

Centre d'Etudes Doctorales : Sciences et Techniques de l'Ingénieur

N° d'ordre 83/2020.

THÈSE DE DOCTORAT

Présentée par :

Hajar EL MIR

Discipline: Mathématiques Fondamentales et Appliquées

Spécialité : Algèbre

Sujet de la thèse :

**Étude des applications additives dans un anneau premier
à involution**

Thèse présentée et soutenue le 26/12/2020 devant le jury composé de :

Pr. Abdelmajid HILALI	Faculté des Sciences et Techniques Fès	Président
Pr. Najib MAHDOU	Faculté des Sciences et Techniques Fès	Rapporteur
Pr. Mohammed TAOUS	Faculté des Sciences et Techniques Errachidia	Rapporteur
Pr. Abdelaziz OUHADAN	CRMEF Meknès	Rapporteur
Pr. Mohamed SOBRANI	Faculté des Sciences et Techniques Fès	Examineur
Pr. Ali MOUHIB	Faculté Polydisciplinaire Taza	Examineur
Pr. Abdellah MAMOUNI	Faculté des Sciences Meknès	Examineur
Pr. Lahcen OUKHTITE	Faculté des Sciences et Techniques Fès	Directeur de thèse

Laboratoire d'accueil : Modélisation et Structures Mathématiques.

Etablissement : Faculté des sciences et techniques de Fès.

Centre d'Etudes Doctorales : Sciences et Techniques de l'Ingénieur

Résumé :

La relation entre la structure des anneaux non commutatifs et le comportement de certaines applications additives (dérivations, dérivations généralisées, homomorphismes,...) définies sur les anneaux en considération, a été l'objet de plusieurs études durant ces 60 dernières années surtout après le fameux résultat de Posner en 1957: "Un anneau premier, ayant une dérivation non nulle centralisante, est nécessairement commutatif".

La contribution présentée dans le cadre de cette thèse est motivée par ces travaux de recherche. Ainsi on a élaboré des identités algébriques faisant intervenir des dérivations, des endomorphismes ou des n-dérivations symétriques permettant de déterminer la structure de certains anneaux non commutatifs.

Après le rappel de quelques notions de base, des définitions préliminaires et des résultats importants, qui sont utilisés par la suite, nous avons étudié la commutativité d'un anneau premier admettant des applications additives satisfaisant certaines identités algébriques spécifiques. Ainsi nous avons introduit de nouvelles classes permettant la classification de certains endomorphismes. Ceci nous a accordé des résultats concernant des propriétés algébriques de certains anneaux : la commutativité et dans certains cas la forme exacte de ces applications. Ensuite nous avons introduit de nouvelles notions permettant de déterminer la structure de l'anneau via le comportement des dérivations ou des n-dérivations symétriques. Ainsi nous avons donné des conditions nécessaires et suffisantes pour que l'anneau soit commutatif et dans certains cas on a déterminé la caractéristique de l'anneau. En outre, quelques résultats caractérisant la commutativité des anneaux premiers ont été généralisés.

Notre contribution tout au long de cette thèse, a été validée par des contre-exemples justifiant la nécessité des conditions imposées.

Mots clés : Anneaux premiers, involutions, dérivations, endomorphismes, n-dérivations symétriques.