جامعة سيدي محمد بن عبد الله بفاس
UNIVERSITÉ SIDI MOHAMED BEN ABDELLAH DE FES
كلية العلوم ظهر المهراز فاس
FACULTE DES SCIENCES DHAR EL MAHRAZ FES

N° d'ordre : 81 / 2022

Centre des Etudes Doctorales : Sciences et Technologies

Formation Doctorale : Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication (STIC)

Discipline : Physique

Spécialité : Génie Electrique

Laboratoire : Laboratoire d'Informatique, Signaux, Automatique et Cognitivisme (LISAC)

Thèse pour l'obtention de DOCTORAT

Contributions à l'analyse des signaux numériques et ses applications en utilisant des transformées orthogonales discrètes : Implémentation sur des systèmes embarqués

Préparée par : Mohamed YAMNI

Soutenue le 29/12/2022 devant le jury :

Nom et Prénom	Grade	Etablissement	Qualité
ES-SBAI Najia	FST, Fès	PES	Présidente
HAMMOUCH Zakia	ENS, Meknès	PES	Rapporteur & examinateur
SEBBANE Mohammed	FS, Meknès	PES	Rapporteur & examinateur
BERRADA Mohammed	ENSA, Fès	PES	Rapporteur & examinateur
OUAZZANI JAMIL Mohammed	UPF, Fès	PES	Examinateur
RIFFI Jamal	FSDM, Fès	PH	Examinateur
QJIDAA Hassan	FSDM, Fès	PES	Directeur de thèse
SAYYOURI Mhamed	ENSA, Fès	PH	Directeur de thèse
AMAKDOUF Hicham	FSDM Fès	PA	invité

Année Universitaire : 2022-2023

À mes chers parents

À mon cher frère Adil

À mes chères sœurs

REMERCIEMENTS

Mes remerciements les plus sincères à mon directeur de thèse, Mr. **Hassan QJIDAA**, professeur à la faculté des sciences Dhar El Mahraz de Fès, pour la confiance qu'il m'accordée et sa gentillesse. Pour son inépuisable patience, pour son regard critique et plus généralement pour tout ce que j'ai pu apprendre à son contact durant les années de master et de thèse. Ces quelques lignes ne peuvent pas exprimer toute ma gratitude.

J'adresse mes sincères remerciements à mon co-encadrant de thèse, Mr. **Mhamed SAYYOURI**, professeur à l'école nationale des sciences appliquées de Fès, pour son suivi, ses conseils judicieux et ses discussions qui m'ont beaucoup aidé au cours de mes recherches.

J'exprime ma gratitude à Mme **Zakia HAMOUCH**, professeur à l'école normale supérieure de Meknès et Mr. **Mohammed SEBBANE**, professeur à la faculté des sciences de Meknès, ainsi qu'à Mr. **Mohammed BERRADA**, professeur à l'école nationale des sciences appliquées de Fès, pour avoir accepté de juger mes travaux en tant que rapporteurs.

Je remercie Mr. **Mohammed OUAZZANI JAMIL**, professeur à l'université privée de Fès, et Mr. **Jamal RIFFI** professeur à la faculté des sciences Dhar El Mahraz de Fès, pour avoir accepté de juger mes travaux en tant que examinateurs.

Je tiens également à remercier Mr. **Hicham AMAKDOUF**, Professeur de la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz de Fès, d'avoir accepté mon invitation à participer à ce jury.

Je tiens également à exprimer ma reconnaissance à Mme **Najia ES-SBAI**, professeur à la faculté des sciences et techniques de Fès, pour avoir accepté de juger mes travaux et présider ce jury.

Une thèse est un travail assez personnel qui s'inscrit toutefois dans une équipe. Je remercie donc tous mes collègues doctorants et plus précisément Mr. **Achraf DAOUI**, Mr. **Omar EL OGRI** et Mr. **Hicham KARMOUNI**.

Ma reconnaissance va aussi à ma mère et à mon père dont l'éducation, la confiance, l'appui moral et financier m'ont permis de m'épanouir. À mon frère Adil et à mes sœurs, je dis merci pour tous ces moments où vous m'avez fait ressentir la chaleur fraternelle.

Enfin, je remercie tous ceux qui ont su me donner le goût pour la science et la recherche.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS II
TABLE DES MATIÈRES III
LISTE DES FIGURES VIII
LISTE DES TABLEAUX XII
LISTE DES DES ACRONYMES XIV
RÉSUMÉ XVII
INTRODUCTION GÉNÉRALE 1
1. Contexte 1
2. Problématique 5
3. Approches proposées 7
4. Plan du manuscrit 9
CHAPITRE I : TRANSFORMÉES DISCRÈTES DES SIGNAUX NUMÉRIQUES 13
1. Introduction 13
2. Transformations espace/temps-fréquence 14
2.1 Transformée de Fourier discrète 14
2.2 Transformée en cosinus discrète 15
2.3 Transformée en ondelettes discrète 16
2.4 Transformée en ondelettes complexe à double arbre (DTCWT) 17
3. Transformée moments 20
3.1 Introduction 20
3.2 Classification des moments 21
3.3 Moments orthogonaux continus 24
3.4. Moments orthogonaux discrets 30
4. Transformées quaternaires des images couleurs 38
4.1 Histoire des transformées quaternaires 38
4.2 Les quaternions 39
4.3 Représentation quaternaire d'une image couleur 40
4.4 Transformées quaternaires : moments orthogonaux discrets radiaux quaternaires 41
4.5 Invariance à la rotation 42
5. Nouvelles Transformées octonaires pour les images stéréoscopiques couleurs (Yamni et al. [8], [9]) 43
5.1 Principe de la vision stéréoscopique 44

5.2 Position du problème et la solution proposée 45
5.3 Les octonions.....47
5.4 Représentation octonaire d'une image stéréoscopique couleur 48
5.5 Transformées octonaires pour les images stéréoscopiques couleurs 49
6. Nouvelle Transformée octonaire pour des images multiples (Yamni et al. [10]) 54
7. Discussion et conclusion 57
CHAPITRE II : NOUVELLES TRANSFORMÉES ORTHOGONALES DISCRÈTES D'ORDRE FRACTIONNAIRE.....58
1. Introduction 58
2. Nouvelle transformée discrète de Charlier d'ordre fractionnaire (Yamni et al. [11]).....60
2.1. Polynômes de Charlier d'ordre fractionnaire proposés.....60
2.2 Transformée discrète de Charlier d'ordre fractionnaire proposée 70
3. Nouvelle transformée discrète de Meixner d'ordre fractionnaire (Yamni et al. [12]) 71
4. Nouvelle transformée discrète de Hahn d'ordre fractionnaire (Yamni et al. [13]).....72
4.1 Polynômes de Hahn d'ordre fractionnaire proposés 72
4.2 Transformée discrète de Hahn d'ordre fractionnaire proposée.....74
5. Nouvelle transformée discrète séparable de Charlier-Meixner d'ordre fractionnaire (Yamni et al. [12]).....74
6. Nouvelles transformées discrètes quaternaires d'ordre fractionnaire (Yamni et al. [14], [13], [15]).....76
6.1 Transformée discrète quaternaire cartésienne d'ordre fractionnaire 77
6.2 Transformée discrète quaternaire radiale d'ordre fractionnaire.....79
7. Conclusion.....82
CHAPITRE III : NOUVELLES APPROCHES DE TATOUAGE NUMÉRIQUE APPLIQUÉES AUX SIGNAUX AUDIO ET IMAGES.....83
1. Introduction 83
2. Notion de tatouage numérique 84
2.1 Principe de tatouage numérique 84
2.2 Exigences d'un système de tatouage numérique.....85
2.3 Applications du tatouage numérique.....88
2.4 Classification des techniques de tatouage numérique.....91
3. Nouvelle approche de tatouage numérique pour la protection des signaux audio (Yamni et al. [16]).....92

3.1 Exigences de tatouage audio 92
3.2 Travaux connexes et leurs lacunes 93
3.3 Système de tatouage audio opéré dans le domaine de la transformée DTCWT-FrCMT (Yamni et al. [16]) 95
3.4 Résultats expérimentaux 101
4. Nouvelle approche de tatouage numérique pour la protection des images (Yamni et al. [12]) 115
4.1 Exigences d'un système de tatouage d'images numériques 116
4.2 Travaux connexes 116
4.3 Système proposé de tatouage d'images numériques 117
4.4 Résultats expérimentaux 120
5. Conclusion 133
CHAPITRE IV : NOUVELLES APPROCHES DE TATOUAGE ZERO-BIT APPLIQUÉES Á L'IMAGERIE MÉDICALE 135
1. Introduction 135
2. Tatouage d'imagerie médicale 136
2.1 Exigences de la sécurité des images médicales 136
2.2 Importance du tatouage d'imagerie médicale 138
2.3 Avantages du tatouage d'imagerie médicale 139
2.4 Tatouage zéro-bit 140
3. Nouvelle approche de tatouage zéro-bit pour la protection des droits d'auteurs des images médicales couleurs (Yamni et al. [14]) 144
3.1 Procédure de génération du zéro-watermark 145
3.2 Procédure d'extraction du watermark 147
3.3 Résultats expérimentaux 148
4. Nouvelle approche de tatouage zéro-bit pour la protection de plusieurs images médicales CT (Yamni et al. [10]) 159
4.1 L'idée principale du système proposé 160
4.2 Phase de prétraitement 161
4.3 Phase de génération de zéro-watermark et de code QR 162
4.4 Phase de vérification des droits d'auteur 166
4.5 Résultats expérimentaux 169
5. Conclusions 182

CHAPITRE V : NOUVELLES TRANSFORMÉES INVARIANTES 3D POUR LA CLASSIFICATION DES OBJETS 3D 184
1. Introduction 184
2. La reconnaissance de forme 186
2.1 Système de reconnaissance de forme 186
2.2 Types d'attributs 187
2.3 Catégories d'attributs 190
2.4 Extraction des primitives 191
2.5 Les moments orthogonaux discrets comme primitifs 191
2.6 Classification d'images 196
3. Les transformées moments invariants 3D pour la reconnaissance de forme 3D 200
3.1 Position du problème 202
3.2 Dérivation des moments invariants de Charlier 3D à l'aide des moments géométriques 204
3.3 Calcul rapide et précis des moments invariants de Charlier 3D par translation et changement d'échelle (Yamni et al. [17]) 208
4. Résultats expérimentaux 213
4.1 Reconstruction des objets 3D en utilisant les moments de Charlier 3D 213
4.2 Test d'invariance des moments invariants de Charlier 3D proposés 215
4.3 Temps de calcul des moments invariants de Charlier 3D 218
4.4 Classification des objets 3D en utilisant les moments invariants de Charlier 3D proposés 220
5. Conclusion 226
CHAPITRE VI : CLUSTER RASPBERRY PI POUR LE CALCUL PARALLÈLE ET DISTRIBUÉ 227
1. Introduction 227
2. Calcul parallèle et distribué 228
2.1 Le calcul parallèle 229
2.2 Le calcul distribué 230
3. Cluster Raspberry Pi 230
3.1 Raspberry Pi 230
3.2 Interface de transmission de messages (MPI) 232
3.3 Cluster Raspberry Pi 232
3.4 Le coût 234

3.5 Avantages d'un cluster Raspberry Pi 234
4. Approche parallèle du tatouage audio implémentée sur un cluster de systèmes embarqués (Yamni et al. [19]) 235
4.1 Position du problème et la solution proposée 235
4.2 Système parallèle proposé pour le tatouage audio 237
5. Résultats expérimentaux 240
6. Conclusion 245
CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES 246
LISTE DES PUBLICATIONS 248
RÉFÉRENCES 251

LISTE DES FIGURES

Figure 1 : Le rôle fondamental de la représentation du signal numérique dans les applications de vision par ordinateur et de reconnaissance de formes. 2
Figure 2 : Directions de recherche des moments orthogonaux discrets. 5
Figure I.1 : Décomposition DWT à un niveau. 17
Figure I.2 : Décomposition DWT à trois niveaux. 17
Figure I.3 : Décomposition DTCWT à 3 niveaux. 18
Figure I.4 : Les coefficients d'approximation de niveau 3 de DTCWT et DWT et leurs énergies. 20
Figure I.5 : Classification générale des transformées moments. 24
Figure I.6 : Extraction des caractéristiques d'une image couleurs en utilisant la transformée moments quaternaire. 42
Figure I.7 : Principe de la vision stéréoscopique ; (a) fonctionnent du système visuel humain, (b) Méthode de prise de vues stéréoscopiques. 45
Figure I.8 : Exemple d'une image stéréoscopique ; (a) Vue gauche, (b) Vue droite. 45
Figure I.9 : Représentation d'image stéréoscopique couleur en utilisant la transformée octonaire proposée. 53
Figure I.10 : Extraction de caractéristiques de sept images à l'aide de la transformée OKMs proposée. 57
Figure II.1 : Somme des valeurs propres de la matrice polynomiale de Charlier $\boldsymbol{C}$ en fonction de la taille de la matrice. 64
Figure III.1 : Modèle général de tatouage numérique ; (a) phase d'insertion, (b) phase d'extraction. 85
Figure III.2 : Type de détection du watermark ; (a) et (b) Détection non aveugle, (c) Détection semi-aveugle, (d) Détection aveugle. 87
Figure III.3 : Le compromis entre la robustesse, la capacité et l'imperceptibilité 88
Figure III.4 : Classification des techniques de tatouage numérique 92
Figure III.5 : Organigramme de système proposé de tatouage pour la protection des nignaux audio ; (a) Insertion du watermark, (b) Extraction du watermark. 96
Figure III.6 : Ensemble de signaux audio extrait du site Looperman (https://www.looperman.com/loops). 102
Figure III.7 : Watermarks ; (a) Fleur, (b) Cheval, (c) Code QR. 102
Figure III.8 : Imperceptibilité (SNR/SSNR moyen pour 36 signaux audio tatoués) en fonction de pas de quantification Δ en utilisant l'ordre fractionnaire $\alpha = 0.3$ (sans attaque). 106
Figure III.9 : Robustesse (BER moyen pour 36 signaux audio tatoués) en fonction de pas de quantification Δ en utilisant l'ordre fractionnaire $\alpha = 0.3$ (diverses attaques). 106
Figure III.10 : Imperceptibilité (SNR/SSNR moyen pour 36 signaux audio tatoués) en fonction de l'ordre fractionnaire α en utilisant le pas de quantification approprié $\Delta = 0.2$ (sans attaque). 107
Figure III.11 : Robustesse (BER moyen pour 36 signaux audio tatoués) en fonction de l'ordre fractionnaire α en utilisant le pas de quantification approprié $\Delta = 0.2$ (diverses attaques). 107
Figure III.12 : Quelques watermarks extraits (à partir de l'audio tatoué Pop-l-1439024-0250206-0098) et leurs BERs sous des opérations et des attaques courantes de traitement de signal en utilisant le système proposé de tatouage audio. 111
Figure III.13 : Résultats de l'extraction de watermark en utilisant différents ordres fractionnaires de la transformée FrCMs (sans attaque). 112
Figure III.14 : Insertion du watermark. 118
Figure III.15 : Extraction du watermark. 119

Figure III.16 : (a)-(e) Ensemble d'images de la base de données [324], (f)-(g) watermarks de la base de données [325]. 121
Figure III.17 : Exemples d'images originales et leurs versions tatouées en utilisant le système proposé basé sur FrCMMs avec les ordres fractionnaires ($\alpha = 0.3 \,\&\, \beta = 1.7$) et le pas de quantification Δ=70. 123
Figure III.18 : (a) PSNR moyen (pour 96 images de test) en fonction de Δ en utilisant les systèmes basés sur les FrCMMs, FrMMs [12], FrKMs [256], FrTMs [255], FrCMs [11], et les CMMs classiques d'ordre entier, (b) Partie agrandie de (a).....123
Figure III.19 : Quelques exemples de watermarks extraits sous différentes attaques en utilisant les FrCMMs proposés et les CMMs classiques d'ordre entier.....125
Figure III.20 : Quelques exemples d'attaques utilisées et leurs effets sur les images tatouées.....126
Figure III.21 : Résultats de la robustesse (BER) contre différents types d'attaques de traitement d'images pour différents systèmes de tatouage image.....127
Figure III.22 : Distribution bidimensionnelle du PSNR moyen (des images tatouées) en utilisant le système de tatouage basé sur FrCMMs avec des ordres fractionnaires allant de 0.1 à 2.....129
Figure III.23 : Distribution bidimensionnelle du BER moyen (des watermarks extraits) en utilisant le système de tatouage basé sur les FrCMMs avec des ordres fractionnaires allant de 0.1 à 2 ; (a) Robustesse contre l'attaque combinée 1, (b) Robustesse contre l'attaque combinée 2. 130
Figure III.24 : Distribution bidimensionnelle des BER (des watermarks extraits) avec différents ordres fractionnaires dans la procédure d'extraction (les ordres fractionnaires dans la procédure d'insertion sont $(\alpha = 0.3 \;\&\; \beta = 1.7)$ 131
Figure III.25 : Watermarks extraits avec différents ordres fractionnaires dans la procédure d'extraction (les ordres fractionnaires dans la procédure d'insertion sont $\alpha = 0.3 \;\&\; \beta = 1.7$). 131
Figure III.26 : Le temps d'exécution de système proposé de tatouage d'image ; (a) Procédure d'insertion du watermark, (b) Procédure d'extraction du watermark. 133
Figure III.27 : Le temps d'exécution de système proposé de tatouage d'image en utilisant la méthode de consultation des tables ; (a) Procédure d'insertion du watermark, (b) Procédure d'extraction du watermark.....133
Figure IV.1 : Modèle typique de tatouage zéro-bit. 141
Figure IV.2 : Organigramme de la phase de génération du zéro-watermark. 147
Figure IV.3 : Organigramme de la phase d'extraction du watermark.....148
Figure IV.4 : Données de test ; (a)-(d) Images médicales couleurs IRM, (e)-(f) Images médicales couleurs mammographie, (i)-(l) Images médicales couleurs radiographie, (m) Watermark binaire. 149
Figure IV.5 : Comparaison de la robustesse (BCR moyen) contre diverses attaques entre le système proposé de tatouage zéro-bit et d'autres systèmes similaires de tatouage. 152
Figure IV.6 : Quelques exemples d'images médicales attaquées et leurs watermarks récupérés. 153
Figure IV.7 : Robustesse (sous des attaques combinées) par rapport à la taille du logo ; (a) Attaque 1, (b) Attaque 2, (c) Attaque 3 et (d) Attaque 4. 156
Figure IV.8 : Robustesse (sous des attaques combinées) en fonction de l'ordre fractionnaire ; (a) Attaque 1, (b) Attaque 2, (c) Attaque 3 et (d) Attaque 4. 157

Figure IV.9 : Robustesse en fonction de l'ordre fractionnaire utilisé dans la phase d'extraction du watermark ; l'ordre fractionnaire utilisé dans la phase de génération du zéro-watermark est (a) $\alpha = 0.3$, (b) $\alpha = 1.6$ 158
Figure IV.10 : Les colonnes 1 à 20 montrent les watermarks récupérés avec un ordre fractionnaire allant de 0,1 à 2 avec un pas de 0,1, respectivement. Dans la première ligne, $\alpha = 0.3$ est utilisé dans la phase de génération de zéro-watermark, et dans la deuxième ligne, $\alpha = 1.6$ est utilisé dans la phase de génération de zéro-watermark. 158
Figure IV.11. Phase de pré-traitement des images médicales CT. 162
Figure IV.12 : Phase de génération du filigrane zéro et du code QR par la méthode proposée. 163
Figure IV.13 : Code QR correspondant au texte crypté des informations d'un patient. 164
Figure IV.14 : Organigramme de la vérification proposée du copyright des images CT. 166
Figure IV.15 : Prétraitement des images médicales CT dans la phase de vérification des droits d'auteur. 167
Figure IV.16 : 35 images CT originales arrangées en groupes. 170
Figure IV.17 : Zones pathologiques segmentées par des radiologues avec les ROIs circulaires sélectionnés (en jaune). 171
Figure IV.18 : (a) Le code QR généré et (b) le zéro-watermark des ROIs sélectionnés à partir de sept images CT (Groupe1). 171
Figure IV.19 : Images CT protégées (groupe 1) dans des conditions sans attaque avec les ROIs détectées (en vert), les meilleures ROIs détectées (en rouge), et les ROIs sélectionnées (en jaune). 172
Figure IV.20 : Images CT protégées (groupe 2) en présence de bruit sel et poivre (3%) avec les ROIs détectées (en vert), les ROIs les mieux détectées (en rouge), et les ROIs sélectionnées (en jaune). 173
Figure IV.21 : Images CT protégées (groupe 3) en présence de bruit gaussien (1%) avec les ROIs détectées (en vert), les meilleures ROIs détectées (en rouge), et les ROIs sélectionnées (en jaune). 174
Figure IV.22 : Images CT protégées (groupe 4) sous filtrage médian (3×3) avec les ROIs détectées (en vert), les meilleures ROIs détectées (en rouge), et les ROIs sélectionnées (en jaune). 175
Figure IV.23 : Images CT protégées (groupe 5) sous filtrage moyen (3 ×3) avec les ROIs détectées (en vert), les meilleures ROIs détectées (en rouge), et les ROIs sélectionnées (en jaune). 175
Figure IV.24 : Images CT protégées (Groupe 1) sous filtrage gaussien (3×3) avec les ROIs détectées (en vert), les meilleures ROIs détectées (en rouge), et les ROIs sélectionnées (en jaune). 176
Figure IV.25 : Images CT protégées (groupe 2) sous la compression JPEG (70) avec les ROIs détectées (en vert), les meilleures ROIs détectées (en rouge), et les ROIs sélectionnées (en jaune). 177
Figure IV.26 : Images CT protégées (groupe 3) sous recadrage au TBLR (15 %) avec les ROIs détectées (en vert), les meilleures ROIs détectées (en rouge), et les ROIs sélectionnées (en jaune). 178
Figure IV.27 : Images CT protégées (groupe 3) sous recadrage uniforme (10%) avec les ROIs détectées (en vert), les meilleures ROIs détectées (en rouge), et les ROIs sélectionnées (en jaune). 178
Figure IV.28 : Images CT protégées (groupe 4) sous la rotation (+90°) avec les ROIs détectées (en vert) et les ROIs les mieux détectées (en rouge). 179
Figure IV.29 : Images CT protégées (groupe 5) sous translation (vers BRC de 20 pixels dans la direction *x* et 10 pixels dans la direction *y*) avec les ROIs détectées (en vert) et les meilleures ROIs détectées (en rouge). 180

Figure IV.30 : Images CT protégées (groupe 1) avec mise à l'échelle (0,5) et le redimensionnement à la taille originale avec les ROIs détectées (en vert), les ROIs les mieux détectées (en rouge), et les ROIs sélectionnées (en jaune). 181
Figure V.1 : Différents espaces d'un système de reconnaissance de forme....187
Figure V.2 : Architecture d'un système de reconnaissance d'images par le contenu basé sur la classification. 197
Figure V.3 : Approche de classification supervisée; type de modélisation (a) Intrinsèque et (b) Discriminante. 199
Figure V.4 : Images 3D ; (a) tomodensitométrie d'une tête humaine, (b) objet binaire à surface triangulée (animal) issu de la base PSB. 201
Figure V.5 : Objets 3D ; (a) "Ant", (b) "Human", (c) "Teddy-bear". 214
Figure V.6 : MSE des objets 3D reconstruits en utilisant 3DCMs. 214
Figure V.7 : Reconstruction des objets 3D en utilisant les 3DCMs pour différents ordres de reconstruction. 215
Figure V.8 : Objets 3D de test ; (a) Animal, (b) Avion....216
Figure V.9 : Ensembles des objets 3D translatés. 216
Figure V.10 : Ensemble des objets 3D mis à l'échelle. 216
Figure V.11 : Objets 3D transforméspar des translations et des changements d'échelle. 217
Figure V.12 : Image IRM 3D. 220
Figure V.13 : Processus de reconnaissance d'objets 3D....220
Figure V.14 : Collection d'objets 3D de la base de données PSB. 222
Figure VI.1 : Algorithme séquentiel....229
Figure VI.2 : Algorithme parallèle. 229
Figure VI.3 : Schéma d'un système distribué. 230
Figure VI.4 : Ordinateur Raspberry Pi 4B. 231
Figure VI.5 : (a) Architecture de notre cluster Raspberry Pi, (b) Vue rapprochée de notre cluster Raspberry Pi. 233
Figure VI.6 : Test de fonctionnalité de base de notre cluster Raspberry Pi. 234
Figure VI.7 : Système séquentiel de tatouage audio. 236
Figure VI.8 : Système parallèle proposé de tatouage audio. 237
Figure VI.9. Temps d'exécution séquentiel dans le système de tatouage proposé pour un signal audio de 60 secondes ; (a) Processus d'insertion, (b) Processus d'extraction. 242
Figure VI.10. Temps d'exécution (en secondes) de système parallèle proposé de tatouage audio implémenté sur le cluster Raspberry Pi ; (a) Processus d'insertion, (b) Processus d'extraction...243

LISTE DES TABLEAUX

Tableau I.1. Domaines d'application des moments orthogonaux continus. 29
Tableau I.2. Domaines d'application des moments orthogonaux discrets. 36
Tableau I.3. Tableau de multiplication des octonions. 48
Tableau II.1. Matrices polynomiales de Charlier C de taille $N \times N$ et les matrices CC^{T} pour différentes valeurs de N. 61
Tableau II.2. Matrices polynomiales de Charlier modifiées par GSP $\boldsymbol{C}$ et les matrices $\boldsymbol{CC}^{T}$ pour différentes valeurs de N. 62
Tableau II.3. Multiplicités des valeurs propres de la matrice $\boldsymbol{C}$. 63
Tableau III.1. SNR et SSNR moyens pour différents signaux audio (pour 3 watermarks) en utilisant le système proposé avec l'ordre fractionnaire optimal $\alpha = 0.3$ et le pas de quantification optimal $\Delta = 0.2$. 108
Tableau III.2. Résultats de la robustesse (BER (%)) contre diverses opérations et attaques de traitement de signal pour le signal audio (Classical-l-1511155-0233853). 108
Tableau III.3. Résultats de la robustesse (BER (%)) contre diverses opérations et attaques de traitement de signal pour le signal audio (Pop-l-1439024-0250206-0098). 109
Tableau III.4. Résultats de la robustesse (BER (%)) contre diverses opérations et attaques de traitement de signal pour le signal audio (Jazz-l-0747210-0075755). 109
Tableau III.5. Résultats de la robustesse (BER (%)) contre diverses opérations et attaques de traitement de signal pour le signal audio (Blues-l-0207475-0131806). 109
Tableau III.6. Résultats de la robustesse (BER (%)) contre diverses opérations et attaques de traitement de signal pour le signal audio (Folk-l-4042820-0257562). 109
Tableau III.7. Résultats de la robustesse (BER (%)) contre diverses opérations et attaques de traitement de signal pour le signal audio (Hip-hop-l-2264327-0277475). 110
Tableau III.8. Comparaison de la capacité de charge utile (bps) et de l'imperceptibilité (SNR) entre le système proposé et des systèmes de tatouage audio similaires. 113
Tableau III.9. Comparaison de la robustesse (BER moyen) entre le système proposé et des systèmes de tatouage audio similaires. 113
Tableau IV.1. Limitations des systèmes de sécurité conventionnels [329] 137
Tableau IV.2. Les attaques appliquées dans le premier test et leurs paramètres. 149
Tableau IV.3. Comparaison de la robustesse (BCR moyen) entre le système proposé et des systèmes similaires de tatouage zéro-bit vis-à-vis des attaques combinées. 154
Tableau IV.4. Comparaison de la robustesse (BCR moyen) entre le système proposé et des systèmes de tatouage vis-à-vis des attaques combinées. 154
Tableau IV.5. Résultats de la robustesse dans des conditions sans attaque. 173
Tableau IV.6. Résultats de la robustesse (BER) aux attaques du bruit. 174
Tableau IV.7. Résultats de la robustesse (BER) à l'attaque de filtrage. 176
Tableau IV.8. Résultats de la robustesse (BER) à l'attaque de la compression JPEG. 177
Tableau IV.9. Résultats de la robustesse (BER) à l'attaque de recadrage. 178
Tableau IV.10. Résultats de la robustesse (BER) à l'attaque de rotation. 179
Tableau IV.11. Résultats de la robustesse (BER) à l'attaque de translation. 180
Tableau IV.12. Résultats de la robustesse (BER) à l'attaque de mise à l'échelle. 181
Tableau IV.13. BER moyen du système proposé et des systèmes similaires de tatouage zéro-bit. 182
Tableau V.1. Les invariants par translation des moments de Charlier 3D. 217
Tableau V.2. Les invariants par changement d'échelle des moments de Charlier 3D 217

Tableau V.3. Invariace des moments invariants de Charlier 3D (CIMTS) en utilisant deux méthodes. 217
Tableau V.4. Le temps moyen de calcul (s) des moments invariants de Charlier par translation pour trois objets 3D en utilisant la méthode indirecte et la méthode proposée. 218
Tableau V.5. Le temps moyen de calcul des moments invariants de Charlier par changement d'échelle pour trois objets 3D en utilisant la méthode indirecte et la méthode proposée.....219
Tableau V.6. Temps moyens et ETIR (%) des moments invariants pour l'image IRM 3D. 220
Tableau V.7. Résultats de la classification des objets 3D avec des transformations de translation en utilisant le classifieur SVM. 224
Tableau V.8 : Résultats de la classification des objets 3D avec des transformations d'échelle en utilisant le classifieur SVM. 224
Tableau V.9. Résultats de la classification des objets 3D avec des transformations de translation et d'échelle en utilisant le classifieur SVM. 224
Tableau V.10. Résultats de la classification des objets 3D avec des transformations de translation en utilisant le classifieur KNN. 225
Tableau V.11. Résultats de la classification des objets 3D avec des transformations d'échelle en utilisant le classifieur KNN. 225
Tableau V.12. Résultats de la classification des objets 3D avec des transformations de translation et d'échelle en utilisant le classifieur KNN. 225
Tableau VI.1. Caractéristiques du Raspberry Pi 4B.....231
Tableau VI.2. Différents composants et coûts du cluster.....234
Tableau VI.3. Informations sur les signaux audio de test. 241
Tableau VI.4. Temps d'exécution séquentiel du tatouage audio proposé implémenté sur un seul Raspberry Pi du cluster. 241
Tableau VI.5. Amélioration temporelle (ETIR) en utilisant le système parallèle proposé de tatouage audio implémenté sur le cluster Raspberry Pi pour différents signaux audio. 244
Tableau VI.6. Temps d'exécution de système parallèle proposé de tatouage audio par rapport aux autres systèmes existants pour un signal audio de 60 secondes et un watermark de 5438 bits. 244

LISTE DES DES ACRONYMES

3DCMITS : 3D Charlier Moment Invariants to Translation and Scaling

AWGN : Additive white Gaussian noise

BCR : Bit Correctness Rate

BER : Bit Error Rate

CMs : Charlier Moments

CMMs : Charlier-Meixner Moments

CRP : Correct Recognition Percentage

CT scan : Computed Tomography scan

DCT : Discrete Cosine Transform

DFT : Discrete Fourier Transform

DM-QIM : Dither-Modulation QIM

DOMs : Discrete Orthogonal Moments

DTCWT : Dual-Tree Complex Wavelet Transforms

DWT : Discret Wavelet Transform

EPR : Electronic Patient Record

ETIR : Execution-time Improvement Ratio

FrCOMs : Fractional Continuous Orthogonal Moments

FrCMs : Fractional Charlier Moments

FrCMMs : Fractional Charlier- Meixner Moments

FrCPs : Fractional Charlier Polynomials

FrDOMs : Fractional Discrete Orthogonal Moments

FrHMs : Fractional Hahn Moments

FrHPs : Fractional Hahn Polynomials

FrMMs : Fractional Meixner Moments

FrMPs : Fractional Meixner Polynomials

GSP : Gram-Schmidt process

GWO : Grey Wolf Optimization

HIS : Hospital Information System

IFPI : International Federation of the Phonographic Industry

IPR : Intellectual Property Rights

KNN : K-Nearest Neighbors

LWT : Lifting Wavelet Transform.

MLNCML : Mixed Linear-Nonlinear Coupled Map Lattice

MMITS : Meixner Moment Invariants to Translation and Scaling

MPI :Message Passing Interface

MRI : Magnetic Resonance Imaging

MS : Master Share

MSE : Mean Square Error

OCHMs : Octonion Cartesian Hahn Moments

OMs : Octonion Moments

OKMs : Octonion Krawtchouk Moments

ORHMs : Octonion Radial Hahn Moments

ORTMs : Octonion Radial Tchebichef Moments

PACS : Picture Archiving and Communication System

PSNR : Peak Signal-To-Noise Ratio

QCFrHMs : Quaternion Cartesian Fractional Hahn Moments

QDOMs : Quaternion discrete orthogonal moments

QIM : Quantization Index Modulation

QRFrCMs : Quaternion Radial Fractional Charlier Moments

QRFrHMs : Quaternion Radial Fractional Hahn Moments

QRFrMs: Quaternion Radial Fractional Moments

RFrMs : Radial Fractional Moments

ROI : Region Of Interest

RPi : Raspberry Pi

SCM : Scaled Charlier Moments

SNR : Signal-to-Noise Ratio

SSNR : Segmented SNR

SVD : Singular Value Decomposition

SVM : Support Vector Machine

RÉSUMÉ

La représentation des signaux est un sujet important en vision par ordinateur et en reconnaissance de formes. Elle joue un rôle fondamental dans une gamme d'applications visant à comprendre les contenus auditifs et visuels. La représentation des signaux basée sur les transformées orthogonales discrètes moments s'est avérée efficace pour satisfaire les conditions de base de la description sémantique en raison de ses propriétés mathématiques bénéfiques, en particulier la discriminabilité et la robustesse. L'objectif de cette thèse est de proposer des approches pour la représentation, la caractérisation et l'analyse de signaux et images multi-composantes et volumineuses en utilisant les transformées orthogonales discrètes des moments.

La première approche portera sur la représentation compacte et holistique des signaux/images multi-composants. Dans ce cadre, nous avons proposé pour la première fois une nouvelle famille de transformées orthogonales discrètes, appelées les transformées octonaires, basées sur la théorie des octonions et la théorie des moments, afin de représenter et de décrire de manière compacte et holistique les informations de multi-signaux. Ces transformées, généralisent les moments standards et les moments quaternaires, ont été utilisées pour représenter des multi-signaux tels que des images stéréoscopiques couleurs et des multi-images en niveaux de gris.

La deuxième approche portera sur le développement d'une nouvelle série de moments orthogonaux discrets appelés les moments orthogonaux discrets d'ordre fractionnaire. Ces nouveaux moments possèdent des paramètres supplémentaires appelés ordres fractionnaires où différentes valeurs de ces ordres fractionnaires donnent différents coefficients dans le domaine de la transformée, ce qui permet d'optimiser la précision, la robustesse/invariance, et la confidentialité dans les applications où ces transformées sont utilisées.

La troisième approche portera sur l'élaboration d'une nouvelle méthode de tatouage signal/image et d'assurer ses exigences en utilisant les transformées proposées d'ordre fractionnaire au lieu des transformées orthogonales classiques d'ordre entier. Nous ajustons les ordres fractionnaires dans le domaine de la transformée, puis nous sélectionnons les ordres fractionnaires optimaux et les coefficients moments correspondants sont utilisés comme coefficients hôtes pour intégrer le watermark.

La quatrième approche portera sur l'extraction des invariants de transformées orthogonales discrètes. Dans ce cadre, nous avons proposé une nouvelle approche pour le calcul rapide et précis des invariants des moments de Charlier 3D par translation et changement d'échelle uniforme et non uniforme directement à partir les polynômes de Charlier. Cette méthode directe réduit considérablement le temps de calcul des invariants et élimine le besoin d'approximation numérique des invariants des moments géométriques (méthode conventionnelle). Les performances de ces descripteurs sont testées à la classification de forme 3D et comparées avec d'autres méthodes existantes dans la littérature.

La cinquième approche portera sur la parallélisation des algorithmes coûteux en temps basés sur les transformées moments et leurs implémentations sur un cluster de systèmes embarqués. Nous avons parallélisé les étapes intensives et répétitives de ces algorithmes en vue de les implémenter simultanément sur les cœurs physiques disponibles d'un cluster de systèmes embarqués. Afin de construire un cluster à faible coût et à faible consommation d'énergie avec une grande quantité de cœurs physiques, nous avons combiné plusieurs Raspberry Pis et la communication entre eux est assurée par la bibliothèque MPI. Le cluster Raspberry Pi adopté est également caractérisé par sa portabilité et sa mobilité, qui sont souhaitées dans les applications des villes intelligentes.

Mots-clés : Représentation des signaux, Transformées orthogonales discrètes, Moments orthogonaux discrets d'ordre fractionnaire, Moments octonaires, Tatouage numérique, Classification des formes, Raspberry Pi, Cluster de systèmes embarqués, Calcul parallèle.

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Les travaux présentés dans ce rapport de thèse sont organisés autour du traitement, de la représentation, de la caractérisation et de l'analyse de signaux et images multi-composantes et volumineuses en utilisant les transformées orthogonales discrètes des moments (représentations artisanales connue en anglais par hand-crafted representations). Nous avons proposé dans le cadre de notre travail de thèse de nouvelles approches suivant deux axes :

- La définition et la généralisation et l'extension de nouvelles transformées mathématiques adaptées à la manipulation de signaux et images multi-composantes et volumineuses.
- L'application des transformées orthogonales et la résolution de nombreux problèmes familiers de traitement de signaux et images, de vision par ordinateur et de sécurité de l'information.

Dans cette introduction, nous présenterons d'abord le contexte dans lequel nous nous plaçons, suivi d'une description des approches proposées. Ensuite, nous exposons les contributions de cette thèse et nous concluons par un plan de ce document.

1. Contexte

L'analyse des signaux numériques (1D, 2D et 3D) est devenue une composante essentielle de la science et de la technologie contemporaine. Elle a de nombreuses applications allant de la nanotechnologie, l'astronomie, la médecine, l'Internet des objets médicaux, la télédétection, la sécurité et l'industrie militaire aux technologies de communication numérique.

Au milieu du vingtième siècle, le mathématicien américain Claude Elwood Shannon a publié son article intitulé "A mathematical theory of communication" [1], qui a marqué la création de la théorie de l'information. Cette contribution historique est le pilier théorique du stockage, du traitement et de la transmission de l'information dans les systèmes informatiques modernes. D'un autre côté, cette théorie impose également que le signal brut multimédia n'est pas sémantique par nature. Par conséquent, l'une des principales exigences dans de

nombreuses applications de vision par ordinateur et de reconnaissance des formes est d'avoir une "représentation significative" dans laquelle les caractéristiques sémantiques du signal numérique sont facilement apparentes, comme il est montré dans la figure 1. Ce processus est souvent appelé représentation de signal. Par exemple, pour la reconnaissance, la représentation doit mettre en évidence les éléments sémantiques les plus perceptibles ; pour le débruitage, elle doit distinguer efficacement le signal (sémantiquement pertinent) du bruit (sémantiquement non pertinent) ; et pour la compression, elle doit capturer les informations les plus sémantiques en utilisant moins de coefficients.

De point de vue mathématique, l'idée de base de la représentation d'un signal est de projeter le signal brut original sur un espace formé par un ensemble de fonctions de base spécialement conçu afin d'obtenir le vecteur caractéristique correspondant. Depuis de nombreuses années, la conception des bases de projection a été étudiée par nombreux chercheurs selon deux voies différentes : l'apprentissage artisanal (hand-crafted learning) et l'apprentissage profond (deep learning) [2].

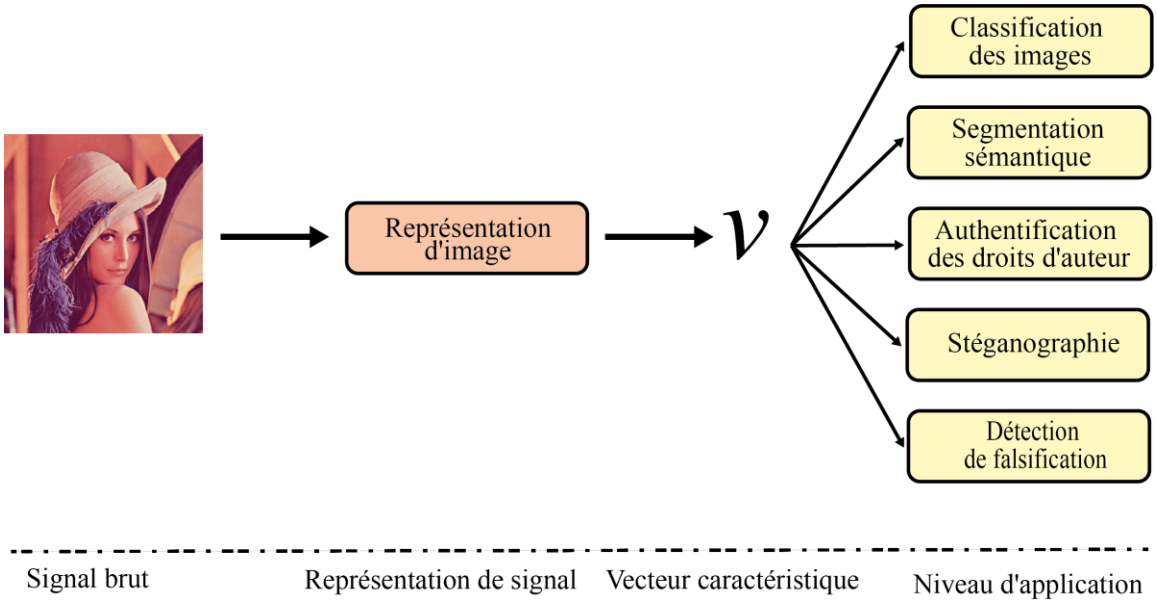


Figure 1 : Le rôle fondamental de la représentation du signal numérique dans les applications de vision par ordinateur et de reconnaissance de formes.

Au stade actuel, les méthodes de représentation artisanales des signaux (hand-crafted signal representation) ont apporté des contributions importantes au développement de la vision par ordinateur et de la reconnaissance des formes. Elle peuvent être globalement divisées en quatre catégories [3] :

- Transformations de fréquence : telles que la transformée de Fourier, la transformée en cosinus, la transformée d'ondelettes et la transformée de Walsh Hadamard ;
- Texture : comme la transformation de caractéristiques visuelles invariante à l'échelle (SIFT), l'histogramme de gradient de localisation et d'orientation (GLOH) et les motifs binaires locaux (LBP) ;
- Réduction de la dimensionnalité : comme l'analyse en composantes principales (PCA), la décomposition en valeurs singulières (SVD) et l'intégration localement linéaire (LLE) ;
- Moments et invariants de moments : tels que les moments de Zernike (ZMs), les moments de Legendre et les transformées harmoniques polaires (PHT).

En partant de la nature sémantique de la tâche de représentation, il est clair que la représentation d'un signal (qui peut être un signal audio, une image, un objet 3D, etc.) doit satisfaire les conditions de base suivantes [4] :

- Discriminabilité : la représentation reflète les variations interclasses, c'est-à-dire que deux objets de deux classes différentes ont des caractéristiques différentes ;
- Robustesse : la représentation n'est pas influencée par les variations intra-classes, c'est-à-dire que deux objets d'une même classe ont les mêmes caractéristiques.

Les représentations artisanales basées sur la transformation de fréquence, la texture et la réduction de la dimensionnalité ont été largement utilisées dans les applications du monde réel. Cependant, en raison de l'écart sémantique inhérent entre les descripteurs de bas niveau et les concepts visuels de haut niveau, ces méthodes présentent des défauts au niveau de la robustesse et de la discrimination, voire des deux. Par exemple, les caractéristiques SIFT présentent de la synonymie et de la polysémie [5], ce qui entraîne une discrimination et une robustesse médiocres. En revanche, les moments et les invariants de moments parviennent mieux à combler le fossé sémantique grâce à leurs propriétés mathématiques avantageuses :

- Indépendance : l'orthogonalité des fonctions de base garantit l'absence de redondance de l'information dans l'ensemble des moments, ce qui entraîne une meilleure discrimination dans la représentation des signaux ;
- Invariance géométrique : les invariants par rapport aux transformations géométriques (rotation, changement d'échelle, et translation) peuvent être dérivés

de l'ensemble des moments, ce qui signifie une meilleure robustesse dans la représentation des signaux.

Les moments et les invariants de moments ont été introduits dans la littérature en 1962 par Hu [6]. Depuis cette année, après presque 60 ans de recherche, de nombreuses techniques basées sur les moments ont été développées avec succès pour la représentation des signaux 1D, 2D et 3D. Ils ont été largement utilisés dans de nombreuses applications notamment la reconstruction des signaux, la compression des signaux, la reconnaissance d'objets, la reconnaissance de texture, la reconnaissance faciale, la géométrie 3D, l'analyse d'images médicales, recalage d'images, l'estimation du flux optique, et la détection de falsifications, etc. (Voir les tableaux I.1 et I.2).

On peut distinguer trois types des transformées moments : les moments non orthogonaux, les moments orthogonaux continus et les moments orthogonaux discrets. Le calcul des moments non orthogonaux et des moments orthogonaux continus nécessite une approximation appropriée des intégrales par des sommations finies, car le signal numérique est toujours défini sur un domaine discret. Ceci provoque des erreurs de discrétisation issues de l'approximation des intégrales lors de l'implémentation de ce type des moments entraînant ainsi une complexité de calcul supplémentaire. Pour éliminer définitivement ces erreurs, les chercheurs ont proposé d'utiliser les moments orthogonaux discrets comme les moments de Tchebichef, Krawtchouk, Hahn, Charlier, Meixner, Racah et Dual-Hahn pour extraire les caractéristiques sémantiques des signaux numériques. L'utilisation de ce type des transformées moments, élimine le besoin de l'approximation numérique et satisfait exactement la propriété d'orthogonalité dans le domaine discret de l'espace des coordonnées du signal numérique.

Dans ce cadre, je me suis concentré, dès mon inscription en doctorat sur les transformées orthogonales discrètes définies dans le domaine général des moments : discrètes car la conception de transformée directement dans un espace discret permet d'obtenir un espace de représentation numérique qui possède de bonnes propriétés (pas erreurs de discrétisation, pas d'approximation numérique, stabilité, rapidité de calcul, etc.) ; orthogonales car la possibilité "d'inverser" la transformation ouvre le champ des applications possibles.

2. Problématique

Les travaux existants se concentrent principalement sur l'optimisation des moments orthogonaux discrets (DOMs). Comme le montre la figure 2, les directions de recherche actuelles incluent généralement : le calcul précis, le calcul rapide, l'optimisation de la robustesse/invariance, la définition de nouvelles transformées DOMs, et l'extension des transformées DOMs existantes, et l'application.

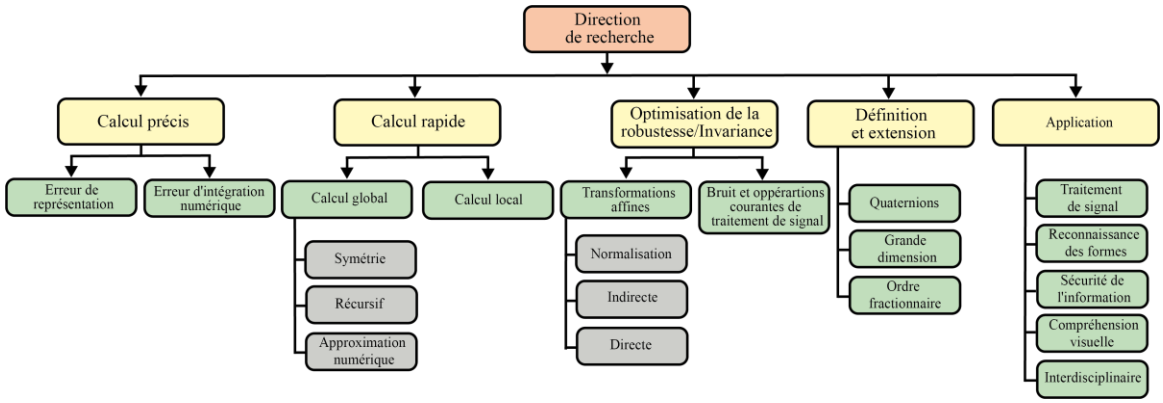


Figure 2 : Directions de recherche des moments orthogonaux discrets.

Malgré les progrès réalisés dans la résolution des différents problèmes posés par l'utilisation des DOMs, ces derniers présentaient de sérieuses limitations lorsqu'ils étaient appliqués à la représentation des signaux numériques. Parmi ces limitations, on peut citer :

- La plupart des DOMs existants sont définis et utilisés pour représenter des signaux standards et des images planaires et ne sont pas adaptés aux signaux/images multi-composants. Le traitement de ces dernières en utilisant DOMs classiques n'est pas efficace et ne permet pas de produire une représentation compacte et holistique.
- Toutes les transformées DOMs sont limitées à un ordre entier car leurs fonctions de base sont définies seulement pour les ordres entiers. Cependant, elles doivent parfois être calculées pour des ordres réels ou fractionnaires pour des raisons de précision, d'optimisation de la robustesse/invariance, et de la confidentialité.
- Les DOMs ont été largement appliqués aux applications de l'analyse des signaux/images et à la reconnaissance des formes, et testés pour la reconstruction des signaux/images. Cependant, leur application au tatouage des signaux/images reste un défi dans la littérature. En effet, ces transformées ne présentent pas une grande robustesse vis-à-vis les opérations courantes de traitement de signal et ils

n'ont aucun paramètre pouvant être utilisé comme clé de sécurité, ce qui signifie que des étapes supplémentaires doivent toujours être ajoutées pour assurer la sécurité d'un système de tatouage.

- Les invariants de DOMs sont obtenus généralement en utilisant une combinaison des invariants correspondants des moments géométriques [7]. Cette méthode indirecte est limitée par :

  (1) le coût élevé du calcul en particulier pour les images volumineuses et les objets 3D, ce qui rend les invariants de DOMs dérivés par cette méthode indésirables, en particulier dans les systèmes temps réel pour lesquels le respect des contraintes temporelles est un critère fondamental ;

  (2) les erreurs d'approximation numérique qui proviennent des moments géométriques (qui ne sont pas discrets) ce qui dégrade la capacité des invariants dans les applications où ils sont utilisés ;

  (3) cette méthode indirecte permet de construire les invariants de DOMs par translation, rotation et changement d'échelle uniforme. Alors que l'invariance par rapport au changement d'échelle non uniforme reste un problème ouvert sans solution.

- La plus part des approches basées sur les DOMs sont implémentées sur des ordinateurs ordinaires dont la portabilité est limitée en raison de leur taille et de leur poids, ce qui les rend difficiles à utiliser dans les villes intelligentes et dans des environnements difficiles comme l'utilisation militaire. De plus, les approches basées sur les DOMs s'exécutent souvent d'une manière séquentielle sur un seul processeur d'un système informatique. Cependant, cette manière séquentielle d'exécution conduit souvent à une exécution lente des algorithmes à forte intensité de calcul comme des algorithmes de traitement de signal et d'image. Une autre difficulté survient lorsque l'ensemble de données à traiter est plus grand que la RAM (mémoire vive) disponible dans un système informatique. Dans ce cas, les données doivent être divisées en ensembles de données plus petits et traitées séparément, ce qui implique un temps de traitement encore plus long. Comme les ensembles de données sont de plus en plus grands, les algorithmes séquentiels traditionnels deviennent trop inefficaces pour les traiter.

3. Approches proposées

Afin de surmonter la première limitation des DOMs qui concerne la représentation des signaux/images multi-composants, nous avons proposé une nouvelle famille des transformées orthogonales discrètes, appelée les transformées octonaires, basée sur la théorie des octonions (une généralisation de l'analyse complexe et l'analyse des quaternions) et la théorie des moments, afin de représenter et décrire de manière compacte et holistique les informations des signaux/images multi-composants.

Le premier type de cette famille est les moments radiaux octonaires de Tchebichef (ORTMs) proposé dans notre article [8] qui sont définis comme combinaison des polynômes radiaux de Tchebichef (fonction radiale) et une fonction circulaire construite à partir des octonions unitaires purs. Le deuxième type de cette famille que nous avons proposé dans [9], est appelé les moments octonaires de Hahn, qui sont basés sur la théorie des octonions et les polynômes de Hahn orthogonaux discrets. Ces derniers sont définis nativement dans le système de coordonnées cartésiennes, ce qui permet d'introduire deux types de moments octonaires de Hahn : (i) les moments octonaires cartésiens de Hahn (OCHMs), et (ii) les moments octonaires radiaux de Hahn (ORHMs), qui sont définis dans le système de coordonnées polaires. Les moments octonaires proposés ORTMs, OCHMs, ORHMs, généralisent les moments classiques standards et les moments quaternaires. Ils peuvent être utilisés pour n'importe quel ensemble de six d'images, ce qui nous permet de les utiliser pour représenter et caractériser les images stéréoscopiques couleurs de manière efficace, compacte et holistique dans les directions de couleur intra et inter-canaux. De ce fait, les redondances entre les six canaux d'une image couleur stéréoscopique peuvent être bien exploitées.

Le troisième type des transformées octonaires est les moments octonaires de Krawtchouk (OKMs) qui sont proposés dans notre article [10] et qui permettent d'extraire, d'une manière compacte et holistique, des caractéristiques globales d'un ensemble de sept images différentes, et par conséquent, ils généralisent les transformées octonaires ORTMs, OCHMs, ORHMs proposées.

Afin de surmonter la deuxième limitation des DOMs concernant leur définition seulement pour des ordres entiers, nous avons proposé, dans le cadre de notre travail de thèse, une nouvelle série de moments orthogonaux discrets appelés les DOMs d’ordre fractionnaire à savoir les moments orthogonaux discrets de Charlier d’ordre fractionnaire (FrCMs) [11], les

moments orthogonaux discrets de Meixner d'ordre fractionnaire (FrMMs) [12], et les moments orthogonaux discrets de Hahn d'ordre fractionnaire (FrHMs) [13]. Ces nouveaux moments possèdent des paramètres supplémentaires appelés ordres fractionnaires où différentes valeurs de ces ordres fractionnaires donnent différents coefficients dans le domaine de la transformée, ce qui peut offrir un large choix dans les applications où ces transformées seront utilisées. Les DOMs classiques d'ordre entier sont obtenus lorsque l'ordre fractionnaire est égal à 1.

De plus, nous avons proposé dans notre article récent [12] un nouvel ensemble de moments orthogonaux discrets séparables d'ordre fractionnaire nommé les moments de Charlier–Meixner d'ordre fractionnaire (FrCMMs), qui combinent deux fonctions de base différentes d'ordre fractionnaire afin de combiner et d'exploiter leurs caractéristiques.

Afin de généraliser les transformées proposées d'ordre fractionnaire pour les images couleurs, nos articles [14], [13], [15] étendent ces transformées aux transformées fractionnaires quaternaires en utilisant la théorie des quaternions dans le but de traiter les images couleurs de manière compacte et holistique sans négliger la corrélation entre les canaux couleurs de l'image. Trois transformées quaternaires ont été proposées à savoir la transformée quaternaire radial fractionnaire de Charlier (QRFrCMs) [14], la transformée quaternaire radial fractionnaire de Hahn (QRFrHMs) [15], et la transformée quaternaire cartésienne fractionnaire de Hahn (QCFrHMs) [13].

Afin de surmonter la troisième limitation concernant l'application des DOMs au tatouage signal/image et d'assurer ses exigences, nous avons proposé, dans le cadre de notre travail de thèse, des systèmes de tatouage numérique pour des signaux audio [16], des images [11], [12], [13], des images stéréoscopiques couleurs [8], [9], des images médicales couleurs [14] et des multi-images médicales [10]. L'idée centrale de la solution proposée consiste à utiliser les DOMs proposés d'ordre fractionnaire (FrDOMs) au lieu des DOMs classiques d'ordre entier. En effet, en tant que généralisation des transformées DOMs, les transformées FrDOMs proposées ont des ordres fractionnaires supplémentaires. En ajustant les ordres fractionnaires dans la transformée adoptée, différents coefficients dans le domaine de la transformée peuvent être obtenus. Nous sélectionnons donc les ordres fractionnaires optimaux et les coefficients FrDOMs correspondants sont utilisés comme coefficients hôtes pour intégrer le watermark. Cette approche permet d'améliorer les exigences d'imperceptibilité et de robustesse du

système de tatouage. De plus, les ordres fractionnaires dans la transformée adoptée peuvent servir de clés secrètes supplémentaires pour améliorer la sécurité du système de tatouage.

Afin de surmonter la quatrième limitation liée à la construction des invariants des DOMs, nous avons proposé dans [17] une nouvelle approche pour le calcul rapide et précis des invariants des moments de Charlier 3D par translation et changement d'échelle uniforme et non uniforme (3DCMITS) directement à partir des polynômes de Charlier. Cette méthode réduit considérablement le temps de calcul des invariants et élimine le besoin d'approximation numérique des invariants des moments géométriques. Nous avons également proposé dans notre article [18] une méthode rapide et précise pour extraire des invariants de moments de Meixner 2D par translation et changement d'échelle (MMITS) à partir les polynômes de Meixner, et nous avons montré comment ces descripteurs peuvent être étendus pour le cas 3D.

Afin de surmonter la cinquième limitation liée à la portabilité limitée des ordinateurs ordinaires et la complexité des approches séquentielles basées sur les transformées moments, nous avons utilisé dans notre article [19] des systèmes embarqués mobiles et portables comme les Raspberry Pis à la place des ordinateurs ordinaires. De plus, en raison de son faible coût et de sa faible consommation d'énergie, nous avons construit un cluster basé sur plusieurs Raspberry Pis et utilisé ce cluster pour réduire la complexité des algorithmes coûteux en termes de temps. En effet, nous avons parallélisé les étapes intensives et répétitives d'un système de tatouage audio opéré dans le domaine de transformée moments, puis nous les implémentons simultanément sur les cœurs physiques disponibles du cluster ainsi construit. L'approche parallèle proposée basé sur le cluster Raspberry Pi permet d'obtenir un système rapide de tatouage audio qui peut être exécuté en quelques secondes.

4. Plan du manuscrit

Le plan de la présente thèse est composé de six chapitres. Nous profiterons du premier chapitre pour rappeler certaines transformées populaires qui sont largement appliquées en traitement de signal/image en soulignant leurs domaines d'application, leurs avantages et leurs limites. Ensuite ce chapitre se focalisera sur nos apports en ce qui concerne la représentation compacte et holistiques des signaux multi-composants. Nous décrirons nos transformées octonaires construites à l'aide de la théorie des octonions et des moments et nous analyserons en détail ses différences et avantages par rapport aux transformées classiques standards et

quaternaires. Nous verrons que cette approche, à travers sa souplesse, ouvre de nombreuses perspectives.

Dans le deuxième chapitre, nous présentons les nouvelles transformées d'ordre fractionnaire proposées à savoir la transformée de Charlier d'ordre fractionnaire (FrCMs), la transformée de Meixner d'ordre fractionnaire (FrMMs), la transformée de Hahn d'ordre fractionnaire (FrHMs), la transformée séparable de Charlier- Meixner d'ordre fractionnaire (FrCMMs), les transformées quaternaires d'ordre fractionnaire (QCFrHMs, QRFrHMs, QRFrCMs). La procédure détaillée de dérivation de ces transformées et ses propriétés sont élaborées également dans ce chapitre, ainsi que leurs avantages et les applications où elles ont été utilisées.

Dans le troisième chapitre, nous fournissons tout d'abord une brève introduction sur le tatouage numérique en ce qui concerne le principe de tatouage, les contraintes de conception d'un système de tatouage, les différentes applications utilisant le tatouage numérique, et les différentes classifications du tatouage numérique. Puis, nous présentons deux nouvelles approches robustes, aveugles, et sécurisées de tatouage pour les signaux audio et les images numériques, respectivement. La première approche est opérée dans le domaine de la transformée hybride DTCWT-FrCMT et prise en compte les caractéristiques du système auditif humain, et la deuxième approche est opérée dans le domaine de la transformée séparable de Charlier-Meixner d'ordre fractionnaire et prise en compte les caractéristiques du système visuel humain. Les deux approches intègrent le watermark dans le signal audio/image en quantifiant les coefficients de la transformée adoptée tout en assurant les exigences fondamentales d'imperceptibilité et de robustesse. En ajustant les ordres fractionnaires dans les transformées adoptées d'ordre fractionnaire, différents coefficients dans le domaine de la transformée peuvent être obtenus. Nous utilisons donc ces coefficients pour intégrer le watermark dans le document hôte et les ordres fractionnaires optimaux sont alors utilisés pour améliorer la robustesse et l'imprescriptibilité des systèmes de tatouage proposés.

Dans le quatrième chapitre, nous présentons nos contributions relatives au domaine du tatouage d'imagerie médicale en utilisant les transformées moments proposées. Dans un premier temps, nous introduisons les notions de base du tatouage numérique appliqué à l'imagerie médicale en montrant la supériorité des systèmes de tatouage zéro-bit par rapport aux systèmes de tatouage conventionnels dans le domaine médicale. Par la suite, nous

proposons deux nouvelles approches de tatouage zéro-bit pour la protection des droits d'auteurs des images médicales en utilisant les transformées discrètes proposés. La première approche est une technique de tatouage zéro-bit globale, robuste, aveugle et sécurisée basée principalement sur la transformée QRFrCMs qui permet de protéger les droits d'auteurs des images médicales couleurs de manière compacte et holistique sans négliger la corrélation entre les canaux couleurs de l'image. Dans cette approche, l'ordre fractionnaire optimal la transformée QRFrCMs a été utilisé pour améliorer l'exigence de robustesse vis-à-vis les opérations courantes de traitement d'images courantes et les attaques géométriques. La deuxième approche de tatouage zéro-bit est une technique de tatouage zéro-bit locale basée principalement sur la transformée OKMs et l'algorithme d'optimisation des loups gris (GWO) qui permet de protéger les droits d'auteurs d'un ensemble de sept images médicales CT simultanément. Dans cette approche, la transformée OKMs est utilisée pour extraire simultanément les caractéristiques de sept images CT afin de construire un seul zéro-watermark et l'algorithme GWO basé sur OKMs est utilisé pour améliorer la robustesse et avoir une nature aveugle du système de tatouage zéro-bit proposé.

Quant au cinquième chapitre, nous présentons nos contributions relatives au domaine de la classification et la reconnaissance de formes. Nous faisons tout d'abord un survol des méthodes existantes d'extraction et de sélection des primitives. Puis, nous présentons les différentes méthodes d'extraction des invariants de DOMs, pour la classification et la reconnaissance de formes, ainsi que les limitations qui s'y rattachent notamment la complexité de calcul et les erreurs d'approximation numérique. Ensuite, nous présentons la méthode rapide et précise proposée d'extraction des moments invariants de Charlier 3D par translation et changement d'échelle (3DCMITS). A des fins de validation et pour illustrer l'intérêt des 3DCMITS proposés, nous présentons également un système de classification d'objets 3D basé sur les invariants proposés 3DCMITS et le classifieur SVM (Support Vector Machine). Les résultats obtenus sont vérifiés avec le classifieur KNN (K-Nearest Neighbor) et comparés avec d'autres travaux existants dans la littérature.

Au sixième chapitre, nous construisons un cluster basé sur plusieurs Raspberry Pis et utilisons ce cluster pour réduire la complexité des algorithmes coûteux en temps basés sur les transformées moments. Plus précisément, nous allons paralléliser un système séquentiel de tatouage audio, puis nous allons implémenter ce système sur le cluster Raspberry Pi ainsi

construit afin avoir un système rapide de tatouage audio qui peut être exécuté en quelques secondes. Les résultats montrent que le système parallèle proposé de tatouage audio est largement rapide par rapport au système séquentiel avec une amélioration temporelle d'environ 70%, 80% et 90% en utilisant respectivement 4, 8 et 16 cœurs physiques du cluster Raspberry Pi.

Enfin, la conclusion générale présente une synthèse des différentes contributions apportées ainsi que les pistes qui définissent des perspectives possibles pour des travaux futurs.

CHAPITRE I : TRANSFORMÉES DISCRÈTES DES SIGNAUX NUMÉRIQUES

1. Introduction

L'utilisation d'une transformée dans le traitement signal signifie qu'il faut décorréler un signal d'entrée, et donc diminuer l'information requise pour représenter ce dernier [20]. Une transformée permet aussi de minimiser la représentation totale de l'entropie, et par conséquent, minimise la bande passante requise pour transmettre des données sur un canal de transmission.

Différentes transformées ont été utilisées dans la littérature ; parmi elles, celles utilisées pour transformer un domaine spatial/temporel en un domaine fréquentiel et vice versa. Parmi les plus populaires, on peut citer la transformée de Fourier (FT) et sa version discrétisée (DFT), la transformée en cosinus (CT) et sa version discrétisée (DCT), l'algorithme optimisé de la DFT (FFT), la transformée en ondelettes (WT) et sa version discrétisée (DWT).

Un autre type des transformées, les transformées moments, est devenue en quelques années un sujet de recherche très débattu. On ne compte plus aujourd'hui les applications qui utilisent ce type de transformées. Ces transformées permettent de représenter des caractéristiques locales ou globales (selon le type de moments) d'un signal avec un minimum de coefficients moments.

Une autre catégorie de transformées basée sur la théorie des quaternions, appelées transformées quaternaires, a été largement appliquée dans la littérature pour décrire les informations de couleur d'une image de manière compacte et holistique. Plusieurs travaux ont utilisé ces transformées pour encoder la totalité de l'information couleur des images que les transformées conventionnelles ne peuvent pas contenir entièrement.

Nous profiterons de ce premier chapitre pour rappeler certaines de ces transformées les plus appliquées en traitement du signal en soulignant leurs domaines d'application, leurs avantages et leurs limites. En plus, nous allons proposer une nouvelle famille des

transformées basée sur l'analyse des octonions (une généralisation de l'analyse complexe et l'analyse des quaternions) et la théorie des moments, les transformées octonaires, afin de décrire de manière compacte les informations d'une image couleur stéréoscopique ou d'un ensemble de sept images quelconques.

2. Transformations espace/temps-fréquence

Le domaine spatial/temporel et le domaine fréquentiel sont les deux domaines principaux en traitement d'image/signal. Dans le domaine spatial, nous traitons directement les pixels (ou les échantillons dans le domaine temporel), mais dans le domaine de transformée, nous traitons les fréquences. Il existe de nombreuses transformées mathématiques qui transforment un ensemble de données d'un domaine spatial/ temporel en un domaine fréquentiel et vice versa, telles que transformée de Fourier discrète (DFT), la transformée de Fourier rapide (FFT), transformée en cosinus discrète (DCT), transformée en ondelettes discrètes (DWT), et la transformée en ondelettes complexe à double arbre (DTCWT). Ces transformées sont décrites ci-dessous :

2.1 Transformée de Fourier discrète

La transformée de Fourier discrète (DFT), outil mathématique, sert à traiter un signal numérique. Elle constitue un équivalent discret de la transformée de Fourier (continue) utilisée pour traiter un signal analogique.

La transformation de Fourier rapide (FFT) est un algorithme particulier de calcul de la transformée de Fourier discrète. Sa définition pour un signal s de N échantillons est la suivante :

$$S(k) = \sum_{n=0}^{N-1} s(n) e^{-2i\pi k \frac{n}{N}}, \quad 0 \le k < N-1 \tag{I.1}$$

La transformation inverse (iDFT) est donnée par :

$$s(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} S(k) e^{2i\pi n \frac{k}{N}} \tag{I.2}$$

On obtient ainsi une représentation spectrale discrète du signal échantillonné $s(n)$.

La DFT ne calcule pas le spectre continu d'un signal continu. Elle permet seulement d'évaluer une représentation spectrale discrète (spectre échantillonné) d'un signal discret (signal échantillonné) sur une fenêtre de temps finie (échantillonnage borné dans le temps).

La transformée de Fourier peut se généraliser sur $\mathbb{R}^n$. Dans le cas 2-D, la transformée de Fourier de *s* à deux variables *n* et *m* est :

$$S(u,v)=\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{m=0}^{M-1}s(n,m)e^{-2i\pi(\frac{un}{N}+\frac{vm}{M})},\quad 0\le u<N-1,\quad 0\le v<M-1 \tag{I.3}$$

La DFT est largement utilisée pour les applications générales d'analyse spectrale qui s'inscrivent dans divers domaines. Toutes ces applications nécessitent l'existence d'un algorithme rapide de calcul de la DFT et de son inverse (FFT et iFFT). Elle est également utilisée comme élément de base pour les techniques qui tirent parti des propriétés de la représentation du domaine fréquentiel des signaux, telles que les algorithmes de convolution rapide avec recouvrement et ajout-chevauchement.

Un inconvénient majeur de la transformée de Fourier est qu'elle capture les informations de fréquence globale, c'est-à-dire les fréquences qui persistent sur tout un signal. Ce type de décomposition du signal peut ne pas convenir à toutes les applications, par exemple l'électrocardiographie (ECG) où les signaux ont de courts intervalles d'oscillation caractéristique. Une approche alternative est la transformation en ondelettes, qui décompose une fonction en un ensemble d'ondelettes.

2.2 Transformée en cosinus discrète

Transformée en cosinus discrète (DCT) est légèrement différente de la DFT. Les deux représentent la représentation équivalente de points dans le domaine fréquentiel et prennent un ensemble de points du domaine spatial ainsi que du domaine de transformée. La DCT unidimensionnelle (DCT-1D) $F(k)$ d'une séquence f de N échantillons peut être définie comme suit [21]:

$$F(k)=\alpha(k)\sum_{i=0}^{N-1}f(i)\cos(\frac{\pi(2i+1)k}{2N}) \tag{I.4}$$

avec $k=0,1,2,....,N-1$, et $\alpha(k)$ est défini comme suit :

$$\alpha(k)=\begin{cases}\frac{1}{\sqrt{N}}, & \text{pour} \quad k=0\\ \sqrt{\frac{2}{N}}, & \text{pour} \quad k\neq 0\end{cases} \tag{I.5}$$

La transformée inverse de la DCT-1D a pour équation :

$$f(i)=\sum_{k=0}^{N-1}\alpha(k)F(k)\cos(\frac{\pi(2i+1)k}{2N}) \tag{I.6}$$

Les deux équations qui suivent donnent, respectivement, la DCT-2D directe et inverse [21]:

$$F(k,m) = \alpha(k)\alpha(m)\sum_{i=0}^{N-1}\sum_{j=0}^{N-1} f(i,j)\cos(\frac{\pi(2i+1)k}{2N})\cos(\frac{\pi(2j+1)m}{2N}) \quad \text{(I.7)}$$

$$f(i,j) = \sum_{k=0}^{N-1}\sum_{m=0}^{N-1} \alpha(k)\alpha(m)F(k,m)\cos(\frac{\pi(2i+1)k}{2N})\cos(\frac{\pi(2j+1)m}{2N}) \quad \text{(I.8)}$$

où $k,m = 0,1,2,....,N-1$, $i,j = 0,1,2,....,N-1$, F est la matrice des coefficients de la DCT, f est une image de taille $N \times N$, et $\alpha(k)$ et $\alpha(m)$ sont donnés par l'équation I.5.

La DCT est fréquemment utilisée dans les applications de compression de données avec pertes, telles que le format d'image JPEG. La propriété de la DCT qui la rend tout à fait adaptée à la compression est son degré élevé de "compactage spectral" ; au niveau qualitatif, la représentation DCT d'un signal tend à concentrer davantage son énergie dans un petit nombre de coefficients par rapport à d'autres transformée telles que la transformée DFT. Ceci est souhaitable pour un algorithme de compression. Elle est aussi employée pour la résolution de systèmes d'équations différentielles par des méthodes spectrales.

2.3 Transformée en ondelettes discrète

La transformée en ondelettes discrètes (DWT) est une représentation multi-résolutions/multi-fréquences [22]. C'est un outil qui découpe les données, les fonctions ou les opérateurs en composantes fréquentielles suivant une résolution adaptée à l'échelle. La DWT peut être appliquée aux signaux unidimensionnels (signal audio ou vocal) et aux signaux bidimensionnels (images ou trames vidéo).

La DWT d'un signal *S* est calculée en le faisant passer à travers une série de filtres (passe-bas et passe-haut) suivi d'un sous-échantillonnage (Figure I.1). Les échantillons du signal sont passés à travers un filtre passe-bas avec réponse impulsionnelle g (résultant en une convolution des deux) et simultanément à travers un filtre passe-haut avec réponse impulsionnelle h :

$$y(n) = (S * g)(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(k)g(n-k) \quad \text{(I.9)}$$

$$y(n) = (S * h)(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(k)h(n-k) \quad \text{(I.10)}$$

Nous obtenons des coefficients d'approximation A^1 (basses fréquences) des coefficients de détail D^1 (hautes fréquences).

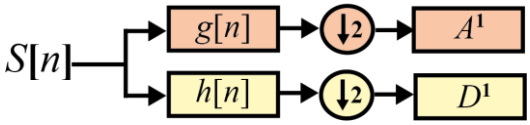


Figure I.1 : Décomposition DWT à un niveau.

Selon le but recherché, le signal est décomposé sur des ondelettes discrètes à plusieurs niveaux, où le niveau de décomposition suivant divise les coefficients d'approximation A^1 en deux parties en utilisant le même schéma, en remplaçant *S* par A^1, et en produisant A^2 et D^2, etc. La figure I.2 illustre la décomposition DWT à trois niveaux.

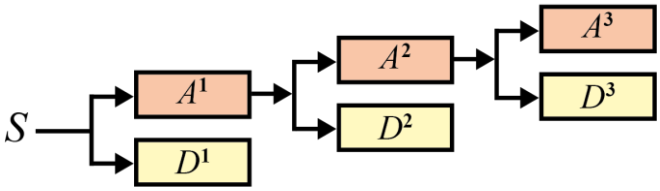


Figure I.2 : Décomposition DWT à trois niveaux.

La DWT a un grand nombre d'applications en science, ingénierie, mathématiques et informatique. Plus particulièrement, il est utilisé pour le codage du signal, pour représenter un signal discret sous une forme plus redondante, souvent comme préconditionnement pour la compression de données. Des applications pratiques peuvent également être trouvées dans le traitement du signal des accélérations pour l'analyse de la marche, [23], [24] le traitement d'images, [25], [26], dans les communications numériques et bien d'autres [27].

Il est montré que la DWT est implémentée avec succès en tant que banque de filtres analogiques dans le traitement du signal biomédical pour la conception de stimulateurs cardiaques de faible puissance et également dans les communications sans fil à ultra-large bande (UWB) [28].

Un inconvénient de la DWT est qu'elle souffre d'une variance de décalage, ce qui signifie que de petits décalages dans le signal d'entrée ou l'image peuvent entraîner des changements significatifs dans la distribution de l'énergie du signal/image à travers les échelles des coefficients DWT. La transformée présentée ci-dessous, la DTCWT, est approximativement invariant au décalage du signal.

2.4 Transformée en ondelettes complexe à double arbre (DTCWT)

La transformée en ondelettes complexe à double arbre (DTCWT) [29], une version expansive améliorée de la transformée en ondelettes discrète (DWT), a été développée

pour fournir une quasi-invariance de décalage qui n'est pas couverte par la DWT. De plus, l'utilisation de DTCWT offre une résolution directionnelle améliorée (en deux dimensions ou plus) contrairement à DWT qui est gêné par une mauvaise sélectivité directionnelle pour les caractéristiques diagonales, car les filtres d'ondelettes sont séparables et réels.

La DTCWT d'un signal $x[n]$ à N points est mis en œuvre à l'aide de deux DWT ($Tree_a$ et $Tree_b$) échantillonnées de manière critique, comme illustré dans la figure I.3. Par conséquent, la DTCWT donne des coefficients $2N$ DWT.

Lorsque la DTCWT de niveau H est appliquée, nous obtenons l'ensemble de coefficients $A_a^H, D_a^H, D_a^{H-1}, ..., D_a^1$ pour $Tree_a$ et l'ensemble de coefficients $A_b^H, D_b^H, D_b^{H-1}, ..., D_b^1$ pour $Tree_b$. Les coefficients d'approximation (basses fréquences) de $Tree_a$ A_a^H et de $Tree_b$ A_b^H sont produits en faisant passer le signal $x[n]$ à travers des filtres passe-bas h_0 et g_0, respectivement. Les coefficients de détail (hautes fréquences) de $Tree_a$ $D_a^H, D_a^{H-1}, ..., D_a^1$ et de $Tree_b$ $D_b^H, D_b^{H-1}, ..., D_b^1$ sont produits en faisant passer le signal $x[n]$ à travers des filtres passe-haut h_1 et $g1$, respectivement.

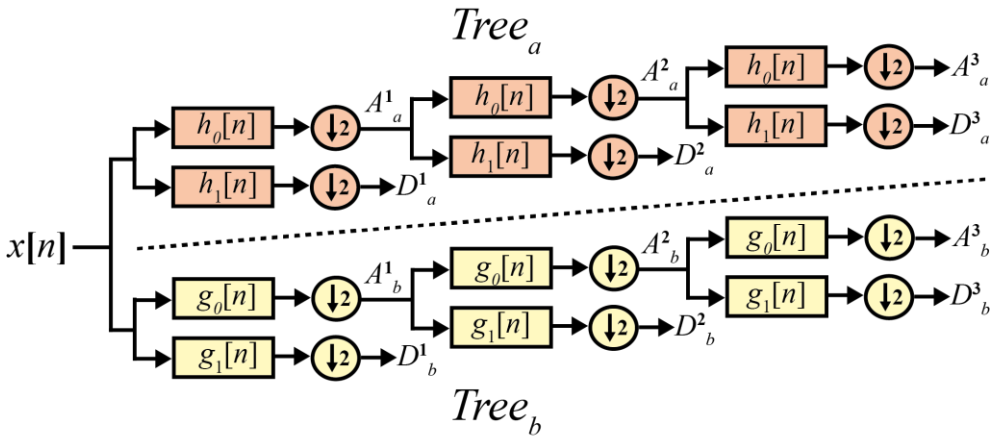


Figure I.3 : Décomposition DTCWT à 3 niveaux.

Les sorties de la DTCWT sont complexes et peuvent être interprétées comme suit :

$$A^H = A_a^H + jA_b^H \quad \text{(I.11)}$$

$$D^H = D_a^H + jD_b^H \quad \text{(I.12)}$$

où A^H sont les coefficients d'approximation de niveau H et D^H sont les coefficients de détail de niveau H.

Si les filtres passe-bas et passe-haut de $Tree_a$ $\{h_0, h_1\}$ sont les mêmes que ceux de $Tree_b$ $\{g_0, g_1\}$, aucun avantage n'est obtenu. Cependant, si l'ondelette associée à $Tree_a$ (générée

par les filtres $\{h_0, h_1\}$) est une transformée de Hilbert approximative de l'ondelette associée à *Tree*$_b$ (générée par les filtres $\{g_0, g_1\}$), alors l'invariance de décalage et l'orientation sélective des ondelettes d'analyse à double arbre en plusieurs dimensions peuvent être obtenues.

Pour s'assurer que la DTCWT soit invariante au décalage, un ensemble de filtres de [30] pour le premier niveau et un ensemble de filtres de [31] pour les niveaux restants peuvent être choisis afin de générer des coefficients d'approximation et de détail de telle sorte qu'ils forment une paire de transformée de Hilbert, c'est-à-dire,

$$A_a^H = \mathcal{H}(A_b^H) \quad \text{et} \quad D_a^H = \mathcal{H}(D_b^H) \tag{I.13}$$

où $\mathcal{H}$ est l'opérateur de transformation de Hilbert.

La figure I.4 montre un exemple typique de la supériorité de la DTCWT par rapport à la DWT en termes d'invariance du décalage. Pour un signal impulsionnel de longueur 128, un décalage de 10 échantillons dans le signal a provoqué un changement significatif de l'énergie des coefficients DWT de niveau 3, alors que l'énergie des coefficients DTCWT de niveau 3 n'est pas modifiée.

La DTCWT inverse (iDTCWT) permet de reconstruire parfaitement le signal original en assemblant ses coefficients d'ondelettes sans perte d'information [29].

Il a été démontré dans [29] que les propriétés de la DTCWT peuvent améliorer les performances dans l'analyse du signal, la représentation des bords pour les images et les volumes, et le débruitage des images et des volumes.

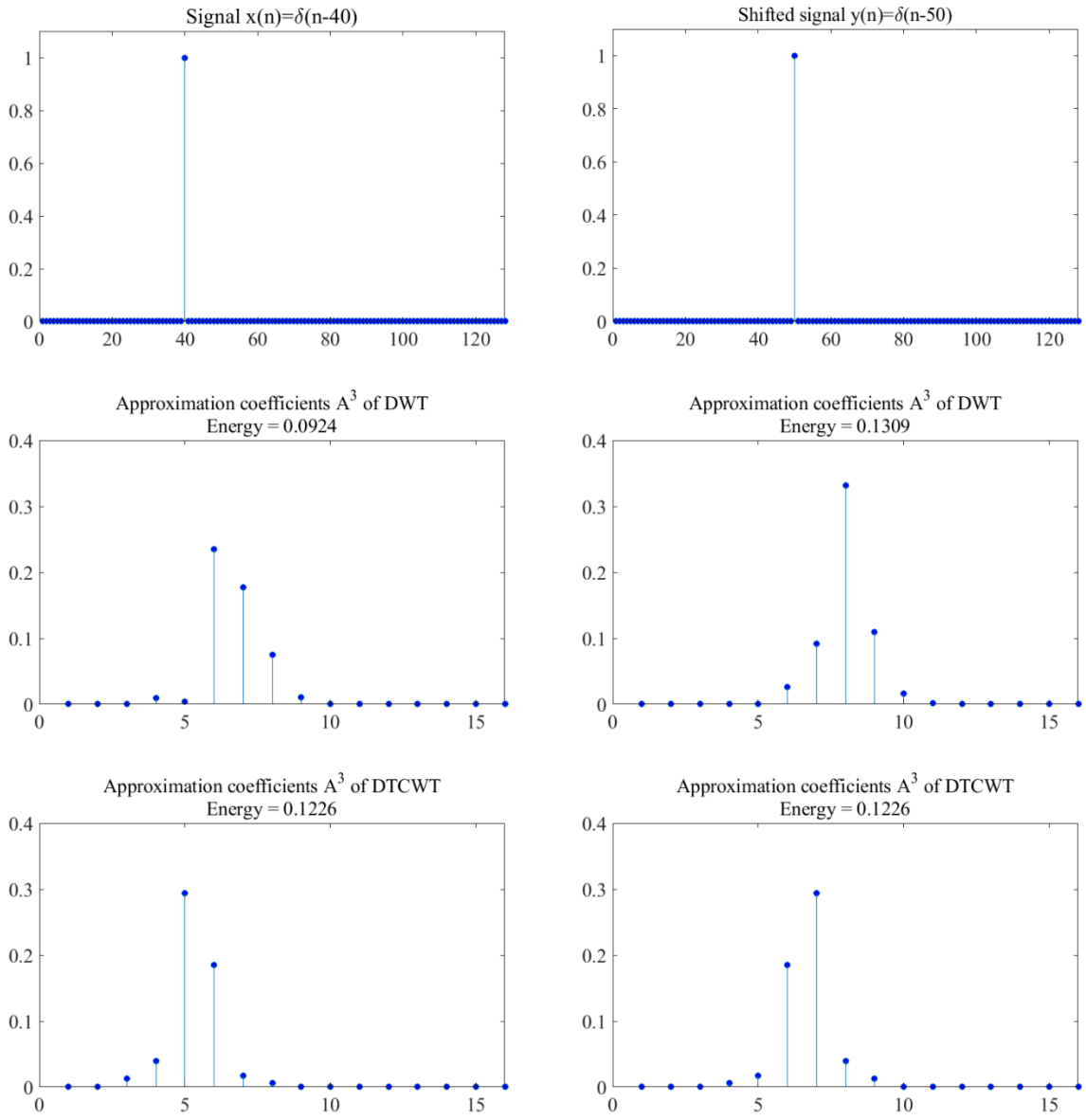


Figure I.4 : Les coefficients d'approximation de niveau 3 de DTCWT et DWT et leurs énergies.

3. Transformée moments

3.1 Introduction

Les moments peuvent être considérés comme un type spécial de transformées qui projette un signal dans le domaine moments en utilisant un ensemble de polynômes. Ils sont utilisés depuis plus de cent ans pour décrire un signal et capturer ses caractéristiques significatives.

En 1962, M. K. Hu a introduit pour la première fois dans [6] l'utilisation des moments géométriques dans l'analyse d'images et la reconnaissance d'objets. Les moments géométriques et d'autres moments similaires tels que les moments complexes et les moments rotationnels, qui sont non-orthogonaux, ont été bien étudiés et utilisés pour

l'analyse d'image [4], [32]. Cependant, en raison de la non-orthogonalité, ces moments sont hautement redondants en termes d'information et ne fournissent pas de bons résultats en cas de récupération d'images. Pour surmonter les problèmes des moments géométriques, Teague en 1980 [33] a eu l'idée d'utiliser des moments orthogonaux pour l'analyse d'images qui donnent de meilleurs résultats par rapport aux moments non orthogonaux [34].

Les moments orthogonaux présentent très peu de redondance d'information et ils sont robustes au bruit de l'image ainsi que leurs invariants à la rotation, à l'échelle et à la translation peuvent être obtenus. Par conséquent, les moments orthogonaux ont attiré une attention croissante dans les applications où les transformations des signaux ont été utilisées. En outre, par rapport à de nombreuses transformées de signaux classiques telles que la DFT, la DCT, la DWT, la FFT, les moments orthogonaux présentent les avantages suivants :

-Propriétés de (1) invariance géométrique : invariance de rotation, d'échelle et de translation (RST) [35], [34], invariance affine [36] et invariance projective [33]; (2) invariance de convolution : invariance de flou [37] et invariance d'illumination [38] ; (3) invariance combinée [39] ; et (4) robustesse au bruit en reconnaissance d'images [40], [41] ;

-La reconstruction rapide d'images dans l'imagerie médicale telle que la tomographie par ordinateur (CT). Il a été démontré que les images CT peuvent être rapidement reconstruites à partir d'une gamme limitée de projections en établissant une relation entre les moments orthogonaux et les moments de projection d'une image [42] ;

-Le calcul rapide et précis des moments orthogonaux peut être réalisé en utilisant le calcul récursif et les propriétés de symétrie des fonctions de base [43], [44], [45], [46].

Dans les sections suivantes, nous nous concentrons principalement sur les moments orthogonaux, leurs domaines d'application, leurs avantages et leurs limites.

3.2 Classification des moments

La manière la plus directe de classer les moments est basée sur leurs dimensions (nombre de variables). Ainsi, il existe des moments 1-D, 2-D et 3-D appliqués respectivement aux signaux unidimensionnels (Eq. I.14), aux images (Eq. I.15) et aux volumes (Eq. I.16).

$$M_n = \int_\Omega f(x) P_n(x) dx \tag{I.14}$$

$$M_{n,m} = \int\int_\Omega f(x,y) P_{n,m}(x,y) dxdy \tag{I.15}$$

$$M_{n,m,k} = \int\int\int_\Omega f(x,y,z) P_{n,m,k}(x,y,z) dxdydz \tag{I.16}$$

avec f est une fonction (signal, image ou volume) définie sur Ω, $P(.)$ une base polynomiale à 1, 2, ou 3-variables, et n, m, k sont des entiers non négatifs dont la somme représente l'ordre de moments.

Bien que les moments puissent être constitués d'un nombre quelconque de variables, nous nous intéressons ici aux moments 2-D d'une image.

Les moments 2D peuvent être définis comme les projections d'une fonction image sur des fonctions de base particulières, en coordonnées cartésiennes :

$$M^C_{n,m} = \int\int_\Omega f(x,y) P_{n,m}(x,y) dxdy \tag{I.17}$$

ou en coordonnées polaires :

$$M^P_{n,m} = \int_0^1 \int_0^{2\pi} f(r,\theta) P_{n,m}(r,\theta) r dr d\theta \tag{I.18}$$

avec $M^C_{n,m}$ représente les moments d'ordre $(n+m)$ d'une fonction d'image $f(x,y)$ représentée en coordonnées cartésiennes, $M^P_{n,m}$ représente les moments d'ordre $(n+m)$ d'une fonction d'image $f(r,\theta)$ représentée en coordonnées polaires, $n, m = 0,1,2,\ldots$, $P_{n,m}(x,y)$ et $P_{n,m}(r,\theta)$ sont les fonctions de noyau (également appelées fonctions de base).

Les moments 2D peuvent être classés de manière générale en moments orthogonaux et non-orthogonaux. Les moments sont orthogonaux si ces fonctions noyaux satisfont aux conditions suivantes :

$$\begin{aligned} &\int_0^1 \int_0^1 P_{n,m}(x,y) P_{s,t}(x,y) dxdy = k_1 \delta_{n,s} \delta_{m,t} \quad , \\ &\int_0^1 \int_0^{2\pi} P_{n,m}(r,\theta) P_{s,t}(r,\theta) r dr d\theta = k_2 \delta_{n,s} \delta_{m,t} \end{aligned} \tag{I.19}$$

où k_1 et k_2 sont les coefficients de normalisation et $\delta_{n,s}$ est la fonction de Dirac définie par :

$$\delta_{n,s} = \begin{cases} 0 & \text{si } n = s \\ 1 & \text{si } n \neq s \end{cases} \tag{I.20}$$

Sinon, les moments sont appelés moments non-orthogonaux. Les moments non-orthogonaux tels que les moments géométriques (avec fonction de base $P_{n,m}(x,y) = x^n y^m$), les moments complexes ($P_{n,m}(x,y) = (x+jy)^n (x-jy)^m$) et les moments de rotationnels

($P_{n,m}(r,\theta) = r^n e^{-jm\theta}$) ont été bien étudiés [4] [32]. Cependant, la reconstruction d'images à partir de ces moments non-orthogonaux est assez difficile en raison de l'absence d'orthogonalité. Un certain degré de redondance de l'information et une grande sensibilité au bruit sont également inévitables avec ces moments non-orthogonaux. Au contraire, les moments orthogonaux ont fait l'objet d'une grande attention ces dernières années en raison de leur capacité à représenter les images avec un minimum de redondance d'information et une grande robustesse au bruit [34].

Selon les définitions des moments dans les équations I.16 et I.17, les moments orthogonaux peuvent être divisés en moments polaires (appelés également moments radiaux) et moments cartésiens. La fonction noyau $P_{n,m}(r,\theta)$ des moments radiaux est construite à partir des polynômes orthogonaux radiaux et un facteur complexe angulaire de Fourier. Les moments orthogonaux radiaux comprennent principalement les moments de Zernike [47], pseudo-Zernike [48], Fourier-Mellin [49], Chebyshev-Fourier [50], Jacobi-Fourier [51], Bessel-Fourier [52], harmoniques radiaux de Fourier [53], Legendre décalés [34], Tchebichef [54], Krawtchouk [55], etc. En plus de leur capacité de reconstruction élevée des signaux, l'avantage remarquable des moments radiaux réside dans leur invariance à la rotation. La fonction noyau des moments cartésiens est construite à partir des polynômes orthogonaux cartésiens. Les moments orthogonaux cartésiens peuvent être divisés en continus et discrets selon la nature de leur fonction noyau. Par exemple, les moments de Legendre [56], Gegenbauer [57], et de Fourier-Mellin [49] sont des moments orthogonaux continus, et les moments de Tchebichef [58], Krawtchouk [59], Hahn [60], Charlier [61], Meixner [61] sont des moments orthogonaux discrets. La classification des moments décrite par [32] est illustré dans la figure I.5.

Bien que les moments puissent être constitués d'un nombre quelconque de variables, nous nous intéressons ici aux moments 2-D d'une image. De plus, même s'il existe des types de moments orthogonaux et non orthogonaux, la présentation suivante se limite aux moments orthogonaux en raison de leur popularité.

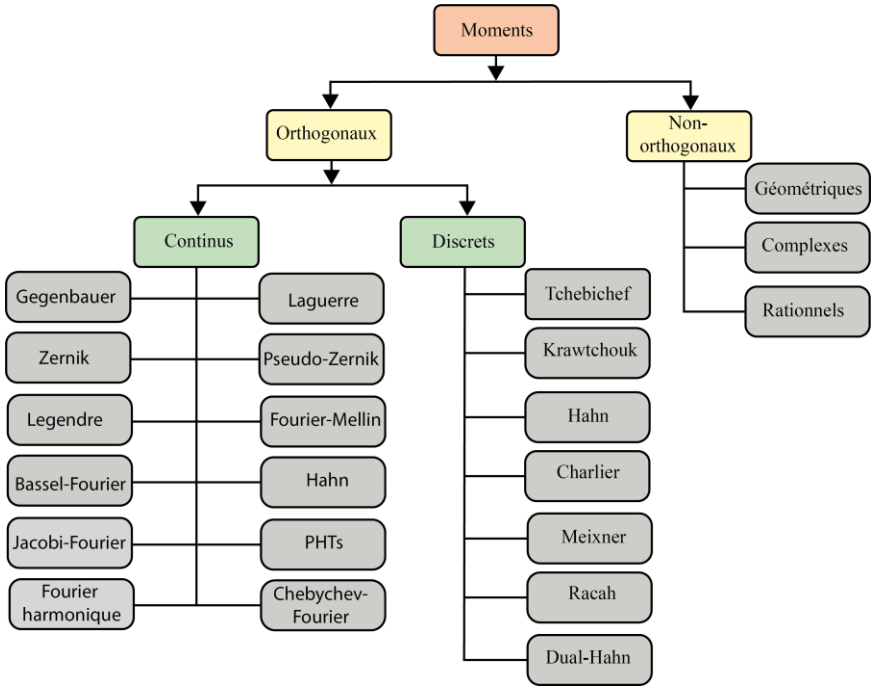


Figure I.5 : Classification générale des transformées moments.

3.3 Moments orthogonaux continus

Les moments continus les plus populaires sont les moments harmoniques radiaux de Fourier, les moments de Fourier-Mellin, les moments de Jacobi-Fourier, les moments de Zernike, les moments de pseudo-Zernike, les moments de Legendre. Les sous-sections suivantes décrivent ces moments, leurs domaines d'application, leurs avantages et leurs limites.

3.3.1 Les moments harmoniques radiaux de Fourier

Ren et al. [53] ont proposé les moments harmoniques radiaux de Fourier (RHFMs) et les ont trouvés meilleurs que d'autres moyens pour décrire les images. Pour une image $I(r,\theta)$, les RHFMs H_{mn} d'ordre $m \geq 0$ avec répétition $|n| \geq 0$ en coordonnées polaires sont définis comme suit :

$$H_{mn} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^1 I(r,\theta)V_{mn}^*(r,\theta)rdrd\theta \tag{I.21}$$

où $V_{mn}^*(r,\theta)$ est le conjugué complexe de la fonction noyau $V_{mn}(r,\theta)$, qui est exprimée sous la forme suivante :

$$V_{mn}(r,\theta) = R_m(r)e^{jn\theta} \tag{I.22}$$

La fonction de noyau radiale de RHFMs $R_m(r)$ est une fonction sinusoïdale s'exprime comme suit :

$$R_m(r)=\begin{cases}1/\sqrt{r}, & m=0\\ \sqrt{2/r}\cos(\pi m r), & m=even\\ \sqrt{2/r}\sin(\pi(m+1)r), & m=odd\end{cases} \quad (I.23)$$

Cette fonction est orthogonale sur un disque unitaire et satisfait à la condition d'orthogonalité suivante :

$$\int_0^{2\pi}\int_0^1 V_{mn}(r,\theta)V^*_{m'n'}(r,\theta)rdrd\theta = 2\pi\delta_{mm'}\delta_{nn'} \quad (I.24)$$

où δ_{ij} est la fonction de Dirac. Pour un ordre maximum $m_{\max}$, et une répétition maximale $n_{\max}$, le nombre total de RHFMs est de $(1+m_{\max})(1+2n_{\max})$.

3.3.2 Les moments de Fourier-Mellin

Sheng et Shen [49] ont introduit les moments orthogonaux de Fourier-Mellin (OFMMs) en 1994. Les OFMMs sont définis dans le système de coordonnées polaires avec un ordre p et une répétition q comme suit :

$$O_{pq}=\frac{1}{2\pi a_p}\int_0^{2\pi}\int_0^1 f(r,\theta)Q_p(r)\exp(-iq\theta)rdrd\theta \quad (I.25)$$

avec

$$Q_p(r)=\sum_{k=0}^{p}\alpha_{pk}r^k \quad (I.26)$$

et

$$\alpha_{pk}=(-1)^{p+k}\frac{(p+k+1)!}{(p-k)!k!(k+1)!} \quad (I.27)$$

où $p\geq 0, q=0,\pm1,\pm2,\ldots$, et $0\leq r\leq 1$. L'ensemble $Q_p(r)$ est orthogonal sur l'intervalle $0\leq r\leq 1$.

3.3.3 Les moments de Jacobi-Fourier

Le noyau des moments de Jacobi-Fourier (JFMs) comprend deux fonctions indépendantes : (1) les polynômes normalisés de Jacobi $J_n(\alpha,\beta,r)$, une fonction radiale, et (2) le facteur exponentiel de Fourier $\exp(jm\theta)$, une fonction angulaire. Ainsi, La fonction noyau de JFMs est définie comme suit :

$$P_{nm}(r,\theta)=J_n(\alpha,\beta,r)\exp(jm\theta) \quad (I.28)$$

Ici, *n* et *m* sont des nombres entiers représentent les ordres de JFMs. La fonction noyau de JFMs est orthogonale sur sur l'intervalle $J_n(\alpha,\beta,r)$:

$$\int_0^{2\pi}\int_0^1 P_{nm}(r,\theta)P_{kl}(r,\theta)rdrd\theta = \delta_{nk}\delta_{ml} \tag{I.29}$$

où $\delta_{nk}\delta_{ml}$ sont les fonctions de Dirac et $r=1$ est l'échelle maximale de l'objet dans la scène concrète.

Une fonction image $f(r,\theta)$ peut être décomposée avec la fonction noyau $P_{nm}(r,\theta)$ dans le système de coordonnées polaires comme suit :

$$f(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\phi_{nm}P_{nm}(r,\theta) \tag{I.30}$$

où ϕ_{nm} sont les coefficients de décomposition et sont appelés moments de Jacobi-Fourier :

$$\phi_{nm} = \int_0^{2\pi}\int_0^1 f(r,\theta)P_{nm}^*(r,\theta)rdrd\theta \tag{I.31}$$

avec $P_{nm}^*(r,\theta)$ est le conjugué complexe des $P_{nm}(r,\theta)$.

Le polynôme de Jacobi s'exprime comme suit [62] :

$$G_n(r,\alpha,\beta) = \frac{n!(\beta-1)!}{(\alpha+n-1)!}\sum_{s=0}^{n}(-1)^s \times \frac{(\alpha+n+s-1)!}{(n-s)!s!(\beta+s-1)!}r^s \tag{I.32}$$

Les polynômes de Jacobi normalisés $J_n(\alpha,\beta,r)$ et les polynômes de Jacobi $G_n(\alpha,\beta,r)$ sont également orthogonaux sur l'intervalle [0, 1] :

$$\int_0^1 J_n(r,\alpha,\beta)J_k(r,\alpha,\beta)rdr = \delta_{nk}(\alpha,\beta) \tag{I.33}$$

$$\int_0^1 G_n(\alpha,\beta,r)G_m(\alpha,\beta,r)w(\alpha,\beta,r)dr = b_n(\alpha,\beta)\delta_{nm} \tag{I.34}$$

où b_n est le facteur de normalisation et $w(\alpha,\beta,r)$ est la fonction de poids, qui sont donnés comme suit :

$$b_n = \frac{n![\beta-1]^2(\alpha-\beta+n)!}{(\beta+n-1)!(\alpha+n-1)!(\alpha+2n)} \tag{I.35}$$

$$w(\alpha,\beta,r) = (1-r)^{\alpha-\beta}r^{\beta-1} \quad \alpha-\beta>-1, \beta>0 \tag{I.36}$$

Ainsi, à partir les équations précédentes, les polynômes de Jacobi normalisés peuvent être dérivés comme suit :

$$J_n(\alpha,\beta,r) = \sqrt{\frac{w(\alpha,\beta,r)}{b_n(\alpha,\beta,r)}}G_n(\alpha,\beta,r) \tag{I.37}$$

Les polynômes de Jacobi recouvrent plusieurs cas particuliers intéressants des polynômes : les polynômes de Legendre pour $(\alpha=\beta=0)$, les polynômes de Chebyshev de première espèce pour $(\alpha=\beta=-1/2)$, de deuxième espèce pour $(\alpha=\beta=1/2)$ et les

polynômes de Gegenbauer pour $(\alpha = \beta = \lambda - 1/2)$, où λ est un paramètre propre au polynôme de Gegenbauer.

3.3.4 Les moments de Zernike

Frits Zernike a inventé un système de polynômes orthogonaux sur un disque unité, connus sous le nom de polynômes de Zernike [63]. Selon Teague [33], si $f(r,\theta)$ représente une fonction image, p est l'ordre avec répétition q, alors les moments de Zernike (ZMs) bidimensionnels peuvent s'écrire comme suit :

$$Z_{pq} = \frac{p+1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 f(r,\theta) V_{pq}^*(r,\theta) r dr d\theta \tag{I.38}$$

où $V_{pq}^*(r,\theta)$ est le conjugué complexe des polynômes de Zernike $V_{pq}(r,\theta)$ qui sont donnés par

$$V_{pq}(r,\theta) = R_{pq}(r) e^{jq\theta} \tag{I.39}$$

Ici $p \geq 0,\ 0 \leq |q| \leq p,\ p - |q| = \text{even},\ j = \sqrt{-1},$ et $\theta = \arctan(y/x)$.

Les polynômes radiaux sont définis comme suit :

$$R_{pq}(r) = \sum_0^{(p-|q|)/2} (-1)^k \times \frac{(p-k)!}{k!(\frac{p+|q|}{2}-k)!(\frac{p-|q|}{2}-k)!} r^{p-2k} \tag{I.40}$$

Les polynômes radiaux satisfont à la relation d'orthogonalité suivante :

$$\int_0^1 R_{pq} R_{p'q} r dr = \frac{1}{2(p+1)} \delta_{pp'} \tag{I.41}$$

où $\delta_{pp'}$ est la fonction de Dirac.

Les polynômes de Zernike forment un ensemble orthogonal complet dans le disque unité, donné comme suit :

$$\int_0^{2\pi} \int_0^1 V_{pq}(r,\theta) V_{p'q'}^*(r,\theta) r dr d\theta = \frac{\pi}{p+1} \delta_{pp'} \delta_{qq'} \tag{I.42}$$

Le nombre total de ZMs sont $\frac{1}{2}(1+p_{\max})(2+p_{\max})$ pour $p = p_{\max}$.

3.3.5 Les moments de pseudo-Zernike

Le noyau des moments pseudo-Zernike (PZMs) est formé à partir des polynômes de pseudo-Zernike. Il est exprimé comme suit [64]:

$$V_{pq}(r,\theta) = R_{pq}(r)e^{iq\theta} \tag{I.43}$$

où $p \geq 0,\ \ 0 \leq |q| \leq p$. Selon Teh et Chin [64], le polynôme radial pseudo-Zernike $R_{pq}(r)$ est défini comme suit :

$$R_{pq}(r) = \sum_{s=0}^{(p-|q|)} \frac{(-1)^s (2p+1-s)!\, r^{p-s}}{s!(p-|q|+1-s)!(p-|q|-s)!} \tag{I.44}$$

Pour une image $f(r,\theta)$, les PZMs d'ordre *p* et de répétition *q* sont définis comme suit :

$$PZ_{pq} = \frac{p+1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 f(r,\theta) V_{pq}^*(r,\theta) r\, dr\, d\theta \tag{I.45}$$

où $V_{pq}^*(r,\theta)$ est le conjugué complexe de $V_{pq}(r,\theta)$.

La relation d'orthogonalité de PZMs est similaire à celle de ZMs, qui est définie par les équations I.41 et I.42. Pour $p = p_{\max}$, et le nombre total de PZMs est $(1+p_{\max})^2$.

3.3.6 Les moments de Legendre

Les moments de Legendre (LMs) sont dérivés à partir les polynômes de Legendre, qui sont orthogonaux sur l'intervalle [-1,1] [65]. Ils sont définis dans un système de coordonnées cartésiennes. Les moments de Legendre peuvent acquérir des valeurs proches de zéro en prenant en compte la mesure de redondance, ce qui signifie que des caractéristiques indépendantes d'une image peuvent être obtenues [66]. Comme décrit dans [33], la fonction de base des LMs est la suivante :

$$\varphi_{nm}(x,y) = P_n(x) P_m(y) \tag{I.46}$$

où $P_n(x)$ est le nième ordre du polynôme de Legendre, défini par :

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n} \sum_{k=0}^{\frac{n}{2}} (-1)^k \times \frac{(2n-2k)!}{k!(n-k)!(n-2k)!} x^{n-2k} \tag{I.47}$$

Les LMs d'ordre *(n+m)* d'une image d'intensité $f(x,y)$ sont définis par :

$$L_{nm} = \frac{(2n+1)(2m+1)}{4} \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \varphi_{nm}(x,y) f(x,y) dx dy \tag{I.48}$$

D'autres types de moments orthogonaux continus peuvent être obtenus en utilisant d'autres polynômes orthogonaux continus comme fonction de base. Nous citons par exemples les moments de Gegenbauer (GMs) [67], Chebyshev-Fourier (CFMs) [50], Laguerre (LAMs) [68], Bessel-Fourier (BFMs) [67], [69], etc. nous recommandons au lecteur intéressé de consulter l'article [70] pour plus de détails sur ces moments orthogonaux continus.

3.3.7 Moments orthogonaux continus : domaines d'application, avantages et limites

Au contraire des moments non-orthogonaux, les moments orthogonaux continus ont fait l'objet d'une grande attention ces dernières années en raison de leur capacité à représenter les images avec minimum de redondance d'information et une grande robustesse au bruit [34]. Les avantages de ces moments conduisent à de nombreuses applications comme il est montré dans le tableau I.1. Ce tableau présente différents moments orthogonaux continus, leurs domaines d'application, les références des articles de ces domaines, et l'amélioration couvre les articles dans lesquels les auteurs ont amélioré la complexité de calcul des moments et les ont rendus plus rapides.

Cependant, ces moments souffrent d'instabilités numériques, c'est pourquoi des algorithmes récursifs [71], [72], [73] ont été développés afin de résoudre ce problème. De plus, les signaux digitaux (1D, 2D, et 3D) sont discrets et donc, le calcul des moments orthogonaux continus est caractérisé par : 1) la nécessité d'une transformation appropriée des coordonnées du signal pour que les moments continus soient appliqués, et 2) des erreurs d'approximation, puisque les intégrales sont remplacés par des sommations. Pour faire face au deuxième inconvénient, les scientifiques ont amélioré les formes approchées des moments orthogonaux continus, afin de pouvoir calculer leurs valeurs théoriques [74], [75], [76], [77]. Cependant, ce problème a été définitivement résolu en utilisant les moments orthogonaux discrets où Mukundan et al. [58] ont introduit les premiers moments de cette catégorie, moments orthogonaux discrets de Tchebichef, pour l'analyse d'images.

Tableau I.1. Domaines d'application des moments orthogonaux continus.

Moments	Domaines d'application	Références	Amélioration
RHFMs	Reconstruction d'image, récupération basée sur le contenu, reconnaissance d'image, tatouage d'image, reconnaissance de caractères d'échecs chinois	[78], [79], [80], [81], [82]	[81],[83]
OFMMs	Reconnaissance de formes, reconnaissance de caractères alphanumériques	[49], [84]	[71]
JFMs	Tatouage d'images, reconstruction d'images, classification de mammogrammes	[85],[86], [87]	[88]
ZMs	Analyse de texture, reconnaissance des caractères gurumukhi, reconnaissance des caractères chinois, reconnaissance des empreintes digitales, vérification des empreintes palmaires, identification de l'iris, reconnaissance faciale, reconstruction d'image, reconnaissance des panneaux de signalisation, vérification de la signature manuscrite hors ligne, récupération vidéo quasi-dupliquée, reconnaissance de la posture pigfis, reconnaissance de l'expression faciale, reconnaissance des panneaux de signalisation au sol, reconnaissance gestuelle de la langue des signes indienne	[47], [89], [90],[91], [92], [93], [94], [95], [96],[97], [98], [99], [100], [101], [102], [103], [104], [105]	[106]

PZMs	Reconnaissance faciale, authentification par empreinte palmaire, reconnaissance d'empreintes digitales, tatouage d'image, reconnaissance de caractères manuscrits farsi, reconnaissance automatique de cible, détection de contour d'objet, reconstruction d'image	[48], [107], [108], [109], [110], [111], [112], [113], [114]	[115]
LMs	Reconnaissance faciale, authentification par empreinte palmaire, vérification de l'iris, classification de l'électrophorèse sur gel de polyacrylamide 2D, analyse de texture, classification d'objets 3D, représentation d'histogramme, reconnaissance de véhicule, tatouage d'image, ajustement de ligne dans une image bruyante, incorporation de formes géométriques a priori dans contours actifs, indexation et récupération d'images à partir de la base de données d'images, reconnaissance des formes de plis des doigts, suppression du bruit des signaux ECG, reconstruction d'images médicales bruitées	[66], [116], [117], [118], [119], [120], [121], [36], [122], [123], [124], [125], [126], [127]	[128], [56]
GMs	Reconnaissance des caractères chinois	[129]	[57]
CFMs	Reconnaissance d'images, reconstruction d'images	[51], [50]	[130]
LAMs	Reconstruction d'images	[131]	
BFMs	Reconstruction et reconnaissance d'images	[52]	

3.4. Moments orthogonaux discrets

Le principal avantage des moments orthogonaux discrets est qu'ils sont définis directement dans le domaine des signaux numériques discrets, contrairement aux moments orthogonaux continus, qui nécessitent des approximations pour remplacer des intégrales par des sommations, ce qui entraîne des erreurs de discrétisation et d'approximation. Pour surmonter définitivement ce problème, des moments orthogonaux discrets ont été développés. Les sous-sections suivantes décrivent les moments orthogonaux discrets les plus populaires, à savoir les moments de Tchebichef, Krawtchouk, Hahn, Charlier et de Meixner. En outre, les domaines d'application, les avantages et les limites de ces moments sont présentés.

3.4.1 Les moments de Tchebichef

Les moments de Tchebichef (TMs) sont dérivés de polynômes de Tchebichef discrets. Selon Mukundan et al. [58], les TMs pour une image numérique $f(x,y)$ de taille $N \times N$ et d'ordre $(n+m)$ sont définis comme suit :

$$T_{n,m} = \frac{1}{\tilde{\rho}(n,N)\tilde{\rho}(n,N)} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} \tilde{t}_n(x;N)\tilde{t}_m(y;N) f(x,y) \tag{I.49}$$

Les polynômes de Tchebichef normalisés peuvent être exprimés par les équations (I.50 - I.53) :

$$\tilde{t}_n(x;N) = \frac{t_n(x;N)}{\beta(n,N)} \tag{I.50}$$

$$t_n(x;N) = (1-N)_n\, {}_3F_2(-n,-x;1+n;1;1-N;1) \tag{I.51}$$

$$\tilde{\rho}(n,N) = \frac{\rho(n,N)}{\beta(n,N)^2} \tag{I.52}$$

$$\rho(n,N) = (2n)!\binom{N+n}{2n+1}, n = 0,1,...,N-1 \tag{I.53}$$

où, $\beta(n,N)$ est une constante indépendante de x et ${}_3F_2(.)$ est une fonction hypergéométrique donnée par :

$${}_3F_2(a_1,a_2,a_3;b_1,b_2;z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(a_1)_k (a_2)_k (a_3)_k}{(b_1)_k (b_2)_k} \frac{z^k}{k!} \tag{I.54}$$

ici, $(a)_k$ est le symbole de Pochhammer défini comme suit :

$$(a)_k = a(a+1)(a+2)....(a+k-1) = \frac{\Gamma(a+k)}{\Gamma(a)} \tag{I.55}$$

Les polynômes de Tchebichef discrets satisfont la relation d'orthogonalité suivante :

$$\sum_{x=0}^{N-1} \tilde{t}_n(x;N)\tilde{t}_m(x;N) = \delta_{n,m} \tag{I.56}$$

où $\delta_{n,m}$ est la fonction de Dirac définie par l'équation I.20.

Cela conduit à la transformation inverse suivante :

$$f(x,y) = \sum_{n=0}^{N-1}\sum_{m=0}^{N-1} \tilde{t}_n(x;N)\tilde{t}_m(y;N)T_{n,m} \tag{I.57}$$

Les moments de Tchebichef ont été introduits dans l'analyse d'images par Mukundan et al. [58]. L'article détaille également les divers aspects informatiques des moments de Tchebichef et démontre leurs capacités de représentation des caractéristiques à l'aide de la méthode de reconstruction d'images. Par la suite, ils ont été appliqués et testés pour la reconnaissance et la classification de formes, la compression des signaux 1D et 2D, projection d'images, débruitage d'image, restauration d'images, recalage d'images médicales 2D/3D, authentification des images, la super résolution des images radiographiques et tomodensitométriques de COVID-19, falsification des images, et l'analyse des images stéréoscopiques, etc (Voir la section I.3.4.6).

3.4.2 Les moments de Krawtchouk

Les polynômes de Krawtchouk sont la base des moments de Krawtchouk (KMs). Ces polynômes ont été inventés par Mikhail Kravchuk, aussi appelés polynômes de Kravchuk

et ils sont liés à la distribution binomiale. Selon [59], les KMs d'ordre (n+m) d'une image $f(x,y)$ de taille $N \times N$ sont donnés par :

$$Q_{n,m} = \sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} \tilde{K}_n(x;p,N-1)\tilde{K}_m(y;p,N-1) f(x,y) \tag{I.58}$$

où les polynômes de Krawtchouk normalisés sont définis par les équations suivantes :

$$\tilde{K}_n(x;p,N) = K_n(x;p,N)\sqrt{\frac{\omega(x;p,N)}{\rho(n;p,N)}} \tag{I.59}$$

$$K_n(x;p,N) = {}_2F_1(-n,-x;-N;1/p), 0 \le x,n \le N-1 \tag{I.60}$$

$$\omega(x;p,N) = \binom{N}{x} p^x (1-p)^{N-x}, 0 < p < 1 \tag{I.61}$$

$$\rho(n;p,N) = (-1)^n \left(\frac{1-p}{p}\right)^n \times \frac{n!}{(-N)_n} \tag{I.62}$$

où $\omega(x)$ et $\rho(n)$ sont respectivement la fonction de poids et la fonction norme carrée des polynômes de Krawtchouk, et ${}_2F_1(.)$ est une fonction hypergéométrique définie par :

$${}_2F_1(a,b;c;z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(a)_k (b)_k}{(c)_k} \frac{z^k}{k!} \tag{I.63}$$

Les polynômes de Krawtchouk discrets satisfont la relation d'orthogonalité suivante :

$$\sum_{x=0}^{N} \tilde{K}_n(x;p,N)\tilde{K}_m(x;p,N) = \delta_{n,m} \tag{I.64}$$

Cela conduit à la transformation inverse suivante :

$$f(x,y) = \sum_{n=0}^{N-1}\sum_{m=0}^{N-1} \tilde{K}_n(x;p,N)\tilde{K}_m(y;p,N) Q_{n,m} \tag{I.65}$$

Dans [132], les moments de Krawtchouk ont été introduits et utilisés pour la reconstruction des images binaires. Puis, les auteurs dans [59] ont utilisés un ensemble de polynômes de Krawtchouk pondérés pour dériver les moments de Krawtchouk afin d'assurer la stabilité numérique. Il est montré dans ce papier que les moments de Krawtchouk peuvent être utilisés pour extraire les caractéristiques locales d'une image, contrairement à d'autres moments orthogonaux, qui capturent généralement les caractéristiques globales. Le cadre théorique est validé par une expérience de reconstruction d'images 2D. Par la suite, ces moments ont été appliqués aux signaux 1, 2 et 3D dans diverses applications à savoir la reconstruction des signaux (1, 2 et 3D), le tatouage d'image, la reconnaissance et la classification d'objets, reconnaissance de texture, reconnaissance faciale, récupération d'objets 3D, la détection de la falsification des

images, l'amélioration des signaux de parole corrompus par le bruit, etc (Voir la section I.3.4.6).

3.4.3 Les moments de Hahn

D'un point de vue mathématique, les moments de Hahn (HMs) sont des projections d'un signal sur les polynômes orthogonaux discrets de Hahn. Les HMs d'ordre $(n+m)$ d'une l'image numérique $f(x,y)$ de taille $N \times N$ sont définis comme suit [60]:

$$HM_{n,m} = \sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} \tilde{h}_n^{(a,b)}(x;N)\tilde{h}_m^{(a,b)}(y;N) f(x,y) \quad n,m = 0,1,2,....,N-1 \tag{I.66}$$

Les polynômes de Hahn peuvent être exprimés par les équations suivantes :

$$\tilde{h}_n^{(a,b)}(x;N) = h_n^{(a,b)}(x;N)\sqrt{\frac{\omega(x)}{\rho(n)}} \tag{I.67}$$

$$h_n^{(a,b)}(x;N) = \frac{(-1)^n (b+1)_n (N-n)_n}{n!} \times {}_3F_2(-n,-x,n+1+a+b;b+1,1-N;1) \tag{I.68}$$

with $x,n = 0,1,\ldots,N-1, \;\; a > -1 \;\; \& \;\; b > -1$

$$\omega(x) = \binom{a+x}{x}\binom{b+N-x}{N-x} \tag{I.69}$$

$$\rho(n) = \frac{(-1)^n n!(n+a+b+1)_{N+1}(b+1)_n}{N!(2n+a+b+1)(a+1)_n(-N)_n} \tag{I.70}$$

où $\omega(x)$ et $\rho(n)$ sont respectivement la fonction de poids et la fonction norme carrée des polynômes de Hahn, et ${}_3F_2$ est une fonction hypergéométrique donnée par

$${}_3F_2(x_1,x_2,x_3;y_1,y_2;z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(x_1)_k (x_2)_k (x_3)_k z^k}{(y_1)_k (y_2)_k k!} \tag{I.71}$$

La propriété d'orthogonalité des polynômes de Hahn est montrée par l'équation suivante :

$$\sum_{x=0}^{N-1} \tilde{h}_n^{(a,b)}(x;N)\tilde{h}_m^{(a,b)}(x;N) = \delta_{n,m} \;\; ; \;\; n,m = 1,2,....,N-1 \tag{I.72}$$

Cela conduit à la transformation inverse suivante

$$f(x,y) = \sum_{n=0}^{N-1}\sum_{m=0}^{N-1} \tilde{h}_n^{(a,b)}(x;N)\tilde{h}_m^{(a,b)}(y;N) HM_{n,m} \tag{I.73}$$

Les moments de Hahn ont été largement utilisés dans l'analyse d'images en raison de leur invariance, de leur non-redondance et de leur capacité à extraire des caractéristiques globalement et localement. Les moments de Hahn ont été introduits dans [60] et appliqués à la reconstruction des signaux (1, 2 et 3D), la compression d'image, la reconnaissance d'images 2D et 3D, la reconnaissance faciale, et d'autres applications (Voir la section I.3.4.6).

3.4.4 Les moments de Charlier

Les moments de Charlier (CMs) sont des moments orthogonaux discrets introduits par Nikiforov [61]. Ils sont dérivés de polynômes orthogonaux discrets de Charlier définis mathématiquement à l'aide d'une fonction hypergéométrique [61]. L'expression des CMs d'ordre $(n+m)$ pour une image numérique $f(x,y)$ de taille $N \times N$ est définie comme suit :

$$CM_{n,m} = \sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} \tilde{C}_n^{a_1}(x)\tilde{C}_m^{a_1}(y) f(x,y) \qquad n,m = 0,1,....N-1 \tag{I.74}$$

Les polynômes de Charlier (CPs) normalisés peuvent être exprimés par les équations suivantes :

$$\tilde{C}_n^{a_1}(x) = C_n^{a_1}(x)\sqrt{\frac{\omega(x)}{\rho(n)}} \tag{I.75}$$

$$C_n^{a_1}(x) = {}_2F_0(-n,-x;-a_1^{-1}), \qquad x,n = 0,1,2.....\infty \tag{I.76}$$

$$\omega(x) = \frac{e^{-a_1}a_1^{\,x}}{x!}, a_1 > 0 \tag{I.77}$$

$$\rho(n) = \frac{n!}{a_1^{\,n}} \tag{I.78}$$

où $\omega(x)$ et $\rho(n)$ sont respectivement la fonction de poids et la fonction norme carrée des CPs, et ${}_2F_0$ est une fonction hypergéométrique donnée par

$${}_2F_0(a,b;\ ;c) = \sum_{k=0}^{n}\frac{(a)_k(b)_k(c)^k}{k!} \tag{I.79}$$

La propriété orthogonale des polynômes de Charlier est donnée comme suit

$$\sum_{x=0}^{\infty}\tilde{C}_n^{a_1}(x)\tilde{C}_m^{a_1}(x) = \delta_{n,m} \tag{I.80}$$

Cela conduit à la transformation inverse suivante

$$f(x,y) = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\tilde{C}_n^{a_1}(x)\tilde{C}_m^{a_1}(y)CM_{n,m} \tag{I.81}$$

Les moments de Charlier ont été bien exploités dans la littérature et principalement dans des applications liées à la reconstruction, la reconnaissance, et la classification des images (Voir la section I.3.4.6).

3.4.5 Les moments de Meixner

Les moments de Meixner (MMs) ont également été introduits par Nikiforov [61]. Ces moments sont dérivés à partir des polynômes de Meixner comme suit :

$$MM_{nm} = \sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} \tilde{\varpi}_n^{(\mu,\beta)}(x)\tilde{\varpi}_m^{(\mu,\beta)}(y) f(x,y) \quad n,m = 0,1,....N-1 \tag{I.82}$$

où $MM_{n,m}$ sont les moments de Meixner d'ordre $(n+m)$ d'une image numérique $f(x,y)$ de taille $N \times N$.

Les polynômes de Meixner normalisés peuvent être exprimés comme suit :

$$\tilde{\varpi}_n^{(\mu,\beta)}(x) = \varpi_n^{(\mu,\beta)}(x)\sqrt{\frac{\omega(x)}{\rho(n)}} \tag{I.83}$$

$$\varpi_n^{(\mu,\beta)}(x) = (\beta)_n\, {}_2F_1(-n,-x;\beta;1-\mu^{-1}) \quad \text{with } x,n = 0,1,2.....\infty,\ \ 0<\mu>1 \ \&\ \beta>0 \tag{I.84}$$

$$\omega(x) = \frac{\mu^x(\beta+x-1)!}{x!(\beta-1)!} \tag{I.85}$$

$$\rho(n) = \frac{n!(\beta+n-1)!}{\mu^n(1-\mu)^\beta(\beta-1)!} \tag{I.86}$$

où $\omega(x)$ et $\rho(n)$ sont respectivement la fonction de poids et la fonction norme carrée des polynômes de Meixner, et ${}_2F_1$ est une fonction hypergéométrique donnée par l'équation I.63.

La propriété orthogonale des polynômes de Meixner est donnée comme suit

$$\sum_{x=0}^{\infty} \tilde{\varpi}_n^{(\mu,\beta)}(x)\tilde{\varpi}_m^{(\mu,\beta)}(x) = \delta_{n,m} \ \ ; \ \ n,m \geq 0 \tag{I.87}$$

Cela conduit à la transformation inverse suivante :

$$f(x,y) = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty} \tilde{\varpi}_n^{(\mu,\beta)}(x)\tilde{\varpi}_m^{(\mu,\beta)}(y) MM_{n,m} \tag{I.88}$$

Les moments de Meixner ont été appliqués aux signaux 1, 2 et 3D et bien explorés dans la littérature mais principalement dans des domaines liés à la reconstruction des signaux (2D et 3D) et à la classification d'objets 2D et 3D (Voir la section suivante).

3.4.6 Moments orthogonaux discrets : domaines d'application, avantages et limites

Le principal avantage des moments orthogonaux discrets est qu'ils sont définis directement dans le domaine des signaux numériques discrets, contrairement aux moments orthogonaux continus, qui nécessitent des approximations afin de remplacer des intégrales par des sommations, ce qui entraîne des erreurs de discrétisation et d'approximation.

Les moments orthogonaux discrets ont été largement appliqués et testés pour la reconnaissance et la classification de formes, la compression des signaux 1D et 2D, le tatouage des signaux, le cryptage des signaux, l'analyse d'images médicales 2D/3D, l'analyse des images stéréoscopiques, etc. Le tableau I.2 présente différents moments

orthogonaux discrets, des domaines d'application, les références des articles de ces domaines, et l'amélioration couvre les articles dans lesquels les auteurs ont amélioré la complexité de calcul des moments et les ont rendus plus rapides.

Tableau I.2. Domaines d'application des moments orthogonaux discrets.

Moments	Domaines d'application	Références	Amélioration
TMs	Reconstruction des signaux, tatouage des signaux, compression des signaux, reconnaissance d'objets, classification de texture, reconnaissance faciale, détection d'images d'incendie, restauration d'images, super résolution d'image, analyse d'images stéréoscopiques, recalage d'images médicales 2D/3D, projection d'image, mesure de la focalisation d'image, authentification des images, analyse d'images médicales, détection de la falsification des images	[58],[133], [134], [135], [136], [137], [138], [139], [140], [140], [141], [133], [142], [143], [134], [144], [54], [145], [146], [147], [148], [149], [150], [151], [8], [152], [153], [154], [155], [42], [156]	[135]
KMs	Reconstruction des signaux, tatouage d'image, reconnaissance d'objets, reconnaissance de texture, reconnaissance faciale, reconnaissance des gestes de la main, récupération d'objets 3D, reconnaissance de la langue des signes indienne (ISL), reconnaissance des expressions faciales, reconnaissance, identification et caractérisation des cibles militaires reconnaissance de marche à partir de vidéos, classification des missiles balistiques, classification d'images biologiques, détection de la falsification des images, amélioration des signaux de parole corrompus par le bruit, super résolution d'image	[59], [132], [55], [157], [158], [43], [159], [160], [161], [162], [163], [59], [164], [55], [165], [166], [167], [168], [169], [170], [171], [172], [173] [174], [175], [176], [177], [178], [179], [180]	[157],[157], [158], [43]
HMs	Reconstruction des signaux, compression d'image, reconnaissance d'images 2D et 3D, reconnaissance faciale, reconnaissance vocale visuelle, identification des drogues ATS, prédiction de la protéine membranaire, estimation d'angle dans une image, reconstruction et reconnaissance des images cryptées	[60], [181], [182], [133], [183], [184], [185], [186], [187], [188], [189], [133], [184], [190], [191] [192], [193], [194], [195], [196]	[190], [197]
CMs	Reconstruction des signaux, classification d'objets 2D et 3D classification de texture, cryptage des signaux 1D, compression des signaux 1D, restauration d'images	[133] [198] [199] [200] [201], [202], [203], [204], [200] [205] [17] [206] [202]	[207], [208]
MMs	Reconstruction des signaux, classification d'objets 2D et 3D, classification de texture, restauration d'images	[133], [209] [210], [41] [18], [206]	[35], [211], [212]

Généralement, l'utilisation des moments orthogonaux discrets comme descripteur d'un signal numérique génère deux problèmes majeurs qui sont : le coût du calcul élevé et la propagation des erreurs numériques lors du calcul des valeurs des moments orthogonaux discrets d'ordre élevé. En effet, le calcul des moments orthogonaux discrets est une tâche complexe et couteuse en termes de temps ce qui limite leurs utilisations surtout pour les signaux de grandes tailles et en cas du calcul en ligne. Cette lenteur est due principalement

à deux facteurs : d'une part, la nécessité du calculer un ensemble de grandeurs complexes pour chaque ordre de moments et d'autre part, la nécessité d'évaluer les valeurs du polynôme noyau pour chaque élément du signal. Le calcul des valeurs des polynômes, à partir des fonctions hypergéométriques et des relations de récurrence est complexe et nécessite un temps du calcul très élevé, en particulier pour les ordres supérieurs, chose qui provoque la propagation des erreurs numériques.

Pour réduire le coût du calcul des moments orthogonaux discrets, plusieurs algorithmes ont été introduits dans la littérature pour accélérer le temps du calcul de ces moments. Nous citons par exemple la méthode rapide proposée dans [135] qui intègre le produit tensoriel de Kronecker au calcul des moments de Tchebichef pour les ordres supérieurs avec l'avantage d'être parallélisable. Une autre méthode rapide et stable basée sur les propriétés de symétrie des polynômes de Krawtchouk est proposée dans [43] pour accélérer le temps et de garantir la stabilité numérique des moments de Krawtchouk.

Une méthode rapide proposée dans [183], pour accélérer le temps de calcul des moments de Hahn, est basée sur la représentation de bloc d'image (IBR) pour les images binaires et la représentation des tranches d'intensité (PIBR) pour les images en niveaux de gris. Pour accélérer le temps calcul des moments de Meixner, [211] a introduit une nouvelle méthode utilisant des filtres numériques basés sur la transformation Z. Une nouvelle méthode proposé dans [201] basée sur des relations modifiées de récurrence des polynômes de Charlier, et sur le procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt (GSP) pour le calcul stable de polynômes et de moments de Charlier orthogonaux discrets d'ordre élevé.

Si les problèmes de coût de calcul et de la propagation des erreurs numériques ont été résolus par les méthodes rapides et stables susmentionnées, le problème d'une représentation compacte et holistique des images couleurs reste un problème délicat. En effet, le calcul conventionnel des moments orthogonaux discrets d'une image couleur est effectué en calculant séparément les moments des trois canaux de couleur de l'image : rouge (R), vert (V) et bleu (B), ce qui entraîne une perte d'information pendant la décomposition de l'image. Ainsi, les redondances entre les trois canaux d'une image couleur ne peuvent pas être bien exploitées. Afin de surmonter ce problème, les chercheurs ont introduit une autre catégorie de transformées, les transformées quaternaires, basées sur l'algèbre des quaternions où l'image couleur est traitée de manière compacte comme un champ vectoriel de couleurs. Les coefficients de ces transformées contiennent simultanément l'information des trois canaux couleur de l'image [213].

Dans la section suivante, nous donnons des préliminaires sur la représentation quaternaire des images couleurs et les transformées correspondantes.

4. Transformées quaternaires des images couleurs

L'utilisation accrue d'appareils équipés de caméras dans la vie quotidienne tels que les ordinateurs, les téléphones portables, les tablettes, etc. a déclenché le besoin d'un traitement efficace des images couleurs. Dans la pratique, le traitement classique d'une image couleur consiste à calculer la transformée (DWT, DCT, ou transformées moments) de chaque canal de couleur séparément [214], [215] et les coefficients résultants des transformées sont utilisés comme 3 ensembles à des fins d'analyse et de reconnaissance de formes. Cependant, cette approche présente les inconvénients d'appliquer le processus de calcul trois fois, en ajoutant un temps supplémentaire important et les informations de couleur ne sont pas décrites de manière compacte et holistique via un seul vecteur/matrice caractéristique. Une autre approche similaire consiste à appliquer d'abord une transformation d'espace colorimétrique (RVB en HSV) afin d'isoler les informations de couleur dans un seul canal où la transformée est calculée. Dans ce cas, les informations utiles autres que les couleurs peuvent être écartées. Afin de surmonter ces problèmes, les transformées quaternaires ont été développées pour l'analyse des images couleurs [213].

4.1 Histoire des transformées quaternaires

Au cours des deux dernières décennies, la perspective d'appliquer l'analyse des quaternions (une généralisation de l'analyse complexe) afin de décrire les informations de couleur d'une image de manière compacte a été promue. Selon l'analyse des quaternions, chaque pixel de l'image couleur est représenté par un nombre de quatre dimensions appelé quaternion.

Ell et Sangwine sont parmi les premiers qui associent les images couleurs aux transformées quaternaires. Ils ont introduit dans [216], [217], [218] la transformée de Fourier quaternaire (QFT) afin de généraliser la transformée de Fourier complexe pour les images couleurs. Par la suite, plusieurs transformées quaternaires dans le domaine fréquentiel ont été proposées à savoir : la transformée de Fourier discrète quaternaire (QDFT) [219], la transformée en cosinus discrète quaternaire (QDCT) [220], la transformée en ondelettes quaternaire (QWT) [221], la transformée en ondelettes discrète quaternaire (QDWT) [222].

Quant aux transformées moments, les premiers moments quaternaires introduits étaient les moments de Fourier-Mellin quaternaires proposés par Guo et Zhu [223] en 2011. Après la première introduction des moments quaternaires, les moments quaternaires de Zernike et ses invariants [224] et les moments quaternaires de Bessel-Fourier [225] ont été proposés. L'auteur et ses collègues dans [226] ont développé une méthodologie unifiée pour produire des moments quaternaires et ses invariants pour différentes bases polynomiales, en donnant aux scientifiques la possibilité de dériver les moments quaternaires les plus appropriés à leurs applications.

Ces dernières années, les transformées quaternaires ont été de plus en plus utilisées dans le domaine du traitement d'images couleurs à savoir le recalage d'images couleurs [223], la classification des objets couleurs [227], [226], [224], la reconstruction des images couleurs [226], la protection du droit d'auteur des images médicales couleurs [228], [229], l'analyse d'images stéréoscopiques couleurs [230], segmentation des textures couleurs [231], la segmentation des images couleurs [232]. L'avantage d'utiliser les quaternions pour représenter l'image couleur est que nous pouvons traiter l'image de manière holistique sans perdre d'informations couleurs, où une couleur peut être représentée et analysée comme une seule entité.

Bien que les transformées quaternaires orthogonales peuvent être classées en transformées continues et discrètes en fonction de leur fonction de base, la présentation suivante se limite aux transformées quaternaires orthogonales discrètes, à savoir les moments quaternaires orthogonaux discrets car la fonction de base de ces moments est orthogonale et discrète, et par conséquent, ces moments ne souffrent pas d'erreurs de discrétisation et d'approximation comme nous avons mentionné dans la section I.3.4. De plus, nous nous intéressons ici aux moments quaternaires radiaux car ils sont caractérisés par une grande capacité de reconstruction d'image et une invariance à la rotation peut être facilement obtenue.

4.2 Les quaternions

Les quaternions sont des nombres hypercomplexes, constituant une extension des nombres complexes, extension similaire à celle qui avait conduit des nombres réels aux nombres complexes. Les quaternions ont été introduits par le mathématicien irlandais William Rowan Hamilton en 1843 [233]. Ces dernières années, les quaternions ont été de

plus en plus utilisés dans le traitement des images couleurs. Un quaternion q peut être écrit sous une forme hypercomplexe comme suit :

$$q = a + b\boldsymbol{i} + c\,\boldsymbol{j} + d\boldsymbol{k} \tag{I.89}$$

avec a, b, c, d sont des nombres réels, et $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ sont trois opérateurs complexes satisfaisant les relations suivantes :

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{i}^2 = \boldsymbol{j}^2 = \boldsymbol{k}^2 = -1; \\ &\boldsymbol{ij} = \boldsymbol{k}; \quad \boldsymbol{ji} = -\boldsymbol{k}; \\ &\boldsymbol{jk} = \boldsymbol{i}; \quad \boldsymbol{kj} = -\boldsymbol{i}; \quad \boldsymbol{ki} = \boldsymbol{j}; \quad \boldsymbol{ik} = -\boldsymbol{j} \end{aligned} \tag{I.90}$$

Le nombre réel a, noté $\mathrm{Re}(q)$, représente la partie réelle (ou scalaire) de q. La partie $b\boldsymbol{i} + c\boldsymbol{j} + d\boldsymbol{k}$, notée $\mathrm{Im}(q)$, représente la partie imaginaire (ou vectorielle) de q. On peut donc écrire $q = \mathrm{Re}(q) + \mathrm{Im}(q)$.

Le conjugué q^* d'un quaternion q est défini par :

$$\begin{aligned} q^* &= \mathrm{Re}(q) - \mathrm{Im}(q) \\ &= a - b\boldsymbol{i} - c\,\boldsymbol{j} - d\boldsymbol{k} \end{aligned} \tag{I.91}$$

La norme $|q|$ d'un quaternion q est défini par

$$|q| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2} \tag{I.92}$$

Un quaternion avec $|q| = 1$ est un quaternion unitaire, et un quaternion avec $\mathrm{Re}(q) = 0$ est un quaternion pur.

La multiplication de deux quaternions quelconques q_1 et q_2 n'est pas commutative, c'est-à-dire $q_1 \times q_2 \neq q_2 \times q_1$, et la multiplication de leurs conjugués est commutative: $|q_1| \times |q_2| \neq |q_2| \times |q_1|$.

La formule d'Euler est valable pour les quaternions, c'est-à-dire pour $e^{\mu\phi} = \cos(\phi) + \mu\sin(\phi)$. On a aussi : $|e^{\mu\phi}| = 1$. Le quaternion q peut être représenté sous forme polaire : $q = |q|e^{\mu\phi}$, où μ et ϕ sont appelés respectivement axe propre et angle propre. μ et ϕ sont calculés par : $\mu = \mathrm{Im}(q)/|\mathrm{Im}(q)|$, $\phi = \arctan(\mathrm{Re}(q)/|\mathrm{Im}(q)|)$. Une discussion plus complète sur les propriétés des quaternions peut être trouvée dans Ref. [216].

4.3 Représentation quaternaire d'une image couleur

Les premiers travaux proposant de coder les images couleurs en utilisant des quaternions ont été publiés par Sangwine [218]. Puisque une couleur ne contenant que

trois composantes dans l'espace RVB, cet auteur a proposé de la décrire sur la partie imaginaire d'un quaternion pur.

Soit f une image RVB de taille $N \times N$, la représentation quaternaire (QR) de cette image dans le système de coordonnées cartésiennes est donnée par :

$$f_q(x,y) = f_R(x,y)\boldsymbol{i} + f_G(x,y)\boldsymbol{j} + f_B(x,y)\boldsymbol{k} \tag{I.93}$$

avec $f_R(x,y)$, $f_G(x,y)$ et $f_B(x,y)$ respectivement les composantes rouge, verte et bleue du pixel de coordonnées (x,y).

La représentation quaternaire de cette image dans le système de coordonnées polaires est donnée par :

$$f_q(r,\theta_k) = f_R(r,\theta_k)\boldsymbol{i} + f_G(r,\theta_k)\boldsymbol{j} + f_B(r,\theta_k)\boldsymbol{k} \tag{I.94}$$

avec $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ sont des unités imaginaires qui satisfont aux conditions présentées dans l'équation I.90, (r,θ_k) sont des coordonnées polaires où le rayon *r* varie de 0 à $N/2$, et l'angle θ_k varie de 0 à 2π par l pas discrets, tels que $k = 0,1,2,...,l-1$. (x,y) sont les coordonnées cartésiennes où

$$x = \frac{rN}{(N-1)}\cos(\theta_k) + \frac{N}{2} \tag{I.95}$$

$$y = \frac{rN}{(N-1)}\sin(\theta_k) + \frac{N}{2} \tag{I.96}$$

4.4 Transformées quaternaires : moments orthogonaux discrets radiaux quaternaires

La fonction de base ($\text{kernel}_{n,m}(r;\theta_k)$) des moments orthogonaux discrets radiaux quaternaires (QRDOMs) comprend deux ensembles de fonctions distinctes : (1) polynômes orthogonaux discrets normalisés ($\tilde{P}_n(r;N)$), une fonction radiale, et (2) facteur exponentiel quaternaire ($e^{-\mu m\theta_k}$) où $\mu = (\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k})/\sqrt{3}$, une fonction circulaire. Ainsi, la multiplication de deux quaternions n'est pas commutative, par conséquent, les QRDOMs ont deux types différents (gauche et droit).

Soit $f(x,y)$ une image couleur de taille $N \times N$ définie dans le système de coordonnées cartésiennes, les QRDOMs de type gauche d'ordre $(n+m)$ de cette image couleur sont donnés par :

$$
\begin{aligned}
{}^{L}QM_{n,m} &= \frac{1}{l}\sum_{r=0}^{\lfloor N/2\rfloor-1}\sum_{k=0}^{l-1}\text{kernel}_{n,m}(r;\theta_k)\, f_q(r,\theta_k) \\
&= \frac{1}{l}\sum_{r=0}^{\lfloor N/2\rfloor-1}\sum_{k=0}^{l-1}\tilde{P}_n(r;N)\,\mathrm{e}^{-\mu m\theta_k}\, f_q(r,\theta_k)
\end{aligned}
\tag{I.97}
$$

Les QRDOMs de type droit d'ordre (n+m) de $f(x,y)$ sont donnés par :

$$
\begin{aligned}
{}^{R}QM_{n,m} &= \frac{1}{l}\sum_{r=0}^{\lfloor N/2\rfloor-1}\sum_{k=0}^{l-1} f_q(r,\theta_k)\text{kernel}_{n,m}(r;\theta_k) \\
&= \frac{1}{l}\sum_{r=0}^{\lfloor N/2\rfloor-1}\sum_{k=0}^{l-1} f_q(r,\theta_k)\tilde{P}_n(r;N)\,\mathrm{e}^{-\mu m\theta_k}
\end{aligned}
\tag{I.98}
$$

avec $\tilde{P}_n(r;N)$ est un polynôme orthogonal discrets normalisé d'ordre n. $f_q(r,\theta_k)$ est la représentation quaternaire de l'image couleur $f(r,\theta_k)$ définie dans le système de coordonnées polaires. (r,θ_k) sont les coordonnées polaires et l désigne le nombre maximal de pixels le long de la circonférence.

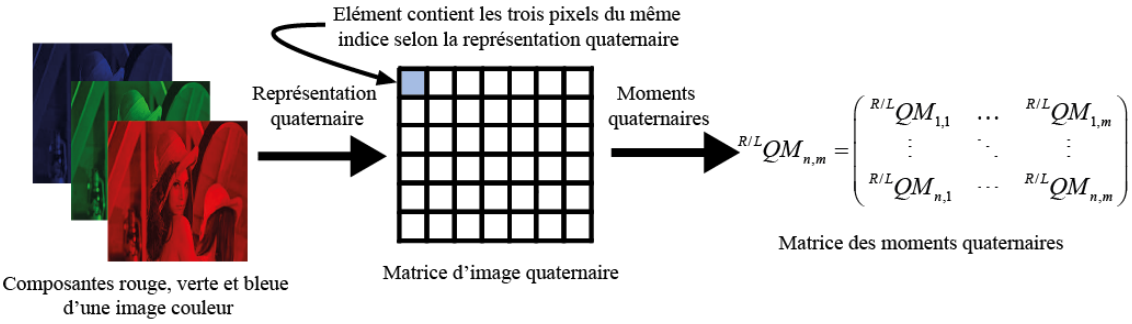


Figure I.6 : Extraction des caractéristiques d'une image couleurs en utilisant la transformée moments quaternaire.

4.5 Invariance à la rotation

Les QRDOMs restent inchangés sous la rotation de l'image couleur grâce à la partie angulaire de ces moments. En effet, sous une rotation des coordonnées selon l'angle α (qui est équivalent à une rotation de l'image par l'angle $-\alpha$), les QRDOMs de type droit sont modifiés comme suit :

$$
\begin{aligned}
{}^{R}QM_{n,m}{}^{*} &= \frac{1}{l}\sum_{r=0}^{\lfloor N/2\rfloor-1}\sum_{k=0}^{l-1} f_q(r,\theta_k+\alpha)\tilde{P}_n(r;N)\,\mathrm{e}^{-\mu m\theta_k} \\
&= \frac{1}{l}\sum_{r=0}^{\lfloor N/2\rfloor-1}\sum_{k=0}^{l-1} f_q(r,\theta_k)\tilde{P}_n(r;N)\,\mathrm{e}^{-\mu m(\theta_k+\alpha)} \\
&= {}^{R}QM_{n,m}\,\mathrm{e}^{-\mu m\alpha}
\end{aligned}
\tag{I.99}
$$

De même, les QRDOMs de type gauche sont modifiés comme suit :

$$ {}^{L}QM_{n,m}{}^{*} = \mathrm{e}^{-\mu m\alpha}\ {}^{L}QM_{n,m} \tag{I.100} $$

avec ${}^{R}QM_{n,m}{}^{*}$ et ${}^{L}QM_{n,m}{}^{*}$ sont les QRDOMs de type droit et de type gauche de l'image couleur après la rotation, respectivement.

D'après les équations suivantes, nous concluons que les magnitudes des QRDOMs sont invariantes par rapport à la rotation de l'image :

$$ \left|{}^{R}QM_{n,m}{}^{*}\right| = \left|{}^{R}QM_{n,m}\,\mathrm{e}^{-\mu m\alpha}\right| = \left|{}^{R}QM_{n,m}\right| \tag{I.101} $$

$$ \left|{}^{L}QM_{n,m}{}^{*}\right| = \left|\mathrm{e}^{-\mu m\alpha}\ {}^{L}QM_{n,m}\right| = \left|{}^{L}QM_{n,m}\right| \tag{I.102} $$

Malgré l'efficacité des transformées QRDOMs et toutes les transformées quaternaires existantes dans la littérature (QFT, QDFT, QDCT, QWT, QDCT, moments orthogonaux quaternaires continus, etc.) à représenter les images couleurs de manière compacte et holistique et à exploiter très bien les redondances entre les trois canaux d'une image couleur, elles présentent également un inconvénient. En effet, les transformées quaternaires ont été développées et appliquées pour les images planaires couleurs. Cependant, aucune transformée n'a été proposée pour décrire d'une manière compacte et holistique les images stéréoscopiques couleurs. Pour résoudre ce problème, nous avons proposé, dans le cadre de notre travail de thèse, une nouvelle famille de transformées, appelées transformées octonaires, pour la description des images stéréoscopiques en couleur. Dans la section suivante, nous présentons ces transformées.

5. Nouvelles Transformées octonaires pour les images stéréoscopiques couleurs (Yamni et al. [8], [9])

La vision stéréoscopique suscite l'intérêt de la communauté scientifique depuis de nombreuses années en raison de sa capacité à reconstruire une scène tridimensionnelle à partir d'un couple d'images bidimensionnelles. Le principe de la vision stéréo est basé sur les disparités entre les vues droite et gauche de l'image stéréoscopique. La combinaison de ces deux images donne la perception de la vision 3D [234], [235], [236]. Cette capacité a encouragé les scientifiques à utiliser la vision stéréo dans de nombreuses applications telles que la robotique, les simulateurs de vol, la navigation autonome, la surveillance militaire, la télévision 3D, les applications vidéo 3D, les machines virtuelles, la chirurgie médicale, les jeux vidéo et la reconnaissance d'objets en 3D [235], [236], [237], [238].

En raison de l'importance des images stéréoscopiques, divers travaux dans la littérature aborde l'extraction des caractéristiques de ce type d'image en utilisant diverses transformées mathématiques. Cependant, aucune transformation n'a été proposée pour

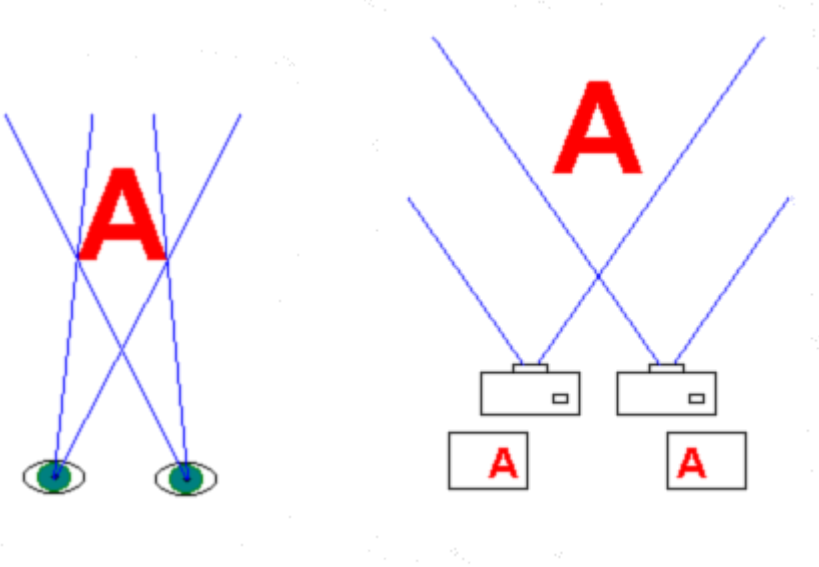
représenter les images stéréoscopiques couleurs d'une manière compacte et holistique. De plus, la plupart des transformées existantes dans la littérature ne prennent pas en compte la relation intrinsèque entre les vues gauche et droite d'une image stéréoscopique couleur, ce qui réduit les performances de ces transformées dans les applications où elles sont utilisées.

Dans cette section, nous présentons une nouvelle famille de moments proposée dans nos articles [8], [9] pour la description d'images stéréoscopiques couleurs, appelée moments octonaires. Ces nouveaux descripteurs sont basés sur la théorie des octonions et la théorie des moments, ils généralisent les moments classiques et les moments quaternaires. Les moments octonaires proposés, peuvent être utilisés pour n'importe quelle pile d'images à six couches, ce qui nous permet de les utiliser pour caractériser les images stéréoscopiques couleurs de manière efficace, compacte et holistique dans les directions de couleur intra et inter-canaux. De ce fait, les redondances entre les six canaux d'une image couleur stéréoscopique peuvent être bien exploitées.

5.1 Principe de la vision stéréoscopique

Nous avons tous à l'esprit que notre perception du relief est due au fait que nous avons deux yeux. En effet, lorsqu'on observe un objet (Figure I.7-(a)), chaque œil reçoit une image différente de cet objet de part sa position par rapport à lui. L'image reçue par l'œil gauche est donc légèrement décalée par rapport à celle reçue par l'œil droit, et c'est la combinaison de ces deux images par notre cerveau qui nous procure l'effet de relief.

C'est ce même principe qui est utilisé pour réaliser des images stéréoscopiques : le but est de prendre deux images simultanées d'un même objet mais décalées de gauche à droite pour obtenir une vue de chaque œil. La méthode de prise de vues stéréoscopiques est présentée dans Figure I.7-(b). En effet, une image stéréoscopique est réalisée par deux capteurs optiques prenant une même scène à partir de deux points de vue légèrement distants, mais impérativement à la même hauteur et à la même distance du premier plan. Ces deux vues peuvent alors être présentées au spectateur de manière que la vue gauche soit vue uniquement par l'œil gauche, et la vue droite par l'œil droit pour donner un effet de relief. La figure (Figure I.8) présente une image stéréoscopique couleur.



(a) (b)

Figure I.7 : Principe de la vision stéréoscopique ; (a) fonctionnent du système visuel humain, (b) Méthode de prise de vues stéréoscopiques.



(a) (b)

Figure I.8 : Exemple d'une image stéréoscopique ; (a) Vue gauche, (b) Vue droite.

5.2 Position du problème et la solution proposée

En vision par ordinateur, l'extraction des caractéristiques des images stéréoscopiques peut se faire par diverses transformées mathématiques. Les transformées présentées dans les sections précédentes, à savoir la DFT, la DWT, la DCT, la DTCWT, les transformées moments et les transformées quaternaires, peuvent être utilisées pour extraire et quantifier l'information intrinsèque contenue dans une image stéréoscopique.

Bien que le nombre de travaux publiés abordant l'extraction des caractéristiques des images stéréoscopiques en utilisant des transformées mathématique soit très important, un seul d'entre eux a été consacré particulièrement aux images stéréoscopiques. Wang et al. [239] ont proposé des moments harmoniques radiaux ternaires de Fourier (TRHFMs) comme transformée compacte pour la description de couples stéréooscopique en niveaux

de gris. Cependant, la représentation des images stéréoscopiques couleurs reste toujours un problème ouvert. En effet, les images stéréoscopiques couleurs (Figure I.8) sont composées de deux vues gauche et droite et chaque vue ayant 3 canaux de couleur (créant 6 canaux au total). Le traitement de ces images peut donc être effectué à l'aide des transformées mentionnés ci-dessus en calculant les coefficients de transformée de chaque canal séparément. Cette méthode n'est pas efficace et ne permet pas de produire une représentation compacte et holistique des images stéréoscopiques couleurs. En outre, cette méthode séparable ne permet pas de capturer la corrélation entre les canaux de couleur.

Dans cette section, nous présentons une nouvelle famille de moments proposée dans nos articles [8], [9] pour la description d'images stéréoscopiques couleurs, appelée moments octonaires. Ces nouveaux descripteurs sont basés sur la théorie des octonions et la théorie des moments, ils généralisent les moments classiques (présentés dans la section I.3) et les moments quaternaires (présentés dans la section I.4). Les moments octonaires proposés, peuvent être utilisés pour n'importe quelle pile d'images à six couches, ce qui nous permet de les utiliser pour caractériser les images stéréoscopiques couleurs de manière efficace, compacte et holistique dans les directions de couleur intra et inter-canaux. De ce fait, les redondances entre les six canaux d'une image couleur stéréoscopique peuvent être bien exploitées.

Le premier type de cette famille est les moments radiaux octonaires de Tchebichef (ORTMs) proposé dans notre article [8]. Ils sont définis comme combinaison des polynômes radiaux de Tchebichef comme fonction radiale et une fonction circulaire construite à partir des octonions purs unitaires. Après la première introduction des moments octonaires, Wang et al. [240] ont proposé les moments orthogonaux continus octonaires (OCOMs) en se basant sur les polynômes orthogonaux continus et la théorie d'octonions. Puis, nous avons proposé dans [9], un nouveau type de moments octonaires appelés moments octonaires de Hahn, basés sur la théorie des octonions et les polynômes de Hahn orthogonaux discrets. Ces derniers sont naturellement définis dans le système de coordonnées cartésiennes, ce qui permet d'introduire deux types de moments octonaires de Hahn : (i) les moments octonaires cartésiens de Hahn (OCHMs), et (ii) les moments octonaires radiaux de Hahn (ORHMs), qui sont définis dans le système de coordonnées polaires.

Les moments octonaires ont été appliqués au tatouage zéro-bit des images stéréoscopiques couleurs [8], [240], au cryptage des images stéréoscopiques couleurs [9], et testés pour la reconstruction des images stéréoscopiques couleurs [8], [240].

Les moments octonaires proposés (ORTMs, ORHMs, OCHMs) sont définis directement dans le domaine discret contrairement aux moments octonaires continus OCOMs qui souffrent d'erreurs de discrétisation, car les intégrales sont remplacées par des sommations pendant le processus de calcul. Par conséquent, l'erreur d'intégration numérique causée par la méthode de calcul de Wang et al. affecte la précision des OCOM [240].

Dans cette section, nous présentons d'abord brièvement la théorie des octonions, puis les moments octonaires proposés pour les images stéréoscopiques couleurs.

5.3 Les octonions

Les octonions (également connus sous le nom des octaves) ont été découverts en 1843 par *John T. Graves*. Ils furent découverts indépendamment par *Arthur Cayley*, qui publia le premier article sur le sujet en 1845 [241]. Les octonions ont attiré l'attention des scientifiques en raison de leurs nombreuses applications en géométrie [242], en physique [243] et en traitement du signal [244], [245]. Ces dernières années, ils ont également été appliqués avec succès dans le domaine des réseaux neuronaux [246], [247], [248].

Les octonions ($\mathbb{O}$) sont une sorte de nombres qui s'inscrit logiquement après les nombres réels ($\mathbb{R}$), les complexes ($\mathbb{C}$) et les quaternions ($\mathbb{H}$). L'octonion est un objet de 8 dimensions, c'est-à-dire qu'il a huit coordonnées. Un octonion χ se compose généralement d'une partie réelle et de sept parties imaginaires sous la forme suivante :

$$\chi = \chi_0 + \chi_1 \boldsymbol{i} + \chi_2 \boldsymbol{j} + \chi_3 \boldsymbol{k} + \chi_4 \boldsymbol{\ell} + \chi_5 \boldsymbol{i\ell} + \chi_6 \boldsymbol{j\ell} + \chi_7 \boldsymbol{k\ell} \tag{I.103}$$

avec $\chi_i, (i = 0,1,..,7)$ sont des coefficients réels, et $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}, \boldsymbol{\ell}, \boldsymbol{i\ell}, \boldsymbol{j\ell}, \boldsymbol{k\ell}$ sont des unités imaginaires pures.

Un octonion χ est la composition d'une partie réelle et d'une partie imaginaire : $\chi = \mathrm{Re}(\chi) + \mathrm{Im}(\chi)$, où

$$\mathrm{Re}(\chi) = \chi_0 \tag{I.104}$$

$$\mathrm{Im}(\chi) = \chi_1 \boldsymbol{i} + \chi_2 \boldsymbol{j} + \chi_3 \boldsymbol{k} + \chi_4 \boldsymbol{\ell} + \chi_5 \boldsymbol{i\ell} + \chi_6 \boldsymbol{j\ell} + \chi_7 \boldsymbol{k\ell} \tag{I.105}$$

Le conjugué $\overline{\chi}$ d'un octonion χ est défini par :

$$\begin{aligned} \overline{\chi} &= \mathrm{Re}(\chi) - \mathrm{Im}(\chi) \\ &= \chi_0 - \chi_1 \boldsymbol{i} - \chi_2 \boldsymbol{j} - \chi_3 \boldsymbol{k} - \chi_4 \boldsymbol{\ell} - \chi_5 \boldsymbol{i\ell} - \chi_6 \boldsymbol{j\ell} - \chi_7 \boldsymbol{k\ell} \end{aligned} \tag{I.106}$$

et son module $|\chi|$ est défini comme suit

$$|\chi| = \sqrt{\mathrm{Re}(\chi)^2 + \mathrm{Im}(\chi)^2} = \sqrt{\chi_0^{\,2} + \chi_1^{\,2} + \chi_2^{\,2} + \chi_3^{\,2} + \chi_4^{\,2} + \chi_5^{\,2} + \chi_6^{\,2} + \chi_7^{\,2}} \quad \text{(I.107)}$$

Si un octonion χ a une partie scalaire nulle $(\chi_0 = 0)$, alors χ est un octonion pur, et si un octonion pur χ a une norme unitaire $(|\chi| = 1)$, alors χ est un octonion unitaire imaginaire pur.

La multiplication des octonions est complètement déterminée par le tableau de multiplication (Tableau I.3). Ce tableau décrit le résultat de la multiplication de l'élément de la $i^{\text{ème}}$ ligne par l'élément de la $j^{\text{éme}}$ colonne de la base $1, \boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}, \boldsymbol{\ell}, \boldsymbol{i\ell}, \boldsymbol{j\ell}, \boldsymbol{k\ell}$. La ligne du tableau donne le symbole de gauche à multiplier et la colonne du tableau donne le symbole de droit. On peut facilement tirer à partir du tableau I.3 que $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}, \boldsymbol{\ell}, \boldsymbol{i\ell}, \boldsymbol{j\ell}, \boldsymbol{k\ell}$ sont des racines carrées de -1, et que la multiplication des octonions n'est pas associative, mais elle est alternative c-à-d. $\chi.(\chi.\chi') = (\chi.\chi).\chi'$, $\chi.(\chi'.\chi) = (\chi.\chi').\chi$ et $\chi'.(\chi.\chi) = (\chi'.\chi).\chi$ (où χ et χ' sont des octonions).

Tableau I.3. Tableau de multiplication des octonions.

×	1	$\boldsymbol{i}$	$\boldsymbol{j}$	$\boldsymbol{k}$	$\boldsymbol{\ell}$	$\boldsymbol{i\ell}$	$\boldsymbol{j\ell}$	$\boldsymbol{k\ell}$
1	1	$\boldsymbol{i}$	$\boldsymbol{j}$	$\boldsymbol{k}$	$\boldsymbol{\ell}$	$\boldsymbol{i\ell}$	$\boldsymbol{j\ell}$	$\boldsymbol{k\ell}$
$\boldsymbol{i}$	$\boldsymbol{i}$	−1	$\boldsymbol{k}$	$-\boldsymbol{j}$	$\boldsymbol{i\ell}$	$-\boldsymbol{\ell}$	$-\boldsymbol{k\ell}$	$\boldsymbol{j\ell}$
$\boldsymbol{j}$	$\boldsymbol{j}$	$-\boldsymbol{k}$	−1	$\boldsymbol{i}$	$\boldsymbol{j\ell}$	$\boldsymbol{k\ell}$	$-\boldsymbol{\ell}$	$-\boldsymbol{i\ell}$
$\boldsymbol{k}$	$\boldsymbol{k}$	$\boldsymbol{j}$	$-\boldsymbol{i}$	−1	$\boldsymbol{k\ell}$	$-\boldsymbol{j\ell}$	$\boldsymbol{i\ell}$	$-\boldsymbol{\ell}$
$\boldsymbol{\ell}$	$\boldsymbol{\ell}$	$-\boldsymbol{i\ell}$	$-\boldsymbol{j\ell}$	$-\boldsymbol{k\ell}$	−1	$\boldsymbol{i}$	$\boldsymbol{j}$	$\boldsymbol{k}$
$\boldsymbol{i\ell}$	$\boldsymbol{i\ell}$	$\boldsymbol{\ell}$	$-\boldsymbol{k\ell}$	$\boldsymbol{j\ell}$	$-\boldsymbol{i}$	−1	$-\boldsymbol{k}$	$\boldsymbol{j}$
$\boldsymbol{j\ell}$	$\boldsymbol{j\ell}$	$\boldsymbol{k\ell}$	$\boldsymbol{\ell}$	$-\boldsymbol{i\ell}$	$-\boldsymbol{j}$	$\boldsymbol{k}$	−1	$-\boldsymbol{i}$
$\boldsymbol{k\ell}$	$\boldsymbol{k\ell}$	$-\boldsymbol{j\ell}$	$\boldsymbol{i\ell}$	$\boldsymbol{\ell}$	$-\boldsymbol{k}$	$-\boldsymbol{j}$	$\boldsymbol{i}$	−1

En utilisant le tableau de multiplication des octonions ci-dessus et l'équation I.104, nous pouvons déduire que pour deux octonions χ et χ' quelconques, nous avons :

$$\overline{\chi.\chi'} = \overline{\chi'}.\overline{\chi} \quad \text{(I.108)}$$

5.4 Représentation octonaire d'une image stéréoscopique couleur

Le premier travail proposant de coder les images couleurs stéréoscopiques en utilisant les octonions a été publié dans notre article [8]. Dans ce travail, nous avons proposé de

représenter une image stéréoscopique couleur de manière holistique et compacte en codant leurs six canaux dans les parties imaginaires d'un octonion pur.

En effet, soit $f(x,y)$ une image stéréoscopique couleur de taille $N \times N$, et ${}^{R}f(x,y)$ sa vue droite, et ${}^{L}f(x,y)$ sa vue gauche, la représentation octonaire (OR) de cette image dans le système de coordonnées cartésiennes est donnée par :

$$\begin{aligned} f_O(x,y) = 0 &+ {}^{R}f_R(x,y)\boldsymbol{i} + {}^{R}f_G(x,y)\boldsymbol{j} + {}^{R}f_B(x,y)\boldsymbol{k} \\ &+ {}^{L}f_R(x,y)\boldsymbol{\ell} + {}^{L}f_G(x,y)\boldsymbol{i\ell} + {}^{L}f_B(x,y)\boldsymbol{j\ell} + 0\boldsymbol{k\ell} \end{aligned} \tag{I.109}$$

avec ${}^{R}f_R(x,y)$, ${}^{R}f_G(x,y)$, et ${}^{R}f_B(x,y)$ représentent respectivement les composantes rouge, verte et bleue du pixel de coordonnées (x,y) de la vue droite ${}^{R}f(x,y)$, et ${}^{L}f_R(x,y)$, ${}^{L}f_G(x,y)$, et ${}^{L}f_B(x,y)$ celles de la vue gauche ${}^{L}f(x,y)$, respectivement.

La représentation octonaire (OR) de cette image dans le système de coordonnées polaires est donnée par :

$$\begin{aligned} f_O(r,\theta_\lambda) = 0 &+ {}^{R}f_R(r,\theta_\lambda)\boldsymbol{i} + {}^{R}f_G(r,\theta_\lambda)\boldsymbol{j} + {}^{R}f_B(r,\theta_\lambda)\boldsymbol{k} \\ &+ {}^{L}f_R(r,\theta_\lambda)\boldsymbol{\ell} + {}^{L}f_G(r,\theta_\lambda)\boldsymbol{i\ell} + {}^{L}f_B(r,\theta_\lambda)\boldsymbol{j\ell} + 0\boldsymbol{k\ell} \end{aligned} \tag{I.110}$$

avec $\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k},\boldsymbol{\ell},\boldsymbol{i\ell},\boldsymbol{j\ell},\boldsymbol{k\ell}$ sont des unités imaginaires qui satisfont aux conditions présentées dans le tableau I.3, (r,θ_λ) sont des coordonnées polaires où le rayon *r* varie de 0 à $N/2$, et l'angle θ_λ varie de 0 à 2π par s pas discrets, tels que $\theta_\lambda = 2\pi\lambda/s$, $\lambda = 0,1,2,...,s-1$. (x,y) sont des coordonnées cartésiennes où

$$x = \frac{rN}{(N-1)}\cos(\theta_\lambda) + \frac{N}{2} \tag{I.111}$$

$$y = \frac{rN}{(N-1)}\sin(\theta_\lambda) + \frac{N}{2} \tag{I.112}$$

5.5 Transformées octonaires pour les images stéréoscopiques couleurs

Sur la base de la théorie d'octonions et des moments, nous présentons une nouvelle transformée appelée moments octonaires, qui est utile pour représenter et caractériser les images stéréoscopiques couleurs (qui a deux vues couleur gauche et droite) de manière holistique et compacte.

Ces moments sont orthogonaux discrets où les fonctions de base sont naturellement définies dans le système cartésien, ce qui permet alors de définir deux types de moments octonaires : les moments octonaires dans le système cartésien et dans le système polaire, qui sont nommés respectivement comme moments octonaires cartésiens et moments

octonaires radiaux. Le premier type peut être utilisé pour l'analyse des images stéréoscopiques couleurs dans des applications qui nécessitent fondamentalement la propriété d'orthogonalité et la nature discrète native de la transformée comme la reconstruction et le cryptage des images stéréoscopiques couleurs où une qualité de reconstruction d'image parfaite est nécessaire. Alors que le second type peut être utilisé dans des applications qui nécessitent une invariance de rotation comme la protection des droits d'auteurs des images stéréoscopiques couleurs où la propriété d'invariance de rotation est requise. La description détaillée de la procédure suivie pour introduire ces descripteurs est donnée ci-dessous.

5.5.1 Moments octonaires dans le système de coordonnées cartésiennes : moments octonaires cartésiens

Les moments octonaires cartésiens sont définis en projetant une image stéréoscopique couleur sur un ensemble de polynômes orthogonaux discrets normalisés et un octonion pur unitaire. Puisque la multiplication des octonions n'est pas associative comme indiqué précédemment, les moments octonaires cartésiens ont deux types différents : gauche et droit.

Soit $f(x,y)$ une image stéréoscopique couleur de taille $N \times N$ définie dans le système de coordonnées cartésiennes, les moments octonaires de type droit d'ordre $(n+m)$ de cette image sont donnés par :

$$ {}^{R}OCM_{n,m} = \sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} \tilde{P}_n(x)\tilde{P}_m(y) f_O(x,y)\mu \quad n,m = 0,1,2,....,N-1 \tag{I.113} $$

Les moments octonaires de type gauche d'ordre $(n+m)$ de cette image sont donnés par :

$$ {}^{L}OCM_{n,m} = \sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} \mu\tilde{P}_n(x)\tilde{P}_m(y) f_O(x,y) \quad n,m = 0,1,2,....,N-1 \tag{I.114} $$

avec μ est un octonion unitaire pur (c'est-à-dire $|\mu|=1$ et $\text{Real}(\mu)=0$) tel que $\mu = \left(\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}+\boldsymbol{\ell}+\boldsymbol{i\ell}+\boldsymbol{j\ell}+\boldsymbol{k\ell}\right)/\sqrt{7}$; $f_O(x,y)$ avec $x,y = 0,1,2,....,N-1$ est la représentation octonaire de l'image stéréoscopique couleur $f(x,y)$ définie dans le système de coordonnées cartésiennes (Eq. I.109) ; $\tilde{P}_n(x)\tilde{P}_m(y)$ sont des polynômes orthogonaux discrets normalisées d'ordre *n* et *m*, respectivement, qui sont utilisés comme fonctions de base des moments octonaires.

Les deux types des moments octonaires cartésiens (Eq. I.113 et Eq. I.114) sont formées en plaçant l'octonion unitaire pur μ sur les côtés droit et gauche de l'image stéréoscopique couleur octonaire $f_O(x,y)$.

La relation entre les moments octonaires cartésiens et les moments classiques cartésiens pour un seul canal de l'image stéréoscopique couleur est donnée dans notre article [9].

L'image originale octonaire définie dans un système de coordonnées cartésiennes $f_O(x,y)$ peut être reconstruite à partir de ses moments de droit ou de gauche comme suit :

$$f_O(x,y)=\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{m=0}^{N-1} {}^{R}OCM_{n,m}\tilde{P}_n(x)\tilde{P}_m(y)\mu \tag{I.115}$$

$$f_O(x,y)=\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{m=0}^{N-1} \mu\tilde{P}_n(x)\tilde{P}_m(y){}^{L}OCM_{n,m} \tag{I.116}$$

Selon les fonctions de base utilisées, nous obtenons différents types de moments octonaires cartésiens. Dans notre article [9], nous avons choisi les deux polynômes $\{\tilde{P}_n(x)\tilde{P}_m(y)\}$ comme des polynômes de Hahn $\tilde{h}_n^{(a,b)}(x;N)\tilde{h}_m^{(a,b)}(y;N)$ (Section I.3.4.3) afin d'obtenir les moments octonaires cartésiens de Hahn (OCHMs). Ces derniers ont été appliqués au cryptage des images stéréoscopiques couleurs [9].

5.5.2 Moments octonaires dans le système de coordonnées polaires : moments octonaires radiaux

La fonction de base de moments octonaires radiaux $\text{kernel}_{n,m}(r;\theta_\lambda)$ comprend deux ensembles de fonctions distinctes : (1) des polynômes orthogonaux discrets normalisés $\tilde{P}_n(r;N)$, une fonction radiale, et (2) un facteur exponentiel octonaire $e^{-\mu m\theta_\lambda}$ où $\mu=(\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}+\ell+\boldsymbol{i}\ell+\boldsymbol{j}\ell+\boldsymbol{k}\ell)/\sqrt{7}$, une fonction circulaire. Ainsi, la multiplication de deux octonions n'est pas associative, par conséquent, les moments octonaires radiaux ont deux types différents (gauche et droit).

Considérons une image stéréo couleur $f(x,y)$ de taille $N\times N$; les moments octonaires radiaux de cette image peuvent être définis comme suit :

$${}^{R}ORM_{n,m}=\frac{1}{\ell}\sum_{r=0}^{\lfloor N/2\rfloor-1}\sum_{\lambda=0}^{\ell-1} f_O(r,\theta_\lambda)\tilde{P}_n(r;N)e^{-\mu m\theta_\lambda} \tag{I.117}$$

$${}^{L}ORM_{n,m}=\frac{1}{\ell}\sum_{r=0}^{\lfloor N/2\rfloor-1}\sum_{\lambda=0}^{\ell-1} \tilde{P}_n(r;N)e^{-\mu m\theta_\lambda} f_O(r,\theta_\lambda) \tag{I.118}$$

où ${}^{R}ORM_{n,m}$ et ${}^{L}ORM_{n,m}$ sont les moments octonaires radiaux de type droit et gauche, respectivement ; $(n+m)$ est l'ordre de ces moments;

$\mu = \left(\boldsymbol{i} + \boldsymbol{j} + \boldsymbol{k} + \ell + \boldsymbol{i}\ell + \boldsymbol{j}\ell + \boldsymbol{k}\ell\right)/\sqrt{7}$ est un nombre d'octonion unitaire pur ; $\tilde{P}_n(r;N)$ sont des polynômes orthogonaux discrets radiaux d'ordre *n* ; $f_O(r,\theta_\lambda)$ avec $r \in \left[0, N/2\right]$ et $\theta_\lambda \in \left[0, 2\pi\right]$ est une image stéréoscopique couleur octonaire représentée dans le système de coordonnées polaires (Eq. I.110) ; l'angle $\theta_\lambda \in \left[0, 2\pi\right]$ est défini par $\theta_\lambda = 2\pi\lambda / \ell$, avec ℓ désigne le nombre maximum de pixels le long de la circonférence.

Les deux types dans les équations I.117 et I.118 sont obtenus en plaçant le facteur exponentiel octonaire $e^{-\mu m\theta_\lambda}$ sur le côté droit et le côté gauche de l'image stéréoscopique octonaire $f_O(r,\theta_\lambda)$.

L'image stéréoscopique couleur originale $f_O(r,\theta_\lambda)$ peut être reconstruite par ses moments octonaires radiaux de droit ou de gauche comme suit :

$$f_O(r,\theta_\lambda) = \sum_{n=0}^{n_{\max}} \sum_{m=0}^{m_{\max}} {}^{R}ORM_{n,m}\tilde{P}_n(r;N)e^{\mu m\theta_\lambda} \tag{I.119}$$

$$f_O(r,\theta_\lambda) = \sum_{n=0}^{n_{\max}} \sum_{m=0}^{m_{\max}} \tilde{P}_n(r;N)e^{\mu m\theta_\lambda}\, {}^{L}ORM_{n,m} \tag{I.120}$$

Les moments octonaires radiaux restent inchangés sous la rotation de l'image stéréoscopique couleur grâce à la partie angulaire de ces moments. En effet, soit $f^{rot}(r,\theta_\lambda)$ la version pivotée de l'image stéréoscopique couleur $f(r,\theta_\lambda)$ selon l'angle $\alpha \in [0°, 360°]$. La relation entre leurs moments octonaires radiaux de type droit est la suivante :

$$\begin{aligned} {}^{R}ORM_{n,m}(f^{rot}) &= \frac{1}{\ell}\sum_{r=0}^{\lfloor N/2\rfloor-1}\sum_{\lambda=0}^{\ell-1} f_O(r,\theta_\lambda+\alpha)\tilde{P}_n(r;N)e^{-\mu m\theta_\lambda} \\ &= \frac{1}{\ell}\sum_{r=0}^{\lfloor N/2\rfloor-1}\sum_{\lambda=0}^{\ell-1} f_O(r,\theta_\lambda)\tilde{P}_n(r;N)e^{-\mu m(\theta_\lambda+\alpha)} \\ &= {}^{R}ORM_{n,m}(f)e^{-\mu m\alpha} \end{aligned} \tag{I.121}$$

De même, pour leurs moments octonaires radiaux de type gauche, nous avons :

$${}^{L}ORM_{n,m}(f^{rot}) = e^{-\mu m\alpha}\, {}^{L}ORM_{n,m}(f) \tag{I.122}$$

On sait d'après les équations I.121 et I.122 que :

$$|{}^{R}ORM_{n,m}(f^{rot})| = |{}^{R}ORM_{n,m}(f)e^{-\mu m\alpha}| = |{}^{R}ORM_{n,m}(f)||e^{-\mu m\alpha}| = |{}^{R}ORM_{n,m}(f)| \quad \text{(I.123)}$$

$$|{}^{L}ORM_{n,m}(f^{rot})| = |e^{-\mu m\alpha}\,{}^{L}ORM_{n,m}(f)| = |e^{-\mu m\alpha}||{}^{L}ORM_{n,m}(f)| = |{}^{L}ORM_{n,m}(f)| \quad \text{(I.124)}$$

Par conséquent, les amplitudes des moments octonaires radiaux sont invariantes à la rotation de l'image stéréoscopique.

La relation entre les moments octonaires radiaux et les moments classiques radiaux pour un seul canal de l'image stéréoscopique couleur est donnée dans notre article [9].

En utilisant les moments octonaires, l'image stéréoscopique couleur peut être traitée directement comme un seul champ vectoriel où chaque coefficient de ces moments contient simultanément les informations de couleur des vues gauche et droite (Figure I.9). Ces descripteurs peuvent capturer les caractéristiques de l'image couleur stéréoscopique dans les directions intra et inter-canal en manipulant les six différents canaux de couleur de manière compacte et holistique.

En fonction de la fonction radiale utilisée $\tilde{P}_n(r;N)$, on obtient différents types de moments octonaires radiaux. Dans notre article [8], la fonction radiale est choisie comme polynômes de Tchebichef pour obtenir des moments octonaires radiaux de Tchebichef (ORTMs). Alors que dans notre article [9], elle est choisie comme polynômes de Hahn pour obtenir des moments octonaires radiaux de Hahn (ORHMs).

Les moments octonaires radiaux proposés ont été appliqués au tatouage global [8] et local [9] d'image stéréoscopique couleur, et testés pour la reconstruction des images stéréoscopiques couleurs [8].

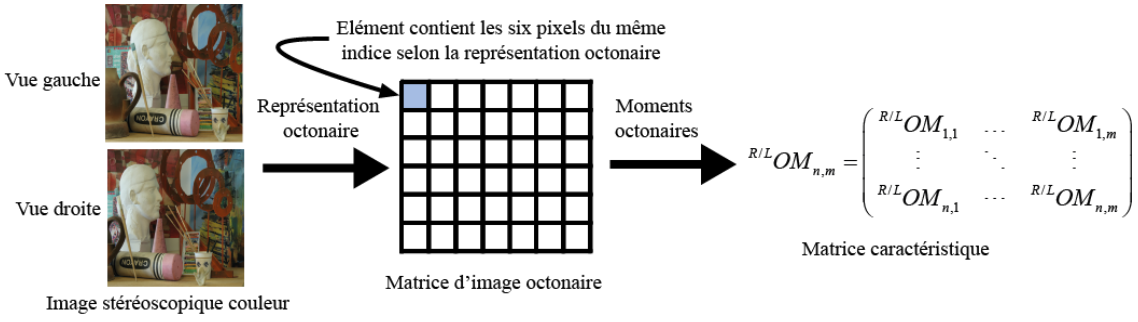


Figure I.9 : Représentation d'image stéréoscopique couleur en utilisant la transformée octonaire proposée.

6. Nouvelle Transformée octonaire pour des images multiples (Yamni et al. [10])

Les transformées octonaires présentées dans la section précédente à savoir les OCHMs, ORTMs, et ORHMs peuvent être utilisées pour traiter une image stéréoscopique couleur de manière holistique sans perdre d'informations couleurs où chaque coefficient de ces transformées contient les informations de couleur des vues stéréoscopique droite et gauche. Cependant, ces transformées ont été définies uniquement pour les images stéréoscopiques en couleur, c'est-à-dire pour les images à six couches du même objet.

Récemment, nous avons proposé dans [10] une nouvelle transformée octonaire qui permet d'extraire, d'une manière compacte et holistique, des caractéristiques globales d'un ensemble de sept images différentes, appelée les moments octonaires de Krawtchouk (OKMs). Par conséquent, Cette transformée moments généralise les transformées octonaires ORTM, OCHMs, ORHMs proposées et la transformée OCOMs [240].

Dans cette section, nous présentons la définition de la transformée (OKMs) pour un ensemble de sept images en niveaux de gris.

Dans [10], nous avons utilisé d'abord l'algèbre des octonions pour définir une représentation compacte et holistique d'un ensemble de sept images en niveaux de gris appelée la représentation octonaire (OR).

Définition 1. Soient $I_1(x,y), I_2(x,y), I_3(x,y), I_4(x,y), I_5(x,y), I_6(x,y)$ et $I_7(x,y)$, représentent un ensemble de sept images en niveaux de gris de taille $M \times M$, la représentation octonaire (OR) de ces images dans le système de coordonnées cartésiennes est donnée par :

$$\begin{aligned} I_O(x,y) &= 0 + I_1(x,y)\boldsymbol{i} + I_2(x,y)\boldsymbol{j} + I_3(x,y)\boldsymbol{k} + I_4(x,y)\ell \\ &+ I_5(x,y)\boldsymbol{i}\ell + I_6(x,y)\boldsymbol{j}\ell + I_7(x,y)\boldsymbol{k}\ell \end{aligned} \tag{I.125}$$

La représentation octonaire de ces images dans le système de coordonnées polaires est donnée par

$$\begin{aligned} I_O(r,\theta_\lambda) &= 0 + I_1(r,\theta_\lambda)\boldsymbol{i} + I_2(r,\theta_\lambda)\boldsymbol{j} + I_3(r,\theta_\lambda)\boldsymbol{k} + I_4(r,\theta_\lambda)\ell \\ &+ I_5(r,\theta_\lambda)\boldsymbol{i}\ell + I_6(r,\theta_\lambda)\boldsymbol{j}\ell + I_7(r,\theta_\lambda)\boldsymbol{k}\ell \end{aligned} \tag{I.126}$$

où $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}, \ell, \boldsymbol{i}\ell, \boldsymbol{j}\ell, \boldsymbol{k}\ell$ sont des unités imaginaires satisfaisant aux conditions présentées dans le tableau I.3, (r,θ_λ) sont les coordonnées polaires où le rayon *r* varie de 0 à $M/2$, et l'angle θ_λ varie de 0 à 2π en S étapes discrètes, de sorte que $\theta_\lambda = 2\pi\lambda / s$, $\lambda = 0,1,2,..., s-1$. (x,y) sont les coordonnées cartésiennes où

$$x = \frac{rM}{(M-1)}\cos(\theta_\lambda) + \frac{M}{2} \tag{I.127}$$

$$y = \frac{rM}{(M-1)}\sin(\theta_\lambda) + \frac{M}{2} \tag{I.128}$$

Ensuite, nous avons utilisé cette représentation et la théorie des moments pour définir un nouveau descripteur, qui peut caractériser simultanément un ensemble de sept images différentes, appelées moments octonaires de Krawtchouk (OKMs).

La fonction de base de ces moments comprend deux ensembles de fonctions distinctes : (1) polynômes de Krawtchouk normalisés $K_q(r; p_1, M)$, une fonction radiale, et (2) un facteur exponentiel d'octonion $e^{-\omega p\theta_\lambda}$, une fonction d'octonion circulaire. Ainsi, la multiplication de deux octonions n'est pas associative, par conséquent, les OKMs ont deux types différents : gauche et droit.

Définition 2. Soit $I_O(r,\theta_\lambda)$ représente une image octonaire définie dans le système de coordonnées polaires (Eq. I.126), les moments octonaires de Krawtchouk de type gauche d'ordre $(q+p)$ de $I_O(r,\theta_\lambda)$ sont donnés par

$$OM_L[I_o](q,p) = \frac{1}{s}\sum_{r=0}^{\lfloor M/2\rfloor-1}\sum_{\lambda=0}^{s-1} K_q(r; p_1, M)e^{-\omega p\theta_\lambda} I_O(r,\theta_\lambda) \tag{I.129}$$

Les moments octonaires de Krawtchouk de type droit d'ordre $(q+p)$ de $I_O(r,\theta_\lambda)$ sont donnés par

$$OM_R[I_o](q,p) = \frac{1}{s}\sum_{r=0}^{\lfloor M/2\rfloor-1}\sum_{\lambda=0}^{s-1} I_O(r,\theta_\lambda)K_q(r; p_1, M)e^{-\omega p\theta_\lambda} \tag{I.130}$$

où $K_q(r; p_1, M)$ est les polynômes radiaux de Krawtchouk d'ordre q; ω avec $\omega = \left(\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}+\ell+\boldsymbol{i}\ell+\boldsymbol{j}\ell+\boldsymbol{k}\ell\right)/\sqrt{7}$ est un octonion unitaire pur; $I_O(r,\theta_\lambda)$ est l'image octonaire de taille $M\times M$ définie dans un système de coordonnées polaires (Eq. I.126) ; et le paramètre s est fixé comme $4M$.

Les moments octonaires de Krawtchouk présentent un caractère invariant dans le cas d'une transformation de rotation. En effet, si l'image $I_O(r,\theta_\lambda)$ est tournée d'un angle $\beta \in [0°, 360°]$, les moments octonaires de Krawtchouk de type droit deviennent :

$$\begin{aligned} OM_R[I_O^{rot}](q,p) &= \frac{1}{s}\sum_{r=0}^{\lfloor M/2\rfloor-1}\sum_{\lambda=0}^{s-1} I_O(r,\theta_\lambda+\beta)K_q(r;p_1,M)e^{-\omega p\theta_\lambda} \\ &= \frac{1}{s}\sum_{r=0}^{\lfloor M/2\rfloor-1}\sum_{\lambda=0}^{s-1} I_O(r,\theta_\lambda)K_q(r;p_1,M)e^{-\omega p(\theta_\lambda+\beta)} \\ &= OM_R[I_O](q,p)e^{-\omega p\beta} \end{aligned} \quad \text{(I.131)}$$

et les moments octonaires de Krawtchouk de type gauche deviennent :

$$OM_L[I_O^{rot}](q,p) = e^{-\omega p\beta}OM_L[I_O](q,p) \quad \text{(I.132)}$$

Les deux équations précédentes montrent que les amplitudes des moments octonaires de Krawtchouk de l'image originale sont égales à celles de l'image tournée :

$$|OM_R[I_o^{rot}](q,p)| = |OM_R[I_o](q,p)e^{-\omega p\beta}| = |OM_R[I_o](q,p)| \quad \text{(I.133)}$$

$$|OM_L[I_o^{rot}](q,p)| = |e^{-\omega p\beta}OM_L[I_o](q,p)| = |OM_L[I_o](q,p)| \quad \text{(I.134)}$$

L'ensemble de sept images dans la représentation octonique peut être reconstruit par les moments octonaires de Krawtchouk de type droit ou de type gauche pour un ordre limité $(q_{\max}+p_{\max})$ comme suit

$$I_O(r,\theta_\lambda) = \sum_{q=0}^{q_{\max}}\sum_{p=0}^{p_{\max}} OM_R[I_o](q,p)K_q(r;p_1,M)e^{\omega p\theta_\lambda} \quad \text{(I.135)}$$

$$I_O(r,\theta_\lambda) = \sum_{q=0}^{q_{\max}}\sum_{p=0}^{p_{\max}} K_q(r;p_1,M)e^{\omega p\theta_\lambda}OM_L[I_o](q,p) \quad \text{(I.136)}$$

Les moments octonaires de Krawtchouk proposés peuvent être utilisés pour extraire simultanément des caractéristiques globales d'un ensemble de sept images (Figure I.10), c'est-à-dire un seul descripteur pour un ensemble de sept images. Ils peuvent être utilisés dans plusieurs applications de récupération d'images telles que la stéganographie, le cryptage et la reconstruction d'images qui nécessitent fondamentalement la propriété d'orthogonalité et la nature discrète native de la transformation. De plus, ils peuvent être utilisés dans des applications nécessitant une invariance de rotation telles que la détection faciale de plusieurs images. Dans l'article [10], ils sont utilisés dans un système de tatouage zéro-bit pour protéger les droits d'auteur de sept images médicales CT de manière compacte et holistique.

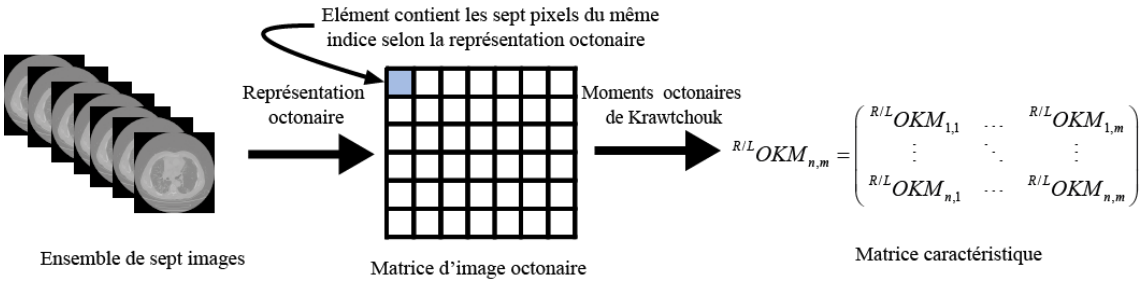


Figure I.10 : Extraction de caractéristiques de sept images à l'aide de la transformée OKMs proposée.

7. Discussion et conclusion

Dans ce chapitre, nous avons d'abord présenté diverses transformées orthogonales qui sont largement utilisées dans l'analyse des signaux numériques, en se concentrant principalement sur les moments orthogonaux. Ces derniers sont capables de représenter les signaux numériques avec un minimum de redondance d'information et ont un niveau élevé de robustesse au bruit. Parmi tous les types de moments orthogonaux, les moments orthogonaux discrets présentent des propriétés considérables ; ils sont caractérisés par une faible redondance d'information et un pouvoir discriminatoire élevé, et ils ne nécessitent aucune approximation numérique et satisfont précisément la propriété d'orthogonalité.

Ensuite, nous avons présenté les moments quaternaires discrets qui généralisent les moments standards pour les images couleurs. Ces transformées sont capables de décrire les informations de couleur d'une image de manière compacte et holistique, et ainsi, les redondances entre les trois canaux de couleur peuvent être bien exploitées.

Finalement, nous avons présenté une nouvelle famille des transformées proposées, les transformées octonaires, permet de décrire et représenter de manière compacte et holistique les informations d'une image couleur stéréoscopique et d'un ensemble de sept images planes quelconques. Ce type de moments est une généralisation des moments quaternaires et des moments complexes, s'appuyant sur l'algèbre des octonions.

CHAPITRE II : NOUVELLES TRANSFORMÉES ORTHOGONALES DISCRÈTES D'ORDRE FRACTIONNAIRE

1. Introduction

Toutes les transformées du signal mentionnés dans le chapitre I sont limitées à un ordre entier car leurs fonctions de base sont définies seulement pour les ordres entiers. Cependant, elles doivent parfois être calculées pour des ordres réels ou fractionnaires pour des raisons de précision, d'optimisation, et de localisation des régions d'intérêt du signal. Dans ce contexte, des travaux ont été proposés dans le but de généraliser le calcul de la transformée de Fourier (FT), la transformée en ondelettes discrète (DWT), de la transformée en cosinus discrète (DCT), de la transformée en sinus discrète (DST) pour des ordres réels ou fractionnaires en proposant de nouvelles transformées telles que la transformée de Fourier fractionnaire (FrFT) [249], la DWT fractionnaire [250], la transformée en cosinus fractionnaire discrète (DFrCT) [251], et la transformée en sinus fractionnaire discrète (DFrST) [251]. La transformée fractionnaire est un cas particulier de la transformée canonique linéaire générale, et elle fournit un outil pour calculer les composantes spatiales et fréquentielles mixtes (transformées) des signaux. Ces transformées fractionnaires sont largement utilisées dans les domaines de radar, de sonar, de communication, de sécurité de l'information et bien d'autres [252].

La même idée a été développée ces dernières années pour les moments orthogonaux continus pour former de nouveaux moments orthogonaux continus fractionnaires (FrCOMs) tels que les moments orthogonaux continus fractionnaires de Legendre [252], Fourier-Mellin [253] et Chebyshev [254]. Ces FrCOMs sont obtenus en substituant x par $x^{\alpha}(\alpha \in \mathbb{R}^{+})$ dans la fonction de base des moments orthogonaux continus classiques. Par conséquent, l'ordre des FrCOMs devient un nombre réel positif. Cependant, à partir de la définition des FrCOMs dans [252], les trois problèmes suivants existent toujours [255]:

- La méthode de substitution utilisée dans le développement des FrCOMs ne peut pas être appliquée aux moments orthogonaux discrets.
- L'ordre des FrCOMs ne peut pas prendre tous les nombres réels positifs.

- Les FrCOMs sont définis dans un espace continu, donc leur calcul nécessite toujours une discrétisation de l'espace continu et des approximations appropriées des intégrales continues, ce qui augmente la complexité des calculs et provoque des erreurs de discrétisation.

Récemment, pour éviter ces problèmes, de nouveaux polynômes orthogonaux discrets fractionnaires ont été introduits dans la littérature et, sur la base de ces polynômes, de nouveaux moments orthogonaux discrets fractionnaires ont été proposés. En effet, Liu et al. [256] ont proposé les polynômes orthogonaux discrets fractionnaires de Krawtchouk (FrKPs). Xiao et al. [255] ont proposé les polynômes orthogonaux discrets fractionnaires de Tchebichef (FrTPs). Cependant, aucune attention n'a été accordée à la généralisation des autres transformées orthogonales discrètes pour les ordres fractionnaires.

Dans ce contexte, nous avons proposé, dans le cadre de notre travail de thèse, une nouvelle série de polynômes orthogonaux discrets d'ordre fractionnaire à savoir les polynômes orthogonaux discrets fractionnaires de Charlier (FrCPs) [11], les polynômes orthogonaux discrets fractionnaires de Meixner (FrMPs) [12], et les polynômes orthogonaux discrets fractionnaires de Hahn (FrHPs) [13]. Ces nouveaux polynômes possèdent un paramètre supplémentaire, s'appelle ordre fractionnaire, qui généralise la notion d'ordre entier à l'ordre fractionnaire, où les polynômes orthogonaux discrets classiques sont obtenus lorsque d'ordre fractionnaire est égal à 1. Ces polynômes sont utilisés comme fonctions de base pour définir de nouveaux moments orthogonaux discrets d'ordre fractionnaire tels que de Charlier (FrCMs) [11], de Meixner (FrMMs) [12], et de Hahn (FrHMs) [13]. Ces derniers généralisent respectivement les moments orthogonaux discrets classiques d'ordre entier de Charlier, Meixner et de Hahn (Section I.3.4) aux ordres fractionnaires afin de bénéficier les propriétés des ordres fractionnaires.

De plus, nous avons proposé dans un autre article [12] un nouvel ensemble de moments orthogonaux discrets séparables d'ordre fractionnaire nommés les moments de Charlier–Meixner d'ordre fractionnaire (FrCMMs), avec des polynômes orthogonaux discrets fractionnaires de Charlier et de Meixner comme fonctions de base. Ces moments proposés combinent deux types de polynômes orthogonaux discrets différents d'ordre fractionnaire afin de combiner et d'exploiter leurs caractéristiques, contrairement aux moments fractionnaires FrCMs, FrMMs, et FrHMs qui sont basés sur deux polynômes orthogonaux discrets fractionnaires de même type.

Afin de généraliser les transformées proposées d'ordre fractionnaire pour les images couleurs, nos articles [14],[13], [15] étendent ces transformées aux transformées fractionnaires quaternaires en utilisant la théorie des quaternions dans le but de traiter les images couleurs de manière holistique et compacte sans négliger la corrélation entre les canaux couleurs de l'image. Trois transformées quaternaires ont été proposées à savoir la transformée quaternaire radial fractionnaire de Charlier (QRFrCMs) [14], la transformée quaternaire radial fractionnaire de Hahn (QRFrHMs) [15], et la transformée quaternaire cartésienne fractionnaire de Hahn (QCFrHMs) [13].

En ajustant les ordres fractionnaires dans les transformées proposées, nous pouvons obtenir différents coefficients des transformées, ce qui peut offrir un large choix dans les applications où ces transformées seront utilisées. De plus, les transformées proposées sont discrètes, il n'y a donc pas d'approximation numérique dans l'implémentation de ces transformées.

Dans ce chapitre, nous présenterons les transformées proposées d'ordre fractionnaire, leurs avantages et les applications où elles ont été utilisées. Il est à noter que le calcul des moments fractionnaires et des moments fractionnaires inverses est plus facile à réaliser en utilisant l'algèbre matricielle [133]. Par conséquent et sans perte de généralité, nous allons utiliser les notations matricielles dans ce chapitre.

2. Nouvelle transformée discrète de Charlier d'ordre fractionnaire (Yamni et al. [11])

La transformée discrète de Charlier d'ordre fractionnaire (FrCMs) [11] est une généralisation de la transformée discrète de Charlier (également connue sous le nom de moments de Charlier), dépend d'un ordre fractionnaire (paramètre supplémentaire) où différents ordres fractionnaires donnent différents coefficients moments de Charlier. Cette transformée utilise les polynômes de Charlier d'ordre fractionnaire, qui sont proposés pour la première fois dans notre article [11], comme fonction de base. La transformée classique de Charlier d'ordre entier peut être considérée comme un cas particulier de la transformée FrCMs pour un ordre fractionnaire égal à un.

Dans cette section, nous présentons le contexte théorique des polynômes Charlier d'ordre fractionnaire et de la transformée correspondante.

2.1. Polynômes de Charlier d'ordre fractionnaire proposés

Pour calculer les polynômes de Charlier d'ordre fractionnaire (FrCPs) dans notre article [11], nous avons déterminé les multiplicités des valeurs propres 1 et -1 de la matrice polynomiale

de Charlier (version classique des FrCPs). Ensuite, nous avons dérivé les vecteurs propres orthonormaux correspondant aux valeurs propres en utilisant la décomposition spectrale et la décomposition en valeurs singulières (SVD). Enfin, les FrCPs sont dérivées et utilisées comme fonction de base de la transformée FrCMs.

Dans cette section, nous étudions les valeurs propres et les vecteurs propres des polynômes de Charlier qui aident à développer les nouveaux polynômes de Charlier d'ordre fractionnaire (FrCPs).

2.1.1 Problème lié au calcul des polynômes de Charlier et la solution proposée

Les polynômes de Charlier sont orthogonaux sur l'intervalle $[0,\infty[$ selon l'équation I.76. Pour calculer les valeurs propres et les vecteurs propres de la matrice polynomiale de Charlier, il faut travailler sur une matrice carrée d'ordre fini N ce qui affectera la propriété d'orthogonalité de ces polynômes.

Le tableau II.1 présente des matrices polynomiales de Charlier C et des matrices CC^T, où C^T est la matrice transposée de C. A partir de ce tableau, on constate que les matrices CC^T se différent largement à la matrice identité I, ce qui signifie que la matrice C perd sa propriété d'orthogonalité pour un ordre fini N. Pour résoudre ce problème de troncature, nous avons proposé d'utiliser le procédé de Gram-Schmidt (GSP) [257] qui permet de modifier légèrement les polynômes de Charlier afin de les rendre orthogonaux sur un intervalle fini. L'algorithme 1 présente les étapes de calcul de la matrice polynomiale de Charlier modifiée par GSP.

Dans ce qui suit, la matrice polynomiale de Charlier modifiée par GSP sera notée $\boldsymbol{C}$ en gras. Le tableau II.2 présente des matrices polynomiales de Charlier modifiées par GSP $\boldsymbol{C}$ et des matrices $\boldsymbol{CC}^T$. Ces résultats montrent clairement qu'avec l'utilisation du GSP, le produit $\boldsymbol{CC}^T$ ressemble à la matrice identité $\boldsymbol{I}$, ce qui montre la capacité de cet algorithme à garantir la propriété d'orthogonalité des polynômes de Charlier pour les intervalles finis.

Tableau II.1. Matrices polynomiales de Charlier C de taille $N\times N$ et les matrices CC^{T} pour différentes valeurs de N.

Size	Matrice polynomiale de Charlier C	La matrice CC^T
$N=2$	$\mathrm{C}=\begin{pmatrix} 0,990148 & 0,140014 \\ 0,140028 & -0,97025 \end{pmatrix}$	$\mathrm{CC}^{\mathrm{T}}=\begin{pmatrix} 0,999996 & 7,56E\text{-}05 & -0,00061 \\ 7,56E\text{-}05 & 0,998699 & 0,010485 \\ -0,00061 & 0,010485 & 0,915237 \end{pmatrix}$
$N=3$	$\mathrm{C}=\begin{pmatrix} 0,985112 & 0,170626 & 0,020897 \\ 0,170626 & -0,95556 & -0,23768 \\ 0,020897 & -0,23768 & 0,926449 \end{pmatrix}$	$\mathrm{CC}^{\mathrm{T}}=\begin{pmatrix} 0,999996 & 7,56E\text{-}05 & -0,00061 \\ 7,56E\text{-}05 & 0,998699 & 0,010485 \\ -0,00061 & 0,010485 & 0,915237 \end{pmatrix}$

N=4	$C=\begin{pmatrix} 0,980199 & 0,19604 & 0,027724 & 0,003201 \\ 0,19604 & -0,94099 & -0,2717 & -0,04738 \\ 0,027724 & -0,2717 & 0,902567 & 0,326059 \\ 0,003201 & -0,04738 & 0,326059 & -0,86492 \end{pmatrix}$	$CC^{T}=\begin{pmatrix} 1 & 2,05E\text{-}06 & -2,15E\text{-}05 & 0,000121 \\ 2,05E\text{-}06 & 0,999959 & 0,000426 & -0,0024 \\ -2,15E\text{-}05 & 0,000426 & 0,99553 & 0,025238 \\ 0,000121 & -0,0024 & 0,025238 & 0,856651 \end{pmatrix}$

Algorithm 1. Orthonormalisation de la matrice polynomiale de Charlier avec le procédé de Gram-Schmidt.

	Entrées : Paramètres du polynôme de Charlier : a_1, n, N **Sortie : Matrice polynomiale de Charlier modifiée par GSP** $\boldsymbol{C}$
Étape 1	*for* $x=0:N-1$ Utiliser les équations I.75 - I.78 pour calculer $\tilde{C}_0^{a_1}(x)$ et $\tilde{C}_1^{a_1}(x)$. *End*
Étape 2	*for* $n=2:N-1$ *for* $x=0:N-1$ Utiliser les équations I.75 - I.78 pour calculer $\tilde{C}_n^{a_1}(x)$. $C(x,N)=\tilde{C}_n^{a_1}(x)$
Étape 3	*for* $k=0:n$ $\tilde{C}_n^{a_1}(x)=\tilde{C}_n^{a_1}(x)-\left[\sum_{x=0}^{N-1}C(x;N)^{\mathrm{T}}\tilde{C}_n^{a_1}(x)\right]\times\tilde{C}_n^{a_1}(x)$ *end* $C_n^{a_1}(x)=\dfrac{\tilde{C}_n^{a_1}(x)}{\left\|\tilde{C}_n^{a_1}(x)\right\|}$ *end* *end* $\boldsymbol{C}=\tilde{C}_n^{a_1}(x)$

Tableau II.2. Matrices polynomiales de Charlier modifiées par GSP $\boldsymbol{C}$ et les matrices $\boldsymbol{CC}^{\mathrm{T}}$ pour différentes valeurs de *N*.

Size	Matrice polynomiale de Charlier *C*	La matrice CC^T
N=2	$\mathbf{C}=\begin{pmatrix} 0,990148 & 0,140028 \\ 0,140028 & -0,99015 \end{pmatrix}$	$\mathbf{CC}^{T}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
N=3	$\mathbf{C}=\begin{pmatrix} 0,985114 & 0,170663 & 0,0206 \\ 0,170627 & -0,95619 & -0,23786 \\ 0,020897 & -0,23784 & 0,97108 \end{pmatrix}$	$\mathbf{CC}^{T}=\begin{pmatrix} 1 & -2,60E\text{-}18 & -1,04E\text{-}17 \\ -2,60E\text{-}18 & 1 & 2,78E\text{-}17 \\ -1,04E\text{-}17 & 2,78E\text{-}17 & 1 \end{pmatrix}$
N=4	$\mathbf{C}=\begin{pmatrix} 0,980199 & 0,196042 & 0,027724 & 0,003083 \\ 0,19604 & -0,94101 & -0,2719 & -0,04624 \\ 0,027724 & -0,2717 & 0,904708 & 0,326975 \\ 0,003201 & -0,04738 & 0,326811 & -0,9439 \end{pmatrix}$	$\mathbf{CC}^{T}=\begin{pmatrix} 1 & -5,89E\text{-}17 & -1,69E\text{-}17 & -4,34E\text{-}19 \\ -5,89E\text{-}17 & 1 & 6,94E\text{-}18 & -1,39E\text{-}17 \\ -1,69E\text{-}17 & 6,94E\text{-}18 & 1 & 5,55E\text{-}17 \\ -4,34E\text{-}19 & -1,39E\text{-}17 & 5,55E\text{-}17 & 1 \end{pmatrix}$

2.1.2 Valeurs propres des polynômes de Charlier

Soit $\boldsymbol{C} \in \mathbb{R}^{N\times N}$ une matrice polynomiale de Charlier modifiée par GSP. La matrice $\boldsymbol{C}$ satisfait les propriétés suivantes :

- *Propriété 1* : $\boldsymbol{C}$ est une matrice orthogonale discrète, c.-à-d. $\boldsymbol{C}^T\boldsymbol{C}=\boldsymbol{C}\boldsymbol{C}^T=\boldsymbol{I}$.
- *Propriété 2* : $\boldsymbol{C}$ est une matrice symétrique, c.-à-d. $\boldsymbol{C}=\boldsymbol{C}^T$.

- *Propriété 3* : Les valeurs propres de la matrice $\boldsymbol{C}$ sont $\lambda_1 = +1$ et $\lambda_2 = -1$.

Preuve de la propriété 3. Soit λ une valeur propre de la matrice des polynômes de Charlier modifiés et x son vecteur propre correspondant, alors $\boldsymbol{C}x = \lambda x$, en utilisant les propriétés 1 et 2, nous avons

$$x = \boldsymbol{C}\boldsymbol{C}x = \lambda \boldsymbol{C}x = \lambda^2 x \tag{II.1}$$

ainsi

$$(\lambda^2 - 1)x = 0 \tag{II.2}$$

La matrice $\boldsymbol{C}$ a seulement deux valeurs propres $\{\lambda_1 = +1, \lambda_2 = -1\}$.

La preuve de la propriété 3 est terminée.

Les multiplicités des valeurs propres λ_1 et λ_2 de la matrice $\boldsymbol{C}$ sont trouvées expérimentalement et elles sont présentées dans le tableau II.3.

Tableau II.3. Multiplicités des valeurs propres de la matrice ***C***.

N	Multiplicité de λ_1	Multiplicité de λ_2
Pair	$\frac{N}{2}$	$\frac{N}{2}$
Impair	$\frac{N+1}{2}$	$\frac{N-1}{2}$

avec *N* est la taille de la matrice polynomiale Charlier $\boldsymbol{C}$.

La figure II.1 montre la somme des valeurs propres λ_1 et λ_2 en fonction de la taille de la matrice $\boldsymbol{C}$ allant de 2 jusqu'à 30 avec un pas de 1. Ces résultats empiriques montrent clairement que les multiplicités des valeurs propres λ_1 et λ_2 sont égales (c.-à-d. $\sum_{n=1}^{N} \lambda_n = 0$) lorsque *N* est pair, alors que la multiplicité de la valeur propre λ_1 est égale à un de plus que celle de la valeur propre λ_2 lorsque *N* impair (c.-à-d. $\sum_{n=1}^{N} \lambda_n = 1$).

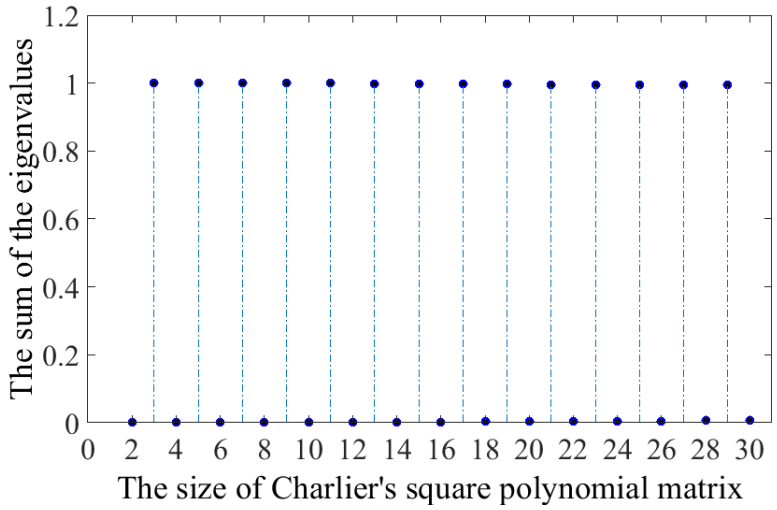


Figure II.1 : Somme des valeurs propres de la matrice polynomiale de Charlier $\boldsymbol{C}$ en fonction de la taille de la matrice.

2.1.3 Vecteurs propres des polynômes de Charlier

La matrice $\boldsymbol{C}$ admet N vecteurs propres linéairement indépendants, $u_i (i = 1,....,N)$. Alors, $\boldsymbol{C}$ peut s'écrire sous la forme :

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{Q\Lambda Q^{-1}} \tag{II.3}$$

où la matrice de passage $\boldsymbol{Q}$ est une matrice carrée dont la i-ième colonne est le vecteur propre u_i de $\boldsymbol{C}$ et $\boldsymbol{\Lambda}$ est la matrice diagonale dont les coefficients diagonaux sont les valeurs propres, c.-à-d. $\boldsymbol{\Lambda}_{ii} = \lambda_i$.

D'où les matrices $\boldsymbol{Q}$ et $\boldsymbol{\Lambda}$ sont définies par :

$$\boldsymbol{Q} = [u_1, ..., u_N] \tag{II.4}$$

$$\boldsymbol{\Lambda} = diag(\lambda_1, ...\lambda_N) \tag{II.5}$$

où les vecteurs orthonormaux $u_1, ..., u_N$ sont des vecteurs propres correspondant aux valeurs propres $\lambda_1, ..., \lambda_N$ de la matrice $\boldsymbol{C}$.

D'où l'équation II.3 peut prendre la forme suivante :

$$\boldsymbol{C} = [u_1 \cdots\cdots u_N] \begin{pmatrix} \lambda_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \lambda_N \end{pmatrix} \begin{bmatrix} u_1^T \\ \vdots \\ u_N^T \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{N} \lambda_i u_i u_i^T \tag{II.6}$$

Il est à noter que les matrices

$$\boldsymbol{P_i} := u_i u_i^T \in \mathbb{R}^{N \times N} \tag{II.7}$$

sont des projecteurs orthogonaux, puisque $\boldsymbol{P_i^T = P_i}$ et

$$\boldsymbol{P_i^2} := u_i(u_i^T u_i)u_i^T = u_i u_i^T = \boldsymbol{P_i} \tag{II.8}$$

Si $i \neq j$, alors l'orthogonalité des vecteurs propres implique

$$\boldsymbol{P_i P_j} = u_i u_i^T u_j u_j^T = 0 \tag{II.9}$$

En se basant sur la propriété 3 et le tableau II.3, l'équation II.6 peut être récrite comme suit :

$$\boldsymbol{C} = \lambda_1 \boldsymbol{P_1} + \lambda_2 \boldsymbol{P_2} = \sum_{i=1}^{2} \lambda_i \boldsymbol{P_i} \tag{II.10}$$

avec $\boldsymbol{P_i}$, $(i = 1, 2)$ désigne la matrice de projection associée à la valeur propre λ_i. Aussi, pour tout entier m, la décomposition de la matrice $\boldsymbol{C}^m$ est la suivante [258] :

$$\boldsymbol{C}^m = \lambda_1^m \boldsymbol{P_1} + \lambda_2^m \boldsymbol{P_2} \tag{II.11}$$

Dans la discussion suivante, nous étudierons les valeurs propres et les vecteurs propres des matrices $\boldsymbol{P_1}$ et $\boldsymbol{P_2}$. Cela nous aidera à développer les FrCPs.

Proposition 1 : Les matrices de projection $\boldsymbol{P_1}$ et $\boldsymbol{P_2}$ peuvent être exprimées en fonction de la matrice polynômiale de Charlier $\boldsymbol{C}$ comme suit :

$$\boldsymbol{P_1} = 0.5(\boldsymbol{I} + \boldsymbol{C}) \quad \text{et} \quad \boldsymbol{P_2} = 0.5(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{C}) \tag{II.12}$$

Preuve de la proposition 1. Selon les corollaires du théorème spectral [259, p. 403], chaque matrice de projection spectrale $\boldsymbol{P_i}$ peut être exprimée comme suit :

$$\boldsymbol{P_i} = g_k(\boldsymbol{C}) \ , \quad i = 1, 2 \tag{II.13}$$

où $g_k(\boldsymbol{C})$ est un polynôme dans $\boldsymbol{C}$, qui satisfait à la condition suivante :

$$g_k(\lambda_i) = \delta_{i,k} \quad , \quad i = 1, 2 \tag{II.14}$$

Comme la matrice $\boldsymbol{C}$ n'a que deux valeurs propres, le polynôme $g_k(\boldsymbol{C})$ est du premier degré. En utilisant la formule d'interpolation de Lagrange, $g_k(\lambda)$ peut être exprimé comme suit :

$$\begin{aligned} g_k(\lambda) &= \sum_{i=1}^{2} g_k(\lambda_i) f_i(\lambda) \\ &= g_k(\lambda_1) f_1(\lambda) + g_k(\lambda_2) f_2(\lambda) \end{aligned} \tag{II.15}$$

avec

$$f_i(\lambda) = \prod_{\substack{r=1 \\ r \neq i}}^{2} \frac{\lambda - \lambda_r}{\lambda_i - \lambda_r} \quad , \quad i = 1, 2 \tag{II.16}$$

En combinant les équations II.14 – II.16, nous obtenons :

$$g_k(\lambda) = f_k(\lambda) = \prod_{\substack{r=1 \\ r\neq k}}^{2} \frac{\lambda - \lambda_r}{\lambda_k - \lambda_r} \tag{II.17}$$

En substituant $\lambda_1 = +1$ et $\lambda_2 = -1$ dans l'équation précédente, on trouve

$$g_1(\lambda) = \frac{\lambda - \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} = 0.5(1+\lambda) \tag{II.18}$$

$$g_2(\lambda) = \frac{\lambda - \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = 0.5(1-\lambda) \tag{II.19}$$

En utilisant les équations II.13, II.18 et II.19, on obtient les expressions suivantes pour les matrices de projection $\boldsymbol{P_1}$ et $\boldsymbol{P_2}$:

$$\boldsymbol{P_1} = 0.5(\boldsymbol{I} + \boldsymbol{C}) \tag{II.20}$$

$$\boldsymbol{P_2} = 0.5(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{C}) \tag{II.21}$$

La preuve de la *Proposition 1* est terminée.

Lemme 1 : Les deux matrices $\boldsymbol{P_1}$ et $\boldsymbol{P_2}$ ont des valeurs propres 0 et 1. De plus, la multiplicité de valeur propre 1 pour $\boldsymbol{P_1}$ est égale à la multiplicité de valeur propre 1 de $\boldsymbol{C}$; la multiplicité de valeur propre 1 pour $\boldsymbol{P_2}$ est égale à la multiplicité de valeur propre –1 de $\boldsymbol{C}$.

Preuve du Lemme 1. La preuve de la première partie de ce lemme peut être trouvée dans [260]. Soient γ , η , et λ respectivement les valeurs propres des matrices $\boldsymbol{P_1}$, $\boldsymbol{P_2}$ et $\boldsymbol{C}$ de taille $N \times N$, en utilisant l'équation II.12, nous avons :

$$\begin{aligned} |\gamma \boldsymbol{I} - \boldsymbol{P_1}| &= |\gamma \boldsymbol{I} - 0.5(\boldsymbol{C} + \boldsymbol{I})| = |(\gamma - 0.5)\boldsymbol{I} - 0.5\boldsymbol{C}| \\ &= |(\gamma - 0.5)\boldsymbol{I} - 0.5\boldsymbol{C}| = 0.5^N \, |(2\gamma - 1)\boldsymbol{I} - \boldsymbol{C}| \\ &= 0 \end{aligned} \tag{II.22}$$

De même, nous avons :

$$|\eta \boldsymbol{I} - \boldsymbol{P_2}| = 0.5^N \, |(2\eta - 1)\boldsymbol{I} - \boldsymbol{C}| = 0 \tag{II.23}$$

et

$$|\lambda \boldsymbol{I} - \boldsymbol{C}| = 0 \tag{II.24}$$

D'après les équations II.22 – II.24, nous avons :

$$2\gamma - 1 = \lambda \tag{II.25}$$

$$-(2\eta - 1) = \lambda \tag{II.26}$$

Donc, si $\lambda = 1$, on a $\gamma = 1, \quad \eta = 0$, et si $\lambda = -1$, alors $\gamma = 0, \quad \eta = 1$.

La preuve *du lemme 1 est m*aintenant terminée.

Lemme 2 : Les vecteurs propres de $\boldsymbol{P_1}$ qui correspondent à la valeur propre 1 sont orthogonaux à ceux de $\boldsymbol{P_2}$ qui correspondent à la valeur 1.

Lemme 3: Les vecteurs propres de $\boldsymbol{P_1}$ et $\boldsymbol{P_2}$ qui correspondent aux valeurs propres 1 sont respectivement les vecteurs propres de $\boldsymbol{C}$ qui correspondent aux valeurs propres $\lambda_1 = 1$ et $\lambda_2 = -1$.

Preuve du Lemme 2. D'après le tableau II.3 et la première partie du lemme 1, nous avons :

$$\boldsymbol{P_1} x = x \tag{II.27}$$

et

$$\boldsymbol{P_2} y = y \tag{II.28}$$

En utilisant les équations II.9, II.27 et II.28, nous avons

$$x^T y = (\boldsymbol{P_1} x)^T (\boldsymbol{P_2} y) = x^T \boldsymbol{P_1}^T \boldsymbol{P_2} y = 0 \tag{II.29}$$

La preuve du *Lemme 2* est terminée.

Preuve du Lemme 3. D'après les équations II.9 et II.10 et le *Lemme 2*, nous avons :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{C}x &= (\lambda_1 \boldsymbol{P_1} + \lambda_2 \boldsymbol{P_2})x = \lambda_1 \boldsymbol{P_1} x + \lambda_2 \boldsymbol{P_2} x \\ &= \lambda_1 \boldsymbol{P_1} x + \lambda_2 \boldsymbol{P_2} \boldsymbol{P_1} x = \lambda_1 \boldsymbol{P_1} x + \lambda_2 \boldsymbol{P_2}^T \boldsymbol{P_1} x \\ &= \lambda_1 \boldsymbol{P_1} x = \lambda_1 x \end{aligned} \tag{II.30}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{C}y &= (\lambda_1 \boldsymbol{P_1} + \lambda_2 \boldsymbol{P_2})y = \lambda_1 \boldsymbol{P_1} y + \lambda_2 \boldsymbol{P_2} y \\ &= \lambda_1 \boldsymbol{P_1} \boldsymbol{P_2} y + \lambda_2 \boldsymbol{P_2} y = \lambda_2 \boldsymbol{P_2} y = \lambda_2 y \end{aligned} \tag{II.31}$$

La preuve du *Lemme 3* est terminée.

Dans ce qui suit, nous allons dériver un ensemble de vecteurs propres orthonormés de $\boldsymbol{C}$ en utilisant la décomposition en valeurs singulières (SVD) [258] des matrices $\boldsymbol{P_1}$ et $\boldsymbol{P_2}$.

Les SVD de $\boldsymbol{P_1}$ et $\boldsymbol{P_2}$ sont données comme suit :

$$\boldsymbol{P_1} = \boldsymbol{U_1 \Sigma_1 V_1^T} \tag{II.32}$$

$$\boldsymbol{P_2} = \boldsymbol{U_2 \Sigma_2 V_2^T} \tag{II.33}$$

avec $\boldsymbol{U_i}$ et $\boldsymbol{V_i}$, $(i = 1, 2)$ contiennent un ensemble de vecteurs de base orthonormés et $\boldsymbol{\Sigma_i}$ contient dans ses coefficients diagonaux les valeurs singulières de la matrice $\boldsymbol{P_i}$.

En utilisant les propriétés 1 et 2 et la première partie du lemme 1, nous pouvons facilement réécrire les équations II.32 et II.33 comme suit :

$$\boldsymbol{P_1 = V_1 \Sigma_1 V_1^T} \tag{II.34}$$

$$\boldsymbol{P_2 = V_2 \Sigma_2 V_2^T} \tag{II.35}$$

On peut observer d'après les deux équations précédentes que :

$$\boldsymbol{P_1 V_1 = \Sigma_1 V_1} \quad ; \quad \boldsymbol{P_2 V_2 = \Sigma_2 V_2} \tag{II.36}$$

L'équation précédente montre que $\boldsymbol{V_1}$ et $\boldsymbol{V_2}$, sont un ensemble de vecteurs propres orthonormaux de $\boldsymbol{P_1}$ et $\boldsymbol{P_2}$, respectivement.

A partir du tableau II.3 et du lemme 1, les multiplicités des valeurs propres non nulles pour $\boldsymbol{P_1}$ et $\boldsymbol{P_2}$ sont résumées dans le tableau 4 suivant :

Tableau II.4. Multiplicités des valeurs propres non nulles de $\boldsymbol{P_1}$ et $\boldsymbol{P_2}$.

$\boldsymbol{P_i}$	N	
	Even	Odd
$\boldsymbol{P_1}$	$\frac{N}{2}$	$\frac{N+1}{2}$
$\boldsymbol{P_2}$	$\frac{N}{2}$	$\frac{N-1}{2}$

D'après le tableau II.4 et le lemme 3, nous sommes maintenant prêts à dériver un ensemble orthonormé de vecteurs propres de la matrice $\boldsymbol{C}$.

Soit u_i et v_j les i-ième et j-ième colonnes de $\boldsymbol{V_1}$ et $\boldsymbol{V_2}$, respectivement, un ensemble de vecteurs propres orthonormés $\boldsymbol{V}$ de $\boldsymbol{C}$ peut être écrit comme suit :

$$\boldsymbol{V} = \begin{cases} [u_1, u_2, ..., u_{\frac{N}{2}}, v_1, v_2, ..., v_{\frac{N}{2}}] & , \quad \text{if } N \text{ is even} \\ [u_1, u_2, ..., u_{\frac{N-1}{2}}, u_{\frac{N+1}{2}}, v_1, v_2, ..., v_{\frac{N-1}{2}}] & , \quad \text{if } N \text{ is odd} \end{cases} \tag{II.37}$$

2.1.4 Polynômes de Charlier d'ordre fractionnaire proposés

En se basant sur les résultats développés dans la section précédente, nous sommes maintenant prêts à présenter un nouvel ensemble de polynômes appelé polynômes de Charlier d'ordre fractionnaire (FrCPs). Pour obtenir FrCPs, on suit la démarche suivante :

Premièrement, les colonnes de $\boldsymbol{V}$ (Eq. II.37) peuvent être réorganisées pour faire correspondre les vecteurs propres de la matrice $\boldsymbol{C}$ aux leurs valeurs propres comme suit :

$$\hat{\boldsymbol{V}} = \begin{cases} [u_1, v_1, u_2, v_2 ..... u_{\frac{N}{2}}, v_{\frac{N}{2}}] & , \quad \text{if } N \text{ is even} \\ [u_1, v_1, u_2, v_2 ..... u_{\frac{N-1}{2}}, v_{\frac{N-1}{2}}, u_{\frac{N+1}{2}}] & , \quad \text{if } N \text{ is odd} \end{cases} \tag{II.38}$$

Deuxièmement, la matrice de polynômes de Charlier $\boldsymbol{C}$ peut être écrite comme suit :

$$\boldsymbol{C} = \hat{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{D}\hat{\boldsymbol{V}}^{\boldsymbol{T}} \tag{II.39}$$

où $\boldsymbol{D}$ est la matrice diagonale dont les éléments diagonaux sont les valeurs propres de la matrice $\boldsymbol{C}$. D'après la propriété 3 et le tableau II.3, nous avons :

$$\boldsymbol{D} = \begin{cases} Diag\{1,-1,1,-1.....1,-1\} & , \quad \text{if} \quad N \text{ is even} \\ Diag\{1,-1,1,-1.....1,-1,1\} & , \quad \text{if} \quad N \text{ is odd} \end{cases} \tag{II.40}$$

La matrice $\boldsymbol{D}$ peut être écrite également en fonction des termes $e^{-jk\pi}$ avec $k = 0,1,....., N-1$ comme suit :

$$\boldsymbol{D} = Diag\{1, e^{-j\pi}, e^{-j2\pi}, ..., e^{-j(N-2)\pi}, e^{-j(N-1)\pi}\} \tag{II.41}$$

Finalement, la matrice des FrCPs, notée $\boldsymbol{C}^{\alpha}$, de taille $N \times N$ et d'ordre fractionnaire α, $(\alpha \in \mathbb{R})$ peut être définie comme suit :

$$\boldsymbol{C}^{\alpha} = \hat{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{D}^{\alpha}\hat{\boldsymbol{V}}^{\boldsymbol{T}} = \sum_{k=0}^{N-1} e^{-jk\alpha\pi}\hat{v}_k\hat{v}_k^T \tag{II.42}$$

où $\hat{\boldsymbol{V}} = [\hat{v}_0, \hat{v}_1, ..., \hat{v}_{N-1}]$ avec $\hat{v}_k (k = 0,1,....., N-1)$ est la matrice des vecteurs propres de la matrice $\boldsymbol{C}$ obtenue à partir de l'équation II.39, et $\boldsymbol{D}^{\alpha}$ est défini comme suit :

$$\boldsymbol{D}^{\alpha} = Diag\{1, e^{-j\alpha\pi}, e^{-j2\alpha\pi}, ..., e^{-j(N-1)\alpha\pi}\} \tag{II.43}$$

2.1.5 Propriété de la matrice polynomiale de Charlier d'ordre fractionnaire

Nous présenterons certaines propriétés de la matrice polynomiale de Charlier d'ordre fractionnaire $\boldsymbol{C}^{\alpha}$, telles que l'unitarité, l'additivité de l'indice, et la réduction à la matrice polynomiale de Charlier $\boldsymbol{C}$ classique d'ordre entier lorsque l'ordre fractionnaire est égal à 1.

Il est évident à partir de l'équation II.43 que si $\alpha = 0$, $\boldsymbol{D}^{\alpha}$ se réduit à la matrice identité $\boldsymbol{I}$ et la matrice $\boldsymbol{C}^{\alpha}$ à l'opérateur identité comme suit :

$$\boldsymbol{C}^{\boldsymbol{0}} = \hat{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{D}^{\boldsymbol{0}}\hat{\boldsymbol{V}}^{\boldsymbol{T}} = \hat{\boldsymbol{V}}\hat{\boldsymbol{V}}^{\boldsymbol{T}} = \boldsymbol{I} \tag{II.44}$$

De plus, si $\alpha = 1$, $\boldsymbol{D}^{\alpha} = \boldsymbol{D}$ et donc la matrice $\boldsymbol{C}^{\alpha}$ se réduit à la matrice polynomiale de Charlier classique $\boldsymbol{C}$ comme suit :

$$\boldsymbol{C}^{1} = \hat{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{D}^{1}\hat{\boldsymbol{V}}^{\boldsymbol{T}} = \hat{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{D}\hat{\boldsymbol{V}}^{\boldsymbol{T}} = \boldsymbol{C} \tag{II.45}$$

Dans ce qui suit, nous nous concentrons sur les propriétés d'additivité d'indice et d'unitarité de la matrice polynomiale de Charlier d'ordre fractionnaire $\boldsymbol{C}^{\alpha}$.

- *Propriété 4* : Additivité

$$\boldsymbol{C}^{\alpha}\boldsymbol{C}^{\beta} = \boldsymbol{C}^{\alpha+\beta} \tag{II.46}$$

Preuve de la propriété 4. À partir de (42), nous avons

$$\boldsymbol{C}^{\alpha}\boldsymbol{C}^{\beta} = (\hat{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{D}^{\alpha}\hat{\boldsymbol{V}}^{\boldsymbol{T}})(\hat{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{D}^{\beta}\hat{\boldsymbol{V}}^{\boldsymbol{T}}) = \hat{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{D}^{\alpha}\boldsymbol{D}^{\beta}\hat{\boldsymbol{V}}^{\boldsymbol{T}} \tag{II.47}$$

Puisqu'il est clair, d'après l'équation II.43, que

$$\boldsymbol{D}^{\alpha}\boldsymbol{D}^{\beta} = \boldsymbol{D}^{\alpha+\beta} \tag{II.48}$$

Par conséquent, en substituant l'équation II.48 dans l'équation II.47, nous avons :

$$\boldsymbol{C}^{\alpha}\boldsymbol{C}^{\beta} = \hat{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{D}^{\alpha+\beta}\hat{\boldsymbol{V}}^{\boldsymbol{T}} = \boldsymbol{C}^{\alpha+\beta} \tag{II.49}$$

La propriété d'additivité est démontrée.

Cette propriété nous permet d'obtenir le produit de deux matrices fractionnaires de Charlier d'ordre α et d'ordre β en calculant une seule matrice d'ordre $\alpha+\beta$.

- *Propriété 5 :* Unitarité

$$\boldsymbol{C}^{-\alpha} = (\boldsymbol{C}^{\alpha})^{-1} \tag{II.50}$$

Preuve de la propriété 5. La preuve de la propriété 5 peut être obtenue en prenant $\beta = -\alpha$ dans (46) comme suit :

$$\boldsymbol{C}^{\alpha}\boldsymbol{C}^{-\alpha} = (\hat{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{D}^{\alpha}\hat{\boldsymbol{V}}^{\boldsymbol{T}})(\hat{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{D}^{-\alpha}\hat{\boldsymbol{V}}^{\boldsymbol{T}}) = \hat{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{D}^{\alpha-\alpha}\hat{\boldsymbol{V}}^{\boldsymbol{T}} = \boldsymbol{I} \tag{II.51}$$

La propriété d'unitarité est démontrée.

Cette propriété nous permet de calculer la matrice fractionnaire de Charlier inverse d'ordre α en remplaçant l'ordre α par $-\alpha$.

Les polynômes de Charlier d'ordre fractionnaire dépendent de deux paramètres a_1 et α ce qui peut offrir un large choix dans les applications où ces polynômes sont utilisés, par rapport aux polynômes de Charlier classiques d'ordre entier qui dépendent d'un seul paramètre a_1. Lorsque l'ordre fractionnaire α est égal à 1, nous obtenons les polynômes de Charlier classiques d'ordre entier.

2.2 Transformée discrète de Charlier d'ordre fractionnaire proposée

Du point de vue mathématique, la transformée discrète de Charlier d'ordre fractionnaire (FrCMs) est la projection d'un signal (1D ou 2D) sur des polynômes de Charlier d'ordre fractionnaire présentés dans la section précédente.

2.2.1 Transformée fractionnaire unidimensionnelle de Charlier

Soit $\boldsymbol{f} = \{f(x)\}_{x=0}^{x=N-1}$ est un signal unidimensionnel de longueur finie *N*, la transformée fractionnaire unidimensionnelle de Charlier de ce signal avec un ordre fractionnaire α peut être définie comme suit :

$$\boldsymbol{FrCM}^{\alpha} = \boldsymbol{C}^{\alpha}\boldsymbol{f} \tag{II.52}$$

où $\boldsymbol{FrCM}^{\alpha}$ est un vecteur $1\times N$, $\boldsymbol{C}^{\alpha}$ est une matrice polynomiale fractionnaire de Charlier (Eq. II.42) de taille $N\times N$ et d'ordre fractionnaire α.

La reconstruction du signal $\boldsymbol{f}$ peut être obtenue en appliquant la transformée FrCMs inverse suivante :

$$\boldsymbol{f} = \boldsymbol{C}^{-\alpha}\boldsymbol{FrCM}^{\alpha} \quad \text{(II.53)}$$

En ajustant l'ordre fractionnaire α dans la transformée proposée FrCMs, on peut obtenir différents coefficients dans le domaine de la transformée. Cette transformée est utilisée pour construire un système de tatouage audio robuste dans notre article récent [16]. Cet article utilise l'ordre fractionnaire optimal dans FrCMs pour améliorer les exigences d'imperceptibilité et de robustesse, ce qui rend le système de tatouage audio proposé meilleur que plusieurs systèmes de tatouage audio existants dans la littérature.

2.2.2 Transformée fractionnaire bidimensionnelle de Charlier

Soit $\boldsymbol{f} = \{ f(x,y) \}_{x,y=0}^{x,y=N-1}$ une image numérique en niveau de gris de taille $N \times N$. Ici, $f(x,y)$ représente le niveau de gris de pixel de coordonnées (x,y), la transformée fractionnaire bidimensionnelle de Charlier d'ordres fractionnaires (α,β) de cette image peut être définie comme suit :

$$\boldsymbol{FrCM}^{(\alpha,\beta)} = \boldsymbol{C}^{\alpha}\,\boldsymbol{f}\boldsymbol{C}^{\beta} \quad \text{(II.54)}$$

où $\boldsymbol{FrCM}^{(\alpha,\beta)}$ est une matrice de taille $N \times N$, $\boldsymbol{C}^{\alpha}$ et $\boldsymbol{C}^{\beta}$ sont deux matrices polynomiales de Charlier d'ordre fractionnaire α et β, respectivement, de taille $N \times N$.

L'image $\boldsymbol{f}$ peut être reconstruite an appliquant la transformée fractionnaire de Charlier inverse suivante :

$$\boldsymbol{f} = \boldsymbol{C}^{-\alpha}\boldsymbol{FrCM}^{(\alpha,\beta)}\boldsymbol{C}^{-\beta} \quad \text{(II.55)}$$

Cette transformée a été appliquée au tatouage d'images numériques [11] et testée pour la reconstruction d'images en niveaux de gris [11].

3. Nouvelle transformée discrète de Meixner d'ordre fractionnaire (Yamni et al. [12])

Dans notre article [12], nous avons proposé la version fractionnaire de la transformée discrète de Meixner qui s'appelle les moments de Meixner d'ordre fractionnaire (FrMMs) en se basant sur les polynômes de Meixner d'ordre fractionnaire (FrMPs) proposés également dans le même article. Les FrMMs généralisent les moments de Meixner classiques d'ordres entiers aux ordres fractionnaires afin de bénéficier d'autres propriétés des ordres non entiers.

La transformée fractionnaire unidimensionnelle de Meixner d'un signal numérique $f(x),\ x = 1, 2, ..., N$ avec un ordre fractionnaire α est définie comme suit :

$$\boldsymbol{FrMM}^{\alpha} = \boldsymbol{\varpi}^{\alpha}\,\boldsymbol{f} \tag{II.56}$$

où $\boldsymbol{f}$ est une représentation vectorielle en colonne de $f(x)$, et $\boldsymbol{\varpi}^{\alpha}$ est la matrice polynomiale fractionnaire de Meixner de taille $N \times N$ et d'ordre fractionnaire α, qui est définie comme suit :

$$\boldsymbol{\varpi}^{\alpha} = \mathbf{V}_M \mathbf{D}^{\alpha\ t}\mathbf{V}_M = \sum_{k=0}^{N-1} e^{-jk\alpha\pi}\, w_k\ {}^t w_k \tag{II.57}$$

où les vecteurs propres de la matrice polynomiale fractionnaire de Meixner $w_k(k = 0,1,...,N-1)$ sont la $k^{\text{ième}}$ colonne de $\mathbf{V}_M$, et $\mathbf{D}^{\alpha}$ est défini comme suit .

$$\mathbf{D}^{\alpha} = Diag\{1, e^{-j\alpha\pi}, e^{-j2\alpha\pi}, ..., e^{-j(N-1)\alpha\pi}\} \tag{II.58}$$

La transformée inverse correspondante peut s'écrire comme suit :

$$\boldsymbol{f} = \boldsymbol{\varpi}^{-\alpha}\boldsymbol{FrMM}^{\alpha} \tag{II.59}$$

La transformée fractionnaire bidimensionnelle de Meixner avec des ordres fractionnaires (α, β) d'une image $\boldsymbol{f} = \{f(x,y)\}_{x,y=0}^{x,y=N-1}$ est réalisé en effectuant d'abord la transformée unidimensionnelle FrMMs sur chaque colonne de l'image, puis sur chaque ligne de la transformée. Elle est définie comme suit :

$$\boldsymbol{FrMM}^{\alpha,\beta} = \boldsymbol{\varpi}^{\alpha}\,\boldsymbol{f}\,\boldsymbol{\varpi}^{\beta} \tag{II.60}$$

où les deux matrices $\boldsymbol{\varpi}^{\alpha}$ et $\boldsymbol{\varpi}^{\beta}$ sont des matrices polynomiales de Meixner d'ordre fractionnaire α et β, respectivement, définies dans l'équation II.57.

La transformée inverse des FrMMs peut être définie comme suit :

$$\boldsymbol{f} = \boldsymbol{\varpi}^{-\alpha}\boldsymbol{FrMM}^{\alpha,\beta}\boldsymbol{\varpi}^{-\beta} \tag{II.61}$$

avec $\boldsymbol{\varpi}^{-\alpha}$ et $\boldsymbol{\varpi}^{-\beta}$ sont les matrices inverses de $\boldsymbol{\varpi}^{\alpha}$ et $\boldsymbol{\varpi}^{\beta}$, respectivement.

4. Nouvelle transformée discrète de Hahn d'ordre fractionnaire (Yamni et al. [13])

Dans cette section, nous présentons une nouvelle transformée discrète d'ordre fractionnaire, proposée dans notre article [13], appelée les moments de Hahn d'ordre fractionnaire (FrHMs) qui généralise les moments de Hahn classiques d'ordre entier. Cette transformée utilise les polynômes de Hahn d'ordre fractionnaire (FrHPs), proposés dans notre article [13], comme fonctions de base.

4.1 Polynômes de Hahn d'ordre fractionnaire proposés

Soit $\boldsymbol{H}$ la matrice polynomiale de Hahn classique d'ordre entier de taille $N \times N$. La matrice $\boldsymbol{H}$ vérifient les quatre propriétés suivantes [261] : 1) matrice orthogonale, 2) matrice réelle, 3)

matrice unitaire, 4) les valeurs propres λ_i (i=1, 2,…, N) de $\boldsymbol{H}$ ont un module de 1, c.-à-d. $\lambda_i = e^{j\varphi_i}$, avec φ_i est l'argument de λ_i.

En utilisant la décomposition en valeurs propres, la matrice $\boldsymbol{H}$ s'écrit sous la forme :

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{X}\Lambda\boldsymbol{X}^* \tag{II.62}$$

avec $\Lambda = diag(\lambda_1,.....\lambda_N)$ est la matrice diagonale dont les coefficients diagonaux sont les valeurs propres de la matrice $\boldsymbol{H}$. La matrice de passage $\boldsymbol{X} = [u_1,.....,u_N]$ est une matrice carrée dont la i-ième colonne est le vecteur propre u_i de la matrice $\boldsymbol{H}$ correspond à la valeur propre λ_i, $\boldsymbol{X}^* = [u_1^*,.....,u_N^*]$ est la matrice transposée conjuguée de $\boldsymbol{X}$, satisfaisant $\boldsymbol{P}_i \triangleq u_i u_i^*$, avec $\boldsymbol{P}_i$ désigne la projection orthogonale sur l'espace propre correspondant à la valeur propre λ_i.

L'équation précédente peut être réécrite comme suit :

$$\boldsymbol{H} = \sum_{i=1}^{N} \lambda_i u_i u_i^* = \sum_{i=1}^{N} e^{j\varphi_i} u_i u_i^* \tag{II.63}$$

La décomposition spectrale de $\boldsymbol{H}$ est donnée comme suit :

$$\boldsymbol{H} = \lambda_1\boldsymbol{P}_1 + \lambda_2\boldsymbol{P}_2 + ... + \lambda_N\boldsymbol{P}_N = \sum_{i=1}^{N} e^{j\varphi_i}\boldsymbol{P}_i \tag{II.64}$$

En se basant sur la représentation spectrale des polynômes de Hahn (Eq. II.64), nous définissons les polynômes fractionnaires de Hahn (FrHPs) d'ordre fractionnaire α, ($\alpha \in \mathbb{R}$) en prenant la projection orthogonale sur l'espace propre correspondant à la valeur propre λ_i^{α}. Donc, sa décomposition spectrale est donnée comme suit :

$$\boldsymbol{H}^{\alpha} = \lambda_1{}^{\alpha}\boldsymbol{P}_1 + \lambda_2{}^{\alpha}\boldsymbol{P}_2 + ... + \lambda_N{}^{\alpha}\boldsymbol{P}_N = \sum_{i=1}^{N} e^{j\alpha\varphi_i}\boldsymbol{P}_i \tag{II.65}$$

Aussi, nous pouvons utiliser la notation matricielle suivante :

$$\boldsymbol{H}^{\alpha} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\Sigma}^{\alpha}\boldsymbol{X}^* \tag{II.66}$$

avec $\boldsymbol{\Sigma}$ est la matrice diagonale dont les éléments diagonaux sont les valeurs propres de la matrice $\boldsymbol{H}$ en forme exponentielle :

$$\boldsymbol{\Sigma} = Diag\{e^{j\varphi_1}, e^{j\varphi_2}, ..., e^{j\varphi_{N-1}}, e^{j\varphi_N}\} \tag{II.67}$$

Les polynômes de Hahn d'ordre fractionnaire possèdent d'autres propriétés importantes qui généralisent les propriétés des polynomiales de Hahn classiques d'ordre entier. Ces propriétés sont résumées comme suit :

- *Propriété 1* : $\boldsymbol{H}^0 = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\Sigma}^0\boldsymbol{X}^* = \boldsymbol{X}\boldsymbol{X}^* = \boldsymbol{I}$, avec $\boldsymbol{I}$ est la matrice d'identité.
- *Propriété 2* : $\boldsymbol{H}^1 = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\Sigma}^1\boldsymbol{X}^* = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{X}^* = \boldsymbol{H}$.
- *Propriété 3* : $\boldsymbol{H}^{\alpha}\boldsymbol{H}^{\beta} = (\boldsymbol{X}\boldsymbol{\Sigma}^{\alpha}\boldsymbol{X}^*)(\boldsymbol{X}\boldsymbol{\Sigma}^{\beta}\boldsymbol{X}^*) = (\boldsymbol{X}\boldsymbol{\Sigma}^{\alpha+\beta}\boldsymbol{X}^*) = \boldsymbol{H}^{\alpha+\beta}$.

- *Propriété 4* : $\boldsymbol{H}^{-\alpha} = (\boldsymbol{H}^{\alpha})^{-1}$, car $\boldsymbol{H}^{\alpha}\boldsymbol{H}^{-\alpha} = (\boldsymbol{X}\boldsymbol{\Sigma}^{\alpha}\boldsymbol{X}^{*})(\boldsymbol{X}\boldsymbol{\Sigma}^{-\alpha}\boldsymbol{X}^{*}) = (\boldsymbol{X}\boldsymbol{\Sigma}^{\alpha-\alpha}\boldsymbol{X}^{*}) = \boldsymbol{I}$.

La propriété 1 montre que l'ordre fractionnaire zéro donne la matrice d'identité. La propriété 2 indique que les polynômes de Hahn classiques peuvent être obtenus lorsque l'ordre fractionnaire est égal à 1. La propriété d'additivité de l'indice (Propriété 3) montre que le produit de deux matrices des FrHPs d'ordres α et β peut être calculé à partir de la matrice des FrHPs d'ordre $\alpha+\beta$. La propriété d'unitarité (Propriété 4) montre que l'inverse de la matrice de FrHPs d'ordre fractionnaire α peut être obtenue en calculant la matrice de FrHPs avec l'ordre $-\alpha$.

4.2 Transformée discrète de Hahn d'ordre fractionnaire proposée

Transformée discrète de Hahn d'ordre fractionnaire (FrHMs) est une transformée dont le noyau de projection est une base polynomiale formée par les FrHPs proposés.

La transformée de Hahn fractionnaire unidimensionnelle, avec un ordre fractionnaire α, d'un signal unidimensionnel discret $\boldsymbol{f} = \{f(x)\}_{x=0}^{x=N-1}$ de longueur finie N, est définie par :

$$\boldsymbol{FrHM}^{\alpha} = \boldsymbol{H}^{\alpha}\boldsymbol{f} \tag{II.68}$$

La transformée de Hahn fractionnaire bidimensionnelle, avec des ordres fractionnaires $(\alpha,\beta \in \mathbb{R})$, d'une image discrète $\boldsymbol{f} = \{f(x,y)\}_{x,y=0}^{x,y=N-1}$ de taille $N \times N$ vaut :

$$\boldsymbol{FrHM}^{\alpha,\beta} = \boldsymbol{H}^{\alpha}\boldsymbol{f}\boldsymbol{H}^{\beta} \tag{II.69}$$

La transformée unidimensionnelle inverse de FrHMs a pour équation :

$$\boldsymbol{f} = \boldsymbol{H}^{-\alpha}\boldsymbol{FrHM}^{\alpha} \tag{II.70}$$

La transformée bidimensionnelle inverse de de FrHMs a pour équation :

$$\boldsymbol{f} = \boldsymbol{H}^{-\alpha}\boldsymbol{FrHM}^{\alpha,\beta}\boldsymbol{H}^{-\beta} \tag{II.71}$$

avec $\boldsymbol{H}^{\alpha}$ et $\boldsymbol{H}^{\beta}$ sont des matrices des FrHPs d'ordres fractionnaires α et β, respectivement, et $\boldsymbol{H}^{-\alpha}$ et $\boldsymbol{H}^{-\beta}$ sont leurs matrices inverses.

5. Nouvelle transformée discrète séparable de Charlier-Meixner d'ordre fractionnaire (Yamni et al. [12])

Pour une image numérique, le calcul des moments orthogonaux discrets d'ordre fractionnaire peut être effectué en utilisant la décomposition ligne-colonne, qui tire parti de la séparabilité des fonctions de base des moments. Autrement dit, les moments fractionnaires bidimensionnels sont divisés en deux moments fractionnaires unidimensionnels calculés au format ligne à colonne ou colonne à ligne. Les deux moments fractionnaires unidimensionnels utilisent les mêmes polynômes orthogonaux discrets fractionnaires comme fonctions de base.

Dans [262], [263] [264], une nouvelle catégorie a été introduite de moments orthogonaux discrets d'ordre entier construite par la combinaison des polynômes discrets *différents*, appelée moments séparables (SMs) tels que les moments orthogonaux discrets de Tchebichef–Krawtchouk moments (TKMs), Tchebichef–Hahn (THMs), Krawtchouk–Hahn (KHMs), Meixner–Tchebichef (MTMs), Meixner–Krawtchouk (MKMs), Meixner–Hahn (MHMs), et de Charlier–Hahn (CHMs). Ces moments séparables parviennent à exploiter les propriétés de deux polynômes de base avec lesquels ces moments sont définis. Ils sont étudiés depuis longtemps [262], [263] [264], [265].

Dans cette section, nous présentons un nouvel ensemble de moments orthogonaux discrets séparables d'ordre fractionnaire qui est proposé dans notre article [12]. Ce dernier utilise des polynômes orthogonaux discrets d'ordre fractionnaire comme fonctions de base. Contrairement aux moments séparables classiques d'ordre entier dont les fonctions de base sont des polynômes orthogonaux discrets d'ordre entier. De plus, les moments proposés combinent deux types des polynômes orthogonaux discrets fractionnaires différents afin d'exploiter leurs caractéristiques, contrairement aux moments fractionnaires FrCMs, FrMMs, FrHMs, qui sont basés sur deux polynômes orthogonaux discrets fractionnaires de même type. En effet, nous avons combiné les polynômes fractionnaires de Charlier (FrCPs) présentés dans notre travail [11] avec les polynômes fractionnaires de Meixner FrMPs proposés dans notre travail [12] afin de construire des nouveaux moments séparables d'ordre fractionnaire nommés les moments fractionnaires de Charlier–Meixner (FrCMMs). Les FrCMMs proposés exploitent et combinent les avantages de ces deux ensembles de polynômes fractionnaires.

Les moments fractionnaires de Charlier–Meixner (FrCMMs) bidimensionnels d'une image $\boldsymbol{f} = \{ f(x,y) \}_{x,y=0}^{x=N-1,y=M-1}$ sont obtenus en calculant les FrCMs unidimensionnels de chaque colonne de l'image, puis en calculant les FrMMs unidimensionnels de chaque ligne des FrCMs unidimensionnels comme suit :

$$\boldsymbol{FrCMM}^{\alpha,\beta} = \boldsymbol{C}^{\alpha}\, \boldsymbol{f}\, \boldsymbol{\varpi}^{\beta} \tag{II.72}$$

avec $\boldsymbol{FrCMM}^{\alpha,\beta}$ est la matrice des FrCMMs de taille $N \times M$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ sont les ordres fractionnaires des FrCMMs, $\boldsymbol{C}^{\alpha}$ est une matrice des FrCPs de taille $N \times N$ d'ordre fractionnaire α calculée à partir l'équation II.42, $\boldsymbol{\varpi}^{\beta}$ est une matrice des FrMPs de taille $M \times M$ d'ordre fractionnaire β calculée à partir l'équation II.57.

Grace à la propriété d'orthogonalité des fonctions de base FrCMMs (FrCPs et FrMPs), une image numérique peut être reconstruite parfaitement à partir de ses FrCMMs comme suit :

$$\boldsymbol{f} = \boldsymbol{C}^{-\alpha}\boldsymbol{FrCMM}^{\alpha,\beta}\boldsymbol{\varpi}^{-\beta} \tag{II.73}$$

avec $\boldsymbol{C}^{-\alpha}$ et $\boldsymbol{\varpi}^{-\beta}$ sont les matrices inverses de $\boldsymbol{C}^{\alpha}$ et $\boldsymbol{\varpi}^{\beta}$, respectivement.

Les FrCMMs proposés dépendent de cinq paramètres : deux ordres fractionnaires α et β des polynômes FrCPs et FrMPs, respectivement, et trois paramètres polynomiaux a_1 et (μ, a_2) des polynômes de Charlier et de Meixner, respectivement. Les ordres fractionnaires supplémentaires (α et β) peuvent donner un large choix dans les domaines où les FrCMMs sont appliqués. Dans notre article [12], les FrCMMs ont été appliqués dans un système de tatouage robuste pour la protection des droits d'auteur des images numérique où le watermark (informations à masquer) est implémenté dans le domaine des FrCMMs, ce qui traduit par un système de tatouage efficace en termes d'imperceptibilité, de robustesse et de sécurité.

6. Nouvelles transformées discrètes quaternaires d'ordre fractionnaire (Yamni et al. [14], [13], [15])

Les moments orthogonaux discrets proposés d'ordre fractionnaires (Sections II.2-II.5) généralisent les moments orthogonaux discrets classiques d'ordre entier. Ils sont très attrayants grâce aux avantages supplémentaires obtenus en choisissant les ordres fractionnaires optimaux des fonctions de base. C'est pourquoi de nombreuses applications ont les adoptés à savoir la reconstruction, le tatouage, le tatouage zéro-bit, le cryptage, etc.

D'un autre côté, ils présentent également certains inconvénients. L'un de ces inconvénients est que ces moments ont été conçus pour les images en niveaux de gris et pas pour les images couleurs. Lorsqu'il s'agit d'une image couleur, il existe deux stratégies simples [226], [266]: 1) la méthode de grisage, en calculant les moments de la version en niveaux de gris de l'image en couleur ; 2) méthode par canal, en calculant des moments de chaque canal de couleur. Cependant, la méthode de grisage peut perdre certaines informations de couleur importantes. De plus, la méthode par canal ignore la corrélation entre les différents canaux de couleur et ne permet pas de représenter les images couleurs d'une manière compacte et holistique.

Cela nous a conduit à introduire un ensemble de moments quaternaires d'ordre fractionnaire où les images couleurs peuvent être traitées de manière holistique et compacte avec ces descripteurs sans négliger la corrélation entre les canaux de l'image. Dans ce contexte, nous avons proposé une transformée quaternaire cartésienne d'ordre fractionnaire [13] appelée les moments quaternaires cartésiens de Hahn d'ordre fractionnaire (QCFrHMs) qui peut être appliquée dans des applications de récupération d'images couleurs qui nécessitent fondamentalement la

propriété d'orthogonalité et la nature discrète native de la transformée telles que la stéganographie, le tatouage, le cryptage et la reconstruction d'images couleurs.

Un autre inconvénient des moments orthogonaux discrets d'ordre fractionnaire est qu'ils ne sont pas invariants par rapport à la rotation. Cela nous a conduit à introduire une deuxième transformée quaternaire d'ordre fractionnaire qui se transforme sous rotation de manière simple et permet de concevoir des invariants de rotation de manière systématique, comme nous le montrerons plus loin dans cette section. Dans ce contexte, nous avons proposé deux transformées quaternaires radiales d'ordre fractionnaire à savoir les moments quaternaires radiaux de Charlier d'ordre fractionnaire (QRFrCMs) [14], et les moments quaternaires radiaux de Hahn d'ordre fractionnaire (QRFrHMs) [15]. Elles peuvent être utilisées dans des applications qui nécessitent une invariance de rotation, comme la détection faciale et le tatouage zéro-bit des images couleurs.

Dans cette section, nous allons montrer comment étend les transformées fractionnaires discrètes avec la théorie des quaternions aux transformées fractionnaires discrètes quaternaires dans le but de traiter les images couleurs.

6.1 Transformée discrète quaternaire cartésienne d'ordre fractionnaire

Dans cette section, nous présentons les moments quaternaires fractionnaires proposés dans [13] pour la représentation des images couleurs. Ces moments sont définis comme la projection d'une image couleur, en utilisant sa représentation quaternaire selon Sangwine et al. [218]. (Eq. I.93), sur un ensemble de polynômes orthogonaux discrets d'ordre fractionnaire. Les FrHPs ainsi proposés (Section II.4.1) sont utilisés comme fonction de base afin d'obtenir les moments quaternaires correspondants nommés les moments quaternaires cartésiens de Hahn d'ordre fractionnaire (QCFrHMs). Ces descripteurs généralisent les moments de Hahn d'ordre fractionnaire des images en niveaux de gris aux images couleurs.

Soit $\boldsymbol{f} = \{ f(x,y) \}_{x,y=0}^{x=N-1,y=M-1}$ une image couleur de taille $N \times N$ définie dans le système de coordonnées cartésiennes, les moments quaternaires cartésiens de Hahn d'ordres fractionnaires $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ de cette image sont définis par :

$$\boldsymbol{QCFrMH}^{\alpha,\beta} = \boldsymbol{H}^{\alpha} \boldsymbol{f}_q \boldsymbol{H}^{\beta} \tag{II.74}$$

avec $\boldsymbol{H}^{\alpha}$ et $\boldsymbol{H}^{\beta}$ sont les matrices des FrHPs d'ordres fractionnaires α et β, respectivement, et $\boldsymbol{f}_q$ la représentation matricielle de l'image couleur quaternaire définie comme suit :

$$\boldsymbol{f}_q = \boldsymbol{f}_R\boldsymbol{i} + \boldsymbol{f}_G\boldsymbol{j} + \boldsymbol{f}_B\boldsymbol{k} \tag{II.75}$$

avec $(\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k})$ sont trois opérateurs complexes vérifiant l'équation (I.90). $\boldsymbol{f}_R$, $\boldsymbol{f}_G$, et $\boldsymbol{f}_B$ représentent les matrices des canaux rouge, vert et bleu de l'image couleur $\boldsymbol{f}$, respectivement

L'image couleur quaternaire $\boldsymbol{f}_q$ peut être reconstruite à partir de ses descripteurs QCFrHMs comme suit :

$$\boldsymbol{f}_q = \boldsymbol{H}^{-\alpha}\boldsymbol{QCFrMH}^{\alpha,\beta}\boldsymbol{H}^{-\beta} \tag{II.76}$$

avec $\boldsymbol{H}^{-\alpha}$ et $\boldsymbol{H}^{-\beta}$ sont les matrices inverses de $\boldsymbol{H}^{\alpha}$ et $\boldsymbol{H}^{\beta}$, respectivement.

Il est à noter que les ordres fractionnaires $\alpha,\beta = 1$ conduisent aux moments quaternaire de Hahn classiques d'ordre entier, appelés moments quaternaires cartésiens de Hahn (QCHMs). En d'autres termes, les QCFrHMs sont une généralisation des QCHMs pour les ordres fractionnaires. De plus, avec les QCFrHMs, l'image couleur est traitée directement comme un champ vectoriel où chaque coefficient des QCFrHMs contient simultanément les informations de couleur des trois canaux de l'image. Par conséquent, les QCFrHMs peuvent faire une représentation plus compacte et plus discriminante de l'image couleur.

Pour les images en niveaux de gris ou les images à un seul canal, les FrHMs (Section II.4) sont des cas particuliers de QCFrHMs comme il est montré dans l'équation suivante :

$$\begin{aligned}\boldsymbol{QCFrHM}^{\alpha,\beta} &= \boldsymbol{H}^{\alpha}\,\boldsymbol{f}_q\boldsymbol{H}^{\beta}\\ &= \boldsymbol{H}^{\alpha}(\boldsymbol{f}_R\boldsymbol{i} + \boldsymbol{f}_G\boldsymbol{j} + \boldsymbol{f}_B\boldsymbol{k})\boldsymbol{H}^{\beta}\\ &= \boldsymbol{H}^{\alpha}\boldsymbol{f}_R\boldsymbol{H}^{\beta}\boldsymbol{i} + \boldsymbol{H}^{\alpha}\boldsymbol{f}_G\boldsymbol{H}^{\beta}\boldsymbol{j} + \boldsymbol{H}^{\alpha}\boldsymbol{f}_B\boldsymbol{H}^{\beta}\boldsymbol{k}\\ &= \boldsymbol{FrHM}^{\alpha,\beta}(\boldsymbol{f}_R)\boldsymbol{i} + \boldsymbol{FrHM}^{\alpha,\beta}(\boldsymbol{f}_G)\boldsymbol{j} + \boldsymbol{FrHM}^{\alpha,\beta}(\boldsymbol{f}_B)\boldsymbol{k}\end{aligned} \tag{II.77}$$

où $\boldsymbol{FrHM}^{\alpha,\beta}(\boldsymbol{f}_R)$, $\boldsymbol{FrHM}^{\alpha,\beta}(\boldsymbol{f}_G)$ et $\boldsymbol{FrHM}^{\alpha,\beta}(\boldsymbol{f}_B)$ sont les FrHMs des canaux rouge, vert et bleu de l'image couleur $\boldsymbol{f}_q$, respectivement.

L'équation précédente montre que les QCFrHMs peuvent être exprimés à partir les FrHMs de différents canaux de couleur ce qui montre la nature compacte de descripteurs proposés.

Les QCFrHMs proposés dépendent de quatre paramètres : les ordres fractionnaires $\alpha,\beta \in \mathbb{R}$ et les paramètres polynomiaux (a,b), contrairement aux moments de Hahn classiques d'ordre entier qui ne dépendent que des paramètres polynomiaux (a,b). En ajustant les ordres fractionnaires $\alpha,\beta \in \mathbb{R}$, différents coefficients dans le domaine de la transformée quaternaire peuvent être obtenus. Cette transformée a été utilisée dans notre article [13] pour construire un système de tatouage robuste pour les images couleurs.

6.2 Transformée discrète quaternaire radiale d'ordre fractionnaire

Dans cette section, nous présentons la transformée discrète quaternaire radiale d'ordre fractionnaire proposée dans nos articles [14], [15] pour les images couleurs qui se transforme sous la rotation de manière simple. Cette transformée est appelée les moments quaternaires radiaux d'ordre fractionnaire (QRFrMs).

6.2.1 Transformée discrète quaternaire radiale d'ordre fractionnaire proposée

Le noyau de la transformée proposée comprend deux de fonctions distinctes : (1) polynômes orthogonaux discrets d'ordre fractionnaire ($\boldsymbol{FrP}^{\alpha}$), et (2) un facteur exponentiel quaternaire circulaire ($e^{-\mu m\theta_k}$) où $\mu = (\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k})/\sqrt{3}$. Ainsi, la multiplication de deux quaternions n'est pas commutative, par conséquent, la transformée quaternaire radiale d'ordre fractionnaire a deux types différents (gauche et droit).

Soit $f(x,y)$ une image couleur de taille $N \times N$ définie dans le système de coordonnées cartésiennes, $f(r,\theta_k)$ sa version polaire et $f_q(r,\theta_k)$ sa représentation quaternaire selon Sangwine et al. [218] (Eq. I.94), et soit $\boldsymbol{FrP}^{\alpha}$ une matrice polynomiale d'ordre fractionnaire α de taille $N \times N$, la transformée quaternaire radiale d'ordre fractionnaire α de type gauche est définie par:

$$ {}^{L}QRFrM^{\alpha}_{n,m} = \frac{1}{l}\sum_{r=0}^{\lfloor N/2 \rfloor -1}\sum_{k=0}^{l-1}\gamma_{r,n}e^{-\mu m\theta_k} f_q(r,\theta_k) \qquad \text{(II.78)} $$

La transformée quaternaire radiale d'ordre fractionnaire α de type droit est définie par :

$$ {}^{R}QRFrM^{\alpha}_{n,m} = \frac{1}{l}\sum_{r=0}^{\left\lfloor \frac{N}{2} \right\rfloor -1}\sum_{k=0}^{l-1} f_q(r,\theta_k)\gamma_{r,n}e^{-\mu m\theta_k} \qquad \text{(II.79)} $$

où $(n+m)$ est l'ordre de la transformée QRFrMs. $\gamma_{i,j}$ est le terme de la *i*-ème ligne et de la *j*-ème colonne de la matrice $\boldsymbol{FrP}^{\alpha}$ tel que $\boldsymbol{FrP}^{\alpha} = \left(\gamma_{i,j}\right)_{0\le i,j\le N}$, α est l'ordre fractionnaire de la transformée QRFrMs. (r,θ_k) sont des coordonnées polaires où le rayon r varie de 0 à $N/2$, et l'angle θ_k varie de 0 à 2π par l pas discrets, tel que $k = 0,1,2,...,l-1$.

L'image originale $f_q(r,\theta_k)$ peut être reconstruite pour un ordre donné $(n_{\max}+m_{\max})$ de la transformée QRFrMs par une des relations suivantes :

$$f_q(r,\theta_k)=\sum_{n=0}^{n_{\max}}\sum_{m=0}^{m_{\max}}\gamma_{r,n}\,\mathrm{e}^{\mu m\theta_k}\;{}^{L}QRFrM_{n,m}^{\alpha} \tag{II.80}$$

$$f_q(r,\theta_k)=\sum_{n=0}^{n_{\max}}\sum_{m=0}^{m_{\max}}{}^{R}QRFrM_{n,m}^{\alpha}\gamma_{r,n}e^{\mu m\theta_k} \tag{II.81}$$

Pour le cas d'une image en niveaux de gris $g(r,\theta_k)$, la transformée proposée est appelée les moments radiaux d'ordre fractionnaire (RFrMs). Ces moments sont un cas particulier des QRFrMs où le quaternion unitaire pur est $\mu=\boldsymbol{i}$. Ils sont définis par la relation suivante :

$$RFrM_{n,m}^{\alpha}=\frac{1}{l}\sum_{r=0}^{\lfloor N/2\rfloor-1}\sum_{k=0}^{l-1}g(r,\theta_k)\gamma_{r,n}\,\mathrm{e}^{-\boldsymbol{i}m\theta_k} \tag{II.82}$$

et la transformée inverse de la reconstruction est définie par :

$$g(r,\theta_k)=\sum_{n=0}^{n_{\max}}\sum_{m=0}^{m_{\max}}RFrM_{n,m}^{\alpha}\gamma_{r,rn}e^{\boldsymbol{i}m\theta_k} \tag{II.83}$$

En fonction de la fonction de base utilisée $\boldsymbol{FrP}^{\alpha}=\left(\gamma_{i,j}\right)_{0\le i,j\le N}$, on obtient différentes transformées discrètes quaternaires radiales d'ordre fractionnaire. Dans notre article [14], la fonction de base est choisie comme polynômes de Charlier d'ordre fractionnaire (FrCPs) afin d'obtenir des moments quaternaires radiaux de Charlier d'ordre fractionnaire (QRFrCMs). Alors que dans notre article [15], elle est choisie comme polynômes de Hahn d'ordre fractionnaire afin d'obtenir des moments quaternaires radiaux de Hahn d'ordre fractionnaire (QRFrHMs).

Les moments quaternaires fractionnaires radiaux proposés ont été appliqués au tatouage zéro-bit des images médicales couleurs [14] et des images couleurs [15], et testés pour la reconstruction des images couleurs [15].

6.2.2 Invariance à la rotation

Grâce à la partie circulaire, la transformée QRFrMs possède une invariance à la rotation. En effet, sous une rotation de coordonnées selon l'angle θ' (ce qui équivaut à une rotation d'image par $-\theta'$), la transformée QRFrMs de type droite (Eq. II.79) est modifiée comme suit :

$$\begin{aligned}{}^{R}QRFrM_{n,m}^{\alpha\,*}&=\frac{1}{l}\sum_{r=0}^{\lfloor\frac{N}{2}\rfloor-1}\sum_{k=0}^{l-1}f(r,\theta_k+\theta')\gamma_{r,n}\,\mathrm{e}^{-\mu m\theta_k}\\&=\frac{1}{l}\sum_{r=0}^{\lfloor\frac{N}{2}\rfloor-1}\sum_{k=0}^{l-1}f(r,\theta_k)\gamma_{r,n}\,\mathrm{e}^{-\mu m(\theta_k+\theta')}\\&={}^{R}QRFrM_{n,m}^{\alpha}\,\mathrm{e}^{-\mu m\theta'}\end{aligned} \tag{II.84}$$

De même, la transformée QRFrMs de type gauche (Eq. II.78) est modifiée comme suit :

$$ {}^{L}QRFrM^{\alpha\ *}_{n,m} = \mathrm{e}^{-\mu m\theta'}\ {}^{L}QRFrM^{\alpha}_{n,m} \tag{II.85}$$

avec ${}^{R}QRFrM^{\alpha\ *}_{n,m}$ et ${}^{L}QRFrM^{\alpha\ *}_{n,m}$ sont respectivement les transformées QRFrMs de type droit et de type gauche après la rotation.

Les deux équations suivantes, montrent clairement que les magnitudes de la transformée QRFrMs sont invariantes par rapport à la rotation de image couleur.

$$ \left|{}^{R}QRFrM^{\alpha\ *}_{n,m}\right| = \left|{}^{R}QRFrM^{\alpha}_{n,m}\ \mathrm{e}^{-\mu m\theta'}\right| = \left|{}^{R}QRFrM^{\alpha}_{n,m}\right| \tag{II.86}$$

$$ \left|{}^{L}QRFrM^{\alpha\ *}_{n,m}\right| = \left|\mathrm{e}^{-\mu m\theta'}\ {}^{L}QRFrM^{\alpha}_{n,m}\right| = \left|{}^{L}QRFrM^{\alpha}_{n,m}\right| \tag{II.87}$$

6.2.3 Relation entre la transformée QRFrMs et la transformée RFrMs pour un seul canal de l'image couleur

Dans cette sous-section, on va établir relation entre les QRFrMs et les RFrMs. En utilisant les équations (I.89), (I.90), (I.94) et (II.79) nous avons :

$$\begin{aligned}
{}^{R}QRFrM^{\alpha}_{n,m} &= \frac{1}{l}\sum_{r=0}^{\lfloor N/2\rfloor-1}\sum_{k=0}^{l-1} f(r,\theta_k)\gamma_{r,n}\,\mathrm{e}^{-\mu m\theta_k} \\
&= \frac{1}{l}\sum_{r=0}^{\lfloor N/2\rfloor-1}\sum_{k=0}^{l-1}[\,f_R(r,\theta_k)\boldsymbol{i} + f_G(r,\theta_k)\boldsymbol{j} \\
&\quad + f_B(r,\theta_k)\boldsymbol{k}]\gamma_{r,n}(\cos(m\theta_k) - \mu\sin(m\theta_k) \\
&= \boldsymbol{i}[\mathrm{Real}(RFrM^{\alpha}_{n,m}(f_R)) + \mu\mathrm{Imag}(RFrM^{\alpha}_{n,m}(f_R))] \\
&\quad + \boldsymbol{j}[\mathrm{Real}(RFrM^{\alpha}_{n,m}(f_G)) + \mu\mathrm{Imag}(RFrM^{\alpha}_{n,m}(f_G))] \\
&\quad + \boldsymbol{k}[\mathrm{Real}(RFrM^{\alpha}_{n,m}(f_B)) + \mu\mathrm{Imag}(RFrM^{\alpha}_{n,m}(f_B))] \\
&= A_{n,m} + \boldsymbol{i}B_{n,m} + \boldsymbol{j}C_{n,m} + \boldsymbol{k}D_{n,m}
\end{aligned} \tag{II.88}$$

avec

$$\begin{aligned}
A_{n,m} &= \frac{-1}{\sqrt{3}}[\mathrm{Imag}(RFrM^{\alpha}_{n,m}(f_R) + \mathrm{Imag}(RFrM^{\alpha}_{n,m}(f_G) + \mathrm{Imag}(RFrM^{\alpha}_{n,m}(f_B)] \\
B_{n,m} &= (\mathrm{Real}(RFrM^{\alpha}_{n,m}(f_R)) + \frac{1}{\sqrt{3}}[\mathrm{Imag}(RFrM^{\alpha}_{n,m}(f_G) - \mathrm{Imag}(RFrM^{\alpha}_{n,m}(f_B)) \\
C_{n,m} &= (\mathrm{Real}(RFrM^{\alpha}_{n,m}(f_G)) + \frac{1}{\sqrt{3}}[\mathrm{Imag}(RFrM^{\alpha}_{n,m}(f_B) - \mathrm{Imag}(RFrM^{\alpha}_{n,m}(f_R)) \\
D_{n,m} &= (\mathrm{Real}(RFrM^{\alpha}_{n,m}(f_B)) + \frac{1}{\sqrt{3}}[\mathrm{Imag}(RFrM^{\alpha}_{n,m}(f_R) - \mathrm{Imag}(RFrM^{\alpha}_{n,m}(f_G))
\end{aligned} \tag{II.89}$$

Ici $RFrM^{\alpha}_{n,m}(f_R)$, $RFrM^{\alpha}_{n,m}(f_G)$, et $RFrM^{\alpha}_{n,m}(f_B)$ représentent les RFrMs des canaux rouge, vert et bleu, respectivement qui peuvent être calculés à partir de léquation II.82.

L'équation II.88 montre que la transformée QRFrMs peut être dérivés directement à partir les transformées RFrMs de différents canaux de couleur ce qui montre la nature compacte de la transformée proposée.

7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les différentes transformées discrètes d'ordre fractionnaire proposées dans le cadre de notre travail de thèse à savoir la transformée de Charlier d'ordre fractionnaire (FrCMs), la transformée de Meixner d'ordre fractionnaire (FrMMs), la transformée de Hahn d'ordre fractionnaire (FrHMs), la transformée séparable de Charlier-Meixner d'ordre fractionnaire (FrCMMs), les transformées quaternaires d'ordre fractionnaire (QCFrHMs, QRFrHMs, QRFrCMs). Les transformées proposées sont une généralisation des transformées moments discrètes classiques d'ordre entier, possède des paramètres supplémentaires, appelés ordres fractionnaires. En ajustant les ordres fractionnaires dans les transformées proposées, nous pouvons obtenir des coefficients différents dans le domaine des transformées.

Pour évaluer cette étude théorique, nous allons présenter dans les deux chapitres suivants une application de tatouage basée sur les transformées proposées pour les audio et les images numériques et nous comparons ses performances avec les transformées classiques d'ordre entier et d'autres transformées existantes dans la littérature.

CHAPITRE III : NOUVELLES APPROCHES DE TATOUAGE NUMÉRIQUE APPLIQUÉES AUX SIGNAUX AUDIO ET IMAGES

1. Introduction

Actuellement, la distribution, le partage, la production, l'édition, l'enregistrement et l'archivage du contenu numérique sont faciles à faire dans une courte période et avec une haute qualité, en raison de la diffusion de l'Internet, des ordinateurs personnels et des logiciels de manipulation. Le contenu numérique peut être un audio, un vocal, une image, une vidéo, un texte ou toute forme d'information numérique, d'où la nécessité d'une technique avancée pour un accès protégé et efficace à l'information, qui se manifeste dans la technique du tatouage numérique.

Récemment, le tatouage numérique est devenu l'un des domaines de recherche les plus populaires, car il offre une nouvelle façon de résoudre les problèmes liés à la sécurité de l'information. En d'autres termes, le tatouage numérique a la capacité de protéger le contenu numérique contre les utilisations non autorisées.

Ce chapitre présente nos contributions relatives au domaine de tatouage numérique en utilisant les transformées proposées d'ordre fractionnaire. En effet nous avons proposé, dans le cadre de notre travail de thèse, deux nouveaux systèmes de tatouage numérique aveugle et robuste pour les audio numériques et les images numériques. Les méthodes proposées sont opérées dans le domaine de transformée moments d'ordre fractionnaire. En ajustant les ordres fractionnaires dans la transformée adoptée, différents coefficients dans le domaine de la transformée peuvent être obtenus. Nous utilisons donc ces coefficients pour intégrer le watermark dans le document hôte et les ordres fractionnaires optimaux peuvent alors utilisés pour améliorer la robustesse et l'imprescriptibilité des systèmes proposés de tatouage (exigences de tatouage numérique). De plus, les ordres fractionnaires de la transformée adoptée peuvent servir de clés secrètes supplémentaires pour améliorer l'exigence de la sécurité.

Le premier système est un nouveau système de tatouage audio robuste, sécurisé et aveugle basé sur une nouvelle transformée hybride qui est une combinaison de la transformée en ondelettes

complexe à double arbre (DTCWT) et de la transformée de Charlier d'ordre fractionnaire (FrCMs). Après avoir segmenté le signal audio original en plusieurs segments de même longueur, la DTCWT à 3 niveaux est appliqué sur chaque segment à l'aide de filtres conçus spécifiquement pour avoir une invariance de décalage, puis la transformée FrCMs est appliquée sur les coefficients d'approximation du DTCWT. Enfin, une séquence de bits du watermark est intégrée dans les coefficients FrCMs en quantifiant leur énergie relative. L'ordre fractionnaire de la transformées FrCMs est choisi dans notre système de manière à obtenir une imperceptibilité élevée et une robustesse élevée vis-à-vis les opérations de traitement de signal et les attaques courantes. De plus, il est utilisé comme clé de sécurité pour assurer un haut niveau de sécurité du système proposé.

Dans le deuxième système qui est proposé pour le tatouage des images en niveaux de gris, les coefficients de la transformée séparable de Charlier-Meixner (FrCMMs) ont été utilisés comme coefficients hôtes pour intégrer le watermark en raison de leur comportement robuste. Les ordres fractionnaires de cette transformée ont été sélectionnés de manière à rendre le système de tatouage plus robuste tout en conservant l'imperceptibilité. De plus, l'approche de tatouage par blocs a été appliquée dans le domaine FrCMMs afin de gérer chaque bloc séparément ce qui permet d'utiliser plusieurs clés secrètes pour la sélection de blocs secrets, améliorant ainsi la sécurité du tatouage. Cette approche permet également de réduire la complexité lors l'implémentation du système proposé.

Ce chapitre se divise en 3 sections principales ; dans la première section nous donnerons une brève introduction au tatouage numérique. La deuxième et troisième sections présentent respectivement les nouveaux systèmes proposés pour le tatouage numérique des signaux audio et des images.

2. Notion de tatouage numérique

Dans cette section, nous fournissons une brève introduction au tatouage numérique. Nous présentons d'abord le principe de tatouage numérique, puis les contraintes de conception d'un système de tatouage, ensuite nous présentons les différentes applications utilisant le tatouage numérique, et enfin nous introduisons les différentes classifications de tatouage numérique.

2.1 Principe de tatouage numérique

Le tatouage numérique (digital watermarking) est une technique permettant d'ajouter des informations de copyright ou d'autres messages de vérification à un signal numérique à savoir un signal audio, une vidéo, une image, un objet 3D, etc. Le message inclus dans le signal hôte,

généralement appelé le watermark (marque), un ensemble de bits, dont le contenu dépend de l'application. Le watermark peut être un nom ou un identifiant du créateur, du propriétaire, de l'acheteur ou encore une forme de signature décrivant le signal hôte. La figure III.1 représente un modèle général d'un système de tatouage numérique. Ce modèle est divisé en deux phases principales : l'insertion et l'extraction (ou la détection) du watermark. La phase d'insertion utilise le document numérique comme signal hôte, le watermark et une clé de sécurité pour produire le document numérique tatoué. La phase de détection prend le document numérique tatoué (éventuellement modifié), la clé et éventuellement le document numérique original afin d'extraire le watermark.

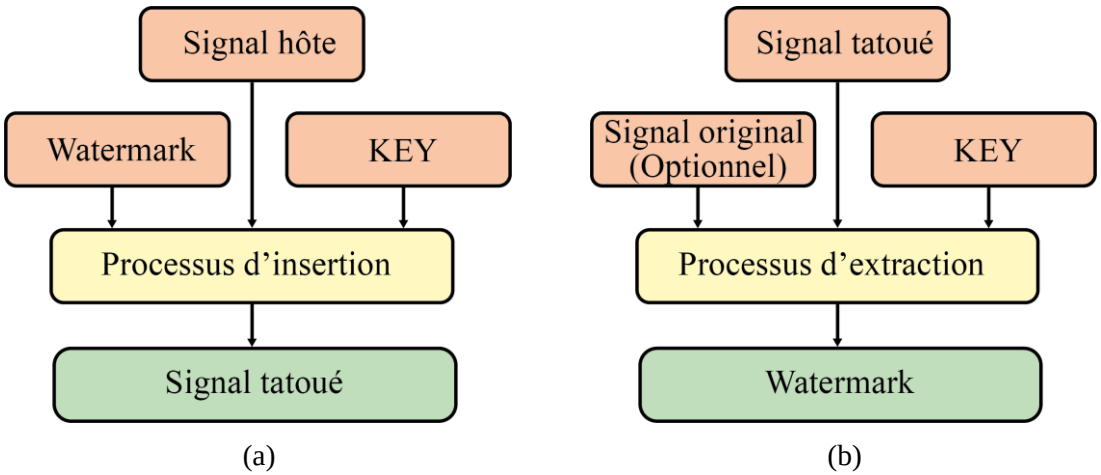


Figure III.1 : Modèle général de tatouage numérique ; (a) phase d'insertion, (b) phase d'extraction.

2.2 Exigences d'un système de tatouage numérique

Les systèmes de tatouage numérique doivent généralement satisfaire à certaines exigences, comme l'imperceptibilité, la robustesse, la capacité de charge utile, la sécurité et la complexité. L'ensemble de ces exigences dépend du domaine d'application du tatouage (Voir la section III.2.3) telles que la protection des droits d'auteur, le contrôle de la copie, l'authentification, le support d'information sécurisé, etc. Chacune de ces applications a ses propres exigences. Par exemple, si le tatouage est appliqué pour la protection des droits d'auteur, la robustesse, l'imperceptibilité et la sécurité sont primordiales tandis que la capacité est moins importante. D'un autre côté, il n'est pas nécessaire de créer un système de tatouage robuste pour une application de support d'information sécurisé.

Selon [267], il est difficile, voire impossible de concevoir un système de tatouage en respectant toutes ces propriétés au plus haut degré. Généralement, nous essayons de faire des compromis entre ces exigences, tout dépend des exigences de l'application du système de tatouage. Dans cette section, nous allons présenter ces exigences en détail.

2.2.1 Imperceptibilité

Le watermark inséré ne doit pas être perceptible par l'être humain et il ne doit pas dégrader la qualité du signal original. La différence entre la version audio/parole/image/vidéo originale et la version tatouée peut difficilement être distinguée par l'oreille/ l'œil humaine. Cette exigence est désignée aussi par le terme imperceptibilité ou invisibilité [268]. Par conséquent, pour concevoir un système de tatouage imperceptible, le système visuel humain et/ou le système auditif humain doivent être pris en considération.

2.2.2 Robustesse

La robustesse définit la résistance du watermark face aux différentes distorsions fréquentielles (comme la compression avec perte, filtrage, etc.) ou opérations géométriques (redimensionnement, rotation, translation, etc.). En effet, le watermark inséré doit être détecté après des modifications dues à quelques attaques involontaires (des traitements qui ne visent pas forcément à retirer le watermark) ou volontaires qui ont pour seul but de retirer le watermark. En d'autres termes, le processus d'extraction doit détecter le watermark à partir de la version attaquée du signal tatoué.

2.2.3 Capacité de charge utile

La capacité de charge utile (ou la capacité d'insertion) désigne la quantité d'informations qui peuvent être insérées dans un document hôte sans affecter la qualité de ce dernier. Plus la capacité de charge utile est grande plus la déformation du document hôte est grande. En général, la nécessité d'une capacité de charge utile élevée est liée à l'application visée [267], [269], [270], [271]. Dans le contexte de protection des droits d'auteur, la capacité de charge utile n'est pas primordiale. Tandis que dans des applications de la stéganographie, cette propriété est très importante.

2.2.4 Sécurité

La propriété de sécurité est indispensable dans tous les systèmes de tatouage. La sécurité implique que le watermark ne peut être détecté que par les personnes autorisées [271]. Sinon, les attaquants peuvent éventuellement détecter le watermark. Ensuite, ils sont capables de modifier le watermark sans que la qualité des données numériques ne soit trop affectée.

La conception d'un système de tatouage sécurisé exige le respect de principe d'Auguste Kerckhoff [272] : « I*l faut que le système n'exige pas le secret, et qu'il puisse sans inconvénient tomber entre les mains de l'ennemi* ». Cela signifie que le système lui-même doit être connu de tous et ce sont les clés qui sont secrètes. Cette propriété concerne la génération des clés, ainsi que les protocoles d'échange de clés. Afin d'atteindre cette propriété, les méthodes de tatouage

reposent généralement sur l'utilisation des clés secrètes (généralement des séquences pseudo-aléatoires) et/ou des algorithmes de cryptage symétrique ou asymétrique [256].

La sécurité est liée à la complexité, c'est-à-dire que le système de tatouage devrait fonctionner avec suffisamment de clés longues pour décourager la recherche de la clé secrète appropriée ce qui influe directement sur la complexité de l'approche de tatouage [273].

2.2.5 Complexité algorithmique (Le coût)

La complexité algorithmique d'un système de tatouage dépend de l'application en question. En effet, dans certaines applications, comme le contrôle de diffusion et la sécurité des cartes d'accès, la rapidité est primordiale. La lecture doit être effectuée en temps réel [269]. Dans des applications de la protection des droits d'auteur, le temps d'insertion du watermark n'est pas un problème, tant qu'il n'est pas bizarre. Au contraire, la phase d'extraction du watermark doit être la plus courte possible [271]. Généralement, en tatouage numérique, la complexité en écriture est moins cruciale que la complexité en lecture.

2.2.6 Détection aveugle

Les détecteurs du watermark peuvent être classés en deux catégories : informés et aveugles, selon que le signal original doit être disponible ou non pour le processus de détection du watermark (Figure III.2). Un détecteur informé, également connu sous le nom de détecteur non aveugle, utilise le signal original dans le processus de détection, tandis que le détecteur aveugle n'utilise pas le signal original pour la détection du watermark. Alors qu'un détecteur est semi-aveugle s'il utilise le watermark original dans le processus de détection. Bien que les systèmes non aveugles soient plus robustes dans la détection du watermark, l'industrie du multimédia semble favoriser les systèmes aveugles en raison de leur aspect pratique [274].

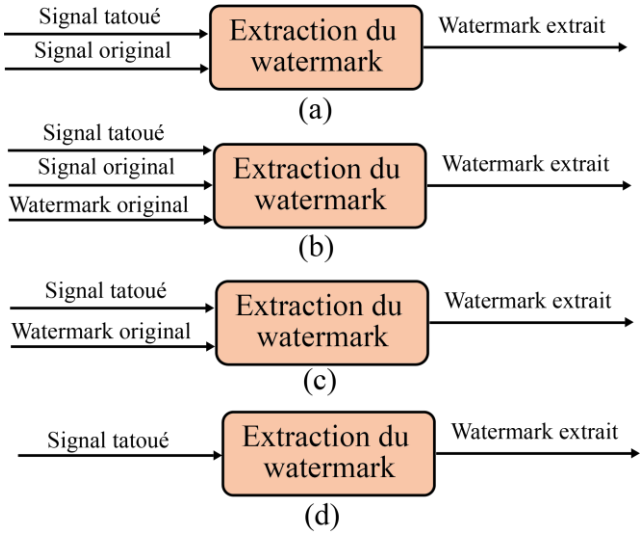


Figure III.2 : Type de détection du watermark ; (a) et (b) Détection non aveugle, (c) Détection semi-aveugle, (d) Détection aveugle.

2.2.7 Compromis

La condition indispensable d'avoir un système de tatouage idéal est la satisfaction suffisante des exigences de base à savoir la robustesse, l'imperceptibilité, et la capacité de charge utile [269]. En effet, une méthode de tatouage devrait insérer la quantité maximale d'informations (capacité élevée) au signal hôte, en fonction de la redondance perceptive (imperceptibilité élevée), tout en résistant à toute attaque géométrique ou de traitement du signal (robustesse élevée). Cependant, la relation entre les exigences de base (Figure III.3) génère le traditionnel compromis existant dans le domaine du tatouage numérique, où des manipulations incontrôlables concernant l'amélioration d'une exigence peuvent entraîner la dégradation d'une autre. Généralement, quel que soit le système de tatouage, le concepteur doit faire un compromis entre l'imperceptibilité, la capacité et la robustesse aux attaques que le système va pouvoir supporter [275].

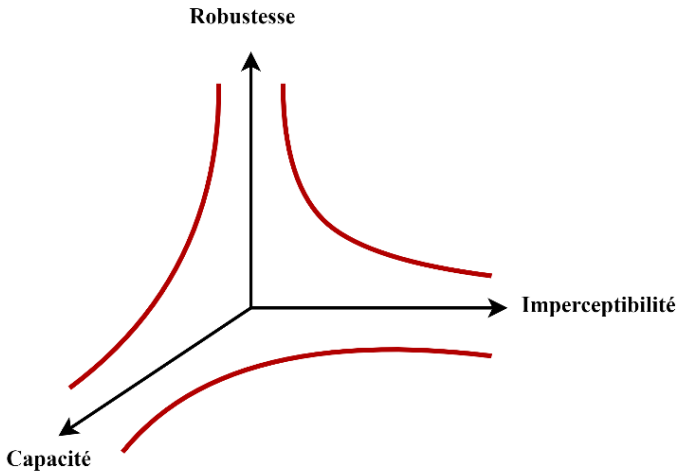


Figure III.3 : Le compromis entre la robustesse, la capacité et l'imperceptibilité.

2.3 Applications du tatouage numérique

Plusieurs applications industrielles de tatouage numérique sont présentées dans la littérature. Cox et al. présentent dans leur livre [276] une description détaillée des différentes applications de tatouage numérique. Parmi celle-ci, on cite :

2.3.1 Protection des droits d'auteur

La protection des droits d'auteur est l'application la plus importante de tatouage numérique, car l'exploration de tatouage numérique a été motivée par le désir de protéger les droits d'auteur [277].

L'idée de la stratégie sous-jacente est d'intégrer, d'une manière imperceptible, un watermark par les propriétaires contenant leur propre signature de propriété intellectuelle comme un logo, un message, etc., dans les données multimédia originales et de les livrer comme d'habitude. En

procédant ainsi, et en cas de litige, le propriétaire légitime peut démontrer sa propriété en extrayant le watermark intégré [278].

Dans cette application, le tatouage doit être très robuste et très sécurisé pour résister aux modifications courantes du traitement du signal et aux attaques intentionnelles [279]. D'autre part, étant donné que les applications de protection de la propriété ne nécessitent pas que le watermark soit très long, la capacité de charge utile pour cette application ne doit pas forcément être élevée [277], [279]. A titre d'exemple, nous avons proposé dans [12] un système de tatouage numériques pour protéger des images numériques. Le principe de ce système sera détaillé dans la section III.4.

2.3.2 Contrôle de copie

L'objectif est de détecter la présence d'un copyright (watermark) pour contrôler ou rendre la copie de l'œuvre extrêmement difficile. Protégeant ainsi les droits et les bénéfices des détenteurs des droits d'auteur. Ce principe a été utilisé dans les vidéos où le watermark indique si la vidéo peut être recopiée ou non. En effet, le détenteur d'un DVD a le droit de réaliser des copies de sauvegarde, mais non de diffuser des copies à d'autres personnes. Les systèmes de reproduction conformes doivent donc tolérer les copies de première génération (réalisées à partir d'un original) mais interdire les copies de copies. Cette application a besoin de la création d'une architecture matérielle adaptée au système de tatouage.

2.3.3 Authentification

Le tatouage permet de vérifier qu'un contenu multimédia n'a pas été modifié. Ce type de tatouage permet d'assurer l'intégrité du document. Il est utilisé aussi bien dans l'authentification des images médicales, la télé-surveillance ainsi que la sécurité des papiers d'identité. Le processus de tatouage numérique consiste à cacher des informations servant à détecter une éventuelle modification ou un découpe du contenu multimédia par une personne non autorisée et à localiser précisément les régions manipulées, voire éventuellement à les restaurer.

2.3.4 Contrôle de diffusion (Monitor Broadcasts)

Cette application permet aux propriétaires de suivre la diffusion des émissions sur la télévision/l'Internet de leur contenu. Le tatouage numérique est utilisé pour prouver que le contenu a été joué dans son intégralité en générant des rapports sur l'état de diffusion dans un marché donné à un moment précis. Des informations complémentaires peuvent être fournies, y compris la conformité d'utilisation, la licence et la détection d'une utilisation illégale. Une description de ce système a été présentée dans [280].

2.3.5 Indexation

Le tatouage peut avoir une application dans le domaine de l'indexation de documents. Le tatouage numérique repose sur l'insertion une description caractéristique du document afin de faciliter sa recherche de manière plus simple dans une base de données. En effet, on peut envisager de compléter la signature du créateur par une description sommaire du document pour permettre son indexation de manière plus simple. On peut aussi envisager d'insérer un watermark représentant un lien vers une autre source d'information (un lien vers un site Internet) afin d'obtenir des renseignements complémentaires sur le document. Un exemple d'un système d'intégration de tatouage numérique pour améliorer les requêtes dans les systèmes de gestion de base de données a été proposé dans [281], [282].

2.3.6 Support d'information sécurisé

Les techniques de tatouage numérique peuvent offrir une solution idéale pour le transfert de contenu numérique d'un endroit à un autre en toute sécurité [283]. Dans cette application, le watermark intégré doit avoir une capacité élevée, la robustesse contre les attaques intentionnelles n'est pas nécessaire et l'algorithme de décodage ne doit pas utiliser le signal original (détection aveugle) [279].

2.3.7 Applications médicales

Le domaine médical est une autre application importante du tatouage. Le tatouage dans ce domaine peut collecter toutes les informations d'un patient dans une seule donnée, ce qui rend impossible le mélange entre deux patients car le mélange mène à une catastrophe. Par exemple, les informations sur les patients, telles que les noms, les personnifications et les diagnostics, peuvent être intégrées dans les images médicales des patients. Dans le cas d'une transmission, pour garantir la sécurité, on peut utiliser les images médicales contenant les informations de patient comme watermark. Cependant, le tatouage d'images médicales nécessite une grande prudence lors de l'intégration de données supplémentaires dans les images médicales, car ces informations supplémentaires ne doivent pas affecter la qualité de l'image [284].

A titre d'exemple, nous avons développé dans [14] et [10] deux systèmes de tatouage zéro-bit pour la protection des droits d'auteurs des images médicales couleurs et des images médicales multiples. Ces systèmes sont présentés en détail dans le chapitre IV.

2.3.8 Autres applications

Il existe d'autres applications de tatouage numérique telle que la gestion des transactions (Fingerprinting), e-commerce, l'ajout des informations publicitaires, etc [285].

2.4 Classification des techniques de tatouage numérique

Les techniques de tatouage en général peuvent être classées en plusieurs catégories comme il est montré dans la figure III.4. Le tatouage numérique peut toucher différents types de données numériques telles que l'image, l'audio, la parole, la vidéo et le document texte. En ce qui concerne le domaine d'insertion, le système de tatouage peut intégrer le watermark dans le domaine temporel/spatial ou dans le domaine d'une transformée. Du point de vue de l'aveuglement, le tatouage numérique peut être **aveugle, semi aveugle**, ou **non aveugle** (Section III.2.2.6).

Selon **la perception humaine**, les tatouages numériques peuvent être divisés en deux types : les tatouages **perceptibles** ou **imperceptibles**. Pour le premier type, le watermark inséré peut être perçue par un témoin oculaire pour l'image et la vidéo, et peut être audible pour l'audio, la parole et la vidéo. Pour le deuxième type, la différence entre le signal original et le signal tatoué peut difficilement être distinguée par l'oreille ou/et l'œil humaine.

Selon la robustesse, les systèmes de tatouage numérique peuvent être classés en tatouage **robuste, fragile** ou **semi-fragile**. Le système robuste doit résister au maximum d'attaques tout en préservant le watermark. Alors qu'un système fragile est un système sensible à toute manipulation, généralement appliqué dans un but d'authentification des données. Enfin, un système est dit semi-fragile s'il est robuste contre certaines attaques et sensible à d'autres attaques.

Les techniques de tatouage peuvent également être classées en techniques **réversibles** et **irréversibles**. L'approche de tatouage réversible permet d'effacer le watermark et d'obtenir le signal hôte exact à partir de signal tatoué. Cependant, la conception d'un système de tatouage réversible implique quelques pertes de robustesse et de sécurité. Le tatouage non réversible introduit généralement une dégradation légère mais irréversible du signal original. Le système de tatouage réversible ne doit être utilisé que dans les applications qui nécessitent une restauration totale du signal hôte, comme les applications médicales.

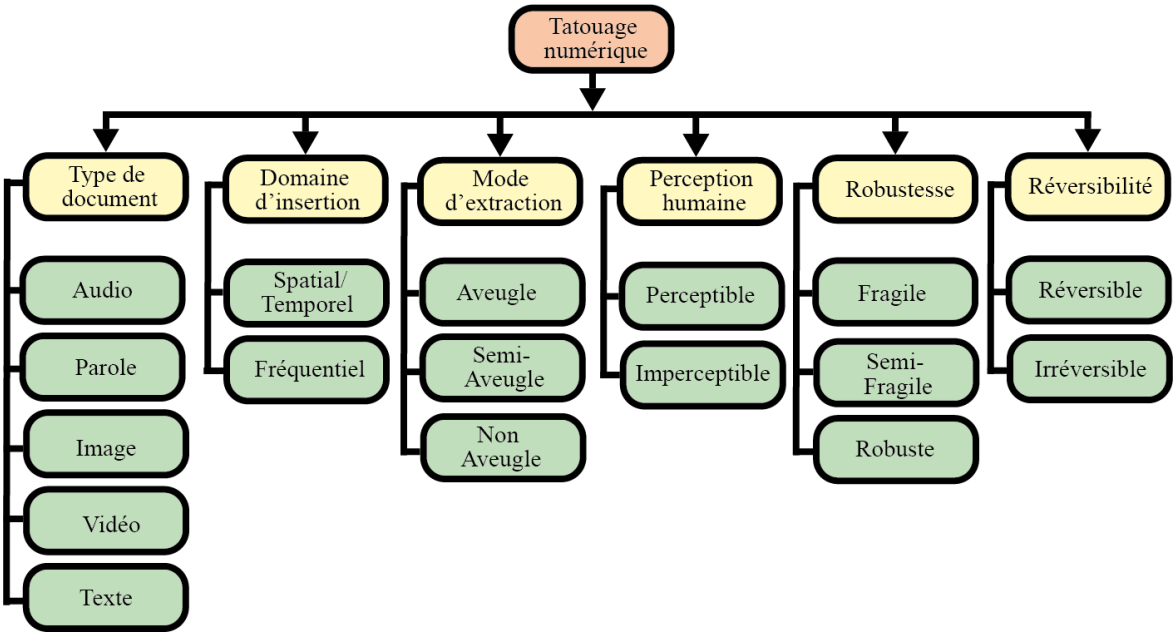


Figure III.4 : Classification des techniques de tatouage numérique.

3. Nouvelle approche de tatouage numérique pour la protection des signaux audio (Yamni et al. [16])

Dans [16], nous avons proposé un nouveau système de tatouage audio robuste, sécurisé et aveugle basé sur une nouvelle transformée hybride notée en abrégé DTCWT-FrCMT qui est une combinaison de la transformée de Charlier d'ordre fractionnaire (FrCMs) et de la transformée en ondelettes complexe à double arbre (DTCWT). Dans ce qui suit, nous signalons les lacunes des travaux connexes et montrer comment nous avons amélioré ces lacunes avec notre méthode, puis nous présentons en détail la méthode de tatouage audio proposée.

3.1 Exigences de tatouage audio

Le tatouage numérique audio est différent de tatouage numérique d'image, car le signal audio a ses propres caractéristiques [26]. Premièrement, il s'agit d'un signal unidimensionnel. Deuxièmement, le système auditif humain est plus sensible que le système visuel humain, ainsi la garantie de l'imperceptibilité du système auditif est plus difficile que celle de système visuel. Troisièmement, par rapport à une image statique, le signal audio numérique comporte moins d'échantillons dans chaque intervalle de temps, ce qui signifie que moins de données peuvent être intégrées dans le signal audio hôte. La détection du watermark devrait aveugle, car la recherche de l'audio original est très difficile. Tout ce qui précède indique que le tatouage audio est plus difficile à réaliser que le tatouage d'image.

Selon la Fédération internationale de l'industrie phonographique (IFPI) [286], le système de tatouage audio doit répondre aux exigences suivantes. (1) Le système doit offrir une capacité de

charge utile supérieure à 20 bps (bits par seconde). (2) Le SNR (Signal-to-Noise Ratio) du signal audio tatoué doit être supérieur à 20 dB pour que le signal audio tatoué soit imperceptible. (3) Le système doit être robuste contre les opérations et les attaques courantes de traitement du signal. (4) Le système doit offrir un niveau élevé de sécurité afin que seules les personnes autorisées puissent accéder au watermark intégré. Le respect de ces exigences constitue un défi majeur pour un système de tatouage audio robuste [16].

3.2 Travaux connexes et leurs lacunes

Nombreuses méthodes de tatouage audio ont été proposées récemment. Elles sont classées en deux catégories principales en fonction du domaine dans lequel le watermark a été intégré : les méthodes opérantes dans le domaine temporel [287], [288], [289] et les méthodes opérantes dans le domaine de transformée [26], [290], [291], [292], [293], [294], [295], [296], [297], [298]. Les méthodes dans le domaine temporel sont les plus simples car elles sont basées sur la modification directe des échantillons d'audio hôte. Néanmoins, ces méthodes ne sont pas très robustes vis-à-vis nombreuses opérations de traitement du signal courantes et d'attaques. D'autre part, les méthodes opérées dans le domaine de transformée ont acquis une réputation impressionnante en raison de leur robustesse relativement élevée [286]. De solides méthodes de cette catégories ont été proposées en utilisent des domaines robustes comme le domaine de la transformée en ondelettes discrète (DWT) [26], [292], [293], la transformée en ondelettes de levage (LWT) [294], [295], la transformée en cosinus discrète (DCT) [296] et la décomposition en valeur singulière (SVD) [297], [298]. Ces méthodes utilisent les coefficients des transformées comme supports d'information du watermark. En outre, certains travaux ont combiné ces transformées (DWT avec SVD, DWT avec DCT, DWT avec DTMT, etc.) afin de concevoir des systèmes de tatouage hybrides [299], [300], [301]. La raison principale de cette combinaison est que les systèmes hybrides sont beaucoup plus robustes contre les opérations et les attaques courantes de traitement du signal. Nous ne souhaitons pas détailler d'avantage la bibliographie concernant le tatouage audio, et nous renvoyons par exemple à nos articles [16], [301] pour un état de l'art plus complet.

Cependant, d'après l'état de l'art présenté dans notre article [16], les principales faiblesses des systèmes basés sur DWT, LWT, DCT, SVD, et les systèmes hybrides [299], [300], [301] sont les suivantes : (1) une faible robustesse, en particulier, la vulnérabilité au décalage car les DWT, LWT, DCT, SVD souffrent de la variance au décalage, ce qui signifie que de petits décalages dans le signal audio tatoué peuvent entraîner des changements significatifs dans la distribution de l'énergie du signal à travers les échelles des coefficients de la transformée. (2)

Faible capacité de charge utile car une augmentation de l'information à incorporer influence l'exigence d'imperceptibilité. (3) Les transformées DWT, LWT, DCT, SVD et DTMT ne possèdent aucun paramètre pouvant être utilisé comme clé de sécurité, ce qui signifie que des étapes supplémentaires doivent toujours être ajoutées pour assurer la sécurité d'un système de tatouage audio.

De nombreux travaux ont été publiés dans la littérature qui abordent le problème de la robustesse vis-à-vis les attaques de décalage [302], [303], [304] [290], [291]. En effet, ce problème peut être résolu en utilisant la technique de synchronisation. Cette technique consiste à intégrer des codes de synchronisation dans le signal audio devant le watermark. Les codes de synchronisation sont exploités pour localiser les positions où le watermark est incorporé. Pendant la procédure d'extraction du watermark, les codes de synchronisation doivent être recherchés dans le signal audio tatoué, bit par bit, avant d'extraire le watermark. Avec les codes de synchronisation trouvés, les emplacements de tatouage sont alors déterminés. Cette technique permet d'obtenir une grande robustesse vis-à-vis les attaques de décalage. Cependant, si les codes de synchronisation sont intégrés dans le domaine de transformée, la robustesse des codes de synchronisation augmentera mais le coût de calcul pour la recherche des codes de synchronisation augmentera également de façon considérable [305].

Dans [16], nous avons proposé un système robuste, aveugle, sécurisé de tatouage audio avec une capacité de charge utile élevée et une grande robustesse contre les opérations et les attaques courantes de traitement de signal, en particulier les attaques de décalage, sans utiliser la technique de synchronisation. Dans la méthode proposée, le tatouage est opéré dans le domaine d'une nouvelle transformée hybride notée en abrégé DTCWT-FrCMT, qui est une combinaison de la transformée en ondelettes complexe à double arbre (DTCWT) et de la transformée de Charlier d'ordre fractionnaire (FrCMT). La DTCWT est utilisée pour assurer l'invariance au décalage, et la FrCMT, avec l'ordre fractionnaire optimal, est utilisée pour obtenir une robustesse et une imperceptibilité élevées. En outre, l'utilisation de cette dernière offre un niveau de sécurité élevé car différents ordres fractionnaires de la FrCMT donnent des coefficients différents de la transformée, et donc, l'ordre fractionnaire de FrCMT est utilisé comme une clé secrète afin renforcer la sécurité. Dans ce qui suit, nous présentons en détail notre méthode proposée.

3.3 Système de tatouage audio opéré dans le domaine de la transformée DTCWT-FrCMT (Yamni et al. [16])

3.3.1 L'idée principale du système proposé

Le système de tatouage audio proposé comprend deux phases : l'insertion et l'extraction du watermark. L'organigramme de ce système est présenté dans la figure III.5. La première phase génère le signal audio tatoué qui contient le watermark du propriétaire, tandis que la deuxième vérifie les droits d'auteur du signal audio en extrayant le watermark à partir le signal audio tatoué et en le comparant au watermark original.

Le système de tatouage proposé adopte une stratégie d'intégration du watermark en séquence. Après avoir segmenté l'audio original en plusieurs segments de même longueur, la transformée DTCWT à 3 niveaux est appliquée sur chaque segment en utilisant des filtres conçus spécifiquement pour avoir une invariance au décalage, puis la FrCMT est appliquée sur les coefficients d'approximation de la DTCWT, là où le système auditif humain est moins sensible. Enfin, une séquence de bits du watermark est incorporée dans les coefficients de la FrCMT en quantifiant leur énergie relative. Dans le processus d'extraction, nous appliquons la FrCMT sur les coefficients d'approximation de la DTCWT de l'audio tatoué en utilisant le même ordre fractionnaire utilisé dans la phase d'insertion et nous extrayons les séquences de bits pour générer le watermark extrait.

L'ordre fractionnaire dans la FrCMT est choisi dans notre système de manière à obtenir une robustesse et une imperceptibilité élevées. De plus, il est utilisé comme clé de sécurité car différents ordres fractionnaires donnent différents coefficients dans le domaine de la transformée FrCMT, et donc, la valeur de cet ordre fractionnaire doit être connue pour une extraction correcte du watermark. Notre méthode utilise également le système chaotique des treillis de cartes mixtes linéaires-non linéaires couplés (MLNCML) [306] pour améliorer l'efficacité et la sécurité du système de tatouage proposé. Le système de tatouage audio proposé présente les contributions suivantes : (1) il peut résister efficacement aux opérations et attaques courantes de traitement de signal telles que le rééchantillonnage, l'ajout du bruit, la requantification, l'ajout d'écho, le filtrage, la mise à l'échelle de l'amplitude, la compression MP3, le recadrage aléatoire et les attaques de décalage ; (2) il utilise la stratégie d'intégration des bits en séquence pour augmenter la capacité de système ainsi proposé ; et (3) il présente un niveau de sécurité très élevé en utilisant la FrCMT et le système chaotique MLNCML. Les détails sont décrits ci-dessous.

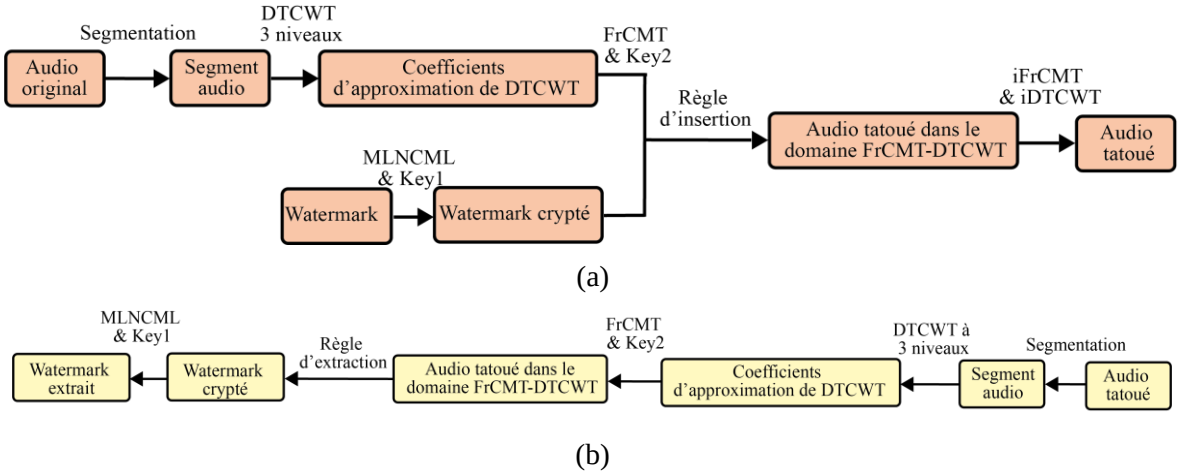


Figure III.5 : Organigramme de système proposé de tatouage pour la protection des nignaux audio ; (a) Insertion du watermark, (b) Extraction du watermark.

3.3.2 Insertion du watermark

Considérons un signal audio original $S=\{s(i),\ 0\le i<length\}$ de $length$ échantillons, et un watermark $W=\{w(i,j),\ 0\le i<N,\ 0\le j<M\}$ de taille $N\times M$. Le watermark est incorporé dans le signal audio selon les étapes suivantes :

- **Étape 1 : Prétraitement du watermark**

Afin d'éliminer la relation spatiale entre les bits du watermark et d'améliorer la robustesse du tatouage audio, le watermark est crypté, par le système chaotique MLNCML [306], avant d'être intégré dans le signal audio original. En raison de la grande sensibilité aux valeurs initiales, le système MLNCML peut également assurer un haut niveau de sécurité du système de tatouage proposé. Le système MLNCML considère Len cartes logistiques couplées par des liens de voisinage et des liens de cartes de chat d'Arnold comme suit :

$$\begin{aligned} x_{n+1}(i) &= (1-\varepsilon)\tau[x_n(i)]+(1-\eta)\frac{\varepsilon}{2}\{\tau[x_n(i+1)] \\ &\quad +\tau[x_n(i-1)]\}+\eta\frac{\varepsilon}{2}\{\tau[x_n(j)]+\tau[x_n(k)]\} \end{aligned} \tag{III.1}$$

où $i,\ j,k\ (1\le i,\ j,k\le Len)$ sont les lattices ; $\varepsilon(0\le\varepsilon\le 1)$ et $\eta(0\le\eta\le 1)$ sont les paramètres de couplage ; n est l'indice de temps $(n=1,2,3,...)$ et $\tau(x)$ est la cartographie logistique définie comme $\tau(x)=\mu x(1-x)$, $\mu\in(0,4]$. Les relations de $i,\ j,k$ sont définies par la carte de chat d'Arnold décrite dans l'équation suivante :

$$\begin{bmatrix} j \\ k \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & p \\ q & pq+1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i \\ i \end{bmatrix}(\mathrm{mod}\,L) \tag{III.2}$$

où p et q sont les paramètres de la carte de chat d'Arnold et $\mathrm{mod}\,L$ est modulo L (reste de la division euclidienne).

Le processus de cryptage est le suivant :

1) Générer une matrice chaotique $H=\{h(i,j),\ 0\le i<N,\ 0\le j<M\}$ de taille $N\times M$ en utilisant le système MLNCML.

2) Binariser la matrice chaotique H pour obtenir la matrice chaotique binaire $H_b=\{h_b(i,j),\ 0\le i<N,\ 0\le j<M\}$ en utilisant la technique de binairisation suivante :

$$h_B(i,j)=\begin{cases}1, & \text{if } h(i,j)\ge e\\ 0, & \text{if } h(i,j)<e\end{cases},\ (0\le i<N,\ 0\le j<M) \qquad \text{(III.3)}$$

où le seuil e est la moyenne de H .

3) Crypter le watermark de W à $W_1=\{w_1(i,j),\ 0\le i<N,\ 0\le j<M\}$ en appliquant une opération XOR entre la matrice chaotique binaire H_b et le watermark W , ce qui donne

$$W_1=XOR(H_b,W) \qquad \text{(III.4)}$$

4) Ensuite, le watermark crypté W_1 est transformé en une séquence unidimensionnelle, comme suit :

$$W_2=\{w_2(k),\ 0\le k<L_W,\ L_W=N\times M\} \qquad \text{(III.5)}$$

5) Enfin, la séquence de watermark crypté W_2 est divisée en sous-séquences W_n de 4 bits.

$$W_n=\{w_n(m),\ 0\le n<N\times M/4,\ 0\le m<4\} \qquad \text{(III.6)}$$

où W_n est la $n^{\text{ième}}$ sous-séquence du watermark crypté et $w_n(m)$ est le bit de watermark crypté à la position *m*.

Les valeurs initiales de la MLNCML (y compris $\varepsilon,\ \eta,\ \mu$ et la valeur initiale x_0 de la cartographie logistique) sont utilisées comme clés de sécurité pendant la phase d'intégration du watermark. Ces valeurs sont notées "Key1". Il est donc impossible d'extraire le watermark à partir du signal audio tatoué sans cette clé secrète.

- **Étape 2 : Segmentation**

Segmenter le signal audio original S en $N\times M/4$ segments audio, où chaque segment S_n a L échantillons, comme suit

$$S_n=\{s_n(i),\ 0\le n<N\times M/4,\ 0\le i<L\} \qquad \text{(III.7)}$$

Ici, nous avons supposé que le $n^{\text{ième}}$ segment S_n comprend L échantillons et $0\le i<L$ est utilisé pour représenter le numéro de colonne du segment, et $s_n(i)$ est la valeur de l'échantillon à la position i.

Grâce à cette étape, les bits du watermark seront répartis uniformément sur l'ensemble du signal audio S, ce qui peut améliorer la robustesse du système proposé contre les attaques de recadrage.

Pour chaque segment $(S_n,\ 0 \le n < N \times M/4)$**, appliquer les étapes (3~8)**

- **Étape 3 : Application de la transformée DTCWT**

Appliquer la DTCWT à 3 niveaux en utilisant pour le premier niveau les filtres de [30] et pour les autres niveaux les filtres de [31], [307] afin d'obtenir des coefficients d'ondelettes A_a^3, D_a^3, D_a^2, D_a^1 pour Tree$_a$ et A_b^3, D_b^3, D_b^2, D_b^1 pour Tree$_b$ (voir la section I.2.4).

Pour exploiter les avantages des coefficients de basse fréquence qui sont moins sensibles au système auditif humain, les coefficients d'approximation A_a^3 et A_b^3 (basses fréquences) sont pris en compte dans la procédure d'insertion.

Dans ce qui suit, les coefficients A_a^3 seront interprétés comme la partie réelle de A^3 et les coefficients A_b^3 seront interprétés comme sa partie imaginaire, autrement dit :

$$A^3 = A_a^3 + jA_b^3 \tag{III.8}$$

où A^3 sont les coefficients d'approximation à 3 niveaux de la DTCWT, et $j^2 = -1$.

Enfin, A^3 est découpé en 4 sections $(A_m^3,\ 0 \le m < 4)$ afin de réduire la complexité du calcul de la transformée FrCMT (étape suivante). En effet, la complexité du calcul de la FrCMT sur les sections $A_m^3,\ 0 \le m < 4$ séparément est bien moindre que celle du calcul de la FrCMT sur la totalité de A^3.

- **Étape 4 : Application de la transformée FrCMT**

Pour chaque section A_m^3, la FrCMT est appliquée, comme suit :

$$FrCM_m^\alpha = C^\alpha A_m^3; \quad 0 \le m < 4 \tag{III.9}$$

où $FrCM_m^\alpha$ et A_m^3 sont des vecteurs de taille $1 \times \ell$, $\ell = \dfrac{L}{4 \times 2^3}$, et C^α est la matrice FrCPs de taille $\ell \times \ell$ qui peut être calculée à partir de l'équation II.42.

Puisque la matrice C^α des FrCPs, qui est la fonction noyau de la FrCMT, est indépendante de la section traitée $A_m^3,\ 0 \le m < 4$, elle peut être pré-calculée, stockée, rappelée chaque fois qu'elle est nécessaire pour éviter les calculs répétitifs. Par conséquent, la matrice C^α n'est calculée qu'une seule fois au lieu de 4, ce qui réduit le temps de calcul en pratique.

Comme nous avons mentionné dans section II.2, l'ajustement de l'ordre fractionnaire de la transformée FrCMT peut donner des coefficients différents dans le domaine de cette transformée. Par conséquent, l'ordre fractionnaire optimal dans la transformée FrCMT peut rendre le système de tatouage basé sur FrCMT plus efficace en termes de robustesse et d'imperceptibilité. En outre, la Section III.3.4 montre que l'ordre fractionnaire dans la FrCMT peut être utilisé comme clé de sécurité. La valeur de l'ordre fractionnaire, notée "Key2", renforce la sécurité du système de tatouage audio proposé.

- **Étape 5 : Insertion du watermark**

En calculant l'énergie relative du vecteur $FrCM_m^{\alpha}$ on obtient une valeur notée E_m (E_0 est l'énergie du vecteur $FrCM_0^{\alpha}$, E_1 est l'énergie du vecteur $FrCM_1^{\alpha}$,etc.), puis on incorpore le watermark dans chaque vecteur $FrCM_m^{\alpha}$ en quantifiant l'énergie relative E_m, la règle est donnée par :

$$\overline{FrCM_m^{\alpha}} = E_m \times FrCM_m^{\alpha} / \overline{E_m} \tag{III.10}$$

avec $FrCM_m^{\alpha}$ est le vecteur original de la FrCMT, $\overline{FrCM_m^{\alpha}}$ est le vecteur tatoué de la FrCMT et

$$\overline{E_m} = \begin{cases} floor\left(E_m/\Delta\right) + 3\Delta/4, & \text{if } w_n(m) = 1 \\ floor\left(E_m/\Delta\right) + \Delta/4, & \text{if } w_n(m) = 0 \end{cases} \tag{III.11}$$

où $W_n = \{w_n(m),\ 0 \le n < N \times M/4,\ 0 \le m < 4\}$ est la n^{ième} sous-séquence du watermark ; Δ est le pas de quantification qui contrôle la force d'incorporation des bits du watermark ; et $floor(.)$ est l'opérateur de plancher.

- **Étape 6 : FrCMT inverse**

Reconstruire la section tatouée $\overline{A_m^3}$ à partir de ses coefficients FrCMT en utilisant l'équation suivante :

$$\overline{A_m^3} = C^{-\alpha}\,\overline{FrCM_m^{\alpha}} \tag{III.12}$$

- **Étape 7 : Obtention les coefficients d'approximation tatoués de la DTCWT**

Répétez les étapes **(4~6)** pour chaque section $(A_m^3,\ 0 \le m < 4)$, jusqu'à ce que tous les bits de la sous-séquence W_n du watermark soient intégrés. Ensuite, on remplace la section A_m^3 par la section tatouée $\overline{A_m^3}$ pour obtenir les coefficients d'approximation tatoués du DTCWT $\overline{A^3}$

$$\overline{A^3} = \{\overline{A_m^3},\ 0 \le m < 4\} \tag{III.13}$$

- **Étape 8 : DTCWT inverse**

Appliquer la DTCWT inverse à 3 niveaux sur $\overline{A_a^3}$, D_a^3, D_a^2, D_a^1 et $\overline{A_b^3}$, D_b^3, D_b^2, D_b^1 pour obtenir le segment audio tatoué $\overline{S_n}$, où $\overline{A_a^3}$ et $\overline{A_b^3}$ sont la partie réelle et la partie imaginaire de $\overline{A^3}$, respectivement.

- **Étape 9 : Obtention du signal audio tatoué**

Le signal audio tatoué $\overline{S}$ peut être obtenu en combinant les segments audio tatoués $\overline{S_n}$:

$$\overline{S} = \{\overline{S_n},\ 0 \le n < N \times M/4\} \tag{III.14}$$

Enfin, le signal audio tatoué $\overline{S}$ peut maintenant être distribué dans des réseaux non sécurisés car il porte toujours le watermark de son propriétaire.

3.3.3 Extraction du watermark

Le watermark peut être extrait d'une manière aveugle à partir le signal audio tatoué $\overline{S} = \{\overline{s}(i),\ 0 \le i < length\}$, c'est-à-dire que le signal audio original n'est pas utilisé dans la procédure d'extraction. Seules les clés secrètes (Key1, Key2) doivent être connues pour une extraction correcte du watermark. La procédure d'extraction du watermark est presque la même que celle de l'insertion. Elle comprend les étapes suivantes :

- **Étape 1 : Segmentation**

Segmenter le signal audio tatoué $\overline{S}$ en $N \times M/4$ segments $\overline{S_n}$.

- **Étape 2 : Extraction des séquences de bits**

Pour chaque segment $(\overline{S_n},\ 0 \le n < N \times M/4)$, appliquer les étapes 3 et 4 de la procédure d'insertion du watermark pour obtenir les vecteurs de la transformée FrCMT $(\overline{FrCM_m^a},\ 0 \le m < 4)$, puis calculer leur énergie relative $\overline{E_m}$. Enfin, appliquer la règle d'extraction suivante :

$$w_n^*(m) = \begin{cases} 1, \text{ si } \overline{E_m} - floor\left(\overline{E_m}/\Delta\right) \times \Delta \ge \dfrac{\Delta}{2} \\ 0, \text{ si } \overline{E_m} - floor\left(\overline{E_m}/\Delta\right) \times \Delta < \dfrac{\Delta}{2} \end{cases} \tag{III.15}$$

où $W_n^* = \{w_n^*(m),\ 0 \le n < N \times M/4,\ 0 \le m < 4\}$ sont les sous-séquences extraites du watermark crypté, et Δ est le pas de quantification.

Notez que pour le calcul de la transformée FrCMT (**Étape 4**), la clé de sécurité "Key 2" doit être la même dans les procédures d'insertion et d'extraction afin d'extraire correctement le watermark.

- **Étape 3 : Obtention du watermark extrait**

1) Construire la séquence extraite cryptée du watermark $W_2^* = \{W_n^*,\ 0 \le n < N \times M/4\}$ avec les sous-séquences extraites W_n^*. Ensuite, réorganiser W_2^* sous la forme d'une image bidimensionnelle $W_1^* = \{w_1^*(i,j),\ 0 \le i < N,\ 0 \le j < M\}$ de taille $N \times M$ bits.

2) Utiliser la clé secrète "Key1" (les valeurs initiales de MLNCML) pour générer une matrice chaotique binaire $H_b^* = \{h_b^*(i,j),\ 0 \le i \le N,\ 0 \le j \le M\}$ de taille $N \times M$ bits.

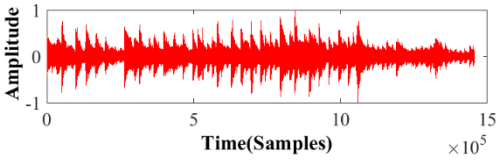
3) Obtenir le watermark extrait W^* en décryptant W_1^* comme suit :

$$W^* = XOR(H_b^*, W_1^*) \tag{III.16}$$

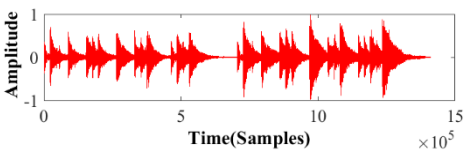
3.4 Résultats expérimentaux

Dans cette section, nous présentons les expériences réalisées pour évaluer l'efficacité du système de tatouage audio proposé en termes de capacité de charge utile, d'imperceptibilité, de robustesse et de sécurité. Les expériences ont été mises en œuvre sous R2020b sur un PC Intel(R) Core TM i3 CPU 2.40 GHz, 6 Go de RAM.

Puisque les signaux audio de types différents ont des propriétés perceptives différentes, divers types de signaux audio tels que la musique classique, pop, jazz, blues, folk et hip-hop ont été utilisés comme signaux de test pour d'évaluer les performances du système proposé. Plus précisément, les expériences ont été réalisées sur 12 signaux audio, une paire de signaux pour chaque type d'audio, qui ont été téléchargés à partir le site Web de Looperman (https://www.looperman.com/loops). Tous les signaux audio sont des signaux mono signés de 16 bits échantillonnés à 44100 Hz et de durée d'environ 33 secondes au format WAVE. Trois images binaires de taille 128×128 : "Fleur", "Cheval" extraites de la base d'image MPEG-7 (https://dabi.temple.edu/external/shape/MPEG7/dataset.html) et un "Code QR" généré à partir de (https://www.qr-code-generator.com/) ont été utilisés comme watermarks dans l'étude expérimentale. Autrement dit, 128×128=16384 bits ont été intégrés dans chaque signal audio. Les signaux audio de test et les watermarks sont présentés dans les figures III.6 et III.7, respectivement. Par conséquent, 12×3=36 signaux audio tatoués ont été générés et utilisés dans nos expériences pour évaluer l'efficacité du système de tatouage audio proposé en termes de capacité de charge utile, d'imperceptibilité, de robustesse et de sécurité.



Classical-l-1511155-0233853



Classical-l-3342587-0276646

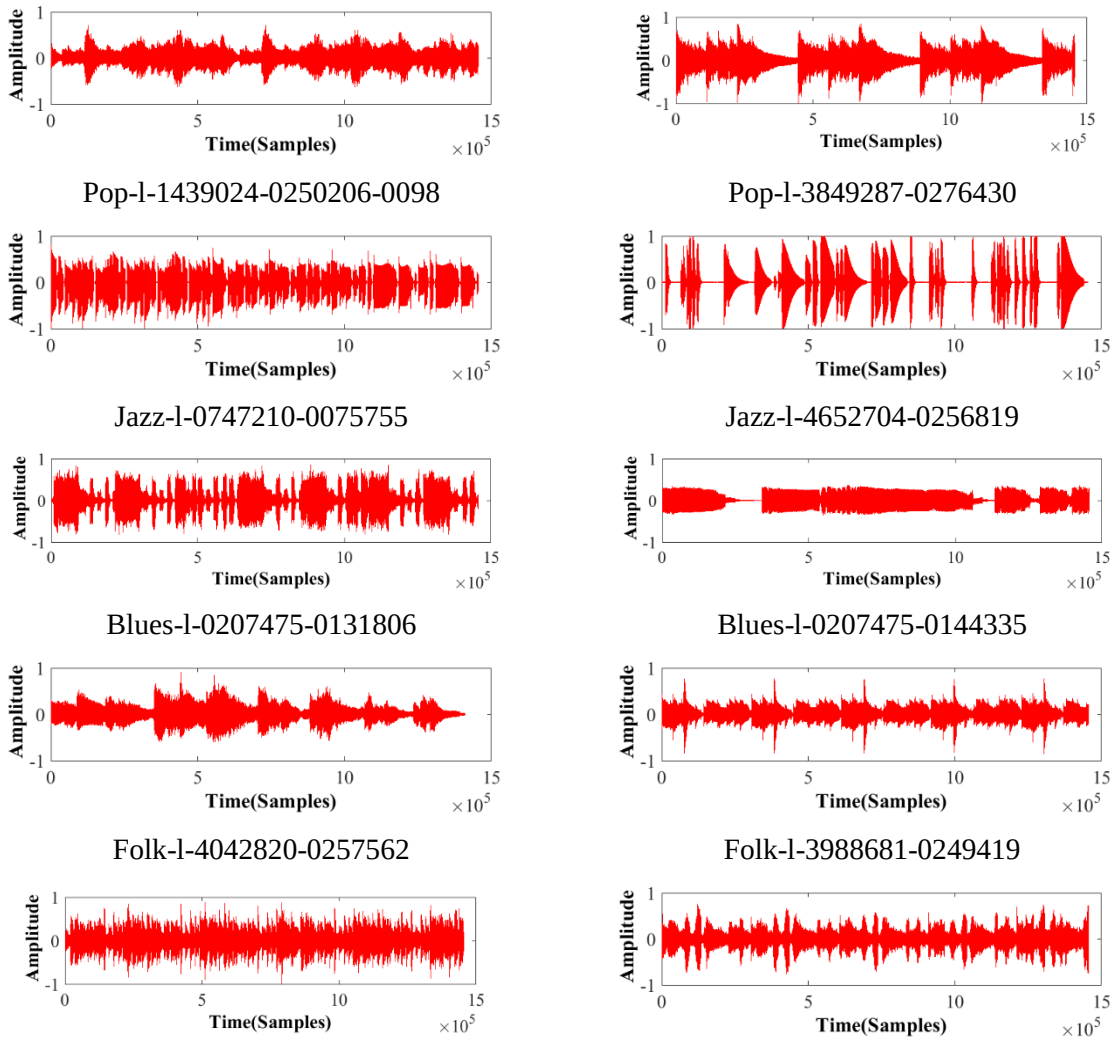


Figure III.6 : Ensemble de signaux audio extrait du site Looperman (https://www.looperman.com/loops).



(a) (b) (c)

Figure III.7 : Watermarks ; (a) Fleur, (b) Cheval, (c) Code QR.

3.4.1 Test de capacité de charge utile

L'une des propriétés les plus importantes d'un système de tatouage audio est la capacité de charge utile, généralement déterminée par les exigences spécifiques de l'application pour laquelle le système est conçu.

En effet, certaines applications de tatouage audio exigent une capacité de charge utile élevée, comme le contrôle de la copie qui nécessite l'insertion d'un numéro de série ou d'un identifiant d'auteur, le contrôle de la diffusion qui doit intégrer la signature d'identification d'un message

publicitaire dans la première seconde du début du clip diffusé. En outre, le système de tatouage audio peut être modifié à des fins de stéganographie si sa capacité de charge utile est très élevée, ce qui permet de cacher des messages secrets dans le signal audio.

La capacité de charge utile, notée P, de notre système a été mesurée en bits par seconde (bps) et définie comme suit [301]:

$$P = \frac{B}{d}(bps) \tag{III.17}$$

où B est le nombre de bits intégrés (bits du watermark) dans le signal audio et d est la durée du signal audio en secondes. Le système de tatouage audio doit fournir une charge utile de données supérieure à 20 bps, selon la recommandation de l'IFPI [308], [304].

En utilisant l'équation III.17, nous trouvons que le système de tatouage proposé offre une capacité de charge utile très élevée d'environ 496,5 bps, ce qui satisfait parfaitement à l'exigence de l'IFPI, et convient donc parfaitement aux applications susmentionnées.

3.4.2 Test d'imperceptibilité et de robustesse

L'imperceptibilité du système proposé a été évaluée objectivement à l'aide du rapport signal/bruit (SNR) défini dans l'équation III.18 [26] et du rapport signal/bruit segmentaire (SSNR) défini dans l'équation III.19 [300].

$$\mathrm{SNR}(S,\bar{S}) = 10\log_{10}\left(\frac{\sum_{i=0}^{length-1} s^2(i)}{\sum_{i=0}^{length-1}\left[s(i)-\bar{s}(i)\right]^2}\right) \tag{III.18}$$

$$\mathrm{SSNR}(S,\bar{S}) = \frac{1}{N_F}\sum_{i=1}^{N_F} SNR_i \tag{III.19}$$

où $S = \{s(i),\ 0 \le i < length\}$ et $\bar{S} = \{\bar{s}(i),\ 0 \le i < length\}$ sont le signal audio original et tatoué, respectivement. N_F est le nombre de segments dans le signal.

Le SSNR est une amélioration par rapport à la mesure conventionnelle du SNR qui a été créé pour traiter la nature dynamique des signaux non stationnaires.

Une recommandation de l'IFPI [308], [304] déclare que le SNR doit être supérieur à 20 dB pour avoir un signal audio tatoué imperceptible.

En ce qui concerne la robustesse du système proposé, elle est évaluée à l'aide du taux d'erreur binaire (BER) [309] défini comme suit :

$$\mathrm{BER}(W,W^*)=\frac{B_{ERR}}{B}\times 100\% \qquad \text{(III.20)}$$

avec W et W^* représentent le watermark original et le watermark extrait, respectivement. B_{ERR} est le nombre de bits extraits de manière erronée et B est le nombre total de bits du watermark. BER=0 signifie que l'attaque n'a pas d'effet sur le watermark et que le processus d'extraction est réussi.

Afin d'illustrer la nature robuste de notre système de tatouage, l'audio tatoué est attaqué en utilisant des opérations et des attaques courantes de traitement de signal telles que :

- **Rééchantillonnage** : le signal audio tatoué a été sous-échantillonné à 22 050 Hz, 11 025 Hz, 8 000 Hz, puis ré-échantillonné à 44 100 Hz.
- **Requantification** : Le signal audio tatoué est quantifié à 8 bits/échantillon, 24 bits/échantillon, puis de nouveau à 16 bits/échantillon.
- **Bruit blanc additif gaussien** (**AWGN**) : Le signal tatoué passe par un canal AWGN ayant un rapport signal/bruit (SNR) de 30 dB, 20 dB, 15 dB.
- **Ajout d'écho** : Un signal d'écho avec un retard (50ms, 300ms) et une décroissance de (5%, 40%) est ajouté au signal audio tatoué.
- **Recadrage aléatoire :** 10%, 20%, 30%, 40% d'échantillons, sélectionnés au hasard, du signal audio tatoué ont été recadrés, respectivement.
- **Filtrage passe-bas :** Un filtre passe-bas est appliqué au signal audio tatoué avec une fréquence de coupure de 4 kHz, 500 Hz, respectivement.
- **Filtrage passe-haut :** Un filtre passe-haut est appliqué au signal audio tatoué avec une fréquence de coupure de 200 Hz.
- **Mise à l'échelle de l'amplitude :** L'amplitude du signal audio tatoué est mise à l'échelle de 0.8, 1.2, respectivement.
- **Compression MP3 :** Le format du signal audio tatoué passe de WAVE à MP3 et revient à WAVE avec plusieurs débits binaires différents (128, 112, 64, 32 kbps) en appliquant la compression MPEG-1 layer-3.
- **Décalage :** Le signal audio tatoué est décalé vers la droite de 5, 10, 20, 50, 100, 150 échantillons, respectivement.

En ce qui concerne les exigences d'imperceptibilité et de robustesse, elles sont influencées par plusieurs facteurs dans le système proposé. En effet, la FrCMT adoptée, comme mentionné précédemment, a un ordre fractionnaire supplémentaire α. La valeur de cet ordre est liée à la fois à la reconstruction qui est mise en évidence lorsque l'imperceptibilité du watermark est prise

en considération, et à la capacité de résister aux opérations et aux attaques courantes de traitement de signal. En ajustant l'ordre fractionnaire de la FrCMT, on peut obtenir différents coefficients dans le domaine de la transformée FrCMT. Par conséquent, l'ordre fractionnaire optimal dans la FrCMT peut améliorer la performance de la méthode de tatouage basée sur la FrCMT. En outre, le système de tatouage proposé est basé sur la quantification, donc le pas de quantification Δ dans notre système doit être choisi de manière à obtenir un bon compromis entre les exigences contradictoires d'imperceptibilité et de robustesse. Parce qu'une faible valeur de Δ donnera une faible robustesse contre les opérations et les attaques courantes de traitement de signal et une valeur élevée de Δ donnera un audio tatoué de mauvaise qualité. Afin de trouver l'ordre fractionnaire optimal et le pas de quantification approprié, nous effectuons une série d'expériences dont les résultats sont présentés dans les figures III.8 – III.11.

Dans les figures III.8 et III.9, l'ordre fractionnaire de la transformée FrCMT est fixé à $\alpha = 0.3$. Ces figures montrent que lorsque le pas de quantification Δ augmente, le SNR/SSNR moyen diminue (c'est-à-dire une diminution de l'imperceptibilité) et les BER moyens diminuent (c'est-à-dire une augmentation de la robustesse). En outre, on peut voir que le SSNR est supérieur au SNR, ce qui signifie qu'il n'y a pas de camouflage. Il est également montré qu'à partir le pas de quantification Δ=0.2, les BER moyens tendent vers zéro et le SNR moyen est bien supérieur à 20 dB comme il est recommandé par l'IFPI. Par conséquent, le pas de quantification approprié est Δ=0.2.

Dans les figures III.10 et III.11, le pas de quantification approprié $\Delta = 0.2$ est utilisé. Ces figures montrent que les ordres fractionnaires $\alpha = 0.1,\ 0.2,\ 0.3,\ 0.4$ de la FrCMT offrent la meilleure imperceptibilité (SNRs/SSNRs moyens les plus élevés) et la meilleure robustesse (BER moyens les plus faibles) par rapport aux autres ordres fractionnaires de la FrCMT. Parmi les ordres fractionnaires de l'intervalle $\alpha \in [0.1,\ 0.4]$, l'ordre fractionnaire $\alpha = 0.3$ donne le SNR/SSNR moyen le plus élevé et le BER moyen le plus faible, ce qui se traduit par une imperceptibilité et une robustesse très élevées. Cet ordre fractionnaire peut être considéré comme l'ordre optimal et sera utilisé dans notre système pour obtenir les meilleurs résultats en termes d'imperceptibilité et de robustesse.

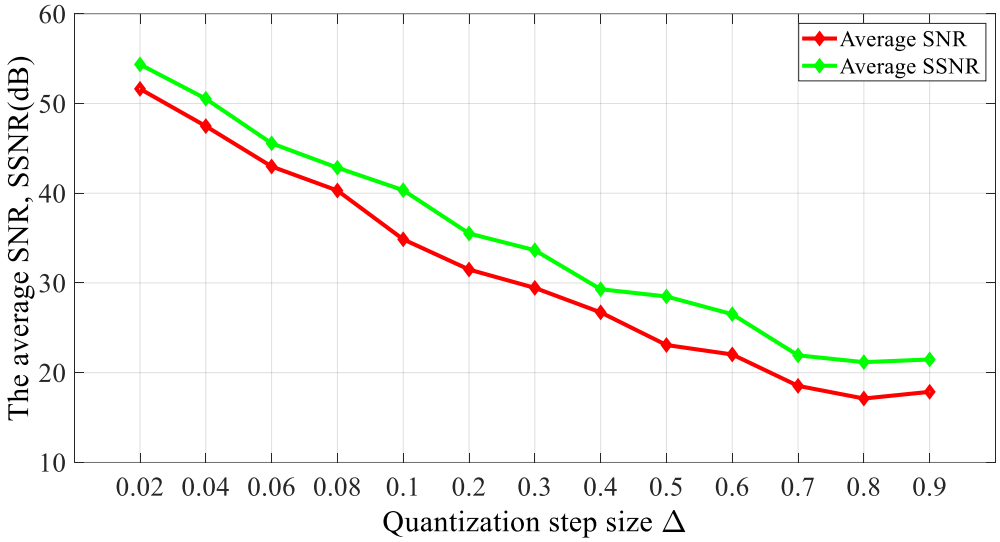


Figure III.8 : Imperceptibilité (SNR/SSNR moyen pour 36 signaux audio tatoués) en fonction de pas de quantification Δ en utilisant l'ordre fractionnaire $\alpha = 0.3$ (sans attaque).

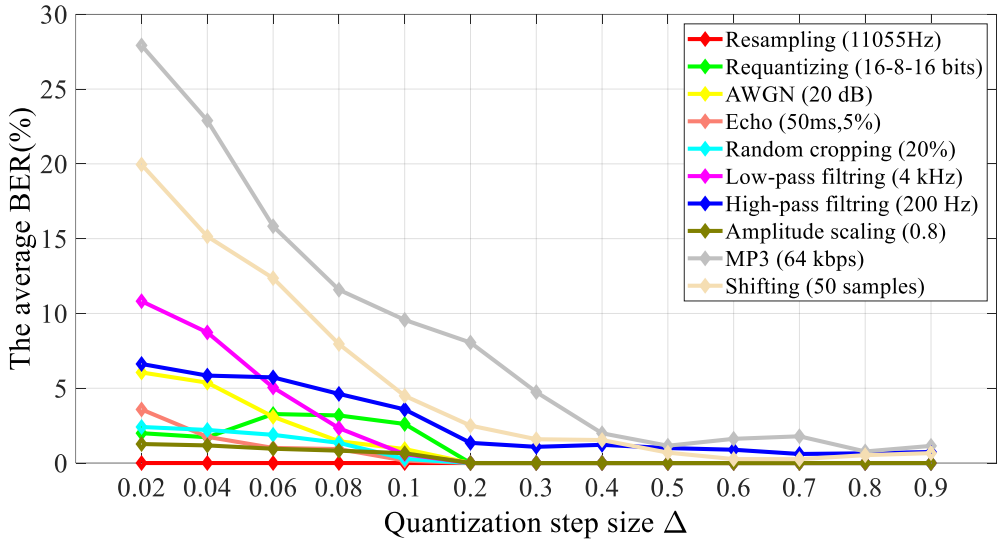


Figure III.9 : Robustesse (BER moyen pour 36 signaux audio tatoués) en fonction de pas de quantification Δ en utilisant l'ordre fractionnaire $\alpha = 0.3$ (diverses attaques).

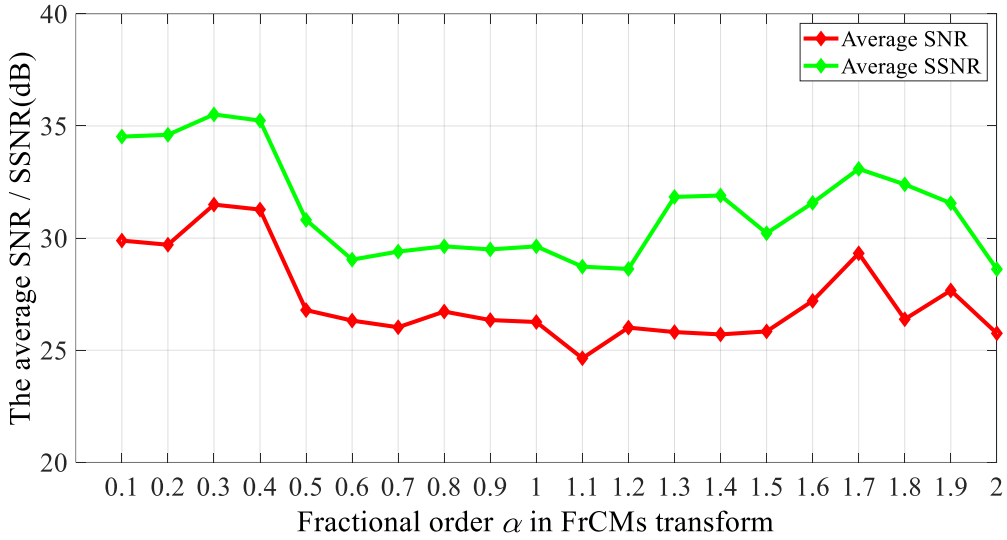


Figure III.10 : Imperceptibilité (SNR/SSNR moyen pour 36 signaux audio tatoués) en fonction de l'ordre fractionnaire α en utilisant le pas de quantification approprié $\Delta = 0.2$ (sans attaque).

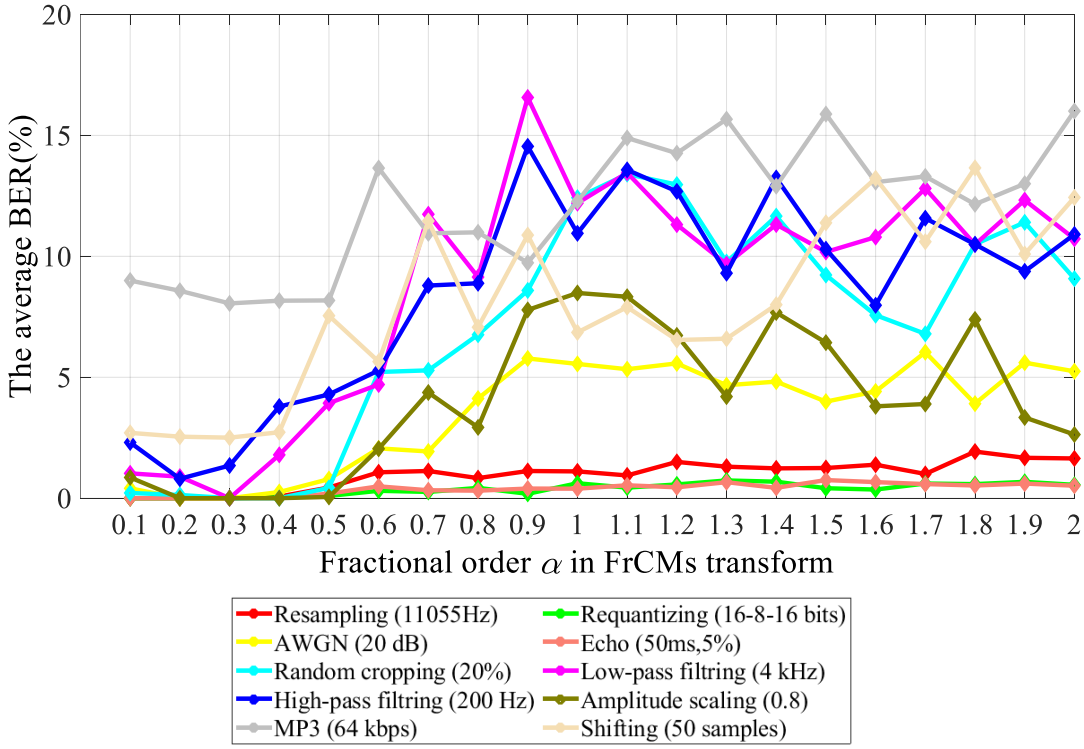


Figure III.11 : Robustesse (BER moyen pour 36 signaux audio tatoués) en fonction de l'ordre fractionnaire α en utilisant le pas de quantification approprié $\Delta = 0.2$ (diverses attaques).

Le tableau III.1 montre les valeurs moyennes obtenues de SNR/SSNR après l'intégration de différents watermarks (Figure III.7) dans chaque signal audio de la Figure III.6 en utilisant le système proposé avec $\alpha = 0.3$ et $\Delta = 0.2$. On peut constater clairement que les valeurs de SNR sont très élevées (supérieures à 30 dB) et satisfont aux exigences de l'IFPI quel que soit le signal audio, ce qui confirme l'imperceptibilité du système proposé. De plus, on peut voir que les

valeurs SSNR sont supérieures aux valeurs SNR pour tous les signaux audio, ce qui signifie qu'aucun camouflage n'est présent.

Les tableaux III.2-7 montrent la robustesse du système proposé avec ($a = 0.3$, $\Delta = 0.2$) en utilisant différents signaux audio (Classique, Pop, Jazz, Blues, Folk, Hip-hop) et différents watermarks (Fleur, Cheval, QR code). La figure III.12 montre quelques watermarks (Fleur) qui sont extraits à partir le signal audio Pop-l-1439024-0250206-0098 et leurs valeurs BER correspondantes. Nous pouvons observer à partir de ces tableaux que les valeurs BER sont nulles pour la plupart des opérations et des attaques courantes de traitement du signal telles que le rééchantillonnage (22050 Hz, 11025 Hz, 8000 Hz), la requantification (16-8-16 bits, 16-24-16 bits), l'AWGN (30 dB, 20 dB), l'addition d'écho (50ms ; 5%, 300ms ; 40%), le recadrage aléatoire (10%, 20%, 30%), le filtrage passe-bas (4 kHz), la mise à l'échelle de l'amplitude (0. 8, 1,2), MP3 (128 kbps, 112 kbps), ce qui indique que les watermarks extraits sont identiques aux watermarks originaux. En ce qui concerne les attaques restantes, telles que l'AWGN (15 dB), le recadrage aléatoire (40%), le filtrage passe-bas (500 Hz), le filtrage passe-haut (200 Hz) et le décalage (5, 10, 20, 50 échantillons), les valeurs de BER sont très faibles (tendent vers 0), ce qui indique que les watermarks extraits peuvent être facilement reconnus après ces attaques et sont très proches des watermarks originaux. Voir des exemples de watermarks extraits dans la Figure III.12. Nous pouvons également voir que lorsque le degré d'attaque augmente comme pour la compression MP3 (64 et 32 kbps) et le décalage (100, 150 échantillons), la robustesse du système proposé diminue, cependant, les valeurs de BER sont toujours inférieures à 0,16 (16%), ce qui indique également que le système proposé possède une bonne robustesse.

Tableau III.1. SNR et SSNR moyens pour différents signaux audio (pour 3 watermarks) en utilisant le système proposé avec l'ordre fractionnaire optimal $\alpha = 0.3$ et le pas de quantification optimal $\Delta = 0.2$.

Audio signal	Average SNR(dB)	Average SSNR(dB)
Classical-l-1511155-0233853	31.5763	35.6588
Classical-l-3342587-0276646	31.3428	35.3966
Pop-l-1439024-0250206-0098	31.0621	34.9029
Pop-l-3849287-0276430	31.4073	35.5167
Jazz-l-0747210-0075755	31.2220	35.3474
Jazz-l-4652704-0256819	30.8572	34.5300
Blues-l-0207475-0131806	31.3593	35.3977
Blues-l-0207475-0144335	31.1021	35.2180
Folk-l-4042820-0257562	32.3680	36.4484
Folk-l-3988681-0249419	32.1235	36.3537
Hip-hop-l-2264327-0277475	32.0105	35.8217
Hip-hop-l-2264327-0277471	31.4923	35.5753

Tableau III.2. Résultats de la robustesse (BER (%)) contre diverses opérations et attaques de

traitement de signal pour le signal audio (Classical-l-1511155-0233853).

Attack type	Watermark images		
	Flower	Horse	QR code
No attack	0	0	0
Resampling (22050 Hz)	0	0	0
AWGN (20 dB)	0	0	0
Random cropping (30%)	0	0	0
Amplitude scaling (1.2)	0	0	0
Shifting (20 samples)	0.5981	0.7215	0.5801

Tableau III.3. Résultats de la robustesse (BER (%)) contre diverses opérations et attaques de traitement de signal pour le signal audio (Pop-l-1439024-0250206-0098).

Attack type	Watermark images		
	Flower	Horse	QR code
No attack	0	0	0
Resampling (11025 Hz)	0	0	0
AWGN (15 dB)	0.2685	0.3205	0.3027
Random cropping (40%)	1.3238	1.3769	1.3201
MP3 (128 kbps)	0	0	0
Shifting(50 samples)	2.3291	2.3225	2.3194

Tableau III.4. Résultats de la robustesse (BER (%)) contre diverses opérations et attaques de traitement de signal pour le signal audio (Jazz-l-0747210-0075755).

Attack type	Watermark images		
	Flower	Horse	QR code
No attack	0	0	0
Resampling (8000 Hz)	0	0	0
Echo addition (50ms 5%)	0	0	0
Low-pass filtering (4 kHz)	0	0	0
MP3 (96 kbps)	0	0	0
MP3 (64 kbps)	8.0823	7.9172	8.0523
Shifting(100 samples)	8.5670	8.1257	7.5692

Tableau III.5. Résultats de la robustesse (BER (%)) contre diverses opérations et attaques de traitement de signal pour le signal audio (Blues-l-0207475-0131806).

Attack type	Watermark images		
	Flower	Horse	QR code
No attack	0	0	0
Requantization (16-8-16 bits)	0	0	0
Echo addition (300ms 40%)	0	0	0
Low-pass filtering (500 Hz)	1.8513	1.8013	1.8224
MP3 (112 kbps)	0	0	0
MP3 (32 kbps)	9.5892	8.7400	8.6336

Tableau III.6. Résultats de la robustesse (BER (%)) contre diverses opérations et attaques de

traitement de signal pour le signal audio (Folk-l-4042820-0257562).

Attack type	Watermark images		
	Flower	Horse	QR code
No attack	0	0	0
Resampling (11025 Hz)	0	0	0
Requantization (16-24-16 bits)	0	0	0
Random cropping (10%)	0	0	0
High-pass filtering (200 Hz)	1.7318	1.2052	0.9535
Shifting (5 samples)	0.01012	0.02010	0.0161

Tableau III.7. Résultats de la robustesse (BER (%)) contre diverses opérations et attaques de traitement de signal pour le signal audio (Hip-hop-l-2264327-0277475).

Attack type	Watermark images		
	Flower	Horse	QR code
No attack	0	0	0
Resampling (11025 Hz)	0	0	0
AWGN (30 dB)	0	0	0
Random cropping (20%)	0	0	0
Amplitude scaling (0.8)	0	0	0
Shifting (10 samples)	0.0549	0.0229	0.0380
Shifting(150 samples)	15.0249	15.0057	15.1738

	No attack	Resampling (22 050 Hz)	Resampling (11 025 Hz)	Resampling (8000 Hz)	Requantization (16-8-16 bits)
Extracted watermark					
BER (%)	0	0	0	0	0

	Requantization (16-24-16 bits)	AWGN (30 dB)	AWGN (20 dB)	AWGN (15 dB)	Echo addition (50ms 5%)
Extracted watermark					
BER(%)	0	0	0	0.13428	0

	Echo addition (300ms 40%)	Random cropping (10%)	Random cropping (20%)	Random cropping (30%)	Random cropping (40%)
Extracted watermark					
BER(%)	0	0	0	0	1.7151

	Low-pass filtering (4 kHz)	Low-pass filtering (500 Hz)	High-pass filtering (200 Hz)	Amplitude scaling (0.8)	Amplitude scaling (1.2)
Extracted watermark					
BER(%)	0	1.7883	1.3794	0	0

	MP3 (128 kbps)	MP3 (112 kbps)	MP3 (64 kbps)	MP3 (32 kbps)	Shifting (5 samples)
Extracted watermark					
BER(%)	0	0	7.9834	9.0698	0.018311
	Shifting(10 samples)	Shifting (20 samples)	Shifting (50 samples)	Shifting(100 samples)	Shifting(150 samples)
Extracted watermark					
BER(%)	0.048828	0.59814	2.8625	9.0027	15.6555

Figure III.12 : Quelques watermarks extraits (à partir de l'audio tatoué Pop-l-1439024-0250206-0098) et leurs BERs sous des opérations et des attaques courantes de traitement de signal en utilisant le système proposé de tatouage audio.

3.4.3 Test de sécurité

En ce qui concerne l'exigence de sécurité, le watermark inséré dans le signal audio ne doit être extrait que par des personnes autorisées, même si quelqu'un connaît parfaitement le processus d'intégration (principe d'Auguste Kerckhoff [272]). Le système proposé adopte le système chaotique de MLNCML qui est très sensible aux valeurs initiales "Key1", ce qui garantit la sécurité du système de tatouage audio proposé. En outre, la transformée FrCMT adoptée dans notre système fournit un niveau de sécurité supplémentaire en utilisant l'ordre fractionnaire α comme clé de cryptage "Key2", ce qui augmente le niveau de sécurité. Pour montrer cet avantage, le watermark fleur (Figure III.7 (a)) a été intégré dans l'audio original Pop-l-1439024-0250206-0098 (Figure III.5) avec des ordres fractionnaires $\alpha = 0.3$, $\alpha = 0.6$, et $\alpha = 1.3$. Dans le processus d'extraction du watermark, nous extrayons séparément le watermark sans attaques avec des ordres fractionnaires α allant de 0.1 jusqu'à 2 avec un pas de 0.1. Les valeurs de BER du watermark extrait avec différents ordres fractionnaires sont présentées dans la figure III.13. Comme il est montré, le BER (%) du watermark extrait avec les ordres fractionnaires incorrects est d'environ 50%. Cela indique que les informations du watermark ne sont pas correctement extraites ou, de manière équivalente, que sans les valeurs correctes de l'ordre α , il n'est pas possible d'accéder au watermark intégré. Les exemples de watermark présentés dans la figure III.13 confirment qu'aucune information de watermark ne peut être récupérée en cas d'utilisation d'un ordre fractionnaire incorrect.

Bien que les attaquants puissent essayer de générer la clé " Key2" pour extraire le watermark en essayant différentes valeurs de l'ordre fractionnaire α dans la procédure d'extraction jusqu'à ce que le watermark incorporé soit extrait correctement (trouver l'ordre fractionnaire optimal). Comme solution, nous pouvons coder l'ordre fractionnaire optimal avant de l'utiliser comme clé

de sécurité, par exemple en le convertissant en ASCII et en le décodant plus tard dans le processus d'extraction du watermark. Par conséquent, la FrCMT est très souhaitable dans les systèmes de tatouage audio, contrairement à d'autres transformées telles que DWT, LWT, DCT, SVD, etc., où les systèmes de tatouage audio basés sur elles doivent ajouter des étapes supplémentaires pour améliorer l'exigence de sécurité.

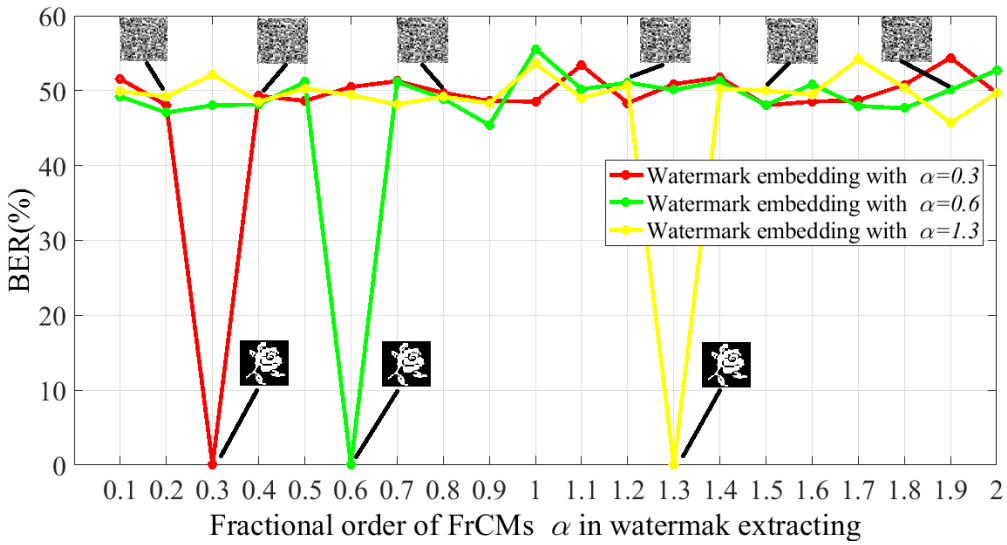


Figure III.13 : Résultats de l'extraction de watermark en utilisant différents ordres fractionnaires de la transformée FrCMs (sans attaque).

3.4.4 Comparaison avec des systèmes de tatouage audio similaires

Les performances de système de tatouage audio proposé basé sur la DTCWT-FrCMT avec ($\Delta = 0.2$, $a = 0.3$) sont comparées à celles de six superbes systèmes de tatouage [26], [293], [295], [298], [300], [301], parmi lesquels DWT-norm [26], DWT-SD [293] sont deux systèmes de tatouage audio basés sur la DWT; LWT-QRD [295] est un système de tatouage basé sur LWT ; SVD-AQ [298] est un système de tatouage audio basé sur SVD; et DWT-DCT-norm [300], DWT-DTMT [301] sont deux systèmes de tatouage audio/parole basés sur les transformées hybrides DWT-DCT et DWT-DTMT, respectivement. Tous ces systèmes sont discutés dans notre article [16].

Les résultats de la comparaison en termes de la capacité de charge utile et d'imperceptibilité en utilisant les 36 signaux audio tatoués sont présentés dans le tableau III.8. Ce tableau montre que le système proposé offre une capacité de charge utile très élevée par rapport aux autres systèmes, à l'exception du système basé sur DWT-DTMT [301] qui offre une capacité de charge utile relativement plus élevée que notre système. En ce qui concerne la comparaison de l'imperceptibilité, le système proposé donne une imperceptibilité très élevée avec un SNR moyen (31,4936 dB) bien supérieur à 20 dB comme il est recommandé par l'IFPI [1], [2]. Il est

également démontré que l'imperceptibilité du système proposé est relativement inférieure à celle des systèmes basés sur LWT-QRD [295] et DWT-SD [293], mais supérieure à celle des systèmes basés sur DWT-norm [26], SVD-AQ [298], DWT-DCT-norm [300] et DWT-DTMT [301].

Tableau III.8. Comparaison de la capacité de charge utile (bps) et de l'imperceptibilité (SNR) entre le système proposé et des systèmes de tatouage audio similaires.

Watermarking scheme	Average payload capacity (bps)	Average SNR (dB)
Proposed	496.48	31.4936
DWT-DTMT [301]	541.100	29.1370
DWT-norm [26]	102.40	22.46
DWT-DCT-norm [300]	40.2700	31.0786
LWT-QRD [295]	172.39	34.58
DWT-SD [293]	450	35.3644
SVD-AQ [298]	172.39	30.3

Tableau III.9. Comparaison de la robustesse (BER moyen) entre le système proposé et des systèmes de tatouage audio similaires.

Attack type	Proposed	DWT-DTMT [301]	DWT-DCT-norm [300]	DWT-norm [26]	LWT-QRD [295]	DWT-SD [293]	SVD-AQ [298]
No attack	0	0	0	0	0	0	0
Resampling (22050 Hz)	0	0	4.0648	0	16.4528	0.07653	0
Resampling (11025 Hz)	0	0	6.7877	0	25.5351	4.0145	0
Resampling (8000 Hz)	0	0	12.6305	0	26.3890	9.1129	4.6570
Requantization (16-8-16 bits)	0	0	1.9428	0	0	0.0981	0.8583
Requantization (16-24-16 bits)	0	0	0	1.4301	2.8207	0	0
AWGN (30 dB)	0	0	0	0	0	0	0
AWGN (20 dB)	0	0	0	0	0	0.1579	4.3104
AWGN (15 dB)	0.2340	1.4709	1.5420	3.5475	6.5623	6.3816	11.2500
Echo addition (50ms, 5%)	0	0	0	0	14.1793	0.0806	0.0586
Echo addition (300ms, 40%)	0	0	0	7.7648	36.8302	8.9542	6.3085
Random cropping (10%)	0	0	0	0.3175	5.6325	0	12.6034
Random cropping (20%)	0	0	0	0.7707	10.0021	0	13.1987
Random cropping (30%)	0	0	0	1.5754	14.4733	0.6449	17.3461
Random cropping (40%)	1.3758	0.3412	1.2448	14.9981	22.9070	0.91290	27.6441
Low-pass filtering (4 kHz)	0	0.4672	0.4802	0.9914	4.2282	2.2607	9.3431
Low-pass filtering (500 Hz)	1.8429	1.1375	11.8362	1.9591	19.1213	21.7729	20.2392
High-pass filtering (200 Hz)	1.34897	2.8363	4.7836	2.9435	30.9037	26.0622	25.8011
Amplitude scaling (0.8)	0	0	0	20.8063	0	23.0180	0
Amplitude scaling (1.2)	0	0	0	20.5328	1.6070	20.5558	0
MP3 (128 kbps)	0	0	0	0	2.0827	0.0382	5.6910
MP3 (112 kbps)	0	0	0	0	6.1005	3.4387	9.3689

MP3 (64 kbps)	8.0538	7.3537	24.9816	0	45.2392	26.0890	22.1420
MP3 (32 kbps)	10.4367	25.7255	31.8635	0	48.0587	32.3218	39.8863
Shifting (5 samples)	0.0175	38.4046	38.3585	36.3127	42.6565	42.2827	39.5743
Shifting (10 samples)	0.0381	40.1405	42.9717	39.6114	46.4484	47.4117	45.0367
Shifting (20 samples)	0.6359	46.5093	47.7691	45.8946	46.0452	50.3240	44.2131
Shifting(50 samples)	2.5027	41.56293	46.2067	47.8942	49.1988	51.4984	48.0626
Shifting(100 samples)	8.7720	48.3201	47.2349	45.6958	48.0207	54.6527	46.3510
Shifting(150 samples)	15.3269	50.4500	49.5301	50.3625	50.8062	51.0621	50.4051

La comparaison du système de tatouage basé sur le DTCWT-FrCMT avec des systèmes de tatouage similaires en termes de robustesse vis-à-vis des opérations et des attaques courantes de traitement du signal est présentée dans le tableau III.9. Nous pouvons observer à partir de ce tableau que : (1) Le système proposé permet d'obtenir une meilleure robustesse avec des BERs moyens nuls pour la plupart des opérations courantes de traitement de signal telles que le rééchantillonnage (avec différents facteurs), la requantification (avec différents facteurs), le AWGN (30 dB, 20 dB), l'ajout d'écho (avec différents facteurs), le recadrage aléatoire (10%, 20%, 30%), le filtrage passe-bas (4 kHz), la mise à l'échelle de l'amplitude (avec différents facteurs), la compression MP3 (128 kbps, 112 kbps), et des BER moyens très faibles pour les autres attaques. (2) Le système proposé basé sur DTCWT-FrCMT est très robuste par rapport aux systèmes basés sur DWT-norm [26], DWT-SD [293], LWT-QRD [295], SVD-AQ [298], DWT-DCT-norm [300] et DWT-DTMT [301]. Nous pensons que cela est dû à l'utilisation des coefficients FrCMT avec l'ordre fractionnaire optimal (qui donne la meilleure robustesse) lors de l'intégration du watermark dans le signal audio. (3) Le système proposé est très robuste contre les attaques de décalage pour différents facteurs (5, 10, 20, 50, 100, 150 échantillons) car la DTCWT adoptée par notre système est approximativement invariante au décalage. En revanche, les autres systèmes de tatouage ne sont pas robustes aux attaques de décalage car le décalage d'au moins cinq échantillons dans le signal audio tatoué provoque un changement significatif de l'énergie des coefficients DWT, LWT, DCT, SVD et DTMT, ce qui entraîne l'échec de l'extraction du watermark.

3.4.5 Discussion

Les résultats expérimentaux présentés dans cette section montrent que le système proposé peut résister aux opérations courantes de traitement de signal (utilisées dans la pratique) et aux attaques sévères, en particulier les attaques de décalage, alors que la plupart des systèmes de tatouage ne peuvent pas résister efficacement à ce type d'attaque. Par rapport à d'autres systèmes

de tatouage similaires, le système proposé présente une meilleure robustesse, une meilleure capacité de charge utile et une meilleure imperceptibilité, et convient donc parfaitement à la protection des droits d'auteur des signaux audio. En outre, le système proposé peut être facilement modifié à des fins de stéganographie en raison de sa grande capacité de charge utile, ce qui permet de cacher des messages secrets dans le signal audio. En outre, le watermark peut être extrait de l'audio tatoué sans utiliser l'audio original, ce qui montre la nature aveugle du système proposé.

Cependant, malgré son efficacité, le système proposé présente également un inconvénient. La méthode de tatouage proposée et toutes les méthodes présentées dans la partie expérimentale ne sont pas adaptées aux signaux sensibles tels que les signaux médicaux (EEG, ECG, EMG, etc.). En effet, les stratégies adoptées consistent à intégrer un watermark dans le signal original sous la contrainte d'imperceptibilité (le système doit offrir un rapport signal/bruit supérieur à 20 dB pour le signal tatoué par rapport au signal original). Puisque les signaux médicaux ont un degré de sensibilité assez élevé (notamment les régions d'intérêt ROI), alors toute modification de leur contenu influence négativement l'exploitation et l'interprétation de ces signaux (même si le système offre plus de 20 dB SNR pour le signal tatoué).

Dans [14], [163], [8], nous avons proposé des systèmes robustes appelés systèmes de tatouage zéro-bit pour protéger les droits d'auteur des images médicales couleurs et en niveaux de gris et des images stéréoscopiques couleurs sans aucune modification des images originales. Ces systèmes de tatouage zéro-bit feront l'objet du chapitre suivant. Afin de résoudre le problème de l'imperceptibilité des signaux médicaux, nous souhaitons, dans le cadre de travaux futurs, élaborer un système robuste de tatouage zéro-bit pour les signaux médicaux basé sur la transformée hybride FrCMT-DTCWT adoptée dans cette section.

4. Nouvelle approche de tatouage numérique pour la protection des images (Yamni et al. [12])

La technologie du tatouage numérique a été largement utilisée avec succès pour résoudre le problème de la protection des droits d'auteur, de l'authentification des données, de l'identification du contenu, de la distribution et de la duplication des données multimédias (telles que l'audio, l'image et la vidéo). Récemment, la protection des droits d'auteur des images numériques est devenue un grand défi en raison de l'accessibilité facile des images et de l'utilisation croissante d'Internet [310]. Dans ce contexte, nous avons proposé dans [12] un système de tatouage aveugle, robuste, transparent et sécurisé basé sur la transformée séparable FrCMMs pour la

protection des images numériques. Dans ce qui suit, nous rappelons les exigences d'un système de tatouage d'images, puis nous présentons en détail le système proposé.

4.1 Exigences d'un système de tatouage d'images numériques

Le principe du tatouage numérique, pour la protection des images numériques, consiste à intégrer dans une image originale un watermark invisible contenant un code de copyright. L'image tatouée peut alors être diffusée dans des réseaux non sécurisés car elle portera toujours le watermark de son propriétaire. Pour vérifier la propriété intellectuelle, le watermark doit être correctement extrait, ce qui permet aux créateurs d'obtenir une reconnaissance ou un bénéfice financier de leurs images numériques.

Un système de tatouage est efficace si l'image tatouée est très proche de l'image originale avec un PSNR supérieur à 40 dB (Pour assurer l'exigence d'imperceptibilité) et si les différentes attaques (y compris les opérations courantes de traitement d'image et les attaques géométriques) n'empêchent pas l'extraction du watermark (exigence de robustesse). De plus, le watermark masqué ne doit être identifié que par le propriétaire de l'image d'origine (Exigence de sécurité) [256].

4.2 Travaux connexes

En général, pour les images numérique, le tatouage numérique peut être mis en œuvre dans le domaine spatial [311], [312], [313] ou dans le domaine d'une transformée telle que la transformée en cosinus discrète (DCT) [314], la transformée en ondelettes discrète (DWT) [315], la transformée de Fourier discrète (DFT) [316], la transformée en ondelettes de levage (LWT) [317], la décomposition en valeur singulière (SVD) [318]. Les systèmes dans le domaine spatial sont plus simples à mettre en œuvre, mais ils sont extrêmement faibles en ce qui concerne la robustesse vis-à-vis les attaques courantes de traitement d'image (la compression JPEG, le filtrage d'image, le bruit, etc.), contrairement aux systèmes dans domaine de transformée qui sont généralement plus robustes vis-à-vis ces attaques. Nous ne souhaitons pas détailler d'avantage la bibliographie concernant le tatouage image, et nous renvoyons, les lecteurs intéressés, par exemple aux articles récents [310], [319] pour un état de l'art plus complet.

Récemment, de nombreux systèmes de tatouage d'image dans le domaine de de transformée moments ont été proposés, notamment des systèmes de tatouage basés sur les moments de Tchebichef (TMs) [320], les moments de Krawtchouk (KMs) [265], et des moments séparables [265], [320]. Des travaux récents ont proposé des systèmes de tatouage basés sur les transformées orthogonales discrètes d'ordre fractionnaire, telles que la transformée de

Krawtchouk d'ordre fractionnaire (FrKMs) [256], la transformée de Tchebichef d'ordre fractionnaire (FrTMs) [255], et la transformée de Charlier d'ordre fractionnaire (FrCMs) proposée dans notre article [11].

L'analyse théorique et les résultats expérimentaux dans [256], [255], et [11] ont montré la supériorité et l'efficacité des transformées orthogonales discrètes d'ordre fractionnaire (FrKMs, FrTMs, et FrCMs) par rapport aux transformées orthogonales discrètes classiques d'ordre entier (KMs, TMs, et CMs) pour les tâches de tatouage d'images.

Dans ce contexte, notre avons proposé dans [12] une nouvelle transformée séparable FrCMMs qui est formée à partir de deux types de polynômes orthogonaux discrets d'ordre fractionnaire, (les FrCPs et les FrMPs) afin de combiner et d'exploiter leurs avantages. Et sur la base de cette transformée, nous avons développé un système de tatouage d'image aveugle, robuste, transparent et sécurisé en exploitant les avantages supplémentaires de la transformée FrCMMs. Dans ce qui suit, nous présentons en détail le système de tatouage proposé.

4.3 Système proposé de tatouage d'images numériques

Le système proposé peut être décrit, de la même manière que le système précédent (section III.3), par deux étapes : l'insertion et l'extraction du watermark.

4.3.1 L'idée principale du système proposé

Afin d'améliorer la robustesse de système proposé contre le recadrage et de réduire la complexité de calcul pendant l'implémentation, l'image originale est divisée en blocs non-chevauchants où le nombre de blocs est égal au nombre de bits du watermark, de sorte que ces bits soient répartis sur la totalité de l'image hôte. Avant d'intégrer les bits du watermark, ce dernier est crypté par la transformée d'Arnold [321] afin de renforcer la sécurité du système et éliminer la corrélation des pixels dans le domaine spatial. Les paramètres de la transformée d'Arnold constituent la clé de sécurité Key1. Puis, nous calculons la transformée FrCMMs de chaque bloc afin de construire des matrices caractéristiques en utilisant les ordres fractionnaires appropriés $(\alpha \& \beta)$ qui rendent le système de tatouage plus robuste tout en maintenant l'imperceptibilité. Dans la section III.4.4.4, il est montré que les ordres fractionnaires de la transformée FrCMMs peuvent être utilisés comme clé de sécurité. Ces ordres fractionnaires, notés Key2, renforcent la sécurité du système proposé. Ensuite, nous sélectionnons les coefficients des FrCMMs et nous y plaçons les bits du watermark en appliquant la Dither-modulation QIM (DM-QIM) [322] qui est une forme spéciale de la quantification par la modulation d'index (QIM). Les positions des coefficients modifiés de la transformée FrCMMs

sont utilisées comme clé de sécurité (notée Key3). Enfin, nous calculons la transformée inverse FrCMMs des matrices modifiées pour reconstruire les blocs modifiés. Ces derniers sont rassemblés pour construire l'image tatouée. Le modèle d'insertion est illustré dans la figure III.14.

L'extraction est aveugle dans le système proposé, c.-à-d. il est capable d'extraire le watermark à partir l'image tatouée sans utiliser l'image originale et le watermark original. En effet, l'image tatouée est décomposée en blocs, puis la transformée FrCMMs est appliquée à nouveau sur ces blocs en utilisant les mêmes ordres fractionnaires (Key2), puis les coefficients FrCMMs, avec la clé Key3, sont utilisés pour extraire les bits de watermark afin d'obtenir le watermark crypté. Enfin, la transformée d'Arnold inverse est appliquée en utilisant la clé Key1 pour générer le watermark extrait. Le modèle d'extraction est illustré dans la figure III.15.

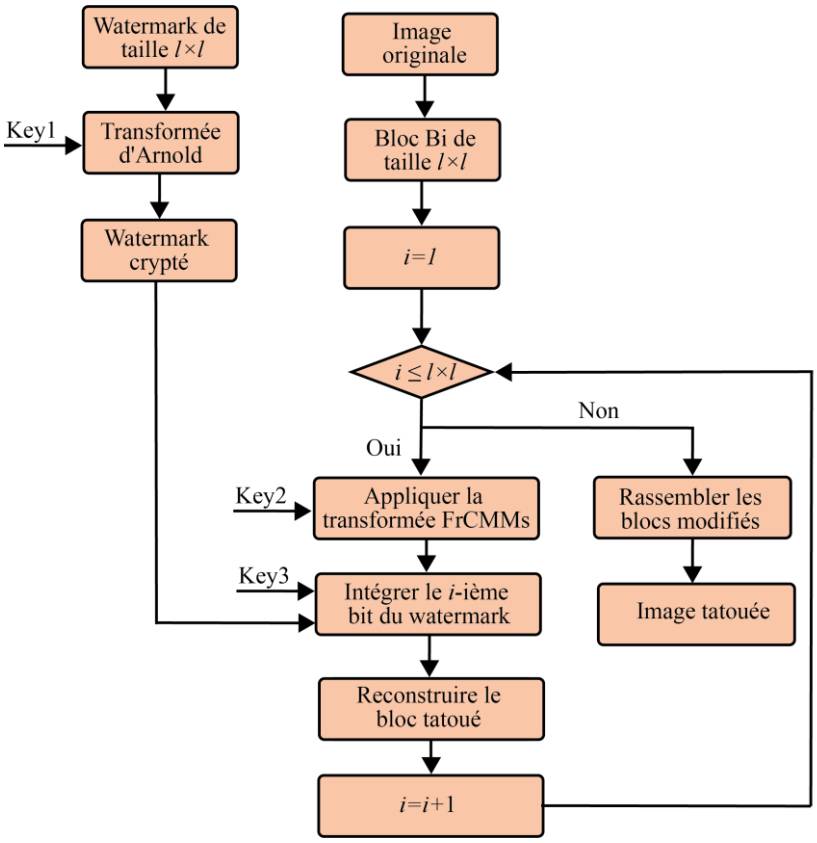


Figure III.14 : Insertion du watermark.

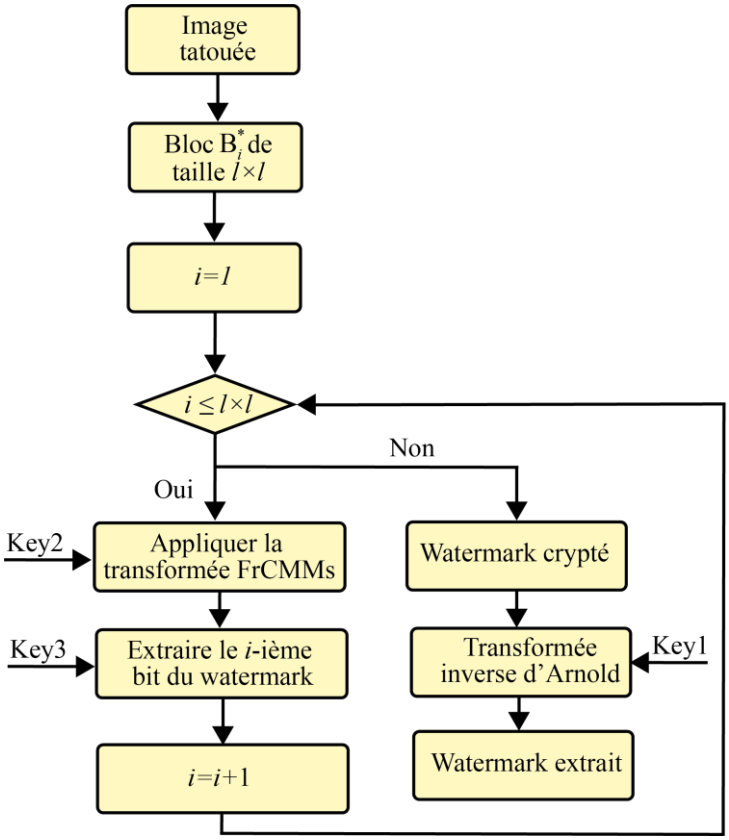


Figure III.15 : Extraction du watermark.

4.3.2 Insertion du watermark

Avant l'insertion, le watermark est crypté par la transformée d'Arnold [321] puis il est organisé en une séquence unidimensionnelle de bits binaires notée $\{w_i\}$. Nous avons ensuite divisé l'image originale en blocs appropriés et calculé la transformée FrCMMs pour chaque bloc. La séquence $\{w_i\}$ est successivement incorporée dans les coefficients FrCMMs.

Nous choisissons dans notre système une technique de tatouage dans la catégorie de la quantification par la modulation d'index (QIM) en raison de sa bonne robustesse et de sa nature aveugle. Plus précisément, la règle d'insertion de $\{w_i\}$ est la suivante [322] :

$$|FrCMM_i'| = \begin{cases} 2\Delta \times round\left(\dfrac{|FrCMM_i|}{2\Delta}\right) + \dfrac{\Delta}{2} & , \text{ si } w_i = 1 \\ 2\Delta \times round\left(\dfrac{|FrCMM_i|}{2\Delta}\right) - \dfrac{\Delta}{2} & , \text{ si } w_i = 0 \end{cases} \quad \text{(III.21)}$$

où $\{FrCMM_i\}$ et $\{FrCMM_i'\}$ sont respectivement les coefficients FrCMMs sélectionnés (en utilisant la clé Key3) de l'image originale et de l'image tatouée, $|.|$ est le symbole de valeur absolue, $round(.)$ est l'opération d'arrondi pour obtenir le nombre entier le plus proche, Δ est le pas de quantification contrôlant la force d'incorporation des bits du watermark. La valeur de Δ

doit être choisie de manière à obtenir un bon compromis entre les exigences contradictoires d'imperceptibilité et de robustesse [11].

Il est à noter que la stratégie de blocs adoptée permet de réduire la complexité de calcul pendant l'implémentation du système de tatouage proposé. En effet, la complexité de calcul de la transformée FrCMMs sur des blocs d'image est bien moindre que celle de calcul de la transformée FrCMMs sur l'image entière.

4.3.3 Extraction du watermark

Lors de l'extraction des données cachées, l'image tatouée est d'abord récupérée à sa forme géométrique originale en utilisant la stratégie présentée dans [323], [265], qui consiste à estimer l'angle de rotation et le facteur d'échelle de l'image tatouée dans le cas où elle est attaquée par des attaques géométriques de rotation et d'échelle. Cette stratégie assure la robustesse du système proposé contre ces attaques géométriques. Ensuite, nous divisons l'image tatouée en blocs, et nous calculons la transformée FrCMMs de chaque bloc de la même manière que dans l'insertion.

Soit $\left\{FrCMM_i^*\right\}$ les coefficients FrCMMs, qui sont sélectionnés en utilisant la clé Key3, nous extrayons la séquence $\left\{w_i^*\right\}$ à partir de $\left\{FrCMM_i^*\right\}$ en utilisant la règle suivante :

$$w_i^* = \begin{cases} 1 \text{ si } |FrCMM_i^*| - 2\Delta \times round\left(\dfrac{|FrCMM_i^*|}{2\Delta}\right) > 0 \\ 0 \text{ si } |FrCMM_i^*| - 2\Delta \times round\left(\dfrac{|FrCMM_i^*|}{2\Delta}\right) \leq 0 \end{cases} \quad \text{(III.22)}$$

Avant d'extraire les bits du watermark, nous devons connaître les informations de sécurité {Key1, Key2, Key3}. La clé Key1 contient les paramètres de la transformée d'Arnold, la clé Key2 contient les ordres fractionnaires de la transformée FrCMMs et la clé Key3 présente les emplacements d'incorporation du watermark. Si nous ne connaissons pas ces informations, nous ne pouvons pas détecter et extraire le watermark à partir l'image tatouée.

4.4 Résultats expérimentaux

Cette section présente les résultats expérimentaux qui évaluent la performance du système proposé de tatouage image basé sur la transformée séparable FrCMMs. Les simulations ont été réalisées dans un environnement Matlab R2018a sur un grand ensemble d'images. 96 images en niveaux de gris de 512×512 pixels extraites de la base de données Computer Vision Group de l'université de Grenade [324] ont été utilisées comme images de test (images hôtes) et 2 images binaires de la base de données MPEG-7 [325] : "Cup" et "Horse" ont été utilisées comme watermarks. La figure III.16 montre un ensemble d'images de test et les deux watermarks.

Chaque image de test est divisée en blocs non-chevauchés de 8×8 pixels. Puisque la longueur de la séquence du watermark est de 64×64 =4096, alors un bit de watermark est incorporé dans chaque bloc.



(a) (b) (c) (d) (e) (f) (g)

Figure III.16 : (a)-(e) Ensemble d'images de la base de données [324], (f)-(g) watermarks de la base de données [325].

Le système de tatouage proposé permet de protéger les droits d'auteur des images en intégrant des watermarks dans les images originales. Il existe de nombreux systèmes conçus pour atteindre cet objectif, tels que les systèmes proposés dans [265], [320], [314], [315], [317], [318]. Les résultats expérimentaux obtenus par Liu et al. [256], Xiao et al. [255], et nos résultats dans [11] ont indiqué que les systèmes de tatouage basés sur FrKMs, FrTMs, et FrCMs, respectivement fonctionnent mieux que : 1) les systèmes basés sur les moments classiques d'ordre entier tels que les moments de Krawtchouk (KMs) [265], de Tchebichef (TMs) [320], et de Charlier (CMs) [11] ; 2) les systèmes basés sur des transformées fractionnaires discrètes telles que la transformée de Fourier discrète d'ordre fractionnaire (DFrFT), la transformée en cosinus discrète d'ordre fractionnaire (DFrCT), et la transformée en sinus discrète d'ordre fractionnaire (DFrST) ; 3) les systèmes basés sur d'autres transformées telles que la transformée en cosinus discrète (DCT) [314], la transformée en ondelettes discrète (DWT) [315], la transformée en ondelettes de levage (LWT) [317] et la décomposition en valeurs singulières (SVD) [318].
En raison de leur efficacité, les performances des FrKMs, FrTMs et FrCMs sont comparées avec celles des transformées FrCMMs et FrMMs en termes des exigences de tatouage image. En outre, la transformée CMM classique d'ordre entier est également considérée dans cette étude expérimentale pour montrer l'importance de sa version fractionnaire proposée dans le domaine de tatouage numérique d'image.

Dans cette étude, les transformées FrKMs, FrTMs, et FrCMs sont appliquées respectivement avec les ordres fractionnaires avec ($\alpha = 0.4$ & $\beta = 0.4$), ($\alpha = 0.9$ & $\beta = 1.2$), et ($\alpha = 0.3$ & $\beta = 0.3$) comme il est recommandé dans les articles [256], [255], et [11]. D'autre part, la transformée FrCMMs proposée est appliquée avec les ordres fractionnaires ($\alpha = 0.3$ & $\beta = 1.7$) . Ce choix sera justifié dans la section III.4.4.3.

Dans les tests suivants, nous montrons l'efficacité de système proposé de tatouage en termes d'exigences de tatouage numérique d'images, à savoir l'imperceptibilité, la robustesse, et la sécurité.

4.4.1 Test d'imperceptibilité

Dans ce test d'imperceptibilité, la qualité de l'image tatouée de taille $N \times M$ est évaluée à l'aide du rapport Peak Signal-To-Noise Ratio (PSNR), qui est défini en décibels (dB) comme suit :

$$\mathrm{PSNR(dB)} = 10\log_{10}\left(\frac{255^2 \times N \times M}{\sum_{x=1}^{N-1}\sum_{y=1}^{M-1}\left[f(x,y)-\hat{f}(x,y)\right]^2}\right) \quad \text{(III.23)}$$

où f est l'image originale et $\hat{f}$ est l'image tatouée.

Le système de tatouage doit fournir, pour l'image tatouée, un PSNR de 40 dB ou plus afin d'assurer l'imperceptibilité requise [256], [11].

La figure III.17 illustre un ensemble d'images originales et leurs versions tatouées et les différences entre elles respectivement, qui montrent l'imperceptibilité du système de tatouage proposé basé sur les FrCMMs. Nous pouvons constater qu'il n'y a presque aucune différence visuelle entre les images originales et les images tatouées, ce qui indique que notre système proposé a une bonne transparence.

La figure III.18 présente le PSNR moyen en fonction de Δ (pas de quantification) pour 96 images de test utilisant le système proposé. Cette figure présente également les résultats de la comparaison entre le système proposé et les systèmes basés sur les FrMMs [12], FrKMs [256], FrTMs [255], FrCMs [11], et les CMMs classiques d'ordre entier. D'après les résultats de cette comparaison, Il est montré que le système proposé basé sur les FrCMMs peut atteindre une imperceptibilité élevée pour différents pas de quantification Δ où les PSNR moyens sont plus élevés que ceux des systèmes sélectionnés dans cette comparaison. Il est montré également que le PSNR moyen des CMM classiques d'ordre entier (FrCMMs avec $\alpha = \beta = 1$) est le plus faible dans cette comparaison, ce qui montre la supériorité et l'efficacité de leur version fractionnaire FrCMMs en termes d'imperceptibilité. Il est également montré que les FrMMs [12] et FrCMs [11] proposés ont une supériorité relative par rapport aux FrKMs et FrTMs, ce qui justifie la raison pour laquelle nous avons choisi leurs fonctions de base (FrMPs et FrCPs) pour développer les FrCMMs. En outre, il est montré que lorsque le pas de quantification Δ augmente, le PSNR

moyen diminue. Cependant, le PSNR moyen du système proposé est toujours plus élevé que les PSNRs des autres systèmes de tatouage. Cela montre la préférence de ce système.

En général, pour tous les systèmes de tatouage, le pas de quantification Δ (force d'incorporation) doit être aussi grand que possible sous la contrainte d'imperceptibilité. Car une valeur élevée de Δ conduit à une grande robustesse [11]. Dans les expériences suivantes, les valeurs de Δ sont fixées à 70, 65, 45, 40, 60 et 30 pour les systèmes basés sur FrCMMs, FrMMs [12], FrKMs [256], FrTMs [255], FrCMs [11], et CMMs, respectivement. Ces valeurs répondent à l'exigence d'imperceptibilité où les PSNRs des images tatouées doivent être supérieurs à 40 dB.

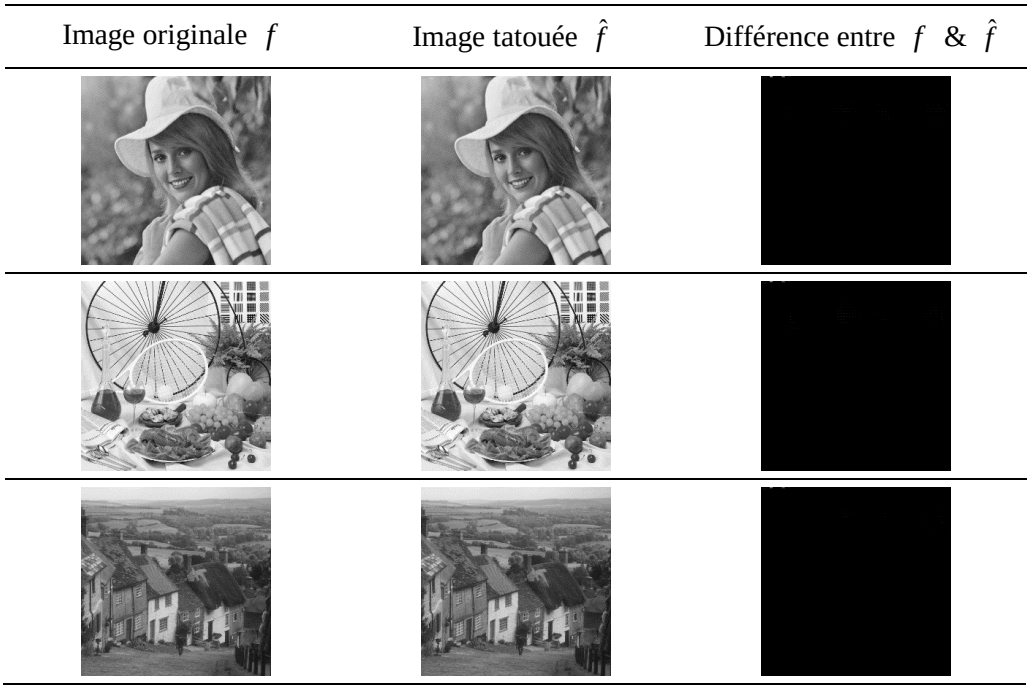
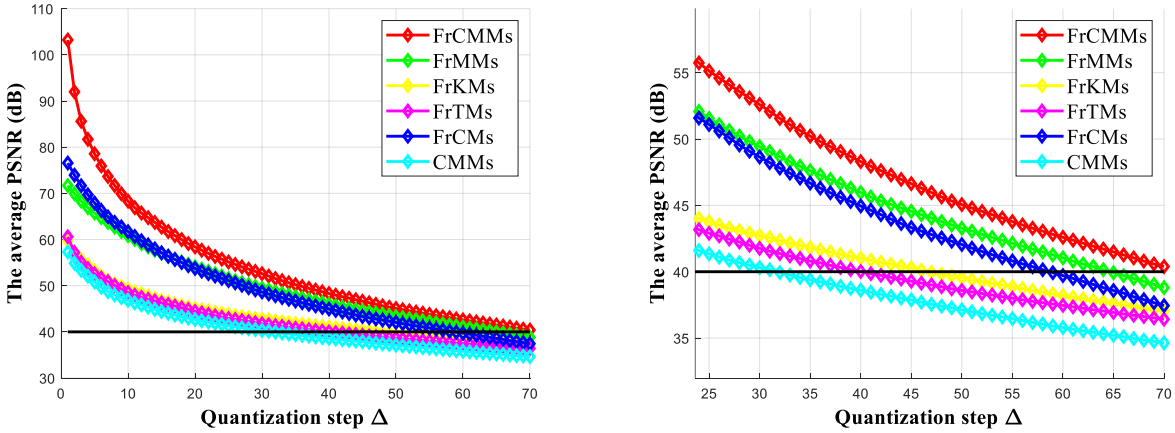


Figure III.17 : Exemples d'images originales et leurs versions tatouées en utilisant le système proposé basé sur FrCMMs avec les ordres fractionnaires ($\alpha = 0.3$ & $\beta = 1.7$) et le pas de quantification Δ=70.



(a) (b)

Figure III.18 : (a) PSNR moyen (pour 96 images de test) en fonction de Δ en utilisant les systèmes basés sur les FrCMMs, FrMMs [12], FrKMs [256], FrTMs [255], FrCMs [11], et les CMMs classiques d'ordre entier,

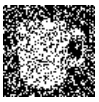
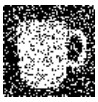
(b) Partie agrandie de (a).

4.4.2 Test de robustesse

La robustesse du système proposé est évaluée à l'aide du taux d'erreur binaire (BER) [309] défini dans l'équation III.20. Afin de tester la robustesse du système proposé, les images tatouées sont attaquées par des manipulations et des attaques courantes de traitement d'image à savoir :

- **Attaque de filtrage :** Les images tatouées sont filtrées par le filtre médian, le filtre moyen et le filtre gaussien avec les tailles des fenêtres 3×3, 5×5 et 7×7.
- **Attaque de bruit :** Les images tatouées sont dégradées par le bruit gaussien avec des variances de 0,01, 0,02 et 0,03 et par le bruit poivre et sel avec des intensités de 0,01, 0,02 et 0,03.
- **Attaque de compression JPEG :** En utilisant la compression JPEG, les images tatouées sont compressées avec des qualités de compression 30, 50 et 70.
- **Attaque de recadrage :** 10 %, 20 % et 30 % des pixels de l'image tatouée sont supprimés de manière aléatoire.
- **Attaque de rotation :** Les images tatouées sont tournées avec les angles 5°, 15° et 30°.
- **Attaque de mise à l'échelle :** Les images tatouées sont mises à l'échelle avec les facteurs d'échelle 0,7, 0,9 et 1,2.

La figure III.19 montre quelques watermarks extraits à partir des images tatouées sous différentes attaques en utilisant le système proposé basé sur la transformation FrCMMs et le système classique basé sur la transformée CMMs d'ordre entier. En outre, cette figure montre les résultats de l'extraction du watermark après l'application des d'attaques combinées (plusieurs attaques en même temps). Nous pouvons constater que la robustesse du système de tatouage basé sur la transformée FrCMMs est beaucoup plus élevée que celle du système basé sur la transformée classique CMMs. En effet, avec la transformé FrCMMs, la majorité des BERs sont très faibles et tendent vers zéro, ce qui signifie que le processus d'extraction peut récupérer avec succès le watermark incorporé sous différents types d'attaques, ainsi que sous des attaques combinées. D'autre part, la transformée classique CMMs ne résiste pas bien à la majorité des attaques où les BERs sont élevés.

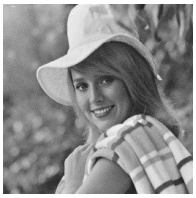
	No attack	Median filter (7x7)	Average filter (7x7)	Gaussian blur (1)	Gaussian White noise (0.02)
FrCMMs					
BER (%)	0	3.5889	4.541	6.6162	19.0898
CMMs					
BER(%)	0	26.7578	27.2705	20.0928	35.1318

	Salt & pepper noise (0.02)	JPEG compression (30)	Random cropping (30%)	Rotation (30°)	Scaling (0.7)
FrCMMs					
BER(%)	6.1523	2.2217	8.5938	8.0811	2.4902
CMMs					
BER(%)	24.902	9.1309	11.6211	22.9492	13.3301

	JPEG compression (50) + Median filter (3x3)	Scaling (0.9) + Salt & pepper noise (0.01)	Rotation (15°) + Average filter (3x3)	Rotation (5°) + Scaling (1.2) + Gaussian White noise (0.01)	JPEG compression (70) + Gaussian blur (0.5) + Random cropping (10%)
FrCMMs					
BER(%)	3.2471	4.4189	7.4463	20.459	5.1025
CMMs					
BER(%)	18.1641	21.2646	23.5107	34.5215	19.8486

Figure III.19 : Quelques exemples de watermarks extraits sous différentes attaques en utilisant les FrCMMs proposés et les CMMs classiques d'ordre entier.

Dans la figure III.20, nous pouvons observer que les attaques utilisées sont très sévères et ont des effets négatifs sur l'image tatouée originale. Cette figure présente les PSNRs entre les images tatouées attaquées et l'image tatouée originale, où les faibles valeurs de PSNR indiquent la sévérité des attaques utilisées. La différence est notable dans l'attaque du filtre médian, du filtre moyen, du flou gaussien, du bruit sel et poivre, et de la compression JPEG. De grandes différences sont observées dans le bruit blanc gaussien, le recadrage, la rotation et les attaques combinées. Il convient de noter que la taille de l'image change après l'attaque de mise à l'échelle et par conséquent les PSNRs des images tatouées mises à l'échelle ne peuvent pas être calculés.

	No attack	Median filter (7x7)	Average filter (7x7)	Gaussian blur (1)
Attacked watermarked image				
PSNR (dB)	Inf	30.8855	27.3116	32.9075

	Gaussian White noise (0.02)	Salt & pepper noise (0.02)	JPEG compression (30)	Random cropping (30%)
Attacked watermarked image				
PSNR (dB)	19.9380	22.5573	21.6438	9.7393

	Rotation (30°)	Scaling (0.7)	JPEG compression (50) + Median filter (3x3)	Scaling (0.9) + Salt & pepper noise (0.01)
Attacked watermarked image				
PSNR (dB)	10.2832	-------	32.7882	-------

	Rotation (15°) + Average filter (5x5)	Rotation (5°) + Scaling (1.2) + Gaussian White noise (0.01)	JPEG compression (70) + Gaussian blur (0.5) + Random cropping (10%)
Attacked watermarked image			
PSNR (dB)	12.1047	-------	18.6373

Figure III.20 : Quelques exemples d'attaques utilisées et leurs effets sur les images tatouées.

La figure III.21 résume les résultats de comparaison en termes de robustesse entre le système proposé et des systèmes de tatouage basés sur les FrMMs [12], FrKMs [256], FrTMs [255], FrCMs [11], et les CMMs classiques. Cette figure présente également les résultats de la comparaison avec trois méthodes populaires de tatouage d'images à savoir des systèmes basés sur la transformée en cosinus discrète (DCT) [314], la transformée en ondelettes discrète (DWT) [315] et la transformée de Fourier discrète (DFT) [316]. Ces résultats représentent le BER moyen (%) en fonction des attaques appliquées en utilisant 96 images de test et deux watermarks "Cup" et "Horse". Les 9 graphiques de la figure III.21 indiquent que le système proposé de tatouage basé sur les FrCMMs présente une grande robustesse pour différentes attaques avec différentes

intensités où les BERs moyens sont très faibles, ce qui indique que les attaques de ce test n'empêchent pas l'extraction correcte des watermarks. Il est également montré que lorsque le degré de distorsion des images tatouées augmente, les valeurs moyennes de BER des watermarks extraits augmentent. Cependant, les BERs restent faibles et ne dépassent pas 25%, ce qui signifie que les watermarks extraits sont reconnaissables et très proches des watermarks originaux. La figure III.21 montre clairement que la robustesse du système proposé est supérieure à celle des systèmes basés sur les FrMMs [12], FrKMs [256], FrTMs [255], FrCMs [11], les CMMs classiques, DCT [314], DWT [315], et DFT [316]. Ceci est principalement dû aux descripteurs FrCMMs, qui combinent les avantages des deux types de polynômes d'ordre fractionnaire (FrCPs et FrMPs) avec les ordres fractionnaires optimaux conduisant à un système de tatouage plus robuste que les autres systèmes de tatouage testés dans cette étude.

Il est à noter que toutes les méthodes basées FrCMMs, CMMs, FrKMs [256], FrTMs [255], FrCMs [11], DCT [314], et DWT [315] ne sont pas robustes à l'attaque de translation car elles utilisent une approche basée sur les blocs, et un changement de la position du bloc dans la procédure d'extraction conduit à l'échec de l'extraction du watermark.

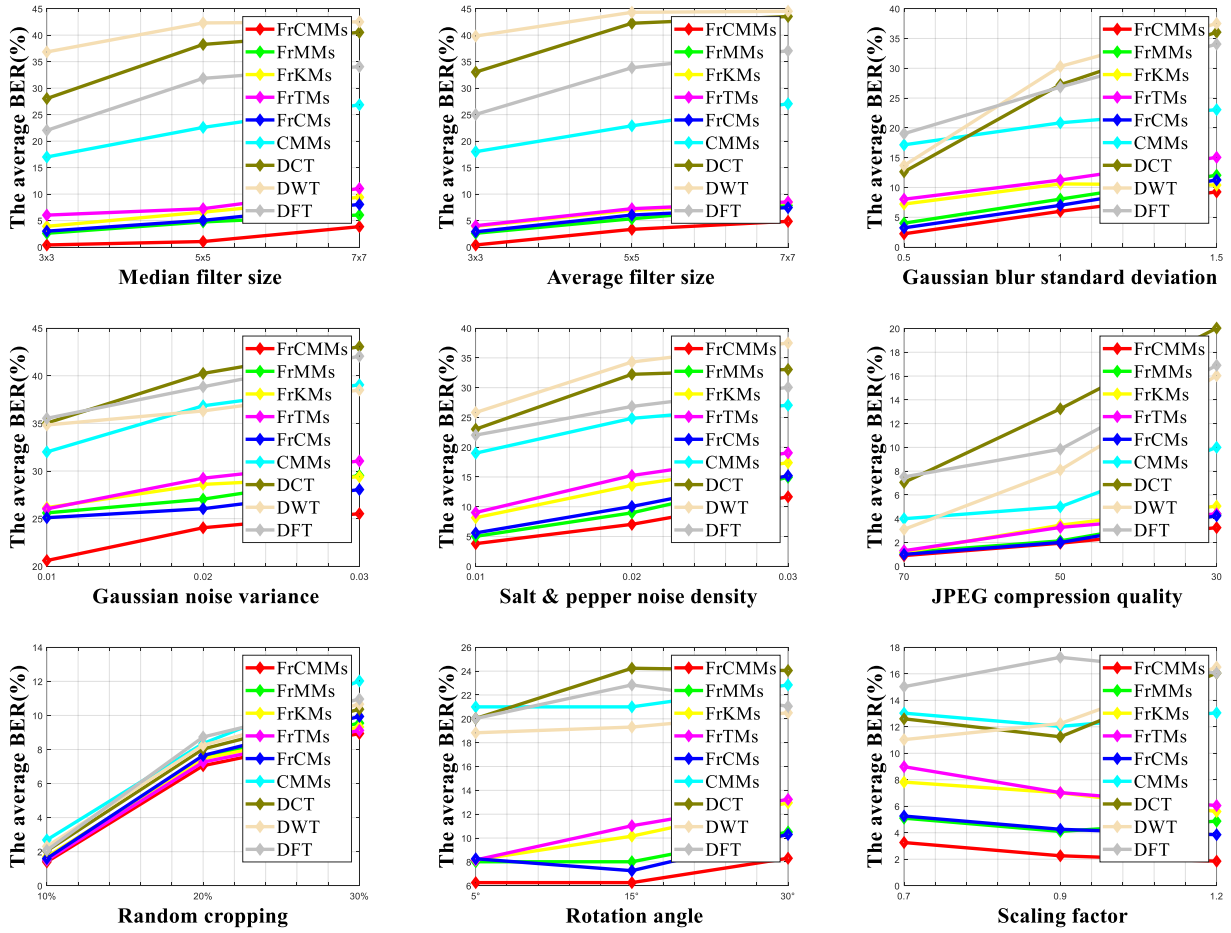


Figure III.21 : Résultats de la robustesse (BER) contre différents types d'attaques de traitement d'images pour différents systèmes de tatouage image.

4.4.3 Sélection des ordres fractionnaires optimaux de la transformée FrCMMs

La transformée FrCMMs a deux ordres fractionnaires α (ordre fractionnaire de la fonction de base FrCPs) et β (ordre fractionnaire de la fonction de base FrMPs). Les valeurs de ces ordres fractionnaires influencent directement l'efficacité de la transformée FrCMMs en termes d'imperceptibilité et de robustesse. Par conséquent, l'analyse actuelle vise à justifier le choix ($\alpha = 0.3$ & $\beta = 1.7$) utilisé dans les tests précédents.

Nous effectuons un test sur 10 images de la base d'images [324] en utilisant les deux watermarks " Cup " et " Horse " (figure III.16). Les ordres fractionnaires (α & β) sont variés de 0.1 à 2 avec un pas de 0.1, et la valeur de Δ a été fixée à 70. La figure III.22 montre la distribution des PSNRs moyens des images tatouées en fonction de différents ordres fractionnaires. La figure III.23 montre la distribution des BER(%) moyens des watermarks extraits en fonction de différents ordres fractionnaires sous des attaques combinées. Nous pouvons observer que le système proposé avec les ordres fractionnaires $\alpha \in [0.1,\ 0.4]$ & $\beta \in [1.4,\ 1.8]$ (rectangle noir dans les Figures III.22 et III.23) offre une meilleure imperceptibilité (PSNR moyen le plus élevé) et une meilleure robustesse (BER(%) moyen le plus faible) par rapport aux autres ordres fractionnaires. Nous pouvons également observer que le système proposé avec ces ordres offre une imperceptibilité et une robustesse élevées par rapport au système basé sur les CMMs classiques d'ordre entier (FrCMMs avec des ordres fractionnaires $\alpha = \beta = 1$). Cela montre que les ordres fractionnaires optimaux des FrCMMs améliorent considérablement les performances du système proposé. Parmi les ordres fractionnaires de l'intervalle $\alpha \in [0.1,\ 0.4]$ & $\beta \in [1.4,\ 1.8]$, les ordres fractionnaires ($\alpha = 0.3$ & $\beta = 1.7$) donnent le PSNR moyen le plus élevé et le BER moyen le plus faible, ce qui se traduit par une imperceptibilité très élevée et une grande robustesse. Ce test justifie les bons résultats trouvés dans les tests précédents avec ces ordres fractionnaires.

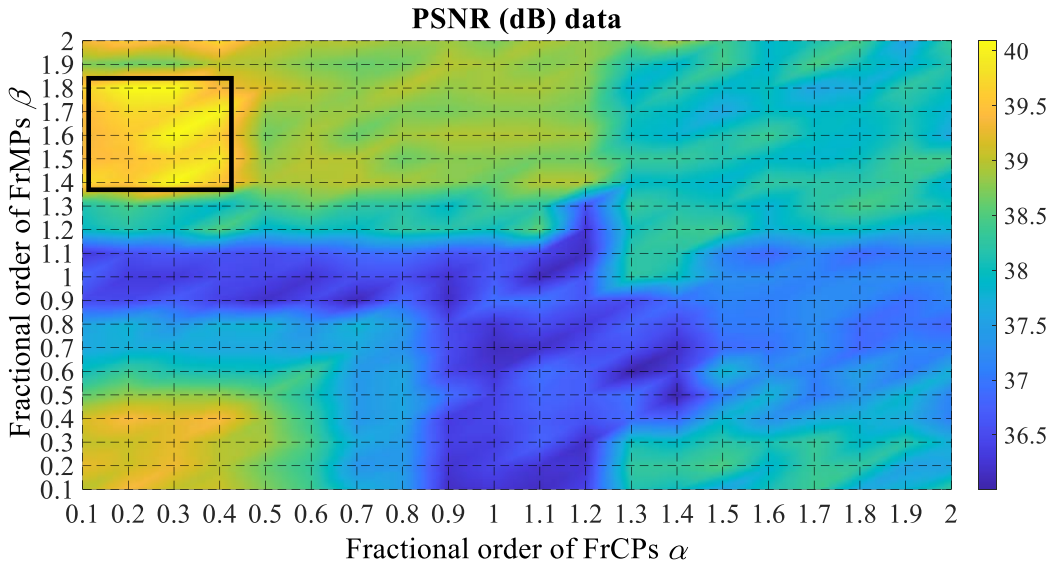
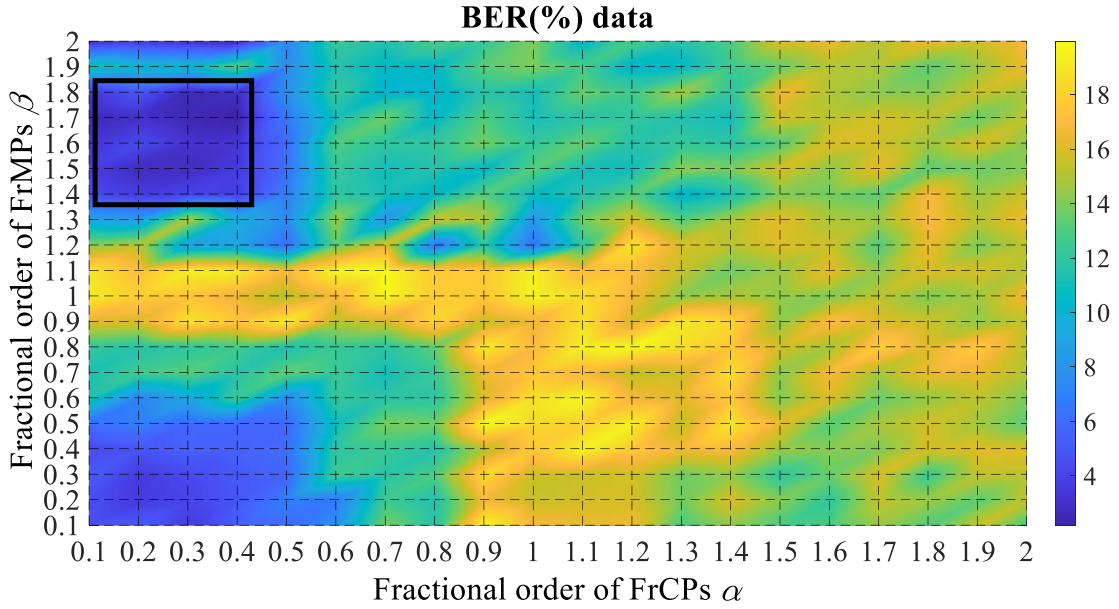
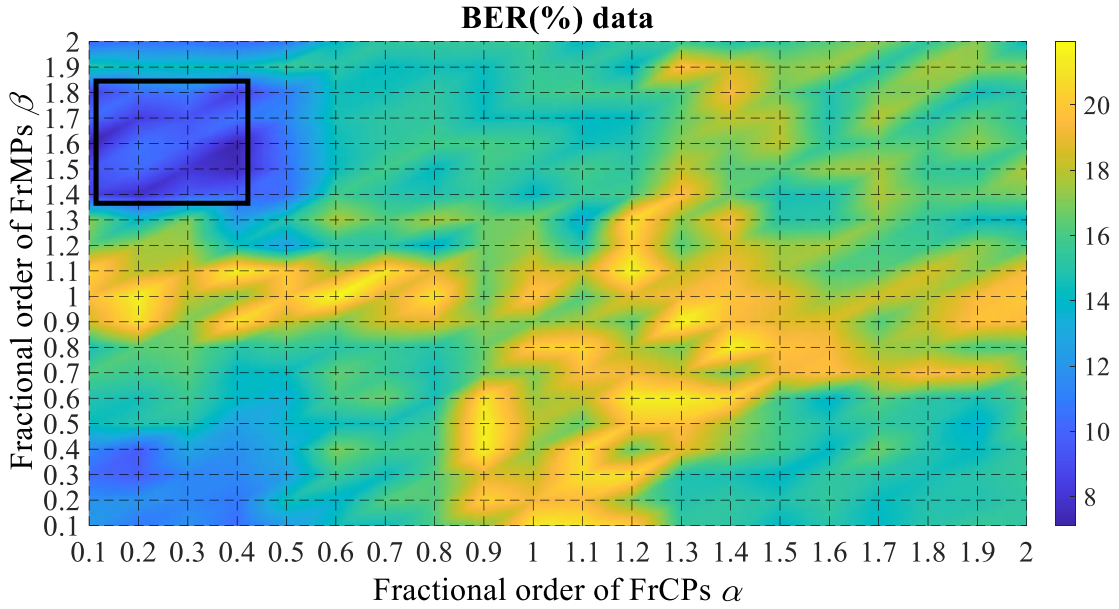


Figure III.22 : Distribution bidimensionnelle du PSNR moyen (des images tatouées) en utilisant le système de tatouage basé sur FrCMMs avec des ordres fractionnaires allant de 0.1 à 2.



(a) Attaque combinée 1 : filtre moyen (3x3) + compression JPEG (50) + recadrage aléatoire (10%)



(b) Attaque combinée 2 : Filtre médian (3x3) + Bruit sel et poivre (0.02) + Rotation (15°)

Figure III.23 : Distribution bidimensionnelle du BER moyen (des watermarks extraits) en utilisant le système de tatouage basé sur les FrCMMs avec des ordres fractionnaires allant de 0.1 à 2 ; (a) Robustesse contre l'attaque combinée 1, (b) Robustesse contre l'attaque combinée 2.

4.4.4 Test de sécurité

Pour garantir l'exigence de sécurité, les processus d'insertion et d'extraction dans le système proposé dépendent de trois clés de sécurité {Key1, Key2, Key3} afin de rendre la détection du watermark impossible sans ces clés. Nous montrons dans ce test que les ordres fractionnaires de la transformées FrCMMs (Key2) améliorent non seulement l'imperceptibilité et la robustesse du système proposé mais aussi améliorent et renforcent la sécurité du système proposé. Pour montrer cet avantage, le watermark "Cup" a été incorporé dans l'image originale "Elaine" avec

les ordres fractionnaires $\alpha = 0.3$ (ordre fractionnaire des FrCPs) et $\beta = 1.7$ (ordre fractionnaire des FrMPs). Cependant, pour l'extraction du watermark, nous avons extrait le watermark avec des ordres fractionnaires variant de 0.1 à 2 avec un pas de 0.1. La figure III.24 présente les BER(%) des watermarks extraits pour différents ordres fractionnaires. La figure III.25 montre un ensemble de watermarks extraits avec leurs BERs (%). La figure III.24 montre clairement que le watermark peut être extrait correctement si les ordres fractionnaires corrects ($\alpha = 0.3$ et $\beta = 1.7$) sont utilisés où le BER est nul. En revanche, il est impossible d'accéder au watermark incorporé avec des ordres fractionnaires incorrects, les BERs étant dans ce cas supérieur à 45%. La figure III.25 confirme cette analyse. Par conséquent, il est impossible d'accéder au watermark incorporé sans utiliser les ordres fractionnaires corrects.

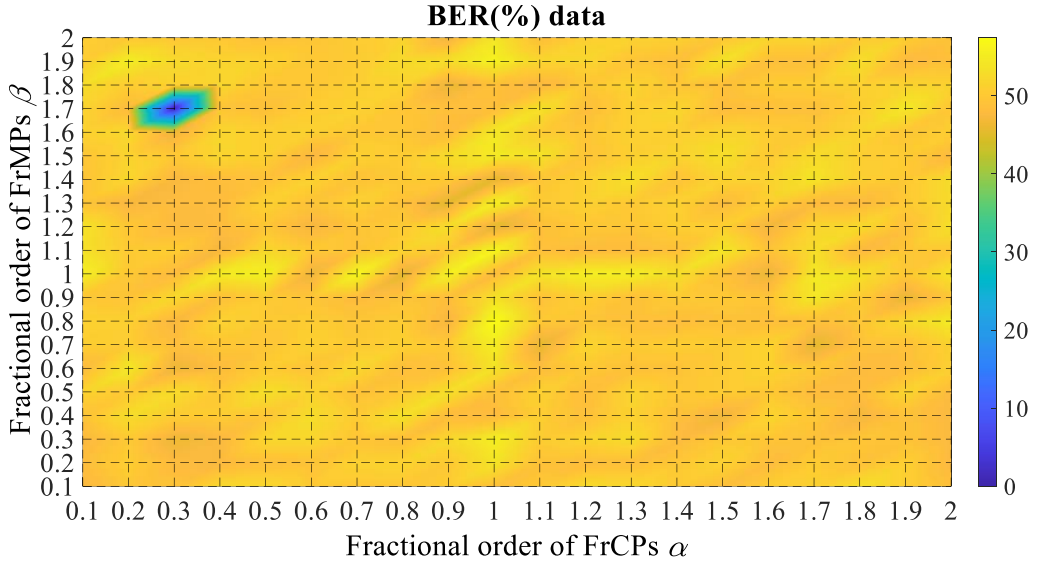


Figure III.24 : Distribution bidimensionnelle des BER (des watermarks extraits) avec différents ordres fractionnaires dans la procédure d'extraction (les ordres fractionnaires dans la procédure d'insertion sont $(\alpha = 0.3 \ \& \ \beta = 1.7)$.

Fractional orders	$\alpha=1$ & $\beta=1$	$\alpha=0.3$ & $\beta=0.3$	$\alpha=1.7$ & $\beta=1.7$	$\alpha=0.5$ & $\beta=0.5$	$\alpha=0.8$ & $\beta=0.8$	$\alpha=0.5$ & $\beta=1.2$	$\alpha=1.9$ & $\beta=1.2$
Extracted watermark							
BER(%)	50.0488	51.7334	52.7832	51.123	50.0732	51.7334	50.6836

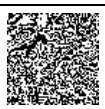
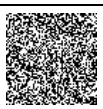
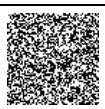
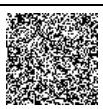
Fractional orders	$\alpha=0.3$ & $\beta=1.4$	$\alpha=0.3$ & $\beta=1.5$	$\alpha=0.3$ & $\beta=1.6$	$\alpha=0.3$ & $\beta=1.7$	$\alpha=0.1$ & $\beta=1.7$	$\alpha=0.2$ & $\beta=1.7$	$\alpha=0.4$ & $\beta=1.7$
Extracted watermark							
BER(%)	49.7314	48.7305	48.0713	0	49.8047	49.0967	49.9023

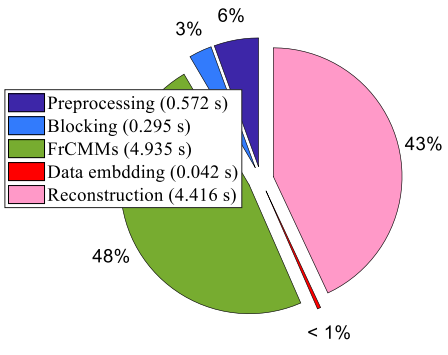
Figure III.25 : Watermarks extraits avec différents ordres fractionnaires dans la procédure d'extraction (les

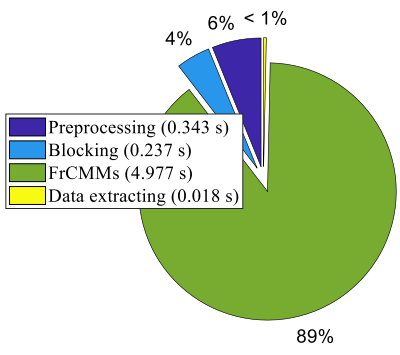
ordres fractionnaires dans la procédure d'insertion sont $\alpha = 0.3$ & $\beta = 1.7$).

4.4.5 Estimation de la complexité de calcul

Dans cette section, la complexité de calcul de système proposé est évaluée en termes de rapidité. Le processus de calcul est effectué pour chacune des 96 images de la base de données d'images [324], où les temps d'exécution moyens de différentes étapes dans le système proposé sont indiqués dans la figure III.26. Cette figure montre que le système de tatouage proposé nécessite environ 10,26 secondes pour la procédure d'intégration du watermark, tandis que la procédure d'extraction du watermark prend environ 5,57 secondes. Les étapes qui prennent plus de temps sont l'étape de calcul de la transformée FrCMMs et l'étape de reconstruction (étape de calcul de la transformée FrCMMs inverse). L'application de la transformée FrCMMs et la transformée FrCMMs inverse prennent environ 4,95 secondes et 4,41 secondes, respectivement. Il est à noter que le temps de calcul peut être réduit en utilisant la méthode de consultation des tables. En effet, comme mentionné dans les sections III.4.2 et III.4.3, l'image traitée est divisée en blocs, puis les FrCMMs sont calculés pour chaque bloc. Et comme les polynômes FrCPs et FrMPs (fonctions de base de FrCMMs) sont indépendants des blocs traités de l'image, ils peuvent être pré-calculés, stockés, rappelés chaque fois que cela est nécessaire pour éviter les calculs répétitifs. La figure III.27 montre les temps écoulés avec cette méthode. Il apparaît clairement qu'avec cette méthode, le temps de calcul de la transformée FrCMMs et la transformée FrCMMs inverse a été considérablement réduit et que la vitesse du système proposé a été améliorée, l'intégration du watermark et l'extraction du watermark prenant respectivement 1,22 seconde et 0,77 seconde. Il convient de noter que la complexité de calcul des méthodes de tatouage mentionnées dans l'étude expérimentale (comme le système de tatouage basé sur la transfomées CMMs, FrKMs, FrTMs, FrCMs, etc.) pourrait également être réduite grâce à des astuces de mise en œuvre telles que la méthode de consultation des tables.

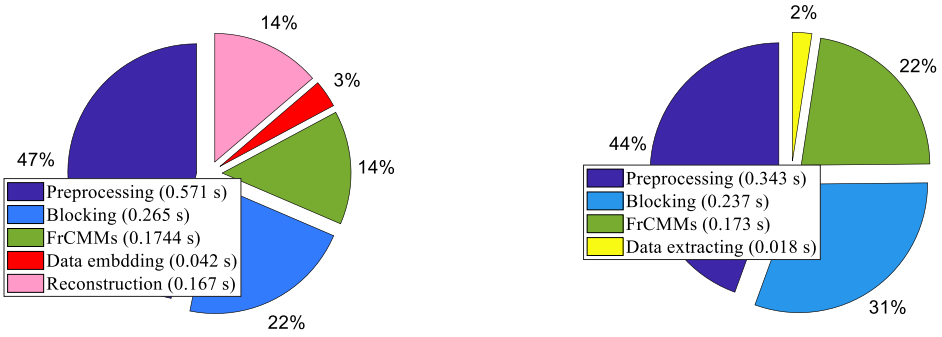
Ces valeurs numériques sont obtenues en utilisant Matlab R2018a sur un PC Intel(R) Core(TM) i3 CPU @ 2.40GHz avec 6 Go de RAM.





(a) (b)

Figure III.26 : Le temps d'exécution de système proposé de tatouage d'image ; (a) Procédure d'insertion du watermark, (b) Procédure d'extraction du watermark.



(a) (b)

Figure III.27 : Le temps d'exécution de système proposé de tatouage d'image en utilisant la méthode de consultation des tables ; (a) Procédure d'insertion du watermark, (b) Procédure d'extraction du watermark.

4.4.6 Discussion

Le système de tatouage image proposé basé sur la transformée FrCMMs présente une imperceptibilité élevée (PSNR> 40 dB), un niveau de sécurité élevé, et conserve une bonne robustesse même si le l'image tatouée est attaquée par diverses attaques courantes de traitement de d'image telles que la compression JPEG, le filtre médian, le filtre gaussien, le filtre moyen, le bruit sel et poivre, le bruit gaussien, et par des attaques géométriques telles que la rotation, la mise à l'échelle, le recadrage aléatoire. De plus, le watermark peut être extrait à partir l'image tatouée sans utiliser l'image originale, ce qui montre la nature aveugle du système proposé.

Cependant, la méthode proposé et les toutes les méthodes reportées dans la partie expérimentale ne sont pas appropriés aux images sensibles telles que les images médicales, de satellite, de texture et de télédétection, etc., car l'intégration du watermark dans ces images, peut détruire leurs textures (même avec un PSNR>40 dB) et influencer par la suite leur exploitation.

Pour surmonter cette limitation, nous avons proposé dans [14], [163], [8], des systèmes robustes appelés systèmes de tatouage zéro-bit pour la protection des images médicales couleurs et en niveaux de gris et des images stéréoscopiques couleurs sans aucune modification des images originales. Les systèmes de tatouage zéro-bit feront l'objet du chapitre suivant.

5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons fourni une brève introduction sur le tatouage numérique en ce qui concerne le principe de tatouage, les contraintes de conception d'un système de tatouage, les

différentes applications utilisant le tatouage numérique, et les différentes classifications du tatouage numérique.

Nous avons également présenté deux méthodes robustes, aveugles, et sécurisées de tatouage pour les signaux audio et les images numériques, respectivement. La première méthode est opérée dans le domaine de la transformée hybride DTCWT-FrCMT et prise en compte les caractéristiques du système auditif humain, et la deuxième méthode est opérée dans le domaine de la transformée séparable de Charlier-Meixner d'ordre fractionnaire (FrCMMs) et prise en compte les caractéristiques du système visuel humain. Les deux méthodes intègrent le watermark dans le signal audio/image en quantifiant les coefficients de la transformée adoptée tout en assurant les exigences fondamentales d'imperceptibilité et de robustesse. En ajustant les ordres fractionnaires dans les transformées adoptées d'ordre fractionnaire, différents coefficients dans le domaine de la transformée peuvent être obtenus. Nous avons utilisé donc ces coefficients pour intégrer le watermark dans le document hôte et les ordres fractionnaires optimaux sont alors utilisés pour améliorer la robustesse et l'imprescriptibilité des systèmes de tatouage proposés. Les résultats de la simulation montrent que deux systèmes proposés surpassent plusieurs travaux similaires existants dans la littérature.

Cependant, malgré leur efficacité, les deux méthodes proposées présentent également un inconvénient. Elles ne sont pas appropriées aux signaux médicaux (EEG, ECG, EMG, etc.) et aux images médicales (IRM, CT, etc.). En effet, les stratégies adoptées consistent à intégrer un watermark dans le signal hôte sous la contrainte d'imperceptibilité (la méthode doit offrir un rapport signal/bruit supérieur à 20 dB pour le tatouage audio et à 40 dB pour le tatouage image). Puisque les signaux médicaux ont un degré de sensibilité assez élevé (notamment les régions d'intérêt ROI), alors toute modification de leur contenu influence négativement l'exploitation et l'interprétation de ces signaux.

Afin de résoudre le problème d''imperceptibilité, nous avons proposé dans [14], [163], [8] des systèmes robustes appelés systèmes de tatouage zéro-bit pour la protection des images médicales couleurs et en niveaux de gris et des images stéréoscopiques couleurs. Dans le chapitre suivant, nous présenterons nos méthodes proposés dans le domaine médical en utilisant les nouvelles transformées proposées.

CHAPITRE IV : NOUVELLES APPROCHES DE TATOUAGE ZERO-BIT APPLIQUÉES Á L'IMAGERIE MÉDICALE

1. Introduction

Au cours de ces dernières années, le tatouage numérique est apparu comme une solution brillante pour la protection du contenu numérique. Parmi de nombreuses applications, le service de santé électronique (e-health) assure et transmet des transcriptions médicales via internet. La télémédecine est l'utilisation des technologies de l'information et de la communication a permet de fournir des systèmes de santé modernes où les patients et les participants sont séparés par une distance géographique. Les systèmes modernes de santé intégrés tels que le système d'information sur l'hôpital (HIS), Archivage d'image et le système de communication (PACS) fournissent un accès facile, une manipulation et une distribution efficace des données médicales [326].

Les images médicales nécessitent une protection stricte en raison de son importance dans le diagnostic clinique, le traitement, l'éducation et la recherche. De nombreux hôpitaux dispersés géographiquement partagent des images médicales pour le diagnostic électronique, traitement électronique, etc. De plus, les HIS et PACS génèrent un énorme volume de données cliniques comme les données démographiques, les images et les rapports. Ces énormes données acquises devraient être stockées, traitées et gérées, ce qui soulève des problèmes de sécurité comme la confidentialité, l'intégrité et l'authenticité.

Comme nous avons mentionné dans le chapitre III, l'approche traditionnelle de tatouage numérique permet de protéger les images numériques en intégrant des watermarks dans les images originales. Cette approche modifie l'image originale, il ne convient donc pas aux images médicales (Voir la section IV.2.3). Afin de surmonter cette limitation, nous avons proposé dans [14] et [10] deux systèmes de tatouage zéro-bit appliqués respectivement aux images médicales couleurs et aux images médicales multiples. La méthode de tatouage zéro-bit est employée pour éviter d'insérer toute information dans l'image médicale, et par conséquent, pour préserver l'exigence d'imperceptibilité.

Le premier système de tatouage zéro-bit [14] s'agit d'un système global géométriquement invariant basé principalement sur la transformée radiale quaternaire de Charlier d'ordre

fractionnaire (QRFrCMs) qui permet de protéger les droits d'auteur des images médicales couleurs sans modifier les images médicales originales.

Le deuxième système de tatouage zéro-bit [10] s'agit d'un système local basé principalement sur la transformée octonaire de Krawtchouk (OKMs) et l'algorithme d'optimisation des loups gris (GWO) qui permet de protéger les droits d'auteur d'un ensemble de sept images médicales d'une manière compacte et holistique.

Dans ce chapitre, nous présentons dans la section suivante une introduction au tatouage numérique de l'imagerie médicale où le concept du tatouage zéro-bit sera exposé à la fin de cette section. Les troisième et quatrième sections présentent respectivement les nouveaux systèmes proposés de tatouage zéro-bit pour les images médicales couleurs et les images multiple.

2. Tatouage d'imagerie médicale

Dans cette section nous donnerons une brève introduction au tatouage numérique dans le domaine médical.

2.1 Exigences de la sécurité des images médicales

Récemment, la réalisation du diagnostic médical correct devient une décision très difficile en raison du développement rapide des maladies qui nécessitent la coopération de plusieurs organisations médicales. Les progrès importants dans le secteur de la santé introduisent divers moyens d'imagerie médicale en radiologie, des HIS et systèmes de gestion de l'information dans les hôpitaux. Plusieurs techniques d'imagerie médicale sont utilisées dans les décisions diagnostiques telles que : IRM, la tomodensitométrie, l'échographie et les radiographies. En outre, la disponibilité de la connectivité Internet à large bande passante peu coûteuse et la croissance rapide des technologies de l'information et de la communication ont donné lieu à de grandes opportunités pour la création, l'accès, la gestion et la distribution de contenu numérique par des utilisateurs habituelles. Cela conduit à l'émergence de services de santé en ligne qui introduisent de nouvelles pratiques pour les professions ainsi que pour les patients en permettant l'accès à distance, la transmission et l'interprétation des images médicales à des fins de diagnostic. En outre, la technologie de la télémédecine a offert de nombreuses applications tels que le diagnostic à distance, la consultation à distance, la surveillance à distance et le fonctionnement à distance. Ces progrès considérables dans le domaine de la communication et de la technologie de l'information ainsi que de la télémédecine s'accompagnent d'une foule de problèmes. Le problème principal est que le contenu numérique peut être copié, manipulé et redistribué facilement à faible coût et sans perte de fidélité. L'échange de données médicales sur

les canaux ouverts afin d'obtenir un diagnostic médical correct les expose à de nombreuses menaces. De plus, les images médicales peuvent passer par différents systèmes de traitement de l'information sur les réseaux et, par conséquent, les images peuvent être menacées tout au long de leur vie de différentes façons.

La sécurité de l'information médicale nécessite trois caractéristiques [327]:

1. *La confidentialité* : garantit que seuls les utilisateurs ont accès à l'information car certains patients ne souhaitent pas exposer leurs informations au public.

2. *La fiabilité* : qui comprend :

(a) *L'intégrité* : les informations n'ont pas été modifiées par des personnes non autorisées.

(b) *L'authenticité :* une preuve que l'information appartient au patient correct et émis de la bonne source.

3. *La disponibilité* : signifie l'accès à l'information pour les personnes autorisées.

Afin de garantir la confidentialité des informations du patient, la norme DICOM a été développée en 1983 par une collaboration entre ACR (The American College of Radiology) et NEMA (National Electrical Manufactures Association) afin de fournir un guide facultatif pour la production d'images médicales. DICOM représente des années d'efforts pour créer le standard le plus universel et le plus fondamental dans l'imagerie médicale numérique. Il fournit tous les outils nécessaires pour la représentation et le diagnostic précis des données d'imagerie médicale. DICOM n'est pas seulement un format d'image ou de fichier. Il s'agit d'un protocole de transfert, de stockage et d'affichage entièrement intégré, conçu pour couvrir tous les aspects fonctionnels de la médecine contemporaine (c'est pourquoi beaucoup considèrent le DICOM comme un ensemble de normes plutôt qu'un seul standard) [328].

Le fichier DICOM est décomposé de deux parties : l'en-tête et le corps. L'en-tête du DICOM contient l'information du patient, les détails du médecin et les informations sur les hôpitaux, où ils sont connus sous le nom de définition de l'objet d'information (IOD). Le corps du DICOM comprend les informations importantes sur le cas du patient. Il est décomposé généralement en deux régions : la ROI (Region Of Interest) et la RONI (Region Of Non Intereset).

Plusieurs techniques de sécurité existantes sont actuellement utilisées, mais l'application de ces techniques dans la protection des données médicales est caractérisée par certaines limitations. Les techniques de sécurité conventionnelles et leurs limites sont résumées dans le Tableau IV.1.

Tableau IV.1. Limitations des systèmes de sécurité conventionnels [329].

Système de sécurité	Limitation

Cryptographie	Outil efficace pour le stockage et la transmission, mais après réception et décryptage, les données ne sont plus sécurisées.
En-tête du fichier DICOM	Le fichier DICOM contient une image médicale et l'information du patient est stockée dans l'en-tête de fichier. Cette séparation peut entraîner une inadéquation qui entraîne une erreur de diagnostic. L'en-tête peut être perdu en raison de toute opération de traitement du signal. L'intrus peut briser la confidentialité du patient en accédant à l'en-tête du fichier.
Pare-feu	Un outil d'isolement entre l'Intranet et l'Internet, ne protège que l'information jusqu'au point des réseaux internes.
Fonction d'hachage	Prend un bloc arbitraire de données et renvoie une chaîne de bits de taille fixe (valeur de hachage), de sorte qu'une modification accidentelle ou intentionnelle des données modifie la valeur de hachage. Ce système ne peut pas indiquer l'endroit où les images ont été falsifiées. C'est un peu sensible à l'entrée.

2.2 Importance du tatouage d'imagerie médicale

Les informations médicales sont des informations très sensibles, de sorte qu'il faut non seulement une protection avec intégrité et une grande confidentialité, mais aussi une gestion appropriée par le biais de différents services de santé.

Afin d'éviter toutes manipulations illégales des informations privées du patient et des images médicales, le tatouage peut être utilisé pour cacher l'enregistrement électronique du patient (EPR) à l'intérieur de l'image médicale. Cela empêche les attaquants de changer facilement l'image médicale ou l'information du patient.

Le tatouage dans le domaine médical comporte de nombreuses applications pratiques, y compris le télédiagnostic, les téléconférences et l'apprentissage à distance. L'échange d'images médicales entre cliniciens, spécialistes et radiologues fournit une plateforme pour discuter et consulter des mesures diagnostiques et thérapeutiques. Dans ce cas, l'enregistrement électronique du patient (EPR) et les images médicales sont envoyés séparément à la destination. L'utilisation de techniques de tatouage pour l'implantation de l'EPR (tels que les rapports de diagnostic, l'électrocardiogramme et les signatures numériques des médecins ou de l'hôpital) dans les images médicales garantiront non seulement la confidentialité et la sécurité des données envoyées, mais aussi l'intégrité des images médicales. En outre, l'authentification des watermarks et les méthodes de détection d'altération (Tamped detection) peuvent être utilisées respectivement pour identifier la source des images médicales et localiser les régions altérées [330], [331].

2.3 Avantages du tatouage d'imagerie médicale

Le tatouage numérique présente de nombreuses caractéristiques qui les rendent supérieures aux systèmes traditionnels de la sécurité dans les domaines de la protection du droit d'auteur et de la télémédecine.

Le tatouage numérique appliqué à l'imagerie médicale traite principalement deux problèmes. L'un consiste à aborder les contraintes de sécurité (l'authentification, le contrôle de l'intégrité, la confidentialité et la non répudiation) et l'autre pour aborder les considérations du système (absence de détachement, réduction des exigences de stockage et de transmission, etc.).

- **Contraintes de sécurité**

La propriété fondamentale et la plus attrayante du tatouage est la capacité de dissimulation de données [332]. La confidentialité peut être maintenue en cachant les données privées dans les images. Le fait de conserver les informations médicales nécessaires dans les images médicales peut fournir une meilleure sécurité contre les manipulations malveillantes, en supposant que les images médicales ne seraient pas de l'intérêt des personnes sans l'information du patient [333]. Dans le cas d'une falsification intentionnelle ou involontaire, les informations altérées peuvent être détectées et récupérée en utilisant un système de tatouage approprié [334].

Selon Coatrieux et al. [335], les objectifs des systèmes de tatouage numérique appliqués pour l'imagerie médicale sont : la dissimulation des données, le contrôle de l'intégrité et l'authentification, qui peuvent fournir la sécurité requise des images médicales. Par exemple, l'objectif de la dissimulation des données permet d'insérer des méta-données (EPR) et d'autres informations afin que l'image soit plus utile ou plus facile à utiliser [336], [337].

L'objectif du contrôle de l'intégrité est de vérifier que l'image n'a pas été modifiée d'une manière non autorisée [338]. Le tatouage numérique permet une association permanente du contenu de l'image avec des preuves de sa fiabilité en modifiant certaines valeurs de pixels d'image, indépendamment du format du fichier image [339]. En outre, l'authentification trace l'origine d'une image.

- **Non répudiation**

Le tatouage est également prometteur pour soutenir la non répudiation dans diverses applications multimédia [340]. Par conséquent, l'utilisation d'un système de tatouage à base de clé peut faciliter la non répudiation de la téléradiologie, de sorte que les deux parties pourraient être en sécurité lorsque la clé utilisée par l'hôpital pourrait être leur logos ou leurs signatures numériques [341].

- **Absence de détachement (Avoiding detachment)**

La propriété de dissimulation du tatouage numérique facilite davantage l'annotation des informations nécessaires pour éviter tout problème de transmission séparée ou de détachement. L'EPR ou l'information du patient est vitale pour le processus de diagnostic et de traitement. Si l'EPR et l'image sont transmises séparément, le détachement peut se produire et cette séparation peut entraîner une inadéquation qui entraîne une erreur de diagnostic. Afin d'éviter cette situation, intégrer l'EPR dans l'image correspondante à l'aide du tatouage est une bonne solution [336].

- **Réduction des exigences de stockage et de transmission**

L'espace de stockage et les exigences de bande passante sont un facteur décisif important pour l'économie financière des petits hôpitaux. L'espace de stockage peut être réduit dans une certaine mesure dans HIS en intégrant l'EPR dans l'image [337].

D'autre part, une grande quantité de bande passante est requise pour la transmission des données d'image en télé-radiologie. L'exigence supplémentaire de bande passante pour la transmission des méta-données peut être évitée si les données sont cachées dans l'image elle-même [342].

2.4 Tatouage zéro-bit

2.4.1 Limitation des techniques traditionnelles de tatouage pour les images médicales

Ces dernières années, un grand nombre d'images médicales, telles que les images de tomographie par ordinateur (CT), l'imagerie par résonance magnétique (IRM) et l'imagerie par ultrasons (USI), sont progressivement devenues des références importantes pour les médecins afin de réaliser des diagnostics cliniques, de suivre l'état de santé des patients, d'enseigner et de faire de recherche en raison de la rapidité, de la haute précision et de caractère non invasif de ces techniques d'examen médical. Avec le développement rapide des technologies de réseau, les technologies de partage d'images médicales et de diagnostic à distance deviennent de plus en plus matures. Lors de l'application de ces technologies, il est très important de protéger la confidentialité des images médicales.

La technologie traditionnelle de tatouage est la principale technologie utilisée pour la protection des droits d'auteur des images numériques. Cependant, dans les techniques traditionnelles de tatouage, deux problèmes sont posés : le premier est la dégradation de la qualité des données originales introduites par le processus d'incorporation du watermark. En effet, dans certaines applications, comme dans le cas de l'imagerie médicale, les distorsions peuvent entraîner un risque de diagnostic erroné [343]. Le deuxième problème, est le compromis entre l'imperceptibilité et la robustesse ; une l'amélioration de l'imperceptibilité conduit à une diminution de la robustesse et vice versa. Par conséquent, les techniques traditionnelles de

tatouage ne sont pas appropriées à la protection d'images complexes telles que les images médicales, de texture et de télédétection [228]. La technique de tatouage zéro-bit est une bonne solution à ces problèmes [344].

2.4.2 Principe de tatouage zéro-bit

L'idée de tatouage zéro-bit (en anglais zero-watermarking) consiste simplement à créer un partage secret appelé zéro-watermark à partir de certaines caractéristiques uniques et invariantes de l'image originale et d'un watermark (informations de copyright). Le zéro-watermark construit est stocké dans la base de données des droits de propriété intellectuelle (IPR) et utilisé dans la procédure de vérification du zéro-watermark (ou processus d'extraction du watermark) pour vérifier les droits d'auteur de l'image protégée. Lors du processus d'extraction, le watermark est récupéré en combinant les entités du zéro-watermark et les entités extraites de l'image protégée. Le modèle typique de tatouage zéro-bit est illustré dans la figure IV.1. Comme il est montré dans cette figure, la stratégie de tatouage zéro-bit préserve l'image originale sans modification, ce qui signifie que l'imperceptibilité est nativement assurée. Par conséquent, cette stratégie est très souhaitable pour les images médicales.

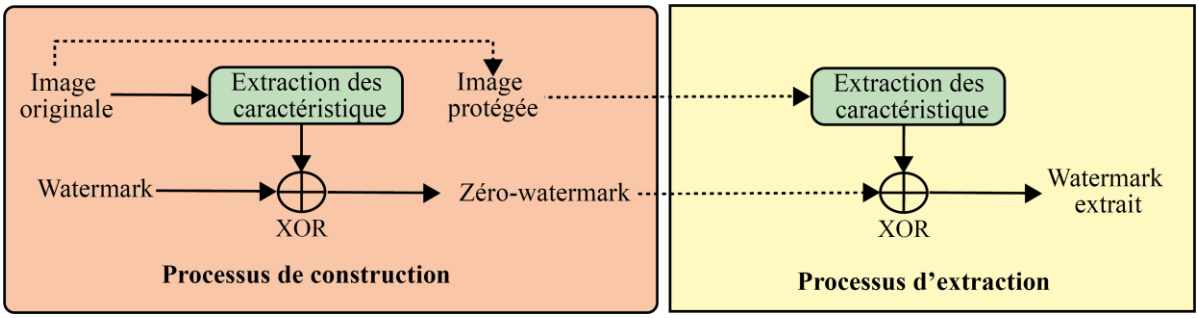


Figure IV.1 : Modèle typique de tatouage zéro-bit.

2.4.3 Travaux connexes et approches proposées

La technique de tatouage zéro-bit est d'abord présentée dans le travail de Chang et al. [344]. Dans ce travail, l'image originale est décomposée en blocs en fonction de la taille du watermark. Un modèle binaire appelé Master Share (MS) a été généré à partir de la variance des blocs. Puis, une opération XOR entre MS et le watermark est appliquée pour créer le zéro-watermark.

En effet, certaines caractéristiques invariantes doivent être extraites de l'image originale. Différentes caractéristiques invariantes sont utilisées dans la littérature telles que : les coefficients DWT, [345] les coefficients DCT [346], [347], les matrices SVD [348], [349], caractéristiques de similarité de la quantification vectorielle [350], réseaux de neurones [351], etc.

Au cours des dernières années, le concept de tatouage zéro-bit est très adopté dans le domaine de l'image médicale, car il préserve la fidélité de l'image médicale. Dans [346], Dang et al. ont utilisé sept coefficients DCT de basse fréquence comme vecteur MS. Le zéro-watermark est créé en exécutant la fonction de hachage sur le MS et le watermark. Afin de préserver la propriété de l'image originale, le zéro-watermark est stocké dans une troisième partie. Au cours du processus d'extraction, le watermark est reconstruit par la fonction de hachage du vecteur stocké (zéro-watermark) et extrait de l'image tatouée. Le MS est construit en utilisant cinq coefficients DWT-DFT à basse fréquence dans un autre système similaire proposé par Li et al. [352]. Shang et al. [347] génère le MS en utilisant la transformation DCT de l'image médicale. Un zéro-watermark binaire est généré par la fonction de hachage du watermark crypté et le MS. La technologie de brouillage est utilisée pour crypter le watermark. Dans [349], le code de réponse rapide (Quick Response code) est utilisé pour coder l'information du patient. Le MS est construit en utilisant les moments invariants de Hu et le zéro-watermark est généré en effectuant la fonction de génération de nombres triangulaires (TNG) sur le MS et le watermark. En [353], Roček et al. ont proposé une approche hybride réversible de tatouage zéro-bit pour l'image médicale. Le zéro-watermark est créé à partir du watermark et du MS généré à partir la ROI. Ce zéro-watermark est considéré comme un watermark à incorporer dans la RONI. Kavitha et al. [354] ont proposé deux systèmes de tatouage zéro-bit pour l'authentification des images médicales basés respectivement sur la décomposition en valeur singulière (SVD) et la décomposition en valeur singulière par transformée de contourlet (CT-SVD), qui présentent des niveaux de sécurité et de robustesse relativement élevés et sont applicables à la protection des droits d'auteur des images médicales.

Récemment, en raison de leur capacité à représenter les images numériques, plusieurs systèmes de tatouage zéro-bit basés sur les transformées moments ont été proposées pour les images est les images médicales. Dans ce contexte, Wang et al [355] ont proposé un système de tatouage zéro-bit pour les images en niveaux de gris basé sur la transformée exponentielle complexe polaire (PCET) et la cartographie logistique afin d'exploiter l'invariance géométrique de la PCET et la sensibilité de la valeur initiale de la cartographie logistique pour améliorer la sécurité du système. Ils ont également proposé dans [356] un autre système de tatouage zéro-bit basé sur les moments exponentiels quaternaires (QEM). Xia et al. [229] ont proposé un système de tatouage zéro-bit robuste basé sur les magnitudes exactes de la transformée harmonique polaire quaternaire (QPHT) et sur le système chaotique de MLNCML pour les images médicales couleurs. Les mêmes auteurs ont proposé dans [228] un système modifié de tatouage zéro-bit

basé sur les moments harmoniques polaires quaternaires de Fourier (QPHFMs). Nous avons proposé dans [14] une méthode de tatouage zéro-bit robuste et sécurisée basée sur les QRFrCMs pour la protection des droits d'auteurs des images médicale couleurs. Les QRFrCMs proposés sont adoptés pour leurs caractéristiques importantes : invariance aux attaques géométriques, robustesse contre diverses attaques courantes de traitement d'image, haut degré de sécurité. Ce dernier système sera l'objet de la section IV.3 de ce chapitre.

Dans [239], les auteurs ont proposé un système robuste de tatouage zéro-bit basé sur la cartographie logistique et les TRHFMs pour la protection des droits d'auteur des images stéréoscopiques en niveaux de gris. Récemment, nous avons introduit dans [8] les moments radiaux octonaire de Tchebichef (ORTMs) pour les images stéréoscopiques couleurs et sur la base de ces descripteurs, nous avons proposé un système robuste de tatouage zéro-bit pour les images stéréoscopiques couleurs. Ensuite, les auteurs de [240] ont proposé les moments continus orthogonaux octonaires (OCOMs) en vue de les utiliser pour la reconstruction et le tatouage zéro-bit des images stéréoscopiques couleurs.

L'efficacité des systèmes de tatouage zéro-bit mentionnés ci-dessus est principalement liée au choix de la transformée utilisée. En effet, plus la transformée est robuste vis-à-vis les opérations courantes de traitement d'image et les attaques géométriques, plus le système de tatouage zéro-bit est également robuste [14]. De plus, ces systèmes et presque tous les systèmes de tatouage zéro-bit basés sur les moments sont des systèmes globaux : ils extraient le zéro-watermark à partir la totalité de l'image à protégée. Par conséquent, si une partie de l'image protégée est détruite en raison d'une attaque (recadrage, recadrage uniforme, rotation avec recadrage, translation, etc.), les droits d'auteur de l'image attaquée ne seront pas vérifiés. Pour éviter cette limitation, Xia et al. [357] et Daoui et al. [358], [359] adoptent une approche locale de tatouage zéro-bit où le zéro-watermarks a été construit à partir des régions d'intérêt (ROI) au lieu d'utiliser l'image entière. Cette approche a montré une supériorité remarquable en termes de robustesse contre plusieurs attaques complexes (recadrage, UnZign, changement du rapport longueur-largeur, remplissage du zéro, etc.) par rapport aux approches existantes qui construisent le zéro-watermark à partir des caractéristiques globales de l'image. Dans ce contexte, nous avons proposé dans [10] un système de tatouage zéro-bit local basé sur la transformée octonaire de Krawtchouk (OKMs) et l'algorithme d'optimisation des loups gris pour la protection des droits d'auteur de sept images médicales d'une manière holistique et compacte. Ce dernier système sera l'objet de la section IV.4 de ce chapitre.

3. Nouvelle approche de tatouage zéro-bit pour la protection des droits d'auteurs des images médicales couleurs (Yamni et al. [14])

Le système traditionnel de tatouage permet de protéger les droits d'auteur des images en intégrant des watermarks dans les images originales. Ce processus détériore l'image originale et ne convient donc pas aux images médicales. Afin de surmonter cette limitation, nous avons proposé dans [14] un système de tatouage zéro-bit qui permet de protéger les droits d'auteur des images médicales sans intégrer aucune information dans les images originales. De plus, le système proposé est capable de protéger les images médicales couleurs qui apportent des diagnostics plus précis que les images médicales en niveaux de gris. En effet, par rapport aux images médicales en niveaux de gris, « les images médicales couleurs sont plus claires et plus précises et aident les médecins à donner des diagnostics plus précis à leurs patients », indique le CERN (Organisation européenne pour la recherche nucléaire). C'est la raison pour laquelle nous avons choisi de protéger les images en couleur dans notre article.

Le système de tatouage zéro-bit proposé est un système robuste, aveugle et sécurisé basé principalement sur la transformée QRFrCMs (Section II.6.2). Cette transformée est adoptée pour les raisons suivantes :

(1) la transformée QRFrCMs permet de représenter l'image couleur de manière compacte et holistique sans négliger la corrélation entre les canaux couleurs de l'image ;

(2) l'invariance à la rotation est facilement obtenue en manipulant les amplitudes de la transformée QRFrCMs comme nous avons montré dans la section II.6.2.2 ;

(3) son ordre fractionnaire permet de donner des coefficients différents dans le domaine de la transformée, par conséquent, l'ordre fractionnaire optimal peut être utilisé pour améliorer l'exigence de robustesse du système de tatouage zéro-bit proposé.

Le système proposé se compose de deux phases essentielles : la phase de génération du zéro-watermark et la phase d'extraction du watermark. Pour les deux phases, les magnitudes de la transformée QRFrCMs sont utilisées comme descripteurs offrant une grande robustesse par rapport aux différentes attaques géométriques et aux attaques courantes de traitement d'image. De plus, ce système offre un haut niveau de sécurité grâce aux paramètres des QRFrCMs et du système chaotique utilisé. La description de ces deux phases, étape par étape, est présentée dans les sous-sections suivantes.

3.1 Procédure de génération du zéro-watermark

L'objectif de cette phase est de générer un zéro-watermark à partir de l'image originale à protéger et d'un watermark (informations de copyright), qui sera nécessaire pour la vérification des droits d'auteur de l'image protégée ultérieurement.

Soit $I = \{I(x, y),\ (0 \le x, y < N)\}$ désigne une image couleur, et $I(x, y)$ est la valeur pixel à la position (x, y). $W = \{w(i, j),\ (0 \le i < P\ ;\ 0 \le j < Q)\}$ désigne une image binaire qui représente le watermark, et $w(i, j) \in \{0,1\}$ est la valeur du bit à la position (i, j). L'organigramme de la procédure de génération du zéro-watermark basé sur la transformée QRFrCMs est illustré dans la figure IV.2 et décrit comme suit :

- **Étape 1 : Calcul de la transformée QRFrCMs**

Calculer les QRFrCMs de l'image I selon l'équation II.78 (ou l'équation II.79). L'ordre fractionnaire des QRFrCMs α et le paramètre des CPs a_1 sont utilisés comme clés de sécurité. Les valeurs de $\{\alpha, a_1\}$ sont notées KEY1.

- **Étape 2 : Construction de vecteur caractéristique**

Le choix d'un vecteur de caractéristiques approprié est un facteur critique pour assurer une grande robustesse contre les attaques géométriques et les attaques courantes de traitement d'images. Pour cela, nous ne prenons en compte que les $P \times Q$ coefficients QRFrCMs d'ordre inférieur. Ce choix est justifié par leur capacité à représenter les caractéristiques significatives de l'image et par leur robustesse vis-à-vis les attaques de traitement d'image [7]. Après avoir sélectionné les coefficients premiers de QRFrCMs, leurs magnitudes sont utilisées pour construire un vecteur caractéristique unidimensionnel noté $\vec{A}$:

$$\vec{A} = \{A_1, ..., A_{P\times Q}\} \qquad (IV.1)$$

- **Étape 3 : Génération d'une image caractéristique**

A partir du vecteur caractéristique $\vec{A}$, nous obtenons un vecteur binaire $\vec{B} = \{B_1, ..., B_{P\times Q}\}$ en utilisant la règle de binarisation suivante :

$$B(i) = \begin{cases} 1, & \text{si } A(i) \ge T_1 \\ 0, & \text{si } A(i) < T_1 \end{cases}, \quad (0 \le i < P \times Q) \qquad (IV.2)$$

où T_1 est la valeur moyenne du vecteur $\vec{A}$.

Ensuite, le vecteur binaire $\vec{B}$ est réorganisé en une image caractéristique bidimensionnelle, notée L_B, de taille $P \times Q$ pixels.

- **Étape 4 : Génération d'une matrice chaotique**

Pour améliorer la sécurité de tatouage zéro-bit proposé, nous adoptons le système chaotique [306] utilisant un couplage mixte linéaire-non linéaire basé sur 2DCML qui est couplé par des liens de voisinage et des liens de la carte du chat Arnold comme suit :

$$\begin{aligned} x_{n+1}(i,j) &= (1-\varepsilon) f[x_n(i,j)] + (1-\eta)\frac{\varepsilon}{4}\{ f[x_n(i-1,j)] \\ &+ f[x_n(i+1,j)] + f[x_n(i,j-1)] + f[x_n(i,j+1)]\} \\ &+ \eta\frac{\varepsilon}{4}\{ f[x_n(a,j)] + f[x_n(b,j)] + f[x_n(i,c)] + + f[x_n(i,d)]\} \end{aligned} \quad \text{(IV.3)}$$

où i, j, a, b, c, d sont les lattices avec $1 \le i, j,$ a, $b,$ c, $d \le L$; $\varepsilon (0 \le \varepsilon \le 1)$ et $\eta (0 \le \eta \le 1)$ sont les paramètres de couplage; n est l'indice de temps $(n = 1,2,3,...)$ et $\tau(x)$ est la cartographie logistique définie comme $f(x) = \mu x(1-x)$ avec $\mu \in (0,4]$.

Les relations de i, j, a, b, c, d sont définies par la carte de chat d'Arnold décrite dans l'équation suivante [360] :

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & p \\ q & pq+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i+1 \\ i-1 \end{bmatrix} \bmod(Len) \quad \text{(IV.4)}$$

$$\begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & p \\ q & pq+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j+1 \\ j-1 \end{bmatrix} \bmod(Len) \quad \text{(IV.5)}$$

où p et q sont les paramètres de la carte de chat d'Arnold et $\bmod(Len)$ est modulo de Len (reste de la division euclidienne).

Une matrice chaotique bidimensionnelle $H = \{h(i, j),\ 0 \le i < P,\ 0 \le j < Q\}$ est générée en utilisant ce système chaotique, puis une matrice chaotique binaire $\bar{H}$ est obtenue en binarisant H comme suit :

$$\bar{H}(i,j) = \begin{cases} 1, & \text{if } H(i,j) \ge T_2 \\ 0, & \text{if } H(i,j) < T_2 \end{cases}, \quad (0 \le i < P,\ 0 \le j < Q) \quad \text{(IV.6)}$$

où le seuil T_2 est la moyenne de la matrice H.

Les valeurs de ε, η, μ, p, q et la valeur initiale de la cartographie logistique x_0 sont utilisées comme clé secrète. Ces valeurs sont notées KEY2.

- **Étape 5 : Génération d'une image caractéristique chaotique**

L'opération OU exclusif (XOR) entre l'image caractéristique L_B et la matrice binaire chaotique $\bar{H}$ est appliquée pour générer l'image caractéristique chaotique L_{BS}

$$L_{BS} = XOR(L_B, \bar{H}) \quad \text{(IV.7)}$$

- **Étape 6 : Cryptage du watermark**

Avant d'utiliser le watermark, il est crypté également de W en W_S avec la carte du chat d'Arnold selon l'équation IV.4. Les paramètres de la carte du chat d'Arnold sont notés KEY3.

- **Étape 7 : Génération du zéro-watermark**

L'opération XOR entre l'image caractéristique chaotique L_{BS} et le watermark crypté W_S est appliquée pour générer le zéro-watermark **ZW**

$$\mathbf{ZW}=\mathrm{XOR}(L_{BS},W_s) \quad \text{(IV.8)}$$

Finalement, le zéro-watermark **ZW** et les clés de sécurité (KEY1, KEY2 et KEY3**)** sont stockés dans les bases de données de propriété intellectuelle pour la protection des droits d'auteur.

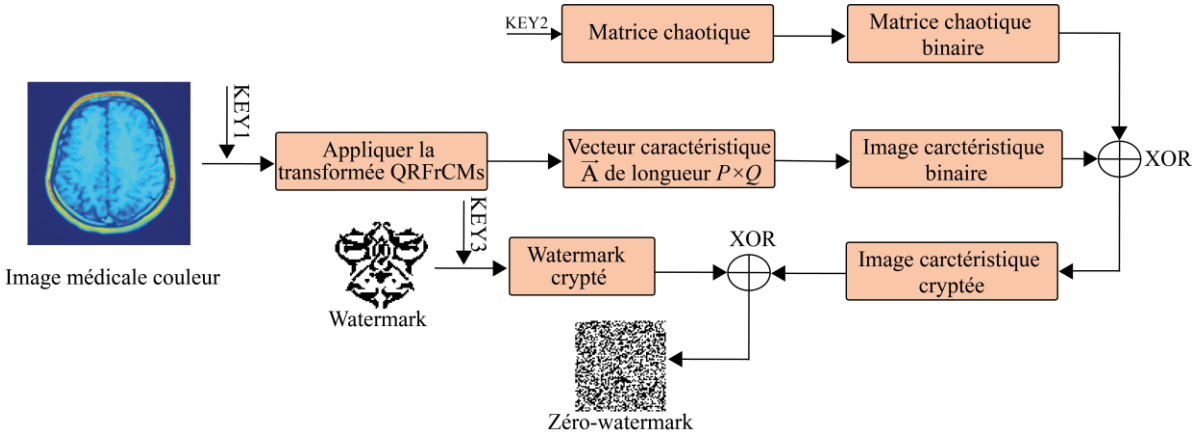


Figure IV.2 : Organigramme de la phase de génération du zéro-watermark.

3.2 Procédure d'extraction du watermark

La procédure d'extraction de zéro-watermark dans le système proposé nécessite les principales informations de sécurité {**ZW,** KEY1, KEY2, KEY3} pour vérifier les droits d'auteur de l'image protégée I^*. L'organigramme de la figure IV.3 montre les étapes de cette procédure qui sont décrites comme suit :

- **Étape 1 : Calcul des QRFrCMs**

Les QRFrCMs de l'image protégée I^* sont calculés à partir de l'équation II.78 (ou l'équation II.79) en utilisant la même clé de sécurité KEY1.

- **Étape 2 : Sélection QRFrCMs**

Les $P\times Q$ coefficients des QRFrCMs d'ordre inférieur sont sélectionnés, puis leurs amplitudes sont utilisées pour construire le vecteur de caractéristiques unidimensionnel suivant :

$$\overrightarrow{A^*}=\{A_1^*,.....,A_{P\times Q}^*\} \quad \text{(IV.9)}$$

- **Étape 3 : Génération d'une image caractéristique**

Le vecteur caractéristique $\overrightarrow{A^*}$ est converti en vecteur caractéristique binaire $\overrightarrow{B^*}$, puis ce dernier est réarrangé en image bidimensionnelle, notée L_B^*, de taille $P \times Q$.

- **Étape 4 : Génération d'une matrice chaotique**

Une matrice chaotique bidimensionnelle $H^* = \{h^*(i,j), 0 \le i<P, 0 \le j<Q\}$ est générée, via l'équation IV.3, en utilisant la clé secrète KEY2, puis elle est binarisée en $\bar{H}^* = \{\bar{h}^*(i,j), 0 \le i<P, 0 \le j<Q\}$.

- **Étape 5 : Génération d'une image caractéristique chaotique**

Nous appliquons une opération XOR sur l'image caractéristique L_B^* et la matrice chaotique $\bar{H}^*$ pour générer une image caractéristique chaotique L_{BS}^* :

$$L_{BS}^* = \text{XOR}(L_B^*, \bar{H}^*) \quad \text{(IV.10)}$$

- **Étape 6 : Récupération du watermark**

Nous appliquons une opération XOR sur l'image caractéristique cryptée L_{BS}^* et le zéro-watermark **ZW** pour obtenir le watermark crypté W_S^* :

$$W_S^* = \text{XOR}(L_{BS}^*, \mathbf{ZW}) \quad \text{(IV.11)}$$

Finalement, le watermark W^* peut être récupéré en décryptant W_S^* par la transformée inverse du chat d'Arnold avec la clé de sécurité KEY3.

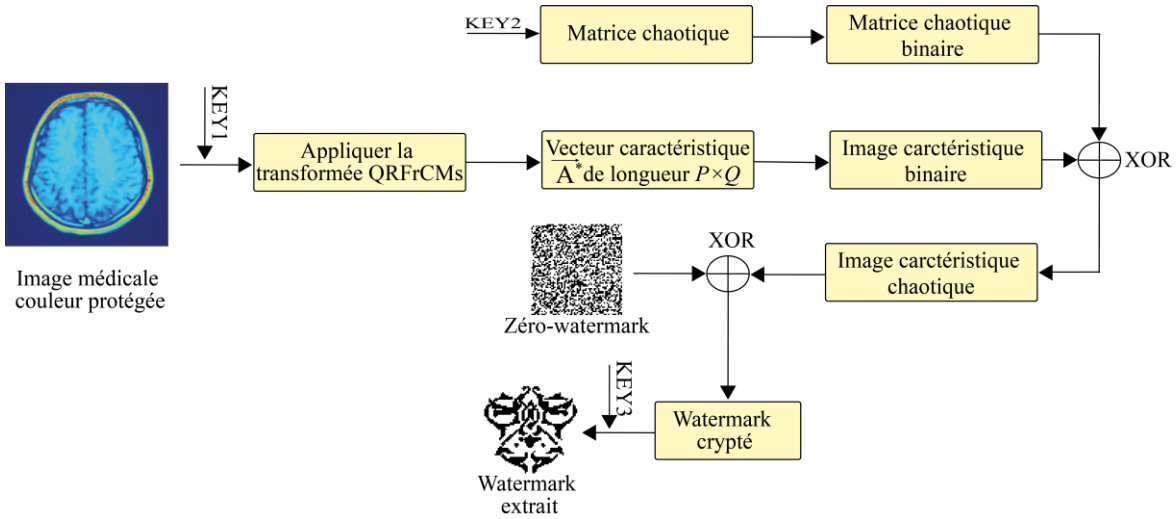


Figure IV.3 : Organigramme de la phase d'extraction du watermark.

3.3 Résultats expérimentaux

Dans cette section, nous donnons des résultats expérimentaux qui valident l'efficacité du système proposé de tatouage zéro-bit pour la protection des droits d'auteur des images médicales couleurs. Pour cela, nous utilisons un watermark binaire de 64×64 bits et un ensemble de 12

images médicales couleurs de 512×512 pixels (Figure IV.4), qui se compose de 4 images médicales couleurs d'IRM (image par résonance magnétique), 4 images médicales couleurs de mammographie et 4 images médicales couleurs de radiographie.

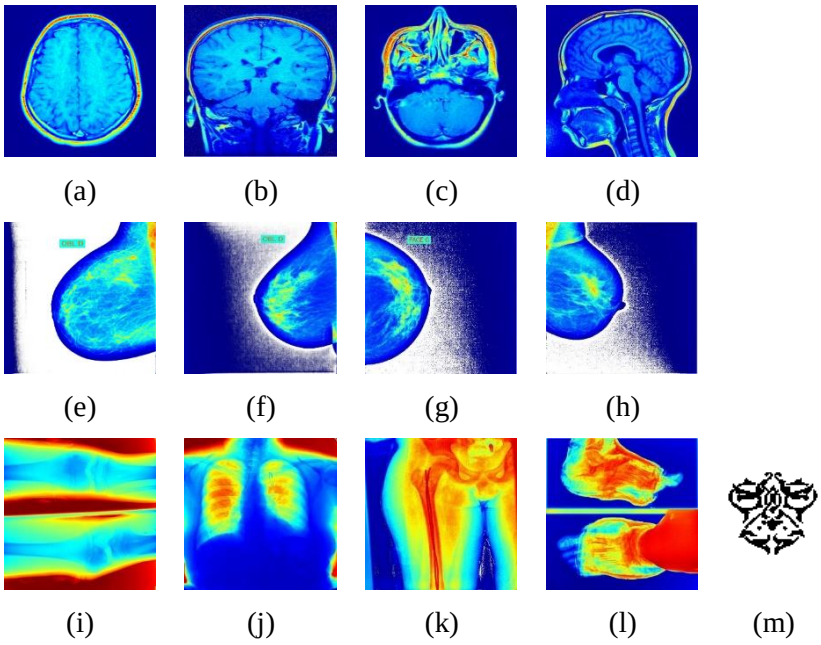


Figure IV.4 : Données de test ; (a)-(d) Images médicales couleurs IRM, (e)-(f) Images médicales couleurs mammographie, (i)-(l) Images médicales couleurs radiographie, (m) Watermark binaire.

La qualité de l'image attaquée est évaluée quantitativement par le rapport signal-bruit de pointe (PSNR) défini comme suit :

$$\mathrm{PSNR} = 10\log_{10}\frac{255^2}{\mathrm{MSE}} \tag{IV.12}$$

où MSE représente l'erreur quadratique moyenne définie par :

$$\mathrm{MSE} = \frac{1}{N \times M}\sum_{x=1}^{N-1}\sum_{j=1}^{M-1}\left(f(x,y) - f^{*}(x,y)\right)^2 \tag{IV.13}$$

avec $\boldsymbol{f} = \{f(x,y),\ 0 \le x < N,\ 0 \le y < M\}$ est l'image originale et $\boldsymbol{f}^{*} = \{f^{*}(x,y),\ 0 \le x < N,\ 0 \le y < M\}$ est l'image attaquée.

Le taux de correction des bits (BCR) est utilisé pour mesurer la similarité entre le watermark original W et le watermark récupéré W^{*}. Le BCR est défini par :

$$\mathrm{BCR} = \frac{\text{Nombre de bits correctement récupérés}}{\text{Taille du watermark}} \tag{IV.14}$$

Un BCR égal à 1 signifie que le watermark récupéré et le watermark original sont identiques.

Tableau IV.2. Les attaques appliquées dans le premier test et leurs paramètres.

Attacks	Parameters
Gaussian white noise	Variance: 0.02, 0.04, 0.06
Salt & pepper noise	Density: 0.02, 0.04, 0.06
JPEG compression	Quality: 70, 50, 30

Median filter	Kernel size: 3x3, 5x5, 7x7
Average filter	Kernel size: 3x3, 5x5, 7x7
Gaussian blur	Standard deviation: 0.5, 1, 1.5
Histogram equalization	Discrete level: 100, 150; 200
Cropping	Percentage cropping at top left corner (TL): 5%, 15%, 25%,
Scaling	Scaling factor: 0.6, 1, 1.4
Non uniform Scaling	Scaling vector (*a*, *b*): (0.5, 0.75), (0.75, 0.5), (0.5 1.25), (1.25 0.5), (0.75 1.5), (1.5 0.75) where *a* and *b* are *x*-axis and *y*-axis scale factor of the image, respectively.
Rotation	Rotation angle: 15°, 40°, 65°

3.3.1 Résistance aux attaques courantes de traitement d'image et aux attaques géométriques

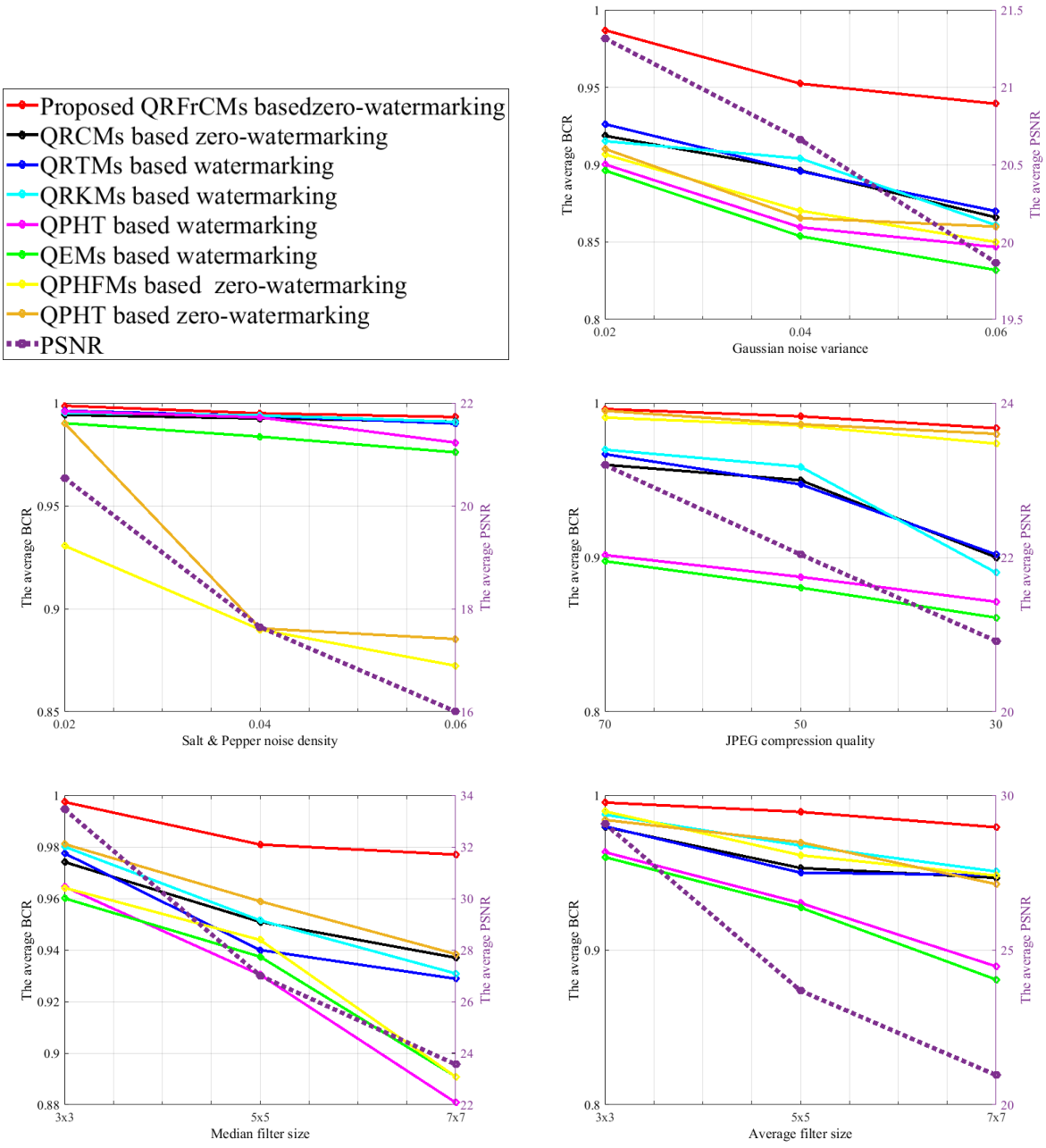
Dans le premier test, nous évaluons la robustesse de notre système contre diverses attaques de traitement d'image telles que : Le bruit blanc gaussien, le bruit sel et poivre, la compression JPEG, le filtre médian, le filtre moyen, le filtre flou gaussien, l'égalisation d'histogramme, le recadrage, et également contre diverses attaques géométriques telles que : la mise à l'échelle uniforme, la mise à l'échelle non uniforme et la rotation. Le tableau IV.2 présente ces attaques et leurs paramètres. Le système proposé basé sur QRFrCMs est évalué avec l'ordre fractionnaire $\alpha = 0.3$ et comparé avec le système basé sur QRCMs classiques d'ordre entier (QRFrCMs avec $\alpha = 1$).

Le zéro-watermark est généré à partir le watermark et les 12 images médicales originales selon l'organigramme de la figure IV.2. Ensuite, le zéro-watermark et les images médicales attaquées sont utilisés pour récupérer watermark en suivant l'organigramme de la figure IV.3. Les PSNRs des images médicales attaquées et les BCRs des watermarks récupérés sont présentés dans la figure IV.5. Ce test a été également effectué pour les systèmes de tatouage zéro-bit basés sur QPHT [229] et QPHFMs [228], ainsi que pour les systèmes de tatouage basés sur QRTMs [361], QEMs [362], QRKMs [363], et QPHT [364]. Les résultats obtenus sont présentés dans la même figure (figure IV.5). La figure IV.6 montre un ensemble d'images "IRM" attaquées et les watermarks récupérés correspondants en utilisant le système proposé.

Il est à noter que la taille de l'image changera après les attaques de la mise à l'échelle et qu'il ne sera pas possible de calculer le PSNR directement, par conséquent, le PSNR des images mises à l'échelle n'est pas donné dans les figures IV.5 et IV.6 et seules les valeurs BCR sont données.

D'après ces résultats, il est clair que le système proposé basé sur les QRFrCMs avec l'ordre fractionnaire $\alpha = 0.3$ donne d'excellents résultats en termes de robustesse contre les attaques géométriques et les attaques courantes de traitement d'image avec un BCR moyen très élevé (BCR moyen > 98%) pour tous les types d'attaques. Ceci est clairement démontré dans la figure IV.6 où les watermarks récupérés sont similaires au watermark original. En outre, la figure IV.5

montre clairement que le BCR moyen de notre système est nettement supérieur à celui du système basé sur les QRCMs, ce qui montre que le choix correct de l'ordre fractionnaire des QRFrCMs améliore considérablement l'exigence de robustesse. Enfin, en termes de comparaison avec d'autres systèmes, les résultats expérimentaux de la figure IV.5 montrent que les descripteurs QRFrCMs proposés sont plus efficaces et plus robustes que ceux adoptés par les systèmes [361], [362], [363], [364], [229] et [228]. Les résultats importants ainsi obtenus sont dus à l'efficacité des descripteurs QRFrCMs qui nous donne, contrairement aux QRCMs classiques d'ordre entier, un éventail de choix de l'ordre fractionnaire α .



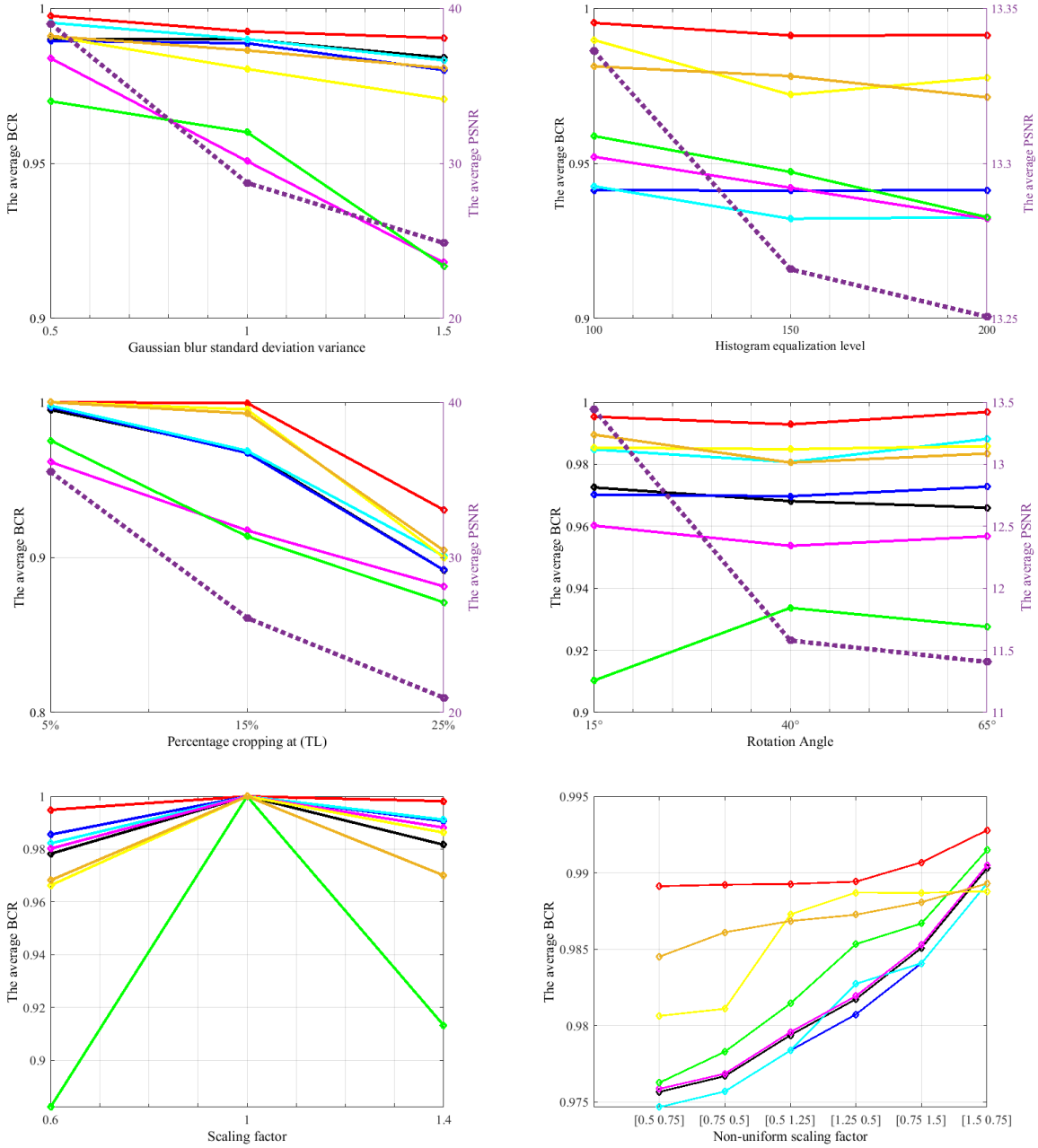
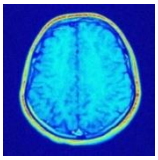
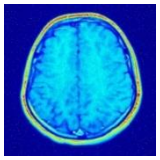


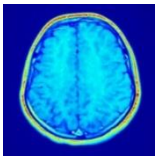
Figure IV.5 : Comparaison de la robustesse (BCR moyen) contre diverses attaques entre le système proposé de tatouage zéro-bit et d'autres systèmes similaires de tatouage.


PSNR=21.3120 BCR =0.9345

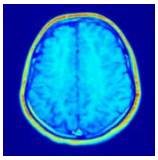
(a) Gaussian white noise (μ=0, σ=2%)


PSNR=20.8051 BCR= 0.9907

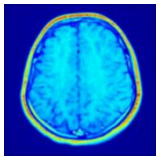
(b) Salt & pepper noise (2%)


PSNR=25.4982 BCR =0.9931

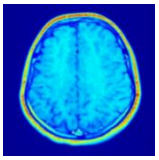
(c) JPEG compression (70)


PSNR=34.2852 BCR=0.9921

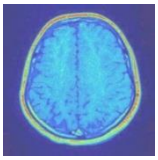
(d) Median filtering (5x5)


PSNR=29.8526 BCR=1

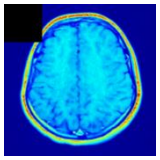
(e) Average filtering (5x5)


PSNR=31.3112 BCR=0.9936

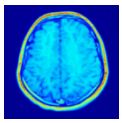
(f) Gaussian blur (1.5)


PSNR=12.8982 BCR=0.9917

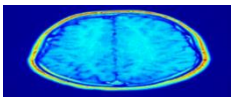
(g) Histogram equalization (100)


PSNR=20.937 BCR=0.9267

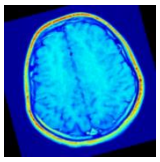
(h) Cropping at TL (25%)


PSNR=---- BCR=0.9863

(i) Scaling (0.6)


PSNR=---- BCR= 0.9887

(j) Non-uniform Scaling (0.5,1.25)


PSNR=13.2785 BCR=0.9902.

(k) Rotation (15◦)

Figure IV.6 : Quelques exemples d'images médicales attaquées et leurs watermarks récupérés.

3.3.2 Résistance aux attaques combinées

Les images médicales peuvent facilement subir des attaques multiples en même temps dans le processus de transmission. Par conséquent, la robustesse d'un système de tatouage zéro-bit contre les attaques combinées est cruciale [228]. Dans ce test, nous évaluons l'efficacité de notre système contre les attaques combinées. La combinaison des attaques est effectuée de manière à maintenir les PSNR des images attaquées dans l'intervalle [10dB, 25dB]. Les performances du système proposé avec l'ordre fractionnaire $\alpha = 0.3$ sont comparées à celles du système basé sur les QRCMs et les systèmes présentés dans [361], [362], [363], [364], [229] et [228]. Les résultats sont présentés dans les tableaux IV.3 et IV.4. Ces résultats montrent à nouveau que le système proposé peut résister à différents types d'attaques combinées couvrant simultanément les attaques courantes de traitement d'image et les attaques géométriques. Ils indiquent également que les attaques combinées réduisent la robustesse du système proposé par rapport à un seul type d'attaque comme il est indiqué par les faibles valeurs de PSNR dans les tableaux IV.3 et IV.4. Cependant, les BCR moyens (valeurs en gras) sont très élevés, ce qui indique également que le système proposé a une bonne robustesse. Les tableaux IV.3 et IV.4 montrent également que le

système proposé est plus performant que le système basé sur QRCMs et les systèmes présentés dans [229], [228], [361], [362], [363], [364], en termes de robustesse contre les attaques combinées. Par conséquent, le système de tatouage zéro basé sur QRFrCMs peut être très utile pour la transmission sécurisée d'images médicales couleurs sur des réseaux non sécurisés où la robustesse contre les attaques combinées est un facteur crucial.

Tableau IV.3. Comparaison de la robustesse (BCR moyen) entre le système proposé et des systèmes similaires de tatouage zéro-bit vis-à-vis des attaques combinées.

Attack	Average PSNR	Proposed Scheme	QRCMs based Scheme	QPHT based scheme[229]	QPHFMs based scheme [228]
Attack 1: Gaussian white noise (2%) + Average filtering (5x5) + Cropping (15%)	22.8607	**0.9736**	0.9043	0.9074	0.9005
Attack 2: Cropping (25) + Scaling (1.2) + JPEG 70	-------	**0.9304**	0.8816	0.8954	0.9017
Attack 3: Salt & pepper noise (2%) + Gaussian blur (0.5)	24.3640	**0.9970**	0.9913	0.9386	0.9430
Attack 4: JPEG 50 + Scaling (0.6) + Gaussian white noise (4%) +Gaussian blur (1.5)	-------	**0.9433**	0.8954	0.8654	0.8760
Attack 5: Salt & pepper noise (1%) + Median filtering (3×3) + Rotation (15°)	13.3101	**0.9920**	0.9725	0.9810	0.9434
Attack 6: Rotation (65°) + Cropping (5°) + Histogram equalization (150)	10.0339	**0.9905**	0.9372	0.9761	0.9711
Attack 7: Histogram equalization (100) + Rotation (15°) + Median filtering (5×5)	11.3001	**0.9795**	0.9335	0.9460	0.9428
Attack 8: JPEG 30 +Non-uniform scaling (0.5, 1.25) + Average filtering (3x3)	------	**0.9943**	0.9406	0.9802	0.9857
Attack 9: Histogram equalization (200) + Non-uniform scaling (1.5, 0.75)	------	**0.9914**	0.9774	0.9865	0.9880
Attack 10: Rotation (40°) + Cropping (25%) + Gaussian white noise (1%) + Median filtering (5×5)	11.6264	**0.9054**	0.8645	0.8705	0.8624

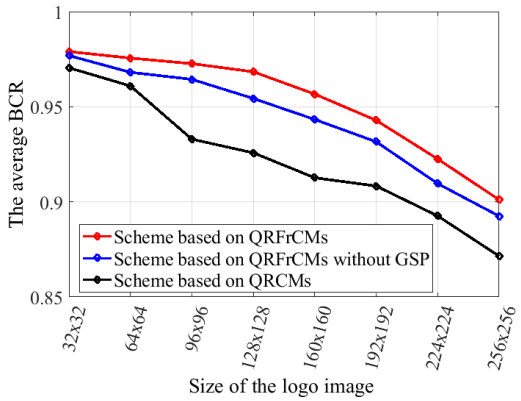
Tableau IV.4. Comparaison de la robustesse (BCR moyen) entre le système proposé et des systèmes de tatouage vis-à-vis des attaques combinées.

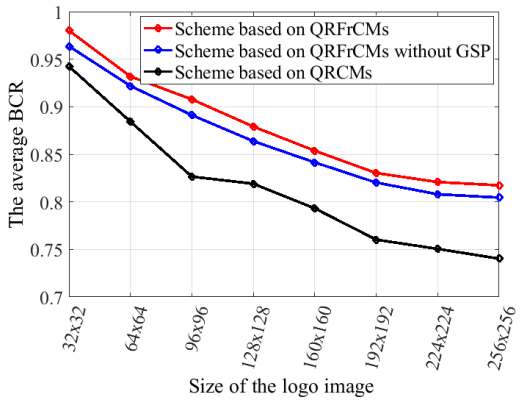
Attack	Average PSNR	Proposed scheme	QRTMs based scheme [361]	QRKMs based scheme [363]	QPHT based scheme [364]	QEMs based scheme [362]
Attack 1: Gaussian white noise (2%) + Average filtering (5x5) + Cropping (15%)	22.8607	**0.9736**	0.9173	0.9102	0.8995	0.8940
Attack 2: Cropping (25) + Scaling (1.2) + JPEG 70	-------	**0.9304**	0.8902	0.9040	0.8761	0.8723
Attack 3: Salt & pepper noise (2%) + Gaussian blur (0.5)	24.3640	**0.9970**	0.9901	0.9951	0.9860	0.9704
Attack 4: JPEG 50 + Scaling (0.6) + Gaussian white noise (4%) +Gaussian blur (1.5)	-------	**0.9433**	0.8940	0.9073	0.8423	0.8527
Attack 5: Salt & pepper noise (1%) + Median filtering (3×3) + Rotation (15°)	13.3101	**0.9920**	0.9753	0.9760	0.9670	0.9142
Attack 6: Rotation (65°) + Cropping (5°) + Histogram equalization (150)	10.0339	**0.9905**	0.9413	0.9315	0.9431	0.9465
Attack 7: Histogram equalization (100) + Rotation (15°) + Median filtering (5×5)	11.3001	**0.9795**	0.9375	0.9381	0.9276	0.9179
Attack 8: JPEG 30 +Non-uniform scaling (0.5, 1.25) + Average filtering (3x3)	------	**0.9943**	0.9413	0.9419	0.9513	0.9560

Attack 9: Histogram equalization (200) + Non-uniform scaling (1.5, 0.75)	------	**0.9914**	0.9785	0.9793	0.9732	0.9747
Attack 10: Rotation (40°) + Cropping (25%) + Gaussian white noise (1%) + Median filtering (5×5)	11.6264	**0.9054**	0.8693	0.8704	0.8655	0.8543

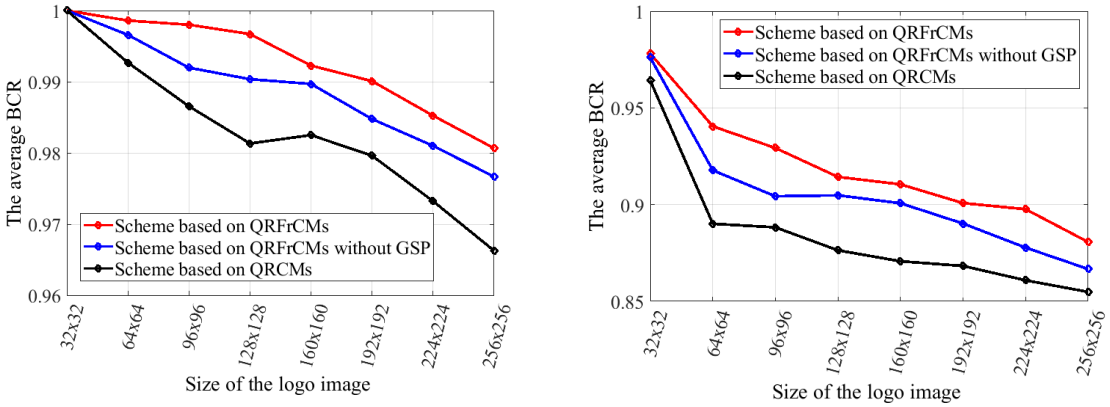
3.3.3 Effet de la taille du watermark sur la robustesse du système proposé

Dans cette section, nous examinons l'effet de la taille du watermark sur la robustesse du système de tatouage zéro-bit proposé, ainsi que l'influence du processus de Gram-Schmidt (GSP) utilisé lors du calcul de QRFrCMs. Comme décrit dans la section IV.3.1, l'image caractéristique est construite à partir les $P\times Q$ coefficients premièrs de QRFrCMs, où $P\times Q$ est la taille du watermark. Par conséquent, plus la taille du watermark est grande, plus le nombre de coefficients QRFrCMs est élevé. Puisque les moments d'ordre élevé souffrent d'instabilité numérique, la taille du watermark peut influencer la robustesse de notre système. Il est donc nécessaire d'étudier l'effet de la taille du watermark sur la robustesse de système de tatouage zéro-bit. En effet, nous testons la robustesse du système proposé contre les attaques combinées 1, 2, 3, 4, du tableau IV.4, en utilisant un watermark de taille allant de 32×32 à 256×256 par incréments de 32×32. La figure IV.7 montre les résultats de la comparaison en termes de BCR entre le système proposé basé sur QRFrCMs, le système proposé basé sur QRFrCMs sans GSP et le système basé sur QRCMs. Ces résultats montrent que le BCR moyen diminue avec l'augmentation de la taille du watermark, ce qui montre l'effet négatif de la taille élevée du watermark sur les performances du système proposé. Cependant, les BCR moyens de notre système sont supérieurs à 80% et plus élevés que ceux du système basé sur QRFrCMs sans GSP et ceux du système basé sur QRCMs pour différentes tailles de watermark. Ces résultats importants sont obtenus grâce à la GSP adoptée lors du calcul de la fonction de base des QRFrCMs (FrCPs) comme il est mentionné dans la section I.2.1.1, qui assure la propriété d'orthogonalité des QRFrCMs pour une taille d'image finie. Par conséquent, la robustesse du système proposé est assurée pour tout ordre de moments et même pour des watermarks de grande taille.





(a) (b)

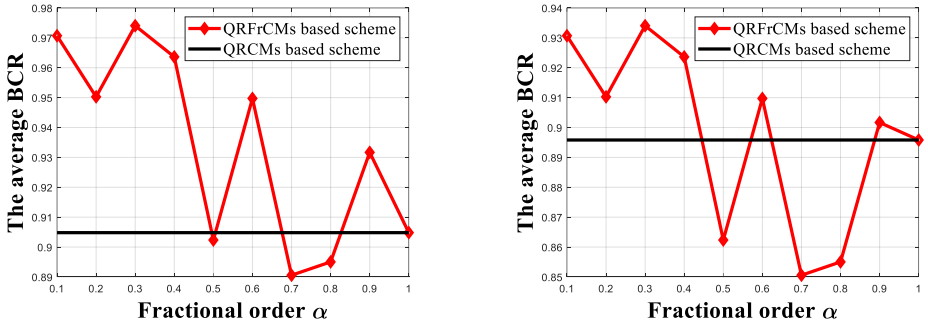


(c) (d)

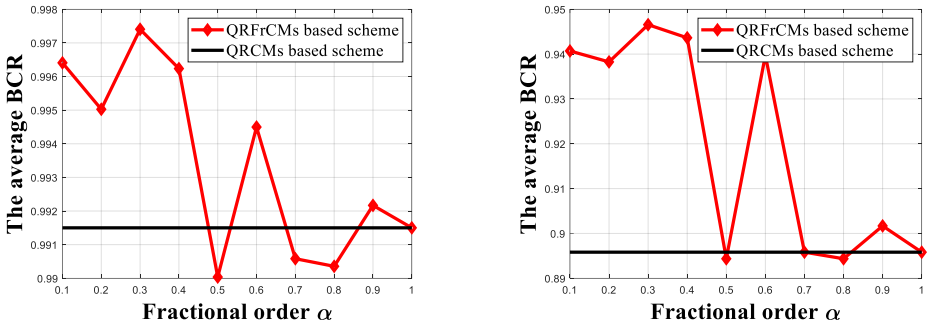
Figure IV.7 : Robustesse (sous des attaques combinées) par rapport à la taille du logo ; (a) Attaque 1, (b) Attaque 2, (c) Attaque 3 et (d) Attaque 4.

3.3.4 L'influence de l'ordre fractionnaire α sur la robustesse du système proposé

Dans cette section, nous illustrons l'influence de l'ordre fractionnaire α de la transformée QRFrCMs sur la robustesse du système proposé. Les images médicales couleurs de test sont attaquées à l'aide des attaques combinées 1, 2, 3, 4 du tableau IV.4 et les BCR moyens entre le watermark original et les watermarks récupérés sont représentés (Figure IV.8) en fonction de l'ordre fractionnaire α allant de 0,1 à 1 avec un pas de 0,1. Pour une meilleure comparaison, la robustesse du système basé sur les QRCMs classiques d'ordre entier est également présentée dans la même figure. Nous constatons, d'après la figure IV.8, que le système basé sur QRFrCMs est robuste contre toutes les attaques combinées pour la majorité des ordres fractionnaires avec des BCR moyens très élevés et supérieurs à ceux du système basé sur QRCMs. En outre, nous constatons que le BCR moyen de l'ordre fractionnaire $\alpha = 0.3$ est le plus élevé par rapport aux autres ordres fractionnaires. C'est la raison pour laquelle nous avons utilisé les QRFrCMs avec $\alpha = 0.3$ dans les sections précédentes.



(a) (b)

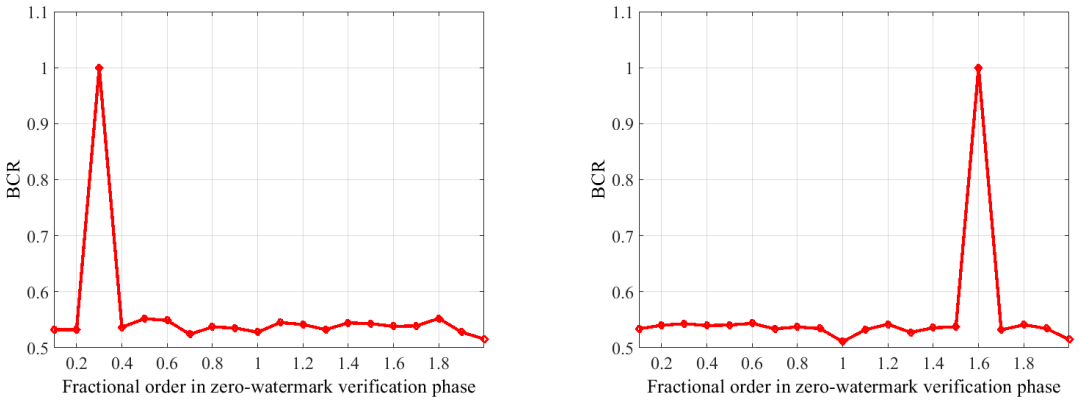


(c) (d)

Figure IV.8 : Robustesse (sous des attaques combinées) en fonction de l'ordre fractionnaire ; (a) Attaque 1, (b) Attaque 2, (c) Attaque 3 et (d) Attaque 4.

3.3.5 Test de sécurité

Dans cette section nous montrons l'avantage des QRFrCMs proposés sur la sécurité du système de tatouage zéro-bit. Comme nous avons mentionné dans les sections IV.3.1 et IV.3.2, nous avons adopté le système chaotique présenté dans [306], qui utilise un couplage mixte linéaire et non linéaire basé sur 2DCML, où il est très sensible aux paramètres initiaux. De plus, l'ordre fractionnaire des QRFrCMs peut renforcer la sécurité de système proposé de tatouage zéro-bit. Pour le démontrer, nous générons deux zéro-watermarks en utilisant les ordres fractionnaires $\alpha = 0.3$ et $\alpha = 1.6$ selon l'organigramme de la figure IV.2, puis nous récupérons les watermarks correspondant aux ordres fractionnaires de 0,1 à 2 avec un pas de 0,1 en utilisant l'organigramme de la figure IV.3. La figure IV.9 présente le BCR du watermark récupéré en fonction de l'ordre fractionnaire utilisé dans la phase de d'extraction. Les watermarks récupérés correspondants sont présentés dans la figure IV.10. Notez que, dans ce test, tous les paramètres du système chaotique ne sont pas modifiés pendant les phases de génération et d'extraction. Ces figures montrent clairement que le watermark ne peut être récupéré correctement que si le même ordre fractionnaire α est utilisé pendant les deux phases de génération et d'extraction. D'autre part, les ordres fractionnaires erronés utilisés dans la phase d'extraction récupèrent des watermarks non reconnaissables dont le BCR est inférieur à 0,5. Par conséquent, l'utilisation de la transformée QRFrCMs augmente le niveau de sécurité de système proposé de tatouage zéro-bit.



(a) (b)

Figure IV.9 : Robustesse en fonction de l'ordre fractionnaire utilisé dans la phase d'extraction du watermark ; l'ordre fractionnaire utilisé dans la phase de génération du zéro-watermark est (a) $\alpha = 0.3$, (b) $\alpha = 1.6$.



Figure IV.10 : Les colonnes 1 à 20 montrent les watermarks récupérés avec un ordre fractionnaire allant de 0,1 à 2 avec un pas de 0,1, respectivement. Dans la première ligne, $\alpha = 0.3$ est utilisé dans la phase de génération de zéro-watermark, et dans la deuxième ligne, $\alpha = 1.6$ est utilisé dans la phase de génération de zéro-watermark.

3.3.6 Estimation de la complexité de calcul

Dans cette section, nous estimons la complexité de calcul de système proposé de tatouage zéro-bit basé sur QRFrCMs. Bien que le système proposé soit assez simple, la charge de calcul est considérable. Le goulot d'étranglement de la complexité réside dans le calcul des QRFrCMs de l'image médicale numérique. En particulier, le calcul des FrCPs (fonction de base de la transformée QRFrCMs) et des facteurs exponentiels quaternaires $\exp(-\mu m\theta_k)$ prend beaucoup de temps. En effet, pour une image médicale couleur de 512×512 pixels et un watermark de 64×64 bits, l'exécution du système proposé de tatouage zéro-bit prend environ 275,82 secondes: 137,77 secondes pour la phase de génération du zéro-watermark et 138,05 secondes pour la phase d'extraction du watermark. Pour les simulations présentées dans cette étude, les FrCPs et les facteurs exponentiels ont été calculés et stockés à l'avance sous forme de tableaux dans la mémoire de l'ordinateur. Grâce à cette astuce de mise en œuvre, la majeure partie du calcul a été réduite, et le temps d'exécution du système proposé a été considérablement amélioré. En effet, la phase de génération du zéro-watermark prend environ 13,45 secondes, tandis que la phase de d'extraction du watermark prend environ 14, 04 secondes. Dans les applications où la mémoire de l'ordinateur est limitée, la propriété séparable des moments [8] peut être exploitée pour réduire la complexité de calcul.

Ces valeurs numériques sont obtenues en utilisant Matlab R2018a sur un PC Intel(R) Core(TM) i3 CPU @ 2.40GHz avec 6 Go de RAM.

3.3.7 Discussion

Comme nous avons expliqué dans cette section, le système proposé de tatouage zéro-bit basé sur QRFrCMs a un niveau élevé de sécurité et une grande robustesse vis-à-vis diverses attaques courantes de traitement d'image et des attaques géométriques et des attaques combinées.

Malgré le succès du système proposé, il présente également certains inconvénients. L'un de ces inconvénients est que la protection des droits d'auteur d'une base de données d'images médicales peut se faire en protégeant chaque image individuellement, ce qui peut entraîner un problème de stockage des zéro-watermarks dans le centre des droits de propriété intellectuelle (IPR), en particulier pour les grandes bases de données. Pour surmonter cet inconvénient, nous avons proposé dans [10] un système de tatouage zéro-bit robuste, aveugle et sécurisé pour protéger de manière compacte les droits d'auteur d'un ensemble de sept images médicales afin d'économiser l'espace de stockage dans le centre IPR. L'idée principale de la solution possible est d'utilisé la transformée OKMs (Section I.6) qui permet d'extraire simultanément, d'une manière compacte et holistique, des caractéristiques globales d'un ensemble de sept images médicales. Les caractéristiques extraites sont utilisées pour construire un seul zéro-watermark pour les sept images médicales CT simultanément.

Un autre inconvénient de système proposé (et presque tous les systèmes de tatouage zéro-bit basés sur les transformées moments) est qu'il construit le zéro-watermark à partir la totalité de l'image (Approche globale). Par conséquent, si une partie de l'image protégée est détruite en raison d'une attaque (recadrage, recadrage uniforme, rotation avec recadrage, translation, etc.), les droits d'auteur de l'image attaquée ne seront pas vérifiés. Pour éviter cette limitation, le système proposé de tatouage zéro-bit [10] adopte une approche locale de tatouage zéro-bit où le zéro-watermark a été construit à partir des régions d'intérêt (ROIs) des images médicales au lieu d'utiliser l'image entière. La section suivante présente en détail ce système proposé.

4. Nouvelle approche de tatouage zéro-bit pour la protection de plusieurs images médicales CT (Yamni et al. [10])

Dans [10], nous avons proposé un système local de tatouage zéro-bit robuste, aveugle et sécurisé pour protéger de manière compacte et holistique les droits d'auteur d'un ensemble de sept images médicales afin d'économiser l'espace de stockage dans le centre IPR. Nous avons choisi, et sans perte de généralité, de protéger les droits d'auteur des images de tomographie par ordinateur (CT) car la tomographie est, jusqu'à aujourd'hui, la modalité radiologique la plus

importante et la plus précieuse pour analyser, détecter et diagnostiquer les maladies pulmonaires interstitielles (ILD) et, par la suite, pour le traitement des patients atteints de ces maladies [365].

L'idée centrale du système de tatouage zéro-bit proposé est d'utiliser la transformée de Krawtchouk octonaire (OKMs), présentée dans la section I.6, qui permet d'extraire simultanément, de manière compacte et holistique, des caractéristiques globales à partir d'un ensemble de sept images CT. Les caractéristiques extraites sont utilisées pour construire un seul zéro-watermark pour les sept images CT. Comme il est souligné dans l'état de l'art présenté dans notre article [10], il n'existe à ce jour aucun algorithme utilisant la même approche.

4.1 L'idée principale du système proposé

Le système proposé comporte trois phases essentielles : La phase de prétraitement, la phase de génération du zéro-watermark et du code QR, et la phase de vérification des droits d'auteur.
Dans la première et deuxième phases, sept images CT à protéger sont d'abord prétraitées en supprimant les pixels situés en dehors des limites du CT, puis des radiologues expérimentés (parmi les auteurs de notre article [10]) ont annoté manuellement les zones pathologiques typiques des maladies inflammatoires chroniques sur chaque image CT en utilisant le logiciel de segmentation ITK-SNAP [366]. Ensuite, sept ROI circulaires de rayon R=20 pixels ont été sélectionnés à partir de ces zones, de sorte que chaque image CT soit représentée par une ROI circulaire. Ensuite, la transformée OKMs des ROIs sélectionnés est calculée et utilisée pour obtenir le zéro-watermark. En outre, les informations privées des patients sont cryptées, puis converties en un code QR qui sera stocké avec le zéro-watermark dans la base de données des droits de propriété intellectuelle (IPR).
Pour vérifier les droits d'auteur des sept images CT protégées dans la troisième phase, le modèle entraîné d'apprentissage profond U-net (R231) [367] est d'abord utilisé pour segmenter automatiquement les poumons (gauche et droit) de chaque image CT car il est évident que les ROIs sont situés à l'intérieur des poumons. Ensuite, l'algorithme d'optimisation des loups gris (GWO) [368] (algorithme méta-heuristique) basé sur les OKMs est utilisé pour détecter automatiquement les ROIs sur les 7 images CT. Enfin, la matrice de caractéristiques binaires, calculée à partir les meilleurs ROI détectés (les sorties de GWO), est utilisée pour vérifier le copyright des images CT.
L'algorithme GWO basé sur les OKMs est utilisé pour détecter les ROIs dans la phase de vérification du copyright afin d'avoir une nature aveugle et d'améliorer la robustesse contre les attaques (exigences de tatouage zéro-bit). Le modèle entraîné U-net (R231) est utilisé pour réduire l'espace de recherche de l'algorithme GWO basé sur OKMs afin que cet algorithme

recherche les ROIs uniquement sur les poumons et non sur l'ensemble des images CT. En ce qui concerne les exigences de sécurité, notre méthode utilise une technique de cryptage basée sur un système chaotique récemment proposé dans [359], à savoir la carte logistique modifiée, afin d'assurer un haut niveau de sécurité et de protéger les informations personnelles du patient, qui sont cryptées avant d'être transmises avec les images des patients.

4.2 Phase de prétraitement

Le but de cette phase est de pré-traiter les images médicales CT avant de les utiliser pour construire le zéro-watermark. Elle contient 2 étapes, à savoir la suppression des pixels qui sont en dehors des limites du scanner et l'annotation des zones pathologiques. En effet, pour chaque image CT, nous supprimons les pixels qui sont en dehors des limites du scanner en remplaçant les valeurs d'intensité de -2000 par 0 (Figure IV.11.b). La deuxième étape est l'annotation des zones pathologiques qui représentent les tissus pulmonaires pathologiques typiques de l'ILD, en particulier la fibrose. Le terme " fibrose " est utilisé pour décrire tous les résultats de la HRCT qui sont associés au diagnostic histologique " fibrose pulmonaire " et comprend les rayons de miel, la réticulation, la distorsion de la structure et les bronchectasies de traction [369]. À cette fin, trois radiologues expérimentés (parmi les auteurs de notre article [10]) ont annoté manuellement les zones pathologiques (Figure IV.11.c) à l'aide du logiciel de segmentation ITK-SNAP. Pour les images CT de poumons sains, les radiologues annotent l'ensemble des poumons gauche et droit.

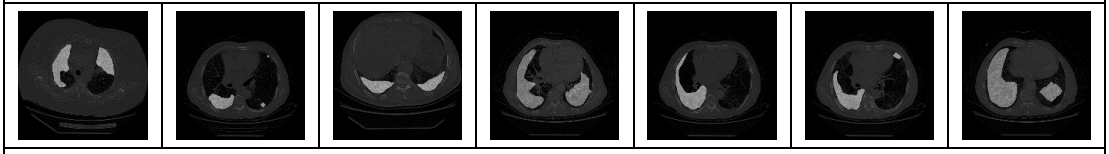
Enfin, les images pré-traitées et les masques des zones annotées par les radiologues seront utilisés comme entrées dans la phase de génération de zéro-watermark.



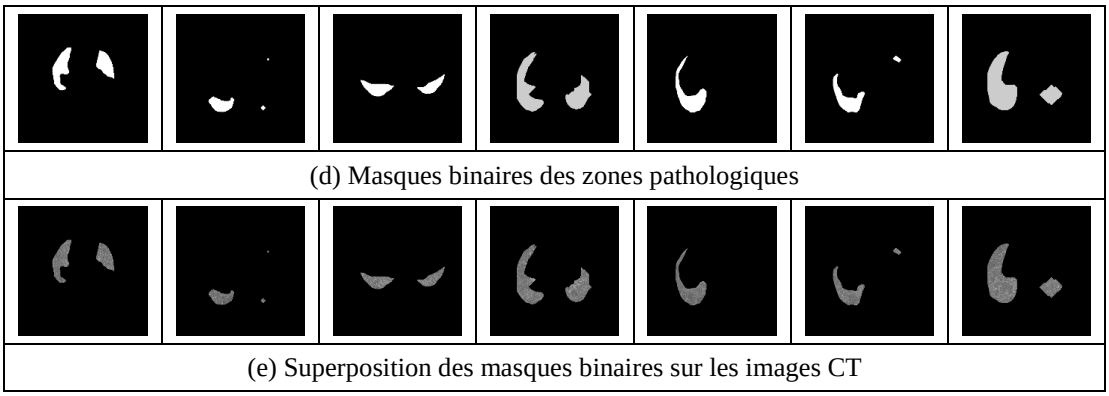
(a) Images CT originales



(b) Images CT originales après la suppression des pixels qui sont en dehors des limites du scanner



(c) Images CT avec les zones pathologiques segmentées par les radiologues



(d) Masques binaires des zones pathologiques

(e) Superposition des masques binaires sur les images CT

Figure IV.11. Phase de pré-traitement des images médicales CT.

4.3 Phase de génération de zéro-watermark et de code QR

En général, les informations personnelles du patient sont transmises en même temps que les images du patient sur un canal de communication. Si ce dernier n'est pas sécurisé, les informations personnelles du patient peuvent être partagées avec des personnes non autorisées (attaquants). Cela peut entraîner de graves problèmes pour le patient dans sa vie personnelle. Pour éviter ce problème, les informations personnelles du patient seront cryptées via une nouvelle méthode de cryptage de texte basée sur un système chaotique. Ensuite, les informations cryptées sont converties en un code QR, qui sera transmis conjointement avec les images du patient. Ainsi, un haut niveau de confidentialité concernant les informations du patient est assuré lors de la communication d'images médicales via des canaux de communication publics. D'autre part, le but de cette phase est également de générer le zéro-Watermark (ZW) à partir les images de patient afin de le transmettre entre les services de stockage d'images médicales à des fins de vérification des droits d'auteur.

Soient $I_1(x,y)$, $I_2(x,y)$, $I_3(x,y)$, $I_4(x,y)$, $I_5(x,y)$, $I_6(x,y)$, et $I_7(x,y)$ représentent sept images CT à protéger de taille $N \times M$. L'organigramme général de cette phase est présenté dans la figure IV.12, et les étapes détaillées sont décrites ci-dessous.

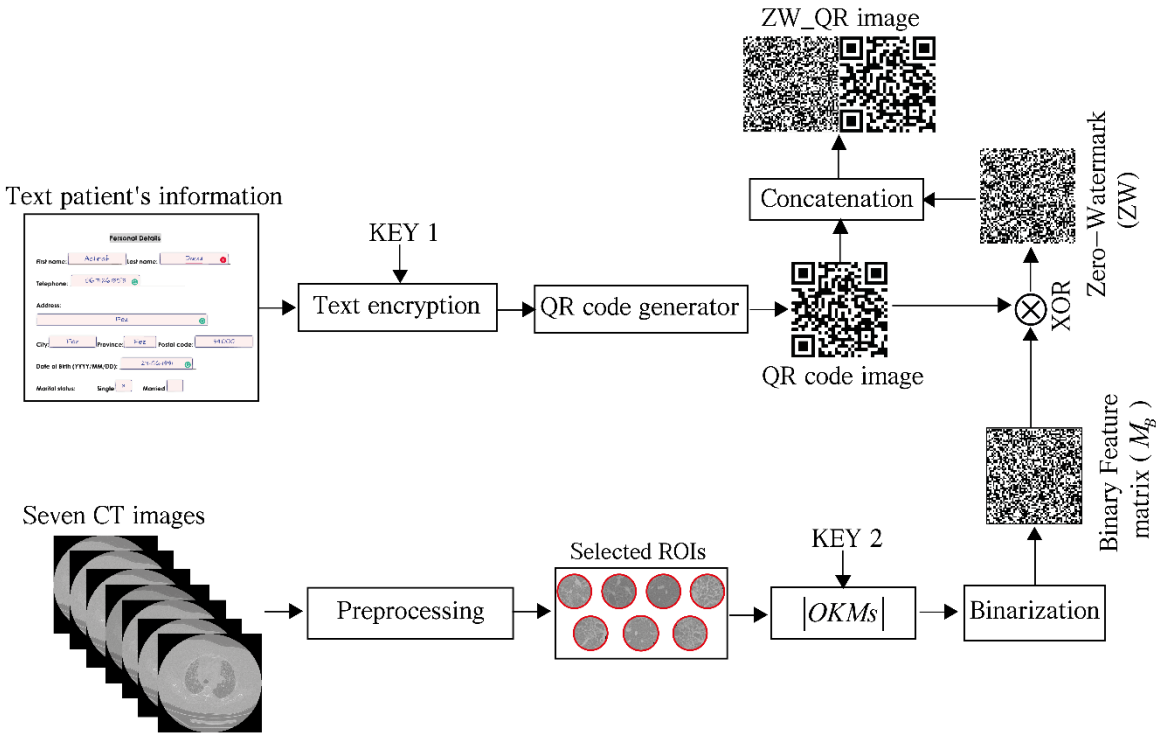


Figure IV.12 : Phase de génération du filigrane zéro et du code QR par la méthode proposée.

- **Étape 1 :**

Cette première étape est cruciale dans la méthode proposée car elle permet de sécuriser les informations personnelles du patient. À cette fin, une méthode simple mais efficace de cryptage de texte est proposée. Cette méthode consiste à :

(a) Convertir le texte d'informations du patient en code ASCII de 7 bits où les valeurs de ce code sont stockées dans un vecteur 1D noté *Info* de taille *L*.

(b) Générer *L* valeurs chaotiques via la carte logistique chaotique modifiée qui est définie par [359]:

$$C_x = \mu(1-\rho|\cos(x)|)C_{x-1}(1-C_{x-1}), \quad x = 0,...,L \qquad \text{(IV.15)}$$

où $3 < \mu \le 4$ et $0 < \rho \le 0.25$ sont les paramètres du système chaotique.

(c) Trier les éléments de la séquence chaotique C_x par ordre croissant, et stocker les indices des éléments triés dans un vecteur noté *VI*.

(d) Permuter les éléments du vecteur *Info* en fonction des éléments du vecteur *VI* pour obtenir la séquence *IP* avec $IP = \{IP(j) \mid j = 0,1,...,L\} = \{Info(VI(j)) \mid j = 0,1,...,L\}$. Ainsi, le vecteur *IP* contient les codes ASCII permutés.

(e) Générer un ensemble de valeurs chaotiques dans la plage [0-127] sur la base de l'équation (IV.15) pour obtenir le vecteur D_x comme suit :

$$D_x = \lfloor C_x \times 127 \rfloor \quad \text{(IV.16)}$$

où $\lfloor . \rfloor$ est le symbole de l'opérateur plancher. Dans cette étape, la condition initiale C_0 et les paramètres du système chaotique (μ, ρ) sont utilisés comme clé de sécurité notée $\text{KEY } 1 = \{C_0, \mu, \rho\}$.

(f) Appliquer l'opérateur XOR sur les vecteurs D_x et *IP* pour obtenir le vecteur texte crypté *EV* comme suit :

$$EV = XOR(D_x, IP) \quad \text{(IV.17)}$$

(g) Convertir les valeurs ASCII de 7 bits du vecteur *EV* en lettres correspondantes pour obtenir le texte chiffré (cipher-text), noté *ET*, des informations relatives au patient.

Les étapes **(a)** à **(g)** peuvent être répétées plusieurs fois afin d'augmenter de manière significative le niveau de sécurité de la méthode de cryptage de texte ci-dessus. À cette fin, les paramètres de la clé KEY 1 peuvent être modifiés à chaque répétition.

(h) Dans cette dernière étape, un générateur de code QR est utilisé pour convertir le texte crypté (*ET*) en une image code QR.

Les étapes inverses de **(a)** à **(h)** sont ensuite mises en œuvre pour récupérer les informations personnelles du patient lorsqu'une clé de sécurité valide (KEY 1) est saisie par l'utilisateur.

Pour tester l'efficacité de la méthode de cryptage de texte proposée, nous l'utilisons pour crypter le texte brut suivant : "Patient's Name: Achraf Daoui; Patient ID:123456"où la clé de sécurité utilisée dans ce test est $KEY1 = \{0.9, 4, 1.5 \times 10^{-5}\}$. Le texte crypté résultant est "U_L_#_oG@~)/ 4#h_ -_uvOh_R_|O?Tz (21M__^8D_2_V". Ce dernier est ensuite converti en une image de code QR, et le code QR résultant est affiché dans la figure IV.13.



Figure IV.13 : Code QR correspondant au texte crypté des informations d'un patient.

Les résultats de ce test montrent que le texte crypté généré cache complètement les informations privées du patient, ce qui garantit un niveau élevé de sécurité et de confidentialité du patient. Pour récupérer les informations du patient, le processus inverse des étapes précédentes (**(a)-(h)**) est appliqué si une clé de sécurité valide (KEY1) est utilisée. Lorsque cette dernière est légèrement modifiée lors de la phase de décryptage, les informations originales du patient ne

peuvent pas être récupérées. En effet, en utilisant la clé suivante $\text{KEY 1*} = \{C_0, \mu, \rho\} = \{0.9 + 10^{-14}, 4, 1.5 \times 10^{-5}\}$ au lieu de la clé correcte KEY 1, on récupère le texte suivant : " a ininNas'hamfAavcort5e_LitPD5a6tteei :u: : P _". Ce texte décrypté est différent du texte brut original. Ce résultat indique que la méthode proposée de cryptage de texte est efficace puisqu'elle est très sensible à la variation des paramètres de la clé de sécurité. En effet, une variation de l'ordre de 10^{-14} des paramètres de la KEY 1 conduit à la récupération inexacte du texte original.

- **Étape 2 :**

Tout d'abord, le processus de prétraitement décrit dans la section IV.4.2 est appliqué aux sept images CT d'entrée afin d'annoter manuellement les zones pathologiques sur chaque image CT. Ensuite, sept ROIs circulaires de rayon R ont été sélectionnées à partir de ces zones de sorte que chaque image CT soit représentée par une seule ROI circulaire. Après cela, l'équation I.129. (ou l'équation I.130) est utilisée pour calculer les $|OKMs|$ des ROIs sélectionnées jusqu'à l'ordre *(n,n)*, ce qui conduit à la création d'une matrice des caractéristiques M de taille $n \times n$. Ensuite, les coefficients de cette matrice sont binarisés en utilisant la valeur moyenne de *M* comme seuil de binarisation. Enfin, on obtient la matrice caractéristique binaire notée M_B. Il est à noter que la matrice M_B et le code QR ont les mêmes dimensions, et la valeur du paramètre p_1 de Krawtchouk (fonction de base des OKMs) est donnée comme clé de sécurité (KEY2) dans la présente étape.

- **Étape 3 :**

Dans cette étape, nous appliquons l'opérateur XOR entre QR et M_B pour générer le zéro-watermark (ZW) comme suit :

$$ZW = XOR(QR, M_B) \tag{IV.18}$$

Finalement, le code QR et le zéro-watermark sont concaténés pour produire l'image QR_ZW.

D'une part, le code QR sera transmis avec les images des patients lors de leur transmission d'un service de stockage médical à un autre et seules les personnes autorisées pourront obtenir les informations personnelles des patients en décryptant le code QR. D'autre part, l'image QR_ZW sera envoyée au centre des droits de propriété intellectuelle (IPR) en vue de l'utiliser ultérieurement pour la vérification du droit d'auteur des images protégées.

4.4 Phase de vérification des droits d'auteur

L'objectif principal de cette phase est de vérifier le copyright des images médicales protégées. Il s'agit d'une vérification aveugle qui ne nécessite que l'image QR_ZW et les clés de sécurité utilisées dans la phase précédente.

Soient $I_1(x,y)$, $I_2(x,y)$, $I_3(x,y)$, $I_4(x,y)$, $I_5(x,y)$, $I_6(x,y)$, et $I_7(x,y)$ représentent un ensemble de sept images CT protégées de taille $N \times M$, dont nous voudrions vérifier le copyright. L'organigramme général de la présente phase est présenté à la figure IV.14, et les étapes détaillées sont énumérées ci-dessous.

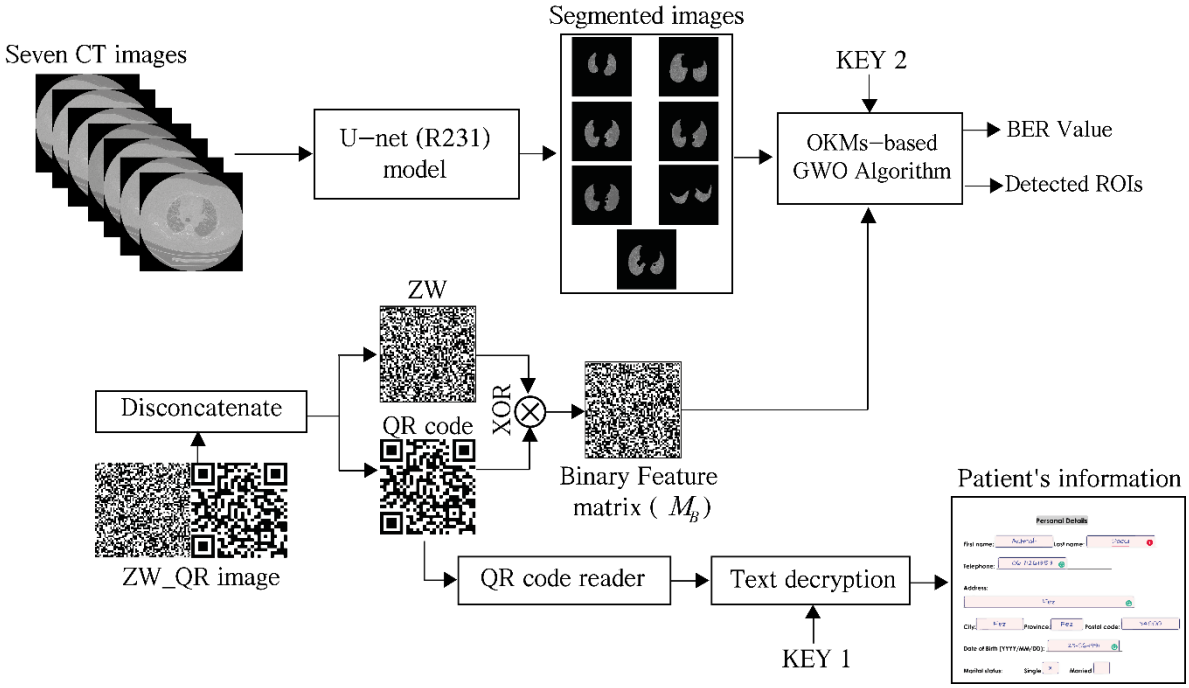


Figure IV.14 : Organigramme de la vérification proposée du copyright des images CT.

- **Étape 1 :**

Tout d'abord, l'image ZW_QR est séparée en deux images, celle du code QR et celle de ZW. Ensuite, l'opération XOR est appliquée entre ces images pour récupérer la matrice caractéristique binaire (M_B).

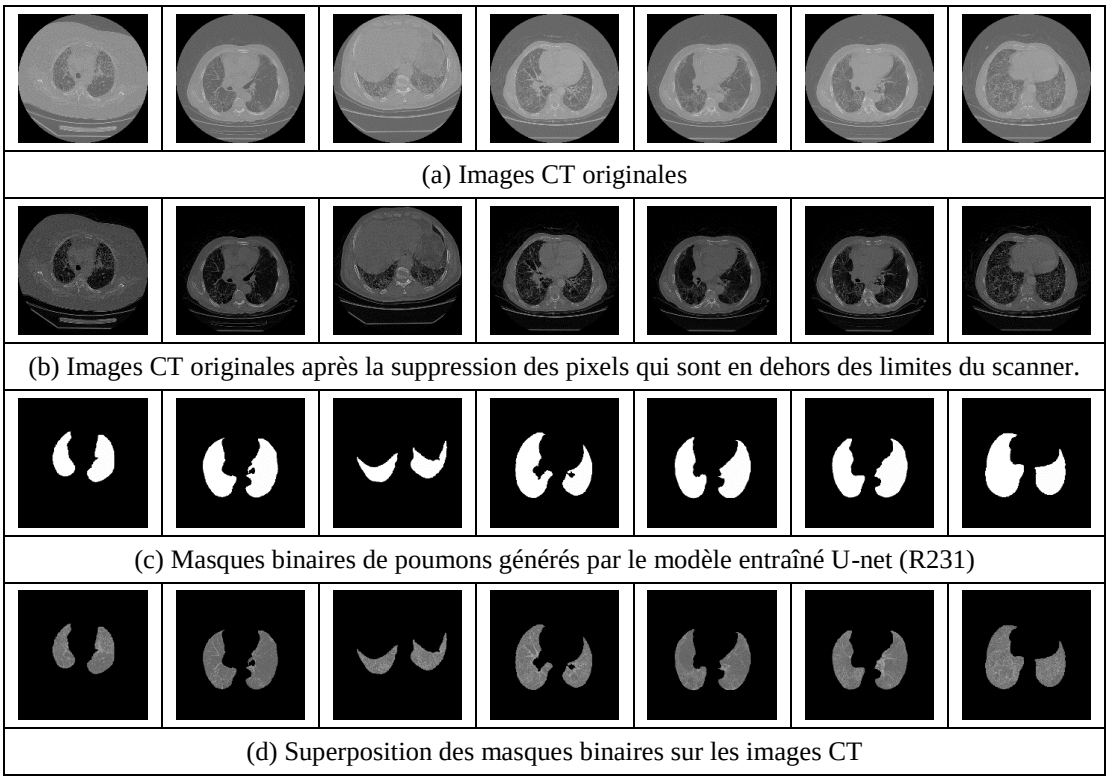
- **Étape 2 :**

Dans cette étape, nous utilisons un lecteur de code QR pour obtenir le texte crypté du code QR. Ensuite, le processus inverse de l'étape 1 de la phase précédente (section IV.4.3) est suivi pour récupérer les informations personnelles du patient.

- **Étape 3 :**

Avant de vérifier les droits d'auteur des sept images CT, chaque image est d'abord pré-traitée en supprimant les pixels qui sont en dehors des limites du scanner (comme dans la première

étape de la section IV.4.2). Ensuite, les poumons de chaque image CT sont segmentés car il est évident que les ROIs sont situés à l'intérieur des poumons. À cette fin, nous utilisons le modèle entraîné U-net (R231) [367] pour segmenter automatiquement les poumons (gauche et droit) de chaque image CT (Figure IV.15). Ce modèle a été entraîné sur un énorme jeu de données qui couvre une large gamme de variabilité visuelle. Il est disponible dans [370]. Le modèle entraîné U-net (R231) est utilisé pour réduire l'espace de recherche, dans l'étape suivante, pour l'algorithme GWO basé sur OKMs de sorte que cet algorithme recherche les ROIs seulement sur les poumons et non sur la totalité des images CT.



(a) Images CT originales

(b) Images CT originales après la suppression des pixels qui sont en dehors des limites du scanner.

(c) Masques binaires de poumons générés par le modèle entraîné U-net (R231)

(d) Superposition des masques binaires sur les images CT

Figure IV.15 : Prétraitement des images médicales CT dans la phase de vérification des droits d'auteur.

- **Étape 4 :**

Cette étape consiste à utiliser l'algorithme d'optimisation des loups gris (GWO) [368] (un algorithme méta-heuristique) basé sur la transformée OKMs pour vérifier les droits d'auteur de sept images médicales CT. À cette fin, on définit le taux d'erreur binaire (BER) [11], qui est la fonction de coût à minimiser par l'algorithme GWO basé sur les OKM :

$$BER = \frac{1}{n \times n} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \left| M_B(i, j) - M_B{}^*(i, j) \right| \qquad \text{(IV.19)}$$

où M_B représente la matrice caractéristique binaire originale de taille $n \times n$ récupérée dans l'étape 1, et $M_B{}^*$ représente la matrice caractéristique binaire générée à partir de sept ROIs, qui sont automatiquement détectés selon l'algorithme 1. Cet algorithme est principalement basé sur

GWO et la transformée OKMs. Il est utilisé pour détecter les ROIs dans la phase de vérification des droits d'auteur afin d'avoir une nature aveugle et d'améliorer la robustesse contre les manipulations et les attaques courantes de traitement d'image (exigences de tatouage zéro-bit). L'algorithme GWO, introduit par Mirjalili dans [368], a été largement utilisé avec succès dans diverses applications en ingénierie. Cet algorithme méta-heuristique est inspiré du comportement de chasse intelligent des loups gris dans leur hiérarchie sociale. En effet, cette hiérarchie est composée de quatre types de loups, à savoir : α (la meilleure solution), β (la deuxième meilleure solution), δ (la troisième meilleure solution), et ω (les autres solutions). L'algorithme GWO est conçu pour mettre en œuvre les trois principales étapes de la chasse d'un loup gris qui sont : la recherche, l'encerclement et l'attaque de la proie.

Dans le processus d'encerclement de la proie, les loups se déplacent autour de la proie. Ce comportement peut être formulé comme suit [368]:

$$\vec{D} = \left|\vec{C}.\vec{X}(t) - \vec{X}(t)\right| \quad \text{(IV.20)}$$

$$\vec{X}(t+1) = \vec{X}_p(t) - \vec{A}.\vec{D} \quad \text{(IV.21)}$$

où $\vec{D}$ étant le vecteur qui définit la nouvelle position du loup gris, $\vec{X}_p$ indique le vecteur de position de la proie, $\vec{X}$ indique le vecteur de position d'un loup gris et t indique l'itération actuelle, avec $\vec{A}$ et $\vec{C}$ sont des vecteurs de coefficients donnés par :

$$\vec{A} = 2\vec{a}.\vec{r}_1 - \vec{a} \quad \text{(IV.22)}$$

$$\vec{C} = 2\vec{r}_2 \quad \text{(IV.23)}$$

où $\vec{a}$ est un vecteur qui est ajusté pour décrémenter linéairement de 2 à 0 au cours des itérations, et les valeurs de $\vec{r}_1$ et $\vec{r}_2$ sont choisies aléatoirement dans l'intervalle [0-1].

Dans sa prochaine étape, le GWO utilise la connaissance de α (la meilleure solution candidate), puis met à jour l'emplacement des autres agents de recherche comme suit :

$$\vec{D}_\alpha = \left|\vec{C}_1.\vec{X}_\alpha - \vec{X}\right|,\ \vec{D}_\beta = \left|\vec{C}_2.\vec{X}_\beta - \vec{X}\right|,\ \vec{D}_\delta = \left|\vec{C}_3.\vec{X}_\delta - \vec{X}\right| \quad \text{(IV.24)}$$

$$\vec{X}_1 = \vec{X}_\alpha - \vec{A}_1.\vec{D}_\alpha,\ \vec{X}_2 = \vec{X}_\beta - \vec{A}_2.\vec{D}_\beta,\ \vec{X}_3 = \vec{X}_\delta - \vec{A}_3.\vec{D}_\delta, \quad \text{(IV.25)}$$

$$\vec{X}(t+1) = \frac{\vec{X}_1 + \vec{X}_2 + \vec{X}_3}{3} \quad \text{(IV.26)}$$

Les loups gris terminent leur chasse en attaquant la proie jusqu'à ce qu'elle arrête son mouvement. Afin de modéliser le processus d'attaque, les valeurs de $\vec{A}$ diminuent de 2 à 0, avec $\vec{A}$ est une valeur aléatoire dans $[-2\vec{a}, -2\vec{a}]$. Si $\left|\vec{A}\right| < 1$, les loups suivent les leaders et divergent

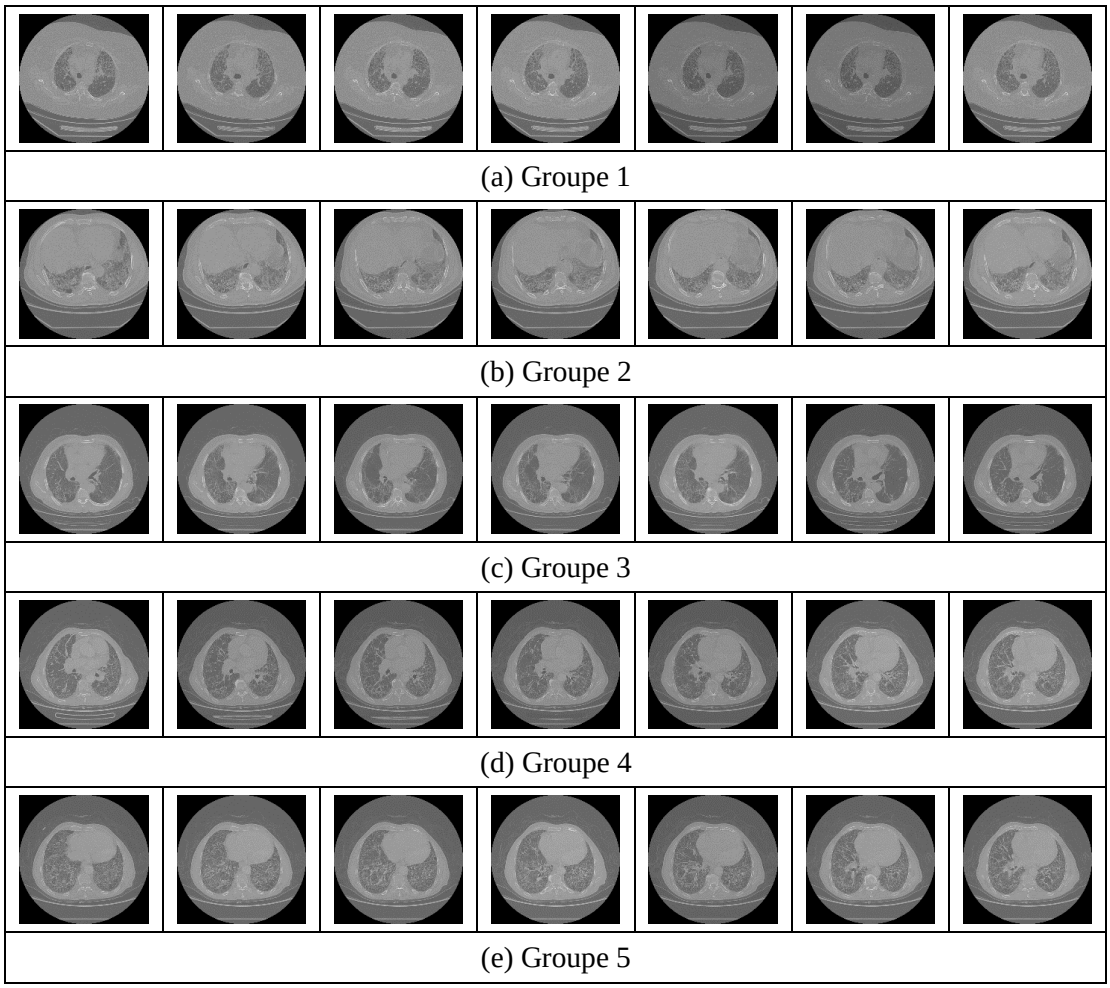
avant de converger à nouveau pour attaquer la proie. Sinon, si $|\vec{A}| > 1$, les loups gris sont poussés à s'éloigner de leurs proies afin de trouver des proies plus appropriées. Plus de détails sur l'implémentation du GWO sont donnés dans l'Algorithme 1. La valeur minimale du BER (sortie de l'algorithme 1) correspondant aux meilleures ROIs détectées est utilisée pour mesurer l'efficacité de la méthode proposée.

Algorithme 1. L'algorithme proposé de GWO basé sur la transformée OKMs pour la vérification des droits d'auteur de plusieurs images CT.

Entrées : Sept images protégées segmentées par le modèle U-net (R231), *N*×*M* taille des image; image ZW ; KEY1 ; KEY2 ; *R* le rayon des ROIs (en pixels) ; ordre des OKMs (*n*, *n*) .	
Sortie : La valeur minimale du BER (Min BER)	
Étape 1	**Initialisation de GWO** ***SeA = 50*** (Agents de recherche) ***Max_iT = 200*** (Nombre maximal d'itérations) ***D = 2*** (La dimension du problème parce que nous utilisons des images 2D comme entrées de GWO) $Lb = [1+R, 1+R]$ (Limites inférieures du problème). $Ub = [N-R, M-R]$ (Limites supérieures du problème car la taille des images est $N \times M$) **Initialiser** les vecteurs $\vec{a}$, $\vec{A}$, et $\vec{C}$
Étape 2	**Evaluez** la fonction de coût donnée par l'équation IV.19 pour chaque agent de recherche et les classer : $\vec{X}_{\alpha}$ = le meilleur agent de recherche $\vec{X}_{\beta}$ = le deuxième meilleur agent de recherche $\vec{X}_{\delta}$ = le troisième meilleur agent de recherche
Étape 3	**While (*it*<Max_iT) do** **for** chaque agent de recherche **do** **Update** la position d'agent de recherche actuel **end for** **Update** $\vec{a}$, $\vec{A}$, et $\vec{C}$ **Evaluez** la fonction de coût donnée par l'équation IV.19 pour chaque agent de recherche **Update** $\vec{X}_{\alpha}$, $\vec{X}_{\beta}$, et $\vec{X}_{\delta}$ ***it=it+1*** **end While** **Return** $\vec{X}_{\alpha}$

4.5 Résultats expérimentaux

Cette section présente les résultats de la simulation qui prouvent l'efficacité de système proposé de tatouage zéro-bit basé sur les OKMs-GWO. 70 images tomodensitométriques médicales d'une taille de 256×256 collectées au sein de l'hôpital universitaire HASSAN II [371], sont utilisées comme images de test. Ces images sont rassemblées en groupes, chaque groupe se compose de 7 images CT (70÷7 =10 groupes). 5 groupes illustrés dans la figure IV.16 sont utilisés pour présenter les résultats expérimentaux.



(a) Groupe 1

(b) Groupe 2

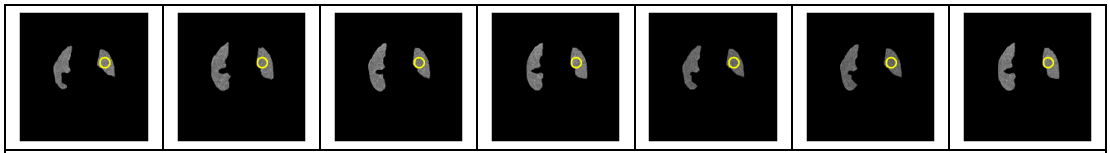
(c) Groupe 3

(d) Groupe 4

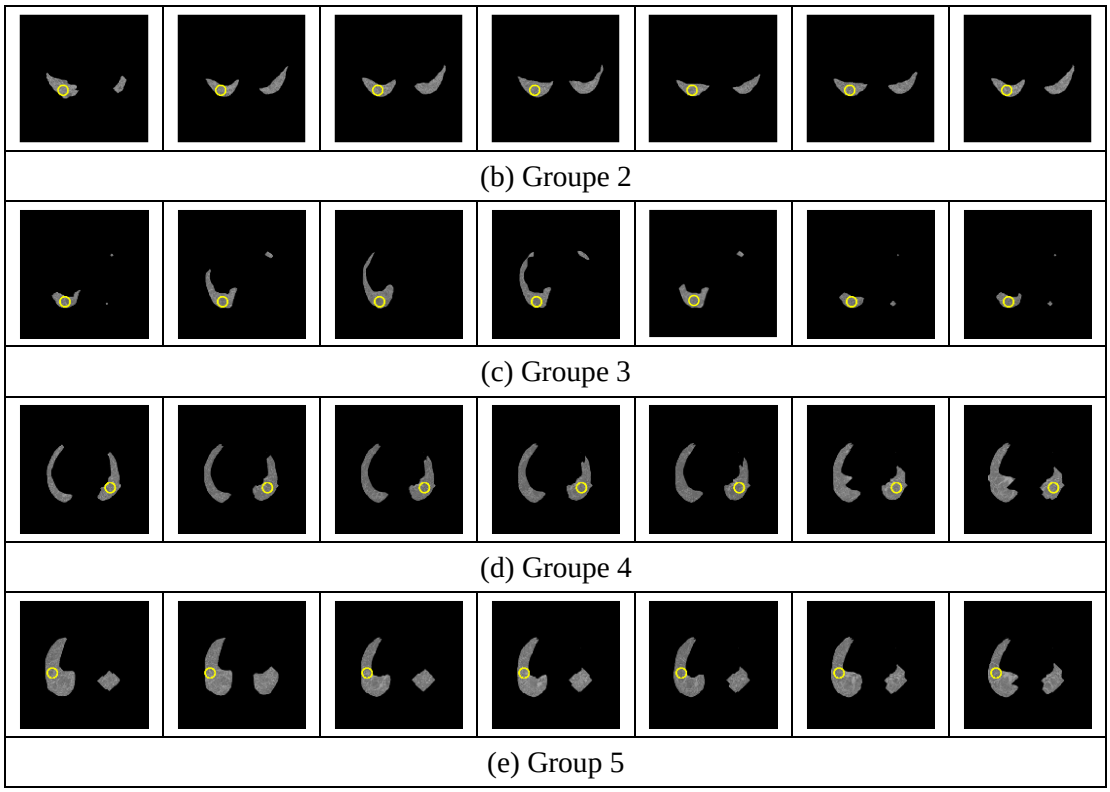
(e) Groupe 5

Figure IV.16 : 35 images CT originales arrangées en groupes.

Chaque groupe d'images est d'abord prétraité en suivant les étapes de la phase 1 (section IV.4.2). Ensuite, 7 ROIs circulaires de rayon R=20 pixels ont été sélectionnées dans les zones pathologiques (annotées par les radiologues) afin que chaque image CT soit représentée par une ROI circulaire. Ensuite, les OKMs des ROIs sélectionnés sont calculés jusqu'à l'ordre (32, 32) pour obtenir le zéro-watermark. En outre, les informations personnelles du patient sont cryptées, puis converties en un code QR de taille identique à l'aide de l'approche de cryptage de texte proposée. La figure IV.17 montre les zones pathologiques segmentées par les radiologues avec des ROIs circulaires sélectionnés. La figure IV.18 montre le code QR et le zéro-watermark générés à partir de groupe 1 d'images CT.



(a) Groupe 1



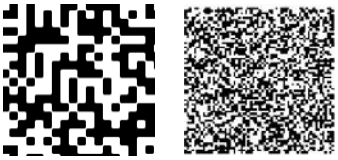
(b) Groupe 2

(c) Groupe 3

(d) Groupe 4

(e) Group 5

Figure IV.17 : Zones pathologiques segmentées par des radiologues avec les ROIs circulaires sélectionnés (en jaune).



(a) (b)

Figure IV.18 : (a) Le code QR généré et (b) le zéro-watermark des ROIs sélectionnés à partir de sept images CT (Groupe1).

4.5.1 Robustesse du système proposé contre différentes attaques

Un système efficace de tatouage zéro-bit doit être robuste contre nombreuses manipulations de traitement d'image qui sont souvent appliquées aux images avant de les exploiter. Pour cette raison, la robustesse du système proposé est évaluée contre les manipulations courantes de traitement d'image (bruit, filtrage d'image, compression JPEG) et les transformations géométriques (recadrage, rotation, translation, mise à l'échelle). Les images CT protégées sont d'abord affectées par ces attaques, puis le modèle U-net (R231) entraîné est utilisé pour segmenter automatiquement les poumons (gauche et droite) de chaque image CT attaquée afin de réduire l'espace de recherche de l'algorithme proposé. Ensuite, l'algorithme GWO basé sur la transformée OKMs est utilisé pour détecter automatiquement les ROIs sur les images attaquées. Enfin, la matrice caractéristiques binaires M_B^*, calculée à partir les meilleures ROIs (meilleure solution de GWO), est utilisée pour vérifier le copyright des images protégées.

Le critère BER (Eq. IV.19) est utilisé pour mesurer la similarité entre la matrice caractéristique binaire originale M_B (récupérée à partir de l'image QR_ZW) et la matrice caractéristique binaire M_B* (générée par l'algorithme GWO basé sur OKMs). BER est le rapport entre le nombre de bits incorrects dans la matrice récupérée M_B* et le nombre total de bits de la matrice M_B. Sa valeur est comprise entre 1 et 0. Il est évident que plus la valeur de BER est proche de 0, plus le système est robuste.

4.5.1.1 Robustesse dans des conditions sans attaques

Le présent test est effectué pour vérifier l'efficacité de la méthode proposée à la récupération de la matrice caractéristique binaire (M_B*) à partir d'images CT protégées dans des conditions sans attaque. Les images CT de la figure IV.16 sont utilisées comme images de test (images protégées). La figure IV.19 montre les images CT du groupe 1 sans attaques avec les ROIs initialement sélectionnés par les radiologues (en jaune) et celles détectées par l'algorithme GWO-OKMs (en vert). Il est clairement montré que les meilleures ROIs détectées par l'algorithme GWO-OKMs (en rouge) sont identiques à celles initialement sélectionnées par les radiologues (en jaune). Les résultats de la vérification du droit d'auteur pour les 5 groupes d'images CT (Figure IV.16) sont présentés dans le tableau IV.5. Ce tableau montre que les valeurs de BER sont nulles pour les 5 groupes d'images CT, ce qui indique clairement l'efficacité du système proposé pour la vérification du copyright des images CT dans des conditions sans attaque. Cependant, il reste encore de nombreux tests à effectuer pour valider les performances de notre système dans diverses conditions d'attaque.

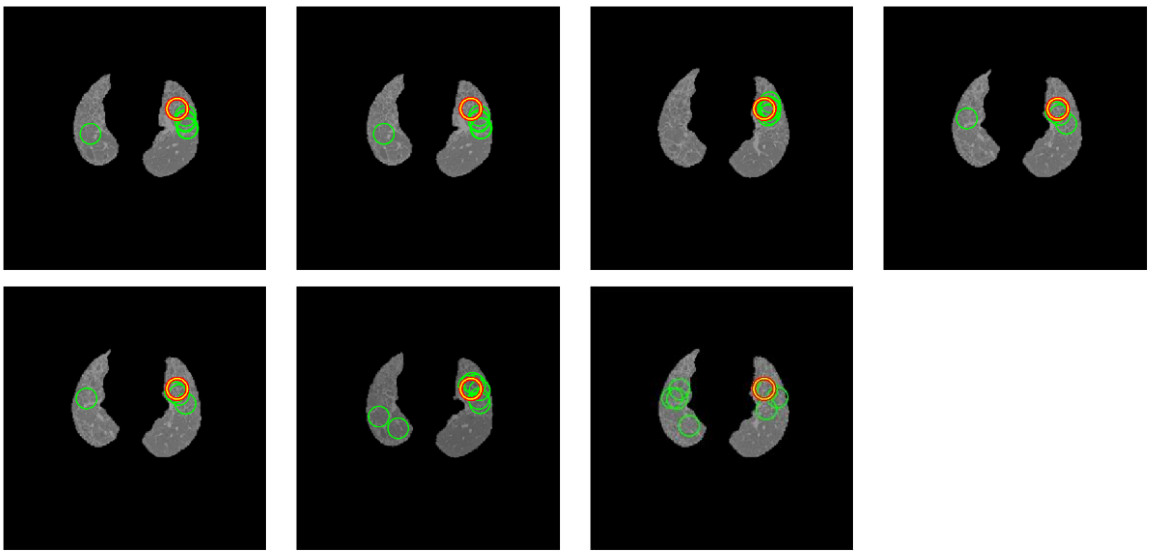


Figure IV.19 : Images CT protégées (groupe 1) dans des conditions sans attaque avec les ROIs détectées (en vert), les meilleures ROIs détectées (en rouge), et les ROIs sélectionnées (en jaune).

Tableau IV.5. Résultats de la robustesse dans des conditions sans attaque.

	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4	Groupe 5
BER	0	0	0	0	0

4.5.1.2 Robustesse aux attaques de bruit

Lors de la transmission des images médicales d'un service à un autre via un canal de communication, ces images peuvent être affectées par des bruits. Il est donc nécessaire de tester la robustesse du système proposé dans des conditions de bruit. Dans ce contexte, les images de test (Figure IV.16) sont contaminées par le bruit sel et poivre avec des intensités de bruit de 0,01, 0,02 et 0,03, et par le bruit gaussien avec des variances de bruit de 0,005, 0,1 et 0,2. Ensuite, la méthode proposée est utilisée pour vérifier les droits d'auteur des images bruitées.

Les ROIs détectées par l'algorithme GWO-OKMs sur 2 groupes d'images bruitées sont montrées dans les figures IV.20 et IV.21. Il est clairement montré que l'algorithme proposé est capable de détecter les ROIs avec précision dans des conditions de bruit. Les résultats du test pour les cinq groupes de test sont présentés dans le tableau IV.6. Ces résultats indiquent que la méthode proposée est capable de résister aux attaques de bruit, car les valeurs de BER tendent vers zéro pour différentes images, même avec l'augmentation de l'intensité de bruit sel et poivre et de bruit gaussien. Par conséquent, la méthode proposée résiste efficacement aux bruits sel et poivre et gaussien.

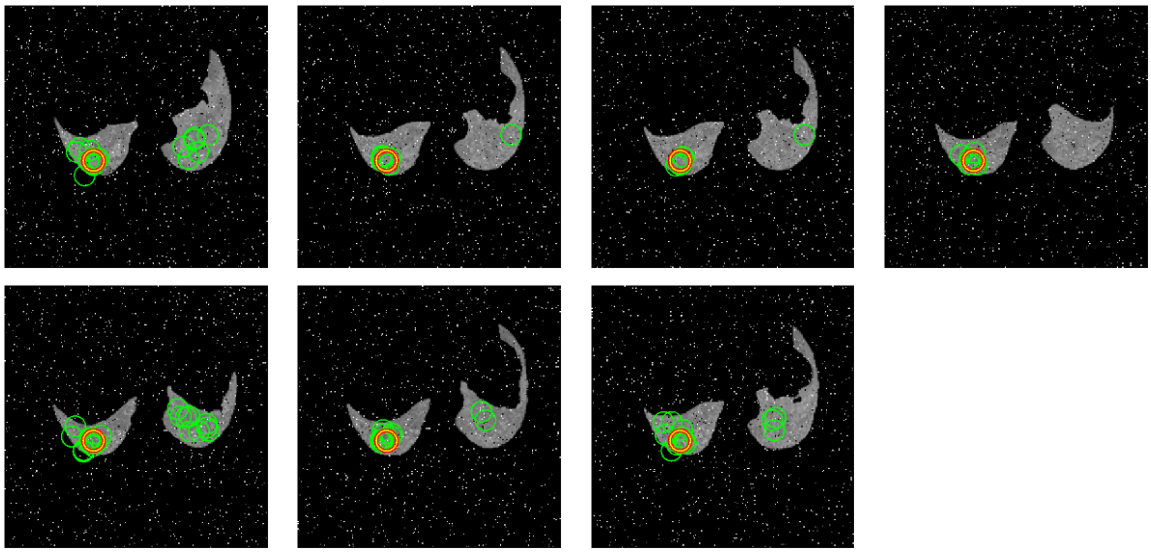


Figure IV.20 : Images CT protégées (groupe 2) en présence de bruit sel et poivre (3%) avec les ROIs détectées (en vert), les ROIs les mieux détectées (en rouge), et les ROIs sélectionnées (en jaune).

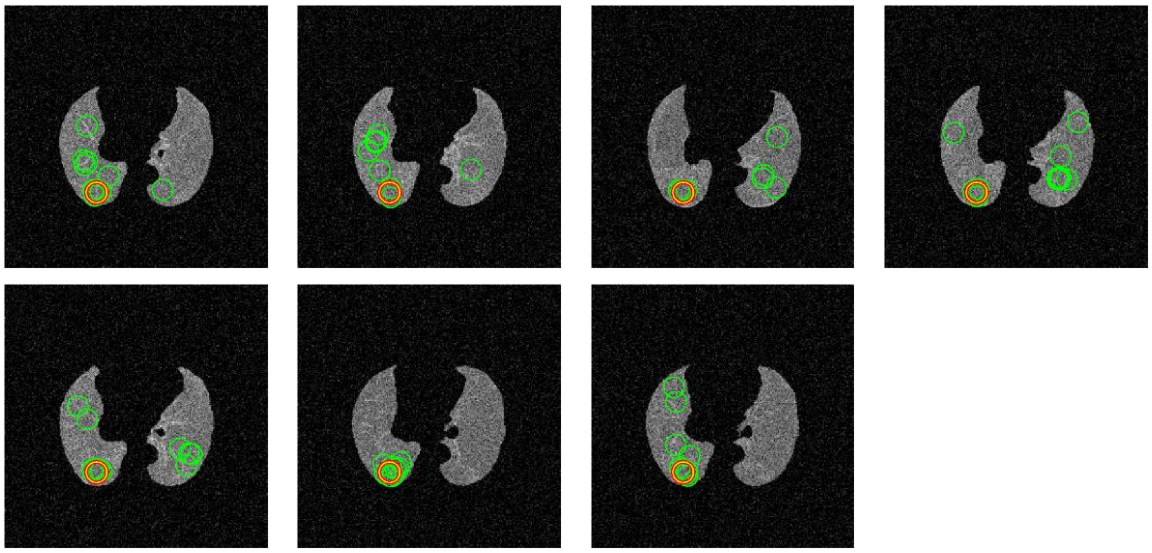


Figure IV.21 : Images CT protégées (groupe 3) en présence de bruit gaussien (1%) avec les ROIs détectées (en vert), les meilleures ROIs détectées (en rouge), et les ROIs sélectionnées (en jaune).

Tableau IV.6. Résultats de la robustesse (BER) aux attaques du bruit.

Attaque	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4	Groupe 5
Salt-and-pepper noise (1%)	0	0.0011	0.0009	0	0.0010
Salt-and-pepper noise (2%)	0.0007	0.0015	0.0016	0.00080	0.0019
Salt-and-pepper noise (3%)	0.0018	0.0029	0.0031	0.0021	0.0027
Gaussian noise (0.5%)	0	0	0.0005	0	0
Gaussian noise (1%)	0.0095	0.0082	0.0010	0.0091	0.0098
Gaussian noise (2%)	0.0112	0.0107	0.0116	0.0110	0.0112

4.5.1.3 Robustesse aux attaques de filtrage

Le filtrage des images est souvent utilisé dans le traitement des images médicales pour réduire le bruit, augmenter les détails ou détecter les contours des objets. Par conséquent, lors de filtrage d'image, certains pixels de l'image seront perdus. Pour cela, nous évaluons la robustesse de la méthode proposée vis-à-vis le filtrage d'image. Les images de test (Figure IV.16) sont filtrées par un filtrage médian, un filtrage moyen et un filtrage gaussien avec des noyaux de filtrage de taille 3×3 et 5×5. Les figures IV.22-IV.24 montrent que les meilleures ROIs détectées (en rouge) par l'algorithme GWO-OKMs sont identiques aux ROIs initialement sélectionnées par les radiologues (en jaune). Les résultats de ce test sur les 5 groupes (Tableau IV.7) montrent que les valeurs de BER sont inférieures à 0,0082 pour différentes tailles de noyaux de filtrage, ce qui indique que l'algorithme proposé a une forte robustesse contre l'attaque de filtrage.

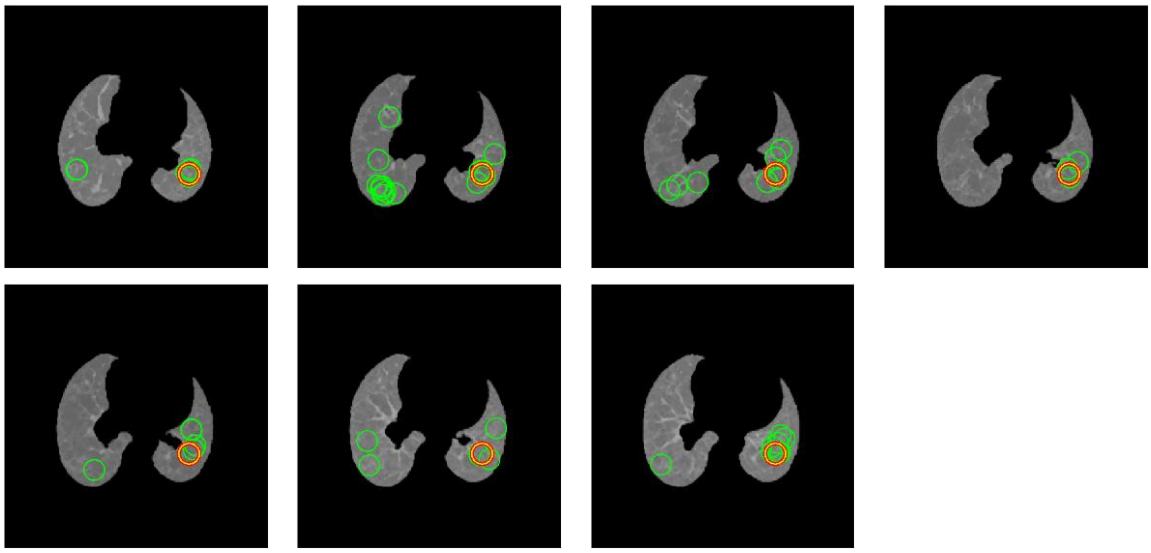


Figure IV.22 : Images CT protégées (groupe 4) sous filtrage médian (3×3) avec les ROIs détectées (en vert), les meilleures ROIs détectées (en rouge), et les ROIs sélectionnées (en jaune).

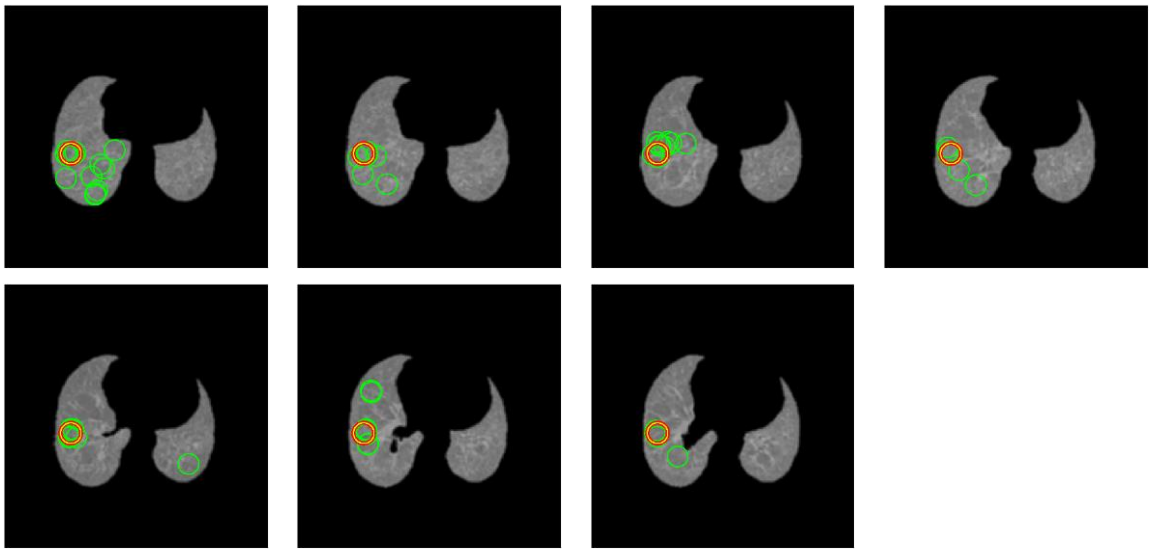
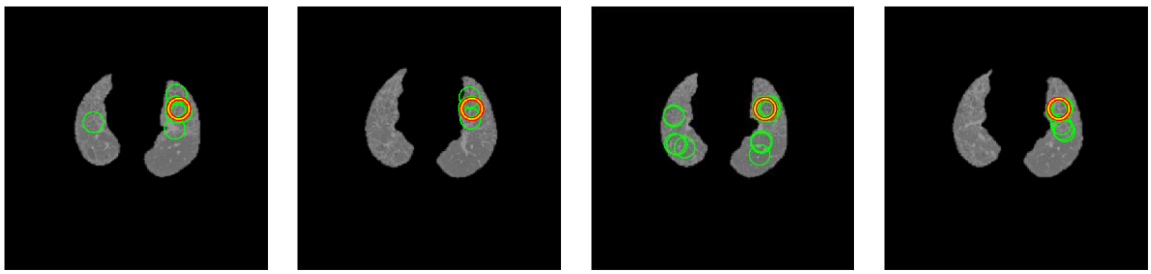


Figure IV.23 : Images CT protégées (groupe 5) sous filtrage moyen (3 ×3) avec les ROIs détectées (en vert), les meilleures ROIs détectées (en rouge), et les ROIs sélectionnées (en jaune).



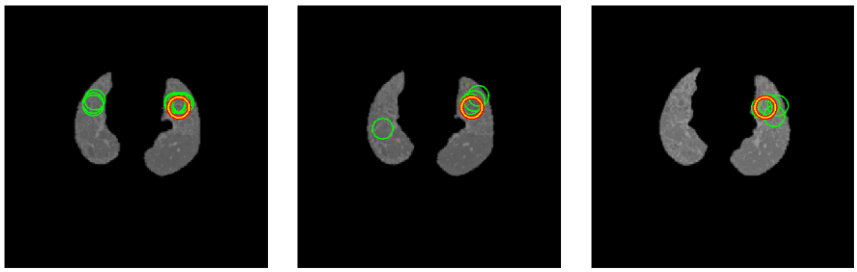


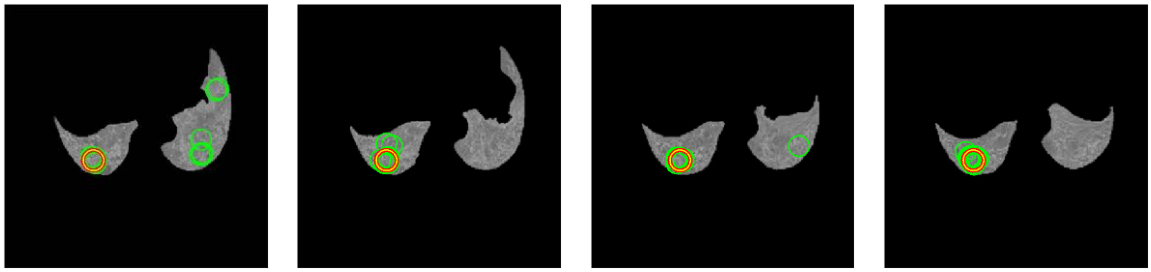
Figure IV.24 : Images CT protégées (Groupe 1) sous filtrage gaussien (3×3) avec les ROIs détectées (en vert), les meilleures ROIs détectées (en rouge), et les ROIs sélectionnées (en jaune).

Tableau IV.7. Résultats de la robustesse (BER) à l'attaque de filtrage.

Attaque	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4	Groupe 5
Median filtering (3 ×3)	0	0.0009	0.0017	0	0.0007
Median filtering (5 ×5)	0.0046	0.0075	0.0039	0.0029	0.0082
Average filtering (3 ×3)	0	0.0030	0.0012	0.0005	0
Average filtering (5 ×5)	0.0032	0.0057	0.0032	0.0046	0.0076
Gaussian filtering (3 ×3)	0	0	0	0	0
Gaussian filtering (5 ×5)	0	0	0	0	0

4.5.1.4 Robustesse vis-à-vis la compression JPEG

La compression JPEG est souvent appliquée à l'image médicale lors de son traitement pour réduire la redondance des données de l'image afin de la stocker sans prendre beaucoup d'espace ou pour la transmettre rapidement. Ceci implique une suppression de pixels de l'image lors de la compression JPEG. Dans ce test, les images de test (Figure IV.16) sont compressées en JPEG avec un facteur de qualité de 90, 70, 50, 30, puis la méthode proposée est utilisée pour vérifier les droits d'auteur des images compressées. Les résultats de la détection des ROIs à partir des images compressées d'un groupe d'images médicales (Figure IV.25) indiquent que l'algorithme GWO-OKMs est capable de détecter les ROIs sur les images compressées avec précision où les meilleures ROIs détectées (en rouge) sont identiques à celles des ROIs originales (en jaune). Le tableau IV.8 montre que la méthode proposée offre une grande robustesse contre les attaques de compression JPEG, même avec le facteur de qualité 30, où les valeurs BER sont très faibles (moins de 0,0065) pour les 5 groupes d'images médicales.



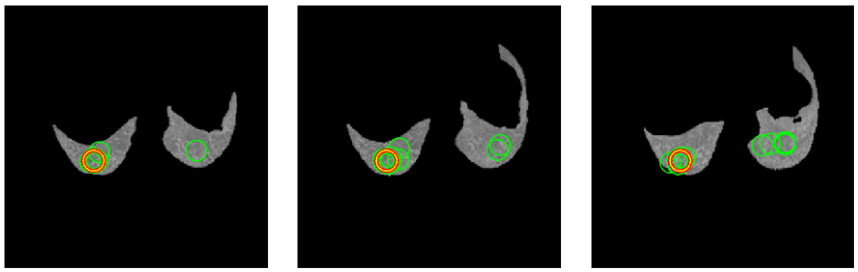


Figure IV.25 : Images CT protégées (groupe 2) sous la compression JPEG (70) avec les ROIs détectées (en vert), les meilleures ROIs détectées (en rouge), et les ROIs sélectionnées (en jaune).

Tableau IV.8. Résultats de la robustesse (BER) à l'attaque de la compression JPEG.

Attaque	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4	Groupe 5
JPEG compression (90)	0	0.0009	0	0.0003	0
JPEG compression (70)	0.0011	0.0019	0.0016	0.0010	0.0007
JPEG compression (50)	0.0027	0.0032	0.0035	0.0034	0.0021
JPEG compression (30)	0.0053	0.0065	0.0061	0.0057	0.0050

4.5.1.5 Robustesse à l'attaque de recadrage

Au cours du prétraitement, le recadrage est fréquemment appliqué aux images médicales. D'une part, il est appliqué pour supprimer une partie périphérique d'une image (par exemple, supprimer la région entourant les poumons en tomodensitométrie, supprimer la région entourant le cerveau en IRM, etc.) afin de réduire l'espace de traitement, de mettre en valeur le sujet, de supprimer les défauts, de modifier son format, etc. D'autre part, des attaquants peuvent tenter de modifier des images médicales afin d'empêcher la vérification des droits d'auteur en appliquant un recadrage uniforme à l'ensemble de l'image. Dans ce test, la robustesse du système proposé est testée contre le recadrage et le recadrage uniforme.

Les images protégées sont recadrées à 25% dans le coin inférieur droit (BRC), 25% dans le coin inférieur gauche (BLC), 25% dans le coin supérieur droit (TRC), 25% dans le coin supérieur gauche (TLC), 15% simultanément en haut, en bas, à gauche et à droite (TBLR), et 5% et 15% des pixels de l'image protégée sont uniformément mis à zéro. Des ROIs détectées sur des images recadrées sont présentés dans les figures IV.26 et IV.27. Les BERs pour les 5 groupes d'images médicales sont présentés dans le tableau IV.9. Il est clairement montré que le recadrage n'a aucun effet sur les performances de l'algorithme proposé où les BERs sont nuls et les BERs sont très faibles pour le recadrage uniforme. Les figures IV.26 et IV.27 confirment cette analyse, où les ROIs détectées sont identiques aux ROIs originales. Par conséquent, le système proposé a une grande robustesse contre l'attaque de recadrage.

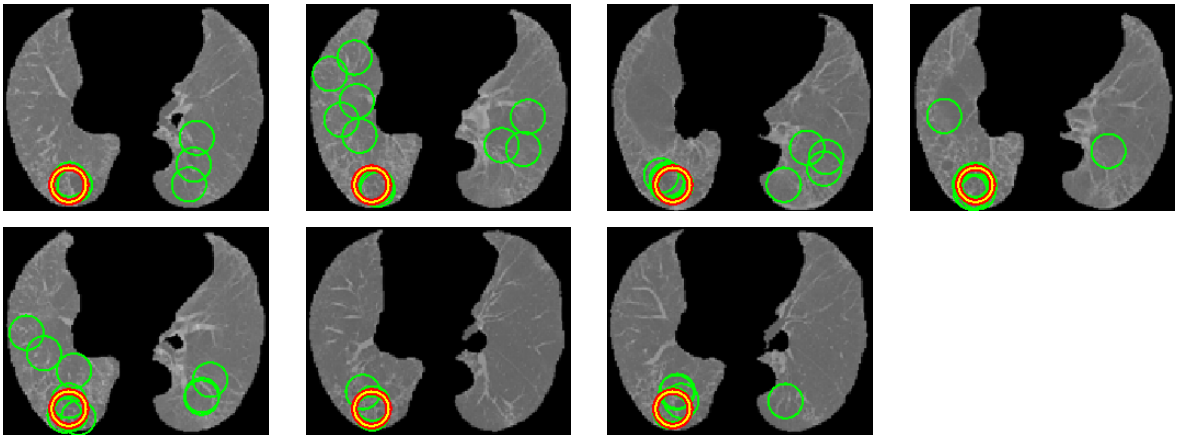


Figure IV.26 : Images CT protégées (groupe 3) sous recadrage au TBLR (15 %) avec les ROIs détectées (en vert), les meilleures ROIs détectées (en rouge), et les ROIs sélectionnées (en jaune).

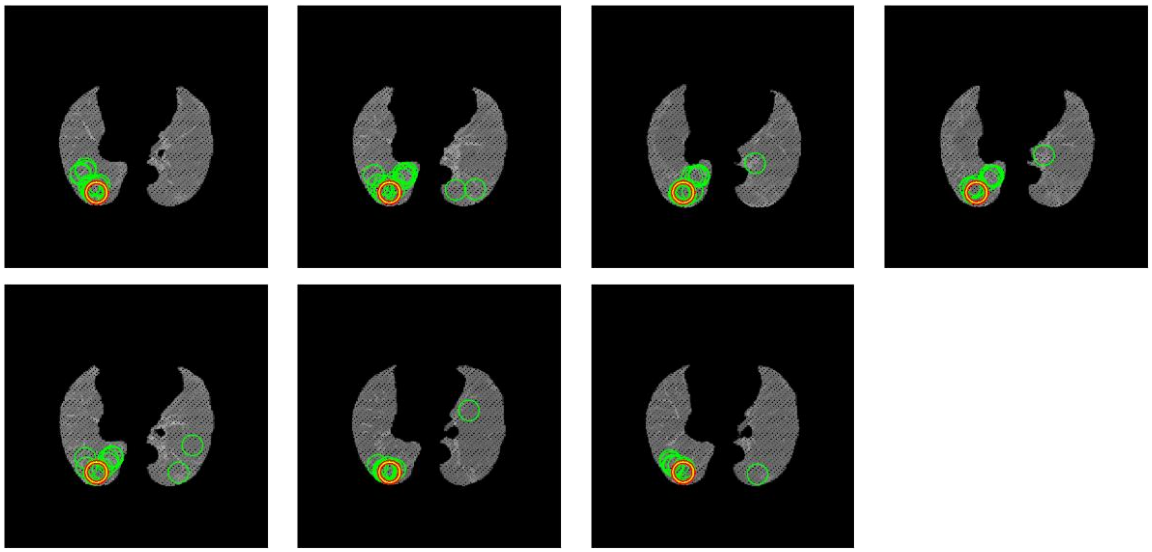


Figure IV.27 : Images CT protégées (groupe 3) sous recadrage uniforme (10%) avec les ROIs détectées (en vert), les meilleures ROIs détectées (en rouge), et les ROIs sélectionnées (en jaune).

Tableau IV.9. Résultats de la robustesse (BER) à l'attaque de recadrage.

Attaque	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4	Groupe 5
Cropping at BRC (25%)	0	0	0	0	0
Cropping at BLC (25%)	0	0	0	0	0
Cropping at TRC (25%)	0	0	0	0	0
Cropping at TLC (25%)	0	0	0	0	0
Cropping at TBLR (15%)	0	0	0	0	0
Uniform cropping (5%)	0.0011	0	0.0009	0	0
Uniform cropping (10%)	0.0056	0.0042	0.0040	0.0047	0.0053

4.5.1.6 Robustesse à l'attaque de rotation

La rotation est l'une des attaques géométriques les plus sophistiquées utilisées dans l'édition d'images. Elle modifie la position des pixels et augmente donc la difficulté de vérifier les droits d'auteur des images médicales protégées. Dans ce test, les images médicales protégées sont pivotées par des angles de rotation de +5°, -10°, +25°, -45°, +90, 180°. Ensuite, la méthode

proposée est utilisée pour vérifier les droits d'auteur de ces images. Les signes (-) et (+) indiquent respectivement une rotation dans le sens des aiguilles d'une montre et dans le sens inverse. La figure IV.28 montre les ROIs détectées dans le groupe 4 d'images médicales après l'attaque de rotation où les meilleures ROIs détectées (en rouge) sont identiques aux ROI sélectionnées par les radiologues dans les images originales. Ceci est confirmé dans le tableau IV.10, où les valeurs de BER sont nulles pour les angles de rotation +5°, -10°, +25°, -45°, +90, -135, 180°, et sont très faibles pour les autres angles. Par conséquent, nous pouvons conclure que la méthode proposée est robuste contre les attaques de rotation. Nous pouvons justifier ces résultats par le fait que les OKMs sont invariants par rapport à la rotation de l'image.

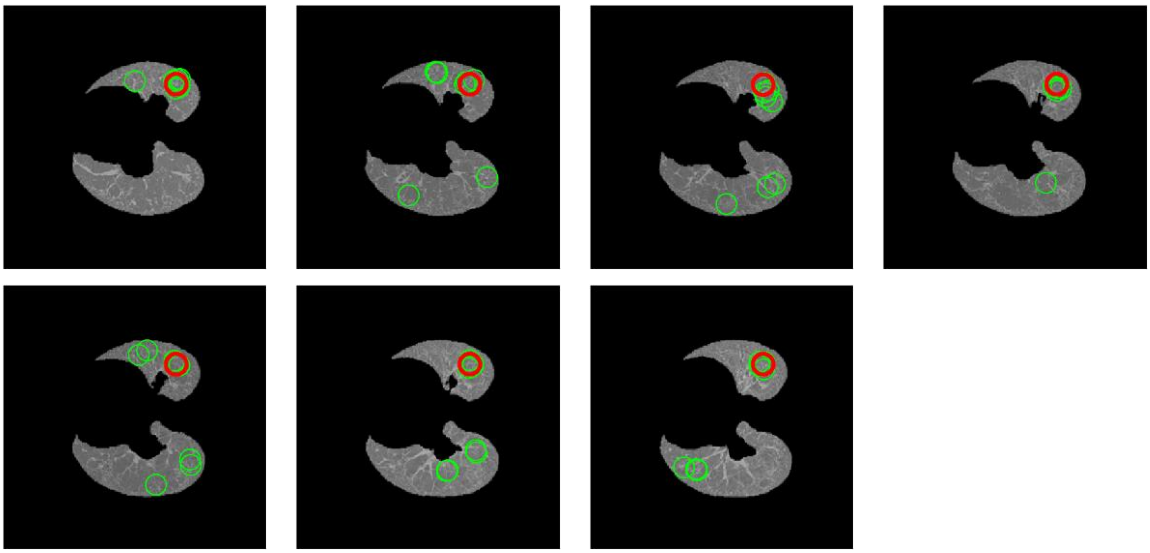


Figure IV.28 : Images CT protégées (groupe 4) sous la rotation (+90°) avec les ROIs détectées (en vert) et les ROIs les mieux détectées (en rouge).

Tableau IV.10. Résultats de la robustesse (BER) à l'attaque de rotation.

Attaque	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4	Groupe 5
Rotation (+5°)	0	0	0	0	0
Rotation (-10°)	0	0	0	0	0
Rotation (+25°)	0.0032	0.0021	0.0037	0.0018	0.0055
Rotation (-45°)	0.0065	0.0030	0.0074	0.0050	0.0029
Rotation (+90°)	0	0	0	0	0
Rotation (-135°)	0.0063	0.0021	0.0042	0.0045	0.0017
Rotation (180°)	0	0	0	0	0

4.5.1.7 Robustesse à l'attaque de translation

La translation est une autre attaque géométrique très sophistiquée qui peut être utilisée pour empêcher la vérification des droits d'auteur en décalant une image d'un nombre spécifié de pixels dans la direction *x* ou *y*, ou les deux. Dans ce test, les performances de la méthode proposée sont testées sous l'attaque de translation. Les images médicales protégées sont décalées vers le coin

inférieur droit/gauche de 20 pixels dans la direction *x* et de 10 pixels dans la direction *y*, et vers le coin supérieur droit/gauche de 20 pixels dans la direction *x* et de 10 pixels dans la direction *y*. Les résultats de la vérification des droits d'auteur des images translatées sont présentés dans le tableau IV.11. La figure IV.29 montre les ROIs détectées à partir d'un groupe d'images médicales translatées. Ces résultats montrent que les BERs sont nuls pour différentes attaques ce test, ce qui indique que l'attaque de translation n'a aucun effet sur les performances de la méthode proposée.

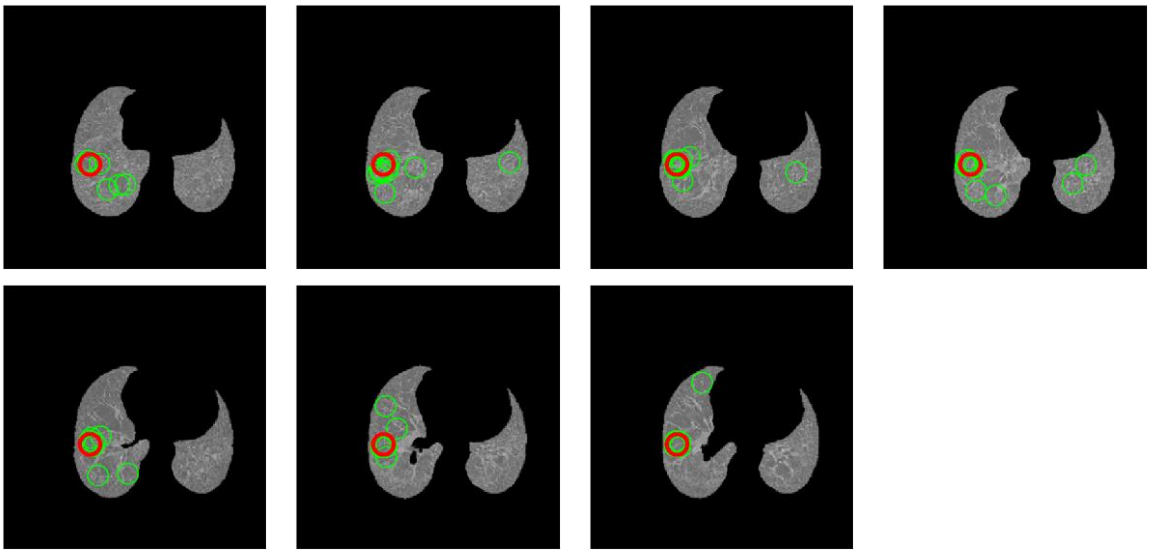


Figure IV.29 : Images CT protégées (groupe 5) sous translation (vers BRC de 20 pixels dans la direction *x* et 10 pixels dans la direction *y*) avec les ROIs détectées (en vert) et les meilleures ROIs détectées (en rouge).

Tableau IV.11. Résultats de la robustesse (BER) à l'attaque de translation.

Attaque	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4	Groupe 5
Translation to the BRC	0	0	0	0	0
Translation to the BLC	0	0	0	0	0
Translation to the TRC	0	0	0	0	0
Translation to the TLC	0	0	0	0	0

4.5.1.8 Robustesse à l'attaque de mise à l'échelle

Les performances de la méthode proposée sont également testées contre l'attaque de mise à l'échelle. Il s'agit d'une attaque géométrique fréquemment utilisée dans le prétraitement qui modifie la taille de l'image, soit pour l'agrandir ou pour la réduire, et donc les positions des pixels de l'image redimensionnée seront modifiées. Dans ce test, les images médicales protégées sont mises à l'échelle par les facteurs d'échelle 0.25, 0.5, 0.75, 1.5, 2. Ensuite, ces images sont redimensionnées à leur taille originale. La figure IV.30 montre les ROIs détectées à partir des images mises à l'échelle. Les valeurs de BER pour les 5 groupes d'images médicales mises à l'échelle sont présentées dans le tableau IV.12. Nous pouvons voir dans ce tableau que les valeurs

de BER sont toujours proches de zéro pour différents facteurs d'échelle, ce qui indique que la méthode proposée peut résister aux attaques d'échelle.

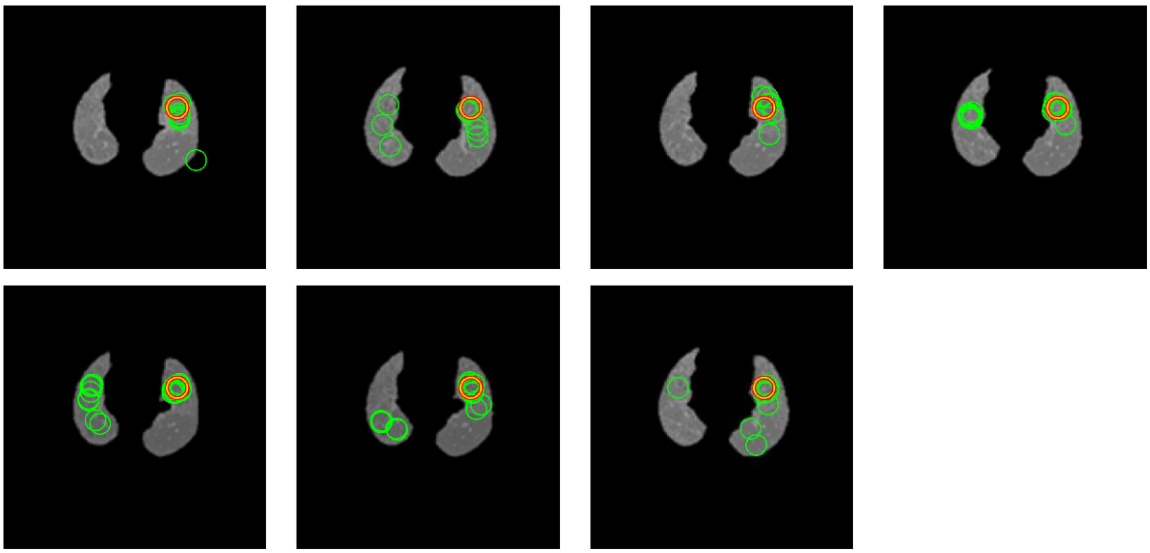


Figure IV.30 : Images CT protégées (groupe 1) avec mise à l'échelle (0,5) et le redimensionnement à la taille originale avec les ROIs détectées (en vert), les ROIs les mieux détectées (en rouge), et les ROIs sélectionnées (en jaune).

Tableau IV.12. Résultats de la robustesse (BER) à l'attaque de mise à l'échelle.

Attaque	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4	Groupe 5
Scaling (0.25)	0.0115	0.0122	0.0107	0.0086	0.0094
Scaling (0.5)	0.0078	0.0090	0.0073	0.0076	0.0082
Scaling (0.75)	0.0023	0.0025	0.0015	0.0019	0.0012
Scaling (1.5)	0	0.0011	0	0.0009	0
Scaling (2)	0	0	0	0	0

4.5.2 Comparaison avec des systèmes de tatouage zéro-bit similaires

Dans cette sous-section, nous comparons la robustesse du système proposé avec six systèmes de tatouage zéro-bit récemment proposés dans [372], [357], [373], [358], [13] et [240]. À cette fin, les attaques présentées dans le tableau IV.13 sont appliquées aux 70 images CT extraites de [371]. Ensuite, différents systèmes de tatouage zéro-bit sont utilisés pour vérifier le copyright des images protégées. Le BER (Eq. IV.19) est utilisé comme critère dans cette comparaison et les résultats obtenus sont présentés dans le tableau IV.13. Ces résultats indiquent clairement que la méthode de tatouage zéro-bit proposée est plus performante que les autres méthodes en termes de robustesse. Ces résultats peuvent être expliqués par le fait que la méthode proposée est une méthode de tatouage zéro-bit locale qui est généralement plus efficace que les méthodes de tatouage zéro-bit globales. En outre, l'utilisation de l'algorithme GWO basé sur la transformée OKMs permet de vérifier les droits d'auteur à partir des ROIs des images protégées. Cette possibilité n'est pas disponible dans les méthodes globales de tatouage zéro-bit. En outre, l'utilisation du modèle d'apprentissage profond U-net (R231) pour segmenter les poumons réduit

efficacement l'espace de recherche de l'algorithme méta-heuristique, évitant ainsi une solution optimale locale lorsque les images d'entrée sont de dimensions élevées. En outre, l'utilisation de cette méthode de segmentation améliore la précision de GWO car l'espace de recherche de l'optimiseur devient plus petit que l'espace de recherche original (l'image originale entière).

Tableau IV.13. BER moyen du système proposé et des systèmes similaires de tatouage zéro-bit.

Attacks	Proposed Scheme	[372]	[357]	[373]	[358]	[13]	[240]
Salt-and-pepper noise (3%)	**0.0018**	0.0035	0.0022	0.0021	0.0048	0.0021	0.0030
Gaussian noise (2%)	**0.0110**	0.0124	0.0124	0.0121	0.0198	0.0128	0.0168
Median filtering (5 ×5)	**0.0044**	0.0051	0.0049	0.0048	0.0050	0.0053	0.0050
Average filtering (5 ×5)	**0.0035**	0.0046	0.0043	0.0041	0.0045	0.0049	0.0046
JPEG compression (70)	**0.0010**	0.0013	0.0012	0.0014	0.0015	0.0013	0.0017
JPEG compression (50)	**0.0025**	0.0030	0.0028	0.0031	0.0032	0.0029	0.0034
Cropping at TBLR (25%)	**0**	0.0015	0.0045	0.0125	0	0.0045	0.0046
Uniform cropping (10%)	**0.0052**	0.0059	0.0071	0.0102	0.0072	0.0063	0.0074
Rotation (-45°)	**0.0054**	0.0172	0.0081	0.0068	0.0070	0.0066	0.0072
Rotation (+90°)	**0**	0.0102	0.0040	0.0038	0.0010	0.0015	0.0063
Translation to the BRC by [+15,20]	**0**	0.0105	0.0075	0.0032	0	0.0102	0.0098
Translation to the BLC by [-20,+20]	**0**	0.0108	0.0101	0.0121	0	0.0098	0.0152
Scaling (0.5)	**0.0072**	0.0081	0.0084	0.0092	0.0096	0.0085	0.0088
Scaling (0.75)	**0.0021**	0.0029	0.0032	0.0038	0.0036	0.0030	0.0041

5. Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons présenté nos contributions relatives au domaine du tatouage d'imagerie médicale en utilisant les transformées moments proposées. Dans un premier temps, nous avons introduit les notions de base de tatouage numérique appliqué à l'imagerie médicale. Nous avons exposé d'abord les exigences de sécurité et les limitations des systèmes classiques de protection d'imagerie médicale. Puis, nous avons focalisé sur la protection par le tatouage zéro-bit et nous avons présenté ses avantages et ses exigences à l'imagerie médicale.

Par la suite, nous avons proposé deux nouvelles approches de tatouage zéro-bit pour la protection des droits d'auteurs des images médicales en utilisant les transformées discrètes proposés dans le cadre de notre travail de thèse. La première approche est une technique de tatouage zéro-bit globale, robuste, aveugle et sécurisée basé principalement sur la transformée QRFrCMs qui permet de protéger les droits d'auteurs des images médicales couleurs de manière compacte et holistique sans négliger la corrélation entre les canaux couleurs de l'image. Dans cette approche, l'ordre fractionnaire optimal la transformée QRFrCMs a été utilisé pour améliorer l'exigence de robustesse vis-à-vis les opérations courantes de traitement d'images et les attaques géométriques. Les résultats expérimentaux montrent que notre méthode donne un niveau élevé

de sécurité et une grande robustesse vis-à-vis diverses attaques courantes de traitement d'image et des attaques géométriques et des attaques combinées.

La deuxième approche de tatouage zéro-bit est une technique de tatouage zéro-bit locale basée principalement sur la transformée OKMs et l'algorithme GWO qui permet de protéger les droits d'auteurs d'un ensemble de sept images médicales CT simultanément. La supériorité de la méthode proposée comprend les éléments suivants : (1) la transformée OKMs est appliqué au traitement d'image pour la première fois; (2) la transformée OKMs est utilisée pour extraire simultanément les caractéristiques de sept images CT afin de construire un seul zéro-watermark ; (3) l'algorithme GWO basé sur OKMs est utilisé pour la première fois dans un système local de tatouage zéro-bit pour plusieurs images CTen vue d'améliorer la robustesse et avoir une nature aveugle du système ; (4) la méthode proposée utilise le modèle d'apprentissage profond U-net (R231) pour réduire efficacement l'espace de recherche de l'algorithme méta-heuristique GWO basé sur OKMs et améliorer sa précision ; et (5) la méthode proposée utilise une technique de cryptage basée sur un système chaotique récemment proposé, à savoir la carte logistique modifiée, pour assurer un haut niveau de sécurité et protéger les informations personnelles du patient, qui sont cryptées avant d'être transmises avec les images du patient. Les résultats expérimentaux montrent que cette approche produit une bonne performance en termes de robustesse contre des attaques courantes appliquées à l'imagerie médicale.

CHAPITRE V : NOUVELLES TRANSFORMÉES INVARIANTES 3D POUR LA CLASSIFICATION DES OBJETS 3D

1. Introduction

Au cours des deux dernières décennies, l'analyse d'images 3D a suscité un intérêt considérable. La raison principale est le développement dynamique des dispositifs et technologies d'imagerie 3D, qui sont devenus largement accessibles. Le domaine le plus important où l'analyse d'images 3D est très demandée est la médecine. Les dispositifs d'imagerie médicale actuels, tels que l'IRM, IRMf, le CT, le SPECT et le PET, nous fournissent des images 3D complètes du corps du patient. De nombreux capteurs d'imagerie 3D se trouvent en dehors du domaine médical. Même dans le monde de l'électronique grand public et des jeux informatiques, les capteurs 3D sont assez courants. Une autre raison de l'intérêt croissant pour les algorithmes d'analyse d'images 3D est l'existence de puissants ordinateurs multicœurs équipés de GPU qui peuvent réaliser des algorithmes 3D, généralement très complexes, dans un temps acceptable (souvent proche du temps réel).

Dans les domaines de la classification et de la reconnaissance des formes 3D, l'objet doit être identifié quels que soient sa position et sa taille. L'invariance est donc un critère essentiel dans ces domaines. Parmi les descripteurs de formes existants dans la littérature, les moments invariants ont été fréquemment utilisés avec succès dans les applications de classification et de reconnaissance des formes pendant plusieurs années, en tant que primitives, non seulement pour leurs simplicités, mais aussi pour la variété des sujets et d'applications où ils sont éclairés [6] [374], [375], [35], [264], [376], [377]. Parmi ces derniers, on trouve les moments orthogonaux discrets qu'ont des propriétés considérables (Voir la section I.3.4) ; ils se caractérisent par un pouvoir discriminant élevé et une faible redondance d'informations. Ils éliminent également le besoin d'approximation numérique et satisfont précisément la propriété d'orthogonalité [199], [211], [378], [377], [379], [158].

Au cours des dernières années, un nombre croissant de travaux ont proposé une variété de méthodes pour extraire les invariantes par translation, rotation et changement d'échelle des

moments orthogonaux. Ces invariantes sont obtenus généralement en utilisant une combinaison des invariants correspondants des moments géométriques [7]. Cette méthode est appelée méthode indirecte. Cependant, les approximations utilisées pour calculer les moments géométriques peuvent provoquer des erreurs d'approximation numérique ce qui dégrade la capacité de classification des images. Pour résoudre ce problème, des méthodes ont été proposées dans [380], [128] pour calculer les valeurs exactes des moments géométriques en utilisant l'intégration mathématique des termes monômes aux pixels d'image 2D et aux voxels d'image 3D. Même si les erreurs d'approximation numérique peuvent être réduites par cette méthode, elle est limitée par le coût du calcul élevé. Cela rend les invariants de moments 3D dérivés par cette méthode indésirables, en particulier pour les applications en temps réel pour lesquelles le respect des contraintes temporelles est un critère fondamental.

Pour réduire le coût du calcul des moments invariants, une méthode efficace a été développée [381], [144], [164] pour construire les invariants par translation et changement d'échelle des moments de Legendre, Tchebichef et Krawtchouk à partir de leurs polynômes orthogonaux correspondants. La même idée a été étendue pour dériver les invariants par translation et mise à l'échelle de moments 3D de Legendre, Tchebichef et Krawtchouk respectivement, pour les images 3D. Cependant, aucune attention n'a été accordée au calcul des moments invariants de Charlier 3D et de Meixner par translation et mise à l'échelle.

Dans le cadre de notre travail de thèse, nous avons proposé dans [17] une nouvelle approche pour le calcul rapide et précis des invariants des moments de Charlier 3D par translation et changement d'échelle (3DCMITS) directement à partir les polynômes de Charlier. Cette méthode réduit considérablement le temps de calcul des invariants et élimine le besoin d'approximation numérique des invariants des moments géométriques. Nous avons également proposé dans [18] les invariants des moments de Meixner 2D par translation et changement d'échelle (3DMMITS) en utilisant la méthode directe mentionnée dans notre article [17]. De plus nous avons montré comment ces descripteurs peuvent être étendus pour le cas 3D.

Dans ce chapitre, nous présentons l'approche proposée pour le calcul rapide et précis des invariants des moments de Charlier 3D par translation et changement d'échelle à partir des polynômes de Charlier directement. A des fins de validation et pour illustrer l'intérêt des 3DCMITS proposés, nous présentons également un système de classification d'objets 3D basé sur les invariants proposés 3DCMITS et le classifieur SVM (Support Vector Machine). Les résultats obtenus sont vérifiés avec le classifieur KNN (K-Nearest Neighbor) et comparés avec d'autres travaux existants dans la littérature. Avant de présenter cette approche, nous avons tenté

de situer les moments invariants parmi les primitives existantes dans la littérature tout en présentant les propriétés et les avantages offerts par ce type de primitives.

Il est à noter que les invariants des moments de Meixner 2D/3D par translation et changement d'échelle ne sont pas présentés dans ce chapitre en raison de la longueur limitée du document, et nous recommandons au lecteur intéressé de consulter notre article [18] pour plus de détails.

2. La reconnaissance de forme

2.1 Système de reconnaissance de forme

La reconnaissance de forme est un thème fondamental, très vaste de l'intelligence artificielle qui fait l'objet de nombreux travaux de recherche. Ses applications sont particulièrement variées recouvrant plusieurs domaines : le contrôle de procédé de fabrication, la vision robotique, la reconnaissance de la parole, la reconnaissance de l'écriture manuscrite, la recherche d'images par le contenu, la classification de documents, la lecture optique des documents et des données volumineuses d'images provenant des satellites, des microscopes électroniques, etc.

La reconnaissance de forme est définie comme une analyse d'un ensemble de données afin d'y retrouver des «formes», c'est à dire des configurations prédéterminées, comme des phonèmes (reconnaissance de la parole) ou des caractères (reconnaissance de caractère). Dans le domaine de traitement d'images, la reconnaissance de forme est considérée avant tout comme une réduction méthodique d'information : à partir d'une donnée très riche (une image numérique) on veut obtenir une information pertinente qui tient en quelques bits, et qui indique l'objet (ou les objets) que contient cette image. Un système de reconnaissance de forme est généralement décrit comme un ensemble de transformations mettant en jeu trois espaces différents (Figure V.1) :

- **Espace de mesure :** qui consiste à améliorer la qualité des informations dont on dispose à l'entrée du système (une image numérisée à la sortie des capteurs). Il peut s'agir d'un filtrage, d'un lissage, d'un ré-échantillonnage de l'image, etc.
- **Espace de représentation :** qui consiste à représenter l'image dans un autre espace afin de faciliter sa description. Celle-ci est faite au moyen de variables appelées primitives.
- **Espace de décision :** cette phase synthétise une fonction appelée fonction de décision qui, pour chaque forme, génère une valeur indiquant l'appartenance de cette forme à une classe prédéfinie.

Plusieurs auteurs [382], [383] ont mis l'accent sur l'importance de la phase de représentation qui vise l'extraction des primitives. Trier et al. [382] constatent que l'efficacité de l'extraction de primitives conditionne le succès de tout le système de reconnaissance.

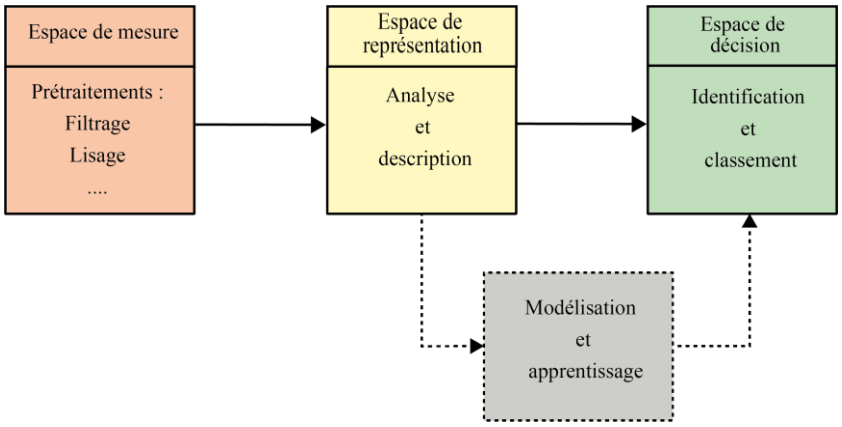


Figure V.1 : Différents espaces d'un système de reconnaissance de forme.

L'un des facteurs pouvant affecter l'efficacité de l'extraction de primitives est que le vecteur extrait de primitives peut contenir des primitives redondantes dans le sens où elles n'aideront pas à discriminer entre les classes. Elles sont donc inutiles pour la classification. Le processus appelé « sélection de primitives » [384], [385] a donc pour but de sélectionner un sous-ensemble de primitives non redondantes avant de les présenter au classifieur. En plus de l'élimination de la redondance, nous citons également l'importance de cette réduction du nombre de primitives, mise en exergue par Dash et al. [386] :

- Cette réduction réduit le temps d'exécution de l'apprentissage.
- Une petite taille du vecteur primitif permet une meilleure généralisation du classifieur c'est à dire la reconnaissance des formes non informées.

Dans ce qui suit, nous exposons les différents types de primitives et les méthodes d'extraction de primitives existantes dans la littérature, puis une classification de ces méthodes. Ensuite, nous présentons les méthodes de sélection des primitives ainsi qu'une présentation des différentes étapes qui s'y rattachent.

2.2 Types d'attributs

Les images sont des objets numériques très riches en termes d'informations. En plus de l'espace mémoire gigantesque requis, la manipulation directe de ces images dans un système de reconnaissance d'images par le contenu ne permet pas d'obtenir des temps de réponses réalistes. Il convient donc d'utiliser une représentation de dimension réduite pour réduire le contenu de ces images. L'objectif principal de l'extraction d'attributs est de déterminer pour chaque image, une représentation (signature) qui soit, d'une partie compacte, pour être rapidement accessible et

facilement comparable, et d'autre partie suffisamment complète pour bien caractérisée l'image. Il est recommandé d'employeur des attributs invariants aux transformations colorimétriques tel le changement d'éclairage et aux transformations géométriques tels la translation, la rotation et le changement d'échelle. Ceci permet de pallier aux différentes transformations que peut subir une image. Cependant, la caractérisation robuste et discriminante des images reste un grand défi en traitement d'images.

Généralement, les attributs dits de bas niveau sont souvent les plus utilisés pour la description d'images par le contenu. Ces attributs dotés des principales caractéristiques visuelles existantes dans une image, à savoir la couleur, la texture et la forme.

2.2.1 La couleur

Le physicien James Clerk Maxwell [387] a prouvé que toute couleur, étant initialement une sensation provoquée par la lumière avec l'œil, est une synthèse de trois couleurs seulement: le rouge, le vert et le bleu. Grâce cette découverte en 1865, la colorimétrie (la science qui étudie la couleur) a vu le jour.

Les attributs couleurs sont les premiers utilisés dans les systèmes de reconnaissance d'images par le contenu et ils sont toujours les plus utilisés grâce à leur simplicité d'extraction, leur richesse de description et leur efficacité de reconnaissance. Les auteurs dans [388] ont fourni une étude étendue des différentes méthodes employées pour l'extraction d'attributs couleurs. Un ensemble d'attributs couleurs a été testé pour être inclus dans le standard MPEG-7 [389]. Ces attributs couleurs dépendent directement de l'espace couleur utilisé pour la représentation de la couleur de l'image. Dans la littérature, plusieurs espaces couleurs sont étudiés. Défini en 1931 par la compagnie internationale de l'éclairage (C.I.E.), l'espace couleur RVB (Rouge Vert et Bleu) représente les couleurs par synthèse soustractive. Chaque couleur est représentée par trois composantes: rouge, vert et bleu. L'espace RVB est généralement l'espace couleur de base dans lequel les images sont capturées. Les autres espaces couleurs représentent des transformations directes de l'espace RVB. Ces transformations ont pour objectif d'améliorer la représentativité colorimétrique de l'image et d'assurer des mesures de distance plus linéaires. Les espaces couleurs HSI, HSV, HSB et HLS (appelés communément HSx) sont plus proches de la perception humaine de couleur que l'espace couleur RVB. Pour plus de détails concernant les espaces couleurs, nous recommandons au lecteur intéressé de consulter la référence suivante [387].

Comme descripteurs de la couleur, nous citons par exemple l'histogramme couleur et dérivés (dominant color, scalable colour, coulour structure, colour layout), les moments de

couleur (les deux ou trois premiers moments à savoir la moyenne, la variance, asymétrie voire le moment d'ordre 4 appelé kurtosis), l'autocorrélogramme de couleur, etc. [390], [391].

2.2.2 La texture

La texture est liée aux apparences de surface des images ce qui est d'une grande importance dans tout domaine relatif à la perception visuelle. Dans la littérature, nous trouvons plusieurs définitions de la texture. Nous en citons parmi lesquelles: « la texture est l'attribut qui représente la distribution spatiale des niveaux de gris des pixels d'une région » [392]. Ou encore: « la texture est l'ensemble des propriétés de voisinage locales des niveaux de gris d'une région de l'image » [392]. Bien qu'il n'y ait pas jusqu'à présent une définition précise de la texture, toutes les définitions possibles affirment que la texture est l'information générée par les variations des niveaux de gris entre des pixels voisins au sein d'une image.

Les attributs textures sont de plus en plus utilisés dans la description d'images car ils atténuent certains problèmes liés à la description couleur. En effet, la description texture est très efficace, surtout dans le cas d'une distribution couleur très proche. Les attributs textures sont divisés en deux catégories : La première est déterministe et fait référence à une répétition spatiale d'un motif de base dans différentes directions. Cette approche structurelle correspond à une vision macroscopique des textures. La seconde approche, dite microscopique, est probabiliste et cherche à caractériser l'aspect chaotique qui ne comprend ni motif localisable, ni fréquence de répétition principale.

Comme descripteur de texture, nous citons par exemple le filtre de Gabor, la transformée en ondelettes discrètes, la caractéristique de la statistique de premier ordre (FOS) calculée à partir de l'histogramme des images en niveaux de gris [393] et la caractéristique de la matrice de cooccurrence appelée SGLD (Spatial Gray Level Dependency) [394]. En tant que descripteur de couleur et de texture, nous citons par exemple la caractéristique GIST [395] qui est une caractéristique globale qui tente d'imiter le système de perception humaine pour identifier rapidement la région principale de la couleur et de la texture dans une image.

2.2.3 La forme

Contrairement aux attributs couleurs et textures qui s'intéressent à la description du contenu général de l'image, les attributs formes sont capables de caractériser les différents objets contenus dans l'image. Généralement, ce type d'attribut indique l'aspect général d'un objet, comme son contour, donc une segmentation sous forme de traitement préliminaire de l'image est souvent nécessaire. Deux catégories d'attributs formes peuvent être extraites : La première catégorie est basée sur la géométrie des régions de l'image. La deuxième est basée sur les

statistiques des intensités de pixels des différentes régions dans l'image. Une image peut subir des transformations géométriques comme la rotation, la translation et le changement d'échelle. Pour assurer une description assez robuste et efficace, les attributs de formes variées, généralement, toutes les échelles de représentation (allant des détails jusqu'à la forme grossière) que comporte un objet. De plus, ils sont souvent insensibles aux différentes variations résultant des transformations géométriques.

Comme descripteur de forme, nous citons par exemple les transformées moments à savoir les moments de Hu (Hu, 1962) qui sont les premiers employés comme caractéristiques de forme.

2.3 Catégories d'attributs

Les attributs visuels sont extraits à partir de l'image selon trois niveaux d'abstractions : le niveau global, le niveau régions et le niveau points d'intérêt. Le premier niveau reflète une description globale des images, tandis que les deux derniers permettent d'assurer une description locale. De ce fait, les différents types d'attributs, décrits dans la section précédente, peuvent être qualifiés pour l'image entière ou pour une partie spécifique de l'image. Dans la littérature, il est d'usage de distinguer deux catégories d'attributs : les attributs globaux et les attributs locaux [396].

2.3.1 Attributs globaux

L'approche globale de reconnaissance d'images par le contenu est initialement développée dans les systèmes Photo-Book [397], QBic [398] ou Virage [399] et plus récemment par Image Rover [400], Pic To Seek [401], Compass [402] et Dcona [403]. Cette approche globale permet la reconnaissance des images en se basant sur des similarités visuelles mesurées sur les images entières. Une image décrite globalement est représentée par un seul vecteur d'attributs, ce qui n'est pas le cas avec les attributs locaux. Par conséquent, la phase de classement et de reconnaissance devient plus rapide. Généralement, ce type d'attributs est robuste et peu affecté par le bruit qui peut s'ajouter au contenu de l'image. Les histogrammes de couleur ou de niveaux de gris et les corrélogrammes sont des exemples typiques de ce type de description [404].

2.3.2 Attributs locaux

L'approche locale de reconnaissance d'images se base essentiellement sur la description de parties spécifiques dans l'image, représentées souvent par des sous-régions homogènes. Plusieurs travaux ont été proposés pour la localisation de ces sous-régions. Les subdivisions systématiques d'images en carrés sont simples et rapides mais imprécises [405], [406]. Cependant, une subdivision manuelle assure des segmentations en régions plus proches des

attentes de l'utilisateur mais elle n'est pas adaptée pour des bases d'images de grandes tailles [407]. Généralement, les méthodes de segmentation non supervisées sont les plus utilisées. Ces méthodes permettent de détecter automatiquement les sous-régions homogènes dans l'image [408] en se basant sur les répartitions de couleur et de texture. La description d'image est construite dans ce cas par un ensemble de vecteurs d'attributs. Les attributs utilisés sont, généralement, extraits pour chaque sous-région dans l'image. En réalité, la similarité entre deux images est mesurée comme une combinaison des similarités entre les régions constituantes de chaque image. Dans ce cas, le système effectue une recherche globale car toutes les primitives de l'image sont prises en compte.

2.4 Extraction des primitives

L'extraction des primitives consiste à les exprimer sous forme numérique ou symbolique via un système de codage. Selon le cas, les valeurs de ces primitives peuvent être réelles, entières ou binaires. Le vecteur des n primitives constituées représente un point dans le nouvel espace dit de décision à n dimensions. Cette étape de la reconnaissance consiste à extraire des primitives permettant de décrire de façon non équivoque les formes appartenant à une même classe d'objets tout en les différenciant des autres classes. Trier et al [382] ont précisé que la sélection et la définition des primitives lors de l'extraction est la partie la plus importante dans le système de reconnaissance.

2.5 Les moments orthogonaux discrets comme primitifs

Les moments invariants ont été largement utilisés dans le domaine de la reconnaissance de forme et de la classification des objets. Notre choix s’est porté sur ces primitives par parmi des autres types car ils présentent les propriétés suivantes :

- L'invariance aux transformations affines dans l'espace image [6], [64],
- La robustesse contre le bruit [64],
- La redondance nulle d'informations [64],
- La facilité de reconstruction [63].

Ce type de primitives traite directement les images originales et ne suppose donc aucun traitement a priori comme celui de la segmentation ou l'extraction de contours. D'une autre part, les moments sont des primitives globales insensibles aux dégradations locales des images traitées.

Il est à noter qu'à travers la littérature plusieurs travaux invoquent le problème de sélection des moments primitifs pour la classification. Dans ce qui suit, nous faisons un survol de ces méthodes.

2.5.1 Travaux connexes sur les moments invariants

En 1962 [6], Hu a présenté pour la première fois ses sept fameux moments invariants géométriques. Comme ces invariants sont indépendants de la rotation, de la translation et du changement d'échelle, ils ont été rapidement utilisés comme descripteurs efficaces d'objets dans beaucoup d'applications. Par la suite, quelques nouveaux invariants de moments, toujours basés sur les moments géométriques, ont été développés et utilisés. Abu-Mostafa (1985) a proposé une méthode pour dériver des invariants de moments géométriques à partir de moments complexes et a analysé leurs propriétés en termes de redondance d'information et de sensibilité au bruit [409]. De même, Reddi (1981) a fourni un contexte généralisé pour induire des invariants de type radial et angulaire [410]. Flusser [411] et Reiss [412] ont retenu de manière significative à la théorie des invariants de moments en corrigeant le théorème fondamental et en dérivant des invariants à la transformation affine générale. Ces invariants sont basés soit sur les moments géométriques soit sur les moments complexes. Certains travaux relatifs au développement d'invariants de moments à partir de moments orthogonaux sont apparus graduellement. Chong et al (2003) ont présenté les invariants en translation des moments de Zernike qui sont efficaces pour construire des invariants en rotation [413]. Ils ont également proposé une méthode permettant de dériver les invariants en translation et en changement d'échelle en termes de moments de Legendre [381]. Zhu et al (2007) ont développé des invariants en translation et en échelle en utilisant les moments discrets de Tchebichef [144]. Papakostas et al ont introduit un nouvel ensemble des moments de Krawtchouk invariants à la translation, le changement d'échelle et la rotation pour améliorer les performances de classification des objets [414]. Karakasis et al [415] ont proposé une expression généralisée des moments invariants de Dual Hahn pour n'importe quel ordre à partir d'une combinaison linéaire des moments géométriques. À présent, tous les moments invariants sont dérivés à partir des invariants des moments géométriques car les fonctions de base de ces moments sont des combinaisons linéaires des monômes.

Après cet aperçu sur les moments utilisés dans les applications de reconnaissance, nous distinguons deux grandes classes de moments invariants qui sont les moments invariants non orthogonaux et orthogonaux. Les moments orthogonaux présentent les avantages suivants par rapport aux moments non orthogonaux (moments géométriques) : la robustesse contre le bruit

additif, la redondance nulle et la facilité de reconstruction de l'image à partir de ses moments. Ces propriétés rendent les moments orthogonaux et surtout ceux discrets des bons candidats pour la classification et la reconnaissance d'image par rapport aux moments géométriques.

Dans ce qui suit, nous présentons les méthodes de sélection des moments primitifs orthogonaux discrets pour la classification et la reconnaissance de formes.

2.5.2 Sélection des moments primitifs pour la classification

Généralement, les invariants par translation, par rotation et par changement d'échelle des moments orthogonaux discrets peuvent être obtenue soit en les véhiculant comme une combinaison linéaire des invariants correspondants des moments géométriques, soit en normalisant l'image.

2.5.2.1 La méthode indirecte

Cette méthode consiste à dériver les moments orthogonaux discrets invariants à partir les moments géométriques invariants [184]. Dans ce qui suit, nous offrons une brève description de cette méthode.

Les moments géométriques MG_{nm} d'une image $\boldsymbol{f} = \{ f(x,y) \}_{x,y=0}^{x=N-1,y=M-1}$ de taille $N \times M$ sont définies en utilisant l'approximation discrète de la somme comme :

$$MG_{nm} = \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{M-1} x^n y^m f(x,y) \tag{V.1}$$

L'ensemble des moments géométriques invariants aux trois transformations géométriques : la rotation, le changement d'échelle et la translation d'image est définie par la relation suivante :

$$\begin{aligned} MGI_{nm} = GM_{00}^{-\gamma} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{M-1} & \left[\left(x - \bar{x} \right) \cos\theta + \left(y - \bar{y} \right) \sin\theta \right]^n \\ & \times \left[\left(y - \bar{y} \right) \cos\theta - \left(x - \bar{x} \right) \sin\theta \right]^m f(x,y) \end{aligned} \tag{V.2}$$

avec

$$\bar{x} = \frac{GM_{10}}{GM_{00}} \quad ; \quad \bar{y} = \frac{GM_{01}}{GM_{00}} \tag{V.3}$$

$$\gamma = \frac{n+m}{2} + 1 \quad ; \quad \theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2\mu_{11}}{\mu_{20} - \mu_{02}} \right) \tag{V.4}$$

et μ_{nm} sont les moments centraux définis par

$$\mu_{nm} = \sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{M-1}\left(x-\bar{x}\right)^{n}\left(y-\bar{y}\right)^{m} f(x,y) \tag{V.5}$$

Les moments orthogonaux discrets invariants (tels que de Tchebichef, Krawtchouk, Hahn, Charlier, et Meixner) sont développés en termes des moments invariants géométriques comme suit :

$$DOMI_{nm} = \left[\rho(n)\rho(m)\right]^{-1/2}\sum_{i=0}^{N-1}\sum_{j=0}^{M-1} a_{i,n}a_{j,m}V_{i,j} \tag{V.6}$$

où $V_{i,j}$ est une combinaison linéaire des moments géométriques invariants MGI_{pq} définie comme suit :

$$V_{nm=}\sum_{p=0}^{n}\sum_{q=0}^{m}\binom{n}{p}\binom{m}{q}\left(\frac{N\times M}{2}\right)^{\frac{p+q}{2}+1}\times\left(\frac{N}{2}\right)^{n-p}\left(\frac{M}{2}\right)^{m-q}\times GMI_{pq} \tag{V.7}$$

et $a_{i,n}$ et $\rho(n)$ sont respectivement les coefficients polynomiaux et la fonction de normalisation des moments orthogonaux discrets.

En fonction de la fonction de normalisation et les coefficients polynomiaux utilisés dans l'équation V.6, on obtient différents moments orthogonaux discrets qui sont invariants à la translation, le changement d'échelle et la rotation. Nous citons par exemple les invariants des moments de Krawtchouk [59], de Hahn [184], de Charlier [416], de Meixner [35].

2.5.2.2 La méthode de la normalisation de l'image

Dans cette méthode, on transforme d'abord l'image en une image standard possédant les propriétés suivantes :

- **Translation** : transformer les coordonnées image pour vérifier : $MG_{0,1} = MG_{1,0} = 0$, il suffit d'aligner le centroide au centre de l'image. Pour ce faire on transforme les coordonnées (x,y) en (x',y') tel que :

$$x' = \left(x - \frac{MG_{1,0}}{MG_{0,0}}\right) \quad \text{et} \quad y' = \left(y - \frac{MG_{1,0}}{MG_{0,0}}\right) \tag{V.8}$$

- **Changement d'échelle** : l'idée est d'élargir ou de réduire la forme de l'objet de manière à ce que le moment $MG_{0,0} = \beta$, β étant une valeur prédéfinie. L'invariance au changement d'échelle est réalisée par transformation de l'image originale $f(x,y)$ pour avoir $f\left(\frac{x}{a},\frac{y}{a}\right)$ avec $a = \sqrt{\frac{\beta}{MG_{0,0}}}$.

- **Rotation :** dans le cas des moments qui ne sont pas invariants à la rotation, on transforme les coordonnées image pour avoir :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad \theta = \frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{2\,MG_{1,1}}{MG_{2,0} - MG_{0,2}}\right) \tag{V.9}$$

avec MG_{nm} sont les moments géométriques d'une image $\boldsymbol{f} = \{f(x,y)\}_{x,y=0}^{x=N-1,y=M-1}$ de taille $N \times M$ définis par l'équation V.1.

Ensuite on obtient les moments orthogonaux invariants directement à partir de l'image normalisée.

Les invariants de translation et d'échelle des moments de Zernike et de Legendre ont été obtenus en utilisant cette méthode dans les articles [63] et [417]. Cependant, comme Chong et al. [413] ont l'indiqué, les deux méthodes susmentionnées présentent certains inconvénients. Les moments calculés à l'aide de la méthode de normalisation peuvent différer des moments réels de l'image standard car les paramètres de normalisation ne correspondent pas toujours à une transformation exacte de l'image mise à l'échelle. D'autre part, la méthode indirecte nécessite des approximations numériques lors du calcul des moments géométriques invariants et par conséquent, des erreurs d'approximation numérique peuvent être produites ce qui dégrade l'efficacité de ces descripteurs dans les applications où ils sont utilisés comme la classification d'images. De plus, elle est coûteuse en temps en raison du long temps alloué au calcul des coefficients polynomiaux. La méthode directe est une bonne solution à ces problèmes [17], [18].

2.5.2.3 La méthode directe

Cette méthode consiste à construire les invariants de translation et d'échelle des moments à partir de leurs polynômes orthogonaux correspondants. Elle a été utilisée premièrement par Chong et al [413], [381] pour dériver les invariants de translation et d'échelle des moments de Zernike et de Legendre [413] [381]. Ensuite, une méthode similaire a été appliquée pour obtenir les invariants d'échelle des moments de pseudo-Zernike [418]. Les moments de Zernike et Legendre, ainsi que les moments de pseudo-Zernike, sont définis comme des intégrales continues sur un domaine de coordonnées normalisées. Le calcul de ces moments nécessite une transformation des coordonnées et une approximation appropriée des intégrales du moment continu, ce qui entraîne une complexité de calcul supplémentaire et une erreur de discrétisation. Pour surmonter les inconvénients des moments orthogonaux continus, Zhu et al. [144] ont proposé les invariants par translation et changement d'échelle des moments de Tchebichef directement à partir les polynômes orthogonaux discrets de Tchebichef. Sur la base des

polynômes de Krawtchouk, R. Zhi et al. [164] ont appliqué la même méthode pour les invariants de translation et d'échelle des moments discrets de Krawtchouk. L'utilisation de polynômes orthogonaux discrets comme fonctions de base élimine le besoin d'approximations numériques et le besoin des moments géométriques invariants.

Motivé par les avantage de cette méthode, nous avons proposé dans [17] un nouveau ensemble de moments orthogonaux discrets comme descripteurs des objets 3D, appelé les moments de Charlier 3D, dont les invariants par translation et changement d'échelle (3DCMITS) sont dérivés directement à partir des polynômes de Charlier. Nous avons également proposé dans [18] les invariants des moments de Meixner 2D par translation et changement d'échelle (2DMMITS) en utilisant la méthode directe mentionnée dans notre article [17]. De plus, nous avons montré comment ces descripteurs peuvent être étendus pour le cas 3D. Ces descripteurs proposés feront l'objet de la section V.3 de ce chapitre.

2.6 Classification d'images

La classification des images occupe un rôle très important dans le domaine de reconnaissance des formes. Classifier consiste à attribuer un objet inconnu à une classe déterminée selon des critères définis. Les techniques de classification englobent les méthodes de représentation des images ainsi les fonctions de décisions associées.

La classification est l'élaboration d'une règle de décision qui transforme les attributs caractérisant les formes en appartenance à une classe [419], [420], [421] (passage de l'espace de codage vers l'espace de décision). Le modèle de décision dans un système de reconnaissance se base sur deux étapes principales « l'étape d'apprentissage et l'étape de test ». L'étape d'apprentissage a pour but de caractériser les classes de formes de façon à distinguer entre les formes homogènes. Donc, c'est une étape importante dans le système de reconnaissance. On distingue deux types d'apprentissage : apprentissage supervisé et apprentissage non supervisé suivant que l'on dispose ou non d'une expertise des images à classifier (Figure V.2).

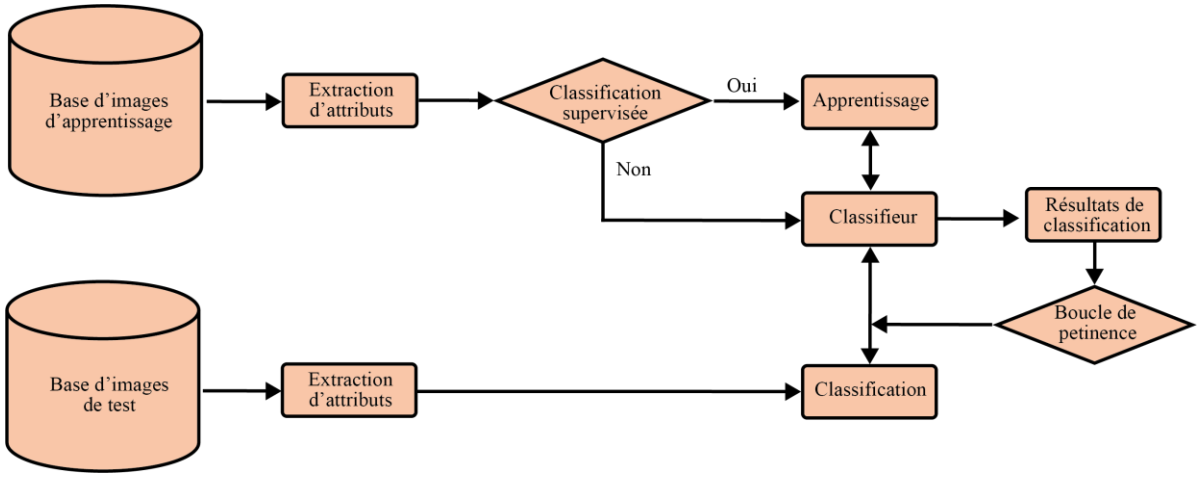


Figure V.2 : Architecture d'un système de reconnaissance d'images par le contenu basé sur la classification.

2.6.1 L'apprentissage supervisé

Dans cette approche de classification, une connaissance de la signification de chaque classe est exigée. Évidemment, le nombre de classes est fixé et les images disponibles sont déjà attribuées aux différentes classes de la base. L'objectif est ainsi d'affecter de nouvelles images aux classes appropriées suivant la modélisation effectuée en phase d'apprentissage. En général deux types de modélisation peuvent être distingués : la modélisation intrinsèque et la modélisation discriminante.

2.6.1.1 La modélisation intrinsèque

La modélisation permet d'expliciter les classes par la définition de leurs propriétés intrinsèques. Dans ce cas, l'objectif est de déterminer un modèle qui caractérise au mieux chaque classe dans l'espace d'attributs. La classification de nouvelles images de test repose sur les mesures de similarité entre ces images et les différents modèles de classes. Comme méthodes intrinsèques, la classification bayésienne détermine la probabilité d'appartenance de chaque image aux différentes classes de la base [422]. Si les images ne suivent pas une loi de distribution connue, les conditions de probabilité employées seront erronées et la règle de Bayes ne peut être appliquée. Les arbres de décision, quant à elles, représentent des processus récursifs [423], [424]. Les images requêtes sont examinées par l'arbre de décision de chaque classe dans la base. Concrètement, dans l'arbre de décision chaque nœud contient un test (de type « Si ... Alors ») correspondant à la valeur d'un attribut donné. Les feuilles de l'arbre représentent les décisions tirées à partir des résultats de ces tests. Les arbres de décision fonctionnent mieux si le nombre de valeurs possible pour chaque attribut est faible. Par contre, pour un grand jeu de données, l'arbre devient illisible. Dans le même contexte, les réseaux de neurones artificiels, connus par l'acronyme anglais ANN (Artificial Neural Networks), reposent sur la théorie des perceptrons

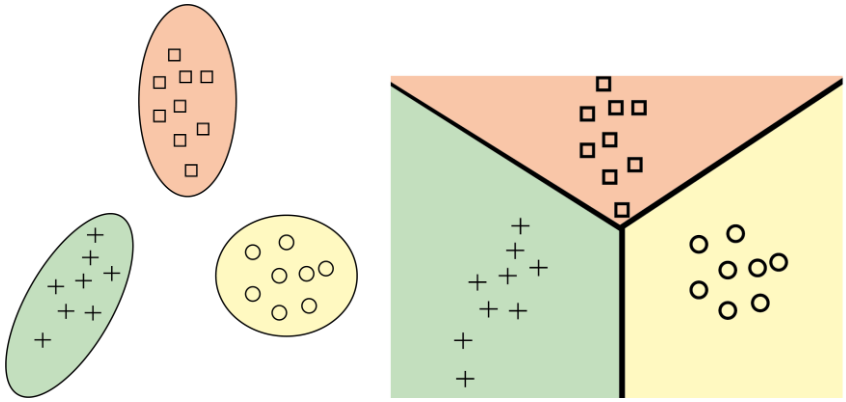
[425]. Un ANN est composée de plusieurs neurones répartis sur une couche d'entrée, une couche de sortie et un nombre de couches cachées. Par ailleurs, il n'existe pas de règle pour choisir le nombre de couches du réseau.

2.6.1.1 La modélisation discriminante

La modélisation discriminante assure une description implicite des classes par la définition des frontières de décision permettant de discriminer ces classes. Ainsi, le but est de chercher des hyper-plans, dans l'espace d'attributs correspondant. Ces hyper-plans doivent séparer au mieux les différentes classes de la base. En généralisation, il suffit de trouver de quel côté de ces hyper-plans se trouve chaque image requête. En se basant sur l'une de cette modélisation, plusieurs méthodes de classification supervisées existent dans la littérature. Nous décrivons succinctement dans la suite les méthodes les plus utilisées pour la classification d'images. Les méthodes discriminantes représentent souvent des techniques de classification linéaires. Deux types de classification linéaire sont utilisés : les fonctions discriminantes et les machines à vecteurs supports. Les fonctions discriminantes sont des méthodes de classification simples qui séparent les images appartenant aux différentes classes en se basant sur une analyse linéaire. Ces fonctions peuvent être performantes dans le cas où les différentes classes de la base sont linéairement séparables. Cependant, dans la plus part des cas, elles ne permettent pas d'atteindre des précisions considérables. Afin d'améliorer les performances de ces fonctions, de nouvelles variantes sont présentées dans la littérature [426]. Face aux fonctions linéaires, les machines à vecteurs supports, connues par l'acronyme anglais SVMs (Support Vector Machines), sont initialement conçues pour les problèmes de classification binaires. Elles permettent de séparer linéairement les exemples positifs des ceux négatifs dans l'ensemble des images d'apprentissage par un hyper-plan qui garantisse un maximum de marge [427]. Pour les problèmes de non-séparabilité, les SVMs permettent d'effectuer une transformation non-linéaire des observations d'entrée dans un espace de dimension supérieure pour se ramener au cas linéaire. En outre, les SVMs peuvent s'adresser également aux problèmes de classification multi-classes [428], [429].

En revanche, il existe des méthodes de classification supervisées qui ne nécessitent pas de modélisation. En effet, contrairement aux méthodes de classification supervisée traditionnelles, aucun modèle n'est construit à partir des images d'apprentissage. C'est le cas du raisonnement à partir d'exemples telle la méthode des K-plus proches voisins (Kppv), connue en anglais par K-nearest neighbor [430], ou encore Memory Based Reasoning [431]. La règle de décision de la méthode Kppv consiste principalement à attribuer une image requête à la classe représentée en

majorité dans son voisinage. Une illustration de ces deux types de modélisation est présentée par la figure V.3.



(a) (b)

Figure V.3 : Approche de classification supervisée; type de modélisation (a) Intrinsèque et (b) Discriminante.

2.6.2 L'apprentissage non supervisé

En ce qui concerne l'apprentissage non supervisé [432], on fournit au système de reconnaissance, un grand nombre de formes non étiquetées. L'étape de la classification va se charger d'identifier automatiquement les formes appartenant à une même classe. L'étape de test permet d'évaluer la performance du classifieur pour un apprentissage donné. C'est une étape importante car elle peut mettre en cause le choix des primitives ou le choix de la méthode d'apprentissage. En effet, il est difficile de trouver a priori les primitives pertinentes et la méthode d'apprentissage la plus adaptée au problème posé, d'où l'utilité de procéder par itérations successives. Ces itérations consistent à extraire des primitives jugées utiles au problème de reconnaissance à résoudre et de tester la performance du système avec cet ensemble de primitives. Au fur et à mesure que les performances du système souhaitées ne sont pas atteintes, il suffit de trouver une nouvelle famille de primitives ou de combiner les primitives extraites avec de nouvelles primitives.

Ces phases d'apprentissage et de test sont réalisées préalablement à l'intégration du module de décision dans le système de reconnaissance. Dans tous les cas, on peut permettre au système de reconnaissance d'itérer les phases d'apprentissage et de tester tant que l'on n'a pas atteint les performances désirées. Le calcul de cette performance est le résultat du classifieur utilisé. Pour construire un classifieur, il existe plusieurs approches. D'après la littérature, des auteurs ont défini deux approches : l'approche structurelle et l'approche statistique. Quant à Schalkoff [433], il a défini trois approches : structurelle, statistique et les réseaux de neurones. Les deux premières sont identiques à celles des auteurs Abhijit et al. [434] qui ont précisé que l'utilisation de l'approche statistique est adéquate lorsque l'information structurelle n'est pas disponible ou non

pertinente. Dans le cas contraire, c'est à dire si l'information structurelle est disponible, alors l'approche structurelle est adoptée. L'approche réseau de neurones est une implémentation dérivée de l'approche statistique et de l'approche structurelle.

2.6.2.1 Approche structurelle

C'est une approche basée sur l'extraction de primitives en prenant en compte l'information structurelle. Elle cherche à structurer l'information en décrivant l'organisation topologique (la structure) de la forme à partir de ses composantes les plus élémentaires. Cette approche nécessite une mesure de la similarité entre deux représentations structurelles. On distingue plusieurs techniques telles les structures de graphes et les structures syntaxiques. Pour plus d'informations, l'ouvrage de Miclet [435] traite cette approche en détails.

2.6.2.2 Approche statistique

Cette approche consiste à déterminer des caractéristiques extraites d'une forme pour les caractériser d'une manière statistique [436]. Elle a besoin d'un nombre élevé d'exemples afin de réaliser un apprentissage correct des lois de probabilité des différentes classes. Autrement dit, cette approche bénéficie des méthodes d'apprentissage automatique qui s'appuient sur des bases théoriques connues telles la théorie de la décision bayésienne, les méthodes de classification non supervisées et l'analyse en composantes principales.

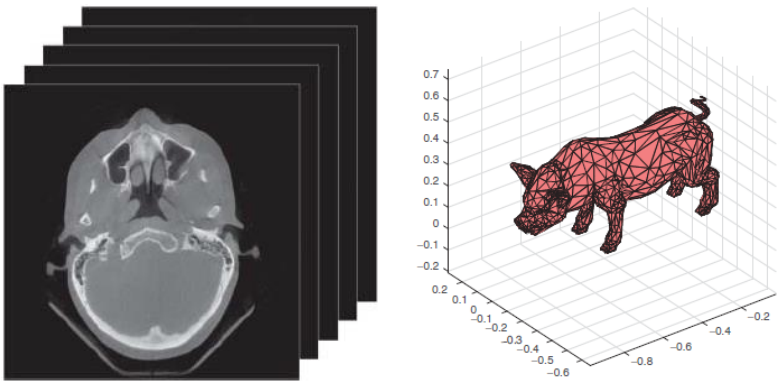
Malgré leur nature différente, les approches statistiques et structurelles peuvent être combinées aux mêmes domaines d'application. Le choix d'une approche peut être lié à des contraintes matérielles telles que la taille de la base d'apprentissage disponible, le temps du calcul requis et la taille mémoire nécessaire. L'utilisation conjointe des deux approches peut être une solution optimale pour le problème de reconnaissance de forme.

3. Les transformées moments invariants 3D pour la reconnaissance de forme 3D

En imagerie 2D, le scanner ou la caméra fournit principalement une image couleur. L'image en niveaux de gris ou binaire est le résultat de la transformation de l'intensité ou de la segmentation de l'image. Au contraire, seuls certains dispositifs d'imagerie 3D produisent réellement des images en niveaux de gris complets. Une telle image est dans le domaine discret représentée par un "cube de données", c'est-à-dire par une matrice 3D de voxels dont les valeurs correspondent à l'absorbance des rayons X, à la susceptibilité magnétique ou à une autre quantité. De nombreux autres capteurs 3D ne capturent pas réellement une image ; ils mesurent seulement la distance entre chaque point de la surface de l'objet et le capteur. Cette mesure peut être

visualisée sous la forme d'une carte de distance ou d'une carte de profondeur, qui est aussi parfois appelée image 2,5D. Ces appareils ne peuvent pas voir "l'intérieur" de l'objet. Si l'objet est scanné de plusieurs côtés de sorte que chaque partie de la surface soit visible sur au moins un scan, les scans individuels (vues) peuvent être combinés ensemble et la surface complète de l'objet peut être reconstruite. On obtient ainsi des images binaires en 3D. Tous les télémètres, y compris les capteurs 3D (capteur Kinect), fonctionnent de cette manière. Pour économiser de la mémoire, les images 3D binaires ne sont bien sûr pas stockées sous forme de cubes de données car ils sont entièrement déterminés par leur surface. Le stockage d'une liste des coordonnées de tous les voxels de la surface serait possible mais pas très efficace. La plupart des logiciels commerciaux de reconstruction d'objets 3D à partir de vues multiples génèrent une surface triangulée, qui est une approximation de la surface réelle. La précision de cette approximation est déterminée par la densité des nœuds du maillage et peut être contrôlée par l'utilisateur. Un maillage plus dense donne généralement une meilleure approximation.

De nombreuses bases de données publiques d'objets 3D, dont la célèbre Princeton Shape Benchmark (PSB) [437], contiennent des objets qui ont été créés artificiellement dans un logiciel de modélisation 3D approprié, tel que Autodesk 3D Studio MAX ou un logiciel similaire. Ce logiciel produit également des surfaces triangulées et stocke les objets de manière efficace en utilisant un minimum de mémoire. La figure V.4 présente quelques exemples de données 3D : des données de tomodensitométrie volumétrique complète représentées sous forme de tranches individuelles et un objet binaire avec une surface triangulée provenant du Princeton Shape Benchmark.



(a) (b)

Figure V.4 : Images 3D ; (a) tomodensitométrie d'une tête humaine, (b) objet binaire à surface triangulée (animal) issu de la base PSB.

Les moments orthogonaux discrets 3D tels que les moments de Charlier ont été utilisés avec succès dans le domaine de l'analyse d'images 3D. Cependant, la propriété d'invariance de ces moments n'a pas été suffisamment étudiée, principalement en raison de la complexité du

problème. Comme il a été déjà signalé précédemment, les invariants en translation et en échelle des moments de Charlier peuvent être obtenues soit en normalisant l'image 3D, soit en les exprimant comme une combinaison linéaire des invariants correspondants des moments géométriques. Dans cette section, nous présentons une nouvelle série des moments invariants 3D pour la reconnaissance de forme 3D. Ces descripteurs sont nommés les invariants par translation et changement d'échelle des moments de Charlier 3D (3DCMITS) où ils sont dérivés directement à partir les polynômes de Charlier (méthode directe). Les deux invariants dérivés sont inchangés en cas de translation et de changement d'échelle de l'objet 3D. Ces descripteurs peuvent être utilisés comme caractéristiques de forme pour la classification d'objets 3D. Nous faisons d'abord un survol des méthodes d'extraction des invariants 3D existantes dans la littérature, en précisent pour chaque méthode ses propriétés, ses avantages et ses inconvénients.

3.1 Position du problème

Le premier travail sur les moments invariants 3D a été publié par Sadjadi et Hall [438] et amélioré par Guo [439]. Dans les deux travaux, on peut extraire que les invariants de second ordre des moments géométriques par translation, rotation et changement d'échelle. Des algorithmes pour la génération automatisée des moments invariants discrets 2D à partir de moments géométriques ont été proposé au début du siècle [440], [441], [442], [443]. Cette méthode classique est étendue facilement pour le cas 3D. Cependant, les approximations utilisées pour calculer les moments géométriques provoquent des erreurs d'approximation numérique ce qui dégrade la capacité de classification des images. Pour résoudre ce problème, Hosny dans [380], [128] a calculé les valeurs exactes des moments géométriques en utilisant l'intégration mathématique des termes monômes aux pixels d'image 2D et aux voxels d'image 3D. Cette méthode a permis de supprimer les erreurs d'approximation numérique, mais elle est limitée par le coût de calcul élevé en raison du temps alloué pour le calcul des coefficients polynomiaux.

Pour surmonter ce problème, une méthode efficace a été développée [381], [144], [164] pour construire les invariants par translation et changement d'échelle des moments 2D à partir de leurs polynômes orthogonaux correspondants. Chong et al. [381] ont proposé une méthode qui dérive directement les invariants de translation et d'échelle des moments 2D de Legendre basés à partir les polynômes de Legendre. Zhu et al. [144] ont utilisé les polynômes de Tchebichef pour dériver directement les invariants de translation et d'échelle des moments 2D de Tchebichef. Sur la base des polynômes de Krawtchouk, R. Zhi et al. [164] ont appliqué la même méthode pour les invariants de translation et d'échelle des moments 2D de Krawtchouk.

La même idée a été étendue pour dériver les invariants par translation et mise à l'échelle de moments 3D de Legendre, Tchebichef et Krawtchouk respectivement, pour les images 3D.

La contribution notable des articles [144], [164] à la théorie des moments orthogonaux discrets est l'idée de construire les invariants de translation et d'échelle natifs directement à partir des moments orthogonaux discrets. Cependant, ces articles contiennent une erreur cruciale dans la dérivation des invariants d'échelle des moments de Tchebichef et de Krawtchouk. En effet, Wang et al. [204] ont montré que les invariants d'échelle des moments de Tchebichef dépendent des facteurs d'échelle et que ces facteurs ne peuvent pas être complètement éliminés par la méthode de Zhu. En suivant la même démonstration mathématique dans [204], nous avons montré dans [444] que la méthode de R. Zhi [164] pour les invariants d'échelle des moments de Krawtchouk présente aussi la même erreur que la méthode de Zhu, car la méthode de R. Zhi ne prend pas en compte le fait que la norme des polynômes de Krawtchouk dépend de la taille de l'image pendant le développement des invariants d'échelle des moments de Krawtchouk.

Dans [17], nous avons corrigé cette erreur en développant un nouveau type de moments orthogonaux discrets, nommément les moments de Charlier 3D, dont les invariants par translation et changement d'échelle (3DCMITS) sont dérivés directement à partir des polynômes de Charlier. Cette méthode réduit considérablement le temps de calcul des invariants et élimine le besoin d'approximation numérique des invariants des moments géométriques et ne souffre pas de l'erreur contenue dans la méthode de Zhu et dans la méthode de R. Zhi et dans la méthode de R. Zhi, ce qui rend les invariants basés sur notre méthode plus appropriés pour être utilisés comme descripteurs de caractéristiques de formes 3D.

Nous avons également proposé dans [18] les invariants des moments de Meixner 2D par translation et changement d'échelle (2DMMITS) qui sont dérivés via l'approche proposée par notre article [17] .De plus nous avons montré comment ces descripteurs peuvent être étendus pour le cas 3D.

Dans ce qui suit, nous décrivons brièvement comment dériver les invariants de translation et d'échelle des moments 3D (3DCMITS) de Charlier à partir des moments géométriques (la méthode indirecte classique). Ensuite nous présenterons la méthode directe proposée pour calculer ces à partir les polynômes de Charlier. Dans cette étude, nous nous intéressons uniquement aux descripteurs 3DCMITS proposés, et nous recommandons au lecteur intéressé de consulter notre article [18] pour plus de détails sur les invariants de moment de Meixner 2D/3D par translation et changement d'échelle (2DMMITS).

3.2 Dérivation des moments invariants de Charlier 3D à l'aide des moments géométriques

Afin d'utiliser les moments de Charlier 3D pour la classification d'image, il est indispensable que ces derniers soient invariants par les transformations géométriques de rotation, de mise à l'échelle et de translation de l'image.

Pour obtenir les invariants de ces moments par rapport aux trois transformations géométriques, une méthode courante consiste à exprimer les moments de Charlier comme une combinaison linéaire de moments géométriques, puis à remplacer ces derniers par leurs invariants. Cette méthode est appelée méthode indirecte. Bien que les principes fondamentaux de la méthode indirecte soient largement discutés dans [7], nous présentons brièvement cette méthode pour l'extraction des moments invariants de Charlier 3D par rapport aux trois transformations géométriques.

3.2.1 Les moments de Charlier 3D

Les moments de Charlier 3D d'ordre $(n+m+k)$ d'un objet 3D $I(x,y,z)$ de taille $N\times M\times K$ sont définis par la relation suivante [378]:

$$CM_{nmk}=\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{M-1}\sum_{z=0}^{K-1}\tilde{C}_n^{a_1}(x)\tilde{C}_m^{a_1}(y)\tilde{C}_k^{a_1}(z)I(x,y,z) \tag{V.10}$$

où $\omega(x)$ et $\rho(n)$ sont respectivement la fonction de poids et la fonction norme carrée des polynômes de Charlier, $\tilde{C}_n^{a_1}(x)=C_n^{a_1}(x)\sqrt{\omega(x)/\rho(n)}$ sont les polynômes de Charlier normalisés d'ordre *n*, $C_n^{a_1}(x)$ sont les polynômes de Charlier définis via la fonction hypergéométrique comme suit :

$$C_n^{a_1}(x)={}_2F_0(-n,-x;-a_1^{-1})=\sum_{k=0}^{n}\frac{(-n)_k(-x)_k(-a_1^{-1})^k}{k!} \tag{V.11}$$

avec $x,n=0,1,2.....\infty$ et $a_1>0$

où $(x)_k$ est le symbole de Pochhammer, défini par l'équation I.55.

Nous pouvons facilement écrire les polynômes de Charlier sous la forme suivante :

$$C_n^{a_1}(x)=\sum_{k=0}^{n}\frac{n!}{k!(n-k)!(-a_1)^k}\langle x\rangle_k=\sum_{k=0}^{n}\alpha_{n,k}\langle x\rangle_k \tag{V.12}$$

où $\alpha_{n,k}=\dfrac{n!}{k!(n-k)!(-a_1)^k}$ sont les coefficients polynomiaux de Charlier, et $\langle x\rangle_k=\sum_{i=0}^{k}s(k,i)x^i$ est une factorielle descendante avec $s(k,i)$ sont les nombres de Stirling de première espèce [445].

Les moments de Charlier 3D de l'image pondérée $\tilde{I}(x,y,z)=[\omega(x)\omega(y)\omega(z)]^{-1/2}I(x,y,z)$ s'écrivent en termes de moment géométrique comme suit :

$$\begin{aligned} CM_{nmk} &= \sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{M-1}\sum_{z=0}^{K-1}\tilde{C}_n^{a_1}(x)\tilde{C}_m^{a_1}(y)\tilde{C}_k^{a_1}(z)\tilde{I}(x,y,z) \\ &=[\rho(\mathrm{n})\rho(\mathrm{m})\rho(\mathrm{k})]^{-1/2}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{M-1}\sum_{z=0}^{K-1}C_n^{a_1}(x)C_m^{a_1}(y)C_k^{a_1}(z)I(x,y,z) \\ &=[\rho(\mathrm{n})\rho(\mathrm{m})\rho(\mathrm{k})]^{-1/2}\sum_{q=0}^{n}\sum_{l=0}^{m}\sum_{r=0}^{k}\chi_{n,q}\chi_{m,,l}\chi_{k,r}m_{qlr} \end{aligned} \quad (V.13)$$

où m_{qlr} sont les moments géométriques 3D d'ordre $(q+l+r)$ de l'image $I(x,y,z)$:

$$m_{qlr}=\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{M-1}\sum_{z=0}^{K-1}x^q y^l z^r I(x,y,z) \quad (V.14)$$

Les moments de Charlier dans l'équation (V.13) dépendent des moments géométriques, donc pour déterminer leurs invariants on doit déterminer les invariants des moments géométriques.

3.2.2 Les moments géométriques invariants

Dans cette sous-section, on va montrer comment extraire les invariants des moments géométriques par rapport aux transformations de translation, de mise à l'échelle et de rotation. Les invariants des moments géométriques par rapport à la translation (moments géométriques centraux) sont définis comme suit :

$$\begin{aligned} \mu_{nmk} &= \sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{M-1}\sum_{z=0}^{K-1}(x-\bar{x})^n(y-\bar{y})^m(z-\bar{z})^k I(x,y,z) \\ &=\sum_{q=0}^{n}\sum_{l=0}^{m}\sum_{r=0}^{k}\binom{n}{q}\binom{m}{l}\binom{k}{r}(-1)^{q+l+r}(\bar{x})^q(\bar{y})^l(\bar{z})^r m_{n-q,m-l,k-r} \end{aligned} \quad (V.15)$$

avec $\bar{x},\bar{y},$ et $\bar{z}$ sont les coordonnées centroïdes de l'image $I(x,y,z)$:

$$\bar{x}=\frac{m_{100}}{m_{000}} \quad , \quad \bar{y}=\frac{m_{010}}{m_{000}} \quad , \quad \bar{z}=\frac{m_{001}}{m_{000}} \quad (V.16)$$

En ce qui concerne l'invariance au changement d'échelle, elle est obtenue par une normalisation appropriée de chaque moment. Pour trouver un facteur de normalisation, nous allons d'abord montrer comment les moments sont modifiés sous la mise à l'échelle de l'image par des facteurs uniformes/non uniformes.

Les invariants des moments géométriques par rapport à la translation et le changement d'échelle non uniforme par les facteurs a, b et c le long des axes x, y et z sont donnés comme suit :

$$\mu'_{nmk} = \sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{M-1}\sum_{z=0}^{K-1} a^n (x-\bar{x})^n b^m (y-\bar{y})^m c^k (z-\bar{z})^k abcI(x,y,z)$$
$$= a^{n+1} b^{m+1} c^{k+1} \mu_{nmk} \quad \text{(V.17)}$$

En particulier,

$$\mu'_{000} = abc\mu_{000} \quad \text{(V.18)}$$

En général, tout moment peut être utilisé comme facteur de normalisation, à condition qu'il soit non nul pour toutes les images de l'expérience. Donc, nous pouvons normaliser par les quatre moments suivants :

$$V_{nmk} = \frac{\mu_{000}^{\xi+2}}{\mu_{(n+\xi)00}\mu_{0(m+\xi)0}\mu_{00(k+\xi)}} . \mu_{nmk} \quad , \quad \xi = 0,1,2,..... \quad \text{(V.19)}$$

Les moments V_{nmk} sont invariants en termes de translation et de changement d'échelle non uniforme. En effet :

$$V'_{nmk} = \frac{\mu'_{nmk}\mu'^{\xi+2}_{000}}{\mu'_{(n+\xi)00}\mu'_{0(m+\xi)0}\mu'_{00(k+\xi)}}$$
$$= \frac{a^{n+1} b^{m+1} c^{k+1} \mu_{nmk} a^{\xi+2} b^{\xi+2} c^{\xi+2} \mu_{000}^{\xi+2}}{a^{n+1+\xi} b^{\xi} c^{\xi} \mu_{(n+\xi)00} a^{\xi} c^{\xi} b^{m+1+\xi} \mu_{0(m+\xi)0} a^{\xi} b^{\xi} c^{k+1+\xi} \mu_{00(k+\xi)}} \quad \text{(V.20)}$$
$$= \frac{\mu_{000}^{\xi+2}}{\mu_{(n+\xi)00}\mu_{0(m+\xi)0}\mu_{00(k+\xi)}} \mu_{nmk} = V_{nmk}$$

Concernant l'invariance à la rotation, elle est obtenue par une séquence de trois rotations autour de chaque axe principal. Une rotation de α radians autour de l'axe *x* est définie comme suit :

$$R_x(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \quad \text{(V.21)}$$

De même, une rotation de β radians autour de l'axe y est définie par

$$R_y(\beta) = \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{pmatrix} \quad \text{(V.22)}$$

Enfin, une rotation de γ radians autour de l'axe z est définie par

$$R_z(\gamma) = \begin{pmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{(V.23)}$$

Sachant que α, β et γ sont les angles d'Euler, ils sont définis comme suit :

$$\alpha=\frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{2\mu_{011}}{\mu_{020}-\mu_{002}}\right),\ \beta=\frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{2\mu_{101}}{\mu_{200}-\mu_{002}}\right),\ \gamma=\frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{2\mu_{110}}{\mu_{200}-\mu_{020}}\right) \quad \text{(V.24)}$$

Puisque la multiplication des matrices n'est pas commutative, l'ordre des axes que l'on fait pivoter affectera le résultat. Pour cette analyse, nous allons pivoter d'abord l'axe des *x*, puis l'axe des y et enfin l'axe des z. La séquence de rotation est représentée par le produit matriciel suivant [7] :

$$R_{xyz}(\alpha,\beta,\gamma)=R_x(\alpha)R_y(\beta)R_z(\gamma) \quad \text{(V.25)}$$

$$R_{xyz}(\alpha,\beta,\gamma)=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&\cos\alpha&-\sin\alpha\\0&\sin\alpha&\cos\alpha\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos\beta&0&-\sin\beta\\0&1&0\\\sin\beta&0&\cos\beta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos\gamma&-\sin\gamma&0\\\sin\gamma&\cos\gamma&0\\0&0&1\end{pmatrix} \quad \text{(V.26)}$$

Donc, on obtient

$$R_{xyz}(\alpha,\beta,\gamma)=\begin{pmatrix}\cos\beta\cos\gamma&-\cos\beta\sin\gamma&-\sin\beta\\-\sin\alpha\sin\beta\cos\gamma+\cos\alpha\sin\gamma&\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma+\cos\alpha\cos\gamma&-\sin\alpha\cos\beta\\\cos\alpha\sin\beta\cos\gamma+\sin\alpha\sin\gamma&-\cos\alpha\sin\beta\sin\gamma+\sin\alpha\cos\gamma&\cos\alpha\cos\beta\end{pmatrix} \quad \text{(V.27)}$$

Pour simplifier le calcul, on note :

$$R_{xyz}(\alpha,\beta,\gamma)=\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{pmatrix} \quad \text{(V.28)}$$

Plus généralement, les transformations de translation, de changement d'échelle et de rotation en 3D sont définies sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix}x'\\y'\\z'\end{pmatrix}=R_{xyz}(\alpha,\beta,\gamma)\frac{\mu_{000}^{\xi+2}}{\mu_{(n+\xi)00}\mu_{0(m+\xi)0}\mu_{00(k+\xi)}}\begin{pmatrix}x-\overline{x}\\y-\overline{y}\\z-\overline{z}\end{pmatrix} \quad \text{(V.29)}$$

donc

$$\begin{pmatrix}x'\\y'\\z'\end{pmatrix}=\frac{\mu_{000}^{\xi+2}}{\mu_{(n+\xi)00}\mu_{0(m+\xi)0}\mu_{00(k+\xi)}}\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x-\overline{x}\\y-\overline{y}\\z-\overline{z}\end{pmatrix} \quad \text{(V.30)}$$

En fin, on obtient

$$\begin{pmatrix}x'\\y'\\z'\end{pmatrix}=\frac{\mu_{000}^{\xi+2}}{\mu_{(n+\xi)00}\mu_{0(m+\xi)0}\mu_{00(k+\xi)}}\begin{pmatrix}a_{11}(x-\overline{x})+a_{12}(y-\overline{y})+a_{13}(z-\overline{z})\\a_{21}(x-\overline{x})+a_{22}(y-\overline{y})+a_{23}(z-\overline{z})\\a_{31}(x-\overline{x})+a_{32}(y-\overline{y})+a_{33}(z-\overline{z})\end{pmatrix} \quad \text{(V.31)}$$

Ensuite, les moments géométriques 3D d'ordre $(n+m+k)$ invariants à la translation, à la mise à l'échelle et à la rotation, s'écrivent comme suit :

$$GMI_{nmk} = \frac{\mu_{000}^{\xi+2}}{\mu_{(n+\xi)00}\mu_{0(m+\xi)0}\mu_{00(k+\xi)}} \times \sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{M-1}\sum_{z=0}^{K-1}\begin{pmatrix} \left(a_{11}\left(x-\bar{x}\right)+a_{12}\left(y-\bar{y}\right)+a_{13}\left(z-\bar{z}\right)\right)^{n} \\ \left(a_{21}\left(x-\bar{x}\right)+a_{22}\left(y-\bar{y}\right)+a_{23}\left(z-\bar{z}\right)\right)^{m} \\ \left(a_{31}\left(x-\bar{x}\right)+a_{32}\left(y-\bar{y}\right)+a_{33}\left(z-\bar{z}\right)\right)^{k} \end{pmatrix} I(x,y,z) \quad \text{(V.32)}$$

Les moments invariants de Charlier s'obtiennent donc en remplaçant les moments géométriques dans l'équation V.14 par leurs invariants définis par l'équation V.32. Cependant, cette méthode est limitée par deux inconvénients majeurs : les erreurs d'approximation numériques des moments géométriques et le temps d'extraction des moments invariants de Charlier 3D. Ces problèmes ont poussé les chercheurs à proposer d'autres méthodes pour le calcul exact et rapide des moments invariants. Dans ce cadre, Hosny [380], [128] a proposé une méthode exacte pour calculer les moments géométriques en utilisant l'intégration mathématique des termes monômes pour les images 2D et 3D. Si les erreurs d'approximation numérique sont réduites par cette méthode, le problème du temps de calcul reste non résolu. Pour résoudre ce problème, nous proposons dans ce chapitre une méthode rapide pour calculer les moments invariants de Charlier 3D par translation et changement d'échelle.

3.3 Calcul rapide et précis des moments invariants de Charlier 3D par translation et changement d'échelle (Yamni et al. [17])

Dans cette section, nous présentons une nouvelle méthode [17], proposée dans le cadre de notre travail de thèse, permettant d'extraire rapidement et exactement les moments invariants de Charlier 3D par translation et changement d'échelle. Cette méthode utilise les propriétés intéressantes des polynômes de Charlier pour dériver directement ces invariants sans passer par le calcul des moments géométriques. Dans la première sous-section, nous présentons le cadre mathématique permettant de dériver algébriquement les moments invariants par translation, et dans la deuxième sous-section, nous dérivons les invariants par changement d'échelle.

3.3.1 Les moments invariants de Charlier 3D par translation

L'effet résultant du changement d'emplacement d'une image sur le calcul des moments peut être éliminé en considérant sa propriété invariante par translation. Dans cette sous-section, nous proposons une nouvelle méthode pour extraire les moments invariants de Charlier 3D par translation directement à partir des polynômes de Charlier translatés.

La description directe des moments invariants de Charlier 3D par translation est obtenue en évaluant ses moments centraux, définis comme suit :

$$CIMT_{nmk} = \sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{M-1}\sum_{z=0}^{K-1}\tilde{C}_n^{a_1}(x-\bar{x})\tilde{C}_m^{a_1}(y-\bar{y})\tilde{C}_k^{a_1}(z-\bar{z})I(x,y,z) \tag{V.33}$$

où $\bar{x}$, $\bar{y}$ et $\bar{z}$ sont les centroïdes des coordonnées x, y et z respectivement.

Pour dériver les moments centraux de Charlier, les polynômes de Charlier translatés $C_n^{a_1}(x-\bar{x})$ sont d'abord exprimés sous la forme d'une série de factorielles décroissantes de $\langle x-\bar{x}\rangle$:

Les polynômes de Charlier translatés :

$$\begin{aligned} &C_n^{a_1}(x-\bar{x}) \\ &= \sum_{k=0}^{n}\alpha_{n,k}\langle x-\bar{x}\rangle_k \\ &= \alpha_{n,n}\langle x-\bar{x}\rangle_n + \alpha_{n,n-1}\langle x-\bar{x}\rangle_{n-1} + \alpha_{n,n-2}\langle x-\bar{x}\rangle_{n-2} + ... + \alpha_{n,k}\langle x-\bar{x}\rangle_k \end{aligned} \tag{V.34}$$

avec

$$\langle x-\bar{x}\rangle_k = \sum_{l=0}^{k}\binom{k}{l}\langle\bar{x}\rangle_l\langle x\rangle_{k-l} \tag{V.35}$$

donc, les polynômes de Charlier translatés deviennent :

$$\begin{aligned} C_n^{a_1}(x-\bar{x}) &= \alpha_{n,n}\langle x\rangle_n \\ &+ \left[\alpha_{n,n-1} + \alpha_{n,n}\binom{n}{1}\langle-\bar{x}\rangle_1\right]\langle x\rangle_{n-1} \\ &+ \left[\alpha_{n,n-2} + \alpha_{n,n-1}\binom{n-1}{1}\langle-\bar{x}\rangle_1 + \alpha_{n,n}\binom{n}{2}\langle-\bar{x}\rangle_2\right]\langle x\rangle_{n-2} \\ &+ \left[\alpha_{n,n-3} + \alpha_{n,n-2}\binom{n-2}{1}\langle-\bar{x}\rangle_1 + \alpha_{n,n-1}\binom{n-1}{2}\langle-\bar{x}\rangle_2 + \alpha_{n,n}\binom{n}{3}\langle-\bar{x}\rangle_3\right]\langle x\rangle_{n-3} \\ &+ ..... \end{aligned} \tag{V.36}$$

Nous pouvons ensuite exprimer les polynômes translatés de Charlier en termes de polynômes de Charlier comme suit :

$$C_n^{a_1}(x-\bar{x}) = \sum_{k=0}^{n} v_{n,n-k}(-\bar{x})\; C_{n-k}^{a_1}(x) \tag{V.37}$$

avec

$$\begin{aligned} &v_{n,n}(-\bar{x}) = 1 \\ &v_{n,n-k}(-\bar{x}) \\ &= \frac{1}{\alpha_{n-k,n-k}}\left[\sum_{l=0}^{k}\binom{n-k+l}{l}\alpha_{n,n-k+l}\langle-\bar{x}\rangle_l - \sum_{i=0}^{k-1}\alpha_{n-i,n-k}v_{n,n-i}(-\bar{x})\right]; \quad k \le n \end{aligned} \tag{V.38}$$

Les relations suivantes peuvent être dérivées à partir de l'équation précédente

$$v_{n,n}(-\bar{x}) = 1 \qquad ; \quad v_{n,n-1}(-\bar{x}) = \frac{n}{(-a_1)}\langle -\bar{x}\rangle_1$$
$$v_{n,n-2}(-\bar{x}) = \frac{n(n-1)}{2(a_1)^2}\langle -\bar{x}\rangle_2 \quad ; \quad v_{n,n-3}(-\bar{x}) = \frac{n(n-1)(n-2)}{3!(-a_1)^3}\langle -\bar{x}\rangle_3 \tag{V.39}$$
$$v_{n,n-4}(-\bar{x}) = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4!(-a_1)^4}\langle -\bar{x}\rangle_4$$

En examinant les équations précédentes, nous observons que $v_{n,n-k}(-\bar{x})$ peut être écrit sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} v_{n,n-k}(-\bar{x}) &= \frac{n(n-1)(n-2).....(n-k+1)}{k!(-a_1)^k}\langle -\bar{x}\rangle_k \\ &= \frac{\langle n\rangle_k}{k!(-a_1)^k}\langle -\bar{x}\rangle_k = f(n,k)\langle -\bar{x}\rangle_k \quad \text{avec} \quad f(n,k) = \frac{\langle n\rangle_k}{k!(-a_1)^k} \end{aligned} \tag{V.40}$$

La forme normalisée des polynômes de Charlier est donnée comme suit :

$$\tilde{C}_n^{a_1}(x) = \sum_{k=0}^{n}\frac{\alpha_{n,k}}{\sqrt{\rho(n)}}\langle x\rangle_k = \sum_{k=0}^{n}\tilde{\alpha}_{n,n-k}\langle x\rangle_k \tag{V.41}$$

Nous obtenons donc

$$\tilde{C}_n^{a_1}(x-\bar{x}) = \sum_{k=0}^{n}\tilde{v}_{n,n-k}(-\bar{x})\ \tilde{C}_{n-k}^{a_1}(x) \tag{V.42}$$

avec

$$\begin{aligned} \tilde{v}_{n,n-k}(-\bar{x}) &= \frac{1}{\tilde{\alpha}_{n-k,n-k}}\left[\sum_{l=0}^{k}\binom{n-k+l}{l}\tilde{\alpha}_{n,n-k+l}\langle -\bar{x}\rangle_l \ -\sum_{i=0}^{k-1}\tilde{\alpha}_{n-i,n-k}\tilde{v}_{n,n-i}(-\bar{x})\right] \\ &= \frac{\langle n\rangle_k}{k!(-a_1)^k}\sqrt{\frac{\rho(n-k)}{\rho(n)}} = \tilde{f}(n,k)\langle -\bar{x}\rangle_k \quad \text{pour } k \le n \end{aligned} \tag{V.43}$$

Et par suite, on obtient la formule des polynômes translatés normalisés de Charlier par rapport à l'axe *x*.

$$\tilde{C}_n^{a_1}(x-\bar{x}) = \sum_{k=0}^{n}\tilde{f}(n,k)\langle -\bar{x}\rangle_k\tilde{C}_{n-k}^{a_1}(x) \tag{V.44}$$

De même, on obtient les formule des polynômes de Charlier normalisés translatés suivant les axes *y* et *z* :

$$\tilde{C}_m^{a_1}(y-\bar{y}) = \sum_{l=0}^{m}\tilde{f}(m,l)\langle -\bar{y}\rangle_l\tilde{C}_{m-l}^{a_1}(y) \tag{V.45}$$

$$\tilde{C}_k^{a_1}(z-\bar{z}) = \sum_{r=0}^{k}\tilde{f}(k,r)\langle \bar{z}\rangle_r\tilde{C}_{k-r}^{a_1}(z) \tag{V.46}$$

En utilisant les polynômes de Charlier translatés dérivés précédemment, on obtient les moments invariants de Charlier 3D par translation en fonction des moments de Charlier 3D :

$$CIMT_{nmk} = \sum_{q=0}^{n}\sum_{l=0}^{m}\sum_{r=0}^{k} \tilde{f}(n,q)\,\tilde{f}(m,l)\,\tilde{f}(r,k)\langle -\bar{x}\rangle_q \langle -\bar{y}\rangle_l \langle -\bar{z}\rangle_r CM_{n-q,m-l,k-r} \qquad \text{(V.47)}$$

Cette formule montre clairement que les moments invariants de Charlier 3D par translation $CIMT_{nmk}$ sont dérivés directement à partir les moments de Charlier CM_{nmk}. De plus, l'expression $\tilde{f}(,)$ est indépendante de l'objet 3D ce qui permet de la calculer, stocker, et de l'appeler chaque fois que pour éviter le calcul répétitif.

3.3.2 Les moments invariants de Charlier 3D par changement d'échelle

Dans les applications d'identification d'objets, la taille variable d'une image a un impact sur le calcul des moments, car l'image d'un objet est souvent produite à une plage différente de celle de la carte d'acquisition. Pour que les moments soient indépendants de la taille, une technique doit être développée pour les rendre invariants au changement d'échelle. Dans cette sous-section, nous proposons une nouvelle méthode pour extraire les moments invariants de Charlier par changement d'échelle (CIMS) à partir des polynômes de Charlier mis à l'échelle.

Soit $I(x,y,z)$ un objet 3D mis à l'échelle de manière non uniforme avec les facteurs a, b et c suivant les axes x, y et z respectivement, les moments de Charlier 3D mis à l'échelle (SCM) sont définis comme suit :

$$SCM_{nmk} = abc\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{M-1}\sum_{z=0}^{K-1} \tilde{C}_n^{a_1}(ax)\tilde{C}_m^{a_1}(by)\tilde{C}_k^{a_1}(cz)I(x,y,z) \qquad \text{(V.48)}$$

Les polynômes de Charlier mis à l'échelle $\tilde{C}_n^{a_1}(ax)$ suivant l'axe x sont d'abord calculés. Ils peuvent être exprimés sous la forme d'une série de puissances décroissantes, en utilisant l'équation V.41, comme suit :

$$\tilde{C}_n^{a_1}(ax) = \sum_{i=0}^{n} \tilde{\chi}_{n,i} a^i x^i \quad \text{avec} \quad \tilde{\chi}_{n,i} = \sum_{k=0}^{n-i} \tilde{\alpha}_{n,n-k} s(n-k,i) \qquad \text{(V.49)}$$

On déduit facilement à partir de l'équation précédente que

$$\sum_{q=0}^{n} \gamma_{n,q}\tilde{C}_q^{a_1}(ax) = a^n \sum_{q=0}^{n} \gamma_{n,q}\tilde{C}_q^{a_1}(x)$$
$$\text{avec} \quad \gamma_{n,n} = 1 \quad \text{et} \quad \gamma_{n,q} = \sum_{i=0}^{n-q-1} -\frac{\tilde{\chi}_{n-i,q}\gamma_{n,n-i}}{\tilde{\chi}_{q,q}} \qquad \text{(V.50)}$$

En employant l'équation précédente, on peut alors déduire les polynômes de Charlier mis à l'échelle suivant les axes y et z comme suit :

$$\sum_{l=0}^{m} \gamma_{m,l}\tilde{C}_l^{a_1}(by) = b^m \sum_{l=0}^{m} \gamma_{m,l}\tilde{C}_l^{a_1}(y) \text{ et } \sum_{r=0}^{k} \gamma_{k,r}\tilde{C}_r^{a_1}(cz) = c^k \sum_{r=0}^{k} \gamma_{k,r}\tilde{C}_r^{a_1}(z) \qquad \text{(V.51)}$$

Les moments invariants, notés ψ_{nmk}, sont définis par la relation suivante :

$$\begin{aligned}\psi_{nmk} &= \sum_{q=0}^{n}\sum_{l=0}^{m}\sum_{r=0}^{k}\gamma_{n,q}\gamma_{m,l}\gamma_{k,r}SCM_{qlr} \\ &= a^{n+1}b^{m+1}c^{k+1}\sum_{q=0}^{n}\sum_{l=0}^{m}\sum_{r=0}^{k}\gamma_{n,q}\gamma_{m,l}\gamma_{k,r}CM_{qlr}\end{aligned} \tag{V.52}$$

En utilisant cette relation, on trouve les invariants des ordres premiers comme suit :

$$\begin{aligned}&1-\psi_{000} = abcCM_{000} \\ &2-\psi_{n00} = a^{n+1}bc\sum_{q=0}^{n}\gamma_{n,q}CM_{q00} \\ &3-\psi_{0m0} = acb^{m+1}\sum_{l=0}^{m}\gamma_{m,l}CM_{0l0} \\ &4-\psi_{00k} = abc^{k+1}\sum_{r=0}^{k}\gamma_{k,r}CM_{00k}\end{aligned} \tag{V.53}$$

Les facteurs d'échelle a, b et c dans ψ_{nmk} peuvent être annulés et par suite on obtient les moments invariants normalisés de Charlier par changement d'échelle $CIMS_{nmk}$, comme suit:

$$CIMS_{nmk} = \frac{\psi_{nmk}\psi_{000}^{\xi+2}}{\psi_{(n+\xi)00}\psi_{0(m+\xi)0}\psi_{00(k+\xi)}}, \quad \xi = 0,1,2,..... \tag{V.54}$$

Les moments $CIMS_{nmk}$ sont invariants à la mise à l'échelle uniforme/ non uniforme. En effet :

$$\begin{aligned}CIMS'_{nmk} &= \frac{\psi'_{n,m,k}\ \psi'^{\xi+2}_{0,0,0}}{\psi'_{(n+\xi),0,0}\ \psi'_{0,(m+\xi),0}\ \psi'_{0,0,(k+\xi)}} \\ &= \frac{a^{n+1}b^{m+1}c^{k+1}\psi_{n,m,k}\ a^{\xi+2}b^{\xi+2}c^{\xi+2}\psi^{\xi+2}_{0,0,0}}{a^{n+1+\xi}b^{\xi}c^{\xi}\psi_{(n+\xi),0,0}\ a^{\xi}c^{\xi}b^{m+1+\xi}\psi_{0,(m+\xi),0}\ a^{\xi}b^{\xi}c^{k+1+\xi}\psi_{0,0,(k+\xi)}} \\ &= \frac{\psi^{\xi+2}_{0,0,0}}{\psi_{(n+\xi),0,0}\ \psi_{0,(m+\xi),0}\ \psi_{0,0,(k+\xi)}}.\psi_{n,m,k} \\ &= CIMS_{nmk}\end{aligned} \tag{V.55}$$

Les équations V.52 et V.54 montrent que les moments invariants de Charlier 3D par changement d'échelle peuvent être directement dérivés à partir les moments de Charlier. Notons que les invariants d'échelle peuvent également être utilisés avec les invariants de translation en vue d'obtenir des moments invariants de Charlier 3D par translation et changement d'échelle.

3.3.3 Algorithmes

Après avoir calculé les invariants par translation et changement d'échelle des moments de Charlier 3D par la méthode proposée, nous résumons les étapes de calcul de ces descripteurs dans les algorithmes suivants :

Algorithme 1 : Calcul des moments invariants de Charlier 3D par translation (CIMT).

Pour une image $I(x,y,z)$ de taille (N,M,K)

Etape 1	Calculez les polynômes orthogonaux de Charlier $\tilde{C}_n^{a_1}(x)$ en utilisant l'équation I.75
Etape 2	Calculez les moments de Charlier 3D d'ordre $(m+n+k)$ en utilisant l'équation V.10
Etape 3	Calculez les coordonnées centroïdes $\overline{x}$, $\overline{y}$ et $\overline{z}$ de l'image $I(x,y,z)$ en utilisant l'équation V.16
Etape 4	Calculez l'expression $\tilde{f}(n,k)$ en utilisant l'équation V.43
Etape 5	Enfin, calculez $CIMT_{nmk}$ en utilisant l'équation V.47

Algorithme 2 : Calcul des moments invariants de Charlier 3D par changement d'échelle (CIMS).

Pour une image $I(x,y,z)$ de taille (N,M,K)	
Etape 1	Calculez les polynômes orthogonaux de Charlier $\tilde{C}_n^{a_1}(x)$ en utilisant l'équation I.75
Etape 2	Calculez les moments de Charlier 3D d'ordre $(m+n+k)$ en utilisant l'équation V.10
Etape 3	Calculez l'expression $\gamma_{n,q}$ en utilisant l'équation V.50
Etape 4	Calculez les invariants ψ_{nmk} en utilisant l'équation V.52
Etape 5	Enfin, calculez $CIMS_{nmk}$ en utilisant l'équation V.54

Les deux algorithmes précédents peuvent être rassemblés pour obtenir les moments invariants de Charlier 3D par translation et changement d'échelle $CIMTS_{nmk}$.

4. Résultats expérimentaux

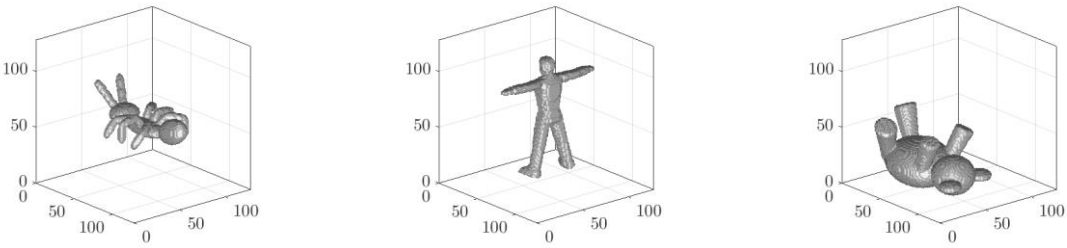
Dans cette section, nous présentons des résultats expérimentaux pour valider les performances des descripteurs présentés dans ce chapitre. Cette section est divisée en quatre sous-sections. Dans la première sous-section, nous testons la capacité des 3DCMs à reconstruire des images/objets 3D. Dans la deuxième sous-section, nous testons et comparons l'invariance des moments invariants de Charlier 3D par translation et mise à l'échelle par la méthode proposée et la méthode indirecte (classique). Dans la troisième sous-section, nous comparons le temps de calcul des moments invariants de translation et d'échelle par la méthode proposée et la méthode indirecte. La dernière sous-section présente un système de classification des objets 3D basé sur les 3DCMITS proposés et les classifieurs SVM et KNN dans des conditions sans et avec bruit.

4.1 Reconstruction des objets 3D en utilisant les moments de Charlier 3D

La reconstruction de l'image/objet à partir d'un ensemble de ses moments a fait l'objet de nombreuses discussions dans la littérature. En effet, la capacité de reconstruction des moments est liée à leur pouvoir de classification. L'étude de la reconstruction de l'image/objet donne un aperçu sur les propriétés des moments qui sont importantes pour la classification sans avoir besoin de réaliser des expériences de classification. C'est pourquoi de nombreux auteurs ont

abordé la reconstruction des objets dans leurs articles [7]. Dans cette sous-section, nous montrons la capacité des 3DCM à reconstruire des images/objets 3D.

Dans le premier test, nous utilisons trois objets "Ant", "Human" et "Teddy-bear" de taille 128×128×128 (Figure V.5) extraits de la base de données Princeton Shape Benchmark (PSB) [437]. Les tests de reconstruction sont effectués à l'aide de 3DCMs pour différents ordres de moments, allant de 1 à 125. La figure V.6 montre les erreurs quadratiques moyennes (MSEs) entre les objets originaux et les objets reconstruits. Un ensemble d'objets reconstruits est montré dans la figure V.7. La figure V.6 montre que les MSEs diminuent avec l'augmentation des ordres de moments. Il est également montré qu'à partir de l'ordre 60 (*n=20*, *m=20*, *k=20*) les MSEs tendent vers zéro, ce qui signifie que les objets reconstruits sont très similaires aux objets originaux. Ceci est clairement montré dans la figure V.7. Ces résultats montrent la capacité des 3DCM à reconstruire des objets 3D à partir d'un nombre limité de moments. Par conséquent, les 3DCM d'ordre inférieur peuvent remplacer un objet 3D dans toutes les applications afin de réduire le temps de traitement.



(a) (b) (c)

Figure V.5 : Objets 3D ; (a) "Ant", (b) "Human", (c) "Teddy-bear".

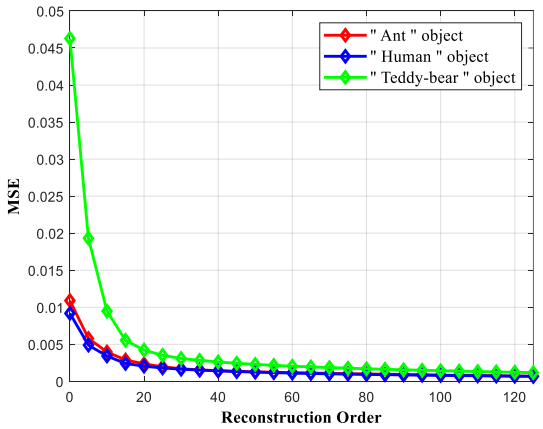


Figure V.6 : MSE des objets 3D reconstruits en utilisant 3DCMs.

Objet 3D original	Ordre de reconstruction		
	(10, 10, 10)	(20, 20, 20)	(30, 30, 30)

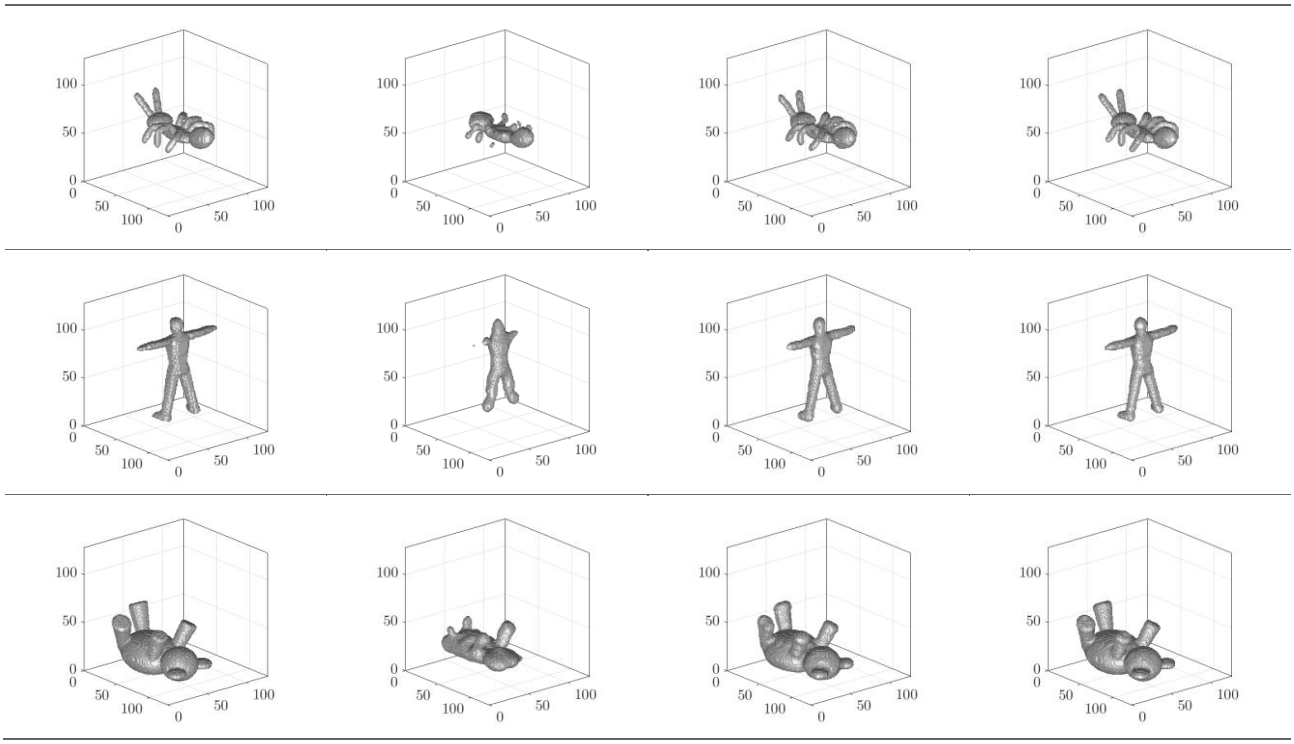


Figure V.7 : Reconstruction des objets 3D en utilisant les 3DCMs pour différents ordres de reconstruction.

4.2 Test d'invariance des moments invariants de Charlier 3D proposés

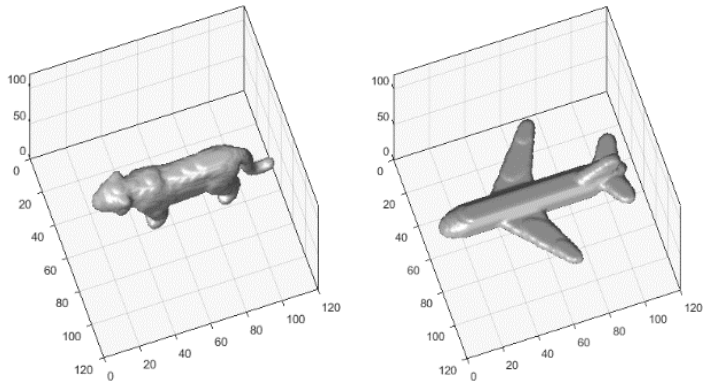
Dans cette sous-section, nous testons l'invariance des moments de Charlier par translation et changement d'échelle. Pour cela, deux objets 3D "Animal" et "Avion" de taille 128×128×128 (Figure V.8) extraits de la base de données Shape Benchmark de McGill [437] sont utilisés comme des objets de test. Afin de mesurer l'invariance des moments proposés par translation et changement d'échelle de l'image, nous utiliserons la déviation des moments définie par la relation suivante :

$$X = \frac{\sigma}{|\mu|} \times (100\ \%) \tag{V.56}$$

où σ et μ désignent l'écart type et la moyenne des invariants des moments de Charlier, respectivement. Plus la déviation X est faible, plus ces moments sont invariants par rapport aux transformations géométriques. Dans cette sous-section, les moments invariants de Charlier sont calculés jusqu'à l'ordre trois et le paramètre de leur fonction de base a_1 est fixé à la valeur $(N+M+K)/3$, où $N \times M \times K$ est la taille de l'objet 3D.

Dans la première expérience, nous testons l'invariance des moments invariants de Charlier par translation $CIMT$ (Algorithme 1). L'objet 3D "Animal" présenté dans la figure V.8 est translaté par un ensemble des vecteurs de translation suivant les axes *x*, *y* et *z*. La figure V.9 montre quelques objets translatés. Le tableau V.1 montre les valeurs numériques des $CIMT$ pour des objets translatés. À partir de ce tableau, on constate que les moments invariants de

Charlier $CIMT$ restent inchangés après des translations et que la déviation X est nulle, ce qui prouve l'invariance des moments de Charlier 3D proposés par translation.



(a) (b)

Figure V.8 : Objets 3D de test ; (a) Animal, (b) Avion.

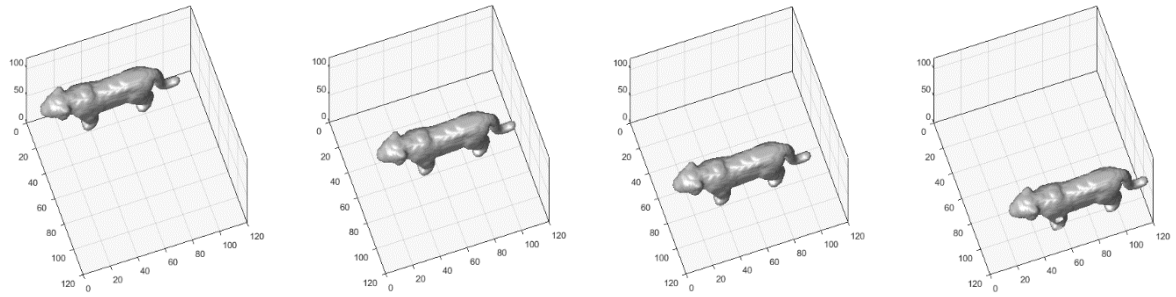


Figure V.9 : Ensembles des objets 3D translatés.

Dans la deuxième expérience, nous montrons l'invariance des moments de Charlier par changement d'échelle $CIMS$ (Algorithme 2). L'objet 3D "Animal" est mis à l'échelle avec des facteurs d'échelle suivant *x, y* et *z*. La figure V.10 montre un ensemble des ces objets. Le tableau V.2 montre les valeurs numériques des $CIMS$, il ressort de ce tableau que les invariants des moments restent inchangés après des changements d'échelle et que la déviation X est nulle, ce qui prouve l'invariance des moments de Charlier proposés par changement d'échelle.

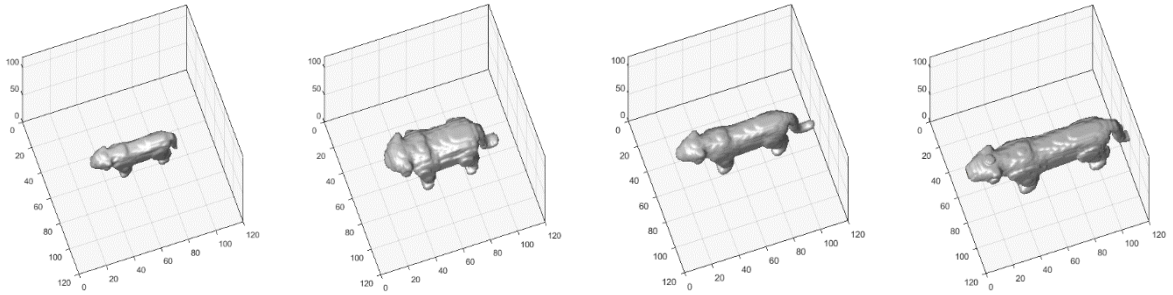


Figure V.10 : Ensemble des objets 3D mis à l'échelle.

Dans la troisième expérience, nous allons comparer l'invariance des moments invariants de Charlier dérivés par deux méthodes : la méthode indirecte présentée dans la section V.3.2 et la

méthode proposée présentée dans la section V.3.3. L'objet 3D "Avion" (Figure V.7) est transformé par des translations et des changements d'échelle (Figure V.11). Le tableau V.3 présente les valeurs des invariants des moments obtenus par les deux méthodes. Il est clair que la méthode directe proposée est très efficace par rapport à la méthode indirecte qui donne une déviation plus grande, ce qui confirme encore la performance des descripteurs 3D proposés par translation et changement d'échelle.

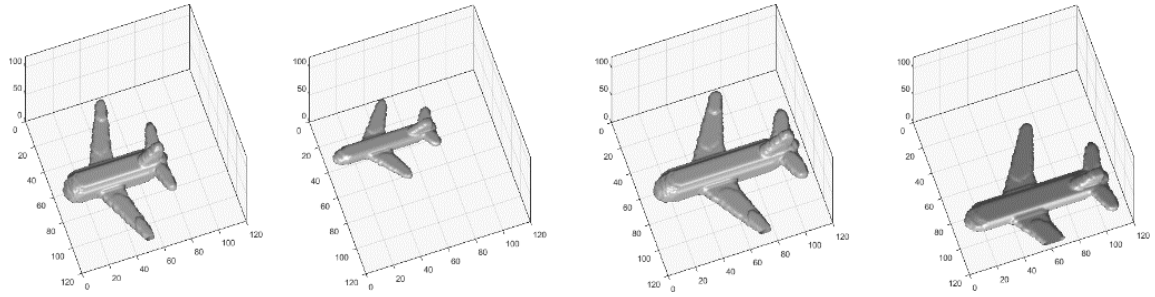


Figure V.11 : Objets 3D transforméspar des translations et des changements d'échelle.

Tableau V.1. Les invariants par translation des moments de Charlier 3D.

Translation	**CIMT120**	**CIMT210**	**CIMT121**	**CIMT211**	**CIMT300**	**CIMT131**	**CIMT311**
Δi=-10; Δj=-6; Δk=-10	6,37297E-13	6,46630E-13	-1,57721e-14	1,51089E-4	1,97999 E-4	1,53669 E-4	1,84049 E-4
Δi=+8; Δj=+10; Δk=+10	6,37297E-13	6,46630E-13	-1,57721e-14	1,51089E-4	1,97999 E-4	1,53669 E-4	1,84049 E-4
Δi=+10; Δj=+8; Δk=-10	6,37297E-13	6,46630E-13	-1,57721e-14	1,51089E-4	1,97999 E-4	1,53669 E-4	1,84049 E-4
Δi=-10; Δj=+10; Δk=-8	6,37297E-13	6,46630E-13	-1,57721e-14	1,51089E-4	1,97999 E-4	1,53669 E-4	1,84049 E-4
Δi=-6; Δj=+8; Δk=+10	6,37297E-13	6,46630E-13	-1,57721e-14	1,51089E-4	1,97999 E-4	1,53669 E-4	1,84049 E-4
Δi=+6; Δj=+10; Δk=+6	6,37297E-13	6,46630E-13	-1,57721e-14	1,51089E-4	1,97999 E-4	1,53669 E-4	1,84049 E-4
X=σ/|μ|(%)	0	0	0	0	0	0	0

Tableau V.2. Les invariants par changement d'échelle des moments de Charlier 3D

Mise à l'échelle	**CIMS120**	**CIMS210**	**CIMS121**	**CIMS211**	**CIMS300**	**CIMS131**	**CIMS311**
a=1.5; b=0.8; c=0.7	-4,51305E-13	3,41754E-14	-2,32749E-14	1,39685 E-04	3,28354E-07	9,58133E-08	-4,82332 E-05
a=0.7; b=1.5; c=0.7	-4,51305E-13	3,41754E-14	-2,32749E-14	1,39685 E-04	3,28354E-07	9,58133E-08	-4,82332 E-05
a=0.6; b=0.9; c=1.3	-4,51305E-13	3,41754E-14	-2,32749E-14	1,39685 E-04	3,28354E-07	9,58133E-08	-4,82332 E-05
a=1.2; b=0.5; c=1.3	-4,51305E-13	3,41754E-14	-2,32749E-14	1,39685 E-04	3,28354E-07	9,58133E-08	-4,82332 E-05
a=0.5; b=1.4; c=0.8	-4,51305E-13	3,41754E-14	-2,32749E-14	1,39685 E-04	3,28354E-07	9,58133E-08	-4,82332 E-05
a=1.2; b=0.6; c=1.5	-4,51305E-13	3,41754E-14	-2,32749E-14	1,39685 E-04	3,28354E-07	9,58133E-08	-4,82332 E-05
X=σ/|μ|(%)	0	0	0	0	0	0	0

Tableau V.3. Invariace des moments invariants de Charlier 3D (CIMTS) en utilisant deux méthodes.

Méthode	Translation et mise à l'échelle	$CIMTS_{120}$	$CIMTS_{210}$	$CIMTS_{121}$	$CIMTS_{211}$	$CIMTS_{300}$	$CIMTS_{131}$	$CIMTS_{311}$
Proposés	*a=0.5; b=0.6; c=0.7* *Δi=-8; Δj=6; Δk=+8*	-3,07E-13	-1,76E-13	-1,16E-14	0,000135	2,94E-05	5,26E-05	2,53E-05
	a=0.5; b=0.8; c=1.3 *Δi=4; Δj=+10; Δk=-5*	-3,07E-13	-1,76E-13	-1,16E-14	0,000135	2,94E-05	5,26E-05	2,53E-05

	a=1.7;b=0.7;c=1.5 Δi=-10; Δj=+5; Δk=+7	-3,07E-13	-1,76E-13	-1,16E-14	0,000135	2,94E-05	5,26E-05	2,53E-05
	a=1; b=0.8; c=1.4 Δi=+2; Δj=+8; Δk=+5	-3,07E-13	-1,76E-13	-1,16E-14	0,000135	2,94E-05	5,26E-05	2,53E-05
	a=1.3; b=1.2; c=0.5 Δi=+3; Δj=-4; Δk=+10	-3,07E-13	-1,76E-13	-1,16E-14	0,000135	2,94E-05	5,26E-05	2,53E-05
	a=1.3; b=0.8; c=0.7 Δi=+10; Δj=+7; Δk=-4	-3,07E-13	-1,76E-13	-1,16E-14	0,000135	2,94E-05	5,26E-05	2,53E-05
	X=σ/|μ|(%)	2,19E-10	1,525E-09	0	3,31E-10	4,564E-11	0	1,496E-14
	Average of X				3,03E-10			
Indirect	*a=0.5; b=0.6; c=0.7 Δi=-8; Δj=6; Δk=+8*	-7,19E-13	-5,98E-14	5,30E-14	0,00012	-2,33E-07	-5,43E-07	9,99E-05
	a=0.5; b=0.8; c=1.3 Δi=4; Δj=+10; Δk=-5	-7,19E-13	-5,98E-14	5,30E-14	0,00012	-2,33E-07	-5,43E-07	9,99E-05
	a=1.7;b=0.7;c=1.5 Δi=-10; Δj=+5; Δk=+7	-7,19E-13	-5,98E-14	5,30E-14	0,00012	-2,33E-07	-5,43E-07	9,99E-05
	a=1; b=0.8; c=1.4 Δi=+2; Δj=+8; Δk=+5	-7,19E-13	-5,98E-14	5,30E-14	0,00012	-2,33E-07	-5,43E-07	9,99E-05
	a=1.3; b=1.2; c=0.5 Δi=+3; Δj=-4; Δk=+10	-7,19E-13	-5,98E-14	5,30E-14	0,00012	-2,33E-07	-5,43E-07	9,99E-05
	a=1.3; b=0.8; c=0.7 Δi=+10; Δj=+7; Δk=-4	-7,19E-13	-5,98E-14	5,30E-14	0,00012	-2,33E-07	-5,43E-07	9,99E-05
	X=σ/|μ|(%)	5,754E-14	7,477E-09	1,331E-14	0,0007484	7,687E-06	2,469E-05	8,934E-12
	Average of X				1,1219E-4			

4.3 Temps de calcul des moments invariants de Charlier 3D

Dans cette sous-section, on va évaluer le temps de calcul des moments invariants de Charlier 3D par translation et de changement d'échelle pour des objets 3D.

Dans le premier test, nous comparons le temps de calcul des moments invariants de Charlier en utilisant les deux méthodes : la méthode proposée et la méthode indirecte. Comme critère de comparaison, nous utilisons le taux d'amélioration du temps d'exécution (ETIR) [446] défini par la relation suivante : $ETIR\ (\%) = (1 - Time1/Time2) \times 100$, où $Time1$ et $Time2$ sont les temps d'exécution de la première et de la deuxième méthode, respectivement. Si $ETIR = 0$ les deux temps d'exécution sont égaux. Dans cette expérience, les trois objets "Ant", "Human" et "Teddy" (Figure V.5) sont utilisés comme objets de test. Ces objets sont transformés par des translations uniformes $\Delta i = \Delta j = \Delta k$ et des changements d'échelle uniforme $a = b = c$.

Le processus de calcul des moments invariants de Charlier est effectué 10 fois pour des ordres allant de 0 à 12, de 0 à 24 et de 0 à 36. Les tableaux 4 et 5 présentent le temps de calcul moyen et *ETIR* (%) des moments invariants de Charlier par translation et changement d'échelle. Ces tableaux montrent que la méthode proposée est plus rapide que la méthode indirecte. Notons que le rapport ETIR est d'environ 99,70% pour les invariants par translation de 99,97% pour les invariants par changement d'échelle, ce qui prouve la rapidité de la méthode proposée par rapport à la méthode indirecte.

Tableau V.4. Le temps moyen de calcul (s) des moments invariants de Charlier par translation pour

trois objets 3D en utilisant la méthode indirecte et la méthode proposée.

	Méthode proposée			Méthode indirecte		
Facteur de translation	Ordre 12	Ordre 24	Ordre 36	Ordre 12	Ordre 24	Ordre 36
-1	0,05	0,98	1,81	55,77	209,05	751,58
0	0,11	1,1	1,98	56,35	211,55	743,04
1	0,04	1,03	2,04	54,93	208,26	741,79
2	0,04	1,12	2,65	55,86	215,25	742,1
Moyenne des ordres	0,06	1,058	2,12	55,728	211,03	744,63
Moyenne globale		1,08			337,13	
ETIR (%)	99,67%					

Tableau V.5. Le temps moyen de calcul des moments invariants de Charlier par changement d'échelle pour trois objets 3D en utilisant la méthode indirecte et la méthode proposée.

	Méthode propose			Méthode indirecte		
Facteur d'échelle	Ordre 12	Ordre 24	Ordre 36	Ordre 12	Ordre 24	Ordre 36
0.5	0,0075	0,022	0,074	5,27	68,12	364,35
1	0,013	0,099	0,17	54,78	213,05	743,98
1.5	0,034	0,10	0,19	186,47	393,5	913,5
2	0,09	0,22	0,39	306,47	834,13	1528,5
Moyenne des ordres	0,036	0,11	0,206	138,25	377,2	887,58
Moyenne globale		0,117			467,67	
ETIR (%)	99,97%					

Une fois que nous avons montré la rapidité de la méthode proposée pour l'extraction des invariants par translation et changement d'échelle, nous effectuons un autre test pour montrer la rapidité de la méthode proposée pour l'extraction des moments invariants 3D à la fois par translation et mise à l'échelle. Pour cela, l'image IRM (Figure V.12) transformée par le vecteur de translation $\Delta i = -1,\ \Delta j = 1$ et $\Delta k = -1$ et par le facteur de changement d'échelle non uniforme $a = 1.2,\ b = 0.9\ et\ c = 1.2$ sera utilisée comme image de test.

Le temps de calcul des moments invariants de Charlier 3D est comparé à celui des moments invariants de Tchebichef 3D [82] et des moments invariants de Krawtchouk 3D [83] en utilisant deux méthodes : la méthode proposée et la méthode indirecte. Le processus de calcul des moments invariants est effectué 10 fois pour des ordres allant de 0 à 12. Les temps moyens sont présentés dans le tableau V.6. Nous avons arrêté à l'ordre 12 car la méthode indirecte nécessite beaucoup de temps pour les ordres élevés (par exemple pour l'ordre 36, le temps de calcul est de 800 s). Les résultats présentés dans le tableau V.6 indiquent à nouveau que la méthode proposée est plus rapide que la méthode indirecte pour tous les types de moments. Ces résultats montrent également que le calcul des moments invariants de Charlier 3D est plus rapide que celui des moments invariants de Tchebichef et de Krawtchouk. Notons que l'algorithme a été implémenté dans MATLAB sur un PC Dual Core 2,10 GHz, 3 Go de RAM.

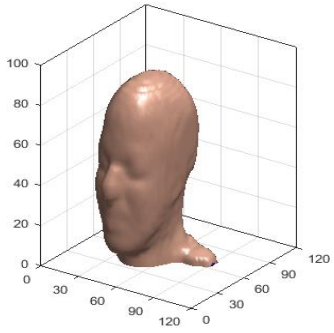


Figure V.12 : Image IRM 3D.

Tableau V.6. Temps moyens et ETIR (%) des moments invariants pour l'image IRM 3D.

	Temps moyens des moments invariants par :		
Moments Invariants 3D de	Méthode directe	Méthode indirecte	ETIR (%)
Charlier proposes	0,0135	58,72	99,97%
Tchebichef [447]	0,585	67,36	99,13%
Krawtchouk [448]	0,275	61,50	99,55%

4.4 Classification des objets 3D en utilisant les moments invariants de Charlier 3D proposés

A des fins de validation et pour illustrer l'intérêt de 3DCMITS, cette sous-section propose un système de classification d'objets 3D pour évaluer les performances des 3DCMITS proposés. Le système proposé est basé sur les 3DCMITS et le classifieur SVM (Support Vector Machine). Et pour vérifier les résultats trouvés, le classifieur KNN (K-Nearest Neighbor) est également utilisé dans cette étude.

Les performances du système de classification basé sur les 3DCMITS proposés sont comparées aux systèmes de classification basés sur les invariants de Legendre 3D (3DLMI) [128], les invariants de Krawtchouk 3D (3DKMI) [448], et les invariants de Tchebichef 3D (3DTMI) [447]. Il est à noter que les 3DCMITS basés sur la méthode indirecte ne sont pas considérés dans cette sous-section en raison de leur temps de calcul élevé.

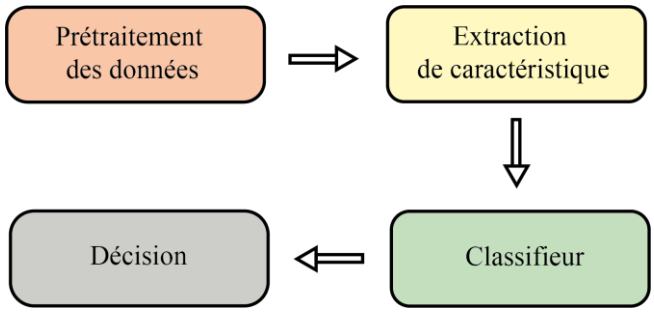


Figure V.13 : Processus de reconnaissance d'objets 3D.

Le système de classification d'objets 3D se compose de quatre phases principales : la phase de prétraitement des données (ensemble d'apprentissage et ensemble de test). Ensuite, la phase

de construction des vecteurs caractéristiques. Puis, la phase de classification des données à l'aide du classifieur SVM, et enfin la phase de décision. L'organigramme du système de classification proposé est présenté dans la figure V.13 et décrit comme suit :

- ***Phase 1 : Prétraitement des données***

La base de données Princeton Shape Benchmark (PSB) [437] est utilisée dans ce test pour valider le système de classification proposé. Cette base de données contient 19 objets 3D différents et chaque objet comprend entre 20 et 30 échantillons. La figure V.14 présente quelques objets de cette base de données. Pour chaque objet, les trois premiers échantillons (Objet_1, Objet_2, Objet_3) de taille 128×128×128 échantillons sont sélectionnés afin de créer une base de 57 objets (19 classes×3). Trois ensembles de données ont été construits pour les besoins de ce travail : (i) Ensemble de données n°1 comprend 1368 objets (54×24 échantillons) généré par la mise à l'échelle non-uniforme des 57 objets avec les facteurs d'échelle $a,\ b,\ c \in \{0.5,\ 0.75,\ 1.25\}$, le cas de $a = b = c$ n'est pas considéré. (ii) L'ensemble de données n°2 comprend 1539 objets (190×27 échantillons) généré par la translation des 57 objets avec des vecteurs de translation $\mathrm{TV}(T_x,\ T_y,\ T_z)$ où $T_x,\ T_y,\ T_z \in \{-6,\ +2,\ +10\}$. (iii) L'ensemble de données n°3 comprend 3078 objets (57×54 échantillons) généré avec des transformations mixtes de translation et d'échelle des 57 objets en utilisant des vecteurs de translation $\mathrm{TV}(T_x,\ T_y,\ T_z)$ où $T_x,\ T_y,\ T_z \in \{-6,\ +6\}$ et des facteurs d'échelle $a,\ b,\ c \in \{0.75,\ 1.5\}$, respectivement. Enfin, le bruit "sel et poivre" est ajouté dans les trois ensembles de données mentionnés ci-dessus avec les densités {1%, 2%, 3%, 4%}. Dans ce test, nous choisissons 15% des objets comme ensemble d'apprentissage et les 85% restants comme ensemble de test.

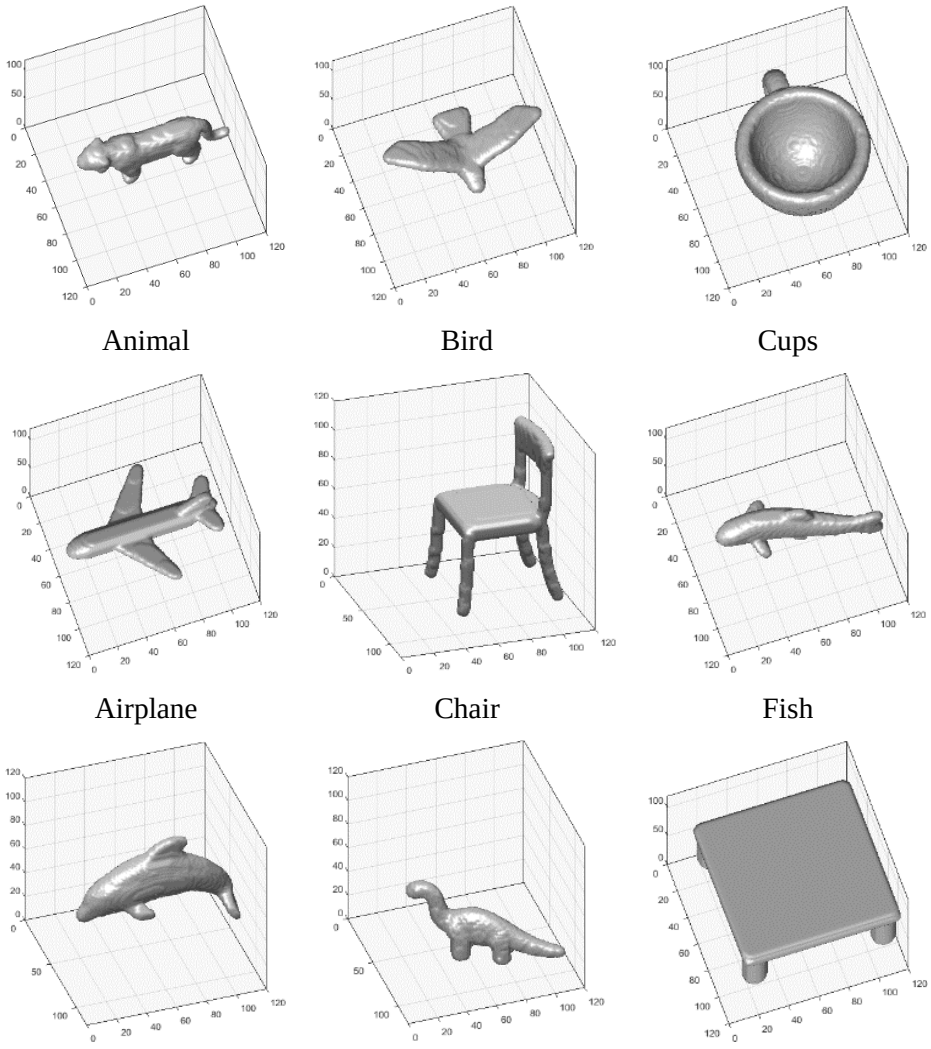


Figure V.14 : Collection d'objets 3D de la base de données PSB.

- ***Phase 2 : Construction du vecteur caractéristique***

Le choix d'un vecteur caractéristique approprié est un facteur critique pour avoir un taux de classification élevé. Pour cela, nous ne prenons en compte que les 64 premiers coefficients des 3DCMITS (jusqu'à l'ordre quatre). Le choix des moments d'ordre inférieur est justifié par leur capacité à représenter les caractéristiques significatives des objets 3D et par leur robustesse contre le bruit [7]. Pour chaque objet, les coefficients sélectionnés des 3DCMITS sont utilisés pour construire le vecteur caractéristique unidimensionnel suivant :

$$\vec{V} = [CIMTS_{000}, CIMTS_{100}, CIMTS_{010}, ..., CIMTS_{444}] \quad (V.57)$$

où $CIMTS$ sont les moments invariants de Charlier 3D par translation et changement d'échelle. Enfin, chaque objet de données (l'ensemble d'apprentissage) est représenté par une paire de {étiquette de classe, vecteur de caractéristique $\vec{V}$ }.

- ***Phase 3 : Classifieur***

Pour une prédiction correcte des données de test, le classifieur populaire SVM est adopté dans ce travail en raison de son efficacité pour la classification des données. Sur la base des données d'apprentissage, le classifieur SVM produit un modèle qui prédit les étiquettes des données de test en fonction des vecteurs caractéristiques des données de test. Pour éviter les difficultés numériques lors du calcul, les vecteurs caractéristiques sont d'abord mis à l'échelle afin de placer leurs éléments dans la plage [-1,+1]. Cette normalisation permet également d'éviter la domination des vecteurs caractéristiques de grandes plages numériques sur ceux de petites plages numériques.

- ***Phase 4 : Décision***

La précision de la reconnaissance des objets 3D est mesurée par le pourcentage de reconnaissance correcte (CRP ou Correct Recognition Percentage) suivant :

$$\text{CRP} = \frac{\text{Nombre d'objets 3D bien classés}}{\text{Nombre totatl d'objets 3D utilisés dans le test}} \times 100\ \% \qquad \text{(V.58)}$$

Les performances de classification des 3DCMITS proposés sont vérifiées et comparées à celles de 3DLMI, 3DKMI et 3DTMI présentées dans les articles [128], [448], et [447], respectivement. Les précisions de classification basées sur le classifieur SVM pour les ensembles n°1, n°2 et n°3 sont présentées dans les tableaux 7, 8 et 9, respectivement. En examinant les résultats de ces tableaux, le tableau V.7 montre que pour le cas des objets 3D transformés par translation (Ensemble de données n°1), 3DCMITS, 3DTMI, et 3DKMI donnent des taux de classification élevés, avec une préférence relative pour les 3DTMI qui présente un taux de 87,59%, tandis que les 3DCMITS proposés et 3DKMI présentent les taux de 87,40% et 87,29%, respectivement. En revanche, 3DLMI donne le taux le plus bas (79,96%).

Dans le tableau V.8, il est clairement montré que pour le cas des objets 3D redimensionnés (ensemble de données n°2), les 3DCMITS proposés donnent les taux de classification les plus élevés. Les 3DCMITS ont un taux le plus élevé de 86,64%, suivis par 3DLMI avec 79,12%, tandis que 3DKMI et 3DTMI ont des taux les plus bas de 75,28% et 69,92%, respectivement. Ceci est principalement dû à la méthode d'extraction des invariants d'échelle des moments 3D de Krawtchouk et Tchebichef, respectivement.

Les avantages des descripteurs proposés sont clairement montrés lorsque l'ensemble de données n°3 est utilisé : Le tableau V.9 montre que dans le cas de transformations mixtes de translation et d'échelle, 84,19% des objets 3D sont classés correctement en utilisant les 3DCMITS proposés, alors que 77,08%, 73,19%, et 67,45% pour les 3DLMI, 3DKMI, et 3DTMI, respectivement. Il est à noter que la précision de reconnaissance diminue avec l'augmentation du bruit. Cependant, les 3DCMITS proposés ont des taux de reconnaissance supérieurs à 84%

même à des intensités de bruit élevées. Ces résultats montrent que les moments invariants de Charlier proposés sont robustes aux transformations de translation et d'échelle, et que leur taux de reconnaissance est supérieur à celui des moments invariants 3D de Legendre [128], de Krawtchouk [448] et de Tchebichef [447].

Tableau V.7. Résultats de la classification des objets 3D avec des transformations de translation en utilisant le classifieur SVM.

	Noise-free	Salt-and-pepper noise			
Descripteurs	0%	1%	2%	3%	4%	Average CRP
Proposed 3DCMITS	95,72	90,42	87,86	83,55	79,46	87,402
3DLMI [128]	89,46	84,29	79,29	75,14	71,63	79,962
3DKMI [448]	95,63	91,38	87,36	83,07	79,02	87,292
3DTMI [447]	95,52	91,26	87,91	83,72	79,54	87,590

Tableau V.8 : Résultats de la classification des objets 3D avec des transformations d'échelle en utilisant le classifieur SVM.

	Noise-free	Salt-and-pepper noise			
Descripteurs	0%	1%	2%	3%	4%	Average CRP
Proposed 3DCMITS	94,49	90,25	86,71	83,06	78,69	86,640
3DLMI [128]	87,57	83,86	78,77	74,29	71,11	79,120
3DKMI [448]	83,78	79,50	74,97	70,54	67,59	75,276
3DTMI [447]	76,45	73,83	69,60	66,65	63,07	69,920

Tableau V.9. Résultats de la classification des objets 3D avec des transformations de translation et d'échelle en utilisant le classifieur SVM.

	Noise-free	Salt-and-pepper noise			
Descripteurs	0%	1%	2%	3%	4%	Average CRP
Proposed 3DCMITS	91,85	87,72	84,86	80,70	75,81	84,188
3DLMI [128]	83,33	81,17	77,49	73,57	69,82	77,076
3DKMI [448]	81,25	76,76	73,36	69,07	65,50	73,188
3DTMI [447]	74,73	70,52	67,52	63,94	60,52	67,446

Afin de confirmer les résultats obtenus et de valider les discussions ci-dessus, le processus de classification est refait en utilisant le classifieur KNN. La distance euclidienne [449] est utilisée pour le classifieur KNN et la valeur du paramètre K (nombre de voisins les plus proches) est choisie en faisant varier K jusqu'à ce que l'erreur minimale soit atteinte. Les résultats de la

classification des ensembles de données n°1, n°2 et n°3, en utilisant le classifieur KNN, sont présentés dans les tableaux 10, 11 et 12, respectivement. Les résultats de ces tableaux indiquent que les 3DCMITS proposés donnent les taux de classification les plus élevés et sont supérieurs aux ceux de 3DLMI, 3DKMI et 3DTMI. Ces résultats confirment les discussions précédentes en termes d'efficacité des descripteurs proposés pour la classification d'objets 3D. Il faut également noter que les résultats obtenus avec le classifieur SVM sont plus élevés que ceux obtenus avec le classifieur KNN : avec les 3DCMITS proposés, 87,40%, 86,64%, et 84,19% des objets sont bien classés en utilisant le classifieur SVM pour les ensembles de données n°1, n°2, et n°3, respectivement. Alors que 83,81%, 77,47%, et 75,73% sont bien classés en utilisant le classifieur KNN. Ceci est dû à la supériorité du SVM qui offre des résultats satisfaisants dans le domaine de la classification/reconnaissance d'objets 3D.

Tableau V.10. Résultats de la classification des objets 3D avec des transformations de translation en utilisant le classifieur KNN.

	Noise-free	Salt-and-pepper noise				
Descriptors	0%	1%	2%	3%	4%	Average CRP
Proposed 3DCMITS	91,85	87,71	84,16	80,29	75,06	83,814
3DLMI [128]	85,53	79,64	75,25	71,04	67,82	75,856
3DKMI [448]	91,52	87,35	84,03	80,17	74,95	83,604
3DTMI [447]	91,43	87,65	84,27	80,35	75,24	83,788

Tableau V.11. Résultats de la classification des objets 3D avec des transformations d'échelle en utilisant le classifieur KNN.

	Noise-free	Salt-and-pepper noise				
Descripteurs	0%	1%	2%	3%	4%	Average CRP
Proposed 3DCMITS	86,47	81,89	76,38	72,70	69,93	77,474
3DLMI [128]	81,53	77,54	73,27	68,02	64,65	73,002
3DKMI [448]	79,62	74,21	70,05	64,85	62,52	70,250
3DTMI [447]	73,48	67,73	65,16	61,28	58,95	65,320

Tableau V.12. Résultats de la classification des objets 3D avec des transformations de translation et d'échelle en utilisant le classifieur KNN.

	Noise-free	Salt-and-pepper noise				
Descripteurs	0%	1%	2%	3%	4%	Average CRP
Proposed 3DCMITS	84,52	79,34	75,80	71,73	67,26	75,730

3DLMI [128]	79,36	75,23	71,99	66,81	63,01	71,280
3DKMI [448]	76,30	71,11	68,33	63,01	59,38	67,626
3DTMI [447]	70,62	66,65	64,77	60,31	56,31	63,732

5. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons fait un survol des méthodes d'extraction et de sélection des primitives existantes dans la littérature, en précisent pour chaque méthode ses propriétés, ses avantages et ses inconvénients. Nous avons ensuite présenté les différentes méthodes d'extraction des invariants de moments, pour la classification et la reconnaissance de formes, ainsi que les limitations qui s'y rattachent notamment la complexité de calcul et les erreurs d'approximation numérique. Nous avons ensuite proposé et comparé deux méthodes systématiques (la méthode conventionnelle indirecte et la méthode rapide proposée) d'extraction des moments invariants de Charlier 3D par translation et changement d'échelle. Après l'application de cette méthode de sélection de primitives, le vecteur extrait est ensuite appliqué pour la classification des objets 3D sur la base de données PSB. Les résultats de classification montrent la performance des moments invariants proposés pour différents types d'objets 3D et sous différentes conditions de bruit.

CHAPITRE VI : CLUSTER RASPBERRY PI POUR LE CALCUL PARALLÈLE ET DISTRIBUÉ

1. Introduction

L'analyse des données volumineuses devient de plus en plus essentielle dans de nombreux domaines de la science et de l'ingénierie. La taille même des données entraîne souvent une lenteur d'exécution des algorithmes à forte intensité de calcul, comme les applications de traitement de signal et d'image. Une autre difficulté survient lorsque l'ensemble de données est plus grand que la RAM (mémoire vive) disponible dans un système informatique. Dans ce cas, les données doivent être divisées en ensembles de données plus petits et traitées séparément, ce qui implique un temps de traitement encore plus long. Comme les ensembles de données sont de plus en plus grands et que la loi de Moore approche de ses limites [450], les algorithmes séquentiels traditionnels deviennent trop inefficaces pour traiter les tâches d'analyse de données les plus récentes. Une solution plausible pour améliorer l'efficacité du traitement sismique consiste à développer des algorithmes parallèles et distribués, tels que la transformation de Fourier rapide à mémoire distribuée [451] ou la migration temporelle inverse parallèle [452]. L'informatique parallèle et distribuée étant de plus en plus répandue, il est nécessaire de les étudier.

Malgré la grande efficacité des algorithmes basés sur les transformées moments, le temps d'exécution de ces algorithmes dans les applications en temps réel reste un problème. L'application des transformées moments sur des données multimédia (signaux audio, images, images couleurs, images 3D) est un processus intensifs, principalement pour les ordres de moments élevés et pour les grandes tailles de données. L'approche clé pour résoudre le problème de calcul intensif est le calcul parallèle des transformées moments. Plusieurs tentatives ont été faites pour paralléliser les calculs des transformées moments en utilisant les GPU, les CPU multicœurs et les clusters de GPU [453], [454], [455], [456], [457]. Pour les applications en temps réel, ces approches ne sont pas utiles. Bien que ces techniques et d'autres techniques dans la littérature aient été utilisées pour accélérer le temps de calcul, ils fonctionnaient toujours sur

des PC ordinaires avec une portabilité limitée en raison de leur taille et de leur poids. La grande taille des PC ordinaires ne sont pas utiles dans les trains, les avions, les bateaux et les voitures, les maisons et les villes intelligentes.

Pour surmonter les limites des PC ordinaires, des systèmes embarqués mobiles et portables tels que les Raspberry Pis peuvent être utilisés. L'avantage principale d'un Raspberry Pi est sa portabilité facile (petite taille et faible poids) et son faible coût par rapport au PC ordinaire [458]. Le Raspberry Pi a été utilisé dans divers domaines tels que le traitement d'images [459],[460], [461], l'internet des objets (IoT) [462], [463], [464], la domotique [465], [466], et bien d'autres applications. De plus, en raison de son faible coût et de sa faible consommation d'énergie, un seul Raspberry Pi peut être facilement acheté, ce qui permet de créer un cluster peu coûteux et économe en énergie en combinant plusieurs Raspberry Pis dans un cluster ; nous gagnons la capacité de faire beaucoup de choses en même temps.

Dans le cadre de notre travail de thèse, nous avons construit dans [19] un cluster basé sur quatre Raspberry Pis et utilisé ce cluster pour réduire la complexité des algorithmes basés sur des transformées moments qui sont coûteux en temps. Plus précisément, nous avons parallélisé le système de tatouage audio basé sur FrCMT-DTCWT présenté dans la Section III.3, puis nous avons implémenté ce système sur le cluster Raspberry Pis pour avoir un système rapide de tatouage audio qui peut être exécuté en quelques secondes. En effet, pour certaines applications de tatouage numérique, la rapidité est un facteur crucial, notamment l'extraction du watermark doit être effectuée en temps réel [269]. Dans les applications de protection des droits d'auteur, le temps d'insertion du watermark n'est pas un problème s'il n'est pas très élevé. En revanche, le processus d'extraction du watermark doit être aussi rapide que possible [271].
Les résultats montrent que le système de tatouage parallèle proposé est largement rapide par rapport au système séquentiel avec une amélioration d'environ 70 %, 80 % et 90 % en utilisant respectivement 4, 8 et 16 cœurs du cluster Raspberry Pi.

Dans ce chapitre, nous présentons l'architecture de notre cluster Raspberry Pis en termes de composants matériels et d'environnement logiciel. Nous détaillons également les avantages d'utiliser ce cluster en termes de performance et de coût. Nous présentons ensuite l'implémentation de notre système parallèle de tatouage audio [19] sur le cluster Raspberry Pi. Les performances et les résultats expérimentaux du système de tatouage audio, et la conclusion sont enfin fournis à la fin du chapitre.

2. Calcul parallèle et distribué

Cette section expliquera les concepts de calcul parallèle et le calcul distribué.

2.1 Le calcul parallèle

Généralement, les algorithmes fonctionnent de manière séquentielle (Figure VI.1) :

- Un problème est décomposé en une série discrète d'instructions.
- Les instructions sont exécutées séquentiellement.
- Toutes les instructions sont exécutées sur un seul processeur.
- Une seule instruction est exécutée à un moment donné.

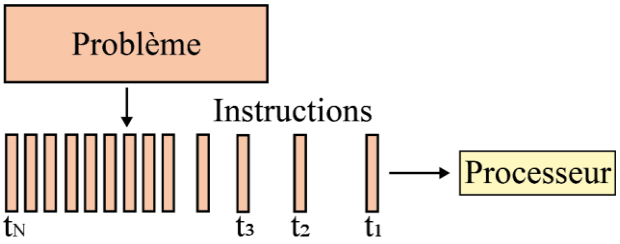


Figure VI.1 : Algorithme séquentiel.

Dans le calcul parallèle, plusieurs ressources informatiques sont utilisées pour résoudre simultanément un problème de calcul (Figure VI.2) :

- Un problème est divisé en parties distinctes qui peuvent être résolues simultanément.
- Chaque partie est ensuite décomposée en une série d'instructions.
- Les instructions de chaque partie sont exécutées simultanément sur différents processeurs.
- Un mécanisme de contrôle/coordination global est utilisé.

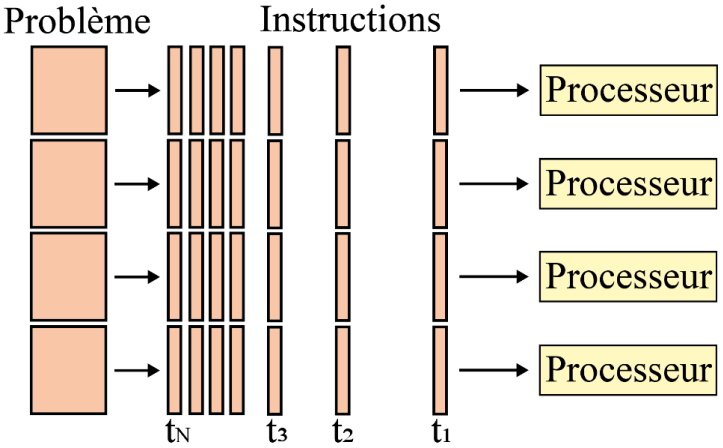


Figure VI.2 : Algorithme parallèle.

En divisant une tâche en *k* sous-tâches et en les exécutant simultanément, il est possible d'améliorer la vitesse d'exécution jusqu'à un facteur de *k* fois.

2.2 Le calcul distribué

Un système informatique distribué est une combinaison matériel-logiciel composée de composants situés sur différents ordinateurs en réseau et communiquant et coordonnant des actions entre eux par la transmission de messages. Les composants interagissent les uns avec les autres afin d'atteindre des objectifs/tâches communs [467]. Une architecture distribuée commune est illustrée dans la figure 3.

Chaque nœud d'un système distribué se compose d'un composant de mémoire (RAM) et d'un composant de processeur (CPU). Les nœuds maîtres supervisent la distribution et la gestion des données/tâches à travers le système, et les nœuds esclaves exécutent les tâches assignées par le maître. L'objectif d'un système distribué est d'utiliser toute la mémoire disponible et la puissance de traitement de différents ordinateurs pour résoudre un problème de calcul de manière efficace et tolérante aux pannes (c.-à-d. que même si quelques nœuds échouent, le système continuera à fonctionner).

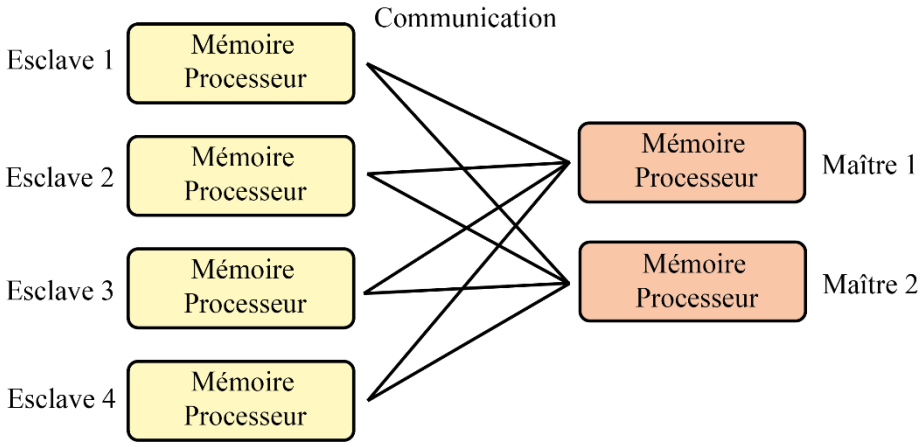


Figure VI.3 : Schéma d'un système distribué.

3. Cluster Raspberry Pi

Dans cette section, nous décrivons l'architecture de notre cluster de Raspberry Pis en termes de composants matériels et d'environnement logiciel. Nous détaillons également les avantages de l'utilisation de ce cluster en termes de performances et de coût.

3.1 Raspberry Pi

En raison de la portabilité limitée des ordinateurs standards, des systèmes embarqués tels que des Raspberry Pis peuvent être utilisés. Le Raspberry Pi est un ordinateur monocarte caractérisé par sa portabilité facile grâce à son poids léger (46 g) et sa petite taille (85,6 mm × 56,5 mm), sa faible consommation d'énergie et son faible coût, ainsi que par ses fonctionnalités et son évolutivité. Raspberry Pi a été utilisé dans divers domaines tels que l'Internet des objets

(IoT) [462], [463], [464], le traitement d'image [460], [468], [459], [461], la domotique [465], [466], et d'autres applications.

Plusieurs versions du Raspberry Pi ont été fabriquées par la fondation Raspberry Pi (Raspberrypi.org) avec une plateforme open source. Par rapport aux versions précédentes du Raspberry Pi (3B, 3B+, 2B, 2B+, 1A, 1B), le Raspberry Pi 4B (Fig. VI.4) présente une amélioration considérable en termes de vitesse du processeur et de quantité de RAM. Les caractéristiques du Raspberry Pi 4B sont résumées dans le tableau VI.I. Comme on peut le voir dans le tableau VI.1, le Raspberry Pi 4B est suffisamment puissant pour prendre en charge des applications de traitement de signal complexes qui nécessitent une charge de calcul élevée. De plus, le processeur du Raspberry Pi 4B possède 4 cœurs physiques, il peut donc être très utile lorsque les applications implémentées sur ce processeur peuvent être exécutées sur plus d'un cœur.



Figure VI.4 : Ordinateur Raspberry Pi 4B.

Tableau VI.1. Caractéristiques du Raspberry Pi 4B.

Fonctionnalité	Description
Processeur (CPU)	Broadcom BCM2711, quad-core Cortex-A72 (ARM v8) 64-bit SoC @ 1.5GHz
Mémoire vive (RAM)	1GB, 2GB, 4GB ou 8GB (selon le modèle)
Type de stockage	Carte Micro-SD pour charger le système d'exploitation et le stockage des données
Connectique	2.4 GHz et 5.0 GHz IEEE 802.11b/g/n/ac wireless LAN, Bluetooth 5.0, BLE Gigabit Ethernet 2×USB 3.0 2×USB 2.0 1 x micro SD 1 x MIPI DPI 1 x GPIO 2 x micro HDMI 1 x MIPI CSI
Alimentation	5V DC via USB-C, Compatible PoE nécessitant PoE HAT (non fourni), 5V DC via GPIO

3.2 Interface de transmission de messages (MPI)

L'interface de transmission de messages (Message Passing Interface ou MPI) [469] est un moyen standard d'échanger des messages entre plusieurs ordinateurs exécutant un programme parallèle sur une mémoire distribuée.

Dans le calcul parallèle, plusieurs ordinateurs, ou même plusieurs cœurs de processeur au sein du même ordinateur, sont appelés nœuds. Chaque nœud de l'arrangement parallèle travaille généralement sur une partie du problème informatique global. Le défi consiste alors à synchroniser les actions de chaque nœud parallèle, à échanger des données entre les nœuds et à assurer la commande et le contrôle sur l'ensemble du cluster parallèle. L'interface de transmission de messages définit une suite standard de fonctions pour ces tâches. Le terme transmission de message fait généralement référence à l'envoi d'un message à un objet, un processus parallèle, un sous-programme, une fonction ou un thread, qui est ensuite utilisé pour démarrer un autre processus.

MPI permet un calcul parallèle avec la mémoire distribuée où chaque nœud a sa mémoire, et ils sont indépendants les uns des autres. Par conséquent, MPI assure les communications entre les nœuds de calcul.

3.3 Cluster Raspberry Pi

Généralement, un cluster (un agrégat) peut être considéré comme un groupe d'ordinateurs formant une seule entité. En combinant deux ou plusieurs ordinateurs dans un cluster, on peut obtenir une augmentation potentielle des performances en effectuant des opérations dans un environnement distribué et parallèle.

En raison de son faible coût, un seul Raspberry Pi 4B est facilement accessible et suffisamment puissant pour prendre en charge des applications de traitement de signal complexes qui nécessitent une charge de calcul élevée. Pour augmenter les performances, nous pouvons utiliser un cluster de Raspberry Pis [470]. Dans notre article [19], nous avons construit un cluster basé sur quatre Raspberry Pi 4B afin d'avoir une grande quantité de cœurs de processeur ce qui est très utile pour accélérer le temps de calcul d'un système parallèle de tatouage audio.

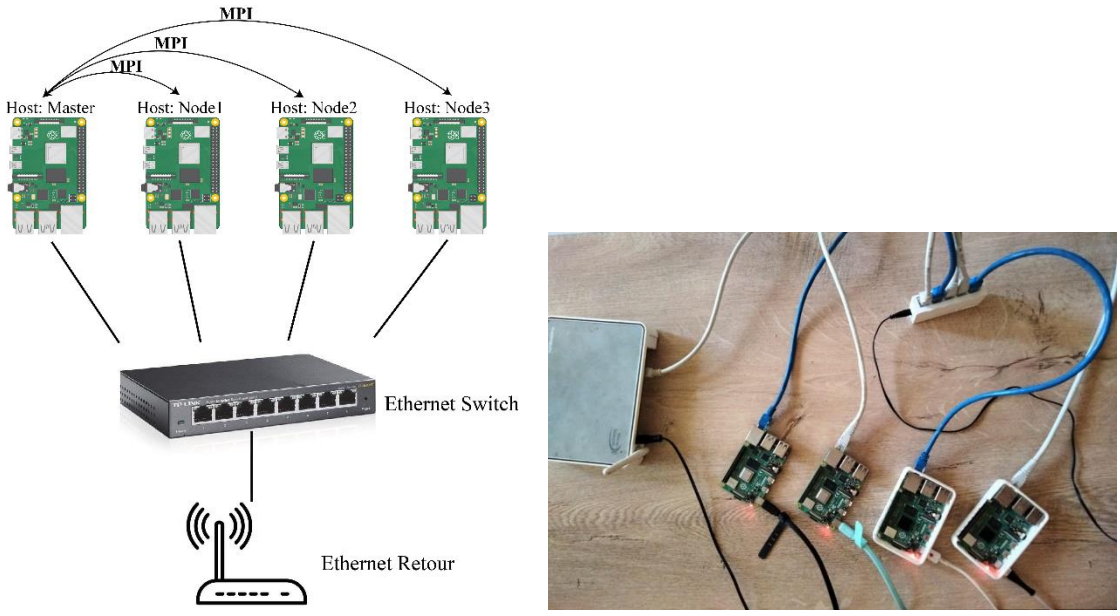
La figure VI.5 montre l'architecture de notre cluster Raspberry Pi : nous avons un nœud principal "maître" (Master) qui contrôle toutes les opérations et trois nœuds de calcul (Node1, Node2, Node3) utilisés pour augmenter la performance globale. Chaque nœud est équipé d'une RAM de

2 GB et d'une carte SD de 16 GB pour le stockage local. Les quatre Raspberry Pis ont été connectés au routeur Ethernet via un commutateur Ethernet.

Pour exécuter des commandes sur les 4 nœuds et pour assurer les communications entre eux, nous avons principalement besoin de l'outil MPICH. MPICH, avec la librairie Python MPI4PY, est une implémentation open source de la norme MPI dont le but est de gérer les architectures informatiques parallèles. MPI permet au Raspberry Pi principal (nœud maître) de distribuer la tâche de calcul entre tous les autres Raspberry Pis du cluster parallèlement selon les besoins.

Après l'installation le même système d'exploitation (Raspbian) et les mêmes applications et bibliothèques sur tous les Raspberry Pis, nous configurons leurs noms d'hôtes, puis nous obtenons leurs adresses IP. Enfin, nous autorisons le Raspberry Pi maître à se connecter aux autres Raspberry Pis via SSH (Secure Shell) sans mot de passe.

La Figure VI.6 montre le résultat de l'exécution d'un simple script Python envoyé par le Raspberry Pi maître aux autres Raspberry Pis en utilisant MPI. Chacun des 16 cœurs du réseau devait renvoyer un rapport au Raspberry Pi maître pour confirmer que tous les cœurs fonctionnaient correctement (Figure VI.6).



(a) (b)

Figure VI.5 : (a) Architecture de notre cluster Raspberry Pi, (b) Vue rapprochée de notre cluster Raspberry Pi.

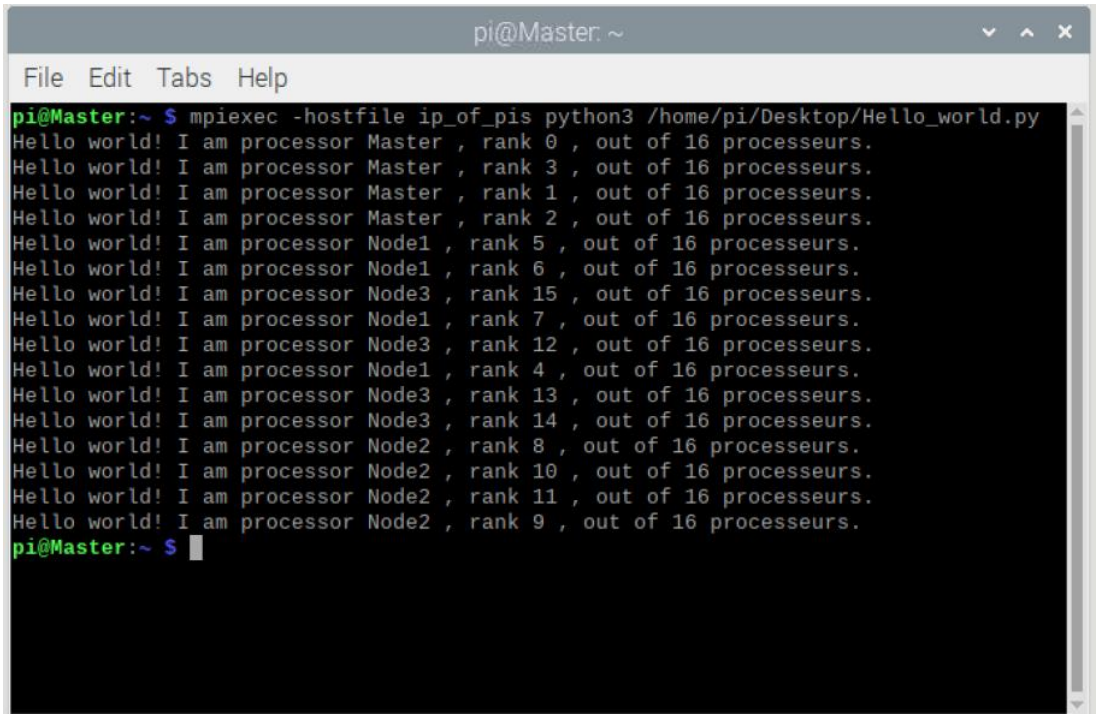


Figure VI.6 : Test de fonctionnalité de base de notre cluster Raspberry Pi.

3.4 Le coût

Le coût total de notre cluster, sans compter le routeur Ethernet, était inférieur à 380 €. Plus de détails sont donnés dans le tableau VI.2. Ainsi, le coût global est comparable à celui d'un PC standard multi-cœurs.

Tableau VI.2. Différents composants et coûts du cluster.

Composants	Quantité	Prix de l'unité	Coût
Raspberry Pi 4B	4	60€	240€
Commutateur gigabit à 5 ports	1	17€	17€
Carte micro SD 16 GB	4	11€	44€
Câbles d'alimentation du Raspberry Pi 4 (USB-C)	4	17€	68€
Câble réseau Ethernet (1m)	4	2€	8€
Total			**377€**

3.5 Avantages d'un cluster Raspberry Pi

- Un cluster de Raspberry Pis présente plusieurs avantages, notamment sa portabilité due à sa légèreté et à sa petite taille, son faible coût et sa faible consommation d'énergie.
- Les clusters légers et portables sont utiles dans les trains, les avions, les bateaux et les voitures. De plus, un cluster mobile peut être configuré pour continuer à fonctionner même si l'un des nœuds du cluster tombe en panne.

- Il y a une demande croissante pour des ordinateurs puissants, petits, portables et à faible coût qui fournissent une puissance de calcul puissante, l'augmentation de la puissance de calcul peut être faite par le calcul parallèle, le calcul parallèle sur le cluster de Raspberry Pis peut répondre aux besoins de puissance de calcul dans les applications où le temps est une mesure critique dans ces applications.
- En intégrant plusieurs Raspberry Pis dans un cluster, nous pouvons faire beaucoup de choses en même temps.

4. Approche parallèle du tatouage audio implémentée sur un cluster de systèmes embarqués (Yamni et al. [19])

4.1 Position du problème et la solution proposée

La plupart des systèmes récents de tatouage numérique pour l'audio peuvent être regroupés en deux catégories : les systèmes opérés dans le domaine temporel [288] [287] et les systèmes opérés dans le domaine de transformée [26], [290], [293], [296], [298], [294], [300], [301], [299]. Les systèmes de tatouage audio opérés dans le domaine de transformée sont plus robustes que ceux opérés dans le domaine temporel. Cependant, les principales faiblesses des systèmes existants de la deuxième catégorie incluent une faible robustesse en particulier vis-à-vis l'attaque de décalage et le coût de calcul en particulier pour les signaux audio de longue durée. Si le problème de la robustesse contre l'attaque de décalage a été résolu soit par la méthode proposée opérée dans le domaine de la transformée DTCWT-FrCMT [16] (présentée dans la section III.3) soit par les méthodes basées sur la stratégie de code de synchronisation [305], [275], [303], [304], le temps d'exécution des systèmes de tatouage audio dans les applications en temps réel reste un problème délicat.

En effet, pour certaines applications de tatouage numérique, la rapidité est un facteur crucial, en particulier, l'extraction du watermark qui doit être effectuée en temps réel [269]. Dans les applications de protection des droits d'auteur, le temps d'insertion du watermark n'est pas un problème s'il n'est pas très élevé, mais le processus d'extraction du watermark doit être aussi rapide que possible [271]. Cependant, la plupart des systèmes de tatouage audio dans le domaine de transformée tels que [26], [300], [301], [299], [16] prennent beaucoup de temps, surtout pour les signaux de longue durée. Ces systèmes fonctionnent de manière séquentielle (Figure VI.7), ils divisent le signal audio en segments et appliquent ensuite une série d'instructions sur chaque segment (prétraitement, passage de domaine temporelle au domaine de transformée, insertion de bits de watermark, reconstruction des segments tatoués, etc.). Un seul segment est traité à un

moment donné sur un seul cœur du processeur. L'application de transformées et de transformées inverses de manière séquentielle sur des segments audio est un processus intensif, principalement pour les signaux audio de longue durée et pour les approches hybrides qui combinent plusieurs transformées.

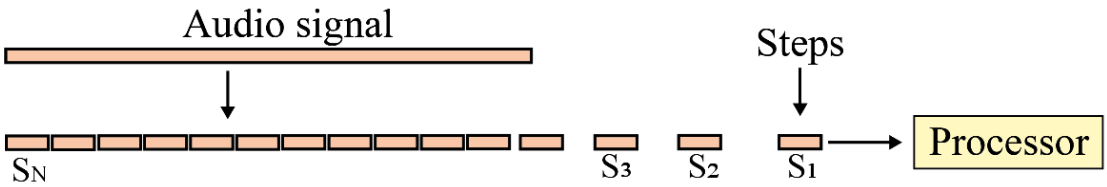


Figure VI.7 : Système séquentiel de tatouage audio.

Dans notre article [19], nous avons développé et implémenté un système de tatouage audio rapide, opéré dans le domaine dans le domaine de la transformée hybride DTCWT-FrCMT, qui peut être exécuté en temps réel. L'idée centrale de la solution proposé est de paralléliser les étapes répétitives et intensives du système de tatouage audio en vue de les exécuter simultanément sur les cœurs physiques disponibles d'un cluster (Figure VI.8). Dans notre article, un cluster basé sur quatre Raspberry Pis 4B est construit afin avoir une grande quantité de cœurs physiques ce qui est très utile pour accélérer le temps d'un système parallèle de tatouage audio.

En résumé, les contributions de cette méthode sont présentées comme suit :

- Un nouveau système de tatouage parallèle pour les signaux audio est implémenté sur un cluster Raspberry Pis.
- Le système de tatouage audio est rapide et peut être souhaitable pour des applications en temps réel.
- Tous les Raspberry Pi du cluster travaillent simultanément sur le système de tatouage audio, ce qui réduit le temps d'exécution.
- Le cluster Raspberry Pis adopté est caractérisé par sa portabilité facile en raison de son poids léger et de sa petite taille, ce qui permet de surmonter la portabilité limitée des PC ordinaires.

La section suivante présente le système parallèle proposé de tatouage audio.

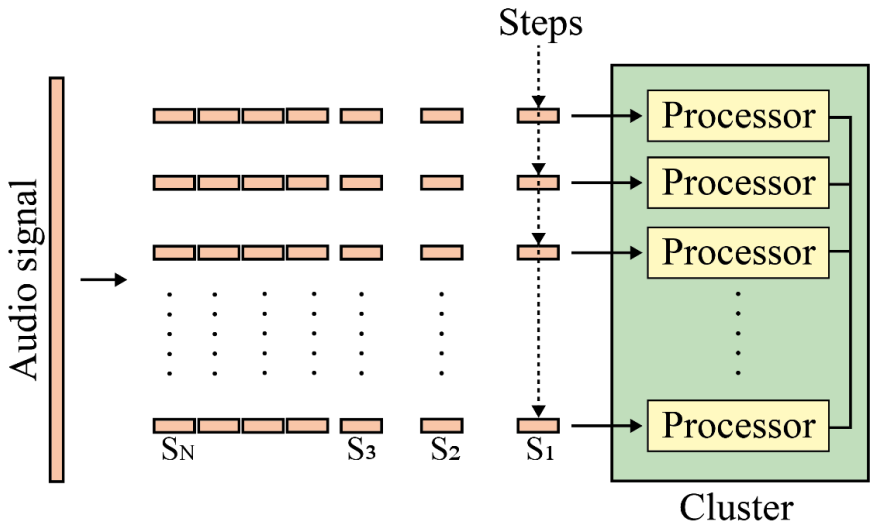


Figure VI.8 : Système parallèle proposé de tatouage audio.

4.2 Système parallèle proposé pour le tatouage audio

Afin d'accélérer le temps d'exécution, un système de tatouage audio parallèle qui peut être implémenté sur un cluster Raspberry Pis est proposé dans notre article [19]. L'approche proposée décompose respectivement le signal audio hôte et le watermark en plusieurs sous-signaux et vecteurs égaux au nombre de cœurs physiques disponibles du cluster Raspberry Pi. Ensuite, simultanément sur chaque cœur, nous extrayons à partir de chaque sous-signal les coefficients de basse fréquence, qui sont moins sensibles au système auditif humain, en appliquant la transformée DTCWT (Section I.2.4) à 5 niveaux. Ensuite, nous appliquons la transformée FrCMT (Section II.2) avec l'ordre fractionnaire optimal afin d'améliorer l'imperceptibilité et la robustesse contre les manipulations courantes de traitement du signal, puis nous intégrons les bits de watermark en quantifiant les énergies des coefficients FrCMT. Enfin, chaque cœur du cluster Raspberry Pi envoie le sous-signal tatoué au nœud maître, puis ce dernier combine tous ces sous-signaux pour obtenir le signal audio tatoué.

Le processus d'extraction du watermark dans le système proposé ne nécessite ni le signal audio original ni le watermark original (l'extraction est aveugle). Le signal audio tatoué est décomposé en sous-signaux, et chaque sous-signal est envoyé à un seul cœur du cluster Raspberry Pi. Ensuite, chaque sous-signal est à nouveau soumis aux transformées DTCWT et FrCT avant d'extraire les bits du watermark. Enfin, chaque cœur du cluster Raspberry Pi envoie les bits du watermark au nœud maître, puis ce dernier combine ces bits pour récupérer le watermark.

Chaque Raspberry Pi de notre cluster aura les mêmes données d'entrée et la même copie du programme, mais chaque Raspberry Pi n'exécute qu'une partie spécifique du programme déterminée par le Raspberry Pi maître du cluster. Tous les Raspberry Pi du cluster sont

indépendants les uns des autres, et les communications (envoi et réception de données) entre le Raspberry Pi maître et les autres Raspberry Pi sont assurées par la bibliothèque MPI.
Les processus d'insertion et d'extraction sont présentés en détail dans les sections suivantes :

4.2.1 Processus d'insertion

Soit $S=\{s(i),\ 0\le i<L\}$ un signal audio hôte avec L échantillons, et $W=\{w(i)\in\{0,1\},\ 0\le i<N\}$ est une séquence binaire de uns et de zéros avec N bits qui sera insérée dans le signal hôte. Le processus d'insertion du watermark peut être résumé comme suit :

Étape 1 : Crypter le watermark de W à W_1 en utilisant la procédure de cryptage basée sur la carte de Henon modifiée [9] où le watermark crypté est défini comme suit :

$$W_1=\{w_1(i)\in\{0,1\},\ 0\le i<N\} \quad \text{(VI.1)}$$

Les paramètres initiaux de la carte de Henon modifiée $\{a,b,c,d,x_0,y_0\}$ notés KEY sont utilisés comme clé secrète dans notre système de tatouage audio.

Étape 2 : Diviser W_1 en ***M*** vecteurs V_k de même longueur, où

$$V_k=\{v_k(j),\ 0\le j<J,\ \ J=N/M,\ \ k=0,1,2,...M-1\} \quad \text{(VI.2)}$$

Étape 3 : Diviser le signal audio S en ***M*** sous-signaux S_k de même longueur, où

$$S_k=\{s_k(i),\ 0\le i<L/M,\ k=0,1,2...,M-1\} \quad \text{(VI.3)}$$

ici, ***M*** représente le nombre de cœurs disponibles dans le cluster Raspberry Pi.

Chaque cœur du cluster Raspberry Pi $(core_{_k}, k=0,1,2...,M-1)$ reçoit le vecteur du watermark V_k et le sous-signal S_k, puis exécute sur lui les étapes **(4~11)**

Étape 4 : Décomposer le sous-signal S_k en J séquences, avec $J=N/M$

Pour chaque séquence (F_j, $j=0,1,...,J$), appliquer les étapes **(5~10)**

Étape 5 : Générer A^5 et D^5,D^4,D^3,D^2,D^1 en appliquant la DTCWT à 5 niveaux avec les filtres de [30] pour le premier niveau et un ensemble de filtres de [31], [307] pour les autres niveaux.

où $A^5=A_a^5+jA_b^5$ sont les coefficients d'approximation de niveaux 5 de la DTCWT et $D^i=D_a^i+jD_b^i,\ i=1,2,3,4,5$ sont les coefficients de détail de niveau *i* de la DTCWT.

Étape 6 : Appliquer la transformée FrCMT sur A^5 pour obtenir un vecteur nommé $\boldsymbol{FrCM}^{\alpha}$

$$\boldsymbol{FrCM}^{\alpha} = \boldsymbol{C}^{\alpha}\boldsymbol{A}^{5} \quad \text{(VI.4)}$$

où $\boldsymbol{FrCM}^{\alpha}$ et $\boldsymbol{A}^{5}$ sont des vecteurs de taille $1\times n$, $n = \frac{L}{N\times 2^{5}}$, et $\boldsymbol{C}^{\alpha}$ est une matrice des FrCPs de taille $n\times n$ qui peut être calculée à partir de l'équation II.42. L'ordre fractionnaire de la FrCMT est fixé à $\alpha = 0.2$ comme il est recommandé dans [16].

Étape 7 : Calculer l'énergie de $\boldsymbol{FrCM}^{\alpha}$ et obtenir une valeur notée E.

Étape 8 : Insérer un bit du watermark dans le vecteur $\boldsymbol{FrCM}^{\alpha}$ en quantifiant son énergie E, selon la relation suivante :

$$\overline{\boldsymbol{FrCM}^{\alpha}} = E \times \boldsymbol{FrCM}^{\alpha} / \overline{E} \quad \text{(VI5)}$$

où $\boldsymbol{FrCM}^{\alpha}$ est le vecteur original de la FrCMT, $\overline{\boldsymbol{FrCM}^{\alpha}}$ est le vecteur tatoué de la FrCMT et

$$\overline{E} = \begin{cases} floor\left(E/\Delta\right) + 3\Delta/4 & \text{if } v_k(j) = 1 \\ floor\left(E/\Delta\right) + \Delta/4 & \text{if } v_k(j) = 0 \end{cases} \quad \text{(VI.6)}$$

où Δ est le pas de quantification et $floor(.)$ est l'opérateur plancher.

Étape 9 : Appliquer la iFrCMT sur le vecteur tatoué $\overline{\boldsymbol{FrCM}^{\alpha}}$ et obtenir les coefficients d'approximation tatoués $\overline{\boldsymbol{A}^{5}}$:

$$\overline{\boldsymbol{A}^{5}} = \boldsymbol{C}^{-\alpha}\,\overline{\boldsymbol{FrCM}^{\alpha}} \quad \text{(VI.7)}$$

Étape 10 : Obtenir la séquence tatouée $\overline{F_j}$ en appliquant la iDTCWT sur $\overline{\boldsymbol{A}^{5}}$ et $D^{5}, D^{4}, D^{3}, D^{2}, D^{1}$.

Étape 11 : Reconstruire le sous-signal tatoué $\overline{S_k}$ avec les séquences tatouées :

$$\overline{S_k} = \{\overline{F_j},\ j = 0,1,...,J\} \quad \text{(VI.8)}$$

Étape 12 : Chaque cœur du cluster $(core_{-k}, k = 0,1,2...,M-1)$ envoie le sous-signal tatoué $\overline{S_k}$ au $core_{-0}$, puis ce dernier combine tous ces sous-signaux afin d'obtenir le signal audio tatoué $\overline{S}$ comme suit :

$$\overline{S} = \{\overline{S_k},\ k = 0,1,2,...M-1\} \quad \text{(VI.9)}$$

4.2.2 Processus d'extraction

Soit $\overline{S} = \{\overline{s(i)},\ 0 \le i < L\}$ désigne un signal audio tatoué avec L échantillons, l'extraction du watermark à partir de $\overline{S}$ est aveugle, et peut être résumée comme suit :

Étape 1 : Diviser le signal audio tatoué $\overline{S}$ en $\boldsymbol{M}$ sous-signaux $\overline{S_k}$ de longueur égale où $\boldsymbol{M}$ représente le nombre de cœurs de cluster Raspberry Pi.

Chaque cœur du cluster Raspberry Pi $(core_{-k}, k = 0,1,2...,M-1)$ reçoit le sous-signal $\overline{S_k}$ puis exécute sur lui les étapes suivantes :

Étape 2 : Diviser le signal audio $\overline{S_k}$ en J séquences de longueur égale, où $J = N/M$.

Étape 3 : Pour chaque séquence ($\overline{F_j}, 0 \le j < J$), appliquer les étapes **(5~7)** du processus d'insertion pour obtenir l'énergie $\overline{E}$, puis appliquer la règle d'extraction suivante :

$$v_k^*(j) = \begin{cases} 1, \text{ if } \overline{E} - floor\left(\overline{E}/\Delta\right) \times \Delta \ge \dfrac{\Delta}{2} \\ 0, \text{ if } \overline{E} - floor\left(\overline{E}/\Delta\right) \times \Delta < \dfrac{\Delta}{2} \end{cases} \quad \text{(VI.10)}$$

où $V_k^* = \{v_k^*(j),\ 0 \le j < J,\ k = 0,1,2,...M-1\}$ sont les vecteurs cryptés extraits du watermark, et Δ est le pas de quantification.

Étape 4 : Chaque cœur du cluster $(core_{-k}, k = 0,1,2...,M-1)$ envoie le vecteur V_k^* au cœur $core_{-0}$, puis ce dernier combine tous ces vecteurs pour obtenir la séquence cryptée du watermark comme suit

$$W_1^* = \{V_k^*,\ 0 \le k < M\} \text{ where } V_k^* = \{v_k^*(j), 0 \le j < J,\ J = N/M\} \quad \text{(VI.11)}$$

Étape 5 : W_1^* est décrypté en utilisant les mêmes paramètres initiaux (KEY) de la carte de Henon modifiée pour récupérer le watermark W^*.

5. Résultats expérimentaux

Les performances du système parallèle de tatouage audio proposé sont démontrées à l'aide du langage de programmation python. Le système proposé est implémenté sur le cluster Raspberry Pi présenté dans la Section VI.3.3, qui est composé de quatre Raspberry Pis 4B chacun est équipé de 2 Go de RAM et d'une carte SD de 16 Go pour le stockage local. Chaque Raspberry Pi 4B aura les mêmes données d'entrée (signal audio et watermark) et la même copie du programme, mais chaque nœud n'exécute qu'une partie spécifique du programme déterminée par le Raspberry Pi maître du cluster.

Cinq signaux audio de différents types et longueurs (Tableau VI.3) provenant du site web Looperman (https://www.looperman.com/loops) ont été utilisés comme signaux de test et une séquence binaire de uns et de zéros a été utilisée comme watermark. La longueur du watermark dépend de la durée du signal audio hôte. Nous avons inséré un bit binaire dans le signal hôte tous les 486 échantillons, ce qui a donné une capacité de charge utile d'environ 90,07 (~=44 100/486) bits par seconde (bps).

Dans cette section, la performance du système de tatouage audio proposé est comparée aux systèmes existantes [16], [301], [300] en termes de temps du calcul. Il est à noter que une comparaison a été effectuée également entre ces méthodes en termes de capacité de charge utile, d'imperceptibilité, de robustesse vis-à-vis les manipulations courantes de traitement du signal. Nous recommandons au lecteur intéressé de consulter notre article [19] pour plus de détails sur cette comparaison.

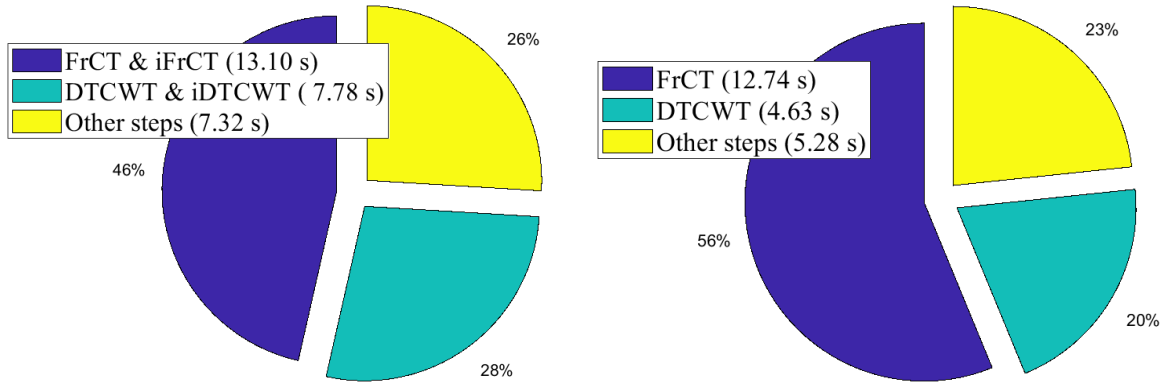
Tableau VI.3. Informations sur les signaux audio de test.

Signal audio	Catégorie	Durée (s)	Fréquence d'échantillonnage	Format	Longueur du watermark
Classical_looperman-t-5360279-0234295	Classic	60	44.1 kHz	WAVE	5438
Rap_looperman-t-5460389-0236865	Rap	90	44.1 kHz	WAVE	8158
Jazz_looperman-t-5378703-0236794	Jazz	120	44.1 kHz	WAVE	10945
Pop_ooperman-t-0966004-0236621	Pop	150	44.1 kHz	WAVE	13665
Rock_looperman-t-3294503-0236832	Rock	180	44.1 kHz	WAVE	13665

Les systèmes de tatouage dans le domaine de transformée sont plus robustes que ceux mis en œuvre dans le domaine temporel. Cependant, le principal inconvénient des systèmes de filigrane dans le domaine de la transformation est qu'ils prennent beaucoup de temps, surtout pour les signaux audio de longue durée. Le tableau VI.4 présente le temps d'exécution écoulé du système de tatouage audio proposé implémenté sur Raspberry Pi en utilisant l'approche séquentielle, c.-à-d. qu'un seul cœur est impliqué dans l'exécution du système. Ce test a été effectué en utilisant différents signaux audio (classique, pop, jazz, rap, rock) avec des durées allant de 60 secondes à 180 secondes. Comme il est montré dans ce tableau, le temps d'exécution des processus d'insertion et d'extraction est très élevé et il augmente avec la durée du signal. La figure VI.9 montre le temps requis pour les différentes étapes du système proposé en utilisant un signal audio de 60 secondes. Comme le montre cette figure, les étapes les plus intensives en termes de calcul sont le calcul des transformées FrCMT et DTCWT et de leurs transformées inverses (iFrCMT et iDTCWT). Cela conduit à des processus d’insertion et d’extractions lents.

Tableau VI.4. Temps d'exécution séquentiel du tatouage audio proposé implémenté sur un seul Raspberry Pi du cluster.

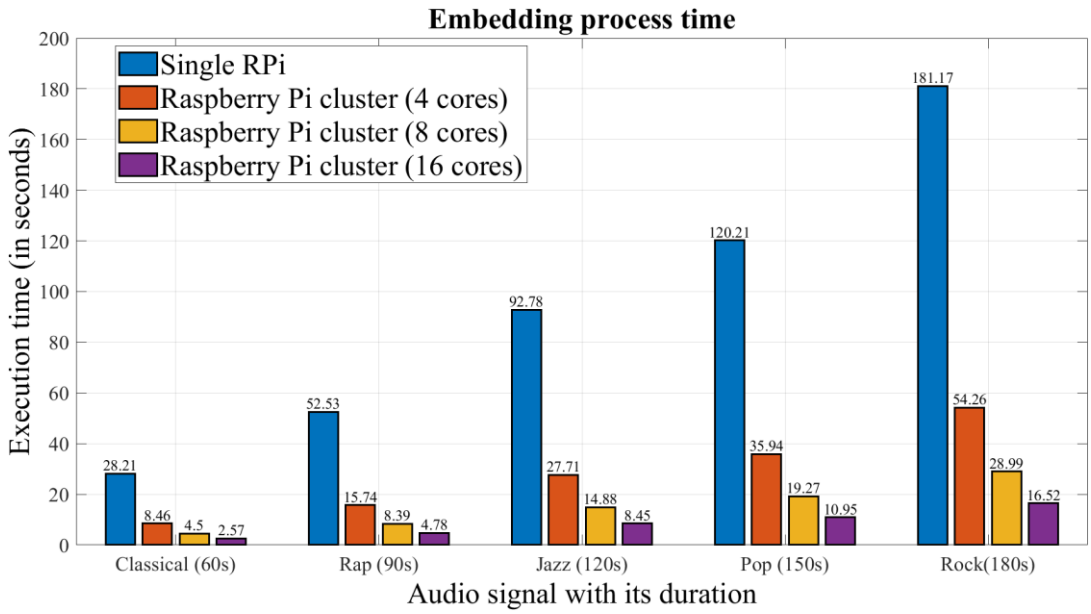
Signal audio et sa durée	Temps d'exécution (en secondes)	
	Processus d'insertion	Processus d'extraction
Classical (60s)	28.2114	22.6615
Rap (90s)	52.5263	47.71793
Jazz (120s)	92.7756	86.9927
Pop (150s)	120.2145	115.9767
Rock(180s)	181.1722	173.6886



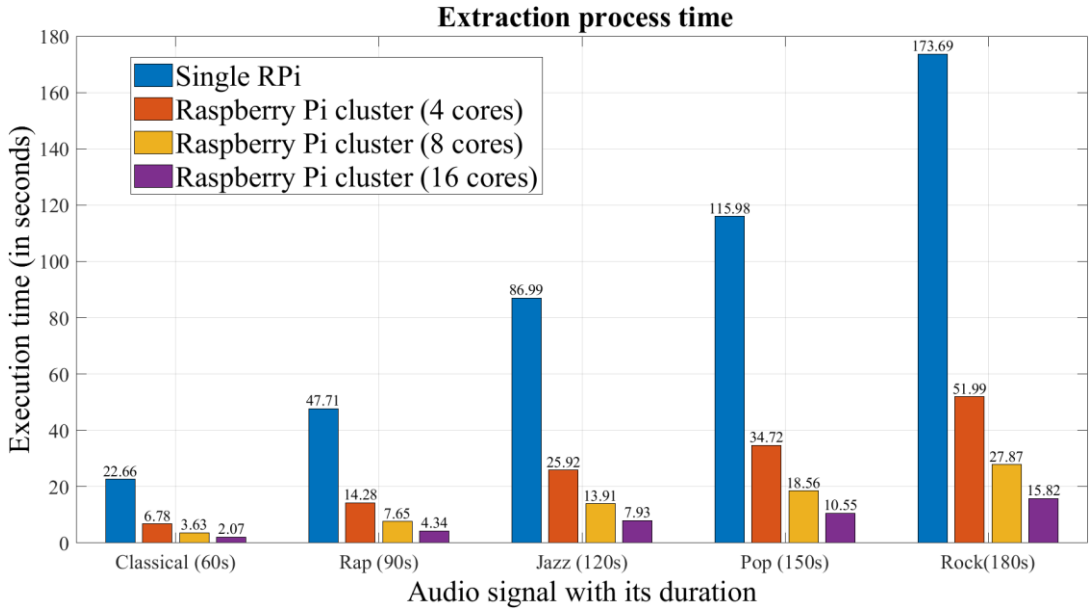
(a) (b)

Figure VI.9. Temps d'exécution séquentiel dans le système de tatouage proposé pour un signal audio de 60 secondes ; (a) Processus d'insertion, (b) Processus d'extraction.

Comme nous avons souligné dans la Section VI.4, les processus d'insertion et d'extraction peuvent être parallélisés à l'aide de la bibliothèque MPI sur le cluster Raspberry Pi afin d'accélérer le temps d'exécution du système proposé. Chaque Raspberry Pi 4B de notre cluster (Section VI.3) aura les mêmes données d'entrée (signal audio et watermark) et la même copie du programme, mais chaque nœud n'exécute qu'une partie spécifique du programme déterminée par le Raspberry Pi maître du cluster. Tous les Raspberry Pis du cluster sont indépendants les uns des autres, et les communications entre le nœud maître et les autres nœuds sont assurées par MPI. La figure VI.10 présente les temps d'exécution requis par le système parallèle proposé, implémenté sur notre cluster. Ce test a été effectué sur un nombre différent de cœurs de cluster et sur des signaux audio différents. Cette figure montre la supériorité du système parallèle proposé implémenté sur le cluster par rapport au système séquentiel implémenté sur un seul Raspberry Pi du cluster. L'efficacité de l'approche proposée augmente avec le nombre de cœurs utilisés dans le cluster.



(a)



(b)

Figure VI.10. Temps d'exécution (en secondes) de système parallèle proposé de tatouage audio implémenté sur le cluster Raspberry Pi ; (a) Processus d'insertion, (b) Processus d'extraction.

Afin de mesurer l'efficacité de l'approche proposée, nous utilisons le rapport d'amélioration du temps d'exécution (ETIR) [471] qui représente le rapport de comparaison entre le temps d'exécution du système séquentiel de tatouage et le temps d'exécution du système parallèle de tatouage implémenté sur le cluster de Raspberry Pis. L'ETIR est défini comme suit :

$$ETIR(\%) = \left(1 - \frac{T_{Parallèle}}{T_{Séquentiel}}\right) \times 100 \quad \text{(VI.12)}$$

Les valeurs ETIR obtenues du système parallèle proposé sur différents cœurs du cluster Raspberry Pis sont présentées dans le tableau VI.5. Ce tableau montre que le système parallèle proposé est largement rapide par rapport au système séquentiel avec une amélioration temporelle d'environ 70%, 80% et 90% en utilisant 4, 8 et 16 cœurs du cluster, respectivement, ce qui prouve l'efficacité de la méthode proposée en termes de rapidité.

D'après les résultats de comparaison présentés dans le tableau VI.6, nous pouvons voir que le système parallèle que nous avons proposé, implémenté sur différent nombre de cœurs du cluster, est largement rapide par rapport à tous les autres systèmes de tatouage audio sélectionnés pour cette comparaison. Pour un signal audio de 60 secondes et un watermark de 5438 bits, le système proposé n'a besoin que de 7.6210s, 4.0680s, et 2.3197s lorsqu'il est implémenté sur 4, 8, et 16 cœurs du cluster Raspberry Pi, respectivement. Cela montre la supériorité de l'approche proposée.

Tableau VI.5. Amélioration temporelle (ETIR) en utilisant le système parallèle proposé de tatouage audio implémenté sur le cluster Raspberry Pi pour différents signaux audio.

Signal audio et sa durée	RPi cluster (4 cores)		RPi cluster (8 cores)		RPi cluster (16 cores)	
	Processus d'insertion	Processus d'extraction	Processus d'insertion	Processus d'extraction	Processus d'insertion	Processus d'extraction
Classic (60s)	70.02	70.06	84.02	83.99	90.88	90.88
Rap (90s)	70.04	70.07	84.02	83.96	90.90	90.90
Jazz (120s)	70.13	70.21	83.96	84.01	90.89	90.88
Pop (150s)	70.10	70.07	83.97	83.99	90.89	90.90
Rock(180s)	70.05	70.07	84.00	83.96	90.88	90.89

Tableau VI.6. Temps d'exécution de système parallèle proposé de tatouage audio par rapport aux autres systèmes existants pour un signal audio de 60 secondes et un watermark de 5438 bits.

Système de tatouage audio	Environnement d'implémentation	Processus d'insertion	Processus d'extraction	Temps moyen
Proposé	Raspberry Pi cluster (4 cores)	**8.45903**	**6.7830**	**7.6210**
Proposé	Raspberry Pi cluster (8 cores)	**4.5076**	**3.6284**	**4.0680**
Proposé	Raspberry Pi cluster (16 cores)	**2.5737**	**2.0657**	**2.3197**
[301]	PC Intel core i3 2.4 GHz, 6 GB RAM, SSD 256 GB	66.2062	50.629	58.4176
[300]	PC Intel core i3 2.4 GHz, 6 GB RAM, SSD 256 GB	52.8935	23.0027	37.9481
[16]	PC Intel core i3 2.4 GHz, 6 GB RAM, SSD 256 GB	73.3061	69.3206	71.3133

6. Conclusion

Le calcul parallèle et distribué est devenu une partie essentielle pour les applications en temps réel où la rapidité est un facteur critique. Dans ce chapitre, nous avons construit et testé avec succès un cluster de calcul à 4 nœuds en utilisant des Raspberry Pis. En utilisant ce cluster, nous avons également démontré que la parallélisation et la distribution des étapes intensives et répétitives et des données sont bénéfiques. Notre cluster est un système distribué robuste et peu coûteux qui peut être utilisé pour implémenter des algorithmes parallèles qui nécessitent une charge de calcul élevée.

Dans le cadre de travaux futurs, nous espérons faire évoluer le système vers des centaines de processeurs. Pour y parvenir, nous devrons concevoir une structure physique capable d'héberger les Raspberry Pis, ainsi qu'une méthode permettant d'alimenter le système de manière fiable.

CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES

Dans cette thèse, nous avons présenté nos contributions liées à la résolution des problèmes qui limitaient l'utilisation des transformées orthogonales discrètes dans les domaines de la vision par ordinateur et de la reconnaissance des formes. Le premier problème, qui était la représentation compacte et holistique des signaux/images multi-composants, a été résolu en proposant pour la première fois une nouvelle famille de transformées octonaires basée la théorie des octonions et la théorie des moments. Cette famille de transformées nous a permis de représenter et de caractériser des signaux/images multiples de manière compacte et holistique. Le deuxième problème, qui était la faible robustesse des transformées orthogonales discrètes vis-à-vis les opérations courantes de traitement de signal, a été résolu en proposant une nouvelle série des transformées orthogonales discrètes d'ordre fractionnaire à savoir les moments orthogonaux discrets d'ordre fractionnaire de Charlier (FrCMs), de Hahn (FrHMs), de Meixner (FrMMs), de Charlier-Meixner (FrCMMs), et leurs versions quaternaires (QCFrHMs, QRFrHMs, QRFrCMs). Ces nouvelles transformées sont très performantes que les transformées classiques d'ordre entier en termes de précision, de robustesse/invariance, et de confidentialité. Le troisième problème, qui était la consommation de temps et la propagation des erreurs d'approximation lors du calcul des invariants des transformées orthogonales discrètes, a été résolu en proposant une nouvelle méthode pour le calcul rapide et stable des moments invariants de Charlier 3D par translation, et changement d'échelle uniforme et non uniforme directement à partir les polynômes de Charlier (3DCMITS). Le quatrième problème, qui était la portabilité limitée des ordinateurs standarts, a été résolu en les remplaçant par des systèmes embarqués mobiles et portables comme les Raspberry Pis. Le faible coût et la faible consommation d'énergie de ces systèmes embarqués ont permis de construire un cluster Raspberry Pi peu coûteux en vue de l'utiliser pour réduire la complexité des algorithmes qui nécessitent une charge de calcul élevée. La parallélisation des étapes intensives et répétitives de ces algorithmes et leur implémentation sur les cœurs physiques disponibles d'un cluster Raspberry Pi permettent de surmonter les limites des algorithmes séquentiels traditionnels.

Afin de justifier les performances de nos transformées proposées, nous avons présenté trois applications en traitement du signal. La première application portait sur le tatouage numérique des signaux/images. Dans ce cadre, nous avons présenté deux nouvelles approches robustes, aveugles, et sécurisées de tatouage pour les signaux audio et les images numériques en utilisant la transformée hybride DTCWT-FrCMT et la transformée FrCMMs, respectivement. Les résultats obtenus ont montré que nos approches apportent une amélioration considérable aux exigences de tatouage numérique à savoir la robustesse, l'imprescriptibilité et la sécurité.

La deuxième application portait sur le tatouage numérique appliqué à l'imagerie médicale. Nous avons présenté, dans ce cadre, deux nouvelles approches de tatouage zéro-bit qui sont capables de protéger les droits d'auteur des images médicales sans modifier les images médicales originales. La première est une approche globale et géométriquement invariante basé principalement sur la transformée QRFrCMs, et la deuxième est une approche locale basée sur la transformée OKMs et l'algorithme GWO. Les résultats obtenus ont montré que nos approches donnent un niveau élevé de sécurité et une grande robustesse vis-à-vis diverses attaques courantes de traitement d'image et des attaques géométriques et des attaques combinées.

La troisième application portait sur la classification de formes 3D. Dans ce contexte, nous avons conçu un système de classification basé sur le classifieur SVM où les moments invariants proposés 3DCMITS sont utilisés comme descripteurs dans le processus de classification. Les résultats de simulations sur la base de données Princeton Shape Benchmark (PSB) ont montré l'efficacité des moments invariants proposés en termes de précision de la classification des objets 3D, par rapport aux autres descripteurs existants dans la littérature.

Les perspectives ouvertes dans le cadre de ce travail de thèse peuvent être résumées comme suit :

- Proposer les versions fractionnaires des transformées octonaires proposées et les appliquer à l'analyse des signaux multi-composants.
- Proposer d'autres transformées orthogonales discrètes d'ordre fractionnaire telles que les transformées fractionnaires de Racah et de Dual-Hahn et aborder d'autres domaines de recherche tels que la compression et le cryptage en utilisant ces transformées.
- Appliquer la méthode directe proposée pour dériver les invariants d'autres types de moments orthogonaux discrets, tels que les moments de Racah et les moments de Dual-Hahn, et les appliquer à d'autres applications de reconnaissance des formes 3D, telles que la récupération d'objets 3D.

LISTE DES PUBLICATIONS

Articles dans des revues internationales avec comités de lecture (13)

1. **M. Yamni**, A. Daoui, O. El ogri, H. Karmouni, M. Sayyouri, H. Qjidaa, and J. Flusser, "Fractional Charlier moments for image reconstruction and image watermarking," Signal Processing, vol. 171, p. 107509, Jun. 2020, doi: 10.1016/j.sigpro.2020.107509.
2. A. Daoui, **M. Yamni**, O. El ogri, H. Karmouni, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, "Stable Computation of Higher Order Charlier Moments for Signal and Image Reconstruction," Information Sciences, 2020, vol. 521, p. 251-276.
3. **M. Yamni**, H. Karmouni, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, "Image Watermarking using Separable Fractional Moments of Charlier–Meixner," Journal of the Franklin Institute, 2021, vol. 358, no 4, p. 2535-2560.
4. **M. Yamni**, H. Karmouni, M. Sayyouri, H. Qjidaa, and J. Flusser, "Novel Octonion Moments for color stereo image analysis," Digital Signal Processing, vol. 108, p. 102878, Jan. 2021, doi: 10.1016/j.dsp.2020.102878.
5. **M. Yamni**, H. Karmouni, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, "Robust zero-watermarking scheme based on novel quaternion radial fractional Charlier moments," Multimed Tools Appl, vol. 80, no. 14, pp. 21679–21708, Jun. 2021, doi: 10.1007/s11042-021-10717-2.
6. **M. Yamni,** H. Karmouni, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, "Quaternion cartesian fractional hahn moments for color image analysis," Multimedia Tools and Applications, 2022, vol. 81, no 1, p. 737-758.
7. **M. Yamni**, A. Daoui, O. El ogri, H. Karmouni, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, "Accurate 2D and 3D images classification using translation and scale invariants of Meixner moments," Multimed Tools Appl, vol. 80, no. 17, pp. 26683–26712, Jul. 2021, doi: 10.1007/s11042-020-10311-y.
8. **M. Yamni**, A. Daoui, O. El ogri, H. Karmouni, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, "Fast and Accurate Computation of 3D Charlier Moment Invariants for 3D Image Classification," Circuits, Systems, and Signal Processing, 2021, vol. 40, no 12, p. 6193-6223.

9. **M. Yamni**, H. Karmouni, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, "Robust Audio Watermarking Scheme based on Fractional Charlier Moment Transform and Dual Tree Complex Wavelet Transform," Expert Systems with Applications, 2022, p. 117325.
10. **M. Yamni**, H. Karmouni, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, "Efficient watermarking algorithm for digital audio/speech signal," Digital Signal Processing, vol. 120, p. 103251, Jan. 2022, doi: 10.1016/j.dsp.2021.103251.
11. A. Daoui, H. Karmouni, **M. Yamni**, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, "On computational aspects of high-order dual Hahn moments", Pattern Recognition, 2022, vol. 127, p. 108596.
12. A. Daoui, **M. Yamni**, H. Karmouni, M. Sayyouri, H. Qjidaa, M. Ahmad, and A. Abd El-Latif, "Color Stereo Image Encryption and Local Zero-watermarking Schemes Using Octonion Hahn Moments and Modified Henon Map", Journal of King Saud University-Computer and Information Sciences, 2022.
13. A. Daoui, **M. Yamni**, H. Karmouni, M. Sayyouri, H. Qjidaa, M. Ahmad, and A. Abd El-Latif, "Biomedical Multimedia encryption by fractional-order Meixner polynomials map and quaternion fractional-order Meixner moments", IEEE Access, 2022.

Papier soumis dans des revues internationales avec comités de lecture (3)

1. **M. Yamni**, A. Daoui, H. Karmouni, S. Elmalih, A. Ben-fares, M. Sayyouri, H. Qjidaa, M. Maaroufi and B. Alami, "Efficient Multiple CT Images Zero-Watermarking Based on Novel Octonion Krawtchouk Moments and Grey Wolf Optimizer," Soumis à expert systems with applications.
2. **M. Yamni**, A. Daoui, H. Karmouni, M. Sayyouri, H. Qjidaa, and C. Wang, "A powerful zero-watermarking algorithm for copyright protection of color images based on Quaternion Radial Fractional Hahn Moments and Artificial Bee Colony algorithm", Soumis à Advances in Engineering Software.
3. **M. Yamni**, A. Daoui, H. Karmouni, M. Sayyouri, H. Qjidaa, S. Motahhir and O. Jamil, "Parallel transform-domain audio watermarking implemented in embedded systems cluster", Soumis à Computers and Electrical Engineering.

Chapitre de livre (2)

4. O. El ogri, H. Karmouni, **M. Yamni**, A. Daoui, M. Sayyouri, and H. Qjidaa (2020). Fast and Stable Computation of Charlier-Meixner's Bivariate Moments Using a Digital Filter. In Embedded Systems and Artificial Intelligence (pp. 409-419). Springer, Singapore.

5. A. Daoui, **M. Yamni**, H. Karmouni, O. El ogri, M. Sayyouri, and H. Qjidaa (2020). Fast and stable bio-signals reconstruction using krawtchouk moments. In Embedded Systems and Artificial Intelligence (pp. 369-377). Springer, Singapore.

Communications internationales avec actes (5)

1. **M. Yamni**, A. Daoui, O. El ogri, H. Karmouni, M. Sayyouri and H. Qjidaa, "Influence of Krawtchouk and Charlier moment's parameters on image reconstruction and classification", Second International Conference on Intelligent Computing in Data Sciences (ICDS 2018), October 03-04-05 2018, Fez-Morocco. doi:10.1016/j.procs.2019.01.054
2. O. El ogri, A. Daoui, **M. Yamni**, H. Karmouni, M. Sayyouri and H. Qjidaa, "2D and 3D Medical Image Analysis by Discrete Orthogonal Moments", Second International Conference on Intelligent Computing in Data Sciences (ICDS 2018), October 03-04-05 2018, Fez-Morocco. doi:10.1016/j.procs.2019.01.055
3. **M. Yamni**, H. Karmouni, A. Daoui, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, "Blind image zero-watermarking algorithm based on radial krawtchouk moments and chaotic system," in 2020 International Conference on Intelligent Systems and Computer Vision (ISCV), 2020, pp. 1–7.
4. **M. Yamni**, H. Karmouni, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, "Color Stereo Image Zero-Watermarking using Quaternion Radial Tchebichef Moments," in 2020 International Conference on Intelligent Systems and Computer Vision (ISCV), Jun. 2020, pp. 1–7. Doi : 10.1109/ISCV49265.2020.9204169.
5. **M. Yamni**, H. Karmouni, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, "New Invariant Meixner Moments for Non-Uniformly Scaled Images," the 2nd International Conference on Embedded Systems and Artificial Intelligence (ESAI'21), April 01-02, 2021, Fez-Morocco, en cours de publication.

RÉFÉRENCES

[1] C. E. Shannon, “A mathematical theory of communication,” The Bell system technical journal, vol. 27, no. 3, pp. 379–423, 1948.

[2] L. Zheng, Y. Yang, and Q. Tian, “SIFT meets CNN: A decade survey of instance retrieval,” IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence, vol. 40, no. 5, pp. 1224–1244, 2017.

[3] K. Mikolajczyk and C. Schmid, “A performance evaluation of local descriptors,” IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence, vol. 27, no. 10, pp. 1615–1630, 2005.

[4] J. Flusser, B. Zitova, and T. Suk, Moments and moment invariants in pattern recognition. John Wiley & Sons, 2009.

[5] J. Yuan, Y. Wu, and M. Yang, “Discovery of collocation patterns: from visual words to visual phrases,” in 2007 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2007, pp. 1–8.

[6] M.-K. Hu, “Visual pattern recognition by moment invariants,” IRE transactions on information theory, vol. 8, no. 2, pp. 179–187, 1962.

[7] J. Flusser, T. Suk, and B. Zitova, 2D and 3D Image Analysis by Moments. John Wiley & Sons, 2016.

[8] M. Yamni, H. Karmouni, M. Sayyouri, H. Qjidaa, and J. Flusser, “Novel Octonion Moments for color stereo image analysis,” Digital Signal Processing, vol. 108, p. 102878, Jan. 2021, doi: 10.1016/j.dsp.2020.102878.

[9] A. Daoui et al., “Color Stereo Image Encryption and Local Zero-watermarking Schemes Using Octonion Hahn Moments and Modified Henon Map,” Journal of King Saud University-Computer and Information Sciences, 2022.

[10] M. Yamni et al., “Efficient Multiple CT Images Zero-Watermarking Based on Novel Octonion Krawtchouk Moments and Grey Wolf Optimizer,” expert systems with applications.

[11] M. Yamni et al., “Fractional Charlier moments for image reconstruction and image watermarking,” Signal Processing, vol. 171, p. 107509, Jun. 2020, doi: 10.1016/j.sigpro.2020.107509.

[12] M. Yamni, H. Karmouni, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, “Image Watermarking using Separable Fractional Moments of Charlier–Meixner,” Journal of the Franklin Institute.

[13] M. Yamni, H. Karmouni, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, “Quaternion cartesian fractional hahn moments for color image analysis,” Multimedia Tools and Applications, pp. 1–22, 2021.

[14] M. Yamni, H. Karmouni, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, “Robust zero-watermarking scheme based on novel quaternion radial fractional Charlier moments,” Multimed Tools Appl, vol. 80, no. 14, pp. 21679–21708, Jun. 2021, doi: 10.1007/s11042-021-10717-2.

[15] M. Yamni, A. Daoui, H. Karmouni, M. Sayyouri, H. Qjidaa, and C. Wang, “A powerful zero-watermarking algorithm for copyright protection of color images based on Quaternion Radial Fractional Hahn Moments and Artificial Bee Colony algorithm,” expert systems with applications, 2022.

[16] M. Yamni, H. Karmouni, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, “Robust audio watermarking scheme based on fractional Charlier moment transform and dual tree complex wavelet transform,” Expert Systems with Applications, vol. 203, p. 117325, 2022.

[17] M. Yamni et al., “Fast and Accurate Computation of 3D Charlier Moment Invariants for 3D Image Classification,” Circuits, Systems, and Signal Processing, pp. 1–31, 2021.

[18] M. Yamni, A. Daoui, O. El ogri, H. Karmouni, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, “Accurate 2D and 3D images classification using translation and scale invariants of Meixner moments,” Multimed Tools Appl, vol. 80, no. 17, pp. 26683–26712, Jul. 2021, doi: 10.1007/s11042-020-10311-y.

[19] M. Yamni et al., “Parallel transform-domain audio watermarking implemented in embedded systems cluster,” Computers and Electrical Engineering.

[20] K. Sayood, Introduction to Data Compression. Newnes, 2012.

[21] S. A. Khayam, “The discrete cosine transform (DCT): theory and application,” Michigan State University, vol. 114, pp. 1–31, 2003.
[22] G. Strang and T. Nguyen, Wavelets and filter banks. SIAM, 1996.
[23] E. Martin, “Novel method for stride length estimation with body area network accelerometers,” in 2011 IEEE Topical Conference on Biomedical Wireless Technologies, Networks, and Sensing Systems, 2011, pp. 79–82.
[24] V. Nasir, J. Cool, and F. Sassani, “Intelligent machining monitoring using sound signal processed with the wavelet method and a self-organizing neural network,” IEEE Robotics and Automation Letters, vol. 4, no. 4, pp. 3449–3456, 2019.
[25] N. I. Chervyakov, P. A. Lyakhov, and N. N. Nagornov, “Quantization noise of multilevel discrete wavelet transform filters in image processing,” Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing, vol. 54, no. 6, pp. 608–616, 2018.
[26] X. Wang, P. Wang, P. Zhang, S. Xu, and H. Yang, “A norm-space, adaptive, and blind audio watermarking algorithm by discrete wavelet transform,” Signal Processing, vol. 93, no. 4, pp. 913–922, 2013.
[27] A. N. Akansu and M. J. Medley, Wavelet, subband and block transforms in communications and multimedia, vol. 504. Springer Science & Business Media, 2006.
[28] A. N. Akansu, W. A. Serdijn, and I. W. Selesnick, “Wavelet transforms in signal processing: a review of emerging applications,” Physical Communication, vol. 3, no. 1, pp. 1–18, 2010.
[29] N. G. Kingsbury, “The dual-tree complex wavelet transform: a new technique for shift invariance and directional filters,” in IEEE digital signal processing workshop, 1998, vol. 86, pp. 120–131.
[30] A. F. Abdelnour and I. W. Selesnick, “Nearly symmetric orthogonal wavelet bases,” in Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing (ICASSP), 2001, vol. 6.
[31] N. Kingsbury, “Image processing with complex wavelets,” Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, vol. 357, no. 1760, pp. 2543–2560, 1999.
[32] H. Shu, L. Luo, and J. Caatrieux, “Moment-based approaches in imaging. 1. Basic features [A Look At...],” IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine, vol. 26, no. 5, pp. 70–74, 2007.
[33] M. R. Teague, “Image analysis via the general theory of moments,” Josa, vol. 70, no. 8, pp. 920–930, 1980.
[34] B. Xiao, G. Wang, and W. Li, “Radial shifted Legendre moments for image analysis and invariant image recognition,” Image and Vision Computing, vol. 32, no. 12, pp. 994–1006, 2014.
[35] M. Sayyouri, A. Hmimid, and H. Qjidaa, “A fast computation of novel set of Meixner invariant moments for image analysis,” Circuits, Systems, and Signal Processing, vol. 34, no. 3, pp. 875–900, 2015.
[36] H. Zhang et al., “Affine Legendre moment invariants for image watermarking robust to geometric distortions,” IEEE Transactions on Image Processing, vol. 20, no. 8, pp. 2189–2199, 2011.
[37] J. Kautsky and J. Flusser, “Blur invariants constructed from arbitrary moments,” IEEE transactions on image processing, vol. 20, no. 12, pp. 3606–3611, 2011.
[38] L. Wang and G. Healey, “Using Zernike moments for the illumination and geometry invariant classification of multispectral texture,” IEEE Transactions on Image Processing, vol. 7, no. 2, pp. 196–203, 1998.
[39] H. Zhu, M. Liu, H. Ji, and Y. Li, “Combined invariants to blur and rotation using Zernike moment descriptors,” Pattern Analysis and Applications, vol. 13, no. 3, pp. 309–319, 2010.
[40] B. Xiao, J.-T. Cui, H.-X. Qin, W.-S. Li, and G.-Y. Wang, “Moments and moment invariants in the Radon space,” Pattern Recognition, vol. 48, no. 9, pp. 2772–2784, 2015.
[41] H. Karmouni, M. Yamni, O. El ogri, A. Daoui, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, “Fast computation of 3D Meixner’s invariant moments using 3D image cuboid representation for 3D image classification,” Multimed Tools Appl, Aug. 2020, doi: 10.1007/s11042-020-09351-1.
[42] X. B. Dai, H. Z. Shu, L. M. Luo, G.-N. Han, and J.-L. Coatrieux, “Reconstruction of tomographic images from limited range projections using discrete Radon transform and Tchebichef moments,” Pattern Recognition, vol. 43, no. 3, pp. 1152–1164, 2010.
[43] A. Daoui, M. Yamni, H. Karmouni, O. El Ogri, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, “Fast and stable bio-signals reconstruction using krawtchouk moments,” Embedded Systems and Artificial Intelligence, Springer, pp. 369–377, 2020.
[44] B. H. S. Asli and J. Flusser, “Fast computation of Krawtchouk moments,” Information Sciences, vol. 288, pp. 73–86, 2014.

[45] G. A. Papakostas, D. E. Koulouriotis, and E. G. Karakasis, “A unified methodology for the efficient computation of discrete orthogonal image moments,” Information Sciences, vol. 179, no. 20, pp. 3619–3633, 2009.
[46] C. Singh, E. Walia, and R. Upneja, “Accurate calculation of Zernike moments,” Information Sciences, vol. 233, pp. 255–275, 2013.
[47] V. S. Bharathi and L. Ganesan, “Orthogonal moments based texture analysis of CT liver images,” Pattern Recognition Letters, vol. 29, no. 13, pp. 1868–1872, 2008.
[48] J. Haddadnia, M. Ahmadi, and K. Faez, “An efficient feature extraction method with pseudo-Zernike moment in RBF neural network-based human face recognition system,” EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, vol. 2003, no. 9, pp. 1–12, 2003.
[49] Y. Sheng and L. Shen, “Orthogonal Fourier–Mellin moments for invariant pattern recognition,” JOSA A, vol. 11, no. 6, pp. 1748–1757, 1994.
[50] Z. Ping, R. Wu, and Y. Sheng, “Image description with Chebyshev–Fourier moments,” JOSA A, vol. 19, no. 9, pp. 1748–1754, 2002.
[51] H. Zhu, Y. Yang, Z. Gui, Y. Zhu, and Z. Chen, “Image analysis by generalized Chebyshev–Fourier and generalized pseudo-Jacobi–Fourier moments,” Pattern Recognition, vol. 51, pp. 1–11, 2016.
[52] B. Xiao, J.-F. Ma, and X. Wang, “Image analysis by Bessel–Fourier moments,” Pattern Recognition, vol. 43, no. 8, pp. 2620–2629, 2010.
[53] H. Ren, Z. Ping, W. Bo, W. Wu, and Y. Sheng, “Multidistortion-invariant image recognition with radial harmonic Fourier moments,” JOSA A, vol. 20, no. 4, pp. 631–637, 2003.
[54] R. Mukundan, “Radial Tchebichef invariants for pattern recognition,” in TENCON 2005-2005 IEEE Region 10 Conference, 2005, pp. 1–6.
[55] A. Venkataramana, “Radial Krawtchouk moments for rotational invariant pattern recognition,” in 2007 6th International Conference on Information, Communications & Signal Processing, 2007, pp. 1–5.
[56] G. A. Papakostas, E. G. Karakasis, and D. E. Koulouriotis, “Accurate and speedy computation of image Legendre moments for computer vision applications,” Image and Vision Computing, vol. 28, no. 3, pp. 414–423, 2010.
[57] K. M. Hosny, “Image representation using accurate orthogonal Gegenbauer moments,” Pattern Recognition Letters, vol. 32, no. 6, pp. 795–804, 2011.
[58] R. Mukundan, S. H. Ong, and P. A. Lee, “Image analysis by Tchebichef moments,” IEEE Transactions on image Processing, vol. 10, no. 9, pp. 1357–1364, 2001.
[59] P.-T. Yap, R. Paramesran, and S.-H. Ong, “Image analysis by Krawtchouk moments,” IEEE Transactions on image processing, vol. 12, no. 11, pp. 1367–1377, 2003.
[60] J. Zhou, H. Shu, H. Zhu, C. Toumoulin, and L. Luo, “Image Analysis by Discrete Orthogonal Hahn Moments,” in Image Analysis and Recognition, vol. 3656, M. Kamel and A. Campilho, Eds. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2005, pp. 524–531. doi: 10.1007/11559573_65.
[61] A. F. Nikiforov, V. B. Uvarov, and S. K. Suslov, “Classical orthogonal polynomials of a discrete variable,” in Classical Orthogonal Polynomials of a Discrete Variable, Springer, 1991, pp. 18–54.
[62] M. Abramowitz and I. A. Stegun, Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables, vol. 55. US Government printing office, 1964.
[63] A. Khotanzad and Y. H. Hong, “Invariant image recognition by Zernike moments,” IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence, vol. 12, no. 5, pp. 489–497, 1990.
[64] C.-H. Teh and R. T. Chin, “On image analysis by the methods of moments,” IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence, vol. 10, no. 4, pp. 496–513, 1988.
[65] R. Mukundan and K. R. Ramakrishnan, “Fast computation of Legendre and Zernike moments,” Pattern recognition, vol. 28, no. 9, pp. 1433–1442, 1995.
[66] S. Annadurai and A. Saradha, “Face Recognition Using Legendre Moments.,” in ICVGIP, 2004, pp. 461–466.
[67] M. Abramowitz and I. A. Stegun, “Handbook of Mathematical Functions, Appl. Math. Ser.,” 1964.
[68] M. Sayyouri, H. Karmouni, A. Hmimid, A. Azzayani, and H. Qjidaa, “A fast and accurate computation of 2D and 3D generalized Laguerre moments for images analysis,” Multimedia Tools and Applications, vol. 80, no. 5, pp. 7887–7910, 2021.
[69] De. Amos, “Algorithm 644: A portable package for Bessel functions of a complex argument and nonnegative order,” ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS), vol. 12, no. 3, pp. 265–273, 1986.

[70] P. Kaur, H. S. Pannu, and A. K. Malhi, "Comprehensive study of continuous orthogonal moments—a systematic review," ACM Computing Surveys (CSUR), vol. 52, no. 4, pp. 1–30, 2019.
[71] E. Walia, C. Singh, and A. Goyal, "On the fast computation of orthogonal Fourier–Mellin moments with improved numerical stability," Journal of Real-Time Image Processing, vol. 7, no. 4, pp. 247–256, 2012.
[72] C. Singh and E. Walia, "Algorithms for fast computation of Zernike moments and their numerical stability," Image and Vision Computing, vol. 29, no. 4, pp. 251–259, 2011.
[73] C. Singh, E. Walia, and R. Upneja, "Analysis of algorithms for fast computation of pseudo Zernike moments and their numerical stability," Digital Signal Processing, vol. 22, no. 6, pp. 1031–1043, 2012.
[74] S. X. Liao and M. Pawlak, "On image analysis by moments," IEEE Transactions on Pattern analysis and machine intelligence, vol. 18, no. 3, pp. 254–266, 1996.
[75] P.-T. Yap and R. Paramesran, "An efficient method for the computation of Legendre moments," IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence, vol. 27, no. 12, pp. 1996–2002, 2005.
[76] K. M. Hosny, "Exact Legendre moment computation for gray level images," Pattern Recognition, vol. 40, no. 12, pp. 3597–3605, 2007.
[77] C.-Y. Wee and R. Paramesran, "On the computational aspects of Zernike moments," Image and Vision Computing, vol. 25, no. 6, pp. 967–980, 2007.
[78] H. Hu and L. Qiao, "Radical harmonic Fourier moments," in 2011 Fourth International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation, 2011, vol. 1, pp. 468–471.
[79] L. Chai, H. Zhang, Z. Qin, J. Yu, and Y. Qi, "Multi-feature content-based product image retrieval based on region of main object," in 2011 8th International Conference on Information, Communications & Signal Processing, 2011, pp. 1–5.
[80] H. Hu and L. Kong, "Image recognition based on radial harmonic Fourier moments and SVM," in 2012 Sixth International Conference on Internet Computing for Science and Engineering, 2012, pp. 138–142.
[81] C. Singh and S. K. Ranade, "A high capacity image adaptive watermarking scheme with radial harmonic Fourier moments," Digital signal processing, vol. 23, no. 5, pp. 1470–1482, 2013.
[82] K. Wang, H. Zhang, and Z. Ping, "Chinese chess character recognition with radial harmonic fourier moments," in 2011 International Conference on Document Analysis and Recognition, 2011, pp. 1369–1373.
[83] C. Singh and R. Upneja, "A computational model for enhanced accuracy of radial harmonic Fourier moments," in Proceedings of the World Congress of Engineering, 2012, pp. 1189–1194.
[84] C. Kan and M. D. Srinath, "Invariant character recognition with Zernike and orthogonal Fourier–Mellin moments," Pattern recognition, vol. 35, no. 1, pp. 143–154, 2002.
[85] J. Dong, G. Yin, and Z. Ping, "Geometrically robust image watermarking based on Jacobi-Fourier moments," Optoelectronics Letters, vol. 5, no. 5, pp. 387–390, 2009.
[86] Z. Ping, H. Ren, J. Zou, Y. Sheng, and W. Bo, "Generic orthogonal moments: Jacobi–Fourier moments for invariant image description," Pattern recognition, vol. 40, no. 4, pp. 1245–1254, 2007.
[87] N. S. R. Lakshmi and C. Manoharan, "An automated system for classification of micro calcification in mammogram based on Jacobi moments," International Journal of Computer Theory and Engineering, vol. 3, no. 3, pp. 431–434, 2011.
[88] R. Upneja, "Accurate and fast Jacobi-Fourier moments for invariant image recognition," Optik, vol. 127, no. 19, pp. 7925–7940, 2016.
[89] A. Aggarwal and C. Singh, "Zernike moments-based Gurumukhi character recognition," Applied Artificial Intelligence, vol. 30, no. 5, pp. 429–444, 2016.
[90] A. Aggarwal and K. Singh, "Zernike moments-based retrieval of CT and MR images," in 2015 Annual IEEE India Conference (INDICON), 2015, pp. 1–6.
[91] T. Wang and S. Liao, "Chinese character recognition by Zernike moments," in 2014 International Conference on Audio, Language and Image Processing, 2014, pp. 771–774.
[92] H. A. Qader, A. R. Ramli, and S. A. R. Al-Haddad, "Fingerprint Recognition Using Zernike Moments.," Int. Arab J. Inf. Technol., vol. 4, no. 4, pp. 372–376, 2007.
[93] S. Sharma Ashok, M. Patel Mitul, and P. Chaudhari Jitendra, "Palm print identification using Zernike moments," Int J Eng Innov Technol, vol. 4, no. 11, 2013.
[94] E. M. Arvacheh and H. R. Tizhoosh, "Pattern analysis using Zernike moments," in 2005 IEEE Instrumentationand Measurement Technology Conference Proceedings, 2005, vol. 2, pp. 1574–1578.

[95] A. J. Nor'aini, P. Raveendran, and N. Selvanathan, "Human face recognition using Zernike moments and nearest neighbor classifier," in 2006 4th Student Conference on Research and Development, 2006, pp. 120–123.
[96] G. Wang, "Facial expression recognition method based on Zernike moments and MCE based HMM," in 2016 9th International Symposium on Computational Intelligence and Design (ISCID), 2016, vol. 2, pp. 408–411.
[97] S. Majeed, "Face recognition using fusion of Local Binary Pattern and Zernike moments," in 2016 IEEE 1st International Conference on Power Electronics, Intelligent Control and Energy Systems (ICPEICES), 2016, pp. 1–5.
[98] D. Frejlichowski, "Application of zernike moments to the problem of general shape analysis," Control and Cybernetics, vol. 40, no. 2, pp. 515–526, 2011.
[99] M. Xing, M. Chunyang, W. Yan, W. Xiaolong, and C. Xuetao, "Traffic sign detection and recognition using color standardization and Zernike moments," in 2016 Chinese Control and Decision Conference (CCDC), 2016, pp. 5195–5198.
[100] H. P. Kaur and A. Sharma, "Offline handwritten signature verification using zernike moments," in 2015 Fifth National Conference on Computer Vision, Pattern Recognition, Image Processing and Graphics (NCVPRIPG), 2015, pp. 1–4.
[101] T.-Y. Chang, S.-C. Tai, and G.-S. Lin, "A near-duplicate video retrieval method based on Zernike moments," in 2015 Asia-Pacific Signal and Information Processing Association Annual Summit and Conference (APSIPA), 2015, pp. 860–864.
[102] W. Zhu, Y. Zhu, X. Li, and D. Yuan, "The posture recognition of pigs based on Zernike moments and support vector machines," in 2015 10th International Conference on Intelligent Systems and Knowledge Engineering (ISKE), 2015, pp. 480–484.
[103] M. Saaidia, N. Zermi, and M. Ramdani, "Facial expression recognition using neural network trained with Zernike moments," in 2014 4th International Conference on Artificial Intelligence with Applications in Engineering and Technology, 2014, pp. 187–192.
[104] G. Feng, L. Ma, and X. Tan, "Ground traffic signs recognition based on Zernike moments and SVM," in 2014 IEEE 7th Joint International Information Technology and Artificial Intelligence Conference, 2014, pp. 478–481.
[105] K. Sharma, G. Joshi, and M. Dutta, "Analysis of shape and orientation recognition capability of Complex Zernike Moments for signed gestures," in 2015 2nd International Conference on Signal Processing and Integrated Networks (SPIN), 2015, pp. 730–735.
[106] Y. Guo, C. Liu, and S. Gong, "Improved algorithm for Zernike moments," in 2015 International Conference on Control, Automation and Information Sciences (ICCAIS), 2015, pp. 307–312.
[107] A. Nabatchian, E. Abdel-Raheem, and M. Ahmadi, "Human face recognition using different moment invariants: A comparative study," in 2008 Congress on Image and Signal Processing, 2008, vol. 3, pp. 661–666.
[108] Y.-H. Pang, T. B. J. Andrew, N. C. L. David, and F. S. Hiew, "Palmprint verification with moments," 2004.
[109] S. Kahyaei and M.-S. Moin, "Robust matching of fingerprints using pseudo-Zernike moments," in 2016 4th International Conference on Control, Instrumentation, and Automation (ICCIA), 2016, pp. 116–120.
[110] C. L. Deepika, A. Kandaswamy, C. Vimal, and B. Sathish, "Invariant feature extraction from fingerprint biometric using pseudo Zernike moments," in Proceedings of the International Joint Journal Conference on Engineering and Technology, 2010, pp. 104–108.
[111] Y. Xin, S. Liao, and M. Pawlak, "Geometrically robust image watermarking via pseudo-Zernike moments," in Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering 2004 (IEEE Cat. No. 04CH37513), 2004, vol. 2, pp. 939–942.
[112] M. Dehghan and K. Faez, "Farsi handwritten character recognition with moment invariants," in Proceedings of 13th International Conference on Digital Signal Processing, 1997, vol. 2, pp. 507–510.
[113] C. Clemente, L. Pallotta, I. Proudler, A. De Maio, J. J. Soraghan, and A. Farina, "Multi-sensor full-polarimetric SAR Automatic Target Recognition using pseudo-Zernike moments," in 2014 International Radar Conference, 2014, pp. 1–5.
[114] N. Borzue and K. Faez, "Object contour detecting using pseudo zernike moment and multi-layer perceptron," in 2015 22nd Iranian Conference on Biomedical Engineering (ICBME), 2015, pp. 304–308.
[115] L. Bo, "Accurate computation of Pseudo-Zernike moments," in 2015 12th International Computer Conference on Wavelet Active Media Technology and Information Processing (ICCWAMTIP), 2015, pp. 220–223.

[116] C. L. Deepika, A. Kandaswamy, C. Vimal, and B. Satish, "Palmprint authentication using modified legendre moments," Procedia Computer Science, vol. 2, pp. 164–172, 2010.
[117] A. Sarmah and C. J. Kumar, "Iris verification using Legendre moments and KNN classifier," International Journal of Engineering Science Invention, vol. 2, no. 8, pp. 52–59, 2013.
[118] E. Marengo, M. Bobba, M. C. Liparota, E. Robotti, and P. G. Righetti, "Use of Legendre moments for the fast comparison of two-dimensional polyacrylamide gel electrophoresis maps images," Journal of Chromatography A, vol. 1096, no. 1–2, pp. 86–91, 2005.
[119] S. S. Sastry, K. Mallika, B. G. S. Rao, S. T. Ha, and S. Lakshminarayana, "Novel approach to study liquid crystal phase transitions using Legendre moments," Phase transitions, vol. 85, no. 8, pp. 735–749, 2012.
[120] T. Arif, Z. Shaaban, L. Krekor, and S. Baba, "OBJECT CLASSIFICATION VIA GEOMETRICAL, ZERNIKE AND LEGENDRE MOMENTS.," Journal of Theoretical & Applied Information Technology, vol. 6, no. 3, 2009.
[121] Y. Zhang, S. J. Kiselewich, and W. A. Bauson, "Legendre and Gabor moments for vehicle recognition in forward collision warning," in 2006 IEEE Intelligent Transportation Systems Conference, 2006, pp. 1185–1190.
[122] H. Qjidaa and L. Radouane, "Robust line fitting in a noisy image by the method of moments," IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence, vol. 21, no. 11, pp. 1216–1223, 1999.
[123] A. Foulonneau, P. Charbonnier, and F. Heitz, "Geometric shape priors for region-based active contours," in Proceedings 2003 International Conference on Image Processing (Cat. No. 03CH37429), 2003, vol. 3, p. III–413.
[124] A. Ahmadian and E. Faramarzi, "Image indexing and retrieval using gabor wavelet and legendre moments," in Proceedings of the 25th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (IEEE Cat. No. 03CH37439), 2003, vol. 1, pp. 560–563.
[125] R. Luo and T. Lin, "Finger crease pattern recognition using Legendre moments and principal component analysis," Chinese Optics Letters, vol. 5, no. 3, pp. 160–163, 2007.
[126] B.-H. Kwan, K.-M. Ong, and R. Paramesran, "Noise removal of ECG signals using Legendre moments," in 2005 IEEE Engineering in Medicine and Biology 27th Annual Conference, 2006, pp. 5627–5630.
[127] K. M. Hosny, G. A. Papakostas, and D. E. Koulouriotis, "Accurate reconstruction of noisy medical images using orthogonal moments," in 2013 18th International Conference on Digital Signal Processing (DSP), 2013, pp. 1–6.
[128] K. M. Hosny, "Fast and low-complexity method for exact computation of 3D Legendre moments," Pattern Recognition Letters, vol. 32, no. 9, pp. 1305–1314, 2011.
[129] S. Liao and J. Chen, "Object recognition with lower order gegenbauer moments," Lecture Notes on Software Engineering, vol. 1, no. 4, p. 387, 2013.
[130] Y. Jiang, Z. Ping, and L. Gao, "A fast algorithm for computing Chebyshev-Fourier moments," in 2010 International Conference on Future Information Technology and Management Engineering, 2010, vol. 2, pp. 425–428.
[131] H. Qjidaa, "Image reconstruction by Laguerre moments," in Proceedings of the Second International Symposium on Communication, Control and Signal Processing ISCCSP, 2006, vol. 6.
[132] P. T. Yap, P. Raveendran, and S. H. Ong, "Krawtchouk moments as a new set of discrete orthogonal moments for image reconstruction," in Proceedings of the 2002 International Joint Conference on Neural Networks. IJCNN'02 (Cat. No.02CH37290), May 2002, vol. 1, pp. 908–912 vol.1. doi: 10.1109/IJCNN.2002.1005595.
[133] H. Zhu, M. Liu, H. Shu, H. Zhang, and L. Luo, "General form for obtaining discrete orthogonal moments," IET image processing, vol. 4, no. 5, pp. 335–352, 2010.
[134] A. Daoui, M. Yamni, H. Karmouni, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, "Efficient reconstruction and compression of large size ECG signal by Tchebichef moments," in 2020 international conference on intelligent systems and computer vision (ISCV), 2020, pp. 1–6.
[135] J. S. Rivera-Lopez, C. Camacho-Bello, H. Vargas-Vargas, and A. Escamilla-Noriega, "Fast computation of 3D Tchebichef moments for higher orders," Journal of Real-Time Image Processing, pp. 1–13, 2021.
[136] L. Zhang, G. Qian, W. Xiao, and Z. Ji, "Geometric invariant blind image watermarking by invariant Tchebichef moments," Optics Express, vol. 15, no. 5, pp. 2251–2261, 2007.
[137] C. Deng, X. Gao, X. Li, and D. Tao, "A local Tchebichef moments-based robust image watermarking," Signal Processing, vol. 89, no. 8, pp. 1531–1539, 2009.
[138] F. Ernawan, M. N. Kabir, M. Fadli, and Z. Mustaffa, "Block-based Tchebichef image watermarking scheme using psychovisual threshold," in 2016 2nd International Conference on Science and Technology-Computer (ICST), 2016, pp. 6–10.

[139] F. Ernawan, "Tchebichef image watermarking along the edge using YCoCg-R color space for copyright protection," International Journal of Electrical and Computer Engineering, vol. 9, no. 3, p. 1850, 2019.
[140] F. Ernawan and M. N. Kabir, "An improved watermarking technique for copyright protection based on tchebichef moments," IEEE Access, vol. 7, pp. 151985–152003, 2019.
[141] N. A. Abu, S. L. Wong, N. S. Herman, and R. Mukundan, "An efficient compact Tchebichef moment for image compression," in 10th International Conference on Information Science, Signal Processing and their applications (ISSPA 2010), 2010, pp. 448–451.
[142] F. Ernawan, N. Kabir, and K. Z. Zamli, "An efficient image compression technique using Tchebichef bit allocation," Optik, vol. 148, pp. 106–119, 2017.
[143] K. M. Hosny, A. M. Khalid, and E. R. Mohamed, "Efficient compression of bio-signals by using Tchebichef moments and Artificial Bee Colony," Biocybernetics and Biomedical Engineering, vol. 38, no. 2, pp. 385–398, 2018.
[144] H. Zhu, H. Shu, T. Xia, L. Luo, and J. L. Coatrieux, "Translation and scale invariants of Tchebichef moments," Pattern recognition, vol. 40, no. 9, pp. 2530–2542, 2007.
[145] K.-T. Sam and X.-L. Tian, "Vehicle logo recognition using modest adaboost and radial tchebichef moments," in International Conference on Machine Learning and Computing (ICMLC 2012), 2012, pp. 91–95.
[146] J. V. Marcos and G. Cristóbal, "Texture classification using discrete Tchebichef moments," JOSA A, vol. 30, no. 8, pp. 1580–1591, 2013.
[147] J. S. Rani, D. Devaraj, and R. Sukanesh, "A novel feature extraction technique for face recognition," in International Conference on Computational Intelligence and Multimedia Applications (ICCIMA 2007), 2007, vol. 2, pp. 428–435.
[148] S. D. Dasari and S. Dasari, "Face recognition using Tchebichef moments," International Journal of Information and Network Security, vol. 1, no. 4, p. 243, 2012.
[149] Y. Bian, M. Yang, X. Fan, and Y. Liu, "A fire detection algorithm based on Tchebichef moment invariants and PSO-SVM," Algorithms, vol. 11, no. 6, p. 79, 2018.
[150] A. Kumar, M. O. Ahmad, and M. N. S. Swamy, "Tchebichef and adaptive steerable-based total variation model for image denoising," IEEE Transactions on image processing, vol. 28, no. 6, pp. 2921–2935, 2019.
[151] A. Kumar and H. V. Singh, "Tchebichef Transform Domain-based Deep Learning Architecture for Image Super-resolution," arXiv preprint arXiv:2102.10640, 2021.
[152] X. Yang, W. Birkfellner, and P. Niederer, "A similarity measure based on Tchebichef moments for 2D/3D medical image registration," in International Congress Series, 2004, vol. 1268, pp. 153–158.
[153] N. A. Abu, W. S. Lang, and S. Sahib, "Image projection over the edge," in 2010 Second International Conference on Computer and Network Technology, 2010, pp. 344–348.
[154] P. T. Yap and P. Raveendran, "Image focus measure based on Chebyshev moments," IEE Proceedings-Vision, Image and Signal Processing, vol. 151, no. 2, pp. 128–136, 2004.
[155] Y. Chen, W. Yu, and J. Feng, "Robust image hashing using invariants of Tchebichef moments," Optik, vol. 125, no. 19, pp. 5582–5587, 2014.
[156] H. Huang, G. Coatrieux, H. Z. Shu, L. M. Luo, and C. Roux, "Blind forensics in medical imaging based on Tchebichef image moments," in 2011 Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society, 2011, pp. 4473–4476.
[157] A. Mesbah, M. El Mallahi, Z. Lakhili, H. Qjidaa, and A. Berrahou, "Fast and accurate algorithm for 3D local object reconstruction using Krawtchouk moments," in 2016 5th International Conference on Multimedia Computing and Systems (ICMCS), Sep. 2016, pp. 1–6. doi: 10.1109/ICMCS.2016.7905559.
[158] H. Karmouni et al., "Image reconstruction by Krawtchouk moments via digital filter," in 2017 Intelligent Systems and Computer Vision (ISCV), 2017, pp. 1–7.
[159] P.-T. Yap and R. Paramesran, "Local watermarks based on Krawtchouk moments," in 2004 IEEE Region 10 Conference TENCON 2004., Nov. 2004, vol. B, pp. 73-76 Vol. 2. doi: 10.1109/TENCON.2004.1414534.
[160] A. Venkataramana and P. A. Raj, "Image Watermarking Using Krawtchouk Moments," in 2007 International Conference on Computing: Theory and Applications (ICCTA'07), Mar. 2007, pp. 676–680. doi: 10.1109/ICCTA.2007.72.

[161] G. A. Papakostas, E. D. Tsougenis, and D. E. Koulouriotis, “Near optimum local image watermarking using Krawtchouk moments,” in 2010 IEEE International Conference on Imaging Systems and Techniques, Jul. 2010, pp. 464–467. doi: 10.1109/IST.2010.5548512.

[162] G. A. Papakostas, E. D. Tsougenis, and D. E. Koulouriotis, “Moment-based local image watermarking via genetic optimization,” Applied Mathematics and Computation, vol. 227, pp. 222–236, Jan. 2014, doi: 10.1016/j.amc.2013.11.036.

[163] M. Yamni, H. Karmouni, A. Daoui, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, “Blind image zero-watermarking algorithm based on radial krawtchouk moments and chaotic system,” in 2020 International Conference on Intelligent Systems and Computer Vision (ISCV), 2020, pp. 1–7.

[164] R. Zhi, L. Cao, and G. Cao, “Translation and scale invariants of Krawtchouk moments,” Information Processing Letters, vol. 130, pp. 30–35, 2018.

[165] A. J. Nor’aini, “A comparative study of face recognition using discrete orthogonal moments,” in 10th International Conference on Information Science, Signal Processing and their Applications (ISSPA 2010), May 2010, pp. 197–200. doi: 10.1109/ISSPA.2010.5605541.

[166] J. S. RANI and D. DEVARAJ, “Face recognition using Krawtchouk moment,” Sadhana, vol. 37, no. 4, pp. 441–460, Aug. 2012, doi: 10.1007/s12046-012-0090-4.

[167] S. M. Rahman, T. Howlader, and D. Hatzinakos, “On the selection of 2D Krawtchouk moments for face recognition,” Pattern Recognition, vol. 54, pp. 83–93, 2016.

[168] S. Padam Priyal and P. K. Bora, “A robust static hand gesture recognition system using geometry based normalizations and Krawtchouk moments,” Pattern Recognition, vol. 46, no. 8, pp. 2202–2219, Aug. 2013, doi: 10.1016/j.patcog.2013.01.033.

[169] S. Liu, Y. Liu, J. Yu, and Z. Wang, “A Static Hand Gesture Recognition Algorithm Based on Krawtchouk Moments,” in Pattern Recognition, Berlin, Heidelberg, 2014, pp. 321–330. doi: 10.1007/978-3-662-45643-9_34.

[170] “Content-Based 3D Retrieval by Krawtchouk Moments | SpringerLink.” https://link.springer.com/chapter/10.1007/11867661_20 (accessed Feb. 06, 2022).

[171] A. Mademlis, A. Axenopoulos, P. Daras, D. Tzovaras, and M. G. Strintzis, “3D content-based search based on 3D Krawtchouk moments,” in Third International Symposium on 3D Data Processing, Visualization, and Transmission (3DPVT’06), 2006, pp. 743–749.

[172] B. Kaur, G. Joshi, and R. Vig, “Indian sign language recognition using Krawtchouk moment-based local features,” The Imaging Science Journal, vol. 65, no. 3, pp. 171–179, Apr. 2017, doi: 10.1080/13682199.2017.1311524.

[173] G. Gautam, K. Choudhary, S. Chatterjee, and M. H. Kolekar, “Facial expression recognition using krawtchouk moments and support vector machine classifier,” in 2017 Fourth International Conference on Image Information Processing (ICIIP), Dec. 2017, pp. 1–6. doi: 10.1109/ICIIP.2017.8313685.

[174] C. Clemente, L. Pallotta, D. Gaglione, A. De Maio, and J. J. Soraghan, “Automatic Target Recognition of Military Vehicles With Krawtchouk Moments.,” IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. 53, no. 1, pp. 493–500, 2017.

[175] D. Ioannidis, D. Tzovaras, I. G. Damousis, S. Argyropoulos, and K. Moustakas, “Gait recognition using compact feature extraction transforms and depth information,” IEEE Transactions on Information Forensics and security, vol. 2, no. 3, pp. 623–630, 2007.

[176] A. R. Persico, C. Clemente, L. Pallotta, A. De Maio, and J. Soraghan, “Micro-Doppler classification of ballistic threats using Krawtchouk moments,” in 2016 IEEE Radar Conference (RadarConf), May 2016, pp. 1–6. doi: 10.1109/RADAR.2016.7485086.

[177] J. Y. Goh and T. F. Khang, “On the classification of simple and complex biological images using Krawtchouk moments and Generalized pseudo-Zernike moments: a case study with fly wing images and breast cancer mammograms,” PeerJ Computer Science, vol. 7, p. e698, 2021.

[178] M. B. İmamoğlu, G. Ulutaş, and M. Ulutaş, “Detection of copy-move forgery using krawtchouk moment,” in 2013 8th international conference on electrical and electronics engineering (ELECO), 2013, pp. 311–314.

[179] W. A. Jassim, R. Paramesran, and M. S. Zilany, “Enhancing noisy speech signals using orthogonal moments,” IET Signal Processing, vol. 8, no. 8, pp. 891–905, 2014.

[180] P. A. Raj, “A Krawtchouk moments based super resolution technique for multiframe image sequence,” in 2012 IEEE 16th International Symposium on Consumer Electronics, 2012, pp. 1–3.

[181] P. Yap, R. Paramesran, and S. Ong, “Image Analysis Using Hahn Moments,” IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 29, no. 11, pp. 2057–2062, Nov. 2007, doi: 10.1109/TPAMI.2007.70709.

[182] A. Venkataramana and P. A. Raj, “Computation of Hahn Moments for Large Size Images 1.”
[183] M. Sayyouri, A. Hmimid, and H. Qjidaa, “A fast computation of Hahn moments for binary and gray-scale images,” in 2012 IEEE International Conference on Complex Systems (ICCS), Nov. 2012, pp. 1–6. doi: 10.1109/ICoCS.2012.6458538.
[184] M. Sayyouri, A. Hmimid, and H. Qjidaa, “Improving the performance of image classification by Hahn moment invariants,” J. Opt. Soc. Am. A, JOSAA, vol. 30, no. 11, pp. 2381–2394, Nov. 2013, doi: 10.1364/JOSAA.30.002381.
[185] H. Wu and S. Yan, “Bivariate Hahn moments for image reconstruction,” International Journal of Applied Mathematics and Computer Science, vol. 24, no. 2, pp. 417–428, Jun. 2014, doi: 10.2478/amcs-2014-0032.
[186] A. Mesbah, A. Berrahou, M. E. Mallahi, and H. Qjidaa, “Fast and efficient computation of three-dimensional Hahn moments,” JEI, vol. 25, no. 6, p. 061621, Dec. 2016, doi: 10.1117/1.JEI.25.6.061621.
[187] M. El Mallahi, A. Mesbah, H. Qjidaa, A. Berrahou, K. Zenkouar, and H. El Fadili, “Volumetric image reconstruction by 3D Hahn moments,” in 2015 IEEE/ACS 12th International Conference of Computer Systems and Applications (AICCSA), Nov. 2015, pp. 1–8. doi: 10.1109/AICCSA.2015.7507221.
[188] A. Daoui, O. El Ogri, M. Yamni, H. Karmouni, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, “Stable Computation of Hahn Moments for Large Size 1D Signal Analysis,” in Advances in Integrated Design and Production, Cham, 2021, pp. 95–102. doi: 10.1007/978-3-030-62199-5_10.
[189] A. Daoui, M. Yamni, O. El Ogri, H. Karmouni, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, “New Algorithm for Large-Sized 2D and 3D Image Reconstruction using Higher-Order Hahn Moments,” Circuits, Systems, and Signal Processing, pp. 1–26, 2020.
[190] I. M. Spiliotis, N. D. Karampasis, and Y. S. Boutalis, “Fast computation of Hahn moments on gray images using block representation,” JEI, vol. 29, no. 1, p. 013020, Feb. 2020, doi: 10.1117/1.JEI.29.1.013020.
[191] F. Akhmedova and S. Liao, “Face Recognition Using Discrete Orthogonal Hahn Moments,” International Journal of Computer, Electrical, Automation, Control and Information Engineering, vol. 9, pp. 1370–1376, Jan. 2015.
[192] A. Mesbah, A. Berrahou, H. Hammouchi, H. Berbia, H. Qjidaa, and M. Daoudi, “Lip reading with Hahn Convolutional Neural Networks,” Image and Vision Computing, vol. 88, pp. 76–83, Aug. 2019, doi: 10.1016/j.imavis.2019.04.010.
[193] S. F. Pratama, A. K. Muda, Y.-H. Choo, R. Carbó-Dorca, and A. Abraham, “Using 3D Hahn Moments as A Computational Representation of ATS Drugs Molecular Structure,” in Proceedings of the 11th International Conference on Soft Computing and Pattern Recognition (SoCPaR 2019), Cham, 2021, pp. 90–101. doi: 10.1007/978-3-030-49345-5_10.
[194] A. H. Butt, S. A. Khan, H. Jamil, N. Rasool, and Y. D. Khan, “A Prediction Model for Membrane Proteins Using Moments Based Features,” BioMed Research International, vol. 2016, p. e8370132, Feb. 2016, doi: 10.1155/2016/8370132.
[195] C. Camacho-Bello and J. J. Báez-Rojas, “Angle Estimation Using Hahn Moments for Image Analysis,” in Progress in Pattern Recognition, Image Analysis, Computer Vision, and Applications, Cham, 2014, pp. 127–134. doi: 10.1007/978-3-319-12568-8_16.
[196] T. Yang, J. Ma, Q. Wang, Y. Miao, X. Wang, and Q. Meng, “Image Feature Extraction in Encrypted Domain With Privacy-Preserving Hahn Moments,” IEEE Access, vol. 6, pp. 47521–47534, 2018, doi: 10.1109/ACCESS.2018.2866861.
[197] H. Karmouni, T. Jahid, M. Sayyouri, A. Hmimid, A. El-Affar, and H. Qjidaa, “Image Analysis by Hahn Moments and a Digital Filter,” in Advanced Intelligent Systems for Sustainable Development (AI2SD’2018), Cham, 2019, pp. 707–718. doi: 10.1007/978-3-030-11928-7_64.
[198] M. El Mallahi, A. Mesbah, H. Karmouni, A. El Affar, A. Tahiri, and H. Qjidaa, “Radial Charlier moment invariants for 2D object/image recognition,” in 2016 5th International Conference on Multimedia Computing and Systems (ICMCS), Sep. 2016, pp. 41–45. doi: 10.1109/ICMCS.2016.7905531.
[199] H. Karmouni, A. Hmimid, T. Jahid, M. Sayyouri, H. Qjidaa, and A. Rezzouk, “Fast and stable computation of the Charlier moments and their inverses using digital filters and image block representation,” Circuits, Systems, and Signal Processing, vol. 37, no. 9, pp. 4015–4033, 2018.
[200] M. Yamni, A. Daoui, H. Karmouni, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, “Influence of Krawtchouk and Charlier moment’s parameters on image reconstruction and classification,” Procedia computer science, vol. 148, pp. 418–427, 2019.

[201] A. Daoui, M. Yamni, H. Karmouni, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, "Stable Computation of Higher Order Charlier Moments for Signal and Image Reconstruction," Information Sciences, 2020.

[202] A. Daoui, H. Karmouni, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, "Efficient Methods for Signal Processing Using Charlier Moments and Artificial Bee Colony Algorithm," Circuits Syst Signal Process, vol. 41, no. 1, pp. 166–195, Jan. 2022, doi: 10.1007/s00034-021-01764-z.

[203] H. Amakdouf, M. El Mallahi, A. Zouhri, A. Tahiri, and H. Qjidaa, "Classification and Recognition of 3D Image of Charlier moments using a Multilayer Perceptron Architecture," Procedia Computer Science, vol. 127, pp. 226–235, Jan. 2018, doi: 10.1016/j.procs.2018.01.118.

[204] X. Wang, G. Shi, and F. Guo, "A comment on 'Translation and scale invariants of Tchebichef moments' by Hongqing Zhu [Pattern Recognition 40 (2007) 2530–2542]," Pattern Recognition, vol. 77, pp. 458–463, 2018.

[205] H. Karmouni et al., "Fast Computation of 3D Discrete Invariant Moments Based on 3D Cuboid for 3D Image Classification," Circuits, Systems, and Signal Processing, pp. 1–31, 2021.

[206] P. A. Raj, "Charlier and Meixner Moments and Their Application for Texture and Image De-noising Problems," in Information, Photonics and Communication, Singapore, 2020, pp. 123–134. doi: 10.1007/978-981-32-9453-0_13.

[207] M. Sayyouri, A. Hmimid, and Q. Hassan, "A Fast Computation of Charlier Moments for Binary and Gray-Scale Images," CiSt 2012 - Proceedings: 2012 Colloquium in Information Science and Technology. Apr. 03, 2014. doi: 10.1109/ICoCS.2012.6458538.

[208] H. Karmouni, T. Jahid, M. Sayyouri, A. Hmimid, and H. Qjidaa, "Fast Reconstruction of 3D Images Using Charlier Discrete Orthogonal Moments," Circuits, Systems, and Signal Processing, vol. 38, no. 8, pp. 3715–3742, 2019.

[209] M. E. Mallahi, A. Zouhri, J. El-Mekkaoui, and H. Qjidaa, "Radial Meixner moments for rotational invariant pattern recognition," in 2017 Intelligent Systems and Computer Vision (ISCV), Apr. 2017, pp. 1–6. doi: 10.1109/ISACV.2017.8054943.

[210] H. Karmouni, T. Jahid, A. Hmimid, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, "Fast computation of inverse Meixner moments transform using Clenshaw's formula," Multimedia Tools and Applications, vol. 78, no. 22, pp. 31245–31265, 2019.

[211] T. Jahid, A. Hmimid, H. Karmouni, M. Sayyouri, H. Qjidaa, and A. Rezzouk, "Image analysis by Meixner moments and a digital filter," Multimedia Tools and Applications, vol. 77, no. 15, pp. 19811–19831, 2018.

[212] A. Daoui, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, "Efficient computation of high-order Meixner moments for large-size signals and images analysis," Multimed Tools Appl, vol. 80, no. 2, pp. 1641–1670, Jan. 2021, doi: 10.1007/s11042-020-09739-z.

[213] G. A. Papakostas, "Over 50 years of image moments and moment invariants," Moments and Moment Invariants-Theory and Applications, pp. 3–32, 2014.

[214] F. Mindru, T. Tuytelaars, L. V. Gool, and T. Moons, "Moment invariants for recognition under changing viewpoint and illumination," Computer Vision and Image Understanding, vol. 94, no. 1, pp. 3–27, Apr. 2004, doi: 10.1016/j.cviu.2003.10.011.

[215] T. Suk and J. Flusser, "Affine moment invariants of color images," in International Conference on Computer Analysis of Images and Patterns, 2009, pp. 334–341.

[216] I. L. Kantor, A. S. Solodovnikov, and A. Shenitzer, Hypercomplex numbers: an elementary introduction to algebras, vol. 302. New York: Springer-Verlag, 1989.

[217] T. A. Ell, "Quaternion-Fourier transforms for analysis of two-dimensional linear time-invariant partial differential systems," in Proceedings of 32nd IEEE Conference on Decision and Control, 1993, pp. 1830–1841.

[218] S. J. Sangwine, "Fourier transforms of colour images using quaternion or hypercomplex, numbers," Electronics letters, vol. 32, no. 21, pp. 1979–1980, 1996.

[219] C. Wang et al., "Geometric resistant polar quaternion discrete Fourier transform and its application in color image zero-hiding," ISA Transactions, 2021.

[220] W. Wei and L. Li, "Color image retrieval based on improved quaternion convolutional neural network," in 2021 International Conference on Wireless Communications and Smart Grid (ICWCSG), 2021, pp. 143–147.

[221] J. Wang, T. Li, Y.-Q. Shi, S. Lian, and J. Ye, "Forensics feature analysis in quaternion wavelet domain for distinguishing photographic images and computer graphics," Multimedia tools and Applications, vol. 76, no. 22, pp. 23721–23737, 2017.

[222] X. Xu, Z. Guo, C. Song, and Y. Li, "Multispectral palmprint recognition using a quaternion matrix," Sensors, vol. 12, no. 4, pp. 4633–4647, 2012.

[223] L.-Q. Guo and M. Zhu, “Quaternion Fourier–Mellin moments for color images,” Pattern Recognition, vol. 44, no. 2, pp. 187–195, 2011.
[224] B. J. Chen et al., “Quaternion Zernike moments and their invariants for color image analysis and object recognition,” Signal processing, vol. 92, no. 2, pp. 308–318, 2012.
[225] Z. Shao, H. Shu, J. Wu, B. Chen, and J. L. Coatrieux, “Quaternion Bessel–Fourier moments and their invariant descriptors for object reconstruction and recognition,” Pattern Recognition, vol. 47, no. 2, pp. 603–611, 2014.
[226] E. G. Karakasis, G. A. Papakostas, D. E. Koulouriotis, and V. D. Tourassis, “A Unified Methodology for Computing Accurate Quaternion Color Moments and Moment Invariants,” IEEE Transactions on Image Processing, vol. 23, no. 2, pp. 596–611, Feb. 2014, doi: 10.1109/TIP.2013.2289997.
[227] L. Guo, M. Dai, and M. Zhu, “Quaternion moment and its invariants for color object classification,” Information Sciences, vol. 273, pp. 132–143, 2014.
[228] Z. Xia et al., “Geometrically Invariant Color Medical Image Null-Watermarking Based on Precise Quaternion Polar Harmonic Fourier Moments,” IEEE Access, vol. 7, pp. 122544–122560, 2019.
[229] Z. Xia, X. Wang, W. Zhou, R. Li, C. Wang, and C. Zhang, “Color medical image lossless watermarking using chaotic system and accurate quaternion polar harmonic transforms,” Signal Processing, vol. 157, pp. 108–118, 2019.
[230] M. Yamni, H. Karmouni, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, “Color Stereo Image Zero-Watermarking using Quaternion Radial Tchebichef Moments,” in 2020 International Conference on Intelligent Systems and Computer Vision (ISCV), Jun. 2020, pp. 1–7. doi: 10.1109/ISCV49265.2020.9204169.
[231] L. Shi and B. Funt, “Quaternion color texture segmentation,” Computer Vision and image understanding, vol. 107, no. 1–2, pp. 88–96, 2007.
[232] Ö. N. Subakan and B. C. Vemuri, “A quaternion framework for color image smoothing and segmentation,” International Journal of Computer Vision, vol. 91, no. 3, pp. 233–250, 2011.
[233] W. R. Hamilton, Elements of quaternions. BoD–Books on Demand, 2022.
[234] G. Bhatnagar, S. Kumar, B. Raman, and N. Sukavanam, “Stereo image coding via digital watermarking,” Journal of Electronic Imaging, vol. 18, no. 3, p. 033012, 2009.
[235] M.-H. Lee, K.-H. Bae, J.-J. Kim, and E.-S. Kim, “New watermark scheme for copyright protection of the stereo vision system using adaptive disparity matching algorithm,” in Visual Information Processing XII, 2003, vol. 5108, pp. 210–219.
[236] W. Zhou, L. Yu, Z. Wang, M. Wu, T. Luo, and L. Sun, “Binocular visual characteristics based fragile watermarking scheme for tamper detection in stereoscopic images,” AEU-International Journal of Electronics and Communications, vol. 70, no. 1, pp. 77–84, 2016.
[237] Y. Sumi, Y. Kawai, T. Yoshimi, and F. Tomita, “3D object recognition in cluttered environments by segment-based stereo vision,” International Journal of Computer Vision, vol. 46, no. 1, pp. 5–23, 2002.
[238] N. Ayache and B. Faverjon, “Efficient registration of stereo images by matching graph descriptions of edge segments,” International Journal of Computer Vision, vol. 1, no. 2, pp. 107–131, 1987.
[239] C. Wang, X. Wang, Z. Xia, and C. Zhang, “Ternary radial harmonic Fourier moments based robust stereo image zero-watermarking algorithm,” Information Sciences, vol. 470, pp. 109–120, 2019.
[240] C. Wang et al., “Octonion continuous orthogonal moments and their applications in color stereoscopic image reconstruction and zero-watermarking,” Engineering Applications of Artificial Intelligence, vol. 106, p. 104450, 2021.
[241] J. Baez, “The octonions,” Bull. Amer. Math. Soc., vol. 39, no. 2, pp. 145–205, 2002, doi: 10.1090/S0273-0979-01-00934-X.
[242] S. Okubo, Introduction to octonion and other non-associative algebras in physics, vol. 2. Cambridge University Press, 1995.
[243] T. Dray and C. A. Manogue, The geometry of the octonions. World Scientific, 2015.
[244] K. M. Snopek, “Quaternions and octonions in signal processing-fundamentals and some new results,” Przegląd Telekomunikacyjny+ Wiadomości Telekomunikacyjne, 2015.
[245] Ł. Błaszczyk and K. M. Snopek, “Octonion Fourier Transform of real-valued functions of three variables - selected properties and examples,” Signal Processing, vol. 136, pp. 29–37, Jul. 2017, doi: 10.1016/j.sigpro.2016.11.021.
[246] C.-A. Popa, “Global exponential stability of neutral-type octonion-valued neural networks with time-varying delays,” Neurocomputing, vol. 309, pp. 117–133, Oct. 2018, doi: 10.1016/j.neucom.2018.05.004.

[247] C.-A. Popa, “Global exponential stability of octonion-valued neural networks with leakage delay and mixed delays,” Neural Networks, vol. 105, pp. 277–293, Sep. 2018, doi: 10.1016/j.neunet.2018.05.006.
[248] J. Wu, L. Xu, F. Wu, Y. Kong, L. Senhadji, and H. Shu, “Deep octonion networks,” Neurocomputing, vol. 397, pp. 179–191, Jul. 2020, doi: 10.1016/j.neucom.2020.02.053.
[249] H. M. Ozaktas and M. A. Kutay, “The fractional fourier transform,” in 2001 European Control Conference (ECC), Sep. 2001, pp. 1477–1483. doi: 10.23919/ECC.2001.7076127.
[250] G. Bhatnagar, Q. J. Wu, and B. Raman, “Discrete fractional wavelet transform and its application to multiple encryption,” Information Sciences, vol. 223, pp. 297–316, 2013.
[251] S.-C. Pei and M.-H. Yeh, “The discrete fractional cosine and sine transforms,” IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 49, no. 6, pp. 1198–1207, 2001.
[252] B. Xiao, L. Li, Y. Li, W. Li, and G. Wang, “Image analysis by fractional-order orthogonal moments,” Information Sciences, vol. 382, pp. 135–149, 2017.
[253] H. Zhang, Z. Li, and Y. Liu, “Fractional orthogonal Fourier-Mellin moments for pattern recognition,” in Chinese Conference on Pattern Recognition, 2016, pp. 766–778.
[254] R. Benouini, I. Batioua, K. Zenkouar, A. Zahi, S. Najah, and H. Qjidaa, “Fractional-order orthogonal Chebyshev Moments and Moment Invariants for image representation and pattern recognition,” Pattern Recognition, vol. 86, pp. 332–343, 2019.
[255] B. Xiao, J. Luo, X. Bi, W. Li, and B. Chen, “Fractional discrete Tchebyshev moments and their applications in image encryption and watermarking,” Information Sciences, vol. 516, pp. 545–559, 2020.
[256] X. Liu, G. Han, J. Wu, Z. Shao, G. Coatrieux, and H. Shu, “Fractional Krawtchouk transform with an application to image watermarking,” IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 65, no. 7, pp. 1894–1908, 2017.
[257] C. Camacho-Bello and J. S. Rivera-Lopez, “Some computational aspects of Tchebichef moments for higher orders,” Pattern Recognition Letters, vol. 112, pp. 332–339, 2018.
[258] D. S. Watkins, The Matrix Eigenvalue Problem: GR and Krylov Subspace Methods. SIAM, 2007.
[259] S. H. Friedberg, A. J. Insel, and L. E. Spence, Linear algebra. Essex: Pearson, 2014.
[260] G. W. Stewart, Introduction to matrix computations. Elsevier, 1973.
[261] NIKIFOROV and UVAROV, Special Functions of Mathematical Physics, Texte d’origine: A Unified Introduction with Applications. Birkhäuser Basel, 1988. doi: 10.1007/978-1-4757-1595-8.
[262] H. Zhu, “Image representation using separable two-dimensional continuous and discrete orthogonal moments,” Pattern Recognition, vol. 45, no. 4, pp. 1540–1558, 2012.
[263] A. Hmimid, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, “Fast computation of separable two-dimensional discrete invariant moments for image classification,” Pattern Recognition, vol. 48, no. 2, pp. 509–521, 2015.
[264] M. Sayyouri, A. Hmimid, and H. Qjidaa, “Image analysis using separable discrete moments of Charlier-Hahn,” Multimedia tools and applications, vol. 75, no. 1, pp. 547–571, 2016.
[265] E. D. Tsougenis, G. A. Papakostas, and D. E. Koulouriotis, “Image watermarking via separable moments,” multimedia tools and applications, vol. 74, no. 11, pp. 3985–4012, 2015.
[266] K. M. Hosny and M. M. Darwish, “New set of multi-channel orthogonal moments for color image representation and recognition,” Pattern Recognition, vol. 88, pp. 153–173, 2019.
[267] M. A. Nematollahi, C. Vorakulpipat, and H. G. Rosales, Digital watermarking: techniques and trends. 2017. Accessed: Mar. 25, 2022. [Online]. Available: https://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&scope=site&db=nlebk&db=nlabk&AN=1281878
[268] “Multimedia watermarking techniques and applications - Google Scholar.” https://scholar.google.com/scholar?hl=fr&as_sdt=0%2C5&q=Multimedia+watermarking+techniques+and+applications&btnG= (accessed Apr. 12, 2022).
[269] P. K. Dhar and T. Shimamura, Advances in audio watermarking based on singular value decomposition. Springer, 2015.
[270] M. El-Gayyar, “Watermarking techniques spatial domain digital rights seminar,” Media Informatics, University of Bonn, Germany, 2006.
[271] Y. Lin and W. H. Abdulla, “Audio watermarking for copyright protection,” University of Auckland, Auckland, New Zealand, Tech. Rep, 2007.
[272] A. Kerckhoffs, La cryptographie militaire, ou, Des chiffres usités en temps de guerre: avec un nouveau procédé de déchiffrement applicable aux systèmes à double clef. Librairie militaire de L. Baudoin, 1883.

[273] H. Tao, L. Chongmin, J. M. Zain, and A. N. Abdalla, "Robust image watermarking theories and techniques: A review," Journal of applied research and technology, vol. 12, no. 1, pp. 122–138, 2014.
[274] B. Furht, E. Muharemagic, and D. Socek, Multimedia encryption and watermarking, vol. 28. Springer Science & Business Media, 2006.
[275] X.-Y. Wang, P.-P. Niu, and H.-Y. Yang, "A robust digital audio watermarking based on statistics characteristics," Pattern recognition, vol. 42, no. 11, pp. 3057–3064, 2009.
[276] I. Cox, M. Miller, J. Bloom, J. Fridrich, and T. Kalker, Digital watermarking and steganography. Morgan kaufmann, 2007.
[277] Y. Lin and W. H. Abdulla, "Principles of Psychoacoustics," in Audio Watermark: A Comprehensive Foundation Using MATLAB, Y. Lin and W. H. Abdulla, Eds. Cham: Springer International Publishing, 2015, pp. 15–49. doi: 10.1007/978-3-319-07974-5_2.
[278] J. Seitz, Digital watermarking for digital media. IGI Global, 2005.
[279] N. Cvejic, Digital audio watermarking techniques and technologies: applications and benchmarks: applications and benchmarks. IGI Global, 2007.
[280] T. Kalker, G. Depovere, J. Haitsma, and M. J. Maes, "Video watermarking system for broadcast monitoring," in Security and Watermarking of Multimedia contents, 1999, vol. 3657, pp. 103–112.
[281] W. Ng and H.-L. Lau, "Effective approaches for watermarking xml data," in International Conference on Database Systems for Advanced Applications, 2005, pp. 68–80.
[282] D. Gross-Amblard, "Query-preserving watermarking of relational databases and xml documents," in Proceedings of the twenty-second ACM SIGMOD-SIGACT-SIGART symposium on Principles of database systems, 2003, pp. 191–201.
[283] R. Thanki, K. Borisagar, and S. Borra, Advance compression and watermarking technique for speech signals. Springer, 2018.
[284] A. K. Singh, B. Kumar, G. Singh, and A. Mohan, Medical image watermarking. Springer, 2017.
[285] "Content Protection for Audio and Video Content," Digital Watermarking Alliance. https://digitalwatermarkingalliance.org/digital-watermarking-applications/content-protection-audio-video-content/ (accessed Mar. 23, 2022).
[286] S. Katzenbeisser and F. A. P. Petitcolas, Information hiding techniques for steganography and digital watermarking. Artech House, 2000.
[287] P. Bassia, I. Pitas, and N. Nikolaidis, "Robust audio watermarking in the time domain," IEEE Transactions on multimedia, vol. 3, no. 2, pp. 232–241, 2001.
[288] W.-N. Lie and L.-C. Chang, "Robust and high-quality time-domain audio watermarking based on low-frequency amplitude modification," IEEE transactions on multimedia, vol. 8, no. 1, pp. 46–59, 2006.
[289] H. Wang, R. Nishimura, Y. Suzuki, and L. Mao, "Fuzzy self-adaptive digital audio watermarking based on time-spread echo hiding," Applied Acoustics, vol. 69, no. 10, pp. 868–874, 2008.
[290] H.-T. Hu, L.-Y. Hsu, and H.-H. Chou, "Variable-dimensional vector modulation for perceptual-based DWT blind audio watermarking with adjustable payload capacity," Digital Signal Processing, vol. 31, pp. 115–123, 2014.
[291] H.-T. Hu, S.-J. Lin, and L.-Y. Hsu, "Effective blind speech watermarking via adaptive mean modulation and package synchronization in DWT domain," EURASIP journal on audio, speech, and music Processing, vol. 2017, no. 1, p. 10, 2017.
[292] A. Kaur, M. K. Dutta, K. M. Soni, and N. Taneja, "Localized & self adaptive audio watermarking algorithm in the wavelet domain," Journal of Information Security and Applications, vol. 33, pp. 1–15, 2017.
[293] H. Karajeh, T. Khatib, L. Rajab, and M. Maqableh, "A robust digital audio watermarking scheme based on DWT and Schur decomposition," Multimedia Tools and Applications, vol. 78, no. 13, pp. 18395–18418, 2019.
[294] E. Erçelebi and L. Batakçı, "Audio watermarking scheme based on embedding strategy in low frequency components with a binary image," Digital Signal Processing, vol. 19, no. 2, pp. 265–277, 2009.
[295] P. K. Dhar, "A blind audio watermarking method based on lifting wavelet transform and QR decomposition," in 8th International Conference on Electrical and Computer Engineering, 2014, pp. 136–139.
[296] H.-T. Hu and L.-Y. Hsu, "Robust, transparent and high-capacity audio watermarking in DCT domain," Signal Processing, vol. 109, pp. 226–235, 2015.
[297] V. Bhat, I. Sengupta, and A. Das, "A new audio watermarking scheme based on singular value decomposition and quantization," Circuits, Systems, and Signal Processing, vol. 30, no. 5, pp. 915–927, 2011.

[298] M. Ogura, Y. Sugiura, and T. Shimamura, "SVD based audio watermarking using angle-quantization," in 2017 International Conference on Electrical, Computer and Communication Engineering (ECCE), 2017, pp. 119–122.
[299] C. Yong-mei, G. Wen-qiang, and D. Hai-yang, "An audio blind watermarking scheme based on DWT-SVD," Journal of Software, vol. 8, no. 7, pp. 1801–1808, 2013.
[300] S. Saadi, A. Merrad, and A. Benziane, "Novel secured scheme for blind audio/speech norm-space watermarking by Arnold algorithm," Signal Processing, vol. 154, pp. 74–86, Jan. 2019, doi: 10.1016/j.sigpro.2018.08.011.
[301] M. Yamni, H. Karmouni, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, "Efficient watermarking algorithm for digital audio/speech signal," Digital Signal Processing, vol. 120, p. 103251, Jan. 2022, doi: 10.1016/j.dsp.2021.103251.
[302] V. Bhat, I. Sengupta, and A. Das, "An adaptive audio watermarking based on the singular value decomposition in the wavelet domain," Digital Signal Processing, vol. 20, no. 6, pp. 1547–1558, 2010.
[303] B. Y. Lei, Y. Soon, and Z. Li, "Blind and robust audio watermarking scheme based on SVD–DCT," Signal Processing, vol. 91, no. 8, pp. 1973–1984, 2011.
[304] B. Lei, Y. Soon, F. Zhou, Z. Li, and H. Lei, "A robust audio watermarking scheme based on lifting wavelet transform and singular value decomposition," Signal processing, vol. 92, no. 9, pp. 1985–2001, 2012.
[305] S. Wu, J. Huang, D. Huang, and Y. Q. Shi, "Efficiently self-synchronized audio watermarking for assured audio data transmission," IEEE Transactions on Broadcasting, vol. 51, no. 1, pp. 69–76, 2005.
[306] Y.-Q. Zhang, Y. He, and X.-Y. Wang, "Spatiotemporal chaos in mixed linear–nonlinear two-dimensional coupled logistic map lattice," Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, vol. 490, pp. 148–160, 2018.
[307] N. Kingsbury, "A dual-tree complex wavelet transform with improved orthogonality and symmetry properties," in Proceedings 2000 international conference on image processing (Cat. No. 00CH37101), 2000, vol. 2, pp. 375–378.
[308] S. Katzenbeisser and F. A. P. Petitcolas, "Digital watermarking," Artech House, London, vol. 2, 2000.
[309] V. Bhat, I. Sengupta, and A. Das, "An audio watermarking scheme using singular value decomposition and dither-modulation quantization," Multimedia Tools and Applications, vol. 52, no. 2–3, pp. 369–383, 2011.
[310] V. S. Verma and R. K. Jha, "An overview of robust digital image watermarking," IETE Technical review, vol. 32, no. 6, pp. 479–496, 2015.
[311] I. J. Cox and M. L. Miller, "Review of watermarking and the importance of perceptual modeling," in Human Vision and Electronic Imaging II, Jun. 1997, vol. 3016, pp. 92–99. doi: 10.1117/12.274502.
[312] D. P. Mukherjee, S. Maitra, and S. T. Acton, "Spatial domain digital watermarking of multimedia objects for buyer authentication," IEEE Transactions on multimedia, vol. 6, no. 1, pp. 1–15, 2004.
[313] S. Craver, B.-L. Yeo, and M. Yeung, "Technical trials and legal tribulations," Communications of the ACM, vol. 41, no. 7, pp. 45–54, 1998.
[314] S. A. Parah, J. A. Sheikh, N. A. Loan, and G. M. Bhat, "Robust and blind watermarking technique in DCT domain using inter-block coefficient differencing," Digital Signal Processing, vol. 53, pp. 11–24, Jun. 2016, doi: 10.1016/j.dsp.2016.02.005.
[315] C. Li, Z. Zhang, Y. Wang, B. Ma, and D. Huang, "Dither modulation of significant amplitude difference for wavelet based robust watermarking," Neurocomputing, vol. 166, pp. 404–415, Oct. 2015, doi: 10.1016/j.neucom.2015.03.039.
[316] A. Poljicak, L. Mandic, and D. Agic, "Discrete Fourier transform-based watermarking method with an optimal implementation radius," Journal of Electronic Imaging, vol. 20, no. 3, p. 033008, 2011.
[317] V. S. Verma and R. Kumar Jha, "Improved watermarking technique based on significant difference of lifting wavelet coefficients," SIViP, vol. 9, no. 6, pp. 1443–1450, Sep. 2015, doi: 10.1007/s11760-013-0603-6.
[318] J.-M. Guo and H. Prasetyo, "False-positive-free SVD-based image watermarking," Journal of Visual Communication and Image Representation, vol. 25, no. 5, pp. 1149–1163, Jul. 2014, doi: 10.1016/j.jvcir.2014.03.012.
[319] E. D. Tsougenis, G. A. Papakostas, D. E. Koulouriotis, and V. D. Tourassis, "Performance evaluation of moment-based watermarking methods: A review," Journal of Systems and Software, vol. 85, no. 8, pp. 1864–1884, 2012.
[320] E. D. Tsougenis, G. A. Papakostas, and D. E. Koulouriotis, "Introducing the separable moments for image watermarking in a Tottaly moment-oriented framework," in 2013 18th International Conference on Digital Signal Processing (DSP), Fira, Santorini, Greece, Jul. 2013, pp. 1–6. doi: 10.1109/ICDSP.2013.6622813.
[321] L. Wu, J. Zhang, W. Deng, and D. He, "Arnold Transformation Algorithm and Anti-Arnold Transformation Algorithm," in 2009 First International Conference on Information Science and Engineering, Nanjing, China, 2009, pp. 1164–1167. doi: 10.1109/ICISE.2009.347.

[322] B. Chen and G. W. Wornell, "Quantization index modulation: a class of provably good methods for digital watermarking and information embedding," IEEE Transactions on Information Theory, vol. 47, no. 4, pp. 1423–1443, May 2001, doi: 10.1109/18.923725.
[323] Z. Li, Q. Gong-bin, and X. Wei-wei, "Geometric distortions invariant blind second generation watermarking technique based on Tchebichef moment of original image," Journal of Software, vol. 18, no. 9, pp. 2283–2294, 2007.
[324] "CVG." http://decsai.ugr.es/cvg/wellcome.html (accessed Jun. 22, 2020).
[325] "Shape Matching/Retrieval." http://www.dabi.temple.edu/~shape/MPEG7/dataset.html (accessed Jul. 14, 2019).
[326] R. L. Priya and V. Sadasivam, "A survey on watermarking techniques, requirements, applications for medical images," Journal of Theoretical & Applied Information Technology, vol. 65, no. 1, 2014.
[327] G. Coatrieux, L. Lecornu, B. Sankur, and C. Roux, "A review of image watermarking applications in healthcare," in 2006 International conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society, 2006, pp. 4691–4694.
[328] O. S. Pianykh, "Digital Imaging and Communications in Medicine (DICOM): A Practical Introduction and Survival Guide." Soc Nuclear Med, 2009.
[329] N. IR, "Digital watermarking for telemedicine applications: a review," International Journal of Computer Applications, vol. 129, no. 17, pp. 30–37, 2015.
[330] S. M. Mousavi, A. Naghsh, and S. A. R. Abu-Bakar, "Watermarking techniques used in medical images: a survey," Journal of digital imaging, vol. 27, no. 6, pp. 714–729, 2014.
[331] K. A. Navas and M. Sasikumar, "Survey of medical image watermarking algorithms," in Proc. Internation Conf. Sciences of Electronics, Technologies of Information and Telecommunications, 2007, pp. 25–29.
[332] M. Fallahpour, D. Megias, and M. Ghanbari, "High capacity, reversible data hiding in medical images," in 2009 16th IEEE International Conference on Image Processing (ICIP), 2009, pp. 4241–4244.
[333] M. Ulutas, G. Ulutas, and V. V. Nabiyev, "Medical image security and EPR hiding using Shamir's secret sharing scheme," Journal of Systems and Software, vol. 84, no. 3, pp. 341–353, 2011.
[334] J. M. Zain and A. R. Fauzi, "Medical image watermarking with tamper detection and recovery," in 2006 International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society, 2006, pp. 3270–3273.
[335] G. Coatrieux, H. Maître, B. Sankur, Y. Rolland, and R. Collorec, "Relevance of watermarking in medical imaging," in Proceedings 2000 IEEE EMBS International Conference on Information Technology Applications in Biomedicine. ITAB-ITIS 2000. Joint Meeting Third IEEE EMBS International Conference on Information Technol, 2000, pp. 250–255.
[336] H.-M. Chao, C.-M. Hsu, and S.-G. Miaou, "A data-hiding technique with authentication, integration, and confidentiality for electronic patient records," IEEE transactions on information technology in biomedicine, vol. 6, no. 1, pp. 46–53, 2002.
[337] K. A. Navas, S. A. Thampy, and M. Sasikumar, "EPR hiding in medical images for telemedicine," International Journal of Biomedical Sciences, vol. 3, no. 1, pp. 44–47, 2008.
[338] G. Coatrieux, H. Huang, H. Shu, L. Luo, and C. Roux, "A watermarking-based medical image integrity control system and an image moment signature for tampering characterization," IEEE journal of biomedical and health informatics, vol. 17, no. 6, pp. 1057–1067, 2013.
[339] N. A. Memon and S. A. M. Gilani, "Watermarking of chest CT scan medical images for content authentication," International Journal of Computer Mathematics, vol. 88, no. 2, pp. 265–280, 2011.
[340] W. Zhou, T. Rockwood, and P. Sagetong, "Non-repudiation oblivious watermarking schema for secure digital video distribution," in 2002 IEEE Workshop on Multimedia Signal Processing., 2002, pp. 343–346.
[341] H. Nyeem, W. Boles, and C. Boyd, "A review of medical image watermarking requirements for teleradiology," Journal of digital imaging, vol. 26, no. 2, pp. 326–343, 2013.
[342] S. Das and M. K. Kundu, "Effective management of medical information through a novel blind watermarking technique," Journal of medical systems, vol. 36, no. 5, pp. 3339–3351, 2012.
[343] A. K. Singh, M. Dave, and A. Mohan, "Hybrid technique for robust and imperceptible multiple watermarking using medical images," Multimedia Tools and Applications, vol. 75, no. 14, pp. 8381–8401, 2016.
[344] C.-C. Chang, K.-F. Hwang, and M.-S. Hwang, "A block based digital watermarks for copy protection of images," in Fifth Asia-Pacific Conference on... and Fourth Optoelectronics and Communications Conference on Communications, 1999, vol. 2, pp. 977–980.

[345] Y. Yang, M. Lei, H. Liu, Y. Zhou, and Q. Luo, "A Novel Robust Zero-Watermarking Scheme Based on Discrete Wavelet Transform.," Journal of multimedia, vol. 7, no. 4, 2012.
[346] C. Dong, H. Zhang, J. Li, and Y. Chen, "Robust zero-watermarking for medical image based on DCT," in 2011 6th International Conference on Computer Sciences and Convergence Information Technology (ICCIT), 2011, pp. 900–904.
[347] S. Yv-fan and K. Yi-ning, "Medical Images Watermarking Algorithm Based on Improved DCT.," Journal of Multimedia, vol. 8, no. 6, 2013.
[348] Y. Tian, "yu. A robust zero watermarking algorithm using variance in singular value decomposition domain," Acta Photonica Sinica, vol. 40, no. 6, p. 961, 2011.
[349] V. Seenivasagam and R. Velumani, "A QR code based zero-watermarking scheme for authentication of medical images in teleradiology cloud," Computational and mathematical methods in medicine, vol. 2013, 2013.
[350] H.-C. Huang, F.-H. Wang, and J.-S. Pan, "Efficient and robust watermarking algorithm with vector quantisation," Electronics letters, vol. 37, no. 13, pp. 826–828, 2001.
[351] S. Jun, X. Liao, and M. S. Alam, "Neural-network-based zero-watermark scheme for digital images," Optical engineering, vol. 45, no. 9, p. 097006, 2006.
[352] J. Li, X. Han, C. Dong, and Y. Chen, "Robust multiple watermarks for medical image based on DWT and DFT," in 2011 6th International Conference on Computer Sciences and Convergence Information Technology (ICCIT), 2011, pp. 895–899.
[353] A. Roček, K. Slavíček, O. Dostál, and M. Javorník, "A new approach to fully-reversible watermarking in medical imaging with breakthrough visibility parameters," Biomedical Signal Processing and Control, vol. 29, pp. 44–52, 2016.
[354] C. Kavitha and S. Sakthivel, "An effective mechanism for medical images authentication using quick response code," Cluster Computing, vol. 22, no. 2, pp. 4375–4382, 2019.
[355] C. Wang, X. Wang, X. Chen, and C. Zhang, "Robust zero-watermarking algorithm based on polar complex exponential transform and logistic mapping," Multimedia Tools and Applications, vol. 76, no. 24, pp. 26355–26376, 2017.
[356] C. Wang, X. Wang, Z. Xia, C. Zhang, and X. Chen, "Geometrically resilient color image zero-watermarking algorithm based on quaternion exponent moments," Journal of Visual Communication and Image Representation, vol. 41, pp. 247–259, 2016.
[357] Z. Xia, X. Wang, C. Wang, B. Ma, M. Wang, and Y.-Q. Shi, "Local quaternion polar harmonic Fourier moments-based multiple zero-watermarking scheme for color medical images," Knowledge-Based Systems, vol. 216, p. 106568, 2021.
[358] A. Daoui, H. Karmouni, M. Sayyouri, H. Qjidaa, M. Maaroufi, and B. Alami, "New robust method for image copyright protection using histogram features and Sine Cosine Algorithm," Expert Systems with Applications, vol. 177, p. 114978, 2021.
[359] A. Daoui, H. Karmouni, O. El ogri, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, "Robust image encryption and zero-watermarking scheme using SCA and modified logistic map," Expert Systems with Applications, vol. 190, p. 116193, Mar. 2022, doi: 10.1016/j.eswa.2021.116193.
[360] G. Chen, Y. Mao, and C. K. Chui, "A symmetric image encryption scheme based on 3D chaotic cat maps," Chaos, Solitons & Fractals, vol. 21, no. 3, pp. 749–761, Jul. 2004, doi: 10.1016/j.chaos.2003.12.022.
[361] E. D. Tsougenis, G. A. Papakostas, D. E. Koulouriotis, E. G. Karakasis, and D. A. Karras, "Color image watermarking via Quaternion Radial Tchebichef moments," in 2013 IEEE International Conference on Imaging Systems and Techniques (IST), 2013, pp. 101–105.
[362] X. Wang, P. Niu, H. Yang, C. Wang, and A. Wang, "A new robust color image watermarking using local quaternion exponent moments," Information sciences, vol. 277, pp. 731–754, 2014.
[363] E. D. Tsougenis, G. A. Papakostas, D. E. Koulouriotis, and E. G. Karakasis, "Adaptive color image watermarking by the use of quaternion image moments," Expert systems with applications, vol. 41, no. 14, pp. 6408–6418, 2014.
[364] H.-Y. Yang, X.-Y. Wang, P.-P. Niu, and A.-L. Wang, "Robust color image watermarking using geometric invariant quaternion polar harmonic transform," ACM Transactions on Multimedia Computing, Communications, and Applications (TOMM), vol. 11, no. 3, p. 40, 2015.
[365] A. Christe et al., "Computer-aided diagnosis of pulmonary fibrosis using deep learning and CT images," Investigative radiology, vol. 54, no. 10, p. 627, 2019.

[366] "ITK-SNAP Home." http://www.itksnap.org/pmwiki/pmwiki.php (accessed Jan. 24, 2022).
[367] J. Hofmanninger, F. Prayer, J. Pan, S. Röhrich, H. Prosch, and G. Langs, "Automatic lung segmentation in routine imaging is primarily a data diversity problem, not a methodology problem," European Radiology Experimental, vol. 4, no. 1, pp. 1–13, 2020.
[368] S. Mirjalili, S. M. Mirjalili, and A. Lewis, "Grey wolf optimizer," Advances in engineering software, vol. 69, pp. 46–61, 2014.
[369] C. A. Souza, N. L. Muller, J. Flint, J. L. Wright, and A. Churg, "Idiopathic pulmonary fibrosis: spectrum of high-resolution CT findings," American Journal of Roentgenology, vol. 185, no. 6, pp. 1531–1539, 2005.
[370] J. Hofmanninger, "Automated lung segmentation in CT under presence of severe pathologies." Feb. 02, 2022. Accessed: Feb. 03, 2022. [Online]. Available: https://github.com/JoHof/lungmask
[371] "Centre Hospitalier Universitaire Hassan II – Un établissement de référence au service de la Santé." http://www.chu-fes.ma/ (accessed Feb. 03, 2022).
[372] X. Kang, F. Zhao, Y. Chen, G. Lin, and C. Jing, "Combining polar harmonic transforms and 2D compound chaotic map for distinguishable and robust color image zero-watermarking algorithm," Journal of Visual Communication and Image Representation, vol. 70, p. 102804, 2020.
[373] Z. Xia et al., "Efficient copyright protection for three CT images based on quaternion polar harmonic Fourier moments," Signal processing, vol. 164, pp. 368–379, 2019.
[374] S. H. Abdulhussain, A. R. Ramli, B. M. Mahmmod, S. A. R. Al-Haddad, and W. A. Jassim, "Image edge detection operators based on orthogonal polynomials," International Journal of Image and Data Fusion, vol. 8, no. 3, pp. 293–308, 2017.
[375] A. Hmimid, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, "Image classification using a new set of separable two-dimensional discrete orthogonal invariant moments," Journal of electronic imaging, vol. 23, no. 1, p. 013026, 2014.
[376] H. Karmouni et al., "Image analysis using separable Krawtchouk-Tchebichef's moments," in 2017 International Conference on Advanced Technologies for Signal and Image Processing (ATSIP), May 2017, pp. 1–5. doi: 10.1109/ATSIP.2017.8075581.
[377] M. Sayyouri, A. Hmimid, H. Karmouni, H. Qjidaa, and A. Rezzouk, "Image classification using separable invariant moments of Krawtchouk-Tchebichef," in 2015 IEEE/ACS 12th International Conference of Computer Systems and Applications (AICCSA), Nov. 2015, pp. 1–6. doi: 10.1109/AICCSA.2015.7507142.
[378] T. Jahid, H. Karmouni, M. Sayyouri, A. Hmimid, and H. Qjidaa, "Fast Algorithm of 3D Discrete Image Orthogonal Moments Computation Based on 3D Cuboid," Journal of Mathematical Imaging and Vision, vol. 61, no. 4, pp. 534–554, 2019.
[379] T. Jahid, H. Karmouni, A. Hmimid, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, "Image moments and reconstruction by Krawtchouk via Clenshaw's reccurence formula," in 2017 International Conference on Electrical and Information Technologies (ICEIT), 2017, pp. 1–7.
[380] K. M. Hosny, "Exact and fast computation of geometric moments for gray level images," Applied Mathematics and Computation, vol. 189, no. 2, pp. 1214–1222, 2007.
[381] C.-W. Chong, P. Raveendran, and R. Mukundan, "Translation and scale invariants of Legendre moments," Pattern Recognition, vol. 37, no. 1, pp. 119–129, Jan. 2004, doi: 10.1016/j.patcog.2003.06.003.
[382] Ø. D. Trier, A. K. Jain, and T. Taxt, "Feature extraction methods for character recognition-a survey," Pattern recognition, vol. 29, no. 4, pp. 641–662, 1996.
[383] L. Heutte, T. Paquet, J.-V. Moreau, Y. Lecourtier, and C. Olivier, "A structural/statistical feature based vector for handwritten character recognition," Pattern recognition letters, vol. 19, no. 7, pp. 629–641, 1998.
[384] M. J. Martin-Bautista and M.-A. Vila, "A survey of genetic feature selection in mining issues," in Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation-CEC99 (Cat. No. 99TH8406), 1999, vol. 2, pp. 1314–1321.
[385] M. L. Raymer, W. F. Punch, E. D. Goodman, L. A. Kuhn, and A. K. Jain, "Dimensionality reduction using genetic algorithms," IEEE transactions on evolutionary computation, vol. 4, no. 2, pp. 164–171, 2000.
[386] M. Dash and H. Liu, "Feature selection for classification," Intelligent data analysis, vol. 1, no. 1–4, pp. 131–156, 1997.
[387] D. Pascale, "A review of rgb color spaces... from xyy to r'g'b'," Babel Color, vol. 18, pp. 136–152, 2003.
[388] D. Srivastava, R. Wadhvani, and M. Gyanchandani, "A review: color feature extraction methods for content based image retrieval," International Journal of Computational Engineering & Management, vol. 18, no. 3, pp. 9–13, 2015.

[389] B. S. Manjunath, J.-R. Ohm, V. V. Vasudevan, and A. Yamada, "Color and texture descriptors," IEEE Transactions on circuits and systems for video technology, vol. 11, no. 6, pp. 703–715, 2001.
[390] J. Hafner, H. S. Sawhney, W. Equitz, M. Flickner, and W. Niblack, "Efficient color histogram indexing for quadratic form distance functions," IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence, vol. 17, no. 7, pp. 729–736, 1995.
[391] C. Faloutsos et al., "Efficient and effective querying by image content," Journal of intelligent information systems, vol. 3, no. 3, pp. 231–262, 1994.
[392] S. Livens, P. Scheunders, G. Van de Wouwer, and D. Van Dyck, "Wavelets for texture analysis, an overview," 1997.
[393] L. F. Shampine, "Numerical Recipes, The Art of Scientific Computing. By W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, and W. T. Vetterling," The American Mathematical Monthly, vol. 94, no. 9, pp. 889–893, Nov. 1987, doi: 10.1080/00029890.1987.12000737.
[394] R. M. Haralick, K. Shanmugam, and I. Dinstein, "Textural Features for Image Classification," IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, vol. SMC-3, no. 6, pp. 610–621, Nov. 1973, doi: 10.1109/TSMC.1973.4309314.
[395] A. Oliva and A. Torralba, "Modeling the shape of the scene: A holistic representation of the spatial envelope," International journal of computer vision, vol. 42, no. 3, pp. 145–175, 2001.
[396] M. Aly, P. Welinder, M. Munich, and P. Perona, "Automatic discovery of image families: Global vs. local features," in 2009 16th IEEE International Conference on Image Processing (ICIP), 2009, pp. 777–780.
[397] A. Pentland, R. W. Picard, and S. Sclaroff, "Photobook: Content-based manipulation of image databases," International journal of computer vision, vol. 18, no. 3, pp. 233–254, 1996.
[398] M. Flickner et al., "Query by image and video content: The QBIC system," computer, vol. 28, no. 9, pp. 23–32, 1995.
[399] J. R. Bach et al., "Virage image search engine: an open framework for image management," in Storage and retrieval for still image and video databases IV, 1996, vol. 2670, pp. 76–87.
[400] S. SCLAROFF, "A content-based image browser for the world wide web," 1997.
[401] T. Gevers and A. W. Smeulders, "The PicToSeek WWW image search system," in Proceedings IEEE International Conference on Multimedia Computing and Systems, 1999, vol. 1, pp. 264–269.
[402] R. Brunelli and O. Mich, "Compass: an image retrieval system for distributed databases," in 2000 IEEE International Conference on Multimedia and Expo. ICME2000. Proceedings. Latest Advances in the Fast Changing World of Multimedia (Cat. No. 00TH8532), 2000, vol. 1, pp. 145–148.
[403] N. Boujemaa et al., "Ikona: Interactive specific and generic image retrieval," 2001.
[404] M. Stricker and M. Swain, "The capacity of color histogram indexing," in CVPR, 1994, vol. 94, pp. 704–708.
[405] B. Moghaddam, H. Biermann, and D. Margaritis, "Defining image content with multiple regions-of-interest," in Proceedings IEEE Workshop on Content-Based Access of Image and Video Libraries (CBAIVL'99), 1999, pp. 89–93.
[406] J. Malki, N. Boujemaa, C. Nastar, and A. Winter, "Region queries without segmentation for image retrieval by content," in International Conference on Advances in Visual Information Systems, 1999, pp. 115–122.
[407] A. D. Bimbo, W. X. He, and E. Vicario, "Using weighted spatial relationships in retrieval by visual contents," in Image Description and Retrieval, Springer, 1998, pp. 161–192.
[408] C. Carson, M. Thomas, S. Belongie, J. M. Hellerstein, and J. Malik, "Blobworld: A system for region-based image indexing and retrieval," in International conference on advances in visual information systems, 1999, pp. 509–517.
[409] Y. S. Abu-Mostafa and D. Psaltis, "Image normalization by complex moments," IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, no. 1, pp. 46–55, 1985.
[410] S. S. Reddi, "Radial and angular moment invariants for image identification," IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, no. 2, pp. 240–242, 1981.
[411] J. Flusser and T. Suk, "Pattern recognition by affine moment invariants," Pattern recognition, vol. 26, no. 1, pp. 167–174, 1993.
[412] T. H. Reiss, "The revised fundamental theorem of moment invariants," IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, vol. 13, no. 08, pp. 830–834, 1991.
[413] C.-W. Chong, P. Raveendran, and R. Mukundan, "Translation invariants of Zernike moments," Pattern recognition, vol. 36, no. 8, pp. 1765–1773, 2003.

[414] G. A. Papakostas, E. G. Karakasis, and D. E. Koulouriotis, “Novel moment invariants for improved classification performance in computer vision applications,” Pattern Recognition, vol. 43, no. 1, pp. 58–68, 2010.
[415] E. G. Karakasis, G. A. Papakostas, D. E. Koulouriotis, and V. D. Tourassis, “Generalized dual Hahn moment invariants,” Pattern Recognition, vol. 46, no. 7, pp. 1998–2014, 2013.
[416] A. Hmimid, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, “Image classification using novel set of Charlier moment invariants,” WSEAS Trans. Signal Process, vol. 10, no. 1, pp. 156–167, 2014.
[417] R. Palaniappan, P. Raveendran, and S. Omatu, “New invariant moments for non-uniformly scaled images,” Pattern Analysis & Applications, vol. 3, no. 2, pp. 78–87, 2000.
[418] C.-W. Chong, P. Raveendran, and R. Mukundan, “The scale invariants of pseudo-Zernike moments,” Pattern Analysis & Applications, vol. 6, no. 3, pp. 176–184, 2003.
[419] A. K. Jain, R. P. W. Duin, and J. Mao, “Statistical pattern recognition: A review,” IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence, vol. 22, no. 1, pp. 4–37, 2000.
[420] C.-L. Liu, K. Nakashima, H. Sako, and H. Fujisawa, “Handwritten digit recognition using state-of-the-art techniques,” in Proceedings Eighth International Workshop on Frontiers in Handwriting Recognition, 2002, pp. 320–325.
[421] C.-L. Liu, H. Sako, and H. Fujisawa, “Performance evaluation of pattern classifiers for handwritten character recognition,” International Journal on Document Analysis and Recognition, vol. 4, no. 3, pp. 191–204, 2002.
[422] P. Langley and S. Sage, “Tractable average-case analysis of naive Bayesian classifiers,” in ICML, 1999, vol. 99, pp. 220–228.
[423] J. R. Quinlan and R. L. Rivest, “Inferring decision trees using the minimum description lenght principle,” Information and computation, vol. 80, no. 3, pp. 227–248, 1989.
[424] J. R. Quinlan, C4. 5: programs for machine learning. Elsevier, 2014.
[425] A. J. Maren, C. T. Harston, and R. M. Pap, Handbook of neural computing applications. Academic Press, 2014.
[426] F. Kimura, T. Wakabayashi, S. Tsuruoka, and Y. Miyake, “Improvement of handwritten Japanese character recognition using weighted direction code histogram,” Pattern recognition, vol. 30, no. 8, pp. 1329–1337, 1997.
[427] V. N. Vapnik, “An overview of statistical learning theory,” IEEE transactions on neural networks, vol. 10, no. 5, pp. 988–999, 1999.
[428] P. Xu and A. K. Chan, “Support vector machines for multi-class signal classification with unbalanced samples,” in Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks, 2003., 2003, vol. 2, pp. 1116–1119.
[429] G. Madzarov and D. Gjorgjevikj, “Multi-class classification using support vector machines in decision tree architecture,” in IEEE EUROCON 2009, 2009, pp. 288–295.
[430] S. M. Weiss, “Small sample error rate estimation for k-NN classifiers,” IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, vol. 13, no. 03, pp. 285–289, 1991.
[431] C. Stanfill, Memory-based reasoning applied to English pronunciation. Thinking Machines Corporation, 1987.
[432] J.-P. A. de Beauville and F.-Z. Kettaf, Bases théoriques pour l’apprentissage et la décision en reconnaissance des formes. Cépaduès, 2005.
[433] R. J. Schalkoff, “Pattern Recognition: Statistical, Structural and Neural Approaches,” Wiley.com. https://www.wiley.com/en-us/Pattern+Recognition%3A+Statistical%2C+Structural+and+Neural+Approaches-p-9780471529743 (accessed May 01, 2022).
[434] A. S. Pandya and R. B. Macy, Pattern recognition with neural networks in C++. CRC press, 1995.
[435] L. Miclet, Méthodes structurelles pour la reconnaissance des formes. Librairie Eyrolles, 1984. Accessed: May 01, 2022. [Online]. Available: https://www.eyrolles.com/Informatique/Livre/methodes-structurelles-pour-la-reconnaissance-des-formes-9782212053050/
[436] S. Adam, J.-M. Ogier, C. Cariou, J. Gardes, R. Mullot, and Y. Lecourtier, “Combination of invariant pattern recognition primitives on technical documents,” in International Workshop on Graphics Recognition, 1999, pp. 238–245.
[437] “McGill 3D Shape Benchmark.” http://www.cim.mcgill.ca/~shape/benchMark/ (accessed Mar. 09, 2020).
[438] F. A. Sadjadi and E. L. Hall, “Three-Dimensional Moment Invariants,” IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. PAMI-2, no. 2, pp. 127–136, Mar. 1980, doi: 10.1109/TPAMI.1980.4766990.
[439] X. Guo, “Three dimensional moment invariants under rigid transformation,” in International Conference on Computer Analysis of Images and Patterns, 1993, pp. 518–522.

[440] D. Cyganski and J. A. Orr, “Object recognition and orientation determination by tensor methods,” Advances in Computer Vision and Image Processing, vol. 3, pp. 101–144, 1988.
[441] D. Xu and H. Li, “3-D affine moment invariants generated by geometric primitives,” in 18th International Conference on Pattern Recognition (ICPR’06), 2006, vol. 2, pp. 544–547.
[442] D. Xu and H. Li, “Geometric moment invariants,” Pattern Recognition, vol. 41, no. 1, pp. 240–249, Jan. 2008, doi: 10.1016/j.patcog.2007.05.001.
[443] T. Suk and J. Flusser, “Tensor method for constructing 3D moment invariants,” in International Conference on Computer Analysis of Images and Patterns, 2011, pp. 212–219.
[444] M. Yamni, H. Karmouni, M. Sayyouri, and H. Qjidaa, “New Invariant Meixner Moments for Non-Uniformly Scaled Images,” Fez -Morocco, 2021.
[445] L. Comtet, Advanced Combinatorics: The art of finite and infinite expansions. Springer Science & Business Media, 2012.
[446] H. Karmouni, T. Jahid, M. Sayyouri, R. El Alami, and H. Qjidaa, “Fast 3D image reconstruction by cuboids and 3D Charlier’s moments,” Journal of Real-Time Image Processing, pp. 1–17, 2019.
[447] M. El Mallahi, A. Mesbah, H. Qjidaa, K. Zenkouar, and H. El Fadili, “Translation and scale invariants of three-dimensional Tchebichef moments,” in 2015 Intelligent Systems and Computer Vision (ISCV), 2015, pp. 1–5.
[448] R. Benouini, I. Batioua, K. Zenkouar, S. Najah, and H. Qjidaa, “Efficient 3D object classification by using direct Krawtchouk moment invariants,” Multimedia Tools and Applications, vol. 77, no. 20, pp. 27517–27542, 2018.
[449] R. Mukundan and K. R. Ramakrishnan, Moment functions in image analysis: theory and applications. World Scientific, 1998.
[450] S. Kumar, “Fundamental limits to Moore’s law,” arXiv preprint arXiv:1511.05956, 2015.
[451] A. Gholami, J. Hill, D. Malhotra, and G. Biros, “AccFFT: A library for distributed-memory FFT on CPU and GPU architectures,” arXiv preprint arXiv:1506.07933, 2015.
[452] M. Araya-Polo et al., “Assessing accelerator-based HPC reverse time migration,” IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems, vol. 22, no. 1, pp. 147–162, 2010.
[453] K. M. Hosny, M. M. Darwish, K. Li, and A. Salah, “Parallel multi-core CPU and GPU for fast and robust medical image watermarking,” IEEE Access, vol. 6, pp. 77212–77225, 2018.
[454] K. M. Hosny, A. Salah, H. I. Saleh, and M. Sayed, “Fast computation of 2D and 3D Legendre moments using multi-core CPUs and GPU parallel architectures,” Journal of Real-Time Image Processing, vol. 16, no. 6, pp. 2027–2041, 2019.
[455] A. Salah, K. Li, K. M. Hosny, M. M. Darwish, and Q. Tian, “Accelerated CPU–GPUs implementations for quaternion polar harmonic transform of color images,” Future Generation Computer Systems, vol. 107, pp. 368–382, 2020.
[456] Y. Xuan, D. Li, and W. Han, “Efficient optimization approach for fast GPU computation of Zernike moments,” Journal of Parallel and Distributed Computing, vol. 111, pp. 104–114, 2018.
[457] Z. Yang, M. Tang, Z. Li, Z. Ren, and Q. Zhang, “GPU Accelerated polar harmonic transforms for feature extraction in ITS applications,” IEEE Access, vol. 8, pp. 95099–95108, 2020.
[458] G. Senthilkumar, K. Gopalakrishnan, and V. S. Kumar, “Embedded image capturing system using raspberry pi system,” International Journal of Emerging Trends & Technology in Computer Science, vol. 3, no. 2, pp. 213–215, 2014.
[459] L. C. Manikandan, R. K. Selvakumar, S. A. H. Nair, and K. P. Sanal Kumar, “Hardware implementation of fast bilateral filter and canny edge detector using Raspberry Pi for telemedicine applications,” Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing, vol. 12, no. 5, pp. 4689–4695, 2021.
[460] M. Sajjad et al., “Raspberry Pi assisted face recognition framework for enhanced law-enforcement services in smart cities,” Future Generation Computer Systems, vol. 108, pp. 995–1007, 2020.
[461] C. E. Widodo, K. Adi, and I. Gunadi, “The use of raspberry pi as a portable medical image processing,” in Journal of Physics: Conference Series, 2020, vol. 1524, no. 1, p. 012004.
[462] I. Ahmad and K. Pothuganti, “Design & implementation of real time autonomous car by using image processing & IoT,” in 2020 Third International Conference on Smart Systems and Inventive Technology (ICSSIT), 2020, pp. 107–113.
[463] A. P. Atmaja, A. El Hakim, A. P. A. Wibowo, and L. A. Pratama, “Communication systems of smart agriculture based on wireless sensor networks in IoT,” Journal of Robotics and Control (JRC), vol. 2, no. 4, pp. 297–301, 2021.

[464] N. Petrović and \DJor\dje Kocić, “IoT-based system for COVID-19 indoor safety monitoring,” IcETRAN Belgrade, 2020.

[465] N. A. Iromini and T. A. Alimi, “Development of a Raspberry Pi Secured Management System for Home Automation,” i-Manager’s Journal on Embedded Systems, vol. 8, no. 2, p. 1, 2020.

[466] M. Akour, K. Al Radaideh, A. Shadaideh, and O. Okour, “Mobile voice recognition based for smart home automation control,” Int. J. Adv. Trends Comput. Sci. Eng, vol. 9, no. 3, 2020.

[467] M. Van Steen and A. S. Tanenbaum, Distributed systems. Maarten van Steen Leiden, The Netherlands, 2017.

[468] K. M. Hosny, A. Magdi, N. A. Lashin, O. El-Komy, and A. Salah, “Robust color image watermarking using multi-core Raspberry pi cluster,” Multimedia Tools and Applications, vol. 81, no. 12, pp. 17185–17204, 2022.

[469] B. Barker, “Message passing interface (mpi),” in Workshop: High Performance Computing on Stampede, 2015, vol. 262.

[470] S. J. Cox, J. T. Cox, R. P. Boardman, S. J. Johnston, M. Scott, and N. S. O’brien, “Iridis-pi: a low-cost, compact demonstration cluster,” Cluster Computing, vol. 17, no. 2, pp. 349–358, 2014.

[471] K. M. Hosny, “Fast computation of accurate Gaussian–Hermite moments for image processing applications,” Digital Signal Processing, vol. 22, no. 3, pp. 476–485, 2012.