

THESE

En vue de l'obtention du : **DOCTORAT**

Structure de Recherche : Equipe de Science de la Matière et du Rayonnement (ESMAR) / Centre de Recherche d'Energie : Equipe de Semi-Conducteurs et Technologie des Capteurs pour l'Environnement

Discipline : Physique

Spécialité : Génie électrique et électronique

Présentée et soutenue le 08/02/2020 par :

Zeyneb BELGANCHE

**Couplage D'une Onde Plane Avec Une Ligne Multifilaire Chargée
Linéairement Et Placée Au-dessus D'un Sol Stratifié à Deux
Couches**

JURY

Pr.Laarbi LAANAB	PES Faculté des Sciences, Université Mohammed V de Rabat	Président
Pr.Abderrahman MAAOUNI	PES Faculté des Sciences, Université Mohammed V de Rabat	Encadrant de thèse
Pr.Ahmed MZERD	PES Faculté des Sciences, Université Mohammed V de Rabat	Co-encadrant de thèse
Pr.Abdelkader BOULEZHAR	PES Faculté des Sciences Aïn Chock, Université Hassan II, Casablanca	Rapporteur/ Examineur
Pr.Najem HASSANAIN	PES Faculté des Sciences, Université Mohammed V de Rabat	Rapporteur/ Examineur

Année Universitaire : 2019/2020

Résumé

La ligne de transmission de puissance placée à l'air libre au-dessus du sol stratifié imparfait comprenant plusieurs couches, est sujet à des perturbations électromagnétiques, ce qui conduit à des anomalies de fonctionnement qui peuvent aller même jusqu'à la destruction du système électronique. Ces nuisances ainsi que la stratification du sol ont un impact sur les lignes de transmission multifilaires. Le travail présenté dans cette thèse vise à estimer les perturbations causées par les impulsions électromagnétiques sur une ligne aérienne en présence d'un sol stratifié à deux couches. L'onde perturbatrice est supposée une onde plane de polarisation quelconque. La formulation du problème d'interaction onde-ligne avec charges linéaires dans le domaine fréquentiel a été abordée dans le cadre de l'approche quasi-TEM moyennant le modèle d'Agrawal et l'analyse modale usuelle. L'effet des différents paramètres électriques du sol sur le courant transitoire induit dans la ligne a été également traité pour les polarisations verticale et horizontale de l'onde incidente. Enfin, un modèle d'un sol homogène équivalent à un sol stratifié à deux couches a été mis en évidence à partir la minimisation de la différence entre les intégrands des intégrales associées aux courants de déplacement et de conduction dans les sols homogène et stratifié.

Mots-clefs : Onde plane, ligne de transmission Multifilaire, polarisation quelconque, sol stratifié, quasi-TEM, potentiels de Hertz, fils fins , modèle Agrawal, Analyse modale

Abstract

The Power transmission line located in the air above the imperfect stratified media composed by several layers is subjected to electromagnetic waves disturbances, which leads to malfunction or permanent damage and destruction of the electronic system. The nuisances and the stratification of the soil have an impact on multiple conductor transmission line. In this thesis, the work presented aims to estimate the disturbances caused by the electromagnetic pulses on a Multiconductor transmission line above a two layer stratified earth. The disturbing wave is assumed to be an electromagnetic plane wave with an arbitrary polarization. The formulation in the frequency domain of the wave-line coupling with linear charges interaction problem was developed by adopting the quasi-TEM approximation using the Agrawal model and the usual modal analysis. The effect of the different electrical parameters of the ground on the transient current induced in the line was also treated for the vertical and horizontal polarizations of the incident plane wave. Finally, a model of a homogeneous soil equivalent to a two-layer stratified soil was highlighted from the minimization of the difference between the integrands of the integrals representing conduction and the displacement current losses in the homogeneous and stratified earth.

Key Words : Plane wave, Multiconductor transmission line, Arbitrary polarization, Stratified earth, Quasi-TEM, Hertz Potential, Infinite thin wires, Agrawal model, Modal analysis

Dédicaces

Aux prunelles de mes yeux, à mes deux princesses chéries Yasmine et Alya,

A ma chère mère, amie, confidente et amour éternel, je ne te remercierais jamais assez,

A mon cher père, mon idole, pour son support indéfectible, amour et prières,

A mon cher mari pour son aide et sa patience,

A mon cher frère Omar pour son amour et soutien inconditionnel,

A mon cher frère Bassam pour ses encouragements,

Avant-propos

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été effectués dans l'équipe de Science de la Matière et du Rayonnement (ESMAR) et le centre de recherche d'énergie : équipe de Semi-Conducteurs et technologie des capteurs pour l'environnement à la faculté des sciences, Université Mohammed V de Rabat sous la direction des professeurs Abderrahman MAAOUNI et Ahmed MZERD.

A travers ces lignes, je voudrais exprimer ma profonde gratitude au Professeur Abderrahman MAAOUNI de la Faculté des Sciences, Université Mohammed V de Rabat, pour le travail colossal qu'il a effectué avec moi tout au long de ces années de thèse. Sa disponibilité, sa bienveillance, ses encouragements ainsi que sa motivation permanente m'ont permis d'aller de l'avant et de mener à terme ce travail. Une chose est sûre, ce travail n'aurait jamais pu être accompli sans son aide continuelle et précieuse. Je ne le remercierai jamais assez, sa générosité est sans égale.

Je voudrais exprimer ma profonde reconnaissance au Professeur Ahmed MZERD de la Faculté des Sciences, Université Mohammed V de Rabat, d'avoir accepté de codiriger mon travail et d'avoir toujours répondu présent à chaque fois que je l'ai sollicité. J'ai pu, grâce à ses conseils judicieux et son indulgence, conduire ce travail.

Je tiens aussi à remercier sincèrement et profondément le Professeur Larbi LAANAB de la Faculté des Sciences, Université Mohammed V de Rabat, de m'avoir fait l'honneur d'accepter de présider le jury de ma thèse.

J'adresse mes sincères remerciements au Professeur Abdelkader BOULEZHAR de la Faculté des Sciences Aïn Chock, Université Hassan II Casablanca, d'avoir bien voulu accepter de juger ce travail en tant qu'examinateur et rapporteur et ce malgré ses innombrables occupations.

Je voudrais également remercier chaleureusement le Professeur Najem HASSANAIN de la Faculté des Sciences , Université Mohammed V de Rabat, de m'avoir fait l'honneur d'accepter de juger ce travail de thèse et de faire partie des membres du jury de mon mémoire en tant qu'examinateur et rapporteur.

Abstract

The Power transmission line located in the air above the imperfect stratified media composed by several layers is subjected to electromagnetic waves disturbances, which leads to malfunction or permanent damage and destruction of the electronic system. The nuisances and the stratification of the soil have an impact on multiple conductor transmission line.

In this thesis, the work presented aims to estimate the disturbances caused by the electromagnetic pulses on a multiconductor transmission line above a two layer stratified earth. The disturbing wave is assumed to be an electromagnetic plane wave with an arbitrary polarization. The formulation in the frequency domain of the wave-line coupling with linear charges interaction problem was developed by adopting the quasi-TEM approximation using the Agrawal model and the usual modal analysis. The effect of the different electrical parameters of the ground on the transient current induced in the line was also treated for the vertical and horizontal polarizations of the incident plane wave.

Finally, a model of a homogeneous soil equivalent to a two-layer stratified soil was highlighted from the minimization of the difference between the integrands of the integrals representing conduction and the displacement current losses in the homogeneous and stratified earth.

Key words : Plane wave, Multiconductor transmission line, arbitrary polarization, stratified earth, quasi-TEM, Hertz Potential, infinite thin wires, Agrawal model, modal analysis

Résumé

La ligne de transmission de puissance placée à l'air libre au-dessus du sol stratifié imparfait comprenant plusieurs couches, est sujet à des perturbations électromagnétiques, ce qui conduit à des anomalies de fonctionnement qui peuvent aller même jusqu'à la destruction du système électronique. Ces nuisances ainsi que la stratification du sol ont un impact sur les lignes de transmission multifilaires.

Le travail présenté dans cette thèse vise à estimer les perturbations causées par les impulsions électromagnétiques sur une ligne aérienne en présence d'un sol stratifié à deux couches. L'onde perturbatrice est supposée une onde plane de polarisation quelconque. La formulation du problème d'interaction onde-ligne avec charges linéaires dans le domaine fréquentiel a été abordée dans le cadre de l'approche quasi-TEM moyennant le modèle d'Agrawal et l'analyse modale usuelle. L'effet des différents paramètres électriques du sol sur le courant transitoire induit dans la ligne a été également traité pour les polarisations verticale et horizontale de l'onde incidente.

Enfin, un modèle d'un sol homogène équivalent à un sol stratifié à deux couches a été mis en évidence à partir la minimisation de la différence entre les intégrants des intégrales associées aux courants de déplacement et de conduction dans les sols homogène et stratifié.

Mots clés : Onde plane, ligne de transmission Multifilaire, polarisation quelconque, sol stratifié, quasi-TEM, potentiels de Hertz, fils fins , modèle Agrawal, Analyse modale

Table des matières

Avant-propos	i
Abstract	iii
Résumé	iv
Table des matières	1
Liste des figures	3
Liste des Tableaux	5
Liste des symboles importants	7
Liste des Acronymes	9
Introduction Générale	10
1 Chapitre 1 : Couplage d'une onde plane avec une ligne de transmission Multiconducteur chargée linéairement et placée au-dessus d'un sol homogène avec pertes	14
1.1 Introduction	15
1.2 Equations des télégraphistes	16
1.2.1 Cas d'un seul conducteur imparfait au-dessus d'une terre homogène avec pertes	17
1.2.2 Cas d'une ligne de transmission Multiconducteur au-dessus d'un sol homogène avec pertes	29
1.3 Analyse de la réponse des équations de couplage pour la ligne Multiconducteur dans le domaine temps	39
Conclusion	45
2 Chapitre 2 : Champ Electrique Réfléchi avec polarisation quelconque au-dessus d'une terre stratifiée à deux couches	47
2.1 Introduction	48
2.2 Détermination des composantes du Champ électrique Réfléchi	48
2.2.1 Cas de polarisation Horizontale (Champ électrique normal au plan d'incidence)	53
2.2.2 Cas de polarisation Verticale (Champ électrique parallèle au plan d'incidence)	57
2.3 Méthode des matrices chaines : calcul des coefficients de réflexion pour une polarisation verticale et horizontale	60
2.4 Cas de polarisation quelconque (parallèle & Normal) au plan d'incidence)	64
2.4.1 Calcul des coefficients de réflexions pour une polarisation quelconque	64
2.5 Applications Numériques et conclusions	66
Conclusion	78
3 Chapitre 3 : Modèle équivalent d'une terre Stratifiée à deux couches à une terre Homogène	81
3.1 Introduction	82
3.2 Modélisation de la ligne de transmission Multiconducteur au-dessus d'une terre stratifiée à deux couches	83
3.2.1 Calcul des paramètres linéiques de la ligne de transmission Multiconducteur au-dessus d'une terre stratifiée à deux couches	84

3.3	Calcul de la Permittivité et la conductivité équivalentes du sol homogène équivalent .	90
3.4	Calcul Numérique	96
	Conclusion.....	102
4	Chapitre 4 : Couplage d'une onde électromagnétique plane avec une ligne chargée linéairement au-dessus d'un sol stratifié à deux couches avec pertes	103
4.1	Introduction	104
4.2	Statuer le problème : Mise en équation.....	105
4.3	Evaluation des courants de charge	110
4.4	Résultats numériques	113
	Conclusion.....	118
	Conclusion générale	119
	Perspectives Futures	122
	Annexes	123
	Bibliographie.....	141

Liste des figures

Figure 1: Modèle équivalent d'une portion infinitésimale d'une ligne unifilaire au-dessus d'un sol avec pertes. La ligne est agressée par une IEM.....	17
Figure 2:Ligne unifilaire au-dessus d'un sol homogène avec pertes et excitée par une onde électromagnétique	17
Figure 3: Circuit équivalent d'une ligne unifilaire à conducteur unique de longueur L et excitée par une onde électromagnétique	21
Figure 4: Définition des angles d'incidence θ et ϕ . $E\phi$ est perpendiculaire au plan d'incidence, $E\theta$ est dans le plan d'incidence . $\gamma\mathbf{0}$ vecteur d'onde incident.....	25
Figure 5:Ligne Multiconducteur chargée linéairement, placée au-dessus d'une terre homogène et excitée par une onde plane	29
Figure 6:Géométrie transversale de la ligne Multiconducteur au-dessus d'une terre homogène.....	29
Figure 7: Définition des distances $\rho_{ij} \pm$	31
Figure 8: Impédances de charges aux deux extrémités de la ligne Multiconducteur excitée par une onde électromagnétique.....	36
Figure 9: Effet de la conductivité du sol sur le courant induit à l'extrémité de la ligne bifilaire ($z=L$) pour une polarisation verticale et une polarisation quelconque	40
Figure 10:Effet de la longueur de la ligne sur le courant induit à la sortie de la ligne bifilaire ($z=L$) pour une polarisation verticale et une polarisation quelconque.	41
Figure 11: Impact des rayons des conducteurs sur la réponse transitoire à l'extrémité de la ligne à ($z=L$) pour une polarisation verticale et une polarisation quelconque	42
Figure 12:Impact de la hauteur h par rapport au sol sur le courant induit dans la ligne bifilaire à son extrémité ($z=L$) pour une polarisation verticale et quelconque.....	43
Figure 13: Configuration géométrique d'une onde incidente au-dessus d'une terre stratifiée avec perte comprenant deux strates	49
Figure 14:Configuration géométrique d'une réflexion multiple d'une terre stratifiée comprenant deux couches	49
Figure 15:Configuration géométrique d'une polarisation horizontale	52
Figure 16:Configuration géométrique d'une polarisation verticale.....	56
Figure 17: Sol stratifié sous forme d'une ligne de transmission équivalente.....	60
Figure 18: Tension et courant à l'entrée et à la sortie d'un tronçon de la ligne de transmission équivalente	61
Figure 19: Comportement du champ électrique suivant y et z au-dessus d'un sol stratifié à deux couches pour différentes valeurs de la profondeur de la strate supérieure $d = (0m, 6m, 20m)$	67
Figure 20: Comparaison du comportement du champ électrique suivant y et z au-dessus d'un sol stratifié à deux couches pour différentes valeurs de la profondeur de la 1 ^{ère} couche ($d = (0, 6, 20)(m)$) quand $\sigma_1 > \sigma_2$ et $\sigma_2 > \sigma_1$ pour $\eta = 60^\circ \& 0^\circ$	69
Figure 21:Comparaison du comportement du champ électrique suivant y et z au-dessus d'un sol stratifié à deux couches pour différentes valeurs de la permittivité ($\epsilon r_1 > \epsilon r_2$) et ($\epsilon r_1 < \epsilon r_2$)) quand $\sigma_1 > \sigma_2$ et $\sigma_1 < \sigma_2$ pour une polarisation quelconque et verticale $\eta = 60^\circ \& 0^\circ$	71
Figure 22: comparaison du comportement du champ électrique suivant y et z au-dessus d'un sol stratifié à deux couches pour différentes valeurs de l'angle d'incidence pour $\sigma_1 > \sigma_2$ ($\theta=10^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 80^\circ$) quand la polarisation est quelconque est $\eta=30^\circ \& 60^\circ$ (a),(b),(c),(d).Cas spécial polarisation verticale (e),(f).	73

Figure 23: Comparaison du comportement du champ électrique suivant y et z en considérant différentes distances séparant la ligne multiconducteur du sol stratifié à deux couches pour des conductivités $\sigma_1 > \sigma_2$ et $\sigma_1 < \sigma_2$ quand la polarisation est quelconque $\eta = 60^\circ$ ainsi que verticale $\eta = 0^\circ$	76
Figure 24: Circuit équivalent différentiel de la ligne de transmission.....	84
Figure 25: Géométrie de la structure N- conducteurs de la ligne placée au-dessus d'une terre stratifiée	85
Figure 26: Abscisses et poids de la quadrature IMT-Legendre.....	94
Figure 27: Variation en fonction de la fréquence pour la terre stratifiée et la terre homogène équivalente (a) Pertes par courant de déplacement (b) Partie réelle des pertes par conduction (c) Partie imaginaire des pertes par conduction	96
Figure 28: $G^{(h,s)}$ et $J^{(h,s)}$ en fonction de la fréquence pour différentes valeurs du rapport de la conductivité de la première strate σ_1 sur la deuxième strate σ_2 : $\zeta = 2$ et $\zeta = 0.5$	98
Figure 29: $G^{(h,s)}$ et $J^{(h,s)}$ en fonction de la fréquence pour différentes valeurs de la perméabilité dans la strate 1 et 2 $\mu r_1 = 1.2$; $\mu r_2 = 1$	100
Figure 30: $G^{(h,s)}$ et $J^{(h,s)}$ en fonction de la fréquence pour différentes valeurs de la perméabilité dans la strate 1 et 2 $\mu r_1 = 1$; $\mu r_2 = 1.2$	100
Figure 31: Ligne de transmission Multiconducteur chargée linéairement au-dessus d'un sol stratifié à deux couches	105
Figure 32: Géométrie de la ligne de transmission Multiconducteur placée au-dessus d'une terre stratifiée à 2 couches	106
Figure 33: courants et tensions induits dans le système Multiconducteur au-dessus d'une terre stratifiée à 2 couches	109
Figure 34: Courant induit dans une ligne de transmission à deux conducteurs placée au-dessus d'une terre stratifiée à 2 couches : (a) Courant induit dans la ligne pour $l=20m$ pour différentes valeurs de la profondeur d de la première strate ($d=0m, 2m, 5m, \infty$). (b), (c) et (d) représentent le courant dans la ligne à la position $z = 0$, pour une polarisation verticale, horizontale et quelconque de l'onde incidente. 114	
Figure 35: Courant induit dans une ligne de transmission à deux conducteurs placée au-dessus d'une terre stratifiée à 2 couches pour une polarisation quelconque de l'onde incidente (a), (b) courant induit dans la ligne pour $z=l=20m$ pour différentes valeurs de la conductivité de la première et 2 ^{ème} strate, (c) (d) (e), (f) courant induit pour différentes valeurs de permittivités, hauteurs et longueurs de ligne. ...	116

Liste des Tableaux

Tableau 1: Zéros et poids du Polynôme de Legendre $P_n(x)$ pour 24 points ainsi que les abscisses de la quadrature IMT-Legendre	93
---	----

Liste des symboles importants

h : hauteur

l : longueur de la ligne

d : distance

∇ : Vecteur gradient

σ : conductivité du milieu

σ_0 : conductivité à l'air

ε : permittivité du milieu

ε_0 : permittivité à l'air libre

j : unité imaginaire avec $j = \sqrt{-1}$

ω : fréquence angulaire

γ : constante de propagation

λ : longueur d'onde

v : vitesse de l'onde

α : constante d'atténuation de l'onde

β : Constante de phase de l'onde

E : vecteur du champ électrique

H : vecteur d'intensité du champ magnétique

B : Induction magnétique

J : Vecteur densité de courant

D : Vecteur déplacement

n : indice de refraction du sol

θ : Angle d'incidence de l'onde plane

ϕ : Angle d'élévation de l'onde plane

η : Impédance intrinsèque

δ : Angle de polarisation de l'onde plane

Γ_v : Coefficient de réflexion de Fresnel pour une polarisation verticale

Γ_h : Coefficient de réflexion de Fresnel pour une polarisation horizontale

J_0, J_1 : Fonctions de Bessel de premier degré

E_0 : Amplitude du champ électrique

H_0 : Amplitude du champ magnétique

Z_0, Z_l : Charges linéaires aux extrémités de la ligne

Z_c : Impédance caractéristique de la ligne

ρ_1, ρ_2 : Coefficients de réflexion aux extrémités de la ligne

L : Inductance de la ligne

C : Capacitance de la ligne

Z_w : Impédance interne du conducteur

E_θ : Composante de polarisation verticale de l'onde plane

E_ϕ : Composante de polarisation horizontale de l'onde plane

Liste des Acronymes

(CEM) : Compatibilité électromagnétique

(CLE) : Communication par ligne électrique

(LT) : Théorie de la ligne de transmission

(IEM) : Impulsion électromagnétique

(OP) : Onde Plane

(TEM) : Transversal électromagnétique

(BLT) : Baum, Liu et Tesche

(SMC) : Sol Multi Couches

Introduction Générale

L'analyse des systèmes de communication permet d'évaluer leurs comportements face à des perturbations électromagnétiques externes. Ces perturbations peuvent être provoquées par plusieurs facteurs dont les impulsions électromagnétiques (**IEM**) illuminant les systèmes de transmission de puissance qui par ailleurs est un sujet important de recherche [1] [2] [3]. La sensibilité des dispositifs électroniques des réseaux électriques face aux interférences électromagnétiques a accru l'intérêt porté aux courants et tensions transitoires se propageant dans la ligne de transmission vue leur importance à évaluer l'interaction du stimulus externe (**IEM**) avec les systèmes électriques [4]. Le courant et la tension transitoires induits dans ces lignes de transmission peuvent atteindre de grandes valeurs et entraîner un dysfonctionnement éventuel ou des dommages permanents au système électronique et électrique (quand la tension induite dépasse le seuil de la tension de protection de l'appareil). Ces dommages considérables peuvent être constatés sur les lignes de transmission Multiconducteur. C'est pour cela que dans le but de maîtriser les interactions entre un système et son environnement électromagnétique qu'on a axé notre recherche entre autre sur les principaux sujets cités ci-dessous :

- La Compatibilité électromagnétique (**CEM**) [5]
- La communication par courants porteurs (**CPL**)

En effet, on ne peut pas s'intéresser à la compatibilité électromagnétique sans toutefois ne pas procéder à l'analyse d'un problème d'une importance primordiale qui n'est autre que le couplage du champ électromagnétique avec une ligne aérienne Multiconducteur.

Pour notre cas la ligne est supposée chargée linéairement et placée au-dessus d'un sol stratifié constitué de deux couches, la première ayant une conductivité finie en-dessous de laquelle

vient une deuxième couche qui tend vers l'infini. Cette analyse permettra ainsi de réduire les signaux parasites par la mise en place des dispositifs de protection nécessaires pour ce fait.

De nombreuses recherches ont été effectuées concernant les problèmes liés au couplage du champ électromagnétique avec la ligne de transmission dans le domaine temporel [6] [7] [8] ainsi que dans le domaine fréquentiel [3] [9] où l'approximation quasi-TEM est déployée dans la plupart de ces travaux [10] [11] [12]. La littérature a longtemps considéré que le sol et les conducteurs étaient parfaits or ce n'est pas le cas, d'où la nécessité d'inclure les pertes dans les conducteurs ainsi que dans le sol. Ces pertes se traduisent au niveau des paramètres linéiques de la ligne de transmission, c'est pour cela qu'une détermination effective de ces derniers est impérative vu leurs importances à présager la réponse des lignes de transmission face aux illuminations externes. En effet, la détermination des paramètres linéiques de la ligne de transmission Multiconducteur dépendants de la fréquence permet d'évaluer l'impact des perturbations électromagnétiques sur la ligne. Chacun des paramètres peut être divisé en deux intégrales, le premier relatif aux pertes par courant de déplacement dans le sol et le deuxième par rapport aux pertes par courant de conduction. L'évaluation numérique de ces intégrales nécessite un temps conséquent en terme de temps machine d'où l'obligation de développer leurs expressions analytiques.

Il faut savoir que lorsqu'il s'agit de Multiconducteurs placés au-dessus du sol, il est plus que recommandé de formuler le problème dans le domaine fréquentiel vu que c'est plus facile de développer les équations décrivant les pertes dans le sol, les effets de propagation dans la ligne et le couplage fil à fil et par la suite les convertir vers le domaine temporel à l'aide de la transformée inverse de Fourier.

Dans le premier chapitre, le couplage d'une onde plane [13] de polarisation quelconque à une ligne de transmission Multiconducteur dans le domaine fréquentiel a été présenté tout en

adoptant l'approximation quasi-TEM et en supposant que la ligne de transmission est liée à un réseau de charges linéaires et placée au-dessus d'une terre homogène [14].présentant des pertes. La formulation des équations différentielles régissant la propagation dans la ligne de transmission Multiconducteur « MTL » a été développée par l'intégration des équations de Maxwell [15]en prenant comme base la ligne unifilaire [16] [17] [18] [19] pour les généraliser par la suite pour le cas d'une ligne Multiconducteur.

Après avoir utilisé la méthode de la décomposition modale pour le calcul des courants et tensions induits aux extrémités de la ligne Multiconducteur. Nous avons pu obtenir la réponse transitoire de la ligne Multiconducteur illuminée par une onde électromagnétique plane de polarisation quelconque grâce à la transformée inverse de Fourier à partir de la réponse fréquentielle. Aussi on a pu calculer les coefficients de réflexion au niveau des charges qui permettent de régler les problèmes liés au couplage.

Le deuxième chapitre est consacré au calcul du champ électrique réfléchi à partir d'une terre stratifiée comprenant deux couches horizontales, chaque strate à des paramètres électriques différents. On a supposé que l'onde incidente sur la surface air-sol est une onde électromagnétique plane de polarisation quelconque. On a pu voir l'impact du sol imparfait sur le champ électrique qui est la somme du champ diffusé et du champ appliqué. Ce dernier étant la somme du champ incident et du champ réfléchi à chaque milieu. On a pu explorer en s'appuyant sur les résultats numériques, l'influence de différents paramètres du sol sur l'amplitude et la durée de la forme de l'onde transitoire du champ électrique.

Quant au troisième chapitre, on a adopté l'approximation quasi-TEM et utilisé les potentiels de Hertz afin d'établir les équations du champ électromagnétique dû à la distribution filiforme de courant au-dessus d'un sol et on a pu calculer les paramètres linéiques de la ligne de

transmission Multiconducteur à savoir l'impédance série et l'admittance shunt dans le cas d'un sol stratifié à deux couches.

On a également développé une nouvelle méthode pour obtenir un modèle de sol homogène équivalent à partir d'un sol stratifié incluant deux couches horizontales. Les paramètres électriques équivalents définissant le sol équivalent ont été calculés grâce à une méthode de minimisation précise et efficace. L'efficacité et la précision de notre modèle proposé est vérifiée par le biais des résultats numériques développés dans le chapitre 3.4.

Finalement, pour le quatrième chapitre on a traité le couplage d'une onde plane à polarisation quelconque (verticale ou horizontale) avec une structure Multiconducteur chargée linéairement à ses extrémités et placée au-dessus d'un sol stratifié avec pertes comprenant deux couches. La première couche est d'une épaisseur finie au-dessus d'une couche semi infinie. En se basant sur l'expression générale des équations des télégraphistes et en utilisant la méthode de la décomposition modale, on a pu calculer les tensions et courants transitoire se trouvant aux extrémités de la ligne. En effet, le fait d'utiliser le modèle généralisé de Papadopoulos [20] pour le calcul de l'impédance série et de l'admittance shunt par unité de longueur de la ligne, qui inclut dans ses expressions les pertes liés à la conduction et aussi les pertes relatives au déplacement du courant dans la terre stratifiée, confirme l'efficacité de notre méthode utilisée pour l'évaluation du courant transitoire [21] [6] [22] [2] induit dans la ligne. Le développement numérique effectué à la fin de ce chapitre, permet de constater que le courant circulant dans la ligne peut être influencé par plusieurs facteurs relatifs au sol stratifié ainsi que ceux se rapportant à l'impulsion électromagnétique.

1 Chapitre 1: Couplage d'une onde plane avec une ligne de transmission Multiconducteur chargée linéairement et placée au-dessus d'un sol homogène avec pertes

1.1 Introduction

Dans ce chapitre, on a choisi d'appliquer la théorie de la ligne de transmission (**LT**) [23] vu son efficacité quant aux problèmes liés au couplage du champ électromagnétique avec la ligne de transmission [13] [24], qui depuis des années, constitue un sujet important de recherche [25]. Au 19^{ème} siècle, Heaviside a pu développer l'approximation classique des lignes de transmission (**LT**) ainsi que les équations des télégraphistes. Par la suite Taylor, Satterwhite et Harrison [26] ont inclus la présence du champ électromagnétique d'excitation externe dans les équations générales de (**LT**). Ces équations ont été appliquées dans le but de résoudre un grand nombre de problèmes traitant les interactions des ondes (**IEM**) avec les lignes électriques. Plusieurs raisons dont l'augmentation permanente des perturbations à fréquence de plus en plus élevée ainsi que l'utilisation davantage des hautes fréquences relatives au fonctionnement des dispositifs électroniques, ont conduits à l'élaboration de l'approximation généralisé de (**LT**). Cette dernière prend en compte les effets du rayonnement à haute fréquence tout en préservant la simplicité de ses équations. Il faut savoir que l'adoption de cette approche nécessite au préalable la prise en compte de plusieurs hypothèses notamment le fait de considérer que les dimensions transversales de la ligne sont très faibles par rapport à la longueur d'onde ce qui implique que la propagation se fait tout au long de l'axe de la ligne. Une autre hypothèse qui doit être prise en compte est le fait de considérer que la somme des courants dans la ligne est égale à zéro à n'importe quelle section transversale de la ligne, cette hypothèse est satisfaite si le sol a une conductivité infinie. Sans oublier la dernière hypothèse qui suppose que la réponse de la ligne aux champs électromagnétiques couplés est quasi-TEM, ce qui veut dire plus explicitement, que le champ électromagnétique produit par les charges électriques et les courants le long de la ligne est confiné dans le plan transversal et perpendiculaire à l'axe de la ligne.

Le mode quasi-TEM est adopté généralement quand on a affaire à différentes inhomogénéités :

- ✓ Dans le diélectrique (non parfait)
- ✓ Dans le sol (non homogène)

Mais aussi quand on a affaire à des conducteurs représentant des pertes relativement faibles et que les dimensions transversales de la ligne sont beaucoup plus petites par rapport à la longueur d'onde. Dans notre cas, pour pouvoir évaluer l'influence de l'onde plane sur les systèmes électroniques ayant comme élément fondamental de connexion les lignes de transmission. On procèdera tout d'abord par une brève étude de la ligne de transmission. Cette dernière, supposée placée au-dessus d'un sol homogène avec pertes et reliée à un réseau de charges linéaires. L'approche couramment utilisée est la théorie de la ligne de transmission (LT) citée précédemment, où la ligne est représentée par une série de sections élémentaires, chacune de ces sections est supposée illuminée progressivement par le champ d'excitation électromagnétique. Pour pouvoir déterminer le comportement de systèmes complexes sujets à des excitations externes [27] [28], l'objectif premier est la détermination des courants et tensions induits aux extrémités de la ligne de transmission. Pour cela on doit commencer par développer les équations des télégraphistes dérivées à partir des équations de Maxwell pour le cas d'un conducteur unique et par la suite les généraliser pour le cas d'une ligne Multiconducteur.

1.2 Equations des télégraphistes

Il faut savoir que le raisonnement utilisé pour le développement des équations de couplage relatives aux lignes de transmission constituées de conducteurs parfaits avec une onde électromagnétique plane de polarisation quelconque au-dessus d'une terre homogène parfaite conductrice ou présentant des pertes est le même pour la mise en

équation de la ligne de transmission dans le cas où on suppose qu'elle comporte plusieurs conducteurs présentant des pertes illuminées par une onde plane externe et située au-dessus d'un sol imparfait homogène. Comme mentionné précédemment, notre but premier est de calculer les tensions et courants circulant dans ces conducteurs. Pour ce faire, on a choisi un passage par le cas d'un conducteur unique pour passer par la suite à une généralisation pour le cas d'une ligne Multiconducteur.

1.2.1 Cas d'un seul conducteur imparfait au-dessus d'une terre homogène avec pertes

On a pu développer les équations différentielles relatives à un conducteur parfait placé au-dessus d'un sol parfaitement conducteur, alors qu'en réalité les conducteurs sont supposés imparfaits ce qui implique la présence d'impédance interne [29] [25], ces conducteurs sont souvent placés au-dessus d'un sol imparfait à conductivité finie. Pour cela, le fait d'inclure l'effet du retour du sol réel par rapport au modèle parfait est primordial. En effet le calcul des tensions et courants induits dans le conducteur par le champ électromagnétique externe doit inclure à la fois dans ses paramètres linéiques les pertes dans le conducteur et dans le sol [30]. Les pertes dues au sol de conductivité finie sont très importantes et affectent le champ électromagnétique et la propagation de la surtension tout au long de la ligne. Le conducteur est caractérisé par une conductivité σ_{ω} et une permittivité ϵ_{ω} et le sol supposé homogène de conductivité σ_g et ϵ_g . Ce modèle définit par la figure ci-dessous présente une portion infinitésimale dz de la ligne.

Le modèle inclut la modélisation de l'excitation (champ externe appliqué) de la ligne sous forme d'une source de tension S'_w

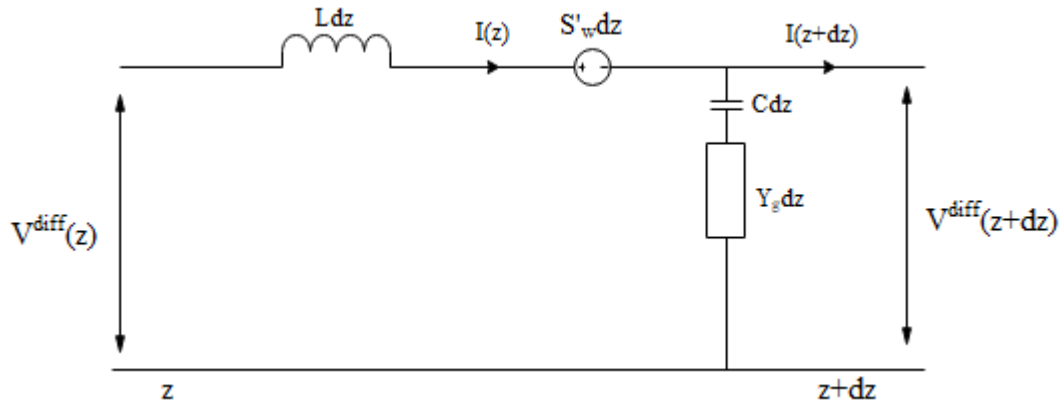


Figure 1: Modèle équivalent d'une portion infinitésimale d'une ligne unifilaire au-dessus d'un sol avec pertes. La ligne est agressée par une IEM

On suppose que la ligne unifilaire de longueur L , placée à une hauteur h au-dessus du sol est liée à ses deux extrémités par les charges linéaires Z_0 et Z_L et excitée par une onde électromagnétique telle que illustrée à la **Figure 2**. Notons que le modèle de la **Figure 1** introduit la tension diffusée V^{diff} qui s'exprime en fonction de la tension $V(z)$ et du champ appliqué conformément au modèle d'Agrawal [22] :

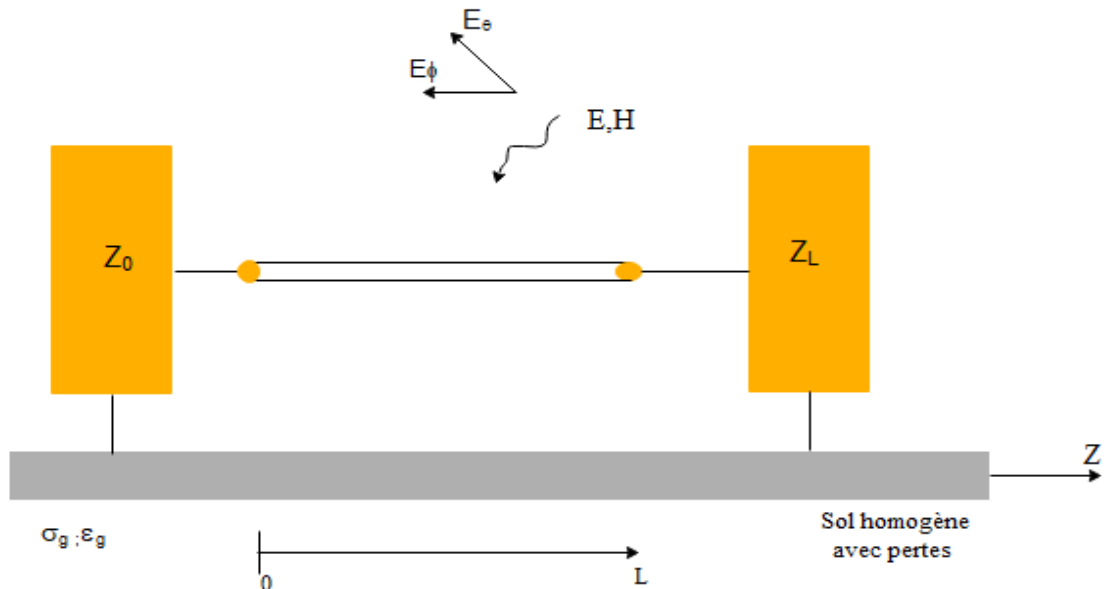


Figure 2: Ligne unifilaire au-dessus d'un sol homogène avec pertes et excitée par une onde électromagnétique

Selon le modèle d'Agrawal, les équations de couplage s'écrivent sous cette forme :

$$\frac{\partial \mathbf{V}^{diff}(z)}{\partial z} + \mathbf{Z}_g I(z) = \mathbf{S}'_\omega \quad (1)$$

$$\frac{\partial I(z)}{\partial z} + \mathbf{Y}_g \mathbf{V}^{diff}(z) = 0 \quad (2)$$

Où $\mathbf{S}'_\omega(z, \omega)$ est une fonction du champ électrique tangentiel appliqué, exprimé comme suit :

$$\mathbf{S}'_\omega(z, \omega) = \mathbf{E}_z^{app}(h, z) - \mathbf{E}_z^{app}(0, z) \quad (3)$$

1.2.1.1 Les paramètres linéiques de la ligne à conducteur unique au-dessus d'un sol avec pertes

La détermination des paramètres linéiques de la ligne à conducteur unique placée au-dessus d'un sol homogène avec pertes nous permet d'évaluer deux choses importantes : l'effet du retour de la terre sur les impédances et admittances [31] ainsi que l'impact des perturbations électromagnétiques sur la ligne.

\mathbf{Z}_g et \mathbf{Y}_g sont respectivement les impédances et admittances de la ligne par unité de longueur [3, 30] et sont calculés à partir de l'équation modale explicitée dans le paragraphe 1.4.2.1 tout en supposant que la constante de propagation transversale dans l'air $\tau_0 = 0$ [32] (Mode quasi-TEM) :

$$\mathbf{Z}_g = -j\omega\mathbf{L} + \mathbf{Z}_\omega - \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \mathbf{J}_Q \quad (4)$$

$$Y_g = \frac{(-j\omega C)Y'_g}{-j\omega C + Y'_g} \text{ avec } Y'_g = -\frac{2\pi j\omega \varepsilon_0}{G_Q} \quad (5)$$

Les deux premiers termes de l'impédance linéique concernent l'influence du sol parfaitement conducteur et l'effet de la conductivité finie du fils conducteur respectivement. Le troisième terme illustre la contribution de la conductivité finie du sol. De même pour l'admittance à part son deuxième terme qui montre l'effet des pertes dans le sol.

Z_ω étant l'impédance interne du conducteur représentant l'effet de la conductivité finie du conducteur exprimé comme suit [25] [33] [32] :

$$Z_\omega = \left(\frac{j\omega\mu_0}{2\pi\gamma_\omega a} \right) \frac{J_0(\gamma_\omega a)}{J_1(\gamma_\omega a)} \quad (6)$$

Avec J_0 et J_1 sont respectivement les fonctions de Bessel [34] d'ordre 0 et 1 quant à γ_ω , elle représente la constante de propagation [35] dans le conducteur $\gamma_\omega = \sqrt{j\omega\mu_0(\sigma_\omega + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_\omega)}$ [36] et ω est la fréquence angulaire.

L , C sont respectivement l'inductance, la capacitance transversale définis par [32] :

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \log\left(\frac{2h}{a}\right) \quad (7)$$

Et en prenant en compte l'approximation des fils fins ($h \gg a$), [25, 33], [37] [38]

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\log\left(\frac{2h}{a}\right)} \quad (8)$$

Pour les intégrales J_Q et G_Q représentant respectivement les pertes dues au courant de conduction dans le sol ainsi qu'au courant de déplacement dans le sol, leurs expressions s'écrivent sous la forme suivante :

$$J_Q = \int_0^{\infty} \frac{e^{-2h\lambda}}{\lambda + \sqrt{\lambda^2 - \gamma_0^2(n^2 - 1)}} d\lambda \quad (9)$$

$$G_Q = \int_0^{\infty} \frac{e^{-2h\lambda}}{n^2\lambda + \sqrt{\lambda^2 - \gamma_0^2(n^2 - 1)}} d\lambda \quad (10)$$

Où $\gamma_0 = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$ est la constante de propagation dans l'air, n est l'indice de réfraction complexe du sol [32].

Il faut savoir que les intégrales ci-dessus s'annulent au cas où le sol est parfaitement conducteur.

Puisque les équations différentielles de couplage comprennent les intégrales ci-dessus dans leurs formules, ce qui rend leur évaluation numérique très compliquée vu que leurs intégrands s'étalent sur un intervalle infini et demandent un temps machine conséquent si on procède à l'application des méthodes d'intégration numérique, d'où la nécessité de développer des approximations analytiques permettant une évaluation simple et rapide de ces équations de couplage [voir paragraphe 1.2.2.2].

1.2.1.2 Solution des équations de couplage d'une ligne à conducteur unique au-dessus d'un sol homogène

Comme mentionné précédemment, nous nous intéressons à la compatibilité électromagnétique d'où l'intérêt de déterminer la réponse aux extrémités de la ligne constituée d'un seul fil de longueur L placé au-dessus d'un sol homogène avec pertes et excité par une onde plane de polarisation quelconque (Cf. **Figure 2**).

On commence par dériver les équations de couplage par rapport à z , on se retrouve avec :

$$\frac{\partial^2 \mathbf{V}^{diff}(z)}{dz^2} - \gamma^2 \mathbf{V}^{diff}(z) = \frac{d\mathbf{S}'_{\omega}}{dz} \quad (11)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{I}(z)}{\partial z^2} - \gamma^2 \mathbf{I}(z) = -Y_g \mathbf{S}'_\omega \quad (12)$$

Où $\gamma = jk_z = \sqrt{\mathbf{Z}_g \mathbf{Y}_g}$ est la constante de propagation de la ligne

En prenant en compte les conditions aux limites aux extrémités du conducteur de longueur L dans la direction de z, les tensions diffusées aux extrémités de la ligne sont comme suit :

$$\mathbf{V}^{diff}(0) = -\mathbf{Z}_0 \mathbf{I}(0) + \int_0^h \mathbf{E}_y^{app}(y, 0) dy \quad (13)$$

$$\mathbf{V}^{diff}(L) = \mathbf{Z}_0 \mathbf{I}(L) + \int_0^h \mathbf{E}_y^{app}(y, L) dy \quad (14)$$

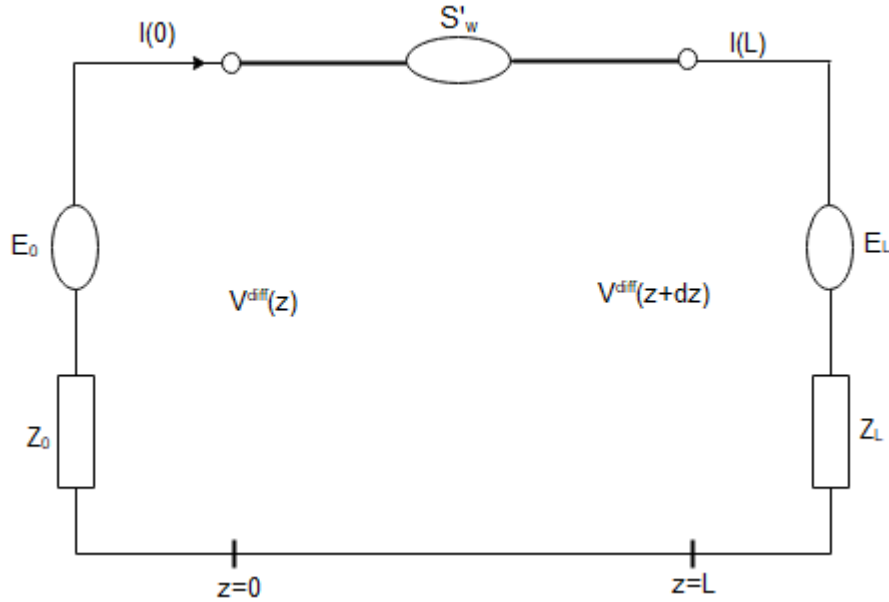


Figure 3: Circuit équivalent d'une ligne unifilaire à conducteur unique de longueur L et excitée par une onde électromagnétique

Compte tenu de la procédure établie dans [33] , la solution générale des équations de couplage devient :

$$\mathbf{V}^{diff}(z) = \mathbf{Z}_c [(A_0 + \mathbf{P}(z))e^{-jk_z z} - (A_1 + \mathbf{Q}(z))e^{jk_z z}] \quad (15)$$

$$I(z) = (A_0 + P(z))e^{-jk_z z} + (A_1 + Q(z))e^{jk_z z} \quad (16)$$

Avec :

$$P(z) = \frac{1}{2Z_c} \int_{z_0}^z e^{jk_z \eta} S'_\omega d\eta \quad (17)$$

$$Q(z) = \frac{1}{2Z_c} \int_z^{z_1} e^{-jk_z \eta} S'_\omega d\eta \quad (18)$$

Et $Z_c = \sqrt{\frac{Z_0}{Y_0}}$ désigne l'impédance caractéristique de la ligne.

En se basant sur les charges linéaires Z_0 et Z_L qui se trouvent respectivement à la position z_0 et z_1 correspondant aux terminaisons de la ligne et en adoptant les conditions aux limites n $z = z_0$ et $z = z_1$ on arrive à définir facilement les constantes A_0 et A_1 [39].

$$A_0 = \frac{1}{e^{jk_z(z_1-z_0)} - \rho_0 \rho_1 e^{-jk_z(z_1-z_0)}} [(\rho_0 e^{jk_z z_0} (\rho_1 P(z_1) e^{-jk_z z_1} - Q(z_0) e^{jk_z z_1})) - \frac{(1 - \rho_0) \rho_1 e^{jk_z z_1}}{2Z_c} V^{app}(z_0) + \frac{\rho_0 (1 - \rho_1) e^{jk_z z_0}}{2Z_c} V^{app}(z_1)] \quad (19)$$

$$A_1 = \frac{1}{e^{jk_z(z_1-z_0)} - \rho_0 \rho_1 e^{-jk_z(z_1-z_0)}} [\rho_1 e^{-jk_z z_1} (\rho_0 Q(z_0) e^{jk_z z_0} - P(z_1) e^{-jk_z z_0}) + \frac{(1 - \rho_0) \rho_1 e^{-jk_z z_1}}{2Z_c} V^{app}(z_0) + \frac{\rho_0 (1 - \rho_1) e^{-jk_z z_0}}{2Z_c} V^{app}(z_1)] \quad (20)$$

Avec ρ_0 et ρ_1 coefficients de réflexion aux terminaisons de la ligne définis comme suit [33]

[22] [4] :

$$\rho_0 = (Z_0 + Z_c)^{-1} (Z_0 - Z_c) \quad (21)$$

$$\rho_1 = (\mathbf{Z}_L + \mathbf{Z}_c)^{-1}(\mathbf{Z}_L - \mathbf{Z}_c) \quad (22)$$

En remplaçant les valeurs trouvées des constantes \mathbf{A}_0 et \mathbf{A}_1 dans la solution générale des équations de couplage tout en explicitant la tension en la somme de tension appliquée et diffusée, et en considérant les conditions définis aux limites :

$$\mathbf{V}(z_0) = -\mathbf{Z}_0 \mathbf{I}(z_0) \quad (23)$$

$$\mathbf{V}(z_L) = \mathbf{Z}_L \mathbf{I}(z_L) \quad (24)$$

On retrouve les expressions des tensions et des courants aux extrémités de la ligne comme suit [39] :

$$\begin{aligned} \mathbf{V}(z_0) = & \frac{1}{2[e^{jk_z(z_1-z_0)} - \rho_0 \rho_1 e^{-jk_z(z_1-z_0)}]} [((1 + \rho_0)e^{-jk_z(z_1-z_0)} \\ & - \rho_1(1 + \rho_0)e^{jk_z(z_1-z_0)})\mathbf{V}^{app}(z_0) \\ & + (-1 - \rho_0 + \rho_1 + \rho_0 \rho_1)\mathbf{V}^{app}(z_1) + 2(\rho_1(\rho_0 + 1)\mathbf{P}(z_1)e^{jk_z z_1} \\ & - \mathbf{Q}(z_0)(1 + \rho_0)e^{jk_z z_1})] \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{I}(z_0) = & \frac{1}{2Z_c(e^{jk_z(z_1-z_0)} - \rho_0 \rho_1 e^{-jk_z(z_1-z_0)})} [((\rho_0 - 1)e^{-jk_z(z_1-z_0)} + \rho_1(1 - \\ & \rho_0)e^{jk_z(z_1-z_0)})\mathbf{V}^{app}(z_0) + (1 - \rho_0 - \rho_1 + \rho_0 \rho_1)\mathbf{V}^{app}(z_1) + 2(\rho_1(\rho_0 - \\ & 1)\mathbf{P}(z_1)e^{-jk_z z_1} + (1 - \rho_0)\mathbf{Q}(z_0)e^{jk_z z_1})] \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{I}(z_1) = & \frac{1}{2Z_c(e^{jk_z(z_1-z_0)} - \rho_0 \rho_1 e^{-jk_z(z_1-z_0)})} [((\rho_0 + \rho_1 - 1 - \rho_0 \rho_1)\mathbf{V}^{app}(z_0)) \\ & + (\rho_0(\rho_1 - 1)e^{jk_z(z_1-z_0)} + (1 - \rho_1)e^{-jk_z(z_1-z_0)})\mathbf{V}^{app}(z_1)) \\ & + (2((1 - \rho_1)\mathbf{P}(z_1)e^{-jk_z z_0} \rho_0(\rho_1 - 1)\rho(z_0)e^{jk_z z_0})] \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned}
V(z_1) = & \frac{1}{2(e^{jk(z_1-z_0)} - \rho_0\rho_1 e^{-jk_z(z_1-z_0)})} [(-1 + \rho_0 - \rho_1 + \rho_0\rho_1)V^{app}(z_0) \\
& + ((\rho_1 + 1)e^{-jk_z(z_1-z_0)} - \rho_0(1 + \rho_1)e^{jk_z(z_1-z_0)})V^{app}(z_1)) \\
& + 2((\rho_1 + 1)P(z_1)e^{-j\gamma z_0} - \rho_0(\rho_1 + 1)Q(z_0)e^{jk_z z_0})
\end{aligned} \tag{28}$$

La tension appliquée est définie par :

$$V^{app}(z_i) = - \int_0^h \mathbf{E}_y^{app}(0, z_i) dy, i = 0, 1 \tag{29}$$

Ces expressions peuvent être simplifiées en remplaçant z_1 et z_0 respectivement par la position des extrémités sortie et entrée de la ligne à savoir L et 0

On peut même mettre ces équations sous forme matricielle selon [40] en utilisant les équations BLT référence à (Baum, Liu, Tesche) [3] , [41] , [42] [43]:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{I}(0) \\ \mathbf{I}(L) \end{pmatrix} = \frac{1}{Z_c} \begin{pmatrix} 1 - \rho_0 & 0 \\ 0 & 1 - \rho_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\rho_0 & e^{\gamma L} \\ e^{\gamma L} & -\rho_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{S}_0 \\ \mathbf{S}_1 \end{pmatrix} \tag{30}$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{V}(0) \\ \mathbf{V}(L) \end{pmatrix} = \frac{1}{Z_c} \begin{pmatrix} 1 + \rho_0 & 0 \\ 0 & 1 + \rho_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\rho_0 & e^{\gamma L} \\ e^{\gamma L} & -\rho_1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \mathbf{S}_0 \\ \mathbf{S}_1 \end{pmatrix} \tag{31}$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{S}_0 \\ \mathbf{S}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \int_0^L e^{\gamma \eta} \mathbf{S}_\omega(\eta) d\eta + \frac{1}{2} \int_0^h \mathbf{E}_y^{app}(0, z) dy - \frac{1}{2} e^{\gamma L} \int_0^h \mathbf{E}_y^{app}(L, z) dy \\ \frac{-1}{2} \int_0^L e^{\gamma(L-\eta)} \mathbf{S}_\omega(\eta) d\eta - \frac{1}{2} e^{\gamma L} \int_0^h \mathbf{E}_y^{app}(0, z) dy + \frac{1}{2} \int_0^h \mathbf{E}_y^{app}(L, z) dy \end{pmatrix} \tag{32}$$

Où $\gamma = jk_z$

La spécificité des équations BLT, c'est qu'elles nous permettent de déterminer directement la tension totale de la ligne sans passer par la tension diffusée. Dans [3], le cas spécifique relatif

à l'excitation externe sous forme d'onde plane de polarisation quelconque a été traité, et les solutions générales pour les cas où il y a polarisation verticale ou horizontale ont été développées.

1.2.1.3 Calcul du champ électrique appliqué et des coefficients de réflexion pour une ligne à conducteur unique au-dessus d'une terre homogène

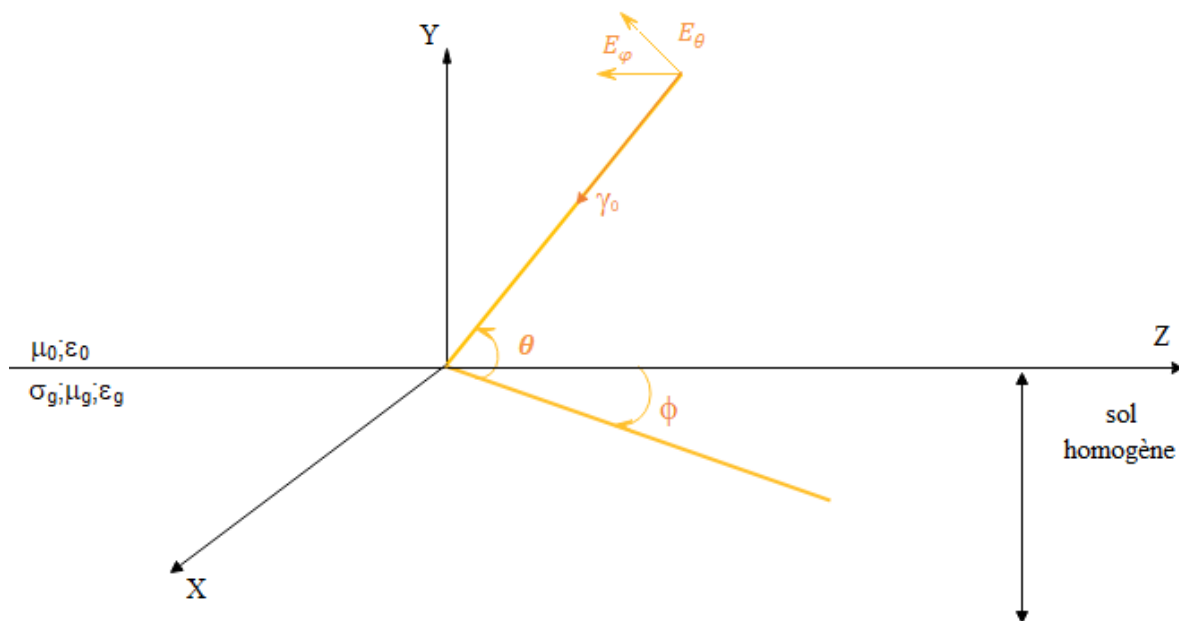


Figure 4: Définition des angles d'incidence θ et ϕ . E_ϕ est perpendiculaire au plan d'incidence, E_θ est dans le plan d'incidence. γ_0 vecteur d'onde incident.

Le conducteur se trouvant à l'air au-dessus d'un sol homogène est sujet à une illumination externe, qui dans notre cas est une onde plane de polarisation quelconque. Cette dernière peut être formulée sous forme de composante de polarisation verticale TE (dans le plan d'incidence) et polarisation horizontale (perpendiculaire au plan d'incidence) TM [29] [33] :

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_\theta + \mathbf{E}_\phi \quad (33)$$

A part les angles d'incidence θ et ϕ , l'onde plane est définie par l'angle de polarisation η qui permet de définir la direction du champ électrique par rapport au plan d'incidence. En effet, on peut écrire \mathbf{E}_θ et \mathbf{E}_ϕ en fonction de l'angle de polarisation ainsi que l'amplitude du champ électrique :

$$E_\theta = \cos \eta E_a \quad (34)$$

$$E_\phi = \sin \eta E_a \quad (35)$$

En prenant en compte l'indice complexe de réfraction du sol \mathbf{n} calculé à partir de la loi de Snell-Descartes [25] [29]. Le champ électrique appliqué avec une polarisation quelconque est repéré par le vecteur de position $r = xa_x + ya_y + za_z$ décrit par la relation ci-dessous :

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}(\omega)(P^+ e^{j\gamma_0^+ r} + (\Gamma_v P_v^- + \Gamma_h P_h^-) e^{j\gamma_0^- r}) \quad (36)$$

$E(\omega)$ est la transformée de Fourier de l'impulsion électromagnétique incidente. Les vecteurs de propagation γ_0^+ et γ_0^- de l'onde incidente et réfléchi sont définis par les coordonnées cartésiennes du système comme suit :

$$\boldsymbol{\gamma}_0^\pm = \gamma_0 (-\cos(\theta) \sin(\phi) a_x \mp \sin(\theta) a_y + \cos(\theta) \cos(\phi) a_z) \quad (37)$$

\mathbf{P}^+ et \mathbf{P}^- sont respectivement les vecteurs polarisation unitaires du champ incident et du champ réfléchi par la terre homogène et ne se trouvent pas forcément dans le plan d'incidence. \mathbf{P}^\pm a une composante perpendiculaire au plan d'incidence \mathbf{P}_h^\pm et une composante parallèle au plan d'incidence \mathbf{P}_v^\pm :

$$\mathbf{P}^{\pm} = \mathbf{P}_v^{\pm} + \mathbf{P}_h^{\pm} \quad (38)$$

Avec

$$\mathbf{P}_v^{\pm} = \cos(\eta) (\mp \sin \theta \sin(\phi) a_x + \cos(\theta) a_y \pm \sin(\theta) \cos(\phi) a_z) \quad (39)$$

$$\mathbf{P}_h^+ = \mathbf{P}_h^- = \sin(\eta) (\cos(\phi) a_x + \sin(\phi) a_z) \quad (40)$$

Les coefficients de réflexion de Fresnel Γ_v et Γ_h dans l'équation (36) sont définies comme suit :

$$\Gamma_v = \frac{n^2 \sin \theta - \sqrt{n^2 - \cos^2(\theta)}}{n^2 \sin \theta + \sqrt{n^2 - \cos^2(\theta)}} \quad (41)$$

et :

$$\Gamma_h = \frac{\sin \theta - \sqrt{n^2 - \cos^2(\theta)}}{\sin \theta + \sqrt{n^2 - \cos^2(\theta)}} \quad (42)$$

Avec l'indice complexe de réfraction du sol :

$$n = \sqrt{\varepsilon_r + j \frac{\sigma_g}{\omega \varepsilon_0}} \quad (43)$$

ε_r est la permittivité relative du sol et σ_g est sa conductivité.

Pour obtenir les composantes verticale et horizontale du champ électrique appliqué qui par ailleurs est la somme du champ incident et du champ réfléchi et ce pour les deux types de polarisation, et sachant que dans l'équation (36), la phase zéro est à l'origine des coordonnées cartésiennes du système à $r = 0$, ce qui implique que l'onde plane heurtant l'interface air-sol

atteint ce point à $t = 0$ [44] [2], il suffit de projeter ces deux champs sur les axes (Oy) et (Oz) pour retrouver leurs expressions :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_y(\omega) = & \mathbf{E}(\omega) \cos(\theta) \cos(\eta) (e^{-j\gamma_0 y \sin(\theta)} \\ & + \Gamma_v e^{j\gamma_0 y \sin(\theta)}) \cdot e^{-j\gamma_0 (x \cos(\theta) \sin(\phi) + z \cos(\theta) \cos(\phi))} \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_z(\omega) & \\ = & \mathbf{E}(\omega) ([\sin(\theta) \cos(\phi) \cos(\eta) + \sin(\eta) \sin(\phi)] e^{-j\gamma_0 y \sin(\theta)} \\ & - [\Gamma_v \cos(\eta) \sin(\theta) \cos(\phi) \\ & - \Gamma_h \sin(\phi) \sin(\eta)] e^{j\gamma_0 y \sin(\theta)}) e^{-j\gamma_0 (x \cos(\theta) \sin(\phi) + z \cos(\theta) \cos(\phi))} \end{aligned} \quad (45)$$

1.2.2 Cas d'une ligne de transmission Multiconducteur au-dessus d'un sol homogène avec pertes

Pour le cas d'un système constitué de plusieurs conducteurs (1, ..., N) parallèles entre eux illuminés par une onde plane de polarisation quelconque et placé au-dessus d'une terre homogène imparfaite tout au long de l'axe z avec comme paramètres électriques $\sigma_g, \varepsilon_g = \varepsilon_0 \varepsilon_r, \mu_g$ qui sont respectivement la conductivité, la permittivité électrique et la perméabilité magnétique supposée celle du vide. Chaque conducteur est positionné à une hauteur h_i ($i=1,2,\dots,N$) suivant l'axe y et à une position d_i ($i = 1,2, \dots N$) suivant l'axe x et défini par un rayon a_i ($i = 1,2, \dots N$) voir **Figure 5** et **Figure 6** .

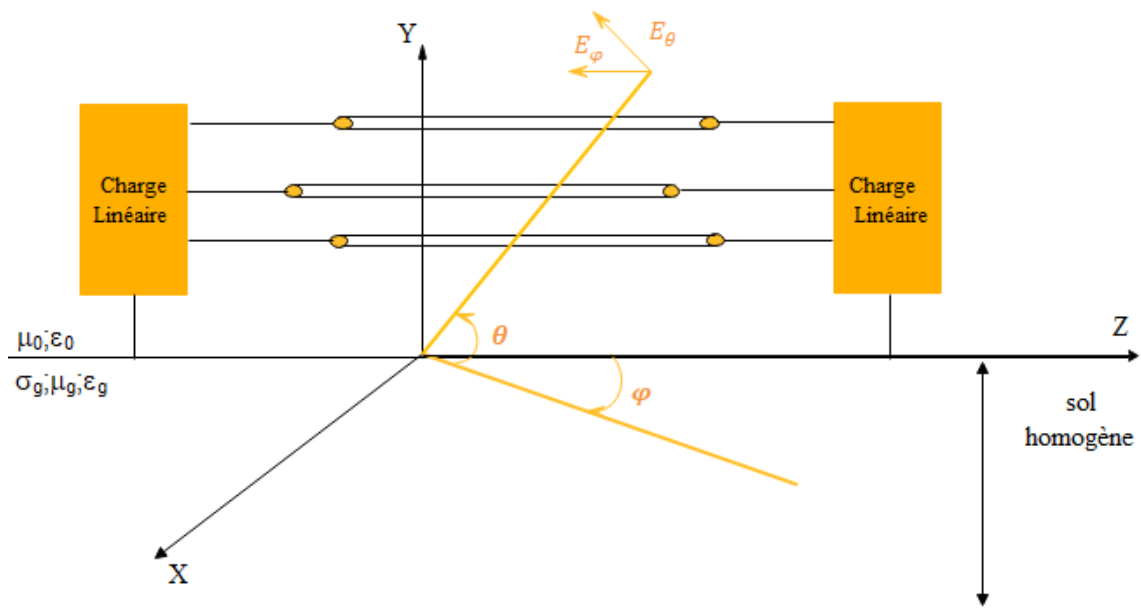


Figure 5: Ligne Multiconducteur chargée linéairement, placée au-dessus d'une terre homogène et excitée par une onde plane

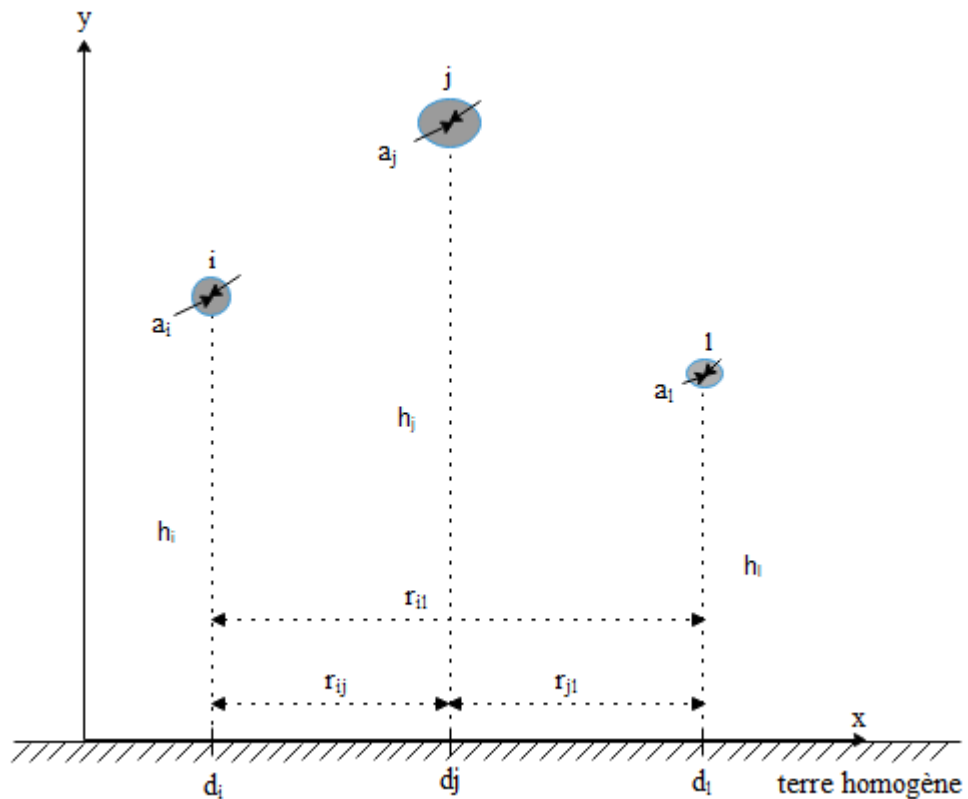


Figure 6: Géométrie transversale de la ligne Multiconducteur au-dessus d'une terre homogène

1.2.2.1 Calcul des paramètres linéiques pour une ligne Multiconducteur

Comme mentionné avant, on va procéder de la même manière que pour la ligne unifilaire pour la mise en équation de l'impédance série ainsi que l'admittance shunt de la ligne Multiconducteur [45] sauf que dans notre cas elles seraient des matrices $N \times N$ symétriques et en remplaçant la distance h entre le sol et le conducteur unique ainsi que le rayon du conducteur respectivement par la distance établie entre un conducteur m et un conducteur n et la distance établie entre un conducteur m et l'image du conducteur n .

On peut calculer la constante de propagation à partir des équations du mode propre à savoir [46] [47] :

$$\det(\mathbf{Z}_g - (jk_z)^2 \mathbf{Y}_g^{-1}) = 0 \quad (46)$$

Avec :

$$(jk_z)^2 = \mathbf{T}_I^{-1}(\mathbf{Y}_g \mathbf{Z}_g) \mathbf{T}_I \quad (47)$$

\mathbf{T}_I étant la matrice qui diagonalise le produit $\mathbf{Y}_g \mathbf{Z}_g$ [39]

k_z est une matrice de dimension $N \times N$ ayant comme éléments diagonaux, les constantes de propagation de chaque conducteur. Elle est déterminée grâce à l'approximation quasi-TEM depuis l'équation (46). \mathbf{Z}_g et \mathbf{Y}_g sont respectivement l'impédance série et l'admittance shunt par unité de longueur de la ligne.

$$\mathbf{Z}_{gij} = \mathbf{Z}_{\omega ij} - \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \mathbf{J}_Q - \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{\rho_{ij}^+}{\rho_{ij}^-}\right), i, j = 1, 2, \dots, N \quad (48)$$

$$\mathbf{Y}_{gij}^{-1} = -\frac{1}{2\pi\omega\varepsilon_0} \left(\ln\left(\frac{\rho_{ij}^+}{\rho_{ij}^-}\right) + \mathbf{G}_Q \right), i, j = 1, 2, \dots, N \quad (49)$$

Où $\rho_{ij}^{\pm} = \sqrt{(d_i - d_j)^2 + (h_i \pm h_j)}$. La distance entre le conducteur i et j est représentée par ρ_{ij}^{-} , quant à la distance entre le conducteur i et l'image du conducteur j par rapport au sol, elle est représentée par ρ_{ij}^{+} (voir figure ci-dessous).

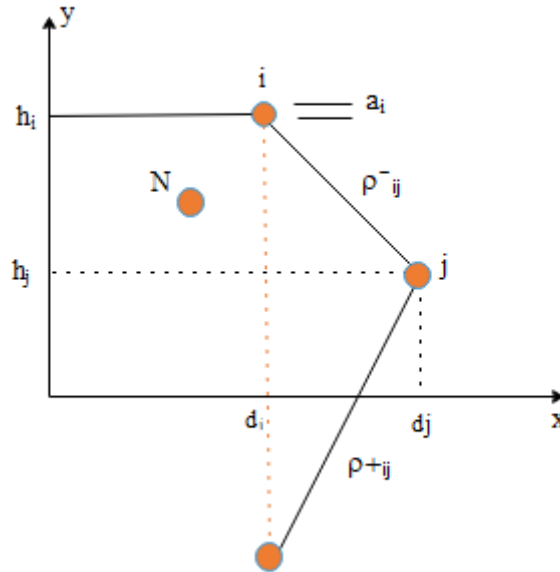


Figure 7: Définition des distances ρ_{ij}^{\pm}

Les intégrales relatives aux pertes par courant de conduction et par courant de déplacement sont données par [48] :

$$J_Q = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-j\lambda|d_i-d_j|-|\lambda|(h_i+h_j)}}{|\lambda| + \sqrt{\lambda^2 - \gamma_0^2(\mathbf{n}^2 - 1)}} d\lambda \quad (50)$$

$$G_Q = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-j\lambda|d_i-d_j|-|\lambda|(h_i+h_j)}}{\mathbf{n}^2|\lambda| + \sqrt{\lambda^2 - \gamma_0^2(\mathbf{n}^2 - 1)}} d\lambda \quad (51)$$

1.2.2.2 Approximations analytiques pour J_Q et G_Q

Nous procédons ici à une approximation analytique des intégrales relatives aux pertes par conduction et pertes par déplacement de courant étant donné que ces intégrales sont primordiales quand on vient au calcul des paramètres linéiques de la ligne de transmission.

Ces paramètres étant aussi d'une importance majeure pour le calcul des réponses transitoires à une excitation externe.

Cette approximation vient comme solution pour éviter de calculer numériquement ces intégrales étant donné qu'il faut subdiviser l'intervalle infini des intégrants en plusieurs sous intervalles (le calcul de $\frac{N(N+1)}{2}$ pour chaque fréquence et ce pour chaque intégrale).

Les expressions analytiques précises pour les deux intégrales ont été développées dans [48] (voir Annexe C pour plus de détails). Seul le résultat est cité ici.

$$J^{(h)} = \int_0^{\infty} \chi^{(h)} e^{-v\beta} \cos(\alpha v) dv = \int_0^{\infty} \frac{1}{v + \sqrt{v^2 + \gamma_0^2(1-n^2)}} e^{-v\beta} \cos(\alpha v) dv \quad (52)$$

$$\approx \frac{1}{2} \ln\left(\frac{\rho_J^*}{\rho^*}\right)$$

Avec

$$\rho_J^* = \sqrt{\alpha^2 + \left(\beta + \frac{2}{\gamma_0 \sqrt{1-n^2}}\right)^2} ; \rho^* = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$$

$$\alpha = |d_i - d_j|, \beta = h_i + h_j, J_Q = 2J^{(h)}$$

Pour l'intégrale $G^{(h)}$, on a :

$$\begin{aligned}
\mathbf{G}^{(h)} &= \frac{1}{2} \mathbf{G}_Q = \int_0^{\infty} \psi^{(h)}(v) e^{-v\beta} \cos(\alpha v) dv \\
&= \int_0^{\infty} \frac{1}{\mathbf{n}^2 v + \sqrt{v^2 + \gamma_0^2 (1 - \mathbf{n}^2)}} e^{-v\beta} \cos(\alpha v) dv \\
&= \frac{\mathbf{n}^2}{4(\mathbf{n}^4 - 1)} (\mathbf{Q}(bz) + \mathbf{Q}(b\bar{z})) \\
&\quad - \frac{1}{4b(\mathbf{n}^4 - 1)} (\mathbf{P}(b, z) + \mathbf{P}(b, \bar{z}) - \mathbf{P}(-b, z) - \mathbf{P}(-b, \bar{z})) \\
&\quad - \mathbf{n}^2 b (\mathbf{Q}(-bz) + \mathbf{Q}(-b\bar{z}))
\end{aligned} \tag{53}$$

Avec $\mathbf{Q}(z) = e^{-z} \mathbf{E}_1(z)$. L'exponentielle intégrale est définie par $\mathbf{E}_1(z) = \int_z^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt$

$z = \gamma_0(\alpha + j\beta)$, \bar{z} est le conjugué complexe de z et $b = \frac{j}{\sqrt{1+\mathbf{n}^2}}$

$\mathbf{P}(b, z)$ est défini comme suit :

$$\begin{aligned}
\mathbf{P}(b, z) &= -\frac{1 - \mathbf{n}^2}{2b} \left(\ln \left(1 + \frac{2}{z\sqrt{1 - \mathbf{n}^2}} \right) + \mathbf{Q} \left(bz + \frac{2b}{\sqrt{1 - \mathbf{n}^2}} \right) \right) + \frac{1}{z} + b\mathbf{Q}(bz) \left(1 \right. \\
&\quad \left. + \frac{1 - \mathbf{n}^2}{2b^2} \right)
\end{aligned} \tag{54}$$

1.2.2.3 Solution des équations de couplage dans le domaine fréquentiel

Similairement au conducteur unique, on se retrouve avec les mêmes équations de couplage pour la ligne Multiconducteur à des différences vis-à-vis des courants et tensions induits dans les conducteurs $(\mathbf{1}, \mathbf{2}, \dots, \mathbf{N})$ qui sont définis comme des vecteurs colonnes $\mathbf{V}^{diff}(z, \omega) = v_1^{diff}, v_2^{diff}, \dots, v_N^{diff}$ et $\mathbf{I}(z, \omega) = (I_1, I_2, \dots, I_N)$ [49] [2] :

$$\frac{d\mathbf{V}^{diff}(z, \omega)}{dz} + \mathbf{Z}_g(\omega)\mathbf{I}(z, \omega) = \mathbf{S}'_{\omega}(z, \omega) \tag{55}$$

$$\frac{d\mathbf{I}(z, \omega)}{dz} - \mathbf{Y}_g(\omega)\mathbf{V}^{diff}(z, \omega) = 0 \quad (56)$$

Le terme source des équations de couplage est défini comme suit :

$$\mathbf{S}'_\omega(z, \omega) = \mathbf{E}_z^{app}(\mathbf{d}, \mathbf{h}, z, \omega) - \mathbf{E}_z^{app}(\mathbf{d}, \mathbf{0}, z, \omega) \quad (57)$$

L'impédance \mathbf{Z}_g et l'admittance \mathbf{Y}_g représentant les paramètres linéiques de la ligne ont été définies dans les équations (48) et (49).

Pour pouvoir résoudre les équations de couplage dans le but de calculer les tensions et courants aux deux extrémités des conducteurs, la méthode de la décomposition modale a été adoptée. Elle consiste à utiliser une matrice \mathbf{T}_I d'ordre $N \times N$ non singulière dépendante de la fréquence qui pourrait diagonaliser le produit matriciel $\mathbf{Y}_g\mathbf{Z}_g$ pour pouvoir découpler les équations et calculer dans un premier temps les courants modaux représentés comme suit [39] :

$$\mathbf{I}(z, \omega) = \mathbf{T}_I(\omega)\mathbf{i}(z, \omega) \quad (58)$$

En substituant l'équation (58) dans les équations de couplage de la ligne Multiconducteur (55) et (56) et en dérivant par rapport à z , on se retrouve avec [50] :

$$\frac{\partial^2 \mathbf{i}(z, \omega)}{\partial z^2} - \mathbf{T}_I^{-1}\mathbf{Y}_g\mathbf{Z}_g\mathbf{T}_I\mathbf{i}(z, \omega) = -\mathbf{T}_I^{-1}\mathbf{Y}_g\mathbf{S}'_\omega(z) \quad (59)$$

D'une façon similaire au cas unifilaire, la solution des équations de couplage peuvent s'écrire sous cette forme :

$$\mathbf{I}(z, \omega) = \mathbf{T}_I(e^{-jk_z z}[\mathbf{A}_1 + \mathbf{P}(z)] + e^{jk_z z}[\mathbf{A}_2 + \mathbf{Q}(z)]) \quad (60)$$

$$\mathbf{V}^{diff}(z) = \mathbf{Z}_c \mathbf{T}_I(e^{-jk_z z}[\mathbf{A}_1 + \mathbf{P}(z)] - e^{jk_z z}[\mathbf{A}_2 + \mathbf{Q}(z)]) \quad (61)$$

A leur tour, les vecteurs $\mathbf{P}(z)$ et $\mathbf{Q}(z)$ sont définis par :

$$\mathbf{P}(z) = \frac{1}{2} \int_0^z e^{jk_z \eta} \mathbf{T}_I^{-1} \mathbf{Z}_c^{-1} \mathbf{S}'_{\omega}(\eta) d\eta \quad (62)$$

$$\mathbf{Q}(z) = \frac{1}{2} \int_z^l e^{-jk_z \eta} \mathbf{T}_I^{-1} \mathbf{Z}_c^{-1} \mathbf{S}'_{\omega}(\eta) d\eta \quad (63)$$

Avec \mathbf{Z}_c l'impédance caractéristique sous forme matricielle de la ligne [39] :

$$\mathbf{Z}_c = \mathbf{Y}_g^{-1} \mathbf{T}_I j k_z \mathbf{T}_I^{-1} \quad (64)$$

Reste à déterminer les vecteurs \mathbf{A}_1 et \mathbf{A}_2 en utilisant les conditions aux limites aux deux extrémités de la ligne à savoir quand $z = 0$ et $z = l$. On considère aussi aux extrémités de la ligne, les matrices de réflexion $\boldsymbol{\rho}_0$ et $\boldsymbol{\rho}_l$ en prenant en compte les impédances de charge aux extrémités de la ligne \mathbf{Z}_0 et \mathbf{Z}_L .

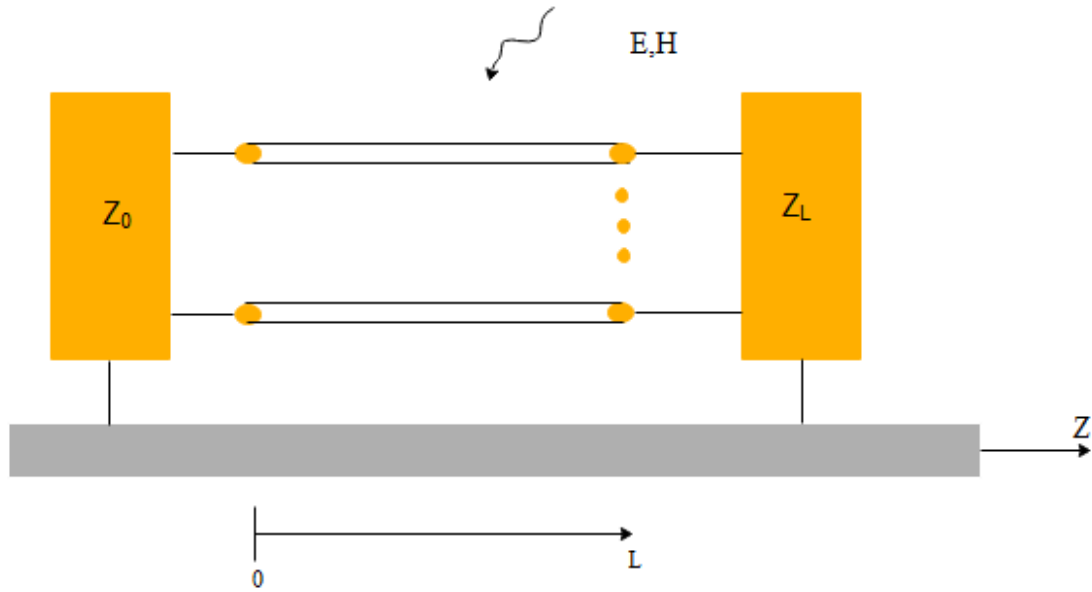


Figure 8: Impédances de charges aux deux extrémités de la ligne Multiconducteur excitée par une onde électromagnétique

On se retrouve avec :

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{T}_I^{-1}(\mathbf{Z}_0 + \mathbf{Z}_C)^{-1}(\mathbf{Z}_0 - \mathbf{Z}_C)\mathbf{T}_I \quad (65)$$

$$\mathbf{r}_2 = \mathbf{T}_I^{-1}(\mathbf{Z}_L + \mathbf{Z}_C)^{-1}(\mathbf{Z}_L - \mathbf{Z}_C)\mathbf{T}_I \quad (66)$$

et

$$\mathbf{r}_{1,2} = \mathbf{T}_I^{-1} \boldsymbol{\rho}_{0,l} \mathbf{T}_I \quad (67)$$

Ce qui nous amène à :

$$\mathbf{A}_1 = (e^{jk_z l} - \mathbf{r}_2 e^{-jk_z l} \mathbf{r}_1)^{-1} (\mathbf{r}_1 (\mathbf{r}_2 e^{-jk_z l} + \mathbf{P}(l) - \mathbf{Q}(0) + \mathbf{J}_l) + e^{jk_z l} \mathbf{J}_0) \quad (68)$$

$$\mathbf{A}_2 = -(e^{jk_z l} - \mathbf{r}_2 e^{-jk_z l} \mathbf{r}_1)^{-1} (\mathbf{J}_l + \mathbf{r}_2 e^{-jk_z l} (\mathbf{P}(l) - \mathbf{r}_1 \mathbf{Q}(0) + \mathbf{J}_0)) \quad (69)$$

Avec :

$$J_0 = \mathbf{T}_I^{-1}(\mathbf{I}_d - \boldsymbol{\rho}_0) \mathbf{Z}_c^{-1} \frac{\mathbf{E}_0}{2} \quad (70)$$

$$J_l = \mathbf{T}_I^{-1}(\mathbf{I}_d - \boldsymbol{\rho}_1) \mathbf{Z}_c^{-1} \frac{\mathbf{E}_l}{2} \quad (71)$$

\mathbf{I}_d est la matrice d'identité d'ordre N. Les sources de tension \mathbf{E}_0 et \mathbf{E}_l s'écrivent comme suit vu qu'on a supposé que l'excitation est une onde plane à polarisation quelconque :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_0(\mathbf{d}, \mathbf{h}, z, j\omega) = & \frac{-v}{j\omega \sin \theta} E_\theta \cos \theta \left(e^{-j\omega h \frac{\sin \theta}{v}} - \Gamma_v e^{\frac{-j\omega h \sin \theta}{v}} + \Gamma_v \right. \\ & \left. - 1 \right) e^{\frac{-j\omega \cos \theta \sin \phi d}{v}} \end{aligned} \quad (72)$$

Vu que :

$$\mathbf{E}_l = e^{\xi_{\theta, \phi} l} \mathbf{E}_0, \text{ avec } \xi_{\theta, \phi} = \xi_{\theta, \phi} \mathbf{I}_d, v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (73)$$

Les expressions analytiques des vecteurs $\mathbf{P}(l)$ et $\mathbf{Q}(0)$ sont comme suit :

$$\mathbf{P}(l) = \frac{1}{2} (e^{(\xi_{\theta, \phi} + j\mathbf{k}_z)l} - \mathbf{I}_d) (\xi_{\theta, \phi} + j\mathbf{k}_z)^{-1} (\mathbf{Z}_c \mathbf{T}_I)^{-1} \mathbf{S}'_w(0) \quad (74)$$

$$\mathbf{Q}(0) = \frac{1}{2} (e^{(\xi_{\theta, \phi} - j\mathbf{k}_z)l} - \mathbf{I}_d) (\xi_{\theta, \phi} - j\mathbf{k}_z)^{-1} (\mathbf{Z}_c \mathbf{T}_I)^{-1} \mathbf{S}'_w(0) \quad (75)$$

Où

$$\begin{aligned} \mathbf{S}'_w(0) = & [E_\theta \sin \theta \cos \phi + E_\phi \sin \phi] \left(e^{\frac{j\omega h \sin \theta}{v}} - \mathbf{I}_d \right) \\ & + [-E_\theta \Gamma_v \sin \theta \cos \phi \\ & + E_\phi \Gamma_h \sin \phi] \left(e^{\frac{-j\omega h \sin \theta}{v}} - \mathbf{I}_d \right) e^{\frac{j\omega \cos \theta \sin \phi d}{v}} \end{aligned} \quad (76)$$

Vu que :

$$\mathbf{S}'_w(z) = \mathbf{S}'_w(0)e^{\xi_{\theta,\phi}z} \quad (77)$$

En attribuant consécutivement les valeurs 0 et l dans les équations des constantes \mathbf{A}_1 et \mathbf{A}_2 (68) et (69) et en les reportant dans (60) et (61), on obtient les courants induits aux extrémités de la ligne :

$$\mathbf{I}(l) = \mathbf{T}_I(e^{-jk_z l}[\mathbf{A}_1 + \mathbf{P}(l)] + e^{jk_z l}\mathbf{A}_2) \quad (78)$$

$$\mathbf{I}(0) = \mathbf{T}_I(\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 + \mathbf{Q}(0)) \quad (79)$$

1.3 Analyse de la réponse des équations de couplage pour la ligne

Multiconducteur dans le domaine temps

On considère pour ce paragraphe une ligne bifilaire constituée de deux conducteurs de rayon $a_1 = 5 \text{ mm}$ et rayon $a_2 = 8 \text{ mm}$, les deux conducteurs sont de longueur égale à $L = 5 \text{ m}$ et sont placés à l'air avec comme paramètres électriques $\epsilon_0 = 8.84194 \times 10^{-12}$, $\mu_0 = 1.25664 \times 10^{-6}$ et $\sigma_0 = 0$ au-dessus d'un sol homogène à des hauteurs respectives $h_1 = 2 \text{ m}$ et $h_2 = 5 \text{ m}$. La ligne bifilaire est illuminée par une onde plane de polarisation quelconque définie par un angle d'incidence $\theta = 45^\circ$, et par la forme d'onde double exponentielle [51] [2] :

$$E(t) = E_a(e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}) \quad (80)$$

Avec comme paramètres $\alpha = 4.086 \times 10^6 / \text{s}$, $\beta = 1.565 \times 10^8 / \text{s}$ et $E_a = 56.6 \text{ KV}$. La ligne bifilaire est liée à ses extrémités à des charges résistives $Z_0 = \{\{50,0\}, \{0,100\}\} \Omega$ et $Z_L = \{\{50,0\}, \{0,50\}\} \Omega$ respectivement à l'entrée et la sortie de la ligne.

Comme mentionné auparavant, la réponse de la ligne dans le domaine temps est obtenue grâce à la transformée inverse de Fourier appliquée à la réponse calculée dans le domaine fréquentiel. La transformée de Fourier de la forme d'onde (80) est exprimée comme suit :

$$E(\omega) = E_a \left(\frac{1}{-j\omega + \alpha} - \frac{1}{-j\omega + \beta} \right) \quad (81)$$

Le sol est supposé homogène avec pertes avec une permittivité relative égale à $\epsilon_r = 10$.

Les figures ci-dessous illustrent la réponse à la terminaison de la ligne ($z = L$) pour différentes valeurs de conductivité dans le cas d'une polarisation verticale $\eta = 0^\circ$ et d'une polarisation quelconque $\eta = 60^\circ$. On constate en effet, que l'amplitude du courant induit dans la ligne augmente avec le croissement de la conductivité, d'autant plus que l'amplitude est plus importante quand on a affaire à une polarisation verticale.

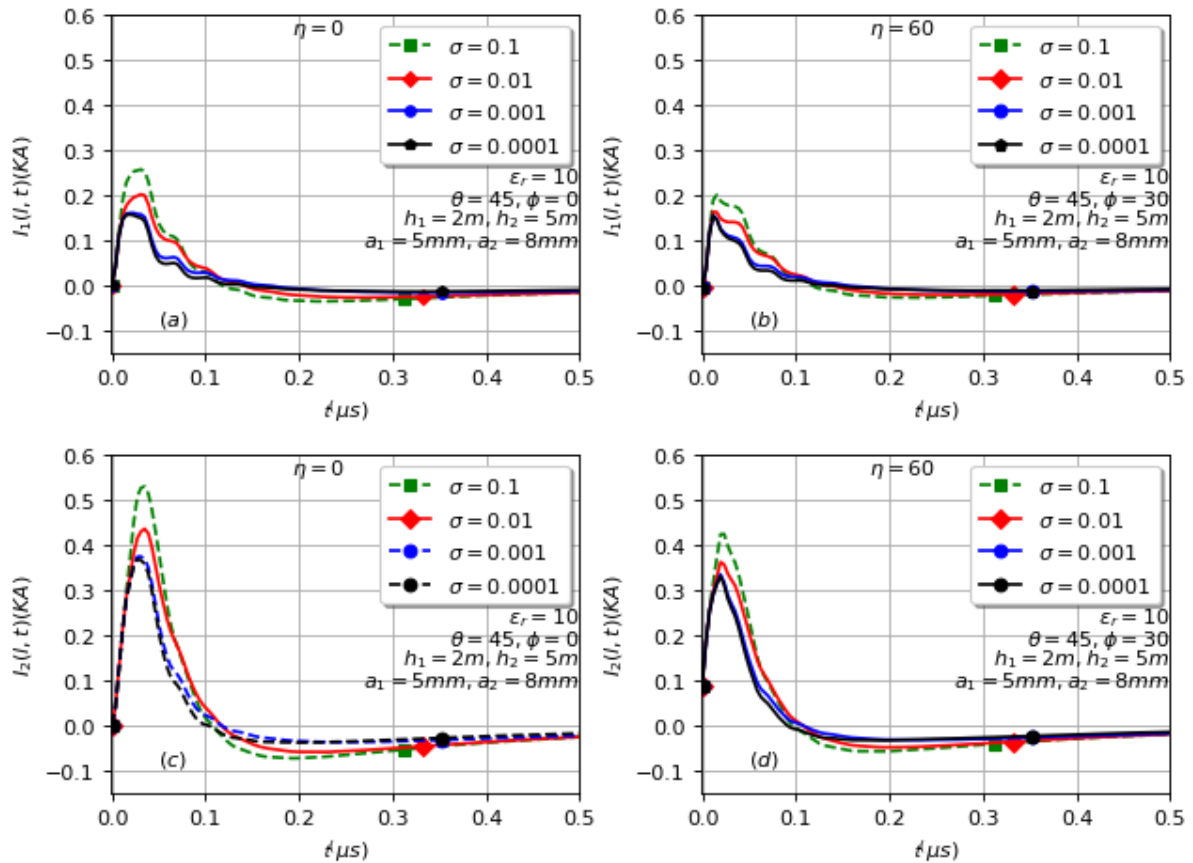


Figure 9: Effet de la conductivité du sol sur le courant induit à l'extrémité de la ligne bifilaire ($z=L$) pour une polarisation verticale et une polarisation quelconque

Similairement aux figures précédentes, on suppose une polarisation verticale et quelconque, et on garde les mêmes angles d'élévation ainsi que les mêmes hauteurs positionnant les conducteurs par rapport au sol et la même permittivité relative au sol, en variant toutefois la longueur de la ligne $L = (5, 15, 20, 30)(m)$. Le sol est supposé de conductivité $\sigma = 0.01 S/m$. Pour les figures ci-dessous, on déduit que plus la longueur augmente, plus l'étalement de la largeur de l'impulsion en réponse est plus long dans le temps. Le comportement du courant reste le même pour les deux types de polarisation supposées tout en remarquant que l'amplitude est un peu plus importante quand on a affaire à une polarisation quelconque.

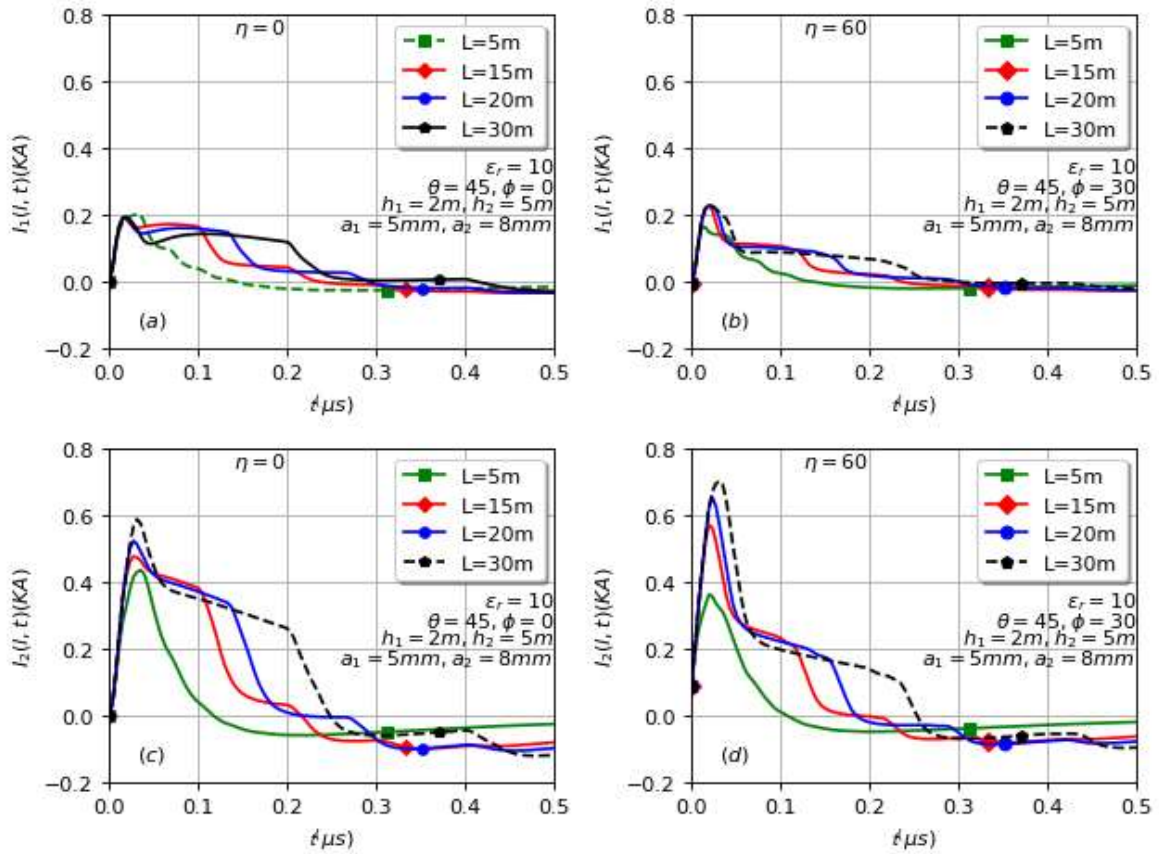


Figure 10: Effet de la longueur de la ligne sur le courant induit à la sortie de la ligne bifilaire ($z=L$) pour une polarisation verticale et une polarisation quelconque.

Pour la **Figure 11**, on garde toujours les mêmes paramètres électriques que les figures précédentes mais en variant les rayons des conducteurs. On remarque alors que l'amplitude du courant induit dans la ligne augmente avec l'accroissement des rayons des conducteurs constituant la ligne. Le comportement du courant induit dans la ligne reste le même pour les deux types de polarisation supposées tout en remarquant que l'amplitude est un plus élevée quand on a affaire à une polarisation verticale.

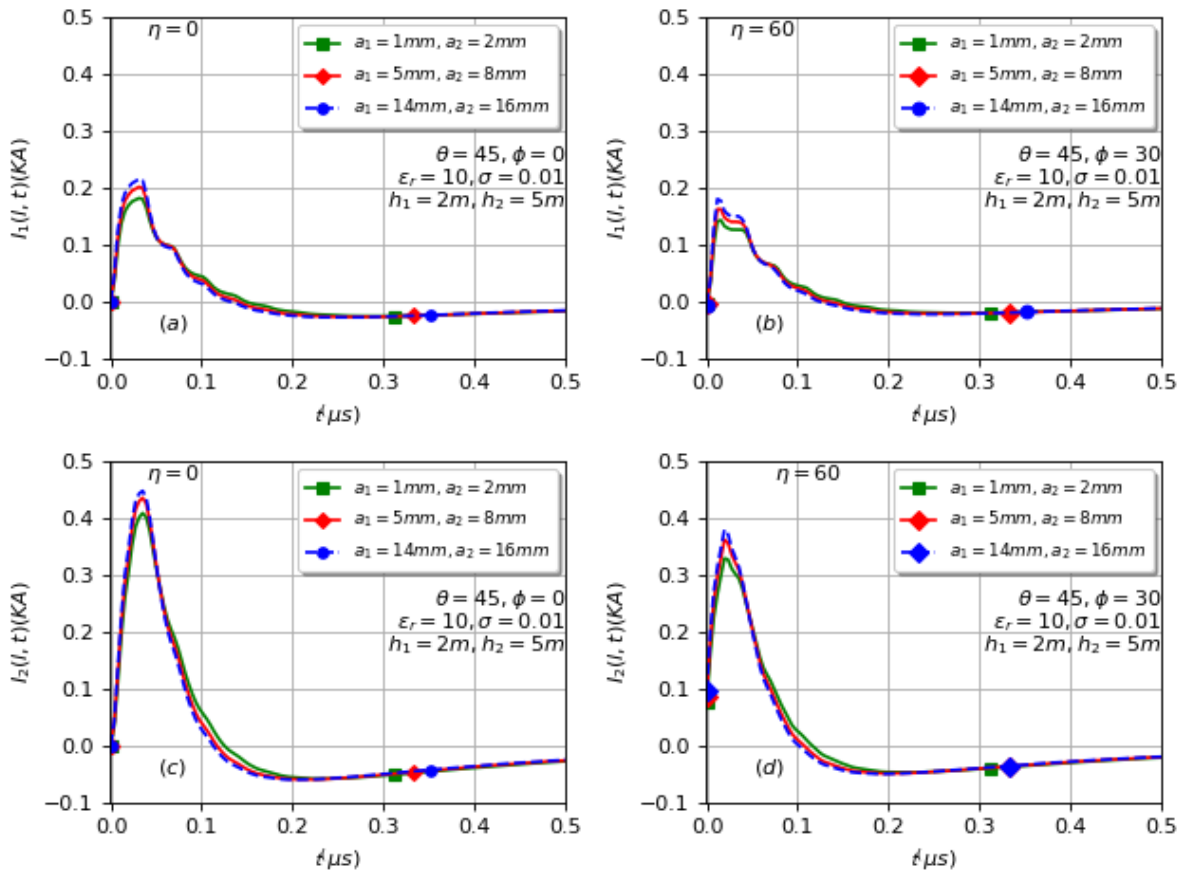


Figure 11: Impact des rayons des conducteurs sur la réponse transitoire à l'extrémité de la ligne à ($z=L$) pour une polarisation verticale et une polarisation quelconque

On a fini notre analyse par explorer l'effet de la position des conducteurs placés au-dessus du sol sur la réponse aux terminaisons de la ligne pour une polarisation verticale et quelconque. En effet, le courant induit dans la ligne augmente avec la hauteur séparant les conducteurs du sol avec toutefois une amplitude du courant plus importante quand la polarisation est verticale par rapport à celle trouvée quand la polarisation est quelconque.

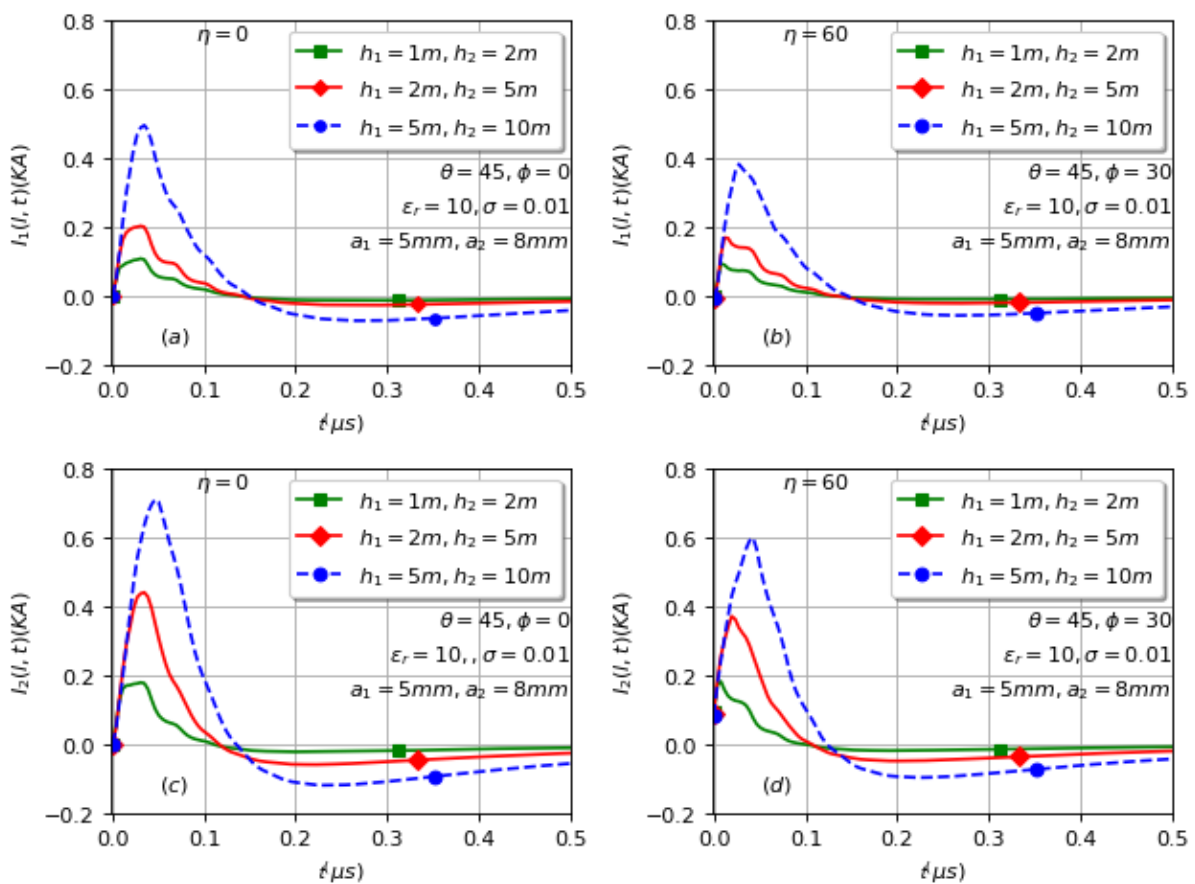


Figure 12: Impact de la hauteur h par rapport au sol sur le courant induit dans la ligne bifilaire à son extrémité ($z=L$) pour une polarisation verticale et quelconque

Conclusion

Dans ce chapitre, on a pu aborder la théorie de la ligne de transmission et son application pour le cas des problèmes liés au couplage du champ électromagnétique externe aux lignes de transmission. Après avoir énuméré les suppositions nécessaires pour la prise en compte de la théorie de la ligne de transmission ainsi que l'hypothèse d'un mode de propagation quasi-TEM, on a procédé au développement des équations de couplage liées à une ligne unifilaire à conducteur unique placée au-dessus d'une terre homogène avec pertes pour les généraliser par la suite pour le cas d'une ligne de transmission Multiconducteur et ce sous les mêmes conditions .

En utilisant la transformée inverse de Fourier et en l'appliquant sur la réponse fréquentielle développée, on a pu obtenir la réponse transitoire (courants induits) de la ligne Multiconducteur chargée linéairement à ses extrémités par des charges résistives et illuminée par une onde plane de polarisation quelconque. Le problème relatif au couplage de la ligne avec l'onde électromagnétique plane a pu être résolu dans le domaine fréquentiel par le biais de l'introduction des coefficients de réflexion au niveau des charges.

On a pu aussi remarquer qu'en variant plusieurs paramètres à savoir la conductivité du sol, la hauteur de la ligne par rapport au sol ainsi que le rayon du conducteur, qu'ils impactent le courant transitoire induit à l'extrémité de la ligne à ($z=L$), de façon à ce que son amplitude augmente au fur et à mesure que ces paramètres-là croissent. La longueur de la ligne, de son côté impacte l'étalement du courant transitoire.

Dans ce chapitre, on a pu considérer un sol homogène avec pertes alors que le sol en vérité est imparfait et constitué de plusieurs couches.

L'impact de ces couches va être développé dans les chapitres qui vont suivre, en commençant tout d'abord par le calcul du champ total réfléchi en incluant l'influence des strates pour une polarisation quelconque.

2 Chapitre 2 : Champ Electrique Réfléchi avec polarisation quelconque au-dessus d'une terre stratifiée à deux couches

2.1 Introduction

La réflexion des ondes électromagnétiques à partir d'interfaces et de couches sera développée dans ce chapitre. Pour cela on a choisi l'onde plane électromagnétique à polarisation quelconque comme onde incidente.

Il faut savoir que le champ électrique appliqué E^{app} ainsi que le champ magnétique appliqué H^{app} sont respectivement la somme des champs incidents dénotés par i et les champs réfléchies à partir de la surface du sol stratifié dénotés par r $E^{app} = E_i + E_r$ et $H^{app} = H_i + H_r$. Les amplitudes et les phases des champs électriques et magnétiques réfléchis E_r et H_r sont dépendants de la nature de couches constituantes du sol. Le champ électrique général est défini comme étant la somme du champ électrique appliqué et du champ électrique diffusé $E = E^{app} + E^{diff}$. E^{diff} est créé principalement par les courants et les charges induits dans la ligne de transmission et par les courants et charges circulants dans le sol et ce à n'importe quel point de l'espace. Le champ primaire est évalué pour différents paramètres géométriques et électriques des couches constituant le sol stratifié.

2.2 Détermination des composantes du Champ électrique Réfléchi

Dans notre cas, on veut calculer le champ électrique réfléchi en considérant une onde électromagnétique plane comme onde incidente qui empiète sur une terre stratifiée constituée de deux couches horizontales, ce calcul permet en effet de comprendre l'impact d'un sol non homogène comprenant des strates sur le champ réfléchi. Pour cela, on considère une onde plane harmonique dans le temps voyageant à l'air libre supposée incidente sur un plan de séparation de 2 milieux **Figure 13**, le premier se trouvant à $y > 0$, considéré comme homogène, isotrope et ayant comme paramètres électriques: perméabilité $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} H/m$, permittivité $\epsilon_0 = 8.85410^{-12} F/m$ et de conductivité $\sigma_0 = 0$. Le deuxième milieu est le sol se trouvant à $y < 0$ comprenant deux couches horizontales, la première strate est

caractérisée par une profondeur d , la deuxième est semi infinie. Les couches ont respectivement des caractéristiques électriques différentes à savoir $\mu_1, \varepsilon_1, \sigma_1$ et $\mu_2, \varepsilon_2, \sigma_2$.

Pour l'étude de la réflexion des ondes électromagnétiques, on utilise les équations de Maxwell. Les relations de continuité des composantes tangentielles des champs électriques et magnétiques doivent être satisfaites à chaque surface de séparation. En considérant que la surface ne comporte pas de charge, et en passant au mode harmonique, les équations de Maxwell deviennent comme suit :

$$\nabla \times \mathbf{E} = \mathbf{0} \quad (82)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H} \quad (83)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mathbf{0} \quad (84)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = (j\omega\varepsilon + \sigma)\mathbf{E} \quad (85)$$

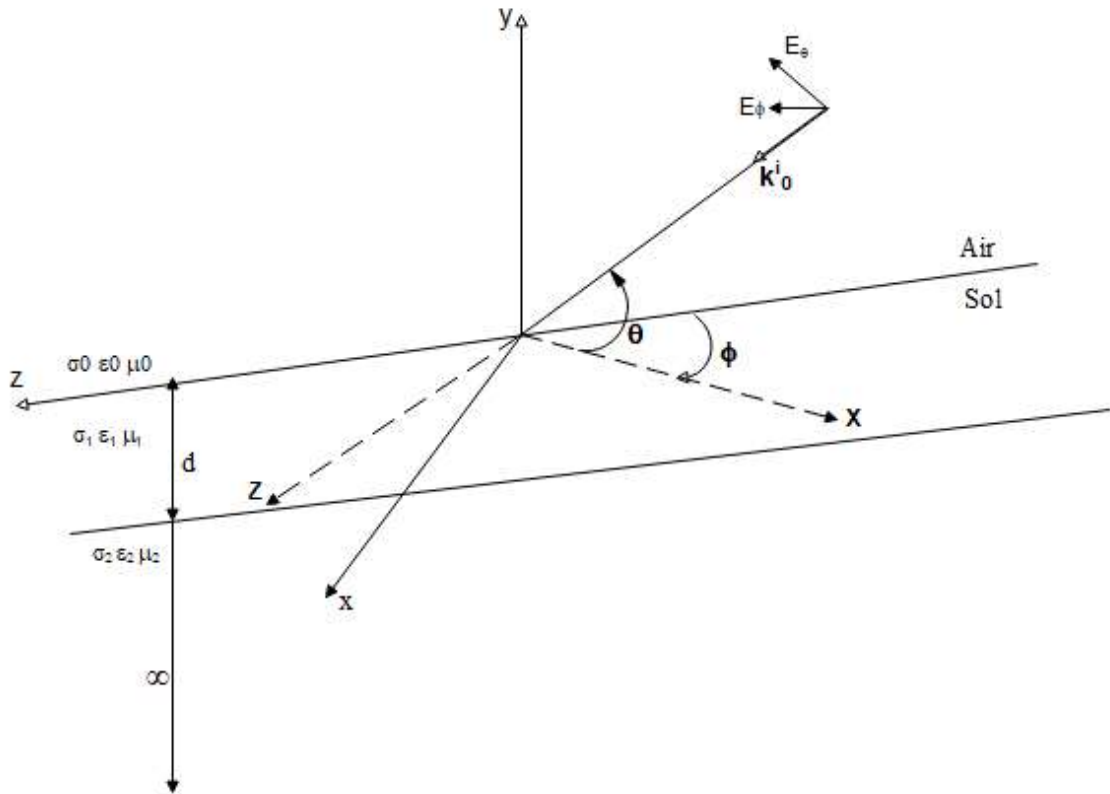


Figure 13: Configuration géométrique d'une onde incidente au-dessus d'une terre stratifiée avec perte comprenant deux strates

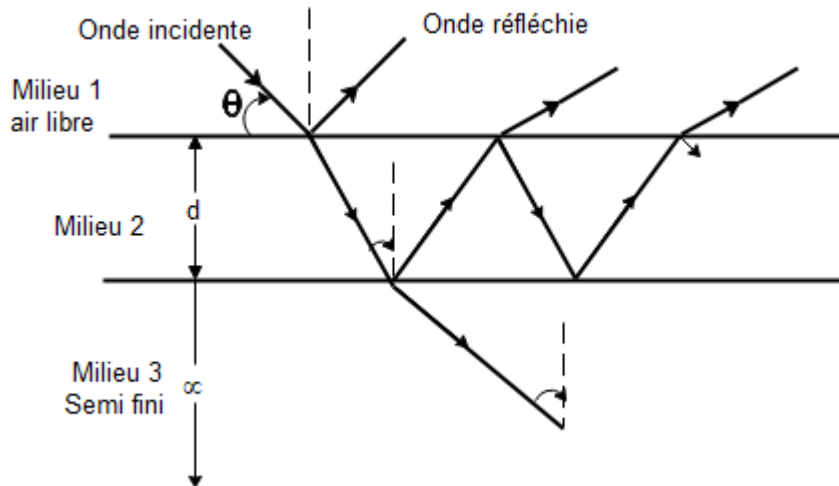


Figure 14: Configuration géométrique d'une réflexion multiple d'une terre stratifiée comprenant deux couches

Il est facile de démontrer que les vecteurs champs électrique et magnétique de l'onde plane électromagnétique incidente satisfont les équations ci-dessous [25].

$$\mathbf{E}_i = \mathbf{E}_0 e^{(-j\gamma_0 k_0^i \cdot \mathbf{r} + j\omega t)} \quad (86)$$

$$\mathbf{H}_i = \mathbf{H}_0 e^{(-j\gamma_0 k_0^i \cdot \mathbf{r} + j\omega t)} \quad (87)$$

\mathbf{E}_0 et \mathbf{H}_0 sont respectivement les amplitudes des vecteurs champs incident électrique et magnétique, $j = \sqrt{-1}$, k_0^i est le vecteur unitaire dans la direction de propagation, \mathbf{r} est le vecteur de position d'origine fixe, et $j\gamma_0$ la constante de propagation dans le milieu $y > 0$.

$$\gamma_0 = \sqrt{-j\omega\mu_0(\sigma_0 + j\omega\varepsilon_0)} \quad (88)$$

La variation temporelle $e^{j\omega t}$ sera supprimée dans le développement de ce qui suit vu que tous les vecteurs champs contiendront ce facteur.

Les vecteurs champs électriques et magnétiques sont liés par la relation ci-dessous [25] :

$$\mathbf{H}_i = \frac{\gamma_0}{\omega\mu_0} k_0^i \times \mathbf{E}_i \quad (89)$$

Les champs électriques et magnétiques résultant à chaque milieu sont calculés en effectuant la sommation du champ incident et du champ réfléchi comme suit :

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_i + \mathbf{E}_r \quad (90)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_i + \mathbf{H}_r \quad (91)$$

Comme évoqué dans l'introduction, et par rapport à notre cas, les amplitudes et phases du champ électrique et magnétique \mathbf{E}_r et \mathbf{H}_r dépendront de la nature des deux couches constituant le sol. Avant de procéder au calcul des champs électriques et magnétiques pour chaque milieu, il faut prendre en compte une autre caractéristique fondamentale de l'onde qui est la polarisation. En effet, une onde polarisée est définie comme la propriété d'une onde électromagnétique rayonnée décrivant la direction et le module relatifs au vecteur champ électrique variant dans le temps. En d'autres termes la polarisation de l'onde est déterminée grâce à l'orientation du champ électrique dans le plan transverse (perpendiculaire à la direction de propagation) en fonction du temps.

Puisque chaque onde à un état défini de polarisation. On a pris en compte dans notre étude les différentes possibilités de polarisation de l'onde plane incidente à savoir la polarisation verticale ou (Parallèle), la polarisation horizontale ou (Perpendiculaire) et la polarisation quelconque (verticale et horizontale). Les champs E et H peuvent être dans chaque milieu, décomposés en une composante normale et parallèle au plan d'incidence [1] comme détaillé dans le chapitre 1 paragraphe 1.2.1.3

2.2.1 Cas de polarisation Horizontale (Champ électrique normal au plan d'incidence)

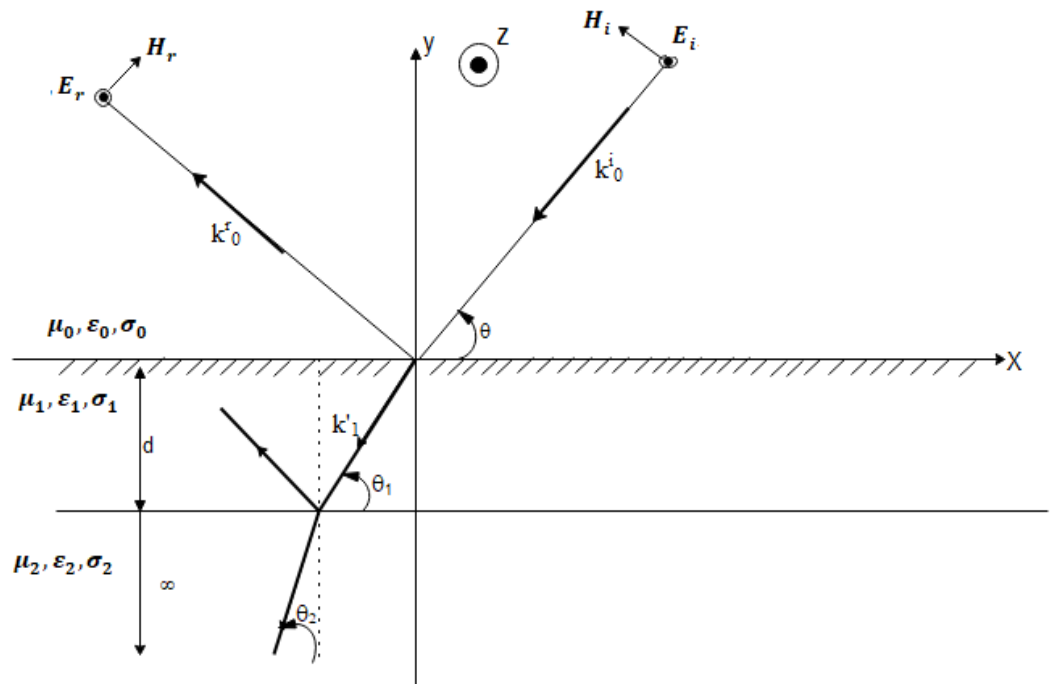


Figure 15: Configuration géométrique d'une polarisation horizontale

On parle d'une polarisation horizontale ou perpendiculaire, quand le champ électrique de l'onde plane incidente est perpendiculaire au plan d'incidence.

On considère E'_0 et A_0 respectivement les amplitudes des composantes incidente et réfléchie du champ électrique normal au plan d'incidence dans le milieu $y > 0$. Dans notre système de coordonnées, ce champ admet une seule composante ; celle suivant oZ . On peut démontrer que les composantes du champ électrique et magnétique dans le plan parallèle à la surface $y = 0$ dans l'air s'écrivent comme suit :

$$\mathbf{E}_{0Z} = E'_0 e^{-j\alpha_0} + A_0 e^{-j\beta_0} \quad (92)$$

$$\mathbf{H}_{0X} = \frac{1}{\eta_0} (-E'_0 e^{-i\alpha_0} + A_0 e^{-j\beta_0}) (\sin \theta) \quad (93)$$

Avec θ l'angle d'incidence, α_0 et β_0 s'écrivent sous cette forme :

$$\alpha_0 = \gamma_0(-y \sin \theta - X \cos \theta) \quad (94)$$

$$\beta_0 = \gamma_0(y \sin \theta - X \cos \theta) \quad (95)$$

De la même manière pour le milieu 1, le champ électrique est exprimé comme suit :

$$\mathbf{E}_{1z} = A'_1 e^{-j\alpha_1} + B'_1 e^{-j\beta_1} \quad (96)$$

$$\mathbf{H}_{1X} = \frac{1}{\eta_1} (-A'_1 e^{-j\alpha_1} + B'_1 e^{-j\beta_1}) (\sin \theta_1) \quad (97)$$

Puisque le milieu 2 est semi infini, il n'y a pas lieu à l'onde réfléchie :

$$\mathbf{E}_{2z} = A'_2 e^{-j\alpha_2} \quad (98)$$

$$\mathbf{H}_{2X} = \frac{1}{\eta_2} (-A'_2 e^{-j\alpha_2}) (\sin \theta_2) \quad (99)$$

Les quantités $\alpha_i, \beta_i (i = 0,1,2)$ sont définies par :

$$\alpha_i = \gamma_i(-y \sin \theta_i - X \cos \theta_i) \quad (100)$$

$$\beta_i = \gamma_i(y \sin \theta_i - X \cos \theta_i) \quad (101)$$

$j\gamma_i$ et $\eta_{i,i=0,1,2}$ désignent respectivement la constante de propagation et l'impédance caractéristique du milieu i . Elles sont définies par :

$$j\gamma_i = \sqrt{j\omega\mu_i(\sigma_i + j\omega\varepsilon_i)} \quad (102)$$

$$\eta_i = \sqrt{\frac{j\omega\mu_i}{\sigma_i + j\omega\varepsilon_i}} \quad (103)$$

Les constantes complexes A_0, A'_1, B'_1, A'_2 peuvent être déterminées en utilisant les conditions aux limites là où les composantes tangentielle des champs électriques et magnétiques sont continues à savoir $y = 0$ et $y = -d$ (Annexe A).

En remplaçant y par $-d$ dans les composantes tangentielle au plan de séparation des milieux 1 et 2,

$$E_{1Z} = E_{2Z}, y = -d \text{ Pour tout } X \quad (104)$$

$$H_{1X} = H_{2X}, y = -d \text{ Pour tout } X \quad (105)$$

On trouve :

$$\gamma_1 \cos \theta_1 = \gamma_2 \cos \theta_2 \quad (106)$$

et

$$B'_1 = q'A'_1, q' = \left(\frac{\mu_2\gamma_1 \sin \theta_1 - \mu_1\gamma_2 \sin \theta_2}{\mu_2\gamma_1 \sin \theta_1 + \mu_1\gamma_2 \sin \theta_2} \right) e^{-2j\gamma_1 d \sin \theta_1} \quad (107)$$

Similairement, en remplaçant y par 0 dans les composantes tangentielle au plan de séparation des milieux 0 et 1 :

$$E_{0Z} = E_{1Z}, y = 0 \text{ Pour tout } X \quad (108)$$

$$H_{0X} = H_{1X}, y = 0 \text{ Pour tout } X \quad (109)$$

On trouve :

$$\gamma_0 \cos \theta = \gamma_1 \cos \theta_1 \quad (110)$$

et :

$$A_0 = q'' E'_0, q'' = \frac{(1 + q')\mu_1\gamma_0 \sin \theta - (1 - q')\mu_0\gamma_1 \sin \theta_2}{(1 + q')\mu_1\gamma_0 \sin \theta + (1 - q')\mu_0\gamma_1 \sin \theta_2} \quad (111)$$

Le champ électrique suivant l'axe oZ exprimé dans (92) devient alors sous cette forme :

$$\mathbf{E}_{0Z} = \mathbf{E}'_0 (e^{-j\alpha_0} + q'' e^{-j\beta_0}) \quad (112)$$

Toutefois, l'expression générale du champ électrique est obtenue quand on projette le champ électrique dans l'équation (112) sur le repère initial (Oxyz) (voir **Figure 13**) :

$$E_z = E_{0Z} \cdot \sin \phi \quad (113)$$

Avec $X = x \sin \phi - z \cos \phi$

2.2.2 Cas de polarisation Verticale (Champ électrique parallèle au plan d'incidence)

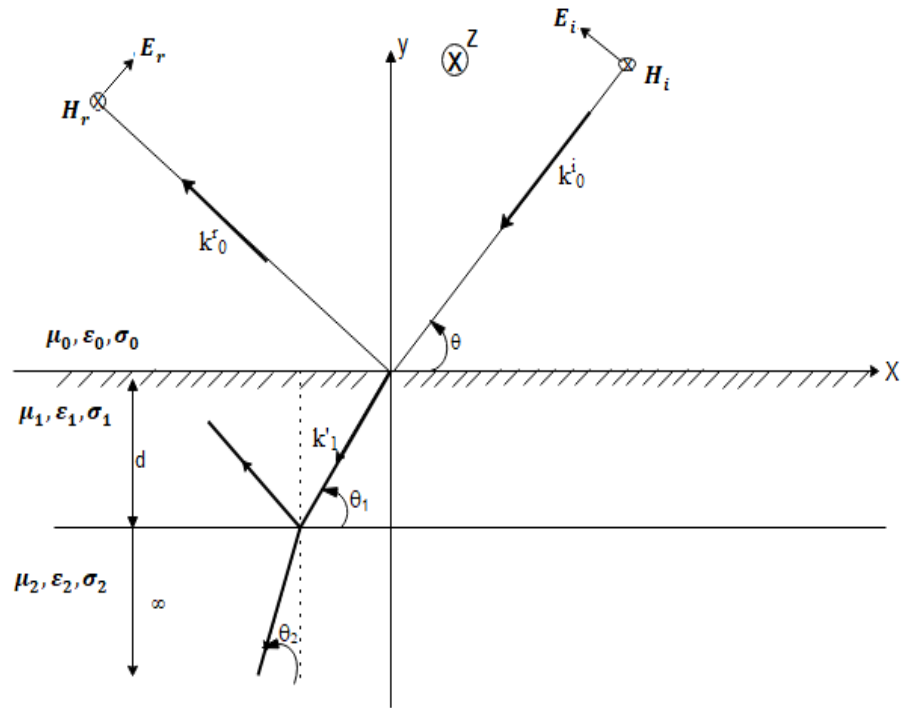


Figure 16: Configuration géométrique d'une polarisation verticale

La polarisation verticale ou parallèle est obtenue quand le champ électrique est parallèle au plan d'incidence. Dans notre système de coordonnées, et contrairement au paragraphe précédent, ce champ admet deux composantes ; celles suivant (oX) et (oy) . Les vecteurs champs électrique et magnétique satisfont les équations de Maxwell, ils seront donc exprimés de façon similaire aux composantes perpendiculaires au plan d'incidence développées plus haut. On peut démontrer que les composantes du champ électrique suivant (OX) et le champ magnétique suivant (OZ) dans l'air s'écrivent comme suit:

$$\mathbf{E}_{0X} = (\mathbf{E}_0'' e^{-j\alpha_0} + \mathbf{A}'_0 e^{-j\beta_0}) (-\sin \theta) \quad (114)$$

$$\mathbf{H}_{0Z} = \frac{1}{\eta_0} (\mathbf{E}_0'' e^{-j\alpha_0} - \mathbf{A}'_0 e^{-j\beta_0}) \quad (115)$$

Similairement pour le milieu 1 :

$$\mathbf{E}_{1X} = (A_1'' e^{-j\alpha_1} + B_1'' e^{-j\beta_1})(-\sin \theta_1) \quad (116)$$

$$\mathbf{H}_{1Z} = \frac{1}{\eta_1} (A_1'' e^{-j\alpha_1} - B_1'' e^{-j\beta_1}) \quad (117)$$

Le milieu 2 tend vers l'infini, d'où l'absence de l'onde réfléchie :

$$\mathbf{E}_{2X} = (A_2'' e^{-j\alpha_2})(-\sin \theta_2) \quad (118)$$

$$\mathbf{H}_{2Z} = \frac{1}{\eta_2} (A_2'' e^{-j\alpha_2}) \quad (119)$$

Les constantes complexes $A_0', A_1'', B_1'', A_2''$ peuvent être déterminées en considérant les conditions aux limites statuées précédemment pour la polarisation horizontale là où les composantes tangentielles des champs électriques et magnétiques sont continues. En remplaçant y par $-d$ dans les composantes tangentielles au plan de séparation des milieux 1 et 2 :

$$E_{1X} = E_{2X}, \quad y = -d \text{ Pour tout } X \quad (120)$$

$$H_{1Z} = H_{2Z}, \quad y = -d \text{ Pour tout } X \quad (121)$$

On trouve que :

$$B_1'' = m' A_1'', m' = \left(\frac{\mu_2 \gamma_1 \sin \theta_2 - \mu_1 \gamma_2 \sin \theta_1}{\mu_2 \gamma_1 \sin \theta_2 + \mu_1 \gamma_2 \sin \theta_1} \right) e^{-2j\gamma_1 d \sin \theta_1} \quad (122)$$

En remplaçant y par 0 dans les composantes tangentielles au plan de séparation des milieux 0 et 1,

$$E_{0X} = E_{1X} , \quad y = 0 \text{ Pour tout } X \quad (123)$$

$$H_{0Z} = H_{1Z}, \quad y = 0 \text{ Pour tout } X \quad (124)$$

On trouve que :

$$A'_0 = m''E''_0, m'' = \frac{(1 + m') \mu_1 \gamma_0 \sin \theta_1 - (1 - m') \mu_0 \gamma_1 \sin \theta}{(1 + m') \mu_1 \gamma_0 \sin \theta_1 + (1 - m') \mu_0 \gamma_1 \sin \theta} \quad (125)$$

Les équations (114) et (115) relatives au champ électrique et au champ magnétique deviennent alors comme ci-dessous :

$$\mathbf{E}_{0X} = \mathbf{E}_0''(e^{-j\alpha_0} + \mathbf{m}''e^{-j\beta_0})(-\sin \theta) \quad (126)$$

$$\mathbf{H}_{0Z} = \frac{1}{\eta_0} \mathbf{E}_0''(e^{-j\alpha_0} - \mathbf{m}''e^{-j\beta_0}) \quad (127)$$

On obtient, similairement au paragraphe précédent, l'expression finale du champ électrique suivant (OX) par rapport au repère initial (Oxyz) (voir **Figure 13**) :

$$E_z = E_{0X}(-\cos \phi) \quad (128)$$

$$E_y = \mathbf{E}_0''(e^{-j\alpha_0} - \mathbf{m}''e^{-j\beta_0})(\cos \theta) \quad (129)$$

Il faut savoir que tout au long de notre développement des équations du champ électrique et magnétique pour une polarisation verticale et horizontale, on a considéré respectivement que le coefficient de réflexion relatif à la polarisation horizontale est égal à $q'' = \Gamma_H$ ainsi que pour le coefficient de réflexion relatif à la polarisation verticale $m'' = -\Gamma_V$. On a supposé que $\theta_0 = \theta$. Concernant les angles d'incidence θ_1 et θ_2 correspondant respectivement au milieu 1 et milieu 2 peuvent être éliminés en utilisant les équations ci-dessous selon [25] [52] :

$$\gamma_0 \cos \theta = \gamma_1 \cos \theta_1 = \gamma_2 \cos \theta_2 \quad (130)$$

$$\gamma_1 \sin \theta_1 = \sqrt{\gamma_1^2 - \gamma_0^2 \cos^2 \theta} \quad (131)$$

$$\gamma_2 \sin \theta_2 = \sqrt{\gamma_2^2 - \gamma_1^2 \cos^2 \theta_1} \quad (132)$$

Vu leurs importances à résoudre les problèmes de couplage et pour vérifier la véracité des résultats calculés dans les paragraphes précédents, on a choisi d'expliciter les coefficients de réflexion pour une polarisation horizontale ainsi que verticale à l'aide de la méthode relative aux matrices chaînes.

2.3 Méthode des matrices chaînes : calcul des coefficients de réflexion pour une polarisation verticale et horizontale

Par analogie, on considère que le champ électrique et le champ magnétique tangentiels sont respectivement la tension et le courant. On se retrouve dans ce cas-là confronté au cas similaire d'une ligne de transmission équivalente.

On suppose en premier lieu une polarisation horizontale. L'onde incidente traverse la ligne de transmission comme illustrée dans la figure ci-dessous [53].

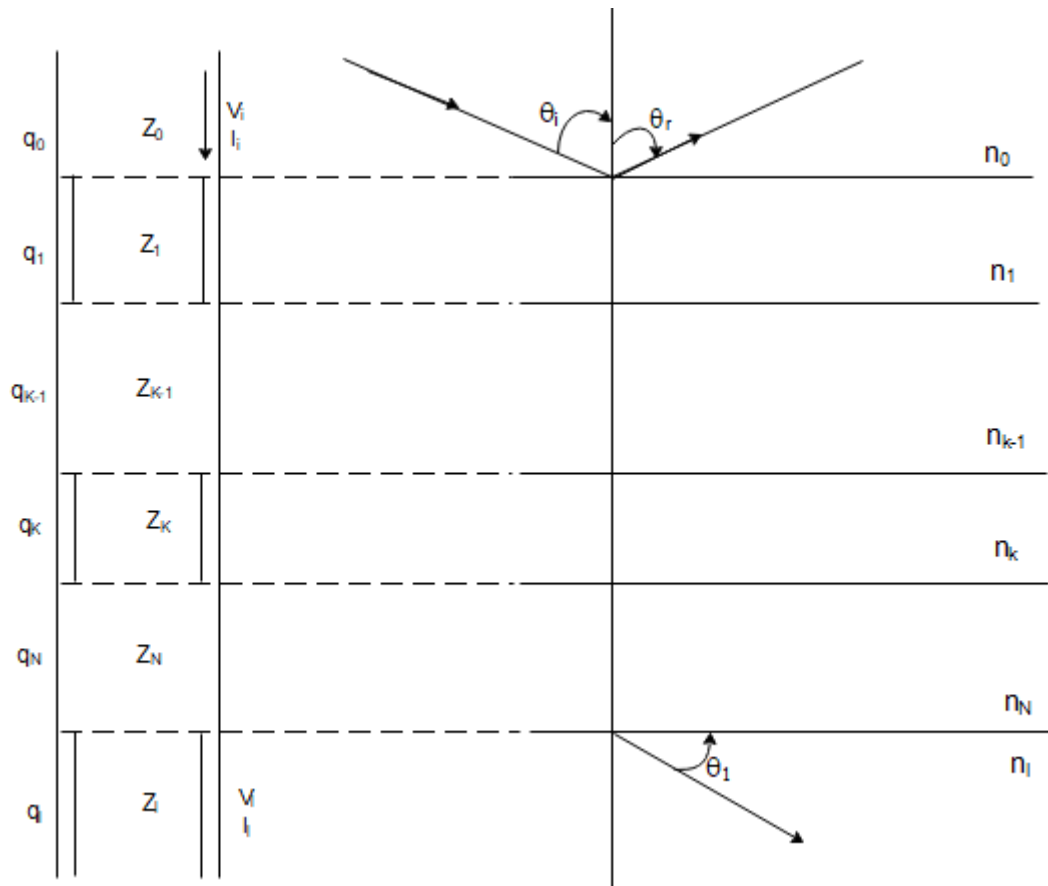


Figure 17: Sol stratifié sous forme d'une ligne de transmission équivalente

Depuis le paragraphe 2.2.1, on se retrouve avec :

$$E_z = V(y)e^{-j\beta x}, -H_x = I(y)e^{-j\beta x} \quad (133)$$

Et

$$q_k = \gamma_k \sin \theta_k = \gamma_k \sqrt{1 - \left(\frac{n_0}{n_k}\right)^2 \cos^2 \theta_i^2}$$

q_k est le coefficient suivant y dans l'expression (100) de α_i .

$$Z_k = \frac{\omega \mu_k}{q_k}, \gamma_k = \gamma_0 n_k$$

$$q_i = \gamma_0 \sin \theta_i, q_l = \gamma_l \sin \theta_l$$

La tension et le courant sont liés à l'entrée et à la sortie de la ligne par le biais des expressions ci-dessous (voir la figure ci-dessous) :

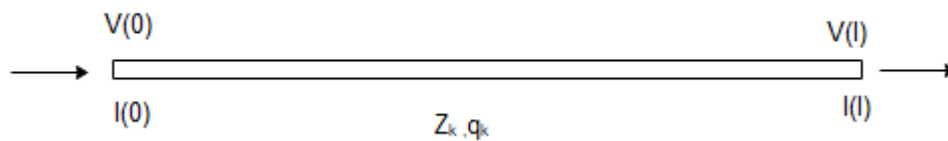


Figure 18: Tension et courant à l'entrée et à la sortie d'un tronçon de la ligne de transmission équivalente

$$\begin{bmatrix} V(0) \\ I(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_k & B_k \\ C_k & D_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(l) \\ I(l) \end{bmatrix} \quad (134)$$

Avec :

$$A_k = D_k = \sin q_k l, B_k = jZ_k \cos q_k l$$

$$C_k = \frac{j \cos q_k l}{Z_k}, A_k D_k - B_k C_k = 1$$

La couche totale peut être exprimée par la matrice générale ABCD :

$$\begin{bmatrix} V_i \\ I_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_l \\ I_l \end{bmatrix} \quad (135)$$

Avec :

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_3 & B_3 \\ C_3 & D_3 \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} A_k & B_k \\ C_k & D_k \end{bmatrix}$$

A l'entrée de la ligne on a :

$$V_i = E'_0(1 + \Gamma_H) ; I_i = \frac{E'_0}{Z_0}(1 - \Gamma_H) \quad (136)$$

A la sortie de la ligne on a :

$$V_l = T_h E'_0, I_l = \frac{T_h E'_0}{Z_l} \quad (137)$$

Avec T_h est le coefficient de transmission de la dernière couche vu qu'il n'y a pas de réflexion.

En substituant les équations (136) et (137) dans (135), on finit par trouver la solution générale des coefficients de réflexion :

$$\Gamma_H = \frac{A + B/Z_l - Z_0(C + D/Z_l)}{A + B/Z_l + Z_0(C + D/Z_0)} \quad (138)$$

$$\Gamma_v = \frac{2}{A + B/Z_l + Z_0(C + D/Z_0)} \quad (139)$$

Similairement pour la polarisation parallèle, on se retrouve avec la même ligne de transmission équivalente mise à part les expressions relatives à la tension, au courant et à l'impédance qui sont différentes en comparaison avec le cas précédent :

$$V = E_x, I = H_z \quad (140)$$

Où

$$Z_k = \frac{q_k}{\omega \varepsilon_k}, \gamma_k = \gamma_0 n_k, q_k = \gamma_k \sin \theta_k$$

Le champ électrique total est obtenu par la suite en divisant le champ suivant l'axe (Ox) par $\sin \theta_k$, ce qui correspond à $\frac{E_x}{\sin \theta_k}$.

2.4 Cas de polarisation quelconque (parallèle & Normal) au plan d'incidence)

Pour pouvoir déterminer les expressions relatives aux sources de tensions circulant tout au long de la ligne, on se doit de calculer le champ primaire qui est la somme du champ incident et du champ réfléchi par les strates, c'est dans ce but qu'on a utilisé la méthode de l'analogie de la ligne de transmission pour le sol stratifié [54], qui est basée sur une méthode relativement simple nous permettant de passer outre la résolution des conditions aux limites des champs correspondants aux interfaces de séparations. Cette méthode est basée sur le fait de décomposer les ondes planes en composante de polarisation verticale TE (dans le plan d'incidence) et polarisation horizontale (perpendiculaire au plan d'incidence) TM [29] [33], vue en détail dans le chapitre 1 paragraphe 1.2.1.3. En effet, en procédant de la même manière que dans le chapitre 1, on retrouve la même formulation des équations (36) (37) (38) (39) et (40) concernant le champ primaire ainsi que les vecteurs de propagation et les vecteurs unitaires de polarisation du champ incident et réfléchi par le sol stratifié comprenant deux strates, contrairement aux coefficients de réflexion qui subissent l'effet des strates dans le sol. C'est pour cette raison qu'on les calculera en incluant dans leurs expressions l'influence du sol stratifié.

2.4.1 Calcul des coefficients de réflexions pour une polarisation quelconque

Les termes Γ_v et Γ_h représentent respectivement les coefficients de réflexion de Fresnel pour une polarisation verticale référée par v et une polarisation horizontale référée par h à l'interface air-sol. Elles sont exprimées comme suit :

$$\Gamma_v = \frac{(1 + k_v)n_1^2 \sin \theta - (1 - k_v)\sqrt{n_1^2 - \cos^2 \theta}}{(1 + k_v)n_1^2 \sin \theta + (1 - k_v)\sqrt{n_1^2 - \cos^2 \theta}} \quad (141)$$

$$\Gamma_h = \frac{(1 - k_h) \sin \theta - (1 + k_h)\sqrt{n_1^2 - \cos^2 \theta}}{(1 - k_h) \sin \theta + (1 + k_h)\sqrt{n_1^2 - \cos^2 \theta}} \quad (142)$$

Avec :

$$k_v = \frac{n_2^2 \sqrt{n_1^2 - \cos^2 \theta} - n_1^2 \sqrt{n_2^2 - \cos^2 \theta}}{n_2^2 \sqrt{n_1^2 - \cos^2 \theta} + n_1^2 \sqrt{n_2^2 - \cos^2 \theta}} e^{j2d\gamma_0 \sqrt{n_1^2 - \cos^2 \theta}} \quad (143)$$

$$k_h = \frac{\sqrt{n_2^2 - \cos^2 \theta} - \sqrt{n_1^2 - \cos^2 \theta}}{\sqrt{n_2^2 - \cos^2 \theta} + \sqrt{n_1^2 - \cos^2 \theta}} e^{j2d\gamma_0 \sqrt{n_2^2 - \cos^2 \theta}} \quad (144)$$

En considérant toujours les mêmes paramètres quant à l'origine des coordonnées cartésiennes pareils à l'équation (36), et en effectuant une projection du champ électrique primaire sur les axes du système des coordonnées, ça nous permet d'obtenir les composantes du champ électrique suivant z et y à une position indiquée par (x, y, z) qui s'avèrent similaires aux équations (44) et (45) du chapitre 1 paragraphe 1.2.1.3 à l'exception des coefficients de réflexion avec un indice de réfraction pour chaque milieu définit comme suit :

$$n_i = \sqrt{\mu_{ri} \varepsilon_{ri} + \frac{j\mu_{ri} \sigma_i}{\varepsilon_0 \omega}} \quad (145)$$

2.5 Applications Numériques et conclusions

Pour pouvoir constater l'impact de certains paramètres électriques du sol ainsi que ceux relatifs à la ligne de transmission sur le champ électrique appliqué. On considère pour notre analyse un champ incident d'impulsion :

$e(t) = FT^{-1}(E(\omega))$. Où FT^{-1} représente la transformée inverse de Fourier de la double exponentielle donnée par [51] [2] :

$$e(t) = E_a(e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}) \quad (146)$$

avec :

$$E_a = 52.5 \text{ (kV/m)}, \alpha = 4 \times 10^6 \text{ (1/s)}, \text{ et } \beta = 4.76 \times 10^8 \text{ (1/S)}.$$

et

$$E(\omega) = E_a \left(\frac{1}{-j\omega + \alpha} - \frac{1}{-j\omega + \beta} \right) \quad (147)$$

On a pu constater que plusieurs paramètres dont la profondeur « d » de la première strate, les conductivités et les perméabilités du sol stratifié à deux couches ainsi que l'angle d'incidence θ avaient une grande influence sur le comportement du champ électrique primaire et ce sous certaines conditions, c'est pour cela que plusieurs questions s'imposent concernant les paramètres influençant le plus. Est ce qu'il y a des paramètres qui engendrent moins d'influence devant d'autres ? C'est dans ce but qu'on va explorer ci-dessous les différentes possibilités en variant ces paramètres pour les deux cas de figure où la polarisation est supposée quelconque ou bien verticale.

Influence de la profondeur « d »

On considère une terre stratifiée constituée de deux couches horizontales et caractérisée par des permittivités relatives égales pour la première et la deuxième strate $\varepsilon_{r1} = \varepsilon_{r2} = 10$, la conductivité correspondante à la couche supérieure est égale à $\sigma_1 = 0.0001 S/m$ et la conductivité de la couche inférieure est cependant égale à $\sigma_2 = 0.01(S/m)$.

Le champ incident de polarisation quelconque traverse le sol constitué de deux strates avec un angle d'incidence $\theta = 45^\circ$, un angle $\phi = 30^\circ$ qui donne la direction de propagation suivant l'axe z et un angle de polarisation supposée quelconque égale à $\eta = 60^\circ$. Le point d'observation est désigné par le vecteur de position $r = (x = 0, y = 10, z = 20)(m)$.

La figure ci-dessous illustre le comportement du champ électrique primaire suivant y et z pour différentes valeurs de l'épaisseur de la couche supérieure $d = 0m, 6m, 20m$.

Dans le cas où $d = 0$, le champ électrique réfléchi correspond au cas particulier d'un sol homogène avec comme conductivité celle de la deuxième strate à savoir $\sigma_2 = 0.01(S/m)$.

On constate que plus l'épaisseur de la strate supérieure augmente plus le champ électrique tend vers celui se rapportant au sol homogène avec la conductivité de la couche supérieure à savoir $\sigma_1 = 0.0001 (S/m)$. Aussi, plus la profondeur augmente plus l'étalement de la largeur de l'impulsion en réponse augmente dans le temps.

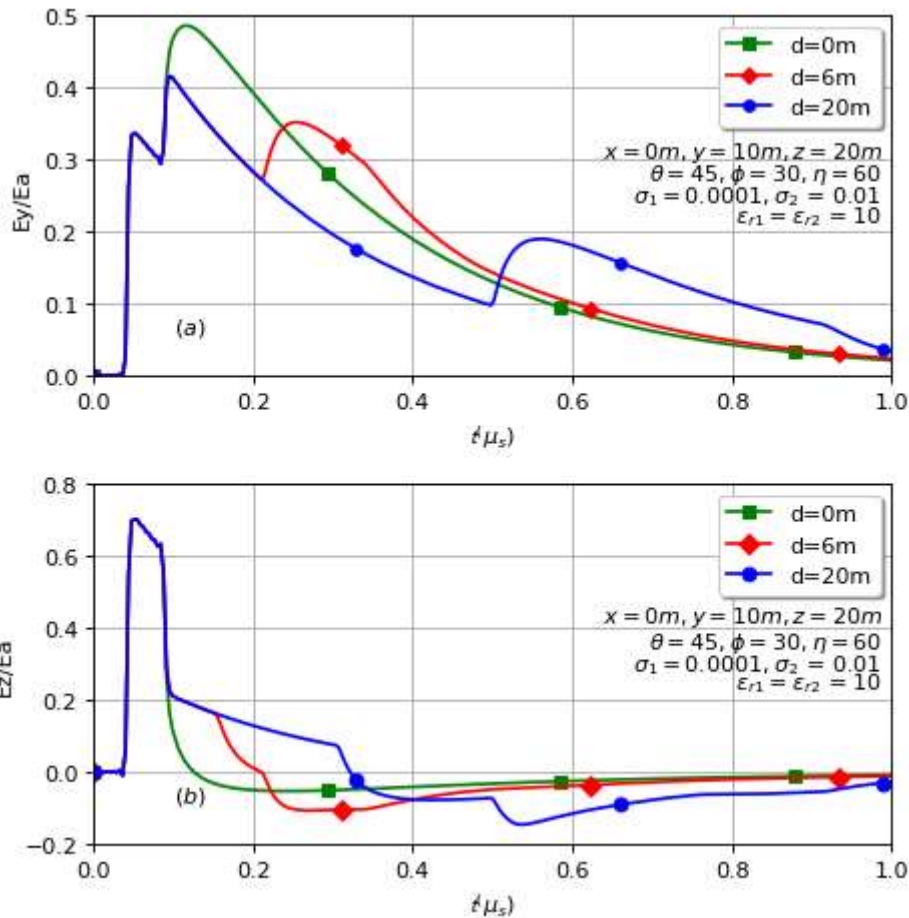


Figure 19: Comportement du champ électrique suivant y et z au-dessus d'un sol stratifié à deux couches pour différentes valeurs de la profondeur de la strate supérieure $d = (0m, 6m, 20m)$

Influence de la Conductivité en terme du rapport $\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$

En prenant les mêmes valeurs que le chapitre précédent relatives à la permittivité des deux couches, au vecteur position et aux angles d'incidence θ et ϕ , la figure ci-dessous illustre le comportement du champ électrique primaire en fonction du temps pour les différentes valeurs du rapport de conductivité de la première couche sur la 2^{ème} couche $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 100; 0.01$ ce qui correspond respectivement à $(\sigma_1, \sigma_2) = (0.01, 0.0001) S/m$ et $(\sigma_1, \sigma_2) = (0.0001, 0.01) S/m$

Pour le 1^{er} cas où $\sigma_1 = 0.01(S/m) > \sigma_2 = 0.0001(S/m)$ d'autres paramètres comme la profondeur de la première strate $d > 0$ n'influence plus le comportement du champ électrique et ce pour les deux cas de figure où on a affaire à une polarisation quelconque ou une polarisation verticale. Par contre dans le cas inverse où $\sigma_1 = 0.0001(S/m) < \sigma_2 = 0.01(S/m)$ la variation de la profondeur d conduit à un étalement de la largeur de l'impulsion en réponse dans le temps, plus la profondeur est grande plus l'étalement est plus long dans le temps et ce pour une polarisation quelconque ainsi que pour une polarisation verticale. On a constaté aussi que pour le cas où la polarisation est verticale l'amplitude du champ électrique suivant y augmente par contre celle du champ électrique suivant z diminue en comparaison avec leurs semblables pour une polarisation quelconque. Dans les cas particuliers où le sol est considéré comme homogène, le comportement du champ électrique quand d tend vers l'infini (dans notre cas ($d = 20m$)) avec comme conductivité celle de la première couche $0.01(S/m)$ (graphes(a),(e) ;(b),(f)) correspond parfaitement à celui où $d=0$ avec comme conductivité celle correspondante à la deuxième couche $0.01(S/m)$ (graphes(c),(g) ;(d),(h)). Malgré le fait que l'épaisseur de la première couche est conséquente $d = 20m$, toutefois elle reste insuffisante pour la considérer tendant vers l'infini dans quelques cas (graphe (d)).

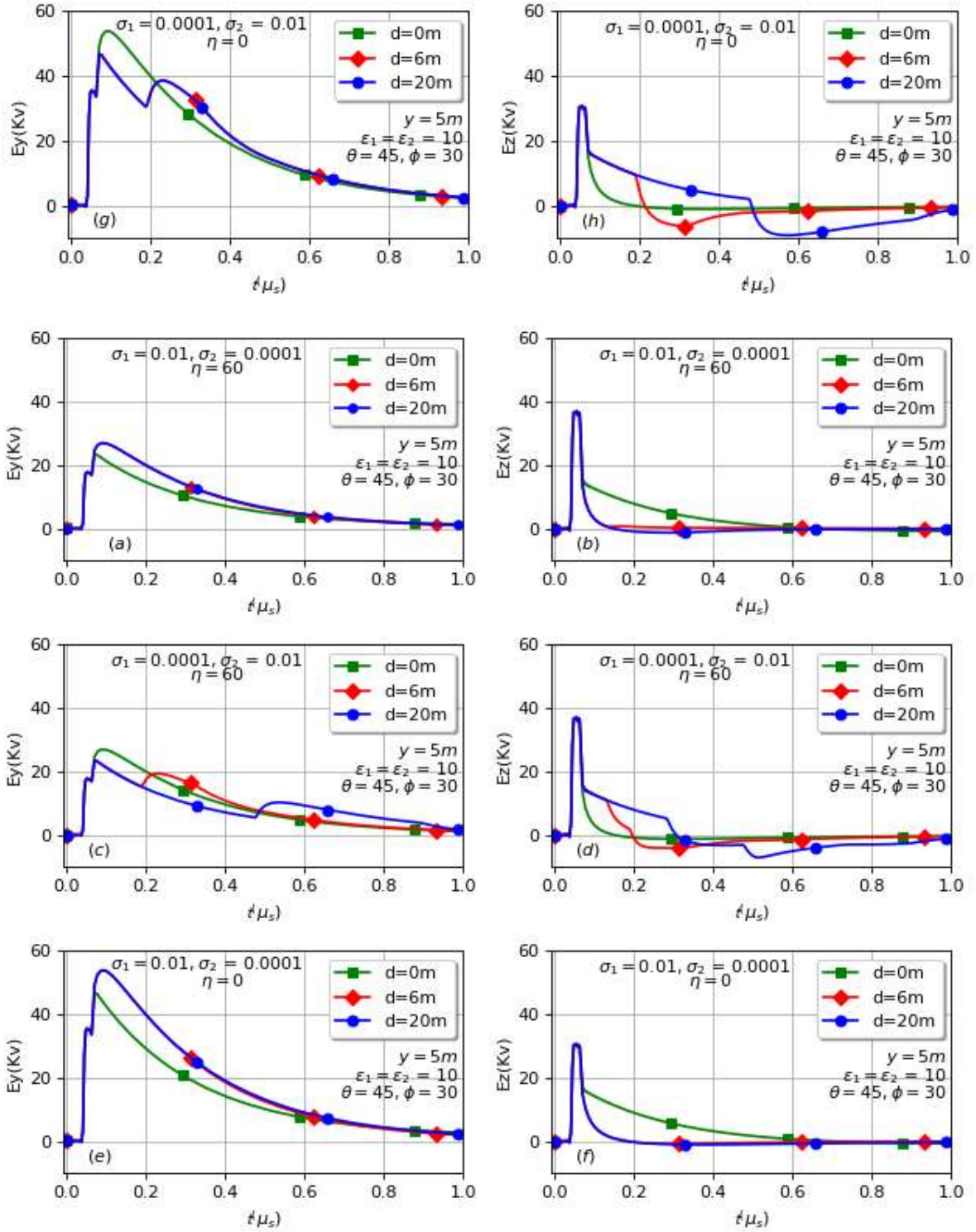


Figure 20: Comparaison du comportement du champ électrique suivant y et z au-dessus d'un sol stratifié à deux couches pour différentes valeurs de la profondeur de la 1^{ère} couche ($d = (0, 6, 20)(m)$) quand $\sigma_1 > \sigma_2$ et $\sigma_2 > \sigma_1$ pour $\eta = 60^\circ$ & 0°

Influence de la permittivité $\frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}}$

En supposant les mêmes valeurs que les chapitres précédents relatifs au vecteur position ainsi qu'aux angles d'incidence θ et ϕ . On fixe la profondeur de la première couche à $d = 5m$, on explore l'influence de la permittivité des deux couches constituant le sol stratifié dans les 2 cas où la conductivité de la première couche est supérieure à la couche semi infinie et vice versa, le tout pour une polarisation quelconque ou une polarisation verticale. On constate en effet que la permittivité n'influence pas le comportement du champ électrique que ça soit pour $\epsilon_{r1} = 15 > \epsilon_{r2} = 2$ ou bien pour $\epsilon_{r1} = 2 < \epsilon_{r2} = 15$ pour le cas où on a une conductivité assez importante de la première strate avec $\sigma_1 > \sigma_2$.

D'un autre côté, quand la conductivité de la première couche est assez faible avec $\sigma_1 < \sigma_2$, et que la permittivité de la première couche est supérieure à celle de la couche semi infinie $\epsilon_{r1} > \epsilon_{r2}$, on remarque dans ce cas un maximum de perturbations sur le comportement du champ électrique. La polarisation verticale fait en sorte d'augmenter l'amplitude du champ électrique suivant y et diminue celle relative au champ électrique suivant z .

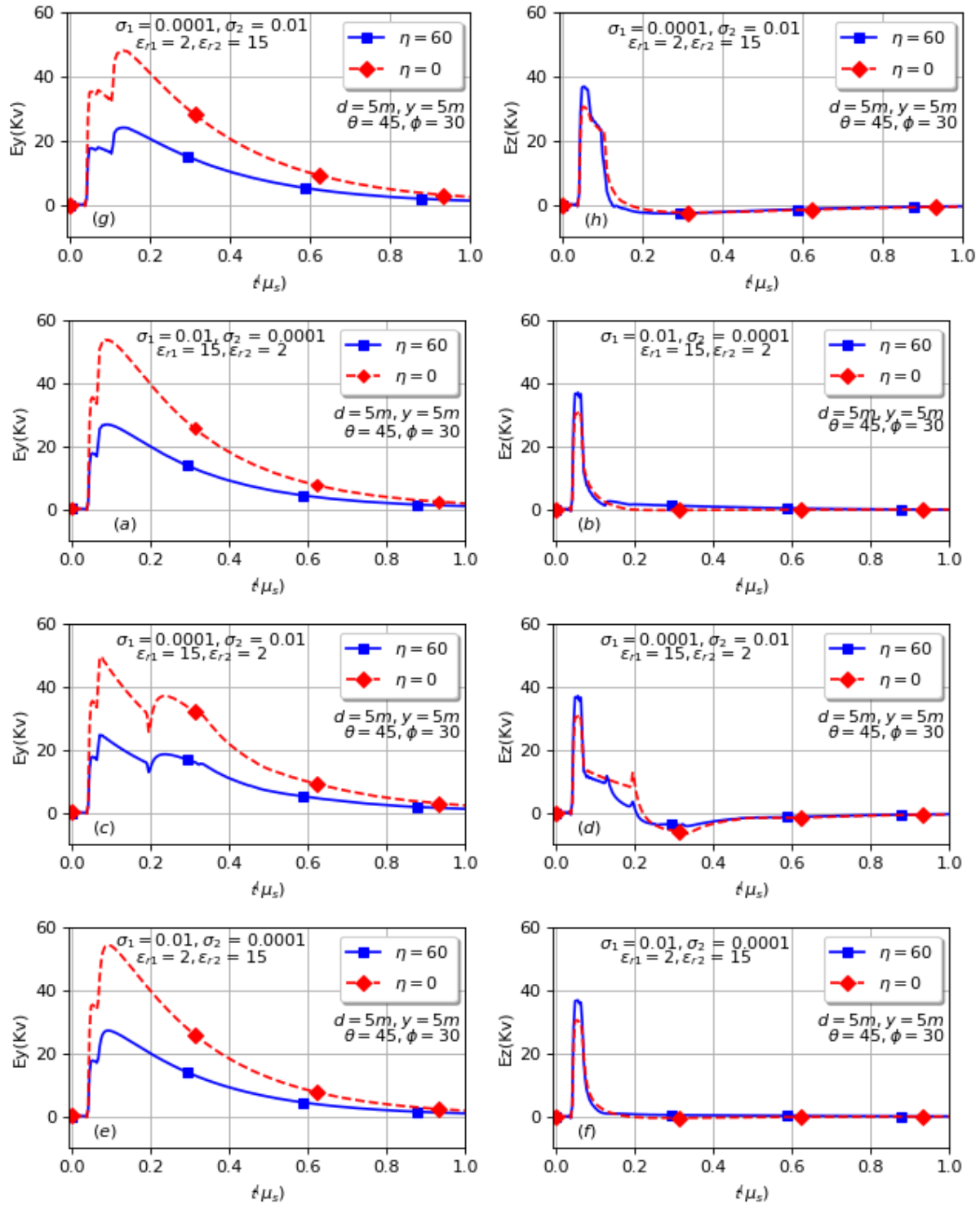


Figure 21: Comparaison du comportement du champ électrique suivant y et z au-dessus d'un sol stratifié à deux couches pour différentes valeurs de la permittivité ($\epsilon_{r1} > \epsilon_{r2}$) et ($\epsilon_{r1} < \epsilon_{r2}$) quand $\sigma_1 > \sigma_2$ et $\sigma_1 < \sigma_2$ pour une polarisation quelconque et verticale $\eta = 60^\circ$ & 0°

Influence de l'angle d'incidence et de l'angle de polarisation

Pour évaluer l'influence de l'angle d'incidence θ sur le champ électrique, on lui attribue différentes valeurs ($\theta = 10^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 80^\circ$) pour une polarisation supposée quelconque égale à $\eta = 30^\circ$ et $\eta = 60^\circ$ et dans le cas d'une polarisation verticale $\eta = 0^\circ$. Les permittivités relatives de la première et deuxième strate sont égales et ont une valeur égale à $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = 10$, la conductivité correspondante à la couche supérieure est de $\sigma_1 = 0.01 S/m$ et la conductivité de la couche inférieure est de $\sigma_2 = 0.0001(S/m)$, l'angle suivant la direction de propagation est égal à $\phi = 30^\circ$. La distance séparant le système multiconducteur du sol est égale à 10 m.

Concernant le champ électrique suivant y, son amplitude atteint son maximum quand l'angle d'incidence et de polarisation sont égaux à 30° . D'un autre côté, plus on augmente l'angle d'incidence $\theta > 30^\circ$ plus l'amplitude du champ électrique diminue jusqu'à atteindre son minimum à $\theta = 80^\circ$ contrairement au champ électrique suivant z, son amplitude augmente avec l'augmentation de l'angle d'incidence jusqu'à atteindre son maximum à $\theta = 80^\circ$ et $\phi = 30^\circ$.

Pour la polarisation verticale, le comportement est le même que celui constaté pour une polarisation quelconque sauf pour l'amplitude qui est un peu plus grande en comparaison avec celle relative à la polarisation quelconque.

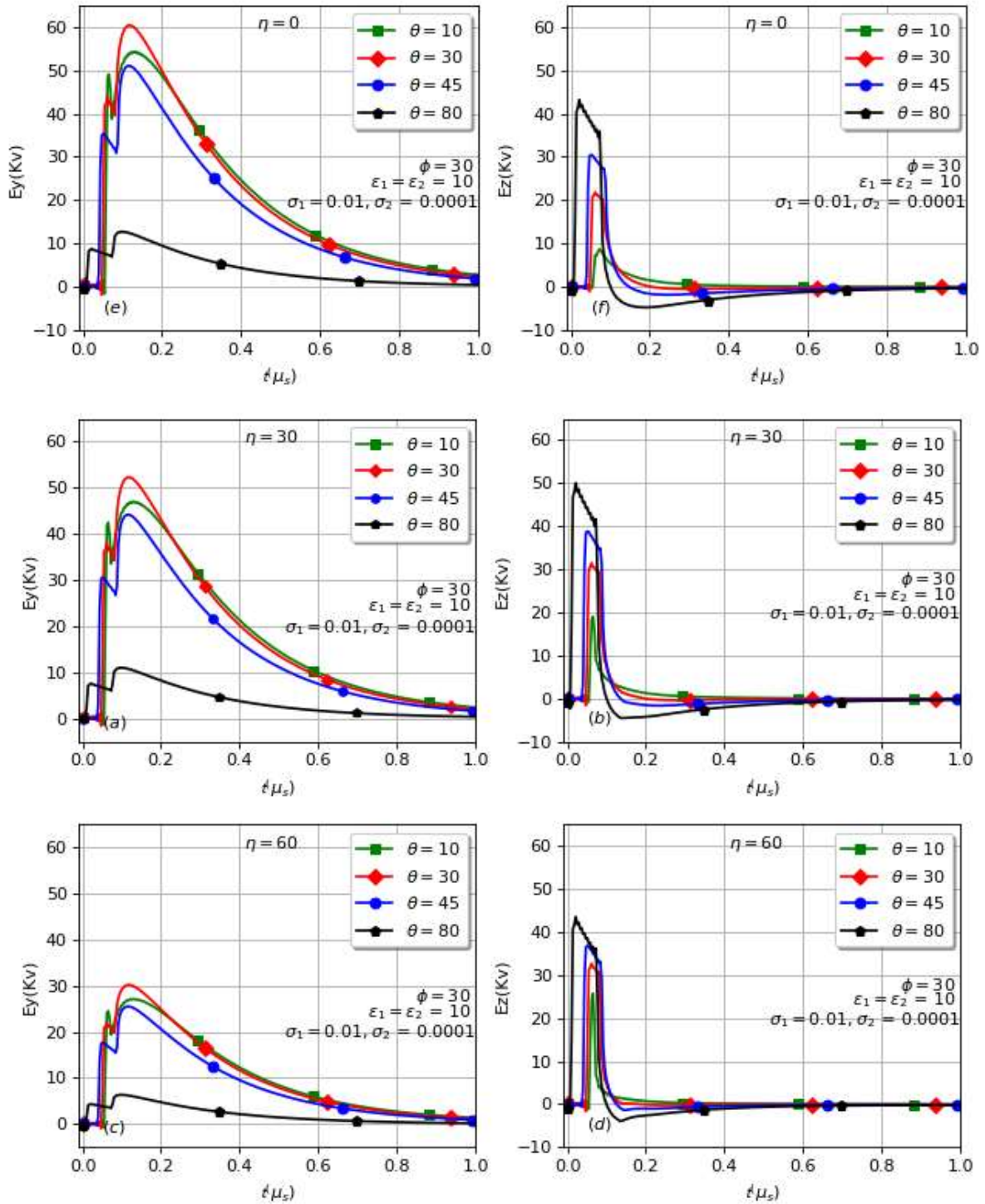


Figure 22: comparaison du comportement du champ électrique suivant y et z au-dessus d'un sol stratifié à deux couches pour différentes valeurs de l'angle d'incidence pour $\sigma_1 > \sigma_2$ ($\theta=10^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 80^\circ$) quand la polarisation est quelconque est $\eta=30^\circ$ & 60° (a),(b),(c),(d). Cas spécial polarisation verticale (e),(f).

Influence de la distance par rapport au sol

Pour évaluer l'influence de la distance de la structure Multiconducteur par rapport au sol sur le champ électrique, on illustre le comportement de ce dernier dans les cas où la distance est égale à : ($y = 5m, 10m, 15m, 20m$). La polarisation est supposée quelconque avec un angle de polarisation égal à $\eta = 60^\circ$, l'angle suivant la direction de propagation et l'angle d'incidence sont égaux respectivement à $\phi = 30^\circ$ et $\theta = 45^\circ$. Les permittivités relatives de la première et deuxième strate sont égales et ont une valeur de ($\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = 10$). La profondeur de la première couche est supposée égale à $d = 5m$. On analyse l'impact de la distance sur le champ électrique primaire suivant y et z en fonction du temps pour les deux cas de figure où $\sigma_1 > \sigma_2$ avec $\sigma_1 = 0.01 S/m$ et $\sigma_2 = 0.0001(S/m)$ et vice versa où $\sigma_1 < \sigma_2$ avec $\sigma_1 = 0.0001 S/m$ et $\sigma_2 = 0.01(S/m)$. Le cas spécial où la polarisation est verticale $\eta = 0^\circ$ est traité aussi.

Pour le champ électrique suivant y et z , la variation de la distance par rapport au sol conduit à un étalement de la largeur de l'impulsion en réponse dans le temps, plus la distance est grande plus l'étalement est plus long dans le temps et ce dans les 2 cas de figure où la conductivité de la première couche est plus grande que la couche semi infinie $\sigma_1 > \sigma_2$ et l'inverse $\sigma_1 < \sigma_2$ et ce pour une polarisation quelconque ainsi que verticale. On remarque aussi que l'amplitude du champ électrique suivant y diminue quand la conductivité de la couche supérieure est inférieure à celle semi infinie $\sigma_1 < \sigma_2$.

Le champ électrique suivant z est sujet à plus de perturbations spécifiquement quand la polarisation est supposée quelconque.

Pour le cas d'une polarisation verticale, l'amplitude du champ électrique suivant y augmente contrairement au champ électrique suivant z où on constate une diminution de son amplitude et ce en comparaison avec l'amplitude du champ électrique suivant y et z relatives à une polarisation quelconque.

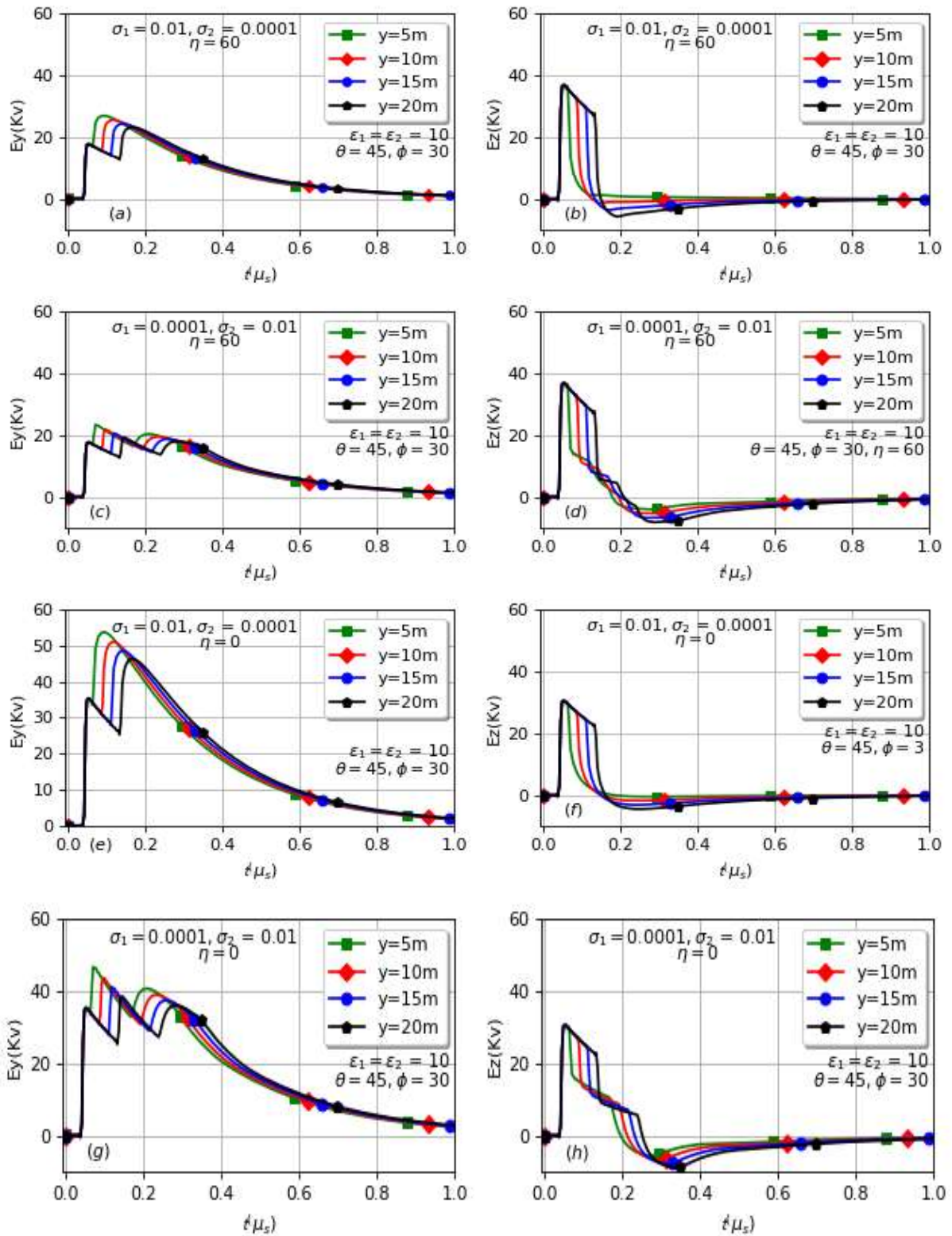


Figure 23: Comparaison du comportement du champ électrique suivant y et z en considérant différentes distances séparant la ligne multiconducteur du sol stratifié à deux couches pour des conductivités $\sigma_1 > \sigma_2$ et $\sigma_1 < \sigma_2$ quand la polarisation est quelconque $\eta = 60^\circ$ ainsi que verticale $\eta = 0^\circ$

Conclusion

Dans ce chapitre, on a considéré une onde plane électromagnétique incidente sur une terre stratifiée constituée de deux couches. On a pu constater que les strates du sol influençaient non seulement le champ électrique réfléchi mais impactait aussi le champ primaire qui n'est autre que la somme du champ incident sur l'interface air-sol et du champ réfléchi par les strates. C'est pour cette raison qu'on a dû explorer pour une polarisation quelconque et une polarisation verticale, les différents paramètres du sol et de l'onde qui pouvaient impacter le comportement du champ électrique à savoir :

➤ L'influence de la profondeur d :

- ✓ Plus la profondeur de la 1^{ère} couche augmente plus le champ tend vers celui se rapportant à un sol homogène avec comme conductivité celle de la couche supérieure
- ✓ Plus la profondeur de la 1^{ère} couche augmente plus l'étalement de la largeur de l'impulsion en réponse augmente dans le temps.
- ✓ Dans le cas où $d = 0$ le champ tend vers celui se rapportant au sol homogène avec comme conductivité celle de la couche semi infinie.

D'autre part, quand d est très grand (théoriquement infini, mais dans le cas pratique il dépend de l'épaisseur de pénétration dans les strates qui est elle-même fonction des paramètres de l'onde et du sol), le champ tend vers celui d'une couche homogène caractérisée par les paramètres électriques de la strate d'épaisseur d .

➤ **L'influence de la conductivité σ :**

- ✓ Quand $\sigma_1 > \sigma_2$ avec $\sigma_1 = 0.01 \text{ (S/m)}$ et $\sigma_2 = 0.0001 \text{ (S/m)}$
 - La variation de la profondeur d de la première couche n'opère plus sur le champ électrique.
 - La permittivité des couches n'impacte plus le champ électrique pour les 2 cas de figure $\epsilon_{r1} > \epsilon_{r2}$ et $\epsilon_{r1} < \epsilon_{r2}$.

Quand $\sigma_1 < \sigma_2$ avec $\sigma_1 = 0.0001 \text{ (S/m)}$ et $\sigma_2 = 0.01 \text{ (S/m)}$

- ✓ la variation de la profondeur d conduit à un étalement de la largeur de l'impulsion en réponse dans le temps, plus la profondeur est grande plus l'étalement est plus long dans le temps
- ✓ L'influence de la permittivité impacte le champ électrique quand on a des conductivités relativement faibles ainsi que $\epsilon_{r1} > \epsilon_{r2}$

Cependant l'influence de l'angle d'incidence, de la distance séparant la structure multiconducteur de la terre stratifiée opèrent quel que soit la valeur de la conductivité de la première couche et ce dans les deux cas de figure où la conductivité de la première couche est plus grande que la couche semi infinie $\sigma_1 > \sigma_2$ et l'inverse $\sigma_1 < \sigma_2$ et conduisent respectivement à :

- ✓ Une amplitude élevée du champ électrique suivant y atteinte pour un angle d'incidence et de polarisation égaux à 30° dans le cas d'une polarisation quelconque.

- ✓ Un étalement de la largeur de l'impulsion en réponse dans le temps qui augmente par rapport à la distance qu'on ait affaire à une polarisation quelconque ou verticale.

La polarisation verticale quant à elle fait qu'on se retrouve avec une amplitude toujours supérieure à celle relative à une polarisation quelconque pour le champ électrique suivant y et une diminution de l'amplitude du champ électrique suivant z en comparaison à sa semblable pour une polarisation quelconque.

3 Chapitre 3 : Modèle équivalent d'une terre Stratifiée à deux couches à une terre Homogène

3.1 Introduction

Les lignes de transmission Multiconducteurs sont influencées par la résistivité du sol. Le sujet a été étudié dans la littérature en supposant que le sol est homogène et isotrope, alors qu'en réalité le sol est représenté par plusieurs strates. Chaque strate est caractérisée par différentes propriétés électriques à savoir la résistivité, permittivité et la perméabilité. Il faut savoir que les strates n'influencent pas seulement le champ primaire comme on a pu développer dans le chapitre précédent, mais elles impactent aussi les paramètres linéiques de la ligne (impédance série et admittance Shunt) qu'on calculerait dans le paragraphe 3.2.1. Pour pouvoir modéliser la ligne de transmission Multiconducteur placée au-dessus d'une terre stratifiée, on a supposé que les conducteurs sont fins et de longueurs infinies en adoptant toutefois l'approximation quasi-TEM. Pour la formulation du problème, on a utilisé les potentiels de Hertz pour établir les équations du champ électromagnétique. Ces potentiels relatifs aux trois milieux (air, 1^{ère} couche et couche semi infinie du sol) ont été dérivées en satisfaisant les conditions aux limites correspondant à la continuité des composantes tangentielles du champ électrique et magnétique aux interfaces de séparations.

Dans ce chapitre, on a explicité la nouvelle méthode qu'on a développée pour obtenir un modèle de sol homogène à partir d'un sol stratifié incluant deux couches. Les propriétés électriques du sol équivalent ont été calculées grâce à une méthode de minimisation précise et pertinente (paragraphe 3.3). En effet, on a pu démontrer l'efficacité de notre modèle proposé en s'appuyant sur les résultats numériques dans le chapitre 3.4

3.2 Modélisation de la ligne de transmission Multiconducteur au-dessus d'une terre stratifiée à deux couches

Plusieurs approches ont été utilisées et rapportées par la littérature pour inclure l'effet de l'impédance du retour du sol dans la ligne de transmission dont le pionnier Carson [37] et ce dans le cas d'une terre homogène supposée infinie. Dans son modèle, Carson a négligé l'effet du courant de déplacement ainsi que l'influence du sol imparfait. Par la suite, plusieurs modèles ont été développés incluant l'effet de la stratification du sol [55] ainsi que les pertes engendrées par le courant de déplacement [56] [57] [58] . Sunde [59] et Iwamoto [60] ont présentés le modèle de l'impédance relative à la terre stratifiée à deux couches, cependant dans leurs formulations, les conditions aux limites ne sont pas suffisamment générales, et la propagation du courant au long de la ligne est négligée par les deux auteurs. Le courant de déplacement est considéré en effet comme un terme de correction. Wedepohl et Wasley [61] ont reportés le calcul de l'impédance du retour du sol relatif au sol stratifié incluant deux couches en utilisant une transformée à double intégrale. Plus tard, Nakagawa et al [62] ont développé une solution générale et précise de l'impédance du retour du sol d'une ligne de transmission au-dessus d'un sol stratifié comprenant trois couches caractérisées par des résistivités, permittivités et perméabilités différentes. Les auteurs ont reporté une approximation analytique précise des intégrales relatives à la ligne de transmission placée au-dessus du sol.

Plus récemment, Papadopoulos et al. [20] ont développé un modèle général pour le calcul des impédances et des admittances [63] représentant l'effet de la terre stratifiée sur la ligne de transmission [64] placée au-dessus du sol imparfait qu'on explicitera dans le paragraphe ci-dessous.

3.2.1 Calcul des paramètres linéiques de la ligne de transmission Multiconducteur au-dessus d'une terre stratifiée à deux couches

On considère un système de conducteurs très fins parallèles entre eux d'ordre N situés dans l'air au-dessus d'un sol stratifié. Le câble j ($j = 1, 2, \dots, N$) de rayon a_j est situé à une hauteur h_j par rapport au sol et une position $y = d_j$. L'air a une conductivité $\sigma_0 = 0$, une perméabilité μ_0 et une permittivité ε_0 égales à celles de l'air libre.

On suppose que le sol est composé de deux couches horizontales. La première couche a une profondeur d avec comme paramètres électriques $\mu_1, \varepsilon_1, \sigma_1$ qui définissent respectivement la perméabilité, la permittivité et la conductivité. La deuxième couche est considérée comme semi infinie et comprend $\mu_2, \varepsilon_2, \sigma_2$ comme paramètres électriques.

Conformément à Papadopoulos [20], le système est régi par les équations des télégraphistes tel que :

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -ZI \quad (148)$$

$$\frac{\partial I}{\partial x} = -YV \quad (149)$$

V et I sont respectivement les matrices colonnes de la tension et du courant à une distance x au long de la ligne. Le circuit différentiel équivalent de la ligne est représenté dans la **Figure 24**. Z et Y sont respectivement les matrices carrés par unité de longueur des impédances et admittances par unité de longueur. L'admittance matricielle est liée au coefficient du potentiel matriciel P [62], [65] par la relation :

$$Y = j\omega P^{-1} \quad (150)$$

L'impédance matricielle par unité de longueur peut être exprimée [45] comme suit :

$$Z = Z_{\omega} + Z_s + Z_e \quad (151)$$

Avec

- Z_{ω} : Matrice impédance interne du conducteur par unité de longueur.
- Z_s : Matrice impédance relative à l'influence de la terre parfaitement conductrice par unité de longueur.
- Z_e : Matrice impédance relative à l'influence de la terre stratifiée

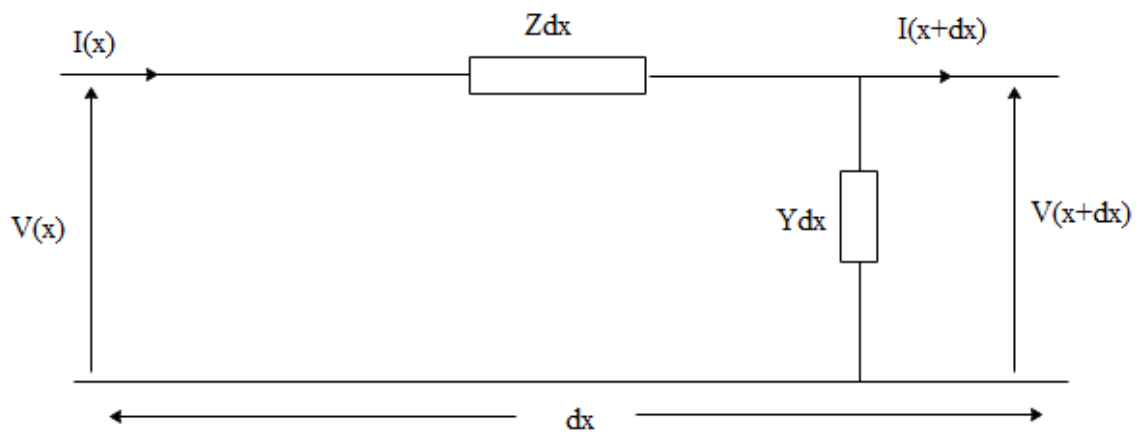


Figure 24: Circuit équivalent différentiel de la ligne de transmission

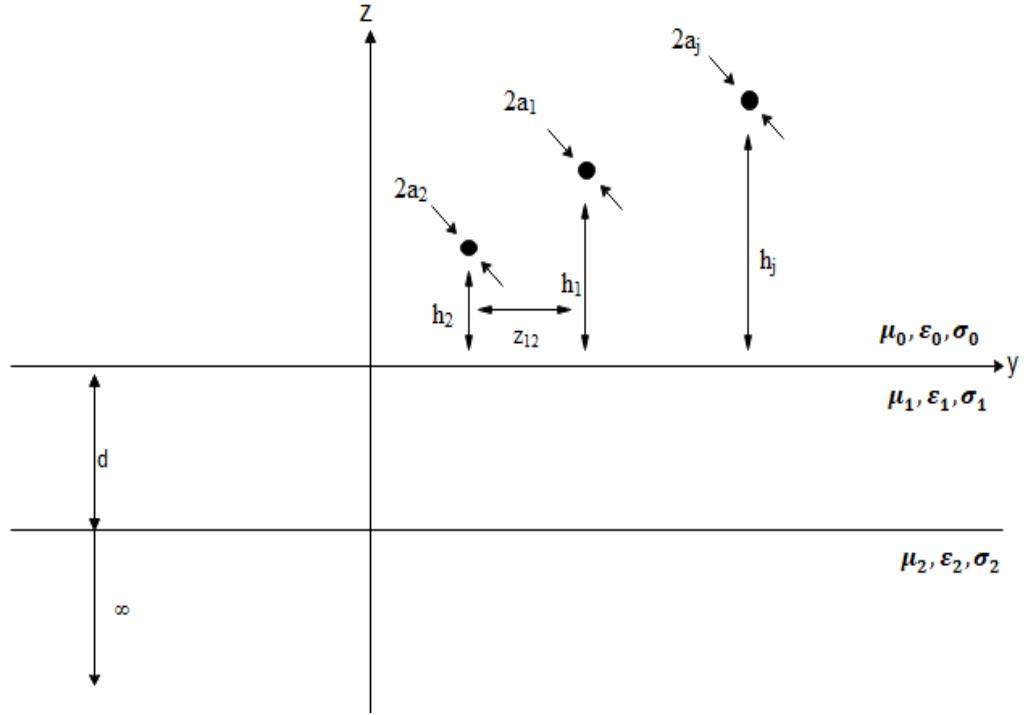


Figure 25: Géométrie de la structure N- conducteurs de la ligne placée au-dessus d'une terre stratifiée

L'impédance mutuelle d'une terre stratifiée à deux couches pour le système de la **Figure 25** est donnée sous la forme [20] :

$$Z_{mn}^{(s)} = j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_{mn}^-}{D_{mn}^+} + j\omega \frac{\mu_0}{\pi} \times \int_0^\infty \chi^{(s)}(v) e^{-v(h_m+h_n)} \cos(y_{mn}v) dv \quad (152)$$

Avec :

$$D_{mn}^\pm = \sqrt{y_{mn}^2 + (h_m \pm h_n)^2}, \quad y_{mn} = |d_m - d_n|, \quad (m, n = 1, 2, \dots, N),, \quad (153)$$

et

$$\chi^{(s)} = \mu_1 \frac{s_{12}^+ + s_{12}^- e^{-\alpha_1 d}}{s_{01}^+ s_{12}^+ + s_{01}^- s_{12}^- e^{-2\alpha_1 d}} \quad (154)$$

$$\alpha_i = \sqrt{v^2 + \gamma_i^2 + \gamma_0^2}, \gamma_i = \sqrt{j\omega\mu_i(\sigma_i + j\omega\varepsilon_i)}$$

$$s_{ij}^\pm = \alpha_i \mu_j \pm \alpha_j \mu_i; \quad i, j = 0, 1, 2$$

L'indice s fait référence à la terre stratifiée, $\gamma_0 = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$ est la constante de propagation à l'air libre.

Le premier terme de l'équation (152) est l'inductance par unité de longueur due à la géométrie du conducteur. Il est déterminé en adoptant la méthode des images sous l'hypothèse d'un sol parfaitement conducteur. Le second terme réfère à l'impédance mutuelle du retour du sol par unité de longueur. Son expression est obtenue en utilisant l'approximation quasi-TEM [66]. Cette approximation est satisfaite à condition que le rayon du conducteur soit petit comparé :

- ✓ à la longueur d'onde
- ✓ à la distance séparant les conducteurs
- ✓ aux hauteurs des conducteurs au-dessus de la terre.

L'admittance par unité de longueur est donnée par [20] :

$$Y_{mn}^{(s)} = j\omega \left[\frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{D_{mn}^-}{D_{mn}^+} + \frac{1}{\pi\varepsilon_0} \times \int_0^\infty (\chi + \psi)^{(s)} e^{-(h_m+h_n)v} \cos(y_{mn}v) dv \right]^{-1} \quad (155)$$

Où

$$\begin{aligned} \psi^{(s)} = & (\mu_0\mu_1(\gamma_0^2 - \gamma_1^2)(s_{12}^+ + s_{12}^- e^{-2\alpha_1 d}) \times (S_{12}^+ + S_{12}^- e^{-2\alpha_1 d}) \\ & - 4\mu_0\mu_1^2\mu_2\alpha_1^2\gamma_0^2 \times (\gamma_1^2 - \gamma_2^2)e^{-2\alpha_1 d}) / (\delta\Delta) \end{aligned} \quad (156)$$

Avec : $S_{ij}^{\pm} = \mu_i \gamma_j \alpha_i \pm \mu_j \gamma_i \alpha_i$; $\delta = s_{01}^+ s_{12}^+ + s_{01}^- s_{12}^- e^{-2\alpha_1 d}$; $\Delta = S_{01}^+ S_{12}^+ + S_{01}^- S_{12}^- e^{-\alpha_1 d}$;

$$j = \sqrt{-1} ; \omega = 2\pi f$$

Vu qu'on traite les champs électromagnétiques produits essentiellement par les courants induits circulants dans les conducteurs, il est plus approprié d'utiliser le vecteur de Hertz Π . Dans notre cas, pour un système de conducteurs parallèles à la surface de la terre. Les conditions aux limites à l'interface air-sol ne pourraient pas être satisfaites si le potentiel de Hertz [67] comprenait qu'une seule composante [68] suivant x . Comme Sommerfeld [69] l'a souligné de nombreuses années auparavant, il serait possible de remédier à ce problème si le potentiel de Hertz pouvait comprendre deux composantes : la première suivant x et la deuxième suivant z (Annexe B).

Les champs électriques et magnétiques doivent satisfaire les conditions aux limites à chaque interface ($z = 0$) et ($z = -d$). Puisque dans notre cas, on a affaire à une ligne de transmission Multiconducteur placée à l'air libre au-dessus d'une terre stratifiée à deux couches, ce qui implique la présence de milieux avec des perméabilités différentes, les conditions aux limites pour les composants du potentiel de Hertz ainsi que leurs dérivées se traduisent par la continuité des quantités comme suit :

$$\gamma_i^2 \cdot \Pi_{ix} = \gamma_{i+1}^2 \cdot \Pi_{(i+1)x} \quad (157)$$

$$\frac{\gamma_i^2}{\mu_i} \cdot \frac{\partial \Pi_{ix}}{\partial z} = \frac{\gamma_{i+1}^2}{\mu_{i+1}} \cdot \frac{\partial \Pi_{(i+1)x}}{\partial z} \quad (158)$$

$$\frac{\gamma_i^2}{\mu_i} \Pi_{iz} = \frac{\gamma_{i+1}^2}{\mu_{(i+1)}} \Pi_{(i+1)z} \quad (159)$$

$$\frac{\partial \Pi_{iz}}{\partial z} + \frac{\partial \Pi_{ix}}{\partial x} = \frac{\partial \Pi_{(i+1)z}}{\partial z} + \frac{\partial \Pi_{(i+1)x}}{\partial x} \quad (160)$$

L'indice 0 dans les équations ci-dessous réfère aux quantités se trouvant dans la partie supérieure de l'espace ($z > 0$). Pour notre cas, et par rapport à la nature des conditions aux limites dont on a affaire, les formes potentielles nécessaires s'écrivent sous cette forme [20] [54] :

$$\Pi_{0x} = \int_0^{\infty} \left[C \frac{\lambda}{u_0} e^{-u_0|z-h|} + a_0 e^{-u_0 z} \right] J_0(r\lambda) d\lambda \quad (161)$$

$$\Pi_{0z} = \frac{x}{r} \int_0^{\infty} a'_0 e^{-u_0 z} J_1(r\lambda) d\lambda, \quad y > 0 \quad (162)$$

Dans la formule de Π_{0x} , h désigne la distance entre l'origine du repère et le dipôle. C est proportionnelle au dipôle Ids . $J_k(\cdot)$ est la fonction de Bessel du premier type d'ordre k , $u_k = \sqrt{\lambda^2 + \gamma_k^2}$ avec $k = 0, 1, 2$, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$. ϕ est telle que $\cos \phi = \frac{x}{r}$.

Pour $-d < z < 0$:

$$\Pi_{1x} = \int_0^{\infty} [a_1 e^{u_1 z} + b_1 e^{-u_1 z}] J_0(r\lambda) d\lambda \quad (163)$$

$$\Pi_{1z} = \frac{x}{r} \int_0^{\infty} [a'_1 e^{u_1 z} + b'_1 e^{-u_1 z}] J_1(r\lambda) d\lambda \quad (164)$$

Pour $z < -d$:

$$\Pi_{2x} = \int_0^{\infty} a_2 e^{u_2 z} J_0(r\lambda) d\lambda \quad (165)$$

$$\Pi_{2z} = \frac{x}{r} \int_0^{\infty} a'_2 e^{u_2 z} J_1(r\lambda) d\lambda \quad (166)$$

Ceci complète la solution formelle intégrale pour les champs électromagnétiques et conduit par conséquent au calcul des paramètres linéiques par unité de longueur de la ligne de transmission multiconducteur en intégrant le long des conducteurs.

3.3 Calcul de la Permittivité et la conductivité équivalentes du sol homogène équivalent

Quand il s'agit d'une structure à multiples conducteurs horizontaux et parallèles entre eux placés au-dessus d'une terre homogène dissipative, l'effet du sol est représenté par les intégrales Sommerfeld de type Fourier comme suit [70] [71] [32]:

$$J(D_{mn}^+) = \int_0^\infty \frac{e^{-u'_0(h_m+h_n)}}{u'_0 + u'_g} \cos(vy_{mn}) dv \quad (167)$$

$$G(D_{mn}^+) = \int_0^\infty \frac{e^{-u'_0(h_m+h_n)}}{n_0^2 u'_0 + u'_g} \cos(vy_{mn}) dv \quad (168)$$

Avec $u'_0 = \sqrt{\tau_0^2 + v^2}$, $u'_g = \sqrt{\tau_g^2 + v^2}$. τ_0 et τ_g sont les constantes de propagation transversales correspondantes respectivement à l'air libre et au sol. $n_0 = \sqrt{\epsilon_{rg} + j \frac{\sigma_g}{\omega \epsilon_0}}$ est l'indice de réfraction complexe du sol avec comme paramètres électriques la permittivité $\epsilon_g = \epsilon_{rg} \epsilon_0$, la perméabilité μ_0 et la conductivité σ_g . L'évaluation numérique des intégrales (167) et (168) nécessite un effort considérable [72]. Cependant, dans le cadre de l'approximation quasi-TEM, la constante de propagation transversale dans l'air est presque égale à 0 et les paramètres linéiques de la ligne de transmission par unité de longueur pour ce système constitué de conducteurs multiples d'ordre N peuvent être exprimés comme suit :

$$Z_{mn}^{(h)} = j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_{mn}^-}{D_{mn}^+} + j\omega \frac{\mu_0}{\pi} \times \int_0^\infty \chi^{(h)} e^{-v(h_m+h_n)} \cos(y_{mn}v) dv \quad (169)$$

$$Y_{mn}^{(h)} = j\omega \left[\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D_{mn}^-}{D_{mn}^+} + \frac{1}{\pi\epsilon_0} \times \int_0^\infty \psi^{(h)} e^{-v(h_m+h_n)} \cos(y_{mn}v) dv \right]^{-1} \quad (170)$$

L'indice h réfère au sol homogène. $\chi^{(h)}$ et $\psi^{(h)}$ sont définis par les expressions ci-dessous :

$$\chi^{(h)}(v) = \frac{1}{v + \sqrt{v^2 + \gamma_0^2(1 - n_0^2)}} \quad (171)$$

$$\psi^{(h)}(v) = \frac{1}{n_0^2 v + \sqrt{v^2 + \gamma_0^2(1 - n_0^2)}} \quad (172)$$

En analysant la contribution du sol en terme de paramètres de la ligne par unité de longueur, il en ressort que le comportement des structures homogènes et stratifiées est équivalent lorsque les valeurs des intégrales sont presque similaires. Les paramètres électriques du modèle du sol homogène équivalent à partir du sol stratifié à deux couches peuvent être déduits mathématiquement en utilisant la méthode de minimisation d'erreur comme suit :

$$\min_{\sigma_g, \epsilon_g} (|\chi^{(s)} - \chi^{(h)}|^2 + |(\chi + \psi)^{(s)} - \psi^{(h)}|^2) \text{ sujet à } \sigma_g > 0, \mu_g = \mu_0, \epsilon_g > 0, \forall v \quad (173)$$

La minimisation de l'erreur (différence) entre les intégrants dans l'intervalle semi infini est étroitement liée à la longueur effective de l'intervalle d'intégration qui dépend de la fréquence. Pour remédier à cette sensibilité à la fréquence quand il advient à la détermination des paramètres électriques du modèle du sol homogène équivalent, le changement de variables suivant $v(t) = \frac{1-t}{t}$ est adopté pour passer de l'intervalle $0 < v \leq \infty$ à l'intervalle $0 \leq t \leq 1$.

En divisant cet intervalle en N_{max} sous intervalles de la même longueur, le problème de la minimisation de la différence entre intégrants explicité dans l'équation (173) peut être réécrit comme suit :

$$\min_{\sigma_g, \varepsilon_g} \left(\sum_{i=1}^{N_{max}+1} \{ |\chi^{(s)}(v_i) - \chi^{(h)}(v_i)|^2 + |(\chi + \psi)^{(s)}(v_i) - \psi^{(h)}(v_i)|^2 \} \right) \text{ sujet à } \sigma_g > 0, \mu_g = \mu_0; \varepsilon_g > 0 \quad (174)$$

Où $v_i = v(t_i)$, et $t_{i(i=1,2,\dots,N_{max}+1)}$, sont des échantillons espacés de façon égales dans l'intervalle $0 \leq t \leq 1$. L'utilisation de la méthode Nelder-Mead [73] [74] nous a permis de déterminer les valeurs de la conductivité et de la permittivité équivalentes correspondantes au sol équivalent d'une seule couche homogène à partir d'un sol stratifié à deux couches. On constate que le sol équivalent homogène à un comportement similaire à celui relatif au sol stratifié à deux couches. La fréquence est fixée à 500 khz.

D'un autre côté, quand il s'agit du calcul des intégrales représentant les pertes par conduction $J^{(s)}$ et celles dues au courant de déplacement $G^{(s)}$ pour une terre stratifiée exprimées comme suit [20] :

$$J^{(s)} = \int_0^{\infty} \chi^s e^{-v\beta} \cos(\alpha v) dv \quad (175)$$

$$G^{(s)} = \int_0^{\infty} (\chi + \psi)^s e^{-v\beta} \cos(\alpha v) dv \quad (176)$$

On a affaire, dans ce cas-là, à des intégrants qui ne contiennent pas de « facteurs critiques » tels que des singularités ou des facteurs très oscillants dans l'intervalle de fréquence relatif à l'approximation quasi-TEM, c'est pour cela qu'on pourrait éventuellement utiliser l'une des

méthodes d'intégration numériques usuelles, telles que la « quadrature Gaussienne » ou la « quadrature de Clenshaw-Curtis ». Cependant, pour pouvoir contourner la division de l'intervalle semi infini en une séquence d'intervalles de longueur finie, et faire la sommation des intégrales à travers les éléments de la séquence jusqu'à l'obtention de la convergence, on utilise une procédure basée sur la transformation de la variable indépendante de manière à ce que toutes les dérivées de l'intégrand s'annulent aux deux extrémités du nouvel intervalle d'intégration qui est supposé passer d'une plage infinie à une plage finie. Pour ce faire, on a tout d'abord procédé par le changement de variables évoqué ci-dessus. Il faut savoir que le fait d'augmenter la précision des intégrales permet de ne pas avoir de singularités. Les intégrales $J^{(s)}$ et $G^{(s)}$ peuvent donc être exprimés comme suit :

$$\int_0^{\infty} F(v)dv = \int_0^1 F\left(\frac{1-t}{t}\right) \frac{1}{t^2} dt = \int_0^1 g(t)dt \quad (177)$$

Avec $F(v) = \chi^{(s)}(v)e^{-v\beta} \cos(\alpha v)$ ou $F(v) = (\chi + \psi)^{(s)}e^{-v\beta} \cos(\alpha v)$.

On applique la transformation IMT [73] qui atténue la singularité au point final $t = 0$

$$\phi_0(t) = \exp\left(-\frac{1}{t} - \frac{1}{1-t}\right) \quad (178)$$

$$\psi_0(t) = \frac{1}{K} \int_0^t \phi_0(t)dt, \quad K = \int_0^1 \phi_0(t)dt \approx 0.00702985840 \quad (179)$$

$\psi_0(t)$ est une fonction monotone croissante. En adoptant cette transformation, on obtient :

$$\int_0^{\infty} F(v)dv = \frac{1}{K} \int_0^1 \phi_0(t) F\left(\frac{1-\psi_0(t)}{\psi_0(t)}\right) \frac{1}{\psi_0(t)^2} dt \quad (180)$$

Finalement, la quadrature de la Gauss-Legendre conduit à l'expression suivante :

$$\int_0^{\infty} F(v)dv = \frac{1}{2K} \sum_{i=1}^n \omega_i \phi_0\left(\frac{x_i+1}{2}\right) F\left(\frac{1-\psi_0\left(\frac{x_i+1}{2}\right)}{\psi_0\left(\frac{x_i+1}{2}\right)}\right) \frac{1}{\psi_0\left(\frac{x_i+1}{2}\right)^2} = \sum_{i=1}^n \omega_{i,MT} g(x_{i,MT}) \quad (181)$$

Avec $\omega_i = \frac{2}{(1-x_i^2)[P_n'(x_i)]^2}$ et x_i sont les n zéros de degré n du polynôme de Legendre $P_n(x)$

Nous avons utilisés la quadrature Gauss Legendre à 35 points pour pouvoir calculer les zéros

et les poids du Polynôme $P_n(x)$ (**Tableau 1** indique 24 points) ainsi que les abscisses x_{IMT} de la quadrature IMT-Legendre)

Abscisses	Poids	
x_i	ω_i	X_{IMT}
-0.9951872199970215	0.01234122979998136	$1.006578684831066 \times 10^{-184}$
-0.9747285559713095	0.028531388628933802	$3.430723623971242 \times 10^{-37}$
-0.9382745520027327	0.0442774388174204	$3.864223734906621 \times 10^{-16}$
-0.886415527004401	0.05929858491543725	$3.241624622586956 \times 10^{-9}$
-0.820001985973903	0.07334648141108	0.000004949275587803646
-0.7401241915785544	0.08619016153195318	0.00028398541368573557
-0.6480936519369755	0.097618652104114	0.0034848505778554677
-0.5454214713888397	0.10744427011596525	0.01857400846804883
-0.43379350762604507	0.11550566805372565	0.06008540422989855
-0.3150426796961634	0.12167047292780338	0.14060030434300583
-0.1911188674736164	0.12583745634682822	0.2628862163424987
-0.06405689286260552	0.12793819534675221	0.41700829508373977
0.06405689286260552	0.12793819534675221	0.5829917049189033
0.1911188674736164	0.12583745634682822	0.7371137836312134
0.3150426796961634	0.12167047292780338	0.859399695452654
0.43379350762604507	0.11550566805372565	0.9399145957712992
0.5454214713888397	0.10744427011596525	0.9814259915152089
0.6480936519369755	0.097618652104114	0.9965151494051194
0.7401241915785544	0.08619016153195318	0.9997160145691223
0.820001985973903	0.07334648141108	0.9999950549067017
0.886415527004401	0.05929858491543725	0.999999967436947
0.9382745520027327	0.0442774388174204	0.999999999883469
0.9747285559713095	0.028531388628933802	0.999999999857913
0.9951872199970215	0.01234122979998136	0.999999999993716

Tableau 1: Zéros et poids du Polynôme de Legendre $P_n(x)$ pour 24 points ainsi que les abscisses de la quadrature IMT-Legendre

Le passage de l'intervalle $[0, \infty]$ à $[0,1]$ a pour conséquence l'apparition de singularités au voisinage des bornes de l'intervalle $[0,1]$. Pour y remédier, on a choisi d'utiliser la méthode IMT-Legendre pour éliminer les singularités. En effet, comme on peut constater à partir de la **Figure 24**, la contribution maximale à l'intégrale entre 0 et 1 provient du voisinage de 0.5 puisque $w_{i,IMT}$ s'annule quand on s'approche de 0 et 1.

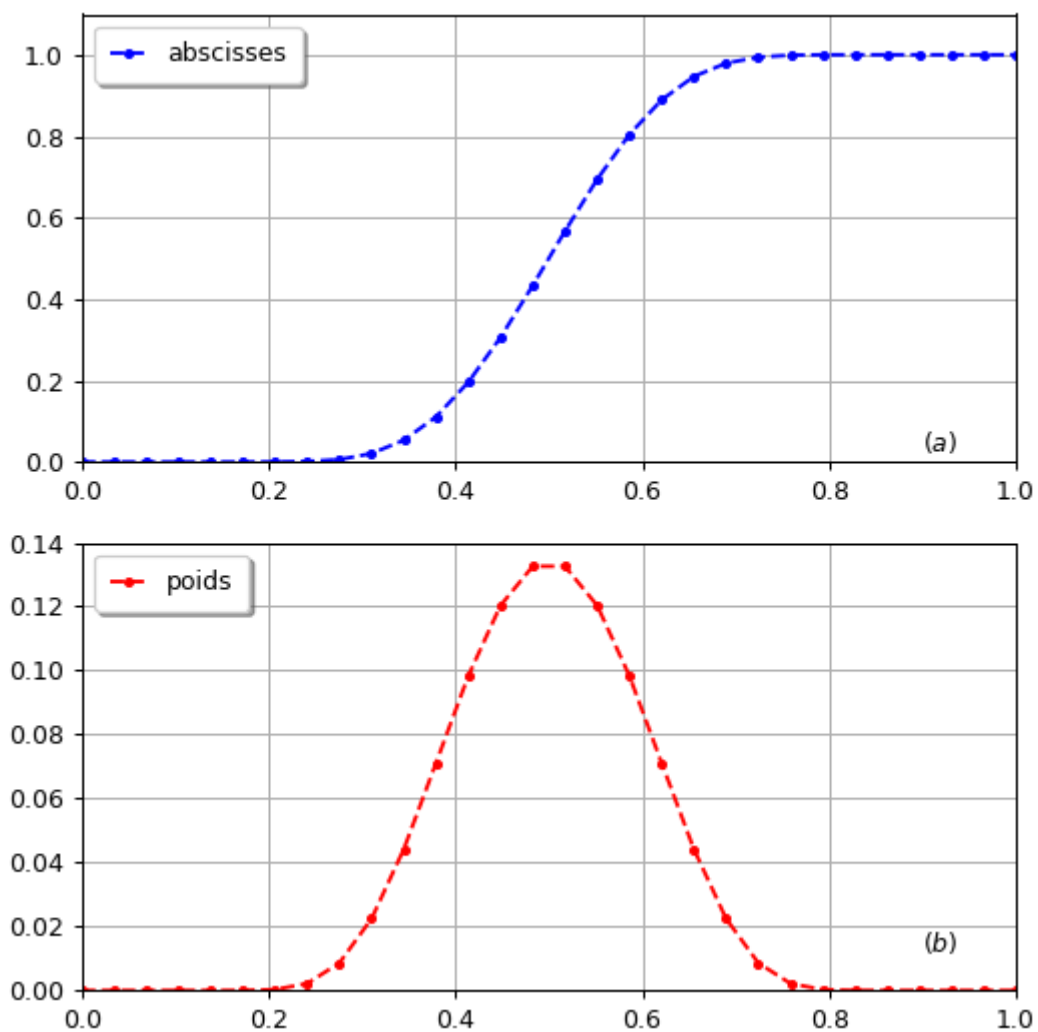


Figure 26: Abscisses et poids de la quadrature IMT-Legendre

3.4 Calcul Numérique

La géométrie de la structure stratifiée considérée dans nos calculs est illustrée dans la **Figure 25**. Pour ce premier exemple, on considère que la profondeur de la première strate est égale à $d = 2.69 \text{ m}$, sa conductivité correspond à $\sigma_1 = 3.666 \times 10^{-3} \text{ S/m}$ et sa permittivité relative est égale à $\varepsilon_{r1} = 10$. La deuxième strate semi infinie est caractérisée par une conductivité égale à $\sigma_2 = 6.884 \times 10^{-3} \text{ S/m}$ et une permittivité relative correspondante à $\varepsilon_{r2} = 12$. La partie inférieure de l'espace se situant à ($z < 0$) est caractérisée par une perméabilité égale à celle de l'air libre. L'application du processus de minimisation nous permet de retrouver les valeurs des paramètres électriques du sol homogène équivalent à savoir la conductivité équivalente $\sigma_g = 3.3208 \times 10^{-3} \text{ S/m}$ ainsi que la permittivité relative équivalente $\varepsilon_{rg} = 7.87$. On a arrêté le nombre des échantillons dans l'intervalle à une valeur $N_{max} = 40$. Les paramètres liés à la géométrie des conducteurs sont $\alpha = 8\text{m}$ et $\beta = 10\text{m}$. La **Figure 27** montre le comportement des intégrales représentant les pertes par conduction ainsi que les pertes par courant de déplacement en fonction de la fréquence pour les deux cas de figure où la terre est stratifiée ainsi qu'homogène équivalente. Les intégrales se rapportant au sol homogène sont définies comme suit :

$$J^{(h)} = \int_0^{\infty} \chi^{(h)} e^{-v\beta} \cos(\alpha v) dv \quad (182)$$

$$G^{(h)} = \int_0^{\infty} (\psi)^{(h)} e^{-v\beta} \cos(\alpha v) dv \quad (183)$$

Leurs approximations analytiques et précises ont été développées dans l'article [48]. Cependant, les intégrales relatives à la terre stratifiée ont été explicitées dans les équations (175), (176). On en déduit que le modèle équivalent permet une estimation précise et efficace de l'effet de la terre stratifiée sur la structure Multiconducteurs.

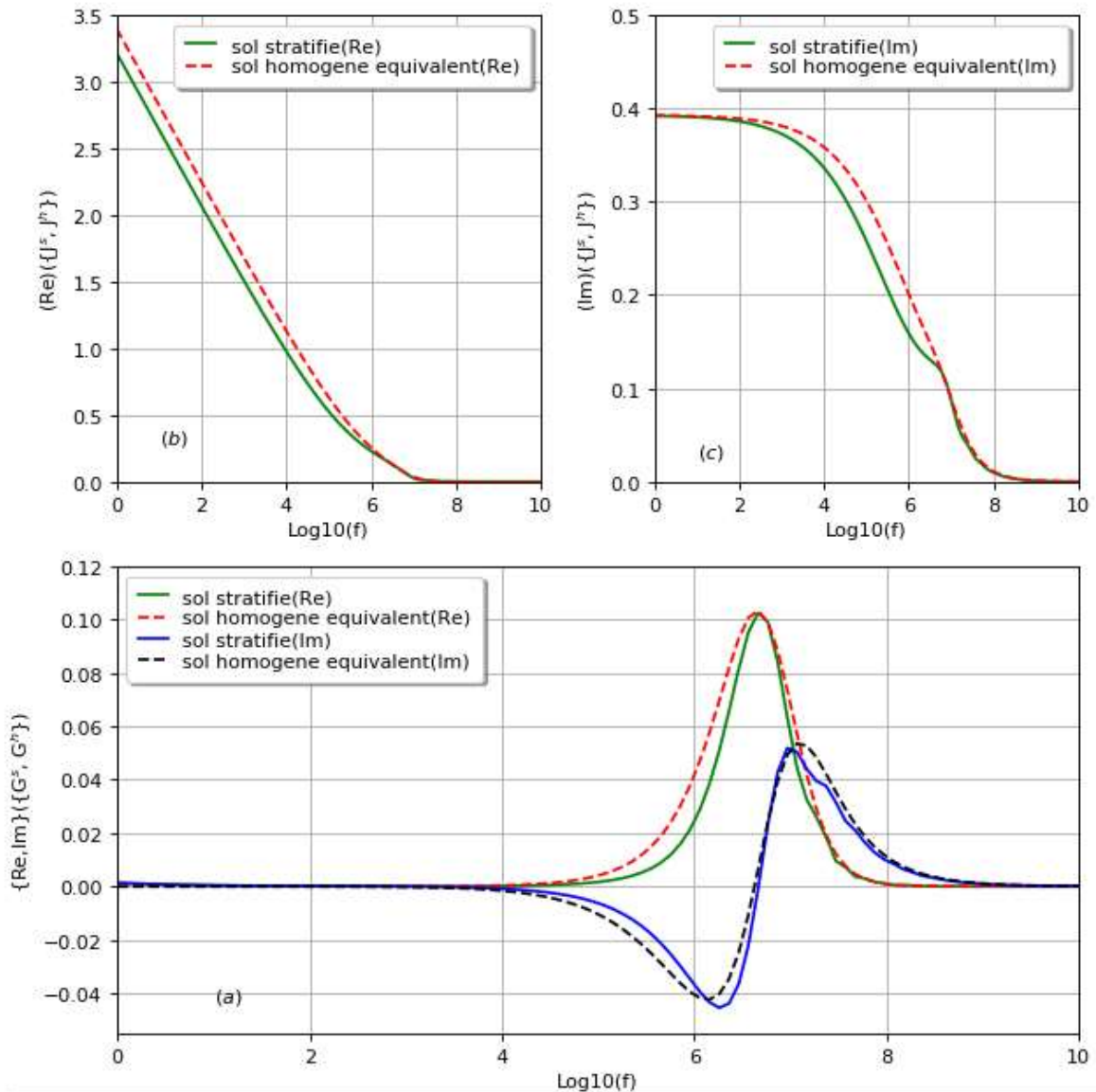


Figure 27: Variation en fonction de la fréquence pour la terre stratifiée et la terre homogène équivalente (a) Pertes par courant de déplacement (b) Partie réelle des pertes par conduction (c) Partie imaginaire des pertes par conduction

Dans ce deuxième exemple, on montre l'effet de la variation du rapport de la conductivité de la première couche et la conductivité de la deuxième couche sur le comportement du modèle équivalent. Pour cela, on suppose que la profondeur de la première couche est égale à 4 m . On varie le rapport de conductivité de telle façon à avoir $\zeta = 0.5$ et $\zeta = 2$, ce qui correspond respectivement à $(\sigma_1, \sigma_2) = (0.1, 0.2) \text{ S/m}$ et $(\sigma_1, \sigma_2) = (0.2, 0.1) \text{ S/m}$.

Les deux strates constituant le sol admettent respectivement des permittivités relatives égales à $\varepsilon_{r1} = 8$ et $\varepsilon_{r2} = 4$. Les paramètres géométriques des conducteurs sont égaux à $\alpha = 8m$ et $\beta = 10m$. Les graphes (a) (b) (e) et (f) de la **Figure 28** montrent l'intégral G en fonction de la fréquence pour différentes valeurs du rapport de la conductivité ζ . La contribution de cette intégrale qui représente les pertes associées au courant de déplacement dans le sol est plus importante quand la conductivité de la première couche est moins importante que celle de la deuxième couche. Les courbes relatives à la terre stratifiée ainsi que celles obtenues pour la terre homogène équivalente se superposent. Il est très intéressant de noter que toute diminution des pertes par courant de déplacement est accompagnée par une augmentation des pertes par conduction et vice versa. Ceci est illustré dans les graphes (c)(d)(g)(h) de la **Figure 28** qui montrent l'évolution des courbes relatives aux pertes par conduction dans le cas où la terre est stratifiée ainsi que pour le modèle du sol équivalent homogène (courbes en pointillées), qui sont en effet en bonne concordance.

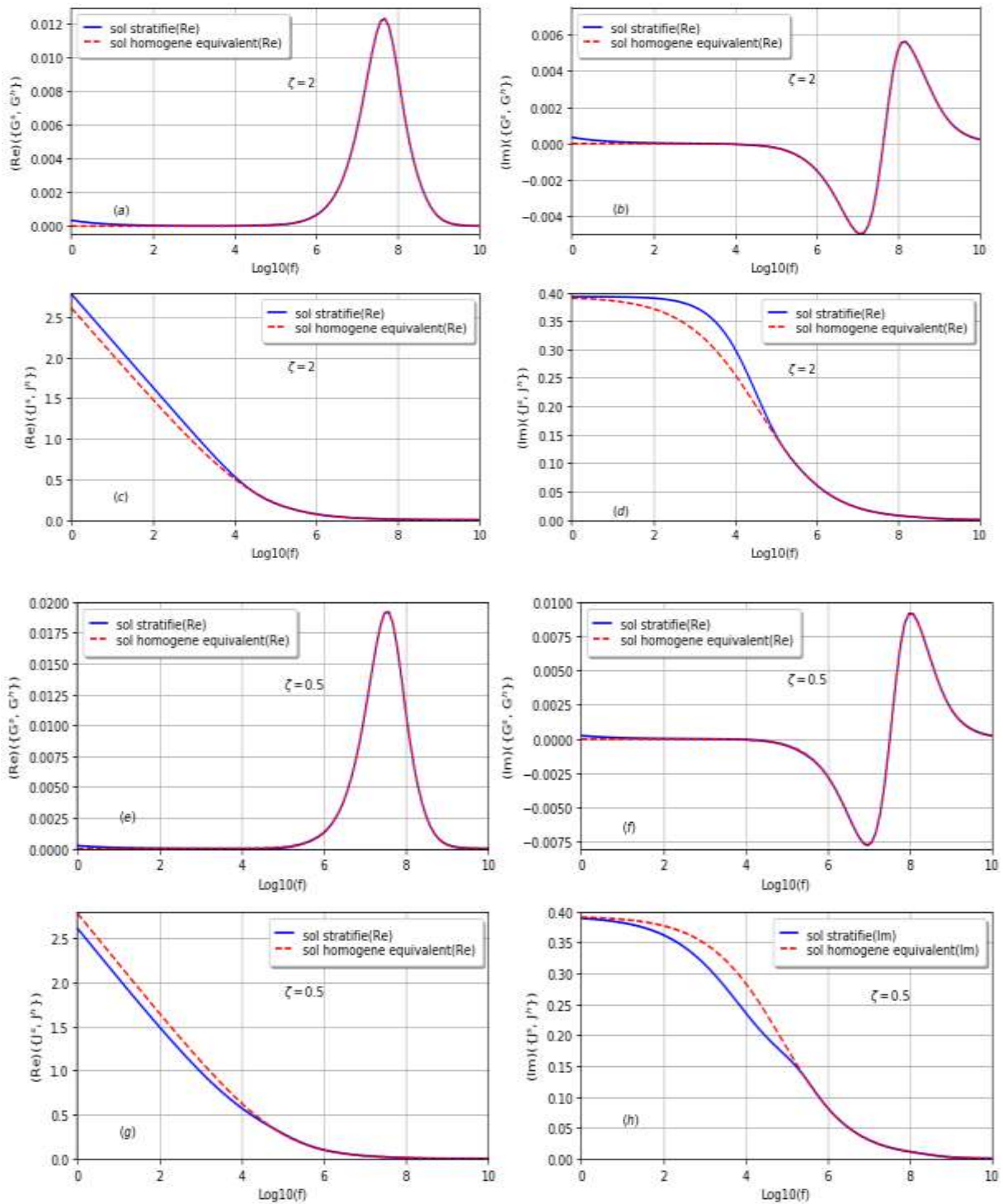


Figure 28: $G^{(h,s)}$ et $J^{(h,s)}$ en fonction de la fréquence pour différentes valeurs du rapport de la conductivité de la première strate σ_1 sur la deuxième strate σ_2 : $\zeta = 2$ et $\zeta = 0.5$

Un autre paramètre électrique important qu'on a exploré est l'effet de la perméabilité des deux milieux du sol stratifié sur la précision du modèle proposé du sol équivalent homogène. Les paramètres géométriques des conducteurs sont estimés à $\alpha = 8m$ et $\beta = 10m$. La profondeur de la première couche est égale à $d = 1m$. Les propriétés électriques des deux couches sont égales à $(\sigma_1, \sigma_2) = (0.2, 0.1) S/m$ et $(\epsilon_{r1}, \epsilon_{r2}) = (8, 4)$. La **Figure 29** et la **Figure 30** montrent la variation des intégrales $G^{(h,s)}$ et $J^{(h,s)}$ en fonction de la fréquence respectivement quand $\mu_{r1} = 1.2$ et $\mu_{r2} = 1$ et quand $\mu_{r1} = 1$ et $\mu_{r2} = 1.2$.

En analysant les courbes des deux figures, surtout celles relatives aux pertes par conduction, il s'avère que le modèle du sol homogène équivalent est plus précis quand la perméabilité de la première strate est plus grande que celle de la deuxième strate.

On remarque aussi un écart entre les résultats des pertes par conduction pour la terre stratifiée $J^{(s)}$ et pour le modèle équivalent du sol homogène $J^{(h)}$ qui est dû au fait que le modèle équivalent du sol homogène suppose une perméabilité au sol égale à celle à l'air libre μ_0 . Pour avoir plus de précision, la perméabilité relative au sol pour les différentes couches doit être différente de μ_0 . Il est nécessaire de développer un modèle du sol homogène qui prend en compte aussi la perméabilité. Le processus de minimisation tablera donc sur trois paramètres $(\epsilon_{rg}, \sigma_g, \mu_{rg})$ au lieu de deux paramètres $(\epsilon_{rg}, \sigma_g)$ comme c'est le cas de notre analyse.

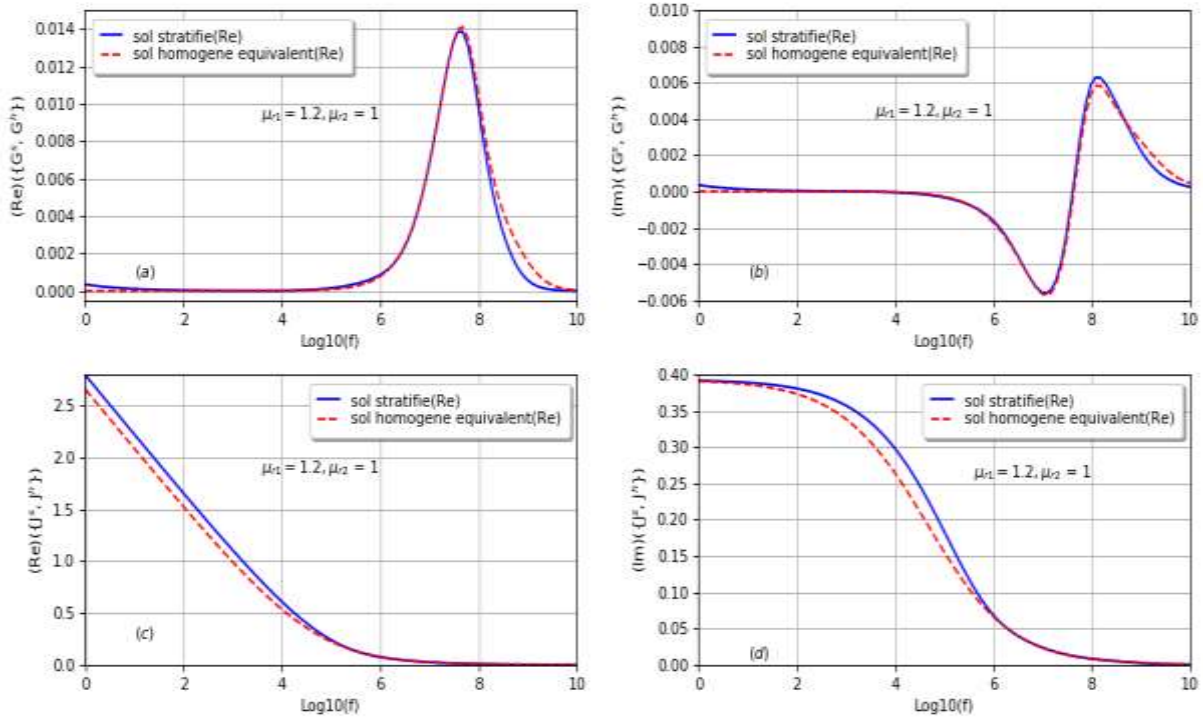


Figure 29: $G^{(h,s)}$ et $J^{(h,s)}$ en fonction de la fréquence pour différentes valeurs de la perméabilité dans la strate 1 et 2 $\mu_{r1} = 1.2$; $\mu_{r2} = 1$

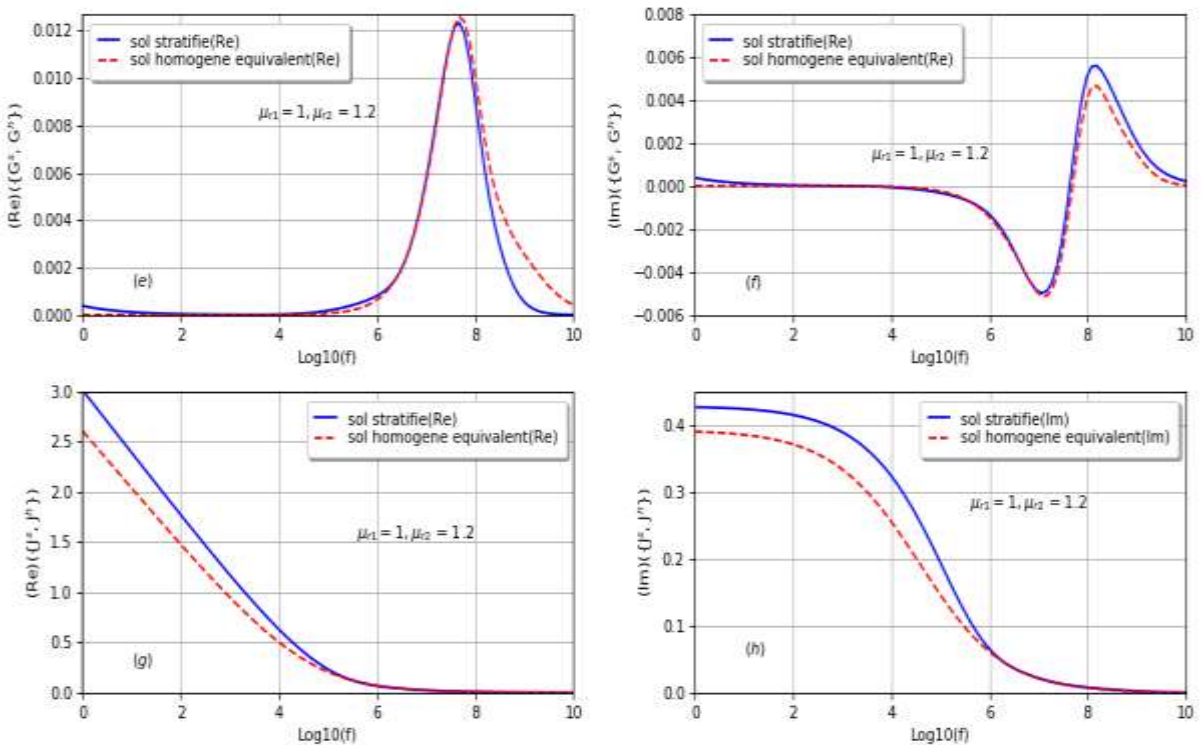


Figure 30: $G^{(h,s)}$ et $J^{(h,s)}$ en fonction de la fréquence pour différentes valeurs de la perméabilité dans la strate 1 et 2 $\mu_{r1} = 1$; $\mu_{r2} = 1.2$

Conclusion

Dans ce chapitre, on a pu présenter une méthode précise et efficace pour la détermination des paramètres électriques équivalents d'un sol homogène équivalent à partir d'un sol stratifié à deux couches tout en considérant dans notre développement une ligne de transmission Multiconducteur placée à l'air libre au-dessus du sol.

La méthode est basée sur la minimisation de l'erreur quadratique entre les intégrants des intégrales représentant les pertes par conduction ainsi que les pertes par déplacement du courant dans le sol et ce dans les deux cas où la terre est supposée stratifiée ainsi qu'homogène équivalente. Un changement approprié des variables a été fait de telle façon à éviter la dépendance à la fréquence des longueurs effectives des intervalles d'intégrations. Ceci nous a conduit à une meilleure définition du problème de la minimisation et a permis de donner de résultats en bon accord.

4 Chapitre 4 : Couplage d'une onde électromagnétique plane avec une ligne chargée linéairement au-dessus d'un sol stratifié à deux couches avec pertes

4.1 Introduction

L'analyse transitoire de la ligne de transmission Multiconducteur avec pertes située au-dessus d'une terre stratifiée avec pertes et illuminée par une onde électromagnétique plane de polarisation quelconque n'a fait l'objet que de peu d'études. En effet, la structure Multiconducteur est souvent supposée placée au-dessus d'une terre homogène avec pertes, bien qu'en vérité la terre ne soit pas homogène, elle est souvent représentée par un modèle homogène avec une estimation des constantes électriques importantes comme la résistivité et la permittivité. Tiebing Lu et al. [75] ont calculé l'impédance du retour du sol d'une ligne de transmission au-dessus d'un sol à couches multiples (SCM) en utilisant une profondeur complexe équivalente sous la surface du sol. L'approximation ne prend pas en compte le courant de déplacement et est basée sur une variation continue de l'impédance de surface entre les strates. Pour traiter l'onde plane transitoire couplée à une ligne de transmission au-dessus d'un (SCM), Qi L., and Cui X. [76] ont utilisé la même méthode proposée par Tiebing Lu pour le calcul de l'impédance de retour du sol. Les coefficients de réflexion pour la polarisation verticale et horizontale ont été évalués dans le domaine fréquentiel en adoptant un indice complexe de réfraction du (SCM) exprimé en fonction de la profondeur complexe équivalente. De la même manière, Tsiamitros D.A et al. [77] ont proposé une représentation de l'impédance du retour du sol d'une terre stratifiée homogène à 2 couches, qui utilise une approximation de la résistivité équivalente à valeur complexe. La résistivité homogène équivalente du sol a été déduite en égalisant les formules de Carson pour l'impédance d'un sol homogène et celle associée à un sol à deux couches. En adoptant le même concept de la résistivité équivalente complexe, Arnautovski-Toseva et al. [78] ont effectué une comparaison entre l'intégrale de Sunde et les formulations logarithmiques de l'impédance du sol.

La formulation des équations de couplage dans le domaine fréquentiel de l'onde

électromagnétique plane à une ligne électrique multiconducteur placée au-dessus d'un SCM avec pertes est basée sur le modèle d'Agrawal [22] [2] [32] [9], impliquant uniquement la composante du champ électrique appliqué en omettant celle relative au champ magnétique quant aux sources distribuées tout au long de la ligne.

Pour évaluer correctement les transitoires dans les lignes de transmission au-dessus d'une terre stratifiée avec pertes incluant deux strates, un choix approprié de l'impédance du retour du sol ainsi que de l'admittance shunt est primordial. Dans ce travail, nous utilisons le modèle du (SCM) de Papadopoulos et al. [20] qui ne néglige pas dans ses expressions les pertes liées aux courants de déplacement dans le sol. Tous les développements mathématiques dans le domaine fréquentiel seront convertis implicitement dans le domaine temporel en utilisant la technique de la transformée de Fourier inverse FFT [79]

4.2 Statuer le problème : Mise en équation

On considère un système constitué de N conducteurs chargés linéairement à leurs extrémités, ils sont supposés parallèles à l'axe z et placés à l'air au-dessus d'une terre stratifiée à deux couches avec pertes **Figure 31**.

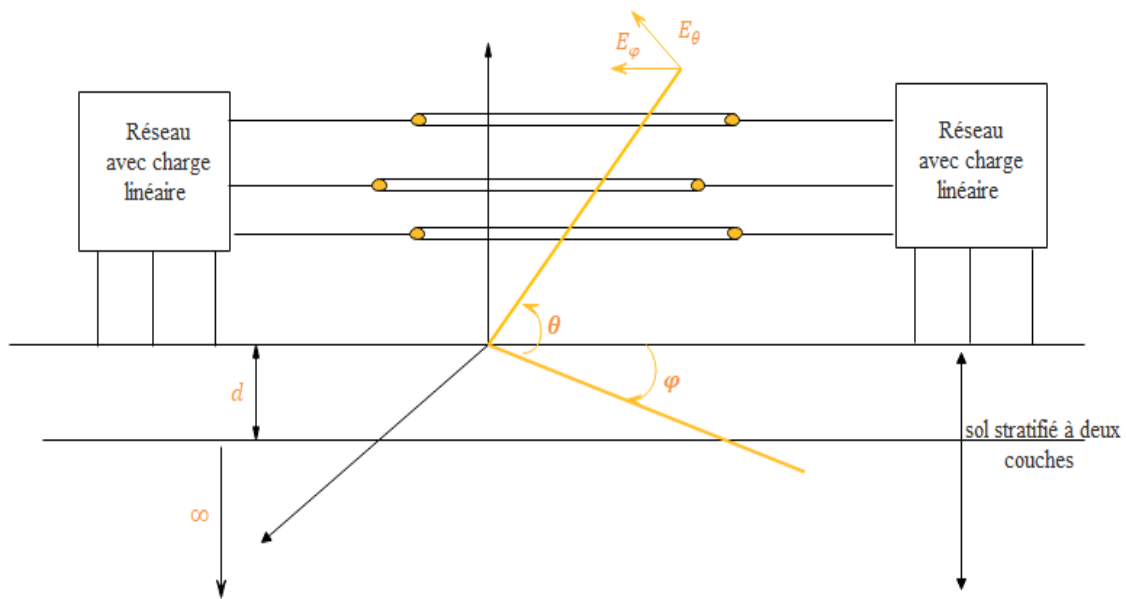


Figure 31: Ligne de transmission Multiconducteur chargée linéairement au-dessus d'un sol stratifié à deux couches

Ces conducteurs sont caractérisés par une longueur L . Dans la région ($y > 0$) de constantes électriques ϵ_0, μ_0 se trouve à l'air libre. A ($y < 0$) le sol est représenté par 2 strates. La couche supérieure située entre ($-d < y < 0$) est caractérisée par une permittivité $\epsilon_1 = \epsilon_{r1}\epsilon_0$ et une conductivité σ_1 . La couche inférieure semi infinie située à ($y < -d$) dispose de $\epsilon_2 = \epsilon_{r2}\epsilon_0$ et σ_2 comme paramètres électriques. Chacune des deux couches est caractérisée par un indice complexe de réfraction $n_i = \sqrt{\epsilon_{ri} + j \frac{\sigma_i}{\omega \epsilon_0}}$ ($i = 1,2$) et une perméabilité égale à celle à l'air libre $\mu_i = \mu_0$, ($i = 1,2$). Le n ème conducteur de rayon a_n (le rayon peut aller de quelques millimètres jusqu'à quelques centimètres) est placé à une hauteur $y = h_n$ (la hauteur peut être égale à 5 m ou plus), positionné à $x = d_n$. On suppose que l'onde incidente sur la structure est une onde plane électromagnétique de polarisation quelconque décrite par les angles d'incidence θ et ϕ . En adoptant l'approche quasi-TEM, qui comme on a pu l'évoquer dans les chapitres précédents, suppose que les dimensions de la ligne de transmission sont

beaucoup plus petites que la longueur d'onde à l'air libre. La structure illustrée dans la **Figure 32** décrit la géométrie du problème selon Agrawal [22] en termes des équations relatives au couplage des lignes de transmission avec le champ électrique dans le domaine fréquentiel. En effet, ces équations permettent de définir le comportement des tensions et courants qui sont exprimés en termes d'équations du télégraphiste comme suit :

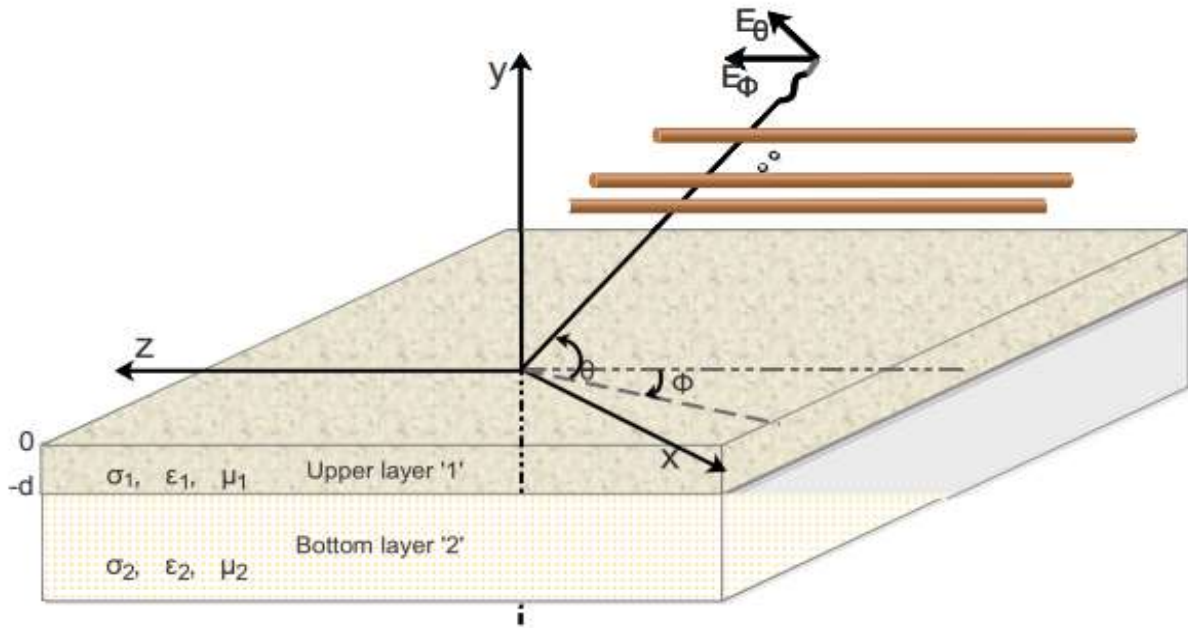


Figure 32: Géométrie de la ligne de transmission Multiconducteur placée au-dessus d'une terre stratifiée à 2 couches

$$\frac{d\mathbf{V}^{diff}}{dz} + \mathbf{Z}\mathbf{I} = \hat{\mathbf{V}}(z) \quad (184)$$

$$\frac{d\mathbf{I}}{dz} + \mathbf{Y}\mathbf{V}^{diff} = 0 \quad (0 < z < l) \quad (185)$$

Où les matrices colonnes de la tension diffusée ($\mathbf{V}^{diff} = v_1^{diff}, v_2^{diff}, \dots, v_n^{diff}$) et du courant ($\mathbf{I} = I_1, I_2, \dots, I_N$) à une distance z le long de la ligne, représentent les inconnues dans les équations (184) et (185). Il faut savoir que les champs diffusés sont des champs dus aux courants induits dans les conducteurs. Le terme source de la tension figurant dans l'équation

(184) est défini comme suit :

$$\hat{V}(z) = \mathbf{E}_z(d, h, z) - \mathbf{E}_z(d, 0, z) \quad (186)$$

La tension totale V à n'importe quel point dans la ligne peut être exprimée en fonction de la tension diffusée et de la tension appliquée :

$$V(z) = V^{diff}(z) - \int_0^h \mathbf{E}_y(d, y, z) dy \quad (187)$$

Les termes \mathbf{E}_y et \mathbf{E}_z désignent, respectivement, les composantes verticale et horizontale du champ électrique appliqué obtenu en effectuant la sommation du champ incident et du champ réfléchi par le (SMC) comme on a pu le voir dans le chapitre 2 paragraphes 2.2.1 et 2.2.2. $\mathbf{V}(z)$ et $\mathbf{I}(z)$ sont les vecteurs colonnes définissant respectivement les tensions $v_k(z)$ et les courants $i_k(z)$ induits dans les conducteurs ($k = 1, 2, \dots, N$), ces tensions sont mesurées en prenant le conducteur au sol comme conducteur de référence. \mathbf{Z} et \mathbf{Y} sont des matrices dimensionnelles d'ordre $N \times N$ représentant respectivement l'impédance série et l'admittance shunt par unité de longueur de la ligne. On a adopté le modèle des paramètres de la ligne dépendants de la fréquence qui sont basés sur le travail de Papadopoulos et al [20]. Les matrices correspondantes \mathbf{Z} et \mathbf{Y} sont exprimées en fonction de la matrice inductance \mathbf{L} et des quantités \mathbf{J} et \mathbf{G} qui représentent respectivement les pertes par conduction et les pertes par déplacement du courant dans le (SCM). Les paramètres linéiques de la ligne sont définis comme suit :

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z}_\omega - j\omega(\mathbf{L} + \frac{\mu_0}{\pi} \mathbf{J}) \quad (188)$$

$$\mathbf{Y} = -\frac{j\omega}{v^2} \left(\mathbf{L} + \frac{\mu_0}{\pi} \mathbf{G} \right)^{-1} \quad (189)$$

Avec $\mathbf{L} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{\rho_{mn}^+}{\rho_{mn}^-}$ qui constitue les éléments de l'inductance externe qui ne dépendent pas

de la fréquence angulaire ω (l'approximation quasi-stationnaire) avec

$$\rho_{mn}^{\pm} = \sqrt{(d_m - d_n)^2 + (h_m \pm h_n)^2} \quad (m, n = 1, 2, \dots, N) .v \text{ est la vitesse de la lumière dans l'air}$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \text{ et } j = \sqrt{-1} . \text{ Les éléments de la matrice d'impédance interne } Z_{\omega} \text{ peuvent}$$

facilement être déterminés pour divers types de conducteurs. Pour les conducteurs minces

solides, Z_{ω} est défini comme suit [32] :

$$\mathbf{Z}_{\omega mn} = \delta_{mn} \left(\frac{j\omega\mu_n}{2\pi k_n a_n} \right) \frac{J_0(\gamma_n a_n)}{J_1(\gamma_n a_n)}, \delta_{mn} = \begin{cases} 1, & m = n \\ 0, & m \neq n \end{cases} \quad (190)$$

Avec $\gamma_n = \sqrt{\omega^2 \varepsilon_n \mu_n + j\omega \mu_n \sigma_n}$ constante de propagation pour chaque milieu ($i = 0, 1, 2$)

$\mu_n, \varepsilon_n, \sigma_n$ sont les paramètres électriques du nième conducteur. J_0 et J_1 sont les fonctions de Bessel. En tenant compte que $\beta = h_m + h_n$ et $\alpha = d_m - d_n$, l'évaluation numérique des intégrales (175) et (176) a été réalisée selon la technique rapportée dans [71], qui utilise la méthode de la quadrature IMT-Legendre sur un intervalle fini comme on a pu le développer dans le paragraphe 3.3 . Cette méthode s'est avérée être très efficace pour ce type d'intégrales dont les intégrands ne présentent pas de fortes oscillations ni de singularités particulières.

Comme on l'a mentionné précédemment, l'influence des strates est perceptible dans les expressions relatives aux paramètres linéiques de la ligne (impédance et admittance) ainsi que sur les expressions des coefficients de réflexion vu qu'on a affaire à plusieurs réflexions dépendamment du nombre de couches considérées dans la terre stratifiée. Les termes Γ_v et Γ_h qui représentent respectivement les coefficients de réflexion de Fresnel à l'interface Air-SCM pour une polarisation verticale et horizontale ont été explicités dans le chapitre 2 paragraphe

2.4.1 dans les équations (141) (142) (143) (143). A l'instar de la méthode déployée dans le chapitre 1 paragraphe 1.2.1.3, on retrouve les mêmes expressions relatives au champ primaire, ainsi qu'aux constantes de propagations et aux vecteurs de polarisations à savoir les équations (36) (37) (38) (39) (40). Aussi en effectuant une simple projection du champ appliqué sur les axes des coordonnées du système (x, y, z) , nous permet de définir les champs suivants y et z ainsi que de retrouver les mêmes expressions que celles se rapportant aux équations (44) et (45).

4.3 Evaluation des courants de charge

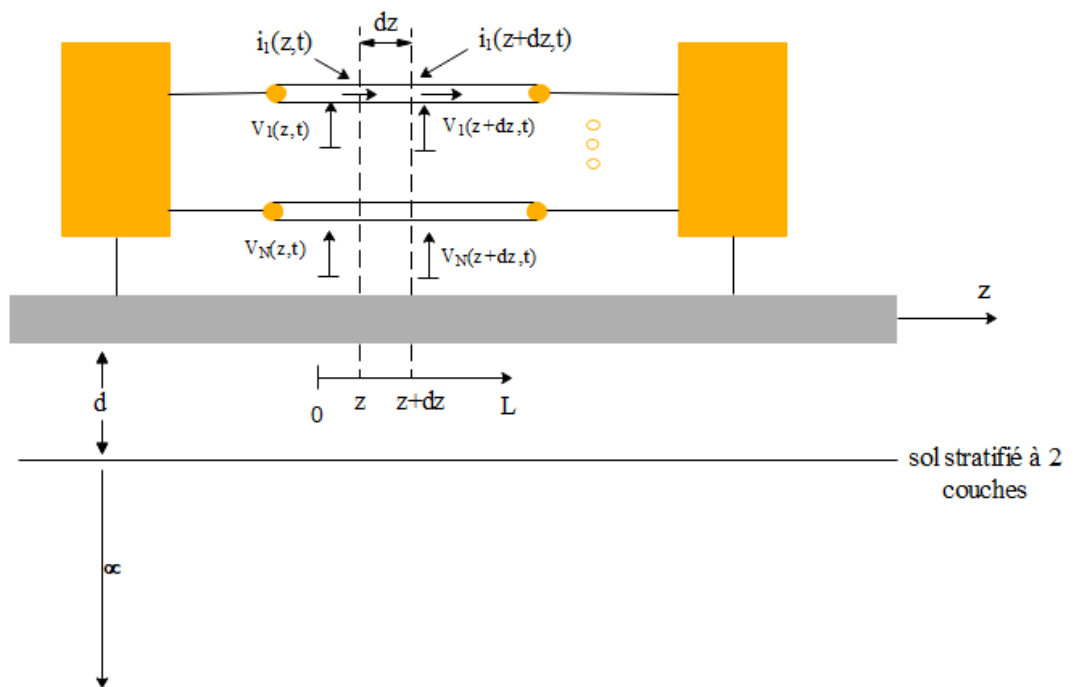


Figure 33: courants et tensions induits dans le système Multiconducteur au-dessus d'une terre stratifiée à 2 couches

En se référant à la **Figure 33**, la solution du problème consiste à établir des expressions relatives aux tensions et aux courants circulants tout au long de la ligne qui est chargée linéairement à ses extrémités. Dans ce qui suit, nous spécifions les résultats pour les extrémités de la ligne où il est souvent nécessaire de connaître les grandeurs électriques. Les

équations différentielles dans (191) et (192) peuvent être combinées en des équations différentielles non couplées de second ordre utilisant le courant modal I_m [39], similairement au chapitre 1 paragraphe 1.2.2.3 , on retrouve :

$$\frac{d^2 I_m}{dz^2} - \gamma^2 I_m = -T_I^{-1} Y \hat{V} \quad (191)$$

$$I_m = T_I^{-1} I \quad (192)$$

Γ^2 est une matrice diagonale d'ordre $N \times N$ avec comme entrées $[\Gamma^2]_{ii} = \gamma_i^2$. γ_i^2 sont les valeurs propres [80] du produit YZ sous forme de scalaires complexes. En résolvant l'équation (191) relative aux courants modaux à une position z de la ligne et en les remettant sous forme de tensions et courants réels de la ligne en utilisant les équations (184) et (185), on obtient à l'instar du paragraphe 1.2.2.3 :

$$I(z) = T_I (e^{-\Gamma z} [K^+ + P_e(z)] + e^{\Gamma z} [K^- + Q_e(z)]) \quad (193)$$

$$V^{diff}(z) = Z_c T_I (e^{-\Gamma z} [K^+ + P_e(z)] - e^{\Gamma z} [K^- + Q_e(z)]) \quad (194)$$

où $e^{\Gamma z}$ est une matrice diagonale d'ordre $N \times N$ avec comme entrées $[e^{\Gamma z}]_{ii} = e^{\gamma_i z}$ et γ_i est la racine carré positive de γ_i^2 . Z_c a été défini dans l'équation (64) paragraphe 1.2.2.3

Les quantités P_e et Q_e sont définis par :

$$P_e(z) = \frac{1}{2} \int_0^z e^{\Gamma v} T_I^{-1} Z_c^{-1} \hat{V}(v) dv \quad (195)$$

$$Q_e(z) = \frac{1}{2} \int_z^l e^{\Gamma v} T_I^{-1} Z_c^{-1} \hat{V}(v) dv \quad (196)$$

Les vecteurs K^\pm d'ordre $N \times 1$ sont des vecteurs à constantes indéterminées de l'ordre de $2N$, $[K^\pm]_i = K_i^\pm$ sont complexes et dépendants de la fréquence. Ces constantes non connues doivent être évaluées depuis les impédances se trouvant aux extrémités de la ligne Z_0 ($z = 0$) et Z_l ($z = l$) étant des matrices d'ordre N . Puisqu'on suppose que l'impulsion électromagnétique est modélisée par une onde plane, les intégrales définies par les équations (195) et (196) peuvent être facilement évaluées sous une forme analytique. Ainsi, étant donné les conditions limites aux extrémités de la ligne, on se retrouve avec :

$$V(z_{l,0}) = \pm Z_{l,0} I(z_{l,0}) \quad (197)$$

$$= V^{diff}(z_{l,0}) - \int_0^h E_y(d, y, z_{l,0}) dy, \quad z_{l,0} = (l, 0), \quad Z_{l,0} = \begin{cases} Z_l, & z_{l,0} = l \\ Z_0, & z_{l,0} = 0 \end{cases} \quad (198)$$

Les courants aux extrémités de la ligne explicités dans l'équation (193) deviennent :

$$I(l) = T_l(e^{-\Gamma l}[K^+ + P_e(l)] + e^{\Gamma l}K^-) \quad (199)$$

$$I(0) = T_l(K^+ + K^- + Q_e(0)) \quad (200)$$

Dans l'équation (197), le signe + correspond à $z_{l,0} = l$. En introduisant les coefficients de réflexions des deux charges terminales définies par les équations (65) et (66) dans le paragraphe 1.2.2.3, il est facile de montrer que les expressions des constantes K^- et K^+ sont définies comme suit :

$$K^- = -(e^{\Gamma l} - r_l e^{-\Gamma l} r_0)^{-1} (J_l + r_l e^{-\Gamma l} (P_e(l) - r_0 Q_e(0) + J_0)) \quad (201)$$

$$K^+ = J_0 - r_0 (K^- + Q_e(0)) \quad (202)$$

Les quantités auxiliaires ci-dessous ont été introduites afin de simplifier les équations (201) et (202) :

$$r_{0,l} = T_I^{-1} Y_{0,l} T_I \quad (203)$$

J_0 et J_l ont été définis dans les équations (70) et (71) paragraphe 1.2.2.3

$$E_0 = \frac{-E(\omega) \cos(\eta)}{jk_0 \sin(\theta)} (e^{-jk_0 h \sin(\theta)} - \Gamma_v e^{jk_0 h \sin(\theta)} + (\Gamma_v - 1) \mathbf{I}) \quad (204)$$

$$E_l = e^{jk_0 \cos(\theta) \cos(\phi) l} E_0 \quad (205)$$

Les quantités $P_e(l)$ et $Q_e(0)$ sont :

$$P_e(l) = A_+, Q_e(0) = A_- \quad (206)$$

$$A_{\pm} = \frac{1}{2} (e^{(jk_0 \cos(\theta) \cos(\phi) I_d \pm \Gamma) l} - I_d (jk_0 \cos(\theta) \cos(\phi) I_d \pm \Gamma)^{-1} (Z_C T_I)^{-1} \hat{V}(0)) \quad (207)$$

Dans les équations ci-dessus, \mathbf{I} est un vecteur d'ordre $N \times 1$ et I_d est une matrice identité d'ordre $N \times N$.

4.4 Résultats numériques

Le courant induit dans une ligne de transmission à deux conducteurs placée à l'air libre au-dessus d'une terre stratifiée comprenant deux strates. Le courant est normalisé par le courant constant $I_0 = E_a l_0 / \eta_0$, $l_0 = 1m$, $\eta_0 = 377\Omega$. Les conducteurs sont positionnés à ($d_1 = 0m$, $h_1 = 10m$) et ($d_2 = 0m$, $h_2 = 10m$). Les deux conducteurs sont caractérisés par les

mêmes dimensions des rayons à savoir $a_1 = a_2 = 2.5 \text{ mm}$. La couche supérieure ainsi que la couche inférieure du sol ont respectivement $\sigma_1 = 0.001 \text{ S/m}$ et $\sigma_2 = 0.01 \text{ S/m}$ comme conductivités pour les graphes de la **Figure 34** (a), (b) et (c). Pour le graphe (d) de la **Figure 34**, les conductivités ont comme valeurs $\sigma_1 = 0.01 \text{ S/m}$ et $\sigma_2 = 0.001 \text{ S/m}$. Les matrices de charges de la ligne sont supposées diagonales et sont définies comme suit $Z_{0,ii} = 100\Omega, Z_{l,ii} = 50\Omega, i = 1,2$. Les 2 couches ont des permittivités relatives égales $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = 10$.

Dans le graphe (a), le courant transitoire à l'extrémité de la ligne $z = l$ est représenté en fonction de la profondeur d de la couche supérieure pour une polarisation verticale de l'onde. En variant ($d = 0\text{m}, 2\text{m}, 5\text{m}, \infty$), plus la profondeur d augmente, plus l'amplitude du champ électrique diminue jusqu'à arriver à une amplitude correspondante à un sol homogène de conductivité égale à 0.001. Les graphes (b) et (c) montrent respectivement le comportement du courant induit pour une polarisation verticale et une polarisation horizontale de l'onde incidente. Pour le cas où la polarisation est verticale, le courant augmente en fonction de l'angle d'incidence. Le même comportement est remarqué pour le cas où la polarisation est horizontale mais en fonction de ϕ . Quant au graphe (d), il illustre le comportement du courant transitoire de la ligne en fonction de l'angle de polarisation, on remarque en effet quand on varie l'angle de polarisation ($\eta = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$) à condition que la conductivité de la couche supérieure soit plus grande que celle de la couche semi infinie $\sigma_1 > \sigma_2$, que l'amplitude du courant induit est plus grande quand il s'agit de polarisation verticale par rapport à la polarisation horizontale sujette aux mêmes conditions.

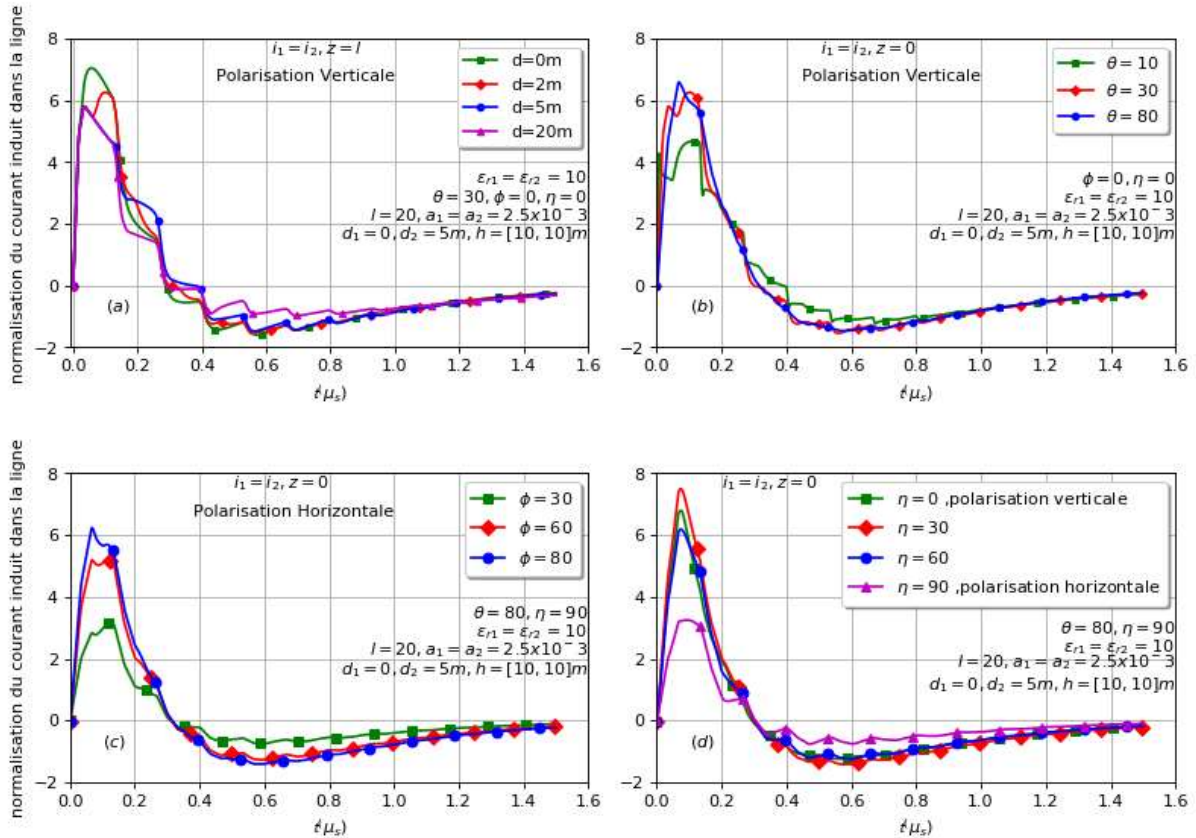


Figure 34: Courant induit dans une ligne de transmission à deux conducteurs placée au-dessus d'une terre stratifiée à 2 couches : (a) Courant induit dans la ligne pour $l=20m$ pour différentes valeurs de la profondeur d de la première strate ($d=0m, 2m, 5m, \infty$). (b), (c) et (d) représentent le courant dans la ligne à la position $z = 0$, pour une polarisation verticale, horizontale et quelconque de l'onde incidente.

La **Figure 35** illustre la réponse à la terminaison de la ligne ($z = L$) pour différentes valeurs attribuées aux paramètres électriques pouvant influencer le courant transitoire dans le cas d'une polarisation quelconque $\eta = 30^\circ$. Les courbes (a) et (b) montrent la réponse du courant transitoire pour différentes valeurs de conductivité. On constate en effet, que le comportement du courant induit dans la ligne est plus perturbé quand la conductivité de la première strate est relativement faible et inférieure à celle de la 2^{ème} strate $\sigma_1 < \sigma_2$. La permittivité, quant à elle, n'influence plus le comportement du courant transitoire quand la conductivité de la première strate est assez élevée avec comme condition $\sigma_1 > \sigma_2$, contrairement au cas où σ_1 est faible, on remarque à ce moment-là l'influence des différentes valeurs assignées aux permittivités de la 1^{ère} et 2^{ème} couche sur le courant (graphes (c) et (d)). Les courbes (e) et (f) montrent

respectivement l'effet de la hauteur séparant les conducteurs du sol ainsi que la longueur de la ligne sur le comportement du courant transitoire. Effectivement, l'amplitude du courant induit dans la ligne augmente avec la hauteur ainsi que l'étalement de la largeur de l'impulsion en réponse est plus long dans le temps avec l'augmentation de la longueur.

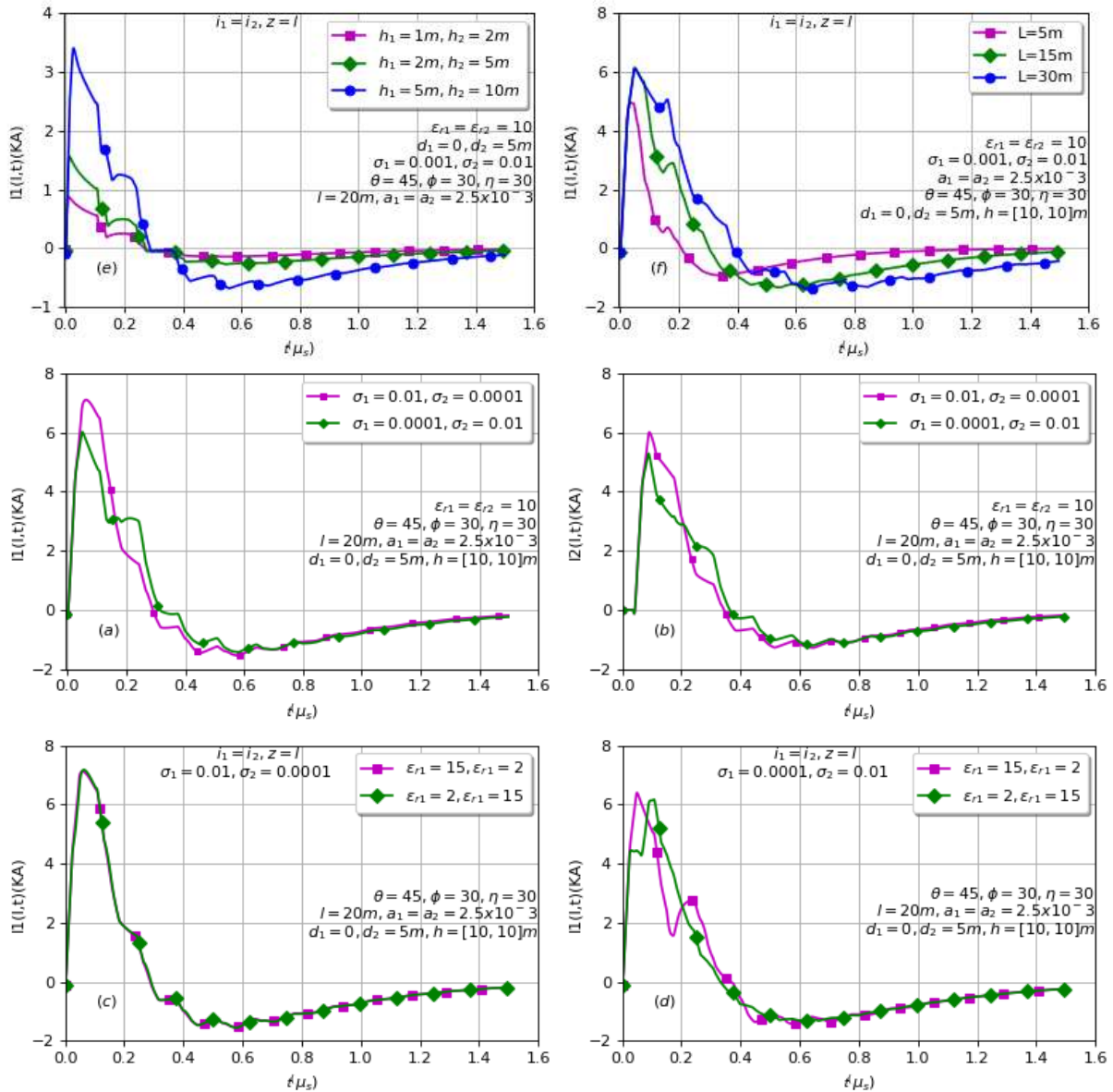


Figure 35: Courant induit dans une ligne de transmission à deux conducteurs placée au-dessus d'une terre stratifiée à 2 couches pour une polarisation quelconque de l'onde incidente (a), (b) courant induit dans la ligne pour $z=l=20m$ pour différentes valeurs de la conductivité de la première et 2^{ème} strate, (c) (d) (e), (f) courant induit pour différentes valeurs de permittivités, hauteurs et longueurs de ligne.

Conclusion

Ce chapitre a été dédié à l'étude des transitoires dans une ligne de transmission Multiconducteurs illuminée par des ondes IEM et situé au-dessus d'une terre stratifiée homogène avec pertes. On a commencé par utiliser l'expression générale des équations du télégraphiste pour le calcul des tensions et courants se trouvant aux extrémités de la ligne. Les paramètres de la ligne dépendants de la fréquence tiennent compte dans leurs expressions des pertes dans le sol dues à la stratification, au déplacement du courant ainsi qu'au courant de conduction dans le sol stratifié. Les tensions et courants transitoires dans le domaine temporel ont été obtenues par la suite en utilisant la transformée de Fourier inverse.

Le courant transitoire induit dans une ligne de transmission située au-dessus d'un sol stratifié à deux couches et excitée par une onde plane électromagnétique de polarisation quelconque a été déterminé. L'efficacité de la méthode proposée pour évaluer le courant transitoire est due à l'utilisation du modèle généralisé pour le calcul de l'impédance et de l'admittance de la ligne par unité de longueur qui tiennent compte des pertes liés à la conduction ainsi que des pertes liées au courant de déplacement dans la terre stratifiée. Les résultats calculés montrent que pour les charges résistives, le courant transitoire induit dans la ligne est plus grand pour le cas où la polarisation est verticale en comparaison avec la polarisation horizontale et ceci lorsque la conductivité de la strate supérieure est plus grande que celle de la couche semi infinie du sol. De plus, le courant induit dans la ligne augmente en fonction de l'angle d'incidence pour une polarisation verticale. L'augmentation de la profondeur de la couche supérieure augmente la largeur de l'impulsion transitoire dans le cas où la couche supérieure présente plus de pertes que la couche semi infinie.

Conclusion générale

Le travail qu'on a pu mettre en avant dans cette thèse a pour but de cerner les dommages et perturbations possibles causés par des illuminations externes et plus spécifiquement dans notre cas par des ondes électromagnétiques planes de polarisation quelconque sur une ligne de transmission Multiconducteur supposée placée à l'air libre au-dessus d'un sol stratifié constitué de deux couches horizontales, la première ayant une conductivité et une profondeur finie surplombant une autre couche semi infinie. L'objectif étant de calculer les réponses transitoires (tension et courant) induits aux extrémités de la ligne afin de pouvoir remédier au problème de la surtension en fournissant les composants de protections appropriés au système.

Dans le premier chapitre relatif à notre étude, on s'est intéressé au développement de la réponse transitoire dans le domaine temps d'une ligne de transmission Multiconducteur liée à des charges linéaires et placée au-dessus d'un sol homogène présentant des pertes et excitée par une onde électromagnétique plane de polarisation quelconque. Tout en supposant un mode de propagation quasi-TEM, on a pu obtenir la réponse transitoire de la ligne Multiconducteur dans le domaine temps en utilisant la transformée inverse de Fourier.

On a pu résoudre complètement le problème de couplage onde plane-ligne Multiconducteur en présence d'un sol homogène présentant des pertes en utilisant la décomposition modale ainsi que les conditions aux limites aux extrémités de la ligne. Des simulations sont présentées pour montrer l'impact de différents paramètres électriques relatifs au sol sur les tensions transitoires à l'extrémité de la ligne ($z=L$).

Vu qu'en vérité, le sol n'est pas homogène mais plutôt imparfait comprenant plusieurs strates, on a voulu, en développant le chapitre 2, évaluer l'impact de ces strates sur le champ électrique réfléchi à partir du sol quand une onde électromagnétique plane y est incidente.

Cette dernière est régie par une caractéristique de grande importance qu'on a évidemment incluse dans notre développement et qui n'est autre que la polarisation. On a pu constater que non seulement les strates influencent le champ réfléchi mais aussi le champ électrique primaire somme du champ réfléchi et incident. On a pu développer ses expressions pour une polarisation verticale, horizontale et quelconque. Grace à l'analyse numérique, on a pu évaluer le comportement du champ primaire pour différents paramètres électriques des couches relatives au sol stratifié ainsi qu'aux angles d'élévation définissant l'onde et ce pour une polarisation quelconque et verticale. En effet, on a choisi de ne pas illustrer la polarisation horizontale vu qu'elle était moins représentative en comparaison avec la polarisation verticale. On a pu constater que certains paramètres avaient plus d'impact par rapport à d'autres (la conductivité et l'angle d'incidence) et que dans le cas où des valeurs élevées leurs sont attribuées, elles peuvent à ce moment-là annuler l'effet d'autres paramètres électriques à savoir la profondeur de la première strate et la permittivité du sol.

L'impact des strates s'étend aux paramètres linéiques de la ligne (impédance série et admittance Shunt). Ces strates admettent différents paramètres électriques (conductivité, permittivité et perméabilité). C'est pour cela que tout en considérant l'approximation quasi-TEM et des conducteurs fins de longueur infinie que pour le 3^{ème} volet de notre étude, on a développé une nouvelle méthode pour délimiter les paramètres électriques équivalents d'un sol homogène équivalent à partir d'un sol stratifié comprenant deux strates, celle-ci est basée sur la minimisation de l'erreur quadratique entre les intégrants des intégrales relatives aux pertes par conduction et par déplacement du courant et ce dans le sol homogène et stratifié. Un changement adéquat des variables a été fait pour ramener l'intervalle infini $[0, \infty]$ à l'intervalle fini $[0,1]$ dans le but d'augmenter la précision des intégrales en question mais qui engendre toutefois des singularités aux extrémités de l'intervalle fini $[0,1]$ qu'on a pu pallier efficacement en utilisant la quadrature IMT- Legendre.

Dans le Chapitre 4, en supposant une propagation quasi-TEM, et en adoptant le modèle d'Agrawal qui implique uniquement la composante du champ électrique pour la formulation des équations de couplage dans le domaine fréquentiel, on a pu avec succès et efficacité déterminer la réponse transitoire par le biais de la transformée inverse de Fourier d'une ligne multifilaire chargée linéairement et illuminée par une onde électromagnétique plane d'une polarisation arbitraire et placée au-dessus d'une terre stratifiée à 2 couches. Le calcul des courants et tensions transitoires aux extrémités de la ligne implique d'une part la détermination de l'impédance et admittance de la ligne multifilaire qui incluent dans leurs intégrales l'effet de la stratification du sol ainsi que les pertes par conduction et par courant de déplacement dans le sol stratifié et d'autre part la détermination des coefficients de réflexion pour une polarisation verticale et horizontale. L'évaluation numérique de ces intégrales est très compliqué du moment qu'elle est gourmande en temps machine d'où l'élaboration de leurs expressions analytiques. Une large analyse numérique a été faite pour montrer l'effet des différents paramètres électriques du sol ainsi que le type de polarisation et les angles d'élévation de l'onde sur l'amplitude ainsi que sur la largeur d'impulsion des courants induits aux extrémités de la ligne.

Perspectives Futures

A la fin de cette thèse, vous pourriez vous demander si la recherche se termine à ce stade où y a-t-il d'autres côtés à explorer pour une compréhension plus globale du sujet ?

On a pensé à étudier le fait que la ligne de transmission Multiconducteur soit reliée à une structure de charges non linéaires, comme vous le savez la plupart des composantes de protection dédiée aux systèmes électroniques sont non linéaires (diode Zener, Diodes d'écrêtage.....), c'est pour cela que le fait d'étudier le couplage d'une onde plane électromagnétique avec une ligne placée au-dessus d'un sol stratifié et reliée à des charges non linéaires pourrait effectivement être bénéfique du moment que ça nous permettrait de réduire d'une façon considérable les signaux perturbateurs .

D'un autre côté, nous avons pensé à développer les expressions analytiques des intégrales associées aux pertes par conduction et courant de déplacement dans le sol à deux couches afin de contourner la difficulté qu'il y a à évaluer celles-ci numériquement et d'essayer éventuellement d'obtenir des expressions analytiques dans le domaine temps. De telles expressions entraineront la possibilité d'établir la résolution du problème de couplage onde-ligne directement dans le domaine temps moyennant les techniques usuelles comme la méthode FDTD et la méthode des éléments finis. On pense également se pencher sur l'utilisation des nouvelles techniques basées sur la méthode des moments afin de déterminer les paramètres linéiques de la ligne aérienne en présence d'un sol stratifié à deux couches et de bénéficier des logiciels adéquats comme EMTP et CST microwave pour étendre l'étude de rapport de thèse à un réseau de lignes interconnectés.

Annexes

Annexe A : Conditions aux limites entre 2 milieux différents [81]

[1]

Quand une onde incidente traverse la surface séparant 2 milieux différents, les champs à l'interface de séparation sont gouvernés par les conditions aux limites afin de pouvoir résoudre le problème de discontinuité au niveau de la frontière. A ce moment-là, deux conditions primordiales doivent être satisfaites :

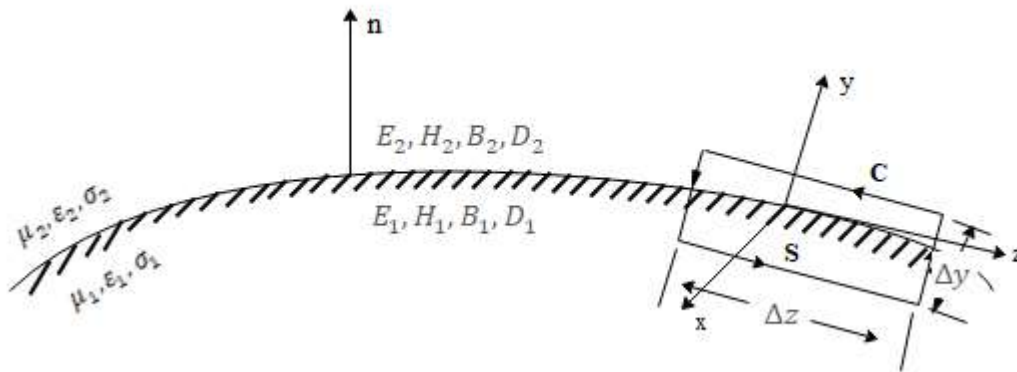
- ✓ Les composantes tangentielles des champs d'intensité électrique et magnétique doivent être continues $\mathbf{n} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = \mathbf{J}_s$



- ✓ Les composantes normales des densités du flux électrique et magnétique doivent être continues $\mathbf{n} \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = \rho_s$



\mathbf{n} étant le vecteur unitaire sur la surface séparant les 2 milieux



On considère que l'interface qui sépare les deux milieux, ne comporte ni charges ni sources comme illustré dans la figure ci-dessus. Ces suppositions sont satisfaites quand les deux médias en question ne sont pas des conducteurs parfaits ainsi que l'absence des sources réelles au niveau des milieux (pas de densité de courant). Les milieux 1 et 2 sont caractérisés respectivement par les paramètres électriques $\epsilon_1, \mu_1, \sigma_1$ et $\epsilon_2, \mu_2, \sigma_2$.

A un point donné de l'interface, on considère un contour rectangle de longueur Δz et de hauteur Δy dont on définit la limite C et la surface S .

En appliquant l'équation de Maxwell sur le rectangle suivant C et S , on a :

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} \quad (a)$$

Plus la hauteur y du rectangle devient plus courte, la surface S devient également plus petite, de telle sorte que les contributions de l'intégrale de la surface dans l'équation (a) peuvent être négligés. De plus, les contributions de l'intégrale de ligne dans (a) le long de y sont également minimales, ce qui fait que quand la limite tend vers 0 ($\Delta y \rightarrow 0$), l'équation (a) se réduit à :

$$\mathbf{E}_1 \cdot \hat{\mathbf{a}}_z \Delta z - \mathbf{E}_2 \cdot \hat{\mathbf{a}}_z \Delta z = 0 \quad (b)$$

$$\hat{n} \times (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) = 0 \quad (c)$$

ce qui implique que les composantes tangentielles le long de l'interface du champ électrique dans les milieux 1 et 2 sont continues, ce qui fait :

$$\mathbf{E}_{t1} = \mathbf{E}_{t2} \quad (d)$$

En utilisant un raisonnement similaire sur le même contour pour l'équation de maxwell ci-dessous :

$$\oint_c \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \iint_s \mathbf{j} \cdot d\mathbf{s} + \frac{\partial}{\partial t} \iint_s \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} \quad (e)$$

On se retrouve avec :

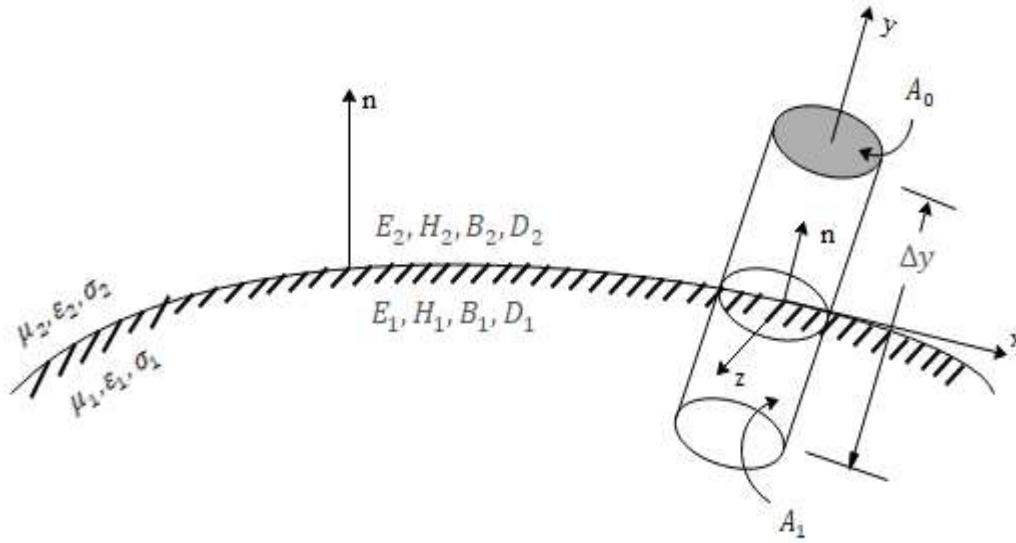
$$\hat{n} \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) = 0 \quad (f)$$

ce qui implique que les composantes tangentielles le long de l'interface du champ magnétique dans les milieux 1 et 2 sont continues, ce qui fait que:

$$\mathbf{H}_{t1} = \mathbf{H}_{t2} \quad (g)$$

La relation ci-dessus est valable aussi pour les médias à conductivité finie.

En plus des composantes tangentielles des champs électriques et magnétiques au long d'une interface, leurs composantes normales sont également liées. La problématique est illustrée dans la figure ci-dessous :



En prenant en compte les conditions évoquées plus haut, l'équation de Maxwell

$\oiint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = \rho_s$ se réduit à :

$$\oiint_{A_0, A_1} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = 0 \quad (h)$$

Au fur et à mesure que la hauteur y du cylindre devient plus courte, la surface totale A_1 devient également plus petite, de telle sorte que les contributions de l'intégrale de surface (h) deviennent négligeables. ce qui fait que quand la limite tend vers 0 ($\Delta y \rightarrow 0$), (h) se réduit à :

$$\mathbf{D}_2 \cdot \hat{\mathbf{a}}_y A_0 - \mathbf{D}_1 \cdot \hat{\mathbf{a}}_y A_0 = 0 \quad (i)$$

$$\mathbf{D}_{2n} - \mathbf{D}_{1n} = 0 \Rightarrow \mathbf{D}_{2n} = \mathbf{D}_{1n} \quad (j)$$

et

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) = 0 \quad (k)$$

$$\mathbf{D}_{n1} = \mathbf{D}_{n2} \quad (l)$$

ce qui implique que les composantes normales de la densité du flux électrique sont continues tout au long de l'interface séparant le milieu 1 et le milieu 2 .Cette relation est également valable quand l'un des médias ou les deux possèdent une conductivité finie.

En termes d'intensités de champ électrique, (i) (j) et (k) peuvent être écrits comme suit:

$$\varepsilon_2 \mathbf{E}_{2n} = \varepsilon_1 \mathbf{E}_{1n} \Rightarrow \mathbf{E}_{2n} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \mathbf{E}_{1n} \Rightarrow \mathbf{E}_{1n} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \mathbf{E}_{2n} \quad (m)$$

$$\hat{n} \cdot (\varepsilon_2 \mathbf{E}_2 - \varepsilon_1 \mathbf{E}_1) = 0 \quad (n)$$

Ce qui indique que les composantes normales de l'intensité du champ électrique à travers une interface sont discontinues.

En procédant d'une façon similaire sur le même cylindre sur de l'équation de maxwell ci-dessous et en prenant en compte qu'il n'y a pas de charge au long de l'interface:

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mathbf{D}_m \quad (o)$$

On trouve que :

$$\mathbf{B}_{2n} - \mathbf{B}_{1n} = 0 \Rightarrow \mathbf{B}_{2n} = \mathbf{B}_{1n} \quad (p)$$

$$\hat{n} \cdot (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) = 0 \quad (q)$$

$$\mathbf{B}_{n1} = \mathbf{B}_{n2} \quad (r)$$

Ce qui montre que les composantes normales de la densité de flux magnétique sont continues, au long d'une interface entre deux médias où il n'y a pas de sources.

En termes d'intensités de champ magnétique, (p) et (q) peuvent être écrits ainsi:

$$\mu_2 \mathbf{H}_{2n} = \mu_1 \mathbf{H}_{1n} \Rightarrow \mathbf{H}_{2n} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \mathbf{H}_{1n} \Rightarrow \mathbf{H}_{1n} = \frac{\mu_2}{\mu_1} \mathbf{H}_{2n}$$

$$\hat{n} \cdot (\mu_2 \mathbf{H}_2 - \mu_1 \mathbf{H}_1) = 0$$

Ce qui montre que les composantes normales de l'intensité du champ magnétique à travers une interface ne sont pas continues.

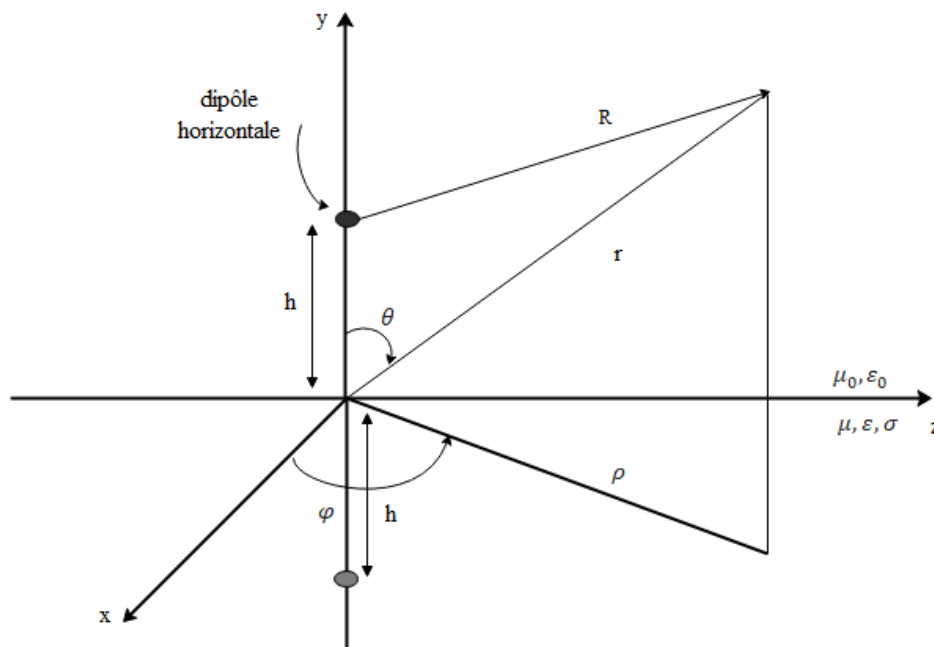
Annexe B : Techniques de calcul des impédances et admittances

Z_{mn} et Y_{mn} : Potentiel de Hertz [59] [20] [82]

Tsiamitros [82] dans son analyse, a considéré des conducteurs uniformes et de longueurs infinis étendus dans une seule direction, il a toutefois négligé les effets de bords des conducteurs et a considéré uniquement une seule composante suivant x du potentiel de Hertz contrairement à notre développement où on a choisi de considérer les deux composantes du potentiel de Hertz pour atteindre plus d'exactitude.

Considérons un dipôle horizontal au-dessus d'un sol de conductivité finie, de perméabilité magnétique μ et de permittivité ϵ .

Le dipôle de moment IL où L est la longueur infinitésimale du dipôle, est supposé placée à la hauteur $y = h, x = z = 0$



Le dipôle est dirigé suivant x . Le champ dans le milieu $y > 0$ est la somme d'un champ

primaire (champ créé par le dipôle en absence du milieu $y < 0$) et d'un champ secondaire qui représente la correction due à la présence du milieu $y < 0$. Le champ primaire peut être déduit du potentiel vecteur de Hertz dont la composante suivant la direction du dipôle (c à d, l'axe Ox) est définie par :

$$\Pi_x^{prim} = \frac{Il}{4\pi i \varepsilon_0 \omega} \frac{e^{-\gamma_0 R}}{R}$$

$$R = [\rho^2 + (y - h)^2]^{1/2}$$

Avec $\gamma_0^2 = -\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0$

Compte tenu de l'identité suivante (représentation intégrale de Sommerfeld) :

$$\frac{e^{-\gamma_0 R}}{R} = \int_0^\infty \frac{\lambda}{u_0} e^{-u_0 |z-h|} J_0(\lambda \rho) d\lambda$$

Avec $u_0 = \sqrt{\lambda^2 + \gamma_0^2}$, nous pouvons écrire la composante résultante du potentiel de Hertz suivant x , sous la forme :

Pour $y > 0$:

$$\Pi_x = \frac{Il}{4\pi i \varepsilon_0 \omega} \int_0^\infty \frac{\lambda}{u_0} [e^{-u_0 |y-h|} + R_m(\lambda) e^{-u_0 (y+h)}] J_0(\lambda \rho) d\lambda$$

Pour $y < 0$:

$$\Pi_x = \frac{Il}{4\pi i \varepsilon_0 \omega} \int_0^\infty T_m(\lambda) e^{u_1 y} J_0(\lambda \rho) d\lambda$$

J_0 : Fonction de Bessel d'ordre 0 et de première espèce.

Il a été prouvé auparavant (cf. Théorie de Sommerfeld 1909), que le fait de considérer le

potentiel vecteur de Hertz à une seule composante suivant l'axe z ne peut décrire correctement le champ émanant du dipôle horizontal orienté suivant z et placé au-dessus d'un sol plan avec pertes. Les conditions aux limites à l'interface air-sol ne peuvent pas être satisfaites. Afin de remédier à ce problème, la composante suivant la normale au sol est prise en considération. Le potentiel de Hertz admet donc deux composantes : $\Pi = (\Pi_x, \Pi_y, 0)$

Le champ électromagnétique, dans un milieu de paramètres $(\sigma, \mu_0, \varepsilon)$, s'exprime à l'aide des composantes du potentiel vecteur de Hertz comme suit :

$$E_x = -\gamma^2 \Pi_x + \frac{\partial}{\partial x} (\text{div } \Pi)$$

$$E_y = \frac{\partial}{\partial y} (\text{div } \Pi)$$

$$E_z = -\gamma^2 \Pi_z + \frac{\partial}{\partial z} (\text{div } \Pi)$$

$$H_x = (\sigma + i\varepsilon\omega) \frac{\partial \Pi_z}{\partial y}$$

$$H_y = -(\sigma + i\varepsilon\omega) \left(\frac{\partial \Pi_z}{\partial x} - \frac{\partial \Pi_x}{\partial z} \right)$$

$$H_z = -(\sigma + i\varepsilon\omega) \frac{\partial \Pi_x}{\partial y}$$

Avec $\gamma^2 = j\mu_0\omega(\sigma + j\varepsilon\omega)$

La divergence de Π s'écrit dans ce cas :

$$\text{div } \Pi = \frac{\partial \Pi_x}{\partial x} + \frac{\partial \Pi_y}{\partial y}$$

Pour établir la forme appropriée de la composante Π_z dans les deux régions (air et sol), un examen de la nature des conditions aux limites à l'interface air-sol s'avère nécessaire. Spécifiquement, E_x, E_y, H_x et H_y doivent être continues en $z = 0$ (ceci provient de la

continuité de la composante tangentielle du champ électrique à l'interface. De plus, l'absence des densités de courants de surface, entraîne aussi la continuité de la composante tangentielle du champ magnétique).

Les conditions aux limites sont satisfaites, si de manière équivalente, les quantités ci-dessous sont continues:

$$\gamma^2 \Pi_x, \gamma^2 \Pi_z, \gamma^2 \partial_z \Pi_x, \text{div}(\Pi) = \partial_x \Pi_x + \partial_y \Pi_y$$

La composante Π_y doit satisfaire l'équation d'onde :

$$(\nabla^2 - \gamma^2) \Pi_y = 0$$

De plus, nous avons :

$$\frac{\partial}{\partial z} J_0(\lambda \rho) = -\lambda J_1(\lambda \rho) \cos \phi$$

J_1 : Fonction de Bessel de première espèce, d'ordre 1. $\cos(\phi) = \frac{z}{\rho}$

Tenant compte de la condition de continuité de la divergence du potentiel vecteur de Hertz, de la relation ci-dessus et du fait que la composante Π_y doit satisfaire l'équation d'onde, la forme adéquate de Π_y doit être :

Pour $y > 0$

$$\Pi_x = \frac{Il}{4\pi i \varepsilon_0 \omega} \frac{\partial}{\partial z} \int_0^\infty P(\lambda) e^{-u_0(y+h)} J_0(\lambda \rho) d\lambda$$

$$\Pi_y = \frac{Il}{4\pi i \varepsilon_0 \omega} \frac{\partial}{\partial z} \int_0^\infty Q(\lambda) e^{-u_1 y} J_1(\lambda \rho) d\lambda$$

Avec : $u_1 = \sqrt{\lambda^2 + \gamma_1^2}$

Les composantes x et y correspondantes l'intensité du champ électrique sont exprimés en coordonnées rectangulaires et sont définis par la fonction d'onde Π et les fonctions intermédiaires $Q(\lambda)$ et $P(\lambda)$

$$E_x = -\gamma_0^2 \Pi_{0x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial \Pi_{0x}}{\partial x} + \frac{\partial \Pi_{0z}}{\partial z} \right] = Ids \left[-P(\lambda) + \frac{\partial^2 Q(\lambda)}{\partial x^2} \right]$$

$$E_y = \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial \Pi_{0x}}{\partial x} + \frac{\partial \Pi_{0z}}{\partial z} \right] = Ids \left[\frac{\partial^2 Q(\lambda)}{\partial x \partial y} \right]$$

$Q(\lambda)$ et $P(\lambda)$ sont utilisés pour la détermination du terme de correction du sol d'une ligne de transmission supposée de longueur infinie :

$$Z_{mn} = \int_{-\infty}^{\infty} P(\sqrt{x^2 + y^2}) e^{-\gamma_x x} dx$$

$$Y_{mn}^{-1} = \int_{-\infty}^{\infty} Q(\sqrt{x^2 + y^2}) e^{-\gamma_x x} dx$$

Annexe C : Approximations analytiques des intégrales J et G [48]

L'adoption de l'approximation quasi-TEM (la valeur de la constante de propagation transversale est considérée très faible ($\tau_0 \approx 0$)) fait que les pertes par conduction ainsi que les pertes par déplacement courant dans le sol homogène soient exprimés en fonction des intégrales de Sommerfeld du type Fourier comme suit :

$$J_{mn} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-|\lambda|Y - i\lambda X)}{|\lambda| + \sqrt{\lambda^2 + \gamma_0^2(1 - n^2)}} d\lambda \quad (208)$$

$$G_{mn} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-|\lambda|Y - i\lambda X)}{n^2|\lambda| + \sqrt{\lambda^2 + \gamma_0^2(1 - n^2)}} d\lambda \quad (209)$$

Avec $Y = h_i + h_j > 0$ and $X = |d_i - d_j| > 0$

Vu que les intégrales (208) et (209) présentent des singularités, leur développement analytique est valide pour les faibles arguments, on utilise l'approximation ci-dessous :

$$\frac{u_0 - u_g}{u_0 + u_g} \approx -\exp(-u_0 Y_j) \quad (210)$$

$$Y_j = \frac{2}{\gamma_0 \sqrt{1 - n^2}}; \quad u_0 = \sqrt{\lambda^2 + \tau_0^2}$$

En substituant la relation ci-dessous dans l'équation (208):

$$\frac{1}{2u_0} \frac{u_0 - u_g}{u_0 + u_g} + \frac{1}{2u_0} = \frac{1}{u_0 + u_g}$$

On peut réécrire l'intégral relatif aux pertes par conduction comme suit :

$$J(X, Y) \approx \lim_{\tau_0 \rightarrow 0} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-u_0 Y - i\lambda X) d\lambda}{2u_0} - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-u_0(Y + Y_j) - i\lambda X) d\lambda}{2u_0} \right) \quad (211)$$

L'intégrale gauche de l'équation (211) peut être évaluée en notant que :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-u_0 Y - i\lambda X) d\lambda}{2u_0} = K_0(\tau_0 \sqrt{X^2 + Y^2}) \quad (212)$$

$$K_0(z) \approx -\ln(z); \quad z \rightarrow 0 \quad (213)$$

En combinant les résultats des équations (211) et (212), on obtient finalement l'approximation analytique simplifiée de l'intégrale (208) comme suit :

$$\lim_{\tau_0 \rightarrow 0} J(X, Y) = J_Q \approx \ln\left(\frac{\rho_j^*}{\rho^*}\right) \quad (214)$$

Avec

$$\rho_j^* = \sqrt{X^2 + (Y + Y_j)^2}$$

$$\rho^* = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

En suivant la même procédure pour l'approximation analytique de l'intégrale relative aux pertes par conduction, nous permet de retrouver l'approximation correspondante à l'intégrale (209) :

$$\begin{aligned}
G(X, Y) &= \frac{2n^2}{n^4 - 1} \int_0^{+\infty} \frac{\exp(-\gamma_0 Y \lambda) \cos(\gamma_0 X \lambda)}{\alpha - b} \\
&\quad - \frac{2}{n^4 - 1} \int_0^{+\infty} \frac{\exp(-\gamma_0 Y \lambda) \cos(\gamma_0 X \lambda)}{\alpha^2 - b^2} (\sqrt{\alpha^2 + 1 - n^2} \\
&\quad + n^2 b) d\lambda = G_0(X, Y) + G_1(X, Y)
\end{aligned} \tag{215}$$

Avec

$$G_0(X, Y) = \frac{2n^2}{n^4 - 1} \int_0^{+\infty} \frac{\exp(-\gamma_0 Y \lambda) \cos(\gamma_0 X \lambda)}{\alpha - b} d\lambda \tag{216}$$

$$G_1(X, Y) = -\frac{2}{n^4 - 1} \int_0^{+\infty} \frac{\exp(-\gamma_0 Y \lambda) \cos(\gamma_0 X \lambda)}{\lambda^2 - b^2} (\sqrt{\alpha^2 + 1 - n^2} + n^2 b) d\lambda \tag{217}$$

Avec $b = \frac{i}{\sqrt{1+n^2}}$

En utilisant la définition pour l'intégrale exponentielle, il a été démontré dans l'annexe de [48] que l'équation (216) pouvait s'écrire sous la forme suivante :

$$G_0(X, Y) = \frac{n^2}{n^4 - 1} (Q(bz) + Q(b\bar{z})) \tag{218}$$

Avec $Q(z) = \exp(-z) E_1(-z) ; E_1(z) = \int_z^{\infty} \frac{\exp(-t)}{t} dt, z = \gamma_0(Y + iX)$ (219)

\bar{z} est le conjugué complexe de z

En exprimant la fonction cosinus en termes de fonctions exponentielles, (217) peut être exprimé comme suit :

$$G_1(X, Y) = -\frac{1}{n^4 - 1} (G_1(z) + G_1(\bar{z})) \tag{220}$$

Où

$$G_1(z) = n^2 \int_0^\infty \frac{b \exp(-\lambda z)}{\lambda^2 - b^2} d\alpha + \int_0^\infty \frac{\sqrt{\lambda^2 + 1 - n^2} \exp(-\lambda z)}{\lambda^2 - b^2} d\alpha \quad (221)$$

Le premier terme gauche de l'intégral (221) est élémentaire donc peut s'exprimer comme suit :

$$n^2 \int_0^\infty \frac{b \exp(-\lambda z)}{\lambda^2 - b^2} d\alpha = \frac{n^2}{2} (Q(bz) - Q(-bz)) \quad (222)$$

Tandis que le second terme nécessite l'évaluation de son intégrale, en lui substituant le changement de variables $\lambda = t\sqrt{1 - n^2}$, on obtient :

$$P(b, z) = \sqrt{1 - n^2} \int_0^\infty e^{i\theta} \frac{\sqrt{1 + t^2}}{t - b/\sqrt{1 - n^2}} \exp(-tz\sqrt{1 - n^2}) dt \quad (223)$$

Où $\theta = -\arg\sqrt{1 - n^2}$. Puisque $Re(\sqrt{1 - n^2}) > 0$ et $Im(\sqrt{1 - n^2}) < 0$ pour tous les paramètres électriques considérés de la structure, nous avons $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$. Le chemin d'intégration $\arg t = \theta$ dans (223) peut être retourné à l'axe réel positif si

$-\frac{\pi}{2} + \theta < \arg z < \frac{\pi}{2}$. L'intégrale résultante est :

$$P(b, z) = \sqrt{1 - n^2} \int_0^\infty \frac{\sqrt{1 + t^2}}{t - \frac{b}{\sqrt{1 - n^2}}} \exp(-tz\sqrt{1 - n^2}) dt \quad (224)$$

Elle converge pour $Re(z\sqrt{1 - n^2}) > 0$ c'est-à-dire pour $-\frac{\pi}{2} + \theta < \arg z < \frac{\pi}{2} + \theta$. Puis, par continuité analytique, la représentation intégrale (224) pour $P(b, z)$ est valide pour

$e(z\sqrt{1-n^2}) > 0$. La contribution à l'intégrale (224) provient principalement du fait que le paramètre t est petit, il est plus pratique d'effectuer l'approximation de $\sqrt{1+t^2}$ aux alentours de $t = 0$ (annexe de [48]) exprimé ci-dessous :

$$\sqrt{1+t^2} \approx \frac{1}{2t} + t - \frac{\exp(-2t)}{2t} \quad (225)$$

En insérant l'approximation (225) dans (224) , on se retrouve avec :

$$\begin{aligned} P(b, z) \approx & -\frac{1-n^2}{2b} \int_0^\infty \frac{1-e^{-2t}}{t} \exp(-tz\sqrt{1-n^2}) dt \\ & + \frac{1-n^2}{2b} \int_0^\infty \frac{1-e^{-2t}}{t-b/\sqrt{1-n^2}} \exp(-tz\sqrt{1-n^2}) dt \\ & + \sqrt{1-n^2} \int_0^\infty \exp(-tz\sqrt{1-n^2}) dt \\ & + b \int_0^\infty \frac{\exp(-tz\sqrt{1-n^2})}{t-b/\sqrt{1-n^2}} dt \end{aligned} \quad (226)$$

En faisant l'évaluation standard des quatre termes de (226), on trouve que :

$$\begin{aligned} P(b, z) \approx & -\frac{1-n^2}{2b} \left(\ln\left(1 + \frac{2}{z\sqrt{1-n^2}}\right) + Q\left(bz + \frac{2b}{\sqrt{1-n^2}}\right) \right) + \frac{1}{z} + bQ(bz) \left(1 + \frac{1-n^2}{2b^2}\right) \end{aligned} \quad (227)$$

Finalement, en combinant (218) et le terme droit de (221), après quelques manipulations analytiques, on obtient finalement :

$$\begin{aligned}
G(X, Y) \approx & \frac{n^2}{2(n^4 - 1)} (Q(bz) + Q(b\bar{z})) - \frac{1}{2b(n^4 - 1)} (P(b, z) + P(b, \bar{z}) \\
& - P(-b, z) - P(-b, \bar{z}) - n^2 b (Q(-bz) + Q(-b\bar{z})))
\end{aligned} \tag{228}$$

Bibliographie

- [1] C. R. Paul, Introduction to Electromagnetic compatibility, John Wiley and Sons Incorporation, 1992.
- [2] M. Ianoz, C. A. Nucci et F. M. Tesche, transmission line theory for field to transmission line coupling calculations, *Electromagnetics*, 8:2-4, 171-211, 1988.
- [3] F. M. Tesche, M. Ianoz et T. Karlsson, EMC Analysis Methods and Computational Models, John Wiley and Sons Incorporation, 1997.
- [4] F. G. CANVERO, V. DANIELE et R. D. GRAGLIA, «Electromagnetic Pulse interaction with multiconductor transmission lines,» *Electromagnetics*, vol. 8, pp. 293-310, 1988.
- [5] P. Degauque et J. Hamelin, Electromagnetic Compatibility, vol. 38, Oxford Science Publications, 1993, pp. 139-149.
- [6] H. W. Dommel, Electromagnetic transients program:Reference Manual(EMPT Theory Book), Bonneville Power Administration, 1987.
- [7] C. R. Paul, «Incorporation of terminal constraints in the FDTD analysis of transmission lines,» *IEEE,trans.EMC*, vol. 22, pp. 85-91, 1994.
- [8] A. Semlyen et A. Deri, «Time domaine Modeling of Frequency Dependent Three-Phase Transmission Line Impedance,» *IEEE Transactions on Power App.and systems*, vol. 104, pp. 1549-55, 1985.
- [9] F. Rachidi, «A review of field to transmission line coupling models with special emphasis to lightning-induced voltages on overhead lines,» *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 54, pp. 898-911, 2012.
- [10] R. King et L. C. Shen, «Scattering by wires near a material half-space,» *IEEE Transactions on Antennas Propagation*, pp. 1165-1171, 1982.
- [11] K. Chen, «Time harmonic solutions for a long horizontal wire over the ground with grazing incidence,» *IEEE Trans. Antennas Propagat*, pp. 233-243, 1985.
- [12] Y. Kami et R. Sato, «Circuit-concept approach to externally excited transmission lines,» *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, pp. 177-183, 1985.
- [13] R. PEREZ, «Plane wave coupling to cables,» chez *Handbook of Electromagnetic Compatibility (Part II)*, ed.,Academic Press, 1995.
- [14] L. K. Warne et C. Salvatore, «Formulas For Plane Wave Coupling To A Transmission Line Above Ground With Terminating Loads,» Sandia Report , 2018.

- [15] R. P. Clayton et S. A. Nasar, Introduction to Electromagnetic Fields, McGRAW-HILL INTERNATIONAL EDITIONS, 1987.
- [16] J. R. Wait, «Theory of wave propagation along a thin wire parallel to an interface,» *Radio Sci*, vol. 7, pp. 675-679, 1972.
- [17] R. G. Olsen et D. C. Chang, «Current induced by a plane wave on a thin infinite wire near earth,» *IEEE Trans. Antennas Propagat*, pp. 586-589, 1974.
- [18] D. C. Chang et R. G. Olsen, «Excitation of an infinite antenna above a dissipative earth,» *Radio Sci*, vol. 10, pp. 823-831, 1975.
- [19] E. F. Kuester, D. C. Chang et R. G. Olsen, «Modal theory of long horizontal wire structures above the earth, 1, excitation,» *Radio Sci*, vol. 13, p. 605613, 1978.
- [20] T. A. Papadopoulos, G. K. Papagiannis et D. P. Labridis, «A generalized model for the calculation of the impedances and admittances of overhead power lines above stratified earth,» *Electric Powers systems Research*, vol. 80, pp. 1160-1170, 2010.
- [21] F. G. Canavero, G. D. Vito et R. D. Graglia, «spectral theory of transmission lines in presence of external electromagnetic sources,» *Electromagnetics*, pp. 125-157, 1988.
- [22] A. K. Agrawal, H. J. Price et S. H. Gurbaxani, Transient response of multiconductor transmission lines excited by a non uniform electromagnetic field, *IEEE Trans.Electromagn.Compat.*, Vol. 22, No.2, 119 129, 1980.
- [23] J. R. Marti, «Accurate modeling of frequency-dependent transmission lines in electromagnetic transient simulations IEEE,» *Trans.Power Appar.Syst.1*, pp. 147-155, 1986.
- [24] W. B. Scharfman, E. F. Vance et K. A. Graf, «EMP coupling to power lines,» *IEEE Trans. Antennas Propagat*, pp. 277-292, 1978.
- [25] J. A. STRATON, *Electromagnetic Theory*, New York: McGraw-Hill book company, Inc, 1941.
- [26] C. TAYLOR, R. Satterwhite et C. Harrison, The response of terminated two-wire transmission line excited by non uniform electromagnetic field, *IEEE Trans.on Antennas and Propagation*, vol.AP-13,pp.987-989, 1965.
- [27] J. R. Wait, «Excitation of an ensemble of parallel cables by an external dipole over a layered ground,» *Arch. Elek. Uberstrangungstech*, vol. 31, pp. 489-493, 1977.
- [28] E. F. Kuester, D. C. Chang et S. W. Plate, «Electromagnetic wave propagation along horizontal wire systems in or near a layered earth,,» *Electromagnetics*, vol. 1, pp. 243-493, 1981.
- [29] J. Wait, *Electromagnetic Wave Theory*, New York: Wiley, 1985.

- [30] F. Rachidi, C. A. Nucci, M. Ianoz et C. Mazzetti, «Influence of a lossy ground on lightning-induced voltages on overhead lines,» *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, pp. 250-263, 1996.
- [31] M. Nakagawa, «Admittance correction effects of a single overhead line,» *IEEE Trans Power Syst*, pp. 1154-1161, 1981.
- [32] G. E. Bridges et L. Shafai, «Plane wave coupling to multiple conductor transmission lines above a lossy earth,» *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 31, pp. 21-33, 1989.
- [33] E. Vance, *Coupling of shielded cables*, New York: Wiley, 1978.
- [34] M. Abramowitz et I. Stegun, *Handbook of Mathematical functions*, Washington D.C: National Bureau of Standards, 1965.
- [35] H. W. Ott, *Electromagnetic Compatibility Engineering*, Wiley, 2009.
- [36] R. W. P. King, T. T. Wu et L. C. Shen, «The horizontal wire antenna over a conducting or dielectric half space: Current and admittance,» *Radio Sci.*, vol. 9, pp. 701-709, 1974.
- [37] J. Carson, *Wave propagation in overhead wires with ground return*, *Bell Syst.Tech.J.*, Vol.5,539-554, 1926.
- [38] E. F. Kuester et D. C. Chang, «Modal representation of a horizontal wire above a finitely conducting earth,» scientific report no.21, departement of electrical engineering university of colorado, Colorado, 1976.
- [39] C. Paul, *Decoupling the multiconductor transmission line equations*, *IEEE,MTT*,vol.44,no.8, 1996.
- [40] F. RACHIDI et S. V. Tkachenko, *Electromagnetic Field Interaction with transmission Lines from classical theory to HF Radiation effects*, Boston: WIT Press, 2008.
- [41] F. M. Teshe et C. M. Butler, *On the addition of EM Field Propagation and Coupling effects in the BLT Equation*, Clemson: Holcombe Dept. of Electrical and Computer Engin College of Engineering & Science 337 Fluor Daniel Building Box 340915, 2004.
- [42] F. M. Tesche, «Development and use of the BLT Equation in the time Domain as applied to a coaxial Cable,» *IEEE Transactions of electromagnetic Compatibility*, vol. 49, 2007.
- [43] A. Maaouni et A. Amri, «Overhead line switching transients,» *Journal of physics A:mathematical and general*, pp. 7125-7135, 2002.
- [44] F. TESCHE et P. R. BARNES, «Development of a new high altitude electromagnetic pulse (HEMP) environment and resulting overhead line responses,» *Electromagnetics*, vol. 8, pp. 277-292, 1988.

- [45] M. Nakagawa, «Further studies on wave propagation along overhead transmission lines:effects of admittance correction,» *IEEE Trans Power Syst*, pp. 1154-1161, 1981.
- [46] S. W. Plate, D. C. Chang et E. F. Kuester, «Characteristics of discrete propagation modes on a system of horizontal wires over a dissipative earth,» Scientific Report no.24, departement of electrical Engineering university of colorado, Colorado, 1977.
- [47] G. E. Bridges, O. Atta et L. Shafai, «Solution of discrete modes for wave propagation along multiple conductor structures above a dissipative Earth,» *Can.J.Phys.*, vol. 66, pp. 428-38, 1988.
- [48] A. MAAOUNI, A. AMRI et A. ZOUHIR, «Simple and accurate analytical expressions for evaluating related transmission line integrals,» *J.Phys. A:Math. Gen*, vol. 34, pp. 9027-9035, 2001.
- [49] C. R. Paul, «Frequency response of multi-conductor transmission lines illuminated by an electromagnetic field,» *IEEE Trans.Electromagn.Compat*, vol. 18, pp. 183-90, 1976.
- [50] C. R. Paul, Analysis of Multiconductor transmission lines, Wiley-IEEE press 2 edition, 2007.
- [51] F. RACHIDI, C. A. NUCCI et M. IANOZ, «Transient analysis of Multiconductors lines above a lossy ground,» *IEEE on power Delivery*, vol. 14, pp. 294-302, 1999.
- [52] H. W. Dosso, «The Magnetic Field At the Surface of a Stratified Flat Conductor In the Field of Plane Waves with Application To Geophysics,» *Canadian Journal of Physics*, vol. 11, pp. 1583-1592, 1962.
- [53] A. Ishimaru, Electromagnetic wave propagation, radiation, and scattering:From Fundamentals to Applications, Second Edition, Seattle, Washington: wiley-IEEE Press, 1991.
- [54] J. R. WAIT, Electromagnetic Waves in Stratified Media, A.L.Cullen, V.A.Fock, J.R.Wait, 1970.
- [55] A. Ametani, «Stratified earth effects on wave propagation—frequency dependent,» *IEEE*, vol. 93, p. 1233–1239, 1974.
- [56] M. C. Perz et M. R. Raghuveer, «Generalized derivation of fields, and impedance correction factors of lossy transmission line, Part II.Lossy conductors above lossy ground,» *IEEE Trans.Power Syst*,93, pp. 1832-1841, 1974.
- [57] L. Hofman, «Series expansions for line series impedances considering different specific resistances, magnetic permeabilities, and dielectric permittivities of conductors, air,and ground,» *IEEE Trans.Power Deliv*.18(2), pp. 564-570, 2003.
- [58] A. Semlyen, «Ground return parameters of transmission lines an asymptotic analysis for very high frequencies,» *IEEE Trans Power Syst*, pp. 1031-1038, 1981.
- [59] E. D. SUNDE, Earth Conduction Effects in Transmission Systems, New York: D.V.Nostrand Company, INc,Princeton, 1948.

- [60] K. IWAMOTO, «Use of travelling waves on the measurement of earth resistivity,» *J.Inst.Elec.Eng.Japan*, vol. 78, pp. 1038-1049, 1958.
- [61] L. M. Wedepohl et R. G. Wasley, «Wave propagation in multi-conductor overhead lines,» *Proc.IEE*, vol. 113, pp. 627-632, 1966.
- [62] A. Maaoui et A. Amri, «Time-domain analysis for field excited transmission lines with nonlinear loads,» *J.Phys. A: Math.Gen*, pp. 10573-10584, 2003.
- [63] A. Ametani, N. Nagaoka et R. Koide, «Wave propagation characteristics on an overhead conductor above snow,» *Trans.Inst.Electr.Eng.Jpn*, vol. 134, pp. 26-33, 2001.
- [64] G. K. Papagiannis, D. A. Tsiamitros, D. P. Labridis et P. S. Dokopoulos, «A systematic approach to the evaluation of the influence of multilayered earth on overhead power transmission lines,» *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 20, pp. 2594-2601, 2005.
- [65] A. Ametani, «A general formulation of impedance and admittance of cables,» *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 99, pp. 902-910, 1980.
- [66] M. D'Amore et M. S. Sarto, «Simulation models of a dissipative transmission line above a lossy ground for a wide-frequency range Part I:Single conductor configuration,» *IEEE Trans. EMC 38*, vol. 38, pp. 127-138, 1996.
- [67] C. Vassalo, *Théorie des guides d'ondes électromagnétiques*, Eyrolles, 1985.
- [68] J. Wait, «Excitation of a coaxial cable or wire conductor located over the ground by a dipole radiator,» *Arth6Eleck Uberstrangunstech*, vol. 31, pp. 121-127, 1977.
- [69] A. Sommerfeld, «Propagation of waves in wireless telegraphy,» *Ann. Phys. (Leipzig)*, vol. 81, pp. 1135-1153, 1926.
- [70] E. F. Kuester et D. C. Chang, «Evaluation of sommerfeld integrals associated with dipole sources above earth,» Electromagnetics laboratory departement of Electrical Engineering University of Colorado, Colorado, 1979.
- [71] Z. Belganche, A. Maaoui, A. Mzard et A. Bouziane, equivalent model from two layers stratified media to homogeneous media for overhead lines, *Prog. Electromagn. Res. M*, Vol. 41 , 63-72, 2015.
- [72] A. Maaoui et A. Amri, «évaluation numérique des intégrales de Sommerfeld du type Fourier dans le plan complexe,» *Ann. Telecommun.*, vol. 51, pp. 1-2,4-10, 1996.
- [73] P. J. Davis et P. Rabinowitz, *Methods of Numerical Integration*, Academic Press Inc., 1984.
- [74] C. T. Kelley, *Iterative Methods for Optimization*, Philadelphia: SIAM Publications: Society for Industrial and Applied Mathematics , 1999.

- [75] T. Lu, L. Qi et X. Cui, «Effect of multilayer soil on the switching transient in substations,» *IEEE Trans. Magn.*, vol. 42, pp. 843-846, 2006.
- [76] L. S. Qi, X. Cui et L. Li, «Transient plane wave coupling to overhead line above a multi-layer soil,» *IEEE Int. Symp. on Electromagn. Compat.*, pp. 14-18, Aug 2006 Portland, USA.
- [77] D. A. Tsiamitros, G. K. Papagiannis et P. S. Dokopoulos, «Homogeneous earth approximation of two-layer earth structures :An equivalent resistivity approach,» *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 22, pp. 658-666, 2007.
- [78] V. Arnautovski-Toseva, K. El Khamlichi Drissi et K. Kerroum, «Plane wave coupling to horizontal wire conductor above two-layer soil: Comparison of electromagnetic, complex image and transmission line models,» *Int. Symp. on Electromagn. Compat. Rome, Italy*, vol. 2012, pp. 1-6.
- [79] Z. Belganche, A. Maaouni, A. Mzerd et A. Lahmidi, «Plane Wave Coupling to Overhead Lines over Stratified Earth,» *2018 Progress in Electromagnetics Research symposium(Piers-Toyama Japan)*, 2018.
- [80] W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky et W. T. Vetterling, *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific computing*, Cambridge: Cambridge University Press, 1991.
- [81] C. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*, Wiley, 2012.
- [82] D. A. Tsiamitros, G. K. Papagiannis et P. S. Dokopoulos, «Earth Return Impedances of Conductor Arrangements in Multilayer Soils Part I: Theoretical Model,» *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 4, pp. 2392-2400, 2008.
- [83] A. Zeddami, L. Koné, P. Deguauque et B. Demoulin, «Voltages induced on coaxial cables or multi-wire shielded lines by a disturbing wave,» *Electromagnetics*, vol. 8, pp. 311-33, 1988.