



UNIVERSITE SULTAN MOULAY SLIMANE  
Faculté des Sciences et Techniques  
Béni-Mellal



## RÉSUMÉ

Soit  $D$  un anneau commutatif intègre et soit  $S$  un monoïde commutatif simplifiable sans torsion, noté additivement. L'anneau de semi-groupe de  $S$  sur  $D$  est défini par  $D[S] = \{ \sum_i a_i X^{s_i} \mid a_i \in D \text{ et } s_i \in S \}$ . Une classe importante d'anneaux de semi-groupes sont les algèbres de groupes  $K[G]$ , où  $G$  est un groupe abélien sans torsion et  $K$  un corps commutatif. Ces anneaux généralisent les anneaux de polynômes.

L'objectif principal de cette thèse est l'étude de certaines propriétés de factorisation, qui sont plus faibles que la factorisation unique, de ces polynômes généralisés. Dans le chapitre 1, nous introduisons les notations et les concepts de base concernant les anneaux de semi-groupes et les anneaux de polynômes. En particulier, nous étendons un théorème de Gourin-Schinzel sur les polynômes à plusieurs variables qui sera crucial pour la factorisation dans les algèbres de groupes. Le chapitre 2 aborde le problème de la factorisation dans l'algèbre des polynômes avec exposants rationnels positifs  $K[Q_+]$  sur un corps  $K$ . Entre autres, nous caractérisons l'irréductibilité dans  $K[Q_+]$  et étudions la propriété d'être sans atomes (resp., idf) pour cette algèbre. Comme application, dans le cas où le corps  $K$  est de type fini de caractéristique 0, nous obtenons un théorème de factorisation pour  $K[Q_+]$ . Dans le chapitre 3 nous portons une attention particulière à la propriété d'être sans atomes dans les algèbres de groupes avec exposants rationnels. Nous obtenons ainsi des conditions nécessaires et suffisantes sous lesquelles une algèbre de groupe  $K[G]$  est un anneau sans-atomes. Le chapitre 4 est consacré à l'étude de la factorisation dans le cas général des algèbres de groupes. Nous établissons plusieurs résultats sur l'irréductibilité et la factorisation dans  $K[X;G]$  des polynômes généralisés de la forme  $f(X^g)$ , où  $f \in K[T]$  et  $g \in G$ . Puis nous montrons que la propriété idf pour  $K[G]$  dépend uniquement de ces derniers éléments. Ces considérations nous conduisent à obtenir des théorèmes de factorisation pour les algèbres de groupes.

**Keywords:** Anneau de semi-groupe, Irréductibilité, Factorisation, UFD, Theorem de Gourin-Schinzel, Polynôme généralisé, Anneau sans atomes, idf-anneau.

N° d'ordre : 498/23

« Factorisation des polynômes et généralisations »

BENELMEKKI MOHAMED

**Centre d'Études Doctorales : Sciences et Techniques**

**Formation Doctorale : Mathématiques et Physiques Appliquées**

### THÈSE

Présentée par

**BENELMEKKI MOHAMED**

Pour l'obtention du grade de

**DOCTEUR**

**Discipline : Mathématiques**

**Spécialité : Mathématiques**

« Factorisation des polynômes et généralisations »

**Soutenu le Samedi 11 Mars 2023 devant la commission d'examen:**

Pr. Lahoucine IZELGUE	Professeur, Université Cadi Ayyad, Faculté des Sciences Semlalia, Marrakech, Maroc	<b>Président/ Rapporteur;</b>
Pr. M'hammed EL KAHOUI	Professeur, Université Cadi Ayyad, Faculté des Sciences Semlalia, Marrakech, Maroc	<b>Rapporteur;</b>
Pr. Abdeslam MIMOUNI	Professeur, King Fahd University of Petroleum and Minerals, Dahrhan, Arabie saoudite	<b>Rapporteur;</b>
Pr. Mustapha OUALI	Professeur, Université Cadi Ayyad, Faculté des Sciences Semlalia, Marrakech, Maroc	<b>Examineur;</b>
Pr. Salah NAJIB	Professeur, Université Sultan Moulay Slimane, Faculté Polydisciplinaire, Houribga, Maroc	<b>Co-directeur de Thèse;</b>
Pr. Said EL BAGHDADI	Professeur, Université Sultan Moulay Slimane, Faculté des Sciences et Techniques, Beni Mellal, Maroc	<b>Directeur de Thèse.</b>