

THESE

En vue de l'obtention du : **DOCTORAT**

Centre de recherche : Centre de Recherche Rabat Information Technology

Structure de Recherche : Laboratoire de Recherche en Informatique et Télécommunications

Discipline : Sciences de l'ingénieur

Spécialité : Informatique et télécommunications

Présentée et soutenue le 24/07/2019 par :

Abdessamad TAFRAOUTI

Analyse fractale des images X-Ray de l'os trabéculaire pour le diagnostic de l'ostéoporose

JURY

Rachid OULAD HAJ THAMI	PES	École Nationale Supérieure d'Informatique et d'Analyse des Systèmes, Université Mohammed V de Rabat	Président
Mohammed EL HASSOUNI	PES	Faculté de Lettres et Sciences Humaines, Université Mohammed V de Rabat	Directeur de thèse
Hamid TAIRI	PES	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz, Université Sidi Mohamed Ben Abdellah de Fès	Rapporteur/ Examineur
Ahmed DRISSI EL MALIANI	PH	Faculté des Sciences, Université Mohammed V de Rabat	Rapporteur/ Examineur
Mohamed EL HAZITI	PH	École Supérieure de Technologie de Salé, Université Mohammed V de Rabat	Examineur
Rachid Jennane	PES	Université d'Orléans, Polytech'Orléans, France	Examineur

Année universitaire : 2018/2019

*À ma mère et mon père.
À mes deux frères et ma sœur.
À toute ma famille, et mes amis.*



AVANT-PROPOS

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été effectués au Laboratoire de Recherche en Informatique et Télécommunications (LRIT) de la Faculté des Sciences de Rabat, Université Mohammed V au Maroc, sous la direction du Professeur **Mohammed EL HASSOUNI**.

Je commence par présenter mes remerciements à mon directeur de thèse, M. **Mohammed EL HASSOUNI**, Professeur de l'enseignement supérieur à la Faculté de Lettres et Sciences Humaines de Rabat, d'avoir suggéré l'imagerie radiographique de l'os comme domaine médical dans lequel l'analyse fractale présenterait un intérêt et une grande utilité. Je suis particulièrement reconnaissant pour ses critiques constructives de mon travail, ses encouragements constants, ses suggestions judicieuses et ses conseils techniques éclairés sur les approches à essayer lorsque nos premiers résultats sont inférieurs aux attentes.

Je veux exprimer toute ma reconnaissance à M. **Rachid OULAD HAJ THAMI**, Professeur de l'enseignement supérieur à l'école Nationale Supérieure d'informatique et d'analyse des Systèmes de Rabat d'avoir accepté de présider le jury de ma thèse.

Je remercie profondément M. **Rachid JENNANE**, Professeur de l'enseignement supérieur à l'université d'Orléans, Polytech'Orléans de France, d'avoir accepté d'examiner ce travail et de participer au jury.

Je remercie M. **Hamid TAIRI**, Professeur de l'enseignement Supérieur à la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz de Fès d'avoir accepté de rapporter ce travail et de participer au jury.

Je tiens également à remercier M. **Mohamed EL HAZITI**, Professeur Habilité à l'école supérieure de technologie de Salé, pour avoir accepté d'examiner ce travail et de participer au jury.

Enfin, je souhaite remercier profondément M. **Ahmed DRISSI EL MALIANI**, Professeur Habilité à la Faculté des Sciences de Rabat, pour avoir accepté de rapporter ce travail et de participer au jury.



RÉSUMÉ

Les images biomédicales sont au cœur de la science médicale - des images du corps humain qui aident à comprendre la nature des systèmes biologiques humains-. Ces images peuvent être au niveau moléculaire ou des images d'organes complets, de systèmes d'organes et de parties du corps. Ces images sont d'énormes sources d'information et, comme toute autre source d'information, il faut les exploiter et les analyser pour ouvrir la voie à une meilleure compréhension. Au cours des dernières années, le domaine de l'imagerie médicale a exigé que le rôle du traitement d'image peut contribuer à faciliter la tâche des médecins en améliorant la qualité des données médicales et, dans plusieurs cas, à permettre le diagnostic précoce de certaines maladies.

Dans cette thèse, nous travaillons sur une application médicale du traitement d'images, elle consiste en le diagnostic de l'ostéoporose, qui est une maladie osseuse liée à la qualité et la quantité de tissus osseux. Nous avons pour objectif d'analyser les radiographies des images de l'os du calcaneum à l'aide d'une approche d'analyse fractale. Le modèle fractal utilisé est le mouvement brownien fractionnaire qui est un modèle stochastique fractale caractérisé par un paramètre Hurst $H \in [0 - 1]$. Ce modèle a été évalué sur les images radiographiques de los avec les classifieur K -nn et SVM. Les taux de bons classification obtenus (allant jusqu'à 97%) prouvent l'efficacité des approches proposés à base d'analyse fractale.

Mots-clés : Imagerie médicale, analyse fractale, mouvement brownien fractionnaire, Ostéoporose, X-Ray, Classification, diagnostique.



ABSTRACT

Biomedical images are at the heart of medical science - images of the human body that help to understand the nature of human biological systems-. These images can be at the molecular level or images of complete organs, organ systems and body parts. These images are enormous sources of information and, like any other source of information, they must be exploited and analyzed to open the way to a better understanding. In the last few years, the field of medical imaging has required that the role of image processing can help to facilitate the work of physicians by improving the quality of medical data and, in many cases, allowing the early diagnosis of certain diseases.

In this thesis, we are working on a medical application of image processing, it consists of the diagnosis of osteoporosis, which is a bone disease linked to quality and quantity of bone tissue. Our goal is to analyze radiographic images of calcaneus bone using a fractal analysis approach. The used fractal model is the fractional Brownian motion which is a fractal stochastic model characterized by a parameter Hurst $H \in [0 - 1]$. This model has been evaluated on Bone X-Ray images with K-nn and SVM classifiers. The good classification rates obtained (up to 97%) proved the effectiveness of the proposed approaches based on fractal analysis.

Keywords : Medical imaging, fractal analysis, fractional Brownian motion, Osteoporosis, X-Ray, classification, diagnosis.



TABLE DES MATIÈRES

Liste des acronymes	15
Liste des figures	20
Liste des tableaux	1
INTRODUCTION GÉNÉRALE	1
Organisation du mémoire	2
Chapitre 1 : Ostéoporose et analyse de texture : État de l'art	5
1.1 Introduction	5
1.2 L'Os	6
1.2.1 Classification des os	7
1.2.2 Composition de l'os	8
1.2.2.1 Os compact	10
1.2.2.2 Os spongieux	10
1.2.3 Cycle de vie de l'os	10
1.2.3.1 Formation osseuse initiale	10
1.2.3.2 Remodelage	12
1.3 L'ostéoporose	13
1.3.1 Définition	14
1.3.2 Causes et symptômes	14
1.3.2.1 Causes	14
1.3.2.2 Symptômes	16
1.3.3 Diagnostique	17
1.3.4 Prévention et traitement	18
1.3.4.1 Prévention	18
1.3.4.2 Traitement	18
1.3.5 Technologies émergentes en Diagnostic de l'ostéoporose	18
1.3.5.1 Absorptiométrie double à rayons X	18
1.3.5.2 Absorptiométrie biphotonique à rayons X	19
1.3.5.3 Scanner périphérique à haute Résolution	19
1.3.5.4 ULTRASON (US)	20

1.4	Diagnostic de l'ostéoporose et analyse de texture	20
1.4.1	Méthodes statistiques	20
1.4.2	Méthodes par transformées	22
1.4.3	Méthodes par modélisation fractale	23
1.5	Conclusion	25
Chapitre 2 : Mouvement Brownien fractionnaire mBF		27
2.1	Introduction	27
2.2	Définition	29
2.3	Propriétés des mBf	29
2.4	Méthodes de synthèse de mBf	31
2.4.1	Méthode du "midpoint displacement" (MID)	32
2.4.2	Méthode de synthèse par transformée de Fourier rapide inverse (FRI)	32
2.4.3	Méthode de synthèse par ondelettes (OND)	32
2.4.4	Méthode de Cholesky	33
2.4.5	Méthode de Levinson	33
2.5	Méthodes d'estimation	34
2.5.1	Méthode de variance agrégée (AggVar)	34
2.5.2	Estimation par analyse spectrale du mBf (ASM)	35
2.5.3	Méthode de R/S	35
2.5.4	Estimation par maximum de vraisemblance (EMV)	36
2.5.5	Estimation par méthode de Whittle	38
2.6	Comparaison des méthodes d'estimation du Hurst H	39
2.7	Conclusion	40
Chapitre 3 : Évaluation des méthodes de synthèse des images mBf par classification		41
3.1	Introduction	41
3.2	Méthodes de synthèse des mBf 2D	42
3.2.0.1	Méthode de Stein (STM)	42
3.2.0.2	Méthode de Kaplan-Kuo (KKM)	43
3.2.0.3	Méthode de transformée de Fourier inverse (IFT)	44
3.2.0.4	Méthode de Random midpoint displacement (RMD)	44
3.3	Évaluation des méthodes de synthèse des images mBf	44
3.3.1	Methodologie	44
3.3.1.1	Extraction de caractéristiques	46
3.3.1.2	Classification :	47
3.3.2	Résultats	50
3.3.2.1	Résultats par rapport au type de caractéristique	53
3.3.2.2	Résultats par rapport à la taille de l'image	53
3.3.2.3	Résultats par rapport à la banque de filtres de DMBDT	53
3.3.2.4	Résultats par rapport au nombre de sous-bandes	54

3.3.2.5	Résultats avec le classifieur K -NN	54
3.4	Synthèse	55
3.5	Conclusion	56

Chapitre 4 : Analyse fractale : Application à la caractérisation des images

osseuses		59
4.1	Introduction	59
4.2	Base de données des images de l'os trabéculaire	60
4.3	Mesures de performances de la classification	63
4.4	Méthodologie	63
4.5	Méthodes paramétriques	64
4.5.1	Analyse fractale combiné à la séparation des fréquence (FreqSep_SVM)	65
4.5.1.1	Méthodologie	65
4.5.1.2	Résultats	67
4.5.2	Analyse fractale combiné à la transformée en pyramides orientables (Steerab_SVM)	69
4.5.2.1	Méthodologie	69
4.5.2.2	Résultats	72
4.6	Méthode non paramétrique : Analyse de texture à l'aide de transformation DMBDT et des attributs statistiques (DMBDT_SVM)	73
4.6.1	Méthodologie	73
4.6.2	Résultats	73
4.7	Synthèse	74
4.8	Conclusion	75

Chapitre 5 : Caractérisation des images X-Ray de l'os avec modélisation

mBf et distance Rao Géodesique		77
5.1	Introduction	77
5.2	Méthodologie	79
5.2.1	Base de données	79
5.2.2	Prétraitement et projection	81
5.2.2.1	Prétraitement	81
5.2.2.2	Projection 1D	82
5.2.3	Extraction des caractéristiques	82
5.2.4	Classification	85
5.2.4.1	distance Rao-géodésique	88
5.2.4.2	Définitions et propriétés de la distance Rao-géodésique	88
5.3	Résultats expérimentales	90
5.3.1	Validation sur des images synthétiques	90
5.3.2	Validation sur des images de l'os trabéculaire	91
5.3.2.1	Résultats par rapport à l'angle de projection	91
5.3.2.2	Influence de la taille du vecteur de caractéristiques	91

5.3.2.3	Comparaison avec d'autres mesures de similarité	92
5.3.2.4	Évaluation à l'aide du classificateur SVM (FRACTAL_SVM)	93
5.3.2.5	Comparaison avec d'autres méthodes	93
5.4	Synthèse	96
5.5	Conclusion	99
Conclusion générale et perspectives		101
	Conclusion	101
	Perspectives	102
Annexes		105
Annexe A : Courbe ROC		105
A.1	Construction du courbe ROC	105
A.2	AUC	106
A.2.1	Calcul de AUC (Area under curve)	106
A.2.2	Intérprétation de AUC	107
Annexe B : Publications scientifiques		109
B.1	Revue internationale	109
B.2	Conférences nationales et internationales	109
Bibliographie		111



LISTE DES ACRONYMES ET DES ABRÉVIATIONS

1D	<i>One-dimensional</i>
2D	<i>Two-dimensional</i>
ACC	<i>Accuracy</i>
AggVar	<i>Aggregated variance</i>
AIO	<i>All in one</i>
ASM	<i>Analyse spectrale sur mBf</i>
AUC	<i>Area Under Curve</i>
CC	<i>Control cases</i>
DAG	<i>Directed acyclic graph</i>
DFT	<i>Discret Fourier transform</i>
DMBDT	<i>Dual-tree MBands Transform</i>
DMO	<i>Densité minérale de l'os</i>
EMV	<i>Estimation par maximum de vraisemblance</i>
FD	<i>Fractal dimension</i>
fGn	<i>fractional Gaussian noise (Bruit gaussien fractionnaire)</i>
FN	<i>False negative</i>
FNR	<i>False Negative Rate</i>
FP	<i>False positive</i>
FPR	<i>False Positive Rate</i>
H	<i>Hurst</i>
K-NN	<i>K nearest neighbors</i>
KKM	<i>méthode de Kaplan-Kuo</i>
KL	<i>Kullback-Leibler</i>
M-SVM	<i>Multiple Support Vector Machine</i>
mBf	<i>mouvement Brownien fractionnaire</i>
OAA	<i>One against all</i>
OAO	<i>One against one</i>
OP	<i>Osteoporotic patients</i>
PDF	<i>Power density Function</i>
PSD	<i>Power Spectral Density</i>
RMD	<i>Random midpoint displacement</i>
ROC	<i>Receiver operating characteristic</i>
ROI	<i>Region of Interest (Région d'intérêt)</i>
STM	<i>méthode de Stein</i>

SVM	<i>Support Vector Machine</i>
TN	<i>True negative</i>
TP	<i>True positive</i>
US	<i>Ultra Son</i>



LISTE DES FIGURES

1.1	Classification des os dans le corps humain	8
1.2	Anatomie d'un Os long : L'enveloppe externe est constituée d'os cortical. Ceci est recouvert par une membrane de tissu conjonctif appelée le périoste. Sous la couche d'os cortical se trouve une couche d'os spongieux. À l'intérieur de cela se trouve une cavité qui a un noyau interne de la moelle osseuse.	9
1.3	Composition interne de l'os compact (corticale) et os spongieux (trabéculaire).	9
1.4	Ossification endochondrale dans un os long (Marieb, 1999)	11
1.5	Remodelage de l'os	12
1.6	Évolution de la masse osseuse au cours de la vie.	13
1.7	Différences structurales entre un os normal (a) et un os ostéoporotiques(b).	13
1.8	Différentes causes de l'ostéoporose.	15
1.9	Système DXA composé d'une source de rayons X et d'un système de collimateur permettant de choisir les photons et le détecteur appropriés (Emer et al., 2016)	17
2.1	Images naturels avec caractère fractal.	28
2.2	Exemples de signaux mBf 1D pour différentes valeurs de Hurst ($H = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$).	30
2.3	Exemples de signaux fGn (incrément de mBf) 1D pour différentes valeurs de Hurst ($H = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$).	31
2.4	Signal mBf (a) et son incrément fGn (b) ($H = 0.8$) utilisée dans l'illustration des méthodes d'estimation graphiques (figures 2.5, 2.6 et 2.7).	35
2.5	Estimation de Hurst par la méthode AggVar : Les observations utilisées dans l'ajustement de la ligne sont en pointillés. Le paramètre Hurst estimé de l'échantillon (figure 2.4) est 0,76, et la valeur réelle est 0,8.	36
2.6	Estimation de Hurst par la méthode d'analyse spectrale de mBf : Une estimation de H est obtenue en ajustant une droite sur les données, qui a théoriquement une pente de $1 - 2H$ Cela donne une estimation du paramètre Hurst de 0,85 pour notre échantillon (figure 2.4) (paramètre d'entrée de 0,8).	37

2.7	Estimation de Hurst par la méthode R/S : la pente est estimée à l'aide de la procédure d'ajustement des moindres carrés, indiquée par les points en pointillé. Cela donne une estimation du paramètre Hurst de 0,74 dans notre échantillon (figure 2.4) ; la valeur H d'entrée est 0,8.	38
3.1	Images mBf synthétisées en utilisant : (a) la méthode de <i>Stein</i> , (b) la méthode de <i>Kaplan – Kuo</i> , (c) la méthode <i>IFT</i> , (d) la méthode <i>RMD</i>	45
3.2	Organigramme de la DMBDT sur deux niveaux de résolution.	46
3.3	Étapes d'extraction du vecteur de caractéristique à partir des images mBf.	48
3.4	Différentes étapes de la méthode proposée	51
4.1	Différentes os de pieds : vue dorsale (A), vue latéral (B). (Dillenseger, 2011)	61
4.2	Une radiographie typique du calcaneum avec la région d'intérêt (ROI) et les marqueurs anatomiques A et B (a), ROIs extraites des CC (b) et (c), et ROIs extraites des OP (d) et (e).	62
4.3	Étapes principales de classification des images X-Ray	64
4.4	(a) image radiographique originale, (b) quantification de l'image radiographique	65
4.5	Filtrage passe-bande pour la plage de fréquences $[120^\circ, 160^\circ]$: (a) image radiographique originale, (b) transformée de Fourier de l'image, (c) filtre passe-bande, (d) image radiographique filtré.	66
4.6	Organigramme du schéma d'extraction de caractéristiques pour l'approche basé sur la séparation de fréquences	67
4.7	Schéma illustratif de la méthode de décomposition en pyramides orientables.	69
4.8	ROI extrait de l'image de l'os trabéculaire (a). Image filtrée obtenue avec filtre passe-haut (b).	70
4.9	Décomposition de pyramide orientable pour une image X-Ray de l'os trabéculaire	70
4.10	Organigramme du schéma d'extraction de caractéristiques pour l'approche basé sur la transformation en pyramides orientables	71
5.1	L'organigramme général de la méthodologie proposée.	80
5.2	Périodogrammes moyens représentatifs des lignes des images radiographiques du calcaneum. D'un patient ostéoporotique (a) et d'un sujet sain (b).	80
5.3	Image radiographique d'un patient OP (a) et sortie du filtre circulaire passe-haut dans la direction horizontale (b).	81
5.4	Illustration de l'approche d'orientation des images X-Ray. Amélioration de l'image de l'os trabéculaire (a). Image pivotée dans le sens anti-horaire à 45° avec ROI sélectionné (b). ROI extrait (c). Projection 1D de la ROI extraite orientée (d).	83
5.5	Dérivés des projections 1D de l'image prétraitée montrée dans la figure 5.3 (b) en suivant les instructions 0° (a), 45° (b), 90° (c) et 135° (d),	84

5.6	Histogrammes des incréments pour les directions 0° (a), 45° (b), 90° (c) et 135° (d), de la figure 5.5.	85
5.7	Illustration du PDF empirique bivarié du fGn, d'une surface simple en 3D (a) et d'une vue 2D utilisant des isolignes (b).	86
5.8	Principe de fonctionnement de classifieur k -NN : L'échantillon à tester (point vert) doit être classé soit dans la première classe de carrés bleus, soit dans la deuxième classe de triangles rouges. Si $K = 3$ (cercle en trait plein), il est attribué à la deuxième classe car il y a 2 triangles et 1 seul carré à l'intérieur du cercle intérieur. Si $K = 5$ (cercle en trait pointillé), il est attribué à la première classe (3 carrés contre 2 triangles à l'intérieur du cercle extérieur).	86
5.9	Organigramme de l'algorithme de classification k -NN	87
5.10	Images fBm synthétiques pour différentes valeurs H en utilisant la méthode de Stein.	90
5.11	Courbes ROC pour les orientations 0° , 90° , 45° , et 135° , pour $k = 7$	93
5.12	Courbes ROC pour différentes tailles de matrice de covariance pour $k = 7$	95
5.13	Courbes ROC pour différentes mesures de similarité pour $k = 7$	96
5.14	Courbes ROC pour la méthode proposée, FRACTAL_SVM, SDM_SVM, LBP_KNN et SDM_NN.	98
A.1	Construction du courbe ROC	106
A.2	Courbe ROC (AUC=1)	107
A.3	Courbe ROC (AUC=0.7)	107
A.4	Courbe ROC (AUC=0.5)	108
A.5	Courbe ROC (AUC=0)	108



LISTE DES TABLEAUX

2.1	Comparaison des méthodes d'estimation du paramètre Hurst H	39
3.1	détails de la base de données d'images mBf générées à l'aide de différentes méthodes de synthèse (KKM,STM, IFT, and RMD).	51
3.2	Taux de bon classification pour différentes attributs statistiques.	54
3.3	Taux de bon classification (%) pour différentes combinaisons des attributs statistiques.	54
3.4	Mesures de performance de classification pour différentes tailles d'image .	55
3.5	Mesures de performance de classification pour différents nombres de sous-bandes de DMBDT.	56
3.6	Mesures de performance de la classification pour différentes fonctions du noyau de SVM	57
3.7	Taux de bon classification pour différentes valeurs de K (classifieur KNN).	57
4.1	Mesures de performance de classification pour différents nombres de bandes de fréquences	68
4.2	Mesures de performance de la classification pour les fonctions du noyau de SVM	68
4.3	Mesures de performance de classification pour les directions de projection horizontale et verticale	68
4.4	Taux de bon classification pour différentes nombres de sous-bandes N	72
4.5	Effet du prétraitement sur la performance de classification	72
4.6	Taux de bon classification pour différentes fonctions du noyau du SVM	72
4.7	Mesures de performance de la classification des images radiographiques de l'os.	74
4.8	Comparaison des mesures de performance de classification pour les images radiographiques d'os en utilisant différentes approches	74
5.1	Valeurs moyennes des dépendances en utilisant Pearson, Kendall, Spearman et informations mutuelles pour 40 processus fGn.	85
5.2	Mésures de performance de classification pour les images mBf synthétisées.	91
5.3	Valeurs AUC \pm écarts types pour les directions 0° , 90° , 45° et 135° pour différentes valeurs de k	92

5.4	Les valeurs AUC \pm écarts types pour la projection horizontale (0°) pour différentes tailles du matrice de covariance.	94
5.5	Valeurs AUC et ACC, FPR, FNR, F1-score, (\pm valeurs d'écart type) pour différentes fonctions de noyau (SVM).	94
5.6	Valeurs de AUC obtenues avec différentes distances pour la projection horizontale et une matrice de covariance de taille 8×8	96
5.7	Valeurs AUC et ACC, FPR, FNR, F1-score, (\pm valeurs d'écart type) et temps d'exécution en secondes pour les différentes méthodes, (SDM_NN, SDM_SVM, LBP_KNN and FRACTAL_SVM).	97



INTRODUCTION GÉNÉRALE

L'ostéoporose est une maladie osseuse dégénérative qui affecte principalement les femmes ménopausées. On estime que plus d'une femme sur deux de plus de 50 ans aura une fracture liée à l'ostéoporose. L'ostéoporose signifie littéralement "os poreux", elle est caractérisée par une diminution de la densité osseuse normale due à la perte de calcium et de collagène, ainsi qu'une détérioration de la micro-architecture de l'os. Une perte de densité osseuse fragilise les os et, par conséquent, entraîne de fréquentes fractures et d'autres effets graves. L'ostéoporose est une menace pour 44 millions d'américains et est actuellement l'un des troubles les plus sous-diagnostiqués et les plus sous-traités en médecine. Selon la "National Osteoporosis Foundation", une femme sur deux et un homme sur quatre âgés de plus de 50 ans auront une fracture liée à l'ostéoporose au cours de leurs vies. Les femmes âgées souffrant d'ostéoporose grave ont des fractures de la hanche, du poignet, de la colonne vertébrale et d'autres traumatismes dus à des chutes mineures qui ne se produiraient normalement pas chez les jeunes adultes. Les fractures de la hanche chez les personnes âgées peuvent être difficiles à traiter et nécessitent parfois une reconstruction prothétique de la hanche et une réhabilitation douloureuse. L'ostéoporose a d'autres effets graves, notamment une perte de hauteur, une mobilité réduite et un dos bossu.

On estime que l'ostéoporose est responsable de plus de 1,5 million de fractures chaque année, dont approximativement :

- 300 000 fractures de la hanche
- 700 000 fractures vertébrales
- 250 000 fractures du poignet
- 300 000 fractures sur d'autres sites

L'ostéoporose est diagnostiquée classiquement par un test de densité minérale osseuse (DMO). Les tests de DMO mesurent la quantité de calcium et de collagène dans des régions spécifiques des os. Le type le plus courant de test de DMO est le test d'absorptiométrie à rayons X en double énergie (DEXA). DEXA est un test rapide qui mesure avec précision la densité osseuse du patient. Cette approche classique a une précision de diagnostic de 60%, car elle n'évalue qu'une partie des facteurs d'ostéoporose, à savoir la densité osseuse, mais l'autre facteur lié à la micro-architecture osseuse n'est pas évaluée par cette approche de diagnostic. Au cours des dernières décennies, plusieurs travaux ont été proposés pour caractériser la micro-architecture osseuse à l'aide de méthodes d'analyse de texture basées sur des images médicales de l'os.

Cette thèse s'inscrit dans ce cadre est présente une approche d'analyse des images

médicales de l'os pour le diagnostic de l'ostéoporose basé sur le modèle fractal 'mouvement brownien fractionnaire' qui est un modèle stochastique statistiques proposé par Mandelbrot et caractérisé par un paramètre principale appelé Hurst, ce modèle malgré sa non-stationnarité, admet des incrément stationnaires appelés Bruits gaussiens fractionnaires.

Dans le cadre de cette thèse nous avons atteint les objectifs suivants :

- Proposer une approche pour l'évaluation de qualité des méthodes de synthèse des images mBf, cette approche d'évaluation est ensuite appliqué au diagnostic de l'ostéoporose par une classification des images X-Ray de l'os.
- Proposer une approche pour la classification des signaux mBf, basé sur le développement d'une distance entre PDF des signaux mBf. Cette approche est validé sur des images synthétique des mBf, ainsi que sur des images médicales de l'os pour le diagnostic de l'ostéoporose.
- Proposer une méthode de diagnostic de l'ostéoporose basé sur la combinaison de l'analyse fractale avec quelques types de transformations, nous avons combiné l'analyse fractal avec des transformations fréquentielles ainsi qu'une transformation en ondelette.

Organisation du mémoire

Le reste du mémoire est organisé sous forme de cinq chapitres :

Chapitre 1 : présente le contexte de la thèse qui est la maladie de l'ostéoporose. Nous commençons par donner un aperçu sur le tissu osseux, la structure de l'os et son cycle de vie. Puis nous définissons l'ostéoporose et présentons certains de ses symptômes, ses causes et ses moyens de prévention. Nous présentons enfin quelques routines de diagnostic clinique de l'ostéoporose, ainsi que quelques travaux de l'état de l'art sur la caractérisation de la microarchitecture osseuse à l'aide des méthodes d'analyse de texture.

Chapitre 2 : présente le modèle fractal utilisé au cours de cette thèse constituée du mouvement brownien fractionnaire (mBf), nous commençons par définir le mBf, puis présenter ses propriétés, ses méthodes de synthèse et d'analyse.

Chapitre 3 : Présente notre travail sur l'évaluation des méthodes de synthèse des mBf 2D en utilisant une approche de classification, nous présentons la méthodologie et les résultats expérimentaux obtenus sur les images mBf générées.

Chapitre 4 : Nous appliquons ensuite l'approche de classification présentée dans le Chapitre 3, pour le diagnostic de l'ostéoporose en utilisant des images radiographiques de l'os trabéculaire. nous présentons aussi deux approches qui combinent l'analyse fractale avec certaines méthodes de transformation. La première approche

utilisait une séparation de fréquence suivie d'une analyse fractale. La seconde approche utilisait une transformation en pyramidale orientable suivie d'une analyse fractale. Les deux approches ont utilisé comme dernière étape la classification SVM pour distinguer les patients ostéoporotiques des personnes sains.

Chapitre 5 : présente une autre approche pour le diagnostic de l'ostéoporose en utilisant le classifieur K plus proches voisins et la modélisation en mouvement brownien fractionnaire. Puisque le KNN est un classifieur basé sur la distance, nous proposons une distance de Rao-geodesique qui sera utilisée pour mesurer la similarité entre les signaux fGn (incrémentes de mBf). L'approche de classification proposée est d'abord validé sur des images de synthèse mBf, puis sur des radiographies osseuses afin de donner un diagnostic de la maladie de l'ostéoporose.

Une conclusion générale est présentée à la fin de ce mémoire. Elle fournit un résumé des techniques développées dans ce travail et en tire des conclusions. En outre, il fournit des suggestions pour les futurs travaux liés à cette recherche.

Sommaire

1.1	Introduction	5
1.2	L'Os	6
1.2.1	Classification des os	7
1.2.2	Composition de l'os	8
1.2.3	Cycle de vie de l'os	10
1.3	L'ostéoporose	13
1.3.1	Définition	14
1.3.2	Causes et symptômes	14
1.3.3	Diagnostic	17
1.3.4	Prévention et traitement	18
1.3.5	Technologies émergentes en Diagnostic de l'ostéoporose	18
1.4	Diagnostic de l'ostéoporose et analyse de texture	20
1.4.1	Méthodes statistiques	20
1.4.2	Méthodes par transformées	22
1.4.3	Méthodes par modélisation fractale	23
1.5	Conclusion	25

1.1 Introduction

Le squelette humain est constitué d'os, qui offrent le soutien et la forme au corps, ils protègent les organes internes tels que le cerveau et le cœur des blessures. Ensemble avec les muscles, les os solides permettent au corps de bouger librement. Les os ont une surface externe solide appelée os compact. L'os interne est appelé os spongieux, car il est moins dense que l'os compact et comporte de nombreux petits trous comme une éponge.

Les os contiennent des cellules appelées ostéoclastes qui décomposent le tissu osseux, d'autres cellules appelées ostéoblastes fabriquent un nouveau tissu osseux en utilisant des minéraux tels que le calcium et le phosphate à partir du sang. Des hormones telles que l'œstrogène, les hormones de croissance et la testostérone aident à maintenir le nombre d'ostéoblastes plus élevé que celui des ostéoclastes, de manière à produire plus d'os que de retirer. Ces processus permettent aux os de se développer chez les enfants et les jeunes adultes. Les os les plus denses - appelés masse osseuse maximale- sont atteints dans les

trentaines. Après cet âge, les ostéoclastes retirent progressivement plus d'os que ne le fait l'ostéoblaste. L'ostéoporose est une maladie qui fragilise les os causant une décroissance de performance de l'os, conduisant à un risque élevé de fractures.

Les os sains sont suffisamment denses pour supporter et protéger le corps, ainsi que pour supporter le stress des mouvements et les blessures mineures. Cependant, les personnes atteintes d'ostéoporose ont des os minces anormales avec des trous plus grands dans l'os spongieux. L'ostéoporose est considéré parmi les maladies les plus fréquentes dans le monde, et présente un problème de santé publique mondial.

Dans ce chapitre, nous présenterons quelques notions sur les os et l'ostéoporose. Le chapitre sera organisé comme suit, on va commencer par des notions sur l'os, sa composition ainsi que son processus de vie, ensuite on va présenter l'ostéoporose, sa définition, ses causes, ses conséquences, ainsi que les méthodes de prévention, finalement on va citer quelques technologies utilisée pour le diagnostic de l'ostéoporose, ainsi que quelques travaux de l'état de l'art sur la caractérisation de la microarchitecture osseuse à l'aide des méthodes d'analyse de texture.

1.2 L'Os

Le système squelettique est constitué d'os et de dents. Le corps humain normal comprend 206 os qui sont nécessaires à diverses fonctions au sein du corps. Les os ne sont pas statiques, ce qui signifie qu'ils changent constamment de forme et de composition pour répondre aux besoins du corps. Le rôle des os ne se limite pas à donner à votre corps sa forme. Les os sont importants pour le corps (White and Folkens, 2005) pour de nombreuses raisons, voici quelques rôles importantes de l'os pour le corps humain :

- Soutien :

L'une des fonctions les plus importantes des os dans notre corps est de fournir un soutien et une structure. À part les dents, les os sont les structures les plus dures et les plus rigides de notre corps. Sans os, le corps humain ne serait en réalité rien de plus qu'une goutte de tissu sans forme. Les os sont forts mais légers, ce qui donne au corps soutien et forme sans l'alourdir.

- protection :

Le système squelettique joue également un rôle important dans la protection des organes vitaux dans tout le corps. Ce rôle protecteur est peut-être plus évident pour le crâne et l'épine dorsale (vertèbres) car ces os protègent le système nerveux central. Ce rôle de protection est particulièrement important car le système nerveux central contrôle le reste de notre corps et est très fragile. Les côtes protègent également les organes vitaux de la poitrine, tels que les poumons et le cœur.

- Mouvement :

Le système squelettique interagit également étroitement avec le système musculaire de notre corps, à tel point que les deux systèmes sont parfois considérés comme une seule entité : le système musculo-squelettique. Bien que tous nos muscles n'aient pas besoin d'être attachés aux os pour bouger (parce que notre système digestif et cardiovasculaire possède des muscles qui aident ces systèmes à fonctionner), les

muscles que nous utilisons pour le mouvement volontaire ont tous besoin d'un bon fonctionnement des os. Les muscles sont attachés aux os par des bandes de tissu appelées tendons. Les os sont nécessaires parce que les muscles ont besoin de quelque chose à attacher pour se contracter et provoquer un mouvement.

— Production de cellules sanguines :

Les os jouent également un rôle important en tant que centre de production de cellules sanguines. L'intérieur des os est rempli d'un matériau ressemblant à de la gelée appelé moelle osseuse, qui est le lieu de fabrication des globules rouges (nécessaires pour transporter l'oxygène dans tout le corps). C'est également là que sont fabriqués les globules blancs (nécessaires au système immunitaire), les adipocytes et les fibroblastes (nécessaires à la fabrication du tissu conjonctif).

1.2.1 Classification des os

Les 206 os qui composent le squelette adulte sont divisés en cinq catégories en fonction de leurs formes (Figure 1.1). Leurs formes et leurs fonctions sont liées de telle sorte que chaque forme d'os catégorique a une fonction distincte.

Les os sont classés en fonction de leur forme(Gray, 1913) :

1. Os longs : Un os long est un os de forme cylindrique, plus long que large. Rappelez-vous toutefois que le terme décrit la forme d'un os et non sa taille. Des os longs se trouvent dans les bras (humérus, cubitus, radius) et les jambes (fémur, tibia, péroné), ainsi que dans les doigts (métacarpes, phalanges) et les orteils (métatarsiens, phalanges). Les os longs fonctionnent comme des leviers ; ils bougent quand les muscles se contractent.
2. Os courts : Un os court est un os de forme cubique, ayant à peu près la même longueur, la même largeur et la même épaisseur. Les seuls os courts du squelette humain se trouvent dans les carpals des poignets et les tarsaux des chevilles. Les os courts offrent stabilité et soutien, ainsi que des mouvements limités.
3. OS plats : Le terme 'os plat' est un peu impropre car, bien qu'un os plat soit généralement mince, il est également souvent incurvé. Les exemples incluent les os crâniens (crâne), les omoplates (omoplates), le sternum (sternum) et les côtes. Les os plats servent de points d'attache pour les muscles et protègent souvent les organes internes.
4. Os irréguliers : Un os irrégulier est un os qui n'a pas de forme facile à caractériser et qui ne correspond donc à aucune autre classification. Ces os ont tendance à avoir des formes plus complexes, comme les vertèbres qui soutiennent la moelle épinière et la protègent des forces de compression. De nombreux os du visage, en particulier ceux contenant des sinus, sont classés comme des os irréguliers.
5. Os sésamoïdes : Un os sésamoïde est un petit os rond qui, comme son nom l'indique, a la forme d'une graine de sésame. Ces os se forment dans les tendons (gaines de tissu qui relient les os aux muscles) où une pression importante est générée dans une articulation. Les os sésamoïdes protègent les tendons en les aidant à surmonter les forces de compression. Le nombre et la position des os sésamoïdes varient d'une

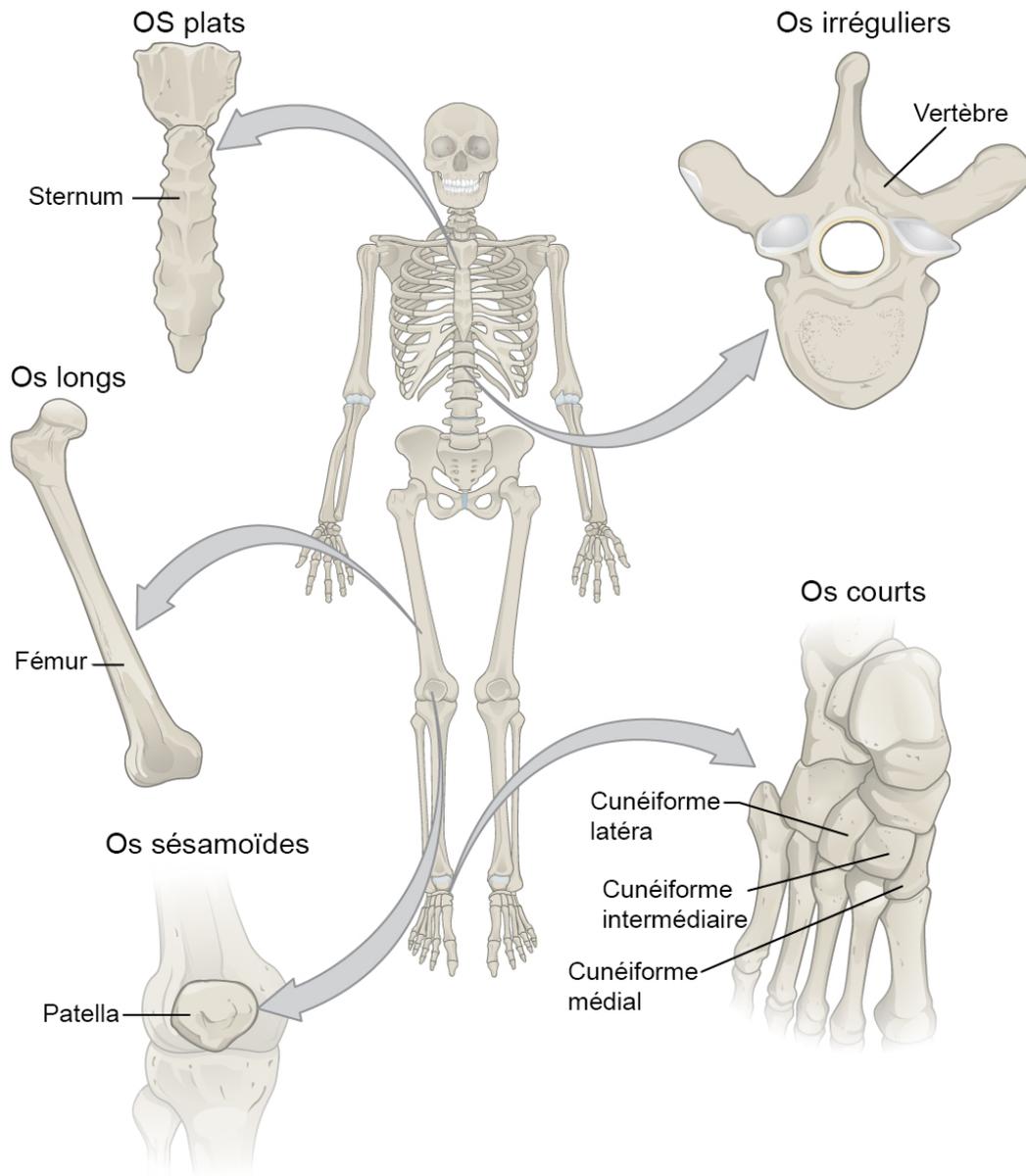


FIGURE 1.1 – Classification des os dans le corps humain

personne à l'autre, mais on les trouve généralement dans les tendons associés aux pieds, aux mains et aux genoux. Les rotules (singulier = rotule) sont les seuls os sésamoïdes communs à tous.

1.2.2 Composition de l'os

L'os du squelette est composé de deux parties principales qui sont ; l'os compact et l'os spongieux (un exemple d'anatomie d'un os long est illustré en figure 1.2). Ces deux parties sont différentes en ce qui concerne la structure, la porosité et les tissus. L'os compact (cortical) est constitué des tissus corticaux, tandis que l'os trabéculaire (spongieux) est constitué des tissus spongieux. L'os compact a moins de porosité et donne à l'os une apparence blanche lisse et solide. Contrairement à cela, les os spongieux sont poreux et ont la forme de tiges et de plaques (Marks and Odgren, 2002). La plupart des

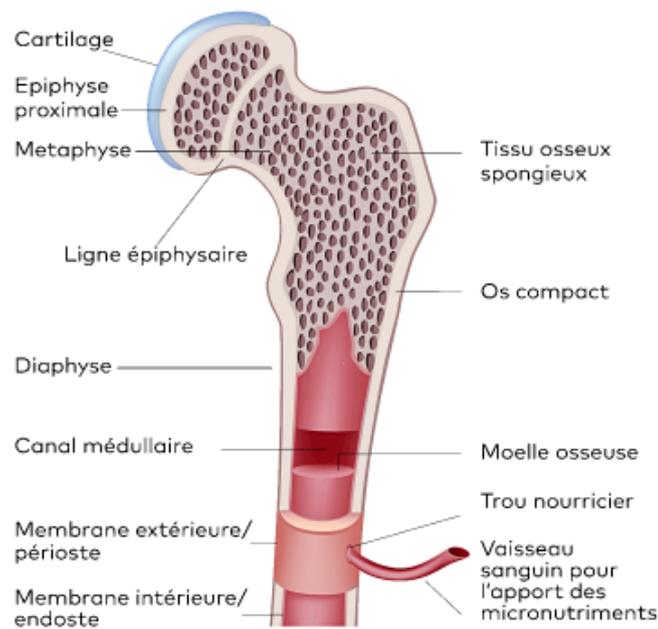


FIGURE 1.2 – Anatomie d'un Os long : L'enveloppe externe est constituée d'os cortical. Ceci est recouvert par une membrane de tissu conjonctif appelée le périoste. Sous la couche d'os cortical se trouve une couche d'os spongieux. À l'intérieur de cela se trouve une cavité qui a un noyau interne de la moelle osseuse.

os contiennent des tissus osseux compacts et spongieux, mais leurs distributions et leurs concentrations varient selon la fonction globale de l'os.

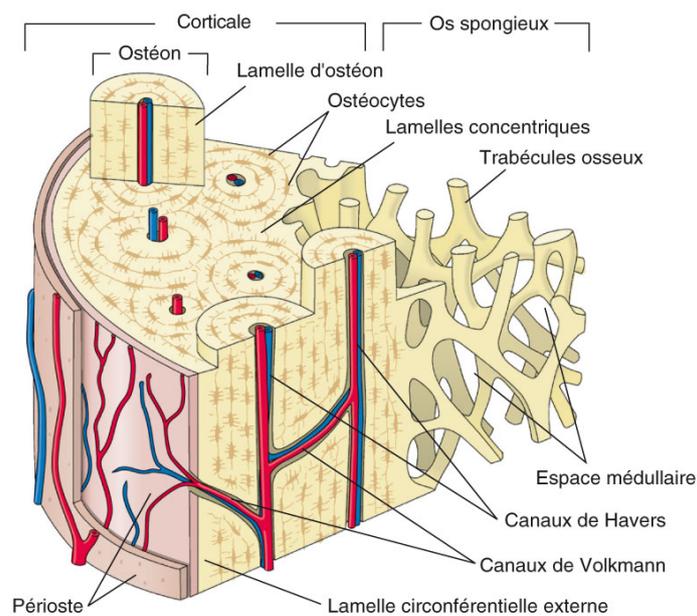


FIGURE 1.3 – Composition interne de l'os compact (corticale) et os spongieux (trabéculaire).

1.2.2.1 *Os compact*

Les os compacts sont des os bien structurés qui constituent la zone externe de l'os ; Ils sont également connus sous le nom d'os corticaux et fonctionnent comme une couche protectrice autour de la cavité interne de l'os. Ce type de tissu osseux se trouve autour des os du corps humain, car ils lui donnent l'aspect blanchâtre, ainsi que la solidité et la douceur.

Comme ces os constituent la partie extérieure des os, ils sont bien structurés et ont très peu de pores. Le moins de porosité est plus nécessaire dans ces types d'os. Par conséquent, ils sont également appelés os dense (en raison de leur moindre porosité). Même si les tissus osseux compacts ont une surface dix fois inférieure à celle des os spongieux, ils représentent environ 80% de la masse osseuse totale du corps. Ces os sont constitués de l'ostéon qui est une unité fonctionnelle plus lourde que celle des trabécules, qui constitue les os spongieux. Le plus souvent, ces os compacts sont situés dans la tige des os longs comme le fémur.

L'unité structurelle microscopique de l'os compact s'appelle un ostéon, ou système de Havers. Chaque ostéon est composé d'anneaux concentriques de matrice calcifiée appelés lamelles (singulier = lamelle). Le canal central ou canal de Havers, qui contient les vaisseaux sanguins, les nerfs et les vaisseaux lymphatiques, est situé au centre de chaque ostéon. Ces vaisseaux et ces nerfs se ramifient à angle droit par un canal perforant, également appelé canaux de Volkmann, qui s'étend jusqu'au périoste et à l'endosteum.

Les ostéocytes sont situés à l'intérieur d'espaces appelés lacunes (singulier = lacune), situés au bord des lamelles adjacentes (Nijweide et al., 2002). Comme décrit précédemment, les canalicules se connectent avec les canalicules d'autres lacunes et éventuellement avec le canal central. Ce système permet de transporter les nutriments vers les ostéocytes et d'en retirer les déchets.

1.2.2.2 *Os spongieux*

L'os spongieux est composé des tissus spongieux. Même avec une surface dix fois supérieure à celle des os compacts, les os spongieux ne représentent que 20% de la masse totale des os du corps. Ils ont la forme d'une tige et de plaques avec plus de pores que les os compacts. La partie osseuse est classée dans la catégorie spongieuse ou compacte en raison de la proportion de minéraux qu'elle possède et de la nature des tissus.

Contrairement aux os compacts, le système de Havers est absent dans le cas des tissus spongieux. Ils sont tout aussi essentiels que les autres types d'os car ils forment la partie interne de l'os, là où la porosité est nécessaire, et l'élasticité est également nécessaire dans une certaine mesure.

Comme l'os compact, l'os spongieux, contient des ostéocytes logés dans des lacunes, mais ils ne sont pas disposés en cercles concentriques, par contre les lacunes et les ostéocytes se retrouvent dans un réseau appelé trabécules.

1.2.3 **Cycle de vie de l'os**

1.2.3.1 *Formation osseuse initiale*

La formation osseuse au stade fœtal se produit par deux processus : l'ossification intramembraneuse et l'ossification endochondrale.

— Ossification Intramembraneuse :

L'ossification intramembraneuse se produit principalement lors de la formation des os plats du crâne, ainsi que de la mandibule, du maxillaire et des clavicules. L'os est formé à partir de tissu conjonctif tel que le mésenchyme plutôt que de cartilage. Les étapes de l'ossification intramembraneuse sont les suivantes :

1. Développement du centre d'ossification.
2. Calcification.
3. Formation de trabécules.
4. Développement du périoste.

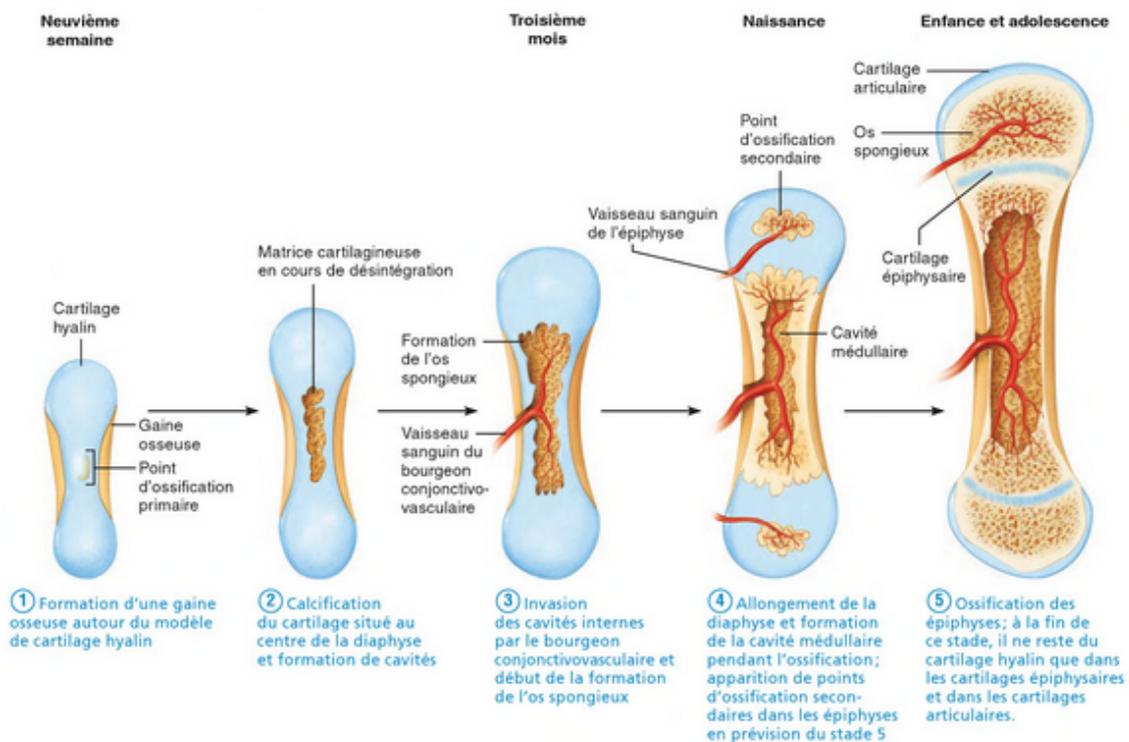


FIGURE 1.4 – Ossification endochondrale dans un os long (Marieb, 1999)

— Ossification endochondrale : L'ossification endochondrale (figure 1.4), commence par des points dans le cartilage appelés «centres d'ossification primaire». Ils apparaissent principalement au cours du développement fœtal, bien que quelques os courts commencent leur ossification primaire après la naissance. Ces muscles cartilagineux sont responsables de la formation des diaphyses des os longs, des os courts et de certaines parties des os irréguliers.

L'ossification secondaire se produit après la naissance et forme les épiphyses des os longs et les extrémités des os irréguliers et plats. La diaphyse et les deux épiphyses d'un os long sont séparés par une zone de croissance du cartilage (la plaque épiphysaire). Lorsque l'enfant atteint sa maturité squelettique (18 à 25 ans), tous les cartilages sont remplacés par des os, fusionnant la diaphyse et les deux épiphyses (fermeture épiphysaire). (Karaplis, 2002)

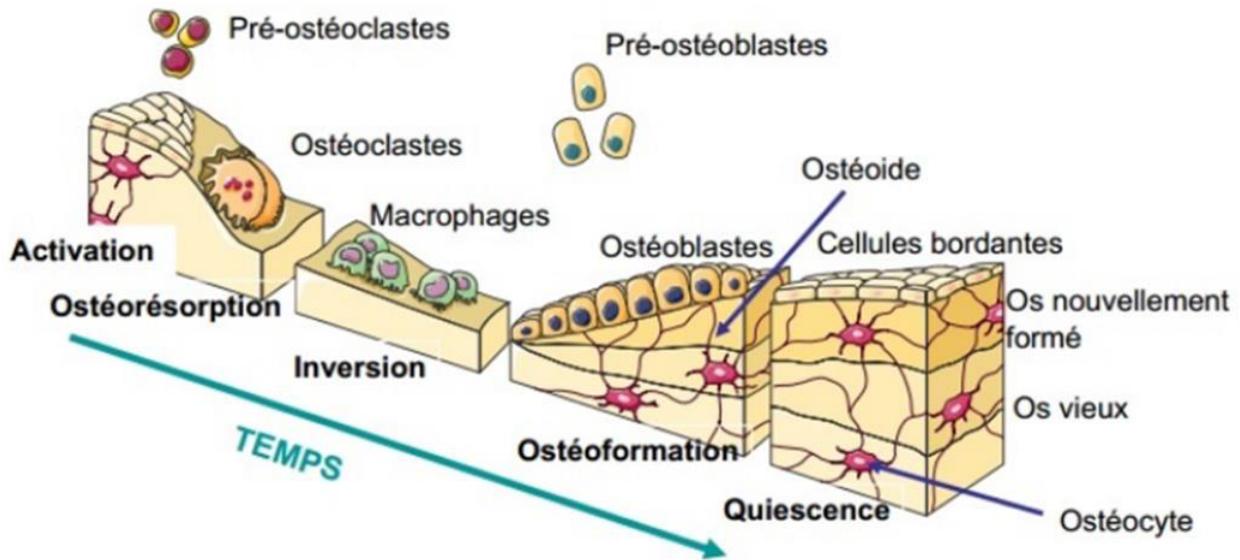


FIGURE 1.5 – Remodelage de l'os

1.2.3.2 Remodelage

Le remodelage osseux (figure 1.5) est le processus de résorption suivi du remplacement de l'os avec peu de changement de forme et se produit tout au long de la vie de la personne, bien au-delà du développement initial de l'os. Les ostéoblastes et les ostéoclastes, couplés ensemble par une signalisation de cellules paracrines, sont appelés unités de remodelage osseux. Environ 10% de la masse du squelette d'un adulte est remodelée chaque année. La période de remodelage osseux comprend la durée de la résorption, le renversement ostéoclastique (la phase marquée par le passage des processus de résorption aux processus de formation) et les périodes de formation de la croissance et du développement osseux. La période de remodelage osseux correspond à la durée totale moyenne d'un cycle de remodelage osseux en un point quelconque de la surface de l'os.

Le remodelage a pour but de réguler l'homéostasie du calcium et de réparer les microdommages causés par le stress quotidien, ainsi que de modeler le squelette pendant la croissance. Un stress répété, comme un exercice en appui ou une cicatrisation osseuse, entraîne l'épaississement de l'os aux points de stress maximum (loi de Wolff). Le métabolisme osseux est un cycle continu de croissance et de résorption osseuse soigneusement orchestré par la relation dynamique entre les ostéoclastes (Takahashi et al., 2002), les ostéoblastes et un ensemble d'influences hormonales et régulatrices. Les niveaux relatifs de ces molécules de signalisation déterminent s'il en résulte un métabolisme osseux sain et équilibré.

Les perturbations de cet équilibre délicat où la résorption est supérieure à la croissance peuvent affaiblir l'architecture squelettique et mettre en danger de développement des maladies chroniques et débilitantes telles que :

- Ostéoporose
- Maladie osseuse de Paget
- Polyarthrite rhumatoïde

— Cancer et métastase osseuse

1.3 L'ostéoporose

L'ostéoporose, trouble dans lequel la reconstitution normale du tissu osseux est gravement perturbée, entraînant un affaiblissement des os et un risque accru de fracture (voir figure 1.7). L'ostéopénie survient lorsque la perte de masse osseuse est significative mais pas aussi grave que dans l'ostéoporose. Bien que l'ostéoporose puisse survenir chez tout le monde, elle est plus fréquente chez les femmes blanches minces après la ménopause.

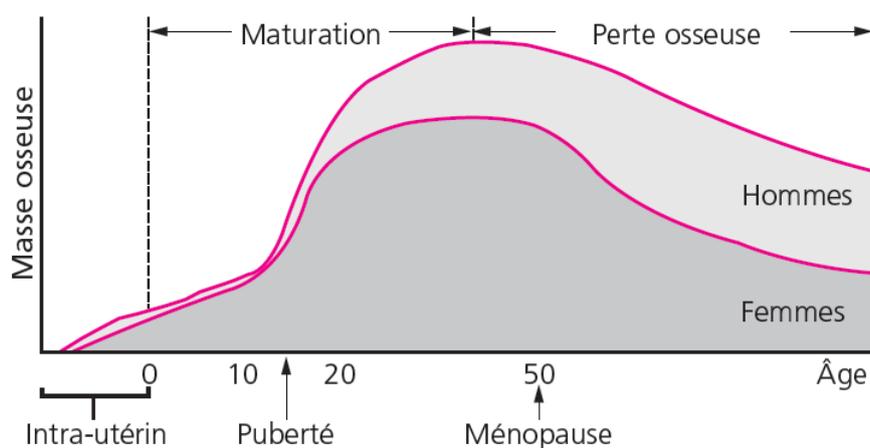


FIGURE 1.6 – Évolution de la masse osseuse au cours de la vie.



FIGURE 1.7 – Différences structurales entre un os normal (a) et un os ostéoporotiques(b).

La masse osseuse est généralement maximale au milieu de la vingtaine ; à partir de ce moment, la masse osseuse diminue progressivement car les os ne se reconstituent pas aussi rapidement qu'ils sont résorbés (figure 1.6). Chez les femmes ménopausées, la production d'œstrogène, une hormone qui aide à maintenir les niveaux de calcium et d'autres minéraux nécessaires à la régénération osseuse normale, diminue considérablement, entraînant

une perte de masse osseuse accélérée pouvant atteindre 3% par an sur une période de cinq à sept ans.

Le tabagisme, la consommation excessive d'alcool et un mode de vie sédentaire augmentent le risque de perte de masse osseuse ; une alimentation riche en protéines et en sodium accélère également la perte de calcium. Le trouble a également une composante génétique. Un gène du récepteur de la vitamine D qui affecte l'absorption du calcium et la densité osseuse, a été identifié, et les différentes formes de ce gène semblent en corrélation avec les différences de niveaux de densité osseuse chez les patients souffrant d'ostéoporose.

L'ostéoporose ne présente aucun symptôme précoce et n'est généralement pas diagnostiquée avant l'apparition d'une fracture, généralement à la hanche, à la colonne vertébrale ou au poignet. Un test de densité osseuse diagnostique est donc recommandé en tant que mesure préventive pour les femmes à risque élevé. Le traitement peut ralentir le processus ou empêcher une perte osseuse supplémentaire. L'exercice, y compris la musculation, renforcent directement les os, améliorent la force musculaire et l'équilibre et réduisent ainsi les risques de chute.

1.3.1 Définition

D'après l'organisation mondiale de la Santé (OMS) L'ostéoporose est défini par :
« L'ostéoporose est une maladie généralisée du squelette, caractérisée par une densité osseuse basse et des altérations de la microarchitecture osseuse, responsables d'une fragilité osseuse exagérée et donc d'un risque élevé de fracture »

1.3.2 Causes et symptômes

1.3.2.1 Causes

Les os perdent de la densité, s'affaiblissent et sont sujets aux fractures. Ce processus n'est pas la seule cause de l'ostéoporose ; d'autres facteurs contribuent à aggraver l'apparition de la maladie et l'exacerbent (figure 1.8), voici quelques facteurs qui peuvent causer l'ostéoporose (Rolland et al., 2008) :

— Régime :

certaines nutriments peuvent endommager les os lorsqu'ils sont pris en très grande quantité :

- Protéines : Les protéines sont essentielles à une alimentation saine, mais une alimentation très riche en protéines animales peut entraîner une perte de calcium.
- Caféine : Un apport élevé en caféine (plus de quatre tasses de café par jour) inhibe l'absorption du calcium et entraîne une perte de calcium dans l'urine.
- Sodium : Consommer trop de sel entraîne une perte de calcium par les reins.

— Exercice :

L'exercice est une défense essentielle contre l'ostéoporose. L'exercice construit et maintient des os solides. Ainsi, si la personne est inactive, ses os sont probablement plus faibles qu'ils ne le devraient. Les os faibles sont plus sensibles aux fractures que les os forts conditionnés.

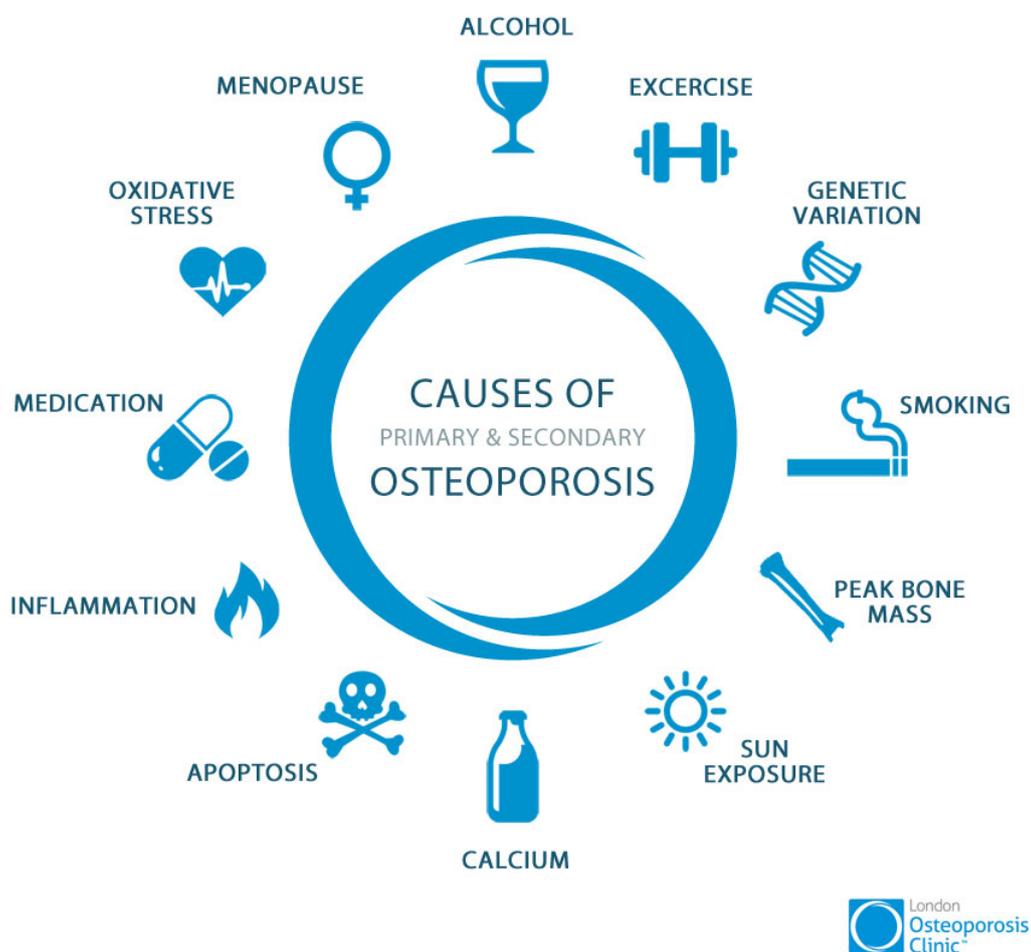


FIGURE 1.8 – Différentes causes de l'ostéoporose.

— Hormones sexuelles faibles :

Lorsque les femmes atteignent la ménopause, leurs taux d'œstrogènes baissent considérablement. Les œstrogènes jouent un rôle important dans la production de nouveaux os, car ils soutiennent les ostéoblastes, des cellules produisant des os. Sans œstrogènes, les ostéoblastes ne peuvent pas produire suffisamment de nouvel os et, finalement, les ostéoclastes (cellules absorbant l'os) les maîtrisent. C'est pourquoi les femmes ménopausées présentent un risque élevé d'ostéoporose.

Chez les hommes, la testostérone protège les os. Lorsque les niveaux de testostérone baissent, cela peut entraîner une perte osseuse.

— Les conditions médicales :

Certains problèmes médicaux peuvent conduire à l'ostéoporose. Voici certaines de ces conditions :

- Problèmes intestinaux : La maladie coeliaque et la maladie intestinale inflammatoire, par exemple, peuvent nuire à l'absorption normale du calcium et de la vitamine D.
- Maladie rénale : cette affection entraîne une diminution de l'activation de la

vitamine D.

- Problèmes de parathyroïde et de thyroïde : L'hyperparathyroïdie, qui est causée par une trop grande quantité d'hormone parathyroïdienne, peut causer de l'ostéoporose car cet excès hormonal extrait le calcium des os.

— Tabagisme et alcool :

Les produits chimiques présents dans les cigarettes rendent l'utilisation de calcium plus difficile pour le corps. Ils ont également un impact sur la capacité de l'œstrogène à protéger les os.

La consommation excessive d'alcool a également un impact négatif sur la capacité du corps à utiliser efficacement le calcium.

1.3.2.2 Symptômes

L'ostéoporose n'est pas comme la plupart des maladies. Il n'y a généralement aucun symptôme révélateur qui vous alerte de sa présence tôt dans sa progression. Même si vos os s'affaiblissent, vous ne le sentirez probablement pas. C'est pourquoi l'ostéoporose est parfois appelée «maladie silencieuse».

Pour la plupart des gens, le premier signe d'ostéoporose est une fracture. Ces fractures peuvent provoquer une perte d' hauteur et vous remarquerez peut-être que votre colonne vertébrale commence à se pencher en avant.

Une douleur au cou ou au bas du dos provoquée par une vertèbre fracturée ou effondrée peut être un autre symptôme, ainsi qu'une fracture ailleurs dans le corps qui se produit sans souvenir d'un traumatisme dans la région.

Les radiographies dentaires montrant la perte osseuse de la mâchoire peuvent également être un signe d'ostéoporose. Le problème est que, lorsque des fractures se produisent, l'ostéoporose est déjà à un stade avancé(Lane, 2001).

En vieillissant, le risque de fracture augmente. Ces fractures, qui se produisent souvent au niveau des poignets, des hanches et de la colonne vertébrale (les fractures de la colonne vertébrale sont appelées fractures de compression vertébrale), sont douloureuses et peuvent avoir une incidence sur la capacité à marcher et à maintenir d'équilibre. Cela augmente les risques de tomber, ce qui est une cause majeure de fractures supplémentaires. On estime qu'une femme sur 2 souffrira d'une fracture ostéoporotique au cours de sa vie.

Pour des raisons inconnues, la race et le sexe sont des facteurs de risque d'ostéoporose. Les femmes caucasiennes et asiatiques, en particulier les femmes ménopausées, sont les plus exposées au risque de développer la maladie. Les femmes afro-américaines et hispaniques ont globalement une densité osseuse supérieure à celle des autres groupes ethniques. Ces différences peuvent être vues pendant l'enfance et l'adolescence.

Les hommes peuvent également être touchés, mais à des taux beaucoup plus faibles que ceux des femmes.

Pour les femmes, les 5 à 7 années qui suivent la ménopause sont une période de perte osseuse rapide et de développement de la maladie. En fait, les femmes peuvent perdre jusqu'à 20% de leur densité osseuse au cours de cette période.

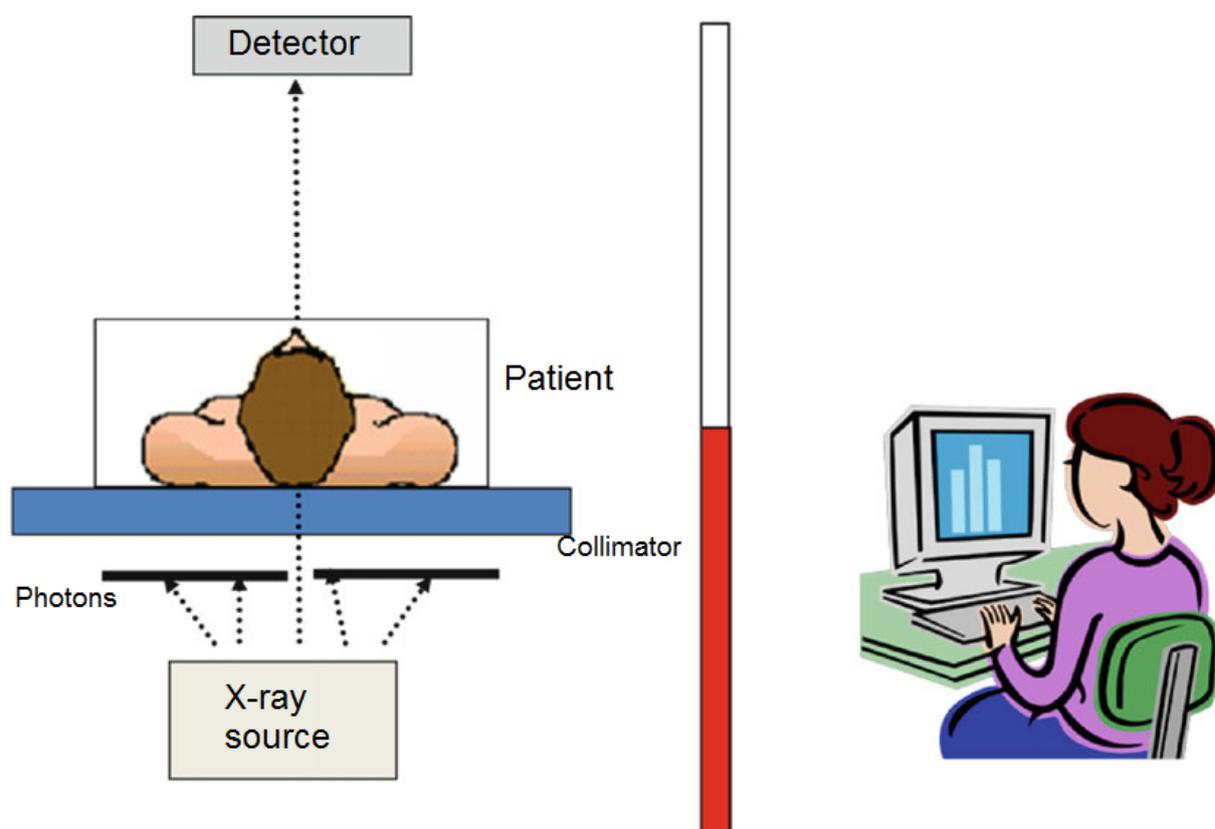


FIGURE 1.9 – Système DXA composé d’une source de rayons X et d’un système de collimateur permettant de choisir les photons et le détecteur appropriés (Emer et al., 2016)

1.3.3 Diagnostique

Le test de densité osseuse est le seul test capable de diagnostiquer l’ostéoporose avant la fracture. Ce test permet d’estimer la densité de l’os et le risque de fracture. Un test de densité osseuse de la hanche et de la colonne vertébrale avec un appareil DXA (absorptiométrie bi-énergie à rayons X) central est recommandé pour diagnostiquer l’ostéoporose.

Ce test utilise une machine pour mesurer la densité osseuse (figure 1.9). Il estime la quantité d’os dans la hanche, la colonne vertébrale et parfois d’autres os. Le résultat de test est donné sous forme d’une valeur numérique appelé T-score.

Selon l’organisation mondiale de la santé (OMS), l’ostéoporose est diagnostiquée selon la valeur de T-score comme suit :

- Un T-score de $-1,0$ ou plus signifie que la densité osseuse est normale.
- Un T-score compris entre $-1,0$ et $-2,5$ signifie que la densité osseuse est faible et que le patient souffre d’ostéopénie.
- Un T-score de $-2,5$ signifie que le patient souffre d’ostéoporose.

Plus le T-score est bas, plus la densité osseuse est faible.

1.3.4 Prévention et traitement

1.3.4.1 Prévention

La prévention de l'ostéoporose comprend plusieurs mesures de mode de vie visant à réduire les facteurs de risque d'ostéoporose (Lane, 2001). Il existe plusieurs mesures de style de vie simples qui peuvent réduire le risque de développer l'ostéoporose et aider à maintenir des os en bonne santé jusqu'à un âge avancé. Nous citons certaines de ces mesures :

- Manger des aliments contenant du calcium :
- Prendre un supplément de calcium :
- Sortir au soleil :
- Exercice régulier :

1.3.4.2 Traitement

Différents médicaments sont utilisés pour traiter l'ostéoporose. Un certain nombre de facteurs sont pris en compte avant de décider quel médicament à utiliser. Ceux-ci incluent (âge, densité minérale osseuse, facteurs de risque de fracture). Les médicaments suivants sont quelques-uns de ces traitements (Cosman et al., 2014) :

- bisphosphonates
- Modulateurs sélectifs des récepteurs aux œstrogènes (SERM)
- hormone parathyroïdienne (tériparatide)
- Suppléments de calcium et de vitamine D
- traitement à la testostérone

1.3.5 Technologies émergentes en Diagnostic de l'ostéoporose

La norme de référence actuelle pour le diagnostic de l'ostéoporose est l'absorptiométrie à rayons X double (DXA), qui mesure la densité osseuse et la compare à celle connue normales. L'absorptiométrie double rayons X est souvent combinée avec l'outil FRAX -un algorithme développé par l'organisation mondiale de la santé-, qui combine les facteurs de risque pour évaluer la probabilité d'un patient sur 10 ans de subir une fracture ostéoporotique majeure ou une fracture de la hanche. Bien qu'elle soit rapide et peu coûteuse, DXA a quelques limitations notables. Cette technologie ne peut pas produire des images en 3 dimensions ou distinguer entre os cortical et os trabéculaire, et il peut être affecté par un artefact de tissu.

Les modalités alternatives de diagnostic incluent la tomodensitométrie quantitatif (CT), périphérique haute résolution CT quantitatif (HR-pQ CT), et échographie quantitatif (US).

1.3.5.1 Absorptiométrie double à rayons X

L'imagerie par absorptiométrie double à rayons X utilise deux rayons X faisceaux pour quantifier la DMO en soustrayant les tissus mous composant. Les mesures standard se concentrent sur fémur proximal et la colonne lombaire et le résultat les images sont

analysées avec les scores T et Z. Les scores T comparent la valeur DMO du patient avec celle d'un jeune, et les scores Z comparent la valeur DMO avec un patient contrôle sain de la même ethnie et le même sexe.

Bien que DXA offre une imagerie rapide et peu coûteuse, il est limité en précision et en détail. Les scanners DXA fournissent des données sous forme de densité et de surface mais ne génèrent pas d'images en 3 dimensions, et donc le volume d'os ne peut pas être mesuré. Les valeurs DXA varient en fonction du cadre de la personne et peut surestimer le risque de fracture chez les personnes dont le cadre squelettique est plus petit. De plus, cette modalité est affectée par la maladie dégénérative et peut sous-estimer le risque de fracture chez ces patients en raison de la production accrue d'os dans l'arthrose, qui peut faussement élever la mesure de la densité osseuse.

1.3.5.2 Absorptiométrie biphotonique à rayons X

Une alternative bien étudiée au DXA est l'Absorptiométrie biphotonique à rayons X. Similaire aux machines DXA et CT, utilise des rayons X qui tournent pour mesurer différemment le degré de rayonnement atténué par le sujet. Une image en coupe transversale de l'objet est générée, composée de pixels convertis en éléments de volume appelés voxels. Le degré d'atténuation des photons par le tissu cible, appelée Les unités de Hounsfield (HU) sont dérivées de cette image. Par exemple, l'atténuation typique des photons de l'os varie entre 300 et 3 000 sur l'échelle de l'HU. L'utilisation des HU pour évaluer la densité osseuse a été démontré dans les études de fractures du radius distal et la colonne lombaire, y compris les traumatismes médullaires et fractures vertébrales par compression. L'utilisation des HU pour analyser la DMO est attrayante en raison de la fréquente utilisation du scanner dans le bilan initial de la fracture et la capacité à générer des données d'imagerie volumétrique.

Problèmes liés à l'utilisation de la tomодensitométrie pour l'analyse de la DMO incluent la dose de rayonnement élevée et la faible résolution de la microstructure osseuse. Malgré ces limitations, certains auteurs ont suggéré que le HU pourrait être adapté en tant que méthode de dépistage qui facilite le diagnostic de l'ostéoporose, en particulier dans la période après fracture.

1.3.5.3 Scanner périphérique à haute Résolution

Le périphérique à haute Résolution (High Resolution peripheral Quantitative Computed Tomography (HR-pQCT)) gagne attention comme méthode d'évaluation de la DMO. Il est distingué de CT quantitative par la création d'une image d'haute résolution (isotropie voxels de 82 μ m). Cela permet d'examiner la microstructure de l'os trabéculaire et corticale. Cette technologie calcule aussi DMO, DMO corticale et DMO trabéculaire simultanément tout en exposant le patient à une dose beaucoup plus faible de rayonnement que le CT typique, en évitant l'exposition des organes radiosensibles.

Le compromis pour cette augmentation de la résolution est un champ de vision réduit, donc HR-pQCT est limité à des sites squelettiques périphériques, par opposition aux sites traditionnels pour le diagnostic de l'ostéoporose tels que le col du fémur. L'utilisation actuelle de cette technique est limitée aux applications de recherche.

1.3.5.4 ULTRASON (US)

Une autre technique d'imagerie prometteuse est qualitative c'est le UltraSon US, qui mesure la vitesse des ondes US à travers l'os ; la vitesse diminue en os ostéoporotique. L'atténuation des ondes US est également élevé dans l'os ostéoporotique. Les avantages des US en tant que moyen de mesurer l'ostéoporose comprennent le faible coût, la portabilité en plus de n'avoir aucune exposition au rayonnement.

L'échographie pulsée, est une technologie US plus récente, qui mesure l'épaisseur de l'os cortical dans le distal, le radius et le tibia distal et proximal, et a été proposé comme moyen de détecter l'ostéoporose. Contrairement à la méthode de mesure US traditionnelle, cette modalité se rapproche de l'épaisseur du cortex osseux par mesurer le délai entre l'onde US initial et réfléchi sur le site squelettique donné.

1.4 Diagnostique de l'ostéoporose et analyse de texture

Comme présenté dans les sections précédentes, le diagnostic classique de l'ostéoporose est basé sur une mesure de la densité minérale osseuse (DMO), qui caractérise la quantité minérale osseuse. Cette méthode classique a montré certaines limitations, car elle est liée uniquement à la quantité osseuse et ne prend pas en considération la qualité de la micro-architecture de l'os. Ainsi, plusieurs travaux ont tenté de caractériser la micro-architecture osseuse à l'aide de radiographies osseuses basées sur des méthodes d'analyse de texture (Jennane et al., 2011; Harrar et al., 2012; Lespessailles et al., 2007; Touvier et al., 2015; Borowska et al., 2015; Huber et al., 2009; Gregory et al., 2004; El Hassani et al., 2012). Ces méthodes d'analyse de texture sont basées sur la modélisation et l'extraction des informations les plus pertinentes à partir d'images de texture, afin d'avoir une bonne caractérisation de la micro-architecture osseuse.

Nous pouvons classer ces méthodes d'analyse de texture dans les catégories suivantes :

- Méthodes statistiques
- Méthodes par transformées
- Méthodes par modélisation fractale

1.4.1 Méthodes statistiques

L'analyse statistique de la texture calcule les caractéristiques locales parallèlement en chaque point d'une image de texture et dérive un ensemble de statistiques à partir des distributions des caractéristiques locales. La caractéristique locale est définie par la combinaison d'intensités à des positions spécifiées par rapport à chaque point de l'image. En fonction du nombre de points définissant la caractéristique locale, les statistiques sont classées en statistiques de premier ordre, de deuxième ordre et d'ordre supérieur. Les statistiques donnent diverses mesures des propriétés de la texture.

En (Lespessailles et al., 2007), les auteurs ont montré que l'évaluation de la microarchitecture osseuse en complément de l'examen de la densité minérale osseuse (DMO) pourrait améliorer la prédiction des fractures ostéoporotiques. Les images ont été obtenues sur os du calcaneum ; ensuite, trois paramètres de texture ont été calculés sur la même région

d'intérêt (ROI) : un paramètre fractal, un paramètre de longueur et un paramètre de co-occurrence. Les auteurs ont examiné également la relation entre les paramètres de texture et la DMO au retour sur investissement du ROI. Les comparaisons des paramètres de texture et de la densité minérale osseuse à un retour sur investissement correspondant au ROI ne montrent aucune relation significative. Les résultats montrent également que l'utilisation de ce dispositif à rayons X numérique à haute résolution améliore la reproductibilité de la mesure des paramètres par rapport à la numérisation indirecte des films radiologiques précédemment utilisés. Les résultats obtenus de cette étude ont montré qu'il n'existait aucune corrélation entre les paramètres évalués, ce qui signifie que tous ces attributs de texture peuvent être complémentaires pour caractériser la micro-architecture osseuse.

Un autre travail de (Huber et al., 2009), a montré que l'analyse de la texture des radiographies du fémur peut constituer une technique potentiellement peu coûteuse pour prévoir le risque de fracture ostéoporotique. Les auteurs ont travaillé sur deux défis : la sélection de la mesure de texture la mieux adaptée et le placement reproductible des régions d'intérêt (ROI). Le but de cette étude était de placer automatiquement les ROI sur les radiographies de spécimens de fémur proximal et de calculer des corrélations entre différentes méthodes d'analyse de texture et la force d'ancrage des fémurs. Des tests biomécaniques ont été réalisés pour évaluer la résistance de l'ancrage en termes de charge de rupture, de couple de décollement et de nombre de cycles. Les images ont été segmentées à l'aide d'un cadre basé sur l'utilisation de modèles statistiques. Les caractéristiques de texture ont été extraites à l'aide de matrices de co-occurrence de niveaux de gris (GLCM), de GLCM de troisième ordre, de gradients morphologiques (MG), de dimensions de Minkowski (MD), de fonctions de Minkowski (MF), de champs aléatoires de Markov gaussiens et d'un indice de mise à l'échelle méthode (SIM). Les coefficients de détermination de chaque texture avec les paramètres de résistance d'ancrage ont été calculés. Dans une analyse multirégression par étapes, les paramètres les plus prédictifs ont été identifiés dans différents modèles. Les caractéristiques de texture étaient fortement corrélées à la résistance de l'ancrage et étaient partiellement indépendantes de la DMO. Les résultats obtenus montrent que les informations de texture contenues dans la structure de l'os trabéculaire visualisées sur les radiographies peuvent prédire si un ancrage d'implant peut être utilisé et peuvent déterminer la qualité de l'os à partir de radiographies, permettant un bon diagnostic des problèmes osseux tels que l'ostéoporose.

Houam et al. (2014a) ont proposé une méthode combinant des informations globales et locales pour mieux capturer les caractéristiques de l'image. L'information globale est caractérisée par une projection d'image qui transmet des informations sur l'aspect global de la texture. Les informations locales sont codées par les modèles locaux à l'aide d'opérateurs de voisinage. La technique proposée est basée sur le descripteur de motif binaire local (LBP) qui a été appliqué de manière classique sur des images bidimensionnelles (2D). Cette technique utilise des images radiographiques de l'os trabéculaire visant à améliorer la caractérisation de l'os trabéculaire. La projection 1D est un moyen de mieux mettre en valeur différentes formes de la structure et de réduire les informations redondantes. Dans le cas de la microarchitecture osseuse, cela permet d'accentuer les informations pertinentes sur la distribution de l'os trabéculaire. Les auteurs ont appliqués la méthode binaire locale

(LBP) aux différents signaux 1D obtenus à partir des différentes orientations des images radiographiques. Le but est d'identifier quelle orientation pourrait fournir plus d'informations sur l'organisation des trabécules osseuses en relation avec l'ostéoporose. L'approche proposée permet d'obtenir de bons taux de classification.

1.4.2 Méthodes par transformées

Afin de mettre en évidence les informations cachées relatives aux spectres fréquentiels et à l'orientation, plusieurs travaux ont proposé d'utiliser certaines méthodes d'analyse de texture basées sur la transformation, leur utilisation permet la caractérisation de l'anisotropie des radiographies de l'os, qui est un caractère visuel de images radiographiques osseuses.

Dans (Brunet-Imbault et al., 2005), les auteurs ont appliqué une transformée de Fourier rapide (FFT) sur une région d'intérêt provenant de radiographies de calcaneum, suivie du calcul de certains paramètres tels que la l'indice de dispersion longitudinale et transversale et le degré d'anisotropie. Ces paramètres sont utilisés pour évaluer le risque de fracture de la hanche. Les auteurs ont mis au point un nouvel indice d'anisotropie d'os trabéculaire sur des radiographies, basé sur une analyse spectrale des images en niveaux de gris. Les trabécules ne disparaissent pas aléatoirement, l'effet pourrait être une réduction des fréquences sur les spectres de FFT dans des directions préférentielles conduisant à une augmentation de l'anisotropie. Les résultats de cette étude portant sur 22 cas de fractures ostéoporotiques et sur 44 témoins suggèrent que le paramètre DA (degré d'anisotropie) pourrait être potentiellement utile pour distinguer les cas de fracture des cas témoins. L'intérêt principal de cette technique est qu'elle peut être appliquée directement à des images radiographiques en niveaux de gris sans binarisation préalable.

Un autre travail proposé par (Gregory et al., 2004), présente une analyse de la structure osseuse trabéculaire dans des radiographies standard utilisant une analyse en transformée de Fourier et en composantes principales (ACP) pour identifier les contributions au risque de fracture de la hanche. Les radiographies ont été obtenues chez 26 patients fracturés à la hanche et 24 témoins. Ils ont été numérisés et cinq régions d'intérêt (ROI) ont été identifiées. Le spectre de puissance a été obtenu à partir de la transformée de Fourier de chaque région et trois profils ont été produits ; un profil circulaire et des profils parallèles et perpendiculaires à l'orientation préférée des trabécules. La PCA a été utilisée pour générer un score à partir de chaque profil, ce qui a été supposé utile pour discriminer entre le groupe avec fracture et le groupe témoin. L'analyse de la texture des radiographies utilisant la transformée de Fourier rapide a donné des variables significativement associées à la fracture et non corrélées de manière significative avec l'âge, l'indice de masse corporelle ou la densité minérale osseuse du col du fémur. Les auteurs ont prouvé par leurs résultats obtenus que l'ACP des images transformées avec FFT pouvait établir une distinction efficace entre les groupes avec fracture et témoin. Ce qui semble fournir un outil puissant pour l'évaluation de la structure osseuse.

El Hassani et al. (2012) ont proposé une méthode permettant de caractériser l'anisotropie des images radiographiques de l'os du calcaneum à l'aide de l'entropie, de la divergence de Rényi et de la transformation à double arbre M-Band(Dual Tree M-Bands). Avant d'extraire les caractéristiques texturales une étape de prétraitement suivie d'une projec-

tion sur un axe orienté 1D selon un angle défini est effectuée. Puis, la transformation Dual Tree M-bands est appliquée sur le signal 1D obtenu. Ensuite, la mesure d'entropie de Rényi est calculée sur des coefficients de sous-bandes afin de caractériser l'anisotropie fortement présente sur la radiographie osseuse. Enfin, le test de Wilcoxon est utilisé sur les entropies de Rényi obtenues pour chaque sous-bande et le classifieur K plus proches voisins est utilisé avec la divergence de Rényi en tant que distance. Appliqué à deux populations différentes composées de patients ostéoporotiques (OP) et de sujets témoins (CT), un bon taux de classification a été obtenu, offrant une bonne discrimination entre les patients ostéoporotiques et les cas de contrôles.

Oulhaj et al. (2017a) ont proposé une nouvelle transformée en ondelettes discrète à double arbre anisotrope (ADDTWT) pour caractériser l'anisotropie de la texture de l'os. ils ont présenté la nouvelle transformée pour la quantification des champs anisotropes. Plus précisément, les ondelettes isotropes à valeur réelle associées à la transformée en ondelettes à deux arbres discrets ont été étendues aux nouvelles ondelettes anisotropes à l'aide de fonctions de base associées à la transformation en ondelettes hyperbolique. Par conséquent, les nouvelles fonctions d'ondelettes ne sont plus un ensemble d'éléments de forme carrée congruents, comme c'est le cas pour le DDTWT, mais plutôt un ensemble d'ondelettes allongées transportées vers une large gamme d'échelles et d'endroits. Cela met en évidence des caractéristiques anisotropes souvent associées à des formes allongées de supports de spectre non isotropes plutôt que des formes isotropes. Pour évaluer les performances de l'approche proposée, une tâche de classification a été réalisée sur des radiographies osseuses de patients ostéoporotiques et de sujets témoins. Les résultats démontrent que l'approche proposée donne de meilleur taux de classification ce qui montre sa pertinence pour la caractérisation d'anisotropie des micro-architectures osseuses.

1.4.3 Méthodes par modélisation fractale

Les fractales sont des modèles qui présentent un grand degré de similarité à différentes échelles. ces fractales peuvent être caractérisées à l'aide de la dimension fractale (FD), la FD pouvant être considérée comme une mesure de l'irrégularité ou de l'hétérogénéité des arrangements spatiaux. L'application de la géométrie fractale pour observer la complexité spatiale des caractéristiques naturelles à différentes échelles suscite un intérêt croissant. Un certain nombre d'études ont été menées pour évaluer les performances de l'analyse de texture à l'aide de la modélisation fractale dans la caractérisation de la micro-architecture osseuse à l'aide de radiographies de l'os. Les premières études portaient sur la détermination, si la nature de l'os spongieux est fractale. Une des propriétés des formes fractales est qu'ils ont un périmètre indéterminé. L'os Cancellieux a été montré avoir cette propriété (Parkinson and Fazzalari, 1994). Une deuxième propriété de la géométrie fractale est l'auto-similarité. Benhamou et al. (1994) ont prouvé l'auto-similarité de la micro-architecture de l'os trabéculaire sur des radiographies du calcaneum.

De nombreux travaux ont été réalisés en comparant les groupes de contrôle avec les groupes patients pour montrer que la FD est une mesure discriminante.

Caligiuri et al. (1994) ont développé des méthodes non invasives d'évaluation de la structure osseuse avec une analyse fractale sur des radiographies afin de mieux prédire le risque de fracture dans l'ostéoporose. Les régions d'intérêt (ROI) ont été sélectionnées parmi les

radiographies numérisées de la colonne lombaire latérale de 43 patients examinés dans une clinique d'ostéoporose. La dimension fractale de ces ROI a été estimée à l'aide d'une méthode de surface. La capacité de la dimension fractale à faire la distinction entre les cas fracturés ailleurs que dans ceux de la colonne vertébrale, a été évaluée à l'aide d'une analyse des ROC. Ces résultats ont été comparés à l'analyse ROC de ces mêmes patients à l'aide de mesures de densité minérale osseuse (DMO) (masse osseuse). Les auteurs ont montrés d'après les résultats obtenus que l'analyse fractale peut être utile pour mieux déterminer le risque de fracture associé à l'ostéoporose.

Benhamou et al. (1994) les auteurs ont mis au point une évaluation fractale de la microarchitecture osseuse trabéculaire sur des radiographies de calcaneum. Les modèles fractals peuvent fournir une évaluation numérique unique (la dimension fractale) de telles structures complexes. Leur évaluation résulte d'une analyse d'images avec une gamme variable de niveaux de gris, sans binarisation de l'image. Il est basé sur le modèle de mouvement brownien fractionnaire, ou plus précisément sur l'analyse de son incrément, le bruit fractionnel gaussien (FGN). L'utilisation de ce modèle peut être considérée comme validée si deux conditions sont remplies : la répartition gaussienne et l'auto-similarité des données. L'évaluation fractale des images radiographiques a permis de valider l'utilisation du modèle fractal (mBf) en vérifiant l'organisation fractale des images radiographiques analysées par le modèle mBf.

De nombreuses études ont porté sur l'anisotropie de l'os la trabéculaire. Dans (Yi et al., 2007), pour analyser l'anisotropie de l'os trabéculaire, la technique de la géométrie fractale a été appliquée à des radiographies bidimensionnelles. Le spectre de puissance a été utilisé pour calculer les dimensions fractales (FD) de l'os trabéculaire. Les FD calculées en fonction de l'orientation ont donné les informations fractales reflétant les caractéristiques spatiales de l'os trabéculaire dans chaque direction. Un graphique polaire des FD directionnelles a été défini comme une ellipse d'inertie. La direction principale de la charge dans une région locale de l'os trabéculaire a été déterminée à partir du moment d'inertie minimal pour l'ellipse de FD. L'anisotropie a été calculée directement comme le rapport des 2 moments d'inertie principaux de l'ellipse. La méthode utilisant les FD directionnelles, telle que déterminée par l'axe principal d'inertie, mesure directement l'anisotropie à l'aide de radiographies standard à deux dimensions. Il peut quantifier l'anisotropie de l'os trabéculaire, ce qui permet de prédire les propriétés mécaniques de l'os.

Dans (Lespessailles et al., 1996), les auteurs ont proposés une méthode de diagnostic de l'ostéoporose à base d'analyse fractale. La dimension fractale a été déterminée dans 36 directions différentes ; la moyenne de ces 36 valeurs est représentative de l'image. Un diagramme polaire donne la valeur de D en fonction de l'angle d'analyse. En décomposant ce diagramme à l'aide de l'analyse de transformée de Fourier polaire, les paramètres liés à la forme du diagramme polaire peuvent être déterminés. La caractérisation de la forme du diagramme peut fournir des informations sur la distribution angulaire des résultats et donc sur l'anisotropie des images. Cette méthode permet la caractérisation quantitative des différences de texture et d'anisotropie entre le calcaneum et le radius. La plus petite dimension fractale du rayon reflète l'architecture plus simple de cet os non porteur. Les différences de forme du diagramme polaire permettent d'évaluer les différences d'anisotropie entre le calcaneum et le radius.

Jennane et al. (2007) ont prouvé que le paramètre d'auto-similarité des mBf 3D est lié au paramètre d'auto-similarité de sa projection 2D. Ils ont examiné de manière expérimentale si cette relation était valable pour l'os trabéculaire. Les résultats montrent que l'auto-similarité des volumes osseux 3D et celle de leurs projections sont également liées. Cela démontre qu'une simple projection fournit des informations 3D sur la structure de l'os. Cette information peut constituer un complément précieux à la densité minérale osseuse pour le diagnostic précoce de l'ostéoporose.

Harrar et al. (2013b) ont proposé une nouvelle méthode pour évaluer la microarchitecture osseuse sur des radiographies de l'os. Tenant compte de la nature fractale par morceaux des images radiographiques osseuses, les auteurs ont utilisé un modèle fractal approprié (piecewise fractional Brownian motion) pour caractériser le réseau osseux trabéculaire. Sur la base de l'estimateur de Whittle, une nouvelle méthode de calcul de l'exposant de Hurst H a été développée pour mieux prendre en compte la nature fractale par morceaux des données. Les résultats de la discrimination des témoins sains et des patients ostéoporotiques ont montré que le nouvel estimateur proposé par les auteurs permettait une discrimination efficace des sujets et était mieux adapté à l'analyse d'images par radiographie des os.

Ces dernières années, la recherche sur la trabéculatation osseuse par le biais de l'analyse fractale est restée très dynamique (Jennane et al., 2011; Harrar et al., 2012; Ollivier et al., 2013; Touvier et al., 2015; Borowska et al., 2015; Harrar et al., 2018a).

1.5 Conclusion

L'ostéoporose, ou os poreux, est une maladie caractérisée par une faible masse osseuse et une détérioration structurelle du tissu osseux, entraînant une fragilité des os et un risque accru de fractures de la hanche, de la colonne vertébrale et du poignet. Les hommes comme les femmes sont touchés par l'ostéoporose, une maladie qui peut être prévenue et traitée.

L'ostéoporose est une maladie courante qui affine les os et les rend plus susceptibles de se briser. Ces fractures peuvent entraîner différents problèmes de santé, tels que douleur, posture voûtée ou difficulté à se déplacer.

De nombreuses personnes perdent progressivement des os au fil des années. Aucun symptôme ne vous dit que cela se produit. Mais il est possible de traiter l'ostéoporose avec des médicaments et des modes de vie sains.

Nous avons présenté au cours de ce chapitre quelques notions sur le tissu osseux dans le corps humain, tel que la structure anatomique de l'os, sa composition, ainsi que ses phases de formation initiale et remodelage. Ensuite une aperçu générale sur la maladie osseuse (l'ostéoporose) est présentée, nous avons défini cette maladie, et montré quelques facteurs causant l'ostéoporose, comment le diagnostiquer, le prévenir et le traiter, routines cliniques de diagnostic de l'ostéoporose. Finalement quelques travaux sur la caractérisation de la microarchitecture osseuse à base des méthodes d'analyse de texture ont été présentés.

MOUVEMENT BROWNIEN FRACTIONNAIRE MBF

Sommaire

2.1	Introduction	27
2.2	Définition	29
2.3	Propriétés des mBf	29
2.4	Méthodes de synthèse de mBf	31
2.4.1	Méthode du "midpoint displacement" (MID)	32
2.4.2	Méthode de synthèse par transformée de Fourier rapide inverse (FRI)	32
2.4.3	Méthode de synthèse par ondelettes (OND)	32
2.4.4	Méthode de Cholesky	33
2.4.5	Méthode de Levinson	33
2.5	Méthodes d'estimation	34
2.5.1	Méthode de variance agrégée (AggVar)	34
2.5.2	Estimation par analyse spectrale du mBf (ASM)	35
2.5.3	Méthode de R/S	35
2.5.4	Estimation par maximum de vraisemblance (EMV)	36
2.5.5	Estimation par méthode de Whittle	38
2.6	Comparaison des méthodes d'estimation du Hurst H	39
2.7	Conclusion	40

2.1 Introduction

L'histoire des fractales remonte à 1975, année de l'introduction de "Fractals" par Benoît Mandelbrot. Il a expliqué qu'il s'agissait de formes géométriques qui, une fois divisées en plusieurs parties, seraient une réplique plus petite de la forme entière. Il a proposé le terme "fractale" qui est une adaptation du mot latin fractus, qui signifie "cassé" ou "fracturé".

Contrairement aux formes Euclidiens, chaque tentative de diviser une fractale en plus petit pièces entraîne la résolution de plus de structure. On dit donc que les objets et les processus fractals possèdent des propriétés «auto-invariantes» (auto-similaires ou auto-affines) (Hastings and Sugihara, 1993).



FIGURE 2.1 – Images naturels avec caractère fractal.

La théorie fractale propose des méthodes pour décrire l'irrégularité inhérente aux objets naturels (Figure 2.1 montre quelques exemples des images naturels qui ont un caractère fractale). Dans l'analyse fractale, le concept euclidien de «longueur» est considéré comme un processus. Ce processus est caractérisé par un paramètre constant FD appelé dimension fractale. La dimension fractale peut être considérée comme une mesure relative à la complexité ou comme un indice de dépendance en échelle d'un motif. On trouvera d'excellents résumés des concepts de base de la géométrie fractale dans (Mandelbrot, 1982; Frontier, 1987; Lam and De Cola, 1993).

La dimension fractale est une statistique résumée mesurant la «complexité» globale. Ce faisant, une partie de l'information est nécessairement perdue. Par exemple, La dimension fractale estimée d'un bord de lac, ne nous dit rien sur la taille réelle ni sur la forme générale du lac. Nous ne pouvons non plus reproduire une carte du lac à partir de FD . Cependant, la dimension fractale permet de savoir la complexité relative de la rive du lac, donc le FD est un descripteur important lorsqu'il est utilisé conjointement avec d'autres mesures.

Dans ce chapitre on va présenter un modèle fractale appelé Mouvement brownien fractionnaire (mBf), qui est une classe de processus stochastiques caractérisée par un paramètre unique appelé Hurst (un nombre réel compris entre zéro et un). Ce paramètre est lié à la dimension fractale FD par la relation : $H = E + 1 - FD$, où E est la dimension euclidienne.

Dans le reste du chapitre on va définir quelques notions sur les mBf, les méthodes de synthèse des signaux mBf, et finalement ses méthodes d'analyse.

2.2 Définition

Le mBf du paramètre H , noté B_H , est un processus fractal stochastique qui modélise le spectre $1/f$, la dépendance à long terme et les comportements auto-similaires définis par Mandelbrot and Van Ness (1968) comme extension de mouvement brownien (pour $H = 0,5$, B_H est un mouvement brownien ordinaire B).

B_H est caractérisé par un paramètre unique, l'exposant de Hurst $H(0 < H < 1)$, lié à la dimension fractale FD par $H = E + 1 - FD$, où E est la dimension euclidienne.

B_H est donné par :

$$B_H(t) - B_H(0) = \frac{1}{\Gamma(H + 0.5)} \times \left\{ \int_{-\infty}^0 [(t-s)^{H-0.5} - (s)^{H-0.5}] dB(s) + \int_0^t (t-s)^{H-0.5} dB(s) \right\} \quad (2.1)$$

Avec $\Gamma(\cdot)$ est la fonction gamma.

2.3 Propriétés des mBf

D'un point de vue pratique, il s'agit d'un processus de second ordre gaussien, continu, centré et non stationnaire.

La propriété principale de mBf est son auto-similarité statistique, ce qui signifie que les mêmes propriétés peuvent être observées à différentes échelles.

Il est exprimé comme :

$$B_H(km) \equiv k^H B_H(m); \forall k \text{ et } m > 0 \quad (2.2)$$

Bruit gaussien fractionnaire (fractional gaussian noise fGn)

Comme mBf est un processus non stationnaire, il est plus pratique d'en étudier ses incréments (appelés bruits gaussiens fractionnaires (fGn)) qui sont stationnaires.

Le fGn, G_m , est défini pour un intervalle de temps m , par :

$$G_m(i) = B_H(i) - B_H(i - m) \quad (2.3)$$

Les fGns sont des processus gaussiens, centrés et stationnaires.

La fonction de covariance, r , qui décrit complètement le processus fGn, est donné pour $m = 1$ par :

$$r[i] = \frac{\sigma^2}{2} [|i+1|^{2H} - 2|i|^{2H} + |i-1|^{2H}] \quad (2.4)$$

σ^2 représente la variance de G_1 .

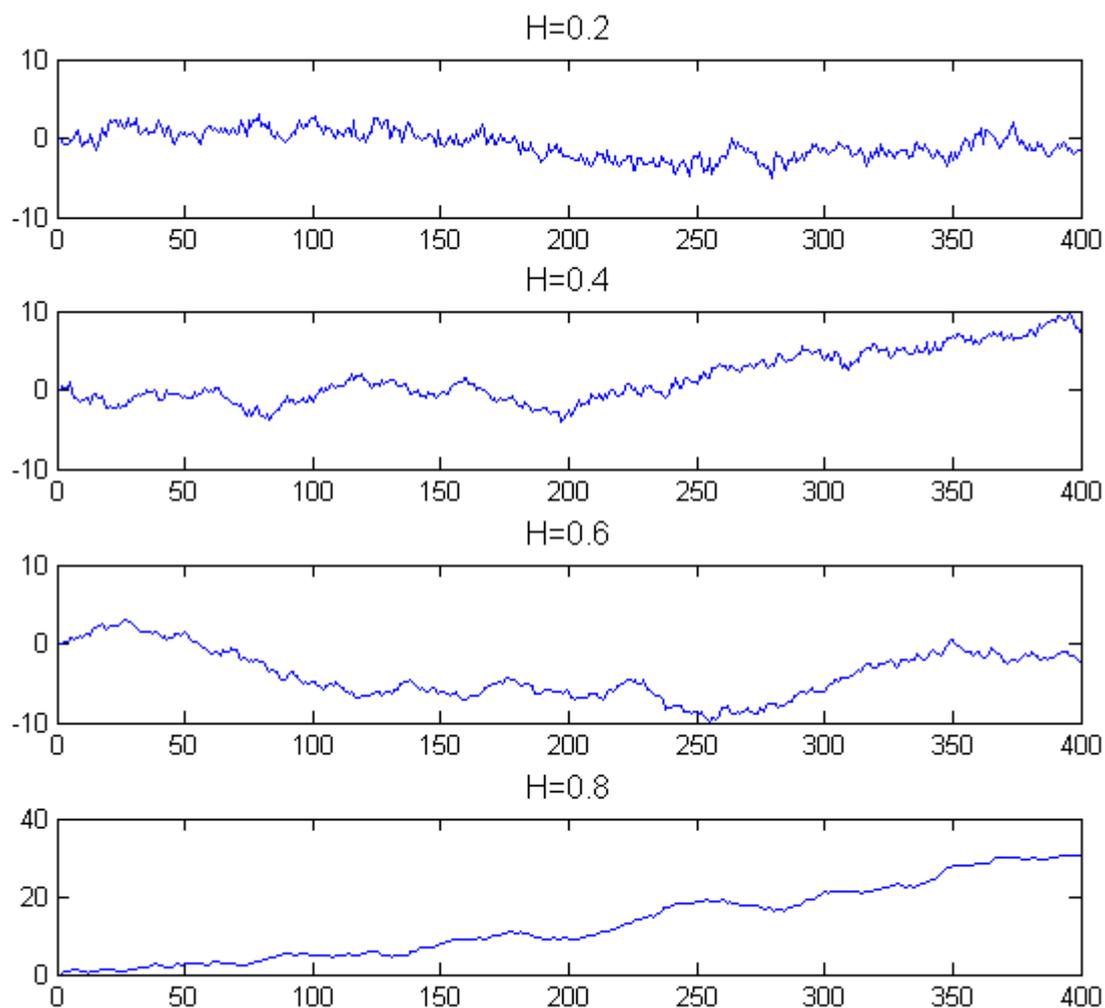


FIGURE 2.2 – Exemples de signaux mBf 1D pour différentes valeurs de Hurst ($H = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$).

- Pour $0 < H < 0.5$, la corrélation est négative.
- Pour $H = 0.5$, le processus est le bruit blanc gaussien.
- Lorsque $0.5 < H < 1$, la corrélation est positive.

La densité spectrale de puissance (PSD) de fGn peut être calculée à l'aide de la transformée de Fourier de l'équation 2.4.

Lorsque m tend vers 0, un spectre normalisé continu du fGn peut être défini comme suit :

$$PSD_G(f) \propto |f|^{1-2H} \quad (2.5)$$

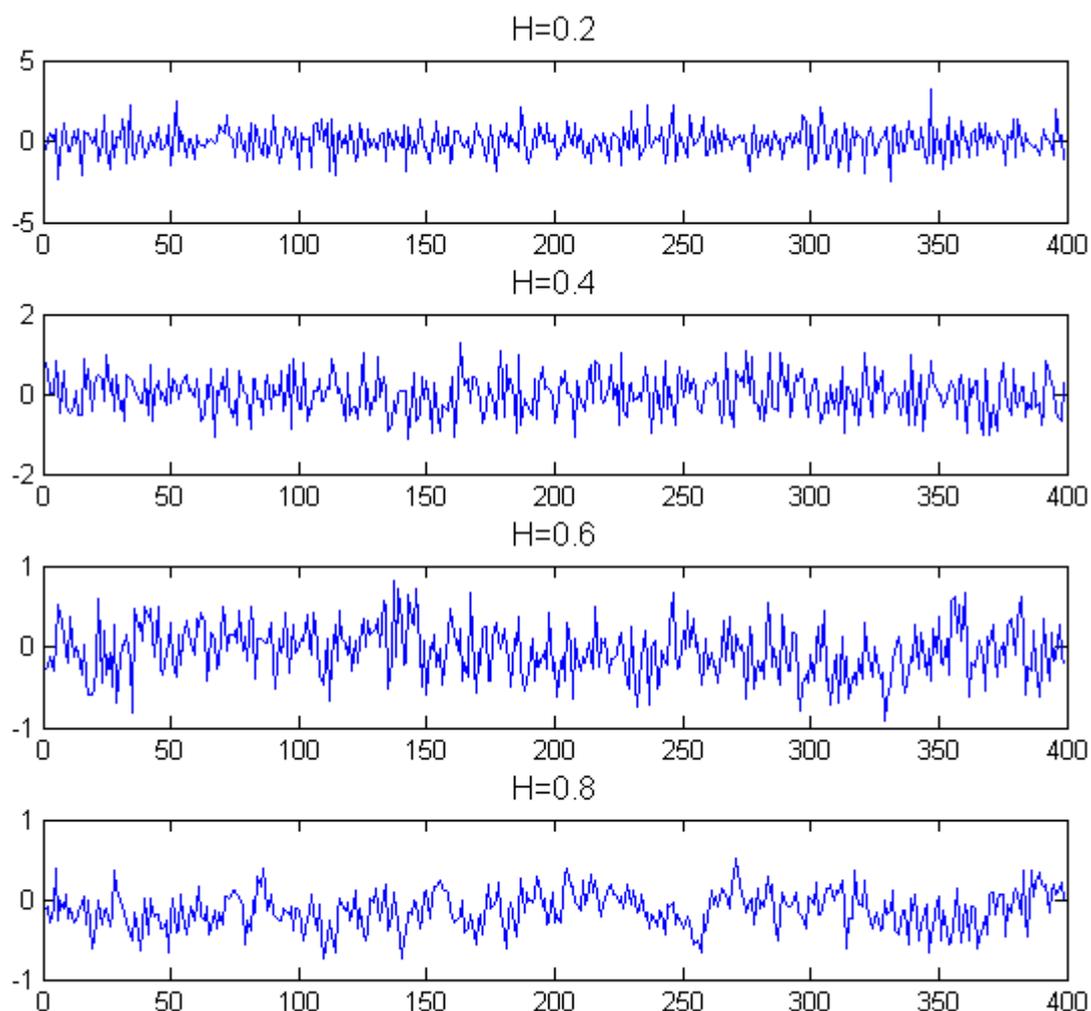


FIGURE 2.3 – Exemples de signaux fGn (incrément de mBf) 1D pour différentes valeurs de Hurst ($H = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$).

2.4 Méthodes de synthèse de mBf

Dans cette section on va décrire quelques méthodes pour la simulation des signaux mBf. La synthèse des mBf utilise deux approches : la première consiste à utiliser directement les propriétés des mBf. Pour cette approche on va présenter la méthode de MID-point displacement, la méthode de transformée de Fourier inverse, et la méthode de synthèse par ondelettes (OND). La deuxième approche utilise un chemin indirect. L'idée est de générer les incréments des mBf qui sont les bruits gaussiens fractionnaires fGn, puis calculer le signal mBf à partir des incréments par une intégration des signaux fGn. Pour cette approche on va présenter la méthode de Cholesky, et la méthode de Levinson.

2.4.1 Méthode du "midpoint displacement" (MID)

Cette méthode est basée sur la propriété suivante du mBf :

$$Var[B_H(x_1) - B_H(x_2)] = K(x_1 - x_2)^{2*H} \quad (2.6)$$

où x_1 et x_2 sont des indices de position et K une constante de proportionnalité.

Cette méthode itérative consiste à donner à un point situé à égale distance de deux autres points x_1 et x_2 une valeur aléatoire gaussienne centrée sur la moyenne de x_1 et x_2 et de variance définie par équation 2.6.

A chaque itération le nombre d'échantillons du signal est doublé. L'initialisation est faite en prenant $B_H(0) = 0$ et $B_H(1)$ comme étant un échantillon gaussien de moyenne nulle et de variance donnée par 2.6.

Ensuite, le point $N/2$ est la demi-somme de $B_H(1)$ et $B_H(0)$ plus un offset. Les autres points milieux sont construits itérativement de la même manière à partir des points précédents.

Cette méthode a l'inconvénient de générer des signaux dont les incréments ne sont ni stationnaires ni similaires pour H différent de 0.5, cette inconvénient est lié au fait que cette méthode utilise une partie des propriétés des mBf et néglige les autres propriétés.

2.4.2 Méthode de synthèse par transformée de Fourier rapide inverse (FRI)

cette méthode se base sur le fait qu'il est possible de définir pour le mBf une densité spectrale de puissance moyenne pour un intervalle de temps très grand. Cette DSP varie comme :

$$1/f^{2H+i}$$

où f est un indice de fréquence.

Pour générer un signal mBf réel à l'aide de cette méthode, il faut remplir un vecteur complexe dont le module varie en

$$1/f^{H+1/2}$$

et dont la phase aléatoire respecte la symétrie hermétique.

Pour obtenir le mBf correspondant, il suffit de prendre la transformée de Fourier rapide inverse de ce vecteur.

Le balayage en fréquence est limité aussi bien vers les hautes que vers les basses fréquences. Cette méthode génère des signaux périodiques.

2.4.3 Méthode de synthèse par ondelettes (OND)

Cette méthode est basé sur le lien entre l'analyse multi-résolution d'un signal et sa décomposition sur une base d'ondelettes orthogonales dyadiques.

A chaque étape d'analyse à la résolution $j + 1$, on génère un signal dit de forme $A_i + 1$ et un signal de détail $D_i + 1$ en partant d'un signal de forme A .

Pour un mBf, la variance des signaux de détails suit la relation :

$$Var[D_i] = 2^{2H+1}Var[A_i + 1] \quad (2.7)$$

Il est possible de générer un mBf en sorte que les signaux de détail s obéissent statistiquement à l'équation 2.7.

2.4.4 Méthode de Cholesky

la génération d'un signal mBf B_H de paramètre H est basé sur la décomposition de Cholesky de la matrice de covariance des incréments du mBf B_H .

la génération de fGn de paramètre H passe par la décomposition de Cholesky de sa matrice de covariance.

soit Γ la matrice de covariance de signal X (à générer) discrétisé au temps $\frac{i}{n}$ avec $i=0, \dots, 1$; n la taille de signal.

on définit Γ' la matrice dérivée de la première ligne et de la première colonne de Γ . Γ' est une matrice symétrique défini positif; il admet une décomposition de Cholesky

$$\Gamma' = LL^T$$

avec L : une matrice triangulaire inférieure.

la synthèse de signal mBf est équivalent à générer un signal Y bruit blanc gaussien de taille $n-1$.

le signal fgn X à générer n'est rien que

$$X = L * Y$$

car :

$$E(xx^T) = E(L * Y * Y^T * L^T) = \Gamma'.$$

L'équation montre que X , qui est gaussien a des statistique d'ordre 2 identique à celle de fgn à générer.

le signal mBf B_H est obtenue en incrémentant le signal fGn X suivant la formule :

$$B_H(i) = \sum_{j=1}^i X(j)$$

Cette méthode est la seule qui est théoriquement exacte, mais à cause de sa complexité de calcul qui est d'ordre $O(N^3)$. ce qui est d'ordre exponentielle ce qui rend la méthode très lente lorsque n devient grand il est mieux d'utiliser de méthodes de synthèse de complexité moins que celle de Cholesky.

2.4.5 Méthode de Levinson

Soit B_H le signal mBf de paramètre H qu'on doit générer, et soit G la matrice d'autocovariance d'un fGn (qui est incrément de B_H).

On a :

$$G_{i,j} = \gamma(i-j) \quad i = 1, \dots, n \quad (2.8)$$

pour éviter de calculer la décomposition de Cholesky de G (ce qui va mener a une méthode identique a celle de Cholesky), on peut remarquer que G est une matrice Toeplitz (matrice T est dite Toeplitz si sa première ligne est suffisante pour reconstruire T).

La nature Toeplitz de G permet d'utiliser des méthodes avancés pour extraire la racine carré de G . Parmi ces méthodes on trouve celle de Levinson qui permet de trouver L tel que :

$$G = LL^T$$

après le calcul de L par la méthode de Levinson, on génère un vecteur Y bruit blanc gaussien.

Puis le bruit gaussien fractionnaire X est généré par :

$$X = LY$$

Finalement le mBf B_H est obtenu a partir de fGn généré par la formule :

$$B_H(i) = \sum_{j=1}^i X(j)$$

Cette méthode a une complexité de calcul d'ordre $\mathcal{O}(N^3)$.

2.5 Méthodes d'estimation

Il existe de nombreuses méthodes permettant d'analyser les signaux de type mBf, par l'estimation du paramètre Hurst H . On va présenter dans cette section quelques méthodes populaires pour l'analyse des signaux mBf.

2.5.1 Méthode de variance agrégée (AggVar)

La méthode de variance agrégée est basée sur la propriété d'auto-similarité de l'échantillon. Rappelons la définition des processus agrégés $X^{(m)}$:

$$X^{(m)} = \frac{1}{m}(X_{km} + \dots + X_{(k+1)m-1}), \text{ pour } k = 0, 1, \dots \quad (2.9)$$

En raison de l'auto-similarité, $X^{(m)}$ a la même distribution de $m^{H-1}X$ pour des m grandes. En particulier,

$$Var(X_k^{(m)}) = m^{2H-2} * Var(X_k) \quad (2.10)$$

Donc :

$$\frac{Var(X_k^{(m)})}{Var(X_k)} = m^{2H-2}. \quad (2.11)$$

L'estimateur de H est obtenu en traçant $\frac{Var(X_k^{(m)})}{Var(X_k)}$ en fonction de m dans une représentation log-log. La pente de cette fonction est égale : *pente* = $2H - 2$.

Alors le paramètre H est calculé à partir de la pente de régression (figure 2.5) avec : $H = \frac{\text{pente}+2}{2}$.

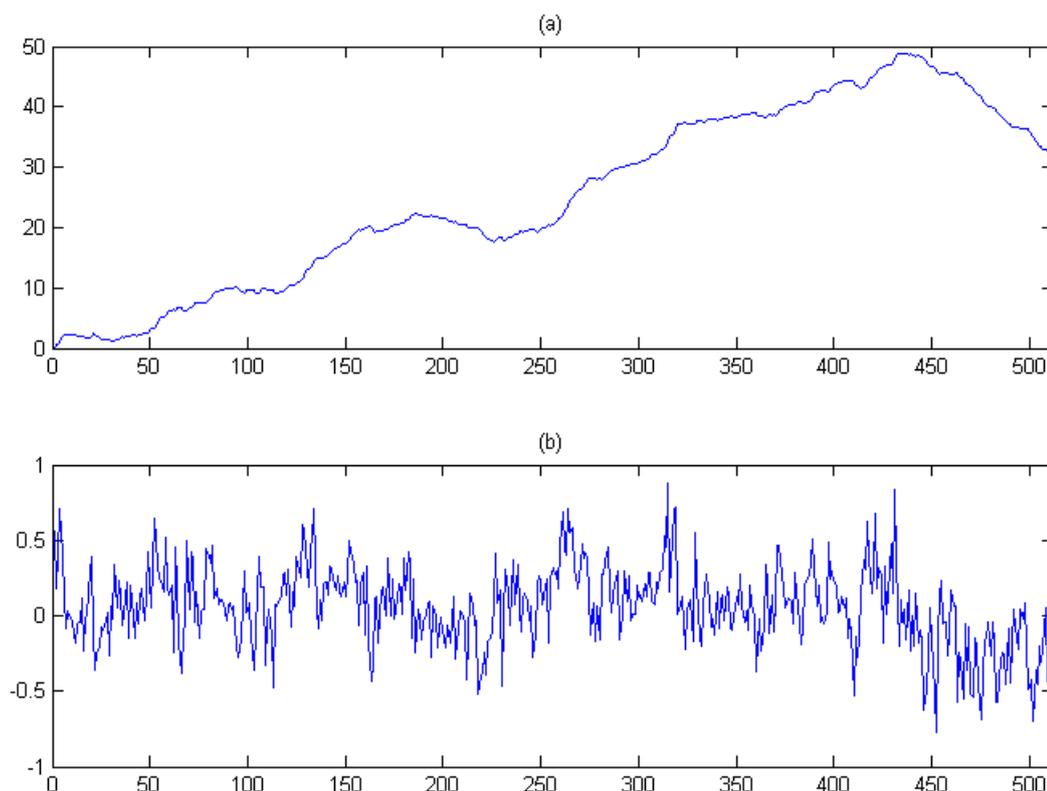


FIGURE 2.4 – Signal mBf (a) et son incréments fGn (b) ($H = 0.8$) utilisée dans l'illustration des méthodes d'estimation graphiques (figures 2.5, 2.6 et 2.7).

2.5.2 Estimation par analyse spectrale du mBf (ASM)

Le spectre moyen de mBf suit une loi proportionnelle à $|f|^{-1-H}$. Dans une représentation log-log, la courbe du spectre moyen suivant cette équation a une pente droite égale à $-1 - 2H$. L'estimation du paramètre H est alors effectuée à l'aide d'une régression linéaire. Le spectre moyen est calculé comme le carré du module de la transformée de Fourier obtenu par l'algorithme FFT.

2.5.3 Méthode de R/S

La méthode R/S est largement utilisée dans l'analyse des processus dépendants à long terme. Pour calculer la statistique R/S, la série entière est divisée en K blocs non intersectés contenant tous M éléments. (M est alors le plus grand entier inférieur à $N=K$). L'analyse R/S est une méthode graphique pour l'estimation du paramètre de Hurst basé sur la régression du tracé R/S. Soit $\bar{X}(n)$ la moyenne du vecteur X , et $S^2(n)$ la variance de X . Pour estimer le paramètre de Hurst, les statistiques R/S sont d'abord calculé en

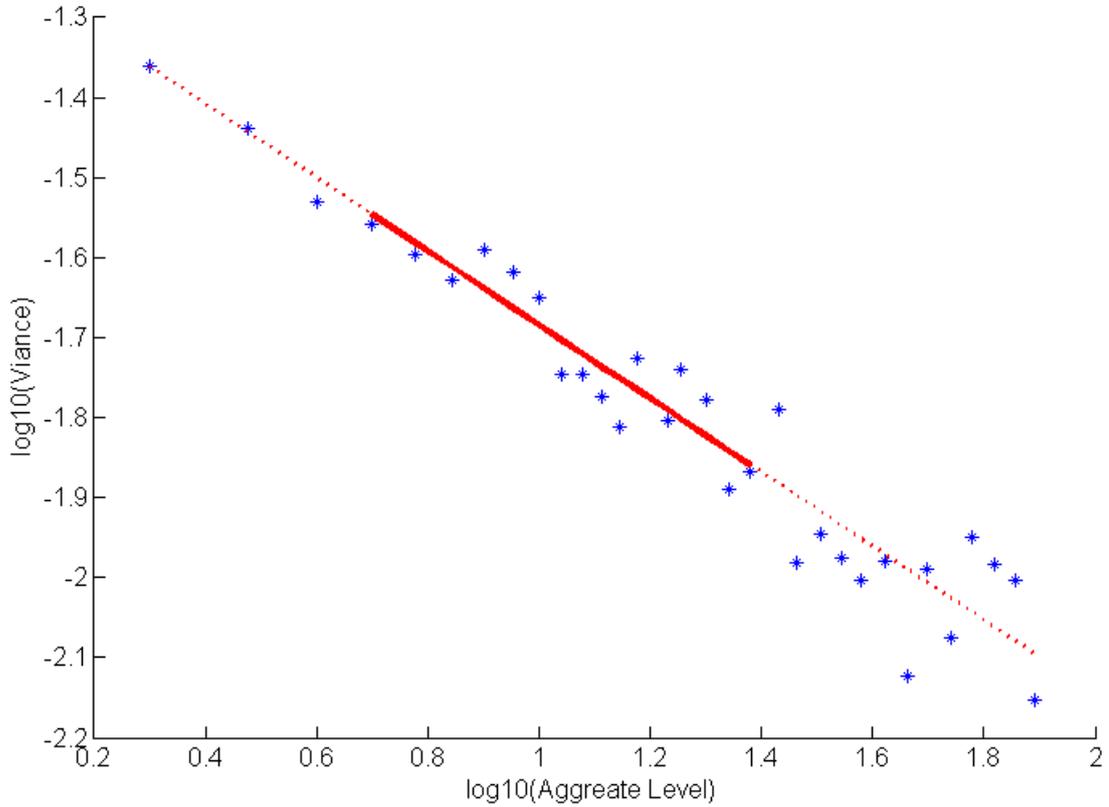


FIGURE 2.5 – Estimation de Hurst par la méthode AggVar : Les observations utilisées dans l’ajustement de la ligne sont en pointillés. Le paramètre Hurst estimé de l’échantillon (figure 2.4) est 0,76, et la valeur réelle est 0,8.

utilisant :

$$R(n)/S(n) = \frac{1}{S(n)} \left(\max(0, w_1, w_2, w_3, \dots, w_n) - \min(0, w_1, w_2, w_3, \dots, w_n) \right) \quad (2.12)$$

avec :

$$w_k = \sum_{i=1}^k X_i - k\bar{X}(n) \quad \text{pour } k = 1, 2, \dots, n \quad (2.13)$$

Ensuite, on trace le $\log(R(n)/S(n))$ par rapport à $\log(n)$. Une ligne de régression est ajustée aux points du tracé de R/S, la pente obtenue donne l’estimation du paramètre Hurst H .

2.5.4 Estimation par maximum de vraisemblance (EMV)

L’estimation par maximum de vraisemblance est effectuée sur les incréments du signal mBf. Soit x le vecteur incréments des observations supposé être un vecteur fBm. Ce vecteur est stationnaire, gaussien, centré, et sa fonction de vraisemblance paramétrée par H et σ^2 s’écrit :

$$Prob(x, H, \sigma^2) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{1}{2}} |R|^{\frac{1}{2}}} \exp\left(\frac{-1}{2} x^T R^{-1} x\right) \quad (2.14)$$

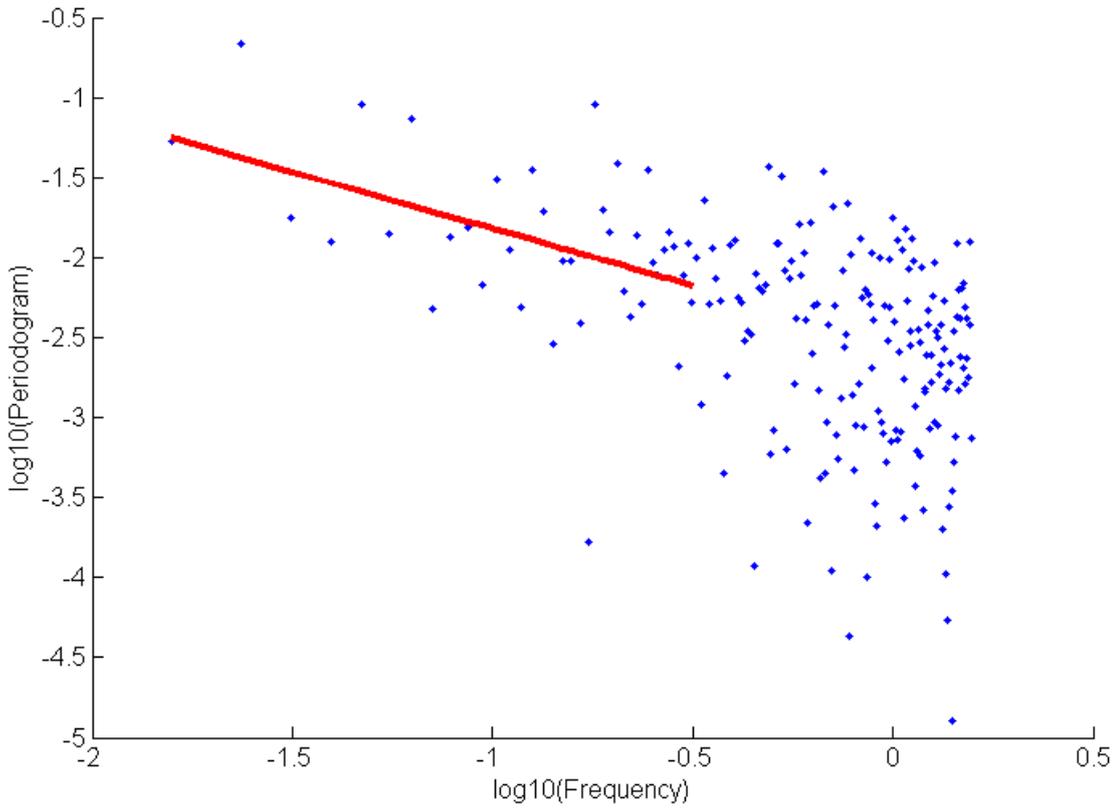


FIGURE 2.6 – Estimation de Hurst par la méthode d’analyse spectrale de mBf : Une estimation de H est obtenue en ajustant une droite sur les données, qui a théoriquement une pente de $1 - 2H$. Cela donne une estimation du paramètre Hurst de 0,85 pour notre échantillon (figure 2.4) (paramètre d’entrée de 0,8).

R est la matrice d’auto-corrélation de x qui dépend de H et de σ^2 comme présenté dans l’équation 2.4 avec $[R]_{i,j} = r[|i - j|]$.

Il est plus simple de rechercher le maximum du logarithme de la fonction de vraisemblance noté LFV où les termes constants ne sont pas pris en compte :

$$LVF(x; H, \sigma^2) = -Ln|R| - x^T R^{-1}x \quad (2.15)$$

On décompose R comme $\sigma^2 R'$, puis on calcule la dérivée du LFV par rapport à σ^2 . La valeur de σ^2 pour laquelle l’expression obtenue est nulle est reportée dans 2.15.

La valeur de H par maximum de vraisemblance, H_{MV} , est donc la suivante :

$$H_{MV} = \underset{0 < H < 1}{Max} \left(-Ln|\sigma^2 R'| - N Ln\left(\frac{x^T R^{-1}x}{N}\right) \right) \quad (2.16)$$

La recherche du maximum est un problème d’optimisation sans contrainte, simplifié par le fait que H est dans l’intervalle $]0, 1[$.

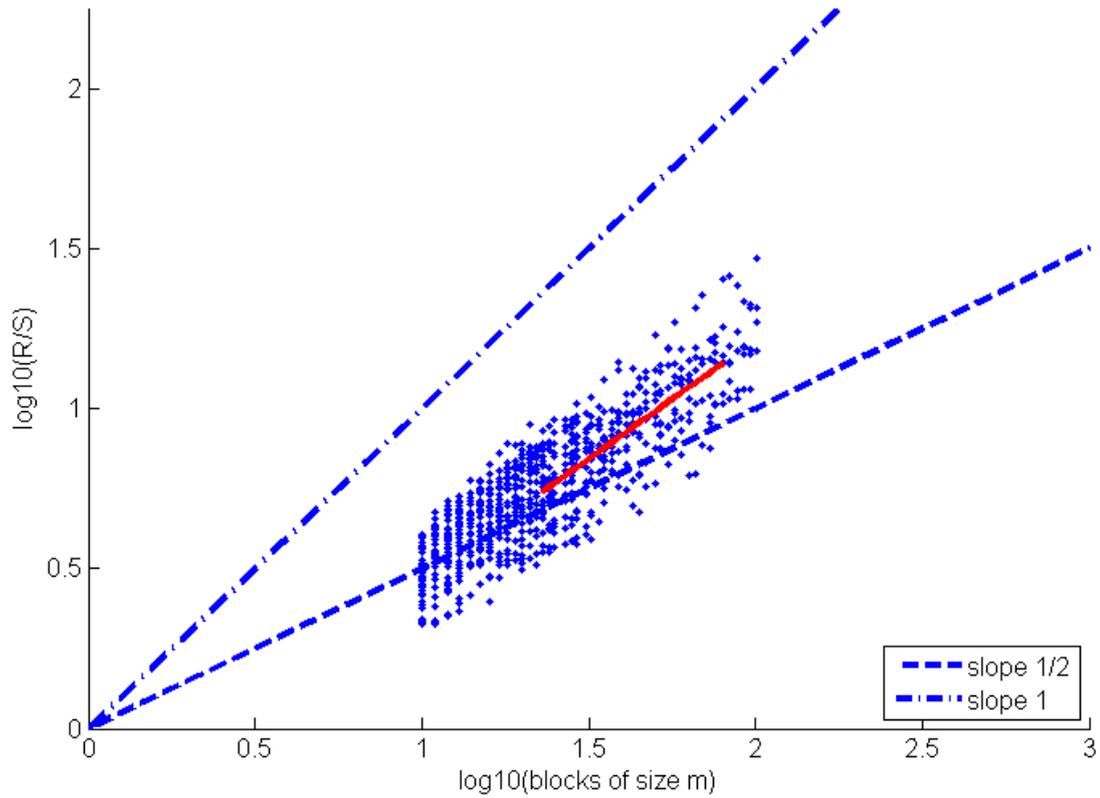


FIGURE 2.7 – Estimation de Hurst par la méthode R/S : la pente est estimée à l'aide de la procédure d'ajustement des moindres carrés, indiquée par les points en pointillé. Cela donne une estimation du paramètre Hurst de 0,74 dans notre échantillon (figure 2.4) ; la valeur H d'entrée est 0,8.

2.5.5 Estimation par méthode de Whittle

L'estimation par maximum de vraisemblance (EMV) consomme du temps et de la mémoire et est donc difficilement applicable pour les échantillons de grande taille. Afin d'éviter ces problèmes, il existe une approximation de la méthode EMV dans le domaine fréquentiel appelée méthode de Whittle qui est asymptotiquement efficace pour les incréments du mBf. La fonction de vraisemblance de Whittle (FVW) du vecteur fGn x peut être exprimée dans le cas discret comme suit :

$$FVW(x; H, c) = \sum_{j=1}^M \left(-\ln[T(j; H, C)] - \frac{P(j)}{T(j; H, c)} \right) \quad (2.17)$$

Avec M est la partie entière de $(N - 1)/2$, T est la densité spectrale de puissance théorique du processus fGn, P est le périodogramme du vecteur x et c est une constante de proportionnalité.

Pour trouver le maximum de la fonction FVW , T est décomposé en cT' et en prenant le

dérivé relatif à c à zéro, nous obtenons :

$$c = \frac{\sum_{j=1}^M P(j)}{\sum_{j=1}^M T'(j, H)} \quad (2.18)$$

T' peut être calculé à partir de la DSP du fGn ou de la transformation de Fourier de la fonction d'autocorrélation du fGn.

Le paramètre Hurst H est estimé par l'estimateur de Whittle donné par :

$$\hat{H} = \max_{0 < H < 1} \left(\sum_{j=1}^M (-\ln(cT'(j; H))) - \frac{P(j)}{cT'(j; H)} \right) \quad (2.19)$$

2.6 Comparaison des méthodes d'estimation du Hurst H

Tableau 2.1 – Comparaison des méthodes d'estimation du paramètre Hurst H

Valeur du H		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
Aggvar	<i>Moyenne</i>	0.12	0.21	0.29	0.38	0.47	0.59	0.66	0.73	0.81
	<i>Ecart – type</i>	0.075	0.077	0.079	0.075	0.070	0.070	0.071	0.071	0.060
ASM	<i>Moyenne</i>	0.035	0.14	0.27	0.39	0.49	0.63	0.72	0.85	0.97
	<i>Ecart – type</i>	0.125	0.117	0.104	0.120	0.110	0.121	0.119	0.121	0.111
R/S	<i>Moyenne</i>	0.30	0.36	0.42	0.50	0.57	0.66	0.72	0.77	0.84
	<i>Ecart – type</i>	0.036	0.047	0.054	0.056	0.061	0.070	0.070	0.078	0.078
EMV	<i>Moyenne</i>	0.09	0.19	0.29	0.39	0.49	0.60	0.69	0.80	0.89
	<i>Ecart – type</i>	0.014	0.031	0.022	0.021	0.031	0.029	0.017	0.021	0.019
Whittle	<i>Moyenne</i>	0.12	0.21	0.30	0.39	0.49	0.60	0.70	0.82	0.91
	<i>Ecart – type</i>	0.023	0.023	0.027	0.027	0.027	0.032	0.032	0.033	0.034

Afin d'évaluer les méthodes d'estimation du Hurst des signaux mBf, nous générons une base de données de signaux mBf 1D de la taille 512, pour chaque valeur du paramètre Hurst H ($H \in \{0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9\}$), nous générons 100 signaux mBf en utilisant la méthode de synthèse de mBf à base d'ondelettes. L'évaluation des estimateurs de Hurst est effectuée en estimant la valeur de Hurst H pour chaque groupe de signaux, puis en calculant la moyenne et l'écart type et en le comparant à la valeur initiale de Hurst utilisée lors de synthèse, plus la moyenne est proche de la valeur théorique de Hurst. et plus l'écart type est proche de zéro, plus la méthode d'estimation de Hurst est considérée comme un estimateur exact.

Le tableau 2.1 montre les résultats obtenus pour les différents estimateurs, comme on peut le voir clairement, la méthode R/S est la méthode la moins précise avec des estimations très biaisées. Les méthodes AggVar et ASM ont permis d'obtenir des précisions d'estimation acceptables. La meilleure précision est obtenue pour les estimateurs EMV et Whittle, nous pouvons remarquer que les résultats obtenus par EMV et Whittle sont presque équivalents. Comme nous l'avons mentionné précédemment, l'estimateur de

Whittle est une méthode approximative de l'estimateur EMV qui peut justifier l'égalité des résultats.

Par conséquent, l'estimateur Whittle est recommandé comme méthode d'estimation de Hurst en raison de sa bonne précision d'estimation et de son temps de calcul court.

2.7 Conclusion

De nos jours, les problèmes de physique non linéaire, d'électronique radio, de théorie du contrôle et de traitement d'image nécessitent le développement et l'utilisation de nouveaux modèles, méthodes et algorithmes mathématiques pour l'analyse de données. À l'heure actuelle, il est généralement admis que de nombreux processus stochastiques dans la nature et en ingénierie présentent une dépendance à long terme et une structure fractale. L'analyse fractale est la méthode mathématique la plus adaptée à la recherche sur la dynamique et la structure de tels processus.

Parmi les modèles fractals, nous trouvons le mouvement brownien fractionnaire (mBf) qui est un modèle fractal caractérisé par un paramètre principal appelé Hurst. Ce paramètre caractérise la rugosité du signal. Plusieurs travaux ont étudié la modélisation mBf afin d'analyser quelques phénomènes naturels.

Dans ce chapitre, nous avons décrit le modèle fractal, mouvement brownien fractionnaire (mBf). Nous avons présenté quelques propriétés de mBf, ainsi que ses méthodes de synthèse et quelques approches d'estimation du paramètre Hurst du mBf.

Dans les chapitres suivants, nous présenterons nos travaux utilisant le mouvement brownien fractionnel comme modèle d'analyse de texture visant le diagnostic de l'ostéoporose sur des images radiographiques de l'os trabéculaire.

Sommaire

3.1	Introduction	41
3.2	Méthodes de synthèse des mBf 2D	42
3.3	Évaluation des méthodes de synthèse des images mBf	44
	3.3.1 Méthodologie	44
	3.3.2 Résultats	50
3.4	Synthèse	55
3.5	Conclusion	56

3.1 Introduction

Comme nous l'avons présenté dans le chapitre précédent, le mouvement brownien fractionnaire est un modèle stochastique et fractal largement utilisé pour caractériser plusieurs phénomènes tels que la biologie (Collins J.J., 1994; Gmachowski, 2015; Longo and Montévil, 2014), l'astrophysique (Lomax et al., 2018; Khalil et al., 2006), l'économie (Granger, 1966; Cheridito, 2003; Elliott and Van der Hoek, 2003), et l'imagerie médicale (Pothuaud et al., 1998; Benhamou et al., 2001; Kuklinski et al., 1989; Harrar et al., 2013c; Taфраouti et al., 2014, 2015; Harrar et al., 2018b; Plourde et al., 2016; Kestener et al., 2001).

Plusieurs méthodes ont été proposées pour générer des signaux mBf 1D et 2D (Stoksik et al. (1994); Heneghan et al. (1996); Zhou et al. (2013); Stein (2002); Kaplan and Kuo (1996)), comme cette synthèse est nécessaire pour plusieurs applications on devrait penser à évaluer ces méthodes de synthèse, afin de sélectionner les méthodes de synthèse les plus précises. Jennane et al. (1996) ont proposé une approche pour l'estimation de la qualité des méthodes de synthèse des mBf 1D en vérifiant trois conditions nécessaires et suffisantes pour qu'un processus aléatoire soit mBf, ces conditions sont la gaussienneté du processus mBf, la stationnarité et l'auto-similarité des incréments du processus.

Dans ce chapitre, nous proposons une nouvelle approche pour évaluer les méthodes de synthèse de mBf 2D isotropes, sur la base d'une classification des réalisations générées par ces méthodes. Plusieurs méthodes ont été proposées pour la génération d'images mBf, et pour évaluer notre approche, nous avons retenu quatre des plus reconnues de la communauté scientifique :

- La méthode de Stein (Stein, 2002).

- La méthode de Kaplan-kuo Kaplan and Kuo (1996).
- La méthode de transformée de Fourier inverse Zhou et al. (2013).
- La méthode de Random midpoint displacement Lau et al. (1995).

L'approche d'évaluation proposée utilise des vecteurs extraits des images mBf à l'aide de transformée en arbre dual DMBDT(Kingsbury, 2001), suivi d'un calcul des attributs statistiques, les vecteurs de caractéristiques sont utilisés comme entrée pour un classifieur SVM. Le taux de bon classification obtenu caractérise la performance de chaque méthode de synthèse.

Notre approche proposée commence par extraire les vecteurs caractéristiques des images synthétisées en les transformant en sous-bandes à l'aide de DMBDT. L'utilisation de DMBDT est motivée par le fait qu'elle offre une invariance par décalage approximative et une sélectivité directionnelle en 2D. De plus, il est efficace en calcul pour trouver les caractéristiques spatiale/fréquence des motifs qui peuvent être très bien adaptés à la classification des textures, et en particulier aux images mBf présentant un degré élevé de similarité visuelle. La DMBDT est suivie par l'extraction des attributs statistiques des différentes sous-bandes, à utiliser comme entrées pour la tâche de classification à l'aide du classifieur SVM.

3.2 Méthodes de synthèse des mBf 2D

3.2.0.1 Méthode de Stein (STM)

La méthode de Stein (Stein, 2002) est basée sur la génération de signal gaussien en utilisant la matrice de co-variance correspondant aux incréments de champ browniens fractionnaires. La méthode de Stein utilise la matrice circulante d'incorporation, qui est une méthode de génération de champs aléatoires gaussiens. Cette méthode est basée sur la forme de Toeplitz de la matrice de co-variance pour un champ stationnaire.

La méthode de Stein comprend deux étapes principales : la première est la génération d'un champ aléatoire gaussien stationnaire isotrope avec une matrice de co-variance "proche" de l'incrément de mBf, la seconde est la transformation de ce champ de synthèse initial en un mBf exact.

Soit B_H un mBf 2D, avec l'indice de Hurst $H \in (0, 1)$ et rappelons que :

$$Var(B_H(x) - B_H(y)) = |x - y|^{2H}, \forall x, y \in \mathbb{R}^2. \quad (3.1)$$

Définissons une covariance K comme suit :

$$K(x - y) = \begin{cases} c_0 - |x - y|^{2H} + c_2|x - y|^2, & \text{si } 0 \leq |x - y| \leq 1 \\ 0, & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.2)$$

avec les constantes $c_0 = 1 - H$ et $c_2 = H$.

Le terme supplémentaire $c_2|x - y|^2$ assure la positivité de la matrice circulante à encastrement minimal de K.

On peut ainsi simuler un champ aléatoire Z avec une co-variance K. Chaque fois que $|x - y| \leq 1$, nous avons :

$$VAR[Z(x) - Z(y)] = VAR(B_H(x) - B_H(y)) - 2c_2|x - y|^2. \quad (3.3)$$

Indépendamment de Z , nous générons deux variables aléatoires indépendantes X_1 et X_2 avec la même loi gaussienne $\mathcal{N}(0, 2c_2)$.

Nous définissons le champ aléatoire :

$$Z^*(x) = Z(x) + x_1X_1 + x_2X_2 - Z(0), \quad (3.4)$$

avec $\mathbf{x}=(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$. quand $|x| \leq 1, |y| \leq 1, et |x - y| \leq 1$.

$$\mathbb{E}(Z^*(x)Z^*(y)) = \mathbb{E}(B_H(x)B_H(y)).$$

Par conséquent, le champ aléatoire $Z^* = \{Z^*(x), |x| \leq 1\}$ est un mBf 2D standard du paramètre Hurst H . Certaines réalisations d'images mBf synthétisées à l'aide de la méthode de Stein sont illustrées à la figure

3.2.0.2 Méthode de Kaplan-Kuo (KKM)

La méthode de Kaplan (Kaplan and Kuo, 1996) est une méthode de synthèse permettant de générer des champs browniens fractionnaires mBf 2D, basée sur son spectre d'incrément. Dans cette méthode, nous commençons par générer les incréments (incrément de premier et second ordre), d'abord nous calculons la corrélation des incréments à l'aide des equations suivantes :

— Pour les incréments de premier ordre :

$$\begin{aligned} r_x(m_x, m_y) &= \frac{\sigma^2}{2}[f(m_x + 1, m_y) + f(m_x - 1, m_y) - 2f(m_x, m_y)] \\ r_y(m_x, m_y) &= \frac{\sigma^2}{2}[f(m_x, m_y + 1) + f(m_x, m_y - 1) - 2f(m_x, m_y)] \end{aligned} \quad (3.5)$$

— Pour les incréments de duxième ordre :

$$\begin{aligned} r_2(m_x, m_y) &= \frac{\sigma^2}{2}[2(f(m_x + 1, m_y) + f(m_x - 1, m_y) \\ &+ f(m_x, m_y + 1) + f(m_x, m_y - 1)) - (f(m_x + 1, m_y + 1) \\ &+ f(m_x + 1, m_y - 1) + f(m_x, m_y + 1) \\ &+ f(m_x - 1, m_y - 1)) - 4f(m_x, m_y)] \end{aligned} \quad (3.6)$$

Puis on calcule le spectre des incréments des images mBf, en tant que transformée de Fourier discrète DFT de la fonction de corrélation. La racine carrée du spectre des incréments de premier et de second ordre calculés séparément, est multipliée par un bruit blanc pour obtenir les incréments dans le domaine fréquentiel, ensuite, une transformation de Fourier inverse est effectuée pour récupérer la représentation spatiale des incréments des images mBf. Enfin, les images mBf sont obtenues à partir des incréments calculés, en utilisant les équations suivantes :

Pour $m_x, m_y = 0, \dots, M$:

$$\begin{aligned}
 B(0, 0) &= 0, \\
 B(m_x, 0) &= B(m_x - 1, 0) + I_x(m_x - 1, 0), \\
 B(0, m_y) &= B(0, m_y - 1) + I_y(m_y - 1), \\
 B(m_x, m_y) &= B(m_x, m_y - 1) + B(m_x - 1, m_y) \\
 &\quad - B(m_x - 1, m_y - 1) + I_2(m_x - 1, m_y - 1).
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

La figure 3.1 montre quelques réalisations des mBf 2D en utilisant cette méthode.

3.2.0.3 Méthode de transformée de Fourier inverse (IFT)

La méthode IFT (Zhou et al., 2013) est basée sur la représentation spectrale du mBf. Contrairement à la méthode Kaplan-Kuo qui utilise la représentation spectrale des incréments, la méthode IFT utilise directement la représentation spectrale du mBf 2D, définie comme suit :

$$|F(u, v)|^2 = \frac{C}{(u^2 + v^2)^{4-D}} \tag{3.8}$$

Avec $u, v = 0, 1, \dots, N/2 - 1$, C : le facteur d'échelle, et D : la dimension fractale $D = 3 - H$.

Afin de générer le mBf 2D dans sa représentation spatiale, nous commençons par le générer dans le domaine spectral à l'aide de la formule 3.8. L'image mBf est ensuite obtenue par la transformée de Fourier inverse du spectre calculé. La figure 3.1 montre des images fBf, générées à l'aide de la méthode de synthèse Zhou.

3.2.0.4 Méthode de Random midpoint displacement (RMD)

La méthode (RMD) (Lau et al., 1995) est basée sur la variance du processus mBf exprimée par :

$$Var[B_H(x_1, x_2) - B_H(y_1, y_2)] = \sigma^2[\sum_{i=1}^2 (x_i - y_i)] \tag{3.9}$$

où σ est une constante, H le paramètre Hurst.

La RMD est réalisée en utilisant une approche itérative :

- Premièrement, les points limites du mBf 2D sont d'abord échantillonnés en utilisant une distribution gaussienne avec une moyenne nulle et une variance de N^2H .
- Ensuite, les points médians sont calculés comme la moyenne des valeurs des points finaux, plus une valeur de *offset* calculée en tant que variable aléatoire gaussienne exprimée pour chaque itération par : $S_i = \sigma(2^{-i*H} \sqrt{1 - 2^{2H-2}})$, avec i le numéro d'itération.
- Ce processus est répété jusqu'à l'obtention de la résolution requise du mBf 2D.

La figure 3.1 montre des images mBf générées à l'aide de la méthode de synthèse RMD.

3.3 Évaluation des méthodes de synthèse des images mBf

3.3.1 Méthodologie

Notre méthode proposée est basée sur une approche de classification. Deux étapes principales sont effectuées. Tout d'abord, les vecteurs de caractéristiques sont extraites à

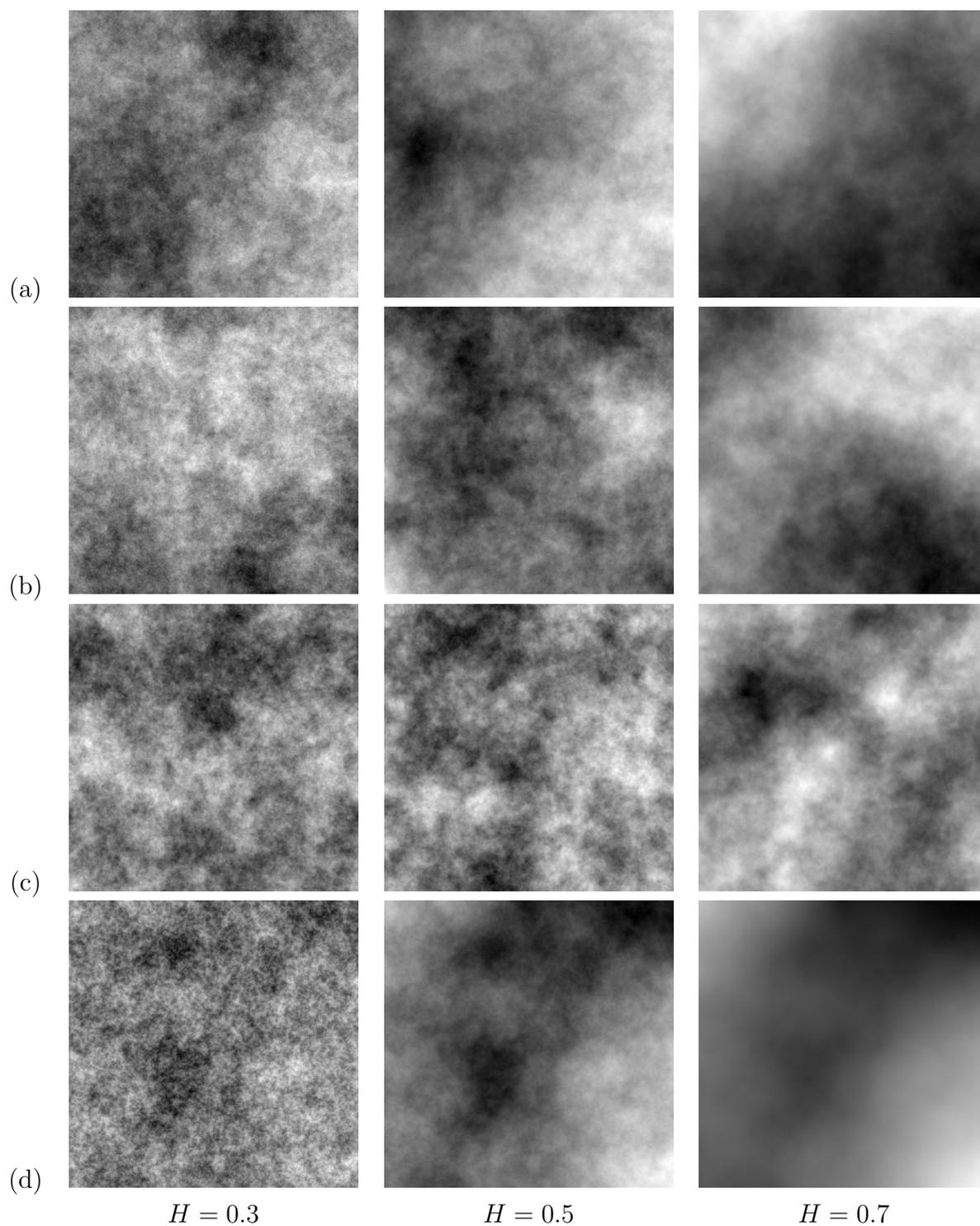


FIGURE 3.1 – Images mBf synthétisées en utilisant : (a) la méthode de *Stein*, (b) la méthode de *Kaplan – Kuo*, (c) la méthode *IFT*, (d) la méthode *RMD*.

partir des images mBf, à l'aide de DMBDT et de calculs statistiques. Deuxièmement, la classification est effectuée à l'aide d'un classifieur SVM multiclass.

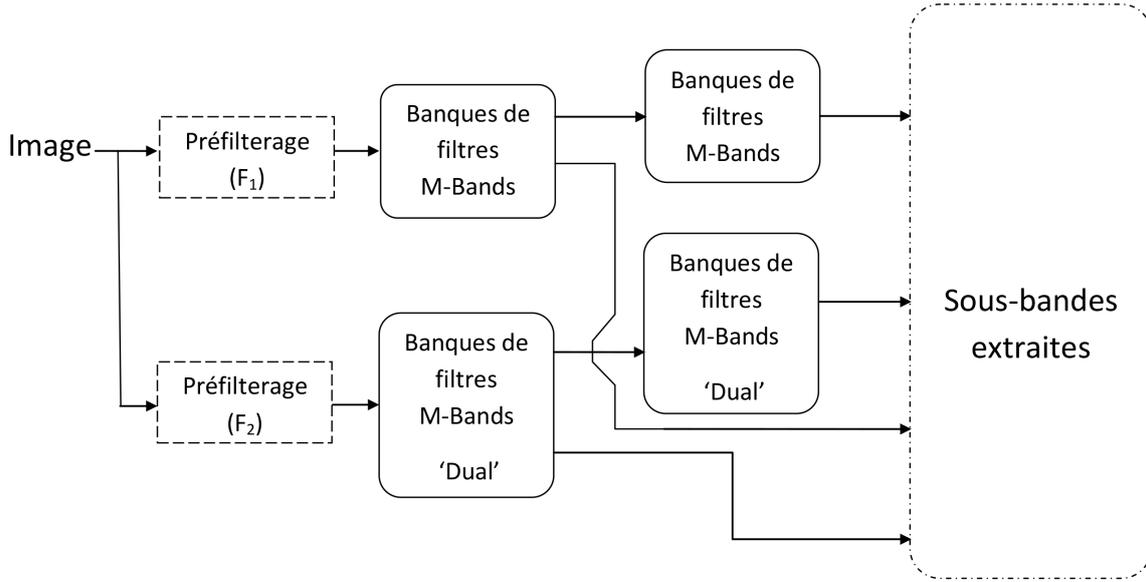


FIGURE 3.2 – Organigramme de la DMBDT sur deux niveaux de résolution.

3.3.1.1 Extraction de caractéristiques

La DMBDT est utilisée pour extraire différentes caractéristiques de l'image mBf synthétisée.

La DMBDT est une généralisation de la transformation en ondelettes en arbre dual. Elle est définie par une fonction de mise à l'échelle ϕ_0^H et $M - 1$ des fonctions d'ondelettes ϕ_m^H .

Les ondelettes sont obtenues à partir du "original" wavelets ϕ_m en utilisant la transformation de Hilbert. La DMBDT est définie dans le domaine de fourier par :

$$\phi_m^H = -i * \text{sign}(\omega) \phi_m(\omega) \quad \forall m = 1, 2, \dots, M - 1 \quad (3.10)$$

Avant d'exécuter la DMBDT, l'image est d'abord transformée en un espace continu à l'aide de fonctions d'interpolation. Ce pré-traitement est motivé par le fait que la décomposition en ondelettes est basée sur le formalisme en espace continu. Pour être appliqué aux images numériques, ce processus de pré-filtrage est requis. La DMBDT est ensuite effectuée sur l'image pré-filtrée en utilisant des banques de filtres duales et primaires.

La DMBDT a été préférée pour sa bonne analyse directionnelle et son faible coût de calcul. La figure 3.2 montre les différentes étapes de DMBDT.

Pour chaque sous-bande extraite, plusieurs caractéristiques statistiques sont calculées. Soit $X = x_1, x_2, \dots, x_N$ le sous-bande extraite et $P = p_1, p_2, \dots, p_N$ sa distribution de probabilité. Les caractéristiques statistiques extraites de X sont :

— Moyenne (Fisz and Bartoszynski, 1963) : la moyenne des valeurs du signal, définie

comme suit :

$$\mu = \text{moyenne}(X) = \sum_{i=1}^N p_i x_i \quad (3.11)$$

- Mode (Fisz and Bartoszyński, 1963) : la valeur du signal avec la probabilité maximale, définie par :

$$\text{Mode}(X) = x_j (p_j = \max_{i=1}^N p_i) \quad (3.12)$$

- Variance (Fisz and Bartoszyński, 1963) : une mesure utilisée pour caractériser la dispersion de la distribution, calculée comme suit :

$$\text{Var}(X) = \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2 p_i \quad (3.13)$$

- Entropie de Reyni (Renyi, 1961) : quantifie la diversité, l'incertitude ou le caractère aléatoire de la distribution, définie comme suit :

$$H_2(X) = -\log\left(\sum_{i=1}^n p_i^2\right) \quad (3.14)$$

Ces attributs statistiques calculées à partir des différentes sous-bandes sont utilisées comme vecteur de caractéristiques de l'image.

La figure 3.3 résume les principales étapes de l'extraction des vecteurs de caractéristiques.

3.3.1.2 Classification :

Pour l'étape de classification, nous avons utilisé le classifieur Multi-SVM, qui est une extension du classifieur SVM binaire.

Le classifieur SVM (Cortes and Vapnik, 1995) a d'abord été conçu pour la classification binaire. Il est basé sur la séparation de deux classes en construisant un hyperplan qui sépare de manière optimale les deux catégories en fonction des échantillons d'apprentissage. L'existence de classes multiples dans la classification du monde réel conduit à étendre la classification binaire SVM en classification multiple (Lee et al., 2004; Bredensteiner and Bennett, 1999).

Les machines à vecteurs de support constituent un ensemble de méthodes d'apprentissage supervisé utilisées pour la classification, et la régression.

Les SVM sont des outils de prédiction et de classification qui utilisent la théorie de Machine Learning comme une méthode très robuste pour maximiser la précision prédictive de la détection et de la classification.

Les SVMs peuvent être considérées comme des techniques utilisant l'espace d'hypothèses de séparateurs linéaires dans un espace de caractéristiques de grande dimension, formées avec un algorithme d'apprentissage basé sur la théorie d'optimisation et créant un biais d'apprentissage dérivé de la théorie d'apprentissage statistique.

La technique SVM a été développée pour concevoir des hyperplans de séparation pour les problèmes de classification. Dans les années 90, le SVM était généralisée pour la construction de fonctions de séparation non linéaires et pour l'approximation de fonctions à valeurs réelles.

La classification SVM est basée sur l'idée d'hyperplans de décision qui déterminent les

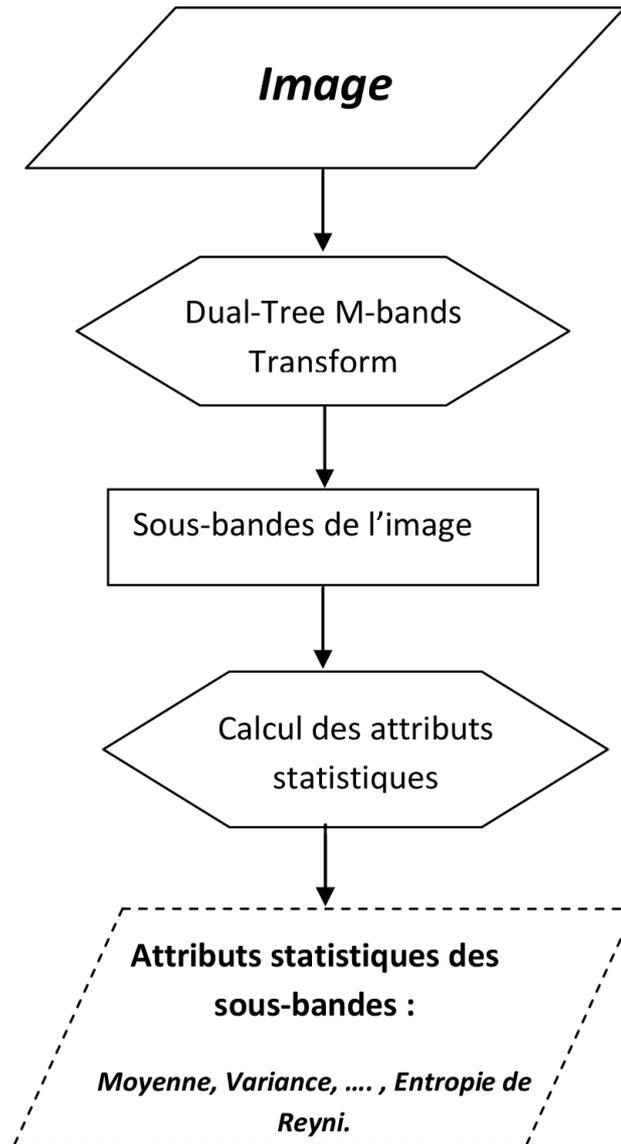


FIGURE 3.3 – Étapes d'extraction du vecteur de caractéristique à partir des images mBf.

limites de décision dans un espace de caractéristiques de grande dimension. SVM construit des fonctions linéaires (des hyperplans dans l'espace de saisie ou dans l'espace de fonctions) à partir d'un jeu de données d'apprentissage étiqueté. Cet hyperplan va essayer de scinder les échantillons positifs des échantillons négatifs. Le séparateur linéaire est généralement construit avec une distance maximale de l'hyperplan aux échantillons négatifs et positifs les plus proches. Intuitivement, cela entraîne une classification correcte des données d'apprentissage qui est proche des données de test, mais pas identique.

Tout au long de la phase d'apprentissage, SVM prend une matrice de données en tant que données d'entrée et attribue à chacun des échantillons une appartenance à une classe donnée (positif) ou non (négatif). SVM traite chaque échantillon de la matrice comme une ligne dans un espace d'entrée ou un espace de fonctions de grande dimension, où le nombre d'attributs identifie la dimensionnalité de l'espace. L'algorithme d'apprentissage SVM détermine le meilleur hyperplan qui sépare chaque échantillon d'apprentissage positif et négatif. Le SVM formé peut être déployé pour effectuer des prédictions sur un

échantillon de test (nouveau) dans la classe.

Les problèmes non linéaires dans SVM sont résolus en mappant l'espace d'entrée n -dimensionnel dans un espace de fonctions haute dimension. Dans cet espace de fonctions de grande dimension, un classifieur linéaire est construit, qui agit en tant que classifieur non linéaire dans l'espace d'entrée. Ce processus de mappage de l'espace d'entrée d'origine dans un espace de grande dimension, utilise les fonctions de noyau (Kernel functions).

Les quatre familles de noyaux les plus utilisées sont :

— **Noyau linéaire**

$$K(x_i, x_j) = x_i^T x_j \quad (3.15)$$

— **Noyau polynomial**

$$K(x_i, x_j) = (x_i^T x_j + 1)^d \quad (3.16)$$

— **Noyau de la fonction de base radiale (RBF)** (σ est un paramètre positif pour le contrôle du rayon)

$$K(x_i, x_j) = \exp\left(\frac{-\|x_i - x_j\|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.17)$$

— **Noyau sigmoïde** (δ est un paramètre positif)

$$K(x_i, x_j) = \tanh(x_i^T x_j + r) \quad (3.18)$$

Plusieurs méthodes ont été proposées pour étendre le SVM afin de classifier plus de deux classes car les problèmes de classification sont généralement multi-classes.

Il existe actuellement deux grandes approches pour étendre la classification SVM à la classification multiclass : (1) Combinaison de plusieurs classifieurs SVM binaires. (2) en considérant toutes les données dans une optimisation unique. Les méthodes principales pour diviser et combiner sont Un contre tous (OAA), Un contre un (OAO) et Graphe acyclique dirigé (DAG). Et le second est appelée 'tout en un' (AIO).

1. *Diviser et combiner*

— Un contre un OAO (One-Against-One) OAO implique $\frac{N(N-1)}{2}$ classifieurs SVM binaires. Chaque classifieur est formé pour séparer chaque paire de classes. Il existe différentes stratégies pour combiner ces classificateurs binaires. Les principales stratégies largement utilisées dans la littérature sont le 'couplage par paires' et une stratégie de vote à la majorité appelée 'MaxWins'. Lorsque les classifieurs sont combinés par un système de vote à la majorité, la classe avec le nombre maximal de votes est sélectionnée. Dans le couplage par paires, une probabilité par paire $p_{i,j}$ est obtenu à partir de chaque sortie binaire SVM notée comme) $f_{i,j}(x)$.

$$p_{ij} = \frac{1}{2} f_{ij}(x) + 0.5 \quad (3.19)$$

Ces probabilités par paires sont couplées dans un ensemble commun de probabilités postérieures p_i :

$$p_i = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{j \neq i} p_{i,j} \quad (3.20)$$

La fonction de décision est donnée par :

$$c(x) = \arg \max_{1 \leq i \leq N} (p_i) \quad (3.21)$$

- Graphe acyclique dirigé DAG (Directed Acyclic Graph)

Pour le (DAG), l'entraînement est identique à celui de l'OAO utilisant $\frac{N(N-1)}{2}$ SVM binaires. Cependant, dans la phase de test, un graphe acyclique dirigé avec $\frac{N(N-1)}{2}$ nœuds internes et N feuilles est utilisé. Le test d'un échantillon commence au nœud racine et se déplace vers la gauche ou vers la droite en fonction de la valeur de sortie. Par conséquent, nous passons par un chemin avant d'atteindre un nœud feuille, qui indique la classe prédite. L'avantage d'utiliser un DAG est que sa durée d'essai est inférieure à celle des méthodes OAO.

- Un contre tous OAA (One Against All)

OAA implique N classifieurs SVM binaires, un pour chaque classe. Chaque SVM binaire est formé pour séparer une classe du reste. La classe gagnante est celle qui correspond au SVM avec la plus grande valeur de sortie, c'est-à-dire la plus grande valeur de la fonction de décision. La fonction de décision pour OAA est :

$$c(x) = \arg \max_{1 \leq i \leq N} (f_i(x)) \quad (3.22)$$

Avec : $f_i(x)$ est la sortie de classifieur SVM binaire pour la classe i contre le reste.

2. Tout en un AIO (All in one)

AIO est une approche qui considère le problème multi-classe directement comme une généralisation de l'algorithme de classification binaire. L'idée est similaire à l'approche OAA. Il construit N règles à deux classes dans lesquelles la i^{me} fonction sépare les vecteurs d'apprentissage de la classe i des autres vecteurs. Il existe donc N fonctions de décision, mais toutes sont obtenues en résolvant un seul problème. La fonction de décision est :

$$c(x) = \arg \max_{1 \leq i \leq N} (w_i x + b_i) \quad (3.23)$$

Avec $w_i x + b_i$ est est l'hyper-plan qui sépare la classe i des autres classes.

Dans ce travail, nous avons utilisé le multiclassifieur SVM avec l'approche "Une VS Une", qui est simple, précise et largement utilisée (Hsu and Lin, 2002).

La figure 3.4 présente les différentes étapes de la multi-classification SVM utilisée dans l'approche proposée.

3.3.2 Résultats

Notre objectif est d'introduire une approche basée sur l'apprentissage automatique pour évaluer les méthodes de synthèse des images mBf et également d'utiliser l'approche de classification proposée pour caractériser la micro-architecture de l'os trabéculaire. Des images mBf synthétiques exactes (de STM) et des images approximatives (de KKM, IFM

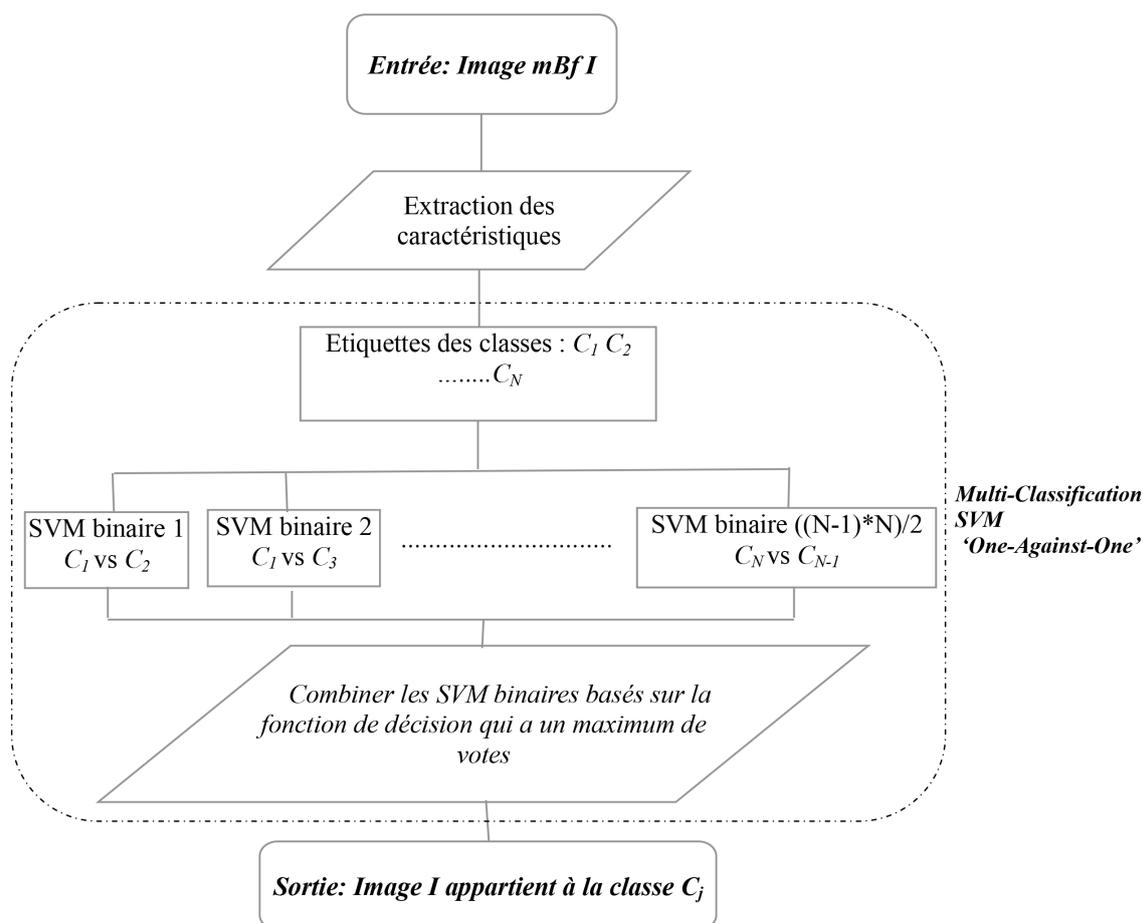


FIGURE 3.4 – Différentes étapes de la méthode proposée

Tableau 3.1 – détails de la base de données d’images mBf générées à l’aide de différentes méthodes de synthèse (KKM,STM, IFT, and RMD).

	Image size	Hurst parameter value				Total
		0.1	0.3	0.5	0.7	
Datasets	64×64	100	100	100	100	400
	128×128	100	100	100	100	400
	256×256	100	100	100	100	400
	512×512	100	100	100	100	400

et RMD) sont utilisées pour évaluer et valider l’approche proposée. L’application de notre méthode aux radiographies osseuses est motivée par le fait que le modèle mBf est largement utilisé dans la littérature pour modéliser et caractériser la micro-architecture osseuse trabéculaire.

Afin d’évaluer les différentes méthodes de synthèse des mBf 2D (KKM, STM, IFM, RMD), quatre classes ont été générées selon les valeurs retenues du paramètre H pour le test $\{0.1, 0.3, 0.5$ et $0.7\}$. Dans chaque classe, 100 images ont été synthétisées.

La figure 3.1 montre des exemples représentatifs d’images mBf à partir des bases de données générés. Pour les différents bases de données, nous avons effectué une tâche de classification afin d’évaluer les différentes méthodes de synthèse. Les valeurs de Hurst H

représentent les étiquettes des classes pour la tâche de classification. Le taux de bon classification (Accuracy) mesure le niveau d'exactitude de la méthode de synthèse.

Pour l'évaluation de performance du classification SVM multiclass, nous avons suivi le processus décrit dans Sokolova and Lapalme (2009).

Soit C_i les différentes classes de la multi-classification, où $i \in 1, 2, \dots, l$, avec l le nombre de classes.

Soit TP_i les classes positives correctement classées, FP_i les classes positives incorrectement classées, TN_i les classes négatives correctement classées, FN_i les classes négatives incorrectement classées.

Les mesures d'évaluation pour l'ensemble du multi-classification sont calculées sur la base de mesures individuelles comme suit :

$$\text{Accuracy} = \frac{\sum_{i=1}^l \frac{TP_i + TN_i}{TP_i + FN_i + FP_i + TN_i}}{l} \quad (3.24)$$

$$\text{FPR} = \frac{\sum_{i=1}^l \frac{FP_i}{TP_i + FN_i + FP_i + TN_i}}{l} \quad (3.25)$$

$$\text{FNR} = \frac{\sum_{i=1}^l \frac{FN_i}{TP_i + FN_i + FP_i + TN_i}}{l} \quad (3.26)$$

$$\text{F}_1\text{-score} = \frac{\sum_{i=1}^l \frac{2*TP_i}{FN_i + FP_i + 2*TP_i}}{l} \quad (3.27)$$

- Accuracy (ACC) est le taux de bon classification.
- FPR et FNR sont les taux d'erreur causés respectivement par des erreurs de classification de classe positive et négative.
- F_1 -score est une moyenne pondérée de précision et de rappel, permettant de prendre en compte simultanément les taux de faux positifs et de faux négatifs.

Pour éviter les problème de biais et variance liés aux processus d'apprentissage et de validation nous utilisons la validation croisé K-fold.

Comme il n'y a jamais assez de données pour l'apprentissage du modèle, en supprimer une partie à des fins de validation pose un problème de sous-ajustement. En réduisant les données d'entraînement, nous risquons de perdre d'importantes informations dans l'ensemble de données, ce qui augmente l'erreur induite par les biais. Nous avons donc besoin d'une méthode qui fournisse de nombreuses données pour l'apprentissage du modèle et laisse également de nombreuses données pour la validation. La validation croisée K-fold fait exactement cela.

Dans la validation croisée K-fold, les données sont divisées en k sous-ensembles. La méthode de Hold-out est répétée k fois, de sorte que chaque fois, l'un des k sous-ensembles est utilisé en tant qu'ensemble de test et les k-1 autres sous-ensembles sont rassemblés pour former un ensemble d'apprentissage. L'estimation de l'erreur est moyennée sur tous les k essais pour obtenir l'efficacité totale du modèle. Comme on peut le constater, chaque point de données doit figurer dans un ensemble de validation exactement une fois, et doit se retrouver dans un ensemble d'apprentissage k-1 fois. Cela réduit considérablement les

biais, car nous utilisons la plupart des données pour l'ajustement, et réduit considérablement la variance, car la plupart des données sont également utilisées dans un ensemble de validation. L'échange des ensembles d'apprentissage et de test ajoute également à l'efficacité de cette méthode.

On préfère généralement $K = 5$ ou 10 , mais rien n'est figé et il peut prendre n'importe quelle valeur.

La méthode de validation croisée par 10-fold a été utilisée pour les expériences présentés dans ce chapitre.

3.3.2.1 Résultats par rapport au type de caractéristique

Pour la tâche de classification, des tests ont été réalisés sur des images mBf synthétisées de taille 512×512 . Le tableau 3.2 montre les taux ACC des différentes méthodes de synthèse on utilisant différentes caractéristiques statistiques (moyenne, variance, mode et entropie de Reyni).

Comme on peut constater, les attributs statistiques ne permettent pas d'obtenir individuellement de bons taux de classification. Pour améliorer ces résultats, les caractéristiques statistiques ont été concaténées formant le vecteur de caractéristiques de chaque image, plusieurs combinaisons ont été évaluées. La table 3.3 montre un exemple des résultats obtenus pour différents ensembles d'entités pour la méthode STM. Comme on peut le constater, le meilleur résultat est obtenu en combinant quatre caractéristiques statistiques (moyenne, variance, mode et entropie de Reyni). La combinaison de ces caractéristiques améliore les taux ACC des différentes méthodes de synthèse de mBf (98 % pour STM, 92 % pour IFM, 89 % pour KKM et 81,2 % pour RMD).

3.3.2.2 Résultats par rapport à la taille de l'image

Pour évaluer l'effet de la taille de l'image sur les taux de classification, nous avons effectué le processus de classification des images synthétisées de tailles différentes, $N \times N$ avec $N = \{64, 128, 256, 512\}$.

Le tableau 3.4 montre les taux de classification obtenus. On peut d'abord remarquer le score élevé de STM, puis d'IFM, suivi du KKM et enfin de la méthode RMD. On peut également noter l'effet de la taille de l'image sur les précisions obtenues : plus la taille de l'image est élevée, plus la précision est élevée. Les précisions les plus élevées sont obtenues pour une taille de 512×512 .

3.3.2.3 Résultats par rapport à la banque de filtres de DMBDT

Le type de banque de filtres est un paramètre important du DMBDT, il représente la fonction d'ondelettes utilisée dans la décomposition. Afin de sélectionner le filtre le plus adéquat donnant les meilleurs résultats, quatre banques de filtres {'haar' Chui (1992), 'splines' Unser (2000), 'symlets' Daubechies (1992), 'shannon' Burrus et al. (1998)} ont été testés.

La classification a été effectuée sur la base de données d'images mBf de taille 512×512 . Les meilleurs taux de bon classification sont obtenus avec la banque de filtres 'symlets' pour les différentes méthodes de synthèse avec taux de précision : (98 % pour STM, 92,2 % pour IFM, 89 % pour KKM, 81,2 % pour RMD). Comme pour les expériences précédentes, la

plus grande précision est obtenue pour STM, ce qui renforce et valide notre méthode en tant que nouvel outil d'évaluation des méthodes de synthèse de mBf, puisque STM génère des traces de mBf exactes.

3.3.2.4 Résultats par rapport au nombre de sous-bandes

Le nombre de sous-bandes est un paramètre de DMBDT qui doit être ajusté dans notre méthode proposée.

Le tableau 3.5 montre que l'augmentation du nombre de sous-bandes améliore les taux de classification. Les meilleures précisions sont obtenues pour 6 sous-bandes (97% pour STM, 92% pour IFM, 89% pour KKM et 81,2% pour la RMD).

Tableau 3.2 – Taux de bon classification pour différents attributs statistiques.

Attributs statistiques	Méthodes de synthèse			
	Stein	IFM	KKM	RMD
	ACC(%)			
Moyenne	26	25	19.1	22.31
Variance	78.8	76.8	65.7	63.44
Entropie de Reyni	58.6	56.2	53.4	51.24
Mode	79.2	76.2	73.1	62.6
Combinaison	98	92.2	89	81.2

Tableau 3.3 – Taux de bon classification (%) pour différentes combinaisons des attributs statistiques.

Combinaison des attributs	ACC
Moyenne, Variance	72
Moyenne, Variance, Mode	77.25
Moyenne, Variance, Entropie de Reyni	96
Variance, Moyenne, Mode, Entropie de Reyni	98

3.3.2.5 Résultats avec le classifieur K-NN

Dans cette section, nous évaluons notre approche proposée en utilisant un classifieur autre que le SVM, ce classifieur est le K plus proches voisins qui est un classifieur basé sur la distance. Pour cette expérience, les méthodes de synthèse ont été évaluées à l'aide du même schéma que celui présenté dans les sections précédentes, mais le classifieur SVM est remplacé par le classifieur KNN. Nous évaluons l'effet du paramètre principal du KNN qui est le K représentant le nombre de voisins pris en compte lors du vote de la classe appropriée. Le tableau 3.7 montre les taux de classification pour les méthodes de synthèse évaluées pour différentes valeurs de K, comme on peut le constater, les meilleurs résultats sont obtenus pour $K=9$, nous pouvons également noter que, comme dans les expériences précédentes, la méthode de synthèse de Stein atteint les plus hautes précisions, dans ce cas, avec le classificateur K-NN atteint un taux de bon classification autour de 96 %.

Tableau 3.4 – Mesures de performance de classification pour différentes tailles d'image

Méthode de synthèse	Taille d'image	Mesures de performance			
		ACC (%)	FPR (%)	FNR (%)	F1-score (%)
STM	64 × 64	92.8	2.95	4.24	93.41
	128 × 128	94.8	2.54	2.65	95.40
	256 × 256	97	1.35	1.65	97.26
	512 × 512	98	1.1	0.9	98.45
IFM	64 × 64	81.4	13.95	4.65	75.39
	128 × 128	86.1	6.25	7.64	90.28
	256 × 256	90.1	4.45	5.44	93.17
	512 × 512	92.2	5.46	2.34	93.89
KKM	64 × 64	67.4	23.14	9.45	65.04
	128 × 128	75.6	10.0	14.3	79.07
	256 × 256	85.4	8.03	6.57	82.74
	512 × 512	89	6.38	4.62	88.37
RMD	64 × 64	64.4	19.22	16.38	62.47
	128 × 128	72.17	12.25	15.58	74.38
	256 × 256	76.56	12.25	10.86	75.77
	512 × 512	81.2	9.96	8.84	80.24

3.4 Synthèse

Dans ce chapitre, nous avons introduit une nouvelle approche basée sur un schéma de classification pour l'évaluation des méthodes de synthèse de processus mBf. L'approche proposée a été validée à l'aide de quatre méthodes de synthèse de mBf bien connues, parmi lesquelles la méthode de Stein qui est une méthode de synthèse exacte. Notre méthode proposée a été validée, car les résultats obtenus confirment que la méthode de Stein est la plus précise pour générer des traces de mBf exactes. Ceci est conforme à la littérature, car la méthode de Stein est basée sur la fonction de covariance des incréments de mBf qui décrit complètement le processus. Les performances obtenues par les autres méthodes peuvent être justifiées par l'utilisation d'une partie seulement des propriétés de mBf pour le processus de génération.

La nouvelle approche d'évaluation des méthodes de synthèse d'images mBf repose sur une approche de classification. L'idée est que plus l'image générée regroupe statistiquement les propriétés du processus mBf, plus la méthode de synthèse est précise. Quatre méthodes de synthèse bien connues ont été évaluées, STM, IFM, KKM et RMD pour différentes valeurs de paramètre de Hurst, $H \in \{0.1, 0.3, 0.5, 0.7\}$. En utilisant ces méthodes, différents jeux de données d'images mBf ont été synthétisés. Pour la tâche de classification on a utilisé le classificateur SVM multiclass, les images ont été transformées à l'aide des DMBDT afin d'obtenir une analyse texturale multi-échelle, directionnelle et locale des images. Ensuite, différentes caractéristiques statistiques sont extraites (moyenne, variance, mode et entropie de Reyni) de chaque sous-bande. Comme le schéma de classification proposé dépend des paramètres, les effets de différents para-

Tableau 3.5 – Mesures de performance de classification pour différents nombres de sous-bandes de DMBDT.

Méthodes de synthèse	Nombre de Sous-bandes	Mesures de performance			
		ACC (%)	FPR (%)	FNR (%)	F1-score (%)
STM	2	93	3.36	3.64	93.80
	3	95.6	2.11	2.28	96.12
	4	97.2	1.51	1.29	97.30
	5	97.6	1.32	1.08	97.39
	6	98	1.1	0.9	98.45
	7	97.2	1.59	1.20	96.68
IFM	2	71.8	15.22	12.97	70.53
	3	81.6	10.85	7.54	83.48
	4	81.8	10.192	8.008	80.86
	5	90.2	5.49	4.31	89.63
	6	92.2	5.46	2.34	93.89
	7	90.4	5.86	3.74	91.47
KKM	2	66.4	17.14	16.46	68.09
	3	82.8	9.80	7.39	80.9
	4	83	8.67	8.33	84.05
	5	85	8.4	6.6	84.19
	6	89	6.38	4.62	88.37
	7	87.2	6.52	6.27	88.03
RMD	2	58.4	19.97	21.63	59.35
	3	76.8	10.90	12.30	77.82
	4	77.5	11.03	11.47	77.84
	5	79.2	9.56	11.23	80.44
	6	81.2	9.96	8.84	80.24
	7	80.5	10.92	8.58	78.41

mètres de réglage sur les performances de la classification ont été étudiés (caractéristiques statistiques, nombre de sous-bandes, taille de l'image, noyau SVM). Les résultats montrent qu'une combinaison des différentes caractéristiques statistiques améliore le taux de classification (tableau 3.2). 6 sous-bandes, banque de filtres 'Symlets ' et une grande taille d'image améliorent le score de classification.

Nous avons également évalué l'approche proposée à l'aide du classifieur K -NN. Les meilleures précisions sont obtenues pour la valeur du paramètre K de 9. Nous pouvons également noter que le classifieur K -NN permet d'obtenir de bons taux de bon classification proches des résultats obtenus par le classifieur SVM, ce qui signifie que le processus d'extraction des caractéristiques est plus important que le type de classificateur utilisé.

3.5 Conclusion

Les images fractales de synthèse sont très importantes dans plusieurs domaines tel que la synthèse d'images de paysages. Par conséquent, une bonne méthode de synthèse

Tableau 3.6 – Mesures de performance de la classification pour différentes fonctions du noyau de SVM

Méthodes de synthèse	fonctions du noyau	Mesures de performance			
		ACC (%)	FPR (%)	FNR (%)	F1-score (%)
STM	linear	98	1.1	0.9	98.45
	polynomial	93.75	3.56	2.68	93.11
	rbf	87.25	5.35	7.39	88.27
	sigmoid	56	21.12	22.88	59.19
IFM	linear	92.2	5.46	2.34	93.89
	polynomial	93.2	3.94	2.86	92.79
	rbf	76.2	13.09	10.71	78.49
	sigmoid	52.2	31.07	16.73	46.62
KKM	linear	89	6.38	4.62	88.37
	polynomial	88.25	6.46	5.29	89.54
	rbf	84.75	7.32	7.93	86.36
	sigmoid	44.75	26.52	28.73	48.01
RMD	linear	81.2	9.96	8.84	80.24
	polynomial	80.4	10.39	9.21	79.41
	rbf	77.17	12.33	10.50	75.67
	sigmoid	45.05	30.77	24.17	41.91

Tableau 3.7 – Taux de bon classification pour différentes valeurs de K (classifieur KNN).

Valeurs du K	Méthodes de synthèse			
	Stein	IFM	KKM	RMD
	ACC(%)			
K=1	86.51	81.25	77.02	70.31
K=3	93.13	86.12	83.37	76.44
K=5	94.47	87.22	84.74	77.24
K=7	95.32	89.55	86.21	78.26
K=9	96.28	91.32	86.45	80.22
K=11	96.11	91.26	85.94	79.54
K=13	94.21	88.72	83.61	78.62

doit être identifiée afin d'obtenir des images fractales synthétiques les plus exactes. Dans ce chapitre, nous avons présenté une approche pour évaluer les méthodes de synthèse des images fractales (2D mBf) en utilisant une approche de classification, l'approche proposée compare les méthodes de synthèse via les taux de précision de la classification, et la méthode de synthèse avec le taux de précision le plus élevé est considérée comme la plus efficace. méthode de synthèse d'images mBf exacte. L'approche proposée a été validée à l'aide de quatre méthodes de synthèse de mBf bien connues, parmi lesquelles la méthode exacte de Stein.

Les résultats obtenus montrent que la méthode de synthèse de Stein est la plus précise des méthodes évaluées. Notre méthode proposée a été validée car les résultats obtenus

sont conforme à la littérature puisque la méthode de Stein est basée sur la fonction de covariance des incréments de mBf qui décrit complètement le processus. Les performances obtenues par les autres méthodes peuvent être justifiées par l'utilisation seulement d'une partie des propriétés de mBf pour le processus de génération.

Dans le chapitre suivant, nous appliquerons la méthode proposée présentée dans ce chapitre sur les images radiographiques visant le diagnostic de l'ostéoporose. nous présenterons également d'autres approches basées sur le paramètre Hurst H du mBf combiné à des méthodes de transformation d'image.

Sommaire

4.1	Introduction	59
4.2	Base de données des images de l'os trabéculaire	60
4.3	Mesures de performances de la classification	63
4.4	Méthodologie	63
4.5	Méthodes paramétriques	64
4.5.1	Analyse fractale combiné à la séparation des fréquence (FreqSep_SVM)	65
4.5.2	Analyse fractale combiné à la transformée en pyramides orientables (Steerab_SVM)	69
4.6	Méthode non paramétrique : Analyse de texture à l'aide de transformation DMBDT et des attributs statistiques (DMBDT_SVM)	73
4.6.1	Méthodologie	73
4.6.2	Résultats	73
4.7	Synthèse	74
4.8	Conclusion	75

4.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté une approche d'évaluation des méthodes de synthèse des images mBf; Dans ce chapitre on va appliquée l'approche proposée aux images radiographiques des os afin de discriminer les populations ostéoporotiques (OP) et sains (CC), pour une application clinique visant à diagnostiquer l'ostéoporose. L'ostéoporose est une maladie osseuse du squelette caractérisée par une diminution de la masse osseuse et une détérioration architecturale du tissu osseux, augmentant la fragilité osseuse et le risque de fracture (NIH, 2001; Oulhaj et al., 2017b,a). Nous avons opté pour cette application en raison de l'utilisation répandue du processus mBf pour modéliser et caractériser les images radiographiques d'os. De plus, le modèle mBf a prouvé sa pertinence en tant que modèle de caractérisation de l'os trabéculaire (Lundahl et al., 1986; Jennane et al., 2001; Tafraouti et al., 2014; Hassouni et al., 2017). Par conséquent, l'approche de classification proposée dans le chapitre précédent est testée pour une application clinique afin de séparer deux groupes composés de 87 cas de contrôle (CC) et 87 patients atteints de fractures ostéoporotiques (OP). l'approche présentée dans le chapitre

précédent utilisait des attributs statistiques et n'a pas tenu compte du paramètre Hurst H du modèle mBf.

Dans ce chapitre, on va présenter aussi deux approches qui utilisent le modèle mBf et son paramètre principal H , le modèle mBf est utilisé en combinaison avec certaines méthodes de transformation. L'utilisation des méthodes de transformation est motivée par le fait que la représentation spatiale des images ne montre pas toutes les informations pertinentes. Par conséquent, transformer l'image en d'autres espaces peut mettre en avant des informations cachées, et améliorer la qualité visuelle de l'image, ce qui facilite le processus d'extraction des caractéristiques. Deux approches sont présentées dans ce chapitre. Toutes ont utilisé une méthode de transformation suivie d'une analyse fractale utilisant le modèle mBf. La première approche utilisait une transformation fréquentiel pour extraire plusieurs plages de fréquences de l'image, puis chaque intervalle de fréquences est transformé à l'aide de la transformée de Fourier inverse afin d'obtenir à nouveau la représentation spatiale de l'image X-Ray. Les images extraites sont modélisées à l'aide du modèle mBf et le paramètre H Hurst est estimé. Les valeurs estimées de H Hurst sont utilisées comme vecteur de caractéristiques des images et utilisées comme entrée du classifieur SVM. La seconde approche proposée utilisait une transformation en ondelettes consistant en une transformation en pyramides orientables. Les images radiographiques sont transformées en plusieurs sous-bandes à l'aide de la transformée en pyramidale orientable. Ensuite, les sous-bandes extraites sont modélisées à l'aide du modèle mBf et la valeur de Hurst est estimée à partir des sous-bandes extraites. Les valeurs de Hurst H estimées des sous-bandes sont utilisées comme vecteur de caractéristiques pour la classification des populations OP et CC à l'aide du classifieur SVM.

Ce chapitre est organisé comme suit, nous commençons par présenter la base de données des images X-Ray utilisés pour l'évaluation des modèles proposés, ensuite on présente la méthodologie et les résultats obtenus pour les approches de classification proposées, finalement une synthèse et une conclusion sont présentés.

4.2 Base de données des images de l'os trabéculaire

La base de données d'images médicales utilisée au cours des expériences présentes dans cette thèse consiste en radiographies d'os acquises dans le cadre d'une étude antérieure (Lespessailles et al., 2008). Deux populations composées de patients ostéoporotiques (OP) et de cas témoins (CC) ont été impliquées dans cette étude. Les patients OP et les sujets CC ont volontairement participé à l'étude. Les patientes ont été recrutées parmi toutes les femmes fréquentant l'unité de densitométrie osseuse pour les soins cliniques de routine et parmi les patientes hospitalisées dans les unités de rhumatologie, d'orthopédie et de gériatrie.

Initialement, la base de données contenait 767 patients dépistés, mais pour respecter un protocole approuvé par un comité d'éthique régional indépendant et avoir une vérité réelle, tous les patients recrutés devaient remplir un questionnaire sur le risque ostéoporotique (âge, antécédents personnels et familiaux de fracture, consommation de tabac et d'alcool (oui ou non), statut ménopausique, utilisation d'hormone, traitement par corticoïde oral, autres médicaments et autres maladies (rhumatoïde et arthrite, etc.). Les

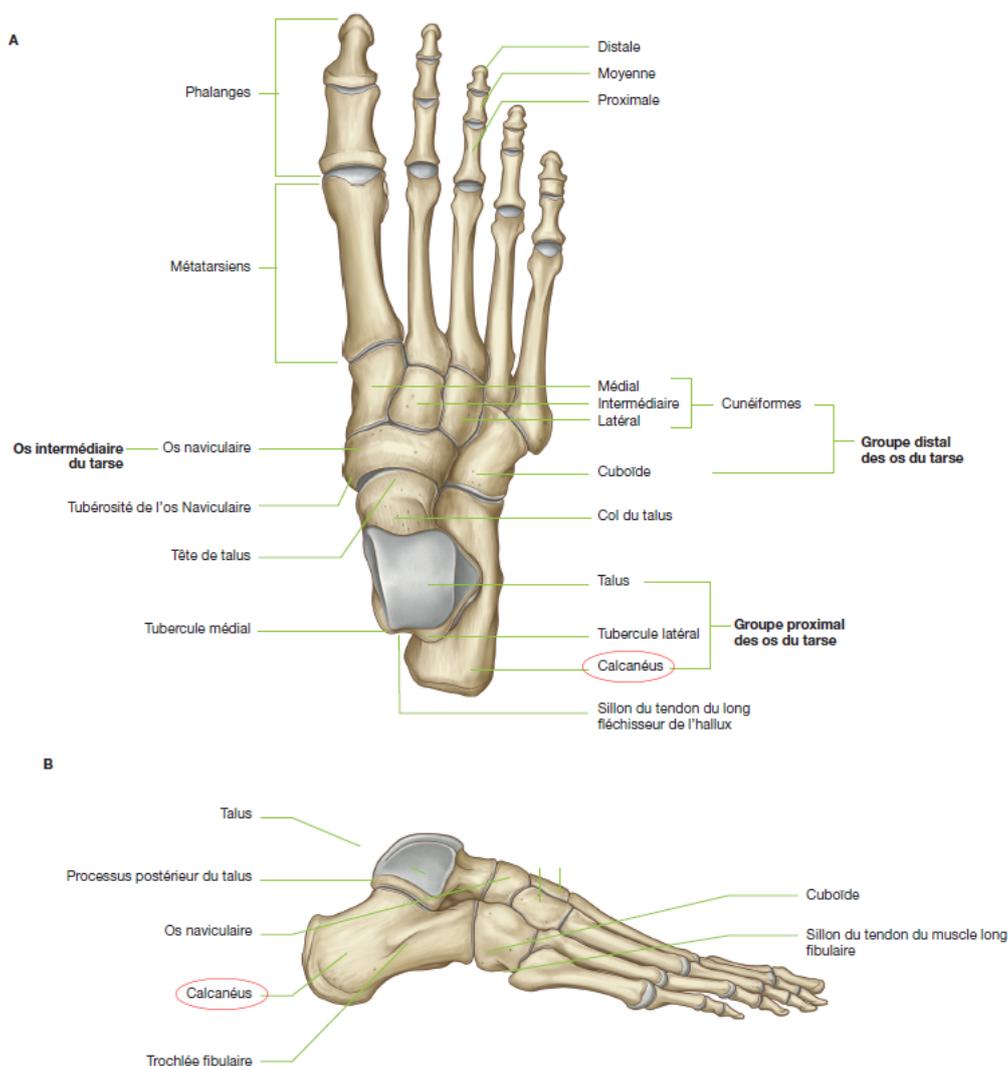


FIGURE 4.1 – Différentes os de pieds : vue dorsale (A), vue latéral (B). (Dillenseger, 2011)

activités physiques des patients ont également été considérées (marche, jardinage, sport). En cas d'interaction avec la maladie ou de doute, le patient est exclu de l'étude et, enfin, parmi les sujets sélectionnés, il y avait 87 cas de contrôle (CC) et 87 patients (OP) présentant des fractures ostéoporotiques.

Les images ont été obtenues sur calcanéum avec un appareil à rayons X numérique direct (BMA, D3A Medical Systems, Orléans, France), en suivant une procédure normalisée. La distance focale calcanéum était fixée à 1,15 m. Une région d'intérêt (ROI) a été définie par un médecin qui a marqué des points anatomiques sur les images du calcanéum représentées par les marqueurs A et B de la figure 4.2 (a). Les marqueurs anatomiques décrits précédemment dans (Lespessailles et al., 2008) ont permis de sélectionner un site de mesure similaire pour chaque sujet. Le ROI de $1,6 \times 1,6 \text{ cm}^2$ était situé dans une région ne contenant que de l'os trabéculaire.

Figure 4.2 illustre quatre images différentes de la base données. Les images des figures 4.2 (b) et 4.2 (c) proviennent de patients OP tandis que les images des figures 4.2 (d) et 4.2 (e) proviennent de sujets CC. On peut constater que ces images présentent des caractéristiques visuelles similaires, ce qui constitue un véritable défi du point de vue de

la discrimination.

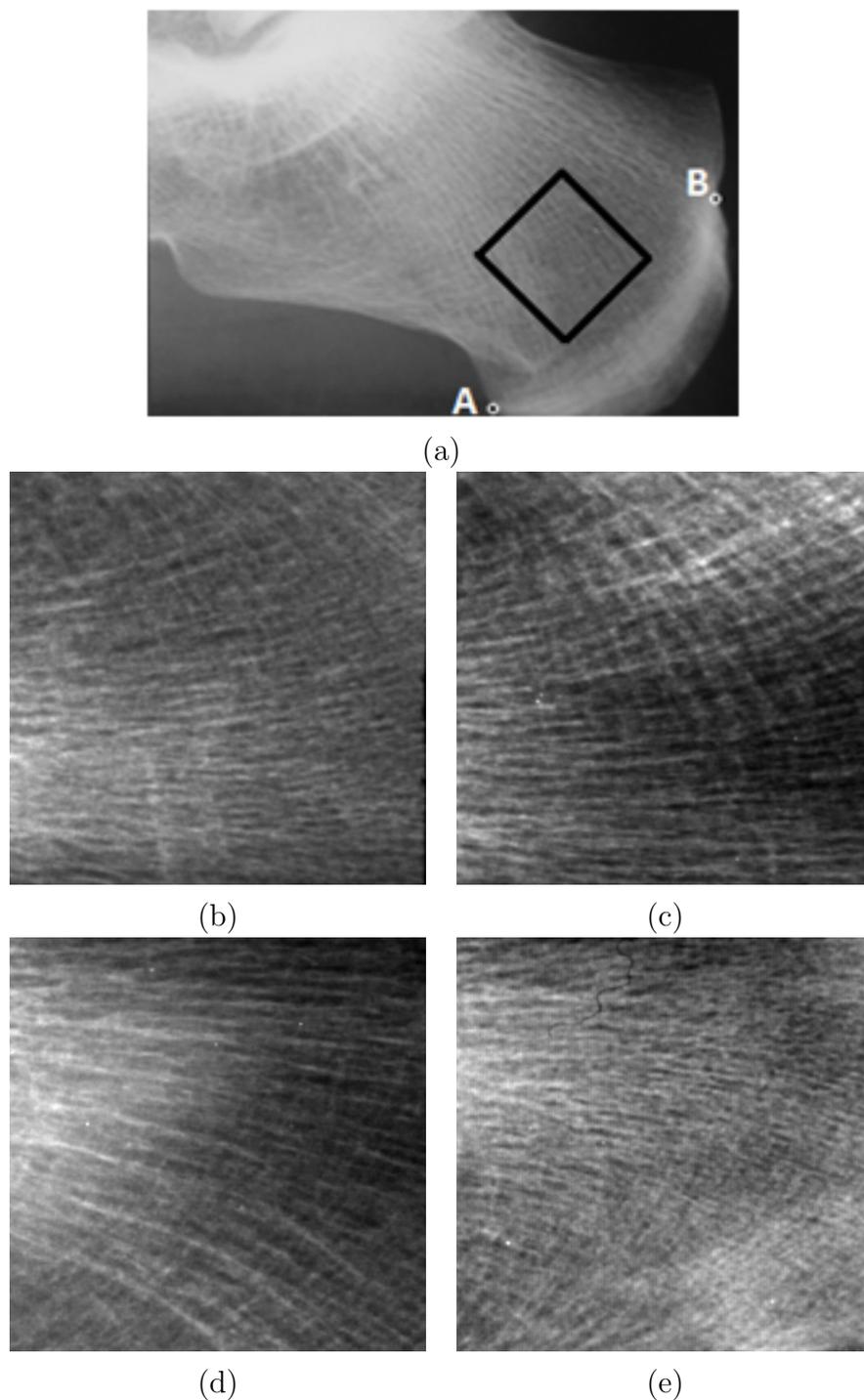


FIGURE 4.2 – Une radiographie typique du calcanéum avec la région d'intérêt (ROI) et les marqueurs anatomiques A et B (a), ROIs extraites des CC (b) et (c), et ROIs extraites des OP (d) et (e).

4.3 Mesures de performances de la classification

Les performances de la classification SVM sont évaluées à l'aide des mesures suivantes :

$$Accuracy = \frac{TP + TN}{TP + FN + FP + TN} \quad (4.1)$$

$$FPR = \frac{FP}{TP + FN + FP + TN} \quad (4.2)$$

$$FNR = \frac{FN}{TP + FN + FP + TN} \quad (4.3)$$

$$F_1 - score = \frac{2 * TP}{FN + FP + 2 * TP} \quad (4.4)$$

Avec :

TP : le nombre de personnes malades classifiées correctement.

FP : le nombre de personnes malades classifiées incorrectement.

TN : le nombre de personnes non malades classifiées correctement.

FN : le nombre de personnes non malades classifiées incorrectement.

Les performances du modèle sont évaluées à l'aide d'une validation croisée 10-fold, dans laquelle la base de données est divisé en dix sous-ensembles égaux, neuf d'entre eux sont utilisés comme ensemble d'apprentissage et le reste est utilisé comme ensemble de test. Cette étape est répétée dix fois et les taux moyennes sont conservées.

4.4 Méthodologie

Dans cette section, nous présentons un résumé de la méthodologie générale utilisée pour le diagnostic de l'ostéoporose selon une approche de classification. Les méthodes présentées dans ce chapitre utilisaient différents outils pour le traitement des images X-Ray et l'extraction de caractéristiques, mais ces méthodes ont en commun des étapes principales. qui peuvent se résumer en trois phases :

- Transformation de l'image radiographique :
Avant d'extraire les caractéristiques des images X-Ray, nous commençons par transformer l'image à l'aide de méthodes de transformation afin de mettre en valeur les informations pertinentes de l'image pour faciliter la caractérisation de la microarchitecture osseuse.
- Extraction de caractéristiques :
Les images transformées sont ensuite utilisées pour l'extraction de vecteurs de caractéristiques. Pour cette étape, deux catégories ont été présentées. La première est basée sur le paramètre de mBf, qui est le paramètre Hurst. Cette catégorie sera appelée méthodes paramétriques et la deuxième catégorie n'utilisera pas le paramètre principal du mBf mais utilisera certains attributs statistiques afin de caractériser statistiquement l'image X-Ray cette catégorie sera appelée méthodes non paramétriques.

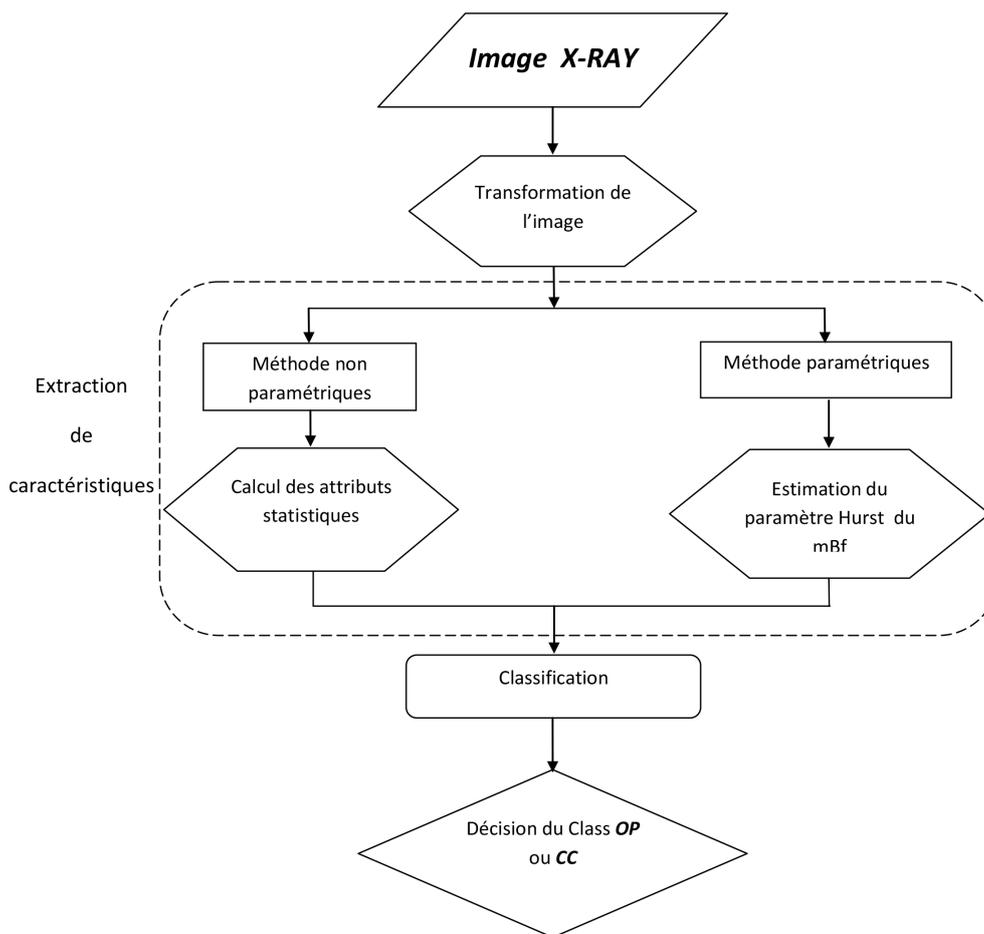


FIGURE 4.3 – Étapes principales de classification des images X-Ray

— Classification :

La dernière phase de notre méthodologie est la classification des images radiographiques afin de séparer les patients ostéoporotiques (OP) des cas de contrôle (CC). Dans cette étape, les vecteurs de caractéristiques extraites sont utilisées comme entrée du classifieur.

Figure 4.3 résume les étapes principales pour la classification des images X-Ray de l'os.

4.5 Méthodes paramétriques

Dans cette section, nous présenterons deux méthodes de classification des images radiographiques en utilisant différentes méthodes de transformation. Le point commun entre ces méthodes est que l'extraction des caractéristiques est basée sur le paramètre fractal du modèle mBf, qui est le paramètre Hurst H . Dans la première méthode (FreqSep_SVM), la transformation de l'image est effectuée à l'aide de transformation de fourier, Pour la deuxième méthode (Steerab_SVM), l'image radiographique est transformée à l'aide de transformation en pyramides orientables.

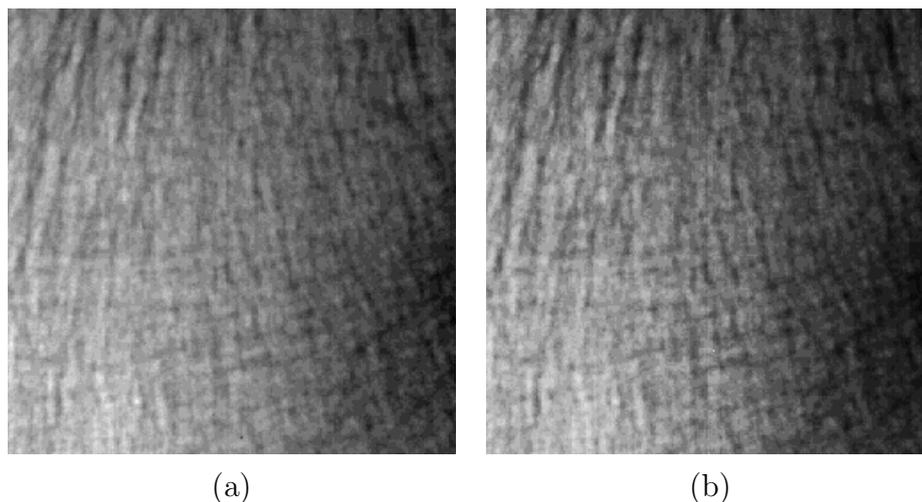


FIGURE 4.4 – (a) image radiographique originale, (b) quantification de l’image radiographique

4.5.1 Analyse fractale combiné à la séparation des fréquence (FreqSep_SVM)

4.5.1.1 Méthodologie

— Prétraitement :

Afin de mettre en évidence les informations significatives de l’image radiographique trabéculaire, nous traitons l’image par une quantification sur huit niveaux de gris. La quantification offre une bonne amélioration du contraste de l’image.

Figure 4.4 montre un exemple d’image X-Ray originale et quantifiée.

— Extraction de vecteur de caractéristiques :

Pour extraire le vecteur de caractéristiques de l’image à rayons X, nous effectuons les étapes suivantes :

- Nous définissons d’abord les plages de fréquences qui seront utilisées dans le filtrage passe-bande.
- Chaque gamme de fréquences est utilisée comme intervalle de fréquence pour filtrer l’image X-Ray. L’image est convertie en domaine fréquentiel à l’aide de la transformée de Fourier, les fréquences situées en dehors de la gamme spécifiée sont supprimées, puis l’image filtrée est générée en récupérant la représentation spatial à l’aide de la transformation de Fourier inverse. Figure 5.3 montre un exemple de filtrage passe-bande pour une image à X-Ray de l’os, pour une plage de fréquences spécifiée.
- Chaque image filtrée est projetée en additionnant les lignes, le signal 1D projeté est modélisé comme un processus de mouvement brownien fractionnaire mBf, et le paramètre H Hurst est estimé à l’aide de l’estimateur de Whittle (Whittle, 1953a).
- Les valeurs de H Hurst extraites des images filtrées sont combinées pour former le vecteur de caractéristiques de l’image radiographique.

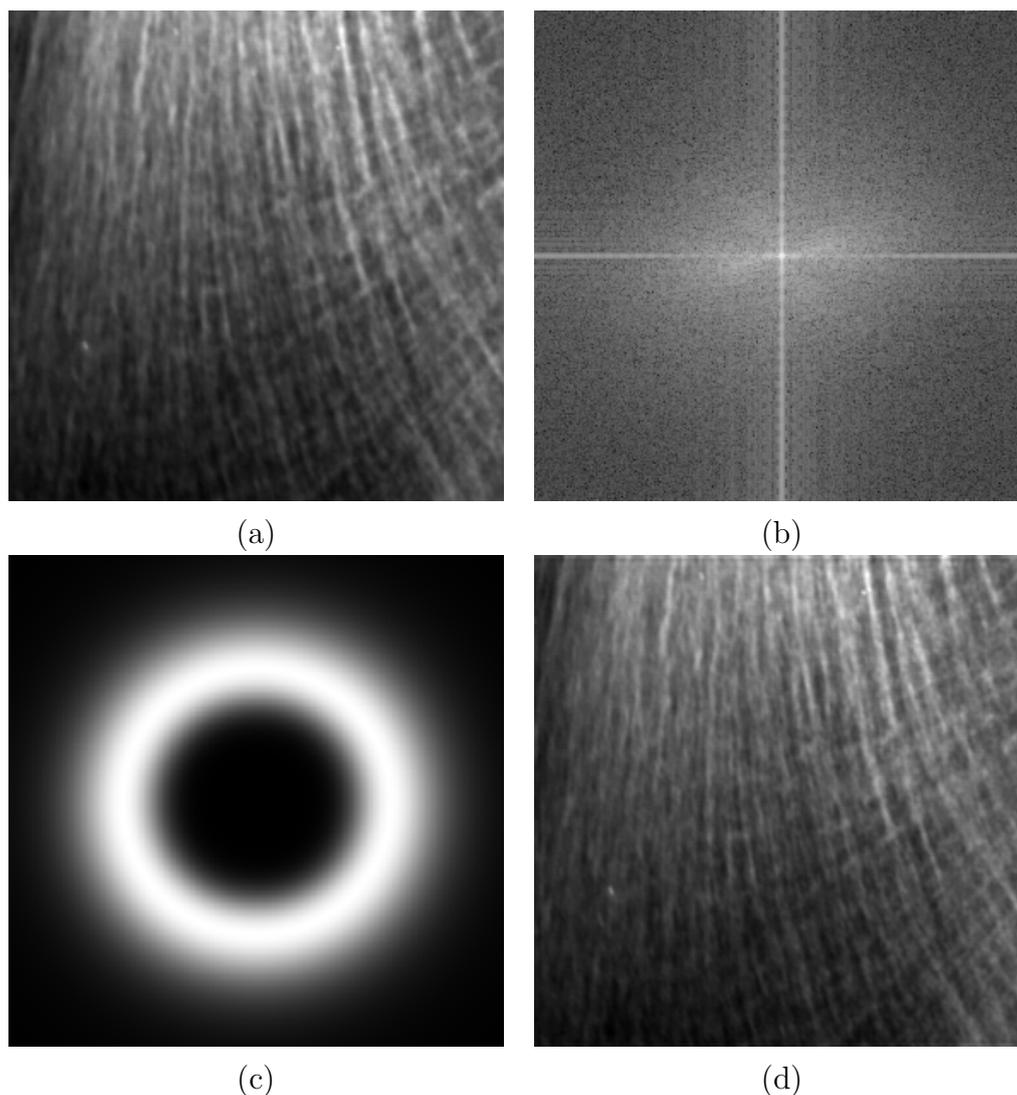


FIGURE 4.5 – Filtrage passe-bande pour la plage de fréquences $[120^\circ, 160^\circ]$: (a) image radiographique originale, (b) transformée de Fourier de l'image, (c) filtre passe-bande, (d) image radiographique filtré.

La figure 4.6 résume les principales étapes du processus d'extraction des caractéristiques.

— Classification :

Pour l'étape de classification, la machine à vecteurs de support (SVM) (Cortes and Vapnik, 1995) est utilisée pour la discrimination entre les deux populations OP et CC.

Le SVM est un algorithme parmi les approches d'apprentissage supervisé conçues pour les problèmes de discrimination et de régression. Le classifieur SVM est basé sur la construction d'un hyperplan qui assure la séparation optimale entre les deux classes.

Le classifieur SVM est largement utilisé dans la classification des textures en raison de ses performances en termes de précision et de simplicité.

Pour plus de détails sur le classifieur SVM, voir 3.3.1.2

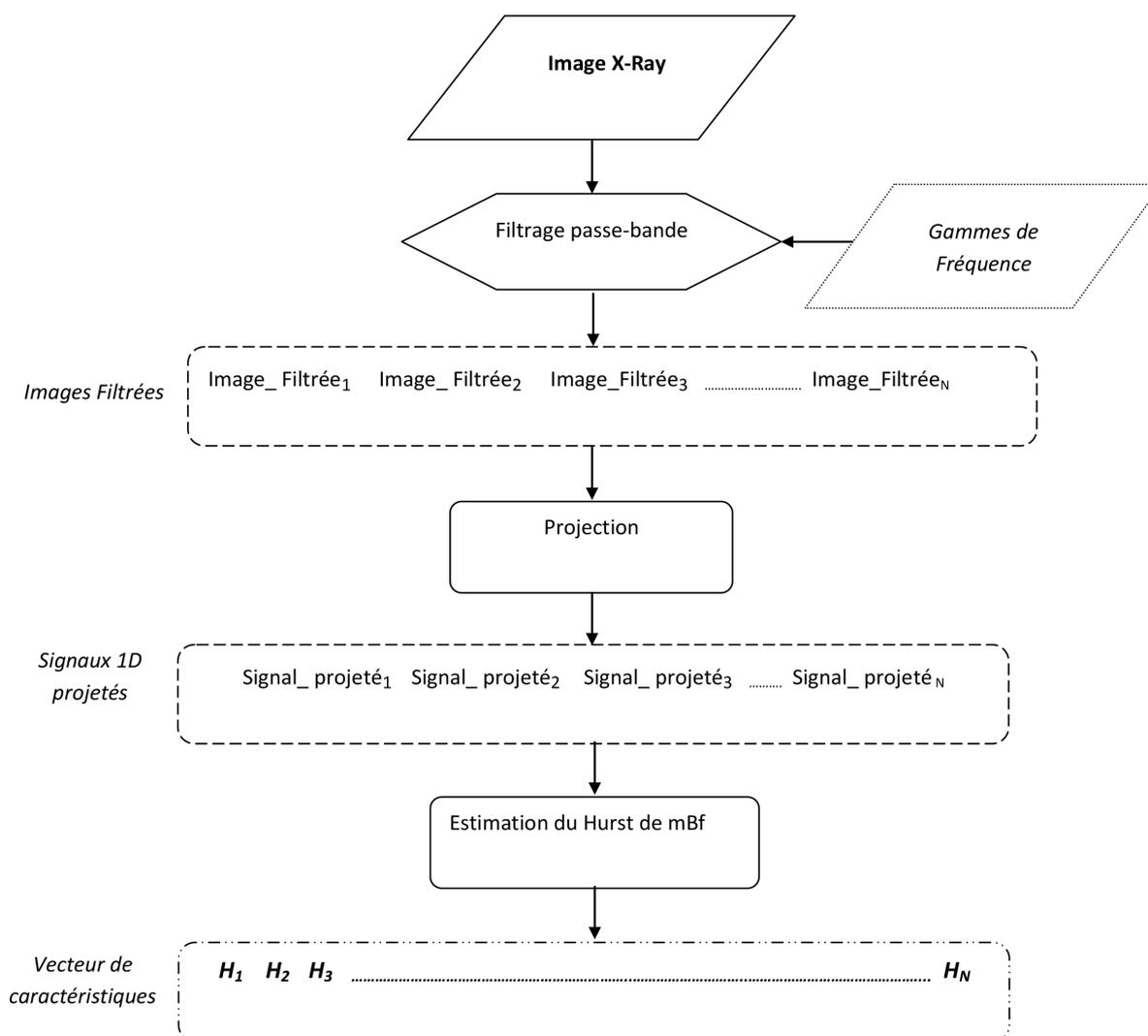


FIGURE 4.6 – Organigramme du schéma d'extraction de caractéristiques pour l'approche basé sur la séparation de fréquences

4.5.1.2 Résultats

— Effet du nombre de bandes de fréquences :

Pour évaluer l'effet du nombre de bandes de fréquences, utilisé dans le processus de séparation des fréquences, la classification SVM est effectuée pour différents nombres de plages de fréquences. Comme le montre le tableau 4.1, les meilleures performances sont obtenues pour 7 plages de fréquences, avec un taux de bon classement de 94,52% et un F_1 – score de 94,32%. Nous pouvons également noter que l'augmentation des plages de fréquences améliore la performance de classification.

— Effet de la fonction du noyau :

La fonction Noyau est l'un des paramètres les plus importants du classifieur SVM. Afin d'évaluer son effet sur la performance de la classification, nous effectuons les expériences pour trois fonctions du noyau ('Linéaire', 'Polynomial' et 'RBF'). Comme le montre le tableau 4.2, le taux de ACC le plus élevé est obtenu pour la fonction de

Tableau 4.1 – Mesures de performance de classification pour différents nombres de bandes de fréquences

Performance Measure	nombre de bandes de fréquence					
	3	4	5	6	7	8
ACC (%)	87.2	89.12	91.82	93.24	94.52	94.23
FPR (%)	7.53	6.22	5.07	2.51	2.37	3.23
FNR (%)	5.27	4.66	3.11	4.25	3.11	4.54
F ₁ -score (%)	87.72	88.82	91.32	92.84	94.32	94.43

noyau 'Polynôme' avec un taux de bon classification de 94.52%, suivi par la fonction de noyau 'RBF' avec un taux de bon classification de 89.32%, le taux de bon classification le plus bas est obtenu pour la fonction de noyau 'Linear' avec 87.23%.

— Effet de la direction de projection :

Comme expliqué dans la sous-section 4.5.1.1, une projection est effectuée sur les

Tableau 4.2 – Mesures de performance de la classification pour les fonctions du noyau de SVM

Mesure de Performance	Fonction du noyau de SVM		
	Linear	Polynomial	RBF
ACC (%)	87.23	94.52	89.32
FPR (%)	8.75	2.37	3.41
FNR (%)	4.02	3.11	7.27
F ₁ -score (%)	88.45	94.32	89.67

images filtrées au cours du processus d'extraction des caractéristiques. Afin d'évaluer l'effet de la direction de projection sur les taux d'exactitude de la classification, nous effectuons la classification pour les directions de projection «horizontale» et «verticale». Comme le montre la table 4.3, les meilleurs résultats sont obtenus pour la direction "Vertical" avec un ACC de 94.52%, la direction horizontale ayant atteint un ACC de 85.22%.

Tableau 4.3 – Mesures de performance de classification pour les directions de projection horizontale et verticale

Mesure de Performance	Direction de projection	
	Horizontal	Vertical
ACC (%)	85.22	94.52
FPR (%)	8.35	2.37
FNR (%)	6.53	3.11
F ₁ -score (%)	85.45	94.32

4.5.2 Analyse fractale combiné à la transformée en pyramides orientables (Steerab_SVM)

4.5.2.1 Méthodologie

la méthode proposée Steerab_SVM consiste en trois phases principales. Prétraitement visant à améliorer la qualité de l'image X-Ray, l'extraction de caractéristiques et la classification à l'aide du classifieur SVM. Ces phases sont détaillées comme suit :

— Prétraitement :

L'évolution de l'architecture dans les images d'os trabéculaires est liée à la partie hautes fréquences dans les images radiographiques (Houam et al., 2010). Pour mettre en évidence les détails significatifs liés aux variations de l'ostéoporose, les images radiographiques sont filtrées en passant par la transformation de l'image en espace spectral à l'aide de la transformation de Fourier, puis les 20 premiers lignes du spectre sont supprimés. La transformation inverse de Fourier est ensuite effectuée pour récupérer l'image prétraitée.

La figure 4.8 montre une image radiographique prétraitée.

— Extraction de caractéristiques :

Pour extraire les caractéristiques des images radiographiques, on effectue les étapes suivantes :

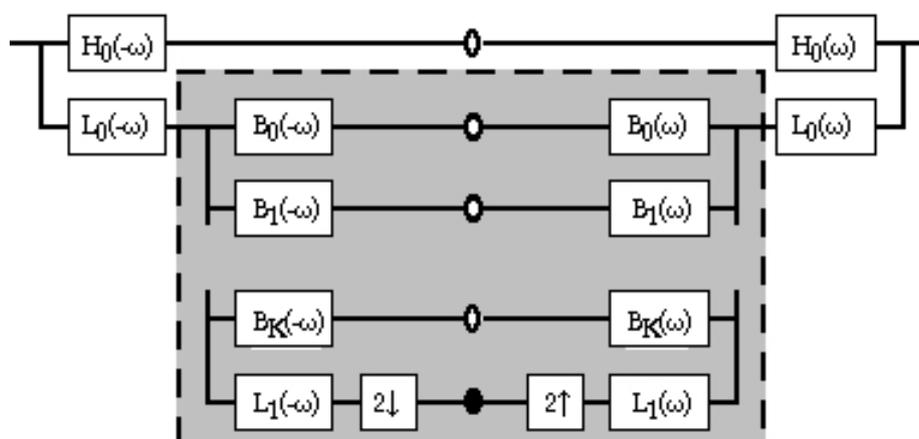


FIGURE 4.7 – Schéma illustratif de la méthode de décomposition en pyramides orientables.

- L'image radiographique est décomposée en N sous-bandes à l'aide de la décomposition en 'pyramidale orientable'.

La transformée en 'pyramidale orientable' est la mise en œuvre d'un système multi-échelle de banque de filtres passe-bande d'orientation, largement utilisée pour des applications comme la compression d'image, synthèse de texture et reconnaissance d'objet.

La pyramide orientable est une décomposition linéaire multi-échelle et multi-orientation d'image. Pour une image d'entrée, elle est obtenue en divisant

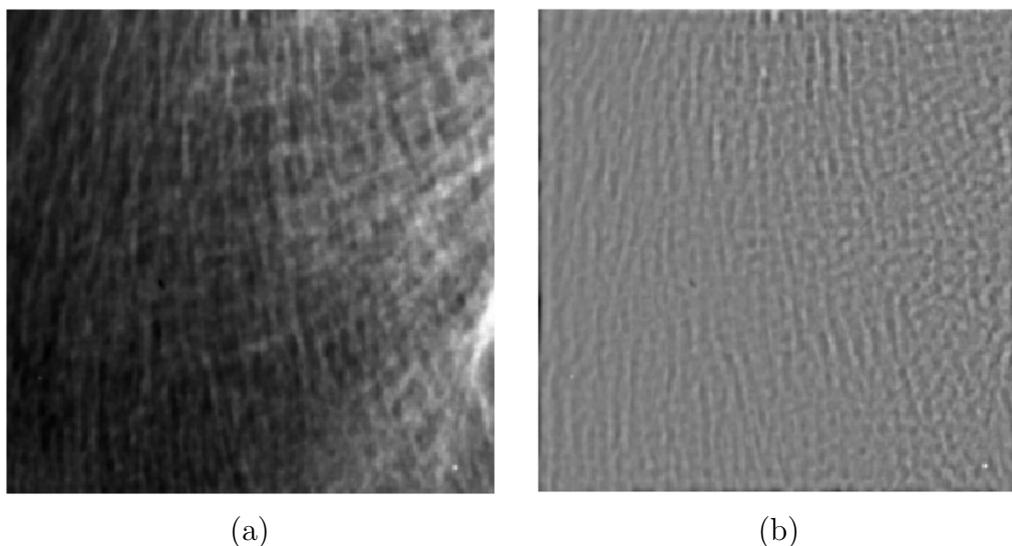


FIGURE 4.8 – ROI extrait de l'image de l'os trabéculaire (a). Image filtrée obtenue avec filtre passe-haut (b).

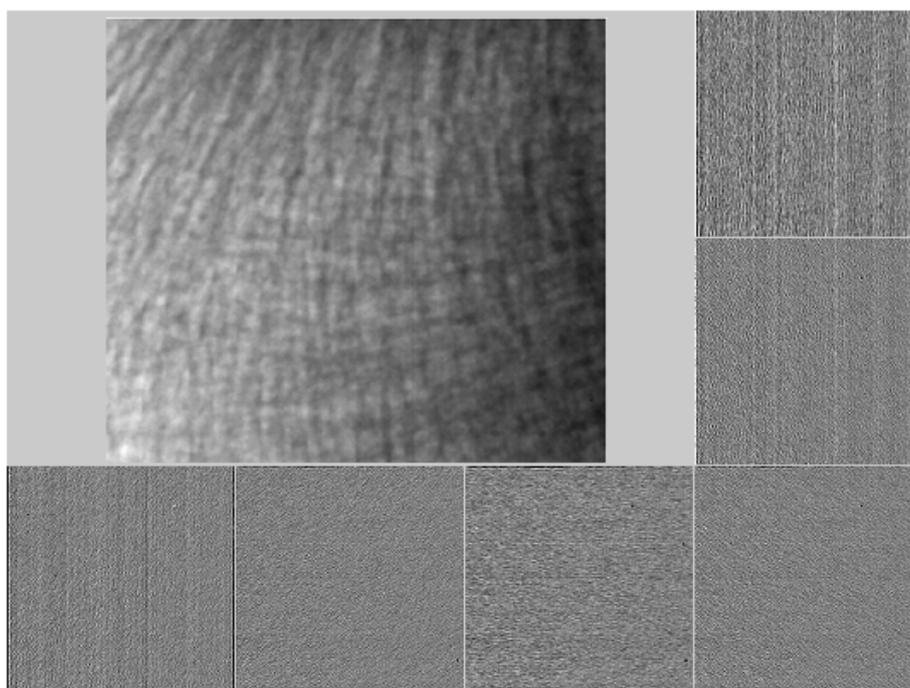


FIGURE 4.9 – Décomposition de pyramide orientable pour une image X-Ray de l'os trabéculaire

d'abord l'image en une partie haute fréquence et une partie basse fréquence, puis en appliquant séquentiellement des filtres orientés passe-bande à l'image basse fréquence, puis en effectuant un sous-échantillonnage. Il en résulte une séquence d'images de différentes tailles, appelées pyramides, chacune correspondant à une certaine échelle et à une certaine orientation, à l'exception des résidus haute fréquence et basse fréquence. (Simoncelli et al., 1992).

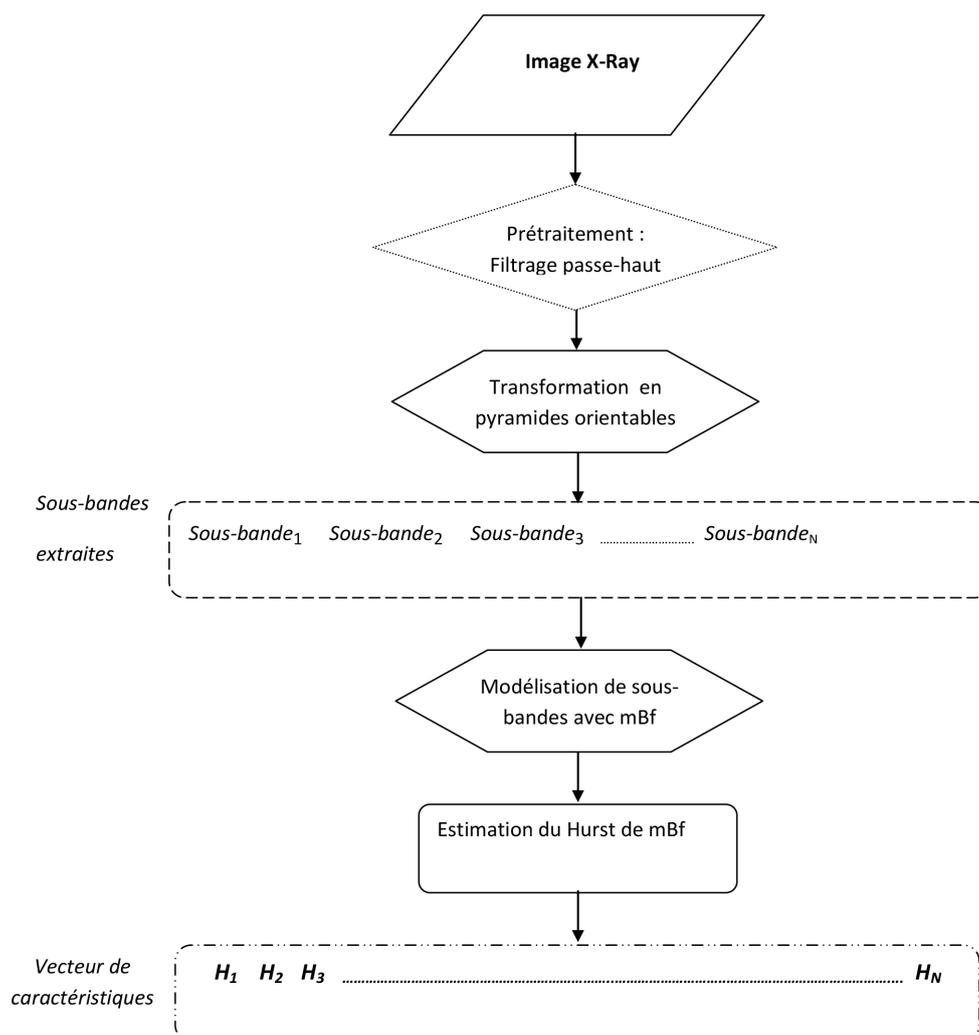


FIGURE 4.10 – Organigramme du schéma d'extraction de caractéristiques pour l'approche basé sur la transformation en pyramides orientables

La figure 4.7 illustre le principe de cette décomposition. Il existe essentiellement trois types de filtres : passe-haut (H0), passe-bande directionnel (B0 ... BK) et passe-bas (L0, L1). Après le sous-échantillonnage, la partie passe-bas subit d'autres décompositions jusqu'à atteindre l'échelle désirée.

Les pyramides orientables sont utilisées dans plusieurs applications telles que le débruitage et l'amélioration d'images (Wu et al., 1998; Cherifi et al., 2008), l'analyse d'orientation, l'analyse de texture et la synthèse (Heeger and Bergen, 1995). La figure 4.9 montre un exemple de décomposition pyramidale orientable de l'image à rayons X. Comme on peut le constater, les sous-bandes sont constituées d'images de texture qui représentent les détails de l'image originale sous différents angles et niveaux d'échelle.

- Chaque sous-bande est supposée être un mouvement brownien fractionnaire, et est dérivée pour calculer son incrément, l'utilisation des incréments est due à sa stationnarité.

	2	4	6	8	10	12
Accuracy(ACC)	83.10%	86.00%	90.20%	93.00%	92.88%	92.97%
FPR	14.54%	12.54%	8.14%	8.54%	10.74%	10.2%
FNR	19.26%	15.46%	11.46%	5.46%	3.66%	3.86%
F1-score	83.49%	86.20%	90.36%	92.89%	92.53%	92.73%

Tableau 4.4 – Taux de bon classification pour différentes nombres de sous-bandes N .

Nous estimons ensuite le paramètre Hurst H_i des incréments en utilisant l'estimateur de Whittle (Whittle, 1953a).

Figure 4.10 résume les étapes principaux de l'extraction de vecteur de caractéristiques à partir des images radiographiques de l'os.

4.5.2.2 Résultats

— Effet du prétraitement :

Pour évaluer l'effet du prétraitement sur la précision de la classification, nous effectuons la classification sur les images prétraitées et non prétraitées, nous accordons la fonction du noyau à linéaire et le nombre de sous-bandes à 8. Comme on peut le voir dans le tableau 4.5 le prétraitement améliore le taux de bon classification et atteint 93% pour les images prétraitées.

	Sans prétraitement	Avec prétraitement
Accuracy(ACC)	85.00%	93.00%
FPR	14.54%	8.54%
FNR	15.46%	5.46%
F1-score	85.06%	92.89%

Tableau 4.5 – Effet du prétraitement sur la performance de classification

	quadratic	RBF	Linear	MLP
Accuracy(ACC)	91.22%	90.77%	90.90%	93.00%
FPR	9.38%	8.38%	8.14%	8.54%
FNR	8.18%	10.08%	10.06%	5.46%
F1-score	91.16%	90.84%	90.98%	92.89%

Tableau 4.6 – Taux de bon classification pour différentes fonctions du noyau du SVM

— Effet de la fonction du noyau du SVM :

La fonction du noyau est l'un des paramètres de SVM qu'il faut évaluer afin d'obtenir les performances de classification optimales. Dans cette expérience, nous évaluons quatre fonctions du noyau : (linéaire, rbf, mlp et quadratique). Le tableau 4.6

présente le taux de bon classification des différentes fonctions de noyau du SVM. Comme on peut le constater, le meilleur résultat est obtenu pour la fonction du noyau 'mlp', qui atteint un taux de bon classification de 93%.

— Effet du nombre des sous-bandes N :

Nous évaluons aussi l'effet du nombre de sous-bandes N sur les taux de classification. Le tableau 4.4 présente les résultats pour différents nombres de sous-bandes où nous commençons à obtenir les meilleurs résultats à partir de $N = 6$ avec $ACC > 90\%$, comme vous pouvez le constater, le meilleur résultat est obtenu pour le nombre $N = 8$ qui atteint un taux ACC de 93%.

4.6 Méthode non paramétrique : Analyse de texture à l'aide de transformation DMBDT et des attributs statistiques (DMBDT_SVM)

Dans cette section, nous présenterons une méthode de classification des images radiographiques d'os, contrairement aux méthodes paramétriques qui utilisaient le paramètre Hurst du mBf, cette méthode utilisait certains attributs statistiques pour évaluer les propriétés statistiques liées à la texture fractale sans estimer la dimension fractale.

4.6.1 Méthodologie

Dans cette section, nous appliquerons l'approche de classification présentée dans le chapitre précédent (voir Chapitre 3) et validée sur des images mBf, pour la caractérisation des images X-Ray de l'os visant à séparer les patients ostéoporotiques des cas sains. Comme présenté dans le chapitre précédent, l'extraction des caractéristiques est réalisée en transformant les images en plusieurs sous-bandes à l'aide de DMBDT, puis plusieurs attributs statistiques (moyenne, entropie de Reyni, variance ..) sont calculés à partir des sous-bandes, les attributs statistiques sont utilisés comme vecteur de caractéristiques pour l'étape de classification en utilisant le classifieur SVM (pour plus de détails sur cette approche, voir Chapitre 3)

4.6.2 Résultats

Le tableau 4.7 montre les mesures de performance obtenues. Comme on peut le constater, un bon taux de classification ACC autour de 96% est atteint.

Les valeurs des paramètres sont ajustées en fonction des valeurs optimales obtenues au chapitre précédent à l'aide des expériences sur les images mBf.

Les résultats obtenus sont également comparés à différents méthodes présentés dans ce chapitre : Steerable_SVM qui utilisait une transformation en ondelettes de pyramide orientable pour extraire des sous-bandes utilisées pour extraire les paramètres du mBf qui sont utilisés en tant que vecteurs de caractéristiques, la classification a été effectuée à l'aide du classifieur SVM. Le FreqSep_SVM qui utilise la transformation de fourier et l'analyse fractale et le SVM pour la classification. Le tableau 4.8 compare ces résultats. Comme on peut le constater, la méthode non paramétrique proposée basée sur les attributs statistiques (DMBDT_SVM) permet d'obtenir le meilleur taux de ACC.

Tableau 4.7 – Mesures de performance de la classification des images radiographiques de l’os.

TP	FP	TN	FN	TPR	FPR	TNR	FNR	ACC
83	4	84	3	95.4%	4.6%	96.5%	3.5%	96%

Tableau 4.8 – Comparaison des mesures de performance de classification pour les images radiographiques d’os en utilisant différentes approches

	ACC (%)	FPR (%)	FNR (%)	F ₁ -score (%)
Méthode DMBDT_SVM	96	4.6	3.5	95.95
Méthode Steerable_SVM	93	6	8	93.06
Méthode FreqSep_SVM	94	8	4	93.87

4.7 Synthèse

Dans ce chapitre, notre objectif était de diagnostiquer l’ostéoporose à l’aide d’images radiographiques de l’os trabéculaire basées sur des méthodes d’analyse de texture et du classification SVM. Pour ce faire, plusieurs approches ont été évaluées. Dans la première partie, nous avons proposé deux méthodes de diagnostic de l’ostéoporose à l’aide d’images X-Ray, basées sur une analyse fractale. L’analyse fractale n’est pas appliquée directement sur les images X-Ray, mais les images radiographiques sont transformées à l’aide de méthodes de transformation d’image. La transformation des images X-Ray aide à améliorer les images radiographiques et à mettre en évidence les informations pertinentes liées aux variations de la micro-architecture osseuse.

Dans ce chapitre, nous avons évalué deux méthodes de transformation suivies de la modélisation du mouvement fractionnaire, à savoir la transformation de Fourier et la transformation de pyramides orientables. Les images transformées sont ensuite utilisées pour extraire des vecteurs de caractéristiques à l’aide d’une analyse fractale (Estimation du paramètre Hurst du mBf). Les vecteurs extraits sont utilisés pour le processus de classification à l’aide du classifieur SVM.

Les approches proposées ont été validées sur des radiographies osseuses du calcaneum.

Pour la première méthode, elle est basée sur la séparation de fréquence et le modèle du mouvement brownien fractionnaire (mBf). Afin d’extraire le vecteur de caractéristiques de l’image X-Ray, nous commençons par filtrer l’image à l’aide d’un filtre passe-bande afin d’extraire un ensemble d’images filtrées avec différentes gammes de fréquences.

Chaque image extraite est ensuite projetée en faisant la somme des lignes, le signal projeté est modélisé comme un processus mBf et le paramètre mBf Hurst est estimé à l’aide de l’estimateur de Whittle Whittle (1953a). Les valeurs de H Hurst estimées à partir de plusieurs images extraites sont combinées pour former le vecteur de caractéristiques de l’image à rayons X. La classification SVM est ensuite effectuée pour séparer les populations de patients atteints d’ostéoporose (OP) et de cas témoins (CT).

Pour cette approche proposée, nous avons évalué l’effet de plusieurs paramètres. Les résultats obtenus, permettent de sélectionner les valeurs de paramètres optimales conduisant aux meilleurs taux d’ACC. Les valeurs pour les paramètres : (Projection ‘Vertical’, 7 bandes de fréquences, ‘Polynomial’ comme fonction du noyau de classifieur SVM).

Pour la deuxième méthode d'analyse utilise la transformation en pyramides orientables. La méthode commence par une phase de prétraitement basée sur le filtrage passe-haut afin d'améliorer la qualité de l'image. L'image est ensuite décomposée en sous-bandes à l'aide d'une décomposition en pyramidale orientable. Les sous-bandes sont supposées être des signaux de mouvement browniens fractionnaires et sont dérivées pour calculer leurs incréments. Pour chaque sous-bande, nous estimons le paramètre principal de mBf, qui est le paramètre de H Hurst à l'aide de l'estimateur de Whittle. Le vecteur de caractéristiques est la combinaison des valeurs de paramètre H Hurst de sous-bandes. Enfin, la classification de la population (OP et CT) est effectuée à l'aide d'un classifieur SVM (Support Vector Machine) avec une méthode de validation croisée. Nous avons également évalué la méthodologie proposée pour différentes valeurs de paramètres. Les meilleures performances de classification ont été obtenues pour les valeurs de paramètres suivantes (Avec prétraitement, 8 sous-bandes, 'mlp' comme fonction du noyau de classifieur SVM). Les résultats obtenus (ACC autour de 94%) par les deux approches proposées ont prouvé que l'analyse fractale pouvait être améliorée en transformant l'image dans d'autres domaines tels que les espaces spectraux et des ondelettes. Dans la deuxième partie, nous avons appliqué une approche basée sur la transformation DMBDT et le calcul des attributs statistiques. Cette approche a déjà été validée sur des images mBf synthétiques, les détails de cette méthode ont été présentés dans le chapitre précédent (voir Chapitre 3). Les résultats obtenus en utilisant cette approche ont prouvé la pertinence de cette dernière pour la caractérisation de microarchitecture osseuse.

4.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté quelques approches visant à diagnostiquer la maladie de l'ostéoporose en utilisant la classification SVM. Pour l'extraction de caractéristiques, nous commençons par une approche qui utilisait les étapes d'extraction de caractéristiques présentées dans le chapitre précédent qui avait été validé précédemment sur des images mBf. La deuxième approche pour l'extraction de caractéristiques est basée sur l'analyse fractale en utilisant le paramètre Hurst avec certaines méthodes de transformation d'image, la première approche utilise l'analyse fractale combiné à un filtrage passe-bande pour donner une séparation de fréquences. Alors que la seconde méthode repose sur la transformée en pyramides orientables combiné à l'analyse fractale.

En conclusion, les approches présentées ont permis un bon diagnostic permettant d'atteindre un taux de précision allant jusqu'à 96 %. Les résultats obtenus ont prouvé l'efficacité des modèles fractales et en particulier du modèle mBf pour la caractérisation de la microarchitecture osseuse. Dans ce chapitre, la classification a été réalisée à l'aide de la classification SVM. Dans le chapitre suivant, nous utiliserons un classifieur basé sur la distance qui est le classificateur KNN. Nous proposerons également une mesure de distance entre les processus mBf qui sera appliquée à la classification des images X-Ray de l'os.

Sommaire

5.1	Introduction	77
5.2	Méthodologie	79
5.2.1	Base de données	79
5.2.2	Prétraitement et projection	81
5.2.3	Extraction des caractéristiques	82
5.2.4	Classification	85
5.3	Résultats expérimentales	90
5.3.1	Validation sur des images synthétiques	90
5.3.2	Validation sur des images de l'os trabéculaire	91
5.4	Synthèse	96
5.5	Conclusion	99

5.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté quelques méthodes de caractérisation d'images X-Ray d'os en utilisant l'analyse fractale. La classification a été effectuée à l'aide du classifieur SVM. Dans ce chapitre, nous présentons également une méthode basée sur l'analyse fractale, mais la classification est effectuée à l'aide d'un classifieur basé sur la distance, qui est le classifieur K plus proches voisins k -NN. La contribution principale de ce travail est le développement d'une nouvelle mesure de similarité entre les PDF des incréments de mBf, cette similarité est ensuite utilisée avec le classifieur k -NN pour classifier les images radiographiques de l'os, visant le diagnostic de l'ostéoporose.

Dans ce chapitre, nous proposons de reformuler ce problème dans un cadre de classification (basé sur une distance) k -NN. L'idée est basée sur des travaux antérieurs qui utilisent des modèles binaires locaux (LBP) (Houam et al., 2014b) et une entropie relative de Rényi (Salmi El Boumnini El Hassani et al., 2012). Tout d'abord, nous considérons une projection 1D de chaque image de la base de données. La projection 1D peut présenter des caractéristiques de formes très utiles et constitue un moyen de mieux améliorer les formes de la structure et de réduire les informations redondantes et le bruit. Le motif 1D peut augmenter les propriétés discriminantes par rapport à la représentation 2D. Le signal 1D obtenu est modélisé par mBf et dérivé pour être modélisé par le bruit fractionnaire

gaussien (fGn). Grâce à sa stationnarité, le fGn convient mieux à l'analyse numérique. Ensuite, à partir des incréments du processus d'origine, la matrice de covariance en fonction de H est calculée. Cette matrice représente le vecteur de caractéristiques de chaque image et sera utilisée pour la tâche de classification. Enfin, le classifieur K -plus proche voisin (k -NN) est utilisé pour discriminer les images de deux populations composées de patients ostéoporotiques (OP) et de cas témoins (CC). La contribution originale de l'étude présentée dans ce chapitre réside dans l'utilisation de la matrice de covariance entière en tant qu'entité et de la distance géodésique de Rao entre vecteurs caractéristiques en tant que mesure de similarité pour le classifieur k -NN.

La métrique géodésique de Rao a été introduite par Rao (1945) en tant que métrique riemannienne de la matrice d'information de Fisher dans l'espace des paramètres d'un modèle paramétrique de distributions de probabilité et a été suggérée comme mesure de similarité entre deux distributions de probabilité. Ce travail a été prolongé par Atkinson and Mitchell (1981). Ensuite, Chentsov Čencov (1982) a calculé les distances théoriques de Rao pour un certain nombre de distributions de probabilité. Enfin, une approche unifiée pour la construction de mesures de distance et de dissimilitude dans les zones de probabilité a été développée par Burbea and Rao (1982) et par Calvo and Oller (1990).

La distance géodésique de Rao est une alternative aux distances et divergences conventionnelles, telles que la distance euclidienne et la divergence de Kullback-Leibler (KLD). Amari (1985) a montré qu'en appliquant une extension de Taylor d'ordre 2 au KLD, cette dernière coïncide avec la distance de Rao dans le cas de petites variations dans l'espace des paramètres. Toutefois, pour des variations plus importantes dans l'espace des paramètres, les termes d'ordre supérieur à deux dans l'extension de Taylor du KLD ne peuvent pas être négligés. L'espace des paramètres apparaît alors comme explicitement non riemannien et asymétrique. Sur la base de nos hypothèses, nous avons constaté que la famille des distributions de probabilités gaussiennes multivariées est le modèle statistique adéquat pour spécifier les données utilisées. Habituellement, ces familles de modèles sont décrites par un ensemble de paramètres (matrice de covariance) appelé espace de paramètres. Cet espace a des propriétés géométriques induites par les informations de contenu local et les structures de distribution.

Par conséquent, notre idée principale est d'utiliser la distance géodésique de Rao, induite par la métrique de Riemann, comme distance entre deux fonctions de densité de probabilité. Cette métrique a été largement développée pour les applications de vision (Srivastava, 2007), le traitement par IRM du tenseur de diffusion (Lenglet et al., 2006), la récupération de texture stochastique (Verdoolaege and Scheunders, 2011) et la détection de structures dans les images (Maybank et al., 2012).

À notre connaissance, aucun travail n'a été consacré à la distance géodésique de Rao en tant que mesure de similarité dans le cas de la mBf et de ses incréments, fGn. Les avantages de l'utilisation de la distance géodésique de Rao sont les suivants :

- Il s'agit de la seule distance invariante à la paramétrisation des fonctions de densité de probabilité PDFs (Čencov, 1982).
- Il a une forme fermée simple dans le cas des distributions gaussiennes multivariées.
- Il satisfait les propriétés d'une distance (invariance, triangularité et positivité) (Len-

glet et al., 2006).

Dans ce chapitre, le modèle mBf et la distance géodésique de Rao sont utilisés pour distinguer deux populations composées de 87 patients ostéoporotiques et de 87 sujets témoins. L'estimation de paramètre H du modèle mBf est effectuée à l'aide de l'estimateur de Whittle (Whittle, 1953b), car cette méthode d'estimation est la plus exacte en comparaison avec d'autres estimateurs de H (Résultats de comparaisons ont été présentés dans la section 2.6 du chapitre 2).

Nous avons étudié le problème de l'invariance à la rotation. De plus, pour tester la robustesse de la méthode proposée, nous fournissons une comparaison équitable avec cinq mesures de similarité concurrentes : la distance euclidienne, la divergence de Rényi Rényi61, la divergence de Kullback-Leibler (Kullback and Leibler, 1951), la distance de Mahalanobis (Mahalanobis and Chandra, 2012).

Enfin, notre méthode proposée est comparée à la méthode 1D LBP qui utilise la distance euclidienne (Houam et al., 2014b) et à la mesure de dissimilarité de signature (SDM) proposée par Woloszynski et al. (2010) pour la prédiction de l'arthrose du genou. Il reste à noter que les effets de quelques paramètres tels que k du classifieur k -NN, l'angle de projection et la taille du vecteur de caractéristiques sont également étudiés.

Le chapitre est organisé comme suit : on commence par décrire les méthodes de prétraitement, les étapes d'extraction des vecteurs caractéristiques et la distance proposée (distance géodésique de Rao). Nous présentons ensuite les résultats expérimentaux sur la base de données des images X-Ray de l'os. Une synthèse et une conclusion sont présentées en fin du chapitre.

5.2 Méthodologie

Cette section décrit notre méthodologie. La figure 5.1 illustre l'organigramme général de notre méthode proposée allant de la description de la base de données des images médicales de l'os à la classification des deux populations. Une étape de prétraitement est utilisée pour éviter les informations redondantes et le bruit. Ensuite, l'extraction des caractéristiques est effectuée à l'aide du modèle de mouvement brownien fractionnaire mBf. Enfin, la distance géodésique de Rao est utilisée comme mesure de similarité dans le classifieur k -NN.

5.2.1 Base de données

Notre méthode a été appliquée aux images radiographiques osseuses composées de patients ostéoporotiques (OP) et de cas témoins (CC). La base de données contenait 87 cas de contrôle (CC) et 87 patients (OP) présentant des fractures ostéoporotiques. Les images ont été obtenues sur l'os du calcaneum. Un médecin a défini une région d'intérêt (ROI) sur les images radiographiques du calcaneum à l'aide de deux marqueurs anatomiques. (Des informations supplémentaires sur la base de données ont été présentées au Section 4.2).

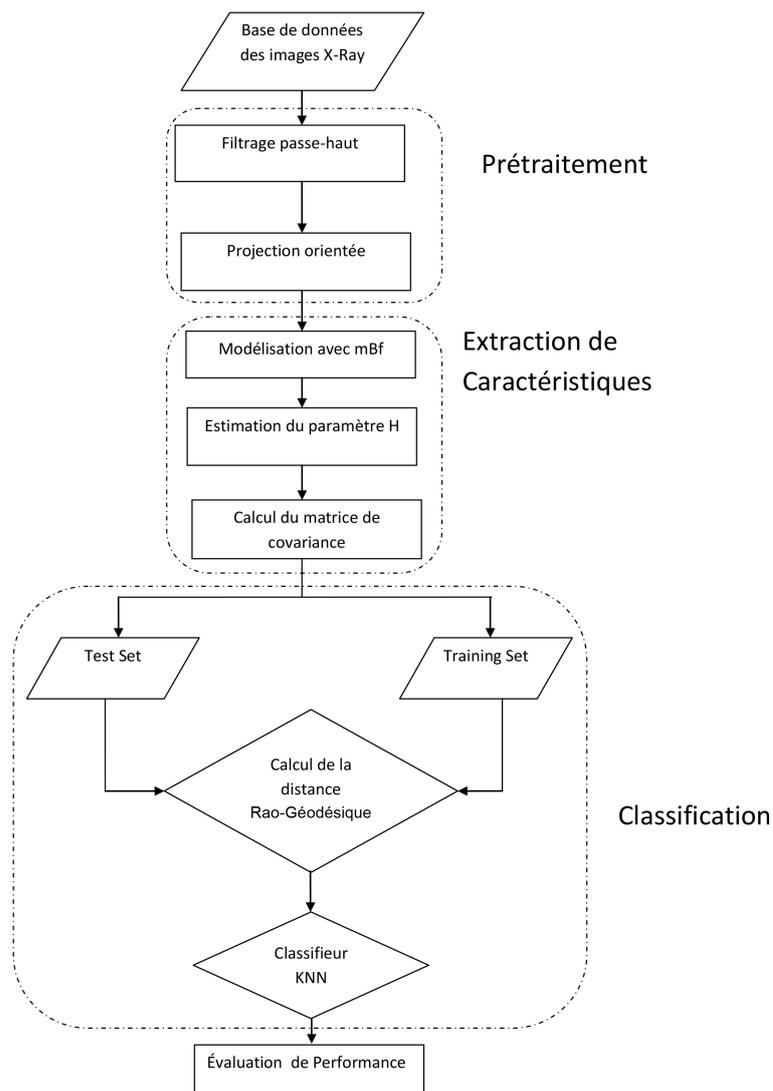


FIGURE 5.1 – L’organigramme général de la méthodologie proposée.

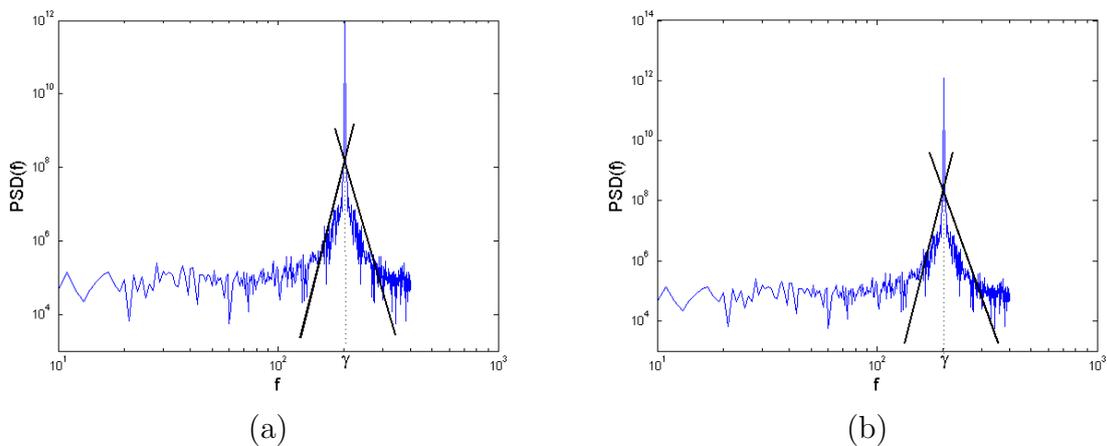


FIGURE 5.2 – Périodogrammes moyens représentatifs des lignes des images radiographiques du calcanéum. D’un patient ostéoporotique (a) et d’un sujet sain (b).

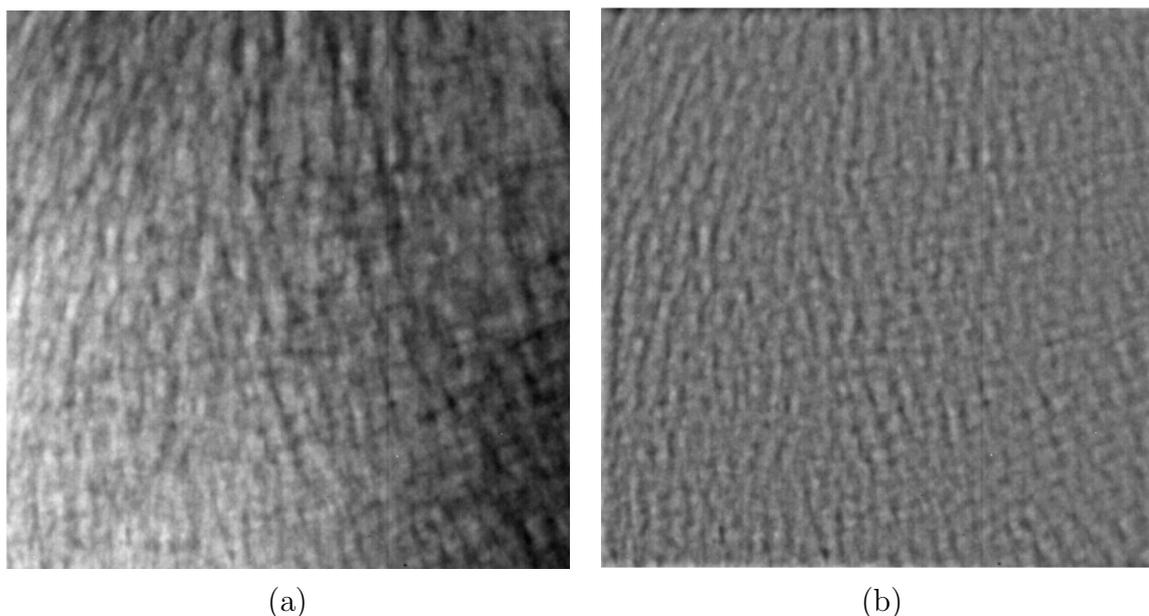


FIGURE 5.3 – Image radiographique d’un patient OP (a) et sortie du filtre circulaire passe-haut dans la direction horizontale (b).

5.2.2 Prétraitement et projection

5.2.2.1 Prétraitement

Afin d’éliminer l’effet des niveaux de gris sur les taux de classification (car le niveau de gris est lié à la densité minérale osseuse), une normalisation des niveaux de gris sur les images radiographiques est réalisée. La normalisation des niveaux de gris garantit les performances de notre méthode quelles que soient les informations relatives aux niveaux de gris.

Une analyse du périodogramme moyen réalisée sur les lignes des images d’os trabéculaire présente deux régimes de fréquence distincts, comme indiqué dans la figure 5.2.

La signification physique de ces deux régimes est que la partie de basse fréquence ($f < \gamma$) correspond à la zone non concerné par l’ostéoporose et appartient à l’espacement inter-trabéculaire, alors que la partie haute fréquence ($f > \gamma$) correspond à la zone concernée par l’ostéoporose, à savoir : la région de l’os trabéculaire. Où γ présente la fréquence de coupure qui sépare les deux zones de régime. Cette dernière a été estimée automatiquement comme étant la fréquence maximale du périodogramme sur les incréments des lignes de chaque image.

Comme nous ne sommes intéressés que par la région de l’os trabéculaire, nous avons utilisé un filtre circulaire passe-haut dans le domaine fréquentiel. Selon le γ coupé en fréquence, les 20 premiers rayons du spectre de Fourier de chaque image ont été supprimés avant d’effectuer la transformation de Fourier inverse. La figure 5.3 présente une partie haute fréquence typique d’une image radiographique. Comme on peut le constater, ce filtre ne conserve que les hautes fréquences de l’image qui sont liées aux modifications de l’os trabéculaire. En utilisant uniquement la partie des images filtrée par le filtre passe-haut, cela signifie que seule la zone où les modifications de l’os trabéculaire se produisent est prise en compte à ce niveau (hautes fréquences).

5.2.2.2 Projection 1D

Dans le reste de ce chapitre, seules les projections orientées des images prétraitées sont considérées. La projection 1D peut présenter des caractéristiques utiles de formes et le motif 1D peut augmenter les propriétés discriminantes par rapport à la représentation 2D (Hou and Pern, 1999) (Houam et al., 2014b).

La projection 1D est un moyen de mieux mettre en valeur différentes formes de la structure et de réduire les informations redondantes. Dans le cas de la microarchitecture osseuse, elle permet d'exposer des informations pertinentes sur la distribution de l'os trabéculaire Houam et al. (2014b).

Au lieu d'appliquer notre technique proposée sur chaque ligne de l'image, nous avons utilisé des projections 1D des images. Les projections orientées sont obtenues en faisant la somme des valeurs des niveaux de gris dans chaque orientation, ce qui donne différentes projections. Pour chaque orientation, l'image a d'abord été tournée d'un angle donné. Ensuite, la projection a été calculée en additionnant les lignes de l'image obtenue. Afin d'éviter les effets de remplissage et de désalignement des pixels générés par la rotation, nos images ont été pivotées selon quatre orientations (0° , 45° , 90° , 135°).

La figure 5.4 illustre la procédure d'orientation d'une image radiographique prétraitée suivant l'orientation à 45° . Les projections ont été effectuées sur des lignes et des colonnes, comme précédemment adopté dans Houam et al. (2010). Comme le montre la figure 5.4 (d), cette projection donne un signal non stationnaire que nous avons dérivé pour obtenir un signal stationnaire.

La figure 5.5 montre les dérivées des projections 1D de l'image prétraitée présentée à la figure 5.3 (b) en suivant les orientations 0° , 45° , 90° et 135° . Les dérivées des projections 1D ont été calculées par une simple dérivation de celles-ci, permettant ainsi d'obtenir des signaux stationnaires. Les figures 5.5 (a) et (c) correspondent aux projections des lignes extraites des directions horizontale (0°) et verticale (90°). Par conséquent, la plage maximale correspondant à la taille de l'image d'origine a été exploitée. Pour les figures 5.5 (b) et (d), les images ont été pivotées comme expliqué à la figure 5.4, ce qui a permis de créer des zones plus petites d'une taille d'environ $400 / 2^{0,5}$.

Ces signaux 1D (c'est-à-dire les dérivés des projections 1D) sont utilisés comme vecteurs à partir desquels les vecteurs de caractéristiques seront extraites.

5.2.3 Extraction des caractéristiques

L'extraction des vecteurs de caractéristiques à partir des projections des images X-Ray est fait en effectuant les prochaines étapes :

1. Modélisation du signal 1D en tant que processus fGn.
2. Estimation du paramètre Hurst H .
3. Estimation de la fonction d'autocorrélation.
4. Estimation de la matrice de covariance.

Construction du vecteur de caractéristiques

Soit $x = \{x_0, x_1, \dots, x_{N-1}\}^T$ le vecteur des incréments des observations supposées être des processus fGn. La fonction de densité de probabilité peut être exprimée en termes de

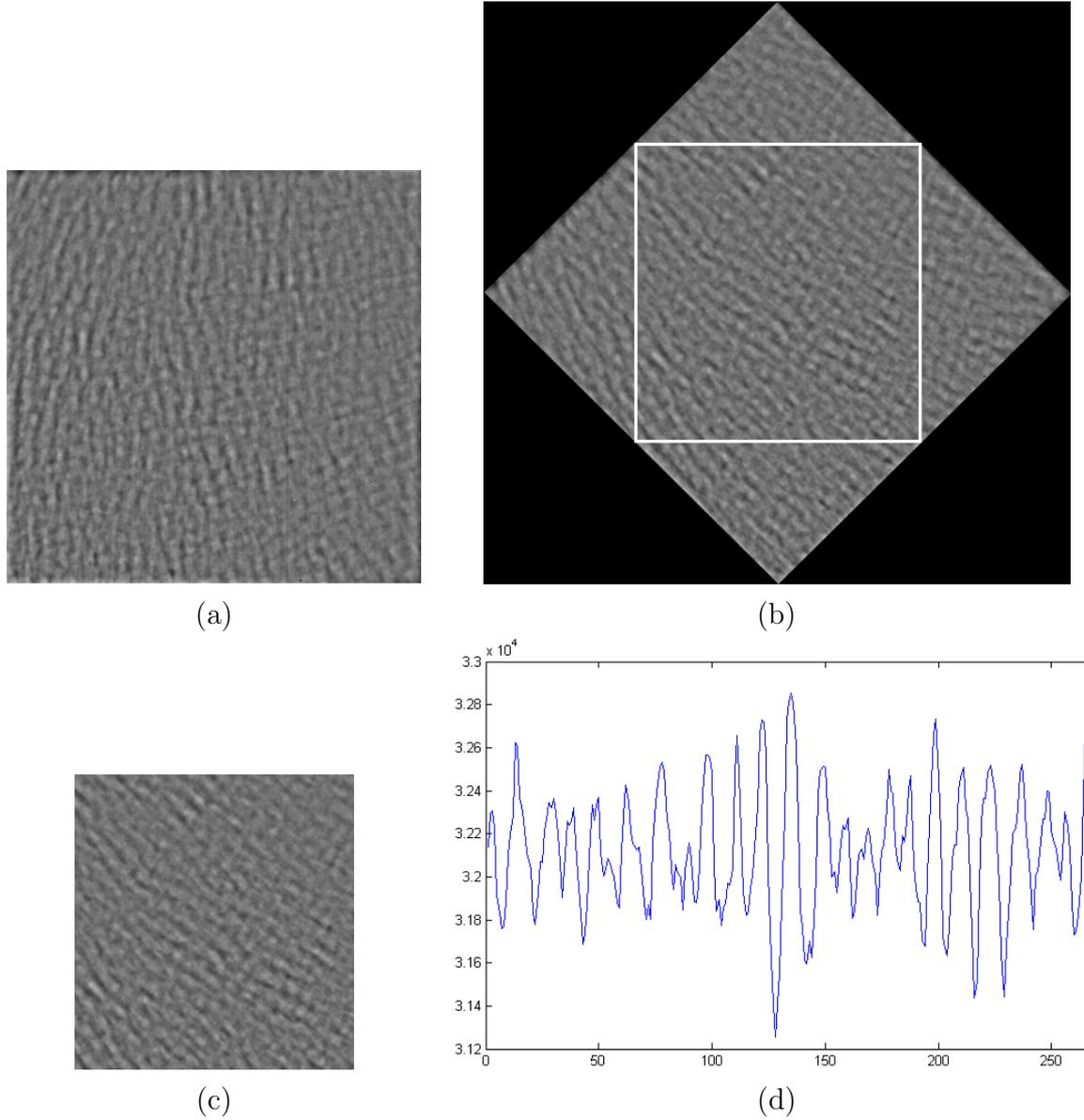


FIGURE 5.4 – Illustration de l’approche d’orientation des images X-Ray. Amélioration de l’image de l’os trabéculaire (a). Image pivotée dans le sens anti-horaire à 45° avec ROI sélectionné (b). ROI extrait (c). Projection 1D de la ROI extraite orientée (d).

H et σ^2 par :

$$p < x; H, \sigma^2 = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} |R|^{1/2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} x^T R^{-1} x \right\} \quad (5.1)$$

R est la matrice de covariance de x , qui dépend de σ^2 et de H comme spécifié dans l’équation. 2.4 et est donné par :

$$R = E[xx^T] \text{ ou } [R]_{ij} = r[|i - j|] \quad (5.2)$$

où $E[.]$ indique l’espérance mathématique.

Une étude quantitative des dépendances statistiques entre les observations d’un processus fGn en calculant les coefficients de corrélation est également présentée. Le tableau 5.1 montre les degrés de dépendance des processus fGn. Ceci a été obtenu en faisant la moyenne des mesures Pearson Nagelkerke (1991), Kendall Kendall (1938), Spearman

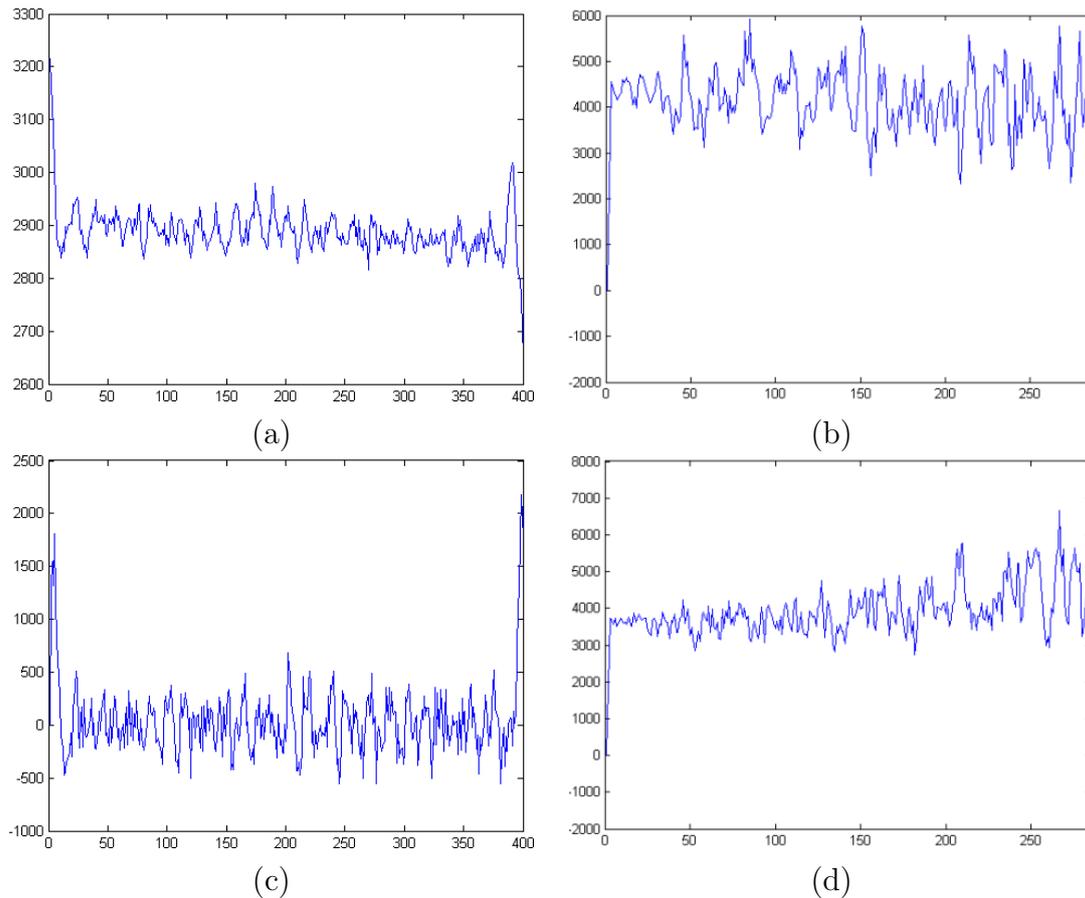


FIGURE 5.5 – Dérivés des projections 1D de l'image prétraitée montrée dans la figure 5.3 (b) en suivant les instructions 0° (a), 45° (b), 90° (c) et 135° (d), .

Spearman (1904) et Mutual Information (MI) Liu and Moulin (2001) pour 40 images choisies au hasard dans la base de données des images X-Ray de l'os et pour quatre niveaux de voisinage à 2, 4, 8 et 16.

Etant donné qu'une observation est corrélée à son voisinage, nous pouvons modéliser le processus par une distribution gaussienne multivariée avec une matrice de covariance dont la taille est exprimée en termes de niveau de voisinage. Par exemple : 2×2 , 4×4 , 8×8 et 16×16 , taille de la matrice pour le voisinage de niveaux de 2, 4, 8 et 16, respectivement. Notez que ces coefficients sont considérés comme une mesure de la dépendance statistique entre deux variables. On peut déduire que les résultats obtenus en utilisant l'information mutuelle montrent que quel que soit le niveau du voisinage, la dépendance entre un échantillon fGn et ses voisins reste stationnaire. Pour les autres coefficients de corrélation, le degré de dépendance diminue lorsque le niveau du voisinage augmente.

De plus, la figure 5.7 présente un exemple typique de PDF empirique à deux variables du processus fGn obtenu à partir de la projection suivant l'angle 0° de la figure 5.5 (a). Comme on peut le constater, la densité PDF empirique conjointe présente un comportement gaussien. Cela montre qu'il faut également tenir compte de la dépendance entre les échantillons de processus fGn.

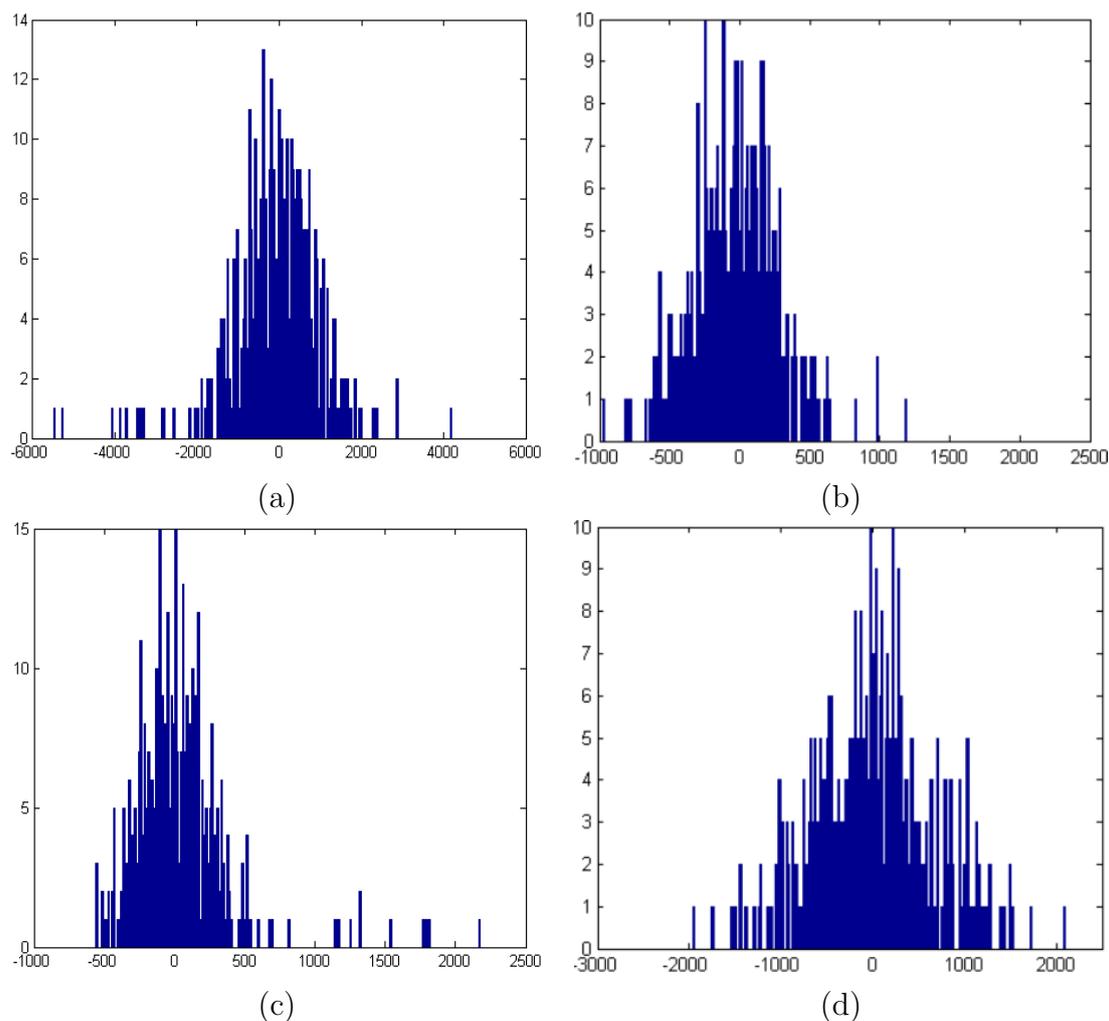


FIGURE 5.6 – Histogrammes des incréments pour les directions 0° (a), 45° (b), 90° (c) et 135° (d), de la figure 5.5.

Tableau 5.1 – Valeurs moyennes des dépendances en utilisant Pearson, Kendall, Spearman et informations mutuelles pour 40 processus fGn.

	2 Neig.	4 Neig.	8 Neig.	16 Neig.
Pearson	0.94	0.82	0.59	0.41
Kendall	0.85	0.77	0.51	0.32
Spearman	0.88	0.68	0.47	0.29
MI	0.98	0.95	0.96	0.94

5.2.4 Classification

L'algorithme des k -plus proches voisins (k -NN) est une méthode non paramétrique utilisée pour la classification et la régression. Dans les deux cas, l'entrée consiste en k exemples d'apprentissage les plus proches dans l'espace des caractéristiques. Le but de cette technique est d'attribuer à un objet non classifié, la classe dominante parmi ses k voisins les plus proches.

L'algorithme k -NN est une méthode d'apprentissage à base d'exemples (Cover and

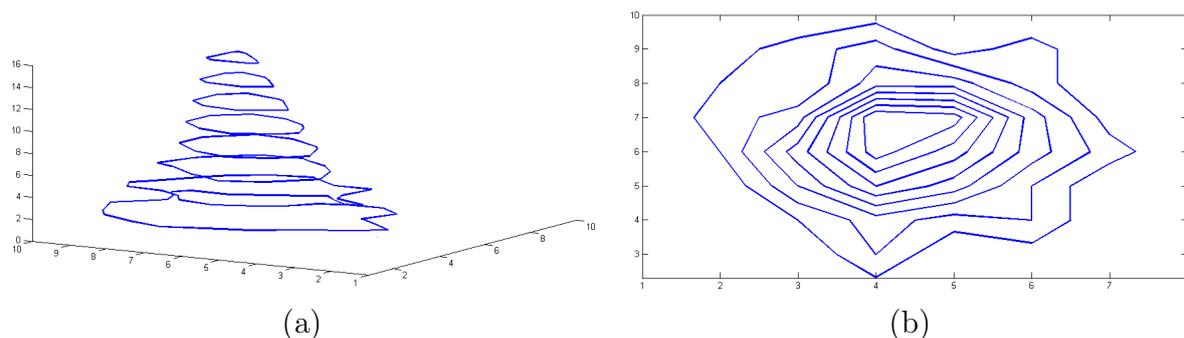


FIGURE 5.7 – Illustration du PDF empirique bivarié du fGn, d'une surface simple en 3D (a) et d'une vue 2D utilisant des isolignes (b).

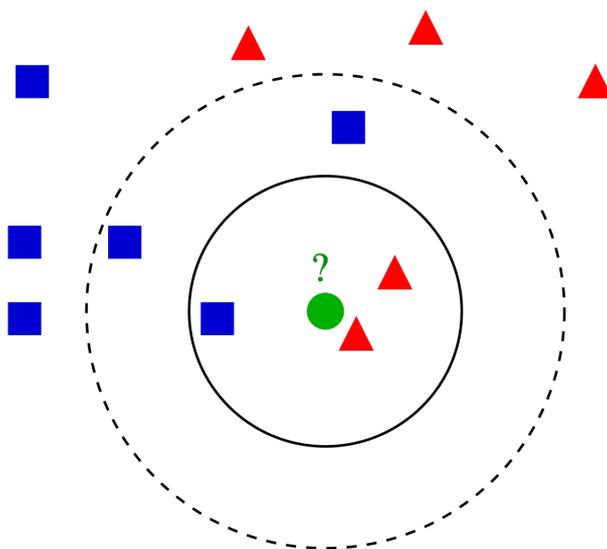
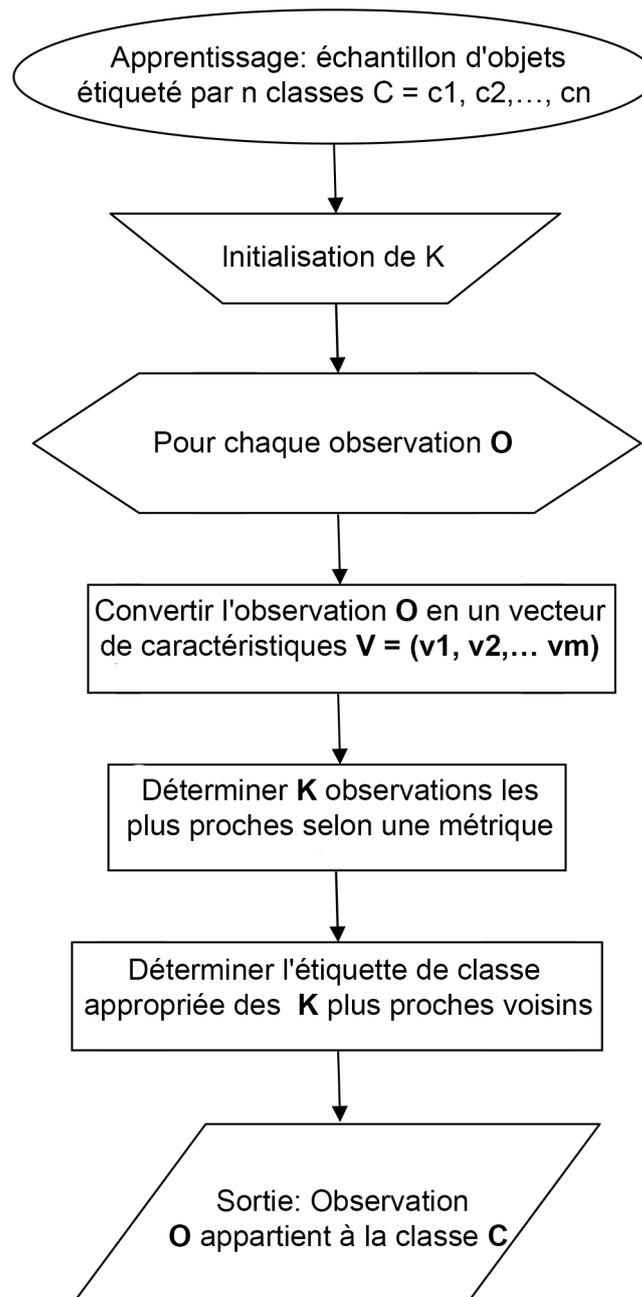


FIGURE 5.8 – Principe de fonctionnement de classifieur k -NN : L'échantillon à tester (point vert) doit être classé soit dans la première classe de carrés bleus, soit dans la deuxième classe de triangles rouges. Si $K = 3$ (cercle en trait plein), il est attribué à la deuxième classe car il y a 2 triangles et 1 seul carré à l'intérieur du cercle intérieur. Si $K = 5$ (cercle en trait pointillé), il est attribué à la première classe (3 carrés contre 2 triangles à l'intérieur du cercle extérieur).

Hart, 1967) qui ne nécessite aucun réglage de paramètres autre que le nombre k . L'algorithme k -NN est l'un des plus simples de tous les algorithmes d'apprentissage automatique.

Dans le contexte de la classification d'une observation O , l'idée de base est de voter les voisins les plus proches de cette observation. La classe de O est déterminée par la classe majoritaire parmi les k voisins les plus proches de l'observation O (la figure 5.8 montre un exemple de classification d'une observation basée sur la classe majoritaire des K plus proches voisins). La méthode comprend trois étapes : Apprentissage, distance ou similarité et méthode de combinaison des voisins. La figure 5.9 illustre les étapes d'un classifieur k -NN conventionnel.

Le choix de la distance et du paramètre k est crucial pour le bon fonctionnement de la méthode. La valeur choisie sera plus déterminante en ce qui concerne les performances du classificateur. Nous pouvons nous permettre de prendre un plus grand nombre de voisins,

FIGURE 5.9 – Organigramme de l'algorithme de classification k -NN

sachant que plus la distance de l'observation à classer est grande, plus l'impact sur la décision est faible. Toutefois, il reste nécessaire de limiter le nombre de voisins pour s'en tenir à un temps de calcul raisonnable.

Une autre caractéristique fondamentale du classifieur k -NN est l'utilisation d'une mesure de similarité entre les observations et donc entre les vecteurs de caractéristiques. La métrique la plus utilisée avec k -NN est la distance euclidienne. Cependant, en fonction des données, des distances plus appropriées peuvent être préférées.

Voici quelques distances utilisées pour la classification k -NN :

Soient $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ et $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ deux signaux qui ont les distributions de probabilités discrètes respectivement $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ et $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_n\}$

— la divergence de Kullback-Leibler de P par rapport à Q est définie par :

$$D_{KL}(P||Q) = \sum_i P(i) \log \frac{P(i)}{Q(i)} \quad (5.3)$$

— la divergence de Rényi r de P par rapport à Q est définie par :

$$D_\alpha(P||Q) = \frac{1}{\alpha - 1} \sum_{i=1}^n P(i) \frac{P_i^\alpha}{q_i^{\alpha-1}} \quad (5.4)$$

— La distance de Mahalanobis entre X et Y, avec une matrice de covariance Σ :

$$D_M(X, Y) = \sqrt{(X - Y)^T \Sigma^{-1} (X - Y)} \quad (5.5)$$

— La distance euclidienne entre X et Y :

$$D_M(X, Y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2} \quad (5.6)$$

Dans cette étude, nous proposons une nouvelle mesure de similarité : la distance géodésique de Rao entre PDF des increments fGn.

5.2.4.1 distance Rao-géodésique

Un modèle statistique tel que mBf est spécifié par une famille de distributions de probabilités, généralement décrite par un ensemble de paramètres appelé espace de paramètre continu. Cet espace a des propriétés géométriques induites par le contenu local de l'information et la structure des distributions. Il est possible de redéfinir le problème de la distance entre les modèles paramétriques en tant que problème de la distance entre leurs distributions de probabilité. Cette distance est contenue dans l'espace paramétrique et est exprimée comme le minimum géodésique sur la variété défini par l'entropie. En ce qui concerne l'entropie de Shannon, la métrique différentielle associée est donnée par la matrice d'information de Fisher. La géométrie résultante s'appelle la famille paramétrique d'informations géométriques. L'avantage de cette géométrie est qu'elle permet de définir une distance invariante à toute transformation non singulière dans l'espace paramétrique.

Notre objectif est de distinguer deux images en utilisant le modèle mBf via ses incréments, fGn est un processus gaussien et est donc complètement décrit par sa matrice de covariance.

Dans ce travail, nous proposons d'utiliser la matrice de covariance comme caractéristique de chaque image. Par conséquent, le problème de la comparaison de deux images est réduit à une comparaison entre leurs PDF. Dans cette section, la distance géodésique de Rao est présentée comme un outil permettant de calculer la distance entre les PDF dans le cas de processus fGn.

5.2.4.2 Définitions et propriétés de la distance Rao-géodésique

Pour une fonction de densité de famille paramétrique donnée $p(x; \theta)$ où $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) \in \Theta \subset \mathbb{R}$ est le vecteur de paramètres et Θ l'espace de paramètres, sous certaines conditions de régularité de Cramer-Rao et la cohérence de l'estimateur de maximum de vraisemblance

(MLE) Menéndez et al. (1995), la structure de l'espace paramétrique Θ peut être défini comme une structure de variété riemannienne. La géométrie résultante est appelée géométrie d'informations de famille paramétrique. Ce dernier a des propriétés intéressantes d'un point de vue statistique, notamment son invariance aux transformations non singulières de paramètres. Cela signifie que l'espace des matrices de covariance est invariant par projection. Selon les outils de géométrie riemannienne, chaque matrice de covariance peut être projetée localement dans un espace tangent euclidien. Par conséquent, la distance entre les distributions dans la variété peut être approximée par la distance euclidienne dans le nouvel espace tangent. Dans notre étude, cette propriété n'est pas bénéfique car nous utilisons le classifieur k -NN où la distance géodésique peut être facilement implémentée en tant que mesure de dissimilarité, telle que définie dans la variété riemannienne. Considérons deux PDF $p(x; \theta_i) = p_i$ et $p(x; \theta_j) = p_j$. La distance géodésique de Rao entre p_i et p_j est définie par la forme quadratique positive suivante :

$$d^2(p_i, p_j) = \sum_{i,j=1}^n g_{ij}^{\phi}(\theta) d\theta_i d\theta_j, \quad (5.7)$$

où g_{ij}^{ϕ} désigne la matrice ϕ -entropy.

En utilisant l'entropie de Shannon $\phi(p) = -p \log p$, nous obtenons la matrice d'information de Fisher :

$$g_{ij}(\theta) = E \left[\left(\frac{\partial \log p(x; \theta)}{\partial \theta_i} \right) \left(\frac{\partial \log p(x; \theta)}{\partial \theta_j} \right) \right] \quad (5.8)$$

La distance géodésique $d(p_i, p_j)$ peut être considérée comme le chemin géodésique reliant deux points de l'espace riemannien et dont les coordonnées sont leurs vecteurs paramètres. Comme démontré par Förstner and Moonen (1999), $d(p_i, p_j)$ satisfait les propriétés d'une métrique :

- Séparation, $d(p_i, p_j) = 0$ si et seulement si $p_i = p_j$,
- Positivité : $d(p_i, p_j) > 0$ quand $p_i \neq p_j$,
- Symétrie : $d(p_i, p_j) = d(p_j, p_i)$
- Inégalité triangulaire : $d(p_i, p_j) \leq d(p_i, p_k) + d(p_k, p_j)$

Distance de Rao-géodésique pour les processus fGn

Soient fGn_1 et fGn_2 deux processus fGn avec des valeurs différentes de H et des fonctions de densité de probabilité F_1 et F_2 , respectivement. Considérez que nos PDF appartiennent à la famille des distributions normales multivariées : $F_1 = \mathcal{N}(\mu_1, \Sigma_1)$ et $F_2 = \mathcal{N}(\mu_2, \Sigma_2)$. μ_i et Σ_i sont respectivement la moyenne et la matrice de covariance de F_i , $i \in \{1, 2\}$.

Comme défini par (Atkinson and Mitchell, 1981), la distance géodésique D_G entre les deux PDF avec une moyenne fixe commune ($\mu_1 = \mu_2$) est donnée par :

$$D_G(\Sigma_1, \Sigma_2) = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \log^2 \lambda^i} \quad (5.9)$$

où λ^i sont les m valeurs propres de $\Sigma_1^{-1}\Sigma_2$.

Pour une matrice de covariance fixe commune, c'est-à-dire $\Sigma_1 = \Sigma_2 = \Sigma$, D_G devient une distance de Mahalanobis (Atkinson and Mitchell, 1981) donnée par :

$$D_G(\mu_1, \mu_2) = \sqrt{(\mu_1 - \mu_2)^T \Sigma^{-1} (\mu_1 - \mu_2)} \quad (5.10)$$

Basé sur l'équation 5.9, nous pouvons en déduire que la distance géodésique entre deux PDFs gaussiens multivariés conduit à une métrique entre deux matrices de covariance. De plus, il a les propriétés de transformation et d'inversion d'invariance, comme le montrent (Förstner and Moonen, 1999)

- Invariance sous transformations de congruence : $D_G(\Sigma_1, \Sigma_2) = D_G(P\Sigma_1P^T, P\Sigma_2P^T)$,
- Invariance sous inversion : $D_G(\Sigma_1, \Sigma_2) = D_G(\Sigma_1^{-1}, \Sigma_2^{-1})$

où $P \in GL(n, \mathbb{R})$ et GL est le groupe de transformations linéaires régulières dans \mathbb{R} .

5.3 Résultats expérimentales

5.3.1 Validation sur des images synthétiques

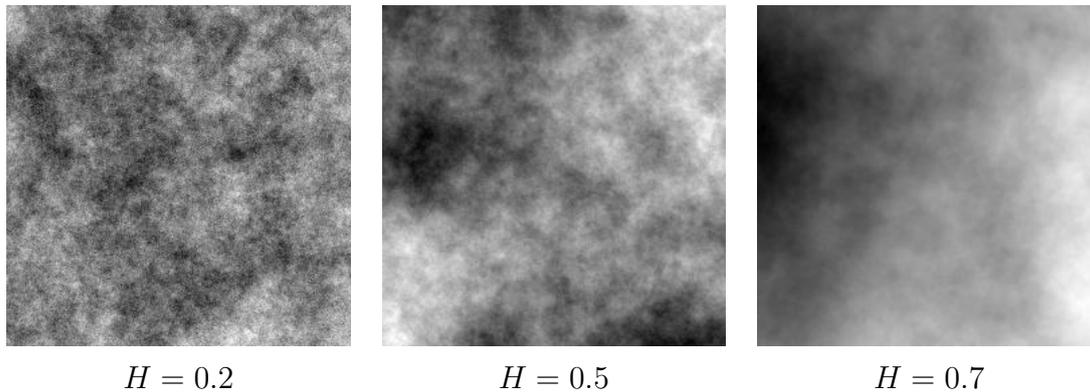


FIGURE 5.10 – Images fBm synthétiques pour différentes valeurs H en utilisant la méthode de Stein.

Avant d'appliquer notre méthode sur les images radiographiques de l'os et pour valider l'approche proposée, nous avons utilisé des images mBf synthétiques générées à l'aide de la méthode de Stein (Stein, 2002). La méthode de Stein a été considérée comme l'une des méthodes de synthèse les plus rapides et les plus exactes pour les traces 2D mBf isotropes (voir Chapitre 3). Trois images synthétiques de la méthode Stein avec différentes valeurs de H sont illustrées à la figure 5.10.

Comme nous devons estimer le paramètre H , nous avons utilisé l'estimateur de Whittle car il fournit les meilleurs résultats en termes de biais et de variance(Chapitre 2, Section 2.6).

Ensuite, pour valider notre approche basée sur la distance géodésique de Rao et évaluer ses performances en terme d'invariance à la rotation, l'estimateur de Whittle a été utilisé pour extraire les valeurs de H puis à l'aide du classifieur k -NN les images synthétiques

Tableau 5.2 – Mésures de performance de classification pour les images mBf synthétisées.

AUC	0.971 ± 0.014
ACC	0.965 ± 0.013
FPR	0.034 ± 0.002
FNR	0.034 ± 0.001
F1-score	0.965 ± 0.011

ont été attribué à différentes classes ($H = 0, 2$, $H = 0, 5$ et $H = 0, 7$). 150 images de taille 256×256 ont été générés à l'aide de la méthode de Stein (50 images par classe). Ensuite, chaque image a été tournée à 0° , 45° , 90° et 135° et projetée. Pour chaque expérience, le processus d'entraînement commun est celui défini au début de la section 4.3. Selon nos attentes et comme indiqué dans le tableau 5.2, les résultats montrent que la technique proposée basée sur la distance géodésique de Rao est robuste à la rotation.

5.3.2 Validation sur des images de l'os trabéculaire

5.3.2.1 Résultats par rapport à l'angle de projection

Dans cette section, nous étudions la performance de notre méthode pour les quatre angles de projections (0° , 45° , 90° , 135°) avec différentes valeurs de k . Comme on peut le voir dans le tableau 5.3, la projection horizontale (angle 0°) présente un taux d'AUC le plus élevé que les autres projections. Nous remarquons également que les performances diminuent progressivement dans le sens contraire des aiguilles d'une montre. Ce résultat suggère que l'orientation horizontale représente l'angle dominant pour la détermination des patients ostéoporotiques. Ceci est cohérent avec les résultats d'une étude précédente Houam et al. (2014b).

En outre, dans le même tableau, nous pouvons remarquer que la valeur $k = 7$ offre le meilleur compromis entre le temps de réponse du classifieur et le taux de l'AUC. La figure 5.11 présente les courbes ROC des différentes projections pour $k = 7$. Ces courbes montrent les performances significatives obtenues avec la projection horizontale (0°).

Pour les comparaisons restantes, nous avons donc conservé la valeur $k = 7$ et utilisé la projection horizontale (0°).

5.3.2.2 Influence de la taille du vecteur de caractéristiques

La taille du vecteur caractéristique interagit avec k sur le temps de réponse du classifieur et doit donc être étudiée. Pour ce faire, nous avons comparé les résultats de trois tailles différentes des matrices de covariance 2×2 , 4×4 , 8×8 et 16×16 . Comme le montrent les valeurs de l'AUC du tableau 5.4 et les courbes ROC de la figure 5.12, les performances de classification augmentent avec la taille de la matrice. Avec une taille de matrice de 16×16 , on peut constater une légère amélioration par rapport à 8×8 . Néanmoins, 8×8 semble convenir et représente un bon compromis pour l'analyse des images d'os trabéculaire. En fonction de la taille de ce voisinage, nous avons déterminé la taille de la matrice de covariance.

Tableau 5.3 – Valeurs AUC \pm écarts types pour les directions 0° , 90° , 45° et 135° pour différentes valeurs de k .

Direction (deg) valeurs de K	0°	90°	45°	135°
K=1	0.894 ± 0.01400	0.655 ± 0.01400	0.712 ± 0.01400	0.541 ± 0.01300
K=3	0.947 ± 0.01100	0.692 ± 0.01100	0.791 ± 0.01100	0.473 ± 0.01100
K=5	0.968 ± 0.01100	0.716 ± 0.01100	0.815 ± 0.01100	0.511 ± 0.01100
K=7	0.972 \pm 0.01000	0.720 \pm 0.01000	0.810 \pm 0.01000	0.571 \pm 0.01000
K=9	0.966 ± 0.01000	0.711 ± 0.01000	0.826 ± 0.01000	0.568 ± 0.01000
K=11	0.965 ± 0.01100	0.717 ± 0.01100	0.836 ± 0.01100	0.569 ± 0.01100
K=13	0.970 ± 0.01000	0.701 ± 0.01000	0.835 ± 0.01000	0.561 ± 0.01000
K=15	0.971 ± 0.01080	0.691 ± 0.01000	0.849 ± 0.01000	0.548 ± 0.01000
K=17	0.969 ± 0.01100	0.699 ± 0.01100	0.859 ± 0.01100	0.551 ± 0.01100
K=19	0.970 ± 0.01100	0.697 ± 0.01100	0.870 ± 0.01100	0.552 ± 0.01000

Pour résumer, la meilleure performance a été obtenue en utilisant la configuration suivante : $k = 7$, projection horizontale (0°) et 8×8 pour la taille de la matrice de covariance.

5.3.2.3 Comparaison avec d'autres mesures de similarité

Enfin, nous avons comparé notre méthode proposée utilisant la distance Rao-géodésique aux mesures de similarité les plus répandues utilisées dans la littérature : les divergences de Rényi (Rényi, 1960), la distance de Kullback-Leibler (Kullback and Leibler, 1951), la distance de Mahalanobis (Mahalanobis and Chandra, 2012) et la distance euclidienne.

Chaque mesure de similarité a été implémentée dans le classifieur k -NN avec les matrices de covariance développées dans notre méthode en tant que vecteur de caractéristiques. Le tableau 5.6 présente les résultats de ces comparaisons et montre la supériorité de notre distance de Rao-géodésique proposée en termes de valeurs de l'AUC. Les courbes ROC présentées dans la figure 5.13 montrent les résultats obtenus pour $k = 7$ et pour une taille de matrice de covariance de 8×8 .

Cette configuration ($k = 7$ et la taille de la matrice de covariance 8×8) a été conservée

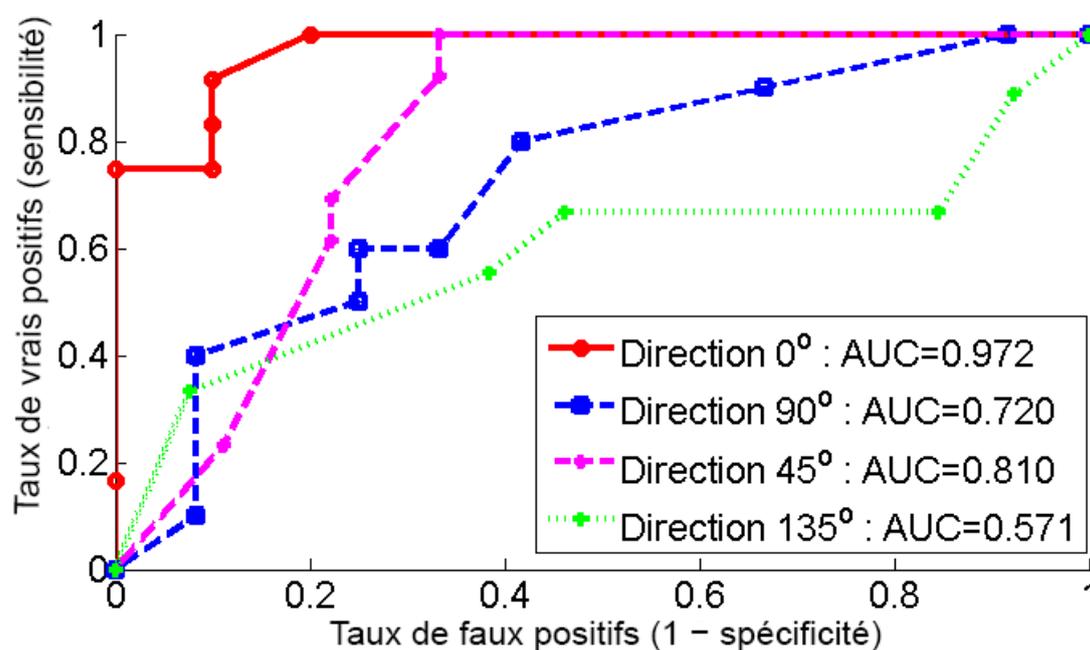


FIGURE 5.11 – Courbes ROC pour les orientations 0° , 90° , 45° , et 135° , pour $k = 7$.

pour la comparaison de notre méthode avec les méthodes de l'état de l'art.

5.3.2.4 Évaluation à l'aide du classificateur SVM (FRACTAL_SVM)

Dans cette section, nous adaptons la méthode proposée présentée dans ce chapitre pour être utilisé avec le classificateur SVM. Le SVM n'est pas basé sur la distance ; par conséquent, la distance proposée ne sera pas prise en compte, mais les étapes d'extraction des caractéristiques seront effectuées. Les caractéristiques extraites sont utilisées comme entrée pour le classificateur SVM. Le tableau 5.5 montre les résultats obtenus pour différentes fonctions du noyau (Kernel function). Comme indiqué dans le tableau 5.5, les meilleures performances de classification sont obtenues pour la fonction du noyau linéaire avec une AUC autour de 0.912.

5.3.2.5 Comparaison avec d'autres méthodes

Nous avons aussi comparé notre méthode avec d'autres approches de l'état de l'art. La première méthode qu'on a comparé avec est la méthode SDM de mesure de dissimilarité de signature avec ses deux variantes SDM_NN et SDM_SVM, telles qu'elles ont été développées dans Woloszynski et al. (2010), implémenté avec K -NN et SVM, respectivement. De plus, nous avons également comparé notre méthode au LBP_KNN (Houam et al., 2014b) qui utilise le LBP 1D comme descripteur, le k -NN comme classificateur et la distance euclidienne comme mesure de similarité. Enfin, nous avons implémenté la méthode FRACTAL_SVM qui utilise la matrice de covariance développée dans ce travail en tant que vecteur de caractéristiques et la SVM en tant que classificateur sans utiliser de mesure de similarité. Afin de donner une comparaison juste, pour chaque méthode, la meilleure configuration a été assurée. Nous avons utilisé le noyau de fonction linéaire

Tableau 5.4 – Les valeurs AUC \pm écarts types pour la projection horizontale (0°) pour différentes tailles du matrice de covariance.

valeurs de k	taille du matrice			
	16×16	8×8	4×4	2×2
K=1	0.893 ± 0.0130	0.894 ± 0.0140	0.861 ± 0.0130	0.813 ± 0.0130
K=3	0.949 ± 0.0110	0.947 ± 0.0110	0.932 ± 0.0110	0.875 ± 0.0110
K=5	0.968 ± 0.0110	0.968 ± 0.0110	0.949 ± 0.0110	0.892 ± 0.0110
K=7	0.973 ± 0.0100	0.972 ± 0.0100	0.958 ± 0.0100	0.902 ± 0.0100
K=9	0.968 ± 0.0100	0.966 ± 0.0100	0.940 ± 0.0101	0.895 ± 0.0100
K=11	0.964 ± 0.0100	0.965 ± 0.0110	0.932 ± 0.0100	0.887 ± 0.0110
K=13	0.971 ± 0.0100	0.970 ± 0.0100	0.951 ± 0.0102	0.889 ± 0.0100
K=15	0.973 ± 0.0100	0.971 ± 0.0108	0.948 ± 0.0100	0.871 ± 0.0100
K=17	0.971 ± 0.0100	0.969 ± 0.0110	0.941 ± 0.0100	0.896 ± 0.0110
K=19	0.972 ± 0.0100	0.970 ± 0.0110	0.952 ± 0.0100	0.889 ± 0.0100

Tableau 5.5 – Valeurs AUC et ACC, FPR, FNR, F1-score, (\pm valeurs d'écart type) pour différentes fonctions de noyau (SVM).

Fonctions de noyau	Performances				
	AUC	ACC	FPR	FNR	F1-score
Linear	0.912 ± 0.015	0.908 ± 0.014	0.091 ± 0.005	0.091 ± 0.004	0.908 ± 0.013
RBF	0.801 ± 0.021	0.794 ± 0.032	0.216 ± 0.002	0.196 ± 0.004	0.791 ± 0.012
Quadratique	0.723 ± 0.016	0.703 ± 0.011	0.306 ± 0.003	0.288 ± 0.005	0.700 ± 0.015
Polynomiale	0.891 ± 0.020	0.883 ± 0.016	0.086 ± 0.004	0.148 ± 0.006	0.886 ± 0.011

pour sa simplicité et sa pertinence pour une large gamme de classifications binaires. La méthode de validation croisée "leave-one-out" a également été utilisée et les expériences ont été répétées 200 fois. Les valeurs de l'AUC ont été calculées en faisant la moyenne des

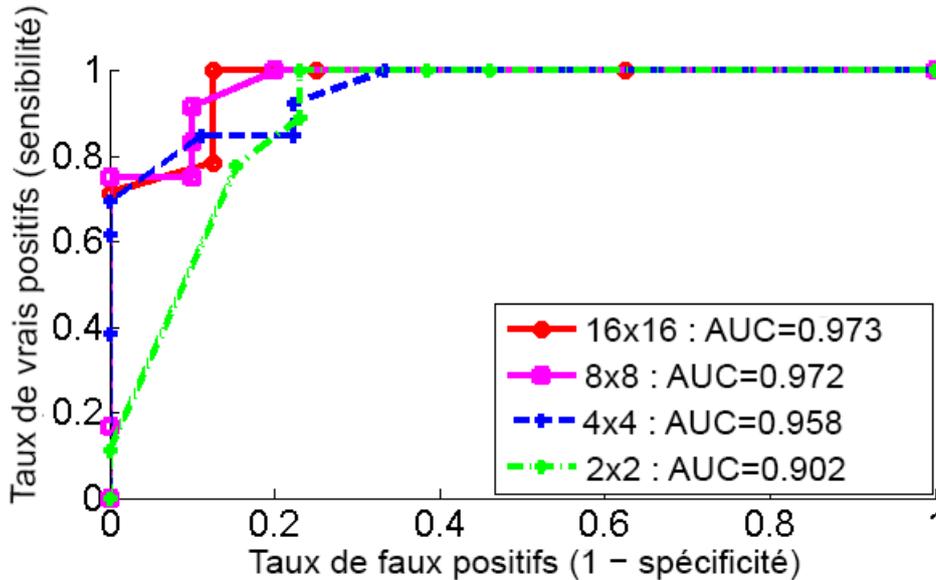


FIGURE 5.12 – Courbes ROC pour différentes tailles de matrice de covariance pour $k = 7$.

valeurs obtenues pour toutes les répétitions.

La figure 5.14 illustre les courbes ROC obtenues. Comme on peut le constater, les meilleures performances en termes de valeurs de l'AUC sont atteintes avec notre méthode proposée. Nous notons également que le choix du classifieur pour la même méthode donne lieu à un écart de performance qui reste marginalement significatif ($\pm 5\%$), démontrant ainsi l'importance accordée à l'extraction de caractéristiques et aux mesures de similarité plus que l'importance de méthodes d'apprentissage automatique. Le tableau 5.7 présente les résultats pour les différentes méthodes évaluées. Comme on peut le constater, notre méthode proposée montre des taux élevés d'AUC, d'ACC, de F1-score et de faibles taux d'erreur de FPR et de FNR. Suivi par la divergence R ényi, la divergence de Kullback Leibler, FRACTAL _SVM, LBP _KNN, Distance de Mahalanobis, SDM _NN et SDM _SVM. La distance euclidienne fournit les résultats de performance les plus bas en terme d'AUC, ACC, F1-score et taux d'erreur les plus élevés FPR, FNR. subsection Comparaison de temps d'exécution Le tableau 5.7 présente la comparaison en fonction du temps d'exécution pour les différentes méthodes et distances comparés. Pour ce faire, nos algorithmes ont été exécutés sur un processeur Intel Core I3 (CPU = 3,3 GHz et 4 Go de RAM) et sans utiliser la boîte à outils du calcul parallèle. Notez que le temps de calcul présenté est estimé pour une image de la base de données et que seules les caractéristiques extraites pour la mesure de similarité ont été incluses dans cette comparaison. Comme on peut le constater, le temps d'exécution le plus bas a été obtenu pour la distance euclidienne avec 0,534 *secondes* et le plus élevé a été obtenu à la fois pour SDM_NN et SDM_SVM avec 1,034 *secondes*. Les temps d'exécution ne sont pas très différents quelles que soient la distance ou le vecteur de caractéristiques utilisée, à l'exception de la méthode SDM pour laquelle le temps de calcul est relativement élevé (environ 2 fois le temps de calcul alloué aux autres méthodes). Ceci est dû au processus de calcul de la rugosité et des signatures d'orientation qui reste relativement lent. En conclusion, le meilleur compromis entre le temps d'exécution et le taux d'AUC est obtenu en utilisant la distance Rao-géodésique

avec un AUC de 0.972.

Tableau 5.6 – Valeurs de AUC obtenues avec différentes distances pour la projection horizontale et une matrice de covariance de taille 8×8 .

Distances	Valeurs de K		
	k=1	k=7	k=13
Distance proposé	0.894 ± 0.014	0.972 ± 0.010	0.970 ± 0.010
Divergence de Rényi (Renyi, 1960)	0.879 ± 0.015	0.958 ± 0.011	0.949 ± 0.013
Divergence de Kullback Leibler (Kullback and Leibler, 1951)	0.827 ± 0.013	0.935 ± 0.012	0.896 ± 0.015
Distance Euclidienne	0.645 ± 0.014	0.720 ± 0.010	0.698 ± 0.015
Distance de Mahalanobis (Mahalanobis and Chandra, 2012)	0.761 ± 0.012	0.889 ± 0.011	0.901 ± 0.014

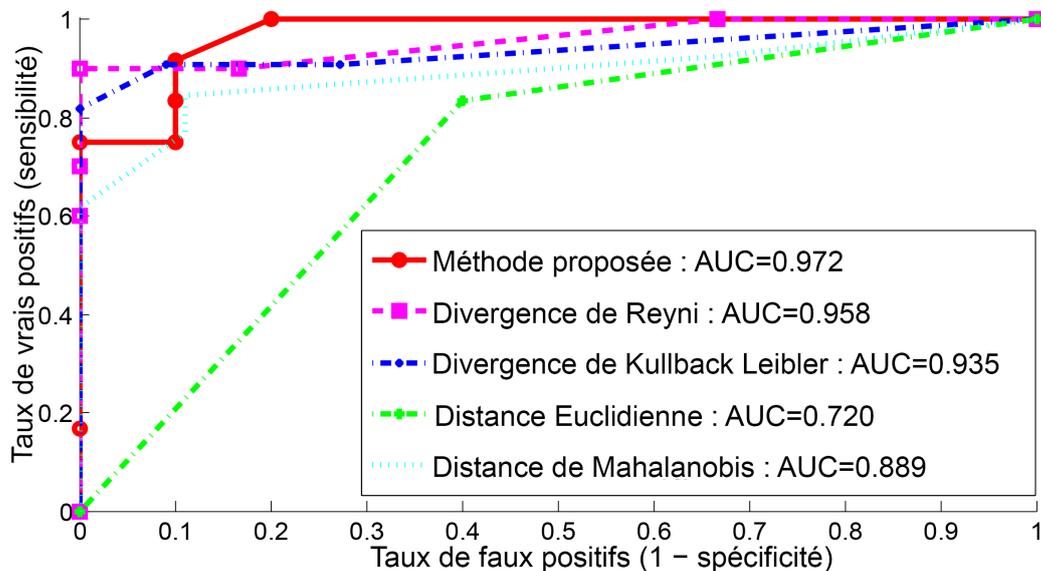


FIGURE 5.13 – Courbes ROC pour différentes mesures de similarité pour $k = 7$.

5.4 Synthèse

Dans ce chapitre on a présenté une application du modèle du mouvement brownien fractionnaire (mBf) aux radiographies osseuses pour le diagnostic de l'ostéoporose. Le mBf a été utilisé pour modéliser le comportement non-stationnaire de lignes extraites d'images de radiographies osseuses. Grâce à leur stationnarité, les incréments de mBf, à savoir les bruits gaussiens fractionnels (fGn) ont été préférés. En particulier, la fonction

Tableau 5.7 – Valeurs AUC et ACC, FPR, FNR, F1-score, (\pm valeurs d'écart type) et temps d'exécution en secondes pour les différentes méthodes, (SDM_NN, SDM_SVM, LBP_KNN and FRACTAL_SVM).

Méthodes	Performances					
	AUC	ACC	FPR	FNR	F1-score	temps (s)
Méthode Proposée	0.972 \pm 0.010	0.965 \pm 0.011	0.023 \pm 0.001	0.046 \pm 0.002	0.965 \pm 0.014	0.557
Divergence de Rényi	0.958 \pm 0.011	0.948 \pm 0.011	0.057 \pm 0.003	0.046 \pm 0.002	0.948 \pm 0.012	0.552
Divergence de Kullback Leibler	0.935 \pm 0.012	0.919 \pm 0.013	0.068 \pm 0.005	0.091 \pm 0.004	0.920 \pm 0.013	0.545
Distance Euclidienne	0.720 \pm 0.010	0.706 \pm 0.012	0.264 \pm 0.003	0.321 \pm 0.005	0.715 \pm 0.011	0.534
Distance de Mahalanobis	0.889 \pm 0.011	0.879 \pm 0.013	0.114 \pm 0.004	0.126 \pm 0.005	0.880 \pm 0.012	0.568
SDM_NN	0.862 \pm 0.016	0.850 \pm 0.015	0.137 \pm 0.007	0.160 \pm 0.006	0.852 \pm 0.014	1.034
SDM_SVM	0.831 \pm 0.017	0.821 \pm 0.018	0.172 \pm 0.008	0.183 \pm 0.007	0.822 \pm 0.015	1.034
LBP_KNN	0.907 \pm 0.014	0.890 \pm 0.015	0.114 \pm 0.006	0.103 \pm 0.008	0.890 \pm 0.016	0.540
FRACTAL_SVM	0.912 \pm 0.015	0.908 \pm 0.014	0.091 \pm 0.005	0.091 \pm 0.004	0.908 \pm 0.013	0.557

de densité de probabilité (PDF) du processus fGn avec une matrice de covariance connue a été utilisée. La dernière, qui représente la caractéristique pertinente de l'image, a été exprimée en relation avec la fonction d'autocorrélation, également calculée en fonction du paramètre Hurst, H . Le paramètre H a été estimé à l'aide d'une méthode efficace bien connue, qui est l'estimateur de Whittle (Harrar et al., 2013a)(Voir les résultats de comparaisons entre méthodes d'estimation de Hurst présentés dans la section 2.6 du Chapitre 2).

Le classificateur K- plus proche voisins (k -NN) a été utilisé avec la métrique géométrique de Rao en tant que mesure de similarité pour caractériser et classer les images texturées. Lorsqu'elle a été évaluée sur des images mBf synthétiques avec le paramètre de Hurst connu H , la méthode proposée a permis d'obtenir une bonne classification des images synthétiques. Nous avons également démontré que la méthode est invariante à la rotation.

Une étude clinique a été menée sur des images radiographiques d'os de calcaneum de deux populations féminines différentes de patients ostéoporotiques (cas de fracture) et de sujets témoins. Les résultats expérimentales ont montré que la méthode proposée est très prometteuse. Sur la base de notre expérience, l'architecture de l'os est principalement

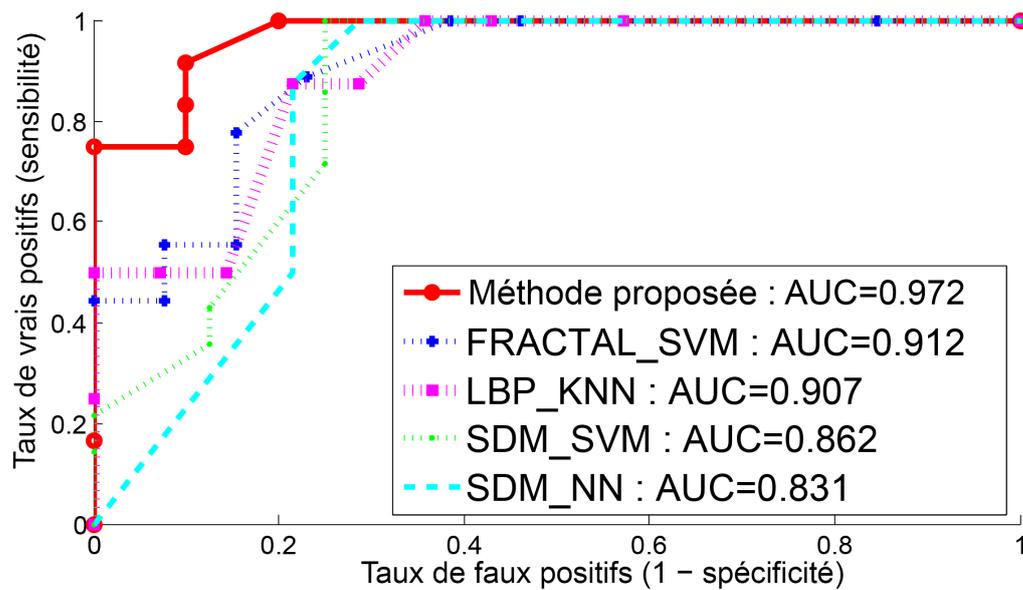


FIGURE 5.14 – Courbes ROC pour la méthode proposée, FRACTAL_SVM, SDM_SVM, LBP_KNN et SDM_NN.

décrite par la disposition des trabécules et leur épaisseur. L'évolution de l'architecture dans l'ostéoporose entraîne des variations d'échelles correspondant à nos images à hautes fréquences. Pour caractériser les images X-Ray d'os à l'échelle de l'os trabéculaire, un filtre de Fourier circulaire a été appliqué sur les données. Ensuite, les images radiographiques résultantes en niveaux de gris ont été projetées. De cette manière, un signal unidimensionnel a été obtenu pour chaque image et caractérisé à l'aide du PDF des incréments de mBf et de la distance Rao-géodésique.

L'effet de plusieurs paramètres sur les résultats obtenus a été étudié. Tout d'abord, le paramètre k du (k -NN) utilisé pour mesurer la similarité entre vecteurs de caractéristiques a été étudié. Les résultats montrent que $k = 7$ représente un bon compromis entre la représentativité des résultats et le temps d'exécution. Deuxièmement, l'angle de projection a également été étudié en projetant les images prétraitées dans quatre orientations (0° , 45° , 90° and 135°). La meilleure performance a été obtenue pour la projection horizontale (0°).

L'influence de la taille du matrice de covariance utilisée comme vecteur de caractéristiques a également été étudiée. En utilisant une matrice de covariance de taille 8×8 , a permet d'obtenir de bons résultats tout en préservant un temps d'exécution raisonnable.

La distance géodésique de Rao a été comparée à la divergence de R ényi, à la divergence de Kullback-Leibler, à la distance de Mahalanobis et à la distance euclidienne. Nous avons également comparé la performance de la méthode proposée à la méthode LBP et à la mesure (SDM). Bien que la différence ne soit pas très grande comparée aux divergences de Kullback-Leibler et de R ényi, la distance que nous proposons est bien adaptée aux processus gaussiens multivariés grâce aux propriétés susmentionnées. La distance euclidienne est très simple à calculer par rapport à la distance géodésique, mais elle est moins

efficace car non adaptée aux espaces riemanniens. La méthode proposée permet d'obtenir de meilleurs taux d'AUC que les méthodes LBP et SDM. Cette comparaison nécessite des études supplémentaires, car le SDM a été mis au point pour l'arthrose du genou. La méthode LBP atteint de faibles performances car elle utilise le classifieur k -NN par défaut basé sur la distance euclidienne. Nous avons également comparé les performances de notre méthode et de SDM à l'aide du classifieur SVM. En ce qui concerne les différences obtenues, nous pouvons conclure que quel que soit le classifieur, notre méthode donne de meilleurs résultats, ce qui signifie qu'une attention particulière est accordée à l'extraction de caractéristiques.

La combinaison du PDF du fGn via sa matrice de covariance et de la distance géodésique de Rao pour décrire des textures complexes semble être prometteuse pour l'analyse de texture d'images radiographiques de l'os avec un taux d'AUC obtenu d'environ 97 %. L'utilisation du PDF des incréments du modèle mBf avec la distance géodésique de Rao en tant que mesure de similarité est pertinente grâce à la fonction d'autocorrélation utilisée pour calculer le PDF.

Cette analyse non invasive peut fournir des informations supplémentaires sur la microarchitecture osseuse trabéculaire pour compléter le diagnostic basé sur la densité minérale osseuse (DMO), conduisant à une meilleure évaluation du risque de fracture qu'avec la DMO seule. Il s'agit d'une nouvelle opportunité pour améliorer le diagnostic de maladies osseuses telles que l'ostéoporose.

5.5 Conclusion

Ce chapitre concerne une approche de classification basée sur la mesure de similarité, où une distance Rao-géodésique a été développée. La classification est effectuée à l'aide du classifieur KNN avec une distance Rao-géodesique comprise entre PDF des processus fGn. La méthode proposée est validée sur des images mBf de synthèse, puis appliquée sur des images radiographiques X-Ray de l'os trabéculaire pour établir un diagnostic de la maladie de l'ostéoporose.



CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES

Conclusion

Cette thèse appartient au domaine de l'analyse en imagerie biomédicale, elle consiste en un diagnostic de l'ostéoporose ; une maladie osseuse représentant un problème de santé publique mondial. Classiquement, l'ostéoporose est diagnostiquée à l'aide de la densité minérale osseuse DMO, qui est une mesure de la densité minérale de l'os. La diminution de la densité minérale osseuse entraîne un risque d'ostéoporose.

Dans cette thèse, nous nous intéressons au diagnostic de l'ostéoporose basé sur des images radiographiques d'os par analyse de texture. Cette approche vise à caractériser la microarchitecture osseuse, car l'organisation de la microarchitecture osseuse est également un facteur de la maladie ostéoporotique.

Cette approche est préférable car elle permet un diagnostic précoce basé uniquement sur des images radiographiques de l'os et permet d'améliorer la précision du diagnostic, car l'approche classique n'atteint qu'une précision de 60%.

Pour diagnostiquer l'ostéoporose, nous avons utilisé l'analyse fractale avec un modèle fractal appelé mouvement brownien fractionnaire mBf. Ce modèle est utilisé pour plusieurs applications d'analyse de texture car il ne possède qu'un seul paramètre principal appelé Hurst $H \in [0 - 1]$. De plus, les incréments de mBf sont stationnaires, ce qui en fait un modèle très adéquat pour la modélisation de textures naturels représentant le caractère fractal.

Notre méthode de diagnostic proposé est basé sur une approche de classification où les vecteurs de caractéristiques sont extraits d'images X-Ray, puis utilisés comme entrée du classifieur pour distinguer les patients ostéoporotiques des sujets sains.

Au cours de cette thèse, nous avons proposé plusieurs travaux basés sur l'analyse fractale visant le diagnostic de l'ostéoporose. Certains de ces travaux ont utilisé le classificateur k -NN (K plus proches voisins), et d'autres ont utilisé le classificateur SVM (Machines à vecteurs de support).

Les résultats obtenus à partir des différentes approches proposées (Le meilleur résultat obtenu est autour de 97%) ont prouvé la pertinence de l'analyse fractale appliquée aux images radiographiques osseuses pour le diagnostic de l'ostéoporose, ce qui est très important pour les applications cliniques et peut ouvrir une grande opportunité pour le diagnostic automatique des maladies osseuses.

En résumé, nous avons réalisé au cours de cette thèse les prochaines contributions :

- Une méthode pour évaluer les méthodes de synthèse en mbf 2D à l'aide d'une ap-

proche de classification, l'approche proposée est ensuite appliquée aux images X-Ray de l'os pour le diagnostic de l'ostéoporose.

- Une approche pour la classification des signaux mBf en utilisant le classificateur K-nn, une distance entre les PDF des signaux mBf a été développée. Cette approche est validée sur des images synthétiques de mBf, ainsi que sur des images radiographiques de l'os visant le diagnostic de l'ostéoporose.
- Une méthode de diagnostic de l'ostéoporose basée sur l'analyse fractale utilisant le modèle mBf associé à certaines méthodes de transformation, nous avons combiné l'analyse fractale avec des transformations de fréquence ainsi que des transformations en ondelettes.

Perspectives

Les travaux de cette thèse ouvrent également une porte sur certaines idées en perspective. Certaines de ces idées de perspective sont présentées dans les lignes suivantes :

- Examiner l'utilisation des techniques de segmentation avant d'effectuer la classification sur les images radiographiques afin de détecter les régions d'image affectées par des détériorations de la micro-architecture osseuse, La sélection de ces zones peut améliorer l'exactitude de la classification.
- Combiner l'analyse fractale sur les images osseuses avec des informations cliniques relatives à la santé de l'os. Cette combinaison est justifiée par le fait que les maladies osseuses telles que l'ostéoporose sont liées à deux facteurs : le premier est la quantité osseuse (les informations cliniques sur l'os donne une idée sur la quantité osseuse), et le deuxième facteur est l'organisation de la micro-architecture osseuse (évaluée par l'analyse d'image d'os).
- Extension des méthodes proposées sur des grandes bases de données d'images X-Ray de l'os, et les évaluer également sur d'autres types d'os dans le corps humain.
- Évaluer d'autres modèles fractales, tels que le multi-mouvement brownien fractionnaire (m-mBf).

Annexes

Les courbes ROC (Receiver Operating Characteristics) constituent un moyen de rapporter les performances d'un test ou d'une technique de classification. Celles-ci fonctionnent sur les problèmes de classification binaire (2 groupes), tels que la détection de maladie. Plusieurs fois, une situation non binaire peut être modifiée pour examiner le problème dans un format binaire.

A.1 Construction du courbe ROC

Figure A.1 illustre une situation binaire typique : toutes les données que vous recevez seront classées dans l'une des deux distributions. Les deux distributions sont les deux courbes en cloche ci-dessous. Considérons la courbe de gauche comme étant des patients "non malade" et la courbe de droite, comme des patients "malade".

La ligne verticale passant par les courbes représente le seuil utilisé par le classifieur pour définir la classe d'un point de données. Ainsi, les données situées à gauche de la ligne seraient classées comme "non malade", et les données situées à droite seraient classées comme "malade". Du fait que ces courbes se chevauchent, vous verrez certaines données mal classées - à la fois des faux positifs et des faux négatifs.

Vous noterez que cette décision de "malade" ou de "non malade" dépend uniquement de cette ligne verticale, ou seuil.

Ainsi, selon l'endroit où cette ligne de seuil est fixée par nous, nous obtiendrions des valeurs différentes pour TP, FP, FN, TN. En calculons (*Sensibilité*) et ($1 - \textit{Spécificité}$) à travers différents seuils, nous pouvons tracer une courbe ROC comme indiqué dans la figure A.1.

Les valeurs de *Sensibilité* et $1 - \textit{Spécificité}$ sont calculés par :

$$\textit{Sensibilité} = \frac{TP}{TP + FN}. \quad (\text{A.1})$$

$$1 - \textit{Spécificité} = \frac{FP}{FP + TN}. \quad (\text{A.2})$$

Avec :

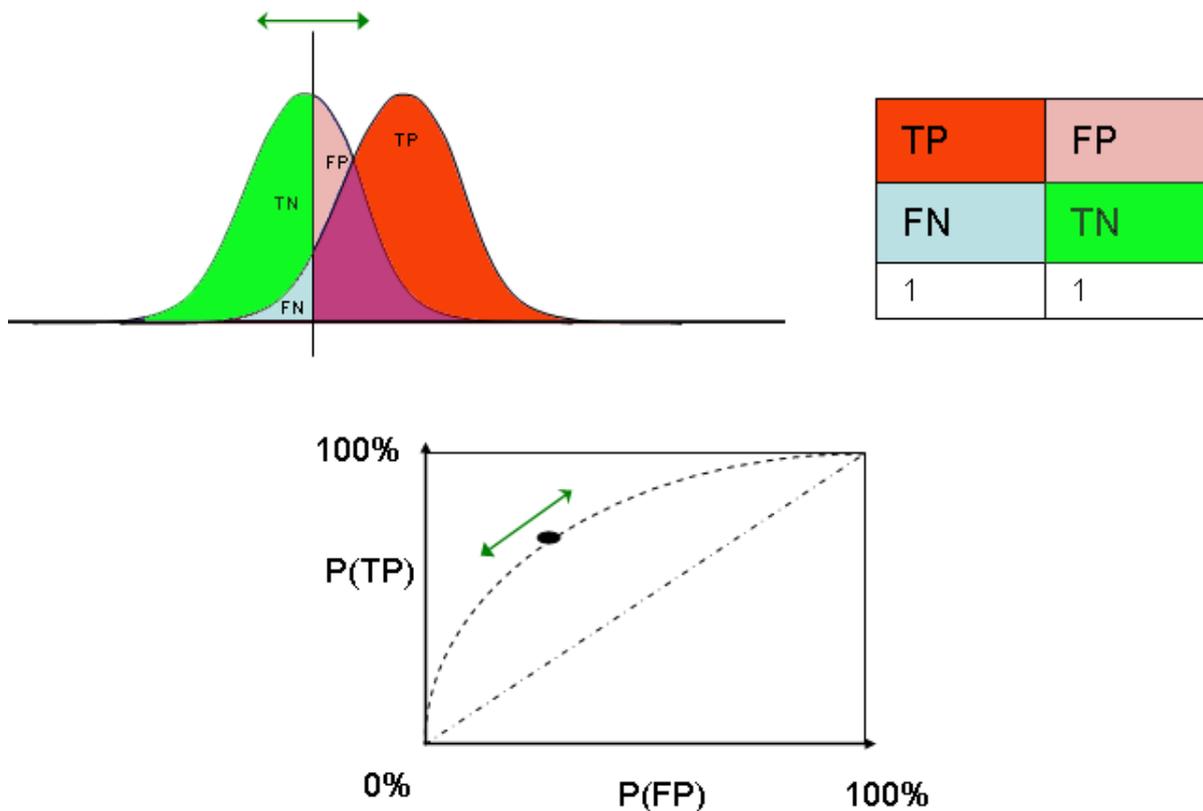


FIGURE A.1 – Construction du courbe ROC

TP : vrai positif, FP : faux positif, FN : faux négatif, TN : vrai négatif.

A.2 AUC

A.2.1 Calcul de AUC (Area under curve)

La valeur de AUC est obtenue en calculant la surface sous la courbe ROC. Le calcul de la surface s'effectue à l'aide de deux méthodes couramment utilisées :

- Une méthode non paramétrique basée sur la construction de trapèzes sous la courbe en tant qu'approximation de surface.
- Une méthode paramétrique utilisant un estimateur de vraisemblance maximale pour ajuster une courbe lisse aux points de données.

Les deux méthodes donnent une estimation de la surface sous la courbe ROC, qui est la valeur de AUC.

A.2.2 Intérprétation de AUC

La valeur de AUC obtenue par le classifieur pour un modèle donné, sert comme mesure d'évaluation d'exactitude du modèle. Un excellent modèle a une AUC proche de 1, ce qui signifie qu'il a une bonne mesure de séparabilité. Un modèle médiocre a une AUC proche de 0, ce qui signifie que sa séparabilité est la pire mesure. En fait, cela signifie que le résultat est réciproque. Il prédit que les 0 sont des 1 et les 1 sont des 0. Et lorsque l'AUC est de 0,5, cela signifie que le modèle n'a aucune capacité de séparation de classe. Les figures A.2, A.3, A.4 et A.5 montrent les cas possibles de AUC selon les performances de discrimination du modèle.

Lorsque deux courbes ne se chevauchent pas du tout (AUC=1), c'est une situation idéale.

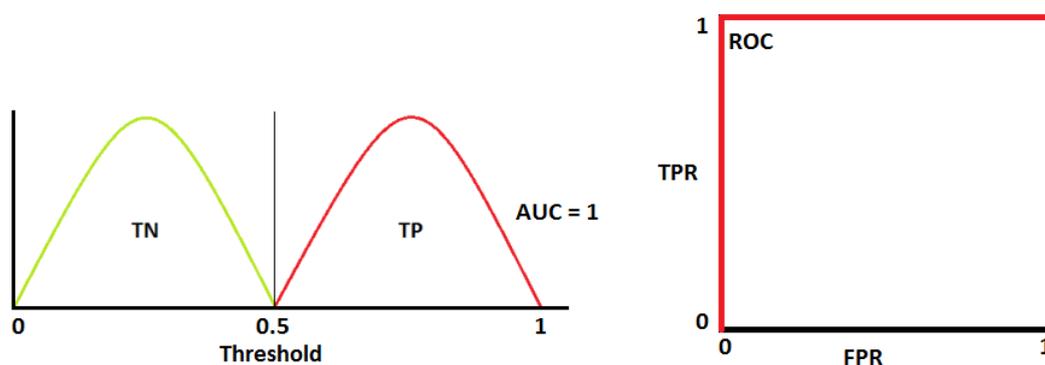


FIGURE A.2 – Courbe ROC (AUC=1)

Cela signifie que le modèle offre une mesure idéale de la séparabilité. Il est parfaitement capable de faire la distinction entre classe positive et classe négative (figure A.2).

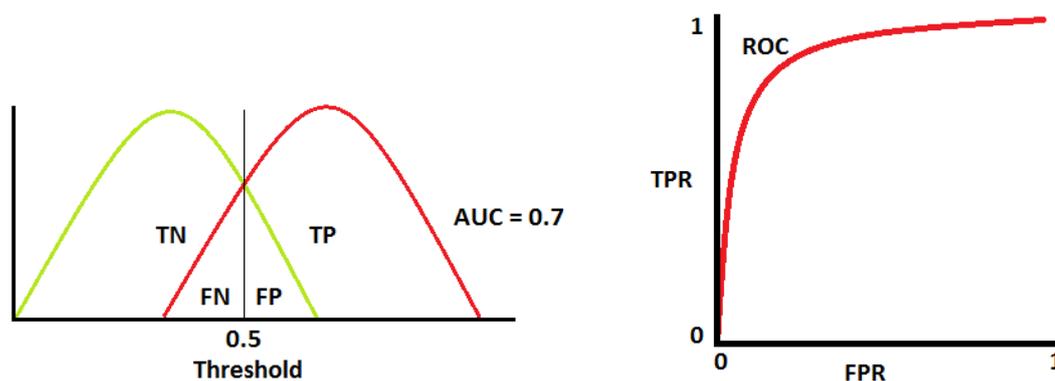


FIGURE A.3 – Courbe ROC (AUC=0.7)

Lorsque deux distributions se chevauchent, (par exemple : AUC= 0.7, cela signifie qu'il y a 70% de chances que le modèle puisse faire la distinction entre classe positive et classe négative (figure A.3)).

Lorsque l'AUC est approximativement égal à 0.5, le modèle ne dispose d'aucune capacité de discrimination, permettant de faire la distinction entre classe positive et classe

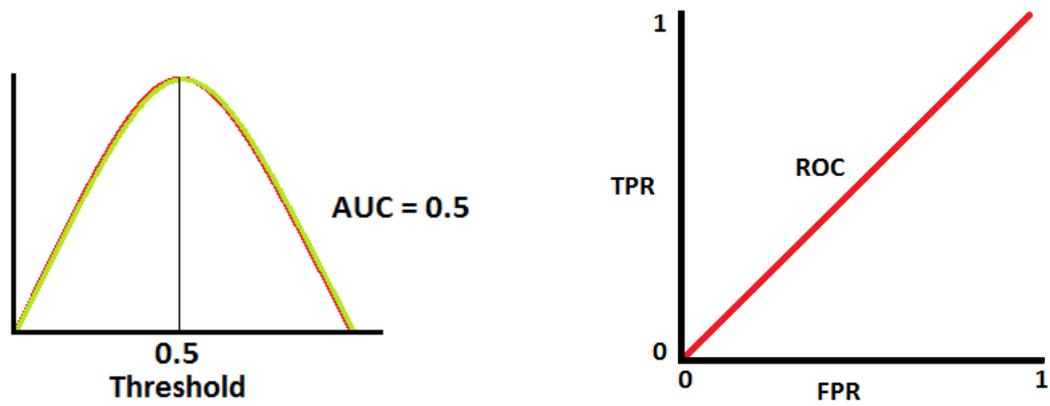


FIGURE A.4 – Courbe ROC (AUC=0.5)

négative (figure A.4).

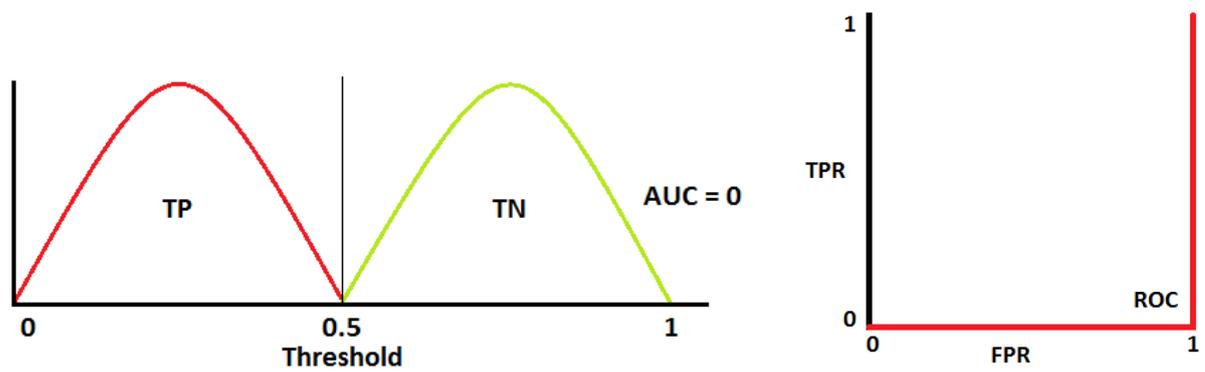


FIGURE A.5 – Courbe ROC (AUC=0)

Lorsque AUC est approximativement égal à 0, le modèle inverse les classes. Cela signifie que le modèle prédit la classe négative en tant que classe positive et inversement (figure A.5).

Les travaux réalisés dans ce mémoire ont été valorisés dans les publications suivantes :

B.1 Revues internationales

- EL HASSOUNI Mohammed, TAFRAOUTI Abdessamad, TOUMI Hechmi, et al. **Fractional brownian motion and rao geodesic distance for bone x-ray image characterization**. IEEE journal of biomedical and health informatics (**Impact Factor=3.850**), 2017, vol. 21, no 5, p. 1347-1359.
- TAFRAOUTI Abdessamad, EL HASSOUNI Mohammed, et JENNANE Rachid. **Evaluation of fractional Brownian motion synthesis methods using the SVM classifier**. Biomedical Signal Processing and Control (**Impact Factor=2.943**), 2019, vol. 49, p. 48-56.

B.2 Conférences nationales et internationales

- TAFRAOUTI Abdessamad, EL HASSOUNI Mohammed, TOUMI Hechmi, et al. **Osteoporosis diagnosis using fractal analysis and support vector machine**. In : 2014 Tenth International Conference on Signal-Image Technology and Internet-Based Systems. IEEE, 2014. p. 73-77.
- TAFRAOUTI Abdessamad, EL HASSOUNI Mohammed, TOUMI Hechmi, et al. **Osteoporosis diagnosis using steerable pyramid decomposition and fractional Brownian motion**. In : 2015 International Conference on Image Processing Theory, Tools and Applications (IPTA). IEEE, 2015. p. 309-312.
- TAFRAOUTI Abdessamad, EL HASSOUNI Mohammed, TOUMI Hechmi, et al. **Osteoporosis diagnosis using frequency separation and fractional Brownian motion**. In : 2017 International Conference on Wireless Networks and Mobile Communications (WINCOM). IEEE, 2017. p. 1-4.
- TAFRAOUTI Abdessamad, et EL HASSOUNI Mohammed . **Méthodes d'analyse**

- de texture.** In : (JDTIC'14), ENSIAS-Rabat Maroc, 19 et 20 Juin 2014.
- TAFRAOUTI Abdessamad, et EL HASSOUNI Mohammed . **Osteoporosis diagnosis using fBm modelization.** In : 1^{ere} édition des journées SIGnal, image, Multimédia et Applications (SIGMA), Fès-Maroc, 21-22 Décembre 2016.
- TAFRAOUTI Abdessamad, et EL HASSOUNI Mohammed . **Classification des images médicales.** In : Journée URAC-Maroc, Rabat, 28 Novembre 2015.
- Nasser Yassine, Tafraouti Abdessamad, El Hassouni Mohammed, Toumi Hechmi, Hedi Bedoui Mohamed, Lespessailles Eric et Jennane Rachid. (2016). **DIAGNOSTIC DE L'OSTÉOPOROSE EN UTILISANT L'AUTO-ENCODEUR PROFOND AVEC SVM.** HUITIEME WORKSHOP AMINA 2016 "Applications Médicales de l'Informatique : Nouvelles Approches", Al Monastir, Tunisia.



BIBLIOGRAPHIE

- Amari, S.-I. (1985). *Differential-Geometrical Methods in Statistics (Lecture Notes in Statistics 28)*. Springer.
- Atkinson, C. and Mitchell, A. F. S. (1981). Rao's distance measure. *Sankhya : The Indian Journal of Statistics, Series A (1961-2002)*, 43(3) :345–365.
- Benhamou, C., Lespessailles, E., Jacquet, G., Harba, R., Jennane, R., Loussot, T., Tourliere, D., and Ohley, . (1994). Fractal organization of trabecular bone images on calcaneus radiographs. *Journal of Bone and Mineral Research*, 9(12) :1909–1918.
- Benhamou, C., Poupon, S., Lespessailles, E., Loiseau, S., Jennane, R., Siroux, V., Ohley, W., and Pothuaud, L. (2001). Fractal analysis of radiographic trabecular bone texture and bone mineral density : two complementary parameters related to osteoporotic fractures. *J Bone Miner Res*, 16(4) :697–704.
- Borowska, M., Szarmach, J., and Oczeretko, E. (2015). Fractal texture analysis of the healing process after bone loss. *Computerized Medical Imaging and Graphics*, 46 :191–196.
- Bredensteiner, E. J. and Bennett, K. P. (1999). Multicategory classification by support vector machines. *Computational Optimization and Applications*, 12(1) :53–79.
- Brunet-Imbault, B., Lemineur, G., Chappard, C., Harba, R., and Benhamou, C.-L. (2005). A new anisotropy index on trabecular bone radiographic images using the fast fourier transform. *BMC medical imaging*, 5(1) :4.
- Burbea, J. and Rao, C. R. (1982). Entropy differential metric, distance and divergence measures in probability spaces : A unified approach. *Journal of Multivariate Analysis*, 12(4) :575–596.
- Burrus, C. S., Gopinath, R. A., and Guo, H. (1998). *Introduction to wavelets and wavelet transforms : a primer*. Prentice Hall.
- Caligiuri, P., Giger, M. L., and Favus, M. (1994). Multifractal radiographic analysis of osteoporosis. *Medical physics*, 21(4) :503–508.
- Calvo, M. and Oller, J. (1990). A distance between multivariate normal distributions based in an embedding into the siegel group. *Journal of Multivariate Analysis*, 35(2) :223–242.

- Čencov, N. N. (1982). *Statistical decision rules and optimal inference*, volume 53 of *Translations of Mathematical Monographs*. American Mathematical Society. Translation from the Russian edited by Lev J. Leifman.
- Cheridito, P. (2003). Arbitrage in fractional brownian motion models. *Finance and Stochastics*, 7(4) :533–553.
- Cherifi, D., Beghdadi, A., and Belbachir, A. (2008). A multiscale and multi-orientation contrast enhancement method for digital mammography. In *Communications, Control and Signal Processing, 2008. ISCCSP 2008. 3rd International Symposium on*, pages 312–315.
- Chui, C. K. (1992). *An Introduction to Wavelets*. Academic Press Professional, Inc.
- Collins J.J., D. L. C. (1994). Upright, correlated random walks : A statisticalbiomechanics approach to the human postural control system. *Chaos*, 5 :57–63.
- Cortes, C. and Vapnik, V. (1995). Support-vector networks. *Machine Learning*, 20(3) :273–297.
- Cosman, F., de Beur, S. J., LeBoff, M. S., Lewiecki, E. M., Tanner, B., Randall, S., and Lindsay, R. (2014). Clinician’s guide to prevention and treatment of osteoporosis. *Osteoporosis International*, 25(10) :2359–2381.
- Cover, T. and Hart, P. (January 1967). Nearest neighbor pattern classification. *IEEE Trans. Inf. Theor.*, 13(1) :21–27.
- Daubechies, I. (1992). *Ten Lectures on Wavelets*. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Dillenseger, J.-P. (2011). *Atlas D’anatomie Générale et Radiologique*. ELSEVIER-MASSON, elsevier-masson edition.
- El Hassani, A. S., El Hassouni, M., Houam, L., Rziza, M., Lespessailles, E., and Jennane, R. (2012). Texture analysis using dual tree m-band and rényi entropy. application to osteoporosis diagnosis on bone radiographs. In *2012 9th IEEE International Symposium on Biomedical Imaging (ISBI)*, pages 1487–1490. IEEE.
- Elliott, R. J. and Van der Hoek, J. (2003). A general fractional white noise theory and applications to finance. *Mathematical Finance*, 13(2) :301–330.
- Emer, M. Ö., İnce, S., and Arslan, N. (2016). *Bone Mineral Densitometry : Measurement and Evaluation Methods*, pages 197–212. Springer International Publishing, Cham.
- Fisz, M. and Bartoszynski, R. (1963). *Probability theory and mathematical statistics*. Wiley New York.
- Förstner, W. and Moonen, B. (1999). A metric for covariance matrices. In Krumm, F. and Schwarze, V. S., editors, *Festschrift for Erik W. Grafarend on the occasion of his 60th birthday*.

- Frontier, S. (1987). Applications of fractal theory to ecology. In *Develoments in numerical ecology*, pages 335–378. Springer.
- Gmachowski, L. (2015). Fractal model of anomalous diffusion. *European Biophysics Journal*, 44(8) :613–621.
- Granger, C. (1966). Application of the typical spectral shape of an economic variable. *Econometrica*, 34 :150–161.
- Gray, H. (1913). *Anatomy, descriptive and applied*. Lea & Febiger.
- Gregory, J. S., Stewart, A., Undrill, P. E., Reid, D. M., and Aspden, R. M. (2004). Identification of hip fracture patients from radiographs using fourier analysis of the trabecular structure : a cross-sectional study. *BMC medical imaging*, 4(1) :4.
- Harrar, K., Hamami, L., Akkoul, S., Lespessailles, E., and Jennane, R. (2012). Osteoporosis assessment using multilayer perceptron neural networks. In *2012 3rd International Conference on Image Processing Theory, Tools and Applications (IPTA)*, pages 217–221. IEEE.
- Harrar, K., Hamami, L., Lespessailles, E., and Jennane, R. (2013a). Piecewise whittle estimator for bone radiograph characterization. *Bomedical Signal Processing and Control*, 8(6) :657–666.
- Harrar, K., Hamami, L., Lespessailles, E., and Jennane, R. (2013b). Piecewise whittle estimator for trabecular bone radiograph characterization. *Biomedical Signal Processing and Control*, 8(6) :657–666.
- Harrar, K., Hamami, L., Lespessailles, E., and Jennane, R. (2013c). Piecewise whittle estimator for trabecular bone radiograph characterization. *Biomedical Signal Processing and Control*, 8(6) :657 – 666.
- Harrar, K., Jennane, R., Zaouchi, K., Janvier, T., Toumi, H., and Lespessailles, E. (2018a). Oriented fractal analysis for improved bone microarchitecture characterization. *Biomedical Signal Processing and Control*, 39 :474–485.
- Harrar, K., Jennane, R., Zaouchi, K., Janvier, T., Toumi, H., and Lespessailles, E. (2018b). Oriented fractal analysis for improved bone microarchitecture characterization. *Biomedical Signal Processing and Control*, 39 :474 – 485.
- Hassouni, M. E., Taфраouti, A., Toumi, H., Lespessailles, E., and Jennane, R. (2017). Fractional brownian motion and rao geodesic distance for bone x-ray image characterization. *IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics*, 21(5) :1347–1359.
- Hastings, H. M. and Sugihara, G. (1993). Fractals. a user’s guide for the natural sciences. *Oxford Science Publications, Oxford, New York : Oxford University Press,| c1993*.
- Heeger, D. and Bergen, J. (1995). Pyramid-based texture analysis/synthesis. In *Image Processing, 1995. Proceedings., International Conference on*, volume 3, pages 648–651 vol.3.

- Heneghan, C., Lowen, S. B., and Teich, M. C. (1996). Two-dimensional fractional brownian motion : wavelet analysis and synthesis. In *Proceeding of Southwest Symposium on Image Analysis and Interpretation*, pages 213–217.
- Hou, T.-H. and Pern, M.-D. (1999). A computer vision-based shape-classification system using image projection and a neural network. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 15(11) :843–850.
- Houam, L., Hafiane, A., Boukrouche, A., Lespessailles, E., and Jennane, R. (2014a). One dimensional local binary pattern for bone texture characterization. *Pattern Analysis and Applications*, 17(1) :179–193.
- Houam, L., Hafiane, A., Boukrouche, A., Lespessailles, E., and Jennane, R. (2014b). One dimensional local binary pattern for bone texture characterization. *Pattern Anal. Appl.*, 17(1) :179–193.
- Houam, L., Hafiane, A., Jennane, R., Boukrouche, A., and Lespessailles, E. (2010). Trabecular bone anisotropy characterization using 1d local binary patterns. In *ACIVS (1)*, pages 105–113.
- Hsu, C.-W. and Lin, C.-J. (2002). A comparison of methods for multiclass support vector machines. *IEEE transactions on Neural Networks*, 13(2) :415–425.
- Huber, M., Carballido-Gamio, J., Fritscher, K., Schubert, R., Haenni, M., Hengg, C., Majumdar, S., and Link, T. (2009). Development and testing of texture discriminators for the analysis of trabecular bone in proximal femur radiographs. *Medical physics*, 36(11) :5089–5098.
- Jennane, R., Harba, R., Bonami, A., Lespessailles, E., Earnshaw, R., and Riley, E. (2011). Two extensions of fractional brownian motion. application to trabecular bone radiographs. *Brownian Motion : Theory, Modelling and Applications*, pages 291–312.
- Jennane, R., Harba, R., and Jacquet, G. (1996). Quality of synthesis and analysis methods for fractional brownian motion. In *Digital Signal Processing Workshop Proceedings, 1996., IEEE*, pages 307–310.
- Jennane, R., Harba, R., Lemineur, G., Bretteil, S., Estrade, A., and Benhamou, C. L. (2007). Estimation of the 3d self-similarity parameter of trabecular bone from its 2d projection. *Medical Image Analysis*, 11(1) :91–98.
- Jennane, R., Ohley, W. J., Majumdar, S., and Lemineur, G. (2001). Fractal analysis of bone x-ray tomographic microscopy projections. *IEEE Trans. Med. Imaging*, 20(5) :443–449.
- Kaplan, L. M. and Kuo, C. J. (1996). An improved method for 2D self-similar image synthesis. *IEEE Trans. Image Processing*, 5(5) :754–761.
- Karaplis, A. C. (2002). Chapter 3 - embryonic development of bone and the molecular regulation of intramembranous and endochondral bone formation. In Bilezikian, J. P.,

- Raisz, L. G., and Rodan, G. A., editors, *Principles of Bone Biology (Second Edition)*, pages 33 – IV. Academic Press, San Diego, second edition edition.
- Kendall, M. G. (1938). A new measure of rank correlation. *Biometrika*, 30(1/2) :81–93.
- Kestener, P., Lina, J. M., Saint-Jean, P., and Arneodo, A. (2001). Wavelet-based multifractal formalism to assist in diagnosis in digitized mammograms. *Image Analysis and Stereology*, 20(3) :169–174.
- Khalil, A., Joncas, G., Nekka, F., Kestener, P., and Arneodo, A. (2006). Morphological analysis of h i features. ii. wavelet-based multifractal formalism. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 165(2) :512–550.
- Kingsbury, N. (2001). Complex wavelets for shift invariant analysis and filtering of signals. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 10(3) :234–253.
- Kuklinski, W., Chandra, K., and U .E. Ruttimann, R. L. (1989). Application of fractal texture analysis to segmentation of dental radiographs spie. *Medical Imaging III : Image Processing*, 5 :111–117.
- Kullback, S. and Leibler, R. (1951). On information and sufficiency. *Annals of Mathematical Statistics*, 22(1) :79–86.
- Lam, N. S. N. and De Cola, L. (1993). *Fractals in geography*. Prentice Hall.
- Lane, N. E. (2001). *The Osteoporosis Book : A Guide for patients and their families*. Oxford University Press.
- Lau, W.-C., Erramilli, A., Wang, J. L., and Willinger, W. (1995). Self-similar traffic generation : the random midpoint displacement algorithm and its properties. In *Communications, 1995. ICC '95 Seattle, 'Gateway to Globalization', 1995 IEEE International Conference on*, volume 1, pages 466–472 vol.1.
- Lee, Y., Lin, Y., and Wahba, G. (2004). Multicategory support vector machines, theory, and application to the classification of microarray data and satellite radiance data. *Journal of the American Statistical Association*, 99 :67–81.
- Lenglet, C., Rousson, M., Deriche, R., and Faugeras, O. (2006). Statistics on the manifold of multivariate normal distributions : Theory and application to diffusion tensor mri processing. *J. Math. Imaging Vis.*, 25(3) :423–444.
- Lespessailles, E., Gadois, C., Kousignian, I., Neveu, J., Fardellone, P., Kolta, S., Roux, C., Do-Huu, J., and Benhamou, C. (2008). Clinical interest of bone texture analysis in osteoporosis : a case control multicenter study. *Osteoporosis International*, 18 :1019–1028.
- Lespessailles, E., Gadois, C., Lemineur, G., Do-Huu, J., and Benhamou, L. (2007). Bone texture analysis on direct digital radiographic images : precision study and relationship with bone mineral density at the os calcis. *Calcified Tissue International*, 80(2) :97–102.

- Lespessailles, E., Jacquet, G., Harba, R., Jennane, R., Lousot, T., Viala, J.-F., and Benhamou, C.-L. (1996). Anisotropy measurements obtained by fractal analysis of trabecular bone at the calcaneus and radius. *Revue du rhumatisme (English ed.)*, 63(5) :337–343.
- Liu, J. and Moulin, P. (2001). Information-theoretic analysis of interscale and intrascale dependencies between image wavelet coefficients. *IEEE Transactions on Image Processing*, 10(11) :1647–1658.
- Lomax, O., Bates, M. L., and Whitworth, A. P. (2018). Modelling the structure of star clusters with fractional brownian motion. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 480(1) :371–380.
- Longo, G. and Montévil, M. (2014). *Scaling and Scale Symmetries in Biological Systems*, pages 23–73. Springer Berlin Heidelberg.
- Lundahl, T., Ohley, W. J., Kay, S. M., and Siffert, R. (1986). Fractional brownian motion : A maximum likelihood estimator and its application to image texture. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 5 :152–161.
- Mahalanobis and Chandra, P. (2012). On the generalised distance in statistics. In *Proceedings of the National Institute of Sciences of India 2*, pages 49–55.
- Mandelbrot, B. (1982). The fractal geometry of. *Nature*, pages 394–397.
- Mandelbrot, B. B. and Van Ness, J. W. (1968). Fractional brownian motions, fractional noises and applications. *SIAM Review*, 10(4) :422–437.
- Marieb, E. N. (1999). *Anatomie et Physiologie humaines*. De Boeck Université.
- Marks, S. C. and Odgren, P. R. (2002). Chapter 1 - structure and development of the skeleton. In Bilezikian, J. P., Raisz, L. G., and Rodan, G. A., editors, *Principles of Bone Biology (Second Edition)*, pages 3 – 15. Academic Press, San Diego, second edition edition.
- Maybank, S. J., Ieng, S., and Benosman, R. (2012). A fisher-rao metric for paracatadioptric images of lines. *Int. J. Comput. Vision*, 99(2) :147–165.
- Menéndez, M., Morales, D., Pardo, L., and Salicr  n, M. (1995). Statistical tests based on geodesic distances. *Applied Mathematics Letters*, 8(1) :65 – 69.
- Nagelkerke, N. J. D. (1991). A note on a general definition of the coefficient of determination. *Biometrika*, 78(3) :691–692.
- NIH (2001). NIH consensus development panel. osteoporosis prevention, diagnosis, and therapy. *JAMA*, 285(6) :785–795.
- Nijweide, P., Burger, E., and Klein-Nulend, J. (2002). Chapter 6 - the osteocyte. In Bilezikian, J. P., Raisz, L. G., and Rodan, G. A., editors, *Principles of Bone Biology (Second Edition)*, pages 93 – 107. Academic Press, San Diego, second edition edition.

- Ollivier, M., Le Corroller, T., Blanc, G., Parratte, S., Champsaur, P., Chabrand, P., and Argenson, J.-N. (2013). Radiographic bone texture analysis is correlated with 3d microarchitecture in the femoral head, and improves the estimation of the femoral neck fracture risk when combined with bone mineral density. *European journal of radiology*, 82(9) :1494–1498.
- Oulhaj, H., Rziza, M., Amine, A., Toumi, H., Lespessailles, E., Hassouni, M. E., and Jennane, R. (2017a). Anisotropic discrete dual-tree wavelet transform for improved classification of trabecular bone. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 36(10) :2077–2086.
- Oulhaj, H., Rziza, M., Amine, A., Toumi, H., Lespessailles, E., Jennane, R., and Hassouni, M. E. (2017b). Trabecular bone characterization using circular parametric models. *Biomedical Signal Processing and Control*, 33 :411 – 421.
- Parkinson, I. and Fazzalari, N. (1994). Cancellous bone structure analysis using image analysis. *Australasian physical & engineering sciences in medicine*, 17(2) :64–70.
- Plourde, S. M., Marin, Z., Smith, Z. R., Toner, B. C., Batchelder, K. A., and Khalil, A. (2016). Computational growth model of breast microcalcification clusters in simulated mammographic environments. *Computers in Biology and Medicine*, 76 :7 – 13.
- Pothuaud, L., Lespessailles, E., Harba, R., Jennane, R., Royant, V., Eynard, E., and Benhamou, C. (1998). Fractal analysis of trabecular bone texture on radiographs : discriminant value in postmenopausal osteoporosis. *Osteoporos Int*, 8(6) :618–25.
- Rao, C. R. (1945). Information and the accuracy attainable in the estimation of statistical parameters. *Bull. Calcutta Math. Soc.*
- Rényi, A. (1960). On measures of information and entropy. *Proceedings of the 4th Berkeley Symposium on Mathematics, Statistics and Probability*, pages 547–561.
- Rényi, A. (1961). On measures of entropy and information. pages 547–561. University of California Press.
- Rolland, Y., Van Kan, G. A., Benetos, A., Blain, H., Bonnefoy, M., Chassagne, P., Jeandel, C., Laroche, M., Nourhashemi, F., Orcel, P., et al. (2008). Frailty, osteoporosis and hip fracture : causes, consequences and therapeutic perspectives. *The Journal of Nutrition Health and Aging*, 12(5) :a319–a330.
- Salmi El Boumnini El Hassani, A., El Hassouni, M., Houam, L., Rziza, M., Lespessailles, E., and Jennane, R. (2012). Texture analysis using dual tree m-band and rényi entropy. application to osteoporosis diagnosis on bone radiographs. In *IEEE ISBI*, pages 1487–1490.
- Simoncelli, E., Freeman, W., Adelson, E., and Heeger, D. (1992). Shiftable multiscale transforms. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 38(2) :587–607.
- Sokolova, M. and Lapalme, G. (2009). A systematic analysis of performance measures for classification tasks. *Inf. Process. Manage.*, 45(4) :427–437.

- Spearman, C. (1904). The proof and measurement of association between two things. *American Journal of Psychology*, 15 :88–103.
- Srivastava, A. (2007). Riemannian analysis of probability density functions with applications in vision. In *Proc. IEEE Computer Vision and Pattern Recognition CVPR*, pages 1–8.
- Stein, M. L. (2002). Fast and exact simulation of fractional brownian surfaces. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 11(3) :587–599.
- Stoksik, M. A., Lane, R. G., and Nguyen, D. T. (1994). Accurate synthesis of fractional brownian motion using wavelets. *Electronics Letters*, 30(5) :383–384.
- Tafraouti, A., Hassouni, M. E., Toumi, H., Lespessailles, E., and Jennane, R. (2014). Osteoporosis diagnosis using fractal analysis and support vector machine. In *Tenth International Conference on Signal-Image Technology and Internet-Based Systems, SITIS 2014, Marrakech, Morocco, November 23-27, 2014*, pages 73–77.
- Tafraouti, A., Hassouni, M. E., Toumi, H., Lespessailles, E., and Jennane, R. (2015). Osteoporosis diagnosis using steerable pyramid decomposition and fractional brownian motion. In *International Conference on Image Processing Theory, Tools and Applications, IPTA , Orleans, France, November 10-13, 2015*, pages 309–312.
- Takahashi, N., Udagawa, N., Takami, M., and Suda, T. (2002). Chapter 7 - cells of bone : Osteoclast generation. In Bilezikian, J. P., Raisz, L. G., and Rodan, G. A., editors, *Principles of Bone Biology (Second Edition)*, pages 109 – 126. Academic Press, San Diego, second edition edition.
- Touvier, J., Winzenrieth, R., Johansson, H., Roux, J., Chaintreuil, J., Toumi, H., Jennane, R., Hans, D., and Lespessailles, E. (2015). Fracture discrimination by combined bone mineral density (bmd) and microarchitectural texture analysis. *Calcified tissue international*, 96(4) :274–283.
- Unser, M. (2000). Splines : A perfect fit for signal processing. In *10th European Signal Processing Conference*.
- Verdoolaege, G. and Scheunders, P. (2011). Geodesics on the manifold of multivariate generalized gaussian distributions with an application to multicomponent texture discrimination. *International Journal of Computer Vision*, 95(3) :265–286.
- White, T. D. and Folkens, P. A. (2005). *The human bone manual*. Elsevier.
- Whittle, P. (1953a). Estimation and information in stationary time series. *Arkiv för Matematik*, 2(5) :423–434.
- Whittle, P. (1953b). Estimation and information in stationary time series. *Arkiv for Matematik*, 2(5) :423–434.

- Woloszynski, T., Podsiadlo, P., Stachowiak, G. W., and Kurzynski, M. (2010). A signature dissimilarity measure for trabecular bone texture in knee radiographs. *Medical Physics*, 37(5).
- Wu, Q., Schulze, M., and Castleman, K. (1998). Steerable pyramid filters for selective image enhancement applications. In *Circuits and Systems, 1998. ISCAS '98. Proceedings of the 1998 IEEE International Symposium on*, volume 5, pages 325–328 vol.5.
- Yi, W.-J., Heo, M.-S., Lee, S.-S., Choi, S.-C., Huh, K.-H., and Lee, S.-P. (2007). Direct measurement of trabecular bone anisotropy using directional fractal dimension and principal axes of inertia. *Oral Surgery, Oral Medicine, Oral Pathology, Oral Radiology, and Endodontology*, 104(1) :110–116.
- Zhou, C., Gao, C., and Huang, J. (2013). Fractal surface synthesis based on two dimensional discrete fourier transform. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 26(6) :1101–1108.

Résumé :

Les images biomédicales sont au cœur de la science médicale - des images du corps humain qui aident à comprendre la nature des systèmes biologiques humains-. Ces images peuvent être au niveau moléculaire ou des images d'organes complets, de systèmes d'organes et de parties du corps. Ces images sont d'énormes sources d'information et, comme toute autre source d'information, il faut les exploiter et les analyser pour ouvrir la voie à une meilleure compréhension.

Au cours des dernières années, le domaine de l'imagerie médicale a exigé que le rôle du traitement d'image peut contribuer à faciliter la tâche des médecins en améliorant la qualité des données médicales et, dans plusieurs cas, à permettre le diagnostic précoce de certaines maladies.

Dans cette thèse, nous travaillons sur une application médicale du traitement d'images, elle consiste en le diagnostic de l'ostéoporose, qui est une maladie osseuse liée à la qualité et la quantité de tissus osseux. Nous avons pour objectif d'analyser les radiographies des images de l'os du calcanéum à l'aide d'une approche d'analyse fractale. Le modèle fractal utilisé est le mouvement brownien fractionnaire qui est un modèle stochastique fractale caractérisé par un paramètre Hurst $H \in [0-1]$. Ce modèle a été évalué sur les images radiographiques de los avec les classifieur K-nn et SVM. Les taux de bons classification obtenus (allant jusqu'à 97%) prouvent l'efficacité des approches proposés à base d'analyse fractale.

Mots-clefs : Imagerie médicale, analyse fractale, mouvement brownien fractionnaire, Ostéoporose, X-Ray, Classification, diagnostique.

Abstract :

Biomedical images are at the heart of medical science - images of the human body that help to understand the nature of human biological systems-. These images can be at the molecular level or images of complete organs, organ systems and body parts. These images are enormous sources of information and, like any other source of information, they must be exploited and analyzed to open the way to a better understanding. In the last few years, the field of medical imaging has required that the role of image processing can help to facilitate the work of physicians by improving the quality of medical data and, in many cases, allowing the early diagnosis of certain diseases. In this thesis, we are working on a medical application of image processing, it consists of the diagnosis of osteoporosis, which is a bone disease linked to quality and quantity of bone tissue. Our goal is to analyze radiographic images of calcaneus bone using a fractal analysis approach. The used fractal model is the fractional Brownian motion which is a fractal stochastic model characterized by a parameter Hurst $H \in [0-1]$. This model has been evaluated on Bone X-Ray images with K-nn and SVM classifiers. The good classification rates obtained (up to 97%) proved the effectiveness of the proposed approaches based on fractal analysis.

Keywords: Medical imaging, fractal analysis, fractional Brownian motion, Osteoporosis, X-Ray, classification, diagnosis.