

N° d'ordre : 456/2022



Université Sultan Moulay Slimane
Faculté des Sciences et Techniques Béni Mellal



Centre d'Etudes Doctorales : Sciences et Techniques

Formation doctorale : Mathématiques et Physique Appliquées

Structure d'accueil : Traitement de l'Information et Aide à la Décision

THÈSE

Présentée par

KHADIJA TOUYA

Pour l'obtention du grade de

Docteur

Spécialité : Informatique

Approches basées sur la théorie des jeux pour la modélisation des problèmes des réseaux sociaux

Soutenue le Samedi 15 Octobre 2022 à 10h devant la commission d'examen :

Pr Mohamed FAKIR,	Professeur à la FST, USMS, Béni-Mellal	Président.
Pr Mustapha OUJAOURA,	Professeur à l'ENSA, UCA, Safi	Rapporteur.
Pr Hicham ZOUGAGH,	Professeur à la FST, USMS, Béni-Mellal	Rapporteur.
Pr Yousef EL MOURABIT,	Professeur à la FST, USMS, Béni-Mellal	Rapporteur.
Pr Mohamed ERRITALI,	Professeur à la FST, USMS, Béni-Mellal	Examineur.
Pr Mohamed BASLAM,	Professeur à la FST, Béni Mellal	Co-directeur de Thèse.
Pr Rachid EL AYACHI,	Professeur à la FST, Béni Mellal	Co-directeur de Thèse.
Pr Mostafa JOURHMANE,	Professeur à la FST, Béni Mellal	Directeur de Thèse.

À l'âme de mon père

Mohamed TOUYA qui m'a appris à lire et à écrire ; c'est grâce à ce bon homme que j'ai pu faire mes premiers pas dans mon parcours scolaire. C'est grâce à son soutien, ses sacrifices, ses conseils et ses efforts que j'ai pu être là où je suis aujourd'hui. Mon père « Tu n'es plus là où tu étais, mais tu es partout là où je suis. », Victor Hugo.

À l'âme de mon frère et celle de ma sœur

À ma mère

À mes frères et mes sœurs

À ma grande famille

À mes amis.

Remerciements

Je dédie ce travail à ceux qui m'ont guidé vers la connaissance et ceux qui m'ont montré différentes manières de l'aimer et de la faire vivre.

Tout d'abord je tiens à exprimer ma gratitude envers mes directeurs de thèse monsieur **Mostafa JOURHMANE**, monsieur **Mohamed BASLAM** et monsieur **Rachid EL AYACHI** pour leur participation, leur soutien constant, leurs conseils et leurs contributions que j'ai pu mettre à profit dans l'élaboration de ce travail. Durant ces années, en m'accueillant dans leur laboratoire respectif, ils m'ont donné la chance de devenir un véritable chercheur.

Je remercie, ainsi, le laboratoire TIAD pour m'avoir accueilli. J'y ai trouvé une atmosphère de travail sereine et créative qui m'a permis d'avancer.

Mes reconnaissances vont, ensuite, à tous mes enseignants durant ma vie estudiantine, qui ont veillé à me garantir une meilleure formation académique, je les remercie pour leurs conseils, leurs efforts et leurs encouragements.

Je remercie également ma famille, mes amis et mes collègues qui m'ont permis de progresser dans la recherche.

Un grand merci, aussi, à mes collègues du laboratoire TIAD, en particulier **Hamid GARMANI**, **Mohamed EL AMRANI** et **Driss AIT OMAR** pour leurs riches conseils et leur collaboration tout au long de ces années consacrées à la recherche scientifique.

Enfin, que tous ceux qui m'ont apporté de l'aide, de près ou de loin dans l'élaboration de ce travail, trouvent ici l'expression de mes sincères gratitude.

Table des matières

Liste des Publications	v
Avant-propos	v
Résumé	vii
Abstract	viii
Introduction générale	1
Contexte Général	1
Motivations et Objectifs	3
Organisation du manuscrit	5
Chapitre 1 Généralités sur la Théorie des Jeux	7
1.1 Introduction	7
1.2 Définition d'un jeu	8
1.3 Joueur	8
1.4 Utilité	8
1.5 Typologie et types de jeux	9
1.5.1 Comportement des joueurs	9
1.5.2 Modèle mathématique utilisé	10
1.5.3 Nombre de stratégies	12
1.5.4 Nature de l'information	13
1.5.5 Déroulement du jeu dans le temps	15
1.6 Notion de stratégie	17
1.6.1 Stratégie pure	17
1.6.2 Stratégie mixte	17
1.7 Concepts de solutions	18
1.7.1 Équilibre en stratégies dominantes	18
1.7.2 Meilleure réponse	18
1.7.3 Équilibre de Pareto	19
1.7.4 Équilibre de Nash	19
1.7.5 Concept du α -noyau	20
1.7.6 Concept du noyau	21
1.7.7 Valeur de Shapley	21
1.8 Prix de l'anarchie	21
1.9 Conclusion	27
Chapitre 2 Jeux Concurrentiel de Réputation au sein d'un Réseau Social	28

2.1	Introduction	28
2.2	Formulation du jeu non coopératif	31
2.2.1	Modélisation du jeu	31
2.2.2	Équilibre de Nash	33
2.2.3	Apprentissage de l'équilibre de Nash	35
2.2.4	Prix de l'Anarchie	35
2.3	Resultats et discussions	36
2.4	Conclusion	40
Chapitre 3 Compétition sur la Popularité dans les Réseaux Sociaux		42
3.1	Introduction	42
3.2	Modélisation du problème	44
3.2.1	Modèle d'utilité	44
3.3	Analyse des jeux	45
3.3.1	Jeu de vitesse de propagation	46
3.3.2	Jeu de nombre de commentaires	47
3.3.3	Apprentissage de l'équilibre de Nash	48
3.4	Résultats numériques	49
3.5	Conclusion	56
Chapitre 4 Concurrence en Matière de Visibilité au sein des Réseaux Sociaux		57
4.1	Introduction	57
4.2	Modélisation du problème	59
4.2.1	Modèle d'utilité	59
4.2.2	Équilibre de Nash	60
4.2.3	Apprentissage de l'équilibre de Nash	62
4.3	Résultats numériques	62
4.4	Conclusion	67
Chapitre 5 Jeu Non Coopératif de Sponsorisation et de Mise en Cache de Contenus		69
5.1	Introduction	69
5.2	Modélisation du problème	73
5.2.1	Modélisation de la demande	73
5.2.2	Modélisation de l'utilité	74
5.2.3	Ajout de la temporalité au modèle	75
5.3	Formulation du jeu non coopératif	76
5.3.1	Jeu de prix ρ_{s_j}	77
5.3.2	Jeu de prix ρ_{c_j}	78
5.3.3	Jeu de QoS f_j	79
5.3.4	Apprentissage de l'équilibre de Nash	81
5.4	Résultats numériques et discussions	81
5.5	Conclusion	95
Conclusion Générale et Perspectives		96
Bibliographie		108

Liste des Publications

Publications dans des Revues Internationales

1. **Khadija Touya**, Mohamed Baslam, Rachid El Ayachi & Mostafa Jourhmane, *A Game Theoretic Approach for Competition over Visibility in Social Networks*, Bulletin of Electrical Engineering and Informatics, Volume 8 (2), Pages 674-682, 2019, <https://doi.org/10.11591/eei.v8i2.728>.
2. **Khadija Touya**, Mohamed Baslam, Rachid El Ayachi & Mostafa Jourhmane, *Nash Equilibrium Learning in Non-Cooperative Reputation Game in Social Networks*, (être accepté pour publication par), Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science (IJECS).
3. **Khadija Touya**, Hamid Garmani, Mohamed Baslam, Rachid El Ayachi & Mostafa Jourhmane, *A game theoretic framework for controlling the behavior of a content seeking to be popular on social networking sites*, (être soumis à), Infocommunications Journal.
4. **Khadija Touya**, Hamid Garmani, Mohamed Baslam, Rachid El Ayachi & Mostafa Jourhmane, *Analysis of Sponsoring and Caching Data : the Case of Competing ISPs in Information-centric Networks*, (être soumis à), Int. J. of Ad Hoc and Ubiquitous Computing.

Communications dans les Conférences Internationales à Comité de Lecture

1. **Khadija Touya**, Mohamed Baslam, Rachid El Ayachi & Mostafa Jourhmane, *A game Theoretic Analysis for Competition over Popularity in Social Networks*, 5th International Conference on Business Intelligence (CBI'19), 17 - 19 April 2019, Beni Mellal, Morocco.
2. **Khadija Touya**, Mohamed Baslam, Rachid El Ayachi & Mostafa Jourhmane, *Competition over Reputation in Social Networks*, 4th International Conference on Business Intelligence (CBI'18), 25 - 27 April 2018, Beni Mellal, Morocco.

3. **Khadija Touya**, Mohamed Baslam, Rachid El Ayachi & Mostafa Jourhmane, *Analyzing Competition over Visibility in Social Networks*, 17th International Arab Conference on Information Technology (ACIT'2016), 6 - 8 December 2016, Beni Mellal, Morocco.

Résumé

L'essor de l'Internet a donné naissance à une technique numérique permettant de construire les réseaux sociaux qui représentent des environnements virtuels actifs d'interactions et de relations. Ces réseaux mettent en relation des acteurs sociaux, appelés nœuds, liés entre eux par certains types d'interdépendance tels que : l'amitié, l'intérêt commun, l'échange financier, les relations de croyances et de connaissances. En effet, ces réseaux leur permettent de se connecter à d'autres utilisateurs participants, mais aussi, de diffuser n'importe quelle information à travers le réseau tout en recueillant les réactions des autres sans aucune contrainte géographique ou temporelle. Ainsi, notre objectif dans ce travail de thèse s'articule sur deux piliers principaux :

1. Etude des performances d'interaction entre les différents acteurs en se servant des approches basées sur la théorie des jeux et notamment celle des jeux concaves.
2. Analyse de l'impact de la concurrence entre les fournisseurs de services Internet (ISPs) dans l'approche centrée information (ICN) sur leurs politiques adoptées.

Après une présentation concernant la théorie des jeux et ses notions fondamentales, ce travail s'intéresse, dans un premier temps, à étudier les interactions compétitives entre les utilisateurs d'un réseau social cherchant à acquérir une bonne réputation.

Ensuite, c'est le comportement des contenus postulés qui est modélisé, en termes de fréquence de publication et de nombre de commentaires atteints, en utilisant la théorie des jeux concaves.

Vue que, la bonne réputation et la meilleure popularité permettent de bien évaluer la visibilité de l'utilisateur d'un réseau social, nous tenons à formuler les interactions en tant que jeu concurrentiel à propos de la visibilité des usagers égoïstes dans le contexte des réseaux sociaux en ligne.

Puis, nous étudions et analysons le comportement des fournisseurs de services Internet dans le cadre d'un jeu non coopératif concernant la mise en cache et la sponsorisation des contenus qui font l'objet d'une demande croissante de la part des utilisateurs des réseaux de communication.

Finalement, nous clôturons ce manuscrit tout en introduisant les idées de recherche sur lesquelles s'articulent les contributions ciblées actuellement.

Mots clés :

Réseaux sociaux, Fournisseur de contenu (CP), Fournisseur de services Internet (ISP), Approche centrée information (ICN), Théorie des jeux, Popularité, Réputation, Visibilité, Qualité de service, Sponsorisation, Mise en cache.

Abstract

The rise of the Internet came with a new digital technique for building social networks that represent active virtual environments of interactions and relationships. These networks connect social actors, called nodes, linked together by certain types of interdependence such as : friendship, common interest, financial exchange, relationships of beliefs and knowledge. Indeed, these networks allow them to connect to other participating users, but also, to disseminate any information through the network while collecting feedback from others without any geographical or temporal constraints. Thus, our first objective in this thesis work is to study the interaction performances between the different actors by using approaches based on game theory and in particular that of concave games. While, our second objective is to analyze the impact of competition between Internet Service Providers (ISPs) in the information-centric approach (ICN) on their adopted strategies.

After a presentation on game theory and its fundamental concepts, this work is interested, firstly, in studying the competitive interactions between users of a social network seeking to acquire a good reputation.

Then, it is the behavior of the postulated contents which is modelled, in terms of publication's frequency and number of reached comments, using the theory of non cooperative games.

Since, good reputation and popularity allow to well evaluate the visibility of the user within a social network, we turn to formulate the interaction as a competitive game about the visibility of selfish users in the context of online social networks.

Then, we study and analyze the behavior of Internet service providers in a non-cooperative game in terms of caching and sponsoring contents, which are increasingly in demand by users of communication networks.

Finally, we sum up this manuscript while introducing the research ideas, current and futur works are based on.

Keywords :

Social networks, Content Provider (CP), Internet Service Provider (ISP), Information Centric Network (ICN), Game theory, Reputation, Popularity, Visibility, Quality of service, Sponsoring, Caching content.

Liste des Acronymes

OSN Online Social Networks (Réseaux sociaux en ligne).

IP Information Provider (Fournisseur d'Information).

ICN Information Centric Network (Approche Centrée d'Information).

CP Content Provider (Fournisseur de Contenu).

ISP Internet Service Provider (Fournisseur de Service Internet).

NoC Number of Comments (Nombre de Commentaires).

QoC Quality of Content (Qualité de Contenu).

NoCt Novelty of Content (Nouveauté de Contenu).

PoA Price of Anarchy (Prix de l'Anarchie).

NE Nash Equilibrium (Equilibre de Nash)

BR Best Response (Meilleure Réponse)

QoS Quality of Service (Qualité du service)

Liste des figures

1.1	Dilemme du prisonnier.	22
1.2	Convergence vers la quantité q_1 de Nokia et la quantité q_2 de Samsung à l'équilibre de Nash.	26
2.1	Sources comme étant observateurs et observés dans un réseau social.	31
2.2	Fonctions d'utilité des joueurs en fonction de la fréquence de publication λ	37
2.3	Convergence vers l'équilibre de Nash de λ	38
2.4	Fonction d'utilité à l'équilibre de Nash en fonction du prix γ	39
2.6	Prix d'Anarchie en fonction du prix γ	39
2.5	Fréquence de publication à l'équilibre de Nash en fonction du prix γ	40
3.1	Jeu de vitesse de propagation : Fonction d'utilité en fonction de la vitesse de propagation λ	50
3.2	Jeu de nombre de commentaires : Fonction d'utilité en fonction du nombre de commentaires Noc	50
3.3	Jeu de vitesse de propagation : Convergence vers l'équilibre de Nash de λ	51
3.4	Jeu de nombre de commentaires : Convergence vers l'équilibre de Nash de Noc	51
3.5	Jeu de vitesse de propagation : Impact du prix γ sur la fonction d'utilité à l'équilibre.	52
3.6	Jeu de vitesse de propagation : Impact du prix γ sur les vitesses de propagation à l'équilibre.	53
3.7	Jeu de Noc : Impact du prix β sur la fonction d'utilité à l'équilibre.	54
3.9	Jeu de vitesse de propagation : Prix d'anarchie en fonction du prix γ	54
3.8	Jeu de Noc : Impact du prix β sur le Noc à l'équilibre.	55
3.10	Jeu de Noc : Prix d'anarchie en fonction du prix β	55
4.1	Fonction d'utilité du joueur j quand $\lambda_l=1$	63
4.2	Meilleures Réponse des deux joueurs.	64

4.3	Apprentissage de l'équilibre de Nash pour les deux personnes	64
4.4	Impact du prix γ_j sur l'évolution de λ_j à l'équilibre.	65
4.5	Impact du prix γ_j sur l'évolution de la fonction d'utilité à l'équilibre.	66
4.6	Prix de l'Anarchie en fonction du prix γ	66
5.1	Convergence vers le point d'équilibre pour le jeu de prix ρ_c	82
5.2	Convergence vers le point d'équilibre pour le jeu de prix ρ_s	83
5.7	Prix ρ_c à l'équilibre de Nash en fonction du prix de sponsorship ρ_u	83
5.3	Convergence vers le point d'équilibre pour le jeu de QoS f	84
5.8	Prix ρ_s à l'équilibre de Nash en fonction du prix de sponsorship ρ_u	84
5.4	Évolution du prix ρ_c à l'équilibre de Nash en fonction du prix de transmission ρ_t	85
5.9	Prix ρ_c à l'équilibre de Nash en fonction de la vitesse de sponsorship du contenu ϖ	85
5.5	Évolution du prix ρ_s à l'équilibre de Nash en fonction du prix de transmission ρ_t	86
5.10	Prix ρ_s à l'équilibre de Nash en fonction de la vitesse de sponsorship du contenu ϖ	86
5.6	Évolution de la QoS f à l'équilibre de Nash en fonction du prix de transmission ρ_t	87
5.11	QoS f à l'équilibre de Nash en fonction de la vitesse de sponsorship du contenu ϖ	87
5.12	Évolution du prix ρ_c à l'équilibre de Nash en fonction du coût de la mise en cache ω	88
5.13	Évolution du prix ρ_s à l'équilibre de Nash en fonction du coût de la mise en cache ω	88
5.14	Évolution de la QoS f à l'équilibre de Nash en fonction du coût de la mise en cache ω	89
5.15	Prix ρ_c à l'équilibre de Nash en fonction du nombre de contenus sponsorisés Θ_c	90
5.16	Prix ρ_s à l'équilibre de Nash en fonction du nombre de contenus sponsorisés Θ_c	90
5.17	QoS f à l'équilibre de Nash en fonction du nombre de contenus sponsorisés Θ_c	91

5.18 Prix ρ_c à l'équilibre de Nash en fonction du nombre de contenus mis en cache sponsorisés Θ_k	92
5.19 Prix ρ_s à l'équilibre de Nash en fonction du nombre de contenus mis en cache sponsorisés Θ_k	92
5.20 QoS f à l'équilibre de Nash en fonction du nombre de contenus mis en cache sponsorisés Θ_k	93
5.21 Prix ρ_c à l'équilibre de Nash en fonction du coût de la bande passante Υ . . .	93
5.22 Prix ρ_s à l'équilibre de Nash en fonction du coût de la bande passante Υ . .	94
5.23 QoS f à l'équilibre de Nash en fonction du coût de la bande passante Υ . .	94

Introduction générale

Contexte Général

Les réseaux sociaux en ligne font désormais partie de notre vie courante. Ces systèmes de communication et d'interactions jouent, alors, un rôle essentiel dans le partage des informations. De plus, ces structures, qui sont considérées comme des ensembles de participants (individus, organisations...)[1], modifient la manière d'interagir via Internet[2]. Pour être l'un des utilisateurs et interagir avec les autres, une source doit partager certaines informations personnelles mais aussi poster des messages sur les murs du réseau social auquel elle est inscrite.

En effet, Les agents d'un réseau social peuvent poster sur les murs de celui-ci des messages et envoyer des postes dans l'objectif de partager leurs croyances et opinions privées avec d'autres personnes dans le monde en communiquant au sein du réseau. Non seulement les agents peuvent envoyer des informations sur leurs propres croyances à leurs voisins, mais ils peuvent également recevoir des informations de la part des autres, et donc apprendre les croyances des autres agents du réseau. En observant celles-ci, les utilisateurs peuvent choisir de réviser leurs propres croyances, ajustant ainsi leurs propres points de vue. Généralement, ces environnements regroupent des acteurs sociaux interconnectés par certains types de relations (famille, amis, collègues, ...). Les objectifs de ces utilisateurs se diffèrent selon leur nature (utilisateur classique à but non lucratif / organisme ou entreprise à vision commerciale et financière). En fait, il existe des preuves empiriques qui montrent que les utilisateurs classiques ne recherchent que l'interaction avec leur communauté [3]. Ils s'inscrivent aux réseaux sociaux dans le but d'avoir plus d'interaction avec les autres utilisateurs. Alors que, les utilisateurs commerciaux cherchent à développer leur e-marque et véhiculer une image dynamique et assez originale via le réseau social, ce qui leur facilite de dominer le marché.

Ces derniers temps, de nouvelles problématiques concernant les réseaux sociaux et la visibilité, la réputation et la popularité des contenus postés sur les murs de ces structures attirent l'attention des chercheurs, et ainsi ces questions font sujet de plusieurs projets

de recherche. Comme, les murs d'un réseau social ne permettent pas la visibilité de tous les messages envoyés en raison de leur capacité limitée, les sources égoïstes concourent à poster plus de contenus afin de garder leur place sur un mur spécifique. Dès lors, cet égoïsme conduit à des situations traitées dans le cadre d'un scénario concurrentiel, puisque tous les utilisateurs cherchent à avoir de bonnes réputations, devenir populaires et faire exploser leur visibilité sur un même réseau social ; les utilisateurs font, alors, de leur mieux pour maintenir ces gains au sein de ce milieu de communication en ligne.

De plus, ces utilisateurs envoient toujours des demandes d'accès aux contenus via le réseau. La forte augmentation de la demande de contenus sur l'Internet et le besoin d'une nouvelle approche, permettant de bien contrôler ce grand volume d'informations, ont donné naissance à des futures architectures d'Internet dont le principal aspect est de se concentrer sur les données elles-mêmes. Généralement, appelées Approches Centrées Information (Information Centric Networking), ces architectures visent l'amélioration de distribution et de la disponibilité des contenus demandés [4], [5], tout en assurant l'accès aux contenus populaires et fréquemment demandés.

Pour analyser les compétitions au sein des réseaux sociaux et les modéliser, diverses techniques ont été utilisées, notamment celles issues de la science des réseaux et de la théorie des jeux. Les approches de la théorie des jeux peuvent donc offrir de nouvelles perspectives au-delà de ce que les méthodes classiques pouvaient faire. Cette discipline mathématique qui s'intéresse à la prise de décision stratégique, à la modélisation et à l'analyse des interactions entre individus a été lancée en 1944 par John Von Neumann (mathématicien) et Morgenstern (économiste) qui ont justifié l'idée de maximiser le gain attendu dans leurs travaux dans [6]. Des années plus tard, cette branche a été marquée par l'élaboration des contributions de John Nash (1950)[7].

Par conséquent, la théorie des jeux s'intéresse à des situations où des "joueurs" ou "agents" prennent des décisions, chacun étant conscient que ses gains dépendent non seulement de sa propre décision, mais aussi des décisions prises par les autres joueurs. Un joueur peut prendre plusieurs décisions et il en choisit une qui sera la meilleure pour lui. En termes mathématiques, on traduit la phrase "la meilleure pour lui" par l'introduction d'une fonction pour chacun des joueurs qui reflète ses préférences, appelée "fonction d'utilité". L'utilité d'un joueur peut, ainsi, dépendre non seulement de ses décisions mais aussi de celles de tous les autres joueurs avec qui il partage le milieu d'interaction. Cette utilité est une fonction croissante par rapport aux préférences : l'utilité d'un joueur est plus élevée pour un choix de décisions par rapport à un autre s'il préfère le premier choix à l'autre. Le concept de solution d'un jeu non-coopératif est souvent l'équilibre de Nash :

c'est un choix de décision de tous les joueurs tel qu'aucun ne peut tirer avantage (ne peut augmenter sa fonction d'utilité) en changeant unilatéralement sa décision. Autrement dit, L'équilibre de Nash est l'un des concepts fondamentaux de la théorie des jeux qui décrit l'équilibre lorsque la stratégie de chaque joueur est la meilleure réponse par rapport à toutes les autres stratégies.

Cette théorie, modélisant les interactions entre des joueurs ayant des objectifs contradictoires, a été appliquée dans de nombreux travaux pour remédier aux problèmes rencontrés dans de nombreuses disciplines [8] parmi lesquelles on peut citer : l'économie [6], la biologie [9, 10], la planification de la production et de la transmission [11], les réseaux ad hoc [12], réseaux radio cognitifs [13] et le trafic routier [14]. Plusieurs chercheurs ont, aussi, attaqué la résolution des problèmes liés aux réseaux sociaux en élaborant des approches basées sur la théorie des jeux et l'application de ses outils [15, 16, 17, 18]. Cette théorie est, également, appliquée dans les réseaux de télécommunication [19, 20] pour analyser les situations de conflits et trouver un point d'équilibre (Prix et Qualité de Service) entre les fournisseurs de services. Elle est utilisée, de plus, pour proposer de nouvelles stratégies de tarification pour les services internet [21].

Motivations et Objectifs

Avec l'évolution progressive des réseaux sociaux en tant que zones de communication et d'interaction, les acteurs, interagissant entre eux, qu'ils regroupent deviennent de plus en plus nombreux. Les interactions entre ces usagers entraînent des situations de compétition sur les murs de ces structures, puisqu'ils présentent un degré élevé d'égoïsme dans leur comportement en cherchant à maximiser leur gain en matière de réputation, de popularité et de visibilité. Il est, donc, indispensable d'étudier les interactions des utilisateurs des réseaux sociaux et révéler comment bénéficient-ils de leur réputation, de leur popularité et de leur visibilité pour améliorer leur image web.

Au cours de ces dernières années, la majorité des utilisateurs des données mobiles choisissent de s'inscrire aux réseaux sociaux, comme étant des fournisseurs de contenus, pour visualiser un grand nombre de contenus. Vu que cette visualisation s'effectue à travers une demande d'accès transmise de la part de l'utilisateur, le nombre d'utilisateurs devenant très énorme entraîne une explosion concernant la demande de contenus. Ce qui pousse l'infrastructure de l'Internet vers ses limites. Pour remédier à ce problème, l'approche centrée information (ICN) intervient avec ses architectures permettant la disponibilité

des contenus désirés. Malgré ces avantages, l'ICN reste, uniquement, dans la littérature de recherche. Alors, ses avantages semblent être insuffisants pour attirer l'attention des fournisseurs de services internet et les pousser à contribuer, s'il n'y a pas de motivations économiques attractives. Cependant, il est nécessaire d'avoir des politiques de tarification pour motiver les fournisseurs de services internet à contribuer aux processus de la mise en cache et de la sponsorisation des contenus afin de garantir à l'utilisateur un accès rapide et facile aux contenus désirés. En fait, il est incontournable d'analyser un nouveau modèle économique pour montrer les bénéfices de la mise en cache et de la sponsorisation des contenus pour les fournisseurs de services internet et les utilisateurs.

Dans cette thèse, nous exploitons les approches théoriques existantes de l'apprentissage dans les jeux afin de garantir l'apprentissage dans le cadre des réseaux sociaux. Les modèles que nous proposons nous permettent de répondre à certaines problématiques confrontées au sein des réseaux sociaux en ligne qui sont devenus des environnements d'interaction attirant l'attention des utilisateurs des services Internet. Nous étudions, donc, la question de savoir comment l'interaction dans un réseau social entre les joueurs (utilisateurs) d'un jeu non coopératif peut éventuellement influencer leur comportement d'apprentissage de l'état d'équilibre. Mais, nous analysons, aussi, l'impact des politiques de la mise en cache et de la sponsorisation des contenus sur la robustesse des fournisseurs de services Internet (ISPs) au sein du marché de télécommunication.

A cet effet, tous les résultats obtenus dans cette thèse sont de nature théorique, et visent à proposer un cadre d'apprentissage de l'équilibre de Nash pour les jeux au sein des réseaux sociaux. La thèse s'intéresse à lancer un nouveau sujet de recherche interdisciplinaire, qui assemble les approches computationnelles existantes de l'apprentissage dans les jeux et celles de l'apprentissage dans les réseaux sociaux. De plus, avec notre cadre théorique, nous souhaitons faire un pas en avant vers une meilleure compréhension de l'utilisation des jeux non coopératifs pour remédier aux problèmes rencontrés au sein des réseaux sociaux en ligne. En fait, nous modélisons et analysons plusieurs types de situations de concurrence entre les acteurs des réseaux sociaux en utilisant la théorie des jeux. Nos contributions portent, ainsi, sur l'analyse et l'étude des comportements des utilisateurs de ces environnements de communication et de partage d'informations, afin de trouver des solutions des conflits produits entre eux à propos de la réputation, la popularité et la visibilité, d'un côté. Et elle s'intéresse à l'étude de l'interaction entre les fournisseurs du service internet qui se comportent d'une manière égoïste pour attirer plus d'utilisateurs, d'un autre côté. Comme ces utilisateurs se concentrent sur l'accès aux contenus partagés sur les plateformes des fournisseurs de contenu, cette navigation donne

naissance à un énorme essor de la demande en ce qui concerne l'accès et la recherche d'informations. Pour répondre à cette demande et assurer un accès rapide et facile à la information, de nouvelles techniques sont mises en place ; à savoir : la mise en cache et la sponsorship des contenus. Alors, il est fortement indispensable de modéliser et analyser un nouveau modèle économique pour montrer les bénéfices de la mise en cache et la sponsorship des contenus pour les ISPs en matière du nombre d'utilisateurs inscrits au réseau.

Organisation du manuscrit

La structure de cette thèse et le corps de ce manuscrit se compose de cinq chapitres organisés selon les problématiques traitées.

Le [premier chapitre](#) regroupe les notions fondamentales de la théorie des jeux. Dans cette partie, nous définissons les différentes typologies des jeux et nous décrivons leurs formes de représentations. Ensuite, nous présentons des définitions détaillées des concepts de solutions offerts par cette théorie, étant donné que c'est l'une des disciplines dont l'objectif est de contrôler les comportements des usagers appelés joueurs et par la suite résoudre les problèmes d'interaction entre des agents partageant le même système.

Le [deuxième chapitre](#) est consacré à élaborer un modèle de jeu de réputation non coopératif décrivant la concurrence apparaissant entre les sources égoïstes comme étant des créateurs de contenus au sein des réseaux sociaux. Dans ce chapitre, nous nous basons sur le modèle linéaire Logit afin de formuler le modèle du jeu confronté. Afin d'achever l'objectif de cette analyse, qui se manifeste dans la résolution de la situation de concurrence à propos de la réputation, nous employons les techniques de la théorie des jeux concaves. Ainsi, nous prouvons, théoriquement, l'existence et l'unicité de l'équilibre de Nash en termes de fréquence de publication. Puis, nous adoptons le fameux algorithme ; celui de la meilleure réponse dans le but d'assurer l'apprentissage de cet équilibre. Et pour valoriser l'étude effectuée, nous générons des résultats qui sont numériquement significatifs.

Ensuite, dans le [troisième chapitre](#) du manuscrit, nous proposons une solution au problème de popularité au sein des réseaux sociaux sous le comportement égoïste des contenus publiés sur les murs de ces structures de communication en ligne. En effet, nous étudions le comportement de ces contenus en termes de fréquence de publication et de nombre de commentaires atteints en servant de la théorie des jeux non coopératifs. Dans ce chapitre, nous analysons l'impact de plusieurs paramètres liés au système considéré

sur le gain des joueurs en matière de popularité et l'état de l'équilibre correspondant à chacun des jeux formulés (le jeu de fréquence de publication et le jeu de nombre de commentaires atteints). En fait, nous montrons l'existence et l'unicité de l'équilibre de Nash. Et par la suite, nous employons l'algorithme de la meilleure réponse pour arriver à ce point d'équilibre. Enfin, nous assurons une analyse numérique pour illustrer et valider l'approche théorique que nous avons proposée.

Dans le [quatrième chapitre](#), nous élaborons une solution au problème de compétition vécue en termes de visibilité dans les réseaux sociaux sous le comportement concurrentiel des agents inscrits à ces réseaux. Nous utilisons la théorie des jeux concaves pour remédier à ce problème. Pour ce faire, Nous formulons le jeu produit du manque de coalitions entre les utilisateurs du même réseau social. Nous montrons, alors, l'existence de l'équilibre de Nash et son unicité. Ainsi, nous implémentons l'algorithme d'apprentissage de cet état d'équilibre. Enfin, l'analyse numérique effectuée permet de valider la contribution proposée.

Dans le [cinquième chapitre](#), nous nous intéressons à la résolution des concurrences entre les fournisseurs de services Internet en utilisant les techniques de la théorie des jeux. Du point de vue que les utilisateurs de l'Internet, et plus précisément les abonnés des réseaux sociaux présentent une grande demande d'accès aux contenus, ces fournisseurs concourent vers la sponsorisation et la mise en cache des contenus. Cette situation de compétition est alors modélisée en tant que jeu non coopératif en tenant compte de plusieurs paramètres qui nous seront utiles dans l'établissement de notre approche. Nous formulons. Ainsi, les jeux appropriés, nous démontrons l'existence et l'unicité de l'équilibre de Nash du jeu formulé. Ensuite, nous avons recours à l'algorithme de la meilleure réponse dans le but d'accomplir l'opération de l'apprentissage des points d'équilibre. Enfin, et pareillement aux autres chapitres, les résultats auxquels nous aboutissons numériquement permettent de valider la modélisation établie.

À la fin de ce manuscrit, nous présentons une [conclusion générale](#) dédiée à la synthèse des travaux effectués, les principaux résultats obtenus, les travaux en cours d'élaboration ainsi que les travaux prévus dans le futur.

Généralités sur la Théorie des Jeux

1.1 Introduction

La théorie des jeux est une discipline mathématique qui permet de comprendre des situations dans lesquelles les joueurs interagissent. Un jeu est défini comme un univers dans lequel chaque joueur possède un ensemble d'actions possibles déterminé par les règles de jeux. Le résultat du jeu dépend des actions prises par chaque joueur.

Il y a deux branches principales : Théorie des jeux coopératifs et Théorie des jeux non coopératifs. La théorie des jeux coopératifs décrit les résultats qui apparaissent quand les joueurs passent entre eux des accords qui les lient de manière contraignante.

La théorie des jeux non coopératifs s'intéresse à étudier la manière d'interaction des individus rationnels entre eux afin d'atteindre leurs propres buts.

Cette discipline possède de nombreuses applications permettant notamment de comprendre des phénomènes économiques, politiques ou même biologiques. Parmi ces phénomènes, voici une liste de situations dans lesquelles la théorie des jeux peuvent être appliquée :

- la concurrence entre les entreprises,
- la concurrence entre les hommes de politiques,
- un jury devant s'accorder sur un verdict,
- des animaux se battant pour une proie,
- la participation d'une enchère.
- la concurrence entre les fournisseurs d'accès internet,
- la concurrence entre les fournisseurs de contenu.

1.2 Définition d'un jeu

On appelle jeu, toute interaction entre plusieurs décideurs ayant des intérêts partiellement (ou totalement) opposés, où chacun est en possession d'un ensemble d'actions parmi lesquelles il fait son choix et dans un cadre défini à l'avance (les règles du jeu), qui permet de déterminer qui peut faire quoi et quand. Une fois que les décideurs (joueurs) ont fait leurs choix, ils reçoivent chacun un gain et ces gains constituent la valeur de ce jeu. On appelle donc joueur tout individu participant à un jeu et l'ensemble de ses actions est dit ensemble de stratégies, où chaque stratégie est une description de la façon dont un joueur entend jouer jusqu'à la fin du jeu.

1.3 Joueur

Toute personne, acteur ou agent qui participe à un jeu et capable de prendre une décision est appelé "joueur". Un joueur peut être un agent, une entreprise, un gouvernement, un consommateur, un abonné, un nœud, un utilisateurs de de réseaux sociaux... selon le domaine d'activité où se déroule le jeu. Dans la théorie des jeux, et suivant le type de relation entre les joueurs, on peut avoir un jeu coopératif ou non coopératif. Aussi, on peut distinguer un jeu à information parfaite d'un autre à information imparfaite selon le taux d'information que possède le joueur avant qu'il exécute ses actions et qu'il prenne. Cependant, au cours d'une interaction, chaque joueur agira de telle sorte à maximiser son intérêt selon le principe de rationalité.

1.4 Utilité

Étant négatif ou positif, le gain résultant de l'interaction d'un joueur est nommé utilité du joueur en question. Dans une situation de conflit, l'objectif de chaque joueur est toujours de maximiser son gain, suite à l'environnement qui l'entoure et les conditions qui règnent. A cet effet, l'utilité d'un joueur peut dépendre non seulement de ses décisions mais aussi de celles de tous les autres joueurs interagissant avec. Aussi, selon le genre du jeu, l'utilité peut se figurer sous plusieurs formes ; elle peut être par exemple le prix dans un marché, le nombre de points dans un jeu d'échec, le délai dans une course, le taux de la réussite dans une école, le salaire dans une entreprise, la robustesse d'un mécanisme

industrielle, la puissance d'un phénomène physique, le taux d'erreur d'une transmission numérique, la fréquence de publicité dans les réseaux sociaux, ..., etc. Lorsque tous les joueurs sont satisfait par apport à leurs utilités individuelles acquises. On dit que le jeu a atteint l'état d'équilibre. Dans la littérature, l'utilité peut être exprimée par les mots : gain, bénéfice, paiement, ..., etc.

Formellement, dans un jeu G on désigne par $u_i(s)$ la fonction utilité du joueur i . On peut dire alors ; que l'utilité du joueur $i \in M$, dépend non seulement de sa stratégie s_i , mais également de celles des autres joueurs résumées en s_{-i} . Donc, on peut écrire que, si le joueur i préfère strictement l'issue s à l'issue s' alors ; $u_i(s) > u_i(s')$. Et si $u_i(s) = u_i(s')$, on dit que le joueur est indifférent entre les deux issues.

1.5 Typologie et types de jeux

La littérature tend à classifier les jeux selon plusieurs critères :

1.5.1 Comportement des joueurs

On peut distinguer deux types de jeux :

1.5.1.1 Jeux coopératifs

Un jeu est dit coopératif si les joueurs peuvent établir des accords qui les rassemblent de manière contraignante de telle sorte à acquérir des prises de décision et par la suite des stratégies en commun, afin d'améliorer le gain de tous les joueurs coalisés [22]. C'est le cas par exemple, si les joueurs s'accordent l'un à l'autre par un contrat, un accord devant une autorité, etc., où il est prévu une sanction (punition) légale en cas de non respect du contrat ou de l'accord élaboré.

Définition 1.1. *Une coalition est tout sous-ensemble de l'ensemble \mathcal{N} des joueurs. Une structure de coalitions est une partition notée $T = S_1, \dots, S_L$ de l'ensemble \mathcal{N} en coalitions telle que :*

- $S_l \subseteq \mathcal{N}, \forall l = 1, \dots, L$.
- $\cup_{l=1}^L S_l = \mathcal{N}$.
- $S_l \cap S_j = \emptyset, \forall l, j \in \{1, \dots, L\}, l \neq j$.

Définition 1.2. Une issue d'un jeu sous forme coalitionnelle (\mathcal{N}, V) est une paire (T, x) , où

- T : est une structure de coalitions.
- $x = (x_1, \dots, x_N)$ est un vecteur de paiements, qui distribue les valeurs de chaque coalition de T , tel que :
 - $x_i > 0, \forall i \in \mathcal{N}$,
 - $\sum_{i \in S} x_i = V(S)$.

On distingue deux catégories de jeux :

- **Jeux à utilités transférables** : Les gains sont affectés à chaque coalition qui les partage entre ses membres. Ces jeux sont aussi nommés jeux à fonction de partition.
- **Jeux à utilités non transférables** : Les décisions du groupe dépendent des gains qu'elles rapportent à chacun des joueurs.

1.5.1.2 Jeux non coopératifs

On appelle jeu non coopératif, tout jeu, où les joueurs ne peuvent pas former de coalitions ou établir des accords. Par contre, ils peuvent communiquer entre eux et échanger des informations, se mettre d'accord sur telle ou telle issue sans jamais contracter d'accord contraignant.

1.5.2 Modèle mathématique utilisé

Selon l'ordre dans lequel les joueurs annoncent leurs stratégies, il existe deux principales formes de représentation du jeu :

1.5.2.1 Jeux sous forme normale

La forme normale, également connue appelée la forme stratégique, est la représentation la plus familière des interactions stratégiques dans la théorie des jeux. Un jeu écrit de cette façon s'élève à une représentation de l'utilité de chaque joueur, l'ensemble de ses stratégies et les issues possibles du jeu.

Un jeu sous forme normale [23] peut être représenté sous la forme suivante :

$$G = [\mathcal{N}, \{X_i\}_{i \in \mathcal{N}}, \{\sigma_i\}_{i \in \mathcal{N}}] \quad (1.1)$$

- $\mathcal{N} = \{1, 2, 3, \dots, N\}$ est l'ensemble des joueurs ;
- $X_i \subset R^n, i \in \mathcal{N}$: désigne l'ensemble de stratégies du joueur i .
- On note par $\mathbf{x} = (x_i, \mathbf{x}_{-i}) \in X = \prod_{i \in \mathcal{N}} X_i$ une issue, situation, état ou profil du jeu, où :
 - x_i : est la stratégie du joueur i ;
 - $\mathbf{x}_{-i} = x_{\mathcal{N} \setminus i} = (x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_N)$: une situation du jeu qui contient les stratégies de tous les joueurs sauf celle du i^{eme} .
- $u_i : X = X_1 \times \dots \times X_N \mapsto R$, est la fonction gain du joueur i .
- Chaque joueur connaît les ensembles de stratégies et les fonctions de gain de tous les autres joueurs (jeu à information complète).

1.5.2.2 Jeux extensifs

Jeu extensif est un jeu qui se déroule en plusieurs coups. Il est défini par un arbre décrivant comment le jeu est joué. Dans ce cas, chaque sommet de l'arbre indique le joueur qui va choisir une action à cette étape du jeu ainsi que l'information dont chaque joueur dispose lors de la prise de la décision. Les gains que chaque joueur réalise après avoir suivi un des chemins possibles au sein de l'arbre sont donnés aux points terminaux de l'arbre. Il se peut parfois, que les événements possibles et leurs probabilités peuvent être aussi associés à certains sommets de l'arbre.

1.5.2.3 Jeux sous forme coalitionnelle

Un jeu sous forme coalitionnelle est souvent utilisé pour les jeux coopératifs. Cette représentation consiste à assigner à chaque coalition, l'ensemble des gains qu'elle peut garantir à ses membres.

Un jeu sous forme coalitionnelle est donné par le couple :

$$(\mathcal{N}, V) \tag{1.2}$$

- $\mathcal{N} = \{1, \dots, N\}$ est l'ensemble des joueurs ;
- $V : 2^{\mathcal{N}} \rightarrow \mathbb{R}$ est la fonction caractéristique ;
- Pour tout sous-ensemble $S \subseteq \mathcal{N}$, $V(S)$ est le montant que les membres de S peuvent gagner en agissant collectivement.

1.5.3 Nombre de stratégies

1.5.3.1 Jeux finis

Le jeu sous forme normale défini par la relation (1.1) est dit fini, si les ensembles de stratégies $X_i, i \in \mathcal{N}$ sont des ensembles finis ($|X_i| < \infty, \forall i \in \mathcal{N}$).

1.5.3.2 Jeux finis à deux joueurs

Si $\mathcal{N} = 1, 2, |X_1| = m < \infty$ et $|X_2| = n < \infty$, on dit que le jeu (1.1) est un jeu fini à deux joueurs. Il est représenté par :

$$G = [\mathcal{N}, X_1, X_2, u_1, u_2] \quad (1.3)$$

où

- X_1 est l'ensemble constitué d'un nombre fini de m stratégies du joueur 1 ;
- X_2 est l'ensemble constitué d'un nombre fini de n stratégies du joueur 2 ;
- $u_1 : X_1 \times X_2 \rightarrow R$ est la fonction de gain du joueur 1 ;
- $u_2 : X_1 \times X_2 \rightarrow R$ est la fonction de gain du joueur 2 ;
- $X = X_1 \times X_2$ est l'ensemble des issues possibles du jeu.

1.5.3.3 Jeux finis à deux joueurs à somme nulle

Si dans le jeu fini à deux joueurs défini dans (1.3) la somme des gains des deux joueurs est nulle en toute situation du jeu ($u_1(x) + u_2(x) = 0, \forall x \in X$), on dit que le jeu (1.3) est un jeu fini à 2 joueurs à somme nulle. Il sera noté par

$$G = [\mathcal{N}, X_1, X_2, u] \quad (1.4)$$

où : $u = u_1 = -u_2$ est la fonction que le joueur 1 veut maximiser et que le joueur 2 veut minimiser.

Remarque Les jeux à deux joueurs et à somme nulle constituent une classe certes intéressante, mais très particulière dans le sens où les joueurs n'accordent aucune coopération entre les joueurs, puisque le gain d'un joueur représente la perte du second.

1.5.4 Nature de l'information

L'information dont on dispose chaque fois qu'on doit choisir une action est une dimension très importante des jeux. Elle possède une influence déterminante sur l'évaluation des stratégies par les joueurs et même sur leur perception des stratégies. Selon la nature de l'information, on distingue quatre types de jeu.

1.5.4.1 Jeux à information parfaite

Un jeu est à information parfaite, si chaque joueur, au moment du choix de sa stratégie, a une connaissance parfaite de l'ensemble des décisions prises antérieurement par les autres joueurs. La représentation qui semble appropriée à ce type de jeux est la forme extensif.

1.5.4.2 Jeux à information imparfaite

Contrairement au type précédent, les joueurs dans un jeu à information imparfaite n'interviennent pas les uns après les autres. Autrement dit, les règles du jeu stipulent l'existence de coups simultanés, ce qui revient à introduire une certaine imperfection au niveau de l'information dont disposent les joueurs. La représentation qui apparaît comme la plus appropriée à cette sorte de jeux pour chaque coup est la forme normale.

1.5.4.3 Jeux à information complète

Les premiers jeux étudiés par V. Neumann et Morgenstern furent des jeux à information complète. On dit qu'un jeu est à information complète si chaque joueur connaît lors de la prise de décision : l'ensemble des joueurs, l'ensemble de ses stratégies ainsi que l'ensemble des stratégies des autres joueurs et les motivations ou les fonctions objectifs de tous les autres joueurs. Dans ce cas, on dit aussi qu'il y a connaissance commune de la structure du jeu de la part de tous ceux qui y participent.

1.5.4.4 Jeux à information incomplète

Si l'une des conditions dans la définition du jeu à information complète n'est pas vérifiée, le jeu est dit à information incomplète (appelé aussi jeu bayésien). Un travail de pionnier a été réalisé par J. Harsanyi (1967-1968). Dans ses articles [24], l'auteur

montre que si l'on suppose que chaque joueur dispose d'une distribution de probabilités subjectives sur les caractéristiques inconnues des autres joueurs, alors on peut transformer un jeu d'information incomplète en un jeu d'information complète mais imparfaite. Le système imaginé par Harsanyi pour traduire l'incertitude mathématique est pris en compte par l'introduction d'un événement lié à la nature qui représente un joueur fictif et qui n'intervient qu'avant le début du jeu.

Jeux simultanés à information incomplète Un jeu simultané à information incomplète est donné par :

$$\Gamma = [\mathcal{N}, \{A_i\}_{i \in \mathcal{N}}, \{\Theta_i\}_{i \in \mathcal{N}}, \{\sigma_i\}_{i \in \mathcal{N}}, \{\pi_i\}_{i \in \mathcal{N}}] \quad (1.5)$$

- $\mathcal{N} = \{1, 2, 3, \dots, N\}$ est l'ensemble des joueurs ;
- $A_i \subset R^n$, $i \in \mathcal{N}$ est l'ensemble d'actions possibles du joueur i . $a_i \in A_i$ est une action particulière du joueur i .
- $\Theta_i \subset R^n$, $i \in \mathcal{N}$ est l'ensemble de différents types possibles du joueur i . $\theta_i \in \Theta_i$ est un type du joueur i (appelé aussi caractéristique, état d'information..) résume l'information dont dispose le joueur i avant de jouer, par exemple ses coûts de production ou son estimation de la valeur d'un objet dans une enchère. Soit $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_N)$, un profil de types,
- $\sigma_i : (\prod_{i \in \mathcal{N}} A_i) \times \Theta \mapsto R$, $\forall i \in \mathcal{N}$ est la fonction gain du joueur i .
- $\pi_i : \Theta \mapsto [0, 1]$, $\forall i \in \mathcal{N}$ représente la distribution de probabilité du joueur i . Elle donne ses croyances quant aux types des autres joueurs :

$$\begin{aligned} \pi_i : \Theta &\mapsto [0, 1] \\ (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N) &\mapsto \pi_i(\theta_{-i} | \theta_i) \end{aligned}$$

- Chaque joueur connaît les ensembles de stratégies et les fonctions de gain de tous les autres joueurs (information complète).

Stratégie

Définition 1.3. Une stratégie pure du joueur i dans le jeu (1.5) est définie de manière à

préciser une action pour chaque type $\theta_i \in \Theta_i$ à partir de l'ensemble des actions A_i :

$$\begin{aligned} x_i : \Theta &\longmapsto A_i \\ \theta_i &\mapsto x_i(\theta_i) = a_i \end{aligned}$$

Soit X_i l'ensemble de ses stratégies. Une fois ses stratégies sont fixées, on peut calculer le gain espéré du joueur i :

$$\bar{\sigma}_i(\mathbf{x}) = E[\sigma_i(x(\cdot); \theta)] = \sum_{\theta \in \Theta} \sigma_i(x(\theta), \theta) \pi(\theta) \quad (1.6)$$

où l'on note : $x(\theta) = (x_1(\theta_1), x_2(\theta_2), \dots, x_N(\theta_N))$.

1.5.5 Déroulement du jeu dans le temps

1.5.5.1 Jeux statiques

Un jeu est dit statique, lorsque les joueurs choisissent simultanément leurs actions et reçoivent ensuite leurs gains respectifs, on dit qu'il s'agit d'un jeu statique, simultané, stratégique ou sous forme normale ([23]). Dans ce cadre, les jeux finis à deux joueurs occupent une place privilégiée parce qu'ils permettent une présentation simple et pédagogique des principales questions posées en théorie des jeux. Ils sont décrits sous la forme de matrices dans lesquelles le premier joueur joue horizontalement, il choisit une ligne de la matrice, alors que le second joue verticalement en choisissant une colonne. On parle dans ce cas de jeux matriciels.

1.5.5.2 Jeux dynamiques

Un jeu dynamique est un jeu qui se déroule en plusieurs étapes. Ce type de jeux semble important car il permet de modéliser le fait qu'une action passée d'un joueur puisse contraindre les gains d'un autre joueur dans le futur. Il existe deux sortes de jeux dynamiques à savoir le jeu à information parfaite appelé ainsi jeu séquentiel, dans lequel chaque joueur connaît l'ensemble des actions passées de tous les autres joueurs. Le joueur est donc le seul à intervenir dans le choix de stratégie dans une étape donnée. A cet effet, le jeu de Stackelberg constitue un exemple fameux de ce type de jeu dynamique. Concernant le deuxième type appelé jeu répété, l'information est imparfaite. Dans ce cas, les joueurs choisissent leurs actions simultanément à chaque étape du jeu. On se trouve donc plus

ou moins dans le cadre d'un jeu statique bien que l'historique influence les stratégies des joueurs. Parmi les principaux jeux dynamiques, on distingue :

Jeux répétés Un jeu répété réside à la répétition d'un nombre fini ou infini de fois d'un jeu sous forme normale défini par (1.1). C'est le même jeu, appelé jeu constituant, qu'on répète de période en période. Appelé jeu stationnaire dans le cas où les conditions du jeu ne se modifient pas au cours du temps (même nombre de joueurs, même ensemble de stratégies, même fonction de gain et même facteur d'actualisation) [25].

Étant donné T , un nombre entier fini ou infini appelé l'horizon du jeu, et δ , un réel dans l'intervalle $[0, 1]$. On définit le jeu (1.1) répété T fois, actualisé par δ , comme le jeu sous forme extensive noté, $J_\delta(T)$.

Jeux stochastiques Un jeu stochastique est un jeu répété où la fonction objective dépend d'un paramètre qui varie aléatoirement. Ce jeu a été d'abord introduit et étudié pour la première fois, par Loyd Shapley ([26]). Un jeu stochastique discontinu fini est défini par :

$$\Delta = [\mathcal{N}, \Omega, \{X_i(\omega)\}_{(i,\omega) \in (\mathcal{N} \times \Omega)}, \{\sigma_i\}_{i \in \mathcal{N}}, \pi, \delta] \quad (1.7)$$

Où :

- $\mathcal{N} = \{1, \dots, N\}$ est l'ensemble des joueurs.
- $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_z\}$ est l'espace des états,
- $X_i(\omega) = \{x_i^1(\omega), x_i^2(\omega), \dots, x_i^{m_\omega^i}(\omega)\}$ désigne l'ensemble des stratégies du joueur $i \in \mathcal{N}$ à l'état $\omega \in \Omega$ et $m_\omega^i = |X_i(\omega)|$,
- $X(\omega) = \prod_{i \in \mathcal{N}} X_i(\omega)$ est donc l'ensemble de tous les profils d'actions admissibles en une étape donnée à l'état $\omega \in \Omega$.
- $\sigma_i : \Omega \times X \rightarrow R, \forall i \in \mathcal{N}$, est la fonction du gain instantané (en une seule période) du joueur i si à l'état $\omega \in \Omega$, le profil $x(\omega)$ est choisi, $\pi : \Omega \times X \rightarrow \Xi(\Omega)$, appelée probabilité de transition, où $\Xi(\Omega)$ est la famille de distributions de probabilités sur l'espace Ω . Pour chaque couple $(\omega, x(\omega)) \in \Omega \times X$, on peut identifier le vecteur $\pi(\omega_1/\omega, x(\omega), \dots, \pi(\omega_z/\omega, x(\omega))$. $\pi(\hat{\omega}/\omega, x(\omega))$ représente la probabilité que le système passe à l'état $\hat{\omega} \in \Omega$ si l'état $\omega \in \Omega$ le profil d'actions $x(\omega) \in X(\omega)$ est joué. Cependant, $\pi(\hat{\omega}/\omega, x(\omega)) > 0$ et $\sum_{\hat{\omega} \in \Omega} \pi(\hat{\omega}/\omega, x(\omega)) = 1$,
- $\delta = (0, 1)$ est appelé le taux d'actualisation ou le facteur d'escompte.
- Les ensembles \mathcal{N} , Ω et $X_i(\omega)$, pour tout $i \in \mathcal{N}$ sont supposés finis et non vides. La fonction $\sigma_i(\omega, \cdot)$ est supposée continue sur X , pour tout $\omega \in \Omega$.

1.6 Notion de stratégie

La notion de stratégie constitue un concept central en théorie des jeux. Selon Andrew Schotter [27], une stratégie est considérée comme étant un plan d'actions complet, de chaque joueur spécifiant ce que fera ce dernier à chaque étape du jeu et face à chaque situation pouvant survenir au cours du jeu. Ainsi, la stratégie décrit totalement le comportement d'un joueur.

Dans ce cadre, on distingue deux sortes de stratégies, à savoir celle dite pure et l'autre appelée mixte.

1.6.1 Stratégie pure

Considérons le jeu (1.1). Une stratégie pure du joueur i est l'action qu'il choisit à chaque fois qu'il est susceptible de jouer, c'est-à-dire, toutes les options possibles, que le joueur peut choisir lors de sa réaction.

On note par X_i , l'ensemble de toutes les stratégies pures du joueurs i avec $i \in \mathcal{N}$ tel que $|X_i| = n_i$.

1.6.2 Stratégie mixte

Choisissant ses actions de manière aléatoire, le joueur devient jeu à stratégies mixtes. Cette idée est modélisée en introduisant une distribution de probabilité sur l'ensemble des stratégies pures pour chacun des deux joueurs intervenant dans le jeu. En effet, ces sous-ensembles sont appelés ensembles de stratégies mixtes.

Définition 1.4. *Une stratégie mixte pour le joueur 1 dans le jeu (1.3) est un élément du simplexe défini par :*

$$\mathcal{A} = \{\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m) \in \mathbb{R}^m, \sum_{j=1}^m \alpha_j = 1, \alpha_j \geq 0, \forall j = \overline{1, m}\} \quad (1.8)$$

et une stratégie mixte pour le joueur 2 dans le jeu (1.3) est un élément du simplexe défini par :

$$\mathcal{B} = \{\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n) \in \mathbb{R}^n, \sum_{j=1}^n \beta_j = 1, \beta_j \geq 0, \forall j = \overline{1, n}\} \quad (1.9)$$

Dans ce cas, la composante α_i représente la fréquence avec laquelle le joueur 1 joue la stratégie pure $x_i \in X_1$ et β_j celle avec laquelle le joueur 2 joue la stratégie pure $y_j \in X_2$.

1.7 Concepts de solutions

1.7.1 Équilibre en stratégies dominantes

Définition 1.5. *Considérons le jeu sous forme normale (1.1). On dit que la stratégie $x_i \in X_i$ est une stratégie dominante, si :*

$$\forall y_i \in X_i, y_i \neq x_i, \forall x_{-i} \in X_{-i} \sigma_i(x_i, x_{-i}) \geq \sigma_i(y_i, x_{-i}) \quad (1.10)$$

La stratégie $x_i \in X_i$ est dominante pour le joueur i , si x_i domine y_i .

Définition 1.6. *Une situation $\mathbf{x}^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_N^*)$ est appelée équilibre en stratégies dominantes dans le jeu (1.1), si chaque composante $x_i^* \in X_i$ est une stratégie dominante pour le joueur i , $\forall i \in \mathcal{N}$.*

Malgré que le dit équilibre, nous fournit une prédiction très claire et intuitive du résultat d'un jeu, il reste rarement utilisé car il n'existe que pour très peu de jeux. Nous devons donc, introduire et se servir d'autres concepts d'équilibre pour pouvoir prédire la solution de différents types de jeux rencontrés. Il existe plusieurs concepts d'équilibre, cependant le fameux d'entre eux est celui de Nash. Il est toujours le plus applicable et le plus utilisé en théorie des jeux.

1.7.2 Meilleure réponse

Définition 1.7. *Une stratégie x_i est une meilleure réponse aux stratégies des autres joueurs x_{-i} dans le jeu (1.1), si :*

$$\sigma_i(x_i^*, x_{-i}^*) \geq \sigma_i(y_i, x_{-i}^*), \forall y_i \in X_i \quad (1.11)$$

On note $MR(x_{-i})$, l'ensemble de toutes les stratégies qui sont une meilleure réponse

à x_{-i} , autrement dit,

$$MR(x_{-i}) = \{x_i | \sigma_i(x_i^*, x_{-i}^*) \geq \sigma_i(y_i, x_{-i}^*), \forall y_i \in X_i\} \quad (1.12)$$

De plus, la stratégie x_i n'est jamais une meilleure réponse s'il n'existe pas de x_{-i} pour laquelle x_i est une meilleure réponse. Ce qui signifie qu'aucune autre stratégie ne lui rapporte strictement plus face au profil x_{-i} adopté par les autres joueurs.

1.7.3 Équilibre de Pareto

Un optimum de pareto est un état dans lequel on ne peut pas améliorer le bien-être ou le gain d'un individu sans détériorer celui d'un autre.

Définition 1.8. *Une situation $x^* \in X$ est appelée équilibre de Pareto dans le jeu (1.1), s'il n'existe pas une autre stratégie $x \in X$ telle que :*

$$\sigma_i(x_i^*, x_{-i}^*) \leq \sigma_i(x_i, x_{-i}), \forall i \in \mathcal{N} \quad (1.13)$$

et pour au moins un $j_0 \in \mathcal{N}$, on ait :

$$\sigma_{j_0}(x_{j_0}^*, x_{-j_0}^*) \leq \sigma_{j_0}(x_{j_0}, x_{-j_0}) \quad (1.14)$$

1.7.4 Équilibre de Nash

En 1950, John Nash a développé une méthode, qui est devenue couramment utilisée, pour solutionner les jeux avec interactions appelée "équilibre de Nash". Ce théorème est considéré comme étant la solution la plus efficace dans le cas des types de jeux à conflit caractérisés par des joueurs agissant d'une manière non coopérative. En effet, Le théoricien John Nash a démontré qu'il est possible à n'importe quelle situation conflictuelle, sous certaines conditions, de se retrouver en situation d'équilibre qui la mène à la stabilité, où tous les joueurs seront satisfaits de leurs gains et aucun d'eux ne cherche à changer sa situation. A l'équilibre de Nash, le joueur n'est pas forcément heureux des stratégies des autres joueurs, mais sa stratégie représente la meilleure réponse de ses actions.

1.7.4.1 Équilibre de Nash en stratégies pures

Définition 1.9. Une situation $\mathbf{x}^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_N^*)$ est un équilibre de Nash en stratégies pures du jeu (1.1), si :

$$\forall (i, x_i) \in (\mathcal{N}, X_i), \sigma_i(x_i^*, \mathbf{x}_{-i}^*) \geq \sigma_i(x_i, \mathbf{x}_{-i}^*) \quad (1.15)$$

1.7.4.2 Équilibre de Nash en stratégies mixtes

Définition 1.10. Un équilibre de Nash en stratégies mixtes pour le jeu (1.1) est un ensemble de stratégies mixtes $\alpha^* = (\alpha_1^*, \alpha_2^*, \dots, \alpha_N^*)$ tel que :

$$\forall (i, \alpha_i) \in (\mathcal{N}, \Delta_i), \sigma_i(\alpha_i^*, \alpha_{-i}^*) \geq \sigma_i(\alpha_i, \alpha_{-i}^*). \quad (1.16)$$

Où $\Delta_i = \{\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n_i}) \in \mathbb{R}^{n_i}, \sum_{j=1}^{n_i} \alpha_j = 1, \alpha_j \geq 0, \forall j = \overline{1, n_i}\}$.

1.7.5 Concept du α -noyau

Le α -noyau a été introduit par Aumann [28] en 1961. C'est un ensemble d'issues qui possèdent la propriété d'empêcher la formation des coalitions. Si une issue x est dans le α -noyau et si un certain nombre de joueurs envisagent de former une coalition et de dévier de x , alors le reste des joueurs possèdent au moins une stratégie qui va dissuader au moins un membre de la coalition envisagée d'y faire partie, car il ne pourra pas obtenir plus. Par conséquent, cette coalition ne se formera pas. De façon formelle, on a la définition suivante :

Définition 1.11. On appelle α -noyau du jeu (1.2) l'ensemble des issues $\bar{x} \in X$ vérifiant la propriété suivante :

pour toute coalition $S \in \mathcal{N}$, $\forall x_S \in X_S$, $\exists y_{-S} \in X_{-S}$ telle que :

$$\sigma_i(x_S, y_{-S}) > \sigma_i(\bar{x}), \quad i \in S$$

n'est pas vérifié.

1.7.6 Concept du noyau

La notion du noyau d'un jeu coopératif a une longue histoire. L'idée de base a été formulée par Edgeworth (1881) dans son examen du commerce [29].

Considérons le jeu coopératif à utilité transférable (1.2). Le noyau du jeu (1.2) est constitué de toutes les allocations $x = (x_1, \dots, x_N)$ satisfaisant les propriétés suivantes :

- rationalité individuelle : $x_i \geq V(i)$, $i \in \mathcal{N}$,
- rationalité collective : $\sum_{i \in \mathcal{N}} x_i = V(\mathcal{N})$,
- rationalité coalitionnelle : $\sum_{i \in S} x_i = V(S)$, $\forall S \subseteq \mathcal{N}$.

1.7.7 Valeur de Shapley

La valeur de Shapley [30] pour le jeu (1.2) est la règle qui assigne à chaque joueur $i \in \mathcal{N}$ un profit donné par la formule suivante :

$$\phi_i = \sum_{S \subseteq \mathcal{N}, i \in S} \frac{(|S| - 1)! \times (|\mathcal{N}| - |S|)!}{|\mathcal{N}|!} (V(S) - V(S \setminus \{i\})) \quad (1.17)$$

où :

- $|\mathcal{N}|$ désigne le cardinal de \mathcal{N} ;
- $|S|$ désigne le cardinal de la coalition S ;
- $(V(S) - V(S \setminus \{i\}))$ est la contribution marginale du joueur i à la coalition S .

1.8 Prix de l'anarchie

Le concept de coût social est défini comme la somme des utilités de tous les joueurs dans le système. Il est bien connu dans la théorie des jeux que l'égoïsme de l'agent, comme dans l'équilibre de Nash, ne conduit généralement pas à une situation socialement efficace. Pour mesurer la perte d'efficacité due à la divergence des intérêts des utilisateurs, nous utilisons le prix de l'anarchie (PoA), le PoA mesure de la perte d'efficacité due à l'égoïsme des agents. Koutsoupias et Papadimitriou ont introduit ce problème en définissant le prix de l'anarchie [31]. Ils présupposent simplement un environnement stratégique (un jeu), une fonction d'utilité pour chaque joueur, un concept d'équilibre et une fonction objective à valeurs réelles, non négative, définie sur l'ensemble des issues possibles du jeu. Le prix de l'anarchie est défini comme le rapport entre coût social et la somme des utilités de tous

les joueurs à l'équilibre. Intuitivement, il mesure la perte du système quand les joueurs sont égoïstes. Si le prix de l'anarchie d'un jeu proche de 1, alors les équilibres de ce jeu sont efficaces.

Soit $G = (N, S, u)$ un jeu non coopératif sous forme stratégique avec N joueur S_i ensemble des stratégies du joueur i , la fonction d'utilité de joueur i $u_i : S_1 \times \dots \times S_N \rightarrow R$.

Le coût social est :

$$\pi_w(s) = \sum_{i=1}^N u_i(s).$$

Donc le prix de l'anarchie est :

$$POA = \frac{\min_s \pi_w(s^*)}{\max_s \pi_w(s)} \quad (1.18)$$

1.8.0.1 Exemple de Dilemme du prisonnier

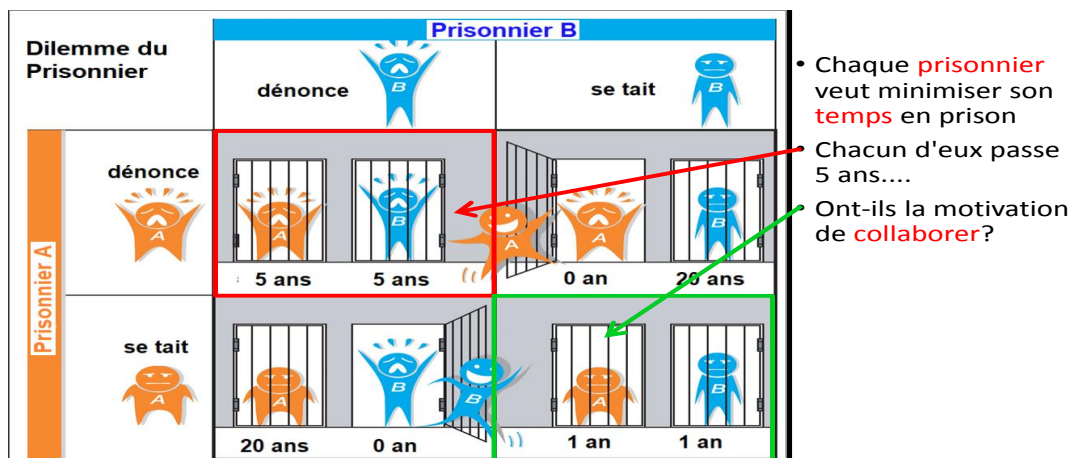


FIGURE 1.1 – Dilemme du prisonnier.

Au cours des années, le dilemme du prisonnier constitue l'exemple le plus représentatif dans le domaine de la théorie des jeux. Il est employé afin d'expliquer les jeux coopératifs et les jeux non coopératifs. Il s'agit de deux individus qui sont en état d'arrestation et comme la police n'a pas de quoi les inculper, elle décide de les interroger séparément. Chacun a deux stratégies : soit de se taire soit de dénoncer. Alors, si les deux se taisent la police les inculpe pour des faits mineurs et ils font chacun un an de prison. S'ils dénoncent, ils sont jugés et prennent chacun 5 ans de taule. Mais si l'un décide de se taire et que sont complice le trahit en le dénonçant, alors le traître ressort libre et l'autre fait 20

ans de prison. Globalement, le cas de coopération (se taire, se taire) constitue la bonne solution de ce problème. Mais, vue que chacun se comporte d'une manière égoïste, les deux suspects concourent vers l'équilibre de Nash (avoue, avoue). Les choix possibles des deux prisonniers (A et B) sont représentés dans la figure 1.1.

1.8.0.2 Exemple de Duopole de Cournot

Le duopole de Cournot est intéressant, parce qu'il y a deux entreprises qui rivalisent dans le même marché avec plusieurs stratégies et que le duopole se trouve entre les deux cas extrêmes : la compétition parfaite et le monopole.

On l'examinera mieux dans l'exemple suivant :

Dans ce jeu, chaque entreprise choisit sa production indépendamment et le marché détermine le prix auquel il est vendu.

- Les joueurs : 2 entreprises (Nokia, Samsung).
- Les stratégies : les quantités d'un produit identique qu'ils produisent.
 - q_1 : quantité de Nokia.
 - q_2 : quantité de Samsung.
 - $q = q_1 + q_2$: quantité totale.
- Le cout de production : cq
 - q : la quantité totale.
 - c constant du cout marginal

$p = a - b(q_1 + q_2)$, cette équation nous montre que plus ces entreprises produisent, moins les produits coutent.

- Les récompenses : les profits u_1, u_2 .

$u_1(q_1, q_2) = pq_1 - cq_1$ et identiquement $u_2(q_1, q_2) = pq_2 - cq_2$, Le but des entreprises est de maximiser ses profits.

On va calculer la quantité produite par Samsung et Nokia à l'équilibre de Nash.

Premièrement, on remplace la fonction du prix p dans la fonction u_1 et u_2 par $a - b(q_1 + q_2)$, on obtient :

$$u_1(q_1, q_2) = aq_1 - 2bq_1^2 - bq_1q_2 - cq_1,$$

et,

$$u_2(q_2, q_1) = aq_2 - 2bq_2^2 - bq_2q_1 - cq_2.$$

Pour montrer l'existence de l'équilibre de Nash, on note par Q_i l'espace de stratégie de Nokia définies dans un intervalle fermé borné par \underline{q} minimale et maximale \bar{q} . l'espace de stratégie Q_i est convexe, compact et non-vide dans un espace euclidien R^N .

On a,

$$\frac{\partial^2 U_i(q)}{\partial q_i^2} = -4b \leq 0 \quad (1.19)$$

Donc $U_i(q)$ est concave par rapport à q_i , alors l'équilibre existe.

L'équilibre de Nash est unique si la fonction d'utilité répond aux conditions de Moulin et Rosen. Le point d'équilibre de Nash est unique si :

$$-\frac{\partial^2}{\partial q_i^2} U_i(q) - \sum_{j, j \neq i} \left| \frac{\partial^2}{\partial q_i \partial q_j} U_i(q) \right| \geq 0 \quad (1.20)$$

On a,

$$\frac{\partial^2 U_1(q)}{\partial q_1 \partial q_2} = -b.$$

Donc,

$$-\frac{\partial^2 U_1}{\partial q_1^2}(q) - \left| \frac{\partial^2 U_1(q)}{\partial q_1 \partial q_2} \right| = 3b \geq 0$$

De même on a,

$$\frac{\partial^2 U_2(q)}{\partial q_2 \partial q_1} = -b.$$

Donc,

$$-\frac{\partial^2 U_2}{\partial q_2^2}(q) - \left| \frac{\partial^2 U_2(q)}{\partial q_2 \partial q_1} \right| = 3b \geq 0$$

Alors l'équilibre de Nash est unique.

Une autre méthode pour montrer l'unicité de l'équilibre de Nash.

La somme pondérée des fonctions d'utilité de samsung et Nokia :

$$\sigma(q, x) = x_1 U_1(q_1, q_2) + x_2 U_1(q_2, q_1)$$

pseudo-gradient de $\sigma(q, x)$ est :

$$f(q, x) = [x_1 \nabla U_1(q_1, q_2), x_2 \nabla U_2(q_2, q_1)]^T \quad (1.21)$$

D'après l'équation 1.20, $U_i(q)$ est strictement concave par rapport à q_i .

On a,

$$\frac{\partial^2 U_i(q)}{\partial q_j^2} = 0.$$

Donc, $U_i(q)$ est convexe par rapport à q_{-i}

Or,

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \sigma(q, x)}{\partial q_1^2} &= x_1 \frac{\partial^2 U_1(q_1, q_2)}{\partial q_1^2} + x_2 \frac{\partial^2 U_2(q_2, q_1)}{\partial q_1^2} \\ &= -4b \leq 0 \end{aligned}$$

D'où, $\sigma(q, x)$ est concave par rapport q_i , $[F(q, x) + F^T(q, x)]$ est définie négative, F est la matrice jacobienne de pseudo gradient f . Donc la somme pondérée des fonctions d'utilité $\sigma(q, x)$ est strictement concave [32]. Alors l'équilibre de Nash est unique.

Application de l'algorithme de meilleure réponse dynamique pour calculer la meilleure réponse de q_1^* et q_2^* .

En pose a=200, c=20 et b=2.

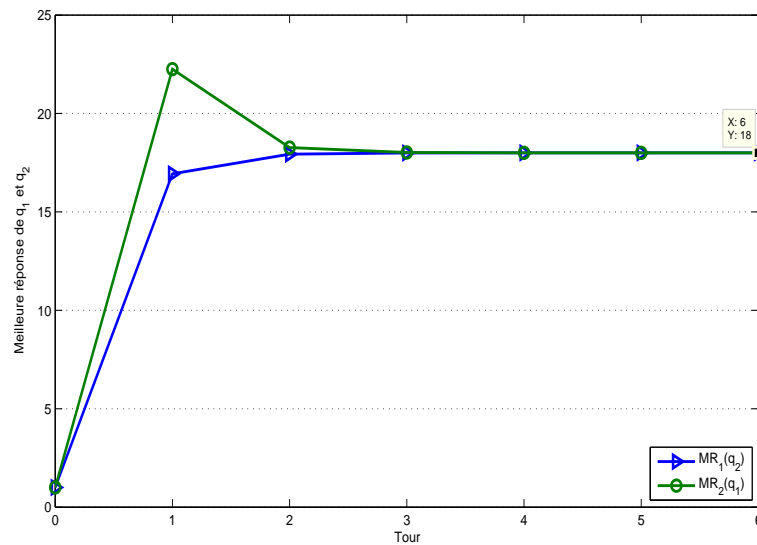


FIGURE 1.2 – Convergence vers la quantité q_1 de Nokia et la quantité q_2 de Samsung à l'équilibre de Nash.

La meilleure réponse de Samsung $q=18$ et la meilleure réponse de Nokia et $q=18$.

Prix de l'anarchie de Duopole du Cournot. Le coût sociale est :

$$W(q_1, q_2) = U_1(q_1, q_2) + U_2(q_1, q_2)$$

La somme des utilités à l'équilibre est :

$$W_{NE}(q_1^*, q_2^*) = U_1(q_1^*, q_2^*) + U_2(q_1^*, q_2^*)$$

Le prix de l'anarchie est :

$$PoA = \frac{W_{NE}(q_1^*, q_2^*)}{W(q_1, q_2)}$$

En pose $a=200$, $c=20$ et $b=2$, on a $\max W(q_1, q_2) = 3960.5$ et $W_{NE}(q_1^*, q_2^*) = 2592$

Donc, $PoA=0.6545$, alors l'équilibre de Nash n'est pas efficace.

1.9 Conclusion

Ce chapitre était réservé à la présentation des notions fondamentales de la théorie des jeux, et à la citation des outils célèbres de cette théorie, et plus précisément, les jeux non coopératifs extrêmement riches pour l'analyse des comportements égoïstes des joueurs. Nous avons, donc, présenté quelques classes et sortes de jeux classifiés selon plusieurs critères et nous avons introduit certains concepts de solutions connus dans la littérature pour déterminer les choix stratégiques des joueurs répondant à certaines propriétés. Par définition, la théorie des jeux est une discipline mathématique qui s'intéresse à l'analyse et l'étude des situations d'interaction entre des usagers appelés joueurs. A cet égard, comment pouvons-nous nous servir de cette fameuse théorie et exploiter ses techniques afin d'étudier les interactions entre les utilisateurs égoïstes des réseaux sociaux? "Comment acquérir à l'équilibre de Nash dans une situation concurrentielle en termes de réputation sur les murs des réseaux sociaux?"; "Comment modéliser le comportement des fournisseurs de contenus cherchant à être populaires en termes de fréquence de publication et de nombre de commentaires que le contenu postulé achève?"; "Comment modéliser la compétition à propos de la visibilité des utilisateurs au sein des réseaux sociaux?" et "comment modéliser la concurrence entre les fournisseurs de services internet dans un jeu de mise en cache et de sponsoring des contenus consacrés aux utilisateurs des plateformes d'accès aux contenus et précisément celles offertes par les réseaux sociaux?".

Jeux Concurrentiel de Réputation au sein d'un Réseau Social

2.1 Introduction

Ces derniers temps, les réseaux sociaux constituent un outil très important dans notre vie quotidienne, ils permettent de regrouper et de connecter les gens. Ils sont des environnements où les sources d'information partagent une sorte d'interactions et de relations. Afin de maintenir ces relations, un outil et une notion importante appelée réputation est mise en place, de sorte que l'évaluation d'une réputation aide les consommateurs de l'information et des contenus à faire la différence entre les sources d'information dignes et celles non dignes de confiance, puis à décider avec qui interagir et avec qui garder contact. Pour ce faire, la bonne gestion de sa réputation garantit l'anticipation dans le but de mieux maîtriser le message que l'on souhaite diffuser sur sa propre page ou encore sur les murs des groupes dans les réseaux sociaux, et cela, tout en privilégiant les informations positives et les contenus désirables à son égard. Ce concept a été initialement discuté par Akerlof qui a introduit le problème du marché des citrons dans [33]. L'auteur a souligné un problème majeur sur ces marchés, qui est l'asymétrie d'information entre les acheteurs et les vendeurs. D'une part, les acheteurs connaissent leur propre comportement commercial et la qualité des produits qu'ils vendent. Et les vendeurs devinent ce que les acheteurs savent à partir des informations recueillies à leur sujet, telles que leur fiabilité et leur réputation, d'une autre part. De plus, les partenaires commerciaux utilisent la réputation des uns et des autres pour réduire cette asymétrie d'information, puis faciliter les relations commerciales de confiance.

Des années plus tard, la réputation est devenue un sujet de recherche traité dans de nombreux domaines[34]. Dans ce cadre, plusieurs chercheurs ont établi diverses applications dans divers domaines tels que l'informatique, l'économie, la scientométrie, la

sociologie et la biologie évolutive [35, 36]. De plus, la réputation a récemment reçu une attention considérable au sein des réseaux sociaux [37, 38, 39, 40, 41, 42]. Dans ces travaux, les auteurs nous ont donné de nombreuses études concernant la réputation des membres dans ces environnements sociaux. Dans [38], les auteurs se sont concentrés sur l'identification des caractéristiques qui déterminent la confiance d'une source d'information dans les réseaux sociaux en ligne en utilisant les bases de données de Benchmark. Ils ont proposé un modèle probabiliste de prédiction de confiance qui a été testé et validé sur trois bases de données, à savoir : celle de Wikipédia, celle d'Epinions et celle de Slashdot.

En essayant d'accroître leur réputation dans les réseaux sociaux et d'acquérir un niveau plus précieux, les sources d'information se comportent de manière égoïste et provoquent ensuite des compétitions et des concurrences à propos de la réputation. Pour contrôler ce comportement et modéliser ce genre de compétitions, de nombreuses techniques sont adoptées ; parmi lesquelles celles assurées par la théorie des jeux [25] ; une discipline mathématique lancée en 1944 par le mathématicien John Von Neumann et l'économiste Morgenstern qui ont travaillé pour justifier l'idée de maximiser le gain attendu dans [43]. De nombreuses années plus tard, Nash a introduit ses contributions en 1950 [44], puis de nombreuses recherches ont adopté cette théorie pour améliorer leurs approches cherchant à atteindre une situation d'équilibre conventuelle dans différentes études [45, 46, 47, 48, 49].

Par conséquent, l'objectif principal de la dite théorie est d'équilibrer la situation concernant les interactions entre les joueurs et de développer les stratégies des joueurs, qui conduisent à un résultat optimal du jeu. Il existe des clés principales de la théorie des jeux, parmi lesquelles on peut citer : la dépendance des actions d'un joueur aux choix des autres, plus qu'à leurs propres stratégies. Cette dépendance constitue le critère le plus essentiel au sein du système traité.

Dans un système de réputation en ligne, le comportement d'une source d'information est dû aux interactions de plusieurs sources d'information. Pour cette raison, les approches les plus réussies en vue de modéliser la réputation sont basées sur la théorie des jeux et utilisent soit les jeux bayésiens ou la théorie des jeux évolutionnaires [50, 51]. Un aperçu exhaustif des différents modèles de la théorie des jeux établis concernant la réputation est donné dans le travail [25]. En fait, un jeu bayésien est un jeu représentant une sorte d'information incomplète en terme de type de chaque joueur (Honnête/Malhonnête) ; un joueur n'est pas en mesure de connaître le type d'autres joueurs avec lesquels il interagit. Désormais, les jeux bayésiens représentent des modèles de situations, à décision interactive, dans lesquels les décideurs n'ont qu'une information partielle sur les données du jeu et sur les autres joueurs. En raison de la nature interactive de la situation, cette

méthodologie s'avère plutôt profonde et sophistiquée, tant sur le plan conceptuel que mathématique. Dans ce cas, l'équilibre de Nash est une liste de croyances et de comportements tels que chaque joueur cherche à maximiser son gain, en fonction de ses croyances sur le comportement des autres joueurs. Ainsi, le jeu bayésien n'est pas un jeu régulier, mais le concept d'équilibre de Nash, basé sur la notion de la meilleure réponse, peut être utilisé pour produire le concept de solution de l'équilibre de Nash-Bayes.

Contrairement à ces approches, nous modélisons la situation de concurrence à propos de la réputation entre les sources comme étant un jeu non coopératif avec des informations complètes (les joueurs connaissent lors de la prise de décision : l'ensemble des joueurs, l'ensemble de ses stratégies ainsi que l'ensemble des stratégies des autres joueurs et les motivations ou les fonctions objectifs de tous les autres), et l'analysons en explorant la théorie des jeux concaves.

Les principales contributions de ce chapitre peuvent donc être résumées comme suit :

- Nous modélisons le comportement concurrentiel des sources d'information dans les réseaux sociaux en employant la théorie des jeux concaves ; nous formulons, ainsi, l'interaction entre ces usagers sous forme de jeu non coopératif.
- Nous prouvons l'existence et l'unicité de l'équilibre de Nash du jeu établi.
- Nous employons l'algorithme de la meilleure réponse pour garantir l'apprentissage du point d'équilibre.
- Nous complétons notre analyse par des résultats numériques qui montrent que la variation des paramètres a une influence remarquable sur le système.

Pour répondre ainsi à l'objectif de la démarche, nous organisons le reste de ce chapitre comme suit : dans la section 2.2, nous proposons une formulation du jeu non coopératif entre les utilisateurs égoïstes et concurrents et nous fournissons une description détaillée du jeu ; cette analyse est basée sur la théorie algorithmique des jeux et notamment l'algorithme de la meilleure réponse (Best Response), qui converge vers un point unique que l'on nomme l'équilibre de Nash. Dans la section 2.3, nous présentons les résultats numériques détaillés dans le but d'illustrer notre analyse et valider notre modèle. Enfin, nous concluons ce chapitre, consacré à l'apprentissage de l'équilibre de Nash dans une compétition en terme de réputation dans les réseaux sociaux, par une conclusion générale dans la section 2.4.

2.2 Formulation du jeu non coopératif

Dans un milieu d'échange d'informations et d'interaction, une réputation est calculée lorsqu'une interaction est établie entre deux abonnés de cette structure. En effet, une source d'information peut être un observateur, un observé ou les deux en même temps comme cela est présenté dans la figure 2.1

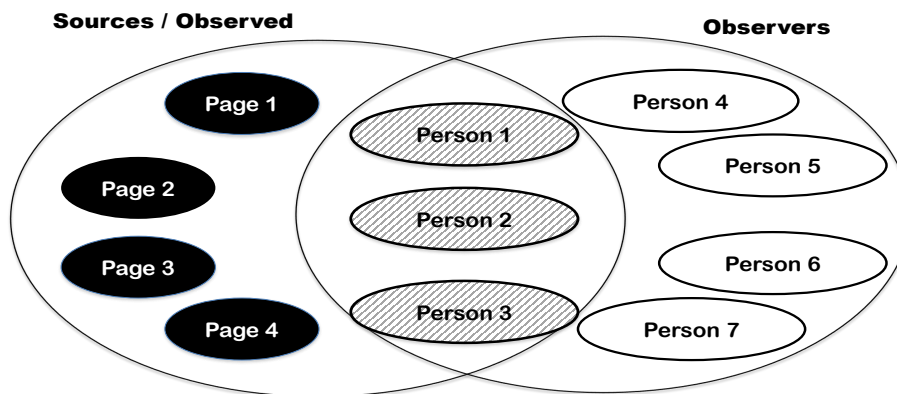


FIGURE 2.1 – Sources comme étant observateurs et observés dans un réseau social.

Après une interaction, chaque observateur l'évalue pour calculer la réputation de l'agent observé. Puisque les interactions ont lieu tout le temps au sein des réseaux sociaux, la propagation des réputations d'un côté à l'autre est garantie pareillement à ce qui se passe dans la réalité. Ainsi, chaque fournisseur d'informations, utilisant des stratégies spécifiques, cherche égoïstement à améliorer et à promouvoir sa réputation. Cette situation conduit à une concurrence sur la réputation qui semble être parfaitement formulée et correctement analysée à l'aide de la théorie des jeux. Elle est la principale façon et l'outil adéquat à travers lequel on peut achever la résolution de ce type de problématiques.

2.2.1 Modélisation du jeu

Pour atteindre cet objectif, nous formulons cette concurrence en tant qu'un jeu non coopératif, nous devons donc préciser le nombre des sources d'information (joueurs) interagissant dans le réseau, les actions possibles pour chaque source, mais aussi les contraintes,

qui peuvent leur être imposées et la fonction objective de chaque source. En effet, la réputation d'une source d'information dépend de sa fréquence de publication mais aussi des avis des autres observateurs.

Par conséquent, nous modélisons la situation en considérant un réseau avec K sources d'information. Soient λ_i et λ_{-i} respectivement les fréquences de publication d'une source i et des autres sources. Nous supposons que γ_i est le prix que la source d'information i doit payer pour poster sur un mur du réseau social auquel elle est inscrite. Soit $G = [\mathcal{K}, \{\Lambda_i\}, \{U_i(\lambda)\}]$ le jeu de fréquence non coopératif, où \mathcal{K} est l'ensemble d'indices qui identifie le nombre de sources d'information, $\Lambda_i = [0, \lambda_i^{max}]$ est l'ensemble de stratégie de fréquence approprié à la source d'information i , λ_i^{max} est la fréquence de publication maximale que la source d'information i peut atteindre. $U_i(\cdot)$ est la fonction d'utilité que la source d'information i doit maximiser en choisissant une fréquence de publication λ_i . Formellement, la fonction objectif de la source i est définie, par l'équation (2.1), comme suit :

$$U_i(\lambda_i, \lambda_{-i}) = \lambda_i \gamma_i + A_i \quad (2.1)$$

$\lambda_{-i} = (\lambda_1, \dots, \lambda_{i-1}, \lambda_{i+1}, \dots, \lambda_K)$ représente le vecteur stratégies des autres sources. A_i est le point de vue des observateurs concernant le fournisseur d'information i .

Dans ce contexte, les opinions des observateurs peuvent prendre n'importe quelle valeur réelle alors il n'y a aucune garantie que les valeurs prédites seront dans la bonne fourchette. Afin de supprimer les restrictions de plage, nous transformons la fonction des opinions et modélisons la transformation comme une fonction linéaire en utilisant le modèle Logit présenté dans [52] comme ci-dessous : soit $A_i = \lambda_i \frac{K}{\sum \lambda_{-i}}$ le modèle de probabilité linéaire des opinions des utilisateurs. Pour ce faire, nous allons traverser deux étapes. La première permet de passer de la probabilité A_i à la cote; le rapport de la probabilité à son complément, il est présenté par l'équation suivante :

$$odds_i = \frac{A_i}{1 - A_i}$$

La deuxième étape concerne le calcul du $\text{logit}(A_i)$ ou du $\log(\text{odds})$. En supposant que le logit de la possibilité sous-jacente A_i est une fonction linéaire des prédicteurs, il est donné comme suit :

$$\text{logit}(A_i) = \lambda_i \frac{K}{\sum \lambda_{-i}} \quad (2.2)$$

En exposant l'équation, nous trouvons que les probabilités pour la $i^{\text{ème}}$ unité sont données

par :

$$odds_i = \frac{A_i}{1-A_i} = \exp\left(\lambda_i \frac{K}{\sum \lambda_{-i}}\right)$$

En résolvant A_i dans l'équation (2.2), on obtient :

$$A_i = \frac{\exp\left(\lambda_i \frac{K}{\sum \lambda_{-i}}\right)}{1 + \exp\left(\lambda_i \frac{K}{\sum \lambda_{-i}}\right)}$$

En conséquence, la fonction d'utilité, donnée dans l'équation (2.1), du joueur i est définie comme suit :

$$U_i(\lambda_i, \lambda_{-i}) = \lambda_i \gamma_i + \frac{\exp\left(\lambda_i \frac{K}{\sum \lambda_{-i}}\right)}{1 + \exp\left(\lambda_i \frac{K}{\sum \lambda_{-i}}\right)} \quad (2.3)$$

Hypothèse 2.1. *Pour atteindre le but de notre analyse, nous adoptons l'hypothèse ci-dessous :*

$$\lambda_i \geq 1, \quad \forall i \in \mathcal{K}$$

Autrement dit, chaque source d'information doit poster au moins une fois pour être pris en considération dans le processus du jeu formulé.

2.2.2 Équilibre de Nash

Étant donné que les fournisseurs d'information dans un réseau social sont caractérisés par l'égoïsme ; Chacun essaie ses propres stratégies pour améliorer ses revenus, ils construisent un jeu non coopératif qui accepte comme solution un profil de stratégie tel qu'aucune source n'a aucune chance d'obtenir un profit en changeant unilatéralement sa stratégie. Ce profil est nommé l'équilibre de Nash [53]. Cet objectif nous amène à utiliser la théorie des jeux concaves pour démontrer et prouver l'existence et l'unicité du point d'équilibre [32]. Par conséquent, un jeu non coopératif est concave si les fonctions d'utilité de tous les joueurs sont strictement concaves par rapport à leurs stratégies correspondantes [32]. D'après l'analyse et le processus de J. Rosen présentés dans [32], l'existence d'un équilibre de Nash est garantie dans un jeu concave si l'espace de stratégie conjoint est compact et convexe, et la fonction d'utilité de chaque joueur est concave et continue à chaque point de l'espace de stratégie produit.

Définition 2.1. *Le vecteur de fréquence $\Lambda^* = (\lambda_1^*, \dots, \lambda_K^*)$ est considéré comme étant un équilibre de Nash si*

$$\forall i \in \mathcal{K}, U_i(\lambda_i^*, \lambda_{-i}^*) = \max_{\lambda_i \in \Lambda_i} U_i(\lambda_i, \lambda_{-i}^*) \quad (2.4)$$

Par ailleurs, en atteignant le point d'équilibre, aucune source ne pourrait augmenter ses revenus en changeant sa stratégie de manière unilatérale.

Théorème 2.1. *Pour le jeu G qui est concave l'équilibre de Nash existe.*

Preuve 1. *Pour démontrer l'existence de l'équilibre de Nash, il faut calculer la dérivée seconde puis vérifier son test. En d'autres termes, la dérivée seconde de la fonction d'utilité U_i par rapport à la fréquence de publication λ_i doit être négative pour garantir l'existence du point d'équilibre. En utilisant la formule donnée dans l'équation (2.3), nous calculons la dérivée première de U_i par rapport à λ_i comme suit :*

$$\frac{\partial U_i(\lambda_i, \lambda_{-i})}{\partial \lambda_i} = \gamma_i + \frac{\sum_{\lambda_{-i}}^K \exp(\lambda_i \frac{K}{\sum \lambda_{-i}})}{(1 + \exp(\lambda_i \frac{K}{\sum \lambda_{-i}}))^2}$$

On obtient, donc, la dérivée seconde comme suit :

$$\frac{\partial^2 U_i(\lambda_i, \lambda_{-i})}{\partial \lambda_i^2} = \left(\frac{K}{\sum \lambda_{-i}} \right)^2 \frac{\exp(\lambda_i \frac{K}{\sum \lambda_{-i}}) - (\exp(\lambda_i \frac{K}{\sum \lambda_{-i}}))^2}{(1 + \exp(\lambda_i \frac{K}{\sum \lambda_{-i}}))^3} \quad (2.5)$$

Maintenant, nous allons vérifier la concavité de la fonction d'utilité ; Si le résultat obtenu dans l'équation (2.5) est strictement négatif, la concavité sera admise. Pour atteindre cette concavité, une vérification de la condition suivante est nécessaire :

$$\exp(\lambda_i \frac{K}{\sum \lambda_{-i}}) - (\exp(\lambda_i \frac{K}{\sum \lambda_{-i}}))^2 < 0$$

D'après l'hypothèse 2.1, $\lambda_i \geq 1$. La condition est donc vérifiée puisque :

$$(\exp(\lambda_i \frac{K}{\sum \lambda_{-i}}))^2 > \exp(\lambda_i \frac{K}{\sum \lambda_{-i}})$$

Et comme les autres termes sont positifs, on obtient ainsi le résultat suivant :

$$\frac{\partial^2 U_i(\lambda_i, \lambda_{-i})}{\partial \lambda_i^2} < 0 \quad (2.6)$$

De cette manière, on conclut que le jeu formulé est concave, et ainsi l'existence de l'équilibre de Nash est prouvée. ■

2.2.3 Apprentissage de l'équilibre de Nash

Puisque, l'existence et l'unicité du point d'équilibre sont assurées dans la dernière section, celle-ci serait une fenêtre pour l'étude de la convergence vers ledit équilibre en utilisant l'algorithme de la meilleure réponse; un algorithme appartenant à l'ensemble des algorithmes utilisés dans la prise de décision stratégique. En fait, nous l'utilisons dans notre analyse pour connaître le paramètre d'équilibre. Cet algorithme détermine une meilleure séquence de réponse en tant que couple $(t(n), i(n))$ où $t(n)$ est une séquence strictement croissante de temps telle qu'au temps $t(n)$ le joueur $i(n)$ met à jour son action en utilisant une meilleure réponse aux actions en cours des autres joueurs. Il existe donc un équilibre unique et toute séquence des meilleures réponses des joueurs y converge en un temps fini. Cette convergence est détaillée à l'aide de l'algorithme 1.

Algorithm 1 Algorithme de la Meilleure Réponse

- 1: Initialisation du vecteur stratégies λ ;
- 2: Pour chaque source $i \in K$ à l'itération $t + 1$:

$$\lambda_i(t + 1) = \operatorname{argmax}_{\lambda_i \in \Lambda_i} (U_i(\lambda_i, \lambda_{-i})).$$

- 3: **SI** $\forall i \in K, |\lambda_i(t + 1) - \lambda_i(t)| < \epsilon$, STOP.
 - 4: **SI NON**, $t \leftarrow t + 1$ et aller à l'étape (2)
-

2.2.4 Prix de l'Anarchie

Papadimitriou, dans [31], a introduit le terme du "prix de l'anarchie" et ensuite de multiples travaux ont été produits traitant ce concept, en particulier, le livre [54] développant les idées centrales de celui-ci. De plus, cette importante mesure de l'efficacité de la perte d'équilibres est devenue plus populaire grâce au travail de Roughgarden et Tardos [55], où ils ont ouvert la fenêtre sur l'étude du prix de l'anarchie dans les jeux de congestion atomiques et non atomiques. Il a été, également, étudié dans [56] pour la création de réseaux et dans [57] pour la localisation des installations.

Semblant être la mesure la plus populaire de l'inefficacité de l'équilibre, le prix de l'anarchie résout la question de l'équilibre multiple en adoptant une approche du pire des cas; une approche définissant cette perte comme le ratio du pire des cas comparant la mesure d'efficacité globale à un résultat, à la valeur optimale de cette mesure d'efficacité.

En d'autres termes, dans un jeu non coopératif, le prix de l'anarchie est considéré comme le rapport entre la pire valeur de la fonction d'utilité d'un équilibre et celle d'un résultat optimal.

Selon [54], l'inefficacité causée par l'égoïsme du joueur est définie comme étant le quotient du bien-être social, (que Maille et Tuffin ont présenté par la somme des utilités de tous les fournisseurs du système) dans [58], obtenu à l'équilibre de Nash par la valeur maximale du bien-être social, comme le décrit l'équation (2.7).

$$POA = \frac{\min W_{NE}(\lambda)}{\max W(\lambda)} \quad (2.7)$$

Où $\max W(\lambda) = \max_{\lambda} \sum_{i=1}^K U_i(\lambda)$ est la fonction de bien-être, et $W_{NE}(\lambda) = \sum_{i=1}^K U_i(\lambda^*)$ est la somme des utilités de tous les agents à l'équilibre de Nash.

2.3 Resultats et discussions

Dans cette formulation de jeu non coopératif, la théorie des jeux constitue l'outil principal pour modéliser la compétition produite à propos de la réputation dans les réseaux sociaux. Afin de valider notre approche, nous réservons cette partie à la génération des figures présentant des résultats numériques pour la fréquence d'équilibre λ^* en considérant les fonctions d'utilité des sources ainsi que la meilleure réponse de chacune d'entre elles. Pour ce faire, nous considérons un système avec deux sources ($K=2$) essayant de maximiser leurs revenus respectifs en termes de réputation. L'ensemble des stratégies de fréquence est supposé être $[1, 1000]$ et le paramètre γ_i , qui est le prix que les joueurs paient pour opérer à des fréquences plus élevées, est le même pour les deux sources. Les paramètres pris en considération lors des simulations numériques sont regroupés dans le tableau 2.1.

$$U_i(\lambda_i, \lambda_{-i}) > 0, \forall \lambda_i \in \Lambda_i$$

K	λ	γ
2	$[1, 1000]$	$[1, 20]$

TABLE 2.1 – Paramètres utilisés pour les simulations numériques.

En supposant que l'envoi de messages sur un mur s'accompagne d'un prix fixe γ , nous

traçons d'abord, sur la figure 2.2, les fonctions d'utilité des deux joueurs i en fonction de la fréquence de publication λ .

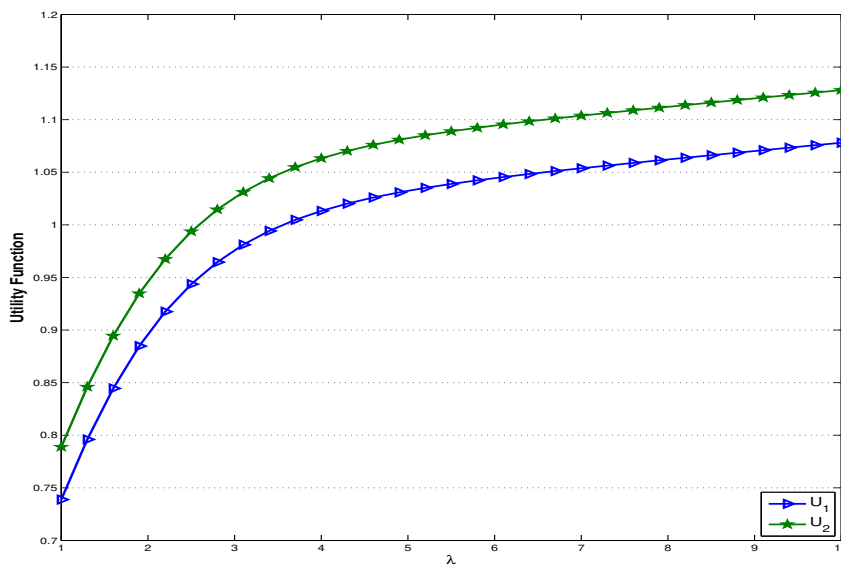
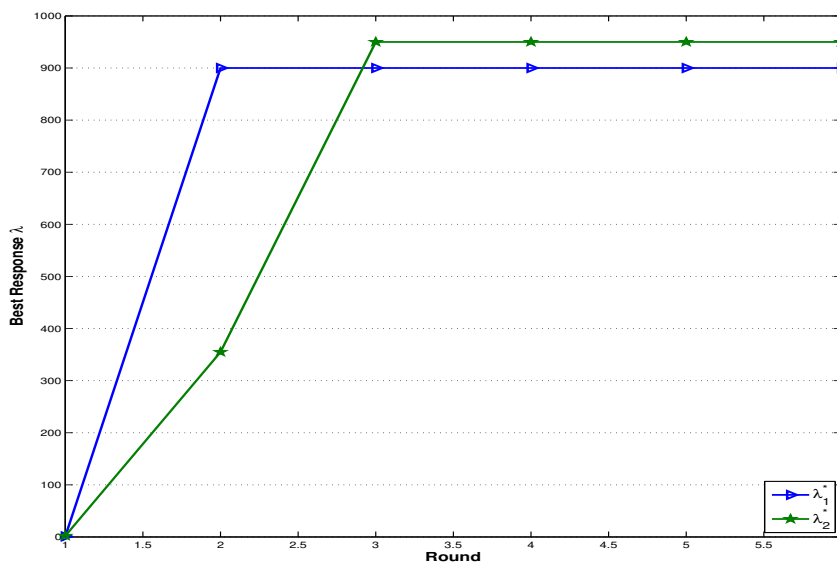


FIGURE 2.2 – Fonctions d'utilité des joueurs en fonction de la fréquence de publication λ .

Les courbes, sur la figure 2.2 représentent les fonctions d'utilité des deux joueurs i en fonction des fréquences de publication. Nous remarquons que les U sont des fonctions concaves sur l'ensemble des stratégies considérées. Dès lors, cette concavité permet de valider les résultats théoriques aboutissant à l'existence et l'unicité de l'équilibre de Nash dans le jeu formulé.

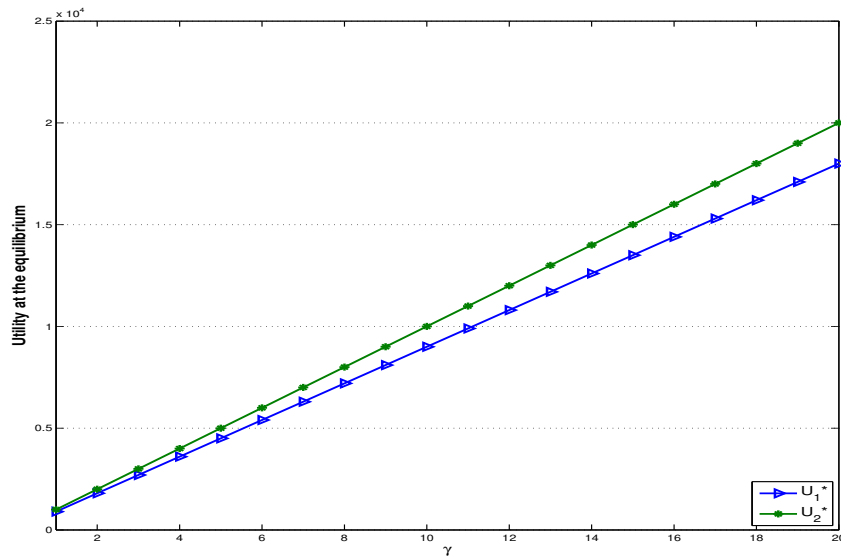
Premièrement, nous traitons l'apprentissage de cet équilibre en appliquant l'algorithme de la meilleure réponse (BR).

FIGURE 2.3 – Convergence vers l'équilibre de Nash de λ .

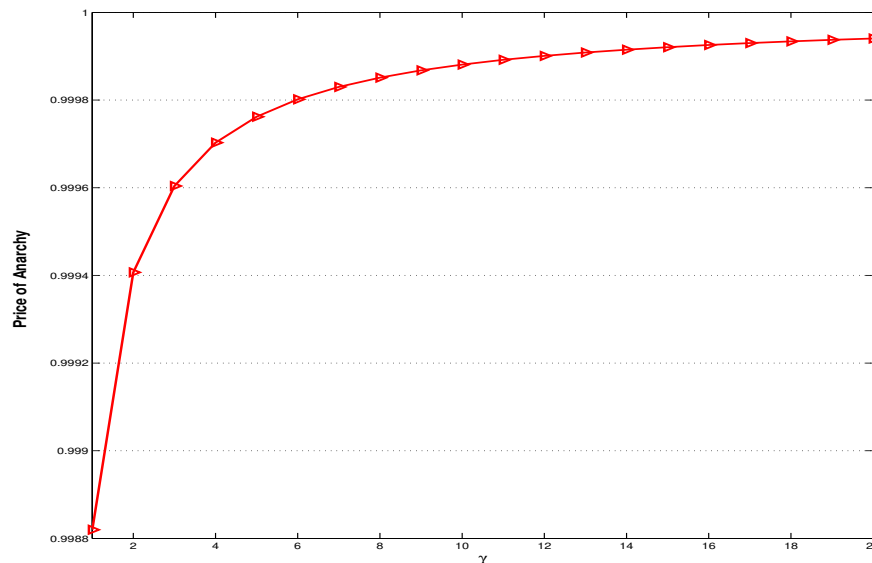
La figure 2.3 présente la courbe de convergence vers l'équilibre de Nash de fréquence de publication. Nous observons que l'algorithme de la meilleure réponse 1 converge vers l'unique équilibre de Nash en très peu d'itérations (environ 3 itérations sont suffisantes pour apprendre le point d'équilibre). Autrement dit, les joueurs concourent vers l'équilibre de Nash très rapidement. Cet apprentissage de l'équilibre accompli avec une vitesse relativement élevée renforce ce que nous avons prouvé dans l'étude théorique présentée dans la section précédente.

En considérant que le prix γ de publication des messages sur le mur d'un réseau social connaît une variation, nous cherchons à révéler l'impact de ce prix sur l'évolution de la fonction d'utilité, et aussi sur les fréquences de publication atteintes à l'équilibre de Nash.

Les courbes, sur les figures 2.4 et 2.5, décrivent l'évolution des fonctions d'utilité et des fréquences de publication à l'équilibre de Nash en fonction du prix de publication des contenus sur les murs du système pris en compte. Selon la figure 2.4, nous remarquons que les valeurs de la fonction d'utilité à l'équilibre de Nash évoluent de manière croissante par rapport au prix de publication γ . De la même façon, sur la figure 2.5, l'augmentation du prix de publication γ influence positivement l'évolution des fréquences de publication trouvées aux états d'équilibre. Le revenu issu, alors, de la publication des contenus augmente, ce qui implique une augmentation des revenus des sources en termes de réputation au sein du réseau social auquel ils sont inscrites. Par conséquent, elles pensent à publier plus de contenus pour maintenir leur réputation et par la suite attirer plus de personnes à avoir contact et interagir avec. Dans ce qui suit, nous discutons l'impact de ce prix sur

FIGURE 2.4 – Fonction d'utilité à l'équilibre de Nash en fonction du prix γ .

l'efficacité du système considéré en se servant du prix de l'anarchie.

FIGURE 2.6 – Prix d'Anarchie en fonction du prix γ .

La figure 2.6 présente la courbe de variation du PoA des sources en fonction du prix de publication γ . Sur la figure 2.6, nous remarquons que le PoA augmente par rapport au prix de publication. Lorsque le prix de publication est faible, le PoA est faible. Alors, l'équilibre de Nash n'est pas socialement efficace, les sources sont dites égoïstes et chacune d'entre elles fait de son mieux afin de maximiser son profit individuellement. Cependant, quand le prix de publication augmente, l'équilibre de Nash devient de plus en plus socialement efficace. Cette augmentation trouve l'intuition simple que lorsque le prix de publication

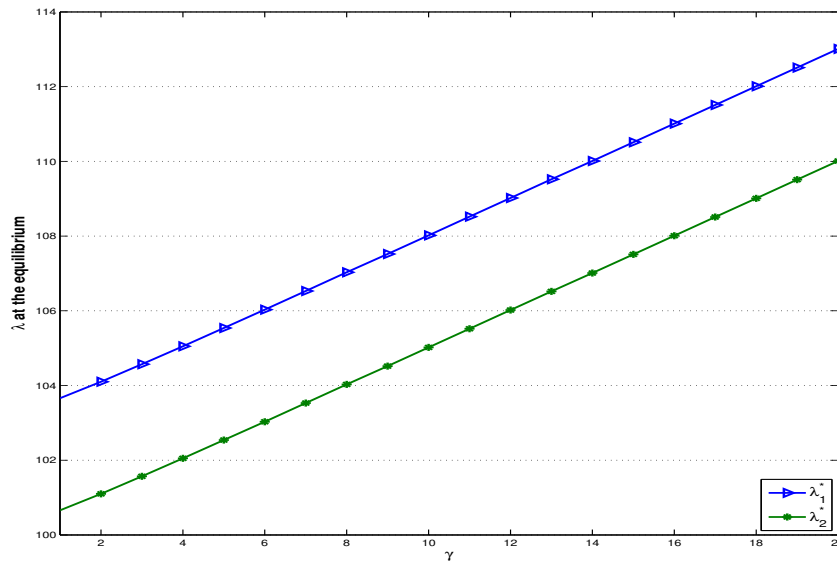


FIGURE 2.5 – Fréquence de publication à l'équilibre de Nash en fonction du prix γ .

est élevé, les sources ne sont égoïstes et chacune prend en compte les stratégies de ses adversaires dans l'adoption de ses propres stratégies pour arriver à un état d'équilibre optimal (Elle choisit ses décisions suites aux décisions prises de la part de ses concurrents).

2.4 Conclusion

Ce chapitre a traité le cas d'un système où de nombreux participants interagissent ; un réseau social où les sources sont en compétition et font de leur mieux pour améliorer leur réputation au sein de cet environnement de partage d'information et de pensées. Comme la théorie des jeux semble être l'outil naturel pour modéliser les jeux qui impliquent de nombreux joueurs, nous en sommes servie afin d'étudier les réactions des sources d'information considérés rationnels et égoïstes et par la suite résoudre cette compétition produite entre eux comme étant un jeu non coopératif. Nous avons pris en compte le fait que la fonction d'utilité d'un contenu dépend de sa fréquence d'envoi sur le mur d'un réseau social, mais aussi de la fréquence de publication et des opinions des autres utilisateurs, et que l'envoi de messages a un prix qui est proportionnel à sa fréquence de publication. Nous avons formulé alors le jeu en utilisant la théorie des jeux concaves pour lesquels l'équilibre de Nash constitue la solution la plus fiable et efficace. Ainsi, nous avons considéré un réseau social contenant des sources en compétition sur la réputation, nous avons employé l'algorithme de la meilleure réponse pour calculer l'équilibre qui est trouvé en un nombre fini d'itérations et nous avons présenté les résultats obtenus. En outre, l'évolution du prix de l'anarchie a prouvé l'optimalité et l'efficacité de l'équilibre de Nash trouvé

pour le jeu formulé. En atteignant une réputation progressive, ces sources attirent plus de consommateurs de contenus qui en font véhiculer une image dynamique et assez originale. Ainsi, la stabilité dans le réseau social est assurée du point de vue que toutes les stratégies adoptées par les sources concourent toujours à l'équilibre de Nash déjà cité. Puisque, la bonne gestion de sa réputation reste toujours un élément indispensable dans la course entre les concurrents, elle permet à la source d'information de se démarquer des autres tout en valorisant son prestige, en qualifiant son image et en améliorant sa popularité dans le réseau social. Cependant, les usagers des environnements de communication se comportent d'une manière égoïste afin d'achever leurs but. En conséquence, ils provoquent une situation de concurrence en essayant de progresser leur popularité. Cette problématique sera étudiée, dans le [troisième chapitre](#) (chapitre suivant) de ce manuscrit, en se basant sur les techniques offertes par la théorie des jeux.

Compétition sur la Popularité dans les Réseaux Sociaux

3.1 Introduction

Les utilisateurs des réseaux sociaux qui ont un type de relation spécifique essaient de maintenir ces liens relationnels, mais ils cherchent également à atteindre une place particulière au sein du réseau qu'ils utilisent. En outre, en postulant des publications lui garantissant une bonne réputation au sein du réseau social, chaque utilisateur cherche à maximiser son gain en termes de popularité; de plus qu'il est populaire, de plus qu'il va attirer plus d'utilisateurs à interagir avec lui et plus précisément réagir avec les contenus qu'il publie sur son propre fil d'actualité, sur les pages et sur les murs des groupes de son réseau. Comme les utilisateurs font preuve de l'égoïsme, de nombreuses compétitions aient lieu entre ces utilisateurs; chacun cherche à maximiser son profit. La deuxième compétition qui prend place concerne le conflit à propos de la popularité. En effet, pour se rendre populaires, les utilisateurs pensent à publier plus de contenus afin d'être en haut d'une timeline. Ce comportement égoïste provoque une concurrence entre les contenus publiés.

Ainsi, la popularité sur les réseaux sociaux est devenue un sujet d'intérêt pour les chercheurs qui souhaitent établir des analyses et des études concernant ces domaines d'interaction [59], [60] [61], [62] et [63].

Actuellement, divers travaux sont réalisés dans ce domaine et de nombreuses approches sont proposées pour prédire et optimiser la popularité dans les réseaux sociaux en ligne [64, 65]. Ainsi, dans [66], Reiffers-Masson et al ont travaillé sur la résolution du problème d'optimisation de la popularité. En effet, ils ont présenté une approche basée sur le contrôle de flux. Tout d'abord, les auteurs ont élaboré un modèle mathématique de la popularité,

ensuite, ils ont prouvé l'équivalence du problème de maximisation de la popularité avec un problème d'optimisation pseudo concave, enfin ils ont fourni un algorithme convergeant vers la solution optimale. Dans [67], les auteurs ont présenté une approche de la théorie des jeux pour modéliser la compétition face à la popularité des contenus dans les réseaux sociaux ; ils ont, donc, formulé l'interaction entre les contenus sous forme d'un jeu non coopératif où ils ont pris en considération le taux comme paramètre principal, mais le prix et le coût de création du contenu influencent aussi la fonction d'utilité. Cette analyse est basée sur le travail réalisé par Altman dans [68], où l'auteur a traité une situation de concurrence à propos de la popularité parmi les fournisseurs de services, il a modélisé cette concurrence comme étant un jeu non coopératif et il a considéré la création de contenus par les fournisseurs de services et l'utilisation de la méthode d'accélération ; cet outil assurant l'évolution de la popularité du contenu de manière croissante.

A cet égard, la théorie des jeux [43] semble être l'outil le plus efficace pour résoudre ce type de compétitions ; c'est une approche qui offre de nouvelles perspectives et de nouveaux mécanismes au-delà de ce que les techniques classiques peuvent faire.

Dans ce chapitre, nous nous concentrons sur la résolution du problème de la concurrence concernant la popularité, en le formulant comme étant un jeu non coopératif où les joueurs sont les contenus publiés sur les murs du réseau social. Nous modélisons le jeu, nous prouvons l'existence et l'unicité de l'équilibre de Nash puis nous proposons un algorithme efficace pour apprendre le point d'équilibre.

Les principales contributions de ce chapitre peuvent donc être résumées comme suit :

- Nous étudions la concurrence entre les contenus publiés, chacun cherchant à être populaire.
- Nous modélisons les interactions en matière de vitesse de propagation et nombre de commentaires atteints, en tant qu'un jeu non coopératif. Et par la suite, nous modélisons la fonction d'utilité des contenus (joueurs).
- Nous prouvons l'existence et l'unicité de l'équilibre de Nash. De plus nous utilisons l'algorithme de la meilleure réponse pour trouver le point d'équilibre de Nash.
- Nous complétons notre analyse par des résultats numériques afin de montrer l'impact des paramètres sur les stratégies des contenus.

Pour atteindre l'objectif de notre approche théorique, nous avons organisé le reste de ce chapitre comme suit : dans la section 3.2, nous proposons le modèle du jeu non coopératif entre les contenus partagés par des fournisseurs d'information égoïstes et compétitifs, puis nous présentons une analyse efficace en exploitant les techniques de la théorie

algorithmique des jeux, en particulier l'algorithme de la meilleure réponse assurant une convergence rapide vers l'équilibre de Nash. Dans la section 3.4, nous présentons quelques résultats illustrant l'approche théorique proposée. Enfin, nous clôturons notre étude par une conclusion générale dans la section 3.5.

3.2 Modélisation du problème

Dans cette section, nous cherchons à formuler l'interaction entre des fournisseurs d'information (PI) égoïstes, partageant certains contenus ou postant des messages, comme un jeu non coopératif entre les contenus partagés sur un mur d'un réseau social.

Pour mettre en place notre modèle, nous considérons un jeu qui décrit une structure sociale avec N contenus (joueurs). Chaque joueur choisit la stratégie convenable pour garantir la maximisation de son résultat en tenant compte des stratégies de ses adversaires. Soit λ_i le taux de publication garanti par le contenu i , γ_i le prix qu'il doit payer pour être publié, α_i le nombre de commentaires qu'il atteindra et β_i le prix payé pour obtenir un commentaire.

Nous allons analyser le jeu en question, en commençant par l'élaboration de la fonction d'utilité, puis en prouvant l'existence et l'unicité de l'équilibre de Nash et en terminant par l'algorithme de la meilleure réponse qui garantit la convergence vers le point d'équilibre.

3.2.1 Modèle d'utilité

Nous considérons que les contenus partagés au sein d'un réseau social sont des acteurs qui font de leur mieux pour améliorer leurs résultats en termes de popularité au sein de cette structure.

$G = [\mathcal{N}, \{\Lambda_i, \Theta_i\}, \{U_i(\cdot)\}]$ désigne le jeu non coopératif de vitesse de propagation et de nombre de commentaires obtenus, \mathcal{N} est l'ensemble des contenus, Λ_i, Θ_i est l'ensemble des stratégies approprié aux vitesses de propagation du contenu i et aux commentaires qu'il a cumulé, $\Lambda_i = [0, \lambda_i^{max}]$, $\Theta_i = [0, \alpha_i^{max}]$ et $U_i(\cdot)$ est sa fonction d'utilité qu'il cherche à maximiser en choisissant la meilleure stratégie.

Formellement, la fonction objectif de la source i est définie comme suit :

$$U_i(\lambda, \alpha) = P_0 + p_{ip}(t) \times \sum_j \lambda_j + p_{ic}(t) \times \sum_j \alpha_j - \gamma_i \lambda_i^2 - \beta_i \alpha_i^2 \quad (3.1)$$

Où :

P_0 est une constante positive utilisée pour assurer une popularité non négative.

$p_{ip}(t) = \lambda_i e^{\lambda_i}$ est la vitesse de propagation du contenu i ;

$p_{ic}(t) = \alpha_i e^{\alpha_i}$ est le nombre de commentaires acquis par le contenu i .

Ces paramètres sont spécifiés en utilisant le processus de Poisson comme dans [69].

Lorsque t tend vers l'infini, les vitesses de propagation sont calculées comme il est présenté ci-dessous :

$$p_{ip}(t) = \int_0^\infty \lambda_i e^{\lambda_i} dt = 1$$

$$p_{ic}(t) = \int_0^\infty \alpha_i e^{\alpha_i} dt = 1$$

Alors, la fonction d'utilité sera décrite par l'équation suivante :

$$U_i(\lambda, \alpha) = P_0 + \sum_j \lambda_j + \sum_j \alpha_j - \gamma_i \lambda_i^2 - \beta_i \alpha_i^2 \quad (3.2)$$

3.3 Analyse des jeux

En considérant que la compétition entre les contenus est populaire, la solution naturelle de ce jeu non-coopératif sera donnée par l'équilibre de Nash, qui est considéré comme un profil stratégique tel qu'aucun joueur ne peut augmenter unilatéralement ses revenus. En se servant des outils de la théorie des jeux concaves, nous allons démontrer l'existence et l'unicité de l'équilibre de Nash [32]. Nous rappelons qu'un jeu non coopératif G est dit concave si les fonctions d'utilité de tous les joueurs sont strictement concaves par rapport à leurs stratégies correspondantes [32].

Selon [32], un équilibre de Nash existe dans un jeu concave si l'espace des stratégies conjointes est compact et convexe, et la fonction d'utilité qu'un joueur donné cherche à maximiser est concave par rapport à sa propre stratégie et continue en tout point de

l'espace des stratégies du système étudié.

Soit φ la somme pondérée des fonctions d'utilité avec des poids non négatifs, elle est définie par la formule suivante :

$$\varphi = \sum_{i=1} x_i U_i \quad (3.3)$$

Pour assurer l'unicité de l'équilibre de Nash, φ doit être diagonalement strictement concave. Où, la notion de concavité diagonale stricte signifie que le contrôle qu'un contenu individuel exerce sur sa fonction d'utilité est supérieur au contrôle que les autres en exercent. Ainsi, l'unicité de l'équilibre existant est prouvée en utilisant le pseudo-gradient de la somme pondérée des fonctions d'utilité discuté dans [32].

3.3.1 Jeu de vitesse de propagation

Le jeu G de vitesse de propagation est défini pour des $\alpha_i \in \Theta_i$ fixés comme $G(\alpha) = [\mathcal{N}, \{\Lambda_i\}, \{U_i(\cdot, \alpha)\}]$

Définition 3.1. *Un vecteur de vitesses $\lambda^* = (\lambda_1^*, \dots, \lambda_N^*)$ est un équilibre de Nash si pour chaque $i \in \{1, \dots, N\}$,*

$$U_i(\lambda_i^*, \lambda_{-i}^*) = \max_{\lambda_i \in \Lambda_i} U_i(\lambda_i, \lambda_{-i}^*) \quad (3.4)$$

En d'autres termes, en atteignant le point d'équilibre, aucune source ne pourrait obtenir un bénéfice en changeant sa stratégie de manière unilatérale (individuelle).

Théorème 3.1. *Pour le jeu $G(\alpha)$ qui est concave, l'équilibre de Nash existe et il est unique.*

Preuve 2. *Afin de prouver l'existence du point d'équilibre, nous notons que l'espace stratégique de chaque contenu λ_i est défini par toutes les vitesses dans l'intervalle fermé délimité par les vitesses minimale et maximale. Ainsi, l'espace stratégique conjoint Λ_i est non vide, convexe et compact. En outre, les fonctions d'utilité sont concaves par rapport à λ_s comme le montre le test de la dérivée seconde :*

$$\frac{\partial^2 U_i(\lambda, \alpha)}{\partial^2 \lambda_i} = -2\gamma_i < 0 \quad (3.5)$$

Après avoir atteint la négativité de la dérivée seconde, nous tournons, alors, vers la preuve de l'unicité de la situation d'équilibre. En suivant [32], nous définissons la somme pondérée

des fonctions d'utilité des utilisateurs comme suit :

$$\varphi(\lambda, x) = \sum_{i=1}^N x_i U_i(\lambda_i, \lambda_{-i}) \quad (3.6)$$

Le pseudo-gradient de l'équation (3.6) est donné par :

$$g(\lambda, x) = [x_1 \nabla U_1(\lambda_1, \lambda_{-1}), \dots, x_N \nabla U_N(\lambda_N, \lambda_{-N})]^T$$

Ainsi, la matrice jacobienne J du pseudo-gradient est exprimée comme suit :

$$\begin{aligned} J &= \begin{pmatrix} x_1 \frac{\partial^2 U_1}{\partial \lambda_1^2} & \cdots & x_1 \frac{\partial^2 U_1}{\partial \lambda_1 \partial \lambda_N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_N \frac{\partial^2 U_N}{\partial \lambda_N \partial \lambda_1} & \cdots & x_N \frac{\partial^2 U_N}{\partial \lambda_N^2} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -2x_1 \gamma_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & -2x_N \gamma_N \end{pmatrix} \end{aligned}$$

La matrice trouvée J est une matrice diagonale avec des éléments diagonaux strictement négatifs, ce qui permet d'affirmer que J est définie négative. De même, $[J + J^T]$ est définie négativement, et selon [32], la somme pondérée des fonctions d'utilité est diagonalement strictement concave. Ainsi, le jeu $G(\alpha)$ admet un équilibre de Nash unique. ■

3.3.2 Jeu de nombre de commentaires

Le jeu G de nombre de commentaires est défini pour des $\lambda_i \in \Lambda_i$ fixés comme $G(\lambda) = [\mathcal{N}, \{\Theta_i\}, \{U_i(\lambda, \cdot)\}]$

Définition 3.2. le vecteur des nombre de commentaires $\alpha^* = (\alpha_1^*, \dots, \alpha_N^*)$ est dit équilibre de Nash si pour tout $i \in \{1, \dots, N\}$,

$$U_i(\alpha_i^*, \alpha_{-i}^*) = \max_{\alpha_i \in \Theta_i} U_i(\alpha_i, \alpha_{-i}^*) \quad (3.7)$$

La définition 3.2 permet de dire qu'aucun contenu (joueur) n'a l'avantage de changer sa stratégie de manière individuelle, comme il est déjà noté dans la dernière partie réservée au jeu de vitesse de propagation des contenus.

Théorème 3.2. *Pour le jeu $G(\lambda)$ qui est concave, l'équilibre de Nash existe et il est unique.*

Preuve 3. *En calculant la dérivée seconde de la fonction d'utilité par rapport au nombre de commentaires, on trouve que :*

$$\frac{\partial^2 U_i(\lambda, \alpha)}{\partial \alpha_i^2} = -2\beta_i < 0 \quad (3.8)$$

Assurant l'existence de l'équilibre de Nash, nous tournons vers la preuve de son unicité. En suivant [32], nous définissons la somme pondérée des fonctions d'utilité des utilisateurs comme suit :

$$\varphi(\alpha, x) = \sum_{i=1}^N x_i U_i(\alpha_i, \alpha_{-i}) \quad (3.9)$$

Le pseudo-gradient de (3.9) est donné par :

$$g(\alpha, x) = [x_1 \nabla U_1(\alpha_1, \alpha_{-1}), \dots, x_N \nabla U_N(\alpha_N, \alpha_{-N})]^T$$

Ainsi, la matrice jacobienne J du pseudo-gradient est exprimée comme suit :

$$\begin{aligned} J &= \begin{pmatrix} x_1 \frac{\partial^2 U_1}{\partial \alpha_1^2} & \cdots & x_1 \frac{\partial^2 U_1}{\partial \alpha \partial \alpha_N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_N \frac{\partial^2 U_N}{\partial \alpha_N \partial \alpha_1} & \cdots & x_N \frac{\partial^2 U_N}{\partial \alpha_N^2} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -2x_1\beta_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & -2x_N\beta_N \end{pmatrix} \end{aligned}$$

La matrice trouvée J est une matrice diagonale avec des éléments diagonaux négatifs, ce qui permet d'affirmer que J est définie négative. De même, $[J + J^T]$ est définie négativement, et selon [32], la somme pondérée des fonctions d'utilité est diagonalement strictement concave. Ainsi, le jeu $G(\lambda)$ admet un équilibre de Nash unique. ■

3.3.3 Apprentissage de l'équilibre de Nash

Les sections ci-dessus montrent que l'équilibre de Nash existe et il est unique. En effet, nous allons développer un algorithme distribué qui converge vers l'équilibre de Nash du

jeu de vitesse de propagation et celui du nombre de commentaires atteints. L'algorithme 2 détaille le travail effectué pour calculer l'équilibre de Nash.

Algorithm 2 Algorithme de la Meilleure Réponse

- 1: Initialisation des vecteurs de vitesse et de nombre de commentaires α et λ aléatoirement ;
- 2: pour chaque contenu $i \in \mathcal{N}$, à l'itération t :

$$a) \quad \lambda_i(t+1) = \operatorname{argmax}_{\lambda_i \in \Lambda_i} (U_i(\lambda_i, \lambda_{-i})).$$

$$b) \quad \alpha_i(t+1) = \operatorname{argmax}_{\alpha_i \in \Theta_i} (U_i(\alpha_i, \alpha_{-i})).$$

3: **SI** $\forall i \in \mathcal{N}$, $|\lambda_i(t+1) - \lambda_i(t)| < \epsilon$ et $|\alpha_i(t+1) - \alpha_i(t)| < \epsilon$, **STOP**.

4: **SI NON**, $t \leftarrow t+1$ et aller à l'étape (2)

3.4 Résultats numériques

Nous proposons d'étudier numériquement le jeu d'interactions entre les contenus sur les murs et les fils d'actualité d'un réseau social, en tenant compte des expressions précédentes des utilités. Pour illustrer notre travail et montrer comment tirer profit de notre analyse théorique, nous assurons la partie numérique en considérant le théorème de la meilleure réponse et l'expression de la fonction d'utilité trouvée.

Pour ce faire, nous considérons un système avec deux contenus ; deux joueurs cherchant à maximiser leurs revenus respectifs. En fait, chaque contenu varie ses propres paramètres de décision - vitesse de propagation et nombre de commentaires qu'il reçoit - en tenant compte de ceux de son adversaire. En effet, le tableau 3.1 regroupe les valeurs des paramètres considérés pour atteindre les résultats numériques.

P_0	$\beta_1 = \beta_2$	$\gamma_1 = \gamma_2$	α	λ
100	2	3	[1, 30]	[1, 30]

TABLE 3.1 – Paramètres utilisés pour les simulations numériques.

Tenant compte de l'expression de la fonction d'utilité donnée par l'équation (3.2), nous commençons par la représentation graphique de cette fonction, dans le cas du jeu

de vitesse de propagation d'une part et du jeu de nombre de commentaires d'autre part.

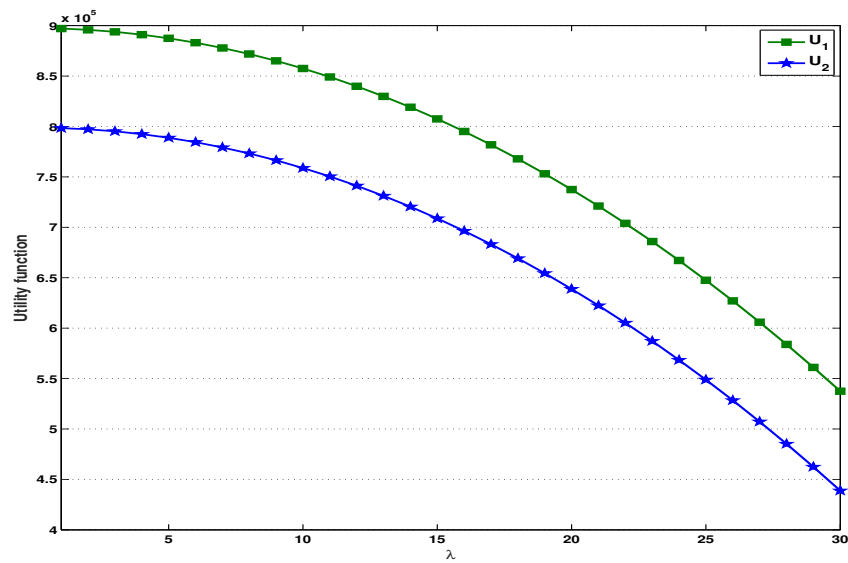


FIGURE 3.1 – Jeu de vitesse de propagation : Fonction d'utilité en fonction de la vitesse de propagation λ .

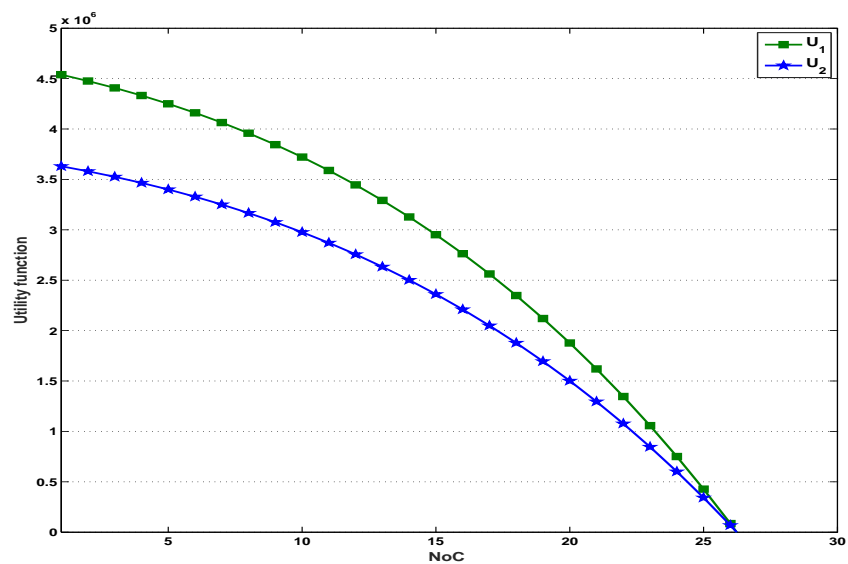


FIGURE 3.2 – Jeu de nombre de commentaires : Fonction d'utilité en fonction du nombre de commentaires NoC.

Les figures 3.1 et 3.2 présentent l'évolution des fonctions d'utilité des joueurs en fonction des deux paramètres ; la vitesse de propagation et le nombre de commentaires acquis. Nous remarquons que les courbes tracées révèlent la concavité de la fonction pour toutes

les valeurs des paramètres de décision déjà cités (λ et NoC). Par conséquent, l'équilibre de Nash pour les deux cas existe et il est aussi unique.

Concernant l'apprentissage de l'équilibre de Nash de vitesse de propagation et aussi celui de nombre de commentaires, nous utilisons l'algorithme de la meilleure réponse 2.

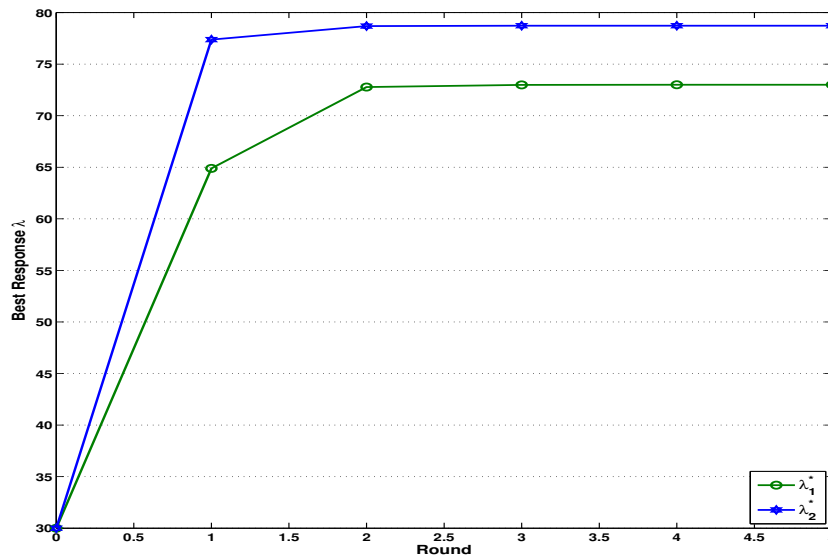


FIGURE 3.3 – Jeu de vitesse de propagation : Convergence vers l'équilibre de Nash de λ .

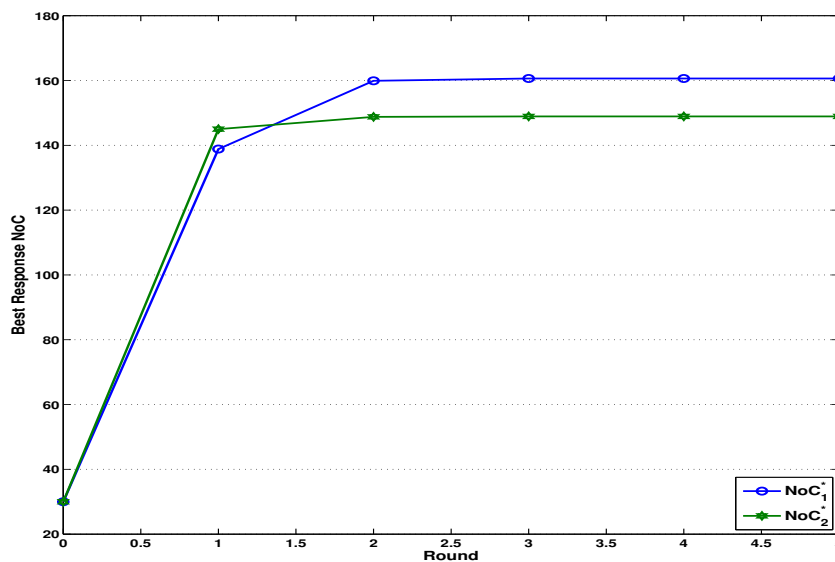


FIGURE 3.4 – Jeu de nombre de commentaires : Convergence vers l'équilibre de Nash de NoC.

Les figures 3.3 et 3.4 illustrent la convergence vers l'équilibre de Nash de vitesse de

propagation et vers l'équilibre de Nash de nombre de commentaires acquis. Nous remarquons que cette convergence est assurée après quelques tours (presque 4 itérations sont suffisantes pour atteindre l'équilibre de Nash), ce qui signifie que la vitesse d'apprentissage de l'équilibre de Nash est relativement élevée. Ces investigations achevées numériquement renforcent, alors, les résultats que nous avons déjà prouvés théoriquement.

Nous passons à étudier l'impact du prix de publication et celui du prix d'acquisition de commentaire sur les performances du système traité.

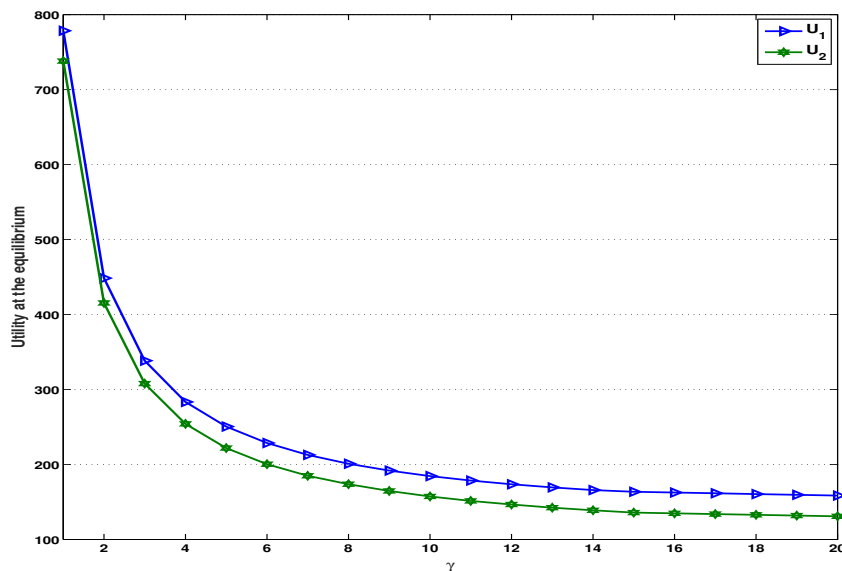


FIGURE 3.5 – Jeu de vitesse de propagation : Impact du prix γ sur la fonction d'utilité à l'équilibre.

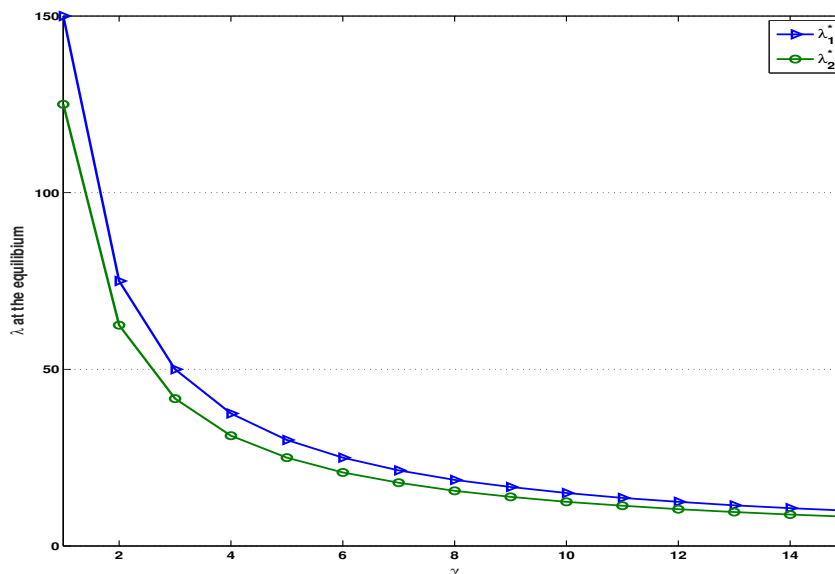


FIGURE 3.6 – Jeu de vitesse de propagation : Impact du prix γ sur les vitesses de propagation à l'équilibre.

Les figures 3.5 et 3.6 décrivent l'influence du prix de publication sur la fonction d'utilité et les vitesses de propagation à l'équilibre de Nash. Avec les valeurs croissantes du prix de publication d'un contenu sur les timelines d'un réseau social, les fonctions d'utilité et les vitesses de propagation à l'équilibre diminuent. Alors que lorsque le prix est faible, les vitesses de propagation et les fonctions d'utilité sont plus élevées. En conséquence, l'augmentation du prix de publication entraîne l'adoption d'une vitesse de propagation de contenu qui est plus petite.

D'autre part, le prix d'obtention d'un commentaire a une grande influence sur les valeurs des fonctions d'utilité mais aussi sur le nombre de commentaires acquis (NoC) à l'équilibre. Les courbes, sur les figures 3.7 et 3.8, illustrent l'impact du prix d'acquisition d'un commentaire, respectivement, sur la fonction d'utilité et le nombre de commentaires acquis par les deux contenus (joueurs) à l'équilibre de Nash. D'après les graphiques, l'augmentation du prix d'obtention d'un commentaire β entraîne la diminution des valeurs achevées à l'équilibre de Nash en ce qui concerne la fonction d'utilité et le nombre de commentaires obtenus. Alors, avec un prix d'obtention de commentaire qui est faible, le nombre de commentaires obtenus et la fonction d'utilité ont des valeurs plus élevées pour les deux joueurs ce qui encourage les contenus à acquérir plus de commentaires. Alors que, pour un prix très élevé les contenus concourent à faiblir le nombre de commentaires acquis.

Pour mesurer l'efficacité de l'équilibre de Nash, dans notre étude, on se propose d'ana-

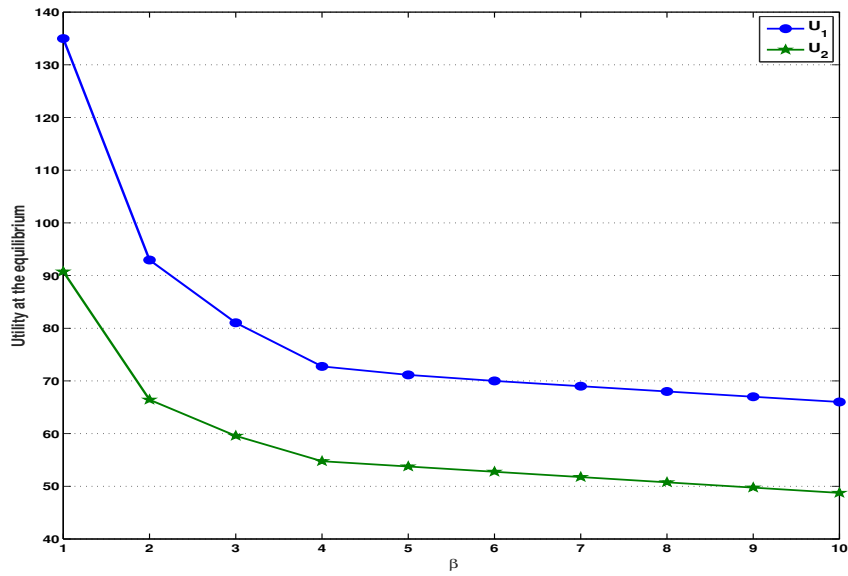


FIGURE 3.7 – Jeu de NoC : Impact du prix β sur la fonction d'utilité à l'équilibre.

lyser la variation du prix de l'anarchie en fonction des prix γ et β .

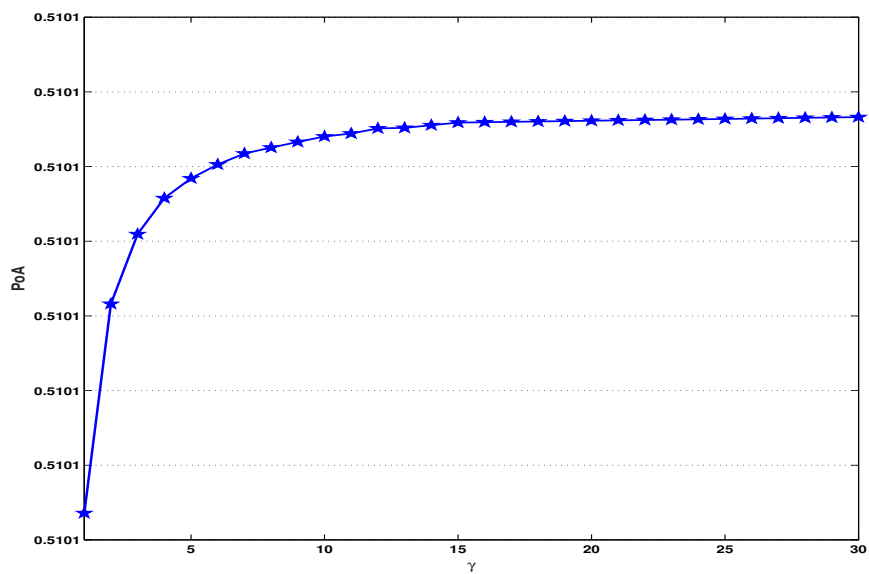
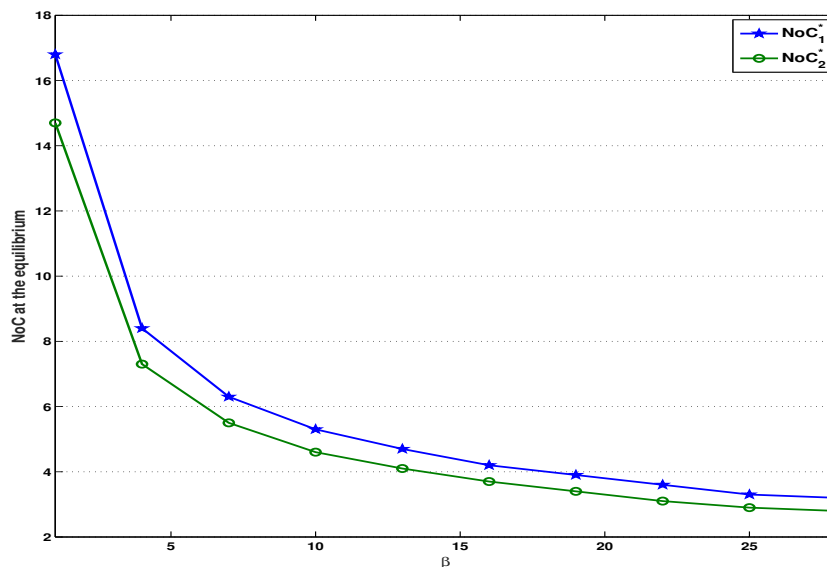
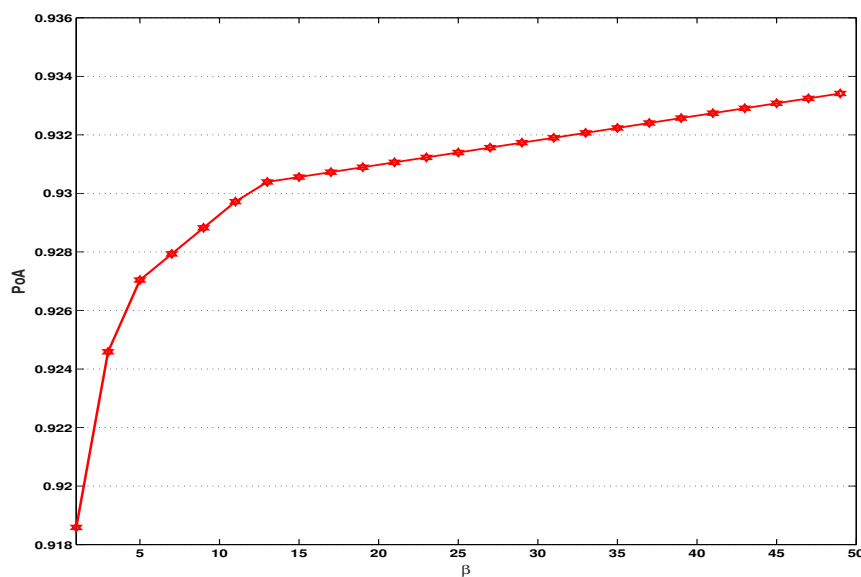


FIGURE 3.9 – Jeu de vitesse de propagation : Prix d'anarchie en fonction du prix γ .

FIGURE 3.8 – Jeu de NoC : Impact du prix β sur le NoC à l'équilibre.FIGURE 3.10 – Jeu de NoC : Prix d'anarchie en fonction du prix β .

L'impact des prix (prix de publication et prix d'acquisition d'un commentaire) sur l'efficacité du système étudié est représentée sur les figures 3.9 et 3.10. Les deux courbes révèlent que le PoA augmente par rapport au prix de publication (prix d'acquisition de commentaire). Pour un prix de publication et un prix d'acquisition de commentaire qui sont faibles, le PoA est faible. Par la suite, les joueurs se comportent d'une manière fortement égoïste et individuelle pour maximiser leur gain en termes de popularité. Or, en augmentant les prix les PoA augmentent et ainsi les joueurs se dirigent, dans leur prise de

décision, vers les stratégies de l'équilibre de Nash de vitesse de propagation (de nombre de commentaires acquis). Donc, l'équilibre de Nash est équitable et socialement efficace, dans les deux cas.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une approche théorique en se servant de la théorie des jeux afin de modéliser les interactions entre les contenus postulés sur les fils d'actualité des réseaux sociaux en tant que joueurs à travers une classe de modèles d'équilibre de Nash à deux paramètres. Le modèle est basé sur une fonction simple décrivant le comportement des contenus. En fait, nous avons pris en compte les caractéristiques du contenu lui-même (sa vitesse de propagation et le nombre de commentaires qu'il reçoit), mais aussi celles des autres contenus partageant la même structure. Nous avons prouvé l'existence et l'unicité du point de l'équilibre de Nash et développé l'algorithme distribué de la meilleure réponse qui permet d'apprendre ce point d'équilibre en un nombre fini d'itérations. En bref, les résultats numériquement obtenus valident le travail établi pour étudier les réactions des usagers ; ils peuvent être étendus à des considérations générales sur les réseaux. A cet égard, l'existence et l'unicité de l'équilibre de Nash, dans l'approche proposée, nous permettent de confirmer la stabilité au sein du réseau social en question.

En modélisant cette réaction compétitive des contenus en matière de popularité, une autre notion prend place dans le domaine de la recherche concernant les réseaux sociaux ; c'est la notion de 'visibilité'. Puisque, la progression de la popularité est considérée comme étant une étape primordiale dont on ne peut pas se débarrasser pour voir sa visibilité web exploser, nous nous intéressons, dans le [quatrième chapitre](#), à l'étude de l'interaction entre les utilisateurs, sachant qu'ils sont toujours rationnels et qu'ils se comportent d'une sorte égoïste pour maximiser leur profit tout en communiquant à travers le réseau.

Concurrence en Matière de Visibilité au sein des Réseaux Sociaux

4.1 Introduction

Au cours des années dernières, un énorme essor concernant l'utilisation de l'Internet a pris place dans la vie quotidienne. Cette explosion a été marquée par la naissance de zones virtuelles de communication nommées réseaux sociaux. En effet, ces structures, qui sont considérées comme des ensembles de participants (individus, organisations...), modifient la manière d'interagir via Internet [2]. Pour être l'un des utilisateurs et interagir avec les autres, une personne doit partager certaines informations personnelles mais aussi poster des messages sur des timelines du réseau social auquel elle est inscrite. Alors que, ces murs ne garantissent pas la visibilité de tous les messages arrivés en raison de leur capacité limitée et de la limitation de la visibilité. Pour surmonter ces limitations, les personnes égoïstes doivent poster plus de contenus afin de rester visibles sur un mur spécifique. Dès lors, cet égoïsme conduit à une compétition entre les personnes en matière de visibilité sur les murs des réseaux de communication en ligne.

Pour analyser cette compétition et la modéliser, diverses techniques ont été utilisées, notamment celles issues de la science des réseaux et de la théorie des jeux. L'approche de la théorie des jeux peut donc offrir de nouvelles techniques au-delà de ce que les méthodes classiques pouvaient faire. Cette discipline mathématique qui s'intéresse à la prise de décision stratégique, à la modélisation et à l'analyse des interactions entre individus a été lancée en 1944 par John Von Neumann (mathématicien) et Morgenstern (économiste) qui ont justifié l'idée de maximiser le gain attendu dans leurs travaux dans [6] et suivie par les contributions de Nash (1950) [7]. Cette théorie est un outil de base, qui est utilisé dans de nombreuses disciplines [8] parmi lesquelles on peut citer : l'économie [6], la biologie [9, 10], la planification de la production et de la transmission [11], les réseaux ad hoc [12],

les réseaux radio cognitifs [13] et le trafic routier [14]. Elle est également appliquée dans les réseaux de télécommunication [19, 20] pour analyser les situations et trouver un point d'équilibre (Prix et Qualité de Service) entre les fournisseur de services.

Au fil des années, les réseaux sociaux attirent de plus en plus l'attention des chercheurs universitaires qui ont essayé de présenter des approches et des analyses permettant de résoudre les problématiques spécifiques et de les modéliser à l'aide de diverses méthodes et outils capables de contribuer dans l'acquisition de résultats bénéfiques.

En relation avec l'objectif de ce chapitre, les auteurs de [16] consistaient essentiellement à présenter une approche pour modéliser la compétition à propos de la visibilité dans les réseaux sociaux en employant la fameuse théorie des jeux. Afin d'accomplir cette étude, les auteurs ont cherché à modéliser le problème de la sélection des taux de création de contenu comme étant un jeu coopératif. Ils l'ont analysé et l'ont réduit au mécanisme bien connu ; celui de Kelly généralisé permettant de définir et d'extraire l'équilibre entre différentes personnes en tenant compte de la création de plusieurs groupes et de la possibilité pour un message d'être diffusé d'un groupe à l'autre, mais aussi, les auteurs ont prouvé l'existence de cet équilibre.

Par ailleurs, de nombreuses recherches ont été menées en se basant sur l'application de la théorie des jeux pour résoudre les problématiques dans les réseaux sociaux, ces travaux ayant essentiellement pour objet d'étudier et de modéliser le comportement des personnes pour atteindre un objectif particulier : [17, 18, 15].

Ainsi, le but de cette théorie est d'équilibrer les interactions entre les joueurs, de prédire et de définir les résultats possibles de ces interactions, et de développer des stratégies de joueurs qui mènent à un résultat optimal du jeu. L'une des principales clés de la théorie des jeux est la dépendance des actions d'un joueur aux choix des autres joueurs, plus qu'à leurs propres choix. Dans ce cadre, le sujet principal de ce travail est de réaliser une modélisation du comportement des utilisateurs dans les réseaux sociaux en exploitant la théorie des jeux concaves qui est introduite par J. Rosen dans [32] assurant une analyse intéressante pour l'existence et l'unicité du point d'équilibre d'un jeu. En procédant comme dans [32], nous cherchons à développer une approche efficace qui donne une situation d'équilibre résolvant la compétition concernant la visibilité sur les fils d'actualité des réseaux sociaux.

Les principales contributions de ce chapitre peuvent donc être résumées comme suit :

- Nous étudions la compétition entre des utilisateurs égoïstes et rationnels ; chacun cherchant à être plus visible que ses concurrents.

- Nous modélisons les interactions en matière de fréquence de publication en tant qu'un jeu non coopératif. Et nous présentons le modèle d'utilité, sur lequel s'appuie notre étude.
- Nous prouvons l'existence et l'unicité de l'équilibre de Nash. De plus nous utilisons l'algorithme de la meilleure réponse pour trouver le dit point d'équilibre.
- Nous complétons notre analyse par des résultats numériques afin de montrer l'impact des paramètres du système sur les stratégies des utilisateurs (créateurs de contenus).

Pour atteindre l'objectif de notre approche théorique du jeu, nous avons organisé le reste de ce chapitre comme suit : dans la section 4.2, nous proposons le modèle mathématique à adopter pour accomplir l'étude et l'analyse du jeu non-coopératif entre des abonnés égoïstes et compétitifs, cette analyse consiste à employer la théorie algorithmique des jeux en particulier l'algorithme de la meilleure réponse convergeant vers l'équilibre de Nash. Dans la section 4.3, nous présentons les résultats, numériquement, obtenus illustrant et étayant notre étude. Enfin, nous terminons par une conclusion dans la section 4.4.

4.2 Modélisation du problème

Cette section est réservée à la modélisation de l'interaction entre les utilisateurs (fournisseurs d'information), partageant une destination commune à laquelle ils envoient des contenus et postent des messages, comme un jeu non coopératif.

En d'autres termes, l'envoi de nouveaux messages fait disparaître les anciens de la chronologie et pousse les personnes, supposées rationnelles, à renvoyer leurs messages et à en partager davantage. De plus, ce comportement produit une compétition concernant la visibilité sur les murs des réseaux sociaux entre ces personnes cherchant à garder leur visibilité à long terme.

Cette problématique nous amène, alors, à penser à la théorie des jeux concaves qui semble être l'outil efficace pour analyser ce type de situations de compétition et de conflit entre les usagers.

4.2.1 Modèle d'utilité

Pour atteindre notre objectif, nous devons spécifier le nombre de joueurs, les actions possibles pour chaque joueur, les contraintes qui peuvent leur être imposées et la fonc-

tion objectif de chaque joueur (personne). En effet, chaque personne choisit la stratégie appropriée (en fonction des stratégies des autres personnes) pour garantir sa visibilité sur un fil d'actualité d'un réseau social. Elle doit également payer un prix pour envoyer des messages ; ce prix de publication dépend de sa propre fréquence de publication.

Dans ce contexte, nous considérons un système avec K utilisateurs. Soit λ_j et λ_{-j} , respectivement, les fréquences de publication d'un joueur j et des autres joueurs. Nous supposons que γ_j est le prix que doit un joueur j pour poster des messages sur un mur d'un réseau social.

Soit $G = [\mathcal{K}, \{\Lambda_j\}, \{U_j(\cdot)\}]$ le jeu de fréquence de publication non coopératif, où \mathcal{K} est l'ensemble d'indices qui identifie les utilisateurs, Λ_j est l'ensemble de stratégies en termes de fréquences de publication du joueur j , et $U_j(\cdot)$ est la fonction d'utilité qu'il cherche à maximiser en choisissant une fréquence conventionnelle λ_j .

Formellement, la fonction objectif de la personne j est définie comme suit :

$$U_j(\lambda_j, \lambda_{-j}) = K \frac{\lambda_j}{\sum_i \lambda_i} - \lambda_j \gamma_j \quad (4.1)$$

Où $\lambda_{-j} = (\lambda_1, \dots, \lambda_{j-1}, \lambda_{j+1}, \dots, \lambda_K)$ est le vecteur stratégies de l'autre utilisateurs. Pour arriver au but de cette analyse, on considère l'hypothèse suivante :

Hypothèse 4.1.

$$\lambda_j \geq 1, \quad \forall j \in \mathcal{K}$$

Autrement dit, chaque utilisateur doit publier, sur le mur du réseau social auquel il est abonné, au moins une seule fois pour qu'il soit pris en considération dans le jeu formulé.

4.2.2 Équilibre de Nash

En considérant la compétition entre des usagers égoïstes, la solution naturelle de ce jeu non-coopératif sera donnée par l'équilibre de Nash, qui est considéré comme un profil stratégique tel qu'aucun fournisseur ne peut augmenter unilatéralement son revenu [70]. D'une autre manière, aucune personne ne peut tirer profit en changeant seule sa stratégie ou bien sa décision. En explorant la théorie des jeux concaves, nous allons démontrer l'existence et l'unicité de l'équilibre de Nash [32]. Nous rappelons qu'un jeu non coopératif G est dit concave si les fonctions d'utilité de tous les joueurs sont strictement concaves par rapport à leurs stratégies correspondantes [32].

Selon [32], un équilibre de Nash existe dans un jeu concave si l'espace des stratégies conjointes est compact et convexe, et la fonction d'utilité qu'un joueur donné cherche à maximiser est concave par rapport à sa propre stratégie et continue en tout point de l'espace des stratégies du système étudié.

Définition 4.1. *Le vecteur de fréquences $\lambda^* = (\lambda_1^*, \dots, \lambda_K^*)$ constitue l'équilibre de Nash si pour tout $j \in \mathcal{K}$,*

$$U_j(\lambda_j^*, \lambda_{-j}^*) = \max_{\lambda_j \in \Lambda_j} U_j(\lambda_j, \lambda_{-j}^*) \quad (4.2)$$

En d'autres termes, en atteignant le point d'équilibre, aucune personne ne pourrait obtenir un bénéfice en changeant sa stratégie de manière unilatérale.

Théorème 4.1. *Pour le jeu G qui est concave, l'équilibre de Nash existe.*

Preuve 4. *Pour prouver l'existence de l'équilibre de Nash, nous devons calculer la dérivée seconde et vérifier son test.*

$$\frac{\partial U_j(\lambda_j, \lambda_{-j})}{\partial \lambda_j} = K \frac{\sum_i \lambda_i - \lambda_j}{(\sum_i \lambda_i)^2} - \gamma_j$$

On obtient ainsi la dérivée seconde, donnée comme suit :

$$\frac{\partial^2 U_j(\lambda_j, \lambda_{-j})}{\partial \lambda_j^2} = \frac{-2K}{(\sum_i \lambda_i)^2} \left(1 - \frac{\lambda_j}{\sum_i \lambda_i}\right) \quad (4.3)$$

La fonction d'utilité est concave si le résultat obtenu dans l'équation (4.3) est strictement négatif. Pour assurer cette concavité, nous devons vérifier la condition suivante :

$$1 - \frac{\lambda_j}{\sum_i \lambda_i} > 0$$

D'après l'hypothèse 4.1, on a $\lambda_j \geq 1$. Donc la dernière condition est vérifiée et on obtient le résultat suivant :

$$\frac{\partial^2 U_j(\lambda_j, \lambda_{-j})}{\partial \lambda_j^2} < 0 \quad (4.4)$$

Nous concluons finalement que le jeu que nous avons formulé est concave et que cette concavité assure l'existence de l'équilibre de Nash. ■

4.2.3 Apprentissage de l'équilibre de Nash

Les sections ci-dessus montrent que l'équilibre de Nash existe et unique. Maintenant, nous allons développer un algorithme distribué qui converge vers l'équilibre de Nash. L'algorithme 3 détaille le travail effectué pour calculer l'équilibre de Nash.

Algorithm 3 Algorithme de la Meilleure Réponse

- 1: Initialisation du vecteur de fréquences de publication λ ;
- 2: Pour toute personne $j \in K$, à l'itération t :

$$\lambda_j(t+1) = \operatorname{argmax}_{\lambda_j \in \Lambda_j} (U_j(\lambda_j, \lambda_{-j})).$$

- 3: **SI** $\forall j \in K, |\lambda_j(t+1) - \lambda_j(t)| < \epsilon$, STOP.
 - 4: **SI NON**, $t \leftarrow t+1$ et aller à l'étape (2)
-

4.3 Résultats numériques

Dans ce chapitre, nous rapportons ce que nous considérons comme une application remarquable de la théorie des jeux pour modéliser la compétition en matière de visibilité dans les réseaux sociaux. Pour clarifier notre analyse, nous proposons d'étudier numériquement la fréquence de publication à l'équilibre λ^* en considérant les fonctions d'utilité des personnes ainsi que la meilleure réponse de chacune d'entre elles. Ainsi, nous considérons un réseau social avec deux personnes ($K = 2$) cherchant à maximiser leurs revenus respectifs en terme de visibilité dans ce système. L'ensemble des stratégies de fréquence est supposé être $\lambda_j = [1, 80]$ et le paramètre γ_j , qui est l'indicateur du prix payé par les concurrents pour opérer à des fréquences plus élevées, est le même pour les deux personnes.

La spécification de la valeur du prix doit tenir compte du fait que la fonction d'utilité doit être positive pour chaque ensemble de fréquences.

$$U_j(\lambda_j, \lambda_{-j}) > 0, \forall \lambda_j \in [1, 80]$$

En supposant que $\lambda = (\lambda_j, \lambda_{-j}) = (15, 1)$ maximise le U_j , le prix que nous recherchons est la solution de l'équation suivante :

$$\frac{\partial U_j(\lambda_j, \lambda_{-j})}{\partial \lambda_j} = 0$$

On obtient donc :

$$K \frac{\sum_i \lambda_i - \lambda_j}{(\sum_i \lambda_i)^2} - \gamma_j = 0$$

En remplaçons les fréquences de publication par leurs valeurs, on obtient la valeur du prix comme suit :

$$\gamma_j = 2 * \left(\frac{1}{(16)^2} \right) = \frac{2}{256}$$

En tenant compte du fait que les joueurs nommés ont un comportement symétrique, dans le reste de cette section, nous étudierons leur visibilité par rapport aux différents paramètres du système considéré et nous présenterons les résultats obtenus uniquement pour une personne comme il en est de même pour l'autre joueur. Ainsi, les valeurs prises lors des simulations numériques sont regroupées dans le tableau 4.1.

En supposant que l'envoi des messages sur un mur a un prix fixe $\gamma_j = 2/256$, nous traçons tout d'abord, la fonction d'utilité du joueur j en considérant que λ_l ; la fréquence de l'autre joueur ; est égale à 1 ($\lambda_l = 1$).

K	λ	γ
2	[1, 80]	2/256

TABLE 4.1 – Paramètres utilisés pour les simulations numériques.

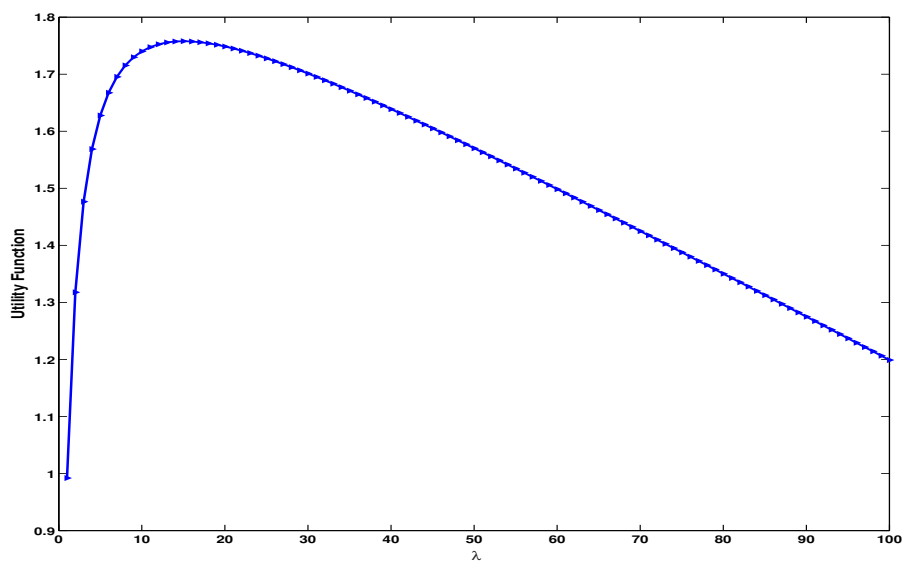


FIGURE 4.1 – Fonction d'utilité du joueur j quand $\lambda_l=1$.

D'après le graphe sur la figure 4.1, nous remarquons que U_j est une fonction concave sur l'ensemble des stratégies prises en compte dans le système. Dès lors, l'existence et l'unicité de la situation d'équilibre sont garanties.

Nous allons, donc, étudier l'apprentissage de cet équilibre en employant l'algorithme de la meilleure réponse 3.

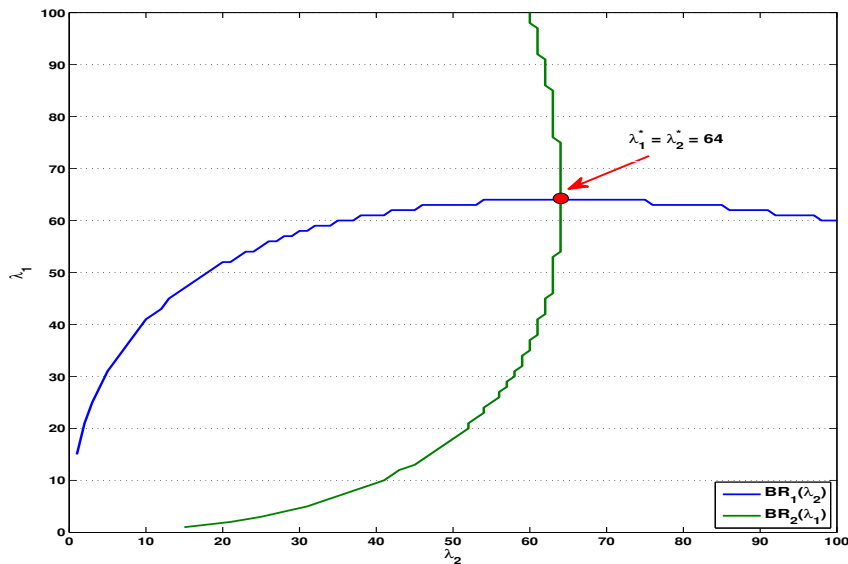


FIGURE 4.2 – Meilleures Réponse des deux joueurs.

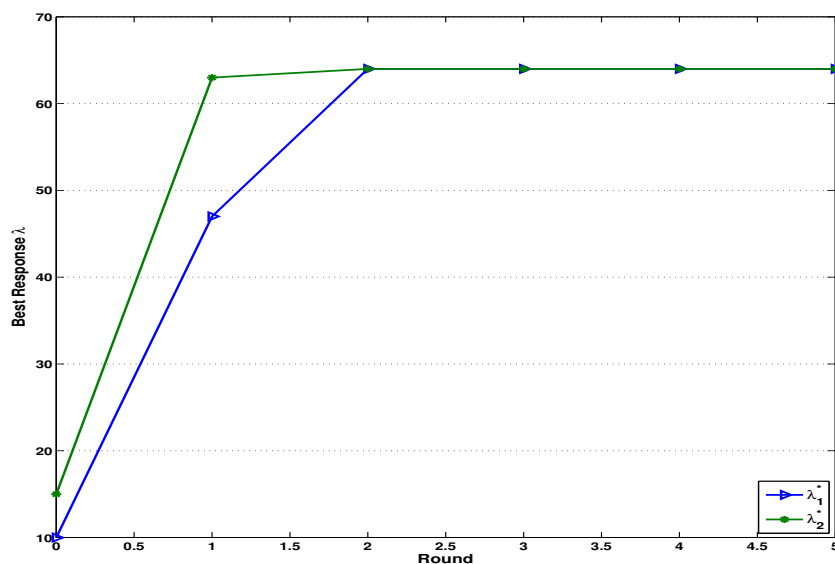


FIGURE 4.3 – Apprentissage de l'équilibre de Nash pour les deux personnes

La représentation graphique des deux meilleures réponses (des deux personnes), sur la

figure 4.2, révèle un point d'intersection. Ce point constitue le point d'équilibre de Nash vers lequel concourent les deux personnes considérées. Numériquement, il est de valeur : $\lambda_1^* = \lambda_2^* = 64$.

La figure 4.3 représente la courbe de convergence vers l'équilibre de Nash en matière de fréquence de publication. Nous remarquons que la séquence des meilleures réponses converge vers l'unique équilibre de Nash en fréquence (Cela semble être la même valeur que celle trouvée sur la figure 4.2), mais aussi que cette convergence est très rapide, du fait que d'environ quatre tours sont suffisants pour atteindre le point d'équilibre. Autrement dit, malgré l'égoïsme qui caractérise les utilisateurs du réseau social, il arrive qu'ils choisissent les meilleures stratégies réponses aux stratégies adoptées précédemment par les adversaires pour tomber vers la fin dans la situation de l'équilibre. Ainsi, aucun des personnes n'aura intérêt en changeant sa politique individuellement.

Passons à tracer l'évolution de la fréquence de publication et la fonction d'utilité de chaque personne j à l'équilibre en fonction du prix de publication γ_j . L'impact du prix

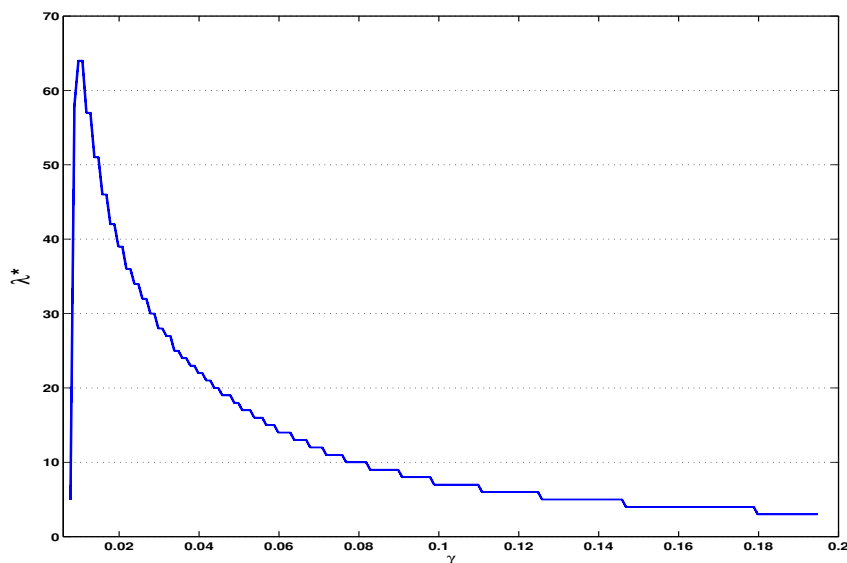


FIGURE 4.4 – Impact du prix γ_j sur l'évolution de λ_j à l'équilibre.

de publication γ sur les fréquences de publication et sur les fonctions d'utilité à l'équilibre est illustré par les figure 4.4 et 4.5. D'après le graphique présenté sur la figure 4.4, nous concluons que la convergence vers l'équilibre pour chaque valeur du prix γ est achevée. Nous remarquons, également, que lorsque le prix de publication augmente, les fréquences d'équilibre connaissent une évolution décroissante. En conséquence, si le prix que doit un utilisateur payer pour envoyer des publications sur les timelines devient plus élevé, celui là décidera, donc, de diminuer la fréquence de publication lui correspondant. Sur la figure

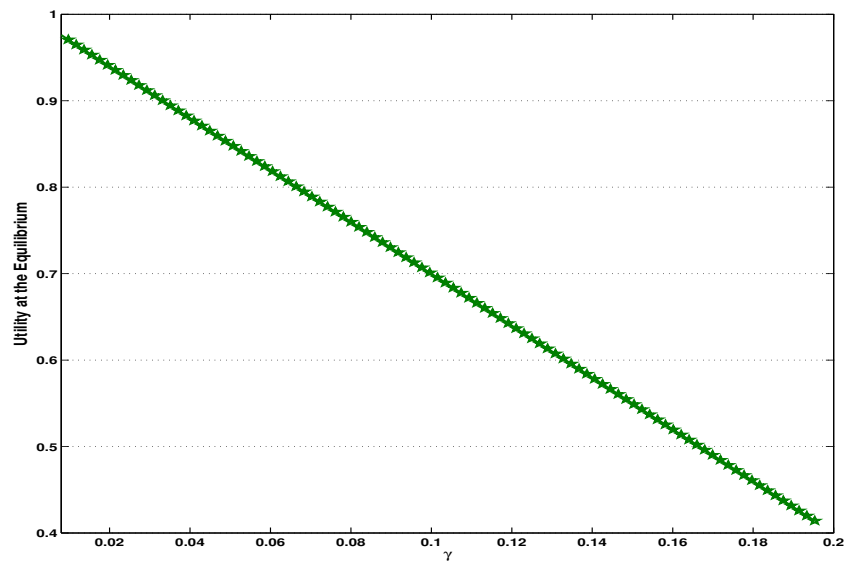


FIGURE 4.5 – Impact du prix γ_j sur l'évolution de la fonction d'utilité à l'équilibre.

4.5, nous remarquons que les valeurs de la fonction d'utilité à l'équilibre évoluent d'une manière décroissante par rapport au prix. L'évolution de U_j à l'équilibre suit les valeurs décroissantes de l'ensemble des fréquences obtenues à l'équilibre.

Pour mesurer l'efficacité de l'équilibre, nous proposons d'étudier la variation du prix de l'anarchie (PoA) en fonction du prix de publication γ .

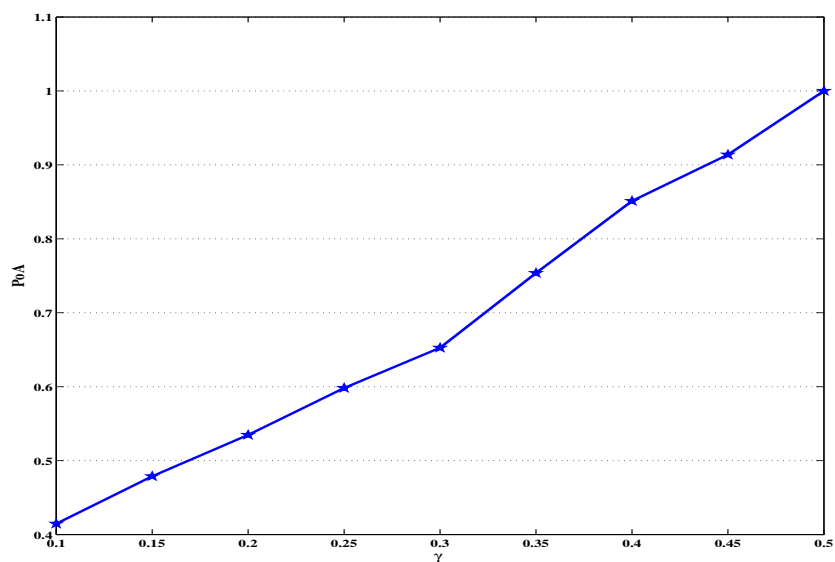


FIGURE 4.6 – Prix de l'Anarchie en fonction du prix γ .

La figure 4.6 présente l'impact du prix de publication sur l'efficacité du système en

question. Avec des valeurs faibles du prix de publication, les joueurs sont égoïstes. Mais, en faisant augmenter le prix γ , nous remarquons que le prix de l'anarchie augmente en s'approchant de la valeur 1 et ainsi les joueurs se débarrassent de leur égoïsme pour atteindre l'équilibre. L'équilibre est, alors, équitable et socialement efficace. Pour généraliser les résultats obtenus dans cette étude, nous considérons que dans un système constitué de K personnes, l'interaction est la même entre chaque couple de personnes. Dès lors, l'équilibre existe, il est unique et socialement efficace dans un jeu à K personnes, ce qui confirme l'objectif de notre approche théorique.

4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à une situation où de nombreux participants interagissent ; un système où les personnes sont de nature égoïste. Cet égoïsme les pousse à faire de leur mieux pour garder leurs postes visibles pour les consommateurs de l'information au sein des réseaux sociaux en lignes. Ainsi, ce comportement entraîne une situation de compétition entre ces utilisateurs en terme de visibilité au sein des réseaux en question. Étant donné qu'une telle situation est naturellement modélisée par des jeux qui impliquent de nombreux joueurs, nous avons cherché à analyser ce type de compétitions comme un jeu non coopératif. En effet, nous avons pris en compte le fait que la fonction d'utilité d'un utilisateur dépend de sa fréquence d'envoi de messages sur le mur d'un réseau social mais aussi de celle des autres utilisateurs, et que l'envoi de messages a un prix à payer, qui est proportionnel à sa fréquence. Nous avons formulé le problème en se servant de la théorie des jeux concaves pour lesquels l'équilibre de Nash semble être la solution efficace et par la suite, nous avons étudié cette efficacité en utilisant le prix de l'anarchie. Concernant les investigations numériques, nous avons considéré un réseau social contenant deux personnes en compétition pour garder la visibilité, nous avons exploré l'algorithme de la meilleure réponse pour calculer l'équilibre qui est trouvé en un nombre fini d'itérations et nous avons présenté les résultats obtenus concernant l'impact du prix de publication sur les fréquences de publication et les fonctions d'utilité à l'équilibre pour chaque personne du réseau. Nous avons enfin présenté la variation du PoA, qui assure l'efficacité de l'équilibre trouvé. En regroupant les trois approches proposées précédemment, nous aboutissons au fait qu'il existe une relation incontournable entre les trois concepts attaqués. En outre, la bonne réputation associée au contenu postulé garantit la progression de sa popularité sur le réseau ce qui motive son créateur à envoyer plus de messages sur les murs de ces structures et ensuite voir sa visibilité s'éclater au niveau du réseau

social. En addition, les résultats trouvés sont bénéfiques pour les utilisateurs classiques ainsi que pour les utilisateurs à finalité commerciale. Du point de vue qu'il ne cherche pas à acquérir un objectif commercial, l'utilisateur dit classique bénéficie de ces résultats en termes de réactions des autres utilisateurs consommateurs de contenus et d'interactions avec sa communauté. Et c'est ainsi, qu'il peut construire plus de relations virtuelles au sein des réseaux auxquels il est inscrit. Alors que, l'utilisateur à but lucratif (entreprise, organisation, bureau de recrutement, ...) exploite ces investigations afin de développer une image marque parfaite. Ce qui lui facilite d'augmenter le nombre des clients (utilisateurs et visiteurs) visualisant les postes qu'il publie sur les timelines. Cette augmentation d'utilisateurs de ces plateformes conduit à une énorme explosion au niveau de la demande d'information et de contenus. Alors, afin de remédier à cette explosion, les fournisseurs de contenus et ceux de services Internet adoptent les techniques de la mise en cache et de la sponsorisation des contenus de telle sorte que l'utilisateur aie un accès facile et rapide au contenu voulu sans contraintes. Ce thème est entamé dans le [cinquième chapitre](#).

Jeu Non Coopératif de Sponsorisation et de Mise en Cache de Contenus

5.1 Introduction

L'augmentation de la consommation de contenus dans les zones communicantes est, récemment, devenue une préoccupation essentielle pour les utilisateurs des fournisseurs de contenus. En effet, le trafic Internet, augmentant rapidement, a consacré la montée en puissance des réseaux sociaux. Ceux-ci sont devenus pour certains de véritables structures qui permettent aux internautes et aux professionnels de créer une page profil et de partager des informations, photos et vidéos avec leur réseau. Ils sont, ainsi, des espaces de partage qui se distinguent par leur utilité (personnel, professionnel...), tels que Facebook, Instagram, TikTok, LinkedIn, Twitter et Youtube. Etant donné que, le besoin de partager des informations a toujours été l'un des aspects essentiels pour l'humanité, les gens rencontrent d'autres individus dans leurs réseaux sociaux pour partager leurs expériences et des activités d'intérêt commun. Aujourd'hui, l'omniprésence de la connectivité Internet permet aux gens de se tenir informés du monde qui les entoure, mais aussi d'accéder à un grand nombre de contenus au sein des réseaux sociaux et tout particulièrement ceux dits réseaux à contenus légers (vidéos courtes, photos).

En d'autres termes, ces structures sont des fournisseurs de contenus pour leurs utilisateurs qui s'intéressent de plus en plus à l'acquisition de nouveaux contenus. Une estimation récente révèle qu'un individu sur trois utilise plus de deux appareils connectés à internet [71]. En employant ces appareils, ils envoient toujours des demandes d'accès aux contenus qu'ils ont envie de visualiser. Et c'est ainsi qu'ils poussent cette demande d'accès aux contenus vers l'explosion. En effet, cette forte augmentation de la demande de contenus

sur Internet et le besoin de nouveaux outils garantissant le contrôle d'un grand volume d'informations ont motivé le développement de nouvelles approches qui visent l'efficacité de la livraison et la disponibilité des contenus demandés sur les plateformes des fournisseurs du contenu (CP). L'approche centrée information (ICN) est, donc, mise en place afin d'aboutir à cet objectif [72, 4, 5, 73]. Le principe de cette approche se base sur l'envoi d'une demande portant le nom du contenu par l'utilisateur sans spécification de son emplacement sur le réseau, d'un côté. Et d'un autre côté, chaque nœud ICN peut mettre en cache ce contenu et le servir en cas de demande de la part du consommateur. Dans ce cadre, plusieurs architectures sont développées à savoir : TRIA [74], DONA [75], CCN [76], XIA [77], NDN [78], et bien d'autres. Malgré les avantages que l'approche ICN et ses architectures révèlent, celle-là ne dépasse pas les frontières de la littérature de recherche. Au fond, ces avantages restent insuffisants en vue de persuader les grands fournisseurs de contenus (CP) mais aussi les fournisseurs de services Internet (ISP) de s'en doter, s'ils n'ont pas de vraies incitations économiques.

A cet égard, les CPs et les ISPs cherchent à attirer davantage des utilisateurs et donc à augmenter leurs revenus. Pour atteindre ce but, les concepts de contenu mis en cache et de contenu sponsorisé dans les réseaux sans fil ont été adoptés. Cette idée de sponsorship est, effectivement, née d'un système impliquant l'opérateur de réseau sans fil, les fournisseurs de contenu et les utilisateurs mobiles [79].

Au cours des dernières années, la mise en cache et la sponsorship de contenu ont été considérées comme des domaines de recherche importants. De nombreux travaux ont été, alors, développés concernant ces deux concepts qui ont attiré l'attention des chercheurs universitaires cherchant à produire des investigations et des innovations significatives dans ce domaine.

En ce qui concerne la mise en cache des contenus, différentes études ont été réalisées à propos des ISPs [80], des CPs [81], des stations de base [82] et des réseaux de petites cellules [83]. Dans [84], les auteurs ont présenté une étude sur les progrès les plus récents dans le domaine de l'informatique en périphérie de réseau et de la mise en cache du contenu, notamment les politiques d'insertion et d'expulsion de la mise en cache, le comportement du système de mise en cache et l'optimisation de la mise en cache basée sur les réseaux sans fil. L'objectif des auteurs de [85] a été d'introduire la mise en cache proactive en vue de réduire la congestion concernant la liaison de retour et utiliser la communication D2D pour partager le contenu local sans demande multiple de la station de base. Plusieurs approches telles que le réseau D2D assisté par la station de base et d'autres schémas basés sur la mise en cache au niveau du dispositif de l'utilisateur, montrent l'amélioration de la

mise en cache du réseau. Les auteurs contribuant au travail présenté dans [86] ont formulé le problème de la mise en cache comme un jeu d'appariement de plusieurs à plusieurs afin de réduire la charge au niveau de la liaison de retour et le délai de transmission. Dans [87], les auteurs ont utilisé une approche de prédiction pour trouver le contenu le plus populaire au sein des communautés. Le contenu est ensuite stocké dans la station de base des petites cellules pour garantir sa disponibilité en cas de demande. Dans [88], les auteurs ont utilisé un jeu à champ moyen pour étudier le problème de la mise en cache distribuée dans un réseau sans fil dense de petites cellules (SCN) ; la théorie des jeux à champ moyen a été lancée en 2006 par Jean-Michel Lasry et Pierre-Louis Lions comme limite de jeux non coopératifs à un grand nombre de joueurs. Les auteurs de [89] ont proposé une politique de mise en cache basée sur les informations de mobilité des utilisateurs. La politique de mise en cache proposée vise à minimiser la fraction des demandes de fichiers qui sont servies par la station de base principale. Dans [90, 91], les auteurs se sont intéressés aux modèles économiques des ISPs dans des environnements de mise en cache. Plus précisément, dans [90], les auteurs ont identifié d'abord les différents modèles économiques des ISPs dans un environnement de mise en cache et ils ont utilisé la théorie des jeux pour évaluer ces modèles économiques possibles. Bien que la mise en cache par les ISPs soit potentiellement instable, elle s'avère être optimale au sens de Pareto à un prix correct, ce qui encourage la coopération entre les CPs et les ISPs. Alors que, dans [91], ils ont étudié un nouveau modèle économique à travers lequel un ISP fait payer le CP pour le service de la mise en cache car le CP bénéficie d'une distribution plus efficace du contenu ; ils ont fourni, donc, des conditions pour une mise en cache durable et payante dans le réseau et leur évaluation numérique afin d'aider les CPs, les ISPs et les fournisseurs de stockage en Cloud à prendre des décisions stratégiques. Bien que la mise en cache payante par les ISPs puisse ne pas être un équilibre, elle s'avère être optimale au sens de Pareto si la tarification est correcte, ce qui encourage la coopération et l'établissement des accords entre les CPs et les ISPs. Un modèle de tarification a été proposé dans [92] pour étudier l'incitation économique à la mise en cache et au partage de contenu dans l'ICN, où l'ICN se compose de l'ICN d'accès, de l'ICN de transit et du CP. Par conséquent, il existe un équilibre de Nash (NE) unique dans un jeu de prix non coopératif de mise en cache. Le résultat de ce travail montre le cas où l'investissement dans la mise en cache est rentable pour l'ISP d'accès. Dans [93], les auteurs se sont concentrés sur le développement des approches théoriques pour étudier les interactions entre les fournisseurs de services Internet dans une approche centrée d'information, en tenant compte que ces fournisseurs concourent à la mise en cache des contenus. Ils ont analysé le comportement des fournisseurs, en termes de leurs stratégies, en se servant de la théorie des jeux non coopératifs.

Alors que l'idée de sponsorship est, effectivement, née d'un système impliquant l'opérateur de réseau sans fil, les fournisseurs de contenus et les utilisateurs mobiles [79]. Les auteurs dans [94] se sont concentrés sur l'interaction entre le fournisseur de contenu sponsorisé et l'opérateur du réseau sans fil dans une plateforme biface, où la demande de l'utilisateur mobile est supposée être une variable aléatoire. Dans [95], les auteurs ont étudié la concurrence de parrainage entre plusieurs fournisseurs de services de contenu sponsorisé dans un marché de contenu Internet et ils ont démontré que les compétitions améliorent le bien-être de l'opérateur de réseau sans fil et des fournisseurs de services de contenu sponsorisé. Les interactions entre ces derniers et les utilisateurs mobiles ont été modélisées comme un jeu de Stackelberg dans [96]. Ensuite, les auteurs de [97] et [98] ont étudié le problème similaire proposé dans [99], où les utilités des utilisateurs mobiles sont couplées en raison des effets de réseau social sous-jacents. Dans [100], les auteurs ont étudié l'impact de la sponsorship des données sur la prise de décision des fournisseurs de services Internet et des fournisseurs de contenus dans un marché de télécommunication. Ils ont établi une approche théorique en se basant sur la théorie des jeux pour modéliser l'interaction entre ces fournisseurs, et plus précisément, ils l'ont formulée sous forme de jeu non coopératif.

En revanche, dans ce chapitre, nous proposons une approche théorique à base de la théorie des jeux non coopératifs pour analyser l'interaction entre les ISPs dans l'ICN. Dans cette analyse, nous tenons compte du fait que les fournisseurs se servent de la mise en cache, et de la sponsorship afin d'améliorer leur gain en termes du nombre d'utilisateurs inscrits aux réseaux. Nous étudions, alors, l'impact de ces deux paramètres sur les politiques de ces fournisseurs et leurs prise de décisions.

Les principales contributions de ce chapitre peuvent donc être résumées comme suit :

- Nous étudions la concurrence entre les ISPs, chacun cherchant à attirer plus d'utilisateurs.
- Nous modélisons les interactions en matière de prix, qualité de services (QoS), la mise en cache et la sponsorship des contenus, en tant qu'un jeu non coopératif. Et par la suite, nous modélisons la fonction d'utilité des ISPs (joueurs).
- Nous prouvons l'existence et l'unicité de l'équilibre de Nash. De plus nous utilisons l'algorithme de la meilleure réponse pour trouver ce point.
- Nous complétons notre analyse par des résultats numériques afin de montrer l'impact de la sponsorship et la mise en cache des contenus sur les politiques des ISPs.

Pour ce faire, nous avons organisé le reste de ce chapitre comme suit : dans la section

5.2, nous proposons une modélisation du problème de conflit entre les ISPs. Dans la section 5.3, nous formulons le jeu non coopératif, nous prouvons l'existence et l'unicité de l'équilibre de Nash pour les jeux établis, nous adoptons par la suite l'algorithme de la meilleure réponse pour apprendre les points de l'équilibre de Nash. Dans la section 5.4 nous présentons les résultats numériques détaillés dans le but d'illustrer notre analyse et valider notre modèle. Enfin, nous concluons ce chapitre, par une conclusion dans la section 5.5.

5.2 Modélisation du problème

Nous considérons un réseau de télécommunications avec un CP, G ISPs et un nombre d'utilisateurs. Le CP fournit N_j contenus aux utilisateurs de $L'ISP_j$ et sponsorise un nombre du contenu Θ_{c_j} au nom des utilisateurs afin de réduire le prix d'accès au réseau. Les ISPs fournissent une plate-forme reliant les utilisateurs et le CP. Chaque ISP_j peut décider de mettre en cache un nombre de contenu Φ_j qui n'est pas sponsorisé par le CP. De plus, $L'ISP_j$ peut sponsoriser un nombre du contenus mis en cache Θ_{k_j} au nom des utilisateurs afin de réduire le prix d'accès au contenu mis en cache. Chaque ISP_j définit deux prix différents : (1) le prix d'accès au réseau ρ_{s_j} ; et (2) le prix d'accès aux contenus mis en cache ρ_{c_j} . Chaque ISP_j alloue une bande passante Ω_j et annonce aux utilisateurs une QoS f_j .

5.2.1 Modélisation de la demande

La demande des utilisateurs au service de $L'ISP_j$ est une fonction linéaire par rapport au prix d'accès au réseau ρ_{s_j} , au prix d'accès au contenu mis en cache ρ_{c_j} et la QoS f_j , (voire [101][102]). Cette fonction de demande dépend aussi des stratégies fixées par les concurrents : les prix $\rho_{s_{-j}}$, les prix $\rho_{c_{-j}}$, et les QoSs f_{-j} . La fonction de la demande Δ_j diminue par rapport à ρ_{s_j} , ρ_{c_j} et augmente par rapport à ρ_{s_g} , ρ_{c_g} , $j \neq g$. De plus, elle augmente par rapport à f_j et diminue par rapport à f_g , $j \neq g$. Ainsi, la fonction de la demande est écrite comme suit :

$$\Delta_j = d_j - \alpha_j^j \rho_{s_j} - \beta_j^j \rho_{c_j} + \gamma_j^j f_j + \sum_{g=1, g \neq j}^G (\alpha_j^g \rho_{s_g} + \beta_j^g \rho_{c_g} - \gamma_j^g f_g) \quad (5.1)$$

Le paramètre d_j exprime la demande potentielle des utilisateurs. α_j^g , β_j^g et γ_j^g sont des constantes positives représentant respectivement les sensibilités de la demande de l'ISP $_j$ au prix ρ_{s_g} , à la QoS f_g et au prix ρ_{c_g} de l'ISP $_g$.

Hypothèse 5.1. *La sensibilité α satisfait la condition suivante :*

$$\alpha_j^j \geq \sum_{g=1, g \neq j}^G \alpha_j^g, \quad \forall j \in \{1, \dots, G\} \quad (5.2)$$

La sensibilité β satisfait la condition suivante :

$$\beta_j^j \geq \sum_{g=1, g \neq j}^G \beta_j^g, \quad \forall j \in \{1, \dots, G\} \quad (5.3)$$

La sensibilité γ satisfait la condition suivante :

$$\gamma_j^j \geq \sum_{g=1, g \neq j}^G \gamma_j^g, \quad \forall j \in \{1, \dots, G\} \quad (5.4)$$

L'hypothèse 5.1 sera utilisée pour assurer l'unicité de l'équilibre de Nash. L'hypothèse 5.1 indique que l'influence des prix (resp. QoS) de l'ISP sur sa demande est plus grande que l'influence exercée par les prix (resp. QoS) de ses concurrents. En autres termes, la demande d'un ISP dépend surtout de ses propres paramètres vue que les paramètres des autres usagers ne présentent qu'un faible impact.

5.2.2 Modélisation de l'utilité

La fonction d'utilité de chaque ISP est définie comme le revenu reçu en fournissant le réseau et le contenu aux utilisateurs. Ainsi, l'utilité de l'ISP $_j$ est modélisée comme suit :

$$\begin{aligned} \pi_j = & (\rho_{s_j} - \rho_{t_j})(N_j - \Phi_j - \Theta_{c_j})(1 + \Gamma_j \Phi_j + \Lambda_j \Theta_{k_j}) \Delta_j \\ & + (\rho_{c_j} - \omega_j)(\Phi_j - \Theta_{k_j})(1 + \Gamma_j \Phi_j + \Lambda_j \Theta_{k_j}) \Delta_j + \rho_{u_j} \Theta_{c_j} (1 + \Gamma_j \Phi_j + \Lambda_j \Theta_{k_j}) \Delta_j \\ & - \omega_j \Theta_{k_j} (1 + \Gamma_j \Phi_j + \Lambda_j \Theta_{k_j}) \Delta_j - \Upsilon_j \Omega_j (N_j - \Phi_j - \Theta_{c_j}) \end{aligned} \quad (5.5)$$

ρ_{t_j} est le prix de transmission de l'ISP $_j$. ρ_{u_j} est le prix de sponsorship de l'ISP $_j$. ω_j est le coût unitaire de la mise en cache de l'ISP $_j$. Φ_j est le nombre d'éléments mis en cache. Θ_{c_j} est le nombre de contenu sponsorisé par le CP. Θ_{k_j} est le nombre de contenu mis en cache sponsorisé par l'ISP $_j$. Γ_j est un paramètre positif représentant l'impact du nombre de contenu sponsorisé sur la demande Δ_j . Λ_j est un paramètre positif représente l'impact

du nombre de contenu mis en cache sur la demande Δ_j . Rappelons que la sponsorship et la mise en cache peuvent motiver les utilisateurs à consommer plus de services offerts par l' ISP_j . $(1 + \Gamma_j\Phi_j + \Lambda_j\Theta_{k_j})\Delta_j$ est la nouvelle demande de service fournie par l' ISP_j , qui est une fonction du nombre de contenus sponsorisés Θ_{k_j} et le nombre de contenus mis en cache Φ_j . Le premier terme $(\rho_{s_j} - \rho_{t_j})(N_j - \Phi_j - \Theta_{c_j})(1 + \Gamma_j\Phi_j + \Lambda_j\Theta_{k_j})\Delta_j$ est le revenu de l' ISP_j en transmettant la demande $(N_j - \Phi_j - \Theta_{c_j})(1 + \Gamma_j\Phi_j + \Lambda_j\Theta_{k_j})\Delta_j$ au CP. Le deuxième terme $(\rho_{c_j} - \omega_j)(\Phi_j - \Theta_{k_j})(1 + \Gamma_j\Phi_j + \Lambda_j\Theta_{k_j})\Delta_j$ désigne le revenu de l' ISP_j en répondant à la demande $(\Phi_j - \Theta_{k_j})(1 + \Gamma_j\Phi_j + \Lambda_j\Theta_{k_j})\Delta_j$ à partir de son cache. Le troisième terme $\rho_{u_j}\Theta_{c_j}(1 + \Gamma_j\Phi_j + \Lambda_j\Theta_{k_j})\Delta_j$ est le revenu de la sponsorship. Le quatrième terme $\omega_j\Theta_{k_j}(1 + \Gamma_j\Phi_j + \Lambda_j\Theta_{k_j})\Delta_j$ est le coût de la mise en cache des éléments sponsorisés. Le cinquième terme $\Upsilon_j\Omega_j(N_j - \Phi_j - \Theta_{c_j})$ est encore le coût de la bande passante, où Υ_j est le coût unitaire de la bande passante, Ω_j est la bande passante nécessaire pour répondre à la demande $(1 + \Gamma_j\Phi_j + \Lambda_j\Theta_{k_j})\Delta_j$.

Nous considérons que la mesure définissant la QoS correspond à une certaine fonction du délai prévu [103], définie par l'inverse de la racine carrée de ce délai :

$$f_j = \sqrt{\Omega_j - (1 + \Gamma_j\Phi_j + \Lambda_j\Theta_{k_j})\Delta_j} \quad (5.6)$$

cela signifie que :

$$\Omega_j = (1 + \Gamma_j\Phi_j + \Lambda_j\Theta_{k_j})\Delta_j + f_j^2 \quad (5.7)$$

Finalement, la fonction d'utilité de l' ISP_j est donnée par la formule suivante :

$$\begin{aligned} \pi_j = & (\rho_{s_j} - \rho_{t_j} - \Upsilon_j)(N_j - \Phi_j - \Theta_{c_j})(1 + \Gamma_j\Phi_j + \Lambda_j\Theta_{k_j})\Delta_j \\ & + (\rho_{c_j} - \omega_j)(\Phi_j - \Theta_{k_j})(1 + \Gamma_j\Phi_j + \Lambda_j\Theta_{k_j})\Delta_j + \rho_{u_j}\Theta_{c_j}(1 + \Gamma_j\Phi_j + \Lambda_j\Theta_{k_j})\Delta_j \\ & - \omega_j\Theta_{k_j}(1 + \Gamma_j\Phi_j + \Lambda_j\Theta_{k_j})\Delta_j - \Upsilon_j(N_j - \Phi_j - \Theta_{c_j})f_j^2 \end{aligned} \quad (5.8)$$

5.2.3 Ajout de la temporalité au modèle

Nous consacrons cette section pour l'étude de impactée du temps sur le nombre de contenus mis en cache. Nous modélisons le nombre de contenus mis en cache en l'associant au paramètre temps. Ainsi, le nombre de contenus mis en cache est exprimé sous la forme suivante :

$$\Phi_j = (N_j - \Theta_{c_j})(1 - e^{-\varpi_j t}) \quad (5.9)$$

Où ϖ_j représente la vitesse à laquelle l' ISP_j met en cache le contenu. Nous remarquons que, lorsque $t = 0$, alors $\Phi_j = 0$ et lorsque $t = \inf$, donc $\Phi_j = N_j - \Theta_{c_j}$.

L'analyse temporelle du nombre de contenus mis en cache peut être effectuée dans les réseaux, nous considérons χ comme un facteur d'actualisation, de sorte qu'une unité monétaire en t années vaut $e^{-\chi t}$ unités monétaires d'aujourd'hui. Un ISP_j avec un profit π_j au moment t peut prévoir ce profit sur une période allant de $[0, T]$ comme moyenne des revenus actualisés sur cette période de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
\bar{\pi}_j &= \frac{1}{\int_0^T e^{-\chi t}} \int_0^T \pi_j(t) e^{-\chi t} \\
&= \frac{\chi}{1 - e^{-\chi T}} \int_0^T \pi_j(t) e^{-\chi t} \\
&= \chi(\rho_{s_j} - \rho_{t_j} - \Upsilon_j)(N_j - \Theta_{c_j})\Delta_j \left(\frac{(1 + \Gamma_j N_j - \Gamma_j \Theta_{c_j} + \Lambda_j \Theta_{k_j})(1 - e^{-(\varpi_j + \chi)T})}{(\varpi_j + \chi)(1 - e^{-\chi T})} \right. \\
&\quad \left. - \frac{\Gamma_j(N_j - \Theta_{c_j})(1 - e^{-(2\varpi_j + \chi)T})}{(2\varpi_j + \chi)(1 - e^{-\chi T})} \right) \\
&\quad + (\rho_{c_j} - \omega_j)\Delta_j \left[(1 + \Gamma_j N_j - \Gamma_j \Theta_{c_j} + \Lambda_j \Theta_{k_j}) \left((N_j - \Theta_{c_j} - \Theta_{k_j}) - \frac{\chi(N_j - \Theta_{c_j})(1 - e^{-(\varpi_j + \chi)T})}{(\varpi_j + \chi)(1 - e^{-\chi T})} \right) \right. \\
&\quad \left. - \chi(N_j - \Theta_{c_j} - \Theta_{k_j})\Gamma_j(N_j - \Theta_{c_j}) \frac{(1 - e^{-(\varpi_j + \chi)T})}{(\varpi_j + \chi)(1 - e^{-\chi T})} + \chi\Gamma_j(N_j - \Theta_{c_j})^2 \frac{(1 - e^{-(2\varpi_j + \chi)T})}{(2\varpi_j + \chi)(1 - e^{-\chi T})} \right] \\
&\quad + (\rho_{u_j} \Theta_{c_j} - \omega_j \Theta_{k_j})\Delta_j \left((1 + \Gamma_j N_j - \Gamma_j \Theta_{c_j} + \Lambda_j \Theta_{k_j}) - \frac{(N_j - \Theta_{c_j})\chi\Gamma_j(1 - e^{-(\varpi_j + \chi)T})}{(\varpi_j + \chi)(1 - e^{-\chi T})} \right) \\
&\quad - \frac{\chi(N_j - \Theta_{c_j})\Upsilon_j f_j^2 (1 - e^{-(\varpi_j + \chi)T})}{(\varpi_j + \chi)(1 - e^{-\chi T})} \tag{5.10}
\end{aligned}$$

5.3 Formulation du jeu non coopératif

Soit $\Xi = [\mathcal{G}, \{\mathcal{P}_{s_j}, \mathcal{F}_j, \mathcal{P}_{c_j}\}, \{\bar{\pi}_j\}]$ désigne le jeu non coopératif prix, QoS et prix (NPQPG), où $\mathcal{G} = \{1, \dots, G\}$ est l'ensemble des indices identifiant les ISPs. \mathcal{P}_{s_j} est l'ensemble de stratégies du prix d'accès aux réseaux de l' ISP_j , \mathcal{F}_j est l'ensemble de stratégies de la QoS de l' ISP_j , \mathcal{P}_{c_j} est l'ensemble de stratégies du prix d'accès aux contenu caché de l' ISP_j . $\bar{\pi}_j$ est la fonction d'utilité de l' ISP_j . Nous supposons que les espaces de stratégies $\mathcal{P}_{s_j}, \mathcal{F}_j, \mathcal{P}_{c_j}$ sont des ensembles compacts et convexes avec des contraintes sur les extrémités maximales et minimales.

Pour l' ISP_j , nous considérons que les espaces de stratégies sont les intervalles fer-

més $\mathcal{P}_{s_j} = [\underline{\rho}_{s_j}, \bar{\rho}_{s_j}]$, $\mathcal{F}_j = [\underline{f}_j, \bar{f}_j]$ et $P_{c_j} = [\underline{p}_{c_j}, \bar{p}_{c_j}]$. Soit le vecteur du prix $\rho_s = (\rho_{s_1}, \dots, \rho_{s_G})^T \in \mathcal{P}_s^G = \mathcal{P}_{s_1} \times \mathcal{P}_{s_2} \times \dots \times \mathcal{P}_{s_G}$, le vecteur de la QoS $\mathbf{f}_s = (f_1, \dots, f_G)^T \in \mathcal{F}^G = \mathcal{F}_1 \times \mathcal{F}_2 \times \dots \times \mathcal{F}_G$ et le vecteur du prix $\rho_c = (\rho_{c_1}, \dots, \rho_{c_G})^T \in \mathcal{P}_c^G = \mathcal{P}_{c_1} \times \mathcal{P}_{c_2} \times \dots \times \mathcal{P}_{c_G}$.

5.3.1 Jeu de prix ρ_{s_j}

Le jeu de prix ρ_{s_j} est défini comme suit : $\Xi(\mathbf{f}, \rho_c) = [\mathcal{G}, \{\mathcal{P}_{s_j}\}, \{\bar{\pi}_j(\cdot, \mathbf{f}, \rho_c)\}]$, tel que le vecteur QoS $\mathbf{f} \in \mathcal{F}$ et le vecteur prix $\rho_c \in \mathcal{P}_c$ sont fixés.

Définition 5.1. *Le vecteur prix $\rho_s^* = (\rho_{s_1}^*, \dots, \rho_{s_G}^*)$ est un équilibre de Nash du jeu $\Xi(\mathbf{f}, \rho_c)$ si :*

$$\forall (j, \rho_{s_j}) \in (\mathcal{G}, \mathcal{P}_{s_j}), \quad \bar{\pi}_j(\rho_{s_j}^*, \rho_{s_{-j}}^*, \mathbf{f}, \rho_c) \geq \bar{\pi}_j(\rho_{s_j}, \rho_{s_{-j}}^*, \mathbf{f}, \rho_c)$$

Théorème 5.1. *Pour chaque $\mathbf{f} \in \mathcal{F}$, $\rho_c \in \mathcal{P}_c$, le jeu $[\mathcal{G}, \{\mathcal{P}_{s_j}\}, \{\bar{\pi}_j(\cdot, \mathbf{f}, \rho_c)\}]$ admet un équilibre de Nash unique.*

Preuve 5. *La dérivée seconde de la fonction d'utilité $\bar{\pi}_j$ par rapport au prix ρ_{s_j} est donnée comme suit :*

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \bar{\pi}_j}{\partial \rho_{s_j}^2} &= -2\alpha_j^j \chi (N_j - \Theta_{c_j}) \left(\frac{(1 + \Gamma_j N_j - \Gamma_j \Theta_{c_j} + \Lambda_j \Theta_{k_j})(1 - e^{-(\varpi_j + \chi)T})}{(\varpi_j + \chi)(1 - e^{-\chi T})} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\Gamma_j (N_j - \Theta_{c_j})(1 - e^{-(2\varpi_j + \chi)T})}{(2\varpi_j + \chi)(1 - e^{-\chi T})} \right) \leq 0 \end{aligned} \quad (5.11)$$

La dérivée seconde de la fonction d'utilité par rapport au prix est négative, ce qui garantit l'existence d'un point d'équilibre de Nash dans le jeu $\Xi(\mathbf{f}, \rho_c)$.

Le jeu $\Xi(\mathbf{f}, \rho_c)$ admet un point d'équilibre de Nash unique, si la fonction d'utilité satisfait la condition de solvabilité de la dominance [104] :

$$-\frac{\partial^2 \bar{\pi}_j}{\partial \rho_{s_j}^2} - \sum_{g=1, g \neq j}^G \left| \frac{\partial^2 \bar{\pi}_j}{\partial \rho_{s_j} \partial \rho_{s_g}} \right| \geq 0 \quad (5.12)$$

La dérivée partielle mixte est écrite comme suit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \bar{\pi}_j}{\partial \rho_{s_j} \partial \rho_{s_g}} &= \alpha_j^g \chi (N_j - \Theta_{c_j}) \left(\frac{(1 + \Gamma_j N_j - \Gamma_j \Theta_{c_j} + \Lambda_j \Theta_{k_j})(1 - e^{-(\varpi_j + \chi)T})}{(\varpi_j + \chi)(1 - e^{-\chi T})} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\Gamma_j (N_j - \Theta_{c_j})(1 - e^{-(2\varpi_j + \chi)T})}{(2\varpi_j + \chi)(1 - e^{-\chi T})} \right) \geq 0 \end{aligned} \quad (5.13)$$

Donc,

$$\begin{aligned} -\frac{\partial^2 \bar{\pi}_j}{\partial \rho_{s_j}^2} - \sum_{g=1, g \neq j}^G \left| \frac{\partial^2 \bar{\pi}_j}{\partial \rho_{s_j} \partial \rho_{s_g}} \right| &= \\ \chi (N_j - \Theta_{c_j}) \left(\alpha_j^j - \sum_{g=1, g \neq j}^G \alpha_j^g \right) &\left(\frac{(1 + \Gamma_j N_j - \Gamma_j \Theta_{c_j} + \Lambda_j (N_j - \Theta_{c_j}) \Theta_{k_j})(1 - e^{-(\varpi_j + \chi)T})}{(\varpi_j + \chi)(1 - e^{-\chi T})} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\Gamma_j (1 - e^{-(2\varpi_j + \chi)T})}{(2\varpi_j + \chi)(1 - e^{-\chi T})} \right) \geq 0 \end{aligned} \quad (5.14)$$

Ainsi, le jeu $\Xi(\mathbf{f}, \rho_c)$ admet un point unique de l'équilibre de Nash. ■

5.3.2 Jeu de prix ρ_{c_j}

Le jeu de prix ρ_{c_j} est défini par la formule suivante : $\Xi(\rho_s, \mathbf{f}) = [\mathcal{G}, \{\mathcal{P}_{c_j}\}, \{\bar{\pi}_j(\rho_s, \mathbf{f}, \cdot)\}]$ tel que le vecteur prix $\rho_s \in \mathcal{P}_s$ et le vecteur QoS $\mathbf{f} \in \mathcal{F}$ sont fixés.

Définition 5.2. Le vecteur prix $\rho_c^* = (\rho_{c_1}^*, \dots, \rho_{c_G}^*)$ est un équilibre de Nash du jeu $\Xi(\rho_s, \mathbf{f})$ si on a :

$$\forall (j, \rho_{c_j}) \in (\mathcal{G}, \mathcal{P}_{c_j}), \quad \bar{\pi}_j(\rho_s, \mathbf{f}, \rho_{c_j}^*, \rho_{c_{-j}}^*) \geq \bar{\pi}_j(\rho_s, \mathbf{f}, \rho_{c_j}, \rho_{c_{-j}}^*)$$

Théorème 5.2. Pour chaque $\rho_s \in \mathcal{P}_s$, $\mathbf{f} \in \mathcal{F}$, le jeu $[\mathcal{G}, \{\mathcal{P}_{c_j}\}, \{\bar{\pi}_j(\rho_s, \mathbf{f}, \cdot)\}]$ admet un équilibre de Nash unique.

Preuve 6. La dérivée seconde de la fonction d'utilité $\bar{\pi}_j$ par rapport au prix ρ_{c_j} est calculée comme suit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \bar{\pi}_j}{\partial \rho_{c_j}^2} &= -2\beta_j^j \left[(1 + \Gamma_j N_j - \Gamma_j \Theta_{c_j} + \Lambda_j \Theta_{k_j}) \left((N_j - \Theta_{c_j} - \Theta_{k_j}) - \frac{\chi (N_j - \Theta_{c_j})(1 - e^{-(\varpi_j + \chi)T})}{(\varpi_j + \chi)(1 - e^{-\chi T})} \right) \right. \\ &\quad - \chi (N_j - \Theta_{c_j} - \Theta_{k_j}) \Gamma_j (N_j - \Theta_{c_j}) \frac{(1 - e^{-(\varpi_j + \chi)T})}{(\varpi_j + \chi)(1 - e^{-\chi T})} \\ &\quad \left. + \chi \Gamma_j (N_j - \Theta_{c_j})^2 \frac{(1 - e^{-(2\varpi_j + \chi)T})}{(2\varpi_j + \chi)(1 - e^{-\chi T})} \right] \leq 0 \end{aligned} \quad (5.15)$$

Alors, la dérivée seconde de la fonction d'utilité par rapport au prix est négative, ce qui assure l'existence d'un point d'équilibre de Nash dans le jeu $\Xi(\rho_s, \mathbf{f})$.

Le jeu $\Xi(\rho_s, \mathbf{f})$ admet un point d'équilibre de Nash unique, si la fonction d'utilité satisfait la condition de solvabilité de la dominance [104] :

$$-\frac{\partial^2 \bar{\pi}_j}{\partial \rho_{c_j}^2} - \sum_{g=1, g \neq j}^G \left| \frac{\partial^2 \bar{\pi}_j}{\partial \rho_{c_j} \partial \rho_{c_g}} \right| \geq 0 \quad (5.16)$$

Le partiel mixte est donné comme suit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \bar{\pi}_j}{\partial \rho_{c_j} \partial \rho_{c_g}} = & \beta_j^g \left[(1 + \Gamma_j N_j - \Gamma_j \Theta_{c_j} + \Lambda_j \Theta_{k_j}) \left((N_j - \Theta_{c_j} - \Theta_{k_j}) - \frac{\chi(N_j - \Theta_{c_j})(1 - e^{-(\varpi_j + \chi)t})}{(\varpi_j + \chi)(1 - e^{-\chi T})} \right) \right. \\ & - \chi(N_j - \Theta_{c_j} - \Theta_{k_j}) \Gamma_j (N_j - \Theta_{c_j}) \frac{(1 - e^{-(\varpi_j + \chi)T})}{(\varpi_j + \chi)(1 - e^{-\chi T})} \\ & \left. + \chi \Gamma_j (N_j - \Theta_{c_j})^2 \frac{(1 - e^{-(2\varpi_j + \chi)T})}{(2\varpi_j + \chi)(1 - e^{-\chi T})} \right] \end{aligned} \quad (5.17)$$

Donc,

$$\begin{aligned} -\frac{\partial^2 \bar{\pi}_j}{\partial \rho_{c_j}^2} - \sum_{g=1, g \neq j}^G \left| \frac{\partial^2 \bar{\pi}_j}{\partial \rho_{c_j} \partial \rho_{c_g}} \right| = & (2\beta_j^j - \sum_{g=1, g \neq j}^G \beta_j^g) \left[(1 + \Gamma_j N_j - \Gamma_j \Theta_{c_j} + \Lambda_j \Theta_{k_j}) \left((N_j - \Theta_{c_j} - \Theta_{k_j}) \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{\chi(N_j - \Theta_{c_j})(1 - e^{-(\varpi_j + \chi)t})}{(\varpi_j + \chi)(1 - e^{-\chi T})} \right) - \chi(N_j - \Theta_{c_j} - \Theta_{k_j}) \Gamma_j (N_j - \Theta_{c_j}) \frac{(1 - e^{-(\varpi_j + \chi)T})}{(\varpi_j + \chi)(1 - e^{-\chi T})} \right. \\ & \left. + \chi \Gamma_j (N_j - \Theta_{c_j})^2 \frac{(1 - e^{-(2\varpi_j + \chi)T})}{(2\varpi_j + \chi)(1 - e^{-\chi T})} \right] \geq 0 \end{aligned} \quad (5.18)$$

Ainsi, le jeu $\Xi(\rho_s, \mathbf{f})$ admet un point unique de l'équilibre de Nash. ■

5.3.3 Jeu de QoS f_j

Le jeu de QoS est défini comme suit : $\Xi(\rho_s, \rho_c) = [\mathcal{G}, \{\mathcal{F}_j\}, \{\bar{\pi}_j(\rho_s, \cdot, \rho_c)\}]$ tel que le vecteur prix $\rho_s \in \mathcal{P}_s$ et le vecteur prix $\rho_c \in \mathcal{P}_c$ sont fixés.

Définition 5.3. Le vecteur QoS $\mathbf{f}^* = (f_1^*, \dots, f_G^*)$ est un équilibre de Nash pour le jeu $\Xi(\rho_s, \rho_c)$ si on a :

$$\forall (j, f_j) \in (\mathcal{G}, \mathcal{F}_j), \quad \bar{\pi}_j(\rho_s, f_j^*, \mathbf{f}_{-j}^*, \rho_c) \geq \bar{\pi}_j(\rho_s, f_j, \mathbf{f}_{-j}^*, \rho_c)$$

Théorème 5.3. *Pour chaque $\rho_s \in \mathcal{P}_s$, $\rho_c \in \mathcal{P}_c$, le jeu $[\mathcal{G}, \{\mathcal{F}_j\}, \{\bar{\pi}_j(\rho_s, \cdot, \rho_c)\}]$ admet un équilibre de Nash unique.*

Preuve 7. *La dérivée seconde de la fonction d'utilité $\bar{\pi}_j$ par rapport à la QoS f_j est donnée comme suit :*

$$\frac{\partial^2 \bar{\pi}_j}{\partial f_j^2} = -\frac{2\chi \Upsilon_j (N_j - \Theta_{c_j})(1 - e^{-(\varpi_j + \chi)T})}{(\varpi_j + \chi)(1 - e^{-\chi T})} \leq 0 \quad (5.19)$$

Par conséquent, la dérivée seconde de la fonction d'utilité par rapport à la QoS est négative, ce qui assure l'existence d'un point d'équilibre de Nash dans le jeu $\Xi(\rho_s, \rho_c)$.

Afin de prouver l'unicité de l'équilibre de Nash du jeu $\Xi(\rho_s, \rho_c)$, nous définissons la somme pondérée des fonctions d'utilité :

$$\psi(\mathbf{f}, \mathbf{x}) = \sum_{j=1}^G y_j \bar{\pi}_j(f_j, \mathbf{f}_{-j}) \quad (5.20)$$

Le pseudo-gradient φ de (5.20) est donné par la formule suivante :

$$\varphi(\mathbf{f}, \mathbf{y}) = [y_1 \nabla \bar{\pi}_1(f_1, \mathbf{f}_{-1}), \dots, y_G \nabla \bar{\pi}_G(f_G, \mathbf{f}_{-G})]^T \quad (5.21)$$

La matrice jacobienne J du pseudo-gradient φ s'écrit comme suit :

$$J = \begin{pmatrix} y_1 \frac{\partial^2 \bar{\pi}_1}{\partial f_1^2} & y_1 \frac{\partial^2 \bar{\pi}_1}{\partial f_1 \partial f_2} & \cdot & \cdot & \cdot & y_1 \frac{\partial^2 \bar{\pi}_1}{\partial f_1 \partial f_G} \\ y_2 \frac{\partial^2 \bar{\pi}_2}{\partial f_2 \partial f_1} & y_2 \frac{\partial^2 \bar{\pi}_2}{\partial f_2^2} & \cdot & \cdot & \cdot & y_2 \frac{\partial^2 \bar{\pi}_2}{\partial f_2 \partial f_G} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ y_G \frac{\partial^2 \bar{\pi}_G}{\partial f_G \partial f_1} & y_G \frac{\partial^2 \bar{\pi}_G}{\partial f_G \partial f_2} & \cdot & \cdot & \cdot & y_G \frac{\partial^2 \bar{\pi}_G}{\partial f_G^2} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -\frac{2y_1 \chi \Upsilon_1 (N_1 - \Theta_{c_1})(1 - e^{-(\varpi_1 + \chi)T})}{(\varpi_1 + \chi)(1 - e^{-\chi T})} & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & -\frac{2y_2 \chi \Upsilon_2 (N_2 - \Theta_{c_2})(1 - e^{-(\varpi_2 + \chi)T})}{(\varpi_2 + \chi)(1 - e^{-\chi T})} & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & -\frac{2y_G \chi \Upsilon_G (N_G - \Theta_{c_G})(1 - e^{-(\varpi_G + \chi)T})}{(\varpi_G + \chi)(1 - e^{-\chi T})} \end{pmatrix}$$

Etant diagonale, avec des éléments de la diagonale qui sont négatifs, la matrice J est dite une matrice définie négative. En conséquence, $[J + J^T]$ est aussi définie négative. Selon

[32] le jeu $\Xi(\rho_s, \rho_c)$ admet un équilibre de Nash qui est unique. ■

5.3.4 Apprentissage de l'équilibre de Nash

Dans cette section nous allons développer un algorithme distribué qui calcule l'équilibre de Nash. Cependant, nous supposons que chaque ISP dispose d'une information parfaite sur les stratégies de ses concurrents. Alors, chaque ISP peut observer les stratégies adoptées par ses concurrents lors des interactions précédentes et les intégrer dans son processus de décision pour modifier sa politique. L'algorithme 4 résume les étapes d'apprentissage que chaque ISP doit effectuer pour arriver à l'équilibre de Nash.

Algorithm 4 Algorithme de la Meilleure Réponse

- 1: Initialisation des vecteurs $\mathbf{k}(0) = [k_1(0), \dots, k_G(0)]$ de façon aléatoire ;
 - 2: **Pour chaque** $ISP_j, j \in \mathcal{G}$ à l'itération t :
 - $k_j(t+1) = \operatorname{argmax}_{k_j \in \mathcal{K}_j} (\bar{\pi}(\mathbf{k}(t)))$.
 - 3: **SI** $\forall j \in \mathcal{G}, |k_j(t+1) - k_j(t)| < \epsilon$, STOP.
 - 4: **SI NON**, $t \leftarrow t+1$ et aller à l'étape (2)
-

Tel que \mathbf{k} désigne le vecteur prix ρ_s , le vecteur QoS \mathbf{f} ou le vecteur prix ρ_c . De plus, \mathcal{K}_j désigne le profil des stratégies prix \mathcal{P}_{s_j} , le profil des stratégies QoS \mathcal{F}_j et le profil des stratégies prix \mathcal{P}_{c_j} .

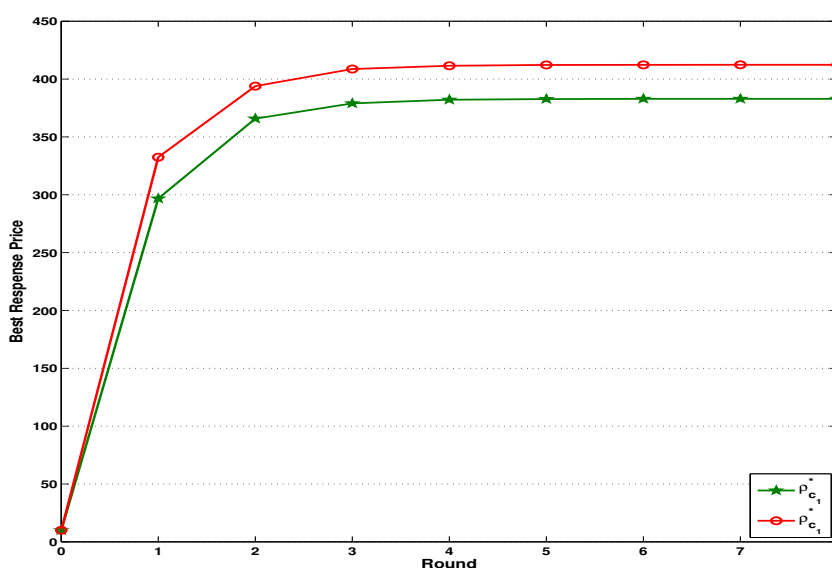
5.4 Résultats numériques et discussions

Dans cette section, nous présentons une étude numérique du jeu prenant en compte l'expression de la demande, l'expression de la fonction d'utilité et l'algorithme de la meilleure réponse. Pour ce faire, nous considérons un écosystème contenant deux ISPs. Ainsi, les valeurs des paramètres utilisés pour achever les résultats numériques sont présentées dans le tableau 5.1.

Les courbes tracées dans les figures 5.1, 5.2 et 5.3 montrent que l'équilibre de Nash du jeu de prix d'accès réseaux (respectivement jeu de prix d'accès aux contenu mis en cache, jeu de la QoS) est unique. L'algorithme de la meilleure réponse converge vers l'unique équilibre de Nash prix et QoS après un certain nombre d'itérations. Nous remarquons

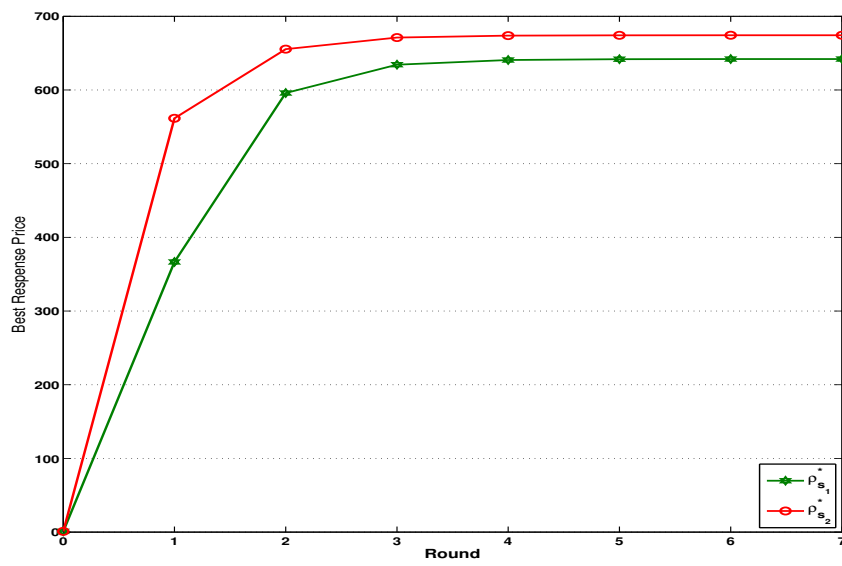
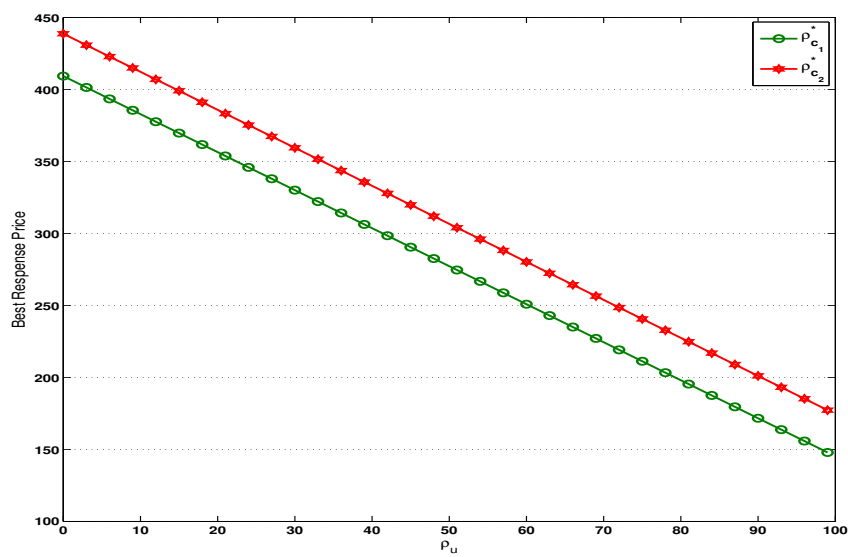
$\alpha_1^1 = \alpha_2^2$	$\alpha_j^g, j \neq g$	$\beta_1^1 = \beta_2^2$	$\beta_j^g, j \neq g$
0.7	0.3	0.7	0.3
$\gamma_1^1 = \gamma_2^2$	$\gamma_j^g, j \neq g$	$\rho_1^1 = \rho_2^2$	$\rho_j^g, j \neq g$
0.7	0.3	0.7	0.3
$N_1 = N_2$	$\Gamma_1 = \Gamma_2$	$\Lambda_1 = \Lambda_2$	$\omega_1 = \omega_2$
100	2	1	3
$\Upsilon_1 = \Upsilon_2$	$\rho_{u_1} = \rho_{u_2}$	$\rho_{t_1} = \rho_{t_2}$	$d_2 = d_1$
5	5	7	250

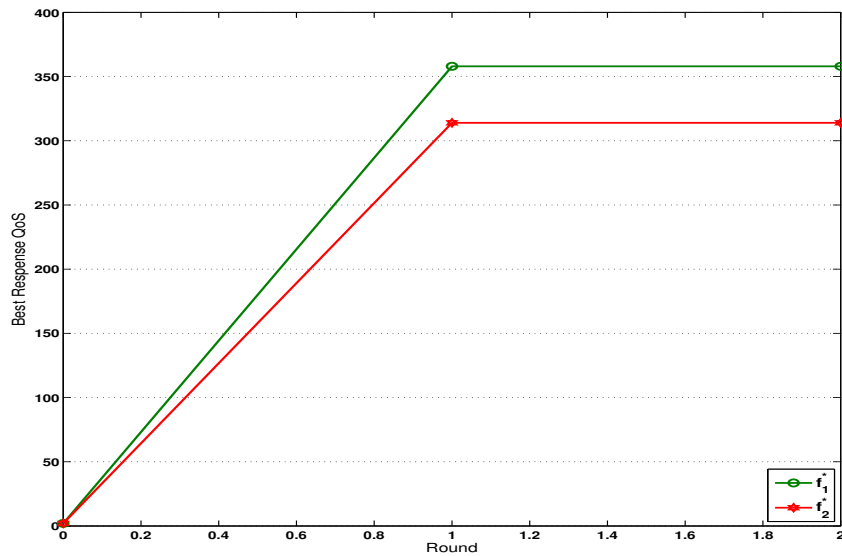
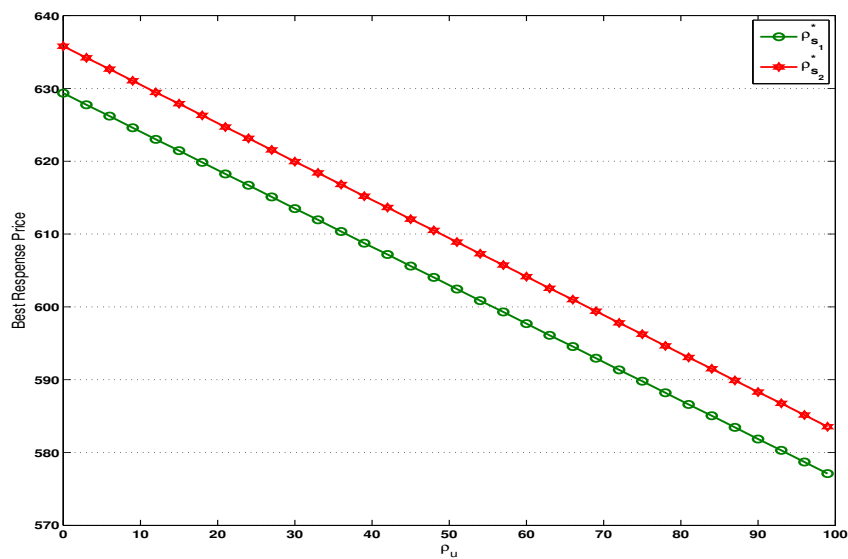
TABLE 5.1 – Paramètres utilisés pour les simulations numériques.

FIGURE 5.1 – Convergence vers le point d'équilibre pour le jeu de prix ρ_c .

également que la vitesse de convergence est relativement élevée (d'environ 8 tours sont suffisants pour converger vers l'équilibre de Nash prix et QoS).

L'impact du prix de transmission ρ_t sur le prix ρ_s , le prix ρ_c et sur la QoS q_s des deux ISPs est illustré par les figures 5.4, 5.5 et 5.6. Les figures 5.4, 5.5 et 5.6 nous indiquent que si le prix de transmission augmente les prix augmentent. D'autre part, si le prix de transmission augmente, la QoS diminue. Cela provient du fait que lorsque le prix de transmission est moins cher les ISPs investissent plus pour offrir des meilleures QoS et des prix d'accès au réseau et aux contenus mis en cache moins chers pour attirer plus d'utilisateurs, afin d'augmenter leurs revenus. D'autre part, si le prix de transmission est très cher, les ISPs offrent des faibles QoS et des prix d'accès très cher pour compenser l'augmentation du prix de transmission.

FIGURE 5.2 – Convergence vers le point d'équilibre pour le jeu de prix ρ_s .FIGURE 5.7 – Prix ρ_c à l'équilibre de Nash en fonction du prix de sponsoring ρ_u .

FIGURE 5.3 – Convergence vers le point d'équilibre pour le jeu de QoS f .FIGURE 5.8 – Prix ρ_s à l'équilibre de Nash en fonction du prix de sponsorship ρ_u .

L'impact du prix de sponsorship ρ_u sur le prix d'accès au réseau ρ_s et le prix d'accès aux contenus mis en cache ρ_c des deux ISPs est illustré par les figures 5.7 et 5.8. En effet, les figures 5.7 et 5.8 montrent que les prix diminuent lorsque le prix de sponsorship augmente. Alors, à mesure que le prix de sponsorship augmente, les revenus de la sponsorship augmentent, ce qui entraîne une augmentation des revenus des ISPs. Par conséquent, les ISPs diminuent leur prix afin d'attirer davantage plus d'utilisateurs.

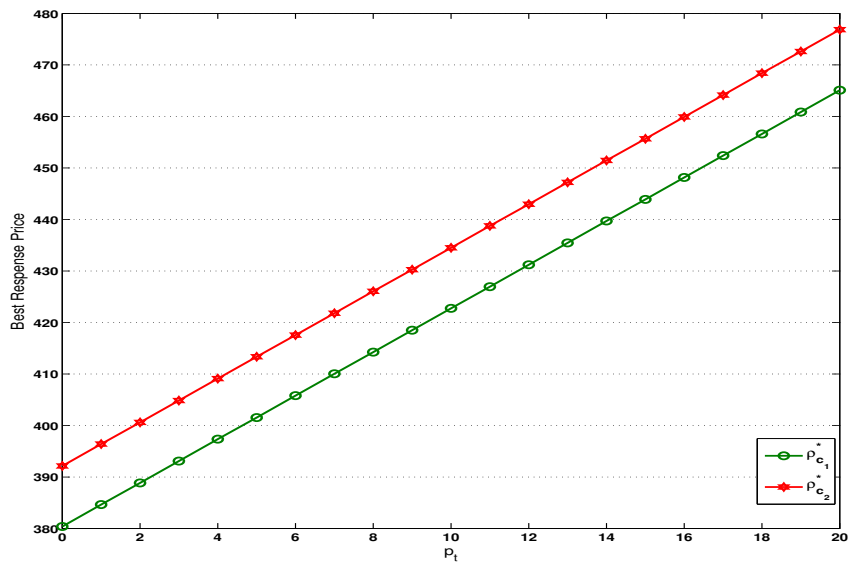


FIGURE 5.4 – Évolution du prix ρ_c à l'équilibre de Nash en fonction du prix de transmission ρ_t .

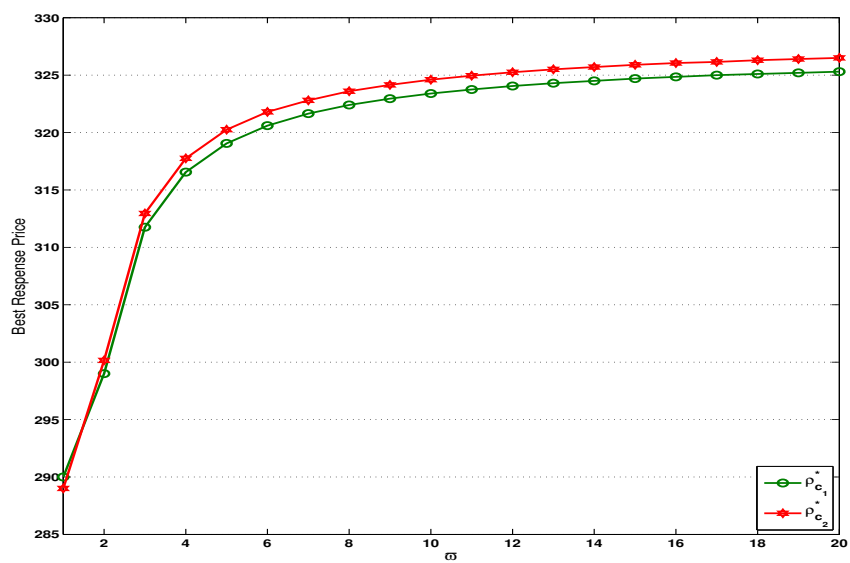


FIGURE 5.9 – Prix ρ_c à l'équilibre de Nash en fonction de la vitesse de sponsorship du contenu w .

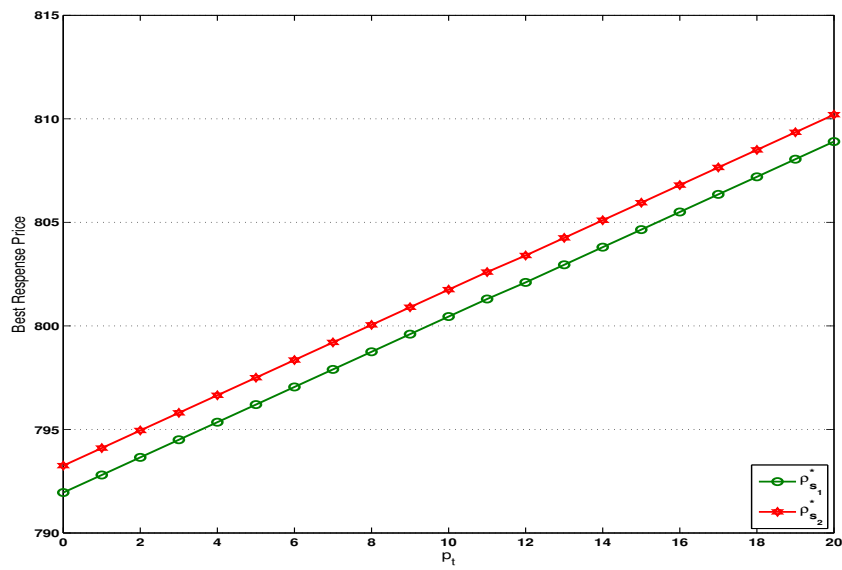


FIGURE 5.5 – Évolution du prix ρ_s à l'équilibre de Nash en fonction du prix de transmission ρ_t .

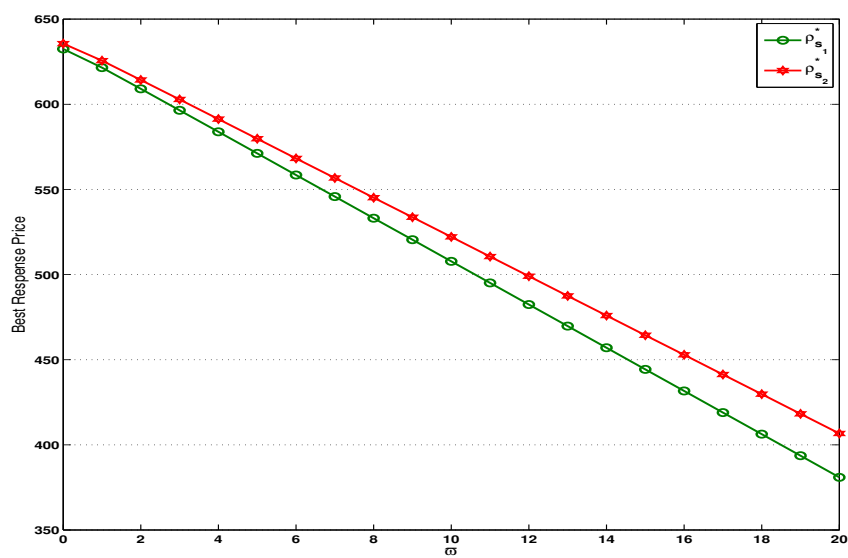


FIGURE 5.10 – Prix ρ_s à l'équilibre de Nash en fonction de la vitesse de sponsorship du contenu w .

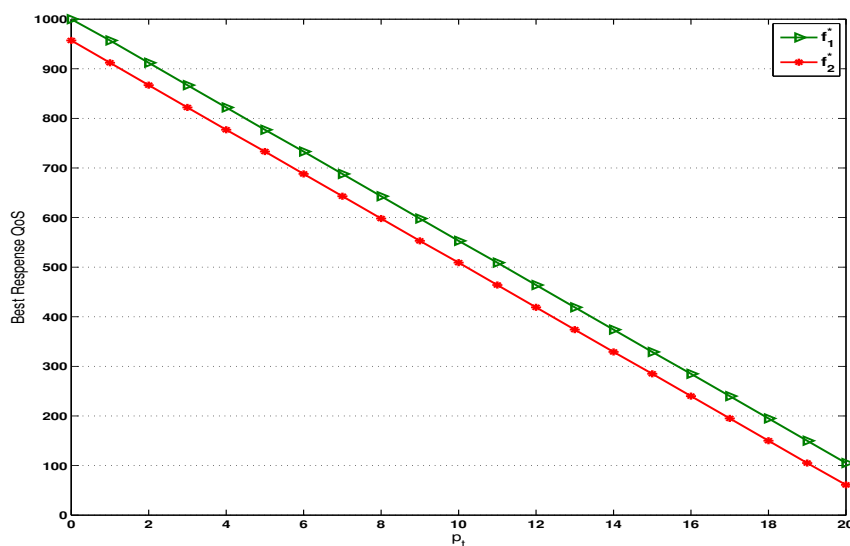


FIGURE 5.6 – Évolution de la QoS f à l'équilibre de Nash en fonction du prix de transmission ρ_t .

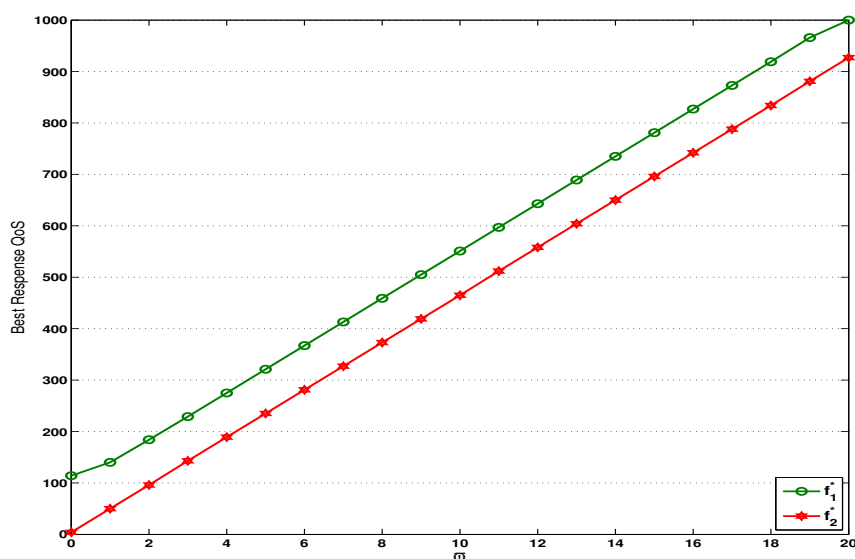


FIGURE 5.11 – QoS f à l'équilibre de Nash en fonction de la vitesse de sponsorship du contenu w .

Nous représentons sur les figures 5.9, 5.10 et 5.11, respectivement, l'impact de la vitesse de sponsorship du contenu w sur le prix ρ_s , le prix ρ_c et la QoS f à l'équilibre de Nash. D'une part, nous constatons que les prix à l'équilibre pour les deux ISPs augmentent par rapport à la vitesse de sponsorship du contenu. D'autre part, nous indiquons que la QoS diminue avec l'augmentation de la vitesse de sponsorship du contenu. En fait, lorsque la vitesse de sponsorship est faible, les ISPs investissent davantage pour offrir une meilleure

QoS et des prix plus attractif assurant ainsi un grand nombre d'utilisateurs. Mais lorsque la vitesse de sponsorship du contenu augmente, les ISPs choisissent d'augmenter leur prix et de diminuer leur QoS pour compenser la hausse du prix de sponsorship.

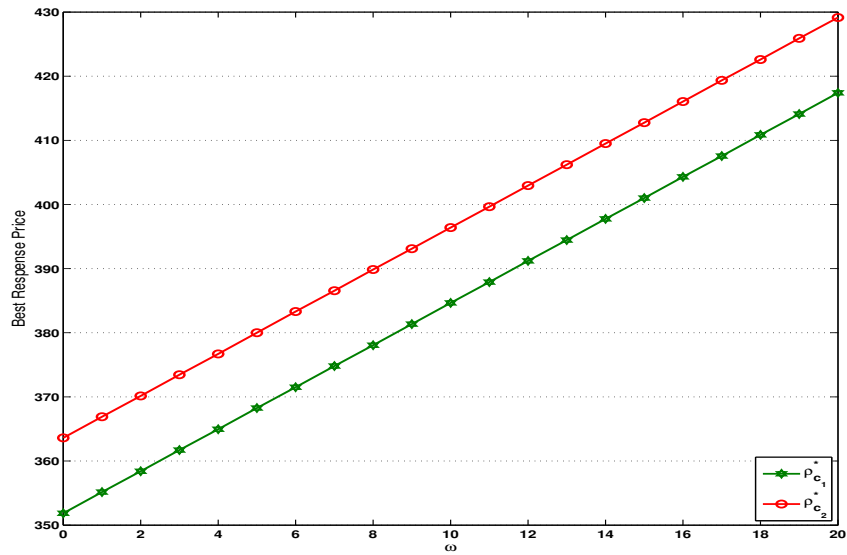


FIGURE 5.12 – Évolution du prix ρ_c à l'équilibre de Nash en fonction du coût de la mise en cache ω .

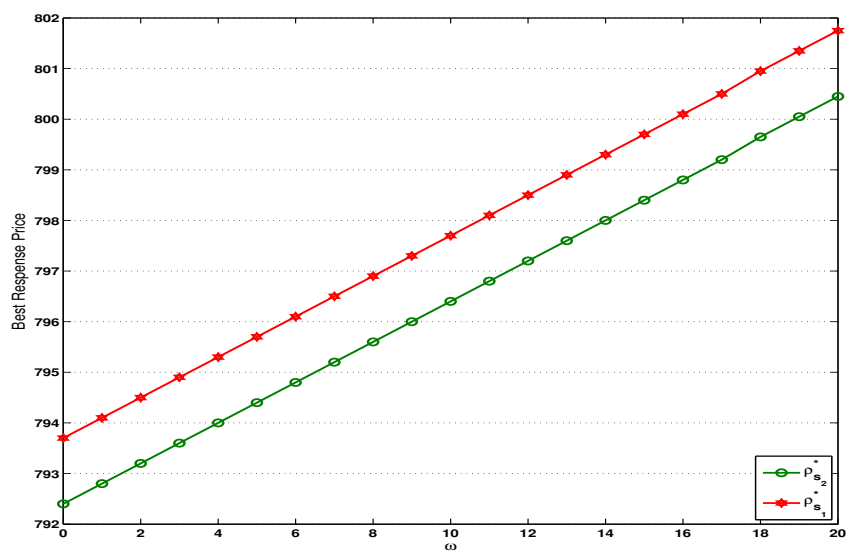


FIGURE 5.13 – Évolution du prix ρ_s à l'équilibre de Nash en fonction du coût de la mise en cache ω .

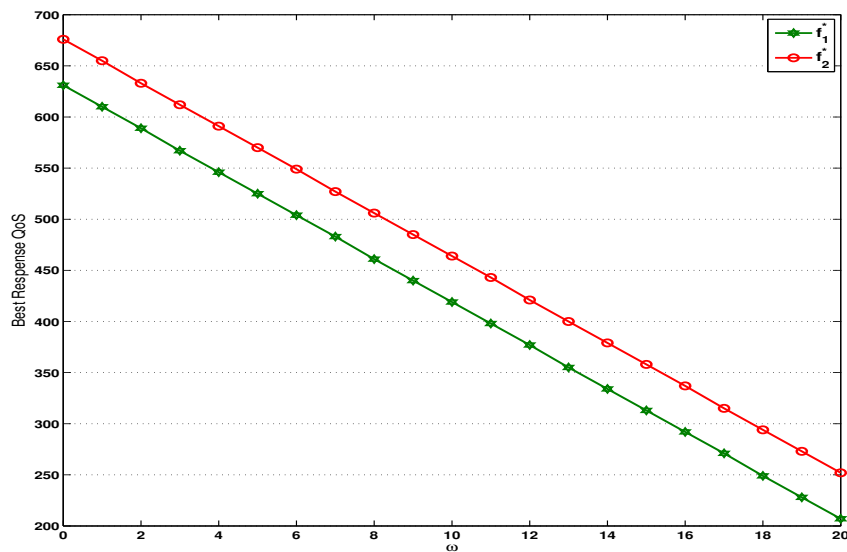


FIGURE 5.14 – Évolution de la QoS f à l'équilibre de Nash en fonction du coût de la mise en cache ω .

Les graphes sur figures 5.12, 5.13 et 5.14 représentent l'impact du coût de la mise en cache ω sur le prix ρ_c , le prix ρ_s et la QoS f . Les figures 5.12, 5.13 et 5.14 montrent que les prix augmentent et la QoS diminue par rapport au coût ω . Quand le coût de la mise en cache augmente, chaque ISP fait augmenter ses prix et diminuer sa QoS pour compenser l'augmentation du coût de la mise en cache. Ainsi, chaque ISP doit minimiser le nombre de contenus mis en cache si le coût de la mise en cache est très cher, pour ne pas offrir des prix très chers et des faibles QoS, ce qui ne répond pas aux attentes des utilisateurs.

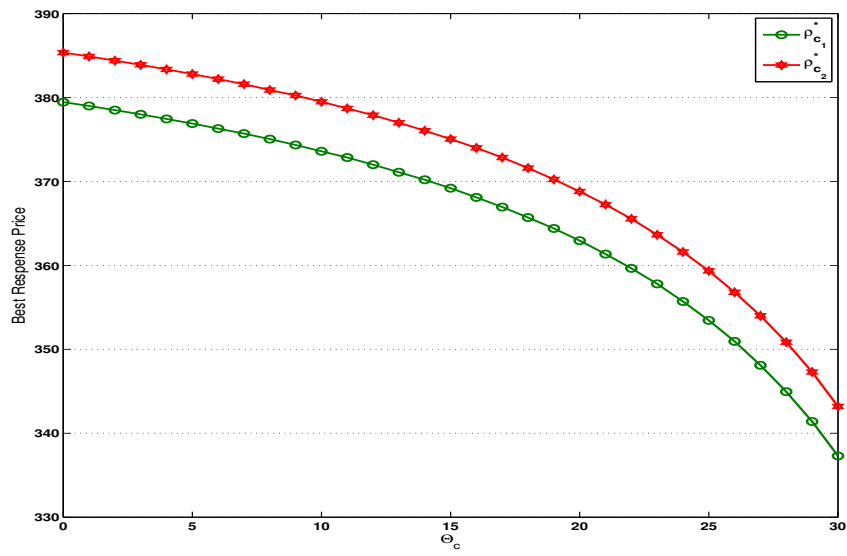


FIGURE 5.15 – Prix ρ_c à l'équilibre de Nash en fonction du nombre de contenus sponsorisés Θ_c .

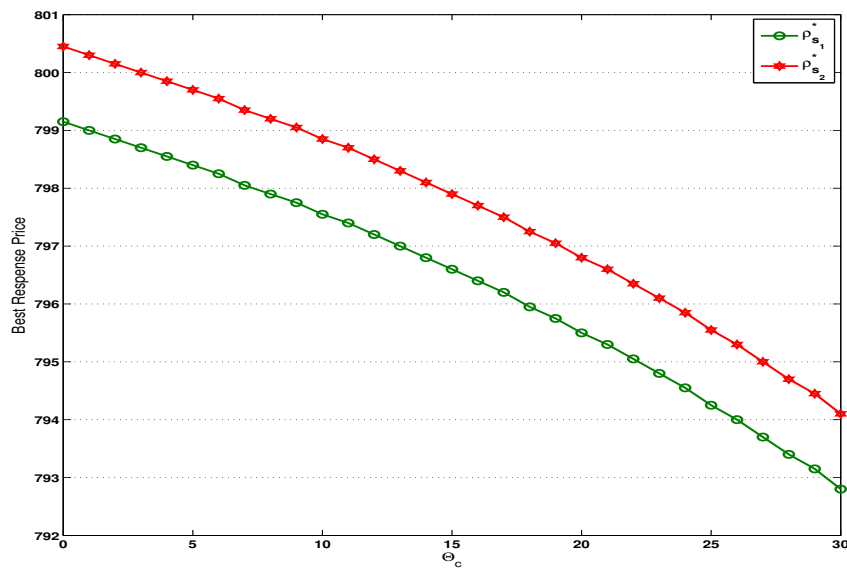


FIGURE 5.16 – Prix ρ_s à l'équilibre de Nash en fonction du nombre de contenus sponsorisés Θ_c .

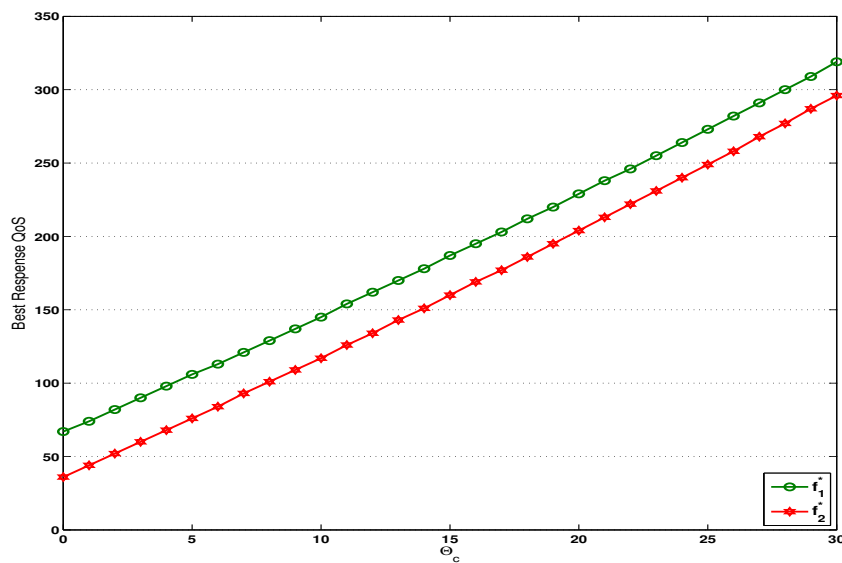


FIGURE 5.17 – QoS f à l'équilibre de Nash en fonction du nombre de contenus sponsorisés Θ_c .

Les figures 5.15, 5.16 et 5.17 montrent l'influence du nombre de contenus sponsorisés par le CP Θ_c , respectivement, sur le prix d'accès au contenu mis en cache ρ_c , le prix d'accès au réseau ρ_s , et la QoS f à l'équilibre de Nash. D'après ces trois figures, nous constatons que lorsque le nombre de contenus sponsorisés augmente, les prix diminuent et la QoS augmente. Si le nombre de contenus sponsorisés augmente, le revenu de la sponsorship augmente, ainsi, les revenus des ISPs augmentent. Par conséquent, les ISPs optimisent leurs prix et améliorent leur QoS pour attirer plus d'utilisateurs. Par conséquent, La sponsorship donne aux ISPs plus de liberté pour améliorer la QoS et minimiser les prix.

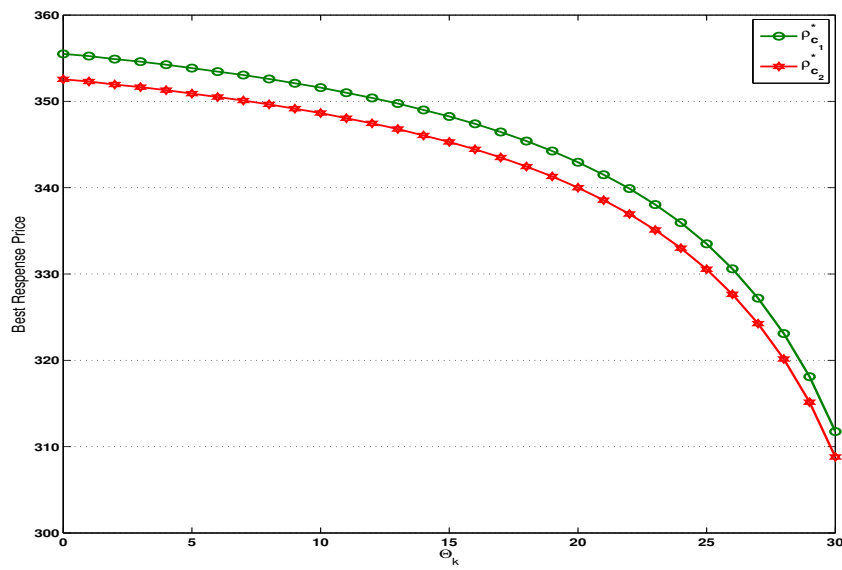


FIGURE 5.18 – Prix ρ_c à l'équilibre de Nash en fonction du nombre de contenus mis en cache sponsorisés Θ_k .

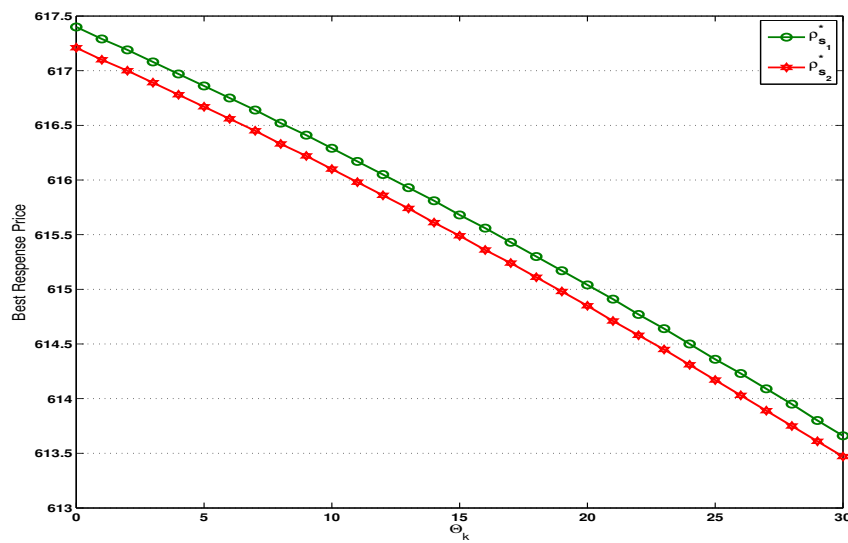


FIGURE 5.19 – Prix ρ_s à l'équilibre de Nash en fonction du nombre de contenus mis en cache sponsorisés Θ_k .

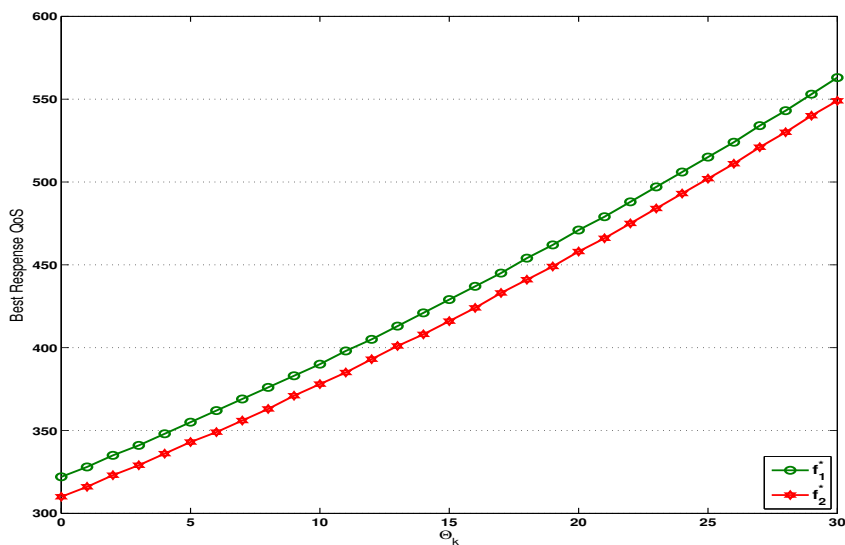


FIGURE 5.20 – QoS f à l'équilibre de Nash en fonction du nombre de contenus mis en cache sponsorisés Θ_k .

L'impact du nombre de contenus mis en cache sponsorisés Θ_k sur le prix ρ_c , le prix ρ_s et la QoS f des deux ISPs est illustré par les figures 5.18, 5.19 et 5.20. Les figures 5.18, 5.19 et 5.20 nous montrent que les prix diminuent et la QoS augmente quand le nombre de contenus mis en cache sponsorisés est élevé. Et quand le nombre de contenus mis en cache sponsorisés augmente, la demande augmente, ce qui induit une augmentation des revenus des ISPs. Par conséquent, les ISPs diminuent leur prix et investissent plus pour augmenter leur QoS, afin d'attirer plus d'utilisateurs à s'inscrire à leurs services.

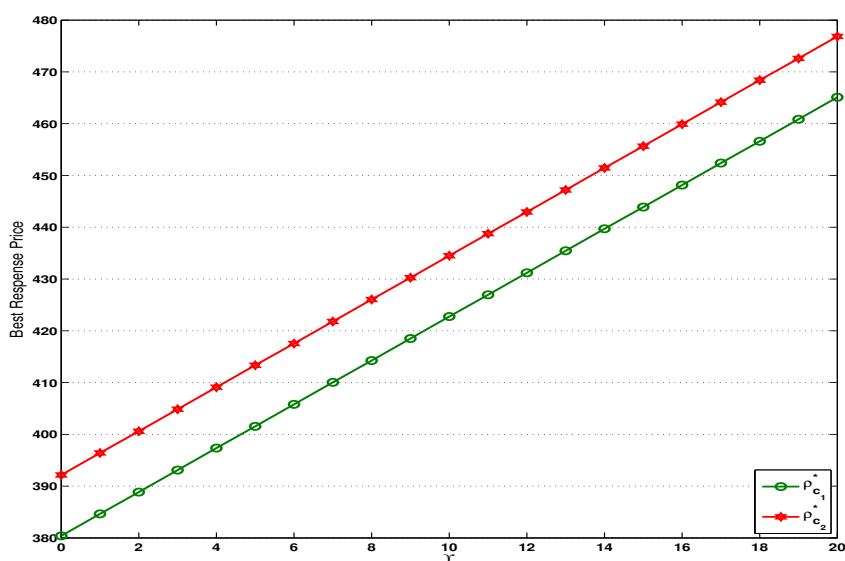
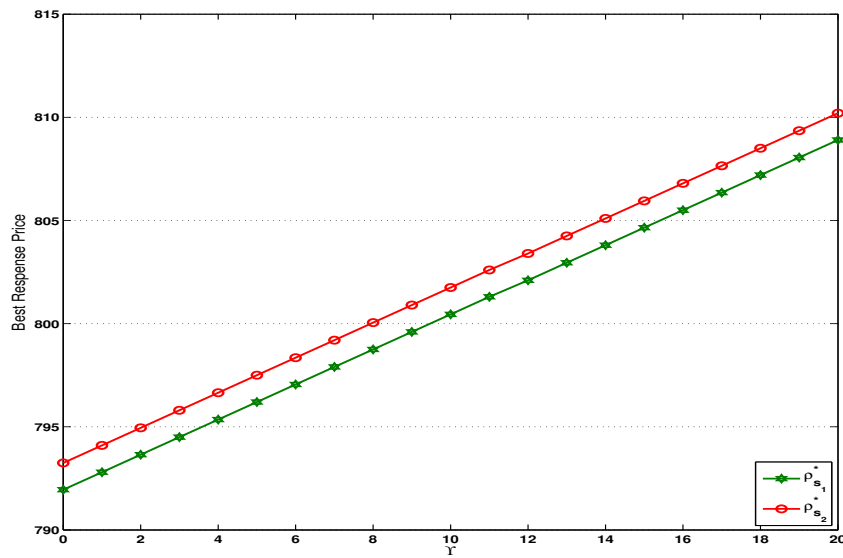
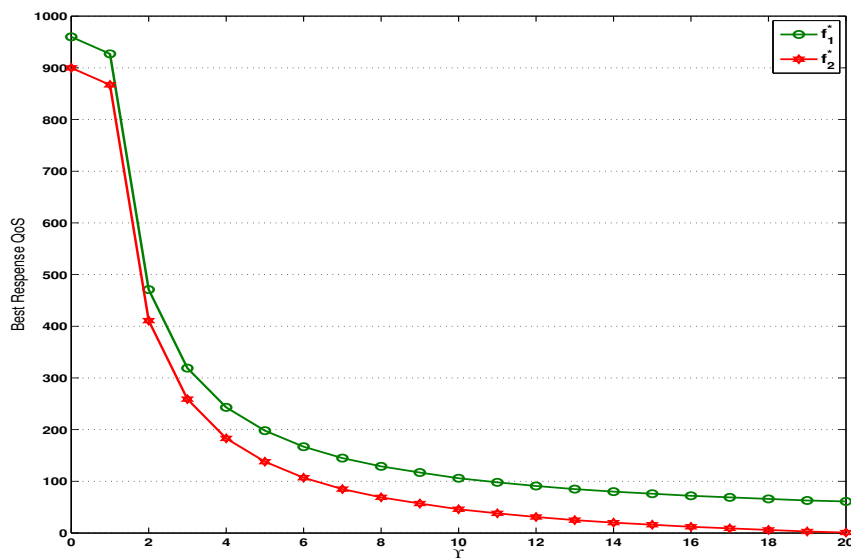


FIGURE 5.21 – Prix ρ_c à l'équilibre de Nash en fonction du coût de la bande passante Υ .

FIGURE 5.22 – Prix ρ_s à l'équilibre de Nash en fonction du coût de la bande passante Υ .FIGURE 5.23 – QoS f à l'équilibre de Nash en fonction du coût de la bande passante Υ .

Nous représentons sur les figures 5.21, 5.22 et 5.23 l'influence du coût de la bande passante Υ sur le prix ρ_c , le prix ρ_s et la QoS f à l'équilibre de Nash. D'une part, nous notons que les prix à l'équilibre de Nash pour chacun des ISPs augmentent avec l'augmentation du coût de la bande passante. D'autre part, nous constatons que la QoS à l'équilibre de tous les ISPs diminue avec l'augmentation du coût de la bande passante. Lorsque le coût de la bande passante décidée par le propriétaire du réseau est moins cher, les ISPs investissent pour plus de bande passante, afin d'offrir des meilleures QoS et des

prix attractifs. Mais lorsque le coût de la bande passante est plus élevé, les ISPs décident d'augmenter leurs prix et de diminuer leurs QoS pour compenser l'augmentation du coût de la bande passante.

5.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié le problème de la mise en cache en tenant compte de la contrainte du temps et la sponsorship des données sur un réseaux de télécommunications avec plusieurs ISPs qui font preuve d'égoïsme et un seul CP (réseau social). L'interaction entre les ISPs est, alors, modélisée à l'aide de la théorie des jeux non coopératifs. Après avoir formulé le dit jeu, Nous avons montré l'existence et l'unicité de l'équilibre de Nash, puis nous avons développé l'algorithme de la meilleure réponse pour déterminer les points de cet équilibre. Enfin, à l'aide des résultats numériques et en exploitant l'impact des paramètres du système mis en place sur les revenus des ISPs, nous avons montré que ces derniers peuvent bénéficier de la mise en cache et de la sponsorship des contenus afin d'attirer plus d'utilisateurs à s'inscrire à leurs services. D'une autre manière, l'ISP fournit des contenus accessibles et utilisables par leur destinataire demandeur à l'endroit et à l'heure prévue, et par la suite, il aura plus de demandes d'inscription à son réseau de la part des utilisateurs, ce qui lui permet de garder sa robustesse sur le marché de télécommunication.

Conclusion Générale et Perspectives

Tout au long de cette thèse, nous avons modélisé et étudié les interactions rencontrés entre les acteurs, supposés rationnels, dans les réseaux sociaux en exploitant le fameux outil mathématique nommé "la théorie des jeux". Nous avons, donc, analysé l'impact de la non-coopération sur le comportement des utilisateurs et les contenus partagés au sein d'un réseau social. Nous avons établi des modèles théoriques de jeux concurrentiels que l'on a mis en place en vue d'analyser et de résoudre les situations de compétitions concernant la réputation, la popularité et la visibilité au niveau des réseaux sociaux, d'un côté. Et l'impact de la mise en cache et de la sponsorship des contenus sur le comportement des fournisseurs de services Internet dans un marché de télécommunication, d'un autre côté.

Pour ce faire, nous avons commencé ce rapport par une introduction aux méthodologies fréquemment étudiées pour modéliser et analyser les interactions entre les acteurs des réseaux sociaux. Ensuite, nous avons présenté un état de l'art des travaux réalisés à propos de l'application de la théorie des jeux dans les domaines de recherche et particulièrement dans la résolution des problématiques rencontrées au sein des réseaux sociaux. Nous avons également décrit le cadre général de notre thèse, nos motivations et nos contributions. Puis, nous avons présenté, les bases et les notions fondamentales de la théorie des jeux utilisées dans cette thèse pour modéliser et analyser les politiques des différents acteurs et leurs comportements au sein des réseaux sociaux.

Par la suite, nous avons passé à l'apprentissage de l'équilibre de Nash dans un jeu concurrentiel de Réputation au sein d'un réseau social. A cet effet, nous avons élaboré un modèle théorique en se basant sur le modèle linéaire "Logit", puis nous avons prouvé l'existence et l'unicité de l'équilibre de Nash approprié à ce jeu. Ensuite, nous avons utilisé l'algorithme de la meilleure réponse pour aboutir au point de l'équilibre de Nash. Enfin, les simulations numériques ont pu validé le modèle proposé pour résoudre le conflit en matière de réputation au sein des réseaux sociaux.

Après avoir accompli cette approche, nous avons étudié l'interaction entre les contenus cherchant à devenir populaires dans les zones de communication en ligne. Vu que, les joueurs adoptent un comportement égoïste, nous nous trouvons face à une situation

de conflit dans le réseau. Pour remédier à cette situation, nous avons établi un modèle mathématique dépendant des stratégies du contenu lui-même (fréquence de publication et nombre de commentaires acquis), mais aussi des stratégies des adversaires. Puis, nous avons démontré l'existence et l'unicité de l'équilibre dans le jeu formulé ce qui a nécessité l'emploi de l'algorithme de la meilleure réponse pour assurer l'apprentissage de cet équilibre. Enfin, l'analyse numérique est effectuée en tenant compte des différents paramètres du système afin de mettre en valeur l'analyse théorique proposée dans cette partie.

La partie qui suit était consacrée à l'élaboration d'une approche basée sur la théorie des jeux pour modéliser la compétition concernant la visibilité dans les réseaux sociaux sous le comportement égoïste des utilisateurs de ces structures de partage de données et d'opinions. Nous avons ainsi formulé l'interaction entre ces utilisateurs sous forme d'un jeu non coopératif, nous avons montré l'existence et l'unicité de l'équilibre de Nash, et nous avons détaillé l'algorithme de la meilleure réponse qui semble être le plus convenable pour l'apprentissage de cet équilibre. Enfin, nous avons présenté des résultats numériques pour favoriser notre analyse théorique.

Alors que le reste de ce manuscrit était réservé à l'étude du problème de la mise en cache avec la contrainte du temps et la sponsorship des contenus sur un réseau de télécommunications avec plusieurs ISPs et un seul CP. L'interaction entre les ISPs est modélisée à l'aide de la théorie des jeux non coopératifs. Nous avons établi le modèle théorique, puis, nous avons prouvé l'existence et l'unicité de l'équilibre de Nash, puis nous avons utilisé l'algorithme de la meilleure réponse pour déterminer les points de cet équilibre. Et de la même manière que précédemment, nous avons assuré des résultats numériques pour valider l'approche proposée pour étudier l'interaction compétitive entre les ISPs, ce qui signifie qu'il existe un état stable où tous les ISPs ne sont pas incités à changer leurs stratégies d'une façon individuelle.

Actuellement, nous sommes en train d'élaborer d'autres contributions en vue de modéliser les problèmes rencontrés au sein des réseaux sociaux et du marché de télécommunications. Dans le premier travail, nous étudions les actions et les réactions des utilisateurs à rationalité limitée. Nous cherchons à élaborer un modèle de jeu du duopole concernant la concurrence à propos de la visibilité dans les réseaux sociaux. Pour établir ce document, nous supposons que les utilisateurs au sein d'un réseau social sont rationnels de manière limitée; ils ne sont pas conscients de toutes les données contenues dans le système dans lequel ils interagissent, et leur rationalité est limitée compte tenu de la quantité d'informations dont ils disposent. Nous nous concentrons, dans ce cas, sur la capacité d'un joueur à anticiper la réaction de son adversaire. Pour atteindre l'objectif de notre travail, nous

considérons un réseau social partagé par deux fournisseurs d'information. Chacun d'eux garantit son taux de publication au sein de ce système. Nous construisons un modèle mathématique dans lequel nous introduisons la fréquence de publication comme paramètre primordial. Ensuite, nous étudions le problème général d'un jeu de fréquence avec rationalité limitée ; chaque utilisateur agit sous la rationalité limitée et varie sa stratégie de taux en fonction de son profit marginal attendu. L'analyse de cette situation nous mène à remarquer l'existence de plus d'un point fixe du système non linéaire.

Dans le deuxième papier, nous jetons l'œil sur l'étude et l'analyse des situations de coopération entre les intervenants dans un réseau social en ligne. Plus précisément, le travail se concentre sur l'étude d'une situation de concurrence entre des contenus qui cherchent à attirer plus de consultations et à maximiser leurs propres profits en termes de popularité, dans la première partie, et la modélisation d'une situation de coopération et de coalition entre ces contenus dans la deuxième partie. L'objectif de cette contribution est donc d'établir un modèle complet et réaliste. Nous cherchons, donc, à démontrer l'existence et l'unicité de l'équilibre de Nash, et à base de ce modèle théorique, nous prouvons l'efficacité de l'équilibre, nous dévoilons l'impact de la coopération et de la non-coopération entre ces contenus et nous extrayons l'impact des paramètres du modèle sur l'état du système étudié.

Alors que, dans le cadre des travaux futurs, nous prévoyons l'étude de l'impact de la coopération, de la mise en cache et de la sponsorship sur les prises de décisions et les politiques des ISPs et des CPs dans le marché de télécommunications. Sachant qu'avec le plan des contenus sponsorisés et mis en cache, les fournisseurs de contenu (CPs) ont la possibilité de payer aux ISPs les frais d'accès aux réseaux au nom des utilisateurs, pour réduire le prix d'accès à certains contenus, il est important d'entamer ce sujet de recherche tout en dévoilant l'impact de ces paramètres sur la stabilité du marché en question.

Bibliographie

- [1] M. E. J. Newman, “The Structure and Function of Complex Networks,” *SIAM Review*, vol. 45, no. 2, pp. 167–256, Jan. 2003. [Online]. Available : <http://epubs.siam.org/doi/10.1137/S0036144503424801>
- [2] K. Curran, S. Morrison, and S. Mc Cauley, “Google+ vs Facebook : The Comparison,” *Telkomnika*, vol. 10, no. 2, p. 379, 2012, publisher : Ahmad Dahlan University. [1](#), [57](#)
- [3] R. Motamedi, R. Gonzalez, R. Farahbakhsh, A. Cuevas, R. Cuevas, and R. Rejaie, “Characterizing group-level user behavior in major online social networks,” *Tech. Rep.*, 2014. [1](#)
- [4] G. Xylomenos, C. N. Ververidis, V. A. Siris, N. Fotiou, C. Tsilopoulos, X. Vasilakos, K. V. Katsaros, and G. C. Polyzos, “A survey of information-centric networking research,” *IEEE communications surveys & tutorials*, vol. 16, no. 2, pp. 1024–1049, 2013. [2](#), [70](#)
- [5] X. Jiang, J. Bi, G. Nan, and Z. Li, “A survey on information-centric networking : rationales, designs and debates,” *China Communications*, vol. 12, no. 7, pp. 1–12, 2015. [2](#), [70](#)
- [6] J. Von Neumann and O. Morgenstern, “Theory of games and economic behavior, 2nd rev,” 1947, publisher : Princeton University Press. [2](#), [3](#), [57](#)
- [7] J. F. Nash and L. S. Shapley, “A simple three-person poker game,” *Contributions to the Theory of Games*, vol. 1, no. 24, pp. 105–116, 1950. [2](#), [57](#)
- [8] E. Altman and R. El Azouzi, “Theory of non-cooperative games applied in telecommunication networks,” 2007. [3](#), [57](#)
- [9] J. M. Smith, “Game theory and the evolution of fighting,” *On evolution*, pp. 8–28, 1972, publisher : Edinburgh University Press Edinburgh, UK. [3](#), [57](#)
- [10] —, *Evolution and the Theory of Games*. Cambridge university press, 1982. [3](#), [57](#)

- [11] M. Z. Jahromi, M. Tajdinian, and M. Jalalpour, "A secure-coordinated expansion planning of generation and transmission using game theory and minimum singular value," *International Journal of Electrical and Computer Engineering*, vol. 4, no. 6, p. 868, 2014, publisher : IAES Institute of Advanced Engineering and Science. [3](#), [57](#)
- [12] A. Sahnoun, A. Habbani, and J. El Abbadi, "A coalition-formation game model for energy-efficient routing in mobile ad-hoc network," *International Journal of Electrical and Computer Engineering*, vol. 8, no. 1, p. 26, 2018, publisher : IAES Institute of Advanced Engineering and Science. [3](#), [57](#)
- [13] S. Lim, "Game-Theoretic Channel Allocation in Cognitive Radio Networks," *International Journal of Electrical and Computer Engineering*, vol. 7, no. 2, p. 986, 2017, publisher : IAES Institute of Advanced Engineering and Science. [3](#), [58](#)
- [14] J. G. WARoRoP, "Some theoretical aspects of road traffic research," *Proc. Inst. Civil Engineers, Part II*, vol. 1, pp. 325–378, 1952. [3](#), [58](#)
- [15] E. Altman, P. Kumar, S. Venkatramanan, and A. Kumar, "Competition over timeline in social networks," in *2013 IEEE/ACM International Conference on Advances in Social Networks Analysis and Mining (ASONAM 2013)*. IEEE, 2013, pp. 1352–1357. [3](#), [58](#)
- [16] A. Reiffers-Masson, Y. Hayel, and E. Altman, "Game theory approach for modeling competition over visibility on social networks," in *2014 Sixth International Conference on Communication Systems and Networks (COMSNETS)*. IEEE, 2014, pp. 1–6. [3](#), [58](#)
- [17] E. Altman, "A stochastic game approach for competition over popularity in social networks," *Dynamic Games and Applications*, vol. 3, no. 2, pp. 313–323, 2013, publisher : Springer. [3](#), [58](#)
- [18] —, "Game theoretic approaches for studying competition over popularity and over advertisement space in social networks," 2012. [3](#), [58](#)
- [19] M. Baslam, L. Echabbi, R. El-Azouzi, and E. Sabir, "Joint Price and QoS Market Share Game with Adversarial Service Providers and Migrating Customers," in *Game Theory for Networks*. Springer, Berlin, Heidelberg, Apr. 2011, pp. 642–657. [3](#), [58](#)
- [20] R. El Azouzi, E. Altman, and L. Wynter, "Telecommunications network equilibrium with price and quality-of-service characteristics," in *Teletraffic science and engineering*. Elsevier, 2003, vol. 5, pp. 369–378. [3](#), [58](#)

- [21] S. Shakkottai and R. Srikant, “Economics of network pricing with multiple ISPs,” *IEEE/ACM Transactions On Networking*, vol. 14, no. 6, pp. 1233–1245, 2006, publisher : IEEE. 3
- [22] H. Moulin, *Théorie des jeux pour l'économie et la politique*. Hermann, 1981. 9
- [23] R. Gibbons, “A primer in game theory,” 1992, publisher : Harvester Wheatsheaf New York. 10, 15
- [24] J. C. Harsanyi, “Games with incomplete information played by “Bayesian” players, I–III Part I. The basic model,” *Management science*, vol. 14, no. 3, pp. 159–182, 1967, publisher : INFORMS. 13
- [25] D. Fudenberg and J. Tirole, “Game theory mit press,” *Cambridge, MA*, p. 86, 1991. 16, 29
- [26] L. S. Shapley, “Stochastic games,” *Proceedings of the national academy of sciences*, vol. 39, no. 10, pp. 1095–1100, 1953, publisher : National Acad Sciences. 16
- [27] A. R. Schotter and F. Gardes, *Microéconomie : une approche contemporaine*. Vuibert, 1996. 17
- [28] R. J. Aumann, “The core of a cooperative game without side payments,” *Transactions of the American Mathematical Society*, vol. 98, no. 3, pp. 539–552, 1961, publisher : JSTOR. 20
- [29] R. P. Gilles, *The cooperative game theory of networks and hierarchies*. Springer Science & Business Media, 2010, vol. 44. 21
- [30] S. Krasa, A. Temimi, and N. C. Yannellis, “Coalition structure values in differential information economies : Is unity a strength?” in *Differential Information Economies*. Springer, 2005, pp. 553–565. 21
- [31] E. Koutsoupias and C. Papadimitriou, “Worst-case equilibria,” *Computer science review*, vol. 3, no. 2, pp. 65–69, 2009, number : 2. 21, 35
- [32] J. B. Rosen, “Existence and Uniqueness of Equilibrium Points for Concave N-Person Games,” *Econometrica*, vol. 33, no. 3, pp. 520–534, 1965. 25, 33, 45, 46, 47, 48, 58, 60, 61, 81
- [33] G. A. Akerlof, “The Market for "Lemons" : Quality Uncertainty and the Market Mechanism,” *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 84, no. 3, p. 488, Aug. 1970. [Online]. Available : <https://academic.oup.com/qje/article-lookup/doi/10.2307/1879431> 28

- [34] L. Mui, M. Mohtashemi, and A. Halberstadt, “A computational model of trust and reputation,” in *Proceedings of the 35th Annual Hawaii International Conference on System Sciences*. Big Island, HI, USA : IEEE Comput. Soc, 2002, pp. 2431–2439. [Online]. Available : <http://ieeexplore.ieee.org/document/994181/> 28
- [35] —, “Notions of reputation in multi-agents systems : a review,” in *Proceedings of the first international joint conference on Autonomous agents and multiagent systems : part 1*. ACM, 2002, pp. 280–287. 29
- [36] M. Mohtashemi and L. Mui, “Evolution of indirect reciprocity by social information : the role of trust and reputation in evolution of altruism,” *Journal of theoretical biology*, vol. 223, no. 4, pp. 523–531, 2003, publisher : Elsevier. 29
- [37] B. Zhang, Q. Zhang, Z. Huang, M. Li, and L. Li, “A multi-criteria detection scheme of collusive fraud organization for reputation aggregation in social networks,” *Future Generation Computer Systems*, vol. 79, pp. 797–814, Feb. 2018. [Online]. Available : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0167739X16308366> 29
- [38] E. D. Raj and L. D. Babu, “An enhanced trust prediction strategy for online social networks using probabilistic reputation features,” *Neurocomputing*, vol. 219, pp. 412–421, Jan. 2017. [Online]. Available : <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0925231216310645> 29
- [39] Z. Maamar, G. Costantino, M. Petrocchi, and F. Martinelli, “Business Reputation of Social Networks of Web Services,” *Procedia Computer Science*, vol. 56, pp. 18–25, 2015. [Online]. Available : <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S187705091501652X> 29
- [40] J. David Nuñez-Gonzalez, M. Graña, and B. Apolloni, “Reputation features for trust prediction in social networks,” *Neurocomputing*, vol. 166, pp. 1–7, Oct. 2015. [Online]. Available : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0925231215005494> 29
- [41] R. Hermoso, R. Centeno, and M. Fasli, “From blurry numbers to clear preferences : A mechanism to extract reputation in social networks,” *Expert Systems with Applications*, vol. 41, no. 5, pp. 2269–2285, Apr. 2014, number : 5. [Online]. Available : <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0957417413007598> 29
- [42] T. Warin, N. D. Marcellis–Warin, W. Sanger, B. Nembot, and V. H. Mirza, “Corporate reputation and social media : a game theory approach,” *International Journal of Economics and Business Research*, vol. 9, no. 1, pp. 1–22, 2014, number : 1. 29

- [43] O. Morgenstern and J. Von Neumann, *Theory of games and economic behavior*. Princeton university press, 1944. 29, 43
- [44] N. Nisan, T. Roughgarden, E. Tardos, and V. V. Vazirani, *Algorithmic game theory*. Cambridge University Press, 2007. 29
- [45] M. Outanoute, H. Garmani, M. Baslam, R. E. Ayachi, and B. Bouikhalene, “A Non-Cooperative Game Analysis of Competition between Content Providers in the Internet Market,” *International Journal of Business Data Communications and Networking (IJBDCN)*, vol. 15, no. 1, pp. 88–104, Jan. 2019. 29
- [46] D. A. Omar, M. Outanoute, M. Baslam, M. Fakir, and B. Bouikhalene, “On understanding price-QoS war for competitive market and confused consumers,” *Computing*, vol. 101, no. 9, pp. 1327–1348, 2019, publisher : Springer. 29
- [47] Z. Han, Ed., *Game theory in wireless and communication networks : theory, models, and applications*. Cambridge, UK ; New York : Cambridge University Press, 2012, oCLC : ocn699759838. 29
- [48] M. El Amrani, H. Garmani, M. Baslam, B. Minaoui, and R. El Ayachi, “Cournot game of ISP under net neutrality,” *International Journal of Control and Automation*, vol. 11, no. 7, p. 16, 2018. 29
- [49] A. Reiffers-Masson, Y. Hayel, and E. Altman, “Game theory approach for modeling competition over visibility on social networks,” in *2014 Sixth International Conference on Communication Systems and Networks (COMSNETS)*. IEEE, 2014, pp. 1–6. 29
- [50] P. R. Milgrom, *Axelrod's "The Evolution of Cooperation"*. JSTOR, 1984. 29
- [51] J. W. Weibull, *Evolutionary game theory*. MIT press, 1997. 29
- [52] G. Rodríguez, “Multilevel generalized linear models,” in *Handbook of multilevel analysis*. Springer, 2008, pp. 335–376. 32
- [53] J. F. Nash, “Non-cooperative games,” *Annals of Mathematics*, vol. 5, no. 4, p. 2, 1990. 33
- [54] L. Guijarro, V. Pla, J. Vidal, and J. Martinez-Bauset, “Analysis of price competition under peering and transit agreements in internet service provision to peer-to-peer users,” in *IEEE Consumer Communications and Networking Conference (CCNC2011), Las Vegas, Nevada USA*, 2011, pp. 9–12. 35, 36
- [55] T. Roughgarden and v. Tardos, “How bad is selfish routing?” *Journal of the ACM (JACM)*, vol. 49, no. 2, pp. 236–259, 2002, number : 2. 35

- [56] E. Anshelevich, A. Dasgupta, E. Tardos, and T. Wexler, “Near-optimal network design with selfish agents,” in *Proceedings of the thirty-fifth annual ACM symposium on Theory of computing*. ACM, 2003, pp. 511–520. 35
- [57] A. Vetta, “Nash equilibria in competitive societies, with applications to facility location, traffic routing and auctions,” in *Foundations of Computer Science, 2002. Proceedings. The 43rd Annual IEEE Symposium on*. IEEE, 2002, pp. 416–425. 35
- [58] P. Maillé and B. Tuffin, “Analysis of price competition in a slotted resource allocation game,” in *IEEE INFOCOM 2008-The 27th Conference on Computer Communications*. IEEE, 2008, pp. 888–896. 36
- [59] B. Ribeiro and C. Faloutsos, “Modeling Website Popularity Competition in the Attention-Activity Marketplace,” *arXiv :1403.0600 [physics]*, Mar. 2014, arXiv : 1403.0600. [Online]. Available : <http://arxiv.org/abs/1403.0600> 42
- [60] A. Matakos and A. Gionis, “Tell me something my friends do not know : Diversity maximization in social networks,” *arXiv :1811.10354 [cs]*, Nov. 2018, arXiv : 1811.10354. [Online]. Available : <http://arxiv.org/abs/1811.10354> 42
- [61] Y. Ma, J. He, and Q. Yu, “Modeling on social popularity and achievement : A case study on table tennis,” *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 524, pp. 235–245, Jun. 2019. [Online]. Available : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378437119303711> 42
- [62] S. Dhamal, W. Ben-Ameur, T. Chahed, and E. Altman, “A two phase investment game for competitive opinion dynamics in social networks,” *Information Processing & Management*, vol. 57, no. 2, p. 102064, Mar. 2020. [Online]. Available : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0306457318309543> 42
- [63] F. Zhan, G. Laines, S. Deniz, S. Paliskara, I. Ochoa, I. Guerra, and S. Tayeb, “Incorporating game theory and nash equilibrium concepts to predict social network community behaviors,” *University of Nevada Las Vegas AEOP/STEM/REAP/RET Programs Technical Report*, vol. 2, pp. 26–30, 2017. 42
- [64] K. Lerman and T. Hogg, “Using a Model of Social Dynamics to Predict Popularity of News,” *arXiv :1004.5354 [cs]*, Apr. 2010, arXiv : 1004.5354. [Online]. Available : <http://arxiv.org/abs/1004.5354> 42
- [65] Z. Bao, Y. Liu, Z. Zhang, H. Liu, and J. Cheng, “Predicting popularity via a generative model with adaptive peeking window,” *Physica A : Statistical*

- Mechanics and its Applications*, vol. 522, pp. 54–68, May 2019. [Online]. Available : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0378437119301396> 42
- [66] A. R. Masson, Y. Hayel, E. Altman, and G. Martel, “A Generalized Fractional Program for Maximizing Content Popularity in Online Social Networks,” in *2018 IEEE/ACM International Conference on Advances in Social Networks Analysis and Mining (ASONAM)*. Barcelona : IEEE, Aug. 2018, pp. 869–872. [Online]. Available : <https://ieeexplore.ieee.org/document/8508480/> 42
- [67] S. Hafidi, M. Baslam, and R. E. Ayachi, “Analysis of Competition Fronting the Popularity of Content in Social Networks,” vol. 6, no. 2, p. 9, 2017, number : 2. 43
- [68] E. Altman, “A semi-dynamic model for competition over popularity and over advertisement space in social networks,” in *Proceedings of the 6th International Conference on Performance Evaluation Methodologies and Tools*. Cargèse, France : IEEE, 2012. [Online]. Available : <http://eudl.eu/doi/10.4108/valuetools.2012.250334> 43
- [69] A. Reiffers-Masson, Y. Hayel, E. Altman, and G. Marrel, “A Generalized Fractional Program for Maximizing Content Popularity in Online Social Networks,” p. 5. 45
- [70] L. Hui, “A novel QoS routing algorithm in wireless mesh networks,” *TELKOMNIKA Indonesian Journal of Electrical Engineering*, vol. 11, no. 3, pp. 1652–1664, 2013. 60
- [71] M. Amadeo, C. Campolo, J. Quevedo, D. Corujo, A. Molinaro, A. Iera, R. L. Aguiar, and A. V. Vasilakos, “Information-centric networking for the internet of things : challenges and opportunities,” *IEEE Network*, vol. 30, no. 2, pp. 92–100, 2016. 69
- [72] B. Ahlgren, C. Dannewitz, C. Imbrenda, D. Kutscher, and B. Ohlman, “A survey of information-centric networking,” *IEEE Communications Magazine*, vol. 50, no. 7, pp. 26–36, 2012. 70
- [73] C. Fang, H. Yao, Z. Wang, W. Wu, X. Jin, and F. R. Yu, “A survey of mobile information-centric networking : Research issues and challenges,” *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 20, no. 3, pp. 2353–2371, 2018. 70
- [74] D. R. Cheriton and M. Gritter, “Triad : A new next-generation internet architecture,” 2000. 70
- [75] T. Koponen, M. Chawla, B.-G. Chun, A. Ermolinskiy, K. H. Kim, S. Shenker, and I. Stoica, “A data-oriented (and beyond) network architecture,” in *Proceedings of*

- the 2007 conference on Applications, technologies, architectures, and protocols for computer communications*, 2007, pp. 181–192. [70](#)
- [76] V. Jacobson, D. K. Smetters, J. D. Thornton, M. F. Plass, N. H. Briggs, and R. L. Braynard, “Networking named content,” in *Proceedings of the 5th international conference on Emerging networking experiments and technologies*, 2009, pp. 1–12. [70](#)
- [77] D. Han, A. Anand, F. Dogar, B. Li, H. Lim, M. Machado, A. Mukundan, W. Wu, A. Akella, D. G. Andersen *et al.*, “{XIA} : Efficient support for evolvable inter-networking,” in *9th USENIX Symposium on Networked Systems Design and Implementation (NSDI 12)*, 2012, pp. 309–322. [70](#)
- [78] L. Zhang, A. Afanasyev, J. Burke, V. Jacobson, K. Claffy, P. Crowley, C. Papadopoulos, L. Wang, and B. Zhang, “Named data networking,” *ACM SIGCOMM Computer Communication Review*, vol. 44, no. 3, pp. 66–73, 2014. [70](#)
- [79] A. Kostopoulos and M. Papadopouli, “Looking for new allies in mobile internet market,” in *2016 IEEE Conference on Computer Communications Workshops (INFOCOM WKSHPS)*. IEEE, 2016, pp. 239–244. [70](#), [72](#)
- [80] V. G. Douros, S. E. Elayoubi, E. Altman, and Y. Hayel, “Caching games between content providers and internet service providers,” *Performance Evaluation*, vol. 113, pp. 13–25, 2017. [70](#)
- [81] L. Shi, X. Wang, and R. T. Ma, “On optimal hybrid premium peering and caching purchasing strategy of internet content providers,” in *IEEE INFOCOM 2019-IEEE Conference on Computer Communications*. IEEE, 2019, pp. 2107–2115. [70](#)
- [82] D. Liu and C. Yang, “Energy efficiency of downlink networks with caching at base stations,” *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 34, no. 4, pp. 907–922, 2016. [70](#)
- [83] S. Tamoor-ul Hassan, M. Bennis, P. H. Nardelli, and M. Latva-Aho, “Caching in wireless small cell networks : A storage-bandwidth tradeoff,” *IEEE Communications Letters*, vol. 20, no. 6, pp. 1175–1178, 2016. [70](#)
- [84] S. Safavat, N. N. Sapavath, and D. B. Rawat, “Recent advances in mobile edge computing and content caching,” *Digital Communications and Networks*, vol. 6, no. 2, pp. 189–194, 2020. [70](#)

- [85] I. Pappalardo, G. Quer, B. D. Rao, and M. Zorzi, “Caching strategies in heterogeneous networks with d2d, small bs and macro bs communications,” in *2016 IEEE International Conference on Communications (ICC)*. IEEE, 2016, pp. 1–6. [70](#)
- [86] K. Hamidouche, W. Saad, and M. Debbah, “Many-to-many matching games for proactive social-caching in wireless small cell networks,” in *2014 12th International Symposium on Modeling and Optimization in Mobile, Ad Hoc, and Wireless Networks (WiOpt)*. IEEE, 2014, pp. 569–574. [71](#)
- [87] E. Bastug, M. Bennis, and M. Debbah, “Anticipatory caching in small cell networks : A transfer learning approach,” in *1st KuVS workshop on anticipatory networks*, 2014. [71](#)
- [88] K. Hamidouche, W. Saad, M. Debbah, and H. V. Poor, “Mean-field games for distributed caching in ultra-dense small cell networks,” in *2016 American Control Conference (ACC)*. IEEE, 2016, pp. 4699–4704. [71](#)
- [89] K. Poularakis and L. Tassiulas, “Exploiting user mobility for wireless content delivery,” in *2013 IEEE International Symposium on Information Theory*. IEEE, 2013, pp. 1017–1021. [71](#)
- [90] J. Künsemöller, N. Zhang, and J. Soares, “Isp business models in caching,” in *2013 IEEE 29th international conference on data engineering workshops (ICDEW)*. IEEE, 2013, pp. 279–285. [71](#)
- [91] J. Künsemöller, N. Zhang, K. Berg, and J. Soares, “A game-theoretic evaluation of an isp business model in caching,” *Information Systems Frontiers*, vol. 19, no. 4, pp. 803–818, 2017. [71](#)
- [92] T.-M. Pham, S. Fdida, and P. Antoniadis, “Pricing in information-centric network interconnection,” in *2013 IFIP Networking Conference*. IEEE, 2013, pp. 1–9. [71](#)
- [93] H. Garmani, M. Baslam, and M. Jourhmane, “Caching games between isp in information centric network,” *International Journal of Control and Automation*, vol. 11, no. 4, pp. 125–142, 2018. [71](#)
- [94] M. Andrews, U. Özen, M. I. Reiman, and Q. Wang, “Economic models of sponsored content in wireless networks with uncertain demand,” in *2013 IEEE Conference on Computer Communications Workshops (INFOCOM WKSHPS)*. IEEE, 2013, pp. 345–350. [72](#)

- [95] R. T. Ma, “Subsidization competition : Vitalizing the neutral internet,” in *Proceedings of the 10th ACM International on Conference on emerging Networking Experiments and Technologies*, 2014, pp. 283–294. [72](#)
- [96] C. Joe-Wong, S. Ha, and M. Chiang, “Sponsoring mobile data : An economic analysis of the impact on users and content providers,” in *2015 IEEE conference on computer communications (infocom)*. IEEE, 2015, pp. 1499–1507. [72](#)
- [97] Z. Xiong, S. Feng, D. Niyato, P. Wang, and Y. Zhang, “Economic analysis of network effects on sponsored content : A hierarchical game theoretic approach,” in *GLOBECOM 2017-2017 IEEE Global Communications Conference*. IEEE, 2017, pp. 1–6. [72](#)
- [98] —, “Competition and cooperation analysis for data sponsored market : A network effects model,” in *2018 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)*. IEEE, 2018, pp. 1–6. [72](#)
- [99] L. Zhang and D. Wang, “Sponsoring content : Motivation and pitfalls for content service providers,” in *2014 IEEE Conference on Computer Communications Workshops (INFOCOM WKSHPS)*. IEEE, 2014, pp. 577–582. [72](#)
- [100] M. El Amrani, H. Garmani, D. Ait Omar, M. Baslam, and B. Minaoui, “Analyzing the dynamic data sponsoring in the case of competing internet service providers and content providers,” *Mobile Information Systems*, vol. 2021, 2021. [72](#)
- [101] M. Baslam, R. El-Azouzi, E. Sabir, and L. Echabbi, “Market share game with adversarial access providers : A neutral and a non-neutral network analysis,” in *Network Games, Control and Optimization (NetGCooP), 2011 5th International Conference on*. IEEE, 2011, pp. 1–6. [73](#)
- [102] M. Baslam, R. El-Azouzi, E. Sabir, and E.-H. Bouyakhf, “New insights from a bounded rationality analysis for strategic price-QoS war,” in *Performance Evaluation Methodologies and Tools (VALUETOOLS), 2012 6th International Conference on*. IEEE, 2012, pp. 280–289. [73](#)
- [103] E. Altman, A. Legout, and Y. Xu, “Network non-neutrality debate : An economic analysis,” in *International conference on research in networking*. Springer, 2011, pp. 68–81. [75](#)
- [104] S. Lasaulce, M. Debbah, and E. Altman, “Methodologies for analyzing equilibria in wireless games,” *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 26, no. 5, pp. 41–52, 2009. [77](#), [79](#)