

N° d'ordre : 364 /21



Université Sultan Moulay Slimane  
Faculté des Sciences et Techniques Béni Mellal



---

*Centre d'Etudes Doctorales : Sciences et Techniques*

*Formation doctorale : Mathématiques et Physique Appliquées*

*Structure d'accueil : Traitement de l'Information et Aide à la Décision*

## **THÈSE**

Présentée par

**MOHAMED EL AMRANI**

Pour l'obtention du grade de

**Docteur**

*Spécialité : Informatique*

---

# **Approches Basées sur la Théorie des Jeux pour Modéliser et Analyser les Problèmes des Réseaux de Communications.**

---

Pr Mostafa JOURHMANE,	Professeur à la FST, Béni Mellal, Maroc	Président.
Pr Moulay Driss EL OUADGHIRI,	Professeur à la FS, Meknès, Maroc	Rapporteur.
Pr Hassan SILKAN,	Professeur à la FS, El Jadida, Maroc	Rapporteur.
Pr Rachid EL AYACHI,	Professeur à la FST, Béni Mellal, Maroc	Rapporteur.
Pr Mohamed BASLAM,	Professeur à la FST, Béni Mellal, Maroc	Co-directeur de Thèse.
Pr Brahim MINAOUI,	Professeur à la FST, Béni Mellal, Maroc	Directeur de Thèse.

*À ma mère*  
*À mon père*  
*À mes frères*  
*À ma grande famille*  
*À mes amis.*

# Remerciements

---

Je n'aurais jamais pu réaliser ce travail doctoral sans le soutien d'un grand nombre de personnes dont la générosité, la bonne humeur et l'intérêt manifestés à l'égard de ma recherche m'ont permis de progresser dans cette phase délicate.

En premier lieu, je remercie mes directeurs de thèse, les professeurs **Brahim MI-NAOUI** et **Mohamed BASLAM**, pour la confiance qu'ils m'ont accordé en acceptant d'encadrer ce travail doctoral, pour leurs multiples conseils et pour toutes les heures qu'ils ont consacré à diriger cette recherche. J'aimerais également leur dire à quel point j'ai apprécié leur grande disponibilité et respect sans faille des délais serrés de relecture des documents que je leur ai adressé. Enfin, j'ai été extrêmement sensible à leurs qualités humaines d'écoute et de compréhension tout au long de ce travail doctoral.

Je présente mes sincères remerciements à tous mes enseignants, durant toutes les années de mes études, qui ont participé à ma formation et pour leurs conseils et encouragements.

J'adresse mes remerciements à tous les membres du laboratoire TIAD et à mes collègues, en particulier **Hamid GARMANI** et **Driss AIT OMAR**, pour leurs contributions, discussions et les échanges fructueux que nous avons entretenu pendant ces années de recherche.

Que tous ceux qui m'ont apporté leurs aides, de près ou de loin dans l'élaboration de ce travail, trouvent ici l'expression de mes sincères gratitude.

# Table des matières

Liste des Publications	vi
Résumé	viii
Abstract	ix
Introduction générale	1
Chapitre 1 Notions fondamentales de la théorie des jeux	7
1.1 Introduction	7
1.2 Définition d'un jeu	8
1.3 Joueur	8
1.4 Utilité	9
1.5 Typologie et types de jeux	9
1.5.1 Le comportement des joueurs	9
1.5.2 Le modèle mathématique utilisé pour les décrire	10
1.5.3 Le nombre de stratégies	11
1.5.4 La nature de l'information	12
1.5.5 Déroulement du jeu dans le temps	14
1.6 Notion de stratégie	15
1.6.1 Stratégie pure	16
1.6.2 Stratégie mixte	16
1.7 Concepts de solutions	16
1.7.1 Équilibre en stratégies dominantes	16
1.7.2 Meilleure réponse	17
1.7.3 Équilibre de Pareto	17
1.7.4 Équilibre de Nash	17
1.7.5 Concept du $\alpha$ -noyau	18
1.7.6 Concept du noyau	18
1.7.7 Valeur de Shapley	19
1.8 Des jeux fameux	19
1.8.1 Dilemme du prisonnier	19
1.8.2 Oligopole de Cournot	20
1.9 Concepts de base de l'organisation industrielle	21

1.10 Conclusion . . . . .	22
<b>Chapitre 2 Analyse de la sponsorship de données dynamiques dans le cas de la concurrence entre ISPs et de CPs</b>	<b>23</b>
2.1 Introduction . . . . .	23
2.2 Modélisation du problème . . . . .	25
2.2.1 Modèle de demande . . . . .	25
2.2.2 Modèle d'utilité des CPs . . . . .	26
2.2.3 Modèle d'utilité des ISPs . . . . .	27
2.2.4 Ajout de la temporalité au modèle . . . . .	27
2.3 Analyse des jeux . . . . .	28
2.3.1 Jeu de prix $P_c$ . . . . .	29
2.3.2 Jeu de QoC $Q_c$ . . . . .	29
2.3.3 Jeu de QoS $Q_{ss}$ . . . . .	30
2.3.4 Jeu de prix $P_s$ . . . . .	30
2.3.5 Jeu de QoS $Q_s$ . . . . .	30
2.3.6 Apprentissage de l'équilibre de Nash . . . . .	31
2.4 Enquêtes numériques . . . . .	32
2.5 Conclusion . . . . .	41
<b>Chapitre 3 Analyse de la Dynamique Chaotique d'un Jeu de Duopole des ISPs à Rationalité Limitée</b>	<b>42</b>
3.1 Introduction . . . . .	42
3.2 Formulation des modèles . . . . .	44
3.2.1 Modèle de demande . . . . .	45
3.2.2 Modèle d'utilité . . . . .	45
3.3 Jeu de Prix $P_s$ . . . . .	46
3.4 Jeu de prix $P_c$ . . . . .	49
3.5 Jeu de cache . . . . .	51
3.6 Enquêtes numériques . . . . .	52
3.7 Contrôle du chaos . . . . .	56
3.8 Conclusion . . . . .	58
<b>Chapitre 4 Modèle de Tarification des Appareils Mobiles pour Optimiser les Stratégies de Transmission</b>	<b>59</b>
4.1 Introduction . . . . .	59
4.2 Modélisation du problème . . . . .	60
4.2.1 Définition du problème . . . . .	60
4.2.2 Modèle d'utilité . . . . .	62
4.2.3 Analyse du jeu . . . . .	62
4.2.4 Apprentissage de l'équilibre de Nash . . . . .	63
4.3 Jeu des appareils mobiles . . . . .	64

4.4	Résultats numériques . . . . .	64
4.4.1	Gain par rapport au Coût . . . . .	68
4.5	Conclusion . . . . .	68
<b>Chapitre 5 Approches Basées sur la Théorie des Jeux pour Optimiser les Stratégies de Transmission pour les Applications Mobiles</b>		<b>69</b>
5.1	Introduction . . . . .	69
5.2	Travaux connexes . . . . .	70
5.3	Modélisation du problème . . . . .	70
5.3.1	Définition du problème . . . . .	71
5.3.2	Modèle d'utilité . . . . .	72
5.3.3	Analyse des jeux . . . . .	73
5.3.4	Apprentissage de l'équilibre de Nash(cas de non-coopération) . . . . .	74
5.4	Applications non coopératives . . . . .	75
5.5	Applications coopératives . . . . .	75
5.6	Résultats numériques . . . . .	76
5.6.1	Équilibre de Nash VS. Solution de négociation de Nash . . . . .	80
5.6.2	La coopération minimise la consommation d'énergie . . . . .	80
5.6.3	Efficacité des solutions . . . . .	80
5.7	Conclusion . . . . .	81
<b>Conclusion Générale et Perspectives</b>		<b>82</b>
<b>Bibliographie</b>		<b>93</b>
<b>Annexes</b>		<b>94</b>
A.	Preuve du théorème 2.1 . . . . .	94
B.	Preuve du théorème 2.2 . . . . .	94
C.	Preuve du théorème 2.3 . . . . .	95
D.	Preuve du théorème 2.4 . . . . .	96
E.	Preuve du théorème 2.5 . . . . .	97
F.	Preuve du théorème 3.1 . . . . .	98
G.	Preuve du théorème 3.2 . . . . .	98
H.	Preuve du théorème 3.3 . . . . .	99
I.	Preuve du théorème 4.1 . . . . .	100
J.	Preuve du théorème 5.1 . . . . .	102
K.	Preuve du théorème 5.2 . . . . .	103

# Liste des Publications

---

## Publications dans des Revues Internationales

1. **Mohamed El Amrani**, Hamid Garmani, Driss Ait Omar , Mohamed Baslam & Brahim Minaoui, *Analyzing the Dynamic Data Sponsoring in the Case of Competing Internet Service Providers and Content Providers*, Mobile Information Systems, Volume 2021, Pages 1–16, 2021  
<https://doi.org/10.1155/2021/6629020>.
2. **Mohamed El Amrani**, Hamid Garmani, Driss Ait Omar , Mohamed Baslam & Brahim Minaoui, *Cournot Game of ISP under Net Neutrality* , International Journal of Control and Automation, 11(7) :81-96, 2018.  
<http://dx.doi.org/10.14257/ijca.2018.11.7.07>.
3. **Mohamed El Amrani**, Hamid Garmani, Driss Ait Omar , Mohamed Baslam & Brahim Minaoui, *Analysis of the Chaotic Dynamics Duopoly Game of ISPs Bounded Rational*, (être soumis à) Journal of Discrete Dynamics in Nature and Society , 2021.

## Chapitres de Livres

1. **Mohamed El Amrani**, Hamid Garmani, Driss Ait Omar , Mohamed Baslam & Brahim Minaoui, *A Pricing Model to Optimize Transmission Strategies for Mobile Devices*, In Innovative Perspectives on Interactive Communication Systems and Technologies, edited by Muhammad Sarfraz, IGI Global, 157-177, 2020.  
[10.4018/978-1-7998-3355-0.ch008](https://doi.org/10.4018/978-1-7998-3355-0.ch008).

## Communications dans les Conférences Internationales à Comité de Lecture

1. **Mohamed El Amrani**, Hamid Garmani, Driss Ait Omar, Mohamed Baslam & Brahim Minaoui, *Mobile Devices, A Pricing Approach to Optimize Transmission*

- Strategies*, IEEE 6th International Conference on Optimization and Applications (ICOA), 20-21 April 2020, Beni Mellal, Morocco. International.
2. **Mohamed El Amrani**, Hamid Garmani, Driss Ait Omar, Mohamed Baslam & Brahim Minaoui, *Mobile Applications : A Bayesian Game Approach to Optimize Transmission Strategies*, The 7th International Conference on Wireless Networks and Mobile Communications (WINCOM'19), October 29 – November 01, 2019, Fez, Morocco.
  3. **Mohamed El Amrani**, Hamid Garmani, Driss Ait Omar, Mohamed Baslam & Brahim Minaoui, *Joint Resource Allocation for Uplink Multihoming Networks*, The 5th International Conference on Business Intelligence (CBI'19), April 17-19, 2019, Beni Mellal, Morocco.
  4. **Mohamed El Amrani**, Hamid Garmani, Driss Ait Omar, Mohamed Baslam & Brahim Minaoui, *A Pricing Model to Optimize Transmission Strategies for Mobile Devices*, The 5th International Conference on Business Intelligence (CBI'19), April 17-19, 2019, Beni Mellal, Morocco.



# Résumé

---

Dans cette thèse, nous modélisons et analysons les performances d'interactions concurrentielles entre les différents acteurs dans les réseaux de communication en utilisant les approches de la théorie des jeux. Plus précisément, nous étudions d'abord l'impact de la sponsorisation des contenus sur les politiques des fournisseurs de services internet et des fournisseurs de contenu. Nous reformulons les utilités des fournisseurs de services dans un intervalle de temps en l'attachant avec un facteur d'actualisation. Ensuite, nous établissons un modèle du jeu de duopole concernant la concurrence des prix et du nombre des éléments mis en cache dans un marché ouvert. Nous analysons l'impact technico-économique de la contribution des fournisseurs de services internet dans l'architecture ICN. Puis, nous analysons la dynamique du modèle de jeu de duopole avec la rationalité limitée. En plus, nous étudions les relations technico-économiques entre les utilisateurs mobiles pour résoudre le conflit d'intérêts dans le réseau. Nous analysons l'impact des interactions entre les utilisateurs en fonction de deux facteurs conflictuels. Nous concluons que l'approche proposée permet aux appareils mobiles de bénéficier en termes de coût et de taux de transfert de données. Enfin, nous élaborons une solution au problème d'allocation des ressources réseau sous le comportement égoïste des applications mobiles sous forme d'un jeu coopératif et un jeu non coopératif. Nous montrons l'existence de l'équilibre de Nash ainsi celui de la solution de négociation Nash. Nous implémentons des algorithmes pour calculer les points d'équilibre de Nash et de la solution de négociation de Nash.

## **Mots clés :**

Tarifcation, L'approche centrée information, Fournisseur de service internet (IPSS), Fournisseur de contenu (CPs), Mise en cache, Sponsorisation des données, Théorie des jeux, rationalité limitée, Crédibilité de contenu, Qualité du service, Agrégation de la bande passante, applications mobiles, connexions multiples.

# Abstract

---

In this thesis, we model and analyze the performance of competitive interactions between different actors in communication networks using game theory approaches. Specifically, we first investigate the impact of sponsored content on the policies of Internet service providers and content providers. We reformulate the utilities of service providers in a time interval by attaching it with a discount factor. Next, we establish a model of the duopoly game of competition of price and the number of items cached in an open market. We analyze the technical and economic impact of the contribution of Internet service providers in the ICN architecture. Then, we analyze the dynamics of the duopoly game model with bounded rationality. In addition, we study the technical and economic relationships between mobile users to resolve the conflict of interest in the network. We analyze the impact of user interactions based on two conflicting factors. We will conclude that the proposed approach allows mobile devices to benefit in terms of cost and data transfer rate. Finally, we develop a solution to the network resource allocation problem under the selfish behavior of mobile applications in the form of a cooperative game and a non-cooperative game. We show the existence of the Nash equilibrium and the Nash bargaining solution. We implement algorithms to compute Nash equilibrium points and the Nash bargaining solution.

**KeyWords :**

Pricing, ICN, ISP, CP, caching, Data sponsoring, Game Theory, bounded rationality, Credibility of content, Quality of service, Bandwidth Aggregation (BAG), mobile applications, mobile devices, multiple connections.

# Liste des Acronymes

---

**ICN** Information-Centric Networks (Approche Centrée Information).

**CP** Content Provider (Fournisseur de Contenu).

**ISP** Internet Service Provider (Fournisseur de Services Internet).

**AS** Autonomous System (Système Autonome).

**VANETs** Vehicular Ad-Hoc NETwork (Réseaux Ad Hoc Véhiculaires).

**QoS** Quality of Service (Qualité de Service).

**QoC** Quality of Content (Qualité de Contenu).

**PoA** Price of Anarchy (Prix de l'Anarchie).

**NE** : Nash Equilibrium

# Liste des figures

1.1	Paiements des prisonniers . . . . .	19
2.1	Jeu $G_2$ de prix $p_s$ : Convergence vers l'équilibre de Nash des prix selon les algorithmes BR et NSA. . . . .	33
2.2	Jeu $G_2$ de QoS $q_s$ : Convergence vers l'équilibre de Nash des QoSs selon les algorithmes BR et NSA. . . . .	33
2.3	Jeu $G_1$ de prix $p_c$ : Convergence vers l'équilibre de Nash des prix selon les algorithmes BR et NSA. . . . .	34
2.4	Jeu $G_1$ de QoS $q_{s,s}$ : Convergence vers l'équilibre de Nash des QoSs selon les algorithmes BR et NSA. . . . .	34
2.5	Jeu $G_1$ de QoC $q_c$ : Convergence vers l'équilibre de Nash des QoCs selon les algorithmes BR et NSA. . . . .	35
2.6	Évolution du prix $p_c$ à l'équilibre de Nash en fonction du prix de sponsoring $p_u$ . . . . .	36
2.7	Évolution de la QoC $q_c$ d'équilibre de Nash en fonction du prix de sponsoring $p_u$ . . . . .	36
2.8	Évolution de la QoS $q_{ss}$ à l'équilibre de Nash en fonction du prix de sponsoring $p_u$ . . . . .	37
2.9	Évolution de la QoS $q_s$ à l'équilibre de Nash en fonction du prix de sponsoring $p_u$ . . . . .	37
2.10	Évolution du prix $p_s$ à l'équilibre de Nash en fonction du prix de sponsoring $p_u$ . . . . .	38
2.11	Évolution de la QoS $q_s$ à l'équilibre de Nash en fonction de la vitesse de sponsoring du contenu $w$ . . . . .	38
2.12	Évolution du prix $p_s$ à l'équilibre de Nash en fonction de la vitesse de sponsoring du contenu $w$ . . . . .	39
2.13	Évolution du prix $p_c$ à l'équilibre de Nash en fonction de la vitesse de sponsoring du contenu $w$ . . . . .	39

2.14	Évolution de la QoC $q_c$ à l'équilibre de Nash en fonction de la vitesse de sponsorship du contenu $w$ .	40
2.15	Évolution de la QoS $q_{ss}$ à l'équilibre de Nash en fonction de la vitesse de sponsorship du contenu $w$ .	40
3.1	Diagrammes de bifurcation de $p_{s_1}$ par rapport à $\theta_1$ .	53
3.2	Diagrammes de bifurcation de $p_{c_1}$ par rapport à $\vartheta_1$ .	53
3.3	Diagrammes de bifurcation de $k_1$ par rapport à $\eta_1$ .	54
3.4	Diagrammes de bifurcation de $p_{s_1}$ par rapport à $k_1$ .	55
3.5	Diagrammes de bifurcation de $k_1$ par rapport à $c$ .	55
3.6	Diagrammes de bifurcation de $p_{s_1}$ par rapport à $\kappa_1$ .	57
3.7	Diagrammes de bifurcation de $p_{c_1}$ par rapport à $\xi_1$ .	57
3.8	Diagrammes de bifurcation de $k_1$ par rapport à $\varsigma_1$ .	58
4.1	Scénario 1 : Impact du nombre des appareils mobiles sur le nombre de connexions simultanées.	65
4.2	Scénario 1 : Impact du nombre des appareils mobiles sur le coût.	65
4.3	Scénario 1 : Impact du nombre des appareils mobiles sur le débit net de transfert de données	65
4.4	Scénario 1 : Impact du nombre des appareils mobiles sur le gain des appareils mobiles.	66
4.5	Scénario 2 : Impact du taux maximum de transfert de données sur le nombre de connexions simultanées.	66
4.6	Scénario 2 : Impact du taux maximum de transfert de données sur le coût.	67
4.7	Scénario : 2 : Impact du taux de transfert de données maximum sur le taux de transfert de données net.	67
4.8	Scénario 2 : Impact du taux maximum de transfert de données sur le gain des appareils mobiles.	67
5.1	Architecture du système dans un scénario de multihoming.	71
5.2	Scénario 1 : Impact du nombre d'application sur le nombre de connexions simultanées.	77
5.3	Scénario 1 : Impact du nombre d'application sur le coût de calcul.	77
5.4	Scénario 1 : Impact du nombre d'application sur le taux de transfert net de données.	77

5.5	Scénario 1 : Impact du nombre d'application sur le gain des applications. . .	78
5.6	Scénario 2 : Impact du taux maximum de transfert de données sur le nombre de connexions simultanées. . . . .	78
5.7	Scénario 2 : Impact du taux maximum de transfert de données sur le coût de calcul. . . . .	79
5.8	Scénario 2 : Impact du taux maximum de transfert de données sur le taux net de transfert de données. . . . .	79
5.9	Scénario 2 : Impact du taux maximum de transfert de données sur le gain des applications. . . . .	79
5.10	Scénario 1 : Impact du nombre d'application sur le prix de l'anarchie. . . .	81
5.11	Scénario 2 : Impact du taux maximum de transfert de données sur le prix de l'anarchie. . . . .	81

# Liste des tableaux

2.1	Algorithme de meilleure réponse V.S. Algorithme de recherche de Nash . . .	35
4.1	Paramètres du système utilisés pour le scénario 1. . . . .	64
4.2	Paramètres du système utilisés pour le scénario 2. . . . .	66
5.1	Paramètres du système utilisés pour le scénario 1. . . . .	76
5.2	Paramètres du système utilisés pour le scénario 2. . . . .	78

# Introduction générale

---

## Contexte Général

Les réseaux de communication ont largement changé depuis la naissance d'internet au début des années 1960. L'idée d'un réseau informatique, permettant aux utilisateurs de différents ordinateurs de se communiquer, se développa par de nombreuses étapes successives. Ces développements conduisirent au « réseau des réseaux » (network of networks) que nous connaissons aujourd'hui en tant que Internet. Avec près de quatre milliards d'internautes, la force des usagers se trouve décuplée par leur production de contenus comme par leur capacité à donner de la valeur au réseau et aux services (qui sont d'autant plus utiles qu'il y a beaucoup d'usagers). Cette explosion de la demande des services de données, stimulée par l'introduction massive des appareils mobiles et la concurrence féroce entre les acteurs dans le marché de communications, oblige les appareils mobiles, les applications, les fournisseurs de contenu (CP) (YouTube, Twitter, ...) et les fournisseurs d'accès à l'internet (ISP) à faire preuve de souplesse et robustesse dans leur gestion de l'accès aux données.

Pour les fournisseurs de contenu, il est primordiale de savoir comment attirer plus d'utilisateurs pour accéder à leur contenu, afin d'obtenir un gain plus élevé. C'est pourquoi un nouveau système prometteur a été introduit, le "contenu sponsorisé". L'idée clé de la sponsorisation des contenus est de permettre aux CPs de subventionner les frais d'accès aux fournisseurs de services internet (ISPs), et ainsi les utilisateurs peuvent accéder gratuitement aux contenus des CPs par l'intermédiaire de l'ISP. En 2014, AT&T a lancé un plan de sponsorisation des contenus, dans le cadre duquel les CPs (par exemple, Netflix, Hulu) peuvent payer le prix d'accès des utilisateurs à leur contenu par l'intermédiaire de l'ISP. Aux États-Unis, on peut citer comme exemples Netflix ou Binge-On avec T-Mobile, DIRECTV et U-verse Data Free TV avec AT & T, etc.

De plus, la forte augmentation de la demande de contenu sur Internet et la nécessité de nouvelles approches permettant de contrôler le grand volume d'informations ont motivé le développement d'une nouvelle approche appelée Approche Centrée Information (ICN). Les idées principales de l'ICN sont : le contenu est localisé par son nom plutôt que par son



emplacement, chaque nœud du réseau peut mettre en cache et servir le contenu demandé, ce qui signifie que les utilisateurs ne se soucient pas de la provenance du contenu, mais s'intéressent uniquement à ce qu'il est. Les avantages qui motivent l'approche ICN sont l'évolutivité, la persistance, la sécurité, la mobilité, etc [1]. Pour répondre à cet objectif, plusieurs architectures ont été proposées pour l'ICN : CCN [2], DONA [3], PSIRP [4], 4WardNetInf [5], XIA [6]. La mise en cache peut apporter de nombreux avantages aux utilisateurs et aux ISPs. Pour les utilisateurs, la mise en cache réduit le temps de réponse à la demande de contenu, ce qui améliore la qualité de l'expérience. Du point de vue des ISPs, la mise en cache réduit le trafic vers les autres ISPs ou les CPs, ce qui optimise la consommation de la bande passante. De plus, lorsqu'un CP est temporairement hors ligne, la cache de l'ISP peut continuer à répondre à la demande des utilisateurs, ce qui améliore la robustesse du réseau.

Pour les appareils mobiles (smartphones, tablettes ...), qui sont devenus populaires ces dernières années et leur nombre augmentent rapidement. Cela entraîne également un grand nombre d'applications. Diverses applications sont utilisées dans ces appareils et transmettent une grande quantité de données. En addition, ces appareils mobiles dotés de capacités de multihoming, c'est-à-dire équipés de plusieurs interfaces réseau, ont gagné une popularité à grande échelle. Cette capacité de multihoming permet aux appareils mobiles de se connecter simultanément à plusieurs réseaux d'accès différents.

Le multihoming peut être utilisé pour fournir deux services importants, à savoir : le handover vertical et l'agrégation de la bande passante. Le handover vertical permet à un appareil multihomed de changer sa connectivité d'un réseau d'accès à un autre sans interrompre la session de communication. L'agrégation de la bande passante permet à ces appareils d'obtenir des débits plus élevés en établissant des connexions simultanées sur plusieurs interfaces réseau disponibles.

Alors que, pour assurer la souplesse et la robustesse des réseaux de communications, la théorie des jeux se présente comme un outil incontournable pour déterminer les choix(stratégies) des acteurs dans les réseaux de communications. Par définition, la théorie des jeux est considérée étant l'étude mathématique du comportement des décideurs (joueurs) dont les décisions ont une incidence sur les autres joueurs. Cette théorie modélise les interactions entre des joueurs ayant des objectifs contradictoires. Elle a été appliquée dans de nombreux domaines où les stratégies de chaque joueur dépendent des actions de tous les joueurs. L'équilibre de Nash est alors l'un des concepts fondamentaux de la théorie des jeux qui décrit l'équilibre lorsque la stratégie de chaque joueur est la meilleure réponse à toutes les autres stratégies.

De plus, la théorie des jeux a été utilisée pour résoudre de nombreux problèmes dans les réseaux de communication [7, 8, 9, 10, 11]. Elle a été utilisée ainsi pour proposer de nouvelles stratégies de tarification pour les services internet [12, 13]. De nombreuses autres questions relatives aux réseaux sans fil, ont été modélisées et analysées à l'aide de la théorie des jeux, comme la gestion des ressources [14], le contrôle de la puissance [15], le routage du réseau [16], la mise en cache sur le réseau [17] et la sécurité [18], etc.

## Motivations et Objectifs

Au cours des deux dernières décennies, le plan de contenu sponsorisé a fait l'objet de nombreuses études ; la plupart des articles se concentrent sur un modèle simple avec un seul ISP et un seul CP qui interagissent dans un cadre théorique de jeu ; peu d'études sur la réalisation entre plusieurs CPs et plusieurs ISPs avec des plans de la sponsorship de contenu. Toutefois, à notre connaissance, aucun des travaux existants n'explore la contrainte de temps qui rend le contenu sponsorisé plus dynamique. Alors notre principal objectif est d'étudier un marché de contenu sponsorisé composé de plusieurs CPs, de plusieurs ISPs et d'utilisateurs finaux, avec la contrainte du temps.

En effet, l'internet a connu un énorme essor en ce qui concerne l'accès et la recherche d'informations depuis que les appareils mobiles ont envahi notre vie et nos activités. Le grand nombre d'utilisateurs et d'entreprises ont poussé l'infrastructure d'internet à ses limites. C'est pourquoi des recherches ont proposé un nouveau modèle d'infrastructure d'internet, afin d'obtenir le contenu de la manière la plus efficace. Le réseau centré information (ICN) est l'un des nouveaux paradigmes pour le futur internet. Les principales idées de l'ICN sont les suivantes : 1) le contenu est localisé par son nom plutôt que par son emplacement, et 2) chaque nœud de l'ICN peut mettre en cache et servir le contenu demandé. Par conséquent, la mise en cache et le partage de contenu jouent un rôle important dans l'ICN. Plus précisément, chaque nœud du réseau devrait coopérer avec d'autres nœuds du réseau afin de fournir un réseau mondial performant pour la diffusion de contenu.

La mise en cache joue un rôle important dans l'ICN. Dans l'ICN, les fournisseurs de services internet proposent aux utilisateurs des contenus mises en cache dans leur infrastructure réseau avec une grande flexibilité dans leurs offres de qualité de service et de prix. La concurrence entre les fournisseurs de services internet sur l'ICN est un processus long et répétitif. Les fournisseurs de services internet cherchent à prendre des décisions d'une manière rationnelle. Mais dans l'ICN il est difficile pour les fournisseurs de services

internet d'obtenir des informations complètes sur les demandes des utilisateurs, les prix, les qualités de services et les contenus mis en cache décidés par les concurrents, ce qui rend la rationalité des fournisseurs de service internet limitée. Il est donc nécessaire de modéliser et d'analyser l'impact de la rationalité limitée sur la concurrence des fournisseurs de services internet dans l'ICN.

L'agrégation de la bande passante peut être traitée à différentes couches de la pile des protocoles du réseau, c'est-à-dire les couches d'application, de transport, de réseau et de liaison [19, 20, 21]. Les approches d'agrégation de la bande passante influencées par la variation des caractéristiques des liens et du réseau sont différentes en principe. Au niveau de la couche application, les données d'application sont divisées en plusieurs flux de données particuliers qui sont transmis simultanément via différentes interfaces. Au niveau de la couche transport, de nombreuses études se concentrent sur les variantes TCP et d'autres techniques d'agrégation de la largeur de bande de la couche transport utilisant le protocole de transmission de contrôle de flux. Donc l'agrégation de la couche réseau basée sur la répartition de la bande passante offre une distribution du trafic au niveau des paquets sur plusieurs interfaces. À cet effet, la méthode de planification EDPF (Early Delivery Path First) [21, 22] apparaît être la solution la plus notable basée sur la couche réseau pour permettre une transmission efficace et adaptative des paquets en utilisant la capacité de la bande passante agrégée. Au niveau de la couche liaison de données, plusieurs liens peuvent être regroupés en un seul lien de communication logique qui montre une forte utilisation de la capacité agrégée. Cependant, toutes les approches actuelles ne s'adaptent pas aux différents clients ou serveurs; elles ne sont pas faciles à être appliquées sur les appareils mobiles ou à déployer sur les applications existantes.

Dans cette thèse, nous modélisons et analysons plusieurs types de situations de concurrence entre les acteurs dans les réseaux de communications en utilisant la théorie des jeux. Nos contributions, dans cette thèse, portent sur l'analyse de l'impact de la sponsorship du contenu sur les fournisseurs de services internet et les fournisseurs de contenu. Ainsi, nous analysons l'impact tecnico-socio-economique de la contribution des fournisseurs de services internet dans l'architecture ICN. Par la suite, nous modélisons et analysons l'impact des interactions entre les utilisateurs mobiles en fonction de deux facteurs conflictuels. Enfin, nous élaborons une solution au problème d'allocation des ressources réseau sous le comportement égoïste des applications mobiles avec multiples connexions à plusieurs interfaces réseau disponibles simultanément.

## Organisation du manuscrit

Le contenu principal de la thèse est partitionné en cinq chapitres et une conclusion générale. Les préliminaires et la terminologie définie dans le [premier chapitre](#) vont permettre aux lecteurs de mieux positionner et comprendre les différentes contributions réalisées dans le cadre de ce travail. Puis, nous définissons les différentes typologies des jeux et nous décrivons leurs formes de représentations. Ensuite, nous présentons des définitions détaillées des concepts de solutions de la théorie des jeux. Par la suite, nous décrivons deux exemples de jeux célèbres (Duopole de Cournot, dilemme du prisonnier). À la fin, nous définissons aussi les concepts de base de l'organisation industrielle.

Dans le [deuxième chapitre](#), nous analysons l'impact de la sponsorisation du contenu sur les fournisseurs de services internet et les fournisseurs de contenu. Dans ce cas, un fournisseur de contenu négocie avec les fournisseurs de services Internet au nom des utilisateurs finaux pour supprimer les frais d'abonnement au réseau. Ainsi, nous modélisons les utilités des fournisseurs de service dans un intervalle de temps en l'attachant avec un facteur d'actualisation. Nous montrons alors que la sponsorisation du contenu est avantageuse pour les fournisseurs de services internet, les fournisseurs de contenu et les clients.

Le [troisième chapitre](#) est consacré à élaborer un modèle de jeu du duopole concernant la concurrence des prix et des qualités de services dans l'approche centrée information (ICN). Dans l'ICN, il est difficile pour les fournisseurs de services internet d'obtenir des informations complètes sur les demandes du marché et les décisions des concurrents, ce qui rend la rationalité des fournisseurs de services internet limitée. En effet, nous analysons un scénario symétrique dans lequel la rationalité des deux fournisseurs de services internet est limitée. Par la suite, nous révélons les états de stabilité des situations économiques pour garantir que ce marché ICN se développe d'une manière ordonnée, et que les fournisseurs de services internet offrent aux utilisateurs de meilleurs prix et de meilleures qualités de service.

Ensuite, dans le [quatrième chapitre](#), nous étudions les relations techniques et économiques entre les utilisateurs mobiles. Pour se faire, nous proposons une solution au problème de l'allocation des ressources du réseau sous le comportement égoïste des appareils mobile avec des connexions multiples à plusieurs interfaces de réseau disponibles simultanément, pour résoudre le conflit d'intérêt dans le réseau. Puis, nous analysons l'impact des interactions entre les utilisateurs en fonction de deux facteurs conflictuels. Enfin, nous avons pu conclure que l'approche proposée permet aux appareils mobiles (uti-

lisateurs mobiles) de bénéficier en termes de performance des mobiles, de coût et de taux de transfert de données.

Dans le [cinquième chapitre](#), nous élaborons une solution au problème d'allocation des ressources réseau sous le comportement égoïste des applications mobiles avec de multiples connexions à plusieurs interfaces réseau disponibles simultanément. Nous avons utilisé ainsi la théorie des jeux coopératifs et non coopératifs pour étudier ce problème. Nous montrons l'existence de l'équilibre de Nash ainsi de celui Nash de négociation. Puis, nous implémentons des algorithmes pour calculer les points d'équilibre de Nash et de la solution de négociation de Nash. Enfin, l'analyse numérique effectuée à base des simples scénarios montre clairement que la situation coopérative entre les applications est beaucoup plus bénéfique en termes de performances de mobiles et de taux de transfert de données.

À la fin de ce document, nous présentons une [conclusion générale](#) dédiée à la synthèse des travaux effectués, ainsi que les principaux résultats obtenus.

# Notions fondamentales de la théorie des jeux

---

## 1.1 Introduction

Dans de nombreuses situations de la vie quotidienne, la performance d'un acteur, qu'il soit un individu, une entreprise ou un pays, ne dépend pas uniquement de son action, mais aussi de celles prises par les autres. Cette interdépendance stratégique est le domaine de prédilection de la théorie des jeux. Au cours des dernières décennies, cette théorie a fait sa marque dans le développement de nombreuses disciplines, à savoir les sciences économiques, la gestion, la recherche opérationnelle, le génie, les sciences politiques, l'informatique et la biologie, pour ne citer que quelques unes. L'apprentissage de la théorie des jeux est devenu ainsi incontournable pour quiconque qui s'intéresse à ces disciplines.

Lorsque les actions des éléments décideurs dans un environnement défini s'interagissent au cours de leurs activités, et quand chacun d'eux cherche à optimiser ses gains ; alors les performances de cet environnement peuvent être affaiblies dégressivement, en causant ainsi une dégradation individuelle au niveau de chaque élément. Dans une telle situation où l'action d'un élément peut exercer un impact sur les décisions des autres, l'emploi de la théorie des jeux est très bénéfique. En effet, la théorie des jeux présente un outil d'analyse des situations conflictuelles en se basant sur des notions et des calculs des probabilités subjectives ; quand l'action de chaque agent actif est dépendante non seulement aux conditions environnementales mais également à ce que les autres agents décident d'opérer afin qu'il optimise son utilité. Par exemple, dans un marché, le cas d'un vendeur et un consommateur, le vendeur agira de telle façon qu'il maximise son profit face à des concurrents en choisissant par exemple, le meilleur prix de vente. Le consommateur cherche quand à lui à acquérir le bien qui l'intéresse au prix le plus bas après un marchandage avec le vendeur. Dans cet exemple, chacun des éléments du marché agit pour son propre compte selon le principe de rationalité économique. Ce principe stipule que chacun cherche à prendre les meilleures décisions pour lui-même. Comme le cas d'un joueur d'échecs qui désire gagner la partie, et qui, pour cela, emploie les moyens qui lui paraissent les meilleurs.

C'est là exactement le paradigme de la théorie des jeux : celui qui construit le modèle attribue des fonctions de gain et des stratégies aux joueurs, qui observent ce qui se passe lorsqu'ils choisissent des stratégies pour obtenir le gain maximum.

La publication de l'ouvrage "Theory of Games and Economic Behavior" réalisé par

John Von Neumann et Oskar Morgenstern en 1944 a donné naissance à la théorie des jeux. Le livre porte des définitions pratiques pour l'utilisation de cette théorie et a introduit l'idée que le conflit pouvait être analysé mathématiquement avec une terminologie nécessaire pour y arriver. En d'autre part, on ne peut pas nier les écrits de Cournot, Zermelo et d'Emile Borel qui ont donné les idées de base de cette théorie. Mais bien avant cela, le résultat pionnier de cette théorie revient à John Von Neumann. Ce dernier a démontré le théorème de min-max qui a joué et joue jusqu'à présent un rôle très important dans la théorie des jeux. Selon Nash, l'homme doit dépasser son propre intérêt individuel et prendre en considération les stratégies des autres éléments du groupe. Les travaux de John Nash sur la théorie des jeux ont mérité le prix Nobel d'économie en 1994. Depuis, cette théorie a largement progressé notamment dans les jeux dits coopératifs et les jeux non coopératifs répétés. La reconnaissance du rôle de cette théorie a été renforcée avec l'attribution du prix Nobel d'économie à Robert Aumann et Thomas Schelling en Octobre 2005.

Dans ce chapitre, nous présentons brièvement certains concepts et définitions de la théorie des jeux. Nous commençons alors par présenter cette théorie comme un outil mathématique qui comporte un ensemble de règles et techniques nécessaires pour les développements analytiques. Pour cet effet, on définit tout d'abord ce que c'est un jeu, joueur, utilité et stratégie de jeu. Ensuite, on distingue les différents types de jeux qui peuvent exister en décrivant relativement leurs formes de représentations. Pratiquement, on ne peut jamais parler de la théorie des jeux sans aborder ces concepts de solutions. Pour cela, nous présentons une définition détaillée de ces concepts, et nous indiquons ainsi l'importance qu'il apporte à la théorie des jeux. Et, en dernier, nous allons citer quelques exemples de jeux célèbres connus par la théorie des jeux.

## 1.2 Définition d'un jeu

On appelle jeu, toute interaction entre plusieurs décideurs ayant des intérêts partiellement (ou totalement) opposés, où chacun est en possession d'un ensemble d'actions parmi lesquelles il fait son choix et dans un cadre défini à l'avance (les règles du jeu), qui permet de déterminer qui peut faire quoi et quand. Une fois que les décideurs (joueurs) ont fait leurs choix, ils reçoivent chacun un gain et ces gains constituent la valeur de ce jeu. On appelle donc joueur tout individu participant à un jeu et l'ensemble de ses actions est dit ensemble de stratégies, où chaque stratégie est une description de la façon dont un joueur entend jouer jusqu'à la fin du jeu.

## 1.3 Joueur

Toute personne ou agent qui participe au jeu et capable de prendre une décision est appelé "joueur". Un joueur peut être un agent, une entreprise, un gouvernement, un consommateur, un abonné, un nœud, . . . selon le domaine d'activité où déroule le jeu. Dans la théorie des jeux, et suivant le type de relation entre les joueurs, on peut avoir un jeu

coopératif ou non coopératif. Aussi, on peut distinguer entre un jeu à information parfaite ou imparfaite selon le taux d'information que possède le joueur avant qu'il exécute ses décisions. Chaque joueur rentre en interactions dans le jeu agira pour son propre compte afin de maximiser son intérêt selon le principe de rationalité.

## 1.4 Utilité

L'utilité est le gain que ce soit négatif ou positif qui résulte lors des actions d'un joueur. L'objectif de chaque joueur dans un conflit est toujours de maximiser son gain, par apport aux conditions qui l'entourent. L'utilité d'un joueur peut dépendre non seulement de ses décisions mais aussi de celles de tous les autres joueurs. Aussi, selon le genre du jeu, l'utilité peut se figurer en plusieurs qualités ; elle peut être par exemple un prix dans un marché, nombre de points dans un jeu d'échec, délai dans une course, taux de la réussite dans une école, salaire dans une entreprise, robustesse d'un mécanisme industrielle, puissance d'un phénomène physique, taux d'erreur d'une transmission numérique, ..., etc. Finalement, On dit qu'un jeu à conflit est en équilibre, lorsque tous les joueurs sont satisfaits par apport à leurs utilités individuelles acquises. Dans la littérature, l'utilité peut être exprimée par les mots : gain, bénéfice, paiement, ..., etc.

Formellement, dans un jeu  $G$  on désigne par  $u_i(s)$  la fonction utilité du joueur  $i$ . On peut dire alors ; que l'utilité du joueur  $i \in M$ , dépend non seulement de sa stratégie  $s_i$ , mais également de celles des autres joueurs résumées en  $s_{-i}$ . Donc, on peut écrire que, si le joueur  $i$  préfère strictement l'issue  $s$  à l'issue  $s'$  alors ;  $u_i(s) > u_i(s')$ . Et si  $u_i(s) = u_i(s')$ , on dit que le joueur est indifférent entre les deux issues.

## 1.5 Typologie et types de jeux

La littérature tend à classifier entre les jeux selon plusieurs critères :

### 1.5.1 Le comportement des joueurs

On peut distinguer deux types de jeux :

#### 1.5.1.1 Jeux coopératifs :

Un jeu est dit coopératif si les joueurs peuvent passer entre eux des accords qui les lient de manière contraignante où leur stratégie est décidée en commun, afin d'améliorer le gain de tous les joueurs coalisés [23]. C'est le cas par exemple, si les joueurs s'accordent sur un contrat, un accord devant une autorité, etc., où il est prévu une sanction (punition) légale en cas de non respect du contrat ou de l'accord.



**Définition 1.1.** Une coalition est tout sous-ensemble de l'ensemble  $\mathcal{N}$  des joueurs. Une structure de coalitions est une partition notée  $T = S_1, \dots, S_L$  de l'ensemble  $\mathcal{N}$  en coalitions telle que :

- $S \subseteq \mathcal{N}, \forall l = 1, \dots, L.$
- $\cup_{l=1}^L S_l = \mathcal{N}.$
- $S_l \cap S_j = \emptyset, \forall l, j \in \{1, \dots, L\}, l \neq j.$

**Définition 1.2.** Une issue d'un jeu sous forme coalitionnelle  $(\mathcal{N}, V)$  est une paire  $(T, x)$ , où

- $T$  : est une structure de coalitions.
- $x = (x_1, \dots, x_N)$  est un vecteur de paiements, qui distribue les valeurs de chaque coalition de  $T$ , tel que :
  - $x_i > 0, \forall i \in \mathcal{N},$
  - $\sum_{i \in S} x_i = V(S),$

On distingue deux catégories de jeux :

- **Jeux à utilités transférables** : Les gains sont affectés à chaque coalition qui les divise entre ses membres. Ces jeux sont aussi connus sous le nom de jeux à fonction de partition.
- **Jeux à utilités non transférables** : Les décisions du groupe dépendent des gains qu'elles rapportent à chacun d'eux.

### 1.5.1.2 Jeux non coopératifs :

On appelle jeu non coopératif, un jeu, où les joueurs ne peuvent pas former de coalition. Par contre, ils peuvent communiquer entre eux et échanger des informations, se mettre d'accord sur telle ou telle issue sans jamais contracter d'accord contraignant.

## 1.5.2 Le modèle mathématique utilisé pour les décrire

Selon l'ordre dans lequel les joueurs annoncent leurs stratégies, il existe deux principales formes de représentation du jeu :

### 1.5.2.1 Jeu sous forme normale

La forme normale, également connue sous le nom de forme stratégique, est la représentation la plus familière des interactions stratégiques dans la théorie des jeux. Un jeu écrit de cette façon s'élève à une représentation de l'utilité de chaque joueur, l'ensemble de ses stratégies et les issues possibles du jeu.

Un jeu sous forme normale [24] peut être représenté sous la forme suivante :

$$G = [\mathcal{N}, \{X_i\}_{i \in \mathcal{N}}, \{\sigma_i\}_{i \in \mathcal{N}}] \quad (1.1)$$

- $\mathcal{N} = \{1, 2, 3, \dots, N\}$  est l'ensemble des joueurs ;

- $X_i \subset R^n, i \in \mathcal{N}$  : désigne l'ensemble de stratégies du joueur  $i$ .
- On note par  $\mathbf{x} = (x_i, \mathbf{x}_{-i}) \in X = \prod_{i \in \mathcal{N}} X_i$  une issue, situation, état ou profil du jeu, où :
  - $x_i$  : est la stratégie du joueur  $i$  ;
  - $\mathbf{x}_{-i} = x_{\mathcal{N} \setminus i} = (x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_N)$  : une situation du jeu qui contient les stratégies de tous les joueurs sauf celle du  $i^{\text{eme}}$ .
- $u_i : X = X_1 \times \dots \times X_N \mapsto \mathbb{R}$ , est la fonction gain du joueur  $i$ .
- Chaque joueur connaît les ensembles de stratégies et les fonctions de gain de tous les autres joueurs (information complète).

### 1.5.2.2 Jeu extensif

Jeu extensif est un jeu qui se déroule en plusieurs coups. Il est défini par un arbre qui décrit comment le jeu est joué. Dans ce cas, chaque sommet de l'arbre indique le joueur qui va choisir une action à cette étape du jeu ainsi que l'information dont chaque joueur dispose lors de la prise de la décision. Les gains que chaque joueur réalise après avoir suivi un des chemins possibles au sein de l'arbre sont donnés aux points terminaux de l'arbre. Il se peut parfois, que les évènements possibles et leurs probabilités peuvent aussi être associés à certains sommets de l'arbre.

### 1.5.2.3 Jeu sous forme coalitionnelle

Un jeu sous forme coalitionnelle est très utilisé pour les jeux coopératifs. Cette représentation consiste à assigner à chaque coalition, l'ensemble des gains qu'elle peut garantir à ses membres.

Un jeu sous forme coalitionnelle est donné par le couple :

$$(\mathcal{N}, V) \tag{1.2}$$

- $\mathcal{N} = \{1, \dots, N\}$  est l'ensemble des joueurs,
- $V : 2^{\mathcal{N}} \rightarrow \mathbb{R}$  est la fonction caractéristique,
- Pour tout sous-ensemble  $S \subseteq \mathcal{N}$ ,  $V(S)$  est le montant que les membres de  $S$  peuvent gagner en agissant collectivement.

## 1.5.3 Le nombre de stratégies

### 1.5.3.1 Jeu fini

Le jeu sous forme normale défini par la relation (1.1) est dit fini, si les ensembles de stratégies  $X_i, i \in \mathcal{N}$  sont des ensembles finis ( $|X_i| < \infty, \forall i \in \mathcal{N}$ ).

### 1.5.3.2 Jeu fini à deux joueurs

Si  $\mathcal{N} = \{1, 2\}$ ,  $|X_1| = m < \infty$  et  $|X_2| = n < \infty$ , on dit que le jeu (1.1) est un jeu fini à deux joueurs. Il est représenté par :

$$G = [\mathcal{N}, X_1, X_2, u_1, u_2] \quad (1.3)$$

où

- $X_1$  est l'ensemble constitué d'un nombre fini de  $m$  stratégies du joueur 1,
- $X_2$  est l'ensemble constitué d'un nombre fini de  $n$  stratégies du joueur 2,
- $u_1 : X_1 \times X_2 \rightarrow \mathbb{R}$  est la fonction de gain du joueur 1,
- $u_2 : X_1 \times X_2 \rightarrow \mathbb{R}$  est la fonction de gain du joueur 2,
- $X = X_1 \times X_2$  est l'ensemble des issues possibles du jeu.

### 1.5.3.3 Jeu fini à deux joueurs à somme nulle

Si dans le jeu fini à deux joueurs défini dans (1.3) la somme des gains des deux joueurs est nulle en toute situation du jeu ( $u_1(x) + u_2(x) = 0, \forall x \in X$ ), on dit que le jeu (1.3) est un jeu fini à 2 joueurs à somme nulle. Il sera noté par

$$G = [\mathcal{N}, X_1, X_2, u] \quad (1.4)$$

où :  $u = u_1 = -u_2$  est la fonction que le joueur 1 veut maximiser et que le joueur 2 veut minimiser.

**Remarque** Les jeux à deux joueurs et à somme nulle constituent une classe certes intéressante, mais très particulière dans le sens où les joueurs n'accordent aucune coopération entre les joueurs, puisque le gain d'un joueur représente la perte du second.

## 1.5.4 La nature de l'information

L'information dont on dispose chaque fois qu'on doit choisir une action est une dimension très importante des jeux. Elle possède une influence déterminante sur l'évaluation des stratégies par les joueurs et même sur leur perception des stratégies. Selon la nature de l'information, on distingue quatre types de jeu.

### 1.5.4.1 Jeu à information parfaite

Un jeu est à information parfaite, si chaque joueur, au moment de choisir sa stratégie, a une connaissance parfaite de l'ensemble des décisions prises antérieurement par les autres joueurs. La représentation qui semble appropriée à ce type de jeux est la forme extensive.

### 1.5.4.2 Jeu à information imparfaite

Contrairement au type précédent, ici les joueurs n'interviennent pas les uns après les autres. Autrement dit, les règles du jeu stipulent l'existence de coups simultanés, ce qui revient à introduire une certaine imperfection au niveau de l'information dont disposent les joueurs. La représentation qui apparaît comme la plus appropriée pour chaque coup est la forme normale.

### 1.5.4.3 Jeu à information complète

Les premiers jeux étudiés par V. Neumann et Morgenstern furent des jeux à information complète. On dit qu'un jeu est à information complète si chaque joueur connaît lors de la prise de décision : l'ensemble des joueurs, l'ensemble de ses stratégies ainsi que l'ensemble des stratégies des autres joueurs et les motivations ou les fonctions objectives de tous les autres joueurs. Dans ce cas, on dit aussi qu'il y a connaissance commune de la structure du jeu de la part de tous ceux qui y participent.

### 1.5.4.4 Jeu à information incomplète

Si l'une des conditions dans la définition du jeu à information complète n'est pas vérifiée, le jeu est dit à information incomplète (appelé aussi jeu bayésien). Un travail de pionnier a été réalisé par J. Harsanyi (1967-1968). Dans ses articles [25], l'auteur montre que si l'on suppose que chaque joueur dispose d'une distribution de probabilités subjectives sur les caractéristiques inconnues des autres joueurs, alors on peut transformer un jeu d'information incomplète en un jeu d'information complète mais imparfaite. Le système imaginé par Harsanyi pour traduire l'incertitude mathématique est pris en compte par l'introduction d'un événement lié à la nature qui représente un joueur fictif et qui n'intervient qu'avant le début du jeu.

**Jeu simultané à information incomplète** Un jeu simultané à information incomplète est donné par :

$$\Gamma = [\mathcal{N}, \{A_i\}_{i \in \mathcal{N}}, \{\Theta_i\}_{i \in \mathcal{N}}, \{\sigma_i\}_{i \in \mathcal{N}}, \{\pi_i\}_{i \in \mathcal{N}}] \quad (1.5)$$

- $\mathcal{N} = \{1, 2, 3, \dots, N\}$  est l'ensemble des joueurs ;
- $A_i \subset R^n$ ,  $i \in \mathcal{N}$  est l'ensemble d'actions possibles du joueur  $i$ .  $a_i \in A_i$  est une action particulière du joueur  $i$ .
- $\Theta_i \subset R^n$ ,  $i \in \mathcal{N}$  est l'ensemble de différents types possibles du joueur  $i$ .  $\theta_i \in \Theta_i$  est un type du joueur  $i$  (appelé aussi caractéristique, état d'information..) résume l'information dont dispose le joueur  $i$  avant de jouer, par exemple ses coûts de production ou son estimation de la valeur d'un objet dans une enchère. Soit  $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_N)$ , un profil de types,
- $\sigma_i : (\prod_{i \in \mathcal{N}} A_i) \times \Theta \mapsto R, \forall i \in \mathcal{N}$  est la fonction gain du joueur  $i$ .

- $\pi_i : \Theta \mapsto [0, 1]$ ,  $\forall i \in \mathcal{N}$  représente la distribution de probabilité du joueur  $i$ . Elle donne ses croyances quant aux types des autres joueurs :

$$\begin{aligned} \pi_i : \Theta &\mapsto [0, 1] \\ (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N) &\mapsto \pi_i(\theta_{-i} | \theta_i) \end{aligned}$$

- Chaque joueur connaît les ensembles de stratégies et les fonctions de gain de tous les autres joueurs (information complète).

## Stratégie

**Définition 1.3.** Une stratégie pure du joueur  $i$  dans le jeu (1.5) est définie de manière à préciser une action pour chaque type  $\theta_i \in \Theta_i$  à partir de l'ensemble des actions  $A_i$  :

$$\begin{aligned} x_i : \Theta &\mapsto A_i \\ \theta_i &\mapsto x_i(\theta_i) = a_i \end{aligned}$$

Soit  $X_i$  l'ensemble de ses stratégies. Une fois ses stratégies sont fixées, on peut calculer le gain espéré du joueur  $i$  :

$$\bar{\sigma}_i(\mathbf{x}) = E[\sigma_i(x(\cdot); \theta)] = \sum_{\theta \in \Theta} \sigma_i(x(\theta), \theta) \pi(\theta) \quad (1.6)$$

où l'on note :  $x(\theta) = (x_1(\theta_1), x_2(\theta_2), \dots, x_N(\theta_N))$ .

## 1.5.5 Déroulement du jeu dans le temps

### 1.5.5.1 Jeux statiques

Un jeu est dit statique, simultané, stratégique ou sous forme normale lorsque les joueurs choisissent simultanément leurs actions et reçoivent ensuite leurs gains respectifs ([24]). Parmi les jeux statiques, les jeux finis à deux joueurs occupent une place privilégiée parce qu'ils permettent une présentation simple et pédagogique des principales questions posées en théorie des jeux. Ils sont décrits sous la forme de matrices dans lesquelles le premier joueur joue horizontalement, c'est-à-dire choisit une ligne de la matrice, et le second verticalement en choisissant une colonne. On parle dans ce cas de jeux matriciels.

### 1.5.5.2 Jeux dynamiques

Un jeu dynamique est un jeu qui se déroule en plusieurs étapes. Ce type de jeu est important car il permet de modéliser le fait qu'une action passée d'un joueur puisse contraindre les gains d'un autre joueur dans le futur. Il existe deux sortes de jeux dynamiques : le jeu en information parfaite (appelé jeu séquentiel) dans lequel chaque joueur connaît l'ensemble des actions passées de tous les autres joueurs. Le joueur est donc le seul à choisir à une étape donnée. Le jeu de Stackelberg est un exemple de ce type de jeu

dynamique. Dans le deuxième type, l'information est imparfaite dans lequel les joueurs choisissent leurs actions simultanément à chaque étape du jeu (appelé jeu répété). On se trouve donc plus ou moins dans le cadre d'un jeu statique bien que l'historique influence les stratégies des joueurs. Parmi les principaux jeux dynamiques, on distingue :

**Jeux répétés** Un jeu répété consiste en la répétition d'un nombre fini ou infini de fois d'un jeu sous forme normale défini par (1.1). C'est le même jeu, appelé jeu constituant, qu'on répète de période en période. Appelé jeu stationnaire dans le cas où les conditions du jeu ne se modifient pas au cours du temps (même nombre de joueurs, même ensemble de stratégies, même fonctions de gain et même facteur d'actualisation) [26]. Étant donné  $T$ , un nombre entier fini ou infini appelé l'horizon du jeu, et  $\delta$ , un réel dans l'intervalle  $[0, 1]$ . On définit le jeu (1.1) répété  $T$  fois, actualisé par  $\delta$ , comme le jeu sous forme extensive noté,  $J_\delta(T)$ .

**Jeux stochastiques** Un jeu stochastique est un jeu répété où la fonction objectif dépend d'un paramètre qui varie aléatoirement. Ce jeu a été d'abord introduit et étudié par Lloyd Shapley ([27]). Un jeu stochastique discontinu fini est défini par :

$$\Delta = [\mathcal{N}, \Omega, \{X_i(\omega)\}_{(i,\omega) \in (\mathcal{N} \times \Omega)}, \{\sigma_i\}_{i \in \mathcal{N}}, \pi, \delta] \quad (1.7)$$

Où :

- $\mathcal{N} = \{1, \dots, N\}$  est l'ensemble des joueurs.
- $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_z\}$  est l'espace des états,
- $X_i(\omega) = \{x_i^1(\omega), x_i^2(\omega), \dots, x_i^{m_\omega^i}(\omega)\}$  désigne l'ensemble des stratégies du joueur  $i \in \mathcal{N}$  à l'état  $\omega \in \Omega$  et  $m_\omega^i = |X_i(\omega)|$ ,
- $X(\omega) = \prod_{i \in \mathcal{N}} X_i(\omega)$  est donc l'ensemble de tous les profils d'actions admissibles en une étape donnée à l'état  $\omega \in \Omega$ .
- $\sigma_i : \Omega \times X \rightarrow R, \forall i \in \mathcal{N}$ , est la fonction du gain instantané (en une seule période) du joueur  $i$  si à l'état  $\omega \in \Omega$ , le profil  $x(\omega)$  est choisi,  $\pi : \Omega \times X \rightarrow \Xi(\Omega)$ , appelée probabilité de transition, où  $\Xi(\Omega)$  est la famille de distributions de probabilités sur l'espace  $\Omega$ . Pour chaque couple  $(\omega, x(\omega)) \in \Omega \times X$ , on peut identifier le vecteur  $\pi(\omega_1/\omega, x(\omega), \dots, \pi(\omega_z/\omega, x(\omega), \pi(\hat{\omega}/\omega, x(\omega)))$  représente la probabilité que le système passe à l'état  $\hat{\omega} \in \Omega$  si l'état  $\omega \in \Omega$  le profil d'actions  $x(\omega) \in X(\omega)$  est joué. Cependant,  $\pi(\hat{\omega}/\omega, x(\omega)) > 0$  et  $\sum_{\hat{\omega} \in \Omega} \pi(\hat{\omega}/\omega, x(\omega)) = 1$ ,
- $\delta = (0, 1)$  est appelé le taux d'actualisation ou le facteur d'escompte.
- Les ensembles  $\mathcal{N}$ ,  $\Omega$  et  $X_i(\omega)$ , pour tout  $i \in \mathcal{N}$  sont supposés finis et non vides. La fonction  $\sigma_i(\omega, \cdot)$  est supposée continue sur  $X$ , pour tout  $\omega \in \Omega$ .

## 1.6 Notion de stratégie

La notion de stratégie constitue un concept central en théorie des jeux. Selon Andrew Schotter [28], une stratégie est un plan d'actions complet pour chaque joueur spécifiant ce que fera ce dernier à chaque étape du jeu et face à chaque situation pouvant survenir au cours du jeu. La stratégie décrit totalement le comportement d'un joueur.

### 1.6.1 Stratégie pure

Considérons le jeu (1.1). Une stratégie pure du joueur  $i$  est l'action qu'il choisit à chaque fois qu'il est susceptible de jouer, c'est-à-dire, toutes les options possibles qu'a le joueur.

On note par  $X_i$ , l'ensemble de toutes les stratégies pures du joueurs  $i$  avec  $i \in \mathcal{N}$  tel que  $|X_i| = n_i$ .

### 1.6.2 Stratégie mixte

Lorsqu'un joueur choisit ses actions de manière aléatoire (on dit qu'il joue en stratégies mixtes). Cette idée est modélisée en introduisant une distribution de probabilité sur l'ensemble des stratégies pures pour chacun des deux joueurs. De tels sous-ensembles sont appelés ensembles de stratégies mixtes.

**Définition 1.4.** Une stratégie mixte pour le joueur 1 dans le jeu (1.3) est un élément du simplexe défini par :

$$\mathcal{A} = \left\{ \alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m) \in \mathbb{R}^m, \sum_{j=1}^m \alpha_j = 1, \alpha_j \geq 0, \forall j = \overline{1, m} \right\} \quad (1.8)$$

et une stratégie mixte pour le joueur 2 dans le jeu (1.3) est un élément du simplexe défini par :

$$\mathcal{B} = \left\{ \beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n) \in \mathbb{R}^n, \sum_{j=1}^n \beta_j = 1, \beta_j \geq 0, \forall j = \overline{1, n} \right\} \quad (1.9)$$

Dans ce cas, la composante  $\alpha_i$  représente la fréquence avec laquelle le joueur 1 joue la stratégie pure  $x_i \in X_1$  et  $\beta_j$  celle avec laquelle le joueur 2 joue la stratégie pure  $y_j \in X_2$ .

## 1.7 Concepts de solutions

### 1.7.1 Équilibre en stratégies dominantes

**Définition 1.5.** Considérons le jeu sous forme normale (1.1). On dit que la stratégie  $x_i \in X_i$  est une stratégie dominante, si

$$\forall y_i \in X_i, y_i \neq x_i, \forall x_{-i} \in X_{-i} \sigma_i(x_i, x_{-i}) \geq \sigma_i(y_i, x_{-i}) \quad (1.10)$$

La stratégie  $x_i \in X_i$  est dominante pour le joueur  $i$ , si  $x_i$  domine  $y_i$ .

**Définition 1.6.** Une situation  $\mathbf{x}^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_N^*)$  est appelée équilibre en stratégies dominantes dans le jeu (1.1), si chaque composante  $x_i^* \in X_i$  est une stratégie dominante

pour le joueur  $i$ ,  $\forall i \in \mathcal{N}$ .

Ce type d'équilibre nous fournit une prédiction très claire et intuitive du résultat d'un jeu. Malheureusement, ce type n'existe que pour très peu de jeux. Nous devons donc, introduire d'autres concepts d'équilibre pour pouvoir prédire la solution de différents types de jeux. Il existe plusieurs concepts d'équilibre, cependant l'équilibre de Nash est le plus applicable et le plus utilisé en théorie des jeux.

## 1.7.2 Meilleure réponse

**Définition 1.7.** Une stratégie  $x_i$  est une meilleure réponse aux stratégies des autres joueurs  $x_{-i}$  dans le jeu (1.1), si :

$$\sigma_i(x_i^*, x_{-i}^*) \geq \sigma_i(y_i, x_{-i}^*), \quad \forall y_i \in X_i \quad (1.11)$$

On note  $MR(x_{-i})$ , l'ensemble de toutes les stratégies qui sont une meilleure réponse à  $x_{-i}$ , autrement dit,

$$MR(x_{-i}) = \{x_i | \sigma_i(x_i^*, x_{-i}^*) \geq \sigma_i(y_i, x_{-i}^*), \quad \forall y_i \in X_i\} \quad (1.12)$$

De plus, la stratégie  $x_i$  n'est jamais une meilleure réponse s'il n'existe pas de  $x_{-i}$  pour laquelle  $x_i$  est une meilleure réponse. Ce qui signifie qu'aucune autre stratégie ne lui rapporte strictement plus face au profil  $x_{-i}$  adopté par les autres joueurs.

## 1.7.3 Équilibre de Pareto

Un optimum de Pareto est un état dans lequel on ne peut pas améliorer le bien-être ou le gain d'un individu sans détériorer celui d'un autre.

**Définition 1.8.** Une situation  $x^* \in X$  est appelée équilibre de Pareto dans le jeu (1.1), s'il n'existe pas une autre stratégie  $x \in X$  telle que :

$$\sigma_i(x_i^*, x_{-i}^*) \leq \sigma_i(x_i, x_{-i}), \quad \forall i \in \mathcal{N} \quad (1.13)$$

et pour au moins un  $j_0 \in \mathcal{N}$ , on ait :

$$\sigma_{j_0}(x_i^*, x_{-i}^*) \leq \sigma_{j_0}(x_i, x_{-i}) \quad (1.14)$$

## 1.7.4 Équilibre de Nash

John Nash a développé une méthode pour solutionner les jeux avec interactions appelée "équilibre de Nash". Ce théorème est considéré comme étant la solution la plus efficace aux différents types de jeux à conflit. Le théoricien John Nash a démontré qu'il est possible à n'importe quelle situation conflictuelle sous certaines conditions de se retrouver en



équilibre qui la mène à la stabilité, où tous les joueurs seront satisfaits de leurs gains et aucun d'eux ne cherche à changer sa situation. Dans l'équilibre de Nash, le joueur n'est pas forcément heureux des stratégies des autres joueurs, mais son stratégie est la meilleure réponse de ses actions. Les joueurs dans l'équilibre de Nash sont toujours non coopératifs.

#### 1.7.4.1 Équilibre de Nash en stratégies pures

**Définition 1.9.** Une situation  $\mathbf{x}^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_N^*)$  est un équilibre de Nash en stratégies pures du jeu (1.1), si :

$$\forall (i, x_i) \in (\mathcal{N}, X_i), \sigma_i(x_i^*, \mathbf{x}_{-i}^*) \geq \sigma_i(x_i, \mathbf{x}_{-i}^*) \quad (1.15)$$

#### 1.7.4.2 Équilibre de Nash en stratégies mixtes

**Définition 1.10.** Un équilibre de Nash en stratégies mixtes pour le jeu (1.1) est un ensemble de stratégies mixtes  $\alpha^* = (\alpha_1^*, \alpha_2^*, \dots, \alpha_N^*)$  tel que :

$$\forall (i, \alpha_i) \in (\mathcal{N}, \Delta_i), \sigma_i(\alpha_i^*, \alpha_{-i}^*) \geq \sigma_i(\alpha_i, \alpha_{-i}^*). \quad (1.16)$$

Où  $\Delta_i = \{\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n_i}) \in \mathbb{R}^{n_i}, \sum_{j=1}^{n_i} \alpha_j = 1, \alpha_j \geq 0, \forall j = \overline{1, n_i}\}$ .

### 1.7.5 Concept du $\alpha$ -noyau

Le  $\alpha$ -noyau a été introduit par Aumann [29] en 1961. C'est un ensemble d'issues qui possèdent la propriété d'empêcher la formation des coalitions. Si une issue  $x$  est dans le  $\alpha$ -noyau et si un certain nombre de joueurs envisagent de former une coalition et de dévier de  $x$ , alors le reste des joueurs possèdent au moins une stratégie qui va dissuader au moins un membre de la coalition envisagée d'y faire partie, car il ne pourra pas obtenir plus. Par conséquent, cette coalition ne se formera pas. De façon formelle, on a la définition suivante :

**Définition 1.11.** On appelle  $\alpha$ -noyau du jeu (1.2) l'ensemble des issues  $\bar{x} \in X$  vérifiant la propriété suivante :

pour toute coalition  $S \in \mathcal{N}$ ,  $\forall x_S \in X_S$ ,  $\exists y_{-S} \in X_{-S}$  telle que :

$$\sigma_i(x_S, y_{-S}) > \sigma_i(\bar{x}), \quad i \in S$$

n'est pas vérifié.

### 1.7.6 Concept du noyau

La notion du noyau d'un jeu coopératif a une longue histoire. L'idée de base a été formulée par Edgeworth (1881) dans son examen du commerce [30].

Considérons le jeu coopératif à utilité transférable (1.2). Le noyau du jeu (1.2) est constitué de toutes les allocations  $x = (x_1, \dots, x_N)$  satisfaisant les propriétés suivantes :

- rationalité individuelle :  $x_i \geq V(i)$ ,  $i \in \mathcal{N}$ ,
- rationalité collective :  $\sum_{i \in \mathcal{N}} x_i = V(\mathcal{N})$ ,
- rationalité coalitionnelle :  $\sum_{i \in S} x_i = V(S)$ ,  $\forall S \subseteq \mathcal{N}$ .

### 1.7.7 Valeur de Shapley

La valeur de Shapley [31] pour le jeu (1.2) est la règle qui assigne à chaque joueur  $i \in \mathcal{N}$  un profit donné par la formule suivante :

$$\phi_i = \sum_{S \subseteq \mathcal{N}, i \in S} \frac{(|S| - 1)! \times (|\mathcal{N}| - |S|)!}{|\mathcal{N}|!} (V(S) - V(S \setminus \{i\})) \quad (1.17)$$

où :

- $|\mathcal{N}|$  désigne le cardinal de  $\mathcal{N}$  ;
- $|S|$  désigne le cardinal de la coalition  $S$  ;
- $(V(S) - V(S \setminus \{i\}))$  est la contribution marginale du joueur  $i$  à la coalition  $S$ .

## 1.8 Des jeux fameux

### 1.8.1 Dilemme du prisonnier

Le dilemme du prisonnier est l'exemple le plus connu dans la théorie des jeux.

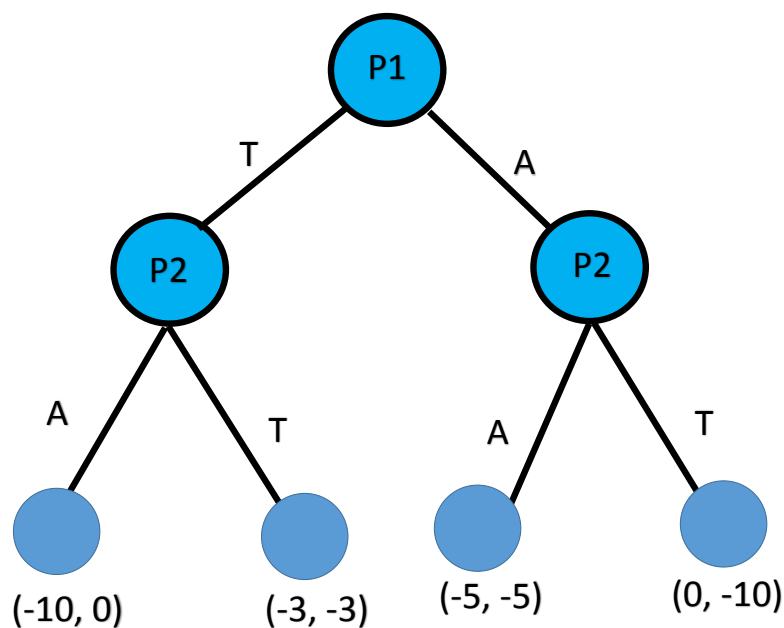


FIGURE 1.1 – Paiements des prisonniers

Son énoncé est la suivante ; « La police arrête deux suspects qui ont commis un délit ensemble et les interroge séparément. A chacun d'eux on présente le marché suivant : " si ton complice avoue (A) et que tu te tais (T), tu écoperas les dix ans ferme et lui s'en tirera avec sursis. Si c'est l'inverse, si toi qui pourras obtenir un sursis tandis qu'il croupira en prison. Sinon, si vous avouez tous les deux, la peine sera partagée (cinq ans ferme) ". Si les deux se taisent, la peine sera (trois ans ferme pour chacun) ». Les choix possibles des deux prisonniers (P1 et P2) peuvent être représentés dans la figure 1.1. L'équilibre de Nash de ce jeu est quand les deux prisonniers avouent (avoue, avoue).

## 1.8.2 Oligopole de Cournot

Considérons un marché oligopolistique composé de trois firmes  $\{1, 2, 3\}$  produisant un même bien. Chaque firme doit décider de la quantité à mettre sur le marché caractérisé par la fonction inverse de demande, donnée par

$$P(Q) = \max\{a - Q, 0\}, \quad Q = x_1 + x_2 + x_3$$

où :  $x_j$  est la quantité produite par la firme  $j = \{1, 2, 3\}$ .

La formulation jeu non coopératif est

$$\langle \mathcal{N}, \{X_j\}_{j \in \mathcal{N}}, \{\pi_j\}_{j \in \mathcal{N}} \rangle \quad (1.18)$$

Où

- $\mathcal{N}$  est l'ensemble des joueurs qui sont les trois firmes  $\mathcal{N} = \{1, 2, 3\}$  ;
- $X_j$  est l'ensemble des stratégies de la firme  $j$ ,  $x_j = [0, +\infty[$ ,  $j \in \mathcal{N}$  ;
- $\pi_j$  la fonction de gain de la firme  $j$ , qui représente le bénéfice qu'elle réalisera de la vente de sa production. Si le coût de production unitaire pour toutes les firmes est  $c$ , alors la fonction de gain de la firme  $j$  sera :

$$\pi_j(x_j, \mathbf{x}_{-j}) = x_j [P(Q) - c], \quad Q = x_1 + x_2 + x_3.$$

On supposera que  $c < a$ . Pour trouver un équilibre de Nash pour ce jeu, on va construire les fonctions de réaction des trois firmes. La fonction de réaction  $MR_j$  de la firme  $j$  définit, pour des niveaux de production donnés des deux autres firmes, la meilleure décision de production pour la firme  $j$ . Construisons la fonction  $MR_1$  : soient  $x_2, x_3$  les niveaux de production fixés par les firmes 2 et 3 respectivement.

Le prix du marché est alors :

$$P(Q) = \max\{a - Q, 0\} = \max\{a - (x_1 + x_2 + x_3), 0\}$$

Le profit de la firme 1 sera alors :

$$\pi_1(x_1, x_2, x_3) = x_1(a - (x_1 + x_2 + x_3) - c) \quad (1.19)$$

La maximisation de (1.19), par rapport à  $x_1$ , donne une meilleure réponse à la firme 1 qui

est :

$$x_1 = \begin{cases} \frac{a-(x_2+x_3)-c}{2} & \text{si } a - (x_2 + x_3) - c \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

La fonction de réaction de la firme 1 est donnée par :

$$MR_1(x_2, x_3) = \begin{cases} \frac{a-(x_2+x_3)-c}{2} & \text{si } a - (x_2 + x_3) - c \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Les fonctions de réactions des deux autres firmes seront données par :

$$MR_2(x_1, x_3) = \begin{cases} \frac{a-(x_1+x_3)-c}{2} & \text{si } a - (x_1 + x_3) - c \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$MR_3(x_1, x_2) = \begin{cases} \frac{a-(x_1+x_2)-c}{2} & \text{si } a - (x_1 + x_2) - c \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Nous pouvons à présent chercher les équilibres de Nash du jeu. En effet, un équilibre de Nash de ce jeu est une situation  $(x_1, x_2, x_3)$  vérifiant :

$$\begin{cases} x_1 = MR_1(x_2, x_3) \\ x_2 = MR_2(x_1, x_3) \\ x_3 = MR_3(x_1, x_2) \end{cases}$$

La résolution de ce système conduit à une solution unique :

$$x_1^* = x_2^* = x_3^* = \frac{a-c}{4}$$

Les profits à l'équilibre des trois firmes seront alors :

$$\pi_1^* = \pi_2^* = \pi_3^* = \frac{(a-c)^2}{16}$$

## 1.9 Concepts de base de l'organisation industrielle

**Définition 1.12** (L'offre). *L'offre d'un bien est exprimée par les firmes. C'est la quantité d'un certain produit offerte par ces firmes.*

**Définition 1.13** (La demande). *La demande d'un bien est exprimée par les consommateurs. C'est une fonction qui relie la quantité demandée du bien au prix de celui-ci.*

**Définition 1.14** (Le marché). *Un marché est groupe d'acheteurs et de vendeurs d'un bien ou d'un service. L'ensemble des acheteurs détermine la demande du marché, tandis que l'ensemble des vendeurs détermine l'offre. On peut distinguer deux types de marchés :*

- le marché amont : constitué des fournisseurs de l'entreprise.
- le marché aval : englobe les distributeurs et les clients.

**Définition 1.15** (Le monopole). *Il y a une situation de monopole quand existe sur le marché une seule entreprise vendant un produit sans substitut proche. Un monopole pur est une entreprise produisant un bien qui n'a pas de substitut.*

**Définition 1.16** (L'oligopole). *L'oligopole est une situation de marché de concurrence imparfaite dans laquelle un petit nombre d'offreurs (de vendeurs) se trouvent face à une multitude de demandeurs (d'acheteurs). Un marché peut être qualifié d'oligopole quand le nombre de firmes dans une branche est si faible que chacune doit prendre en considération les réactions de ses rivales pour former sa politique de prix.*

**Définition 1.17** (Le duopole de Cournot). *Ce premier modèle a été construit par Antoine-Augustin Cournot, un mathématicien français qui s'intéressa notamment à la formalisation des théories économiques, en 1838. Il s'agit d'un duopole, (un oligopole à deux entreprises). L'analyse de Cournot se situe dans le cas de deux biens homogènes, c'est-à-dire considérés comme équivalents du point de vue du consommateur (des fonctions de demande). Des biens homogènes ne peuvent être vendus qu'au même prix. Plus précisément, l'équilibre de Cournot est un équilibre de Nash en quantités, où chaque vendeur s'engage à fournir une quantité donnée au prix qui s'établira sur le marché.*

**Définition 1.18** (Le duopole de Bertrand). *Une autre formulation des interactions stratégiques entre firmes sur un marché oligopolistique que celle de Cournot a été proposée par Joseph Bertrand en 1883. Elle consiste à envisager les prix comme variables stratégiques et non plus les quantités.*

## 1.10 Conclusion

Ce chapitre est consacré à la présentation des notions fondamentales de la théorie des jeux, en particulier les jeux non coopératifs qui sont avérés extrêmement riche pour l'analyse des comportements oligopolistiques des joueurs. Pour cela, nous avons présenté quelques classes et types de jeux à savoir les jeux à information complète ou incomplète et les jeux dynamiques et nous avons introduit certains concepts de solutions connus dans la littérature pour déterminer les choix stratégiques des joueurs vérifiant certaines propriétés. Et, en dernier, nous allons citer quelques exemples de jeux célèbres connus par la théorie des jeux. Par la suite nous présenterons les travaux réalisés, afin d'extraire les problématiques ainsi nos objectifs.

# Analyse de la sponsorisation de données dynamiques dans le cas de la concurrence entre ISPs et de CPs

---

## 2.1 Introduction

L'une des principales tendances de l'internet ces dernières années est l'explosion de la demande d'utilisation de données cellulaires. Par conséquent, l'un des principaux défis pour le CP est de savoir comment motiver les utilisateurs finaux à accéder à leur contenu pour réaliser un profit plus important. En outre, cette augmentation de l'utilisation des données cellulaires nécessite des investissements plus importants dans la capacité sans fil. Les ISPs se sont lancés dans un nouveau type de tarification des données appelé "sponsorisation de données" afin d'obtenir des revenus supplémentaires et d'augmenter la capacité de leurs architectures de réseau existantes [32]. L'idée essentielle de la sponsorisation de données est de permettre aux CPs de payer à l'ISP, au nom des utilisateurs finaux, les frais d'accès au réseau. Les plans de sponsorisation de données profitent à toutes les entités du réseau : les ISPs peuvent générer davantage de revenus grâce aux subventions des CPs, et les utilisateurs finaux peuvent bénéficier d'un accès gratuit au réseau des CPs, ce qui augmente la demande et attire davantage de trafic, ce qui se traduit par des revenus plus élevés pour les CPs. A titre d'exemple concret, AT&T permet aux annonceurs de sponsoriser des vidéos pour inciter davantage d'utilisateurs finaux à regarder des publicités [33][34], GS Shop ( Korea TV) a coopéré avec SK Telecom pour sponsoriser le trafic de son application [35].

Les données sponsorisées ont récemment fait l'objet de modélisation et d'analyse dans la littérature. Les auteurs de [36] ont proposé une nouvelle approche d'optimisation conjointe d'un jeu de contrat de Stackelberg, afin de caractériser le modèle orienté marché pour le marché du contenu sponsorisé et pour saisir les interactions entre les ISP, les CPs et les utilisateurs finaux. Ils ont développé un jeu de Stackelberg, dans lequel l'ISP joue le rôle de leader, les CPs et les utilisateurs finaux celui de suiveur. Dans [37] les auteurs, développent un nouveau modèle pour étudier la concurrence entre les CPs dans le cadre des plans de données sponsorisés. Dans [38], les auteurs ont analysé les interactions de trois entités de réseau, c'est-à-dire les utilisateurs finaux, les ISPs et les CPs, en se basant sur la théorie des jeux. Les auteurs ont conçu un système efficace de contrôle de la sponsorisation des données en utilisant un modèle de jeu Stackelberg à deux chefs de file. Les auteurs de [39][40] mènent une enquête sur le contenu sponsorisé conjointement

et la mise en cache dans le cadre du jeu non coopératif. Les interactions entre l'ISP, le CP et les utilisateurs finaux sont modélisées comme un jeu de Stackelberg en trois étapes. Dans [41], les auteurs ont étudié les données sponsorisées et le jeu non-coopératif entre les ISPs. Les auteurs ont obtenu la meilleure réponse du CPs et des ISPs et ont analysé leurs implications pour la stratégie de sponsorship. Les auteurs dans [42] [43] ont analysé les données sur le contenu sponsorisé d'un point de vue économique. Ils examinent les implications des données sponsorisées sur les CPs et les utilisateurs finaux et identifient comment les données sponsorisées influencent l'inégalité des CPs.

Dans [44], les auteurs ont étudié la concurrence en matière de sponsorship entre les CPs sur le marché du contenu Internet et ont démontré que la concurrence améliore le bien-être de l'ISP et du CP. Dans [34], les auteurs ont étudié un marché de données sponsorisé avec un ISP, un CP et un ensemble d'utilisateurs finaux. Ils ont modélisé les interactions entre ces trois entités comme un jeu de Stackelberg en deux étapes, dans lequel l'ISP et le CP agissent comme les leaders déterminant respectivement les stratégies de tarification et de sponsorship dans la première étape, et les utilisateurs finaux agissent comme les suiveurs décidant de leur demande de données dans la deuxième étape. Dans [45], les auteurs ont analysé l'interaction entre les ISPs et les CPs, et ont proposé un mécanisme de tarification du contenu sponsorisé qui soit fidèle à l'évaluation du CP.

Le plan de contenu sponsorisé a fait l'objet de nombreuses études au cours des dernières années ; la plupart des articles se concentrent sur un modèle simple avec un seul ISP et un seul CP qui interagissent dans un cadre théorique de jeu ; peu d'études sur la réalisation entre plusieurs CPs et plusieurs ISPs avec des plans de la sponsorship de contenu. Toutefois, à notre connaissance, aucun des travaux actuels ne tient compte de la contrainte de temps qui rend le contenu sponsorisé plus dynamique. Le présent chapitre s'oriente dans cette direction moins explorée. L'objectif principal de ce chapitre est d'étudier un marché de contenu sponsorisé composé de plusieurs CPs, de plusieurs ISPs et d'utilisateurs finaux, avec la contrainte du temps.

Les contributions de ce chapitre sont les suivantes :

- Nous présentons de nouvelles fonctionnalités dans la modélisation mathématique qui incluent le contenu sponsorisé, les revenus des CPs et les revenus des ISPs avec la contrainte de temps.
- Nous modélisons les interactions entre les ISPs en fonction de deux paramètres du marché : le prix d'accès au réseau et la qualité du service ; chaque ISP veut maximiser son utilité. Nous formulons un problème de concurrence entre les ISPs comme un jeu non coopératif.
- Nous modélisons l'interaction entre les CPs en fonction de trois paramètres du marché : le prix d'accès au contenu, la crédibilité du contenu et le nombre de contenus sponsorisés. Le nombre de contenus sponsorisés est modélisé en fonction du temps. Nous formulons un problème de concurrence entre les CPs comme un jeu non coopératif.
- Nous prouvons analytiquement l'existence et l'unicité de l'équilibre de Nash dans le jeu non coopératif entre les ISPs et entre les CPs, ce qui signifie qu'il existe un état stable où tous les fournisseurs ne sont pas incités à modifier leurs stratégies. L'algorithme de meilleure réponse est utilisé pour trouver le point d'équilibre de Nash.

- L'analyse numérique montre l'effet du contenu sponsorisé sur les décisions des fournisseurs.

Ce chapitre est organisé comme suit : La section 2.2 traite le modèle du système avec contrainte de temporalité. Nous prouvons l'existence et l'unicité de l'équilibre de Nash dans la section 2.3. Ensuite, nous présentons une étude numérique dans la section 2.4, et nous concluons ce chapitre dans la section 2.5.

## 2.2 Modélisation du problème

Dans ce chapitre, nous considérons un réseau de télécommunication avec trois types d'acteurs : Les ISPs, les CPs et les utilisateurs finaux. Les CPs fournissent  $N$  contenus aux utilisateurs finaux et sponsorisent une fraction du contenu au nom des utilisateurs finaux afin de réduire le prix d'accès au réseau. L' $ISP_k$  fixe deux paramètres de décision : le prix d'accès au réseau  $p_{s_k}$  et la qualité de service (QoS)  $q_{s_k}$ . Soit respectivement  $p_{c_f}$  et  $c_f$ , le prix d'accès au contenu et la crédibilité du contenu décidés par  $CP_f$ . Le comportement des utilisateurs finaux est une fonction des politiques des CPs et des ISPs, voir (2.1).

### 2.2.1 Modèle de demande

$D_{fk}$  est la demande des utilisateurs finaux pour le contenu fourni par  $CP_f$  et transféré par  $ISP_k$  qui est une fonction du prix d'accès au contenu  $p_{c_f}$ , de la crédibilité du contenu  $c_f$ , du prix d'accès au réseau  $p_{s_k}$  et de la QoS ( $q_{s_k}$ ), (voir [46][47]). Cette fonction de demande est également une fonction des prix  $\mathbf{p}_{c_{-f}}$ , des crédibilités  $\mathbf{c}_{-f}$ , des prix  $\mathbf{p}_{s_{-k}}$  et de la QoS  $\mathbf{q}_{s_{-k}}$  fixé par les adversaires. La demande  $D_{fk}$  est décroissante par rapport à  $p_{c_f}$ ,  $p_{s_k}$  et croissante par rapport à  $p_{c_g}$ ,  $g \neq f$ ,  $p_{s_j}$ ,  $j \neq k$ . Alors que sa valeur augmente par rapport à  $c_f$ ,  $q_{s_k}$  et diminue par rapport à  $c_g$ ,  $g \neq f$ ,  $q_{s_j}$ ,  $j \neq k$ . Ensuite, les fonctions de demande  $D_{ij}$  peuvent être écrites comme suit :

$$D_{fk} = d_{fk} - \sigma_f^f p_{c_f} + \zeta_f^f c_f - \tau_k^k p_{s_k} + \varrho_k^k q_{s_k} + \sum_{g=1, g \neq f}^F (\sigma_f^g p_{c_g} - \zeta_f^g c_g) + \sum_{j=1, k \neq j}^K (\tau_k^j p_{s_j} - \varrho_k^j q_{s_j}) \quad (2.1)$$

Le paramètre  $d_{fk}$  est la demande potentielle des utilisateurs finaux.  $\sigma_f^g$  et  $\zeta_f^g$  sont deux constantes positives représentant, respectivement, la sensibilité à la demande  $D_{fk}$  au prix d'accès au contenu et la crédibilité de  $CP_g$ . De plus,  $\tau_k^j$  et  $\varrho_k^j$  sont deux constantes positives représentant, respectivement, la sensibilité de la demande  $D_{fk}$  au prix d'accès au réseau et la QoS de l' $ISP_j$ .

#### Hypothèse 2.1.

La sensibilité  $\sigma$  vérifie :

$$\sigma_f^f \geq \sum_{g=1, g \neq f}^F \rho_f^g, \quad \forall f = 1, \dots, F.$$



La sensibilité  $\varsigma$  vérifie :

$$\varsigma_f^f \geq \sum_{g=1, g \neq f}^F \varsigma_f^g, \quad \forall f = 1, \dots, F.$$

La sensibilité  $\tau$  vérifie :

$$\tau_k^k \geq \sum_{j=1, j \neq k}^K \tau_k^j, \quad \forall k = 1, \dots, K.$$

L'hypothèse 2.1 signifie que l'effet des stratégies du fournisseur sur sa demande est plus important que l'effet des stratégies de ses concurrents sur sa fonction de demande [12][48]. L'hypothèse 2.1 sera utilisée pour prouver l'unicité de l'équilibre de Nash.

### 2.2.2 Modèle d'utilité des CPs

L'utilité de  $CP_f$  peut être modélisée comme suit :

$$\begin{aligned} U_{CP_f} = & \sum_{k=1}^K p_{c_f} N_f (1 + \chi_f S_{fk}) D_{fk} - \sum_{k=1}^K p_{u_f} S_{fk} N_f (1 + \chi_f S_{fk}) D_{fk} \\ & - \sum_{k=1}^K p_{t_k} c_f N_f (1 + \chi_f S_{fk}) D_{fk} - \theta_f c_f \end{aligned} \quad (2.2)$$

où  $\theta_i$  est le coût de production d'une unité de la crédibilité du contenu  $c_i$ .  $p_{t_k}$  est le prix de transmission de  $ISP_k$ .  $p_{u_f}$  est le prix de sponsorship de  $ISP_f$ . Le premier terme  $\sum_{k=1}^K p_{c_f} N_f (1 + \chi_f S_{fk}) D_{fk}$  est le revenu de  $CP_f$ . Le deuxième terme  $\sum_{k=1}^K p_{u_f} S_{fk} N_f (1 + \chi_f S_{fk}) D_{fk}$  indique le coût dû à la sponsorship. Le troisième terme  $\sum_{k=1}^K p_{t_k} c_f N_f (1 + \chi_f S_{fk}) D_{fk}$  est le résultat des frais de transmission lorsque le  $CP_f$  transmet aux utilisateurs finaux la demande avec la crédibilité du contenu  $c_f$ . Le quatrième terme  $\theta_f c_f$  est le coût pour produire la crédibilité du contenu  $c_f$ .

$S_{fk}$  est la proportion de contenu sponsorisé par  $CP_f$  pour chaque abonné  $ISP_k$ . Soit  $S_{fk} = 1$  si la sponsorship complète est décidée, et  $S_{fk} = 0$  si le  $CP_f$  décide de ne sponsoriser aucun contenu. Rappelons que la sponsorship pourrait être une incitation à consommer plus de contenu de  $CP_f$ .  $(1 + \chi_f S_{fk}) D_{fk}$  est la nouvelle demande de contenu fournie par le  $CP_f$  et distribuée par l' $ISP_k$ , qui est fonction de la proportion de contenu sponsorisé  $S_{fk}$ . La quantité  $\chi_f S_{fk}$  reflète l'évolution de la demande de contenu du CP.  $\chi_f$  est une constante non négative.

La crédibilité du contenu  $c_f$  de  $CP_f$  est une fonction linéaire par rapport à la qualité de service (QoS)  $q_{ss_f}$  et de la qualité du contenu (QoC)  $q_{c_f}$  [49][50][47][7], qui s'écrit :

$$c_f = \lambda q_{ss_f} + \mu q_{c_f} \quad (2.3)$$

où  $\lambda$  et  $\mu$  sont des constantes non négatives. La QoS est définie comme le délai prévu (voir [47][8]). La QoC peut être spécifiée pour un domaine de contenu spécifique (par exemple, video streaming).

Ensuite, l'utilité de  $CP_f$  est exprimée par :

$$U_{CP_f} = \sum_{k=1}^K p_{c_f} N_f (1 + \chi_f S_{fk}) D_{fk} - \sum_{k=1}^K p_{u_f} S_{fk} N_f (1 + \chi_f S_{fk}) D_{fk} - \sum_{k=1}^K p_{t_k} N_f (1 + \chi_f S_{fk}) D_{fk} (\lambda q_{ss_f} + \mu q_{c_f}) - \theta_f (\lambda q_{ss_f} + \mu q_{c_f}) \quad (2.4)$$

### 2.2.3 Modèle d'utilité des ISPs

La fonction d'utilité d'un  $ISP_k$  est la différence entre le revenu et les frais :

$$U_{ISP_k} = \sum_{f=1}^F p_{s_k} (1 - S_{fk}) N_f D_{fk} + \sum_{f=1}^F p_{u_k} S_{fk} N_f D_{fk} + \sum_{f=1}^F p_{t_k} c_f N_f D_{fk} - v_k B_k \quad (2.5)$$

Le premier terme  $\sum_{f=1}^F p_{s_k} (1 - S_{fk}) N_f D_{fk}$  est le revenu de l'accès au réseau. Le deuxième terme  $\sum_{f=1}^F p_{u_k} S_{fk} N_f D_{fk}$  est le revenu de la sponsorship. Le troisième terme  $\sum_{f=1}^F p_{t_k} c_f N_f D_{fk}$  est le revenu de la transmission du contenu. Le quatrième terme  $v_k B_k$  est l'investissement de  $ISP_k$ , où  $v_k$  est un coût par unité de bande passante,  $B_k$  est la bande passante du backhaul. La QoS  $q_{s_f}$  est définie comme l'inverse du retard attendu calculé par la fonction de Kleinrock (voir [51] [52]) :

$$q_{s_k} = \frac{1}{\sqrt{Delay_k}} = \sqrt{B_k - \sum_{f=1}^F D_{fk}}, \quad (2.6)$$

cela signifie que :

$$B_f = \sum_{f=1}^F D_{fk} + q_{s_f}^2 \quad (2.7)$$

Ensuite, l'utilité de  $ISP_k$  est donnée comme suit :

$$U_{ISP_k} = \sum_{f=1}^F p_{s_k} (1 - S_{fk}) N_f D_{fk} + \sum_{f=1}^F p_{u_k} S_{fk} N_f D_{fk} + \sum_{f=1}^F p_{t_k} c_f N_f D_{fk} - v_k \left( \sum_{f=1}^F D_{fk} + q_{s_f}^2 \right) \quad (2.8)$$

### 2.2.4 Ajout de la temporalité au modèle

Nous étudions dans cette section l'impact du temps sur le nombre de contenus sponsorisés. Nous modélisons la proportion de contenu sponsorisé en l'associant avec le paramètre temps. Cette proportion est exprimée sous la forme suivante :

$$S_{fk} = (1 - e^{-w_{fk}t}) \quad (2.9)$$

Où  $w_{fk}$  représente la vitesse à laquelle le  $CP_f$  sponsorise le contenu pour chaque abonné  $ISP_k$ . On remarque que, lorsque  $t = 0$ ,  $S_{fk} = 0$  et lorsque  $t = \infty$ ,  $S_{fk} = 1$ .

L'analyse temporelle du nombre de contenus sponsorisés peut être effectuée dans les réseaux, nous considérons  $\xi$  comme un facteur d'actualisation, de sorte qu'une unité monétaire en  $t$  années vaut  $e^{-\xi t}$  unités monétaires d'aujourd'hui. Un  $CP_f$  avec un profit  $U_{CP_f}$  au moment  $t$  peut prévoir ce profit sur une période allant de  $[0, T]$  comme moyenne des revenus actualisés sur cette période comme suit :

$$\begin{aligned}
\bar{U}_{CP_f} &= \frac{1}{\int_0^T e^{-\xi t}} \int_0^T U_{CP_f}(t) e^{-\xi t} \\
&= \frac{\xi}{1 - e^{-\xi T}} \int_0^T U_{CP_f}(t) e^{-\xi t} \\
&= \sum_{k=1}^K p_{c_f} N_f D_{fk} \left( 1 + \chi_f + \frac{\chi_f \xi (e^{-(\omega_{fk} + \xi)T} - 1)}{(1 - e^{-\xi T})(\omega + \xi)} \right) \\
&\quad - \sum_{k=1}^K p_{t_k} N_f c_f D_{fk} \left( 1 + \chi_f + \frac{\chi_f \xi (e^{-(\omega_{fk} + \xi)T} - 1)}{(1 - e^{-\xi T})(\omega + \xi)} \right) - \theta_f c_f \\
&\quad - \sum_{k=1}^K \left[ \left( 1 + \frac{\xi (e^{-(\omega_{fk} + \xi)T} - 1)}{(1 - e^{-\xi T})(\omega + \xi)} \right) + \chi_f \left( 1 + \frac{2\xi (e^{-(\omega_{fk} + \xi)T} - 1)}{(1 - e^{-\xi T})(\omega + \xi)} \right) - \frac{\chi_f \xi (e^{-(2\omega_{fk} + \xi)T} - 1)}{(1 - e^{-\xi T})(2\omega + \xi)} \right] p_{u_k} D_{fk} N_f
\end{aligned} \tag{2.10}$$

De même, nous avons

$$\begin{aligned}
\bar{U}_{ISP_k} &= \frac{1}{\int_0^T e^{-\xi t}} \int_0^T U_{ISP_k}(t) e^{-\xi t} \\
&= \frac{\xi}{1 - e^{-\xi T}} \int_0^T U_{ISP_k}(t) e^{-\xi t} \\
&= \sum_{f=1}^F \frac{\xi (1 - e^{-(\omega_{fk} + \xi)T})}{(1 - e^{-\xi T})(\omega + \xi)} p_{s_k} N_f D_{fk} + \sum_{k=1}^K \left( 1 + \frac{\xi (e^{-(\omega_{fk} + \xi)T} - 1)}{(1 - e^{-\xi T})(\omega + \xi)} \right) p_{u_k} N_f D_{fk} \\
&\quad + \sum_{f=1}^F p_{t_k} N_f c_f D_{fk} - v_k B_k
\end{aligned} \tag{2.11}$$

## 2.3 Analyse des jeux

Soit  $G_1 = [\mathcal{F}, \{P_{c_f}, Q_{ss_f}, Q_{c_f}\}, \{\bar{U}_{CP_f}(\mathbf{p}_c, \mathbf{q}_{ss}, \mathbf{q}_c)\}]$  qui désigne le jeu non coopératif de QoS, prix et QoC (NQPQG) entre les CPs, où  $\mathcal{F} = \{1, \dots, F\}$  est l'ensemble d'indices identifiant les CPs,  $P_{c_f}$  est l'ensemble de stratégies de prix d'accès au contenu de  $CP_f$ ,  $Q_{ss_f}$  est l'ensemble de stratégies de QoS de  $CP_f$ ,  $Q_{c_f}$  est l'ensemble de stratégies de QoC de  $CP_f$ . Nous supposons que les espaces stratégiques  $P_{c_f}$ ,  $Q_{ss_f}$  et  $Q_{c_f}$  de chaque  $CP_f$  sont des ensembles compacts et convexes avec des contraintes maximales et minimales ; pour tout  $CP_f$  donné, nous considérons un intervalle fermé  $P_{c_f} = [p_{c_f}, \bar{p}_{c_f}]$ ,  $Q_{ss_f} = [q_{ss_f}, \bar{q}_{ss_f}]$  et  $Q_{c_f} = [q_{c_f}, \bar{q}_{c_f}]$ . Soient les vecteurs prix  $\mathbf{p}_c = (p_{c_1}, \dots, p_{c_F})^T \in P_c^F = P_{c_1} \times P_{c_2} \times \dots \times P_{c_F}$ ,

QoS  $\mathbf{q}_{ss} = (q_{ss_1}, \dots, q_{ss_F})^T \in Q_{ss}^F = Q_{ss_1} \times Q_{ss_2} \times \dots \times Q_{ss_F}$ , QoC  $\mathbf{q}_c = (q_{c_1}, \dots, q_{c_F})^T \in Q_c^F = Q_{c_1} \times Q_{c_2} \times \dots \times Q_{c_F}$ .

Soit  $G_2 = [\mathcal{H}, \{P_{s_k}, Q_{s_k}\}, \{\bar{U}_{ISP_k}(\mathbf{p}_s, \mathbf{q}_s)\}]$  désigne le jeu non coopératif de prix de la qualité de service (NPQG) entre les ISPs, où  $\mathcal{H} = \{1, \dots, K\}$  est l'ensemble des ISPs,  $P_{s_k}$  est l'ensemble de stratégie de prix de l' $ISP_k$ ,  $Q_{s_k}$  est l'ensemble de stratégie de QoS de l' $ISP_k$ . Nous supposons que les espaces stratégiques  $P_{s_k}$  et  $Q_{s_k}$  de chaque  $ISP_k$  sont des ensembles compacts et convexes avec des contraintes maximales et minimales ; pour tout  $ISP_k$  donné, nous considérons comme espaces stratégiques les intervalles fermés  $P_{s_k} = [\underline{p}_{s_k}, \bar{p}_{s_k}]$  and  $Q_{s_k} = [\underline{q}_{s_k}, \bar{q}_{s_k}]$ . Soient le vecteur de prix  $\mathbf{p}_s = (p_{s_1}, \dots, p_{s_K})^T \in P_s^K = P_{s_1} \times P_{s_2} \times \dots \times P_{s_K}$ , le vecteur de QoS  $\mathbf{q}_s = (q_{s_1}, \dots, q_{s_K})^T \in Q_s^K = Q_{s_1} \times Q_{s_2} \times \dots \times Q_{s_K}$ .

### 2.3.1 Jeu de prix $P_c$

Le jeu  $G_1$  du prix  $p_c$  est défini pour des  $\mathbf{q}_{ss} \in Q_{ss}$ ,  $\mathbf{q}_c \in Q_c$  fixés comme  $G_1(\mathbf{q}_{ss}, \mathbf{q}_c) = [\mathcal{F}, \{P_{c_f}\}, \{\bar{U}_{CP_f}(\cdot, \mathbf{q}_{ss}, \mathbf{q}_c)\}]$ .

**Définition 2.1.** Le vecteur de prix  $\mathbf{p}_c^* = (p_{c_1}^*, \dots, p_{c_F}^*)$  est un équilibre de Nash du jeu  $G_1(\mathbf{q}_{ss}, \mathbf{q}_c)$  si :

$$\forall (f, p_{c_f}) \in (\mathcal{F}, P_{c_f}), \quad \bar{U}_{CP_f}(p_{c_f}^*, \mathbf{p}_{c_{-f}}^*, \mathbf{q}_s, \mathbf{q}_c) \geq \bar{U}_{CP_f}(p_{c_f}, \mathbf{p}_{c_{-f}}^*, \mathbf{q}_s, \mathbf{q}_c)$$

**Théorème 2.1.** Pour tout  $\mathbf{q}_{ss} \in Q_{ss}$ ,  $\mathbf{q}_c \in Q_c$ , le jeu  $[ \mathcal{F}, \{P_{c_f}\}, \{\bar{U}_{CP_f}(\cdot, \mathbf{q}_{ss}, \mathbf{q}_c)\} ]$  admet un unique équilibre de Nash.

L'annexe A. donne une preuve du théorème ci-dessus.

### 2.3.2 Jeu de QoS $Q_c$

Le jeu  $G_1$  de la QoS est défini pour des  $\mathbf{p}_c \in P_c$ ,  $\mathbf{q}_{ss} \in Q_{ss}$  fixés comme  $G_1(\mathbf{p}_c, \mathbf{q}_{ss}) = [\mathcal{F}, \{Q_{c_f}\}, \{\bar{U}_{CP_f}(\mathbf{p}_c, \mathbf{q}_{ss}, \cdot)\}]$ .

**Définition 2.2.** Le vecteur de QoS  $\mathbf{q}_c^* = (q_{c_1}^*, \dots, q_{c_F}^*)$  est un équilibre de Nash du jeu  $G_1(\mathbf{p}_c, \mathbf{q}_{ss})$  si :

$$\forall (f, q_{c_f}) \in (\mathcal{F}, Q_{c_f}), \quad \bar{U}_{CP_f}(\mathbf{p}_c, \mathbf{q}_{ss}, q_{c_f}^*, \mathbf{q}_{c_{-f}}^*) \geq \bar{U}_{CP_f}(\mathbf{p}_c, \mathbf{q}_{ss}, q_{c_f}, \mathbf{q}_{c_{-f}}^*)$$

**Théorème 2.2.** Pour chaque  $\mathbf{p}_c \in P_c$ ,  $\mathbf{q}_{ss} \in Q_{ss}$ , le jeu  $[ \mathcal{F}, \{Q_{c_f}\}, \{\bar{U}_{CP_f}(\mathbf{p}_c, \mathbf{q}_{ss}, \cdot)\} ]$  admet un unique équilibre de Nash.

L'annexe B. donne une preuve du théorème ci-dessus.

### 2.3.3 Jeu de QoS $Q_{ss}$

Le jeu  $G_1$  de la QoS est défini pour des  $\mathbf{p}_c \in P_c$ ,  $\mathbf{q}_c \in Q_c$  fixés comme  $G_1(\mathbf{p}_c, \mathbf{q}_c) = [\mathcal{F}, \{Q_{ss_f}\}, \{\bar{U}_{CP_f}(\mathbf{p}_c, \cdot, \mathbf{q}_c)\}]$ .

**Définition 2.3.** *Le vecteur de QoS  $\mathbf{q}_{ss}^* = (q_{ss_1}^*, \dots, q_{ss_F}^*)$  est un équilibre de Nash du jeu  $G_1(\mathbf{p}_c, \mathbf{q}_c)$  si :*

$$\forall (f, q_{ss_f}) \in (\mathcal{F}, Q_{ss_f}), \quad \bar{U}_{CP_f}(\mathbf{p}_c, q_{ss_f}^*, \mathbf{q}_{ss_{-f}}^*, \mathbf{q}_c) \geq \bar{U}_{CP_f}(\mathbf{p}_c, q_{ss_f}, \mathbf{q}_{ss_{-f}}^*, \mathbf{q}_c)$$

**Théorème 2.3.** *Pour chaque  $\mathbf{p}_c \in P_c$ ,  $\mathbf{q}_c \in Q_c$ , le jeu  $[\mathcal{F}, \{Q_{ss_f}\}, \{\bar{U}_{CP_f}(\mathbf{p}_c, \cdot, \mathbf{q}_c)\}]$  admet un unique équilibre de Nash.*

L'annexe C. donne une preuve du théorème ci-dessus.

### 2.3.4 Jeu de prix $P_s$

Le jeu  $G_2$  du prix d'accès au réseau est défini pour des  $\mathbf{q}_s \in Q_s$  fixés comme  $G_2(\mathbf{q}_s) = [\mathcal{K}, \{P_{s_k}\}, \{\bar{U}_{ISP_k}(\cdot, \mathbf{q}_s)\}]$ .

**Définition 2.4.** *Le vecteur de prix  $\mathbf{p}_s^* = (p_{s_1}^*, \dots, p_{s_K}^*)$  est un équilibre de Nash du jeu  $G_2(\mathbf{q}_s)$  si*

$$\forall (k, p_{s_k}) \in (\mathcal{K}, P_{s_k}), \quad \bar{U}_{ISP_k}(p_{s_k}^*, \mathbf{p}_{s_{-k}}^*, \mathbf{q}_s) \geq \bar{U}_{ISP_k}(p_{s_k}, \mathbf{p}_{s_{-k}}^*, \mathbf{q}_s)$$

**Théorème 2.4.** *Pour tout  $\mathbf{q}_s \in Q_s$ , le jeu  $[\mathcal{K}, \{P_{s_k}\}, \{\bar{U}_{ISP_k}(\cdot, \mathbf{q}_s)\}]$  admet un unique équilibre de Nash.*

L'annexe D. donne une preuve du théorème ci-dessus.

### 2.3.5 Jeu de QoS $Q_s$

Le jeu  $G_2$  de la QoS est défini pour des  $\mathbf{p}_s \in P_s$  fixés comme  $G_2(\mathbf{p}_s) = [\mathcal{K}, \{Q_{s_k}\}, \{\bar{U}_{ISP_k}(\mathbf{p}_s, \cdot)\}]$ .

**Définition 2.5.** *Le vecteur de QoS  $\mathbf{q}_s^* = (q_{s_1}^*, \dots, q_{s_K}^*)$  est un équilibre de Nash du jeu  $G_2(\mathbf{p}_s)$  si*

$$\forall (k, q_{s_k}) \in (\mathcal{K}, Q_{s_k}), \quad \bar{U}_{ISP_k}(\mathbf{p}_s, q_{s_k}^*, \mathbf{q}_{s_{-k}}^*) \geq \bar{U}_{ISP_k}(\mathbf{p}_s, q_{s_k}, \mathbf{q}_{s_{-k}}^*)$$

**Théorème 2.5.** *Pour tout  $\mathbf{p}_s \in P_s$  le jeu  $[\mathcal{K}, \{Q_{s_k}\}, \{\bar{U}_{ISP_k}(\mathbf{p}_s, \cdot)\}]$  admet un unique équilibre de Nash.*

L'annexe E. donne une preuve du théorème ci-dessus.

### 2.3.6 Apprentissage de l'équilibre de Nash

Dans cette section, à partir de notre analyse précédente, nous introduisons deux processus d'apprentissage distribués et itératifs qui convergent vers le point d'équilibre de Nash. Dans ces algorithmes, chaque fournisseur observe la politique adoptée par ses concurrents lors des cycles précédents et les intègre dans son processus de décision pour actualiser sa stratégie. Par conséquent, la meilleure réponse et l'algorithme de recherche de Nash convergeront vers l'unique point d'équilibre.

L'algorithme de meilleure réponse (BR) est connu pour atteindre des équilibres pour les jeux S-modulaires, en exploitant la monotonie des fonctions de meilleure réponse. Chaque joueur fixe ses stratégies souhaitables pour maximiser son profit. Ensuite, chaque joueur peut observer les stratégies adoptées par ses concurrents lors des tours précédents et les intégrer dans son processus de décision pour actualiser sa politique. Il devient alors naturel d'accepter l'équilibre de Nash comme le point attractif du jeu. Cependant, l'algorithme de meilleure réponse exige une rationalité parfaite et des informations complètes, ce qui n'est pas pratique pour les applications du monde réel et peut également augmenter la puissance de signalisation. C'est pourquoi nous proposons un cadre d'apprentissage distribué adaptatif pour découvrir les équilibres du jeu d'activation basé sur l'algorithme de recherche de Nash" (NSA) avec des gains stochastiques dépendant de l'état pour des actions continues.

Le cadre d'apprentissage de l'équilibre est un processus itératif. À chaque itération, le joueur choisit sa politique et obtient de l'environnement la réalisation de son gain. L'amélioration de la stratégie est basée sur l'observation actuelle du gain réalisé et des stratégies choisies précédemment. Ainsi, nous disons que les joueurs apprennent à jouer un équilibre, si après un nombre donné d'itérations, le profil de la stratégie converge vers une stratégie d'équilibre.

La procédure d'apprentissage proposée a les paramètres suivants :  $\varphi_f$  est la phase de perturbation,  $z_f$  est le taux de croissance,  $b_f$  est l'amplitude de la perturbation, et  $\Omega_f$  est la fréquence de la perturbation. Cette procédure est répétée pour la fenêtre T.

Les algorithmes 1 et 2 résument les étapes d'apprentissage de meilleure réponse et de recherche d'algorithmes Nash que chaque joueur doit effectuer pour découvrir sa stratégie d'équilibre Nash.

---

#### Algorithm 1 Algorithme de meilleure réponse(BR)

---

- 1: Initialisation des vecteurs  $\mathbf{x}(0) = [x_1(0), \dots, x_F(0)]$  aléatoirement ;
  - 2: Pour chaque  $E_f$ ,  $f \in \mathcal{L}$  à l'itération  $t$  calculer :
    - $x_f(t+1) = \underset{x_f \in X_f}{\operatorname{argmax}} (U_{E_f}(\mathbf{x}(t)))$ .
  - 3: Si  $\forall f \in \mathcal{L}$ ,  $|x_f(t+1) - x_f(t)| < \epsilon$ , alors STOP.
  - 4: Sinon,  $t \leftarrow t + 1$  et passez à l'étape (2).
-

---

**Algorithm 2** Algorithme de recherche de Nash(NSA)

---

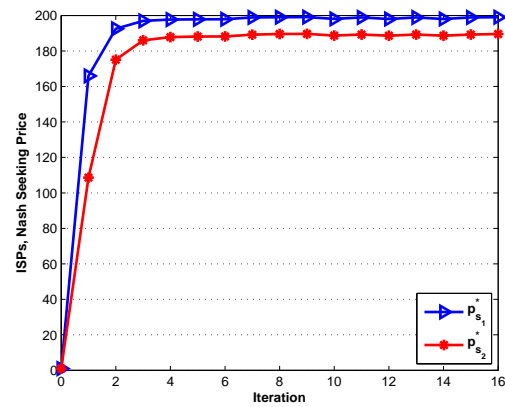
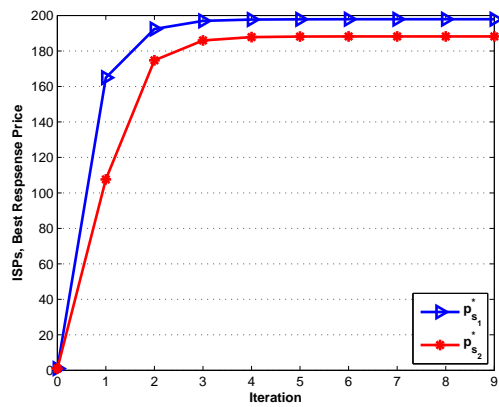
- 1: **Données** :  
 $\varphi_f \in [0; 2\pi]$  : phase de perturbation ;  
 $b_f > 0$  : amplitude de la perturbation ;  
 $\Omega_f$  : fréquence de la perturbation ;  
 $z_f$  : taux de croissance ;
  - 2: **Résultat** : Équilibre  $\mathbf{x}_f(t)$
  - 3: Initialisation des vecteurs  $\mathbf{x}^*(0) = [x_1^*(0), \dots, x_F^*(0)]$  et  $\tau^*(0) = [\tau_1^*(0), \dots, \tau_F^*(0)]$  aléatoirement ;
  - 4: **Modèle d'apprentissage** : Pour chaque itération  $t$  :
  - 5: Observer le gain  $U_{E_f}(\mathbf{x}(t))$  et estimer  $\tau^*(t+1)$  en utilisant  
 $\tau_f^*(t+1) = \tau_f^*(t) + t^* z_f b_f \sin(\Omega_f t^* + \varphi_f) U_{E_f}(\mathbf{x}(t))$ ;
  - 6: Actualiser  $\mathbf{x}_f(t)$  en utilisant les règles suivantes  
 $x_f^*(t+1) = \tau_f^*(t+1) + b_f \sin(\Omega_f t^* + \varphi_f)$ ;
- 

Tels que :

- $E$  désigne un CP ou un ISP.
- $\mathcal{L}$  se réfère à  $\mathcal{F}$  ou  $\mathcal{K}$ .
- $x$  se réfère au vecteur de prix  $p_c$ , au vecteur de prix  $p_s$ , au vecteur de  $q_s$ , au vecteur  $q_c$  ou au vecteur  $q_{ss}$ .
- $X_f$  se réfère au profil prix, QoS or QoC.

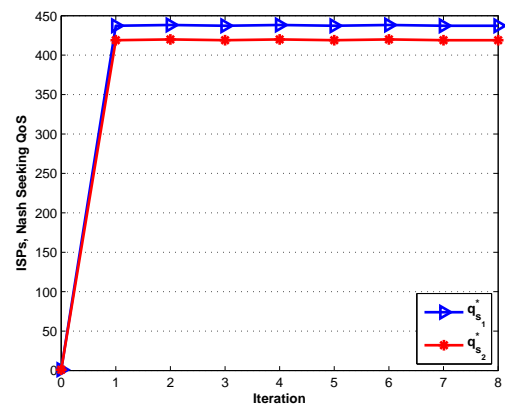
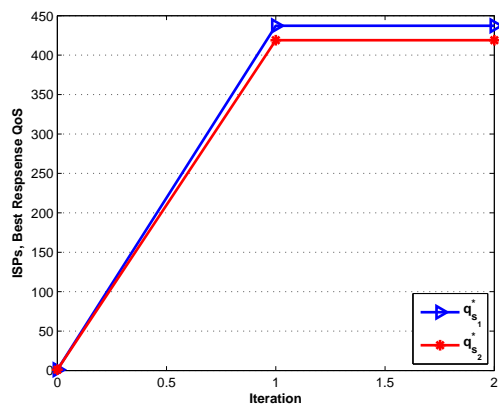
## 2.4 Enquêtes numériques

Dans cette section, nous étudions le réseau de télécommunication numériquement comme un jeu non coopératif en tenant compte des expressions des fonctions d'utilité et en utilisant l'algorithme de meilleure réponse. Nous considérons un scénario de réseau qui comprend deux ISPs et deux CPs.



(a) Algorithme de meilleure réponse(BR) (b) Algorithme de recherche de Nash(NSA)

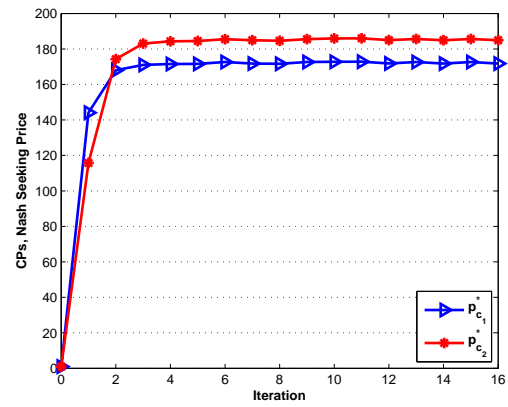
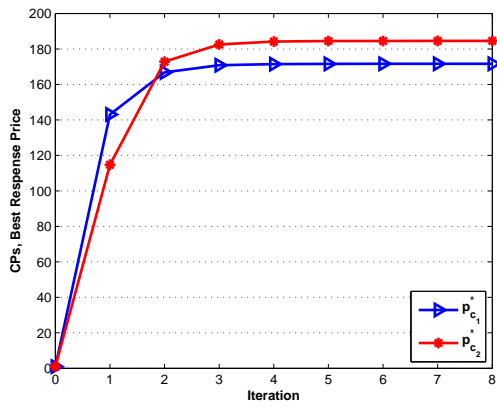
FIGURE 2.1 – Jeu  $G_2$  de prix  $p_s$  : Convergence vers l'équilibre de Nash des prix selon les algorithmes BR et NSA.



(a) Algorithme de meilleure réponse(BR) (b) Algorithme de recherche de Nash(NSA)

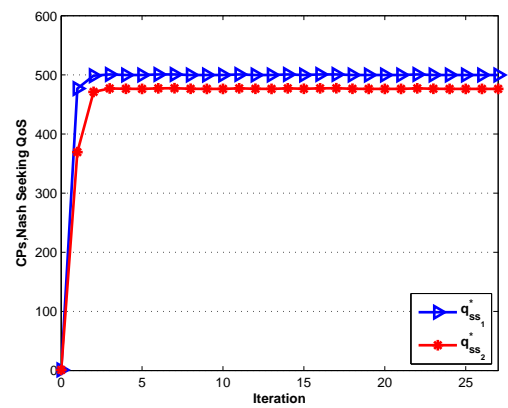
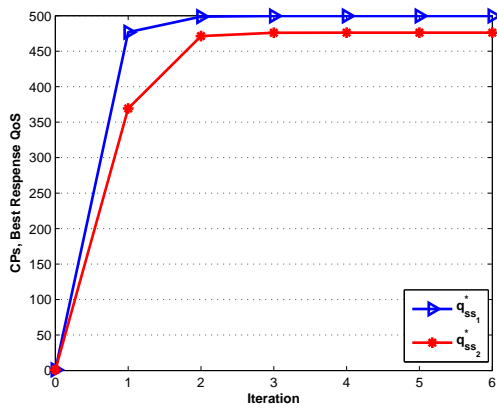
FIGURE 2.2 – Jeu  $G_2$  de QoS  $q_s$  : Convergence vers l'équilibre de Nash des QoSs selon les algorithmes BR et NSA.





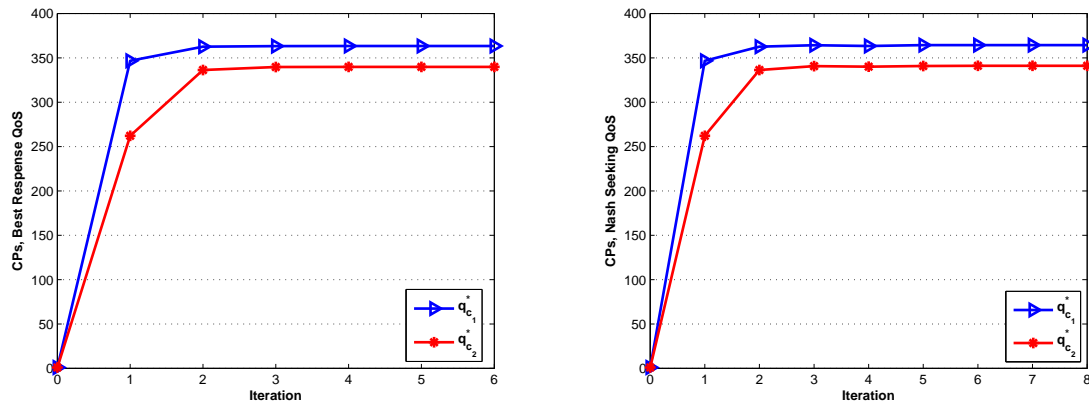
(a) Algorithme de meilleure réponse(BR)      (b) Algorithme de recherche de Nash(NSA)

FIGURE 2.3 – Jeu  $G_1$  de prix  $p_c$  : Convergence vers l'équilibre de Nash des prix selon les algorithmes BR et NSA.



(a) Algorithme de meilleure réponse(BR)      (b) Algorithme de recherche de Nash(NSA)

FIGURE 2.4 – Jeu  $G_1$  de QoS  $q_{s,s}$  : Convergence vers l'équilibre de Nash des QoSs selon les algorithmes BR et NSA.



(a) Algorithme de meilleure réponse(BR) (b) Algorithme de recherche de Nash(NSA)

FIGURE 2.5 – Jeu  $G_1$  de QoC  $q_c$  : Convergence vers l'équilibre de Nash des QoCs selon les algorithmes BR et NSA.

Les figures 2.1, 2.2, 2.3, 2.4 et 2.5 montrent la convergence vers le prix à l'équilibre de Nash, la qualité de service à l'équilibre de Nash et la qualité de service à l'équilibre de Nash de tous les fournisseurs. Les figures 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, et 2.5 démontrent l'existence et l'unicité du point d'équilibre de Nash auquel aucun fournisseur ne peut s'écarter de manière profitable compte tenu des stratégies des autres adversaires. Ainsi, notre modèle garantit l'existence d'un équilibre permettant de maintenir la stabilité de l'économie et de réaliser la croissance économique.

	Temps (s)		Iterations	
	BRA	NSA	BRA	NSA
ps*	28.7105	55.6239	2	16
pc*	2.8307	5.1134	8	16
qc*	26.5229	32.7347	6	8
qss*	28.4598	122.8715	6	27
qs*	1.0003	4.4373	2	8

TABLE 2.1 – Algorithme de meilleure réponse V.S. Algorithme de recherche de Nash

Le tableau 2.1. donne une comparaison entre les deux algorithmes proposés pour l'apprentissage des résultats numériques, on remarque que l'algorithme de meilleure réponse donne les mêmes résultats que l'algorithme de recherche de Nash, mais en moins d'itérations et en un temps très court par rapport à un algorithme de recherche Nash.

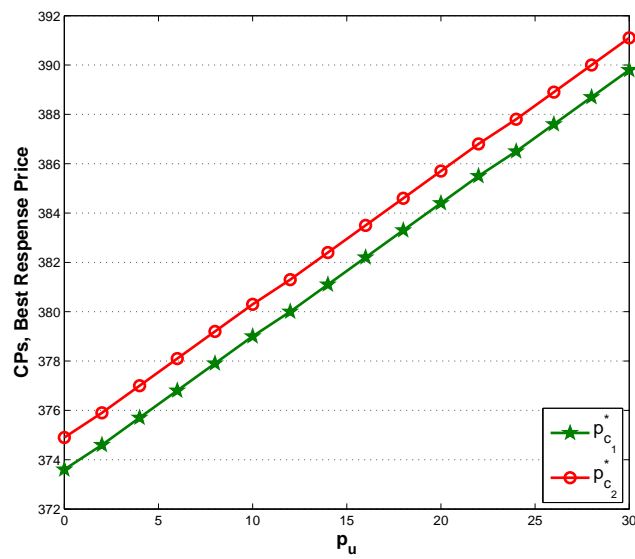


FIGURE 2.6 – Évolution du prix  $p_c$  à l'équilibre de Nash en fonction du prix de sponsorship  $p_u$ .

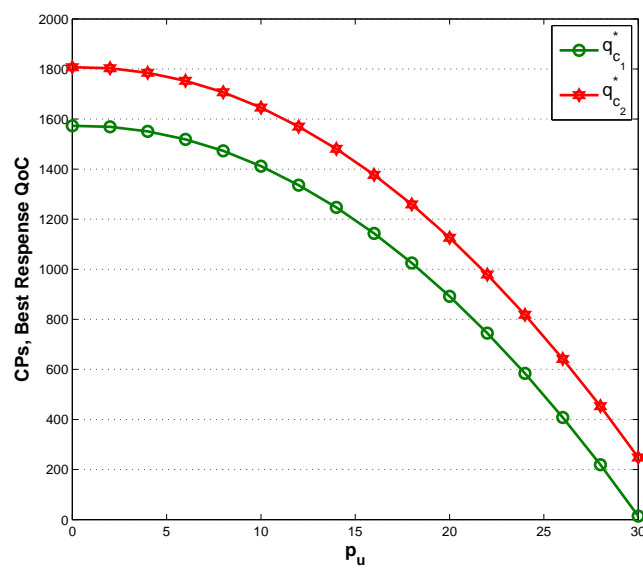


FIGURE 2.7 – Évolution de la QoC  $q_c$  d'équilibre de Nash en fonction du prix de sponsorship  $p_u$ .

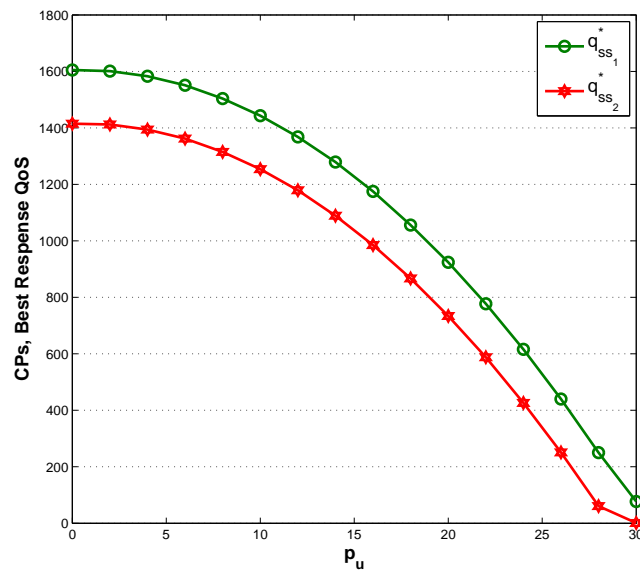


FIGURE 2.8 – Évolution de la QoS  $q_{ss}$  à l'équilibre de Nash en fonction du prix de sponsorship  $p_u$ .

Les figures 2.6, 2.7 et 2.8 représentent l'impact du prix sponsorisé  $p_u$  sur le prix d'accès au contenu, la QoS et la QoS des deux CPs. Lorsque le prix de sponsorship augmente, le prix d'accès au contenu  $p_c$  augmente, la QoS diminue, et la QoS diminue. Lorsque le prix de sponsorship est faible, le CP investit davantage pour offrir une meilleure qualité de service, une meilleure QoS et un prix d'accès au contenu peu élevé afin d'accroître la demande des utilisateurs finaux. D'autre part, lorsque le prix de sponsorship est élevé, le CP augmente son prix d'accès au contenu et diminue sa QoS, la QoS pour compenser l'augmentation du prix de sponsorship.

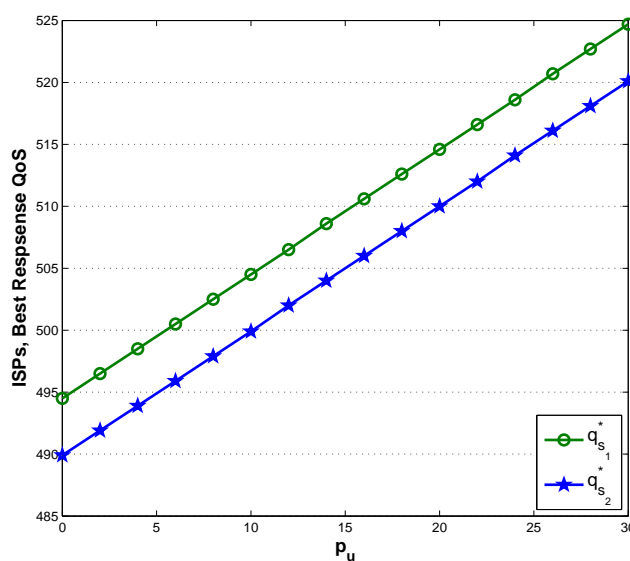


FIGURE 2.9 – Évolution de la QoS  $q_s$  à l'équilibre de Nash en fonction du prix de sponsorship  $p_u$ .

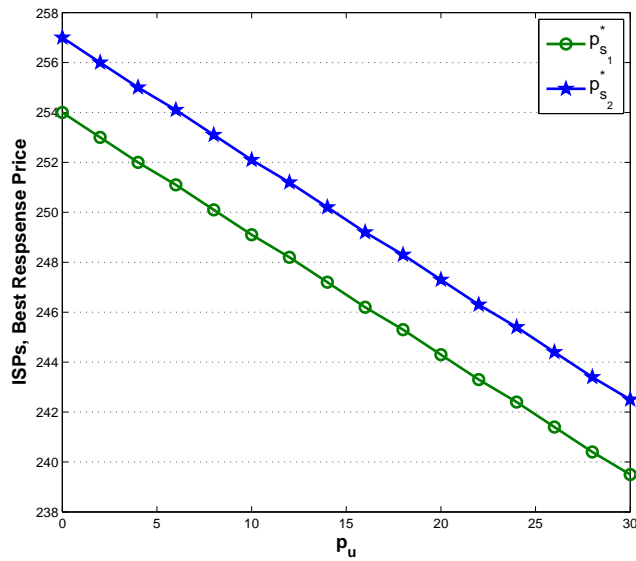


FIGURE 2.10 – Évolution du prix  $p_s$  à l'équilibre de Nash en fonction du prix de sponsorship  $p_u$ .

L'impact du prix sponsorisé  $p_u$  sur le prix d'accès au réseau et la QoS des deux ISPs est illustré dans les figures 2.9 et 2.10. Les figures 2.9 et 2.10 montrent que le prix d'accès au réseau diminue et que la qualité de service augmente lorsque le prix sponsorisé augmente. En effet, à mesure que le prix sponsorisé augmente, les revenus de la sponsorship augmentent, ce qui entraîne une hausse des revenus des ISPs. Par conséquent, les ISPs diminuent leur prix d'accès au réseau et investissent dans une bande passante plus large afin d'augmenter leur qualité de service et d'attirer davantage d'utilisateurs finaux.

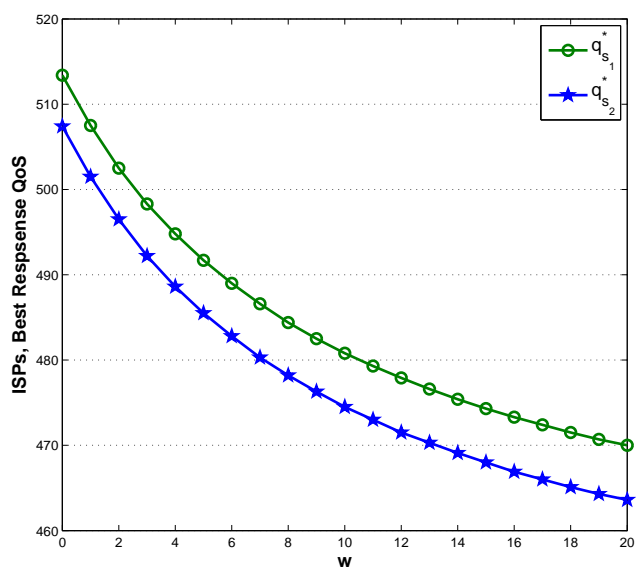


FIGURE 2.11 – Évolution de la QoS  $q_s$  à l'équilibre de Nash en fonction de la vitesse de sponsorship du contenu  $w$ .

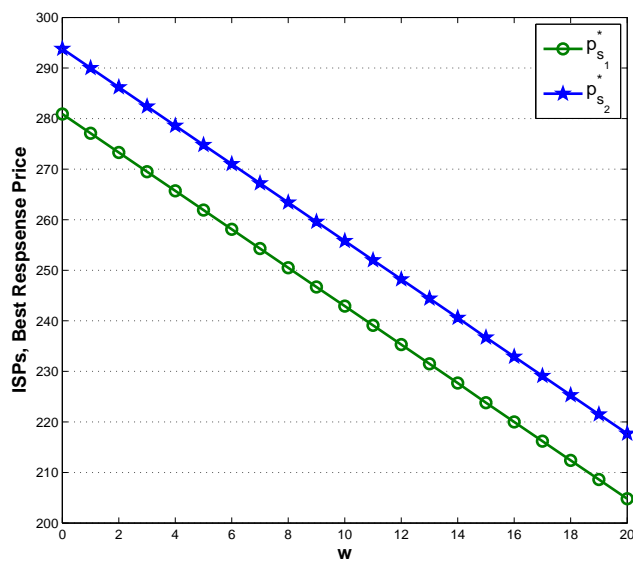


FIGURE 2.12 – Évolution du prix  $p_s$  à l'équilibre de Nash en fonction de la vitesse de sponsorship du contenu  $w$ .

Les figures 2.11 et 2.12 montrent l'influence de la vitesse de sponsorship du contenu  $w$ , respectivement, sur le prix d'accès au réseau et la QoS à l'équilibre de Nash. D'après ces deux chiffres, on constate que lorsque la vitesse de sponsorship du contenu augmente, le nombre de contenus sponsorisés augmente, puis les revenus des ISPs augmentent. Par conséquent, l'ISP doit baisser le prix et améliorer la qualité de service, afin d'induire une demande accrue de la part des utilisateurs finaux.

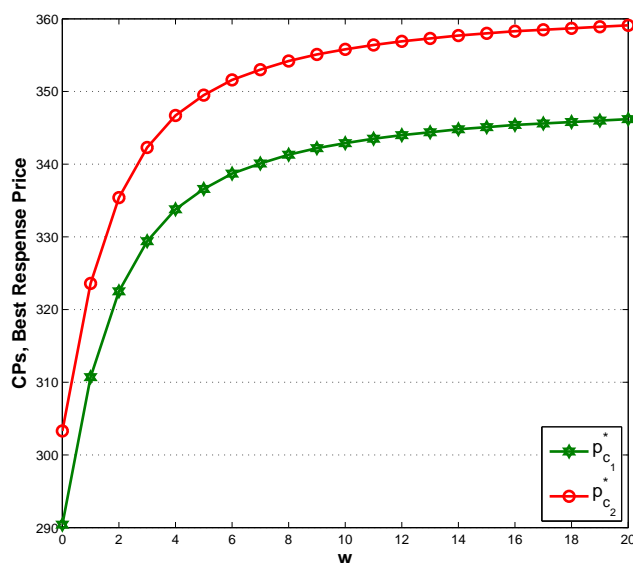


FIGURE 2.13 – Évolution du prix  $p_c$  à l'équilibre de Nash en fonction de la vitesse de sponsorship du contenu  $w$ .

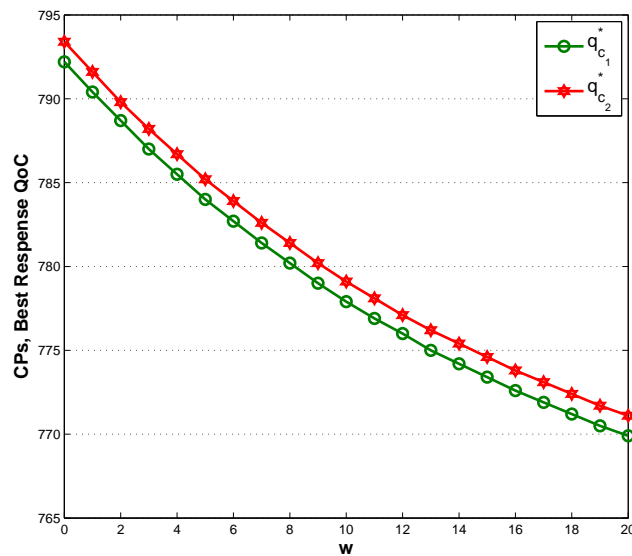


FIGURE 2.14 – Évolution de la QoC  $q_c$  à l'équilibre de Nash en fonction de la vitesse de sponsorship du contenu  $w$ .

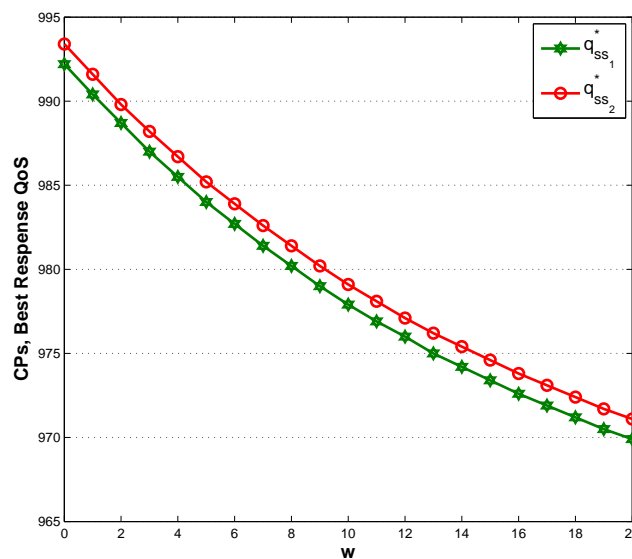


FIGURE 2.15 – Évolution de la QoS  $q_{ss}$  à l'équilibre de Nash en fonction de la vitesse de sponsorship du contenu  $w$ .

Nous représentons dans les figures 2.13, 2.14 et 2.15, respectivement, l'interaction de la vitesse de sponsorship du contenu  $w$  sur le prix d'accès au contenu, la QoC et la QoS à l'équilibre de Nash, pour les deux CPs que nous considérons dans cet exemple. D'une part, nous constatons que le prix d'accès au contenu à l'équilibre pour les deux CPs augmente par rapport à la vitesse de sponsorship du contenu. D'autre part, nous indiquons que la QoS et la QoC pour tous les CPs diminuent avec la vitesse de sponsorship du contenu. Lorsque la vitesse de sponsorship du contenu est faible, les CPs investissent davantage pour offrir une meilleure QoS, une meilleure QoC et un prix d'accès

au contenu attractif. Mais lorsque la vitesse de sponsorisation du contenu augmente, les CPs choisissent d'augmenter leur prix d'accès au contenu et de diminuer leur QoS, QoC pour compenser la hausse du prix de sponsorisation.

## 2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié le problème la sponsorisation des données avec la contrainte de temps sur le marché de l'internet avec plusieurs ISPs et plusieurs CPs. L'interaction entre les ISPs et entre les CPs est étudiée en utilisant des jeux non coopératifs. Ensuite, nous avons prouvé l'existence et l'unicité de l'équilibre de Nash. En outre, nous avons décrit un mécanisme d'apprentissage qui permet à chaque fournisseur de découvrir précisément et rapidement ses politiques d'équilibre. Enfin, nous avons présenté une étude numérique pour valider l'approche proposée, et nous avons conclu que le contenu sponsorisé a un effet négatif sur les stratégies des CPs et un effet positif sur les stratégies des ISPs, et pour motiver les CPs à sponsoriser plus de contenu il faut réduire le coût de la sponsorisation à long terme.



# Analyse de la Dynamique Chaotique d'un Jeu de Duopole des ISPs à Rationalité Limitée

---

## 3.1 Introduction

La coexistence d'intérêts conduit à des situations de conflit, ces dernières pouvant être étudiées par la théorie des jeux ; les joueurs en interaction choisissent leurs actions en fonction des actions des autres joueurs. De plus chaque joueur prend ses décisions afin de maximiser sa fonction d'utilité qui dépend généralement des actions de tous les joueurs.

Ces dernières années, de nombreuses recherches ont accordé une grande attention à la dynamique des jeux (voir [53, 54, 55, 56, 57]). En fait, les chercheurs ont essayé de rendre la théorie plus réaliste, en présentant divers comportements de la rationalité limitée, en combinant la théorie des jeux avec des systèmes dynamiques, et en introduisant un délai en termes de rationalité limitée. Tous ces aspects ont donné naissance au jeu dynamique à rationalité limitée. Les anticipations sont des facteurs importants dans la formulation de tels jeux.

Plusieurs techniques d'anticipation ont été étudiées dans la littérature : les anticipations adaptatives, les anticipations naïves, les anticipations de rationalité limitées et les anticipations de meilleure réponse [58, 59, 60]. Dans [58], les auteurs ont étudié la dynamique du jeu de duopole de Cournot avec des joueurs hétérogènes ; dans ce cas, un joueur adopte une anticipation de la rationalité limitée, et l'autre une anticipation naïve. Dans [61], les auteurs ont étudié la dynamique du modèle de jeu de duopole. Dans [62], les auteurs ont étudié le jeu de duopole avec des joueurs homogènes dans l'industrie de l'énergie électrique, où les deux joueurs ajustent leurs stratégies en fonction de l'anticipation de la rationalité limitée. Les auteurs de [53] ont supposé qu'un joueur adopte une anticipation adaptative et que l'autre utilise une anticipation de la rationalité limitée. Dans [58], les auteurs ont étudié la dynamique d'un jeu de duopole de Cournot dans lequel les joueurs à rationalité limitée adoptent un mécanisme d'ajustement de gradient pour mettre à jour leurs résultats à chaque période. Dans [63], les auteurs ont examiné la rationalité limitée dans les réseaux de télécommunications. Les auteurs de [64, 65, 12] ont étudié la concurrence entre les fournisseurs de services où les utilisateurs finaux ont une rationalité bornée.

Dans [66], les auteurs ont étudié un système d'appariement par lots avec des utili-

sateurs finaux rationnels. Dans [67], les auteurs ont développé un jeu de duopole avec des joueurs hétérogènes participant à l'échange de droits d'émission de carbone et ont étudié la stabilité asymptotique des points d'équilibre du jeu. Dans [68, 69], les auteurs ont étudié la concurrence des prix à long terme dans la chaîne d'approvisionnement multicanaux et ont montré des phénomènes complexes tels que la bifurcation et le chaos. Les auteurs de [70] ont développé le phénomène chaotique dans la chaîne d'approvisionnement en boucle fermée et ont effectué un contrôle chaotique efficace pour le système. Dans [71], les auteurs ont étudié un modèle de jeu dynamique de Stackelberg de la chaîne d'approvisionnement et ont analysé les influences des paramètres du marché sur la stabilité d'une chaîne d'approvisionnement à double voie. Les auteurs dans [72] ont étudié un modèle de jeu dynamique épiphyte de la chaîne d'approvisionnement à deux joueurs et ont montré que le système avait deux voies vers le chaos : la bifurcation NeimarkSacker et la bifurcation flip. Dans [73], les auteurs ont étudié la stabilité locale de l'équilibre de Nash dans le cadre d'une concurrence de quantité ou de prix entre des entreprises aux anticipations différenciées. La dynamique du jeu peut conduire à des comportements complexes tels que le chaos. Les auteurs de [74] ont montré des dynamiques complexes telles que la bifurcation et le chaos, dans un jeu de remaniement de duopole avec une rationalité limitée. Dans [56], les auteurs ont considéré un modèle de duopole d'innovation technologique avec une rationalité limitée et ont étudié la stabilité des points d'équilibre. Ils ont montré, par le biais de simulations numériques, qu'une série de phénomènes chaotiques se produisent : bifurcation à double période et attracteurs étranges.

La prolifération des médias sociaux augmente rapidement le trafic sur Internet. Cette forte augmentation de la demande de contenu sur l'internet et la nécessité de nouvelles approches pour contrôler l'énorme volume d'informations ont motivé le développement d'une nouvelle approche appelée Information Centric Network (ICN). Ce dernier (ICN) est un nouveau paradigme de communication qui vise à accroître l'efficacité de la diffusion et de la disponibilité du contenu. Les principales idées de l'ICN sont :

- 1) Les utilisateurs envoient des demandes avec le nom du contenu, sans préciser l'emplacement du contenu.
- 2) Chaque nœud ICN peut mettre en cache et servir le contenu demandé. Les avantages qui motivent l'approche de l'ICN sont les propriétés suivantes : Scalabilité, Persistance, Sécurité, Mobilité, etc., [75].

Pour répondre à cet objectif, plusieurs architectures ont été proposées pour l'ICN : CCN [2], DONA [76], etc.

Dans [77] les auteurs ont identifié que les ISPs doivent être impliqués dans le processus de déploiement du cache en raison de leur propriété du réseau. Les auteurs identifient également les différents modèles commerciaux des ISPs dans un environnement de mise en cache et utilisent la théorie des jeux pour évaluer ces modèles commerciaux possibles. Les auteurs de [78] ont étudié un nouveau modèle commercial dans lequel un ISP facture le CP pour le service de mise en cache parce que le CP bénéficie d'une distribution de contenu plus efficace. Un modèle de tarification proposé dans [79] pour étudier l'incitation économique à la mise en cache et au partage de contenu dans l'ICN, où l'ICN se compose de l'ICN d'accès, de l'ICN de transit et du CP. Le résultat de cet article montre le cas où l'investissement dans la mise en cache est rentable pour les ISPs. Dans [80], les auteurs ont examiné un jeu non coopératif entre le CP et l'ISP dans l'ICN, où le CP et l'ISP varient leurs stratégies de tarification et fixent les stratégies de mise en cache. En fonction

du coût de la mise en cache, l'ISP peut être incité à mettre le contenu en cache. Les auteurs de [81] ont analysé l'impact du coût de la mise en cache sur les stratégies de mise en cache et de tarification dans l'ICN avec un CP, un ICN d'accès, un ICN de transit. La concurrence entre les entités est modélisée comme un jeu non coopératif et observe que la stratégie de mise en cache dépend du coût de la mise en cache et du prix au niveau de l'ICN de transit. Dans [82] les auteurs ont étudié un jeu non coopératif entre un CP et un ISP dans l'ICN, où les ISPs mettent en cache le contenu. Il montre que l'investissement dans la mise en cache est bénéfique pour les ISPs et pour le CP. Dans [83], les auteurs ont modélisé le jeu de cache entre le CP et l'ISP comme un jeu coopératif, où l'ISP cache une fraction du contenu. Ensuite, le CP et l'ISP partagent à la fois le coût de la mise en cache et le bénéfice de la mise en cache.

La plupart des articles de la littérature étudient la concurrence entre les ISPs sur le marché des ICN où les ISPs sont rationnels. Dans ce chapitre, nous étudions la concurrence entre les ISPs sur le marché ICN où les ISPs à rationalité limitée. De plus, nous montrons la stabilité du marché ICN à travers une analyse théorique et des diagrammes de bifurcation.

Les principales contributions de ce chapitre peuvent donc être résumées comme suit :

- Nous étudions la concurrence entre deux ISPs à rationalité limitée sur le marché ICN.
- Nous modélisons les interactions en matière du prix, de la qualité de service et de la mise en cache entre les ISPs dans le marché ICN, où chaque ISP est rationnellement limité. Chaque ISP agit en vertu de la rationalité limitée et ajuste ses stratégies en fonction de son profit marginal prévu.
- Le comportement des utilisateurs est modélisé en fonction des stratégies des ISPs (c'est-à-dire le prix d'accès au réseau, le prix d'accès au contenu mis en cache, la qualité de service (QoS), et le nombre d'éléments mis en cache).
- L'existence et la stabilité de la solution d'équilibre du jeu et la bifurcation du système ont été examinées plus en détail par la théorie dynamique non linéaire.
- Nous complétons notre analyse par des résultats numériques qui démontrent que la variation des paramètres du système provoque une bifurcation à double période et un comportement chaotique. Ensuite, une méthode de contrôle appropriée peut être utilisée pour forcer le système à revenir à l'état de stabilité.

Le reste de ce chapitre est le suivant : dans la section 3.2 nous développons notre modèle et nous fournissons une description détaillée du jeu de duopole avec le modèle de rationalité limitée. Dans les sections 3.3, 3.4 et 3.5, nous avons présentons deux jeux de prix et de nombre d'articles mis en cache en rationalité bornée, l'existence et la stabilité de l'équilibre de Nash sont étudiées. Dans la section 3.6, nous présentons une étude numérique pour valider nos affirmations. Dans la section 3.7, nous appliquons un schéma de contrôle sur le système proposé pour éliminer le comportement chaotique apparu. Enfin, nous concluons le chapitre dans la section 3.8.

## 3.2 Formulation des modèles

Nous considérons un modèle de marché ICN hiérarchique avec deux ISPs et un nombre arbitraire d'utilisateurs finaux qui peuvent passer d'un ISP à l'autre. Chaque ISP décide

de son prix d'accès au réseau  $p_{s_j}$ , du prix d'accès au contenu en cache  $p_{c_j}$ , de la qualité de service  $q_{s_j}$ , et du nombre d'éléments mis en cache  $k_j$  afin de maximiser ses profits.

### 3.2.1 Modèle de demande

La demande aux services de l'ISP $_j$  est une fonction linéaire par rapport au prix d'accès au réseau  $p_{s_j}$ , prix d'accès au contenu en cache  $p_{c_j}$ , qualité de service (QoS)  $q_{s_j}$ , et le nombre d'éléments mis en cache  $k_j$ , (voir [47] [12][8]). Pour l'ISP $_j$ , la demande  $D_j$  est décroissante par rapport à  $p_{s_j}$ ,  $p_{c_j}$  et croissante par rapport à  $p_{s_m}$ ,  $p_{c_m}$ ,  $j \neq m$ .  $D_j$  est croissante par rapport à  $q_{s_j}$ ,  $k_j$  et décroissante par rapport à  $q_{s_m}$ ,  $k_m$ ,  $j \neq m$ . La fonction de demande peut s'écrire comme suit :

$$D_j(\mathbf{p}_s, \mathbf{p}_c, \mathbf{q}_s, \mathbf{k}) = d_j - \alpha_j^j p_{s_j} + \beta_j^j q_{s_j} + \sigma_j^j k_j - \gamma_j^j p_{c_j} + \sum_{m=1, m \neq j}^2 (\alpha_j^m p_{s_m} - \beta_j^m q_{s_m} - \sigma_j^m k_m + \gamma_j^m p_{c_m}) \quad (3.1)$$

où  $d_j$  est une constante positive utilisée pour assurer des demandes non-négatives sur le domaine réalisable. De plus,  $\alpha_j^m$ ,  $\beta_j^m$ ,  $\gamma_j^m$  et  $\sigma_j^m$  représentent respectivement la sensibilité de la fonction de demande  $d_j$  au prix  $p_{s_m}$ , QoS  $q_{s_m}$ , prix  $p_{c_m}$  et nombre d'éléments mis en cache  $k_m$ .

### 3.2.2 Modèle d'utilité

Dans le modèle du système, le revenu d'un ISP obtenu en fournissant des services aux utilisateurs finaux peut être représenté par une fonction d'utilité. Chaque ISP utilise de préférence le contenu mis en cache pour satisfaire les demandes des utilisateurs finaux, lorsque le contenu demandé n'existe pas dans le cache, les demandes des utilisateurs finaux seront transmises au fournisseur de contenu. Selon les éléments mentionnés ci-dessus, la fonction d'utilité d'un ISP est donnée comme suit :

$$U_j = (p_{s_j} - p_t)(N - k_j)D_j + (p_{s_j} + p_{c_j} - c_j)k_j D_j - v_j(N - k_j)B_j \quad (3.2)$$

Où  $c_j$  est le coût de la mise en cache.  $p_t$  est le prix de transmission. Le premier terme  $(p_{s_j} - p_t)D_j(N - k_j)$  est le revenu de l'accès au réseau. Le deuxième terme  $(p_{s_j} + p_{c_j} - c_j)k_j D_j$  est le revenu de la mise en cache.  $v_j$  est le coût d'une unité de bande passante de backhaul.  $B_j$  est la largeur de bande de backhaul nécessaire pour répondre à la demande  $D_j$ . Le troisième terme  $v_j(N - k_j)B_j$  est le coût de la bande passante. La qualité de service  $q_{s_j}$  définie comme l'inverse du retard attendu est calculée par la fonction de Kleinrock (voir [48][51]) :

$$q_{s_j} = \frac{1}{\sqrt{\text{Delay}}} = \sqrt{B_j - D_j} \quad (3.3)$$

cela signifie que :

$$B_j = q_{s_j}^2 + D_j \quad (3.4)$$

Alors, l'utilité de l' $ISP_j$  donnée par :

$$U_j = (p_{s_j} - p_t)(N - k_j)D_j + (p_{s_j} + p_{c_j} - c_j)k_jD_j - v_j(N - k_j)(q_{s_j}^2 + D_j) \quad (3.5)$$

### 3.3 Jeu de Prix $P_s$

Nous supposons que les deux ISPs ont une rationalité limitée et qu'ils utilisent le profit marginal pour actualiser leur stratégie dans la période suivante, comme cela est supposé dans les travaux existants sur les jeux de Cournot classiques pour la concurrence au niveau de la production [84][85] [86]. Cela signifie que chaque ISP augmentera ses stratégies dans la période  $t + 1$  si le profit marginal dans la période actuelle  $t$  est positif ; sinon l'entreprise diminuera son investissement. Le mécanisme d'ajustement des investissements pour le joueur peut alors être modélisé comme suit :

$$\begin{cases} p_{s_1}(t + 1) = p_{s_1}(t) + \theta_1 p_{s_1}(t) \frac{\partial U_1(p_{s_1}(t), p_{s_2}^e(t+1))}{\partial p_{s_1}} \\ p_{s_2}(t + 1) = p_{s_2}(t) + \theta_2 p_{s_2}(t) \frac{\partial U_2(p_{s_1}^e(t+1), p_{s_2}(t))}{\partial p_{s_2}} \end{cases} \quad (3.6)$$

Comme l'a considéré Gibbons dans [24], il est logique de supposer que dans le terme de rationalité limitée, le prix d'anticipation  $p_{s_i}^e(t + 1)$  décidé par l' $ISP_i$  est égal à sa valeur précédente  $p_{s_i}(t)$ . Cependant, pour anticiper  $p_{s_i}^e(t + 1)$ , il peut être plus logique de supposer que chaque ISP dispose d'une mémoire pour stocker les prix décidés dans les instantes précédentes avant le temps,  $t$ . Donc, Donc, pour prévoir le prix de son adversaire à l'instante  $(t + 1)$ ,  $ISP_i$  utiliser les prix précédents de  $ISP_j$  c'est-à-dire  $p_{s_j}(t - 1), p_{s_j}(t - 2), \dots, p_{s_j}(t - T)$ ,  $i \neq j$  avec différents poids, ce problème a été étudié dans différents contextes[87, 88]. En général, le prix d'anticipation de l' $ISP_j$  devient :  $p_j^e(t + 1) = \sum_{l=0}^T w_l p_j(T - l)$ ,  $w_l \geq 0$  et  $\sum_{l=0}^T w_l = 1$ , les constantes  $w_l$ ,  $l = 0, 1, \dots, T$  sont les poids donnés aux prix précédents et  $T$  représente la taille de la mémoire, donc le system (3.6) devient :

$$\begin{cases} p_{s_1}(t + 1) = p_{s_1}(t) + \theta_1 p_{s_1}(t) (l_1 + p_{s_1}(t) \alpha_1^1 (-2N + k_1 - 1) \\ \quad + \alpha_1^2 (N - k_1 + 1) \sum_{f=0}^T \omega_2 p_{s_2}(t - f)) \\ p_{s_2}(t + 1) = p_{s_2}(t) + \theta_2 p_{s_2}(t) (l_2 + p_{s_2}(t) \alpha_2^2 (-2N + k_2 - 1) \\ \quad + \alpha_2^1 (N - k_2 + 1) \sum_{f=0}^T \omega_1 p_{s_1}(t - f)) \end{cases} \quad (3.7)$$

avec

$$l_1 = Nd_1 + \beta_1^1 Nq_{s_1} + \sigma_1^1 Nk_1 - \gamma_1^1 Np_{c_1} - \beta_1^2 Nq_{s_2} - \sigma_1^2 Nk_2 - Np_{t_1} + \alpha_1^1 + Nv_1 \alpha_1^1 + k_1 \alpha_1^1 (p_{t_1} - v_1 - p_{c_1} + c_1),$$

$$l_2 = Nd_2 + \beta_2^2 Nq_{s_2} + \sigma_2^2 Nk_2 - \gamma_2^2 Np_{c_2} - \beta_2^1 Nq_{s_1} - \sigma_2^1 Nk_1 - Np_{t_2} + \alpha_2^2 + Nv_2 \alpha_2^2 + k_2 \alpha_2^2 (p_{t_2} - v_2 - p_{c_2} + c_2)$$

Par souci de simplicité, nous avons fixé ( $T = 1$ ), dans ce cas le modèle dynamique précé-

dent, avec un pas ( $T = 1$ ) est donné par :

$$\begin{cases} p_{s_1}(t+1) = p_{s_1}(t) + \theta_1 p_{s_1}(t)(l_1 + p_{s_1}(t)\alpha_1^1(-2N + k_1 - 1) \\ \quad + \alpha_1^2(N - k_1 + 1)(\omega_2 p_{s_2}(t) + (1 - \omega_2)p_{s_2}(t-1))) \\ p_{s_2}(t+1) = p_{s_2}(t) + \theta_2 p_{s_2}(t)(l_2 + p_{s_2}(t)\alpha_2^2(-2N + k_2 - 1) \\ \quad + \alpha_2^1(N - k_2 + 1)(\omega_1 p_{s_1}(t) + (1 - \omega_1)p_{s_1}(t-1))) \end{cases} \quad (3.8)$$

Pour étudier la stabilité du système dynamique (3.8), nous le réécrivons comme un système de quatrième dimension sous la forme

$$\begin{cases} x_1(t+1) = p_{s_1}(t) \\ x_2(t+1) = p_{s_2}(t) \\ p_{s_1}(t+1) = p_{s_1}(t) + \theta_1 p_{s_1}(t)(l_1 + p_{s_1}(t)\alpha_1^1(-2N + k_1 - 1) + \alpha_1^2(N - k_1 + 1)(\omega_2 p_{s_2}(t) \\ \quad + (1 - \omega_2)x_2(t))) \\ p_{s_2}(t+1) = p_{s_2}(t) + \theta_2 p_{s_2}(t)(l_2 + p_{s_2}(t)\alpha_2^2(-2N + k_2 - 1) + \alpha_2^1(N - k_2 + 1)(\omega_1 p_{s_1}(t) \\ \quad + (1 - \omega_1)x_1(t))) \end{cases} \quad (3.9)$$

Les points d'équilibre de (3.9) peuvent être calculés en fixant  $p_{s_i}(t+1) = p_{s_i}(t)$ ,  $i = 1, 2$  en (3.9).

Cela donne les deux équations algébriques suivantes.

$$\begin{cases} \theta_1 p_{s_1}(t)(l_1 + p_{s_1}(t)\alpha_1^1(-2N + k_1 - 1) + \alpha_1^2(N - k_1 + 1)p_{s_2}(t)) = 0 \\ \theta_2 p_{s_2}(t)(l_2 + p_{s_2}(t)\alpha_2^2(-2N + k_2 - 1) + \alpha_2^1(N - k_2 + 1)p_{s_1}(t)) = 0 \end{cases} \quad (3.10)$$

En résolvant les équations de (3.10), nous obtenons quatre points d'équilibre du système dynamique (3.9), qui sont énumérés comme suit :

$$E_1 = (0, 0, 0, 0),$$

$$E_2 = \left( \frac{l_1}{\alpha_1^1(-2N + k_1 - 1)}, 0, \frac{l_1}{\alpha_1^1(-2N + k_1 - 1)}, 0 \right),$$

$$E_3 = \left( 0, \frac{l_2}{\alpha_2^2(-2N + k_2 - 1)}, 0, \frac{l_2}{\alpha_2^2(-2N + k_2 - 1)} \right),$$

$$E_4 = \left( \frac{Nl_2\alpha_1^2 - k_2l_2\alpha_1^2 - \alpha_2^2(-2N + k_2 - 1)l_1 + l_2\alpha_1^2}{\alpha_1^2\alpha_2^1(N(N - k_1 - k_2 + 2) + k_1k_2 - k_1 - k_2 + 1) - \alpha_2^2\alpha_1^1(-2N + k_2 - 1)(-2N + k_1 - 1)}, \right. \\ \frac{Nl_1\alpha_2^1 - k_1l_1\alpha_2^1 - \alpha_1^1(-2N + k_1 - 1)l_2 + l_1\alpha_2^1}{\alpha_1^2\alpha_2^1(N(N - k_1 - k_2 + 2) + k_1k_2 - k_1 - k_2 + 1) - \alpha_2^2\alpha_1^1(-2N + k_1 - 1)(-2N + k_1 - 1)}, \\ \frac{Nl_2\alpha_1^2 - k_2l_2\alpha_1^2 - \alpha_2^2(-2N + k_2 - 1)l_1 + l_2\alpha_1^2}{\alpha_1^2\alpha_2^1(N(N - k_1 - k_2 + 2) + k_1k_2 - k_1 - k_2 + 1) - \alpha_2^2\alpha_1^1(-2N + k_2 - 1)(-2N + k_1 - 1)}, \\ \left. \frac{Nl_1\alpha_2^1 - k_1l_1\alpha_2^1 - \alpha_1^1(-2N + k_1 - 1)l_2 + l_1\alpha_2^1}{\alpha_1^2\alpha_2^1(N(N - k_1 - k_2 + 2) + k_1k_2 - k_1 - k_2 + 1) - \alpha_2^2\alpha_1^1(-2N + k_1 - 1)(-2N + k_1 - 1)} \right)$$

Les points d'équilibre  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$  sont des points d'équilibre de la frontière et le point d'équilibre  $E_4$  est un point d'équilibre de Nash. Pour des raisons économiques, tous les points d'équilibre  $E_2$ ,  $E_3$  et  $E_4$  du système (3.9) devraient être non négatifs. Le point d'équilibre du système dynamique (3.9) a une signification économique lorsque  $l_1 < 0$  et  $l_2 < 0$ .

Afin d'analyser les propriétés de stabilité locale des points d'équilibre du système (3.9), les valeurs propres de la matrice jacobienne doivent être calculées. Le point d'équilibre d'un système non linéaire est stable si et seulement si le modulo de toutes les valeurs propres de la matrice jacobienne évaluées aux points d'équilibre est inférieur à un.

La matrice jacobienne du système (3.9) correspondant aux variables d'état  $(x_1, x_2, p_1, p_2)$  est calculée comme suit :

$$J(x_1, x_2, p_{s_1}, p_{s_2}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & p_1(1-\omega_2)\theta_1 p_{s_1} & \theta_1 l_1 + 2\theta_1 p_{s_1} p_2 + \theta_1 \omega_2 p_{s_2} p_1 + \theta_1(1-\omega_2)x_2 p_1 + 1 & \omega_2 p_1 \theta_1 p_{s_1} \\ p_3(1-\omega_1)\theta_2 p_{s_2} & 0 & \omega_1 p_3 \theta_2 p_{s_2} & \theta_2 l_2 + 2\theta_2 p_{s_2} p_4 + \theta_2 p_{s_1} \omega_1 p_3 + \theta_2 x_1(1-\omega_1)p_3 + 1 \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

où  $p_1 = \alpha_1^2(N-k_1+1)$ ,  $p_2 = \alpha_1^1(-2N+k_1-1)$ ,  $p_3 = \alpha_2^1(N-k_2+1)$  et  $p_4 = \alpha_2^2(-2N+k_2-1)$ .

**Théorème 3.1.** *Les points d'équilibre  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$  sont des points d'équilibre instables.*

La preuve du théorème ci-dessus se trouve à l'annexe F.

Afin d'étudier la stabilité locale de l'équilibre de Nash  $E_4$  du (3.9), nous estimons la matrice jacobienne  $J$  à  $E_4$ , ce qui est

$$J(E_4) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & p_1(1-\omega_2)\theta_1 p_{s_1} & \theta_1 l_1 + 2\theta_1 p_{s_1} p_2 + p_1 \theta_1 p_{s_2} + 1 & \omega_2 p_1 \theta_1 p_{s_1} \\ p_3(1-\omega_1)\theta_2 p_{s_2} & 0 & \omega_1 p_3 \theta_2 p_{s_2} & \theta_2 l_2 + 2\theta_2 p_{s_2} p_4 + p_3 \theta_2 p_{s_1} + 1 \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

Le polynôme caractéristique de  $J(E_4)$  peut être décrit comme :

$$P(\lambda) = \lambda^4 + a_1 \lambda^3 + b_1 \lambda^2 + c_1 \lambda + d_1 \quad (3.13)$$

où

- $a_1 = 2 + \theta_1 l_1 + \theta_2 l_2 + (2\theta_1 p_2 + p_3 \theta_2) p_{s_1} + (p_1 \theta_1 + 2\theta_2 p_4)$ ,
- $b_1 = 1 + \theta_2 l_2 + \theta_1 l_1 + \theta_1 \theta_2 l_1 l_2 + (\theta_1 \theta_2 l_1 p_3 + 2\theta_1 \theta_2 l_1 p_2 + p_3 \theta_2 + 2\theta_1 p_1) p_{s_1} + (2\theta_2 p_4 + 2\theta_1 \theta_2 l_1 p_4 + p_1 \theta_1 + \theta_1 \theta_2 p_1 l_2) p_{s_2} + 2\theta_1 \theta_2 p_2 p_3 p_{s_1}^2 + 2\theta_1 \theta_2 p_1 p_4 p_{s_2}^2 + \theta_1 \theta_2 (4p_2 p_4 + p_1 p_3 (1 - \omega_1 \omega_2)) p_{s_1} p_{s_2}$
- $c_1 = \theta_1 \theta_2 p_1 p_2 (\omega_1 + \omega_2 - 2\omega_1 \omega_2)$
- $d_1 = -p_1 p_3 \theta_1 \theta_2 (1 - \omega_1 - \omega_2 + \omega_1 \omega_2) p_{s_1} p_{s_2}$

Selon l'analyse de stabilité standard, une condition suffisante et nécessaire pour la stabilité locale de l'équilibre de Nash  $E_4$  est que les valeurs propres de la matrice jacobienne  $J(E_4)$  se trouvent à l'intérieur du cercle unitaire du plan complexe, ceci est vrai si et seulement si les conditions suivantes de Jury [89] sont vérifiées.

- 1)  $1 + a_1 + b_1 + c_1 + d_1 > 0$ ,

- 2)  $1 - a_1 + b_1 - c_1 + d_1 > 0$ ,
- 3)  $(1 - d_1)(1 - (d_1)^4) - b_1(1 - d_1)^2 + (a_1 - c_1)(c_1 - a_1d_1) > 0$ ,
- 4)  $3 + 3d_1 > b_1$ ,
- 5)  $|d_1| < 1$ .

### 3.4 Jeu de prix $P_C$

Selon la section ci-dessus, un joueur à rationalité limitée modifie son prix en fonction de son bénéfice marginal :  $\frac{\partial U_i(p_c)}{\partial p_{c_i}}$ ,  $i \in \{1, 2\}$ . Donc, le système dynamique de décision des ISPs a la forme

$$\begin{cases} p_{c_1}(t+1) = p_{c_1}(t) + \vartheta_1 p_{c_1}(t) \frac{\partial U_1(p_{c_1}(t), p_{c_2}^e(t+1))}{\partial p_{c_1}} \\ p_{c_2}(t+1) = p_{c_2}(t) + \vartheta_2 p_{c_2}(t) \frac{\partial U_2(p_{c_1}^e(t+1), p_{c_2}(t))}{\partial p_{c_2}} \end{cases} \quad (3.14)$$

où  $\vartheta_i$  représente la vitesse d'actualisation du prix de  $ISP_i$ ,  $p_{c_i}^e(t+1)$  sont le prix anticipé de l'adversaire au prochain pas de temps ( $t+1$ ).

Comme expliqué ci-dessus, et si l'on considère que  $T = 1$ , le prix anticipé  $p_{c_i}^e(t+1)$  est donné par :

$$p_{c_i}^e(t+1) = \omega_i p_{c_i}(t) + (1 - \omega_i) p_{c_i}(t-1)$$

où les constantes positives  $\omega_i$  sont les poids donnés au prix précédent.

Ainsi, le modèle dynamique (3.14) devient :

$$\begin{cases} p_{c_1}(t+1) = p_{c_1}(t) + \vartheta_1 p_{c_1}(t) (l_3 - 2\gamma_1^1 k_1 p_{c_1}(t) + \gamma_1^2 k_1 (\omega_2 p_{c_2}(t) + (1 - \omega_2) p_{c_2}(t-1))) \\ p_{c_2}(t+1) = p_{c_2}(t) + \vartheta_2 p_{c_2}(t) (l_4 - 2\gamma_2^2 k_2 p_{c_2}(t) + \gamma_2^1 k_2 (\omega_1 p_{c_1}(t) + (1 - \omega_1) p_{c_1}(t-1))) \end{cases} \quad (3.15)$$

où

$$l_3 = -(p_{s_1} - p_{t_1})\gamma_1^1(N - k_1) - k_1\gamma_1^1(p_{s_1} - c_1) + v_j\gamma_1^1(N - k_1) + d_1k_1 - \alpha_1^1p_{s_1}k_1 + \beta_1^1q_{s_1}k_1\sigma_1^1k_1^2 + \alpha_1^2p_{s_2}k_1 + \beta_1^2q_{s_2}k_1\sigma_1^2k_1k_2,$$

$$l_4 = -(p_{s_2} - p_{t_2})\gamma_2^2(N - k_2) - k_2\gamma_2^2(p_{s_2} - c_2) + v_2\gamma_2^2(N - k_2) + d_2k_2 - \alpha_2^2p_{s_2}k_2 + \beta_2^2q_{s_2}k_2\sigma_2^2k_2^2 + \alpha_2^1p_{s_1}k_2 + \beta_2^1q_{s_1}k_2\sigma_2^1k_1k_2$$

Afin d'étudier le système dynamique (3.15), nous l'écrivons comme un système de quatrième dimension dans la forme :

$$\begin{cases} y_1(t+1) = p_{c_1}(t) \\ y_2(t+1) = p_{c_2}(t) \\ p_{c_1}(t+1) = p_{c_1}(t) + \vartheta_1 p_{c_1}(t) (l_3 - 2\gamma_1^1 k_1 p_{c_1}(t) + \gamma_1^2 k_1 (\omega_2 p_{c_2}(t) + (1 - \omega_2) y_2(t))) \\ p_{c_2}(t+1) = p_{c_2}(t) + \vartheta_2 p_{c_2}(t) (l_4 - 2\gamma_2^2 k_2 p_{c_2}(t) + \gamma_2^1 k_2 (\omega_1 p_{c_1}(t) + (1 - \omega_1) y_1(t))) \end{cases} \quad (3.16)$$

Les points d'équilibre stables du système (3.16) sont :

$$E_5 = (0, 0, 0, 0), \quad E_6 = \left( \frac{l_3}{2\gamma_1^1 k_1}, 0, \frac{l_3}{2\gamma_1^1 k_1}, 0 \right), \quad E_7 = \left( 0, \frac{l_4}{2\gamma_2^2 k_2}, 0, \frac{l_4}{2\gamma_2^2 k_2} \right),$$

$$E_8 = \left( \frac{k_1 l_4 \gamma_1^2 + 2k_2 l_3 \gamma_2^2}{k_1 k_2 (4\gamma_1^1 \gamma_2^2 - \gamma_2^1 \gamma_1^2)}, \frac{k_2 l_3 \gamma_2^1 + 2k_1 l_4 \gamma_1^1}{k_1 k_2 (4\gamma_1^1 \gamma_2^2 - \gamma_2^1 \gamma_1^2)}, \frac{k_1 l_4 \gamma_1^2 + 2k_2 l_3 \gamma_2^2}{k_1 k_2 (4\gamma_1^1 \gamma_2^2 - \gamma_2^1 \gamma_1^2)}, \frac{k_2 l_3 \gamma_2^1 + 2k_1 l_4 \gamma_1^1}{k_1 k_2 (4\gamma_1^1 \gamma_2^2 - \gamma_2^1 \gamma_1^2)} \right)$$



De toute évidence,  $E_5$ ,  $E_6$  et  $E_7$  sont des points d'équilibre de la frontière et  $E_8$  est le point d'équilibre unique de Nash. L'étude de la stabilité locale du point fixe dans le système quadridimensionnel (3.16) dépend des valeurs propres de sa matrice jacobienne. En fait, la matrice jacobienne  $J(y_1, y_2, p_{c_1}, p_{c_2})$  en tout point  $(y_1, y_2, p_{c_1}, p_{c_2})$  dans le système (3.16) prend la forme :

$$J(y_1, y_2, p_{c_1}, p_{c_2}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \vartheta_1 p_{c_1} \gamma_1^2 k_1 (1 - \omega_2) & 1 + \vartheta_1 l_3 - 4\gamma_1^1 \vartheta_1 k_1 p_{c_1} + \vartheta_1 \gamma_1^2 k_1 (\omega_2 p_{c_2} + (1 - \omega_2) y_2) & \vartheta_1 \gamma_1^2 k_1 \omega_2 p_{c_1} \\ \gamma_2^1 k_2 (1 - \omega_1) \vartheta_2 p_{c_2} & 0 & \omega_1 \vartheta_2 k_2 p_{c_2} & \vartheta_2 l_4 - 4\vartheta_2 \gamma_2^2 k_2 p_{c_2} + \vartheta_2 k_2 \gamma_2^1 (p_{c_1} \omega_1 + y_1 (1 - \omega_1)) + 1 \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

**Théorème 3.2.** *Les points d'équilibre  $E_5$ ,  $E_6$  et  $E_7$  du système (3.16) sont instables.*

La preuve du théorème ci-dessus se trouve à l'annexe G.

Pour analyser la stabilité locale à  $E_8$ , nous nous servons de la matrice jacobienne sous la forme

$$J(E_8) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \vartheta_1 p_{c_1} \gamma_1^2 k_1 (1 - \omega_2) & 1 + \vartheta_1 l_3 - 4\gamma_1^1 \vartheta_1 k_1 p_{c_1} + \vartheta_1 \gamma_1^2 k_1 p_{c_2} & \vartheta_1 \gamma_1^2 k_1 \omega_2 p_{c_1} \\ \gamma_2^1 k_2 (1 - \omega_1) \vartheta_2 p_{c_2} & 0 & \omega_1 \gamma_2^1 \vartheta_2 k_2 p_{c_2} & \vartheta_2 l_4 - 4\vartheta_2 \gamma_2^2 k_2 p_{c_2} + \vartheta_2 k_2 \gamma_2^1 p_{c_1} + 1 \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

Et par calcul direct, nous obtenons le polynôme caractéristique  $P(\lambda)$  pour  $J(E_8)$  comme suit :

$$P(\lambda) = \lambda^4 + a_2 \lambda^3 + b_2 \lambda^2 + c_2 \lambda + d_2 \quad (3.19)$$

où

$$\begin{aligned} a_2 &= 2 + v_1 l_3 + v_2 l_4 - (4\gamma_1^1 v_1 k_1 + v_2 k_2 \gamma_2^1) p_{c_1} + (-4v_2 \gamma_2^2 k_2 + v_1 \gamma_1^2 k_1) p_{c_2}, \\ b_2 &= 1 + v_2 l_4 + v_1 l_3 + v_1 v_2 l_3 l_4 + (v_2 k_2 \gamma_2^1 + v_1 v_2 l_3 k_2 \gamma_2^1 - 4v_1 v_2 \gamma_1^1 l_4 k_1 - 4\gamma_1^1 v_1 k_1) p_{c_1} + \\ &\quad (-4\gamma_2^2 v_2 k_2 - 4v_1 v_2 l_3 \gamma_2^2 k_2 + v_1 v_2 \gamma_1^2 k_1 l_4 + v_1 \gamma_1^2 k_1) p_{c_2} - 4\gamma_1^2 \gamma_2^1 v_1 v_2 k_1 k_2 p_{c_1}^2 - 4v_1 v_2 \gamma_1^2 \gamma_2^2 k_1 k_2 p_{c_2}^2 + \\ &\quad (16v_1 v_2 \gamma_2^1 \gamma_1^2 k_1 k_2 + v_1 v_2 k_1 k_2 \gamma_2^1 \gamma_2^1 - v_1 v_2 k_1 k_2 \omega_1 \omega_2 \gamma_1^2 \gamma_2^1), \\ c_2 &= v_1 v_2 \gamma_2^1 \gamma_1^2 k_1 k_2 (\omega_1 + \omega_2 - 2\omega_1 \omega_2) p_{c_1} p_{c_2}, \\ d_2 &= \gamma_2^1 \gamma_1^2 k_1 k_2 v_1 v_2 (1 - \omega_1 - \omega_2 + \omega_1 \omega_2). \end{aligned}$$

Selon les critères du jury, (3.16), les conditions nécessaires et suffisantes pour la stabilité locale de  $E_4$  sont les suivantes :

- 1)  $1 + a_2 + b_2 + c_2 + d_2 > 0$ ,
- 2)  $1 - a_2 + b_2 - c_2 + d_2 > 0$ ,
- 3)  $(1 - d_2)(1 - (d_2)^4) - b_2(1 - d_2)^2 + (a_2 - c_2)(c_2 - a_2 d_2) > 0$ ,
- 4)  $3 + 3d_2 > b_2$ ,
- 5)  $|d_2| < 1$ .

### 3.5 Jeu de cache

Selon la section ci-dessus, le mécanisme d'actualisation du nombre d'éléments mis en cache au fil du temps des  $i^{\text{th}}$  ISP est décrit par :

$$k_i(t+1) = k_i(t) + \vartheta_i k_i(t) \frac{\partial U_i(k_i(t), k_j^e(t+1))}{\partial k_i}, \quad i \neq j \in \{1, 2\} \quad (3.20)$$

où  $\vartheta_i$ ,  $i = 1, 2$  sont des constantes positives qui représentent la vitesse d'actualisation aux variations du marché.

Comme expliqué ci-dessus, et si nous considérons que  $T = 1$ , le prix anticipé  $k_i^e(t+1)$  sont donnés par :

$$k_i^e(t+1) = \omega_i k_i(t) + (1 - \omega_i) k_i(t-1)$$

où les constantes positives  $\omega_i$  sont les poids donnés au nombre précédent d'éléments mis en cache.

Ainsi, le modèle dynamique avec rationalité limitée des ISPs est défini comme suit

$$\begin{cases} k_1(t+1) = k_1(t) + \eta_1 k_1(t) (l_5 + 2e_1 \sigma_1^1 k_1(t) - e_1 \sigma_1^2 \sum_{f=0}^T w_2 k_2(t-f)) \\ k_2(t+1) = k_2(t) + \eta_2 k_2(t) (l_6 + 2e_2 \sigma_2^2 k_2(t) - e_2 \sigma_2^1 \sum_{f=0}^T w_1 k_1(t-f)) \end{cases} \quad (3.21)$$

où  $e_1 = p_{t_1} + p_{c_1} - c_1 + v_1$ ,  $e_2 = p_{t_2} + p_{c_2} - c_2 + v_2$ ,  $l_5 = (p_t + p_{c_1} - c_1 + v_1)(d_1 - \alpha_1^1 p_{s_1} + \beta_1^1 q_{s_1} - \gamma_1^1 p_{c_1} + \alpha_1^2 p_{s_2} - \beta_1^2 q_{s_2} + \gamma_1^2 p_{c_2}) + (p_{s_1} - p_t) N \sigma_1^1 + (p_{s_1} + p_{c_1} - c_1) \sigma_1^1 + v_1 q_{s_1}^2 - v_1 N \sigma_1^1$  and  $l_6 = (p_t + p_{c_2} - c_2 + v_2)(d_2 - \alpha_2^2 p_{s_2} + \beta_2^2 q_{s_2} - \gamma_2^2 p_{c_2} + \alpha_2^1 p_{s_1} - \beta_2^1 q_{s_1} + \gamma_2^1 p_{c_1}) + (p_{s_2} - p_t) N \sigma_2^2 + (p_{s_2} + p_{c_2} - c_2) \sigma_2^2 + v_2 q_{s_2}^2 - v_2 N \sigma_2^2$ .

Afin d'étudier le système dynamique (3.21), nous l'écrivons comme un système de quatrième dimension sous la forme :

$$\begin{cases} z_1(t+1) = k_1(t) \\ z_1(t+1) = k_2(t) \\ k_1(t+1) = k_1(t) + \eta_1 k_1(t) (l_5 + 2e_1 \sigma_1^1 k_1(t) - e_1 \sigma_1^2 (\omega_2 k_2(t) + (1 - \omega_2) z_2(t))) \\ k_2(t+1) = k_2(t) + \eta_2 k_2(t) (l_6 + 2e_2 \sigma_2^2 k_2(t) - e_2 \sigma_2^1 (\omega_1 k_1(t) + (1 - \omega_1) z_1(t))) \end{cases} \quad (3.22)$$

Avec le temps,  $k_i(t+1)$  sont approximativement égaux à  $k_i(t)$  lorsque la structure du marché est suffisamment stable au moment  $t$ . Si l'on définit  $k_1(t+1) = k_1(t)$ ,  $k_2(t+1) = k_2(t)$ , (3.22) devient

$$\begin{cases} \eta_1 k_1(t) (l_5 + 2e_1 \sigma_1^1 k_1(t) - e_1 \sigma_1^2 k_2(t)) = 0 \\ \eta_2 k_2(t) (l_6 + 2e_2 \sigma_2^2 k_2(t) - e_2 \sigma_2^1 k_1(t)) = 0 \end{cases} \quad (3.23)$$

En résolvant les équations de (3.23), on obtient quatre points d'équilibre de la dynamique (3.22), qui sont répertoriés comme suit :

$$\begin{aligned} E_9 &= (0, 0, 0, 0), \quad E_{10} = \left( \frac{l_5}{2\sigma_1^1 e_1}, 0, \frac{l_3}{2\sigma_1^1 e_1}, 0 \right), \quad E_{11} = \left( 0, \frac{l_6}{2\sigma_2^2 e_2}, 0, \frac{l_4}{2\sigma_2^2 e_2} \right), \\ E_{12} &= \left( -\frac{e_1 l_6 \sigma_1^2 + 2e_2 l_5 \sigma_2^2}{e_1 e_2 (4\sigma_1^1 \sigma_2^2 - \sigma_2^1 \sigma_1^2)}, -\frac{e_2 l_5 \sigma_2^1 + 2e_1 l_6 \sigma_1^1}{e_1 e_2 (4\sigma_1^1 \sigma_2^2 - \sigma_2^1 \sigma_1^2)}, -\frac{e_1 l_6 \sigma_1^2 + 2e_2 l_5 \sigma_2^2}{e_1 e_2 (4\sigma_1^1 \sigma_2^2 - \sigma_2^1 \sigma_1^2)}, -\frac{e_2 l_5 \sigma_2^1 + 2e_1 l_6 \sigma_1^1}{e_1 e_2 (4\sigma_1^1 \sigma_2^2 - \sigma_2^1 \sigma_1^2)} \right) \end{aligned}$$

La recherche de stabilité locale aux points conclus ci-dessus répond sur la matrice jacobienne du système (3.22), qui prend la forme unifiée

$$J(z_1, z_2, k_1, k_2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\eta_1 k_1 \sigma_1^2 e_1 (1 - \omega_2) & 1 + \eta_1 l_5 + 4\sigma_1^1 \eta_1 e_1 k_1 - \eta_1 \sigma_1^2 e_1 (\omega_2 k_2 + (1 - \omega_2) z_2) & -\eta_1 \sigma_1^2 e_1 \omega_2 k_1 \\ -\sigma_2^1 e_2 (1 - \omega_1) \eta_2 k_2 & 0 & -\omega_1 \eta_2 e_2 k_2 & \eta_2 l_6 + 4\eta_2 \sigma_2^2 e_2 k_2 - \eta_2 e_2 \sigma_2^1 (k_1 \omega_1 + z_1 (1 - \omega_1)) + 1 \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

**Théorème 3.3.** *Les points d'équilibre triviaux  $E_9$ ,  $E_{10}$  et  $E_{11}$  du système (3.22) sont instables.*

La preuve du théorème ci-dessus se trouve à l'annexe H.

Nous étudions la stabilité locale de l'équilibre de Nash  $E_{12}$ . La matrice jacobienne (3.24) à  $E_{12}$  dont la forme est

$$J(E_{12}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\eta_1 k_1 \sigma_1^2 e_1 (1 - \omega_2) & 1 + \eta_1 l_5 + 4\sigma_1^1 \eta_1 e_1 k_1 - \eta_1 \sigma_1^2 e_1 k_2 & -\eta_1 \sigma_1^2 e_1 \omega_2 k_1 \\ -\sigma_2^1 e_2 (1 - \omega_1) \eta_2 k_2 & 0 & -\omega_1 \eta_2 \sigma_2^1 e_2 k_2 & \eta_2 l_6 + 4\eta_2 \sigma_2^2 e_2 k_2 - \eta_2 e_2 \sigma_2^1 k_1 + 1 \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

Le polynôme caractéristique de  $J(E_{12})$  est

$$P(\lambda) = \lambda^4 + a_3 \lambda^3 + b_3 \lambda^2 + c_3 \lambda + d_3 \quad (3.26)$$

où

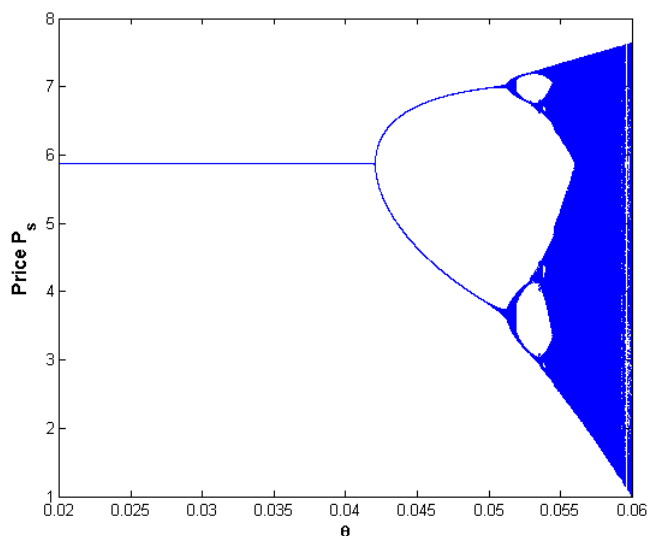
$$\begin{aligned} - a_3 &= 2 + \eta_1 l_5 + \eta_2 l_6 + (4\sigma_1^1 \eta_1 e_1 - \eta_2 e_2 \sigma_1^2) k_1 + (-\eta_1 \sigma_1^2 e_1 + 4\eta_2 \sigma_2^2 e_2) k_2, \\ - b_3 &= 1 + \eta_2 l_6 + \eta_1 \eta_2 l_5 l_6 + \eta_1 l_5 + (-\eta_2 e_2 \sigma_2^2 - \eta_1 \eta_2 l_5 e_2 \sigma_2^1 + 4\sigma_1^1 \eta_1 \eta_2 l_6 e_1 + 4\sigma_1^1 \eta_1 e_1) k_1 + \\ &\quad (4\eta_2 \sigma_2^2 e_2 + 4\eta_1 \eta_2 l_5 \sigma_2^2 e_2 - \eta_1 \eta_2 l_6 \sigma_1^2 e_1 - \eta_1 \sigma_1^2 e_1) k_2 - 4\sigma_1^1 \sigma_2^1 \eta_1 \eta_2 e_1 e_2 k_1^2 - 4\eta_1 \eta_2 e_1 e_2 \sigma_1^2 \sigma_2^1 k_2^2 + \\ &\quad (\eta_1 \eta_2 e_1 e_2 \sigma_1^2 \sigma_2^1 + 16\sigma_1^1 \sigma_2^2 \eta_1 \eta_2 e_1 e_2 l_5 - \omega_1 \omega_2 \eta_1 \eta_2 e_1 e_2 \sigma_1^2 \sigma_2^1) k_1 k_2, \\ - c_3 &= \eta_1 \eta_2 \sigma_2^1 \sigma_1^2 e_1 e_2 (\omega_1 + \omega_2 - 2\omega_1 \omega_2), \\ - d_3 &= -\eta_1 \eta_2 e_1 e_2 \sigma_2^1 \sigma_1^2 (1 - \omega_1 - \omega_2 + \omega_1 \omega_2). \end{aligned}$$

La stabilité locale de l'équilibre de Nash est donnée en utilisant les conditions du jury [89] qui sont :

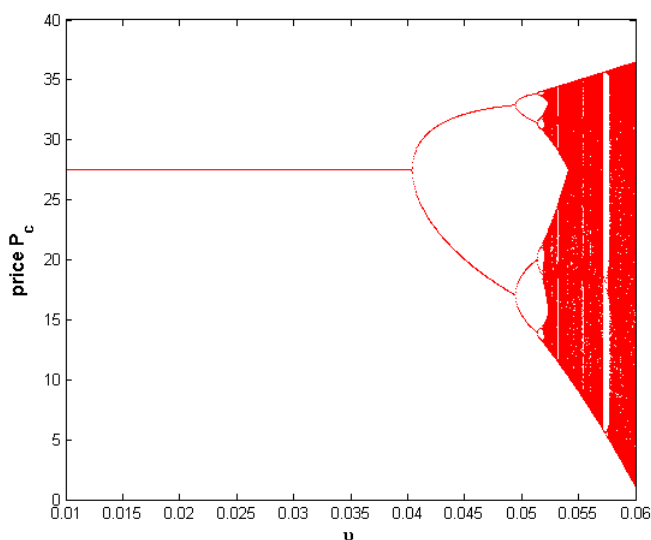
- 1)  $1 + a_3 + b_3 + c_3 + d_3 > 0$ ,
- 2)  $1 - a_3 + b_3 - c_3 + d_3 > 0$ ,
- 3)  $(1 - d_3)(1 - (d_3)^4) - b_3(1 - d_3)^2 + (a_3 - c_3)(c_3 - a_3 d_3) > 0$ ,
- 4)  $3 + 3d_3 > b_3$ ,
- 5)  $|d_3| < 1$ .

## 3.6 Enquêtes numériques

Dans cette section, nous fournirons les preuves numériques des comportements dynamiques complexes des systèmes (3.9), (3.16) et (3.22) lorsqu'ils perdent leur stabilité, et nous montrerons comment le système évolue lorsque les paramètres du modèle prennent différents niveaux de valeurs.

FIGURE 3.1 – Diagrammes de bifurcation de  $p_{s_1}$  par rapport à  $\theta_1$ .

Dans la figure 3.1 le scénario de bifurcation se produit, si  $\theta_1$  est petit alors il existe un point d'équilibre stable. Comme on peut le voir, le point d'équilibre de Nash  $E_4$  est localement stable pour de petites valeurs de  $\theta_1$ . Lorsque  $\theta_1$  augmente, l'équilibre de Nash devient instable et le scénario de bifurcation qui se produit conduit à des stratégies imprévisibles (chaotiques).

FIGURE 3.2 – Diagrammes de bifurcation de  $p_{c_1}$  par rapport à  $\vartheta_1$ .

La figure 3.2 montre le diagramme de bifurcation du prix  $p_{c_1}$  la vitesse d'actualisation  $\vartheta_1$ . Cette figure montre qu'une faible vitesse d'actualisation ( $\vartheta_1 < 0,04$ ) peut rendre le système stable. Avec une augmentation de  $\vartheta_1$ , une bifurcation pour le système (3.16) a lieu à  $\vartheta_1 = 0,04$  et la période-2 bifurque en  $\vartheta_1 > 0,04$ . Au fur et à mesure que  $\vartheta_1$  augmente, le point d'équilibre  $E_8$  devient instable et un comportement dynamique complexe se produit,

incluant la bifurcation à deux périodes, la bifurcation à quatre périodes, la bifurcation à huit périodes et le chaos.

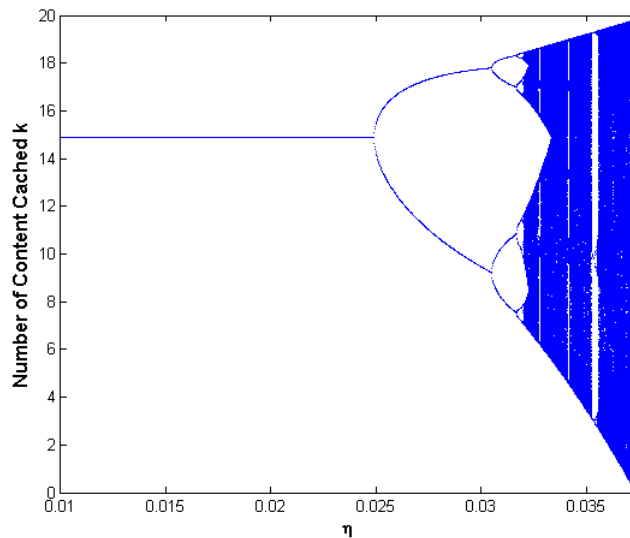
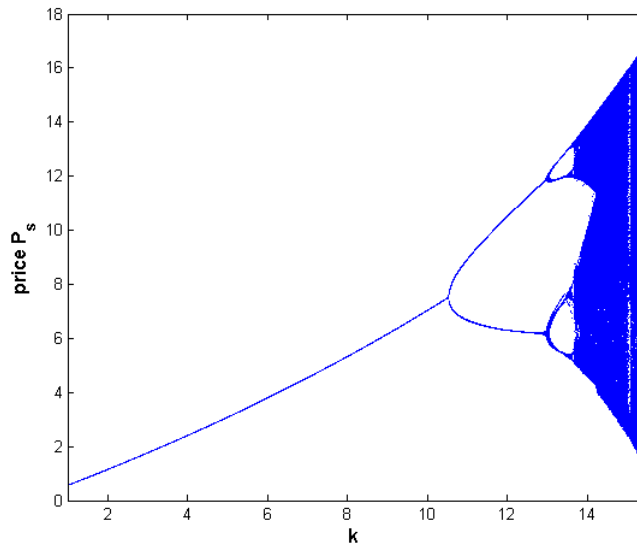


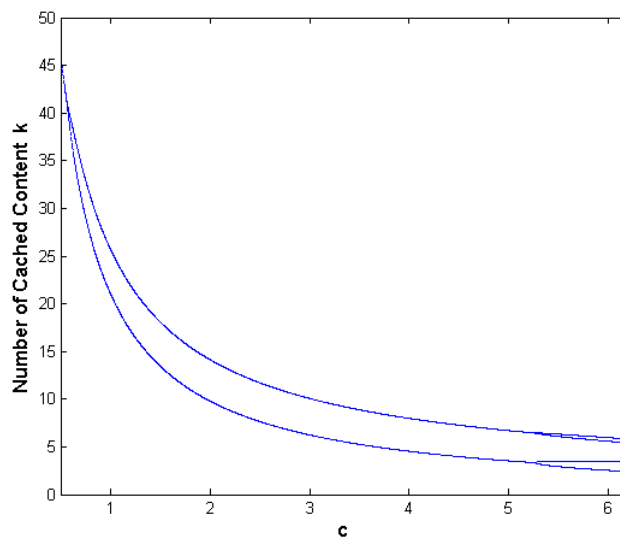
FIGURE 3.3 – Diagrammes de bifurcation de  $k_1$  par rapport à  $\eta_1$ .

La figure 3.3 montre le diagramme de bifurcation du nombre d'éléments mis en cache  $k_1$  avec un changement de  $\eta_1$ . Il est clair que le point d'équilibre de Nash  $E_{12}$  du système (3.22) est stable lorsque  $\eta_1 < 0.025$ . Lorsque  $\eta_1$  augmente, l'équilibre de Nash  $E_{12}$  devient instable et un comportement dynamique complexe se produit, y compris une bifurcation à double période et le chaos.

Du point de vue économique, la vitesse d'actualisation des ISPs devrait se situer dans une certaine plage ; sinon, le système passe à la période doublant le point de bifurcation puis à quatre fois le point de bifurcation jusqu'au chaos tout en se développant, ce qui signifie irrégularité, imprévisibilité, sensibilité aux valeurs initiales et préjudice pour l'économie.

FIGURE 3.4 – Diagrammes de bifurcation de  $p_{s_1}$  par rapport à  $k_1$ .

La figure 3.4 montre les diagrammes de bifurcation du prix  $p_{s_1}$  par rapport au nombre d'éléments mis en cache  $k_1$ . Avec l'augmentation du nombre d'éléments mis en cache  $k_1$ , le point d'équilibre de Nash  $E_4$  augmente progressivement, et est localement stable pour les petites valeurs du paramètre  $k_1$ . À mesure que  $k_1$  augmente, le point d'équilibre de Nash  $E_4$  devient instable et on observe un comportement dynamique complexe tel que le chaos.

FIGURE 3.5 – Diagrammes de bifurcation de  $k_1$  par rapport à  $c$ .

La figure 3.5 montre le diagramme de bifurcation du nombre d'éléments mis en cache  $k_1$  par rapport au coût de la mise en cache  $C$ . La figure 3.5 montre que l'équilibre de Nash  $E_{12}$  est localement stable pour de petites valeurs de  $C$ . À mesure que  $C$  augmente, le point d'équilibre de Nash  $E_{12}$  devient instable et un comportement dynamique complexe se produit, y compris le chaos.

### 3.7 Contrôle du chaos

D'après la section ci-dessus, nous pouvons voir que le comportement dynamique du système (3.9), (3.16) et (3.22) peut être chaotique. Le mouvement chaotique est toujours irrégulier et imprévisible. Dans une application pratique, le mouvement chaotique n'est jamais souhaité, nous devons donc éviter l'apparition du chaos. Par conséquent, tous les ISPs du marché ICN espèrent toujours que le marché puisse fonctionner de manière stable. Au cours de la dernière décennie, de nombreuses méthodes de contrôle du chaos ont été proposées. Ici, nous employons la méthode de contrôle largement utilisée, à savoir la méthode de contrôle par contre-réaction retardée pour contrôler le phénomène chaotique (par ex, [86, 90]).

En utilisant la méthode de contrôle par contre-réaction retardée, nous ajustons le système (3.9) en insérant l'action de contrôle  $\kappa_j(p_{s_j}(t) - p_{s_j}(t+1))$  dans les mains droites des deux dernières équations, où  $p_{s_j}(t)$  est la variable d'état retardée et  $\kappa_j > 0$  est le coefficient de contrôle qui peut exprimer le contrôle de la vitesse d'actualisation des prix ou l'adaptabilité d'apprentissage des concurrents du marché. Nous obtenons alors le système contrôlé comme suit :

$$\begin{cases} x_1(t+1) &= p_{s_1}(t) \\ x_2(t+1) &= p_{s_2}(t) \\ p_{s_1}(t+1) &= p_{s_1}(t) + \theta_1 p_{s_1}(t)(l_1 + p_{s_1}(t)\alpha_1^1(-2N + k_1 - 1) + \alpha_1^2(N - k_1 + 1)(\omega_2 p_{s_2}(t) \\ &\quad + (1 - \omega_2)x_2(t)) + \kappa_1(p_{s_1}(t) - p_{s_1}(t+1)) \\ p_{s_2}(t+1) &= p_{s_2}(t) + \theta_2 p_{s_2}(t)(l_2 + p_{s_2}(t)\alpha_2^2(-2N + k_2 - 1) + \alpha_2^1(N - k_2 + 1)(\omega_1 p_{s_1}(t) \\ &\quad + (1 - \omega_1)x_1(t))) + \kappa_2(p_{s_2}(t) - p_{s_2}(t+1)) \end{cases} \quad (3.27)$$

qui peut être réécrite comme

$$\begin{cases} x_1(t+1) &= p_{s_1}(t) \\ x_2(t+1) &= p_{s_2}(t) \\ p_{s_1}(t+1) &= p_{s_1}(t) + \frac{\theta_1 p_{s_1}(t)}{\kappa_1 + 1}(l_1 + p_{s_1}(t)\alpha_1^1(-2N + k_1 - 1) + \alpha_1^2(N - k_1 + 1)(\omega_2 p_{s_2}(t) \\ &\quad + (1 - \omega_2)x_2(t))) \\ p_{s_2}(t+1) &= p_{s_2}(t) + \frac{\theta_2 p_{s_2}(t)}{\kappa_2 + 1}(l_2 + p_{s_2}(t)\alpha_2^2(-2N + k_2 - 1) + \alpha_2^1(N - k_2 + 1)(\omega_1 p_{s_1}(t) \\ &\quad + (1 - \omega_1)x_1(t))) \end{cases} \quad (3.28)$$

Lorsque  $\kappa_i = 0$ , le système contrôlé dégénère en système initial (3.9).

En ajoutant l'action de contrôle  $\xi_j(p_{c_j}(t) - p_{c_j}(t+1))$  au système (3.16) et en simplifiant le système, nous avons obtenu la forme suivante du système dynamique contrôlé :

$$\begin{cases} y_1(t+1) &= p_{c_1}(t) \\ y_2(t+1) &= p_{c_2}(t) \\ p_{c_1}(t+1) &= p_{c_1}(t) + \frac{\vartheta_1 p_{c_1}(t)}{\xi_1 + 1}(l_3 - 2\gamma_1^1 k_1 p_{c_1}(t) + \gamma_1^2 k_1(\omega_2 p_{c_2}(t) + (1 - \omega_2)y_2(t))) \\ p_{c_2}(t+1) &= p_{c_2}(t) + \frac{\vartheta_2 p_{c_2}(t)}{\xi_2 + 1}(l_4 - 2\gamma_2^2 k_2 p_{c_2}(t) + \gamma_2^1 k_2(\omega_1 p_{c_1}(t) + (1 - \omega_1)y_1(t))) \end{cases} \quad (3.29)$$

En ajoutant l'action de contrôle  $\varsigma_j(k_j(t) - k_j(t+1))$  au système (3.22) et en simplifiant

le système, nous avons obtenu la forme suivante du système dynamique contrôlé :

$$\begin{cases} z_1(t+1) = k_1(t) \\ z_2(t+1) = k_2(t) \\ k_1(t+1) = k_1(t) + \frac{\eta_1 k_1(t)}{s_1+1} (l_5 + 2e_1 \sigma_1^1 k_1(t) - e_1 \sigma_1^2 (\omega_2 k_2(t) + (1-\omega_2) z_2(t))) \\ k_2(t+1) = k_2(t) + \frac{\eta_2 k_2(t)}{s_2+1} (l_6 + 2e_2 \sigma_2^2 k_2(t) - e_2 \sigma_2^1 (\omega_1 k_1(t) + (1-\omega_1) z_1(t))) \end{cases} \quad (3.30)$$

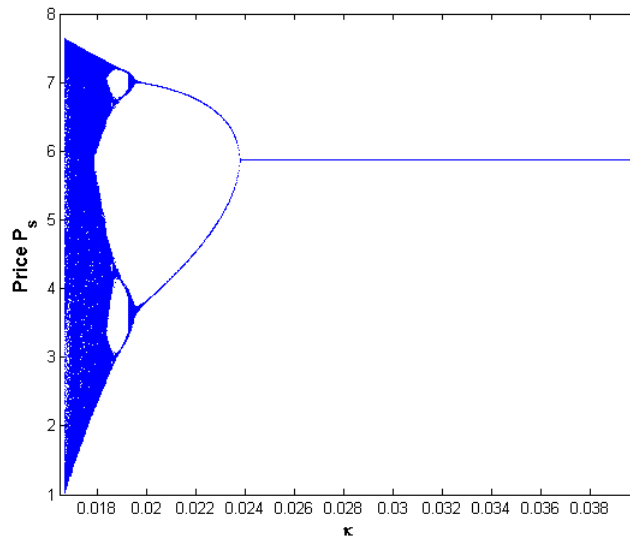


FIGURE 3.6 – Diagrammes de bifurcation de  $p_{s_1}$  par rapport à  $\kappa_1$ .

La figure 3.6 représente le diagramme de bifurcation du système (3.28) par rapport au coefficient de contrôle  $\kappa_1$ . Le système dynamique (3.28) passe progressivement de l'état chaotique, à la bifurcation à 4 périodes, à la bifurcation à deux périodes à un état stable.

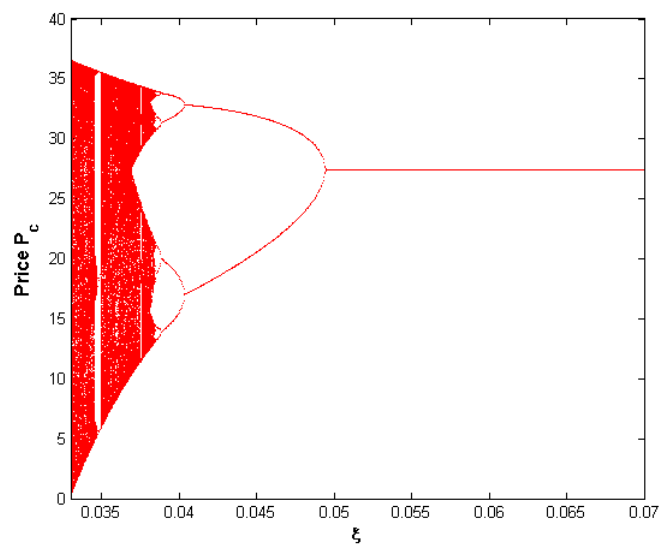


FIGURE 3.7 – Diagrammes de bifurcation de  $p_{c_1}$  par rapport à  $\xi_1$ .



La figure 3.7 est le diagramme de bifurcation du système contrôlé (3.29) par rapport au paramètre de contrôle  $\xi_1$ . Nous pouvons voir qu'avec une augmentation du paramètre de contrôle, le système est contrôlé à 8 cycles, 4 cycles, 2 cycles, et au point d'équilibre de Nash. On peut conclure que le système contrôlé (3.29) a été progressivement contrôlé avec une augmentation du paramètre de contrôle  $\xi_1$ , et le système sera conduit à la stabilité lorsque  $\xi_1$  est suffisamment grand.

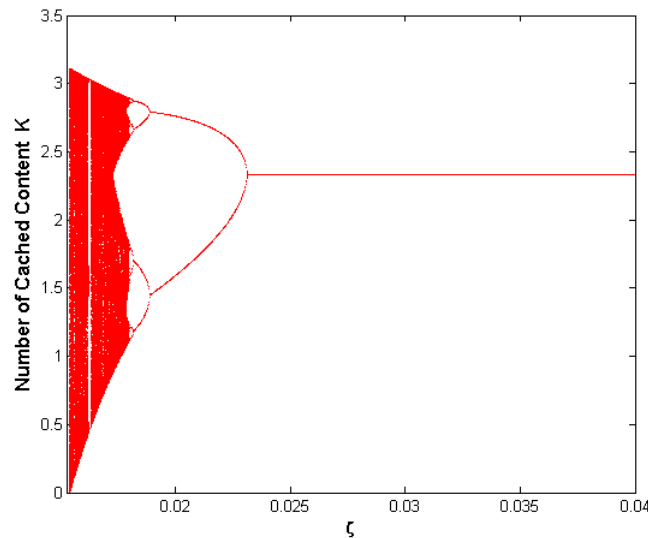


FIGURE 3.8 – Diagrammes de bifurcation de  $k_1$  par rapport à  $\xi_1$ .

La figure 3.8 montre que la double bifurcation de la période disparaît progressivement et que le système se débarrasse du chaos pour être stable lorsque le paramètre de contrôle  $\xi_1$  est suffisamment significatif. Ainsi, la méthode de contrôle ci-dessus peut contrôler le chaos dans le jeu, et le jeu de marché peut passer de trajectoires chaotiques à des orbites périodiques régulières à un état d'équilibre.

### 3.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons établi un modèle du jeu de duopole concernant la concurrence des prix et du nombre des éléments mis en cache dans un marché ouvert, en nous basant sur la théorie d'un certain modèle économique. La dynamique du modèle de jeu de duopole avec une rationalité limitée a été analysée. Les points d'équilibre, y compris le point de Nash, ont été obtenus en fonction des paramètres du système. L'analyse de la stabilité de ces points a été étudiée et confirmée à l'aide de quelques simulations numériques; ces simulations montrent qu'en faisant varier les paramètres du modèle, des comportements dynamiques complexes se produiraient, tels que le chaos. En outre, un schéma de contrôle a été appliqué pour forcer le système à revenir à son état stable.

# Modèle de Tarification des Appareils Mobiles pour Optimiser les Stratégies de Transmission

---

## 4.1 Introduction

Normalement, une seule connexion ne permet pas une utilisation complète du réseau, surtout lorsque la qualité du réseau n'est pas bonne. Pour faire face à la croissance explosive du trafic de données mobiles, les réseaux multihoming où les utilisateurs disposant de plusieurs interfaces réseau peuvent transmettre simultanément le trafic de données sur ces interfaces. La modélisation traditionnelle ne considère pas spécifiquement cette situation en fonction des besoins des utilisateurs (par exemple, le trafic voix et vidéo). Mais aujourd'hui, les appareils mobiles ont besoin de plus en plus de vitesse de transmission et souvent lorsque ces derniers sont autorisés à utiliser plusieurs connexions (sessions) et qu'ils partagent, simultanément, plusieurs interfaces réseau (Wifi, Bluetooth, 3G, 4G, ...), en assurant la satisfaction de l'utilisateur d'offrir des services variés de la manière la plus économique et la plus rentable. Dans ce cas, les appareils mobiles interagissent les uns avec les autres, ce qui signifie que le gain (maximisation du transfert de données net et minimisation des coûts) de chaque appareil (utilisateur) dépend non seulement du nombre de connexions simultanées établies par celui-ci, mais également du nombre de connexions établies simultanément par les autres appareils utilisant les mêmes interfaces réseau. Cette utilisation commune entre les appareils crée une atmosphère d'interaction qui se traduit par le nombre de connexions simultanées établies par chaque appareil mobile. Le choix de ce nombre doit être fait de manière à ce que chaque appareil maximise son gain tout en maintenant la stabilité des systèmes (Appareils mobiles en équilibre).

La gestion des ressources des appareils à interface multiple n'est pas évidente. Plusieurs travaux ont commencé ce problème, et les chercheurs s'occupent de la notion d'agrégation de la bande passante, cette dernière est une technique importante qui permet aux appareils d'utiliser plusieurs interfaces réseau pour améliorer le débit, ce qui peut être étudié à différentes couches du réseau, application, transport, réseau et liaison [19] [20] [91] [92]. Diverses méthodes se concentrent sur la couche de transport. Dans [93], les auteurs utilisent un protocole Multi-TCP sur les appareils mobiles et fournissent une analyse du débit global du réseau. Dans [94], les auteurs étudient l'impact du téléchargement simultané sur l'équité et le comportement transitoire du système. Les contributions les plus proches des nôtres sont [95] et [96]; [95] présentent une mé-

thode de transmission simultanée pour les appareils mobiles dans les multihoming, basée sur l'utilisation de stratégies : stratégie de débit maximum, stratégie de délai minimum et stratégie de consommation minimum. Dans [96], les auteurs étudient un comportement égoïste des utilisateurs de TCP dans lequel les utilisateurs sont autorisés à ouvrir plusieurs connexions simultanées afin de maximiser leurs débits individuels.

Ainsi, l'objectif de ce chapitre est d'établir un modèle complet et réaliste, qui prend en compte l'interaction entre les appareils mobiles et l'état du système. Après avoir montré l'existence et l'unicité de l'équilibre et à base de ce modèle, nous montrerons l'efficacité de l'équilibre, nous analyserons l'impact des paramètres du modèle sur l'état du système.

Les contributions de ce chapitre sont les suivantes :

- Nous étudions les relations techno-économiques entre les utilisateurs mobiles, pour cela nous avons proposé une solution au problème de l'allocation des ressources du réseau
- Nous modélisons le comportement égoïste des appareils mobiles avec des connexions multiples à plusieurs interfaces de réseau disponibles simultanément, pour résoudre le conflit d'intérêt dans le réseau. Nous formulons ce problème de concurrence entre les appareils mobiles comme un jeu non coopératif.
- Nous modélisons l'interaction entre les appareils mobiles en fonction de nombre de connexions simultanées.
- Nous prouvons analytiquement l'existence et l'unicité de l'équilibre de Nash dans le jeu non coopératif entre les appareils mobiles. L'algorithme de meilleure réponse est utilisé pour trouver le point d'équilibre de Nash.
- L'analyse numérique montre que les appareils mobiles bénéficient en termes de coût et de taux de transfert de données.

La reste de ce chapitre est comme suit : dans la section 4.2 nous développons notre modèle. La section 4.3 fournit des théorèmes pour l'existence et l'unicité des équilibres, la section 4.4 présente une étude numérique pour valider nos affirmations. Enfin, nous concluons le chapitre dans la section 4.5.

## 4.2 Modélisation du problème

Nous définissons d'abord la transmission du mobile comme un jeu d'interaction. La définition de la fonction d'utilité sera présentée dans la prochaine sous-section.

### 4.2.1 Définition du problème

Nous considérons un ensemble de mobiles  $\mathcal{J} = \{1, \dots, J\}$ , chaque mobile  $j$  est en interaction sur les services d'un ensemble d'interface réseau  $i \forall i \in \mathcal{I} = \{1, \dots, I\}$ .

Les mobiles sont en interaction pour le taux de transfert de données à travers les interfaces réseau disponibles. Les mobiles sont traités comme des joueurs. Une stratégie  $n_j^i$  disponible pour un mobile  $j$  est un nombre réalisable de connexions simultanées qu'il peut ouvrir simultanément dans une interface réseau  $i$ . Soit  $N_j$  indique l'ensemble de

stratégies réalisables du joueur  $j$ , puis  $\mathbf{n}_j \in N_j$ . L'espace de stratégie réalisable de ce jeu est  $\mathcal{N} = N_1 \times N_2 \dots \times N_J$ . Ensuite, une stratégie réalisable  $\mathbf{n}_j$  est un vecteur de dimension  $I$ ,  $\mathbf{n}_j = (n_j^1, n_j^2, \dots, n_j^I) \in N_j$ . L'objectif de chaque acteur est de maximiser son utilité  $U_j$  en ajustant  $\mathbf{n}_j \in \mathbf{N} = (\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \dots, \mathbf{n}_J)$ . Nous définissons, pour une interface réseau spécifique, certains paramètres, tels que  $V_{max}^i$ , le taux de transfert de données maximum entre un client et un serveur, et  $V_a^i$ , le taux de transfert de données moyen pour une seule connexion, comme :  $N_{max}^i = V_{max}^i / V_a^i$ ,  $N_{max}^i$  est défini comme le nombre maximum de connexions de transmission de données simultanées à condition que le taux de transfert de données atteigne  $V_{max}^i$  et qu'une vitesse moyenne de connexion unique atteigne  $V_a^i$ . Pour une interface réseau  $i$ ,  $T^i$  est le nombre de toutes les connexions ouvertes par tous les appareils connectés dans l'interface  $i$  tels que :

$$T^i = \sum_{j \in \mathcal{J}} n_j^i \quad (4.1)$$

Nous cherchons maintenant à voir les relations entre les différents facteurs du problème. Nous définissons la variable  $\Upsilon_e^i$  pour représenter la proportion du temps de transmission des données par rapport au temps total, qui est défini comme :

$$\Upsilon_e^i = \frac{S^i / V_s^i}{\delta^i + S^i / V_s^i} \quad (4.2)$$

Du point de vue de l'analyse des probabilités,  $\Upsilon_e^i$  est également une fonction de  $T^i$  et  $S^i$ , parce que  $V_s^i$  est une fonction de  $T^i$  et de  $S^i$ . D'après la formule ci-dessus, nous observons que lorsque  $S^i$  augmente,  $\Upsilon_e^i$  augmente, et lorsque  $S^i$  s'approche de l'infini,  $\Upsilon_e^i$  s'approche de 1. Avec  $V_s^i$ ,  $S^i$  et  $\delta^i$  représentent, respectivement : une seule vitesse de transfert de données, la taille des données de chaque requête et le délai de transmission. Ensuite, nous définissons une variable  $N_d^i$  comme le nombre de connexions de transmission de données à un moment donné et après remplacement de  $\Upsilon_e^i$  par sa valeur nous aurons.

$$N_d^i = T^i \Upsilon_e^i = \frac{T^i S^i}{V_s^i \delta^i + S^i}$$

Nous distinguons entre deux taux de transfert de données,  $V_s^i$  défini comme le taux de transfert de données expérimenté et  $V_u^i$  défini comme le taux de transfert de données net (c'est-à-dire le taux de transfert de données sans tenir compte de la redondance ( $\delta^i = 0$ )), ces derniers étant définis par :

$$V_u^i = \frac{V_{max}^i}{T^i} \quad , \quad V_s^i = \frac{V_{max}^i}{N_d^i}$$

Lorsque le nombre de connexions de transmission de données est inférieur à  $N_{max}^i$ , chaque connexion maintient un taux  $V_a^i$ , ce qui indique que l'interface réseau n'est pas encore pleinement utilisée. En revanche, lorsque le nombre de connexions de transmission de données est supérieur à  $N_{max}^i$ , le taux de chaque connexion  $V_s^i$  est limité par  $V_{max}^i$ . On simplifie alors et on obtient les formules de  $V_u^i$  et  $V_s^i$  ;

$$V_u^i = \begin{cases} V_a^i & , N_d^i < N_{max}^i \\ \frac{V_a^i N_{max}^i}{T^i} & , N_d^i \geq N_{max}^i \end{cases} \quad (4.3)$$

$$V_s^i = \begin{cases} V_a^i & , N_d^i < N_{\max}^i \\ \frac{V_a^i * N_{\max}^i S^i}{T^i S^i - \delta^i V_a^i N_{\max}^i} & , N_d^i \geq N_{\max}^i \end{cases} \quad (4.4)$$

### 4.2.2 Modèle d'utilité

L'objectif naturel de chaque utilisateur, dans un tel système de communication, est de maximiser sa fonction d'utilité. Cette fonction d'utilité est composée de deux termes, la transmission nette totale de données (gain :  $(G_j(\mathbf{n}))$ ) et le coût  $(C_j(\mathbf{n}))$  ( le prix total payé pour avoir accès au service Internet). De plus, la transmission nette de données totale  $(G_j(\mathbf{n}))$  d'un mobile  $j$ , est le produit du taux de transmission nette de données et le nombre de connexions établies par cet appareil à partir de toutes les interfaces de réseau ;

$$G_j(\mathbf{n}) = \sum_{i \in \mathcal{I}} n_j^i V_u^i \quad (4.5)$$

De plus, le prix total  $(C_j(\mathbf{n}))$  d'un mobile  $j$ , est le produit du prix par octet, le débit net de transfert de données et le nombre de connexions établies par cet appareil à partir de chaque interface réseau ;

$$C_j(\mathbf{n}) = \sum_{i \in \mathcal{I}} P_i n_j^i V_s^i \quad (4.6)$$

Où  $P_i$  est le prix par octet payé par l'appareil mobile (l'utilisateur mobile) à travers l'interface réseau  $i$  pour l'accès au réseau Internet.

On peut donc envisager une fonction d'utilité plus complète, y compris ce coût total.

La fonction d'utilité finale est alors donnée comme suit :

$$\begin{aligned} U_j(\mathbf{n}) &= \alpha_j G_j(\mathbf{n}) - (1 - \alpha_j) C_j(\mathbf{n}) \\ &= \sum_{i \in \mathcal{I}} \left( \alpha_j n_j^i V_u^i - (1 - \alpha_j) P_i n_j^i V_s^i \right) \\ &= \begin{cases} \sum_{i \in \mathcal{I}} (\alpha_j - (1 - \alpha_j) P_i) n_j^i V_a^i & , N_d^i < N_{\max}^i \\ \sum_{i \in \mathcal{I}} n_j^i \left( \frac{\alpha_j V_a^i N_{\max}^i}{T^i} - \frac{(1 - \alpha_j) V_a^i N_{\max}^i S^i}{(T^i S^i - \delta^i V_a^i N_{\max}^i)} \right) & , N_d^i \geq N_{\max}^i \end{cases} \end{aligned} \quad (4.7)$$

où  $\alpha_j$  est un paramètre permettant de déterminer la priorité de l'utilisateur mobile

### 4.2.3 Analyse du jeu

Dans la suite, nous allons analyser un jeu non coopératif. Les joueurs sont les appareils mobiles qui doivent définir leurs stratégies (nombre de connexions simultanées  $\mathbf{n}_j$ ) pour chaque interface réseau  $i$ . Le concept de non-coopération (concurrence) est considéré en supposant que tous les appareils mobiles cherchent simplement à maximiser leurs fonctions utilitaires.

**Définition de l'équilibre de Nash du jeu du nombre de connexions simulta-**

**nées** : Nous considérons un jeu de forme stratégique de J-joueurs

$$\Gamma = \{\mathcal{J}, N_1, \dots, N_J, U_1, \dots, U_J\}, \quad (4.8)$$

où  $N_j$  est l'ensemble du nombre de stratégies de connexion simultanées du joueur  $j$  et  $U_j$  sa fonction d'utilité.

**Définition 4.1. Équilibre de Nash** spécifie une stratégie  $\mathbf{n}_j^* \in N_j$  pour chaque joueur  $j$  (avec  $j = 1, \dots, J$ ) de telle sorte que :

$$U_j(\mathbf{n}^*) = \max_{n_j^i \in N_i} U_j(\mathbf{n}_1^*, \dots, \mathbf{n}_{j-1}^*, \mathbf{n}_j, \mathbf{n}_{j+1}^*, \dots, \mathbf{n}_J^*), \quad (4.9)$$

Ci-dessous, nous analysons le jeu non coopératif du nombre de connexions simultanées pour les  $J$  appareils qui maximisent leurs utilités. Pour ce faire, nous démontrons l'existence et l'unicité de l'équilibre du jeu entre ces appareils. Pour analyser l'équilibre du jeu, nous devons trouver les propriétés de la fonction d'utilité.

#### 4.2.4 Apprentissage de l'équilibre de Nash

Dans de nombreux documents, la principale préoccupation était la recherche des situations d'équilibre (à savoir Nash) [65] [64] [97] [17]. Ces derniers temps, les chercheurs s'interrogent sur la nécessité de faire converger un algorithme d'apprentissage vers l'équilibre de Nash, et cela pour plusieurs raisons. Tout d'abord, il peut y avoir des équilibres multiples dans un jeu, et il ne peut y avoir aucune méthode pour coordonner le choix du joueur.

Les algorithmes d'apprentissage ressemblent au comportement des concurrents dans de nombreux jeux naturels, et donc les résultats, sur les propriétés de convergence ou de non-convergence de cette dynamique peuvent éclairer notre compréhension de l'applicabilité des équilibres de Nash comme concept de solution plausible dans certains contextes. Dans la réalité, lorsque chaque appareil mobile tente de maximiser ses revenus, le plus est naturel d'accepter l'équilibre de Nash comme concept de solution optimale. Dans l'équilibre Nash, la stratégie de chaque appareil mobile est la meilleure réponse aux stratégies des autres appareils. Ainsi, aucun appareil mobile ne peut tirer profit d'une déviation unilatérale.

---

**Algorithm 3** Algorithme de meilleure réponse.

---

Initialisation du vecteur du nombre de connexions simultanées ;

Pour chaque appareil mobile  $j \in \mathcal{J}$  à l'itération  $t$  :

- $\mathbf{n}_j^{t+1} = \operatorname{argmax}_{\mathbf{n}_j \in N_j} (U_j(\mathbf{n}^t))$
-

### 4.3 Jeu des appareils mobiles

Nous considérons un jeu non coopératif de la forme stratégique de  $J$ -appareils mobiles

$$\Gamma_1 = \{\mathcal{J}, N_1, \dots, N_j, \dots, N_J, \dots, U_1, \dots, U_j, \dots, U_J\}, \quad (4.10)$$

où  $N_j$  est l'ensemble du nombre de stratégies de connexion de l'appareil  $j$  et  $U_j$  sa fonction d'utilité.

La question est de savoir, sous des hypothèses générales, quand nous pouvons garantir l'existence et l'unicité de l'équilibre dû aux appareils mobiles.

Nous considérons que le nombre de connexions simultanées est le seul paramètre du jeu (4.10).

Ainsi, nous avons le résultat général suivant sur l'unicité du nombre de connexions simultanées basé sur l'équilibre de Nash pour tous les  $J$  appareils mobiles.

**Théorème 4.1. (*Existence et unicité*)** *Considérons le jeu du nombre de connexions simultanées (4.10), il n'y a qu'un seul nombre de connexions simultanées basé sur l'équilibre de Nash  $\mathbf{n}^*$  du jeu des appareils mobiles.*

Les preuves sont données par l'annexe I.

### 4.4 Résultats numériques

Nous passons maintenant à discuter de la façon de prendre avantage de nos résultats analytiques. Nous proposons d'étudier numériquement le jeu d'interactions entre les appareils mobiles. En tenant compte des expressions précédentes des utilités des appareils mobiles. Pour illustrer notre propos, nous considérons 2 scénarios, pour chacun desquels les appareils mobiles cherchent à maximiser leurs gains respectifs. En particulier, nous examinons l'influence de l'augmentation du nombre d'appareils mobiles en interaction et du taux de transfert de données maximal  $V_{max}^i$ .

**Scénario 1.** *Le tableau 4.1 représente les valeurs des paramètres utilisées dans cette étude numérique pour ce scénario.*

Nombre d'appareils mobiles	$\alpha_j$	$V_{max}^i$	$V_a^i$	$N_{max}^i$	$S^i$	$\delta^i$	$P^i$
de 1 à 45	0.75	1000000	100000	10	10000000	150	0.1

TABLE 4.1 – Paramètres du système utilisés pour le scénario 1.

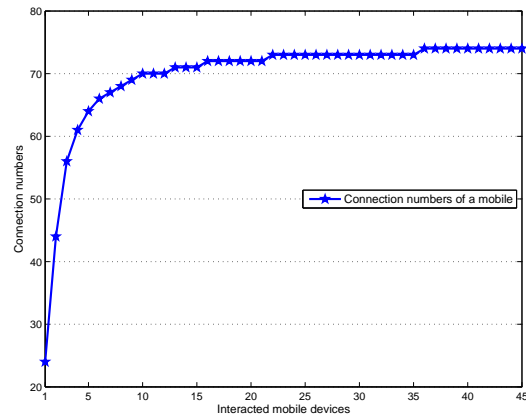


FIGURE 4.1 – Scénario 1 : Impact du nombre des appareils mobiles sur le nombre de connexions simultanées.

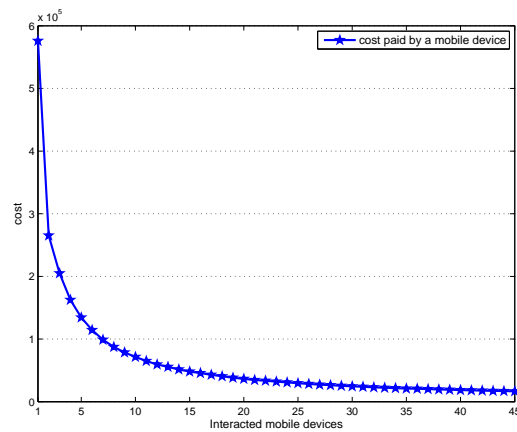


FIGURE 4.2 – Scénario 1 : Impact du nombre des appareils mobiles sur le coût.

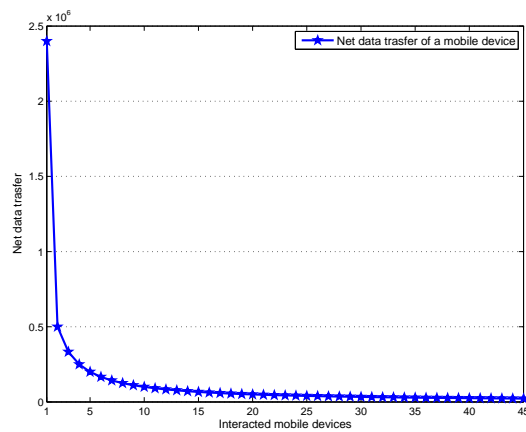


FIGURE 4.3 – Scénario 1 : Impact du nombre des appareils mobiles sur le débit net de transfert de données



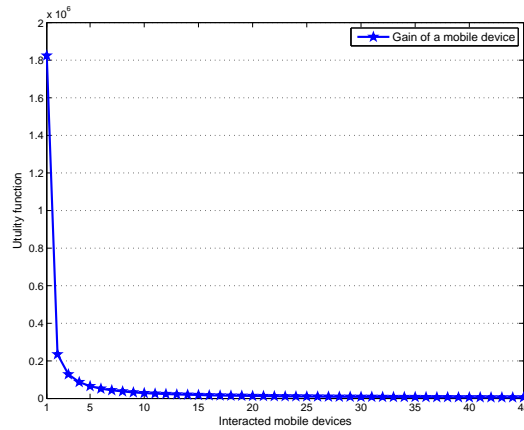


FIGURE 4.4 – Scénario 1 : Impact du nombre des appareils mobiles sur le gain des appareils mobiles.

**Scénario 2.** Le tableau 4.2 représente les valeurs des paramètres utilisées dans cette étude numérique pour ce scénario.

Nombre d'appareils mobiles	$\alpha_j$	$V_{max}^i$	$V_a^i$	$N_{max}^i$	$S^i$	$\delta^i$
5	0.75	[0, 80000000]	1000000	10	50000000	120

TABLE 4.2 – Paramètres du système utilisés pour le scénario 2.

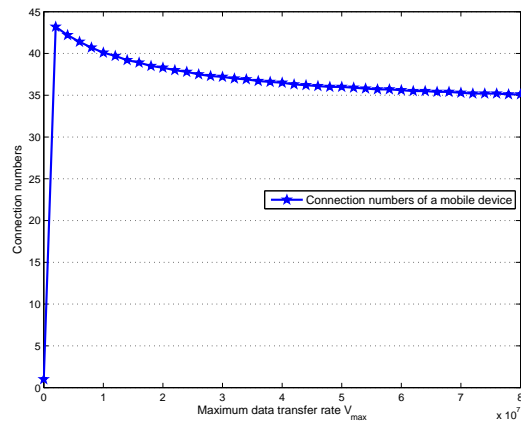


FIGURE 4.5 – Scénario 2 : Impact du taux maximum de transfert de données sur le nombre de connexions simultanées.

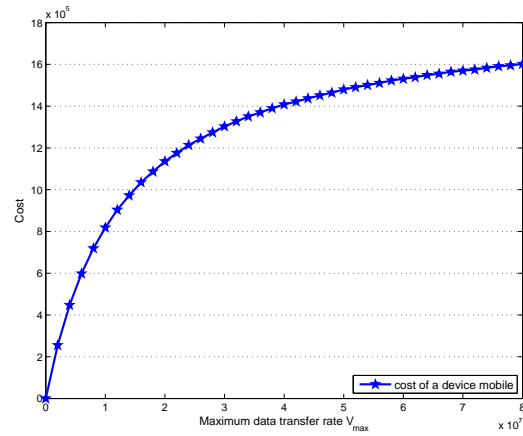


FIGURE 4.6 – Scénario 2 : Impact du taux maximum de transfert de données sur le coût.

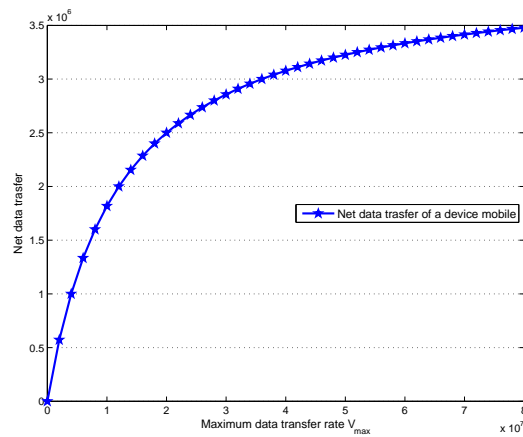


FIGURE 4.7 – Scénario : 2 : Impact du taux de transfert de données maximum sur le taux de transfert de données net.

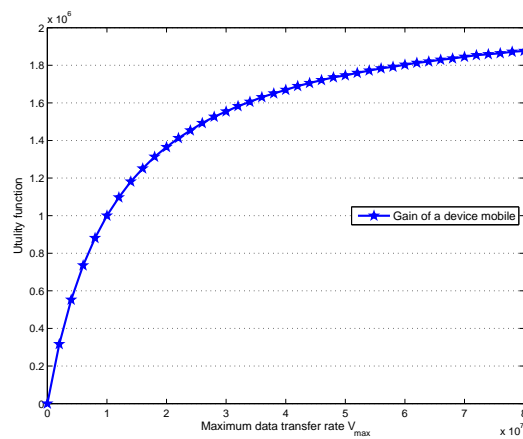


FIGURE 4.8 – Scénario 2 : Impact du taux maximum de transfert de données sur le gain des appareils mobiles.

### 4.4.1 Gain par rapport au Coût

Pour augmenter leurs gains, les appareils mobiles choisissent des stratégies optimales (équilibre de Nash). Les scénarios 1 et 2 montrent, respectivement, la variation des stratégies choisies, le coût, le taux de transfert de données net et évidemment le gain obtenu, en faisant varier le nombre d'appareils mobiles et le taux maximum de transfert de données  $V_{max}^i$ .

Pour le scénario 1, on note que les stratégies d'équilibre de Nash se comportent différemment. Pour un appareil mobile, le nombre de connexions simultanées augmente lorsque le nombre d'appareils mobiles en interaction augmente également, car les appareils mobiles ont pour objectif à maximiser leur gain. Les résultats de cette solution permettent d'utiliser au maximum la capacité de l'interface réseau (Fig. 4.3). Malgré cette augmentation des stratégies (Fig. 4.1), cela ne permet pas aux appareils mobiles de minimiser les coûts (Fig. 4.2), ce qui explique le faible gain (Fig. 4.4).

Pour le scénario 2, il est clair que les stratégies à l'équilibre de Nash deviennent moins importantes, pour un appareil mobile, lorsque le nombre des appareils mobiles en interaction augmente, les stratégies d'équilibre de Nash diminuent (Fig. 4.5), mais ce résultat permet aux appareils mobiles de maximiser le taux de transfert de données net (Fig. 4.7) et de maximiser le coût (Fig. 4.6), ce qui explique le gain élevé des appareils mobiles (Fig. 4.8).

## 4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté un jeu pour l'agrégation de la bande passante afin de répondre aux exigences de l'utilisateur en termes d'allocation des ressources des manières rentables (Jeu de transmission simultanée pour les appareils mobiles en multi-homing). Chaque dispositif mobile essaie de maximiser son gain en ajustant sa stratégie (le nombre de connexions simultanées). De plus, en se basant sur la condition de supermodularité de Rosen, nous avons prouvé l'existence et l'unicité d'un équilibre de Nash pour le jeu. Nous avons montré numériquement qu'il est bénéfique pour les mobiles d'adopter cette approche, car elle implique des gains plus élevés avec le meilleur prix selon la priorité de l'utilisateur.

# Approches Basées sur la Théorie des Jeux pour Optimiser les Stratégies de Transmission pour les Applications Mobiles

---

## 5.1 Introduction

Normalement, une seule connexion ne permet pas d'utiliser pleinement le réseau, surtout lorsque la qualité du réseau n'est pas bonne. D'autre part, la transmission simultanée de données multiples peut améliorer l'utilisation du réseau. La modélisation traditionnelle ne tient pas spécifiquement compte de cette situation. Mais aujourd'hui, les applications mobiles ont besoin de plus en plus de vitesse de transmission et souvent lorsque ces dernières sont autorisées à utiliser des connexions multiples (sessions) et qu'elles partagent, simultanément, plusieurs interfaces réseau ( Wifi, Bluetooth, 3G, ...). Dans ce cas, les applications d'un même mobile ou de différents mobiles interagissent entre elles, ce qui signifie que le gain de chaque application dépend non seulement du nombre de connexions simultanées établies par celle-ci, mais aussi du nombre de connexions simultanées établies par les autres applications utilisant les mêmes interfaces de réseau qu'elle. Ces utilisations communes entre les applications créent une atmosphère d'interaction qui se traduit par le nombre de connexions simultanées établies par chaque application. Le choix de ce nombre doit être fait de manière à ce que chaque application maximise son gain tout en maintenant la stabilité des systèmes.

L'objectif de ce chapitre est donc d'établir un modèle complet et réaliste, qui prenne en considération l'interaction entre les applications et l'état du système. Après avoir montré l'existence et l'unicité de l'équilibre, et à base de ce modèle, nous montrerons l'efficacité de l'équilibre, l'impact de la coopération et de la non-coopération entre les applications et nous analyserons l'impact des paramètres du modèle sur l'état du système.

Les contributions de ce chapitre sont les suivantes :

- Nous élaborons une solution au problème d'allocation des ressources réseau.
- Nous modélisons le comportement égoïste des applications mobiles avec des connexions multiples à plusieurs interfaces de réseau disponibles simultanément. Nous formulons ce problème de concurrence entre les applications mobiles comme des jeux coopératif et non coopératif.

- Nous prouvons analytiquement l’existence de l’équilibre de Nash ainsi celui de Nash de négociation. nous avons implémenté des algorithmes pour calculer les points d’équilibre de Nash et d’équilibre de Nash de négociation.
- L’analyse numérique montre que la situation coopérative entre applications est beaucoup plus bénéfique en termes de performances de mobiles et le taux de transfert de données.

La suite de ce chapitre est la suivante : dans la section 5.2 nous présentons des travaux connexes et dans la section 5.3 nous développons notre modèle. Les sections 5.4 et 5.5 fournissent des théorèmes pour l’existence et l’unicité des équilibres dans le cas non coopératif et dans le cas coopératif, la section 5.6 présente une étude numérique pour valider nos revendications. Enfin, nous concluons que l’article est la section 5.7.

## 5.2 Travaux connexes

La gestion des ressources des appareils à interface multiple n’est pas évidente. Plusieurs travaux ont commencé ce problème, et les chercheurs qui s’occupent de la notion d’agrégation de la bande passante, cette dernière est une technique importante qui permet aux appareils d’utiliser plusieurs interfaces réseau pour améliorer le débit, ce qui peut être étudié à différentes couches du réseau, Application, transport, réseau et liaison [19] [20] [91] [92].

Diverses méthodes se concentrent sur la couche de transport. Dans [93], les auteurs utilisent un protocole Multi-TCP sur les appareils mobiles et fournissent une analyse du débit global du réseau. Dans [98], les auteurs étudient l’interaction entre des utilisateurs TCP intéressés qui peuvent ouvrir plusieurs connexions TCP simultanées pour maximiser leur débit en utilisant la théorie des jeux et le célèbre modèle TCP PFTK [99]. Dans [94], les auteurs étudient l’impact du téléchargement simultané sur l’équité et le comportement transitoire du système.

Les contributions les plus proches des nôtres sont [95] et [96]; [95] présente une méthode de transmission simultanée pour l’application mobiles dans des appareils multi-homing, basée sur l’utilisation de stratégies : stratégie de débit maximum, stratégie de délai minimum et stratégie de consommation minimum, les interfaces réseau peuvent alors être pleinement utilisées, ce qui conduit à un environnement réseau amélioré. Dans [96], les auteurs étudient un comportement égoïste des utilisateurs de TCP dans lequel les utilisateurs sont autorisés à ouvrir plusieurs connexions simultanées pour maximiser leur gain individuel, et ils ont modélisé les utilisateurs comme des joueurs dans un jeu non coopératif à somme nulle en concurrence pour la capacité d’un seul lien, appelé le jeu de connexion TCP.

## 5.3 Modélisation du problème

Nous définissons d’abord la transmission des applications mobiles comme un jeu d’interaction. La définition de la fonction d’utilité sera présentée dans la prochaine sous-

section.

### 5.3.1 Définition du problème

On considère un ensemble de mobiles  $\mathcal{J} = \{1, \dots, J\}$ , chaque mobile  $j$  possède une partie de l'ensemble d'applications  $\mathcal{K} = \{1, \dots, K\}$ , qui sont en interaction sur les services d'un ensemble d'interface de réseau  $i \forall i \in \mathcal{I} = \{1, \dots, I\}$ .

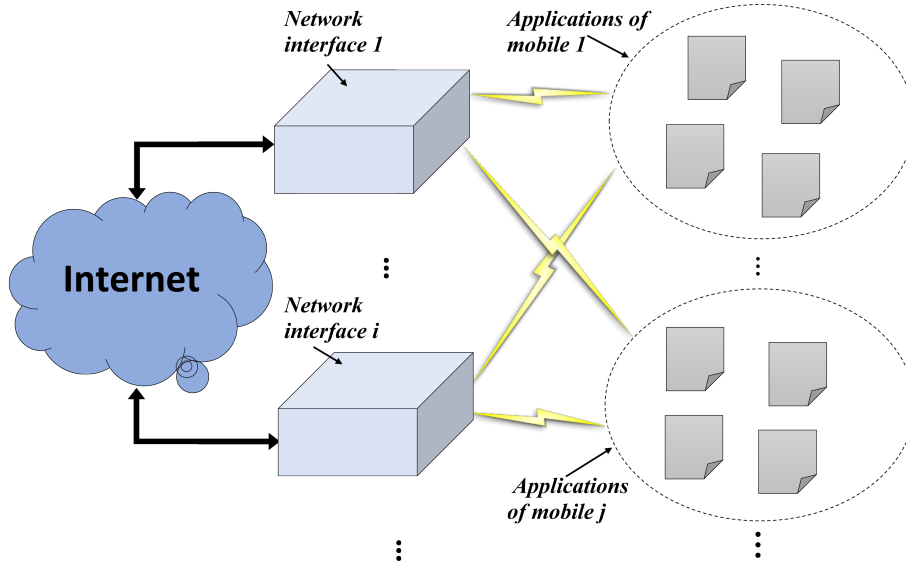


FIGURE 5.1 – Architecture du système dans un scénario de multihoming.

Les applications sont en interaction pour le taux de transfert de données des interfaces réseau disponibles. Les applications mobiles individuelles sont traitées comme des joueurs. Une stratégie  $n_k^i$  disponible pour une application mobile  $k$  est un nombre réalisable de connexions concurrentes qu'elle peut ouvrir simultanément à une interface réseau  $i$ . Si  $N_k$  désigne l'ensemble des stratégies réalisables du joueur  $k$ , alors  $\mathbf{n}_k \in N_k$ . Et l'espace de stratégie réalisable de ce jeu est  $\mathcal{N} = N_1 \times N_2 \dots \times N_K$ . Alors, une stratégie réalisable  $\mathbf{n}_k$  est un vecteur de dimension  $I$ ,  $\mathbf{n}_k = (n_k^1, n_k^2, \dots, n_k^I) \in N_k$ . L'objectif de chaque joueur est de maximiser son utilité  $U_k$  en ajustant  $\mathbf{n}_k \in \mathbf{n} = (\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \dots, \mathbf{n}_K)$ . Diverses fonctions d'utilité  $U_k$  sont définies dans les sections suivantes pour décrire les interactions entre les différents joueurs.

Nous définissons, pour une interface réseau spécifique, certains facteurs, tels que  $V_{max}^i$ , le taux de transfert de données maximum entre un client et un serveur, et  $V_a^i$ , le taux de transfert de données moyen pour une seule connexion, comme suit :  $N_{max}^i = V_{max}^i / V_a^i$ ,  $N_{max}^i$  est défini comme le nombre maximal de connexions de transmission de données simultanées, à condition que le taux de transfert de données atteigne  $V_{max}^i$  et que la vitesse moyenne d'une connexion unique atteigne  $V_a^i$ . Pour une interface réseau  $i$ ,  $T^i$  est le nombre de toutes les connexions ouvertes par tous les dispositifs connectés (c'est-à-dire les applications) tels que :

$$T^i = \sum_{k \in \mathcal{K}} n_k^i \quad (5.1)$$

Nous cherchons maintenant à voir les relations entre les différents facteurs du problème. Nous définissons la variable  $P_e^i$  pour représenter la proportion du temps de transmission des données sur le temps total, définie comme :

$$P_e^i = \frac{S^i/V_s^i}{p^i + S^i/V_s^i} \quad (5.2)$$

Du point de vue de l'analyse des probabilités,  $P_e^i$  est également une fonction de  $T^i$  et  $S^i$ , parce que  $V_s^i$  est une fonction de  $T^i$  et de  $S^i$ . D'après la formule ci-dessus, nous observons que lorsque  $S^i$  augmente,  $P_e^i$  augmente, et lorsque  $S^i$  s'approche de l'infini,  $P_e^i$  s'approche de 1. Avec  $V_s^i$ ,  $S^i$  et  $p^i$  représentant respectivement : une unité de vitesse de transfert de données, la taille des données de chaque requête et le délai de transmission. Ensuite, nous définissons une variable  $N_d^i$  comme le nombre de connexions de transmission de données à un moment donné et après remplacement de  $P_e^i$  par sa valeur, nous aurons.

$$N_d^i = T^i P_e^i = \frac{T^i S^i}{V_s^i p^i + S^i}$$

Nous distinguons deux taux de transfert de données,  $V_s^i$  défini comme le taux de transfert de données expérimenté et  $V_u^i$  défini comme le taux de transfert de données net (c'est-à-dire le taux de transfert de données sans tenir compte de la redondance ( $p^i = 0$ )), ces derniers sont définis par :

$$V_u^i = \frac{V_{\max}^i}{T^i} \quad , \quad V_s^i = \frac{V_{\max}^i}{N_d^i}$$

Lorsque le nombre de connexions de transmission de données est inférieur à  $N_{\max}^i$ , chaque connexion maintient un taux  $V_a^i$ , indiquant que l'interface réseau n'est pas encore totalement utilisée. D'autre part, lorsque le nombre de connexions de transmission de données dépasse  $N_{\max}^i$ , le taux d'une seule connexion  $V_s^i$  est limité par  $V_{\max}^i$ . Ensuite, nous simplifions et obtenons les formules de  $V_u^i$  et  $V_s^i$  ;

$$V_u^i = \begin{cases} V_a^i & , N_d^i < N_{\max}^i \\ \frac{V_a^i N_{\max}^i}{T^i} & , N_d^i \geq N_{\max}^i \end{cases} \quad (5.3)$$

$$V_s^i = \begin{cases} V_a^i & , N_d^i < N_{\max}^i \\ \frac{V_a^i * N_{\max}^i S^i}{T^i S^i - p^i V_a^i N_{\max}^i} & , N_d^i \geq N_{\max}^i \end{cases} \quad (5.4)$$

### 5.3.2 Modèle d'utilité

L'objet major de chaque application, dans un tel système de communication, est de maximiser sa fonction d'utilité. Cette fonction d'utilité est composée de deux termes, la transmission nette de données totale (gain :  $G_k(\mathbf{n})$ ) et le coût ( $C_k(\mathbf{n})$ ).

D'après ce qui précède, la transmission nette de données totale ( $G_k(\mathbf{n})$ ) d'une application  $k$ , est le produit du taux de transmission nette de données et le nombre de connexions établies par cette application à partir de toutes les interfaces du réseau ;

$$G_k(\mathbf{n}) = \sum_{i \in \mathcal{I}} n_k^i V_u^i$$

Il existe plusieurs types de fonctions de coût en fonction du problème traité, et la fonction de coût la plus utilisée pour des problèmes similaires est une fonction de coût quadratique : [100].

**Hypothèse 5.1** (Coût quadratique). *Nous supposons que le coût de maintenance des connexions (calcul)  $C_k(\mathbf{n})$  payé par une application  $k$  pour conserver toutes les connexions établies est quadratique, et il est donné par :*

$$C_k(\mathbf{n}) = \frac{1}{\alpha_j} \sum_{i \in \mathcal{I}} (n_k^i)^2 V_s^i \quad (5.5)$$

et nous appelons  $\alpha_j$  le coefficient de puissance de calcul, ce paramètre donne une idée des ressources (puissance du processeur, mémoire, etc ...) d'un mobile.

**Remarque 5.1.** *Intuitivement, la puissance de calcul souhaitée par une application est proportionnelle au nombre de connexions établies par cette application, c'est-à-dire que lorsque le nombre de connexions établies est important, l'application consomme beaucoup de puissance de calcul (plus de puissance).*

Selon la remarque 5.1, le coût de maintenance des connexions augmente avec chaque connexion établie après un certain niveau, et avec des ressources disponibles limitées, ce coût devient énorme. Nous pouvons donc considérer une fonction d'utilité plus complète, incluant ce coût de limitation des ressources. La fonction d'utilité finale est alors donnée comme suit :

$$\begin{aligned} U_k(\mathbf{n}) &= G_k(\mathbf{n}) - C_k(\mathbf{n}) \\ &= \sum_{i \in \mathcal{I}} \left( n_k^i V_u^i - \frac{(n_k^i)^2 V_s^i}{\alpha_j} \right) \\ &= \begin{cases} \sum_{i \in \mathcal{I}} \left( 1 - \frac{n_k^i}{\alpha_j} \right) n_k^i V_a^i & , N_d^i < N_{\max}^i \\ \sum_{i \in \mathcal{I}} n_k^i \left( \frac{V_a^i N_{\max}^i}{T^i} - \frac{n_k^i V_a^i N_{\max}^i S^i}{\alpha_j (T^i S^i - p^i V_a^i N_{\max}^i)} \right) & , N_d^i \geq N_{\max}^i \end{cases} \end{aligned} \quad (5.6)$$

### 5.3.3 Analyse des jeux

Dans la suite de ce chapitre, nous allons analyser les jeux qui se produisent à la fois dans la compétition et la coopération. Les joueurs sont les applications qui doivent définir leurs stratégies (nombre de connexions simultanées  $\mathbf{n}_k$ ) pour chaque interface réseau  $i$ . Le concept de coopération est considéré en supposant qu'un ensemble d'applications cherche à négocier entre elles pour choisir des stratégies optimales. Cette négociation se fait en maximisant le gain total de toutes les applications. D'autre part, le cas de non-coopération (concurrence) est considéré en supposant que toutes les applications cherchent simplement à maximiser leurs fonctions d'utilité.

**Définition de l'équilibre de Nash (non-coopération) du jeu du nombre de connexions simultanées :**



Nous considérons un jeu de forme stratégique de N-joueurs

$$\Gamma = \{\mathcal{K}, N_1, \dots, N_K, U_1, \dots, U_K\}, \quad (5.7)$$

où  $N_k$  est l'ensemble de stratégies de nombre connexion simultanées du joueur  $k$  et  $U_k$  sa fonction d'utilité.

**Définition 5.1. Équilibre de Nash** spécifie une stratégie  $\mathbf{n}_k^* \in N_k$  pour chaque joueur  $k$  (avec  $k = 1, \dots, K$ ) de telle sorte que :

$$U_k(\mathbf{n}^*) = \max_{n_k^i \in N_i} U_k(\mathbf{n}_1^*, \dots, \mathbf{n}_{k-1}^*, \mathbf{n}_k, \mathbf{n}_{k+1}^*, \dots, \mathbf{n}_K^*), \quad (5.8)$$

**Définition de la solution de négociation de Nash du jeu du nombre de connexions simultanées :**

Nous considérons le même jeu  $\Gamma$ .

**Définition 5.2. Solution de négociation de Nash** spécifie un ensemble de stratégies  $\mathbf{n}^{opt} \in N_k$  pour chaque joueur de telle sorte que :

$$U_j(\mathbf{n}^{opt}) = \max_{n^i} \prod_{k \in \mathcal{K}} (U_k(\mathbf{n}) - d_k), \quad (5.9)$$

où  $U_j$  est le produit des utilités,  $U_k$  est la fonction d'utilité du joueur  $k$  et  $d_k$  son utilité au moment de la menace.

### 5.3.4 Apprentissage de l'équilibre de Nash(cas de non-coopération)

Dans de nombreux documents, la principale préoccupation était la recherche des situations d'équilibre (à savoir Nash) [65] [64] [97] [17]. Ces derniers temps, les chercheurs s'interrogent sur la nécessité de faire converger un algorithme d'apprentissage vers l'équilibre de Nash, et cela pour plusieurs raisons. Tout d'abord, il peut y avoir des équilibres multiples dans un jeu, et il ne peut y avoir aucune méthode pour coordonner le choix de l'agent.

Les algorithmes d'apprentissage ressemblent au comportement des concurrents dans de nombreux jeux naturels, et donc les résultats, sur les propriétés de convergence ou de non-convergence de cette dynamique peuvent éclairer notre compréhension de l'applicabilité des équilibres de Nash comme concept de solution plausible dans certains contextes. Dans la réalité, lorsque chaque application mobile tente de maximiser ses revenus, il est plus naturel d'accepter l'équilibre de Nash comme concept de solution optimale. Dans l'équilibre de Nash, la stratégie de chaque application mobile est la meilleure réponse aux stratégies des autres applications. Ainsi, aucune application ne peut tirer profit d'une déviation unilatérale.

**Algorithm 4** Algorithme de meilleure réponse

---

Initialisation du vecteur du nombre de connexions simultanées ;  
 Pour chaque application mobile  $k \in \mathcal{K}$  à l'itération  $t$  :  
 –  $\mathbf{n}_k^{t+1} = \operatorname{argmax}_{\mathbf{n}_k \in N_k} (U_k(\mathbf{n}^t))$

---

## 5.4 Applications non coopératives

Nous considérons un jeu non coopératif de la forme stratégique des  $K$ -applications

$$\Gamma_1 = \{\mathcal{K}, N_1, \dots, N_k, \dots, N_K, U_1, \dots, U_k, \dots, U_K\}, \quad (5.10)$$

où  $N_k$  est l'ensemble des stratégies de connexion de l'application  $k$  et  $U_k$  sa fonction d'utilité.

La question est de savoir, dans le cadre d'hypothèses générales, quand nous pouvons garantir l'existence et l'unicité de l'équilibre dû aux applications. Nous considérons que le nombre de connexions simultanées est le seul paramètre de décision du jeu (5.10). Ainsi, sous l'hypothèse 5.1 et selon la remarque 5.1, nous avons le résultat général suivant sur l'unicité du nombre de connexions simultanées basé sur l'équilibre de Nash pour toutes les  $K$  applications.

**Théorème 5.1. (*Existence et unicité*)** *Considérons le jeu du nombre de connexions simultanées (5.10), sous l'hypothèse 5.1 et selon la remarque 5.1, il n'y a qu'un seul nombre de connexions simultanées basé sur l'équilibre de Nash  $\mathbf{n}^*$  du jeu des applications.*

Les preuves sont données par l'annexe J.(preuves 11 et 12)

## 5.5 Applications coopératives

Dans la section précédente, pour exploiter au maximum les interfaces de réseau et obtenir des gains plus importants, nous avons discuté des stratégies à l'équilibre du nombre de connexions simultanées lorsqu'il y a une concurrence entre les applications. L'objectif de cette section est d'étudier comment ces nombres peuvent être définis, si certaines applications (par exemple les applications d'un mobile  $j$ ) peuvent éventuellement coopérer entre elles, et nous analysons les comportements des applications lorsqu'elles coopèrent et optimisent les utilités pondérées de toutes les applications.

**Remarque 5.2.** *Selon la nature du problème, la seule coopération possible dans ce cas, est celle des applications du même appareil mobile.*

Nous considérons un jeu coopératif de la forme stratégique de  $K$ -applications

$$\Gamma_2 = \{\mathcal{K}, N_1, \dots, N_k, \dots, N_K, U_j\}, \quad (5.11)$$

où  $N_k$  est l'ensemble des stratégies de connexion de l'application  $k$  et  $U_j$  sa fonction d'utilité. Les applications choisissent indépendamment un ensemble de nombre de connexions simultanées acceptable. Étant donné que cette négociation peut aboutir à plusieurs équilibres, le plus susceptible d'être joué est celui qui maximise le produit des utilités moins l'utilité à la menace [101]. En d'autres termes, le nombre de connexions simultanées à l'équilibre est maximisé.

$$\max_{n_k^i} U_j = \max \prod_{k \in \mathcal{K}} \delta_k^j (U_k(\mathbf{n}) - d_k) \quad (5.12)$$

où  $\delta_k^j = \begin{cases} 1 & , \text{ L'application } k \text{ dans l'appareil } j \\ 0 & , \text{ L'application } k \text{ sur un appareil différent de } j \end{cases}$

Nous considérons que le nombre de connexions simultanées est le seul paramètre du jeu (5.11).

Ainsi, sous l'hypothèse 5.1 et selon la remarque 5.1, nous avons le résultat général suivant sur l'unicité du nombre de connexions simultanées basé sur la solution de négociation de Nash pour toutes les applications coopérées.

**Théorème 5.2. (Unicité)** *Considérons le jeu du nombre de connexions concurrentes (5.11), sous l'hypothèse 5.1 et selon les remarques 5.1 et 5.2, il n'existe qu'un seul nombre de connexions concurrentes basé sur la solution de négociation de Nash  $\mathbf{n}^{opt}$  du jeu des applications coopératives.*

La preuve est donnée par l'annexe K.

## 5.6 Résultats numériques

Nous allons maintenant examiner comment exploiter les résultats de nos analyses. Nous proposons d'étudier numériquement les deux cas d'interactions entre les applications. En tenant compte des expressions précédentes des utilités des applications. Pour illustrer notre analyse, nous considérons 2 scénarios, pour chacun d'entre eux, les applications cherchent à maximiser leurs gains respectifs. En particulier, nous discutons de l'influence de l'augmentation du nombre d'applications en interaction et du taux de transfert de données maximum  $V_{max}^i$ , dans les cas de coopération et de non coopération.

**Scénario 1.** *Le tableau 5.1 représente les valeurs des paramètres utilisées dans cette étude numérique pour ce scénario.*

Nombre d'applications	$\alpha_j$	$V_{max}^i$	$V_a^i$	$N_{max}^i$	$S^i$	$p^i$
de 1 à 45	100	1000000	100000	10	10000000	150

TABLE 5.1 – Paramètres du système utilisés pour le scénario 1.

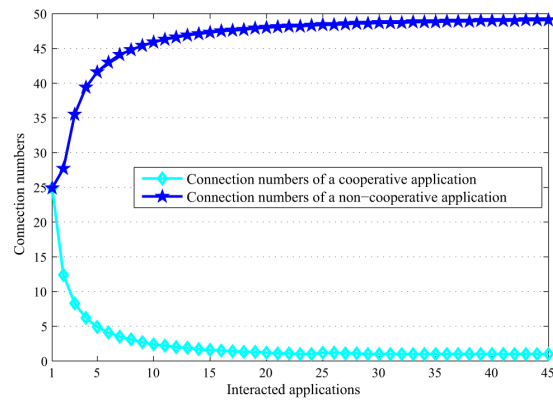


FIGURE 5.2 – Scénario 1 : Impact du nombre d’application sur le nombre de connexions simultanées.

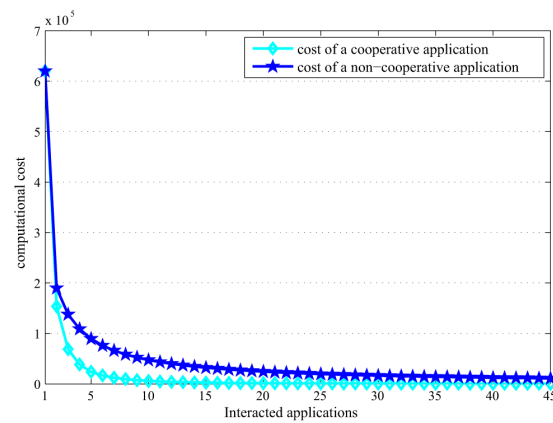


FIGURE 5.3 – Scénario 1 : Impact du nombre d’application sur le coût de calcul.

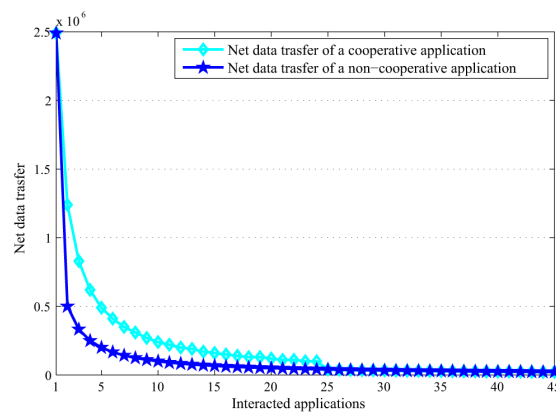


FIGURE 5.4 – Scénario 1 : Impact du nombre d’application sur le taux de transfert net de données.

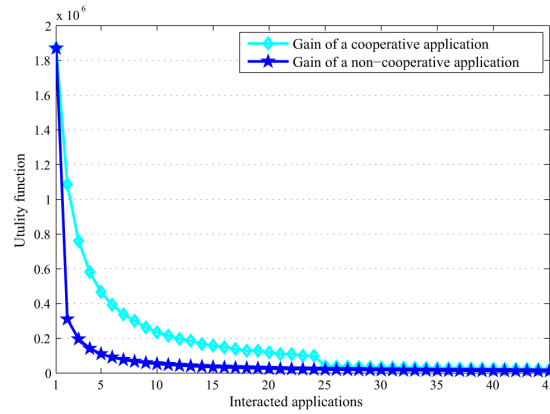


FIGURE 5.5 – Scénario 1 : Impact du nombre d'application sur le gain des applications.

**Scénario 2.** Le tableau 5.2 représente les valeurs des paramètres utilisées dans cette étude numérique pour ce scénario.

Nombre d'applications	$\alpha_j$	$V_{max}^i$	$V_a^i$	$N_{max}^i$	$S^i$	$P^i$
5	160	[0, 80000000]	1000000	10	50000000	120

TABLE 5.2 – Paramètres du système utilisés pour le scénario 2.

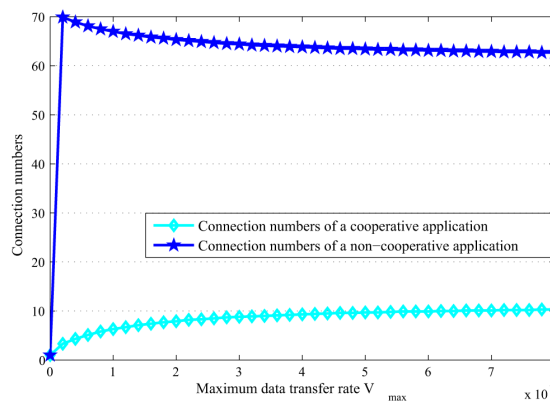


FIGURE 5.6 – Scénario 2 : Impact du taux maximum de transfert de données sur le nombre de connexions simultanées.

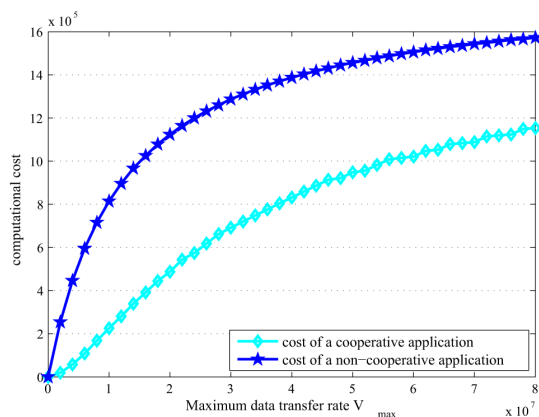


FIGURE 5.7 – Scénario 2 : Impact du taux maximum de transfert de données sur le coût de calcul.

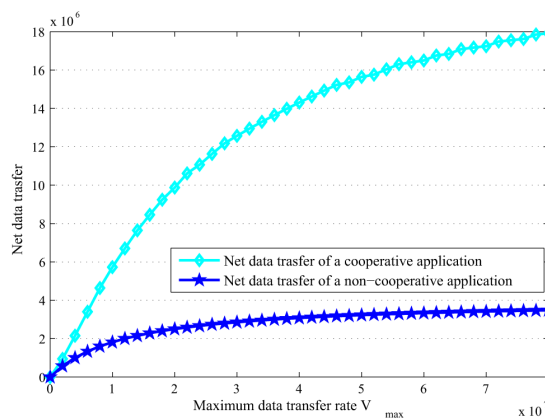


FIGURE 5.8 – Scénario 2 : Impact du taux maximum de transfert de données sur le taux net de transfert de données.

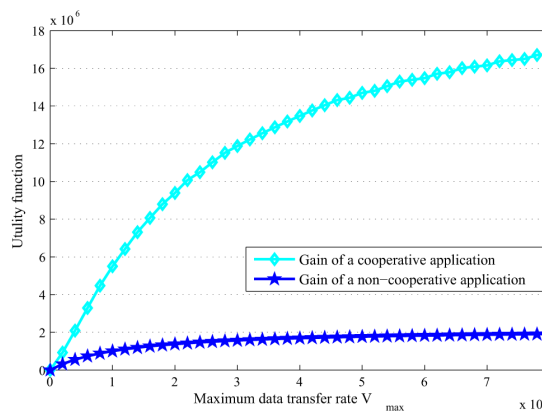


FIGURE 5.9 – Scénario 2 : Impact du taux maximum de transfert de données sur le gain des applications.

### 5.6.1 Équilibre de Nash VS. Solution de négociation de Nash

Pour augmenter leurs gains, les applications coopératives négocient entre elles pour choisir les stratégies optimales. Cette négociation se fait en maximisant le gain total de toutes les applications. Les scénarios 1 et 2 montrent, respectivement, la variation des stratégies adoptées, le coût de calcul, le taux de transfert net des données et bien sûr le gain obtenu, en faisant varier le nombre d'applications en interaction et le taux maximal de transfert de données  $V_{max}^i$ .

Pour le scénario 1, on note que les stratégies à l'équilibre de Nash et celles de la solution de négociation de Nash se comportent différemment. Pour une application, le nombre de connexions simultanées dans le cas coopératif (resp. non coopératif) diminue (resp. augmente) lorsque le nombre d'applications en interaction augmente également. Les deux solutions permettent d'utiliser au maximum la capacité des interfaces réseau (Fig. 5.4). Une particularité est que les stratégies de la solution de négociation Nash sont moins importantes que les stratégies à l'équilibre de Nash (Fig. 5.2), ce qui permet aux applications de minimiser le coût de calcul (Fig. 5.3), ce qui explique le gain élevé des applications coopérées (Fig. 5.5).

Pour le scénario 2, il est clair que les stratégies à l'équilibre de Nash sont plus importantes que celles de la solution de négociation de Nash, pour une application, lorsque le nombre d'applications en interaction augmente, les stratégies à l'équilibre de Nash diminuent et les stratégies de solution de négociation de Nash augmentent (Fig. 5.6), mais ce résultat permet aux applications coopératives de maximiser le taux net de transfert de données (Fig. 5.8) et de minimiser le coût de calcul (Fig. 5.7), ce qui explique le gain élevé des applications coopératives (Fig. 5.9).

### 5.6.2 La coopération minimise la consommation d'énergie

Les figures 5.3 et 5.7 représentent le coût de calcul en cas de coopération et de non-coopération. En raison de l'absence d'égoïsme, les applications en coopération choisissent des stratégies faibles (Fig. 5.2 et 5.6), ce fait induit une période de minimisation de la consommation d'énergie, car le coût de calcul (considéré comme le ressource nécessaire au niveau de la puissance du processeur, de la mémoire, etc...) peut être interprété comme une énergie consommée pour maintenir toutes les connexions établies. Ensuite, la non-coopération, considérée comme une situation réelle, peut être améliorée par la coopération entre les applications. Le cas de la coopération est une situation avantageuse qui permet de minimiser la consommation d'énergie et d'améliorer les performances des mobiles.

### 5.6.3 Efficacité des solutions

Nous obtenons les résultats des figures 5.10 et 5.11, d'une part, nous observons que les applications deviennent très égoïstes lorsque les valeurs de taux de transfert de données maximum (resp. le nombre d'applications en interaction) deviennent de plus en plus énormes, d'autre part, pour toute valeur de taux de transfert de données maximum (resp.

le nombre d'applications en interaction), le prix de l'anarchie du cas coopératif est plus élevé que celui du cas concurrentiel. En d'autres termes, l'efficacité de la solution de négociation de Nash est meilleure que celle de l'équilibre de Nash, ce qui explique les résultats obtenus précédemment.

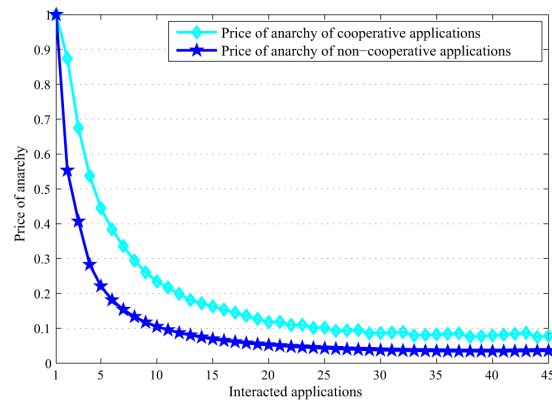


FIGURE 5.10 – Scénario 1 : Impact du nombre d'application sur le prix de l'anarchie.

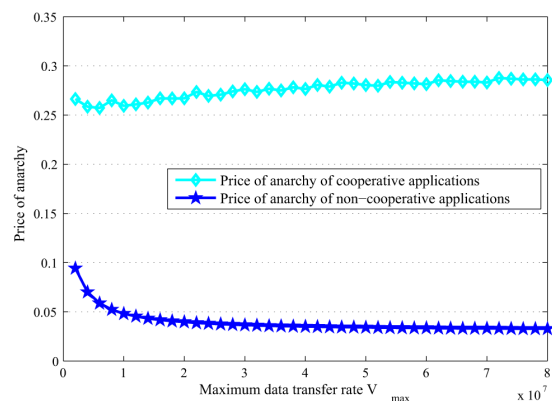


FIGURE 5.11 – Scénario 2 : Impact du taux maximum de transfert de données sur le prix de l'anarchie.

## 5.7 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre un jeu d'agrégation de la bande passante, un jeu de transmission simultanée et interactive pour les applications dans les appareils multi-homing. Chaque application tente de maximiser son gain en ajustant sa stratégie (resp. le nombre de connexions simultanées établies). En outre, tant coopératif (les applications négocient entre elles) que non coopératif (les applications ne s'intéressent qu'à la maximisation de leurs gains), sur la base de la condition de supermodularité de Rosen, nous avons prouvé l'existence et l'unicité d'un équilibre de Nash pour le cas non coopératif. Nous avons montré numériquement que la coopération est bénéfique pour les mobiles, car elle implique des gains plus élevés avec un faible coût de calcul (faible consommation de l'énergie)..



# Conclusion Générale et Perspectives

---

Dans cette thèse, nous avons modélisé et analysé des nouveaux problèmes des réseaux de communication en utilisant l'outil mathématique nommé "la théorie des jeux". Tout d'abord, nous avons analysé l'impact de la sponsorisation du contenu sur les fournisseurs de services internet et les fournisseurs de contenu. Nous avons établi un modèle du jeu de duopole concernant la concurrence des prix et du nombre des éléments mis en cache dans un marché ouvert. Après, nous avons analysé l'impact tecnico-economique de la contribution des fournisseurs de services internet dans l'architecture ICN. Ensuite, nous avons modélisé et analysé l'impact des interactions entre les utilisateurs mobiles en fonction de deux facteurs conflictuels. Enfin, nous avons élaboré une solution au problème d'allocation des ressources du réseau sous le comportement égoïste des applications mobiles avec de multiples connexions à plusieurs interfaces réseau disponibles simultanément.

Nous avons commencé ce rapport par une introduction aux méthodologies fréquemment étudiées pour modéliser et analyser les interactions entre les acteurs des réseaux de communication. Ensuite, nous avons présenté un état de l'art des travaux réalisés à propos de l'application de la théorie des jeux dans les réseaux de communication. Nous avons également décrit le cadre général de notre thèse, nos motivations et nos contributions. À cet effet, nous avons présenté, les bases et les principes fondamentaux de la théorie des jeux utilisés dans cette thèse pour modéliser et analyser les politiques des différents acteurs dans les réseaux de communication.

Ensuite, nous avons formulé un modèle à base de la théorie des jeux pour décrire l'impact de la sponsorisation des contenus sur les politiques des ISPs et des CPs. Par la suite, nous avons reformulé les utilités des ISPs dans un intervalle de temps en l'attachant à un facteur d'actualisation. Puis, avons démontré analytiquement l'unicité de l'équilibre de Nash pour ces jeux. Les résultats numériques montrent que la sponsorisation du contenu dégrade les performances des CPs et améliore les performances des ISPs.

Dans la suite, nous avons élaboré un modèle de jeu du duopole concernant la concurrence des prix et des qualités de service dans l'architecture ICN. Nous avons supposé que les ISPs ont une rationalité limitée. Ensuite, nous avons analysé la dynamique du modèle de jeu de duopole avec la rationalité limitée. Les simulations numériques montrent que l'équilibre de Nash est stable pour des faibles valeurs de la vitesse d'actualisation, du cout de la mise en cache et du cout de la bande passante. Or, lorsque les valeurs de la vitesse d'actualisation du cout de la mise en cache et du cout de la bande passante augmentent, l'équilibre de Nash perd sa stabilité et des comportements dynamiques complexes se produisent. Puis, nous avons trouvé que lorsque le chaos est apparu, le marché devient irrégulier et fluctuant. Finalement, nous avons utilisé une méthode du contrôle de chaos pour ramener le système à un état stable.

De plus, nous avons étudié les relations techniques et économiques entre les utilisateurs mobiles, pour cela nous avons proposé une solution au problème de l'allocation des res-

sources du réseau sous le comportement égoïste des appareils mobile avec des connexions multiples à plusieurs interfaces de réseau disponibles simultanément, pour résoudre le conflit d'intérêt dans les réseaux. Nous avons analysé par la suite l'impact des interactions entre les utilisateurs en fonction de deux facteurs conflictuels, afin de pouvoir conclure que l'approche proposée permet aux appareils mobiles de bénéficier du coût et du taux de transfert de données.

En Suite, nous avons consacré le reste du manuscrit pour élaborer une solution au problème d'allocation des ressources de réseau sous le comportement égoïste des applications mobiles avec de multiples connexions à plusieurs interfaces réseau disponibles simultanément. Afin d'y arriver, nous avons utilisé la théorie des jeux coopératifs et non coopératifs. Ainsi, nous avons montré l'existence de l'équilibre de Nash mais aussi de celui de Nash de négociation. Puis, nous avons implémenté des algorithmes pour calculer les points d'équilibre de Nash et celui de négociation. Enfin, l'analyse numérique effectuée à base des simples scénarios montrent clairement que la situation coopérative entre les applications est beaucoup plus bénéfique en termes de performances de mobiles et de taux de transfert de données.

Actuellement, nous étudions le problème de contrôle de puissance et de taux d'émission des messages de sécurité de base, la gestion des interférences et d'énergies dans les Réseaux VANETs. Nous utilisons des techniques puissantes telles que l'apprentissage par renforcement et l'apprentissage automatique afin de résoudre ces nouveaux problèmes présentés; dans le but d'effectuer l'étude de leurs implications dans les problèmes de la mise en œuvre réelle.

Dans le cadre de travaux futurs, nous prévoyons d'ajouter la popularité du contenu à notre analyse du jeu de duopole et de développer des algorithmes distribués pour mettre en œuvre les stratégies de la mise en cache, la qualité de service et de tarification dans le marché ICN avec des ISPs et des CPs. Il est également intéressant de considérer des schémas de tarification plus généraux, autres que ceux basés sur l'utilisation considérés dans nos travaux.

En outre, avec le plan de contenu sponsorisé sur l'Internet, les fournisseurs de contenu ont la possibilité de payer aux ISPs les frais d'accès aux réseaux au nom des utilisateurs, pour réduire le coût d'accès à certains contenus. Il est important alors d'analyser l'impact de la coopération et de la sponsorship des contenus sur les politiques des ISPs et des CPs.

# Bibliographie

---

- [1] B. Ahlgren, C. Dannewitz, C. Imbrenda, D. Kutscher, and B. Ohlman, “A survey of information-centric networking,” *IEEE Communications Magazine*, vol. 50, no. 7, pp. 26–36, 2012. Publisher : IEEE. [2](#)
- [2] V. Jacobson, D. K. Smetters, J. D. Thornton, M. F. Plass, N. H. Briggs, and R. L. Braynard, “Networking named content,” in *Proceedings of the 5th international conference on Emerging networking experiments and technologies*, pp. 1–12, 2009. [2](#), [43](#)
- [3] T. Koponen, M. Chawla, B.-G. Chun, A. Ermolinskiy, K. H. Kim, S. Shenker, and I. Stoica, “A data-oriented (and beyond) network architecture,” in *Proceedings of the 2007 conference on Applications, technologies, architectures, and protocols for computer communications*, pp. 181–192, 2007. [2](#)
- [4] P. Jokela, A. Zahemszky, C. Esteve Rothenberg, S. Arianfar, and P. Nikander, “LIP-SIN : Line speed publish/subscribe inter-networking,” *ACM SIGCOMM Computer Communication Review*, vol. 39, no. 4, pp. 195–206, 2009. Publisher : ACM New York, NY, USA. [2](#)
- [5] B. Ahlgren, M. D’Ambrosio, M. Marchisio, I. Marsh, C. Dannewitz, B. Ohlman, K. Pentikousis, O. Strandberg, R. Rembarz, and V. Vercellone, “Design considerations for a network of information,” in *Proceedings of the 2008 ACM CoNEXT Conference*, pp. 1–6, 2008. [2](#)
- [6] D. Han, A. Anand, F. Dogar, B. Li, H. Lim, M. Machado, A. Mukundan, W. Wu, A. Akella, and D. G. Andersen, “ $\xi$  : Efficient Support for Evolvable Inter-networking,” in *9th USENIX Symposium on Networked Systems Design and Implementation (NSDI’12)*, pp. 309–322, 2012. [2](#)
- [7] H. Garmani, M. Baslam, and M. Jourhmane, “Analysis of Competition between CPs Fronting Advertisers,” *International Journal of Advanced Science and Technology*, vol. 117, pp. 53–66, Aug. 2018. [3](#), [26](#)

- [8] M. Outanoute, H. Garmani, M. Baslam, R. E. Ayachi, and B. Bouikhalene, “A Non-Cooperative Game Analysis of Competition between Content Providers in the Internet Market,” *International Journal of Business Data Communications and Networking (IJBDCN)*, vol. 15, pp. 88–104, Jan. 2019. [3](#), [26](#), [45](#)
- [9] D. Papies, F. Eggers, and N. Wlömert, “Music for free? How free ad-funded downloads affect consumer choice,” *Journal of the Academy of Marketing Science*, vol. 39, no. 5, pp. 777–794, 2011. Publisher : Springer. [3](#)
- [10] S. Handouf and E. Sabir, “Strategic Availability and Cost-Effective UAV-Based Flying Access Networks : S-Modular Game Analysis,” *Mobile Information Systems*, vol. 2019, pp. 1–11, Jan. 2019. [3](#)
- [11] M. Baslam, L. Echabbi, R. El-Azouzi, and E. Sabir, “Joint Price and QoS Market Share Game with Adversarial Service Providers and Migrating Customers,” in *Game Theory for Networks : 2nd International ICST Conference, GAMENETS 2011, Shanghai, China, April 16-18, 2011, Revised Selected Papers* (R. Jain and R. Kannan, eds.), pp. 642–657, Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2012. [3](#)
- [12] D. Ait Omar, H. Garmani, M. El Amrani, M. Baslam, and M. Fakir, “A Customer Confusion Environment in Telecommunication Networks : Analysis and Policy Impact,” *International Journal of Cooperative Information Systems*, vol. 28, p. 1930002, June 2019. [3](#), [26](#), [42](#), [45](#)
- [13] S. Shakkottai and R. Srikant, “Economics of network pricing with multiple ISPs,” *IEEE/ACM Transactions On Networking*, vol. 14, no. 6, pp. 1233–1245, 2006. Publisher : IEEE. [3](#)
- [14] A. A. Lazar, A. Orda, and D. E. Pendarakis, “Virtual path bandwidth allocation in multiuser networks,” *IEEE/ACM transactions on networking*, vol. 5, no. 6, pp. 861–871, 1997. Publisher : IEEE. [3](#)
- [15] M. Chiang, P. Hande, T. Lan, and C. W. Tan, “Power control in wireless cellular networks,” *Foundations and Trends® in Networking*, vol. 2, no. 4, pp. 381–533, 2008. Publisher : Now Publishers Inc. [3](#)
- [16] T. Roughgarden, *Selfish routing and the price of anarchy*, vol. 174. MIT press Cambridge, 2005. [3](#)

- [17] H. Garmani, M. Baslam, and M. Jourhmane, “Caching Games between ISP in Information Centric Network,” *International Journal of Control and Automation*, vol. 11, pp. 125–142, Apr. 2018. [3](#), [63](#), [74](#)
- [18] S. Roy, C. Ellis, S. Shiva, D. Dasgupta, V. Shandilya, and Q. Wu, “A survey of game theory as applied to network security,” in *2010 43rd Hawaii International Conference on System Sciences*, pp. 1–10, IEEE, 2010. [3](#)
- [19] A. L. Ramaboli, O. E. Falowo, and A. H. Chan, “Bandwidth aggregation in heterogeneous wireless networks : A survey of current approaches and issues,” *Journal of Network and Computer Applications*, vol. 35, pp. 1674–1690, Nov. 2012. [4](#), [59](#), [70](#)
- [20] K. Chebrolu, B. Raman, and R. R. Rao, “A Network Layer Approach to Enable TCP over Multiple Interfaces,” *Wireless Networks*, vol. 11, pp. 637–650, Sept. 2005. [4](#), [59](#), [70](#)
- [21] “Bandwidth aggregation for real-time applications in heterogeneous wireless networks | IEEE Journals & Magazine | IEEE Xplore.” [4](#)
- [22] I. A. Valdovinos and J. A. P. Díaz, “TCP Extension to Send Traffic Simultaneously through Multiple Heterogeneous Network Interfaces,” in *2009 Mexican International Conference on Computer Science*, pp. 89–94, Sept. 2009. [4](#)
- [23] H. Moulin, *Théorie des jeux pour l'économie et la politique*. Hermann, 1981. [9](#)
- [24] R. Gibbons, *A primer in game theory*. Harvester Wheatsheaf, 1992. [10](#), [14](#), [46](#)
- [25] J. C. Harsanyi, “Games with incomplete information played by “Bayesian” players, I–III Part I. The basic model,” *Management science*, vol. 14, no. 3, pp. 159–182, 1967. Publisher : INFORMS. [13](#)
- [26] D. Fudenberg and Tirole, J., *Game Theory*. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1991. [15](#)
- [27] L. S. Shapley, “Stochastic games,” *Proceedings of the national academy of sciences*, vol. 39, no. 10, pp. 1095–1100, 1953. Publisher : National Acad Sciences. [15](#)
- [28] A. R. Schotter and F. Gardes, *Microéconomie : une approche contemporaine*. Vuibert, 1996. [15](#)
- [29] R. J. Aumann, “The core of a cooperative game without side payments,” *Transactions of the American Mathematical Society*, vol. 98, no. 3, pp. 539–552, 1961. Publisher : JSTOR. [18](#)

- [30] R. P. Gilles, *The cooperative game theory of networks and hierarchies*, vol. 44. Springer Science & Business Media, 2010. 18
- [31] S. Krasa, A. Temimi, and N. C. Yannellis, “Coalition structure values in differential information economies : Is unity a strength?,” in *Differential Information Economies*, pp. 553–565, Springer, 2005. 19
- [32] S. Sen, C. Joe-Wong, S. Ha, and M. Chiang, “A survey of smart data pricing : Past proposals, current plans, and future trends,” vol. 46, no. 2, pp. 1–37. Publisher : ACM New York, NY, USA. 23
- [33] H. Pang, L. Gao, and L. Sun, “Joint optimization of data sponsoring and edge caching for mobile video delivery,” in *2016 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)*, pp. 1–7, IEEE. 23
- [34] Z. Xiong, S. Feng, D. Niyato, P. Wang, and Y. Zhang, “Competition and cooperation analysis for data sponsored market : A network effects model,” in *2018 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)*, pp. 1–6, IEEE. 23, 24
- [35] “Developing telecoms : Data monetisation strategies will help telcos capture emerging markets.” 23
- [36] Z. Xiong, J. Zhao, D. Niyato, P. Wang, and Y. Zhang, “Design of contract-based sponsorship scheme in stackelberg game for sponsored content market,” in *2019 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)*, pp. 1–6, IEEE. 23
- [37] Y. Zhao, H. Su, L. Zhang, D. Wang, and K. Xu, “Variety matters : a new model for the wireless data market under sponsored data plans,” in *Proceedings of the International Symposium on Quality of Service*, pp. 1–10, ACM. 23
- [38] S. Kim, “Novel data sponsoring control scheme based on the dual-leader stackelberg game model,” vol. 2019, pp. 1–10. 23
- [39] Z. Xiong, S. Feng, D. Niyato, P. Wang, A. Leshem, and Y. Zhang, “Game theoretic analysis for joint sponsored and edge caching content service market,” in *2018 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)*, pp. 1–7, IEEE. 23
- [40] Z. Xiong, S. Feng, D. Niyato, P. Wang, A. Leshem, and Z. Han, “Joint sponsored and edge caching content service market : A game-theoretic approach,” vol. 18, no. 2, pp. 1166–1181. 23

- [41] A. Satybaldy and C. Joo, “Content sponsoring with inter-ISP transit cost,” in *Game Theory for Networking Applications* (J. B. Song, H. Li, and M. Coupechoux, eds.), pp. 57–68, Springer International Publishing. [24](#)
- [42] C. Joe-Wong, S. Sen, and S. Ha, “Sponsoring mobile data : Analyzing the impact on internet stakeholders,” vol. 26, no. 3, pp. 1179–1192. [24](#)
- [43] Z. Xiong, S. Feng, D. Niyato, P. Wang, and Y. Zhang, “Economic analysis of network effects on sponsored content : a hierarchical game theoretic approach,” in *GLOBECOM 2017-2017 IEEE Global Communications Conference*, pp. 1–6, IEEE. [24](#)
- [44] R. T. Ma, “Subsidization competition : Vitalizing the neutral internet,” in *Proceedings of the 10th ACM International on Conference on emerging Networking Experiments and Technologies*, pp. 283–294. [24](#)
- [45] L. Zhang, W. Wu, and D. Wang, “TDS : Time-dependent sponsored data plan for wireless data traffic market,” in *IEEE INFOCOM 2016-The 35th Annual IEEE International Conference on Computer Communications*, pp. 1–9, IEEE. [24](#)
- [46] D. A. Omar, H. Garmani, M. El Amrani, M. Baslam, and M. Fakir, “Analysis of bargaining game policy in the internet content distribution chain :,” vol. 10, no. 3, pp. 47–73. [25](#)
- [47] H. Garmani, M. El Amrani, M. Baslam, R. El Ayachi, and M. Jourhmane, “A stackelberg game-based approach for interactions among internet service providers and content providers,” vol. 20, no. 2, pp. 101–128. [25](#), [26](#), [45](#)
- [48] H. Garmani, D. Ait Omar, M. El Amrani, M. Baslam, and M. Jourhmane, “Towards a predictive analysis of UAV-based flying base station decisions :,” vol. 16, no. 2, pp. 20–52. [26](#), [45](#)
- [49] H. Garmani, D. Ait Omar, M. El Amrani, M. Baslam, and M. Jourhmane, “Analysis of a dynamics duopoly game with two content providers,” vol. 131, p. 109466. [26](#)
- [50] H. Garmani, D. A. Omar, M. El Amrani, M. Baslam, and M. Jourhmane, “A dynamic duopoly game with content providers’ bounded rationality,” vol. 30, no. 7, p. 2050095. [26](#)
- [51] H. Garmani, D. Ait Omar, M. Baslam, and M. El Kamili, “UAV-based ubiquitous network access : A game theoretic analysis,” in *2019 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)*, pp. 1–6, IEEE. [27](#), [45](#)

- [52] H. Garmani, M. Outanoute, M. Baslam, and M. Jourhmane, “New competition-based approach for caching popular content in ICN,” in *Networked Systems* (A. Podelski and F. Taïani, eds.), vol. 11028, pp. 286–300, Springer International Publishing. [27](#)
- [53] Y. Peng, Q. Lu, and Y. Xiao, “A dynamic stackelberg duopoly model with different strategies,” vol. 85, pp. 128–134. [42](#)
- [54] “Chaotic dynamics in a three-dimensional map with separate third iterate : The case of cournot duopoly with delayed expectations - ScienceDirect.” [42](#)
- [55] X. Yang, Y. Peng, Y. Xiao, and X. Wu, “Nonlinear dynamics of a duopoly stackelberg game with marginal costs,” vol. 123, pp. 185–191. [42](#)
- [56] Y. Li and L. Wang, “Chaos in a duopoly model of technological innovation with bounded rationality based on constant conjectural variation,” vol. 120, pp. 116–126. [42](#), [43](#)
- [57] L. Zhao, J. Chang, and J. Du, “Dynamics analysis on competition between manufacturing and remanufacturing in context of government subsidies,” vol. 121, pp. 119–128. [42](#)
- [58] A. Agliari, A. K. Naimzada, and N. Pecora, “Nonlinear dynamics of a cournot duopoly game with differentiated products,” vol. 281, pp. 1–15. [42](#)
- [59] H. N. Agiza and A. A. Elsadany, “Chaotic dynamics in nonlinear duopoly game with heterogeneous players,” *Applied Mathematics and Computation*, vol. 149, no. 3, pp. 843–860, 2004. [42](#)
- [60] M. EL Amrani, D. AIT Omar, M. Baslam, and B. Minaoui, “A Game Theoretic Approach to Optimize Transmission Strategies for Mobile Applications,” in *2018 6th International Conference on Wireless Networks and Mobile Communications (WINCOM)*, (Marrakesh, Morocco), pp. 1–6, IEEE, Oct. 2018. [42](#)
- [61] R. E. Azouzi, E. Altman, and L. Wynter, “Telecommunications network equilibrium with price and quality-of-service characteristics,” in *Providing Quality of Service in Heterogeneous Environments Proceedings of the 18th International Teletraffic Congress - ITC-18* (R. L. J. Charzinski and P. Tran-Gia, eds.), vol. 5 of *Teletraffic Science and Engineering*, pp. 369 – 378, Elsevier, 2003. [42](#)
- [62] J. Ma and W. Ji, “Chaos control on the repeated game model in electric power duopoly,” *International Journal of Computer Mathematics*, vol. 85, no. 6, pp. 961–967, 2008. [42](#)



- [63] M. Baslam, R. El-Azouzi, E. Sabir, and E.-H. Bouyakhf, “New insights from a bounded rationality analysis for strategic price-QoS war,” in *Performance Evaluation Methodologies and Tools (VALUETOOLS), 2012 6th International Conference on*, pp. 280–289, IEEE, 2012. [42](#)
- [64] D. Ait Omar, M. Outanoute, M. Baslam, M. Fakir, and B. Bouikhalene, “On understanding price-QoS war for competitive market and confused consumers,” *Computing*, June 2018. [42](#), [63](#), [74](#)
- [65] D. Ait Omar, M. Outanoute, M. Baslam, M. Fakir, and B. Bouikhalne, “Joint Price and QoS Competition with Bounded Rational Customers,” in *Networked Systems : 5th International Conference, NETYS 2017, Marrakech, Morocco, May 17-19, 2017, Proceedings* (A. El Abbadi and B. Garbinato, eds.), pp. 457–471, 2017. [42](#), [63](#), [74](#)
- [66] X. Chai, L. Liu, B. Chang, T. Jiang, and Z. Wang, “On a batch matching system with impatient servers and boundedly rational customers,” *Applied Mathematics and Computation*, vol. 354, pp. 308–328, Aug. 2019. [42](#)
- [67] L. Zhao and J. Zhang, “Analysis of a duopoly game with heterogeneous players participating in carbon emission trading,” *Nonlinear Anal. Model. Control*, vol. 19, pp. 118–131, 2014. [43](#)
- [68] L. Qiu-Xiang, Z. Yu-hao, and H. Yi-min, “The complexity analysis in dual-channel supply chain based on fairness concern and different business objectives,” *Complexity*, vol. 2018, 2018. [43](#)
- [69] Q. Li, X. Chen, and Y. Huang, “Complexity and entropy analysis of a multi-channel supply chain considering channel cooperation and service,” *Entropy*, vol. 20, no. 12, p. 970, 2018. [43](#)
- [70] J. Ma, H. Ren, M. Yu, and M. Zhu, “Research on the complexity and chaos control about a closed-loop supply chain with dual-channel recycling and uncertain consumer perception,” *Complexity*, vol. 2018, 2018. [43](#)
- [71] Y. Huang and Q. Li, “The entropy complexity of an asymmetric dual-channel supply chain with probabilistic selling,” *Entropy*, vol. 20, no. 7, p. 543, 2018. [43](#)
- [72] F. Wu and J. Ma, “The equilibrium, complexity analysis and control in epiphytic supply chain with product horizontal diversification,” *Nonlinear Dynamics*, vol. 93, no. 4, pp. 2145–2158, 2018. [43](#)

- [73] J. Andaluz, A. A. Elsadany, and G. Jarne, “Nonlinear Cournot and Bertrand-type dynamic triopoly with differentiated products and heterogeneous expectations,” *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 132, pp. 86–99, 2017. [43](#)
- [74] Y. Peng, Q. Lu, Y. Xiao, and X. Wu, “Complex dynamics analysis for a remanufacturing duopoly model with nonlinear cost,” *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 514, pp. 658–670, Jan. 2019. [43](#)
- [75] G. Xylomenos, C. N. Ververidis, V. A. Siris, N. Fotiou, C. Tsilopoulos, X. Vasilakos, K. V. Katsaros, and G. C. Polyzos, “A survey of information-centric networking research,” *IEEE communications surveys & tutorials*, vol. 16, no. 2, pp. 1024–1049, 2013. Publisher : IEEE. [43](#)
- [76] T. Koponen, M. Chawla, B.-G. Chun, A. Ermolinskiy, K. H. Kim, S. Shenker, and I. Stoica, “A data-oriented (and beyond) network architecture,” in *Proceedings of the 2007 conference on Applications, technologies, architectures, and protocols for computer communications*, pp. 181–192, 2007. [43](#)
- [77] J. Künsemöller, N. Zhang, and J. Soares, “ISP business models in caching,” in *Data Engineering Workshops (ICDEW), 2013 IEEE 29th International Conference on*, pp. 279–285, IEEE, 2013. [43](#)
- [78] J. Künsemöller, N. Zhang, K. Berg, and J. Soares, “A game-theoretic evaluation of an ISP business model in caching,” *Information Systems Frontiers*, Jan. 2016. [43](#)
- [79] T.-M. Pham, S. Fdida, and P. Antoniadis, “Pricing in information-centric network interconnection,” in *IFIP Networking Conference, 2013*, pp. 1–9, IEEE, 2013. [43](#)
- [80] F. Kocak, G. Kesidis, T.-M. Pham, and S. Fdida, “The Effect of Caching on a Model of Content and Access Provider Revenues in information-centric Networks,” pp. 45–50, IEEE, Sept. 2013. [43](#)
- [81] M. Hajimirsadeghi, N. B. Mandayam, and A. Reznik, “Joint Caching and Pricing Strategies for Popular Content in Information Centric Networks,” *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 35, pp. 654–667, Mar. 2017. [44](#)
- [82] T.-M. Pham, “Analysis of isp caching in information-centric networks,” in *Computing & Communication Technologies-Research, Innovation, and Vision for the Future (RIVF), 2015 IEEE RIVF International Conference on*, pp. 151–156, IEEE, 2015. [44](#)

- [83] V. G. Douros, S. E. Elayoubi, E. Altman, and Y. Hayel, “Caching games between Content Providers and Internet Service Providers,” *Performance Evaluation*, vol. 113, pp. 13–25, Aug. 2017. [44](#)
- [84] S. S. Askar, M. F. EL-Wakeel, and M. A. Alrodaini, “Exploration of Complex Dynamics for Cournot Oligopoly Game with Differentiated Products,” *Complexity*, vol. 2018, pp. 1–13, 2018. [46](#)
- [85] A. Elsadany, “A dynamic Cournot duopoly model with different strategies,” *Journal of the Egyptian Mathematical Society*, vol. 23, pp. 56–61, Apr. 2015. [46](#)
- [86] Z. Ding, Q. Wang, and S. Jiang, “Analysis on the dynamics of a Cournot investment game with bounded rationality,” *Economic Modelling*, vol. 39, pp. 204–212, 2014. [46](#), [56](#)
- [87] E. Ahmed, H. N. Agiza, and S. Z. Hassan, “On modifications of Puu’s dynamical duopoly,” *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 11, no. 7, pp. 1025–1028, 2000. [46](#)
- [88] A. Stiefenhofer, *Stability and predictability of dynamical economic systems with memory*. Fak. für Wirtschaftswissenschaften, Univ., 1997. [46](#)
- [89] X. Li, C. Mou, W. Niu, and D. Wang, “Stability analysis for discrete biological models using algebraic methods,” *Mathematics in Computer Science*, vol. 5, no. 3, pp. 247–262, 2011. [48](#), [52](#)
- [90] L. Zhao, J. Du, and Q. Wang, “Nonlinear analysis and chaos control of the complex dynamics of multi-market Cournot game with bounded rationality,” *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 162, pp. 45–57, Aug. 2019. [56](#)
- [91] K. Chebrolu and R. R. Rao, “Bandwidth aggregation for real-time applications in heterogeneous wireless networks,” *IEEE Transactions on Mobile Computing*, vol. 5, no. 4, pp. 388–403, 2006. [59](#), [70](#)
- [92] K. Habak, K. A. Harras, and M. Youssef, “Bandwidth aggregation techniques in heterogeneous multi-homed devices : A survey,” *Computer Networks*, vol. 92, pp. 168–188, 2015. [59](#), [70](#)
- [93] S. C. Nguyen, X. Zhang, T. M. T. Nguyen, and G. Pujolle, “Evaluation of throughput optimization and load sharing of multipath TCP in heterogeneous networks,” in *2011 Eighth international conference on wireless and optical communications networks*, pp. 1–5, IEEE, 2011. [59](#), [70](#)

- [94] Y. Liu, W. Gong, and P. Shenoy, “On the impact of concurrent downloads,” in *Simulation Conference, 2001. Proceedings of the Winter*, vol. 2, pp. 1300–1305, IEEE, 2001. [59](#), [70](#)
- [95] F. Lu, Z. Wang, X. Liao, and H. Jin, “Concurrent Transmission Method for Mobile Applications using Multihoming Devices,” in *2013 IEEE 9th International Conference on Mobile Ad-hoc and Sensor Networks*, pp. 240–247, Dec. 2013. [59](#), [70](#)
- [96] H. Zhang, D. Towsley, and W. Gong, “Tcp connection game : A study on the selfish behavior of tcp users,” in *Network Protocols, 2005. ICNP 2005. 13th IEEE International Conference on*, pp. 10–pp, IEEE, 2005. [59](#), [60](#), [70](#)
- [97] M. El Amrani, H. Garmani, M. Baslam, B. Minaoui, and R. E. Ayachi, “Cournot Game of ISP under Net Neutrality,” *International Journal of Control and Automation*, vol. 11, no. 7, p. 16, 2018. [63](#), [74](#)
- [98] H. Zhang, D. Towsley, and W. Gong, “On the interaction among self-interested TCP users,” tech. rep. [70](#)
- [99] J. Padhye, V. Firoiu, D. Towsley, and J. Kurose, “Modeling TCP throughput : A simple model and its empirical validation,” *ACM SIGCOMM Computer Communication Review*, vol. 28, no. 4, pp. 303–314, 1998. [70](#)
- [100] S. Saberi, A. Nagurney, and T. Wolf, “A network economic game theory model of a service-oriented internet with price and quality competition in both content and network provision,” vol. 6, no. 4, pp. 229–250. [73](#)
- [101] J. Nash, “Two-person cooperative games,” *Econometrica : Journal of the Econometric Society*, pp. 128–140, 1953. [76](#)
- [102] S. Lasaulce, M. Debbah, and E. Altman, “Methodologies for analyzing equilibria in wireless games,” *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 26, no. 5, pp. 41–52, 2009. [94](#), [95](#), [96](#)
- [103] J. B. Rosen, “Existence and Uniqueness of Equilibrium Points for Concave N-Person Games,” *Econometrica*, vol. 33, no. 3, pp. 520–534, 1965. [97](#), [100](#), [102](#)
- [104] D. Gabay and H. Moulin, *On the uniqueness and stability of Nash’s equilibrium in non cooperative games*. Université Paris IX-Dauphine, Centre de recherche de mathématiques de la décision, 1978. [100](#), [101](#), [102](#), [103](#)

## A. Preuve du théorème 2.1

**Théorème (2.1).**

Pour tout  $\mathbf{q}_{ss} \in Q_{ss}$ ,  $\mathbf{q}_c \in Q_c$ , le jeu  $[\mathcal{F}, \{P_{c_f}\}, \{\bar{U}_{CP_f}(\cdot, \mathbf{q}_{ss}, \mathbf{q}_c)\}]$  admet un unique équilibre de Nash.

**Preuve 1.**

La dérivée seconde de la fonction d'utilité  $\bar{U}_{CP_f}$  est

$$\frac{\partial^2 \bar{U}_{CP_f}}{\partial^2 p_{c_f}} = -2N_f \sigma_f^f \sum_{k=1}^K \left( 1 + \chi_f + \frac{\chi_f \xi (e^{-(\omega_{fk} + \xi)T} - 1)}{(1 - e^{-\xi T})(\omega + \xi)} \right) \leq 0 \quad (13)$$

Alors, la dérivée seconde de la fonction d'utilité est négative, la fonction d'utilité est donc concave, ce qui assure l'existence d'un équilibre de Nash dans le jeu  $G_1(\mathbf{q}_{ss}, \mathbf{q}_c)$ .

Nous utilisons la proposition suivante qui vaut pour un jeu concave [102] : Si un jeu concave satisfait à la condition de solvabilité de la dominance :

$$-\frac{\partial^2 \bar{U}_{CP_f}}{\partial^2 p_{c_f}} \geq \sum_{g, g \neq f} \left| \frac{\partial^2 \bar{U}_{CP_f}}{\partial p_{c_f} \partial p_{c_g}} \right| \quad (14)$$

alors le jeu  $G_1(\mathbf{q}_{ss}, \mathbf{q}_c)$  admet un unique point d'équilibre de Nash.

La dérivée partielle mixte s'écrit comme :

$$\frac{\partial^2 \bar{U}_{CP_f}}{\partial p_{c_f} \partial p_{c_g}} = N_f \sigma_f^g \sum_{k=1}^K \left( 1 + \chi_f + \frac{\chi_f \xi (e^{-(\omega_{fk} + \xi)T} - 1)}{(1 - e^{-\xi T})(\omega + \xi)} \right) \geq 0 \quad (15)$$

Alors,

$$-\frac{\partial^2 \bar{U}_{CP_f}}{\partial^2 p_{c_f}} - \sum_{g, g \neq f} \left| \frac{\partial^2 \bar{U}_{CP_f}}{\partial p_{c_f} \partial p_{c_g}} \right| = N_f (2\sigma_f^f - \sum_{g, g \neq f} \sigma_f^g) \sum_{k=1}^K \left( 1 + \chi_f + \frac{\chi_f \xi (e^{-(\omega_{fk} + \xi)T} - 1)}{(1 - e^{-\xi T})(\omega + \xi)} \right) \geq 0 \quad (16)$$

Ainsi, le jeu  $G_1(\mathbf{q}_{ss}, \mathbf{q}_c)$  admet un unique point d'équilibre de Nash.

## B. Preuve du théorème 2.2

**Théorème (2.2).**

Pour chaque  $\mathbf{p}_c \in P_c$ ,  $\mathbf{q}_{ss} \in Q_{ss}$ , le jeu  $[\mathcal{F}, \{Q_{c_f}\}, \{\bar{U}_{CP_f}(\mathbf{p}_c, \mathbf{q}_{ss}, \cdot)\}]$  admet un unique

équilibre de Nash.

### Preuve 2.

La dérivée seconde de la fonction d'utilité  $\bar{U}_{CP_f}$  est

$$\frac{\partial^2 \bar{U}_{CP_f}}{\partial^2 q_{c_f}} = -2\mu N_f \varsigma_f^f \sum_{k=1}^K p_{t_k} \left( 1 + \chi_f + \frac{\chi_f \xi (e^{-(\omega_{fk} + \xi)T} - 1)}{(1 - e^{-\xi T})(\omega + \xi)} \right) \leq 0 \quad (17)$$

La dérivée seconde de la fonction d'utilité est négative, alors la fonction d'utilité est donc concave, ce qui assure l'existence d'un équilibre de Nash du jeu  $G_1(\mathbf{p}_c, \mathbf{q}_{ss})$ .

Nous utilisons la proposition suivante qui est valable pour un jeu concave [102] : Si un jeu concave satisfait à la condition de solvabilité de la dominance :

$$-\frac{\partial^2 \bar{U}_{CP_f}}{\partial^2 q_{c_f}} \geq \sum_{g, g \neq f} \left| \frac{\partial^2 \bar{U}_{CP_f}}{\partial q_{c_f} \partial q_{c_g}} \right| \quad (18)$$

alors le jeu  $G_1(\mathbf{p}_c, \mathbf{q}_{ss})$  admet un unique point d'équilibre de Nash.

La dérivée partielle mixte s'écrit comme :

$$\frac{\partial^2 \bar{U}_{CP_f}}{\partial q_{c_f} \partial q_{c_g}} = \mu N_f \varsigma_f^g \sum_{k=1}^K p_{t_k} \left( 1 + \chi_f + \frac{\chi_f \xi (e^{-(\omega_{fk} + \xi)T} - 1)}{(1 - e^{-\xi T})(\omega + \xi)} \right) \quad (19)$$

Alors,

$$-\frac{\partial^2 \bar{U}_{CP_f}}{\partial^2 q_{c_f}} - \sum_{g, g \neq f} \left| \frac{\partial^2 \bar{U}_{CP_f}}{\partial q_{c_f} \partial q_{c_g}} \right| = \mu N_f (\varsigma_f^f - \sum_{g, g \neq f} \varsigma_f^g) \sum_{k=1}^K p_{t_k} \left( 1 + \chi_f + \frac{\chi_f \xi (e^{-(\omega_{fk} + \xi)T} - 1)}{(1 - e^{-\xi T})(\omega + \xi)} \right) \geq 0 \quad (20)$$

Ainsi, le jeu  $G_1(\mathbf{p}_c, \mathbf{q}_{ss})$  admet un unique point d'équilibre de Nash.

## C. Preuve du théorème 2.3

### Théorème (2.3).

Pour chaque  $\mathbf{p}_c \in P_c$ ,  $\mathbf{q}_c \in Q_c$ , le jeu  $[\mathcal{F}, \{Q_{ss_f}\}, \{\bar{U}_{CP_f}(\mathbf{p}_c, \cdot, \mathbf{q}_c)\}]$  admet un unique équilibre de Nash.

### Preuve 3.

La dérivée seconde de la fonction d'utilité  $\bar{U}_{CP_f}$  est

$$\frac{\partial^2 \bar{U}_{CP_f}}{\partial^2 q_{ss_f}} = -2\lambda N_f \varsigma_f^f \sum_{k=1}^K p_{t_k} \left( 1 + \chi_f + \frac{\chi_f \xi (e^{-(\omega_{fk} + \xi)T} - 1)}{(1 - e^{-\xi T})(\omega + \xi)} \right) \leq 0 \quad (21)$$

La dérivée seconde de la fonction d'utilité est négative, alors la fonction d'utilité est donc concave, ce qui assure l'existence d'un équilibre de Nash dans le jeu  $G_1(\mathbf{p}_c, \mathbf{q}_c)$ .

Nous utilisons la proposition suivante qui est valable pour un jeu concave [102] : Si un

jeu concave satisfait à la condition de solvabilité de la dominance :

$$-\frac{\partial^2 \bar{U}_{CP_f}}{\partial^2 q_{ss_f}} \geq \sum_{g, g \neq f} \left| \frac{\partial^2 \bar{U}_{CP_f}}{\partial q_{ss_f} \partial q_{ss_g}} \right| \quad (22)$$

alors le jeu  $G_1(\mathbf{p}_c, \mathbf{q}_c)$  admet un unique point d'équilibre de Nash.  
La dérivée partielle mixte s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial^2 \bar{U}_{CP_f}}{\partial q_{ss_f} \partial q_{ss_g}} = \lambda N_f \zeta_f^g \sum_{k=1}^K p_{t_k} \left( 1 + \chi_f + \frac{\chi_f \xi (e^{-(\omega_{fk} + \xi)T} - 1)}{(1 - e^{-\xi T})(\omega + \xi)} \right) \quad (23)$$

Alors,

$$-\frac{\partial^2 \bar{U}_{CP_f}}{\partial^2 q_{ss_f}} - \sum_{g, g \neq f} \left| \frac{\partial^2 \bar{U}_{CP_f}}{\partial q_{ss_f} \partial q_{ss_g}} \right| = \lambda N_f (\zeta_f^f - \sum_{g, g \neq f} \zeta_f^g) \sum_{k=1}^K p_{t_k} \left( 1 + \chi_f + \frac{\chi_f \xi (e^{-(\omega_{fk} + \xi)T} - 1)}{(1 - e^{-\xi T})(\omega + \xi)} \right) \geq 0 \quad (24)$$

Ainsi, le jeu  $G_1(\mathbf{p}_c, \mathbf{q}_c)$  admet un unique point d'équilibre de Nash.

## D. Preuve du théorème 2.4

**Théorème (2.4).**

Pour tout  $\mathbf{q}_s \in Q_s$ , le jeu  $[\mathcal{K}, \{P_{s_k}\}, \{\bar{U}_{ISP_k}(\cdot, \mathbf{q}_s)\}]$  admet un unique équilibre de Nash.

**Preuve 4.**

La dérivée seconde de la fonction d'utilité est

$$\frac{\partial^2 \bar{U}_{ISP_k}}{\partial^2 p_{s_k}} = -2N_f \tau_k^k \sum_{f=1}^F \frac{\xi (1 - e^{-(\omega_{fk} + \xi)T})}{(1 - e^{-\xi T})(\omega + \xi)} \leq 0 \quad (25)$$

La dérivée seconde de la fonction d'utilité est négative, alors la fonction d'utilité est donc concave, ce qui assure l'existence d'un équilibre de Nash dans le jeu  $G_2(\mathbf{q}_s)$ . Nous utilisons la proposition suivante qui est valable pour un jeu concave : [102] : Si un jeu concave satisfait à la condition de solvabilité de la dominance :

$$-\frac{\partial^2 \bar{U}_{ISP_k}}{\partial^2 p_{s_k}} \geq \sum_{j, j \neq k} \left| \frac{\partial^2 \bar{U}_{ISP_k}}{\partial p_{s_k} \partial p_{s_j}} \right| \quad (26)$$

alors le jeu  $G_2(\mathbf{q}_s)$  admet un unique point d'équilibre de Nash.

La dérivée partielle mixte s'écrit comme :

$$\frac{\partial^2 \bar{U}_{ISP_k}}{\partial p_{s_k} \partial p_{s_j}} = N_f \tau_k^j \sum_{f=1}^F \frac{\xi (1 - e^{-(\omega_{fk} + \xi)T})}{(1 - e^{-\xi T})(\omega + \xi)} \quad (27)$$

Alors,

$$-\frac{\partial^2 \bar{U}_{ISP_k}}{\partial^2 p_{s_k}} - \sum_{j, j \neq k} \left| \frac{\partial^2 \bar{U}_{ISP_k}}{\partial p_{s_k} \partial p_{s_j}} \right| = N_f (2\tau_k^k - \sum_{j, j \neq k} \tau_k^j) \sum_{f=0}^F \frac{\xi(1 - e^{-(\omega_{fk} + \xi)T})}{(1 - e^{-\xi T})(\omega + \xi)} \geq 0 \quad (28)$$

Ainsi, le jeu  $G_2(\mathbf{q}_s)$  admet un unique point d'équilibre de Nash.

## E. Preuve du théorème 2.5

**Théorème (2.5).**

Pour tout  $\mathbf{p}_s \in P_s$  le jeu  $[\mathcal{X}, \{Q_{s_k}\}, \{\bar{U}_{ISP_k}(\mathbf{p}_s, \cdot)\}]$  admet un unique équilibre de Nash.

**Preuve 5.**

La dérivée seconde de la fonction d'utilité est

$$\frac{\partial^2 \bar{U}_{ISP_k}}{\partial^2 q_{s_k}} = -2v_k \leq 0 \quad (29)$$

La dérivée seconde de la fonction d'utilité est négative, alors la fonction d'utilité est donc concave, ce qui assure l'existence d'un équilibre de Nash dans le jeu  $G_2(\mathbf{p}_s)$ .

Afin de prouver l'unicité, nous suivons, [103], et définissons la somme pondérée des fonctions d'utilité des utilisateurs.

$$\psi(\mathbf{q}_s, \mathbf{x}) = \sum_{k=1}^K x_k \bar{U}_{ISP_k}(q_{s_k}, \mathbf{q}_{s_{-k}}) \quad (30)$$

Le pseudo-gradient de (30) est donné par :

$$\Theta(\mathbf{q}_s, \mathbf{x}) = [x_1 \nabla \bar{U}_{ISP_1}(q_{s_1}, \mathbf{q}_{s_{-1}}), \dots, x_k \nabla \bar{U}_{ISP_k}(q_{s_k}, \mathbf{q}_{s_{-k}})]^T \quad (31)$$

La matrice jacobienne  $J$  du pseudo-gradient (par rapport à la QoS) est écrite :

$$J = \begin{pmatrix} x_1 \frac{\partial^2 \bar{U}_{ISP_1}}{\partial^2 q_{s_1}} & x_1 \frac{\partial^2 \bar{U}_{ISP_1}}{\partial q_{s_1} \partial q_{s_2}} & \cdot & \cdot & \cdot & x_1 \frac{\partial^2 \bar{U}_{ISP_1}}{\partial q_{s_1} \partial q_{s_k}} \\ x_2 \frac{\partial^2 \bar{U}_{ISP_2}}{\partial q_{s_2} \partial q_{s_1}} & x_2 \frac{\partial^2 \bar{U}_{ISP_2}}{\partial^2 q_{s_2}} & \cdot & \cdot & \cdot & x_2 \frac{\partial^2 \bar{U}_{ISP_2}}{\partial q_{s_2} \partial q_{s_k}} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x_k \frac{\partial^2 \bar{U}_{ISP_k}}{\partial q_{s_k} \partial q_{s_1}} & x_k \frac{\partial^2 \bar{U}_{ISP_k}}{\partial q_{s_k} \partial q_{s_2}} & \cdot & \cdot & \cdot & x_k \frac{\partial^2 \bar{U}_{ISP_k}}{\partial^2 q_{s_k}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2x_1 v_1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & -2x_2 v_2 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & -2x_k v_k \end{pmatrix}$$

La matrice  $J$  est diagonale dont les éléments du diagonal sont négatifs. Cela implique que la matrice  $J$  est définie négative. Désormais  $[J + J^T]$  est aussi défini négatif. D'après le théorème (6) in, [103], la fonction  $\psi(q_s, x)$  est strictement concave en diagonale. Ainsi, le jeu  $G_2(\mathbf{p}_s)$  admet un équilibre de Nash unique.



## F. Preuve du théorème 3.1

### Théorème .3 (3.1).

Les points d'équilibre  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$  sont des points d'équilibre instables.

### Preuve 6.

Au point d'équilibre  $E_1$ , la matrice jacobienne (3.11) devient

$$J(E_1) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \theta_1 l_1 + 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \theta_2 l_2 + 1 \end{pmatrix} \quad (32)$$

Les valeurs propres de  $J(E_1)$  sont  $\lambda_1 = 0$ ,  $\lambda_2 = 0$ ,  $\lambda_3 = \theta_1 l_1 + 1 < -1$ ,  $\lambda_4 = \theta_2 l_2 + 1 < -1$ . Ainsi, le point d'équilibre  $E_1$  est instable.

Au point d'équilibre  $E_2$ , la matrice jacobienne est

$$J(E_2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & p_1(1 - \omega_2)\theta_1 p_{s_1} & \theta_1 l_1 + 2\theta_1 p_{s_1} p_2 + 1 & \omega_2 p_1 \theta_1 p_{s_1} \\ 0 & 0 & 0 & \theta_2 l_2 + p_3 \theta_2 p_{s_1} + 1 \end{pmatrix} \quad (33)$$

avec des valeurs propres  $\lambda_1 = 0$ ,  $\lambda_2 = 0$ ,  $\lambda_3 = (\theta_1 l_1 + 2\theta_1 p_{s_1} p_2 + 1) > 1$ ,  $\lambda_4 = (\theta_2 l_2 + p_3 \theta_2 p_{s_1} + 1) > 1$ , ce qui signifie que le point d'équilibre  $E_2$  est instable.

De même, nous pouvons prouver que  $E_3$  est aussi un point instable.

## G. Preuve du théorème 3.2

### Théorème (3.2).

Les points d'équilibre triviaux  $E_5$ ,  $E_6$  et  $E_7$  du système (3.15) sont instables.

### Preuve 7.

La matrice jacobienne (3.17) au point d'équilibre  $E_5$  prend la forme suivante

$$J(E_5) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 + \vartheta_1 l_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \vartheta_2 l_4 + 1 \end{pmatrix} \quad (34)$$

Les valeurs propres de  $J(E_5)$  sont  $\lambda_1 = 0$ ,  $\lambda_2 = 0$ ,  $\lambda_3 = 1 + \vartheta_1 l_3 < -1$ ,  $\lambda_4 = \vartheta_2 l_4 + 1 < -1$ . Ainsi, le point d'équilibre  $E_5$  est instable.

Au point d'équilibre  $E_6$ , la matrice jacobienne est

$$J(E_6) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \vartheta_1 p_{c_1} \gamma_1^2 k_1 (1 - \omega_2) & 1 + \vartheta_1 l_3 - 4\gamma_1^1 \vartheta_1 k_1 p_{c_1} & \vartheta_1 \gamma_1^2 k_1 \omega_2 p_{c_1} \\ 0 & 0 & 0 & \vartheta_2 l_4 + \vartheta_2 k_2 \gamma_2^1 p_{c_1} + 1 \end{pmatrix} \quad (35)$$

avec des valeurs propres  $\lambda_1 = 0$ ,  $\lambda_2 = 0$ ,  $\lambda_3 = 1 + \vartheta_1 l_3 - 4\gamma_1^1 \vartheta_1 k_1 p_{c_1} > 1$ ,  $\lambda_4 = \vartheta_2 l_4 + \vartheta_2 k_2 \gamma_2^1 p_{c_1} + 1 > 1$ , ce qui signifie que le point d'équilibre  $E_6$  est instable. De même, nous pouvons prouver que  $E_7$  est également un point instable..

## H. Preuve du théorème 3.3

**Théorème (3.3).**

Les points d'équilibre triviaux  $E_9$ ,  $E_{10}$  et  $E_{11}$  du système (3.22) sont instables.

**Preuve 8.**

La matrice jacobienne (3.24) au point d'équilibre  $E_9$  prend la forme suivante

$$J(E_9) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 + \eta_1 l_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \eta_2 l_6 + 1 \end{pmatrix} \quad (36)$$

Les valeurs propres de  $J(E_9)$  sont  $\lambda_1 = 0$ ,  $\lambda_2 = 0$ ,  $\lambda_3 = 1 + \eta_1 l_5 > 1$ ,  $\lambda_4 = \eta_2 l_6 + 1 > 1$ . Ainsi, le point d'équilibre  $E_5$  est instable.

Au point d'équilibre  $E_{10}$ , la matrice jacobienne est

$$J(E_{10}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\eta_1 k_1 \sigma_1^2 e_1 (1 - \omega_2) & 1 + \eta_1 l_5 + 4\sigma_1^1 \eta_1 e_1 k_1 & -\eta_1 \sigma_1^2 e_1 \omega_2 k_1 \\ 0 & 0 & 0 & \eta_2 l_6 - \eta_2 e_2 \sigma_2^1 k_1 + 1 \end{pmatrix} \quad (37)$$

avec des valeurs propres  $\lambda_1 = 0$ ,  $\lambda_2 = 0$ ,  $\lambda_3 = 1 + \eta_1 l_5 + 4\sigma_1^1 \eta_1 e_1 k_1 > 1$ ,  $\lambda_4 = \eta_2 l_6 - \eta_2 e_2 \sigma_2^1 k_1 + 1 > 1$ , ce qui signifie que le point d'équilibre  $E_{10}$  est instable. De même, on peut prouver que  $E_{11}$  est aussi un point instable.

## I. Preuve du théorème 4.1

**Théorème (4.1).** [*Existence et unicité*]

Considérons le jeu du nombre de connexions simultanées (4.10), il n'y a qu'un seul nombre de connexions simultanées basé sur l'équilibre de Nash  $\mathbf{n}^*$  du jeu des appareils mobiles.

**Preuve 9 (Existence).**

L'équation (38) représente la dérivée seconde de la fonction d'utilité (4.7) en fonction du nombre de connexions simultanées :

$$\frac{\partial^2}{\partial^2 n_j^i} U_j(\mathbf{n}) = \begin{cases} (\alpha_j - (1 - \alpha_j) P_i) V_a^i & , N_d^i < N_{\max}^i \\ -2 \frac{(\alpha_j - 1) P_i V_a^i N_{\max}^i S^i (T^i S^i - p^i V_a^i N_{\max}^i - n_j^i S^i)^2}{(T^i S^i - p^i V_a^i N_{\max}^i)^3} & , N_d^i \geq N_{\max}^i \\ -2 \frac{\alpha_j V_a^i N_{\max}^i (T^i - n_j^i)}{(T^i)^3} & \end{cases} \quad (38)$$

et nous avons,  $V_s^i < V_a^i$ , donc,  $0 < \frac{N_{\max}^i S^i}{T^i S^i - p^i V_a^i N_{\max}^i} < 1$ , et donc,  $T^i S^i - p^i V_a^i N_{\max}^i > T^i S^i - p^i V_a^i N_{\max}^i - N_{\max}^i S^i > 0$ .

Alors,

$$\frac{\partial^2}{\partial^2 n_j^i} U_j(\mathbf{n}) < 0 \quad (39)$$

La dérivée seconde de la fonction d'utilité est négative, alors la fonction d'utilité est concave, d'où l'existence de l'équilibre de Nash, [103].

**Preuve 10 (Unicité).**

L'unicité du point d'équilibre est garantie si la fonction d'utilité satisfait aux conditions de Rosen : [103]. Moulin [104], dérivé de la condition de supermodularité, qui est une autre alternative pour satisfaire les conditions de Rosen : Le point d'équilibre de Nash est unique si :

$$-\frac{\partial^2}{\partial^2 n_j^i} U_j(\mathbf{n}) - \sum_{l, l \neq j} \left| \frac{\partial^2}{\partial n_j^i \partial n_l^i} U_j(\mathbf{n}) \right| > 0 \quad (40)$$

la dérivée partielle mixte est donnée par :

$$\frac{\partial^2}{\partial n_j^i \partial n_l^i} U_j(\mathbf{n}) = \begin{cases} 0 & , N_d^i < N_{\max}^i \\ \frac{(1 - \alpha_j) P_i V_a^i N_{\max}^i (S^i)^2 n_j^i (T^i S^i - p^i V_a^i N_{\max}^i - 2 S^i n_j^i)}{(T^i S^i - p^i V_a^i N_{\max}^i)^3} & , N_d^i \geq N_{\max}^i \\ -\frac{\alpha_j V_a^i N_{\max}^i (T^i - 2 n_j^i)}{(T^i)^3} & \end{cases} \quad (41)$$

Dans le pire des cas  $p = 0$ , et nous avons  $\alpha_j > n_k^i$  (c'est-à-dire que la puissance de calcul d'un mobile  $j$  est supérieure au nombre de connexions que peut choisir un mobile).

$$\frac{\partial^2}{\partial n_j^i \partial n_l^i} U_j(\mathbf{n}) \geq 0$$

D'après la progression (40), et après avoir remplacé (38) et (41) dans (40), nous avons :

$$\left\{ \begin{array}{l} ((1 - \alpha_j) P_i - \alpha_j) V_a^i \\ \frac{(\alpha_j - 1) P_i V_a^i N_{max}^i \left( \left( T^i - \frac{p^i V_a^i N_{max}^i}{S^i} - n_j^i \right) (3 - J) + J - 1 \right)}{\left( T^i - \frac{p^i V_a^i N_{max}^i}{S^i} \right)^3} \\ + \frac{(\alpha_j) P_i V_a^i N_{max}^i \left( (T^i - n_j^i) (3 - J) + (J - 1) n_j^i \right)}{(T^i)^3} \end{array} \right\}, \begin{array}{l} N_d^i < N_{max}^i \\ N_d^i \geq N_{max}^i \end{array}$$

et nous avons,  $V_s^i < V_a^i$ , alors,  $0 < \frac{N_{max}^i S^i}{T^i S^i - p^i V_a^i N_{max}^i} < 1$  alors on a,  $T^i S^i - p^i V_a^i N_{max}^i > T^i S^i - p^i V_a^i N_{max}^i - N_{max}^i S^i > 0$ , et finalement nous avons :

$$-\frac{\partial^2}{\partial^2 n_k^i} U_k(\mathbf{n}) - \sum_{l, l \neq k} \left| \frac{\partial^2}{\partial n_k^i \partial n_l^i} U_k(\mathbf{n}) \right| > 0 \quad (42)$$

La positivité de la dernière expression signifie que la condition de supermodularité de Moulin est vérifiée, alors ce jeu satisfait les conditions de Rosen, où l'unicité de l'équilibre est vérifiée suivant, [104].

## J. Preuve du théorème 5.1

### Théorème (5.1). [Existence et unicité]

Considérons le jeu du nombre de connexions simultanées (5.10), sous l'hypothèse 5.1 et selon la remarque 5.1, il n'y a qu'un seul nombre de connexions simultanées basé sur l'équilibre de Nash  $\mathbf{n}^*$  du jeu des applications.

### Preuve 11 (Existence).

L'équation (43) représente la dérivée seconde de la fonction d'utilité (5.6) en fonction du nombre de connexions simultanées :

$$\frac{\partial^2}{\partial^2 n_k^i} U_k(\mathbf{n}) = \left\{ \begin{array}{l} -\frac{2V_a^i}{\alpha_j} \\ -2 \frac{V_a^i N_{max}^i S^i (T^i S^i - p^i V_a^i N_{max}^i - n_k^i S^i)^2}{\alpha_j (T^i S^i - p^i V_a^i N_{max}^i)^3} \\ -2 \frac{V_a^i N_{max}^i (T^i - n_k^i)}{(T^i)^3} \end{array} \right\} , \begin{array}{l} N_d^i < N_{max}^i \\ N_d^i \geq N_{max}^i \end{array} \quad (43)$$

et nous avons,  $V_s^i < V_a^i$ , alors,  $0 < \frac{N_{max}^i S^i}{T^i S^i - p^i V_a^i N_{max}^i} < 1$ , alors on a,  $T^i S^i - p^i V_a^i N_{max}^i > T^i S^i - p^i V_a^i N_{max}^i - N_{max}^i S^i > 0$ .

Alors,

$$\frac{\partial^2}{\partial^2 n_k^i} U_k(\mathbf{n}) < 0 \quad (44)$$

La dérivée seconde de la fonction d'utilité est négative, alors la fonction d'utilité est concave, d'où l'existence de l'équilibre de Nash, [103].

### Preuve 12 (Unicité).

L'unicité de l'équilibre de Nash est garantie si la fonction d'utilité satisfait aux conditions de Rosen : [103]. Moulin [104], dérivé de la condition de supermodularité, qui est une autre alternative pour satisfaire les conditions de Rosen : Le point d'équilibre de Nash est unique si :

$$-\frac{\partial^2}{\partial^2 n_k^i} U_k(\mathbf{n}) - \sum_{l, l \neq k} \left| \frac{\partial^2}{\partial n_k^i \partial n_l^i} U_k(\mathbf{n}) \right| > 0 \quad (45)$$

la dérivée partielle mixte est donnée par :

$$\frac{\partial^2}{\partial n_k^i \partial n_l^i} U_k(\mathbf{n}) = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ \frac{2V_a^i N_{max}^i (S^i)^2 n_k^i (T^i S^i - p^i V_a^i N_{max}^i - S^i n_k^i)}{\alpha_j (T^i S^i - p^i V_a^i N_{max}^i)^3} \\ -\frac{V_a^i N_{max}^i (T^i - 2n_k^i)}{(T^i)^3} \end{array} \right\} , \begin{array}{l} N_d^i < N_{max}^i \\ N_d^i \geq N_{max}^i \end{array} \quad (46)$$

Dans le pire des cas,  $p = 0$  et nous avons  $\alpha_j > n_k^i$  (c'est-à-dire que la puissance de calcul d'un mobile  $j$  est supérieure au nombre de connexions que peut choisir une application).

$$\frac{\partial^2}{\partial n_k^i \partial n_l^i} U_k(\mathbf{n}) \geq \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ \frac{V_a^i N_{max}^i}{(T^i)^2} \end{array} \right. , \begin{array}{l} N_d^i < N_{max}^i \\ N_d^i \geq N_{max}^i \end{array} \geq 0$$

D'après la progression (45), et après avoir remplacé (43) et (46) dans (45), nous avons :

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 \frac{V_a^i}{\alpha_j} \\ \frac{V_a^i N_{max}^i S^i \left(1 - \frac{n_k^i S^i}{T^i S^i - p^i V_a^i N_{max}^i}\right)^2}{\alpha_j (T^i S^i - p^i V_a^i N_{max}^i)} \\ + \frac{V_a^i N_{max}^i}{(T^i)^2} \left(K + 1 - \frac{2K n_k^i}{T^i}\right) \end{array} \right\}, \quad \begin{array}{l} N_d^i < N_{max}^i \\ N_d^i \geq N_{max}^i \end{array}$$

et nous avons,  $V_s^i < V_a^i$ , alors,  $0 < \frac{N_{max}^i S^i}{T^i S^i - p^i V_a^i N_{max}^i} < 1$  alors on a,  $T^i S^i - p^i V_a^i N_{max}^i > T^i S^i - p^i V_a^i N_{max}^i - N_{max}^i S^i > 0$ , et finalement nous avons :

$$-\frac{\partial^2}{\partial n_k^i} U_k(\mathbf{n}) - \sum_{l, l \neq k} \left| \frac{\partial^2}{\partial n_k^i \partial n_l^i} U_k(\mathbf{n}) \right| > 0 \quad (47)$$

Au regard de l'hypothèse 5.1 et selon la remarque 5.1, donne la positivité de la dernière expression. Cela signifie que la condition de supermodularité de Moulin est vérifiée, alors ce jeu satisfait les conditions de Rosen, où l'unicité de l'équilibre est vérifiée suivant, [104].

## K. Preuve du théorème 5.2

### Théorème (5.2). [Unicité]

Considérons le jeu du nombre de connexions concurrentes (5.11), sous l'hypothèse 5.1 et selon la remarque 5.1, il n'existe qu'un seul nombre de connexions concurrentes basé sur la solution de négociation de Nash  $\mathbf{n}^{opt}$  du jeu des applications coopératives.

### Preuve 13.

L'équation (5.12), est équivalente à (48), car pour chaque application,  $U_k(\mathbf{n})$  est une fonction symétrique, ce qui signifie que, pour deux applications  $k$  et  $l$ ,  $\forall k, l \in \mathcal{K}$  :

$$\operatorname{argmax}_{\mathbf{n}_k \in N_k} U_k(\mathbf{n}) = \operatorname{argmax}_{\mathbf{n}_l \in N_k} U_l(\mathbf{n}) \quad \forall k, l \in \mathcal{K}$$

Ainsi, notre problème d'optimisation devient comme suit ( $M_j = \sum_{k \in \mathcal{K}} \delta_k^j$ ) :

$$\max_{n_k^i} U_j = \max_{n_k^i} (U_k(\mathbf{n}) - d_k)^{M_j} \quad (48)$$

Sans perte de généralité, nous supposons que  $d_k = 0$ , alors :  $\max_{n_k^i} U_j = \max_{n_k^i} U_k(\mathbf{n})$ , avec

$$U_k(\mathbf{n}) = \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i \in \mathcal{I}} \left(1 - \frac{n_k^i}{\alpha_j}\right) n_k^i V_a^i \\ \sum_{i \in \mathcal{I}} \left(\frac{V_a^i N_{max}^i}{M_j} - \frac{(n_k^i)^2 V_a^i N_{max}^i S^i}{\alpha_j (M_j n_k^i S^i - p^i V_a^i N_{max}^i)}\right) \end{array} \right., \quad \begin{array}{l} N_d^i < N_{max}^i \\ N_d^i \geq N_{max}^i \end{array} \quad (49)$$

L'unicité de la solution est garantie si la fonction (49) est concave :

$$\frac{\partial^2}{\partial^2 n_k^i} U_k(\mathbf{n}) = \begin{cases} -\frac{2V_a^i}{\alpha_j} & , N_d^i < N_{\max}^i \\ -\frac{2V_a^{i3} N_{\max}^i S^i p^{i2}}{\alpha_j (M_j n_k^i S^i - p^i V_a^i N_{\max}^i)^3} & , N_d^i \geq N_{\max}^i \end{cases} \quad (50)$$

Précédemment, nous avons  $M_j n_k^i S^i - p^i V_a^i N_{\max}^i > M_j n_k^i S^i - p^i V_a^i N_{\max}^i - N_{\max}^i S^i > 0$ .  
Donc  $\frac{\partial^2}{\partial^2 n_k^i} U_k(\mathbf{n}) < 0$ .

La dérivée seconde de la fonction (49) est négative (fonction concave), d'où l'unicité de la solution de négociation de Nash.