation.

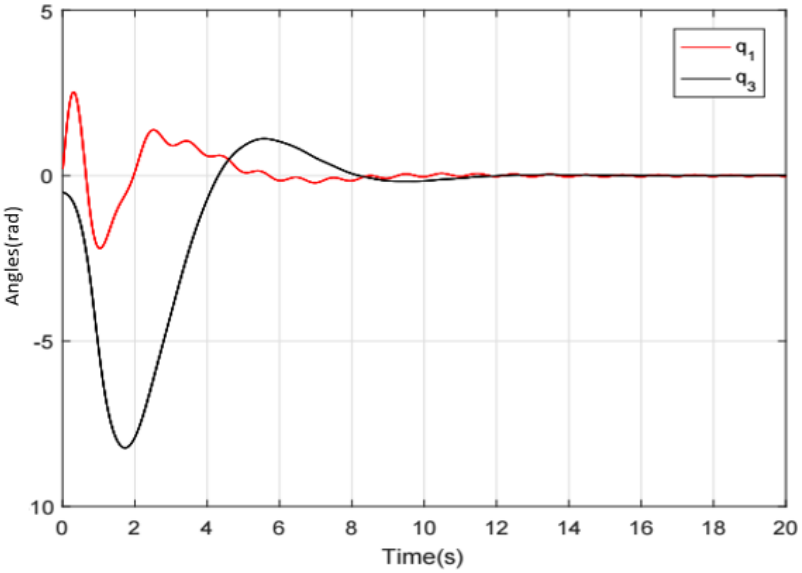


FIGURE 3.6 – Réponse du pendule double inversé avec perturbation.

3.3.2.2 Discussions

Le système pendule double inversé est incarné dans Matlab/Simulink sur la base de la formulation dynamique non linéaire (2.7). Les sous-systèmes linéarisés sont également représentés dans Simulink sur la base des données obtenues du modèle linéarisé en équations, comme illustré dans la section précédente.
L'efficacité du contrôleur flou à retour d'état a été vérifiée par la simulation du pendule double inversé dans le logiciel MATLAB.
La perturbation injectée $w(t) = 2.\frac{\sin(2.\pi.t)}{t}$ a été illustrée dans la figure 3.2 et l'effort de contrôle flou à retour d'état utilisé est montré dans les figure 3.3 et figure 3.4
Comme mentionné dans les figures 3.5 et 3.6, le modèle flou à retour d'état sélectionné amène le système au point d'équilibre en [0, 10] s, sans appliquer de perturbation, tandis que, dans la figure 3.4, le contrôleur avec application de perturbation amène le système au point d'équilibre en [0, 20] s.
En conclusion, le modèle flou à retour d'état sélectionné sans perturbation a non seulement assuré une réponse rapide, mais aussi une bonne précision dans la commande du système pendule double inversé.

3.4 Stabilisation quadratique relaxée d'un modèle flou T-S

La problématique de la stabilisation des systèmes de commande flous T-S a été largement étudiée dans des cadres non linéaires. Cependant, les résultats actuels sont seulement suffisants et nécessitent des hypothèses conservatrices. Par exemple, Tanaka et Sugeno ont présenté des conditions suffisantes pour la stabilité des modèles en utilisant une approche de Lyapunov quadratique T-S [123]. La stabilité dépend de l'existence d'une matrice commune définie positive garantissant la stabilité de tous les sous-systèmes locaux. Ces conditions de stabilité peuvent être exprimées sous forme d'inégalités matricielles linéaires (IML) [124]. Récemment, la contrainte LMI a été ajoutée pour calculer un taux de décroissance et pour garantir que l'action de la loi de commande ne permet pas de dépasser une limite normalisée prédéfinie des signaux d'entrée et de sortie [125, 126]. Cependant, si le nombre de sous-modèles est important, il peut être difficile de trouver une matrice commune. De plus, ces contraintes sont souvent très conservatrices et il est bien connu que, dans de nombreux cas, une matrice commune définie positive n'existe pas, alors que le système est stable.

L'idée derrière la stabilité relaxée d'un modèle flou est de déduire de nouvelles conditions en relaxant les conditions précédentes de stabilité. Les conditions de la stabilité relaxée quadratique pour les systèmes de contrôle flous T-S ont été proposé dans [127–129]. Ces conditions sont représentées sous la forme d'inégalités matricielles linéaires. Concer-

nant les conditions conventionnelles, les conditions proposées conviennent non seulement à la conception de contrôleurs flous à retour d'état, mais aussi à la conception de contrôleurs flous à retour de sortie statique. La validité et l'applicabilité de l'approche proposée sont démontrées avec succès dans le contrôle d'un système non linéaire. Cependant, les problèmes de conditions de stabilité quadratiques relaxées, de conception d'observateurs flous et de conception de contrôleurs H_∞ pour les systèmes flous T-S ont été étudiés dans [130]. Les auteurs ont d'abord obtenu les nouvelles conditions de stabilité. Ensuite, ils ont proposé des nouveaux observateurs flous basés sur les conditions de stabilité relaxées pour les systèmes flous T-S. Deux conditions LMI, qui garantissent l'existence des contrôleurs H_∞ basés sur des observateurs flous pour les systèmes flous T-S ont été décortiquées. Ces conditions ne sont pas seulement simples, mais elles prennent également en compte les interactions entre les sous-systèmes flous. Enfin, à l'aide de quelques exemples, il a été prouvé que les régulateurs, les observateurs flous et la conception de contrôleurs H_∞ basés sur de nouveaux observateurs pour les systèmes flous T-S sont très pratiques et efficaces.

Pour ce qui concerne la non-linéarité du pendule double inversé, nous envisageons dans cette partie de développer la stabilisation quadratique relaxée pour améliorer les performances du contrôle et les comparer avec celles du dispositif précédent.

3.4.1 Conception des conditions de la stabilité relaxée

Les fonctions d'appartenance sont définies selon les conditions suivantes :

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{4} \sigma_i(z_1(t), z_3(t)) = 1 \\ 0 \leq \sigma_i(z_1(t), z_3(t)) \leq 1, i = 1, .., 4 \end{cases}$$

Avec :

$$\begin{cases} z_1 = Q_1 \\ z_3 = Q_3 \end{cases}$$

Où les paramètres Q_i sont les entrées.
$min_2, min_4, max_2, max_4$ sont le maximum et le minimum de Q_2 et Q_4, donc :

$$min_2 < Q_2 < max_2$$
$$min_4 < Q_4 < max_4$$

Les fonctions d'appartenance $M_{k,min}$ et $M_{k,max}$ destinées à chaque variable sont données comme suit :

$$M_1^1(Q_2) = \frac{Q_2 - min_2}{max_2 - min_2}; \tag{3.12}$$

$$M_1^2(Q_2) = \frac{max_2 - Q_2}{max_2 - min_2}; \tag{3.13}$$

$$M_2^1(Q_4) = \frac{Q_4 - min_4}{max_4 - min_4}; \tag{3.14}$$

$$M_2^2(Q_4) = \frac{max_4 - Q_4}{max_4 - min_4} \tag{3.15}$$

Les fonctions de pondération sont :

$$\begin{cases} \sigma_1 = M_1^1(Q_2).M_2^1(Q_4); \\ \sigma_2 = M_1^1(Q_2).M_2^2(Q_4); \\ \sigma_3 = M_1^2(Q_2).M_2^1(Q_4); \\ \sigma_4 = M_1^2(Q_2).M_2^2(Q_4). \end{cases}$$

Donc, le système global est défini comme :

$$\begin{cases} \dot{q}(t) = \sum_{i=1}^{4} \sigma_i(z(t))(A_i q(t) + B_i q(t) + Dw(t)) \\ z(t) = \sum_{i=1}^{4} \sigma_i.(C_i q(t)), i = 1, .., 4 \end{cases}$$

où les sous-systèmes sont déterminés comme étant :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{\xi}(\frac{\lambda}{a} + 1) & -\frac{\gamma}{\xi}Q_2 & -\frac{\lambda}{a}\mu\xi & \frac{\gamma}{\xi}(\frac{\lambda}{a} + 1) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{\lambda}{a}\nu & -\frac{\gamma}{\xi} & -\frac{\mu}{\xi} & -\frac{\lambda}{a}\gamma Q_4 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\lambda}{a}\xi \\ 0 \\ \frac{1}{\xi} \end{bmatrix}$$

Par conséquence,

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{\xi}(\frac{\lambda}{a} + 1) & -\frac{\gamma}{\xi}Q_{min2} & -\frac{\lambda}{a}\mu\xi & \frac{\gamma}{\xi}(\frac{\lambda}{a} + 1) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{\lambda}{a}\nu & -\frac{\gamma}{\xi} & -\frac{\mu}{\xi} & -\frac{\lambda}{a}\gamma Q_{min4} \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{\xi}(\frac{\lambda}{a}+1) & -\frac{\gamma}{\xi}Q_{min2} & -\frac{\lambda}{a}\mu\xi & \frac{\gamma}{\xi}(\frac{\lambda}{a}+1) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{\lambda}{a}\nu & -\frac{\gamma}{\xi} & -\frac{\mu}{\xi} & -\frac{\lambda}{a}\gamma Q_{max4} \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{\xi}(\frac{\lambda}{a}+1) & -\frac{\gamma}{\xi}Q_{max2} & -\frac{\lambda}{a}\mu\xi & \frac{\gamma}{\xi}(\frac{\lambda}{a}+1) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{\lambda}{a}\nu & -\frac{\gamma}{\xi} & -\frac{\mu}{\xi} & -\frac{\lambda}{a}\gamma Q_{max4} \end{bmatrix}$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{\xi}(\frac{\lambda}{a}+1) & -\frac{\gamma}{\xi}Q_{max2} & -\frac{\lambda}{a}\mu\xi & \frac{\gamma}{\xi}(\frac{\lambda}{a}+1) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{\lambda}{a}\nu & -\frac{\gamma}{\xi} & -\frac{\mu}{\xi} & -\frac{\lambda}{a}\gamma Q_{min4} \end{bmatrix}$$

et,
$B = B_1 = B_2 = B_3 = B_4$.

Lemma 2 [131] : *Les énoncés suivants concernant le système continu nominal non forcé sont équivalents :*
1) Il existe une matrice $P = P^T > 0$ de telle sorte que :

$$\begin{bmatrix} A_{ij}^T P + P A_{ij} & C_i^T & P E_i \\ * & -\gamma^2 I & D_i^T \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \tag{3.16}$$

2) $\dot{x} = A_{ij}x(t)$ est un système stable et perturbé $\dot{x} = A_{ij}x(t) + E_i\omega(t)$ satisfait la performance H_∞.
Théorème 2 : *En prenant en considération le dispositif en boucle fermée (2.7), et un scalaire $\gamma > 0$, le système Le système a une stabilité asymptotique avec la performance H_∞ γ si, il existe une matrice symétrique Q, et les matrices Y_i, Z_{ii}, et $Z_{ij} = Z_{ij}^T$ comme dans les LMI suivantes vérifient.*

$$\Gamma_{ii} < Z_{ii} \quad i = 1, 2, ...r \tag{3.17}$$

$$\Gamma_{ij} + \Gamma_{ji} < Z_{ij} + Z_{ji}^T \qquad j > i, where \quad j = i+1; 2; ....r \tag{3.18}$$

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1r} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{r1} & Z_{r2} & \cdots & Z_{rr} \end{bmatrix} < 0 \tag{3.19}$$

Avec,

$$\Gamma_{ij} = \begin{bmatrix} \Gamma_{ij}^{11} & E_i & QC_i^T \\ * & -\gamma^2 I & D_i^T \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \tag{3.20}$$

$$\Gamma_{ij}^{21} = A_i Q + Q A_i^T + B_i Y j + Y j^T B_i^T \tag{3.21}$$

Les matrices du gain sont représentées par $F_i = YQ^{-1}$.
Évidemment, les conditions LMI (3.17)-(3.18) peuvent être écrites sous la forme suivante :

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} \sigma_i \sigma_j \Gamma_{ij} < \sum_{i=1}^{r} \sigma_i^2 \Gamma_{ii} + \sum_{i=1}^{r-1}\sum_{j=i+1}^{r} \sigma_i \sigma_j (\Gamma_{ij} + \Gamma_{ij}) \tag{3.22}$$

Si les conditions (3.17) et (3.18) sont remplies, alors l'inéquation mentionnée est assurée.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} \sigma_i \sigma_j \Gamma_{ij} &< \sum_{i=1}^{r} \sigma_i^2 Z_{ii} + \sum_{i=1}^{r-1}\sum_{j=i+1}^{r} \sigma_i \sigma_j (Z_{ij} + Z_{ij}) \\ &= \begin{bmatrix} \sigma_1 I \\ \sigma_2 I \\ \vdots \\ \sigma_r I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1r} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{r1} & Z_{r2} & \cdots & Z_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 I \\ \sigma_2 I \\ \vdots \\ \sigma_r I \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{3.23}$$

Si la condition (3.19) est satisfaite, alors : $\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} \sigma_i \sigma_j \Gamma_{ij} < 0$ tient.Ce qui est vérifié si :

$$\Gamma_{ij} = \begin{bmatrix} \Gamma_{ij}^{11} & E_i & QC_i^T \\ * & -\gamma^2 I & D_i^T \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \tag{3.24}$$

La pré- et post-multiplication des deux côtés de (3.24) par : $diag\{Q^{-1}, I, I\}$ ainsi que l'implémentation du changement de variables $Q^{-1} = P$ et, $Y_j = F_j Q$, nous obtenons l'inégalité (3.16).
La possibilité de calcul augmente en raison de l'introduction de matrices supplémentaires Z_{ij} dans le Théorème 2. En fixant $Z_{ij} = 0$, le Théorème 2 coïncide avec le Théorème 1. Ainsi, les conditions données dans le Théorème 1 sont moins conservatrices, ce qui sera confirmé par un exemple numérique.

3.4.2 Simulations numériques

Afin de valider le modèle flou proposé, des simulations numériques ont été réalisées via Matlab/Simulink dont le but de valider le contrôleur proposé :

La matrice du gain F_i des sous-modèles linéaires doit être construit de la manière suivante pour représenter l'étude de stabilité et les techniques de conception du contrôleur de retour de sortie flou pour le système développé :

$$F_1 = \begin{bmatrix} -9.0008 & -0.5738 & 3.9412 & 5.7247 \end{bmatrix},$$

$$F_2 = \begin{bmatrix} -9.0299 & -0.5758 & 3.9637 & 5.7602 \end{bmatrix},$$

$$F_3 = \begin{bmatrix} -9.0281 & -0.5745 & 3.9625 & 5.7583 \end{bmatrix},$$

$$F_4 = \begin{bmatrix} -8.9990 & -0.5725 & 3.9400 & 5.7227 \end{bmatrix}.$$

La figure 3.7 montre le schéma fonctionnel du système DIP :

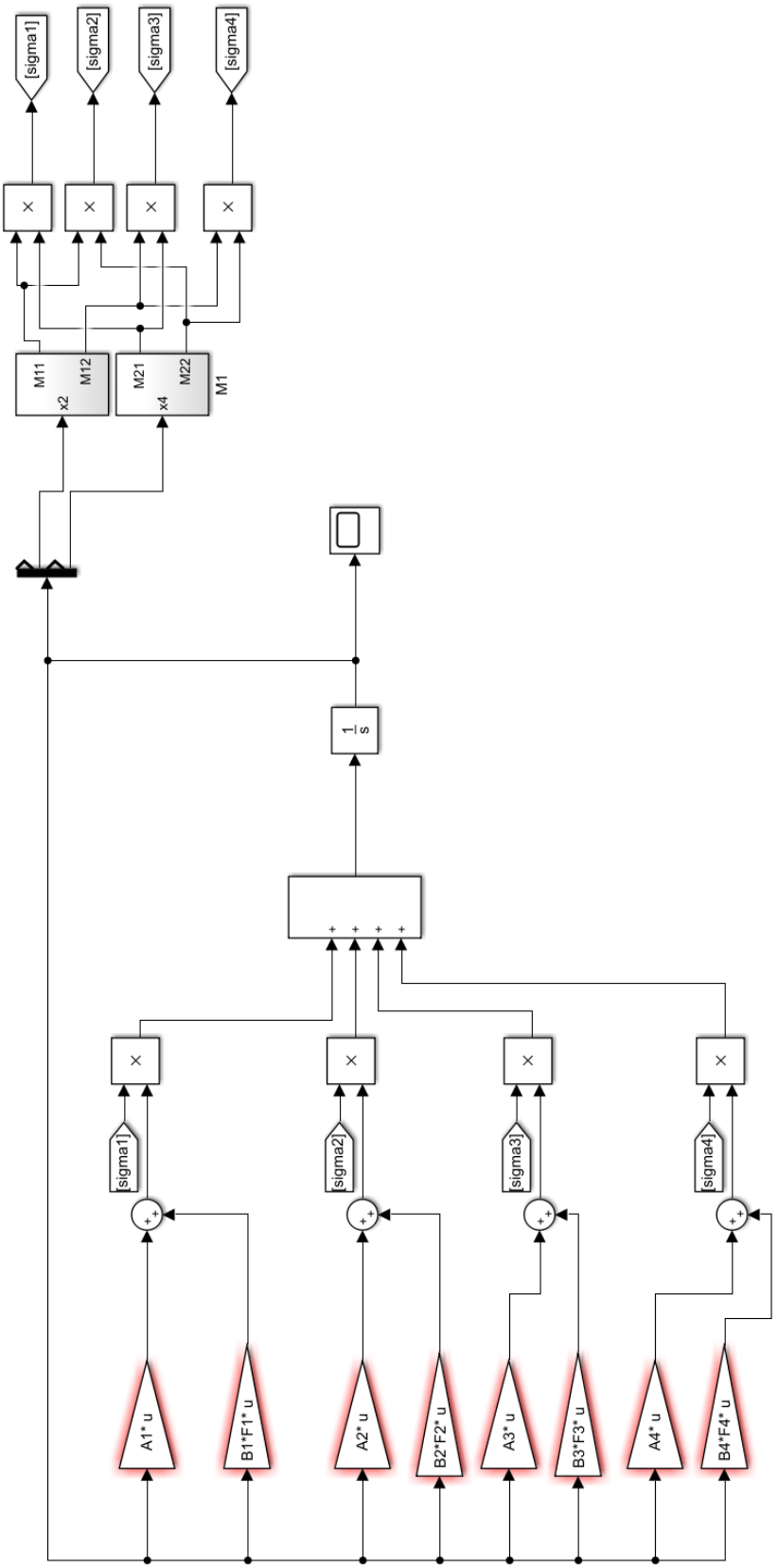


FIGURE 3.7 – Le bloc diagramme du contrôleur flou basé sur la stabilité relaxée.

3.4.2.1 Résultats

Les résultats ont démontré que le théorème 2 est un meilleur choix que le théorème 1 dans pour équilibrer le pendule double inversé dans la position désirée malgré l'existence ou la suppression de la perturbation comme illustré dans les figure 3.8, figure 3.9, figure 3.10 et figure 3.11.

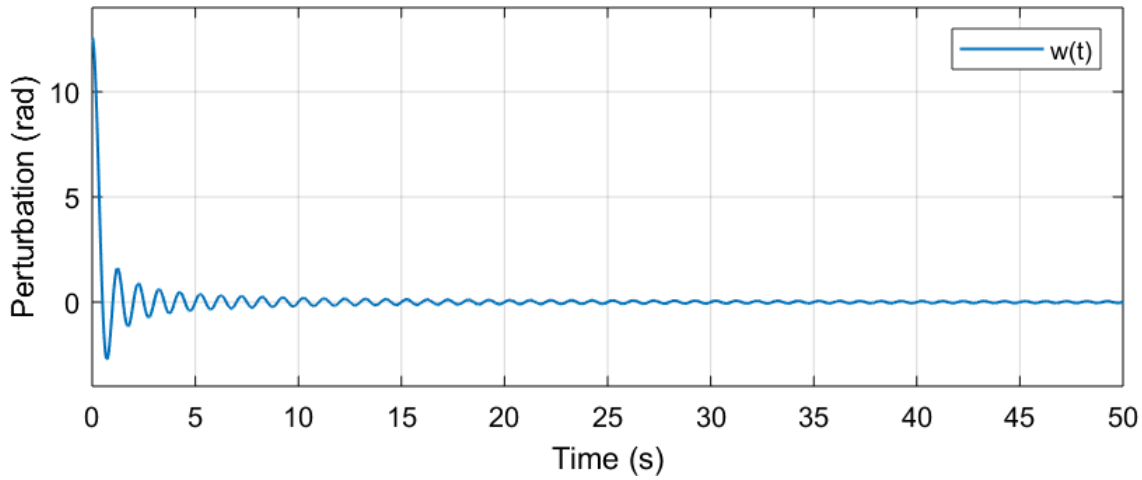


FIGURE 3.8 – Perturbation appliquée au pendule double inversé.

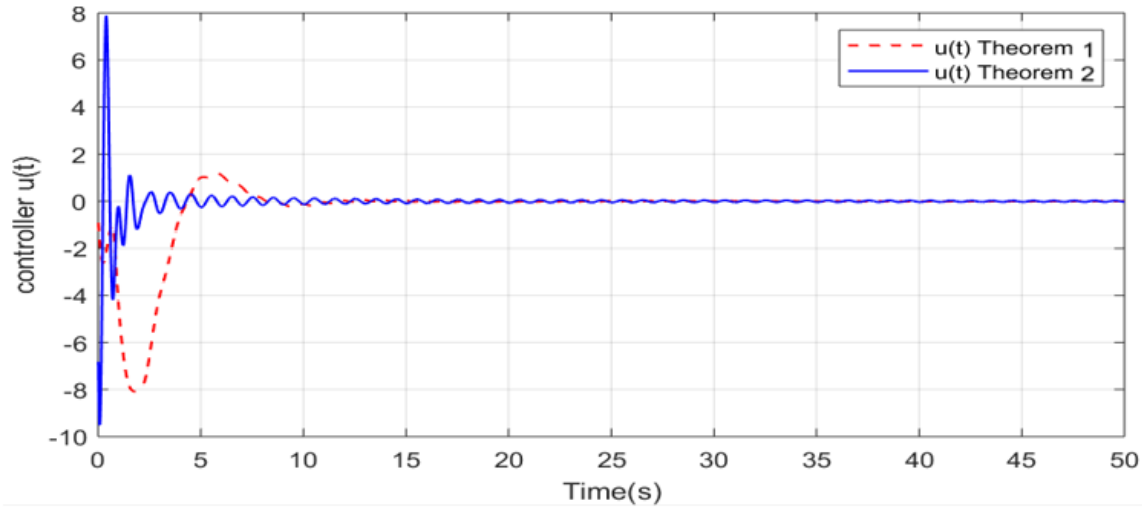


FIGURE 3.9 – Effort de contrôle avec perturbation.

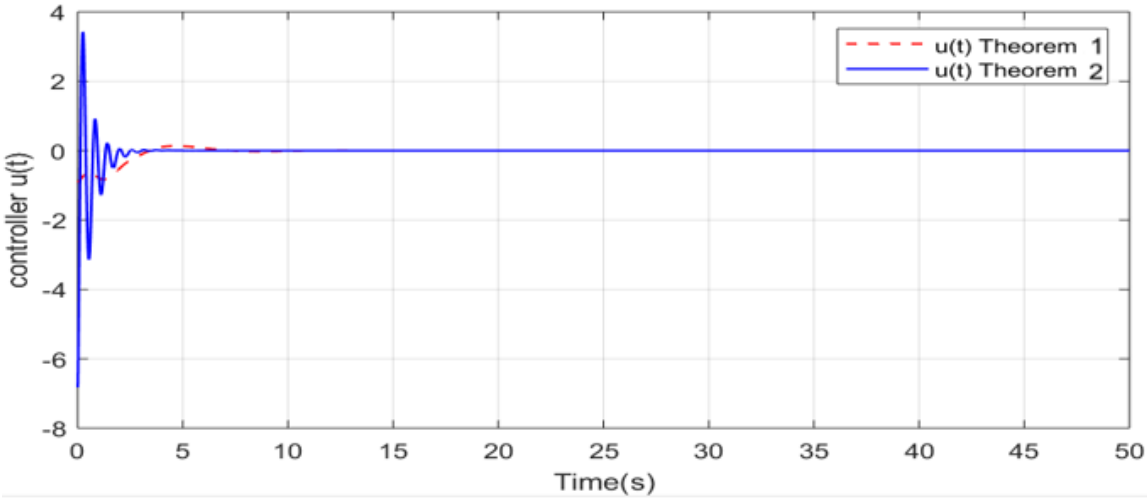


FIGURE 3.10 – Effort de contrôle sans perturbation.

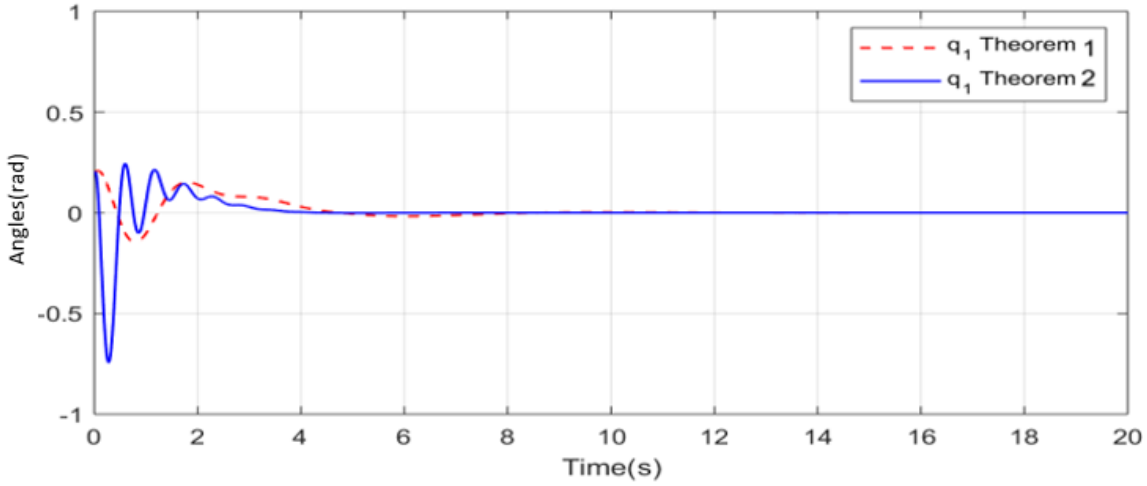


FIGURE 3.11 – q_1 avec perturbation.

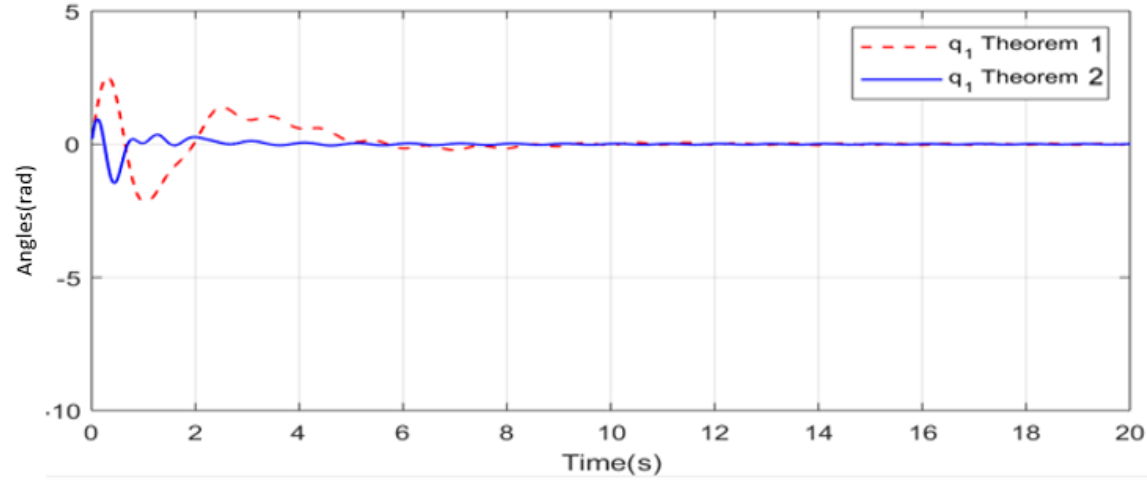


FIGURE 3.12 – q_1 sans perturbation.

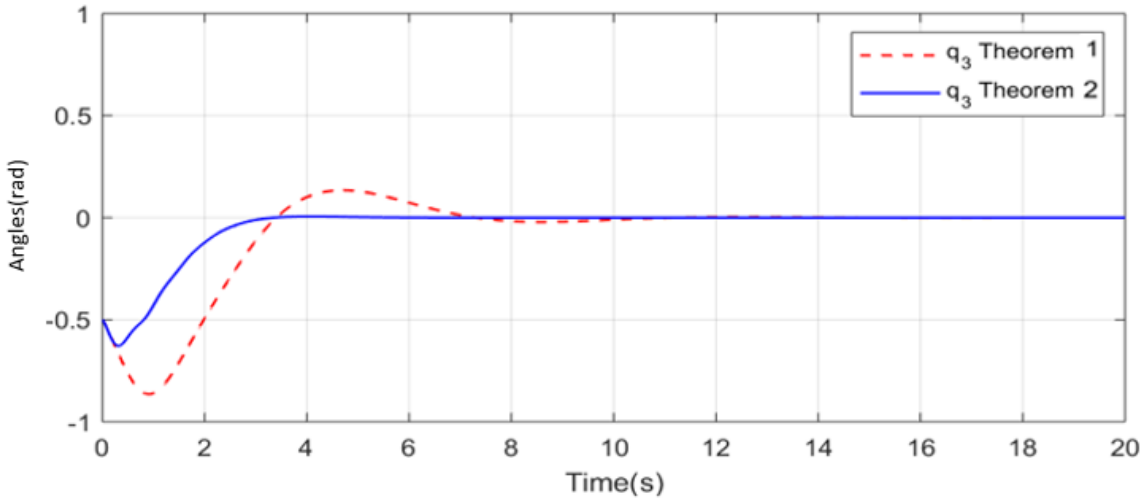


FIGURE 3.13 – q_3 sans perturbation.

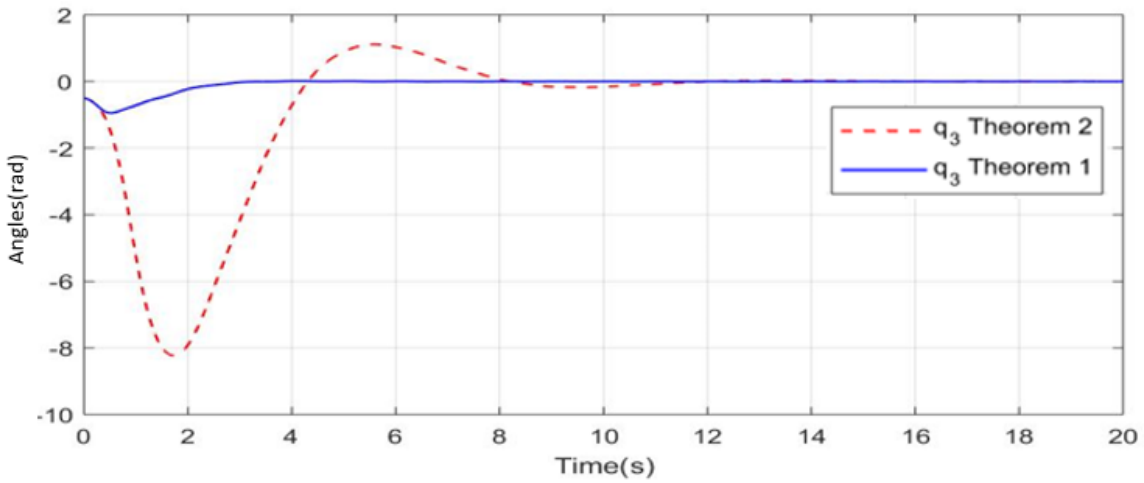


FIGURE 3.14 – q_3 avec perturbation.

3.4.2.2 Discussions

L'efficacité du théorème 1 et du théorème 2 a été validée par la simulation du DIP dans le logiciel MATLAB.
La perturbation injectée $w(t) = 2.\frac{\sin(2.\pi.t)}{t}$ et l'effort de contrôle flou appliqué sont présentés dans les figure 3.8, figure 3.9 et figure 3.10.
Nous avons confirmé la validité du théorème 2 en simulant le modèle pendule double inversé. Le théorème 2 utilisé pour contrôler le système améliore sa stabilité pour atteindre l'équilibre pour les angles Q_1 et Q_3 dans un temps court ou dans un intervalle de [0 ; 3]s. Il est cependant nécessaire que le théorème 1 atteigne la stabilité dans un intervalle de [0 ; 8]s. En comparant le théorème 1 au théorème 2, les résultats de la simulation ont indiqué

que le système ne réagit pas seulement rapidement, mais qu'il stabilise également le système pendule double inversé avec une grande précision dans la position verticale. Nous en déduisons que le théorème 2 produit une réponse positive, une bonne robustesse et une bonne précision.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé deux théorèmes en se basant sur des modèles flous T-S, ainsi, nous avons trouvé une similitude entre le théorème 1 et le théorème 2 de telle sorte que les deux théorèmes ont la même capacité de représentation pour les systèmes de contrôle non linéaires à variation continue. Néanmoins, les résultats montrent que le théorème 2 est une meilleure option car les tests de stabilisation et la conception de la commande sont plus faciles à gérer. Cependant, il est important de signaler que des non-linéarités essentielles ne peuvent pas être négligées dans la réalité. Pour ce faire, nous allons envisager dans le quatrième chapitre de développer une approche non linéaire pour afin de conserver les non-linéarités du système.

CHAPITRE 4

Conception d'un contrôleur Backstepping basé sur une erreur quadratique

Sommaire

4.1 Introduction 75
4.2 La théorie du Backstepping 76
4.3 Contrôleur basé sur le Backstepping avec une erreur quadratique 81
4.3.1 Conception d'un contrôleur basé sur le Backstepping avec une erreur quadratique pour le système double pendule inversé 82
4.3.2 Le schéma du contrôleur via MATLAB 85
4.3.3 Résultats des simulations 87
4.3.4 Discussions 87
4.4 Conclusion 89

4.1 Introduction

Le backstepping est une méthode non linéaire structurée basée sur la théorie de Lyapunov pour la conception de ce contrôleur et l'analyse de la stabilité et des performances depuis son introduction en 1892. L'idée de base est de concevoir une loi de contrôle par rétroaction qui rend la dérivée d'une fonction de Lyapunov négative. La méthode directe de Lyapunov est une interprétation mathématique de la propriété physique selon laquelle, si l'énergie totale d'un système se dissipe, ce dernier finira par atteindre son point d'équilibre. L'idée de base de la méthode est que, s'il existe une sorte de fonction d'énergie scalaire continue qui diminue le long de la trajectoire du système, alors le système est dit asymptotiquement stable. Puisqu'il n'est pas nécessaire de résoudre la solution des équations différentielles régissant le système pour déterminer sa stabilité, cette méthode est généralement appelée méthode directe. La conception de Lyapunov dépend de la sélection de la fonction de Lyapunov candidate. Bien que le résultat soit suffisant, c'est un problème difficile de trouver une fonction de Lyapunov (LF) qui satisfait les exigences de la conception de Lyapunov. Heureusement, au cours des dernières décennies, de nombreuses approches de conception de contrôle efficaces ont été développées pour différentes classes de systèmes linéaires et non linéaires basées sur les idées de base de la conception de Lyapunov [132–134]. Les fonctions de Lyapunov sont additives, comme l'énergie, c'est-à-dire que les fonctions de Lyapunov pour les combinaisons de sous-systèmes peuvent être dérivées en ajoutant les fonctions de Lyapunov des sous-systèmes. Ce point peut être vu clairement dans la conception de la commande adaptative du pendule double inversé dans ce chapitre. Bien que la conception de Lyapunov soit un outil très puissant pour la conception de systèmes de contrôle, l'analyse de la stabilité et des performances, la construction d'une fonction de Lyapunov n'est pas facile pour les systèmes non linéaires généraux, et il s'agit généralement d'un processus d'essai et d'erreur en raison du manque de méthodes systématiques. Des choix différents de fonctions de Lyapunov peuvent donner lieu à des structures et des performances de contrôle différentes [135–137].
Le principe de base de la commande Backstepping est de rendre les systèmes bouclés équivalents à des sous-systèmes de premier ordre dans une cascade stable au sens de Lyapunov. Autrement dit, il s'agit d'une procédure multi étapes. Une commande virtuelle est ainsi générée à chaque étape du processus pour garantir la convergence du système vers son domaine de stabilité. Ceci est possible grâce aux fonctions de Lyapunov, qui assurent la stabilisation pas à pas de chaque étape de la méthode backstepping.
Durant ces dernières années, la commande backstepping a été appliquée dans un large éventail de recherches. Par exemple, [138] Lyapunov et la technique du backstepping afin que le système en boucle fermée du schéma de contrôle proposé s'avère stable au sens des théories de stabilité de Lyapunov. [139] a appliqué la commande backstepping pour contrôler une classe de systèmes non linéaires dans lesquels la fonction d'entrée peut être nulle pour chaque étape de backstepping. Pour des raisons de simplification, les auteurs n'ont considéré qu'un système non linéaire qui peut être contrôlé en deux étapes. La

première consiste à estimer la fonction de lyapunov et la commande virtuelle, ensuite, la fonction le Lyapunov sous forme polynomiale a été construite à partir d'un programme semi défini. La commande backstepping finale a été obtenue par la formule récursive de Sontag. Finalement, L'exemple de simulation a montré l'efficacité de l'introduction de cette technique. [140] a présenté une procédure de conception de contrôle backstepping. La stabilité de la commande au sens de Lyapunov est démontrée. La méthode de conception est appliquée à la commande d'équilibre et de suivi d'un pendule inversé rotatif (RIP). La commande conçue avec la méthode proposée est comparée à la commande LQR. Il a été constaté que pour le problème de commande du RIP, la commande proposée est aussi ou mieux que la commande LQR.
Dans ce chapitre, nous allons introduire les techniques de bases pour la conception d'un contrôleur backstepping, où on présente les conditions nécessaires et suffisantes de stabilité pour les systèmes sous-actionnées non linéaires en se basant sur le concept de la théorie de Lyapunov. Pour cela, on va décortiquer des méthodes qui permettent de concevoir la fonction condidate de Lyapunov pour un système non linéaire donné afin de construire une loi de contrôle associée à cette fonction candidate, de façon que le backstepping peut résoudre ce problème de stabilité d'une manière récursive et bien structurée. Par la suite, on va employer notre système étudié le pendule double inversé pour examiner la robustesse de cette méthode. De ce fait, nous allons combiner la technique backstepping avec une erreur quadratique qui consiste à concevoir une entrée virtuelle qui influence d'autres entrées ultérieures, ainsi que l'entrée réelle établie puisque le nombre de sorties du système est plus grand que le nombre de commandes du système.

4.2 La théorie du Backstepping

Cette méthode emploie des fonctions successives pour concevoir de manière systématique une fonction de Lyapunov et une loi de contrôle. De plus, contrairement au bouclage linéaire, la méthode backstepping offre la possibilité de ne pas négliger les non linéarités dans le bouclage. Pour qu'elle puisse s'appliquer, le système non linéaire doit avoir une forme paramétrique telle que présentée ci-dessous :

$$\begin{cases} \dot{x_i} = F_i(x_i, t).x_{i+1} + G_i(x_i, t) \\ i = [1, ..., n-1] \in \Re \\ \dot{x_n} = F_n(x_n, t).u + G_n(x_n, t) \\ y = x_1 \in \Re \\ x_0 = x_{t=0} \in \Re \end{cases} \tag{4.1}$$

y, x_i, u sont les entrées et les sorties du système.
(F_i, F_n, G_i, G_n) sont des fonctions non linéaires continues et dérivables.
La procédure de backstepping est conçue en n étapes, la i^{ime} étape nécessite la détermination d'une loi de commande intermédiaire, également appelée fonction de stabilisation ou

bien une commande virtuelle ξ_i à l'aide d'une fonction de Lyapunov appropriée V_i.
Dans un premier temps, on considère l'équation (4.1) lorsque $i = 1$. À la 1^{re} étape, le premier sous-système avec une entrée x_2 et une sortie e_1 est devenu passif par la commande virtuelle $\xi_1(x_1)$. De même manière, le deuxième sous-système est devenu passif par une commande virtuelle $\xi_2(x_1, x_2)$ et avec une sortie $e_2 = x_2 - \xi_1$ et une entrée x_3, cette démarche est valable jusqu'à le n^{ime} sous-système avec la sortie $e_n = x_n - \xi_{n-1}$ et l'entrée ou dans chaque étape la fonction de Lyapunov est construite.

Première étape :

Nous définissons la variable initiale comme étant e_1 et la sortie virtuelle du premier sous-système $e_1 = x_1$. La dérivée est définie par :

$$\dot{e_1} = \dot{x_1} = G_1.e_2 + G_1.\xi_1 + F_1 \tag{4.2}$$

Pour déterminer la loi de commande une fonction de Lyapunov doit être construite sous une forme quadratique :

$$V_1(e_1) = \frac{1}{2}{e_1}^2 \tag{4.3}$$

Sa dérivée temporelle est :

$$\dot{V_1} = e_1.\dot{e_1} = G_1.e_1.e_2 + e_1(G_1.\xi_1 + F_1) \tag{4.4}$$

Pour que la dérivée de la fonction de Lyapunov soit négative, il faut que :

$$G_1.\xi_1 + F_1 = -c_1.e_1 \tag{4.5}$$

Avec c_1 est définie comme une constante positive. Ce qui donne :

$$\xi_1 = \frac{1}{G_1}(-c_1.e_1 - F_1) \tag{4.6}$$

On remplace ξ_1 dans la fonction de Lyapunov et dans la variable de sortie e_1, on trouve :

$$\begin{cases} \dot{V_1} = -c_1.{e_1}^2 + G_1.e_1.e_2 \\ \dot{e_1} = G_1.e_2 - c_1.e_1 \end{cases} \tag{4.7}$$

Deuxième étape :

Durant cette étape, on va utiliser une nouvelle sortie $e_3 = x_3 - \xi_2$ pour le deuxième sous-système. En suivant la démarche précédente :

$$\dot{e_2} = \dot{x_2} - \dot{\xi_1} = G_2.e_3 + G_2.\xi_2 + F_1 - \dot{\xi_1} \tag{4.8}$$

Lorsque $\xi_1(x_1)$ est la fonction de stabilisation de système 2, alors :

$$\dot{\xi_1} = \frac{\partial \xi_1}{\partial t} + \frac{\partial \xi_1}{\partial x_1}.\dot{x_1} = \frac{\partial \xi_1}{\partial x_1}.(G_1.x_2 + F_1) \tag{4.9}$$

En remplaçant $\dot{\xi_1}$ dans $\dot{e_2}$:

$$\dot{e_2} = G_2.e_3 + G_2.\xi_2 + F_1 - \frac{\partial \xi_1}{\partial x_1}.(G_1.x_2 + F_1) \tag{4.10}$$

On doit chercher maintenant une fonction de Lyapunov x_2 pour le deuxième sous-système :

$$V_2(e_1, e_2) = V_1(e_1) + \frac{1}{2}{e_2}^2 \tag{4.11}$$

La dérivé temporelle de V_2 est :

$$\dot{V_2} = \dot{V_1} + e_2.\dot{e_2} = -c_1.{e_1}^2 + G_2.e_2.e_3 + e_3(G_1.e_1 + G_2.\xi_2 + F_2 - \frac{\partial \xi_1}{\partial x_1}(G_1.x_2 + F_1)) \tag{4.12}$$

Avec :

$$-c_2.e_2 = G_1.e_1 + G_2.\xi_2 + F_2 - \frac{\partial \xi_1}{\partial x_1}(G_1.x_2 + F_1) \tag{4.13}$$

Pour que $\dot{V_2}$ soit négative, la commande virtuelle ξ_2 doit être écrite sous la forme :

$$\xi_2 = \frac{1}{G_2}(-c_2.e_2 - G_1.e_1 - F_2 + \frac{\partial \xi_1}{\partial x_1}(G_1.x_2 + F_1) \tag{4.14}$$

Par la substitution ξ_2 dans V_2 et e_2, on trouve :

$$\begin{cases} \dot{V_2} = -c_1.{e_1}^2 - c_2.{e_2}^2 + G_2.e_2.e_3 \\ \dot{e_2} = G_2.e_3 - c_2.e_2 - G_1.e_1 \end{cases} \tag{4.15}$$

Par raison de stabilité globale, le terme $G_2.e_2.e_3$ sera éliminé dans l'étape suivante.

Troisième étape :

En suivant la même procédure, soit : $e_4 = x_4 - \xi_3$ avec ξ_3 est la fonction de stabilisation du troisième sous-système :

Alors sa dérivé peut être écrite sous la forme suivante :

$$\dot{e_3} = \dot{x_3} - \dot{\xi_2} = G_3.e_4 + G_3.\xi_3 + F_3 - \frac{\partial \xi_2}{\partial x_2}.(G_2.x_3 + F_2) - \frac{\partial \xi_2}{\partial x_1}.(G_1.x_2 + F_1) \quad (4.16)$$

On peut choisir la fonction de lyapunov telle que :

$$V_3(e_1, e_2, e_3) = V_1 + V_2 + \frac{1}{2}{e_3}^2 \quad (4.17)$$

Sa dérivé donne :

$$\dot{V_3} = \dot{V_1} + \dot{V_2} + e_3.\dot{e_3} \quad (4.18)$$

$$\dot{V_3} = -c_1.{e_1}^2 - c_2.{e_2}^2 + G_3.e_3.e_4 + e_3(G_2.e_2 + G_3.\xi_3 + F_3 - \frac{\partial \xi_2}{\partial x_1}.(G_1.x_2 + F_1) - \frac{\partial \xi_2}{\partial x_2}.(G_2.x_3 + F_2)) \quad (4.19)$$

Avec :

$$-c_3.e_3 = G_2.e_2 + G_3.\xi_3 + F_3 - \frac{\partial \xi_2}{\partial x_1}.(G_1.x_2 + F_1) \quad (4.20)$$

Pour $\dot{V_3}$ soit strictement négative, la commande virtuelle ξ_3 est :

$$\xi_3 = \frac{1}{G_3}(-c_3.e_3 - G_2.e_2 - F_3 + \frac{\partial \xi_2}{\partial x_1}(G_1.x_2 + F_1) + \frac{\partial \xi_2}{\partial x_2}(G_2.x_3 + F_2) \quad (4.21)$$

En remplaçant ξ_3 dans V_3 et e_3, on trouve :

$$\begin{cases} \dot{V_3} = -c_1.{e_1}^2 - c_2.{e_2}^2 - c_3.{e_3}^2 + G_3.e_3.e_4 \\ \dot{e_3} = G_3.e_4 - c_3.e_3 - G_2.e_2 \end{cases} \quad (4.22)$$

La i^{ime} étape :

La dérivé de la sortie virtuelle $e_i = x_i - \xi_{i-1}$ peut être exprimé comme :

$$\dot{e_i} = \dot{x_i} - \dot{\xi_{i-1}} = -c_i.e_i + G_i.e_{i+1} + F_{ith} \tag{4.23}$$

La fonction de Lyapunov est définie par :

$$V_i = V_{i-1} + \frac{1}{2}{e_i}^2 \tag{4.24}$$

Sa dérivée temporelle est :

$$\dot{V_i} = \dot{V_{i-1}} + e_i.\dot{e_i} = -\sum_{k=1}^{i-1}(c_k.{e_k}^2) + e_i(G_{i-1}.e_{i-1} + F_{ith} + G_i.e_{i+1} + G_i.\xi_i) \tag{4.25}$$

Avec :

$$\xi_i = \frac{1}{G_i}(-c_i.e_i - G_{i-1}.e_{i-1} + F_{ith}) \tag{4.26}$$

et :

$$F_{ith} = F_i - \sum_{k=1}^{i-1}\frac{\partial \xi_{i-1}}{\partial x_k}(F_k + G_k.x_{k+1}) \tag{4.27}$$

On substituant ξ_i dans V_i et e_i, on trouve :

$$\begin{cases} \dot{V_i} = -\sum_{=1}^{i-1}(c_k.{e_k}^2) + G_i.e_i.e_{i+1} \\ \dot{e_i} = -G_{i-1}.e_{i-1} - c_i.e_i + G_i.e_{i+1} \end{cases} \tag{4.28}$$

La n^{ime} étape :

C'est la dernière étape de conception d'un contrôleur backstepping, lorsque la commande u apparait dans la dérivée du e_n :

$$\dot{e_n} = \dot{x_n} - \dot{\xi_{n-1}} = G_n.u + F_{nth} \tag{4.29}$$

Avec :

$$F_{nth} = F_n - \sum_{k=1}^{n-1}\frac{\partial \xi_{n-1}}{\partial x_k}(F_k + G_k.x_{k+1}) \tag{4.30}$$

La fonction de Lyapunov est définie par :

$$V_n = V_{n-1} + \frac{1}{2}{e_n}^2 \tag{4.31}$$

Sa dérivée temporelle est :

$$\dot{V_n} = \dot{V_{n-1}} + e_n.\dot{e_n} \tag{4.32}$$

Ce qui conduit à :

$$\dot{V_n} = -\sum_{k=1}^{n-1}(-c_k.{e_k}^2) + e_n(G_{n-1}.e_{n-1} + F_{nth} + G_n.u) \tag{4.33}$$

Par conséquent, la commande peut être écrite :

$$u = \frac{1}{G_n}(-c_n.e_n - G_{n-1}.e_{n-1} - F_{nth}) \tag{4.34}$$

En remplaçant la commande u dans V_n et e_n :

$$\begin{cases} \dot{V_n} = -\sum_{=1}^{n}(-c_k.{e_k}^2) \\ \dot{e_n} = -c_n.e_n - G_{n-1}.e_{n-1} \end{cases} \tag{4.35}$$

La figure 4.1 résumé le schéma de conception du contrôleur Backstepping :

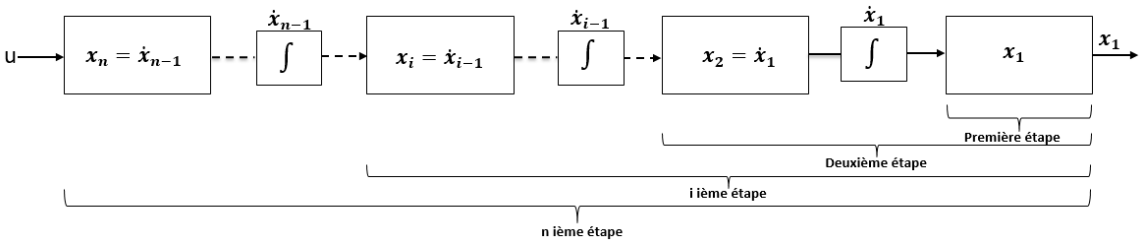


FIGURE 4.1 – Schéma de conception du contrôleur Backstepping.

4.3 Contrôleur basé sur le Backstepping avec une erreur quadratique

Dans cette section, on va développer une conception d'un contrôleur Backstepping basée sur une erreur quadratique. L'objectif derrière la sélection de ce contrôleur est

sa capacité à stabiliser les deux pendules inversés en utilisant une seule commande qui est appliquée seulement sur la partie inférieure du deuxième pendule inversé. En effet, l'importance de la méthode non linéaire dans la résolution de problèmes techniques en utilisant la méthode de Backstepping est fortement perçue comme discuté dans de nombreuses revues de la littérature [141, 142]. L'efficacité de la combinaison de la méthode Backstepping avec l'erreur quadratique par rapport à d'autres méthodes de contrôle non linéaire se manifeste surtout dans la flexibilité de l'application de la fonction de Lyapunov, bien que le nombre de sorties du système soit supérieur au nombre de commandes du système, ce qui permet d'atteindre la stabilité globale du système. Elle consiste en la conception d'une entrée virtuelle qui influence d'autres entrées ultérieures, ainsi que l'entrée réelle établie en utilisant la méthode Backstepping avec erreur quadratique.

4.3.1 Conception d'un contrôleur basé sur le Backstepping avec une erreur quadratique pour le système double pendule inversé

L'objectif derrière le choix d'un contrôleur non linéaire est parce qu'il est généralement admis que tous les systèmes réels sont identifiés par leur comportement non linéaire. D'autre part, il est possible de les contrôler par un algorithme de contrôle linéaire. Lorsque le système n'est pas linéaire, il peut être linéarisé pour de petites variations autour d'un point de référence ou lorsque des simplifications sont introduites dans le modèle. Mais dans le cas général, une représentation linéaire n'est plus possible ou souhaitable.

N'utilisant pas forcément la linéarisation, le Backstepping permet de garder les non-linéarités du système qui doivent être négligés lors de la linéarisation. En outre, l'avantage que procure la technique Backstepping est celui de garder les propriétés et les valeurs du système initial dans la loi de commande obtenue. Cette méthode admet que l'on est apte de trouver au minimum une fonction positive de Lyapunov et une loi de commande u pour atteindre la stabilité globale d'un système scalaire. Il se considère également comme un moyen efficace qui permet pour les systèmes sous-actionnés non linéaires de n'importe quel ordre, d'élaborer d'une manière structurée et récursive, la loi de commande u.

La technique de Backstepping adopte généralement un processus de conception par étapes pour construire progressivement la fonction de Lyapunov, puis pour concevoir le contrôleur virtuel correspondant. La technique de Backstepping basée sur l'erreur adopte également un processus de conception par étapes, mais la conception des contrôleurs virtuels dépend des erreurs correspondantes qui sont conçues pour satisfaire certains comportements attendus.

La synthèse de contrôle du système pendule double inversé se heurte à des complexités provenant de différentes facteurs. A savoir, son comportement chaotique et sa haute non-linéarité qui rend impossible d'utiliser une méthode linéaire pour le commander, ajoutant à cela, notre élaboration de la représentation non linéaire du pendule double inversé qui est régulé seulement par une seule commande en se basant sur la partie supérieure du système

pour contrôler deux sorties rend le Backstepping classique incapable de stabiliser les deux pendules avec une seule entrée.

Pour cela, la technique de Backstepping basée sur l'erreur est l'expansion de la technique de Backstepping classique, elle adopte le processus de conception de Backstepping, mais la conception du contrôleur de vertu dépend des erreurs correspondantes qui sont conçues pour satisfaire le comportement du système. Dans cette partie, on va développer une nouvelle technique de conception du contrôleur Backstepping appelé une technique Backetspping basée sur une erreur quadratique. Il s'agit de construire une fonction de Lyapunov qui assure la stabilité du sous-système en boucle fermée en ajoutant un terme quadratique dans la variable d'erreur e_{ii} pour combiner deux commandes virtuelles dans une seule étape afin de faire converger les deux angles du pendule double inversé α et β vers la valeur désirée.

D'ailleurs, il s'agit de construire une fonction stabilisante qui est une commande virtuelle pour chaque sous-système, en se basant sur la théorie de Lyapunov pour développer le système de contrôle global.

Le système continu non linéaire (2.7) est représenté sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x_i} = x_{i+1} \\ \dot{x_{i+1}} = f_i(x) + g_i(x)u_i \\ \dot{y_i} = x_{i+1}, i = 1, 2, ..., n \end{cases} \tag{4.36}$$

où,
$x = [x_1, x_2, ..., x_n]$ est le vecteur d'état,
$u = [u_1, u_2, ..., u_n]$ est le vecteur d'entrée,
$y = [y_1, y_2, ..., y_n]$ est le vecteur de sortie.

Première étape :

La conception de la loi de contrôle est basée sur la détermination de l'erreur quadratique qui est définie par la différence entre le contrôleur et le contrôleur virtuel. Pour cette étape, il y a une différence par rapport au Backstepping classique décrit dans la section 4.2. Deux variables d'erreurs sont créées à la même étape, comme décrite dans l'équation (4.37) :

$$e_{ii} = \frac{1}{2}.({z_i}^2 + {z_{i+2}}^2) \tag{4.37}$$

Dans laquelle,
$e_{ii} = [e_{11}, e_{12}, ..., e_{14}]$ est l'erreur quadratique.

et,

$$z_i = x_i - \xi_i \tag{4.38}$$

où, ξ_i représente la valeur désirée. L'objectif est de trouver une loi de contrôle pour converger x_i vers la valeur désirée.

Pour la conception du contrôleur Backstepping avec une erreur quadratique, une fonction de Lyapunov est construite pour prouver la stabilité du sous-système en boucle fermée. En ajoutant un terme quadratique dans la variable d'erreur, la fonction de Lyapunov est donnée par :

$$V_i = \frac{1}{2}{e_{ii}}^2 \tag{4.39}$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov est :

$$\dot{V_i} = e_{ii}.\dot{e}_{ii} = e_{ii}.(z_i.\dot{z}_i + z_{i+2}.\dot{z}_{i+2}) \tag{4.40}$$

Pour satisfaire la condition $\dot{V_i}$ négative, la première commande virtuelle est choisie comme :

$$e_{i.i+1} = z_i.\dot{z}_i + z_{i+2}.\dot{z}_{i+2} - \lambda \tag{4.41}$$

Avec, $\lambda = -c_i.e_{ii}$ et, $c_i > 0$

Pour le système étudié, (4.40) devient :

$$\dot{V_1} = -c_1.{e_{11}}^2 + e_{11}e_{12} \tag{4.42}$$

Deuxième étape :

Comme toujours, lors de la deuxième étape, V doit être une fonction explicite de la variable pour satisfaire la négativité de la fonction de Lyapunov. Alors, elle est définie par :

$$V_{i+1} = V_i + \frac{1}{2}{e_{i.i+1}}^2 \tag{4.43}$$

Ainsi, la dérivée temporelle de la seconde fonction de Lyapunov dans notre système est :

$$\dot{V_2} = -c_1.{e_{11}}^2 + e_{11}e_{12} + \dot{e}_{12}.e_{12} \tag{4.44}$$

A partir de l'équation (4.44), la seconde fonction de Lyapunov peut être écrite comme :

$$\dot{V_2} = -c_1.{e_{11}}^2 + e_{12}.\eta \tag{4.45}$$

Dans laquelle :

$$\eta = e_{11} + (F_1(x) + G_1(x)u).z_1 + (F_3(x) + G_3(x)u).z_3 + \dot{x_1}.\dot{z_1} + \dot{x}_3.\dot{z}_3 + c_1.(e_{12} + \lambda) \tag{4.46}$$

Pour satisfaire la condition de Lyapunov $\dot{V}_2 < 0$, nous mettons :

$$\eta = -c_2.e_{12} \tag{4.47}$$

Alors, la commande Backstepping est donnée par la forme suivante :

$$u = \frac{-1}{G_1(x).z_1 + G_3(x).z_3}[e_{11} + F_1(x).z_1 + F_3(x).z_3 + \dot{x}_1.\dot{z}_1 + \dot{x}_3.\dot{z}_3 + c_1.(e_{12} + \lambda) + c_2.e_{12}] \tag{4.48}$$

Pour vérifier la faisabilité et l'efficacité de la méthode proposée, on va effectuer dans la prochaine section des simulations numériques via Matlab de la commande Backstepping développé u.

4.3.2 Le schéma du contrôleur via MATLAB

Dans ce qui suit, nous allons appliquer les commandes décrites de (4.37) à (4.48) dans le système (2.1) pour évaluer la robustesse de la commande appliqué.

Afin de valider la procédure de conception du contrôleur proposée et de vérifier son efficacité, des simulations sont effectuées dans MATLAB. Le système contrôlé a été implémenté dans l'environnement MATLAB/SIMULINK. La fonction m a été utilisée pour faire l'interface entre le fichier m et l'environnement Simulink. Le contrôle et l'installation sont codés à l'intérieur des fichiers m, tandis que ces codes sont appelés par leur fonction m correspondante dans la bibliothèque SIMULINK. Afin de donner une meilleure description des simulations effectuées dans Simulink/ MATLAB. MATLAB, nous avons inclus dans cette section une figure (4.2) montrant le bloc diagramme qui représente le schéma fonctionnel Simulink. Les résultats pour le Backstepping basé sur l'erreur quadratique seront présentés dans la prochaine étape.

Les valeurs des constantes sont choisis comme suit : $c_1 = 6000$ et $c_2 = 600$, Les limites supérieure et inférieure de la fonction de saturation sont successivement : 500000 et -500000. Cette figure montre la position et la vitesse d'angles α et β qui sont équivalents à $[x_1, x_3, dx_1, dx_3]$.

```
function [dx1,dx2,dx3,dx4] = model(x1,x2,x3,x4,u)
m=1;
l=1;
J1=(m*l*l)/12;
J2=(m*l*l)/48;
g=9.81;
a=(m*m*l*l*l*l)/(5*m*l*l+J1);
b=(m*m*l*l*l*l)/((m*l*l/4)+J2);
e=(m*l*l)/((m*l*l/4)+J2);
f=(m*l*l)/(5*m*l*l+J1);
dx1=x2;
c=(5*m*l*l)+J1-b*cos(x1-x3)*cos(x1-x3);
dx2=(1/c)*(e*(m*l*l*x2*x2*sin(x3-x1)-(m/2)*g*l*sin(x3)+u)*cos(x1-x3)
+m*l*l*x4*x4*sin(x3-x1)+3*m*g*l*sin(x1));
dx3=x4;
d=(m*l*l/4)+J2-a*cos(x1-x3)*cos(x1-x3);
dx4=(1/d)*(f*(m*l*l*x4*x4*sin(x1-x3)+3*m*g*l*sin(x1))*cos(x1-x3)+
(m*l*l*x2*x2*sin(x3-x1))-(m/2)*g*l*sin(x3)+u);
```

```
function u = fcn(x1,x2,x3,x4,x1d,x3d)
%#codegen
m=1;
l=1;
J1=(m*l*l)/12;
J2=(m*l*l)/48;
g=9.81;
a=(m*m*l*l*l*l)/(5*m*l*l+J1);
b=(m*m*l*l*l*l)/((m*l*l/4)+J2);
e=(m*l*l)/((m*l*l/4)+J2);
f=(m*l*l)/(5*m*l*l+J1);
c1=6000;c2=600;
c=(5*m*l*l)+J1-b*cos(x1-x3)*cos(x1-x3);
d=(m*l*l/4)+J2-a*cos(x1-x3)*cos(x1-x3);
g1=(1/c)*a*cos(x1-x3);
g2=(1/d);
f1=(1/c)*(e*(m*l*l*x2*x2*sin(x3-x1)-(m/2)*g*l*sin(x3))
*cos(x1-x3)+m*l*l*x4*x4*sin(x3-x1)+3*m*g*l*sin(x1));
f2=(1/d)*(f*(m*l*l*x4*x4*sin(x1-x3)+3*m*g*l*sin(x1))
*cos(x1-x3)+(m*l*l*x2*x2*sin(x3-x1))-(m/2)*g*l*sin(x3));
z1=x1-(x1d);
z3=x3-(x3d);
dz1=x2;
dz3=x4;
e11=(z1*z1/2)+(z3*z3/2);
alpha=-c1*e11;
e21=(x2*z1)+(x4*z3)-alpha;
u=(-1/(z1*g1+z3*g2))*(e11+f1*z1+x2*dz1+f2*z3+x4
*dz3+c1*(e21-c1*e11)+c2*e21);
```


FIGURE 4.2 – Le bloc diagramme du contrôleur Backstepping.

4.3.3 Résultats des simulations

La figure (4.3) représente la commande u du contrôleur Backstepping basé sur une erreur quadratique. Les résultats montrent que le contrôleur atteint les erreurs de suivi susmentionnées avec un effort de contrôle. Ceci peut être observé clairement aux instants où les perturbations sont appliquées à t = 5.8 s et t = 10.3 s.

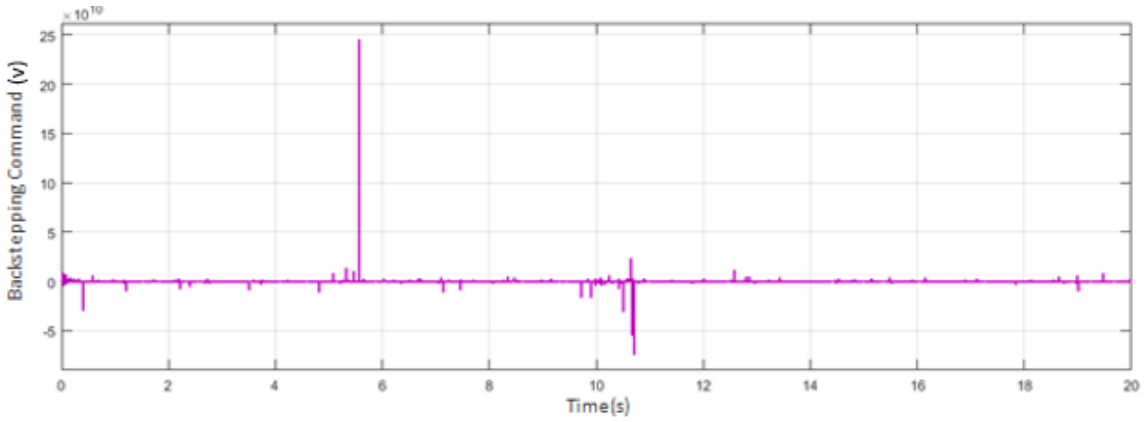


FIGURE 4.3 – La commande u du contrôleur Backstepping.

La figure (4.4) illustre les résultats des simulations des angles du pendule double inversé α et β en optimisant les paramètres qui déterminent la réponse dynamique du contrôleur Backstepping avec l'erreur quadratique comprenant la stabilité du système, la précision et le temps de réponse.

En conséquence, la méthode Backstepping avec l'erreur quadratique choisie pour contrôler le système est capable de d'assurer la stabilité du système dans une limite $\frac{\pm\pi}{4}$ pour l'angle α et β dans [0,10]s ,puis, amener le système au point d'équilibre 0 dans [10,20]s.

Finalement, le système avec le contrôleur Backstepping avec une erreur quadratique réalise non seulement la réponse rapide mais aussi de contrôler le pendule inversé double en utilisant seulement une contrainte qui est appliquée sur l'angle.

4.3.4 Discussions

Dans le but d'examiner les performances de la commande Backstepping non linéaire basée sur une erreur quadratique, deux simulations : x_{1dsir}= $\pm\frac{\pi}{4}$ et $x_{2dsir} = 0$ ont été réalisé dans la figure (4.3) pour démontrer les avantages et la faisabilité de l'algorithme présenté. Les résultats de la simulation montrent que le contrôleur Backstepping garantit la robustesse et, en même temps, il est capable de contrôler le pendule double inversé en variant la position des angles α et β et leurs vitesses correspondantes.

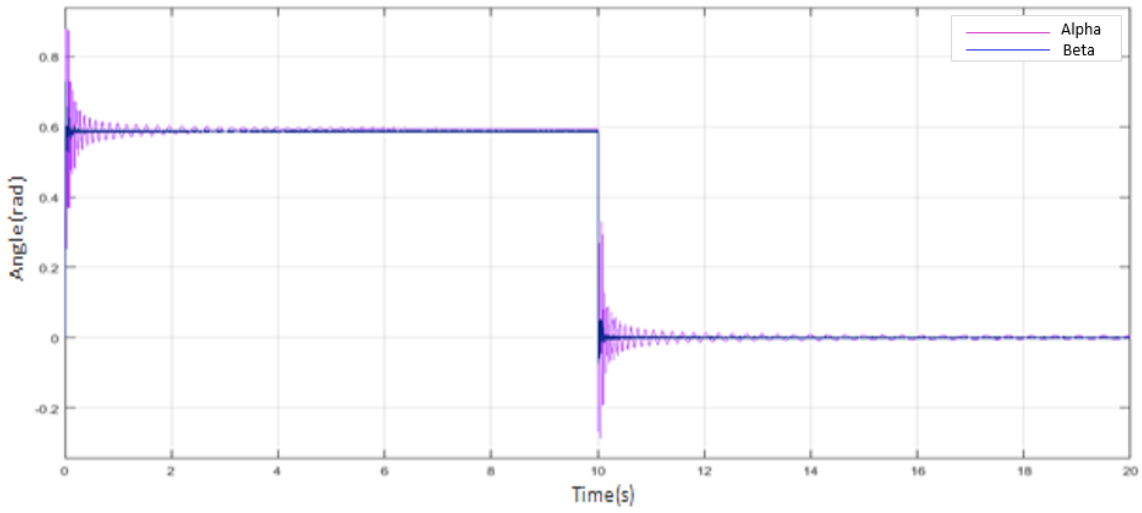


FIGURE 4.4 – Simulation du pendule double inversé.

La première simulation consiste l'intervalle du temps [0, 10] s. Comme on peut constater à partir de la figure (4.4), le contrôleur Backstepping stabilise le système en sa position $\pm\frac{\pi}{4}$ dans un temps court de [0, 4] s en maintenant la précision et la stabilité du pendule double inversé.

Tandis que la deuxième simulation qui consiste l'intervalle [10, 20] s, nous a permis de montrer et de démontrer la robustesse de la commande face aux changements soudains de la position du pendule double inversé et le bon suivi qui se résument dans la convergence du système de $\pm\frac{\pi}{4}$ vers la deuxième valeur désirée 0 dans un temps de [10, 14] s.

Il serait donc logique que la commande Backstepping basée sur une erreur quadratique est non seulement apte et capable de stabiliser un système non linéaire sans négliger les non linéarités, mais elle peut garantir aussi la stabilité globale, la robustesse, la précision et les performances transitoires calculables pour un système SIMO.

L'efficacité et la robustesse du contrôleur Backstepping avec une erreur quadratique a été prouvé également via la réalisation de la réalité virtuelle du modèle pendule double inversé sur Matlab/Simulink dans une limite $\frac{\pm\pi}{4}$ pour l'angle α et β. La figure 4.5 valide la bonne performance de l'approche proposée.

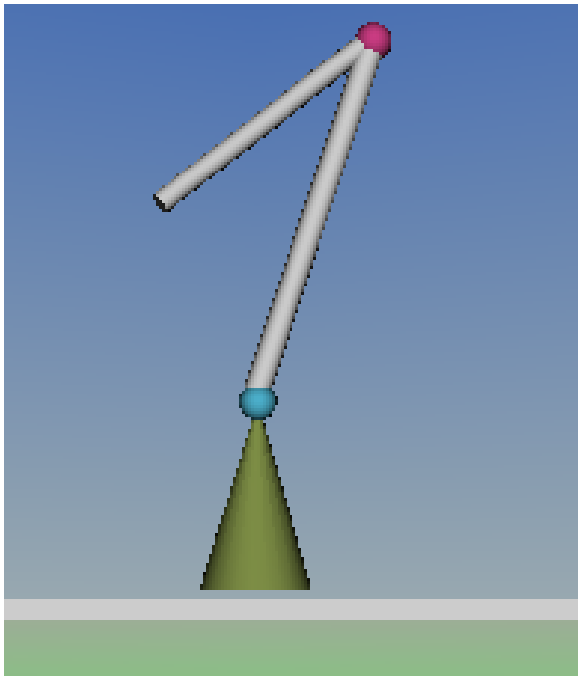


FIGURE 4.5 – Capture de la réalité virtuelle du pendule double inversé dans Simulink.

4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la théorie du Backstepping en expliquant les étapes essentielles pour construire ce contrôleur. Après cela, nous avons développé un modèle non linéaire du contrôleur Backstepping basée sur une erreur quadratique qui sert à combiner deux entrées virtuelles dans la même étape pour établir la stabilité du système. D'après les simulations réalisées dans Matlab/Simulink, les résultats prouvent que le contrôleur proposé peut amener le double pendule inversé de n'importe quelle position vers la position désirée. Ajoutant à cela, la bonne efficacité est également validée par la simulation de la réalité virtuelle du système.

CHAPITRE 5

Modélisation et Contrôle d'un pendule inversé avec deux bras

Sommaire

5.1 Introduction 93
5.2 Modélisation mathématique du pendule inversé avec deux bras 94
5.2.1 Description du système pendule inversé avec deux bras 94
5.2.2 Formulation lagrangienne du système pendule inversé avec deux bras . . 95
5.3 Réalité virtuelle du pendule inversé avec deux bras 96
5.3.1 Modélisation mathématique par Matlab/Simulink 97
5.3.1.1 Simulations and discussions 97
5.3.2 Modélisation graphique par 20-Sim 99
5.3.2.1 Simulations et résultats 101
5.4 Conception d'un contrôleur pour le pendule inversé avec deux bras 102
5.4.1 Conception d'un contrôleur LQR 102
5.4.1.1 Simulations et discussions 103
5.4.2 Conception d'un contrôleur Fuzzy 104
5.4.2.1 Simulations et discussions 105
5.5 Conclusion 108

Après avoir développé une modélisation mathématique et graphique du système pendule double inversé sous-actionné par une seule commande et de concevoir ainsi des différentes stratégies de contrôle afin d'assurer la stabilité. Nous envisageons dans ce chapitre de remplacer le deuxième pendule inversé avec deux bras qui ont la capacité d'élargir le champ de stabilisation d'un système SIMO.

5.1 Introduction

Le balancement d'un pendule inversé est un problème idéal dans le domaine de la théorie du contrôle qui intéresse considérablement de nombreux domaines tels que la mécanique, la physique, les mathématiques appliquées, etc, car le système de pendule inversé à des caractéristiques d'une dynamique non linéaire, instable et à phase non minimale [143–145]. En raison de non linéarité et de l'instabilité, les objectifs de contrôle sont difficiles à atteindre ; les systèmes à pendule inversé ont été utilisés comme d'excellents tests pour les théories de contrôle [146–148]. Ce système a deux points d'équilibre, dont l'un est stable et l'autre instable. Le point d'équilibre stable représente le point où le système oscille avec une amplitude décroissante jusqu'à ce qu'il s'immobilise s'il est libéré de toute position autre que précisément verticale. Par conséquent, le point d'équilibre stable ne nécessite aucune action de contrôle pour être atteint, il est donc inintéressant du point de vue du contrôle. L'état instable du système dans lequel le pendule pointe strictement à la verticale nécessite une force d'entrée de contrôle afin de maintenir cette position. Dans la littérature [149], il a été souligné que le pendule inversé, en tant que cible d'expérience, est un système à variables multiples, à transformation rapide, à haute non linéarité et à faible stabilité. Ajoutant à cela, la référence [150] étudie le problème de commande de stabilité pour les systèmes flexibles à pendule inversé et examine la relation entre les paramètres du système et la robustesse aux perturbations. À cette fin, un nouveau contrôleur de mise en forme de l'énergie avec compensation adaptative des perturbations pour une classe de systèmes mécaniques sous-actionnés à savoir le pendule inversé est présenté. De plus, une méthode pour l'identification des paramètres clés du système qui affectent la robustesse du système en boucle fermée est décrite. Après cela, l'approche proposée est appliquée au système de pendule inversé et une étude de simulation est menée pour démontrer son efficacité. Enfin, le problème de contrôle d'un système classique de pendule avec articulation élastique est discuté pour mettre en évidence les similitudes avec son homologue à liaison flexible.

Dans ce chapitre, on va s'intéresser à concevoir un pendule inversé relié à deux bras avec une articulation sphérique. C'est un système SIMO qui est constitué de trois sorties qui sont les angles du pendule représenté (θ, α, β) et une seule entrée appliquée τ à la partie supérieure du système. De ce fait, on va développer une représentation mathématique à l'aide de la formulation lagrangienne pour extraire les équations de mouvements du système étudié afin de les valider par l'exécution de la réalité virtuelle en utilisant le logiciel

Matlab. Dans ce qui suit, on va développer une stratégie de contrôle pour augmenter la stabilité et prouver la capacité de traitement de la méthode de contrôle pour ce système.

5.2 Modélisation mathématique du pendule inversé avec deux bras

Dans cette section, nous allons élaborer une description bien détaillée du système pendule inversé avec deux bras, ainsi, on va utiliser le lagrangien pour établir les équations de mouvement.

5.2.1 Description du système pendule inversé avec deux bras

La figure 5.1 illustre bien notre propre conceptualisation ; le pendule inversé et les deux bras tournent lorsque nous appliquons un couple au niveau des bras en prenant en compte que les angles entre les deux bras restent fixes à 120° pendant leur rotation.

Comme nous l'avons mentionné, une perturbation τ est appliquée sur les deux bras ce qui génère une rotation des angles α et β, ainsi que l'oscillation du pendule inversé autour de son point d'équilibre.

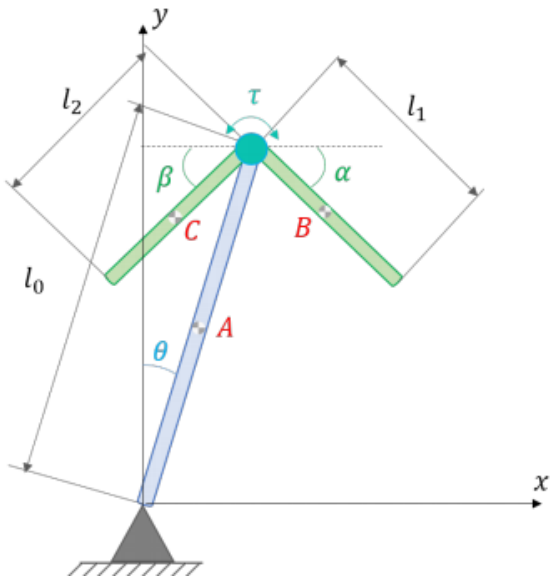


FIGURE 5.1 – Le pendule inversé avec deux bras.

Le tableau 5.1 décrit les paramètres techniques du pendule inversé avec deux bras.

TABLE 5.1 – Les paramètres du système pendule inversé avec deux bras.

Paramètres	Description
M	La masse du pendule inversé
m	La masse des bras
l_1	La longueur du premier bras
l_2	La longueur du deuxième bras
l_0	La longueur du pendule inversé
g	Le coefficient de gravité 9.81
θ	L'angle de rotation du pendule inversé
α	L'angle de rotation du premier bras
β	L'angle de rotation du deuxième bras
τ	le couple appliqué

5.2.2 Formulation lagrangienne du système pendule inversé avec deux bras

L'expression des vecteurs de position du centre de gravité A,B et C est donné par :

$$A = \begin{bmatrix} \frac{l_0}{2}\sin\theta \\ \frac{l_0}{2}\cos\theta \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} l_0\sin\theta + \frac{l_1}{2}\sin\alpha \\ l_0\cos\theta - \frac{l_1}{2}\cos\alpha \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} l_0\sin\theta - \frac{l_2}{2}\sin\beta \\ l_0\cos\theta - \frac{l_2}{2}\cos\beta \end{bmatrix},$$

Les vecteurs de vitesse sont :

$$\dot{A} = \begin{bmatrix} \frac{l_0}{2}\dot{\theta}\cos\theta \\ -\frac{l_0}{2}\dot{\theta}\sin\theta \end{bmatrix}, \quad \dot{B} = \begin{bmatrix} l_0\dot{\theta}\cos\theta + \frac{l_1}{2}\dot{\alpha}\cos\alpha \\ -l_0\dot{\theta}\sin\theta + \frac{l_1}{2}\dot{\alpha}\sin\alpha \end{bmatrix}, \quad \dot{C} = \begin{bmatrix} l_0\dot{\theta}\cos\theta - \frac{l_2}{2}\dot{\beta}\cos\beta \\ -l_0\dot{\theta}\sin\theta + \frac{l_2}{2}\dot{\beta}\sin\beta \end{bmatrix},$$

On utilisant la dérivée du temps dans les formulations de l'énergie potentielle et cinétique comme suit :

L'énergie cinétique est représentée par :

$$E_c = \frac{1}{6}(M+m)L^2\dot{\theta}^2\frac{1}{6}ml^2\dot{\alpha}^2 + \frac{1}{6}ml^2\dot{\beta}^2 + \frac{1}{2}mlL\dot{\theta}\dot{\alpha}\cos(\theta+\alpha) - \frac{1}{2}mlL\dot{\alpha}\dot{\beta}\cos(\alpha+\beta) \tag{5.1}$$

L'énergie potentielle est donnée par :

$$E_p = (\frac{1}{2}.M + 2m).L.g.cos(\theta) - \frac{1}{2}m.l.g.cos(\alpha) - \frac{1}{2}m.l.g.cos(\beta) \tag{5.2}$$

Comme indiqué ci-dessous, le Lagrangien peut être calculé par :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{\theta}}) - (\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\theta}) = 0 \\ \frac{d}{dt}(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{\alpha}}) - (\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\alpha}) = \tau_\alpha \\ \frac{d}{dt}(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{\beta}}) - (\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\beta}) = \tau_\beta \end{cases}$$

Les équations de mouvement peuvent être écrites sous la forme suivante :

Eq 1 :

$$(M.l^2 + J_1) + m(4l^2\ddot{\theta} + l^2\ddot{\alpha}cos(\theta+\alpha) - l^2\dot{\alpha}^2sin(\theta+\alpha)) + 4ml^2\ddot{\theta} - m.l^2\ddot{\beta}cos(\theta+\beta) - ml^2\dot{\beta}^2sin(\theta-\beta) - (M+4m)glsin\theta = 0 \tag{5.3}$$

Eq 2 :

$$(\frac{l^2}{4} + J_2)\ddot{\alpha} + ml^2\ddot{\theta}cos(\theta+\alpha) - ml^2\dot{\theta}^2sin(\theta-\alpha) + \frac{m}{2}glsin\alpha = \tau_\alpha \tag{5.4}$$

Eq 3 :

$$(\frac{l^2}{4} + J_3)\ddot{\beta} - ml^2\ddot{\theta}cos(\theta-\beta) - ml^2\dot{\theta}^2sin(\beta-\theta) + \frac{m}{2}glsin\beta = \tau_\beta \tag{5.5}$$

5.3 Réalité virtuelle du pendule inversé avec deux bras

Pour concevoir et modéliser la dynamique de ce pendule inversé à deux bras, il est nécessaire de visualiser les mouvements du modèle dynamique. Cette animation permet de détecter tous les degrés de liberté de ce système. Elle est également utile pour la sélection du contrôleur approprié.

5.3.1 Modélisation mathématique par Matlab/Simulink

L'animation 3D par Matlab/Simulink relie des modèles Simulink et des algorithmes Matlab à des objets graphiques 3D dans des scènes de réalité virtuelle. On peut animer un monde virtuel en modifiant la position, la rotation, l'échelle et d'autres propriétés des objets pendant la simulation en temps réel. Nous pouvons également détecter des collisions et d'autres événements dans le monde virtuel et les réinjecter dans les algorithmes Matlab et Simulink. Les vidéos des caméras virtuelles peuvent être transmises à Simulink pour être traitées [151].

Plusieurs chercheurs ont utilisé la réalité virtuelle par Matlab/ Simulink non seulement pour mettre en oeuvre les stratégies de contrôle, mais aussi pour fournir l'environnement en temps réel nécessaire à la mise en oeuvre du contrôle du pendule inversé [152].

Pour créer la réalité virtuelle du système pendule inversé à deux bras dans le logiciel Matlab. Deux étapes doivent être suivies : la première étape consiste à dessiner le modèle en utilisant V-Realm builder et la deuxième étape consiste à utiliser L'environnement M-script pour animer la réalité virtuelle en variant l'état de l'objet et en extrayant des graphes de mouvement, comme on le voit ci-dessous.

La fiabilité et la validité des degrés de liberté du modèle pendule inversé avec deux bras a été testée en utilisant l'environnement de la réalité virtuelle sur Matlab/Simulink. La fig.5.2 montre la simulation du système.

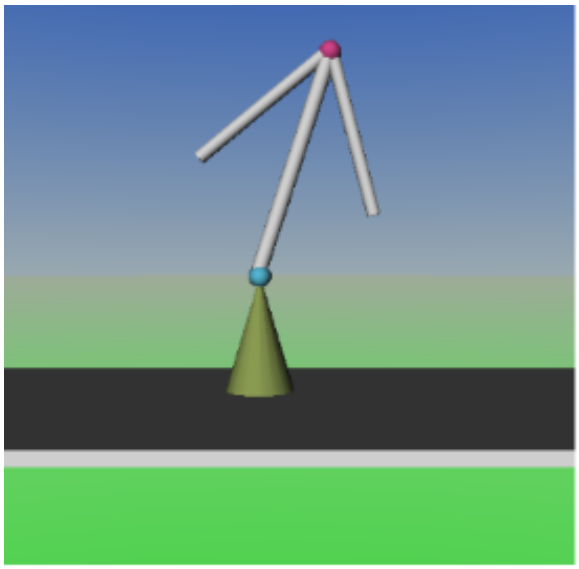


FIGURE 5.2 – Réalité virtuelle pour le pendule inversé avec deux bras.

5.3.1.1 Simulations and discussions

Lorsqu'un couple est appliqué au sommet du pendule inversé, les deux bras tournent tandis que le pendule inversé oscille à gauche et à droite de son centre de masse.

Les figures 5.3, 5.4 et 5.5 montrent le mouvement du modèle dynamique lorsqu'un couple est appliqué.

Les figures 5.4 et 5.5 illustrent la rotation angulaire des deux bras qui restent à $120°$ quels que soient les mouvements de rotation. La figure 5.3, en revanche, illustre les oscillations du pendule inversé lorsqu'un servomoteur est connecté aux bras du système étudié.

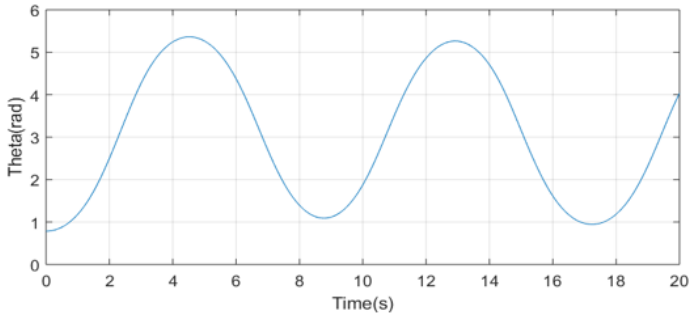


FIGURE 5.3 – Simulation de mouvement du pendule inversé.

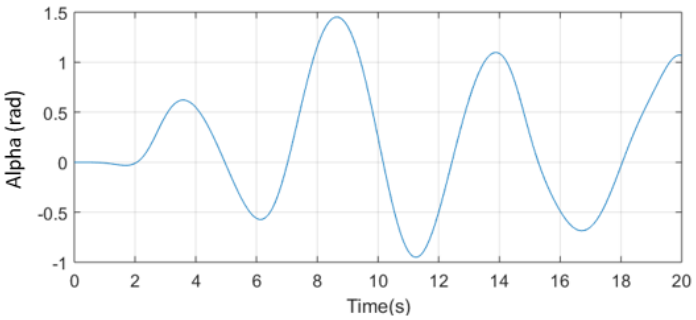


FIGURE 5.4 – Simulation de mouvement du premier bras.

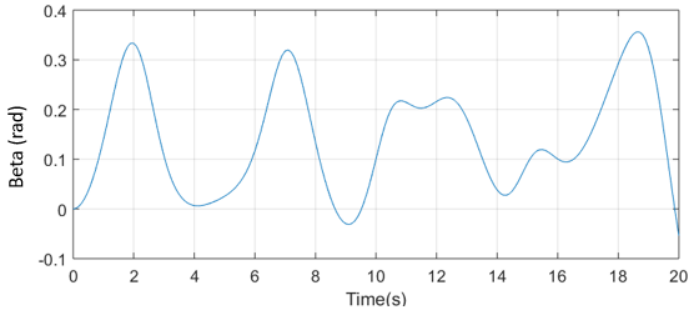


FIGURE 5.5 – Simulation de mouvement du deuxième bras.

5.3.2 Modélisation graphique par 20-Sim

Cette partie a pour objectif de valider le modèle bond graph du système qu'on a tracé dans le logiciel 20-Sim, ainsi de simuler la réalité virtuelle en utilisant l'environnement (3D Mechanics Toolbox) afin de fiabiliser le modèle graphique.

Pour pouvoir modéliser le système pendule inversé avec deux bras, il est généralement nécessaire de décomposer le système en parties plus petites nommées des sous-systèmes qui peuvent être modélisées séparément. Le sous-système est une partie d'un système qui peut être modélisée comme le système lui-même en obtenant des sous-modèles. Le modèle global peut alors être construit en combinant les sous-modèles séparés. Pour ce fait, comme illustré dans la figure 5.6, les trois parties du système (le pendule inversé, le premier bras et le second bras) sont représentées dans le bond graph par trois pendules associés et trois points de liaison (A, G, B) dans chaque élément sont considérés afin de connecter les composants du système.

La vitesse (flux) est spécifiée en utilisant la jonction 1 dans le milieu de la représentation du bond graph (A'), ainsi que pour déterminer les vitesses des points de liaison (D'), (E') et (F'). La force (effort) appliquée au centre de masse est représentée par la source d'effort (G').la relation entre la vitesse et la force du centre de masse a été exprimée en utilisant la transformée modulée (B') et (C'), elle a défini la position de A et B dans la référence (o, x, z). La dynamique de rotation du modèle est considérée en utilisant un composant inducteur (I') et la dynamique de translation représentée par deux composants d'inertie (I').

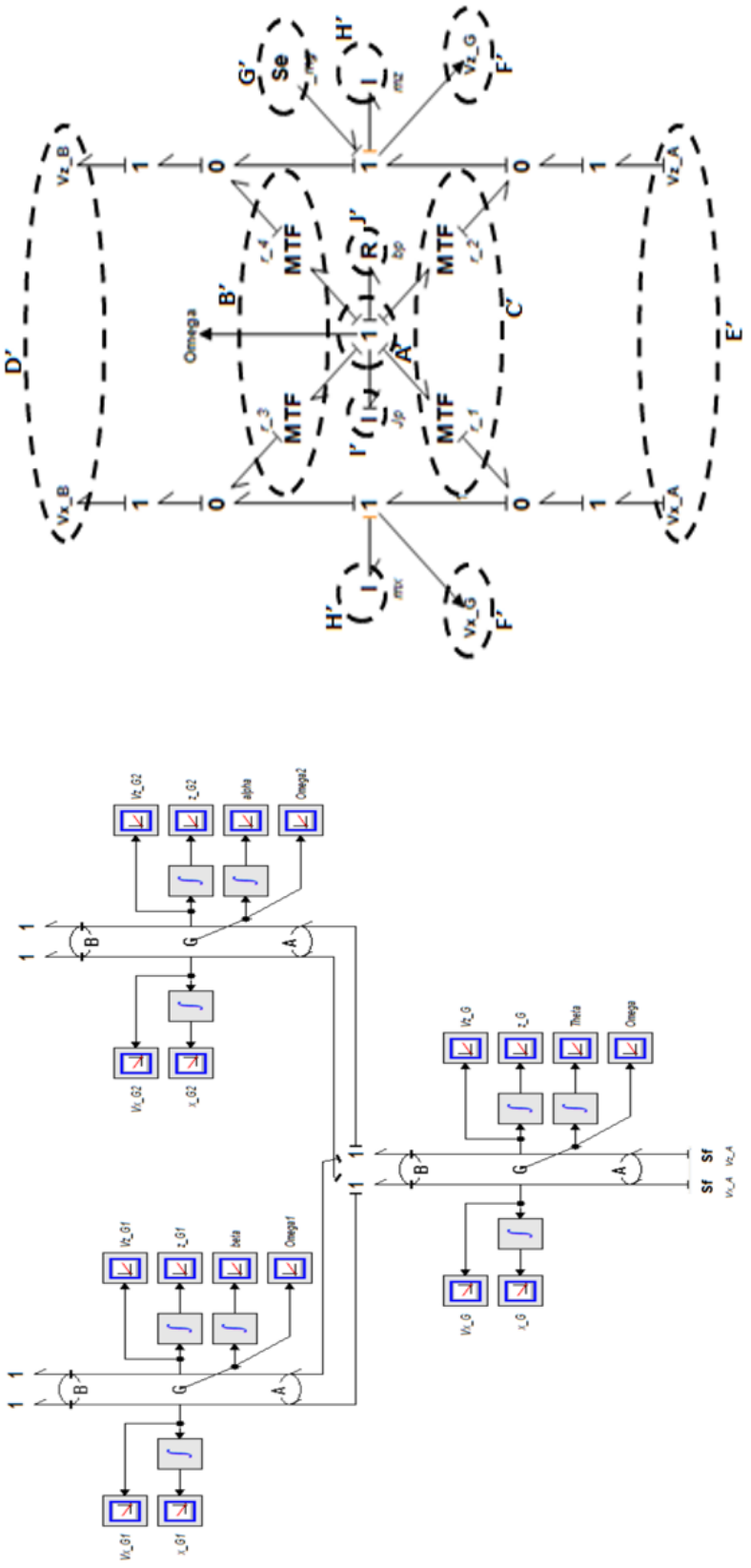


FIGURE 5.6 – Simulation de mouvement du deuxième bras.

5.3.2.1 Simulations et résultats

Après la réalisation de la représentation graphique du système, on a utilisé le logiciel 20-Sim pour dessiner le diagramme, puis on a essayé de faire une modélisation d'un prototype de pendule inversé à deux bras en utilisant 20-Sim 3D Mechanics Toolbox, les représentations des figures ci-dessous illustrent le résultat de cette simulation. D'après les

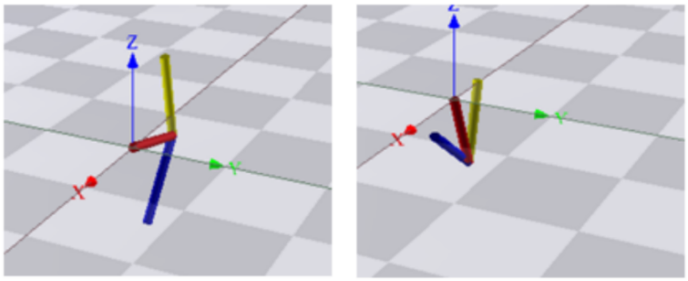


FIGURE 5.7 – Réalité virtuelle via 20-Sim.

figures 5.8, 5.9 et 5.10. Comme on peut constater, une fois que le couple a été appliqué sur les deux bras, le système a dévié de sa position d'équilibre.

Comme illustré dans les figures ci dessous, le mouvement du centre de masse et l'angle de chaque pendule composé de notre système ont été dessinés . Nous pouvons supposer à partir de ces graphiques présents que le système tombe vers le bas et diverge de son centre de gravité, en fait, l'insertion d'un contrôleur de stabilité est hautement nécessaire pour préserver l'équilibre du système.

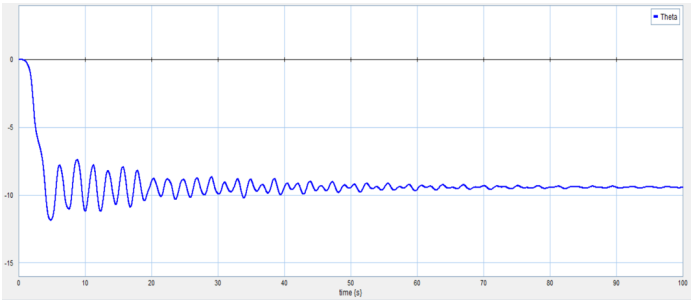


FIGURE 5.8 – Simulation de mouvement du pendule inversé.

Dans cette section, la validité du modèle pendule inversé avec deux bras a été testé en utilisant la modélisation graphique et la modélisation mathématique, ainsi, nous avons défini la géométrie du système et inspecté les mouvements possibles en utilisant les logiciel Matlab et 20-sim afin d'incorporer les équations du mouvement et animer le pendule inversé avec deux bras.

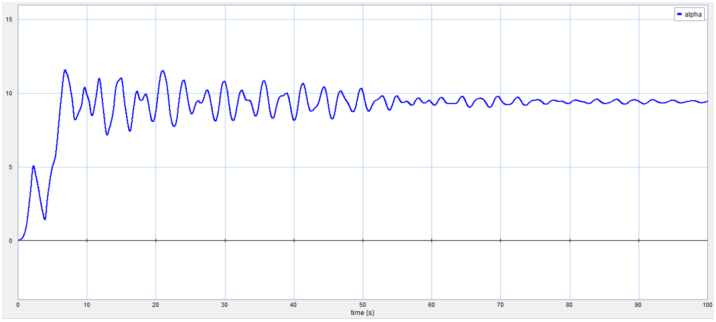


FIGURE 5.9 – Simulation de mouvement du premier bras.

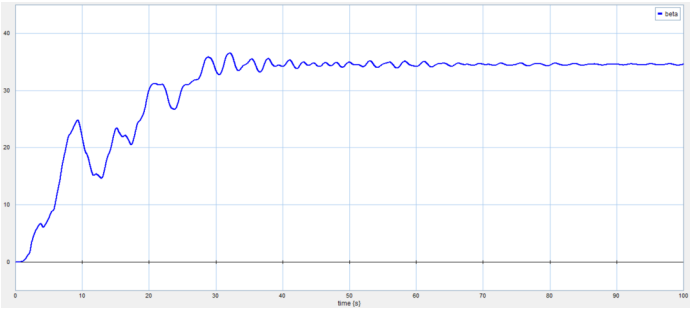


FIGURE 5.10 – Simulation de mouvement du deuxième bras.

5.4 Conception d'un contrôleur pour le pendule inversé avec deux bras

Une fois que le modèle mathématique et graphique du pendule inversé avec deux bras a été conçu et validé en utilisant l'environnement de la réalité virtuelle, dans cette partie, nous allons proposer deux techniques de contrôle pour assurer la stabilité dans le cas d'un modèle qui possède une seule entrée et plusieurs sorties. Ces deux méthodes sont le contrôleur linéaire LQR et le contrôleur intelligent fuzzy. Les résultats seront formulés dans Matlab/Simulink.

5.4.1 Conception d'un contrôleur LQR

Le régulateur linéaire quadratique est l'une des techniques de contrôle optimal, qui prend en compte les états du système dynamique et l'entrée de contrôle pour prendre les décisions de contrôle optimal. Il s'agit d'une méthode simple et robuste.

Après avoir linéarisé la modélisation mathématique, l'espace d'état est donné par :

$$\dot{x} = A.x + B.u \Longleftrightarrow \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \\ \dot{\alpha} \\ \ddot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \ddot{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a & 0 & b & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ d & 0 & e & 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ g & 0 & h & 0 & i & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ \alpha \\ \dot{\alpha} \\ \beta \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ k \\ 0 \\ l \\ 0 \\ p \end{bmatrix} .F \tag{5.6}$$

Avec,

$$a = \frac{(M + 4.m).g.l}{\xi}, \quad b = \frac{3.g.l.m}{2}, \quad c = -b, \quad d = -a \quad e = \frac{-9.g.m.l}{2.\xi} - \frac{3.g}{2.l},$$
$$f = \frac{9.g.m.l}{2.\xi} \quad g = 3.a \quad h = f, \quad i = \frac{-3.g}{2}(\frac{1}{l} + \frac{3.m.l}{\xi}), \quad k = \frac{-6}{\xi}$$
$$l = \frac{3}{m.l^2} + \frac{1}{l} + \frac{2.g}{\xi}, \quad p = \frac{-3}{m.l^2} - \frac{6.m.l^2}{\xi} \quad \xi = M.l^2 + J_1 + 2.m.l^2,$$

Afin d'évaluer la stabilité du modèle proposé, nous allons appliquer la commande du régulateur linéaire quadratique dans la section suivante, de manière à atteindre le bon équilibrage du système décrit précédemment dans (5.6).

La méthode LQR consiste à trouver la matrice de gain k, de manière à ce que l'état de la commande en retour soit égal à :

$$u = -k.x \tag{5.7}$$

Pour déterminer la commande de rétroaction, il est nécessaire de définir les matrices de pondération Q et R, ces deux matrices ont un impact énorme sur l'efficacité du contrôleur LQR et la performance de la stabilisation du système, et de minimiser la fonction de critère quadratique qui est définie par :

$$J = \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u)\, \mathrm{d}t \tag{5.8}$$

Une fois Q et R fixés, La matrice K de la LQR peut être calculé par :

$$K = lqr(A, B, Q, R) \tag{5.9}$$

5.4.1.1 Simulations et discussions

Ainsi, dans le but d'apparaître l'efficacité de cette méthode linéaire. La figure 5.11 et 5.12 représentent successivement le bloc diagramme du contrôleur LQR et les résultats expérimentaux qui démontrent la bonne stabilité et la réponse rapide.

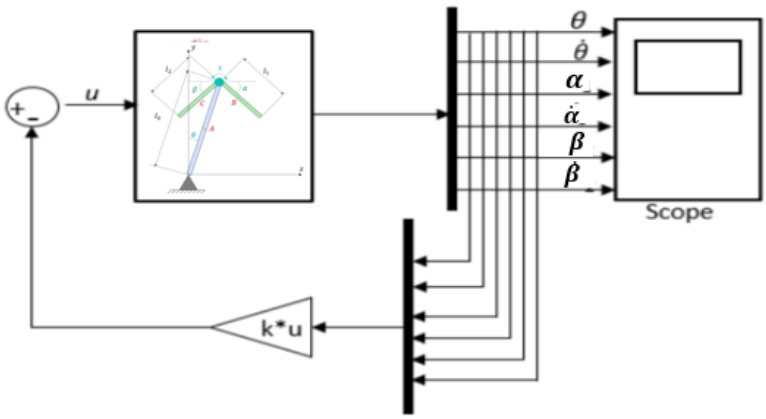


FIGURE 5.11 – Le bloc diagramme du contrôleur LQR.

La figure 5.12 représente le comportement du pendule inversé à deux bras après application du contrôleur LQR.

Les résultats de la simulation montrent clairement que le contrôleur LQR fait converger le modèle vers la position verticale dans un délai de $[0\,;3]$ secondes.

Ainsi, il est évident de démontrer la réponse rapide et la bonne stabilité autour du point d'équilibre.

Il est bien connu que lors de la linéarisation, les effets non linéaires sont ignorés. Néanmoins, ces effets non linéaires fournissent une dynamique plus performante que les systèmes linéaires. L'un des contrôleurs intelligents qui est capable de garder les non linéarités du modèle étudié est le contrôleur Fuzzy. Pour cette raison, nous allons proposer un contrôleur intelligent dans la section suivante pour stabiliser ce système SIMO. Les résultats de simulation seront modélisés dans Matlab/Simulink.

5.4.2 Conception d'un contrôleur Fuzzy

Le Fuzzy est une technique de commande intelligente qui tente de résoudre les problèmes de commande en s'appuyant uniquement sur des connaissances expertes pour les résoudre. Cette méthode permet de faire le lien entre la modélisation numérique et la modélisation symbolique, ce qui facilite les développements industriels à partir d'algorithmes très simples de traduction d'une connaissance symbolique en une entité numérique et vice versa. Elle a l'avantage d'utiliser des règles linguistiques simples permettant de traduire facilement le savoir-faire d'un expert pour répondre à un problème spécifique.

De nombreuses recherches ont établi que la commande par logique floue est capable de de mesurer la vitesse angulaire et l'angle d'inclinaison du pendule tout en calculant la force à appliquer à chaque instant pour maintenir le pendule en équilibre [153–155].

Pour cela, On va utiliser la commande Fuzzy pour établir la convergence totale du pendule inversé à deux bras vers sa position d'équilibre.

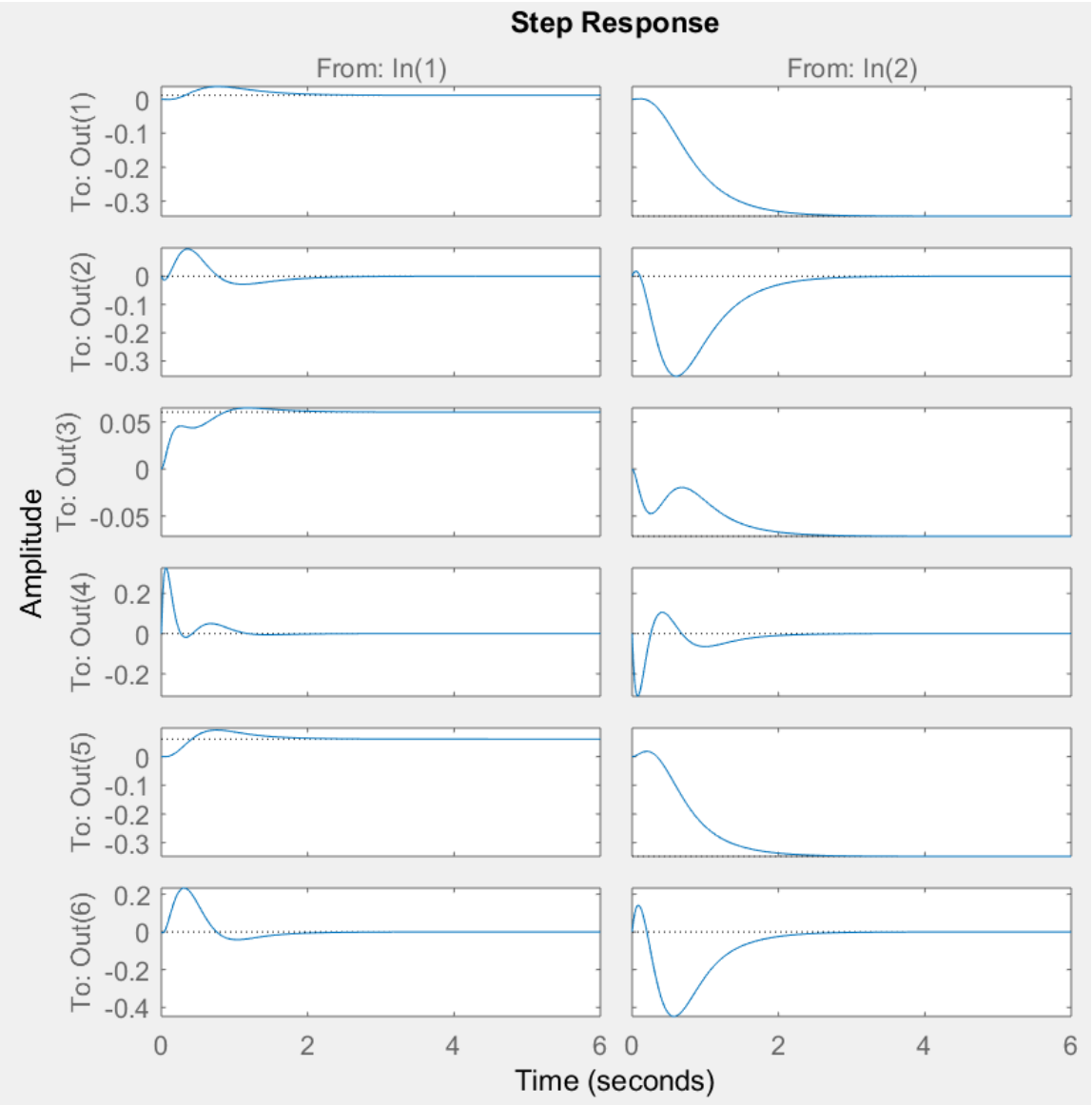


FIGURE 5.12 – Le contrôleur LQR pour le pendule inversé avec deux bras.

La figure ci dessous illustre le schéma du bloc diagramme du contrôleur Fuzzy :

5.4.2.1 Simulations et discussions

Après l'implémentation du contrôleur intelligent fuzzy qui va nous permettre de mesurer la vitesse angulaire et l'angle d'inclinaison du pendule, tout en calculant chaque moment de la force à appliquer pour maintenir le pendule en position verticale. Les figures ci-dessous illustrent le comportement du pendule inversé à deux bras après la mise en ?uvre de commande.

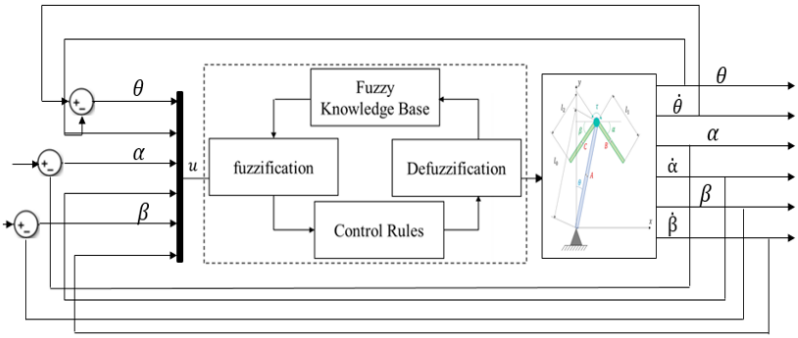


FIGURE 5.13 – Le bloc diagramme du contrôleur Fuzzy .

Le contrôleur proposé à une seule commande et plusieurs sorties qui sont les angles des trois pendules, Les règles ont été proposées de manière à permettre au contrôleur d'amener et de maintenir le pendule dans la position d'équilibre correspondante à un moment donné.

Les résultats de la simulation montrent clairement que le contrôleur à logique floue contraint le pendule inversé à converger vers la position souhaitée dans un délai de [0 ; 30] s sur la figure 5.14 tandis que les deux bras continuent d'osciller comme illustré sur les figures 5.15 et 5.16. En conséquence, il est facile de voir la réponse rapide et la bonne stabilité autour du point d'équilibre.

Pour conclure, la méthode LQR est idéale pour stabiliser les modèles linéaires, à différentes conditions de fonctionnement d'un système dynamique non linéaire. Les effets non linéaires ne peuvent pas être supprimés, ils doivent être gardés pour avoir la bonne efficacité et la robustesse du modèle pendant le contrôle. Pour cela, le contrôleur intelligent fuzzy a été choisi de telle manière à amener le pendule inversé à deux bras vers son point d'équilibre en conservant les non linéarités essentielles du système. Donc, d'après les résultats de simulations obtenus sur les figures précédents, on peut présumer qu'aucun de ces contrôleurs ne présente un meilleur résultat. Néanmoins, la bonne combinaison de plusieurs contrôleurs peut générer une haute stabilité, une bonne robustesse, et une grande précision.

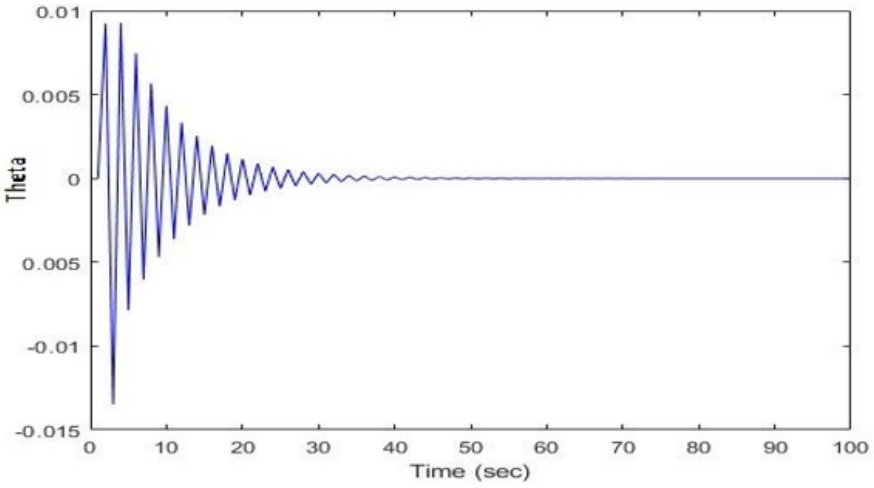


FIGURE 5.14 – Simulation de mouvement du pendule inversé.

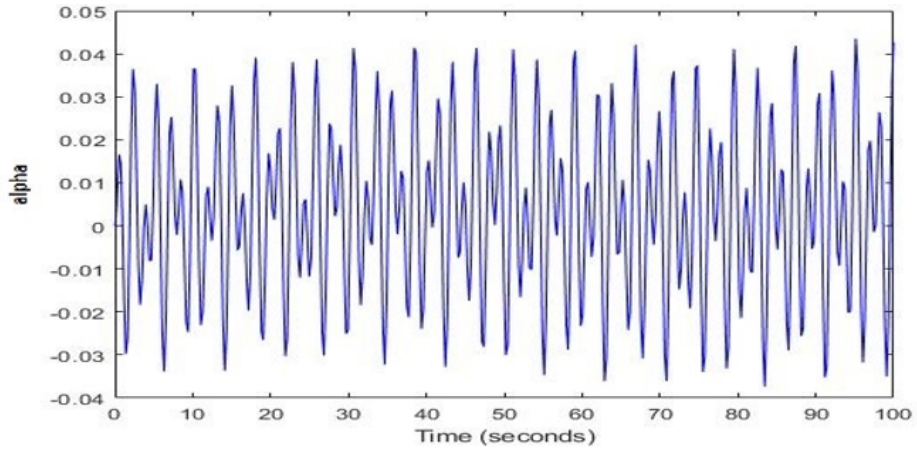


FIGURE 5.15 – Simulation de mouvement du premier bras.

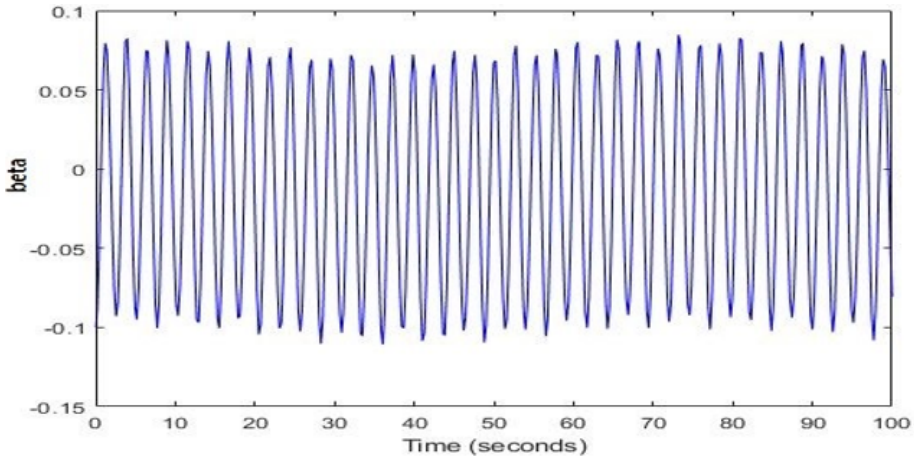


FIGURE 5.16 – Simulation de mouvement du deuxième bras.

5.5 Conclusion

Dans ce chapitre, on a remplacé le système pendule double inversé développé dans les chapitres précédents par un pendule inversé à deux bras. Ce dernier a été régulé et contrôlé à partir de sa partie supérieure au lieu de la base. L'objectif de cette partie a été accompli. Où on a pu développer une représentation mathématique en utilisant la formulation lagrangienne et une représentation graphique en utilisant la méthode bond graph, ainsi, on a pu valider ces deux représentations par la réalité virtuelle qui a confirmer l'efficacité et la validité du modèle étudié. En outre, on a assimilé deux contrôleurs à savoir un contrôleur linéaire LQR et un contrôleur intelligent Fuzzy . L'efficacité et la robustesse des contrôleurs sont prouvées par la simulation un utilisant le logiciel Matlab/Simulink.

Conclusion générale

Conclusion

Cette thèse a démontré qu'il est possible de modéliser et de stabiliser un pendule double inversé actionné par l'application d'un seul couple sur la partie supérieure du système. Autrement dit, ce modèle peut être considéré comme un problème de contrôle postural d'un robot monocycle.

Le système du pendule double inversé est un exemple de système chaotique. Ce système est un processus rapide, multi variable, non linéaire et instable. Il représente notamment une bonne plateforme pour la vérification des différentes méthodes de contrôle, et fait partie des systèmes les plus difficiles à contrôler dans le domaine de l'ingénierie du contrôle.

Sur la base d'un modèle mécanique de pendule double inversé sous-actionné à deux degrés de liberté qui est régulé et contrôlé à partir du deuxième pendule, l'objectif ultime est de concevoir un contrôleur approprié pour obtenir une stabilisation globale autour de la position d'équilibre verticale instable. Cette thèse présente un certain nombre d'algorithmes de contrôle et de résultats de simulation qui fournissent un balancement globale du système étudié.

Au début, nous avons donné un aperçu des recherches antérieures sur les classes de systèmes de contrôle non linéaires et de systèmes mécaniques qui sont pertinents pour ce travail. Après cela, nous avons fourni une représentation bien détaillée de quelques modèles sous-actionnés hautement non linéaire qui offrent de nombreuses opportunités stimulantes pour la future recherche . Ces exemples comprennent notamment le pendule double inversé rotatif, le pendule double inversé sur chariot, le pendule double inversé du Furuta, le pendule double inversé sphérique, le pendule double inversé couplé en parallèle, et le double pendule lié à un pont roulant. Par la suite, Nous avons élaboré une représentation mathématique pour les systèmes précédemment décortiqués afin de décrire le comportement et extraire les équations de mouvements en exploitant la formule lagrangienne.

Pour contrôler les systèmes mécaniques non linéaires sous-actionnés, de nombreuses stratégies de contrôle ont été représenté à savoir :

1. Contrôleurs linéaires : PID, LQR.

2. Contrôleurs non linéaires : le contrôle par énergie, le mode glissant, le Backstepping.

3. Contrôleurs intelligents : La logique floue, les algorithmes génétiques, les réseaux de neurones, ANFIS.

Une comparaison des performances de chaque contrôleur a été effectuée. Les résultats montrent qu'aucun de ces contrôleurs ne présente le meilleur des résultats requis. Cependant, une bonne combinaison des contrôleurs peut fournir une rapidité dans la convergence

vers la position désirée, une robustesse, une bonne élimination de perturbation, le bon suivi de la trajectoire et la minimisation de la résonance.

Dans le chapitre qui suit, on s'est intéressé à la conception d'un pendule double inversé qui possède une seule entrée et plusieurs sorties. De ce fait, nous avons développé une représentation mathématique en utilisant la formulation lagrangienne qui consiste à décrire l'état d'un système dynamique en termes de coordonnées de position et de leurs dérivées temporelles et qui est égale à la différence entre l'énergie potentielle et l'énergie cinétique. Cette approche lagrangienne permet de produire automatiquement autant d'équations qu'il y a de degrés de liberté par l'utilisation des énergies puisque nous n'avons pas à nous occuper des directions, des vecteurs.

Au reste du chapitre, nous nous sommes concentrés sur la modélisation du Bond Graph pour un système de pendule double inversé. Le modèle Bond Graph du système a été construit en spécifiant d'abord les éléments de bases pour la construction d'une représentation graphique, puis en remplaçant les traits par des éléments standards qui contiennent des relations mathématiques ou fonctionnelles précises. Le système a été décomposé en deux sous-systèmes qui ont été modélisés. Le modèle a été créé et simulé à l'aide de l'environnement de modélisation et de simulation 20-sim afin de visualiser les degrés de liberté à l'aide de la réalité virtuelle.

La deuxième contribution réside dans le troisième chapitre où on a développé deux lois de commande en s'appuyant sur l'approche floue T-S pour se rapprocher le plus possible du modèle non linéaire. Par ailleurs, le modèle flou T-S est un outil assez puissant et pratique pour la modélisation et le contrôle de systèmes non linéaires complexes. Il s'avère être une fonction d'approximation qui peut approcher n'importe quelle fonction non linéaire avec n'importe quel degré de précision. Le concept de modèle flou T-S est similaire aux approches d'approximation linéaire par morceaux dans la commande non linéaire, qui linéarise un système à un ensemble de points de fonctionnement sélectionnés et conçoit un contrôleur de rétroaction linéaire local pour chaque modèle linéaire. Cependant, étant donné que l'action de commande globale consiste à commuter entre les contrôleurs linéaires locaux en fonction des états du système.

Pour cela, nous nous sommes reposés sur le modèle flou T-S pour développer deux commandes à savoir, une stabilisation par retour d'état (Théorème 1) et une stabilisation relaxée (Théorème 2). Les deux théorèmes ont une similitude dans l'utilisation des inégalités matricielles linéaires (LMI) dans le contrôle flou à base de modèle T-S. Cependant, les tests numériques démontrent que le théorème 2 est beaucoup meilleur que le théorème 1 où nous avons constatés que le temps de convergence vers la position désiré est plus petit que celui de théorème 1.

La troisième contribution se manifeste dans le fait de combiner un contrôleur non linéaire Backstepping avec une erreur quadratique pour atteindre la stabilité de ce pendule double inversé typique. Pour cette raison, nous avons construit une fonction de Lyapunov en remplaçant l'erreur avec un terme quadratique qui constitue deux entrées virtuelles afin de stabiliser le pendule double inversé avec la seule commande appliqué à la partie supé-

rieure en prenant en compte toutes les non linéarités qui ne peuvent pas être supprimées. En effet, les résultats de la simulation ont démontré l'efficacité du contrôleur Backstepping basé sur une erreur quadratique et une bonne réponse de la flexibilité du système a été assurée dans le sens où il peut être ajusté de la position initiale à la position d'équilibre.

Après avoir atteint nos objectifs principaux, à savoir la conception d'un nouveau système de pendule inversé double sous-actionné par un couple unique appliqué à la partie supérieure du système et le développement de trois stratégies de contrôle, nous sommes passés à notre objectif final, à savoir le remplacement du pendule double inversé par un pendule inversé à deux bras. De ce fait, nous avons défini ce système en exploitant les différentes techniques de représentation mathématique et graphique. Le modèle a été exécuté dans Matlab/Simulink et 20-Sim où on a pu valider les degrés de liberté θ, α et β en utilisant l'environnement de la réalité virtuelle. Par la suite, nous avons proposé deux contrôleurs à savoir un contrôleur linéaire LQR et un contrôleur intelligent Fuzzy . Les simulations ont démontré l'efficacité des contrôleurs proposés tandis le pendule inversé à deux bras est amené à sa position d'équilibre.

Développements futurs

Bien que nous soyons encouragés par les réalisations susmentionnées. Les enjeux évoqués dans cette thèse ouvrent le chemin à plusieurs directions de recherche futures visant principalement à élargir le spectre d'application des stratégies de contrôle présentés, et les suivantes approches possibles pourraient être envisagées :

1- Ajouter deux pendules au pendule inversé à deux bras de façon à augmenter le nombre de pendules jusqu'à arriver à contrôler un système SIMO avec n pendules.

2- Développer d'autres approches de contrôle afin de stabiliser ce système par l'application d'un seule couple sur la partie supérieure.

3- Étudier la possibilité de remplacer le système à n pendules avec un gyroscope.

4- Réaliser les systèmes développés sur des plateformes réelles, et ainsi vérifier le bon fonctionnement des contrôleurs proposés par des simulations réelles

Publications

Publications dans des journaux indexés

Articles Publiés

[1] Elkinany B., Alfidi M., Chalh Z. (2022) Fuzzy Logic Control for Balancing a Two-Armed Inverted Pendulum. In : Statistics, Optimization and Information Computing.

[2] Elkinany B., Alfidi M., Krafes S., Chalh Z. (2021) Modeling and Control an Inverted Pendulum with Two Arms. In : Saka A. et al. (eds) Advances in Integrated Design and Production. CPI 2019. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer. DOI : 10.1007/978-3-030-62199-5-6

[3] Elkinany B., Alfidi M., Chaibi R., Chalh Z. (2020) T-S Fuzzy System Controller for Stabilizing the Double Inverted Pendulum. In : Advances in Fuzzy Systems. DOI : 10.1155/2020/8835511

[4] Elkinany B., Alfidi M., Chalh Z. (2020) Roll angle dynamic control of unicycle robot using Backstepping controller and sliding mode controller. In : International Journal of Modelling, Identification and Control. DOI : 10.1504/IJMIC.2020.117489

[5] Elkinany B., Alfidi M., Krafes S., Chalh Z. (2019) Backstepping Controller Design With a Quadratic Error for a Double Inverted Pendulum. In : International Journal of Modelling, Identification and Control. DOI : 10.1504/IJMIC.2020.108909

[6] Elkinany B., Alfidi M., Chalh Z. (2019) Dynamic control of a unicycle robot with double flywheels using linear quadratic regulator and linear matrix inequality. In : Q science proceeding. DOI : qproc.2019.imat3e2018.12

Articles Acceptés

[7] Elkinany B., Alfidi M., Chalh Z. (2020) Relaxed Quadratic Stabilization of TS Fuzzy Control for A Double Inverted Pendulum. In : Advances in Fuzzy Systems

Articles en Cours de Révision

[7] Krafes S., Elkinany B., Alfidi M., Chalh Z. (2021) Fuzzy models for the control of the decoupled Spherical Inverted Pendulum. In : International Journal of Engineering Research in Africa

Conférences internationales et nationales à comité de lecture et publications des actes

[10] Elkinany B., Alfidi M., Chalh Z. (2017) Modelling and control of unicycle robot. In : Journee de Recherche Inter-Laboratoire, JRIL-2017.

[11] Elkinany B., Alfidi M., Chalh Z. (2019) Dynamic control of a unicycle robot with double flywheels using linear quadratic regulator and linear matrix inequality. In : International Meeting on Advanced Technologies in Energy and Electrical Engineering. DOI : qproc.2019.imat3e2018.12.

[12] Elkinany B., Alfidi M., Chalh Z. (2019) Review of unicycle robot controller. In : International Conference on Computing and Wireless Communication Systems, ICCWCS-2019.

[13] Elkinany B., Alfidi M., Krafes S., Chalh Z. (2019) Modeling and Control an Inverted Pendulum With Two Arms. In : International Conference on Integrated Design and Production, CPI-2019.

[14] Elkinany B., Alfidi M., Chalh Z. (2020) Modeling and stability of the unicycle robot. In : Journee de Recherche Inter-Laboratoire, JRIL-2020.

[15] Elkinany B., Alfidi M., Chalh Z. (2021) Stability analysis and assessment of double inverted pendulum. In : Journee de Recherche Inter-Laboratoire, JRIL-2021.

[16] Elkinany B., Alfidi M., Chalh Z. (2021) Fuzzy Logic Control for Balancing a Two-Armed Inverted Pendulum. In : International Congress of Engineering and Complex systems, ICECS-2021.

[17] Elkinany B., Alfidi M., Chalh Z. (2021) LMI And PID+LQR For Stabilizing A Unicycle Robot. In : International Conference on Embedded Systems and Artificial Intelligence, ESAI-2021.

Bibliographie

[1] K. CimborovÃ¡, S. JadlovskÃ¡, Modeling of benchmark underactuated systems via different approaches, Vol. 53, 2020, pp. 8935–8940, 21st IFAC World Congress. doi:https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2020.12.1421.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896320318310

[2] T. Narikiyo, J. Sahashi, K. Misao, Control of a class of underactuated mechanical systems, Nonlinear Analysis : Hybrid Systems 2 (2) (2008) 231–241, proceedings of the International Conference on Hybrid Systems and Applications, Lafayette, LA, USA, May 2006 : Part II. doi:https://doi.org/10.1016/j.nahs.2006.04.009.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1751570X06000380

[3] X. He, Z. Geng, Stabilization of equilibrium for underactuated mechanical systems without potential energy, Vol. 53, 2020, pp. 5857–5862, 21st IFAC World Congress. doi:https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2020.12.1633.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S240589632032231X

[4] S. Rudra, K. Barai, M. Maitra, Nonlinear state feedback controller design for underactuated mechanical system : A modified block backstepping approach, ISA Transactions 53 (2) (2014) 317–326. doi:10.1016/j.isatra.2013.12.021.

[5] B. Lu, Y. Fang, N. Sun, Modeling and nonlinear coordination control for an underactuated dual overhead crane system, Automatica 91 (2018) 244–255. doi:https://doi.org/10.1016/j.automatica.2018.01.008.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109818300153

[6] Robust stabilization of underactuated nonlinear systems: A fast terminal sliding mode approach, ISA Transactions 66 (2017) 241–248. doi:https://doi.org/10.1016/j.isatra.2016.10.017.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0019057816305961

[7] M. Laiou, A. Astolfi, Underactuated nonlinear systems with non-stabilizable linear approximation : A case study, MOTION CONTROL (1999) 213–218doi:10.1016/j.isatra.2016.10.017.

[8] C. Kahraman, M. Deveci, E. Bolturk, S. Turk, Fuzzy controlled humanoid robots: A literature review, Robotics and Autonomous Systems 134 (2020) 103643. doi:https://doi.org/10.1016/j.robot.2020.103643.

URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0921889020304838

[9] Circular double inverted pendulum acrobatic robot, Google technology.

[10] H. Congying, G. Jian, P. Alexandre, Nonlinear H_∞ based underactuated attitude control for small satellites with two reaction wheels, Acta Astronautica 104 (2014) 159–172. doi:10.1016/j.actaastro.2014.07.036.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0094576514002926

[11] M. A. Rosyidi, E. H. Binugroho, S. E. Radin Charel, R. S. Dewanto, D. Pramadihanto, Speed and balancing control for unicycle robot, in : 2016 International Electronics Symposium (IES), 2016, pp. 19–24. doi:10.1109/ELECSYM.2016.7860969.

[12] K. Perev, Inverted pendulum control : an overview, information technologies and control 1 (2011) 34–40.

[13] S. Jadlovska, A. Jadlovska, Inverted pendula simulation and modeling - a generalized approach, 2010.

[14] Y. Mon, C. Lin, Double inverted pendulum decoupling control by adaptive terminal sliding-mode recurrent fuzzy neural network, Journal of Intelligent and Fuzzy Systems 26 (2014) 1723–1729. doi:10.3233/IFS-130851.

[15] C. Li-jie, Research on the nonlinear dynamical behavior of double pendulum, in : 2011 International Conference on Mechatronic Science, Electric Engineering and Computer (MEC), 2011, pp. 1637–1640. doi:10.1109/MEC.2011.6025792.

[16] A. Jabbar, F. M. Malik, S. A. Sheikh, Nonlinear stabilizing control of a rotary double inverted pendulum: a modified backstepping approach, Transactions of the Institute of Measurement and Control 39 (11) (2017) 1721–1734. doi:10.1177/0142331216645174.
URL https://doi.org/10.1177/0142331216645174

[17] Y. Hao, J. Yi, D. Zhao, D. Qian, Robust control using incremental sliding mode for underactuated systems with mismatched uncertainties, in : 2008 American Control Conference, 2008, pp. 532–537. doi:10.1109/ACC.2008.4586546.

[18] D. Mustafa, Control of a double-inverted pendulum for nonlinear system, SelÃ§uk Journal of Applied Mathematics.

[19] X. Bowen, A Comparative Study of PID and LQR Control Strategies Applied to Inverted Pendulum Systems, University of Guelph Master of Engineering, 2014.
URL https://atrium.lib.uoguelph.ca/xmlui/bitstream/handle/10214/15901/Xu_Bowen_20190417_MEngg.pdf?sequence=1

[20] B. M. Al-Hadithi, A. Javier BarragÃ¡n, J. Manuel AndÃºjar, A. JimÃ©nez, Fuzzy optimal control for double inverted pendulum, in : 2012 7th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA), 2012, pp. 1–5. doi:10.1109/ICIEA.2012.6360687.

[21] B. Elkinany, M. Alfidi, S.krafes, Z. Chalh, Backstepping controller design with a quadratic error for a double inverted pendulum, International Journal of Modelling, Identification and Control 34 (2020) 33–40. doi:10.1504/IJMIC.2020.108909.

[22] B. Elkinany, M. Alfidi, R. Chaibi, Z. Chalh, T-s fuzzy system controller for stabilizing the double inverted pendulum, Advances in Fuzzy Systems 20. doi:10.1155/2020/8835511.
URL https://doi.org/10.1155/2020/8835511

[23] B. Elkinany, M. Alfidi, Z. Chalh, Relaxed quadratic stabilization of ts fuzzy control for a double inverted pendulum, Advances in Fuzzy Systems.

[24] B. Elkinany, M. Alfidi, t. Chalh, Zakaria booktitle=LMI And PID+LQR For Stabilizing A Unicycle Robot.

[25] B. Elkinany, M. Alfidi, Z. Chalh, Roll angle dynamic control of unicycle robot using backstepping controller and sliding mode controller., International Journal of Modelling, Identification and Control 36 (2021) 290–296. doi:10.1504/IJMIC.2020.117489.

[26] B. Elkinany, M. Afidi, S. Krafes, Z. Chalh, Modeling and control an inverted pendulum with two arms, in : International Conference on Integrated Design and Production, 2019, pp. 55–64. doi:10.1007/978-3-030-62199-5_6.

[27] E. Franco, A. Astolfi, F. R. y Baena, Robust balancing control of flexible inverted-pendulum systems, Mechanism and Machine Theory 130 (2018) 539–551. doi:https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2018.09.001.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0094114X18301691

[28] M. Akhtaruzzaman, A. A. Shafie, Modeling and control of a rotary inverted pendulum using various methods, comparative assessment and result analysis, in : 2010 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, 2010, pp. 1342–1347. doi:10.1109/ICMA.2010.5589450.

[29] E. S. Varghese, A. K. Vincent, V. Bagyaveereswaran, Optimal control of inverted pendulum system using PID controller, LQR and MPC, Vol. 263, IOP Publishing, 2017, p. 052007. doi:10.1088/1757-899x/263/5/052007.
URL https://doi.org/10.1088/1757-899x/263/5/052007

[30] J. Timmermann, S. Khatab, S. Ober-Blobaum, A. Trachtler, Discrete mechanics and optimal control and its application to a double pendulum on a cart, IFAC Proceedings Volumes 44 (1) (2011) 10199–10206.

doi:https://doi.org/10.3182/20110828-6-IT-1002.01985.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667016452511

[31] X. Xin, Analysis of the energy based swing-up control for a double pendulum on a cart, IFAC Proceedings Volumes 41 (2) (2008) 4828–4833. doi:https://doi.org/10.3182/20080706-5-KR-1001.00811.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667016397063

[32] C.-Y. J. Chen, Multiple degree of freedom inverted pendulum dynamics : modeling, computation, and experimentation, University of Southern California Digital Library (USC.DL), 2009. doi:10.25549/USCTHESES-M2262.

[33] S. Krafes, C. Zakaria, A. Saka, A review on the control of second order underactuated mechanical systems, Complexity 2018 (2018) 1–17. doi:10.1155/2018/9573514.

[34] S. Krafes, Z. Chalh, A. Saka, Backstepping controller design for a 5 dof spherical inverted pendulum, International Journal of Engineering Research in Africa 41 (2019) 37–50. doi:10.4028/www.scientific.net/JERA.41.37.

[35] S. Krafes, Z. Chalh, A. Saka, Vision-based control of a flying spherical inverted pendulum, in : 2018 4th International Conference on Optimization and Applications (ICOA), 2018, pp. 1–6. doi:10.1109/ICOA.2018.8370509.

[36] M. Olivares, P. Albertos, On the linear control of underactuated systems : The flywheel inverted pendulum, in : 2013 10th IEEE International Conference on Control and Automation (ICCA), 2013, pp. 27–32. doi:10.1109/ICCA.2013.6564905.

[37] S. Irfan, A. Mehmood, M. T. Razzaq, J. Iqbal, Advanced sliding mode control techniques for inverted pendulum: Modelling and simulation, Engineering Science and Technology, an International Journal 21 (4) (2018) 753–759. doi:https://doi.org/10.1016/j.jestch.2018.06.010.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2215098617317822

[38] S. Maity, Stability analysis of non-holonomic inverted pendulum system, Iowa State University, 2020. doi:10.31274/etd-20210114-86.
URL https://dr.lib.iastate.edu/handle/20.500.12876/94503

[39] S. Maity, G. R. Luecke, Stabilization and Optimization of Design Parameters for Control of Inverted Pendulum, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control 141 (8). doi:10.1115/1.4042953.
URL https://doi.org/10.1115/1.4042953

[40] S. Maity, G. R. Luecke, Simulation study of a spherical inverted pendulum on an omnidirectional cart with holonomic constraints, Dynamic Systems and Control Conference, 2018. doi:10.1115/DSCC2018-9102.
URL https://doi.org/10.1115/DSCC2018-9102

[41] X. Chen, R. Yu, K. Huang, S. Zhen, H. Sun, K. Shao, Linear motor driven double inverted pendulum: A novel mechanical design as a testbed for control algorithms, Simulation Modelling Practice and Theory 81 (2018) 31–50. doi:https://doi.org/10.1016/j.simpat.2017.11.009.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1569190X17301703

[42] S. Kavirayani, Stabilization at upright equilibrium position of a double inverted pendulum with unconstrained bat optimization, International journal of computational science 5 (2015) 87–101. doi:10.5121/ijcsa.2015.5508.

[43] S. JadlovskÃ¡, J. SarnovskÃ$\frac{1}{2}$, Classical double inverted pendulum - a complex overview of a system, in : 2012 IEEE 10th International Symposium on Applied Machine Intelligence and Informatics (SAMI), 2012, pp. 103–108. doi:10.1109/SAMI.2012.6208937.

[44] M. K. Gupta, K. Bansal, A. K. Singh, Mass and length dependent chaotic behavior of a double pendulum, IFAC Proceedings Volumes 47 (1) (2014) 297–301. doi:https://doi.org/10.3182/20140313-3-IN-3024.00071.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667016326714

[45] R. Espindola, G. D. Valle, G. Hernandez, I. Pineda, D. Mucino, S. Guijosa, The double pendulum of variable mass: Numerical study for different cases, Journal of Physics 1221. doi:10.1088/1742-6596/1221/1/012049.
URL https://doi.org/10.1088/1742-6596/1221/1/012049

[46] S. D. Sanjeewa, M. Parnichkun, Control of rotary double inverted pendulum system using mixed sensitivity h infinity controller, International Journal of Advanced Robotic Systems 16 (2) (2019) 1729881419833273. doi:10.1177/1729881419833273.
URL https://doi.org/10.1177/1729881419833273

[47] S. Maiti, J. Roy, A. K. Mallik, J. K. Bhattacharjee, Nonlinear dynamics of a rotating double pendulum, Physics Letters A 380 (3) (2016) 408–412. doi:https://doi.org/10.1016/j.physleta.2015.11.003.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375960115009597

[48] B. Alexander, Optimal Control of a Double Inverted Pendulum on a Cart, Technical report in OGI School of Science and Engineering, 2004.

[49] K. Graichen, M. Treuer, M. Zeitz, Swing-up of the double pendulum on a cart by feedforward and feedback control with experimental validation, Automatica 43 (1) (2007) 63–71. doi:10.1016/j.automatica.2006.07.023.

[50] Z. Neusser, M. Valasek, Control of the double inverted pendulum on a cart using the natural motion, Acta Polytechnica 53. doi:10.14311/AP.2013.53.0883.

[51] J. Ismail, S. Liu, Efficient planning of optimal trajectory for a furuta double pendulum using discrete mechanics and optimal control, IFAC-PapersOnLine 50 (1) (2017) 10456–10461, 20th IFAC World Congress. doi:https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2017.08.1975.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896317326125

[52] T. Kobayashi, M. Iwase, S. Suzuki, K. Furuta, Swinging-up and balancing control of double furuta pendulum by using state-dependent riccati equation, IFAC Proceedings Volumes 37 (14) (2004) 337–341. doi:https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)31126-6.

[53] J. E. Marsden, Lagrangian Reduction and the Double Spherical Pendulum, Department of Mathematics, university of California, Berkeley, CA 94720, USA, 1994.
URL https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.134.5391&rep=rep1&type=pdf

[54] J. E. Marsden, Visualization of Orbits and Pattern Evocation for the Double Spherical Pendulum, Department of Mathematics, university of California, Berkeley, CA 94720, USA, 1995.
URL https://authors.library.caltech.edu/20096/1/MaScWe1996(2).pdf

[55] S. Hu, E. Leandro, M. Santoprete, On the topology of the double spherical pendulum, Regular and Chaotic Dynamics 17. doi:10.1134/S1560354712010042.

[56] L. Wang, H. Ni, W. Zhou, P. M. Pardalos, J. Fang, M. Fei, Mbpoa-based lqr controller and its application to the double-parallel inverted pendulum system, Engineering Applications of Artificial Intelligence 36 (2014) 262–268. doi:https://doi.org/10.1016/j.engappai.2014.07.023.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0952197614002024

[57] T. Henmi, M. Deng, A. Inoue, Swing-up control of a serial double inverted pendulum, in : Proceedings of the 2004 American Control Conference, Vol. 5, 2004, pp. 3992–3997 vol.5. doi:10.23919/ACC.2004.1383932.

[58] Y.-P. Chen, J.-L. Chang, S.-R. Chu, Pc-based sliding-mode control applied to parallel-type double inverted pendulum system, Mechatronics 9 (5) (1999) 553–564.

URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S095741589900015X

[59] H. Ouyang, X. Xu, T. Ganbat, G. Zhang, Nonlinear-adaptive-based swing reduction control for rotary cranes with double-pendulum effect considering uncertain parameters and external disturbances, Automation in Construction 126 (2021) 103668. doi:https://doi.org/10.1016/j.autcon.2021.103668.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0926580521001199

[60] N. Sun, Y. Wu, H. Chen, Y. Fang, An energy-optimal solution for transportation control of cranes with double pendulum dynamics: Design and experiments, Mechanical Systems and Signal Processing 102 (2018) 87–101. doi:https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2017.09.027.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327017305046

[61] B. Lu, Y. Fang, N. Sun, Enhanced-coupling adaptive control for double-pendulum overhead cranes with payload hoisting and lowering, Automatica 101 (2019) 241–251. doi:https://doi.org/10.1016/j.automatica.2018.12.009.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109818306083

[62] R. M. Murray, Nonlinear control of mechanical systems: A lagrangian perspective, IFAC Proceedings Volumes 28 (14) (1995) 349–360, 3rd IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems Design 1995, Tahoe City, CA, USA, 25-28 June 1995. doi:https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)46855-8.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667017468558

[63] M. C. Agarana, E. T. Akinlabi, Lagrangian-laplace dynamic mechanical analysis and modeling of inverted pendulum, Vol. 35, 2019, pp. 711–718. doi:https://doi.org/10.1016/j.promfg.2019.06.013.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2351978919307383

[64] Choukchou-Braham, C. B, jemai. M, Busawon.K, Underactuated mechanical systems from the lagrangian formalism, 2014, pp. 15–33. doi:https://doi.org/10.1007/978-3-319-02636-7_3.
URL https://doi.org/10.1007/978-3-319-02636-7_3

[65] H. A. Yildiz, L. G. Sumer, Stabilizing a class of under-actuated euler-lagrange systems using an approximate model, in : 2016 National Conference on Electrical, Electronics and Biomedical Engineering (ELECO), 2016, pp. 252–256.

[66] R. Olfati-Saber, Nonlinear Control of Underactuated Mechanical Systems with Application to Robotics and Aerospace Vehicles, MASSACHUSETTS INSTITUTE OF TECHNOLOGY, 2001.
URL http://hdl.handle.net/1721.1/8979

[67] H. Niemann, J. Poulsen, Analysis and design of controllers for a double inverted pendulum, Vol. 4, 2003, pp. 2803–2808. doi:10.1109/ACC.2003.1243747.

[68] K. Furuta, T. Okutani, H. Sone, Computer control of a double inverted pendulum, Computers and Electrical Engineering 5 (1) (1978) 67–84. doi:https://doi.org/10.1016/0045-7906(78)90018-6.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0045790678900186

[69] s. Zhang, S. Dian, Controller design for compound pendulum with pid and mrac switch control, in : IOP Conference Series. Materials Science and Engineering, Vol. 52, 2018. doi:http://dx.doi.org/10.1088/1757-899X/428/1/012036.

[70] H. I. Jaafar, Z. Mohamed, PSO-Tuned PID Controller for a Nonlinear Double-Pendulum Crane System, Modeling, Design and Simulation of SystemsChapter : Communications in Computer and Information SciencePublisher : Springer, Singapore, 2017. doi:10.1007/978-981-10-6502-6_18.

[71] H. I. Jaafar, Z. Mohamed, N. A. M. Subha, A. R. Husain, F. S. Ismail, L. Ramli, M. O. Tokhi, M. A. Shamsudin, Efficient control of a nonlinear double-pendulum overhead crane with sensorless payload motion using an improved pso-tuned pid controller, Journal of Vibration and Control 25 (4) (2019) 907–921. doi:10.1177/1077546318804319.
URL https://doi.org/10.1177/1077546318804319

[72] S. Omatu, T. Fujinaka, M. Yoshioka, Neuro-pid control for inverted single and double pendulums, in : Smc 2000 conference proceedings. 2000 ieee international conference on systems, man and cybernetics. 'cybernetics evolving to systems, humans, organizations, and their complex interactions' (cat. no.0, Vol. 4, 2000, pp. 2685–2690 vol.4. doi:10.1109/ICSMC.2000.884401.

[73] M. Tinkir, M. Kalyoncu, U. Onen, F. M. Botsali, Pid and interval type-2 fuzzy logic control of double inverted pendulum system, in : 2010 The 2nd International Conference on Computer and Automation Engineering (ICCAE), Vol. 1, 2010, pp. 117–121. doi:10.1109/ICCAE.2010.5451988.

[74] R. Banerjee, N. Dey, U. Mondal, B. Hazra, Stabilization of double link inverted pendulum using lqr, in : 2018 International Conference on Current Trends towards Converging Technologies (ICCTCT), 2018, pp. 1–6. doi:10.1109/ICCTCT.2018.8550915.

[75] D. T. Ratnayake, M. Parnichkun, Lqr-based stabilization and position control of a mobile double inverted pendulum, Vol. 886, IOP Publishing, 2020, p. 012034. doi:10.1088/1757-899x/886/1/012034.
URL https://doi.org/10.1088/1757-899x/886/1/012034

[76] M. Ataei, A. Kiyoumarsi, M. T. Isfahani, B. Mirzaeian-Dehkordi, The control of a double-pendulum system, in : 2007 International Conference on Control, Automation and Systems, 2007, pp. 912–916. doi:10.1109/ICCAS.2007.4407033.

[77] K. Xu, J. Timmermann, A. Trachtler, Swing-up of the moving double pendulum on a cart with simulation based lqr-trees, Vol. 50, 2017, pp. 4094–4100, 20th IFAC World Congress. doi:https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2017.08.794.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896317312478

[78] E. Vinodh Kumar, G. S. Raaja, J. Jerome, Adaptive pso for optimal lqr tracking control of 2 dof laboratory helicopter, Applied Soft Computing 41 (2016) 77–90. doi:https://doi.org/10.1016/j.asoc.2015.12.023.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1568494615008029

[79] K. Astrom, K. Furuta, Swinging up a pendulum by energy control, Automatica 36 (2) (2000) 287–295. doi:https://doi.org/10.1016/S0005-1098(99)00140-5.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109899001405

[80] H. Ouyang, X. Xu, G. Zhang, Energy-shaping-based nonlinear controller design for rotary cranes with double-pendulum effect considering actuator saturation, Automation in Construction 111 (2020) 103054. doi:https://doi.org/10.1016/j.autcon.2019.103054.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0926580519305965

[81] H. Ouyang, Z. Tian, L. Yu, G. Zhang, Load swing rejection for double-pendulum tower cranes using energy-shaping-based control with actuator output limitation, ISA Transactions 101 (2020) 246–255. doi:https://doi.org/10.1016/j.isatra.2020.02.013.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S001905782030063X

[82] M. Zhang, X. Ma, X. Rong, R. Song, X. Tian, Y. Li, A novel energy-coupling-based control method for double-pendulum overhead cranes with initial control force constraint, Advances in Mechanical Engineering 10 (1). doi:10.1177/1687814017752213.
URL https://doi.org/10.1177/1687814017752213

[83] W. Zhong, H. Rock, Energy and passivity based control of the double inverted pendulum on a cart, in : Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Control Applications (CCA'01) (Cat. No.01CH37204), 2001, pp. 896–901. doi:10.1109/CCA.2001.973983.

[84] L. A. Tuan, S.-G. Lee, Sliding mode controls of double-pendulum crane systems, Journal of Mechanical Science and Technology 6 (2013) 1863–1873. doi:10.1007/s12206-013-0437-8.
URL https://doi.org/10.1007/s12206-013-0437-8

[85] T. Wang, N. Tan, J. Zhou, X. Zhang, J. Zhang, A novel sliding mode control method for double pendulum crane, in : Proceedings of the 3rd International Conference on Information Technologies and Electrical Engineering, 2020, pp. 321–327. doi:https://doi.org/10.1145/3452940.3453002.
URL https://doi.org/10.1145/3452940.3453002

[86] Q. Wu, X. Wang, L. Hua, M. Xia, Modeling and nonlinear sliding mode controls of double pendulum cranes considering distributed mass beams, varying roped length and external disturbances, Mechanical Systems and Signal Processing 158 (2021) 107756. doi:https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2021.107756.

[87] H. wei, Q. Qian, H. Qiang, H. Qiaoli, Z. Yixin, X. Lin, Optimization of sliding mode controller for double inverted pendulum based on genetic algorithm, in : 2008 2nd International Symposium on Systems and Control in Aerospace and Astronautics, 2008, pp. 1–5. doi:10.1109/ISSCAA.2008.4776281.

[88] H. Nurhadi, A. Adhim, Design of sliding-pid control system for double pendulum on moving cart, intelegent Technology and Its Aplication.

[89] S. D. Sanjeewa, M. Parnichkun, Control of rotary double inverted pendulum system using lqr sliding surface based sliding mode controller, Journal of Control and Decision 9 (1) (2022) 89–101. doi:10.1080/23307706.2021.1914758.

[90] S. Vaidyanathan, A. T. Azar, An introduction to backstepping control, Backstepping Control of Nonlinear Dynamical Systems, 2021. doi:10.1016/B978-0-12-817582-8.00008-8.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780128175828000088

[91] J. Huang, T. Zhang, Y. Fan, J.-Q. Sun, Control of rotary inverted pendulum using model-free backstepping technique, IEEE Access 7 (2019) 96965–96973. doi:10.1109/ACCESS.2019.2930220.

[92] M. Ramezanifard, Design of intelligent controllers for double inverted pendulum, Ciencia e Natura 37 (2015) 406–414. doi:https://doi.org/10.5902/2179460X20802.

[93] A. Gani, Z. Bas, F. Kececioglu, H. Acikgoz, Control of nonlinear dynamic inverted pendulum system using fuzzy logic based control methods, International journal of engineering research and technology 3.

[94] K. Ong, Fuzzy Logic Control of a Double Inverted Pendulum, Thesis report, Google scholar, 2018.

[95] T. M. Guerra, S. Delprat, S. Labiod, Stabilization of Fuzzy Takagi - Sugeno Descriptor Models ; Application to a Double Inverted Pendulum, Cutting Edge Robotics, 2005. doi:10.5772/4656.

[96] A. L. Li, H. Y. Qi, L. Liang, Based on t-s fuzzy classification of the double inverted pendulum multi mode adaptive control, in : Engineering Solutions for Intensification of Production, Vol. 902, 2014, pp. 300–305. doi:10.4028/www.scientific.net/AMR.902.300.

[97] H. Ying, Y. Ding, S. Li, S. Shao, Comparison of necessary conditions for typical takagi-sugeno and mamdani fuzzy systems as universal approximators, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part A : Systems and Humans 29 (5) (1999) 508–514. doi:10.1109/3468.784177.

[98] Q. Qi, W. Huang, Y. Zhao, Q. He, Q. Huang, X. Lin, System identification of the double inverted pendulum based on genetic algorithm, in : 2008 2nd International Symposium on Systems and Control in Aerospace and Astronautics, 2008, pp. 1–5. doi:10.1109/ISSCAA.2008.4776376.

[99] P. Xu, Y. Dan, W. Zhang, Z. Tan, Improved genetic algorithm for parameters identification of cart-double pendulum, Journal of Vibroengineering 21 (6) (2019) 1587–1599. doi:10.21595/jve.2019.20663.

[100] S. Anoop, C. Kelly, Development of a genetic fuzzy controller and its application to a noisy inverted double pendulum, in : Fuzzy Logic Based in Optimization Methods and Control Systems and Its Applications, IntechOpen, 2018. doi:10.5772/intechopen.78786.

[101] A. M. Coxe, Neural control model for an inverted double pendulum, Complex Systems 28 (2). doi:10.25088/ComplexSystems.28.2.239.
URL https://www.complex-systems.com/abstracts/v28_i02_a05/

[102] S. Klinkachorn, J. Parmar, Evaluating current machine learning techniques on predicting chaotic systems cs, 2019.

[103] P. Shen, Anfis control double-inverted pendulum, Chemical Engineering Transactions 46 (2015) 895–900. doi:10.3303/CET1546150.
URL https://www.cetjournal.it/index.php/cet/article/view/CET1546150

[104] S. Qiang, Q. Zhou, X. Z. Gao, S. Yu, Anfis controller for double inverted pendulum, in : 2008 6th IEEE International Conference on Industrial Informatics, 2008, pp. 475–480. doi:10.1109/INDIN.2008.4618147.

[105] S. Widnall, Lecture L20-Energy Methods : Lagrange's Equations, Dynamics, 2009.

[106] M. K. Gupta, K. Bansal, A. K. Singh, Mass and length dependent chaotic behavior of a double pendulum, IFAC Proceedings Volumes 47 (1) (2014) 297–301, 3rd International Conference on Advances in Control and Optimization of Dynamical Systems (2014). doi:https://doi.org/10.3182/20140313-3-IN-3024.00071.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667016326714

[107] G. Romero, J. FÃ©lez, L. MartÃnez, J. Maroto, Kinematic analysis of mechanism by using bond-graph language, Proceedings of European Conference on Modelling and Simulationdoi:10.7148/2006-0155.

[108] K. Edstrom, Simulation of newton's pendulum using switched bond graphs, ICBGM.
URL https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:316418/FULLTEXT02

[109] NAGALAKSHMI, R.Kiranmayi, K.Nagaraju, A brief review on bond graph, International Journal of Pure and Applied Mathematics 118 (14) (2018) 675–681.
URL http://www.ijpam.eu

[110] T. N. Madhusudan, A review of Bond-graph representation based design methodologies, The Robotics Institute : Carnegie Mellon University, 1995.

[111] D. Margolis, Bond Graph Modelling of Engineering Systems, Springer, 2011. doi:10.1007/978-1-4419-9368-7.

[112] E. K. boutaina, double pendulum in 20sim (2019).
URL https://www.youtube.com/watch?v=zvaz6dLOhVE&ab_channel=BoutainaElkinany

[113] M. Farias, W. Mendes, F. Araujo, Interval type-2 fuzzy servo controller for state feedback of nonlinear systems, Journal of Intelligent and Fuzzy Systems 37 (4) (2019) 5373–5389. doi:10.3233/JIFS-190537.

[114] H. Lam, F. Leung, P. Tam, Fuzzy state feedback controller for nonlinear systems : stability analysis and design, in : Ninth IEEE International Conference on Fuzzy Systems. FUZZ- IEEE 2000 (Cat. No.00CH37063), Vol. 2, 2000, pp. 677–681 vol.2. doi:10.1109/FUZZY.2000.839102.

[115] C. Xiaoming, C. Mou, S. Jun, l1- induced state-feedback controller design for positive fuzzy systems, Mathematical Problems in Engineering,Hindawidoi:10.1155/2016/2919373.
URL https://www.hindawi.com/journals/mpe/2016/2919373/

[116] J. Zhao, V. Wertz, R. Gorez, Dynamic fuzzy state-feedback controller and its limitations, IFAC Proceedings Volumes 29 (1) (1996) 2520–2525. doi:https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)58053-2.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667017580532

[117] F. Khaber, K. Zehar, A. Hamzaoui, State feedback controller design via takagi- sugeno fuzzy model : Lmi approach, International Journal of Mechanical and Mechatronics Engineering 2 (6) (2008) 836 – 841. doi:10.5281/zenodo.1079430.

[118] M. Muhammad, A. Abdullahi, A. A. Bature, S. Buyamin, M. M. Bello, Lmi-based control of a double pendulum crane, Application of modelling and simulations 2 (2) (2018) 41–50.

[119] M. Adeli, H. Zarabadipour, M. A. Shoorehdeli, Anti-swing control of a double-pendulum-type overhead crane using parallel distributed fuzzy lqr controller, in : The 2nd International Conference on Control, Instrumentation and Automation, 2011, pp. 401–406. doi:10.1109/ICCIAutom.2011.6356691.

[120] J. Mustefa, T. Messay, D. Reta, Stability control of double inverted pendulum on a cart using full state feedback with h infinity and h 2 controllersdoi:10.14293/S2199-1006.1.SOR-.PP0CSDR.v1.

[121] T. M. Guerra, S. Delprat, S. Labiod, Stabilization of fuzzy takagi - sugeno descriptor models; application to a double inverted pendulum 20. doi:10.5772/4656.
URL https://doi.org/10.5772/4656

[122] T. Takagi, M. Sugeno, Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics SMC-15 (1) (1985) 116–132. doi:10.1109/TSMC.1985.6313399.

[123] K. Tanaka, M. Sugeno, Stability analysis and design of fuzzy control systems, Fuzzy Sets and Systems 45 (2) (1992) 135–156. doi:https://doi.org/10.1016/0165-0114(92)90113-I.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/016501149290113I

[124] S. Boyd, Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory, Philadelphia, PA : SIAM.

[125] K. Tanaka, T. Ikeda, H. Wang, Fuzzy regulators and fuzzy observers : relaxed stability conditions and lmi-based designs, IEEE Transactions on Fuzzy Systems 6 (2) (1998) 250–265. doi:10.1109/91.669023.

[126] K. Tanaka, M. Nishimura, H. Wang, Multi-objective fuzzy control of high rise/high speed elevators using lmis, in : Proceedings of the 1998 American Control Conference. ACC (IEEE Cat. No.98CH36207), Vol. 6, 1998, pp. 3450–3454. doi:10.1109/ACC.1998.703237.

[127] C.-H. Fang, Y.-S. Liu, S.-W. Kau, L. Hong, C.-H. Lee, A new lmi-based approach to relaxed quadratic stabilization of t-s fuzzy control systems, IEEE Transactions on Fuzzy Systems 14 (3) (2006) 386–397. doi:10.1109/TFUZZ.2006.876331.

[128] G. Liu, Q. Zhang, A new approach to relaxed quadratic stabilization for t-s fuzzy systems, in : Proceeding of the 11th World Congress on Intelligent Control and Automation, 2014, pp. 711–716. doi:10.1109/WCICA.2014.7052802.

[129] E. Kim, H. Lee, New approaches to relaxed quadratic stability condition of fuzzy control systems, IEEE Transactions on Fuzzy Systems 8 (5) (2000) 523–534. doi:10.1109/91.873576.

[130] L. Xiaodong, Z. Qingling, New approaches to h infinty controller designs based on fuzzy observers for t-s fuzzy systems via lmi, Automatica 39 (9) (2003) 1571–1582. doi:10.1016/S0005-1098(03)00172-9.

[131] T. Takagi, M. Sugeno, Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics (1985) 116–132doi:10.1109/TSMC.1985.6313399.

[132] F.-K. Tsai, J.-S. Lin, Nonlinear control design of 360-degree inverted pendulum systems, in : 2003 4th International Conference on Control and Automation Proceedings, 2003, pp. 634–638. doi:10.1109/ICCA.2003.1595099.

[133] L. R. Andrea Bacciotti, Liapunov Functions and Stability in Control Theory, Springer, 2005.

[134] M. Krstic, P. V. Kokotovic, Control lyapunov functions for adaptive nonlinear stabilization, Systems and Control Letters 26 (1) (1995) 17–23. doi:https://doi.org/10.1016/0167-6911(94)00107-7.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0167691194001077

[135] G. Sahan, Stability analysis by a nonlinear upper bound on the derivative of lyapunov function, European Journal of Control 56 (2020) 118–123. doi:https://doi.org/10.1016/j.ejcon.2020.02.006.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0947358019304716

[136] V. Meigoli, S. K. Y. Nikravesh, Stability analysis of nonlinear systems using higher order derivatives of lyapunov function candidates, Systems and Control Letters 61 (10) (2012) 973–979. doi:https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2012.07.005.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167691112001387

[137] Y. Li, Y. Chen, I. Podlubny, Stability of fractional-order nonlinear dynamic systems: Lyapunov direct method and generalized mittag leffler stability,

Computers and Mathematics with Applications 59 (5) (2010) 1810–1821. doi:https://doi.org/10.1016/j.camwa.2009.08.019.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0898122109005598

[138] G. Xia, J. Xue, C. Sun, B. Zhao, Backstepping control using barrier lyapunov function for dynamic positioning control system with passive observerdoi:10.1155/2019/8709369.
URL https://www.hindawi.com/journals/mpe/2019/8709369/

[139] Z. Wang, X. Liu, K. Liu, S. Li, H. Wang, Backstepping-based lyapunov function construction using approximate dynamic programming and sum of square techniques, IEEE Transactions on Cybernetics 47 (10) (2017) 3393–3403. doi:10.1109/TCYB.2016.2574747.

[140] J. Huang, T. Zhang, Y. Fan, J.-Q. Sun, Control of rotary inverted pendulum using model-free backstepping technique, IEEE Access 7 (2019) 96965–96973. doi:10.1109/ACCESS.2019.2930220.

[141] Y. Kim, T. H. Oh, T. Park, J. M. Lee, Backstepping control integrated with lyapunov-based model predictive control, Journal of Process Control 73 (2019) 137–146. doi:https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2018.12.007.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959152418305481

[142] Y. Qing, L. Shurong, Robust model predictive control for a class of nonlinear systems with uncertainty, in : 2006 1ST IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, 2006, pp. 1–5. doi:10.1109/ICIEA.2006.257112.

[143] M. Magdy, A. El Marhomy, M. A. Attia, Modeling of inverted pendulum system with gravitational search algorithm optimized controller, Ain Shams Engineering Journal 10 (1) (2019) 129–149. doi:https://doi.org/10.1016/j.asej.2018.11.001.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S209044791830073X

[144] M. Monir, Analyzing and designing control system for an inverted pendulum on a cart, European Scientific Journal, ESJ 14 (6). doi:10.19044/esj.2018.v14n6p387.
URL https://eujournal.org/index.php/esj/article/view/10540

[145] E. M. Ramirez, Study and design of the control system of an inverted pendulum, Bachelor's Degree in Aerospace Technology Engineering : Polytechnic University of Catalonia, 2018.

[146] I. Boussaada, I.-C. Morarescu, S.-I. Niculescu, Inverted pendulum stabilization: Characterization of codimension-three triple zero bifurcation via mul-

tiple delayed proportional gains, Systems and Control Letters 82 (2015) 1–9. doi:https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2015.03.002.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S016769111500047X

[147] J. Gemmer, The Stability of an Inverted Pendulum, Final report in Arizona university.

[148] P. Morasso, T. Nomura, Y. Suzuki, J. Zenzeri, Stabilization of a cart inverted pendulum: Improving the intermittent feedback strategy to match the limits of human performance, Frontiers in Computational Neuroscience 13. doi:10.3389/fncom.2019.00016.
URL https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fncom.2019.00016

[149] N. Hasan, L. Ling, Y. De-Cheng, J. Yuan-Wei, Modeling and simulation of the inverted pendulum control system, in : The 27th Chinese Control and Decision Conference (2015 CCDC), 2015, pp. 548–552. doi:10.1109/CCDC.2015.7161752.

[150] E. Franco, A. Astolfi, Ferdinando, Robust balancing control of flexible inverted-pendulum systems, Mechanism and Machine Theory 130 (2018) 539–551. doi:https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2018.09.001.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0094114X18301691

[151] Virtual Reality Toolbox, Technical suport from mathworks.

[152] S. Yuan, J. Hu, X. Li, Application of virtual reality technique to real-time control system, in : 2007 2nd IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, 2007, pp. 2686–2690. doi:10.1109/ICIEA.2007.4318900.

[153] R. Fierro, O. Castillo, F. Valdez, L. Cervantes, Design of optimal membership functions for fuzzy controllers of the water tank and inverted pendulum with pso variants, in : 2013 Joint IFSA World Congress and NAFIPS Annual Meeting (IFSA/NAFIPS), 2013, pp. 1068–1073. doi:10.1109/IFSA-NAFIPS.2013.6608548.

[154] Z. Ding, Z. Li, A cascade fuzzy control system for inverted pendulum based on mamdani-sugeno type, in : 2014 9th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, 2014, pp. 792–797. doi:10.1109/ICIEA.2014.6931270.

[155] Y. Becerikli, B. K. Celik, Fuzzy control of inverted pendulum and concept of stability using java application, Mathematical and Computer Modelling 46 (1) (2007) 24–37. doi:https://doi.org/10.1016/j.mcm.2006.12.004.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0895717707000076