

Modélisation et Commande robuste d'un robot hexapode en présence des perturbations multiples

Résumé : L'avancée technologique a permis à l'homme de se substituer dans les milieux hostiles par des robots. Les robots à six pattes sont considérés à ce jour les robots les plus utilisés dans les terrains accidentés afin de réaliser des tâches complexes avec une grande stabilité et mobilité. Ceci dit, le dimensionnement de ces robots rencontre un défi de modélisation de sa posture et de contrôle de son mouvement en présence des perturbations.

Dans le cadre de cette thèse, nous proposons une nouvelle approche de modélisation et de commande robuste d'un robot hexapode en présence de perturbations multiples. La structure mécanique du robot est modélisée et conçue suite à une étude et une analyse des robots à inspiration biologique. Ensuite, la modélisation géométrique inverse est élaborée pour déduire les variables articulaires nécessaires pour la réalisation des allures de locomotion adoptées par le robot hexapode (tripode, Wave et Ripple). La modélisation du mouvement nécessite de tenir compte de la vitesse, l'accélération et les forces associées. A cet effet, le modèle dynamique du robot est déterminé pour la phase d'élévation et la phase de propulsion en se basant, respectivement, sur la modélisation des robots à structure sérielle et parallèle.

Le caractère non linéaire du système et les dynamiques négligées dans la modélisation constituent une source de perturbations et de limitations pour le contrôle du robot hexapode. Une méthode basée sur l'identification du comportement du système dans plusieurs intervalles de vitesse est conçue pour la modélisation de ces perturbations.

Afin de satisfaire à la fois les exigences de performances en suivi des trajectoires, le rejet des perturbations internes et externes et la stabilité robuste, deux approches de contrôle sont synthétisées et comparées : H_∞ et μ -Synthèse. Ce travail a conduit à identifier les approches de contrôle au niveau des deux étapes du mouvement, à savoir l'élévation est la propulsion. La première phase de mouvement peut être contrôlée par les deux approches H_∞ et μ -Synthèse alors que le contrôle de la seconde phase ne peut être conclut qu'avec l'approche H_∞ avec un bon compromis entre la stabilité et les performances robustes.

Mots clés : Robot hexapode, modélisation dynamique, modélisation géométrique, non-linéarité, identification, allure de locomotion, commande H_∞ , commande μ -Synthèse, stabilité, performance, perturbations, dynamiques négligées.

Abstract: Technological advances have enabled humans to replace robots in hostile environments. Six-legged robots are more useful among all robot's species thanks to their high capability to move in irregular and accidental terrains, such as space or planets. Then, the dimensioning of these robots faces a major challenge of modeling and controlling their movement in the presence of disturbances.

In the present thesis, a new approach for modeling and robust control of the hexapod robot in the presence of perturbations is proposed. Firstly, the mechanical structure of the hexapod robot is designed and modeled based on a study and analysis of biologically inspired robots. General kinematic modeling is elaborated in order to determine the joint angles necessary for the robot's gaits planning (tripod, wave and ripple). Moreover, the dynamic model of the hexapod robot in the lifting and the propelling phases is elaborated based on the modeling of manipulator and parallel robots.

The non-linearity and the neglected dynamics in the system's modeling present an important source of perturbations and limitations for the control of the hexapod robot. A method based on the identification of the system behavior in several velocity intervals is designed for the modeling of these perturbations.

In order to achieve the performance requirements for trajectory tracking, rejection of internal and external perturbations and robust stability, two control approaches are applied and compared: H_∞ and μ -Synthesis. This work has led to the identification of control approaches at the two phases of the movement, namely lifting and propelling. The robust stability and performances are achieved by the two approaches H_∞ and μ -Synthesis in the lifting phase. While in the propelling phase only the system with H_∞ approach can achieve the robust stability and performances.

Keywords: Hexapod robot, dynamic modeling, kinematic modeling, non-linearity, identification, tripod gait, wave gait, ripple gait, H_∞ controller, μ -Synthesis controller, stability, performance, disturbances, dynamic uncertainty.

Hasnaa EL HANSALI

Modélisation et Commande robuste d'un robot hexapode en présence des perturbations multiples

Année : 2021 N° thèse : 200/ST21

Année : 2021



Thèse N° : 200/ST21

École Nationale Supérieure d'Informatique et d'Analyse des Systèmes
Centre d'Études Doctorales en Sciences des Technologies de l'Information et de l'Ingénieur

THÈSE DE DOCTORAT

MODELISATION ET COMMANDE ROBUSTE
D'UN ROBOT HEXAPODE EN PRESENCE
DES PERTURBATIONS MULTIPLES

Présentée par

Hasnaa EL HANSALI

Le 13/02/2021

Formation doctorale : Informatique ou Sciences de l'Ingénieur – Génie électrique
Structure de recherche : Équipe de Recherche Électrotechnique, Robotique et Automatique

JURY

Professeur Soumia EL HANI

PES, ENSAM, Université Mohammed V de Rabat

Professeur Mohammed BENNANI

PES, ENSAM, Université Mohammed V de Rabat

Professeur Najib BENNIS

PES, ENSAM, Université Mohammed V de Rabat

Professeur Abdelmajid ABOULOIFA

PH, FSBM, Université Hassan II de Casablanca

Professeur Saad LISSANE ELHAQ

PES, ENSEM, Université Hassan II de Casablanca

Professeur Hamid OUADI

PES, ENSAM, Université Mohammed V Rabat

Professeur Fouad GIRI

Prof. Des universités, Université de Caen Basse Normandie, France

Président

Directeur de thèse

Rapporteur

Rapporteur

Rapporteur

Examineur

Examineur

Remerciements

Les travaux de recherche présentés dans ce mémoire ont été réalisés au sein de l'équipe de recherche en électrotechnique, robotique et automatique (ERERA) de l'école nationale supérieure d'arts et métiers de Rabat (ENSAM).

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude au directeur de thèse monsieur **Mohammed Bennani**, professeur à l'école nationale supérieure d'arts et métiers de Rabat, qui m'a encadré tout au long de cette thèse et qui m'a fait partager ses brillants conseils et son encadrement parfait. Je le remercie ainsi pour son encouragement, son aide, son soutien et sa disponibilité tout au long du travail. Je remercie le professeur **Taha Janan Mourad** pour son temps, son encouragement et ses conseils.

J'adresse toute ma reconnaissance aux membres du jury de soutenance de thèse, professeur **Soumia El Hani**, professeur **Najib Bennis**, professeur **Abdelmajid Abouloifa**, professeur **Hamid Ouadi**, professeur **Fouad Giri** et professeur **Saad Lissane Elhaqu**, pour leurs observations enrichissantes et leurs conseils. Je suis profondément redevable à ma famille pour leur soutien, leurs encouragements, leur amour, et leur présence.

Je tiens à remercier également tous les professeurs et le cadre administratif de l'école nationale supérieure d'arts et métiers de Rabat (ENSAM) pour leurs encouragements, leur humanité et leur professionnalisme. Je voudrais aussi remercier au fond de mon cœur tous mes amis et mes collègues du laboratoire pour leur soutien, leur bonne humeur, ainsi que leur contribution à ce travail de thèse et dont le nom n'a pu apparaître explicitement.

Résumé

L'avancée technologique a permis à l'homme de se substituer dans les milieux hostiles par des robots. Les robots à six pattes sont considérés à ce jour les robots les plus utilisés dans les terrains accidentés afin de réaliser des tâches complexes avec une grande stabilité et mobilité. Ceci dit, le dimensionnement de ces robots rencontre un défi de modélisation de sa posture et de contrôle de son mouvement en présence des perturbations.

Dans le cadre de cette thèse, nous proposons une nouvelle approche de modélisation et de commande robuste d'un robot hexapode en présence de perturbations multiples. La structure mécanique du robot est modélisée et conçue suite à une étude et une analyse des robots à inspiration biologique. Ensuite, la modélisation géométrique inverse est élaborée pour déduire les variables articulaires nécessaires pour la réalisation des allures de locomotion adoptées par le robot hexapode (tripode, Wave et Ripple). La modélisation du mouvement nécessite de tenir compte de la vitesse, l'accélération et les forces associées. A cet effet, le modèle dynamique du robot est déterminé pour la phase d'élévation et la phase de propulsion en se basant, respectivement, sur la modélisation des robots à structure sérielle et parallèle.

Le caractère non linéaire du système et les dynamiques négligées dans la modélisation constituent une source de perturbations et de limitations pour le contrôle du robot hexapode. Une méthode basée sur l'identification du comportement du système dans plusieurs intervalles de vitesse est conçue pour la modélisation de ces perturbations.

Afin de satisfaire à la fois les exigences de performances en suivi des trajectoires, le rejet des perturbations internes et externes et la stabilité robuste, deux approches de contrôle sont synthétisées et comparées: H_∞ et μ -Synthèse. Ce travail a conduit à identifier les approches de contrôle au niveau des deux étapes du mouvement, à savoir l'élévation et la propulsion. La première phase de mouvement peut être contrôlée par les deux approches H_∞ et μ -Synthèse alors que le contrôle de la seconde phase ne peut être conclu qu'avec l'approche H_∞ avec un bon compromis entre la stabilité et les performances robustes.

Mots clés : Robot hexapode, modélisation dynamique, modélisation géométrique, non-linéarité, identification, allure de locomotion, commande H_∞ , commande μ -Synthèse, stabilité, performance, perturbations, dynamiques négligées.

Abstract

Technological advances have enabled humans to replace robots in hostile environments. Six-legged robots are more useful among all robot's species thanks to their high capability to move in irregular and accidental terrains, such as space or planets. Then, the dimensioning of these robots faces a major challenge of modeling and controlling their movement in the presence of disturbances.

In the present thesis, a new approach for modeling and robust control of the hexapod robot in the presence of perturbations is proposed. Firstly, the mechanical structure of the hexapod robot is designed and modeled based on a study and analysis of biologically inspired robots. General kinematic modeling is elaborated in order to determine the joint angles necessary for the robot's gaits planning (tripod, wave and ripple). Moreover, the dynamic model of the hexapod robot in the lifting and the propelling phases is elaborated based on the modeling of manipulator and parallel robots.

The non-linearity and the neglected dynamics in the system's modeling present an important source of perturbations and limitations for the control of the hexapod robot. A method based on the identification of the system behavior in several velocity intervals is designed for the modeling of these perturbations.

In order to achieve the performance requirements for trajectory tracking, rejection of internal and external perturbations and robust stability, two control approaches are applied and compared: H_∞ and μ -Synthesis. This work has led to the identification of control approaches at the two phases of the movement, namely lifting and propelling. The robust stability and performances are achieved by the two approaches H_∞ and μ -Synthesis in the lifting phase. While in the propelling phase only the system with H_∞ approach can achieve the robust stability and performances.

Keywords: Hexapod robot, dynamic modeling, kinematic modeling, non-linearity, identification, tripod gait, wave gait, ripple gait, H_∞ controller, μ -Synthesis controller, stability, performance, disturbances, dynamic uncertainty.

Liste des figures

Figure 2.1: a) le robot LAURON V[20]. b) le robot MANTIS[21].	10
Figure 2.2: Robot monopode. a) Robot Pogostick [15]. b) Robot Salto[23].	11
Figure 2.3: Robots bipèdes. a) Robot ATLAS[26]. b) Robot Valkyrie[27]. c) Robot WABIAN[27]	12
Figure 2.4: Robots quadrupèdes. a) Robot BigDog[29]. b) Robot WildCat[30].	12
Figure 2.5: Robots à huit pattes. a) Robot DANTE[33]. b) Robot SCORPION[32].	13
Figure 2.6: Robot hexapode Rhex [37],[38], [39].	15
Figure 2.7: Robots à six pattes. a) Robot Hamlet[42]. b) Robot Sprawlita[41].	15
Figure 3.1: Classification du robot hexapode selon l'architecture du corps.	22
Figure 3.2 : Classification des robots hexapodes selon la morphologie des pattes [44].	23
Figure 3.3 : Vue multiple du robot hexapode.	24
Figure 3.4: Structure mécanique du corps du robot hexapode.	25
Figure 3.5 : Structure mécanique d'une patte du robot hexapode.	26
Figure 3.6: Structure du robot hexapode avec les systèmes de coordonnées.	28
Figure 3.7: Structure de la patte du robot hexapode avec les systèmes de coordonnées.	29
Figure 3.8 : Structure du robot hexapode avec les systèmes de coordonnées.	35
Figure 3.9: Corps du robot hexapode avec les segments Coxa.	37
Figure 3.10: Représentation des pattes du robot hexapode.	41
Figure 3.11: Schéma de l'allure tripode du robot hexapode.	41
Figure 3.12 : Schéma de l'allure 'Wave' du robot hexapode.	42
Figure 3.13: Schéma de l'allure 'Ripple' du robot hexapode.	43
Figure 3.14: Elévation des pattes L1, L3 et L5 du robot hexapode.	44
Figure 3.15: Elévation des pattes L2, L4 et L6 du robot hexapode.	44
Figure 3.16: Phase de propulsion du robot hexapode suivant une trajectoire linéaire.	45
Figure 3.17: Phases de propulsion du robot hexapode suivant une trajectoire sinusoïdale. ...	45
Figure 3.18: Propulsion sinusoïdale du robot hexapode dans le plan YZ.	46
Figure 3.19: Propulsion sinusoïdale du robot hexapode dans le plan ZY.	46
Figure 3.20: Elévation des pattes L1 et L5 du robot hexapode.	47
Figure 3.21: Phase deux de l'allure Ripple du robot hexapode.	48
Figure 3.22: Phase trois de l'allure 'Ripple' du robot hexapode.	48
Figure 3.23: Soulèvement de la patte L1 du robot hexapode.	49

Figure 3.24: Soulèvement de la patte L2 du robot hexapode.....	49
Figure 3.25: Soulèvement de la patte L3 du robot hexapode.....	50
Figure 3.26: Soulèvement de la patte L4 du robot hexapode.....	50
Figure 3.27: Soulèvement de la patte L5 du robot hexapode.....	50
Figure 3.28: Soulèvement de la patte L6 du robot hexapode.....	51
Figure 4.1: Structure de la patte du robot hexapode avec un système de coordonnées adapté à la réursive $i, i-1$	57
Figure 4.2: Structure de la patte du robot hexapode avec un système de coordonnées correspondent à la réursive $i, i+1$	60
Figure 4.3 : Propulsion linéaire du robot hexapode avec six pattes.....	66
Figure 4.4 : Couples articulaires pour la propulsion linéaire avec six pattes.....	66
Figure 4.5: Propulsion linéaire du robot hexapode avec cinq pattes L2, L3, L4, L5 et L6.....	67
Figure 4.6 : Couples articulaires pour la propulsion linéaire avec les cinq pattes L2, L3, L4, L5 et L6.....	68
Figure 4.7: Propulsion linéaire avec les quatre pattes L1, L3, L5 et L6.	68
Figure 4.8 : Couples articulaires pour la propulsion linéaire avec les quatre pattes L1, L3, L5 et L6.....	69
Figure 4.9: Propulsion linéaire avec les trois pattes L1, L3 et L5.....	70
Figure 4.10: Propulsion linéaire avec les trois pattes L2, L4 et L6.....	70
Figure 4.11: Couples articulaires pour la propulsion des trois pattes L1, L3 et L5 et l'élévation des pattes L2, L4 et L6.	71
Figure 5.1 : Modèle de la patte du robot hexapode.....	79
Figure 5.2 : Identification du système dans les différents intervalles de vitesse.....	80
Figure 5.3 : Représentation multiplicative des incertitudes dynamiques.....	81
Figure 5.4 : Modélisation des incertitudes dynamiques par la matrice de pondération W	82
Figure 5.5 : Valeurs singulières de la patte du robot hexapode en phase d'élévation.....	83
Figure 5.6 : Schéma global pour le contrôle du robot hexapode.....	84
Figure 5.7 : Configuration standard du système en boucle fermée.....	84
Figure 5.8 : Configuration standard du système en boucle fermée avec les fonctions de pondération.....	86
Figure 5.9 : Fonction de pondération des bruits de mesure des capteurs.....	88
Figure 5.10 : Fonction de pondération des perturbations externes.....	89
Figure 5.11 : Fonction de pondération des restrictions sur les actions de contrôle.....	90

Figure 5.12 : Fonction de pondération des performances de système.....	90
Figure 5.13 : Schéma standard de la transformation linéaire fractionnaire.....	91
Figure 5.14 : Configuration standard de la transformation linéaire fractionnaire supérieure. .	92
Figure 5.15 : Configuration standard de la transformation linéaire fractionnaire inférieure. .	92
Figure 5.16 : Configuration standard en boucle fermée de la fonction de sensibilité mixte...	94
Figure 5.17 : Réponse fréquentielle de la Valeur singulière du contrôleur H_∞	95
Figure 5.18 : Valeur singulière de la fonction de sensibilité complémentaire.	96
Figure 5.19 : Analyse de la stabilité robuste par la valeur singulière structurée μ	97
Figure 5.20 : Atténuation des restrictions sur les actions de contrôle.....	98
Figure 5.21 : Performance robuste du système en boucle fermée.....	98
Figure 5.22 : Contrôleurs H_∞ complet et réduit.....	99
Figure 5.23 : Stabilité robuste du système en boucle fermée avec le contrôleur H_∞ réduit.....	99
Figure 5.24 : Performance robuste du système en boucle fermée avec le contrôleur H_∞ réduit.	100
Figure 5.25 : Schéma standard du système en boucle fermée.....	101
Figure 5.26 : Schéma standard du contrôleur μ -Synthèse.....	101
Figure 5.27 : Valeur singulière de la matrice de transfert du contrôleur μ -Synthèse.....	102
Figure 5.28 : Analyse de rejet des perturbations externes.....	104
Figure 5.29 : Stabilité robuste du système en boucle fermée avec le contrôleur μ -Synthèse.	104
Figure 5.30 : Performance robuste du système en boucle fermée avec le contrôleur μ -Synthèse.	105
Figure 5.31 : Contrôleurs μ -Synthèse complet et réduit.....	105
Figure 5.32 : Stabilité robuste du système en boucle fermée avec le contrôleur μ -Synthèse réduit.....	106
Figure 5.33 : Performance robuste du système en boucle fermée avec le contrôleur μ -Synthèse réduit.....	107
Figure 5.34 : Propulsion linéaire avec les trois pattes L2, L4 et L6.....	109
Figure 5.35 : Modèle du robot hexapode dans la phase de propulsion.	109
Figure 5.36 : Identification du système en phase de propulsion.	110
Figure 5.37 : Modélisation des incertitudes dynamiques par la matrice de pondération W . .	112
Figure 5.38 : Valeurs singulières du système incertain.....	112
Figure 5.39 : Fonction de pondération des perturbations externes.....	114
Figure 5.40 : Configuration standard en boucle fermée de la fonction de sensibilité mixte.	115

Figure 5.41 : Valeur singulière de la matrice de transfert du contrôleur H_∞	116
Figure 5.42 : Stabilité robuste du système en boucle fermée avec le contrôleur H_∞	118
Figure 5.43 : Performance robuste du système en boucle fermée avec le contrôleur H_∞	118
Figure 5.44 : Propulsion linéaire du robot avec les pattes L1, L3 et L5 et l'élévation avec les pattes L2, L4 et L6.	119
Figure 5.45 : Variable articulaire θ_1 de la patte 2 en phase d'élévation.	121
Figure 5.46 : Variable articulaire θ_2 de la patte 2 en phase d'élévation.	122
Figure 5.47 : Variable articulaire θ_3 de la patte 2 en phase d'élévation.	123
Figure 5.48 : Identification du système dans les différents intervalles de vitesses.	124
Figure 5.49 : Approximation du système incertain par la représentation multiplicative.	125
Figure 5.50 : Stabilité robuste du système en boucle fermée avec le contrôleur H_∞	127
Figure 5.51 : Performance robuste du système en boucle fermée avec le contrôleur H_∞	127
Figure 5.52 : Variable articulaire θ_1 de la patte 4 en phase d'élévation.	128
Figure 5.53 : Variable articulaire θ_2 de la patte 4 en phase d'élévation.	129
Figure 5.54 : Variable articulaire θ_3 de la patte 4 en phase d'élévation.	130
Figure 5.55 : Identification du système dans les trois intervalles de la vitesse.	131
Figure 5.56 : Approximation du système incertain par la représentation multiplicative.	132
Figure 5.57 : Stabilité robuste du système en boucle fermée avec le contrôleur H_∞	134
Figure 5.58 : Performance robuste du système en boucle fermée avec le contrôleur H_∞	134
Figure 5.59 : Variable articulaire θ_1 de la patte 6 en phase d'élévation.	135
Figure 5.60 : Variable articulaire θ_2 de la patte 6 en phase d'élévation.	136
Figure 5.61 : Variable articulaire θ_3 de la patte 6 en phase d'élévation.	136
Figure 5.62 : Identification du système dans les différents intervalles de la vitesse.....	138
Figure 5.63 : Approximation du système incertain par la représentation multiplicative.	139
Figure 5.64 : Stabilité robuste du système en boucle fermée avec le contrôleur H_∞	140
Figure 5.65 : Performance robuste du système en boucle fermée avec le contrôleur H_∞	141
Figure 5.66 : Identification du système dans les différents intervalles de vitesse en phase de propulsion.....	142
Figure 5.67 : Modélisation des incertitudes dynamiques dans la phase de propulsion.....	143
Figure 5.68 : Valeur singulière de la matrice de transfert du contrôleur H_∞	143
Figure 5.69 : Stabilité robuste du système en boucle fermée avec le contrôleur H_∞ en phase de propulsion.....	145

Figure 5.70: Performance robuste du système en boucle fermée avec le contrôleur H_∞ en phase de propulsion. 145

Liste des tableaux

Table 3.1: Les paramètres mécaniques d'une patte du robot hexapode.....	26
Table 4.1: Paramètres Denavit-Hartenberg.....	58
Table 4.2: Paramètres de la première convention de Denavit-Hartenberg.....	61

Notations

Symbole	Signification
$a_{c,i}$: Accélération du centre de masse du segment i .
ω_i	: Vitesse angulaire du repère i par rapport au repère 0 .
$\dot{\omega}_i$: Accélération angulaire du repère i par rapport au repère 0 .
z_i	: Axe d'actionnement du cadre i par rapport au cadre 0 .
g_i	: Accélération due à la gravité.
f_i	: Force exercée par le segment $i-1$ sur le segment i .
τ_i	: Couple exercé par le segment $i-1$ sur le segment i .
$R^{i,i+1}$: Matrice de rotation du repère i au repère $i+1$.
m_i	: Masse du segment i .
I_i	: Moment d'inertie du rotor de l'actionneur i et de son réducteur ressenti par l'articulation.
r_{i-1,C_i}	: Vecteur de l'origine du repère $i-1$ au centre de masse du segment i .
$r_{i-1,i}$: Vecteur de l'origine du repère $i-1$ à l'origine du repère i .
F_i	: Force inertielle agissant sur le $i^{\text{ème}}$ segment.
N_i	: Couple inertielle agissant sur le $i^{\text{ème}}$ segment.
n_i	: Couple exercé par le segment $i-1$ sur le segment i .
V_i	: Vitesse linéaire.
\dot{V}_{c_i}	: Accélération linéaire du centre de masse du segment i .
${}^iP_{c_i}$: Vecteur de localisation du centre de masse du $i^{\text{ème}}$ segment.
θ_1	: Lien articulaire entre le segment 1 et le corps du robot.
θ_2	: Lien articulaire entre le segment 1 et le segment 2.
θ_3	: Lien articulaire entre le segment 2 et le segment 3.
λ_i	: Angle initial entre le corps du robot et le segment 1 de la $i^{\text{ème}}$ patte.
β_i	: Angle initial entre le segment 1 et le segment 2 de la $i^{\text{ème}}$ patte du robot.
γ_i	: Angle initial entre le segment 2 et le segment 3 de la $i^{\text{ème}}$ patte du robot.
$M(\theta)$: Matrice d'inertie de dimension $n \times n$.
$C(\theta, \dot{\theta})$: Matrice $n \times n$ contient les forces Coriolis et Centrifuges.
$G(\theta)$: Vecteur gravitationnel de dimension $n \times 1$.
F_d	: Matrice diagonale $n \times n$ de la friction dynamique.

Δ	: Incertitudes non structurées.
W	: Matrice de pondération qui couvre les incertitudes dynamiques.
H_r	: Matrice de transfert réelle.
H_{nom}	: Matrice de transfert nominale.
I	: Matrice unitaire.
K	: Contrôleur.
r	: Consigne.
y	: Sortie du système.
u	: Signal de contrôle
e	: Signal d'erreur.
d	: Signal de perturbations externes.
n	: Bruits de mesure des capteurs.
L_i	: Matrice de transfert d'entrée de la boucle.
L_o	: Matrice de transfert de sortie de la boucle.
S_i	: Matrice de sensibilité d'entrée.
S_o	: Matrice de sensibilité de sortie.
T_i	: Matrice de sensibilité complémentaire d'entrée.
T_o	: Matrice de sensibilité complémentaire de sortie.
d	: Perturbations extérieures sur la sortie.
d_i	: Perturbations extérieures sur l'entrée.
e	: Erreur.
W_d	: Matrice de pondération des perturbations externes.
W_n	: Matrice de pondération des bruits de mesure des capteurs.
W_e	: Matrice de pondération des performances.
W_u	: Matrice de pondération des restrictions sur les actions de commande.
S	: Variable de Laplace.
P	: Installation généralisée.
ω	: Entrées extérieures au système.
Z	: Sorties à réguler.
$F(P,\Delta)$: Transformation linéaire fractionnaire.
$F_l(P,K)$: Transformation linéaire fractionnaire inférieure.
T_{rz}	: Fonction coût.
$\mu_{\Delta p}(\cdot)$: Valeur singulière structurée.

Abréviations & Acronymes

PID	Proportionnel Intégral-Dérivé.
LQR	Linear Quadratic Regulator.
ddl	degré(s) de liberté.
NASA	National Aeronautics and Space Administration.
CNRS	Centre National de la Recherche Scientifique.
GPS	Global Positioning System.
DH	Denavit-Hartenberg.
CMG	Commande Mode Glissement.
MIMO	Multiple Input Multiple Output.
SISO	Single Input Single Output.
MGI	Modèle Géométrique Inverse.
TLF	Transformation Linéaire Fractionnaire.
RLF	Représentation Linéaire Fractionnaire.
TLFU	Transformation Linéaire Fractionnaire supérieure (Upper).
TLFI	Transformation Linéaire Fractionnaire Inférieure.
CMU	Carnegie Mellon University.

Table des matières

Remerciements.....	i
Résumé.....	ii
Abstract.....	iii
Liste des figures.....	iv
Liste des tableaux.....	ix
Notations.....	x
Abréviations & Acronymes.....	xii
Chapitre 1 Introduction Générale.....	1
Chapitre 2 Robots à pattes.....	8
2.1 Introduction.....	9
2.2 Type des robots à pattes.....	10
2.2.1 Robots monopodes.....	10
2.2.2 Robots bipèdes.....	11
2.2.3 Robots quadrupèdes.....	12
2.2.4 Robots à huit pattes.....	13
2.3 Robots à six pattes.....	13
2.4 Conclusion.....	17
Chapitre 3 Modélisation géométrique.....	19
3.1 Introduction.....	21
3.2 Design mécanique du robot hexapode.....	22
3.2.1 Description du corps du robot.....	24
3.2.2 Description de la patte du robot.....	25
3.3 Modélisation géométrique.....	27
3.3.1 Description des positions et des orientations.....	28
3.3.2 Modèle géométrique inverse.....	32
3.3.2.1 Modèle géométrique inverse du robot hexapode en phase d'élévation (Lifting).....	33
3.3.2.2 Modèle géométrique inverse du robot hexapode en phase de propulsion (propelling).....	35
3.4 Planification des modes de locomotion des robots hexapodes.....	40
3.4.1 Allure 'tripode'.....	41
3.4.2 Allure 'Wave'.....	42
3.4.3 Allure 'Ripple'.....	42
3.5 Simulation des allures du robot hexapode.....	43
3.5.1 Simulation de l'allure 'tripode'.....	43
3.5.2 Simulation de l'allure 'Ripple'.....	47
3.5.3 Simulation de l'allure 'Wave'.....	48
3.6 Conclusion.....	51
Chapitre 4 Modélisation dynamique.....	52
4.1 Introduction.....	54
4.2 Modélisation dynamique du robot hexapode en phase d'élévation avec le formalisme de Newton Euler.....	55
4.2.1 Méthode de Newton Euler.....	55
4.2.2 Modèle dynamique inverse du robot hexapode avec la récursive $i, i-1$	57
4.2.3 Modèle dynamique inverse du robot hexapode avec la récursive $i, i+1$	60
4.3 Modélisation dynamique du robot hexapode en phase de propulsion.....	64

4.3.1 Propulsion du robot hexapode avec six pattes.....	65
4.3.2 Propulsion du robot hexapode avec cinq pattes.....	67
4.3.3 Propulsion du robot hexapode avec quatre pattes.....	68
4.3.4 Propulsion du robot hexapode avec trois pattes	69
4.4 Conclusion.....	71
Chapitre 5 Commande robuste des robots hexapodes	73
5.1 Introduction	74
5.2 Commande robuste du robot hexapode en phase d'élévation	76
5.2.1 Identification du système et modélisation des incertitudes	76
5.2.2 Définition des intervalles de la vitesse de fonctionnement du robot hexapode.....	78
5.2.3 Identification de la patte du robot hexapode en phase d'élévation.....	78
5.2.4 Identification des incertitudes dynamiques.	81
5.2.5 Conception et synthèse des contrôleurs robustes : H_∞ et μ -Synthèse.....	83
5.2.5.1 Représentation du système de contrôle.	83
5.2.5.2 Choix des fonctions de pondération.	86
5.2.5.3 Transformation linéaire fractionnaire (TLF).....	91
5.2.5.4 Conception et synthèse du contrôleur H_∞	93
A. Contrôleur H_∞ avec la technique des sensibilités mixtes.	93
B. Simulation et résultats du contrôle par la méthode des sensibilités mixtes.....	94
5.2.5.5 Conception et synthèse du contrôleur μ - Synthèse.....	100
A. Contrôleur μ - Synthèse.....	100
B. Analyse de la stabilité robuste et atténuation des bruits de mesure des capteurs.....	102
5.2.5.6 Comparaison des contrôleurs H_∞ et μ -Synthèse.	107
5.3 Commande robuste du robot hexapode en phase de la propulsion.....	108
5.3.1 Identification du système et modélisation des incertitudes.	108
5.3.1.1 Identification du robot hexapode en phase de propulsion.	108
5.3.1.2 Identification et modélisation des incertitudes dynamiques.....	111
5.3.2 Conception et synthèse des contrôleurs robustes : H_∞ et μ -synthèse.	113
5.3.2.1 Le choix des matrices de pondération.	113
5.3.2.2 Conception et synthèse du contrôleur H_∞ avec la technique des sensibilités mixtes en phase de propulsion.	115
A. Analyse de la stabilité robuste et l'atténuation des bruits de mesure des capteurs.	116
B. Analyse des performances robustes, le rejet des perturbations externes et l'atténuation des restrictions sur les actions de contrôle.	117
5.3.2.3 Conception et synthèse du contrôleur μ -synthèse.	118
5.4 Application de la commande H_∞ pour le contrôle du robot hexapode avec une allure et une trajectoire précises.	119
5.4.1 Commande robuste du robot hexapode en phase d'élévation par le contrôleur H_∞	120
5.4.1.1 Commande robuste de la patte 2.	120
A. Définition des intervalles de la variation des angles articulaires.....	120
B. Identification du système.	123
C. Identification des incertitudes dynamiques.	125
D. Application du contrôleur H_∞	126
5.4.1.2 Commande robuste de la patte 4.	128
A. Définition des intervalles de variation des angles articulaires.	128
B. Identification du système.	130

C. Identification des incertitudes dynamiques.....	131
D. Application du contrôleur H_∞	132
5.4.1.3 Commande robuste de la patte 6.....	134
A. Définition des intervalles de variation des angles articulaires.....	134
B. Identification du système.....	137
C. Identification des incertitudes dynamiques.....	138
D. Application du contrôleur H_∞	139
5.4.2 Commande robuste du robot hexapode en phase de propulsion par le contrôleur H_∞	141
5.4.2.1 Identification du système et modélisation des incertitudes.....	141
5.4.2.2 Identification et modélisation des incertitudes dynamiques.....	142
5.4.2.3 Application du contrôleur H_∞	143
A. Analyse de la stabilité robuste et l'atténuation des bruits de mesure des capteurs.....	144
B. Analyse des performances robustes, le rejet des perturbations externes et l'atténuation des restrictions sur l'action de contrôle.....	144
5.5 Conclusion.....	145
Chapitre 6 Conclusion Générale et Perspectives.....	148
Annexe A.....	152
Annexe B.....	153
Annexe C.....	154
Annexe D.....	156
Annexe E.....	159
Annexe F.....	160
Annexe G.....	161
Annexe H.....	162
Références.....	165

Chapitre 1

Introduction Générale

Dans un monde où l'évolution technologique se fait avec un rythme extraordinairement rapide au cours des dernières décennies, la robotique occupe une place très importante dans cette évolution. Le terme **robotique** a été employé pour la première fois par Isaac Asimov en 1941 dans son récit de science-fiction "Menteur". C'est un domaine pluridisciplinaire qui traite en détail la conception et la réalisation des machines automatiques, appelées robots, qui peuvent remplacer ou reproduire des actions humaines. La robotique est l'intersection de plusieurs disciplines, l'ingénierie électrique et mécanique, la science des matériaux, les mathématiques, l'informatique et aussi les sciences cognitives et la biologie. Elle est très engagée pour soutenir la croissance et pour relever les défis dans tous les domaines [1]. Du fait d'interagir, d'explorer et de travailler avec l'être humain, la nouvelle génération de robots touche de plus en plus les gens. Elle atteint largement la frontière humaine, fabriquant des biens et des produits sauvant du temps et des vies. Aujourd'hui, l'impact de la robotique sur l'être humain pousse les chercheurs à s'intéresser au développement des différents types des robots commençant par les robots industriels, les robots médicaux, passant par les robots d'exploration spatiale et de grands fonds marins, allant vers les drones, les exosquelettes, les robots de télé-présence et les robots militaires.

En effet, les robots aujourd'hui se présentent dans tous les domaines de la vie moderne. Il existe des robots médicaux intervenant dans les opérations chirurgicales [2], comme ils peuvent se trouver dans les maisons effectuant des tâches ménagères et la préparation des repas [3] et dans les usines construisent des voitures [4]. Il existe ainsi des robots combattent les incendies [5], transportent les aliments aux soldats dans des terrains inaccessibles et dangereux pour l'être humain [6] et explorent des planètes. Demain, les robots seront aussi omniprésents et personnels que les ordinateurs personnels d'aujourd'hui. Le rêve de créer des machines performantes et intelligentes est un défi de l'humanité depuis le début des temps. Ce rêve est en train de devenir une partie de la réalité frappante de notre monde.

Contrairement aux robots manipulateurs fixes, les robots mobiles permettent d'ouvrir un nouvel avenir d'applications à la robotique. En fait, c'est la catégorie utilisée dans l'exploration spatiale et sous-marine [7]. Ils sont utilisés souvent dans le transport. Cependant, une partie substantielle de la terre et des planètes est inaccessible à tout type de robots à roues et à chenilles qui demandent un sol continu pour se déplacer. Les obstacles naturels comme les gros rochers, le sol meuble, les ravins profonds et les pentes abruptes allant des forêts jusqu'à la lune et les autres planètes présentent des contraintes qui rendent la locomotion roulante inefficace. D'où l'intérêt des robots à pattes qui peuvent se déplacer sur des terrains irréguliers, en variant la configuration de leurs pattes afin de s'adapter aux irrégularités des terrains naturels. Les pattes peuvent établir ainsi un contact avec le sol en des points sélectionnés selon les conditions du terrain. En effet, les robots à pattes peuvent franchir les petits et les grands obstacles, surmontant les discontinuités du terrain à l'échelle du corps tout en restant stables et avec une grande mobilité. Ils sont plus efficaces dans les environnements dangereux et inaccessibles comme les stations nucléaires et les planètes [8]. Ils sont ainsi utilisés dans les guerres aidant les soldats à transporter les équipements lourds dans des terrains accidentés et inaccessibles aux êtres humains comme le robot BigDog développé par Boston Dynamics [6]. Il existe aussi des robots permettant de détecter et éliminer les munitions explosives comme le robot PackBot d'Endeavour Robotics [9].

Lorsque les robots se déplacent sur des surfaces molles, comme dans un sol sableux, la possibilité d'utiliser des pattes discrètes dans le sol peut également améliorer la consommation d'énergie, car elles déforment moins le terrain que les véhicules à roues ou à chenilles et, par conséquent, l'énergie nécessaire pour sortir des dépressions est plus faible [10].

La mobilité et la stabilité des robots à pattes dépendent dans un premier lieu du nombre de pattes et de degrés de liberté dont ils disposent. De ce fait, les robots hexapodes sont d'une grande importance pour la réalisation des tâches exigeant une stabilité en présence des perturbations. Dans les dernières décennies, les chercheurs ont accordé de plus en plus une grande importance aux robots hexapodes [11]. Ces robots peuvent défilier facilement les algorithmes de locomotion dans tous les types de terrains, ce qui favorise un équilibre et une stabilité par rapport à la majorité des robots à pattes [12]. En outre, l'utilisation de plusieurs degrés de liberté dans les articulations des pattes permet aux robots de changer de cap sans glissement. Il est également possible de faire varier la hauteur du corps, introduisant un effet d'amortissement et de découplage entre les irrégularités du terrain et le corps du robot.

Cependant, les robots hexapodes révèlent des phénomènes cinématiques et dynamiques complexes dus à leur morphologie et leur nombre important de pattes. Ainsi, l'analyse, la modélisation et le contrôle de ce type de robots sont difficiles à mettre en œuvre. La synthèse de lois de commande se base généralement sur un modèle nominal qui ne tient pas en compte de la complexité du système. En revanche, les perturbations sont inévitables dans le contrôle des robots hexapodes et sont susceptibles de les déstabiliser et diminuer leurs performances. Ces perturbations proviennent de deux sources principales : les incertitudes au niveau des signaux et les perturbations dynamiques. La première catégorie comprend les signaux de perturbations d'entrée et de sortie, le bruit de mesure des capteurs et les restrictions sur les actions de contrôle, etc. La seconde catégorie représente l'écart entre le modèle mathématique et le modèle dynamique réel du robot en fonctionnement. Étant donné que le modèle mathématique de tout système n'est toujours qu'une approximation de la dynamique du système physique réel [13]. Les sources typiques de cette divergence comprennent les non-linéarités négligées dans la modélisation, les dynamiques non modélisées (qui deviennent importantes généralement en haute fréquence) et les variations des paramètres du système dues aux changements environnementaux. Ces erreurs de modélisation affectent généralement la stabilité et les performances d'un robot hexapode. En effet, il existe plusieurs méthodes de contrôle selon la complexité du système. Elles sont regroupées en trois catégories : les approches linéaires (PID et la commande quadratique linéaire LQR...), les approches non linéaires (sliding mode et Backstepping...) et les approches intelligentes (les réseaux de neurones, la logique floue et les algorithmes génétiques...).

Dans les dernières décennies, la théorie de la commande robuste a été développée. Elle permet d'agir face aux différentes perturbations internes et externes que subit le robot. C'est une approche de commande qui combine les meilleurs avantages de l'automatique classique et l'automatique moderne. Elle bénéficie de la richesse de l'analyse fréquentielle, offrant l'avantage de la spécification des objectifs de performances, de bande passante et de robustesse. De l'automatique moderne, elle bénéficie de sa puissance et sa simplicité de commande afin de trouver un bon compromis entre la stabilité et les performances. Ainsi, elle est facilement applicable avec une efficacité aux systèmes multi-variables (MIMO) en présence de perturbations multiples [14]. Cependant, la commande robuste nécessite un choix délicat des fonctions de pondération permettant de modéliser en fréquence les différentes sortes de perturbations.

Problématique

La problématique traitée dans cette thèse concerne l'identification et la formulation des non-linéarités et des paramètres négligées lors de la modélisation du système qui présentent un défi dans le contrôle des robots hexapodes. Ainsi, le choix difficile des fonctions de pondération qui modélisent les perturbations externes, les bruits de mesure des capteurs et les restrictions sur les actions de contrôle. Enfin, la synthèse d'une loi de commande robuste du robot hexapode (système multi variables) afin de trouver un bon compromis entre la stabilité et les performances est difficile à mettre en œuvre en présence de toutes les sortes de perturbations.

Objectif principal

L'objectif de notre travail s'intéresse principalement à la modélisation du robot hexapode. Ainsi, la synthèse de lois de commande : H_∞ et μ -synthèse pour le contrôle du robot en présence des perturbations multiples (internes et externes). Une contribution qui consiste à modéliser les non-linéarités et les dynamiques négligées est développée par une approche d'identification. La modélisation des perturbations externes, les bruits de mesure des capteurs et les restrictions sur les actions de contrôle est ainsi élaborée par un choix judicieux des fonctions de pondérations. Enfin, une analyse de la stabilité et des performances robustes dans des allures de locomotion définies est nécessaire afin de montrer l'efficacité des contrôleurs trouvés.

Contributions de l'auteur

L'ensemble des services de recherche et de développement sont capitalisés au nom de l'Université Mohammed V de Rabat (UM5R) sous forme de quatre papiers dans des conférences internationales indexées et de deux articles dans des revues indexées.

Notre contribution consiste généralement à une modélisation et une synthèse de la commande robuste d'un robot hexapode en présence des perturbations multiples. Afin d'atteindre cet objectif, plusieurs contributions sont élaborées.

La modélisation géométrique du robot hexapode : c'est une étape indispensable afin de démontrer la capacité du robot hexapode de se mouvoir dans différentes orientations pour réaliser les tâches planifiées. En premier lieu, le modèle géométrique du robot hexapode en phase d'élévation est déterminé en se basant sur la modélisation géométrique des robots sériels

(les manipulateurs). Attendu que l'allure du robot hexapode en phase de propulsion se ressemble à un robot parallèle avec deux bases, une fixe (le sol) et l'autre mobile (le corps du robot), la modélisation géométrique et la simulation d'un robot parallèle 'Hexa' sont élaborées [15].

La planification et la simulation des allures de locomotion adoptées par les robots hexapodes : Afin de vérifier le modèle géométrique du robot hexapode en phase d'élévation et de propulsion, nous nous planifions trois allures périodiques de locomotion : 'tripode', 'Wave' et 'Ripple'. Ainsi, une simulation du robot hexapode en suivi certaines trajectoires adoptant ces allures est élaborée [16]-[17].

La modélisation dynamique du robot hexapode : afin de déterminer le modèle dynamique de la patte du robot en phase d'élévation, on a élaboré un programme permettant de déterminer le modèle dynamique des robots sériels par la méthode de Newton Euler et le valider avec la méthode de Lagrange. En outre, le robot hexapode avec trois degrés de liberté par patte nécessite 18 actionneurs en total pour générer le mouvement des articulations. Ce nombre important rend le modèle dynamique difficile à déterminer analytiquement dans la phase de propulsion. De ce fait, l'outil SimMechanics™ de la plateforme Matlab-Simulink® est utilisé afin de récupérer les couples moteurs associés aux variables articulaires nécessaires pour suivre une trajectoire planifiée.

L'identification des incertitudes et la synthèse des contrôleurs du robot hexapode : avant de passer à la synthèse des contrôleurs, l'identification des incertitudes dynamiques dues aux non-linéarités et aux paramètres négligés dans la modélisation du système est réalisée. Ainsi, la modélisation des perturbations externes, des bruits de mesure des capteurs et des restrictions sur les actions de contrôle est envisagée [18]. Ensuite, les contrôleurs H-infini et μ -synthèse sont synthétisés et appliqués au robot hexapode adoptant plusieurs allures périodiques (tripode, Wave, et le Ripple). Enfin, l'analyse des spécifications de la stabilité et des performances robustes du robot hexapode en présence des différentes perturbations est illustrée afin de valider l'efficacité des contrôleurs [19]-[20]-[21].

Organisation du rapport

Ce mémoire est organisé en cinq chapitres :

Le **chapitre 2** présente un état de l'art sur les différents robots hexapodes. Il met en évidence leurs évolutions et montre leurs caractéristiques et avantages par rapport aux autres robots mobiles. Ainsi, les travaux de recherches importants sur ce type de robots sont présentés dans cette section.

Le **chapitre 3** est dédié à la conception mécanique de la structure du robot hexapode avec la définition des dimensions, de la matière et la masse de chaque partie du robot. Ensuite, la modélisation géométrique du robot hexapode est élaborée afin de montrer sa capacité de se mouvoir dans les différentes orientations planifiées. Enfin, les allures tripodes 'Ripple', 'Wave' et 'tripode' sont définies et simulées afin de valider le modèle géométrique trouvé et vérifier l'efficacité de la locomotion du robot hexapode.

La modélisation dynamique du robot hexapode en phase d'élévation et de propulsion est abordée dans le **chapitre 4**. Dans la phase d'élévation, la méthode de Newton Euler est utilisée afin de déterminer le modèle dynamique de la patte considérée comme un robot manipulateur sériel à 3 ddl. Dans la phase de propulsion, les méthodes analytiques sont inefficaces et difficiles pour déterminer le modèle dynamique. En effet, l'outil SimMechanics™ de la plateforme Matlab-Simulink® est utilisé afin de récupérer les couples en fonction des variables articulaires dans des allures spécifiques.

Le **Chapitre 5** est dédié à l'identification des non-linéarités et des paramètres négligés dans la modélisation du robot hexapode. Dans cette section, on met en évidence l'identification et la modélisation par des fonctions de pondération des perturbations externes, des bruits de mesure des capteurs et certaines restrictions sur les actions de contrôle. Ensuite, la synthèse des contrôleurs H-infini et μ -synthèse est élaborée en phase d'élévation et de propulsion. Les contrôleurs trouvés sont appliqués au robot hexapode dans plusieurs allures (tripode, Wave, et Ripple). Enfin, la commande robuste du robot hexapode adoptant l'allure de locomotion tripode et une trajectoire parabolique est mise en œuvre. Ainsi, les spécifications de la stabilité et des performances robustes sont analysées.

Le mémoire se termine par une conclusion et une perspective sur la synthèse d'autres lois de contrôle des robots hexapodes. Enfin, les annexes présentent des informations complémentaires de l'étude du sujet.

Chapitre 2

Ce chapitre présente un aperçu sur les différents types des robots à pattes en général et les robots hexapodes en particulier. Les avantages et les inconvénients de ces robots par rapport à d'autres robots mobiles sont discutés. Ensuite, un état de l'art des robots développés dans les dernières décennies est réalisé afin de mettre en lumière les spécifications de performances et les limitations des robots hexapodes.

Sommaire

2.1 Introduction	9
2.2 Type des robots à pattes.....	10
2.2.1 Robots monopodes	10
2.2.2 Robots bipèdes.....	11
2.2.3 Robots quadrupèdes.....	12
2.2.4 Robots à huit pattes	13
2.3 Robots à six pattes	13
2.4 Conclusion	17

2.1 Introduction

Les robots à pattes sont des systèmes de locomotion artificiels qui utilisent les pattes pour se déplacer. Chacune des pattes est constituée de plusieurs liaisons reliées par des articulations prismatiques ou rotatives. Les robots à pattes présentent énormément d'avantages par rapport aux autres types de robots mobiles. Ils bénéficient d'une mobilité supérieure dans les terrains naturels grâce à la morphologie des pattes utilisées. Ils peuvent ainsi garantir un mouvement discontinu, contrairement aux robots à roues qui ont besoin d'une surface d'appui continue. Par conséquent, les robots à pattes d'une part peuvent se déplacer sur des terrains irréguliers, en variant la configuration de leurs pattes afin de s'adapter aux irrégularités de la surface. D'autre part, ils peuvent établir un contact avec le sol à des points sélectionnés en fonction des conditions du terrain. En effet, les pattes sont des systèmes intrinsèquement adéquats pour la locomotion dans les terrains irréguliers et accidentés. En outre, la zone de contact entre le pied et le sol peut être établie de manière que la pression d'appui au sol puisse être faible. L'utilisation de plusieurs degrés de liberté dans les articulations des pattes permet aux robots de changer de sens sans glissement. Il est également possible de faire varier la hauteur de caisse, en introduisant un effet d'amortissement et de découplage entre les irrégularités du terrain et la caisse du véhicule [22]. Un autre avantage qui rend les robots à pattes plus performants est la tolérance aux défaillances lors d'une locomotion statique stable. La conséquence d'une défaillance au niveau des roues d'un robot à roues est une grave perte de mobilité, car généralement, toutes les roues de ce type de véhicules doivent être en contact permanent avec le sol pendant la locomotion. Cependant, les robots à pattes peuvent présenter un nombre redondant de pattes et, par conséquent, peuvent maintenir un équilibre statique et continuer leur locomotion même avec une ou plusieurs pattes endommagées [23], [24].

Les pattes des robots peuvent être utilisées non seulement pour la locomotion, mais aussi comme des bras manipulateurs pour réaliser des tâches d'assemblage, de peinture, etc. Ainsi, le corps peut être actionné activement tandis que les pieds sont fixés au sol, fonctionnant comme une base de soutien active pour aider le mouvement d'un manipulateur ou d'un outil monté sur le corps. Le robot *LAURON V* est l'un des robots qui permettent de transporter des charges utiles scientifiques pour surveiller l'environnement et il peut utiliser ses jambes pour des tâches de manipulation mobile comme il est montré dans la figure 2.1.a [25]. Le robot *MANTIS* est aussi l'un des robots à pattes manipulateurs. Il a été développé en tant que plate-forme de

recherche interdisciplinaire dans le domaine de la manipulation mobile avec des robots à plusieurs pattes afin d'accomplir une variété de tâches différentes [26]. Il est capable de fonctionner dans deux postures différentes : la posture manipulation et la posture locomotion (Figure 2.1.b).



Figure 2.1: a) le robot LAURON V [27]. b) le robot MANTIS [28].

Bien que les aspects mentionnés indiquent que les robots à pattes possèdent de grands avantages par rapport aux véhicules de locomotion traditionnels, il convient de garder à l'esprit que, dans leur état actuel de développement, ces robots souffrent encore de plusieurs limitations et contraintes. En effet, le design, la modélisation, la vitesse de locomotion, la consommation d'énergie et la commande de ces mécanismes poly-articulés présentent encore des défis à surmonter.

2.2 Type des robots à pattes

Les robots à pattes sont classifiés généralement selon le nombre de pattes utilisées qui peuvent influencer directement sur les aspects de locomotion du robot (mobilité et stabilité). Dans cette section, la description des robots à pattes est organisée par le nombre de pattes utilisées dans la structure. En commençant par les systèmes à une seule patte "monopode", suivi par les systèmes bipèdes, et en terminant par les robots à plus de 2 pattes : les quadripèdes les hexapodes, et les robots à huit pattes.

2.2.1 Robots monopodes

Le robot à une seule patte "monopode" nommé aussi robot sauteur, puisqu'il utilise un mouvement de saut pour naviguer. L'exemple naturel approximatif de ce type de robot

est le Kangourou. Les robots monopodes gardent un équilibre actif lors de leurs déplacements, assurant ainsi une stabilité dynamique. Le robot *Pogostick* est l'une des machines monopodes (Figure 2.2.a). Il dispose d'une articulation dans la hanche supplémentaire pour permettre à la patte de se déplacer latéralement, ainsi qu'à l'avant et à l'arrière [22]. Des chercheurs de l'Université de Californie à Berkeley ont dévoilé pour la première fois les capacités de haut vol du robot *Salto* en 2016 (Figure 2.2.b). Il ressemble à un déambulateur impérial de Star Wars en miniature. Malgré sa taille, ce petit robot a un ressort puissant dans sa marche qui lui permet de sauter plus de trois fois sa hauteur en un seul bond [29].

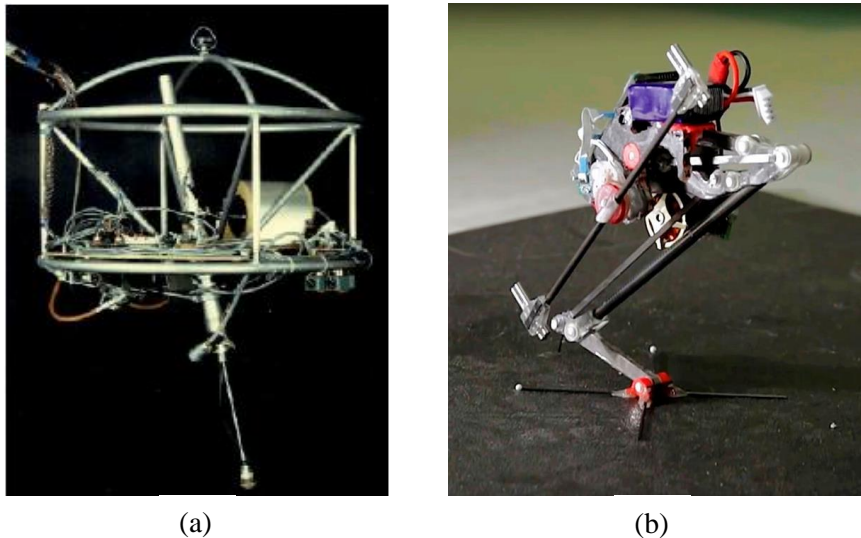


Figure 2.2: Robot monopode. a) Robot Pogostick [22]. b) Robot Salto [30].

2.2.2 Robots bipèdes

Un robot bipède est généralement modélisé comme une structure articulée tridimensionnelle rigide en forme d'arbre. La recherche dans ce dernier a progressé plus lentement par rapport aux autres robots en raison du contrôle de stabilité. Les robots bipèdes sont plus exigeants en ce qui concerne l'équilibre dynamique. Ils doivent maintenir l'équilibre dans tous les sens de mouvement et même en repos. Aussi ils sont confrontés au problème du contrôle de mouvement. Il existe plusieurs exemples des robots bipèdes bien évolués et performants, comme le robot *Atlas* développé par Boston Dynamics et montré sur la figure 2.3.a [31], le robot *Valkyrie* conçu par la NASA (Figure 2.3.b), et destiné à aider les êtres humains sur Mars et le robot humanoïde *WABIAN* montré sur la figure 2.3.c [32].

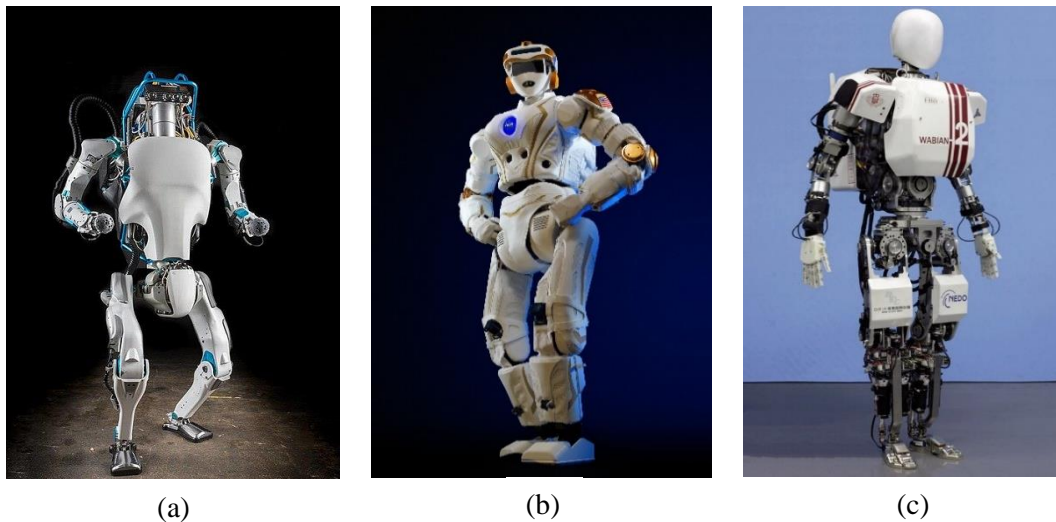


Figure 2.3: Robots bipèdes. a) Robot ATLAS [33]. b) Robot Valkyrie [34]. c) Robot WABIAN [34].

2.2.3 Robots quadrupèdes

Les robots quadrupèdes ou robots à quatre pattes imitent dans leur architecture les animaux quadrupèdes. Ils sont plus stables et plus rapides que les robots bipèdes ce qui leur donne la possibilité de se mouvoir sur les terrains hostiles. La société américaine Boston Dynamics a développée un robot nommé *BigDog* qui possède la posture d'un chien comme il est montré dans la figure 2.4.a. Il permet d'aider les soldats à transporter les équipements lourds dans les terrains inaccessibles et dangereux. Boston Dynamics a développé aussi une série de robots quadrupèdes comme *WildCat* (Figure 2.4.b) *LittleDog*, *AlphaDog* et *Cheetah* [35].



Figure 2.4: Robots quadrupèdes. a) Robot BigDog [36]. b) Robot WildCat [37].

2.2.4 Robots à huit pattes

Les robots à huit pattes sont conçus généralement d'une inspiration biologique des araignées, des arachnides, ainsi que des marcheurs sous-marins. Bien qu'ils possèdent un nombre élevé de pattes, ils bénéficient d'une grande stabilité et souplesse, mais leur contrôle devient difficile. Le robot *DANTE* développé par l'université Carnegie Mellon représente l'une des structures à huit pattes réussies. Il est destiné à explorer le mont Erebus (Figure 2.5.a) [38]. Ainsi, le robot *SCORPION* est développé par l'Université de Brême en collaboration avec la NASA pour des missions planétaires (Figure 2.5.b) [39].



(a)



(b)

Figure 2.5: Robots à huit pattes. a) Robot DANTE [40]. b) Robot SCORPION [39].

2.3 Robots à six pattes

Les robots hexapodes considérés dans ce travail de thèse sont des véhicules mécaniques qui utilisent six pattes pour se déplacer. La majorité de cette catégorie des robots est inspirée de différentes familles des insectes et des animaux. Les robots hexapodes d'inspiration biologique imitent parfaitement l'espèce d'insecte considéré comme modèle.

Dans le but d'obtenir une locomotion statiquement stable, le robot doit avoir au minimum quatre pattes, car pendant la marche, au moins trois pattes doivent être en contact avec le sol et une patte est en l'air. En outre, la majorité des robots capables de marcher dans une écurie statique possèdent six pattes, car marcher avec quatre pattes dans cette dernière signifie qu'une seule patte peut être levée (soulever plus d'une réduira le polygone de support en une ligne),

donc la marche devient lente [41]. De ce fait, les robots hexapodes sont des robots marcheurs efficaces au niveau de la stabilité avec une mobilité satisfaisante.

Généralement, dans les dernières années les robots hexapodes sont développés dans le but de travailler principalement dans les milieux hostiles, comme par exemple l'exploration de l'espace et des planètes, l'inspection des champs de mines, les stations nucléaires, le fond marin et autre. Au-delà de ce type d'application, les robots hexapodes peuvent être utilisés dans une grande variété des tâches terrestres, forestières, agricoles, l'aide des humains dans le transport des marchandises, l'utilisation dans des tâches militaires, et aussi dans des projets de génie civil. Les robots hexapodes sont également utilisés dans des études expérimentales sur le comportement des animaux vivants et pour tester les techniques d'intelligence artificielle.

En revanche, il existe de nombreuses contraintes et défis qui restent à relever avant que les robots hexapodes puissent avoir une large utilisation dans tous les domaines. Les inconvénients de ce type des robots marcheurs résident dans leur complexité de conception et de contrôle, le coût élevé, leur faible efficacité énergétique [42] et leur faible vitesse par rapport aux robots à roues.

Il existe plusieurs exemples du design des robots à six pattes. Un des plus connu est le robot *Rhex* développé par la société américaine Boston Dynamics. Il possède un design simple mais efficace au niveau du mouvement dans les terrains accidentés. Il peut se mouvoir sur des cailloux, du sable, de la boue, des rails de chemin de fer et de la végétation. Il peut ainsi monter et descendre les escaliers [43]. La structure enfermée de son corps, lui rend parfaitement opérationnel dans les milieux humides et lui permet également de nager et de plonger sous l'eau. Ainsi, il possède la capacité de tourner chaque patte (équipé d'un seul moteur) d'une manière circulaire. Cependant, il ne peut avancer qu'avec des allures statiques stables. Il n'a pas la capacité de tourner mais peut juste aller tout droit. La figure 2.6 montre quelques exemples du robot *Rhex* dans plusieurs terrains.

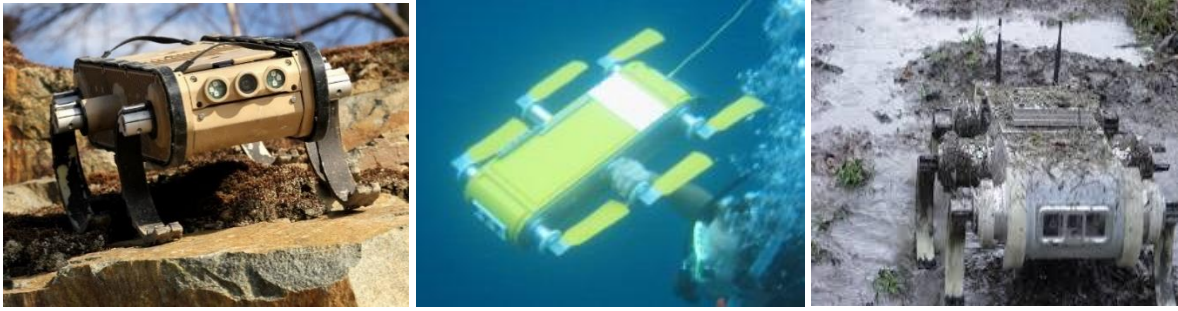


Figure 2.6: Robot hexapode *Rhex* [44]-[45]-[46].

En 2001, le robot *Hamlet* (Figure 2.7.a) est conçu à l'Université de Canterbury, en Nouvelle-Zélande pour tester l'efficacité du contrôle de la combinaison de force et de position. L'objectif de cette création est d'obtenir une marche robuste et adaptable dans des environnements difficiles et inconnus [47].

En 2002 Jorge G.Cham et ses collaborateurs ont construit un robot hexapode nommé '*Sprawlita*' basé sur la locomotion des cafards (Figure 2.7.b). Il possède six degrés de liberté, et chaque patte a une articulation prismatique actionnée par un cylindre pneumatique. Ainsi, chacune des pattes peut tourner à l'aide d'un servomoteur pour permettre la variation de la direction sur laquelle la patte exerce une force sur le sol [48].

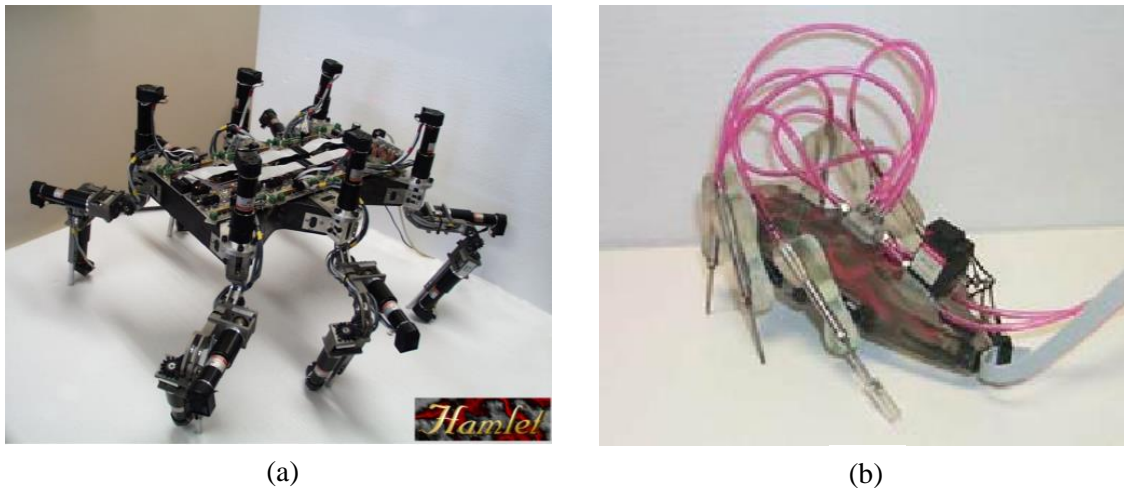


Figure 2.7: Robots à six pattes. a) Robot *Hamlet*[49]. b) Robot *Sprawlita*[48].

Le robot à six-pattes *Gregor I* développé en 2006 est aussi d'une inspiration biologique. Chaque paire de pattes possède un design unique. La paire des pattes d'avant et la paire des pattes du milieu possèdent trois degrés de liberté par patte. Cependant, la paire des pattes d'arrière possède juste deux degrés de liberté par patte [50].

Le robot hexapode *RISE* est un robot à inspiration biologique capable de grimper. Il a été développé par l'entreprise Boston Dynamics en collaboration avec le département de la biologie intégrative de l'université de Californie en 2006. Le robot *Rise* se déplace dans des environnements spectaculaires comme les murs verticaux et les rebords horizontaux [51].

Aqua2 est un robot amphibie à six pattes développé par les universités McGill, York et Adept en 2010. Il est destiné pour des applications d'assistance à la plongée, de surveillance de l'environnement et de recherche sur la locomotion. L'une des caractéristiques les plus importantes de ce robot est la capacité de passer de la marche à la natation en passant d'une plage de sable ou d'une zone de surf à l'eau profonde.

Les robots hexapodes *COMET* ont été développés par le groupe Nonami dans le laboratoire de robotique et de contrôle des systèmes à l'université Chiba en Japon. Ils sont conçus pour travailler dans des terrains accidentés et extrêmement déstructurés [50]. En 2013 le robot sous-marin *Crabster CR200* a été construit par une équipe de recherche de l'institut coréen de science océanique et de technologies. Il contribue à l'inspection d'épaves ou d'affouillement, et l'étude des fonds marins surtout dans des environnements où le courant est fort et turbide [52].

Le robot hexapode *MANTIS* est une idée de Micromagic Systems en 2007 qui a réussi après plusieurs tests à le concevoir en 2012 [53]. *MANTIS* est le plus grand robot hexapode opérationnel tout-terrain au monde. Il a reçu le certificat Guinness World Records pour le plus grand robot hexapode pilotable le 15 janvier 2017. En 2014, le groupe de recherche en biomécatronique de l'université de Bielefeld, dirigé par le professeur Axel Schneider, a développé le robot hexapode *HECTOR*. Il s'agit d'un robot autonome cognitif, inspiré de phasme. Il possède 18 actionneurs passifs qui lui permettent d'exécuter des mouvements souples dans les terrains accidentés grâce à un nombre important de capteurs [54].

En 2015, le robot hexapode *SNAKE MONSTER* a été développé par l'université Carnegie Mellon (CMU) aux Etats Unis. Il s'agit d'un robot modulaire facile à assembler. Il est constitué de six pattes avec un corps d'architecture rectangulaire en aluminium avec une masse de 8 kg en entier. Le *SNAKE MONSTER* adopte une démarche trépied dans sa marche avec toujours trois pattes en air [55].

IC est un robot hexapode qui peut repérer les visages des gens dans une foule, les suivre, interagir avec eux et capturer leur image. Sa tête contient un objet qui effectue un zoom avant et arrière et une obturatrice photo clignotant, tout en recherchant en permanence un visage humain. Lorsqu'il en voit un, il se verrouille et le suit. Le «visage» du robot *IC* suit visiblement le visage de l'humain qui le regarde [56].

Le robot *HEXA* est un robot hexapode tout-terrain multifonctionnel lancé en 2016 et il a pris de 13 à 24 mois pour se développer. Sa structure de six pattes lui permet de conquérir n'importe quel terrain accidenté. Avec un corps Centro symétrique et une tête qui peut tourner dans toutes les directions, il possède une meilleure efficacité de locomotion parmi tous les robots de ce genre. Ainsi, il possède une mobilité qu'aucun autre robot consommateur ne peut égaler. Un *HEXA* évolué peut explorer des endroits qu'aucun homme ne peut atteindre. Il peut ainsi sauver des vies dans un environnement difficile dans des situations critiques, marcher et grimper, prendre des photos et des vidéos, vérifier vos arrières-cours et danser au rythme [57].

Le 13 février 2019 les chercheurs du CNRS et d'Aix-Marseille Université, à l'Institut des sciences du mouvement – Étienne Jules Marey (ISM) ont publié leurs conceptions et travaux de recherche concernant le robot hexapode *ANBOT* dans *Science Robotics*. Il s'agit d'un robot à six pattes s'inspirant de la fourmi du désert capable d'explorer son environnement de manière aléatoire et sans GPS. Il peut aussi rentrer d'une manière automatique à la maison grâce à une boussole céleste sensible à la lumière polarisée du ciel [58].

2.4 Conclusion

Les robots de locomotion à pattes en général et les robots hexapodes en particulier présentent des avantages dans les terrains accidentés et hostiles. Ils ont montré une grande stabilité et mobilité souvent en imitant la morphologie et le mode de déplacement de certains animaux et insectes. Cependant, la vitesse de locomotion, la consommation d'énergie et la complexité des algorithmes de contrôle présentent des limitations et des contraintes, précisément pour les robots hexapodes. En conclusion, beaucoup de progrès sont à faire dans l'optimisation des designs, la planification des allures complexes, la modélisation dynamique, la synthèse de lois de commande performantes, la collaboration avec d'autres robots, l'autonomie des plans d'actions et autres.

Chapitre 3

Modélisation géométrique

Dans ce chapitre la description de la structure mécanique du robot hexapode est présentée dans le but d'obtenir un modèle géométrique simplifié. Ensuite, nous allons établir le modèle géométrique inverse pour les deux principales phases du mouvement du robot : l'élévation et la propulsion. Enfin, dans le but de valider le modèle géométrique trouvé, nous allons planifier les trois allures de mouvement adoptées par les robots hexapodes : l'allure tripode, l'allure deux par deux et l'allure de patte par patte. Le modèle géométrique trouvé est utilisé afin de vérifier la locomotion du robot dans les différentes allures planifiées.

Sommaire

3.1	Introduction	21
3.2	Design mécanique du robot hexapode	22
3.2.1	Description du corps du robot	24
3.2.2	Description de la patte du robot.....	25
3.3	Modélisation géométrique.....	27
3.3.1	Description des positions, des orientations et des repères.....	28
3.3.2	Modèle géométrique inverse	32
3.3.2.1	Modèle cinématique inverse du robot hexapode en phase d'élévation (Lifting)	33
3.3.2.2	Modèle cinématique inverse du robot hexapode en phase de propulsion (propelling).....	35
3.4	Planification des modes de locomotion des robots hexapodes	40
3.4.1	Allure trépied.....	41
3.4.2	Allure 'Wave'	42
3.4.3	Allure 'Ripple'	42
3.5	Simulation des allures du robot hexapode.....	43
3.5.1	Simulation de l'allure trépied	43
3.5.2	Simulation de l'allure 'Ripple'	47
3.5.3	Simulation de l'allure 'Wave'	48
3.6	Conclusion	51

3.1 Introduction

La conception et la commande des robots à pattes nécessitent l'élaboration de plusieurs modèles : géométrique, cinématique et dynamique. Le design de la structure mécanique du robot est la première étape clé à assurer. Les chercheurs se focalisent sur l'observation et l'étude des morphologies et des mouvements des insectes et des animaux pour le design et la conception des robots hexapodes. Ainsi, la conception de ces derniers avec de hautes performances demande de prendre en considération plusieurs critères qui ont un impact direct sur le fonctionnement et les paramètres du robot. Selon [59] les contraintes et les problèmes de la conception des robots peuvent être classifiés comme suit : *i)* la structure mécanique du corps du robot, *ii)* l'architecture de la patte, *iii)* les tailles maximales, *iv)* la capacité de franchissement d'obstacles, *v)* les actionneurs et les mécanismes d'entraînement, *vi)* l'alimentation électrique, *vii)* les allures et la vitesse de marche, *viii)* l'algorithme de contrôle, *ix)* l'autonomie et le coût.

En effet, chaque robot hexapode possède une conception unique liée aux tâches à accomplir. Chacune de ces conceptions est caractérisée par une configuration spécifique du corps, des critères de mouvement et de la structure des pattes, qui leur permet d'avoir des avantages et des inconvénients par rapport aux autres conceptions [50]. D'après la littérature, il existe plusieurs types d'architectures du corps et des pattes des robots dont le choix dépend des tâches à réaliser et des critères de mouvement. Après le design mécanique du robot, une modélisation géométrique est nécessaire pour la conception, l'analyse, le contrôle et la simulation du robot. Elle s'agit généralement de la science qui étudie le mouvement d'un mécanisme sans tenir compte des forces et des couples qui lui sont appliqués. L'élaboration du modèle géométrique inverse est une étape primordiale pour la planification des allures de locomotion.

Ce chapitre est organisé en six sections, la deuxième présente le design et la conception mécanique du robot hexapode. Ainsi, les structures des pattes et du corps du robot sont définies. Ensuite, la présentation des positions et des systèmes de coordonnées est élaborée dans la section 3 dans le but de déterminer le modèle géométrique. Dans la section 4, une planification des modes de locomotion des robots hexapodes est abordée. La section 5 présente une simulation des différentes allures du robot hexapode. Enfin, une conclusion est donnée dans la section 6.

3.2 Design mécanique du robot hexapode

Le design et la conception d'un robot hexapode demandent dans un premier lieu l'identification des tâches à accomplir par le robot. Une analyse de ces tâches et du terrain de travail est demandée afin de définir les caractéristiques principales de la conception du corps et des pattes du robot, principalement le choix de l'architecture et la taille du corps et des pattes en se basant sur une synthèse raffinée. Les robots hexapodes sont classifiés en deux catégories selon l'architecture du corps : rectangulaires et hexagonaux (Figure 3.1). Les robots hexapodes rectangulaires sont inspirés généralement des insectes avec six pattes distribuées symétriquement sur les deux côtés du corps. Les robots hexapodes hexagonaux possèdent des pattes distribuées de manière à ce que chacune d'elles soit fixée dans l'un des côtés de l'hexagone. L'architecture hexagonale possède des avantages dans les trajectoires qui demandent beaucoup de tournés, par contre, l'architecture rectangulaire a besoin d'une démarche spéciale pour se tourner, mais cette dernière possède un avantage dans les trajectoires droites. Les robots hexapodes hexagonaux ont la capacité de réaliser plusieurs types d'allures, car ils peuvent changer facilement leurs directions. Ils peuvent ainsi se déplacer dans plusieurs surfaces grâce à la symétrie radiale qui implique que toutes les pattes ont la même position par rapport au corps hexagonal. En matière de la stabilité, plusieurs recherches [60]–[62] ont montré théoriquement et pratiquement que les deux types des robots hexapodes possèdent une grande marge de stabilité en mouvement.

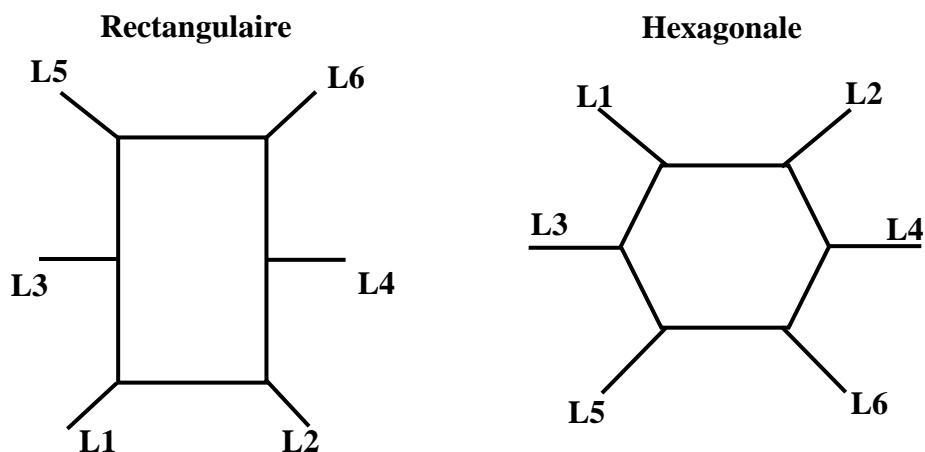


Figure 3.1: Classification des robots hexapodes selon l'architecture du corps.

Une conception réussie d'un robot hexapode dépend largement de l'architecture de la patte puisque toutes les allures dépendent directement de sa structure et ses caractéristiques mécaniques. Il est important de choisir une structure de patte permettra au robot de réaliser une large possibilité des trajectoires avec moins de contraintes. Généralement, les pattes sont classifiées en deux grandes catégories : les pattes bio-inspirées et les pattes non zoomorphiques. Dans le cas des robots à pattes bio-inspirés, les insectes ont été la source d'inspiration en raison de leur agilité et de leur capacité à affronter les obstacles jusqu'à deux fois leur taille sans effets néfastes sur leurs vitesses. Il existe plusieurs types des pattes bio-inspirées selon leur morphologie comme il est montré dans la figure 3.2. La configuration des mammifères requiert la plus faible énergie pour maintenir une orientation verticale, mais elle n'est pas bien adaptée aux terrains accidentés en raison des difficultés à maintenir la stabilité à cause de son centre de gravité plus élevé par rapport à celui de l'araignée et de la configuration reptilienne [50]. Cependant, les pattes non zoomorphiques sont d'une forme totalement différente aux celle des pattes bio-inspirés. Elles peuvent être sous-actionnées avec seulement un degré de liberté dans chaque patte et un algorithme de contrôle simple comme dans le cas de robot *Rhex* de Boston Dynamics, ou être conçues comme des liaisons parallèles dans le cas de robot *l'Octopus 3* de l'université Jiao Tong de Shanghai.

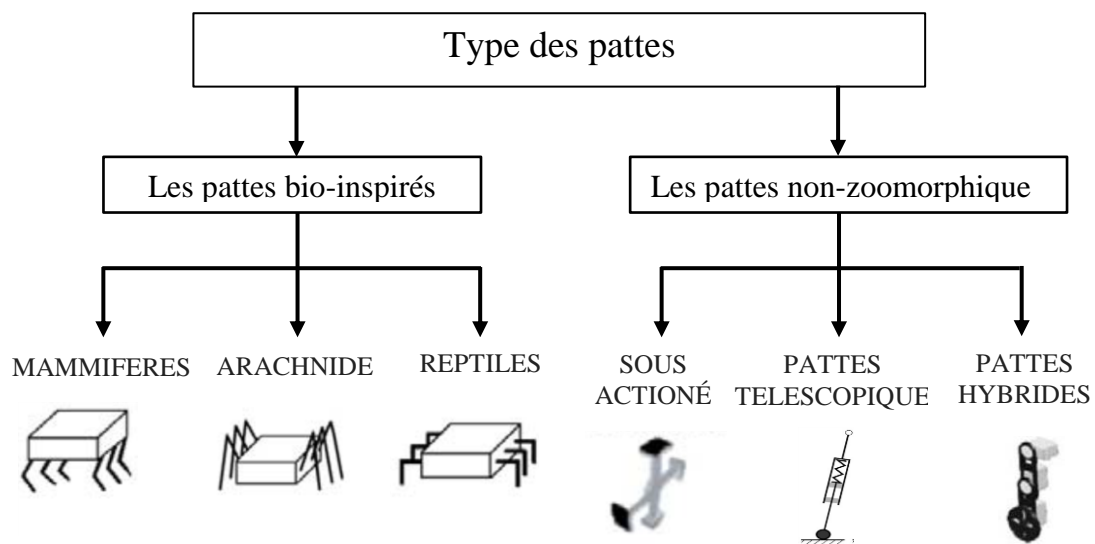


Figure 3.2 : Classification des robots hexapodes selon la morphologie des pattes [44].

3.2.1 Description du corps du robot

En général, il n'existe pas une procédure systématique pour le design et la conception des robots à six pattes. La solution est de trouver un compromis entre les différentes exigences afin d'obtenir un robot performant capable d'accomplir les tâches demandées. Dans ce travail de thèse, un robot hexapode avec une architecture rectangulaire est choisi comme il est montré dans la figure 3.3. Il est constitué de six pattes bio-inspirés fixées et distribuées symétriquement le long des deux côtés du corps.

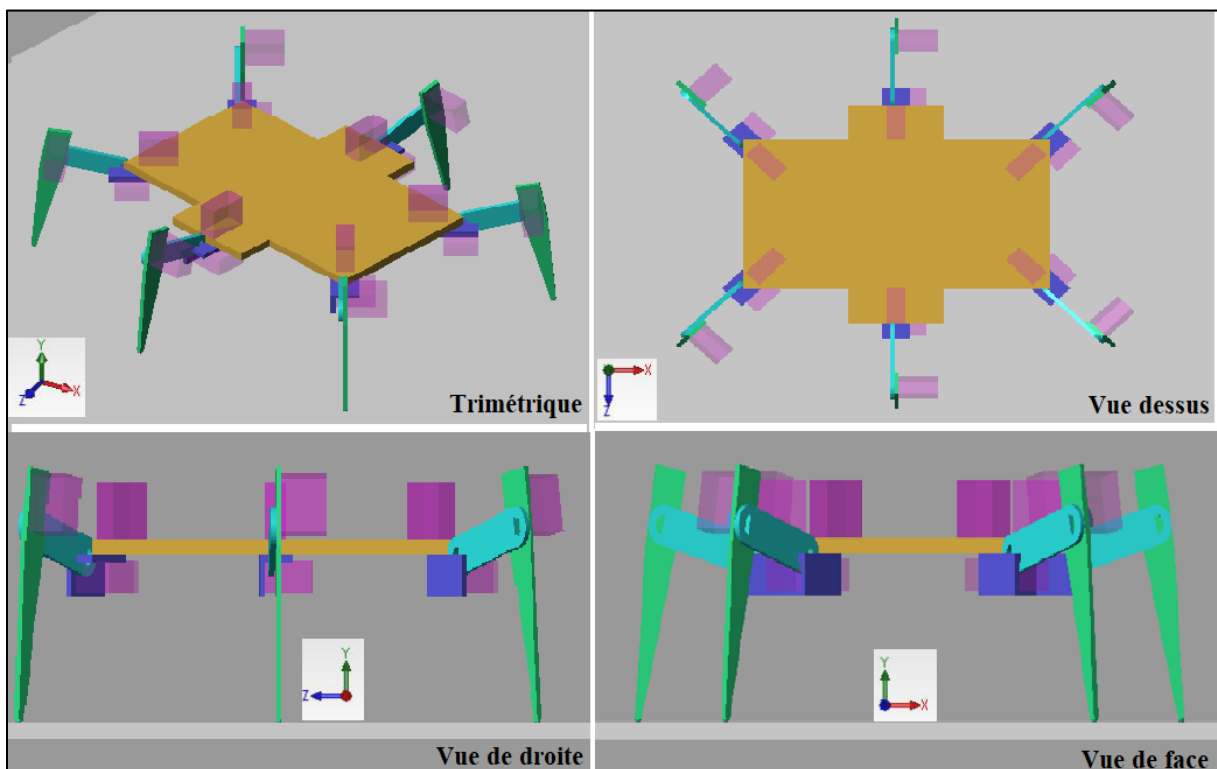


Figure 3.3 : Vues multiples du robot hexapode.

La figure 3.4 montre la structure mécanique du corps du robot avec les différentes dimensions. Il s'agit d'une architecture rectangulaire de 30 cm de longueur et 16,5 cm de largeur. Ainsi, toutes les distances entre les différents emplacements des pattes sont données.

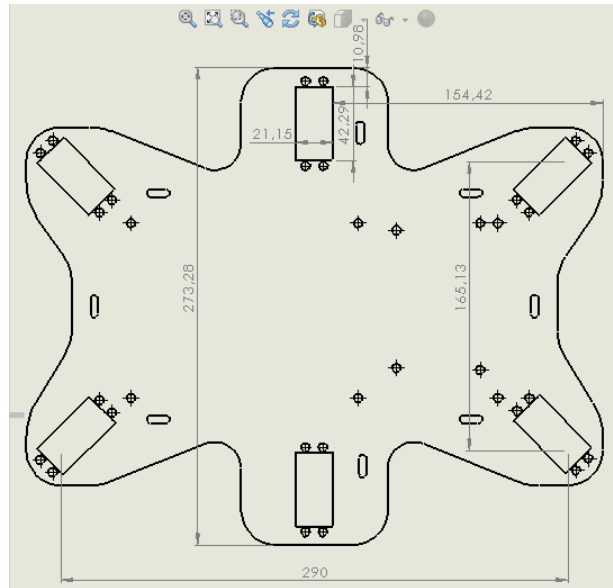


Figure 3.4: Structure mécanique du corps du robot hexapode.

3.2.2 Description de la patte du robot

Le robot hexapode est constitué de six pattes bio-inspirées fixées le long des deux côtés du corps du robot. En général, chaque patte nécessite au moins trois degrés de liberté afin de garantir une flexibilité et une stabilité au robot en mouvement. Un nombre important de degrés de liberté par patte implique une augmentation de la marge de stabilité et de la flexibilité du mouvement. Cependant, elle pose des contraintes de contrôle [63]. En fait, dans ce travail de recherche on a choisi une patte constituée de trois segments : ‘*coxa*’, ‘*fumur*’ et ‘*tubia*’. Chaque patte est de trois degrés de liberté obtenus par des liaisons pivots motorisées. L’extrémité de la patte, en contact avec le sol, adopte une forme sphérique qui donne une rotation suivant les axes x , y et z . Les rotations des articulations sont plus ou moins amples sur les différents axes comme il est indiqué dans la figure 3.5, on trouve :

- Une rotation autour de l’axe z entre le *coxa* et le corps du robot.
- Une rotation autour de l’axe y entre le *coxa* et le *fumur*.
- Une rotation autour de l’axe y entre le *fumur* et le *tubia*.

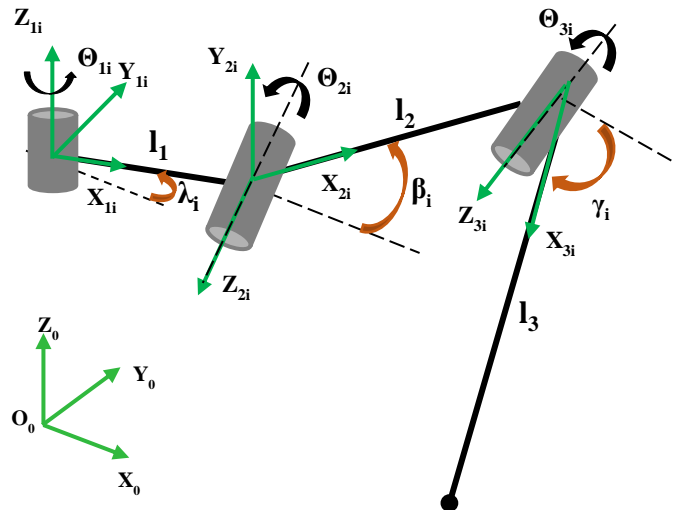


Figure 3.5 : Structure mécanique d'une patte du robot hexapode.

Les différents paramètres des pattes du robot hexapode sont représentés dans le tableau 3.1. Tel que le paramètre m_1 présente la masse du segment 1 (*coxa*), m_2 est la masse du *femur* et m_3 est la masse du *tibia*. Ainsi, l_1 , l_2 et l_3 présentent respectivement les longueurs du *coxa*, *femur* et *tibia*. Enfin, f_1 présente le coefficient de frottement visqueux entre le corps du robot et le *coxa*, f_2 est le coefficient de frottement visqueux entre le *coxa* et le *femur* et f_3 est le coefficient de frottement visqueux entre le *femur* et le *tibia*.

Avec:

- θ_1 : l'articulation angulaire entre le segment 1 et le corps du robot.
- θ_2 : l'articulation angulaire entre le segment 1 et le segment 2.
- θ_3 : l'articulation angulaire entre le segment 2 et le segment 3.

Table 3.1: Les paramètres mécaniques d'une patte du robot hexapode

Symbole	Valeur
m_1	0.125 Kg
m_2	0.045 Kg
m_3	0.118 Kg
l_1	0.020 m
l_2	0.070 m
l_3	0.124 m
f_1	1.2 N m s
f_2	1.2 N m s
f_3	1.2 N m s

3.3 Modélisation géométrique

Le développement d'une allure de marche pour les robots hexapodes demande un modèle géométrique réussi qui étudie le mouvement sans tenir compte des forces qui le provoquent. La formulation d'un modèle géométrique approprié à un robot hexapode est très cruciale pour analyser son comportement. Il fait référence à toutes les propriétés géométriques et temporelles du mouvement.

L'obtention d'un modèle géométrique réussi d'un robot hexapode avec une structure complexe demande le respect de plusieurs aspects mécaniques et de représentation. La position des repères dans les différentes parties du mécanisme et la détermination de la relation entre eux est l'un des aspects fondamentaux. Il existe principalement deux espaces différents utilisés dans la modélisation des robots, à savoir, l'espace cartésien et l'espace Quaternion. La transformation entre deux systèmes de coordonnées cartésiennes peut être décomposée en une rotation et une translation. En fait, il existe de nombreuses façons pour représenter la rotation, notamment: les angles d'Euler, le vecteur de Gibbs, les paramètres de Cayley-Klein, l'axe et l'angle, les matrices orthonormales et les quaternions de Hamilton. À savoir que les transformations homogènes basées sur des matrices réelles 4×4 (matrices orthonormales) ont été le plus souvent utilisées en robotique.

La modélisation des robots hexapodes exige une méthode raffinée pour la description de leur structure. Plusieurs méthodes ont été développées, mais la plus utilisée est celle de Denavit-Hartenberg. Elle est développée par Denavit & Hartenberg (1955) montrant qu'une transformation générale entre deux articulations nécessite quatre paramètres. Ces paramètres sont connus sous le nom de paramètres de Denavit-Hartenberg (DH) et sont devenus la norme pour décrire le modèle géométrique du robot.

Le modèle géométrique d'un robot est divisé en un modèle géométrique directe et un modèle géométrique inverse. Le problème de la géométrie directe consiste à trouver la position et l'orientation des extrémités des pattes en fonction des variables articulaires. En effet, le problème de la géométrie directe est simple et il n'y a aucune complexité dérivant des équations. En pratique, il est résolu en calculant la transformation entre un référentiel fixé dans le point terminal de la patte et un autre référentiel fixé dans la base du robot (le corps). Par conséquent, il existe toujours une solution géométrique directe d'un robot. En revanche, le problème du modèle géométrique inverse est beaucoup plus difficile et complexe à résoudre. Il consiste à

trouver les variables articulaires en fonction de la position et l'orientation des points terminaux des pattes.

3.3.1 Description des positions et des orientations

Dans le but d'établir un modèle géométrique efficace et correcte du robot hexapode avec sa structure complexe, des systèmes de coordonnées appropriés sont attachés aux pattes et au corps du robot comme il est montré dans les figures 3.6 et 3.7. Ces repères doivent être choisis avec vigilance afin d'obtenir une représentation claire et d'établir une solution efficace dans les différentes phases de marche du robot. Une description appropriée permet également d'obtenir une bonne forme du système d'équations utile pour le processus de contrôle. Les différents systèmes de coordonnées sont attribués comme suit :

- $R_n (O_n, X_n, Y_n, Z_n)$: le système de coordonnées attaché au corps du robot, son origine est située dans le centre de masse du corps.
- $R_0 (O_0, X_0, Y_0, Z_0)$: le système de coordonnées global.
- $R_{ji} (O_{ji}, X_{ji}, Y_{ji}, Z_{ji})$: les systèmes de coordonnées attachés aux six pattes du robot, ils sont placés successivement sur le centre des trois articulations de chaque patte. La variable i varie de 1 jusqu'à 6 et indique la numérotation des pattes du robot. La variable j varie de 1 jusqu'à 3 et indique la numérotation de la connexion articulaire de chaque patte.

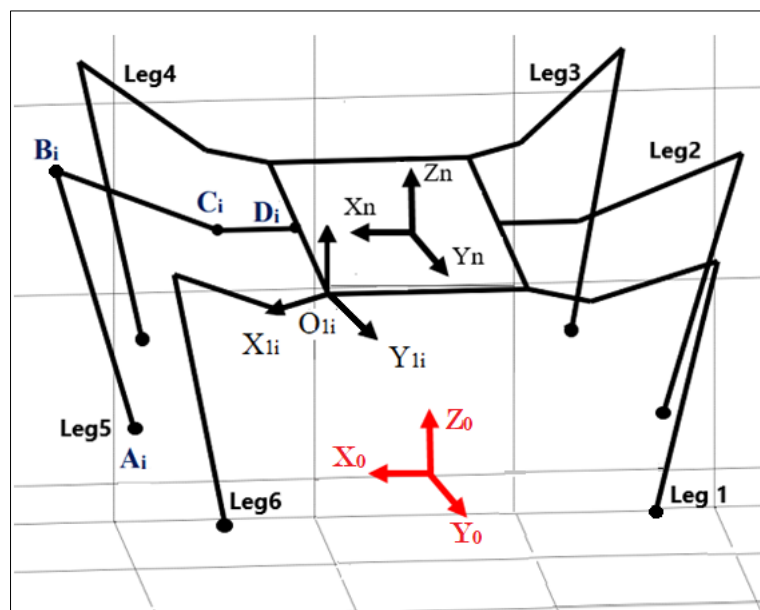


Figure 3.6: Structure du robot hexapode avec les systèmes de coordonnées.

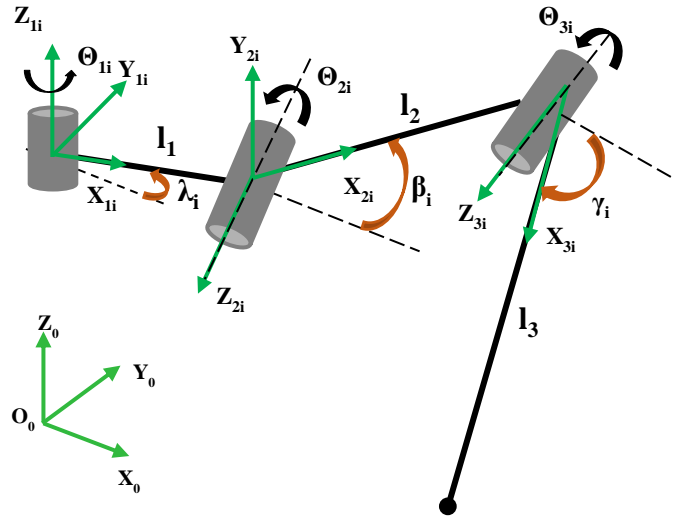


Figure 3.7: Structure de la patte du robot hexapode avec les systèmes de coordonnées.

La géométrie et les dimensions de tous les composants du robot sont considérées à l'état initial. Afin d'améliorer les performances de conception du robot hexapode, certains angles initiaux au niveau des articulations sont introduits dans la structure des pattes du robot comme le montre la figure 3.7. On considère λ_i l'angle initial entre le corps du robot et le premier segment (coxa) de la $i^{\text{ème}}$ patte, β_i est l'angle initial entre le *coxa* et le *femur* de la $i^{\text{ème}}$ patte du robot, et finalement γ_i présente l'angle initial entre le *femur* et le *tibia* de la $i^{\text{ème}}$ patte du robot. En effet, les articulations actionnées de chaque patte peuvent être présentées par les angles α_i définis par les relations (3.1), (3.2) et (3.3).

$$\alpha_{1i} = \lambda_i + \theta_{1i} \quad (3.1)$$

$$\alpha_{2i} = \beta_i + \theta_{2i} \quad (3.2)$$

$$\alpha_{3i} = \gamma_i + \theta_{3i} \quad (3.3)$$

La variable i varie de 1 jusqu'à 6 et indique la numérotation des pattes.

Les valeurs des angles initiaux des différentes articulations des six pattes du robot sont choisies comme suit :

$$\lambda_i = \begin{bmatrix} -\frac{\pi}{4} & 0 & \frac{\pi}{4} & \pi - \frac{\pi}{4} & \pi & \pi + \frac{\pi}{4} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$\beta_i = \begin{bmatrix} \frac{5\pi}{8} & \frac{5\pi}{8} & \frac{5\pi}{8} & \frac{5\pi}{8} & \frac{5\pi}{8} & \frac{5\pi}{8} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$\gamma_i = \begin{bmatrix} -\frac{\pi}{1.4} & -\frac{\pi}{1.4} & -\frac{\pi}{1.4} & -\frac{\pi}{1.4} & -\frac{\pi}{1.4} & -\frac{\pi}{1.4} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Après la définition des systèmes de coordonnées et la représentation des positions, l'orientation dans l'espace est nécessaire pour la description du mouvement durant les trajectoires effectuées par le robot hexapode. Dans le but d'établir les différents paramètres nécessaires pour déterminer le modèle géométrique et afin de simplifier le processus de modélisation, toutes les équations vectorielles doivent être exprimées dans le repère global $\{R_0\}$. Pour appliquer cette approche, les matrices de rotation homogènes doivent être établies pour passer des repères locaux $\{R_{1j}\}$ situés au centre des articulations des pattes au repère global $\{R_0\}$.

La matrice de rotation pour passer du repère local $\{R_{1j}\}$ de la patte 1 au repère global $\{R_0\}$ est exprimée par l'équation (3.7).

$$R^{0,1i} = R^{0,0i} \times R^{0i,1i} \quad (3.7)$$

$$R^{0,1i} = Rot(z_{1i}, \lambda_i) \times Rot(z_{1i}, \theta_{1i}) \quad (3.8)$$

En remplaçant les matrices $R^{0,0i}$ et $R^{0i,1i}$ par leurs valeurs, on obtient la matrice (3.11).

$$R^{0,1i} = \begin{bmatrix} c\lambda_i & -s\lambda_i & 0 \\ s\lambda_i & c\lambda_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta_{1i} & -s\theta_{1i} & 0 \\ s\theta_{1i} & c\theta_{1i} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$R^{0,1i} = \begin{bmatrix} c\lambda_i c\theta_{1i} - s\lambda_i s\theta_{1i} & -c\lambda_i s\theta_{1i} - s\lambda_i c\theta_{1i} & 0 \\ s\lambda_i c\theta_{1i} + c\lambda_i s\theta_{1i} & c\lambda_i c\theta_{1i} - s\lambda_i s\theta_{1i} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$$R^{0,1i} = \begin{bmatrix} \cos(\lambda_i + \theta_{1i}) & -\sin(\lambda_i + \theta_{1i}) & 0 \\ \sin(\lambda_i + \theta_{1i}) & \cos(\lambda_i + \theta_{1i}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Alors la matrice de rotation pour passer du repère local attaché à la première articulation $\{R_{1j}\}$ au repère global $\{R_0\}$ est représentée par l'équation (3.12).

$$R^{0,1i} = \begin{bmatrix} c\alpha_{1i} & -s\alpha_{1i} & 0 \\ s\alpha_{1i} & c\alpha_{1i} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Avec $c=\cos$ et $s=\sin$.

La matrice de rotation pour passer du repère local attaché à la deuxième articulation $\{R_{2j}\}$ au repère global $\{R_0\}$ est montrée par l'expression (3.13).

$$R^{0,2i} = R^{0,1i} \times R^{1,2i} \quad (3.13)$$

avec :

$$R^{1,2i} = Rot(z_{2i}, \beta_i) \times Rot(z_{2i}, \theta_{2i}) \quad (3.14)$$

$$R^{1,2i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\beta_i & -s\beta_i & 0 \\ s\beta_i & c\beta_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta_{2i} & -s\theta_{2i} & 0 \\ s\theta_{2i} & c\theta_{2i} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

$$R^{1,2i} = \begin{bmatrix} c(\beta_i + \theta_{2i}) & -s(\beta_i + \theta_{2i}) & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ s(\beta_i + \theta_{2i}) & c(\beta_i + \theta_{2i}) & 0 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Donc:

$$R^{1,2i} = \begin{bmatrix} c\alpha_{2i} & -s\alpha_{2i} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ s\alpha_{2i} & c\alpha_{2i} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Alors la matrice de rotation pour passer du repère local $\{R_{2j}\}$ au repère global $\{R_0\}$ est donnée par l'équation (3.19).

$$R^{0,2i} = \begin{bmatrix} c\alpha_{1i} & -s\alpha_{1i} & 0 \\ s\alpha_{1i} & c\alpha_{1i} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\alpha_{2i} & -s\alpha_{2i} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ s\alpha_{2i} & c\alpha_{2i} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

$$R^{0,2i} = \begin{bmatrix} c\alpha_{1i}c\alpha_{2i} & -c\alpha_{1i}s\alpha_{2i} & s\alpha_{1i} \\ c\alpha_{2i}s\alpha_{1i} & -s\alpha_{1i}s\alpha_{2i} & -c\alpha_{1i} \\ s\alpha_{2i} & c\alpha_{2i} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

La matrice de rotation pour passer du repère local $\{R_{3j}\}$ au repère global $\{R_0\}$ est exprimée par l'équation (3.20).

$$R^{0,3i} = R^{0,2i} \times R^{2i,3i} \quad (3.20)$$

Avec :

$$R^{2,3i} = Rot(z_{3i}, \gamma_i) \times Rot(z_{3i}, \theta_{3i}) \quad (3.21)$$

$$R^{2,3i} = \begin{bmatrix} c\gamma_i & -s\gamma_i & 0 \\ s\gamma_i & c\gamma_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta_{3i} & -s\theta_{3i} & 0 \\ s\theta_{3i} & c\theta_{3i} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$$R^{2,3i} = \begin{bmatrix} c(\gamma_i + \theta_{3i}) & -s(\gamma_i + \theta_{3i}) & 0 \\ s(\gamma_i + \theta_{3i}) & c(\gamma_i + \theta_{3i}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Alors :

$$R^{2,3i} = \begin{bmatrix} c\alpha_{3i} & -s\alpha_{3i} & 0 \\ s\alpha_{3i} & c\alpha_{3i} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Alors la matrice de rotation $R^{0,3i}$ est exprimée par l'équation (3.26).

$$R^{0,3i} = \begin{bmatrix} c\alpha_{1i}c\alpha_{2i} & -c\alpha_{1i}s\alpha_{2i} & s\alpha_{1i} \\ c\alpha_{2i}s\alpha_{1i} & -s\alpha_{1i}s\alpha_{2i} & -c\alpha_{1i} \\ s\alpha_{2i} & c\alpha_{2i} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\alpha_{3i} & -s\alpha_{3i} & 0 \\ s\alpha_{3i} & c\alpha_{3i} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

$$R^{0,3i} = \begin{bmatrix} c\alpha_{1i}c(\alpha_{2i} + \alpha_{3i}) & -c\alpha_{1i}s(\alpha_{2i} + \alpha_{3i}) & s\alpha_{1i} \\ s\alpha_{1i}c(\alpha_{2i} + \alpha_{3i}) & -s\alpha_{1i}s(\alpha_{2i} + \alpha_{3i}) & -c\alpha_{1i} \\ s(\alpha_{2i} + \alpha_{3i}) & c(\alpha_{2i} + \alpha_{3i}) & 0 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

3.3.2 Modèle géométrique inverse

Le modèle géométrique inverse consiste à déterminer toutes les variables articulaires possibles qui pourraient être utilisées pour atteindre une position et une orientation par les extrémités des pattes. C'est le modèle utilisé dans la planification des trajectoires pour les robots à pattes en général. Il permet de déterminer les valeurs des variables articulaires afin de générer une trajectoire précise. Il existe deux catégories des méthodes de résolution des problèmes de la géométrie inverse : les méthodes analytiques (ou méthodes fermées) et les méthodes numériques.

En effet, les méthodes analytiques sont souhaitables, car elles sont plus rapides que les solutions numériques et identifient facilement toutes les solutions possibles. Cependant, elles ne sont pas générales, et dépendent du robot. Les méthodes analytiques sont divisées en deux approches principales : l'approche géométrique et l'approche algébrique. L'approche géométrique est appliquée dans le cas des robots avec une structure simple, comme les robots manipulateurs à 2 ddl. En revanche, l'approche algébrique est utilisée dans le cas des robots avec une structure plus complexe afin de résoudre le problème de la géométrie inverse. Dans notre cas le modèle géométrique inverse est déterminé analytiquement dans les deux phases du mouvement du robot hexapode (la phase d'élévation et la phase de propulsion).

3.3.2.1 Modèle géométrique inverse du robot hexapode en phase d'élévation (Lifting)

Après la définition des différents systèmes de coordonnées, des positions et des matrices de rotations nécessaires pour la modélisation géométrique, l'équation vectorielle de chaque patte du robot sur le repère global est exprimée par la relation (3.27).

$$O_0A_i^0 = O_0D_i^0 + D_iC_i^0 + C_iB_i^0 + B_iA_i^0 \quad (3.27)$$

Tous les termes de l'équation (3.27) s'expriment dans le repère global fixe $\{R_0\}$ de la manière suivante :

$$O_0A_i^0 = O_0D_i^0 + R^{0,1i}D_iC_i^{1i} + R^{0,2i}C_iB_i^{2i} + R^{0,3i}B_iA_i^{3i} \quad (3.28)$$

D'après la structure de la patte du robot montrée dans la figure 3.7, on peut exprimer les segments des pattes comme suit:

$$D_iC_i^{1i} = \begin{bmatrix} l_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C_iB_i^{2i} = \begin{bmatrix} l_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad B_iA_i^{3i} = \begin{bmatrix} l_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Les vecteurs O_0A_i et O_0D_i sont connus et exprimés dans le repère global $\{R_0\}$ comme suit:

$$O_iA_i^0 = \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix} \quad O_0D_i^0 = \begin{bmatrix} D_{1i} \\ D_{2i} \\ D_{3i} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

D'après (3.29) et (3.30) l'équation (3.28) peut être reformulé par l'expression (3.31).

$$O_0A_i^0 - O_0D_i^0 = R^{0,1i}D_iC_i^{1i} + R^{0,2i}C_iB_i^{2i} + R^{0,3i}B_iA_i^{3i} \quad (3.31)$$

On pose :

$$\begin{bmatrix} P_{xi} \\ P_{yi} \\ P_{zi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_i - D_{1i} \\ Y_i - D_{2i} \\ Z_i - D_{3i} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

Alors, l'équation (3.31) peut s'exprimer par l'équation (3.33).

$$\begin{bmatrix} P_{xi} \\ P_{yi} \\ P_{zi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1c\alpha_{1i} + l_2c\alpha_{1i}c\alpha_{2i} + l_3c\alpha_{1i}c(\alpha_{2i} + \alpha_{3i}) \\ l_1s\alpha_{1i} + l_2s\alpha_{1i}c\alpha_{2i} + l_3s\alpha_{1i}c(\alpha_{2i} + \alpha_{3i}) \\ l_2s\alpha_{2i} + l_3s(\alpha_{2i} + \alpha_{3i}) \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

$$\begin{bmatrix} P_{xi} - l_1 c \alpha_{1i} \\ P_{yi} - l_1 s \alpha_{1i} \\ P_{zi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_2 c \alpha_{1i} c \alpha_{2i} + l_3 c \alpha_{1i} c (\alpha_{2i} + \alpha_{3i}) \\ l_2 s \alpha_{1i} c \alpha_{2i} + l_3 s \alpha_{1i} c (\alpha_{2i} + \alpha_{3i}) \\ l_2 s \alpha_{2i} + l_3 s (\alpha_{2i} + \alpha_{3i}) \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

Afin d'extraire les variables articulaires à partir de l'équation (3.28), on définit l'expression (3.35) à partir de l'expression (3.34).

$$\begin{bmatrix} xx_i \\ yy_i \\ zz_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{xi} - l_1 c \alpha_{1i} \\ P_{yi} - l_1 s \alpha_{1i} \\ P_{zi} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Enfin, par le calcul de l'expression $xx_i^2 + yy_i^2 + zz_i^2$, les variables articulaires θ_{1i} , θ_{2i} et θ_{3i} avec ($i=1\dots 6$) sont déterminées comme suit :

$$\tan \alpha_{1i} = \frac{Py_i}{Px_i} \quad (3.36)$$

$$\cos \alpha_{3i} = M = \frac{xx_i^2 + yy_i^2 + zz_i^2 - l_3^2 - l_2^2}{2l_2 l_3} \quad (3.37)$$

On pose :

$$c_i = xx_i + yy_i + zz_i \quad (3.38)$$

$$c_i = l_2 c \alpha_{1i} c \alpha_{2i} + l_3 c \alpha_{1i} c (\alpha_{2i} + \alpha_{3i}) + l_2 s \alpha_{1i} c \alpha_{2i} + l_3 s \alpha_{1i} c (\alpha_{2i} + \alpha_{3i}) + l_2 s \alpha_{2i} + l_3 s (\alpha_{2i} + \alpha_{3i}) \quad (3.39)$$

On a

$$c_i = P_{xi} + P_{yi} + P_{zi} - l_1 c \alpha_{1i} - l_1 s \alpha_{1i} \quad (3.40)$$

Donc:

$$c_i = s \alpha_{2i} (-l_3 s \alpha_{3i} (c \alpha_{1i} + s \alpha_{1i}) + l_2 + l_3 c \alpha_{3i}) + c \alpha_{2i} (l_2 (c \alpha_{1i} + s \alpha_{1i}) + l_3 c \alpha_{3i} (c \alpha_{1i} + s \alpha_{1i}) + l_3 s \alpha_{3i}) \quad (3.41)$$

D'où:

$$a_i = -l_3 s \alpha_{3i} (c \alpha_{1i} + s \alpha_{1i}) + l_2 + l_3 c \alpha_{3i} \quad (3.42)$$

$$b_i = l_2 (c \alpha_{1i} + s \alpha_{1i}) + l_3 c \alpha_{3i} (c \alpha_{1i} + s \alpha_{1i}) + l_3 s \alpha_{3i} \quad (3.43)$$

$$c_i = P_{xi} + P_{yi} + P_{zi} - l_1 c \alpha_{1i} - l_1 s \alpha_{1i} \quad (3.44)$$

Selon l'équation (3.36), la 1^{ère} variable articulaire θ_{1i} de chacune des pattes est exprimée par l'équation (3.45).

$$\theta_{1i} = A \tan\left(\frac{P_{yi}}{P_{xi}}\right) - \lambda_i \quad (3.45)$$

Ensuite, on peut extraire la 2^{ème} variable articulaire θ_{2i} par la résolution de l'équation (3.41), ce qui donne :

$$\theta_{2i} = A \tan 2(a_i, b_i) \pm A \tan 2(\sqrt{a_i^2 + b_i^2 - c_i^2}, c_i) - \beta_i \quad (3.46)$$

Enfin, par le calcul de l'équation (3.37), la variable articulaire θ_{3i} est définie par la relation (3.47).

$$\theta_{3i} = \pm A \cos(M) - \gamma_i \quad (3.47)$$

3.3.2.2 Modèle géométrique inverse du robot hexapode en phase de propulsion (propelling)

Après la phase d'élévation, le robot hexapode doit avancer son corps. De ce fait, certaines ou toutes les pattes doivent être au sol. Par conséquent, le mouvement des segments des pattes devient impossible sous l'effet de l'articulation active, qui provoque des réactions pour soutenir et pousser le corps en avant. Cette étape de mouvement constitue la phase de propulsion du robot hexapode. Dans cette phase d'appui, la liaison entre la patte et le sol devient une rotule. Ainsi, l'articulation au niveau du point c devient active et provoque une rotation en parallèle avec l'extrémité du corps du robot suivant l'axe y_0 , aussi le segment C_iD_i et la partie du corps O_nD_i constituent un seul segment.

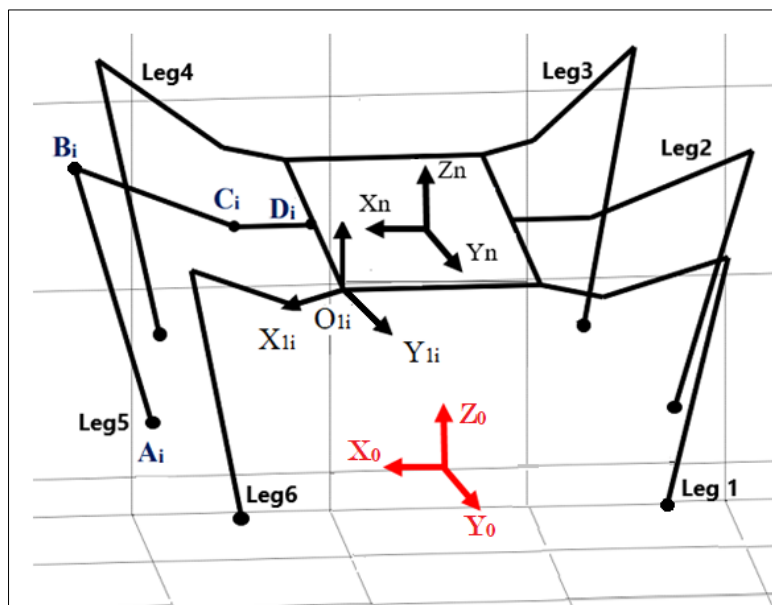


Figure 3.8 : Structure du robot hexapode avec les systèmes de coordonnées.

Afin d'établir la solution géométrique inverse du robot en phase de propulsion et déterminer les variables articulaires actives quand le robot avance, nous devons exprimer tous les segments de la patte au repère R_0 (O_0, X_0, Y_0, Z_0) par l'équation (3.48).

$$O_o O_n^0 = O_o A_i^0 + A_i B_i^0 + B_i C_i^0 + C_i O_n^0 \quad (3.48)$$

D'où:

$$O_o O_n = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad O_o A_i^0 = \begin{bmatrix} x_{Ai} \\ y_{Ai} \\ z_{Ai} \end{bmatrix} \quad B_i C_i^2 = \begin{bmatrix} l_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C_i O_n^0 = \begin{bmatrix} x_{ni} \\ y_{ni} \\ z_{ni} \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

La valeur du vecteur $O_o O_n$ est connue et la valeur du vecteur $O_o A_i$ dépend de la configuration du robot et de la trajectoire.

On a :

$$B_i C_i^o = Rot(y, \alpha_i) B_i C_i^{2i} \quad (3.50)$$

Avec $Rot(y, \alpha_i)$ la matrice de rotation provoquée par l'appui au niveau de l'articulation active c.

Alors :

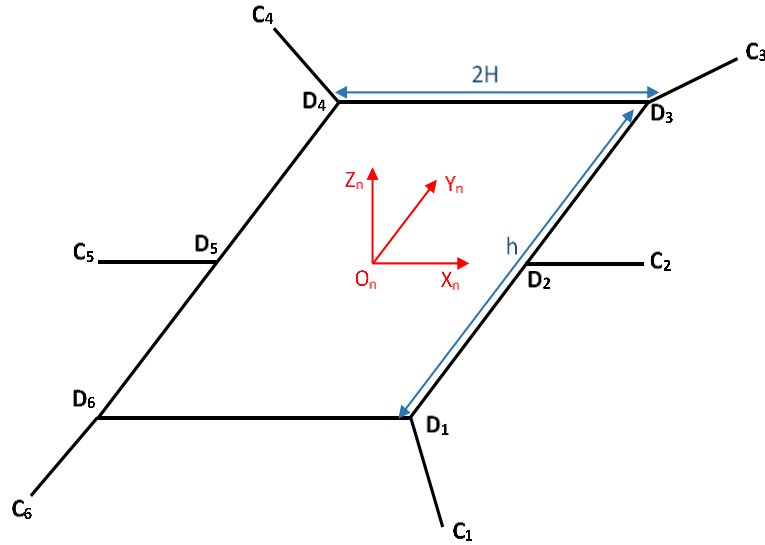
$$B_i C_i^0 = \begin{bmatrix} \cos \alpha_i & 0 & \sin \alpha_i \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha_i & 0 & \cos \alpha_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

$$B_i C_i^0 = \begin{bmatrix} l_2 \cos \alpha_i \\ 0 \\ -l_2 \sin \alpha_i \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

On a:

$$C_i O_n^0 = A^{0,n} C_i O_n^n \quad (3.53)$$

Avec $A^{0,n}$ est la matrice de rotation du corps du robot. Afin de déterminer l'expression du terme $C_i O_n$, on utilise la figure 3.9.


 Figure 3.9: Corps du robot hexapode avec les segments *Coxa*.

On a:
$$C_1 O_n^n = C_1 D_1^n + D_1 D_2^n + D_2 O_n^n \quad (3.54)$$

On remplace les différents termes de l'équation (3.54), on trouve l'expression (3.56).

$$C_1 O_n^n = \begin{bmatrix} l_1 \cos(45) \\ -l_1 \sin(45) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ h \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

$$C_1 O_n^n = \begin{bmatrix} -l_1 \frac{\sqrt{2}}{2} - H \\ l_1 \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{h}{2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

On a:
$$C_2 O_n^n = C_2 D_2^n + D_2 O_n^n \quad (3.57)$$

Donc :
$$C_2 O_n^n = \begin{bmatrix} -l_1 - H \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

On a:
$$C_3 O_n^n = C_3 D_3^n + D_3 D_2^n + D_2 O_n^n \quad (3.59)$$

$$C_3O_n^n = \begin{bmatrix} -l_1 \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -l_1 \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{h}{2} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

$$C_3O_n^n = \begin{bmatrix} -l_1 \frac{\sqrt{2}}{2} - H \\ -l_1 \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{h}{2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

On a: $C_4O_n^n = C_4D_3^n + D_4D_5^n + D_5O_n^n \quad (3.62)$

$$C_4O_n^n = \begin{bmatrix} l_1 \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -l_1 \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{h}{2} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

Donc :

$$C_4O_n^n = \begin{bmatrix} l_1 \frac{\sqrt{2}}{2} + H \\ -l_1 \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{h}{2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

On a: $C_5O_n^n = C_5D_5^n + D_5O_n^n \quad (3.65)$

Donc : $C_5O_n^n = \begin{bmatrix} l_1 - H \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.66)$

On a: $C_6O_n^n = C_6D_6^n + D_6O_n^n \quad (3.67)$

$$C_4 O_n^n = \begin{bmatrix} l_1 \frac{\sqrt{2}}{2} + H \\ l_1 \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{h}{2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.68)$$

Les différents termes de l'équation (3.48) sont déterminés, alors l'expression de la variable articulaire active est déterminée et représentée par l'équation (3.69).

$$A_i B_i^0 = \begin{bmatrix} x - x_{Ai} - x_{ni} - l_2 \cos \alpha \\ y - y_{Ai} - y_{ni} \\ z - z_{Ai} - z_{ni} + l_2 \sin \alpha \end{bmatrix} \quad (3.69)$$

Pour simplifier le calcul de l'équation (3.69), on pose:

$$u_i = x - x_{Ai} - x_{ni} \quad (3.70)$$

$$v_i = y - y_{Ai} - y_{ni} \quad (3.71)$$

$$w_i = z - z_{Ai} - z_{ni} \quad (3.72)$$

On obtient alors l'expression (3.73).

$$A_i B_i^0 = \begin{bmatrix} u_i - l_2 \cos \alpha \\ v_i \\ w_i + l_2 \sin \alpha \end{bmatrix} \quad (3.73)$$

La longueur du segment [AB] est connue et donnée par l'équation (3.74).

$$\|A_i B_i^0\|^2 = l_3^2 \quad (3.74)$$

$$(u_i - l_2 \cos \alpha_i)^2 + (w_i + l_2 \sin \alpha_i)^2 + v_i^2 = l_3^2 \quad (3.75)$$

$$\sin \alpha_i (2w_i l_2) + \cos \alpha_i (-2u_i l_2) = l_3^2 - u_i^2 - v_i^2 - w_i^2 + 2l_2^2 \quad (3.76)$$

Les expressions des θ_{1i} et θ_{2i} présentent, respectivement, les variables articulaires du premier côté du robot contenant les pattes 1, 2 et 3 ($i = 1, 2, 3$), et du second côté contenant les pattes 4, 5 et 6 ($j = 4, 5, 6$) qui sont calculés en égalant les équations (3.73) et (3.74).

$$\theta_{1i} = A \tan 2(a', b') + A \tan 2(\sqrt{a'^2 + b'^2 - c'^2}, c') - \beta_i \quad (3.77)$$

$$\theta_{2j} = A \tan 2(a', b') - A \tan 2(\sqrt{a'^2 + b'^2 - c'^2}, c') - \beta_j \quad (3.78)$$

Avec:

$$a' = 2w_i l_2 \quad (3.79)$$

$$b' = -2u_i l_2 \quad (3.80)$$

$$c' = l_3^2 - u_i^2 - v_i^2 - w_i^2 + 2l_2^2 \quad (3.81)$$

3.4 Planification des modes de locomotion des robots hexapodes

Le mode de locomotion est l'un des problèmes étudiés pour la planification des allures des robots hexapodes. Durant la marche de ces derniers, il existe un problème difficile de génération et de contrôle de la séquence de placement et d'élévation des pattes de sorte qu'à tout instant le corps doit être stable et capable de se déplacer d'une position à une autre. Ainsi, la locomotion des robots hexapodes peut être classée en une locomotion dynamique, comme la course et le saut, et une locomotion statiquement stable comme la marche. Cette dernière subit la contrainte que le corps en mouvement est stable à tout moment. La locomotion statiquement stable dépend uniquement de la conception et l'architecture du corps et des pattes. En effet, le mode de locomotion des robots hexapodes rectangulaires est l'un des motivations des chercheurs pour la conception et le développement de ce type des robots. En 1998, Lee et al ont montré la marge de stabilité longitudinale pour les robots hexapodes rectangulaires. L'allure tripode et le problème de la tournée autour d'un point fixe sur un terrain plat ont été étudiés et testés pour un robot hexapode rectangulaire de trois degrés de liberté par patte [41]. En 1975, Kugushev et Jaroshevskij ont proposé une allure libre non périodique adaptative au terrain. En 1999 Yang et Kim ont montré la capacité des allures quadrupèdes dites 4+2 à tolérer les défaillances [24].

En général, une allure est une séquence de mouvements des pattes coordonnée avec une séquence de mouvements du corps pour déplacer l'ensemble du corps du robot dans la direction souhaitée et pour l'orientation d'un endroit à un autre. Un robot hexapode possède de nombreux types d'allures statiquement stables, telles que l'allure régulière, l'allure irrégulière, et l'allure périodique. En effet, l'allure périodique est l'allure la plus utilisée dans le contrôle de mouvement des robots hexapodes. Il existe plusieurs allures périodiques classées par le nombre des pattes debout au sol et se déplace dans l'air pendant le mouvement du robot, et par la vitesse de mouvement. Ces allures sont : tripode, Ripple et Wave.

3.4.1 Allure ‘tripode’

L’allure ‘tripode’ est l’un des modes de locomotion d’inspiration biologique, c’est une allure régulière et périodique adaptée à la marche avec une grande vitesse. Elle est statiquement stable puisque le robot possède au moins trois pattes au sol à tout moment et son centre de masse existe à l’intérieur du polygone de support.

En général, l’allure tripode est caractérisée par trois phases principales : l’élévation du groupe 1 des pattes, l’élévation du groupe 2 des pattes et la propulsion. L’élévation 1 c’est où les pattes antérieure (L1) et postérieure (L3) d’un côté se soulèvent en même temps que la patte centrale controlatérale (L5). Lors de l’élévation 2, les pattes L2, L4 et L6 se soulèvent en parallèle tandis que les pattes L1, L3 et L5 restent au sol. Finalement, il vient la dernière phase de propulsion lorsque les six pattes sont en appui sur le sol pour faire avancer le corps du robot.

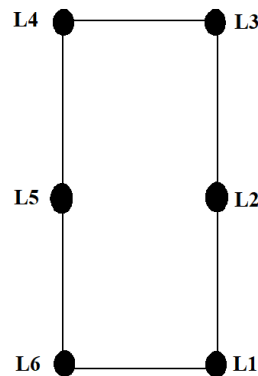


Figure 3.10: Représentation des pattes du robot hexapode.

La figure 3.11 montre le schéma de marche de l’allure ‘tripode’, dans lequel les rectangles noirs correspondent aux pattes d’élévation et la ligne pointillée concerne les pattes de propulsion.

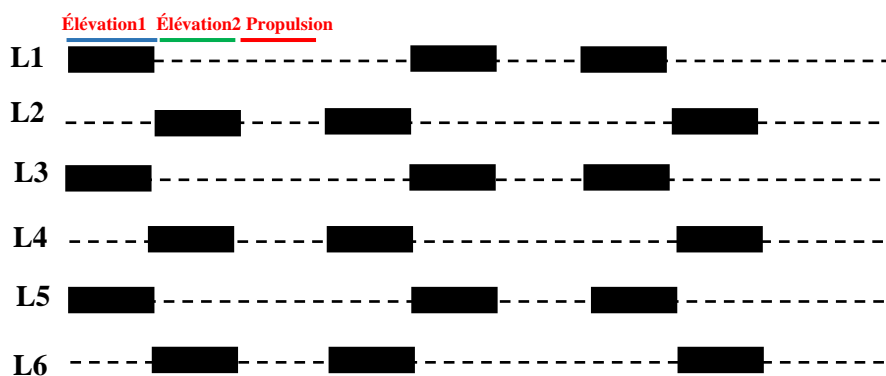


Figure 3.11: Schéma de l’allure tripode du robot hexapode.

3.4.2 Allure ‘Wave’

L’allure ‘Wave’ s’agit d’un mode de locomotion où une seule patte se soulève du sol suivant une trajectoire spécifiée, et les autres cinq pattes soutiennent sur le sol afin de propulser et pousser le robot en avant. Ainsi, c’est une allure lente, mais possède une meilleure stabilité en se déplaçant et en sautant, en raison du nombre important qui restent sur le sol pendant la marche. En effet, ce type d’allures est nécessaire sur les terrains hostiles. La figure 3.12 montre l’algorithme de locomotion de l’allure ‘Wave’. Dans un premier lieu, le robot soulève la patte L1, d’où les autres pattes L2, L3, L4, L5 et L6 restent au sol pour propulser le corps. Après on trouve l’élévation de la patte L2, suivi par celle de la patte L3, après la patte L4, l’élévation de la patte L5 et finalement le levé de la patte L6 afin de finir une période de mouvement du robot hexapode.

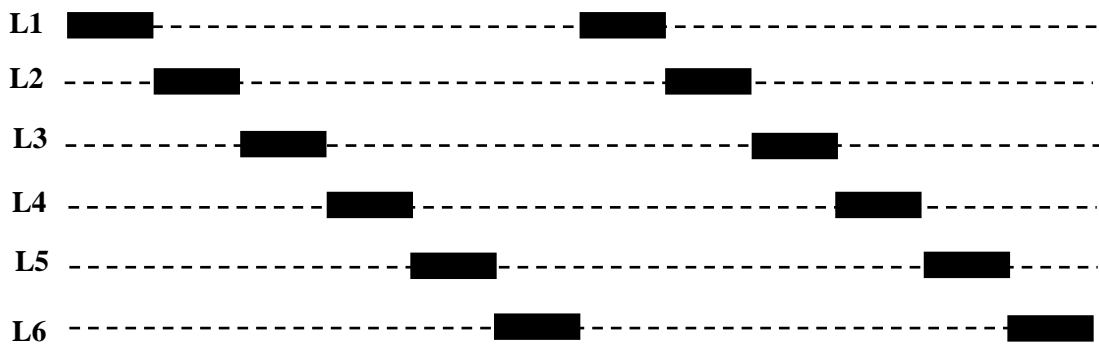


Figure 3.12 : Schéma de l'allure ‘Wave’ du robot hexapode.

3.4.3 Allure ‘Ripple’

En général, l’allure ‘Ripple’ est utilisée pour le mouvement des robots hexapodes qui nécessitent une vitesse moyenne pour se déplacer. Dans ce mode de locomotion, deux pattes soulèvent en parallèle et marchent en avant, les autres quatre pattes restent en contact avec le sol afin de pousser le corps en avant réalisant la propulsion. La figure 3.13 montre le schéma de l’allure ‘Ripple’, où les pattes L1 et L6 soulèvent alors que les autres pattes L2, L3, L4 et L5 restent en contact avec le sol afin de pousser le robot en avant. Ensuite, les pattes L3 et L5 soulèvent alors que les autres pattes L1, L2, L4 et L6 réalisent la phase de propulsion. Enfin, les pattes L2 et L4 soulèvent en avant, et les autres pattes L1, L3, L5 et L6 restent au sol en appuyant le corps en avant.

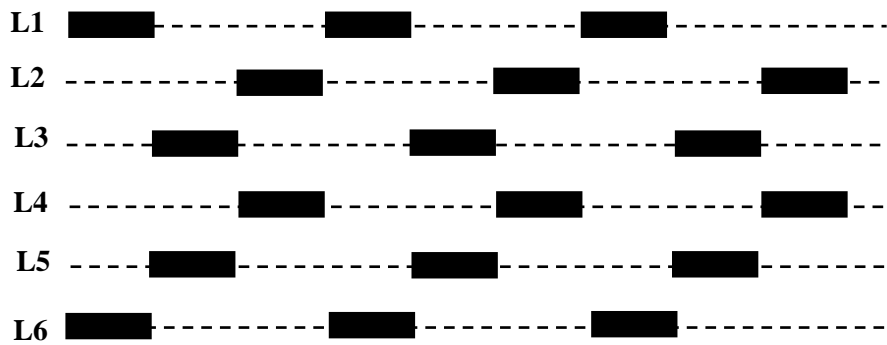


Figure 3.13: Schéma de l'allure 'Ripple' du robot hexapode.

3.5 Simulation des allures du robot hexapode

Afin de valider le modèle géométrique inverse établi dans la section 3.4, une simulation du robot hexapode avec les différentes allures périodiques définies dans la section 3.5 est élaborée. Dans cette section, une planification de plusieurs trajectoires est réalisée utilisant des programmes développés pour la simulation sur la plateforme Matlab-Simulink[®]. Ces trajectoires sont simulées pour chacune des allures périodiques afin de mieux visualiser le mouvement du robot hexapode.

3.5.1 Simulation de l'allure 'tripode'

Afin de réaliser une étape de locomotion du robot hexapode avec l'allure 'tripode', trois phases principales sont nécessaires: le soulèvement du premier groupe des pattes L1, L3 et L5, poursuivi par le soulèvement du deuxième groupe des pattes L2, L4 et L6. Enfin, il se termine par la phase de propulsion dont toutes les pattes sont en appui avec le sol.

Dans un premier lieu, la trajectoire à suivre par les pattes en phase d'élévation est spécifiée. La figure 3.14 montre la première phase d'élévation des pattes L1, L3 et L5 suivant les trajectoires définies (en vert).

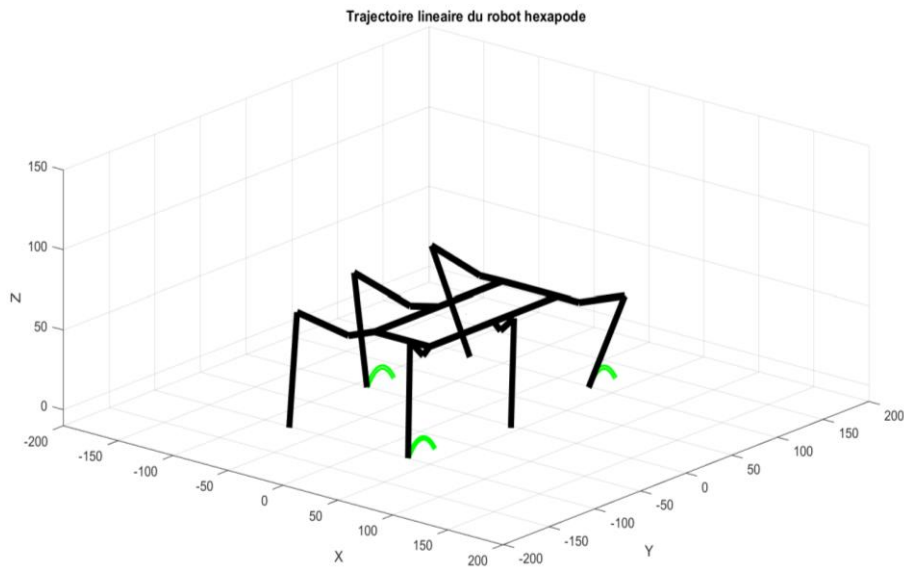


Figure 3.14: Elévation des pattes L1, L3 et L5 du robot hexapode.

La figure 3.15 montre la deuxième phase d'élévation des pattes L2, L4 et L6 suivant les trajectoires prédéfinies. On voit que les pattes sont soulevées du sol et évoluent en respectant les trajectoires planifiées.

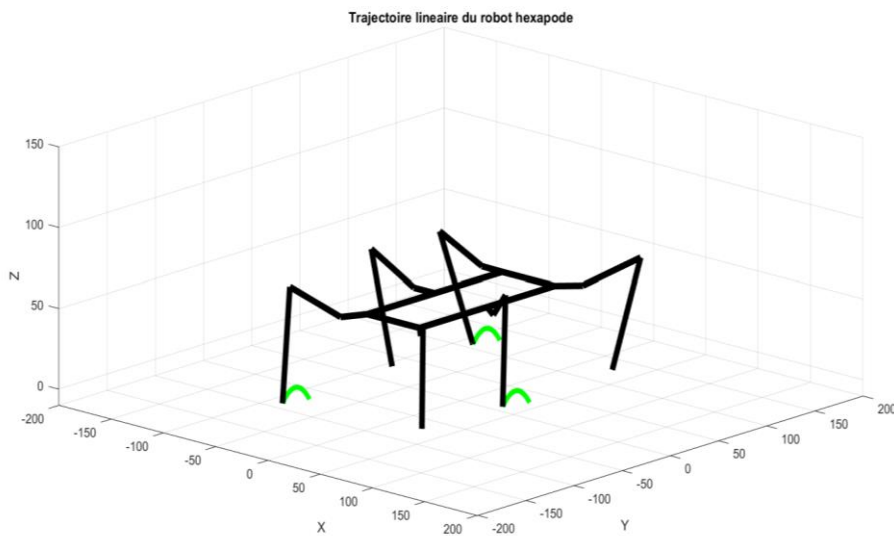


Figure 3.15: Elévation des pattes L2, L4 et L6 du robot hexapode.

Après la phase d'élévation du premier groupe des pattes (L1, L3 et L5), et la phase d'élévation du deuxième groupe des pattes (L2, L4 et L6), le corps du robot hexapode doit avancer. De ce fait, les six pattes se tenant au sol pour pousser le corps en avant suivant la trajectoire prédéfinie. La figure 3.16 montre la propulsion du robot suivant une trajectoire linéaire (en rouge).

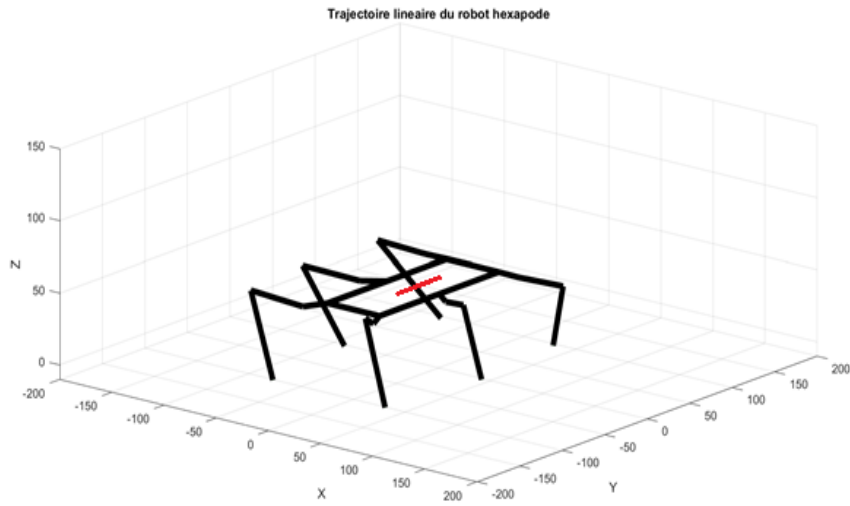


Figure 3.16: Phase de propulsion du robot hexapode suivant une trajectoire linéaire.

Afin de montrer la capacité du robot hexapode de suivre des trajectoires complexes utilisant le modèle géométrique inverse établi, une trajectoire sinusoïdale est planifiée. La figure 3.17 montre les différentes étapes de mouvement du robot réalisant la trajectoire sinusoïdale (en rouge).

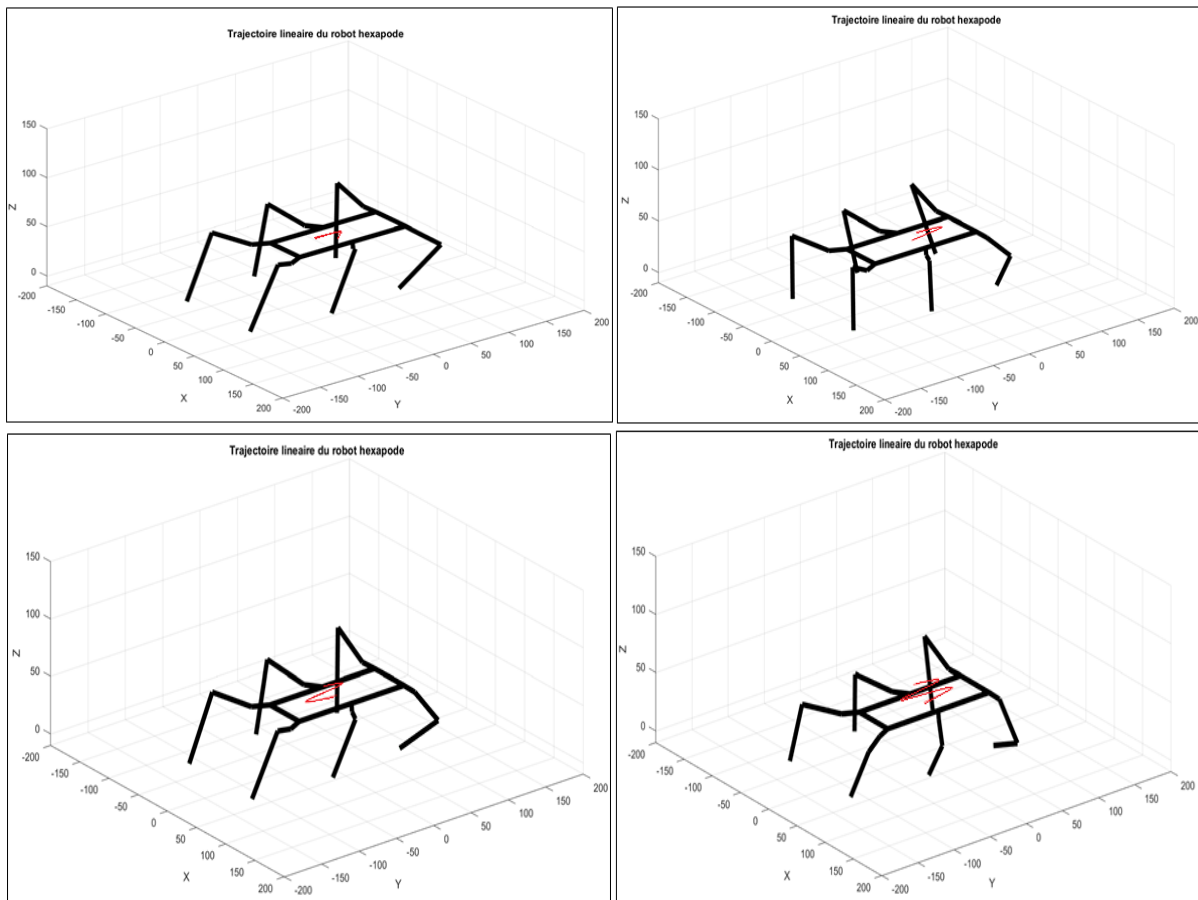


Figure 3.17: Phases de propulsion du robot hexapode suivant une trajectoire sinusoïdale.

Les figures 3.18 et 3.19 montrent ainsi que le robot hexapode possède une grande capacité de se mouvoir et orienter son corps dans plusieurs directions effectuant des trajectoires complexes.

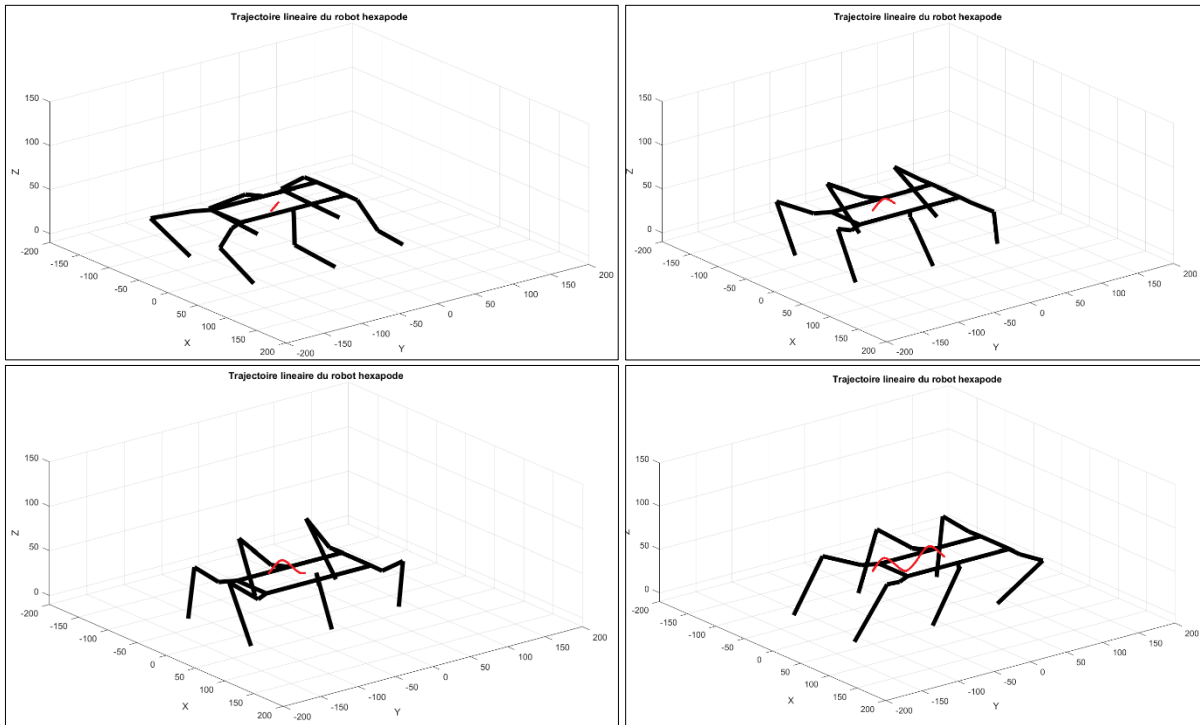


Figure 3.18: Propulsion sinusoïdale du robot hexapode dans le plan YZ.

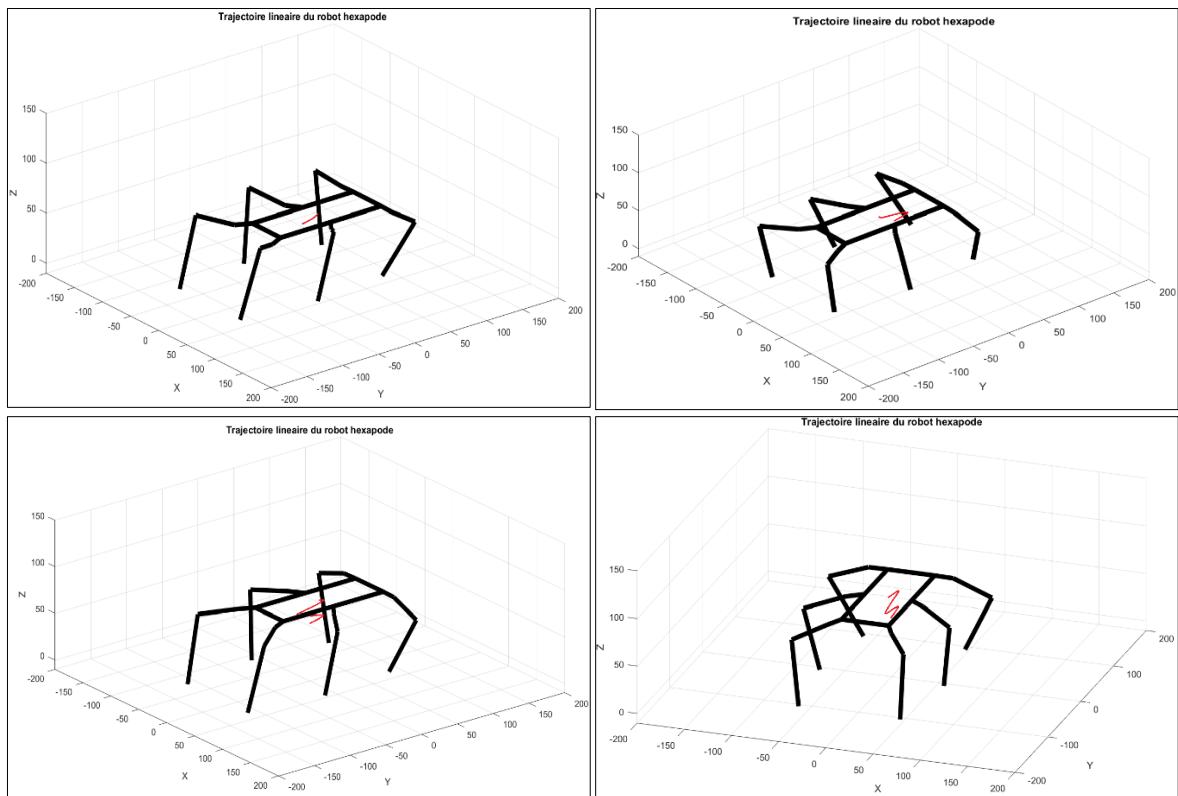


Figure 3.19: Propulsion sinusoïdale du robot hexapode dans le plan ZY.

3.5.2 Simulation de l'allure 'Ripple'

L'allure de marche 'Ripple' du robot hexapode est une allure périodique composée de trois phases principales, comme il est montré dans la simulation ci-dessous (Figure 3.20).

La figure 3.20 montre la première phase de l'allure 'Ripple', où les pattes L1 et L5 soulèvent du sol et se déplacent dans l'air en effectuant les trajectoires paraboliques (en verte), et les quatre autres pattes (L2, L3, L4 et L6) restent en appui avec le sol pour propulser le corps en avant suivant une trajectoire linéaire (en rouge). Dans la phase de propulsion, le corps du robot peut effectuer des déplacements et des orientations simples et complexes selon la tâche demandée.

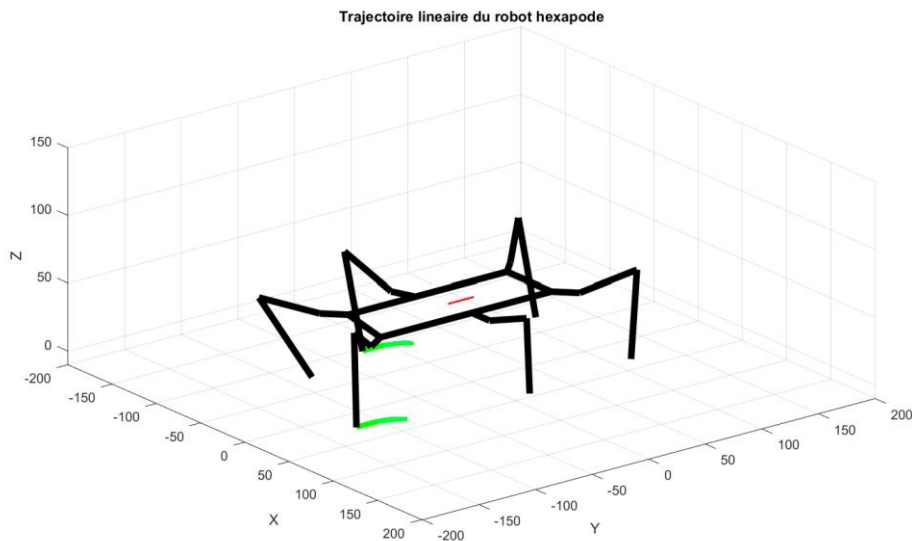


Figure 3.20: Elévation des pattes L1 et L5 du robot hexapode.

Lorsque les pattes L1 et L5 effectuent leurs trajectoires et entrent en contact avec le sol, le robot hexapode entame la deuxième phase de l'allure 'Ripple', dont les pattes L2 et L4 soulèvent du sol en suivant les trajectoires prédéfinies, alors que les autres pattes (L1, L3, L5 et L6) propulsent le corps en avant. Ainsi, la trajectoire à suivre par le corps du robot en propulsion est planifiée comme il est montré dans la figure 3.21.

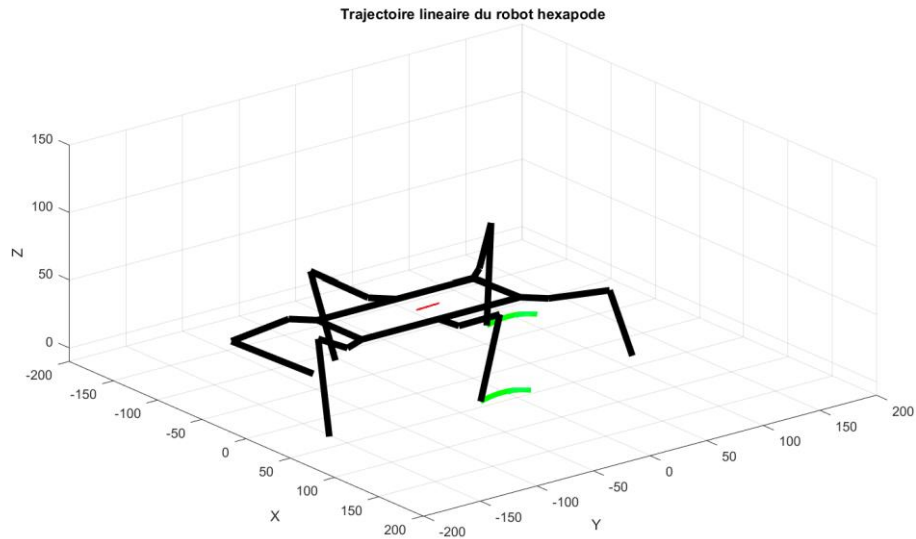


Figure 3.21: Phase deux de l'allure Ripple du robot hexapode.

Le même principe est appliqué à la troisième phase de l'allure 'Ripple'. Les pattes L3 et L6 sont soulevées du sol suivant les trajectoires désirées, et les pattes L1, L2, L4 et L5 entrent en contact avec le sol pour faire avancer le robot, comme il est illustré dans la figure 3.22.

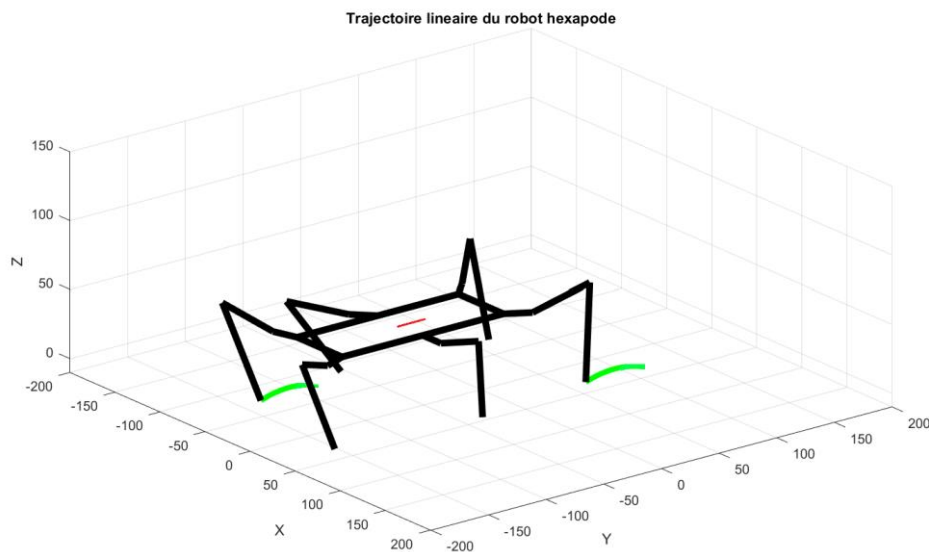


Figure 3.22: Phase trois de l'allure 'Ripple' du robot hexapode.

3.5.3 Simulation de l'allure 'Wave'

Dans cette section, la simulation de toutes les étapes nécessaires pour effectuer l'allure 'Wave' est élaborée. Les six figures ci-dessous montrent clairement le soulèvement (en vert) et la propulsion (en rouge) de l'allure 'Wave'. Dans chaque phase, une patte soulève du sol

effectuant une trajectoire planifiée et les autres pattes restent sur le sol afin de pousser le corps en avant.

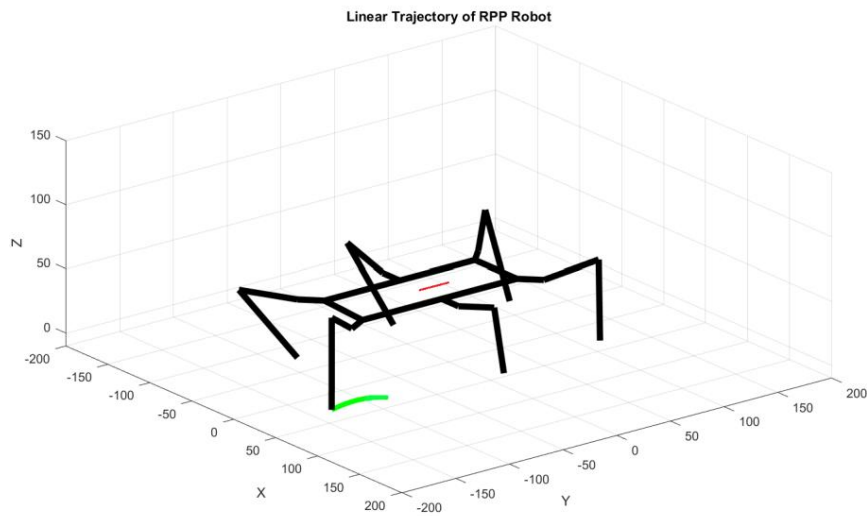


Figure 3.23: Soulèvement de la patte L1 du robot hexapode.

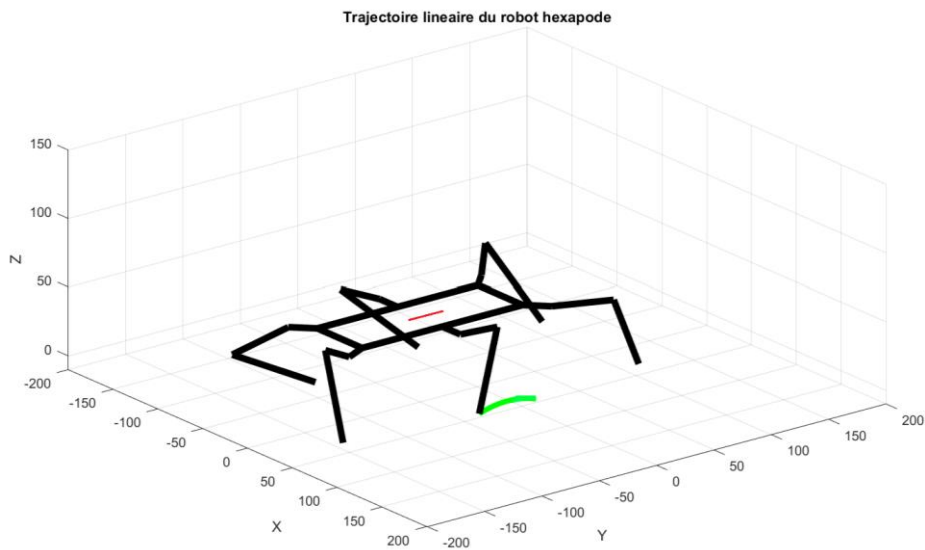


Figure 3.24: Soulèvement de la patte L2 du robot hexapode.

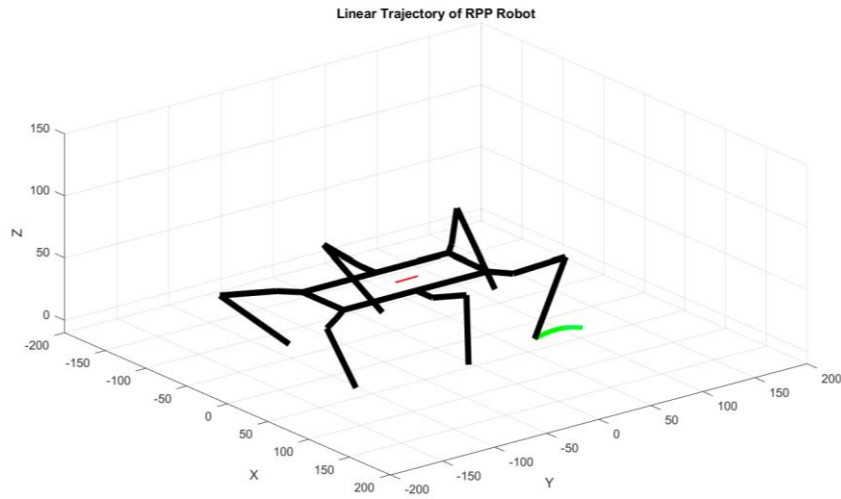


Figure 3.25: Soulèvement de la patte L3 du robot hexapode.

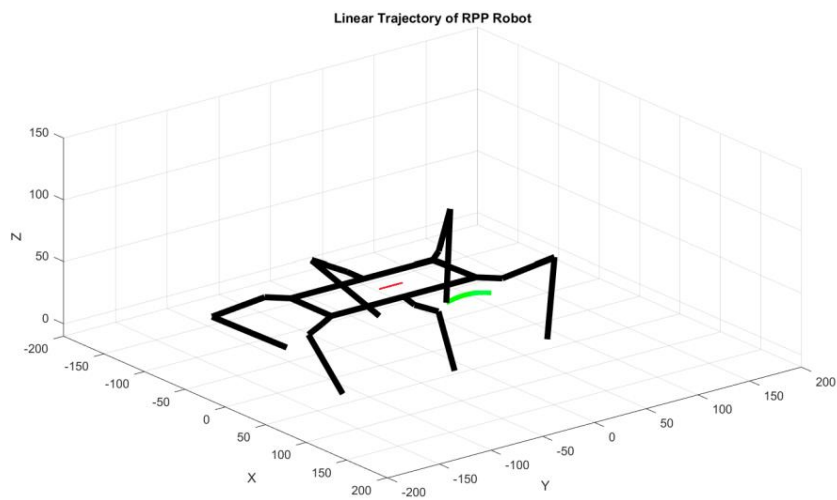


Figure 3.26: Soulèvement de la patte L4 du robot hexapode.

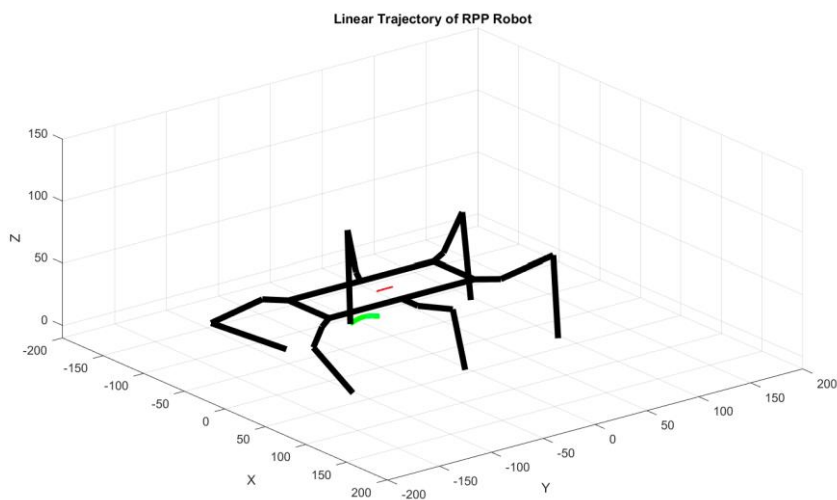


Figure 3.27: Soulèvement de la patte L5 du robot hexapode.

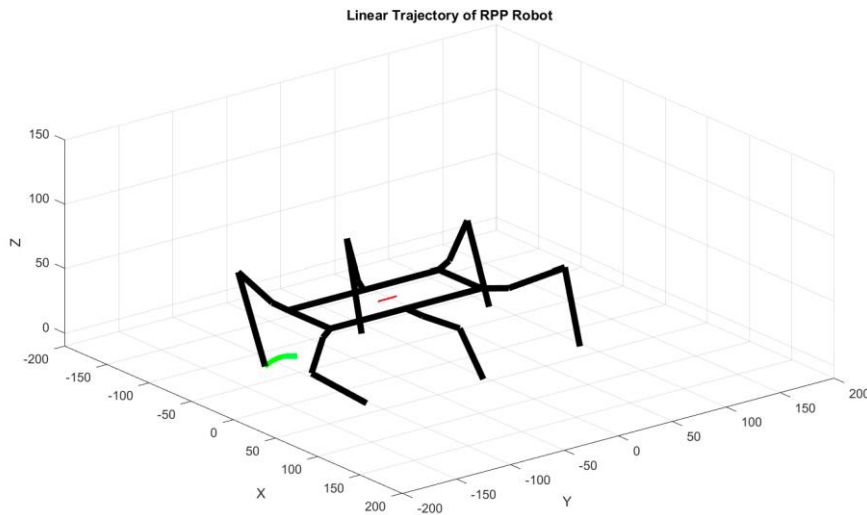


Figure 3.28: Soulèvement de la patte L6 du robot hexapode.

3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, l'examen des différentes structures des pattes et des corps des robots hexapodes issues de la littérature a permis de faire la conception de notre robot hexapode. Ensuite, la représentation des repères au niveau des pattes et du corps du robot a été élaborée pour une modélisation géométrique simplifiée. La locomotion du robot hexapode effectuant une trajectoire planifiée nécessite un modèle géométrique inverse adéquat permettant de déterminer les angles d'articulations en fonction de la position et de l'orientation des points terminaux des pattes. La résolution du problème de la géométrie inverse nécessite des méthodes raffinées. Dans ce chapitre, la méthode analytique a été utilisée afin de déterminer le modèle géométrique inverse du robot hexapode. Dans le but de valider le MGI trouvé, des allures de locomotion périodiques: 'tripode', 'Wave' et 'Ripple', sont planifiées et simulées dans la plateforme Matlab-Simulink[®]. Enfin, la simulation du robot effectuant des trajectoires complexes montre l'homogénéité de la structure conçue et la précision du modèle géométrique trouvé.

Chapitre 4

Modélisation dynamique

Lors de la modélisation du mouvement d'un robot hexapode, il est important de calculer le modèle dynamique afin de tenir compte de la vitesse, de l'accélération et des forces associées au mouvement du robot. Dans ce travail de recherche, les équations dynamiques sont calculées afin de déterminer les couples nécessaires à appliquer aux articulations pour effectuer le mouvement souhaité. Ainsi, la structure du robot hexapode diffère d'une phase de mouvement à une autre. En effet, le modèle dynamique du robot est décomposé et déterminé pour deux phases : une phase d'élévation et une phase de propulsion.

Sommaire

4.1 Introduction	54
4.2 Modélisation dynamique du robot hexapode en phase d'élévation avec le formalisme de Newton Euler	55
4.2.1 Méthode de Newton Euler	55
4.2.2 Modèle dynamique inverse du robot hexapode avec la récursive $i, i-1$	57
4.2.3 Modèle dynamique inverse du robot hexapode avec la récursive $i, i+1$	60
4.3 Modélisation dynamique du robot hexapode en phase de propulsion	64
4.3.1 Propulsion avec six pattes.....	65
4.3.2 Propulsion avec cinq pattes.	67
4.3.3 Propulsion avec quatre pattes.	68
4.3.4 Propulsion avec trois pattes.	69
4.4 Conclusion	71

4.1 Introduction

Un robot hexapode est essentiellement un mécanisme de déplacement. Pour contrôler sa position, nous devons connaître ses propriétés dynamiques afin de savoir quelle force à exercer pour le faire bouger. En général, les équations cinématiques décrivent le mouvement du robot sans tenir compte des forces et des moments produisant le mouvement. En revanche, les équations dynamiques décrivent explicitement la relation entre la force et le mouvement en utilisant un ensemble d'équations différentielles non linéaires, du second ordre, ordinaires, qui dépendent des propriétés cinématiques et inertielles du robot. En effet, les équations de mouvement sont importantes à prendre en compte dans la conception de robots, ainsi que dans les simulations et les animations. Il existe des algorithmes de contrôle qui exigent la résolution du modèle dynamique inverse dont les couples moteurs sont calculés à partir des déplacements souhaités et ses dérivées successives. Généralement, la dérivation des équations dynamiques du mouvement pour les robots hexapodes est une tâche complexe en raison du grand nombre de degrés de liberté (18 articulations actives), des non-linéarités présentes dans le système et la complexité des allures de mouvement. Ainsi, la modélisation dynamique des mécanismes sériels diffère des robots parallèles. Bien que l'allure des robots hexapodes soit constituée d'une phase d'élévation dont les pattes se considèrent comme des robots sériels, et d'une phase de propulsion dont le robot est en appui avec le sol représentant un robot parallèle, la modélisation dynamique est élaborée différemment dans chacune des phases.

Afin de générer les équations du modèle dynamique du robot hexapode, plusieurs méthodes ont été utilisées. Toutes ces méthodes génèrent des ensembles d'équations équivalentes, mais les algorithmes de calcul et d'analyse se diffèrent. Les formalismes les plus utilisés sont : la méthode de Newton Euler [64] et la méthode de Lagrange [65].

Ce chapitre est organisé en quatre sections. La première section est l'objet d'une introduction sur les aspects fondamentaux de la modélisation dynamique. Ensuite, le modèle dynamique en phase de l'élévation du robot hexapode est calculé analytiquement dans la deuxième section en utilisant la méthode de Newton Euler. Dans la troisième section, le modèle dynamique en phase de la propulsion est déterminé. Enfin, une conclusion est donnée dans la section quatre.

4.2 Modélisation dynamique du robot hexapode en phase d'élévation avec le formalisme de Newton Euler

En phase d'élévation du robot hexapode, les pattes soulèvent du sol effectuant les trajectoires prédéfinies comme il est montré dans le chapitre 3. La modélisation dynamique du robot hexapode dans cette phase consiste à déterminer les équations dynamiques d'une patte et la faire généraliser sur toutes les autres [20]. Dans ce travail, la méthode de Newton Euler est utilisée afin de déterminer les équations dynamiques.

4.2.1 Méthode de Newton Euler

La méthode de Newton Euler consiste à traiter les segments du robot l'un après l'autre, en décrivant son mouvement linéaire et angulaire. Tandis que chaque segment est couplé à d'autres, ces équations contiennent les couples et les forces exercées par l'un sur l'autre. En effet, le formalisme de Newton Euler est basé sur trois lois mécaniques importantes [66]:

- Chaque action a une réaction égale et opposée. Si le segment 1 applique une force f et un couple τ sur le segment 2, ce dernier applique une force $-f$ et un couple $-\tau$ sur le segment 1.
- Le taux de variation du moment linéaire est égal à la force totale appliquée à la liaison.
- Le taux de variation du moment angulaire est égal au couple total appliqué à la liaison.

En utilisant la méthode de Newton Euler, deux itérations sont considérées : les itérations extérieures pour calculer les vitesses et les accélérations des différents segments, et les itérations intérieures pour calculer les forces et les couples communs appliquées à chaque segment par l'utilisation du principe fondamental de la dynamique.

Les itérations extérieures utilisent la deuxième loi de Newton et elles sont exprimées par les équations (4.1) et (4.2).

$$F_i = m\dot{V}_{ci} \quad (4.1)$$

$$N_i = {}^{ci}I\dot{\omega}_i + \omega_i \times {}^{ci}I\omega_i \quad (4.2)$$

Les itérations intérieures sont représentées par les équations (4.3) et (4.4).

$${}^i f_i = R^{i,i+1} f_{i+1}^{i+1} + F_i^i \quad (4.3)$$

$${}^i n_i = N_i^i + R^{i,i+1} n_{i+1}^{i+1} + P_{ci}^i \times F_i^i + P_{i+1}^i \times R^{i,i+1} f_{i+1}^{i+1} \quad (4.4)$$

Selon les équations (4.1), (4.2), (4.3) et (4.4) l'expression du couple appliqué est donnée par l'équation (4.5).

$$\tau_i = n_i^{i T_i} Z \quad (4.5)$$

En effet, le modèle dynamique de la patte du robot est représenté par une équation non linéaire(4.6).

$$\tau_i = M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + F_d\dot{\theta} + G(\theta) \quad (4.6)$$

Avec :

- $M(\theta)$: la matrice d'inertie de dimension $n \times n$.
- $C(\theta, \dot{\theta})$: la matrice $n \times n$ contient les forces Coriolis et Centrifuges.
- $G(\theta)$: le vecteur gravitationnel de dimension $n \times 1$.
- F_d : la matrice diagonale $n \times n$ de la friction dynamique.
- ω_i : vitesse angulaire du repère i par rapport au repère 0 .
- $\dot{\omega}_i$: accélération angulaire du repère i par rapport au repère 0 .
- z_i : axe d'actionnement du cadre i par rapport au cadre 0 .
- f_i : force exercée par le segment $i-1$ sur le segment i .
- τ_i : le couple exercé par le segment $i-1$ sur le segment i .
- $R^{i,i+1}$: matrice de rotation du repère i au repère $i+1$.
- m_i : la masse du segment i .
- I_i : le moment d'inertie du rotor de l'actionneur i et de son réducteur ressenti par l'articulation.
- F_i : Force inertielle agissant sur le $i^{\text{ème}}$ segment.
- N_i : le couple inertielle agissant sur le $i^{\text{ème}}$ segment.
- n_i : Le couple exercé par le segment $i-1$ sur le segment i .
- \dot{v}_{ci} : Accélération linéaire du centre de masse du segment i .
- ${}^iP_{ci}$: Vecteur de localisation du centre de masse du $i^{\text{ème}}$ segment.

Afin de calculer les équations dynamiques du robot hexapode, deux récursives sont utilisées: la récursive $i, i+1$ et la récursive $i, i-1$.

4.2.2 Modèle dynamique inverse du robot hexapode avec la récursive i, i-1

Afin de déterminer les équations dynamiques du robot hexapode en phase d'élévation et tandis que les six pattes possèdent la même structure, le modèle dynamique est déterminé pour une patte et il est considéré dans l'étude et le contrôle des autres pattes. La figure 4.1 montre la structure géométrique de la patte du robot hexapode avec un système de coordonnées adapté à la récursive i, i-1.

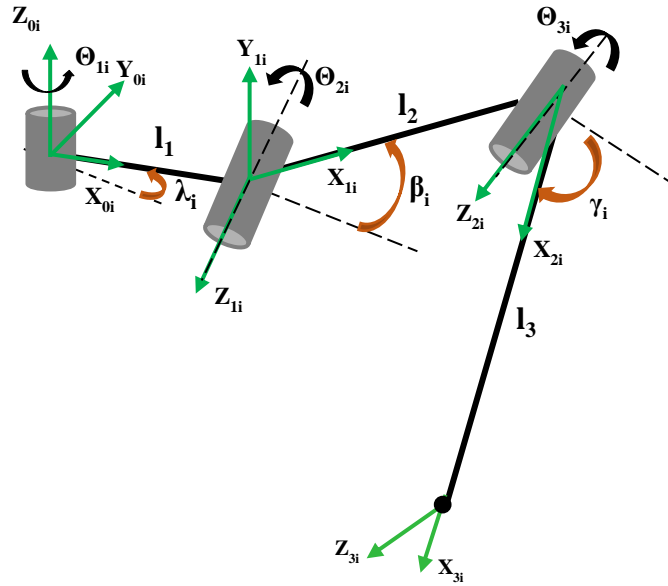


Figure 4.1: Structure de la patte du robot hexapode avec un système de coordonnées adapté à la récursive i, i-1.

Selon la loi d'action et de la réaction, f_i est la force exercée par le segment i-1 sur le segment i, et f_{i+1} est la force exercée par le segment i+1 sur le segment i. Ainsi, f_i est exprimé dans le repère $\{i\}$ tandis que f_{i+1} est exprimé dans le repère $\{i+1\}$. En effet, pour exprimer les deux forces dans le repère i, il est nécessaire de multiplier ce dernier par la matrice de rotation $R^{i,i+1}$ pour le passage du repère $\{i\}$ au repère $\{i+1\}$. Il en va de même pour le couple, toujours selon la loi de l'action et de la réaction. De ce fait, la deuxième convention de Denavit-Hartenberg est utilisée afin de déterminer les matrices de transformations d'un repère à un autre représentées par l'équation (4.7).

$$T^{i-1,i} = Rot(z, \theta_i) Trans(z, r_i) Trans(x, d_i) Rot(x, \delta_i) \quad (4.7)$$

Après la détermination des différents éléments de l'équation (4.7), la matrice de transformation homogène $T^{i-1,i}$ est donnée par l'expression (4.8).

$$T^{i-1,i} = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & 0 \\ s\theta_i & c\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c\delta_i & -s\delta_i & 0 \\ 0 & s\delta_i & c\delta_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$T^{i-1,i} = \begin{bmatrix} c\theta_i & -c\delta_i s\theta_i & s\delta_i s\theta_i & d_i c\theta_i \\ s\theta_i & c\delta_i c\theta_i & -s\delta_i c\theta_i & d_i s\theta_i \\ 0 & s\delta_i & c\delta_i & r_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Le tableau 4.1 présente les paramètres de la deuxième convention de Denavit-Hartenberg.

Table 4.1: Paramètres Denavit-Hartenberg.

Link	δ	\mathbf{d}	\mathbf{r}	θ
1	$\frac{\pi}{2}$	11	0	α_1
2	0	12	0	α_2
3	0	13	0	α_3

Utilisant la matrice (4.9), les expressions des matrices de rotation entre les différents repères sont exprimées par les équations (4.10), (4.11) et (4.12).

$$R^{0i,1i} = \begin{bmatrix} c\alpha_{1i} & 0 & s\alpha_{1i} \\ s\alpha_{1i} & 0 & -c\alpha_{1i} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$$R^{1i,2i} = \begin{bmatrix} c\alpha_{2i} & -s\alpha_{2i} & 0 \\ s\alpha_{2i} & c\alpha_{2i} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$R^{2i,3i} = \begin{bmatrix} c\alpha_{3i} & -s\alpha_{3i} & 0 \\ s\alpha_{3i} & c\alpha_{3i} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Les conditions initiales des vitesses et des accélérations sont définies par l'équation (4.13).

$$\omega_0^0 = \dot{\omega}_0^0 = \dot{V}_{O_0} = 0 \quad (4.13)$$

L'expression des vecteurs gravitationnels de chaque segment est donnée par les équations (4.14) et (4.15).

$$g(1) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g_0 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

$$g(2) = g(3) = \begin{bmatrix} 0 \\ -g_0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Après avoir défini les éléments nécessaires pour le calcul des équations dynamiques avec les itérations intérieures et extérieures. Un programme est développé sur la plateforme Matlab-Simulink® en se basant sur les équations (4.16), (4.17), (4.18), (4.19), (4.20), (4.21), (4.22) et (4.23) pour l'élaboration du modèle dynamique.

L'expression de la vitesse angulaire est donnée par l'équation (4.16).

$$\omega_i^i = R^{i,i-1} (\omega_{i-1}^{i-1} + \dot{\theta}_{z_{i-1}}^{i-1}) \quad (4.16)$$

L'expression de l'accélération angulaire est définie par l'équation (4.17).

$$\dot{\omega}_i^i = R^{(i,i-1)} (\dot{\omega}_{(i-1)}^{(i-1)} + \ddot{\theta}_{z_{(i-1)}}^{(i-1)} + \omega_{(i-1)}^{(i-1)} \times \dot{\theta}_{z_{(i-1)}}^{(i-1)}) \quad (4.17)$$

La vitesse linéaire au niveau de l'articulation est exprimée par l'équation (4.18).

$$V_{oi}^i = R^{(i,i-1)} \dot{V}_{(o_{i-1})}^{(i-1)} + \dot{\omega}_i^i \times O_{(i-1)} O_i^i + \omega_i^i \times (\omega_i^i \times O_{(i-1)} O_i^i) \quad (4.18)$$

La vitesse linéaire du centre de masse du segment i est donnée par l'équation (4.19).

$$V_{Gi}^i = \dot{V}_{(o_i)}^i + \dot{\omega}_i^i \times O_i G_i^i + \omega_i^i \times (\omega_i^i \times O_i G_i^i) \quad (4.19)$$

La résultante des forces extérieures F_i est exprimée par l'équation (4.20).

$$F_{i-1}^i = R^{i,i+1} F_{i+1}^{i+1} - m_i g(i) + m_i \dot{V}_{Gi}^i \quad (4.20)$$

La résultante du torseur dynamique exercé sur le corps C_i par le corps C_{i+1} est généralisée par l'équation (4.21).

$$f_i^i = R^{i,i+1} f_{i+1}^{i+1} - m_i g(i) + m_i \dot{V}_{Gi}^i \quad (4.21)$$

L'expression de n_i dans le repère i est donnée par l'équation (4.22).

$$n_i^i = R^{i,i+1} n_{i+1}^{i+1} - f_i^i \times O_{i-1} G_i^i + R^{i,i+1} f_{i+1}^{i+1} \times O_i G_i^i + I_i \dot{\omega}_i^i + \omega_i^i \times I_i \omega_i^i \quad (4.22)$$

Alors le couple τ_i est exprimé par l'équation (4.23).

$$\tau_i = (n_i^i)^T \times Z_{i-1}^i \quad (4.23)$$

4.2.3 Modèle dynamique inverse du robot hexapode avec la récursive $i, i+1$

La figure 4.2 montre la structure géométrique de la patte du robot avec un système de coordonnées adapté à la récursive $i, i+1$. Dans cette représentation, les repères R_{0i} ($O_{0i}, X_{0i}, Y_{0i}, Z_{0i}$) et R_{1i} ($O_{1i}, X_{1i}, Y_{1i}, Z_{1i}$) sont confondus.

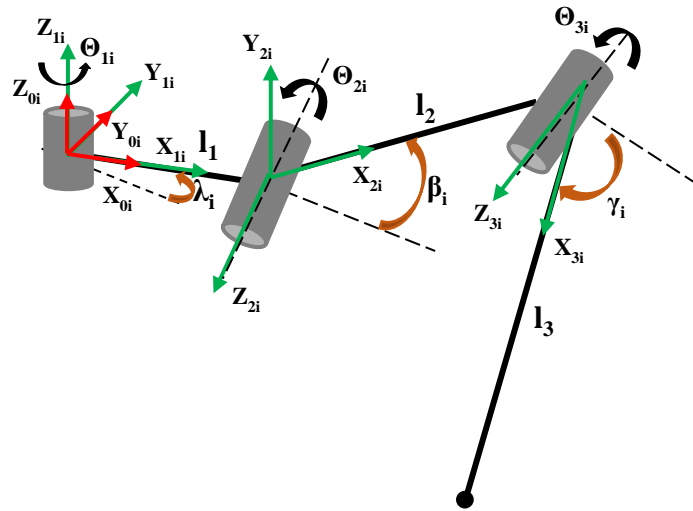


Figure 4.2: Structure de la patte du robot hexapode avec un système de coordonnées correspondant à la récursive $i, i+1$.

Comme déjà présenté dans la récursive $i, i-1$, les matrices de transformations est la première étape clé pour définir les paramètres nécessaires à l'élaboration du modèle dynamique. De ce fait, elles sont déterminées utilisant l'équation (4.24) basée sur la première convention de Denavit-Hartenberg.

$$T^{i-1,i} = Rot(x, \gamma_i) Trans(x, d_i) Rot(z, \theta_i) Trans(z, r_i) \quad (4.24)$$

Une fois que les termes de l'équation (4.24) sont déterminés, la matrice de transformation homogène $T^{i-1,i}$ s'écrit sous la forme suivante :

$$T^{i-1,i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c\delta_i & -s\delta_i & 0 \\ 0 & s\delta_i & c\delta_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & 0 \\ s\theta_i & c\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

$$T^{i-1,i} = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & d_i \\ c\delta_i s\theta_i & c\delta_i c\theta_i & -s\delta_i & r_i s\delta_i \\ s\delta_i s\theta_i & s\delta_i c\theta_i & c\delta_i & r_i c\delta_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Les paramètres de la première convention de Denavit-Hartenberg sont présentés dans le tableau ci-dessous.

Table 4.2: Paramètres de la première convention de Denavit-Hartenberg.

Link	δ	\mathbf{d}	\mathbf{r}	θ
1	0	0	0	α_1
2	$\frac{\pi}{2}$	11	0	α_2
3	0	12	0	α_3

Utilisant les paramètres définis dans le tableau 4.2 et l'expression (4.26), les expressions des matrices de rotation entre les différents repères sont définies par les équations (4.27), (4.28) et (4.29).

$$R^{0i,1i} = \begin{bmatrix} c\alpha_{1i} & -s\alpha_{1i} & 0 \\ s\alpha_{1i} & c\alpha_{1i} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

$$R^{1i,2i} = \begin{bmatrix} c\alpha_{2i} & -s\alpha_{2i} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ s\alpha_{2i} & c\alpha_{2i} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

$$R^{2i,3i} = \begin{bmatrix} c\alpha_{3i} & -s\alpha_{3i} & 0 \\ s\alpha_{3i} & c\alpha_{3i} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

Pour la résolution des équations de la récursive avant, on commence par les conditions initiales définies par l'équation (4.30).

$$\omega_0^0 = \dot{\omega}_0^0 = \dot{V}_{O_0} = 0 \quad (4.30)$$

L'expression des vecteurs gravitationnels de chaque segment est donnée par les équations (4.31) et (4.32).

$$g(1) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g_0 \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

$$g(2) = g(3) = \begin{bmatrix} 0 \\ -g_0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

Le modèle dynamique inverse du robot hexapode en phase d'élévation est déterminé par la résolution des équations définies par la suite.

La vitesse angulaire de la liaison $i+1$ est donnée par l'équation (4.33).

$$\omega_{i+1}^{i+1} = R^{i+1,1} \omega_i^i + \dot{\theta}_{i+1} z_{i+1}^{i+1} \quad (4.33)$$

L'expression de l'accélération angulaire est représentée par l'équation (4.34).

$$\dot{\omega}_{i+1}^{i+1} = R^{i+1,1} \dot{\omega}_i^i + R^{i+1,1} \omega_i^i \times \dot{\theta}_{i+1} z_{i+1}^{i+1} + \ddot{\theta}_{i+1} z_{i+1}^{i+1} \quad (4.34)$$

La vitesse linéaire au niveau de l'articulation $i+1$ est exprimée par l'équation (4.35).

$$\dot{V}_{O_{(i+1)}}^{i+1} = R^{(i+1,1)} (\dot{\omega}_i^i \times O_i O_{(i+1)}^i + \omega_i^i \times (\omega_i^i \times O_i O_{(i+1)}^i) + \dot{V}_{O_i}^i) \quad (4.35)$$

La vitesse linéaire du centre de masse du segment $i+1$ est donnée par l'équation (4.36).

$$V_{G_{i+1}}^{i+1} = \dot{\omega}_{i+1}^{i+1} \times O_{i+1} G_{i+1}^{i+1} + \omega_{i+1}^{i+1} \times (\omega_{i+1}^{i+1} \times O_{i+1} G_{i+1}^{i+1}) + \dot{V}_{O_{i+1}}^{i+1} \quad (4.36)$$

Ainsi, la résultante des forces F_{i+1} dans le repère $i+1$ est exprimée par l'équation (4.37).

$$F_{i+1}^{i+1} = m_{i+1} V_{G_{i+1}}^{i+1} - m_{i+1} g(i+1) \quad (4.37)$$

L'expression de N_{i+1} est donnée par l'équation (4.38).

$$N_{i+1}^{i+1} = I_{G_{i+1}}^{i+1} \dot{\omega}_{i+1}^{i+1} + \omega_{i+1}^{i+1} \times I_{G_{i+1}}^{i+1} \omega_{i+1}^{i+1} \quad (4.38)$$

La résultante du torseur dynamique exercé sur le corps C_j par le corps C_{j+1} est exprimée par l'équation (4.39).

$$f_i^i = R^{i,i+1} f_{i+1}^{i+1} + F_i^i \quad (4.39)$$

$$n_i^i = N_{i+1}^{i+1} + R^{i,i+1} n_{i+1}^{i+1} + O_i G_i^i \times F_i^i + O_i O_{i+1}^i \times {}^i f n_{i+1}^{i+1} \quad (4.40)$$

Finalement l'expression du couple τ_i qui représente la composante Z de n_i est donnée par l'équation (4.41).

$$\tau_i = (n_i^i)^T \times Z_i^i \quad (4.41)$$

Après la résolution des équations de la récurrence avant (4.1) et (4.2), et la récurrence arrière (4.3) et (4.4), le modèle dynamique inverse de la patte du robot hexapode est donnée par l'équation (4.42).

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} + F_{d1} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} + F_{d2} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} + F_{d3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

avec :

$$\begin{aligned} M_{11} &= \frac{1}{3} l_1^2 m_1 + l_1^2 (m_1 + m_2) + \frac{1}{6} l_2^2 m_2 + \frac{1}{2} l_2^2 m_3 + \frac{1}{6} l_3^2 m_3 + \dots \\ &+ \frac{1}{6} l_2^2 \cos(2\theta_2) (m_3 + m_2) + \frac{1}{6} l_3^2 m_3 \cos(2\theta_2 + \theta_3) + l_1 l_2 \cos(\theta_2) (2m_3 + m_2) + \dots \\ &+ l_1 l_2 m_3 \cos(\theta_2 + \theta_3) + \frac{1}{2} l_3 l_2 m_3 \cos(\theta_3) + \frac{1}{2} l_3 l_2 m_3 \cos(2\theta_2 + \theta_3) \end{aligned} \quad (4.43)$$

$$M_{12} = M_{13} = M_{21} = M_{31} = 0 \quad (4.44)$$

$$M_{22} = \frac{1}{3} m_2 l_2^2 + \frac{1}{3} m_3 l_3^2 + m_3 l_2^2 + l_2 l_3 \cos(\theta_3) \quad (4.45)$$

$$M_{23} = \frac{1}{6} m_3 l_3 (2l_3 + 3l_2 \cos(\theta_3)) \quad (4.46)$$

$$M_{32} = \frac{1}{12} m_3 l_3 (4l_3 + 6l_2 \cos(\theta_3)) \quad (4.47)$$

$$M_{33} = \frac{1}{3} m_3 l_3^2 \quad (4.48)$$

$$C_{11} = -((l_2^2 \sin(2\theta_2) \left(\frac{m_2}{3} + m_3 \right) + \frac{1}{3} l_3^2 m_3 \sin(2(\theta_2 + \theta_3)) + \dots$$

$$+ l_2 l_3 m_3 \sin(2\theta_2 + \theta_3) + l_1 l_3 m_3 \sin(\theta_2 + \theta_3) + l_1 l_2 \sin(\theta_2) (m_2 + 2m_3))$$

$$C_{12} = 0$$

$$C_{13} = -\frac{1}{6} (2l_3^2 m_3 \sin(2\theta_2 + 2\theta_3) + 3l_2 l_3 m_3 \sin(2\theta_2 + \theta_3) + \dots$$

$$+ 6l_1 l_3 m_3 \sin(\theta_2 + \theta_3) + 3l_2 l_3 m_3 \sin(\theta_3))$$

$$C_{21} = l_2^2 \sin(2\theta_2) \left(\frac{m_2}{6} + \frac{m_3}{2} \right) + \frac{1}{6} l_3^2 m_3 \sin(2\theta_2 + 2\theta_3) + \dots$$

$$+ \frac{1}{2} l_1 l_3 m_3 \sin(\theta_2 + \theta_3) + l_1 l_2 \sin(\theta_2) \left(\frac{m_2}{2} + m_3 \right) + \frac{1}{2} l_3 l_2 m_3 \sin(2\theta_2 + \theta_3)$$

$$C_{22} = -l_3 l_2 m_3 \sin(\theta_3)$$

$$C_{23} = -\frac{1}{2} l_3 l_2 m_3 \sin(\theta_3)$$

$$C_{31} = \frac{1}{12} l_3 m_3 (2l_3 \theta_1 \sin(2(\theta_2 + \theta_3)) + 6l_1 \theta_1 \sin(\theta_2 + \theta_3) + 3l_2 \theta_1 \sin(\theta_3)) + \dots$$

$$+ \frac{1}{4} l_3 l_2 m_3 \theta_1 \sin(2\theta_2 + \theta_3)$$

$$C_{32} = \frac{1}{2} l_3 l_2 m_3 \sin(\theta_3)$$

$$C_{33} = 0$$

$$G_1 = 0$$

$$G_2 = l_2 \cos(\theta_2) \left(\frac{1}{2} m_2 + m_3 \right) + \frac{1}{2} l_3 m_3 \cos(\theta_2 + \theta_3)$$

$$G_3 = \frac{1}{2} l_3 m_3 \cos(\theta_2 + \theta_3)$$

4.3 Modélisation dynamique du robot hexapode en phase de propulsion.

Le robot hexapode en phase de propulsion est considéré comme une chaîne cinématique fermée avec 18 actionneurs actifs ce qui rend la modélisation dynamique difficile à élaborer avec les méthodes analytiques. De ce fait, l'outil SimMechanics™ de la plateforme Matlab-Simulink® est utilisé pour la simulation du mouvement du robot. C'est un moyen pratique pour

prédire le comportement dynamique du robot. Ainsi, elle permet d'extraire les paramètres nécessaires pour l'identification du système.

Selon le mode de locomotion du robot hexapode, le nombre de pattes en appui avec le sol change, ainsi que les couples au niveau des articulations. Pour l'allure de locomotion tripode, la propulsion du robot est effectuée par les six pattes. Cependant, la propulsion dans l'allure de locomotion 'Ripple' est effectuée seulement avec quatre pattes. Enfin, pour l'allure de locomotion 'Wave' la propulsion est réalisée avec cinq pattes [21].

Le problème de la modélisation dynamique dans la phase de propulsion est organisé selon les étapes suivantes :

- La planification des différents modes de locomotion du robot hexapode : 'tripode', 'Ripple' et 'Wave'.
- L'utilisation du modèle géométrique inverse établi dans le chapitre 3 afin de déterminer les variables articulaires correspondant aux trajectoires générées.
- Développement du modèle d'une patte du robot hexapode dans l'outil SimMechanics™ de la plateforme Matlab-Simulink® (Annexe A).
- Développement du modèle global du robot hexapode (le corps avec les six pattes utilisant le modèle déjà développé d'une seule patte) dans SimMechanics™ (Annexe B).
- L'insertion des variables articulaires déterminées par le modèle géométrique, comme des entrées du modèle du robot dans SimMechanics™.
- L'extraction des paramètres nécessaires pour la prédiction du modèle dynamique du robot hexapode dans le cas de la propulsion avec six pattes, cinq pattes, quatre et trois pattes.

4.3.1 Propulsion du robot hexapode avec six pattes.

Dans le mode de locomotion tripode décrit dans la section 3.5.1, le robot a besoin d'une phase de propulsion pour avancer son corps après les deux phases d'élévation de toutes les pattes. De ce fait, les six pattes du robot sont en appui avec le sol suivant un déplacement linéaire de translation le long de l'axe y comme il est montré dans la figure 4.3.

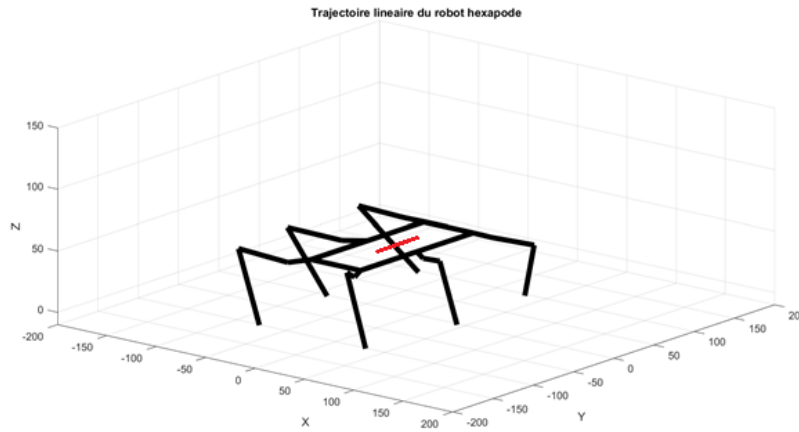


Figure 4.3 : Propulsion linéaire du robot hexapode avec six pattes.

Afin de déterminer le modèle dynamique en phase de propulsion avec six pattes, la simulation du mouvement de translation du robot hexapode est entamée dans Matlab-Simulink[®] et les variables articulaires obtenues sont insérées dans le modèle du robot hexapode développé en SimMechanics[™] afin d'extraire les couples nécessaires pour générer ce mouvement.

avec :

Couple L-1 : le couple généré au niveau de l'articulation 1 de la patte L.

Couple L-2 : le couple généré au niveau de l'articulation 2 de la patte L.

Couple L-3 : le couple généré au niveau de l'articulation 3 de la patte L.

L indique la patte et varie de 1 à 6.

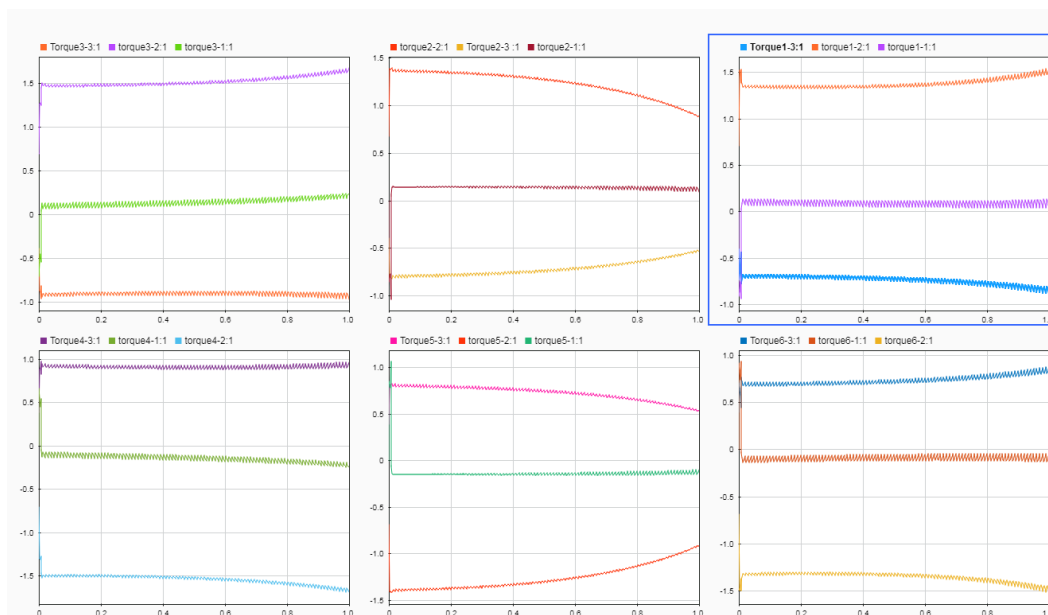


Figure 4.4 : Couples articulaires pour la propulsion linéaire avec six pattes.

La figure 4.4 montre les couples articulaires générés pour la propulsion avec six pattes. Puisque le mouvement est linéaire suivant l'axe y , le couple au niveau de l'articulation 2 est faible et proche de zéro, alors que l'articulation 1 génère plus de couples afin de réaliser le mouvement de translation. Ainsi, toutes les pattes du robot supportent les mêmes efforts.

4.3.2 Propulsion du robot hexapode avec cinq pattes.

La figure 4.5 montre la propulsion du robot hexapode avec cinq pattes L2, L3, L4, L5 et L6 avec l'élévation de la patte L1 en parallèle suivant les axes y et z (en vert). Le déplacement du centre d'inertie du robot est un mouvement de translation le long de l'axe y comme il est montré en rouge dans la figure 4.5.

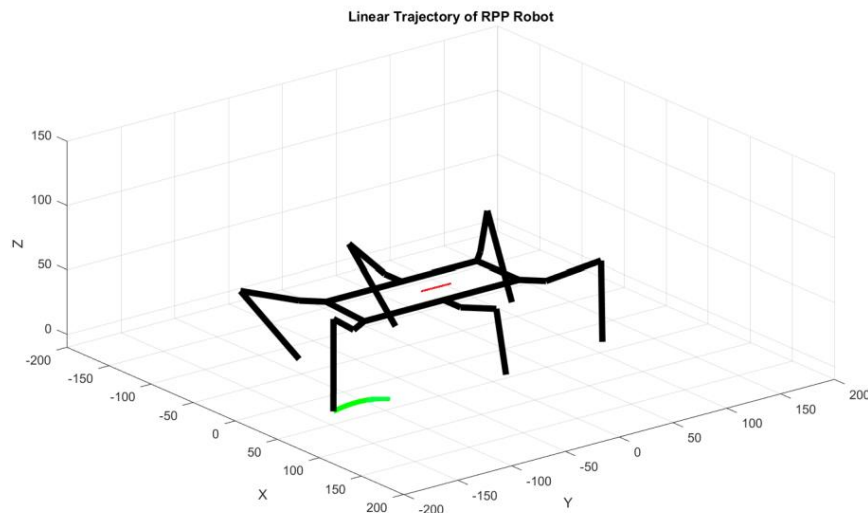


Figure 4.5: Propulsion linéaire du robot hexapode avec cinq pattes L2, L3, L4, L5 et L6.

La figure 4.6 montre les couples articulaires des six pattes du robot. Le déplacement du centre d'inertie du robot est un mouvement de translation le long d'axe y . En comparant le mouvement de propulsion effectué avec 5 pattes (la patte 1 est en mode d'élévation) avec celui effectué avec 6 pattes, les couples actifs de la patte L1 sont constants et non nuls. On remarque également que les pattes L4, L5 et L6 supportent moins d'efforts que les pattes L2 et L3.

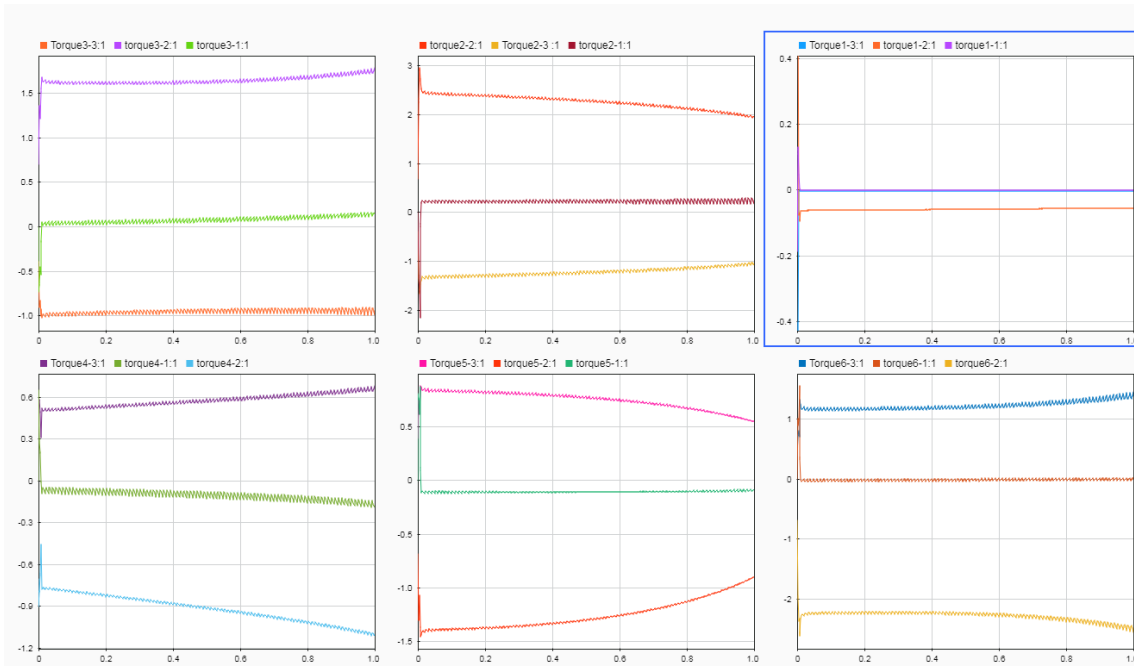


Figure 4.6 : Couples articulaires pour la propulsion linéaire avec les cinq pattes L2, L3, L4, L5 et L6.

4.3.3 Propulsion du robot hexapode avec quatre pattes.

Dans le mode de locomotion ‘Ripple’, le robot hexapode effectue la propulsion avec les quatre pattes L1, L3, L5 et L6, lors que les deux autres pattes L2 et L4 sont en phase d’élévation comme il est montré dans la figure 4.7.

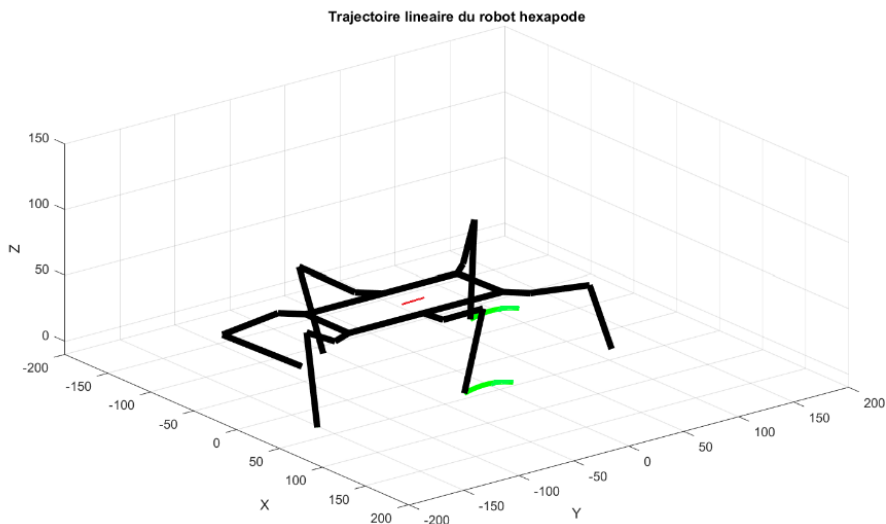


Figure 4.7: Propulsion linéaire avec les quatre pattes L1, L3, L5 et L6.

Les couples articulaires de la propulsion linéaire avec les quatre pattes L1, L3, L5 et L6 et l’élévation des pattes L2 et L4 sont montrés dans la figure 4.8. Il est remarquable que les

couples des pattes L2 et L4 sont constants puisque ces dernières sont en mouvement d'élévation. Ainsi, les couples des pattes L1 et L6 sont identiques de celle des pattes L3 et L5 puisqu'elles sont symétriques. En effet, lorsque le corps se propulse, les pattes L1 et L3 génèrent plus d'efforts que les pattes L4 et L6.

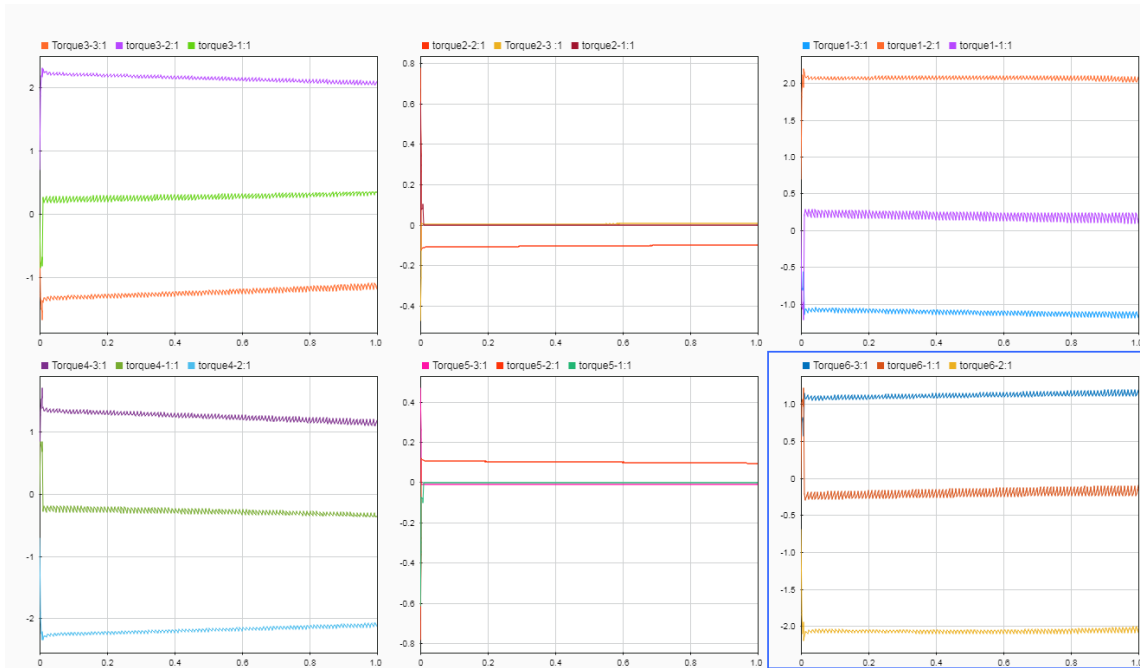


Figure 4.8 : Couples articulaires pour la propulsion linéaire avec les quatre pattes L1, L3, L5 et L6.

4.3.4 Propulsion du robot hexapode avec trois pattes

L'allure de locomotion tripode peut se réaliser de deux façons différentes. La première consiste à effectuer la phase d'élévation des trois premières pattes (L1, L3 et L5), suivie par la phase d'élévation des trois autres pattes (L2, L4 et L6). Lorsque toutes les pattes sont en appui avec le sol, le robot propulse son corps en avant avec les six pattes. En revanche, la deuxième façon consiste à réaliser la phase d'élévation et de propulsion en parallèle. Lorsque les pattes L1, L3 et L5 soulèvent les pattes L2, L4 et L6 propulsent le corps en avant comme il est montré dans la figure 4.9. Ensuite, les pattes L2, L4 et L6 soulèvent du sol et les pattes L1, L3 et L5 propulsent le corps en avant en finissant le cycle de mouvement comme il est présenté dans la figure 4.10.

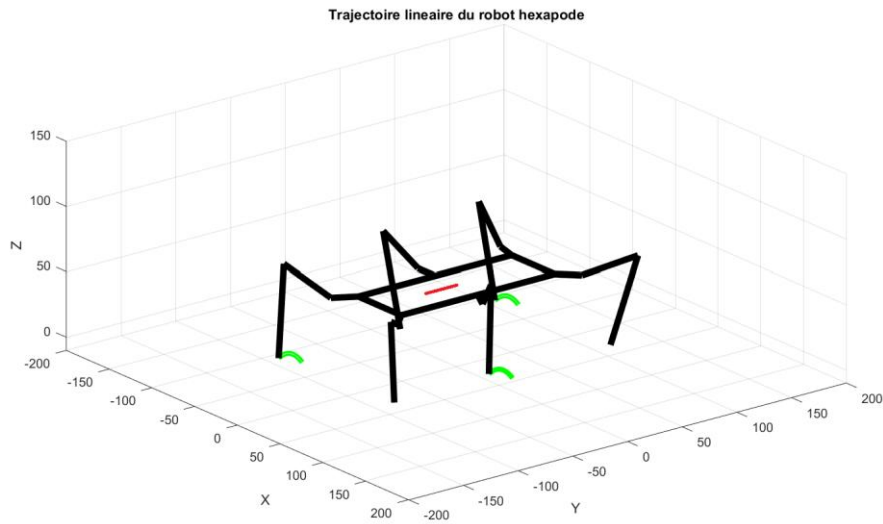


Figure 4.9: Propulsion linéaire avec les trois pattes L1, L3 et L5.

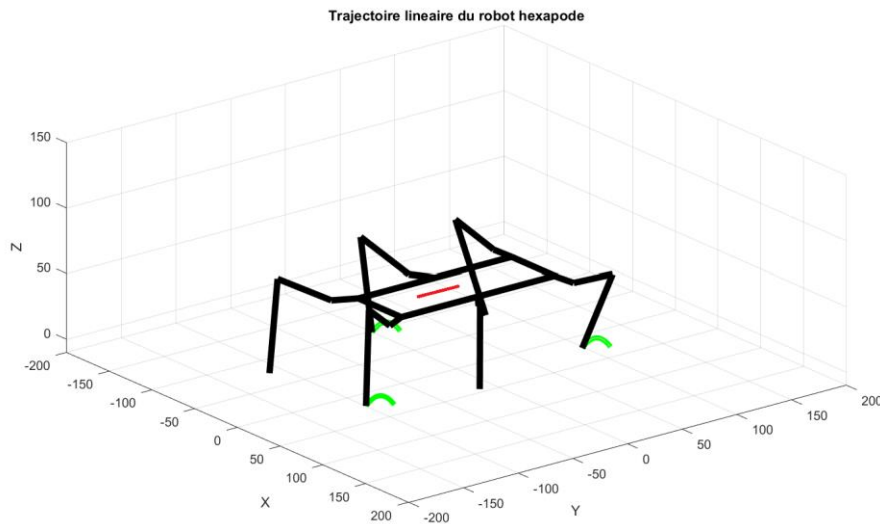


Figure 4.10: Propulsion linéaire avec les trois pattes L2, L4 et L6.

La figure 4.11 montre les couples articulaires en cas d'une propulsion linéaire avec les pattes L2, L4 et L6 et d'une élévation des pattes L1, L3 et L5. Les couples de ces dernières sont constants puisqu'elles sont en élévation. Ensuite, la patte L2 supporte plus d'effort que les pattes L4 et L6. Cependant, la répartition des efforts sur les pattes en propulsion change lorsque le corps du robot progresse en mouvement. En effet, lorsque le robot propulse avec les pattes L1, L3 et L5, les couples articulaires au niveau des pattes L2, L4 et L6 sont constants puisqu'elles sont en élévation. Alors que les pattes L1 et L3 supportent moins d'efforts que la patte L5, car les pattes L1 et L3 propulsent les deux dans un côté et la patte L5 propulse le corps seule dans l'autre côté.

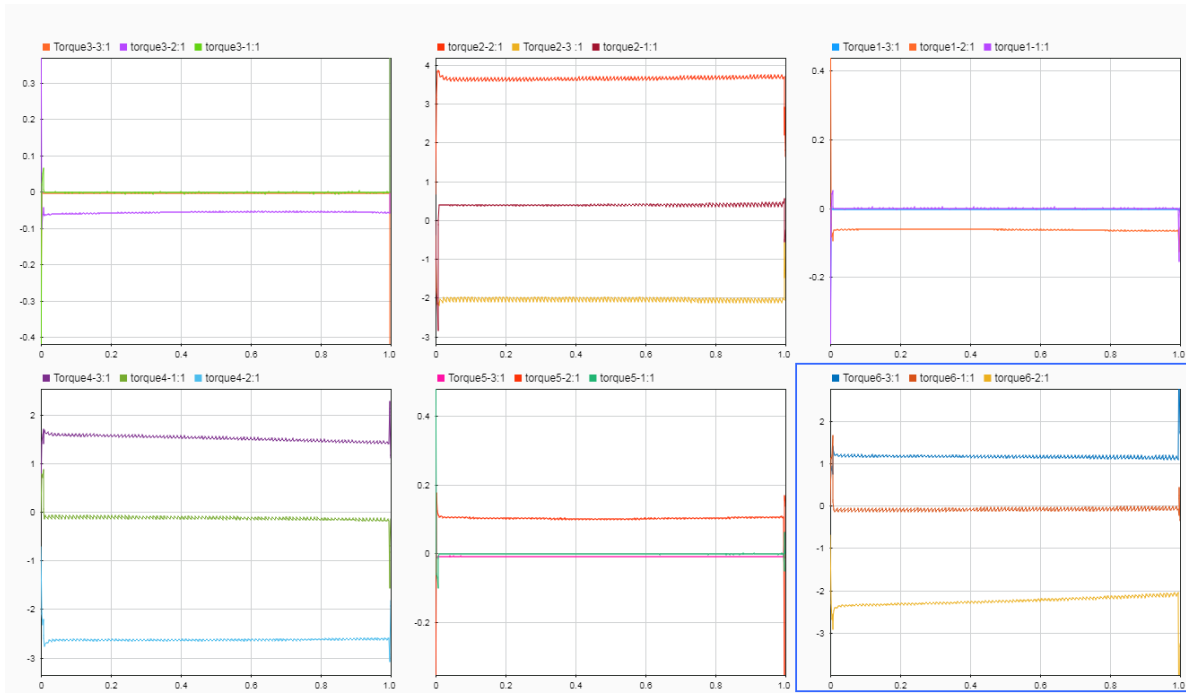


Figure 4.11: Couples articulaires pour la propulsion des trois pattes L1, L3 et L5 et l'élévation des pattes L2, L4 et L6.

4.4 Conclusion

Ce chapitre a présenté les aspects fondamentaux de la modélisation dynamique du robot hexapode. Les équations dynamiques en phase d'élévation sont déterminées par l'addition de l'ensemble des forces d'inertie, de Coriolis, centrifuges, d'actionnement et autres sur les différents liens du robot en se basant sur la modélisation dynamique des robots sériels. En phase de propulsion, la complexité de la structure mécanique du robot hexapode rend la modélisation dynamique difficile à déterminer par les méthodes analytiques. De ce fait, la simulation du robot hexapode suivant plusieurs modes de locomotion (tripode, Ripple et Wave) est élaborée dans l'outil SimMechanics™ de la plateforme Matlab-Simulink® afin de déterminer les couples nécessaires à générer les mouvements demandés. En effet, ces paramètres permettent de déterminer le modèle dynamique du robot hexapode en phase de propulsion en utilisant les méthodes d'identification des systèmes.

Chapitre 5

Commande robuste du robot hexapode

Le présent chapitre est consacré à la synthèse des lois de commandes avancées pour le contrôle du robot hexapode dans différentes allures pour atteindre un compromis entre la stabilité et la robustesse face au caractère non linéaire du système. Les perturbations externes, les incertitudes de mesure des capteurs et les restrictions sur les actions de contrôle sont considérées. Une méthode se basant sur l'identification du système dans différents intervalles de la vitesse est utilisée afin de déterminer et modéliser les variations entre les modèles trouvés sous forme d'incertitudes dynamiques. Deux approches de commande sont proposées et appliquées dans les deux phases de mouvement du robot hexapode (élévation et propulsion) afin d'atteindre les objectifs des commandes H_∞ et μ -Synthèse désirées. Enfin, une étude comparative entre les deux approches est élaborée en se basant sur l'analyse de la stabilité et des performances par des méthodes normalisées.

Sommaire

5.1 Introduction	74
5.2 Commande robuste du robot hexapode en phase d'élévation	76
5.2.1 Identification du système et modélisation des incertitudes	76
5.2.2 Définition des intervalles de la vitesse de fonctionnement du robot hexapode.....	78
5.2.3 Identification de la patte du robot hexapode en phase d'élévation	78
5.2.4 Identification des incertitudes dynamiques.	81
5.2.5 Conception et synthèse des contrôleurs robustes : H_∞ et μ -Synthèse.	83
5.3 Commande robuste du robot hexapode en phase de la propulsion.....	108
5.3.1 Identification du système et modélisation des incertitudes.	108
5.3.2 Conception et synthèse des contrôleurs robustes : H_∞ et μ -synthèse.	113
5.4 Application de la commande H_∞ pour le contrôle du robot hexapode avec une allure et une trajectoire précises.	119
5.4.1 Commande robuste du robot hexapode en phase d'élévation par le contrôleur H_∞	120
5.4.2 Commande robuste du robot hexapode en phase de propulsion par le contrôleur H_∞	141
5.5 Conclusion	145

5.1 Introduction

Les robots à six pattes ont une grande capacité de se mouvoir dans les terrains complexes et dangereux ce qui rend leur contrôle difficile à mettre en œuvre. Cette catégorie des robots révèle ainsi des phénomènes cinématiques et dynamiques complexes vus leur morphologie et leur nombre important de pattes. La relation non linéaire entre les couples d'entrées et les variables de sorties des robots hexapodes se pose aussi comme une contrainte dans la synthèse des lois de commande.

La robustesse est d'une importance cruciale dans le contrôle des robots hexapodes. Ils sont en effet vulnérables aux différentes sources de perturbations qui sont susceptibles de les déstabiliser et diminuer leurs performances. En fait, ces perturbations proviennent de deux sources principales : les perturbations au niveau des signaux des capteurs et des actionneurs et les perturbations dynamiques. Le modèle mathématique de tout système n'est qu'une approximation de son comportement dynamique réel [13]. L'écart entre ces deux modèles est formulé sous forme des perturbations dynamiques. Les sources typiques de ce type d'incertitudes comprennent les non-linéarités négligées dans la modélisation, les variations des paramètres du système dues aux changements environnementaux et les dynamiques non modélisées qui deviennent importantes en hautes fréquences. En fait, ces erreurs de modélisation ont des effets indésirables sur la stabilité et les performances du robot hexapode.

Le problème du contrôle des robots à pattes en général et les robots hexapodes en particulier a été largement abordé dans la littérature [67]-[68]. Ainsi, une grande variété d'approches de contrôle ont été développées. Elles sont décomposées en trois catégories : *i*) les approches linéaires (PID [69], quadratique linéaire LQR [70]...), *ii*) les approches non linéaires (sliding mode [71] et Backstepping [72]...) et *iii*) les approches intelligentes (les réseaux de neurones, la logique floue et les algorithmes génétiques...) [73].

Les travaux de recherche traitant le contrôle des robots à six pattes sont clairsemés vu leur difficulté de commande. La méthode de contrôle PID est largement adoptée dans ces travaux. Un contrôleur proportionnel est utilisé dans la commande de la posture du robot hybride à roues et à pattes Hylos, pour une stabilité et une traction élevées [74]-[75]. Un contrôleur proportionnel similaire est appliqué pour la commande de la posture des robots MHT [76] et eQuad [77]. Le robot LittleDog est également commandé par un contrôleur intégral afin de maintenir sa stabilité malgré les petits dérapages aux pieds [78]. En effet, la

commande PID est une méthode simple et manifeste de performances moyennes [79]. Cependant, elle n'est ni efficace ni robuste dans certaines circonstances [80], comme dans le contrôle des systèmes non linéaires et en présence des perturbations multiples.

Le contrôle des robots à pattes par la commande mode glissant (CMG) a été largement appliqué pour sa grande robustesse face aux incertitudes paramétriques et les perturbations externes, d'autant plus qu'elle est simple à implémenter [81]. Toutefois, le contrôle par le mode glissement introduit, en pratique, des commutations haute fréquence sur la commande. Ces commutations peuvent exciter des dynamiques non désirées qui risquent de déstabiliser, détériorer voire même de détruire le système étudié [82].

Les approches intelligentes ont une capacité d'apprentissage et d'approximation des fonctions qui leur procurent un intérêt dans la commande et le contrôle des robots à pattes. La logique floue constitue un outil très puissant pour la représentation des termes et des connaissances vagues, elle raisonne généralement sur des variables linguistiques. Ainsi, elle a un grand intérêt dans le cas où le modèle mathématique du système est imprécis, voire inexistant, ou il présente des non-linéarités [83]. Par conséquent, la logique floue devient une commande populaire pour la synthèse des systèmes de contrôle pour les robots à morphologies complexes et non linéaires [84]. Néanmoins, cette méthode présente des limitations. Le fait d'exprimer les connaissances sous forme de règles linguistiques d'une manière qualitative ne prouve pas que le système ait un comportement optimal. Ainsi, tous les réglages programmés se font de façon totalement ad-hoc. Elle ne peut donc pas garantir que le système soit stable, précis ou optimal et que les règles entrées par le programmeur ne soient pas contradictoires.

La représentation dynamique du robot marcheur à six pattes conduit à des modèles non linéaires multivariables couplés et redondants. Le contrôle de leur posture est affecté par des perturbations qui ne peuvent être décrites facilement. Dans ce contexte, le premier objectif de ce chapitre est de développer une méthode efficace de formulation de toutes les sortes de perturbations. Tandis que le comportement du système dépend directement de la vitesse de mouvement, les variations entre les modèles du système dans les différents intervalles de la vitesse présentent le caractère non linéaire et les dynamiques négligées. De ce fait, l'approche d'identification est utilisée afin d'établir les modèles du système dans les intervalles définis de la vitesse. Ensuite, la variation entre ces modèles est encapsulée sous forme d'incertitudes dynamiques représentées par la configuration multiplicatives. Par ailleurs, les perturbations externes (le vent, le glissement avec le sol, les actions externes, etc.) sont modélisées par une

matrice de pondération. Les incertitudes dues aux bruits de mesure au niveau des capteurs et des actionneurs sont modélisées en se basant sur les paramètres du système et sur des travaux de recherche. La particularité de notre travail de recherche est la considération de toutes les sortes de perturbations dans l'étude, ainsi que la méthode de modélisation des non-linéarités et des dynamiques négligées.

Le deuxième objectif de ce chapitre s'articule autour de la synthèse de lois de commande avancées afin de satisfaire les exigences de la stabilité et des performances robustes en présence des perturbations modélisées auparavant. Les méthodes de commande robuste multivariables H_∞ et μ -Synthèse sont considérées pour le contrôle du robot hexapode proposé. Ces approches se basent sur des schémas de synthèses standards introduits par J.C Doyle [85]. Ces schémas ont l'intérêt de regrouper les deux problèmes de l'automatique classique sous une forme unique : le rejet de perturbation et le suivi de la consigne. Ainsi, la commande robuste avec ces deux contrôleurs permet de considérer toutes les sources de perturbations : *i*) les incertitudes dynamiques; *ii*) les incertitudes paramétriques; *iii*) les bruits de mesure des capteurs et des actionneurs et *iv*) les perturbations extérieures. La commande robuste multivariable présente un grand intérêt par rapport aux autres méthodes de commande.

Les allures considérées par le robot hexapode étant constituées d'une phase d'élévation et de propulsion, l'identification du système, la modélisation des perturbations et la synthèse des contrôleurs H_∞ et μ -Synthèse sont établies dans chacune des phases de mouvement. Par conséquent, le chapitre est décomposé en deux grandes parties.

Cinq sections sont alors considérées. La première introduit le sujet de la commande robuste des robots hexapodes. Les sections 2 et 3 sont dédiées, respectivement, à la synthèse et la mise en œuvre des lois de commande H_∞ et μ -Synthèse en phase d'élévation et de propulsion du robot hexapode s'appuyant sur la modélisation des différentes sources de perturbations. Ainsi, les performances de ces deux approches de commandes sont analysées et comparées. Ensuite, dans la section 4, la mise en œuvre pratique des lois de commandes H_∞ et μ -Synthèse est élaborée pour une allure tripode. Enfin, une conclusion est donnée dans la section 5.

5.2 Commande robuste du robot hexapode en phase d'élévation

5.2.1 Identification du système et modélisation des incertitudes

Les systèmes envisagés pour l'analyse et le contrôle ne sont pas connus parfaitement dans la plupart des cas, car leur modélisation fait appel à plusieurs hypothèses standards. Parmi

lesquelles : les conditions initiales choisies, les dimensions physiques du système, et les propriétés physiques des composants qui sont suffisamment simplifiées. Les systèmes satisfaisant ces hypothèses sont représentés par des modèles mathématiques. En effet, ces hypothèses utilisées dans la phase d'identification et de la modélisation font le comportement d'une divergence entre le modèle mathématique et le modèle physique réel du système. Par conséquent, un modèle précis du système peut être séparé en deux parties : le modèle nominal (la partie connue de sa dynamique) et les incertitudes dynamiques. Ce type des incertitudes n'est pas connu, ni complètement inconnu. De ce fait, l'utilisation de ces modèles connus partiellement pour décrire un système physique reflète non seulement la réalité, mais elle permet également d'étudier les moyens de trouver des contrôleurs qui compensent les inconnues et obtenir les meilleures performances [86].

Dans ce travail de thèse, une nouvelle approche est mise en place afin de déterminer les incertitudes dynamiques dues aux non-linéarités et aux dynamiques négligées lors de la modélisation du système. Cette approche s'appuie sur l'étude du comportement du système dans plusieurs intervalles de la vitesse, puisque son modèle dynamique s'écrit en fonction de cette vitesse et de l'accélération angulaire comme il est montré dans l'équation (5.1). En effet, le comportement du système change d'une plage de vitesse à une autre. En petites vitesses, les termes multiplicatifs des vitesses et des accélérations angulaires (les coefficients de frottement et des termes des matrices de coriolis et centrifuge) sont considérés négligeables devant les autres termes, donc le nouveau modèle dynamique obtenu est approximatif au modèle linéaire. Cependant, dans la plage des grandes vitesses, le modèle dynamique global avec les non-linéarités est considéré, ainsi, les dynamiques et les paramètres négligés.

Les variations entre le comportement du système dans les différents intervalles de la vitesse reflètent le caractère non linéaire et les dynamiques négligées qui affectent la stabilité et les performances du système. Ensuite, une méthode d'identification est utilisée afin de déterminer les modèles du système dans les différents domaines de variations de la vitesse (petite, moyenne et grande vitesse). Cette approche considère les couples moteurs des pattes du robot hexapode comme des entrées du système et les variables articulaires qui leurs correspondent comme des sorties. Enfin, dans le but d'exploiter les incertitudes déterminées entre les différents modèles (les variations), la configuration des perturbations multiples est notamment adaptée pour la représentation de ces incertitudes dynamiques.

$$\tau_i = M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + N(\theta, \dot{\theta}) \quad (5.1)$$

5.2.2 Définition des intervalles de la vitesse de fonctionnement du robot hexapode

La définition des intervalles de fonctionnement des variables articulaires du robot hexapode en phase d'élévation est la première étape clé pour l'identification du système. Elle conduit à une définition des trajectoires possible à générées par le robot, ainsi les vitesses et les accélérations nécessaires pour déterminer les couples moteurs des articulations. Selon la structure des pattes du robot, les domaines de fonctionnement des variables articulaires choisis dans ce travail sont donnés par les intervalles suivants :

$$\theta_1 = \left[-\frac{\pi}{3} : \frac{\pi}{3} \right] \quad (5.2)$$

$$\theta_2 = \left[-\frac{\pi}{4} : \frac{\pi}{4} \right] \quad (5.3)$$

$$\theta_3 = \left[-\frac{\pi}{4} : \frac{\pi}{4} \right] \quad (5.4)$$

Le modèle dynamique du robot hexapode s'écrit généralement en fonction des variables articulaires, des vitesses et des accélérations angulaires. Cependant, les variables articulaires définies sont sous forme des valeurs numériques, donc leurs expressions temporelles sont nécessaires afin de définir les vitesses et les accélérations en fonction du temps pour calculer les couples correspondants. De ce fait, la méthode des moindres carrés est utilisée pour trouver les polynômes correspondants aux variables articulaires [87].

Les équations (5.5), (5.6) et (5.7) présentent successivement les polynômes des variables articulations θ_1 , θ_2 et θ_3 .

$$\theta_1(t) = \frac{2\pi}{3} t^3 - \frac{\pi}{3} \quad (5.5)$$

$$\theta_2(t) = \frac{\pi}{2} t^3 - \frac{\pi}{4} \quad (5.6)$$

$$\theta_3(t) = \frac{\pi}{2} t^3 - \frac{\pi}{4} \quad (5.7)$$

5.2.3 Identification de la patte du robot hexapode en phase d'élévation

La définition du comportement du robot hexapode en phase d'élévation dans les différents intervalles de vitesse nécessite la mise en place d'une approche particulière d'identification. De ce fait, une méthode d'identification boîte grise est adoptée, dont les entrées du système (les

couples des articulations) sont déterminées à partir du modèle dynamique de la patte élaboré dans la section 4.2.3 et les sorties (les variables articulaires) sont définies dans la section précédente par les équations (5.5), (5.6) et (5.7). La patte du robot se considère dans ce cas comme un système MIMO couplé avec trois entrées (τ_1 , τ_2 et τ_3) et trois sorties (θ_1 , θ_2 et θ_3) (Figure 5.1). En effet, le système est présenté par une matrice de transformation de dimension 3×3 .

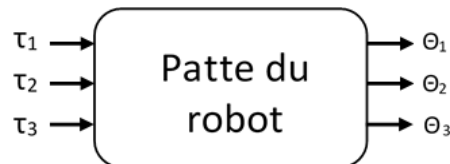


Figure 5.1 : Modèle de la patte du robot hexapode.

La vitesse de mouvement des articulations de la patte est divisée en quatre intervalles afin d'étudier le comportement du système en fonction de la variation de la vitesse de fonctionnement. En effet, l'identification du système est élaborée dans chacun de ces intervalles afin de déterminer les modèles représentant leur comportement sous forme des matrices de transfert.

La figure 5.2 montre le tracé de Bode des matrices de transfert traduisant le comportement du système dans les différents intervalles de la vitesse. La matrice A montrée ci-dessous désigne la matrice de transfert du système dans la plage des petites vitesses. B et C sont les matrices de transfert dans la plage de moyennes vitesses. Enfin, D représente la matrice de transfert du système dans la plage des grandes vitesses. Les expressions des matrices B, C et D sont successivement présentées dans l'annexe C.

$$A_{11} = \frac{-4.94 \times 10^{-08} s - 4.626 \times 10^{-11}}{s^5 + 0.007659 s^4 + 7.132 \times 10^{-05} s^3 + 3.031 \times 10^{-07} s^2 + 1.113 \times 10^{-09} s + 2.712 \times 10^{-12}}$$

$$A_{12} = \frac{-4.94 \times 10^{-08} s + 6.706 \times 10^{-11}}{s^5 + 0.01413 s^4 + 0.0001533 s^3 + 7.309 \times 10^{-07} s^2 + 3.137 \times 10^{-09} s + 9.736 \times 10^{-13}}$$

$$A_{13} = \frac{-4.077 \times 10^{-07} s + 1.76 \times 10^{-10}}{s^5 + 0.02436 s^4 + 0.0001011 s^3 + 1.542 \times 10^{-06} s^2 + 1.986 \times 10^{-09} s + 2.035 \times 10^{-13}}$$

$$A_{21} = \frac{-1.153 \times 10^{-09} s + 3.575 \times 10^{-13}}{s^5 + 0.002863 s^4 + 4.935 \times 10^{-05} s^3 + 8.195 \times 10^{-08} s^2 + 5.937 \times 10^{-10} s + 3.504 \times 10^{-13}}$$

$$A_{22} = \frac{-2.681 \times 10^{-09} s + 6.807 \times 10^{-13}}{s^5 + 0.01583 s^4 + 0.0001889 s^3 + 8.291 \times 10^{-07} s^2 + 1.102 \times 10^{-09} s + 1.698 \times 10^{-13}}$$

$$A_{23} = \frac{9.473 \times 10^{-09} s - 7.671 \times 10^{-12}}{s^5 + 0.01582 s^4 + 5.496 \times 10^{-05} s^3 + 7.734 \times 10^{-07} s^2 + 7.222 \times 10^{-10} s + 8.963 \times 10^{-13}}$$

$$A_{31} = \frac{-1.153 \times 10^{-09} s + 3.575 \times 10^{-13}}{s^5 + 0.002863 s^4 + 4.935 \times 10^{-05} s^3 + 8.195 \times 10^{-08} s^2 + 5.937 \times 10^{-10} s + 3.504 \times 10^{-13}}$$

$$A_{32} = \frac{-2.681 \times 10^{-09} s + 6.807 \times 10^{-13}}{s^5 + 0.01583 s^4 + 0.0001889 s^3 + 8.291 \times 10^{-07} s^2 + 1.102 \times 10^{-09} s + 1.698 \times 10^{-13}}$$

$$A_{33} = \frac{9.473 \times 10^{-09} s - 7.671 \times 10^{-12}}{s^5 + 0.001582 s^4 + 5.496 \times 10^{-05} s^3 + 7.734 \times 10^{-08} s^2 + 7.222 \times 10^{-10} s + 8.963 \times 10^{-13}}$$

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

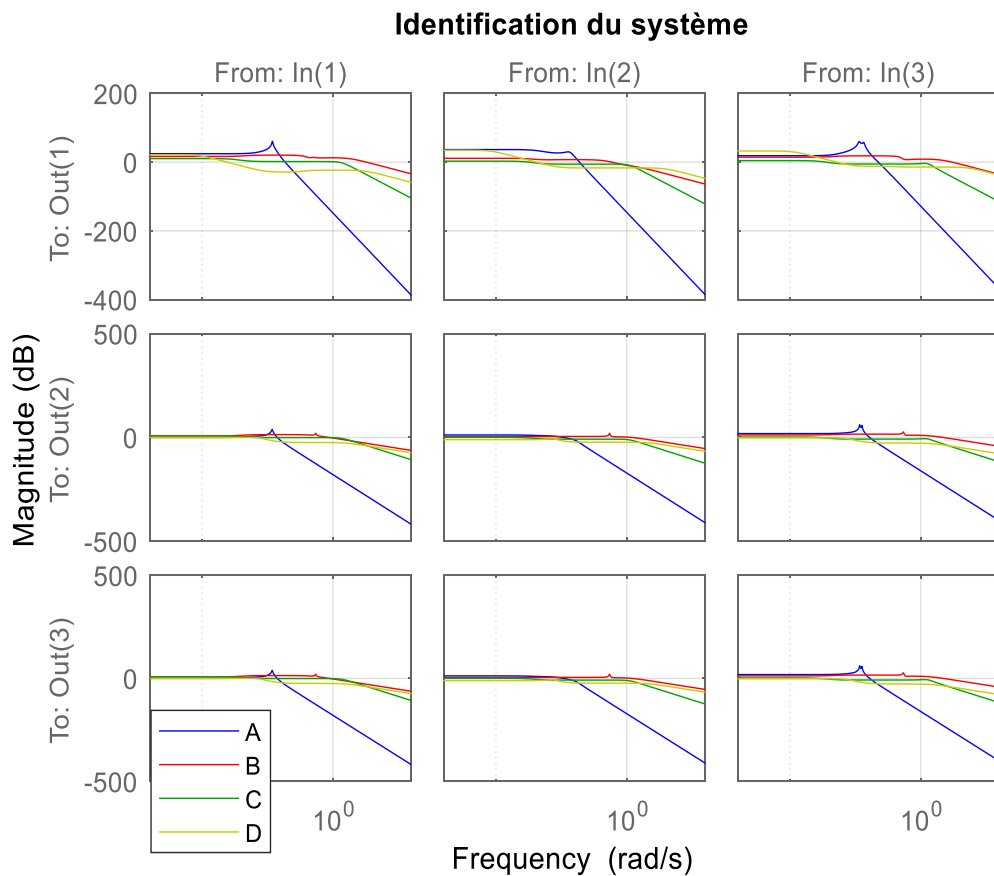


Figure 5.2 : Identification du système dans les différents intervalles de vitesse.

5.2.4 Identification des incertitudes dynamiques

Les variations entre les modèles de la patte dans les différents domaines de la vitesse sont considérées comme des incertitudes dynamiques. Elles encapsulent, en fait, les non-linéarités et les dynamiques négligées dans la modélisation du système. Elles sont définies comme des incertitudes non structurées regroupées en un seul bloc Δ .

Il est nécessaire de noter que la réussite de la conception et la synthèse de lois de contrôle robustes dépend, dans une certaine mesure, d'une description appropriée des perturbations considérées. De ce fait, la configuration multiplicative est utilisée pour la représentation des incertitudes dynamiques (Figure 5.3).

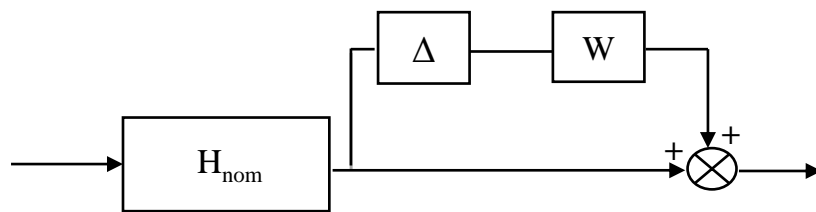


Figure 5.3 : Représentation multiplicative des incertitudes dynamiques.

La représentation multiplicative des incertitudes du modèle dynamique non linéaire présentée dans la figure 5.3 peut être traduite par l'équation (5.9).

$$H_r = (I + \Delta(s)W)H_{nom} \quad (5.9)$$

H_r et H_{nom} représentant successivement les matrices de transfert; réelle et nominale du système déterminées par l'identification. W reflète la fonction de pondération des incertitudes dynamiques et Δ indique le bloc d'incertitudes admissibles présenté par la matrice (5.10).

$$\Delta = \begin{bmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{12} & \Delta_{13} \\ \Delta_{21} & \Delta_{22} & \Delta_{23} \\ \Delta_{31} & \Delta_{32} & \Delta_{33} \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Avec : $\|\Delta\|_{\infty} \leq 1$

Le terme ΔW présente les perturbations normalisées entre le modèle nominal et le modèle réel illustré par l'expression (5.11).

$$\left| \frac{H_r(j\omega)}{H_{nom}(j\omega)} - 1 \right| \leq |W(j\omega)| \quad \forall \omega \quad (5.11)$$

La matrice de pondération W exprimée par l'équation (5.12) (en rouge) est déterminée graphiquement comme une limite supérieure qui couvre les incertitudes dynamiques illustrées en bleu dans la figure 5.4.

$$W_{11} = \frac{7.89s^2 + 0.9s + 5.4 \times 10^{-6}}{2.2s^2 + 0.09s + 2 \times 10^{-6}}$$

$$W_{12} = \frac{4.902s + 3.18 \times 10^{-5}}{s + 9.165 \times 10^{-7}}$$

$$W_{13} = \frac{8.332s^2 + 1.901s + 8.871 \times 10^{-5}}{2.8s^2 + 0.06s + 3 \times 10^{-5}}$$

$$W_{21} = 7.9433 \frac{s + 5.746 \times 10^{-5}}{s + 0.00091061}$$

$$W_{22} = \frac{4.324s^2 + 0.02811s + 5.189 \times 10^{-5}}{s^2 + 0.0008421s + 1.474 \times 10^{-5}}$$

$$W_{23} = \frac{3.522s^2 + 0.04367s + 5.2856 \times 10^{-5}}{s^2 + 0.005s + 3.75 \times 10^{-6}}$$

$$W_{31} = \frac{7.943s + 0.0004427}{s + 0.0009038}$$

$$W_{32} = \frac{4.324s^2 + 0.02811s + 5.189 \times 10^{-5}}{s^2 + 0.0008421s + 1.474 \times 10^{-6}}$$

$$W_{33} = \frac{5.024s + 0.0006526}{s + 0.0004609}$$

$$W = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} \\ W_{31} & W_{32} & W_{33} \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

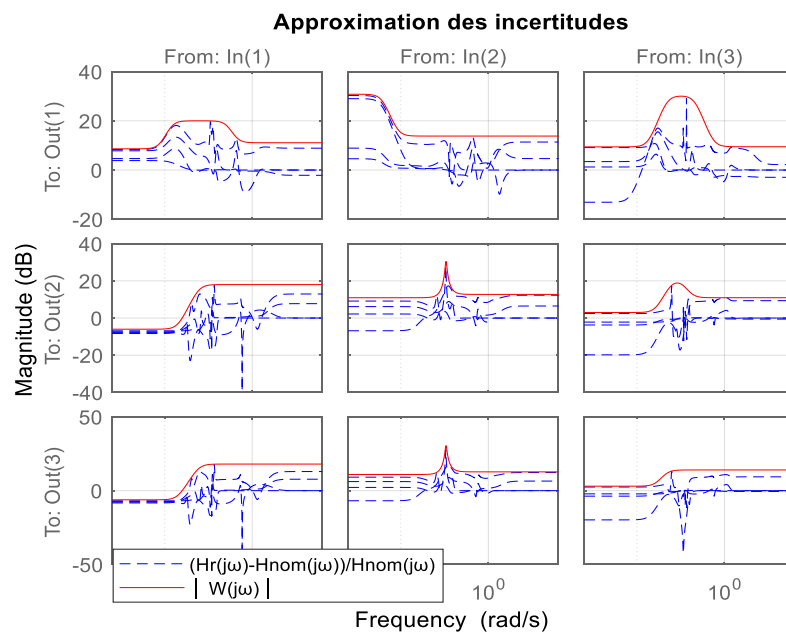


Figure 5.4 : Modélisation des incertitudes dynamiques par la matrice de pondération W .

La figure 5.5 montre la réponse fréquentielle de la valeur singulière de la patte du robot hexapode en phase d'élévation, considérant les incertitudes dynamiques.

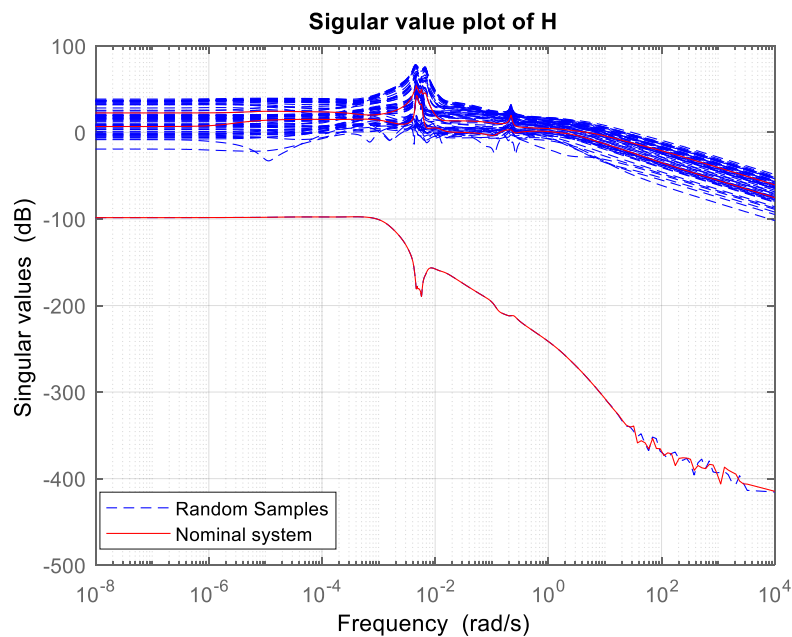


Figure 5.5 : Valeurs singulières de la patte du robot hexapode en phase d'élévation.

5.2.5 Conception et synthèse des contrôleurs robustes : H_∞ et μ -Synthèse

5.2.5.1 Représentation du système de contrôle

En raison de la complexité des systèmes physiques sous contrôle et des exigences croissantes en matière de performances. La plupart des systèmes de contrôle industriels ne sont plus des systèmes à entrée et sortie uniques (SISO) mais des systèmes à entrées et sorties multiples (MIMO) avec un couplage important. Le nombre de variables (d'état) dans le système peut également être très important.

En effet, la conception et la synthèse des contrôleurs pour la commande des systèmes multivariables exigent dans un premier temps de mettre en évidence les performances demandées face aux différents types des perturbations. Cette exigence a été la motivation initiale du développement d'un système de contrôle en boucle fermée qui utilise des capteurs pour mesurer la réponse réelle afin d'ajuster l'entrée pour obtenir la réponse souhaitée. Ainsi, les systèmes en retour d'information ou bien les systèmes en boucle fermée ont montré une grande capacité d'atteindre la robustesse et les performances souhaitées [88].

La figure 5.6 présente le schéma global adopté pour le contrôle du robot hexapode. Dans un premier temps, le choix du mode de locomotion du robot et de la trajectoire à suivre sont définis. Ensuite, le modèle géométrique inverse (MGI) est calculé afin de déterminer les articulations nécessaires pour réaliser la trajectoire générée. Enfin, un contrôleur est conçu dans le but d'éliminer l'erreur entre les angles d'articulations demandées et celles mesurées par les capteurs.

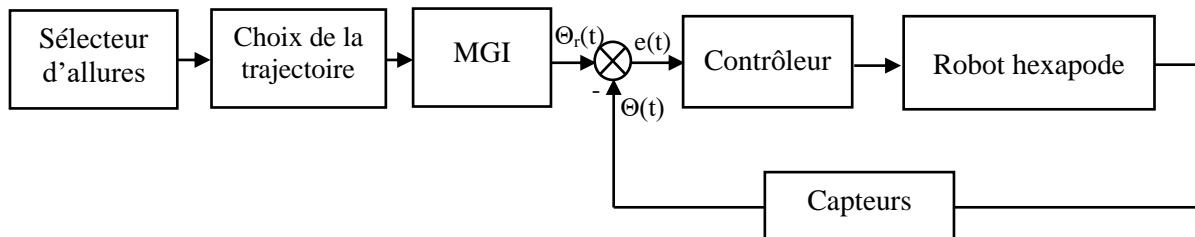


Figure 5.6 : Schéma global pour le contrôle du robot hexapode.

Afin de synthétiser les contrôleurs robustes et d'analyser les performances du système en présence des perturbations multiples, la configuration en boucle fermée présentée dans la figure 5.7 est considérée. La matrice de transfert H_r présente le système incertain (le modèle nominal plus les incertitudes dynamiques), K est le contrôleur conçu. r , y , u , e , d , n sont, respectivement, l'entrée de référence, la sortie du système, le signal de contrôle, le signal d'erreur, le signal de perturbations externes et les bruits de mesure des capteurs.

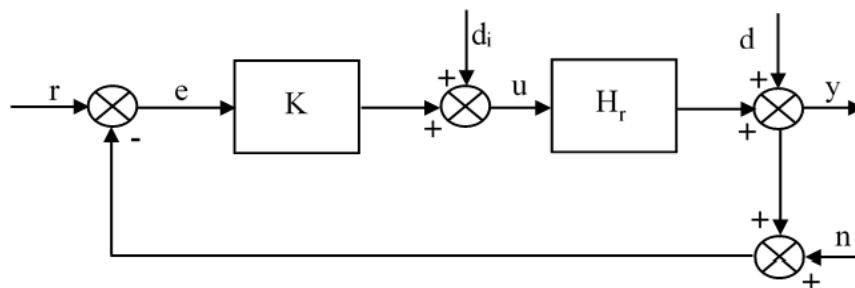


Figure 5.7 : Configuration standard du système en boucle fermée.

À partir de la configuration standard du système en boucle fermée, les conditions sur les performances peuvent être déterminées. Il est pratique de définir respectivement la matrice de transfert d'entrée de la boucle L_i , et la matrice de transfert de sortie de la boucle L_o par les expressions (5.13) et (5.14).

$$L_i = K \times H_r \quad (5.13)$$

$$L_o = H_r \times K \quad (5.14)$$

La matrice L_i est obtenue en rompant la boucle à l'entrée (e) du schéma standard, tandis que la matrice L_o est obtenue en rompant la boucle à la sortie (y) du schéma standard.

La matrice de sensibilité d'entrée S_i est définie comme la matrice de transfert de d_i à u_p comme suit :

$$S_i = (I + L_i)^{-1} \quad (5.15)$$

$$u_p = S_i d_i \quad (5.16)$$

La matrice de sensibilité de sortie S_o présentée par l'expression (5.17) est déduite comme la matrice de transfert de d à y .

$$S_o = (I + L_o)^{-1} \quad (5.17)$$

$$y = S_o d \quad (5.18)$$

Les matrices de sensibilité complémentaires d'entrée T_i et de sortie T_o sont exprimées par les équations (5.19) et (5.20).

$$T_i = I - S_i = L_i (I + L_i)^{-1} \quad (5.19)$$

$$T_o = I - S_o = L_o (I + L_o)^{-1} \quad (5.20)$$

Selon le schéma standard en boucle fermée du système, les signaux y , r , u et u_p sont définis par les quatre équations (5.21), (5.22), (5.23) et (5.24).

$$y = T_o(r - n) + S_o H_r d_i + S_o d \quad (5.21)$$

$$r - y = S_o(r - d) + T_o n - S_o H_r d_i \quad (5.22)$$

$$u = K S_o(r - n) - K S_o d - T_i d_i \quad (5.23)$$

$$u_p = K S_o(r - n) - K S_o d + S_i d_i \quad (5.24)$$

Ces quatre équations montrent les avantages et les objectifs fondamentaux de la conception en boucle fermée. Par exemple, l'équation (5.21) montre que les effets des perturbations extérieures \mathbf{d} sur le système peuvent être rendus « petits » en rendant la fonction de sensibilité S_o petite. De même, l'équation (5.24) montre que les effets des perturbations \mathbf{d}_i sur l'entrée de l'installation peuvent être réduits en rendant la fonction de sensibilité d'entrée S_i petite. Ainsi, la notion de « petitesse » pour une matrice de transfert dans une plage de

fréquences peut être présentée et calculée par l'utilisation des valeurs singulières. Par exemple, la valeur singulière de la fonction de sensibilité $\sigma(S_o) < 1$ sur un intervalle de fréquences signifie que les effets des perturbations \mathbf{d} sur la sortie du système sont effectivement désensibilisés sur cette plage de fréquences.

Par conséquent un rejet des perturbations à la sortie du système (y) exige que $\sigma(S_o)$ doit être rendue petite pour le rejet des perturbations \mathbf{d} , et $\sigma(S_o H_r)$ pour le rejet des perturbations sur l'entrée du système \mathbf{d}_i . Ainsi, un bon rejet des perturbations à l'entrée du système (u_p) nécessite que la valeur singulière de la fonction de sensibilité d'entrée $\sigma(S_i)$ et $\sigma(S_i K)$ soient très petites, respectivement, pour le rejet des perturbations \mathbf{d}_i et \mathbf{d} [89].

5.2.5.2 Choix des fonctions de pondération

L'utilisation des fonctions de pondération dans le contrôle des systèmes multivariables est avantageuse. Tout d'abord, certaines composantes d'un signal vectoriel sont généralement plus importantes que les autres. Ensuite, chaque composante du signal ne peut pas être mesurée par les mêmes unités ; par exemple, certaines composantes du signal d'erreur de sortie peuvent être mesurées en terme de longueur, et d'autres peuvent être mesurées en terme de tension. Par conséquent, les fonctions de pondération sont essentielles pour rendre ces composantes comparables. En outre, le rejet de perturbations peut être intéressant dans une plage de fréquences que d'une autre, donc les fonctions de pondération choisies doivent être dépendantes de la fréquence. Par l'utilisation de ces fonctions dans le contrôle du robot hexapode, le schéma standard présenté dans la figure 5.7 est modifié par la configuration montrée dans la figure 5.8.

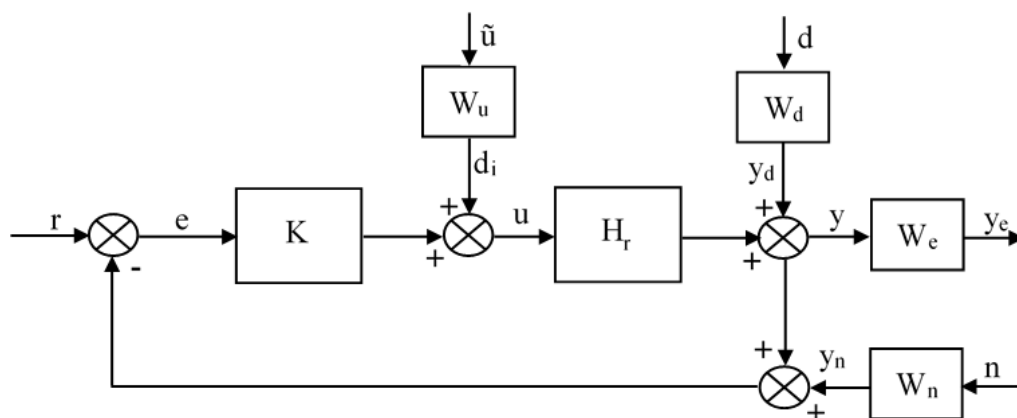


Figure 5.8 : Configuration standard du système en boucle fermée avec les fonctions de pondération.

Les matrices de pondération présentées dans la figure 5.8 sont choisies pour refléter les objectifs de la conception et la connaissance des perturbations et des bruits de capteurs. Par

exemple, la matrice de pondération W_d est choisie pour refléter le contenu en fréquence des perturbations externes \mathbf{d} . La matrice W_n est utilisée afin de modéliser le contenu en fréquence des bruits de mesure des capteurs, tandis que la matrice W_e est utilisée pour refléter les exigences sur la forme de certaines fonctions de transfert. De même, la matrice de pondération W_u est utilisée pour refléter certaines restrictions sur les actions de commande.

En effet, l'utilisation, le choix et la sélection des matrices de pondération est une étape cruciale dans la conception et la synthèse des contrôleurs robustes. Cependant, le choix de ces matrices appropriées pour un problème de conception spécifique n'est pas trivial. Il est très difficile de donner une formule générale pour ce choix de ces fonctions valables dans tous les cas.

En se basant sur certains travaux de recherche [90]-[13], les paramètres du système et les objectifs à atteindre par le contrôle, les matrices de pondération sont définies par les expressions (5.26), (5.28), (5.30) et (5.32).

$$W_{n1} = W_{n2} = W_{n3} = 0.002 \frac{s+0.1}{s+10} \quad (5.25)$$

$$W_n = \begin{bmatrix} W_{n1} & 0 & 0 \\ 0 & W_{n2} & 0 \\ 0 & 0 & W_{n3} \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

Les éléments diagonaux de la matrice de pondération des bruits de mesure des capteurs sont choisis comme des filtres passe-haut qui couvrent le contenu des bruits de mesure. Comme le montre la figure 5.9, la fonction de transfert signifie que, dans la plage des basses fréquences, l'amplitude des bruits de mesure est d'environ 2×10^{-5} V et dans la plage des hautes fréquences est d'environ 2×10^{-3} V. Le choix de cette fonction de pondération dépend de plusieurs applications et travaux de recherche [89]-[13].

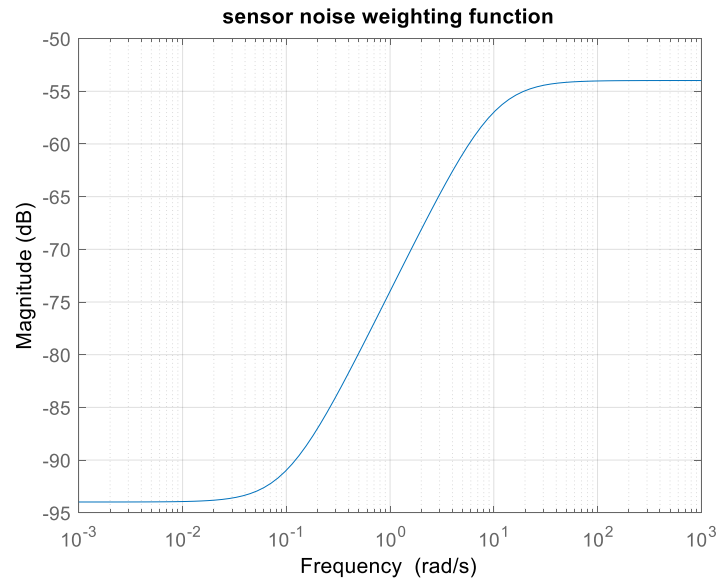


Figure 5.9 : Fonction de pondération des bruits de mesure des capteurs.

La matrice de pondération W_d modélise le contenu en fréquence des perturbations externes (Vent, glissement des pattes avec le sol, les poussées, etc.). Ainsi, elle définit la sensibilité du système commandé aux perturbations externes. Elle est choisie comme un filtre passe-bas de premier ordre exprimé par l'expression (28) et illustré dans la figure 5.10. Il a été construit à partir de la spécification du rejet de perturbation ($\|W_d S_o\| < 1$) en différents intervalles de fréquences.

$$W_{d1} = W_{d2} = W_{d3} = 0.31623 \frac{s+12}{s+0.007589} \quad (5.27)$$

$$W_d = \begin{bmatrix} W_{d1} & 0 & 0 \\ 0 & W_{d2} & 0 \\ 0 & 0 & W_{d3} \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

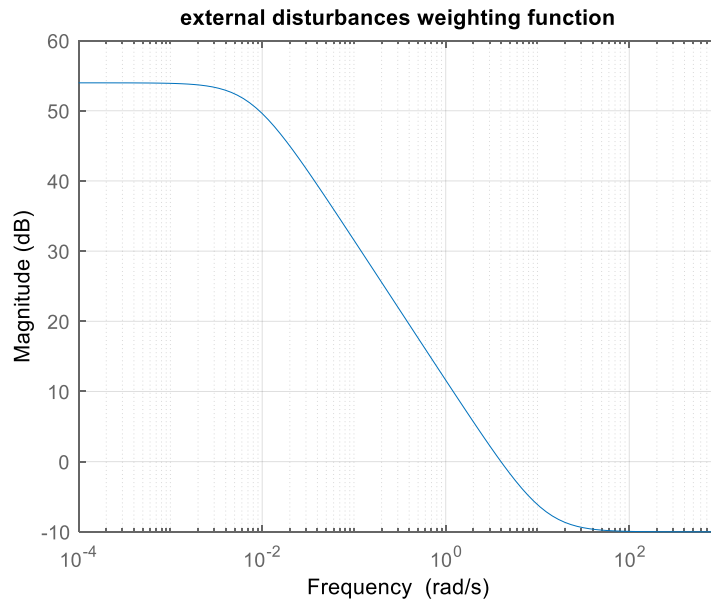


Figure 5.10 : Fonction de pondération des perturbations externes.

La fonction de pondération W_u est présentée par un filtre passe-haut de premier ordre qui couvre l'amplitude des restrictions sur les actions de commande. Ainsi, elle agit sur le signal de la commande u pour satisfaire les contraintes de saturation des actionneurs et réduire la sensibilité de la commande par rapport aux bruits de mesures en hautes fréquences. L'amplitude de la mesure de l'action de contrôle est d'environ 10^{-3} dans la plage des basses fréquences, et d'environ 1 dans la plage des hautes fréquences comme il est montré dans la figure 5.11.

$$W_{u1} = W_{u2} = W_{u3} = \frac{s+1}{s+1000} \quad (5.29)$$

$$W_u = \begin{bmatrix} W_{u1} & 0 & 0 \\ 0 & W_{u2} & 0 \\ 0 & 0 & W_{u3} \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

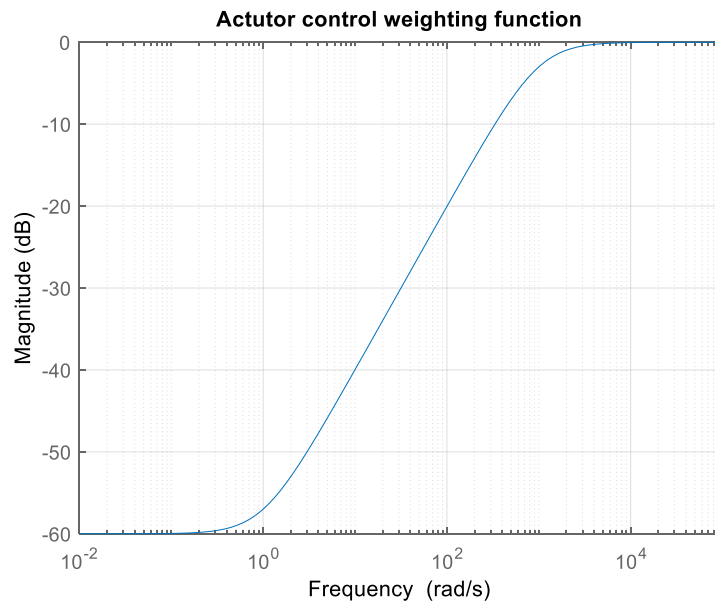


Figure 5.11 : Fonction de pondération des restrictions sur les actions de contrôle.

Afin de trouver des meilleures performances, la fonction de pondération W_e est choisie comme un filtre passe bas exprimée par l'expression (5.31) et représentée par la figure 5.12.

$$W_{e1} = W_{e2} = W_{e3} = 0.21082 \frac{s+0.007589}{s+12} \quad (5.31)$$

$$W_e = \begin{bmatrix} W_{e1} & 0 & 0 \\ 0 & W_{e2} & 0 \\ 0 & 0 & W_{e3} \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

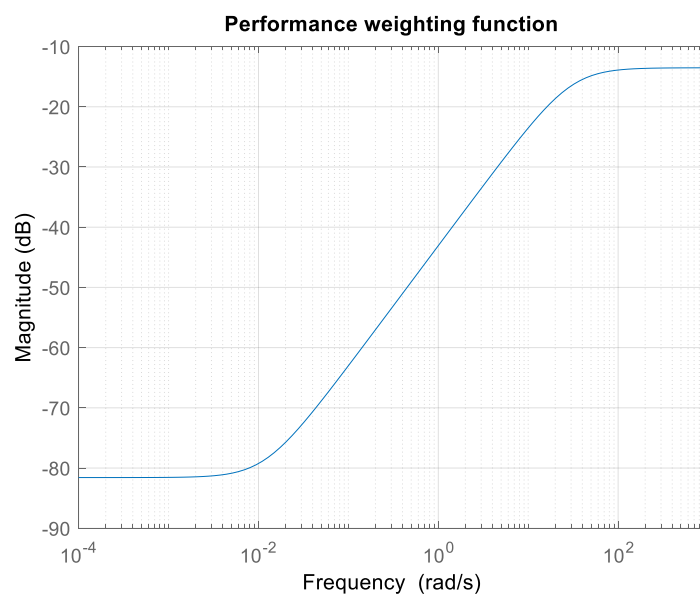


Figure 5.12 : Fonction de pondération des performances de système.

5.2.5.3 Transformation linéaire fractionnaire (TLF)

En général, nombreux problèmes de contrôle intéressants peuvent être formulés par une configuration standard appelée la représentation linéaire fractionnaire (RLF). Cette configuration permettant de représenter le bouclage d'un système $P(s)$ avec le bloc des incertitudes $\Delta(s)$ et du contrôleur $K(s)$ comme il est montré dans la figure 5.13. Le vecteur ω contient les entrées extérieures telles que les signaux de référence, les perturbations et les bruits de mesure. Le vecteur u représente les commandes. Le vecteur z contient les sorties à réguler et y représente les grandeurs mesurables disponibles pour construire la commande.

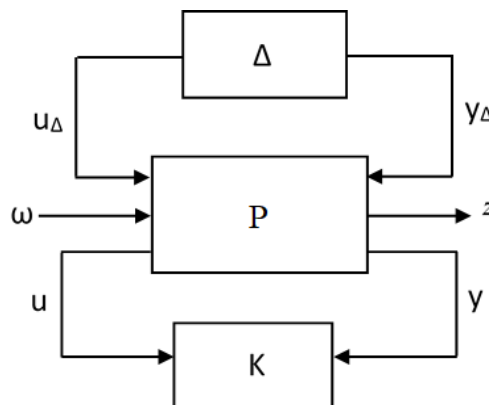


Figure 5.13 : Schéma standard de la transformation linéaire fractionnaire.

En effet, la représentation linéaire fractionnaire illustre la manière dont les incertitudes affectent les entrées/sorties du système étudié. Ce type de représentation est apparu pour la première fois dans l'analyse des circuits vers les années 1950 [91]-[92]. Elle a ensuite été adoptée dans l'étude du contrôle robuste pour la modélisation des incertitudes [93].

La matrice de transfert $P(s)$ modélise les interactions dynamiques entre les entrées (u, ω) et les sorties (z, y) comme il est montré dans la figure 5.13 et défini par l'expression(5.33).

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{zw} & P_{zu} \\ P_{yw} & P_{yu} \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

D'où la dimension de l'élément P_{11} est conforme à celle de Δ . En utilisant des manipulations mathématiques, on peut déduire la relation(5.34).

$$z = \left[P_{11} + P_{21}\Delta(I - M_{11}\Delta)^{-1} P_{12} \right] \quad (5.34)$$

Si $(I - P_{11}\Delta)$ est inversible. Lorsque l'inverse existe, on peut définir $F(P, \Delta)$ par l'équation (5.35)

$$F(P, \Delta) = P_{11} + P_{21}\Delta(I - P_{11}\Delta)^{-1} P_{12} \quad (5.35)$$

$F(P, \Delta)$ est appelé une transformation linéaire fractionnaire (TLF) du système augmenté P et des incertitudes Δ (Figure 5.14). Comme la boucle "supérieure" de P est fermée par le bloc Δ , ce type de transformation linéaire fractionnaire est également appelée la transformation linéaire fractionnaire supérieure (TLFS), et elle est désignée par le terme u pour indiquer le mode de la connexion comme suit : $F_u(P, \Delta)$ [94].

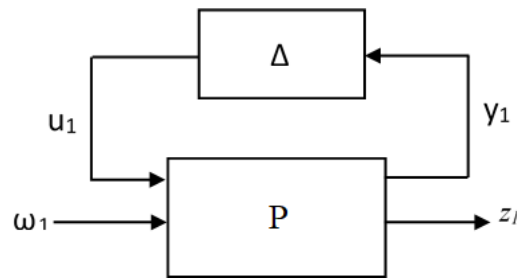


Figure 5.14 : Configuration standard de la transformation linéaire fractionnaire supérieure.

Selon le digramme de la transformation linéaire fractionnaire supérieure illustrée dans la figure 5.14, la relation (5.36) entre les différents éléments du schéma est déduite.

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ \omega_1 \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

$$u_1 = \Delta y_1 \quad (5.37)$$

Il existe également la transformation linéaire fractionnaire inférieure $F_l(P, K)$ qui est généralement utilisée pour indiquer l'incorporation d'un contrôleur K dans un système [89]. La TLF inférieure est définie par l'équation (5.38) et représentée par la figure 5.15.

$$F_l(P, K) = P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1} P_{21} \quad (5.38)$$

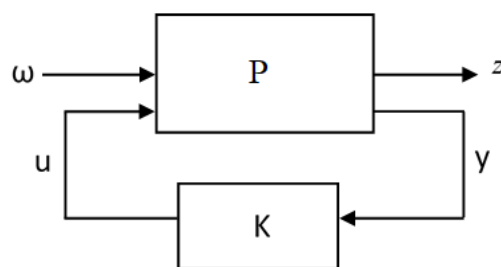


Figure 5.15 : Configuration standard de la transformation linéaire fractionnaire inférieure.

La relation entre les différents éléments de la configuration standard de TLFi est exprimée par les équations (5.39) et (5.40).

$$\begin{bmatrix} z_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ u_1 \end{bmatrix} \quad (5.39)$$

$$u_2 = ky_2 \quad (5.40)$$

5.2.5.4 Conception et synthèse du contrôleur H_∞

Dans la littérature de contrôle, la commande H_∞ a été initiée par Zames au début des années 80 [95] et développée, en particulier par Doyle, Glover, Khargonekar et Francis [96], [85]. Elle présente toujours un domaine de recherche actif. C'est l'une des méthodes de conception robuste efficace et performante pour les systèmes non linéaires et invariants dans le temps. Ainsi, cette méthode permet de tenir en compte toutes les incertitudes (dynamiques, paramétriques, les bruits de mesure des capteurs, les restrictions sur les actions de contrôle et les incertitudes externes) par leurs formulations dans le domaine fréquentiel avec les matrices de pondération.

En général, il existe deux approches pour la synthèse H_∞ , à savoir, "*H_∞ mixed sensitivity*" et "loop shaping". Dans le présent travail, la technique H_∞ des sensibilités mixtes ou bien en anglais "*H_∞ mixed sensitivity*" est adoptée pour garantir une stabilité interne vis-à-vis les dynamiques non modélisées et les bruits de mesure des capteurs, également pour maintenir les exigences des performances, y compris le rejet des perturbations externes et l'atténuation des restrictions sur les actions de contrôle dans la phase d'élévation.

A. Contrôleur H_∞ avec la technique des sensibilités mixtes

L'objectif le plus important d'un système de contrôle est d'atteindre certaines spécifications de performance en compromis avec la stabilité interne. Une des façons pour décrire les spécifications de performance d'un système de contrôle est de se référer à la taille de certains signaux d'intérêt. Par exemple, la performance d'un système de suivi peut être mesurée par la taille du signal d'erreur de suivi. En effet, la norme infinie est l'une des méthodes intéressantes en théorie pour mesurer la taille d'un signal puisqu'elle fixe une limite à ce que nous pouvons réaliser.

La synthèse du contrôleur H_∞ par la technique des sensibilités mixtes est basée sur la minimisation de ce qu'on appelle "fonction coût". Elle résume les objectifs de conception de la

performance nominale, le bon suivi ou l'atténuation des perturbations, et la stabilité robuste face aux perturbations de représentation multiplicative.

Afin d'adopter une procédure de solution unifiée, la fonction coût exprimée par l'équation (5.41) peut être refondue dans une configuration standard illustrée par la figure 5.16.

$$T_{rz} = \left\| \begin{array}{c} W_d S \\ W_u K S \\ W T \end{array} \right\|_{\infty} \leq 1 \quad (5.41)$$

La configuration standard peut être obtenue en utilisant la TLF introduite dans la section 2.3 et en groupant les signaux en des ensembles d'entrées (d'entrée au contrôleur) et de sorties externes (de sortie du contrôleur). La figure 5.15 montre la TLF qui présente la boucle entre le système augmenté $P(s)$ et le contrôleur $K(s)$. Toutes les entrées externes sont désignées par ω ; \mathbf{z} désigne les signaux de sortie à minimiser qui comprennent à la fois des mesures de performances et de robustesse, \mathbf{y} est le vecteur des mesures dont dispose le contrôleur K , et \mathbf{u} présente le vecteur des signaux de contrôle. $P(s)$ est appelé l'installation généralisée ou le système interconnecté. L'objectif ici est de trouver un contrôleur stabilisateur K permettant de minimiser la sortie \mathbf{z} , au sens de l'énergie, sur l'ensemble ω avec une énergie inférieure ou égale à 1. Cela équivaut à minimiser la norme infinie de la fonction de transfert de ω à \mathbf{z} présentée par T_{rz} .

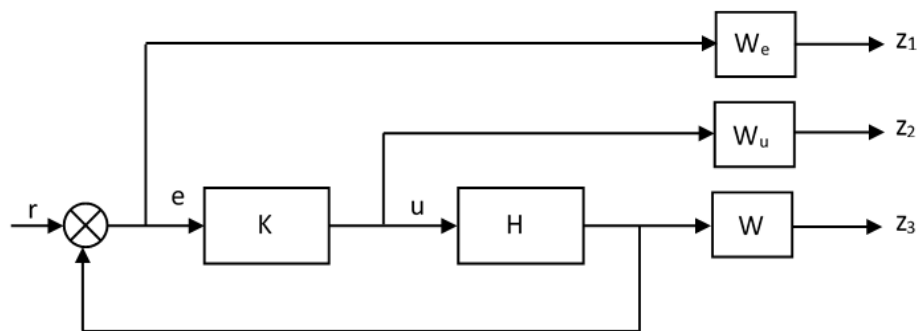


Figure 5.16 : Configuration standard en boucle fermée de la fonction de sensibilité mixte.

B. Simulation et résultats du contrôle par la méthode des sensibilités mixtes

Notre objectif dans cette partie du travail est de trouver un contrôleur H_{∞} avec la technique des sensibilités mixtes qui permet de garantir une stabilité interne vis-à-vis les incertitudes dynamiques, ainsi l'atténuation des bruits de mesure des capteurs par la minimisation de la fonction de sensibilité complémentaire de sortie T_o . En termes de suivi des commandes,

l'atténuation des restrictions sur les actions de contrôle et le rejet des perturbations externes la minimisation de la fonction de sensibilité de sortie S_o est souhaitable comme il est exprimé par la fonction coût (5.41).

La réponse fréquentielle de la valeur singulière du contrôleur H_∞ par la méthode des sensibilités mixtes est illustrée dans la figure 5.17.

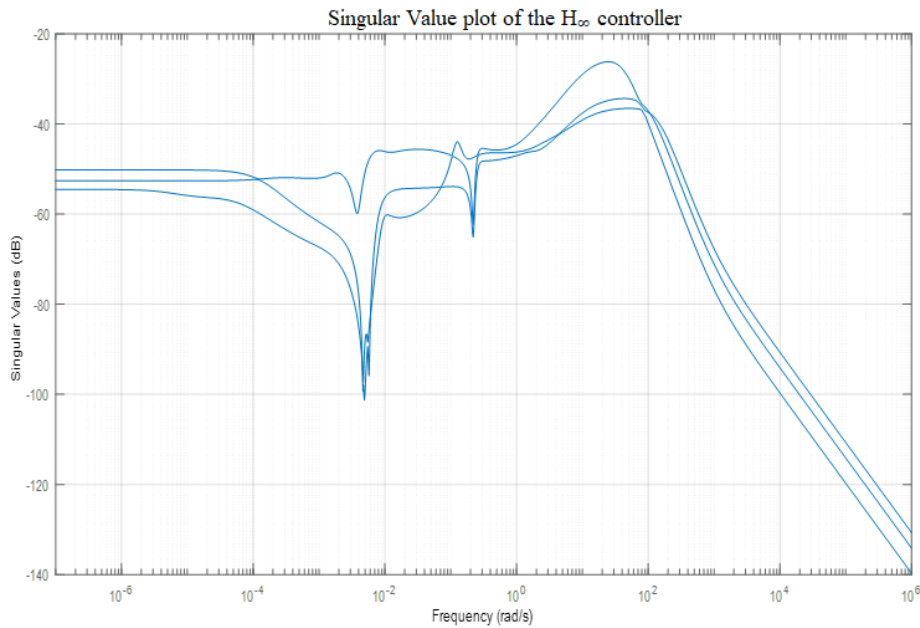


Figure 5.17 : Réponse fréquentielle de la Valeur singulière du contrôleur H_∞ .

B.1 Analyse de la stabilité robuste et l'atténuation des bruits de mesure des capteurs

Dans le but d'une analyse de stabilité robuste, il est souhaitable de représenter le système de contrôle par la boucle P- Δ , illustrée dans la figure 5.14. Dans cette boucle, la matrice de transfert de la partie nominale (désignée par P) est séparée de la partie incertaine (désignée par le bloc Δ). Dans le cas le plus simple des incertitudes Δ non structurées, il est possible d'utiliser le théorème de petit gain [97]. Ainsi, l'analyse de la stabilité robuste peut être effectuée par le calcul des valeurs singulières structurées μ .

En se basant sur la fonction coût présentée par l'équation (5.41) et le théorème de petit gain [97], la stabilité robuste vis-à-vis les incertitudes dynamiques et l'atténuation des bruits de mesure des capteurs sont assurées par la minimisation de la fonction de sensibilité complémentaire de sortie T_o en satisfaisant, respectivement, les conditions (5.42) et (5.43).

$$\|WT_o\|_\infty \leq 1 \quad (5.42)$$

$$\|W_n T_0 W_e\|_{\infty} \leq 1 \quad (5.43)$$

Par l'application des expressions (5.42) et (5.43) on trouve les résultats suivants :

$$\|WT_0\|_{\infty} = 0.228 \quad (5.44)$$

$$\|W_n T_0 W_e\|_{\infty} = 1.0704 \times 10^{-10} \quad (5.45)$$

Puisque la norme infinie des expressions (5.44) et (5.45) est inférieure à 1, alors le système en boucle fermée atteint la stabilité robuste, ainsi les bruits de mesure des capteurs sont atténués. De plus, la réponse fréquentielle de la valeur singulière de T_0 se situe en dessous de l'inverse de la matrice de pondération des bruits de mesures W_n^{-1} , comme il est montré dans la figure 5.18.

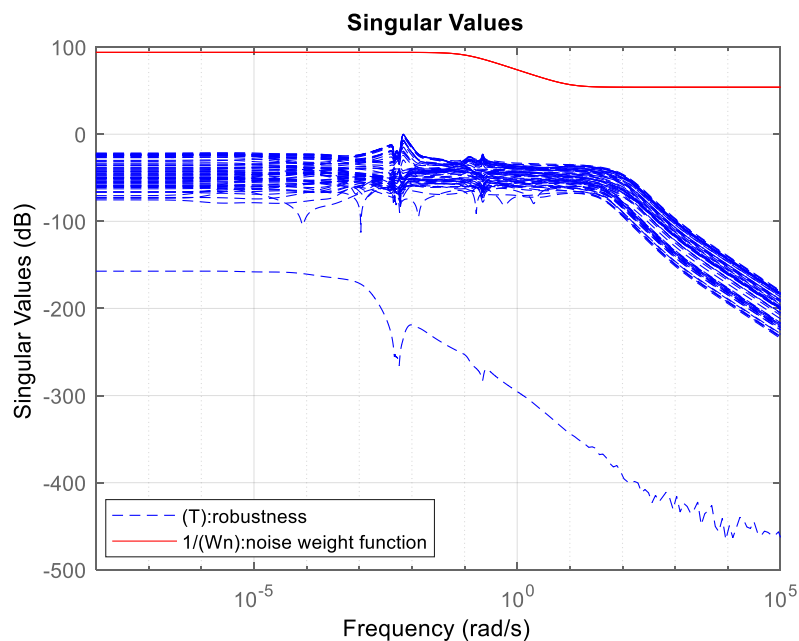


Figure 5.18: Valeur singulière de la fonction de sensibilité complémentaire.

Afin d'analyser la stabilité robuste du système en boucle fermée, une autre technique basée sur le calcul et la réponse fréquentielle des valeurs singulières structurées de la limite supérieure et inférieure est envisagée, comme le montre la figure 5.19.

Puisque le maximum de la valeur singulière structurée μ est inférieur à 1 (Figure 5.19), l'exigence de la stabilité robuste et l'atténuation des bruits de mesure des capteurs sont vérifiées et validées.

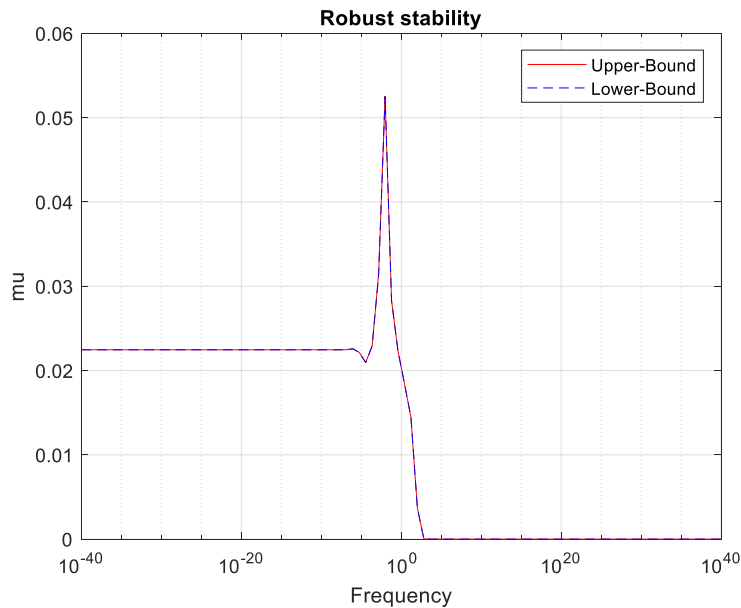


Figure 5.19: Analyse de la stabilité robuste par la valeur singulière structurée μ .

B.2 Analyse des performances robustes et le rejet des perturbations externes

Afin d'obtenir une performance robuste du système en boucle fermée, un rejet des perturbations externes et une atténuation des restrictions sur les actions de contrôle, la fonction de sensibilité de sortie S_o doit être réduite pour satisfaire les conditions (5.46) et (5.47) développées de la fonction cout.

$$\|W_d S_o W_e\|_{\infty} \leq 1 \quad (5.46)$$

$$\|W_u K S_o\|_{\infty} \leq 1 \quad (5.47)$$

Par utilisation du théorème de petit gain et application des conditions (5.46) et (5.47), on déduit les résultats suivants:

$$\|W_d S_o W_e\|_{\infty} = 0.0693 \leq 1 \quad (5.48)$$

$$\|W_u K S_o\|_{\infty} = 4.9898 \times 10^{(-06)} \leq 1 \quad (5.49)$$

Les résultats (5.48) et (5.49) montrent que le système atteint les performances robustes, le rejet des perturbations externes et l'atténuation des restrictions sur les actions de contrôle puisque la norme infinie est inférieure à 1.

En outre, la réponse fréquentielle de la valeur singulière du terme $S_o K$ se situe en dessous de l'inverse la matrice de pondération W_u^{-1} comme le montre la figure 5.20, ce qui confirme l'atténuation des restrictions sur les actions de contrôle.

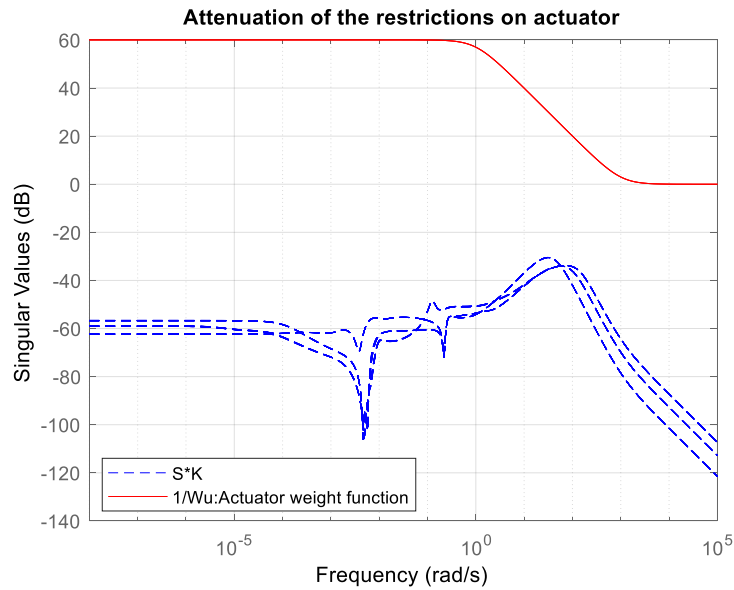


Figure 5.20: Atténuation des restrictions sur les actions de contrôle.

De plus, la réponse fréquentielle de la valeur singulière structurée μ valide que le système en boucle fermée atteint les objectifs de performance robustes, puisque les limites supérieure et inférieure présentées en bleu et en rouge dans la figure 5.21 sont inférieures à 1.

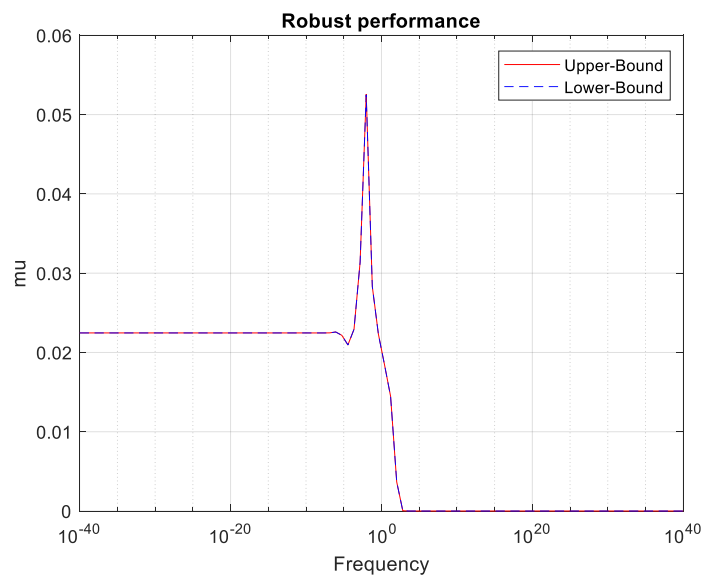


Figure 5.21: Performance robuste du système en boucle fermée.

En addition des exigences de la stabilité robuste et des performances analysées précédemment, le contrôleur H_∞ doit être réalisable en termes de la complexité et de l'ordre.

Le contrôleur H_∞ trouvé est d'ordre 303, ce qui est trop élevé et difficile à réaliser. Alors la réduction de cet ordre est nécessaire. De ce fait, la bibliothèque "*Robust control Toolbox*" de

Matlab-Simulink[®] est utilisée afin de réduire l'ordre du contrôleur H_∞ en gardant les mêmes propriétés.

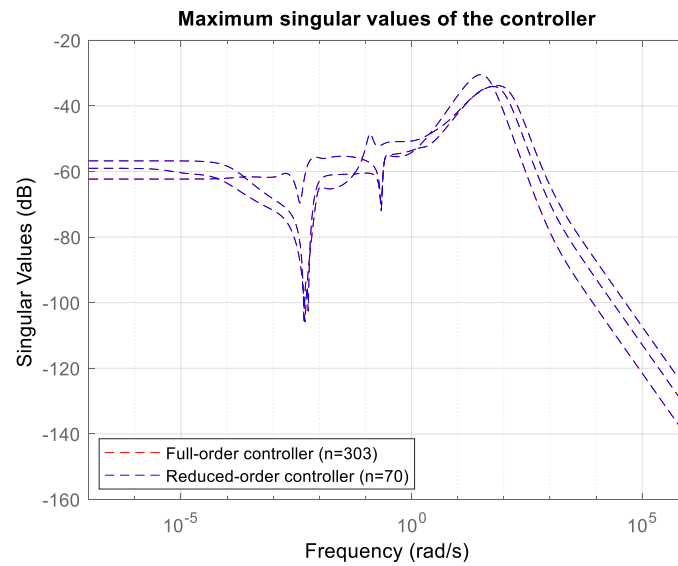


Figure 5.22: Contrôleurs H_∞ complet et réduit.

La figure 5.22 illustre la réponse fréquentielle de la valeur singulière du contrôleur H_∞ d'ordre complet et d'ordre réduit. Il est remarquable que les deux courbes des contrôleurs se coïncident, ce qui implique qu'ils ont les mêmes propriétés.

Pour l'analyse de la stabilité et des performances robustes du système en boucle fermée avec le contrôleur réduit, la réponse fréquentielle de la valeur singulière structurée $\mu\Delta(\cdot)$ est considérée. Les figures 5.23 et 5.24 montrent que les limites supérieures et inférieures de $\mu\Delta(\cdot)$ sont situées en dessous de la valeur 1.

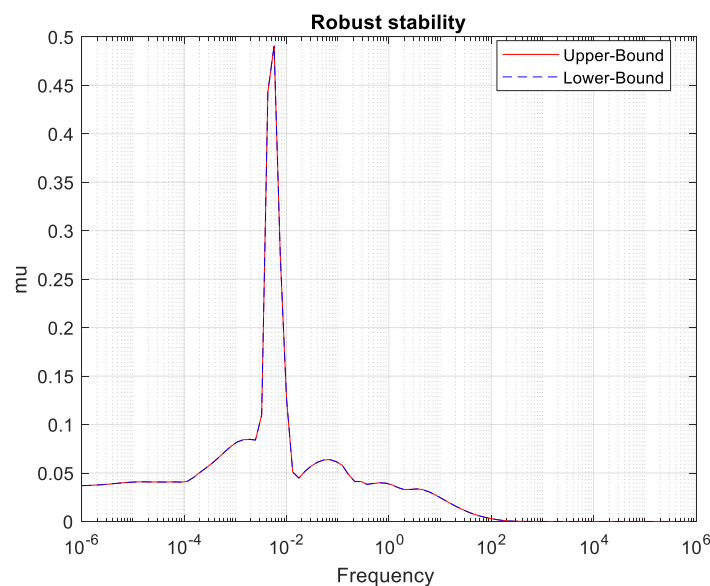


Figure 5.23: Stabilité robuste du système en boucle fermée avec le contrôleur H_∞ réduit.

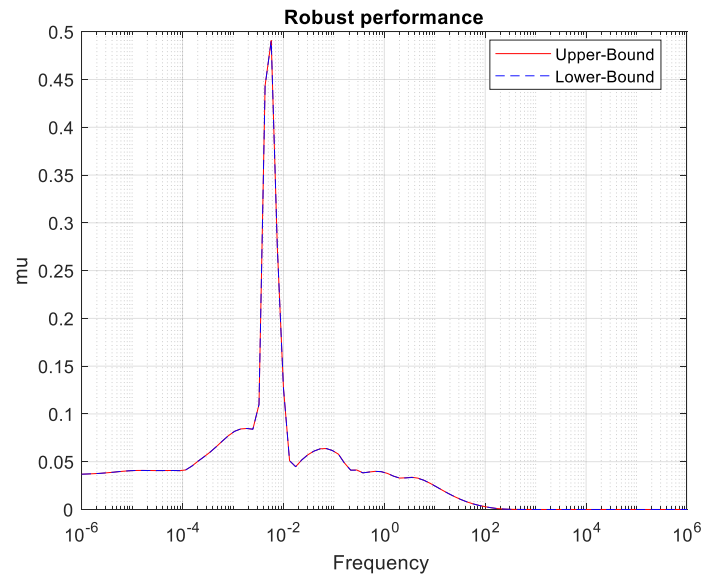


Figure 5.24: Performance robuste du système en boucle fermée avec le contrôleur H_∞ réduit.

5.2.5.5 Conception et synthèse du contrôleur μ - Synthèse

A. Contrôleur μ - Synthèse

Comme nous avons vu dans la section précédente, l'approche de contrôle H_∞ permet d'obtenir les performances et la stabilité robuste vis-à-vis les perturbations non structurées au niveau du système. Ainsi, les matrices de pondération appropriées au problème sont considérées dans la synthèse afin d'obtenir des exigences de performance solides. Cette section est consacrée aux aspects de mise en œuvre de l'une des techniques importantes dans la synthèse des contrôleurs robustes, à savoir μ -Synthèse ou μ -Analyse.

Avec un choix correct des matrices de pondération, la méthode de contrôle μ -Synthèse assure à la fois une stabilité face au caractère non linéaire du système et des performances robustes du système en boucle fermée. Cette méthode de contrôle basée généralement sur le calcul des valeurs singulières structurées μ par la configuration du système sous la forme d'une transformation linéaire fractionnaire (TLF) montrée dans la figure 5.25.

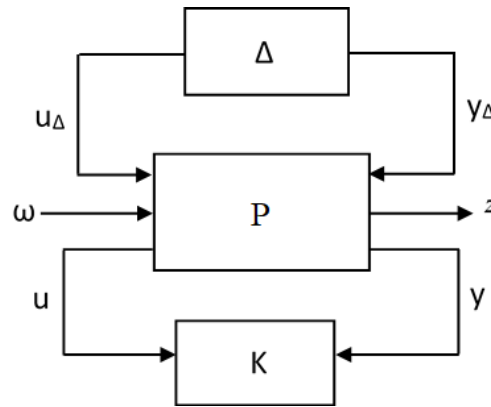


Figure 5.25 : Schéma standard du système en boucle fermée.

Le système P représente tous les éléments connus, y compris le modèle du système nominal et les différentes fonctions de pondération des performances et des incertitudes. Le bloc Δ représente l'élément incertain, qui paramètre toutes les incertitudes du modèle. Le contrôleur est désigné par K. Les entrées vers le système P sont regroupées en trois ensembles de signaux : les entrées u_Δ dues aux incertitudes, les signaux de contrôle u , les références et les perturbations présentées par ω . Ainsi, trois ensembles de sorties sont générés: les sorties y_Δ dues aux incertitudes, les sorties z du contrôle et les incertitudes de mesure y .

Le schéma fonctionnel illustré dans la figure 5.25 peut être réduit au schéma standard présenté dans la figure 5.26 pour la conception du contrôleur μ -Synthèse.

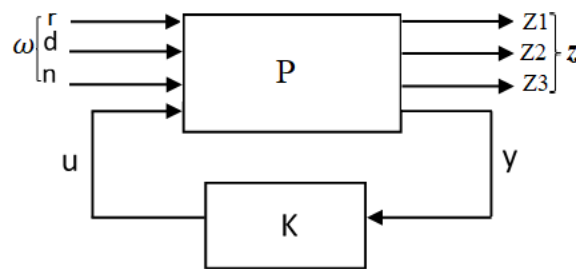


Figure 5.26 : Schéma standard du contrôleur μ -Synthèse.

L'objectif de cette conception est de déterminer un contrôleur μ -Synthèse K permettant de garantir un bon compromis entre la stabilité et les performances robustes. Utilisant le critère de la stabilité et des performances basé sur le test de la transformation linéaire fractionnaire supérieure, le système en boucle fermée est stable et performant s'il satisfait la condition (5.50).

$$\|F_u [F_l(P, K), \Delta]\|_\infty \leq 1 \quad (5.50)$$

Le système avec le contrôleur μ -Synthèse atteint une performance robuste si est seulement si la condition (5.51) est satisfaite.

$$\mu_{\Delta p} (F_l(P, K)(j\omega)) \leq 1 \quad (5.51)$$

L'objectif de la synthèse μ est de minimiser le pic de la valeur singulière structurée $\mu_{\Delta p}(\cdot)$ de la matrice de transfert en boucle fermée $F_l(P, K)$ sur l'ensemble du contrôleur K . Cela se traduit par l'équation (5.52) et présenté par le schéma montré dans la figure 5.26.

$$\min_{K \text{ stabilise}} \max \mu_{\Delta p} (F_l(P, K)(j\omega)) \leq 1 \quad (5.52)$$

La réponse fréquentielle de la valeur singulière du contrôleur μ -Synthèse est présentée par la figure 5.27.

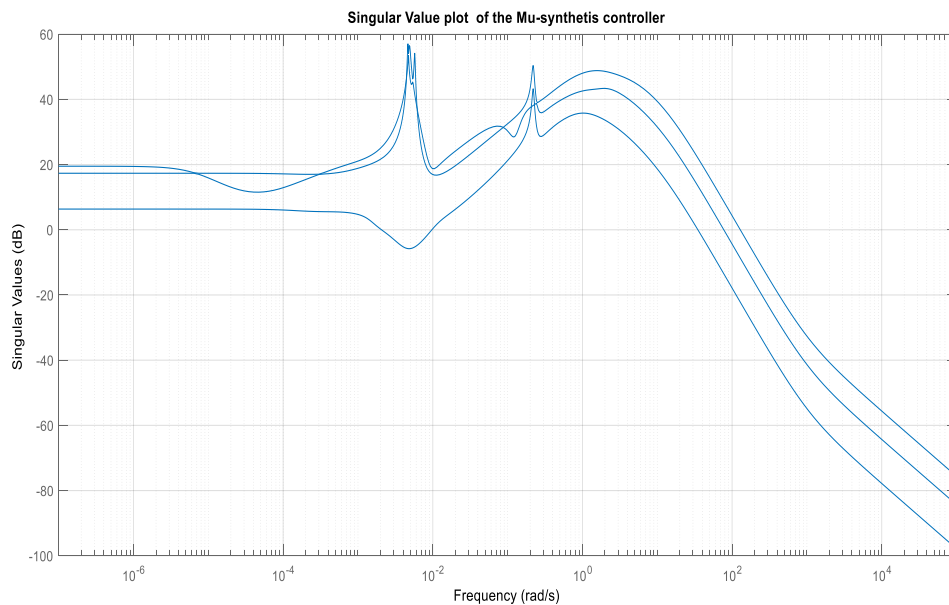


Figure 5.27 : Valeur singulière de la matrice de transfert du contrôleur μ -Synthèse.

B. Analyse de la stabilité robuste et atténuation des bruits de mesure des capteurs

Afin d'atteindre la stabilité robuste et l'atténuation des bruits de mesure des capteurs, l'amplitude de la fonction de sensibilité complémentaire de sortie T_0 doit être minimisée en satisfaisant les conditions (5.53) et (5.54), utilisant le théorème de petit gain.

$$\|WT_o\|_{\infty} \leq 1 \quad (5.53)$$

$$\|W_n T_o W_e\|_{\infty} \leq 1 \quad (5.54)$$

Donc on a trouvé les résultats suivants :

$$\|WT_o\|_{\infty} = 51.4163 \geq 1 \quad (5.55)$$

$$\|W_n T_o W_e\|_{\infty} = 3.1613 \times 10^{-4} \leq 1 \quad (5.56)$$

D'après le résultat (5.55), la norme infinie de WT_0 est supérieure à 1 ce qui signifie que le contrôleur μ -Synthèse ne garantit pas la stabilité robuste dans un intervalle de fréquence non défini. De ce fait, l'analyse de la stabilité doit être élaborée dans un domaine de fréquence défini et borné.

Après une analyse approfondie, on constate que le système atteint la stabilité robuste à partir de la valeur de fréquence $10^{1.83}$, et le calcul de la norme infinie dans cet intervalle donne les résultats (5.57) et (5.58).

$$\|WT_o\|_{\infty} = 0.9461 \leq 1 \quad (5.57)$$

$$\|W_n T_o W_e\|_{\infty} = 1.0812 \times 10^{-4} \leq 1 \quad (5.58)$$

Afin d'atteindre les performances robustes, le rejet des perturbations externes et l'atténuation des restrictions sur les actions de contrôle, l'amplitude de la fonction de sensibilité de sortie S_0 doit être minimisée en satisfaisant les conditions (5.59) et (5.60).

$$\|W_d S_o W_e\|_{\infty} \leq 1 \quad (5.59)$$

$$\|W_u K S_o\|_{\infty} \leq 1 \quad (5.60)$$

L'application de ces conditions montre que les normes infinies sont inférieures à 1. En effet, le système satisfait les conditions de rejet des perturbations externes et l'atténuation des restrictions sur les actions de contrôle.

$$\|W_d S_o W_e\|_{\infty} = 0.8466 \leq 1 \quad (5.61)$$

$$\|W_u K S_o\|_{\infty} = 0.2115 \leq 1 \quad (5.62)$$

En outre, la réponse fréquentielle de la valeur singulière de S_0^{-1} se situe en dessous de la matrice de pondération des perturbations externes W_d comme le montre la figure 5.28, ce qui confirme le rejet des perturbations externes.

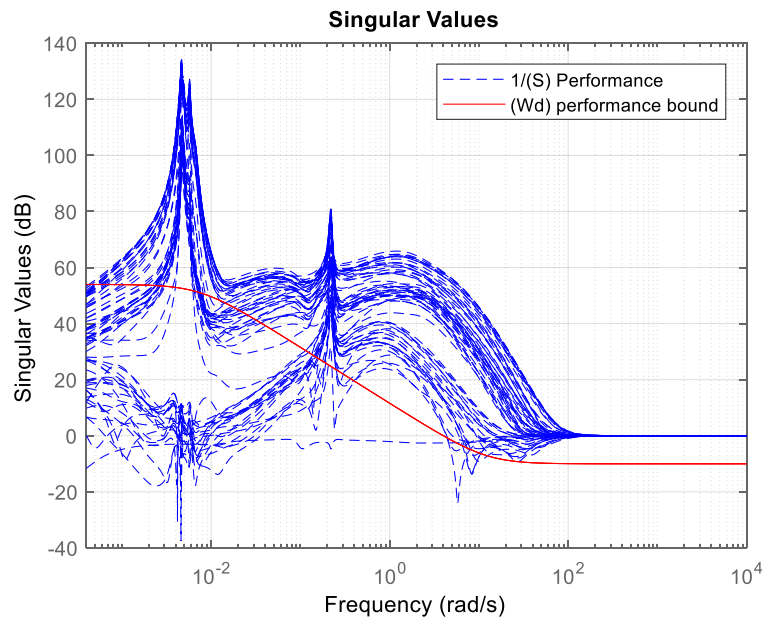


Figure 5.28: Analyse de rejet des perturbations externes.

La réponse fréquentielle de la valeur singulière structurée $\mu_{\Delta}(\cdot)$ montre que le système en boucle fermée atteint les objectifs de la stabilité et des performances robustes à partir de la valeur de fréquence 100, puisque les limites supérieure et inférieure sont évidemment inférieures à 1 à partir de cette valeur, comme illustré dans les figures 5.29 et 5.30.

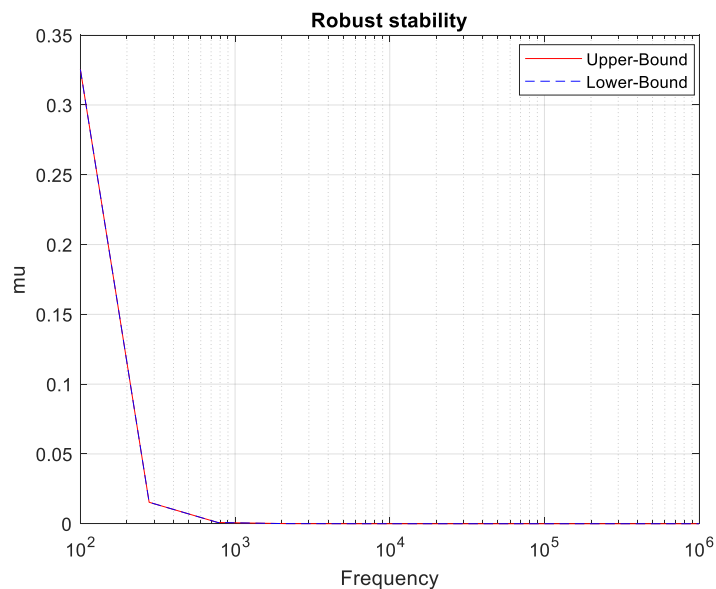


Figure 5.29: Stabilité robuste du système en boucle fermée avec le contrôleur μ -Synthèse.

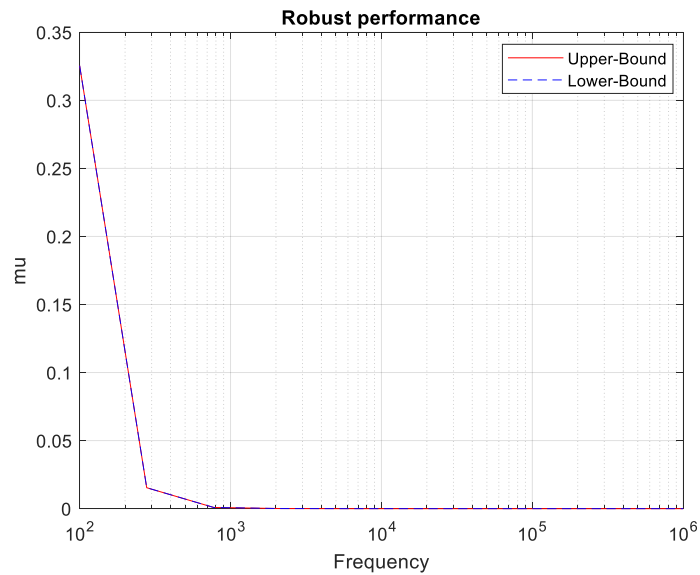


Figure 5.30: Performance robuste du système en boucle fermée avec le contrôleur μ -Synthèse.

Le contrôleur μ -Synthèse trouvé est d'ordre 223, ce qui le rend difficile à réaliser. La réduction de cet ordre est élaborée tout en gardant les mêmes propriétés du contrôleur par un choix bien précis de l'ordre.

La figure 5.31 présente la réponse fréquentielle de la valeur singulière du contrôleur μ -Synthèse d'ordre complet et d'ordre réduit. Il est remarquable que les deux courbes des contrôleurs se coïncident, ce qui implique des performances similaires du système en boucle fermée avec les deux contrôleurs complet et réduit.

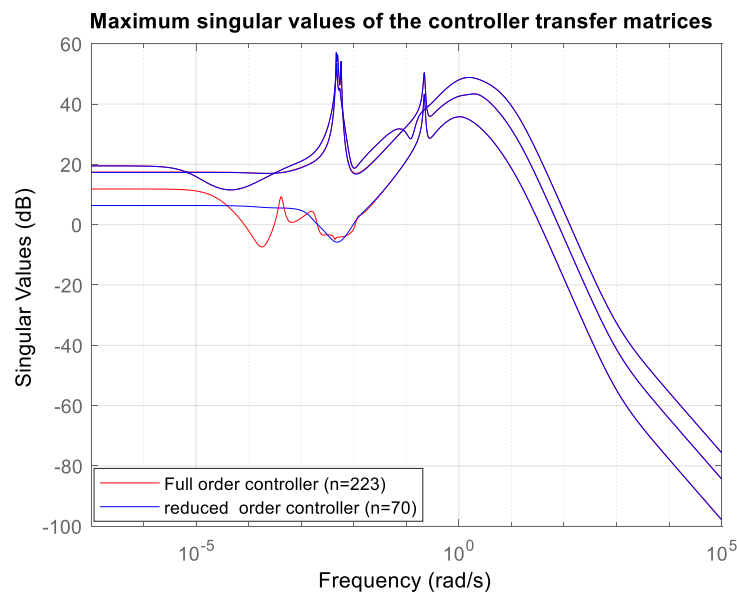


Figure 5.31: Contrôleurs μ -Synthèse complet et réduit.

Afin de valider la stabilité et les performances robustes du système avec le contrôleur μ -Synthèse réduit, le théorème de petit gain est appliqué. À partir de la valeur de fréquence $10^{1.83}$ le système atteint la stabilité robuste mais l'atténuation des bruits de mesure est garantie dans tous les intervalles de la fréquence.

$$\|WT_o\|_{\infty} = 0.9461 \leq 1 \quad (5.63)$$

$$\|W_n T_o W_e\|_{\infty} = 3.1613 \times 10^{-4} \leq 1 \quad (5.64)$$

Avec le nouveau contrôleur μ -Synthèse (d'ordre réduit), le système atteint les performances robustes, le rejet des perturbations externes et l'atténuation des restrictions sur les actions de contrôle d'après les résultats (5.65) et (5.66).

$$\|W_d S_o W_e\|_{\infty} = 0.4494 \leq 1 \quad (5.65)$$

$$\|W_u K S_o\|_{\infty} = 0.2310 \leq 1 \quad (5.66)$$

Les figures 5.32 et 5.33 présentent respectivement les valeurs singulières structurées $\mu_{\Delta}(\cdot)$ de la stabilité robuste et des performances du système. Ces valeurs singulières structurées μ sont inférieures à 1 à partir de la valeur de fréquence $10^{1.83}$, alors le système en boucle fermée est stable et atteint les performances robustes dans cette plage de la fréquence avec le contrôleur réduit.

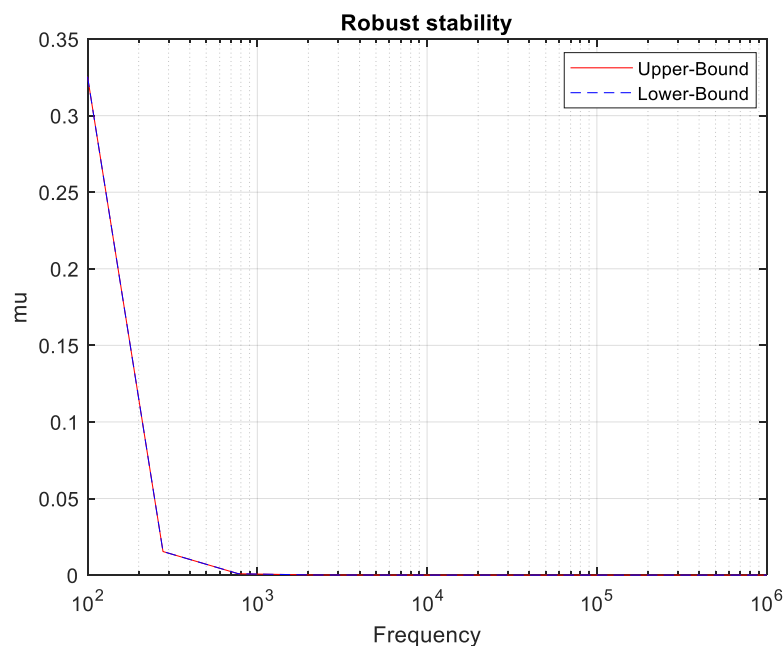


Figure 5.32: Stabilité robuste du système en boucle fermée avec le contrôleur μ -Synthèse réduit.

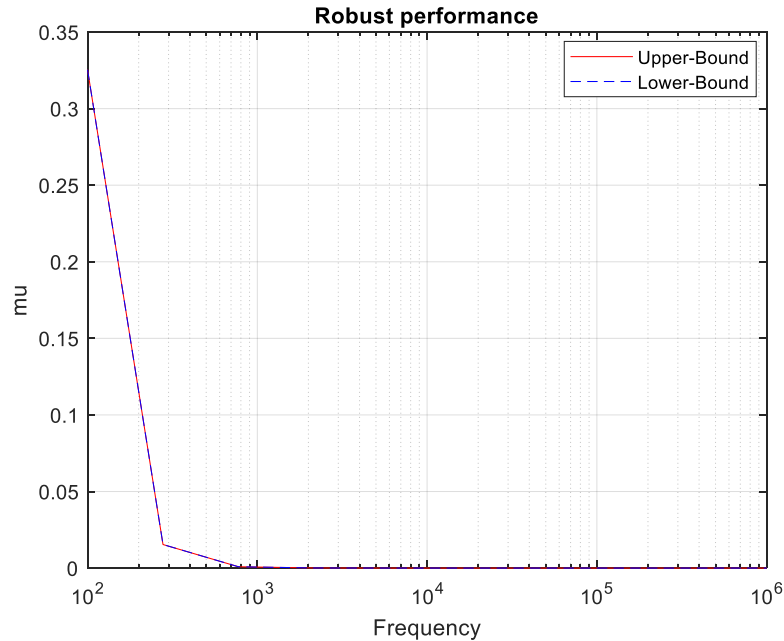


Figure 5.33: Performance robuste du système en boucle fermée avec le contrôleur μ -Synthèse réduit.

5.2.5.6 Comparaison des contrôleurs H_∞ et μ -Synthèse

La comparaison de la commande du système en boucle fermée avec les contrôleurs μ -Synthèse et H_∞ commence par une analyse robuste de la stabilité et des performances. D'après les résultats montrés dans les sections précédentes avec le théorème de petit gain et la réponse fréquentielle des valeurs singulières structurées, on constate que le système en boucle fermée avec le contrôleur H_∞ garantit la stabilité robuste, l'atténuation des bruits de mesure des capteurs, le rejet des perturbations externes, la performance robuste et les restrictions sur les actions de contrôle dans tous les intervalles de fréquences. Cependant, le système en boucle fermée avec le contrôleur μ -Synthèse atteint la stabilité et les performances robustes dans un intervalle réduit (à partir de la valeur de fréquence 100). Ainsi, la représentation graphique des valeurs singulières structurées montre que le système en boucle fermée avec le contrôleur H_∞ atteint un meilleur compromis entre la stabilité et les performances robustes par rapport celle commandé par le contrôleur μ -Synthèse.

En termes de la réalisation et de l'ordre des contrôleurs, on constate que le contrôleur μ -Synthèse est d'ordre moins élevé (223) par rapport le contrôleur H_∞ (303).

5.3 Commande robuste du robot hexapode en phase de la propulsion

Comme déjà mentionné dans le chapitre précédent, le robot hexapode en phase de propulsion est considéré comme une chaîne cinématique fermée avec 18 actionneurs actifs. De ce fait, l'outil SimMechanics™ de la plateforme Matlab-Simulink® est utilisé pour la simulation du mouvement du robot hexapode. C'est un moyen pratique pour prédire le comportement dynamique du robot hexapode dans la phase de propulsion. Ainsi, elle permet d'extraire les paramètres nécessaires pour l'étude du système.

Le modèle dynamique du robot hexapode dans la phase de propulsion est difficile à déterminer analytiquement vu le grand nombre des actionneurs et la complexité du système. En effet, la commande robuste de ce robot dans la phase de propulsion est traitée selon l'allure du mouvement. Dans cette section la commande et l'analyse robuste du robot hexapode pour le mode de locomotion 'tripode' sont élaborées.

5.3.1 Identification du système et modélisation des incertitudes

5.3.1.1 Identification du robot hexapode en phase de propulsion

La commande robuste du robot hexapode en phase de propulsion adoptant l'allure tripode nécessite la mise en place d'un modèle permettant de représenter le comportement du système dans toutes les phases de mouvement. De ce fait, une méthode d'identification boîte noire est élaborée, à savoir que les entrées du système (les couples) sont déterminées utilisant le modèle géométrique inverse établi dans le chapitre 3 et les sorties du système (les variables articulaires) sont déterminées par la simulation du modèle du robot hexapode dans l'outil SimMechanics™.

Dans la présente section, la propulsion du robot hexapode avec trois pattes (L2, L4 et L6) est considérée comme un cas d'étude et d'analyse de la commande robuste du robot hexapode comme il est montré dans la figure 5.34.

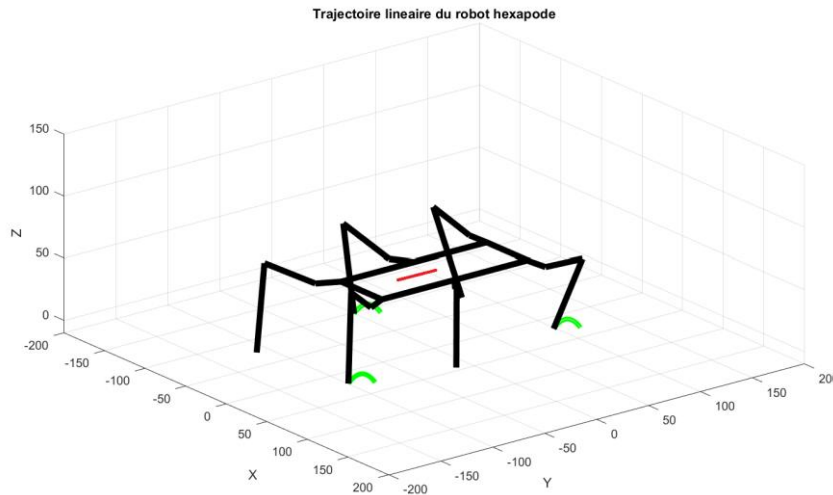


Figure 5.34: Propulsion linéaire avec les trois pattes L2, L4 et L6.

Dans la phase de propulsion du robot hexapode, seules les variables articulaires θ_2 des pattes sont en motorisation active, donc elles sont considérées comme des sorties du système sans prendre en compte les valeurs des variables articulaires θ_1 et θ_3 . En effet, le robot hexapode dans cette phase est considéré comme un système MIMO avec trois entrées (τ_{22} , τ_{24} et τ_{26}) et trois sorties (θ_{22} , θ_{24} et θ_{26}) comme il est montré dans la figure 5.35. Ainsi, il est présenté par une matrice de transformation 3×3 .

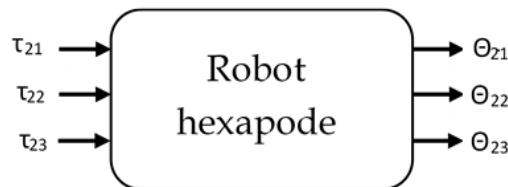


Figure 5.35 : Modèle du robot hexapode dans la phase de propulsion.

La vitesse de mouvement des articulations de la patte du robot hexapode est divisée en quatre intervalles. De ce fait, l'identification du système est élaborée dans chacun de ces intervalles afin de déterminer leurs modèles présentés par les matrices de transfert A_p , B_p , C_p et D_p . Tel que A_p montrée ci-dessous désigne la matrice de transfert du système dans la plage de petites vitesses. B_p et C_p sont les matrices de transfert qui présentent le comportement du système dans l'intervalle de moyennes vitesses. Enfin, D_p présente la matrice de transfert dans la plage de grandes vitesses. Les expressions des matrices B_p , C_p et D_p sont données dans l'annexe D. Ainsi, le tracé de Bode de ces matrices est illustré dans la figure 5.36.

$$A_{p11} = \frac{-2.267s^5 - 2.039s^4 - 0.09943s^3 - 0.5775s^2 - 2.039s + 0.001424s - 2.721 \times 10^{-05}}{s^6 + 4.401s^5 + 1.431s^4 + 0.7731s^3 + 0.1952s^2 + 0.002702s + 1.811 \times 10^{-05}}$$

$$A_{p12} = \frac{-10.39s^5 - 6.051s^4 - 1.011s^3 - 1.642s^2 + 0.001323s - 5.849 \times 10^{-05}}{s^6 + 7.604s^5 + 2.326s^4 + 1.352s^3 + 0.3392s^2 + 0.005476s + 4.107 \times 10^{-05}}$$

$$A_{p13} = \frac{16.69s^5 + 9.19s^4 + 1.912s^3 + 2.328s^2 + 0.003893s + 9.82 \times 10^{-05}}{s^6 + 5.944s^5 + 1.871s^4 + 1.054s^3 + 0.2659s^2 + 0.004286s + 3.245 \times 10^{-05}}$$

$$A_{p21} = \frac{1.508 \times 10^{-05}s^2 + 1.038 \times 10^{-05}s + 3.646 \times 10^{-08}}{s^6 + 0.02114s^5 + 0.02538s^4 + 0.0003005s^3 + 0.000143s^2 + 5.354 \times 10^{-07}s + 1.602 \times 10^{-07}}$$

$$A_{p22} = \frac{-0.0001633s^2 + 6.27 \times 10^{-06}s - 1.181 \times 10^{-07}}{s^6 + 0.0483s^5 + 0.0218s^4 + 0.000848s^3 + 8.342 \times 10^{-05}s^2 + 2.738 \times 10^{-06}s + 1.346 \times 10^{-08}}$$

$$A_{p23} = \frac{-0.0004703s^2 + 4.623 \times 10^{-05}s - 8.582 \times 10^{-07}}{s^6 + 0.5681s^5 + 0.0543s^4 + 0.01045s^3 + 0.00059s^2 + 3.589 \times 10^{-5}s + 1.128 \times 10^{-06}}$$

$$A_{p31} = \frac{9.216 \times 10^{-08}s - 1.513 \times 10^{-08}}{s^8 + 0.47s^7 + 0.084s^6 + 0.023s^5 + 0.0017s^4 + 0.00024s^3 + 9.61 \times 10^{-6}s^2 + 4.49 \times 10^{-7}s + 1.41 \times 10^{-8}}$$

$$A_{p32} = \frac{8.617 \times 10^{-08}s + 1.904 \times 10^{-10}}{s^8 + 0.097s^7 + 0.054s^6 + 0.004s^5 + 0.0007s^4 + 3.26 \times 10^{-5}s^3 + 1.62 \times 10^{-6}s^2 + 4.59 \times 10^{-8}s + 4.04 \times 10^{-10}}$$

$$A_{p33} = \frac{1.839 \times 10^{-08}s + 6.632 \times 10^{-10}}{s^8 + 0.069s^7 + 0.0522s^6 + 0.0026s^5 + 0.00067s^4 + 2.24 \times 10^{-5}s^3 + 2.44 \times 10^{-6}s^2 + 4.46 \times 10^{-8}s + 2.55 \times 10^{-9}}$$

$$A_p = \begin{bmatrix} A_{p11} & A_{p12} & A_{p13} \\ A_{p21} & A_{p22} & A_{p23} \\ A_{p31} & A_{p32} & A_{p33} \end{bmatrix} \quad (5.67)$$

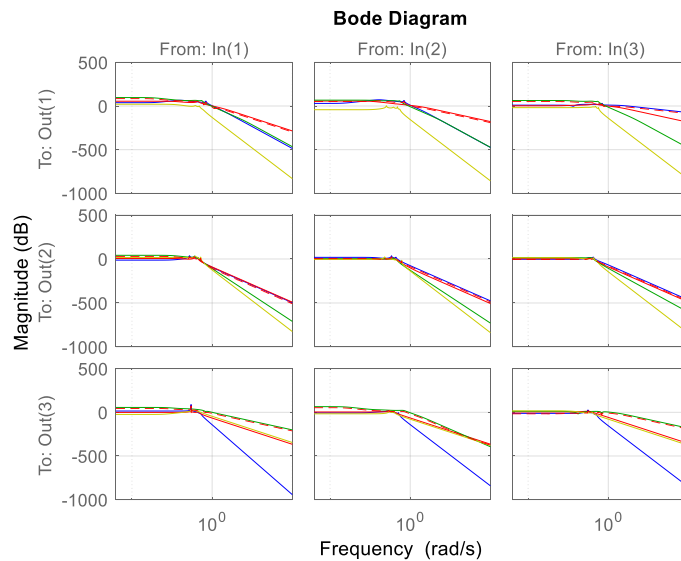


Figure 5.36 : Identification du système en phase de propulsion.

5.3.1.2 Identification et modélisation des incertitudes dynamiques

Les variations entre les différents modèles du robot hexapode sont considérées comme des incertitudes dynamiques qui encapsulent le caractère non linéaire du système et les dynamiques négligées dans les différents intervalles de la vitesse. Ces incertitudes non structurées sont regroupées en un seul bloc Δ et elles sont représentées par la configuration multiplicative illustrée dans la figure 5.1 (Section 1.3) et décrite par l'équation (5.9).

Les perturbations normalisées entre le modèle nominal et le modèle réel du système sont représentées par le terme ΔW comme suit :

$$\left| \frac{H_r(j\omega)}{H_{nom}(j\omega)} - 1 \right| \leq |W(j\omega)|, \quad \forall \omega \quad (5.68)$$

La matrice de pondération W exprimée par (5.69) représente la limite supérieure (en rouge) qui couvrent les incertitudes dynamiques illustrées en bleu dans la figure 5.37.

$$\begin{aligned} W_{11} &= 3.2114 \frac{s^2 + 6.8746s + 0.0594}{s^2 + 0.5178s + 0.0571} & W_{12} &= 3.2934 \frac{s^2 + 2.4999s + 0.0047}{s^2 + 0.1083s + 0.0029} \\ W_{13} &= 3.0588 \frac{s^2 + 1.0582s + 0.0023}{s^2 + 0.1764s + 0.0022} & W_{21} &= 8.8 \frac{s^2 + 1.5485s + 8.1239 \times 10^{-04}}{s^2 + 0.02s + 0.002} \\ W_{22} &= \frac{4.324s^2 + 0.02811s + 5.189 \times 10^{-5}}{s^2 + 0.0008421s + 1.474 \times 10^{-5}} & W_{23} &= 3.4054 \frac{s^2 + 1.4288s + 0.0040}{s^2 + 0.01973s + 0.001081} \\ W_{31} &= 3.1474 \frac{s^2 + 1.9226s + 0.0012}{s^2 + 0.01579s + 0.001158} & W_{32} &= 3.1667 \frac{s^2 + 0.6818s + 9.0915 \times 10^{-4}}{s^2 + 0.0682s + 9.0900 \times 10^{-4}} \\ W_{33} &= 3.1403 \frac{s^2 + 4.5813s + 0.0195}{s^2 + 0.0535s + 0.001296} \end{aligned}$$

$$W = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} \\ W_{31} & W_{32} & W_{33} \end{bmatrix} \quad (5.69)$$

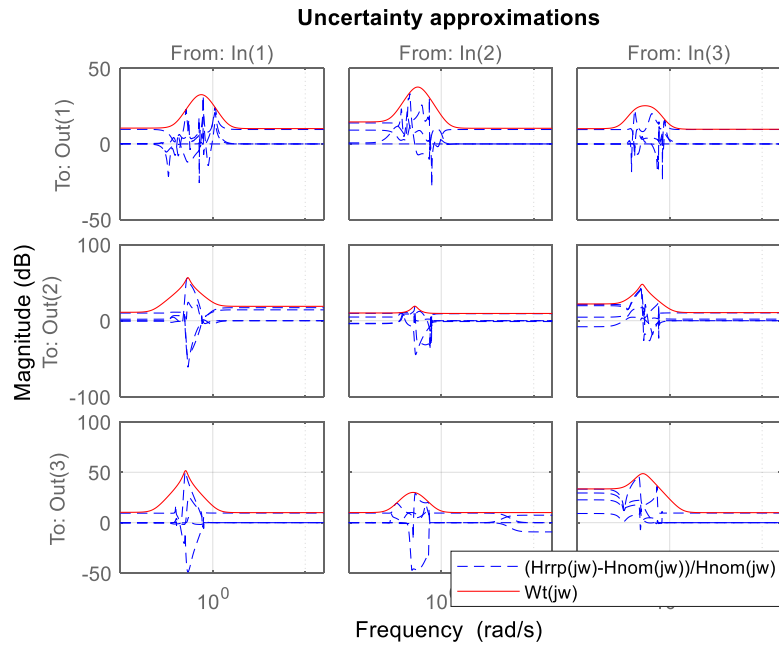


Figure 5.37 : Modélisation des incertitudes dynamiques par la matrice de pondération W .

La figure 5.38 montre la réponse fréquentielle de la valeur singulière du robot hexapode en phase de propulsion avec considération des incertitudes dynamiques.

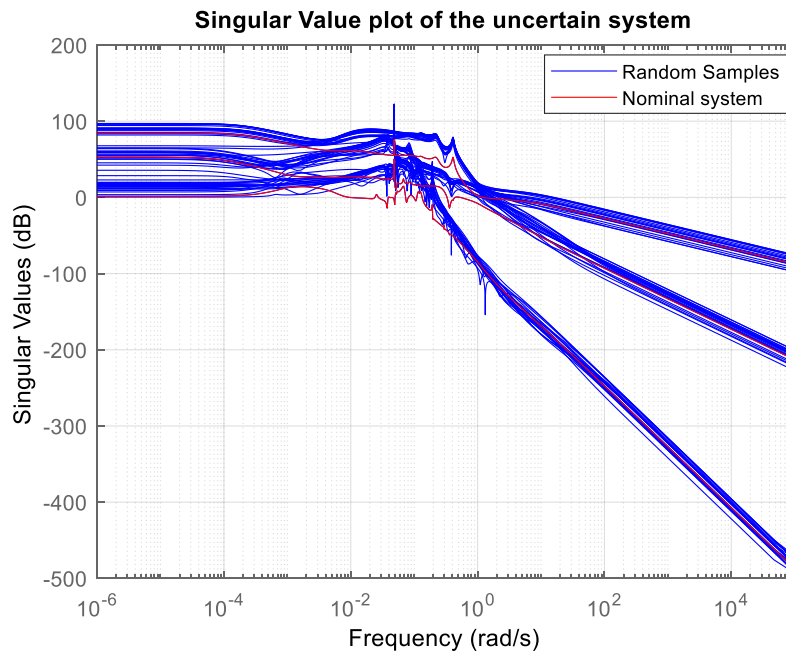


Figure 5.38 : Valeurs singulières du système incertain.

5.3.2 Conception et synthèse des contrôleurs robustes : H_∞ et μ -synthèse

5.3.2.1 Le choix des matrices de pondération

L'utilisation des matrices de pondérations est indispensable dans le contrôle du robot hexapode dans toutes les phases de mouvement. Le schéma standard du système en boucle fermée avec les matrices de pondération présentées dans la figure 5.8 (Section 5.2.5.2) est ainsi considéré dans le contrôle du robot hexapode en phase de propulsion. En général, les matrices de pondération sont choisies afin de refléter les objectifs de la conception et la modélisation des perturbations internes et externes. En effet, le choix et la sélection de ces matrices est une étape cruciale dans le processus de conception des contrôleurs.

La matrice de pondération des bruits de mesure des capteurs et celle des restrictions sur les actions de contrôle dépendent de la technologie des capteurs et des actionneurs utilisés. Donc elles ne changent pas de fonctionnement selon la phase du mouvement. Alors, les matrices de pondération W_n et W_u présentées par les matrices (5.71) et (5.73) utilisées dans la phase d'élévation sont considérées pour le contrôle du robot hexapode en phase de propulsion.

$$W_{n1} = W_{n2} = W_{n3} = 0.002 \frac{s+0.1}{s+10} \quad (5.70)$$

$$W_n = \begin{bmatrix} W_{n1} & 0 & 0 \\ 0 & W_{n2} & 0 \\ 0 & 0 & W_{n3} \end{bmatrix} \quad (5.71)$$

$$W_{u1} = W_{u2} = W_{u3} = \frac{s+1}{s+1000} \quad (5.72)$$

$$W_u = \begin{bmatrix} W_{u1} & 0 & 0 \\ 0 & W_{u2} & 0 \\ 0 & 0 & W_{u3} \end{bmatrix} \quad (5.73)$$

Puisque la matrice de pondération W_d modélise le contenu en fréquence des perturbations externes, elle peut donc changer selon la phase de mouvement du robot hexapode. En effet, elle est choisie comme un filtre passe-bas présenté par l'équation (5.74) et illustré dans la figure 5.39.

$$W_{d1} = W_{d2} = W_{d3} = 0.31623 \frac{s+12}{s+0.009487} \quad (5.74)$$

$$W_d = \begin{bmatrix} W_{d1} & 0 & 0 \\ 0 & W_{d3} & 0 \\ 0 & 0 & W_{d4} \end{bmatrix} \quad (5.75)$$

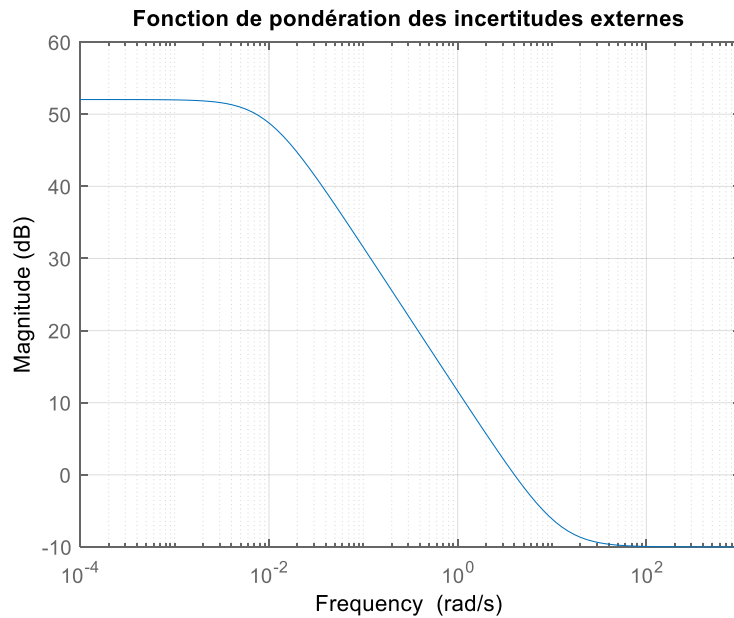


Figure 5.39 : Fonction de pondération des perturbations externes.

Afin de trouver les meilleures performances du robot hexapode dans la phase de propulsion, la matrice de pondération W_e est choisie comme suit :

$$W_{e11} = W_{e22} = W_{e33} = 0.068745 \frac{s+0.009487}{s+12}$$

$$W_{e12} = 0.10201 \frac{s + 0.009487}{s + 12} \quad W_{e13} = 0.21082 \frac{s + 0.009487}{s + 12}$$

$$W_{e21} = 0.24325 \frac{s + 0.004743}{s + 12} \quad W_{e23} = 0.064536 \frac{s + 0.009487}{s + 12}$$

$$W_{e31} = 0.057496 \frac{s + 0.009487}{s + 12} \quad W_{e32} = 0.13176 \frac{s + 0.009487}{s + 12}$$

$$W_e = \begin{bmatrix} W_{e11} & W_{e12} & W_{e13} \\ W_{e21} & W_{e22} & W_{e23} \\ W_{e31} & W_{e32} & W_{e33} \end{bmatrix} \quad (5.76)$$

5.3.2.2 Conception et synthèse du contrôleur H_∞ avec la technique des sensibilités mixtes en phase de propulsion

Le principe de la synthèse du contrôleur H_∞ est détaillé dans la section 5.2.5.4. Le schéma standard du contrôle de système en boucle fermée par la méthode des sensibilités mixtes est donné par la figure 5.40.

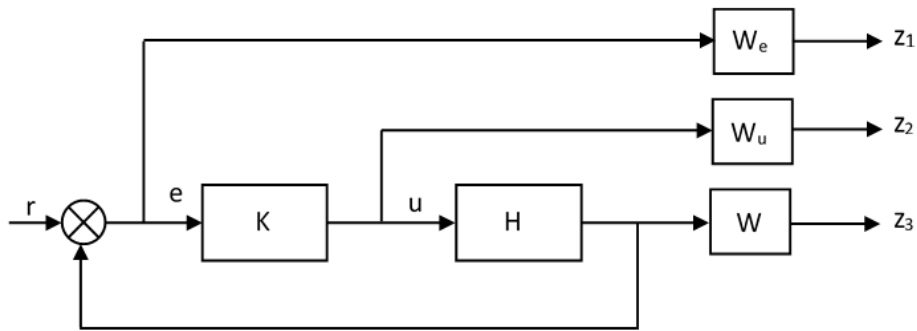


Figure 5.40 : Configuration standard en boucle fermée de la fonction de sensibilité mixte.

La synthèse du contrôleur H_∞ par la technique des sensibilités mixtes est basée sur la minimisation de la fonction coût (5.77) qui résume les objectifs de contrôle du système. Elle se réfère principalement à la taille de certains signaux d'intérêt qui sont mesurés par la norme infinie.

$$T_{rz} = \left\| \begin{array}{c} W_d S \\ W_u K S \\ W T \end{array} \right\|_\infty \leq 1 \quad (5.77)$$

La réponse fréquentielle de la valeur singulière du contrôleur H_∞ avec la technique des sensibilités mixtes est illustrée dans la figure 5.41.

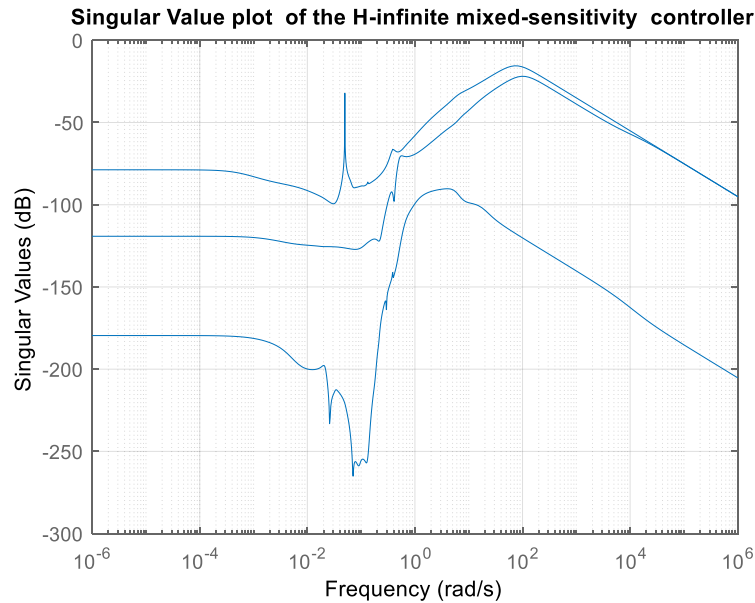


Figure 5.41 : Valeur singulière de la matrice de transfert du contrôleur H_∞ .

A. Analyse de la stabilité robuste et l'atténuation des bruits de mesure des capteurs

Le premier objectif de la conception du contrôleur H_∞ est de garantir une stabilité interne vis-à-vis les incertitudes dynamiques, ainsi l'atténuation des bruits de mesure des capteurs par la minimisation de l'amplitude de la fonction de sensibilité complémentaire de sortie T_o en satisfaisant les conditions (5.78) et (5.79) et issu du théorème de petit gain.

$$\|WT_o\|_\infty \leq 1 \quad (5.78)$$

$$\|W_n T_o W_e\|_\infty \leq 1 \quad (5.79)$$

Par application de ces deux conditions, on trouve les résultats suivants:

$$\|WT_o\|_\infty = 325.4548 \geq 1 \quad (5.80)$$

$$\|W_n T_o W_e\| = 5.8623 \times 10^{-06} \leq 1 \quad (5.81)$$

La norme infinie du terme WT_o est supérieure à 1, donc le contrôleur H_∞ ne garantit pas la stabilité du système dans tout le domaine de la fréquence. Alors, il faut déterminer l'intervalle de la fréquence dont le système est stable. De ce fait, une analyse approfondie de la stabilité est élaborée. En effet, le système atteint la stabilité robuste à partir de la valeur de fréquence $10^{-3.8}$. La norme infinie dans cet intervalle de fréquences donne les résultats suivants:

$$\|WT_o\|_\infty = 0.9461 \leq 1 \quad (5.82)$$

$$\|W_n T_0 W_e\|_\infty = 1.0812 \times 10^{-04} \leq 1 \quad (5.83)$$

B. Analyse des performances robustes, le rejet des perturbations externes et l'atténuation des restrictions sur les actions de contrôle

Afin d'atteindre les performances robustes, le rejet des perturbations externes et l'atténuation des restrictions sur les actions de contrôle, l'amplitude de la fonction de sensibilité de sortie S_0 doit être minimisée, en satisfaisant les conditions (5.84) et (5.85).

$$\|W_d S_0 W_e\|_\infty \leq 1 \quad (5.84)$$

$$\|W_u K S_0\|_\infty \leq 1 \quad (5.85)$$

Appliquant les conditions (5.84) et (5.85), on trouve:

$$\|W_d S_0 W_e\| = 0.1641 \leq 1 \quad (5.86)$$

$$\|W_u K S_0\|_\infty = 0.0172 \leq 1 \quad (5.87)$$

Les résultats (5.86) et (5.87) montre que le système en boucle fermée atteint les performances robustes, le rejet des perturbations externes et l'atténuation des restrictions sur les actions de contrôle.

Les limites supérieure et inférieure de la valeur singulière structurée μ de la stabilité et des performances robustes (sur la marge de fréquences $[10^{-20} : 10^{20}]$) sont illustrées dans les figures 5.42 et 5.43. Le système en boucle fermée avec le contrôleur H_∞ atteint donc la stabilité et les performances robustes tandis que les valeurs maximales de μ ne dépassant pas 1.

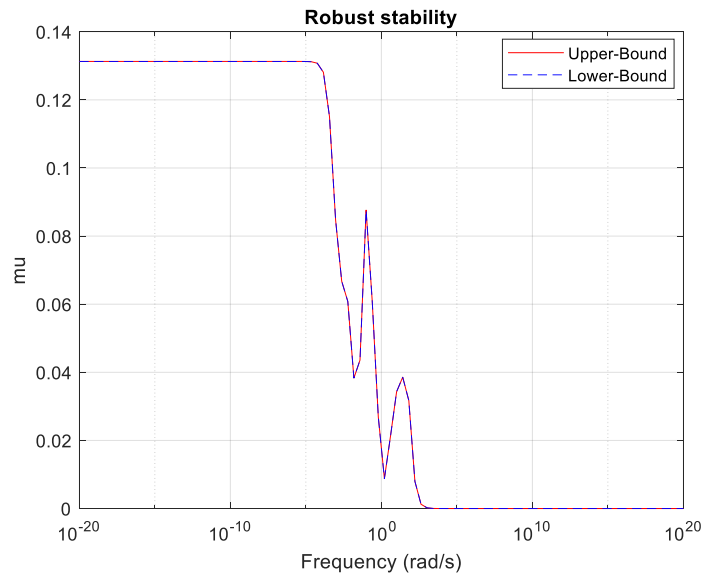


Figure 5.42: Stabilité robuste du système en boucle fermée avec le contrôleur H_∞ .

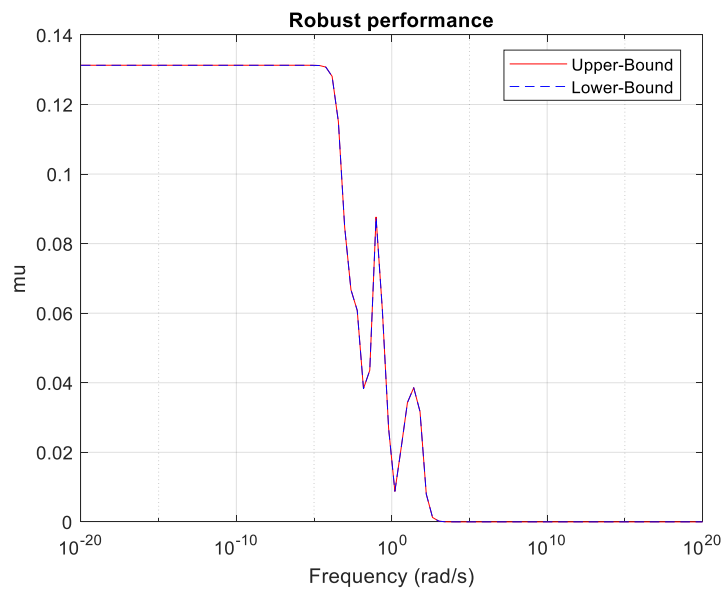


Figure 5.43: Performance robuste du système en boucle fermée avec le contrôleur H_∞ .

5.3.2.3 Conception et synthèse du contrôleur μ -synthèse

L'objectif de cette conception est de déterminer un contrôleur μ -synthèse K , stabilisant le système et obtenant de bonnes performances. Utilisant le critère de stabilité et des performances robustes basé sur le test de la transformation linéaire fractionnaire supérieure, le système en boucle fermée est stable et performant s'il satisfait la condition (5.88).

$$\mu_{\Delta p} \left(F_l(P, K)(j\omega) \right) \leq 1 \quad (5.88)$$

Avec les matrices de pondération choisies pour la commande du système avec le contrôleur H_∞ , et vu la complexité des modèles du système en phase de propulsion le contrôleur μ -synthèse est inabordable.

5.4 Application de la commande H_∞ pour le contrôle du robot hexapode avec une allure et une trajectoire précises

Afin de préserver un comportement souhaité vis-à-vis les perturbations multiples en phase d'élévation et de propulsion du robot hexapode, les approches de contrôle H_∞ et μ -Synthèse sont mises en œuvre dans les sections précédentes d'une manière générale. Dans le but de renforcer les résultats de commande du système trouvés, une application du contrôleur H_∞ pour la commande du robot hexapode en mode de locomotion tripode pour une trajectoire précise est entamée.

Dans cette application seules les premières phases d'élévation et de propulsion du robot en mode de locomotion tripode sont considérées puisqu'il est périodique. Le contrôleur μ -Synthèse ne donne pas des résultats dans la phase de propulsion, donc l'étude de cas est limitée seulement sur le contrôleur H_∞ .

La figure 5.44 présente la première période de l'allure tripode dont les pattes L2, L4 et L6 sont en phase d'élévation effectuant une trajectoire parabolique (en verte), et les pattes L1, L3 et L5 sont en phase de propulsion du corps effectuant une trajectoire linéaire du corps (en rouge).

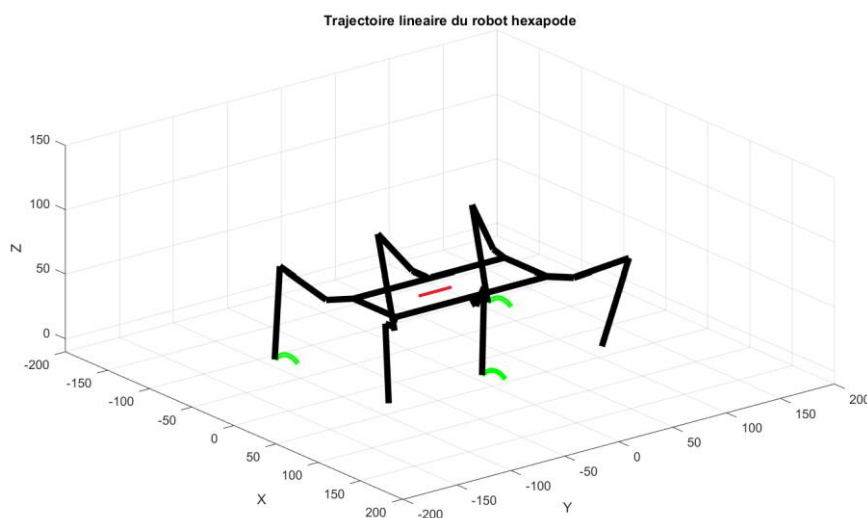


Figure 5.44: Propulsion linéaire du robot avec les pattes L1, L3 et L5 et l'élévation avec les pattes L2, L4 et L6.

5.4.1 Commande robuste du robot hexapode en phase d'élévation par le contrôleur H_∞

Dans la section 5.2.5.4 le contrôleur H_∞ est déterminé d'une manière générale pour une variété des allures et des trajectoires en phase d'élévation. Dans cette partie, ce contrôleur H_∞ est mis en œuvre pour la commande des pattes dans un cas réel de mouvement tenant compte les spécifications de performance et de robustesse en stabilité vis-à-vis les différentes sources de perturbations.

5.4.1.1 Commande robuste de la patte 2

A. Définition des intervalles de la variation des angles articulaires

Afin d'identifier le système dans les différents intervalles de vitesses, il est nécessaire de déterminer les variables articulaires, les vitesses et les accélérations angulaires. De ce fait, la simulation du robot hexapode adoptant l'allure tripode est élaborée dans l'outil SimMechanics™ de la plateforme Matlab-Simulink® afin de récupérer les variables articulaires et les couples que subissent les pattes afin d'effectuer les trajectoires générées.

La vitesse et l'accélération angulaires sont déduites à partir les expressions temporelles des variables articulaires. En revanche, ces dernières sont récupérées sous forme des valeurs numériques présentées par une courbe. De ce fait, une estimation sous forme d'une expression temporelle de cette courbe est nécessaire. Pour ce faire, la méthode de la régression polynomiale est utilisée. Elle consiste généralement à déterminer les paramètres d'un polynôme de degré croissant passant par tous les points de la courbe.

a. Estimation de la variable articulaire θ_1

La figure 5.45 présente la courbe de la variable articulaire θ_1 effectuée par le robot afin de suivre la trajectoire parabolique planifiée.

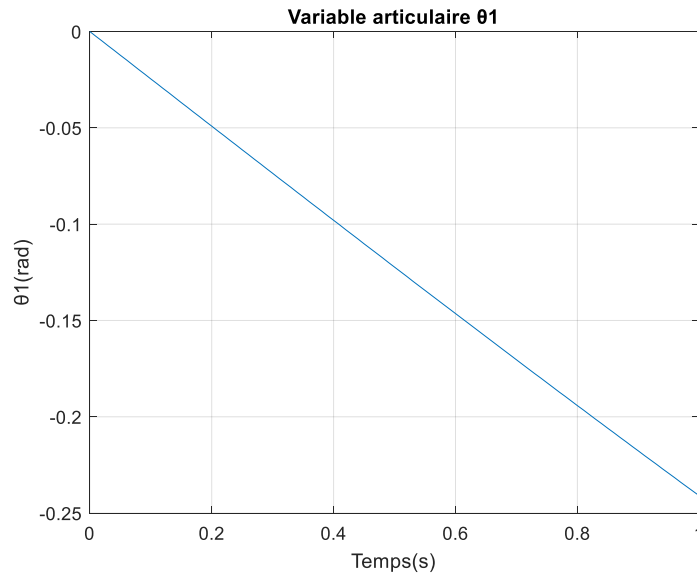


Figure 5.45: Variable articulaire θ_1 de la patte 2 en phase d'élévation.

La vitesse de mouvement du robot hexapode est décomposée en quatre intervalles : l'intervalle des petites vitesses, deux intervalles des moyennes vitesses et un des grandes vitesses. En effet, le modèle du système diffère d'une plage à une autre. La méthode de la régression polynomiale est utilisée alors pour l'estimation de la courbe de variable articulaire θ_1 dans chacun des intervalles.

La variable articulaire θ_1 , la vitesse angulaire est l'accélération dans la plage des petites vitesses sont données par les expressions (5.89), (5.90) et (5.91).

$$\theta_{112}(t) = 0.0116t^3 - 0.0033t^2 - 0.2454t \quad (5.89)$$

$$\dot{\theta}_{112}(t) = 0.0348t^2 + 0.0066t - 0.2454 \quad (5.90)$$

$$\ddot{\theta}_{112} = 0.0696t + 0.0066 \quad (5.91)$$

Les équations (5.92), (5.93) et (5.94) présentent respectivement l'estimation polynomiale de la variable articulaire θ_1 , de la vitesse angulaire, et de l'accélération dans la plage des moyennes vitesses.

$$\theta_{122}(t) = 0.0107t^3 - 0.0081t^2 - 0.2421t - 0.0006 \quad (5.92)$$

$$\dot{\theta}_{122}(t) = 0.0321t^2 + 0.0162t - 0.2421 \quad (5.93)$$

$$\ddot{\theta}_{122} = 0.0642t + 0.0162 \quad (5.94)$$

L'estimation de la variable articulaire θ_1 , de la vitesse et de l'accélération angulaires dans la plage des grandes vitesses sont données par les équations (5.95), (5.96) et (5.97).

$$\theta_{132}(t) = 0.0018 t^3 + 0.0071 t^2 - 0.2516 t + 0.0016 \quad (5.95)$$

$$\dot{\theta}_{132}(t) = 0.0054 t^2 + 0.0142 t - 0.2516 \quad (5.96)$$

$$\ddot{\theta}_{132}(t) = 0.0108 t + 0.0142 \quad (5.97)$$

b. Estimation de la variable articulaire θ_2

La figure 5.46 présente la courbe de la variable articulaire θ_2 effectuée par le robot afin de suivre la trajectoire parabolique planifiée en phase d'élévation du robot hexapode.

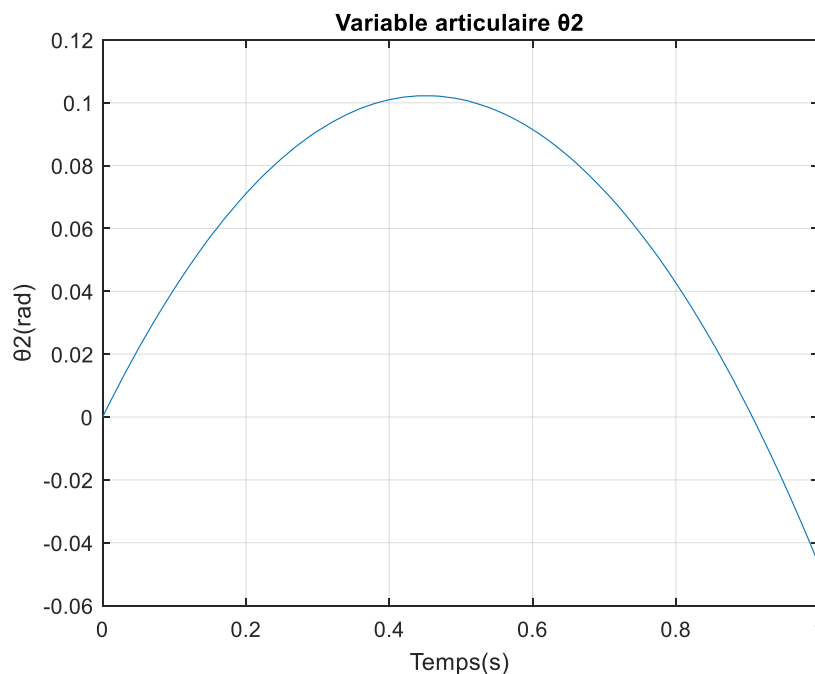


Figure 5.46: Variable articulaire θ_2 de la patte 2 en phase d'élévation.

Les équations (5.98), (5.99) et (5.100) présentent respectivement l'estimation polynomiale de la variable articulaire θ_2 dans les trois intervalles de vitesses avec la méthode de régression polynomiale de la courbe montrée sur la figure 5.46.

$$\theta_{212}(t) = 0.0474 t^3 - 0.5433 t^2 + 0.4620 t \quad (5.98)$$

$$\theta_{222}(t) = -0.0081 t^3 - 0.4753 t^2 + 0.4341 t + 0.0039 \quad (5.99)$$

$$\theta_{232}(t) = -0.0704 t^3 - 0.3434 t^2 + 0.3407 t + 0.0260 \quad (5.100)$$

c. Estimation de la variable articulaire θ_3

La courbe de la variable articulaire θ_3 effectuée par la patte 2 afin de suivre la trajectoire parabolique planifiée est illustrée sur la figure 5.47.

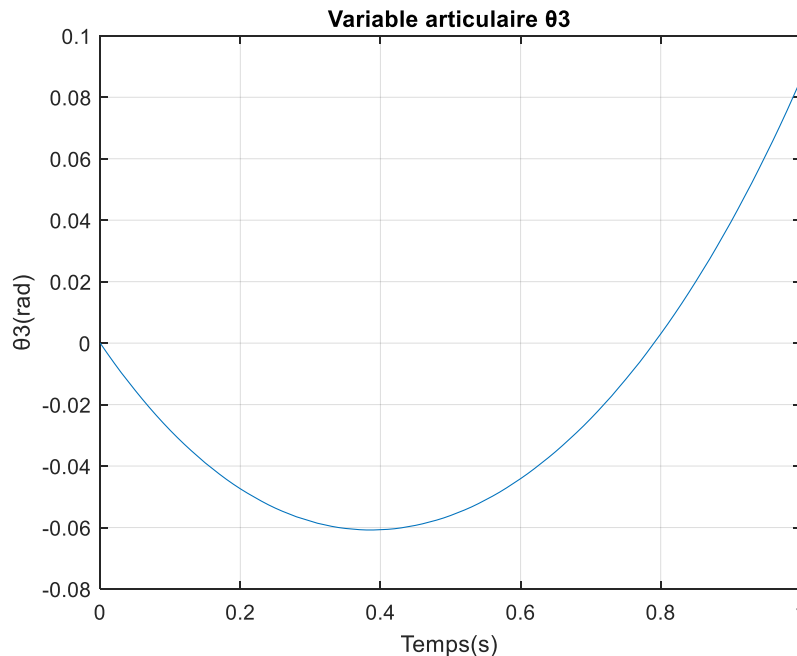


Figure 5.47: Variable articulaire θ_3 de la patte 2 en phase d'élévation.

Les équations (5.101), (5.102) et (5.103) présentent respectivement l'estimation polynomiale de la variable articulaire θ_3 dans les différents intervalles de vitesses avec la méthode de la régression polynomiale de la courbe montrée sur la figure 5.47.

$$\theta_{312}(t) = -0.1485 t^3 + 0.5118 t^2 - 0.3332 t \quad (5.101)$$

$$\theta_{322}(t) = 0.0272 t^3 + 0.3281 t^2 - 0.2656 t - 0.0087 \quad (5.102)$$

$$\theta_{332}(t) = 0.2035 t^3 - 0.0495 t^2 + 0.0060 t - 0.0743 \quad (5.103)$$

B. Identification du système

Après avoir déterminé les variables articulaires, les vitesses et les accélérations angulaires, le modèle dynamique de la patte est utilisé afin d'extraire les couples générés par le robot hexapode afin d'effectuer la trajectoire planifiée. En effet, une identification boîte grise est élaboré afin de déterminer les modèles du système dans les différents intervalles de la vitesse.

La matrice A est la matrice de transfert du système dans la plage de petites vitesses. B et C présentent, respectivement, les matrices de transfert dans les moyennes et les grandes vitesses dont leurs expressions sont données dans l'annexe E. Ainsi, le tracé de Bode de ces matrices de transfert est montré sur la figure 5.48.

$$\begin{aligned}
 A_{11} &= \frac{-0.008334s + 0.000233}{s^2 + 0.05217s + 0.0009896} & A_{12} &= \frac{-0.003391s - 1.475 \times 10^{-5}}{s^2 + 0.0228s + 0.0001839} \\
 A_{13} &= \frac{0.00742s + 0.000175}{s^2 + 0.06586s + 0.001505} & A_{21} &= \frac{0.01567s - 0.0004038}{s^2 + 0.03349s + 0.0004603} \\
 A_{22} &= \frac{0.006382s - 0.000126}{s^2 + 0.02156s + 0.0001642} & A_{23} &= \frac{-0.01396s - 0.0001033}{s^2 + 0.02987s + 0.0002676} \\
 A_{31} &= \frac{-0.01129s + 0.0003473}{s^2 + 0.04868s + 0.0009835} & A_{32} &= \frac{-0.004603s + 9.025 \times 10^{-5}}{s^2 + 0.02898s + 0.0003341} \\
 A_{33} &= \frac{0.01006s - 0.0001451}{s^2 + 0.02829s + 0.000158}
 \end{aligned}$$

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{23} & A_{33} \end{bmatrix} \quad (5.104)$$

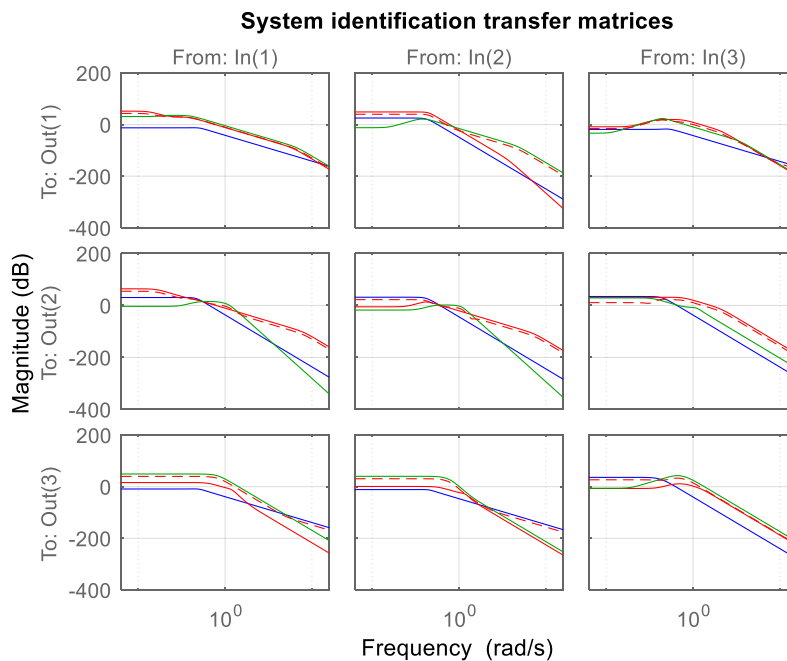


Figure 5.48 : Identification du système dans les différents intervalles de vitesses.

C. Identification des incertitudes dynamiques

La matrice de pondération W qui représente la limite supérieure des incertitudes dynamiques est déterminée graphiquement comme il est montré dans la figure 5.49 et présentée par la matrice(5.105).

$$W_{11} = 2.0935 \frac{s^2 + 1.078 \times 10^4 s + 1.9997}{s^2 + 2.056 \times 10^4 s + 2.2431}$$

$$W_{12} = 2.0361 \frac{s^2 + 0.8780 s + 0.1790}{s^2 + 1.0392 s + 0.1981}$$

$$W_{13} = 2.011 \frac{s^2 + 231.131 s + 7.268}{s^2 + 275.444 s + 12.296}$$

$$W_{21} = 2.577 \frac{s^2 + 0.054 s + 3.702 \times 10^{-4}}{s^2 + 0.155 s + 4.864 \times 10^{-4}}$$

$$W_{22} = 2.1584 \frac{s^2 + 7.143 s + 23.57}{s^2 + 2.429 s + 25.71}$$

$$W_{23} = 2.1006 \frac{s^2 + 0.0144 s + 0.0002}{s^2 + 0.0056 s + 1.936 \times 10^{-5}}$$

$$W_{31} = 2.0109 \frac{s^2 + 2500 s + 6.814 \times 10^6}{s^2 + 2979 s + 6.436 \times 10^6}$$

$$W_{32} = 1.996 \frac{s^2 + 46.6670 s + 266.68}{s^2 + 75.005 s + 226.6867}$$

$$W_{33} = 2.7806 \frac{s^2 + 0.0259 s + 1.6176 \times 10^{-4}}{s^2 + 0.0542 s + 2.0387 \times 10^{-4}}$$

$$W = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} \\ W_{31} & W_{32} & W_{33} \end{bmatrix} \quad (5.105)$$

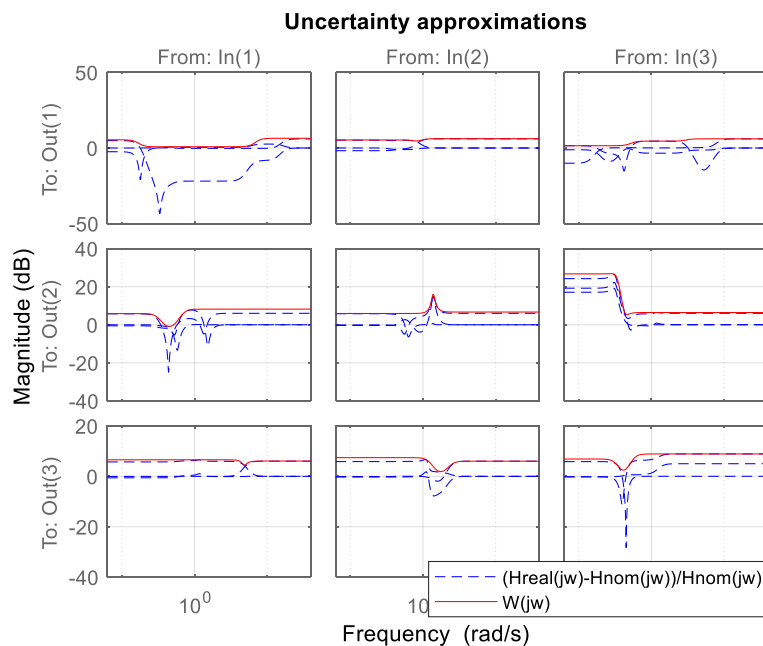


Figure 5.49 : Approximation du système incertain par la représentation multiplicative.

D. Application du contrôleur H_∞

Le contrôleur H_∞ trouvé pour la commande du robot hexapode en phase d'élévation dans le cas général (Section 5.2) est appliqué dans cette étude de cas sur la patte 2 afin d'atteindre un compromis entre la stabilité et les performances robustes. La réponse fréquentielle de la valeur singulière du contrôleur H_∞ est présentée par la figure 5.17.

D.1 Analyse de la stabilité robuste et l'atténuation des bruits de mesure des capteurs

L'atténuation des bruits de mesure des captures et la stabilité robuste sont garanties par la minimisation de l'amplitude de la fonction de sensibilité complémentaire en sortie T_0 en satisfaisant les conditions de la fonction coût (5.41) données dans la section 5.2.5.4 et issu du théorème de petit gain.

$$\|WT_0\|_\infty = 7.3168 \geq 1 \quad (5.106)$$

$$\|W_n T_0 W_e\|_\infty = 9.9591 \times 10^{-07} \leq 1 \quad (5.107)$$

La norme infinie de WT_0 est supérieure à 1, donc le système n'atteint pas la stabilité robuste qu'à partir la valeur de la fréquence 10^{-1} . La norme infinie dans cet intervalle de fréquences donne les résultats suivants:

$$\|WT_0\|_\infty = 0.8113 \leq 1 \quad (5.108)$$

$$\|W_n T_0 W_e\|_\infty = 9.9742 \times 10^{-07} \leq 1 \quad (5.109)$$

En effet, le contrôleur H_∞ avec la technique des sensibilités mixtes permettant de garantir la stabilité robuste et l'atténuation des bruits de mesure des capteurs pour la patte 2 du robot hexapode.

D.2 Analyse des performances robustes, le rejet des perturbations externes et l'atténuation des restrictions sur les actions de contrôle

Les performances robustes, le rejet des perturbations externes et l'atténuation des restrictions sur l'action de contrôle nécessitent la minimisation de l'amplitude de la fonction de sensibilité de sortie S_0 , en satisfaisant les conditions déduites de la fonction coût. Par application de ces conditions on trouve que la norme infinie des deux relations (5.110) et (5.111) est inférieure à 1, alors le système atteint les performances robustes, le rejet des perturbations externes et l'atténuation des restrictions sur les actions de contrôle.

$$\|W_d S_0 W_e\|_\infty = 0.0675 \leq 1 \quad (5.110)$$

$$\|W_u K S_0\|_\infty = 0.0016 \leq 1 \quad (5.111)$$

Les limites supérieure et inférieure de la valeur singulière structurée μ de la stabilité et des performances robustes sont inférieures à 1 ce qui montre que le système en boucle fermée avec le contrôleur H_∞ atteint la stabilité et les performances robustes (Figure 5.50 et 5.51).

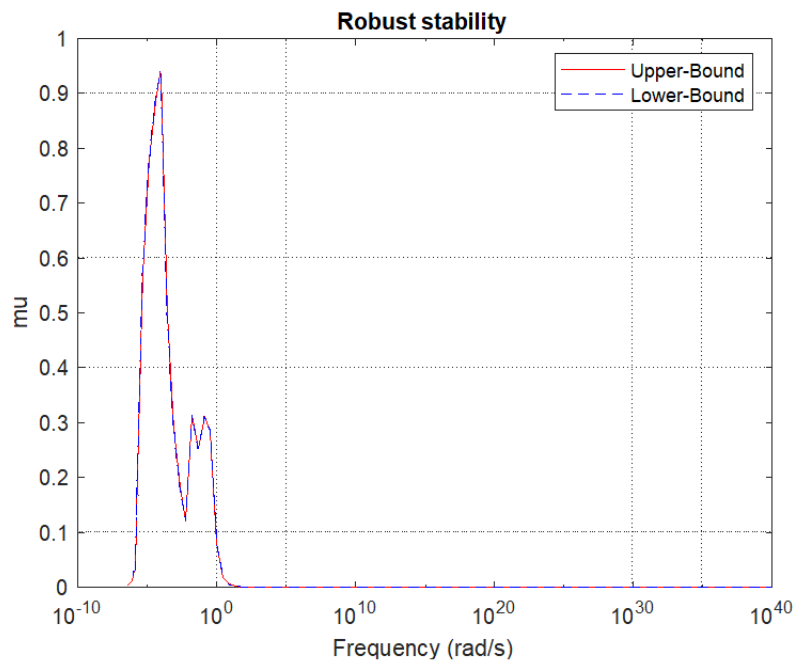


Figure 5.50: Stabilité robuste du système en boucle fermée avec le contrôleur H_∞ .

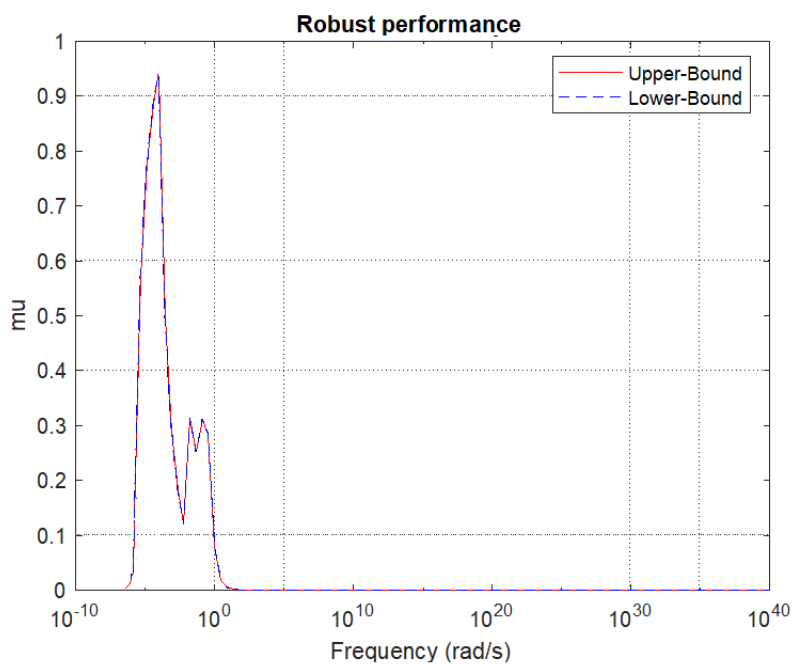


Figure 5.51: Performance robuste du système en boucle fermée avec le contrôleur H_∞ .

5.4.1.2 Commande robuste de la patte 4

A. Définition des intervalles de variation des angles articulaires

Comme déjà illustrée dans la définition des variables articulaires de la patte 2, la méthode de la régression polynomiale est utilisée pour trouver les expressions des paramètres nécessaires pour la commande robuste de la patte 4.

a. Estimation de la variable articulaire θ_1

La figure 5.52 présente la courbe de la variable articulaire θ_1 effectuée afin de suivre la trajectoire parabolique par la patte 4.

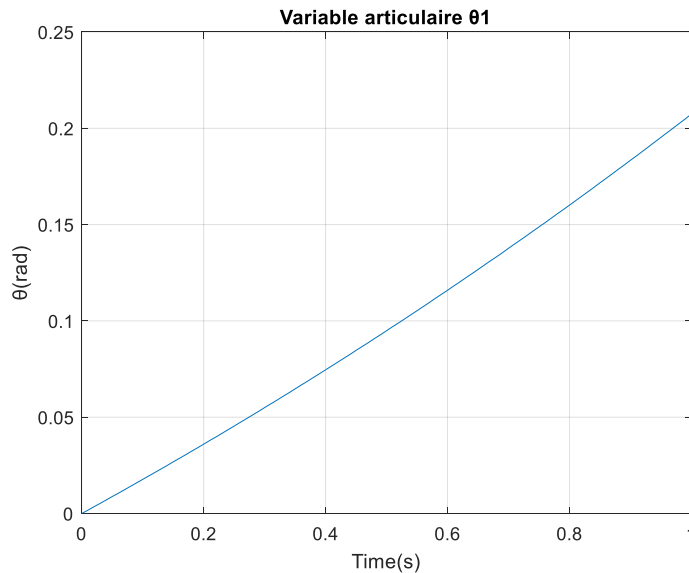


Figure 5.52: Variable articulaire θ_1 de la patte 4 en phase d'élévation.

Les équations (5.112), (5.113) et (5.114) présentent respectivement l'estimation polynomiale de la variable articulaire θ_1 dans les trois intervalles de vitesses (petites, moyennes et grandes) avec la méthode de la régression polynomiale de la courbe montrée sur la figure 5.52.

$$\theta_{114}(t) = 0.0091t^3 + 0.0275t^2 + 0.1742t \quad (5.112)$$

$$\theta_{124}(t) = 0.0113t^3 + 0.0191t^2 + 0.1789t - 0.0008 \quad (5.113)$$

$$\theta_{134}(t) = -0.0008t^3 + 0.0402t^2 + 0.1658t + 0.0022 \quad (5.114)$$

b. Estimation de la variable articulaire θ_2

La figure 5.53 présente la courbe de la variable articulaire θ_2 de la patte 4.

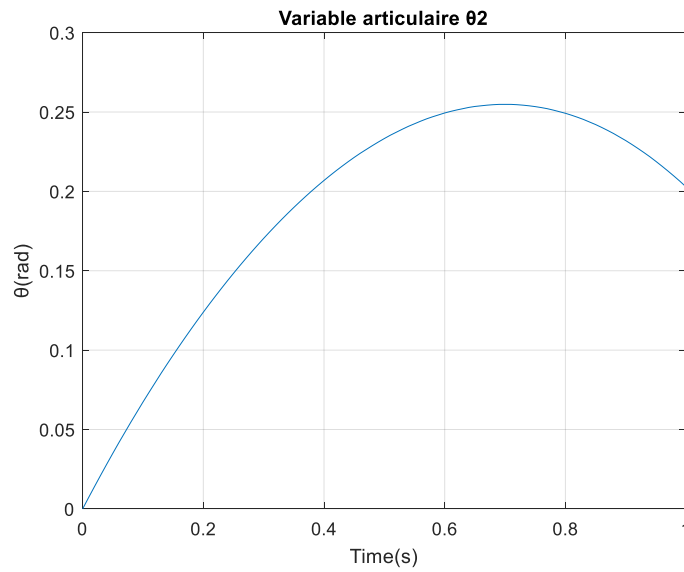


Figure 5.53: Variable articulaire θ_2 de la patte 4 en phase d'élévation.

Les équations (5.115), (5.116) et (5.117) présentent respectivement l'estimation polynomiale de la variable articulaire θ_2 dans les différents intervalles de vitesses.

$$\theta_{214}(t) = 0.0784t^3 - 0.5555t^2 + 0.7276t \quad (5.115)$$

$$\theta_{224}(t) = -0.0437t^3 - 0.4510t^2 + 0.6966t + 0.0032 \quad (5.116)$$

$$\theta_{234}(t) = -0.0744t^3 - 0.3995t^2 + 0.6685t + 0.0081 \quad (5.117)$$

c. Estimation de la variable articulaire θ_3

La figure 5.54 illustre la courbe de la variable articulaire θ_3 de la patte 4 en phase d'élévation pour une trajectoire parabolique.

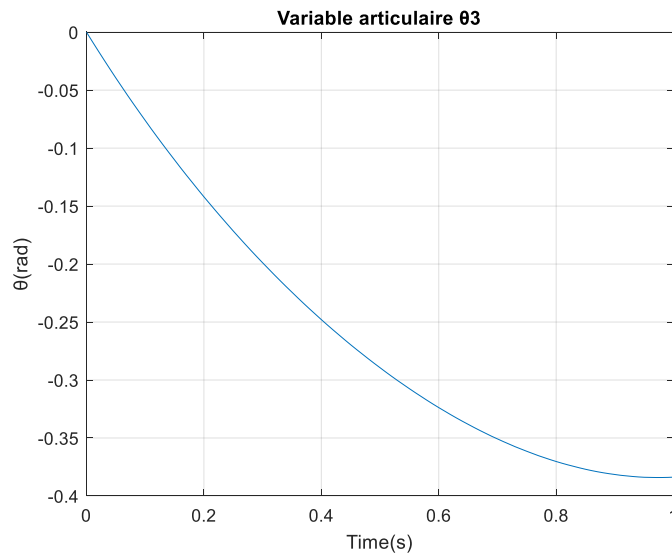


Figure 5.54: Variable articulaire θ_3 de la patte 4 en phase d'élévation.

Les équations (5.118), (5.119) et (5.120) présentent respectivement l'estimation polynomiale de la variable articulaire θ_3 dans la plage des petites, moyennes et grandes vitesses.

$$\theta_{314}(t) = -0.2316t^3 + 0.5844t^2 - 0.8174t \quad (5.118)$$

$$\theta_{324}(t) = -0.0148t^3 + 0.3848t^2 - 0.7530t - 0.0073 \quad (5.119)$$

$$\theta_{334}(t) = 0.1386t^3 + 0.0767t^2 - 0.5439t - 0.0552 \quad (5.120)$$

B. Identification du système

L'identification boîte grise est adoptée afin de déterminer les modèles du système dans les différents intervalles de vitesses. A_l est la matrice de transfert du système dans la plage des petites vitesses. B_l et C_l présentent, respectivement, les matrices de transfert dans les moyennes et grandes vitesses dont leurs expressions sont données dans l'annexe F. Ainsi, le tracé de Bode de ces matrices de transfert est montré dans la figure 5.55.

$$A_{l11} = \frac{-0.008337s + 0.0008058}{s^2 + 0.03723s + 6.554 \times 10^{-5}}$$

$$A_{l12} = \frac{0.001671s - 7.414 \times 10^{-5}}{s^2 + 0.05424s + 0.0004497}$$

$$A_{l13} = \frac{-0.00191s + 1.343 \times 10^{-5}}{s^2 + 0.01947s + 0.0001665}$$

$$A_{l21} = \frac{-0.0348s + 0.0005244}{s^2 + 0.03264s + 0.0005335}$$

$$A_{l22} = \frac{0.006978s - 6.211 \times 10^{-5}}{s^2 + 0.01899s + 0.0001817}$$

$$A_{l23} = \frac{-0.00797s + 0.0001137}{s^2 + 0.01503s + 0.0001302}$$

$$A_{l31} = \frac{0.0391s + 0.0009387}{s^2 + 0.04361s + 0.000666}$$

$$A_{l32} = \frac{-0.007839s - 9.028 \times 10^{-5}}{s^2 + 0.03836s + 0.0006094}$$

$$A_{I33} = \frac{0.008955s + 0.0002745}{s^2 + 0.0319s + 3.606 \times 10^{-5}}$$

$$A_I = \begin{bmatrix} A_{I11} & A_{I12} & A_{I13} \\ A_{I21} & A_{I22} & A_{I23} \\ A_{I31} & A_{I23} & A_{I33} \end{bmatrix} \quad (5.121)$$

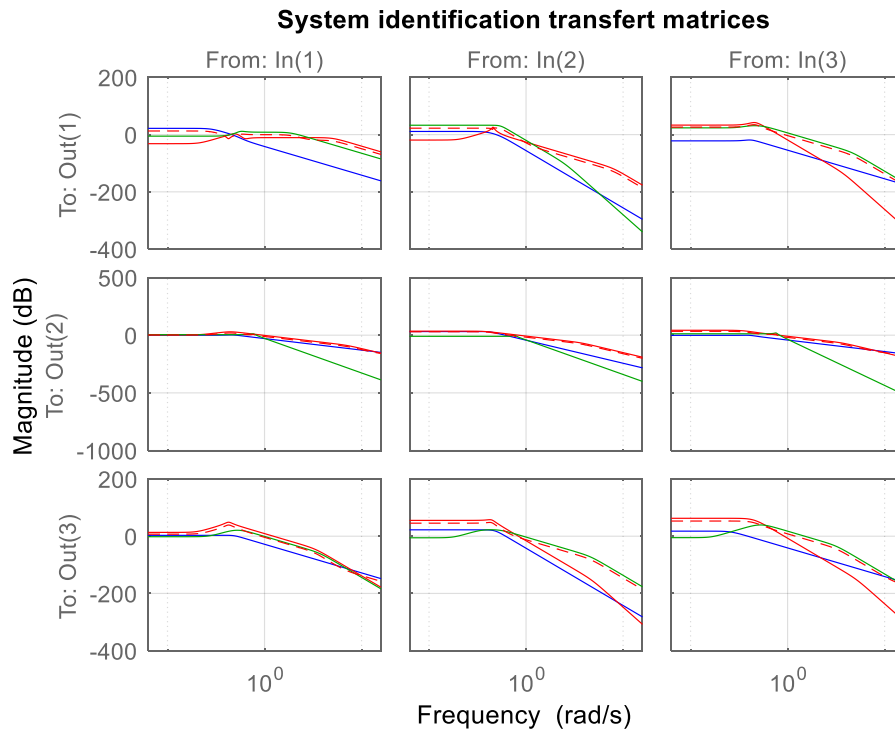


Figure 5.55 : Identification du système dans les trois intervalles de la vitesse.

C. Identification des incertitudes dynamiques

La matrice de pondération W illustrée en rouge dans la figure 5.56 représente la limite supérieure des incertitudes dynamiques (montrées en bleu). Elle est déterminée graphiquement et représentée par la matrice (122).

$$W_{11} = 1.8786 \frac{s^2 + 0.0387s + 2.3868 \times 10^{-4}}{s^2 + 0.008235s + 0.0002353}$$

$$W_{12} = 2.0534 \frac{s^2 + 0.007692s + 0.000405}{s^2 + 0.003758s + 0.0003632}$$

$$W_{13} = 2.1273 \frac{s^2 + 0.0895s + 4.0589 \times 10^{-4}}{s^2 + 0.1358s + 6.8591 \times 10^{-4}}$$

$$W_{21} = 2.0074 \frac{s^2 + 0.1758s + 3.1 \times 10^{-5}}{s^2 + 0.1113s + 2.3 \times 10^{-4}}$$

$$W_{22} = 2.0734 \frac{s^2 + 0.8000s + 0.0250}{s^2 + 0.3604s + 0.05045}$$

$$W_{23} = 2.0693 \frac{s^2 + 0.8981s + 0.1481}{s^2 + 0.12s + 0.16}$$

$$W_{31} = 2.0257 \frac{s^2 + 3.2260 \times 10^4 s + 13.5492}{s^2 + 1.1430 \times 10^4 s + 22.86}$$

$$W_{32} = 2.0063 \frac{s^2 + 0.1269 s + 0.007646}{s^2 + 0.09783 s + 0.007338}$$

$$W_{33} = 2.0496 \frac{s^2 + 0.06715 s + 0.004403}{s^2 + 0.1245 s + 0.004466}$$

$$W = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} \\ W_{31} & W_{32} & W_{33} \end{bmatrix} \quad (5.122)$$

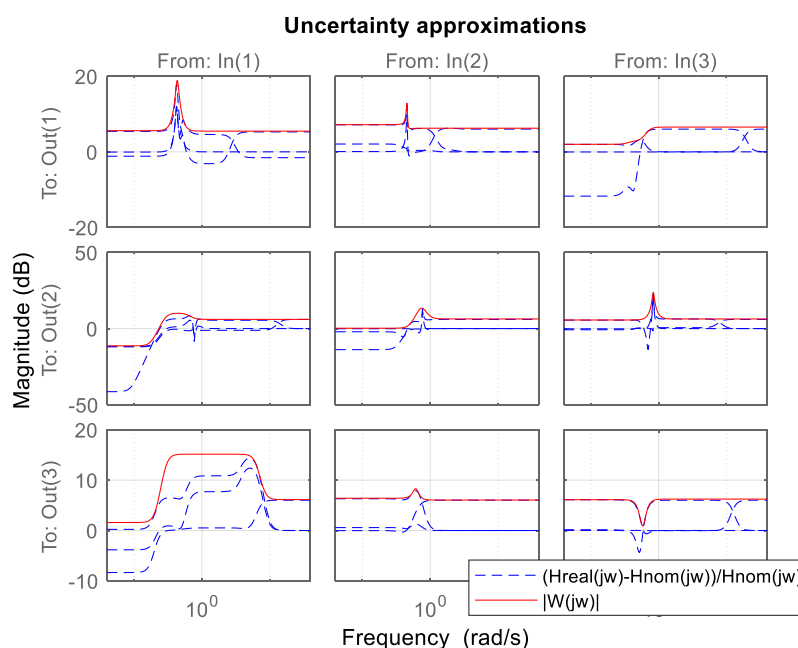


Figure 5.56 : Approximation du système incertain par la représentation multiplicative.

D. Application du contrôleur H_∞

Le contrôleur H_∞ trouvé pour la commande du robot hexapode en phase d'élévation dans le cas général (Section 5.2) est appliqué dans cette étude de cas pour le contrôle de la patte 4 afin d'atteindre les objectifs demandés. La réponse fréquentielle de la valeur singulière du contrôleur H_∞ est présentée dans la figure 5.17 (Section 5.2.5.4).

D.1 Analyse de la stabilité robuste et l'atténuation des bruits de mesure des capteurs

La stabilité robuste et l'atténuation des bruits de mesure des captures sont garanties par la minimisation de l'amplitude de la fonction de sensibilité complémentaire de sortie T_o en

satisfaisant les conditions de la fonction coût (5.41) données dans la section 5.2.5.4 et issu du théorème de petit gain.

$$\|WT_0\|_{\infty} = 16.8419 \geq 1 \quad (5.123)$$

$$\|W_n T_0 W_e\|_{\infty} = 3.1830 \times 10^{-06} \leq 1 \quad (5.124)$$

La norme infinie de WT_0 est supérieure à 1, donc le système n'atteint pas la stabilité robuste qu'à partir la fréquence $10^{-1.25}$ déterminée après une analyse approfondie de la stabilité du système. Les résultats de calcul de la norme infinie des deux conditions dans la nouvelle plage de fréquences sont présentés par les expressions (5.125) et (5.126).

$$\|WT_0\|_{\infty} = 0.9655 \leq 1 \quad (5.125)$$

$$\|W_n T_0 W_e\|_{\infty} = 3.0963 \times 10^{-06} \leq 1 \quad (5.126)$$

En effet, le contrôleur H_{∞} avec la technique des sensibilités mixtes permettant d'atteindre la stabilité robuste et l'atténuation des bruits de mesure des capteurs dans le contrôle de la patte 4.

D.2 Analyse des performances robustes, le rejet des perturbations externes et l'atténuation des restrictions sur l'action de contrôle

Les performances robustes, le rejet des perturbations externes et l'atténuation des restrictions sur l'action de contrôle, nécessitent la minimisation de l'amplitude de la fonction de sensibilité de sortie S_0 , en satisfaisant les conditions de la fonction cout. Par application de ces conditions on trouve que la norme infinie des deux relations (5.127) et (5.128) est inférieure à 1, alors le système atteint les performances robustes, le rejet des perturbations externes et l'atténuation des restrictions sur les actions de contrôle.

$$\|W_d S_0 W_e\|_{\infty} = 0.2540 \leq 1 \quad (5.127)$$

$$\|W_u K S_0\|_{\infty} = 0.0017 \leq 1 \quad (5.128)$$

Une autre méthode se basant sur le calcul et le tracé des limites supérieure et inférieure de la valeur singulière structurée μ de la stabilité et des performances robustes montre que le système en boucle fermée avec le contrôleur H_{∞} atteint la stabilité et les performances robustes puisque les valeurs maximales de μ sont inférieures à 1 comme illustré dans les figures 5.57 et 5.58.

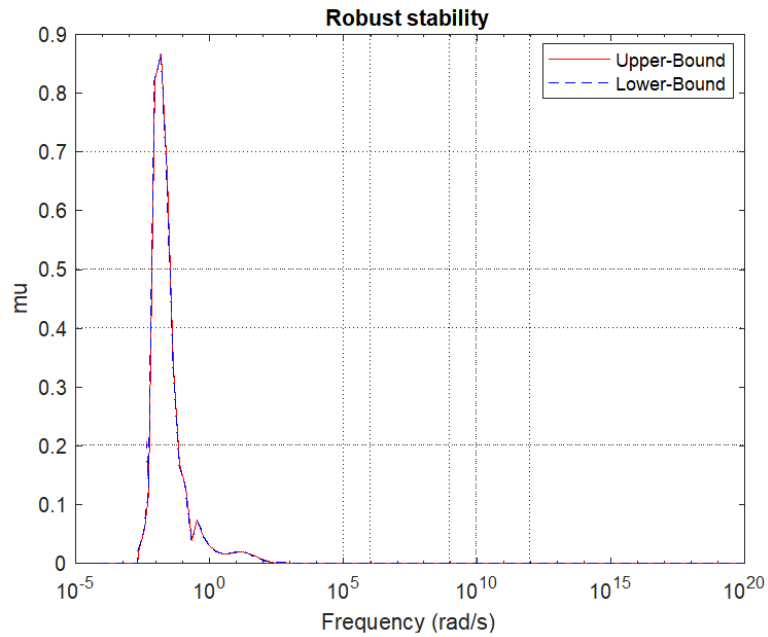


Figure 5.57: Stabilité robuste du système en boucle fermée avec le contrôleur H_∞ .

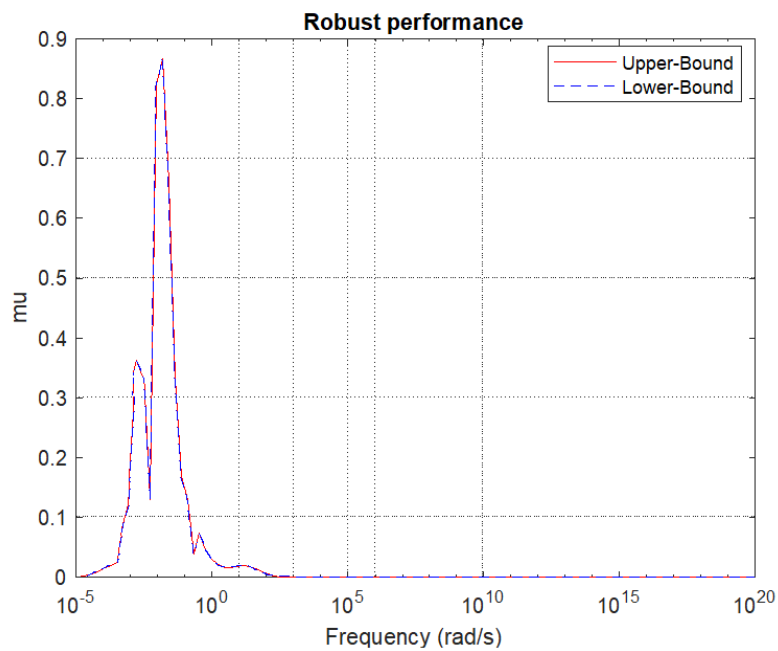


Figure 5.58: Performance robuste du système en boucle fermée avec le contrôleur H_∞ .

5.4.1.3 Commande robuste de la patte 6

A. Définition des intervalles de variation des angles articulaires

Comme déjà illustrée dans la définition des variables articulaires de la patte 2, la méthode de la régression polynomiale est utilisée afin de trouver les expressions temporelles des variables articulaires, des vitesses et des accélérations angulaires de la patte 6.

a. Estimation de la variable articulaire θ_1

La figure 5.59 présente la courbe de la variable articulaire θ_1 de la patte 6 dans une trajectoire parabolique en phase d'élévation.

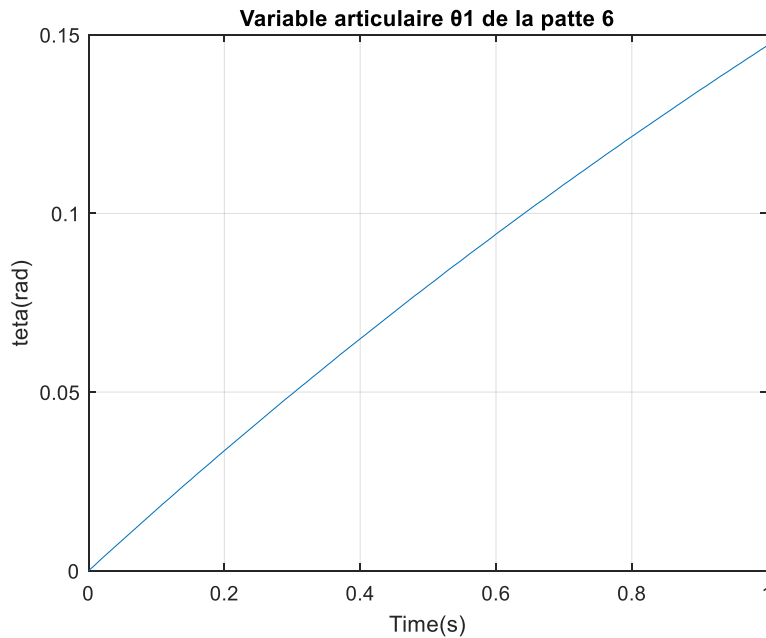


Figure 5.59: Variable articulaire θ_1 de la patte 6 en phase d'élévation.

Les équations (5.129), (5.130) et (5.131) présentent respectivement l'estimation polynomiale de la variable articulaire θ_1 dans les trois intervalles des vitesses (petites, moyennes et grandes) avec la méthode de la régression polynomiale de la courbe montrée sur la figure 5.59.

$$\theta_{116}(t) = 0.0048t^3 - 0.0313t^2 + 0.1741t \quad (5.129)$$

$$\theta_{126}(t) = 0.0016t^3 - 0.0270t^2 + 0.1721t + 0.0003 \quad (5.130)$$

$$\theta_{136}(t) = 0.0036t^3 - 0.0307t^2 + 0.1742t - 0.0001 \quad (5.131)$$

b. Estimation de la variable articulaire θ_2

La figure 5.60 présente la courbe de la variable articulaire θ_2 de la patte 6 dans une trajectoire planifiée en phase d'élévation.

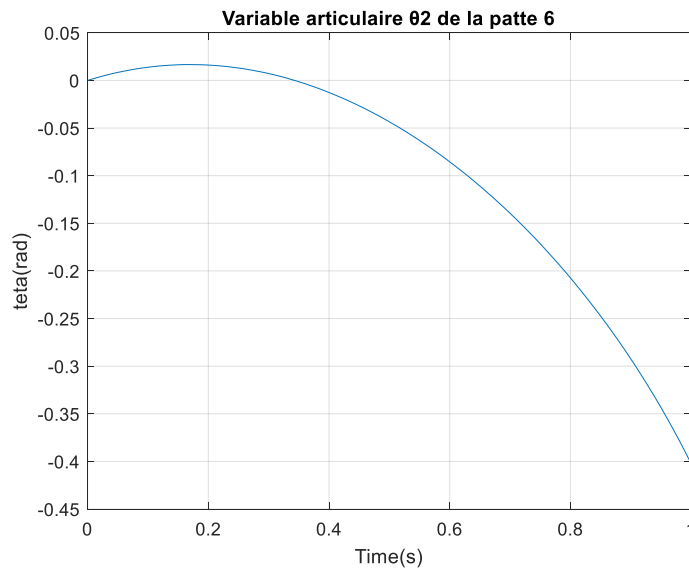


Figure 5.60: Variable articulaire θ_2 de la patte 6 en phase d'élévation.

Les équations (5.132), (5.133) et (5.134) présentent respectivement l'estimation polynomiale de la variable articulaire θ_2 dans les différents intervalles de la vitesse.

$$\theta_{216}(t) = 0.0701t^3 - 0.6002t^2 + 0.1977t \quad (5.132)$$

$$\theta_{226}(t) = -0.1006t^3 - 0.4137t^2 + 0.1264t + 0.0094 \quad (5.133)$$

$$\theta_{236}(t) = -1.2151t^3 + 2.0541t^2 - 1.7051t + 0.4644 \quad (5.134)$$

c. Estimation de la variable articulaire θ_3

La figure 5.61 illustre la courbe de la variable articulaire θ_3 de la patte 6 en phase d'élévation.

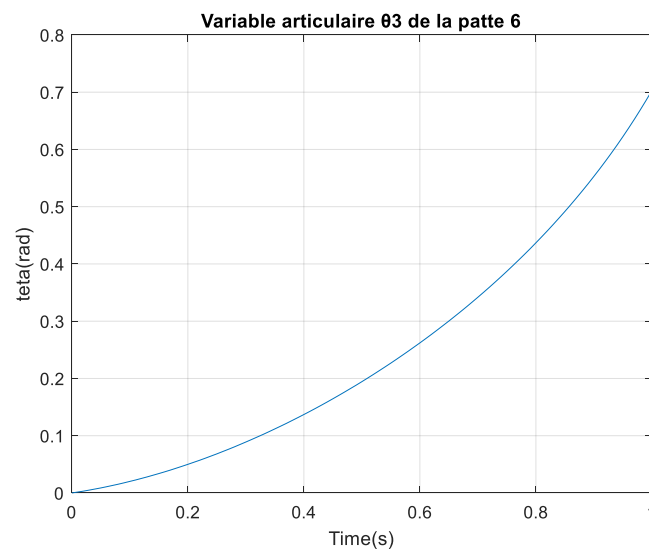


Figure 5.61: Variable articulaire θ_3 de la patte 6 en phase d'élévation.

Les équations (5.135), (5.136) et (5.137) présentent respectivement l'estimation polynomiale de la variable articulaire θ_3 avec la méthode de la régression polynomiale de la courbe illustrée sur la figure 5.61.

$$\theta_{316}(t) = -0.0664 t^3 + 0.5008 t^2 + 0.1524 t \quad (5.135)$$

$$\theta_{326}(t) = 0.2155 t^3 + 0.1966 t^2 + 0.2653 t - 0.0143 \quad (5.136)$$

$$\theta_{336}(t) = 2.0127 t^3 - 3.7688 t^2 + 3.2010 t - 0.7424 \quad (5.137)$$

B. Identification du système

La matrice A_6 présentée par (5.138) est la matrice de transfert du système dans la plage des petites vitesses. B_6 et C_6 présentent, respectivement, les matrices de transfert dans les moyennes et les grandes vitesses, dont leurs expressions, sont données dans l'annexe G. Ainsi, le tracé de Bode de ces matrices de transfert est montré sur la figure 5.62.

$$\begin{aligned} A_{11} &= \frac{-0.008292 s + 0.0008078}{s^2 + 0.1035 s + 0.0007938} & A_{12} &= \frac{0.004288 s - 1.859 \times 10^{-5}}{s^2 + 0.03462 s + 7.21 \times 10^{-5}} \\ A_{13} &= \frac{0.006887 s - 0.0006694}{s^2 + 0.1478 s + 0.005017} & A_{21} &= \frac{-0.009409 s + 0.0005272}{s^2 + 0.007129 s + 0.000232} \\ A_{22} &= \frac{0.004862 s - 0.0002761}{s^2 + 0.03882 s + 0.0003485} & A_{23} &= \frac{0.00782 s - 0.0004434}{s^2 + 0.05112 s + 9.515 \times 10^{-5}} \\ A_{31} &= \frac{-0.007311 s - 0.0004962}{s^2 + 0.006154 s + 7.801 \times 10^{-5}} & A_{32} &= \frac{0.003763 s + 0.0002507}{s^2 + 0.0367 s + 0.0003089} \\ A_{33} &= \frac{0.006052 s + 0.0004079}{s^2 + 0.04969 s + 1.393 \times 10^{-5}} \end{aligned}$$

$$A_6 = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \quad (5.138)$$

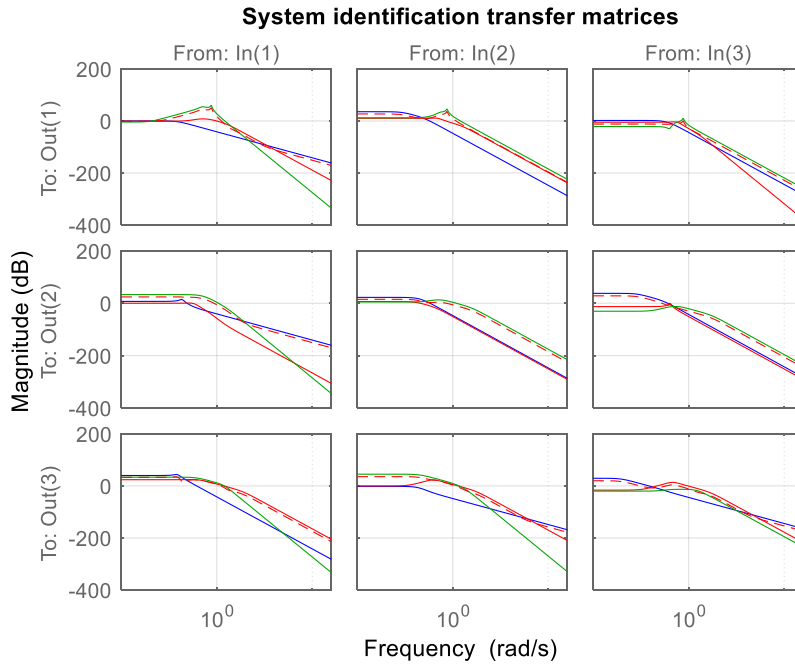


Figure 5.62: Identification du système dans les différents intervalles de la vitesse.

C. Identification des incertitudes dynamiques

La matrice de pondération W représentant la limite supérieure des incertitudes dynamiques est déterminée graphiquement comme il est montré en rouge dans la figure 5.63 et représentée par la matrice (139).

$$W_{11} = 2.0797 \frac{s^2 + 11.7202s + 0.0023}{s^2 + 6.6665s + 0.0167}$$

$$W_{12} = 2.8164 \frac{s^2 + 0.217s + 0.003}{s^2 + 0.37s + 0.0047}$$

$$W_{13} = 2.7395 \frac{s^2 + 0.1975s + 0.025}{s^2 + 0.345s + 0.0166}$$

$$W_{21} = 2.0627 \frac{s^2 + 20.59s + 558.8}{s^2 + 42.22s + 555.6}$$

$$W_{22} = 2.0118 \frac{s^2 + 0.0329s + 0.001798}{s^2 + 0.0699s + 0.002622}$$

$$W_{23} = 2.0098 \frac{s^2 + 0.04765s + 0.0195}{s^2 + 0.1624s + 0.01762}$$

$$W_{31} = 2.7032 \frac{s^2 + 0.01803s + 0.0001465}{s^2 + 0.004798s + 0.000289}$$

$$W_{32} = 2.4204 \frac{s^2 + 1.3806s + 0.392}{s^2 + 3.3514s + 0.4076}$$

$$W_{33} = 2.5685 \frac{s^2 + 4.667s + 6.667}{s^2 + 2.826s + 7.826}$$

$$W = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} \\ W_{31} & W_{32} & W_{33} \end{bmatrix} \quad (5.139)$$

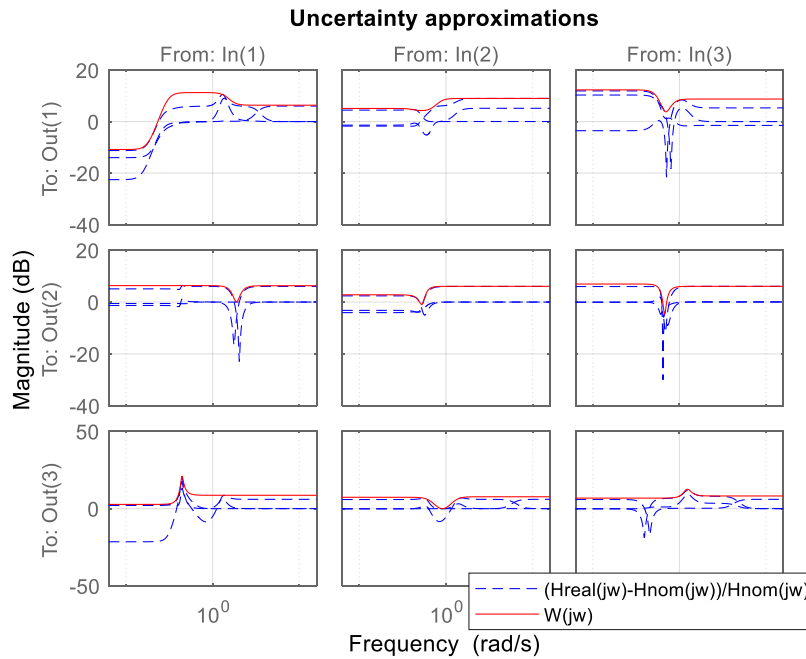


Figure 5.63 : Approximation du système incertain par la représentation multiplicative.

D. Application du contrôleur H_∞

D.1 Analyse de la stabilité robuste et l'atténuation des bruits de mesure

La stabilité robuste et l'atténuation des bruits de mesure des captures sont garanties par la minimisation de l'amplitude de la fonction de sensibilité complémentaire de sortie T_o en satisfaisant les conditions de la fonction coût (5.41) données dans la section 5.2.5.4 et issu du théorème de petit gain.

$$\|WT_0\|_\infty = 11.6479 \geq 1 \quad (5.140)$$

$$\|W_n T_0 W_e\|_\infty = 6.2285 \times 10^{-07} \leq 1 \quad (5.141)$$

La norme infinie de WT_0 est supérieure à 1, donc le système n'atteint pas la stabilité. Après une analyse approfondie de la stabilité dans tous les intervalles de fréquences, on trouve que le système devient stable à partir de la valeur de fréquence $10^{-0.17}$. La norme infinie des deux expressions de la stabilité et des bruits de mesure des capteurs dans l'intervalle défini de la fréquence est donnée par les équations (5.142) et (5.143).

$$\|WT_0\|_{\infty} = 0.9832 \leq 1 \quad (5.142)$$

$$\|W_n T_0 W_e\|_{\infty} = 4.7766 \times 10^{-07} \leq 1 \quad (5.143)$$

D.2 Analyse des performances robustes, le rejet des perturbations externes et l'atténuation des restrictions sur l'action de contrôle

Afin d'atteindre les performances robustes, le rejet des perturbations externes et l'atténuation des restrictions sur l'action de contrôle, l'amplitude de la fonction de sensibilité de sortie S_0 doit être minimisée, en satisfaisant les conditions de la fonction coût (5.41).

$$\|W_d S_0 W_e\|_{\infty} = 0.2424 \leq 1 \quad (5.144)$$

$$\|W_u K S_0\|_{\infty} = 0.0017 \leq 1 \quad (5.145)$$

D'après les résultats (5.144) et (5.145), on constate que le système atteint les performances robustes, le rejet des perturbations externes et l'atténuation des restrictions sur l'action de contrôle.

Les figures 5.64 et 5.65 illustrent la réponse fréquentielle des limites supérieure et inférieure de la valeur singulière structurée μ de la stabilité et des performances robustes. Tandis que les valeurs maximales de μ sont inférieures à 1, donc le système en boucle fermée avec le contrôleur H_{∞} garantit la stabilité et les performances robustes.

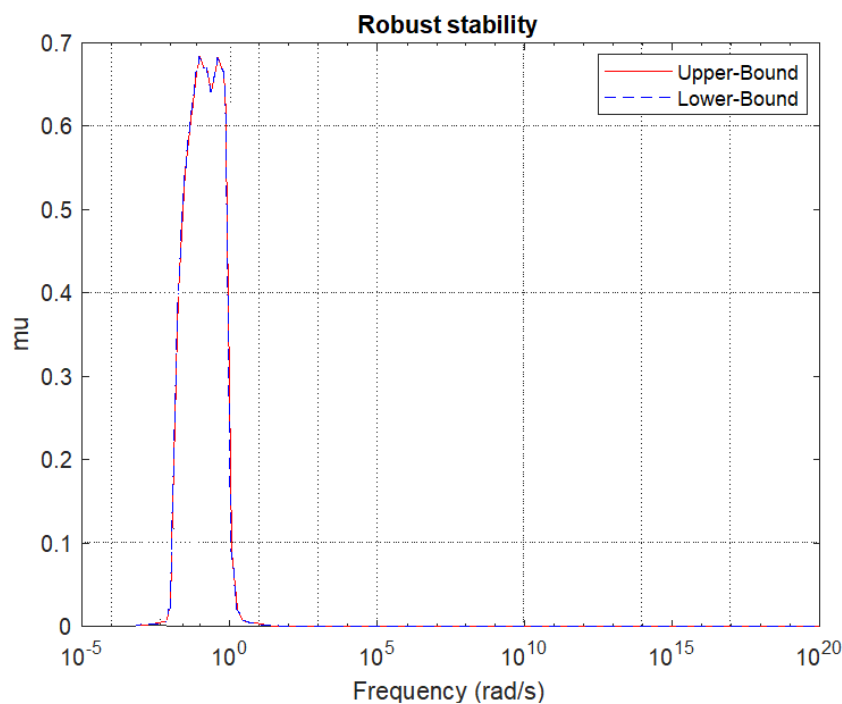


Figure 5.64: Stabilité robuste du système en boucle fermée avec le contrôleur H_{∞} .

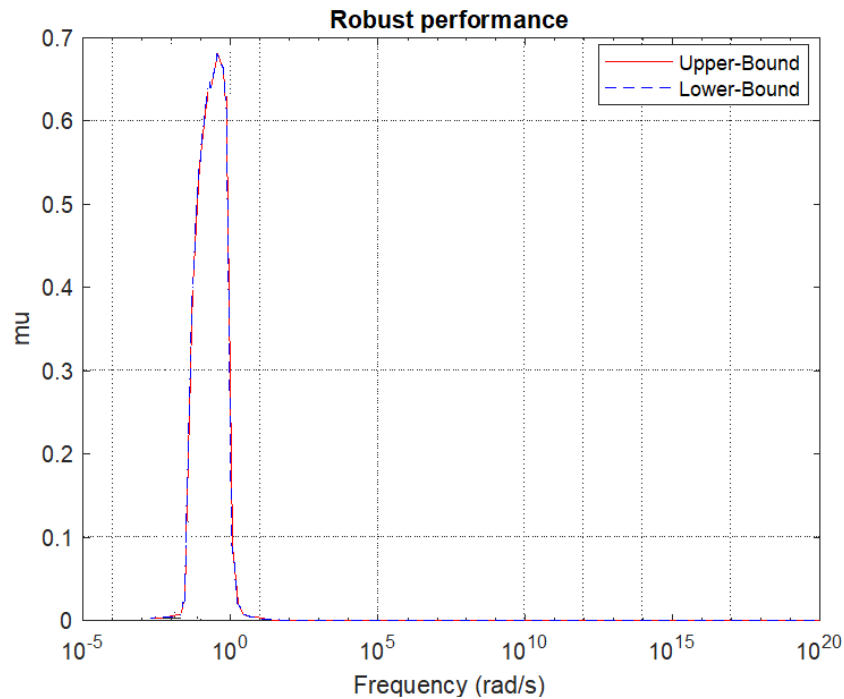


Figure 5.65: Performance robuste du système en boucle fermée avec le contrôleur H_∞ .

5.4.2 Commande robuste du robot hexapode en phase de propulsion par le contrôleur H_∞

5.4.2.1 Identification du système et modélisation des incertitudes

La commande robuste du robot hexapode dans la phase de propulsion adoptant le mode de locomotion tripode nécessite la mise en place d'un modèle présentant le comportement du système dans toutes les phases de mouvement. En effet, une méthode d'identification boîte noire a été élaborée à savoir que les entrées du système (les couples) sont déterminées utilisant le modèle géométrique inverse établi dans le chapitre 3 et les sorties du système (les variables articulaires) sont déterminés par la simulation du modèle du robot hexapode dans l'outil SimMechanicsTM de la plateforme Matlab-Simulink[®].

Dans cette étude de cas, l'allure tripode dont l'élévation est effectuée par les pattes (L2, L4 et L6) et la propulsion par les pattes (L1, L3 et L5) est considérée comme il est montré dans la figure 5.46. Ainsi, l'identification du système est élaborée dans chacun des intervalles de la vitesse de mouvement donnant les modèles présentés par les matrices de transfert A, B et C illustrées dans l'annexe H et dont leurs tracés de Bode est montré par la figure 5.66.

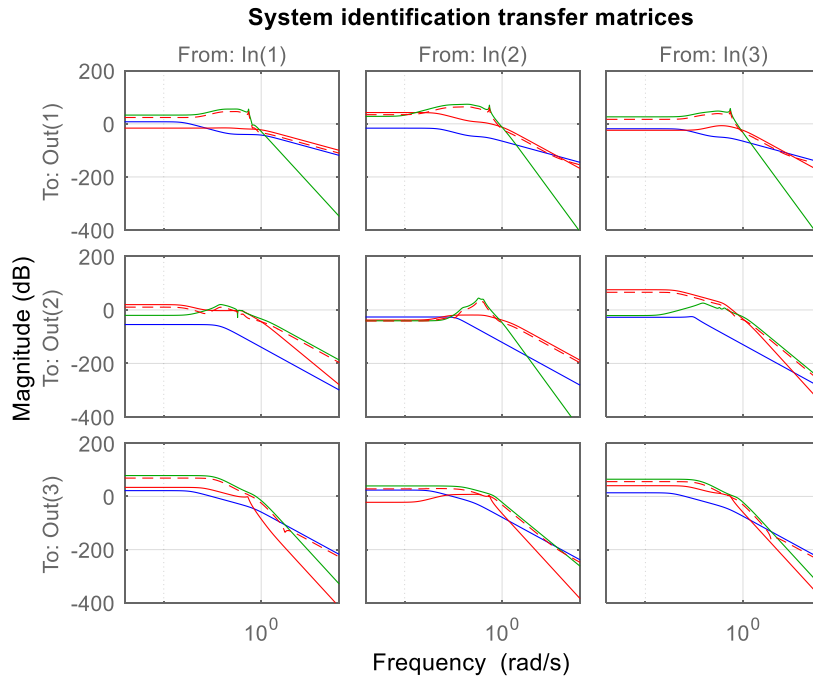


Figure 5.66 : Identification du système dans les différents intervalles de vitesse en phase de propulsion.

5.4.2.2 Identification et modélisation des incertitudes dynamiques

La matrice de pondération W (5.146) illustrée dans la figure 5.67 présente la limite supérieure des incertitudes dynamiques qui encapsulent les non-linéarités et les dynamiques négligées au niveau du système dans les différents intervalles de la vitesse.

$$W_{11} = 2.3963 \frac{s^2 + 1.1s + 0.47}{s^2 + 0.67s + 0.55}$$

$$W_{12} = 2.1315 \frac{s + 2.9 \times 10^{-05}}{s + 4.032 \times 10^{-05}}$$

$$W_{13} = 2 \frac{s^2 + 0.23s + 0.44}{s^2 + 0.4s + 0.42}$$

$$W_{21} = 2.0952 \frac{s^2 + 1.0004s + 4.002 \times 10^{-4}}{s^2 + 0.1310s + 4.0487 \times 10^{-4}}$$

$$W_{22} = 2.0843 \frac{s + 0.5781}{s + 0.2382}$$

$$W_{23} = 2.0681 \frac{s^2 + 1.9670s + 0.0020}{s^2 + 0.3441s + 0.0020}$$

$$W_{31} = 2.0983 \frac{s^2 + 141.708s + 266.738}{s^2 + 11.11s + 277.8}$$

$$W_{32} = 2.0116 \frac{s^2 + 0.3291s + 0.0235}{s^2 + 0.2255s + 0.01818}$$

$$W_{33} = 2.0983 \frac{s^2 + 230s + 780}{s^2 + 13s + 800}$$

$$W = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} \\ W_{31} & W_{32} & W_{33} \end{bmatrix} \quad (5.146)$$

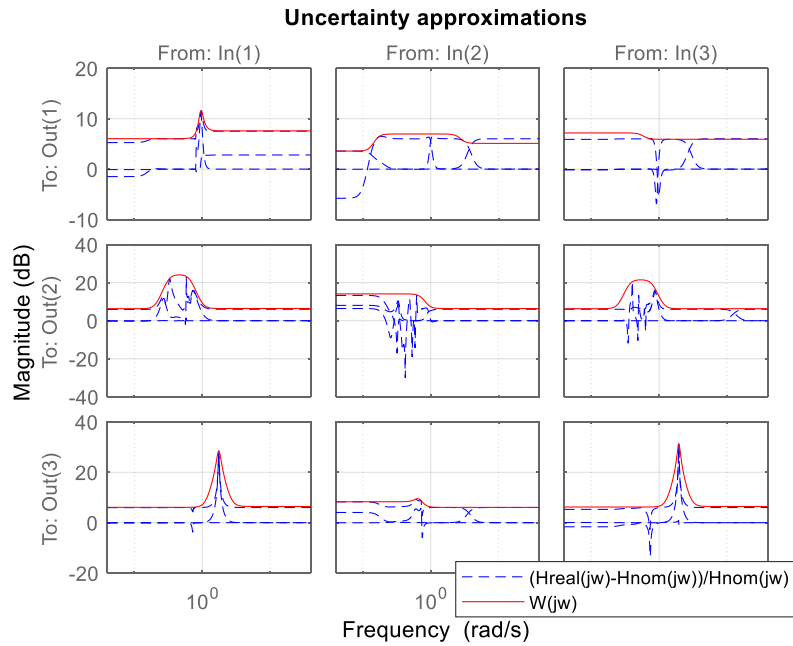


Figure 5.67 : Modélisation des incertitudes dynamiques dans la phase de propulsion.

5.4.2.3 Application du contrôleur H_∞

La figure 5.68 présente la réponse fréquentielle de la valeur singulière du contrôleur H_∞ du robot hexapode en phase de propulsion par les pattes L1, L3 et L5 adoptant l'allure tripode.

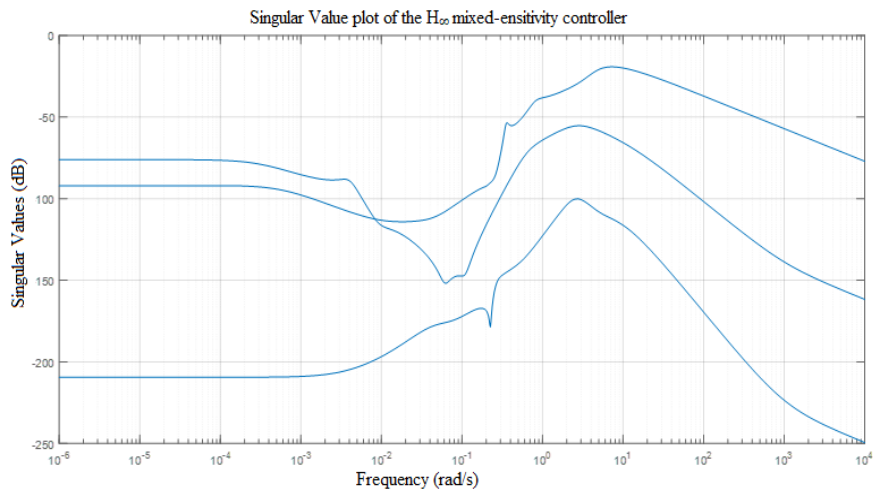


Figure 5.68 : Valeur singulière de la matrice de transfert du contrôleur H_∞ .

A. Analyse de la stabilité robuste et l'atténuation des bruits de mesure des capteurs

Le premier objectif de la conception du contrôleur H_∞ avec la technique des sensibilités mixtes est de garantir une stabilité interne vis-à-vis les incertitudes dynamiques, ainsi l'atténuation des bruits de mesure. Par l'application du théorème de petit gain et les conditions sur la stabilité et l'atténuation des bruits de mesure des capteurs, on trouve les résultats suivants :

$$\|WT_0\|_\infty = 0.7939 \geq 1 \quad (5.147)$$

$$\|W_n T_0 W_e\|_\infty = 1.7199 \times 10^{-08} \leq 1 \quad (5.148)$$

La norme infinie des expressions (5.147) et (5.148) est inférieure à 1. En effet, le contrôleur H_∞ permettant d'atteindre la stabilité robuste et l'atténuation des bruits de mesure des capteurs dans la phase de propulsion avec les pattes L1, L3 et L5.

B. Analyse des performances robustes, le rejet des perturbations externes et l'atténuation des restrictions sur l'action de contrôle

Afin d'atteindre les performances robustes, le rejet des perturbations externes et l'atténuation des restrictions sur l'action de contrôle, il suffit de minimiser l'amplitude de la fonction de sensibilité de sortie S_0 , en satisfaisant les conditions de la fonction coût (5.41).

$$\|W_d S_0 W_e\|_\infty = 0.1070 \leq 1 \quad (5.149)$$

$$\|W_u K S_0\|_\infty = 0.0014 \leq 1 \quad (5.150)$$

D'après les résultats (5.149) et (5.150), on constate que le système atteint les performances robustes, le rejet des perturbations externes et l'atténuation des restrictions sur les actions de contrôle.

En se basant sur le calcul et le tracé des limites supérieure et inférieure de la valeur singulière structurée μ de la stabilité et des performances robustes montrent que le système en boucle fermée avec le contrôleur H_∞ atteint la stabilité et les performances robustes puisque les valeurs maximales de μ sont inférieures à 1 comme illustré dans les figures 5.69 et 5.70.

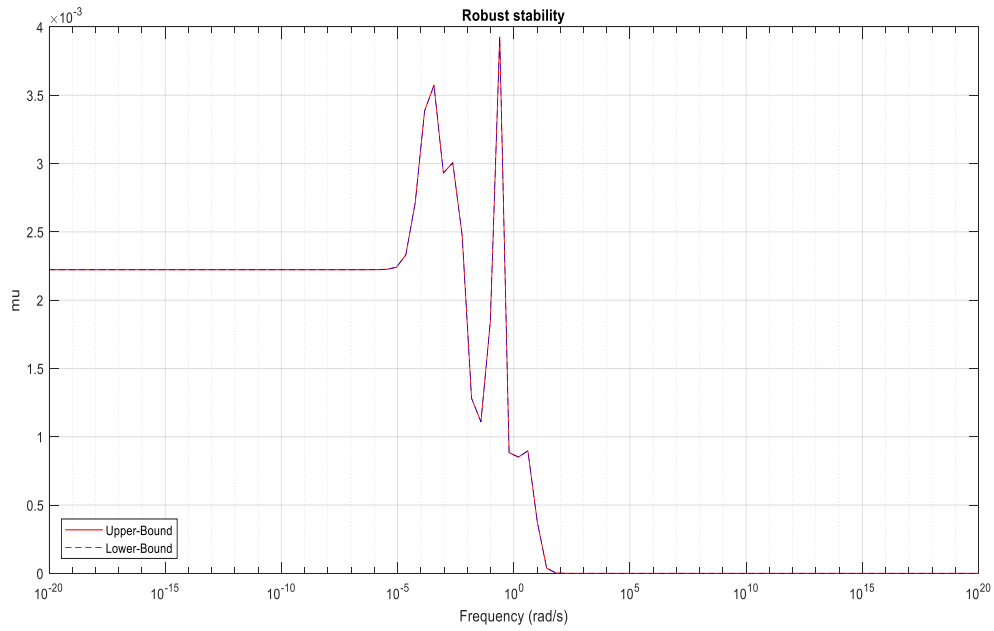


Figure 5.69: Stabilité robuste du système en boucle fermée avec le contrôleur H_∞ en phase de propulsion.

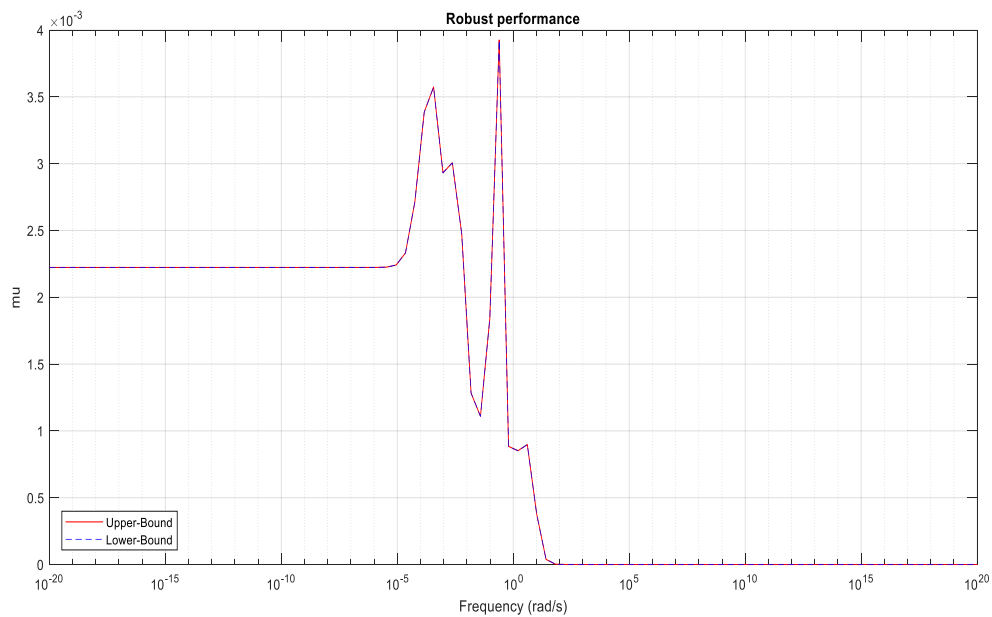


Figure 5.70: Performance robuste du système en boucle fermée avec le contrôleur H_∞ en phase de propulsion.

5.5 Conclusion

Dans le cadre d'une stratégie de commande robuste du robot hexapode, une contribution qui se repose sur la modélisation du caractère non linéaire du système et des dynamiques

négligées a été élaborée. Pour se faire, une approche d'identification du système dans les différents intervalles de la vitesse (petites, moyennes et grandes vitesses) a été considérée afin de déterminer son comportement dans le domaine fréquentiel sous forme des matrices de transfert. Les variations entre les modèles trouvés ont été encapsulées et présentées sous forme des incertitudes dynamiques par une configuration multiplicative. Ainsi, les différentes sortes de perturbations internes, externes et de modélisation ont été modélisées se basant sur une étude des paramètres techniques et d'environnement du robot hexapode. Dans ce travail, la commande robuste du robot a été décomposée en deux parties selon la phase de mouvement afin d'éviter la redondance.

Ensuite, deux méthodes de synthèse de commande robuste ont été considérées dans le contrôle du système en présence des différentes perturbations. La première repose sur la technique des sensibilités mixtes de la commande H_∞ et consiste en une synthèse en se basant sur la fonction coût et le théorème de petit gain. La deuxième s'inscrit dans le formalisme de la commande μ -Synthèse qui se repose sur le calcul des valeurs singulières structurées μ et la configuration du système sous la forme de la TLF. Ces deux méthodes de contrôle ont été appliquées pour la commande du robot hexapode en phase d'élévation et de propulsion, ainsi une comparaison de leurs performances a été entamée. Dans la phase d'élévation les deux contrôleurs permettant d'atteindre les objectifs demandés, mais le contrôleur μ -Synthèse n'atteint pas ces performances que dans la plage des moyennes et grandes fréquences. Dans la phase de propulsion, l'allure tripode a été considérée pour l'étude et l'analyse. Le correcteur H_∞ permettant de garantir un compromis entre la stabilité et les performances robustes à partir de certaines valeurs de la fréquence. Alors que, le correcteur μ -Synthèse dans la phase de propulsion est inabordable.

Du point de vue de la complexité, les deux contrôleurs obtenus ont un grand ordre ce qui leurs rendent difficile à réaliser. De ce fait, une réduction de leurs ordres a été entamée tout en gardant leurs propriétés et performances. Enfin, l'approche de la commande robuste du robot hexapode adoptant une allure tripode a été élaborée dans tous ses détails afin de réaliser une commande performante en présence des perturbations multiples.

Conclusion Générale et Perspectives

Dans le présent travail de recherche, nous nous sommes intéressés à la modélisation et la commande robuste du robot hexapode en présence des perturbations multiples. Pour se faire, un état de l'art des robots à pattes et leurs applications a été élaboré. La première partie de cette thèse s'efforce à la modélisation et la conception mécanique de la posture du robot hexapode issu à une étude et une analyse des structures mécaniques des pattes et des corps dans la littérature.

Ensuite, le modèle géométrique inverse du robot hexapode a été déterminé par une méthode de résolution analytique. Le modèle trouvé permet de déterminer les variables articulaires de chaque patte afin de suivre une trajectoire planifiée. Dans ce contexte, les allures de locomotion périodiques adoptées par les robots hexapodes ("Tripode", "Wave" et "Ripple") ont été définies et considérées. Une simulation du robot hexapode pour certaines trajectoires adoptant les différentes allures a été menée pour valider le modèle géométrique inverse trouvé.

En outre, la modélisation du mouvement du robot hexapode nécessite de tenir compte la vitesse, l'accélération et les forces associées à ce mouvement. Dans la phase d'élévation, les pattes du robot hexapode ont été considérées comme des robots sériels. Les équations dynamiques de chaque patte sont déterminées en utilisant la méthode de Newton Euler. En phase de propulsion, la complexité de la structure mécanique du robot hexapode pose des contraintes pour la modélisation dynamique par les méthodes analytiques. De ce fait, la simulation du robot hexapode avec les allures 'tripode', 'Ripple' et 'Wave' a été menée grâce à l'outil SimMechanics™ de la plateforme Matlab-Simulink®. En effet, les couples moteurs générés par les articulations des pattes afin de réaliser les trajectoires planifiées ont été déterminés. En effet, les paramètres d'entrée du système (les couples) et ceux de sortie (les variables articulaires) sont connus, donc le modèle dynamique du robot hexapode en phase de propulsion peut être déterminé par une méthode d'identification.

L'identification et la formulation des non-linéarités et des dynamiques négligées lors de la modélisation du système présentent un défi dans le contrôle des robots hexapodes. Une

contribution qui se repose sur l'approche d'identification du comportement du système dans les différents intervalles de la vitesse a été élaborée. Ainsi, les perturbations externes, les bruits de mesure des capteurs et les restrictions sur les actions de contrôle ont été modélisés par des matrices de pondération.

Afin de satisfaire à la fois les exigences de performance en suivi des trajectoires, le rejet des perturbations internes et externes et la stabilité robuste, deux méthodes de contrôle ont été mises en œuvre pour la synthèse de lois de commande du robot hexapode. La commande H_∞ par la technique des sensibilités mixtes qui considèrent certaines spécifications du système (stabilité et performance robuste) peuvent se traduire rigoureusement par une fonction coût issu du théorème de petit gain. La deuxième est la commande μ -Synthèse qui utilise le calcul des valeurs singulières structurées μ pour l'analyse de la stabilité et des performances du système.

L'application et l'analyse des deux méthodes de contrôle ont été élaborées pour la commande du robot hexapode en phase d'élévation et de propulsion séparément. Une comparaison de ces deux approches a été menée. Dans la phase d'élévation les deux contrôleurs permettant d'atteindre les exigences de contrôle du robot. Cependant, le contrôleur μ -Synthèse ne garantit pas la stabilité et les performances que dans un intervalle précis des fréquences. Du point de vue de la complexité, les deux contrôleurs obtenus sont d'un ordre important ce qui rend leur réalisation et implémentation difficile. Une réduction d'ordre des deux contrôleurs a été effectuée, et l'analyse de la stabilité et des performances robustes a été synthétisée pour les contrôleurs réduits.

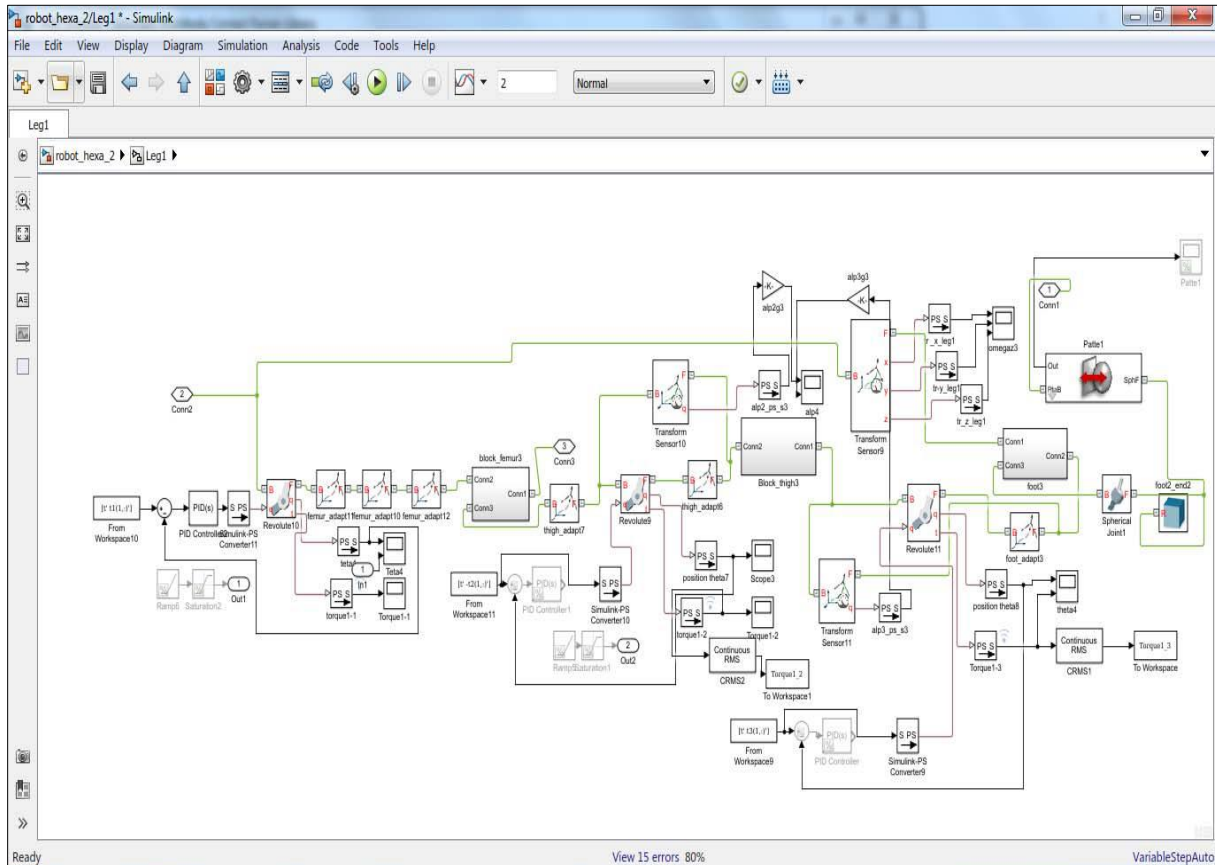
Tandis que le modèle dynamique général du système n'est pas abordable dans la phase de propulsion, l'allure tripode a été considérée pour la synthèse et l'analyse de la commande du système dans cette phase. Un compromis entre la stabilité et les performances robustes a été garanti par le contrôleur H_∞ appliqué. Alors que, le correcteur μ -Synthèse est inabordable dans la phase de propulsion pour l'allure de locomotion tripode adoptée. Enfin, dans l'objectif de la mise en pratique des contrôleurs trouvés dans une allure de locomotion planifiée, la commande robuste du robot hexapode pour l'allure de locomotion tripode et une trajectoire parabolique a été accomplie. Le compromis entre la stabilité et les performances robustes est garanti en présence des perturbations multiples.

Le travail de recherche présenté dans cette thèse ouvre plusieurs perspectives de développements dans la commande des robots à pattes en général et les robots hexapodes en particulier :

- La réalisation d'un robot hexapode avec les dimensions et les caractères étudiés dans le présent travail de recherche et l'implémentation des contrôleurs H_∞ et μ -Synthèse élaborés dans l'allure spécifique.
- L'adoption d'une approche d'identification expérimentale plus précise pour déterminer les incertitudes dynamiques du système.
- La synthèse des lois de commande intelligentes : *i)* les réseaux de neurones, *ii)* la logique floue et *iii)* les algorithmes génétiques, pour le contrôle du robot hexapode avec les caractéristiques et les perturbations définies dans le présent travail de thèse.
- La commande du robot hexapode avec les lois de commande non linéaires : sliding mode et Backstepping en présence des perturbations multiples.

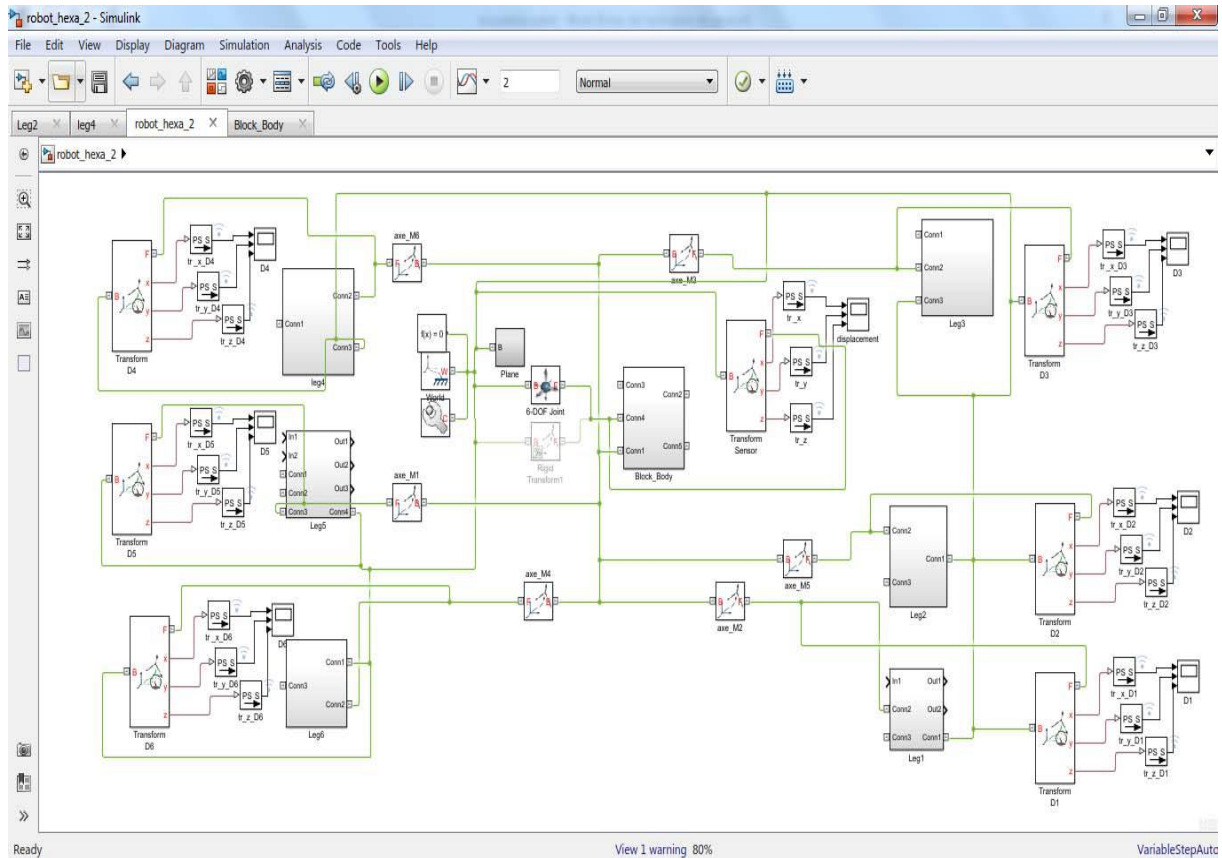
Annexe A

Le modèle d'une patte du robot développé dans l'outil SimMechanics™ de la plateforme Matlab-Simulink®.



Annexe B

Le modèle global du robot hexapode (le corps avec les six pattes utilisant le modèle déjà développé d'une seule patte) dans l'outil SimMechanics™ de la plateforme Matlab-Simulink®.



Annexe C

Modèles d'identification de la patte du robot hexapode en phase d'élévation dans les intervalles de moyennes et grandes vitesses.

La matrice de transfert B du système dans l'intervalle de moyennes vitesses.

$$B_{11} = \frac{-19.76s^5 - 3.894s^4 - 0.959s^3 - 0.01814s^2 - 0.01664s + 5.762 \times 10^{-06}}{s^6 + 4.663s^5 + 1.47 \times 10^{-05} s^4 + 0.2808 \times 10^{-07} s^3 + 0.02898s^2 + 0.001571s + 8.361 \times 10^{-07}}$$

$$B_{12} = \frac{0.6421s^5 + 0.5831s^4 - 0.07541s^3 + 0.0118s^2 + 7.776 \times 10^{-06} s - 4.876 \times 10^{-09}}{s^6 + 4.663s^5 + 1.47 \times 10^{-05} s^4 + 0.2808 \times 10^{-07} s^3 + 0.02898s^2 + 0.001571s + 8.361 \times 10^{-07}}$$

$$B_{13} = \frac{17.07s^5 - 0.2152s^4 + 0.7044s^3 - 0.08982s^2 + 0.02028s - 6.98 \times 10^{-06}}{s^6 + 6.283s^5 + 1.944s^4 + 0.3906s^3 + 0.04143s^2 + 0.00243s + 1.297 \times 10^{-06}}$$

$$B_{21} = \frac{-0.7481s^4 + 0.04555s^3 - 0.03743s^2 - 6.809 \times 10^{-07} s + 4.237 \times 10^{-09}}{s^5 + 0.1759s^4 + 0.05145s^3 + 0.007775s^2 + 6.895 \times 10^{-06} s + 1.768 \times 10^{-09}}$$

$$B_{22} = \frac{2.067s^4 - 0.5139s^3 + 0.1414s^2 - 0.01837s + 6.37 \times 10^{-06}}{s^5 + 1.546s^4 + 0.2834s^3 + 0.07699s^2 + 0.01038s + 4.216 \times 10^{-09}}$$

$$B_{23} = \frac{-7.545s^4 + 2.166s^3 - 0.5717s^2 + 0.102s - 3.511 \times 10^{-05}}{s^5 + 2.281s^4 + 0.4139s^3 + 0.1148s^2 + 0.01599s + 8.656 \times 10^{-09}}$$

$$B_{31} = \frac{-0.7481s^4 + 0.04555s^3 - 0.03743s^2 - 6.809 \times 10^{-07} s + 4.237 \times 10^{-09}}{s^5 + 0.1759s^4 + 0.05145s^3 + 0.007775s^2 + 6.895 \times 10^{-06} s + 1.768 \times 10^{-09}}$$

$$B_{32} = \frac{2.067s^4 - 0.5139s^3 + 0.1414s^2 - 0.01837s + 6.37 \times 10^{-06}}{s^5 + 1.546s^4 + 0.2834s^3 + 0.07699s^2 + 0.01038s + 4.216 \times 10^{-09}}$$

$$B_{33} = \frac{-7.545s^4 + 2.166s^3 - 0.5717s^2 + 0.102s - 3.511 \times 10^{-05}}{s^5 + 2.281s^4 + 0.4139s^3 + 0.1148s^2 + 0.01599s + 8.656 \times 10^{-09}}$$

$$B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{bmatrix}$$

La matrice de transfert du système C dans l'intervalle de moyennes vitesses:

$$C_{11} = \frac{-5.645s + 0.002525}{s^3 + 3.217s^2 + 4.537s + 0.0007525}$$

$$C_{12} = \frac{0.7896s - 0.0003492}{s^3 + 1.775s^2 + 1.526s + 0.0002451}$$

$$C_{13} = \frac{1.793s - 0.0008186}{s^3 + 1.599s^2 + 3.316s + 0.0004769}$$

$$C_{21} = \frac{-4.233s + 0.001894}{s^3 + 3.217s^2 + 4.537s + 0.0007525}$$

$$C_{22} = \frac{0.5922s - 0.0002619}{s^3 + 1.775s^2 + 1.526s + 0.0002451}$$

$$C_{23} = \frac{1.345s - 0.000614}{s^3 + 1.599s^2 + 3.316s + 0.0004769}$$

$$C_{31} = \frac{-4.233s + 0.001894}{s^3 + 3.217s^2 + 4.537s + 0.0007525}$$

$$C_{32} = \frac{0.5922s - 0.0002619}{s^3 + 1.775s^2 + 1.526s + 0.0002451}$$

$$C_{33} = \frac{1.345s - 0.000614}{s^3 + 1.599s^2 + 3.316s + 0.0004769}$$

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix}$$

La matrice de transfert du système D dans l'intervalle de grandes vitesses.

$$D_{11} = \frac{-1.139s^2 + 0.05943s - 0.0001483}{s^3 + 16.53s^2 + 1.614s + 1.229 \times 10^{-05}}$$

$$D_{12} = \frac{-4.268s^2 + 0.4165s - 0.0009844}{s^3 + 28.79s^2 + 2.805s + 1.77 \times 10^{-05}}$$

$$D_{13} = \frac{12.77s^2 - 1.602s + 0.00386}{s^3 + 65.35s^2 + 6.386s + 8.998 \times 10^{-5}}$$

$$D_{21} = \frac{0.1978s^2 - 0.00264s + 5.681 \times 10^{-6}}{s^3 + 3.232s^2 + 0.00516s + 5.703 \times 10^{-6}}$$

$$D_{22} = \frac{-0.4483s^2 + 0.002915s - 4.691 \times 10^{-6}}{s^3 + 6.285s^2 + 0.00808s + 1.582 \times 10^{-5}}$$

$$D_{23} = \frac{-0.1234s^2 + 0.00176s - 3.961 \times 10^{-6}}{s^3 + 2.80s^2 + 0.00555s + 4.85 \times 10^{-6}}$$

$$D_{31} = \frac{0.1978s^2 - 0.00264s + 5.68 \times 10^{-6}}{s^3 + 3.232s^2 + 0.00516s + 5.7 \times 10^{-6}}$$

$$D_{32} = \frac{-0.4483s^2 + 0.00291s - 4.691 \times 10^{-6}}{s^3 + 6.285s^2 + 0.00808s + 1.582 \times 10^{-5}}$$

$$D_{33} = \frac{-0.1234s^2 + 0.001765s - 3.961 \times 10^{-6}}{s^3 + 2.801s^2 + 0.005553s + 4.851 \times 10^{-5}}$$

$$D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{23} & D_{33} \end{bmatrix}$$

Annexe D

Modèles d'identification de la patte du robot hexapode en phase de propulsion dans les intervalles de moyennes et grandes vitesses.

Les matrices de transfert B_p et C_p du système dans l'intervalle de moyennes vitesses.

$$B_{p11} = \frac{-5.284s^3 - 0.1108s^2 - 0.08468s - 3.715 \times 10^{-05}}{s^4 + 4.839s^3 + 0.135s^2 + 0.07973s + 0.0003688}$$

$$B_{p12} = \frac{12.2s^3 + 0.3138s^2 + 0.1703s - 0.0006171}{s^4 + 5.401s^3 + 0.1957s^2 + 0.07637s + 0.0002486}$$

$$B_{p13} = \frac{-4.402s^3 - 0.1673s^2 - 0.07835s + 0.0004319}{s^4 + 5.045s^3 + 0.2775s^2 + 0.09008s + 0.0003335}$$

$$B_{p21} = \frac{-2.954 \times 10^{-05}s + 1.873 \times 10^{-06}}{s^5 + 0.03121s^4 + 0.0265s^3 + 0.0004929s^2 + 9.827 \times 10^{-5}s + 9.293 \times 10^{-7}}$$

$$B_{p22} = \frac{-4.92 \times 10^{-06}s - 7.243 \times 10^{-06}}{s^5 + 0.1952s^4 + 0.03344s^3 + 0.003175s^2 + 0.0002324s + 9.119 \times 10^{-06}}$$

$$B_{p23} = \frac{2.954 \times 10^{-05}s - 5.036 \times 10^{-06}}{s^5 + 0.1006s^4 + 0.0219s^3 + 0.001537s^2 + 0.0001017s + 3.428 \times 10^{-06}}$$

$$B_{p31} = \frac{-0.000502s + 3.251 \times 10^{-05}}{s^4 + 0.02798s^3 + 0.01994s^2 + 0.0004092s + 3.561 \times 10^{-05}}$$

$$B_{p32} = \frac{-0.0005784s + 8.796 \times 10^{-06}}{s^4 + 0.07004s^3 + 0.0097s^2 + 0.0003743s + 5.672 \times 10^{-06}}$$

$$B_{p33} = \frac{-0.001241s + 1.007 \times 10^{-05}}{s^4 + 0.1578 + 0.009841s^2 + 0.000531s + 5.72 \times 10^{-06}}$$

$$B_p = \begin{bmatrix} B_{p11} & B_{p12} & B_{p13} \\ B_{p21} & B_{p22} & B_{p23} \\ B_{p31} & B_{p23} & B_{p33} \end{bmatrix}$$

$$C_{p11} = \frac{-51.43 s + 0.6011}{s^6 + 93.99 s^5 + 12.27 s^4 + 5.923 s^3 + 0.4434 s^2 + 0.04458 s + 8.903 \times 10^{-06}}$$

$$C_{p12} = \frac{22.06 s - 0.282}{s^6 + 58.09 s^5 + 7.901 s^4 + 3.694 s^3 + 0.292 s^2 + 0.02867 s + 0.0001293}$$

$$C_{p13} = \frac{-7.691 s + 0.09742}{s^6 + 39.66 s^5 + 5.376 s^4 + 2.519 s^3 + 0.1974 s^2 + 0.01944 s + 7.025 \times 10^{-05}}$$

$$C_{p21} = \frac{3.868 \times 10^{-06} s - 4.292 \times 10^{-07}}{s^6 + 0.0903 s^5 + 0.0315 s^4 + 0.00213 s^3 + 0.00017 s^2 + 9.776 \times 10^{-6} s + 2.712 \times 10^{-8}}$$

$$C_{p22} = \frac{8 \times 10^{-07} s - 4.351 \times 10^{-07}}{s^6 + 0.11 s^5 + 0.03182 s^4 + 0.00265 s^3 + 0.0002248 s^2 + 1.325 \times 10^{-5} s + 2.27 \times 10^{-7}}$$

$$C_{p23} = \frac{4.943 \times 10^{-06} s + 7.892 \times 10^{-07}}{s^6 + 0.175 s^5 + 0.0294 s^4 + 0.00258 s^3 + 0.0001751 s^2 + 7.67 \times 10^{-6} s + 1.347 \times 10^{-7}}$$

$$C_{p31} = \frac{0.8838 s^6 + 0.92 s^5 + 0.3028 s^4 + 0.1233 s^3 + 0.0389 s^2 + 0.0003153 s - 8.668 \times 10^{-07}}{s^7 + 1.282 s^6 + 0.799 s^5 + 0.0315 s^4 + 0.0752 s^3 + 0.00968 s^2 + 0.000326 s + 5.1 \times 10^{-7}}$$

$$C_{p32} = \frac{-1.985 s^6 + 0.04837 s^5 - 0.3224 s^4 - 0.0222 s^3 + 0.029 s^2 + 0.000168 s - 3.473 \times 10^{-6}}{s^7 + 4.823 s^6 + 3.33 s^5 + 1.564 s^4 + 0.4072 s^3 + 0.05405 s^2 + 0.001175 s + 9.453 \times 10^{-8}}$$

$$C_{p33} = \frac{7.921 s^6 + 1.534 s^5 + 1.171 s^4 + 0.4375 s^3 - 0.1963 s^2 + 0.0006364 s + 4.029 \times 10^{-5}}{s^7 + 5.827 s^6 + 4.486 s^5 + 2.206 s^4 + 0.619 s^3 + 0.09675 s^2 + 0.003525 s + 1.004 \times 10^{-5}}$$

$$C_p = \begin{bmatrix} C_{p11} & C_{p12} & C_{p13} \\ C_{p21} & C_{p22} & C_{p23} \\ C_{p31} & C_{p23} & C_{p33} \end{bmatrix}$$

La matrice de transfert du système D_p dans l'intervalle des grandes vitesses.

$$D_{p11} = \frac{2.616 s - 1.007 \times 10^{-8}}{s^8 + 0.203 s^7 + 0.115 s^6 + 0.01 s^5 + 0.003 s^4 + 0.0001 s^3 + 1.69 \times 10^{-5} s^2 + 3.16 \times 10^{-7} s + 9.6 \times 10^{-10}}$$

$$D_{p12} = \frac{-1.488 \times 10^{-8} s + 8.058 \times 10^{-11}}{s^8 + 0.041s^7 + 0.084s^6 + 0.002s^5 + 0.002s^4 + 2.8 \times 10^{-5} s^3 + 1.24 \times 10^{-5} s^2 + 3.82 \times 10^{-8} s + 1.1 \times 10^{-8}}$$

$$D_{p13} = \frac{-9.588 \times 10^{-8} s + 4.282 \times 10^{-9}}{s^8 + 0.118s^7 + 0.105s^6 + 0.0105s^5 + 0.0031s^4 + 0.0002s^3 + 2.9 \times 10^{-5} s^2 + 1.21 \times 10^{-6} s + 3.73 \times 10^{-8}}$$

$$D_{p21} = \frac{-5.786 \times 10^{-7} s - 5.065 \times 10^{-8}}{s^8 + 0.13s^7 + 0.065s^6 + 0.007s^5 + 0.0012s^4 + 9.96 \times 10^{-5} s^3 + 7.03 \times 10^{-6} s^2 + 3.74 \times 10^{-7} s + 6.6 \times 10^{-9}}$$

$$D_{p22} = \frac{-1.415 \times 10^{-7} s - 4.994 \times 10^{-9}}{s^8 + 0.047s^7 + 0.114s^6 + 0.004 + 0.002s^4 + 7.11 \times 10^{-5} s^3 + 1.26 \times 10^{-5} s^2 + 6.04 \times 10^{-8} s + 7.022 \times 10^{-9}}$$

$$D_{p23} = \frac{5.118 \times 10^{-8} s - 8.7 \times 10^{-9}}{s^8 + 0.115s^7 + 0.065s^6 + 0.006 + 0.001s^4 + 7.76 \times 10^{-5} s^3 + 5.98 \times 10^{-6} s^2 + 2.338 \times 10^{-7} s + 1.5 \times 10^{-9}}$$

$$D_{p31} = \frac{0.005271 s + 5.329 \times 10^{-6}}{s^4 + 0.1452 s^3 + 0.02449 s^2 + 0.0008654 s + 8.544 \times 10^{-5}}$$

$$D_{p32} = \frac{-0.001125 s + 3.485 \times 10^{-6}}{s^4 + 0.01715 s^3 + 0.01197 s^2 + 5.531 \times 10^{-5} s + 2.468 \times 10^{-5}}$$

$$D_{p33} = \frac{0.000119 s - 4.434 \times 10^{-6}}{s^4 + 0.02904 s^3 + 0.009193 s^2 + 0.0001771 s + 6.726 \times 10^{-7}}$$

$$D_p = \begin{bmatrix} D_{p11} & D_{p12} & D_{p13} \\ D_{p21} & D_{p22} & D_{p23} \\ D_{p31} & D_{p23} & D_{p33} \end{bmatrix}$$

Annexe E

Modèles d'identification de la patte 2 en phase d'élévation dans les intervalles de moyennes et grandes vitesses (Pour l'allure tripode).

Les matrices de transfert B du système dans l'intervalle de moyennes vitesses.

$$\begin{aligned}
 B_{11} &= \frac{-2111 s^2 - 27.49 s + 1.131}{s^3 + 7888 s^2 + 70.07 s + 0.002836} & B_{12} &= \frac{-51.62 s^2 - 1.646 s - 0.008727}{s^3 + 644.6 s^2 + 16.89 s + 0.191} \\
 B_{13} &= \frac{1.036 \times 10^4 s^2 + 87.05 s - 12.82}{s^3 + 3.467 \times 10^4 s^2 + 12.25 s + 0.08345} & B_{21} &= \frac{-117.9 s^2 - 2.338 s + 0.03093}{s^3 + 43.33 s^2 + 455.3 s + 0.04752} \\
 B_{22} &= \frac{-2113 s^2 - 22.77 s + 2.072}{s^3 + 2.329 \times 10^4 s^2 + 460.6 s + 3.842} & B_{23} &= \frac{443.6 s^2 + 4.929 s - 0.4218}{s^3 + 42.89 s^2 + 12.3 s + 0.1293} \\
 B_{31} &= \frac{-0.1346 s^2 + 3.909 s - 0.02443}{s^3 + 2.819 s^2 + 6.479 s + 0.625} & B_{32} &= \frac{-0.05373 s^2 + 0.3652 s - 0.01812}{s^3 + 2.066 s^2 + 5.502 s + 0.3187} \\
 B_{33} &= \frac{4.943 s^2 - 0.7797 s + 0.0353}{s^3 + 3.296 s^2 + 1.206 s + 0.07927}
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{11} & \mathbf{B}_{12} & \mathbf{B}_{13} \\ \mathbf{B}_{21} & \mathbf{B}_{22} & \mathbf{B}_{23} \\ \mathbf{B}_{31} & \mathbf{B}_{32} & \mathbf{B}_{33} \end{bmatrix}$$

La matrice de transfert C du système dans l'intervalle de grandes vitesses.

$$\begin{aligned}
 C_{11} &= \frac{-8099 s^2 - 37.76 s + 1.158}{s^3 + 1.345 \times 10^4 s^2 + 135.3 s + 0.03229} & C_{12} &= \frac{-422.4 s^2 - 1.657 s + 0.03715}{s^3 + 2468 s^2 + 36.41 s + 0.1499} \\
 C_{13} &= \frac{-0184.7 s^2 - 2.657 s + 0.003406}{s^3 + 552.9 s^2 + 12.33 s + 0.1602} & C_{21} &= \frac{-3.727 s^3 - 4.596 s^2 - 0.9124 s + 0.02415}{s^4 + 3.207 s^3 + 4.471 s^2 + 1.633 s + 0.03627} \\
 C_{22} &= \frac{-0.4917 s^3 - 1.273 s^2 - 0.293 s + 0.007496}{s^4 + 2.561 s^3 + 3.654 s^2 + 1.76 s + 0.05834} & C_{23} &= \frac{-0.734 s^3 + 1.139 s^2 + 0.4801 s - 0.0294}{s^4 + 3.211 s^3 + 5.135 s^2 + 3.458 s + 0.01609} \\
 C_{31} &= \frac{-34.73 s^2 + 2.739 s - 0.04093}{s^3 + 0.8316 s^2 + 0.1855 s + 0.009506} & C_{32} &= \frac{-0.2258 s^2 + 1.202 s - 0.006909}{s^3 + 0.7157 s^2 + 0.1805 s + 0.01193} \\
 C_{33} &= \frac{-19.87 s^2 - 0.3424 s + 0.004788}{s^3 + 0.8412 s^2 + 0.1616 s + 0.009902}
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{11} & \mathbf{C}_{12} & \mathbf{C}_{13} \\ \mathbf{C}_{21} & \mathbf{C}_{22} & \mathbf{C}_{23} \\ \mathbf{C}_{31} & \mathbf{C}_{32} & \mathbf{C}_{33} \end{bmatrix}$$

Annexe F

Modèles d'identification de la patte 4 en phase d'élévation dans les intervalles de moyennes et grandes vitesses (Pour l'allure tripode)..

La matrice de transfert B_l de la patte 4 dans l'intervalle de moyennes vitesses:

$$\begin{aligned}
 B_{l11} &= \frac{974.3 s^3 + 67.02 s^2 + 8.85 s + 0.003883}{s^4 + 3300 s^3 + 256.3 s^2 + 8.31 s + 0.1491} & B_{l12} &= \frac{-1485 s^3 + 68.1 s^2 - 1.452 s + 0.02349}{s^4 + 3.072 \times 10^4 s^3 + 676.9 s^2 + 14.55 s + 0.2102} \\
 B_{l13} &= \frac{-82.09 s^3 - 3.888 s^2 + 0.5277 s - 0.00966}{s^4 + 741.3 s^3 + 43.14 s^2 + 0.9395 s + 0.0113} & B_{l21} &= \frac{-1.58 \times 10^4 s^2 - 311.2 s + 7.478}{s^3 + 1.965e04 s^2 + 552.4 s + 5.743} \\
 B_{l22} &= \frac{286.7 s^2 + 6.105 s - 0.1515}{s^3 + 691.2 s^2 + 19.23 s + 0.1054} & B_{l23} &= \frac{286.7 s^2 + 4.874 s - 0.1216}{s^3 + 689.8 s^2 + 11.27 s + 0.03421} \\
 B_{l31} &= \frac{-1175 s^2 - 25.83 s + 0.3847}{s^3 + 419.9 s^2 + 4.354 s + 0.08313} & B_{l32} &= \frac{406 s^2 - 0.4009 s - 0.06035}{s^3 + 2504 s^2 + 34.78 s + 0.7008} \\
 B_{l33} &= \frac{-1434 s^2 - 121.2 s - 2.61}{s^3 + 3491 s^2 + 132.9 s + 1.162}
 \end{aligned}$$

$$B_l = \begin{bmatrix} B_{l11} & B_{l12} & B_{l13} \\ B_{l21} & B_{l22} & B_{l23} \\ B_{l31} & B_{l32} & B_{l33} \end{bmatrix}$$

La matrice de transfert C_l de la patte 4 dans l'intervalle de grandes vitesses.

$$\begin{aligned}
 C_{l11} &= \frac{55.94 s^2 + 3.675 s + 0.0381}{s^3 + 21.38 s^2 + 1.245 s + 0.07111} & C_{l12} &= \frac{-8.028 s^2 - 1.956 s - 0.08271}{s^3 + 101.7 s^2 + 6.801 s + 0.2326} \\
 C_{l13} &= \frac{-3925 s^2 - 225 s - 13.59}{s^3 + 2079 s^2 + 116.7 s + 0.9054} & C_{l21} &= \frac{-0.0423 s + 0.006026}{s^4 + 0.5967 s^3 + 0.1726 s^2 + 0.041 s + 0.00364} \\
 C_{l22} &= \frac{-0.009312 s + 0.00124}{s^4 + 0.6838 s^3 + 0.1733 s^2 + 0.04654 s + 0.0037} & C_{l23} &= \frac{0.02217 s - 0.005459}{s^4 + 0.487 s^3 + 0.157 s^2 + 0.03162 s + 0.00414} \\
 C_{l31} &= \frac{1027 s^2 - 389.2 s + 0.8975}{s^3 + 700.8 s^2 + 58.82 s + 1.102} & C_{l32} &= \frac{1480 s^2 - 11.03 s + 0.2611}{s^3 + 2096 s^2 + 109.2 s + 0.494} \\
 C_{l33} &= \frac{2556 s^2 - 30.81 s + 0.2935}{s^3 + 330.6 s^2 + 27.57 s + 0.5269}
 \end{aligned}$$

$$C_l = \begin{bmatrix} C_{l11} & C_{l12} & C_{l13} \\ C_{l21} & C_{l22} & C_{l23} \\ C_{l31} & C_{l32} & C_{l33} \end{bmatrix}$$

Annexe G

Modèles d'identification de la patte 6 en phase d'élévation dans les intervalles de moyennes et grandes vitesses (Pour l'allure tripode).

La matrice de transfert B_6 de la patte 6 dans la plage de moyennes vitesses.

$$\begin{aligned}
 B_{11} &= \frac{-2.535 s^2 - 0.9658 s + 0.1146}{s^3 + 3.697 s^2 + 1.458 s + 0.1257} & B_{12} &= \frac{1.28 s^2 + 0.3071 s - 0.002633}{s^3 + 3.55 s^2 + 0.7396 s + 0.09282} \\
 B_{13} &= \frac{0.0108 s^2 - 0.1145 s - 0.01712}{s^3 + 3.73 s^2 + 0.9109 s + 0.2116} & B_{21} &= \frac{0.01074 s^2 - 0.01025 s + 0.001343}{s^3 + 0.4423 s^2 + 0.02844 s + 0.001337} \\
 B_{22} &= \frac{-0.002899 s^2 + 0.001374 s - 0.0006479}{s^3 + 0.3868 s^2 + 0.03616 s + 0.0003406} & B_{23} &= \frac{-0.002827 s^2 + 0.00084 s - 2.599 \times 10^{-5}}{s^3 + 0.3407 s^2 + 0.01926 s + 0.003538} \\
 B_{31} &= \frac{-56.08 s^2 + 2.284 s - 0.3434}{s^3 + 24.18 s^2 + 3.9 s + 0.1257} & B_{32} &= \frac{32.08 s^2 - 0.3719 s + 0.1464}{s^3 + 16.87 s^2 + 2.213 s + 0.1498} \\
 B_{33} &= \frac{-11.9 s^2 - 0.8318 s + 0.04408}{s^3 + 14.19 s^2 + 2.604 s + 0.2857}
 \end{aligned}$$

$$B_6 = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{bmatrix}$$

La matrice de transfert C_6 de la patte 6 dans la plage de grandes vitesses.

$$\begin{aligned}
 C_{11} &= \frac{-16.39 s^3 - 0.8371 s^2 - 0.1152 s + 0.005356}{s^4 + 0.2138 s^3 + 0.3086 s^2 + 0.0397 s + 0.0087} & C_{12} &= \frac{-6.013 s^3 + 0.4273 s^2 - 1.406 s + 0.05087}{s^4 + 0.267 s^3 + 0.316 s^2 + 0.05148 s + 0.01256} \\
 C_{13} &= \frac{0.1128 s^3 + 0.04321 s^2 - 0.04699 s + 0.001077}{s^4 + 0.2608 s^3 + 0.3285 s^2 + 0.05233 s + 0.0128} & C_{21} &= \frac{5.819 s - 0.09368}{s^3 + 3.858 s^2 + 1.421 s + 0.1274} \\
 C_{21} &= \frac{5.819 s - 0.09368}{s^3 + 3.858 s^2 + 1.421 s + 0.1274} & C_{22} &= \frac{-16.65 s + 0.608}{s^3 + 10.95 s^2 + 3.905 s + 0.3463} \\
 C_{23} &= \frac{-1.587 s + 0.01936}{s^3 + 17.31 s^2 + 6.548 s + 0.6481} & C_{31} &= \frac{-20.86 s - 0.695}{s^3 + 3.593 s^2 + 5.59 s + 0.4497} \\
 C_{32} &= \frac{33.33 s - 0.7597}{s^3 + 6.77 s^2 + 9.941 s + 0.1829} & C_{33} &= \frac{1.762 s + 0.05767}{s^3 + 5.179 s^2 + 8.163 s + 0.578}
 \end{aligned}$$

$$C_6 = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix}$$

Annexe H

Modèles d'identification du système en phase de propulsion dans les intervalles de moyennes et grandes vitesses (Pour l'allure tripode).

La matrice de transfert A du robot hexapode dans l'intervalle de petites vitesses.

$$\begin{aligned}A_{11} &= \frac{0.0114 s + 0.0002611}{s^2 + 1.155 s + 0.0001081} & A_{12} &= \frac{0.0005578 s + 1.155 \times 10^{-05}}{s^2 + 0.138 s + 7.67 \times 10^{-05}} \\A_{13} &= \frac{0.000553 s + 1.455 \times 10^{-05}}{s^2 + 0.1789 s + 0.0001244} & A_{21} &= \frac{1.119 \times 10^{-07} s - 3.403 \times 10^{-09}}{s^2 + 0.01616 s + 5.802 \times 10^{-05}} \\A_{22} &= \frac{-8.646 \times 10^{-07} s - 2.398 \times 10^{-9}}{s^2 + 0.006354 s + 1.8 \times 10^{-5}} & A_{23} &= \frac{3.439 \times 10^{-07} s - 1.27 \times 10^{-08}}{s^2 + 0.00229 s + 7.811 \times 10^{-06}} \\A_{31} &= \frac{-0.001134 s - 0.0001149}{s^2 + 0.4341 s + 9.989 \times 10^{-5}} & A_{32} &= \frac{-0.000115 s - 3.906 \times 10^{-06}}{s^2 + 0.04063 s + 7.497 \times 10^{-06}} \\A_{33} &= \frac{-0.0001774 s - 1.528 \times 10^{-05}}{s^2 + 0.1711 s + 3.916 \times 10^{-05}}\end{aligned}$$

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix}$$

La matrice de transfert B du robot hexapode dans l'intervalle de moyennes vitesses.

$$\begin{aligned}B_{11} &= \frac{-0.101 s^2 + 0.00785 s + 3.776 \times 10^{-05}}{s^3 + 1.027 s^2 + 0.05245 s + 0.00024} & B_{12} &= \frac{-0.389 s^2 + 0.0093 s - 3.049 \times 10^{-5}}{s^3 + 1.474 s^2 + 0.172 s + 7.128 \times 10^{-5}} \\B_{13} &= \frac{0.1064 s^2 - 0.0126 s + 0.000474}{s^3 + 1.37 s^2 + 0.218 s + 0.00783} \\B_{21} &= \frac{-0.009766 s^3 - 0.0006784 s^2 - 1.352 \times 10^{-5} s - 3.645 \times 10^{-8}}{s^4 + 1.45 s^3 + 0.1656 s^2 + 0.01414 s + 1.362 \times 10^{-6}} \\B_{22} &= \frac{0.03955 s^3 + 0.005461 s^2 - 1.303 \times 10^{-5} s + 1.168 \times 10^{-6}}{s^4 + 3.164 s^3 + 0.6578 s^2 + 0.04948 s + 8.917 \times 10^{-5}}\end{aligned}$$

$$B_{23} = \frac{-0.05025 s^3 - 0.00487 s^2 - 4.858 \times 10^{-5} s - 9.632 \times 10^{-7}}{s^4 + 2.596 s^3 + 0.3756 s^2 + 0.02833 s + 9.171 \times 10^{-6}}$$

$$B_{31} = \frac{1.69 \times 10^{-5} s^2 + 5.003 \times 10^{-5} s - 1.939 \times 10^{-7}}{s^4 + 0.1851 s^3 + 0.07047 s^2 + 0.006957 s + 9.779 \times 10^{-7}}$$

$$B_{32} = \frac{-0.0005779 s^2 - 1.058 \times 10^{-5} s + 2.728 \times 10^{-8}}{s^4 + 0.1284 s^3 + 0.05625 s^2 + 0.004457 s + 0.0002515 s + 3.436 \times 10^{-7}}$$

$$B_{33} = \frac{0.001014 s^2 + 4.06 \times 10^{-5} s - 4.346 \times 10^{-8}}{s^4 + 0.1879 s^3 + 0.05905 s^2 + 0.005622 s + 0.0003193 s + 3.831 \times 10^{-7}}$$

$$B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{bmatrix}$$

La matrice de transfert C du robot hexapode dans l'intervalle de grandes vitesses.

$$C_{11} = \frac{0.0381s^7 + 0.0026s^6 + 0.0048s^5 - 5.518 \times 10^{-5} s^4 + 0.00012s^3 - 2.457 \times 10^{-6} s^2 + 6.455 \times 10^{-8} s - 1.815 \times 10^{-8}}{s^8 + 0.319s^7 + 0.1166s^6 + 0.0216s^5 + 0.0035s^4 + 0.00027s^3 + 1.473 \times 10^{-5} s^2 + 2.615 \times 10^{-7} s + 1.472 \times 10^{-9}}$$

$$C_{12} = \frac{-0.4725 s^7 + 0.05043s^6 - 0.0227s^5 + 0.00143s^4 - 6.223 \times 10^{-5} s^3 - 6.574 \times 10^{-6} s^2 + 1.035 \times 10^{-8} s - 2.34 \times 10^{-10}}{s^8 + 2.113s^7 + 0.275 s^6 + 0.1254s^5 + 0.01113s^4 + 0.00091s^3 + 2.3 \times 10^{-5} s^2 + 3.458 \times 10^{-7} s + 4.002 \times 10^{-10}}$$

$$C_{13} = \frac{0.03046 s^7 - 0.0092s^6 + 0.00373s^5 - 0.00054s^4 + 8.447 \times 10^{-5} s^3 - 3.276 \times 10^{-6} s^2 + 7.793 \times 10^{-8} s - 7.868 \times 10^{-10}}{s^8 + 0.4187s^7 + 0.1401 s^6 + 0.0303s^5 + 0.00486s^4 + 0.000461s^3 + 2.375 \times 10^{-5} s^2 + 6.355 \times 10^{-7} s + 3.761 \times 10^{-9}}$$

$$C_{21} = \frac{-0.044s^9 + 0.0142s^8 + 0.0008s^7 + 0.0003s^6 + 1.553 \times 10^{-5} s^5 + 1 \times 10^{-6} s^4 + 4.48 \times 10^{-8} s^3 + 2.011 \times 10^{-10} s^2 - 8.34 \times 10^{-13} s + 3.612 \times 10^{-14}}{s^{10} + 2.183s^9 + 0.501s^8 + 0.065s^7 + 0.0079s^6 + 0.0004s^5 + 2.584 \times 10^{-5} s^4 + 7.095 \times 10^{-7} s^3 + 1.085 \times 10^{-8} s^2 + 6.757 \times 10^{-11} s + 3.732 \times 10^{-13}}$$

$$C_{22} = \frac{0.0416s^9 - 0.0359s^8 + 0.00456s^7 - 0.0008s^6 + 7.63 \times 10^{-5} s^5 - 8.86 \times 10^{-6} s^4 + 3.96 \times 10^{-7} s^3 - 2.422 \times 10^{-8} s^2 + 5.7254 \times 10^{-10} s + 3.09 \times 10^{-13}}{s^{10} + 1.858s^9 + 1.417s^8 + 0.269s^7 + 0.0398s^6 + 0.0039s^5 + 0.000273s^4 + 1.207 \times 10^{-5} s^3 + 4.63 \times 10^{-7} s^2 + 3.101 \times 10^{-9} s + 3.302 \times 10^{-11}}$$

$$C_{23} = \frac{-0.1119s^9 - 0.00187s^8 + 0.00035s^7 + 0.000865s^6 + 6.91 \times 10^{-5} s^5 + 1.4 \times 10^{-5} s^4 + 3.92 \times 10^{-8} s^3 + 4.28 \times 10^{-8} s^2 - 7.347 \times 10^{-10} s + 2.276 \times 10^{-12}}{s^{10} + 2.42s^9 + 1.878s^8 + 0.3514s^7 + 0.0496s^6 + 0.00485s^5 + 0.000294s^4 + 1.416 \times 10^{-5} s^3 + 4.227 \times 10^{-7} s^2 + 3.117 \times 10^{-9} s + 2.53 \times 10^{-11}}$$

$$C_{31} = \frac{-0.3389 s^4 + 0.1423 s^3 - 0.089 s^2 - 0.0003102 s - 2.235 \times 10^{-6}}{s^5 + 2.304 s^4 + 1.351 s^3 + 0.3135 s^2 + 0.003089 s + 6.197 \times 10^{-6}}$$

$$C_{32} = \frac{0.07456 s^4 + 0.03168 s^3 - 0.004719 s^2 - 5.006 \times 10^{-5} s - 1.111 \times 10^{-7}}{s^5 + 0.7414 s^4 + 0.2741 s^3 + 0.04015 s^2 + 0.0003792 s + 5.214 \times 10^{-7}}$$

$$C_{33} = \frac{-0.1531 s^4 + 0.0867 s^3 - 0.05013 s^2 - 0.0007789 s - 2.506 \times 10^{-6}}{s^5 + 2.416 s^4 + 1.407 s^3 + 0.539 s^2 + 0.007961 s + 2.039 \times 10^{-5}}$$

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{23} & C_{33} \end{bmatrix}$$

Références

- [1] J. Grischke, L. Johannsmeier, L. Eich, L. Griga, and S. Haddadin, “Dentronics: Towards robotics and artificial intelligence in dentistry,” *Dent. Mater.*, vol. 36, no. 6, pp. 765–778, 2020, doi: 10.1016/j.dental.2020.03.021.
- [2] L. An *et al.*, “Trends of robotic assisted surgery for thyroid, colorectal, stomach and hepatopancreaticobiliary cancer-10 year Korea trend investigation,” *Asian J. Surg.*, no. xxxx, 2020, doi: 10.1016/j.asjsur.2020.05.029.
- [3] T. Shimmura, R. Ichikari, T. Okuma, H. Ito, K. Okada, and T. Nonaka, “Service robot introduction to a restaurant enhances both labor productivity and service quality,” *Procedia CIRP*, vol. 88, pp. 589–594, 2020, doi: 10.1016/j.procir.2020.05.103.
- [4] A. Verl, A. Valente, S. Melkote, C. Brecher, E. Ozturk, and L. T. Tunc, “Robots in machining,” *CIRP Ann.*, vol. 68, no. 2, pp. 799–822, 2019, doi: 10.1016/j.cirp.2019.05.009.
- [5] “Colossus - ROBOTS: Your Guide to the World of Robotics.” [Online]. Available: <https://robots.ieee.org/robots/colossus/>. [Accessed: 03-Aug-2020].
- [6] M. Raibert, K. Blankespoor, G. Nelson, and R. Playter, *BigDog , the Rough-Terrain Quadruped Robot*, vol. 41, no. 2. IFAC, 2008.
- [7] I. Arvanitakis, A. Tzes, and K. Giannousakis, “Mobile Robot Navigation Under Pose Uncertainty in Unknown Environments,” *IFAC-PapersOnLine*, vol. 50, no. 1, pp. 12710–12714, 2017, doi: 10.1016/j.ifacol.2017.08.2267.
- [8] L. Mao, F. Gao, Y. Tian, and Y. Zhao, “Novel method for preventing shin-collisions in six-legged robots by utilising a robot–terrain interference model,” *Mech. Mach. Theory*, vol. 151, 2020, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2020.103897.
- [9] “PackBot - ROBOTS: Your Guide to the World of Robotics.” [Online]. Available: <https://robots.ieee.org/robots/packbot/>. [Accessed: 19-Jul-2020].
- [10] “Mechanics of Off-the-Road Locomotion - M. G. Bekker, M. G. Bekker, 1962.” [Online]. Available:

-
- https://journals.sagepub.com/doi/abs/10.1243/PIME_AUTO_1962_000_009_02?journalCode=pada#articleCitationDownloadContainer. [Accessed: 17-Jul-2020].
- [11] D. Xi and F. Gao, “Criteria of type complexity for legged robots,” *Mech. Mach. Theory*, vol. 144, 2020, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2019.103661.
- [12] S. Böttcher, “RobotLocomotion.pdf,” 2006.
- [13] M. J. Grimble and M. A. Johnson, *Advanced Textbooks in Control and Signal: Robust Control Design with MATLAB*. .
- [14] P. Apkarian, “Éléments de la Théorie de la Commande Robuste,” *Lect. Notes*, p. 130, 1993.
- [15] E. H. Hasnaa and B. Mohammed, “Planning a trajectory of a 6-DOF parallel robot «HEXA» 1 1,” pp. 0–5, 2016.
- [16] E. H. Hasnaa and B. Mohammed, “Planning Tripod Gait of an Hexapod Robot,” pp. 163–168, 2017.
- [17] H. El Hansali and M. Bennani, “Gait kinematic modeling of a hexapod robot,” *Int. Rev. Mech. Eng.*, vol. 11, no. 3, pp. 200–207, 2017, doi: 10.15866/ireme.v11i3.10987.
- [18] E. H. Hasnaa and B. Mohammed, “Robust control of two link rigid manipulator with nonlinear dynamic model,” 2017.
- [19] E. H. Hasnaa and B. Mohammed, “Robust control of an hexapod robot in lifting mode,” 2020.
- [20] H. El Hansali and M. Bennani, “H-infinity Control of a Six-legged Robot In Lifting Mode,” vol. xx, no. January, 2007.
- [21] M. Atify, M. Bennani, and A. Abouabdellah, “Propelling motion modeling of an Hexapod robot,” *ICSSD 2019 - Int. Conf. Smart Syst. Data Sci.*, 2019, doi: 10.1109/ICSSD47982.2019.9003014.
- [22] J. A. T. Machado, “An Overview of Legged Robots,” *Soins Pediatr.*, vol. 35, no. 281, pp. 30–34, 2014, doi: 10.1016/j.spp.2014.09.006.
- [23] Y. J. Lee and S. Hirose, “Three-legged walking for fault tolerant locomotion of a quadruped robot with demining mission,” *IEEE Int. Conf. Intell. Robot. Syst.*, vol. 2, pp.

-
- 973–978, 2000, doi: 10.1109/IROS.2000.893145.
- [24] J. M. Yang and J. H. Kim, “A strategy of optimal fault tolerant gait for the hexapod robot in crab walking,” *Proc. - IEEE Int. Conf. Robot. Autom.*, vol. 2, no. May, pp. 1695–1700, 1998, doi: 10.1109/ROBOT.1998.677405.
- [25] A. Roennau, G. Heppner, M. Nowicki, and R. Dillmann, “LAURONV: A versatile six-legged walking robot with advanced maneuverability,” *IEEE/ASME Int. Conf. Adv. Intell. Mechatronics, AIM*, no. July, pp. 82–87, 2014, doi: 10.1109/AIM.2014.6878051.
- [26] A. Degani, “Manipulation and Locomotion Duality,” p. 4100, 2010.
- [27] “LAURON V - ROBOTS: Your Guide to the World of Robotics.” [Online]. Available: <https://robots.ieee.org/robots/lauron/>. [Accessed: 12-Oct-2020].
- [28] “MANTIS - Robot Systems - Robotics Innovation Center - DFKI GmbH.” [Online]. Available: <https://robotik.dfki-bremen.de/en/research/robot-systems/mantis.html>. [Accessed: 02-Apr-2020].
- [29] D. W. Haldane, J. K. Yim, and R. S. Fearing, “Repetitive extreme-acceleration (14-g) spatial jumping with Salto-1P,” *IEEE Int. Conf. Intell. Robot. Syst.*, vol. 2017-Sept, pp. 3345–3351, 2017, doi: 10.1109/IROS.2017.8206172.
- [30] “Archives des SALTO - Planète Robots.” [Online]. Available: <https://www.planeterobots.com/tag/salto/>. [Accessed: 12-Oct-2020].
- [31] S. Kuindersma *et al.*, “Optimization-based locomotion planning, estimation, and control design for the atlas humanoid robot,” *Auton. Robots*, vol. 40, no. 3, pp. 429–455, 2016, doi: 10.1007/s10514-015-9479-3.
- [32] Y. Ogura *et al.*, “Development of a new humanoid robot WABIAN-2,” *Proc. - IEEE Int. Conf. Robot. Autom.*, vol. 2006, no. January, pp. 76–81, 2006, doi: 10.1109/ROBOT.2006.1641164.
- [33] “Atlas® | Boston Dynamics.” [Online]. Available: <https://www.bostondynamics.com/atlas>. [Accessed: 12-Oct-2020].
- [34] “Valkyrie - ROBOTS: Your Guide to the World of Robotics.” [Online]. Available: <https://robots.ieee.org/robots/valkyrie/>. [Accessed: 12-Oct-2020].

-
- [35] R. Playter, M. Buehler, and M. Raibert, “BigDog,” *Unmanned Syst. Technol. VIII*, vol. 6230, no. August, p. 62302O, 2006, doi: 10.1117/12.684087.
- [36] “BigDog - Wikiwand.” [Online]. Available: <https://www.wikiwand.com/fr/BigDog>. [Accessed: 12-Oct-2020].
- [37] “Wildcat : robot quadrupède autonome qui peut courir jusqu’à 25 km/h.” [Online]. Available: <https://technologie-innovation.fr/wildcat-robot-quadrupede-autonome-qui-peut-courir-jusqua-25-kmh>. [Accessed: 12-Oct-2020].
- [38] J. E. Bares and D. S. Wettergreen, “Dante II: technical description, results, and lessons learned,” *Int. J. Rob. Res.*, vol. 18, no. 7, pp. 621–649, 1999, doi: 10.1177/02783649922066475.
- [39] “NASA - Scorpion Robot.” [Online]. Available: https://www.nasa.gov/centers/ames/multimedia/images/2005/Scorpion_Robot.html. [Accessed: 02-Apr-2020].
- [40] “Dante II - The Robotics Institute Carnegie Mellon University.” [Online]. Available: <https://www.ri.cmu.edu/robot/dante-ii/>. [Accessed: 12-Oct-2020].
- [41] T. Lee, C. Liao, and T. Chen, “On the Stability Properties of Hexapod Tripod Gait,” vol. 4, no. 4, 1988.
- [42] P. Gregorio, M. Ahmadi, and M. Buehler, “Design, control, and energetics of an electrically actuated legged robot,” *IEEE Trans. Syst. Man, Cybern. Part B Cybern.*, vol. 27, no. 4, pp. 626–634, 1997, doi: 10.1109/3477.604106.
- [43] U. Saranli, M. Buehler, and D. E. Koditschek, “RHex: A simple and highly mobile hexapod robot,” *Int. J. Rob. Res.*, vol. 20, no. 7, pp. 616–631, 2001, doi: 10.1177/02783640122067570.
- [44] “RHex Rough-Terrain Robot (Boston Dynamics) - 11019 - Robotpark ACADEMY.” [Online]. Available: <http://www.robotpark.com/academy/rhex-rough-terrain-robot-11019/>. [Accessed: 12-Oct-2020].
- [45] “Summary of the RHex robot platform.” [Online]. Available: <https://www.rhex.web.tr/>. [Accessed: 12-Oct-2020].

-
- [46] C. Prahacs, A. Saudners, M. K. Smith, D. McMordie, and M. Buehler, “Towards Legged Amphibious Mobile Robotics,” *Proc. Can. Eng. Educ. Assoc.*, 2011, doi: 10.24908/pceea.v0i0.4043.
- [47] “Robot III | Center for Biologically Inspired Robotics Research.” [Online]. Available: https://engineering.case.edu/groups/biorobots/robot_iii. [Accessed: 09-Dec-2020].
- [48] M. F. Silva and J. A. T. MacHado, “A historical perspective of legged robots,” *JVC/Journal Vib. Control*, vol. 13, no. 9–10, pp. 1447–1486, 2007, doi: 10.1177/1077546307078276.
- [49] M. R. Fielding, R. Dunlop, and C. J. Damaren, “Hamlet: Force/position controlled hexapod walker - Design and systems,” *IEEE Conf. Control Appl. - Proc.*, pp. 984–989, 2001, doi: 10.1109/cca.2001.973998.
- [50] F. Tedeschi and G. Carbone, “Design issues for hexapod walking robotsdesign issues for hexapod walking robots,” *Robotics*, vol. 3, no. 2, pp. 181–206, 2014, doi: 10.3390/robotics3020181.
- [51] A. Saunders, D. I. Goldman, R. J. Full, and M. Buehler, “The RiSE climbing robot: body and leg design,” *Unmanned Syst. Technol. VIII*, vol. 6230, no. March, p. 623017, 2006, doi: 10.1117/12.666150.
- [52] B. H. Jun *et al.*, “First field-test of seabed walking robot CR200,” *Ocean. 2013 MTS/IEEE - San Diego An Ocean Common*, 2013.
- [53] “ABOUT - Mantis Robot.” [Online]. Available: <http://www.mantisrobot.com/about/4570641007>. [Accessed: 20-Feb-2020].
- [54] A. Schneider, J. Paskarbeit, M. Schilling, and J. Schmitz, “HECTOR, a bio-inspired and compliant hexapod robot,” *Lect. Notes Comput. Sci. (including Subser. Lect. Notes Artif. Intell. Lect. Notes Bioinformatics)*, vol. 8608 LNAI, pp. 427–429, 2014, doi: 10.1007/978-3-319-09435-9_51.
- [55] “Researchers Upgrade Snake Robot into A Hexapod “Snake Monster.”” [Online]. Available: <https://interestingengineering.com/researchers-upgrade-snake-robot-into-a-hexapod-snake-monster>. [Accessed: 07-Aug-2020].
- [56] “IC Hexapod, un robot à six pattes! | Zone Robotique.” [Online]. Available:

-
- <https://www.zonerobotique.com/ic-hexapod-robot-six-pattes/>. [Accessed: 08-Aug-2020].
- [57] “HEXA - Vincross.” [Online]. Available: <https://www.vincross.com/en/hexa>. [Accessed: 08-Aug-2020].
- [58] J. Dupeyroux *et al.*, “A Hexapod Walking Robot Mimicking Navigation Strategies of Desert Ants Cataglyphis To cite this version : HAL Id : hal-02075674 AntBot , a hexapod walking robot mimicking,” 2019.
- [59] T. Zielinska, “Autonomous walking machines - Discussion of the prototyping problems,” *Bull. Polish Acad. Sci. Tech. Sci.*, vol. 58, no. 3, pp. 443–451, 2010, doi: 10.2478/v10175-010-0042-2.
- [60] S. K. K. Chu and G. K. H. Pang, “Comparison between different model of hexapod robot in fault-tolerant gait,” *IEEE Trans. Syst. Man, Cybern. Part A Systems Humans.*, vol. 32, no. 6, pp. 752–756, 2002, doi: 10.1109/TSMCA.2002.807066.
- [61] “Gait_Six_Leg_Roboto.Pdf.” .
- [62] Y. Takahashi, T. Arai, Y. Mae, K. Inoue, and N. Koyachi, “Development of multi-limb robot with omnidirectional manipulability and mobility,” *IEEE Int. Conf. Intell. Robot. Syst.*, vol. 3, pp. 2012–2017, 2000, doi: 10.1109/iros.2000.895266.
- [63] P. S. Arinjay and J. Khot, “Design of Bio-Mimic Hexapod,” SICETE.
- [64] J. Y. S. Luh, M. W. Walker, and R. P. C. Paul, “Newton – Euler Formulation of Manipulator Dynamics for Computer Control,” *IFAC Proc. Vol.*, vol. 12, no. 10, pp. 165–172, 1979, doi: 10.1016/s1474-6670(17)65356-4.
- [65] A. De Luca, “Dynamic model of robots : Newton-Euler approach,” *Lect. slides*, p. 16, 2019.
- [66] L. Oumnia, “Commande des Allures de Marche Stables d ’ un Robot Bipède type-Compas,” 2008.
- [67] M. Bjelonic *et al.*, “Keep Rollin’-Whole-Body Motion Control and Planning for Wheeled Quadrupedal Robots,” *IEEE Robot. Autom. Lett.*, vol. 4, no. 2, pp. 2116–2123, 2019, doi: 10.1109/LRA.2019.2899750.

-
- [68] Y. De Viragh, M. Bjelonic, C. D. Bellicoso, F. Jenelten, and M. Hutter, “Trajectory optimization for wheeled-legged quadrupedal robots using linearized ZMP constraints,” *IEEE Robot. Autom. Lett.*, vol. 4, no. 2, pp. 1633–1640, 2019, doi: 10.1109/LRA.2019.2896721.
- [69] C. E. Partielle, A. L. O. De, C. De, and R. Q. Dynamique, “Pa trick lessard,” 2002.
- [70] JEAN-F. TOMB *et al.*, “Enhanced Reader.pdf,” *Nature*, vol. 388, pp. 539–547, 1997.
- [71] V. I. Utkin and A. S. Poznyak, “Adaptive sliding mode control with application to super-twist algorithm: Equivalent control method,” *Automatica*, vol. 49, no. 1, pp. 39–47, 2013, doi: 10.1016/j.automatica.2012.09.008.
- [72] A. Zinober, *Variable Structure Systems: Towards the 21st Century*, no. May, 2002.
- [73] D. E. N. Sciences, “Présentée par : DAIKH Fatima Zohra.”
- [74] C. Grand, F. Benamar, and F. Plumet, “Motion kinematics analysis of wheeled-legged rover over 3D surface with posture adaptation,” *Mech. Mach. Theory*, vol. 45, no. 3, pp. 477–495, 2010, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2009.10.007.
- [75] F. Ben Amar, C. Grand, G. Besseron, and F. Plumet, “Performance evaluation of locomotion modes of an hybrid wheel-legged robot for self-adaptation to ground conditions,” *8th ESA Work. Adv. Sp. Technol. Robot. Autom. “ASTRA 2004,”* pp. 1–7, 2004.
- [76] T. Thomson, I. Sharf, and B. Beckman, “Pd = [CPd " ' d Zd X1d X2d X3d X4d J,” pp. 1895–1900, 2012.
- [77] Y. Sun and S. Ma, “Decoupled kinematic control of terrestrial locomotion for an ePaddle-based reconfigurable amphibious robot,” *Proc. - IEEE Int. Conf. Robot. Autom.*, pp. 1223–1228, 2011, doi: 10.1109/ICRA.2011.5979886.
- [78] M. Kalakrishnan, J. Buchli, P. Pastor, M. Mistry, and S. Schaal, “Learning, planning, and control for quadruped locomotion over challenging terrain,” *Int. J. Rob. Res.*, vol. 30, no. 2, pp. 236–258, 2011, doi: 10.1177/0278364910388677.
- [79] A. Ianagui and E. A. Tannuri, “A sliding mode torque and position controller for an antagonistic SMA actuator,” *Mechatronics*, vol. 30, pp. 126–139, 2015, doi:

-
- 10.1016/j.mechatronics.2015.06.010.
- [80] S. W. Sung and I. B. Lee, “Limitations and countermeasures of PID controllers,” *Ind. Eng. Chem. Res.*, vol. 35, no. 8, pp. 2596–2610, 1996, doi: 10.1021/ie960090+.
- [81] J. Yang, S. Li, J. Su, and X. Yu, “Continuous nonsingular terminal sliding mode control for systems with mismatched disturbances,” *Automatica*, vol. 49, no. 7, pp. 2287–2291, 2013, doi: 10.1016/j.automatica.2013.03.026.
- [82] C. Fallaha, “Étude de la Commande par Mode de Glissement sur les système mono et multi variables,” 2007.
- [83] J. Li, J. Wang, H. Peng, L. Zhang, Y. Hu, and H. Su, “Neural fuzzy approximation enhanced autonomous tracking control of the wheel-legged robot under uncertain physical interaction,” *Neurocomputing*, vol. 410, pp. 342–353, 2020, doi: 10.1016/j.neucom.2020.05.091.
- [84] R. K. Barai and K. Nonami, “Optimal two-degree-of-freedom fuzzy control for locomotion control of a hydraulically actuated hexapod robot,” *Inf. Sci. (Ny)*, vol. 177, no. 8, pp. 1892–1915, 2007, doi: 10.1016/j.ins.2006.10.003.
- [85] J. C. Doyle, “Synthesis of Robust Controllers and Filters.,” *Proc. IEEE Conf. Decis. Control*, vol. 1, pp. 109–114, 1983, doi: 10.1109/cdc.1983.269806.
- [86] V. Tech, *Wiley series in nonlinear science*. .
- [87] “Analyse numérique : Approximation de fonctions Prise en compte des statistiques d ’ erreur Interpolation polynômiale Théorie,” 2013.
- [88] K. Ba, B. Yu, Z. Gao, Q. Zhu, G. Ma, and X. Kong, “An improved force-based impedance control method for the HDU of legged robots,” *ISA Trans.*, vol. 84, pp. 187–205, 2019, doi: 10.1016/j.isatra.2018.09.002.
- [89] D. Before, T. Negotiations, N. Via, and N. Communication, “Essentials of Essentials of,” vol. 37, no. March, pp. 54–56, 2008.
- [90] M. Karkoub and K. Tamma, “Modelling and μ -synthesis control of flexible manipulators,” *Comput. Struct.*, vol. 79, no. 5, pp. 543–551, 2001, doi: 10.1016/S0045-7949(00)00155-3.

-
- [91] O. N. A. Certain and L. Fractional, “ $(\sim a \sim) \sim 1$.”
- [92] V. Atta, “Remarks on the basis of network theory,” pp. 237–258, 1942.
- [93] M. G. Safonov, “Fp8 3:30,” 1981.
- [94] E. Laroche, “Commande Robuste,” 2012.
- [95] A. Motivation, “Feedback, Minimax Sensitivity, and Optimal Robustness,” no. 5, 1983.
- [96] K. Zhou, J. C. Doyle, and K. Glover, “Robust and Optimal Control *,” vol. 33, no. ii, p. 456567, 1997.
- [97] P. N. Paraskevopoulos and P. N. Paraskevopoulos, “Robust Control,” *Mod. Control Eng.*, pp. 637–672, 2019, doi: 10.1201/9781315214573-15.
- [98] D. Xi and F. Gao, “Criteria of type complexity for legged robots,” *Mech. Mach. Theory*, vol. 144, 2020, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2019.103661.
- [99] S. B. Javed, A. A. Uppal, R. Samar, and A. I. Bhatti, “Design and implementation of multi-variable H_∞ robust control for the underground coal gasification project Thar,” *Energy*, no. xxxx, p. 119000, 2020, doi: 10.1016/j.energy.2020.119000.
- [99] K. M. Arthur and S. Y. Yoon, “Robust stabilization at uncertain equilibrium by output derivative feedback control,” *ISA Trans.*, vol. 107, pp. 40–51, 2020, doi: 10.1016/j.isatra.2020.07.027.
- [100] P. Long, W. Khalil, and P. Martinet, “Dynamic modeling of parallel robots with flexible platforms,” *Mech. Mach. Theory*, vol. 81, pp. 21–35, 2014, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2014.06.009.
- [101] P. M. James, A. Prakash, V. Kalburgi, and P. Sreedharan, “Design, analysis, manufacturing of four-legged walking robot with insect type leg,” *Mater. Today Proc.*, no. xxxx, 2020, doi: 10.1016/j.matpr.2020.10.286.
- [102] L. Mao, F. Gao, Y. Tian, and Y. Zhao, “Novel method for preventing shin-collisions in six-legged robots by utilising a robot–terrain interference model,” *Mech. Mach. Theory*, vol. 151, 2020, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2020.103897.
- [103] H. Kim and J. Lee, “Design, swimming motion planning and implementation of a legged

-
- underwater robot (CALEB10: D.BeeBot) by biomimetic approach,” *Ocean Eng.*, vol. 130, no. December 2016, pp. 310–327, 2017, doi: 10.1016/j.oceaneng.2016.11.006.
- [104] Q. Guo, T. Yu, and D. Jiang, “Robust H positional control of 2-DOF robotic arm driven by electro-hydraulic servo system,” *ISA Trans.*, vol. 59, pp. 55–64, 2015, doi: 10.1016/j.isatra.2015.09.014.
- [105] W. Feng and I. Postlethwaite, “Robust Nonlinear H_{∞} /Adaptive Control of Robot Manipulator Motion,” *IFAC Proc. Vol.*, vol. 26, no. 2, pp. 31–34, 1993, doi: 10.1016/s1474-6670(17)48888-4.
- [106] F. Hisch, A. Giusti, and M. Althoff, “Robust Control of Continuum Robots using Interval Arithmetic,” *IFAC-PapersOnLine*, vol. 50, no. 1, pp. 5660–5665, 2017, doi: 10.1016/j.ifacol.2017.08.1115.
- [107] K. Li and R. Wen, “Robust Control of a Walking Robot System and Controller Design,” *Procedia Eng.*, vol. 174, pp. 947–955, 2017, doi: 10.1016/j.proeng.2017.01.246.
- [108] C. H. Guzmán, A. Blanco, J. A. Brizuela, and F. A. Gómez, “Robust control of a hip–joint rehabilitation robot,” *Biomed. Signal Process. Control*, vol. 35, pp. 100–109, 2017, doi: 10.1016/j.bspc.2017.03.002.
- [109] Z. Deng, B. Yao, X. Zhu, Q. Wang, and H. Yang, Modeling and μ -synthesis based robust trajectory tracking control of a wheeled mobile robot, vol. 19, no. 3. *IFAC*, 2014.
- [110] Z. Deng, B. Yao, X. Zhu, Q. Wang, and H. Yang, Modeling and μ -synthesis based robust trajectory tracking control of a wheeled mobile robot, vol. 19, no. 3. *IFAC*, 2014.
- [111] A. Lari, A. Khosravi, and R. Karamnezhad, “A new approach to design a simple structure μ synthesis controller: Application to an uncertain DC motor,” *IFAC Proc. Vol.*, vol. 45, no. 13 PART 1, pp. 672–677, 2012, doi: 10.3182/20120620-3-DK-2025.00134.
- [112] H. Deng, G. Xin, G. Zhong, and M. Mistry, “Gait and trajectory rolling planning and control of hexapod robots for disaster rescue applications,” *Rob. Auton. Syst.*, vol. 95, pp. 13–24, 2017, doi: 10.1016/j.robot.2017.05.007.
- [113] M. O. Sorin and M. Nițulescu, “Hexapod robot leg dynamic simulation and experimental control using Matlab,” *IFAC Proc. Vol.*, vol. 14, no. PART 1, pp. 895–899, 2012, doi:

10.3182/20120523-3-RO-2023.00335.

- [114] M. C. García-López, E. Gorrostieta-Hurtado, E. Vargas-Soto, J. M. Ramos-Arreguín, A. Sotomayor-Olmedo, and J. C. M. Morales, “Kinematic analysis for trajectory generation in one leg of a hexapod robot,” *Procedia Technol.*, vol. 3, pp. 342–350, 2012, doi: 10.1016/j.protcy.2012.03.037.