



UNIVERSITE SULTAN MOULAY SLIMANE  
Faculté des Sciences et Techniques  
Béni-Mellal

N° d'ordre : 240/ 2019



*Centre d'Études Doctorales : Sciences et Techniques*  
*Formation Doctorale : Mathématiques et Physique Appliquées (MPA)*

## **THÈSE**

Présentée par

**BAHOUM KAOUTAR**

Pour l'obtention du grade de  
**DOCTEUR**

*Spécialité : Génie Mécanique*

*Option : Construction et Fabrication Mécanique*

---

---

# **Etude et modélisation du comportement thermoélastique des cylindres composés et des systèmes à presse-étoupe**

---

---

Soutenue le 24/12/2019 à 10h devant la commission d'examen composée de :

Président	: Pr. Mustapha MABROUKI	PES	FST - Béni Mellal
Rapporteurs	: Pr. Ahmed BAHLAOUI	PES	FP - Béni Mellal
	Pr. Nabil MOUJIBI	PH	EST - Fès
	Pr. Abdelmajid DAYA	PH	FST - Errachidia
Examineur	: Pr. El Hassan BOUDAIA	PES	FST - Béni Mellal
Directeur de thèse	: Pr. Mohammed DIANY	PES	FST - Béni Mellal

## Remerciements

Si cette thèse a pu voir le jour, c'est certainement grâce à Dieu et au soutien et à l'aide de plusieurs personnes. Je profite de cet espace pour les remercier tous. Mes premiers remerciements vont à Mr. Diany Mohammed, Mon encadrant qui m'a dirigé durant ces années, il a été toujours une source inépuisable d'idées, de savoir et d'encouragement. Ce travail n'aurait jamais pu aboutir sans lui, il a toujours su me guider, me conseiller, et me témoigner son soutien et sa confiance. Mes très vifs remerciements vont à Mr. Mustapha MABROUKI pour m'avoir fait l'honneur et de m'avoir accepté parmi les doctorants inscrits au sein du laboratoire Génie Industriel. Je le remercie pour ses remarques et conseils précieux.

J'adresse de tout mon cœur mes remerciements à mes parents qui furent toujours mon exemple du bon couple qui a réussi à faire de leurs enfants les bons exemples des êtres humains. Je leur suis infiniment reconnaissante pour leur amour et leur soutien moral. Qu'ils trouvent dans ce travail le fruit de leurs efforts. Chers frères, Majd et Bassame, merci beaucoup pour vos encouragements continus de près ou de loin. Je ne connais pas de terme assez fort pour remercier mon merveilleux mari. Je te remercie cher Mustapha pour tes encouragements, tes sacrifices, ta présence, ton écoute et ton soutien aux moments les plus difficiles. Mon cher petit ange Abdessamad, merci d'être venu à cette vie au cours de ce parcours, tu m'as donné plus de force et d'énergie. Sans vous tous, cette thèse n'aurait été ni débutée ni terminée. Je vous remercie aussi pour tout l'amour, et pour m'avoir toujours poussé en avant, faisant foi de mes doutes et mes objections. Je ne vais pas ajouter plus car tous les mots de toutes les langues ne peuvent pas me servir pour exprimer mes remerciements et mes grâces envers toi.

Mes remerciements s'adressent également à mes collègues du Laboratoire Génie Industriel. Merci pour les bons moments qu'on a passé ensemble.

## Résumé

Au cours de ces derniers siècles, l'environnement a connu une dégradation alarmante. Les activités industrielles, qui se sont explosées, occupent une place particulière dans la crise mondiale de l'environnement. L'industrie est vue comme étant la première au banc des accusés. Dès les années quatre-vingt le discours des entreprises a changé totalement et les initiatives en faveur de l'environnement se sont multipliées. Les émissions industrielles non contrôlées sont généralement produites par les fuites dans les équipements industriels et en particulier les conduites et les réservoirs sous-pression, les valves et les compresseurs. Des études faites par l'agence américaine de protection de l'environnement (EPA), ont révélé que 60 % des émissions fugitives proviennent des valves. Par conséquent, des organisations comme l'ISO et l'API ont développé des codes de standardisation pour qualifier l'étanchéité des valves.

Les équipements sous pression comptent parmi les équipements importants présents dans les installations industrielles. Ces équipements sont soumis à des pressions et des températures importantes. Les risques présentés par ces équipements proviennent de l'énergie (pression et température) du fluide qu'ils contiennent ainsi que les fuites dont ils sont exposés. Une attention particulière est accordée à ces équipements dont la défaillance peut engendrer une explosion, une implosion ou à la rupture d'éléments fragiles.

Les cylindres sont exploités dans plusieurs domaines, ils sont considérés comme des structures servant à confiner les fluides sous pression. Ils sont utilisés dans les usines chimiques et les sites nucléaires, dans l'industrie pétrolière et gazière. Les valves sont aussi utilisées dans pratiquement tous les secteurs industriels et ils font partie des équipements pressurisés. Ils servent à contrôler la circulation des fluides. Le presse-étoupe est l'ancien moyen utilisé pour assurer l'étanchéité des valves tout en permettant le mouvement de la tige qui commande l'ouverture et la fermeture du système. La garniture du presse étoupe présente l'élément le plus fragile de l'ensemble car c'est la partie responsable des fuites. Afin d'améliorer l'étanchéité des valves, cet élément doit fonctionner dans les conditions les plus optimales.

L'optimisation de l'étanchéité des valves passe par le maintien des valeurs des pressions de contact à des valeurs seuilles raisonnables. Ces pressions de contact radiales sur la paroi interne du boîtier et la paroi externe de la tige sont engendrées par la déformation axiale de la garniture.

Des équipes de recherche se sont penché sur l'étude dans ce volet. Ils ont proposé des modèles analytiques basés sur l'équilibre statique pour simuler le comportement de la garniture des valves. La modélisation du comportement mécanique des différents éléments du presse-étoupe en considérant la rigidité de l'assemblage est étudiée. Ainsi que l'évaluation des paramètres de fonctionnement, et la quantification de leurs évolutions dans le temps.

La température est un paramètre important à considérer lors de l'étude du comportement des équipements pressurisés. L'objectif principal de cette thèse est, dans un premier temps, l'étude du comportement thermoélastique des cylindres et la distribution de la température dans des corps cylindriques sous différents types de conditions aux limites. Des études de cas de cylindres plein et creux sont détaillées. La deuxième partie traite le comportement des cylindres composés soumis au chargement thermomécanique. La dernière partie est consacrée à une simulation du comportement de l'assemblage de presse-étoupe sous l'effet de la température et de la pression de serrage. Les distributions des pressions de contact radiales et des déplacements axiaux sont discutées. Les résultats de cette étude montrent que la combinaison de l'expansion thermique de la garniture et la charge de serrage appliquée jouent un rôle important dans les performances d'étanchéité de l'assemblage de presse-étoupe. Le développement d'un modèle analytique et la réalisation d'essais aideront à mieux comprendre le comportement des tresses du presse-étoupe dans les conditions de chargement combiné thermique et mécanique.

## Abstract

Over the past few centuries, the environment has experienced alarming degradation. Industrial activities, which have exploded, occupy a special place in the global environmental crisis. The industry is seen as the primary cause of this degradation. Since the 1980s, the speech of companies has changed completely and environmental initiatives have multiplied. Uncontrolled industrial emissions are generally produced by leaks in industrial equipment and in particular, in pressure pipes and tanks, valves and compressors. The U.S. Environmental Protection Agency (EPA) has found that 60% of fugitive emissions come from valves. As a result, organizations, such as ISO and API, have developed standardization codes to describe valve sealing.

Pressure equipment is one of the most used equipment in industrial installations. This equipment is subject to significant pressures and temperatures. The risks presented by this equipment come from the fluid energy (pressure and temperature) that it contains and the leaks that it is exposed to. Particular attention is granted to these equipment whose failure can cause an explosion, implosion or bursting of fragile elements.

The cylinders are used in several fields, they are considered as the most used structures to confine the fluids under pressure. They are used in chemical factories and nuclear sites, in the oil and gas industry. Valves are also used in almost all industrial sectors and are part of pressurized equipment. They are used to control the flow of fluids.

The stuffing box sealing is the oldest assembly for sealing the valves while allowing the movement of the rod that controls the opening and closing of the system. The packing presents the most fragile element of the assembly because it is the part responsible for leaks. In order to improve the tightness of the valves, this element must operate under the most optimal conditions. Optimizing valve sealing requires maintaining the contact pressure values at reasonable values. The axial packing deformation generates radial contact pressures on the internal housing wall and the external stem wall.

The modelling of the mechanical behavior of the various elements of stuffing box sealing, considering the rigidity of the assembly, is studied as well as evaluating operating parameters and the measurement of their evolution over time.

Temperature is an important factor to be considered when studying the behavior of pressurized equipment.

The main objective of this thesis is, in the first part, the study of the thermoelastic behavior of cylinders and the distribution of temperature in cylindrical bodies under different types of boundary conditions. Case studies of solid and hollow cylinders are elaborated. The second part concerns the study of the behavior of the compound cylinders exposed to thermomechanical loading. The last part is devoted to a simulation of the behavior of the stuffing box sealing assembly under the temperature and tightening pressure. The distributions of radial contact pressures and axial displacement are discussed. The results of this study show that the combination of thermal expansion and the applied tightening load play an important role in the sealing performance of the stuffing box sealing. The development of an analytical model and the conduct of experimental studies will help to better understand the behavior of this system under the combined thermal and mechanical loading conditions.

# Table des matières

Liste des tableaux .....	3
Liste des figures.....	4
Liste des abréviations, signes et acronymes .....	6
Introduction générale.....	7
Chapitre I. Contexte et problématique.....	5
I.1. Introduction.....	5
I.2. Comportement thermoélastique des cylindres .....	6
I.2.1 Comportement élastique des cylindres.....	6
I.2.1.1 Les contraintes dans un système de coordonnées cylindrique.....	6
I.2.1.2 Les déformations dans un système de coordonnées cylindrique .....	7
I.2.1.3 La loi de Hooke en coordonnées cylindrique .....	7
I.2.2 Comportement thermoélastiques des cylindres .....	8
I.2.3 Méthode de résolution analytique.....	8
I.2.3.1 Approche en déplacement .....	9
I.2.3.2 Approche en contrainte.....	9
I.2.4 Techniques de résolution numérique .....	9
I.3. Les systèmes de presse-étoupe.....	9
I.3.1 Les différents systèmes des valves .....	11
I.3.2 Les garnitures à tresses.....	14
I.3.3 Revue de la littérature.....	17
I.3.3.1 Introduction .....	17
I.3.3.2 Modèles analytiques .....	17
I.3.3.3 Études expérimentale.....	22
I.3.3.4 Analyse par éléments finis.....	29
I.3.3.5 Conclusion.....	31
Chapitre II. Conduction thermique dans les cylindres .....	33
II.1 Introduction .....	33
II.2 L'équation de conduction de chaleur .....	33
II.3 Solution de l'équation de chaleur en coordonnées cylindriques .....	35
II.4 Les différents conditions aux limites.....	36
II.4.1 Conditions aux limites isothermes.....	36
II.4.2 Conditions aux limites à flux constant .....	36
II.4.3 Échanges convectifs sur une paroi.....	37
II.4.4 Échanges radiatifs sur une paroi .....	37
II.4.5 Contact entre deux solides.....	37
II.5 Etude de cas de transfert de chaleur par conduction dans un cylindre .....	38
Chapitre III. Comportement des cylindres composés soumis au chargement thermomécanique .....	50
III.1 Introduction .....	50
III.2 Modèle analytique du cylindre composé .....	52
III.3 Modèle Élément Finis .....	56
III.4 Résultats et discussion.....	56
III.5 Conclusion.....	63
Chapitre IV. Simulation du comportement de la garniture du presse-étoupe soumise aux charges thermomécanique .....	64

IV.1	Introduction .....	64
IV.2	Analyse par Élément Finis.....	66
IV.2.1	Modèle Élément Finis.....	67
IV.2.2	Caractéristiques des matériaux .....	67
IV.2.3	Conditions aux limites.....	68
IV.3	Résultats et discussions .....	68
IV.4	Conclusion.....	75
	<b>Conclusion générale</b> .....	<b>77</b>
	Références bibliographiques .....	80



## Liste des tableaux

---

Tableau 1: Valeurs déterminées à partir du banc d'essai d'Ochonski [11].....	23
Tableau 2: Propriétés mécaniques et thermiques de l'acier standard [60] .....	39
Tableau 3: Propriétés mécaniques de l'acier et de l'aluminium [60] .....	57
Tableau 4 : Caractéristiques mécaniques des éléments de l'assemblage de la presse étoupe [60] .....	68

## Liste des figures

Figure I.1 : Pompe muni d'un joint d'étanchéité de presse étoupe [6].....	10
Figure I.2: Constituants principaux sur une vue en coupe d'un robinet à soupape [7] .....	11
Figure I.3: Variantes des robinets à opercule .....	12
Figure I.4: Variantes des robinets à tournant.....	12
Figure I.5: Variantes des robinets à soupape.....	13
Figure I.6: Variantes des robinets à papillon.....	13
Figure I.7: Variantes des robinets à obturateur déformable .....	13
Figure I.8: type d'étanchéité (guichon-vannes).....	14
Figure I.9: Tresse carrée à deux pistes .....	15
Figure I.10: Tresse carrée à trois pistes .....	16
Figure I.11: Tresse carrée à quatre pistes .....	16
Figure I.12: Tresse avec angles renforcés .....	16
Figure I.13: Schéma d'un presse-étoupe [13].....	17
Figure I.14 : Modèle des contraintes appliquées sur un élément de la tresse [13] .....	18
Figure I.15: Diagramme de corps libre des éléments de la presse étoupe [13] .....	20
Figure I.16: Model de Maxwell généralisé [16].....	21
Figure I.17: Montage expérimental d'Ochonski [11].....	22
Figure I.18: Distributions des contraintes radiales [10] .....	24
Figure I.19: banc d'essai de Klenk [20] .....	24
Figure I.20 : Le banc d'essai de la presse étoupe [30] .....	26
Figure I.21: Test standard utilisé par Grine [33] pour caractériser le paramètre poreux du joint. (a) UGR et (b) ROTT.....	27
Figure I.22: Banc d'essai utilisé pour déterminer : (a) radial et (b) axial perméabilité et l'effet Klinkenberg's [34] .....	28
Figure I.23 : Modèle Elément Finit du système presse étoupe [14].....	30
Figure II.1: Cylindre plein sous certaines conditions aux limites .....	38
Figure II.2: Distribution de la température pour le cas 1.....	41
Figure II.3: Distribution de la température pour le cas 2.....	43
Figure II.4: Distribution de la température pour le cas 3.....	45
Figure II.5: Distribution de la température pour le cas 4.....	47
Figure II.6: Distribution de la température pour le cas 5.....	49
Figure III.1: Modèle du cylindre composé [58] .....	52
Figure III.2: Distribution radiale de la température.....	58

Figure III.3: L'effet de la pression interne sur la contrainte radiale.....	59
Figure III.4: L'effet de la variation de la température sur la contrainte radiale .....	59
Figure III.5: L'effet de la température et de la pression interne sur la contrainte circonférentielle .....	60
Figure III.6: L'effet de la température et de la pression interne sur la contrainte axiale.....	61
Figure III.7: Effet de la température sur la contrainte de Von-Mises.....	62
Figure III.8: La variation du déplacement radial .....	62
Figure IV.1: Le système de presse étoupe.....	64
Figure IV.2: Distribution de la température dans le système de presse étoupe [62] .....	69
Figure IV.3: Distribution de la température à l'interface intérieure et extérieure de la garniture.....	69
Figure IV.4: Distribution des contraintes de contact radiale à T=25°C .....	70
Figure IV.5: Distribution des contraintes de contact radiale à T=250°C .....	71
Figure IV.6: Distribution de la contrainte de contact radiale pour $\sigma_D = 28$ MPa .....	71
Figure IV.7: Distribution des contraintes axiales au diamètre moyen de la garniture pour différentes températures et valeurs de contrainte de serrage. ....	72
Figure IV.8: Variation du coefficient $\beta$ en fonction de la température du fluide et de différentes pressions de serrage.....	73
Figure IV.9: Ratio de Compatibilité entre les données EF et l'équation (4.1) en fonction de la température du fluide et différentes pressions de serrage.....	74
Figure IV.10 : Coefficient de pression latérale $K_i$ .....	74
Figure IV.11 : Coefficient de pression latérale $K_o$ .....	75

## Liste des abréviations, signes et acronymes

---

$\sigma_{rr, \theta\theta, zz}$	Contraintes radiale, tangentielle et axiale
$\sigma_D$	Contrainte axiale de compression à la surface supérieure de la garniture (MPa)
$\sigma_x$	Contrainte axiale de compression à une position axiale x (MPa)
q	Contrainte radiale de contact (MPa)
K	Coefficient de transmission de la pression latérale
$K_i$	Coefficient de transmission de la pression latérale à l'interface tige-garniture
$K_o$	Coefficient de transmission de la pression latérale à l'interface garniture-boîtier
d	Diamètre intérieur de la garniture, $D=2R_2$ (mm)
D	Diamètre extérieur de la garniture, $d=2R_1$ (mm)
$\mu_i$	Coefficient de frottement à l'interface tige-garniture
$\mu_o$	Coefficient de frottement à l'interface garniture-boîtier
$\beta$	Paramètre de la garniture ( $\text{mm}^{-1}$ )
Q	Transfer de chaleur à travers le cylindre composé
T	Température ( $^{\circ}\text{C}$ )
$T_1$	Température de la surface intérieure du cylindre Cy1 ( $^{\circ}\text{C}$ )
$T_2$	Température de la surface de contact entre les deux cylindres Cy1 et Cy2 ( $^{\circ}\text{C}$ )
$T_3$	Température de la surface extérieure du cylindre Cy2 ( $^{\circ}\text{C}$ )
$r_{ou, rin}$	Rayon extérieur et intérieur (mm)
$\varepsilon_{rr, \theta\theta, zz}$	Déformation radiale, circonférentielle et axiale
$E_i$	Module de Young
G	Module de cisaillement ou module Coulomb
$\alpha_i$	Coefficient de dilatation thermique ( $\text{K}^{-1}$ )
$u_i$	Déplacement radial (mm)
$\nu_i$	Coefficient de Poisson
$C_{ij}$	Constantes d'intégration
$r, \theta, z$	Coordonnées cylindriques
a, b et c	Les rayons du cylindre composé (mm)
$p_i$	Pression interne (MPa)
$\lambda_i$	Conductivité thermique ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ )

### Acronymes

EPA	Agence américaine de protection de l'environnement
ISO	International Organisation for Standardization
API	American Petroleum Institute
ESA	European Sealing Association
AFNOR	Association Française de Normalisation
FG	Graphite expansé
PTFE	Polytétrafluoroéthylène
ASME	American Society of Mechanical Engineers
EPA	Environmental Protection Agency

## Introduction générale

Dans un contexte industriel qui est devenu de plus en plus mondialisé, les entreprises affrontent des défis de grandes ampleurs. La globalisation du marché, la clientèle exigeante et les enjeux environnementaux sont devenu autant d'aspects auxquels les entreprises doivent faire face. Il est donc indispensable de garantir des gains de temps, d'efficacité, de sécurité du personnel et une disponibilité optimale des équipements tout en respectant l'environnement. En effet, au-delà du fonctionnement normal des installations, il est obligatoire d'accorder une attention particulière aux installations utilisant des équipements mécaniques sous pression. Ces équipements sont fréquemment exposés à des défaillances. Les défaillances se manifestent souvent par la ruine d'un de leurs composants pressurisés engendrant des fuites d'envergure variable.

Un entretien régulier et une maintenance bien organisée permettent de contrôler une proportion des fuites occasionnées au cours de la production. Dans les cas où les fuites sont incontrôlables et importantes ; généralement produites dans les réservoirs sous-pression, les conduites, les compresseurs et les valves industrielles ; elles peuvent provoquer des dégâts matériels considérables, des dommages sanitaires et environnementaux et mêmes des pertes de vie humaine.

Selon Global Carbon Atlas, en 2018, les émissions fugitives aux Etats Unis étaient de l'ordre de 5000 millions de tonnes de CO<sub>2</sub>. En Europe, ces émissions ont atteint les 3400 millions de CO<sub>2</sub>. Les valves industrielles font partie de composantes mécaniques sous pression qui causent le plus des émissions fugitives, elles atteignent entre 50 et 60 % selon l'Agence Américaine de Protection de l'Environnement (EPA). Depuis les années 90, des procédures et code standards pour qualifier l'étanchéité des valves ont été développé par des organisations internationales. ISO 15848-1&2, Afnor [1,2] et API STANDARD 622 [3] sont des exemples de normes dédiées à l'étanchéité des valves.

Le comportement des équipements soumis à des charges thermomécaniques est d'une importance primordiale pour les chercheurs dans diverses disciplines. Les cylindres et les valves sont utilisés dans l'ingénierie industrielle et ils fonctionnent souvent sous des charges mécaniques et thermiques.

Les ingénieurs s'efforcent d'améliorer la conception des réservoirs sous pression ainsi que les valves afin d'assurer leurs sécurités et leurs fiabilités sous différentes charges thermomécaniques. Les cylindres sont utilisés dans divers types d'industries comme l'industrie chimique, pétrolière, pharmaceutique, militaire ainsi que dans les centrales électriques. Lorsque le fluide chaud passe à travers un cylindre, il exerce une certaine pression et un transfert de chaleur se produit entre la surface du cylindre et le fluide.

Dans les installations industrielles ou les cylindres subissent des pressions plus importantes, il y a une variation significative des contraintes résultantes. Ce qui implique que le matériau du cylindre ne doit pas être utilisé au-delà de sa contrainte limite de sécurité. Pour surmonter ce problème, au lieu de l'utilisation des cylindres en une seule couche ou monoblocs, ils sont renforcés ou remplacés par des cylindres composés. Un cylindre composé est constitué au moins de deux cylindres superposés. Le rayon extérieur du cylindre interne est initialement plus grand que le rayon intérieur du cylindre externe. Cet assemblage a une capacité de supporter des pressions internes plus grandes et à optimiser l'utilisation des matériaux efficacement. Cet assemblage est réalisé en chauffant le cylindre interne ou en refroidissant le cylindre externe.

Dans le cas des cylindres composés, la discontinuité des couches de point de vue matériau crée des discontinuités au niveau des contraintes et principalement pour les contraintes circonférentielles.

Pour les valves ; qui sont sujet à la majeure partie des fuites, ils existent sous différentes formes, mais leurs technologie d'étanchéité est assurée par presque les mêmes composants.

Etant donné que les valves sont utilisées dans des secteurs d'activités industriels (l'industrie pétrolière, l'agroalimentaire et le nucléaire), elles fonctionnent dans des conditions d'exploitation extrêmement sévères. Les hautes pressions et les températures élevées sont imposées sur les garnitures de presse étoupe ; qui assurent l'étanchéité des machines comme les pompes et les compresseurs.

Vu la présence de ces diverses conditions dans lesquelles les équipements sous pression sont mises en œuvre, il est obligatoire de traiter certains problèmes techniques pour garantir un meilleur niveau de performance. Par conséquent, il est nécessaire de comprendre et d'examiner le mode de fonctionnement des garnitures dans le but d'identifier les phénomènes physiques affectant leur comportement. Pour ce faire, il faut définir des modèles qui de simule et par suite améliore ce système d'étanchéité.

Les systèmes de presse-étoupes sont des pièces mécaniques ; qui sous pression ; permettent d'avoir une étanchéité des tiges des valves, des axes de pistons et de vérins. Les garnitures de presse-étoupes empêchent la fuite des fluides vers l'extérieure des équipements et empêchent des contaminants extérieurs d'entrer à l'intérieure des équipements.

Dans la littérature, des modèle analytique étaient développé pour évaluer les coefficients de transmission de la pression latérale et les pressions de contact aux interfaces garniture-tige et garniture-boîtier. Les caractéristiques mécaniques et géométriques des différentes composantes de l'assemblage étaient prises en considération. Une augmentation de la température modifie le comportement de la garniture et entraine des changements des contraintes et des déplacements dans les éléments de l'assemblage. En raison de l'expansion thermique de la garniture, la charge de serrage appliquée doit être réévalué pour assurer une meilleure d'étanchéité, et par conséquent une performance optimale et d'une disponibilité maximale.

Dans ce travail, le comportement des équipements sous pression ; à savoir les cylindres et les valves ; soumis aux hautes températures est étudié. Pour ce faire plusieurs étapes ont été considérées, à citer :

- La modélisation du comportement thermoélastique des cylindres ;
- L'analyse du comportement thermomécanique des cylindres composés ;
- La simulation du comportement thermomécanique de la garniture de presse-étoupe par la méthode des éléments finis à l'aide du logiciel Ansys.

Ces approches servent à déterminer les profils de la variation de la température, les distributions des contraintes et des déplacements ainsi que la localisation des zones névralgiques.

## **Plan du mémoire**

Dans ce mémoire, quatre chapitres sont développées. La première partie est consacrée à une présentation générale sur les systèmes pressurisés. En premier lieu, la théorie classique de la thermoélasticité utilisée dans le cas des cylindres est détaillée. Dans un deuxième temps, une présentation des valves industrielles et des garnitures qui assurent leur étanchéité, leur principe de fonctionnement ainsi que les caractéristiques de ses composants sont dévoilés. Par la suite, une revue générale des recherches bibliographiques portant sur le presse-étoupe et les différentes études analytique, expérimentale et numérique existantes, sont présentées.

Le deuxième chapitre traite le phénomène de la conduction thermique en régime permanent pour un corps cylindrique isotrope et homogène. La résolution analytique de quelques problèmes de conduction thermique dans le cas d'un corps cylindrique creux et plein est détaillée. Les distributions de température en régime permanent sont obtenues. L'analyse mathématique de la solution est décortiquée. A l'aide du logiciel Matlab les résultats sont présentés graphiquement et comparés à ceux obtenues par le logiciel d'éléments finis Ansys.

Dans le troisième chapitre, l'effet de l'application d'une pression ainsi qu'un chargement thermique sur un cylindre composé est discuté. Le modèle analytique développé est utilisé pour calculer la distribution de différentes contraintes ; radiale circonférentielle et axiales ainsi que les des déplacements résultants. Un ensemble de conclusions est déduites pour les cas où les cylindres sont fabriqués de matériaux identiques ou différents.

Quant au dernier chapitre, il est consacré à une analyse par éléments finis du comportement du presse étoupe soumis à la combinaison des conditions thermiques, transférées par le fluide confiné, et la pression de serrage appliquée par le fouloir. Cette analyse simulée par Ansys, montre l'influence de la variation de la température du fluide sur les pressions de contacts, la répartition des contraintes axiales ainsi que sur coefficients de pression latérale.

Enfin, l'ensemble des études faites le long de ce mémoire sont regroupé dans une conclusion générale, qui présente l'intérêt de l'analyse des contraintes thermiques appliquées sur les cylindres et le système de presse étoupe.



# Chapitre I. Contexte et problématique

## I.1. Introduction

L'effet du chargement thermomécanique sur le comportement des équipements sous pression a une importance considérable pour les chercheurs. Il aide à comprendre la conception de base d'un équipement sous pression et enrichi les connaissances dans la sélection des matériaux et des dimensionnements adéquats. La sélection de l'un ou de l'autre équipement dépend de la pression à supporter, de la température de fonctionnement et de la sécurité à prévoir.

L'analyse du comportement sous différents variété de chargement a une grande importance. La première étape pour analyser le comportement de la structure face aux différentes charges est l'analyse de contraintes qui peut être réalisée de différentes méthodes théorique, numérique et même validé expérimentalement.

Afin d'assurer une étanchéité dans les systèmes pressurisés, il existe des assemblages qui utilisent des garnitures de compression pour empêcher les fuites du fluide confiné vers l'extérieur. Ce système d'assemblage connu sous le nom de presse-étoupe se retrouve dans plusieurs types de machines et garantit une bonne étanchéité tout en assurant le mouvement relatif requis.

La décortication des éléments de n'importe quel système de presse-étoupe dévoile l'existence des pièces essentielles : La tige, la garniture, le boîtier et le fouloir. Dans des études antérieures le comportement de ces éléments a été assimilé à celui des cylindres. La garniture et le boîtier sont considérés comme des cylindres à parois épaisse alors que la tige est modélisée par un cylindre plein.

Lorsque le fluide, à une température élevée, passe à travers un cylindre ou en contact avec les composants de la presse étoupe, il exerce une certaine pression et un transfert de chaleur se produit entre la surface du contact et le fluide.

La première partie de ce chapitre présente en détail le comportement thermoélastique des corps cylindriques axisymétriques. La deuxième partie est consacrée à une présentation générale des systèmes de presse étoupe et aux garnitures qui assurent leur étanchéité, leur principe de fonctionnement ainsi que les caractéristiques de ses composants. Ainsi qu'une revue générale des recherches bibliographiques portant sur le système de presse étoupe et les différentes

études ; analytique, expérimentale et numérique existantes. Toutefois, ces différentes études se sont basées sur des simplifications du traitement du problème en négligeant certains effets comme celui de la température.

## I.2. Comportement thermoélastique des cylindres

### I.2.1 Comportement élastique des cylindres

La théorie classique de l'élasticité, qui remonte à Robert Hooke et Edme Mariotte au XVII<sup>e</sup> siècle ou, plus tôt encore, à Galileo Galilei au XVI<sup>e</sup> siècle, est une théorie primaire pour les matériaux isotropes, linéaires et élastiques soumis à de petites déformations. Toutes les équations directrices de cette théorie sont des équations aux dérivées partielles linéaires, ce qui signifie que le principe de superposition peut être appliqué : La somme des solutions individuelles à l'ensemble des équations est également une solution aux équations.

De telles relations constitutives sont considérées pour un cylindre. En effet après avoir développé ces relations sous leur forme non linéaire générale, l'attention est limitée au cas des petites déformations. La combinaison des relations constitutives linéarisées résultantes avec les équations d'équilibre du moment permet d'obtenir des équations gouvernantes associées à la théorie linéaire classique de l'élasticité [4].

Dans ce cas, le matériau du corps cylindrique, évolue à partir d'un état initial non sollicité (les contraintes sont nulles en tout point), vers un nouvel état d'équilibre sous l'action de sollicitations extérieures. Dans ce cadre les hypothèses d'étude sont les suivantes :

- Le comportement du matériau est supposé élastique, homogène et isotrope
- les effets dynamiques ne sont pas pris en compte : on suppose que le chargement est imposé lentement

#### I.2.1.1 Les contraintes dans un système de coordonnées cylindrique

On se basant sur les équations d'équilibre, on peut déduire les expressions des contraintes suivantes [4] :

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} + F_r = 0 \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial z} + \frac{2}{r} \sigma_{r\theta} + F_\theta = 0 \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{1}{r} \sigma_{rz} + F_z = 0 \quad (1.3)$$

Ou  $F_r, F_\theta, F_z$  désignent les composants de la force corporelle par unité de volume agissant sur l'élément cylindrique.

### I.2.1.2 Les déformations dans un système de coordonnées cylindrique

On définit les composantes de la déformation dans le repère cylindrique en fonction des composantes du déplacement par [4] :

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r}, \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad (1.4)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{r\theta} &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \right) \\ \varepsilon_{rz} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) \\ \varepsilon_{z\theta} &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (1.5)$$

Avec  $u_r, u_\theta, u_z$  sont les composantes du déplacement dans les directions  $r, \theta, z$ , respectivement

### I.2.1.3 La loi de Hooke en coordonnées cylindrique

Les équations constitutives, ou les équations définissant la loi de Hooke, pour un corps cylindrique isotrope homogène dans un système de coordonnées cylindrique, est la suivante [4] :

$$\varepsilon_{rr} = \frac{1}{E} [\sigma_{rr} - \nu(\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz})] = \frac{1}{2G} \left[ \sigma_{rr} - \frac{\nu}{1+\nu} \Theta \right] \quad (1.6)$$

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{E} [\sigma_{\theta\theta} - \nu(\sigma_{rr} + \sigma_{zz})] = \frac{1}{2G} \left[ \sigma_{\theta\theta} - \frac{\nu}{1+\nu} \Theta \right] \quad (1.7)$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{1}{E} [\sigma_{zz} - \nu(\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{rr})] = \frac{1}{2G} \left[ \sigma_{zz} - \frac{\nu}{1+\nu} \Theta \right] \quad (1.8)$$

$$\varepsilon_{r\theta} = \frac{\sigma_{r\theta}}{2G}, \varepsilon_{\theta z} = \frac{\sigma_{\theta z}}{2G}, \varepsilon_{zr} = \frac{\sigma_{zr}}{2G} \quad (1.9)$$

Avec  $\Theta = \sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz}$

### I.2.2 Comportement thermoélastiques des cylindres

Le comportement des matériaux dans le cas thermoélastique revient à traiter les déformations qui sont causées non seulement à des contraintes mécaniques, mais également à des élévations de la température.

Si le champ de température est supposé connu, la résolution d'un problème de thermoélasticité ne diffère d'un problème d'élasticité que par la loi de comportement. On peut donc voir la thermoélasticité comme un problème d'élasticité classique avec un chargement d'origine thermique supplémentaire.

Dans ce cas, les équations constitutives, ou loi de Hooke généralisée, d'un corps isotrope homogène dans un système de coordonnées cylindrique sont les suivantes [5] :

$$\varepsilon_{rr} = \frac{1}{E} [\sigma_{rr} - \nu(\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz})] + \alpha\tau = \frac{1}{2G} \left[ \sigma_{rr} - \frac{\nu}{1+\nu} \Theta \right] + \alpha\tau \quad (1.10)$$

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{E} [\sigma_{\theta\theta} - \nu(\sigma_{rr} + \sigma_{zz})] + \alpha\tau = \frac{1}{2G} \left[ \sigma_{\theta\theta} - \frac{\nu}{1+\nu} \Theta \right] + \alpha\tau \quad (1.11)$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{1}{E} [\sigma_{zz} - \nu(\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{rr})] + \alpha\tau = \frac{1}{2G} \left[ \sigma_{zz} - \frac{\nu}{1+\nu} \Theta \right] + \alpha\tau \quad (1.12)$$

$$\varepsilon_{r\theta} = \frac{\sigma_{r\theta}}{2G}, \varepsilon_{\theta z} = \frac{\sigma_{\theta z}}{2G}, \varepsilon_{zr} = \frac{\sigma_{zr}}{2G} \quad (1.13)$$

Avec  $\Theta = \sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz}$  et  $\tau$  désigne le changement de température

### I.2.3 Méthode de résolution analytique

La résolution d'un problème d'élasticité ou de thermoélasticité, se ramène à trouver une fonction qui satisfait aux différentes équations de mécanique et d'équilibre. Pour résoudre ce problème, le principe utilisé repose sur deux méthodes différentes. L'une part des déplacements et l'autre des déformations ou des contraintes.

### 1.2.3.1 Approche en déplacement

L'approche en déplacement est la plus simple. Elle consiste à choisir le champ de déplacement comme inconnue principale. Pratiquement, on se donne une certaine forme pour ce champ et on cherche à vérifier toutes les équations du problème. Ce champ doit aussi satisfaire les conditions limites en déplacement. Ensuite, déformations sont calculées directement à partir de la relation de compatibilité alors que les contraintes sont calculées en utilisant la loi de comportement. Il reste à vérifier les équations d'équilibre, et les conditions limites en contrainte.

### 1.2.3.2 Approche en contrainte

L'approche en contrainte consiste à partir d'un champ de contrainte vérifiant les équations d'équilibre. La relation de comportement inversée donne les déformations en fonction des contraintes

## I.2.4 Techniques de résolution numérique

Lorsque les problèmes deviennent complexes, les méthodes analytiques sont dépassées, il faut alors recourir à des approches numériques. Les trois grandes familles d'approches numériques adoptées dans le domaine de la mécanique des milieux continus sont :

- Les éléments finis : L'approche par éléments peut être utilisée pour les cas de problèmes de mécanique faisant intervenir des géométries complexes. Les codes industriels les plus connus sont, Abaqus, Nastran et Ansys
- Les différences finies : La méthode des différences finies nécessite des domaines de formes simples.
- Les éléments de frontière : la méthode des éléments frontières facilite la prise en compte simple d'un milieu infini ou semi-infini mais ce milieu doit être linéaire.

## I.3. Les systèmes de presse-étoupe

Le presse-étoupe est connu depuis plus de 150 ans. C'est un moyen simple, facile en utilisation et avec de bonnes performances pour une étanchéité statique et dynamique. Il est utilisé sur les premières pompes comme présenté sur la figure I.1.

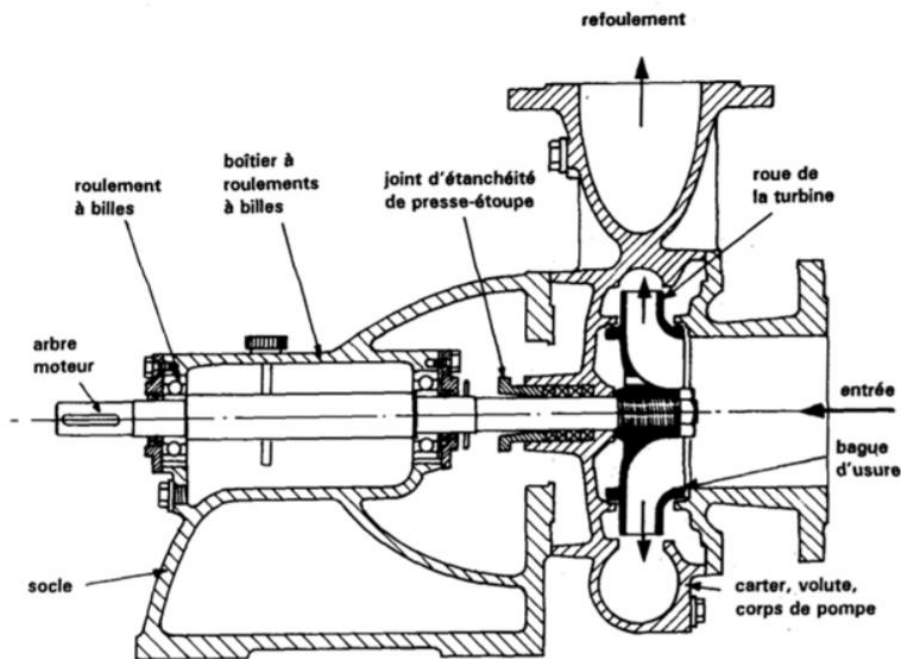


Figure I.1 : Pompe muni d'un joint d'étanchéité de presse étoupe [6]

Un système de presse étoupe est schématiquement constitué d'un boîtier, d'une tige, d'un fouloir et d'une garniture, élément primordial de l'étanchéité de ce système. Pour assurer son rôle, un effort de serrage très important est appliqué aux garnitures ; qui sont joints des anneaux superposés et comprimés ; par l'intermédiaire du fouloir, ce qui résulte en une pression radiale suffisante pour étancher le fluide. Par contre, une pression radiale non adéquate cause une augmentation de l'effort de manœuvre de la tige non négligeable. Il est donc nécessaire de garder un niveau d'étanchéité acceptable et un effort de compression optimale afin d'optimiser industriellement l'installation.

Ainsi, dans le but de faire un examen global ; pour décrire et comprendre le comportement du presse étoupes et l'évolution des recherches scientifiques dans ce sens ; la partie suivante est consacrée pour introduire des généralités sur les différents systèmes de vannes et sur les garnitures et, par la suite, une présentation générale des études antérieures qui portent sur la caractérisation et la modélisation analytique et numérique du comportement d'un presse-étoupe. Par la suite une revue globale des études expérimentales, élaborées pour déterminer les paramètres principaux caractérisant les garnitures de presse-étoupe.

### I.3.1 Les différents systèmes des valves

Dans le domaine industriel, divers fluides (liquides, gaz, solutions chimiques...) sont présents en permanence. Au cours de leur transport, l'écoulement des fluides doit être contrôlé tout en garantissant l'étanchéité du système. Les valves sont utilisées pour cette finalité. Elles fonctionnent en ajustant manuellement ou automatiquement la position du membre de fermeture dans la valve, appelé obturateur.

Les vannes sont constituées en générale des éléments montrés sur la figure 1.2 suivante :

- Une enveloppe, qui est un organe fixe. Il constitue l'interface entre le fluide et l'ambiance extérieure ;
- Un obturateur, qui actionne le passage du fluide
- Des systèmes de raccordement
- Et du système de manœuvre de l'obturateur.

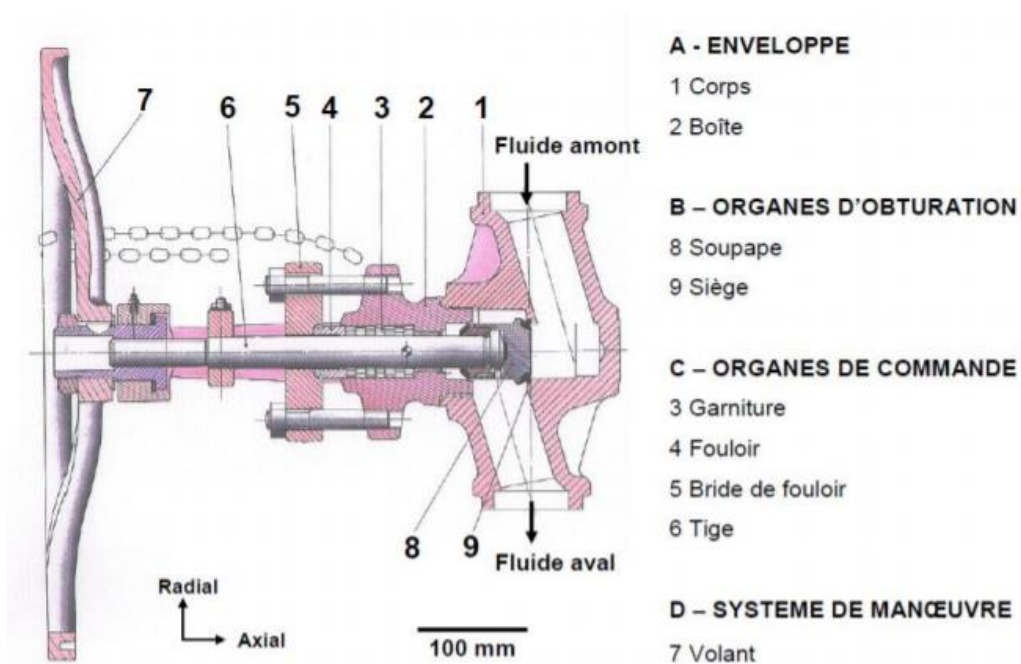


Figure I.2: Constituants principaux sur une vue en coupe d'un robinet à soupape [7]

Les robinets sont classifiés en cinq familles d'appareils comme indiqué sur le guide de la robinetterie industrielle de l'Association Française des pompes et agitateurs, des compresseurs et de la robinetterie [8] :

- Robinets-vannes ou à opercule : L'obturateur se déplace perpendiculairement à l'écoulement du fluide (figure I.3)

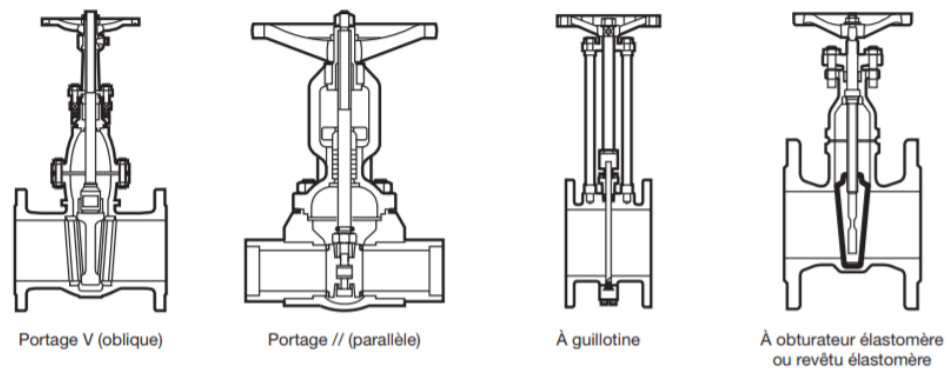


Figure I.3: Variantes des robinets à opercule

- Robinets à tournant : L'obturateur (tournant) se déplace par rotation autour d'un axe perpendiculaire au sens d'écoulement. En position ouverte, il est traversé par le fluide (figure I.4).

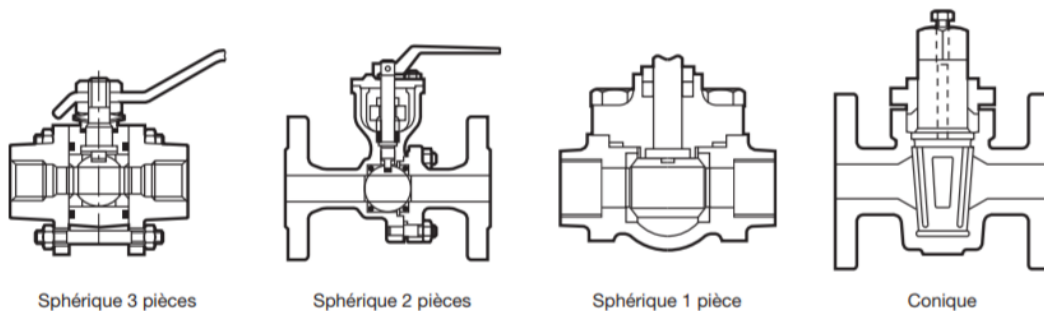


Figure I.4: Variantes des robinets à tournant

- Robinets à soupape : L'obturateur se déplace linéairement dans le sens de l'écoulement au niveau du siège. Le corps comporte un seul siège. La fermeture de l'obturateur (dit soupape ou clapet) se fait généralement contre la pression du fluide (figure I.5).
- Robinets à papillon : L'obturateur (papillon) se déplace par rotation autour d'un axe perpendiculaire au sens d'écoulement du fluide. En position ouverte, il est contourné par le fluide (figure I.6).



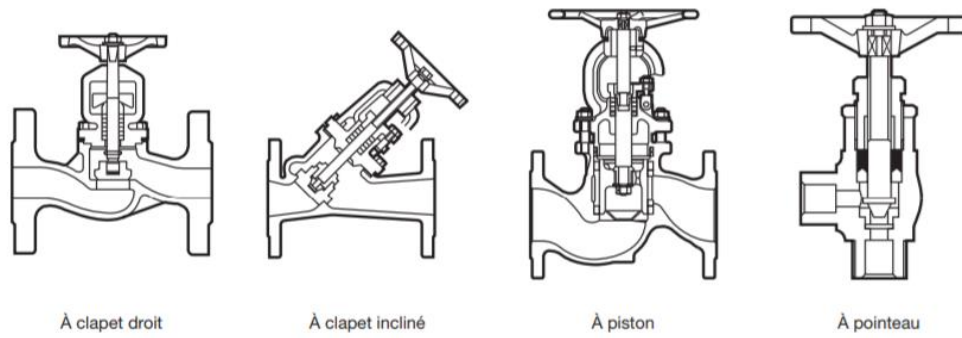


Figure I.5: Variantes des robinets à soupape

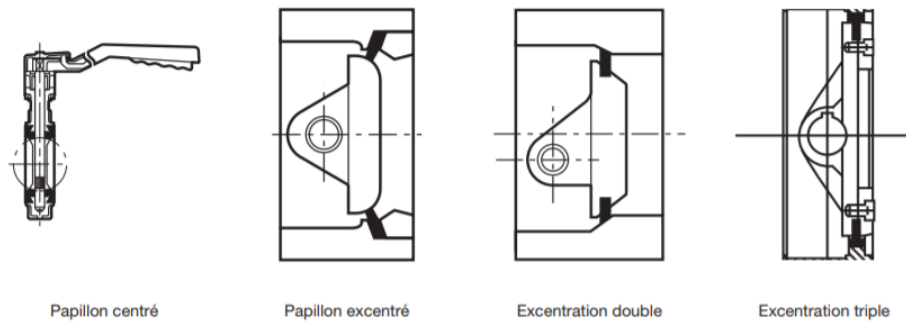


Figure I.6: Variantes des robinets à papillon

- Robinets à obturateur déformable : L'obturation est réalisée par la déformation d'un composant flexible (figure I.7).

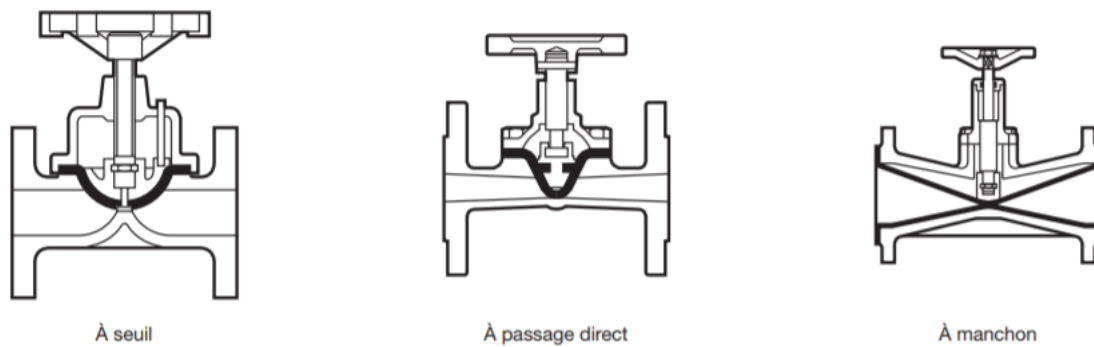


Figure I.7: Variantes des robinets à obturateur déformable

En robinetterie industrielle, l'étanchéité est l'une des contraintes fondamentales. Elle existe sous deux différentes catégories (I.8) :

- étanchéité process /atmosphère (interne) : elle assure l'étanchéité entre la zone fluide et l'extérieur du robinet ;
- étanchéité en ligne (externe) : elle assure l'étanchéité entre l'amont et l'aval du robinet ;

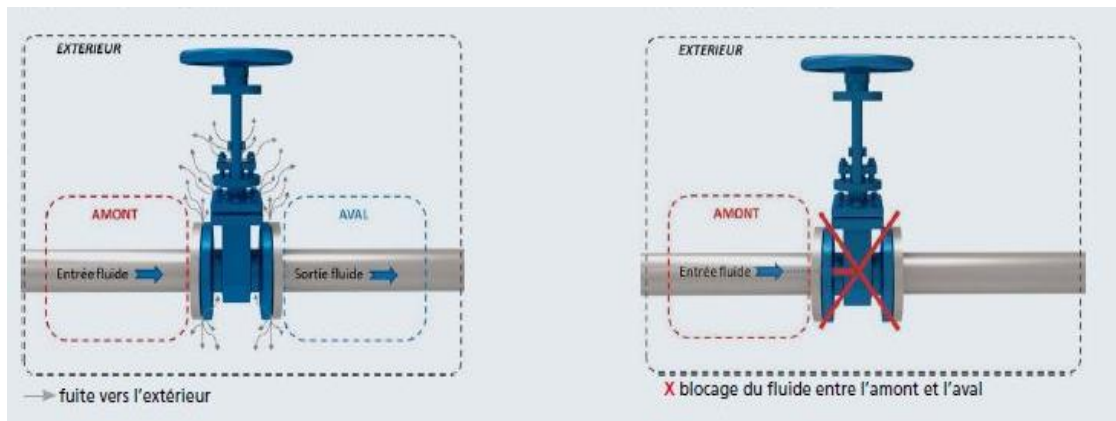


Figure I.8: type d'étanchéité (guichon-vannes)

### I.3.2 Les garnitures à tresses

Les valves qui sont équipées d'un piston ou d'une tige sont munis d'un presse étoupe qui assure l'étanchéité entre le procédé et l'extérieur (tige de manœuvre et axe de commande). Un presse étoupe est constitué d'un ensemble de garnitures (bagues) comprimées, composées d'une ou plusieurs nuances de matériaux (téflon-graphite).

En général, les matières utilisées dépendent des conditions de leurs utilisations (température d'opération, composition chimique du fluide confiné...). Fluid Sealing Association (FSA) ET European Sealing Association (ESA) [9] ont publié un document qui présente un large choix de matériaux. A titre d'exemple :

- Les fibres cellulosiques ou végétales : Elles sont des fibres naturelles (lin, coton, ramie, jute...) utilisées dans les applications hydrauliques. Elles présentent l'avantage d'avoir un prix bas par rapport aux fibres synthétiques. Leurs principaux inconvénients sont leur faible résistance chimique et thermique. Ils ont une très faible résistance aux acides mais sont généralement résistant aux alcalis.
- Les fibres synthétiques : (PTFE, acrylique, carbonée...). Les fibres de PTFE ont une résistance élevée aux produits chimiques et à la chaleur. Les fibres de PTFE ont un degré

plus élevé d'orientation moléculaire que leurs homologues en résine, et donc une résistance significativement plus grande au fluage à froid. Quand à au processus d'expansion du PTFE, il crée une micro-structure de nodules de PTFE interconnectés et fibrilles, créant une micro-structure extrêmement forte dont la résistance à la traction est considérablement supérieure. Cette résistance se traduit par une résistance bien supérieure au fluage à froid, ce qui diminue ensuite la relaxation de fluage par rapport aux fibres traditionnelles non expansées.

Les garnitures compressées sont fabriquées d'une vaste gamme de matériaux, des différentes formes et tailles ainsi que les procédés de fabrication. Dans ce qui suit, on cite quelques types de garniture.

La tresse carrée est formée lorsque des fils, des mèches, des rubans et autres matériaux divers, seuls ou en combinaison, sont traités sur un équipement où les brins passent par-dessus et dans la même direction. Les garnitures résultantes sont généralement fournies dans une section transversale carrée, mais des tailles rectangulaires peuvent également être tressées par cette méthode. Les tresses carrées, qui sont généralement souples et souples, peuvent contenir un pourcentage élevé de lubrifiant. Ils sont généralement utilisés pour les applications rotatives à grande vitesse à une pression relativement basse. Cette construction est plus couramment utilisée pour fabriquer des emballages carrés de petite taille (6 mm). Cette tresse carrée à 2 pistes forme des garnitures de plus grande dimensions. Huit fils de tressage sont tressés autour de 4 brins d'angle pour former une tresse à 2 pistes comme dans la figure I.9.

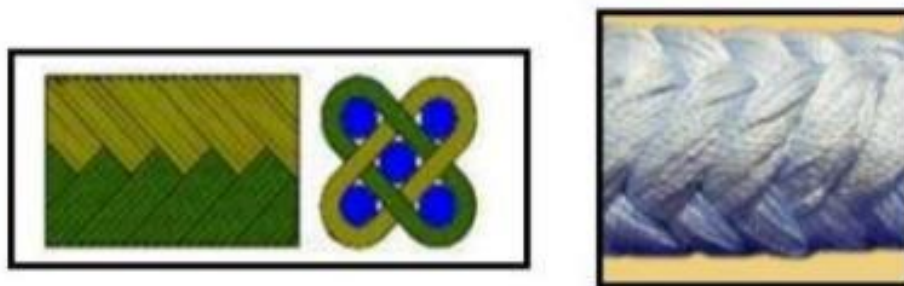


Figure I.9: Tresse carrée à deux pistes

Pour les grandes garnitures, on utilise des tresses diagonales à trois ou à quatre voies pistes comme illustré sur les figures I.10 et I.11.



Figure I.10: Tresse carrée à trois pistes

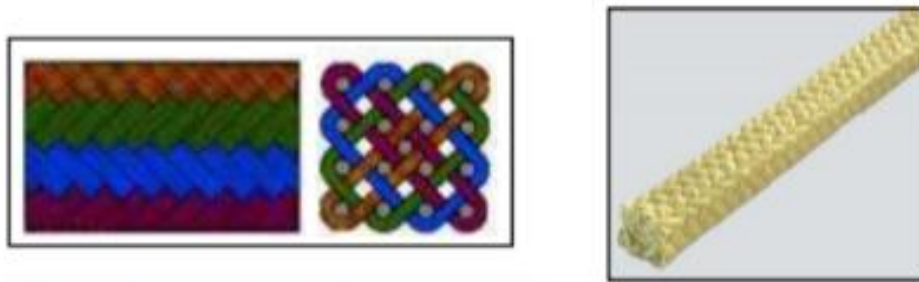


Figure I.11: Tresse carrée à quatre pistes

Les renforts d'angle, un autre type de garniture avec des fibres de renforcement dans les angles. Les joints d'angle renforcés peuvent convenir à des applications avec une abrasivité accrue, combinées avec des pompes rotatives à grande vitesse (figure I.12).



Figure I.12: Tresse avec angles renforcés

### I.3.3 Revue de la littérature

#### I.3.3.1 Introduction

Peu étudiées jusqu'à présent, les presse étoupe n'ont pas fait l'objet de recherches anciennes. Au cours de cette partie de l'état de l'art, une revue dans la littérature bibliographique des recherches scientifiques concernant les presses étoupes est présentée. Premièrement, la description des essais et des expériences menées dans ce domaine. Puis, le développement des modèles analytique représentant le comportement général de ces systèmes. Enfin, l'ensemble des modèles éléments appliqués.

#### I.3.3.2 Modèles analytiques

Pour faire une analyse et une modélisation des garnitures mécaniques, il faut décortiquer les éléments qui composent un système presse étoupe et comprendre son principe de fonctionnement. Le système est composé de la tige qui est l'axe de manœuvre de la valve, du boîtier, du fouloir et de la garniture. La figure I.13 présente un schéma du presse-étoupe muni de garnitures à tresses dans les conditions de montage initial où l'arbre est stationnaire et la pression du fluide est nulle.

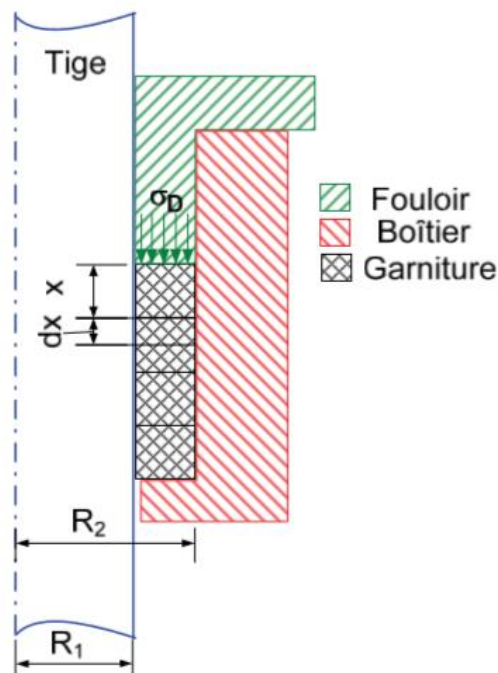


Figure I.13: Schéma d'un presse-étoupe [13]

L'écrasement de la tresse lors de l'application de la charge de serrage, produit par la contrainte de compression,  $\sigma_D$ , génère du frottement entre la tresse d'un côté et la tige et le boîtier de l'autre côté. Cet état de fait engendre une distribution non uniforme de la contrainte axiale,  $\sigma_x$ , et de la contrainte radiale de contact,  $q$ , le long de la tresse.

Les garnitures de presse étoupe n'ont pas fait l'objet des recherches que vers les années soixante. En 1957, Denny [10] a réalisé la première caractérisation analytique de garniture. Il a démontré à l'aide de l'équation (1.14) que le coefficient de transmission  $k$  (le rapport entre la contrainte radiale/pression radiale  $q$  transmise et la contrainte axiale de serrage imposée  $\sigma_x$ ) est constant lorsque la contrainte axiale  $\sigma_s$  atteint une certaine valeur critique.

$$K = \frac{q}{\sigma_x} \quad (1.14)$$

Ce coefficient calculé est un coefficient moyen qui ne tient pas en considération la non homogénéité de la garniture et la nature des garnitures (mode de tressage, forme, dimensions, matériau) et le frottement aux interfaces est négligeable dans le cas d'une seule garniture.

Ochonski a proposé en 1988 [11] un modèle théorique qui détermine la distribution de contrainte (ou pression) radiale et qui tient compte des frottements aux interfaces tige-garnitures et garniture-boîtier.

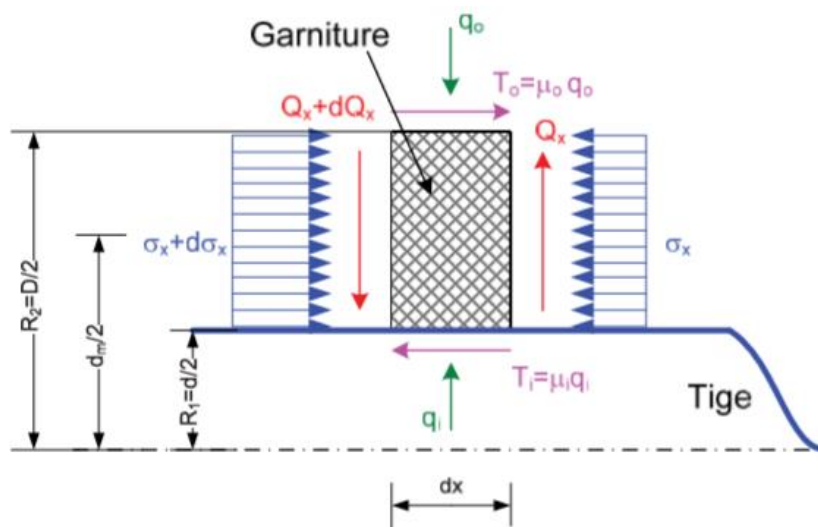


Figure I.14 : Modèle des contraintes appliquées sur un élément de la tresse [13]

Avec l'équilibre axial des forces qui agissent sur un élément de la tresse de longueur dx, figures 1.13 et 1.14, et en négligeant l'effet de cisaillement, Ochonski [11] a démontré que la contrainte axiale, à une position axiale donnée, varie suivant une loi exponentielle exprimée par l'équation suivante :

$$\sigma_x = \sigma_D e^{-\left[ \frac{2(\mu_i K_i R_1 + \mu_o K_o R_2)}{R_2^2 - R_1^2} \right] x} \quad (1.15)$$

En supposant que la contrainte radiale est proportionnelle à la contrainte axiale et selon l'équation (1.14), les contraintes radiales ou les pressions de contact aux interfaces garniture tige et garniture-boîtier sont données respectivement par :

$$q_i(x) = K_i \sigma_x = K_i \sigma_D e^{-\beta x} \quad (1.16)$$

$$q_o(x) = K_o \sigma_x = K_o \sigma_D e^{-\beta x} \quad (1.17)$$

$$\beta = 2 \frac{(\mu_i K_i R_1 + \mu_o K_o R_2)}{R_2^2 - R_1^2} \quad (1.18)$$

Ainsi, les contraintes radiales aux interfaces tige-garnitures  $q_i$  et boîte-garnitures  $q_o$  peuvent être exprimées en fonction du coefficient de transmission K et de la contrainte axiale de serrage imposée  $\sigma_D$ . En revanche, le modèle analytique d'Ochonski ne prend pas en compte de l'évolution des contraintes au sein des garnitures pendant le mouvement de la tige et l'influence du fluide à étancher en raison de la difficulté de mesurer les contraintes à l'interface tige-garnitures sur une tige mobile.

En 1997, Pengyou et al. [12] ont utilisé le même modèle précédent et ils ont considéré l'équilibre des moments calculés au centroïde de l'élément de la garniture de longueur dx. Ils ont remplacé la contrainte radiale par des forces concentrées. Ces dernières sont situées à un quart de l'épaisseur de la garniture à partir de son diamètre moyen. La contrainte axiale, avec ces approximations, sera donnée par l'équation (1.19).

$$\sigma_x = \sigma_D e^{-\left[ \frac{8(\mu_i K_i R_1 - \mu_o K_o R_2)}{R_2^2 - R_1^2} \right] x} \quad (1.19)$$

Ils ont ajouté une relation supplémentaire qui compare les valeurs de  $K_i$  et  $K_o$  sans les donner individuellement :

$$\frac{K_i}{K_o} = \left( \frac{\mu_o}{\mu_i} \right) \left( \frac{R_2}{R_1} \right) \left( \frac{3R_2 + 5R_1}{5R_2 + 3R_1} \right) \quad (1.20)$$

Diany et Bouzid [13] ont présenté un modèle plus rigoureux qui donne la distribution des contraintes axiales et détermine un nouveau paramètre utilisé dans les équations (1.19) et (1.20). Considérant le diagramme du corps libre présenté à la figure 15, et en prenant le moment autour de l'axe et en considérant la force infinitésimale du moment, ils ont déterminé que :

$$\beta = \frac{4(\mu_i K_i R_1 + \mu_o K_o R_2)}{D^2 - d^2} \quad (1.21)$$

Et par la suite

$$\frac{K_i}{K_o} = \left( \frac{\mu_o}{\mu_i} \right) \left( \frac{R_2}{R_1} \right) \left( \frac{5R_2 + 7R_1}{7R_2 + 5R_1} \right) \quad (1.22)$$

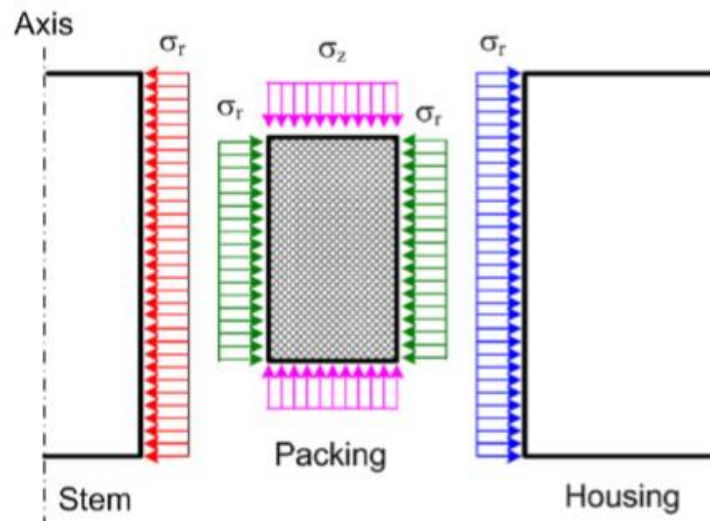


Figure I.15: Diagramme de corps libre des éléments de la presse étoupe [13]

La flexibilité de la tige et du boîtier est un facteur important à prendre en compte lors de la simulation du comportement réel d'un presse-étoupe. Diany et Bouzid [14] ont étudié l'interaction des éléments de presse-étoupe. Sur la base du diagramme du corps libre et de la



flexibilité des différents éléments du presse-étoupe, comme illustré à la figure I.15, ainsi que l'analyse des conditions de compatibilité entre la garniture et les parois latérales, les coefficients de pression latérale interne et externe ont été évalués indépendamment. Ils ont constaté que ces coefficients dépendent du matériau et de la géométrie et ont fait des comparaisons avec d'autres résultats similaires dans la littérature.

Le serrage initial de la garniture, qui génère la pression de contact nécessaire pour assurer l'étanchéité, diminue avec le temps en raison de la relaxation et le fluage du matériau de garniture. Ce fait a incité les chercheurs à étudier ce phénomène dans le but de prédire la chute de pression de contact et son influence sur les fuites. Tashiro et Yoshida [15] ont étudié le relâchement des contraintes sur les garnitures. Ils ont mis au point un modèle théorique qui a été validé expérimentalement. Les bagues d'étanchéité testées en amiante et graphite, modélisées comme matériaux viscoélastiques, décrivent potentiellement leur comportement de relaxation.

Une autre étude menée par Diany et Bouzid en 2012 [16] portait principalement sur la relaxation à court terme des anneaux d'étanchéité. Leur modèle analytique développé, basé sur le modèle généralisé de Maxwell illustré à la figure I.16, repose sur le module de relaxation du matériau de la garniture pour prédire la relaxation. Huit séries de Prony modélisent le comportement viscoélastique de la garniture dont les coefficients requis sont obtenus à partir des données matérielles disponibles dans la littérature.

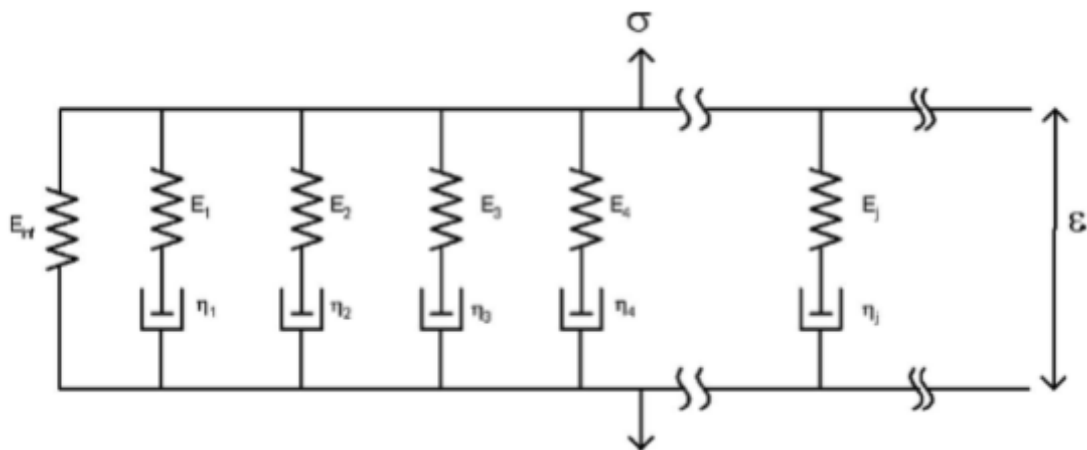


Figure I.16: Model de Maxwell généralisé [16]

Kazeminia et al [1-19] ont présenté plusieurs modèles analytiques pour évaluer les contraintes dans les composants du presse-étoupe. Ils ont présenté une étude de modélisation des contraintes de contact basée sur deux configurations. La première configuration consiste à introduire un espace variable entre la garniture et le boîtier afin de créer une répartition uniforme

des contraintes axiales. La deuxième configuration consiste à insérer un anneau du joint à la fois et à utiliser le processus de chargement et de déchargement pour créer une déformation plastique et des contraintes résiduelles. Ils ont également développé un modèle analytique basé sur la combinaison de la théorie des anneaux, de la théorie des cylindres à paroi minces et de la théorie des fondations élastiques.

### I.3.3.3 Études expérimentale

Dans la littérature, les études expérimentales sont diversifiées. L'approche expérimentale est la plus couramment utilisée puisqu'elle permet de découpler et caractériser les paramètres mis en jeu et qui affectent la performance d'étanchéité des vannes.

Les tests expérimentaux ont été faits sur des bancs d'essai en simulant le fonctionnement d'un robinet. Le but est de vérifier si les garnitures accomplissent leur rôle fondamental : assurer l'étanchéité tout en permettant les mouvements de la tige avec l'effort de compression acceptable. Le principe des tests effectués est d'appliquer une contrainte axiale tout en bloquant le déplacement radial des surfaces interne et externe de la garniture et le déplacement axial de la surface inférieure. Des contraintes radiales au niveau des deux surfaces de contact sont créées grâce au blocage du déplacement radial imposé. La relation entre la contrainte axiale appliquée et les pressions de contacts générées permet de calculer les coefficients de la pression latérale.

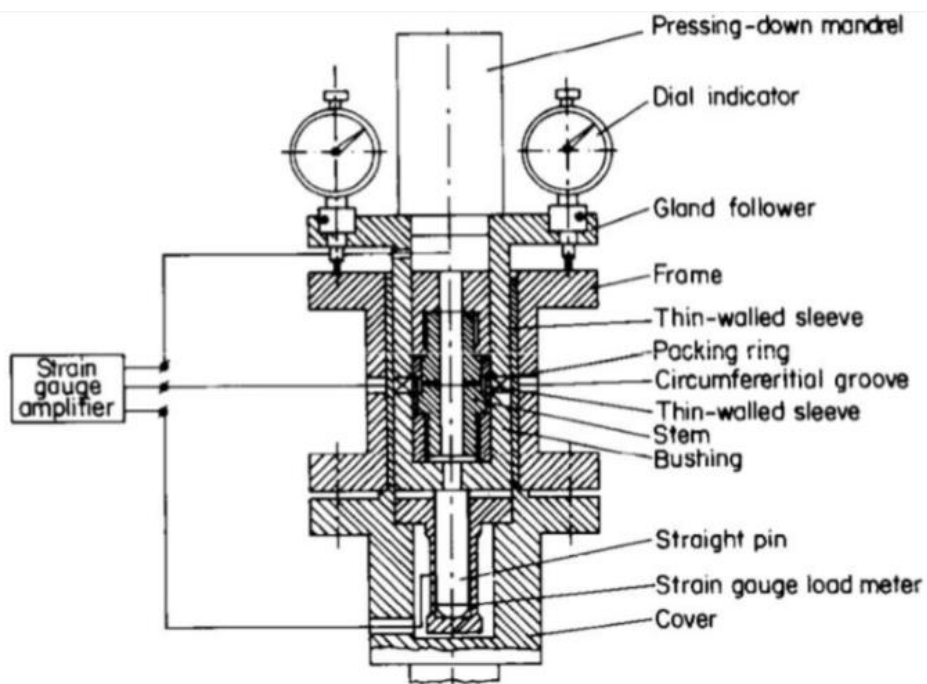


Figure I.17: Montage expérimental d'Ochonski [11]

Ochonski [11] et Klenk [20] ont utilisé des dispositifs expérimentaux qui modélisent le fonctionnement d'un robinet. Ils ont déterminé le coefficient de frottement à l'interface tige-garnitures,  $\mu_i$  en ont essayant plusieurs types de garnitures.

Ochonski [11] a utilisé dans le montage présenté sur la figure I.17, une garniture carré tressée d'un fil en amiante blanc, imbibée de téflon (PTFE) pré-compressée à 5 MPa.

Les déformations, le coefficient de la pression latérale et le coefficient de friction ont été mesurés. Le tableau 1 suivant montre les résultats trouvés.

Tableau 1: Valeurs déterminées à partir du banc d'essai d'Ochonski [11]

	Gland stress per MPa			
Coefficient	5.0	10.0	15.0	20.0
$K_i$	0.66	0.75	0.79	0.81
$K_o$	0.54	0.58	0.59	0.60
$\beta, mm^{-1}$	0.010	0.0075	0.0053	0.0034

Comme le montre ce tableau, les valeurs des coefficients de pression latérale interne et externe ne sont pas égales car les matériaux de la garniture tressés présentent un comportement anisotrope.

Le coefficient de pression latérale au rayon intérieur de la garniture est toujours supérieur à celui du rayon extérieur alors que les deux sont indépendants de la pression du presse-étoupe, à l'exception des faibles contraintes de serrage de 1 à 12 MPa dues à la compression des bulles d'air dans le matériau poreux.

Les pressions de contact latérales ont été mesurées à l'aide des capteurs, sous forme de douilles à parois minces instrumentées.

La distribution des pressions de contact latéral sur la figure I.18 est obtenue en variant la valeur de la contrainte axiale du fouloir.

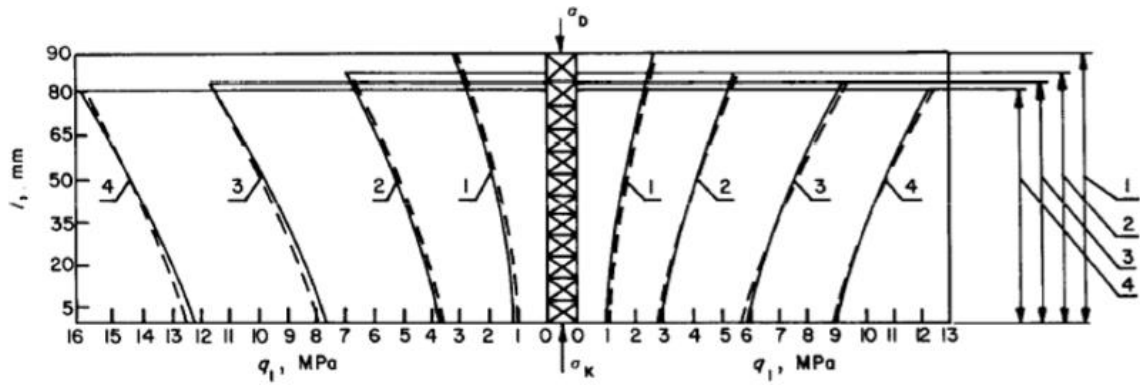


Figure I.18: Distributions des contraintes radiales [10]

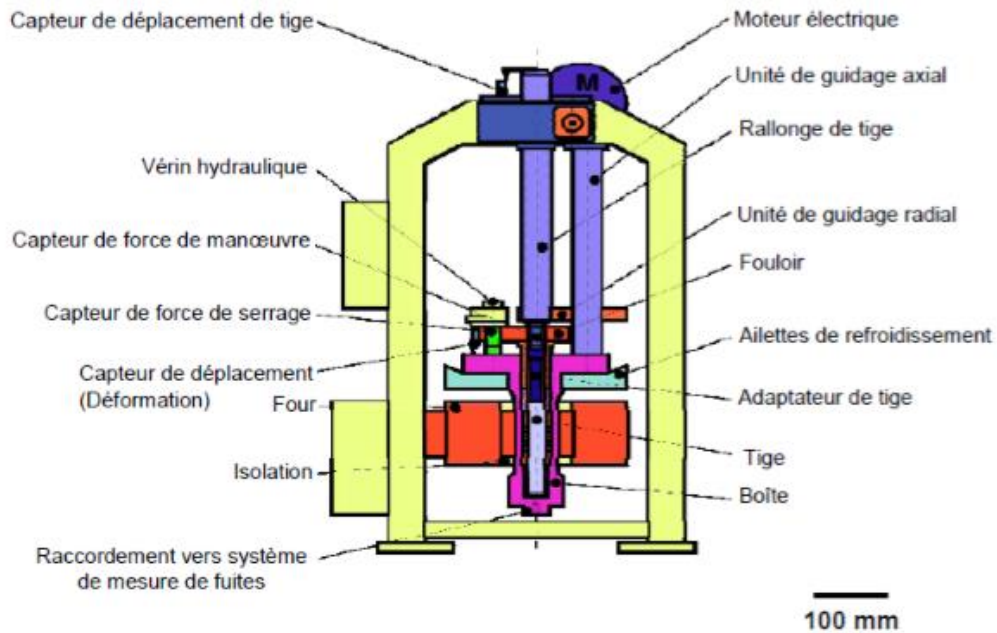


Figure I.19: banc d'essai de Klenk [20]

Sur le banc d'essai montré sur la figure I.19, Klenk [20] a mesuré l'effort manoeuvre au cours d'essai afin de déduire le coefficient de frottement  $\mu_i$ . Pour les différents types de garnitures testées, il a constaté que ce coefficient de frottement diminue lorsque l'effort de serrage et la température augmentent mais aucune explication physique n'a été donnée.

Dans cet essai, l'eau a été utilisée comme liquide de référence à différentes pressions. Hisao et Yoshida ont mené des études expérimentales sur la caractérisation du comportement de la garniture et ont utilisé des données expérimentales pour valider leur modèle analytique proposé [21, 22].

Bartonicek and Schoeckle [23] ont proposé un nouveau banc d'essai et une nouvelle procédure d'essai pour déterminer les paramètres de garniture. Leur banc est semblable à celui utilisé pour les joints. Dans leur étude expérimentale, ils se sont également intéressés de la relaxation à court terme de la garniture du presse-étoupe et ont utilisé les résultats des expériences pour mettre au point une méthode permettant de suggérer une contrainte initiale appliquée sur la garniture de presse-étoupe pour une étanchéité adéquate.

Klenk et al. [24] ont mené différentes études expérimentales dans le but de caractériser les garnitures de presse étoupe. Dans une tentative de normalisation d'une procédure d'essai, ils ont proposé une méthode d'essai inspirée de la norme allemande TA-Luft/VDI 2440 (Klenk et al. [24]). Ils ont mis au point la méthode pour les joints à brides boulonnés et l'ont adoptée par la suite pour les garnitures presse étoupes.

Pour améliorer la performance de l'étanchéité des garnitures de presse-étoupe, il faut choisir et développer de nouveaux matériaux. Le choix de ces matériaux doit être conforme aux nouvelles réglementations mondiales sur les émissions fugitives. Parmi ces nouveaux matériaux, Schaaf et al. [25] ont testé en 2005 des matériaux non tissés pouvant supporter des températures allant jusqu'à 2800°C. Les anneaux en graphite exfolié sont un autre type pour remplacer les matériaux à base d'amiante qui ont été interdits pour des raisons de santé. Une étude sur les anneaux en graphite a été réalisée expérimentalement, analytiquement et numériquement par Roe et Torrance [26], dont les résultats ont présenté une variété de coefficients de frottement dans le temps.

Veiga et al. [27] ont étudié la dégradation de l'étanchéité des garnitures de presse-étoupe dans des conditions de services à haute pression. Ils ont proposé un banc d'essai qui simulait le comportement du presse-étoupe des vannes à des températures élevées. De plus, ils ont mis en évidence peu de paramètres spécifiques requis pour une performance d'étanchéité adéquate dans les presse-étoupe des vannes. Différents matériaux de garniture tressés, le nombre de bagues d'étanchéité, la contrainte de compression initiale, la relaxation et le couple de serrage de la tige ne sont que quelques exemples (Veiga et al. [28]).

Ottens et al. [29] ont mené une étude de conception optimisée dans le but d'obtenir une meilleure performance d'étanchéité des garnitures de presse-étoupe. L'objectif de l'analyse d'optimisation était de maintenir la contrainte de contact constante en minimisant l'usure, le traitement de surface et le revêtement de la tige. Ils ont proposé plusieurs traitements de surface tels que l'AlTiN, le Nitrure de chrome multicouche et le Carbure de tungstène. Ensuite, ils ont

surveillé la baisse de la contrainte et de l'étanchéité de l'emballage au fil du temps. Des essais de frottement ont été effectués en utilisant de l'azote comme gaz de référence à 160 bars et 400°C, suivis d'essais d'étanchéité.

Diany et Bouzid [30] ont étudié la caractérisation des anneaux d'étanchéité à l'aide d'une méthode hybride numérique expérimentale pour caractériser deux types d'emballages, le PTFE et le FG. Ils ont mis au point cette méthode hybride en combinant des données expérimentales et des résultats FE pour obtenir des coefficients de pression latérale. Le banc d'essai utilisé dans cette étude est illustré à la figure I.20.

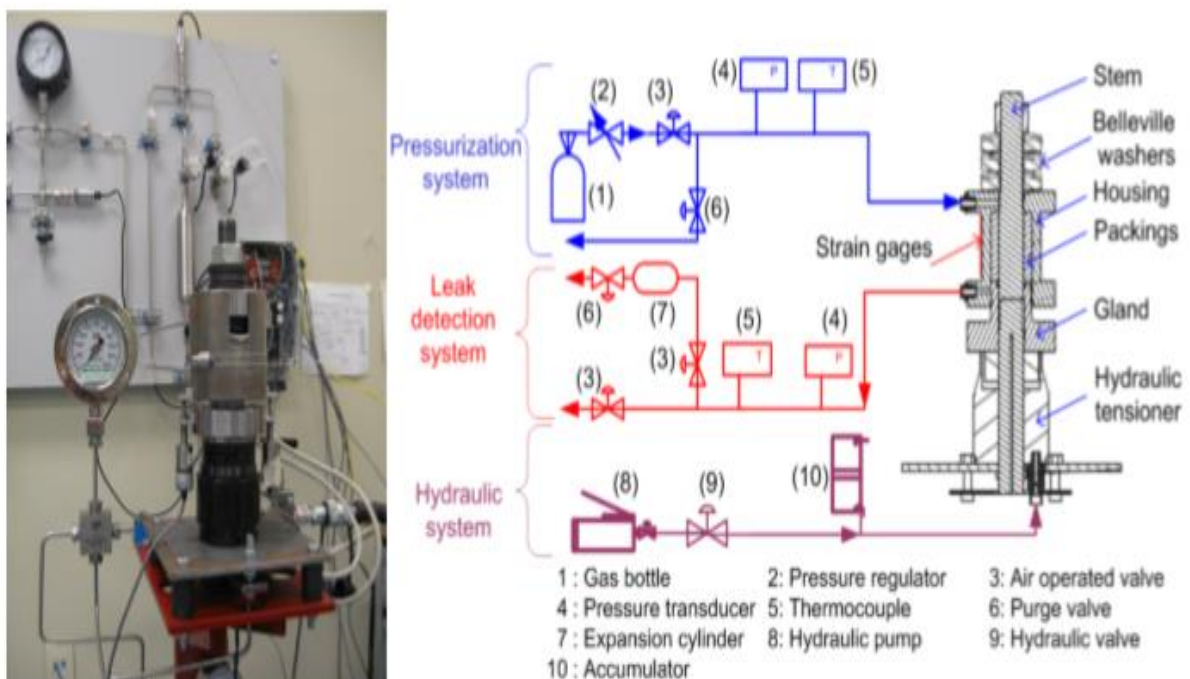


Figure I.20 : Le banc d'essai de la presse étoupe [30]

Diany et Bouzid [31] ont développé une méthode hybride expérimentale-analytique pour caractériser deux types de garnitures tressées : le Téflon et le graphite flexible. L'exploitation des résultats de tests effectués sur le banc d'essais expérimental ; présenté sur la figure I.21 suivante ; et simulant le presse-étoupe, combinée à ceux d'une analyse par éléments finis ont permis de déterminer les caractéristiques mécaniques de la garniture.

Grine et Bouzid [32] ont utilisé un banc d'essai spécial dans leurs études sur l'écoulement du fluide dans les joints boulonnés, comme le montre la figure I.21.



Figure I.21: Test standard utilisé par Grine [33] pour caractériser le paramètre poreux du joint. (a) UGR et (b) ROTT

Les fluides liquides et gazeux peuvent tous deux être utilisés par l'installation universelle de garniture d'étanchéité (UGR), qui est présentée à la figure (I.21.a). L'eau et le kérosène ont été utilisés comme liquides et l'hélium et l'argon comme gaz. En plus des tests d'étanchéité à température ambiante, cette machine est capable de mesurer les taux de fuite et le comportement

de fluage dans des conditions de fonctionnement à haute température. L'étude expérimentale menée sur ce banc d'essai a été réalisée à de faibles niveaux de contrainte de joint d'étanchéité.

Afin d'étudier les petits taux de fuite lorsque la contrainte de compression sur le joint d'étanchéité est élevée, on utilise le test d'étanchéité à température ambiante (ROTT). Cette machine est utilisée par Grine [33] comme le montre la figure I.21.b. La technique de détection des fuites est basée sur la spectrométrie de masse, qui peut détecter de petites quantités de fuites, jusqu'à  $10^{-10}$  mg/s.

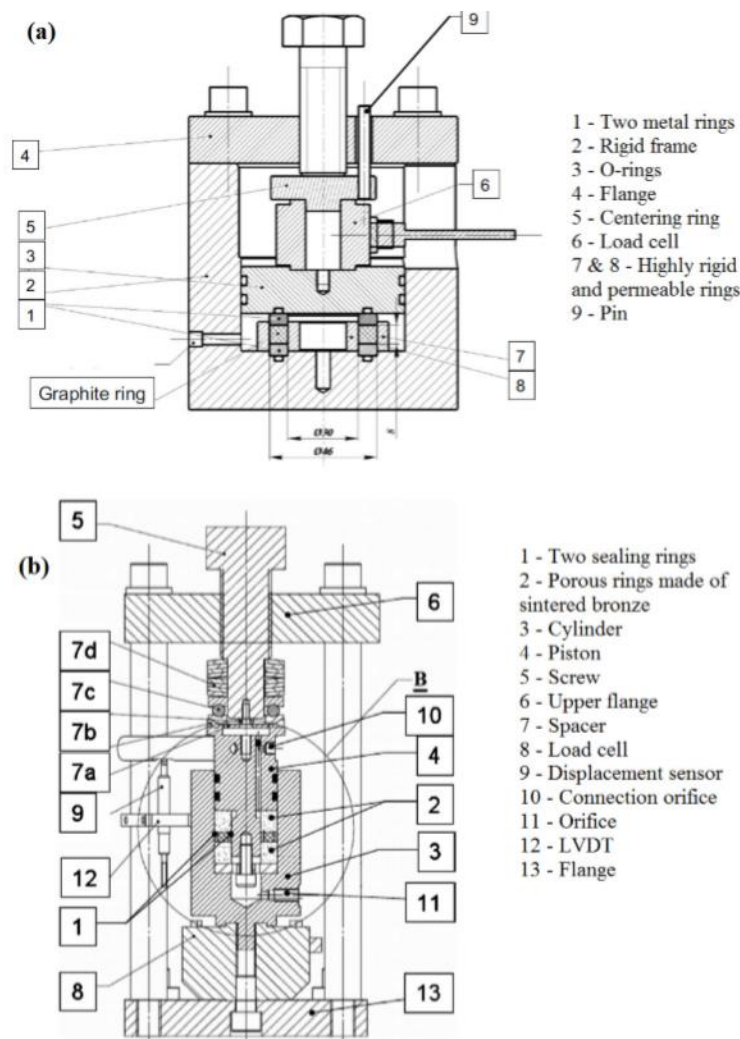


Figure I.22: Banc d'essai utilisé pour déterminer : (a) radial et (b) axial perméabilité et l'effet Klinkenberg's [34]

Dans le but de caractériser les matériaux poreux de la garniture, Lasseux et al [34, 35] ont mené des études expérimentales en utilisant deux bancs d'essai différents. La perméabilité et l'effet de Klinkenberg ont été les deux principaux paramètres étudiés dans leur étude. Les deux bancs d'essai sont conçus pour étudier les fuites dans les directions radiale et axiale. Les bancs d'essai



sont illustrés à la figure I.22. Dans ces expériences, la méthode de décomposition sous pression a été utilisée pour mesurer les taux de fuite d'une variété de bagues d'étanchéité à base de graphite. Grâce à une procédure d'optimisation, les résultats expérimentaux ont été utilisés conjointement avec la loi de Darcy pour déterminer la perméabilité et l'effet de Klinkenberg.

#### I.3.3.4 Analyse par éléments finis

Avec des solutions de plus en plus accessibles et performantes, la simulation numérique a un réel intérêt industriel. C'est un processus qui permet de calculer sur ordinateur les structures complexes soumises à n'importe quelle condition de chargement. L'utilisation de tels outils dans le domaine d'ingénierie présente plusieurs avantages et inconvénients. En particulier, il permet l'analyse de modèles complexes et à grande échelle à faible coût par rapport aux études expérimentales. De plus, il permet de résoudre des problèmes complexes qui sont parfois très difficiles ou impossibles à traiter analytiquement.

Cependant, la capacité des logiciels commerciaux à inclure tous les comportements matériels est limitée, et les matériaux de la garniture tombent dans cette catégorie, par conséquent, les utilisateurs sont invités à valider et à vérifier leurs résultats.

La configuration de la vanne du presse-étoupe emballé a un axe de symétrie qui facilite sa simulation. Le principal obstacle dans la simulation numérique de la garniture de presse-étoupe est la modélisation matérielle des anneaux de garniture et l'interaction entre l'anneau de garniture et les parois latérales. Plusieurs chercheurs ont déjà proposé différentes techniques pour simuler numériquement les interactions boîtier, tige, fouloir et garniture.

Cartraud et Wielcosz [36] ont proposé un modèle de matériau d'étanchéité élastoplastique. Zerres et al [37] ont comparé le comportement mécanique des assemblages boulonnés obtenus par l'analyse MEF et l'approche proposée par le code européen EN-1591. Ils ont examiné les modèles en utilisant les simplifications introduites par le code européen EN.

Baogang et al. [38] ont réalisé un modèle EF 3D en considérant la non-linéarité du comportement du joint. Ils ont comparé les résultats d'une analyse de plusieurs joints de différentes épaisseurs de brides, montrant ainsi que la performance d'un joint de bride est affectée par la non linéarité de la courbe contrainte-déformation du joint.

Sawa et al. [39] ont utilisé un modèle élastoplastique qui tient compte de l'effet d'hystérésis et du comportement non linéaire d'un joint spiralé pour étudier l'effet du diamètre nominal des

brides sur la distribution de la contrainte de contact. Ils ont constaté que la variation de la répartition de la contrainte de contact des assemblages boulonnés de grand diamètre est plus grande que pour ceux de diamètre inférieur. Ce phénomène s'explique par la différence dans le nombre de boulons et la flexibilité de rotation de la bride. Ainsi, lorsque la pression interne est appliquée à l'assemblage, ils ont constaté une réduction de la surface d'étanchéité réelle.

Diany et Bouzid [12] ont simulé numériquement l'interaction mécanique du presse-étoupe à l'aide du logiciel ANSYS. Le modèle est une configuration axisymétrique avec des éléments plans à quatre nœuds utilisés pour modéliser le boîtier et la tige, et des éléments hyper élastiques 2D à quatre nœuds pour modéliser la garniture. Ils ont utilisé des données expérimentales pour décrire le comportement non linéaire du matériau de la garniture pendant la phase de chargement. Cependant, la pression et la température de perte de charge n'ont pas été étudiées dans cette étude.

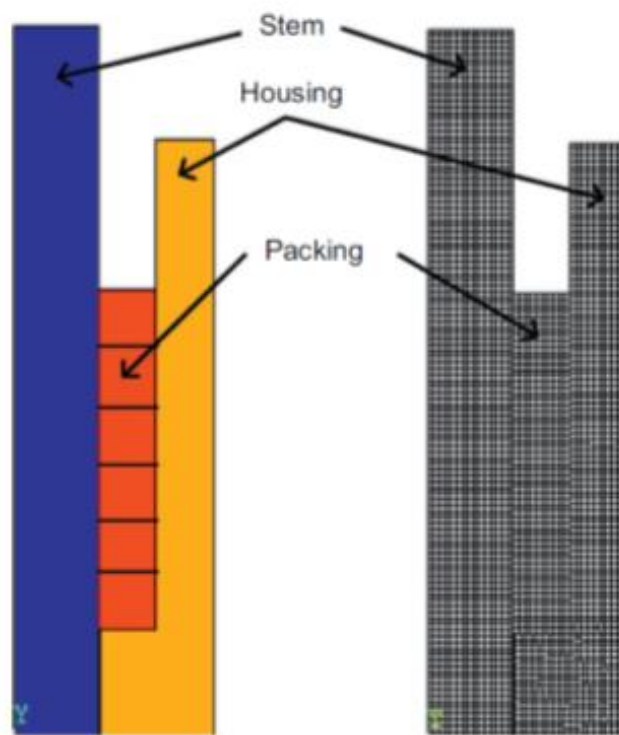


Figure I.23 : Modèle Eléments Finis du système presse étoupe [14]

Dans un autre article, Diany et Bouzid [14] ont exploité une simulation numérique pour évaluer leur modèle analytique proposé. Le modèle d'éléments finis axisymétrique, illustré à la figure I.23, a été utilisé pour étudier l'effet de la contrainte axiale appliquée sur la distribution axiale

de la pression de contact latérale entre la garniture et les parois latérales en fonction du coefficient de frottement.

Le matériau de la garniture a été modélisé en utilisant le comportement du matériau Mooney-Rivlin avec les deux constantes  $C1$  et  $C2$ , déterminées expérimentalement par ajustement de courbe. Les paramètres étudiés étaient le nombre de tresses de la garniture (2 à 8), la pression du presse-étoupe (10 à 50 MPa) et le coefficient de friction (0,15 à 0,25).

#### I.3.3.5 Conclusion

Ce chapitre a été dédié à l'analyse des systèmes de presse étoupe. Les composants qui le constituent ont été décortiqués pour comprendre le fonctionnement de chaque élément, ainsi que leurs conditions de fonctionnement. Une revue générale des études précédentes les plus pertinentes a été présentée. Ces différentes études ont cerné les aspects relatifs au comportement réel de la garniture utilisée pour assurer l'étanchéité des presse-étoupes. Toutefois, ces différentes études se sont basées sur des simplifications du traitement du problème en négligeant certains effets. L'effet de la température n'était pas pris en considération dans les modèles présentés. La suite de ce travail est consacrée à l'analyse des conséquences de la présence de l'effet thermique combiné à celui engendré par l'application de la contrainte de serrage.

# Chapitre II. Conduction thermique dans les cylindres

## II.1 Introduction

Les différents procédés utilisés dans le domaine industriel sont très souvent la source d'échanges de chaleur. Ils sont soit le but recherché (fours, échangeurs, thermoformage, refroidissement, trempe...), soit ils surviennent involontairement (chocs thermiques, pertes de chaleurs, rayonnement). Le mécanisme par lequel la chaleur est transférée dans un système est assez complexe. Cependant, il semble qu'on parle des modes de transfert plutôt basiques et indépendants, à savoir : La conduction, la convection et le rayonnement. Ces modes de transferts déterminent les profils de la température dans un corps.

La détermination de la distribution de la température générée par les conditions thermiques est essentielle pour analyser les contraintes thermomécaniques. Ce chapitre propose une approche mathématique pour traiter le problème du transfert thermique en régime permanent pour un corps cylindrique isotrope et homogène, dans le but de déterminer la distribution de la température. La résolution de quelques problèmes typiques de conduction thermique dans le cas de cylindres creux et pleins est détaillée. Les distributions de température dans ces cas, en régime permanent, sont obtenues et calculées numériquement par logiciel Matlab. Le logiciel de simulation par MEF Ansys est utilisé pour valider les résultats trouvés. Les solutions des problèmes traités dans ce chapitre permettent d'aborder analytiquement des problèmes plus complexes avec des conditions aux frontières thermiques et mécaniques.

## II.2 L'équation de conduction de chaleur

La détermination des contraintes thermiques dans les cylindres nécessite de connaître la distribution de la température. On discutera dans cette partie les moyens qui aident à calculer la distribution de la température dans un corps solide cylindrique. Il existe trois modes de transfert de chaleur, à savoir : la conduction, la convection et le rayonnement. Lorsqu'on considère le transfert global de la chaleur dans un corps solide, le transfert dû au rayonnement est généralement négligeable. La répartition de la température dans le corps solide est régie principalement par la conduction thermique.

La quantité de chaleur transférée du point de haute température du corps solide au point de basse température par la surface isotherme, par unité de surface et par unité de temps s'appelle le flux de chaleur  $\phi$  avec dimension [W/m<sup>2</sup>] et donné par [40] :

$$\phi = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \quad (2.1)$$

Où  $\lambda$  est la conductivité thermique du solide qui est mesurée en [W/ (m. K)]. Ici,  $\partial/\partial n$  dénote différenciation le long de la normale  $n$  à la surface isotherme. L'équation est appelée loi de Fourier de la conduction thermique.

La dérivation de la loi de Fourier de la conduction thermique, permet de déduire l'équation de conduction de chaleur pour un solide comme suit [40] :

$$\frac{c\rho}{k} \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla^2 T + \frac{Q}{k} \quad (2.2)$$

où  $Q$  est la source de chaleur interne par unité de volume par unité de temps,  $c$  est la chaleur spécifique [J/(kg-K)],  $\rho$  est la densité [kg/m<sup>3</sup>].

L'équation de conduction thermique en régime permanent pour un solide isotrope homogène sans source de chaleur interne est la suivante [40]:

$$\nabla^2 T = 0 \quad (2.3)$$

En coordonnées cylindrique l'expression de l'opérateur Laplacien appliqué à la température  $T$  est donné par l'équation (2.4) :

$$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (2.4)$$

On considère maintenant les méthodes de solution de cette équation afin d'avoir la distribution de température dans un corps. Il existe diverses techniques analytiques pour résoudre l'équation de conduction thermique. Dans ce texte, les méthodes classiques de résolution des équations différentielles et des équations partielles. La méthode de séparation de variables et la solution

en série des fonctions de Bessel et de Bessel modifiées de première et deuxième espèce sont employées.

### II.3 Solution de l'équation de chaleur en coordonnées cylindriques

Pour résoudre l'équation de conduction thermique, on utilise la méthode de séparation de variable. La variation de température  $T$  se présente comme étant le produit de deux fonctions à une seule variable comme suit [41]:

$$T(r, z) = R(r)Z(z) \quad (2.5)$$

En remplaçant l'équation (2.5) dans l'équation (2.4) et en dévissant chaque terme par  $R(r)Z(z)$ , on obtient :

$$\frac{R''(r)}{R(r)} + \frac{1}{r} \frac{R'(r)}{R(r)} + \frac{Z''(z)}{Z(z)} = 0 \quad (2.6)$$

Où ' et '' représente la première et la seconde dérivées par rapport à  $r$  et  $z$ .

Cette égalité n'est satisfaite que si chaque groupe de fonction est égal à une constante arbitraire  $\alpha$  appelée constante de séparation comme [41]:

$$\frac{R''(r)}{R(r)} + \frac{1}{r} \frac{R'(r)}{R(r)} = -\frac{Z''(z)}{Z(z)} = \pm\alpha^2 \quad (2.7)$$

Ces équations peuvent être résolues par les techniques des équations différentielles ordinaires comme deux équations indépendantes. Les constantes d'intégration peuvent alors être trouvées en utilisant les conditions limites.

La nature de la solution doit être compatible avec les conditions aux limites données. Une paire de conditions aux limites homogènes dans une direction donnée nécessite une solution harmonique dans cette direction. Par conséquent, le signe de la constante de séparation est choisi de telle sorte que la solution dans la direction d'une paire de conditions limites homogènes mène à une solution harmonique.

Pour la solution d'une équation harmonique en coordonnées cylindriques générales en termes des deux variables  $r$  et  $z$ , la combinaison de chaque groupe de solutions, comme indiqué ci-dessous est utilisée.

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{array}{l} J_0(\alpha r) \\ Y_0(\alpha r) \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \cosh(\alpha r) \\ \sinh(\alpha r) \end{array} \right\} \\
 & \left\{ \begin{array}{l} I_0(\alpha r) \\ K_0(\alpha r) \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \cos(\alpha r) \\ \sin(\alpha r) \end{array} \right\} \\
 & \left\{ \begin{array}{l} r^n \\ r^{-n} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} z \\ 1 \end{array} \right\} \\
 & \left\{ \begin{array}{l} \ln r \\ 1 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} z \\ 1 \end{array} \right\}
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

Le choix de tel ou tel groupe de la solution dépend des conditions aux limites.

## II.4 Les différents conditions aux limites

Les conditions générales de surface à prescrire pour le transfert de chaleur et pour la température à la surface limite sont les suivantes [40] :

### II.4.1 Conditions aux limites isothermes

La température aux limites est imposée. Le cas le plus simple est  $T = T_0 = \text{Cste}$  sur toute la frontière. En réalité, cette condition est difficile à réaliser d'une manière expérimentale, sauf si le solide étudié est en contact avec un milieu extrêmement conducteur, et que ce milieu est lui-même parcouru par un fluide qui maintient sa température.

### II.4.2 Conditions aux limites à flux constant

Un flux de chaleur  $\phi$  à la frontière est imposé. Cette condition, impose alors la valeur du gradient de température à la frontière du corps étudié :

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \phi \tag{2.9}$$

Où  $\partial/\partial n$  indique une différenciation dans la direction normale  $n$  à la surface.

Un cas particulier de flux imposée est  $\phi = 0$  : cela signifie que la paroi est isolée thermiquement (on dit aussi adiabatique) ce qui donne :

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad (2.10)$$

Ainsi les isothermes seront perpendiculaires à la frontière considérée.

#### II.4.3 Échanges convectifs sur une paroi

Si la paroi du corps échange de la chaleur par convection avec l'extérieur, la densité de flux  $\phi$  qu'elle échange est proportionnelle à la différence de température entre la paroi et le milieu fluide extérieur, multipliée par un coefficient d'échange. Ce coefficient d'échange noté  $h$  en  $W.m^{-2} .K^{-1}$  tient compte des différentes propriétés physiques et cinématiques du fluide en contact avec la paroi.

A chaque point de la limite, ce flux  $q$  étant fourni par conduction au travers du solide en considération, on en déduit le gradient de  $T$  à cette frontière :

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = h(T_{paroi} - T_{fluide}) \quad (2.11)$$

#### II.4.4 Échanges radiatifs sur une paroi

L'échange de chaleur par radiation peut être pris en compte dans le cas des températures élevées. Comme on le verra, le flux qu'une paroi à la température  $T_{paroi}$  échange par rayonnement avec le milieu externe à la température  $T_{Extérieur}$  vaut :

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \sigma \varepsilon (T_{paroi}^4 - T_{extérieur}^4) \quad (2.12)$$

$\varepsilon$  : étant l'émissivité de la surface et  $\sigma$  : est la constante de Stefan-Boltzmann.

#### II.4.5 Contact entre deux solides

Il arrive très souvent que la surface d'un solide soit en contact avec la surface d'un autre solide. Si les surfaces de deux solides sont en contact thermique parfait, la température sur la surface de contact et le flux de chaleur à travers la surface de contact sont les mêmes pour les deux solide :



$$T_1 = T_2; \lambda_1 \left( \frac{\partial T_1}{\partial n} \right)_{\text{paroi1}} = \lambda_2 \left( \frac{\partial T_2}{\partial n} \right)_{\text{paroi2}} \quad (2.13)$$

où les indices 1 et 2, respectivement, désignent les solides 1 et 2 et n est la direction normale commune sur la surface de contact.

## II.5 Etude de cas de transfert de chaleur par conduction dans un cylindre

Cette partie présente une solution aux problèmes de transfert de chaleur dans un corps cylindrique axisymétrique. L'application de la méthode de séparation des variables conduit à une paire d'équations différentielles séparées. La solution de ces équations se base sur les fonctions de Bessel et de Bessel modifiées de première et de deuxième espèce. Les fonctions de Bessel possèdent une certaines analogies avec les fonctions trigonométriques, comme leur caractère oscillant. Les distributions de la température dans le cas de cylindre, plein et creux, sous différents types de conditions aux limites sont évaluées et simulées sous Matlab. Les résultats analytiques sont validés par la simulation en utilisant le logiciel Ansys.

On considère un cylindre plein de rayon a et de longueur L, comme illustré sur la figure II.1.

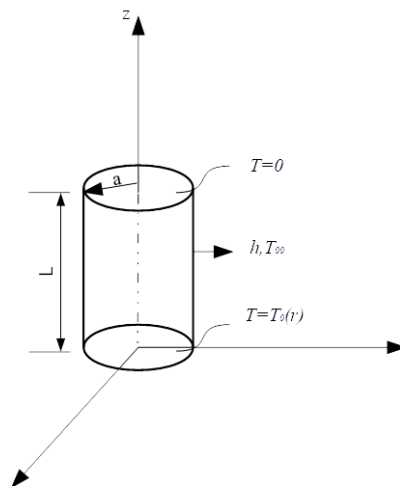


Figure II.1: Cylindre plein sous certaines conditions aux limites

L'objectif est d'obtenir la distribution de la température pour différentes conditions aux limites.

Le tableau 2 suivant résume les propriétés mécanique et thermique utilisées dans les simulations.

Tableau 2: Propriétés mécaniques et thermiques de l'acier standard [60]

Matériau	E (GPa)	$\nu$	$\alpha$ (C <sup>-1</sup> )	$\Lambda$ (W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )	$h$ (W.m <sup>-2</sup> .K <sup>-1</sup> )
Acier standard	210	0.3	12×10 <sup>-6</sup>	19.5	5

Cas 1 : La surface  $z = 0$  est maintenue à une température imposée  $T_0(r)$ , la surface  $z = L$  est maintenue à une température nulle et la surface  $r = a$  est exposée à une convection libre vers l'environnement extérieur à  $T_\infty = 0$ .

L'équation différentielle pour la distribution de température en cas de symétrie axiale est donnée par l'équation (2.4).

Les conditions aux limites choisies dans ce cas sont :

$$\begin{aligned} T(r, L) = 0; T(r, 0) = T_0(r) \\ \frac{\partial T(a, z)}{\partial r} + h_1 T = 0; T(0, z) = \text{finie} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Avec  $h_1 = \frac{h}{k}$

La méthode de separation de variables discutée précédemment appliquée à l'équation (2.4) permet d'obtenir le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R(r)}{\partial r} \pm \lambda^2 R(r) = 0 \\ \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} \pm \lambda^2 Z(z) = 0 \end{cases} \quad (2.15)$$

Le choix du signe de la constante de separation suivant les conditions aux limites dans ce cas conduit à ce système d'équation :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R(r)}{\partial r} + \lambda^2 R(r) = 0 \\ \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} - \lambda^2 Z(z) = 0 \end{cases} \quad (2.16)$$

La première équation du système (2.16) est l'équation différentielle de Bessel, sa solution générale est de la forme :

$$R(r) = a_n J_0(\lambda_n r) + b_n Y_0(\lambda_n r) \quad (2.17)$$

Avec  $J_0(\alpha_n r)$  est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre 0,  $Y_0(\alpha_n r)$  est la fonction de Bessel de deuxième espèce d'ordre 0.

La quatrième condition de (2.14) implique que  $b_n = 0$  vu que  $\lim_{x \rightarrow 0} Y_0(x) = \infty$

La solution suivant la variable R se réduit de l'équation (2.17) à l'équation (2.18) :

$$R(r) = a_n J_0(\lambda_n r) \quad (2.18)$$

La solution générale de la deuxième équation du système est sous la forme :

$$Z(z) = c_n \sinh(\lambda_n z) + d_n \cosh(\lambda_n z) \quad (2.19)$$

En appliquant la première condition aux limites de (2.14) on aura :

$$Z(z) = \frac{d_n}{\sinh(\lambda_n L)} \sinh((L-z)\lambda_n) \quad (2.20)$$

La solution de la distribution de température est le produit des deux solutions des fonctions en R et Z:

$$T(r, z) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n J_0(\lambda_n r) \frac{\sinh((L-z)\lambda_n)}{\sinh(\lambda_n L)} \quad (2.21)$$

Avec  $A_n = a_n d_n$

Pour trouver les  $\lambda_n$  on utilise la condition :

$$\frac{\partial T(a, z)}{\partial r} + h_1 T = 0 \Rightarrow -\lambda_n J_0'(\lambda_n a) + h_1 J_0(\lambda_n a) = 0$$

$$\text{A } z = 0, T(r, 0) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n J_0(\lambda_n r) = T_0(r)$$

La propriété des expressions de Fourier Bessel permet d'obtenir les  $A_n$  :

$$A_n = \frac{2\alpha_n^2}{a^2 (h_1^2 + \alpha_n^2) J_0^2(\alpha_n a)} \int_0^a r T_0(r) J_0(\alpha_n r) dr \quad (2.22)$$

Si on considère que  $T_0(r) = T_0 = cste$

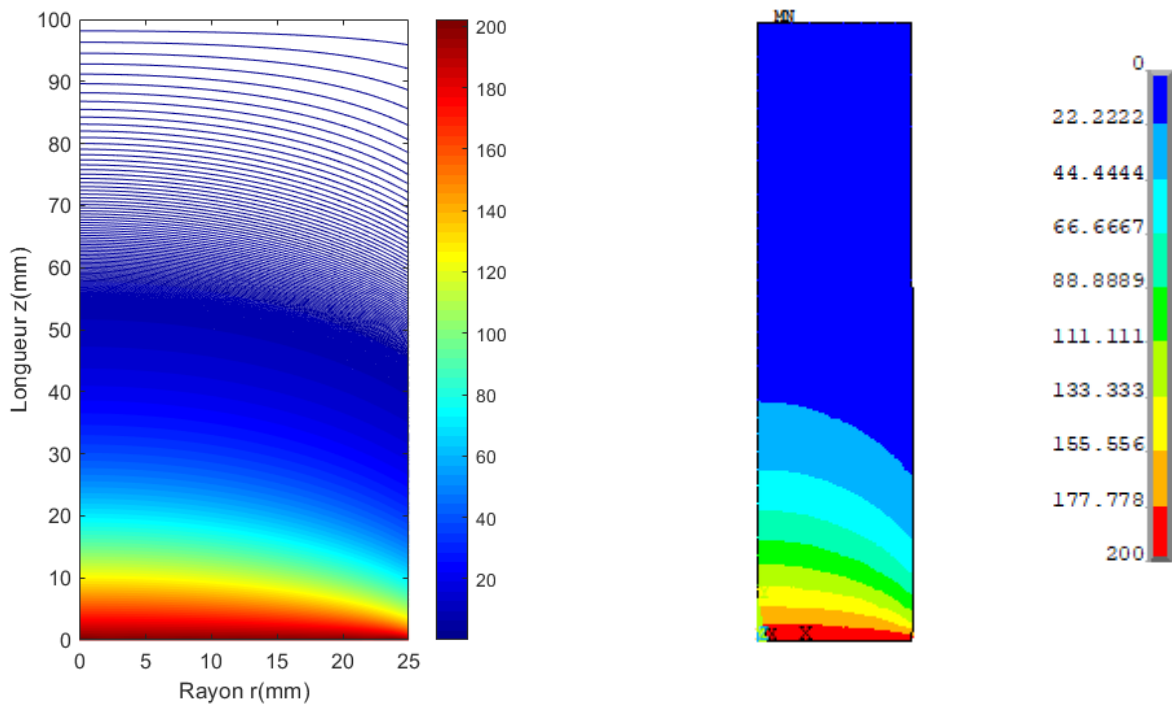
$$\text{On aura } \int_0^a r T_0(r) J_0(\alpha_n r) dr = \frac{a}{\alpha_n} J_1(\alpha_n a) T_0$$

$$\text{Ce qui donne } A_n = \frac{2h_1}{a(h_1^2 + h_n^2) J_0(\alpha_n a)} T_0$$

L'expression finale de la distribution de la température est :

$$T(r, z) = T_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2h_1}{a(h_1^2 + h_n^2)} \frac{J_0(\lambda_n r)}{J_0(\alpha_n a)} \frac{\sinh((L-z)\lambda_n)}{\sinh(\lambda_n L)} \quad (2.23)$$

Avec un coefficient de convection  $h=5 \text{ W/m}^2.\text{C}$  et une température constante de l'ordre de  $200^\circ\text{C}$ , les résultats de la distribution de la température sous Matlab et Ansys sont présentés sur la figure II.2.



a. Profil analytique sous Matlab

b. Profil EF sous Ansys

Figure II.2: Distribution de la température pour le cas 1

Cas 2 : On prend le même cylindre avec la surface  $z = 0$  est maintenue à une température imposée  $T_0(r)$ , la surface  $z = L$  est exposée à une convection libre vers l'environnement extérieur à  $T_\infty = 0$ .

Les conditions aux limites choisies dans ce cas sont :

$$\begin{aligned} \frac{\partial T(r, L)}{\partial z} + h_1 T = 0; T(r, 0) = T_0(r) \\ \frac{\partial T(a, z)}{\partial r} + h_1 T = 0; T(0, z) = \text{finie} \end{aligned} \quad (2.24)$$

Dans cet exemple la solution suivant la variable  $Z$  est la même que précédemment, elle est donnée par l'équation (2.19). Sauf que pour la condition à  $z = L$  on a :

$$\frac{\partial Z(L)}{\partial z} + h_1 Z(L) = 0, \text{ ce qui donne :}$$

$$Z(z) = d_n \left[ \frac{\lambda_n \cosh((L-z)\lambda_n) + h_1 \sinh((L-z)\lambda_n)}{\alpha_n \cosh(\lambda_n L) + h_1 \sinh(\lambda_n L)} \right] \quad (2.25)$$

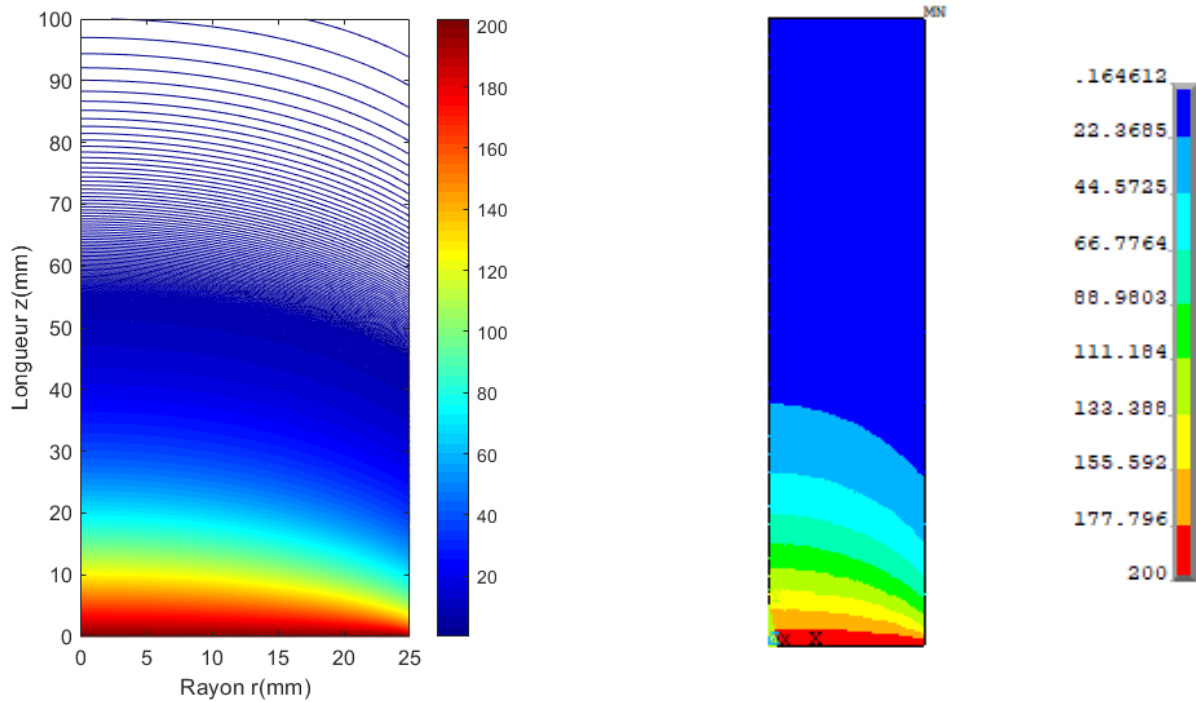
Les  $A_n$  et  $\lambda_n$  sont trouvés en suivant les memes calculs précédents.

Donc la distribution de la température est :

$$T(r, z) = T_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2h_1}{a(h_1^2 + h_n^2)} \frac{J_0(\lambda_n r)}{J_0(\alpha_n a)} \left[ \frac{\lambda_n \cosh((L-z)\lambda_n) + h_1 \sinh((L-z)\lambda_n)}{\alpha_n \cosh(\lambda_n L) + h_1 \sinh(\lambda_n L)} \right] \quad (2.26)$$

Les résultats sous Matlab et Ansys sont présentés sur la figure II.3.

Dans ce deuxième cas, la température appliquée à la base est toujours de l'ordre de 200°C. Dans les deux cas présentés ; cas 1 et cas 2 ; les profils de la température ont les même allures sauf qu'il y'a une différence entre les valeurs des températures à chaque position donnée, chose qui est évidente puisque au deuxième cas, la surface supérieure est exposée à une convection libre vers l'environnement extérieur.



a. Profil analytique sous Matlab

b. Profil EF sous Ansys

Figure II.3: Distribution de la température pour le cas 2

Cas 3 : Le même cylindre cette fois à la surface à  $r=a$  est maintenue à une température imposée  $T_0(z)$ , et les deux autres surface  $z=0$  et  $z=L$  sont exposées à une convection libre vers l'environnement extérieur à  $T_\infty=0$ .

Les conditions aux limites choisies dans ce cas sont :

$$\begin{aligned} \frac{\partial T(r,L)}{\partial z} + h_1 T = 0; \frac{\partial T(r,0)}{\partial z} - h_1 T = 0 \\ T(a,z) = T_0(z); T(0,z) = \text{finie} \end{aligned} \quad (2.27)$$

Pour cet exemple le système d'équation qui permet de trouver la distribution de la température est :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R(r)}{\partial r} - \lambda^2 R(r) = 0 \\ \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} + \lambda^2 Z(z) = 0 \end{cases} \quad (2.28)$$

La première équation du système (2.28) est l'équation différentielle de Bessel modifiée, sa solution générale est de la forme :

$$R(r) = a_n I_0(\lambda_n r) + b_n K_0(\lambda_n r) \quad (2.29)$$

Avec  $I_0(\alpha_n r)$  est la fonction de Bessel modifiée de première espèce d'ordre 0,  $K_0(\alpha_n r)$  est la fonction de Bessel modifiée de deuxième espèce d'ordre 0.

La quatrième condition de (2.27) implique que  $b_n = 0$  vu que  $\lim_{x \rightarrow 0} K_0(x) = \infty$

La solution suivant la variable R se réduit de (2.29) à (2.30) :

$$R(r) = a_n I_0(\lambda_n r) \quad (2.30)$$

La solution générale de la deuxième équation du système (2.28) est sous la forme :

$$Z(z) = c_n \sin(\lambda_n z) + d_n \cos(\lambda_n z) \quad (2.31)$$

En appliquant la première condition aux limites de (2.25), l'équation (2.31) devient sous la forme :

$$Z(z) = c_n \left[ \sin(\lambda_n z) + \frac{\lambda_n}{h_1} \cos(\lambda_n z) \right] \quad (2.32)$$

La solution de la distribution de température est le produit des deux solutions des fonctions en R et Z est donné par:

$$T(r, z) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n I_0(\lambda_n r) \left[ \sin(\lambda_n z) + \frac{\lambda_n}{h_1} \cos(\lambda_n z) \right] \quad (2.33)$$

Avec  $A_n = a_n c_n$

Pour trouver les  $\lambda_n$  on utilise la condition :

$$\frac{\partial Z(L)}{\partial z} + h_1 Z(L) = 0 \Rightarrow \tan(\lambda_n L) = \frac{2\lambda_n h_1}{\lambda_n^2 - h_1^2}$$

$$\text{A } r = a, T(a, z) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n I_0(\lambda_n a) \left[ \sin(\lambda_n z) + \frac{\lambda_n}{h_1} \cos(\lambda_n z) \right] = T_0(z)$$

Pour trouver l'expression de  $A_n$ , on multiplie (m) par :  $\alpha_m \cos(\lambda_m z) + h_1 \sin(\lambda_m z)$  et on intègre par rapport à z de z=0 à z=L quand m=n ; ce qui se traduit par :

$$T_0(z)(\alpha_m \cos(\lambda_m z) + h_1 \sin(\lambda_m z)) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n I_0(\lambda_n a) \left[ \sin(\lambda_n z) + \frac{\lambda_n}{h_1} \cos(\lambda_n z) \right] (\alpha_m \cos(\lambda_m z) + h_1 \sin(\lambda_m z))$$

A m=n :

$$\int_0^L T_0(z)(\alpha_m \cos(\lambda_m z) + h_1 \sin(\lambda_m z)) dz = \frac{A_n I_0(\lambda_n a)}{h_1} \int_0^L (\alpha_m \cos(\lambda_m z) + h_1 \sin(\lambda_m z))^2 dz$$

Le développement du deuxième intégrale de cette égalité donne :

$$\int_0^L (\alpha_m \cos(\lambda_m z) + h_1 \sin(\lambda_m z))^2 dz = \frac{(\alpha_n^2 + h_1^2)L + 2h_1}{2}$$

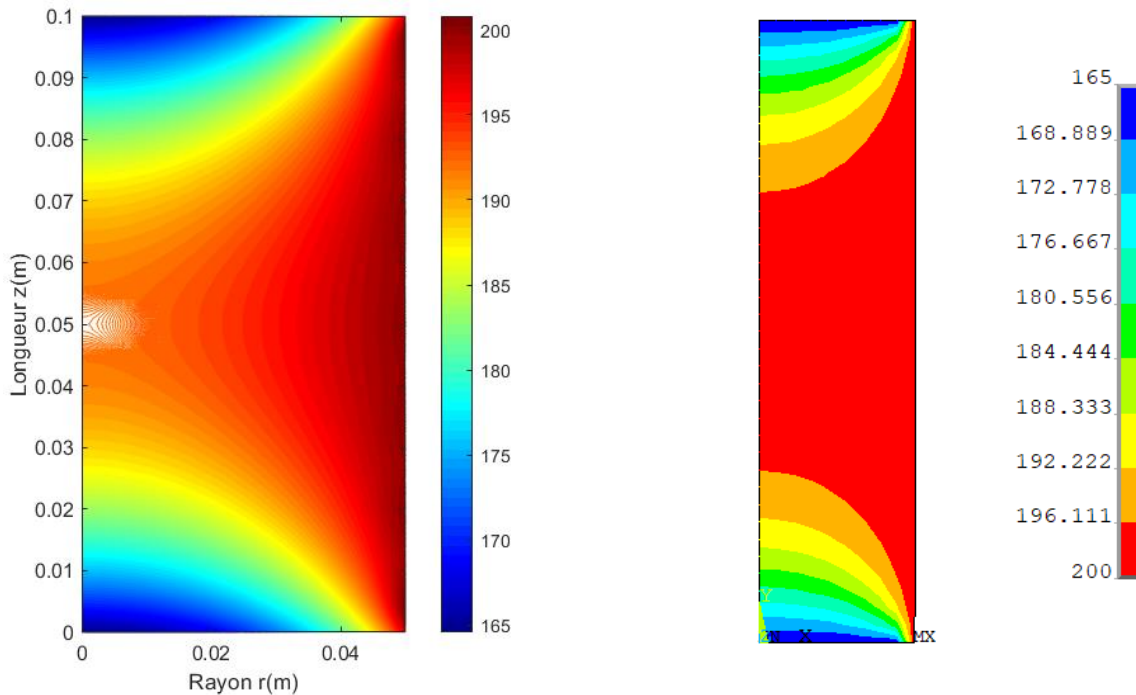
L'expression trouvée de  $A_n$  :

$$A_n = \frac{2h_1}{I_0(\alpha_n a) [(h_1^2 + \alpha_n^2)L + 2h_1]} \int_0^a T_0(z)(\alpha_m \cos(\lambda_m z) + h_1 \sin(\lambda_m z)) dz \quad (2.34)$$

L'expression finale de la distribution de la température est :

$$T(r, z) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_0(\alpha_n r)(\alpha_n \cos(\lambda_n z) + h_1 \sin(\lambda_n z))}{I_0(\alpha_n a) [(h_1^2 + \alpha_n^2)L + 2h_1]} \int_0^a T_0(z)(\alpha_n \cos(\lambda_n z) + h_1 \sin(\lambda_n z)) dz \quad (2.35)$$

Les résultats sous Matlab et Ansys sont présentés sur la figure II.4.



a. Profil analytique sous Matlab

b. Profil EF sous Ansys

Figure II.4: Distribution de la température pour le cas 3



Cas 4 : La même méthodologie est cette fois appliquée à un cylindre creux. a et b sont : les rayon intérieur et extérieur respectivement. Les surfaces à  $r=b$ ,  $z=0$  et  $z=L$  sont maintenues à une température nulle, et la surface  $r=a$  est maintenue à une température  $T_0(z)$ .

Les conditions aux limites choisies dans ce cas sont :

$$\begin{aligned} T(r, L) = 0; T(r, 0) = 0 \\ T(a, z) = T_0(z); T(b, z) = 0 \end{aligned} \quad (2.36)$$

Selon ces conditions et selon la méthode de Séparation de Variables on a :

$$R(r) = a_n I_0(\lambda_n r) + b_n K_0(\lambda_n r) \quad (2.37)$$

$$\text{A } r=b ; R(b) = a_n I_0(\lambda_n b) + b_n K_0(\lambda_n b) = 0$$

$$\Rightarrow a_n = -b_n \frac{K_0(\lambda_n b)}{I_0(\lambda_n b)}$$

Donc l'équation (2.37) devient :

$$R(r) = b_n \left[ \frac{K_0(\lambda_n r) I_0(\lambda_n b) - I_0(\lambda_n r) K_0(\lambda_n b)}{I_0(\lambda_n b)} \right] \quad (2.38)$$

La solution générale de la deuxième équation suivant Z:

$$Z(z) = c_n \cos(\lambda_n z) + d_n \sin(\lambda_n z) \quad (2.39)$$

$$\text{A } z = 0 \text{ on a } Z(L) = 0$$

$$\Rightarrow c_n = 0$$

$$\text{A } z = L \text{ on a } Z(L) = 0$$

$$\Rightarrow \alpha_n = \frac{n\pi}{L}$$

La solution de la distribution de température est le produit des deux solutions des fonctions en R et Z:

$$T(r, z) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{K_0(\lambda_n r) I_0(\lambda_n b) - I_0(\lambda_n r) K_0(\lambda_n b)}{I_0(\lambda_n b)} \sin(\lambda_n z) \quad (2.40)$$

$$\text{A } r = a \text{ on a :}$$

$$T(a, z) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{K_0(\lambda_n a) I_0(\lambda_n b) - I_0(\lambda_n a) K_0(\lambda_n b)}{I_0(\lambda_n b)} \sin(\lambda_n z) = T_0(z)$$

Pour trouver l'expression de  $A_n$ , on multiplie (m) par :  $\sin(\lambda_m z)$  et on intègre par rapport à  $z$  de  $z=0$  à  $z=L$  quand  $m=n$  ; ce qui donne après calcul :

$$\int_0^L T_0(z) \sin(\lambda_m z) dz = A_n \frac{K_0(\lambda_n r) I_0(\lambda_n b) - I_0(\lambda_n r) K_0(\lambda_n b)}{I_0(\lambda_n b)} \frac{L}{2}$$

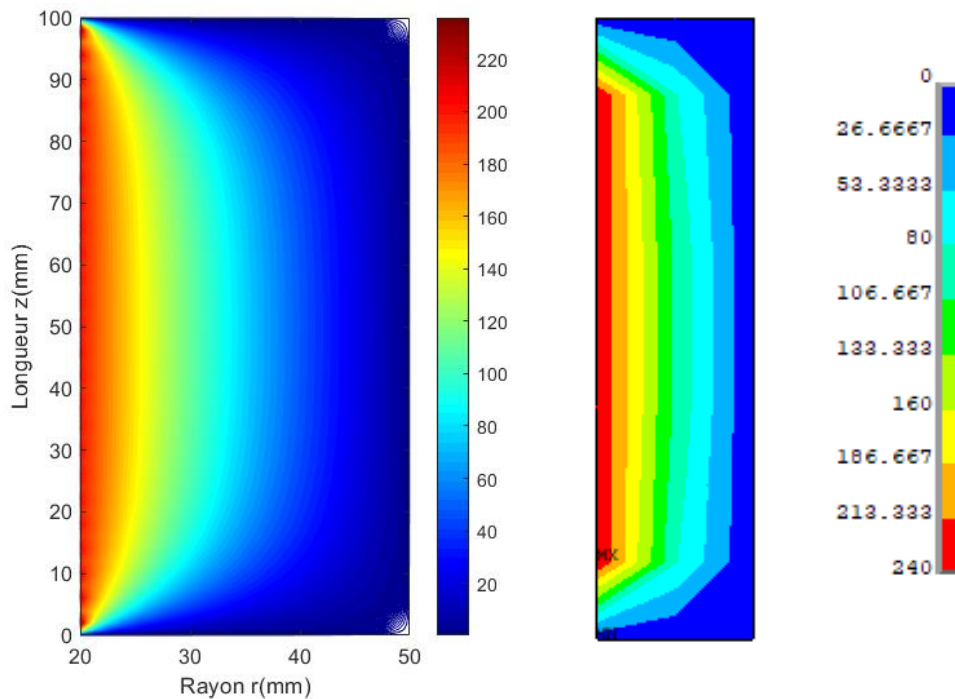
Ce qui permet de déduire :

$$A_n = \frac{2}{L} \frac{I_0(\lambda_n b)}{K_0(\lambda_n r) I_0(\lambda_n b) - I_0(\lambda_n r) K_0(\lambda_n b)} \int_0^L T_0(z) \sin(\lambda_m z) dz \quad (2.41)$$

L'expression finale de la distribution de la température est donc :

$$T(r, z) = \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_0(\lambda_n r) K_0(\lambda_n b) - K_0(\lambda_n r) I_0(\lambda_n b)}{I_0(\lambda_n a) K_0(\lambda_n b) - K_0(\lambda_n a) I_0(\lambda_n b)} \sin(\lambda_n z) \int_0^L T_0(z) \sin(\lambda_m z) dz \quad (2.42)$$

Les résultats sous Matlab et Ansys sont présentés sur les figures II.5.



a. Profil analytique sous Matlab

b. Profil EF sous Ansys

Figure II.5: Distribution de la température pour le cas 4

Cas 5 : Dans ce même cylindre creux, les surfaces à  $r=a$ ,  $r=b$  et  $z=L$  sont maintenues à une température nulle. La surface  $z=0$  est maintenue à une température imposée  $T_0(r)$ .

Les conditions aux limites choisies dans ce cas sont :

$$\begin{aligned} T(r, L) = 0; T(r, 0) = T_0(r) \\ T(a, z) = 0; T(b, z) = 0 \end{aligned} \quad (2.43)$$

Selon ces conditions et selon la méthode de Séparation de Variables la fonction de la variable R est pareille à celle du cas 4, elle est donnée par l'équation (2.17).

A  $r=a$  ;  $R(a) = 0$

$$R(r) = \frac{b_n}{Y_0(\lambda_n a)} [J_0(\lambda_n r) Y_0(\lambda_n a) - Y_0(\lambda_n r) J_0(\lambda_n b)] \quad (2.44)$$

Pour calculer les  $\alpha_n$ , on utilise la condition :

A  $r=b$  ;  $R(b) = 0$

$$J_0(\lambda_n r_2) Y_0(\lambda_n r_1) - J_0(\lambda_n r_1) Y_0(\lambda_n r_2) = 0 \quad (2.45)$$

L'équation (2.45) permet de déduire les  $\alpha_n$ .

La solution générale de la deuxième équation suivant Z est donnée par l'équation (2.19). En appliquant la condition aux limites à  $z = L$  on a  $Z(L) = 0$  donc :

$$Z(z) = d_n \frac{\sinh((L-z)\lambda_n)}{\sinh(\lambda_n L)} \quad (2.46)$$

La solution de la distribution de température est le produit des deux solutions des fonctions en R et Z:

$$T(r, z) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n (J_0(\lambda_n r) Y_0(\lambda_n a) - Y_0(\lambda_n r) J_0(\lambda_n b)) \frac{\sinh((L-z)\lambda_n)}{\sinh(L\lambda_n)} \quad (2.47)$$

Avec :  $A_n = \frac{b_n}{Y_0(\lambda_n a)} d_n$

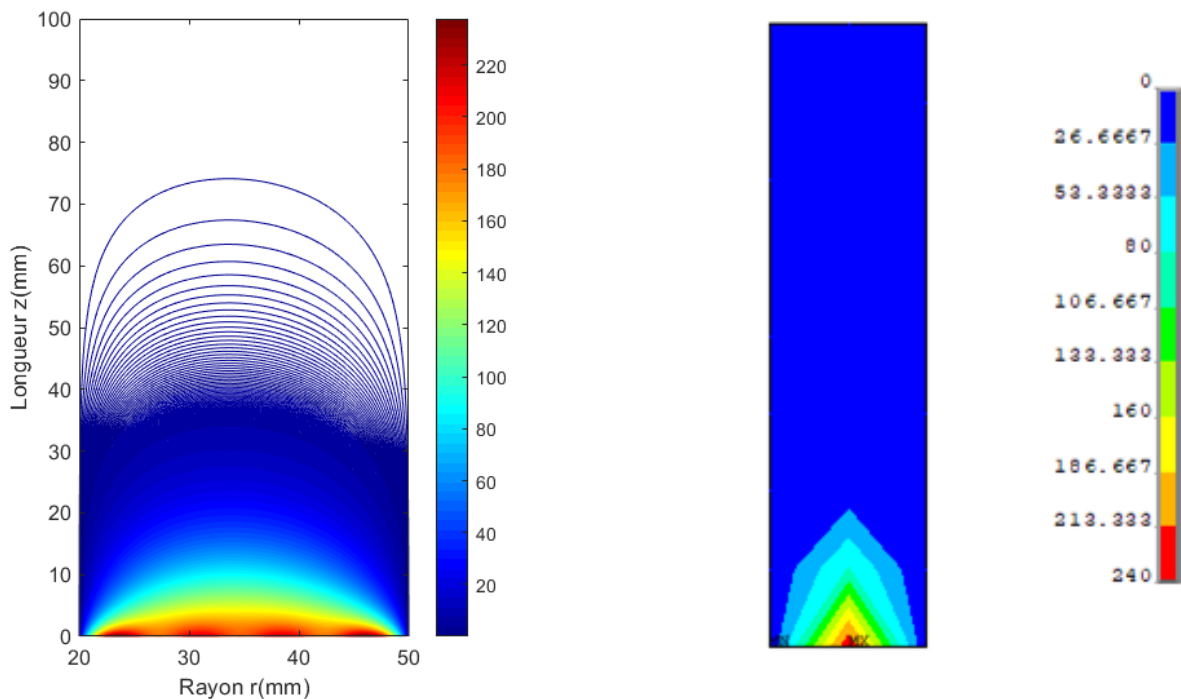
A  $z = 0$ , on a

$$T(r,0) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n (J_0(\lambda_n a) Y_0(\lambda_n b) - J_0(\lambda_n r) Y_0(\lambda_n b)) = T_0(r)$$

Le coefficient de Fourier-Bessel est déterminé par [64] :

$$A_n = \frac{\pi^2 \lambda_n^2 J_0^2(\lambda_n a)}{2 [J_0^2(\lambda_n a) - J_0^2(\lambda_n b)]} \int_a^b r T_0(r) (J_0(\lambda_n a) Y_0(\lambda_n b) - J_0(\lambda_n r) Y_0(\lambda_n b)) dr \quad (2.48)$$

Les résultats sous Matlab et Ansys sont présentés sur la figure II.5



b. Profil analytique sous Matlab

b. Profil EF sous Ansys

Figure II.6: Distribution de la température pour le cas 5

Les distributions de la température sont présentées pour des cas typiques de cylindre. Les résultats peuvent être exploités pour déterminer les contraintes thermiques.

## Chapitre III. Comportement des cylindres composés soumis au chargement thermomécanique

### III.1 Introduction

Les cylindres sont des structures qui peuvent confiner les fluides sous pression. Ils sont largement utilisés dans les usines chimiques et sites nucléaires, dans l'industrie pétrolière et gazière [42, 43], comme des réservoirs à haute pression [44, 45]. Les cylindres sont classés en deux types : les cylindres à paroi mince et les cylindres à paroi épaisse. Dans la théorie classique de Lamé des cylindres à paroi épaisse [46], si la pression interne du fluide s'approche de la contrainte limite de sécurité du matériau, le cylindre s'éclate. Pour surmonter ce problème, il est recommandé d'utiliser des cylindres composés. Les cylindres composés sont fabriqués à partir de deux ou plusieurs cylindres. Les procédés connus de la fabrication de ces cylindres composés sont : L'expansion hydraulique, l'expansion thermo-hydraulique et le formage des plaques soudées [47] ou par autofrittage. Ce dernier procédé consiste à réintroduire un cylindre dans un autre avec différentes interférences diamétrales. Ce procédé introduit des contraintes résiduelles à l'intérieur des parois des cylindres, ce qui améliore la résistance à une pression relativement plus élevée que dans le cas d'un cylindre monobloc.

Plusieurs études de recherche ont été menées et rapportées dans la littérature sur les cylindres composés. Majzoobi et al [48] ont montré que le meilleur rayon de rétrécissement des cylindres composites soumis à la pression d'autofrettage pouvait être obtenu lorsque le rapport des rayons extérieur et intérieur des cylindres est de 2.2, et lorsque le rayon intérieur des cylindres composés éprouve le même niveau de la contrainte équivalente de Von-Mises.

Majzoobi et al [49] ont présenté une autre étude pour optimiser le poids du cylindre composé. Des techniques d'optimisation, des simulations numériques et des expériences ont été utilisées pour prédire les conditions optimales d'un cylindre composé pour une pression de service spécifique. Pour cette pression spécifique, le poids d'un cylindre composé en acier-aluminium pourrait être réduit de 60 % par rapport à un seul cylindre en acier. La réduction est plus importante à des pressions plus élevées. Shi et al [50] ont proposé un modèle analytique linéaire-élastique pour déterminer la distribution des contraintes d'un cylindre sous pression en composite multicouche soumis à des pressions uniformes appliquées aux surfaces intérieure et

extérieure. La pression d'interférence entre deux couches consécutives a été calculée par un algorithme récursif.

La plupart des cylindres utilisés dans l'industrie et dans l'artillerie sont soumis à des charges thermiques produites par la variation de la température en plus des charges mécaniques. Les charges thermiques ont une influence significative sur la répartition des contraintes et les déplacements d'un réservoir multicouches sous pression à cause des gradients thermiques dans l'épaisseur et de la différence entre les coefficients de dilatation thermique des matériaux utilisés. Plusieurs études ont considéré l'effet des changements de la température. Zhang et al. [51] ont développé une solution analytique pour déterminer la distribution des contraintes dans réservoir cylindrique multicouche soumis à une pression interne du fluide et à une charge thermique avec des extrémités fermées. Les distributions des contraintes analytiques ont été comparées aux distributions calculées à l'aide de la méthode des éléments finis avec différentes conditions de chargement thermique. De plus, la réponse transitoire d'un problème thermoélastique couplé quasi-statique pour les cylindres creux a également été étudiée dans des différentes conditions aux limites [52-53]. Jabbari et al [54] ont présenté une solution analytique pour le calcul des contraintes thermiques et mécaniques axisymétriques dans un cylindre, dont les caractéristiques du matériau varient en fonction de la position radiale (désigné en anglais par FGM), en utilisant l'équation de Navier. Loghman et al. [55] ont présenté une solution exacte pour le comportement magnéto-thermo-élastique d'un cylindre à double paroi composé d'un matériau FGM pour la couche interne d'une couche externe en matériau homogène. Ils ont constaté que sous une charge thermo-magnéto-mécanique, la distribution minimale effective des contraintes et le déplacement radial minimal peuvent être obtenus en choisissant un paramètre approprié du matériel dans la couche FGM. Récemment, Vedeld et al. [56] ont dérivé des expressions analytiques pour le champ des déplacements et pour l'état des contraintes correspondantes dans des cylindres à deux couches soumis à une pression et une charge thermique. Les solutions sont développées pour les vérins à charge axiale et à ressort. Les conditions aux limites axiales choisies sont particulièrement pertinentes pour les applications de canalisation et de tuyauterie. Sollund et al. [57] ont développé deux algorithmes analytiques récursifs pour calculer les contraintes et les déplacements dans des cylindres chauffés, pressurisés, multicouches dans des conditions de contraintes planes ou de déformation plane. Dans ce chapitre, les contraintes et les champs de déplacement résultants dans les cylindres composés à deux couches soumis à une pression interne et à une distribution radiale logarithmique de la température sont présentés en tenant compte de la théorie de la conservation

du flux thermique, de la théorie des cylindres à paroi épaisse et des conditions aux limites. En supposant que la pression externe est nulle, les effets d'un gradient de température, de la pression interne et de la propriété matérielle de chaque cylindre du cylindre composé sont examinés. La solution analytique est comparée à une modélisation 2D par éléments finis.

### III.2 Modèle analytique du cylindre composé

Cette section présente un modèle thermoélastique pour décrire le comportement des cylindres composés soumis à une pression interne en présence d'un changement de température entre la paroi interne et la paroi externe de l'ensemble. Dans un premier temps, la répartition de la température est déterminée en tenant compte de la conservation du flux de chaleur à travers les différentes surfaces latérales des cylindres dans le sens radial. En utilisant ensuite les relations contrainte-déformation et les conditions aux frontières, les différentes contraintes sont calculées.

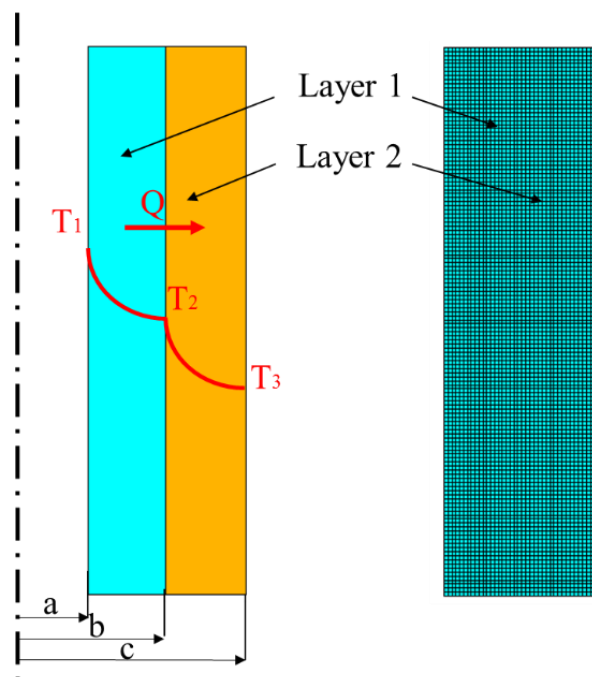


Figure III.1: Modèle du cylindre composé [58]

La figure III.1 montre l'assemblage utilisé dans cette étude où  $T_1$  est la température du fluide en contact avec la paroi interne du cylindre intérieur,  $T_2$  est la température de la surface de

contact entre les deux cylindres, et  $T_3$  est la température ambiante à la surface externe du cylindre extérieur.  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont les rayons du cylindre composé.

A l'état d'équilibre, le flux de chaleur,  $Q$ , est conservé à travers les différentes couches du cylindre et est donné par l'équation (3.1).

$$Q = \frac{2\pi\lambda_1 L(T_1 - T_2)}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} = \frac{2\pi\lambda_2 L(T_2 - T_3)}{\ln\left(\frac{c}{b}\right)} \quad (3.1)$$

Où  $\lambda_{1,2}$ , est la conductivité thermique du cylindre 1 et du cylindre 2, respectivement,  $L$  est la longueur des deux cylindres. Les valeurs de  $T_1$  et  $T_3$  sont connues.

L'Equation (3.1) évalue la température  $T_2$  à la surface de contact entre les deux cylindres. Comme le problème est axisymétrique, la distribution de température ne dépend que de la position radiale,  $r$ . Le profil de température à travers l'épaisseur est trouvé en résolvant l'équation de conduction thermique de Fourier [59].

L'équation (3.2) donne les variations radiales de température,  $T(r)$ , pour le cylindre  $Cy_i$  ( $i = 1, 2$ ), qui suit une forme logarithmique, dans les cylindres intérieur ou extérieur.

$$T_{cyi}(r) = (T_{in} - T_{ou}) \frac{\ln\left(\frac{r_{ou}}{r}\right)}{\ln\left(\frac{r_{ou}}{r_{in}}\right)} + T_{ou} \quad (3.2)$$

$T_{in}$ ,  $T_{ou}$ ,  $r_{in}$  et  $r_{ou}$  sont respectivement la température intérieure et extérieure et le rayon du cylindre  $Cy_i$ .

La longueur du cylindre est suffisamment grande pour supposer l'état plane des contraintes (la contrainte axiale est nulle).

En se basant sur les champs de température et en supposant que les matériaux du cylindre sont linéaires, élastiques, isotropes et homogènes et que leurs caractéristiques mécaniques sont indépendantes de la température, les contraintes et les déformations seront développées [58].

Si on considère l'un des deux cylindres,  $Cy_{i=1,2}$ , soumis à la variation radiale de température,  $T_{cyi}$ . Les relations contraintes-déformations, selon la Référence [59], sont :



$$\begin{aligned}
\sigma_r^i &= \frac{E_i}{(1+\nu_i)(1-2\nu_i)} \left[ (1-\nu_i)\varepsilon_r^i + \nu_i\varepsilon_\theta^i - (1+\nu_i)\alpha_i T_{cyi} \right] \\
\sigma_\theta^i &= \frac{E_i}{(1+\nu_i)(1-2\nu_i)} \left[ (1-\nu_i)\varepsilon_\theta^i + \nu_i\varepsilon_r^i - (1+\nu_i)\alpha_i T_{cyi} \right] \\
\sigma_z^i &= \nu_i(\sigma_r^i + \sigma_\theta^i) - E_i\alpha_i T_{cyi}
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Où  $\sigma_r^i$ ,  $\sigma_\theta^i$  et  $\sigma_z^i$  sont des contraintes radiales, de circonférentielle et axiales dans Cyi.  $E_i$ ,  $\alpha_i$ ,  $\nu_i$  sont le module de Young, le coefficient de dilatation thermique et le coefficient de Poisson du Cyi.  $\varepsilon_r^i$ ,  $\varepsilon_\theta^i$  sont les déformations radiale et tangentielle. L'équation d'équilibre pour un cylindre à symétrie axiale est donnée par [59] :

$$\frac{d\sigma_r^i}{dr} + \frac{\sigma_r^i - \sigma_\theta^i}{r} = 0 \tag{3.4}$$

Et la relation contrainte-déplacement pour un cylindre long s'écrit comme suit [59] :

$$\varepsilon_r^i = \frac{du_i}{dr}; \varepsilon_\theta^i = \frac{u_i}{r}; \varepsilon_z^i = 0 \tag{3.5}$$

A partir des équations (3.3) et (3.5), l'équation (3.4), devient, en termes de déplacement radial [59]  $u_i$  :

$$\frac{d}{dr} \left[ \frac{1}{r} \frac{du_i}{dr} \right] = \left( \frac{1+\nu_i}{1-\nu_i} \right) \alpha_i \frac{dT_{cyi}}{dr} \tag{3.6}$$

L'intégration de l'équation (3.6) donne :

$$u_i(r) = \left( \frac{1+\nu_i}{1-\nu_i} \right) \left( \frac{\alpha_i}{r} \right) \int_{r_{in}}^r \rho T_{cyi} d\rho + C_{i1}r + \frac{C_{i2}}{r} \tag{3.7}$$

Où  $C_{i1}$  et  $C_{i2}$  sont les constantes d'intégration pour le cylindre  $Cy_{i=1,2}$ .

En utilisant le déplacement,  $u_i$ , donné par l'équation (3.7) et la relation contrainte-déplacement de l'équation (3.5), les contraintes radiales et de circonférentielle, données par l'équation (3.3), deviennent :

$$\begin{aligned}
\sigma_r^i(r) &= E_i \left[ -\frac{\alpha_i}{(1-\nu_i)r^2} \int_{r_m}^r \rho T_{cyi} d\rho + \frac{C_{i1}}{(1+\nu_i)(1-2\nu_i)} - \frac{C_{i2}}{(1+\nu_i)r^2} \right] \\
\sigma_\theta^i(r) &= E_i \left[ \frac{\alpha_i}{(1-\nu_i)r^2} \int_{r_m}^r \rho T_{cyi} d\rho + \frac{C_{i1}}{(1+\nu_i)(1-2\nu_i)} + \frac{C_{i2}}{(1+\nu_i)r^2} - \frac{\alpha_i T_{cyi}}{(1-\nu_i)} \right]
\end{aligned} \tag{3.8}$$

La contrainte axiale est ensuite déduite à l'aide de l'équation (3.3).

Les constantes d'intégration,  $C_{ij}$ , sont déterminées en utilisant les conditions aux limites dans le cylindre composé. Ces conditions limites sont liées à l'application de la pression interne,  $p_i$ , à la continuité du déplacement radial et à la contrainte radiale au niveau de la couche interface entre les deux cylindres. Ils sont résumés dans l'équation suivante [58] :

$$\begin{aligned}
\sigma_r^1(a) &= -p_i; \quad \sigma_r^2(c) = 0 \\
\sigma_r^1(b) &= \sigma_r^2(c); \quad u_1(b) = u_2(b)
\end{aligned} \tag{3.9}$$

En substituant les distributions de température, les contraintes et les déplacements des cylindres intérieur et extérieur dans les conditions aux limites, on obtient le système d'équations, donné par l'équation (3.10) [58] :

$$\begin{bmatrix} 1 & K_{12} & -1 & -K_{12} \\ 1 & K_{22} & K_{23} & K_{24} \\ 1 & K_{32} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & K_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{11} \\ C_{21} \\ C_{12} \\ C_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \end{bmatrix} \tag{3.10}$$

$$K_{22} = -\frac{(1-2\nu_1)}{b^2} = \frac{a^2}{b^2} K_{32} = \frac{c^2}{b^2} K_{44}$$

$$K_{12} = -K_{14} = \frac{1}{b^2}$$

$$K_{23} = -\left(\frac{E_2}{E_1}\right) \left(\frac{1+\nu_1}{1-\nu_2}\right) \left(\frac{1-2\nu_1}{1-2\nu_2}\right) = -K_{24} \left(\frac{b^2}{1-2\nu_2}\right)$$

Avec :

$$B_1 = -\left(\frac{1+\nu_1}{1-\nu_1}\right) \left(\frac{\alpha_1}{b^2}\right) \int_a^b \rho T_{cy1} d\rho = -B_2 \frac{1}{1-2\nu_1}$$

$$B_3 = -\frac{(1-2\nu_1)(1+\nu_1)}{E_1} p_i;$$

$$B_4 = \alpha_2 \left(\frac{1+\nu_2}{1-\nu_2}\right) \left(\frac{1-2\nu_2}{c^2}\right) \int_b^c \rho T_{cy2} d\rho$$

Une fois les constantes d'intégration obtenues à partir de l'équation (3.10), l'équation (3.7) et (3.8) donnent les déplacements et les contraintes et à chaque position radiale.

### III.3 Modèle Élément Finis

La validation du modèle analytique proposé est réalisée à l'aide d'un modèle éléments finis 2D avec le logiciel ANSYS [61]. Il consiste à simuler le comportement du cylindre composé soumis à la pression interne et à la charge thermique. Afin d'étudier l'effet de la variation de température, de la pression interne et des propriétés du matériau, on a utilisé un modèle éléments finis axisymétrique pour le cylindre composé, tel que présenté à la figure III.1. Un élément 2D, avec 8 nœuds, est utilisé pour modéliser les cylindres intérieur et extérieur. Un nombre de 16822 nœuds est obtenu. Des éléments de contact, CONTA172 et TARGE169, sont utilisés pour simuler la réaction entre les deux cylindres qui sont en contact. Les déplacements dans les directions radiale et axiale sont bloqués en haut et en bas des cylindres. Pour examiner l'effet des propriétés du matériau sur le comportement du cylindre composé, on utilise des matériaux en acier et en aluminium. Pour étudier l'effet de la pression et de la température interne, plusieurs paires de valeurs pression-température sont testées. Les valeurs choisies permettent de rester dans les zones élastiques des matériaux utilisés.

Les résultats sont obtenus après deux exécutions successives du programme. Dans un premier temps, les profils de température sont obtenus. Lors de la deuxième exécution, la pression interne est appliquée, puis les contraintes et déformations qui en résultent sont extraites [58].

### III.4 Résultats et discussion

L'évaluation de la résistance et de la conformité des cylindres composés, en fonction des conditions d'utilisation, est illustrée par les distributions des contraintes et des déplacements à travers l'épaisseur de différentes couches.

Si le critère de rupture de Von-Mises est adopté, toutes les contraintes à chaque position radiale déterminent le niveau de confiance atteint pour une application donnée.

Les propriétés mécaniques des matériaux utilisés pour les deux cylindres influencent les valeurs résultantes des contraintes et des déplacements. Deux configurations de matériaux sont adoptées. Les deux couches du cylindre sont fabriquées du même matériau, de l'acier (Custom 450, H1150) ; ou de matériaux différents, l'acier (Custom 450, H1150) et de l'alliage d'aluminium (1050A-H9). Le tableau 3 présente les propriétés mécaniques des deux matériaux utilisés. Les dimensions des cylindres sont :  $a = 14,29$  mm,  $b = 23,81$  mm et  $c = 33,75$  mm.

Les formules des contraintes reflétant les conditions de chargement thermiques et mécaniques sont utilisées pour vérifier la possibilité de réalisation de l'assemblage. En effet, dans l'assemblage de deux cylindres coaxiaux sans interférence initiale, la température peut avoir un effet négatif lorsque la température produit un jeu entre les deux cylindres et donc le contact peut être perdu. Pour éviter ce cas, une étude préliminaire a été réalisée pour obtenir, pour les données choisies, la température minimale seuil,  $T_1$ , pour assurer un contact permanent entre les deux cylindres, lorsque  $T_3$  est la température ambiante. Cette température limite est d'environ  $100^\circ\text{C}$ .

Tableau 3: Propriétés mécaniques de l'acier et de l'aluminium [60]

Matériau	E (GPa)	$\nu$	$\alpha$ ( $^\circ\text{C}^{-1}$ )	$\lambda$ ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ )
Acier (ASTM A564 H1150)	210	0.3	$11.6 \times 10^{-6}$	19.5
Aluminium (1050A-H9)	72	0.33	$24 \times 10^{-6}$	234

La distribution de la température est déterminée analytiquement en supposant que le flux de chaleur à l'interface entre les deux cylindres composés est constant. Par conséquent, la distribution de température à travers l'épaisseur est logarithmique. La figure III.2 montre cette distribution pour trois différentes valeurs de  $T_1$  et pour les deux configurations des matériaux. Il est clair que lorsque les deux cylindres sont faits de matériaux différents, la distribution de température est plus prononcée et la pente a une discontinuité à la surface médiane. L'analyse par éléments finis donne les mêmes courbes de température que l'approche analytique.

Le gradient de température entre les deux surfaces latérales d'un cylindre crée des déplacements radiaux à chaque position radiale. Pour un cylindre composé, la différence de déplacement entre

les deux cylindres à l'interface de contact génère une pression de contact qui se propage à travers les deux épaisseurs et peut être considérée comme une pression externe pour le cylindre intérieur et une pression interne pour le cylindre extérieur.

Pour confirmer l'existence du contact permanent entre les deux cylindres, dans les cas de charge étudiés, la figure III.3 présente l'influence de la température sur la contrainte radiale en absence de la pression interne. En effet, pour des valeurs  $T_1$  supérieures à 100 °C, la contrainte radiale sur les rayons d'interface est en compression. Lorsque la différence de température entre l'intérieur et l'extérieur est importante, la contrainte radiale est plus importante pour toutes les positions radiales.

L'effet des caractéristiques thermomécaniques des matériaux des cylindres sur la répartition radiale des contraintes est clair. En effet, lorsque les matériaux des deux cylindres sont identiques, la répartition des contraintes radiales est parabolique et identique à celle d'un cylindre plein. Cependant, pour différents matériaux des cylindres, les formes des courbes de répartition des contraintes sont différentes. A la surface de contact, on remarque une discontinuité de la pente de la courbe.

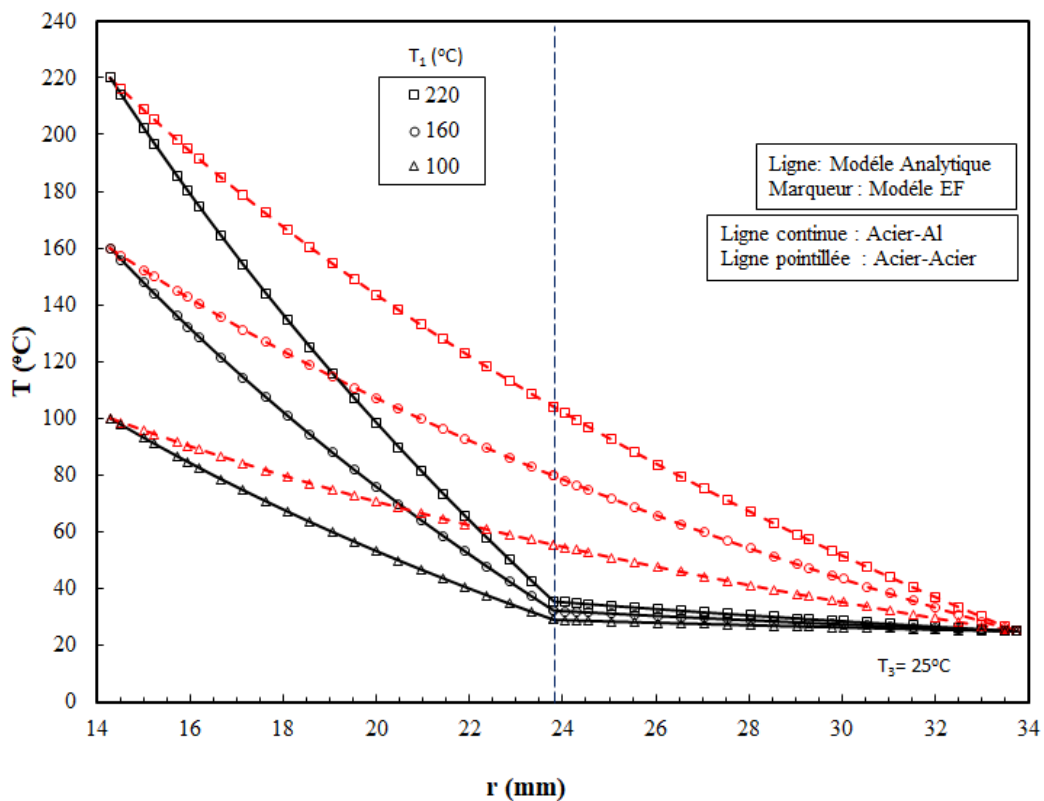


Figure III.2: Distribution radiale de la température

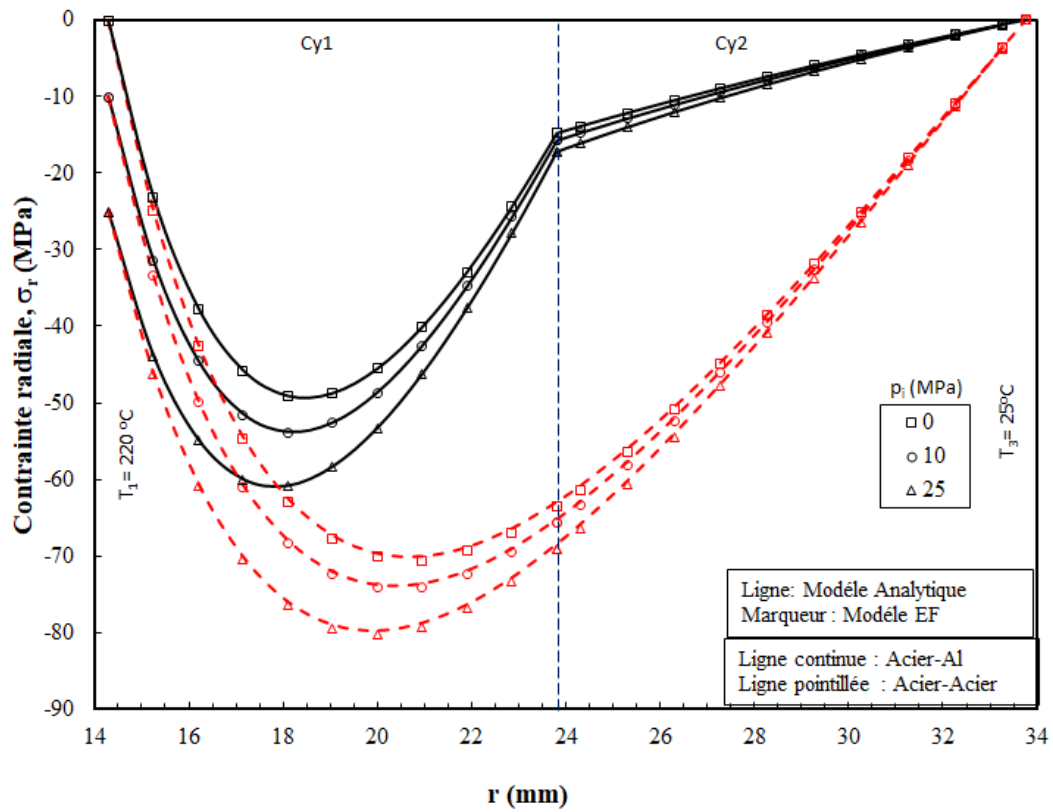


Figure III.3: L'effet de la pression interne sur la contrainte radiale

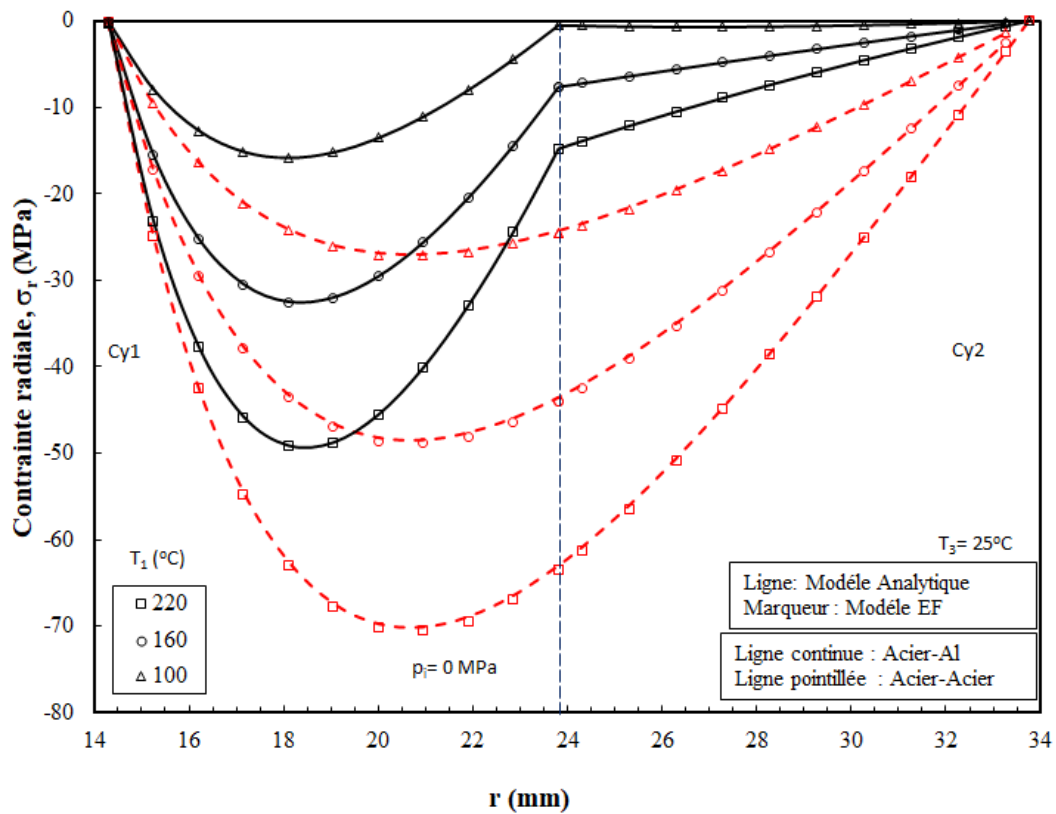


Figure III.4: L'effet de la variation de la température sur la contrainte radiale

L'application de la pression interne augmente le niveau de la contrainte radiale pour toutes les positions radiales.

La figure III.4 montre que lorsque la pression interne est plus importante, la contrainte radiale est plus importante en valeur absolue. La position radiale, où la valeur maximale est atteinte, se rapproche davantage du rayon intérieur. Pour la même charge thermique, le cylindre composé constitué de deux matériaux différents, l'acier-aluminium dans notre cas, supporte plus de pression que celui dont les deux parties sont faites du même matériau.

Les figures III.2, III.3 et III.4 présentent les résultats des deux approches utilisées dans ce travail. Il est clair, et sans exception, que les deux approches donnent les mêmes valeurs pour les températures et les contraintes. Par conséquent, les résultats présentés dans la suite de ce paragraphe utilisent l'une des deux approches.

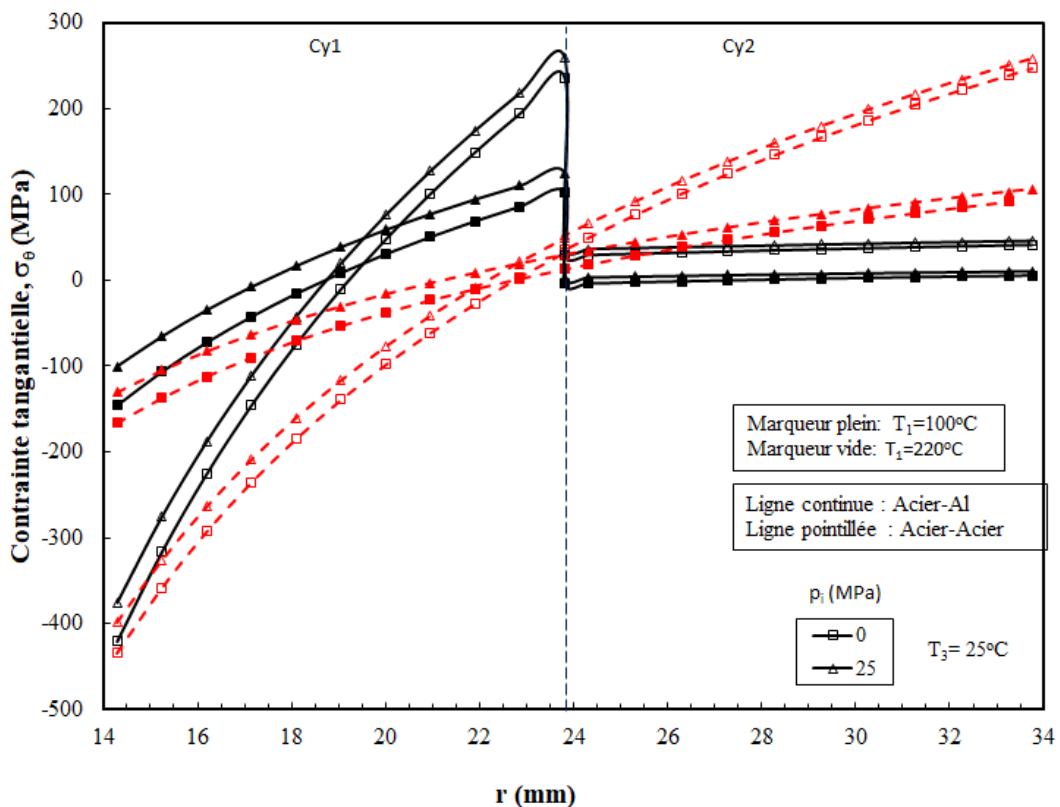


Figure III.5: L'effet de la température et de la pression interne sur la contrainte circonférentielle

La figure III.5 illustre l'effet de la pression interne et de la température sur la contrainte circonférentielle. Lorsque les deux matériaux du cylindre sont différents, les courbes de contrainte circonférentielle ont une discontinuité au niveau des rayons de contact. La différence entre les valeurs de la contrainte circonférentielle à ce rayon d'interface est plus grande lorsque  $T_1$  est plus grand. L'effet de la température est plus important que celui de la pression interne.

Pour les cas étudiés, l'effet de pression interne n'est pas important sur la contrainte axiale. En effet, dans la figure III.6, les courbes de variation des contraintes axiales relatives aux deux valeurs de pression interne des extrémités se chevauchent.

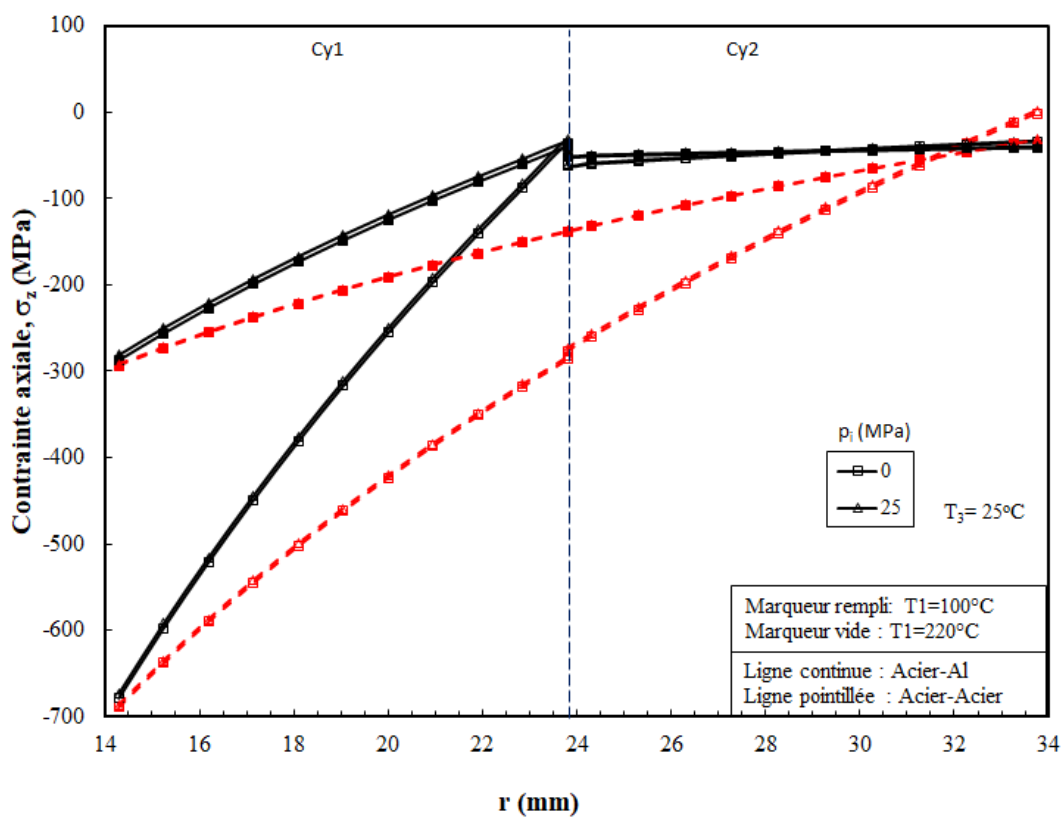


Figure III.6: L'effet de la température et de la pression interne sur la contrainte axiale

Afin d'évaluer la résistance des cylindres, la figure III.7 montre la variation de la contrainte de Von-Mises pour différentes valeurs de  $T_1$  et pour  $p_i = 10$  MPa. L'augmentation de la température au diamètre intérieur provoque l'augmentation de la contrainte équivalente mais sans dépasser la limite d'élasticité équivalente représentant les conditions limites de sécurité. La contrainte équivalente a les valeurs maximale et minimale aux rayons intérieur et extérieur. Lorsque les deux matériaux sont différents, les courbes de contraintes équivalentes ont une discontinuité aux rayons de contact. Le saut de discontinuité est plus grand lorsque la température est plus élevée.



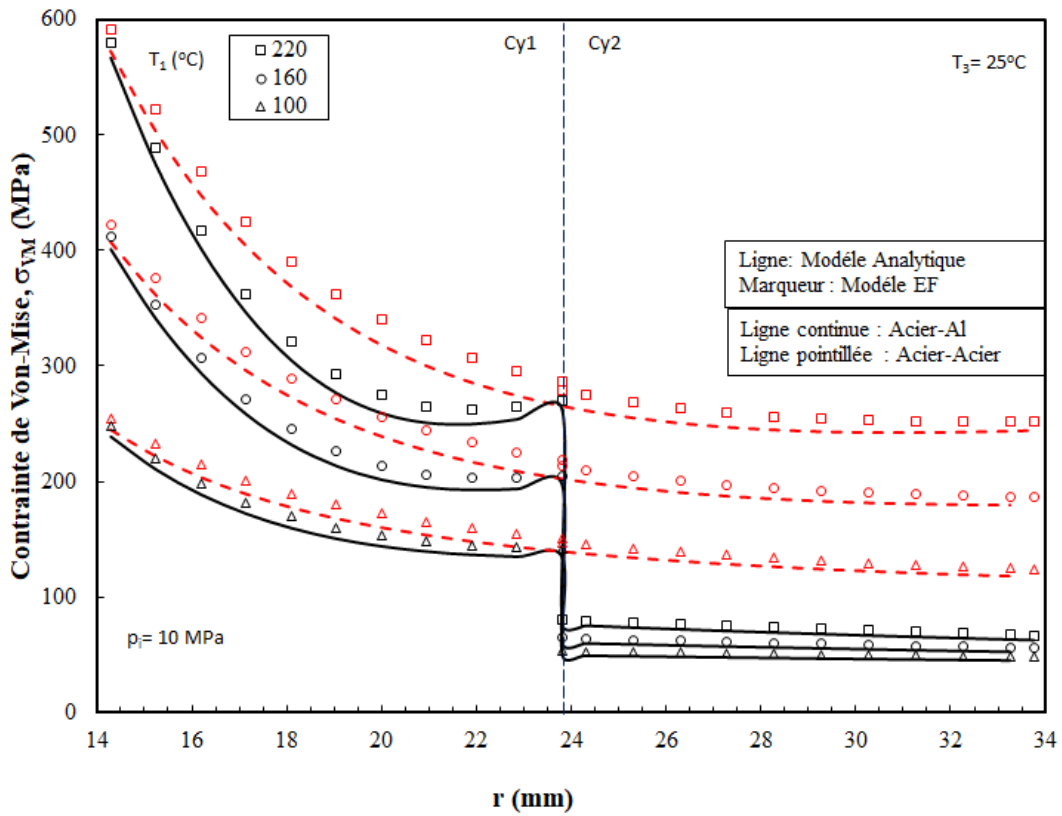


Figure III.7: Effet de la température sur la contrainte de Von-Mises

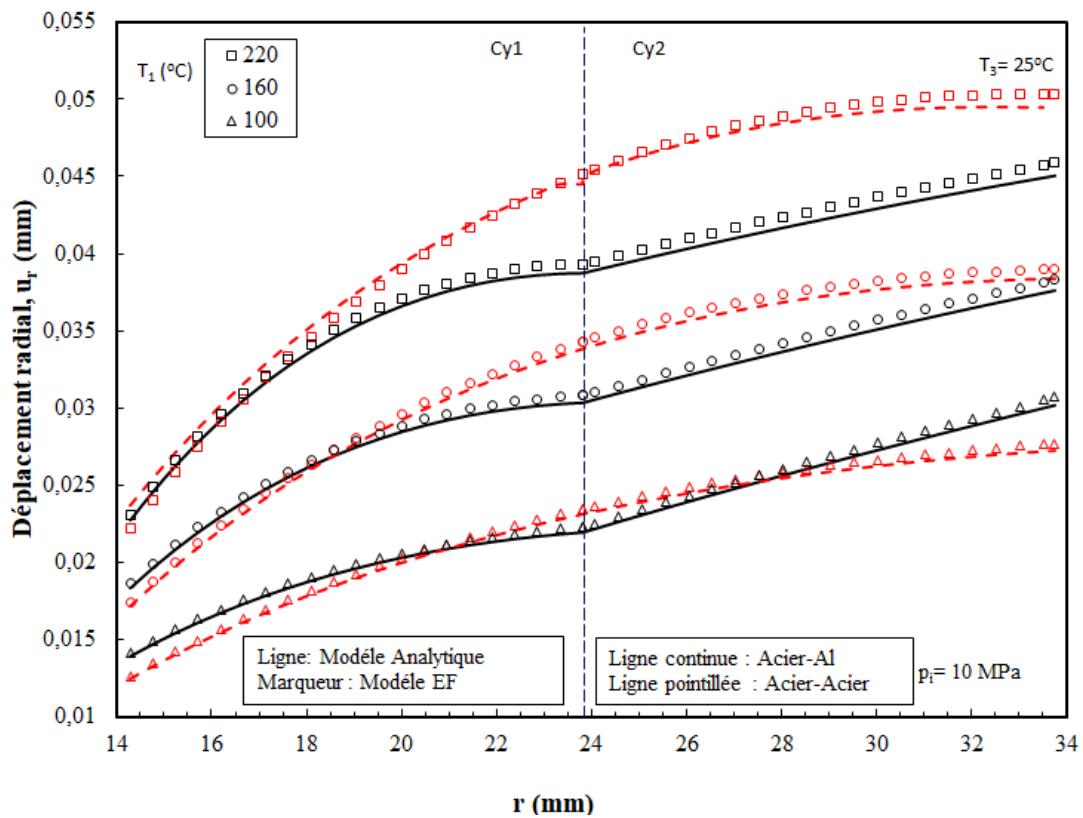


Figure III.8: La variation du déplacement radial

A la fin, il est noté que les réservoirs sous pression, de forme cylindrique, sont dimensionnés pour un usage industriel selon les codes, tels que ceux de l'ASME et de l'ANSI. Ces codes introduisent les facteurs de sécurité et de charge.

### III.5 Conclusion

Le modèle analytique d'un cylindre composé sous chargement thermomécanique est présenté. Les expressions de déplacement radial et des différentes contraintes dans les deux cylindres, intérieur et extérieur, ont été déduites pour les cas où les cylindres sont fabriqués de matériaux identiques ou différents. Les résultats obtenus dans cette analyse conduisent aux conclusions suivantes :

- Les effets combinés de la température et de la pression interne doivent être pris en compte lors de la conception des cylindres composés, afin de garantir leur efficacité maximale et leur disponibilité maximale. Les propriétés des matériaux doivent également être considérées pour que leur fonctionnement reste dans la zone élastique.
- La contrainte circonférentielle est plus influencée par la variation de la température que par la valeur de la pression interne.
- L'effet de la pression interne est plus important lorsque les deux cylindres sont fabriqués du même matériau (acier-acier) que lorsqu'ils sont fabriqués des matériaux différents (acier-aluminium).
- Le déplacement radial dans cas où l'assemblage est composé de différents matériaux est moins important que dans le cas où il est composés des mêmes matériaux.

# Chapitre IV. Simulation du comportement de la garniture du presse-étoupe soumise aux charges thermomécanique

## IV.1 Introduction

Les systèmes de presse-étoupe sont les systèmes les plus utilisés dans les installations industrielles pour assurer l'étanchéité des vannes à tige, des axes de piston et des actionneurs. Ils empêchent le fluide confiné à l'intérieur d'un équipement de s'échapper vers l'extérieur. Les anneaux d'étanchéité tressées, sont fabriquées en matériaux déformables et relativement incompressibles, et ils sont comprimés pour assurer cette fonction d'étanchéité. Le mauvais fonctionnement de ces assemblages peut causer des dommages considérables à l'environnement et dans certains cas des pertes de vie. Les joints tressés sont comprimés par le fouloir ; entre la tige et le boîtier ; comme indiqué sur la figure IV.1.

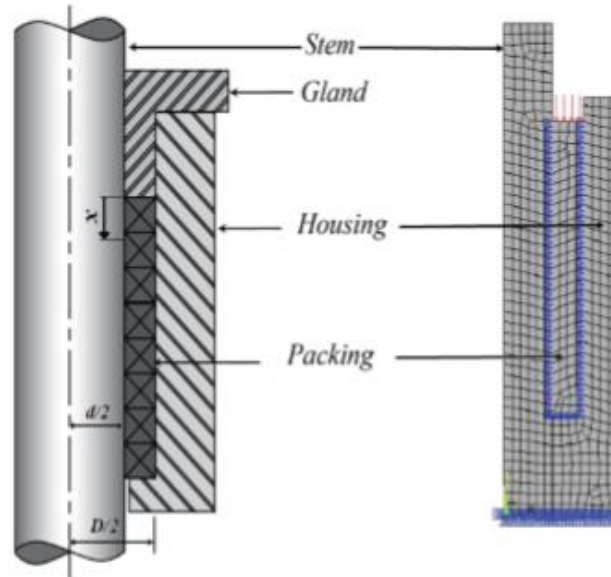


Figure IV.1: Le système de presse étoupe

La répartition des contraintes dans les systèmes de presse-étoupe a attiré l'attention des chercheurs au cours des dernières décennies. Lors de l'installation de ces systèmes, le serrage du presse-étoupe entraîne une répartition non uniforme de la pression axiale le long de la garniture. Une partie importante de cette contrainte axiale est transférée à la tige et au boîtier

par les surfaces latérales de la garniture sous forme de pression de contact. Des études plus anciennes [10] ont montré que ces contraintes varient exponentiellement en fonction de la position axiale. L'équation (4.1) donne les expressions de ces contraintes.

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \sigma_D e^{-\beta x} \\ q_i &= K_i \sigma_D e^{-\beta x} \\ q_o &= K_o \sigma_D e^{-\beta x}\end{aligned}\quad (4.1)$$

Avec  $\sigma_D$  la contrainte axiale appliquée par le fouloir sur la surface supérieure de la garniture.  $q_i$  et  $q_o$  sont la contrainte de contact radiale au niveau des interfaces tige-garniture et garniture-boîtier.  $K_i$  et  $K_o$  sont les coefficients de pression latérale au niveau des interfaces tige-garniture et garniture-boîtier, qui représente le taux de transfert de la contrainte axiale en contrainte radiale, et  $\beta$  un coefficient caractérisant les matériaux et la géométrie des composants de l'assemblage.

L'équation (4.2) présente trois expressions du coefficient  $\beta$ . La première expression, notée 1, est proposée par Ochonski [11] en considérant l'équilibre des forces agissant sur l'emballage. La deuxième expression, notée 2, est calculée par Pengym et al [12], en ajoutant l'équilibre des moments et en considérant toujours les forces comme étant ponctuelles. La troisième expression, notée 3, est proposée par Diany et al [13], en considérant une distribution uniforme des contraintes de contact.

$$\begin{aligned}\beta_1 &= \frac{4(\mu_i K_i d + \mu_o K_o D)}{D^2 - d^2} \\ \beta_2 &= \frac{16(\mu_i K_i d + \mu_o K_o D)}{(D - d)^2} \\ \beta_3 &= \frac{24(\mu_i K_i d + \mu_o K_o D)}{(D - d)^2}\end{aligned}\quad (4.2)$$

Où  $d$  et  $D$  sont les rayons intérieur et extérieur de la garniture,  $\mu_i$  et  $\mu_o$  sont respectivement le coefficient de frottement entre la tige et la garniture et entre le boîtier et la garniture.

Le comportement de la garniture est caractérisé par la proportion de la constante axiale qui se transforme en pression de contact radiale. Ce rapport est exprimé dans les deux surfaces latérales de la garniture, intérieure et extérieure, appelés facteurs de compression latérale,  $K_i$  et  $K_o$ . La détermination de ces facteurs clés a été lancée expérimentalement par Bartonicek et al [23,60], et Klenk et al [24]. Ensuite, Diany et al. [14] ont prouvé que le rapport de ces deux facteurs de compression latérale est approximativement égal à un et que la pression de contact

d'interface dépend de différents paramètres tels que la géométrie d'assemblage, le frottement et les caractéristiques mécaniques des matériaux utilisés. Les mêmes auteurs [31] ont développé une méthode hybride pour caractériser l'assemblage de presse-étoupe. Des essais de compression combinés à des simulations par éléments finis ont été utilisés pour évaluer les coefficients de pression latérale, le module d'élasticité et le coefficient de Poisson. Ils ont calculé ces caractéristiques pour les garnitures en téflon et en graphite souple.

Kazeminia et al [17-19] ont présenté plusieurs modèles analytiques pour évaluer les contraintes dans les composants du presse-étoupe. Ils ont présenté une étude de modélisation des pressions de contact basée sur deux configurations. La première configuration consiste à introduire un espace variable entre la garniture et le boîtier afin de créer une répartition uniforme des contraintes axiales. La deuxième configuration consiste à insérer un anneau du joint à la fois et à utiliser le processus de chargement et de déchargement pour créer une déformation plastique et des contraintes résiduelles. Ils ont également développé un modèle analytique basé sur la combinaison de la théorie des anneaux, de la théorie des cylindres minces et de la théorie des poutres sur fondation élastique. Les résultats des analyses ont été comparés aux résultats de l'analyse par éléments finis et des essais expérimentaux.

L'influence de la température n'a pas encore été introduite dans les modèles analytiques. Seuls quelques travaux expérimentaux ont traité cette influence sur les garnitures de presse-étoupe. Veiga et Girao et al [27, 28] ont présenté des études expérimentales, Ils ont évalué l'expansion des garnitures sous différentes températures et leur influence sur les contraintes. Ces essais montrent que la dilatation de la garniture, due aux variations de température, augmente la charge appliquée sur le presse-étoupe. Les résultats indiquent également que si la masse volumique du matériau de garniture est plus élevée, la contrainte du presse-étoupe augmente et le contrôle des fuites devient plus difficile.

Le but de ce chapitre est d'évaluer l'effet de la température du fluide confiné sur la distribution des contraintes axiales et des pressions de contact, en utilisant un modèle 2D par éléments finis de l'assemblage. La variation des coefficients des pressions latérales est aussi examinée.

## IV.2 Analyse par Élément Finis

L'étude et la modélisation des ensembles mécaniques sont réalisées soit par l'exploitation de modèles analytiques développés après une expertise accumulée sur une longue période, soit par

une modélisation numérique assurée à l'aide de logiciels commerciaux plus ou moins sophistiqués. Une troisième voie est l'expérimentation, soit par la création d'un banc d'essai, soit par le suivi des équipements réels sur les sites d'intervention. Dans le cas de la garniture de presse-étoupe, l'étude de l'effet de la température sur le comportement mécanique et les fuites n'est pas encore prise en compte dans les modèles analytiques développés à ce jour. Par conséquent, une première tentative, utilisant l'analyse numérique, permettra certainement de préparer le terrain pour de futures études analytiques afin de considérer l'effet de la température. Dans ce travail, un modèle par éléments finis, utilisant le logiciel Ansys [61], est proposé pour évaluer le comportement de l'assemblage de presse-étoupe soumis à des charges combinées : force de serrage appliquée par le fouloir sur la garniture et conditions thermiques représentant l'environnement opérationnel.

#### IV.2.1 Modèle Élément Finis

Le presse-étoupe avec une garniture hyperélastique est composé de quatre éléments : la tige, la garniture, le boîtier et le fouloir. Tous les composants ont une symétrie cylindrique. Cette symétrie, ainsi que la symétrie de la charge mécanique et les conditions limites reflétant la distribution de la température, permettent de travailler avec un modèle simple axisymétrique en 2D. Ce modèle axisymétrique est utilisé pour étudier l'effet combiné de la température du fluide et de la charge de compression sur la distribution axiale des pressions de contact et les coefficients de pression latérale, aux interfaces tige-garniture et garniture-boîtier. La figure IV.2 montre ce modèle avec le maillage obtenu. L'élément à 2D a huit nœuds, PLANE223, avec quatre degrés de liberté par nœud (les trois déplacements et la température), est choisi pour cette étude. Un ensemble de 2036 nœuds est obtenu. Des éléments de contact, CONTA172 et TARGE169, sont utilisés pour simuler la réaction des éléments du presse-étoupe quand ils sont en contact.

#### IV.2.2 Caractéristiques des matériaux

Les propriétés mécaniques des composants de l'assemblage de presse étoupe affectent les valeurs des contraintes et des déplacements qui en résultent. Dans cette étude, la tige et le boîtier sont en acier ordinaire et la garniture tressée est en Polytétrafluoroéthylène (PTFE). Le tableau 3 présente les propriétés mécaniques et géométriques des composants de l'assemblage.

Tableau 4 : Caractéristiques mécaniques des éléments de l'assemblage de la presse étoupe [60]

	Tige	Garniture	Boitier
Rayon intérieur (mm)	-	14.29	23.89
Rayon extérieur (mm)	14.29	23.89	33.75
Module de Young (GPa)	200	0.126	200
Coefficient de Poison	0.3	0.4	0.3
Coefficient de conductivité thermique. $K^{-1}$	11.6E-6	126E-6	11.6E-6

#### IV.2.3 Conditions aux limites

Les conditions aux limites doivent représenter les conditions réelles d'exploitation. En effet, la surface supérieure de la garniture est soumise à une charge de compression axiale uniforme représentant la charge de serrage appliquée par le fouloir. Les surfaces inférieures du boitier et de la tige sont à une température élevée uniforme transférée du fluide confiné. Les autres surfaces extérieures sont à température ambiante. Les déplacements radiaux et axiaux sont bloqués au fond de l'ensemble. Les pressions de contact radiales, les contraintes axiales et les coefficients de pression latérale sous différentes configurations de température et de charge de serrage sont examinés.

### IV.3 Résultats et discussions

Les résultats des études antérieures montrent que les caractéristiques mécaniques et géométriques des composants du système de presse-étoupe, ainsi que les conditions de chargement, ont une influence sur les valeurs des contraintes et des déformations. Pour évaluer l'effet de la température du fluide, en tant que nouveau paramètre, sur la distribution des contraintes et les coefficients de la pression latérale caractérisant les matériaux et aussi l'effet des propriétés géométriques et mécaniques des composants d'assemblage, le modèle axisymétrique présenté dans le paragraphe précédent est mis en œuvre. Pour de nombreuses charges axiales de serrage, différentes valeurs de température du fluide ont été adoptées. Les valeurs choisies correspondent à la plage de température de fonctionnement réelle des garnitures de presse-étoupe.

La figure IV.2 montre la répartition de la température dans l'ensemble des composants du presse-étoupe lorsque la température du fluide est de 250°C. Au fond du boîtier, la température est imposée ; elle correspond à celle du fluide. Les autres parois du système sont à température ambiante.

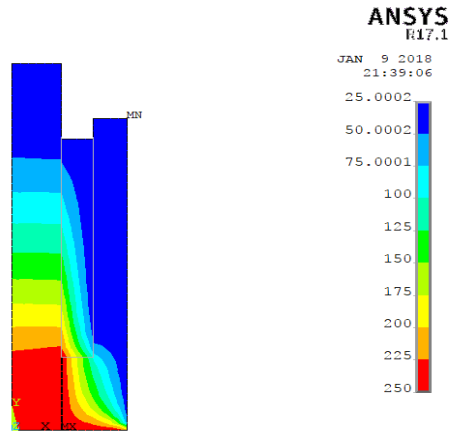


Figure IV.3: Distribution de la température dans le système de presse étoupe [62]

Des distributions plus détaillées de la température aux interfaces interne et externe de la garniture sont présentées à la figure IV.3, pour trois températures de fluide différentes [63].

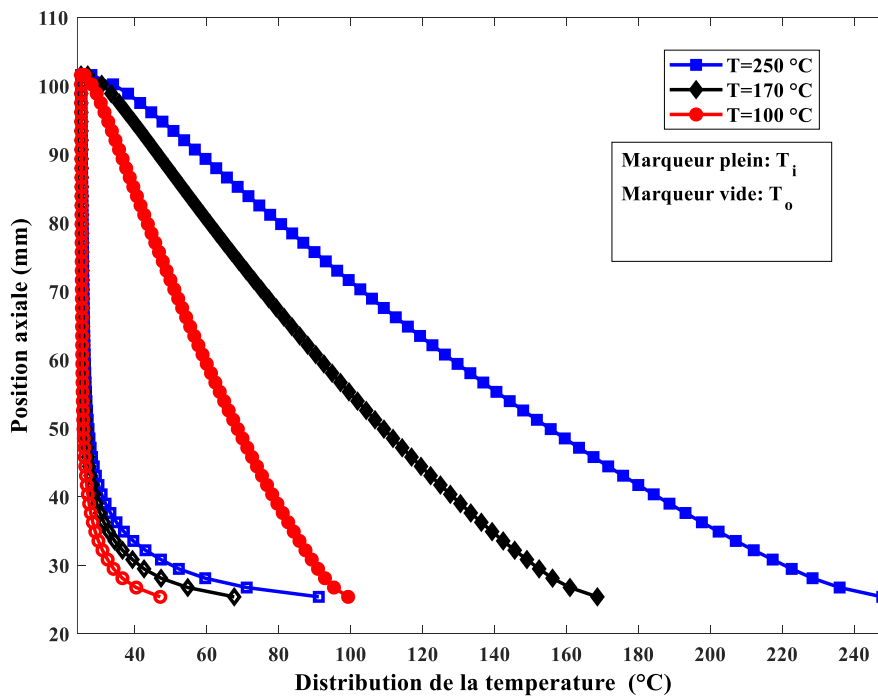


Figure IV.4: Distribution de la température à l'interface intérieure et extérieure de la garniture



Les conditions thermiques appliquées aux limites de l'ensemble entraînent une distribution de température non uniforme dans les deux interfaces du système. Dans la même position axiale, la différence de température entre les deux interfaces est plus grande lorsque la température du fluide est plus élevée. Cette différence augmente lorsque la position axiale est plus proche de la surface inférieure de la garniture.

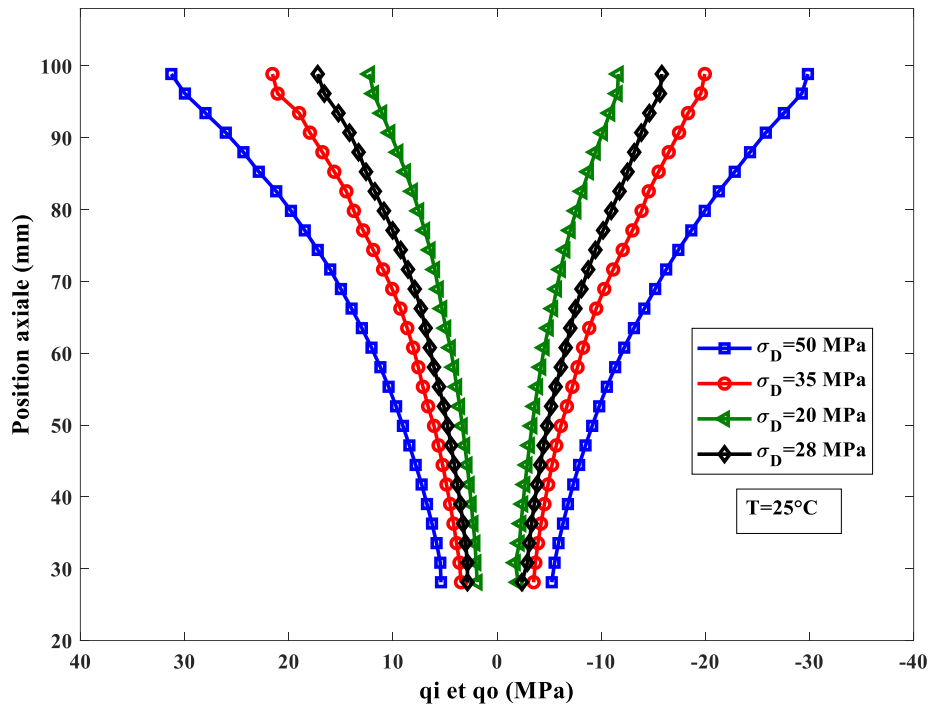


Figure IV.5: Distribution des contraintes de contact radiale à T=25°C

La garniture de presse-étoupe assure l'étanchéité en évitant la sortie du fluide vers l'environnement extérieur. Les études réalisées à température ambiante montrent que la distribution des pressions de contact est exponentielle ; ceci est confirmé sur la figure IV.4. En effet, lorsque la température imposée partout est de 25°C, les contraintes  $q_i$  et  $q_o$  sont égales et leurs valeurs augmentent avec la charge de serrage ou lorsque la position axiale s'approche de la surface supérieure de la garniture [63].

Lorsque la température du fluide est supérieure à la température ambiante, la forme des courbes de contrainte s'éloigne de la forme exponentielle. En effet, dans la figure IV.5 où la température du fluide est de 250°C, les pressions de contact ont la même valeur à la surface inférieure de la garniture alors que la force de serrage est différente.

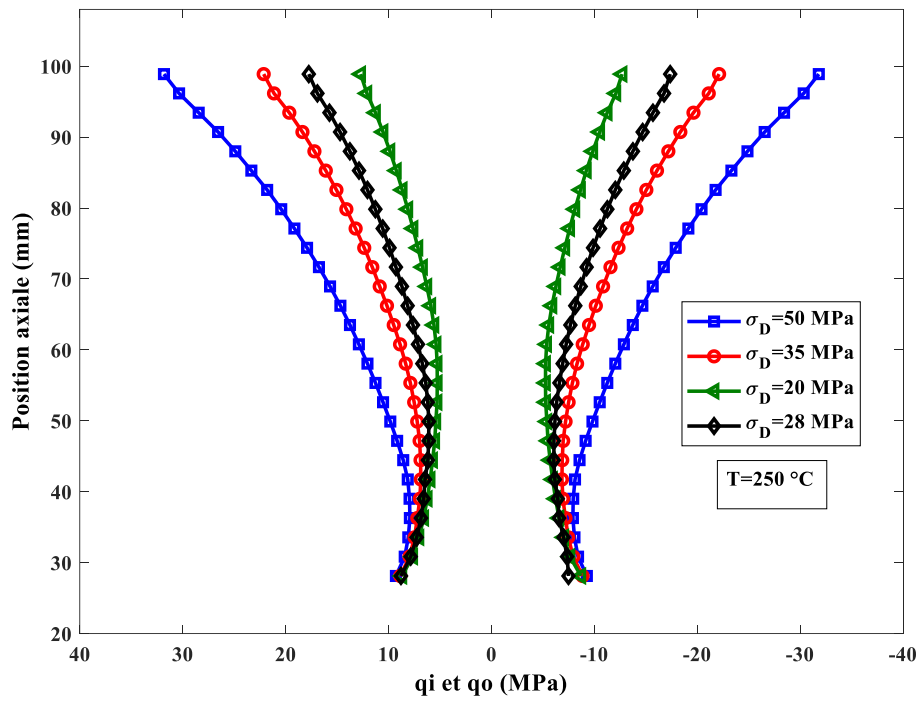


Figure IV.6: Distribution des contraintes de contact radiale à T=250°C

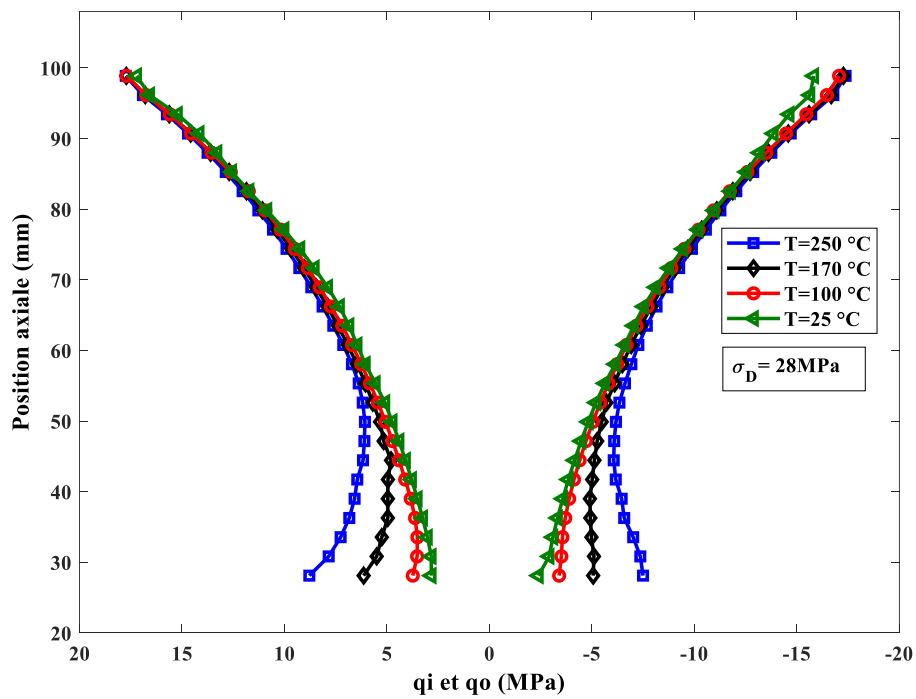


Figure IV.7: Distribution de la contrainte de contact radiale pour  $\sigma_D = 28 \text{ MPa}$

Pour évaluer l'influence de la température du fluide sur les pressions de contact, la figure IV.6 montre la répartition de ces contraintes pour différentes valeurs de la température du fluide. La face supérieure de la garniture est à la même pression puisque la force de serrage est la même pour tous les cas présentés. Les courbes correspondant aux différentes températures se séparent à partir d'une position axiale donnée, qui dépend de la valeur de la charge de serrage.

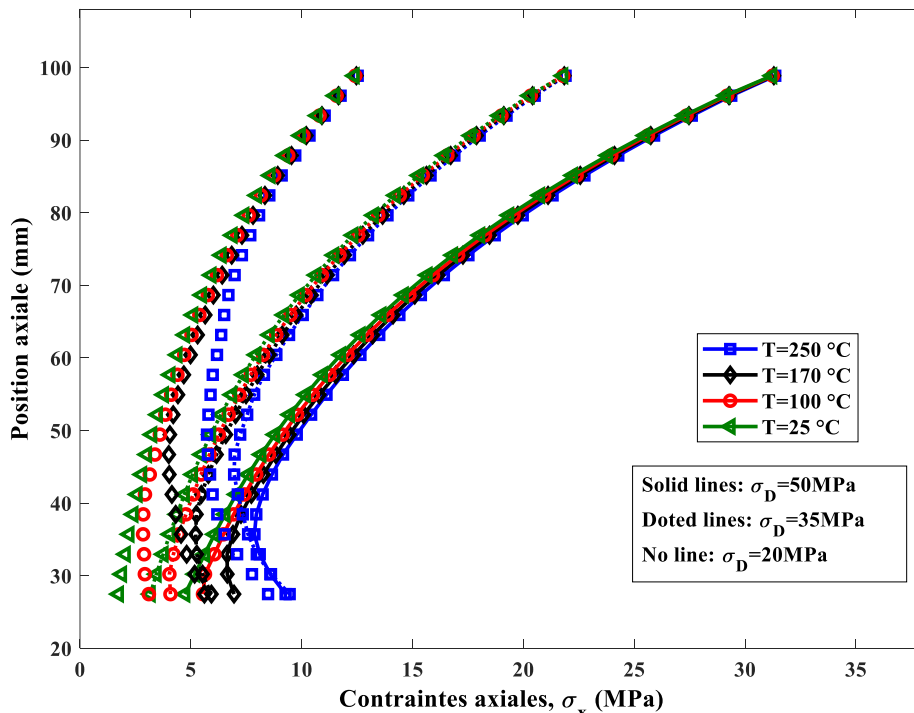


Figure IV.8: Distribution des contraintes axiales au diamètre moyen de la garniture pour différentes températures et valeurs de contrainte de serrage.

La figure IV.7 montre la distribution des contraintes axiales au diamètre moyen de la garniture pour différentes températures et différentes valeur de contrainte axiale de serrage appliquée par le fouloir dur la garniture. Les mêmes remarques et conclusions faites lors de l'analyse des autres contraintes restent valables pour ces contraintes axiales.

Les contraintes exprimées dans l'équation (4.1) sont caractérisées par la forme exponentielle et sont définies en fonction du coefficient  $\beta$ , de la charge de serrage,  $\sigma_D$ , et des coefficients de pression latérale,  $K_i$  et  $K_o$ . Pour vérifier si la forme exponentielle des distributions des contraintes est affectée par la température, le coefficient  $\beta$  est calculé pour tous les cas étudiés

et la comparaison entre la courbe EF et la forme exponentielle est effectuée. La figure IV.8 donne la variation de  $\beta$  en fonction de la température du fluide pour différentes contraintes de serrage et la figure IV.9 montre le rapport de compatibilité entre les données EF et l'équation (4.1).

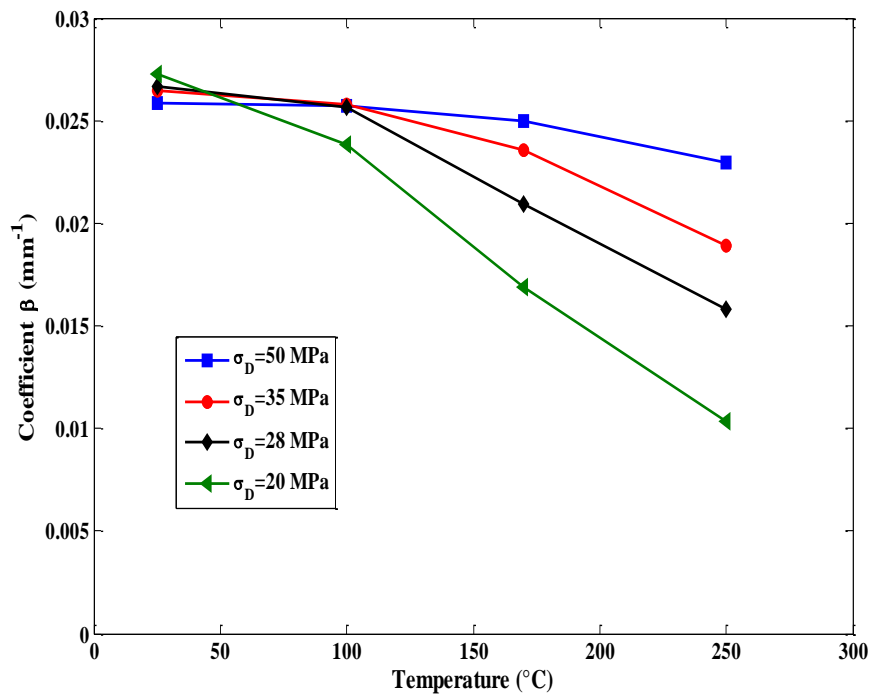


Figure IV.9: Variation du coefficient  $\beta$  en fonction de la température du fluide et de différentes pressions de serrage

A température ambiante, le coefficient  $\beta$  a la même valeur pour toutes les charges de serrage, ce qui confirme l'indépendance des coefficients de pression latérale de la charge de serrage à température ambiante. Cependant, la valeur de  $\beta$  diminue quand la température augmente ou lorsque la charge de serrage diminue. D'autre part, le taux de correspondance des courbes EF et de l'équation (4.1) diminue lorsque la température augmente ou lorsque la charge de serrage est faible. Ainsi, la forme exponentielle de la distribution axiale des contraintes axiales et radiales est affectée par la température du fluide. Par conséquent, il est clair que les coefficients de pression latérale dépendent de la valeur de la température du fluide et de la charge de serrage.

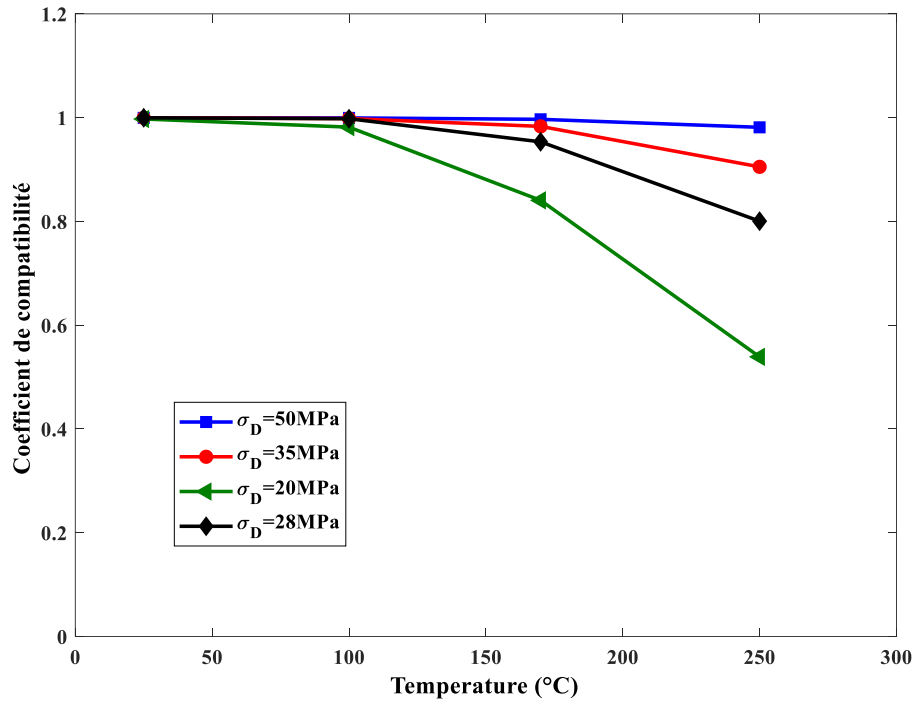


Figure IV.10: Ratio de Compatibilité entre les données EF et l'équation (4.1) en fonction de la température du fluide et différentes pressions de serrage

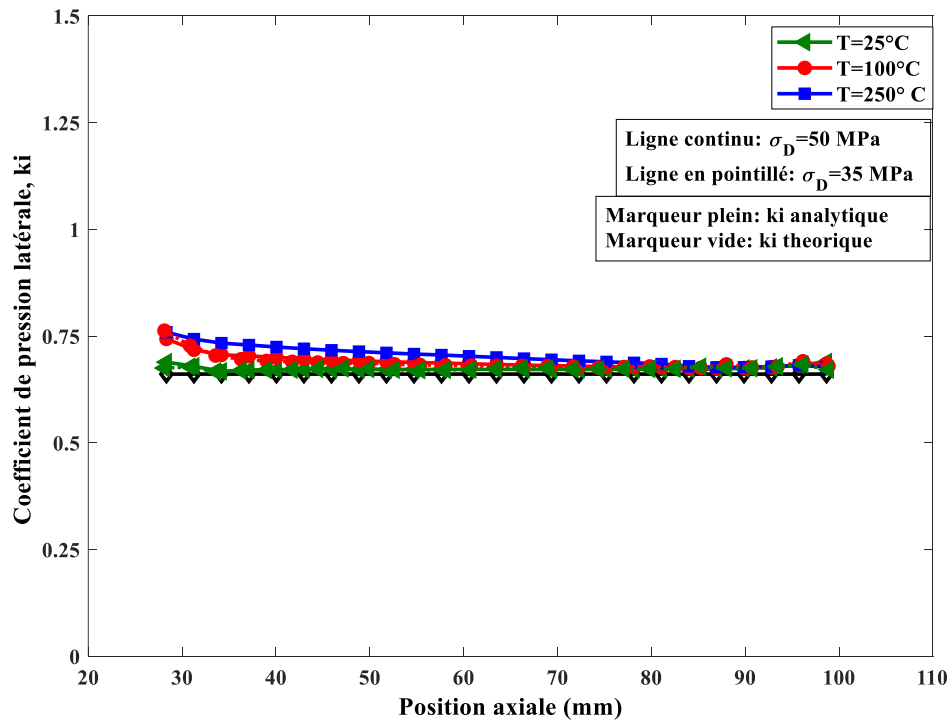


Figure IV.11 : Coefficient de pression latérale  $K_i$

Les figures IV.10 et IV.11 montrent les coefficients de pression latérale à l'interface tige garniture,  $K_i$ , et à l'interface garniture-boîtier,  $K_o$ , respectivement. A température ambiante, la forme des courbes est proche de celle calculée théoriquement par Diany et Bouzid [12]. Lorsque la température augmente, la valeur de  $K_i$  ne varie pas de manière significative et reste autour de 0,7. Cette dernière remarque nous oblige à reconsidérer la définition des coefficients de pression latérale pour tenir compte de l'effet de la température.

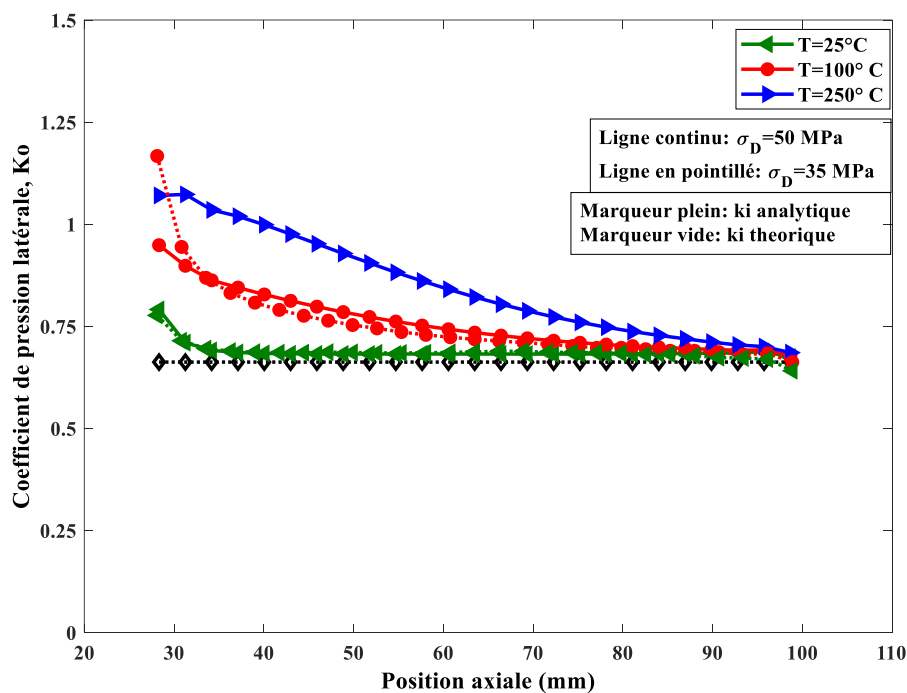


Figure IV.12 : Coefficient de pression latérale  $K_o$

#### IV.4 Conclusion

Le modèle par éléments finis de l'assemblage du presse-étoupe sous l'effet combiné de la température et de la charge de serrage est présenté. Les résultats de ce modèle numérique montrent que :

- La variation de la température du fluide confiné affecte les pressions de contact et la répartition des contraintes axiales. En effet, pour la température ambiante, les formes

des contraintes respectent l'équation (4.1), et lorsque la température augmente, les courbes s'éloignent de la forme exponentielle prévue dans les études théoriques.

- La définition des coefficients de pression latérale devrait être reconsidérée pour tenir compte de l'effet de la température.
- La charge de serrage doit être ajustée lorsque la température du fluide augmente afin d'assurer l'étanchéité et l'efficacité du système.

Toutes ces conclusions, émanant de l'analyse par éléments finis, doivent être comparées et validées par des études analytiques et expérimentales.

## Conclusion générale

Les travaux de cette thèse ont porté ; d'une façon générale ; sur l'étude et la modélisation du comportement thermoélastique des cylindres et ; comme cas d'applications ; les cylindres composés et le système à presse-étoupe. Pour les cylindres composés, ils peuvent être constitués d'au moins deux couches superposés. Ces assemblages sont utilisés dans plusieurs domaines industriels comme des équipements sous pression, car ils ont une grande capacité à supporter des pressions internes. Leur utilité réside également dans l'optimisation de l'utilisation des matériaux.

Pour les systèmes de presse-étoupe ; qui sont des dispositifs d'étanchéité utilisés dans les valves, les compresseurs et les pompes ; ils sont composés de la tige qui est l'axe de commande de la valve, du boîtier, du fouloir et de la garniture. La garniture est utilisée pour assurer l'étanchéité du presse-étoupe. Elle permet d'éviter les fuites et protéger ainsi les individus et l'environnement de produits nocifs circulant dans les systèmes pressurisés. En effet, les études faites par l'agence américaine de protection de l'environnement (EPA), ont révélé que 60 % des émissions fugitives sont causés par des problèmes dans les valves.

Pour bien assurer l'utilisation des cylindres, aussi bien que les systèmes à presse-étoupe, il est nécessaire de déterminer et d'analyser les conditions de leur fonctionnement. L'identification de la distribution des déformations, des contraintes et des déplacements générés par les charges thermomécanique doit être menée.

Le rapport de cette thèse a été divisé en trois parties. La première partie a présenté l'approche mathématique pour traiter le problème du transfert thermique en régime permanent dans un cylindre isotrope et homogène. Le profil de la distribution de la température est déterminé à l'aide de l'équation de chaleur. Les expansions en series de fonctions de Bessel et de Bessel modifiées ont été utilisé pour résoudre les équations différentielles élaborées. Quelques problèmes typiques de conduction, dans le cas de cylindres creux et pleins, ont été détaillés. Les distributions de température dans ces cas, en régime permanent, ont été obtenues et calculées numériquement à l'aide du logiciel Matlab. Le logiciel de simulation par éléments finis Ansys a été utilisé pour valider les résultats trouvés.

La deuxième partie a été consacrée à l'étude du comportement thermomécanique d'un cylindre composé. Un modèle de base a été développé pour étudier les effets de la température et de la



pression interne sur la répartition des contraintes et les champs des déplacements dans les cylindres composés. Le modèle analytique est basé sur la théorie des cylindres à paroi épaisse. Les résultats de l'approche analytique développée ont été comparés et validés à un modèle axisymétrique par éléments finis.

La troisième partie a été réservée à une étude numérique, utilisant la méthode des éléments finis par le logiciel Ansys, pour évaluer les contraintes de contact radiales, les contraintes axiales et les coefficients de pression latérale dans un système de presse-étoupe soumis à la pression de serrage et à un chargement thermique. Les résultats du modèle numérique élaboré montrent que si la température du fluide confiné varie, les pressions de contact et les coefficients de pression latérale varient en conséquence. Lorsque la température du fluide augmente, la contrainte de serrage doit être ajustée pour assurer l'étanchéité et donc l'efficacité du système de presse-étoupe.

## Perspectives

Les travaux effectués au cours cette thèse ont permis de mieux comprendre et analyser le comportement thermoélastiques des cylindres et des cylindres composés. Cependant, plusieurs axes doivent être révisés pour des études ultérieures. Effectivement, pour améliorer et compléter les études contenues dans cette thèse, il est préconisé de poursuivre l'étude des cylindres en considérant les recommandations suivantes :

- La détermination de la distribution des contraintes thermomécaniques dans un cylindre creux sollicité par pression interne et externe avec un champ de température axisymétrique  $T(r, z)$ .
- Le comportement thermomécanique des cylindres composés doit être également développé pour un champ de température axisymétrique  $T(r, z)$ .
- Pour un champ de température axisymétrique  $T(r, z)$  appliquée, la détermination du profil de la température pour un cylindre composé de trois couche, voire plus, en considérant le cylindre intérieur comme étant plein. Par la suite, le développement des contraintes thermiques générées dans ce cas.
- Dédire un modèle analytique pour évaluer et valider le modèle numérique présenté pour décrire le comportement des garnitures de presse étoupe sous charges thermomécaniques.

## Références bibliographiques

---

- [1] Afnor (2015a). ISO 15848-1 : Robinetterie industrielle - Mesurage, essais et modes opératoires de qualification pour émissions fugitives - Partie 1 : Système de classification et modes opératoires de qualification pour les essais de type des appareils de robinetterie.
- [2] Afnor (2015b). ISO 15848-2 : Robinetterie industrielle - Mesurage, essais et modes opératoires de qualification pour émissions fugitives - Partie 2 : Essais de réception en production des appareils de robinetterie.
- [3] API STANDARD 622 (2011). Type Testing of Process Valve Packing for Fugitive Emissions. 2nd Edition
- [4] Theory of Elasticity and Thermal Stresses Explanations, Problems and Solutions. M. Reza Eslami, Richard B. Hetnarski, Józef Ignaczak, Naotake Noda Naobumi Sumi, Yoshinobu Tanigawa.
- [5] Thermal Stresses – Advanced Theory and Applications. Richard B. Hetnarski • M. Reza Eslami
- [6] Les machines élévatoires par P.L. Fraenkel Directeur Intermediate Technology Power Ltd Reading (Royaume-Uni) Organisation des Nations Unies pour l'alimentation et l'agriculture Rome, 1994.
- [7] Lephilibert, J. Robinetterie industrielle : la maîtrise des éléments, SNRI, pp. 169.
- [8] PROFLUID, Guide de la ROBINETTERIE INDUSTRIELLE.
- [9] Compression Packing, Technical manual 4d Edition. Fluid Sealing Association (FSA) and European Sealing Association (ESA) (2018).
- [10] Denny, D. F. 1957. « A Force Analyse of the Stuffing-Box Seal ». Research report 550, BHRA, the Fluid Engineering Centre, Harlow, England
- [11] Ochonski, W. Radial stress distribution and friction forces in a soft-packed stuffing-box seal, Tribology International, 1988, Vol. 21, No. 1, pp. 31-38
- [12] Pengyun, S., C. Kuangmin, et al. 1997. «A Theoretical Analysis of the Lateral Pressure Coefficients in a Soft-Packed Stuffing-Box Seal». Tribology International, vol. 30, no 10, p. 759-765.
- [13] Diany, M. and Bouzid, A. H., (2006). Evaluation of contact stress in stuffing box packings. ASM pressure vessel and piping division conference, PVP-ICPVT-11-93083.
- [14] Diany, Mohammad and Bouzid, Abdel-Hakim., (2009)(a). Analytical evaluation of stresses and displacements of stuffing-box packing based on a flexibility analysis. Tribology International, vol. 42, n° 6. pp. 980-986.
- [15] Hisao, T. and Yoshida, F., (1991). Sealing characteristics of gland packing (5th Report, leakage rate measurement and its evaluation). International Journal of Japan Society of mechanical Engineering, vol. 57(538), pp 2047-2051
- [16] Diany, M. and Bouzid, A.H., (2012). Creep constitutive law of packing materials based on relaxation tests. Journal of Tribology, vol. 134, n° 1.

- [17] Kazeminia, M. and Bouzid, A.-H., (2014),”Analysis of stresses and strains in packed stuffing-boxes,” Proceedings of the ASME Pressure Vessels and Piping Conference (PVP ’14), Anaheim, Calif, USA, pp. 1–11.
- [18] Kazeminia, M. and Bouzid, A.-H., (2014),” Analytical and numerical evaluation of the axial stress distribution of two soft-packed stuffing-box configurations,” Proceedings of the ASME Turbo Expo, “Turbine Technical Conference and Exposition,” Dusseldorf, Germany, pp.1–8.
- [19] Kazeminia, M. and Bouzid, A.-H. (2015),” Stress analysis of packed stuffing-boxes,” Journal of Pressure Vessel Technology, vol. 137, no.5, Article ID 051205
- [20] Klenk, T. Characteristics and testing techniques for stuffing box packings, ASME PVP, 1999, Vol. 382, pp. 135-143.
- [21] Hisao, T. and Yoshida, F., (1990). Stress relaxation of gland packings and its modeling. International Journal of Japan Society of mechanical Engineering, vol. 33(2), pp 219-223.
- [22] Hisao, T. and Yoshida, F., (1991). Sealing characteristics of gland packing (5th Report, leakage rate measurement and its evaluation). International Journal of Japan Society of mechanical Engineering, vol. 57(538), pp 2047-2051
- [23] Bartonicek, J. et al. Characteristics of packings for stuffing boxes for proof of strength, function and tightness of valves, Transactions, SMiRT 16, Washington DC, 2001, paper # 1731, pp. 1-8
- [24] Klenk, Th., Hahn, R., Kockelmann, H. and Roos, E., (2001). High grade proof for gaskets according to LA-Luft and VDI 2440. ASME pressure vessel and piping, Vol. 416, pp: 163-167.
- [25] Schaaf, M., Vogel, R., Klenk, T. and Bartonicek, J., (2005). Tightness characteristics of packings. ASME pressure vessel and piping, V 2, pp: 147-153.
- [26] Roe, M. and Torrance, A.A, (2008) .The surface failure and wear of graphite seals. Tribology International, vol. 41, pp: (2002)-1008.
- [27] Veiga, Jose C., Cipollati, C. and Girao, C., (2008). Valve packing sealing stress. ASME Pressure Vessel and Piping, V2, pp: 101-106.
- [28] Veiga, Jose C., Girao, C. and Cipollati, C., (2009). The influence of different braided packing materials and number of rings on stem torque and sealability. ASME Pressure Vessel and Piping, V 2, pp: 115-123.
- [29] Ottens, W., Roos, E., Kockelmann, H. and Hahn, R., (2010). Optimization of stuffing box stem sealing in valves by means of surface treatment and coating. ASME Pressure Vessel and Piping, V 2, pp: 191-201.
- [30] Diany, Mohammad and Bouzid, Abdel-Hakim., (2010). An experimental-numerical procedure for stuffing-box packing characterization. American Society of Mechanical Engineers (ASME) pressure vessel and piping division, Vol. 2, p183-189.
- [31] Diany, M. and Bouzid, A.H., (2011). An experimental-numerical procedure for stuffing box packing characterization and leak tests. Tribology International, Vol. 133, 0.12201.

- [32] Grine, L. and Bouzid, A. H. (2011). Correlation of gaseous mass leak rates through micro and nano-porous gaskets. American Society of Mechanical Engineers, Pressure Vessels and Piping Division (Publication) PVP, v 2, p 41-47.
- [33] Grine, L. (2012). Prediction des fuites gazeuses et des fuites liquides dans les joints d'étanchéité micro et nano-poreux. thèse par articles présentée à l'École de Technologie Supérieure.
- [34] Lasseux, D., Jolly, P., Jannot, Y., Sauger, E. and Omnes, B., (2011(a)). Experimental measurement of the permeability of die-formed exfoliated graphite compression packings. American Society of Mechanical Engineers, Pressure Vessels and Piping Division (Publication) PVP, v 7, p 269-278.
- [35] Lasseux, D., Jolly, P., Jannot, Y., Omnes, E. S. B., (2011(b)). Permeability measurement of graphite compression packings. Journal of Pressure Vessel Technology, Transactions of the ASME, v 133, n 3.
- [36] Cartraud, P. and Wielgosz, C., (1996). Numerical modelling of the elastoplastic behaviour of a gasket material. Computational Materials Science, vol. 5, no. 1-3, p.75-81.
- [37] Zerres, H., M. Perez, et al. (1998). Comparison between the analysis of the mechanical behaviour of bolted joints by the Finite Element method and by the European approach (PR EN 1591). In ASME/JSME Pressure Vessels and Piping Conference. (San Diego, CA, USA, Jul 26-30), vol. 367, p. 69-73. Fairfield, NJ, USA: ASME
- [38] Baogang, C., Chenghong, D. and Hong, X., (1999). 3-D finite element analysis of bolted flange joint considering gasket nonlinearity. American Society of Mechanical Engineers, Pressure Vessels and Piping Division (Publication) PVP, v 382, p 121-126, 1.
- [39] Sawa, T., and Ogata, N., (2002). Stress Analysis and the Sealing Performance Evaluation of Pipe Flange Connection With Spiral Wound Gaskets Under Internal Pressure. ASME PVP(2002)-1089, pp. 115-127.
- [40] Heat Conduction. Fifth Edition, Sadık Kakaç Yaman Yener, Carolina P. Naveira-Cotta
- [41] Heat conduction. Second Edition. M. Necati OZISIK
- [42] E. David, An overview of advanced materials for hydrogen storage, Journal of Material Processing Technology, 162-163 (2005) 169-177.
- [43] W. R. D. Wilson and W. J. Skelton, Design of bi-metallic high pressure cylinders, Proc. Inst. Mech. Eng., 182 (3) (1967) 1-10.
- [44] K. Vedeld, H. Osnes and O. Fyrileiv, Analytical expressions for stress distributions in lined pipes: Axial stress and contact pressure interaction, Mar. Struct., 26 (1) 1-26.
- [45] J. Kloewer, R. Behrens and J. Lettner, Clad plates and pipes in oil and gas production: Applications-fabrication-welding, Proceedings of Corrosion, April 2002, Denver, CO, USA (2002).
- [46] G. Lamé and B. Clapeyron, Mémoire sur l'équilibre intérieur des corps solides homogènes, J. Reine Angew. Math. (Crelle's J.), 7, 145-169.
- [47] E. S. Focke, Reeling of tight fit pipe, Ph.D. Thesis, Delft University of Technology (2007).

- [48] G.H. Majzoobi, G.H. Farrahi, M.K. Pipelzadeh and A.Akbari, Experimental and Finite Element Prediction of Bursting Pressure in Compound Cylinders, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 81 (2004) 889-896.
- [49] G.H. Majzoobi, A. Ghomi, Optimisation of compound pressure cylinders, *Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering*, 15 (1-2) (2006) .
- [50] Shi Z, Zhang T, Xiang H. Exact solutions of heterogeneous elastic hollow cylinders. *Composite Structures*, 79 (2007) 140-147.
- [51] Q. Zhang, Z. W. Wang, C. Y. Tang, D. P. Hu, P. Q. Liu, and L. Z. Xia, Analytical solution of the thermo-mechanical stresses in a multilayered composite pressure vessel considering the influence of the closed ends, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 98 (2012) 102–110.
- [52] AH. Ghosn, M. Sabbaghian, Quasi-static coupled problems of thermoelasticity for cylindrical regions, *Journal of Thermal Stresses*, 5 (1982) 299-313.
- [53] C. I. Hung, C.K. Chen, Z.Y. Lee, Thermoelastic transient response of multilayered hollow cylinder with initial interface pressure, *Journal of Thermal Stresses*, 24 (2001) 987-1006.
- [54] M. Jabbari, S. Sohrabpour, M.R. Eslami, Mechanical and thermal stresses in a functionally graded hollow cylinder due to radially symmetric loads, *Int J Pressure Vessels Pip*, 79 (2002) 493-7.
- [55] A. Loghman and H. Parsa, Exact solution for magnetothermo-elastic behaviour of double-walled cylinder made of an inner FGM and an outer homogeneous layer, *International Journal of Mechanical Sciences*, 88 (2014) 93-99.
- [56] K. Vedeld, H. A. Sollund and J. Hellesland, Closed analytical expressions for stress distributions in two-layer cylinders and their application to offshore lined and clad pipes, *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 137 (2015) 021702-1.
- [57] H. A. Sollund, K. Vedeld and J. Hellesland, Efficient analytical solution for heated and pressurized multi-layer cyl indes, *Ocean Engineering*, 92 (2014) 285-295.
- [58] Kaoutar Bahoum, Mohammed Diany and Mustapha Mabrouki. “Stress analysis of compound cylinders subjected to thermo-mechanical loads”. *Journal of Mechanical Science and Technology* 31 (4) (2017) 1805~1811. DOI 10.1007/s12206-017-0328-5.
- [59] A. C. Ugural and S. K. Fenster, *Advanced mechanics of materials and elasticity*, 5th Edition, Pearson education, USA (2012).
- [60] CES Cambridge Engineering Selector EduPack 2009
- [61] Ansys. Standard Manuel. Version 15.
- [62] Kaoutar BAHOUM, Mohammed DIANY and Mustapha MABROUKI. “Finite element analysis of stuffing-box packing subjected to thermo-mechanical loads”. *International Journal of Advancements in Mechanical and Aeronautical Engineering – IJAMAE*. 5 (1) (2018). [ISSN : 2372-4153].
- [63] Kaoutar Bahoum, Mohammed Diany, Mustapha Mabrouki and Jaouad Azouz. “Finite Element Analysis of Stuffing-box Packing Subjected to Thermo-mechanical Load”. *Journal*

of Mechanical Engineering Research. 01 (01) (2018). DOI: <https://doi.org/10.30564/jmer.v1i1.139>

[64] Thermal stresses in a finite hollow cylinder due to an axisymmetric temperature field at the end surface, K. T. Sundara Raja Iyengar and K. Chandrashekhara Civil and Hydraulic