

Cette thèse porte sur le contrôle non destructif des plaques isotropes et composites de type orthotrope par ultrasons en utilisant les ondes de Lamb.

Pour les plaques isotropes sans défaut, un modèle théorique décrivant l'équation de la propagation des ondes de Lamb a été établi et résolu par la méthode de décomposition de Helmholtz. Les équations des modes de Lamb symétriques et antisymétriques de la propagation des ondes de Lamb sont résolues en utilisant le programme Matlab par la méthode itérative de Bissection. Les solutions trouvées permettent de tracer les courbes de dispersion des ondes de Lamb qui se propagent dans la plaque. Pour les plaques composites de type orthotrope sans défaut, un modèle théorique décrivant l'équation de la propagation des ondes de Lamb a été établi en respectant les conditions aux limites de la plaque libre. Les équations de la propagation des ondes de Lamb sont résolues par la méthode itérative de Newton-Raphson. Pour les plaques isotropes et composites avec défaut, un modèle numérique est établi. Il est basé sur la méthode des Éléments Finis et implanté dans le code commercial de calcul ABAQUS-CAE. Il permet de prédire l'interaction des modes de Lamb fondamentaux A_0 et S_0 avec les défauts.

Trois types de défauts sont étudiés : un défaut de section rectangulaire externe dans une plaque en acier, un défaut de section circulaire dans une plaque en aluminium, et un défaut de type délamination dans une plaque orthotrope [0]₄. Les résultats numériques trouvés pour les trois défauts nous ont permis d'identifier les modes propagatifs ainsi que les modes convertis en utilisant la double Transformée de Fourier (2D-FFT). La conversion des modes est quantifiée par le calcul des coefficients énergétiques de réflexion et de transmission en utilisant le traitement par la 2D-FFT appliquée sur les déplacements relevés sur la face supérieure de la plaque. Pour la délamination dans une plaque composite de type orthotrope, une méthode de localisation permet de la caractériser. La méthode se base sur l'étude de la conversion par l'utilisation de la 2D-FFT appliquée avant et après le défaut et sur le calcul des temps d'arrivée des modes identifiés en utilisant la Transformée en Ondelettes. Les résultats trouvés pour les trois types de défauts nous ont permis de vérifier la sensibilité des modes de Lamb fondamentaux (A_0 , S_0) aux défauts externes et internes dans les plaques isotropes, et également de proposer une méthode de localisation des délaminations dans une plaque orthotrope. La méthode de localisation de délamination est comparée avec la méthode proposée par un travail de recherche précédent. La méthode des éléments finis semi-analytiques (SAFE) fait l'objet également de cette thèse. Un algorithme a été établi pour pouvoir tracer les courbes de dispersion d'une plaque isotrope en aluminium et d'une plaque orthotrope. Les courbes trouvées sont comparées avec les courbes de dispersion tracées par le logiciel DISPERSE. Les résultats ont montré que la précision et la rapidité de la méthode dépendent du nombre d'éléments de maillage. Une étude quantitative a été proposée pour trouver le nombre d'éléments optimal.

Mots clés : Contrôle Non Destructif; Ondes de Lamb; Courbes de Dispersion; Méthode des Éléments Finis; Transformée de Fourier; Transformée en Ondelettes; Délamination; Orthotrope; SAFE.

Abstract

This thesis focuses on Nondestructive testing using Lamb waves propagation in isotropic and in anisotropic plate. Theoretical model is established to describe the Lamb waves propagation in isotropic plate.

To resolve the propagation equations, we have based on Helmholtz decomposition. The symmetric and antisymmetric equations were resolved by iterative Bisection method using Matlab program. The solutions are plotted in wavenumber-frequency, phase velocity-frequency and in group velocity-frequency domain which represent the dispersion curves of Lamb waves. Also, a theoretical model was established to describe the Lamb waves propagation in orthotropic plate. The equations resolution by iterative Newton-Raphson method permits to plot the dispersion curves of symmetric and antisymmetric modes in wavenumber frequency domain.

Numerical model based on Finite Element Method (FEM) was proposed to study fundamental modes interaction with defects. The model was implemented in commercial software ABAQUS-CAE. The defects investigated in this work are rectangular extern in steel plate, circular intern in aluminum plate, and delamination in orthotropic plate [0]₄. Numerical results of three models were computed to identify the propagating and converted modes using the 2D Fast Fourier Transform (2D-FFT) in Matlab. The conversion phenomenon was quantified by calculating the reflection and transmission coefficients. The method is proposed to localize symmetric and antisymmetric delamination in orthotropic plate. The proposed method is based on conversion study by applying the 2D-FFT before and after the defect, and also it is based on arrival time's calculation by applying the Wavelet Transform (WT). The results found in the three models permit to verify the fundamental Lamb modes (A_0 , S_0) sensibility to external and internal defect in isotropic plate, also to propose a delamination localization method in orthotropic plate. The proposed method is verified by previous work. Besides, a Semi-Analytical Finite Element Method (SAFE) formulation was established to plot the dispersion curves of isotropic aluminum and orthotropic plates. The curves found are compared with those plotted by DISPERSE software. The results showed that the method accuracy depends on the number of elements of meshing. To ensure a good precision and a rapidity of the method, the number of elements must be optimized.

Keywords: Nondestructive Testing; Lamb waves; Dispersion curves; Finite Element Method; Fourier Transform; Wavelet Transform; Delamination; Orthotropic; SAFE.

 NISSABOURI
 Salah

 MODELISATION PAR LA METHODE DES ÉLÉMENTS FINIS DE LA
 PROPAGATION DES ONDES ULTRASONORES DE LAMB

 PSI
 2020/2021,

 Faculté des Sciences et Techniques
 Settat

THÈSE DE DOCTORAT

Pour l'obtention de grade de Docteur en Physique et Sciences de l'Ingénieur

Spécialité : Génie Mécanique

Sous le thème

Modélisation par la Méthode des Éléments Finis de la propagation des ondes Ultrasonores de Lamb.

Application au Contrôle Non Destructif des structures Isotropes et Composites.

Présentée par :

Salah NISSABOURI

Soutenu le: 18 décembre 2020

A la Faculté des Sciences et Techniques de Settat devant le jury composé de :

Pr. Mohamed ZAKKARI	PES	FST-SETTAT	Président
Pr. Taoufiq BELHOSSINE DRISSI	PH	FSA-CASA	Rapporteur
Pr. Abdelhafid ESSADKI	PES	EST-CASA	Rapporteur
Pr. Abdelilah ALHAMANY	PES	FST-SETTAT	Rapporteur
Pr. Abdelali TAJMOUATI	PES	FST-SETTAT	Examineur
Pr. Hassan RHIMINI	PH	ENSEM-CASA	Examineur
Pr. Mhammed EL ALLAMI	PH	CRMEF-SETTAT	Co-Directeur de thèse
Pr. Elhassan BOUTYOUR	PES	FST-SETTAT	Directeur de thèse

Année Universitaire: 2020/2021

Remerciements

Je tiens à remercier amplement Monsieur Mhammed EL ALLAMI, Professeur au Centre Régional des Métiers de l'Éducation et de la Formation-Settat, qui m'a encadré tout au long de cette thèse et qui m'a fait partager ses brillantes intuitions. Qu'il soit aussi remercié pour sa gentillesse, sa disponibilité permanente et pour les nombreux encouragements qu'il m'a prodigués. C'est à ses côtés que j'ai compris ce que rigueur et précision voulaient dire. Je remercie Monsieur Elhassan BOUTYOUR, professeur à la Faculté des Sciences et Techniques-Settat, pour son appui et son aide inconditionnelle.

Je voudrais également remercier Elhadji Barra NDIAYE Docteur-Ingénieur pour sa disponibilité et son partage des données qui m'ont permises de valider mes résultats numériques.

Je saisis cette occasion pour remercier également Monsieur Hassan RHIMINI, professeur à l'École Nationale Supérieure d'Électricité et de Mécanique pour ses partages et sa disponibilité.

Je remercie Monsieur Mohamed ZAKKARI, Professeur à la Faculté des Sciences et Techniques-Settat d'avoir accepté de présider ma soutenance. J'adresse tous mes remerciements à Monsieur Taoufiq BELHOSSINE DRISSI, Professeur à Faculté des Sciences Aïn Chock de Casablanca, ainsi qu'à Monsieur Abdelilah ALHAMANY, Professeur à la Faculté des Sciences et Techniques-Settat et à Monsieur Abdelhafid ESSADKI, Professeur à l'École Supérieure de Technologie de Casablanca, de l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant d'être rapporteurs de cette thèse.

J'exprime ma gratitude à Monsieur Abdelali TAJMOUATI, Professeur à la Faculté des Sciences et Techniques-Settat, qui a bien voulu être examinateur.

Il me sera très difficile de remercier tout le monde, car c'est grâce à l'aide de nombreuses personnes que j'ai pu mener cette thèse à son terme.

Enfin, j'adresse mes plus sincères remerciements à ma famille : mes parents, mes frères, mes sœurs, ma femme et ma petite fille Ichrak.

Settat, le 27 décembre 2020.

Résumé

Cette thèse porte sur le contrôle non destructif des plaques isotropes et composites de type orthotrope par ultrasons en utilisant les ondes de Lamb.

Pour les plaques isotropes sans défaut, un modèle théorique décrivant l'équation de la propagation des ondes de Lamb a été établi et résolu par la méthode de décomposition de Helmholtz. Les équations des modes de Lamb symétriques et antisymétriques de la propagation des ondes de Lamb sont résolues en utilisant le programme Matlab par la méthode itérative de Bissection. Les solutions trouvées permettent de tracer les courbes de dispersion des ondes de Lamb qui se propagent dans la plaque.

Pour les plaques composites de type orthotrope sans défaut, un modèle théorique décrivant l'équation de la propagation des ondes de Lamb a été établi en respectant les conditions aux limites de la plaque libre. Les équations de la propagation des ondes de Lamb sont résolues par la méthode itérative de Newton-Raphson.

Pour les plaques isotropes et composites avec défaut, un modèle numérique est établi. Il est basé sur la méthode des Éléments Finis et implanté dans le code commercial de calcul ABAQUS-CAE. Il permet de prédire l'interaction des modes de Lamb fondamentaux A_0 et S_0 avec les défauts.

Trois types de défauts sont étudiés : un défaut de section rectangulaire externe dans une plaque en acier, un défaut de section circulaire dans une plaque en aluminium, et un défaut de type délamination dans une plaque orthotrope $[0]_4$.

Les résultats numériques trouvés pour les trois défauts nous ont permis d'identifier les modes propagatifs ainsi que les modes convertis en utilisant la double Transformée de Fourier (2D-FFT). La conversion des modes est quantifiée par le calcul des coefficients énergétiques de réflexion et de transmission en utilisant le traitement par la 2D-FFT appliquée sur les déplacements relevés sur la face supérieure de la plaque.

Pour la délamination dans une plaque composite de type orthotrope, une méthode de localisation permet de la caractériser. La méthode se base sur l'étude de la conversion par l'utilisation de la 2D-FFT appliquée avant et après le défaut et sur le calcul des temps d'arrivées des modes identifiés en utilisant la Transformée en Ondelettes.

Les résultats trouvés pour les trois types de défauts nous ont permis de vérifier la sensibilité des modes de Lamb fondamentaux (A_0, S_0) aux défauts externes et internes dans

les plaques isotropes, et également de proposer une méthode de localisation des délaminations dans une plaque orthotrope. La méthode de localisation de délamination est comparée avec la méthode proposée par un travail de recherche précédent.

La méthode des éléments finis semi-analytiques (SAFE) fait l'objet également de cette thèse. Un algorithme a été établi pour pouvoir tracer les courbes de dispersion d'une plaque isotrope en aluminium et d'une plaque orthotrope. Les courbes trouvées sont comparées avec les courbes de dispersion tracées par le logiciel DISPERSSE. Les résultats ont montré que la précision et la rapidité de la méthode dépendent du nombre d'éléments de maillage. Une étude quantitative a été proposée pour trouver le nombre d'éléments optimal.

Mots clés :

Contrôle Non Destructif; Ondes de Lamb; Courbes de Dispersion; Méthode des Éléments Finis; Transformée de Fourier; Transformée en Ondelettes; Délamination; Orthotrope; SAFE.

Abstract

This thesis focuses on Nondestructive testing using Lamb waves propagation in isotropic and in anisotropic plate.

Theoretical model is established to describe the Lamb waves propagation in isotropic plate. To resolve the propagation equations, we have based on Helmholtz decomposition. The symmetric and antisymmetric equations were resolved by iterative Bisection method using Matlab program. The solutions are plotted in wavenumber-frequency, phase velocity-frequency and in group velocity-frequency domain which represent the dispersion curves of Lamb waves.

Also, a theoretical model was established to describe the Lamb waves propagation in orthotropic plate. The equations resolution by iterative Newton-Raphson method permits to plot the dispersion curves of symmetric and antisymmetric modes in wavenumber-frequency domain.

Numerical model based on Finite Element Method (FEM) was proposed to study fundamental modes interaction with defects. The model was implemented in commercial software ABAQUS-CAE.

The defects investigated in this work are rectangular extern in steel plate, circular intern in aluminum plate, and delamination in orthotropic plate $[0]_4$. Numerical results of three models were computed to identify the propagating and converted modes using the 2D Fast Fourier Transform (2D-FFT) in Matlab. The conversion phenomenon was quantified by calculating the reflection and transmission coefficients.

The method is proposed to localize symmetric and antisymmetric delamination in orthotropic plate. The proposed method is based on conversion study by applying the 2D-FFT before and after the defect, and also it is based on arrival time's calculation by applying the Wavelet Transform (WT).

The results found in the three models permit to verify the fundamental Lamb modes (A_0, S_0) sensibility to external and internal defect in isotropic plate, also to propose a delamination localization method in orthotropic plate. The proposed method is verified by previous work.

Besides, a Semi-Analytical Finite Element Method (SAFE) formulation was established to plot the dispersion curves of isotropic aluminum and orthotropic plates. The curves

found are compared with those plotted by DISPERSE software. The results showed that the method accuracy depends on the number of elements of meshing. To ensure a good precision and a rapidity of the method, the number of elements must be optimized.

Keywords :

Nondestructive Testing; Lamb waves; Dispersion curves; Finite Element Method; Fourier Transform; Wavelet Transform; Delamination; Orthotropic; SAFE.

Table des matières

Table des matières	vii
Liste des figures	x
Liste des tableaux	xiv
Introduction générale	1
1 Généralités sur le Contrôle Non Destructif par les ondes ultrasonores de Lamb	6
1.1 Introduction	7
1.2 Techniques ultrasonores	8
1.3 Notions générales sur les ondes de Lamb	13
1.4 Outils d'identification des défauts	14
1.5 Conclusion	19
2 Théorie des ondes de Lamb et traçage des courbes de dispersion des plaques isotropes	20
2.1 Introduction	21
2.2 Théorie de Lamb	21
2.3 Résolution de l'équation de propagation dans les plaques isotropes	22
2.4 Traçage des courbes de dispersion	26
2.5 Conclusion	33
3 Modélisation de l'interaction du mode de Lamb S_0 avec un défaut externe et interne dans une plaque isotrope par la MEF	34
3.1 Introduction	35
3.2 Principe général de la Méthode des Éléments Finis	36
3.3 Présentation d'ABAQUS-CAE (Complete ABAQUS Environment)	37
3.4 Modèle numérique : résolution par la Méthode des Éléments Finis	38
3.5 Propagation des ondes de Lamb dans une plaque d'acier contenant un défaut rectangulaire externe	40

3.6	Propagation des ondes de Lamb dans une plaque en aluminium avec un défaut circulaire interne	44
3.7	Conclusion	48
4	Modélisation de la propagation des ondes de Lamb dans des plaques composites	49
4.1	Introduction	50
4.2	Structures composites	50
4.3	Types des défauts dans les structures composites	52
4.4	Équation de propagation dans les plaques composites	53
4.5	Courbes de dispersion d'un matériau orthotrope	58
4.6	Conclusion	60
5	Interactions du mode de Lamb A_0 avec une délamination dans la peau de sandwich	62
5.1	Introduction	63
5.2	État de l'art sur la modélisation par éléments finis de la propagation des ondes de Lamb dans les structures composites	64
5.3	Propagation des ondes de Lamb dans la peau de sandwich de type orthotrope sans défaut : résolution par la Méthode des Éléments Finis	66
5.4	Méthode proposée de localisation de la délamination	68
5.5	Propagation des ondes de Lamb dans la peau orthotrope contenant une délamination symétrique	69
5.6	Comparaison entre le contrôle par écho d'impulsion et le contrôle par transmission	71
5.7	Vérification de la méthode proposée de localisation de la délamination	75
5.8	Conclusion	79
6	Traçage des courbes de dispersion par la méthode SAFE	80
6.1	Introduction	81
6.2	Définition du problème et équation du mouvement	82
6.3	Discrétisation de l'équation du mouvement	84
6.4	Formulation de SAFE et résolution de l'équation pour une plaque	86
6.5	Algorithme de traçage des courbes de dispersion $\omega(k)$ par SAFE	87
6.6	Traçage des courbes de dispersion d'une plaque isotrope et d'une plaque orthotrope par la méthode SAFE	89
6.7	Conclusion	97
	Conclusion générale	98

A	Loi de comportement et champ de contrainte dans un matériau homogène	102
A.1	Tenseur de déformations	102
A.2	Tenseur de contraintes	102
A.3	Tenseur de rigidité	102
A.4	Loi de comportement dans un milieu élastique	103
A.5	Équations d'équilibre	103
A.6	Champ de contrainte	103
B	Formulation de la fonction $g(fe, V_p)$	105
B.1	Formulations de la fonction caractéristique de la propagation des ondes de Lamb	105
C	Propagation le long de l'axe principal d'un matériau orthotrope	106
D	Méthode de quadrature de Gauss à 3 points	107
	Bibliographie	108

Liste des figures

1.1	Techniques de CND, (a) : Radiographie, (b) : Ressuage, (c) : Ultrason, (d) : Magnétoscopie, (e) : Visuel.	7
1.2	Transducteur piézoélectrique.	9
1.3	Principe de mesure en contact avec couplant.	9
1.4	Principe de mesure par échos.	10
1.5	Principe de mesure par Pitch-catch.	10
1.6	Contrôle par Réseau de phase.	11
1.7	Principe de mesure par LASER.	12
1.8	Principe de mesure par couplage d'air.	12
1.9	Principe de mesure par EMAT.	13
1.10	Direction de la propagation des ondes de Rayleigh.	14
1.11	Modes de propagation des ondes de Lamb : (a) mode symétrique, (b) mode antisymétrique	14
1.12	Ondelettes mère (a) : Daubechies, (b) : Mexican hat, (c) : Gaussian, et (d) : Morlet	17
1.13	Application de WT sur un signal contenant deux modes	17
2.1	Propagation d'ondes de Lamb dans un guide élastique.	22
2.2	Plaque isotrope dans le plan (X,Y).	23
2.3	Puissance moyenne transportée à travers une section droite de la plaque.	25
2.4	Déplacements analytiques au bord gauche de la plaque ($x = 0$) sous la fréquence 225 kHz pour le mode S_0 (a) et A_0 (b).	26
2.5	Courbe d'une fonction continue sur $[a, b]$	29
2.6	Algorithme de traçage des courbes de dispersion par la méthode de Bisection.	30
2.7	Courbes de dispersion d'une plaque en aluminium (vitesse de phase en fonction de $f e$).	31
2.8	Courbes de dispersion d'une plaque en aluminium (nombre d'onde en fonction de $f e$).	32
2.9	Courbes de dispersion d'une plaque en aluminium (vitesse de groupe en fonction de $f e$).	33

3.1	Maillage du modèle en quadrilatère à 4 nœuds.	36
3.2	Phases de calcul par ABAQUS-CAE.	37
3.3	Géométrie du modèle adopté.	38
3.4	Excitation du mode S_0 à une fréquence de 225 kHz pondérée par la fenêtre de Hanning.	39
3.5	Géométrie de la plaque contenant un défaut rectangulaire de largeur 0.5 mm et de profondeur p	40
3.6	Propagation du mode S_0 simulée dans une plaque d'acier endommagée : défaut rectangulaire de $p = 3$ mm.	41
3.7	Déplacements mesurés au point A.	41
3.8	Déplacements mesurés au point B.	41
3.9	(a) Superposition des 2D-FFT appliquées aux déplacements relevés avant le défaut et (b) amplitudes des modes incidents et réfléchis à $fe = 1350$ kHz.mm. Cas $p = 3$ mm.	42
3.10	(a) Superposition des 2D-FFT appliquées aux déplacements relevés après le défaut et (b) amplitudes des modes transmis à $fe = 1350$ kHz.mm. Cas $p = 3$ mm.	43
3.11	Coefficients de Réflexion et de Transmission en fonction de la profondeur du défaut rectangulaire externe.	44
3.12	Géométrie de la plaque contenant un défaut circulaire de rayon r	44
3.13	Propagation du mode S_0 simulée dans une plaque d'aluminium endommagée : défaut circulaire de diamètre 1.5 mm.	45
3.14	Déplacement transversal mesuré au point A.	45
3.15	Déplacement transversal mesuré au point B.	46
3.16	(a) Superposition des 2D-FFT appliquées aux déplacements relevés avant le défaut et (b) amplitudes des modes incidents et réfléchis à $fe = 1350$ kHz.mm. Cas $r = 1.5$ mm.	46
3.17	(a) Superposition des 2D-FFT appliquées aux déplacements relevés après le défaut et (b) amplitudes des modes transmis à $fe = 1350$ kHz.mm. Cas $r = 1.5$ mm.	47
3.18	Coefficients de Réflexion et de Transmission en fonction du rayon de défaut circulaire interne.	48
4.1	Composants de composite unidirectionnel (a) et en empilement (b).	50
4.2	Exemples de tissus plans courants	51
4.3	Stratifiés à base de plis unidirectionnels. Les nombres entre crochets désignent l'angle de chaque pli (en degrés) par rapport à une direction de référence.	51

4.4	Structure en sandwich et ses constituants.	52
4.5	Types de défauts dans une structure composite [1].	52
4.6	Plaque composite.	54
4.7	Courbes de dispersion d'une plaque orthotrope (nombre d'onde en fonction de la fréquence).	60
5.1	Structure de matériau Sandwich avec une peau endommagée.	63
5.2	Géométrie de la peau sans défaut, C : actuateur, A et B : transducteurs.	67
5.3	Superposition de la double transformée des déplacements de la surface de la plaque sur les courbes de dispersion.	67
5.4	Excitation du mode A_0 à une fréquence de 300 kHz pondérée par la fenêtre de Hanning.	68
5.5	Organigramme de la méthode de localisation.	68
5.6	Géométrie du modèle numérique de la délamination symétrique de longueur L.	69
5.7	Déplacements transversaux dans les deux sous-stratifiés séparés par une délamination symétrique.	69
5.8	Superposition de la 2D-FFT appliquée aux déplacements extraits avant la délamination sur les courbes de dispersion.	70
5.9	Réflexion du mode A_0 à l'entrée et à la fin de délamination, R correspond au mode réfléchi et T correspond au mode transmis. L'indice S et I indiquent que les modes traversent respectivement le sous stratifié Sup et Inf.	70
5.10	Déplacements transversaux pris au point $x = 100$ mm sur la face supérieure de la peau $[0]_4$	71
5.11	Coefficients de l'ondelette 'Gaus1', cas : A_0 incident, délamination de longueur 60 mm.	72
5.12	Déplacements transversaux pris au point $x = 300$ mm sur la face supérieure de la peau $[0]_4$	73
5.13	Coefficients de l'ondelette 'Gaus1', cas : A_0 incident, délamination de longueur 60 mm.	74
5.14	Losange de Fourier.	75
5.15	B-scan de l'interaction de mode A_0 avec délamination. (a) : coupe de $u(x, t)$ au point 185 mm.	76
5.16	B-scan de l'onde incidente filtrée.	77
5.17	$U(x, f)$: FFT temporelle appliquée à l'onde incidente filtrée.	77
5.18	Coupe de $U(x, f)$ à la fréquence 300 kHz.	78
5.19	Coefficients de l'ondelette 'Gaus1', cas : A_0 incident, délamination symétrique de longueur 24 mm.	78

6.1	Données géométriques du problème.	83
6.2	(a) Plaque infinie suivant l'axe Y, discrétisée par deux éléments suivant l'épaisseur, (b) trois nœuds isoparamétriques.	86
6.3	Algorithme de traçage des courbes de dispersion $\omega(k)$ par la méthode SAFE en utilisant l'approche 1.	88
6.4	Comparaison entre les courbes de dispersion tracées par SAFE (trait continu) avec les courbes tracées par DISPERSE (trait interrompu).	89
6.5	Courbes de dispersion tracées par SAFE et comparées avec DISPERSE selon le nombre d'éléments : (a) $n = 3$, (b) $n = 4$, (c) $n = 5$, (d) $n = 6$	90
6.6	Courbes de dispersion tracées par la méthode SAFE d'une plaque en aluminium pour $n = 7$	92
6.7	Variation du temps de calcul par la méthode SAFE en fonction du nombre d'éléments n	93
6.8	Courbes de dispersion d'une plaque d'aluminium : vitesse de phase en fonction du produit fe tracées avec SAFE pour $n = 7$	93
6.9	Profils des déplacements suivant l'épaisseur d'une plaque en aluminium d'épaisseur 1mm à la fréquence 1000 kHz, $U_x(a)$ et $U_z(b)$ pour le mode A_0 , $U_x(c)$ et $U_z(d)$ pour le mode S_0	94
6.10	Superposition des courbes générées expérimentalement sur les courbes tracées par la méthode de Newton-Raphson [2].	95
6.11	Comparaison entre les courbes de dispersion tracées par SAFE (trait continu) pour $n = 6$ avec les courbes tracées par Newton-Raphson (trait interrompu). (a) est un agrandissement de la zone cadrée au bas de la figure.	95
6.12	Comparaison entre les courbes de dispersion tracées par SAFE (trait interrompu) pour $n = 7$ avec les courbes tracées par Newton-Raphson (trait continu).	96
6.13	Courbes de dispersion d'une plaque orthotrope d'épaisseur 1.6 mm : vitesse de phase en fonction de la fréquence tracées avec SAFE pour $n = 7$	96
6.14	Profils des déplacements suivant l'épaisseur d'une plaque orthotrope d'épaisseur 1.6 mm à la fréquence 100 kHz, $U_x(a)$, $U_z(b)$ pour le mode A_0 , $U_x(c)$, $U_z(d)$ pour le mode S_0	97

Liste des tableaux

1.1	Comparaison entre les techniques de CND.	8
2.1	Vitesse longitudinale et transversale de l'onde dans l'aluminium	29
3.1	Propriétés de la plaque en acier.	40
3.2	Coefficients de Réflexion et de Transmission en %.	43
3.3	Propriétés de la plaque en aluminium.	44
3.4	Coefficients de Réflexion et de Transmission en %.	47
4.1	Coefficients Élastiques C_{ij} et la masse volumique du matériau orthotrope.	60
5.1	Localisation de la délamination à partir de détecteur A. L_D : Longueur de Délamination, P_D : Position de Délamination, P_{DTH} : Position Théorique de Délamination.	72
5.2	Localisation de la délamination à partir du détecteur B.	73
5.3	Comparaison entre la précision de l'estimation de la longueur de la délamination aux points de contrôle A et B	75
6.1	Erreur relative de calcul du mode A_2 par SAFE en fonction du nombre d'éléments.	91
6.2	Temps de calcul par SAFE en fonction du nombre d'éléments.	92
D.1	Les poids des noeuds	107

Glossaire

Longueur d'onde	$\lambda(\text{m})$	Grandeur physique homogène, définie comme la distance séparant deux maxima consécutifs de l'amplitude. C'est l'équivalent de la période dans l'espace temporel.
Nombre d'onde	$k(\text{rad/m})$	Norme du vecteur d'onde. Il est relié à la longueur d'onde par l'équation $k = 2\pi/\lambda$.
Fréquence	$f(\text{Hz})$	Nombre de fois qu'un phénomène périodique se reproduit par unité de mesure du temps.
Pulsation	$\omega(\text{rad/s})$	Pulsation d'un phénomène périodique. C'est la valeur de la vitesse de rotation, ou vitesse angulaire, qu'aurait un système en rotation de même fréquence : pour une fréquence f en Hertz, la pulsation associée est donc $\omega = 2\pi f$.
Nombre d'onde Transversal	$k_T(\text{rad/m})$	Grandeur physique caractérisant la propagation de l'onde transversale (direction perpendiculaire à la direction de propagation).
Nombre d'onde Longitudinal	$k_L(\text{rad/m})$	Grandeur physique caractérisant la propagation de l'onde longitudinale.
Vitesse de phase	$V_p(\text{m/s})$	Vitesse à laquelle la phase de l'onde se propage dans l'espace. En sélectionnant un point particulier de l'onde (par exemple la crête), ce point immatériel se déplace dans l'espace à la vitesse de phase. Elle s'exprime en fonction de la pulsation de l'onde ω et du vecteur d'onde k : $V_p = \omega/k$.
Vitesse de groupe	$V_g(\text{m/s})$	Vitesse à laquelle le paquet d'ondes se propage dans l'espace. Elle s'exprime en fonction de la pulsation de l'onde ω et du vecteur d'onde k : $V_g = d\omega/dk$.

Liste des Abréviations

ACT : Air-Coupled Transducer.
BEM : Boundary Element Method.
CAE : Complete Abaqus Environment.
CFRP : Carbon Fiber Reinforced Polymer / Plastic.
CND : Contrôle Non Destructif.
EDP : Équations aux Dérivées Partielles.
EF : Éléments Finis.
EMAT : ElectroMAGnetic Transducer.
FEM : Finite Element Method.
GFRP : Glass Fiber Reinforced Polymer/Plastic.
LDV : Laser Doppler Vibrometer.
MASW : Multichannel Analysis of Surface Waves.
MDF : Méthode des Différences Finies.
MEF : Méthode des Éléments Finis.
NDT : Non Destructive Testing.
PDE : Python Development Environment.
PW : Piezoelectric Wafer.
SAFE : Semi Analytical Finite Element.
SHM : Structural Health Monitoring.
STFT : Short Time Fourier Transform.
TF : Transformée de Fourier.
WFE : Waveguide Finite Element.
WGF : Woven Glass Fiber.
WT : Wavelet Transform.
2D : 2 Dimensional.
2D-FFT : 2D-Fast Fourier Transform.

Introduction générale

La détection des défauts dans les structures isotropes et composites devient une priorité dans plusieurs secteurs notamment dans les industries d'automobile, aéronautiques, et pétrolières où nous attachons beaucoup d'importance à la fiabilité et la maintenabilité des pièces. Généralement, les pièces sont soumises aux différentes contraintes durant le processus de la fabrication et au cours de leur cycle de vie. Ces contraintes de types sollicitations mécaniques ou thermiques provoquent des défauts internes ou surfaciques, par exemple des cavités internes ou des fissures qui peuvent engendrer des dégâts lors de sollicitations cycliques. Les structures multicouches, ou composites peuvent contenir des défauts internes critiques et difficilement détectables que dans une structure isotrope comme : la délamination ou le décollement entre le nid d'abeille et la peau. Toutes ces anomalies facilitent l'altération rapide et conduisent aux autres problèmes ultérieurs.

Face à ces contraintes, des méthodes fiables doivent être trouvées en vue de diagnostiquer l'état de santé des pièces. C'est le rôle primordial du Contrôle Non Destructif (CND). Récemment et avec l'avènement de nouvelles technologies et avec le développement des matériaux intelligents, le contrôle ne doit pas se contenter de la détection des défauts, mais en sus il doit assurer le suivi de la santé des pièces dans le temps réel. Tel est la vocation de Structural Health Monitoring (SHM) ou le Contrôle de Santé Intégré. Parmi les méthodes de CND, nous citons : les rayons X, le ressuage, les courants de Foucault, les Ultrasons, etc. Les Ultrasons sont des ondes mécaniques se propageant avec une fréquence plus que 15 kHz. Ces ondes sont de quatre types : les ondes longitudinales ou de compression, les ondes transversales ou de cisaillement, les ondes de surface ou de *Rayleigh* [3], et les ondes de plaque ou de Lamb.

Les ondes de Lamb constituent l'objet de notre thèse, sont des ondes de plaque se propageant dans des tôles dont l'épaisseur est de l'ordre d'une longueur d'onde. Elles sont découvertes par *Horace Lamb* [4]. Elles sont utilisées dans de nombreuses applications grâce à leurs avantages multiples. Elles se propagent sur une grande distance sans trop de déperdition d'énergie, en plus elles sont capables de détecter et de quantifier les défauts internes d'un matériau de géométrie plane ou cylindrique ainsi que de mesurer ses propriétés élastiques. En outre, l'énergie des ondes de Lamb est répartie entre les modes

émis, réfléchis, et transmis selon les caractéristiques de l'anomalie. Ainsi ces modes permettent de caractériser la position et la géométrie de défaut.

Par ailleurs, il est judicieux d'appréhender les mécanismes mis en jeu lors du contrôle des pièces : l'émission, la propagation, la réflexion et la transmission, sans oublier la dispersion et la conversion en vue de proposer des méthodes de modélisation efficaces.

Commençant par l'émission. Les ondes de Lamb sont générées par des transducteurs qui peuvent soit être en contact avec la pièce à tester ou sans contact nécessitant ainsi un couplant. Les transducteurs qui génèrent les ondes ultrasonores sont basés sur les matériaux piézoélectriques. L'émission sans contact est basée sur Laser ou sur l'actuation Électromagnétique. Dans le sens inverse, les ondes de Lamb sont détectées soit par écho ou par transmission. Les paramètres clés dans l'émission est le choix judicieux de la fréquence et le type de l'excitation qui peut être soit monomodale ou multimodale.

En effet, les ondes de Lamb sont dispersives, cela veut dire qu'elles changent de vitesse selon la fréquence en se propageant à travers la structure. Ce deuxième mécanisme de dispersion ne les rend pas seulement sensibles aux défauts, mais également difficiles à interpréter.

La dispersion est un axe très abordé dans les recherches antérieures. Plusieurs auteurs ont proposé des méthodes de traçage des courbes de dispersion comme : [5][6][7][8]. Ces courbes sont des graphiques représentant la variation de la vitesse de phase, la vitesse de groupe ou le nombre d'onde en fonction de la fréquence. Pratiquement, ils servent à choisir la fréquence de l'excitation et permettent d'identifier les modes de propagation incidents, réfléchis et transmis.

Aux basses fréquences, il y a moins de dispersion (propagation de deux modes fondamentaux), ainsi l'excitation monomodale est simple, pourtant les ondes sont moins sensibles aux défauts. Aux hautes fréquences, d'autres modes apparaissent, et la sensibilité aux défauts est grande, mais l'interprétation est compliquée. Le défi de la recherche actuelle est de trouver le compromis entre la sensibilité aux défauts et la dispersion. Pour résoudre ce problème, les auteurs [9] ont proposé une excitation aux grandes fréquences ou les modes se convergent vers une vitesse limite.

Le troisième mécanisme de contrôle est la propagation des ondes de Lamb. À ce stade, un autre paramètre s'ajoute à la fréquence de l'onde est le milieu de la propagation.

La propagation dans les plaques isotropes a été largement abordée par plusieurs chercheurs comme : [10][11].

La résolution de l'équation de propagation permet de trouver analytiquement les déplacements en des points définis et en fonction du temps que l'on note $u(x, t)$. La résolution de l'équation devient difficile dans le cas de présence de défaut.

Dans les matériaux anisotropes, la difficulté de la résolution de l'équation de propagation augmente en fonction du degré de l'anisotropie. Des chercheurs ont proposé des méthodes de résolution, voir [12].

De ce fait, plusieurs méthodes numériques sont développées facilitant la résolution approximative de l'équation. Parmi ces méthodes, nous citons : la Méthode des Éléments Finis [13], la Méthode Semi-Analytique [14].

Le travail qui constitue le défi actuel est l'amélioration de la précision, la rapidité et la convergence en agissant sur les paramètres tels que la fréquence, le pas de maillage, le pas temporel, et le type du modèle.

Quant au quatrième mécanisme, qui est la réflexion des ondes de Lamb. La modélisation de la réflexion des ondes de Lamb est importante durant le processus de CND par Ultrasons. En 1996, la diffraction est modélisée par la Méthode des Éléments Finis (MEF) [15], les auteurs ont calculé les coefficients énergétiques de réflexion et de transmission au bord libre de la plaque.

De point de vue pratique, la réflexion peut avoir lieu dans trois cas :

- L'onde se diffracte au bord de la plaque [16],
- L'onde se diffracte en rencontrant un défaut [17],
- L'onde subira la réflexion et la transmission face à un changement de surface brusque [18] ou progressif.

La réflexion mène à l'apparition d'autres signaux compliqués correspondant à la superposition du signal de l'excitation et les signaux diffractés.

Pour éviter les réflexions, des chercheurs ont développé des techniques de bords non réfléchissants permettant de modéliser seulement la région du défaut comme : [19][20]. Ce qui permet l'optimisation du modèle numérique. Les techniques peuvent être regroupées en trois catégories :

- Méthodes par éléments infinis,
- Conditions aux limites non réfléchissantes [21],
- Méthode de la couche absorbante [22].

La conversion est intimement liée à la dispersion des ondes de Lamb. Sur la même fréquence, il peut y avoir au moins deux modes propagatifs. Par conséquent, lorsque l'onde se trouve en interaction avec des défauts ou avec le bord, le mode incident peut changer sa nature. La conversion est quantifiée par le calcul des coefficients énergétiques de réflexion et de transmission [23]. Le changement des vitesses de propagation peut révéler également la conversion [10][16].

Les outils de traitement du signal réfléchi ou converti ont beaucoup contribué à l'amélioration et la précision des techniques de détection des défauts. L'identification des modes

propagatifs et convertis est basée sur le Losange de Fourier [24]. Le déplacement $u(x, t)$ est doublement transformé pour aller du plan espace-temps au plan nombre d'onde-fréquence par l'application de la Double Transformée rapide de Fourier (2D-FFT). Un autre outil de traitement de signal est la Transformée en Ondelettes (WT). Il peut être utilisé pour calculer le temps d'arrivée des modes en vue de détecter les défauts comme la délamination [25], et les fissures.

Chacun des mécanismes précités constitue un axe de recherche, sauf que pour appréhender l'étude de la propagation des ondes de Lamb, nous devons toucher plus qu'un mécanisme. C'est dans cette vision que nous avons abordé notre thèse.

Ce présent travail s'inscrit dans le cadre du contrôle non destructif. Il s'articule autour de l'étude théorique et numérique de la propagation des ondes ultrasonores de Lamb dans les structures isotropes et composites. Nous élaborons les équations décrivant la propagation des ondes symétriques et antisymétriques dans les structures isotropes et composites. Le modèle numérique est basé sur la méthode des éléments finis et permet de prédire les défauts de type rectangulaire externe, circulaire interne et délamination dans la peau de sandwich.

Notre mémoire de thèse est répartie en six chapitres :

Le premier chapitre de ce mémoire de thèse se veut une introduction au contrôle non destructif, dans lequel nous citons les méthodes du CND et les avantages du contrôle par ultrasons. Les techniques utilisant les ondes ultrasonores seront présentées, plus précisément les ondes de Lamb. Les outils de l'identification des défauts vont être présentés également à la fin de ce chapitre.

Dans le second chapitre, nous élaborons le modèle théorique des ondes de Lamb pour établir les équations de propagation des ondes de Lamb dans les structures isotropes. Les équations caractéristiques des modes propagatifs symétriques et antisymétriques dans les isotropes sont résolues numériquement par la méthode de Bisection. La résolution numérique nous permet de tracer les courbes de dispersion des modes propagatifs.

Dans le troisième chapitre, nous allons présenter le modèle numérique implanté dans le code de calcul ABAQUS-CAE. Il se base sur la Méthode des Éléments Finis et permet de prédire l'interaction du mode fondamental symétrique (S_0) avec un défaut. Deux cas d'étude à considérer : une plaque en acier contenant un défaut de section rectangulaire externe, et une plaque en aluminium contenant un défaut circulaire interne. Pour quantifier la conversion des modes, nous allons calculer les coefficients énergétiques de réflexion et de transmission en utilisant la Double Transformée de Fourier.

Dans le quatrième chapitre, nous introduirons les structures anisotropes. Nous citerons

les défauts susceptibles d'apparaître dans des composites multicouches. Nous établirons après le modèle théorique décrivant la propagation des ondes de Lamb dans les structures anisotropes, plus précisément dans une plaque orthotrope. La résolution de l'équation permet de trouver les modes propagatifs symétriques et antisymétriques.

Le cinquième chapitre sera consacré à la présentation du modèle numérique de propagation des ondes de Lamb dans une structure composite de type orthotrope. L'interaction du mode fondamental antisymétrique avec une délamination symétrique et antisymétrique est étudiée pour pouvoir proposer une méthode de localisation. La méthode se base sur l'identification des modes propagatifs et convertis par l'application de 2D-FFT, et sur le calcul du temps d'arrivée par l'application de la Transformée en ondelettes (WT).

Le sixième chapitre sera dédié au développement de la méthode semi-analytique pour le calcul des courbes de dispersion des ondes de Lamb dans les plaques isotrope et orthotrope. Pour cela, une formulation semi-analytique sera établie pour tracer les modes propagatifs symétriques et antisymétriques dans les plans nombre d'onde-fréquence et vitesse de phase-fréquence. Une étude quantitative sera proposée pour évaluer la précision et la rapidité de la méthode.

Nous terminerons ce mémoire par des conclusions et des perspectives.

Chapitre 1

Généralités sur le Contrôle Non Destructif par les ondes ultrasonores de Lamb

Sommaire

1.1 Introduction	7
1.2 Techniques ultrasonores	8
1.2.1 Techniques ultrasonores avec contact	9
1.2.2 Techniques ultrasonores sans contact	11
1.3 Notions générales sur les ondes de Lamb	13
1.3.1 Ondes guidées	13
1.3.2 Utilisations des ondes de Lamb	14
1.4 Outils d'identification des défauts	14
1.4.1 Dispersion	15
1.4.2 Traitement de signal	15
1.4.3 Calcul du temps d'arrivée	17
1.4.4 Coefficients de réflexion et de transmission	18
1.5 Conclusion	19

1.1 Introduction

Depuis son apparition, le Contrôle Non Destructif (CND) se veut une technique très utilisée dans de nombreux domaines d'industrie : médicale, chimique, pétrolière, nucléaire, etc. Il consiste à contrôler, sans les altérer, des pièces en sortie d'usinage ou lors de la maintenance pour détecter et estimer les dimensions des défauts dans les matériaux, effectuer des mesures de corrosion, vérifier la conformité des soudures, etc. Le 'Structural Health Monitoring' (SHM) est utilisé en maintenance afin de surveiller l'évolution à temps d'une structure dans son ensemble. Cela peut être par exemple en instrumentant, en enregistrant, et en analysant les signaux ainsi obtenus et en les comparant avec ce qui était prévu (par exemple lors de la modélisation) voir [26]. Nous avons le recours au CND tout au long du cycle de vie du produit :

- Phase de l'élaboration : replis, criques, grossissement de grain,
- Phase de la fabrication : défaut géométrique, manque de pénétration, tapure, contraintes, décarburation, écrouissage, soufflure, retassures, inclusions, collage, traitement, usinage, soudage,
- Phase du fonctionnement : usure, corrosion, abrasion, fatigue, déformation, rupture,
- Phase de la maintenance : réparation.

Les techniques de CND (figure 1.1) ont pris leur essor dans l'industrie grâce au progrès accéléré des technologies. Ainsi différentes méthodes apparaissent pour pouvoir, détecter les défauts de différentes formes : planes ou volumiques, dans différentes positions : surfaciques, ou internes, et pour remplir les conditions dans lesquelles le contrôle doit être mis au point : avant, durant, et après la fabrication.

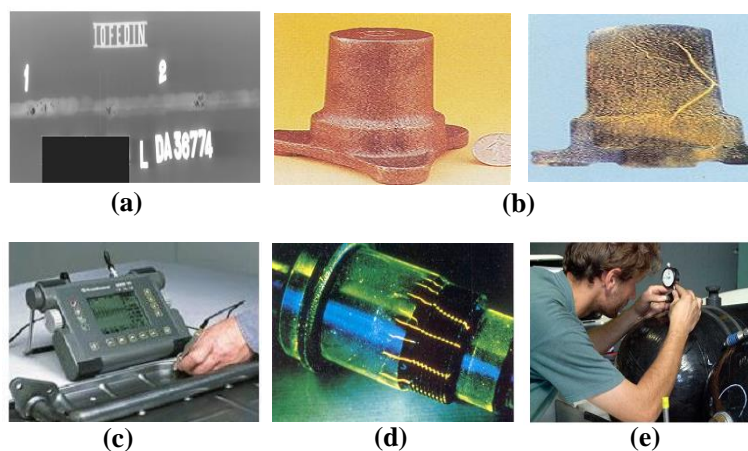


FIGURE 1.1 – Techniques de CND, (a) : Radiographie, (b) : Ressaue, (c) : Ultrason, (d) : Magnéto-scopie, (e) : Visuel.

Toutes les techniques visent à assurer la fiabilité du contrôle, la reproductibilité, la locali-

sation des défauts, leur caractérisation et leur classement. Mais le choix d'une parmi elles se base sur plusieurs critères, par exemple : les caractéristiques de la pièce à contrôler (géométrie, matériau), les caractéristiques du défaut à détecter, la précision, la simplicité, et le coût de la mise en œuvre.

Le tableau 1.1 résume les principales techniques de CND.

TABLEAU 1.1 – Comparaison entre les techniques de CND.

Technique	Caractéristiques du défaut	Caractéristiques de la pièce	Exemple de contrôle
Visuel	Défauts d'aspect ou de forme	Pas de restriction	Fissure, usure, corrosion
Magnétoscopie	Défaut surfacique ou proche de surface	Matériaux ferromagnétiques	Fissures de fatigue et de corrosion sous tension
Ultrasons	Défauts plans	Plastiques et Matériaux métalliques d'épaisseur au moins égale à 8mm	Mesure d'épaisseurs, corrosion, usure
Radiographie	Défauts volumiques, défauts plans parallèles au rayonnement	Pas de restriction	Détection de la corrosion
Ressuage	Défauts surfaciques	Matériau non poreux	Retassures, des porosités et des fissures, fissures de fatigue

En effet, le contrôle visuel est la technique la plus simple, mais elle ne procure pas assez d'informations sur le défaut. Quant à la Magnétoscopie, elle permet de détecter des défauts surfaciques dans des pièces ferromagnétiques.

En ce qui concerne la Radiographie, elle permet de détecter des défauts volumiques, par contre, le ressuage se limite seulement au contrôle superficiel des pièces non poreuses. Concernant le contrôle par Ultrasons : la technique la plus pratiquée vu qu'elle apporte plus d'informations sur les défauts surfaciques ou internes sur la majorité des pièces de géométrie simple ou complexe. Néanmoins, elle reste coûteuse puisqu'elle nécessite le matériel spécifique.

Dans notre thèse, nous nous focaliserons sur la technique du contrôle par Ultrasons. Plus précisément le contrôle par les ondes de Lamb.

1.2 Techniques ultrasonores

Les ultrasons sont des vibrations mécaniques qui se propagent dans tout support matériel (solide, liquide ou gaz) présentant une certaine élasticité. En continuation de la

gamme sonore, les ultrasons correspondent à des fréquences oscillatoires supérieures à la limite d'audibilité humaine et s'étendent sur une large gamme allant de 15 kHz à plus de 100MHz. La gamme de 1 à 10 MHz couvre la grande majorité des applications des ultrasons en contrôle non destructif industriel. Les techniques ultrasonores sont largement utilisées en recherche et dans le domaine de l'industrie grâce à leur flexibilité et à leur efficacité. Elles sont capables de détecter et de quantifier les défauts internes d'un matériau ainsi que de mesurer ses propriétés élastiques. Il existe différentes techniques de génération et de réception des ondes ultrasonores où le transducteur peut être soit en contact avec la pièce à contrôler ou sans contact. La structure peut éventuellement être immergée dans un bain, le couplant est habituellement l'eau.

1.2.1 Techniques ultrasonores avec contact

La plupart des techniques ultrasonores utilisent des transducteurs piézoélectriques (voir figure 1.2) qui peuvent être utilisés comme source de génération ou de réception. Lorsqu'un potentiel électrique (V) est appliqué sur les électrodes portées par chaque face du piézoélectrique, ce dernier s'allonge, ce qui produit des déplacements transverses autrement dit : l'onde mécanique.

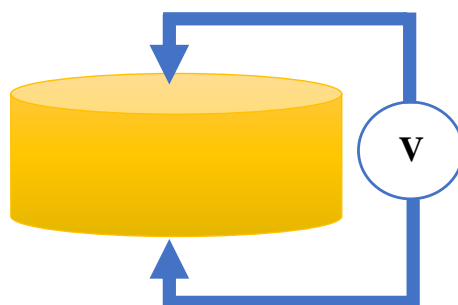


FIGURE 1.2 – Transducteur piézoélectrique.

Pour assurer une bonne transmission de l'onde vers la pièce à contrôler, un fluide ou un gel de couplage est nécessaire (figure 1.3).

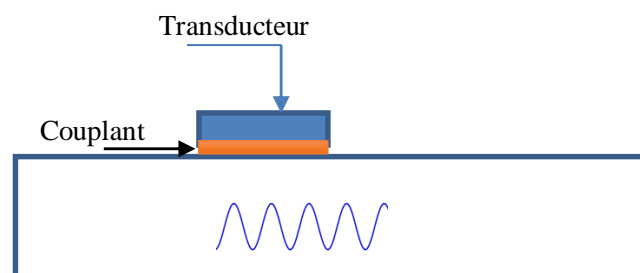


FIGURE 1.3 – Principe de mesure en contact avec couplant.

Ce qui constitue une limitation de l'utilisation des transducteurs piézoélectriques, notamment dans le cas de mesures à haute température ou sur des matériaux poreux.

1.2.1.1 Contrôle par écho d'impulsion

Dans cette technique, un transducteur envoie une impulsion ultrasonore dans l'échantillon. Le signal réfléchi en écho est capté soit par le même transducteur ou par un deuxième situé sur la même surface (figure 1.4).

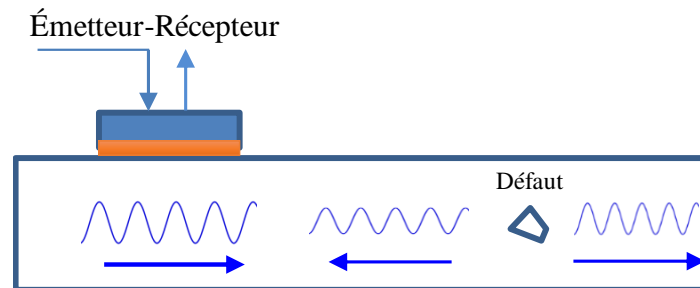


FIGURE 1.4 – Principe de mesure par échos.

En fonction du temps d'arrivée et de la quantité d'énergie réfléchiée par le défaut, l'emplacement à travers l'épaisseur et la gravité des dommages peuvent être évalués.

1.2.1.2 Contrôle par transmission

Dans cette technique, nommée également "Pitch-catch" (voir figure 1.5), un émetteur (T) envoie une impulsion ultrasonore. Après avoir traversé l'épaisseur, le signal est capté par un récepteur (R), faisant directement face au côté opposé.

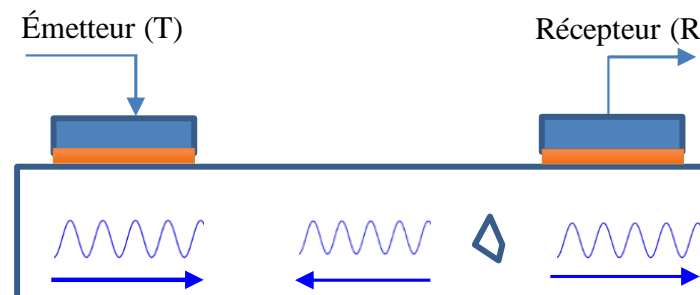


FIGURE 1.5 – Principe de mesure par Pitch-catch.

La présence de dommages le long du trajet des ultrasons entraîne la perte totale ou partielle du signal, réduisant ainsi l'énergie reçue par le récepteur. On peut évaluer les défauts en examinant la différence entre l'amplitude du signal émis et reçu.

La méthode par transmission est moins pratiquée par rapport au mode en écho, sauf dans quelques cas particuliers où l'atténuation ultrasonore est extrêmement forte et interdit l'utilisation de la méthode par échos.

La méthode de transmission directe nécessite un accès simultané aux deux côtés de l'échantillon. En sus, elle est préférable à la technique de l'écho à impulsion pour détecter les dommages proches de la surface et les dommages de réflexion médiocre.

1.2.1.3 Contrôle par Réseau de phase (Phased array)

Dans cette technique, plusieurs transducteurs sont disposés en bande ou selon un contour circulaire pouvant générer des ondes séparément aux intervalles souhaités, ce qui peut avoir un effet d'interférence destructif ou constructif sur le front sortant d'onde ultrasonore. Cet effet permet l'ajout ou l'annulation de l'énergie des ondes de la manière souhaitée, et sert à orienter et à mettre en forme les ultrasons en améliorant la concentration d'énergie.

L'application de lois de retards (ou loi de « phase ») sur tout ou partie des éléments permet de maîtriser le faisceau ultrasonore rayonné comme illustré sur la figure 1.6, où des lois de retard (delay) ont été calculées pour focaliser le faisceau acoustique à une profondeur et à un angle spécifiés.

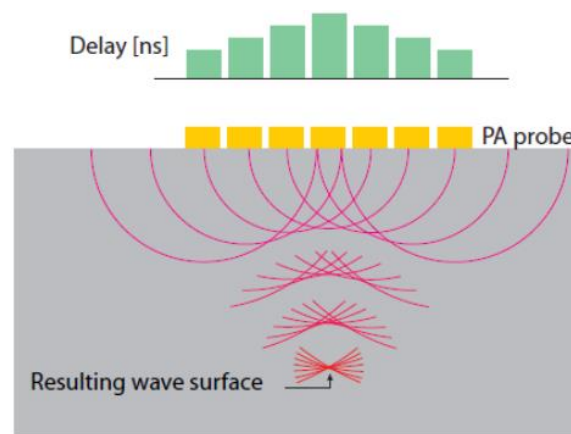


FIGURE 1.6 – Contrôle par Réseau de phase [27].

Comme le montre la figure, chaque élément (probe) émet une onde sphérique à un moment donné. La superposition de ces ondelettes donne un front d'onde à l'emplacement spécifié.

1.2.2 Techniques ultrasonores sans contact

1.2.2.1 Contrôle par Laser

Les techniques basées sur le Laser font la preuve de leur efficacité dans plusieurs domaines industriels notamment dans le domaine aéronautique. Elles permettent d'inspecter des structures composites ou métalliques de formes complexes.

Son principe consiste à envoyer un faisceau sur la paroi du matériau à inspecter. Un échauffement local provoque une dilatation de la surface. L'onde ultrasonore ainsi générée se propage à travers le matériau sous test. Une petite déformation est repérée par un détecteur de type interféromètre (figure 1.7).

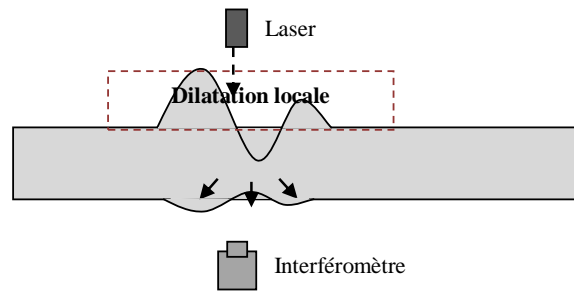


FIGURE 1.7 – Principe de mesure par LASER.

1.2.2.2 Contrôle par le couplage d'air

Depuis quelques années, des chercheurs s'intéressent au contrôle par ultrasons sans contact à couplage d'air (figure 1.8).

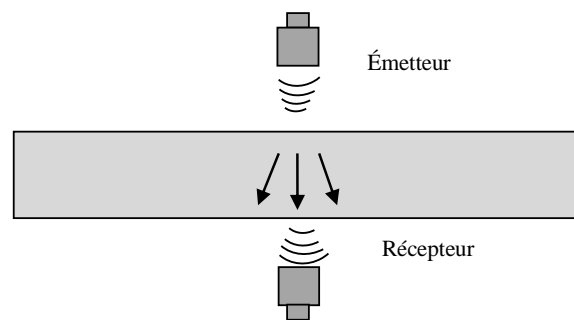


FIGURE 1.8 – Principe de mesure par couplage d'air.

Cette technique est moins coûteuse et relativement simple comparée aux ultrasons par Laser. Elle convient à l'inspection de tous les types de matériaux non métalliques, notamment les matériaux sandwichs à noyau de mousse. Son principe consiste à générer, par un élément piézoélectrique, des ondes ultrasonores se propageant dans l'air puis dans la pièce étudiée. Les variations d'amplitude du signal ultrasonore permettent alors d'obtenir une cartographie des défauts dans le matériau. Afin d'éviter la forte atténuation des ultrasons dans l'air, les transducteurs utilisés pour cette technique génèrent des ondes aux basses fréquences.

1.2.2.3 Contrôle par Transducteur Électromagnétique

Le transducteur EMAT (ElectroMAGnetic Transducer) permet de générer des ondes ultrasonores directement au sein d'un matériau conducteur d'électricité. L'EMAT est composé d'un aimant et d'une bobine électrique (figure 1.9). L'aimant produit un champ magnétique statique ou quasi statique. Un signal électrique de courant alternatif est entraîné à travers la bobine à une fréquence ultrasonore comprise entre 20 kHz et 10 MHz. La bobine électrique génère un champ magnétique alternatif. Des ondes ultrasoniques sont générées dans le matériau d'essai lorsque celui-ci est proche de l'EMAT.

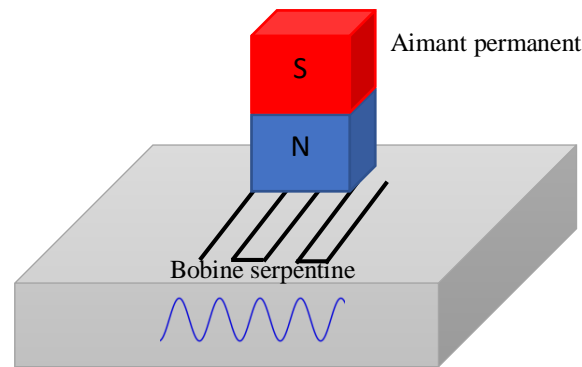


FIGURE 1.9 – Principe de mesure par EMAT.

Le courant induit engendre la force de Lorentz qui provoque alors la propagation des ondes ultrasonores dans l'échantillon [28].

1.3 Notions générales sur les ondes de Lamb

1.3.1 Ondes guidées

Les ondes guidées sont des paquets d'ondes qui se propagent et qui résultent de la superposition des modes longitudinaux et de cisaillement. Contrairement aux ondes de volume, les ondes guidées nécessitent une limite pour propagation, et sont hautement sensibles aux défauts. Les ondes de Rayleigh et Lamb sont les ondes guidées les plus couramment utilisées pour les applications de CND [29]. Ce sont des ondes élastiques qui se propagent le long d'une structure métallique ou composite de façon guidée sur des distances susceptibles d'atteindre plus d'une centaine de mètres. La gamme de fréquences s'étend de 20kHz à plusieurs MHz. On distingue plusieurs types d'ondes selon leur mode de propagation : les ondes de Rayleigh, les ondes de cisaillement (SH), et les ondes de Lamb.

1.3.1.1 Ondes de Rayleigh

Les ondes de Rayleigh, découvertes par *Lord Rayleigh* [30], sont des ondes de surface créées en raison de perturbations élastiques se propageant près de la limite libre d'un solide. Les mouvements des ondes longitudinales et des ondes de cisaillement sont couplés ensemble et se déplacent suivant la direction illustrée dans la figure 1.10.

1.3.1.2 Ondes de Lamb

Les ondes de Lamb, découvertes par *Horace Lamb* vers les années 1916, sont des ondes dispersives guidées se propageant dans une plaque solide sur de grandes distances. Ce qui permet de contrôler rapidement les pièces souhaitées.

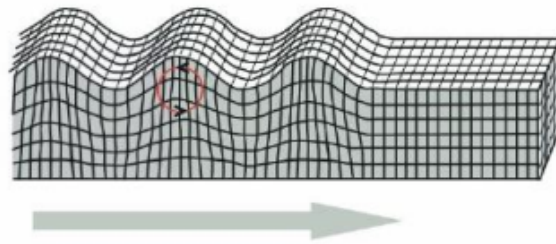


FIGURE 1.10 – Direction de la propagation des ondes de Rayleigh.

La plaque semi-infinie dont la surface est libre est ainsi appelée guide d'ondes. En effet, dans les solides isotropes et anisotropes, deux types de mode peuvent se propager : mode symétrique et mode antisymétrique (figure 1.11).

Le choix de l'onde de Lamb à utiliser se justifie par les avantages suivants :

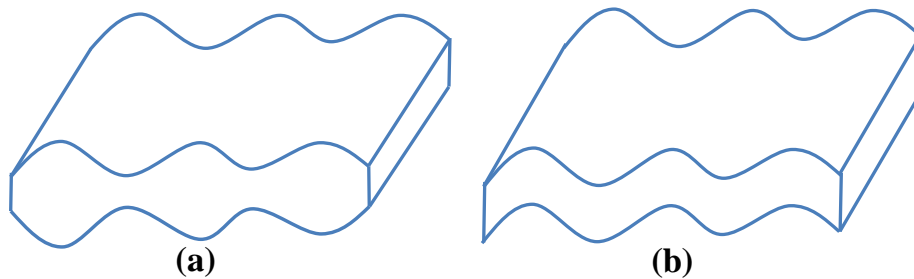


FIGURE 1.11 – Modes de propagation des ondes de Lamb : (a) mode symétrique, (b) mode antisymétrique

- Les modes de Lamb ont la faculté de mettre en vibration la totalité de l'épaisseur de la plaque et offrent par-là la possibilité de détecter des défauts internes quelle que soit leur profondeur,
- Les ondes de Lamb ont la particularité de se propager sans trop de déperditions d'énergie dans les matériaux.

1.3.2 Utilisations des ondes de Lamb

Les ondes de Lamb ont été largement utilisées, pour la détection de corrosion [31], pour détecter des défauts dans les matériaux composites [32][33][34][35], dans l'aluminium [36][37], dans les rails [38], dans les tubes soudés [39], dans les cylindres creux [40], dans les plaques solides rugueuses [41], dans les plaques multicouches [42], et pour la détection des micros-défauts [43]. Ces ondes sont également utilisées pour caractériser les matériaux [44].

1.4 Outils d'identification des défauts

Les techniques de détection des dommages reposent sur le changement des caractéristiques de l'onde : la variation de la vitesse ou la fréquence de propagation, la réflexion

et la transmission lorsqu'elle rencontre différentes impédances.

1.4.1 Dispersion

Les ondes de Lamb sont des perturbations élastiques se propageant dans une plaque. Les deux ondes de Lamb (symétrique et antisymétrique) qui satisfont l'équation de propagation et les conditions aux limites peuvent se propager indépendamment. La dispersion est une caractéristique importante qui limite l'utilisation des ondes de Lamb à cause du changement de la vitesse. Ainsi, l'utilisation des ondes de Lamb dans le SHM ou le CND doit être étudiée grâce aux courbes de dispersion décrivant la variation de la vitesse de phase en fonction de la fréquence. Ces courbes jouent un rôle important notamment dans le choix de la fréquence de l'excitation. Avant d'entreprendre une expérience, l'opérateur doit avoir une connaissance préalable sur la forme de courbes pour pouvoir choisir la fréquence correspondante au nombre minimal des modes propagatifs. Nous mettrons plus de lumière sur les courbes de dispersion dans le chapitre suivant.

1.4.2 Traitement de signal

Les signaux ultrasonores sont obtenus par balayage de la surface de la pièce. Ces signaux peuvent être représentés selon trois technologies. La technologie A-scan où l'amplitude du signal est représentée en fonction du temps à un endroit donné. La technologie B-scan permet de tracer le maximum de l'amplitude d'un signal en fonction de son abscisse le long d'une ligne. Un C-scan est une image qui représente le maximum de l'amplitude en tout point de la surface selon une échelle de couleurs.

Il existe de nombreuses techniques du traitement de signal : la Transformée de Fourier (TF), la Transformée de Fourier à court terme (en anglais Short Time Fourier Transform STFT), la Transformée en Ondelettes(en anglais Wavelet Transform WT) [45]. L'interprétation des données dans le SHM permet le suivi et la détection du défaut pour obtenir des informations sur le changement des propriétés des structures : poids, raideur. Les techniques d'extraction des caractéristiques les plus utilisées sont effectuées dans le domaine temporel, dans le domaine fréquentiel, dans le domaine temps-fréquence et dans le domaine fréquence-nombre d'onde.

1.4.2.1 Transformée de Fourier en 2D

Le signal temporel est converti en domaine fréquentiel à l'aide de la Transformée de Fourier (TF), et fournit les informations concernant la fréquence et la vitesse ou le nombre d'onde des ondes composant le signal. Cet outil est utilisé dans des études antérieures [42][43][44]. La propagation des ondes de Lamb est sinusoïdale dans les domaines fré-

quentiel et spatial. Pour cette raison, une transformée de Fourier temporelle est appliquée pour aller du domaine temporel au domaine fréquentiel, puis une transformée de Fourier spatiale est calculée pour obtenir le domaine fréquence-nombre d'onde, voir [46]. En pratique, la réalisation des transformées de Fourier spatiale et temporelle pour obtenir des données obtenues de manière expérimentale ou numérique nécessite l'application d'une Transformée de Fourier Rapide en deux dimensions, en utilisant :

$$U(k, f) = \iint_{-\infty}^{+\infty} u(x, t) \exp(-j(kx + \omega t)) dx dt \quad (1.1)$$

Les informations de signal peuvent être facilement converties du domaine temporel au domaine fréquentiel et inversement en utilisant la Transformée de Fourier et transformée de Fourier inverse :

$$u(x, t) = \iint_{-\infty}^{+\infty} U(k, f) \exp(j(kx + \omega t)) dk df \quad (1.2)$$

Le domaine fréquence-nombre d'onde ($f-k$) a été utilisé pour extraire les composantes des modes des ondes de Lamb présents dans un signal.

Cette technique est très prépondérante notamment dans l'étude de la conversion des modes. Cependant, la transformée de Fourier ne fournit pas d'informations concernant la position de cette fréquence.

La transformée de Fourier à court terme (STFT) a été utilisée pour trouver la fréquence et la position de cette fréquence dans l'onde. Ceci est fait par la technique de fenêtrage dans laquelle le signal est coupé en petites sections sur lesquelles l'analyse de Fourier est effectuée. De cette façon, le contenu en fréquence de cette petite section peut être trouvé en préservant les informations sur la position des fréquences. Cependant, un inconvénient de STFT est que la fenêtre temporelle est la même pour toutes les fréquences.

1.4.2.2 Transformée en Ondelettes

Les lacunes de STFT peuvent être surmontées en utilisant la Transformée en Ondelettes (WT), qui utilise l'analyse dans le domaine temps-fréquence. Les ondelettes sont une famille de fonctions de base orthogonales (figure 1.12). La WT décompose un signal en un ensemble de fonctions avec des fréquences localisées dans le temps. La transformée en ondelettes est un outil important dans le domaine temps-fréquence des signaux transitoires. Elle est utilisée dans de nombreuses recherches [48][49][50]. La transformation en ondelettes continue du signal $u(t)$ est définie comme suit :

$$cwt(a, b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{+\infty} u(t) \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt \quad (1.3)$$

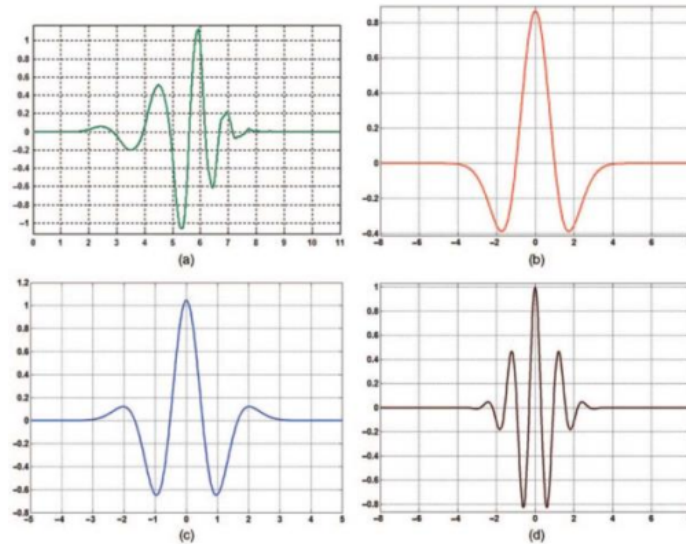


FIGURE 1.12 – Ondelettes mère (a) : Daubechies, (b) : Mexican hat, (c) : Gaussian, et (d) : Morlet [47].

Le signal obtenu est en fonction des paramètres de translation a et d'échelle b . Le paramètre $\psi(t)$ est la fonction de transformation appelée l'ondelette mère et $\psi^*(t)$ est son conjugué complexe.

1.4.3 Calcul du temps d'arrivée

Dans notre thèse, nous utiliserons la transformée en ondelettes de type 'Gaus1' pour localiser le pic, ce qui permet de déterminer le temps d'arrivée de l'onde à une fréquence donnée.

De plus, pour chaque fréquence f , la localisation de la valeur maximale des coefficients de l'ondelette $cwt(a, b)$ permet d'identifier les instants d'arrivée t_1 et t_2 (figure 1.13).

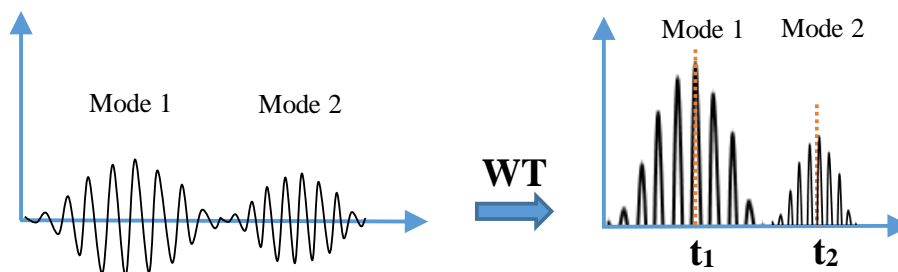


FIGURE 1.13 – Application de WT sur un signal contenant deux modes

- Connaissant la vitesse de groupe et le délai $\Delta t = t_2 - t_1$ entre les deux modes de même nature, nous pouvons calculer la distance à l'aide de l'équation suivante :

$$\Delta x = V_g \Delta t \quad (1.4)$$

- Connaissant le délai entre deux modes différents (symétrique et antisymétrique), nous calculons la distance par l'équation suivante :

$$\Delta x = \Delta V_g \Delta t \quad (1.5)$$

Avec $\Delta V_g = \frac{V_S V_A}{V_S - V_A}$, où : V_S et V_A sont les vitesses de groupe respectivement des modes symétrique et antisymétrique. La méthode du temps d'arrivée a été utilisée dans de nombreuses recherches, voir [51][52][25].

1.4.4 Coefficients de réflexion et de transmission

Lorsque le mode incident interagit avec le défaut, deux ondes vont se propager. Une dans la direction de réflexion et l'autre dans la direction de transmission. Autrement dit, l'énergie totale transportée par le mode incident sera répartie en énergie transmise et réfléchi. La géométrie du défaut influence sur la répartition de ces énergies, et inversement, la connaissance de ces énergies peut nous renseigner sur la géométrie du défaut [10][16][53][54].

Les coefficients énergétiques d'un mode de Lamb m , réfléchi R_m ou transmis T_m sont définis par :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_m = \frac{\phi_m^R}{\phi^I} \\ T_m = \frac{\phi_m^T}{\phi^I} \end{array} \right. \quad (1.6)$$

Les ϕ^I , ϕ_m^T et ϕ_m^R sont les énergies respectivement des modes incident, transmis et réfléchi m . Elles s'expriment par les relations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi^I = \left(\frac{A^I}{u_y^I} \right)^2 \\ \phi_m^R = \left(\frac{A_m^R}{u_y^m} \right)^2 \\ \phi_m^T = \left(\frac{A_m^T}{u_y^m} \right)^2 \end{array} \right. \quad (1.7)$$

Avec u_y^I et u_y^m sont les déplacements normalisés en puissance suivant l'axe Y du monde incident I et d'un mode m (exprimés dans le chapitre 2). A^I , A_m^R et A_m^T sont les amplitudes respectivement du mode incident, des modes réfléchis et des modes transmis.

Les énergies ϕ_m^R des modes réfléchis et ϕ_m^T des modes transmis doivent vérifier la conservation de l'énergie, ainsi :

$$\phi^I = \sum_m (\phi_m^R + \phi_m^T) \quad (1.8)$$

En tenant compte de l'équation (1.6), l'équation (1.8) peut s'écrire sous la forme :

$$\sum_m (R_m + T_m) = 1 \quad (1.9)$$

Outre ces méthodes citées pouvant nous renseigner sur la géométrie du défaut, il existe aussi d'autres techniques comme l'index du défaut [55] et l'intensité de la réflexion [56].

1.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons rappelé les principaux types du contrôle non destructif. Parmi ces techniques, figure la méthode ultrasonore qui présente plusieurs avantages quant à la détection des défauts internes ou surfaciques avec des géométries simples ou complexes. Dans cette méthode, il y a deux types de techniques, celles avec contact nécessitant ainsi un couplant entre le transducteur et la pièce à contrôler comme le contrôle par transmission (pitch-catch), par écho, ou par réseau de phase. D'autres techniques n'ont pas besoin de couplant comme le contrôle par laser ou par EMAT.

Après avoir abordé les techniques ultrasonores, nous avons introduit les ondes de Lamb qui sont des ondes guidées, et sont très utilisées actuellement dans la majorité des méthodes de CND. Ces ondes sont attractives par ses avantages multiples dont nous citons : la propagation tout au long de plaque sans atténuation significative, en sus, elles sont sensibles aux défauts que ce soit dans les matériaux isotropes, multicouches, ou composites.

Enfin, nous avons listé les différentes méthodes d'estimation de défauts. Nous avons mis le point sur les méthodes du traitement de signal à savoir la TF qui est une technique permettant de connaître les fréquences contenues dans un signal sans connaître leurs positions. La WT permet de connaître la position des fréquences dans le domaine temps-fréquence. Cette technique sera utilisée pour calculer le temps d'arrivée et par la suite évaluer le défaut de délamination dans le composite. Une autre technique basée sur le calcul des coefficients énergétiques de réflexion et de transmission permet également d'évaluer la géométrie du défaut.

Les modes contenus dans un signal incident, après interaction avec le défaut, peuvent se convertir en d'autres modes avec des natures différentes. Pour pouvoir identifier les modes réfléchis, transmis, et convertis, une étude théorique de la propagation des ondes de Lamb doit être abordée dans le chapitre suivant en vue de tracer les courbes de dispersion.

Chapitre 2

Théorie des ondes de Lamb et traçage des courbes de dispersion des plaques isotropes

Sommaire

2.1 Introduction	21
2.2 Théorie de Lamb	21
2.3 Résolution de l'équation de propagation dans les plaques isotropes . . .	22
2.3.1 Équation de propagation dans les plaques isotropes	22
2.3.2 Équation de propagation dans un milieu élastique et isotrope . . .	22
2.3.3 Résolution de l'équation par la méthode des potentiels	23
2.3.4 Champ de déplacement analytique	25
2.3.5 Puissance acoustique	25
2.3.6 Déplacements normalisés	26
2.4 Traçage des courbes de dispersion	26
2.4.1 État de l'art sur les méthodes de traçage des courbes de dispersion	26
2.4.2 Algorithme de la méthode de Bissection	28
2.4.3 Courbes de dispersion des modes propagatifs dans une plaque en aluminium	31
2.5 Conclusion	33

2.1 Introduction

Dans ce qui précède, nous avons décrit les ondes de Lamb et leurs utilisations dans le contrôle de l'état de santé de structures. En sus, elles sont sensibles aux plusieurs types d'endommagements. Cependant, la présence de plus d'un mode à l'intérieur de la pièce à tester pose, généralement, des difficultés quant à l'interprétation des signaux observés. De ce fait, il faut choisir une fréquence adéquate du signal de l'excitation. Le bon choix de la fréquence requiert la connaissance précise des lois de dispersion des matériaux, qui sont des courbes intimement liées aux propriétés élastiques des milieux de propagation. Ces courbes représentent le nombre de modes propagatifs, ainsi que la variation de leurs vitesses en fonction du produit fréquence-épaisseur.

Dans ce présent chapitre, nous étudierons les caractéristiques des modes propagatifs dans une plaque isotrope. Nous commencerons par l'élaboration des équations de dispersion des ondes de Lamb dans un solide homogène. Nous enchaînerons par le calcul analytique des déplacements transversaux et longitudinaux. Enfin nous élaborerons un algorithme permettant le traçage des courbes de dispersion par la méthode de Bissection en utilisant le programme Matlab dans le cas d'une plaque isotrope.

2.2 Théorie de Lamb

En 1916, une théorie des plaques isotropes a été proposée par Lamb en s'appuyant sur une étude de Rayleigh effectuée en 1887 sur les ondes de surface. Pour prouver sa théorie, Lamb a utilisé les équations élastodynamiques en imposant une hypothèse de déformation plane, ainsi qu'une hypothèse sur le champ de contrainte aux surfaces libres de la plaque (guide d'onde). Dans cette théorie, on a constaté qu'il y a l'existence des ondes qui peuvent être dissociées en fonction de leurs champs de déplacement. Lamb a distingué les ondes longitudinales et transversales qui présentent respectivement un champ de déplacement symétrique et antisymétrique parallèle à la direction de propagation [57]. Une onde transversale est un type d'onde pour lequel la déformation du milieu est perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde. Une onde longitudinale est un type d'onde pour lequel la déformation du milieu se fait dans la même direction que la propagation.

Sur la figure 2.1 est illustrée la propagation d'une onde de Lamb résultant des interactions entre les ondes longitudinales et transversales, avec :

- $\vec{k}_L = \frac{\omega}{V_L} \vec{n}_L$ est le vecteur d'onde longitudinale, ω est la pulsation de l'onde, \vec{n}_L est le vecteur direction de propagation, V_L est la vitesse de propagation longitudinale et \vec{P}_L est le vecteur polarisation des ondes longitudinales,

- $\vec{k}_T = \frac{\omega}{V_T} \vec{n}_T$ est le vecteur d'onde transversale, \vec{n}_T est le vecteur direction de propagation, V_T est la vitesse de propagation transversale et \vec{P}_T est le vecteur polarisation des ondes transversales.

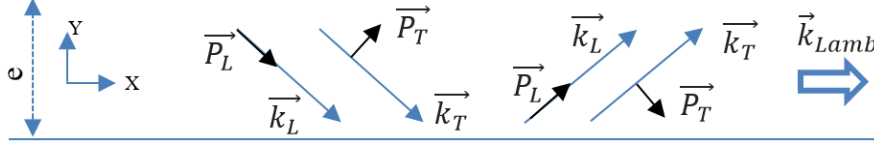


FIGURE 2.1 – Propagation d'ondes de Lamb dans un guide élastique.

2.3 Résolution de l'équation de propagation dans les plaques isotropes

2.3.1 Équation de propagation dans les plaques isotropes

L'étude de la propagation des ondes guidées dans les plaques isotropes est largement évoquée par plusieurs auteurs [10][58].

L'équation de propagation de l'onde est obtenue en remplaçant l'expression du tenseur de rigidité (Annexe A.3) dans l'équation de propagation (équation A.8), nous obtenons :

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial(\text{div } \vec{u})}{\partial x_i} + \mu \Delta u_i - \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = 0 \quad (2.1)$$

L'équation (2.1) peut être écrite sous la forme vectorielle [59] :

$$(\lambda + 2\mu) \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div } \vec{u}) - \mu \overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{u}) - \rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = \vec{0} \quad (2.2)$$

Avec λ et μ sont deux constantes de Lamé.

2.3.2 Équation de propagation dans un milieu élastique et isotrope

Prenons une plaque homogène, isotrope et mince d'épaisseur $e = 2d$. Elle est placée dans le vide dans la direction des X positifs (figure 2.2).

Le problème de la déformation plane est considéré ici, car les déplacements dans la plaque sont seulement non nuls suivant les deux directions X et Y. Dans la littérature, deux méthodes sont utilisées pour caractériser les ondes qui se propagent dans les plaques [60] :

- La méthode des potentiels où le champ de déplacement est décomposé via la Décomposition de Helmholtz en champs de vecteurs l'un sans divergence et l'autre sans rotationnel qui sont découplés. L'utilité de cette méthode est limitée aux plaques isotropes [14],

- La technique des ondes partielles où la propagation des ondes dans les plaques est considérée comme une combinaison d'ondes de volume réfléchissantes entre les bords de la plaque. Cette méthode permet de mieux comprendre la nature physique d'ondes de Lamb.

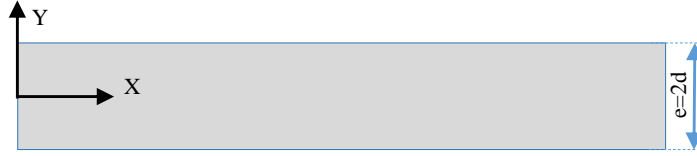


FIGURE 2.2 – Plaque isotrope dans le plan (X,Y).

2.3.3 Résolution de l'équation par la méthode des potentiels

Pour chercher une solution de l'équation de propagation de l'onde (2.1), nous décomposons le vecteur déplacement en deux composantes : une polarisée longitudinalement et l'autre polarisée transversalement :

$$\begin{cases} \vec{u} = \vec{u}_L + \vec{u}_T \\ \vec{u}_L = \text{grad}(\phi) \\ \vec{u}_T = \text{rot}(\vec{\psi}) \end{cases} \quad (2.3)$$

Avec : ϕ est un potentiel scalaire et $\vec{\psi}$ est un potentiel vecteur.

Les expressions des deux déplacements (équation 2.3) sont introduites dans l'équation de propagation (2.2). Après calcul, nous obtenons :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \vec{u}_L}{\partial t^2} - \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \Delta \vec{u}_L = \vec{0} \\ \frac{\partial^2 \vec{u}_T}{\partial t^2} - \frac{\mu}{\rho} \Delta \vec{u}_T = \vec{0} \end{cases} \quad (2.4)$$

L'introduction des expressions des déplacements (2.3) dans l'équation (2.4), nous donne :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - V_L^2 \Delta \phi = 0 \\ \frac{\partial^2 \vec{\psi}}{\partial t^2} - V_T^2 \Delta \vec{\psi} = \vec{0} \end{cases} \quad (2.5)$$

Avec V_L et V_T sont respectivement la vitesse longitudinale et la vitesse transversale de propagation de l'onde. Elles s'expriment par : $V_L = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$ et $V_T = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$.

Nous cherchons les solutions des deux potentiels ϕ et ψ sous la forme :

$$\begin{cases} \phi = F(y)\exp(j(kx - \omega t)) \\ \psi = G(y)\exp(j(kx - \omega t)) \end{cases} \quad (2.6)$$

En introduisant les expressions de l'équation (2.6) dans l'équation (2.5), nous trouvons :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + k_L^2 \phi = 0 \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + k_T^2 \psi = 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

La résolution de l'équation (2.7) permet de trouver les expressions :

$$\begin{cases} \phi = A_s \cosh(qy)\exp(j(kx - \omega t)) + B_a \sinh(qy)\exp(j(kx - \omega t)) \\ \psi = D_s \sinh(sy)\exp(j(kx - \omega t)) + C_a \cosh(sy)\exp(j(kx - \omega t)) \end{cases} \quad (2.8)$$

Où $k = \frac{\omega}{V_p}$, $q^2 = k^2 - k_L^2$ et $s^2 = k^2 - k_T^2$. Avec A_s , D_s , B_a et C_a sont des constantes d'intégration, k est le nombre d'onde, $k_L = \frac{\omega}{V_L}$ est le nombre d'onde longitudinal, $k_T = \frac{\omega}{V_T}$ est le nombre d'onde transversal, j est un nombre imaginaire tel que $j^2 = -1$ et V_p est la vitesse de phase. L'équation (2.3) permet d'exprimer les composantes du déplacement en fonction de ϕ et ψ :

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

Le tenseur des contraintes peut être calculé en utilisant la relation (A.7) avec $F_i = 0$:

$$\sigma_{xy} = \mu \left(2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial y \partial x} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right) \quad (2.10)$$

$$\sigma_{yy} = \lambda \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) - 2\mu \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial x} \right) \quad (2.11)$$

Les conditions aux limites d'annulation des contraintes aux faces libres de la plaque en $y = \pm d$ mènent aux équations de Rayleigh-Lamb :

$$(k^2 + s^2)^2 \cosh(qd) \sinh(sd) + 4k^2 qs \sinh(qd) \cosh(sd) = 0 \quad (2.12)$$

$$(k^2 + s^2)^2 \sinh(qd) \cosh(sd) - 4k^2 qs \cosh(qd) \sinh(sd) = 0 \quad (2.13)$$

Les équations (2.12) et (2.13) caractérisent respectivement les modes symétriques et les modes antisymétriques des ondes de Lamb.

2.3.4 Champ de déplacement analytique

Nous introduisons les deux scalaires (équation 2.8) dans l'équation (2.9), nous trouvons l'expression des deux déplacements : longitudinal U_x et transversal U_y pour les modes symétriques (équation 2.14) et antisymétriques (équation 2.15).

$$\begin{cases} U_x = Ak \left[\frac{\cosh(qy)}{\sinh(qd)} - \frac{2qs}{k^2 + s^2} \frac{\cosh(sy)}{\sinh(sd)} \right] j \exp(j(kx - \omega t)) \\ U_y = Aq \left[\frac{\sinh(qy)}{\sinh(qd)} - \frac{2k^2}{k^2 + s^2} \frac{\sinh(sy)}{\sinh(sd)} \right] \exp(j(kx - \omega t)) \end{cases} \quad (2.14)$$

$$\begin{cases} U_x = Bk \left[\frac{\sinh(qy)}{\cosh(qd)} - \frac{2qs}{k^2 + s^2} \frac{\sinh(sy)}{\cosh(sd)} \right] j \exp(j(kx - \omega t)) \\ U_y = Bq \left[\frac{\cosh(qy)}{\cosh(qd)} - \frac{2k^2}{k^2 + s^2} \frac{\cosh(sy)}{\cosh(sd)} \right] \exp(j(kx - \omega t)) \end{cases} \quad (2.15)$$

Où A et B sont des constantes.

2.3.5 Puissance acoustique

Les déplacements calculés précédemment sont tous connus à un coefficient multiplicatif près. Mais afin de pouvoir réaliser des comparaisons entre les déplacements des différents modes de Lamb, il nous faut définir des déplacements normalisés en puissance. Pour cela, nous allons définir la puissance acoustique.

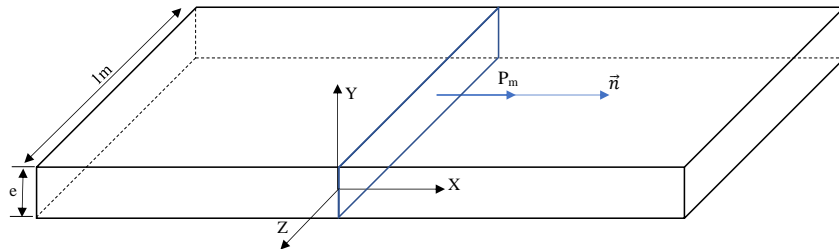


FIGURE 2.3 – Puissance moyenne transportée à travers une section droite de la plaque.

La puissance acoustique P_{ac} transportée le long de la plaque à travers la section droite, illustrée dans la figure 2.3, peut être calculée par la formule suivante [16] :

$$P_{ac} = \int_{-d}^d \int_0^1 \vec{P} \cdot \vec{n} dy dz \quad (2.16)$$

Où \vec{n} est la normale à la section et \vec{P} est le vecteur de Poynting exprimé par :

$$\vec{P} \cdot \vec{n} = P_x = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_x}{\partial t} \right)^* T_{xx} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_y}{\partial t} \right)^* T_{yx} \quad (2.17)$$

Avec (*) désigne le complexe conjugué du vecteur.

La puissance P_m est la partie réelle de la puissance acoustique P_{ac} . Elle représente la moyenne temporelle de la puissance transportée, par unité de longueur, par le mode m à travers l'épaisseur de la plaque.

2.3.6 Déplacements normalisés

Le déplacement normalisé est défini comme étant le déplacement d'une onde transportant une puissance égale à 1 Watt à travers une section droite de plaque d'épaisseur e et de largeur 1 mètre. Cela veut dire qu'il faut diviser les déplacements exprimés dans les équations 2.14 et 2.15 par la racine carrée de la puissance P_m . Les expressions des déplacements normalisés des modes de Lamb s'écrivent :

$$\begin{cases} U_{x,N} = \frac{U_x}{\sqrt{P_m}} \\ U_{y,N} = \frac{U_y}{\sqrt{P_m}} \end{cases} \quad (2.18)$$

La figure 2.4 représente les déplacements analytiques normalisés tracés au bord gauche ($x = 0$) de la plaque d'acier d'épaisseur 6mm.

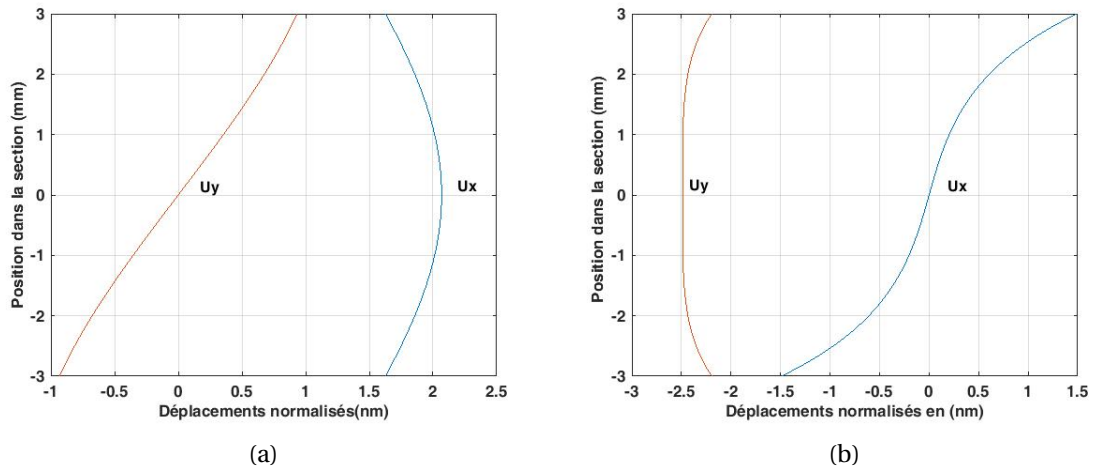


FIGURE 2.4 – Déplacements analytiques au bord gauche de la plaque ($x = 0$) sous la fréquence 225kHz pour le mode S_0 (a) et A_0 (b).

2.4 Traçage des courbes de dispersion

2.4.1 État de l'art sur les méthodes de traçage des courbes de dispersion

Nombreuses sont les techniques de traçage des courbes de dispersion telles que les méthodes itératives : (Bissection, Newton Raphson), la méthode semi-analytique (SAFE),

la méthode de Matrice de transfert, la méthode de Matrice globale et la méthode spectrale.

Sorohan et al. [61] ont utilisé la méthode numérique basée sur les éléments finis pour extraire les courbes de dispersion en utilisant la simulation par Abaqus. La même méthode a été adoptée par *Hora et al.* [62] qui ont utilisé la transformée de Fourier pour passer de l'espace temporel à l'espace fréquentiel.

Schopfer et al. [63] ont introduit une méthode qui vise à extraire automatiquement les courbes de dispersion de Laser Doppler Vibromètre (LDV). Cette méthode utilise la transformée de Fourier, et la matrice (Matrix Pencil).

Harb et al. [64] ont utilisé un système hybride qui comprend un Transducteur d'Air Couplé (ACT) et LDV. L'ACT génère une pression ultrasonore sur la surface de la plaque. Les ondes de pression sont partiellement réfractées dans la plaque. Le LDV est utilisé pour mesurer la vitesse de l'onde à quelques distances où les ondes de Lamb sont formées dans la plaque.

Honarvar et al. [6] ont proposé une méthode alternative qui extrait la solution de l'équation de fréquence sous la forme de courbes de dispersion en 3D. A cet effet, une représentation en trois dimensions des racines réelles de l'équation de la première fréquence est tracée. Les courbes de dispersion, qui sont des solutions numériques de l'équation de fréquence, sont ensuite obtenues par une découpe appropriée dans le plan vitesse de phase-fréquence.

Mozer et al. [13] ont utilisé la MEF pour représenter avec précision les ondes ultrasonores. Les auteurs ont comparé la solution analytique des ondes guidées avec la solution numérique. Un signal triangulaire est appliqué sur la face supérieure pour exciter les hautes fréquences.

Fendzi et al. [65] ont utilisé une approche basée sur une modélisation par éléments finis pour le calcul des courbes de dispersion. L'approche consiste à calculer des solutions périodiques en utilisant une transformation de Fourier/Floquet en supposant l'existence de cellules périodiques dans la plaque.

Yago et al. [66] ont obtenu par la 2D-FFT des courbes de dispersion expérimentales à l'aide d'un vibromètre optique. Les auteurs ont comparé les courbes obtenues avec celles calculées numériquement par le modèle des éléments finis à l'aide de PZFlex.

Lasova et al. [67] ont calculé les vitesses de groupe de modes de Lamb d'ordre zéro se propageant dans une plaque en aluminium par la transformée de Fourier rapide à deux dimensions (2D-FFT) et par la transformée en ondelette (WT).

Weimin et al. [68] ont analysé les courbes de dispersion d'une plaque isotrope par la méthode de transformée de Fourier bidimensionnelle afin d'identifier les modes de propagation et de déterminer l'épaisseur et les vitesses globales, ainsi que les constantes élas-

tiques.

Pablo et al. [69] ont obtenu numériquement des modes de Lamb et des courbes de dispersion dans des plaques avec COMSOL Multiphysics en utilisant le traitement des données par la 2D-FFT. La méthode est basée sur la MASW (Mutichannel Analysis of Surface Waves) pour obtenir les courbes de dispersion des tôles d'acier.

Les mêmes auteurs [70] ont utilisé la théorie de Floquet-Bloch pour calculer les courbes de dispersion d'une cellule et pour estimer les paramètres élastiques d'une dalle d'acier. La même théorie a été utilisée par *Biyu Tian et al.* [71].

Quiroga et al. [72] ont présenté une méthode permettant de calculer les courbes de dispersion d'une plaque homogène à l'aide de SAFE.

Becker et al. [73] ont utilisé trois méthodologies pour calculer les courbes de dispersion sur la base de 3 types d'éléments, des courbes de dispersion ont été obtenues par la MEF.

Karen et al. [74] ont utilisé Morlet Wavelet Transform pour extraire les courbes de dispersion d'un seul signal large bande contenant plusieurs modes dans une plaque d'aluminium.

Lina et al. [75] ont mesuré la vitesse de groupe sur la base de l'approche de décomposition du spectre. Cette méthode est appliquée aux signaux simulés et expérimentaux d'une onde de Lamb se propageant dans une plaque d'aluminium d'épaisseur 2 mm.

En outre, les mêmes auteurs [76] ont présenté la technique du passage par zéro pour la mesure de la vitesse de phase des ondes de Lamb (modes A_0 et S_0) à l'aide de signaux dispersés modélisés et de signaux expérimentaux obtenus pour une plaque d'aluminium d'épaisseur 2mm.

Florian et al. [77] ont proposé un nouvel algorithme utilisant une méthode spectrale pour étudier la propagation des ondes dans les structures fluides et élastiques à couches cylindriques en suivant les points de Chebyshev dans la direction radiale, également pour les structures cylindriques multicouches.

2.4.2 Algorithme de la méthode de Bisection

Les courbes de dispersion représentent graphiquement les équations caractéristiques (2.12 et 2.13). Ces courbes sont de trois types :

- Nombre d'onde en fonction du produit fréquence-épaisseur : (fe, k) ,
- Vitesse de phase en fonction de fe : (fe, V_p) ,
- Vitesse de groupe en fonction de fe : (fe, V_g) .

Nous allons à présent, tracer les courbes de dispersion pour une plaque d'aluminium dont les propriétés sont citées dans le tableau 2.1. Pour ce faire, nous avons élaboré un programme sous Matlab qui utilise la méthode de Bisection en vue de trouver le zéro

de chaque équation de propagation des modes symétriques (équation 2.12) et antisymétriques (équation 2.13).

TABLEAU 2.1 – Vitesse longitudinale et transversale de l'onde dans l'aluminium

Vitesse longitudinale	6420 m/s
Vitesse transversale	3040 m/s

2.4.2.1 Principe de la méthode de Bisection

La fonction g est continue sur I , et affecte pour a et b respectivement les images $g(a)$ et $g(b)$ de signes opposés (figure 2.5).

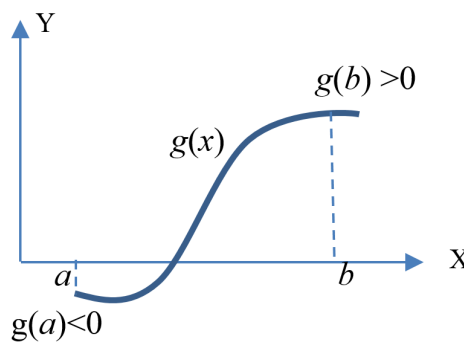


FIGURE 2.5 – Courbe d'une fonction continue sur $[a, b]$.

D'après le théorème des valeurs intermédiaires, g a au moins un zéro dans l'intervalle $[a, b]$.

La méthode de Bisection consiste à diviser l'intervalle I en deux en calculant $m = \frac{a+b}{2}$. Il y a maintenant deux possibilités : $g(a)$ et $g(m)$ sont de signes contraires, ou $g(m)$ et $g(b)$ sont de signes contraires. L'algorithme de Bisection est alors appliqué au sous-intervalle dans lequel le changement de signe se produit. On continue le partage de l'intervalle jusqu'à l'obtention de la précision souhaitée.

2.4.2.2 Algorithme de traçage des courbes de dispersion

La figure 2.6 illustre l'algorithme de traçage des courbes de dispersion (fe, V_p) , avec fe_{final} et $V_{p\text{final}}$ sont des valeurs qui délimitent la zone du traçage des courbes de dispersion.

Dans notre étude, nous prenons : $fe_{\text{final}}=15000$ kHz.mm et $V_{p\text{final}}=15000$ m/s.

La fonction $g(fe, V_p)$, représentant l'une des deux équations caractéristiques (2.12) et (2.13), retourne un nombre complexe.

Ce nombre doit être comparé avec zéro. Ainsi, la fonction est reformulée en considérant trois cas possibles (Annexe B.1).

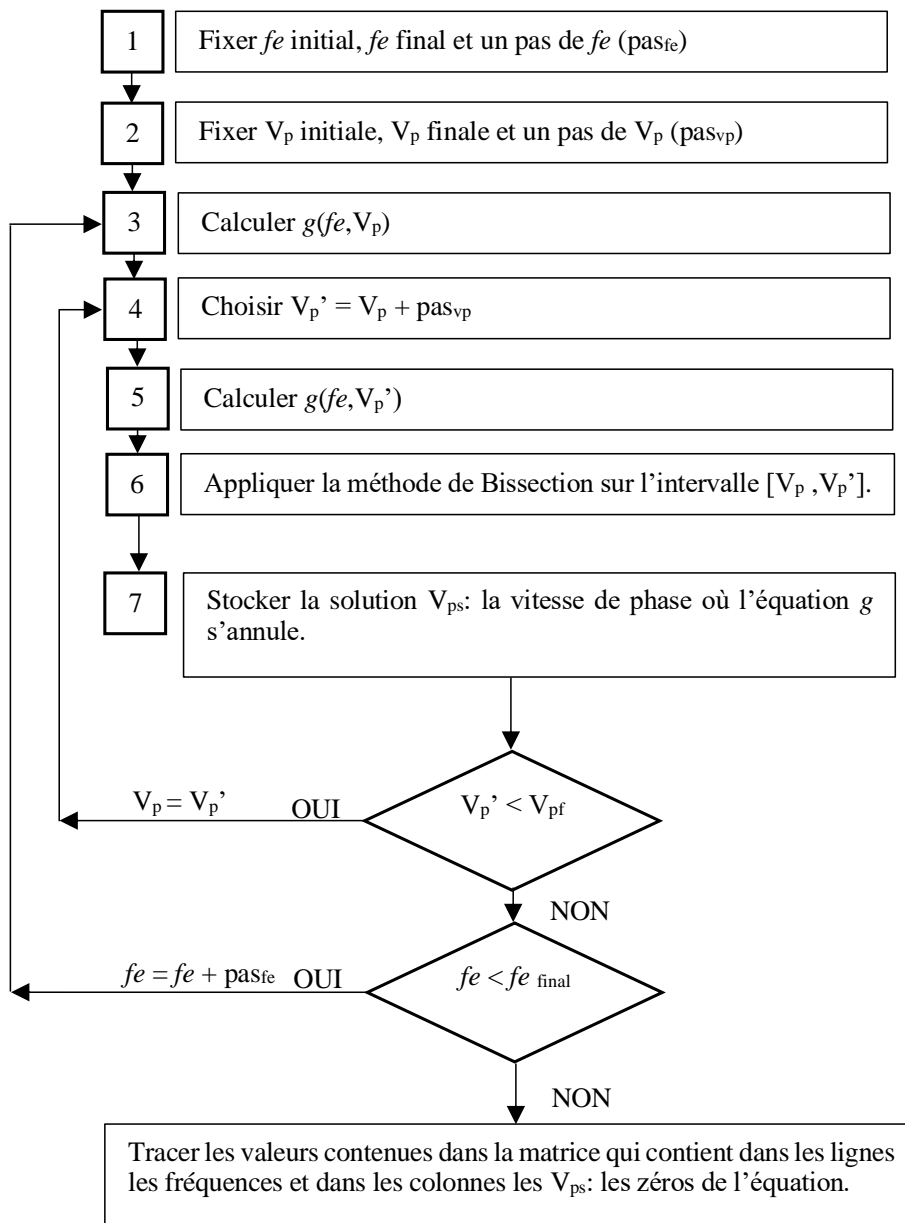


FIGURE 2.6 – Algorithme de traçage des courbes de dispersion par la méthode de Bisection.

2.4.3 Courbes de dispersion des modes propagatifs dans une plaque en aluminium

La résolution des équations (2.12) et (2.13) par la méthode itérative de Bissection permet de tracer les courbes de dispersion d'une plaque d'aluminium.

Notons que nous ne considérons ici que les racines réelles des équations qui correspondent aux modes propagatifs de Lamb.

Les modes non propagatifs (nombre d'onde imaginaire pur) ou atténués (nombre d'onde complexe) ne sont pas pris en compte [17].

2.4.3.1 Vitesse de phase

La vitesse de phase correspond à la vitesse avec laquelle le mode se propage. Elle est calculée par l'équation :

$$V_p = \frac{\omega}{k} \quad (2.19)$$

Les courbes calculées par Bissection sont tracées dans la figure 2.7.

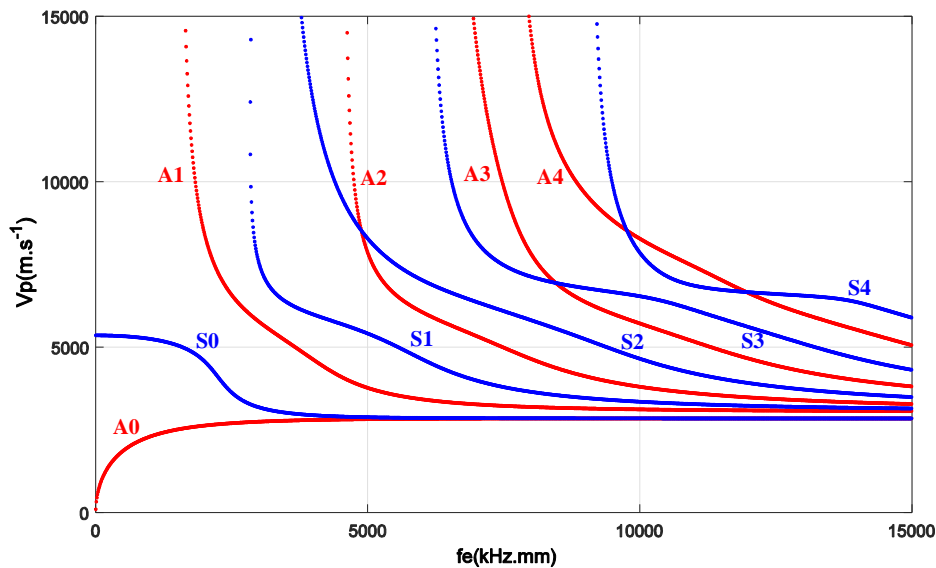


FIGURE 2.7 – Courbes de dispersion d'une plaque en aluminium (vitesse de phase en fonction de fe).

2.4.3.2 Nombre d'onde

Il correspond aux longueurs d'onde présentes sur une distance de 2π . Il est exprimé en fonction de la vitesse de phase par la relation :

$$k = \frac{\omega}{V_p} \quad (2.20)$$

Les courbes calculées par Bissection sont tracées dans la figure 2.8.

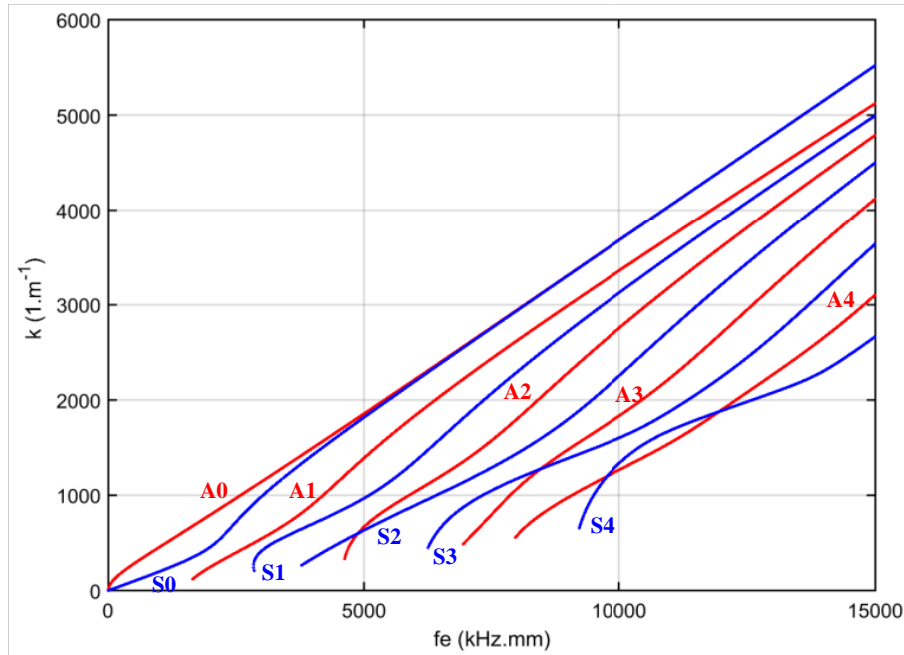


FIGURE 2.8 – Courbes de dispersion d’une plaque en aluminium (nombre d’onde en fonction de $f e$).

2.4.3.3 Vitesse de groupe

La vitesse de groupe représente la vitesse de propagation d’un paquet d’ondes, ou encore l’énergie. Elle est calculée par l’équation :

$$V_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} \quad (2.21)$$

Les courbes calculées par Bissection sont tracée dans la figure 2.9.

L’identification de plusieurs modes d’onde peut être compliquée en raison de la dépendance de la vitesse du groupe à la fréquence (dispersion).

La connaissance des vitesses de groupes des modes symétriques et antisymétriques est indispensable notamment lors de traitement des données par la WT. Pour une fréquence donnée, nous pouvons déterminer la vitesse des modes propagatifs.

La méthode itérative de Bissection est efficace pour le traçage des courbes de dispersion des modes propagatifs dans les isotropes. Néanmoins, le programme n’est pas rapide et difficile à appliquer aux autres structures complexes comme les composites. En sus, les fréquences de coupures ne sont pas déterminées d’une façon précise, comme le montre les figures : 2.7, 2.8 et 2.9.

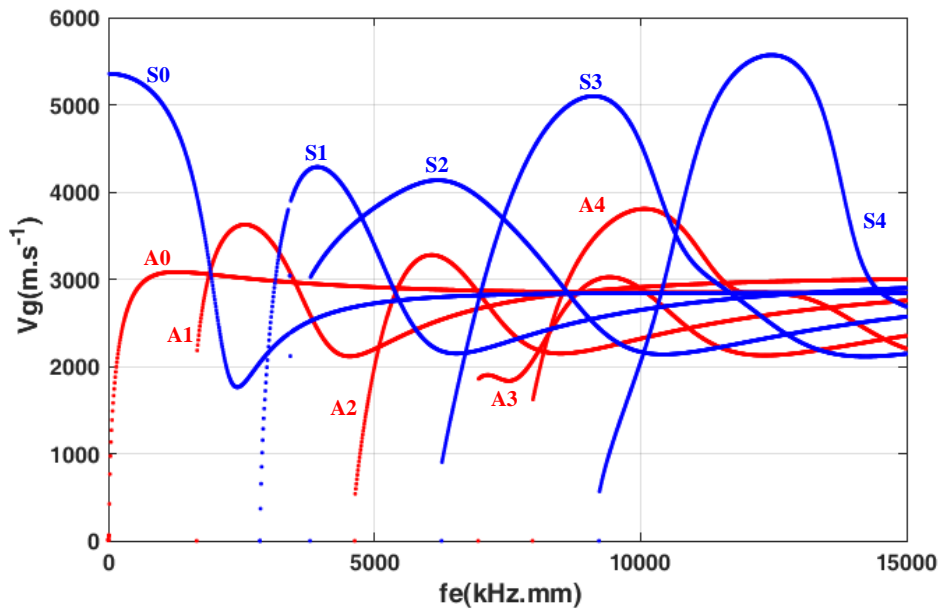


FIGURE 2.9 – Courbes de dispersion d’ une plaque en aluminium (vitesse de groupe en fonction de $f e$).

2.5 Conclusion

L’équation de propagation des ondes de Lamb dans un milieu isotrope est résolue en utilisant la décomposition de Helmholtz. Nous avons considéré que le vecteur de déplacement est une somme de deux vecteurs, l’un polarisé longitudinalement et l’autre polarisé transversalement.

Nous avons décrit de manière détaillée la méthode utilisée pour établir les équations de dispersion des ondes de Lamb dans le cas de matériau isotrope. Ces équations proviennent du respect des conditions aux limites de la plaque libre.

La résolution des équations analytiques reste difficile surtout dans le cas des matériaux anisotropes. Ainsi, plusieurs méthodes numériques ont été proposées. Dans le chapitre suivant, nous citerons les méthodes numériques utilisées pour étudier la propagation des ondes de Lamb dans les matériaux isotropes.

Chapitre 3

Modélisation de l'interaction du mode de Lamb S_0 avec un défaut externe et interne dans une plaque isotrope par la MEF

Sommaire

3.1 Introduction	35
3.2 Principe général de la Méthode des Éléments Finis	36
3.3 Présentation d'ABAQUS-CAE (Complete ABAQUS Environment)	37
3.4 Modèle numérique : résolution par la Méthode des Éléments Finis	38
3.4.1 Paramètres de simulation	38
3.4.2 Excitation du mode S_0 ou A_0 incident	39
3.5 Propagation des ondes de Lamb dans une plaque d'acier contenant un défaut rectangulaire externe	40
3.5.1 Déplacements mesurés aux points de contrôle	40
3.5.2 Traitement par la 2D-FFT	41
3.5.3 Coefficients de Réflexion et de Transmission	42
3.6 Propagation des ondes de Lamb dans une plaque en aluminium avec un défaut circulaire interne	44
3.6.1 Déplacements mesurés aux points de contrôle	45
3.6.2 Traitement par la 2D-FFT	46
3.6.3 Coefficients de Réflexion et de Transmission	47
3.7 Conclusion	48

3.1 Introduction

L'étude de la propagation, la réflexion et la transmission des ondes ultrasonores requiert non seulement l'utilisation des dispositifs expérimentaux, mais aussi des méthodes numériques de vérification plus simple. Néanmoins, les méthodes numériques sont basées sur la résolution approximative d'Équations aux Dérivées Partielles (EDP). La précision, la convergence et la rapidité sont des critères clés permettant d'améliorer la résolution numérique.

Plusieurs méthodes sont donc apparues, parmi ces méthodes numériques, nous citons la Méthode des Éléments Finis (MEF), la méthode des éléments de frontières ou en anglais Boundry Element Method (BEM) et la Méthode des Différences Finies (MDF).

Chacune de ces méthodes a ses propres avantages et inconvénients. La MEF est la plus appropriée pour des problèmes statiques et dynamiques comme la propagation des ondes [78]. La BEM est plus pratiquée que la MEF pour traiter l'interaction des ondes dans un milieu infini, car elle nécessite la modélisation uniquement des bords, alors que la MEF nécessite une modélisation de l'ensemble du milieu.

Cependant, la BEM est moins utilisée pour traiter l'interaction dans un milieu ayant une densité finie. En comparaison avec la BEM, la MDF est avantageuse dans la simplicité de son algorithme et dans la facilité relative du processus de la modélisation, mais elle est désavantageuse dans ses formes d'éléments limités. La MDF a été fréquemment utilisée pour l'analyse des ondes élastiques [79][80].

Plusieurs études concernent la modélisation par la MEF de l'interaction des modes S_0 et A_0 avec fissure [11][81], avec dommages [82], avec trou circulaire ou avec fente rectangulaire dans des plaques [81][83][84][85]. Elle est également utilisée pour étudier la propagation des ondes de Lamb dans les cylindres [40], dans les structures multicouches [86][87] ou dans les composites [88].

Dans ce chapitre, nous allons proposer un modèle numérique basé sur la méthode des éléments finis pour étudier l'interaction et la sensibilité du mode S_0 avec deux types de défauts dans une plaque isotrope.

Dans la première partie, nous allons étudier l'interaction du mode S_0 avec un défaut de section rectangulaire dans une plaque en acier. Le modèle numérique implanté dans ABAQUS-CAE permet de notifier le phénomène de la conversion. Ainsi, pour quantifier la conversion du mode S_0 , nous allons calculer les coefficients de réflexion et de transmission en utilisant la 2D-FFT.

Quant à la deuxième partie de ce chapitre, nous allons considérer un défaut de section circulaire interne dans une plaque d'aluminium. Les coefficients de réflexion et de transmission seront calculés en vue de quantifier la conversion du mode S_0 et également pour

comparer la sensibilité de ce mode aux deux types de défauts.

3.2 Principe général de la Méthode des Éléments Finis

Nous considérons un domaine Ω dont la frontière est notée $\delta\Omega$. La méthode des éléments finis consiste à chercher une fonction $u(x, t)$ définie sur Ω , qui est une solution d'une Équation aux Dérivées Partielles (EDP) pour des conditions aux limites données. L'EDP décrit le comportement physique du système. Les conditions aux limites sont les contraintes s'exerçant sur le bord du système.

La méthode des éléments finis permet de résoudre l'EDP d'une manière discrète et approchée. La discrétisation consiste à subdiviser le domaine Ω en un ensemble d'éléments finis : ce que l'on appelle le maillage. Il existe des types de maillage selon le type du modèle. Dans le cas du modèle 2D, le domaine peut être discrétisé par des éléments en triangle à 3 nœuds ou en quadrilatère à 4 nœuds (figure 3.1).

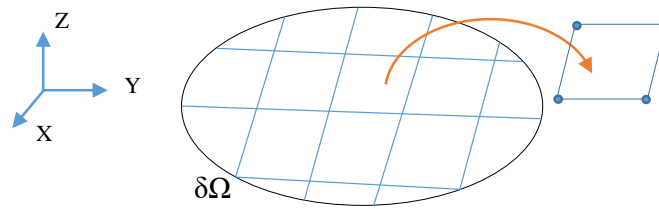


FIGURE 3.1 – Maillage du modèle en quadrilatère à 4 nœuds.

Sur chacun des Éléments Finis (EF), il est possible de linéariser l'EDP, c'est-à-dire de remplacer l'équation aux dérivées partielles par un système d'équations linéaires, par approximation. Ce système d'équations linéaires peut se décrire par une matrice ; il y a donc une matrice par élément fini. Cependant, les conditions aux frontières sont définies sur les frontières du système global et pas sur les frontières de chaque élément fini ; il est donc impossible de résoudre indépendamment chaque système. Les matrices sont donc réunies au sein d'une matrice globale.

La forme élémentaire de l'équation en appliquant le principe des travaux virtuels permet d'écrire l'équation du mouvement sous la forme matricielle suivante :

$$[M]_e \{\ddot{U}\}_e + [K]_e \{U\}_e = \{F\}_e \quad (3.1)$$

Où $[M]_e$ est la matrice de masse élémentaire, $[K]_e$ est la matrice de rigidité élémentaire, $\{U\}_e$ est le vecteur de déplacement élémentaire, $\{\ddot{U}\}_e$ est le vecteur d'accélération élémentaire et $\{F\}_e$ est le vecteur de force appliquée sur chaque élément. L'amortissement n'est pas considéré dans cette étude.

Les fonctions de tous les éléments sont assemblées dans une matrice globale pour représenter le système que nous étudions :

$$[M]\{\ddot{U}\} + [K]\{U\} = \{F\} \quad (3.2)$$

Après avoir appliqué les conditions aux limites, les équations algébriques déterminantes peuvent être résolues à chaque nœud. Le champ de contraintes peut être calculé sur la base des déplacements aux nœuds associés à chaque élément. Pour obtenir la solution d'un problème dynamique, il existe trois méthodes : la méthode modale, l'intégration implicite et l'intégration explicite [87]. L'intégration explicite est choisie dans notre étude, car elle convient bien avec les problèmes de la propagation des ondes.

La méthode explicite consiste à calculer le terme $\{U\}_{n+1}$ pour le $(n+1)^{ème}$ pas en se basant sur les données de l'historique avec :

$$\{U\}_{n+1} = f(\{U\}_n, \{\dot{U}\}_n, \{\ddot{U}\}_n, \{U\}_{n-1}) \quad (3.3)$$

La résolution de l'équation d'un problème dynamique par la MEF requiert des programmes complexes. Compte tenu de cette difficulté, nous avons choisi d'utiliser le code de calcul commercial ABAQUS-CAE.

3.3 Présentation d'ABAQUS-CAE (Complete ABAQUS Environment)

ABAQUS est un ensemble de codes d'éléments finis développés par DASSAULT SYSTEMES. Il comporte : ABAQUS standard et ABAQUS Explicit [89].

C'est une interface interactive permettant la modélisation des problèmes basés sur les équations aux dérivées partielles. Également, il offre la possibilité de modéliser par un script en Python. Les phases de calcul par ABAQUS sont regroupées en trois grandes étapes (figure 3.2) :

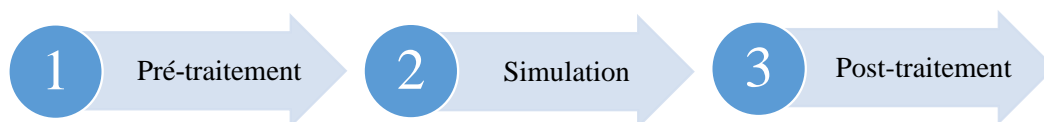


FIGURE 3.2 – Phases de calcul par ABAQUS-CAE.

Les phases de la modélisation sont le pré-traitement, la simulation et le post-traitement. Dans le pré-traitement, on définit la géométrie, les propriétés du matériau, l'assemblage, le pas temporel, les interactions, le chargement et le maillage. Quant à la simulation, on

créé « job » permettant de lancer le calcul. Le post-traitement est l'étape de l'exploitation et la visualisation des résultats. Dans cette phase, l'extraction des déplacements peut être effectuée en utilisant l'Interface PDE (Python Development Environment).

3.4 Modèle numérique : résolution par la Méthode des Éléments Finis

Nous essayons de prédire le comportement des ondes de Lamb dans une plaque isotrope dont les bords sont supposés libres. Le modèle est bidimensionnel.

La figure 3.3 montre la géométrie du modèle. La plaque a une longueur $L = 400$ mm (choisie de manière à éviter les réflexions de l'onde aux bords), et une épaisseur $e = 6$ mm ; la largeur est considérée infinie.

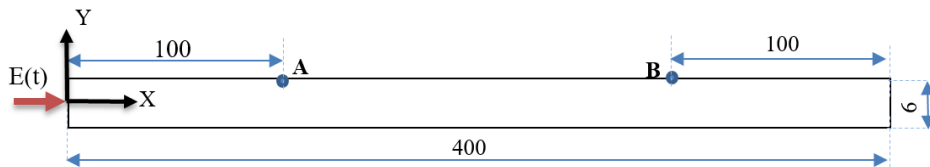


FIGURE 3.3 – Géométrie du modèle adopté.

Les ondes de Lamb seront excitées au bord gauche de la plaque. Les points A et B sont les positions du relevé des déplacements. Ils jouent le rôle des transducteurs, sont disposés à 100mm des deux bords (figure 3.3).

3.4.1 Paramètres de simulation

3.4.1.1 Pas spatial

Le modèle est maillé en éléments de forme quadrilatérale à 4 nœuds CPE4R. Pour assurer la stabilité et la convergence des calculs, la plus grande dimension de l'élément ne doit pas dépasser le dixième de la plus petite longueur d'onde λ_{\min} pouvant se propager dans la plaque[11], avec :

$$\text{Max}(\Delta x, \Delta y) < \frac{\lambda_{\min}}{10} \quad (3.4)$$

3.4.1.2 Pas temporel

Le choix du pas temporel est très important pour assurer la convergence et la précision de la solution. Généralement, plus le pas est petit, plus la solution est précise. Cependant un très petit pas temporel coûte cher en temps de calcul et en espace de mémoire, avec :

$$\Delta t < 0.7 \times \frac{\text{Min}(\Delta x, \Delta y)}{V_L} \quad (3.5)$$

Avec Δx et Δy sont les dimensions des éléments du maillage, et V_L est la vitesse longitudinale.

3.4.2 Excitation du mode S_0 ou A_0 incident

Pour générer le mode S_0 , il existe des méthodes de chargement, comme : les conditions aux limites de type déplacement ou pression. Par ailleurs, *Murat et al.* [88] et *Liu et al.* [56] ont utilisé une fonction sinusoïdale pour pouvoir générer le mode A_0 .

Wan et al. [43] ont utilisé deux excitations pour générer S_0 . *El Allami et al.* [85] ont excité les premiers modes : symétrique S_0 et antisymétriques A_0 en appliquant les déplacements analytiques au bord gauche de la plaque.

Dans notre cas, nous allons générer le mode S_0 par une excitation $E(t)$ sous la forme d'une force sinusoïdale concentrée au point (0,0) suivant l'axe X (figure 3.3). L'excitation $E(t)$ (équation 3.6) est fenêtrée par la fenêtre de Hanning $h(t)$ (équation 3.7). Le choix du nombre du cycle est crucial pour générer un mode pur. Cependant un grand nombre affecte le temps du calcul. Ainsi, nous choisissons 10.

$$E(t) = h(t) \times \sin(\omega t) \quad (3.6)$$

$$h(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \right) & \text{si } t \in [0, T] \\ 0 & \text{si } t > T \end{cases} \quad (3.7)$$

Avec $T = \frac{10}{f}$.

La figure 3.4 montre l'excitation $E(t)$ à une fréquence de 225 kHz appliquée au bord gauche de la plaque pour exciter le mode S_0 .

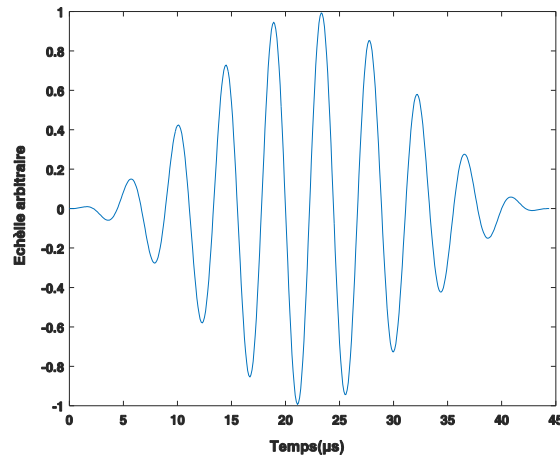


FIGURE 3.4 – Excitation du mode S_0 à une fréquence de 225 kHz pondérée par la fenêtre de Hanning.

3.5 Propagation des ondes de Lamb dans une plaque d'acier contenant un défaut rectangulaire externe

L'étude portera sur l'interaction de mode symétrique S_0 avec un défaut rectangulaire situé au milieu de la plaque en acier de propriétés citées dans le tableau 3.1 :

TABEAU 3.1 – Propriétés de la plaque en acier.

Module de Young	200 GPa
Coefficient de Poisson	0.3
Vitesse longitudinale	6144 m/s
Vitesse transversale	3095 m/s
Masse volumique	7500 Kg/m ³

La figure 3.5 présente une plaque en acier défectueuse. Le défaut externe est rectangulaire de largeur fixe 0.5 mm et de profondeur variable notée p .

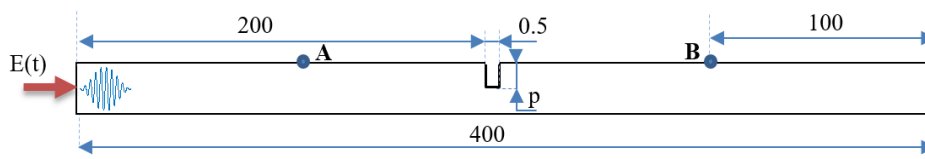


FIGURE 3.5 – Géométrie de la plaque contenant un défaut rectangulaire de largeur 0.5 mm et de profondeur p .

La géométrie de la plaque, le maillage, le pas temporel et l'excitation ayant été réalisés, la simulation peut être lancée.

Pour le temps de propagation de l'onde dans la structure est de 100 μ s. C'est le temps suffisant pour que l'onde arrive à l'autre extrémité de la plaque. Une fois la simulation effectuée, les réponses temporelles sont donc mesurées aux points A et B.

L'objectif de cette simulation est de pouvoir comparer les déplacements relevés aux points A et B sur la face supérieure de la plaque saine avec les déplacements relevés sur la face supérieure de la plaque défectueuse. Cette comparaison nous permettra de vérifier la sensibilité du mode S_0 avec ce type de défaut.

3.5.1 Déplacements mesurés aux points de contrôle

La figure 3.6 illustre la propagation du mode S_0 dans une plaque en acier endommagée. Le défaut rectangulaire cause la réflexion et la transmission.

La figure 3.7 est une réponse temporelle obtenue par la simulation numérique au point A (100mm à partir du bord gauche). La première onde détectée en amont du défaut est le mode excité S_0 .

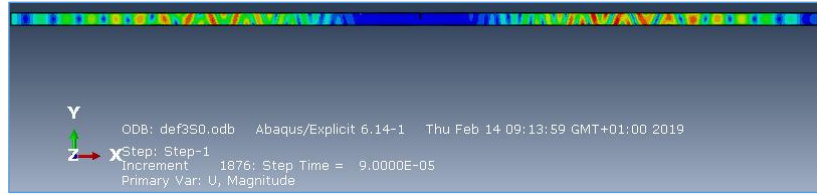


FIGURE 3.6 – Propagation du mode S_0 simulée dans une plaque d'acier endommagée : défaut rectangulaire de $p = 3$ mm.

Quand ce mode interagit avec le défaut rectangulaire, il génère deux signaux, un est réfléchi et l'autre est transmis.

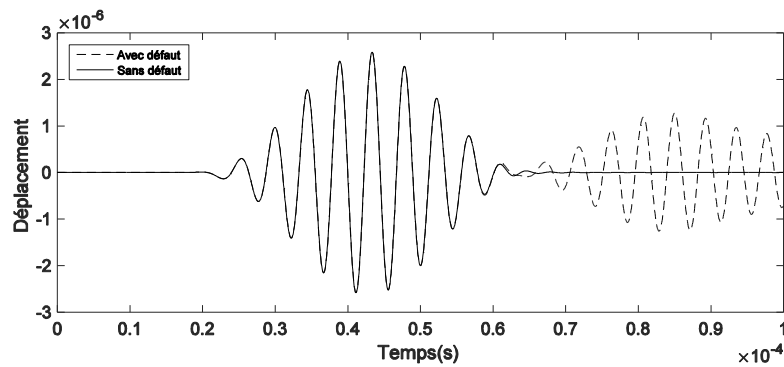


FIGURE 3.7 – Déplacements mesurés au point A.

La figure 3.8 montre la superposition au point de contrôle B des déplacements mesurés dans la plaque sans défaut et ceux mesurés dans la plaque défectueuse. L'atténuation de l'amplitude est causée par la présence du défaut.

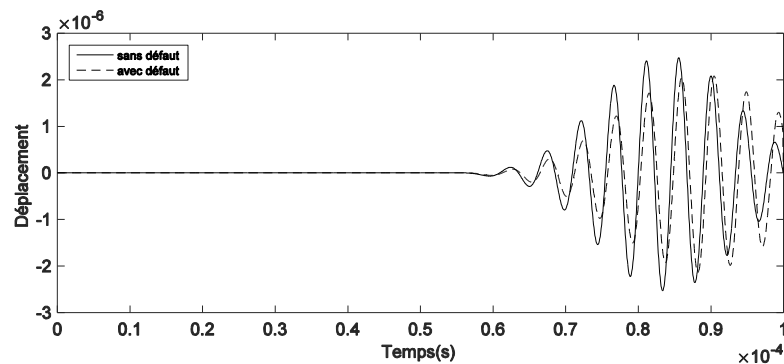


FIGURE 3.8 – Déplacements mesurés au point B.

3.5.2 Traitement par la 2D-FFT

Pour pouvoir séparer les modes propagatifs à savoir : le mode incident, réfléchi et transmis, nous effectuons l'analyse dans le domaine fréquentiel de déplacement $u(x, t)$ extrait depuis le logiciel de calcul.

Dans notre cas, nous avons remarqué que le mode incident S_0 génère deux modes : réfléchi et transmis qui peuvent conserver leur nature (mode symétrique), comme ils peuvent se convertir en un autre mode (mode antisymétrique).

Pour identifier et isoler les modes propagatifs, nous appliquons la Transformée de Fourier en 2D en utilisant l'équation (1.1) aux déplacements $u(x, t)$ extraits sur la face supérieure de la plaque.

Dans la figure 3.9 le mode incident ($k>0$) est le mode S_0 . Les deux modes réfléchis ($k<0$) sont de nature différente A_0 et S_0 . Cela veut dire que l'interaction du mode S_0 avec le défaut rectangulaire cause la conversion.

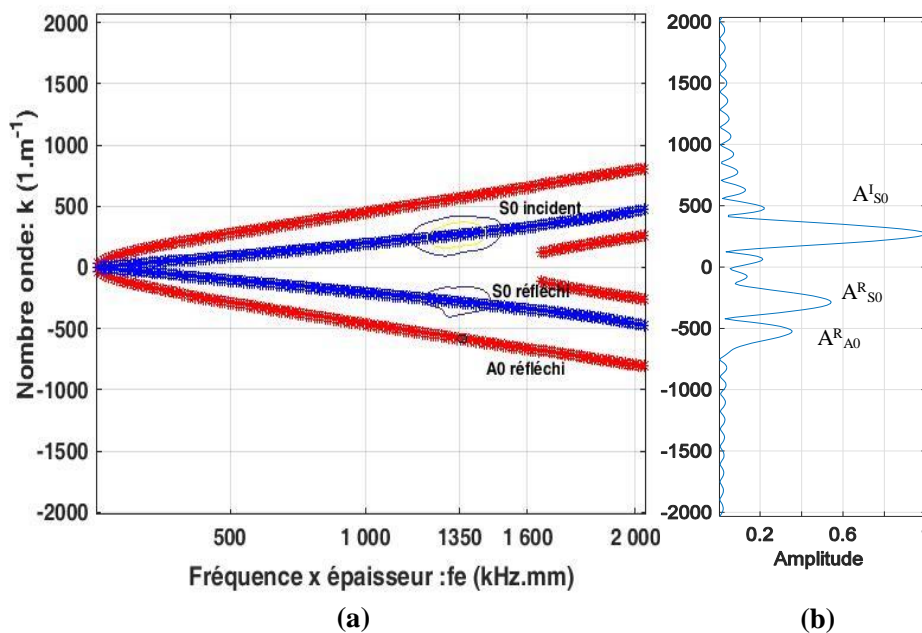


FIGURE 3.9 – (a) Superposition des 2D-FFT appliquées aux déplacements relevés avant le défaut et (b) amplitudes des modes incidents et réfléchis à $fe = 1350 kHz.mm$. Cas $p = 3 mm$.

Dans la figure 3.10, nous remarquons qu'il y a deux modes transmis A_0 et S_0 . Pour quantifier la conversion des modes, les coefficients énergétiques sont calculés.

3.5.3 Coefficients de Réflexion et de Transmission

L'interaction des ondes de Lamb avec le défaut a causé la réflexion, la transmission et la conversion des modes.

Les coefficients énergétiques permettent de quantifier la conversion des modes. Les coefficients de réflexion et de transmission des modes de Lamb S_0 et A_0 sont calculés par les équations (1.6) et sont présentés dans le tableau 3.2.

Le tableau 3.2 illustre la variation des coefficients en % de réflexion et de transmission en fonction de la profondeur du défaut rectangulaire externe.

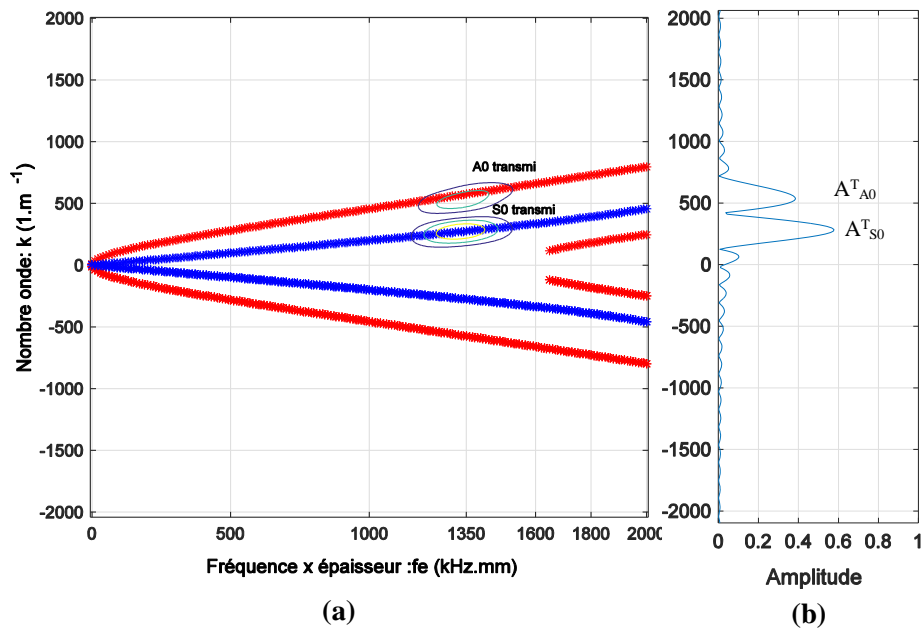


FIGURE 3.10 – (a) Superposition des 2D-FFT appliquées aux déplacements relevés après le défaut et (b) amplitudes des modes transmis à $f e = 1350$ kHz.mm. Cas $p = 3$ mm.

TABLEAU 3.2 – Coefficients de Réflexion et de Transmission en %.

p	RS_0	RA_0	TS_0	TA_0	Énergie Totale
1	03.84	01.47	85.49	02.1	92.9
2	17	08	61	05.1	91.1
3	27.75	17.5	35.70	11	91.95
4	54	15	14	07	90
5	71.99	10.92	03.1	05	91.01

La figure 3.11 montre la variation des coefficients de réflexion et de transmission en fonction de la profondeur du défaut rectangulaire externe. Les coefficients TS_0 et RS_0 varient d'une manière opposée. Quand la profondeur augmente, le coefficient de transmission TS_0 diminue, alors que le coefficient de réflexion RS_0 augmente.

L'allure des coefficients des modes convertis TA_0 et RA_0 change légèrement, moins que 20%. Par conséquent, ces coefficients ne pourront pas caractériser le défaut.

La figure indique également que les coefficients TS_0 et RS_0 changent d'une façon quasi linéaire vis-à-vis de la profondeur du défaut. Ces coefficients peuvent servir donc à évaluer la profondeur du défaut.

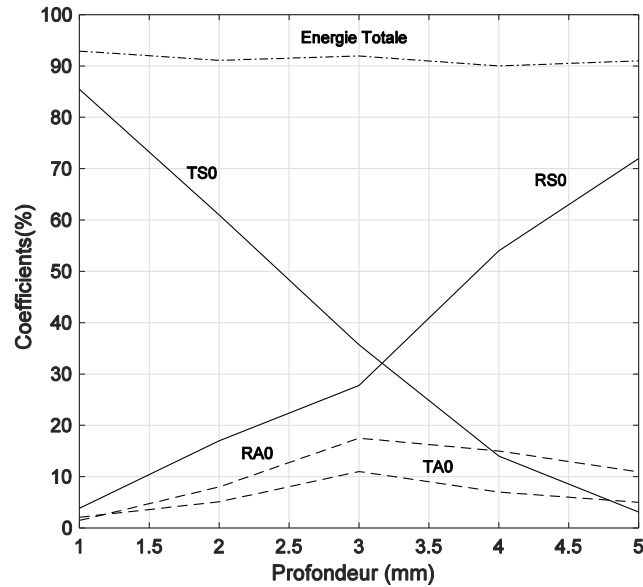


FIGURE 3.11 – Coefficients de Réflexion et de Transmission en fonction de la profondeur du défaut rectangulaire externe.

3.6 Propagation des ondes de Lamb dans une plaque en aluminium avec un défaut circulaire interne

L'étude dans cette partie portera sur l'interaction du mode symétrique S_0 avec un défaut circulaire situé au milieu de la plaque en aluminium de propriétés citées dans le tableau 3.3.

TABEAU 3.3 – Propriétés de la plaque en aluminium.

Module de Young	69 GPa
Coefficient de Poisson	0.33
Vitesse longitudinale	6420 m/s
Vitesse transversale	3040 m/s
Masse volumique	2700 Kg/m ³

La figure 3.12 présente une plaque en aluminium défectueuse. Le défaut est interne circulaire de rayon variable notée r situé au milieu de la plaque.

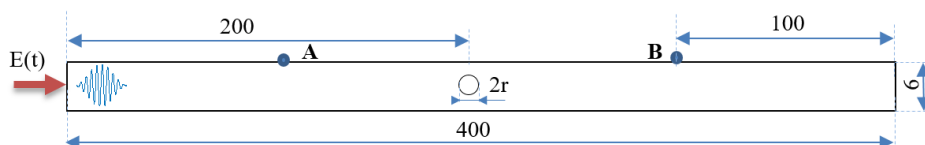


FIGURE 3.12 – Géométrie de la plaque contenant un défaut circulaire de rayon r .

La géométrie de la plaque, le maillage, le pas temporel et l'excitation $E(t)$ ayant été réalisés, la simulation peut être lancée. Pour le temps de propagation de l'onde dans la struc-

ture est $100\mu\text{s}$. C'est le temps suffisant pour que l'onde arrive à l'autre extrémité de la plaque. Une fois la simulation effectuée, les réponses temporelles sont donc mesurées aux points A et B.

L'objectif de cette simulation est de pouvoir mesurer les déplacements aux points A et B sur la face supérieure de la plaque défectueuse et de vérifier la sensibilité du mode S_0 avec ce type de défaut en calculant les coefficients énergétiques.

3.6.1 Déplacements mesurés aux points de contrôle

La figure 3.13 illustre la propagation du mode S_0 dans une plaque en aluminium endommagée. Le défaut circulaire cause la réflexion et la transmission.

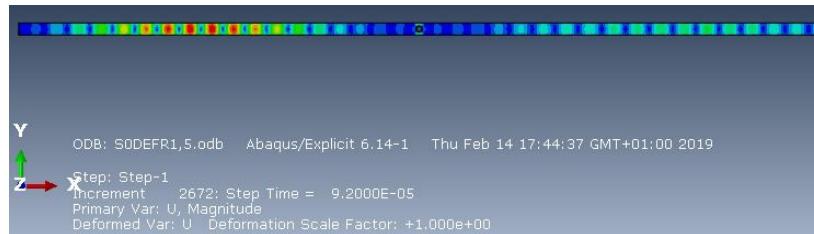


FIGURE 3.13 – Propagation du mode S_0 simulée dans une plaque d'aluminium endommagée : défaut circulaire de diamètre 1.5 mm.

La figure 3.14 est une réponse temporelle obtenue par la simulation numérique. Le déplacement calculé au point A permet de visualiser le mode incident et les modes réfléchis ayant une amplitude différente à cause de la présence du défaut.

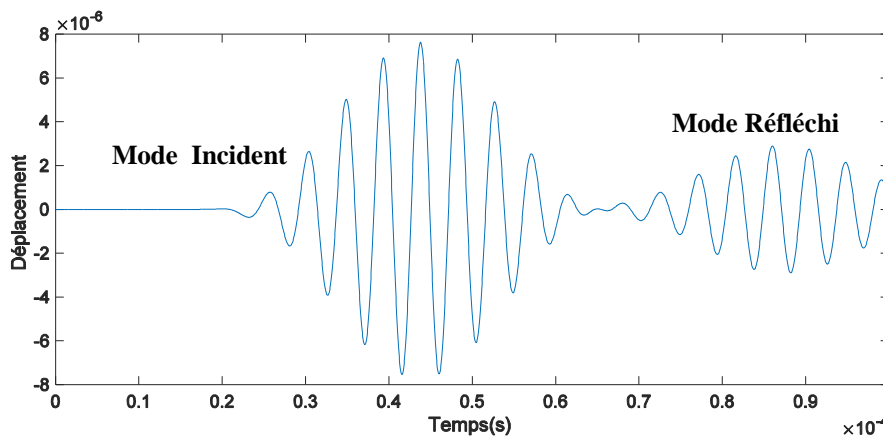


FIGURE 3.14 – Déplacement transversal mesuré au point A.

La figure 3.15 est une réponse temporelle obtenue par ABAQUS-CAE. C'est une visualisation du déplacement mesuré au point B en aval de défaut.

Lorsque le mode incident S_0 interagit avec le défaut circulaire, il en résulte la génération des deux modes : réfléchi et transmis. L'amplitude du mode réfléchi est petite relativement au mode transmis.

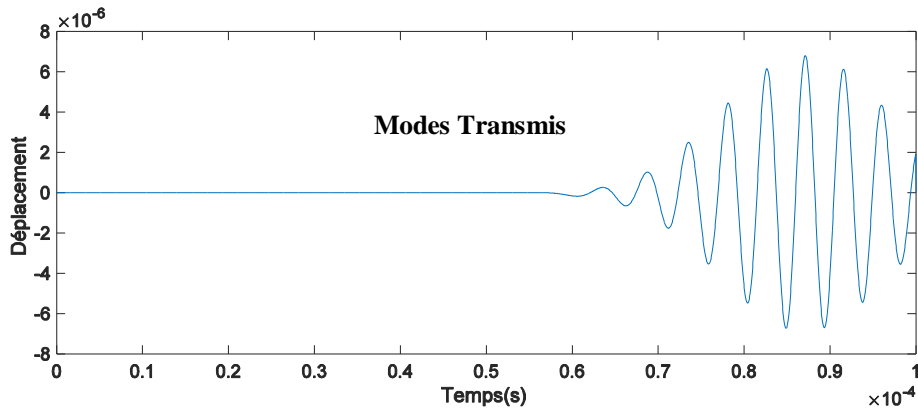


FIGURE 3.15 – Déplacement transversal mesuré au point B.

3.6.2 Traitement par la 2D-FFT

Pour identifier la nature des modes propagatifs, nous appliquons la Transformée de Fourier en 2D en utilisant l'équation (1.1).

L'application de la double transformée de Fourier aux déplacements $u(x, t)$, extraits sur la face supérieure de la plaque, permet d'isoler et d'identifier les modes propagatifs.

Dans la figure 3.16 le mode incident ($k > 0$) est le mode S_0 . Le mode réfléchi ($k < 0$) est de même nature que le mode incident (S_0). Cela veut dire que la conversion n'a pas eu lieu.

Dans la figure 3.17, nous remarquons qu'il y a un seul mode transmis S_0 .

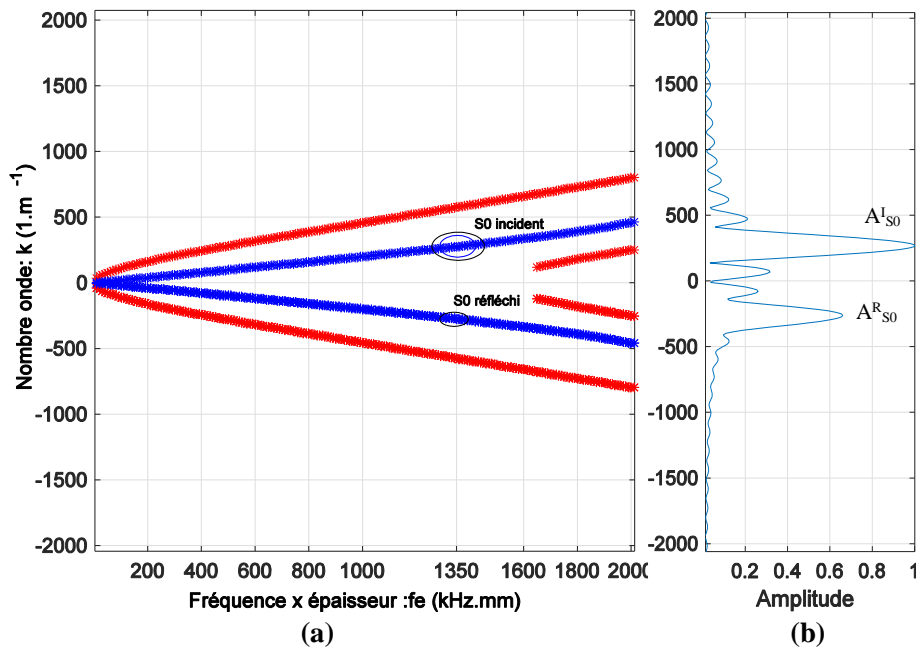


FIGURE 3.16 – (a) Superposition des 2D-FFT appliquées aux déplacements relevés avant le défaut et (b) amplitudes des modes incidents et réfléchis à $f_e = 1350$ kHz.mm. Cas $r = 1.5$ mm.

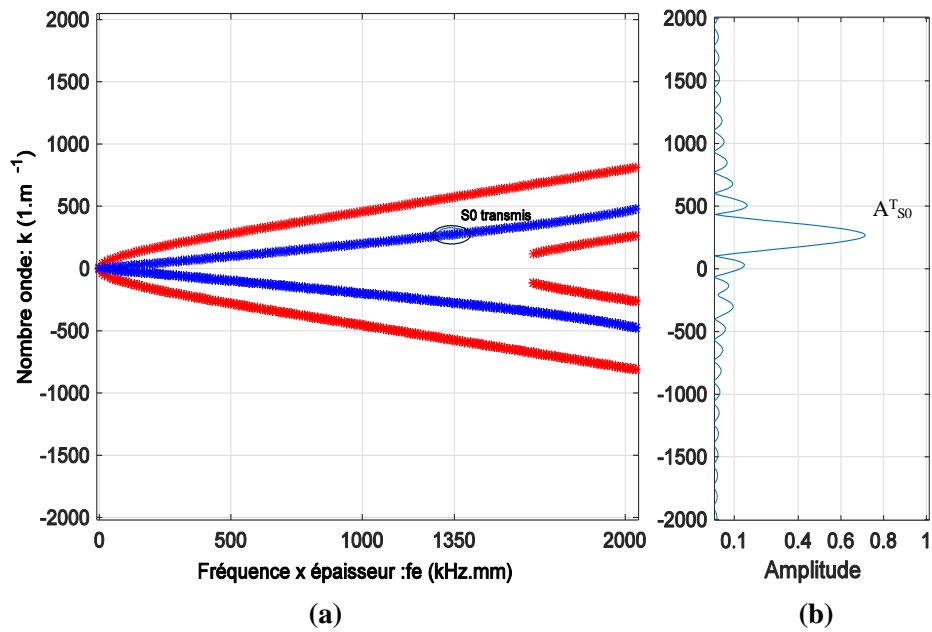


FIGURE 3.17 – (a) Superposition des 2D-FFT appliquées aux déplacements relevés après le défaut et (b) amplitudes des modes transmis à $f_e = 1350$ kHz.mm. Cas $r = 1.5$ mm.

3.6.3 Coefficients de Réflexion et de Transmission

Pour caractériser le défaut circulaire, nous avons calculé les coefficients de réflexion et de transmission en utilisant les équations (1.6).

La figure 3.18 et le tableau 3.4 montrent la variation des coefficients de réflexion et de transmission en fonction du rayon du défaut circulaire.

Les coefficients TS_0 et RS_0 changent d'une manière opposée, lorsque le rayon augmente. L'allure indique également qu'il n'y a pas de conversion. Cela est justifié par le fait que le défaut est symétrique. Par conséquent, la conversion n'a aucune relation avec le rayon du défaut.

TABLEAU 3.4 – Coefficients de Réflexion et de Transmission en %.

r	RS_0	TS_0	Énergie Totale
0.5	04.96	88.04	93
1	10.80	80.2	91
1.5	25.1	66.2	91.3
2	85	10.1	95.1

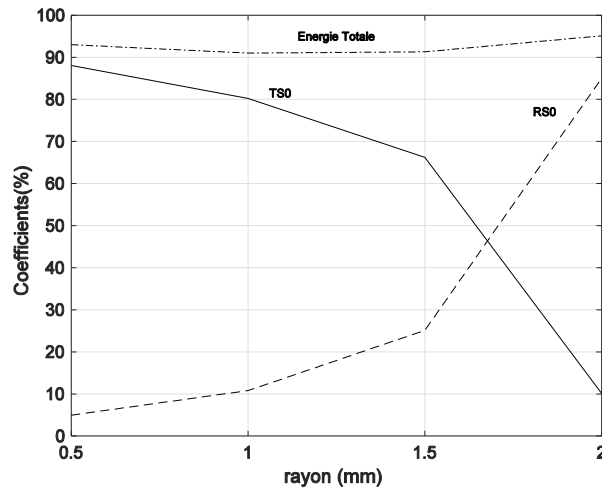


FIGURE 3.18 – Coefficients de Réflexion et de Transmission en fonction du rayon de défaut circulaire interne.

3.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le modèle numérique en se basant sur la méthode des éléments finis pour prédire l'interaction du mode S_0 avec un défaut. Deux cas d'étude ont été considérés : une plaque en acier contenant un défaut rectangulaire externe, et une plaque d'aluminium contenant un défaut circulaire interne. Les résultats trouvés nous ont permis de notifier le phénomène de conversion. Pour quantifier la conversion des modes, nous avons calculé les coefficients de réflexion et de transmission en utilisant la 2D-FFT. Les résultats ont montré que les coefficients énergétiques sont étroitement liés à la géométrie du défaut. Le mode S_0 est sensible au défaut interne et externe. Dans le cas de défaut rectangulaire externe, quand ce mode rencontre le défaut, quatre ondes se génèrent : deux réfléchies (A_0 et S_0) et deux transmises (A_0 et S_0). Cependant, dans le cas de défaut circulaire interne, l'interaction du mode S_0 avec ce défaut ne génère que deux modes de même nature que de celui incident (S_0).

L'étude de la conversion des modes reste un axe de recherche attractif notamment dans l'étude de la propagation des ondes de Lamb dans des structures multicouches ou composites.

Dans le chapitre suivant, nous allons établir le modèle théorique de la propagation des ondes de Lamb dans une plaque orthotrope.

Chapitre 4

Modélisation de la propagation des ondes de Lamb dans des plaques composites

Sommaire

4.1 Introduction	50
4.2 Structures composites	50
4.2.1 Composites tissés	51
4.2.2 Composites stratifiés	51
4.2.3 Structures en sandwich	51
4.3 Types des défauts dans les structures composites	52
4.3.1 Délamination ou délaminage	52
4.3.2 Fibres endommagées	53
4.3.3 Fissuration de la matrice	53
4.4 Équation de propagation dans les plaques composites	53
4.4.1 Équation de propagation dans des matériaux anisotropes	53
4.4.2 Équation de propagation dans une plaque orthotrope	54
4.4.3 Propagation le long de l'axe principal d'un matériau orthotrope	57
4.5 Courbes de dispersion d'un matériau orthotrope	58
4.6 Conclusion	60

4.1 Introduction

Les structures composites sont de plus en plus utilisées dans de nombreux secteurs industriels. Elles sont employées dans les domaines de pointe tels que l'aéronautique pour leurs propriétés mécaniques très attractives. Néanmoins, que ce soit au cours de leur fabrication ou pendant leur utilisation, des défauts sont susceptibles d'apparaître. Ces défauts provoquent une concentration de contraintes et peuvent avoir de lourdes conséquences. Il est donc important d'inspecter les structures composites pour s'assurer de leur intégrité.

Dans ce chapitre, nous allons citer les types des structures composites et les défauts susceptibles d'apparaître dans ces types de structures.

Ensuite, nous établirons l'équation de propagation des ondes de Lamb dans une plaque orthotrope. Enfin, nous traçons les courbes de dispersion en utilisant un programme basé sur la méthode de Newton-Raphson.

4.2 Structures composites

Les matériaux composites sont constitués d'au moins de deux matériaux. Un joue le rôle de renfort (fibres) et l'autre joue le rôle de la matrice (figure 4.1).

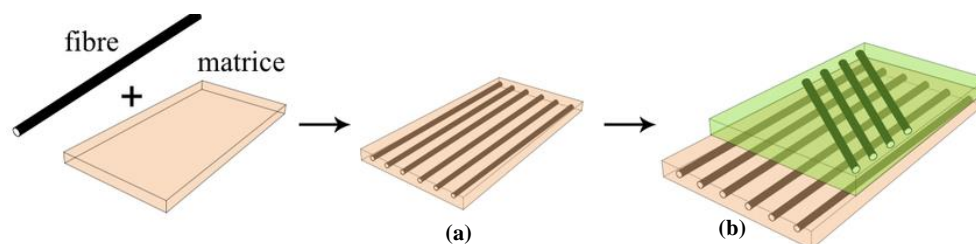


FIGURE 4.1 – Composants de composite unidirectionnel (a) et en empilement (b).

Il existe deux formes de composite selon l'orientation des fibres dans la matrice :

- Un pli unidirectionnel où les fibres sont disposées suivant une seule direction (figure 4.1a),
- Un empilement composé de plusieurs couches où les fibres sont disposées suivant plusieurs directions (figure 4.1b).

Les structures composites sont regroupées sous trois grandes familles : les composites tissés, les composites stratifiés et les sandwichs.

4.2.1 Composites tissés

Dans cette configuration, les fibres sont alignées sous forme de câbles et tissées selon des motifs (figure 4.2) :

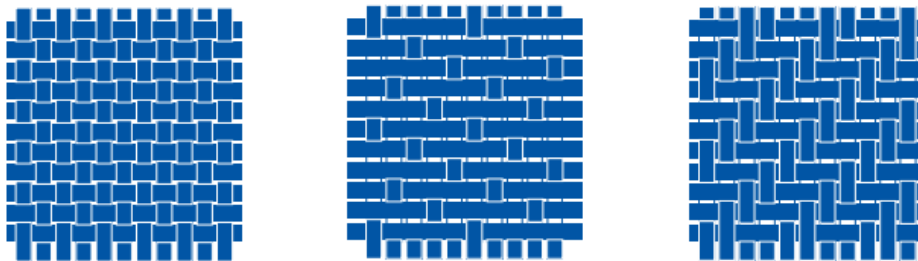
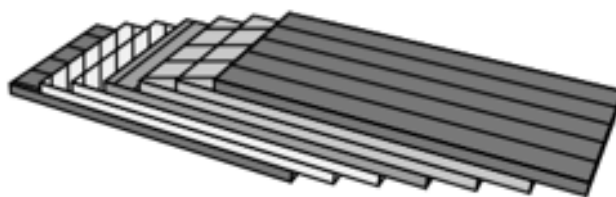


FIGURE 4.2 – Exemples de tissus plans courants

Les tissus comportent autant de fils dans les deux directions de tissage. Par conséquent, ils possèdent la même résistance et la même rigidité dans ces deux directions, mais il faut bien noter qu'ils n'ont pas un comportement isotrope : ils résistent mieux en traction dans la direction des fils qu'en traction à 45° ou en cisaillement.

4.2.2 Composites stratifiés

Dans cette configuration, les renforts sont disposés sous forme des couches fines nommées plis (figure 4.3). Elles sont empilées les unes sur les autres. Dans un pli, les fibres peuvent être unidirectionnelles, ou en mat (orientation aléatoire).



[0/45/45/90/-45/-45/0]

FIGURE 4.3 – Stratifiés à base de plis unidirectionnels. Les nombres entre crochets désignent l'angle de chaque pli (en degrés) par rapport à une direction de référence.

4.2.3 Structures en sandwich

Contrairement aux structures tissées et stratifiées, les structures en sandwich résistent à la flexion et à la torsion. Elles sont composées de deux peaux collées sur une mousse (âme) de polymère ou un nid d'abeille (figure 4.4).

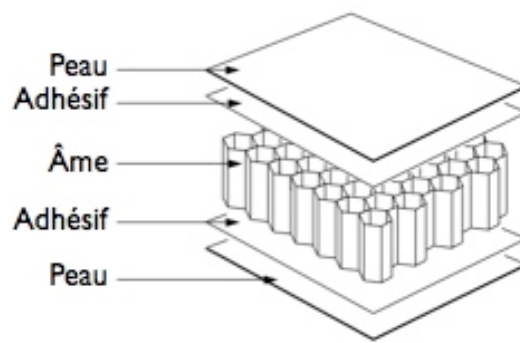


FIGURE 4.4 – Structure en sandwich et ses constituants.

4.3 Types des défauts dans les structures composites

Les structures composites sont affectées par plusieurs dommages potentiels tels que les décollements, les inclusions, la rupture de la fibre, la délamination, l'écrasement du noyau (dans le cas d'un matériau en nid d'abeille), l'ondulation de la fibre, la fissuration de la matrice, le désalignement de la fibre.

La figure 4.5 résume les défauts susceptibles d'apparaître dans une structure composite multicouche.

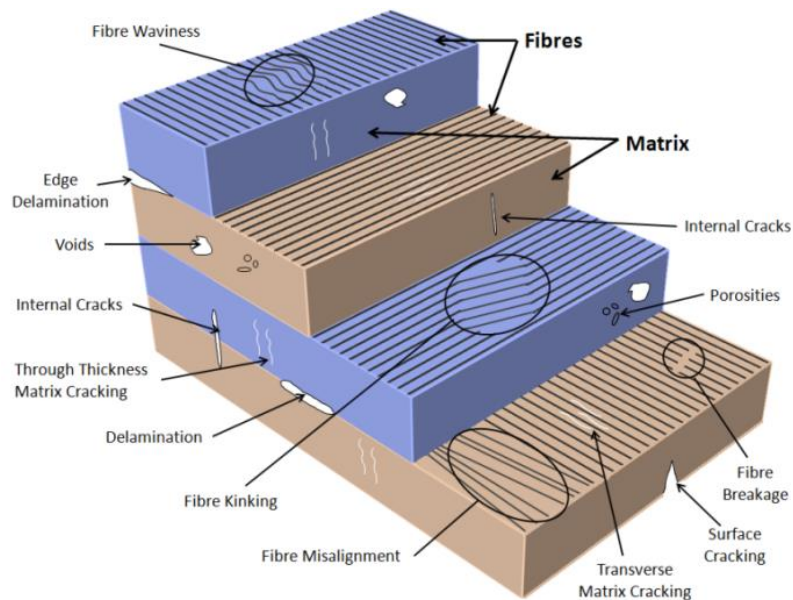


FIGURE 4.5 – Types de défauts dans une structure composite [1].

4.3.1 Délamination ou délaminage

La délamination est la séparation de deux couches adjacentes, elle est l'un des défauts les plus courants (figure 4.5). Ce type de dommage est dû aux propriétés hétérogènes de la matrice et des fibres. Les contraintes thermiques et le retrait de durcissement de la résine

pendant la fabrication peuvent engendrer des contraintes résiduelles ou inter-laminaires pouvant être suffisantes pour provoquer une délamination en raison du décalage entre les propriétés de deux couches adjacentes [90].

4.3.2 Fibres endommagées

Les fibres supportent la majorité des efforts de cisaillement. Des dommages aux fibres peuvent avoir des effets néfastes sur la résistance globale de la structure composite. Les dommages typiques associés aux fibres sont les suivants : défaut d'alignement, ondulation, torsion et fracture ou rupture.

Le désalignement et l'ondulation sont introduits au cours du processus de fabrication, alors que la rupture se produit pendant le service. L'ondulation se forme en raison d'un décalage dans la dilatation thermique de la fibre et de la matrice [47].

4.3.3 Fissuration de la matrice

La fissuration matricielle est généralement le premier dommage se produisant lorsqu'un composite est soumis à une charge de traction quasi statique ou cyclique [91]. Les fissures à travers l'épaisseur sont dues à la baisse significative de la résistance de la matrice par rapport au renforcement.

Cela provoque une augmentation de la tension dans la matrice dans le sens du pli. Bien qu'elle soit l'une des formes les plus courantes des dommages dans les composites, la fissuration de la matrice elle-même n'entraîne pas de défaillance structurelle. Cependant, elle peut initier aux d'autres modes de défaillance critiques tels que la délamination et la rupture de fibre.

4.4 Équation de propagation dans les plaques composites

4.4.1 Équation de propagation dans des matériaux anisotropes

L'étude analytique de la propagation des ondes dans des plaques anisotropes est présentée par plusieurs auteurs comme *Auld* [92] et *Nayfeh* [12].

Nous développons ici l'analyse de la propagation des ondes libres dans une plaque anisotrope de type orthotrope. Nous commençons par une analyse des ondes dans une plaque ayant une symétrie triclinique (le plus général, avec 21 constantes élastiques indépendantes). Le calcul est ensuite reporté pour le cas légèrement plus simple d'une plaque monoclinique (13 constantes élastiques), où la surface de la plaque est parallèle au plan de symétrie.

La matrice des constantes élastiques d'un matériau anisotrope élastique s'écrit sous la forme :

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Cette matrice des rigidités C permet de relier les champs de déformation ϵ aux contraintes σ par la loi de Hooke généralisée :

$$\sigma = C \times \epsilon \quad (4.2)$$

Considérons une plaque d'épaisseur e , infinie le long des axes X_1 et X_2 . L'axe X_3 est perpendiculaire à la plaque (figure 4.6).

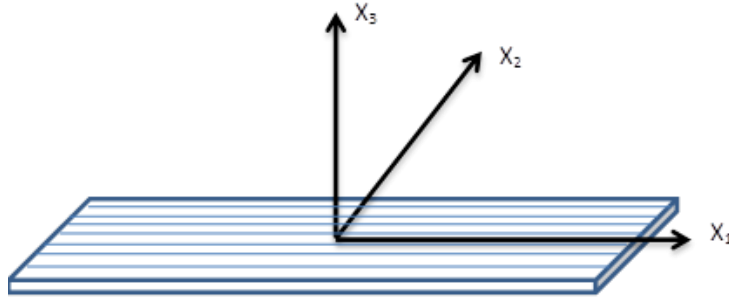


FIGURE 4.6 – Plaque composite.

Dans cette configuration, les ondes se propagent suivant la direction de l'axe X_1 .

Pour établir l'équation de propagation des ondes de Lamb, nous écrivons l'équation A.7 en négligeant les foers de volumes sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_3} \\ \rho \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial x_3} \\ \rho \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{31}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{32}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial x_3} \end{array} \right. \quad (4.3)$$

4.4.2 Équation de propagation dans une plaque orthotrope

Étant indépendant des coordonnées suivant l'axe X_2 , le vecteur déplacement peut être écrit sous la forme :

$$u_l = U_l \exp(jk(x_1 + \alpha x_3 - V_p t)) = U_l \exp(j(kx_1 + qx_3 - \omega t)), \quad l = 1, 2, 3 \quad (4.4)$$

Avec k est le nombre d'onde suivant l'axe X_1 , $V_p = \frac{\omega}{k}$ la vitesse de phase et le coefficient $\alpha = \frac{q}{k}$ à déterminer.

Sachant que l'inconnu q est la composante du nombre d'onde suivant l'axe X_3 . U_l est l'amplitude de déplacement u_l .

En prenant en compte l'équation (4.4) et l'équation A.6, l'équation de propagation (4.3) pourrait être écrite sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho U_1 \omega^2 = (C_{11} k^2 + 2C_{15} kq + C_{55} q^2) U_1 + (C_{16} k^2 + (C_{14} + C_{56}) kq + C_{45} q^2) U_2 \\ \quad + (C_{15} k^2 + (C_{13} + C_{55}) kq + C_{35} q^2) U_3 \\ \rho U_2 \omega^2 = (C_{16} k^2 + (C_{14} + C_{56}) kq + C_{45} q^2) U_1 + (C_{66} k^2 + 2C_{46} kq + C_{44} q^2) U_2 \\ \quad + (C_{56} k^2 + (C_{36} + C_{45}) kq + C_{34} q^2) U_3 \\ \rho U_3 \omega^2 = (C_{15} k^2 + (C_{13} + C_{55}) kq + C_{35} q^2) U_1 + (C_{56} k^2 + (C_{36} + C_{45}) kq + C_{34} q^2) U_2 \\ \quad + (C_{55} k^2 + 2C_{35} kq + C_{33} q^2) U_3 \end{array} \right. \quad (4.5)$$

Après simplification, l'équation (4.5) peut être écrite sous la forme matricielle :

$$[K_{mn}][U_n] = 0, \quad m = n = 3 \quad (4.6)$$

Où K est une matrice symétrique s'écrivant sous la forme :

$$K = \begin{bmatrix} C_{11} - \rho V_p^2 + 2C_{15}\alpha + C_{55}\alpha^2 & C_{16} + (C_{14} + C_{56})\alpha + C_{45}\alpha^2 & C_{15} + (C_{13} + C_{55})\alpha + C_{35}\alpha^2 \\ C_{16} + (C_{14} + C_{56})\alpha + C_{45}\alpha^2 & C_{66} - \rho V_p^2 + 2C_{46}\alpha + C_{44}\alpha^2 & C_{56} + (C_{36} + C_{45})\alpha + C_{34}\alpha^2 \\ C_{15} + (C_{13} + C_{55})\alpha + C_{35}\alpha^2 & C_{56} + (C_{36} + C_{45})\alpha + C_{34}\alpha^2 & C_{55} - \rho V_p^2 + 2C_{35}\alpha + C_{33}\alpha^2 \end{bmatrix}$$

Le système ainsi défini admet une solution non triviale si le déterminant de la matrice K est nul.

Il est alors possible de résoudre l'équation caractéristique qui relie α et V_p . Ainsi, pour chaque valeur de V_p , cette équation admet 6 racines notées α_r . Chaque composante du déplacement des modes de plaque est la superposition de six ondelettes obtenues pour chaque α_r :

$$(u_1, u_2, u_3) = \sum_{r=1}^6 (1, V_r, W_r) U_{1r} \exp(jk(x_1 + \alpha_r x_3 - V_p t)) \quad (4.7)$$

Avec V_r et W_r sont les rapports des amplitudes de déplacement dans les directions 2 et 3 et de l'amplitude U_{1r} . En remplaçant l'expression (4.7) dans l'équation (4.6) en tenant compte de l'expression de la matrice K , nous pouvons calculer les rapports :

$$V_r = \frac{U_{2r}}{U_{1r}} = \frac{K_{11}(\alpha_r)K_{23}(\alpha_r) - K_{13}(\alpha_r)K_{12}(\alpha_r)}{K_{13}(\alpha_r)K_{22}(\alpha_r) - K_{12}(\alpha_r)K_{23}(\alpha_r)}, \quad r \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad (4.8)$$

$$W_r = \frac{U_{3r}}{U_{1r}} = \frac{K_{11}(\alpha_r)K_{23}(\alpha_r) - K_{12}(\alpha_r)K_{13}(\alpha_r)}{K_{12}(\alpha_r)K_{33}(\alpha_r) - K_{23}(\alpha_r)K_{13}(\alpha_r)}, r \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad (4.9)$$

En se basant sur la loi de Hooke (A.6) et sur les deux équations (4.8) et (4.9), il est possible d'obtenir les valeurs de contraintes :

$$(\sigma_{33}, \sigma_{13}, \sigma_{23}) = \sum_{r=1}^6 jk(D_{1r}, D_{2r}, D_{3r})U_{1r} \exp(jk(x_1 + \alpha_r x_3 - V_p t)) \quad (4.10)$$

Avec :

$$\begin{bmatrix} D_{1r} \\ D_{2r} \\ D_{3r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{13} + \alpha_r C_{35} + (C_{36} + \alpha_r C_{34})V_r + (C_{35} + \alpha_r C_{33})W_r \\ C_{15} + \alpha_r C_{55} + (C_{56} + \alpha_r C_{45})V_r + (C_{55} + \alpha_r C_{35})W_r \\ C_{14} + \alpha_r C_{45} + (C_{46} + \alpha_r C_{44})V_r + (C_{45} + \alpha_r C_{34})W_r \end{bmatrix}$$

Le calcul des contraintes σ_{13}, σ_{23} et σ_{33} de l'équation (4.10) au niveau des faces supérieure et inférieure de la plaque ($x_3 = \pm \frac{e}{2}$) et leur annulation permet d'écrire les conditions aux limites donnant finalement les six équations qui peuvent être regroupées dans une seule matrice :

$$\begin{bmatrix} D_{11}E_1 & D_{12}E_2 & D_{13}E_3 & D_{14}E_4 & D_{15}E_5 & D_{16}E_6 \\ D_{21}E_1 & D_{22}E_2 & D_{23}E_3 & D_{24}E_4 & D_{25}E_5 & D_{26}E_6 \\ D_{31}E_1 & D_{32}E_2 & D_{33}E_3 & D_{34}E_4 & D_{35}E_5 & D_{36}E_6 \\ D_{11}E_1^* & D_{12}E_2^* & D_{13}E_3^* & D_{14}E_4^* & D_{15}E_5^* & D_{16}E_6^* \\ D_{21}E_1^* & D_{22}E_2^* & D_{23}E_3^* & D_{24}E_4^* & D_{25}E_5^* & D_{26}E_6^* \\ D_{31}E_1^* & D_{32}E_2^* & D_{33}E_3^* & D_{34}E_4^* & D_{35}E_5^* & D_{36}E_6^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{11} \\ U_{12} \\ U_{13} \\ U_{14} \\ U_{15} \\ U_{16} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Avec : $E_r = \exp\left(j\frac{k\alpha_r e}{2}\right)$ et $E_r^* = \exp\left(-j\frac{k\alpha_r e}{2}\right)$, $r \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

En général, en raison de l'anisotropie (21 coefficients indépendants), la résolution de système de 6 équations (4.11) semble difficile, mais nous pouvons les calculer pour les matériaux qui présentent des conditions de symétrie tels que : les matériaux monocliniques et orthotropes.

Un système monoclinique est caractérisé par la présence d'un axe binaire de symétrie, cela permet de réduire le nombre de constantes de 21 à 13. En outre, nous pouvons réduire encore le nombre de constantes de 13 à 9.

En effet, un matériau ayant trois plans de symétrie orthogonaux deux à deux est appelé orthotrope. Dans ce cas, 4 constantes sont nulles et la matrice de rigidité ne comprend que neuf coefficients indépendants.

4.4.3 Propagation le long de l'axe principal d'un matériau orthotrope

En assimilant la direction de la propagation et l'axe principal (de symétrie) du matériau, la matrice de rigidité (4.1) peut alors être écrite sous la forme :

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Avec ces nouvelles conditions, la matrice K devient :

$$K = \begin{bmatrix} C_{11} - \rho V_p^2 + C_{55}\alpha^2 & 0 & (C_{13} + C_{55})\alpha \\ 0 & C_{66} - \rho V_p^2 + C_{44}\alpha^2 & 0 \\ (C_{13} + C_{55})\alpha & 0 & C_{55} - \rho V_p^2 + C_{33}\alpha^2 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Ainsi, l'équation reliant α_r et V_p est écrite sous la forme :

$$A_1\alpha^6 + A_2\alpha^4 + A_3\alpha^2 + A_4 = 0 \quad (4.14)$$

Les coefficients A_i sont donnés en Annexe C.

L'équation (4.14) peut être factorisée :

$$(A\alpha^4 + B\alpha^2 + C)(\alpha^2 + D) = 0 \quad (4.15)$$

Avec :

$$A = C_{33}C_{55}.$$

$$B = C_{33}(C_{11} - \rho V_p^2) + C_{55}(C_{55} - \rho V_p^2) - (C_{13} + C_{55})^2.$$

$$C = (C_{11} - \rho V_p^2) + (C_{55} - \rho V_p^2).$$

$$D = \frac{(C_{66} - \rho V_p^2)}{C_{44}}.$$

Et les valeurs des racines α_r peuvent être calculées :

$$\begin{cases} \alpha_1 = -\alpha_2 = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \\ \alpha_3 = -\alpha_4 = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \\ \alpha_5 = -\alpha_6 = \sqrt{-D} \end{cases} \quad (4.16)$$

L'équation (4.15) met en évidence le découplage entre les modes de Lamb et les modes Transverses Horizontaux (TH).

Les coefficients α_r ($r=1, \dots, 4$) sont associés aux modes de Lamb tandis que les valeurs α_5 et α_6 se rapportent aux modes TH.

Ainsi pour les modes de Lamb, les coefficients D_r deviennent :

$$\begin{cases} D_{1r} = (C_{13} + C_{33}\alpha_r W_r) \\ D_{2r} = C_{55}(\alpha_r + W_r) \end{cases} \quad (4.17)$$

Tel que $r \in \{1, 2, 3, 4\}$, avec : $W_r = \frac{\rho V_p^2 - C_{11} - C_{55}\alpha_r^2}{(C_{13} + C_{55})\alpha_r}$.

À ce stade, nous pouvons maintenant écrire le déterminant du système (4.11) sous la forme :

$$|D| = \begin{vmatrix} D_{11}C_1 & D_{13}C_3 & 0 & 0 \\ D_{21}S_1 & D_{23}S_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D_{11}S_1 & D_{13}S_3 \\ 0 & 0 & D_{21}C_1 & D_{23}C_3 \end{vmatrix} \quad (4.18)$$

Avec : $C_r = \cos\left(\frac{k\alpha_r e}{2}\right)$ et $S_r = \sin\left(\frac{k\alpha_r e}{2}\right)$, $r \in \{1, 2, 3, 4\}$.

L'annulation du déterminant de D permet de trouver les équations caractéristiques des ondes de Lamb symétriques (4.19) et antisymétriques (4.20) :

$$D_{11}D_{23} \cot\left(\frac{k\alpha_1 e}{2}\right) - D_{13}D_{21} \cot\left(\frac{k\alpha_3 e}{2}\right) = 0 \quad (4.19)$$

$$D_{11}D_{23} \tan\left(\frac{k\alpha_1 e}{2}\right) - D_{13}D_{21} \tan\left(\frac{k\alpha_3 e}{2}\right) = 0 \quad (4.20)$$

4.5 Courbes de dispersion d'un matériau orthotrope

La résolution analytique des équations de la propagation des ondes de Lamb dans des structures présentant une anisotropie semble difficile. Donc, plusieurs méthodes alternatives ont été proposées.

Packo et al. [5] ont présenté une méthode pour le calcul et l'analyse des courbes de dispersion en se basant sur des modèles numériques dans le cas des structures en couches, telles que les composites. L'approche proposée se base sur la résolution de l'équation et la discrétisation suivant l'épaisseur de plaque anisotrope.

Mazzotti et al. [93] ont étudié les parois minces orthotropes. L'auteur extrait les courbes de dispersion : vitesse de phase, vitesse d'énergie et atténuation à l'aide de la méthode des éléments finis semi-analytiques (SAFE). Cette technique a également été expliquée dans le livre de *Rose* [94].

Stefan et al. [61] ont proposé une méthode pour obtenir des courbes de dispersion numériques en résolvant le problème aux valeurs propres. Les auteurs ont étudié les tubes de section carrée et les structures composites.

Hernando et al. [95] ont étendu la méthode spectrale aux structures complexes : cylindres et plaques orthotropes, ainsi qu'aux systèmes multicouches à couches solides et fluides.

Harsh et al. [96] ont présenté des approches théoriques et numériques de la méthode WFE (Waveguide Finite Element) pour déterminer les vitesses de phase et de groupe du sandwich à faces stratifiées composites et à noyau en nid d'abeille en aluminium.

Mark et al. [97] ont étudié de manière expérimentale les courbes de dispersion dans des plaques d'aluminium et dans les composites avec un Laser à excitation Q-switch et un Interféromètre Laser à détecteur continu Photo-EMF.

Ameneh et al. [8] ont développé le calcul des courbes de dispersion dans des plaques composites métalliques multicouches en utilisant la méthode de la matrice de transfert.

Sauwik et al. [98] ont proposé un modèle semi-analytique bidimensionnel basé sur la technique de la matrice globale pour étudier les caractéristiques de la propagation des ondes de Lamb dans un sandwich composite en nid d'abeille. Les auteurs ont également utilisé la transformée en ondelettes pour obtenir les vitesses de groupe des modes de propagation.

Nayfeh [12] a développé une méthode de matrice de transfert permettant le traçage des courbes de dispersion des ondes de Lamb se propageant dans des milieux multicouches anisotropes.

Demčenko et al. [99] ont présenté une méthode matricielle globale permettant l'obtention des courbes de dispersion d'une structure multicouche.

Les modes de propagation des ondes de Lamb dépendent de produit fréquence-épaisseur. Le résultat permettant la description analytique de la propagation est l'établissement des courbes de dispersion.

Nous avons adopté le programme Matlab développé par *Elhadji* [2]. La résolution numérique des équations (4.19) et (4.20) permet de tracer les courbes de dispersion. En se basant sur Mathematica, l'auteur a développé un programme qui permet de calculer avec précision les solutions (V_p, ω) par la méthode de Newton-Raphson.

Le code FORTRAN a été créé afin de trouver les points de démarrage de l'algorithme de Newton-Raphson.

Les courbes de dispersion du matériau, dont les propriétés sont présentées dans le tableau 4.1, sont tracées dans le plan nombre d'onde-fréquence (figure 4.7).

La figure 4.7 illustre les courbes de dispersion des modes propagatifs dans une plaque orthotrope d'épaisseur 1.6 mm. Elles sont calculées par la méthode itérative de Newton-Raphson.

TABLEAU 4.1 – Coefficients Élastiques C_{ij} et la masse volumique du matériau orthotrope.

Masse volumique	1500 Kg/m ³
Épaisseur (e)	1.6 mm
C_{11}	57 Mpa m/s
$C_{22}=C_{33}$	15 Mpa m/s
$C_{13}=C_{12}=C_{23}$	10 Mpa m/s
$C_{55}=C_{66}$	4 Mpa m/s
C_{44}	2.5 Mpa m/s

La méthode permet de tracer les deux premiers modes A_0 et S_0 . Cependant, les fréquences de coupures des autres modes ne sont pas déterminées.

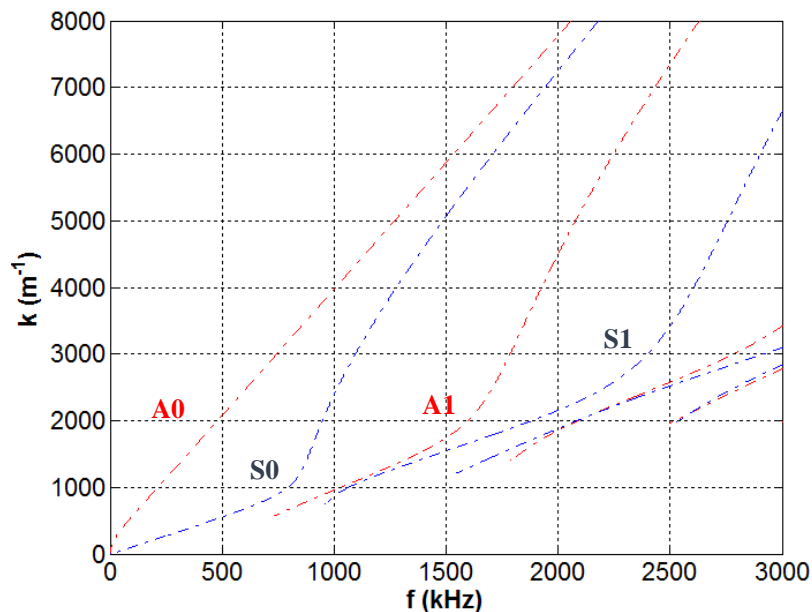


FIGURE 4.7 – Courbes de dispersion d'une plaque orthotrope (nombre d'onde en fonction de la fréquence).

Dans le chapitre 6 de ce mémoire, nous allons proposer une méthode alternative permettant le calcul des modes propagatifs dans des plaques isotrope et orthotrope.

4.6 Conclusion

Le modèle décrivant la propagation des ondes de Lamb a été établi en cas de matériau orthotrope. Nous avons tout d'abord écrit l'équation du principe fondamental de la dynamique. Les contraintes sont ensuite exprimées en utilisant la loi de Hooke et sont annulées sur les faces libres de la plaque. Enfin, nous avons obtenu un système matriciel de déterminant nul donnant deux équations de propagation des modes symétriques et antisymétriques.

L'étude analytique est difficile pour prédire l'interaction des ondes de Lamb avec des défauts. Donc, plusieurs méthodes numériques sont développées. Parmi ces méthodes, nous citons : la méthode des éléments finis.

Dans le chapitre suivant, nous allons étudier l'interaction des modes de Lamb avec la délamination dans une plaque orthotrope. Nous utiliserons deux techniques de traitement des signaux : la Transformée en ondelette et la 2D-FFT pour pouvoir proposer une méthode de localisation de la délamination.

Chapitre 5

Interactions du mode de Lamb A_0 avec une délamination dans la peau de sandwich

Sommaire

5.1 Introduction	63
5.2 État de l'art sur la modélisation par éléments finis de la propagation des ondes de Lamb dans les structures composites	64
5.3 Propagation des ondes de Lamb dans la peau de sandwich de type orthotrope sans défaut : résolution par la Méthode des Éléments Finis . . .	66
5.3.1 Modèle numérique d'une plaque orthotrope sans défaut	66
5.3.2 Paramètres de simulation	67
5.4 Méthode proposée de localisation de la délamination	68
5.5 Propagation des ondes de Lamb dans la peau orthotrope contenant une délamination symétrique	69
5.5.1 Modèle numérique d'une plaque orthotrope avec défaut	69
5.5.2 Étude de la conversion des modes	69
5.6 Comparaison entre le contrôle par écho d'impulsion et le contrôle par transmission	71
5.6.1 Caractérisation de la délamination par écho d'impulsion	71
5.6.2 Caractérisation de la délamination par la méthode de transmission	72
5.7 Vérification de la méthode proposée de localisation de la délamination .	75
5.7.1 Estimation de la délamination par la méthode d' <i>Elhadji</i>	75
5.7.2 Estimation de la délamination par la méthode proposée	78
5.8 Conclusion	79

5.1 Introduction

Les composites sont conçus pour améliorer les propriétés mécaniques des structures. Leurs caractéristiques sont influencées par les proportions de la matrice et des renforcements. Il existe d'autres paramètres qui affectent également les propriétés d'un composite, telles que : la taille, l'orientation et la distribution des fibres.

L'hétérogénéité des structures composites conduit à leur faiblesse et facilite l'apparition de dommages internes et externes tels que la rupture de la fibre, la fissuration de la matrice, le trou traversant et la délamination locale.

Les structures composites nécessitent, donc, une surveillance et une inspection minutieuses pour identifier les dommages et prendre des mesures correctives en vue d'assurer un fonctionnement sûr et continu.

Dans les structures métalliques, le contrôle concerne principalement la corrosion et la fissuration. Dans les structures composites, le contrôle concerne également la croissance de la fissure, le défaut de la délamination, la fatigue par compression, les défauts de fabrication et la dégradation des fibres. Ces types de dommages se produisent généralement sous la surface et ne peuvent pas être facilement détectés. L'une des structures composites est le matériau Sandwich composé de deux peaux minces liées à un noyau (cœur) épais (voir figure 5.1).



FIGURE 5.1 – Structure de matériau Sandwich avec une peau endommagée.

La peau étudiée dans ce chapitre est une plaque orthotrope $[0]_4$ avec trois plans de symétrie perpendiculaires.

Les dommages provoquent la diffusion des ondes, la conversion des modes et des réflexions multiples. Pour comprendre ces mécanismes, des études théoriques, numériques et expérimentales ont été menées.

Feng et al. [52] ont analysé l'interaction du mode symétrique S_0 et du mode antisymétrique A_0 avec la délamination à l'aide des simulations par la méthode des éléments finis. La propagation des ondes de Lamb dans un stratifié à quatre couches $[0/90]_2$ a été comparée aux propagations obtenues dans des sous-stratifiés à une couche $[0]$ et à trois couches

[90/90/0].

Chiua *et al.* [100] ont étudié l'interaction du mode S_0 avec une délamination dans un stratifié composite à fibres quasi-isotropes.

Guo *et al.* [101] ont étudié par une analyse d'éléments finis et par une expérience l'interaction du mode de Lamb S_0 avec une délamination.

Nadarajah *et al.* [102] ont présenté des résultats pour le champ de dispersion pour différents angles d'incidence et pour différentes tailles de défauts.

Hayashi *et al.* [103] ont étudié les réflexions des ondes de Lamb avec une délamination par la méthode Semi-Analytique (SAFE).

Ching-Tai *et al.* [104] ont étudié les caractéristiques de l'interaction du mode A_0 avec un décollement dans un stratifié composite quasi-isotrope.

Bin *et al.* [105] ont suggéré un algorithme pour localiser et identifier les dommages dans l'époxy renforcé de fibres de verre tissées (WGF/époxy). Les auteurs ont étudié certains aspects de la simulation numérique de l'excitation et de la détection des ondes de Lamb à l'aide des disques piézoélectriques dans des stratifiés composites en plaques.

Mustapha *et al.* [106] ont caractérisé les modes de Lamb symétriques et antisymétriques fondamentaux en termes de variation de leur vitesse et de leur amplitude dans une plaque sandwich à noyau en mousse à haute densité.

Ng *et al.* [107] ont présenté une étude théorique et par Éléments Finis (FE) des caractéristiques de réflexion de A_0 au niveau des délaminations dans un stratifié composite quasi-isotrope.

Veidt *et al.* [108] ont étudié l'influence de la séquence d'empilement sur les caractéristiques fondamentales de l'interaction des ondes de Lamb antisymétriques fondamentales (A_0) à travers les trous dans des stratifiés composites.

Luca *et al.* [109] ont mis au point un modèle d'éléments finis pour simuler la propagation des ondes de Lamb dans un stratifié de plastique renforcé de fibre de carbone pour la détection des dommages. Ils ont étudié les effets de l'interaction des ondes sur les paramètres de dommages tels que la taille et l'orientation des fibres.

5.2 État de l'art sur la modélisation par éléments finis de la propagation des ondes de Lamb dans les structures composites

Des simulations numériques ont été effectuées à l'aide du logiciel d'éléments finis ABAQUS-CAE afin de prédire le comportement de propagation de l'onde de Lamb A_0 dans une plaque $[0]_4$.

Les méthodes de la modélisation utilisées par des chercheurs précédents pour étudier la

propagation des ondes sont : la méthode des différences finies, la méthode des éléments limites, la méthode des éléments hybrides, la méthode des éléments finis et la méthode semi-analytique. La méthode des éléments finis a été largement utilisée pour modéliser les ondes de Lamb et étudier leurs interactions avec des défauts dans des structures composites.

Chiua et al. [100] ont construit un modèle en 3D sur le logiciel ABAQUS du stratifié à 8 couches $[45/-45/0/90]_S$.

Guo et al. [101] ont étudié l'influence de la position de la délamination à travers l'épaisseur et de son interaction avec le mode S_0 en utilisant l'analyse par des éléments finis. Le stratifié composite modélisé est un pli croisé à huit couches.

Nadarajah et al. [102] ont étudié l'interaction du mode de Lamb antisymétrique d'ordre zéro (A_0) par une délamination semi-circulaire du bord du plan moyen à l'aide du logiciel commercial ABAQUS.

Hayashi et al. [103] ont étudié la propagation des ondes de Lamb dans des plaques stratifiées avec décollement à l'aide de la méthode des éléments en bande et ont discuté la réflexion et la transmission pour les cas d'excitation de S_0 et A_0 .

Ng et al. [107] ont modélisé la délamination sous la forme d'un volume dans des plaques quasi-isotropes. Les résultats numériques ont été réalisés par le code explicite LS-DYNA.

Ng et al. [104] ont utilisé un modèle 3D basé sur la MEF pour simuler un stratifié composite à huit plis $[45/-45/0/90]_S$ contenant une délamination. Les simulations ont été calculées par le logiciel ANSYS.

Panda et al. [110] ont présenté les simulations 3D réalisées pour visualiser la propagation des ondes et leurs interactions avec le défaut à différentes profondeurs. Le matériau étudié est un polymère renforcé de fibres de verre à 8 couches (GFRP) avec le logiciel d'éléments finis ABAQUS/Explicit.

Ramadas et al. [111] ont étudié l'interaction du mode antisymétrique primaire A_0 avec des défauts de type décollement symétrique dans un composite stratifié quasi-isotrope en utilisant un modèle 2D sur ANSYS.

Soleimanpour et al. [112] ont utilisé la méthode des éléments finis explicite 3D pour étudier les faisceaux composites stratifiés à couches croisées $[0/90/0/90]_S$. Ils ont également étudié les caractéristiques de la conversion des modes des ondes guidées avec la délamination.

Gudimetla et al. [113] ont présenté une procédure permettant de simuler la propagation des ondes de Lamb dans un plastique renforcé de fibres de carbone à 8 couches (CRFP) à l'aide d'un modèle 2D dans ANSYS. Les auteurs ont simulé la propagation des ondes de Lamb le long du plan de la structure sous la forme d'une excitation de force dépendante du temps.

Basri et al. [114] ont étudié la manière dont les ondes de Lamb réagissent à la présence

d'une dégradation dans une structure en forme de plaque à l'aide d'une série d'analyses par des éléments finis. La propagation de ces ondes guidées a été interprétée avec les caractéristiques de la dispersion. Les profils de déplacement ont été analysés dans le domaine fréquence-nombre d'onde.

Dans ce chapitre, nous tentons de prédire l'interaction du mode A_0 dans la plaque orthotrope. En plus, nous allons proposer une méthode de localisation de la délamination. Pour cela, nous allons considérer deux cas de contrôle :

- Avant le défaut correspondant à la technique de mesure par écho d'impulsion,
- Après le défaut correspondant à la technique de mesure par transmission.

Le calcul des erreurs relatives relevées pour chaque cas nous permettra de comparer la précision de chaque technique.

Nous considérons la propagation des ondes de Lamb uniquement dans la peau pour simplifier l'identification des modes propagatifs. Cette hypothèse a été formulée dans de nombreux travaux comme *Elhadji et al.* [115], *Bourasseau et al.* [116] et *Diamanti et al.* [117]. Ils ne considèrent que la propagation dans la peau, car son impédance acoustique est supérieure à l'impédance acoustique du noyau.

5.3 Propagation des ondes de Lamb dans la peau de sandwich de type orthotrope sans défaut : résolution par la Méthode des Éléments Finis

L'objectif de cette simulation est de pouvoir étudier par la MEF l'interaction du mode de Lamb A_0 excité à une fréquence de 300 kHz avec une délamination dans la peau de sandwich composée de 4 couches.

La présence du défaut, comme il a été déjà montré dans le chapitre 3, causera la génération des modes réfléchis, transmis et des modes convertis. Pour identifier ces modes, la 2D-FFT doit être appliquée aux déplacements relevés sur la face avant et après de la peau $[0]_4$ contenant une délamination.

5.3.1 Modèle numérique d'une plaque orthotrope sans défaut

La peau a une longueur $L = 400$ mm et une épaisseur $e = 1.6$ mm. Les propriétés mécaniques de chaque couche sont présentées dans le tableau 4.1.

Le mode A_0 est excité à partir du bord gauche de la plaque par une force concentrée sur C (voir figure 5.2).

Cette étude est axée sur l'excitation monomodale du mode de Lamb A_0 en raison de sa

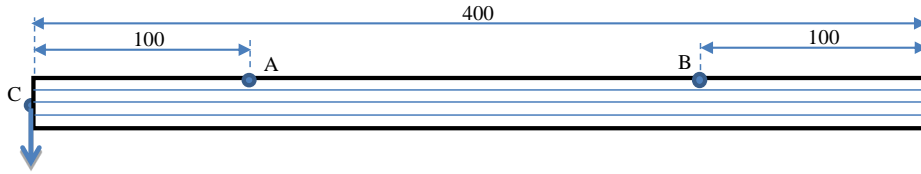


FIGURE 5.2 – Géométrie de la peau sans défaut, C : actuateur, A et B : transducteurs.

sensibilité aux petits défauts.

Pour vérifier l'excitabilité du mode pur A_0 , une analyse basée sur la 2D-FFT a été réalisée sur $u(x, t)$ extraits sur la face supérieure.

La figure 5.3 montre qu'il n'y a qu'un seul mode A_0 se propageant à la fréquence de 300kHz.

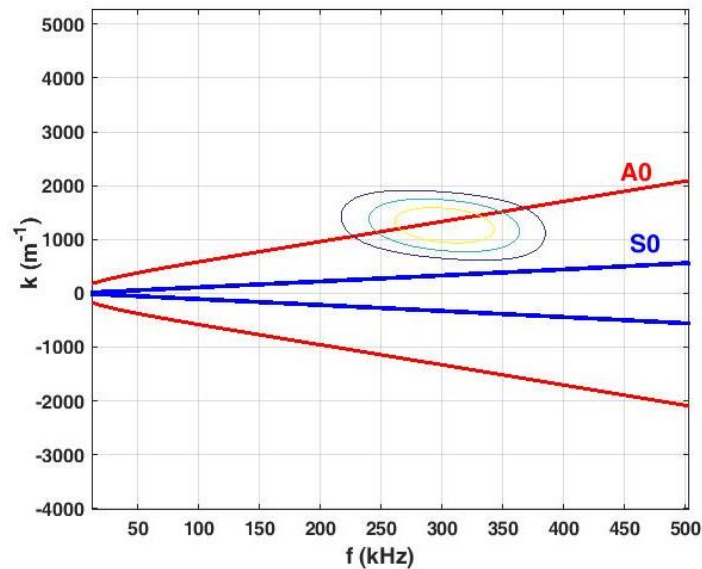


FIGURE 5.3 – Superposition de la double transformée des déplacements de la surface de la plaque sur les courbes de dispersion.

5.3.2 Paramètres de simulation

5.3.2.1 Pas temporel et pas spatial

Pour satisfaire une solution précise, le modèle a été maillé par CPE4R de taille maximale $\Delta x=0.1\text{mm}$ à l'aide de l'équation (3.4). Le pas temporel $\Delta t=0.1\mu\text{s}$ (équation 3.5) est pris pour assurer la convergence de la solution.

5.3.2.2 Excitation

Nous avons choisi une fréquence d'excitation de 300 kHz (voir figure 5.4).

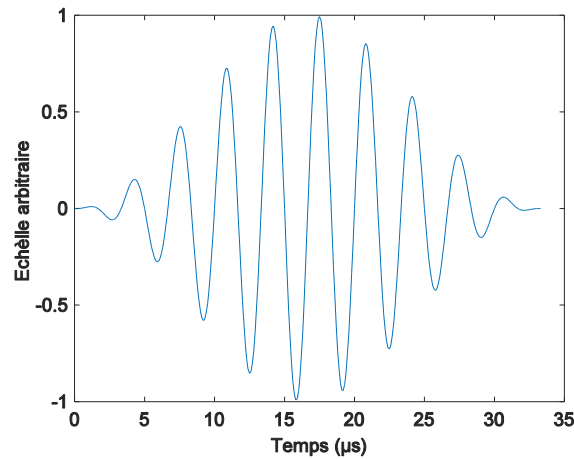


FIGURE 5.4 – Excitation du mode A_0 à une fréquence de 300 kHz pondérée par la fenêtre de Hanning.

5.4 Méthode proposée de localisation de la délamination

Pour localiser une délamination (figure 5.5), nous commençons par le choix des paramètres du modèle basé sur la MEF. Après, nous identifions la nature des modes propagatifs en appliquant la 2D-FFT aux déplacements relevés sur la face supérieure de la peau. Ensuite, nous utilisons la WT pour localiser le temps d'arrivée de chaque mode. Enfin, nous estimons la position et la longueur de la délamination en utilisant les équations (1.4) ou (1.5).

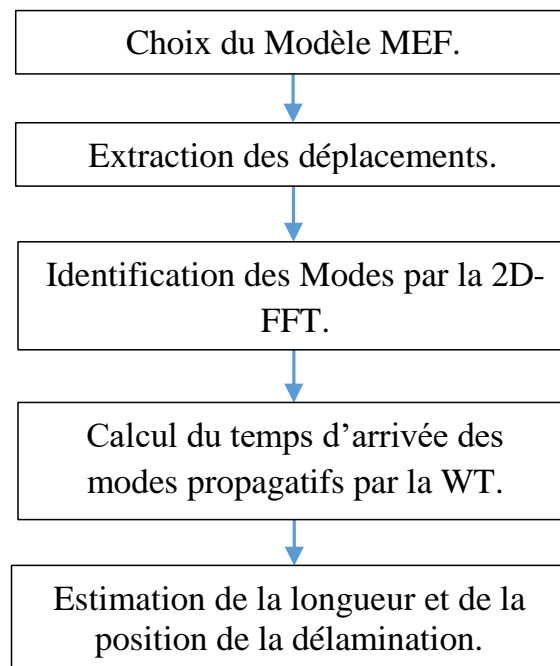


FIGURE 5.5 – Organigramme de la méthode de localisation.

5.5 Propagation des ondes de Lamb dans la peau orthotrope contenant une délamination symétrique

5.5.1 Modèle numérique d'une plaque orthotrope avec défaut

La figure 5.6 schématise la délamination symétrique (entre couche 2 et 3) de longueur L . La délamination est posée à 200 mm du bord gauche de la peau.

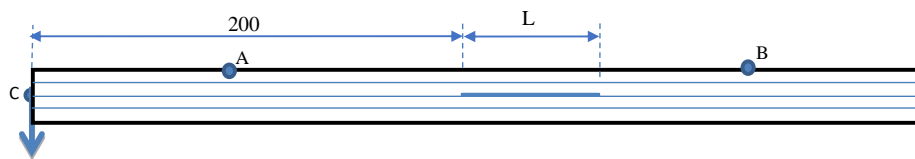


FIGURE 5.6 – Géométrie du modèle numérique de la délamination symétrique de longueur L .

La figure 5.7 présente les déplacements transversaux simulés dans les deux sous-stratifiés de la peau de sandwich. Les ondes de Lamb se séparent en deux parties et traversent indépendamment avec des vitesses différentes les sous-stratifiés supérieurs et inférieurs.

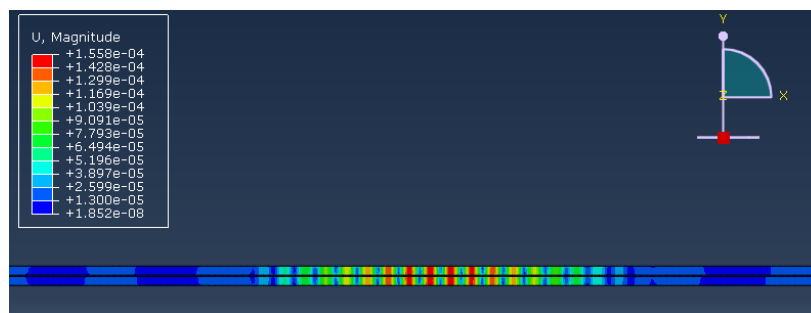


FIGURE 5.7 – Déplacements transversaux dans les deux sous-stratifiés séparés par une délamination symétrique.

La conversion du mode incident se produit aux deux bords de la délamination en raison du changement des conditions aux limites. Pour caractériser la délamination, nous allons analyser la conversion des modes.

5.5.2 Étude de la conversion des modes

Pour étudier la conversion des modes, nous allons effectuer le traitement par la 2D-FFT appliquée aux déplacements relevés sur la surface de la plaque.

La figure 5.8 montre la 2D-FFT calculée à l'aide du programme Matlab et appliquée aux déplacements relevés sur la surface supérieure de la peau avant la délamination. La figure montre que les modes incident et réfléchi sont antisymétriques.

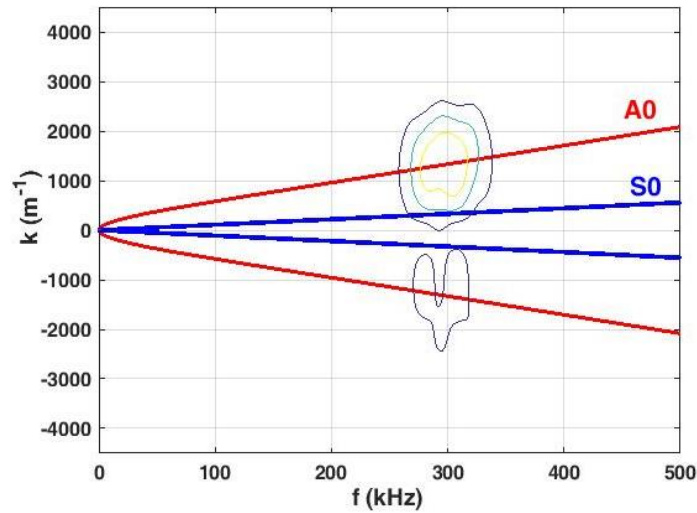


FIGURE 5.8 – Superposition de la 2D-FFT appliquée aux déplacements extraits avant la délamination sur les courbes de dispersion.

La figure 5.9 montre que lorsque le mode A_0 interagit avec l'entrée de la délamination, il génère la première onde réfléchi de faible amplitude A_0A_0 . La délamination sépare la peau en deux sous-stratifiés : supérieur et inférieur.

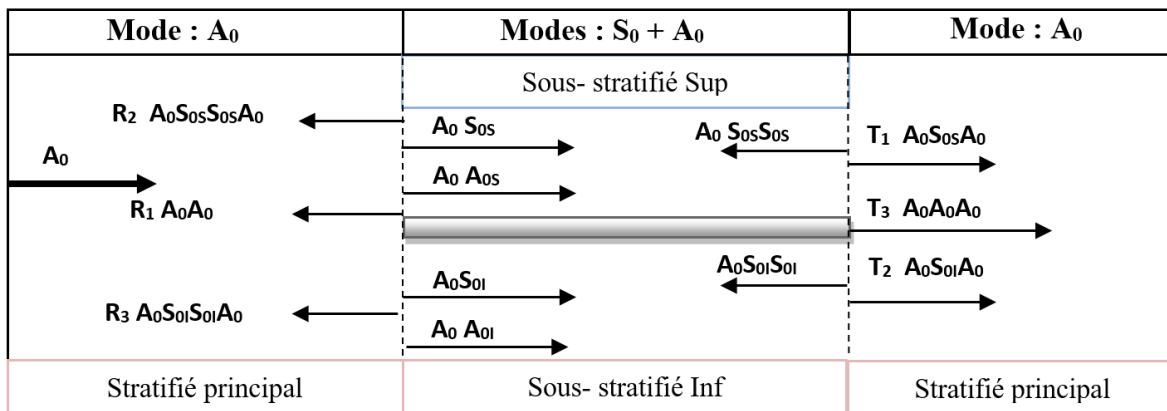


FIGURE 5.9 – Réflexion du mode A_0 à l'entrée et à la fin de délamination, R correspond au mode réfléchi et T correspond au mode transmis. L'indice S et I indiquent que les modes traversent respectivement le sous stratifié Sup et Inf.

L'onde transmise donc se convertit en mode symétrique et antisymétrique A_0S_0 et A_0A_0 qui traversent les sous-stratifiés avec des vitesses différentes.

L'onde A_0S_{0S} atteint premièrement la fin de la délamination, ceci est justifié par le fait que le mode symétrique est plus rapide que le mode antisymétrique.

Le mode $A_0S_{0S}S_{0S}$ retourne en traversant la partie supérieure puis il est transmis au stratifié principal en tant que deuxième onde $A_0S_{0S}S_{0S}A_0$. De la même manière, dans le sous-stratifié inférieur, le mode $A_0S_{0I}S_{0I}$ est transmis au stratifié principal en tant que $A_0S_{0I}S_{0I}A_0$. En cas de délamination symétrique, les deux modes $A_0S_{0S}S_{0S}A_0$ et $A_0S_{0I}S_{0I}A_0$ sont réfléchis en même temps.

5.6 Comparaison entre le contrôle par écho d'impulsion et le contrôle par transmission

Après avoir identifié les modes propagatifs, nous enchaînons par l'estimation de la position et de la longueur de la délamination dans les deux cas de contrôle : contrôle par écho (déplacements mesurés au point A) et contrôle par transmission (déplacements mesurés au point B).

5.6.1 Caractérisation de la délamination par écho d'impulsion

La figure 5.10 est une image A-scan des simulations numériques, prise à 100 mm pour une longueur de délamination de 60 mm.

Comme expliqué dans la figure 5.9, nous concluons que la première onde arrivée est le mode incident A_0 et la seconde onde est la première onde réfléchi A_0A_0 . La délamination étant symétrique, deux ondes sont arrivées en même temps sous forme de paquet, $A_0S_0S_0A_0 + A_0S_0I_0S_0I_0A_0$.

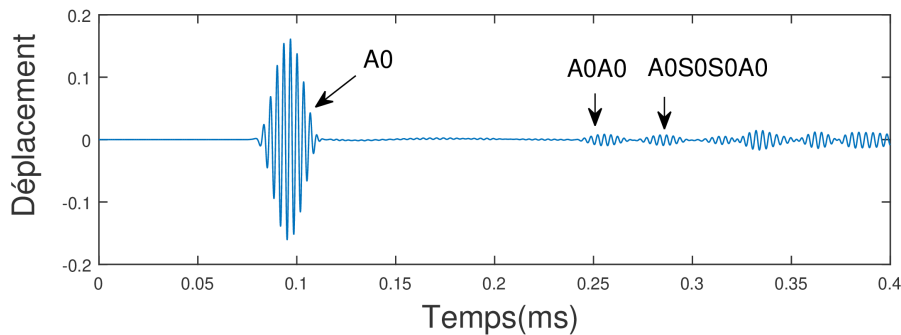


FIGURE 5.10 – Déplacements transversaux pris au point $x = 100$ mm sur la face supérieure de la peau $[0]_4$.

La figure 5.11 ci-dessous présente les coefficients de l'ondelette 'Gaus1' en fonction du temps. Le retard de temps entre le maximum des coefficients permet d'estimer la position et la longueur de délamination.

Par la connaissance de la vitesse de groupe des modes A_0 et S_0 : $V_g(A_0, 300\text{kHz}) = 1268$ m/s, $V_g(S_0, 300\text{kHz}) = 5649$ m/s, nous pourrions estimer la position et la longueur de la délamination à partir des données mesurées au point A. Le retard Δt_1 (Delta 1) est le décalage dans le temps entre le mode A_0 et le premier mode réfléchi A_0A_0 . Le retard Δt_2 (Delta 2) est le décalage dans le temps entre le deuxième mode réfléchi A_0A_0 et le troisième mode réfléchi $A_0S_0S_0A_0$. Les deux retards Delta 1 et Delta 2 sont insérés respectivement dans les équations (1.4) et (1.5).

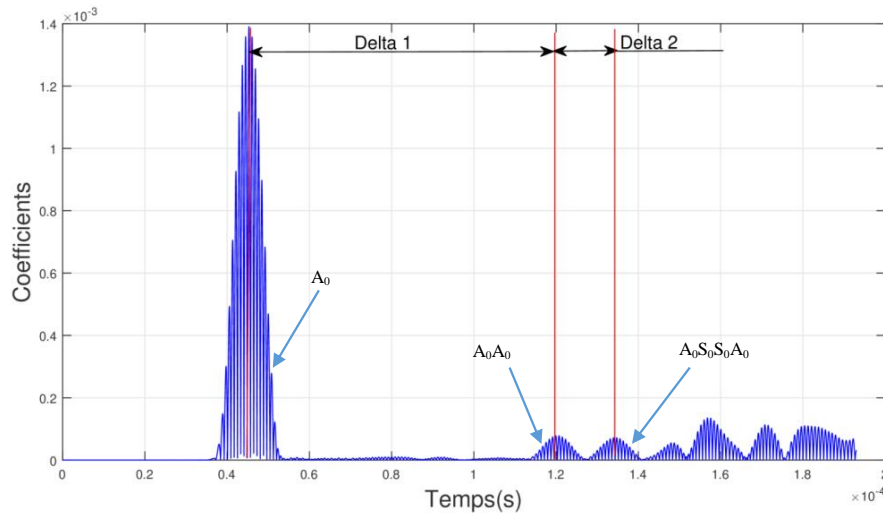


FIGURE 5.11 – Coefficients de l'ondelette 'Gaus1', cas : A_0 incident, délamination de longueur 60 mm.

Le tableau 5.1 montre que le détecteur A nous permet d'évaluer la position et la longueur de la délamination symétrique et antisymétrique.

TABLEAU 5.1 – Localisation de la délamination à partir de détecteur A. L_D : Longueur de Délamination, P_D : Position de Délamination, P_{DTH} : Position Théorique de Délamination.

Position	Longueur	P_D	P_{DTH}	Erreur%	L_D	Erreur %
1 et 2	60	103.8	100	3.8	62	3.3
	90	103.9	100	3.9	93.3	3.7
	120	103.8	100	3.8	123.4	2.9
2 et 3	60	103.2	100	3.2	62.2	3.7
	90	106.6	100	6.6	94.1	4.5
	120	103.1	100	3.1	120.9	0.8

Les erreurs relatives à la position de délamination symétrique varient entre 3.1% et 6.6%. Cependant, dans le cas d'une délamination antisymétrique l'erreur est inférieure à 3.9%. En ce qui concerne l'estimation de la longueur de la délamination, les erreurs varient entre 0.8% et 4.5% dans le cas d'une délamination symétrique, et varient entre 2.9% et 3.7% dans le cas d'une délamination antisymétrique. Nous pouvons conclure que plus la délamination est longue, plus la précision est meilleure.

5.6.2 Caractérisation de la délamination par la méthode de transmission

La figure 5.12 ci-après, représente les différentes ondes transmises mesurées au point de contrôle B dans le cas de l'excitation du mode A_0 . Cette figure illustre les différentes ondes transmises dans le cas de l'excitation pure du mode A_0 .

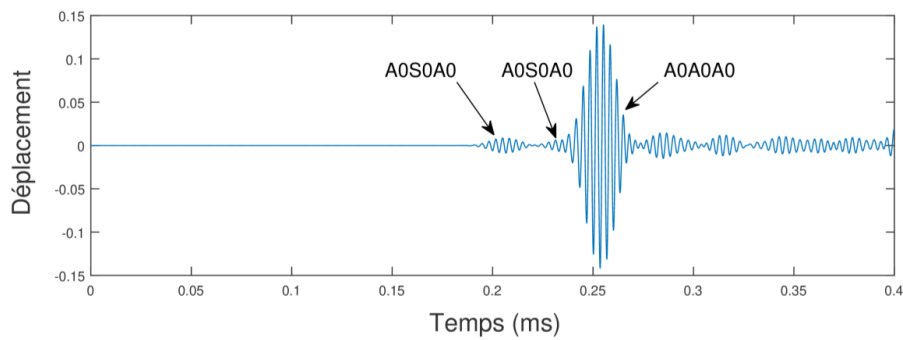


FIGURE 5.12 – Déplacements transversaux pris au point $x = 300$ mm sur la face supérieure de la peau $[0]_4$.

Comme présenté dans la figure 5.9, le nouveau mode S_0 est généré quand le mode excité A_0 rencontre l'entrée de la délamination. Ce nouveau mode traverse le sous-stratifié supérieur tout au long de la délamination. Ensuite, il atteint la fin de la délamination. Après son interaction avec la fin de la délamination, il provoque la deuxième conversion. Ainsi un nouveau mode se propage dans la peau nommée $A_0S_0S_0A_0$.

Dans le sous-stratifié inférieur, le mode créé est nommé $A_0S_0I_0A_0$. Les deux modes arrivent en même temps dans le cas d'une délamination symétrique.

Le mode $A_0A_0A_0$ est généré à partir du deuxième bord de la délamination. En effet, quand le mode A_0A_0 généré dans les deux sous-stratifiés atteint la fin de la délamination, il donne naissance à deux modes : un est réfléchi et l'autre est transmis au stratifié principal sous forme de $A_0A_0A_0$.

La figure 5.13 présente la variation des coefficients d'ondelettes 'Gaus1' en fonction du temps. Le retard Delta 1 représente le décalage de temps entre les deux modes symétriques.

Concernant le retard Delta 2, il représente le décalage de temps d'arrivée entre le premier mode symétrique transmis est le troisième mode antisymétrique.

La connaissance des vitesses de groupe de deux modes nous permet de calculer les longueurs de la délamination notée L_{D1} et L_{D2} en insérant respectivement le retard Delta 1 dans l'équation(1.4) et le retard Delta 2 dans l'équation(1.5).

Le tableau 5.2 résume les résultats trouvés :

TABLEAU 5.2 – Localisation de la délamination à partir du détecteur B.

Position	Longueur	L_{D1}	Erreur%	L_{D2}	Erreur%	Erreur Min
1 et 2	60	49.1	18.1	62.1	3.5	3.5
	90	93.5	3.9	95.2	5.7	3.9
	120	127.1	5.9	127.7	6.4	5.9
2 et 3	60	45.5	24.2	62.9	4.9	4.9
	90	98.9	9.8	94	4.5	4.5
	120	121.5	1.2	122.5	2.1	1.2

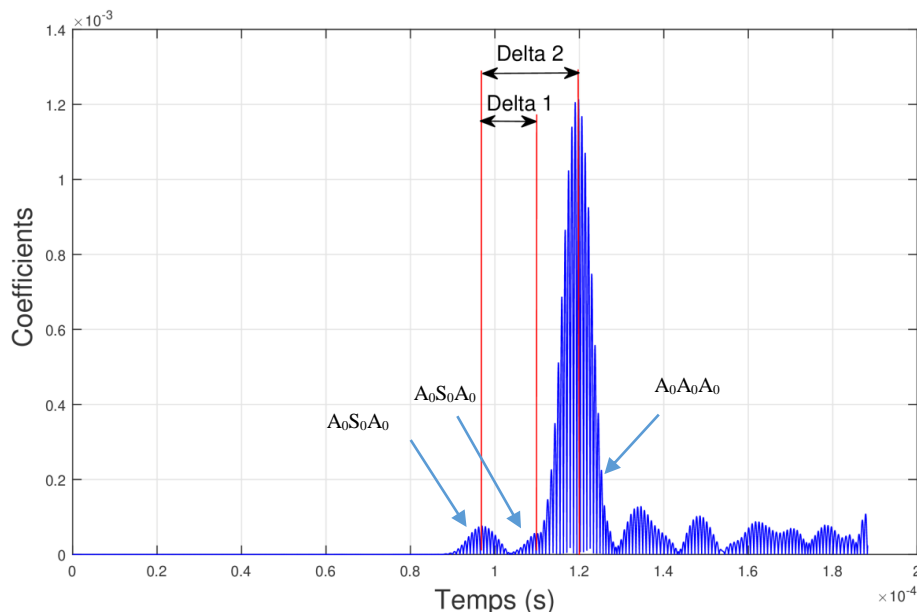


FIGURE 5.13 – Coefficients de l'ondelette 'Gaus1', cas : A_0 incident, délamination de longueur 60 mm.

Les deux retards relevés sur la figure 5.13 ont permis d'estimer la longueur de la délamination. Cependant, il apparaît que le retard delta 2 permet de donner la meilleure précision. Le détecteur B permet d'estimer seulement la longueur de la délamination symétrique et antisymétrique. Les erreurs relatives associées à la prédiction de la longueur de la délamination symétrique varient entre 1.2% et 4.9%.

Quant à l'estimation de la longueur de la délamination antisymétrique, les erreurs varient entre 3.5% et 5.9%. Par conséquent, nous concluons que plus la délamination est longue, plus l'estimation est précise. Également, nous pouvons noter que la délamination symétrique est facilement détectable que la délamination antisymétrique.

Ceci est justifié par le fait que la précision associée à la détection de la délamination symétrique atteint 1.2% par contre, elle atteint seulement 3.5% quant à la détection de la délamination antisymétrique.

5.6.2.1 Conclusion

Le tableau 5.3 compare la longueur de la délamination calculée aux points A et B. Il montre que le détecteur A donne une estimation de la longueur de délamination meilleure que le détecteur B. En sus, le détecteur A permet d'estimer la position de départ de la délamination. Par conséquent, la meilleure façon de contrôler la délamination est de placer le détecteur entre le défaut et le point d'excitation ce qui correspond à la mesure par échos.

TABLEAU 5.3 – Comparaison entre la précision de l'estimation de la longueur de la délamination aux points de contrôle A et B

Position	Longueur	Détecteur-A		Détecteur-B	
		L_D	Erreur %	L_D	Erreur %
1 et 2	60	62	3.3	62.1	3.5
	90	93.3	3.7	93.5	3.9
	120	123.4	2.9	127.1	5.9
2 et 3	60	62.2	3.7	62.9	4.9
	90	94.1	4.5	94	4.5
	120	120.9	0.8	121.5	1.2
3 et 4	60	62	3.3	62.1	3.5
	90	93.3	3.7	93.5	3.9
	120	123.4	2.9	127.1	5.9

5.7 Vérification de la méthode proposée de localisation de la délamination

Nous allons comparer notre méthode proposée de localisation de la délamination avec celle proposée par l'auteur *Elhadji* [115]. Pour ce faire, nous allons considérer une délamination de longueur 24 mm. Dans un premier temps, nous estimons la longueur de la délamination en nous basant sur la méthode proposée par *Elhadji*, ensuite nous estimons la longueur du défaut en suivant l'organigramme de la méthode. Enfin, nous calculons l'erreur relativement à la longueur théorique de la délamination.

5.7.1 Estimation de la délamination par la méthode d'*Elhadji*

L'auteur a étudié l'interaction du mode A_0 avec la peau de sandwich par la MEF en se basant sur le Losange de Fourier illustré sur la figure 5.14 [24]. L'auteur a estimé la longueur de délamination en se basant sur une étude expérimentale. Cette étude a été effectuée par Laser Doppler Velocimetry.

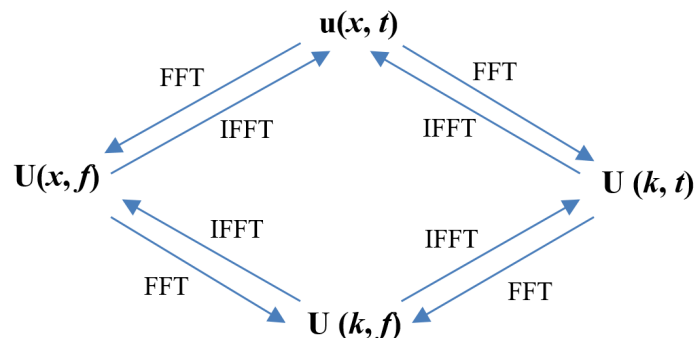


FIGURE 5.14 – Losange de Fourier.

Avec $u(x, t)$ dénote les déplacements en des points définis et en fonction du temps mesurés sur la surface supérieure de la peau de sandwich. Le traitement par Losange de Fourier consiste à une application de la double transformée de Fourier pour passer de l'espace (x, t) à l'espace (k, f) et inversement en appliquant la double Transformée de Fourier inverse.

5.7.1.1 Modèle numérique de la délamination 24x0.1

Nous avons gardé la même géométrie de la peau (figure 5.6) en prenant $L = 24$ mm. Le B-scan illustré dans la figure 5.15 représente la matrice $u(x, t)$.

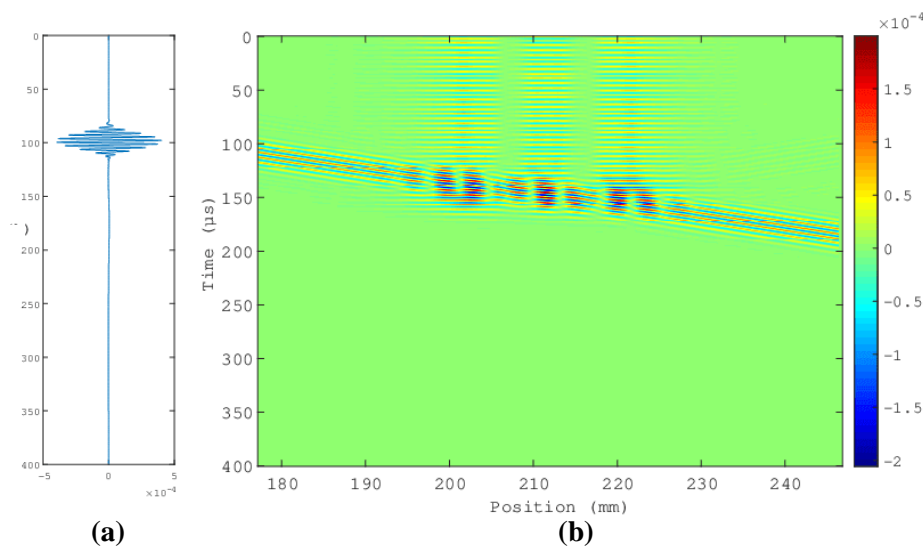


FIGURE 5.15 – B-scan de l'interaction de mode A_0 avec délamination. (a) : coupe de $u(x, t)$ au point 185 mm.

La figure 5.15(b) indique les interactions du mode A_0 avec la peau contenant une délamination. La figure 5.15(a) est l'évolution temporelle de déplacement transversal au point $x = 185$ mm.

Pour évaluer la longueur du défaut en nous basant sur le Losange de Fourier, nous allons, de prime à bord, séparer l'onde incidente des ondes réfléchies. Ensuite l'onde est filtrée en appliquant la fenêtre de « Tukeywin » pour éliminer les réflexions indésirables. Pour séparer les ondes réfléchies des ondes incidentes, nous avons appliqué la 2D-FFT à la matrice $u(x, t)$. Le résultat permet de trouver 4 images dans l'espace dual (k, f) . Nous en gardons deux pour appliquer la 2D-FFT inverse. Ainsi, nous obtenons les ondes séparées dans l'espace (x, t) .

La figure 5.16 représente l'onde filtrée. Nous pouvons visualiser dans la figure la perturbation de l'onde incidente dans la zone d'étude. Ceci est justifié par la présence de la délamination.

Pour évaluer la longueur de la délamination, nous allons calculer la FFT temporelle ap-

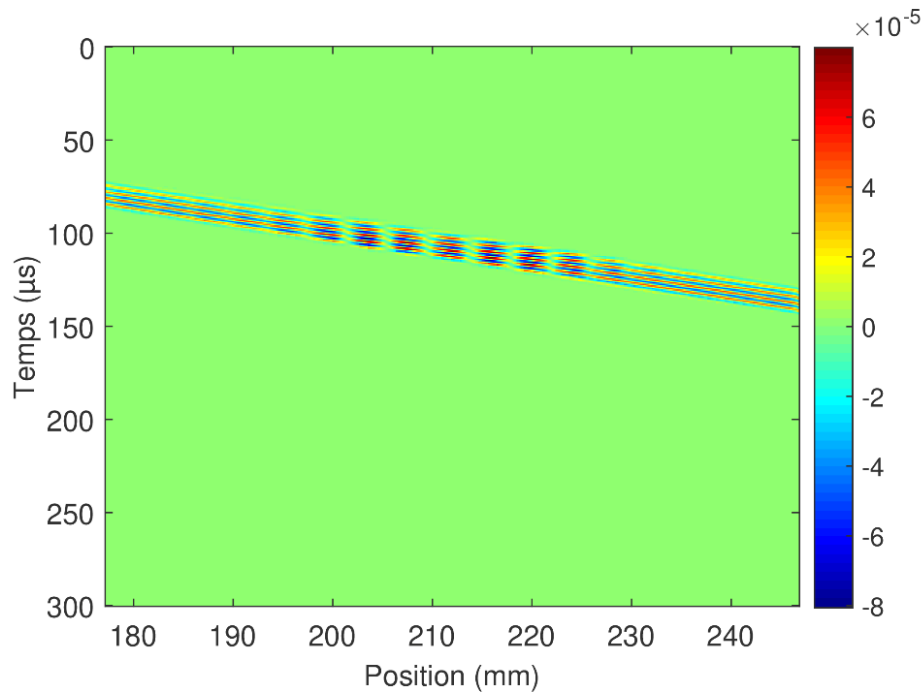


FIGURE 5.16 – B-scan de l'onde incidente filtrée.

pliquée à l'onde incidente filtrée.

La figure 5.17 montre le lobe principal localisé à la fréquence : 300 kHz qui vérifie la fréquence d'excitation. Pour mesurer la longueur de la délamination, une coupe de la FFT temporelle à la fréquence de 300 kHz doit être effectuée pour montrer clairement les pics des lobes.

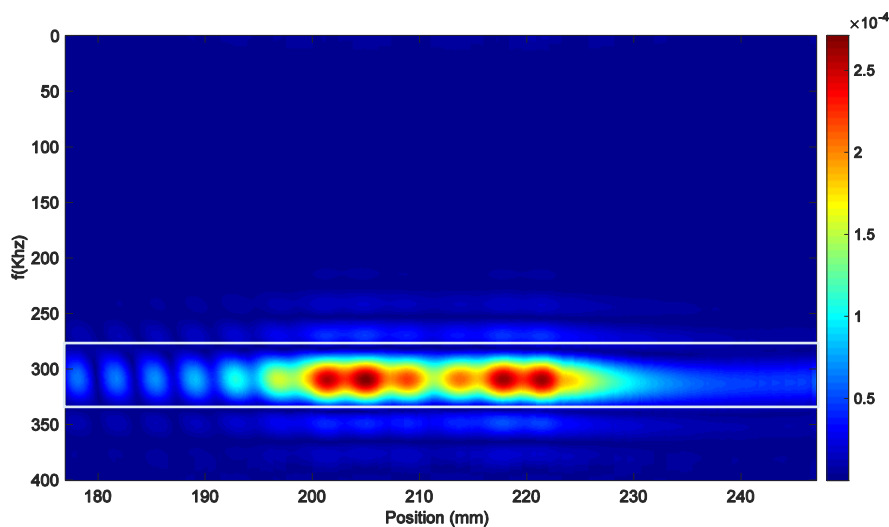


FIGURE 5.17 – $U(x, f)$: FFT temporelle appliquée à l'onde incidente filtrée.

La figure 5.18 permet de mesurer la longueur de la délamination. Nous mesurons entre les pics des lobes la longueur de la délamination. Elle est de l'ordre de 22 mm.

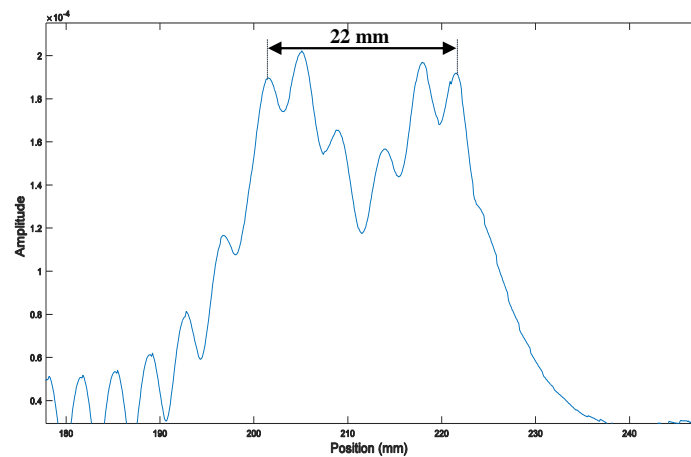


FIGURE 5.18 – Coupe de $U(x, f)$ à la fréquence 300 kHz.

5.7.2 Estimation de la délamination par la méthode proposée

La mesure des déplacements est effectuée au point A (avant la délamination). L'application de la WT permet de trouver les temps d'arrivées des modes.

La figure 5.19 présente les coefficients de l'ondelette en fonction du temps. Le retard de temps ($\Delta = 9\mu\text{s}$) entre le maximum des coefficients permet d'estimer la longueur de la délamination.

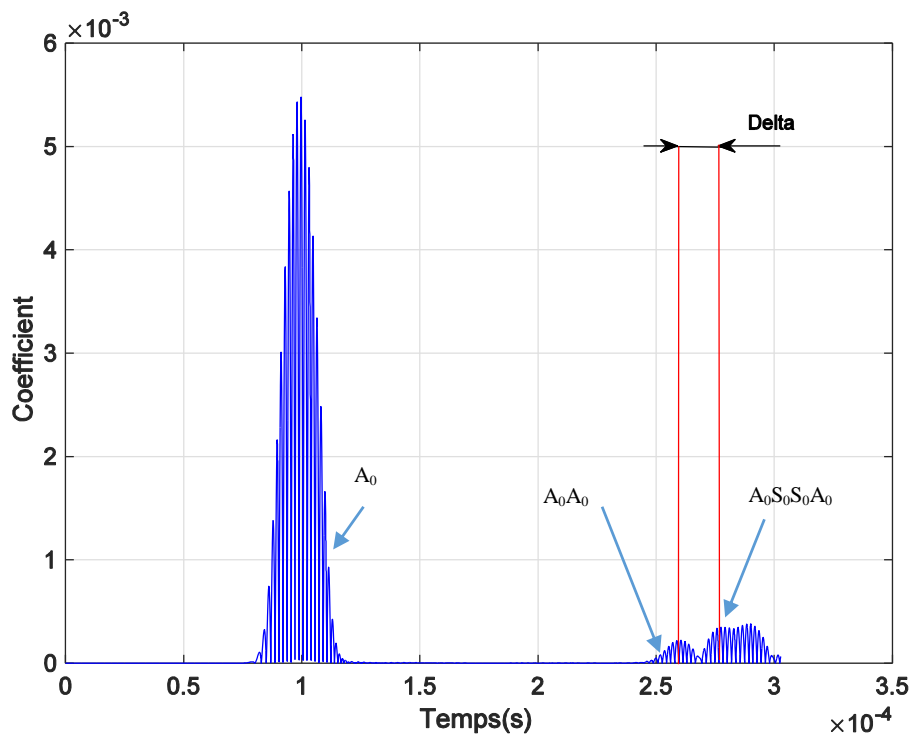


FIGURE 5.19 – Coefficients de l'ondelette 'Gaus1', cas : A_0 incident, délamination symétrique de longueur 24 mm.

Par la connaissance de la vitesse de groupe du mode S_0 : $V_g(S_0, 300\text{kHz}) = 5649\text{m/s}$, nous pourrions estimer la longueur de la délamination qui est de l'ordre de : 25.4 mm.

En guise de conclusion, les deux méthodes permettent d'estimer la longueur de la délamination. La méthode utilisée par *Elhadji* a donné un résultat avec une erreur relative de 8.3%. Quant à la méthode proposée, elle a permis d'évaluer la longueur de la délamination avec une erreur relative de 5.83%.

L'erreur trouvée par la méthode proposée est grande en la comparant avec les erreurs trouvées dans le cas de l'estimation des délaminations de longueurs 60, 100, et 120 (tableau 5.1).

En sus, dans la figure 5.19, il apparaît que le deuxième mode et le troisième mode réfléchis sont chevauchés. De ce fait, le calcul des retards devient délicat et l'erreur augmente. Ce qui justifie notre conclusion du fait que plus la délamination est longue, plus l'erreur est petite.

5.8 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons étudié le modèle numérique décrivant la propagation du mode antisymétrique A_0 dans la peau de sandwich contenant un défaut de type délamination.

Les simulations numériques basées sur la méthode des éléments finis ont été effectuées par le logiciel ABAQUS. Les résultats de l'interaction du mode A_0 avec la délamination symétrique et antisymétrique montrent qu'il y a une conversion. Pour quantifier la conversion et caractériser la délamination, nous avons calculé la 2D-FFT dans le but d'identifier les modes propagatifs et convertis. Après, nous avons utilisé la transformée en ondelette pour estimer les temps d'arrivées des modes aux points de contrôle : A et B.

En outre, la comparaison entre les ondes reçues aux points de contrôle A et B permet d'observer la conversion de mode A_0 aux bords de la délamination. En effet, ce mode est sensible à la variation de la position de délamination et également à la variation de la longueur du défaut.

La méthode proposée permettant d'estimer la longueur de délamination et sa position est comparée avec la méthode proposée par *Elhadji*. Dans ce qui suit, les résultats trouvés dans cette étude :

- L'estimation du défaut est plus précise quand la longueur de la délamination augmente,
- La position optimale de contrôle permettant d'estimer à la fois le départ et la longueur de la délamination correspond à la méthode de mesure par écho d'impulsion.

Chapitre 6

Traçage des courbes de dispersion par la méthode SAFE

Sommaire

6.1 Introduction	81
6.2 Définition du problème et équation du mouvement	82
6.2.1 Définition du problème	82
6.2.2 Équation du mouvement	83
6.3 Discrétisation de l'équation du mouvement	84
6.3.1 Interpolation du déplacement	84
6.3.2 Discrétisation de l'équation du mouvement	85
6.4 Formulation de SAFE et résolution de l'équation pour une plaque	86
6.4.1 Formulation de la méthode SAFE	86
6.4.2 Résolution de l'équation	87
6.5 Algorithme de traçage des courbes de dispersion $\omega(k)$ par SAFE	87
6.6 Traçage des courbes de dispersion d'une plaque isotrope et d'une plaque orthotrope par la méthode SAFE	89
6.6.1 Courbes de dispersion : nombre d'onde en fonction de $f e$ d'une plaque isotrope	89
6.6.2 Effet du nombre d'éléments n sur la précision et le temps de calcul par la méthode SAFE	90
6.6.3 Courbes de dispersion : vitesse de phase en fonction du produit $f e$ d'une plaque isotrope	92
6.6.4 Déplacements transversaux et longitudinaux	93
6.6.5 Courbes de dispersion : vitesse de phase et nombre d'onde en fonction du produit $f e$ d'une plaque orthotrope	94
6.7 Conclusion	97

6.1 Introduction

Dans les chapitres précédents, nous avons abordé les courbes de dispersion et leurs utilisations multiples dans le CND. Nous avons également proposé un programme Matlab basé sur la méthode de la bisection. Nous avons aussi cité les méthodes alternatives de traçage des courbes de dispersion, comme : la méthode de Newton-Raphson, la méthode de matrice de transfert, la méthode spectrale... etc.

Par ailleurs, les courbes de dispersion tracées par la méthode de la bisection, aussi bien qu'elles soient très proches aux courbes analytiques, présentent une imprécision au niveau des fréquences de coupure. Pour cela, nous allons proposer une méthode alternative permettant une meilleure estimation des courbes de dispersion.

Parmi les méthodes les plus robustes de traçage des courbes de dispersion pour le cas des matériaux isotropes et composites sont basées sur les éléments finis. Cependant, elles requièrent des capacités de stockage importantes puisqu'elles nécessitent le maillage de toute la structure étudiée.

Nous utilisons la méthode des éléments finis semi-analytiques, en anglais Semi-Analytical Finite Element Method (SAFE). C'est une méthode mixte : semi-analytique et éléments finis. Les modes guidés et leurs mouvements dans la section sont calculés par la méthode des éléments finis, puis complétés par une prise en compte analytique dans la direction de la propagation.

Cette méthode est optimale pour la prédiction des modes dans une plaque; en effet, elle ne nécessite qu'une discrétisation selon l'épaisseur de la plaque, les temps de calcul sont donc très courts.

De plus, cette méthode s'adapte particulièrement bien aux structures de géométries complexes discrétisées par des éléments finis. Elle permet en sus de caractériser les propriétés d'une onde se propageant dans un guide de section invariante.

La méthode SAFE a été premièrement appliquée par *Waas* [118] pour le calcul des ondes de surface dans un sol multicouche. Après, elle a été utilisée par de nombreux chercheurs pour l'étude de la propagation des ondes de Lamb dans les structures isotropes et composites.

Ahmad et al. [119] ont appliqué la méthode pour le traçage des courbes de dispersion d'une plaque d'aluminium et d'un composite de type [0/45/90/-45].

Bartoli et al. [120] ont utilisé la méthode SAFE pour modéliser la propagation des ondes de Lamb dans des guides d'ondes de section arbitraire. Les auteurs ont étendu l'utilisation de SAFE au matériau viscoélastique en considérant l'amortissement.

Hayashi et al. [121] ont simulé la propagation des ondes de Lamb dans des cylindres en utilisant la méthode SAFE. Les mêmes auteurs [122] ont calculé les courbes de dispersion

par la méthode SAFE. Les courbes obtenues sont comparées avec les courbes expérimentales calculées par la 2D-FFT.

Mukdadi et al. [123] ont également étudié la propagation des ondes de Lamb dans des composites multicouches.

Predoi [124] a proposé une extension de la méthode SAFE pour des structures périodiques de largeur infinie.

Récemment, *Wenbo et al.* [125] ont présenté une formulation en utilisant la méthode SAFE et la technique PML (Perfect Match Layer) pour calculer les courbes de dispersion des pipelines immergés dans un fluide.

Xing et al. [126] ont proposé une méthode de localisation de défaut dans un rail et ils ont tracé les courbes de dispersion de rail par la méthode SAFE.

Le présent chapitre a pour objectif de :

- Proposer un algorithme de la méthode numérique des éléments finis semi-analytiques,
- Calculer les courbes de dispersion d'une plaque isotrope,
- Valider les résultats par DISPERSÉ (logiciel de calcul des courbes de dispersion [127]),
- Calculer les déplacements longitudinaux et transversaux,
- Calculer les courbes de dispersion d'une plaque orthotrope.

Pour cela, nous allons commencer par une définition du problème. Ensuite, nous allons établir l'équation du mouvement en partant du principe de Hamilton.

La relation obtenue est après discrétisée en utilisant des fonctions d'interpolation. Par la suite, la relation est reformulée pour le cas d'une plaque sous forme d'une équation aux valeurs propres.

La résolution de l'équation permet de trouver les modes propagatifs dans une plaque isotrope et dans une plaque orthotrope.

À la fin de ce chapitre, nous allons vérifier les courbes obtenues par le logiciel DISPERSÉ. Nous verrons après que la méthode dépend des paramètres qu'il faut optimiser pour assurer une bonne précision du calcul.

6.2 Définition du problème et équation du mouvement

6.2.1 Définition du problème

Considérons un guide d'ondes ayant une section rectangulaire comme présentée dans la figure 6.1. La discrétisation est nécessaire juste dans la section transversale (discrétisation en 2D).

L'onde se propage suivant l'axe X avec le nombre d'onde k et avec une pulsation ω . L'ex-

pression harmonique du déplacement est écrite sous la forme :

$$u(x, y, z, t) = U(y, z) \exp(-j(kx - \omega t)) \quad (6.1)$$

6.2.2 Équation du mouvement

L'équation du mouvement est obtenue en remplaçant les expressions des énergies potentielle et cinétique dans la relation de Hamilton :

$$\delta H = \int_{t_1}^{t_2} \delta(P - T) dt = 0 \quad (6.2)$$

Avec P est l'énergie potentielle et T est l'énergie cinétique.

L'énergie potentielle est donnée par la relation suivante :

$$P = \frac{1}{2} \int_V \epsilon^T C \epsilon dV \quad (6.3)$$

Avec C est la matrice de rigidité et V est le volume. ϵ est le vecteur déformation. L'exposant T dénote la transposée de la matrice.

L'énergie cinétique est exprimée par la formule suivante :

$$T = \frac{1}{2} \int_V \dot{u}^T \rho \dot{u} dV \quad (6.4)$$

Le vecteur u contient les déplacements et ρ est la masse volumique. Le point en haut de u dénote la dérivation par rapport à la variable de temps t .

En insérant les deux équations (6.3) et (6.4) dans la formule de Hamilton (6.2), nous trouvons :

$$\int_{t_1}^{t_2} \left[\int_V \delta(\epsilon^T) C \epsilon dV + \int_V \delta(u^T) \rho \ddot{u} dV \right] dt = 0 \quad (6.5)$$

La résolution de l'équation (6.5) requiert la discrétisation du déplacement en utilisant des fonctions d'interpolation.

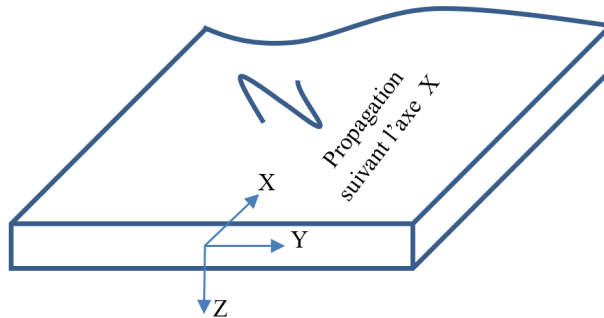


FIGURE 6.1 – Données géométriques du problème.

6.3 Discrétisation de l'équation du mouvement

6.3.1 Interpolation du déplacement

Les déplacements peuvent être écrits en utilisant des fonctions d'interpolation :

$$u_e(x, y, z, t) = \begin{bmatrix} u_x(y, z) \\ u_y(y, z) \\ u_z(y, z) \end{bmatrix} \exp(-j(kx - \omega t)) = N(y, z)q_e \exp(-j(kx - \omega t)) \quad (6.6)$$

Avec : $N(y, z)$ est la matrice des fonctions d'interpolation, exprimée par :

$$N(y, z) = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & \dots & N_n & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & \dots & 0 & N_n & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & \dots & 0 & 0 & N_n \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

Et le vecteur colonne $q_e = [u_{x1}u_{y1}u_{z1} \ u_{x2}u_{y2}u_{z2} \ \dots \ u_{xn}u_{yn}u_{zn}]^T$ représente les déplacements aux nœuds. Le nombre de nœuds par élément est noté n .

Le vecteur déformation est donné par la formule :

$$\epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} u = \left[L_x \frac{\partial}{\partial x} + L_y \frac{\partial}{\partial y} + L_z \frac{\partial}{\partial z} \right] u \quad (6.8)$$

$$\text{Avec : } L_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, L_y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, L_z = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Le vecteur déformation élémentaire est donné par la relation :

$$\epsilon_e = \left[L_x \frac{\partial}{\partial x} + L_y \frac{\partial}{\partial y} + L_z \frac{\partial}{\partial z} \right] u_e \quad (6.9)$$

En remplaçant l'expression de déplacement élémentaire (équation 6.6) dans l'équation (6.9), nous trouvons :

$$\epsilon_e = \left[L_x \frac{\partial}{\partial x} + L_y \frac{\partial}{\partial y} + L_z \frac{\partial}{\partial z} \right] N(y, z) q_e \exp(-j(kx - \omega t)) = (B_1 - jkB_2) q_e \exp(-j(kx - \omega t)) \quad (6.10)$$

Avec : $B_1 = L_y N_{,y} + L_z N_{,z}$ et $B_2 = L_x N$. Tels que $N_{,y}$ et $N_{,z}$ sont les dérivées des fonctions d'interpolation respectivement par rapport à la variable y et la variable z .

6.3.2 Discrétisation de l'équation du mouvement

La formulation discrétisée du déplacement et de la déformation permet d'écrire la relation de Hamilton (6.5) :

$$\int_{t_1}^{t_2} \left\{ \bigcup_{e=1}^{n_{el}} \left[\int_{V_e} \delta(\epsilon_e^T) C_e \epsilon_e dV_e + \int_{V_e} \delta(u_e^T) \rho_e \ddot{u}_e dV_e \right] \right\} dt = 0 \quad (6.11)$$

Avec C_e est la matrice de rigidité élémentaire, ρ_e est la masse volumique élémentaire et n_{el} est le nombre d'éléments.

Nous substituons l'expression de la déformation élémentaire (6.10) dans le premier terme de l'équation (6.11), nous obtenons :

$$\begin{aligned} \int_{V_e} \delta(\epsilon_e^T) C_e \epsilon_e dV_e &= \int_{\Omega_e} \int_x \delta(\epsilon_e^T) C_e \epsilon_e dx d\Omega_e \\ &= \int_{\Omega_e} \int_x \delta(q_e^T (B_1^T + jkB_2^T) [\exp(-j(kx - \omega t))]^*) C_e ((B_1 - jkB_2) q_e \exp(-j(kx - \omega t))) dx d\Omega_e \\ &= x \delta q_e^T \int_{\Omega_e} [B_1^T C_e B_1 + jkB_2^T C_e B_1 - jkB_1^T C_e B_2 + k^2 B_2^T C_e B_2] d\Omega_e q_e \end{aligned} \quad (6.12)$$

L'exposant * indique le conjugué complexe.

De la même manière, nous substituons l'expression de déplacement (6.6) dans le deuxième terme de l'équation (6.11), nous obtenons :

$$\begin{aligned} \int_{V_e} \delta(u_e^T) \rho_e \ddot{u}_e dV_e &= \int_{\Omega_e} \int_x \delta(u_e^T) \rho_e \ddot{u}_e dx d\Omega_e \\ &= \int_{\Omega_e} \int_x \delta(q_e^T N^T [\exp(-j(kx - \omega t))]^*) \rho_e (-\omega^2) N q_e \exp(-j(kx - \omega t)) dx d\Omega_e \\ &= -\omega^2 x \delta q_e^T \int_{\Omega_e} N^T \rho_e N d\Omega_e q_e \end{aligned} \quad (6.13)$$

Nous substituons les équations (6.12) et (6.13) dans l'équation (6.11), nous trouvons :

$$\int_{t_1}^{t_2} \left\{ \bigcup_{e=1}^{n_{el}} x \delta q_e^T [k_1^{(e)} + jkk_2^{(e)} + k^2 k_3^{(e)} - \omega^2 m^{(e)}] q_e \right\} dt = 0 \quad (6.14)$$

Avec :

$$k_1^{(e)} = \int_{\Omega_e} [B_1^T C_e B_1] d\Omega_e \quad (6.15)$$

$$\mathbf{k}_2^{(e)} = \mathbf{k}_{21}^{(e)} - \mathbf{k}_{12}^{(e)} = \int_{\Omega_e} [\mathbf{B}_2^T \mathbf{C}_e \mathbf{B}_1] d\Omega_e - \int_{\Omega_e} [\mathbf{B}_1^T \mathbf{C}_e \mathbf{B}_2] d\Omega_e = \left(\mathbf{k}_{12}^{(e)} \right)^T - \mathbf{k}_{12}^{(e)} \quad (6.16)$$

$$\mathbf{k}_3^{(e)} = \int_{\Omega_e} [\mathbf{B}_2^T \mathbf{C}_e \mathbf{B}_2] d\Omega_e \quad (6.17)$$

$$\mathbf{m}^{(e)} = \int_{\Omega_e} [\mathbf{N}^T \rho_e \mathbf{N}] d\Omega_e \quad (6.18)$$

Par l'assemblage des matrices élémentaires, l'équation (6.14) devient :

$$\int_{t_1}^{t_2} \{x \delta \mathbf{U}^T [\mathbf{K}_1 + jk\mathbf{K}_2 + k^2\mathbf{K}_3 - \omega^2\mathbf{M}] \mathbf{U}\} dt = 0 \quad (6.19)$$

Avec \mathbf{U} est le vecteur global de déplacements inconnus aux nœuds et les matrices globales sont données par les formules suivantes :

$$\mathbf{K}_1 = \bigcup_{e=1}^{n_{el}} \mathbf{k}_1^{(e)}, \mathbf{K}_2 = \bigcup_{e=1}^{n_{el}} \mathbf{k}_2^{(e)}, \mathbf{K}_3 = \bigcup_{e=1}^{n_{el}} \mathbf{k}_3^{(e)}, \mathbf{M} = \bigcup_{e=1}^{n_{el}} \mathbf{m}^{(e)}.$$

L'équation des valeurs propres est déduite de l'équation (6.19) :

$$[\mathbf{K}_1 + jk\mathbf{K}_2 + k^2\mathbf{K}_3 - \omega^2\mathbf{M}] \mathbf{U} = 0 \quad (6.20)$$

6.4 Formulation de SAFE et résolution de l'équation pour une plaque

6.4.1 Formulation de la méthode SAFE

Dans le cas d'une plaque considérée infinie suivant l'axe $\pm Y$ (figure 6.2). Le déplacement est indépendant de y . Par conséquent, la plaque peut être modélisée en utilisant des éléments finis en 1D.

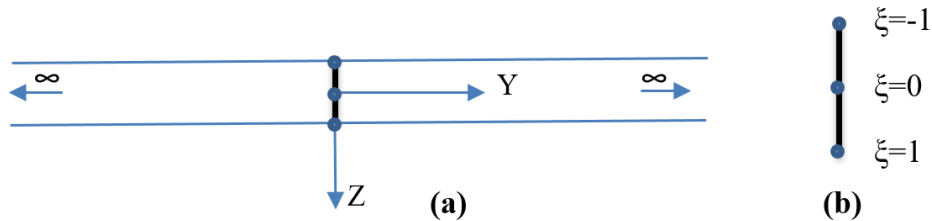


FIGURE 6.2 – (a) Plaque infinie suivant l'axe Y , discrétisée par deux éléments suivant l'épaisseur, (b) trois nœuds isoparamétriques.

Comme la plaque est infinie suivant la direction de Y , la condition de la déformation plane est considérée. Dans ce cas $N_{,y} = 0$. Ainsi, l'expression de la déformation (6.10) sera :

$$\epsilon_e = \left[L_x \frac{\partial}{\partial x} + L_z \frac{\partial}{\partial y} \right] \mathbf{N}(z) q_e \exp(-j(kx - \omega t)) = (\mathbf{B}_1 - jk\mathbf{B}_2) q_e \exp(-j(kx - \omega t)) \quad (6.21)$$

Avec : $B_1 = L_z N_{,z}$ et $B_2 = L_x N$.

Les intégrales données aux équations (6.15), (6.16), (6.17) et (6.18) sont résolues numériquement en utilisant la quadrature de Gauss à 3 points [Annexe D].

Les limites de l'intégration doivent être changées de -1 au 1. Pour cela, les éléments sont discrétisés aux éléments isoparamétriques (figure 6.2). Les fonctions d'interpolation N_i aux trois nœuds d'éléments 1 et 2 sont exprimées par les relations :

$$N_1(\xi) = \frac{\xi^2 - \xi}{2}, \quad N_2(\xi) = 1 - \xi^2, \quad N_3(\xi) = \frac{\xi^2 + \xi}{2}$$

Le calcul de la dérivation $N_{,z}$ requiert l'utilisation de la matrice Jacobienne, telle que :

$$\frac{dN(\xi)}{dz} = \frac{dN(\xi)}{d\xi} \frac{d\xi}{dz} = N_{,\xi} \frac{1}{J} \quad (6.22)$$

$$\text{Avec : } J = \frac{dz}{d\xi} = \begin{bmatrix} \xi - \frac{1}{2} & -2\xi & \xi + \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix}$$

6.4.2 Résolution de l'équation

L'équation (6.20) a deux variables, le nombre d'onde k et la pulsation ω . Ainsi, l'équation peut être résolue par deux approches :

- Approche 1 : Fixer k et chercher les pulsations ω ,
- Approche 2 : Fixer ω et chercher les nombres d'ondes k .

Dans la première approche, nous fixons des valeurs positives du nombre d'onde k , nous considérons donc que les modes propagatifs. L'équation (6.20) s'écrit sous la forme suivante :

$$[K(k) - \omega^2 M] U = 0 \quad (6.23)$$

Puisque nous nous intéressons au traçage des courbes de dispersion des modes propagatifs, nous optons pour l'approche 1.

6.5 Algorithme de traçage des courbes de dispersion $\omega(k)$ par SAFE

L'algorithme (figure 6.3) commence par la précision des paramètres du matériau. Ensuite, nous choisissons un nombre d'éléments initial et un ordre des fonctions d'interpolation pour discrétiser la section transversale.

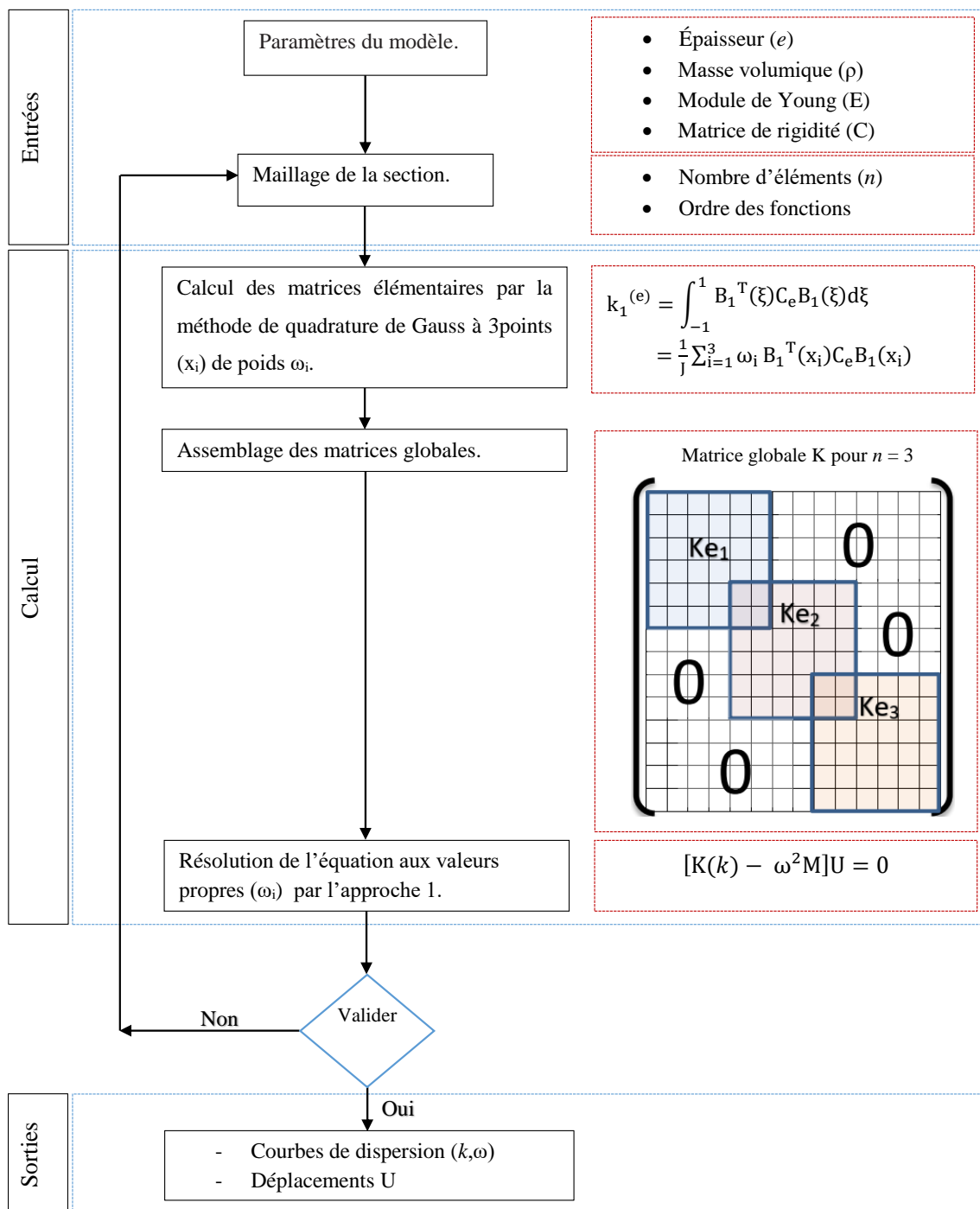


FIGURE 6.3 – Algorithme de traçage des courbes de dispersion $\omega(k)$ par la méthode SAFE en utilisant l'approche 1.

Nous enchaînons par le calcul des matrices élémentaires $k_i^{(e)}$ en utilisant l'approximation des intégrales par la méthode de quadrature de Gauss à 3 points. Les matrices élémentaires sont après assemblées dans des matrices globales. En fin, l'équation aux valeurs propres (6.23) est résolue en fixant le nombre d'onde k , cela veut dire que la procédure est répétée pour chaque valeur de k .

6.6 Traçage des courbes de dispersion d'une plaque isotrope et d'une plaque orthotrope par la méthode SAFE

Un programme Matlab est établi en suivant l'algorithme (figure 6.3) pour tracer les courbes de dispersion : nombre d'onde et vitesse de phase en fonction du produit fréquence-épaisseur (fe).

6.6.1 Courbes de dispersion : nombre d'onde en fonction de fe d'une plaque isotrope

Les courbes de dispersion sont tracées pour une plaque d'aluminium d'épaisseur $e=1\text{mm}$ de module de Young $E = 69\text{GPa}$, de coefficient de Poisson $\nu = 0.33$ et de masse volumique $\rho = 2700\text{kg/m}^3$. Pour vérifier la précision de la méthode, nous allons comparer les courbes tracées par la méthode SAFE avec celles obtenues par DISPERSE (figure 6.4).

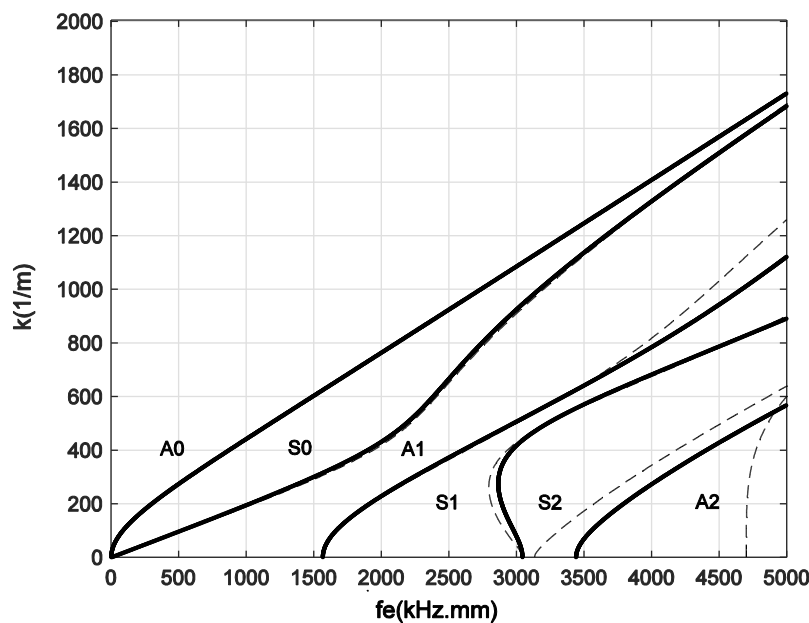


FIGURE 6.4 – Comparaison entre les courbes de dispersion tracées par SAFE (trait continu) avec les courbes tracées par DISPERSE (trait interrompu).

Sur la figure 6.4, nous remarquons que de plus le produit fréquence-épaisseur est grand, plus l'erreur augmente.

À l'instar de la méthode des éléments finis, la précision de la méthode SAFE dépend du nombre d'éléments et de l'ordre des fonctions d'interpolation. Plus nous utilisons des éléments de maillage, plus nous obtenons une meilleure précision.

Dans notre cas, nous avons maillé la section transversale par deux éléments en 1D. Nous avons utilisé des fonctions d'interpolation quadratiques puisque nous nous intéressons aux faibles produits fréquence-épaisseur.

6.6.2 Effet du nombre d'éléments n sur la précision et le temps de calcul par la méthode SAFE

6.6.2.1 Effet du nombre d'éléments n sur la précision de la méthode

La figure 6.5 montre que la précision de la méthode dépend du nombre d'éléments n .

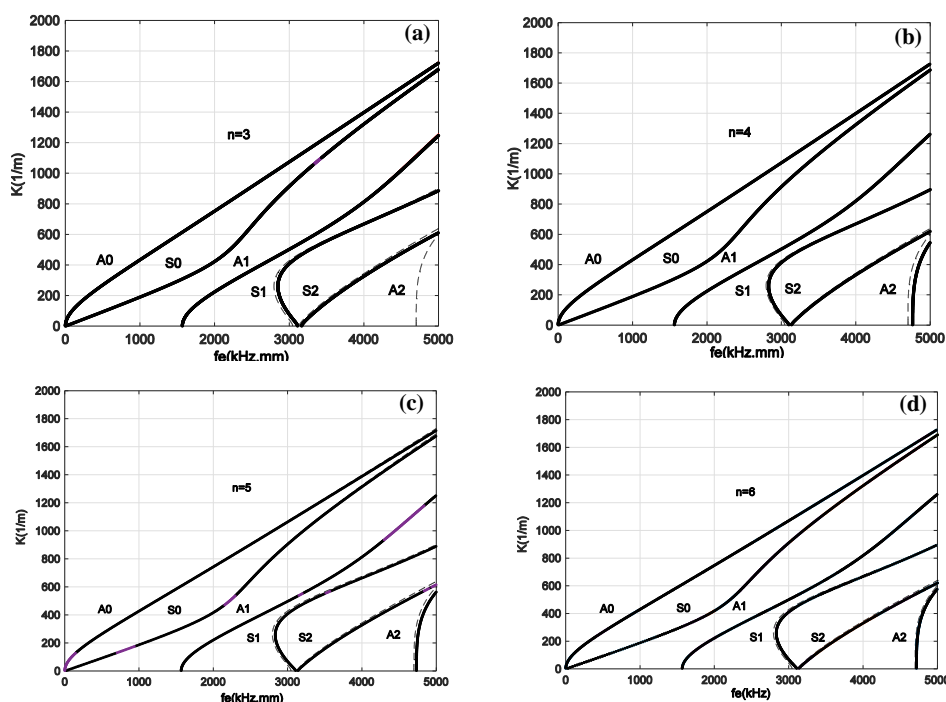


FIGURE 6.5 – Courbes de dispersion tracées par SAFE et comparées avec DISPERSE selon le nombre d'éléments : (a) $n = 3$, (b) $n = 4$, (c) $n = 5$, (d) $n = 6$.

Pour un maillage par trois éléments (figure 6.5.a), la méthode permet de calculer les trois premiers modes : A_0 , S_0 et A_1 avec une bonne précision. Les deux modes S_1 et S_2 sont calculés, mais avec une erreur qui diminuera pour un nombre d'éléments supérieur à 3. Pour pouvoir tracer le mode A_2 , nous remarquons qu'il faut mailler l'épaisseur par un nombre d'éléments supérieur à 4 (tableau 6.1).

TABLEAU 6.1 – Erreur relative de calcul du mode A_2 par SAFE en fonction du nombre d'éléments.

Nombre d'éléments	Erreur relative
4	1.46%
5	0.8%
6	0.46%

Le tableau 6.1 montre que l'erreur de traçage du mode A_2 par la méthode SAFE diminue pour un nombre d'éléments supérieur à 4.

Pour une plaque d'épaisseur 1mm, si nous nous intéressons aux fréquences inférieures à 5000kHz, un maillage par 6 éléments est suffisant pour calculer les six premiers modes. Par contre, si nous nous intéressons aux hautes fréquences, il faut augmenter le nombre d'éléments. Ceci est justifié par la formule utilisée par [128] :

$$\frac{\lambda_T}{l} > \beta \quad (6.24)$$

Avec l est la longueur de l'élément, $\lambda_T = 2\pi V_T/\omega$ est la longueur d'onde transversale de pulsation ω se propageant avec la vitesse transversale V_T , $\beta = 4$ pour un maillage par des éléments quadratiques [128].

En remplaçant l'expression λ_T dans l'équation (6.24), nous trouvons :

$$\frac{2\pi V_T}{\omega l} > \beta \quad (6.25)$$

Nous substituons ω par $2\pi f$ et l par e/n , nous trouvons :

$$\frac{V_T n}{f e} > \beta \quad (6.26)$$

Donc, pour un produit $f e$ donné, nous pouvons déterminer le nombre minimal d'éléments pour assurer une bonne précision de la méthode tel que :

$$n_{\min} = \frac{\beta f e}{V_T} \quad (6.27)$$

Dans ce cas, nous remplaçons V_T par 3040 m/s, β par 4 et $f e$ par 5000kHz.mm. Nous trouvons $n_{\min} = 6.5$. Par conséquent, nous allons retracer les courbes de dispersion : nombre d'onde en fonction du produit $f e$ en prenant n égal à 7 (voir figure 6.6).

6.6.2.2 Effet du nombre d'éléments n sur le temps du calcul

Pour un nombre important d'éléments, nous obtenons certainement une meilleure précision, cependant, cela provoque une augmentation du temps de calcul.

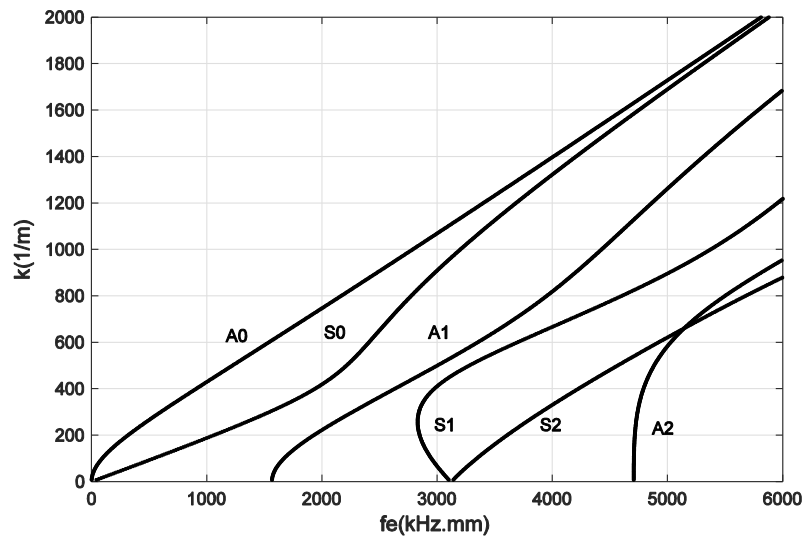


FIGURE 6.6 – Courbes de dispersion tracées par la méthode SAFE d’une plaque en aluminium pour $n = 7$.

Pour voir comment le temps de calcul se change en fonction du nombre n , nous avons établi le tableau 6.2.

L’ordinateur utilisé a un processeur de 2.6GHz et de mémoire (RAM) de 4Go. Nous précisons également que le pas d’incrémentement du nombre d’onde k est de 0.5.

TABLEAU 6.2 – Temps de calcul par SAFE en fonction du nombre d’éléments.

Nombre d’éléments	Temps de calcul(s)
1	20.28
2	43.04
3	64.77
4	89.057
5	130.86
6	162.25
7	238.86

Le tableau 6.2 et la figure 6.7 montrent que le temps du calcul varie linéairement avec un nombre d’éléments inférieur à 4. Pour un nombre d’éléments supérieur à 4, la méthode devient moins rapide. Ceci est justifié par l’augmentation du nombre des matrices élémentaires à assembler.

6.6.3 Courbes de dispersion : vitesse de phase en fonction du produit fe d’une plaque isotrope

La résolution par la méthode SAFE du problème aux valeurs propres (équation 6.23) nous a permis d’identifier les pulsations ω pour chaque incrémentement de k .

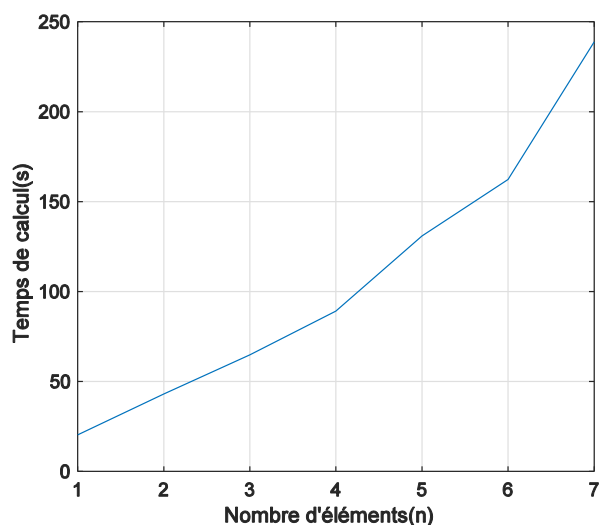


FIGURE 6.7 – Variation du temps de calcul par la méthode SAFE en fonction du nombre d'éléments n .

En utilisant la relation $V_p = \omega / k$, nous pouvons calculer la vitesse de phase pour chaque produit fe (figure 6.8).

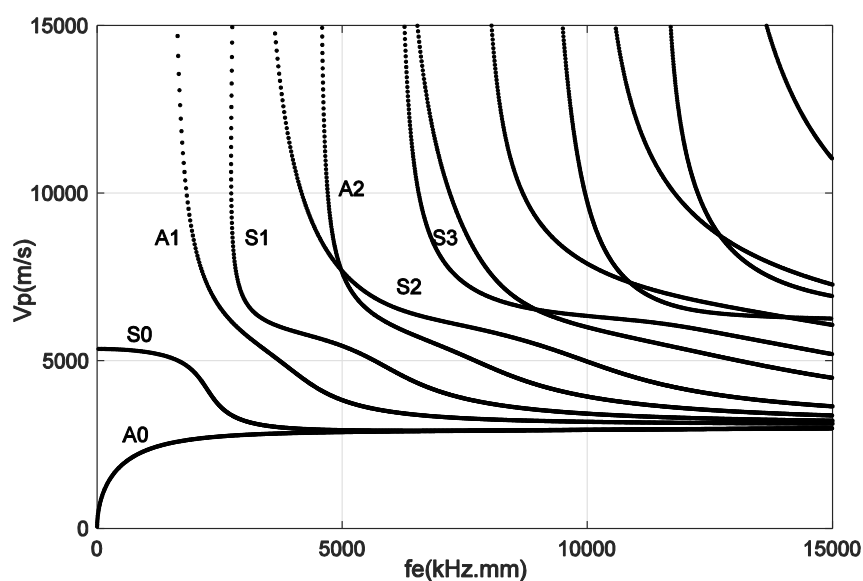


FIGURE 6.8 – Courbes de dispersion d'une plaque d'aluminium : vitesse de phase en fonction du produit fe tracées avec SAFE pour $n = 7$.

6.6.4 Déplacements transversaux et longitudinaux

Les vecteurs propres de l'équation (6.23) correspondent aux déplacements longitudinaux (U_x) et transversaux (U_z). Les profils des déplacements sont tracés suivant l'épaisseur de la plaque dans la figure 6.9.

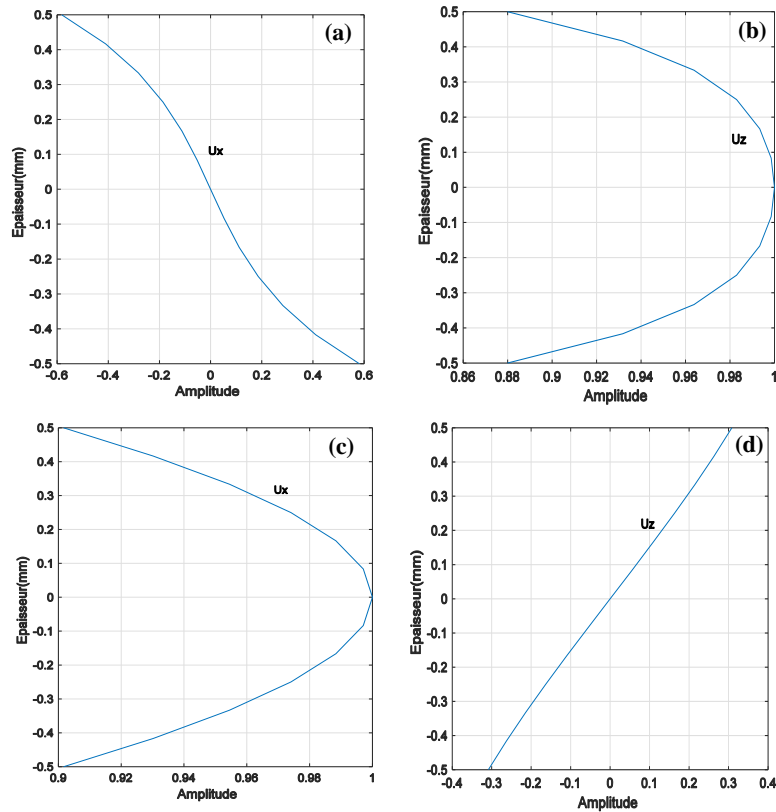


FIGURE 6.9 – Profils des déplacements suivant l'épaisseur d'une plaque en aluminium d'épaisseur 1mm à la fréquence 1000 kHz, U_x(a) et U_z(b) pour le mode A₀, U_x(c) et U_z(d) pour le mode S₀.

6.6.5 Courbes de dispersion : vitesse de phase et nombre d'onde en fonction du produit fe d'une plaque orthotrope

6.6.5.1 Nombre d'onde en fonction du produit fe d'une plaque orthotrope

Nous considérons une plaque orthotrope de propriétés similaires à la plaque traitée dans le chapitre 4 (tableau 4.1).

Les courbes de dispersion tracées par la méthode itérative de Newton-Raphson [2] sont validées par l'expérience (figure 6.10). Nous les avons donc prises comme une référence pour valider la méthode SAFE. L'application de la procédure expliquée dans la figure 6.3 permet de calculer les courbes de dispersion : nombre d'onde en fonction du produit fe .

6.6.5.1.1 Nombre d'éléments minimal

La relation (6.27) permet de trouver le nombre d'éléments minimal pour mailler la section. La formule de calcul de V_T est donnée par [129] :

$$V_T = \sqrt{\frac{G_{12}}{\rho}}$$

Avec G_{12} est le module de cisaillement.

La relation de $G_{12} = \frac{C_{11} - C_{12}}{2}$ est donnée par [130].

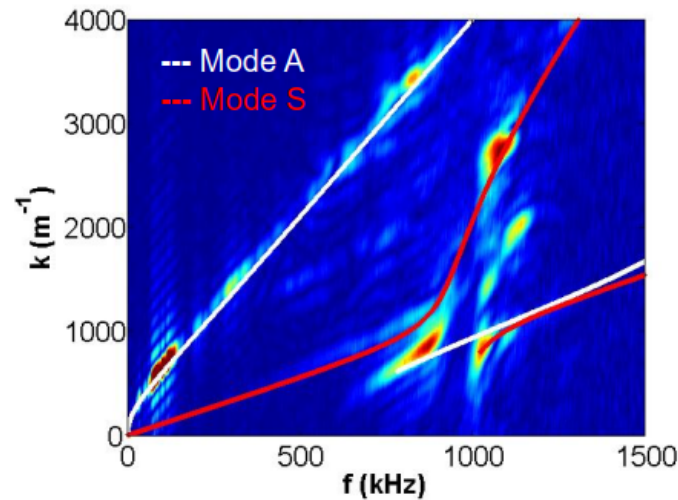


FIGURE 6.10 – Superposition des courbes générées expérimentalement sur les courbes tracées par la méthode de Newton-Raphson [2].

Si nous nous intéressons aux fréquences de 0 à 4000 kHz, nous devons prendre $n_{\min}=6.84$. La figure 6.11 montre la superposition des courbes de dispersion d'une plaque orthotrope tracées par la méthode SAFE et les courbes tracées par la méthode Newton-Raphson.

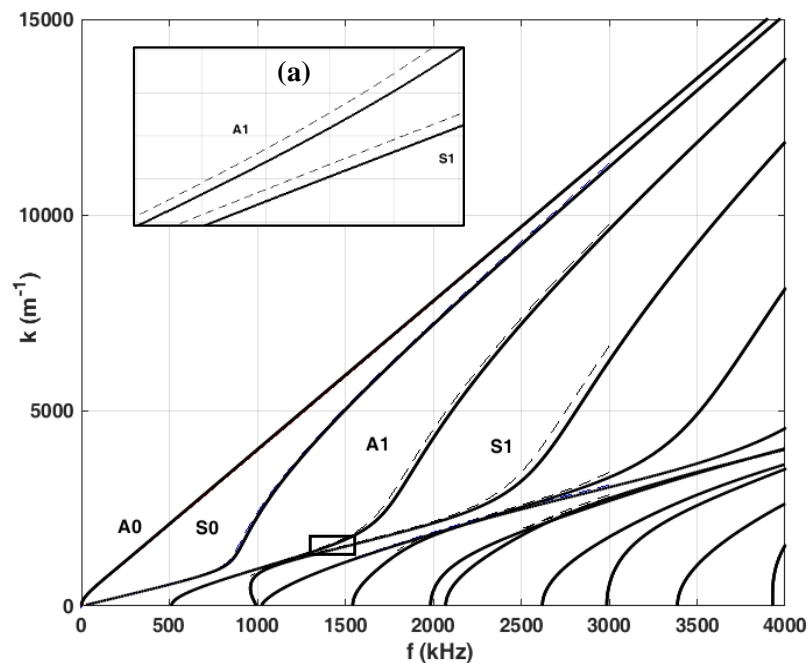


FIGURE 6.11 – Comparaison entre les courbes de dispersion tracées par SAFE (trait continu) pour $n = 6$ avec les courbes tracées par Newton-Raphson (trait interrompu). (a) est un agrandissement de la zone cadrée au bas de la figure.

Le nombre d'éléments de maillage de la section est pris égal à 6.

La figure 6.12 est la superposition des courbes pour $n = 7$. Les courbes de dispersion tracées par la méthode SAFE en prenant $n = 7$ se superposent parfaitement sur les courbes tracées par la méthode itérative de Newton-Raphson.

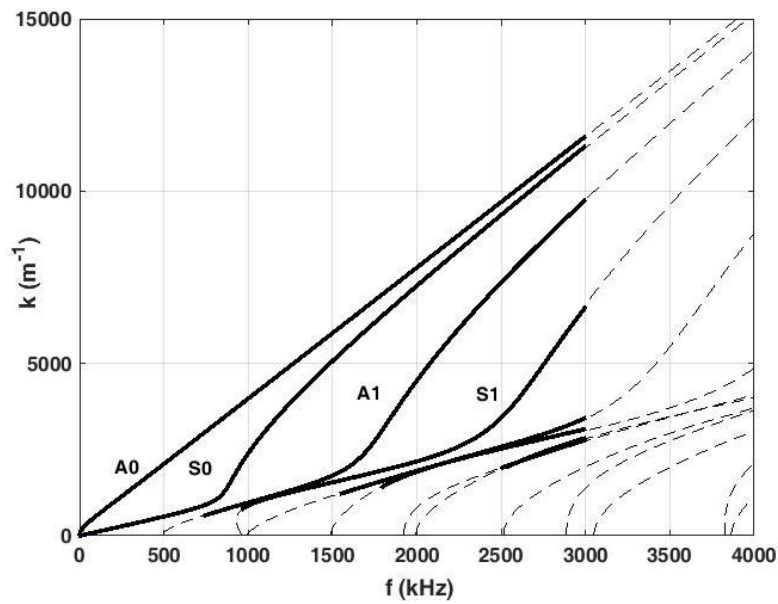


FIGURE 6.12 – Comparaison entre les courbes de dispersion tracées par SAFE (trait interrompu) pour $n = 7$ avec les courbes tracées par Newton-Raphson (trait continu).

6.6.5.2 Vitesse de phase en fonction du produit fe d'une plaque orthotrope

La résolution de l'équation 6.23 permet de trouver les pulsations ω pour chaque nombre d'onde k . Pour chaque produit fe , nous calculons la vitesse de phase des modes symétriques et antisymétriques propagatifs dans la plaque orthotrope $[0]_4$.

Les courbes représentant la variation des vitesses de phase en fonction du produit fe sont tracées dans la figure 6.13.

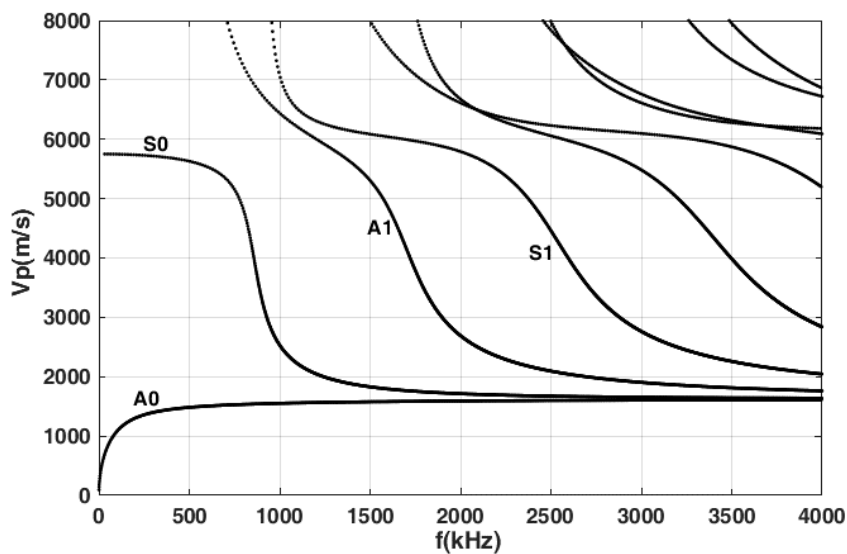


FIGURE 6.13 – Courbes de dispersion d'une plaque orthotrope d'épaisseur 1.6 mm : vitesse de phase en fonction de la fréquence tracées avec SAFE pour $n = 7$.

6.6.5.3 Déplacements transversaux et longitudinaux

Les déplacements longitudinaux U_x et transversaux U_z sont calculés par la résolution de l'équation 6.23 et sont tracés pour les modes A_0 et S_0 dans la figure 6.14.

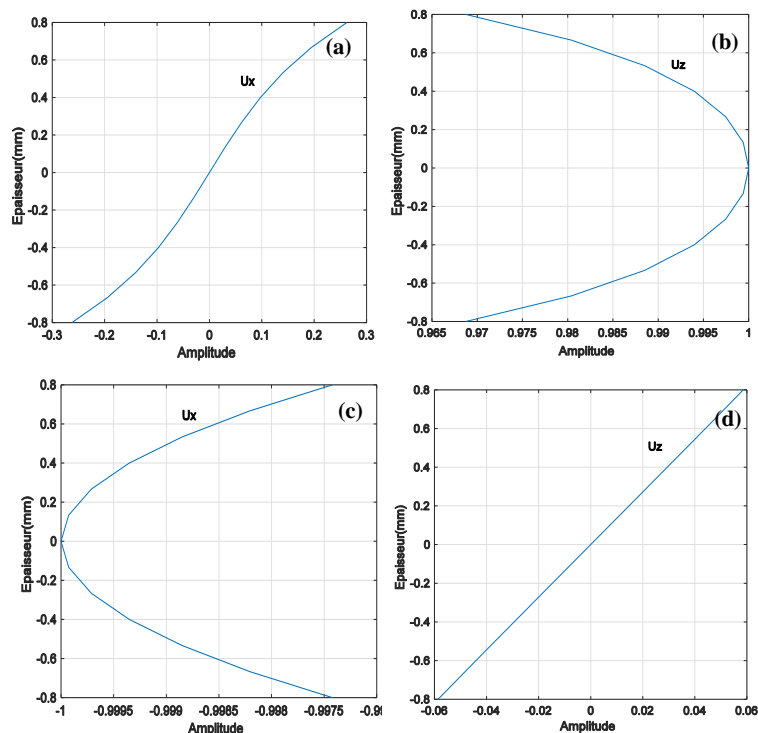


FIGURE 6.14 – Profils des déplacements suivant l'épaisseur d'une plaque orthotrope d'épaisseur 1.6 mm à la fréquence 100 kHz, U_x (a), U_z (b) pour le mode A_0 , U_x (c), U_z (d) pour le mode S_0 .

6.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons formulé la méthode numérique des éléments finis semi-analytiques en vue de tracer les courbes de dispersion d'une plaque en aluminium et d'une plaque orthotrope. La méthode est comparée avec DISPERSE. Les résultats ont montré que plus la fréquence augmente, plus l'erreur augmente. Pour assurer une bonne précision de la méthode, les paramètres tels que le nombre d'éléments et l'ordre des fonctions d'interpolation doivent être optimisés.

La méthode SAFE permet de trouver les modes de Lamb et ne nécessite pas des capacités de stockage puisqu'elle ne requiert que la discrétisation des sections transversales. Cependant aucun code ne propose pour l'instant des éléments semi-analytiques, ce qui veut dire que l'on doit systématiquement développer de nouveaux programmes pour traiter un problème. Par ailleurs, la méthode SAFE est limitée à des cas académiques, poutres et plaques, ce qui veut dire que l'on ne peut pas l'utiliser pour traiter des structures plus complexes.

Conclusion générale

Ce mémoire de thèse avait comme objectif la modélisation de la propagation des ondes de Lamb dans une plaque isotrope et dans une plaque composite de type orthotrope.

Pour cela, nous avons introduit le contrôle non destructif et ses techniques parmi lesquelles figure le contrôle par ultrasons. Cette technique présente plusieurs avantages quant à la détection des défauts internes ou surfaciques avec des géométries simples ou complexes. Dans cette technique, il y a deux types des méthodes. Le premier type dit avec contact nécessitant un couplant entre le transducteur et la pièce à contrôler comme le contrôle par transmission (pitch-catch), par écho, ou par réseau de phase. Le deuxième type des méthodes dit sans contact n'ayant pas besoin de couplant comme : le contrôle par Laser ou par EMAT.

Nous avons évoqué l'utilisation des ondes de Lamb pour détecter les types de défauts dans les structures isotropes et composites. Ces ondes sont utilisées dans plusieurs recherches et applications vu leurs avantages multiples tels que la sensibilité aux défauts et la conservation de l'énergie totale transportée par le mode incident.

Nous avons rappelé les équations décrivant le modèle théorique de la propagation des ondes de Lamb dans une plaque isotrope et dans une plaque orthotrope. La résolution du modèle théorique permet de trouver les équations caractéristiques des modes symétriques et antisymétriques. Ces équations sont résolues et tracées numériquement en se basant sur les méthodes numériques itératives de Bissection et de Newton-Raphson.

Les courbes de dispersion tracées permettent de caractériser les modes propagatifs symétriques et antisymétriques.

Nous avons proposé trois modèles de propagation des ondes de Lamb. Ces modèles implantés dans le code commercial ABAQUS-CAE et basés sur la méthode des Éléments Finitis ont permis de prédire l'interaction des modes de Lamb fondamentaux A_0 et S_0 avec des défauts.

Les paramètres de simulation à savoir le type du modèle, la fréquence de l'excitation, le pas spatial et le pas temporel sont choisis de manière à assurer la convergence de la solu-

tion.

Le premier modèle en acier contenant un défaut externe a été élaboré pour montrer les interactions du mode fondamental symétrique S_0 avec le défaut rectangulaire. En variant la profondeur du défaut, nous avons identifié les modes réfléchis, transmis et convertis en appliquant la double transformée de Fourier superposée sur les courbes de dispersion. Pour quantifier la conversion des modes, nous avons calculé les coefficients énergétiques de réflexion et de transmission. Les résultats ont montré que le mode symétrique S_0 est sensible au défaut externe. En effet, quand ce mode rencontre un défaut rectangulaire externe, quatre ondes se génèrent : deux réfléchies (A_0 et S_0) et deux transmises (A_0 et S_0) avec des amplitudes différentes selon la profondeur du défaut. Ainsi la connaissance des énergies des modes transmis et réfléchis permet de caractériser le défaut.

Le deuxième modèle a permis de prédire les interactions du mode S_0 avec un défaut interne circulaire symétrique dans une plaque en aluminium. Le calcul des coefficients énergétiques a montré que ce mode est moins sensible à ce type de défaut. L'interaction de ce mode ne génère que deux modes de même nature. Autrement dit, le mode symétrique ne se convertit pas en rencontrant un défaut symétrique.

Dans le troisième modèle numérique, nous avons étudié l'interaction du mode fondamental antisymétrique A_0 avec une délamination symétrique et antisymétrique dans la peau du sandwich de type orthotrope unidirectionnel $[0]_4$. Dans ce modèle, nous avons proposé une méthode de localisation de délamination. Cette méthode utilise deux outils de post-traitements : la double transformée de Fourier et la transformée en Ondelette.

La 2D-FFT nous a permis d'identifier les modes transmis, réfléchis et convertis. L'interaction du mode A_0 au bord gauche de la plaque orthotrope génère trois modes : un mode réfléchi de nature antisymétrique et deux modes transmis de nature symétrique et antisymétrique se propageant sur les deux sous-stratifiés supérieur et inférieur. Les modes transmis rencontrent la fin de délamination donnant ainsi à la deuxième conversion.

Après avoir identifié les modes transmis et réfléchis, nous avons appliqué la transformée en ondelette. Le calcul du temps d'arrivée est effectué aux deux points de contrôle. Le premier point situé avant le défaut et le deuxième point situé après le défaut.

Pour pouvoir comparer les deux modes de contrôle (par écho d'impulsion et par transmission), les résultats relevés sur chaque point ont été confrontés face aux résultats théoriques.

Les résultats ont montré que le mode de contrôle par écho permet une meilleure caractérisation de la longueur et la position de délamination en comparaison avec le mode de contrôle en transmission.

À la fin de ce rapport, nous avons établi un algorithme de la méthode des éléments finis semi-analytiques. Nous avons pu tracer les courbes de dispersion des plaques isotrope et orthotrope. Les courbes sont comparées avec les courbes tracées par le logiciel DISPERSERSE. Nous avons remarqué que plus la fréquence augmente, plus l'erreur augmente. Une étude quantitative a été établie pour pouvoir évaluer la précision et la rapidité de la méthode. Nous avons remarqué que la précision de calcul des courbes de dispersion dépend du nombre d'éléments de maillage de la section.

En perspective de ce travail, nous pouvons étendre la méthode de localisation des délaminations à la structure sandwich (cœur + peau). La méthode proposée permet d'estimer la position et la longueur de délamination suivant la direction de propagation des ondes. Par une étude supplémentaire des coefficients énergétiques, nous pouvons localiser la délamination suivant l'épaisseur.

Le modèle peut être encore perfectionné par l'étude de l'effet de l'orientation des fibres, de l'épaisseur de délamination et de la fréquence de l'excitation sur les écarts trouvés entre les résultats numériques et les résultats théoriques.

Le programme établi basé sur la méthode SAFE sera perfectionné pour couvrir les autres types de structures : les multicouches et les structures en sandwich.

En outre, nous envisageons d'approfondir l'étude théorique et l'étude numérique de l'interaction des ondes de Lamb avec des défauts par une étude expérimentale.

ANNEXES

Annexe A

Loi de comportement et champ de contrainte dans un matériau homogène

A.1 Tenseur de déformations

En adoptant l'hypothèse de petites déformations, le tenseur de déformations peut être défini par :

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (\text{A.1})$$

A.2 Tenseur de contraintes

L'opérateur $[\sigma]$ fait correspondre au vecteur normal \vec{n} la contrainte \vec{T} avec :

$$T_i = \sigma_{ij} n_j \quad (\text{A.2})$$

A.3 Tenseur de rigidité

Pour un solide isotrope, le tenseur de rigidité s'écrit sous la forme :

$$C_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (\text{A.3})$$

Où δ_{ij} est le symbole de Kronecker. $\delta_{ij} = 1$ si $i = j$ et $\delta_{ij} = 0$ si $i \neq j$. Les composantes du tenseur sont écrites en fonction des constantes de Lamé : λ et μ .

$$C_{11} = C_{22} = C_{33} = \lambda + 2\mu$$

$$C_{12} = C_{13} = C_{21} = C_{23} = C_{31} = C_{32} = \lambda$$

$$C_{44} = C_{55} = C_{66} = \mu$$

Le tenseur peut être écrit sous la forme matricielle :

$$[C] = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

A.4 Loi de comportement dans un milieu élastique

Dans l'hypothèse des petites déformations, la loi de comportement reliant les tenseurs de contraintes et de déformations :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \cdot \epsilon_{kl} \quad (\text{A.5})$$

La symétrie des tenseurs $[\sigma]$ et $[\epsilon]$ nous permet d'écrire la loi sous la forme :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \quad (\text{A.6})$$

A.5 Équations d'équilibre

Nous appliquons la relation fondamentale de la dynamique sur une quantité de masse d'un milieu considéré continu et infini de masse volumique ρ , nous obtenons l'équation (A.7) reliant le tenseur de contrainte σ_{ij} et le champ de déplacement u_i :

$$\sigma_{ij,j} + F_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (\text{A.7})$$

Compte tenu de la loi de comportement (Annexes A.1 et A.5) reliant le tenseur de contrainte avec le tenseur de déformation, l'équation (A.7) devient en négligeant les forces de volumes F_i :

$$C_{ijkl} \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_j \partial x_l} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (\text{A.8})$$

A.6 Champ de contrainte

Les expressions des contraintes T_{xx} , T_{yy} et T_{xy} sont déduites de la loi de comportement du milieu de propagation et s'écrivent pour les modes symétriques A.9 et antisymé-

triques A.10 :

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{xx} = A\mu \left[(s^2 - k^2 - 2q^2) \frac{\cosh(qy)}{\cosh(qd)} - (s^2 + k^2) \frac{\cosh(sy)}{\sinh(sd)} \right] \exp(j(kx - \omega t)) \\ T_{yy} = A\mu \left[(s^2 + k^2) \frac{\cosh(qy)}{\cosh(qd)} - (s^2 + k^2) \frac{\cosh(sy)}{\cosh(sd)} \right] \exp(j(kx - \omega t)) \\ T_{xy} = A\mu \left[2kq \frac{\sinh(qy)}{\sinh(qd)} - 2kq \frac{\sinh(qy)}{\sinh(sd)} \right] j \exp(j(kx - \omega t)) \end{array} \right. \quad (\text{A.9})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{xx} = B\mu \left[(s^2 - k^2 - 2q^2) \frac{\sinh(qy)}{\sinh(qd)} - (s^2 + k^2) \frac{\sinh(sy)}{\cosh(sd)} \right] \exp(j(kx - \omega t)) \\ T_{yy} = B\mu \left[(s^2 + k^2) \frac{\sinh(qy)}{\sinh(qd)} - (s^2 + k^2) \frac{\sinh(sy)}{\sinh(sd)} \right] \exp(j(kx - \omega t)) \\ T_{xy} = B\mu \left[2kq \frac{\cosh(qy)}{\cosh(qd)} - 2kq \frac{\cosh(qy)}{\cosh(sd)} \right] j \exp(j(kx - \omega t)) \end{array} \right. \quad (\text{A.10})$$

Annexe B

Formulation de la fonction $g(fe, V_p)$

B.1 Formulations de la fonction caractéristique de la propagation des ondes de Lamb

La fonction $g(fe, V_p)$ doit être comparée avec zéro. Ainsi, nous l'avons reformulée en considérant les trois cas possibles :

- **cas 1** : $V_p \leq V_T$

$$g(fe, V_p) = -4sq \sinh\left(\frac{\pi fe}{V_p s}\right) \cosh\left(\frac{\pi fe}{V_p q}\right) + (s^2 + 1)^2 \sinh\left(\frac{\pi fe}{V_p q}\right) \sinh\left(\frac{\pi fe}{V_p s}\right) \quad (\text{B.1})$$

- **cas 2** : $V_p > V_T$ et $V_p \leq V_L$

$$g(fe, V_p) = 4sq \sin\left(\frac{\pi fe}{V_p s}\right) \cosh\left(\frac{\pi fe}{V_p q}\right) + (s^2 - 1)^2 \sinh\left(\frac{\pi fe}{V_p q}\right) \sin\left(\frac{\pi fe}{V_p s}\right) \quad (\text{B.2})$$

- **cas 3** : $V_p > V_L$

$$g(fe, V_p) = 4sq \sin\left(\frac{\pi fe}{V_p s}\right) \cos\left(\frac{\pi fe}{V_p q}\right) + (s^2 - 1)^2 \sin\left(\frac{\pi fe}{V_p q}\right) \cos\left(\frac{\pi fe}{V_p s}\right) \quad (\text{B.3})$$

$$\text{Avec : } s = \left| \sqrt{\left(\frac{V_p}{V_T}\right)^2 - 1} \right| \text{ et } q = \left| \sqrt{\left(\frac{V_p}{V_L}\right)^2 - 1} \right|$$

Annexe C

Propagation le long de l'axe principal d'un matériau orthotrope

Les coefficients A_i dans le cas de propagation des ondes de Lamb dans un orthotrope le long de l'axe principal :

$$A_1 = C_{33}C_{55}$$

$$A_2 = C_{33}C_{55} \frac{(C_{66} - \rho c^2)}{C_{44}} + C_{33}(C_{11} - \rho c^2) + C_{55}(C_{55} - \rho c^2) - (C_{13} + C_{55})^2$$

$$A_3 = [C_{33}(C_{11} - \rho c^2) + C_{55}(C_{55} - \rho c^2) - (C_{13} + C_{55})^2] \frac{(C_{66} - \rho c^2)}{C_{44}} + (C_{11} - \rho c^2)(C_{55} - \rho c^2)$$

$$A_4 = (C_{11} - \rho c^2)(C_{55} - \rho c^2) \frac{(C_{66} - \rho c^2)}{C_{44}}$$

Annexe D

Méthode de quadrature de Gauss à 3 points

La méthode de quadrature de Gauss est une approximation de la valeur numérique d'une intégrale :

$$I = \int_{-1}^1 g(x) dx \approx \sum_{i=1}^n \omega_i g(x_i).$$

Les ω_i sont appelés les coefficients de quadrature (ou poids). Les points x_i , ou nœuds, sont réels, distincts, uniques et sont les racines des polynômes d'interpolation. Généralement, Pour le problème d'intégration le plus classique, on utilise la méthode de Gauss-Legendre.

Le tableau suivant donne l'ensemble des informations pour réaliser le calcul approché de I pour les formules à un, deux et trois points.

TABLEAU D.1 – Les poids des noeuds

Nombre de points (n)	Poids (ω_i)	Points (x_i)
1	2	0
2	1,1	$-\sqrt{1/3}, \sqrt{1/3}$
3	5/9, 8/9, 5/9	$-\sqrt{3/5}, 0, \sqrt{3/5}$

Bibliographie

- [1] Shashank Pant. *Lamb wave propagation and material characterization of metallic and composite aerospace structures for improved Structural Health Monitoring (SHM)*. PhD thesis, Carleton University, 2014. [xii](#), [52](#)
- [2] Elhadji Barra Ndiaye. *Contrôle santé de structures sandwichs composites, caractérisation et évaluation non destructives de l'adhésion et du vieillissement-Simulations par éléments finis et expérimentation par mesure d'impédance et par ultrasons multiéléments*. PhD thesis, 2014. [xiii](#), [59](#), [94](#), [95](#)
- [3] Lord Rayleigh. On the free vibrations of an infinite plate of homogeneous isotropic elastic matter. *Proceedings of the London Mathematical Society*, 1(1) :225–237, 1888. [1](#)
- [4] Horace Lamb. On waves in an elastic plate. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing papers of a mathematical and physical character*, 93(648) :114–128, 1917. [1](#)
- [5] Pawel Packo, Tadeusz Uhl, and Wieslaw J Staszewski. Generalized Semi-Analytical finite difference method for dispersion curves calculation and numerical dispersion analysis for Lamb waves. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 136(3) :993–1002, 2014. [2](#), [58](#)
- [6] Farhang Honarvar, Esmaeil Enjilela, and Anthony N Sinclair. An alternative method for plotting dispersion curves. *Ultrasonics*, 49(1) :15–18, 2009. [2](#), [27](#)
- [7] Fred Schwab and Leon Knopoff. Surface-wave dispersion computations. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 60(2) :321–344, 1970. [2](#)
- [8] Ameneh Maghsoodi, Abdolreza Ohadi, and Mojtaba Sadighi. Calculation of wave dispersion curves in multilayered composite-metal plates. *Shock and Vibration*, 2014, 2014. [2](#), [59](#)

- [9] Pouyan Khalili and Peter Cawley. Excitation of single-mode Lamb waves at high-frequency-thickness products. *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, 63(2) :303–312, 2015. [2](#)
- [10] Mhammed Elallami, Hassan Rhimini, Abdelkarim Nassim, and Mouncif Sidki. Application of the wavelet transform analysis to Lamb modes signals in plates. *Electronic Journal «Technical Acoustics*, page 8, 2010. [2](#), [3](#), [18](#), [22](#)
- [11] Arkadiusz Zak, Marek Krawczuk, and Wieslaw Ostachowicz. Propagation of in-plane waves in an isotropic panel with a crack. *Finite Elements in Analysis and Design*, 42(11) :929–941, 2006. [2](#), [35](#), [38](#)
- [12] Adnan H Nayfeh and Dale E Chimenti. Free wave propagation in plates of general anisotropic media. 1989. [3](#), [53](#), [59](#)
- [13] Friedrich Moser, Laurence J Jacobs, and Jianmin Qu. Modeling elastic wave propagation in waveguides with the Finite Element Method. *Ndt & E International*, 32(4) :225–234, 1999. [3](#), [27](#)
- [14] Joseph L Rose. *Ultrasonic waves in solid media*, 2000. [3](#), [22](#)
- [15] Younho Cho and Joseph L Rose. A boundary element solution for a mode conversion study on the edge reflection of Lamb waves. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 99(4) :2097–2109, 1996. [3](#)
- [16] Nicolas Wilkie-Chancellier. *Réflexion et conversion d'une onde de Lamb à l'extrémité biseautée d'une plaque*. PhD thesis, Université du Havre, 2003. [3](#), [18](#), [25](#)
- [17] Emmanuel Le Clézio. *Diffraction des ondes de Lamb par des fissures verticales*. PhD thesis, Bordeaux 1, 2001. [3](#), [31](#)
- [18] Farouk Benmeddour, Sébastien Grondel, Jamal Assaad, and Emmanuel Moulin. Study of the fundamental Lamb modes interaction with symmetrical notches. *Ndt & E International*, 41(1) :1–9, 2008. [3](#)
- [19] Yanfeng Shen and Victor Giurgiutiu. Effective non-reflective boundary for Lamb waves : Theory, Finite Element implementation, and applications. *Wave Motion*, 58 :22–41, 2015. [3](#)
- [20] Ushnish Basu and Anil K Chopra. Perfectly matched layers for time-harmonic elastodynamics of unbounded domains : theory and finite-element implementation. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 192(11-12) :1337–1375, 2003. [3](#)

- [21] John Lysmer and Roger L Kuhlemeyer. Finite dynamic model for infinite media. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 95(4) :859–878, 1969. [3](#)
- [22] Frank D Hastings, John B Schneider, and Shira L Broschat. Application of the perfectly matched layer (pml) absorbing boundary condition to elastic wave propagation. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 100(5) :3061–3069, 1996. [3](#)
- [23] Mhammed Elallami, Hassan Rhimini, and Mouncif Sidki. Propagation des ondes de Lamb : Résolution par la méthode des éléments finis et post-traitement par la transformée en ondelette. 10ème Congrès Français d’Acoustique, 2010. [3](#)
- [24] Georges Bonnet. Au-delà d’une vitesse de groupe : vitesse d’onde et vitesse de signal. ii : Déformation de l’amplitude et influence de l’affaiblissement. In *Annales des télécommunications*, volume 38, pages 471–487, 1983. [4](#), [75](#)
- [25] Salah Nissabouri, Mhammed Elallami, El Hassan Boutyour, and Ahmed Errkik. Delamination localization in sandwich skin using Lamb waves by Finite Element Method. *Advances in Acoustics and Vibration*, 2018, 2018. [4](#), [18](#)
- [26] precend. <https://www.precend.fr/controles-non-destructifs-cnd-structural-health-monitoringshm>, 2019 (accessed February 18, 2019). [7](#)
- [27] Noel Dube. Introduction to phased array ultrasonic technology applications : R/d tech guideline, advanced practical ndt series. *Quebec, QC, Canada*, 2007. [11](#)
- [28] Shen Wang, Songling Huang, Yu Zhang, and Wei Zhao. Modeling of an omnidirectional electromagnetic acoustic transducer driven by the Lorentz force mechanism. *Smart Materials and Structures*, 25(12) :125029, 2016. [13](#)
- [29] Wieslaw Staszewski, Christian Boller, and Geof Tomlinson. *Health Monitoring of Aerospace Structures : Smart Sensor Technologies and Signal Processing*. Wiley, 2004. [13](#)
- [30] Lord Rayleigh. On waves propagated along the plane surface of an elastic solid. *Proceedings of the London mathematical Society*, 1(1) :4–11, 1885. [13](#)
- [31] David Alleyne and Peter Cawley. The long range detection of corrosion in pipes using Lamb waves. In *Review of progress in quantitative nondestructive evaluation*, pages 2073–2080. Springer, 1995. [14](#)
- [32] Catherine Potel, Stephane Baly, Jean-Francois de Belleval, Odile PETILLON, and Jean-Louis Arnaud. Utilisation des ondes de Lamb pour détecter des défauts dans des matériaux composites. In *Congrès Cofrend sur les essais non destructifs (Nantes, 22-26 septembre 1997)*, pages 363–367, 1997. [14](#)

- [33] Mohammad Harb and Fuh-Gwo Yuan. Non-contact ultrasonic technique for Lamb wave characterization in composite plates. *Ultrasonics*, 64 :162–169, 2016. [14](#)
- [34] Wern Hann Ong, Nik Rajic, Wing Kong Chiu, and Cedric Rosalie. Determination of the elastic properties of woven composite panels for Lamb wave studies. *Composite Structures*, 141 :24–31, 2016. [14](#)
- [35] Lokanna Hoskoti, Adepu Kumaraswamy, and Jalumedi Babu. Numerical modelling of propagation of the fundamental symmetric Lamb mode through a metal composite adhesive joint. *Procedia Engineering*, 64 :426–434, 2013. [14](#)
- [36] Camille Gauthier, Damien Leduc, Mounsif Echcherif Elkettani, and Jean-Louis Izbi-cki. Acoustic characterization of an aluminum plate with corrugated surface. *Physics Procedia*, 70 :296–299, 2015. [14](#)
- [37] Ye Lu, Lin Ye, Zhongqing Su, and Chunhui Yang. Quantitative assessment of through-thickness crack size based on Lamb wave scattering in aluminium plates. *NDT & e International*, 41(1) :59–68, 2008. [14](#)
- [38] Jinrui Zhang, Hongyan Ma, Wangji Yan, and Zongjin Li. Defect detection and location in switch rails by acoustic emission and Lamb wave analysis : A feasibility study. *Applied Acoustics*, 105 :67–74, 2016. [14](#)
- [39] Bouko Vogelaar and Michael Golombok. Dispersion and attenuation by transmission, reflection, and mode conversion in welded pipes. *Applied Acoustics*, 110 :1–8, 2016. [14](#)
- [40] Owen Michael Malinowski. Ultrasonic guided wave propagation in hollow cylinders with axial periodicity. 2014. [14](#), [35](#)
- [41] Tony VALIER-BRASIER, Catherine POTEL, and Michel BRUNEAU. Propagation guidée d’ondes de cisaillement horizontales dans des plaques solides rugueuses. In *Congrès français de mécanique*. AFM, Maison de la Mécanique, 39/41 rue Louis Blanc-92400 Courbevoie, 2009. [14](#)
- [42] De-an Ta, Zhen-qing Liu, and Xiao Liu. Combined spectral estimator for phase velocities of multimode Lamb waves in multilayer plates. *Ultrasonics*, 44 :e1145–e1150, 2006. [14](#), [15](#)
- [43] Xiang Wan, Qing Zhang, Guanghua Xu, and Peter W Tse. Numerical simulation of nonlinear Lamb waves used in a thin plate for detecting buried micro-cracks. *Sensors*, 14(5) :8528–8546, 2014. [14](#), [15](#), [39](#)

- [44] Eduardo Moreno, Nekane Galarza, Benjamin Rubio, and Jose A Otero. Phase velocity method for guided wave measurements in composite plates. *Physics Procedia*, 63 :54–60, 2015. [14](#), [15](#)
- [45] Memmolo Vittorio. Modeling and testing of guided waves in composite for Structural Health Monitoring applications. *University of Studies of Naples" Federico II*, 2014. [15](#)
- [46] David Alleyne and Peter Cawley. A two-dimensional Fourier transform method for the measurement of propagating multimode signals. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 89(3) :1159–1168, 1991. [16](#)
- [47] Danielle Kugler and Tess J Moon. Identification of the most significant processing parameters on the development of fiber waviness in thin laminates. *Journal of composite materials*, 36(12) :1451–1479, 2002. [17](#), [53](#)
- [48] Mahmoud M Reda Taha, Aboelmagd Noureldin, Jessica L Lucero, and Thomas J Baca. Wavelet transform for Structural Health Monitoring : a compendium of uses and features. *Structural Health Monitoring*, 5(3) :267–295, 2006. [16](#)
- [49] Mallat Stephane. A wavelet tour of signal processing. *The Sparse Way*, 1999. [16](#)
- [50] Ingrid Daubechies. *Ten lectures on wavelets*, volume 61. Siam, 1992. [16](#)
- [51] Kim-Ho Ip and Yiu-Wing Mai. Delamination detection in smart composite beams using Lamb waves. *Smart materials and structures*, 13(3) :544, 2004. [18](#)
- [52] Bo Feng, Artur Lopes Ribeiro, and Helena Geirinhas Ramos. Interaction of Lamb waves with the edges of a delamination in CFRP composites and a reference-free localization method for delamination. *Measurement*, 122 :424–431, 2018. [18](#), [63](#)
- [53] Byungsoo Kim and Yongrae Roh. Simple expressions of the reflection and transmission coefficients of fundamental Lamb waves by a rectangular notch. *Ultrasonics*, 51(6) :734–744, 2011. [18](#)
- [54] Rafik Halimi. *Contrôle des matériaux composites par ultrasons*. PhD thesis, Université Saad Dahlab-Blida 1, 2010. [18](#)
- [55] Mustofa N Ahmed. *A study of guided ultrasonic wave propagation characteristics in thin aluminum plate for damage detection*. PhD thesis, University of Toledo, 2014. [19](#)
- [56] Yaolu Liu. *Study on Damage Identification Approaches for Ultrasonic Lamb Wave-based Structural Health Monitoring and Off-line Non-destructive Evaluation*. PhD thesis, Thèse, Chiba University, 2015. [19](#), [39](#)

- [57] Guillaume Inquiété. *Simulation numérique de la propagation des ondes dans les structures composites stratifiées*. PhD thesis, Ecully, Ecole centrale de Lyon, 2008. [21](#)
- [58] Luciano Scandelari. *Génération et détection d'ondes de Lamb à l'aide de P (VF rVFJ) : Application à la mesure de densité de liquides*. PhD thesis, 1999. [22](#)
- [59] Stephen Timoshenko and James Norman Goodier. *Theory of elasticity*, 3rd edn, section 77, 1982. [22](#)
- [60] Jan Achenbach. *Wave propagation in elastic solids*. Elsevier, 2012. [22](#)
- [61] Ștefan Sorohan, Nicolae Constantin, Mircea Găvan, and Viorel Anghel. Extraction of dispersion curves for waves propagating in free complex waveguides by standard Finite Element codes. *Ultrasonics*, 51(4) :503–515, 2011. [27](#), [59](#)
- [62] Petr Hora and Olga Červená. Determination of Lamb wave dispersion curves by means of Fourier transform. *Applied and Computational Mechanics*, 6(1), 2012. [27](#)
- [63] Frank Schöpfer, Frank Binder, Arne Wöstehoff, Thomas Schuster, Sven von Ende, Sergej Föll, and Rolf Lammering. Accurate determination of dispersion curves of guided waves in plates by applying the matrix pencil method to laser vibrometer measurement data. *CEAS Aeronautical Journal*, 4(1) :61–68, 2013. [27](#)
- [64] Mohammad Harb and Fuh-Gwo Yuan. A rapid, fully non-contact, hybrid system for generating Lamb wave dispersion curves. *Ultrasonics*, 61 :62–70, 2015. [27](#)
- [65] Claude Fendzi. *Contrôle Santé des Structures Composites : application à la Surveillance des Nacelles Aéronautiques*. PhD thesis, Paris, ENSAM, 2015. [27](#)
- [66] Yago Gomez-Ullate, Francisco Espinosa, Paul Reynolds, and John Mould. Selective excitation of Lamb wave modes in thin aluminium plates using bonded piezoceramics : FEM modelling and measurements. In *European Conference on Nondestructive Testing 2006*, pages 25–29. Citeseer, 2006. [27](#)
- [67] Zuzana Lašová and Robert Zemčík. Determination of group velocity of propagation of Lamb waves in aluminium plate using piezoelectric transducers. 2017. [27](#)
- [68] Weimin Gao, Christ Glorieux, and Jan Thoen. Laser ultrasonic study of Lamb waves : determination of the thickness and velocities of a thin plate. *International journal of engineering science*, 41(2) :219–228, 2003. [27](#)
- [69] Pablo Gómez, José Paulino Fernández, and Pablo David García. Lamb waves and dispersion curves in plates and its applications in nde experiences using comsol multiphysics. In *Proceedings of the 2011 COMSOL Conference, Stuttgart, Germany*, pages 26–28, 2011. [28](#)

- [70] Pablo Gómez García and José-Paulino Fernández-Álvarez. Floquet-bloch theory and its application to the dispersion curves of nonperiodic layered systems. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015, 2015. [28](#)
- [71] Biyu Tian. *Numerical simulation of elastic wave propagation in honeycomb core sandwich plates*. PhD thesis, Châtenay-Malabry, Ecole centrale de Paris, 2012. [28](#)
- [72] Jabid Quiroga, Luis Mujica, Rodolfo Villamizar, Magda Ruiz, and Jhonatan Camacho. Estimation of dispersion curves by combining effective elastic constants and safe method : A case study in a plate under stress. In *Journal of Physics : Conference Series*, volume 842, page 012069. IOP Publishing, 2017. [28](#)
- [73] Eduardo Becker Groth, Ignacio Iturrioz, and Thomas GR Clarke. The dispersion curve applied in guided wave propagation in prismatic rods. *Latin American Journal of Solids and Structures*, 15(6), 2018. [28](#)
- [74] Karen Paula Lavarro Veroy. *Time-frequency analysis of Lamb waves using the Morlet wavelet transform*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2000. [28](#)
- [75] Lina Draudviliene, Asta Meskuotiene, Renaldas Raišutis, and Hacene Ait-Aider. The capability assessment of the spectrum decomposition technique for measurements of the group velocity of Lamb waves. *Journal of Nondestructive Evaluation*, 37(2) :29, 2018. [28](#)
- [76] Lina Draudvilienė, Renaldas Raišutis, Egidijus Žukauskas, and Audrius Jankauskas. Validation of dispersion curve reconstruction techniques for the A_0 and S_0 modes of Lamb waves. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 14(07) :1450024, 2014. [28](#)
- [77] Florian Karpfinger, Henri-Pierre Valero, Boris Gurevich, Andrey Bakulin, and Bikash Sinha. Spectral-method algorithm for modeling dispersion of acoustic modes in elastic cylindrical structures. *Geophysics*, 75(3) :H19–H27, 2010. [28](#)
- [78] Frank Ihlenburg. *Finite Element Analysis of acoustic scattering*, volume 132. Springer Science & Business Media, 2006. [35](#)
- [79] Zipora Alterman and Dan Loewenthal. Seismic waves in a quarter and three-quarter plane. *Geophysical Journal International*, 20(2) :101–126, 1970. [35](#)
- [80] Hisashi Yamawaki and Tetsuya Saito. Numerical calculation of surface waves using new nodal equations. *Nondestructive Testing and Evaluation*, 8(1-6) :379–389, 1992. [35](#)

- [81] Ye Lu, Lin Ye, Zhongqing Su, and Nao Huang. Quantitative evaluation of crack orientation in aluminium plates based on Lamb waves. *Smart Materials and Structures*, 16(5) :1907, 2007. 35
- [82] BC Lee and Wieslaw Jerzy Staszewski. Lamb wave propagation modelling for damage detection : I. two-dimensional analysis. *Smart Materials and Structures*, 16(2) :249, 2007. 35
- [83] BC Lee and Wieslaw Jerzy Staszewski. Modelling of Lamb waves for damage detection in metallic structures : Part ii. wave interactions with damage. *Smart Materials and Structures*, 12(5) :815, 2003. 35
- [84] Ning Hu, Takahito Shimomukai, Hisao Fukunaga, and Zhongqing Su. Damage identification of metallic structures using A_0 mode of Lamb waves. *Structural Health Monitoring*, 7(3) :271–285, 2008. 35
- [85] Mhammed Elallami, Hassan Rhimini, Abdelkarim Nassim, Naima Taifi, and Mouncef Sidki. Modélisation des ondes de Lamb dans une plaque. Application à l'étude de l'interaction des modes de Lamb S_0 et A_0 avec un défaut rectangulaire. *Physical & chemical news*, (55) :133–141, 2010. 35, 39
- [86] Sylvie Plumet. *Modélisation d'un milieu multicouche 3D sous sollicitation de contact : application aux prothèses de genou stérilisées*. PhD thesis, Lyon, INSA, 1998. 35
- [87] Wei Luo. Ultrasonic guided waves and wave scattering in viscoelastic coated hollow cylinders. 2005. 35, 37
- [88] Bibi IS Murat. *Propagation and scattering of guided waves in composite plates with defects*. PhD thesis, UCL (University College London), 2015. 35, 39
- [89] simulia. <https://www.3ds.com/products-services/simulia/>, 2019 (accessed February 13, 2019). 37
- [90] Vladimir V Bolotin. Delaminations in composite structures : its origin, buckling, growth and stability. *Composites Part B : Engineering*, 27(2) :129–145, 1996. 53
- [91] Pananghat Gayathri, Kizhakkinan Umesh, and Ranjan Ganguli. Effect of matrix cracking and material uncertainty on composite plates. *Reliability Engineering & System Safety*, 95(7) :716–728, 2010. 53
- [92] Bertram Alexander Auld. *Acoustic fields and waves in solids*. , 1973. 53

- [93] Matteo Mazzotti, Ivan Bartoli, Marco Miniaci, and Alessandro Marzani. Wave dispersion in thin-walled orthotropic waveguides using the first order shear deformation theory. *Thin-Walled Structures*, 103 :128–140, 2016. [58](#)
- [94] Joseph L Rose. *Ultrasonic guided waves in solid media*. Cambridge university press, 2014. [58](#)
- [95] Francisco Hernando Quintanilla, M Lowe, and Richard Craster. Dispersion curves for guided elastic waves in multi-layered anisotropic media generated with the spectral method. In *AIP Conference Proceedings*, volume 1650, pages 739–745. American Institute of Physics, 2015. [59](#)
- [96] Harsh Baid, Christoph Schaal, Himadri Samajder, and Ajit Mal. Dispersion of Lamb waves in a honeycomb composite sandwich panel. *Ultrasonics*, 56 :409–416, 2015. [59](#)
- [97] Mark Edwin Orwat. *Experimental investigation of Lamb waves in transversely isotropic composite plates*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2001. [59](#)
- [98] Sauvik Banerjee and Chandrakant B Pol. Theoretical modeling of guided wave propagation in a sandwich plate subjected to transient surface excitations. *International Journal of Solids and Structures*, 49(23-24) :3233–3241, 2012. [59](#)
- [99] Andriejus Demčenko and Liudas Mažeika. Calculation of Lamb waves dispersion curves in multilayered planar structures. *Ultragarsas" Ultrasound"*, 44(3) :15–17, 2002. [59](#)
- [100] Wing Kong Chiu, LR Francis Rose, and Nithurshan Nadarajah. Scattering of the fundamental anti-symmetric Lamb wave by a mid-plane edge delamination in a fiber-composite laminate. *Procedia Engineering*, 188 :317–324, 2017. [64](#), [65](#)
- [101] Ningxin Guo and Peter Cawley. The interaction of Lamb waves with delaminations in composite laminates. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 94(4) :2240–2246, 1993. [64](#), [65](#)
- [102] Nithurshan Nadarajah, Benjamin Steven Vien, Wing Kong Chiu, and LR Francis Rose. Computational study of the A_0 scattered field due to an edge delamination. *Journal of Mechanics Engineering and Automation*, 5(4), 2015. [64](#), [65](#)
- [103] Takahiro Hayashi and Koichiro Kawashima. Multiple reflections of Lamb waves at a delamination. *Ultrasonics*, 40(1-8) :193–197, 2002. [64](#), [65](#)

- [104] Ching-Tai Ng and Martin Veidt. Scattering of the fundamental anti-symmetric Lamb wave at delaminations in composite laminates. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 129(3) :1288–1296, 2011. [64](#), [65](#)
- [105] Bin Yang, Fu-Zhen Xuan, Shaojie Chen, Shaoping Zhou, Yang Gao, and Biao Xiao. Damage localization and identification in wgf/epoxy composite laminates by using Lamb waves : Experiment and simulation. *Composite Structures*, 165 :138–147, 2017. [64](#)
- [106] Samir Mustapha and Lin Ye. Propagation behaviour of guided waves in tapered sandwich structures and debonding identification using time reversal. *Wave Motion*, 57 :154–170, 2015. [64](#)
- [107] Ching-Tai Ng, Martin Veidt, LR Francis Rose, and CH Wang. Analytical and Finite Element prediction of Lamb wave scattering at delaminations in quasi-isotropic composite laminates. *Journal of Sound and Vibration*, 331(22) :4870–4883, 2012. [64](#), [65](#)
- [108] Martin Veidt and Ching-Tai Ng. Influence of stacking sequence on scattering characteristics of the fundamental anti-symmetric Lamb wave at through holes in composite laminates. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 129(3) :1280–1287, 2011. [64](#)
- [109] Alessandro De Luca, Zahra Sharif-Khodaie, Mohammad Hossein Aliabadi, and Francesco Caputo. Numerical simulation of the Lamb wave propagation in impacted CFRP laminate. *Procedia Engineering*, 167 :109–115, 2016. [64](#)
- [110] Rabi Sankar Panda, Durvasula VS Sasanka, Prabhu Rajagopal, and Krishnan Balasubramaniam. Lamb wave interactions with delaminations in composite laminates using air-coupled ultrasonic visualization. In *Proceedings of the 14th Asia-Pacific Conference on Non-Destructive Testing*, 2013. [65](#)
- [111] Chennamsetti Ramadas, Krishnan Balasubramaniam, M Joshi, and Chitti Venkata Krishnamurthy. Interaction of the primary anti-symmetric Lamb mode (A_0) with symmetric delaminations : numerical and experimental studies. *Smart Materials and Structures*, 18(8) :085011, 2009. [65](#)
- [112] Reza Soleimanpour and Ching-Tai Ng. Mode conversion and scattering analysis of guided waves at delaminations in laminated composite beams. *Structural Monitoring and Maintenance*, 2(3) :213–236, 2015. [65](#)

- [113] Prasad Gudimetla, Aprameya Kharidi, and Prasad Yarlagadda. Simulation of delaminations in composite laminates. In *Proceedings of the 6th international conference on precision, meso, micro and nano engineering*, 2009. 65
- [114] Rudyanto Basri and Wing Kong Chiu. Numerical analysis on the interaction of guided Lamb waves with a local elastic stiffness reduction in quasi-isotropic composite plate structures. *Composite structures*, 66(1-4) :87–99, 2004. 65
- [115] Elhadji Barra Ndiaye and Hugues Duflo. Non destructive testing of sandwich composites : adhesion defects evaluation; experimental and Finite Element Method simulation comparison. 2012. 66, 75
- [116] Nicolas Bourasseau, Emmanuel Moulin, Christophe Delebarre, and Philippe Bonniau. Radome health monitoring with Lamb waves : experimental approach. *NDT & E International*, 33(6) :393–400, 2000. 66
- [117] K Diamanti, John M Hodgkinson, and Constantinos Soutis. Application of a Lamb wave technique for the non destructive inspection of composite structures. In *Proceedings of the 1th European Conference on Composite Materials*, 2004. 66
- [118] Günter Waas. Analysis method for footing vibrations through layered media. *Technical report, US-Army-Engineer-Waterways Experiment Station*, 1972. 81
- [119] ZAB Ahmad, Juan Miguel Vivar-Perez, and Ulrich Gabbert. Semi-analytical Finite Element Method for modeling of Lamb wave propagation. *CEAS Aeronautical Journal*, 4(1) :21–33, 2013. 81
- [120] Ivan Bartoli, Alessandro Marzani, Francesco Lanza Di Scalea, and Erasmo Viola. Modeling wave propagation in damped waveguides of arbitrary cross-section. *Journal of sound and vibration*, 295(3-5) :685–707, 2006. 81
- [121] Takahiro Hayashi, Koichiro Kawashima, Zongqi Sun, and Joseph L Rose. Analysis of flexural mode focusing by a semianalytical Finite Element Method. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 113(3) :1241–1248, 2003. 81
- [122] Takahiro Hayashi, Won-Joon Song, and Joseph L Rose. Guided wave dispersion curves for a bar with an arbitrary cross-section, a rod and rail example. *Ultrasonics*, 41(3) :175–183, 2003. 81
- [123] Osama M Mukdadi and Subhendu K Datta. Transient ultrasonic guided waves in layered plates with rectangular cross section. *Journal of Applied Physics*, 93(11) :9360–9370, 2003. 82

- [124] Mihai Valentin Predoi. Guided waves dispersion equations for orthotropic multi-layered pipes solved using standard Finite Elements code. *Ultrasonics*, 54(7) :1825–1831, 2014. [82](#)
- [125] Wenbo Duan and Ray Kirby. Guided wave propagation in buried and immersed fluid-filled pipes : Application of the Semi Analytic Finite Element Method. *Computers & Structures*, 212 :236–247, 2019. [82](#)
- [126] Bo Xing, Zujun Yu, Xining Xu, Liqiang Zhu, and Hongmei Shi. Research on a rail defect location method based on a single mode extraction algorithm. *Applied Sciences*, 9(6) :1107, 2019. [82](#)
- [127] Brian Pavlakovic, Mike Lowe, David Alleyne, and Peter Cawley. Disperse : A general purpose program for creating dispersion curves. In *Review of progress in quantitative nondestructive evaluation*, pages 185–192. Springer, 1997. [82](#)
- [128] José M Galán and Ramón Abascal. Numerical simulation of Lamb wave scattering in semi-infinite plates. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 53(5) :1145–1173, 2002. [91](#)
- [129] Lei Wang and FG Yuan. Group velocity and characteristic wave curves of Lamb waves in composites : Modeling and experiments. *Composites science and technology*, 67(7-8) :1370–1384, 2007. [94](#)
- [130] Autar Kaw. *Mechanics of composite materials*. CRC press, 2005. [94](#)

Modélisation par la Méthode des Éléments Finis de la propagation des ondes Ultrasonores de Lamb.

Application au Contrôle Non Destructif des structures Isotropes et Composites.

Résumé :

Cette thèse porte sur le contrôle non destructif des plaques isotropes et composites de type orthotrope par ultrasons en utilisant les ondes de Lamb.

Pour les plaques isotropes sans défaut, un modèle théorique décrivant l'équation de la propagation des ondes de Lamb a été établi et résolu par la méthode de décomposition de Helmholtz. Les équations des modes de Lamb symétriques et antisymétriques de la propagation des ondes de Lamb sont résolues en utilisant le programme Matlab par la méthode itérative de Bissection. Les solutions trouvées permettent de tracer les courbes de dispersion des ondes de Lamb qui se propagent dans la plaque.

Pour les plaques composites de type orthotrope sans défaut, un modèle théorique décrivant l'équation de la propagation des ondes de Lamb a été établi en respectant les conditions aux limites de la plaque libre. Les équations de la propagation des ondes de Lamb sont résolues par la méthode itérative de Newton-Raphson. Pour les plaques isotropes et composites avec défaut, un modèle numérique est établi. Il est basé sur la méthode des Éléments Finis et implanté dans le code commercial de calcul ABAQUS-CAE. Il permet de prédire l'interaction des modes de Lamb fondamentaux A_0 et S_0 avec les défauts.

Trois types de défauts sont étudiés : un défaut de section rectangulaire externe dans une plaque en acier, un défaut de section circulaire dans une plaque en aluminium, et un défaut de type délamination dans une plaque orthotrope $[0]_4$.

Les résultats numériques trouvés pour les trois défauts nous ont permis d'identifier les modes propagatifs ainsi que les modes convertis en utilisant la double Transformée de Fourier (2D-FFT). La conversion des modes est quantifiée par le calcul des coefficients énergétiques de réflexion et de transmission en utilisant le traitement par la 2D-FFT appliquée sur les déplacements relevés sur la face supérieure de la plaque.

Pour la délamination dans une plaque composite de type orthotrope, une méthode de localisation permet de la caractériser. La méthode se base sur l'étude de la conversion par l'utilisation de la 2D-FFT appliquée avant et après le défaut et sur le calcul des temps d'arrivées des modes identifiés en utilisant la Transformée en Ondelettes.

Les résultats trouvés pour les trois types de défauts nous ont permis de vérifier la sensibilité des modes de Lamb fondamentaux (A_0, S_0) aux défauts externes et internes dans les plaques isotropes, et également de proposer une méthode de localisation des délaminations dans une plaque orthotrope. La méthode de localisation de délamination est comparée avec la méthode proposée par un travail de recherche précédent. La méthode des éléments finis semi-analytiques (SAFE) fait l'objet également de cette thèse. Un algorithme a été établi pour pouvoir tracer les courbes de dispersion d'une plaque isotrope en aluminium et d'une plaque orthotrope. Les courbes trouvées sont comparées avec les courbes de dispersion tracées par le logiciel DISPERSSE. Les résultats ont montré que la précision et la rapidité de la méthode dépendent du nombre d'éléments de maillage. Une étude quantitative a été proposée pour trouver le nombre d'éléments optimal.

Mots clés :

Contrôle Non Destructif; Ondes de Lamb; Courbes de Dispersion; Méthode des Éléments Finis; Transformée de Fourier; Transformée en Ondelettes; Délamination; Orthotrope; SAFE.