



Fès, le 24/09/2016

N° d'ordre : 25/2016

THESE DE DOCTORAT

Présentée par

Mr : Abdelbar Nasri

Spécialité : Informatique

Sujet de la thèse : Analyse et génération des décors géométriques Maroco-andalous :
Contribution des techniques d'analyse d'image

Thèse présentée et soutenue le 24 septembre devant le jury composé de

Nom Prénom	Titre	Etablissement	
Qjidaa Hassan	PES	Faculté des sciences Dhar El Mahraz, Université Sidi Mohamed Ben Abdellah Fès	Président
Thalal Abdelmalek	PES	Faculté des Sciences Semlalia, Université Cadi Ayyad Marrakech	Rapporteur
Zarghili Arsalane	PES	Facultés des Sciences et Techniques, Université Sidi Mohamed Ben Abdellah, Fès	Rapporteur
Ait Kbir M'hamed	PES	Facultés des Sciences et Techniques, Université Abdelmalek Essaadi, Tanger	Rapporteur
Zenkouar Khalid	PH	Facultés des sciences et techniques, Université Sidi Mohamed Ben Abdellah, Fès	Examineur
Esserrhini Fouad	Architecte Directeur général	Agence pour le Développement et la Réhabilitation de la ville de Fès	Membre invité
Benslimane Rachid	PES	Ecole Supérieure de technologie, Université Sidi Mohamed Ben Abdellah, Fès	Directeur de thèse

Laboratoire d'accueil : Laboratoire Transmission & Traitement de l'Information

Etablissement : École supérieure de technologie

Résumé

Cette thèse aborde une nouvelle approche d'analyse et de génération des ornements géométriques islamiques, notamment maroco-andalous. Cette approche d'analyse et de génération se distingue des approches plus classiques du fait qu'elle confie cette tâche de perception visuelle et d'interprétation à un système automatique doté de capacités de vision par ordinateur, et orienté par des connaissances à priori, déduites des approches mathématiques et d'analyse des techniques traditionnelles.

L'approche adoptée propose d'abord de construire une représentation analytique des décors géométriques maroco-andalous. A cet effet, nous avons proposé de faire appel à trois types de représentations analytiques : représentation à l'aide du motif fondamental et du groupe de symétrie qui lui est associé, représentation par les lignes de tracés ou Strands, et représentation par polygones en contacts basée sur le pavage.

Pour la première représentation analytique, basée sur la théorie des groupes de symétrie, nous proposons une méthode originale pour l'extraction automatique de la cellule de base répétitive dans deux directions perpendiculaires du plan. Cette méthode repose sur la fonction d'autocorrélation et sur les algorithmes génétiques. Pour la détermination de la région fondamentale et de son groupe de symétrie, nous avons utilisé les descripteurs SIFTS.

Pour la représentation analytique par les Strands, nous proposons une méthode originale basée sur la détection des coins de type V, suivie d'une opération de connexion des coins voisins se trouvant dans la même direction et ayant des orientations opposées.

Pour la représentation par les polygones en contacts, nous proposons d'abord de détecter les rosaces en présence dans un ornement, puis par une analyse de leur distribution spatiale, nous déduisons les polygones constituant le pavage sous-jacent.

Ces représentations analytiques seront par la suite utilisées dans le processus de reconstruction des ornements analysés ou pour la génération de nouveaux ornements. Deux méthodes de génération d'ornements périodiques, sont alors proposées. La première repose sur des règles de construction déduites de l'analyse des Strands, alors que la deuxième repose sur la technique plus classique dite polygonale.

Les résultats de ce travail pourront contribuer aux besoins de préservation de cet art ancestral et au développement de l'innovation dans le processus de génération de nouveaux ornements.

Mots-clés : Traitement d'image, Algorithme génétique, Graphe d'adjacence, Grammaire de forme, groupe de symétrie, pavage du plan, Décor géométrique

Abstract

This thesis discusses a new approach for the analysis and generation of Islamic geometric ornaments, notably Morocco-Andalusian. This analysis and generation approach distinguishes itself from more conventional approaches in that it entrusts the task of visual perception and interpretation to an automatic system with computer vision capabilities, and oriented by a priori knowledge, deduced from mathematical approaches and analysis of traditional techniques.

The adopted approach initially proposes to build an analytic representation of the Moroccan-Andalusian geometric decorations. Accordingly, we proposed to use three types of analytical representations: representation by means of the fundamental pattern and the symmetry group associated with it, representation by lines of traces or Strands, and representation by polygons in contacts based on the paving.

For the first analytic representation, based on the theory of symmetry groups, we propose an original method for the automatic extraction of the repetitive basic cell in two perpendicular directions of the plane. This method relies on the autocorrelation function and genetic algorithms. For the determination of the fundamental region and its symmetry group, we used SIFTS descriptors.

For the analytic representation by Strands, we propose an original method based on detection of V-type corners, followed by an operation that connects neighboring corners which are in the same direction and having opposite orientation.

For representation by polygons in contacts, we first propose to detect the rosettes present in an ornament, and then by an analysis of their spatial distribution, we deduce the polygons constituting the underlying paving.

These analytical representations will subsequently be used in the reconstruction process of the analyzed ornaments or for the generation of new ornaments. Two methods of generation of periodic ornaments are then proposed. The first is based on building rules deduced from analysis of Strands, while the second relies on the more classic technique known as polygonal.

The results of this study could contribute to alleviating the preservation needs of this ancient art and the development of innovation in the process of generating new ornaments.

Keywords: Image processing, genetic algorithm, Adjacency graph, shape grammars, symmetry group, tessellation of the plane, geometric design

Table des matières

Résumé	ii
Abstract	iv
Table des matières.....	vi
Liste des tableaux.....	x
Liste des figures.....	xi
Remerciements	xix
Introduction générale	20
Partie I. Introduction et concepts de base	22
Chapitre I. Introduction.....	23
I. Contexte : Analyse et génération des décors géométriques maroco-andalous	24
II. Motivations.....	24
III. Démarche scientifique	26
IV. Résumé des contributions	27
V. Plan et contenu de la thèse	28
VI. Liste des publications relatives aux travaux de thèse	31
Chapitre II. Concepts de base	33
I. Introduction	34
II. Concept de symétrie	35
II.1 Types de symétrie :	35
II.2 Frises	36
II.3 Papier peints	39
II.4 Symétrie ponctuel.....	42
II.5 Récapitulation du concept de symétrie.....	43
III. Concept de pavage du plan	44
III.1 Pavage périodique :.....	44
III.2 Pavage apériodique	47

IV. Concept de tracé (Strand) :	48
V. Conclusion	49
Partie II. Extraction et classification de la cellule de base d'un décor répétitif	50
Chapitre I. Extraction de la cellule de base d'un décor répétitif	51
I. Introduction	52
II. État de l'art sur l'extraction des motifs	53
III. Processus d'extraction de la cellule de base	56
III.1 Fonction d'Autocorrélation.....	56
III.2 Détection des pics pertinents	58
III.3 Vecteurs de translation.....	60
IV. Contributions	61
IV.1 Méthode 1 : méthode basée sur la surface dominante	62
IV.2 Méthode 2 : Méthode basée sur les algorithmes génétiques.....	63
V. Extraction des motifs symétriques	70
V.1 Représentation du motif dans l'espace des frises.....	71
V.2 Calcul du centre de symétrie par la méthode SIFT	72
VI. Résultats expérimentaux.....	74
VII. Conclusion.....	77
Chapitre II. Classification de la cellule de base d'un décor répétitif.....	78
I. Introduction	79
II. État de l'art sur les méthodes de classification basées sur les groupes de symétries	79
III. Contribution	82
III.1 Caractérisation de la cellule de base	82
III.2 Réflexion par rapport à une droite M/D.....	84
III.3 Rotation d'ordre n par rapport à un point	86
III.4 Processus de classification des motifs	86
III.5 Descripteurs de Fourier génériques (GFD):.....	88
IV. Classification	90
V. Résultats	92
VI. Conclusion	94

Partie III. Approche Strand.....	95
Chapitre I. Extraction et analyse des Strands.....	96
I. Introduction	97
II. État de l’art	98
III. Extraction des Strands.....	100
III.1 Détection des points d’intérêts: les coins	101
III.2 Reconnaissance des coins	103
III.3 Orientations des coins	111
III.4 Extraction des Strands.....	112
IV. Analyse de Strands	113
IV.1 Extraction de la grille.....	113
IV.2 Extraction des règles de construction	116
V. Résultats	116
V.1 Résultats de reconnaissance des coins:	117
V.2 Résultats d’extraction des Strands:	119
VI. Conclusion	121
Chapitre II. Grammaire de forme pour la génération de motifs géométriques	123
I. Introduction	124
II. État de l’art	124
III. Formalisme de grammaire de forme	125
III.1 Vocabulaire d’une grammaire de forme	127
IV. Grammaire de forme pour générer des motifs géométriques périodiques.....	130
IV.1 Interprétation des contraintes:.....	131
IV.2 Interprétation des objectifs:	131
IV.3 Interprétation des règles.....	132
V. Génération des IGP’s basée sur une grammaire de forme	133
VI. Résultats.....	138
VII. Conclusion.....	139
Partie IV. Approche de pavage du plan.....	140
Chapitre I. Extraction des rosaces : symétries rotationnelles	132

I. Introduction :	133
II. État de l'art	134
III. Extraction des caractéristiques des rosaces	136
III.1 Détection du centre de symétrie rotationnelle	137
III.2 Segmentation par seuillage	138
III.3 Points d'intérêts	139
III.4 Algorithme de détection du centre de symétrie	143
III.5 Détection du groupe et de l'ordre de symétrie par la technique du FE	144
III.6 Détermination du groupe de symétrie des rosaces	145
III.7 Détermination de l'ordre de symétrie des rosaces	145
IV. Résultats expérimentaux	146
V. Conclusion	148
Chapitre II. Représentation des décors par des graphes d'adjacences	149
I. Introduction	150
II. État de l'art	150
III. Graphe d'adjacence	152
III.1 Graphe de Cayley:	154
III.2 Graphe complet, graphe biparti :	155
III.3 Graphe d'adjacence des régions :	157
IV. Représentation des décors par des graphes d'adjacence	160
V. Approche de génération basée sur le pavage	165
VI. De l'analyse à la génération	166
VI.1 Système et pavage du plan	167
VI.2 Eléments de conception	168
VI.3 Application	169
VII. Conclusion	171
Conclusion générale :	172
Bibliographie	i

Liste des tableaux

Partie I :

Tableau II-1 : description des 17 groupes de symétrie 41

Partie II:

Tableau I-1 : comparaison des méthodes proposées avec la méthode de He et al..... 76

Tableau II-1 : isométries associées aux 17 groupes de symétrie 79

Tableau II-2 : représentation des 17 groupes de symétries regroupés par maillage 83

Partie III:

Tableau I-1 : Vue d'ensemble sur notre corpus d'images..... 116

Tableau I-2 : Taux de reconnaissance des coins à l'aide de contexte forme pour les images synthétiques et réelles avec 50 échantillons..... 118

Tableau I-3 : Taux de reconnaissance des coins à l'aide de contexte forme pour les images synthétiques et réelles avec 25 échantillons..... 118

Tableau I-4 : Taux de bonne extraction des Strands en utilisant le système proposé..... 119

Partie IV:

Tableau I-1 : Centre, ordre et groupe de symétrie détectés pour différentes images zellige. (a) image d'origine, (b) image binaire avec cercle détecté tracé en rouge, (c) rosace contenue à l'intérieur du cercle détecté, (d) FE de la rosace (c), (e) Fonction intensité correspondant à l'étoile intermédiaire de la rosace (c), (f) type et ordre de symétrie de la rosace détectée 146

Tableau I-2 : Les coordonnées du centre de rotation correspondant à chaque image testée. . 148

Liste des figures

Partie I :

Figure II-1 : Isométries du plan	35
Figure II-2: Algorithme pour la détermination des 7 groupes de frise	38
Figure II-3 : illustration des sept groupes de frises.....	38
Figure II-4:les 5 réseaux de Bravais	39
Figure II-5:les Dix-sept groupes de symétrie regroupée par la forme de la cellule de base et caractérisée par le type de la symétrie central dominante.....	43
Figure II-6: La mesure de l'angle intérieur d'un polygone est en relation avec la mesure de l'angle au centre	44
Figure II-7 : les trois pavages réguliers du plan.....	45
Figure II-8: les 8 pavages semi-réguliers.....	46
Figure II-9 : Les 21 Configurations pour construire des pavages.....	46
Figure II-10 : pavage du Penrose	47
Figure II-11: Exemples de motif entrelacé (a) et non-entrelacé (b).....	48
Figure II-12: Exemples du livre d'Abbas et Salman illustrant différents types de Strands.....	48

Partie II:

Figure I-1 : Exemple de motifs périodiques et leurs unités de base qui se répète le long de deux vecteurs de translation linéairement indépendants t_1 et t_2 pour paver le plan.	52
Figure I-2 : Approche basée sur les caractéristiques locales	54
Figure I-3: Approche basée sur les caractéristiques globales	55
Figure I-4: Processus d'extraction des motifs répétitifs basés sur l'autocorrélation	56
Figure I-5: exemple de l'utilisation de la fonction d'autocorrélation pour la détection des motifs périodiques.....	58
Figure I-6 : détection des pics pertinents en utilisant la région dominante (RD)	59
Figure I-7: Exemple illustre la détection automatique des pics par l'optimisation, avec $N_{opt} = 19$	60
Figure I-8:la détection des vecteurs de translation par la transformé de Hough généralisée ...	60

Figure I-9 : les deux vecteurs de translation détectée et la cellule de base déterminée par ces deux vecteurs	61
Figure I-10:résumé de notre contribution pour l'extraction de motif répétitif	62
Figure I-11 : processus d'extraction de la cellule de base	62
Figure I-12:Vecteurs de translation	69
Figure I-13 : étape d'extraction du motif symétrique	71
Figure I-14 : (a) l'image originale du motif ; un point (x, y) est sélectionné comme un centre de symétrie possibles. (b) Frise-expansion (FE) transforme la symétrie rotationnelle dans l'espace cartésien à un motif de type Frise (FEP).	71
Figure I-15 : (a) motif symétrique, (b) l'espace de frise du motif (a), (c) signale de périodicité 1D de (b). (d) motif non symétrique, (e) l'espace de frise du motif (d), (f) signale de périodicité 1D de (e)	72
Figure I-16: Centre de rotation défini par les vecteurs de points.....	73
Figure I-17 : Exemple d'extraction de la cellule de base ou le motif avant et après la rectification du centre. (a)Motif non symétrique (b) la détection de centre de symétrie par SIFT, (c) la superposition de la grille sur le centre de symétrie détecté, (d) le motif symétrique et les axes de symétrie qui délimite la région fondamentale	74
Figure I-18: Nombre d'images dans chaque groupe de symétrie, regroupés en fonction de la forme de motif ou de réseau de Bravais.....	75
Figure I-19: exemple d'images pour lesquelles la méthode proposée extrait les motifs périodiques, tandis que la méthode classique de Jingrui et al ne parvient pas à les extraire....	75
Figure I-20: exemple d'images pour lesquelles la méthode proposée extrait les motifs périodiques, tandis que la méthode classique de Jingrui et al ne parvient pas à les extraire....	76
Figure I-21:Résultats d'extraction automatique du motif répétitive des décors géométrique maroco-andalous de notre base de données	76
Figure II-1 Exemples illustrant la détection automatique des axes de symétrie dans une cellule de bas	80
Figure II-2 : Classification d'un motif appartient au réseau hexagonal.....	82
Figure II-3 : symétrie d'un point par rapport un axe	84
Figure II-4 : Processus d'identification du groupe de symétrie d'une cellule de base d'un décor périodique	86

Figure II-5 : détection des points d'intérêts	87
Figure II-6 : processus d'extraction des caractéristiques	90
Figure II-7: processus de classification.....	91
Partie III:	
Figure I-1: Illustration du processus global de notre approche d'extraction des Strands.....	97
Figure I-2: processus d'extraction des Strands	101
Figure I-3: processus de reconnaissance des coins.....	104
Figure I-4: Exemples de coins représentées par le même nombre de points (Nb échantillons = 25), avec une distribution uniforme et un nombre différent de cercles. (a), (b) et (c): exemples de coin X - (d) (e) et (f): exemples de coin V.....	105
Algorithme 1: Algorithme d'échantillonnage uniforme d'un contour.....	105
Figure I-5: log-polar shape context, (a) contour d'un coin de type V , (b) log-polar shape context de (a) avec 25 points, $Nr = 10$ and $N\theta = 36$, alors $L = NrN\theta = 360$	106
Figure I-6: matrice de caractéristiques H tel que $H = h_i, p_i \in C$	107
Figure I-7: illustration de la variation de TPS pour 3 itérations	110
Figure I-8: illustration de correspondance du coin V avec quatre prototype de coins X,T,K et Y dans la troisième itération de TPS, les points verts représentent la forme P et les points rouges représentent la forme Q.....	110
Figure I-9: Scores de correspondances entre l'image V-coin (forme P) et les formes Q de la base des modèles.....	111
Figure I-10: Exemple de méthode de mesure des propriétés de coin. (a) contour de coin X-segmenté par Canny. (b) la ligne bleu pointillée illustre une rotation vers la droite de rayon R.	111
Figure I-11: exemple de coins extraites à partir de l'image d'un IGP, (a) coin de type X, (b) l'histogramme des orientation de (a). (c) représente un coin de type V, (d) l'histogramme des orientation de (c).	112
Figure I-12: illustration de l'extraction d'une Strand	112
Figure I-13: exemple d'une grille extraite d'un IGP, (a,b, et c) dessine des lignes directive des segment de Strand. (d) la grille correspondante au motif analysé	114
Figure I-14: (a) motif historique, (b) les strands extraits par notre méthode (forme vectorielle du motif (a)), (c) la grille révélée (d'ordre 8).	115

Figure I-15: (a) motif historique, (b) les strands extraits par notre méthode (forme vectorielle du motif (a)), (c) la grille révélée (d'ordre 16).	115
Figure I-16: Taux de reconnaissance des coins à l'aide de la matrice polaire des formes.....	117
Figure I-17: Le taux de reconnaissance des coins selon le nombre d'itérations de la TPS pour des coins synthétiques et réels des IGP, avec 50 échantillons du contour.....	119
Figure I-18: Le taux de reconnaissance des coins selon le nombre d'itérations de la TPS pour des coins synthétiques et réels des IGP, avec 25 échantillons du contour.....	119
Figure I-19: (a, c) deux exemples d'image synthétiques (b,d) la forme vectorielle des motifs (a resp b) sous forme des Strands.....	120
Figure I-20: Exemple d'extraction des Strands en considérant uniquement la région fondamentale de l'image réelle d'un IGP	121
Figure I-21: Exemple de l'image d'un motif (a) et ses strands extraits (b) considérer comme image vectorielle de (a).....	121
Figure I-22: Exemple de l'image d'un motif (a) et ses strands extraits (b) considérer comme image vectorielle de (a).....	121
Figure II-1: exemple des instances de la famille de forme de notre grammaire.....	128
Figure II-2: Exemple d'un tracé ou une forme étiquetée.....	128
Figure II-3 : transformation des formes	130
Figure II-4: illustration d'un ensemble des contraintes et objectifs extraits par l'analyse des tracés/Strand.....	131
Figure II-6: generation based shape grammar step by step.....	137
Figure II-7: processus de génération des IGPs basée sur des règles préétablies, (a) résultat de la phase de construction du motif de la région fondamentale. (b) la phase de construction de motif dans la cellule de base : Application de l'arrangement isométrique correspondant au groupe de symétrie $p4m$, règle R6-R8. (c) phase de construction de tout modèle : Application de la règle R9.	137
Figure II-8: illustration de quelques exemples du motif généré à l'aide d'une grille extraite à partir d'un motif historique et la grammaire de la forme proposée. (a, b) sont IGPs généré et historique, (c et d) sont les nouveaux IGPs.....	138
Figure II-9: illustration de quelques exemples de nouveau motif généré à l'aide de la même grille et la grammaire de la forme proposée.	138

Figure II-10: motif complexe basé sur la grille extraite à partir d'un décor historique et de la grammaire de la forme proposée..... 139

Partie IV:

Figure I-1 : Exemple de rosaces géométriques (a) rosace d'ordre 8, (b) rosace d'ordre (12) et (c) une rosace d'ordre 16. 133

Figure I-2 : Trois exemples d'arrangement spatial des rosaces ou des étoiles. 134

Figure I-3 : Processus global de détection des symétries rotationnelles..... 137

Figure I-4 : Exemple de rosace synthétique et sa nomenclature selon J. Lee..... 138

Figure I-5 : histogramme de quelques images de Zellige. 139

Figure I-6 : l'ensemble de points d'intérêts d'une rosace..... 140

Figure I-7 : Détection des coins par l'opérateur de Forstner. 140

Figure I-8 : Intersection de cercles continus avec des points de la trame carrée. 141

Figure I-9 : (a) l'image des points d'intérêts, (b) les cercles détectés par notre méthode. 143

Figure I-10 : (a) Cercle détecté de centre $O(a,b)$ et de rayon r dans l'image (espace cartésien), Frise Extension (espace polaire) correspondant au disque de centre O et de rayon r de l'image (a). 144

Figure I-11 : Frise obtenue par la technique du FE pour différentes positions du centre de symétrie (a) et (b), Image originelle avec un centre de symétrie correct respectivement incorrect, (b) et (e) FE du cercle de symétrie de l'image (a) respectivement de (b), Fonction intensité correspondante à un rayon de du FE de l'image (a) respectivement de (d)..... 144

Figure I-12 : Correspondance entre les groupes de frises et les groupes de symétries rotationnelles 2D..... 145

Figure II-1 : Décor de Zellige et son graphe d'adjacence..... 151

Figure II-2 : représentation d'un graphe 152

Figure II-3 : Exemple d'un graphe de Cycles C_8 et un graphe de grille $G_{4,3}$ 153

Figure II-4:Le graphe de Cayley du groupe de symétrie dièdre D_3 154

Figure II-5 : Graphe de Cayley du groupe $p6m$ 155

Figure II-6 : Graphe biparti complet..... 156

Figure II-7 : Graphes cofinis planaires. Tous les sommets du graphe (a) possèdent le vecteur de type $[3; 3; 4; 3; 4]$. Le graphe (b) possède des sommets $[5; 5; 5]$ et des sommets $[5; 5; 5; 5]$ 156

Figure II-8 : La figure (a) représente le graphe planaire sommet-transitif tracé dans le plan euclidien de la figure II.7(a), ainsi que son graphe dual. La figure (b) représente son graphe barycentrique.....	157
Figure II-10 : exemple de l'agencement spatial des rosaces d'un décor	159
Figure II-11 : la position relative des rosaces d'ordre et de rayon les plus grands.....	159
Figure II-12 : connectivité entre les rosaces d'ordre et de rayon les plus petits.....	159
Figure II-13 : Relations entre rosaces d'ordre supérieur et les rosaces d'ordre inférieur (constellation)	160
Figure II-14 : le décor (a) est représenté par l'agencement spatial de ses rosaces défini par la matrice d'adjacence M.....	160
Figure II-15: (a) Exemple d'un décor de Zellige marocain, (b) la composition spatiale.....	161
Figure II-17: Exemple de composition utilisant une rosace et une étoile.....	162
Figure II-18: illustration des grilles détectées en considérant l'arrangement spatial des rosaces principales.....	163
Figure II-19: pavage obtenu par prise en considération des rosaces satellitaires	163
Figure II-20: Paramètres définissant la relation entre la rosace centrale et ses rosaces périphériques.....	164
Figure II-21: exemple de l'analyse d'un décor géométrique par notre méthode.....	164
Figure II-22 : l'angle θ de contact avec le bord.....	165
Figure II-23 : Une démonstration de la méthode de Hankin	166
Figure II-24: les éléments de polygonaux standards du système 5-10, représenté par des graphes d'adjacence basé sur la connectivité des rosaces.	167
Figure II-25: côté des polygones de système 5-10.....	168
Figure II-26: motif de conceptions polygonales extraites à partir d'une image analysé par notre approche.....	168
Figure II-27: Generation of the long hexagon motif.....	168
Figure II-28: Exemples des décors géométriques périodiques construits à la base d'un pavage régulier (a) groupe de symétrie pmm. (b) groupe de symétrie cmm	169
Figure II-29: Exemples de décors géométriques construits à la base d'un pavage quasi-périodique : (a) Symétrie d'ordre 5, (b) symétrie d'ordre 10.	170
Figure II-30: Constellation cas de $\Delta d = \mathbf{0}$	171

*à mes parents,
et à tous ceux que je ne nomme pas, mais qui se reconnaîtront*

Remerciements

À l'issue de la rédaction de cette recherche, je suis convaincu que la thèse est loin d'être un travail solitaire. En effet, je n'aurais jamais pu réaliser ce travail doctoral sans l'accompagnement pédagogique, technique et psychologique d'un grand nombre de personnes.

Je souhaite remercier en premier lieu mon directeur de thèse, M. Rachid Benslimane, Professeur des Universités pour m'avoir accueilli au sein de son équipe. J'aimerais également lui dire à quel point j'ai apprécié sa grande disponibilité et son respect sans faille des délais serrés de relecture des documents que je lui ai adressés. Enfin, j'ai été extrêmement sensible à ses qualités humaines d'écoute et de compréhension tout au long de ce travail doctoral. Je lui suis également reconnaissant pour le temps important qu'il m'a accordé, ses qualités pédagogiques et scientifiques, sa franchise ainsi que sa sympathie. J'ai beaucoup appris à ses côtés et je lui adresse ma gratitude pour tout cela.

Un grand merci à Mme Aziza El Waazizi, Professeure de la Faculté Polydisciplinaire de Taza membre active du Laboratoire Informatique, Mathématique, Automatique et Optoélectronique, pour son implication dans la réalisation de ce mémoire de thèse, notamment sur la problématique d'optimisation heuristique. Elle m'a beaucoup appris, j'ai apprécié son enthousiasme et sa sympathie.

Mes remerciements vont également à M. Hassan Qjidaa d'avoir accepté de participer à ce jury de thèse et pour l'ambiance de travail très agréable qu'il a su créer au centre d'études doctorales Dhar El Mehraz grâce à sa très grande ouverture d'esprit.

Je voudrais remercier les rapporteurs de cette thèse Abdelmalek Thalal, Professeur des Universités, président de l'Association Marocaine de Cristallographie de l'université Cadi Ayyad, et M. Arsalane Zarghili, Professeur des Universités, directeur du laboratoire Systèmes Intelligents et Application de l'université Sidi Mohamed Ben Abdellah, et M. Ait Kbir M'hamed, Professeur des Universités, Enseignant-Chercheur à la Faculté des Sciences et Techniques de l'université Abdelmalek Essaadi pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail.

J'associe à ces remerciements M. Khalid Zenkouar, Professeur des Universités du laboratoire Systèmes Intelligents et Application, et M. Fouad Esserrhini, Architecte directeur générale de l'Agence pour le Développement et la Réhabilitation de la ville de Fès, pour avoir accepté d'examiner mon travail.

Je tiens à remercier tous les membres de l'équipe TIM-Patrimoine pour leur aide et leur bonne humeur. Nous avons partagé de bons moments.

Enfin, je remercie mes frères et ma sœur, ainsi que mes parents pour leur soutien au cours de ces trois années et sans lesquels je n'en serais pas là aujourd'hui.

Introduction générale

L'art géométrique islamique suscite un intérêt de plus en plus croissant, par une communauté scientifique pluridisciplinaire. Certains des travaux de recherche réalisés se sont focalisés sur la compréhension et la découverte des secrets de cet art par l'analyse des constructions de ses ornements. D'autres, par contre, proposent des méthodes de génération d'anciens comme de nouveaux ornements en se basant sur les modèles de représentation construits à partir des résultats des analyses.

Les méthodes d'analyse des décors géométriques islamiques peuvent être divisées en deux classes :

La première classe regroupe des méthodes basées sur l'analyse des méthodes et techniques traditionnelles de construction. Nous citons, notamment :

- la méthode de tracé régulateur Paccard: réseau régulier de lignes considérées comme à la base de la conception d'un ornement de zellige.
- la méthode Hasba utilisée principalement par les maîtres artisans travaillant le bois,

La deuxième classe des méthodes est fondée sur une approche d'analyse mathématique et numérique, dont les concepts fondamentaux sont la symétrie, le pavage et les informations géométriques (Strand). Parmi ces méthodes, nous pouvons citer :

- Les méthodes d'analyse décrivant un ornement géométrique périodique à l'aide de la théorie des groupes de symétries du plan. L'ornement est ainsi représenté par une région fondamentale et un ensemble d'isométries du plan définissant son groupe de symétrie.
- Les méthodes d'analyse basées sur le concept de lignes de tracés ou 'Strands'.
- Les méthodes de pavage consistant à paver le plan de manières périodique ou apériodique. Les méthodes de pavage périodique appelées aussi méthodes polygonales, reposent préalablement sur un pavage du plan, suivi par un habillage de ses pavés par des motifs, généralement de types étoiles ou rosaces. Les méthodes de pavage apériodiques reposent sur un pavage non périodique du plan utilisant deux à trois pavés.

Cette thèse aborde une nouvelle approche d'analyse et de génération des ornements géométriques islamiques, notamment maroco-andalous. Cette approche d'analyse et de génération se distingue des approches plus classiques du fait qu'elle confie cette tâche de perception visuelle et d'interprétation à un système automatique doté de capacités de vision

par ordinateur, et orienté par des connaissances à priori déduites des approches mathématiques et d'analyse des techniques traditionnelles. Comme résultat attendu de ce système automatique, une représentation analytique de ces décors qui servira comme moyen de restitution d'anciens décors ou de génération d'autres plus originaux et authentiques.

Partie I. Introduction et concepts de base

Chapitre I. Introduction

I. Contexte : Analyse et génération des décors géométriques maroco-andalous

Dans cette thèse, nous abordons le problème de la génération à partir de l'analyse d'une base d'images de décors géométriques maroco-andalous. Depuis plus de dix siècles, ces éléments de décoration sont utilisés pour l'habillage mural des mosquées, medersas, palais, maisons et édifices de grande valeur architecturale à travers tout le monde islamique, de l'Andalousie jusqu'à l'Inde. Les maîtres artisans utilisent les principes de la symétrie, de la répétition, de la subdivision et de la multiplication, créant ainsi divers dessins géométriques d'une extrême beauté qui s'emboîtent à l'infini. L'objectif principal de ce travail est de proposer un système d'analyse et de génération automatique qui permettra d'une part de répondre aux besoins de conservation et de restauration de ce patrimoine, et d'autre part d'innover dans la génération de nouveaux motifs préservant l'authenticité de cet art ancestral. Ces besoins sont souvent exprimés par des acteurs tels que les organisations en charge de la restauration et de la conservation de ce patrimoine, les historiens, les archéologues, artistes, etc.

En d'autres termes, ces besoins peuvent être résumés ainsi:

- Les tâches de restauration d'anciens monuments et résidences contenant ces décors posent souvent des problèmes de type : quel est le décor le plus similaire à ceux stockés dans une base de données, qui peut être utilisé comme référence pour la restauration d'un décor fortement détérioré ?
- Pour les musées et les écoles d'art traditionnelles, l'analyse scientifique de cet héritage culturel permettra aux visiteurs, aux étudiants et aux enseignants d'être mieux informés sur cet art.
- Le développement des outils et logiciels de dessins assistés par ordinateur (DAO), plusieurs systèmes de régénération des décors géométriques sont créés. Durant le processus de création d'un nouveau décor, les artistes ont besoin d'un système de validation de l'authenticité artistique et traditionnelle de leurs créations.

II. Motivations

L'art et la culture ont toujours joué un rôle important au cours du développement de l'humanité. Pendant plusieurs siècles, l'héritage culturel préservé dans les musées et galeries

d'art ou transmis de génération en génération a servi comme une source importante pour l'éducation et l'apprentissage.

Par une analyse visuelle précise des motifs géométriques maroco-andalous nous observons que les décors géométriques suivent une certaine homogénéité et régularité parfois complexe, ce qui soulève le voile sur des questions très pertinentes autour ses règles et ses techniques de conception de ces motifs géométriques. Cependant, les artisans du monde islamique continuent à pratiquer et reconstruire les motifs de cet art en préservant une longue tradition qui consiste à divulguer leurs méthodes jalousement gardés seulement à leurs fils et à quelques apprentis dévoués. Comme ce temps est passé, la plupart des techniques de conception ont disparus et il ne nous reste que des méthodes pratiques consistant à reproduire un nombre limité de décors. Maintenant, retrouver ces techniques est une préoccupation pour les chercheurs d'aujourd'hui dans des disciplines très variées de l'art et de la science. Les mathématiciens ont tenté de proposer une modélisation des décors géométrique par les théorèmes de symétrie et de pavage du plan, et les architectes ont proposé des systèmes de modélisation généralement inspirés des méthodes pratiques connues chez les maîtres artisans. D'un point de vue informatique, les nouvelles technologies de l'information et de la communication jouent un rôle très important dans le processus d'extraction et d'analyse des informations visuelles que contient une collection d'images. L'analyse et l'interprétation scientifiques des ornements géométriques historiques permettent de trouver ses règles et méthodes de conception/génération.

Nous avons rencontré un certain nombre des difficultés parmi lesquelles, nous citons l'absence d'ouvrages décrivant de façon rigoureuse et scientifique les techniques et les règles originales utilisées lors de la construction de ces décors. C'est la raison pour laquelle nous venons de proposer la contribution des techniques d'analyse d'image pour la compréhension et l'interprétation scientifiques de cet art. L'interprétation scientifique et la représentation analytique des décors a donc plusieurs objectifs et applications :

- L'innovation pédagogique : Sans l'interprétation scientifique des ornements géométriques, on ne peut pas innover dans l'enseignement de cet art ancestral. L'ordinateur est devenu l'outil par excellence pour l'apprentissage et l'éducation.

- Développement de l'artisanat : l'analyse scientifique et l'innovation pédagogique dans l'enseignement sont les moteurs principaux de développement socio-économique de cet art.
- Préservation de l'authenticité : l'extraction des règles et caractéristiques des décors maroco-andalous permet de préserver l'authenticité du style qui peut être violé par les architectes modernes.
- Applications : l'interprétation scientifique et la représentation analytique ont plusieurs applications, nous citons par exemple l'indexation et la recherche par contenu, l'archivage, la restauration, etc.

III. Démarche scientifique

Dans cette thèse, nous mettons en avant le problème de l'analyse du contenu des décors géométriques comme une étape primordiale dans tout système d'analyse, d'extraction des caractéristiques, de génération, d'indexation et de recherche dans ce domaine. Notre travail de thèse est ainsi articulé autour des questions suivantes : Comment découvrir les règles de construction des décors géométriques maroco-andalous ? Comment peut-on extraire, représenter et interpréter scientifiquement ces règles ? Comment utiliser les règles de construction à des fins de reconstruction ou génération des nouveaux décors, tout en gardant l'authenticité du style maroco-andalou ? Enfin, comment peut-on représenter l'agencement spatial des motifs d'un décor géométrique étoilé ? Pour apporter des éléments de réponse à ces questions, nous avons adopté une démarche scientifique rigoureuse basée sur l'analyse d'images numériques et les caractéristiques de l'art géométrique islamique en général. Les trois grandes caractéristiques les plus pertinentes et les plus utilisées de cet art sont : la symétrie, le pavage et le tracé (*Strand*). La couleur et la texture constituent deux autres caractéristiques importantes de cet art géométrique, liées fortement à l'analyse artistique et à la problématique d'indexation et de recherche par le contenu d'une image. Ces deux dernières caractéristiques ne seront pas prises en considération dans ce travail.

Le second chapitre de cette partie introduit les définitions et les concepts de bases essentielles à la compréhension des chapitres suivants.

Dans la seconde partie, nous aborderons l'approche analytique basée sur la symétrie en utilisant des techniques d'analyse et de classification d'images, et la théorie des groupes de symétrie. Un décor peut être caractérisé et classé selon les symétries qu'il contient. En effet, la

symétrie définit la façon dont les éléments d'un décor sont placés, ainsi que les relations entre eux. D'autre part, la symétrie apporte une couche d'informations importantes pour la classification des décors géométriques.

Dans la troisième partie, nous proposerons une méthode originale d'extraction des *Strands* (segments connectés dans les coins de type V). L'analyse de ces *Strands* aboutira à la révélation de la grille cachée du décor utilisée traditionnellement par les artisans comme structure de base de construction des décors. Cette analyse permettra par ailleurs de découvrir des règles de construction des décors en utilisant la grille extraite. Nous proposons une grammaire de forme pour décrire et interpréter les règles extraites à partir de l'analyse des *Strands*. Enfin, dans cette partie, nous proposons un processus de génération des motifs géométriques à base des règles extraites et de la grammaire des formes proposés pour la génération des décors maroco-andalous.

Dans la quatrième partie, nous proposons une analyse de la composition spatiale des décors géométriques étoilés qui consiste à représenter un décor par l'agencement spatial de ses rosaces. Cette représentation nous a amené à découvrir les structures géométriques mathématiques à la base de la construction de ces décors étoilés, qui sont le pavage et le réseau de Bravais.

IV. Résumé des contributions

Nous résumons notre contribution dans les points suivants :

1. L'une des difficultés rencontrées lors de l'analyse des décors géométriques maroco-andalous est la rareté des études scientifiques qui traitent les différents aspects de ce genre d'art. Notre première contribution dans cette thèse concerne l'analyse de ces décors géométriques en utilisant trois approches différentes : l'approche basée sur la théorie des groupes de symétrie, l'approche basée sur le tracé de l'arabesque ou *Strand*, et finalement l'approche basée sur le pavage du plan.
2. Le développement d'une approche d'analyse des décors géométriques maroco-andalous basée sur l'extraction des *Strands*.
3. L'extraction des règles de construction des décors géométriques basées sur les *Strands*.

4. La proposition d'une grammaire de forme pour interpréter les règles extraites.
5. La génération des décors basée sur la grammaire de forme proposée.
6. La représentation et l'analyse des décors étoilés par des graphes d'adjacence.

V. Plan et contenu de la thèse

Ce document décrit les différents aspects de nos travaux concernant l'analyse et la génération des décors géométriques maroco-andalous. Il est organisé en 4 parties, de la manière suivante :

Partie I : Introduction et concepts de base

Chapitre 1 : Introduction

Chapitre 2 : Concepts de base

Ce chapitre introduit les définitions et les concepts de base essentiel à la compréhension des autres chapitres. Le premier paragraphe donne les bases de la théorie des groupes de symétrie comme concept mathématique de base pour l'approche d'analyse et de génération des décors périodiques basée sur la symétrie. Le second paragraphe donne le concept de pavage du plan comme concept mathématique très utile dans les approches d'analyse et de génération des décors géométriques périodiques et apériodiques. Dans le troisième paragraphe, nous présentons le concept de tracé comme concept de modélisation pratique utilisé dans les approches basées sur les tracés (Strand).

Partie II : Approche basée sur les groupes de symétries

Chapitre 1 : Extraction de la cellule de base d'un décor géométrique

L'étude de la symétrie a fait l'objet de plusieurs recherches dans des disciplines variées. Dans le domaine de l'art décoratif islamique, la symétrie constitue un principe fédérateur dans tout processus de génération des décors géométriques. Tout motif géométrique est construit à base d'arrangements géométriques ou d'isométries de plan d'une région fondamentale, et déplacé par translation suivant une ou plusieurs directions afin de remplir le plan. Dans le présent chapitre, nous allons utiliser la théorie des groupes de symétrie en combinaison avec les techniques d'analyse d'images pour extraire la cellule de base d'un décor géométrique périodique. À cet effet, nous proposerons une nouvelle approche

basée sur la fonction d'autocorrélation pour extraire le motif de base et sur les descripteurs SIFT pour identifier le groupe de symétrie du décor étudié.

Chapitre 2 : Classification des décors géométriques

L a classification efficace des décors géométriques, comme c'est le cas pour classifier n'importe quelle base spécifique, passe forcément par une étape de détermination des caractéristiques et des connaissances liées au domaine de classification. Autrement dit, de savoir quelle caractéristique extraire. Dans ce chapitre, nous présentons une analyse des décors géométriques destinée à étudier les caractéristiques de ce genre de décors d'un point de vue purement scientifique, basée sur le concept de groupe de symétrie. Tout d'abord, une revue des approches de classification de ce genre d'art est présentée, ainsi que les caractéristiques et la démarche adoptées par chaque approche. Finalement, nous présentons notre propre représentation des caractéristiques de chaque groupe de symétrie et notre démarche de classification.

Partie III : Approches basées sur les Strands

Chapitre 1 : Extraction et analyse des Strands

C e chapitre porte sur l'extraction des informations visuelles géométriques caractérisant la cellule de base ou la région fondamentale d'un ornement géométrique périodique. Ces informations géométriques sont les lignes de tracés ou Strands. L'analyse de ces Strands conduit à une représentation analytique des décors analysés. La démarche scientifique d'analyse proposée dans ce chapitre repose sur les techniques d'analyse d'image et de reconnaissance de formes. L'extraction des Strands conduit d'une part à une représentation analytique vectorielle des IGPs. D'autre part, elle permet l'extraction des connaissances concernant les techniques de leur construction en découvrant les règles de constructions sous-jacentes, habituellement non divulguées par les maîtres artisans.

Chapitre 2 : Grammaire de forme pour la génération de motifs géométriques

D ans ce chapitre, nous allons d'abord proposer une grammaire de formes spécifique à l'art géométrique marocain. Cette grammaire sert à interpréter les règles extraites

dans la phase d'analyse des Strands. En effet, l'utilisation d'une grammaire de forme pour la conception géométrique implique la prise en considération d'autres mécanismes tels que les contraintes et les objectifs appropriés pour le style ciblé. Ces mécanismes sont imposés par la grille, qui est la structure géométrique sous-jacente utilisée traditionnellement par les artisans pour concevoir des motifs géométriques simples et complexes. En se basant sur les règles et contraintes extraites de l'analyse des Strands, nous proposerons ensuite une méthode de génération de nouveaux motifs géométriques qui préservent l'authenticité du style marocain analysé.

Partie IV : Approches basée sur le pavage

Chapitre 1 : Extraction des rosaces : symétries rotationnelles

Ce chapitre porte sur l'extraction des rosaces ou des symétries rotationnelles d'un décor géométrique de type étoilé. En analysant des décors géométriques islamiques, nous observons qu'ils couvrent souvent le plan par des motifs de type rosace. Une rosace est caractérisée par son ordre de symétrie et son rayon. Notre démarche pour l'extraction de ces deux caractéristiques est basée sur deux étapes. La première est la détection du centre de symétrie rotationnel en appliquant une nouvelle méthode utilisant les algorithmes génétiques. La seconde consiste à calculer l'ordre de symétrie et le rayon.

Chapitre 2 : Représentation des décors par des graphes d'adjacence

Dans le présent chapitre, nous proposons de représenter la relation spatiale entre les motifs détectés par un graphe d'adjacence des régions. Les travaux ayant recours aux graphes ont visé une représentation qui préserve l'information topologique de l'image ainsi que les relations entre ses composantes. L'intérêt principal de l'utilisation des graphes pour la représentation d'un décor géométrique est l'intégration d'informations spatiales dans la modélisation et l'analyse. Dans les méthodes de conception traditionnelle des décors islamiques, le pavage est considéré comme une structure de composition sous-jacente. Un pavage est un arrangement des polygones qui, pour les décors géométriques islamiques, sont habillés de motifs ou rosaces. À partir de l'analyse de la distribution spatiale des motifs, nous en déduisons les structures géométriques cachées organisant leur composition, ainsi que les

paramètres de conception liés principalement au contrôle des proportions. Les structures géométriques d'organisation spatiale des motifs sont le pavage et le réseau de Bravais.

VI. Liste des publications relatives aux travaux de thèse

Publications (acceptées et/ou en cours) :

- Aziza El Ouazizi, NASRI, Abdelbar, BENSLIMANE, Rachid. A rotation symmetry group detection technique for the characterization of islamic rosette patterns. Pattern Recognition Letters, 2015.
- Abdelbar Nasri, and Rachid Benslimane, Strand Extraction Using Shape Context for Geometric Design analysis (en cours).
- Abdelbar Nasri, and Rachid Benslimane, Shape grammar formalism for geometric design generation (en cours).
- Abdelbar Nasri, and Rachid Benslimane, Geometric rosette pattern representation based on adjacency graph (en cours).
- Abdelbar Nasri, Rachid Benslimane, Automatic Motif Detection For Islamic Geometrical Patterns, Journal of Theoretical and Applied Information Technology, scopus Elsever, Vol. 60 No.3, 28th February 2014.

Communication (acceptées et/ou en cours) :

- Abdelbar Nasri/ Rachid Benslimane, Symmetrical Motif Extraction for Periodic Ornamental Patterns, 4th International Conference on Multimedia Computing and Systems (ICMCS'14), 2014, (IEEE Xplore, THOMSON REUTERS).
- Abdelbar Nasri/ Rachid Benslimane/ Aziza El Ouazizi, A genetic based algorithm for automatic motif detection of periodic patterns, The 10th International Conference on signal image technology & internet based systems, 2014 (IEEE Xplore, THOMSON REUTERS).
- Abdelbar Nasri/ Rachid Benslimane, Corner Model Recognition Using Shape Contexts for Geometric Design Characterization, International Symposium on signal, Image, Video and Communications, ISIVC 2014.
- Abdelbar Nasri/ Rachid Benslimane, Extraction Et Classification Automatiques Des Motifs Répétitifs De Zellige Par Analyse D'image, Colloque international, Les tracés de l'arabesque géométrique, les 22, 23 et 24 Mai 2013.

Poster

- Abdelbar Nasri/ Rachid Benslimane, 'Système Expert d'analyse et Génération des arabesques géométrique', 2ème Forum Universitaire Maghrébin des Arts : "Patrimoine & Innovation", 17-20/03/2014, Maroc. (Poster)

- Abdelbar Nasri/ Rachid Benslimane, 'Analyse et génération des décors géométriques maroco-andalous : Contribution des techniques d'analyse d'image', Journée doctorale USMBA, 2013 (Poster)

Chapitre II. Concepts de base

Ce chapitre introduit les définitions et les concepts de base essentielles à la compréhension des autres chapitres. Le premier paragraphe donne les bases de la théorie des groupes de symétrie comme concept mathématique de base pour l'approche d'analyse et de génération des décors périodiques basée sur la symétrie. Le second paragraphe donne le concept de pavage du plan comme concept mathématique de très utile dans les approches d'analyse et de génération des décors géométriques périodiques et apériodiques. Dans le troisième paragraphe, nous présentons le concept de tracé comme concept de modélisation pratique utilisé dans les approches basée sur les tracés (Strand).

I. Introduction

L'analyse visuel des images de l'art islamique et plus précisément celle de maroco-andalous, nous a montré que cet art décoratif repose à la fois sur des concepts mathématiques précis et sur une esthétique reposant sur un mariage très fin entre formes géométriques et couleurs. Deux concepts importants sont utilisés par la plus part des méthodes de construction proposées à savoir : la symétrie et le pavage. Avec ces deux concepts, nous avons montré qu'il est possible d'expliquer le mode de construction de tous les types de décors, regroupés généralement en trois familles : les frises, le papier peint et les rosaces. De tous temps, les hommes ont mis beaucoup d'imagination dans la création de motifs et la structuration des surfaces au moyen de ces classes géométriques qui se répètent ou s'organisent suivant un schéma régulier. Ces motifs géométriques qui se répètent peuvent être soumis à une analyse mathématique qui facilite leur compréhension. Une bonne analyse des structures des dessins est une aide précieuse à la réalisation de notre travail ; analyse et génération des décors maroco-andalous.

A cet effet, dans la première et la deuxième section de ce chapitre nous présentons les concepts de groupe de symétrie et pavage du plan comme des concepts mathématiques de bas, d'autre concept liées aux méthode d'analyse proposé vont être présenter au fur et à mesure de nos besoins dans les autres chapitres à savoir la théorie des graphe et les grammaires de forme. Dans la troisième section nous présentons la notion de tracé (Strand).

II. Concept de symétrie

La symétrie est le concept fondamental le plus utilisée dans la construction des éléments de décoration de l'art islamique et plus précisément Maroco-Andalous depuis quelques millénaires. L'étude de la symétrie comme sujet mathématique, est relativement récente ; le mémoire de Bravais (Bravais 1866) est probablement le premier texte scientifique à en faire une modélisation. L'étude mathématique des différents types et familles de symétries dans la nature et notamment dans l'art décoratif aboutir à une classification des éléments décoratifs que l'on retrouve dans monuments historiques du Maroc et l'Espagne. Cette modélisation mathématique de la symétrie a permis aux historiennes et ceux qui utilisaient les éléments décoratifs de l'art islamique de mieux comprendre ces règles de construction.

Types de symétrie :

La construction des motifs périodiques et notamment les ornements géométriques maroco-andalous repose principalement sur les quatre transformations isométriques du plan ou opérations de symétrie illustrées par la figure II-1:

- Translation
- Rotation
- Réflexion
- Réflexion avec glissement

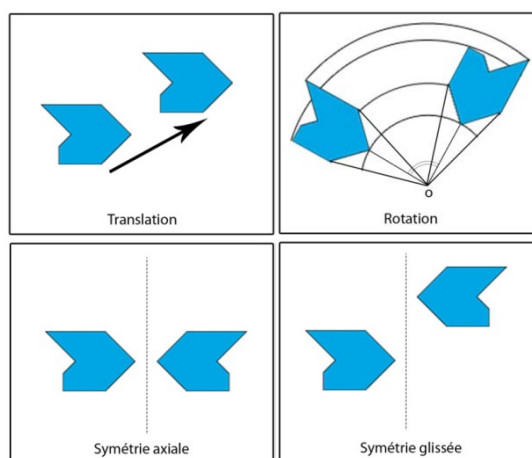


Figure II-1 : Isométries du plan

Définition 1 : une isométrie du plan (ou d'une région du plan) est une fonction $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ (ou $T : F \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$) qui préserve les longueurs. Ainsi, si (x_1, y_1) et (x_2, y_2) sont deux points du plan, alors la distance entre ces deux points est égale à celle entre leurs images $T(x_1, y_1)$ et $T(x_2, y_2)$.

La caractérisation de la symétrie est ramenée à la caractérisation de toutes les répétitions possibles d'un objet. Selon la nature de cette répétition nous distinguons :

- La répétition dans une seule direction (Frise).
- La répétition dans deux directions (Papier peint ou mosaïques).
- La répétition autour d'un point (Rosace ou symétrie central).

Frises

II.1.a Définitions

Pour étudier mathématiquement une frise, nous présentons d'abord la définition suivante:

Une frise est le résultat de la répétition d'un motif dans une seule direction et qui présente les propriétés suivantes:

- une frise possède une largeur constante finie et elle est infinie dans la direction perpendiculaire;
- elle est périodique, c'est-à-dire qu'il existe une distance minimale 'L' non nulle telle qu'une translation de longueur L de la frise dans la direction où elle est infinie la laisse inchangée. Le nombre L est appelé la période de la frise, et donc, elles sont invariantes sous l'opération de réflexion dans un miroir horizontal.

Définition 2 : Une symétrie d'une frise est une isométrie qui envoie la frise sur la frise.

Lemme 1 : soit

$$\begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Une symétrie d'une frise qui est une transformation linéaire isométrique. Alors, le bloc $A(2 \times 2)$ est une des quatre matrices suivantes :

$$t = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, r_h = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, r_v = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ et } r_h r_v = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Définition 3 : Le groupe de symétrie d'une frise est le groupe de toutes les isométries qui laissent la frise inchangée.

Lemme 2: Le groupe de symétrie de toute frise de période L contient les translations

$$t_L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & nL \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, n \in \mathbb{Z},$$

Et ce sont les seules translations de ce groupe.

Théorème 1: (classification des groupes de frises) le groupe de symétrie d'une frise est l'un des sept suivants :

$$i) \langle t_L \rangle, ii) \langle t_L, r_v \rangle, iii) \langle t_L, r_h \rangle, iv) \langle t_L, s_g \rangle, v) \langle t_L, r_h r_v \rangle, vi) \langle t_L, s_g, r_h r_v \rangle, vii) \langle t_L, r_h, r_v \rangle$$

II.1.b Classification

L'analyse des géométries des frises soulèvent une question naturelle : est-il possible de classer les frises selon l'ensemble des opérations géométriques qui les laissent inchangées? La réponse à cette question mathématique a amené Bravais à proposer une classification des frises en fonction des isométries qui les laissent inchangées on sept classes (Bravais).

Les notations pour désigner la classe d'appartenance d'une frise sont celles utilisées en cristallographie. On utilise habituellement quatre lettres PXYZ. La première lettre, P/F, désigne les translations selon l'axe x, ce sera toujours P/F car les frises sont formées à partir d'une translation d'un motif. Chacune des trois lettres suivantes indique la nature des isométries utilisées en rapport respectivement à l'axe x, y et z.

$x = \{ m \text{ il y a une réflexion (une symétrie par rapport à un axe vertical)}$

$\{ 1 \text{ il n'y a pas de réflexion.}$

$y = \{ m \text{ il y a une réflexion horizontale (symétrie par rapport à un axe horizontal)}$

$\{ a \text{ il y a une réflexion-glissée.}$

$\{ 1 \text{ pas d'autres symétrie.}$

$z = \{ 2 \text{ il y a une demi-rotation (rotation de } 180^\circ \text{).}$

$\{ 1 \text{ il y a pas d'autres symétrie.}$

On peut utiliser seulement deux symboles xy:

$x = \{ m \text{ il y a une réflexion}$

$\{ 1 \text{ il n'y a pas de réflexion.}$

$y = \{ m \text{ il y a une réflexion horizontale.}$

$\{ g \text{ il y a une réflexion-glissée.}$

$\{ 2 \text{ il y a une demi-rotation (rotations } r \text{ d'ordre } 2)..$

$\{ 1 \text{ pas d'autres symétrie.}$

Une frise est caractérisée par sa périodicité. Il n'existe que sept groupes de frises. Le schéma de classification de ces groupes est donné suivant l'algorithme de la figure II-2 et l'illustration de la figure II-3.

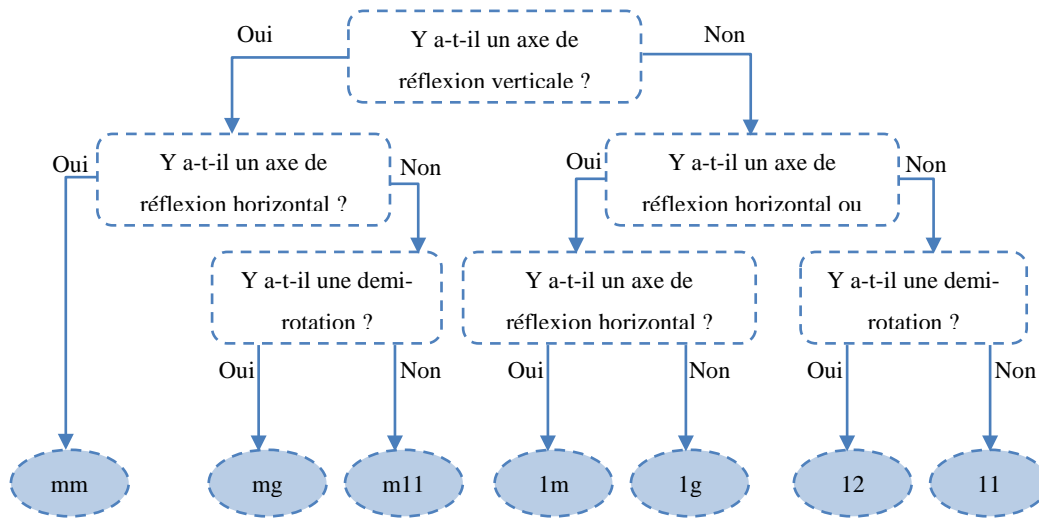


Figure II-2: Algorithme pour la détermination des 7 groupes de frise

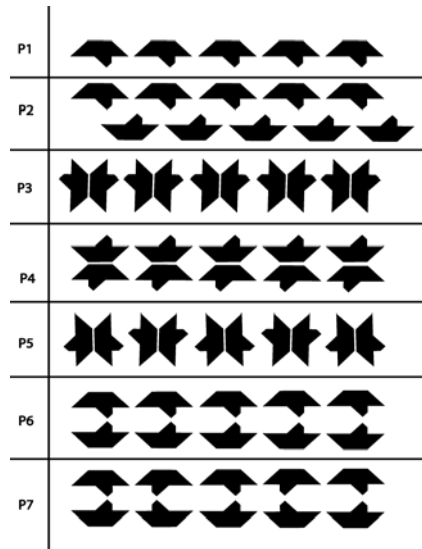


Figure II-3 : illustration des sept groupes de frises

Papier peints

II.1.c Définitions

Les groupes de papier peint sont aussi populaires, sinon plus, que les frises en architecture. Un groupe de papier peint (ou groupe cristallographique du plan) est un groupe mathématique constitué par l'ensemble des symétries d'un motif bidimensionnel périodique. Une mosaïque sera pour nous un motif remplissant le plan, qui possède deux directions linéairement indépendantes. Ainsi, il existe deux vecteurs t_1 et t_2 linéairement indépendants le long desquels une translation de la cellule de base la laisse inchangée.

Un réseau de Bravais est défini par l'ensemble des points obtenus en considérant tous les points équivalents à un point donné quelconque. Les deux vecteurs constituent une base pour le réseau, appelé **maille**.

Paver le plan avec des formes simples d'un seul type n'est possible qu'avec des carrés, des obliques, des rectangles, des rectangles centrés et des hexagones (voir ci-dessous) :

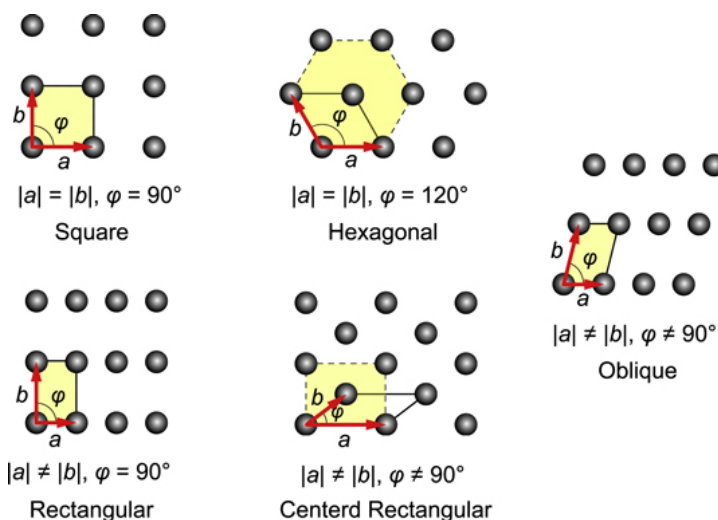








Figure II-4: les 5 réseaux de Bravais

Lemme 3: les rotations laissant une mosaïque inchangée font partie des rotations d'angle $\pi, \frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$ et $\frac{\pi}{3}$.

Conventions : Voici la liste des conventions utilisées, un trait double indique un miroir (un axe de symétrie), une droite en pointillé indique une symétrie glissée, pour les centres de

rotation, nous utilisons pour chaque rotation une forme géométrique simple d'ordre de symétrie adéquate:

Rotation d'ordre 2, angle π	
Rotation d'ordre 3, angle $\frac{2\pi}{3}$	
Rotation d'ordre 4, angle $\frac{\pi}{2}$	
Rotation d'ordre 6, angle $\frac{\pi}{3}$	
Axe de réflexion	
Axe de réflexion avec glissement	

II.1.d Classification

La théorie des groupes classe les mosaïques en 17 groupes. Cette classification est attribuée par Fédorov en 1891. Un algorithme donné par D. Crowe en 1982 permet de déterminer rapidement la classe d'un motif donné.

Comme les modèles de frise, il y a quatre symboles $qrst$, la notation provient de cristallographes qui l'utilisent pour classer les cristaux. L'interprétation de la notation cristallographique est comme suit :

$q = \{p$ si la cellule unitaire ne contient pas de centre de rotation.

$\{c$ si la cellule unitaire contient un centre de rotation.

$r = n$, le premier ordre de la rotation.

s désigne un axe de symétrie normal à l'extrémité gauche de la cellule primitive ou centré. Ce bord gauche est connue comme l'axe des x .

$s = \{m$, s'il y a un axe de symétrie

$\{g$ s'il n'y a pas d'axe de symétrie, mais un axe de symétrie glissée

$\{l$ si il n'est pas l'axe de symétrie

t désigne un axe de symétrie à l'angle θ ($\leq 180^\circ$). En particulier, $\theta = 180^\circ$ si $n = 1$ ou 2 ;

$\theta = 45^\circ$, si $n = 4$; $\theta = 60^\circ$, si $n = 3$ ou 6 .

$t = \{m$, s'il ya un axe de symétrie.

$\{G$ s'il n'ya pas de symétrie, mais un axe de symétrie glissée.

$\{I$ si il n'est pas l'axe de symétrie.

S'il n'y pas de symboles dans les troisième et quatrième positions alors le groupe ne contient ni symétrie, ni symétrie glissée.

Pour déterminer le groupe de papier peint d'un motif, il est possible d'utiliser le tableau suivant

Tableau II-1 : description des 17 groupes de symétrie

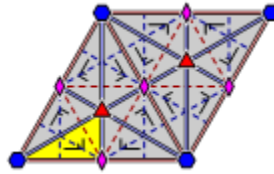
Plus petit angle de rotation	Contient une réflexion ?				
	Oui		Non		
$360^\circ / 6 = 60^\circ$	$p6m$ (*632)		$p6$ (632)		
$360^\circ / 4 = 90^\circ$	Contient un miroir à 45° ?			$p4$ (442)	
	Oui : $p4m$ (*442)	Non : $p4g$ (4*2)			
$360^\circ / 3 = 120^\circ$	Contient un centre de rotation en dehors des miroirs ?			$p3$ (333)	
	Oui : $p31m$ (3*3)	Non : $p3m1$ (*333)			
$360^\circ / 2 = 180^\circ$	Contient des réflexions perpendiculaires ?		Contient une réflexion glissée ?		
	Oui		Non		
	Contient un centre de rotation en dehors des miroirs ?			pmg (22*)	Oui : pgg (22X) Non : $p2$ (2222)
Oui : cmm (2*22)	Non : pmm (*2222)				
aucun = 360°	Contient un axe de réflexion glissée en dehors des miroirs ?			Contient une réflexion glissée ?	
	Oui : cm (*X)	Non : pm (**)		Oui : pg (XX)	Non : $p1$ (O)

Dans l'art décoratif islamique, les motifs les plus courants sont ceux des classes $p4m$ et $p6m$ raison pour laquelle nous donnons dans ce qui suit plus de détail sur ces deux classes :

P4m : → deux miroirs orthogonaux passent donc par chaque axe d'ordre 4 au sommet de la maille.



P6m : → La rencontre d'un miroir horizontal avec un miroir incliné de 30° engendre au total, par réflexions successives, 6 miroirs passant par le point d'intersection et inclinés d'un multiple de 30° par rapport à l'horizontal (le paramètre des rangées correspondantes alterne entre le côté de la maille et sqrt(3) fois cette quantité). En de tels points réside donc un axe d'ordre 6



Symétrie ponctuel

II.1.e Symétrie cyclique Cn

Groupe ponctuel cyclique: est une symétrie rotationnelle a seulement n-plis autour d'un point (son centre). Après n rotations consécutives de $\theta = \frac{360}{n}$ dans un seul sens (dans le sens horaire ou l'inverse) sur ce point, le motif sera de retour à sa position d'origine.

Les matrices de transformation des coordonnées s'écrivent simplement lorsque l'axe de rotation est vertical (parallèle à l'axe z).

$$C = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Les rotations d'ordre 2 (180°), 3 (120°) et 4 (90°) ont pour matrices de transformation respectives:

$$C_2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad C_3 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad C_4 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

II.1.f Symétrie Dn

Groupe ponctuel dièdre: est une symétrie rotationnelle de n-plis autour d'un point (son centre) et aussi un ensemble de n miroirs ou axes de symétrie traversant le même point (centre) noté par Dn.

Récapitulation du concept de symétrie

Chaque cellule de base est classifié selon sa forme en 5 réseau de bravais et caractériser par un ensemble d'isométries du plan qui détermine son groupe de symétrie parmi les dix-sept groupes de symétries. La figure suivante illustre la relations entre les groupes de symétries, les groupes ponctuels et les réseaux de Bravais:

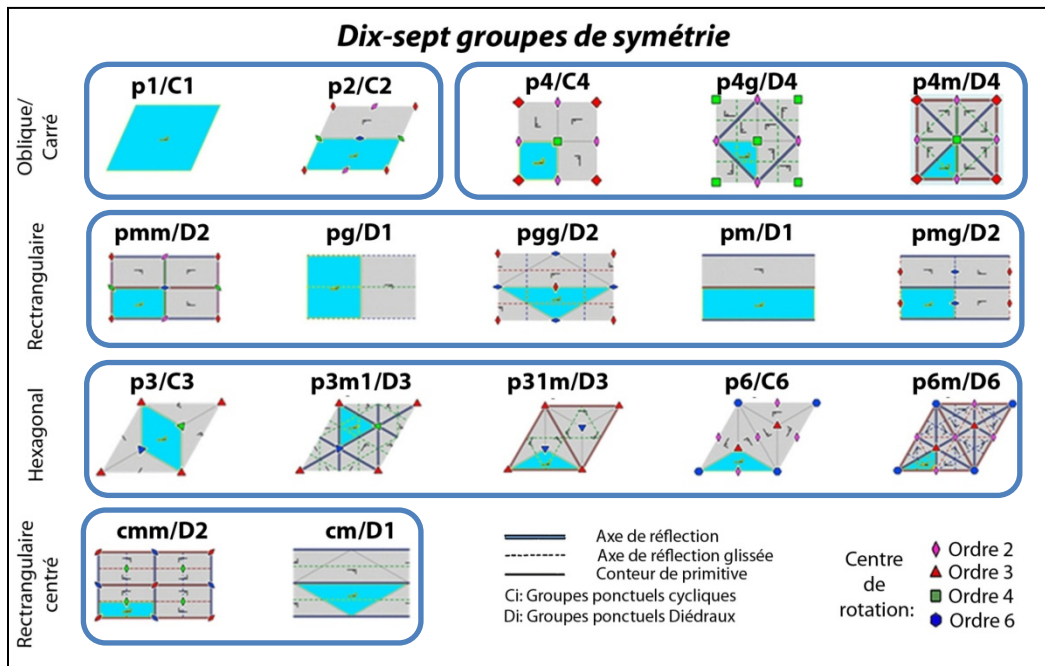


Figure II-5: les Dix-sept groupes de symétrie regroupée par la forme de la cellule de base et caractérisée par le type de la symétrie central dominante

III. Concept de pavage du plan

Le pavage d'une surface à décorer constitue la technique généralement adoptée pour la réalisation de décors de Zellige dans l'art maroco-andalous. On distingue à cet effet deux techniques de pavage : le pavage périodique (régulier et semi-régulier), et le pavage apériodique.

Pavage périodique :

III.1.a Pavage régulier

Pour le pavage régulier, le même polygone est utilisé pour toute la partition. Chaque sommet est donc entouré de $2n/(n - 2)$ polygones. Ce nombre doit être entier (positif) ce qui n'est possible que pour $n = 3, 4, 6$ ainsi que le montre facilement la transformation suivante.

Soit n le nombre de côtés de ce polygone, P son centre et k le nombre de polygones communs à un sommet S (Figure II-6). L'angle β en P limité par les 2 extrémités d'un même côté du polygone est $\beta = 2\pi/n$. L'angle ($\theta = 2\alpha$) formé entre 2 côtés adjacents du polygone en S est tel que ($\beta + 2\alpha = \pi$) d'où $\theta = \pi(n - 2)/n$.

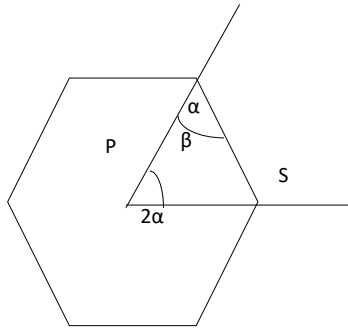


Figure II-6: La mesure de l'angle intérieur d'un polygone est en relation avec la mesure de l'angle au centre

k polygones se rencontrent en chaque sommet, donc $k \cdot \theta = 2\pi$, d'où la relation :

$k = 2n/(n - 2)$, k et n devant être entiers et strictement supérieurs à 2 ($n > 2$ car il représente le nombre de sommets du polygone, et $k > 2$ car les polygones ne se rencontrent qu'en leurs sommets).

Remarquant que pour $n \geq 7$, on a $2n / (n - 2) < 3$, l'équation n'admet alors que les trois solutions :

- $n = 3, k = 6$, les tuiles sont des triangles.
- $n = 4, k = 4$, les tuiles sont des carrés.
- $n = 6, k = 3$, les tuiles sont des hexagones.

On obtient ainsi les trois partitions courantes du plan, appelées partitions régulières : pavage carré, pavage triangulaire et pavage hexagonal (voir colonne 1 figure II-7).

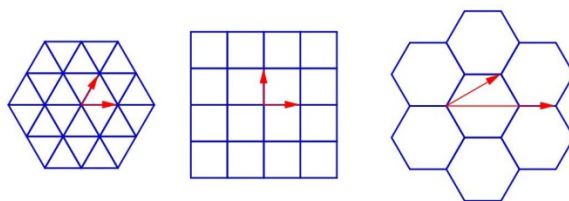


Figure II-7 : les trois pavages réguliers du plan

III.1.b Pavage semi-régulier

Pour ce qui est du pavage semi-régulier, plusieurs polygones réguliers peuvent participer à la construction d'une partition de la surface à paver. Celle-ci se caractérise en associant à un sommet S la suite (n_1, n_2, \dots, n_k) , obtenue en tournant autour de S , où n_i est le nombre de côtés de l' i ème polygone rencontré. La somme des angles internes des polygones qui se rencontrent en S doit être égale à 2π soit :

$$\sum_{i=1}^k (1/n_i) = k/2 - 1$$

Elle fournit 21 solutions (si on garde k constant pour tous les sommets) que l'on code en indiquant les suites $(n_i)_{i=1 \dots k}$ (3.3.3.3.3.3. par exemple).

Si on laisse varier le nombre k , et c'est le cas le plus intéressant, on découvrira les 21 solutions dont 3 réguliers (voir la figure 7) et 8 semi-réguliers (voir figure 8) et d'autre pavage possibles ni réguliers ni semi-réguliers, considérer comme des pavages périodiques non réguliers (voir la figure 9):

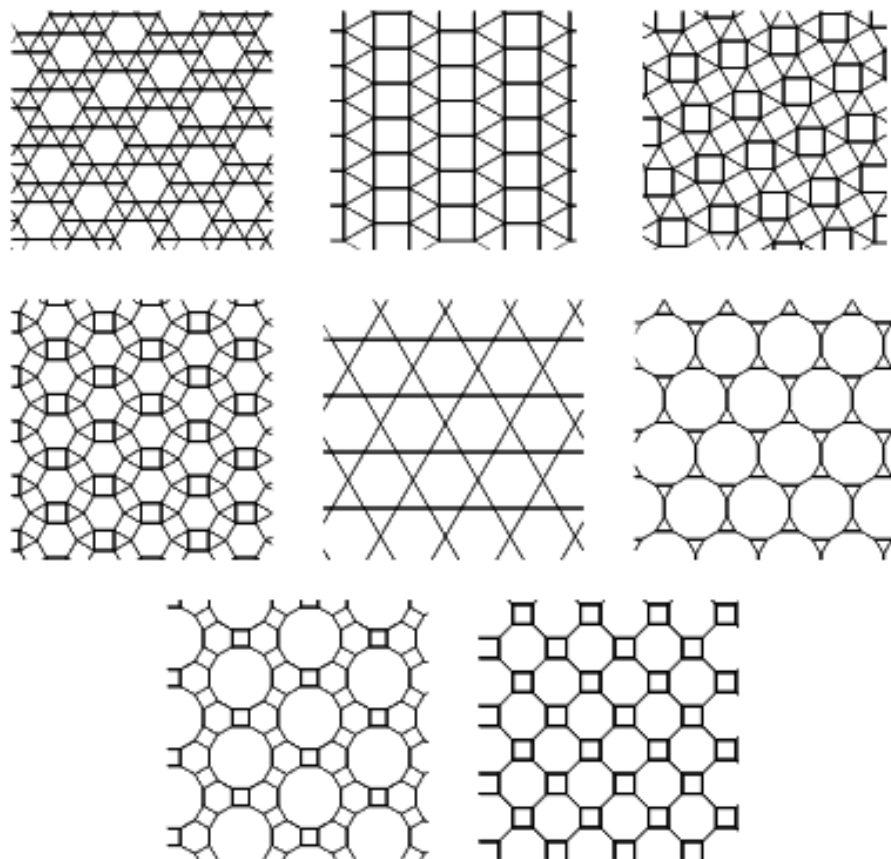


Figure II-8: les 8 pavages semi-réguliers

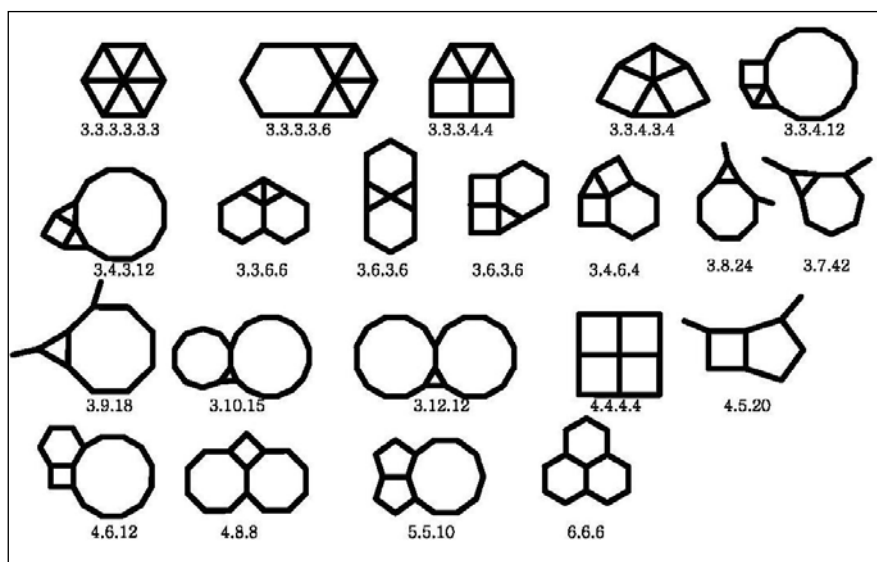


Figure II-9 : Les 21 Configurations pour construire des pavages

Pavage aperiodique

Les mathématiciens ont longtemps pensé que tout jeu de tuiles pouvant paver le plan pouvait le faire périodiquement. En 1974, Roger Penrose trouve un jeu de 20 tuiles donnant le pavage de Penrose ;

Les pavages de Penrose présentent une symétrie d'ordre 5 (invariance par rotation d'angle $2\pi/5$ radian, soit 72 degrés). Ils ne sont pas périodiques, c'est-à-dire qu'on ne peut les décrire comme un motif répété sur une grille régulière. Ils sont cependant quasi-périodiques, c'est-à-dire que tout motif apparaissant dans le pavage réapparaît régulièrement.

Il existe trois types de pavages de Penrose, chacun comportant une infinité de variantes :

- Le premier type, qu'on appelle P1, utilise comme pièces de base des pentagones, des losanges, des pentagrammes et des portions de pentagramme.
- Le second type, ou P2, a pour pièces de base deux quadrilatères, l'un convexe, l'autre concave, connus comme « cerfs-volants » et « fléchettes ».
- Le troisième type, P3, a pour pièces de base deux sortes de losanges, « fins » et « gros ». Il est aussi possible de paver le plan à l'aide de deux figures géométriques simples comme les deux losanges suivants. À condition de les assembler en respectant la couleur et le sens des vecteurs. Ces contraintes d'assemblage assurent que le pavage obtenu ne sera pas périodique. Comme précédemment, il existe une infinité de pavages du plan non périodiques à l'aide de ces deux pièces.

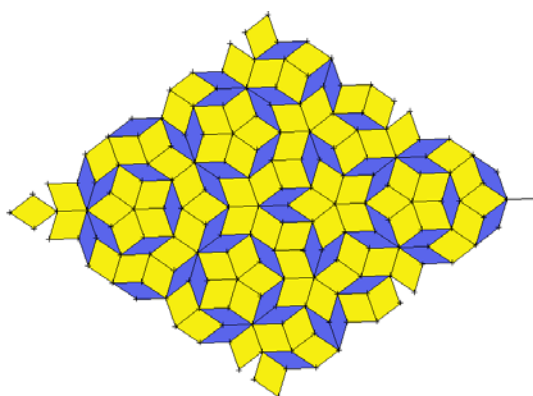


Figure II-10 : pavage du Penrose

IV. Concept de tracé (Strand) :

Les Motifs géométriques islamiques sont divisés en motifs entrelacés (voir la figure II-11-a) qui sont des motifs périodiques qui ressemblent à des lignes large entrelacés (Grünbaum et Shephard 1992), et non-entrelacés (voir la figure II-11-b). Les Strands constituent la caractéristique commune de ces modèles. Les Strands sont des segments connectés à leurs deux points extrêmes (points angulaires marqués par les points noirs).

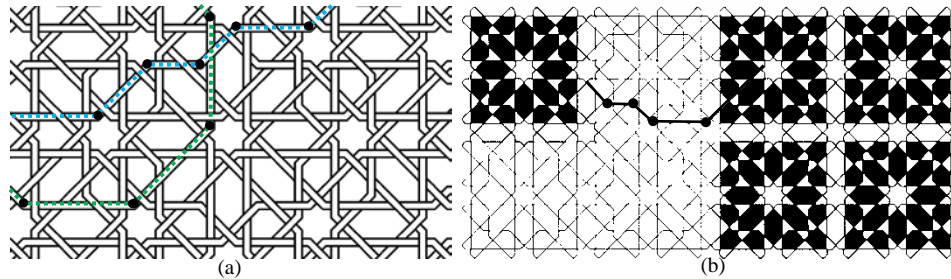


Figure II-11: Exemples de motif entrelacé (a) et non-entrelacé (b)

Il existe deux types de Strands, les Strands non bornés (sans extrémités) et les Strands délimités (boucles fermées). Figure II-12 donne quelques exemples de motifs géométriques classés par leurs types de Strands.

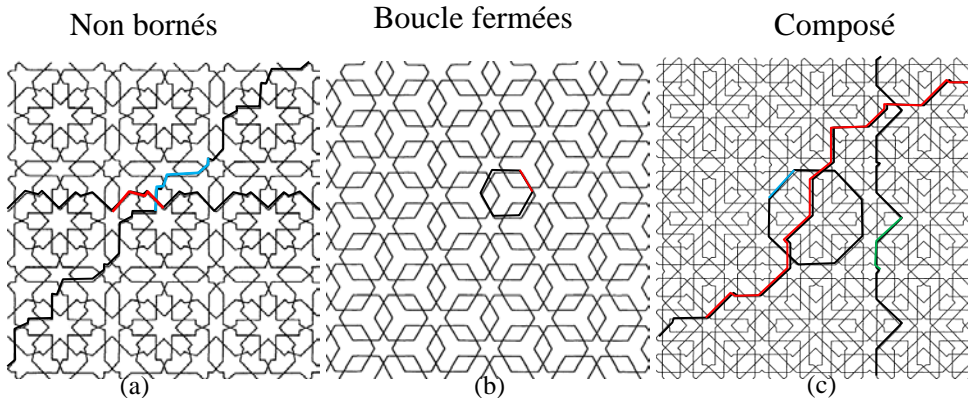


Figure II-12: Exemples du livre d'Abbas et Salman illustrant différents types de Strands

Grünbaum et Shephard extraient les Strands pour analyser les configurations internes des groupes de symétries. Ils abordent spécifiquement les groupes $p6m$ et $p4m$.

Ostromoukhov (Ostromoukhov 1998) étend l'analyse de Grumbaum et Shephard aux 17 groupes de symétrie. Il propose d'utiliser cette représentation analytique pour produire un dessin qui peut être intégré dans la génération d'une scène virtuelle numérique.

Ces deux méthodes sont limitées à reproduire le motif original (motif analysé) à l'aide de sa représentation analytique qui est faite par le concepteur et non pas par un système automatique.

V. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons introduit les concepts essentiels à la compréhension des méthodes d'analyse et de génération qui seront proposées dans le reste de ce manuscrit. Il s'agit des concepts de symétries, de pavages et de Strands.

Partie II. Extraction et classification de la cellule de base
d'un décor répétitif

Chapitre I. Extraction de la cellule de base d'un décor répétitif

*L'*étude de la symétrie a fait l'objet de plusieurs recherches dans des disciplines très variées. Dans le domaine de l'art décoratif islamique, la symétrie constitue un principe fédérateur dans tout processus d'analyse et de génération des décors géométriques. Tout motif géométrique est construit à la base d'arrangements géométriques ou d'isométries de plan d'une région fondamentale, et translaté suivant une ou plusieurs directions afin de remplir le plan. Dans le présent chapitre, on va utiliser les techniques d'analyse d'image pour extraire la cellule de base d'un décor géométrique périodique. A cet effet, nous utilisons l'approche basée respectivement sur la fonction d'autocorrélation pour extraire le motif de base et sur les descripteurs Fourier pour identifier le groupe de symétrie du décor étudié.

I. Introduction

Un grand nombre d'articles et de livres ont été consacrés à l'analyse des IGP en se basant sur le concept de symétrie, Washburn (Washburn et Crowe 1988), Grunbaum et Shephard (Grunbaum et Shephard 1986), J. Lee (A. Lee 1987), (Abas et Salman 1992) une mé

Les méthodes de cette approche représentent un motif périodique à l'aide de son motif fondamental et de son groupe de symétrie (SG). Dans l'espace 2D, il y a dix-sept groupes de papier peint pour les unités de réseau qui se répètent le long de deux vecteurs de translation linéairement indépendants t_1 et t_2 pour paver le plan. (Figure 1)

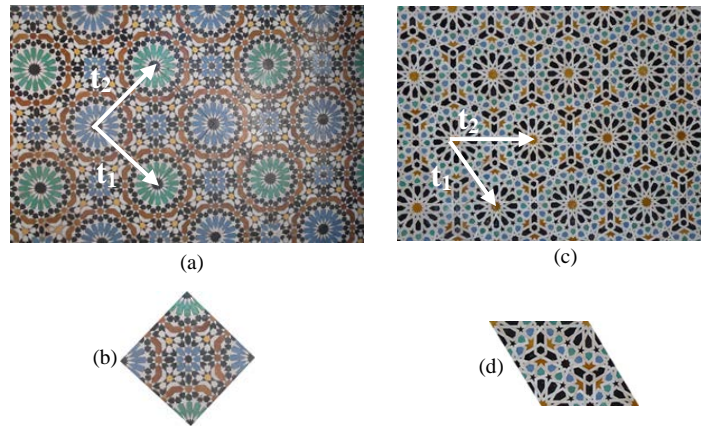


Figure I-1 : Exemple de motifs périodiques et leurs unités de base qui se répète le long de deux vecteurs de translation linéairement indépendants t_1 et t_2 pour paver le plan.

Gräunbaum (Grunbaum et Shephard 1986), Lee (A. Lee 1987) et Kaplan (Kaplan 2002) montrent que les groupes de symétrie peuvent aider à comprendre la structure mathématique d'un décor périodique. Les résultats de ces travaux de référence ont inspiré de nombreux chercheurs à développer des méthodes d'analyse et de génération des motifs géométriques islamiques basée sur les groupes de symétrie.

Pour analyser la symétrie des ornements géométriques islamique, Certains travaux font appels aux techniques d'analyse d'images. Parmi ces travaux, nous citons ceux de (Y. Liu, Collins, et Tsin 2004), (Djibril, Hadi, et Thami 2006), (Agustí-Melchor, Rodas-Jordá, et Valiente-González 2011).

Dans cette catégorie d'approche analytique, Yanxi et al (Y. Liu, Collins, et Tsin 2004) proposent un modèle de calcul pour l'extraction de la cellule de base à partir d'un motif

répétitif basé sur la fonction d'autocorrélation. Dans (Agustí-Melchor, Rodas-Jordá, et Valiente-González 2011) Agusti et al présentent un système pour la classification d'un motif répétitif en fonction de ses isométries internes. Djibril et al (Djibril, Hadi, et Thami 2006) proposent un système d'indexation par le contenu basé sur l'extraction et la classification des motifs selon les dix-sept groupes de symétries.

Dans ce travail, nous proposerons une nouvelle méthode basée respectivement sur la fonction d'autocorrélation pour extraire le motif de base et les descripteurs de Fourier généralisés pour déterminer le groupe de symétrie (Nasri, Benslimane, et El Ouazizi 2014; Nasri et Benslimane 2014),.

Le reste de ce chapitre est organisé comme suit : Après un état de l'art sur les différentes approches d'extraction du motif de base répétitif périodique, nous présenterons en suite notre propre méthode d'extraction.

II. État de l'art sur l'extraction des motifs

L'extraction de la périodicité joue un rôle important dans la reconnaissance de texture (T. Leung et Malik 1999), la segmentation d'image (Malik et al. 1999), la synthèse d'image (Y. Liu, Tsin, et Lin 2005), et récemment la classification (Agustí-Melchor, Rodas-Jordá, et Valiente-González 2011; W.-C. Lin et Liu 2007).

Pour déterminer la cellule de base associée à un ornement périodique nous avons besoin d'obtenir un réseau de points et former un parallélogramme dont les sommets sont des points de réseau et dont l'intérieur et les bords n'ont pas d'autres points du réseau. Parfois, nous obtenons plus d'un type de parallélogramme en utilisant cette méthode. Lorsque de telles circonstances se présentent, nous devons extraire de manière précise le parallélogramme qui représente cette cellule de base. Pour les images numérisées, cette cellule de base constitue un texel d'une texture périodique. A cet effet, la littérature scientifique est riche en références traitant de cette problématique.

Les travaux proposés antérieurement sur l'extraction de la cellule de base peuvent être regroupés en deux grandes approches. La première est basée sur les caractéristiques locales d'une image (Agustí-Melchor, Rodas-Jordá, et Valiente-González 2011; Hays et al. 2006; W.-

C. Lin et Liu 2007; Thomas Leung et Malik 1996; Tuytelaars, Turina, et Van Gool 2003; A. Lobay et Forsyth 2004; Anthony Lobay et Forsyth 2006; Gui et al. 2011), alors que la deuxième est basée sur la structure globale d'une image (H.-C. Lin, Wang, et Yang 1997; Y. Liu, Collins, et Tsing 2004; Han et McKenna 2009; Han, McKenna, et Wang 2008; Csetverikov 2000; Leu 2001; Charalampidis 2006; Starovoitov, Jeong, et Park 1998).

L'approche basée sur les caractéristiques locales commence par identifier un certain nombre de tesselles (*Farma*) candidats. Puis elle effectue un appariement basé sur la similarité visuelle entre ces tesselles candidats et leurs voisins. Le fort appariement conduit à la liaison entre la tesselle et la structure du maillage. L'approche est répétée jusqu'à ce qu'aucune nouvelle tesselle n'est trouvée.

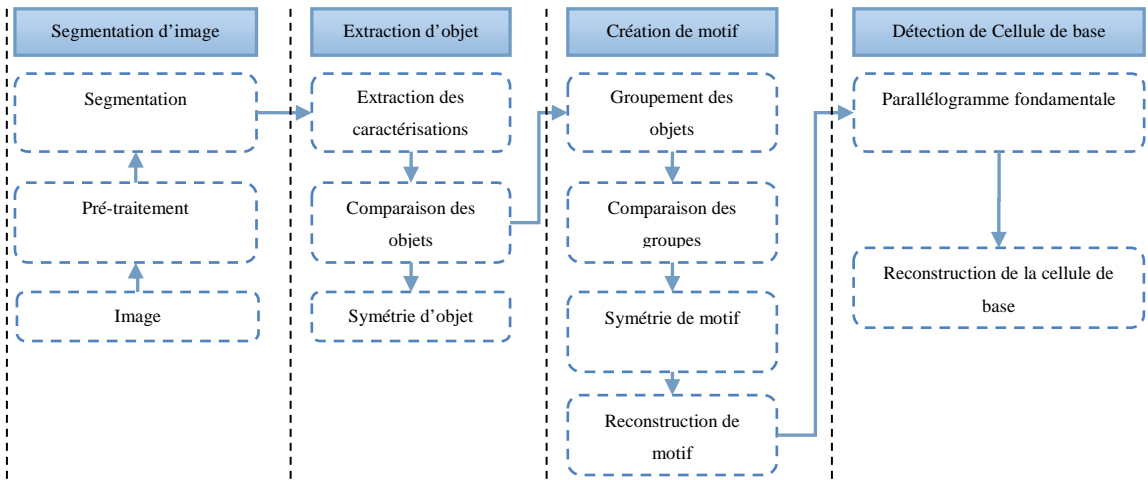


Figure I-2 : Approche basée sur les caractéristiques locales

L'approche basée sur la structure globale de décor essaie d'utiliser des méthodes qui mettent l'accent sur la structure périodique globale de pavage pour extraire la périodicité ou le motif.

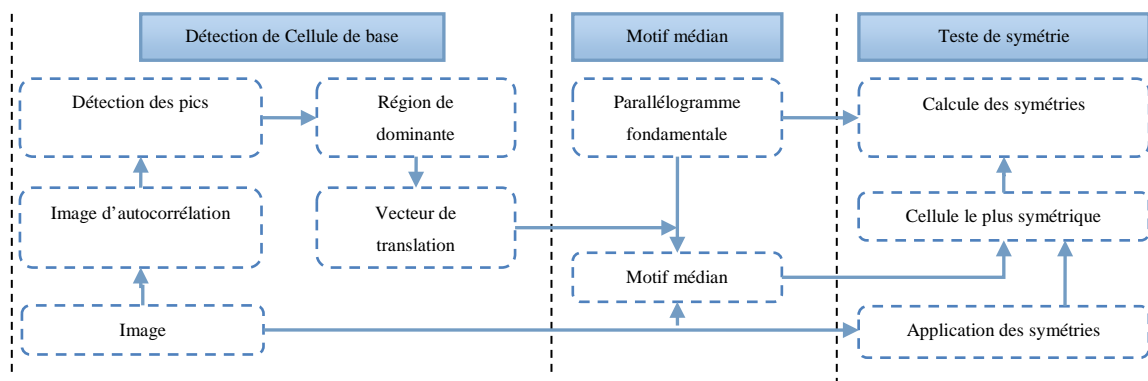


Figure I-3: Approche basée sur les caractéristiques globales

T.Matsuyama (Matsuyama, Miura, et Nagao 1983) propose une méthode basée sur la transformé de Fourier. Les auteurs de (Connors et Harlow 1980; Starovoitov, Jeong, et Park 1998) présentent une méthode basée sur des mesures de périodicité, définies par des matrices de cooccurrence, calculées sur l'ensemble global de la texture.

Les approches les plus utilisées et qui montrent une bonne efficacité dans la détection des motifs répétitifs dans une structure périodique sont celles qui utilisent la fonction d'autocorrélation ACF (Y. Liu, Collins, et Tsin 2004), la transformée de Fourier (Matsuyama, Miura, et Nagao 1983), où les mesures de périodicité définies sur les matrices de cooccurrence (Connors et Harlow 1980) (Gui et al. 2011).

Les méthodes les plus traditionnelles d'analyse d'image utilisent la fonction d'autocorrélation (ACF) pour détecter les répétitions (H.-C. Lin, Wang, et Yang 1997; He et al. 2004; Y. Liu, Collins, et Tsin 2004; Csetverikov 2000; Leu 2001). Le problème principal rencontré en utilisant cette approche concerne le choix du nombre de pics pertinents de l'ACF.

Chetverikov (Csetverikov 2000) propose une mesure de régularité qui calcule le maximum dans toutes les directions de l'ACF. Leu (Leu 2001) utilise les pics les plus élevés dans l'ACF, calculés sur le gradient de l'image afin d'extraire les vecteurs de translation qui délimitent la cellule de base répétitif.

H.C. Lin et al (H.-C. Lin, Wang, et Yang 1997) présentent une approche basée sur un seuillage de l'ACF, lissé par un filtre gaussien paramétré par un sigma optimal. Yanxi Liu et al (Y. Liu, Collins, et Tsin 2004) proposent une méthode efficace basée sur la région dominante. Toutes ces méthodes choisissent arbitrairement le nombre de pics dans l'ACF. Pour pallier à

cet inconvénient, dans (He et al. 2004) Jingrui He et al ont considéré le problème des pics pertinents comme un problème d'optimisation. Ils ont utilisé le recuit simulé pour trouver la solution optimale, donnant le nombre optimal de pics. Malgré ses bonnes performances, cette méthode est sensible aux bruits, aux distorsions géométriques et à la mauvaise qualité des images traitées.

III. Processus d'extraction de la cellule de base

Le processus d'extraction du motif de base à partir de l'ACF se compose de trois étapes principales (figure I-4):

- (A) Calcul de la fonction d'autocorrélation,
- (B) Détection des pics pertinents,
- (C) Détection de vecteurs de translation et extraction de la cellule de base.

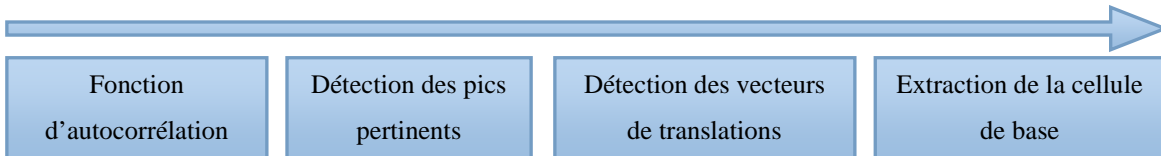


Figure I-4: Processus d'extraction des motifs répétitifs basés sur l'autocorrélation

Fonction d'Autocorrélation

Les méthodes géométriques considèrent la texture comme un ensemble d'éléments de base (primitives géométriques) dont la disposition est organisée grâce à des règles de placement. Elles cherchent donc, à reconnaître les primitives géométriques permettant de générer les textures ainsi que l'extraction de règles de positionnement des différents motifs de la texture. La méthode d'autocorrélation reste l'approche la plus utilisée. L'état de l'art de ce chapitre présente une liste non exhaustive de ses travaux.

La fonction d'autocorrélation est un attribut qui donne des renseignements sur la taille des primitives de base constituant une texture. Elle peut être utilisée afin d'évaluer le taux de régularité comme la finesse de la texture présente dans l'image. Une telle fonction est définie comme suit :

$$R(x, y) = \frac{\sum_{u=0}^{NL} \sum_{v=0}^{NC} I(u, v) I(u + x, v + y)}{\sum_{u=0}^{NL} \sum_{v=0}^{NC} I^2(u, v)}$$

Où : NL et NC sont respectivement le nombre de lignes et le nombre de colonnes de l'image.

Cette fonction définit une moyenne de similarité entre pixels pour une distance (x, y) donnée. L'évolution des moyennes de similarité en fonction des distances (x, y) permet de mesurer la régularité d'une texture (elle évolue les relations spatiales entre les primitives de la texture).

- Si la fonction croît et décroît périodiquement avec la distance, alors les primitives sont périodiques.
- Pour des textures régulières, la fonction d'autocorrélation présente des pics et des vallées.
- Pour de grandes primitives, la fonction varie lentement lorsque la distance grandit.
- Pour de petites primitives, la fonction varie rapidement lorsque la distance grandit.

Lin et al (H.-C. Lin, Wang, et Yang 1997) montrent que si une image à niveaux de gris $I(x, y)$ présente un motif périodique, la forme et l'agencement spatial de ce motif peuvent être trouvés à partir de l'emplacement des pics dans sa fonction d'autocorrélation $ac(x, y)$, calculée comme suit:

$$ac(x, y) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N I^*(m, n) I(x + m, y + n)$$

Où "*" est le complexe conjugué, M et N définissent la dimension de l'image originale. Selon le théorème de corrélation prouvé par Gonzalez et Woods (Gonzalez et Woods 2002), $ac(x, y)$ peut être exprimée par:

$$ac(x, y) = F^{-1} \left[F^*(I(x, y)) F(I(x, y)) \right]$$

Où F et F^{-1} désignent respectivement la transformée de Fourier et son inverse.

La figure I-2 donne un exemple de l'utilisation de la fonction d'autocorrélation pour la détection des motifs périodiques.

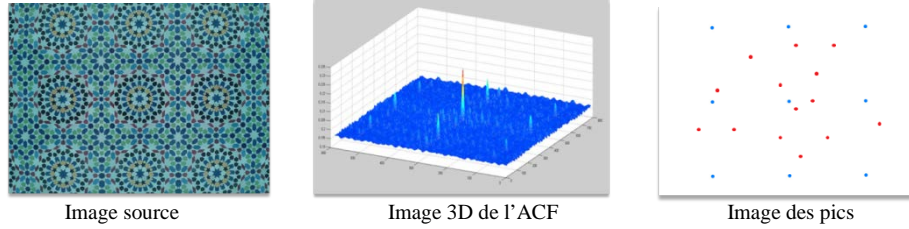


Figure I-5: exemple de l'utilisation de la fonction d'autocorrélation pour la détection des motifs périodiques

Il est clair que l'image de la fonction d'autocorrélation présente de faux pics, générés par les différents bruits qui peuvent être présents dans une image réelle. Pour cela, une étape de détection des pics pertinents est alors nécessaire.

Détection des pics pertinents

Le processus de détection des pics suit généralement deux étapes :

- **Détection des maximum locaux:** $ac(x, y)$ est considérée comme un pic si elle est le maximum local d'un voisinage de taille $V \times V$ centré en (x, y) . Le nombre de pics détectés dans cette étape est trop important à cause de faux pics.
- **Sélection des pics pertinents :** il existe des méthodes manuelles et automatiques.
 - **Détection manuelle de nombre de pics :**

Lin et al (H.-C. Lin, Wang, et Yang 1997) ont présenté une approche basée sur la un lissage gaussien optimal de la fonction d'autocorrélation. Pour obtenir l'image lissée de la fonction d'autocorrélation, ils ont calculé la convolution de l'ACF avec un filtre 2D gaussien g . Les pics correspondent aux maximums locaux sont sélectionnés par l'utilisation d'un seuil arbitraire.

$$g(x, y, \sigma) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left[\frac{-x^2 - y^2}{2\sigma^2}\right]$$

Soit $AC(x, y, \sigma)$: la convolution de $ac(x, y)$ par le filtre gaussien $g(x, y, \sigma)$

$$AC(x, y, \sigma) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N ac(m, n) g(x - m, y - n, \sigma)$$

Selon le théorème de convolution de Gonzalez et Wood (Gonzalez et Woods 2002), $AC(x, y, \sigma)$ peut être exprimée comme suit:

$$AC(x, y, \sigma) = F^{-1} \left[F(ac(x, y)) F(g(x, y, \sigma)) \right]$$

$$= F^{-1} \left[F^*(I(x, y)) F(I(x, y)) g(x, y, \sigma) \right]$$

Un algorithme fondé sur la fonction d'autocorrélation lissée est présentée dans (H.-C. Lin, Wang, et Yang 1996).

Yanxi et al (Y. Liu, Collins, et Tsin 2004) ont remarqué qu'un pic avec une faible hauteur, mais loin des grands voisins, est beaucoup plus pertinent qu'un pic élevé qui est entouré par un autre encore plus grand. La figure suivante illustre un exemple de détection des pics en utilisant la Région Dominante (RD).

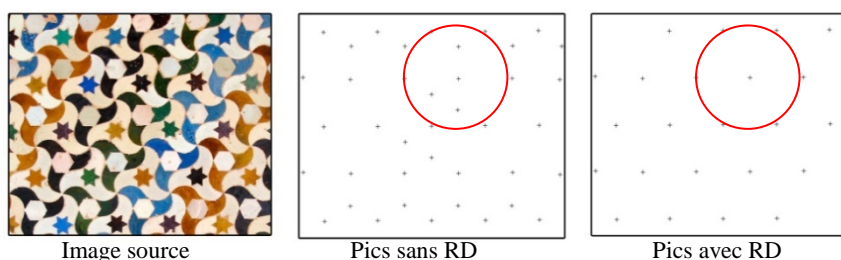


Figure I-6 : détection des pics pertinents en utilisant la région dominante (RD)

o **Détection automatique de nombre des pics :**

Jingrui He et al [3] ont présenté le problème de la détermination du nombre de pics sous forme d'un problème d'optimisation fondé sur une fonction critère. Cette fonction est définie par :

$$C(N) = \left(\frac{SN(i, j)}{N} \right)^\alpha \cdot (\overline{height}(N))^\beta \cdot (\min(|w_1|, |w_2|))^\gamma$$

- $SN(i, j)$: représente le meilleur score dans S_N pour un nombre N de pics donné.
- N : nombre des pics
- SN est le tableau accumulateur des valeurs de l'ACF défini par l'algorithme décrit dans (H.-C. Lin, Wang, et Yang 1997).
- $\overline{height}(N)$: la moyenne des valeurs des N premier pics de l'ACF.
- w_1 et w_2 : les deux vecteurs de translation.
- α , β et γ : des paramètres positifs contrôlant la contribution de chaque terme de C .

Ensuite, ils ont fait appel au recuit simulé (Simulated Annealing, SA) pour optimiser cette fonction.

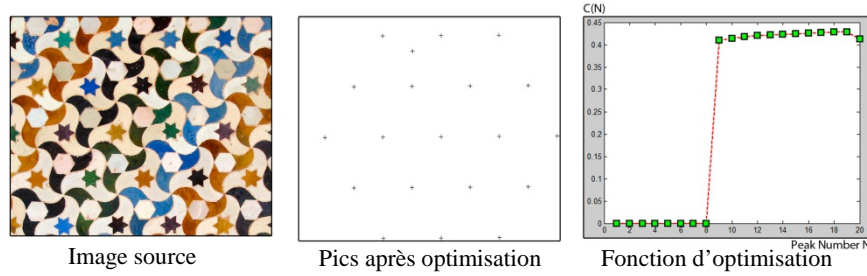


Figure I-7: Exemple illustre la détection automatique des pics par l'optimisation, avec $N_{opt} = 19$

Vecteurs de translation

Une fois le nombre de pics est déterminé, une procédure basée sur la Transformée de Hough Généralisée (GHT) peut être utilisée pour trouver les deux vecteurs de translation. Cette méthode proposée par (H.-C. Lin, Wang, et Yang 1997) peut être résumée comme suit : Initialement, un tableau accumulateur SN de taille $N \times N$ est initialisé à zéro (voir la figure I-8)

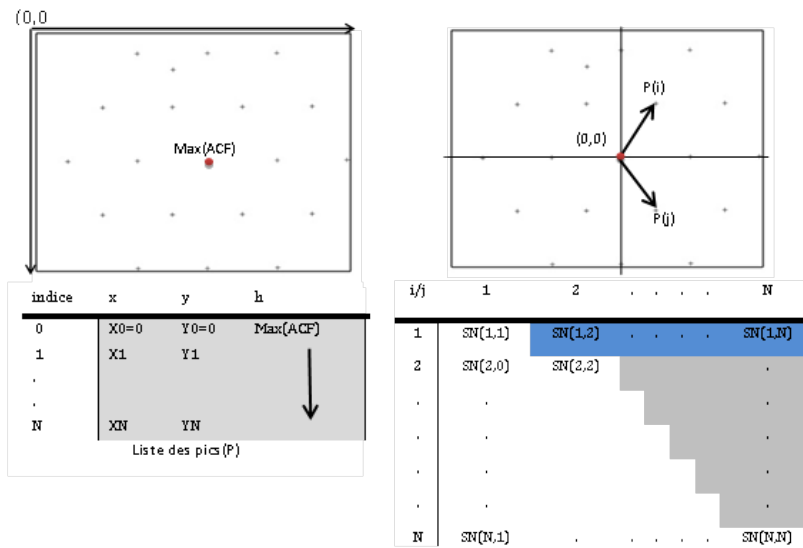


Figure I-8: la détection des vecteurs de translation par la transformé de Hough généralisée

Le tableau accumulateur SN est calculé comme suit :

$$SN(1, j) = \sum_{j=2}^N \sum_{k=2}^N \frac{1 - 2|a - a'|}{\|P(k)\|}$$

$$a = \frac{P(k)}{P(j)}, b = \frac{P(k)}{P(i)}$$

$P(i), P(j)$ et $P(k)$ sont les amplitudes ou les valeurs des pics d'indice i, j et k respectivement.

$$SN(i, j) = \sum_{i=2}^N \sum_{j=i+1}^N \sum_{k=2}^N \frac{1 - 2\max(|a - a'|, |b - b'|)}{\max(\|P(i)\|, \|P(j)\|)}$$

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i & x_j \\ y_i & y_j \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \end{bmatrix}$$

a' et b' sont les parties entières de a et b .

Puis, ils ont sélectionné les deux vecteurs qui correspondent à l'entrée $SN(i, j)$ présentant le meilleur score dans le tableau accumulateur SN. Ensuite, ils ont noté $u_1=OP(i)$, $u_2=OP(j)$, $u_3=u_1+u_2$, $u_4=u_1-u_2$. Enfin, ils ont sélectionné le plus petit pair de vecteur (t_1, t_2) dans $[u_1, u_2, u_3, u_4]$ tel que $|t_1| < |t_2|$. (voir la figure I-9)

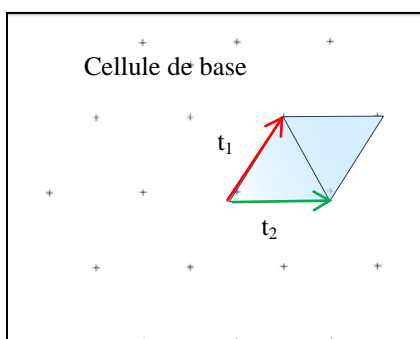


Figure I-9 : les deux vecteurs de translation détectée et la cellule de base déterminée par ces deux vecteurs

IV. Contributions

Notre contribution dans cette phase d'analyse consiste à extraire automatiquement la cellule de base et le motif répétitif d'un décor géométrique. A cet effet, nous proposons deux méthodes d'extraction de la cellule de base en utilisant la fonction d'autocorrélation (ACF). Il s'agit de sélectionner les pics pertinents dans l'image résultat de la fonction d'autocorrélation et de trouver les deux vecteurs de translation caractérisant la cellule de base. Finalement, La dernière étape consiste à s'assurer que la cellule de base soit symétrique pour pouvoir la classer selon les 17 groupes de symétries.

Notre contribution se résume par la figure I-10.

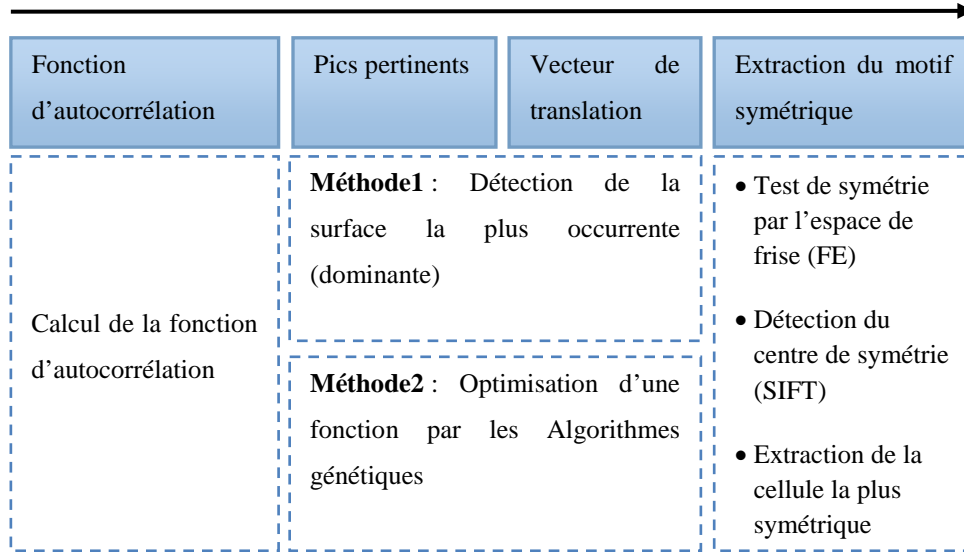


Figure I-10: résumé de notre contribution pour l'extraction de motif répétitif

Méthode 1 : méthode basée sur la surface dominante

Cette méthode consiste à déterminer, pour un nombre 'N 'de pics, la translation la plus récurrente. L'algorithme 1 et la figure suivante illustrent brièvement le processus d'extraction de la cellule de base proposé (NASRI et BENSLIMANE 2014).

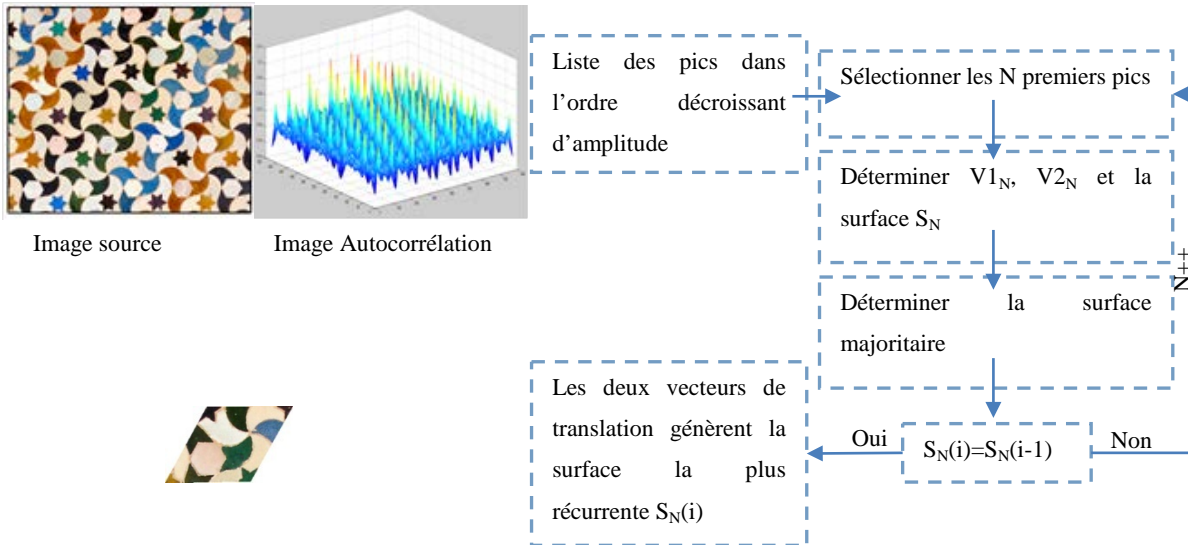


Figure I-11 : processus d'extraction de la cellule de base

Algorithme1 : Extraction du motif répétitive d'un décor périodique

- Calcul de la fonction d'autocorrélation de l'image source.

- Extraction des pics en utilisant une fenêtre de taille $M \times M$.
 - Trie des pics par ordre décroissant.
 - Sélection des N premiers pics dans l'ordre.
 - Pour chaque pic $P(x,y)$:
 - Déterminer les deux vecteurs de translation centrés sur $P(x,y)$, pour cela :
 - Trouver les deux pics les plus voisins $V_1(x_1,y_1)$ et $V_2(x_2,y_2)$ respectant la condition $60^\circ \leq \angle V_1(x,y)P(x,y)V_2(x,y) \leq 90^\circ$ (Schattschneider 1978).
 - Les deux vecteurs de translation sont $t_1 = PV_1$ et $t_2 = PV_2$.
 - Calculer la surface du parallélogramme caractérisé par t_1 et t_2 .
 - Déterminer la translation la plus répétée à l'aide de sa surface correspondante.
- ⇒ Comme résultat de cette étape : la translation la plus représentative de la distribution des N pics.

Méthode 2 : Méthode basée sur les algorithmes génétiques

IV.1.a Présentation des algorithmes génétiques : principe de fonctionnement

Selon Lerman et Ngouenet (Holland 1995) un algorithme génétique est défini par :

- **Individu/chromosome/séquence** : une solution potentielle du problème ;
- **Population** : un ensemble de chromosomes ou de points de l'espace de recherche ;
- **Environnement** : l'espace de recherche ;
- **Fonction de fitness** : la fonction, positive, que nous cherchons à maximiser.

Avant d'aller plus loin il nous faut définir quelques termes importants généralement définis sous l'hypothèse de codage binaire.

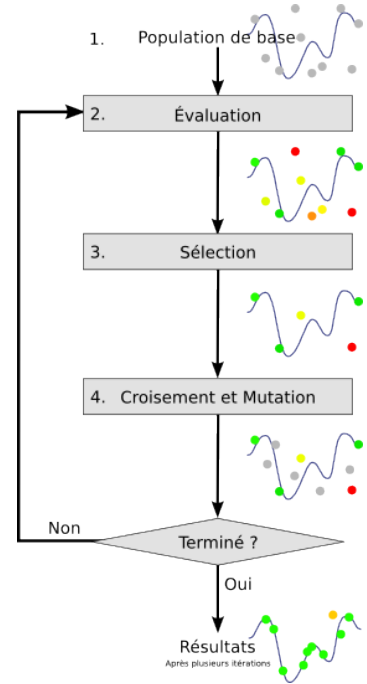
Définition 1 Séquence/Chromosome/Individu (Codage binaire).

Nous appelons une séquence (chromosome, individu) A de longueur $l(A)$ une suite $A = \{a_1, a_2, \dots, a_l\}$ avec $\forall i \in [1, l], a_i \in V = \{0, 1\}$.

Un chromosome est donc une suite de bits en codage binaire, appelé aussi chaîne binaire. Dans le cas d'un codage non binaire, tel que le codage réel, la suite A ne contient qu'un point, nous avons $A = \{a\}$ avec $a \in \mathfrak{R}$.

Définition 2 (Fitness d'une séquence). Nous appelons fitness d'une séquence toute valeur positive que nous noterons $f(A)$, où f est typiquement appelée fonction de fitness.

La fitness (efficacité) est donc donnée par une fonction à valeurs positives réelles. Dans le cas d'un codage binaire, nous utiliserons souvent une fonction de décodage d qui permettra de passer d'une chaîne binaire à un chiffre à valeur réelle : $d : \{0,1\}^l \rightarrow \mathfrak{R}$ (où ' l ' est la longueur de la chaîne). La fonction de fitness est alors choisie telle qu'elle transforme cette valeur en valeur positive, soit $f : d(\{0,1\}^l) \rightarrow \mathfrak{R}^* +$. Le but d'un algorithme génétique est alors simplement de trouver la chaîne qui maximise cette fonction f . Bien évidemment, chaque problème particulier nécessitera ses propres fonctions d et f . Les AGs sont alors basés sur les phases suivantes :



1. **Initialisation.** Une population initiale de N chromosomes est tirée aléatoirement.
2. **Évaluation.** Chaque chromosome est décodé, puis évalué.
3. **Sélection.** Création d'une nouvelle population de N chromosomes par l'utilisation d'une méthode de sélection appropriée.
4. **Reproduction.** Possibilité de croisement et mutation au sein de la nouvelle population.
5. **Retour** à la phase d'évaluation jusqu'à l'arrêt de l'algorithme.

Voyons maintenant plus en détail les autres phases de l'algorithme génétique. Nous présentons ces opérateurs sous l'hypothèse implicite que le codage est binaire.

- **Codage et population initiale**

Il existe trois principaux types de codage : binaire, gray ou réel. Nous pouvons facilement passer d'un codage à l'autre (Michalewicz 1996). Certains auteurs n'hésitent pas à faire le parallèle avec la biologie et parlent de génotype en ce qui concerne la représentation binaire d'un individu, et de phénotype pour ce qui est de sa valeur réelle correspondante dans l'espace de recherche. Rappelons que la transformation la plus simple (fonction de décodage d) d'une chaîne binaire A en nombre entier x s'opère par la règle suivante :

$$x = d(A) = \sum_{i=1}^l a_i 2^{l-i-1}$$

Ainsi le chromosome $A = \{1,0,1,1\}$ vaut $1 * 2^3 + 0 * 2^2 + 1 * 2^1 + 1 * 2^0 = 8 + 2 + 1 = 11$.

Évidemment, la fonction d sera modifiée selon le problème. Ainsi si nous cherchons à maximiser une fonction $f : [0,1] \rightarrow [0,1]$ une méthode possible serait la suivante (la taille du chromosome dépendant bien évidemment de la précision voulue) :

$$x = d(A) = \sum_{i=1}^l a_i 2^{-i-1}$$

Cette dernière règle peut se généraliser. Ainsi, admettons que nous cherchons à maximiser f en fonction d'une variable réelle x . Soit $D = [x_{min}, x_{max}]$, avec $D \subset \mathfrak{R}$, l'espace de recherche permis avec x_{min} et x_{max} les bornes inférieures et supérieures. Soit $prec$ la précision (chiffre après la virgule) avec laquelle nous cherchons x . Soit $ld = x_{max} - x_{min}$ la longueur de l'intervalle D . Nous devons alors diviser cet intervalle en $n_i = ld * 10^{prec}$ sous-intervalles égaux afin de respecter la précision. Par exemple, soit $D = [-1,2]$, nous avons donc $ld = 3$, si nous voulions une précision $prec = 6$, alors il nous faut diviser cet intervalle en $n_i = 3000000$ sous-intervalles.

Avec s l'entier naturel tel que $2^s > n_i$ (dans notre exemple, $s = 22$ car $2^{21} = 2097152 < 3000000 < 2^{22} = 4194304$), la transformation d'une chaîne binaire $A = \{a_1, \dots, a_s\}$ en un nombre réel x peut alors s'exécuter en deux étapes :

1. conversion (base 2 en base 10) : $x_0 = \sum_{i=1}^s 2^{i-1}$
2. recherche du nombre réel correspondant :

$$x = x_{min} + x' \frac{x_{max} - x_{min}}{2^s - 1}$$

Pour ce qui est de la phase d'initialisation, la procédure est assez simple. Elle consiste en un tirage aléatoire de N individus dans l'espace des individus permis. En codage binaire, selon la taille l de la chaîne, nous effectuons pour un chromosome l tirage dans $\{0,1\}$ avec équiprobabilité.

$$x = x_{min} + \sum_{i=1}^s \frac{2^{i-1} ld}{2^s - 1}$$

- **Les opérateurs**

Les opérateurs jouent un rôle prépondérant dans la possible réussite d'un AG. Nous en dénombrons trois principaux : l'opérateur de sélection, de croisement et de mutation. Si le principe de chacun de ces opérateurs est facilement compréhensible, il est toutefois difficile d'expliquer l'importance isolée de chacun de ces opérateurs dans la réussite de l'AG. Cela tient pour partie au fait que chacun de ces opérateurs agit selon divers critères qui lui sont propres (valeur sélective des individus, probabilité d'activation de l'opérateur, etc.).

- **Opérateur de Sélection**

Cet opérateur est peut-être le plus important puisqu'il permet aux individus d'une population de survivre, de se reproduire ou de mourir. En règle générale, la probabilité de survie d'un individu sera directement reliée à son efficacité relative au sein de la population.

Il existe plusieurs méthodes pour la reproduction. La méthode la plus utilisée est la roue de loterie biaisée (roulette wheel) de Goldberg (Goldberg 1989). Selon cette méthode, chaque chromosome sera dupliqué dans une nouvelle population proportionnellement à sa valeur d'adaptation. On effectue, en quelque sorte, autant de tirages avec remise qu'il y a d'éléments dans la population. Ainsi, dans le cas d'un codage binaire, la fitness d'un chromosome particulier étant $f(d(c_i))$, la probabilité avec laquelle il sera réintroduit dans la nouvelle population de taille N est :

$$\frac{f(d(c_i))}{\sum_{j=1}^N f(d(c_j))}$$

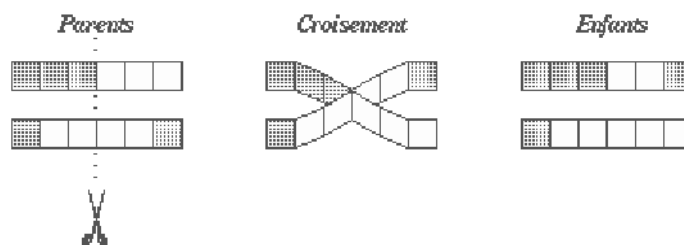
Les individus ayant une grande fitness ont donc plus de chance d'être sélectionnés. On parle alors de sélection proportionnelle.

- **Opérateur de Croisement**

L'opérateur de croisement permet la création de nouveaux individus selon un processus fort simple. Il permet donc l'échange d'information entre les chromosomes (individus). Tout d'abord, deux individus, qui forment alors un couple, sont tirés au sein de la nouvelle population issue de la reproduction. Puis un (potentiellement plusieurs) site de croisement est tiré aléatoirement (chiffre entre 1 et $l - 1$). Enfin, selon une probabilité p_c que

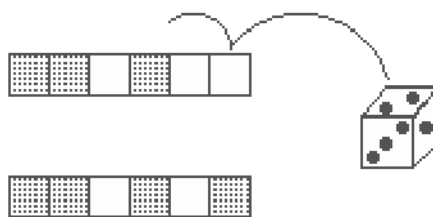
le croisement s'effectue, les segments finaux (dans le cas d'un seul site de croisement) des deux parents sont alors échangés autour de ce site.

Cet opérateur permet la création de deux nouveaux individus. Toutefois, un individu sélectionné lors de la reproduction ne subit pas nécessairement l'action d'un croisement. Ce dernier ne s'effectue qu'avec une certaine probabilité. Plus cette probabilité est élevée et plus la population subira de changement.



- **Opérateur de Mutation**

Le rôle de cet opérateur est de modifier aléatoirement, avec une certaine probabilité, la valeur d'un composant de l'individu. Dans le cas du codage binaire, chaque bit $a_i \in \{0,1\}$ est remplacé selon une probabilité p_m par son inverse $a_{0i} = 1 - a_i$. C'est ce qu'illustre la figure 3. Tout comme plusieurs lieux de croisement peuvent être possibles, nous pouvons très bien admettre qu'une même chaîne puisse subir plusieurs mutations.



- **Autres paramètres**

Les opérateurs de l'algorithme génétique sont guidés par un certain nombre de paramètres fixés à l'avance. La valeur de ces paramètres influence la réussite ou non d'un algorithme génétique. Ces paramètres sont les suivants :

- La taille de la population, N , et la longueur du codage de chaque individu l (dans le cas du codage binaire). Si N est trop grand le temps de calcul de l'algorithme peut s'avérer très important, et si N est trop petit, il peut converger trop rapidement vers un mauvais chromosome. Cette importance de la taille est essentiellement due à la notion

de *parallélisme implicite* qui implique que le nombre d'individus traité par l'algorithme est au moins proportionnel au cube du nombre d'individus.

- La probabilité de croisement p_c . Elle dépend de la forme de la fonction de fitness. Son choix est en général heuristique (tout comme pour p_m). Plus elle est élevée, plus la population subit de changements importants. Les valeurs généralement admises sont comprises entre 0.5 et 0.9.
- La probabilité de mutation p_m . Ce taux est généralement faible puisqu'un taux élevé risque de conduire à une solution sous-optimale.

Plutôt que de réduire p_m , une autre façon d'éviter que les meilleurs individus soient altérés est d'utiliser la reconduite explicite de l'élite dans une certaine proportion. Ainsi, bien souvent, les meilleurs 5%, par exemple, de la population sont directement reproduits à l'identique, l'opérateur de reproduction ne jouant alors que sur les 95% restant. Cela est appelé une stratégie élitiste.

IV.1.b Application des AG pour l'extraction de la cellule de base

Nous utilisons les algorithmes génétiques pour extraire automatiquement le motif répétitif qui caractérise la périodicité d'un décor périodique. Dans la première étape, nous calculons la fonction d'autocorrélation, comme mentionné dans la section (2-A). Ensuite, un point (x, y) est considéré comme un pic s'il est maximum local. Tous les pics sélectionnés sont finalement classés en ordre décroissant. Le nombre optimal de pics ainsi que les deux vecteurs de translations caractérisant le motif périodique sont déterminés par utilisation d'un algorithme génétique.

Ainsi, le nombre optimal de pics qui correspond aux vrais vecteurs de translations ($\overrightarrow{PP_1}, \overrightarrow{PP_2}$) peuvent être déterminés en minimisant la fonction fitness proposée suivante:

$$f(N, \alpha) = \left[\left(\frac{X}{\|\overrightarrow{PP_1}\|} \cdot \frac{Y}{\|\overrightarrow{PP_2}\|} \right) - (\sqrt{N} - 1)^2 \right] \cdot \frac{1}{N\alpha}$$

où :

- N : est le nombre des pics,
- α : est un paramètre positif contrôle la contribution de la fonction critère.
- X : est largeur de l'intervalle de i , $X = \max(i) - \min(i)$,
- Y : est largeur de l'intervalle de j , $Y = \max(j) - \min(j)$,

- (i, j) est la position de chaque pic (voir figure I-12).
- $\overrightarrow{PP_1}$ et $\overrightarrow{PP_2}$ sont les deux vecteurs de translations. (voir figure I-12).

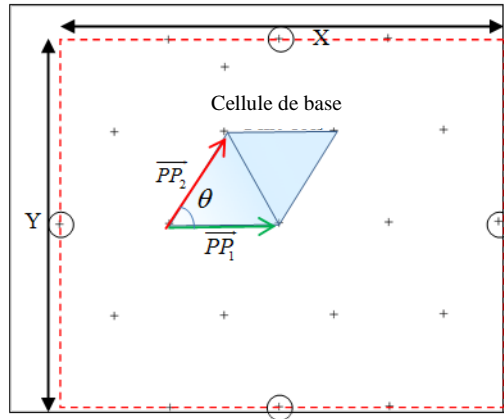


Figure I-12: Vecteurs de translation

$$T_1 = \left(\frac{X}{\|\overrightarrow{PP_1}\|} \cdot \frac{Y}{\|\overrightarrow{PP_2}\|} \right)$$

$$T_2 = (\sqrt{N} - 1)^2$$

T_1 est le premier terme de la fonction d'ajustement. Il donne une estimation du nombre de cellules que nous pouvons retrouver dans la région $X * Y$ en fonction de $\|\overrightarrow{PP_1}\|$ et $\|\overrightarrow{PP_2}\|$

T_2 : donne une estimation du nombre de cellules qui peuvent être générés par N points.

N est le nombre exact de pics lorsque $f(N, \alpha) = 0$ ou $T_1 - T_2 = 0$

Nous estimons la valeur de N et de α par les algorithmes génétiques. Par conséquent, nous considérons la représentation des individus de chaque chromosome comme une chaîne binaire.

Le phénotype de chaque individu est défini par :

N	α
-----	----------

Le génotype correspondant (représentation chromosomique)

$b_1 b_2 \dots b_K$	$b_1 \dots b_L$
---------------------	-----------------

où b_i est une valeur binaire, 'K' resp 'L' sont respectivement le nombre d'octets pour codifier N resp α .

L'algorithme génétique proposé commence par une population de N_c chromosomes générés de manière aléatoire. De nouvelles populations de même taille sont générées à partir de la population actuelle en appliquant des opérateurs de croisement, mutation et sélection (Nasri, Benslimane, et El Ouazizi 2014).

À chaque génération, pour chaque individu (N, α) , il s'agit de:

- Trouver $X = \max(i) - \min(i)$ et $Y = \max(j) - \min(j)$.

Pour chaque pic faire:

- Trouver les deux pics voisins les plus proches $P_1(x_1, y_1)$ et $P_2(x_2, y_2)$ avec la contrainte que l'angle entre les vecteurs résultats $\overrightarrow{PP_1}$ et $\overrightarrow{PP_2}$ doit être compris entre 60° et 90° (Schattschneider 1978).
- Calculer les vecteurs de déplacement les plus fréquents à l'aide de leurs informations géométriques correspondantes.
- Calculer $f(N, \alpha)$

Pour générer une bonne génération, on utilise un opérateur de sélection de règle roulette. L'algorithme se termine si aucune amélioration de la valeur de remise en forme (fitness) du meilleur individu pour un nombre fixé d'itérations. Le meilleur chromosome est considéré comme étant celui le plus optimal. Afin d'assurer une meilleure convergence de notre AG, nous transmettons le meilleur chromosome de la génération précédente à celle qui suit.

V. Extraction des motifs symétriques

L'inconvénient de l'approche d'autocorrélation est que le motif périodique détecté ne conserve pas forcément ses propriétés de symétrie. Ces dernières sont nécessaires si nous nous intéressons à identifier son groupe de symétrie.

Nous remarquons que l'unité de translation n'est pas unique dans le sens qu'à chaque déplacement de la grille sur la surface de l'image correspondra une unité de translation. Toutes les unités que nous pouvons extraire sont équivalentes et peuvent être respectivement utilisées pour caractériser le décor. Cependant, le problème est que le groupe de symétrie du décor est dépendant des symétries de l'unité de translation. Ainsi, l'unité de translation à extraire doit absolument préserver les propriétés de symétrie caractérisant le décor périodique.

Pour répondre à cette contrainte, nous proposons une amélioration de l'approche basée sur la fonction d'autocorrélation en la suivant éventuellement par la détection du centre de symétrie. Le teste de symétrie repose sur une transformation appelée Espace de Frise (FE), (S. Lee et Liu 2010). (Voir la figure I-13).

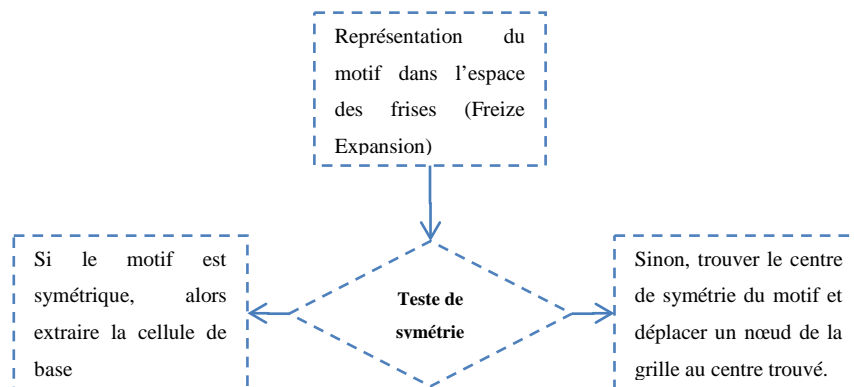


Figure I-13 : étape d'extraction du motif symétrique

Représentation du motif dans l'espace des frises

Cette transformée est en fait un procédé utilisé pour convertir un disque de centre (x,y) et de diamètre R en une bande de largeur R . En partant de la position horizontale, ce disque est parcourue par un segment de longueur R centré en (x,y) qui subit des rotations successives de pas égal à $\frac{2\pi}{N}$. Pour chaque position angulaire de ce segment, des pixels de l'image de la cellule de base sont intersectés par ce segment. Chaque position angulaire du segment générera une colonne du motif constituant la transformée en Frise (Voir figure I-14 b).

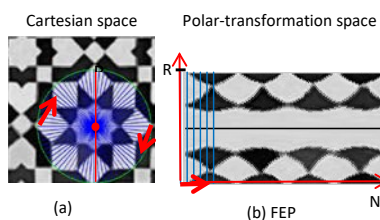


Figure I-14 : (a) l'image originale du motif ; un point (x, y) est sélectionné comme un centre de symétrie possibles. (b) Frise-expansion (FE) transforme la symétrie rotationnelle dans l'espace cartésien à un motif de type Frise (FEP).

Si le point (x, y) dans l'image originale est effectivement un centre de symétrie, le motif FEP généré présentera une périodicité horizontale dans l'espace de Frises (S. Lee et Liu 2010).

Si au contraire le motif n'est pas centré, le motif généré dans l'espace de Frise n'est pas périodique.

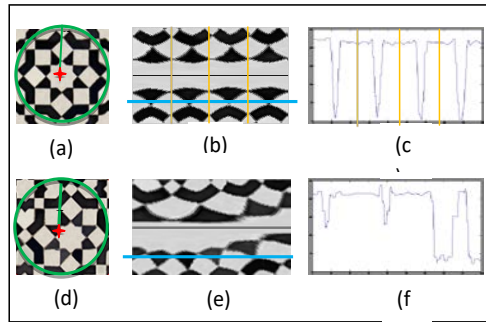


Figure I-15 : (a) motif symétrique, (b) l'espace de frise du motif (a), (c) signale de périodicité 1D de (b). (d) motif non symétrique, (e) l'espace de frise du motif (d), (f) signale de périodicité 1D de (e)

Ces résultats montrent que nous pouvons utiliser la fonction FE pour vérifier si la cellule de base extraite est symétrique ou asymétrique. Si cette cellule est symétrique alors le point pour lequel le motif est symétrique correspond au centre de symétrie. Dans le cas contraire, la cellule traitée, non centrée, est bien asymétrique (cas des groupes de symétrie $p1$, pm , pg , pmg et cm).

Calcul du centre de symétrie par la méthode SIFT

Dans ce travail, nous avons choisi la technique de mise en correspondance des points d'intérêts symétriques dans l'image du motif géométrique.

Un ensemble de points caractéristiques p_i sont déterminés en utilisant n'importe quelle méthode invariante en rotation, telle que la méthode de SIFT (Loy et Eklundh 2006). Cette dernière détecte les points distinctifs avec une bonne reproductibilité (points clés). Le point vecteur $p_i = (x_i, y_i, \phi_i, s_i)$ attribué à chaque point caractéristique décrit son emplacement, son orientation et (éventuellement) son échelle.

Après l'extraction des paramètres caractéristiques, un descripteur k_i est généré pour chaque point caractéristique, après normalisation de ses orientations et échelle.

La détection de la symétrie rotationnelle est réalisée par une simple mise en correspondance des paramètres k_i les uns avec les autres. Les similarités des paires des descripteurs, pour tous les pairs des descripteurs possibles, sont calculées et la meilleure correspondance est choisie. Chaque mise en correspondance $M_{ij}(d(\phi_{ij}), d(s_{ij}))$ définit une paire

de vecteurs de points (p_i, p_j) . Si ces vecteurs sont parallèles, elles ne peuvent exhiber de symétrie rotationnelle, mais sinon il existe un point à symétrie rotationnelle. Pratiquement, en se donnant une paire de vecteurs de points (p_i, p_j) non parallèles, il existe un point c_{ij} à égale distance 'r' de p_i et de p_j , duquel p_i peut coïncider avec p_j en subissant une rotation. La figure suivante montre deux vecteurs de points p_i et p_j , dont le centre de rotation c_{ij} est donné par :

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r \cos(\beta + \gamma) \\ r \sin(\beta + \gamma) \end{pmatrix}$$

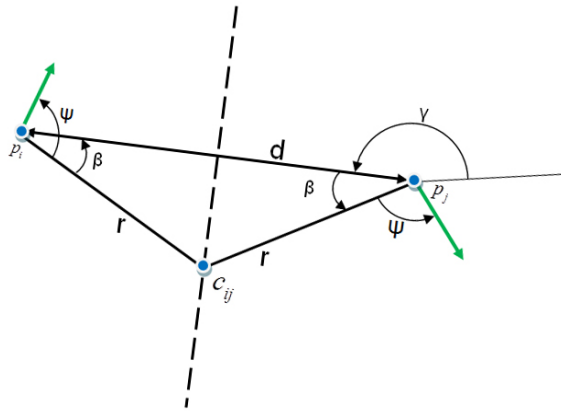


Figure I-16: Centre de rotation défini par les vecteurs de points

La figure I-17 (d) représente la bonne unité de translation extraite à partir de la grille marquée en rouge dans la figure I-17 (c). Cette unité est beaucoup plus symétrique comparée à celle de la figure I-17 (a) qui ne contient aucune symétrie.

Il est important de souligner que les vérifications effectuées pour trouver l'unité de translation la plus symétrique nous seront utiles dans la suite pour déterminer le groupe de symétrie du décor et permettent de déterminer la région fondamentale. Cette dernière est définie comme étant la région la plus petite et la plus asymétrique à partir de laquelle la cellule de base peut être reconstituée. Dans l'exemple de la figure 17, la région fondamentale est le quart de l'unité de translation montré dans la figure I-17 (d).

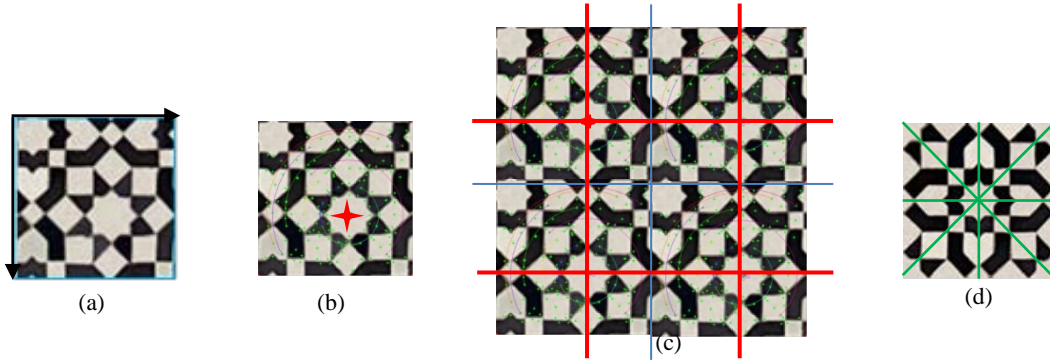


Figure I-17 : Exemple d'extraction de la cellule de base ou le motif avant et après la rectification du centre. (a) Motif non symétrique (b) la détection de centre de symétrie par SIFT, (c) la superposition de la grille sur le centre de symétrie détecté, (d) le motif symétrique et les axes de symétrie qui délimitent la région fondamentale

VI. Résultats expérimentaux

Les performances des méthodes proposées pour l'extraction de la cellule de base répétitive sont évaluées en comparant sa précision et sa complexité avec celles obtenues par la méthode proposée par Jingrui He et al (He et al. 2004). Pour tester ces performances, 166 images ont été utilisées dont quelques images représentatives sont présentées dans les figures de cette mémoire. Les images testées présentent différentes distorsions géométriques et tailles différentes allant de 128x128 pixels à 1700x1300 pixels. Elles sont également réparties sur les 17 groupes de symétrie.

La figure suivante montre l'historique des groupes de symétrie, regroupées en fonction de la forme de la cellule de base. Dans cet histogramme, nous observons que les groupes de symétries $p4m$ et $p6m$ sont les plus fréquents dans l'art géométrique maroco-andalous.

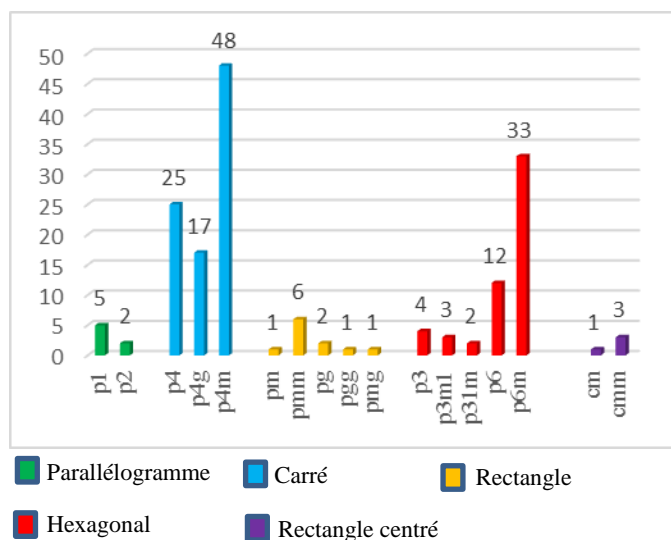


Figure I-18: Nombre d'images dans chaque groupe de symétrie, regroupés en fonction de la forme de motif ou de réseau de Bravais

Résultats de la méthode 1:

La figure (19) montre 3 exemples pour lesquels notre première méthode conduit à une bonne détection de la cellule de base, alors que la méthode de Jingrui échoue à la faire.



Figure I-19: exemple d'images pour lesquelles la méthode proposée extrait les motifs périodiques, tandis que la méthode classique de Jingrui et al ne parvient pas à les extraire.

Résultats de la méthode 2 :

Dans toutes nos évaluations de la deuxième méthode proposée basée sur un algorithme génétique, la configuration suivante est utilisée: $N=10$, $p_c=0.75$, $p_m=0.35$. L'algorithme génétique utilisé est arrêté si aucune amélioration n'est détectée pendant 200 générations.

La méthode proposée est évaluée en l'appliquant sur différentes images de motifs géométriques islamiques périodiques présentant plusieurs imperfections et couvrant plusieurs groupes de symétrie (voir figure I-20).

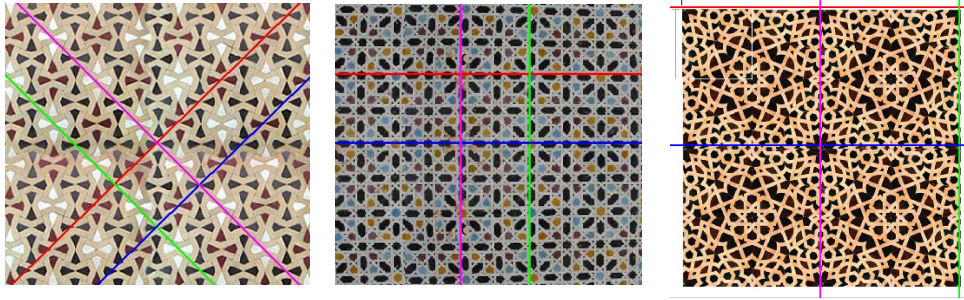


Figure I-20: exemple d'images pour lesquelles la méthode proposée extrait les motifs périodiques, tandis que la méthode classique de Jingrui et al ne parvient pas à les extraire.

Discussion :

Une évaluation globale sur une base test de 166 images montre la bonne performance des méthodes proposées en comparaison avec celle de Jingrui He et al (He et al. 2004), comme est montré par les résultats du tableau suivant et les cellules de base extraites de la figure I-21 :

Tableau I-1 : comparaison des méthodes proposées avec la méthode de He et al

Méthode	Détection correct	Détection fausse	Taux de bonne détection
Jingrui He et al	143	23	86.14%
Méthode 1	155	11	93.37%
Méthode 2	158	8	95.18%

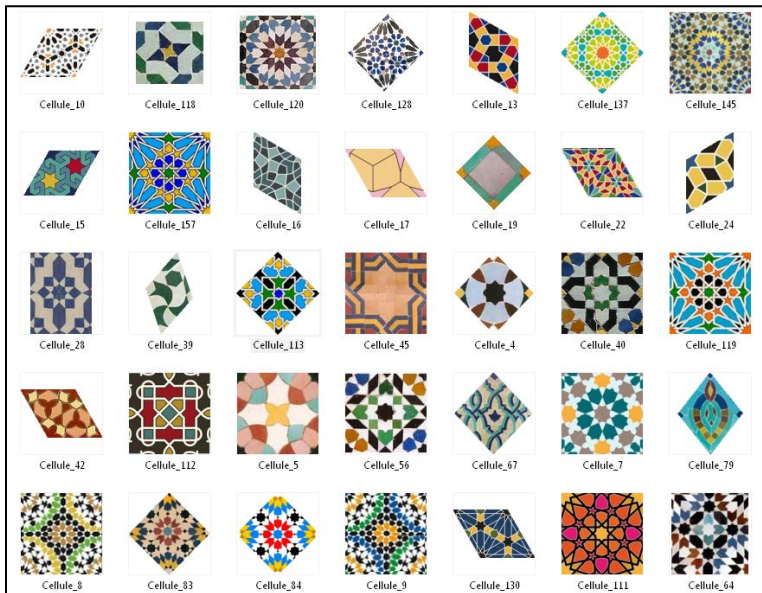


Figure I-21: Résultats d'extraction automatique du motif répétitive des décors géométrique maroco-andalous de notre base de données

VII. Conclusion

Dans ce chapitre, deux méthodes de détection de la cellule de base d'un décor géométrique islamique périodique ont été proposées. Ces deux méthodes reposent sur l'utilisation de la fonction d'autocorrélation et ont la caractéristique commune de détecter des cellules de bases centrées, qui préservent les propriétés de symétrie.

Les résultats obtenus montrent la bonne performance des méthodes proposées en comparaison avec les méthodes plus classiques. Cette performance est mesurée en termes de bonnes détections des cellules de bases répétitives et centrées pour des images présentant de qualités photométriques et géométriques variées.

Chapitre II. Classification de la cellule de base d'un décor répétitif

*L*a classification efficace des décors géométriques périodiques, comme c'est le cas pour classer n'importe quelle base d'images, passe forcément par une étape de détermination des caractéristiques et éventuellement d'identification des connaissances liées au domaine de classification. Dans ce chapitre, nous présentons une analyse des décors géométriques basée sur le concept de symétrie.

I. Introduction

Comme résultat du chapitre précédent (Partie II, chapitre 1). Nous disposons de la cellule de base d'un décor 2D et de ses deux vecteurs t_1 et t_2 définissant ses translations dans le plan.

La classification des décors répétitifs dans l'un des 17 groupes de symétrie, figure (), est réalisée en analysant les symétries de leur unité respective de translation.

Pour déterminer le groupe de symétrie d'un décor répétitif 2D, un nombre limité de vérifications des symétries de son unité de base est suffisant. Ces vérifications concernent:

- Les réflexions par rapport aux deux diagonales D1 et D2 de U.
- Les réflexions par rapport aux deux lignes parallèles à t_1 et t_2 et qui passent par le centre de U.

II. État de l'art sur les méthodes de classification basées sur les groupes de symétries

La théorie des groupes classe les motifs plans qui se répètent périodiquement suivant deux directions en 17 types (Schattschneider 1978b). Liu propose une représentation des 17 groupes de symétrie (Voir figure 1) basée sur les types de symétries présents dans un motif. La table 1 résume les isométries associées aux 17 groupes de symétrie. Elle montre que chaque groupe de symétrie correspond à une séquence de réponses positives '1' ou négatives '0' relatives aux 12 types de symétrie suivants :

- 4 Rotations de 180, 120, 90 ou 60°
- 2 réflexions parallèles aux axes T1 et T2 de la cellule de base
- 2 réflexions glissées parallèles aux axes T1 et T2 de la cellule de base
- 2 réflexions par rapport aux diagonales D1 et D2 de la cellule de base
- 2 réflexions glissées par rapport aux diagonales D1 et D2 de la cellule de base

Tableau II-1 : isométries associées aux 17 groupes de symétrie

classe		180°	120°	90°	60°	T1	T2	T1G	T2G	D1	D2	D1G	D2G
p1		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
pm	pm1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0

	pm2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
pg	pg1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
	pg2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
cm	cm1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
	cm2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
pmm		1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
pmg	pmg1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
	pmg2	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
pgg		1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
p2		1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
cmm		1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1
p4		1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
p4m		1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0
p4g		1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0
p3		0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
p31m	p31m1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0
	p31m2	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	1
p3m1	p3m11	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
	p3m12	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
p6		1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
p6m		1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0

Comme le montrent les images de la figure suivante, la détermination des axes de symétrie permet d'identifier les motifs de base représentant la plus petite structure asymétrique à partir de laquelle tout le décor peut être reconstitué.

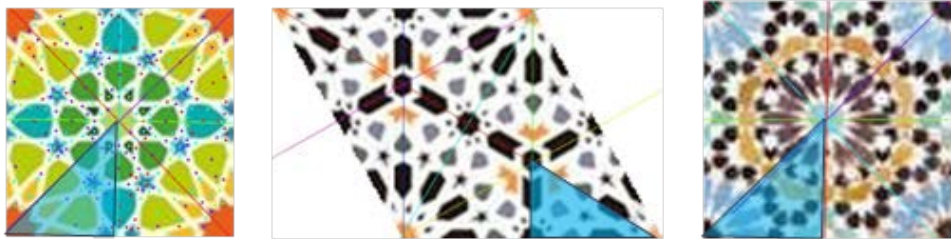


Figure II-1 Exemples illustrant la détection automatique des axes de symétrie dans une cellule de base

Méthode de Liu (Y. Liu, Collins, et Tsin 2004) :

La méthode de Liu utilise un algorithme qui se base sur la vérification d'un ensemble de rotations et de réflexions reportées dans le tableau II-1.

Algorithme:

- Recherche de la cellule de base par une méthode basée sur la fonction d'autocorrélation et la région de dominance (Partie I, Chapitre 1).
- Estimation d'un modèle de bruit par une tuile médiane: Découpez l'image d'entrée en un ensemble de régions en forme de tuiles à l'aide d'une superposition de la maille au motif périodique sur cette image. Choisir la tuile médiane comme modèle de bruit ou référence. La tuile médiane est obtenue en assignant à chaque pixel la valeur médiane des pixels correspondants dans chacune des tuiles. Le niveau de bruit du pixel est estimé par le calcul de la déviation standard des résidus entre tous les pixels et les valeurs médianes des pixels correspondants.
- Test de symétries. Test de l'existence des rotations et des réflexions
- classer le groupe de symétrie en affectant le vecteur attribut au représentant de la classe la plus proche en considérant la classification donnée par la table 1.

Méthode Agusti-melchor et al (Agustí-Melchor, Rodas-Jordá, et Valiente-González 2011) :

La classification est basée sur le vecteur des attributs des symétries $(f_1, f_2, \dots, f_{12})$, où chacun des attributs identifie la présence ou l'absence de l'une des transformations décrites par la table 1. Pour obtenir l'attribut f_i pour une isométrie spécifique, par exemple une rotation de 180° , on applique cette transformation à l'image originale $I(x, y)$ pour obtenir l'image transformée $I_t(x, y)$. Pour le rectangle exinscrit $BBox$ de l'image transformée de la cellule de base $UL(m)$ de taille m , un score est calculée comme $Map(x, y) = 1 - SAD(s, y)$, où :

$$SAD(x, y) = (\Sigma abs(I(x - x_0, y - y_0) - BBox(x_0, y_0)))/m$$

Si la symétrie est présente dans l'image, cette carte présente des pics dans différentes positions indiquant la présence de cette symétrie. La différence (maximum-minimum) devrait être une bonne mesure de quantification de l'attribut. La symétrie par translation (ST) est toujours présente. Finalement on calcule les composantes normalisées de SFV comme suit :

$$f_i = \frac{\max(Map) - \min(Map)}{S_T - \min(Map)}, 1 \leq i \leq 12$$

III. Contribution

Pour la classification d'un décor périodique dans l'un des 17 groupes de symétrie, nous proposons dans ce chapitre une méthode hiérarchique basée d'abord sur une analyse de la forme de sa cellule de base, suivie par une analyse des types de symétries de cette même cellule.

Nous proposons alors une méthode de détermination du groupe de symétrie de la cellule de base extraite, basée sur une approche de reconnaissance des formes. Cette dernière approche exige une phase de caractérisation et une phase de décision.

Pour illustrer cette démarche, prenons par exemple les résultats de l'étape d'extraction du motif de la figure II-2 qui donne une cellule de base caractérisée par $|t1|=|t2|$ et un angle entre eux égal à 60° . On peut déduire que le réseau est hexagonal. Ce résultat nous permet de réduire l'espace de classification sur les 5 groupes hexagonaux de la Figure suivante.

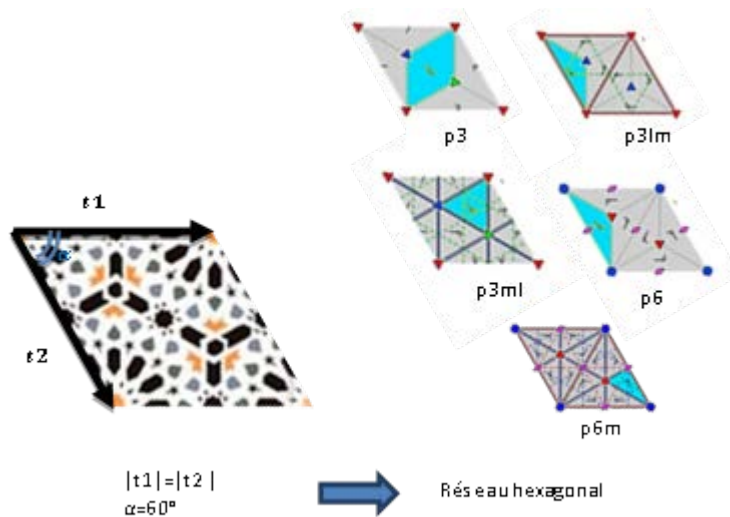


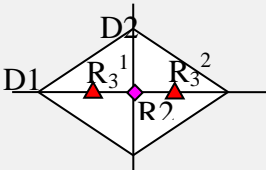
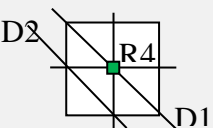
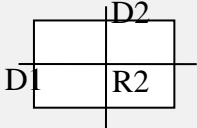
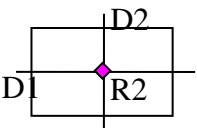
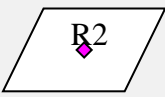
Figure II-2 : Classification d'un motif appartient au réseau hexagonal

Caractérisation de la cellule de base

L'objectif ici est de proposer une représentation optimale des isométries présentes dans chacune des formes de la cellule de base. Cette représentation se base sur la relation existante entre les 17 groupes de symétrie et les 5 maillages (Schattschneider 1978b).

Le tableau suivant donne une illustration des caractéristiques représentatives des groupes de symétries associée à chaque maillage. La codification '1' signifie l'existence de la symétrie et le chiffre '0' son absence. Le groupe de symétrie d'un décor correspond à une combinaison particulière des symétries détectées.

Tableau II-2 : représentation des 17 groupes de symétries regroupés par maillage

Hexagonal		Classe	M/D ₀₁	M/D ₀₂	R2	R ₃ ¹	R ₃ ²
		p3	0	0	0	1	1
		P6	0	0	1	1	1
		p31m	1	0	0	1	1
		p3m1	0	1	0	1	1
		p6m	1	1	1	1	1
Carré			M/D ₀₁	M/D ₀₂	R4		
		p4	0	0	1		
		p4g	0	1	1		
		p4m	1	0	1		
Rectangulaire			M/D ₀₁	M/D ₀₂	TG/D ₀₁	TG/D ₀₂	
	pm	pm1	1	0	0	0	
		pm2	0	1			
		pmm	1	1	0	0	
	pg	pg1	0	0	1	0	
		pg2			0	1	
		pgg	0	0	1	1	
	pm g	pmg1	1	0	1	0	
pmg2				0	1		
Rectangulaire centré			M/D ₀₁	M/D ₀₂	R2		
		cm	1	0	0		
		cmm	1	1	1		
Parallélogramme			R2				
		p1	0				
		p2	1				

Dans ce qui suit, avant de décrire cette démarche de classification des motifs périodiques, nous présenterons les fondements mathématiques liés aux caractéristiques représentatives, illustrées dans le tableau (II-2).

Réflexion par rapport à une droite M/D

La symétrie orthogonale (aussi appelée symétrie axiale, ou réflexion) est une transformation affine qui miroite les formes par rapport à une droite.

On cherche la matrice de transformation d'une symétrie orthogonale en fonction des paramètres de la droite. La droite est donnée par son origine (x_0, y_0) et son vecteur directeur $u(d_x, d_y) = (x_1 - x_0, y_1 - y_0)$.

tel que : (x_1, y_1) est un point quelconque de la droite (Voir figure 4).

On va exprimer les coordonnées du point symétrique $P_s = (x_s, y_s)$ d'un point $P = (x, y)$ par rapport à la droite. On projette d'abord le point P sur la droite, puis on remarque que le projeté $H(x_p, y_p)$ est le milieu de $[P P_s]$.

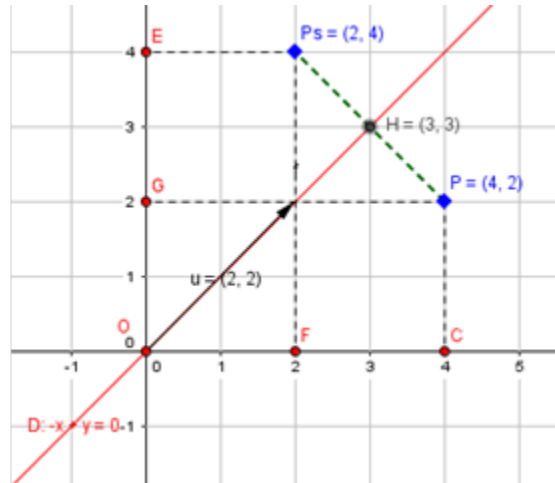


Figure II-3 : symétrie d'un point par rapport un axe

Les coordonnées du symétrique sont donc :

$$\begin{cases} x_s = 2x_p - x \\ y_s = 2y_p - y \end{cases}$$

La projection de (x_p, y_p) sur l'axe de symétrie est donnée par :

$$\begin{cases} x_p = x_0 + t_p x_u \\ y_p = y_0 + t_p y_u \end{cases}$$

En développant on obtient :

$$\begin{cases} x_s = 2(x_0 + t_p x_u) - x \\ y_s = 2(y_0 + t_p y_u) - y \end{cases}$$

$$t_p = \frac{(y - y_0)(u_y)}{(u_x)^2 + (u_y)^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{(x - x_0)(u_x)}{(u_x)^2 + (u_y)^2}$$

Si on injecte l'expression de t_p cela donne :

$$\begin{cases} x_s = 2x_0 + 2 \frac{(y - y_0)(u_x u_y)}{\Delta(u)} + \frac{(x - x_0)(u_x)^2}{\Delta(u)} - x \\ y_s = 2y_0 + 2 \frac{(y - y_0)(u_y)^2}{\Delta(u)} + \frac{(x - x_0)(u_x u_y)}{\Delta(u)} - y \end{cases}$$

$$\Delta(u) = (u_x)^2 + (u_y)^2$$

En regroupant les x et les y dans chaque équation, on obtient :

$$\begin{cases} x_s = \frac{((u_x)^2 - (u_y)^2)}{\Delta(u)} x + 2 \frac{(u_x u_y)}{\Delta(u)} y + 2 \frac{u_y(u_y x_0 - u_x y_0)}{\Delta(u)} \\ x_s = 2 \frac{(u_x u_y)}{\Delta(u)} x + \frac{((u_y)^2 - (u_x)^2)}{\Delta(u)} y + 2 \frac{u_x(u_x y_0 - u_y x_0)}{\Delta(u)} \end{cases}$$

Le résultat peut être écrit sous forme matricielle comme suit:

$$P(x, y) \rightarrow P_s(x_s, y_s)$$

$$P(x_s, y_s) = M_D(x, y)$$

$$M_D \begin{pmatrix} \frac{((u_x)^2 - (u_y)^2)}{\Delta(u)} & 2 \frac{(u_x u_y)}{\Delta(u)} & 2 \frac{u_y(u_y x_0 - u_x y_0)}{\Delta(u)} \\ 2 \frac{(u_x u_y)}{\Delta(u)} & \frac{((u_y)^2 - (u_x)^2)}{\Delta(u)} & 2 \frac{u_x(u_x y_0 - u_y x_0)}{\Delta(u)} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

On vérifie facilement que le déterminant de la matrice est -1, ce qui signifie que la transformation conserve les aires et les distances, mais miroite les figures.

Rotation d'ordre n par rapport à un point

La rotation d'ordre n par rapport à un centre donné est calculée comme suit :

Soit $C(x_c, y_c)$ un centre de rotation, le point $P'(x', y')$ est la symétrie rotationnelle d'ordre n du point $P(x, y)$.

$$P(x, y) \rightarrow P'(x', y')$$

$$P'(x', y') = R_n * (x - x_c, y - y_c) + (x_c, y_c)$$

Avec R_n est la matrice de rotation d'ordre n :

$$R_n = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{2\pi}{n}\right) & \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right) & 0 \\ -\sin\left(\frac{2\pi}{n}\right) & \cos\left(\frac{2\pi}{n}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$P'(x', y') = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{2\pi}{n}\right) & \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right) & 0 \\ -\sin\left(\frac{2\pi}{n}\right) & \cos\left(\frac{2\pi}{n}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x - x_c \\ y - y_c \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_c \\ y_c \\ 0 \end{pmatrix}$$

Processus de classification des motifs

Les méthodes présentées dans la littérature utilisent des transformations appliquées sur toute l'image, pour extraire les caractéristiques à utiliser dans l'étape de classification. Dans le présent chapitre, nous choisissons d'appliquer notre série des transformations uniquement sur les régions des points d'intérêts de la cellule de base. La figure (5) ci-dessous donne les différentes étapes de la méthode proposée pour classer une cellule de base dans un des 17 groupes de symétrie du plan.

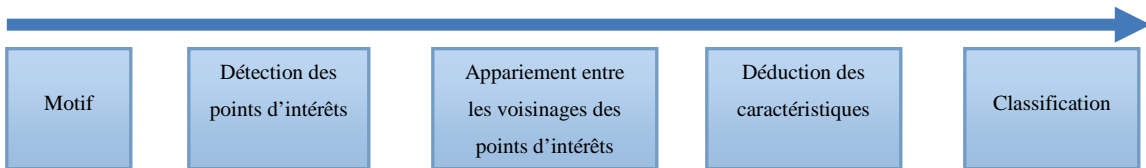


Figure II-4 : Processus d'identification du groupe de symétrie d'une cellule de base d'un décor périodique

III.1.a Détection des points d'intérêts

Les motifs géométriques de l'art islamique sont caractérisés par l'agencement spatial des formes géométriques élémentaires (tesselles) dont les coins constituent des points caractéristiques déterminants. Pour réduire le nombre de points à traiter dans la phase d'analyse des symétries menant à la détermination de la classe du motif analysé, nous nous limiterons à prendre en considération seulement les coins comme points d'intérêt. A cet effet, nous utilisons la méthode de Forstner.

La figure suivante donne un exemple de résultats obtenus par application de cet opérateur à une image de décor de Zellige.

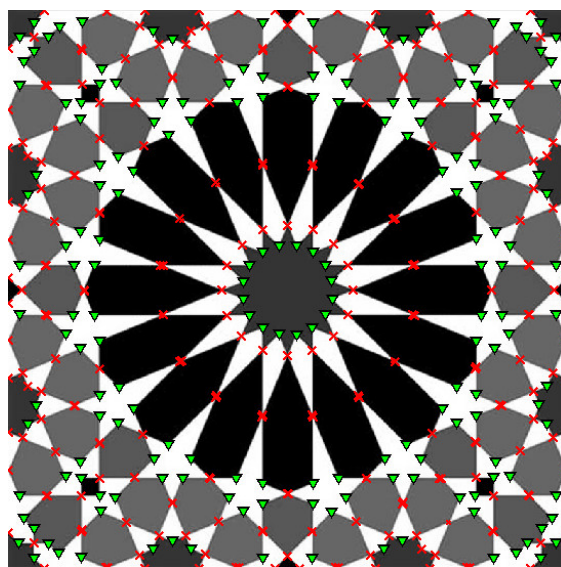


Figure II-5 : détection des points d'intérêts

III.1.b Analyse des symétries

Après la détection des points d'intérêt, on fait l'appariement de chaque point avec ses points transformés selon les 5 transformations du tableau II-2. La détermination des points transformés nécessite de calculer pour chaque point son transformé en utilisant les matrices de transformation présentées précédemment.

Pour calculer l'appariement entre un point p et son point transformé p_t , la première opération consiste à considérer les voisinages respectives autour de ces points. La mesure de similarité entre deux voisinages $a(p)$ et $b(p_t)$ peut par exemple être estimée par le calcul de la

somme des différences (en valeur absolue) du niveau de gris de chaque pixel du voisinage (i,j):

$$S(p, p_t) = \sum_i \sum_j |a_{ij} - b_{ij}|$$

Cette mesure sera petite si la similarité est grande. Cette mesure peut s'avérer sensible au problème d'éclairage non uniforme. On peut alors utiliser sur une mesure plus robuste comme l'inter-corrélation définie comme suit :

$$Corr(a, b) = \frac{Cov(a, b)}{\sqrt{Cov(a, a) \cdot Cov(b, b)}}$$

$$Cov(a, b) = \sum_i \sum_j (a_{ij} - \bar{a}) \cdot (b_{ij} - \bar{b})$$

Où $Cov(a, b)$ désigne la covariance.

$(\bar{a}$ et $\bar{b})$ sont les moyennes respectives des pixels des voisinages du point p et de son point transformé pt.

La mesure d'inter-corrélation atteint une valeur maximale '1' lorsque les voisinages a et b sont identiques à une constante multiplicative ou additive près.

Cette méthode d'appariement basée sur l'inter-corrélation, qui prend en considération seulement les niveaux de gris, peut s'avérer non adaptée aux cas d'images présentant du bruit ou une qualité photométrique médiocre (éclairage non uniforme par exemple). C'est pour cette raison, qu'on propose d'utiliser cette inter-corrélation par utilisation de descripteurs robustes, comme ceux de Fourier génériques (GFD).

Descripteurs de Fourier génériques (GFD):

La transformée de Fourier a été largement utilisée dans le traitement et l'analyse d'images. L'avantage de l'analyse d'une image dans le domaine spectral sur son analyse dans le domaine spatial est son insensibilité aux bruits, aux rotations, et aux distorsions géométriques. Comme première étape, l'image d'entrée $f(x,y)$ est transformée en une image polaire $f(r,\theta)$ où

$$r = \sqrt{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2}, \quad \theta = \arctan \frac{y - y_c}{x - x_c}$$

Avec (x_c, y_c) les coordonnées du centre de gravité. Ensuite, une transformation de l'image polaire échantillonnée en trame dans le système des coordonnées cartésiennes est réalisée. Autrement dit, ces images sont créées par un échantillonnage circulaire. La transformation de Fourier 2-D sur l'image transformée est calculée comme suit:

$$FP_2(\rho, \phi) = \sum_r \sum_i f(r, \theta_i) \exp \left[-j2\pi \left(\frac{r}{R} \rho + \frac{i}{T} \phi \right) \right]$$

où $0 \leq \rho < R$ et $\theta_i = i(2\pi/T)$ ($0 \leq i < T$); $0 \leq \rho < R, 0 \leq \phi < T$. R et T sont respectivement les résolutions radiale et angulaire.

Enfin, les descripteurs de Fourier génériques (GFD) (Zhang et Lu 2002) sont calculés à partir de FP_2 normalisés et sont donnés comme suit :

$$GFD = \left\{ \frac{|FP_2(0,0)|}{\pi \times r_{\max}^2}, \frac{|FP_2(0,1)|}{|FP_2(0,0)|}, \dots, \frac{|FP_2(0,n)|}{|FP_2(0,0)|}, \dots, \frac{|FP_2(m,0)|}{|FP_2(0,0)|}, \dots, \frac{|FP_2(m,n)|}{|FP_2(0,0)|} \right\}$$

où m et n sont respectivement, le nombre maximal des fréquences radiales et angulaires sélectionnées et r_{\max} est le rayon maximal de l'objet.

III.1.c Processus d'extraction des caractéristiques

Chaque forme de la cellule de base 'm' est représentée par un vecteur caractéristique $F_m(fm_1, \dots, fm_n)$. Chacun des attributs f_{mi} représente la présence ou l'absence de l'une des transformations décrites par le tableau (3). Pour obtenir l'attribut f_{mi} pour une transformation spécifique m_i , par exemple une rotation d'ordre 2 (R2), on applique d'abord cette transformation au point d'intérêt de la cellule de base $P(px, py)$ pour obtenir le point transformé $P'(px', py')$. Ensuite, Pour un disque D' de rayon R centré sur le point transformé de la cellule de base $P'(px', py')$ et un autre disque D de même rayon centré sur le point d'intérêt $P(xp, yp)$, un score de la transformation m_i au point P , basé sur les Descripteurs de Fourier génériques (GFD); est finalement calculé. Ce score est donné par la formule suivante :

$$Score(P, m_i) = 1 - SD(D, D'), \quad \text{avec } SD(D, D') = \sum_{k=1:4} \frac{|GFD(D) - GFD(D'(mk))|}{R^2}$$

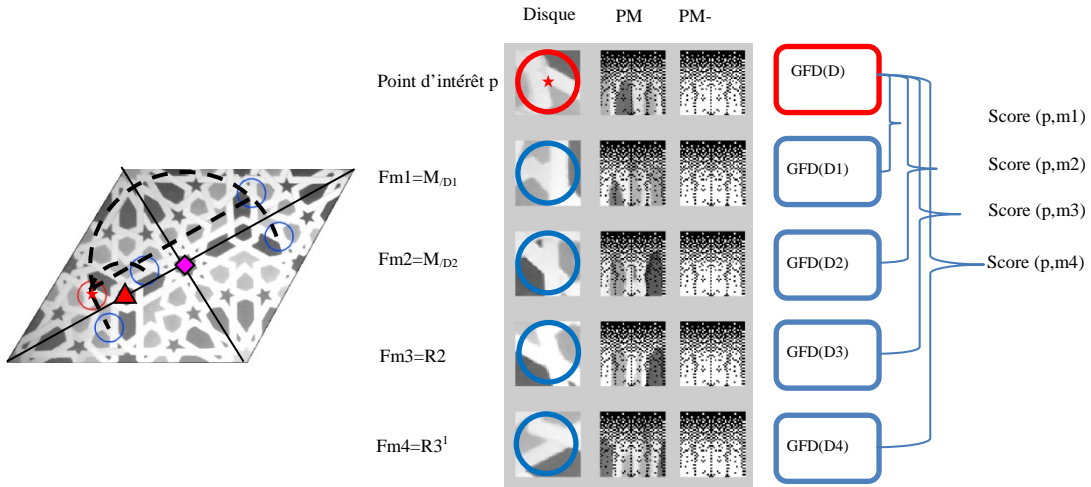


Figure II-6 : processus d'extraction des caractéristiques

Si la transformation mi du point $P(px,py)$ vers le point $P'(px',py')$ est présente, alors le $Score(p,mi)$ devrait être maximal. Finalement, le vecteur caractéristique F_m peut être représenté par la moyenne de chaque colonne de la matrice $Score$ obtenue pour tous les points d'intérêt de la cellule de base.

$$F_m = (f_{m1}, \dots, f_{mn})$$

$$f_{mi} = \frac{\sum_j Score(pj, mi)}{N_p}$$

p indice de point d'intérêt.

N_p le nombre des points d'intérêts détectés.

Dans ce travail, nous adoptons une approche de classification supervisée.

IV. Classification

La classification permet de partitionner un ensemble d'observations en différentes classes, en regroupant dans une même classe les observations présentant les mêmes caractéristiques. On parle de classification des images lorsque les observations correspondent à des images et où chaque image peut être caractérisée par un ensemble *d'attributs* tels que les attributs de texture ou de couleur.

Les méthodes de classification peuvent être divisées en deux catégories selon l'information disponible à priori sur les observations. Lorsque les différentes *classes* de

l'observation sont connues au préalable, la classification est dite *supervisée*. En revanche, dans le cas où l'on n'a aucune connaissance à priori sur l'appartenance des observations aux classes, on parle alors de classification non-supervisée ou *clustering*.

Dans un contexte supervisé on dispose d'échantillons (ensemble d'observations) ou chaque observation est caractérisée par un ensemble d'attributs. Les étapes de caractérisation et de classification des observations prototypes des classes constituent ce qu'on appelle la phase d'apprentissage. Il existe une multitude de méthodes de classification supervisée. Les plus classiques sont la classification optimale de Bayes, la règle des K plus proches voisins (K-PPV), les Supports Vector Machine (SVM), les Réseaux de Neurones Artificiel (RNA) et les Arbres de Décision (AD).

La figure suivante donne une illustration de concept clé de l'apprentissage supervisée.

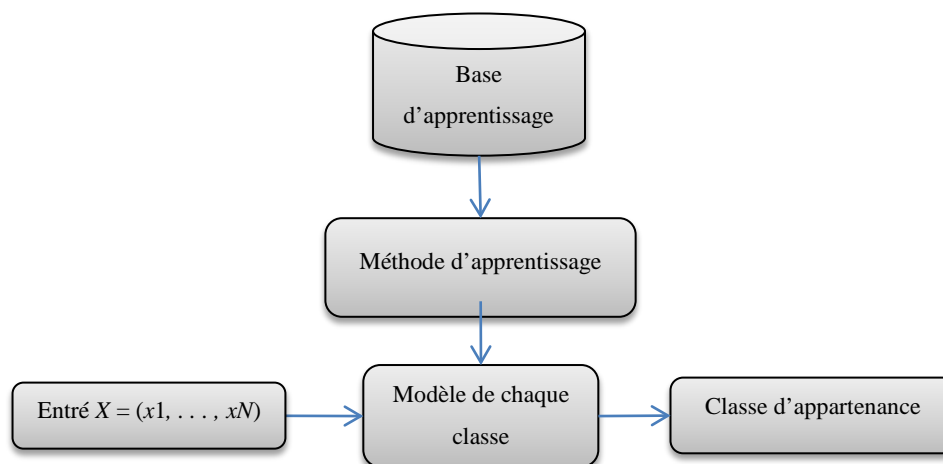


Figure II-7: processus de classification

Les deux problèmes liés à tout problème de classification résident dans le choix des attributs caractérisant les individus à classer et la méthode de classification qui lui sont adaptée (Y. Liu, Collins, et Tsin 2004; Agustí-Melchor, Rodas-Jordá, et Valiente-González 2011).

Dans le cas de la classification des motifs géométrique périodiques, nous disposons de vecteurs caractéristiques dont les composantes sont des valeurs quantitatives quantifiant les types de symétries éventuellement présents dans une cellule de base. Par ailleurs, nous disposons d'un échantillon d'apprentissage de cellules de base pour lesquelles nous avons une connaissance à priori sur leur classe d'appartenance. Ici, la classe désigne le groupe de

symétrie de la cellule de base qui appartient à l'un des 17 groupes de symétrie du plan. De ce fait, nous pouvons faire appel à une méthode d'apprentissage supervisée comme les arbres de décision.

Les arbres de décision constituent une méthode efficace d'exploration de données, en vue de la prédiction d'une variable qualitative à l'aide de variables de tout type (qualitatives et/ou quantitatives). Cette flexibilité constitue un avantage par rapport à certains outils de classification, prévus pour des prédicteurs d'un seul et même type.

Il s'agit d'une méthode itérative, dite de partitionnement récursif des données. En effet, la méthode construit des classes d'individus, les plus homogènes possibles, en posant une succession de questions binaires (de type oui/non) sur les attributs de chaque individu.

Contrairement à beaucoup d'outils de classification (régression logistique, SVM, etc.), les arbres de décision sont extrêmement intuitifs et fournissent une représentation graphique, parlante et facile à lire, d'un protocole de classification des individus. Cette représentation graphique est sous forme d'un arbre constitué de feuilles terminales (les classes d'individus) obtenues en suivant un chemin le long des nœuds, chaque nœud correspondant à une question binaire utilisant une variable du jeu de données.

Les arbres de décision permettent donc d'identifier très rapidement les variables les plus discriminantes d'un jeu de données, en fonction de leur présence parfois répétée le long des nœuds.

V. Résultats

Résultats de la classification par les arbres de décision

Pour illustrer la méthode de classification des cellules de base nous nous limitons seulement aux cellules de bases de la forme losange, traduisant les 5 groupes de symétrie $p3$, $p6$, $p31m$, $p3m1$ et $p6m$. Les mêmes opérations sont à réaliser pour les autres classes de cellules de base.

Un échantillon de 135 cellules de base de la forme losange est utilisé. Ces cellules sont extraites d'images de décors réels et d'autres synthétiques. Les cellules synthétiques

correspondent notamment aux groupes de symétrie d'utilisation très rares dans l'art géométrique maroco-andalous.

Pour chacune de ces cellules un vecteur caractéristique (f1, f2, f3) est calculé.

Pour l'induction de l'arbre, nous avons utilisé le logiciel TANAGRA (Ricco Rakotomalala, "TANAGRA : un logiciel gratuit pour l'enseignement et la recherche", in Actes de EGC'2005, RNTI-E-3, vol. 2, pp.697-702, 2005.).

Le processus de génération de l'arbre de décision optimal a utilisé 90 cellules de base pour la phase de croissance de l'arbre et 45 cellules pour son élagage. L'arbre obtenu est donné comme suit :

```

f1 < 0.6671
  f2 < 0.6031
    f3 < 0.5745 then Class = p3 (100.00 % of 12 examples)
    f3 >= 0.5745 then Class = p6 (100.00 % of 11 examples)
  f2 >= 0.6031
    f3 < 0.6619 then Class = p3m1 (100.00 % of 27 examples)
    f3 >= 0.6619 then Class = p6m (66.67 % of 6 examples)
  f1 >= 0.6671
    f3 < 0.4878 then Class = p31m (85.71 % of 14 examples)
    f3 >= 0.4878
      f2 < 0.2347 then Class = p31m (100.00 % of 3 examples)
      f2 >= 0.2347 then Class = p6m (100.00 % of 17 examples)
    
```

Le taux d'erreur de classification obtenu est de 8,89% comme le montre la matrice de confusion suivante :

Tableau II-3 : matrice de confusion

0.0889						
Confusion matrix						
	p6m	p6	p3m1	p31m	p3	Sum
p6m	26	1	1	2	0	30
p6	2	20	1	0	0	23
p3m1	0	0	36	2	0	38
p31m	1	1	1	21	0	24
p3	0	0	0	0	20	20
Sum	29	22	39	25	20	135

Ce taux d'erreur peut s'expliquer par la taille et l'hétérogénéité de la base d'apprentissage utilisée.

VI. Conclusion

Nous avons proposé une approche de classification d'un décor géométrique périodique maroco-andalous par extraction de sa cellule de base répétitive et par la détermination de son groupe de symétrie. Comme résultat, la représentation d'un décor géométrique périodique par son élément non symétrique ou région fondamentale. Cette représentation sera exploitée pour déduire les règles de construction d'un décor à utiliser par la suite dans le processus de génération d'anciens comme de nouveaux décors.

Partie III. Approche Strand

Chapitre I.Extraction et analyse des Strands

*C*e chapitre porte sur l'extraction des informations géométriques caractérisant la cellule de base ou la région fondamentale d'un ornement géométrique périodique. Ces informations géométriques sont les lignes de tracés ou Strands. La démarche d'analyse proposée repose sur les techniques d'analyse d'image et de reconnaissance de forme. L'extraction des Strands conduit à une représentation analytique vectorielle des IGP. Leur analyse conduit à l'extraction des connaissances concernant les techniques de leur construction en découvrant les règles de construction des décors géométriques, habituellement non divulguées par les maîtres artisans.

I. Introduction

L'objectif ultime de cette partie est de proposer un système d'analyse des motifs géométriques menant à leur représentation analytiques, elle-même utilisée pour la génération automatique des motifs géométriques originaux analysés ou pour création de nouveaux motifs préservant l'authenticité du style analysé. Le système proposé est composé des composants suivants:

- Le premier composant de système consiste à extraire la cellule de base ou unitaire et sa région fondamentale à partir de l'image d'un IGP. Nos travaux récents (Nasri et Benslimane 2014; Nasri, Benslimane, et El Ouazizi 2014) et la partie II donne une présentation étendue de ce composant.
- Le deuxième composant, consiste à extraire les Strands de la cellule de base ou de sa région fondamentale en utilisant une approche de reconnaissance de forme.
- Le troisième composant consiste à analyser les Strands extraits à partir de l'image d'un IGP pour révéler sa grille cachée, et découvrir ses règles de construction pour les interpréter par la suite par une grammaire de forme.
- Enfin, le quatrième composant consiste à proposer une méthode de génération basée sur la grille révélée et la grammaire de forme proposée.

Une illustration des composantes de ce système est donnée par la figure suivante.

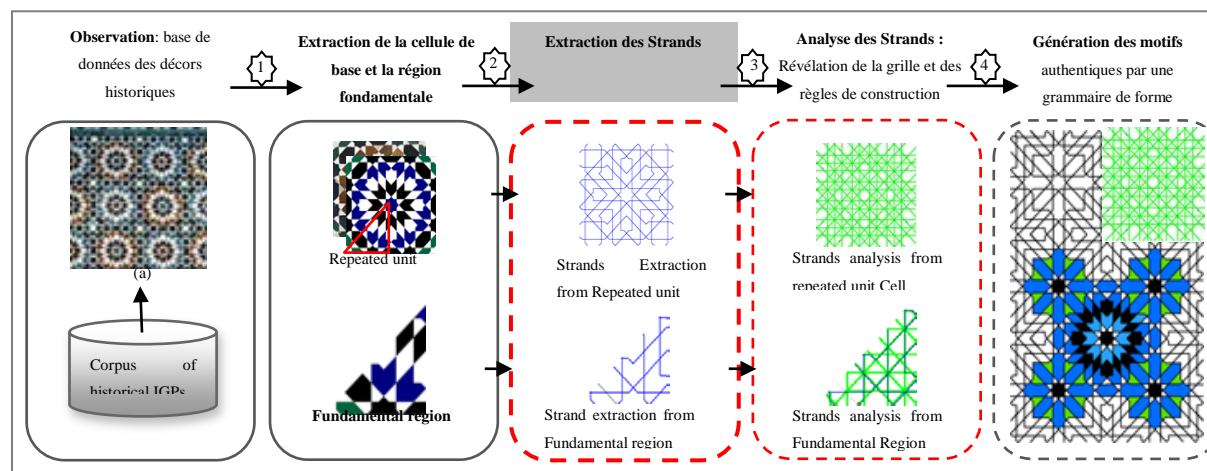


Figure I-1: Illustration du processus global de notre approche d'extraction des Strands.

II. État de l'art

La vectorisation est une phase très importante dans la segmentation d'images, elle consiste à approximer le squelette ou le contour d'une image par une suite de segments de droites (ou par des arcs de courbes). On y gagne en compacité et on se rapproche d'une description géométrique des objets.

Les méthodes existantes de vectorisation traitent essentiellement de deux types d'images : images naturelles et dessin au trait. La vectorisation d'images naturelles commence habituellement par une étape de segmentation de l'image d'entrée, basée sur la similitude de couleur et ensuite représenter chaque région segmentée à l'aide de couleurs uniformes ou des couleurs temporaires (Sun et al. 2007; Xia, Liao, et Yu 2009). Par contre, la vectorisation de dessin au trait consiste à extraire les lignes ou les segments de l'image d'entrée et de les convertir aux graphes de vecteur.

Dans ce travail, nous nous focalisons sur les méthodes de vectorisation des images de dessin au trait, classées en trois catégories : méthodes basées sur la reconnaissance, méthodes basées sur le suivi de contour et celles basées sur la topologie.

- **Méthodes basées sur la reconnaissance :**

Les méthodes de vectorisation des images de dessin au trait consistent à convertir le dessin numérisé en un schéma. Ces méthodes portent principalement sur la reconnaissance des primitives géométriques de l'image d'entrée.

Bonnici et Camilleri (Bonnici et Camilleri 2009; Bonnici et Camilleri 2013) emploient plusieurs cercles concentriques pour extraire des lignes droites et leurs paramètres d'emplacement ; Chiang et coll. (Chiang, Tue, et Leu 1998) ont proposé une nouvelle approche basée sur la maximale inscrivant des cercles, qui obtient les positions, les orientations et les largeur de lignes droites ; Hilaire et Tombre (Hilaire et Tombre 2001; Hilaire et Tombre 2006) séparent l'image binaire d'entrée en couches d'épaisseur homogène.

Bien que les méthodes basées sur la reconnaissance sont très précises, elles ne peuvent traiter que des primitives simples, tels que des lignes droites et des arcs. Pour pallier à cette limitation, les méthodes basées sur le raccord (fitting-based methods) sont employées pour reconnaître des primitives plus complexes, comme les ellipses (Sun et al. 2007) et les courbes

de Bézier (Chang et Yan 1998). Cependant, elles restent limitées aux primitives particulières. Elles ne peuvent donc pas reconnaître des dessins au trait libre.

- **Méthodes basées sur le suivi des lignes**

Pour vectoriser des dessins au trait avec une complexité arbitraire, les méthodes basées sur le suivi des lignes (*Tracking-based methods*) procèdent par une extraction de tous les points situés dans le centre des lignes de l'image d'entrée. Les points adjacents est ensuite reliés pour former un chemin. Ce dernier est considéré comme un résultat de vectorisation.

Pour trouver ces points centraux de lignes épaisses, Liu et al. (K. Liu, Huang, et Suen 1999) et Rajan et al. (Rajan et Hammond 2008) emploient une opération d'érosion morphologique réduisent la largeur de la ligne à un pixel; Zou Yan (Zou et Yan 2000; Zou et Yan 2001) segmentent les régions couvertes par les dessins au trait en un ensemble de triangles et connectent les centres de gravité des triangles adjacents pour obtenir le résultat de vectorisation ; Liu et Dori (Wenyin et Dori 1996; Dori et Liu 1999) ont proposé une méthode de vectorisation permettant de relier sélectivement les milieux des lignes horizontales et verticales ; Blanchie et al. (Whited et al. 2009) a introduit une méthode qui calcule les axes des lignes, les bifurcations ou la fonction de l'épaisseur le long de chaque trait.

Un autre type de méthodes de suivi est basé sur la convolution. En premier lieu, elles calculent le vecteur tangent pour chaque pixel de l'image. Ensuite, obtient des lignes à l'aide d'une convolution intégrale des lignes le long des directions tangentielles. (Bartolo et al. 2007) (Nieuwenhuizen, Kiewiet, et Bronsvort 1994).

En comparant avec le premier type de méthodes basées sur le suivi, les méthodes basées sur la convolution sont beaucoup moins coûteuses en temps de calculs, mais elles ont l'habitude à générer des erreurs d'accumulation dans la procédure de convolution. Pour résoudre ce problème, Kyprianidis et Kang (Kyprianidis et Kang 2011) utilisé l'intégration de Ronge-Kutta au lieu de l'intégration d'Euler.

- **Méthodes basées sur la topologie**

Dans le processus de vectorisation, l'une des conditions principales est de maintenir la même structure topologique (*Topology-driven methods*) que celle de l'image originale (Noris

et al. 2013). Parmi ces structures topologiques, les jonctions sont les plus importantes (Pham et al. 2014).

Les méthodes basées sur la reconnaissance peuvent facilement trouver des jonctions en prolongeant les primitives géométriques adjacentes (Bonnici et Camilleri 2013). Selon cette observation, Hilaire et al. (Hilaire et Tombre 2001) et Pham et al. (Pham et al. 2014) ont utilisé une opération d'optimisation pour identifier les types de jonction, par exemple en forme de T-, Y- et X-. Mais, les méthodes basées sur la reconnaissance sont encore limitées aux primitives de géométrie simple comme des lignes droites ou des arcs. De l'autre côté, les méthodes basées sur le suivi ont habituellement besoin d'une direction unique pour avancer ou reculer lors du suivi, qui n'est pas le cas lorsque plus de trois branches existent au niveau des jonctions.

La propriété de singularité directionnelle près de points de jonction rend les méthodes basées sur le suivi incapable de trouver la position de jonction, le nombre de branches et autres informations importantes de la structure topologique. Bien que le post-traitement comme l'analyse en composantes principales peut être employée pour analyser le nombre de branches, de telles approches insistent beaucoup sur la position exacte du centre de jonction, qui est très difficile à déterminer quand on ignore le nombre de branche.

Pour surmonter les problèmes de maintien de la structure susmentionnés dans les méthodes basées sur la reconnaissance et le suivi, Noris et al. (Noris et al. 2013) ont proposé une approche basée sur la topologie.

Pour éviter les singularités directionnelles autour de jonctions, cette approche identifie une région ambiguë pour chaque jonction, supprime toutes les informations de dessin à l'intérieur de cette région et applique « le dessin inverse » à l'aide de dessin d'informations uniquement à l'extérieur de cette région ambiguë pour préserver les structures topologiques.

Dans ce chapitre nous présentons une approche d'analyse améliorées de l'approche basée sur les jonctions. Elle est en mesure d'obtenir un bon résultat de vectorisation et qui préserve la structure topologique.

III. Extraction des Strands

Notre approche d'extraction du Strand est basée sur le fait qu'un Strand est un jeu de segments connectés aux coins de type V (cf. Figure 2-b). Un segment est défini par les centres de deux

coins voisins de type V ayant la même direction et des orientations opposées (cf. figure 2-c). De ce fait, notre approche pour extraire les Strands consiste d'abord à identifier les coins de type V, puis à former les strands en présence en connectant les segments aux coins de type V communs.

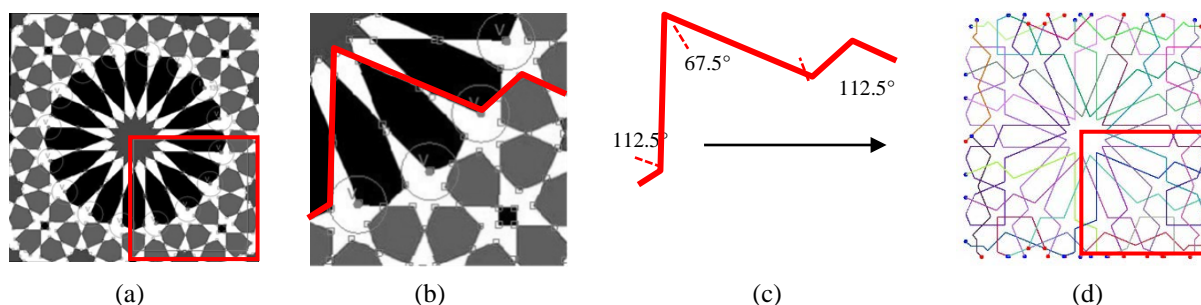


Figure I-2: processus d'extraction des Strands

L'identification des coins de type V- repose respectivement sur la détection des points d'intérêts (coin) et les opérations de reconnaissance des coins V- parmi les types possibles (V-, X-, T-, Y-, K-).

Détection des points d'intérêts: les coins

Un point d'intérêt ou point-clé est un point d'une image qui diffère de ses voisins immédiats, en termes de certaines propriétés spécifiques de l'image, telles l'intensité, la couleur, l'orientation, la texture et la courbure.

La détection de points d'intérêt est l'un des sujets les plus importants du domaine de la vision par ordinateur, car ces points constituent des caractéristiques utiles dans les problèmes d'appariement d'images, de reconnaissance d'objets, etc. Pour cette raison, de nombreux travaux ont été dédiés à la détection de différents types de points d'intérêt telle que les coins.

En général, on peut distinguer trois types de méthodes traitant le problème de la détection de coins en analyse d'images: les méthodes basées sur les niveaux de gris de l'image (Kitchen et Rosenfeld 1982; C. Harris et Stephens 1988; C. G. Harris 1987; Smith et Brady 1997; Azzopardi et Petkov 2013; Rosten, Porter, et Drummond 2010), les méthodes basées sur le contour (Mehrotra, Nichani, et Ranganathan 1990; Cooper, Venkatesh, et Kitchen 1991;

Singh et Shneier 1990; Zuniga et Haralick 1983; Deriche et Giraudon 1993) et les méthodes basées sur les modèles paramétriques (Rosin 1999; Rohr 1992; Guiducci 1988).

- **Les méthodes basées sur les niveaux de gris :**

Ces méthodes fonctionnent directement sur l'image sans détection de contour. La méthode de Harris pour la détection des coins est probablement l'une des méthodes d'extraction des coins la plus populaire dans cette catégorie (C. Harris et Stephens 1988). Elle est basée sur le premier ordre de l'expansion de Taylor de la dérivée seconde de la Somme locale de Différences au Carré (SSD). L'opérateur de Kitchen et Rosenfeld (Kitchen et Rosenfeld 1982) utilisent une analyse de la courbure de la variation de niveau de gris d'une image. D'autre part, d'autres travaux (Smith et Brady 1997; Mordohai et Medioni 2004), se concentrent sur la détection de certains types spécifiques de coins. L'opérateur SUSAN (Smith et Brady 1997) utilise une forme de moment de niveaux de gris qui est conçu pour détecter les coins V-. L'inconvénient de cette méthode est lié à sa faible localisation des coins et sa sensibilité aux bruits. Dans (Mordohai et Medioni 2004), l'auteur propose une technique de groupement perceptuel (vote tensoriel ou « Tensor Voting » en anglais) pour détecter les jonctions en T et en L. Cette méthode bas niveau est dépendante de l'échelle, et ainsi, sensible au bruit.

Les résultats présentés dans (Rodehorst et Koschan 2006) ont mis en évidence de faibles précisions et montrent que la plupart de ces méthodes sont inadaptées au contenu des images réelles.

Forstner (Förstner et Gülch 1987) a proposé un algorithme facile à expliquer en termes de Matrix de Hessian (HM). Les auteurs de (Tomasi et Kanade 1991) proposent une comparaison très intéressante entre les détecteurs les plus récents.

- **Les méthodes basées contour :**

Ces méthodes extraient le contour, puis recherchent la courbure ou l'accentuation des points maximaux le long des chaînes de contour. Les coins peuvent être définis comme des points où plusieurs contours de direction différente terminent à proximité (Mehrotra, Nichani, et Ranganathan 1990).

- **Les méthodes basées modèles :**

Dans ces méthodes un coin peut être modélisé comme un seul (Guiducci 1988) ou une famille (Rohr 1992) des coins bruités où les paramètres sont trouvés par un modèle paramétrique approprié. Le modèle peut inclure l'angle, l'orientation, le contraste et la courbure d'un seul coin (Rosin 1999).

Dans la même catégorie Rohr (Rohr 1992) décrit une approche basée sur un modèle paramétrique pour la détection des coins de type V et dont le réglage des paramètres s'adapte aux types d'images traitées. Cette méthode nécessite d'abord une connaissance préalable de la position des coins. Récemment, George Azzopardi et Nicolai Petkov (Azzopardi et Petkov 2013) ont proposé un filtre facile à former pour la détection des coins, appelé *Combination Of Shifted Filter Responses (COSFIRE)*, qui est basé sur un filtre de Gabor paramétrique.

Dans notre approche, nous utilisons la méthode Forstner présenté dans (Förstner et Gülch 1987), et son implémentation décrite dans (Tomasi et Kanade 1991; Shi et Tomasi 1994; Köthe 2003). Le choix de ce descripteur est justifié par l'étude comparative (Rodehorst et Koschan 2006) et les résultats obtenus sur les images de la base de données utilisée dans ce travail.

Reconnaissance des coins

Comme illustré par la figure I-3, un coin est un point d'intersection entre deux ou plusieurs segments concourants. La différenciation des types de corners dépend donc des directions de ces segments. Ceci impose lors de la reconnaissance automatique d'un coin de prendre en considération ces segments. En d'autres termes, il est donc nécessaire lors de la phase de reconnaissance du type d'un coin de sélectionner une région d'intérêt qui l'entoure.

Nous procédons donc par sélectionner une région d'intérêt pour détecter les lignes concourantes une point. A cet effet, nous utilisons l'opérateur de Canny.

Pour la reconnaissance du type d'un coin, nous utilisons dans ce travail une approche de reconnaissance des formes. Cette dernière est basée d'abord sur la caractérisation de formes détectées, qui sont dans notre cas les régions d'intérêt représentées par leurs contours. Ensuite,

nous comparons le vecteur caractéristique de chacune des formes détectées à ceux d'une base de formes considérées comme modèles.

Pour la caractérisation des formes, nous utilisons dans ce travail le contexte de forme ou shape context (Belongie, Malik, et Puzicha 2002). Le contexte de forme est un descripteur très discriminant et robuste qui intègre les informations globales de la forme.

La figure I-3 illustre le processus de reconnaissance des coins, basé sur le contexte de forme (*shape context*).

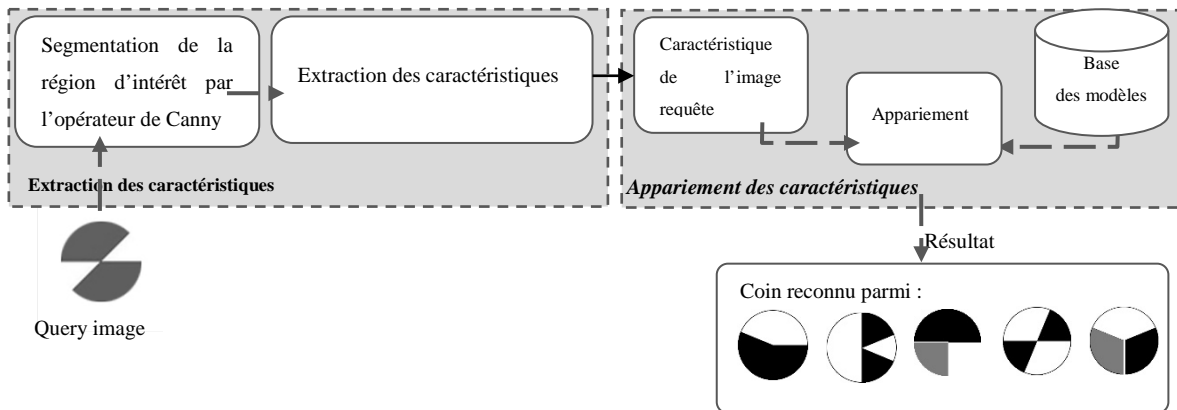


Figure I-3: processus de reconnaissance des coins.

III.1.a Extraction des caractéristiques : contexte de forme

L'extraction de caractéristiques est effectuée en deux étapes: échantillonnage uniforme de contour et Histogrammes de log-polaires.

Une région d'intérêt est représentée par un ensemble de points sélectionnés du contour par une opération d'échantillonnage. Ces points devraient être à égale distance entre eux, car cela assure que l'échantillonnage le long du contour soit uniforme (Belongie, Malik, et Puzicha 2002).

Étant donné que les points d'échantillonnage sont sélectionnés au hasard et de façon indépendante à partir des contours de deux formes, l'algorithme d'appariement qui enregistre la correspondance entre ces deux ensembles d'échantillons engendre sûrement du bruit.

Pour cela, nous proposons une méthode qui permet d'échantillonner uniformément le contour. Cette méthode consiste à trouver un nombre déterminé d'échantillons par

discrétisation uniforme de l'espace circulaire. La figure I-4 donne une illustration de quelques étapes de cette méthode. Voir aussi l'algorithme (1).

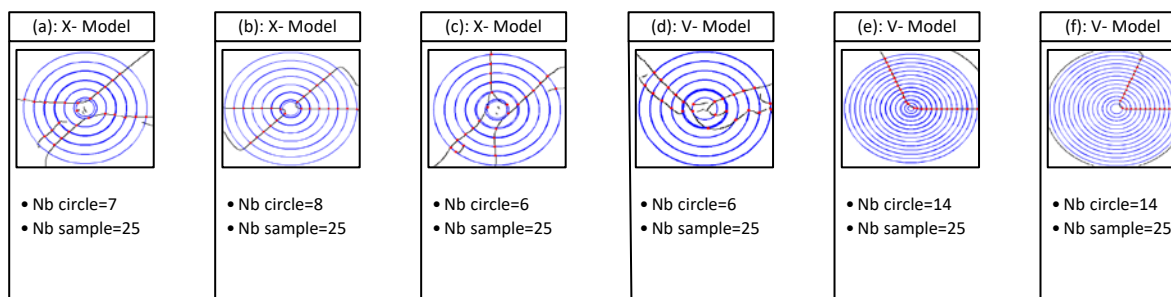


Figure I-4: Exemples de coins représentées par le même nombre de points (Nb échantillons = 25), avec une distribution uniforme et un nombre différent de cercles. (a), (b) et (c): exemples de coin X - (d) (e) et (f): exemples de coin V.

Algorithme 1: algorithme d'échantillonnage uniforme d'un contour

Input: Edge: Edge of image

Nb_sample: Number of sample points

R_max: Maximal Radius

Center : Image center

Output: Sp : Samples points (x,y)

```

1   for k=3: R_max
2        $\Delta r = \frac{R_{max}}{k};$ 
3       Sp=zeros(Nb_sample,2); Nb=0;
4       for r= $\Delta r$ :  $\Delta r$ :R_max
5           C=[center,r];
6           for all Edge points EPi
7               If(PointOnCercl(EPi,C))
8                   Sp=EPi; Nb=Nb+1;
9               end(if)
10          end(for)
11      end(for)
12      If(Nb>=Nb_sample)
13          Break;
14      end(if)
    end(for)

```

Algorithme 1: Algorithme d'échantillonnage uniforme d'un contour

Afin de calculer les correspondances de forme et de la similitude entre un coin détecté (image de la région d'intérêt d'un coin) et un modèle de coin, nous commençons par définir le contexte de forme utilisé.

Prenant en considération $C = \{p_1, p_2, \dots, p_N\}$ l'ensemble des points de contour en coordonnées polaires échantillonnés avec un espacement uniforme.

Le contexte de la forme d'un point p_i est un histogramme des coordonnées relatives des points de contour (N-1) par rapport à des points de référence p_i . Les coordonnées relatives de N-1 autres points p_j dans un système de coordonnée log-polaire utilise p_i comme origine est déterminées par: $p_j = (\log(r_{ij}), \theta_{ij}), \forall p_j \neq p_i \text{ and } p_j \in C$, tel que r_{ij} est la distance entre p_i et p_j , θ_{ij} est l'angle entre le vecteur $\overrightarrow{p_i p_j}$ le vecteur tangent en p_i .

Le contexte de forme h_i d'un point p_i est défini par:

$$h_i(k) = \{p_j \neq p_i : (p_j - p_i) \in \text{bin}(k)\}, \quad k = 1, \dots, L$$

$\text{bin}(k)$ est le nombre des points de C appartenant à la $k^{\text{ème}}$ classe de l'histogramme:

$$\text{bins}(k) = \{p_j(r, \theta) : r \in [r_k, r_k + \Delta r_k] \wedge [\theta_k, \theta_k + \Delta \theta]\}$$

- Δr_k est la subdivision en log-polaire du rayon maximal de l'image :
- $\Delta r_k = \log(n_k \Delta r)$, $\Delta r = \frac{R_{max}}{N_r}$, $n_k \in \{1, \dots, N_r\}$
- $\Delta \theta$ est une subdivision angulaire uniforme: $\Delta \theta = \frac{2\pi}{N_\theta}$.

Dans nos résultats expérimentaux nous utilisons $N_r = 10$ et $N_\theta = 36$, alors $L = N_r N_\theta = 360$, $k = \{1, 2, \dots, 360\}$. La figure suivante donne une illustration du log-polaire utilisé dans notre contexte de forme.

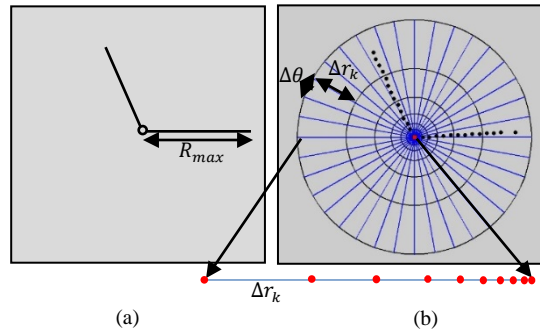


Figure I-5: log-polar shape context, (a) contour d'un coin de type V, (b) log-polar shape context de (a) avec 25 points, $N_r = 10$ and $N_\theta = 36$, alors $L = N_r N_\theta = 360$

Enfin, nous considérons les histogrammes h_i de tous les points d'échantillonnage $p_i \in C$ comme caractéristiques de vecteur du coin. Ces vecteurs peuvent également être représentés par une matrice de caractéristiques H tel que $H = \{h_i, p_i \in C\}$ cf. Figure 9.

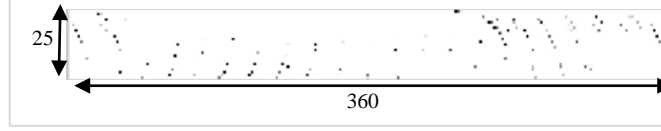


Figure I-6: matrice de caractéristiques H tel que $H = \{h_i, p_i \in C\}$

III.1.b Appariement des caractéristiques

Trouver des correspondances entre deux formes P (corner image) et Q (corner model) est équivalent à trouver pour chaque point d'échantillonnage p_i sur la première forme P le point d'échantillonnage q_j sur la deuxième forme Q , qui possède le contexte de forme le plus proche.

Soit $C_{i,j} = C_s^{i,j}(p_i, q_j)$ désignant le score d'appariement entre les deux points p_i et q_j . Le score d'appariement de notre contexte de forme $C_s^{i,j}$ est donné par la distance χ^2 entre les deux histogrammes $h_i(k)$ correspondant au point p_i de la forme P et $g_j(k)$ correspondant au point q_j de la forme Q .

$$C_s^{i,j} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^L \frac{[g_j(k) - h_i(k)]^2}{[g_j(k) + h_i(k)]}$$

Le score de correspondance ou d'appariement des points peut être combiné avec une mesure supplémentaire basée sur la similarité locale des apparences ou des intensités de couleur dans le voisinage de p_i et q_j .

Ceci est particulièrement utile quand on compare les formes dérivées pour les images de niveau de gris au lieu de dessins au trait. Dans ce travail, nous utilisons l'orientation locale à chaque point $C_A^{i,j}$, qui représente une mesure de dissemblance des angles tangents, définie par:

$$C_A^{i,j} = \frac{1}{2} \left\| \begin{pmatrix} \cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \cos(\theta_j) \\ \sin(\theta_j) \end{pmatrix} \right\|$$

Le score de correspondance combiné est calculé comme suit:

$$C^{i,j} = (1 - \beta)C_s^{i,j} + \beta C_A^{i,j}$$

Afin d'avoir une gestion robuste du bruit, nous ajoutons (Nd) autres nœuds à chaque point avec un score de correspondance constant ε .

$$C_{NsNd} = \begin{matrix} C^{1,1} & \dots & C^{1,j} & \dots & C^{1,Ns} & \varepsilon & \dots & \varepsilon \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \dots & \varepsilon \\ C^{i,1} & \dots & C^{i,j} & \dots & C^{i,Ns} & \varepsilon & \dots & \varepsilon \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \dots & \varepsilon \\ C^{Ns,1} & \dots & C^{Ns,j} & \dots & C^{Ns,Ns} & \varepsilon & \dots & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \dots & \varepsilon \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \end{matrix}$$

Étant donné la matrice C_{NsNd} des correspondances entre toutes les paires de point p_i et p_j , l'objectif est de minimiser le score total de correspondance soumis à la contrainte que la correspondance soit un-par-un. Il s'agit d'une instance de problème d'affectation carrée (weighted Bipartite Graph Matching), qui peut être résolu en $O(N^3)$ on utilisant la méthode Hungarian (Riesen et Bunke 2009).

Le résultat obtenu de l'interpolation, basée sur le score de correspondance Hungarian, montre que la méthode est encore sensible au bruit et à la distorsion géométrique.

Pour surmonter ces inconvénients, Belongie (Belongie, Malik, et Puzicha 2002) propose une distance de contexte de forme (D_{sc}) qui peut être combinée au coût d'apparence (appearance Cost D_{ac}) et à l'énergie de torsion (bending energy D_{be}). Cette distance est définie comme suit:

$$D_{sc}(P, Q) = \frac{1}{n} \sum_{p \in P} \operatorname{argmin}_{q \in Q} C(p, T(q)) + \frac{1}{m} \sum_{q \in Q} \operatorname{argmin}_{p \in P} C(p, T(q))$$

Tels que n et m représentent le nombre de lignes et de colonnes de la matrice des scores de correspondances C_{NsNd} .

$T(\cdot)$ est une transformation utilisée pour la correspondance des points d'une forme à l'autre par déformation (Bookstein 1989). Dans ce qui suit, nous donnerons un aperçu sur cette méthode dans notre contexte de correspondance 'mapping' par transformation.

- **Thin Plate Spline (TPS):**

En général, dans le cas de TPS en deux dimensions, nous avons n points de contrôle $\{p_i = (x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, n\}$ à partir d'une image d'entrée et n points de contrôle $\{q_j = (x'_j, y'_j), j = 1, 2, \dots, n\}$ à partir de l'image cible.

La fonction d'interpolation TPS est définie par:

$$f(x, y) = a_1 + a_x x + a_y y + \sum w_i U(r)$$

Où a_1, a_x, a_y et w_i sont les coefficients de TPS,

$$f(x, y) = [f_x(x, y), f_y(x, y)]$$

Cette fonction retourne les coordonnées (x', y') , avec

$$[x' = f_x(x, y) \text{ et } y' = f_y(x, y)]$$

$$U(r) = r^2 \log r$$

$$r = \|(x_i, y_i) - (x, y)\|$$

Il est montré dans (Duchon 1977) que la fonction $f(x, y)$ est l'interpolation qui minimise la mesure de la fonction d'énergie suivante:

$$I_f = \iint_{\mathbb{R}^2} (f_{xx}^2 + f_{xy}^2 + f_{yy}^2) dx dy$$

L'intégrale I_f est finie si, et seulement si, les w_i possèdent les propriétés suivantes:

$$\sum w_i = 0, \sum w_i x_i = 0, \sum w_i y_i = 0$$

$f(x, y)$ est partout définie dans le plan par les coefficients TPS / Avec : $w = M^{-1}q$

$$M = \begin{bmatrix} 0 & r_{21}^2 \log r_{21} & \cdots & r_{n1}^2 \log r_{n1} & 1 & x_1 & y_1 \\ r_{12}^2 \log r_{12} & 0 & \cdots & r_{n2}^2 \log r_{n2} & 1 & x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{1n}^2 \log r_{1n} & r_{2n}^2 \log r_{2n} & \cdots & 0 & 1 & x_n & y_n \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 \\ x_1 & x_2 & \cdots & x_n & 0 & 0 & 0 \\ y_1 & y_2 & \cdots & y_n & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$q^T = [q_1, q_2, \dots, q_n, (0,0), (0,0), (0,0)], 2*(n+3)$$

$$w^T = [w_1, w_2, \dots, w_n, a_1, a_x, a_y], 2*(n+3)$$

Le résultat de l'application de cette méthode à l'exemple du coin de type V est illustré dans la figure I-7, où nous avons utilisé $N_s = 25$ et $\beta = 0,1$. Un autre exemple avec les mêmes paramètres est montré dans la figure I-8.

Les résultats résumés dans la figure I-9 montrent les scores de correspondances entre l'image V-coin (forme P) de la figure 7 et chacun des modèles de notre base de données constituée par les types de coins X, V, Y, K et T. Ces résultats montrent clairement que les scores minimaux sont obtenus pour les coins de type V. L'image du coin est ainsi reconnue comme un coin de type V.

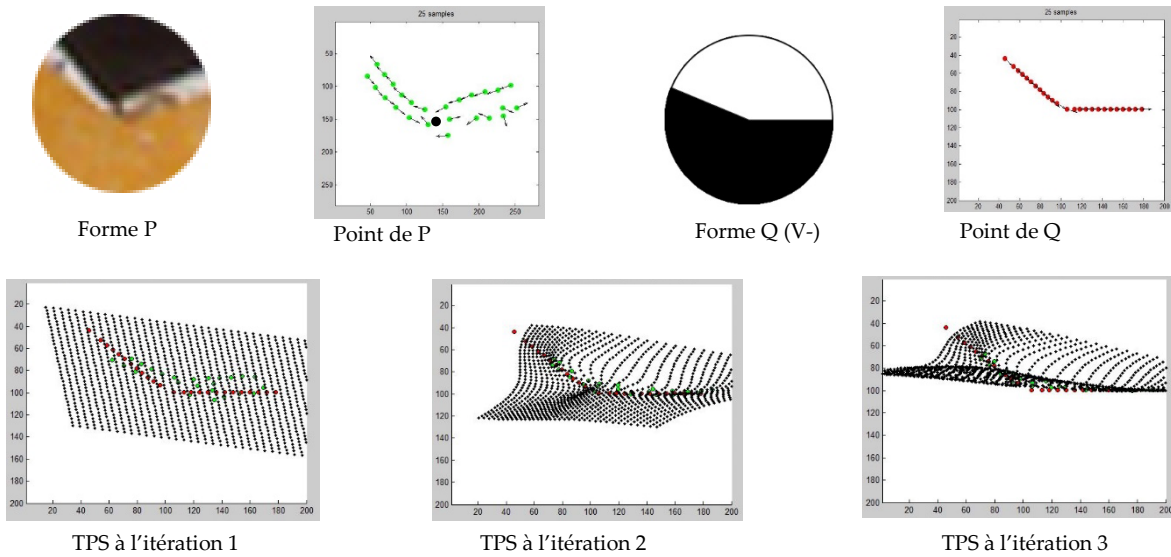


Figure I-7: illustration de la variation de TPS pour 3 itérations

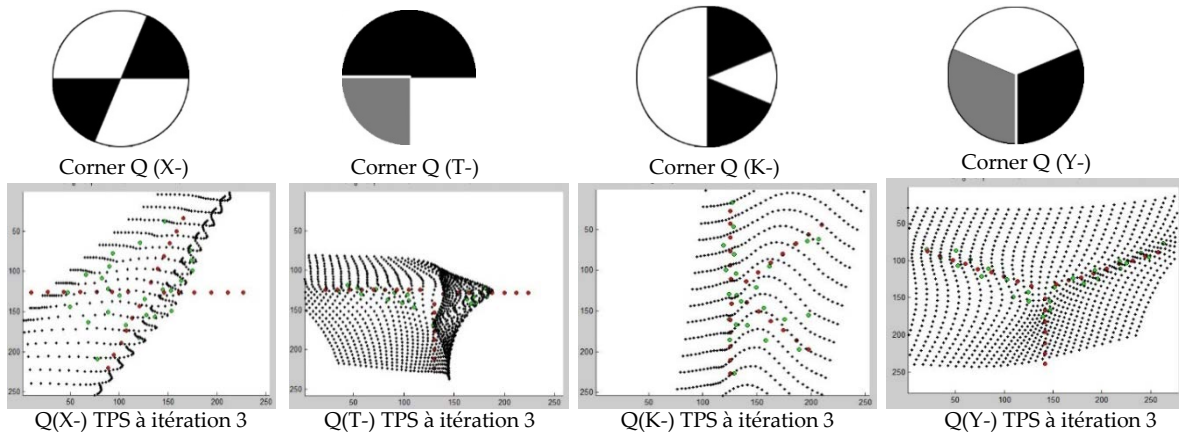


Figure I-8: illustration de correspondance du coin V avec quatre prototype de coins X, T, K et Y dans la troisième itération de TPS, les points verts représentent la forme P et les points rouges représentent la forme Q

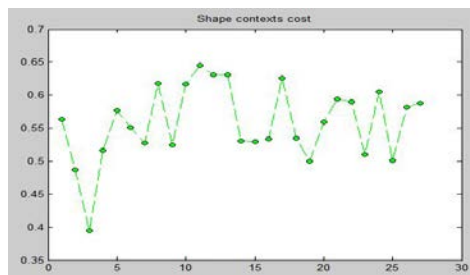


Figure I-9: Scores de correspondances entre l'image V-coin (forme P) et les formes Q de la base des modèles

Orientations des coins

La mesure des angles absolus et des orientations des contours (φ_k) d'un coin constituent des paramètres importants dans l'analyse des décors géométriques. À cet effet, nous proposons une méthode simple et rapide, basée sur l'histogramme des orientations.

Les coordonnées des contours de l'image (x_i, y_i) sont d'abord transformées en coordonnées polaire (r_i, θ_i) , puis la fréquence d'apparition de chaque θ_i est calculée, notée $T(\theta_i)$, avec $(\theta_i$ variant entre 0° et 360°). Ensuite nous utilisons l'histogramme T pour déterminer les orientations des contours et les angles absolus qui caractérisent chaque modèle de coin (voir figure 10).

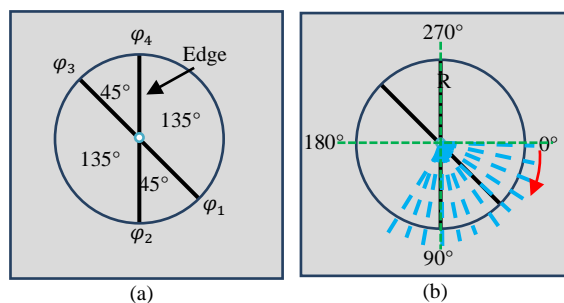


Figure I-10: Exemple de méthode de mesure des propriétés de coin. (a) contour de coin X-segmenté par Canny. (b) la ligne bleu pointillée illustre une rotation vers la droite de rayon R .

Comme illustré dans la figure I-11, l'histogramme des orientations montre la présence d'un certain nombre de pics pertinents N_{pp} . Le nombre exact de pics pertinents est déduit automatiquement de la phase de reconnaissance décrite précédemment.

Comme illustré dans la figure I-11-a et I-11-b, le coin de type X est le point d'intersection de 4 segments conduisant à quatre pics pertinents. Le coin de type V correspond

à l'intersection de 2 segments menant à deux pics pertinents, comme le montre la figure I-11-c et I-11-d.

Les orientations des N_{pp} segments φ_k ($k = 1, \dots, N_{pp}$) d'un coin correspondent aux positions des N_{pp} pics les plus élevés. La valeur des angles θ_k est obtenue par le calcul de la distance entre deux pics pertinents consécutifs.

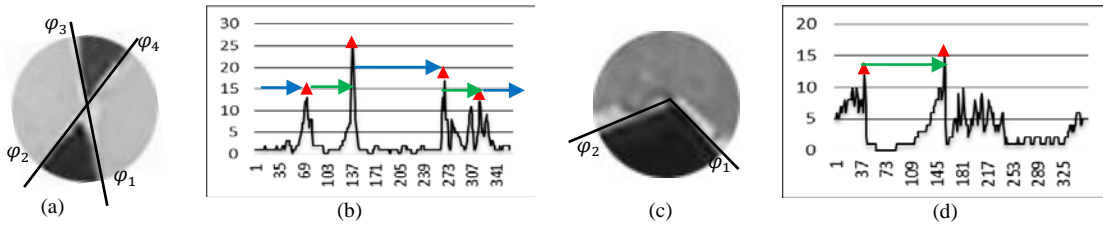


Figure I-11: exemple de coins extraites à partir de l'image d'un IGP, (a) coin de type X, (b) l'histogramme des orientation de (a). (c) représente un coin de type V, (d) l'histogramme des orientation de (c).

Extraction des Strands

A ce stade de notre approche d'extraction des Strands, nous avons les positions des coins et leurs orientations. Ces informations sont suffisantes pour extraire les Strands à partir de l'image d'un motif géométrique.

L'extraction des Strands, repose seulement sur les coins de type V. Chaque coin CV_i caractérisé par les deux orientations de ses segments contour (V_{i1}, V_{i2}) est associé avec les coins de type V les plus proches CV_k et $CV_{k'}$, tels que, (V_{k1}, V_{k2}) respectivement ($V_{k'1}, V_{k'2}$) sont les orientations des segments de CV_k respectivement $CV_{k'}$ et V_{i1} et V_{k1} respectivement V_{i2} et $V_{k'2}$ ont la même direction et des orientations opposées (voir la figure I-12 et algorithme 2)

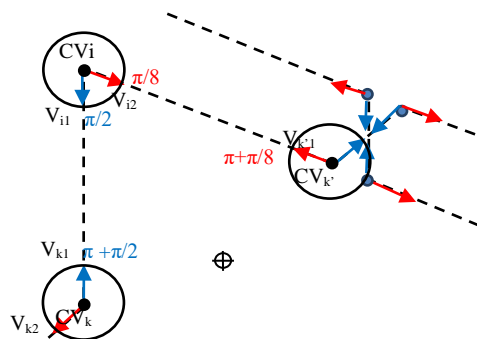


Figure I-12: illustration de l'extraction d'une Strand

Algorithm 2: The proposed algorithm to extract strands in geometric pattern

Input: *C*: List of Corners Location (Stage-1).

T: Type of each corner (Stage-2).

V: edge Orientation of each corner (Stage-3).

Output: **Strands**: chaining list of point describing the strands

NbStrand: number of strand.

```

1: Stage-4: StrandsExtraction(C,T,V)
2: {
3:   For Corners i
4:     If (T(i)=V-)
5:       S(i,1) ←nearestCornerInDirection(C,V(i,1));
6:       If(S(i,1)=null)// extremity point of strand
7:         S(i,1)=null;
8:       EndIf
9:       S(i,2) ←nearestCornerInDirection(C,V(i,2));
10:      If(S(i,2)=null)// extremity point of strand
11:        S(i,2)=null;
12:      EndIf
13:    EndIf
14:  EndFor
15:  Remove duplicate relation as  $a \rightarrow b$  and  $b \rightarrow a$ 
16:  Strands←chaining list from S started and ended by an extremity point.
17:  NbStrand=length(Strands)
18:  return Strands, NbStrand.
19: }
```

Algorithme 2: l'algorithme proposé pour l'extraction des Strand d'un motif géométrique

IV. Analyse de Strands

Extraction de la grille

Comme indiqué dans (Abas et Salman 1992), les motifs islamiques les plus sophistiqués sont ceux qui utilisent des grilles dans leur processus de construction, ces grilles sont le résultat de l'opération de création des lignes et des cercles par la règle et le compas.

Les artisans marocains utilisent toujours des grilles sous-jacentes pour construire des motifs géométriques complexes (Thalal et al., s. d.; Paccard 1980).

Dans ce travail, nous utilisons les lignes de tracé ‘Strands’ extraits d’un motif géométrique, pour révéler la grille dissimulée en traçant les droites associées aux segments constitutifs de chaque tracé. La figure I-13 illustre ce processus de construction.

La grille extraite par cette méthode est très similaire à la grille de la Hasba (Thalal et al., s. d.), la grille utilisée par les artisans marocains. Cette dernière est caractérisée par les paramètres « G_h » et l’ordre de la grille « G_o ». G_o détermine de manière implicite l’ordre de la rosace principale. La grille est généralement tracée comme un carré de côté $L = G_h \cdot G_q$ avec, G_q l’unité de subdivision du L .

L’ordre de la grille extraite « G_o » est déterminé par le nombre d’orientations « D_n » de ses lignes, avec $G_o = 2 \cdot D_n$. G_h correspond à la distance la plus occurrente calculée entre deux lignes parallèles successives dans une seule direction. La figure I-13-d illustre un exemple d’une grille d’ordre $G_o = 8$ et $G_h = 8$.

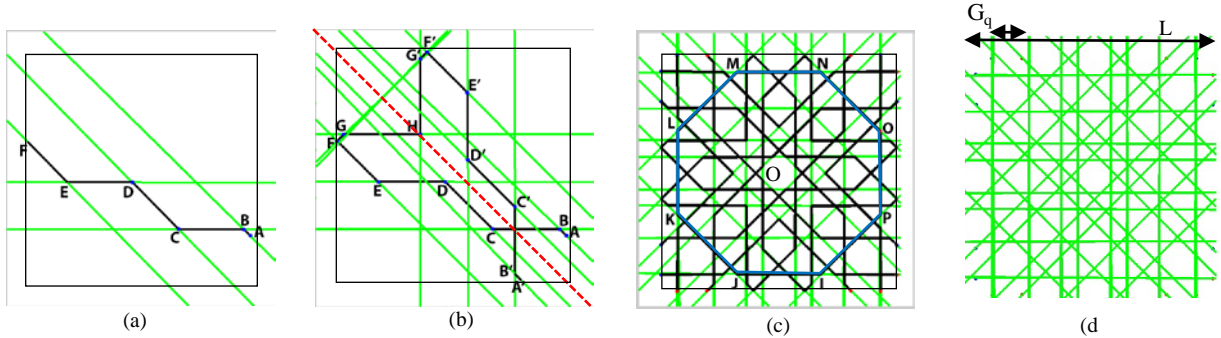


Figure I-13: exemple d’une grille extraite d’un IGP, (a,b, et c) dessine des lignes directive des segment de Strand. (d) la grille correspondante au motif analysé

La figure (14, c) est un exemple d’une grille révélée en appliquant la méthode proposée sur les lignes de tracé (Figure 14, b) extraits de motif présenté dans la figure (14, a). Comme définie par la méthode de Hasba, la grille révélée est caractérisée par une unité de subdivision « q » et une mesure « h » qui peut être un entier ou un réel. Pour la méthode proposée, on détermine « q » comme étant la distance la plus occurrente entre deux lignes parallèles successives. La mesure « h » représente le rapport entre la largeur « L » de la cellule de base et « q ». Pour cet exemple, la grille révélée est définie par $h = 13,5$.

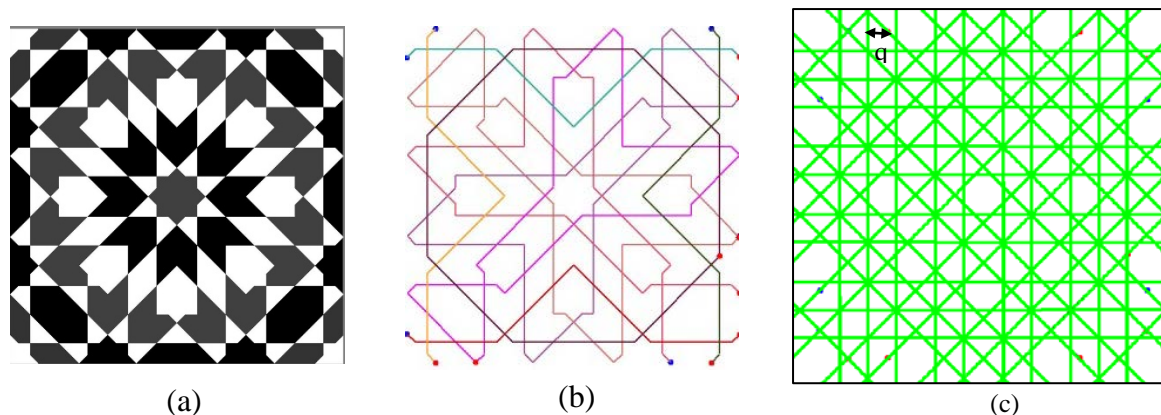


Figure I-14: (a) motif historique, (b) les strands extraits par notre méthode (forme vectorielle du motif (a)), (c) la grille révélée (d'ordre 8).

Il est évident de déduire que plus le modèle est sophistiqué plus la grille révélée est complexe. Cette complexité peut être définie par l'ordre de la rosace principale « G_o » du motif ou par le nombre de lignes parallèles croisées « D_n » constituant la grille sous-jacente. La figure I-15 illustre l'analyse d'un motif d'ordre 16. La grille extraite est caractérisée par huit ensembles de lignes parallèles croisées ($D_n = 8$), c'est-à-dire que la grille est d'ordre 16.

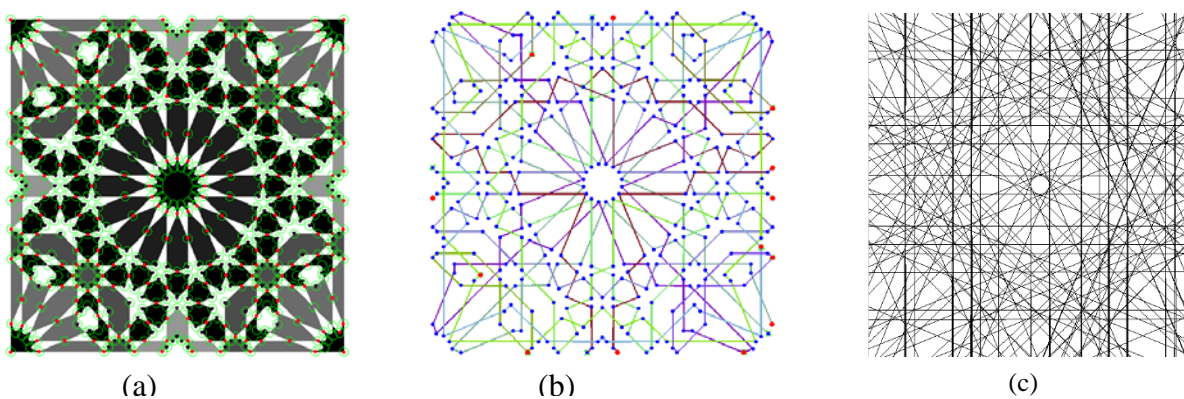


Figure I-15: (a) motif historique, (b) les strands extraits par notre méthode (forme vectorielle du motif (a)), (c) la grille révélée (d'ordre 16).

Il est important de souligner que, malgré la complexité croissante des grilles avec la complexité des motifs, les artisans au Maroc continuent de perpétuer l'utilisation de la technique. En fait, comme indiqué dans (Thalal et al., s. d.), les motifs complexes d'ordres respectifs 48, 64 et 96 utilisent des grilles complexes obtenus par superposition des grilles de base d'ordres inférieurs.

Extraction des règles de construction

Pour la construction d'un motif, le reste du travail consiste à découvrir les règles menant à générer des motifs acceptables et compatibles avec le style étudié (motif du Zellige). Ces règles se déduisent de l'analyse des Strands (Angle, les segments) qui montre que :

- les angles θ_i des coins de type V- sont des valeurs discrètes $\theta_i = \left(\frac{2\pi}{G_o}\right) * i$, avec $i \geq 2$, et G_o est l'ordre de la grille sous-jacente révélée.
- les segments des Strands ne superposent pas.
- les segments des Strands sont des segments de la grille.

Elles se déduisent par ailleurs des propriétés de symétrie caractérisant les décors géométriques périodiques.

V. Résultats

Les performances du système proposé sont testées en considérant un corpus de 200 images synthétiques de motifs géométriques marocains et andalous. Ces images sont sélectionnées d'une base de données de 4000 images des motifs islamiques (Wichmann 2001).

Ce corpus a été enrichi par 40 images réelles de motifs géométriques qui ornent certains monuments historiques des villes Fès et Marrakech. Il est important de souligner que les ornements ont été choisis en fonction de leur qualité de conservation.

La répartition des images sélectionnées prend en considération les ordres des motifs. Le tableau I-1 donne un aperçu de cette répartition pour les images synthétiques et photographiques.

Tableau I-1 : Vue d'ensemble sur notre corpus d'images

		Nombre d'images synthétique	Nombre d'images réel	Total
Ordre de la rosette principale du motif	8	119	20	139
	10	3	3	6
	12	20	5	25
	16	37	7	44
	20	6	3	9
	24	15	2	17

Résultats de reconnaissance des coins:

Les résultats suivants montrent une étude comparative de la reconnaissance des coins en utilisant respectivement la matrice polaire de la forme (*polar shape matrix*) et le contexte de la forme (*Shape context*). Pour cette étude, nous considérons une base de test de 350 coins extraits à partir des images synthétiques et réelles des décors géométriques islamiques.

- **Résultats obtenus en utilisant la matrice polaire des formes:**

Les performances de la matrice polaire des formes sont testées en considérant un ensemble de 900 coins comme données d'apprentissage. Ces coins représentent les différents modèles de coins ayant des orientations différentes. Ils sont extraits d'images présentant des distorsions géométriques et de qualités photométriques différentes.

La figure I-16 montre les taux de reconnaissance obtenus pour différentes tailles de la matrice polaire L_i , tel que $L_i = \Delta r \cdot \Delta \theta_i$, $\Delta r = 5$ et $\Delta \theta_i = 8,12,16,24,32$.

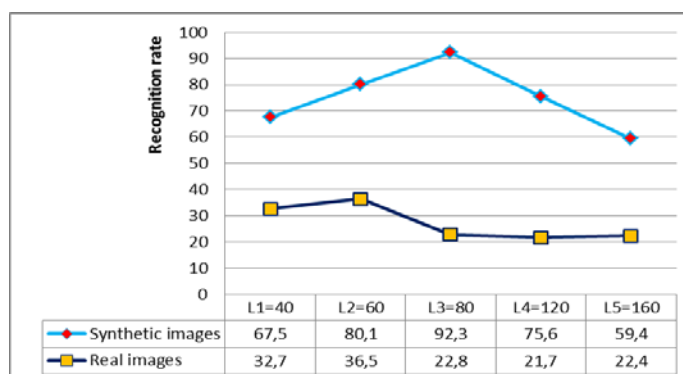


Figure I-16: Taux de reconnaissance des coins à l'aide de la matrice polaire des formes.

Ces résultats montrent un bon taux de reconnaissance pour les images synthétiques, en comparaison avec ceux obtenus pour des images réelles. L'inconvénient de cette méthode est sa sensibilité aux distorsions géométriques et à la mauvaise qualité photométrique caractérisant les images réelles.

- **Résultats obtenus en utilisant le contexte de forme**

La base de données d'apprentissage utilisée pour cette expérience est composée de seulement 27 coins représentant différents prototypes de chaque modèle (V-, X-, K-, T-, Y-).

Le contexte de forme est un algorithme itératif et paramétrique. De ce fait, ses performances doivent être évaluées en tenant compte de la variation du nombre d'échantillons, de la taille du contexte de forme et du nombre d'itérations de TPS.

Notre première expérience utilise 50 points échantillonnés du contour de la région de voisinage de chaque coin et les différentes tailles de la matrice polaire L_i . Avec un Δr_i fixe (10 subdivisions logarithmiques), et différentes valeurs de $\Delta \theta_i$, $\Delta \theta_i$ prend respectivement les valeurs: 16, 24, 32 et 45.

Tableau I-2 : Taux de reconnaissance des coins à l'aide de contexte forme pour les images synthétiques et réelles avec 50 échantillons.

Shape context : 50 Echantillons	L1=160	L2=240	L3=360	L4=450
Taux de reconnaissance : images synthétiques	87%	85%	100%	56%
Taux de reconnaissance : images réelles	59%	58%	65%	42%

Résultats du tableau I-3, obtenus en prenant en considération 25 points après échantillonnage.

Tableau I-3 : Taux de reconnaissance des coins à l'aide de contexte forme pour les images synthétiques et réelles avec 25 échantillons.

Contexte de forme: 25 Echantillons	L1=160	L2=240	L3=360	L4=450
Recognition Rate for synthetic images	90%	92%	100%	85%
Recognition Rate for real images	80%	83%	89%	73%

En général, la représentation d'une forme devient plus précise avec un grand nombre d'échantillons (Belongie, Malik, et Puzicha 2002). Dans notre cas, le taux de reconnaissance est meilleur pour 25 échantillons que pour 50 échantillons. Ce résultat peut s'expliquer par le fait que les formes considérées ici sont les contours au voisinage de chaque coin, composé principalement de lignes simples. Par conséquent, un grand nombre d'échantillons génère du bruit lors de l'opération de l'interpolation par TPS.

Les résultats obtenus (tableau I-2 et tableau I-3) montrent que le meilleur taux de reconnaissance des coins est obtenu pour $L = 360$. Ce taux diminue pour les images réelles ayant des distorsions géométriques et/ou une mauvaise qualité photométrique.

La variation de taux de reconnaissance des coins avec le nombre d'itérations de TPS en considérant respectivement 50 et 25 échantillons sont présentés dans la Figure I-17, I-18.

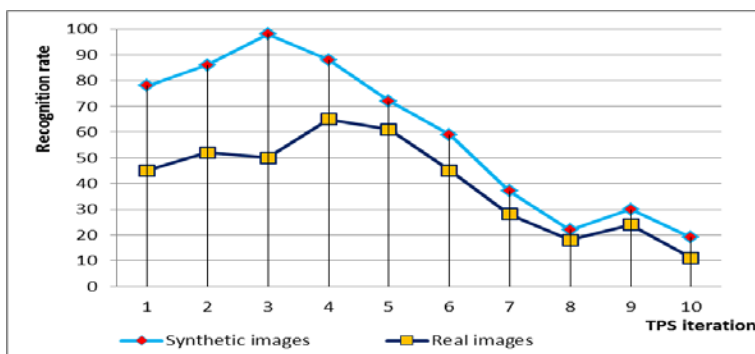


Figure I-17: Le taux de reconnaissance des coins selon le nombre d'itérations de la TPS pour des coins synthétiques et réels des IGP, avec 50 échantillons du contour.

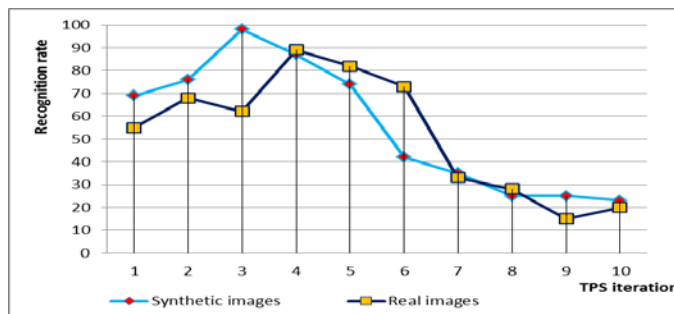


Figure I-18: Le taux de reconnaissance des coins selon le nombre d'itérations de la TPS pour des coins synthétiques et réels des IGP, avec 25 échantillons du contour.

Les résultats présentés dans le tableau 2 montrent que le meilleur taux de reconnaissance des coins est obtenu pour $L = 360$. En outre, le taux de reconnaissance diminue avec la diminution de résolution des images et l'augmentation de la complexité des modèles. Pour surmonter les problèmes de détection et de reconnaissance des coins, des précautions doivent être prises dans le choix des images réelles qui devraient préserver les faibles détails.

Résultats d'extraction des Strands:

Ici, nous présentons quelques résultats de notre approche proposée pour extraire les Strands d'un motif géométrique.

Tableau I-4 : Résultat du taux de bonne extraction des Strands en utilisant le système proposé

	Image synthétique	Image photographique
Taille de la base	200	40

Taux d'extraction des Strands	95.42%	67.20%
-------------------------------	--------	--------

Les résultats obtenus montrent un comportement généralement bon pour extraire les Strands des images synthétiques (Figure I-19) et des images réelles de bonne qualité (Figure I-20, 21 et 22).

Les Strands obtenus sont caractérisées par :

- Longueur de leurs segments par rapport le plus petit segment dans tous les Strands.
- L'orientation de chaque segment.
- L'angle absolu au point de rencontre de deux segments connectés.

Toutes les informations extraites de Strand sont invariantes à l'échelle, la translation et la rotation. En conséquence, nous pouvons dire que les Strands extraits peuvent servir à caractériser les décors géométriques islamiques.

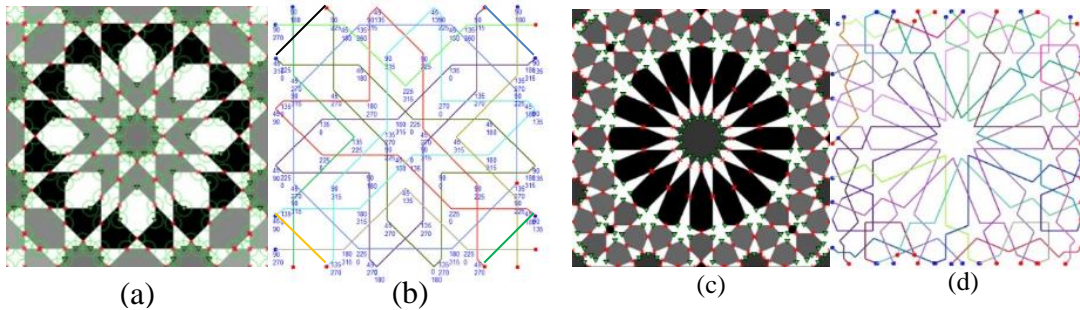


Figure I-19: (a, c) deux exemples d'image synthétiques (b,d) la forme vectorielle des motifs (a resp b) sous forme des Strands.

Pour les images photographiques, le tableau 3 montre que le taux d'extraction correcte des Strands atteint 67,2 %. Ce résultat s'explique par les bons résultats obtenus pour les modèles à faible complexité (ordres 8 et 12), qui représentent plus de 60 % des images de notre base de données. Les figures I- 20, 21 et 22 représentent des exemples d'images photographiques conservant les caractéristiques de leurs formes élémentaires.

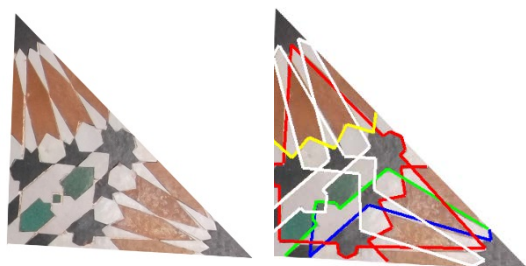


Figure I-20: Exemple d'extraction des Strands en considérant uniquement la région fondamentale de l'image réelle d'un IGP

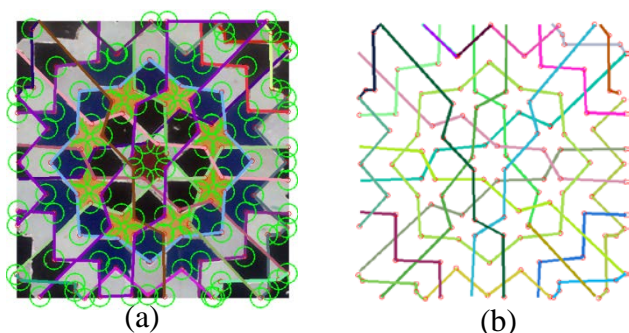


Figure I-21: Exemple de l'image d'un motif (a) et ses strands extraits (b) considérer comme image vectorielle de (a)

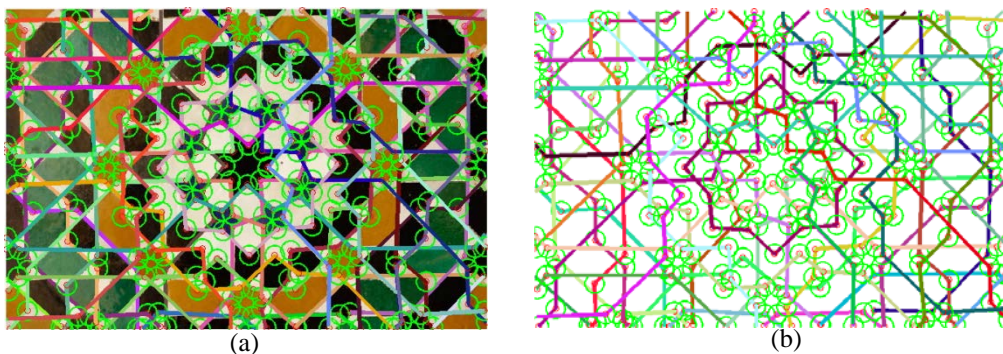


Figure I-22: Exemple de l'image d'un motif (a) et ses strands extraits (b) considérer comme image vectorielle de (a)

VI. Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à l'extraction des lignes de tracé 'Strands' d'un motif géométrique. Notre approche d'extraction repose sur la détection des coins à l'aide de l'opérateur de *Forstner* et sur la reconnaissance des coins de type V par l'utilisation de la méthode de contexte de forme. Les résultats obtenus montrent la bonne

performance de la méthode proposée. Ces derniers peuvent être utilisés à des fins de vectorisation ou de caractérisation d'un décor géométrique.

Le chapitre suivant consiste à analyser les Strands extraits dans le but d'extraire les règles sous-jacentes à la construction des décors d'un style donné.

Chapitre II. Grammaire de forme pour la génération de motifs géométriques

Dans ce chapitre nous allons d'abord proposer une grammaire de formes spécifique au zellige marocain. Cette grammaire sert à interpréter les règles extraites dans la phase d'analyse des Strands. En effet, l'utilisation d'une grammaire de forme pour la conception géométrique implique la prise en considération d'autres mécanismes tels que les contraintes et les objectifs qui sont appropriés au style ciblé. Ces mécanismes sont imposés par la grille, qui est la structure géométrique sous-jacente utilisée traditionnellement par les artisans pour concevoir des motifs géométriques. En se basant sur les règles et contraintes extraites de l'analyse des strands, nous proposerons ensuite une méthode de génération de nouveaux motifs géométriques qui préservent l'authenticité du style marocain analysé.

.

I. Introduction

Générer de nouveaux designs nécessite des esprits créatifs et innovants. Cette étude tente d'étudier les moyens de générer de nouveaux designs en proposant une grammaire de forme. Stiny et Gips en (G. Stiny et Gips 1971) ont indiqué qu'une grammaire de forme permet aux motifs d'être calculés en algèbres de formes.

Le formalisme mathématique des formes permet aux formes d'être manipulées selon leur structure visuelle, plutôt qu'en fonction de leurs représentations spatiales.

Depuis leur création, les grammaires de forme ont été appliquées dans des disciplines aussi variées que l'art et le design, l'architecture et la conception des formes. Elles ont souvent été appliquées en architecture afin de modéliser les propriétés stylistiques d'un corpus donné de dessins et modèles, mais aussi de générer de nouveaux dessins qui préservent l'identité du style analysé.

Sur la base de ces caractéristiques communes, notre contribution dans ce chapitre consiste à utiliser le concept des grammaires de forme pour interpréter les résultats de l'analyse et pour générer de nouveaux motifs géométriques.

II. État de l'art

Les grammaires de formes (ou shape grammars) ont été introduites par Stiny (G. Stiny et Gips 1971; G. N. Stiny 1975) et Gips (Gips 1974). Ces grammaires utilisent des formes géométriques (shapes) comme alphabet. Elles sont le plus souvent planaires, mais ont été aussi appliquées au cas tridimensionnel. Utilisées initialement pour la génération des tableaux de peinture (G. Stiny et Gips 1971; G. N. Stiny 1975; Gips 1974), l'utilisation la plus habituelle à ce jour de ces grammaires de formes est la génération de plans architecturaux (G. Stiny, Mitchell, et others 1978; Knight 1999). En effet, il est possible de représenter certaines règles de conception architecturale à l'aide de ces grammaires (A. Lee 1987).

Plusieurs travaux ont été effectués dans la génération de modèle qui indiquait la validité de l'utilisation de grammaire de forme. Lee et al. (A. Lee 1987) ont étudié les structures des modèles coréens traditionnels. Ils ont décomposé les structures des modèles hiérarchiquement pour produire plusieurs modèles.

Ulu et Sener (Ebru, s. d.) ont généré des nouveaux motifs géométriques islamiques à partir des décagones trouvés dans plusieurs ornements islamiques. Pendant ce temps, Cui et Tang (Cui et Tang 2013) ont produit des nouveaux modèles de caractéristiques culturelles locales de Yunan à travers une grammaire de forme. Cette étude porte sur une première tentative d'explorer et de générer de nouveaux motifs authentiques aux motifs traditionnels marocains.

Parallèlement à ces travaux, Jowers et al ont proposé, dans (Jowers et al. 2010), une méthode générative basée sur l'approche de groupe de symétrie et sur le formalisme de grammaire de forme. Cette méthode se compose d'un ensemble de 10 règles; dont les deux dernières 9 et 10 consistent à générer le motif entier à partir du motif de la région fondamentale par des opérations de symétrie. Le dessin du motif de la région fondamentale est généré grâce à l'application des règles (R1:R8).

Néanmoins, une des difficultés majeures des grammaires de forme est l'application des règles. En effet, puisque le vocabulaire est constitué de formes, il faut pour reconnaître les conditions d'application des règles, reconnaître le contexte géométrique des formes elles-mêmes. Malheureusement, ce problème n'est pas résolu, à l'heure actuelle, dans sa totalité. Ainsi, la plupart des implémentations qui effectuent la génération automatique de formes à l'aide de grammaires de formes limitent les règles et leur contexte à un sous-ensemble simple.

Ce chapitre décrit l'application d'une grammaire de forme dans la génération de nouveaux motifs périodiques marocains. Dans ce qui suit nous présentons le formalisme de la grammaire de forme comme outil très puissant pour modéliser le problème de génération des motifs géométriques périodiques.

III. Formalisme de grammaire de forme

Selon Knight (Knight 1999), une grammaire de forme est basée sur un vocabulaire de formes et un ensemble de relations spatiales qui correspondent aux différents arrangements de formes dans le vocabulaire. Une grammaire de forme comprend un ensemble de règles de forme définit en fonction de ces relations spatiales, ainsi qu'une forme initiale.

Jusqu'ici, les formes géométriques spécifiques et les règles de symétrie pour divers motifs de Zellige ont été identifiées dans la phase d'analyse (Partie II, chapitre 1). Il nous reste maintenant à :

- identifier le vocabulaire de formes en analysant les lignes de tracé (Strands;
- identifier les règles qui génèrent le langage du style en déterminant les caractéristiques communes des motifs historiques. En plus des règles de symétrie extraites par l'analyse des symétries des motifs, nous devons déterminer les règles spécifiques pour la construction du motif dans la région fondamentale;
- interpréter les règles établies par la grammaire de forme ;
- générer des motifs authentiques en utilisant le vocabulaire identifié et les règles établies.

Il est nécessaire de souligner que l'utilisation d'une grammaire de forme pour la conception des motifs géométriques fait appel à des mécanismes supplémentaires tels que les contraintes et les objectifs qui dépendent principalement du domaine d'application et/ou du concepteur (Ruiz-Montiel et al. 2011). Ces mécanismes supplémentaires servent à éliminer quelques dessins non acceptables, générés par l'application des règles préalablement établies. Dans cette optique, nous devons par la suite identifier ses contraintes et objectifs dans le contexte de notre étude.

Stiny (G. Stiny 2011) définit une grammaire de forme par les 4 ensembles suivants $G = \langle S, L, R, I \rangle$:

- S est un ensemble fini de formes : ses éléments sont appelés forme terminale.
- L est un alphabet fini dont les éléments sont appelés symboles non-terminaux ou variables
- R est un ensemble fini de couples $(\alpha, \beta) \in (S + L)^* \times (S + L)^*$ appelés règles de production ou de réécriture, de G. Une règle (α, β) sera représentée de façon plus suggestive par $\alpha \xrightarrow{G} \beta$ ou simplement $\alpha \rightarrow \beta$, lorsqu'il n'y a pas d'ambiguïté sur la grammaire en question.
- I est une forme non vide, appelée forme initiale ou axiome.

Vocabulaire d'une grammaire de forme

Notre analyse des décors géométriques montre que les tracés représentent les informations géométriques qui permettent la reconstruction du motif dans la région fondamentale. Le motif entier est construit par la suite par l'application des règles de symétrie (extraites de l'analyse des symétries) (Nasri et Benslimane 2014; Nasri, Benslimane, et El Ouazizi 2014; El ouazizi, Nasri, et Benslimane 2015)

Pour formaliser la notion de grammaire de forme dans notre cas de modélisation des décors géométrique périodiques en utilisant les informations géométriques extraites de notre analyse des lignes de tracé de la région fondamentale, il convient d'abord d'introduire les définitions suivantes:

- un segment/ligne l , $l = \{p_1, p_2\}$ est défini par n'importe quelle paire de deux points distincts p_1 et p_2 , les points d'extrémité de la ligne ;
- une forme est définie par un ensemble fini de lignes distinctes qui ne peuvent pas être combinées pour former une autre ligne. La représentation d'une forme est donc unique;
- les éléments dans l'ensemble de lignes d'une forme sont appelées des lignes maximales, s'ils ne sont pas des parties de lignes plus longues dans la même forme;
- la forme définie par un ensemble de lignes maximales peut être représentée graphiquement en traçant ses lignes maximales ;
- un point étiquette (p, V_i) est un point p étiqueté par le symbole " V_i ";
- une forme étiquetée σ est une paire ordonnée de $\sigma = \langle s, P \rangle$, où ' s ' est une forme et P est un ensemble fini de points étiquettes.
- Une famille de formes est définie par une forme paramétrable s , ce qui rend les coordonnées des lignes maximales, dans une forme particulière, variables. Elle est désignée par $g(s)$, $g(s)$ est le résultat de l'application de la fonction de configuration g à la forme paramétrable s . Une forme non paramétrée est un cas particulier d'une forme paramétrée $g(s)$, où g est toujours la fonction de configuration et $g(s)=s$.

Les grammaires de forme avec des paramètres ont été, historiquement, appelées grammaires de formes paramétriques. Les grammaires sans paramètres sont appelées grammaires de formes non paramétriques.

Les paramètres considérés dans l'exemple suivant, figure (1), sont l'angle $\theta = \widehat{p_1 p_2 p_3}$ et la longueur l_1 et l_2 des segments $[p_1 p_2]$ and $[p_2 p_3]$. l_1 et l_2 sont définies respectivement par le

nombre des points d'intersections entre $[p_1p_2]$ et les lignes de grille, et le nombre de points d'intersection entre $[p_2p_3]$ et les lignes de la grille. La figure suivante illustre quelques instances de notre famille de forme.

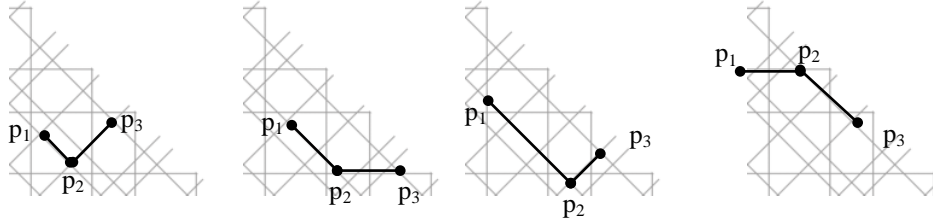


Figure II-1: exemple des instances de la famille de forme de notre grammaire

Pour une grille caractérisée par son ordre G_0 , les coins de type V possibles doivent avoir un angle absolu appartenant à l'ensemble $\left\{\frac{2\pi}{G_0} * i, i \geq 2\right\}$. Les valeurs de θ sont les résultats de notre analyse des lignes de tracés et des grilles révélées.

La figure suivante illustre un exemple d'un tracé 'Strand' et ses composantes, définies comme des segments ou des formes V-.

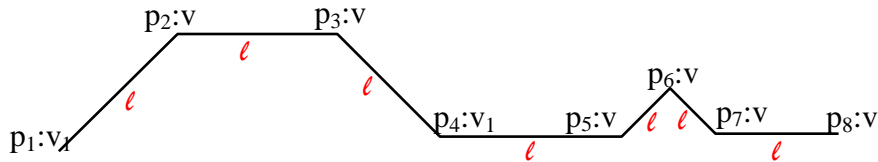
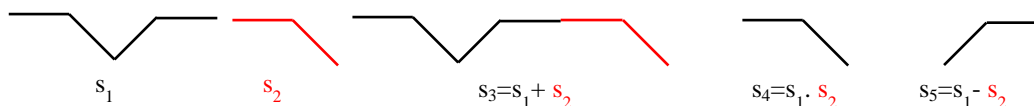


Figure II-2: Exemple d'un tracé ou une forme étiquetée: un tracé peut être considéré comme des segments connectés aux points de type V ou union des éléments d'une famille de forme.

III.1.a Relations d'identité de formes:

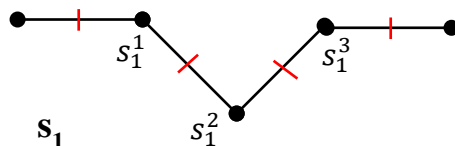
Les relations d'identité de formes sont des relations de composition ou décomposition des formes à partir des autres formes par des opérations de substitution, union, intersection, différence, etc.

- Une forme s_2 est une forme secondaire de s_1 (partie de s_1) désigné par $s_2 \leq s_1$ si et seulement si chaque ligne maximale de s_2 est en s_1 .
- L'union des formes s_1 et s_2 est notée par $s_3 = s_1 + s_2$.
- L'intersection des formes s_1 et s_2 est notée par $s_4 = s_1 . s_2$.
- La différence entre s_1 et s_2 est notée par $s_5 = s_1 - s_2$.



Nous constatons que les subdivisions de s_1 sont des coins de type V-, définies par les longueurs de ses segments L_1 et L_2 et l'angle θ entre eux (dans le sens positive). Par exemple nous pouvons définir s_1 par $s_1 = s_1^1 + s_1^2 + s_1^3$

tel que : $s_1^1 \left(2, \frac{3\pi}{4}, 1 \right)$, $s_1^2 \left(1, \frac{3\pi}{2}, 1 \right)$ et $s_1^3 \left(1, \frac{3\pi}{4}, 2 \right)$



Nous pouvons également définir la forme S_1 par :

$$\begin{aligned} s_1 &= s_1^1 \left(2, \frac{3\pi}{4}, 1 \right) + s_1^2 \left(1, \frac{3\pi}{2}, 1 \right) + s_1^3 \left(1, \frac{3\pi}{4}, 2 \right) \\ &= s_1 \left(2, \frac{3\pi}{4}, 1 + 1, \frac{3\pi}{2}, 1 + 1, \frac{3\pi}{4}, 2 \right) \\ &= s_1 \left(2, \frac{3\pi}{4}, 2, \frac{3\pi}{2}, 2, \frac{3\pi}{4}, 2 \right) \end{aligned}$$

III.1.b Transformation des formes:

Ces transformations sont la translation, la rotation, la réflexion, le changement d'échelle ou des compositions finies entre elles. Une transformation 't' de la forme 's' est la forme indiquée par $t(s)$. Une transformation qui n'implique pas l'échelle est appelée une transformation isométrique.

Cas de la réflexion/miroir de la forme s par rapport l'axe des X (mx) et des Y (my):

$$mx(s) = s^x, my(s) = s^y, mxy(s) = my(s^x) = mx(s^y)$$

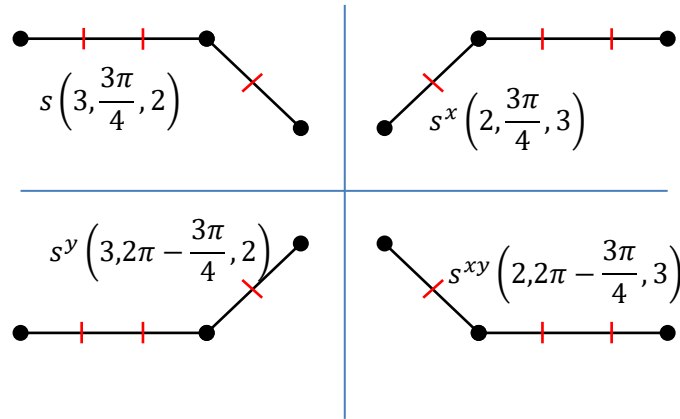


Figure II-3 : transformation des formes

IV. Grammaire de forme pour générer des motifs géométriques périodiques

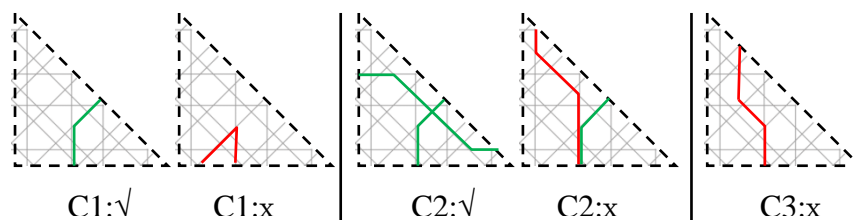
En se basant sur l'approche 'Strand', la génération d'un motif périodique peut suivre les trois étapes suivantes :

- Étape 1: Construction du motif de la région fondamentale.
- Étape 2: Construction du motif de la cellule de base à partir de la région fondamentale.
- Étape 3: Construction du décor périodique entier par des opérations de répétition de la cellule de base selon ses deux vecteurs de translation.

Les étapes 2 et 3 consistent à remplir le plan par la région fondamentale générée dans l'étape 1. Cette région fondamentale peut être considérée comme une forme étiquette selon notre grammaire de forme précédemment définie, générée par l'application d'un certain nombre de **règles** pour atteindre un certain nombre **d'objectifs** en respectant un certain nombre de **contraintes** du style considéré (le Zellige). Il est important de souligner que le processus de construction du motif commence par l'ajout d'une grille à la région fondamentale. Cette grille est supprimée une fois le motif de la région fondamentale est généré.

Interprétation des contraintes:

- C1 : l'angle du coin de type V de chaque Strand θ doit $\in \left\{ \frac{2\pi}{G_0} * i, i \geq 2 \right\}$, G_0 étant l'ordre de la grille sous-jacente considérée. Cela signifie que notre famille de formes est définie par les nœuds de la grille et le paramètre θ .
- C2 : Un segment d'un tracé 'Strand' ne devrait pas appartenir à un autre tracé.
- C3 : Un segment de tracé doit faire partie des lignes de la grille.



Interprétation des objectifs:

- G1 : tout tracé doit se terminer sur les côtés de la région fondamentale (but de phase).
- G2 : aucune règle ne peut être appliquée (objectif Final).

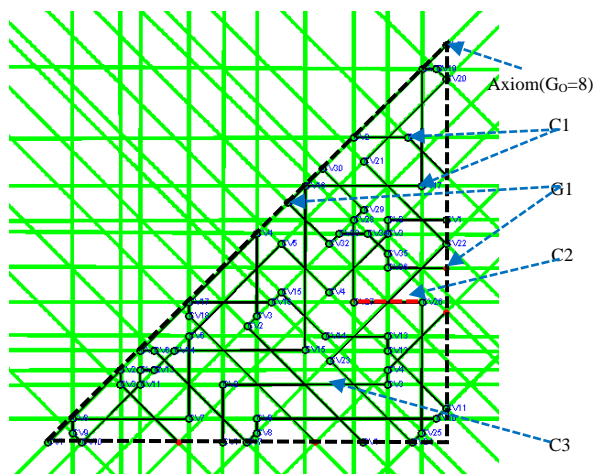


Figure II-4: illustration d'un ensemble des contraintes et objectifs extraits par l'analyse des tracés/Strand

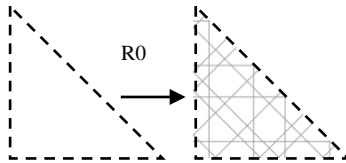
Interprétation des règles

Suivant l'approche 'Strand', nous considérons les deux ensembles de règles de forme suivantes:

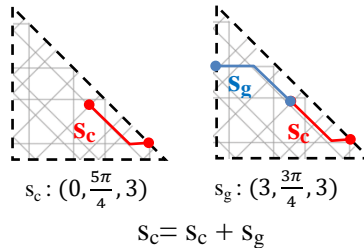
- Règles de forme, dont la fonction principale est de créer le motif de la région fondamentale;
- Règles de symétrie, qui sont préoccupent du remplissage de l'espace par le motif d'une région fondamentale.

IV.1.a Règles de forme

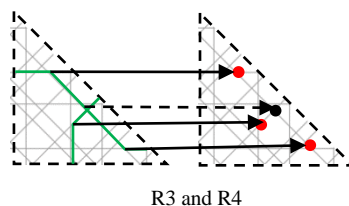
- R0 : ajouter la grille à la région fondamentale.



- R1 : Union de la forme de Strand courante s_c et une forme s_g choisie de à partir de notre famille de forme $g(s)$, $s_c = s_c + s_g$. Selon la forme s_g choisie, le sens du Strand courant change.



- R2 : Suppression de la grille et du contour de la région fondamentale.
- R3 : désactivation d'un nœud de la grille où le Strand subit un changement dans sa direction (coin de type V).
- R4 : désactivation d'un nœud de la grille où les tracés se croisent (coin de type X).
- R5: coloration du dessin généré.



IV.1.b Règles de symétrie:

Cet ensemble de règles consiste à modéliser les transformations isométriques de la région fondamentale pour obtenir le motif de la cellule de base et pour couvrir le plan à l'aide des translations de la cellule base.

- R6 : création du miroir d'une forme donnée (la région fondamentale par exemple) par rapport à un axe de réflexion donnée.
- R7 : création de la rotation d'une forme donnée (la région fondamentale par exemple) par rapport à un centre donné.
- R8: Translation d'une forme donnée suivant un vecteur de translation donnée.

Il est intéressant de noter que d'autres règles de transformations peuvent être engendrées par l'application de plusieurs règles. La réflexion glissée (R9) en est un exemple courant;

- R9 : création de la réflexion glissée d'une forme donnée (région fondamentale) en reflétant la forme par R6, suivi d'une translation par la règle R8.

V. Génération des IGPs basée sur une grammaire de forme

Le processus de génération des IGPs dans une grammaire de forme est un système à trois phases (voir Figure 4 et algorithme 1). Tout d'abord, une règle à appliquer sur la forme courante est choisie parmi les règles applicables de l'ensemble R. Ensuite, des mesures de vérification et de contrôle de la validité de la forme résultat sont exécutées, validation des contraintes et des objectifs. Les règles et leurs paramètres peuvent être choisis par le concepteur ou automatiquement par le biais de sélection aléatoire, ou en appliquant des techniques d'apprentissage automatique.

Le choix d'un groupe de symétrie et d'une grille comme données d'entrée dans notre processus de génération IGPs permet par la suite de prédire le type de la forme initiale (région

fondamentale) et la série des transformations à appliquer au motif de la région fondamentale pour générer le motif de l'unité de base répétitive. Ce choix de données d'entrées permet au processus de génération des IGP de limiter le choix des règles à appliquer ainsi que leurs paramètres. Pour toutes ces considérations, la méthode proposée peut être considérée comme une méthode semi-automatique, car le choix des règles et de leurs paramètres est contrôlé par des contraintes, objectifs et les données d'entrée.

Néanmoins, dans ce manuscrit, nous utilisons une sélection semi-aléatoire des règles et des paramètres à appliquer contrôlés par des contraintes à satisfaire et des objectifs à atteindre. Par exemple le choix de la règle R1 est contrôlé par les contraintes (C2 et C3) et l'objectif G1. Pour la sélection des paramètres (L1 et L2), nous utilisons une sélection aléatoire contrôlée par les nœuds de la grille sous-jacente de la région fondamentale. Le paramètre θ est choisi au hasard en tenant compte de la contrainte C1.

Algorithme 1:

Entrée: grille, groupe de symétrie

Sortie: IGP

L'axiome de la première étape est le contour d'un triangle donné (s_1). Chaque niveau applique sa grammaire et utilise comme axiome la forme générée par la phase précédent.

- Ajouter la grille d'entrée à la forme initiale s_1 (R_0): $s_1 \xrightarrow{R_0} s_2$
 - P1 : l'ensemble des points étiquetés, déterminés par l'intersection entre le contour du triangle (forme s_1) et les lignes de la grille d'entrée.
 - La famille de forme $g(s)$ est déterminée par l'ordre G_0 et les nœuds de la grille d'entrée.
- **Répéter** jusqu'à ce qu'aucune règle ne peut être appliquée : objectif G2 :
 - Initialisation de curseur de dessin par un choix au hasard d'un point de l'ensemble P1.
 - Répéter tant que les contrainte et objectif ne sont pas violés :
 - Etape 1: Appliquer la règle R1 sur le dessin courant. Elle consiste à ajouter une instance de la famille de forme $g(s)$ à la forme ou le dessin courant. Cette instance est caractérisée par ses variables θ et le nombre d'intersections avec la grille d'entrée L1 et L2. Lorsque la règle est appliquée, deux processus se déclenchent successivement :

- Etape 2: **Vérification des contraintes** : toutes les contraintes doivent être satisfaites. Si une contrainte est violée lors de l'application de la règle paramétrable R1, alors la règle n'est pas appliquée et le processus choisie une autre alternative [R1, paramètres]. Si aucune solution de d'alternance n'est disponible, le processus revient en arrière et allez à l'étape 1.
 - Etape 3: **Vérification des objectifs** : si toutes les contraintes sont satisfaites, les objectifs sont vérifiés. Si l'objectif G1 est satisfait, l'exécution de cette phase s'arrête ; Sinon, appliquer la règle et aller à l'étape 1, si aucune règle à appliquer n'est disponible et les objectifs ne sont pas atteints, le processus revient en arrière et aller à Etape 1.
 - Fin/répéter
- % Le résultat de chaque phase est une forme étiquetée, qui peut être appelée Strand.*
- Dessiner la forme étiquetée en dessinant des segments entre ses points étiquetés.
 - Appliquer les règles R3 et R4 qui consistent à désactiver les nœuds de la grille utilisée (V-coin et X-coin).
 - Considérer le résultat de cette phase comme axiome ou forme initiale de la prochaine phase.
- Fin/répéter
 - Appliquer la règle R2 qui consiste à retirer la grille de base et le contour du triangle (région fondamentale).
- % Le résultat de notre processus dans ce point d'arrêt est des propriétés géométriques ou le motif de la région fondamentale.*
- Appliquer la règle R6-R8, selon les propriétés isométriques du groupe de symétrie d'entrée.

Fin/processus

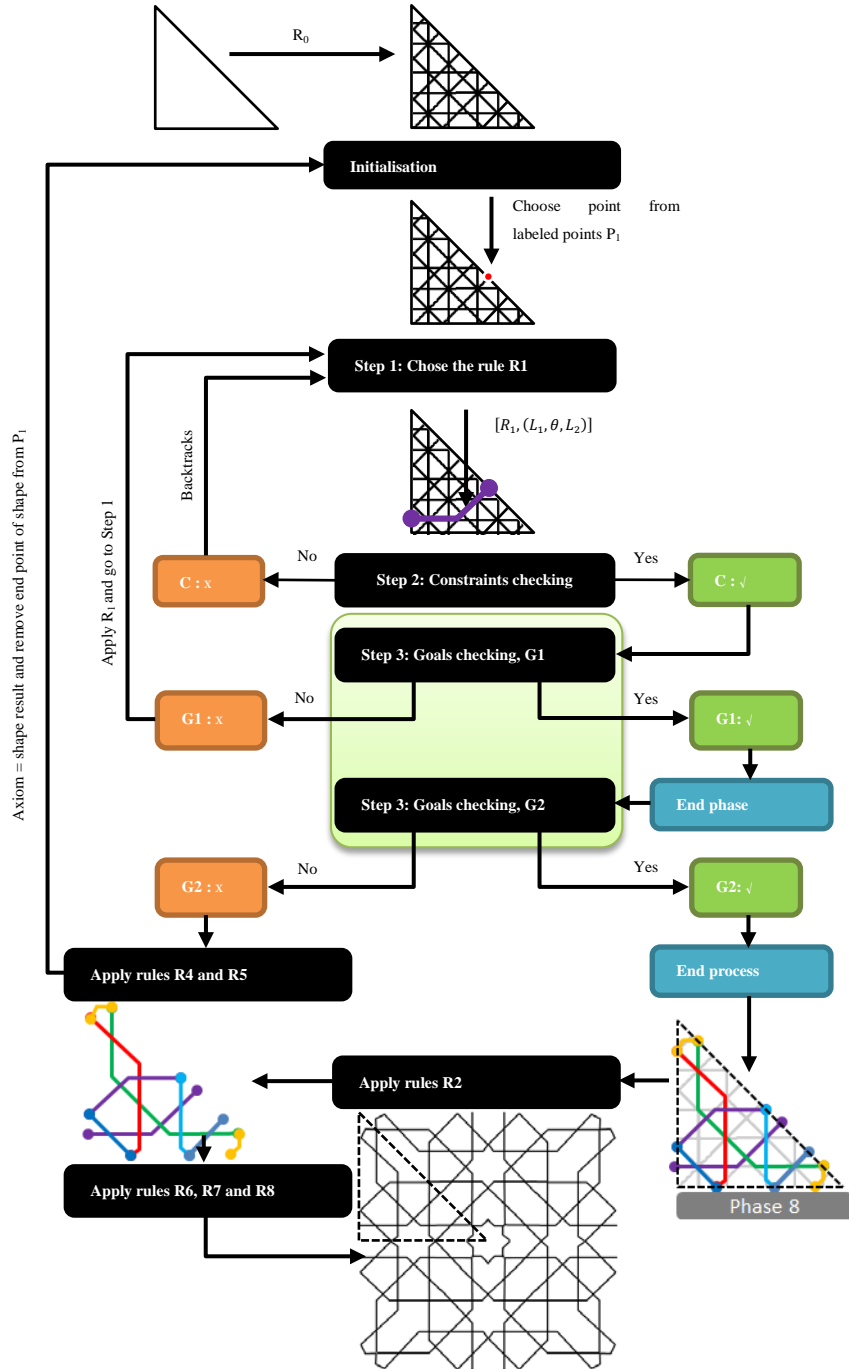


Figure II-5: Processus de génération d'un IGP basée sur la grammaire de forme

Les figures II-6 et II-7 montrent étape par étape notre processus de génération: la forme initial de la première étape est le contour d'un triangle rectangle. Chaque phase applique sa grammaire en utilisant comme axiome la forme générée par la phase précédente.

Il est intéressant de noter à ce propos qu'il y a une grammaire pour chaque phase, et il n'y a qu'une règle pour chaque grammaire avec des alternances [règle, paramètres]. Les alternances possibles sont appliquées, jusqu'à ce que le processus arrive à l'état final de la phase. Signalons à ce propos que l'état final est déterminé par les contraintes et les objectifs.

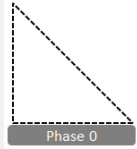
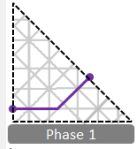
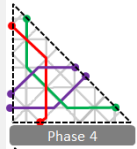
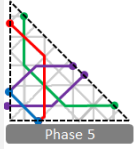
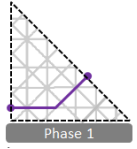
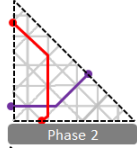
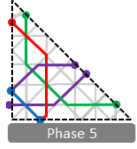
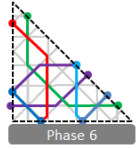
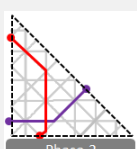
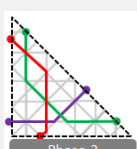
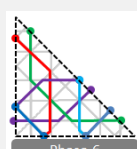
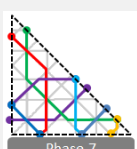

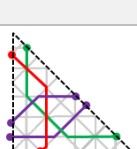
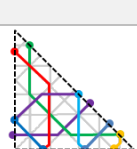
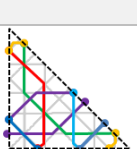
	Forme initial	$[R_1, (L_1, \theta, L_2)]$	Résultat		Forme initial	$[R_1, (L_1, \theta, L_2)]$	Résultat
Phase1		R_0 + $[R_1, (2, \frac{3\pi}{4}, 2)]$		Phase5		$[R_1, (0, \pi, 0)]$	
Phase2		$[R_1, (0, \frac{3\pi}{4}, 2)]$ + $[R_1, (1, \frac{3\pi}{4}, 1)]$		Phase6		$[R_1, (0, \frac{5\pi}{4}, 2)]$	
Phase3		$[R_1, (2, \frac{5\pi}{4}, 2)]$ + $[R_1, (0, \frac{5\pi}{4}, 1)]$		Phase7		$[R_1, (0, \frac{3\pi}{4}, 0)]$	
Phase4		$[R_1, (2, \frac{5\pi}{4}, 2)]$		Phase8		$[R_1, (0, \frac{5\pi}{4}, 0)]$	

Figure II-6: generation based shape grammar step by step

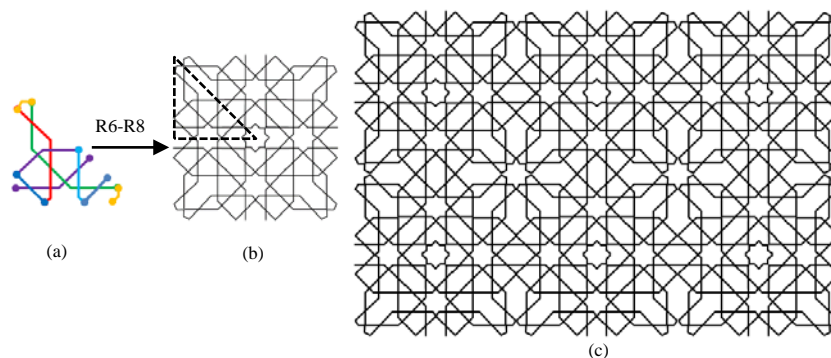


Figure II-7: processus de génération des IGPs basée sur des règles préétablies, (a) résultat de la phase de construction du motif de la région fondamentale. (b) la phase de construction de motif dans la cellule de base : Application de l'arrangement isométrique correspondant au groupe de symétrie $p4m$, règle R6-R8. (c) phase de construction de tout modèle : Application de la règle R9.

VI. Résultats

La méthode générative proposée montre sa capacité à créer de nouveaux motifs géométriques préservant l'authenticité du style analysé.

Les figures 8 et 9 illustrent des motifs nouveaux et traditionnels obtenus en appliquant les règles de base de la grammaire de forme proposée sur la même forme initiale, la même grille d'entrée et le même groupe de symétrie.

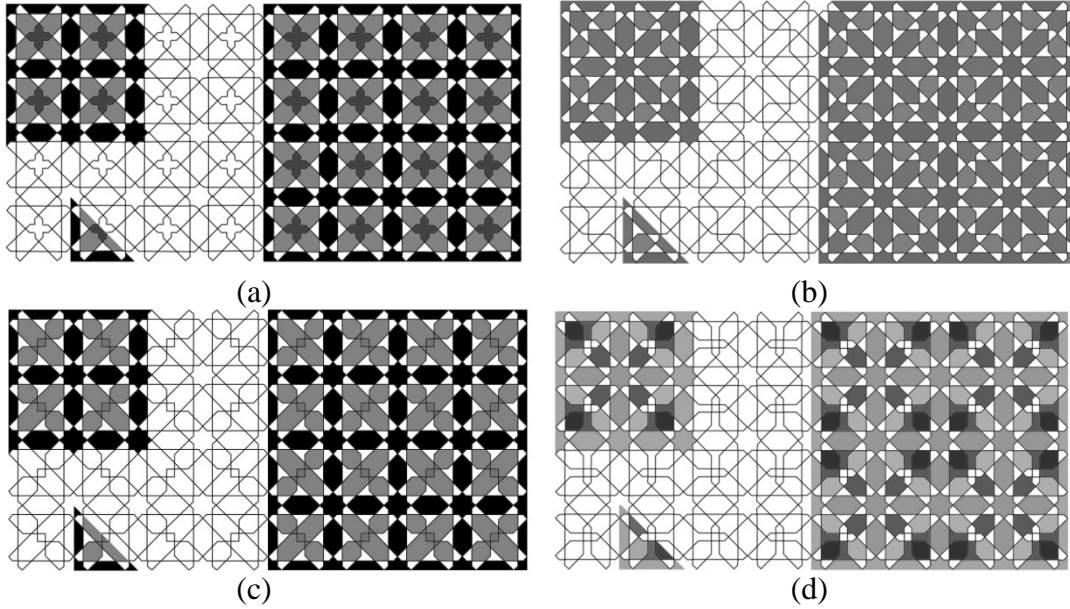


Figure II-8: illustration de quelques exemples du motif généré à l'aide d'une grille extraite à partir d'un motif historique et la grammaire de la forme proposée. (a, b) sont IGP's générés et historiques, (c et d) sont les nouveaux IGP's.

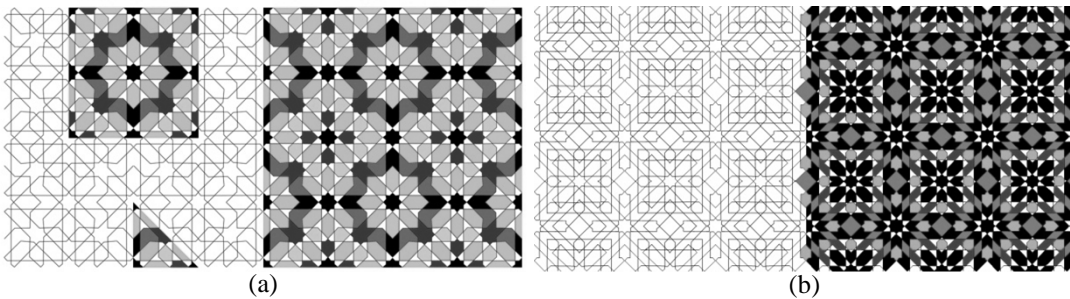


Figure II-9: illustration de quelques exemples de nouveau motif généré à l'aide de la même grille et la grammaire de la forme proposée.

En utilisant la méthode proposée, une plus grande flexibilité sera gagnée pour produire des dessins complexes en gardant les caractéristiques de motifs traditionnels (cf. figure II-10)

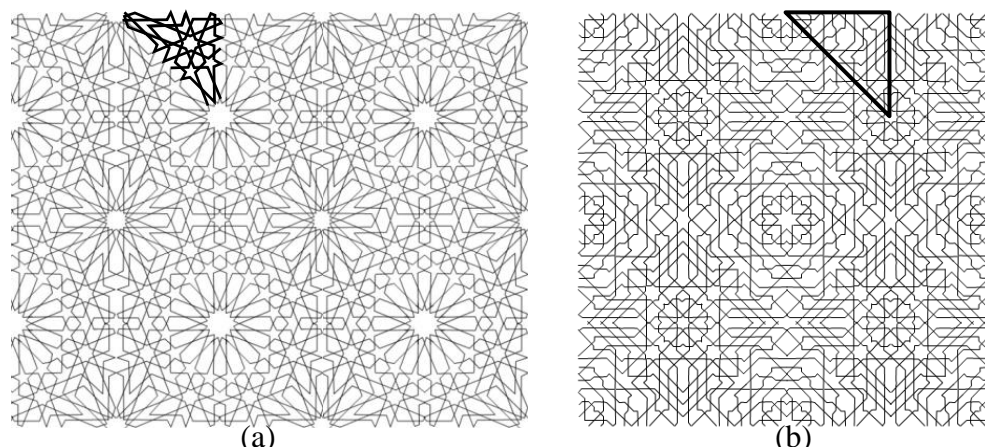


Figure II-10: motif complexe basé sur la grille extraite à partir d'un décor historique et de la grammaire de la forme proposée.

VII. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une méthode originale pour générer des motifs géométriques islamiques basés sur une grammaire de forme paramétrique. Les résultats obtenus montrent des performances remarquables pour engendrer une diversité de motifs géométriques qui préservent l'authenticité du style étudié. A cet effet, nous avons proposé une grammaire de forme déduite de l'analyse d'un corpus de 240 motifs géométriques du style Zellige maroco-andalous.

Partie IV. Approche de pavage du plan

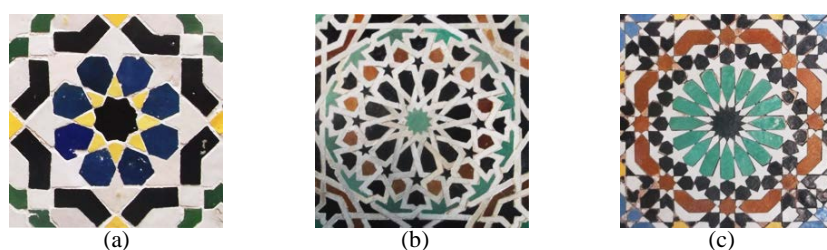
Chapitre I.Extraction des rosaces : symétries rotationnelles

***E**n analysant des décors géométriques islamiques, nous observons qu'ils couvrent souvent le plan par des motifs de type rosace. Ce chapitre porte sur la proposition d'une méthode pour l'extraction des deux caractéristiques de la rosace qui sont l'ordre de symétrie et le rayon. La détection du centre de symétrie rotationnel est réalisée en appliquant une nouvelle méthode utilisant les algorithmes génétiques. L'ordre de symétrie et le rayon sont ensuite calculées par la transformé en espace de frise.*

I. Introduction :

La symétrie est largement exploitée et utilisée en mathématique, physique, architecture, etc. Elle joue également un rôle très important dans le domaine de la vision par ordinateur. En effet, la symétrie peut être utilisée pour générer des objets artificiels et des motifs, tout comme pour caractériser et détecter des objets issus du monde réel.

Dans l'art décoratif islamique, la symétrie est une caractéristique commune à tous les motifs géométriques. En analysant des décors de type étoilés, nous observons qu'ils couvrent souvent des plans par des motifs de type rosace. La figure I-1 montre trois rosaces géométriques caractérisées par leur ordre de symétrie respectif, 8, 12 et 16.



*Figure I-1 : Exemple de rosaces géométriques
(a) rosace d'ordre 8, (b) rosace d'ordre (12) et (c) une rosace d'ordre 16.*

La composition spatiale des rosaces permet de distinguer les décors maroco-andalous de ceux l'orient musulman. Elle permet également de distinguer entre trois types de décors :

- frises : La distribution des rosaces se fait selon une direction ;
- papier-peints : La distribution se fait selon deux directions du plan;
- décors de type rosace : La distribution rotationnelle ou ponctuelle autour d'un centre.

Les Figures I-2 met en évidence des distributions différentes: distribution périodique (a et b) et distribution radiale (c).

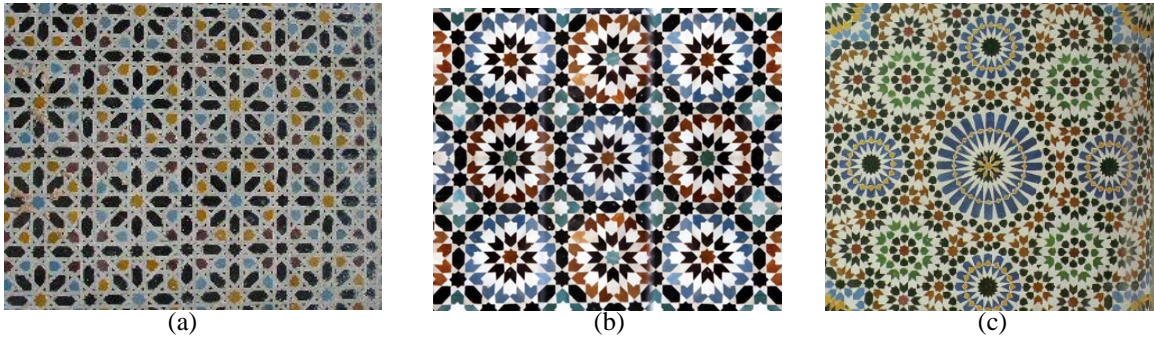


Figure I-2 : Trois exemples d'arrangement spatial des rosaces ou des étoiles.

Une rosace est caractérisée par son ordre de groupe cyclique (ou dièdre) et sa région de dominance (son rayon). Notre approche pour l'extraction de ces deux caractéristiques repose sur deux étapes principales. La première est la détection du centre de symétrie rotationnelle en appliquant une nouvelle technique utilisant les algorithmes génétiques. La seconde est la validation du centre de symétrie par la technique de Frise Expansion FE (Y. Liu, Collins, et Tsin 2004) et le calcul de l'ordre de symétrie de la rosace et son rayon.

II. État de l'art

La détection automatique de symétrie a attiré l'attention de plusieurs chercheurs durant les dernières décennies (Cornelius et Loy 2006; Jingchen Liu et al. 2013; Y. Liu, Hel-Or, et Kaplan 2010; Loy et Eklundh 2006). En effet, en traitement d'image (restauration, segmentation, indexation), un objet peut être efficacement caractérisé par son groupe de symétrie, conduisant à un vecteur de cet objet (Djibril et al. 2006; Park et al. 2008).

Les méthodes de détection des symétries rotationnelles (RS) jusqu'alors répertoriées dans la littérature peuvent être groupées en deux catégories principales : les méthodes basées sur les informations locales et les méthodes basées sur les informations globales.

Les méthodes locales sont basées sur les caractéristiques locales comme le contour et les coins (Cornelius et Loy 2006; Loy et Eklundh 2006). Par exemple dans (Cornelius et Loy

2006), la méthode SIFT, les détecteurs Harris-affine et Hessian-affine sont utilisés pour détecter la symétrie rotationnelle par projection affine¹.

La méthode proposée dans (Loy et Eklundh 2006) estime en même temps les symétries sur tous les emplacements, les échelles et les orientations (caractéristiques locales). Elle détecte les symétries bilatérales et rotationnelles dans des images complexes et gère les occurrences multiples de symétrie dans une seule image. Cette méthode repose sur la mise en correspondance robuste de points d'intérêts générés par des techniques modernes comme SIFT (Lowe 2004). Néanmoins, ces caractéristiques locales ne sont pas toujours optimales pour la détection de la symétrie rotationnelle.

Les méthodes globales recherchent les symétries sur l'image entière (S. H. Lee et al. 2008; Keller et Shkolnisky 2004; Yip 1999). Par exemple dans (Keller et Shkolnisky 2004), la méthode « *polar Fast Fourier Transform* » (FFT) est utilisée sur une grille pseudo polaire pour trouver la répétition du signal sur la direction angulaire, utilisée à son tour pour trouver les symétries rotationnelles. Cependant, leur FFT polaire étudie les régions locales ce qui permet de détecter les symétries présentes par région, mais elle ne peut pas distinguer la symétrie cyclique de la symétrie dièdre.

Yip (Yip 1999) introduit un algorithme de détection et d'analyse de la symétrie rotationnelle, selon la transformation de Hough 'HT'. Cet algorithme est adapté à notre application, parce qu'il donne des informations sur le centre de rotation, l'angle de projection, l'ordre de rotation. Les principaux inconvénients de l'utilisation de HT sont ses exigences de stockage de données volumineuses et son temps de calcul. Le temps de calcul et la taille de stockage augmentent de façon exponentielle avec le nombre de paramètres.

Afin de détecter un centre de symétrie de rotation avec une précision plus élevée, l'espace des paramètres doit être partitionné en cellules plus petites. Les deux facteurs

¹ En géométrie affine, une projection affine est une application ponctuelle de l'espace dans un sous-espace, dans laquelle un point et son image sont dans une direction fixe appelée direction de la projection.

ensemble, centre de rotation et ordre de symétrie, peuvent conduire à un tableau d'accumulation assez grand, même pour un petit nombre de paramètres. Pour pallier à ces problèmes, les auteurs proposent dans (S. Lee, Collins, et Liu 2008) la technique de *Frieze-Expansion* qui transforme la détection de symétrie rotationnelle en un problème de détection de symétrie de translation unidimensionnelle. Ils définissent une carte de densité de symétrie rotationnelle (*Rotation Symmetry Strength*, RSS) d'une image donnée et recherchent automatiquement les centres de symétries rotationnelles potentielles. Pour découvrir les types et la cardinalité de plusieurs groupes de symétries rotationnelles d'une image une analyse de fréquence à l'aide de la transformation de Fourier discrète (*Discrete Fourier Transform*, DFT) est ensuite appliquée aux modèles Frieze-Expansion.

En dépit des bons résultats de l'application de cette technique à la caractérisation des décors étoilés, on note une certaine complexité au niveau de la détection du centre de symétrie rotationnelle qui s'opère en plusieurs étapes.

Pour gagner en simplicité pour la détection du centre de symétrie rotationnelle, nous proposons dans ce chapitre deux nouveaux algorithmes de détection de symétrie rotationnelle qui s'exécutent en deux étapes.

III. Extraction des caractéristiques des rosaces

Le processus global de détermination des caractéristiques des rosaces repose sur les deux étapes suivantes :

- détection de centre de symétrie
- identification de la symétrie par son type, son ordre et son rayon.

Ce processus est illustré par le schéma synoptique suivant :

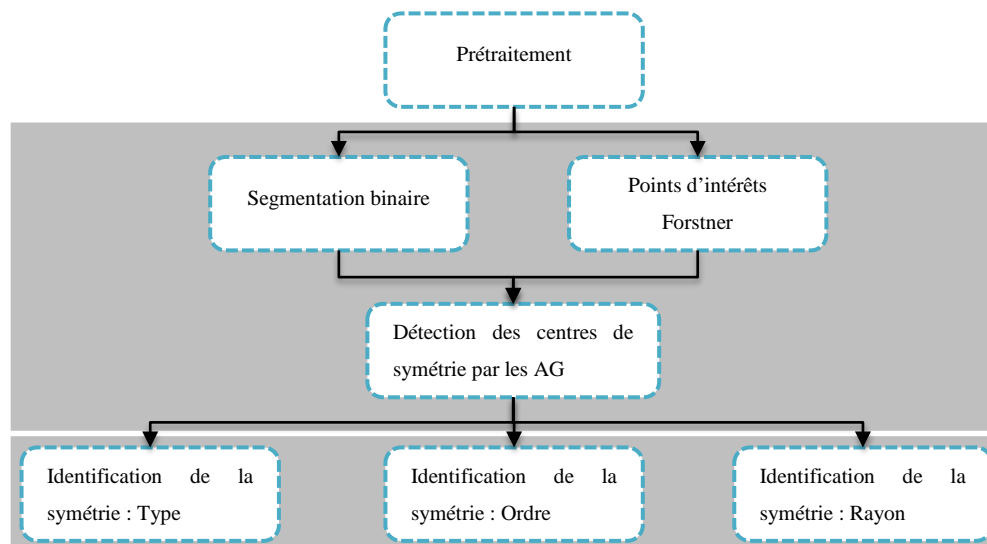


Figure I-3 : Processus global de détection des symétries rotationnelles.

Détection du centre de symétrie rotationnelle

Les rosaces utilisées dans la construction de décors géométriques étoilés sont construites à l'aide d'un polygone régulier. L'intersection entre les branches de l'étoile centrale constituant la rosace donne naissance à d'autres formes plus petites que l'on appelle «des formes élémentaire». Les formes élémentaires de même type distribuées autour de l'étoile centrale forment des anneaux concentriques (voir la figure I-4). La détection de centre de symétrie le rayon et l'ordre de la symétrie peut être déterminé en identifiant l'un des anneaux concentriques. A cet effet, nous proposons de détecter le maximum de points non nuls de l'image binaire ou de l'image de points d'intérêts qui forment un cercle à l'aide des AG (algorithmes génétiques) (Michalewicz 1996).

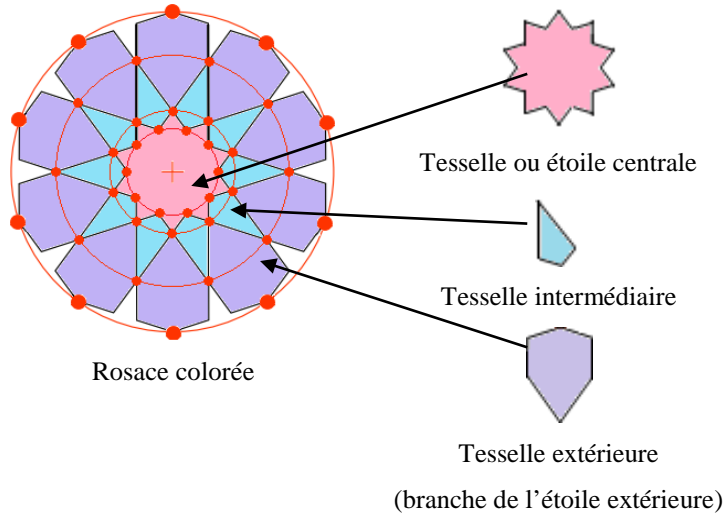


Figure I-4 : Exemple de rosace synthétique et sa nomenclature selon J. Lee.

III.1.a Segmentation par seuillage

L'étude des histogrammes des niveaux de gris des images des motifs géométriques islamiques montre qu'elles présentent des distributions multimodales (voir la figure I-5).

Notre objectif ici est de ne pas détecter toutes les tesselles d'une rosace mais de se limiter à la détection de celles qui préservent la symétrie rotationnelle. Il suffit donc de procéder à une binarisation du motif géométrique à l'aide d'une technique de seuillage.

Plusieurs méthodes de seuillage sont proposées dans la littérature : paramétriques et non paramétriques. Dans le cas des approches paramétriques (Bazi, Bruzzone, et Melgani 2007), un modèle statistique est d'abord utilisé pour adapter la distribution des niveaux de gris d'une image, et un ensemble de paramètres contrôlant l'aptitude du modèle est trouvé en utilisant l'histogramme. Dans les approches non paramétriques, des seuils sont choisis en optimisant une fonction objective, comme la maximisation des distances interclasses (Otsu 1975), ou la minimisation de l'entropie (Di Zenzo, Cinque, et Levialdi 1998).

Dans notre travail, nous avons utilisé la méthode multi-seuillage d'Otsu modifiée, parce qu'elle détecte le même ensemble de seuils que ceux obtenus en utilisant la méthode Otsu conventionnelle. Par ailleurs, elle présente l'avantage de diminuer de manière significative le temps de calcul exigé comme démontré dans (D.-Y. Huang, Lin, et Hu 2011).

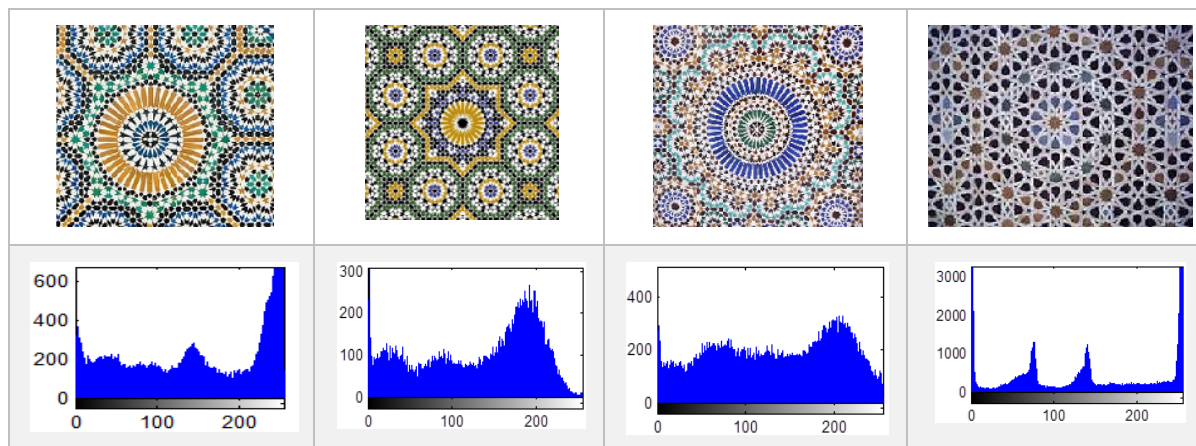
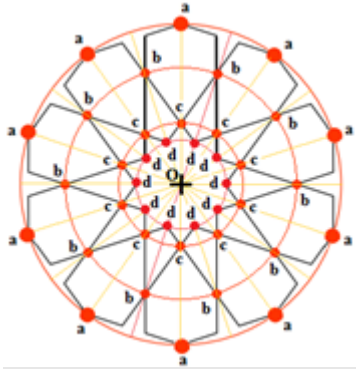


Figure I-5 : histogramme de quelques images de Zellige.

III.1.b Points d'intérêts

Comme indiqué sur la figure I-6 et selon A.J. Lee (A. Lee 1987), une rosace est caractérisée par des ensembles de points d'intérêts (a, b, c et d) correspondant aux coins. Les points de chaque rosace sont distribués radialement autour de son centre. Ainsi, afin d'améliorer la phase de détection de la rosace, il est préférable de prendre en considération l'ensemble des coins (a, b, c et d) au lieu du nombre importants de points obtenus suite à l'opération de la segmentation binaire.

Pour ce faire, nous proposons de démarrer notre processus de détection des rosaces par une étape de détection des coins de l'image du décor à analyser. Pour identifier les cercles délimitant les rosaces du décor, un algorithme génétique est ensuite appliqué aux coins détectés. Il est important de souligner ici, qu'il existe plus d'une rosace dans un décor. Pour détecter toutes ces rosaces, la méthode proposée détecte leurs cercles exinscrits en appliquant une procédure itérative. Les coins participant au cercle extrait à l'itération en cours sont supprimés de l'image, ce qui permet de détecter le reste des cercles par le reste des itérations.



- a : points extérieurs, cercle extérieur ;
- b : points intermédiaires extérieurs, sur cercle intermédiaire extérieur ;
- c : points intermédiaires intérieurs, sur cercle intermédiaire intérieur ;
- d : points intérieurs, cercle sur intérieur ;
- O : centre de la rosace.

Figure I-6 : l'ensemble de points d'intérêts d'une rosace.

III.1.b.i. Détection des coins

Un grand nombre de détecteurs des coins ont été proposés dans la littérature (voir partie II, chapitre I). Dans ce travail, nous utilisons la méthode de *Forstner* présentée dans (Förstner et Gülch 1987) et son implémenté dans (Tomasi et Kanade 1991; Shi et Tomasi 1994; Köthe 2003). Le choix de cet opérateur a été motivé par l'étude comparative proposée dans (Rodehorst et Koschan 2006), ainsi que par les résultats obtenus sur notre base d'images de décors géométriques islamiques (voir figure I-7).

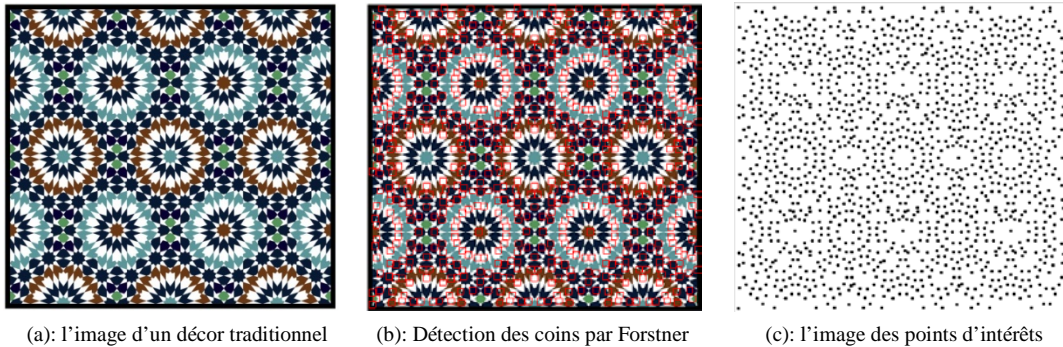


Figure I-7 : Détection des coins par l'opérateur de Forstner.

L'étape suivante pour notre algorithme de détection des rosaces consiste à trouver les cercles discrets dans l'image des points d'intérêts (voir figure I-7-c).

III.1.b.ii. Cercles discrets

Si la plupart des entités géométriques simples (droites, cercles, courbes) sont parfaitement maîtrisées dans le cas continu, leurs représentations discrètes soulèvent deux types de problèmes :

- Comment représenter sur une trame discrète une entité géométrique continue, et quelles sont les propriétés de cette représentation par rapport à celles vérifiées dans le cas continu ?
- À partir d'une entité géométrique discrète, quelles sont les représentations continues qui lui correspondent ?

Si l'on prend l'exemple de la droite, il est possible de définir des règles qui permettent de déterminer les points de la trame représentant une droite continue. Inversement, étant donné un ensemble de points de la trame, on peut vérifier s'ils correspondent ou non à la discrétisation d'une droite continue suivant ces règles. Si c'est le cas, on trouvera en général qu'il n'y a pas unicité de la droite continue dont l'ensemble de points est la discrétisation, mais que les droites possibles constituent tout un faisceau.

De la même manière que pour les droites (Partie I, Chapitre 1), le nombre de points discrets qui sont situés sur un cercle continu peut grandement de manière irrégulière suivant le rayon. Pour certaines valeurs du rayon, il n'y a pas de solution. L'équation à résoudre est :

$$x^2 + x^2 = n$$

où x , x et n sont entiers ; n représente le carré du rayon et $x^2 + x^2$ la distance quadratique d'un point discret au centre du cercle (on suppose que le centre coïncide avec l'un des points de la trame). On trouve :

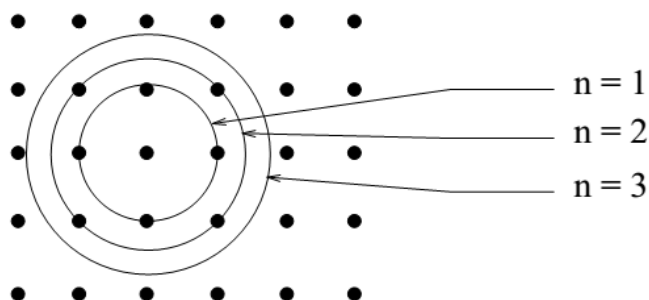


Figure I-8 : Intersection de cercles continus avec des points de la trame carrée.

Ainsi, 4 points sur un cercle de rayon 1, 4 points pour $n = 2$, aucun point pour $n = 3$, etc., comme l'illustre la figure ci-dessus.

Le nombre de solutions de cette équation est donné par $s(n)$, calculé à partir de la décomposition de n en nombres premiers :

$$s(n) = 4 \prod_t (\tau_p + 1) \prod_q \left(\frac{1 + (-1)^{\sigma_q}}{2} \right)$$

où n est décomposé en facteurs premiers sous la forme :

$$n = 2^\alpha \prod_p p^{\tau_p} \prod_q q^{\sigma_q}$$

où les p représentent les facteurs premiers congrus à 1 modulo 4, et les q ceux qui sont congrus à 3 modulo 4.

Par exemple, pour $n = 5$, on obtient 8 points et pour $n = 25$, 12 points. En effet, $25 = 5^2$ et 5 est congru à 1 modulo 4. Le seul terme qui intervient dans $s(25)$ correspond donc à $p = 5$, avec $\tau_p = 2$, et $s(25) = 4 \times (2 + 1) = 12$. On remarque dans ces formules que, dès qu'intervient dans la décomposition de n un terme congru à 3 modulo 4 avec un exposant impair, alors $s(n) = 0$.

En pratique, la définition d'un cercle discret limité aux points d'intersection avec le maillage est très restrictive. On préfère donc souvent considérer que le cercle a une certaine épaisseur, et donc regarder plutôt l'intersection d'une couronne circulaire avec les points du maillage.

Si k est l'épaisseur de la couronne, on cherche alors le nombre de points satisfaisant l'équation :

$$n \leq x^2 + x^2 < n + k$$

toujours avec a et b entiers. Le nombre de solutions est simplement donné par :

$$s(n, k) = \sum_{i=n}^{i=n+k-1} s(i)$$

Par exemple, pour $n = 54$ et $k = 4$, on trouve $s(n, k) = 0$. Ici encore, la grande variabilité de la fonction $s(n, k)$ entraîne des biais dans les méthodes d'analyse, de synthèse d'images ou de reconnaissance des formes, ce qui n'est pas négligeable. Il existe des méthodes de correction prenant en compte la forme des distributions obtenues.

III.1.c Algorithme de détection du centre de symétrie

Sachant qu'un cercle de centre (a, b) de rayon $r > 0$ est visuellement assimilé à l'ensemble des points $M = (x, y)$ à la distance r de $O(a, b)$ et modélisé par l'équation :

$$f(x, y) = (x - a)^2 + (y - b)^2 - r^2 = 0$$

Pour trouver le cercle qui passe par le maximum de points de l'image des points d'intérêts ou binaire B , on utilise un algorithme génétique permettant de calculer les paramètres du cercle (a, b, r) par maximisation du critère :

$$U(a, b, r) = \oint_f B(x, y) ds$$

$$\text{Avec } B(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } (x, y) \text{ est un point image à } 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Les individus de notre algorithme génétique seront composés de cercles représentant trois gènes codés a, b et r que l'on codera en binaire pour obtenir sa structure chromosomique.

<i>Individu</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>r</i>
<i>Chromosome</i>	$\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_i$	$\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_j$	$\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_l$

Avec α_i une valeur binaire et i, j, l les nombres de bits de codage correspondant respectivement à a, b et r .

À chaque génération, on utilisera N (nombre pair) individus sur lesquels on appliquera les opérateurs de sélection, de croisement et de mutation d'une manière itérative, jusqu'à aboutir au cercle optimal (voir la figure I-9).

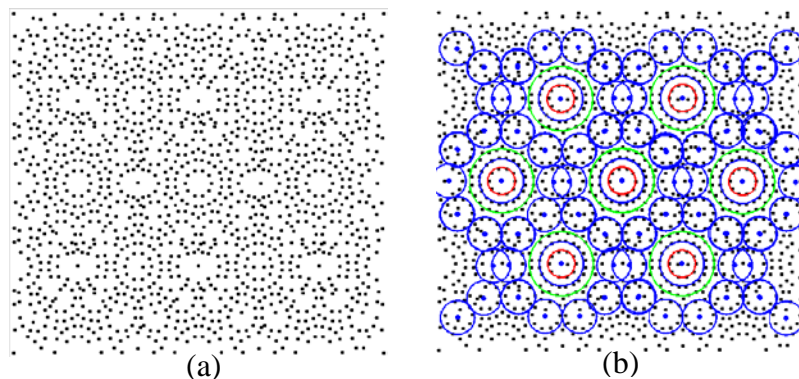


Figure I-9 : (a) l'image des points d'intérêts, (b) les cercles détectés par notre méthode.

Détection du groupe et de l'ordre de symétrie par la technique du FE

La technique du Frise Expansion (FE) consiste à convertir un disque de centre (a,b) et de diamètre $2r$ de la manière suivante: En partant de la position horizontale, ce disque (figure 9-a) est parcouru par un segment de longueur $2r$ centré en (a,b) qui subit des rotations successives de pas $\theta = \frac{2\pi}{k}$. Chaque position angulaire du segment générera une colonne du motif constituant la transformée en Frise (figure 10-b).

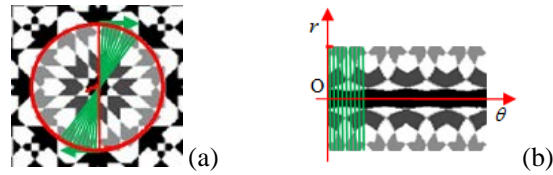


Figure I-10 : (a) Cercle détecté de centre $O(a,b)$ et de rayon r dans l'image (espace cartésien), Frise Extension (espace polaire) correspondant au disque de centre O et de rayon r de l'image (a).

Si le point $O(a,b)$ dans l'image originale (figure 11-a) est effectivement un centre de symétrie, le motif généré par la transformé FE présentera une périodicité horizontale dans l'espace de Frises (figure 11-c). Si au contraire le point $O(a,b)$ n'est pas un centre de symétrie comme le cas de la figure 11-d, le motif généré dans l'espace de Frise n'est pas 1D périodique (figure 11-f).

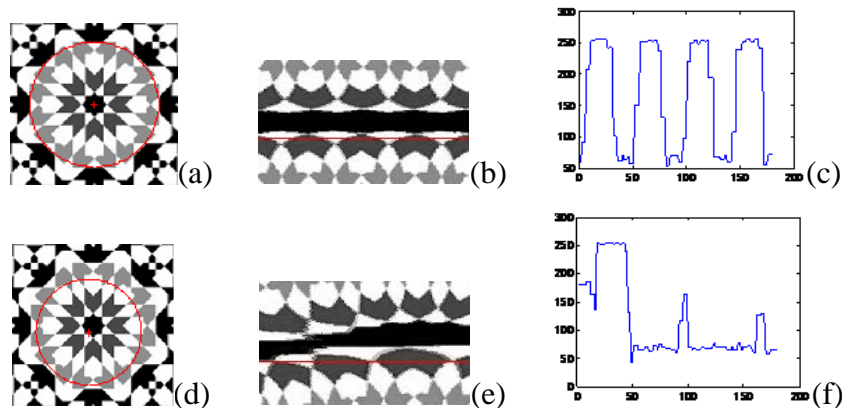


Figure I-11 : Frise obtenue par la technique du FE pour différentes positions du centre de symétrie (a) et (b), Image originelle avec un centre de symétrie correct respectivement incorrect, (b) et (e) FE du cercle de symétrie de l'image (a) respectivement de (b), Fonction intensité correspondante à un rayon de du FE de l'image (a) respectivement de (d).

III.1.d Détermination du groupe de symétrie des rosaces

Le groupe dièdre et le groupe cyclique sont les seuls groupes de symétrie rotationnelle discrète et $O(2)$ le seul groupe de symétrie continu à 2D. Il existe une seule relation bijective entre les groupes de symétrie rotationnelle (C_n , D_n , $O(2)$) et les groupes de frises. S'il y a une symétrie rotationnelle dans une image, le groupe de symétrie de son FE doit correspondre à l'un des sept groupes de frises (S. Lee, Collins, et Liu 2008) (voir la figure 12).

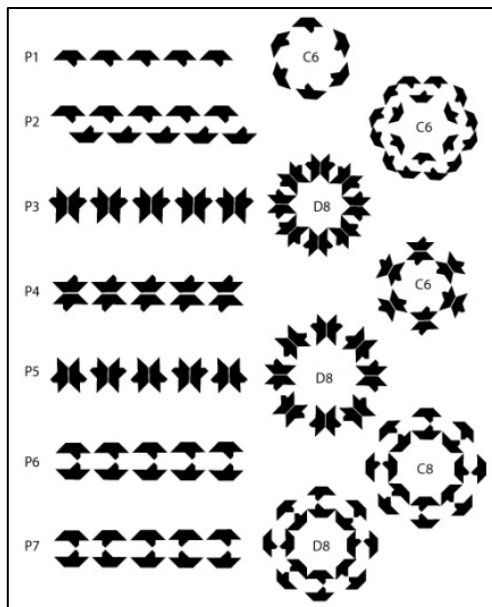


Figure I-12 : Correspondance entre les groupes de frises et les groupes de symétries rotationnelles 2D.

III.1.e Détermination de l'ordre de symétrie des rosaces

En étudiant les caractéristiques des rosaces contenues dans les décors géométriques, on constate que leur étoile intermédiaire est de type diédral D_n . Il suffit donc de trouver une méthode pour déterminer le nombre de ses branches n .

Notre démarche pour déterminer le nombre de branches de l'étoile la plus profonde d'une rosace consiste à augmenter progressivement le rayon du cercle de centre $O(a, b)$ de 0 à r et pour chaque valeur de $r_i \in \{0, \dots, r\}$, on calcule le nombre de pics de la fonction d'intensité du cercle. Dès que l'on tombe sur des pics réguliers et périodiques, on sait que l'on est sur les branches de l'étoile intermédiaire, et le nombre de pics trouvés correspondra à la moitié du nombre de branches de l'étoile. On peut même connaître la limite de cette étoile en suivant la

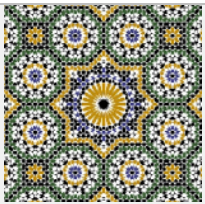
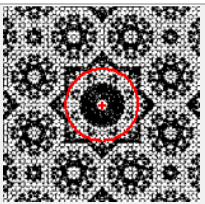
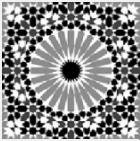
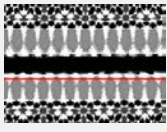
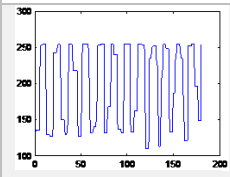

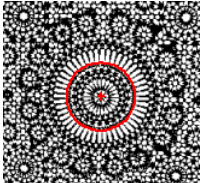
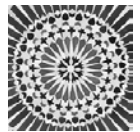
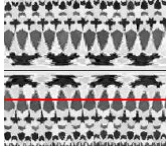
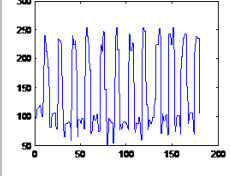
même démarche. En effet, tant que le nombre de pics reste le même on sait que l'on est dans la même étoile ; par contre si le nombre de pics change, on dit qu'il s'agit de la limite de l'étoile.

IV. Résultats expérimentaux

Nous avons appliqué notre technique sur plusieurs images de zellige comprenant différents types de rosaces (Tableau I-1). Les valeurs des paramètres de l'algorithme génétique utilisé sont : la taille d'une population $N = 40$; les probabilités de croisement et de mutation sont respectivement $pc = 0.75$ et $pm = 0.35$; le principe de sélection utilisé est la roue de loterie avec la stratégie élitique. L'algorithme génétique utilisé est arrêté si aucune amélioration n'est détectée pendant 200 générations.

Pour toutes les images utilisées pour évaluer notre méthode les centres de symétrie détectés coïncident ou sont proches des vrais centres. Par ailleurs, ces résultats sont comparables à ceux donnés par la technique robuste SIFT, comme démontré dans le tableau ci-dessous.

Tableau I-1 : Centre, ordre et groupe de symétrie détectés pour différentes images zellige. (a) image d'origine, (b) image binaire avec cercle détecté tracé en rouge, (c) rosace contenue à l'intérieur du cercle détecté, (d) FE de la rosace (c), (e) Fonction intensité correspondant à l'étoile intermédiaire de la rosace (c), (f) type et ordre de symétrie de la rosace détectée

n°	a	b	c	d	e	f
I1				 r=17		D_{24}
I2				 r=34		D_{24}

I3				 r=16		D ₂₀
I4				 r=20		D ₁₂
I5				 r=20		D ₁₆
I6				 r=22		D ₈

La complexité de l'algorithme proposé dépend à la fois de la taille de l'image binaire B , du nombre d'individus N_i , ainsi que du nombre de génération N_g de l'AG : $O(N_i N_g \text{Size}(B))$. Puisque le nombre d'individus est le même dans toutes nos expériences, la complexité devient $O(N_g \text{Size}(B))$.

D'après les résultats expérimentaux, on voit bien que la méthode basée sur la segmentation détecte correctement le centre de la rosace ou l'étoile la plus profonde qui, en général, est de type diédral. Le nombre de ses branches est donné par le nombre de pics de sa fonction intensité (Voir tableau I-2).

Tableau I-2 : Les coordonnées du centre de rotation (a , b) correspondant à chaque image testée.

Image rosace	I1	I2	I3	I4	I5	I6	I7
Vrai centre de symétrie	(184,184)	(71,95)	(246,248)	(133,109)	(116,188)	(177,218)	(190,195)
Centre de symétrie par la technique de Loy [LOY-06]	(184,184)	(70,94)	(245,249)	(133,109)	(115,188)	(178,215)	(190,198)
Centre de symétrie donné par notre algorithme	(184,184)	(70,94)	(247,248)	(133,109)	(115,187)	(176,219)	(188,196)

La deuxième méthode basée sur les points d'intérêts arrive à détecter toutes les rosaces d'un décor, mais avec une incertitude qui dépend de la largeur de l'anneau concentrique utilisé lors de la détection des cercles entourant les rosaces.

V. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une nouvelle méthode de détection et caractérisation des rosaces. Les performances de la méthode proposée sont testées sur plusieurs images de décors géométriques présentant différentes complications au niveau des couleurs, du contraste et d'ordre de symétrie. Les résultats obtenus montrent que les algorithmes de détection de symétrie sont assez performants puisqu'ils arrivent à détecter les rosaces en présence dans un décor tout en déterminant leurs caractéristiques avec une bonne précision.

Chapitre II. Représentation des décors par des graphes d'adjacences

Dans le présent chapitre nous proposons de représenter la relation spatiale entre les motifs détectés par un graphe d'adjacence des régions. A partir de l'analyse de la distribution spatiale des motifs, nous déduisons les structures géométriques cachées organisant leur composition, ainsi que des paramètres de conception liés principalement au contrôle des proportions.

I. Introduction

La description du contenu d'une image se fait le plus souvent par une représentation topologique dans laquelle les relations contextuelles tiennent une grande importance. Un outil de représentation naturel d'une scène est donc un graphe dont les nœuds représentent les objets présents et les arcs les relations que l'on souhaite mettre en évidence. Un des intérêts principaux d'une telle représentation est sa compacité et par voie de conséquence les gains de place et de temps de calcul qui lui seront associés. Les travaux sur l'utilisation des graphes en traitement d'images et en reconnaissance des formes remontent au début des années 70 pour l'interprétation automatique de dessins polygonaux (Pavlidis 1972) et se poursuivent aujourd'hui (Jianzhuang Liu et Lee 2001; Pratihari et al. 2010).

Les travaux, qui ont fait recours aux graphes, ont visé une représentation qui préserve l'information topologique de l'image ainsi que les relations entre ses composantes. Actuellement, plusieurs approches dérivées des graphes pour l'analyse d'image ont été proposées notamment pour les systèmes de recherche par contenu, la segmentation, l'indexation et l'interprétation (Xiao, Cheng, et Hancock 2013).

II. État de l'art

La théorie des graphes est née des recherches d'Euler au XVIII^e siècle lorsque Leonhard Euler résout certains problèmes, tels que celui des ponts de Königsberg. Les habitants de Königsberg se demandaient s'il était possible, en partant d'un quartier quelconque de la ville, de traverser tous les ponts sans passer deux fois par le même et de revenir à leur point de départ.

La théorie des graphes est devenue une branche des mathématiques au début du XX^e siècle, grâce aux travaux de König, de Kuratowski, de Cayley et plus récemment de Berge, d'Erdős et de Harary, Les graphes sont utilisés pour :

- Représenter des images (Ahuja et Todorovic 2010): un sommet représente une région de l'image et peut être étiqueté par ses propriétés (couleur, taille ...) et un arc représente une relation binaire entre deux régions et peut être étiqueté par la nature de la relation (connectivité, position relative ...).

- Segmenter et reconstruire des images par hypergraphe (Y. Huang 2013; Jiang, Tang, et Luo 2012).
- Représenter des objets de conception (Bunke, Jiang, et Kandel 2000): ils sont modélisés par des graphes étiquetés où les sommets représentent les composantes des objets et les arcs représentent les relations entre ces composantes.
- Le traitement d'image et la reconnaissance de formes : les travaux sur l'utilisation des graphes en traitement d'image et reconnaissance de formes remontent au début des années 70 pour l'interprétation automatique de dessins polygonaux (Bunke 1997) et se poursuivent aujourd'hui (C.-L. Liu et al. 2015).

Dans l'art islamique, Ostromoukhiv (Ostromoukhov 1998) a représenté un motif par un graphe de Cayley qui représente l'agencement spatial de la région fondamentale de chaque groupe de symétrie.

Touzani et al. ont proposé une méthode de caractérisation de la région fondamentale d'un motif par l'agencement spatial de ses tesselles à des fins d'indexation des motifs islamiques (Touzani, Harti, et Benslimane 2011). Chaque tesselle de décor est représentée par un sommet du graphe et toute relation de voisinage entre 2 tesselles est représentée par une arête. Finalement, le graphe d'adjacence obtenu sera représenté par la matrice d'adjacence correspondante. La figure suivante illustre le résultat de l'application de cette méthode à la modélisation d'un décor par un graphe (voir la figure II-1).

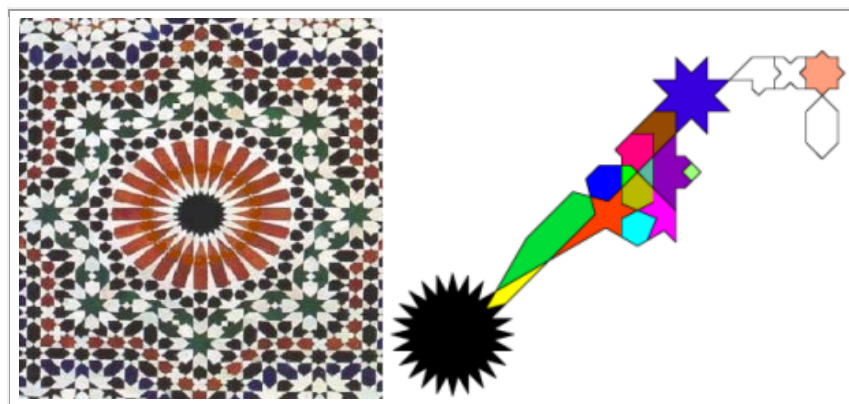


Figure II-1 : Décor de Zellige et son graphe d'adjacence

Dans ce manuscrit nous proposons de représenter un décor par l'agencement spatial de ses motifs (rosaces). Un sommet peut être étiqueté par les propriétés de la rosace qu'il

représente (ordre et type de symétrie, rayon, ..). Un arc représente une relation binaire entre deux rosaces et peut être étiqueté par l'un des types de relations suivants:

- Connectivités entre les rosaces présentant l'ordre et le rayon les plus faibles. Ces connectivités définissent le pavage.
- Relations entre les rosaces mères (rosaces d'ordre le plus élevé). Ces relations définissent le réseau de Bravais.
- Relations entre les rosaces de plus grand ordre et celles d'ordre et de rayon les plus petits. Ces relations définissent des constellations.

Dans les méthodes traditionnelles de conception des décors islamiques, le pavage est considéré comme une structure sous-jacente de composition. Les motifs inscrits dans les polygones constituant le pavage peuvent être considérés comme des mini-compositions distinctes représentées par des graphes d'adjacence des tesselles (Touzani, Harti, et Benslimane 2011).

Dans le présent chapitre nous proposons de représenter la relation spatiale des motifs par un graphe d'adjacence. A partir de l'analyse de cette représentation spatiale, nous déduirons les structures géométriques sous-jacentes à l'agencement spatial des motifs et qui sont souvent cachés. Ces structures sont le pavage et le réseau de Bravais. Par ailleurs, cette analyse permet de découvrir d'autres paramètres intervenant dans le processus de génération des décors islamiques.

III. Graphe d'adjacence

Un graphe Γ est un couple d'ensembles (V, E) où V représente l'ensemble des sommets et E l'ensemble des arêtes, tel que $E \subset V \times V$. Toute arête $e \in E$ correspond à un couple de sommets $(v_1, v_2) \in V$ représentant ses extrémités. Il existe pour les graphes une représentation naturelle sous la forme suivante :

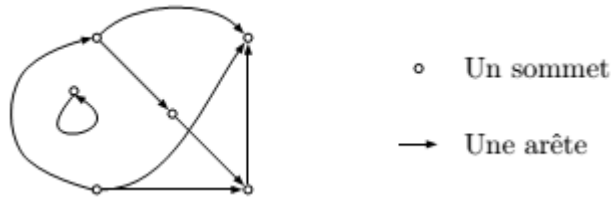


Figure II-2 : représentation d'un graphe

Arête : Une arête $e \in E$ est définie par une paire non-ordonnée de sommets, appelés les extrémités de e . Deux sommets a et b définissant une arête $e = (v_1, v_2)$ sont dit adjacents. L'arête e est dite incidente à v_1 et v_2 .

Régions Adjacentes : Deux régions sont adjacentes s'elles sont bordées par une même frontière.

Chemin : un chemin est une suite de sommet (v_0, \dots, v_n) tel que, entre deux sommets consécutifs v_i et v_{i+1} , il existe une arête d'extrémité initiale v_i et d'extrémité terminale v_{i+1} . La longueur d'un tel chemin est le nombre d'arêtes qui le composent, ici n . Si, dans le chemin, les sommets sont tous distincts, le chemin est dit simple. Un chemin tel que $v_1 = v_n$ est appelé un cycle. Un plus court chemin entre deux sommets est appelé une géodésique. Le graphe Γ est ainsi doté d'une distance induite par les géodésiques.

Exemple (Cycles et grille) – Le graphe C_n pour $n \geq 3$, composé de n sommets $\{v_i\}$, pour $i \in [0; n - 1]$, et de n arêtes, chacune reliant v_i à $v_{i+1} \text{ mod } n$, est appelé cycle de taille n . Il correspond exactement à un cycle simple de longueur n . Le graphe grille $G_{m,n}$, pour $m, n \geq 3$, est le graphe composé de $n \times m$ sommets $\{v_{i,j}\}$, $i \in [0; n - 1], j \in [0; m - 1]$, et des arêtes reliant les sommets $v_{i,j}$ et $v_{(i+1 \text{ mod } n),j}$, et les sommets $v_{i,j}$ et $v_{i,(j+1 \text{ mod } m)}$.

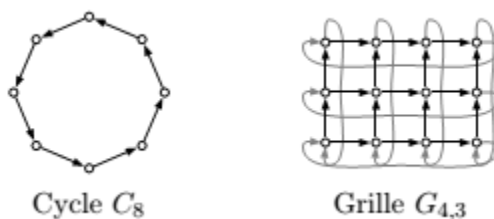


Figure II-3 : Exemple d'un graphe de Cycles C_8 et un graphe de grille $G_{4,3}$

Un graphe est dit connexe lorsque, entre deux sommets, il existe toujours un chemin débutant sur le premier sommet et terminant sur le second. Une composante connexe est une classe d'équivalence de sommets pour la relation d'équivalence "être relié par un chemin".

Graphe de Cayley:

Soit G un groupe et S un ensemble de générateurs pour G . Le graphe de Cayley Γ de G associé à S est défini de la manière suivante: les sommets de Γ sont les éléments de G ; les étiquettes des arêtes sont les éléments de S . Il existe une arête partant de g_1 , étiquetée par $x \in S$ et arrivant en g_2 si et seulement si $g_1.x = g_2$ dans G où $(.)$ est une *action de groupe* de G .

Les graphes sommet-transitifs de degré 1 et 2 correspondent exactement aux graphes de Cayley de même degré. Ainsi, les graphes sommet-transitifs qui nous intéressent le plus particulièrement sont donc ceux possédant un degré ≥ 3 . Dans la suite de ce mémoire, on considérera que les graphes étudiés, lorsqu'il sont au moins sommet-transitifs, ont un degré interne ≥ 3 .

Graphes ou diagrammes de Cayley sont l'une des représentations graphiques les plus importantes des groupes. Un diagramme de Cayley est un graphique qui montre les états consécutifs de l'élément (élément obligatoire du groupe) d'identité dans une séquence de transformations (multiplications, dans le jargon du groupe théorique). Les sommets du diagramme sont les états consécutifs, et les arêtes du diagramme sont les transformations. Les diagrammes de Cayley des groupes finis sont finis, et celles des groupes infinis sont infinies. Par exemple, le schéma Cayley du groupe de symétrie dièdre D_3 qui décrit la symétrie d'ordre trois avec trois axes miroir de réflexion est présenté dans la figure suivante :

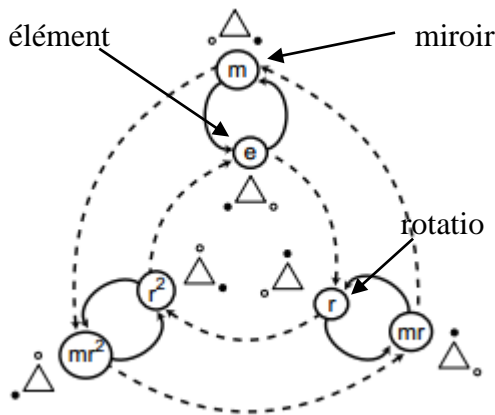


Figure II-4: Le graphe de Cayley du groupe de symétrie dièdre D_3

Les diagrammes Cayley des groupes de symétrie des motifs de papier peint sont plus compliqués. Ils représentent un graphe infini qui suit la structure du motif. L'élément unité e dans ces graphiques est toujours la région fondamentale du groupe de symétrie. Les figures II.5-a et -b montrent le diagramme de Cayley de groupe de symétrie des motifs de papier peint $p6m$ et son illustration par un décor géométrique du groupe $p6m$. Dans ce diagramme de Cayley, seules les transformations qui concernent les régions fondamentales adjacentes sont présentées.

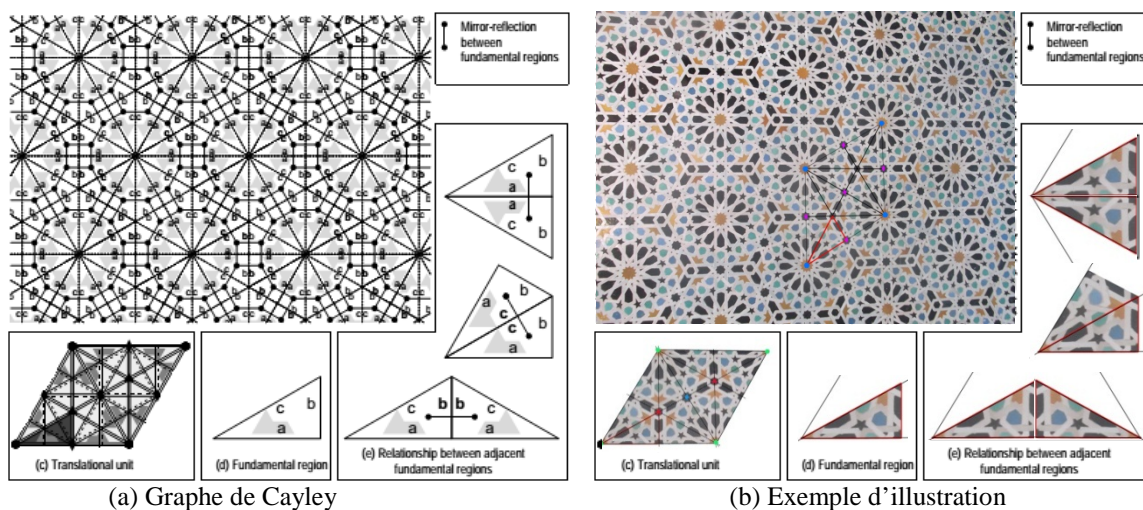


Figure II-5 : Graphe de Cayley du groupe $p6m$

Graphe complet, graphe biparti :

Le graphe non orienté K_n possédant n sommets est appelé graphe complet si entre deux sommets donnés, il existe toujours une arête. Le graphe $K_{m,n}$ possédant un ensemble V_1 de m sommets et un ensemble V_2 de n sommets, tel que entre tout couple de sommets de $V_1 \times V_2$, il existe toujours une arête, est appelé graphe biparti complet.

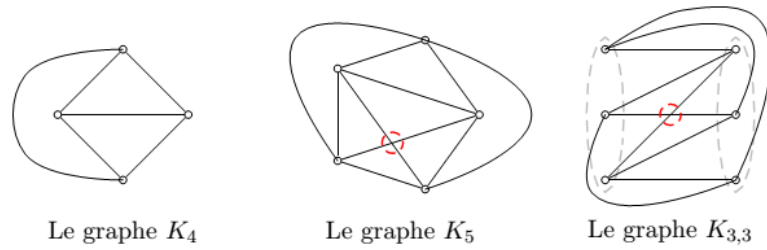


Figure II-6 : Graphe biparti complet

Les graphes K_3 et K_4 sont des graphes planaires, tandis que K_n , pour $n \geq 5$ n'est pas planaire. De la même façon, le graphe biparti $K_{3,3}$ n'est pas un graphe planaire. Les deux graphes K_5 et $K_{3,3}$ permettent de caractériser les graphes non planaires dans le théorème de Kuratowski. La non-planarité est une propriété forte : quel que soit le plongement du graphe dans le plan, il existera au moins un croisement d'arêtes.

Définition (Vecteur de type):

Lorsqu'une face est finie, sa taille est le nombre de sommets auxquels elle est adjacente, cette taille étant infinie pour une face infinie. Considérant les faces incidentes à un sommet donné, il est possible de les ordonner de manière cyclique selon leur ordre d'apparition. Le vecteur de type associé à un sommet est un vecteur donnant la liste des tailles, éventuellement infinies, des faces incidentes à un sommet, rangées par ordre cyclique. Ce vecteur est défini à permutation cyclique et inversion près. Dans la figure ci-dessus, le vecteur de type des sommets du graphe (a) peut aussi bien être défini comme $[3; 3; 4; 3; 4]$, mais aussi $[3; 4; 3; 3; 4]$ ou encore $[4; 3; 3; 4; 3]$.

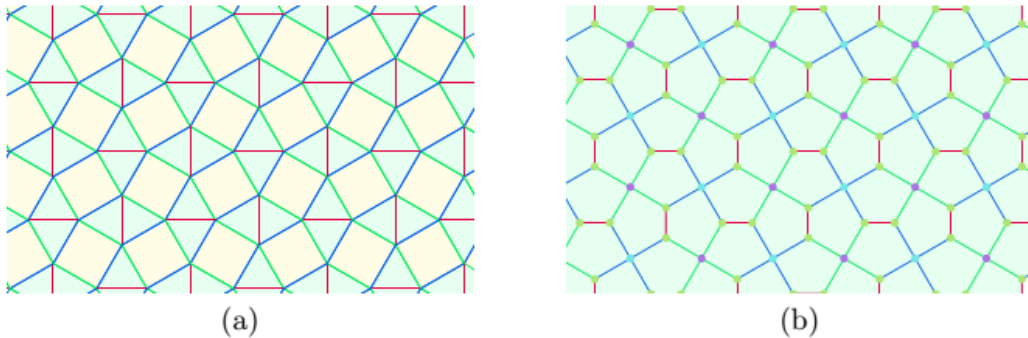


Figure II-7 : Graphes cofinis planaires. Tous les sommets du graphe (a) possèdent le vecteur de type $[3; 3; 4; 3; 4]$. Le graphe (b) possède des sommets $[5; 5; 5; 5]$ et des sommets $[5; 5; 5; 5]$.

Pour un graphe Γ tracé sur une surface, il est possible de construire un nouveau graphe Λ de la manière suivante : les sommets de Λ sont les faces de Γ et deux sommets sont reliés par une arête dans Λ si et seulement si les deux faces de Γ correspondantes possèdent une arête commune. Le graphe Λ est appelé le graphe dual de Γ . Cette opération est auto inverse.

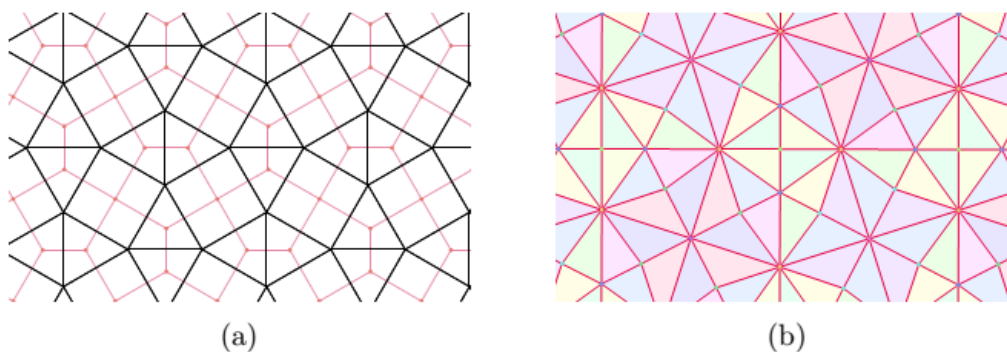


Figure II-8 : La figure (a) représente le graphe planaire sommet-transitif tracé dans le plan euclidien de la figure II.7(a), ainsi que son graphe dual. La figure (b) représente son graphe barycentrique.

Pavage :

Soit S une surface. Un pavage de S est une famille dénombrable d'ensembles fermés de S , notés $\{T_1, \dots, T_n, \dots\}$, appelés pièces et vérifiant :

- l'ensemble des pièces recouvre la surface,
- deux pièces distinctes ont des intérieurs disjoints, i.e ${}^\circ T_i \cap {}^\circ T_j = \emptyset$ lorsque $i \neq j$.

Polygone régulier :

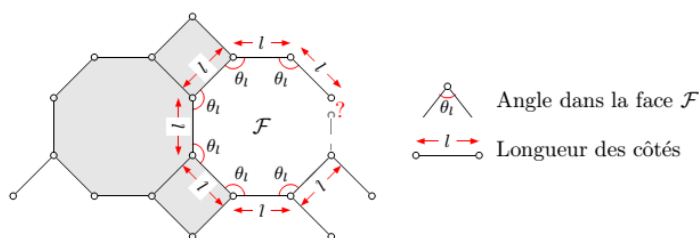


Figure II-9 : pavage régulier

Graphe d'adjacence des régions :

Le graphe d'adjacence se positionne comme un moyen efficace de représenter et de coder les relations d'adjacences entre les régions. L'un de ses principaux avantages tient au fait qu'il se définit très simplement. En effet, c'est un graphe simple où chaque nœud

représente une région de l'image segmentée et deux sommets sont reliés par une arête si les deux régions correspondantes sont adjacentes.

Pour les besoins de ce manuscrit, le graphe d'adjacence va être représenté par une structure de données simple qui est la matrice d'adjacence (Rosen et Krithivasan 1999; Sandryhaila et Moura 2013).

Matrice d'adjacence :

C'est une matrice $M(n,m)$, de n lignes et m colonnes, contenant des 0 et des 1, dont les lignes et les colonnes sont classées par sommets. Le sommet (i,j) désigne l'intersection de la ligne i et de la colonne j . Un 1 en position (i,j) signifie qu'il y a une arête (ou arc) du sommet i au sommet j , exprimant aussi l'existence d'une relation \mathcal{R} entre le sommet i et le sommet j . Un 0 en position (i,j) indique qu'il n'y a aucune arête ou relation entre le sommet i et le sommet j .

$$M_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{if } (X_i, X_j) \in A \\ 0 & \text{if } (X_i, X_j) \notin A \end{cases} \quad \text{où } A \text{ est l'ensemble des arêtes.}$$

Cette matrice a plusieurs caractéristiques :

- Elle est carrée : il y a autant de lignes que de colonnes.
- Elle n'y a que des zéros sur la diagonale. Un 1 sur la diagonale indiquerait une boucle.
- Elle est symétrique : $M_{ij}=M_{ji}$. On peut dire que la diagonale est un axe de symétrie.

Une fois que l'on fixe l'ordre des sommets, il existe une matrice d'adjacence unique pour chaque graphe. Celle-ci n'est la matrice d'adjacence d'aucun autre graphe.

Pour l'exemple traité dans la figure suivante, le graphe d'adjacence est donc composé de l'ensemble S des sommets $\{(1, 2, 3, 4), (5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12)\}$. Ce graphe n'est pas orienté du fait que le sens de la relation entre deux sommets n'est pas important.

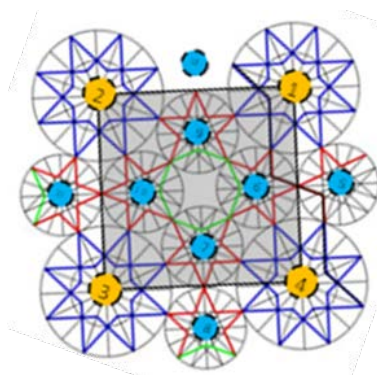


Figure II-10 : exemple de l'agencement spatial des rosaces d'un décor

La matrice d'adjacence correspondante représente la relation binaire entre deux rosaces et peut être étiquetée par la nature de la relation (R1, R2 ou R3) :

- réseau de Bravais : position relative des rosaces d'ordre et de rayon les plus grands (1, 2, 3, 4), cette relation est étiquetée dans l'exemple suivant par R1 (voir figure II-11).

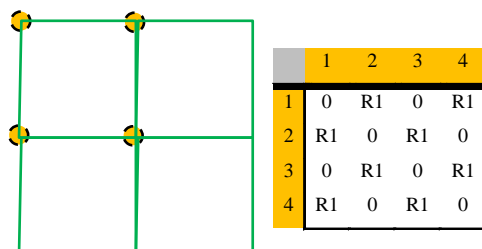


Figure II-11 : la position relative des rosaces d'ordre et de rayon les plus grands (réseau de Bravais)

- Pavage : connectivité entre les rosaces d'ordre et de rayon les plus petits (5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12), cette relation est étiquetée dans l'exemple suivant par R2 (voir figure II-12).

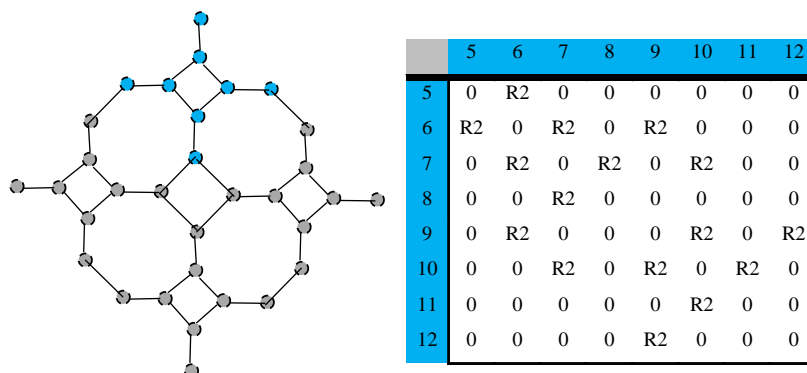


Figure II-12 : connectivité entre les rosaces d'ordre et de rayon les plus petits (pavage du plan)

- Constellation : Relations entre rosaces d'ordre supérieur et les rosaces d'ordre inférieur, cette relation est étiquetée dans l'exemple suivant par R3 (figure II-13).

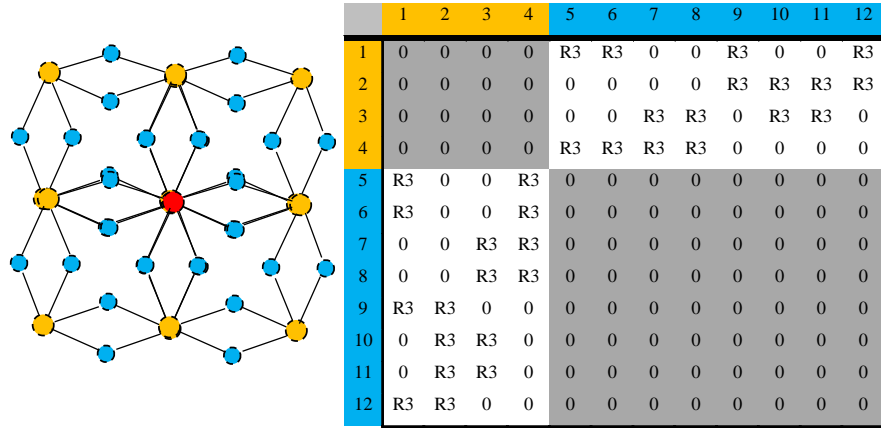


Figure II-13 : Relations entre rosaces d'ordre supérieur et les rosaces d'ordre inférieur (constellation)

La matrice d'adjacence représentant toutes les relations est donnée par :

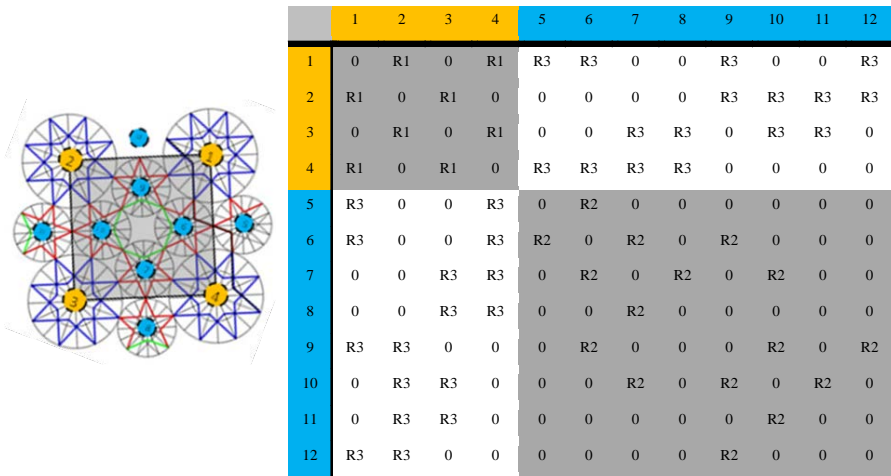


Figure II-14 : le décor (a) est représenté par l'agencement spatial de ses rosaces défini par la matrice d'adjacence M

IV. Représentation des décors par des graphes d'adjacence

Pour les décors islamiques étoilés, les structures de construction sous-jacentes d'un décor sont la grille (au bien le réseau de bravais) et le pavage. La grille représente l'arrangement spatial des rosettes principales (rosettes identiques ayant l'ordre de symétrie le plus élevé et le plus grand rayon). Le pavage représente l'arrangement spatial des rosettes satellitaire (rosettes ayant le petit ordre de symétrie et le plus petit rayon).

Le réseau en couleur verte, présenté dans la Figure II-15-b, représente la grille du décor présenté à la figure 8-a, qui décrit l'arrangement spatial des rosaces principales. Le pavage en rouge est formé par les rosaces satellitaires.

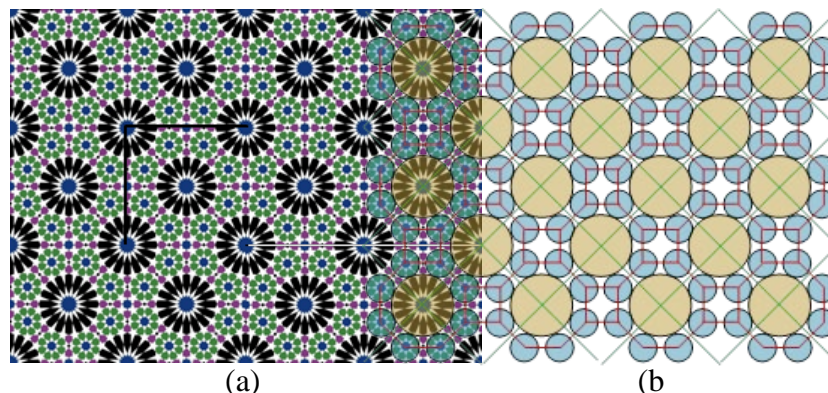


Figure II-15: (a) Exemple d'un décor de Zellige marocain, (b) la composition spatiale de ses motifs

En prenant en considération les deux structures de base (grille ou pavage) qui décrivent la composition géométrique des rosaces, il sera facile d'identifier les relations entre les rosettes. Ces relations sont toujours définies entre deux rosettes adjacentes (rosettes voisines).

Pour identifier respectivement grille et pavage, nous devons identifier les paires de rosettes X_i et X_j qui sont adjacentes et ayant respectivement les propriétés suivantes P_1 et P_2 :

- P_1 : X_i et X_j sont des rosettes principales.
- P_2 : X_i et X_j sont des rosettes satellitaires.

Il est évident de constater que chaque rosace principale est voisine à n rosaces satellitaires. Cette composition locale, nommée « constellation », implique la définition de la troisième propriété:

- P_3 : X_i est une rosace principale, X_j est une rosace satellitaire.

Le nombre des rosaces satellitaires « n » est toujours un nombre diviseur ou multiple de l'ordre de la rosace centrale. Les rosaces satellitaires sont situées sur les sommets du polygone régulier d'ordre n .

En plus de la relation connue entre le nombre des rosaces satellitaires et de l'ordre de symétrie de la rosace centrale ou principale, les paramètres de configuration suivants peuvent être définis :

- la relation entre le rayon et l'ordre de la rosace principale.
- La relation entre l'ordre et le rayon de la rosace centrale et le nombre des rosaces satellitaires.

Les trois relations entre rosaces peuvent être représentées par une matrice d'adjacence 'M' dont les coefficients 0 et 1 sont définis comme suit :

$$M_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{si } (X_i \mathcal{R} X_j) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

X_i en relation avec X_j ($X_i \mathcal{R} X_j$) si et seulement si X_i et X_j sont voisines et ont la propriété P_k ou une combinaison des propriétés P_1 , P_2 et P_3 .

Ainsi, pour représenter un décor islamique étoilé par un graphe d'adjacence des régions, nous proposons le processus suivant (voir la figure II-16).

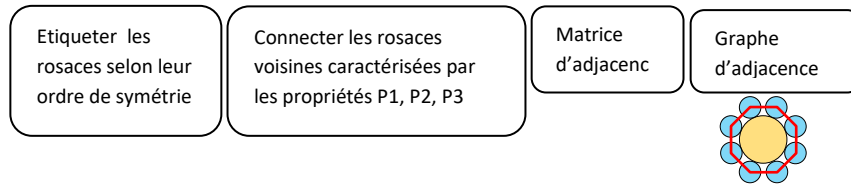


Figure II-16: schéma synoptique de représentation de la composition spatiale d'un décor géométrique par un graphe d'adjacence

Pour illustrer la méthode proposée, la figure II-17 donne un exemple d'un décor périodique marocain pour lequel les structures de composition ne sont pas révélées. Ce décor est composé par des rosaces principales d'ordre 10 entouré par 10 rosaces satellitaires d'ordre 10.

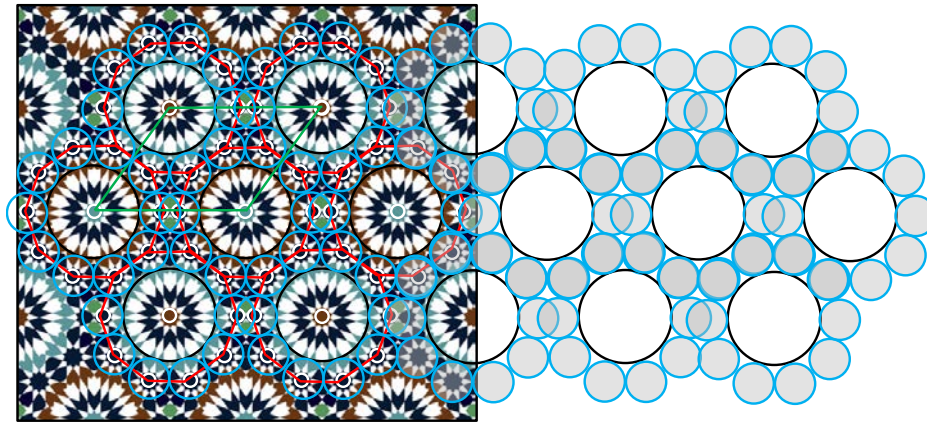


Figure II-17: Exemple de composition utilisant une rosace et une étoile

Telle qu'illustrée par la figure II-17, la disposition des centres des rosaces centrales révèle la grille cachée définie par la cellule répétitive (réseau de Bravais). En tenant compte de l'attribut de couleurs ou pas, le décor présenté par la figure II-17 peut être représenté par une grille hexagonale (cf. figure II-18-a) ou rectangulaire (cf. Figure II-18 b).

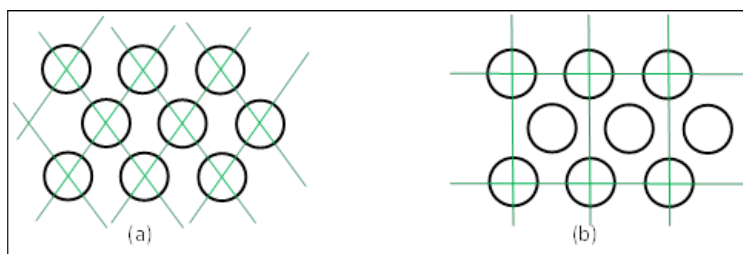


Figure II-18: illustration des grilles détectées en considérant l'arrangement spatial des rosaces principales

La figure II-19 montre que l'arrangement spatial des rosaces satellitaires met en évidence le pavage sous-jacent.

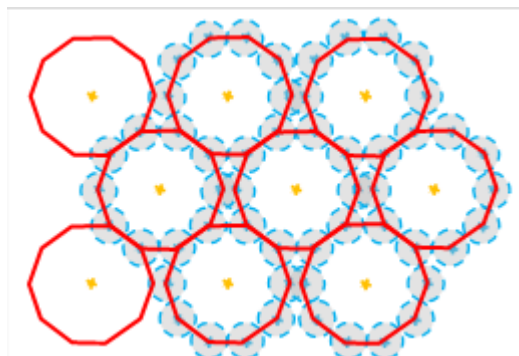


Figure II-19: pavage obtenu par prise en considération des rosaces satellitaires

Cette analyse de la composition peut être complétée par la détermination des mesures de construction. Ces dernières définissent les relations exactes entre les attributs de la rosace principale (rayon r_1 et l'ordre de symétrie n_1), les caractéristiques des rosaces satellitaires (rayon r_2 , n_2) et le polygone principal entourant la rosace principale (la longueur d'un côté S_{n_2}) et la distance entre le centre de la rosace principale et le milieu du côté du polygone R_n . (voir Figure II-20). Les paramètres R_n , R_1 , Δd sont déterminés à partir de (r_1 , r_2 , S_n , n_1 , n_2):

$$R_{n_2} = r_1 + r_2$$

Par définition, tous les côtés d'un polygone régulier sont égaux. Si la longueur d'un côté est connue (S_{n_2}), le rayon est donné par la formule suivante :

$$R_{n2} = \frac{S_{n2}}{2 \sin\left(\frac{180}{n2}\right)}$$

$n2$: est le nombre des côtés du polygone

S_{n2} : est la longueur de d'un côté du polygone: $S_{n2} = 2r_1 + \Delta d$

Δd : est la distance entre deux rosette satellitaires consécutives. Dans le cas suivant $\Delta d = 0$

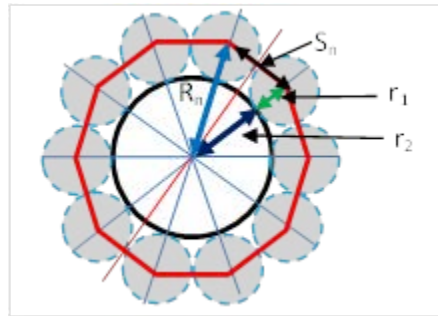


Figure II-20: Paramètres définissant la relation entre la rosette centrale et ses rosettes périphériques.

Les résultats présentés sur la figure suivante illustrent notre système d'analyse des décors géométriques aboutissant à la révélation des structures de base cachées qui sont le réseau de Bravais et le pavage sous-jacent.

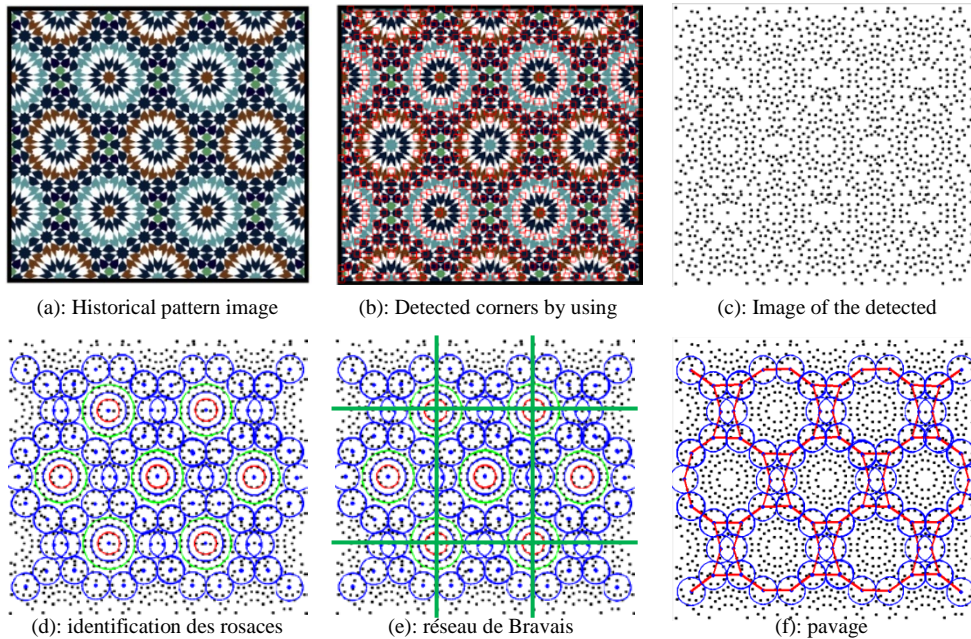


Figure II-21: exemple de l'analyse d'un décor géométrique par notre méthode

V. Approche de génération basée sur le pavage

Une des premières études occidentales de l'approche de génération basée sur le pavage a été publiée par E.H. Hankin "The Drawing of Geometric Patterns in Saracenic Art " en 1925.

Hankin présente une approche de construction de décors étoilés, basée d'abord sur la technique de pavage par un ensemble de polygones en contact. Après, à travers le centre de chaque côté du polygone deux lignes sont tracées selon la configuration de la figure suivante.

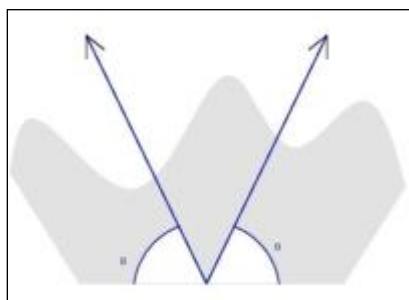


Figure II-22 : l'angle θ de contact avec le bord

Lors de la première étape de la méthode de Hankin, une paire de rayons est associée à chaque position de contact sur chaque côté du polygone. Une position de contact unique reçoit ses deux rayons, dont chacun forme l'angle θ de contact avec le bord.

Ces deux lignes continuent leurs parcours jusqu'à la rencontre d'autres lignes provenant de centre d'un autre côté du même polygone. Le résultat est un ensemble de motifs construits dans les polygones du pavage. La figure ci-dessous donne un exemple illustrant les étapes de construction d'un décor étoilé périodique

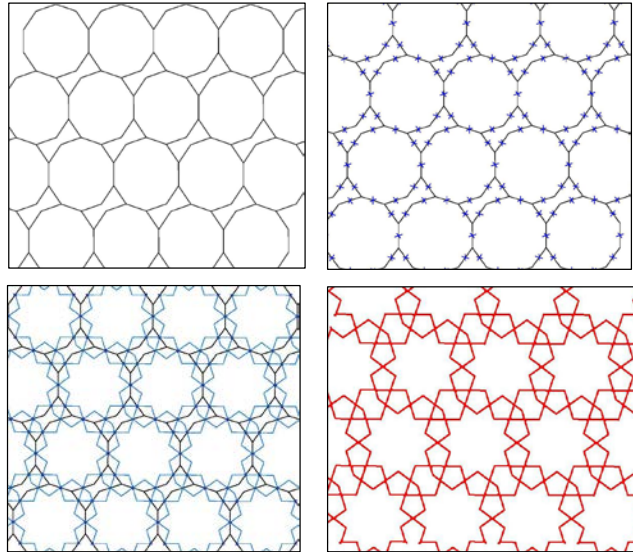


Figure II-23 : Une démonstration de la méthode de Hankin

D'autres recherches s'intéressent aux approches d'analyse mathématique comme la théorie de la symétrie. Dans (Kaplan 2002), Kaplan propose une méthode d'analyse et de génération des décors islamiques étoilés basée sur la technique polygonale de Hankin, PIC (Polygon In Contact). Cette méthode génère des décors étoilés à partir d'un pavage du plan et un petit nombre de paramètres intuitifs. Kaplan a ensuite développé un programme interactif Java qui implémente cette méthode.

Dans (Bonner et al 2003) une version plus élaborée de cette technique polygonale est proposée. Elle permet des constructions géométriques systématiques et non systématiques. J. Bonner a classé les modèles systématiques en cinq systèmes distincts: le système de polygones réguliers 3-4-6-12, le système 4-8 A, le système 4-8 B, le système 5-10, et le système 7-14. Les constructions géométriques non systématiques sont caractérisées par plus d'un motif d'ordre élevé.

VI. De l'analyse à la génération

L'analyse de la composition spatiale montre que les emplacements de rosaces satellitaires révèlent un arrangement spatial selon une structure polygonale. Ainsi, on peut considérer qu'un décor géométrique périodique peut être généré tout d'abord par un pavage des polygones en contact, comme c'est le cas des méthodes de Hankin et Bonner. La deuxième

étape vise la construction du motif à inscrire dans chaque polygone. En plus de ces étapes communes à la technique polygonale, les polygones du pavage sont ornés par des rosaces satellitaires. Ces rosaces sont placées en chaque coin du polygone ou au milieu de chacun de ses cotés.

Système et pavage du plan

Le premier cas d'étude utilise le système systématique de Bonner 5-10 comme structure de base sous-jacente. La figure II-24 présente les éléments polygonaux standards de ce système, dans lesquels les cercles correspondants aux rosaces périphériques sont placés.

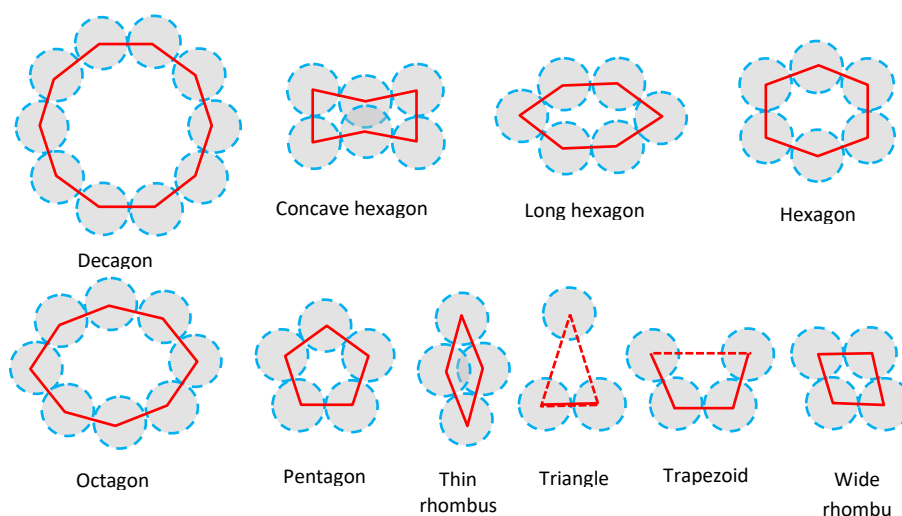


Figure II-24: les éléments de polygonaux standards du système 5-10, représenté par des graphes d'adjacence basé sur la connectivité des rosaces.

Il est important de souligner que le processus de construction des motifs associés à chacun des polygones suit certaines règles qui dépendantes de la distance ' Δd ' entre deux rosaces périphériques. Le décor périodique présenté dans la figure II-17, utilise des rosaces centrales d'ordre 10 (rosaces principales) et des rosaces périphériques d'ordre 10.

Pour le système 5-10, deux cas sont à considérer pour Δd (cf. figure II-24) :

- Cas 1: $\Delta d = 0$ comme dans le cas étudié dans cette étude de cas
- Cas 2: $\Delta d(r_1) = 4 r_1 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n_1}\right) = 4 r_1 \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ (preuve: relations trigonométriques de Trapèze et triangle, figure 13)

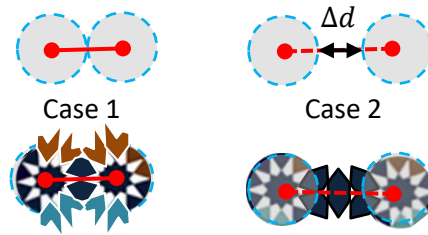


Figure II-25: côté des polygones de système 5-10

Éléments de conception

En considérant le décor périodique présenté dans la figure II-17 et son pavage sous-jacent présenté dans la figure 11, il est facile de voir que les éléments de conception de ce décor sont ceux présentés dans la figure 15 (motifs décagone et hexagone-concave).

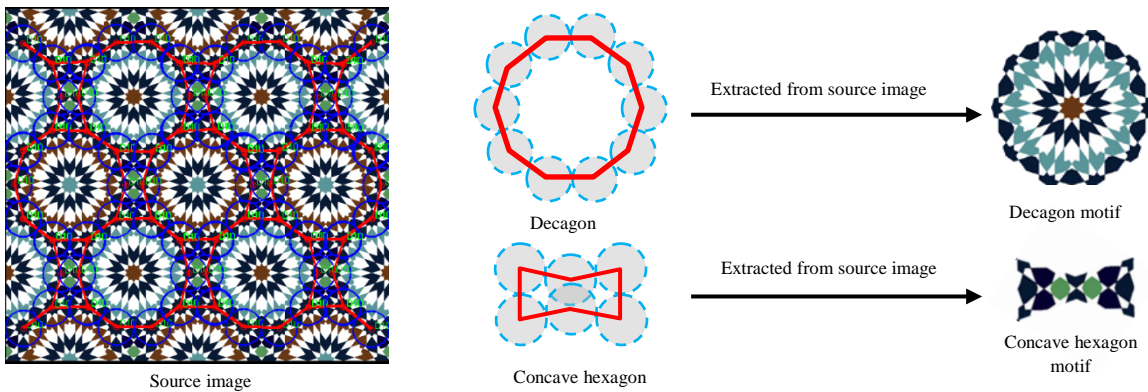


Figure II-26: motif de conceptions polygonales extraites à partir d'une image analysé par notre approche.

Le motif hexagone-concave présenté dans la figure II-26 montre que le motif est obtenu par des rosaces satellitaires en contact.

Pour explorer les possibilités créatives offertes par cette approche dans la création d'une variété de nouveaux décors tout en maintenant l'authenticité des décors géométriques maroco-andalous, nous prenons, à titre d'exemple, l'ajout du motif hexagonal long (cf. figure II-27) aux deux motifs polygones originaux présentés dans la figure II-26.

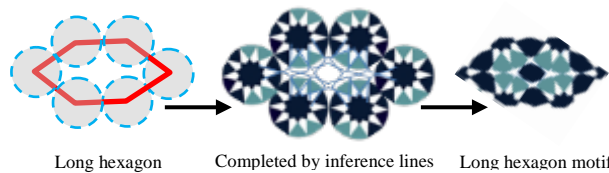


Figure II-27: Generation of the long hexagon motif

Application

En plus de ces deux éléments de conception, l'utilisation du motif hexagonal long comme un troisième élément conduit aux quatre nouveaux modèles présentés par les figures II-28 et II-29.

Les figures II-28-a et figure II-28-b montrent deux nouveaux décors périodiques générés par l'application de notre méthode. Ils appartiennent aux groupes cristallographiques pmm et cmm. Les figures II-29-a et II-29-b présentent deux autres exemples de nouveaux décors, qui sont non périodiques. Ces exemples montrent la performance de la méthode proposée pour concevoir de nouveaux décors innovants et authentiques appartenant aux motifs périodiques et quasi périodiques (Lu P.J 2007).

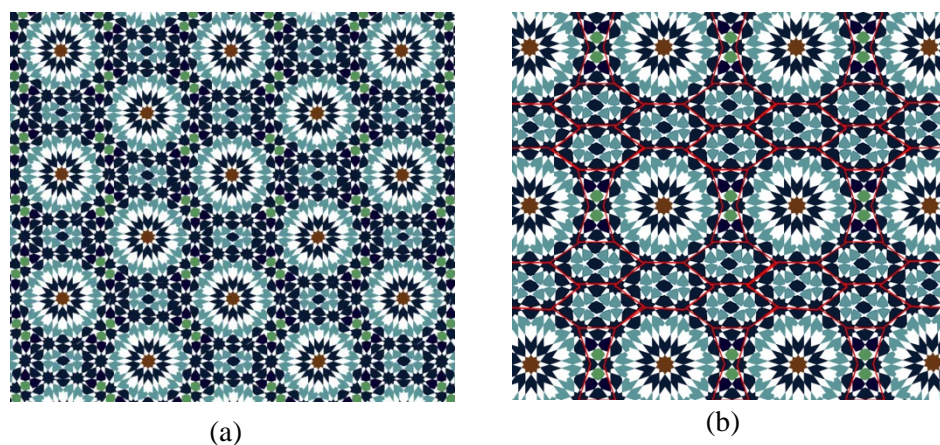


Figure II-28: Exemples des décors géométriques périodiques construits à la base d'un pavage régulier
(a) groupe de symétrie pmm. (b) groupe de symétrie cmm

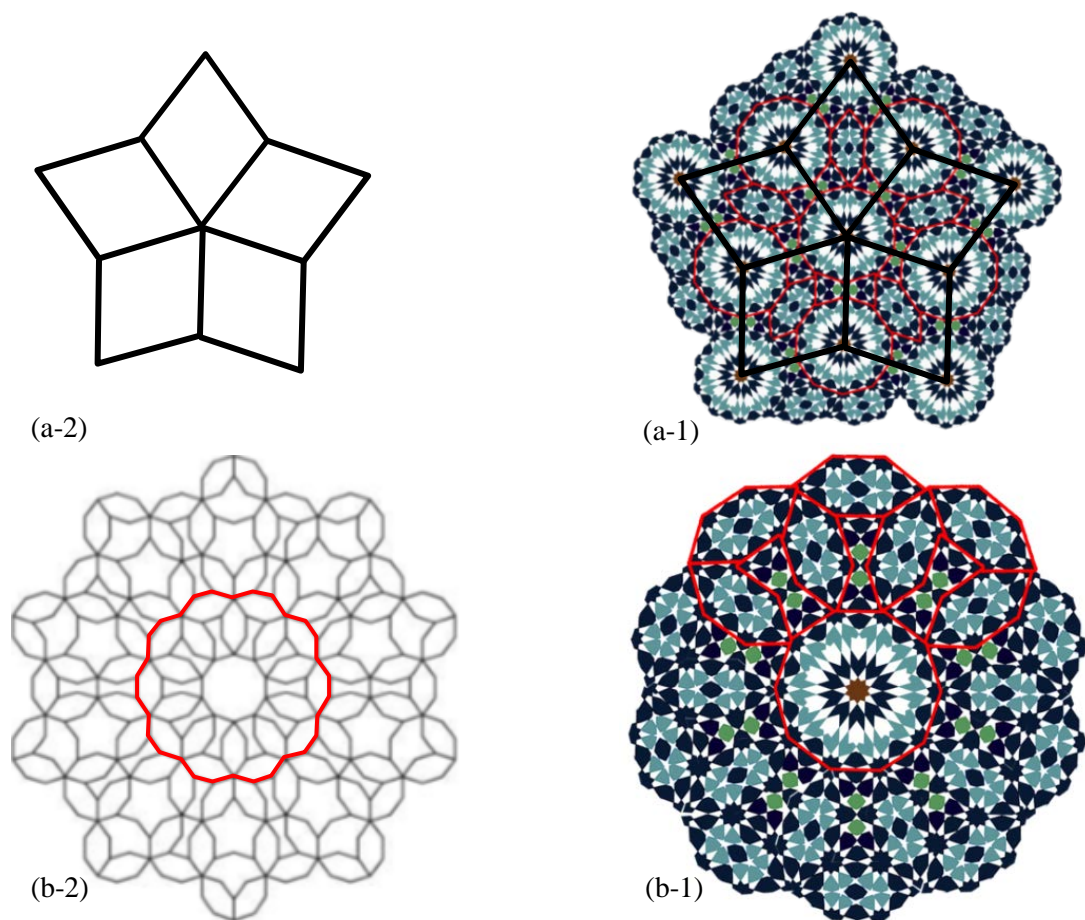


Figure II-29: Exemples de décors géométriques construits à la base d'un pavage quasi-périodique

Par cette étude de cas, nous voulons souligner l'importance de la définition des proportions des motifs, ainsi que la distance entre deux rosaces satellitaires voisines (Figure II-30, 31).

- Constellation cas 1: $\Delta d = 0, n_1 = 10, n_2 = 20, r_1 = 1, R_{20} = \frac{2r_1}{2 \sin\left(\frac{180}{20}\right)}$

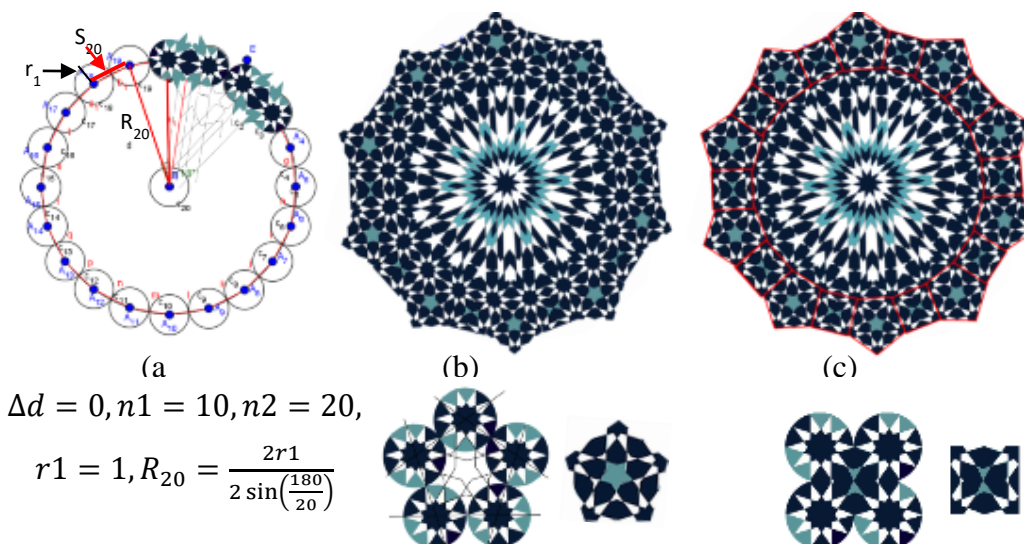


Figure II-30: Constellation cas de $\Delta d = 0$

- Constellation cas 2: $\Delta d = 4 r_1 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n_1}\right), n_1 = 10, n_2 = 20, r_1 = 1, R_{20} = \frac{2r_1 + \Delta d}{2 \sin\left(\frac{180}{20}\right)}$

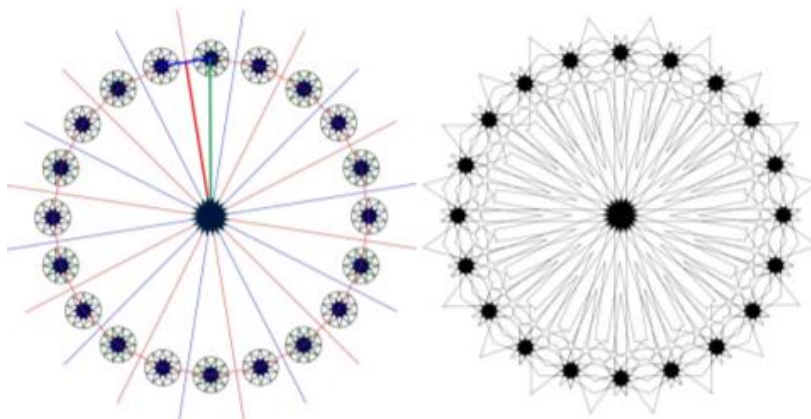


Figure II-31: Constellation case de $\Delta d \neq 0$

VII. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une méthode de génération des décors de Zellige en se basant sur la technique polygonale de J. Bonner. Notre méthode enrichie la technique polygonale par l'adjonction de rosaces dites satellitaires sur des emplacements précis des polygones formant le pavage. Ce dernier qui sert habituellement comme structure sous-jacente à la composition spatiale des motifs est d'abord extrait de l'analyse de la composition spatiale des motifs extraits d'un décor.

Conclusion générale :

Le travail de cette thèse a porté principalement sur la proposition d'un ensemble de méthode d'analyse et de génération de décors géométriques, notamment maroco-andalous. A cet effet, nous nous sommes basés sur les principales approches connues d'analyse de décors islamiques, à savoir les approches basées respectivement sur la symétrie, le pavage et les lignes des tracés ou strands.

L'approche basée sur la théorie des groupes de symétrie est utilisée principalement comme moyen d'analyse de décors géométriques périodiques. Grâce à l'application de cette théorie, un décor périodique se voit représenter par une région fondamentale. Cette dernière permet de reconstruite tout le décor par l'application des transformations géométriques de son groupe de symétrie. Notre contribution dans cette première partie a consisté à proposer deux méthodes d'extraction de la cellule de base répétitive dans le plan par deux translations. Ces dernières se font dans les deux directions définies par les vecteurs directeurs définissant la cellule de base. Les deux méthodes proposées sont basées sur la fonction d'autocorrélation et sur les algorithmes génétiques. Pour la détermination de la région fondamentale et du groupe de symétrie du décor périodique analysé, nous avons proposé une méthode de classification de la cellule de base. La méthode de classification proposée procède d'abord par identifier la forme de la cellule de base extraite, puis détermine le groupe de symétrie parmi les seuls groupes de symétrie de la forme identifiée. Nous avons utilisé dans cette phase de classification un arbre de décision.

L'étude de la symétrie permet seulement de découvrir la structure de composition périodique du décor. Elle ne donne pas d'information sur les moyens de génération de la région fondamentale. Pour découvrir les règles géométriques de construction du motif de la région fondamentale, nous avons proposé d'extraire les lignes de tracés dans cette région. A cet effet, nous avons proposé une méthode basée sur une approche de reconnaissance des formes. Cette méthode procède par la détection des coins de type V, suivie par la formation des strands. L'analyse des strands extraits, nous a permis dans une dernière phase d'extraire une structure sous-jacente à la construction traditionnelle des décors maroco-andalous, à savoir la grille. Cette analyse a permis par ailleurs de déduite des règles de construction de ce type de décors géométriques. Nous avons par la suite proposé une grammaire de formes

spécifique à l'art géométrique marocain. Cette grammaire sert à interpréter les règles extraites de l'analyse des Strands avec la prise en considération d'autres mécanismes tels que les contraintes et les objectifs appropriés au style maroco-andalous ciblé par ce travail. Les performances de l'approche strand proposée ont été évaluées par les nouveaux décors géométriques générés.

La dernière partie a été consacrée à l'analyse et la génération des décors géométriques de type Zellige en adoptant l'approche du pavage. Comme est montré par les différents travaux de la littérature, le pavage est utilisé dans l'art géométrique islamique pour distribution spatiale des motifs. Ces motifs sont généralement des rosaces ou des étoiles. Il est généralement admis que ces rosaces ou étoiles sont placés à l'intérieur des polygones pavant le plan. Ce pavage ayant servi à organiser la composition d'un décor est généralement non visible sur un décor géométrique pour cause de sa suppression une fois le décor achevé. Pour découvrir cette structure géométrique, nous avons proposé de détecter les rosaces présentes dans un décor, tout en déterminant leurs caractéristiques essentielles qui sont l'ordre de symétrie et le rayon. Notre démarche pour l'extraction de ces deux caractéristiques est basée sur deux étapes. La première est la détection du centre de symétrie rotationnel en appliquant une nouvelle méthode utilisant les algorithmes génétiques. La seconde consiste à calculer l'ordre de symétrie et le rayon par l'utilisation d'une technique dite 'frise expansion'. Finalement, l'étude de l'agencement spatial des rosaces nous a permis de découvrir les structures géométriques cachées organisant leur composition, ainsi que les paramètres de conception liés principalement au contrôle des proportions. Cette analyse nous a permis dans une phase finale de proposer une méthode de génération des décors géométries de type Zellige, qui peut être considérée comme une version améliorée de la technique polygonale, habituellement utilisée pour la génération des décors de type orient islamique.

Les perspectives de ce travail concernent notamment :

- la généralisation de la classification des unités de base de tous les groupes de symétrie.
- La proposition d'une grammaire de forme plus générique que celle proposée dans le cadre de ce travail.
- Une formalisation des méthodes de génération traditionnelles par utilisation des concepts développés dans le cadre de ce travail.

Bibliographie

- Abas, Syed Jan, et A Salman. 1992. « Geometric and Group-theoretic Methods for Computer Graphic Studies of Islamic Symmetric Patterns ». In *Computer Graphics Forum*, 11:43-53. Wiley Online Library.
- Agustí-Melchor, Manuel, Angel Rodas-Jordá, et Jose-Miguel Valiente-González. 2011. « Classification of Repetitive Patterns Using Symmetry Group Prototypes ». In *Pattern Recognition and Image Analysis*, édité par Jordi Vitrià, João Miguel Sanches, et Mario Hernández, 84-91. Lecture Notes in Computer Science 6669. Springer Berlin Heidelberg. http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-21257-4_11.
- Ahuja, Narendra, et Sinisa Todorovic. 2010. « From region based image representation to object discovery and recognition ». In *Structural, Syntactic, and Statistical Pattern Recognition*, 1-19. Springer.
- Azzopardi, G., et N. Petkov. 2013. « Trainable COSFIRE Filters for Keypoint Detection and Pattern Recognition ». *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 35 (2): 490-503. doi:10.1109/TPAMI.2012.106.
- Bartolo, Alexandra, Kenneth P Camilleri, Simon G Fabri, Jonathan C Borg, et Philip J Farrugia. 2007. « Scribbles to vectors: preparation of scribble drawings for CAD interpretation ». In *Proceedings of the 4th Eurographics workshop on Sketch-based interfaces and modeling*, 123-30. ACM.
- Bazi, Yakoub, Lorenzo Bruzzone, et Farid Melgani. 2007. « Image thresholding based on the EM algorithm and the generalized Gaussian distribution ». *Pattern Recognition* 40 (2): 619-34.
- Belongie, S., J. Malik, et J. Puzicha. 2002. « Shape matching and object recognition using shape contexts ». *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 24 (4): 509-22. doi:10.1109/34.993558.
- Bonner, Jay, et others. 2003. « Three traditions of self-similarity in fourteenth and fifteenth century Islamic geometric ornament ». In *Meeting Alhambra, Isama-Bridges Conference Proceedings*, 1-12. University of Granada.
- Bonnici, Alexandra, et Kenneth Camilleri. 2013. « A circle-based vectorization algorithm for drawings with shadows ». In *Proceedings of the International Symposium on Sketch-Based Interfaces and Modeling*, 69-77. ACM.
- Bonnici, Alexandra, et Kenneth P Camilleri. 2009. « Scribble vectorization using concentric sampling circles ». In *2009 Third International Conference on Advanced Engineering Computing and Applications in Sciences*, 89-94. IEEE.
- Bookstein, Fred L. 1989. « Principal warps: thin-plate splines and the decomposition of deformations ». *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 11 (6): 567-85. doi:10.1109/34.24792.
- Bravais, Auguste (1811-1863). 1866. *Etudes cristallographiques ; Mémoire sur les systèmes formés par des points distribués régulièrement sur un plan ou dans l'espace / par M. Auguste Bravais,...* <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k96124j>.
- Bunke, Horst. 1997. « On a relation between graph edit distance and maximum common subgraph ». *Pattern Recognition Letters* 18 (8): 689-94.
- Bunke, Horst, Xiaoyi Jiang, et Abraham Kandel. 2000. « On the Minimum Common Supergraph of Two Graphs ». *Computing* 65 (1): 13-25. doi:10.1007/PL00021410.
- Chang, Hung-Hsin, et Hong Yan. 1998. « Vectorization of hand-drawn image using piecewise cubic Bezier curves fitting ». *Pattern recognition* 31 (11): 1747-55.
- Charalampidis, D. 2006. « Texture synthesis: textons revisited ». *IEEE Transactions on Image Processing* 15 (3): 777-87. doi:10.1109/TIP.2005.860604.

- Chiang, John Y, SC Tue, et YC Leu. 1998. « A new algorithm for line image vectorization ». *Pattern recognition* 31 (10): 1541-49.
- Connors, Richard W., et Charles A. Harlow. 1980. « Toward a structural textural analyzer based on statistical methods ». *Computer Graphics and Image Processing* 12 (3): 224-56. doi:10.1016/0146-664X(80)90013-1.
- Cooper, J., S. Venkatesh, et L. Kitchen. 1991. « The Dissimilarity Corner Detector ». *ICAR 1991 : Proceedings of the 5th International Conference on Advanced Robotics: Robots in Unstructured Environments*, janvier, 1377-82.
- Cornelius, H., et G. Loy. 2006. « Detecting Rotational Symmetry Under Affine Projection ». In *18th International Conference on Pattern Recognition, 2006. ICPR 2006*, 2:292-95. doi:10.1109/ICPR.2006.434.
- Csetverikov, Dmitriy. 2000. « Pattern regularity as a visual key ». *IMAGE AND VISION COMPUTING* 18: 975-85.
- Cui, Jia, et Ming-Xi Tang. 2013. « Integrating shape grammars into a generative system for Zhuang ethnic embroidery design exploration ». *Computer-Aided Design* 45 (3): 591-604.
- Deriche, Rachid, et Gerard Giraudon. 1993. « A Computational Approach for Corner and Vertex Detection ». *International Journal of Computer Vision* 10 (2): 101-24. doi:10.1007/BF01420733.
- Di Zeno, Silvano, Luigi Cinque, et Stefano Levialdi. 1998. « Image thresholding using fuzzy entropies ». *Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, IEEE Transactions on* 28 (1): 15-23.
- Djibril, Mohamed Ould, Youssef Hadi, et Rachid Oulad Haj Thami. 2006. « Fundamental Region Based Indexing and Classification of Islamic Star Pattern Images ». In *Image Analysis and Recognition*, édité par Aurélio Campilho et Mohamed Kamel, 865-76. Lecture Notes in Computer Science 4142. Springer Berlin Heidelberg. http://link.springer.com/chapter/10.1007/11867661_78.
- Dori, Dov, et Wenyin Liu. 1999. « Sparse pixel vectorization: An algorithm and its performance evaluation ». *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on* 21 (3): 202-15.
- Duchon, Jean. 1977. « Splines Minimizing Rotation-Invariant Semi-Norms in Sobolev Spaces ». In *Constructive Theory of Functions of Several Variables*, édité par Prof Dr Walter Schempp et Prof Dr Karl Zeller, 85-100. Lecture Notes in Mathematics 571. Springer Berlin Heidelberg. <http://link.springer.com/chapter/10.1007/BFb0086566>.
- Ebru, ULU. s. d. « A Shape Grammar Model To Generate Islamic Geometric Pattern ».
- El ouaazizi, Aziza, Abdelbar Nasri, et Rachid Benslimane. 2015. « A rotation symmetry group detection technique for the characterization of Islamic Rosette Patterns ». *Pattern Recognition Letters* 68, Part 1 (décembre): 111-17. doi:10.1016/j.patrec.2015.08.021.
- Förstner, Wolfgang, et Eberhard Gülch. 1987. « A fast operator for detection and precise location of distinct points, corners and centres of circular features ». *Proc. ISPRS intercommission conference on fast processing of photogrammetric data*, 281-305.
- Gips, James. 1974. « Shape grammars and their uses ». Stanford University Palo Alto, CA.
- Goldberg, David E. 1989. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. 1st éd. Boston, MA, USA: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc.
- Gonzalez, Rafael C, et Richard E Woods. 2002. « Digital image processing ».
- Grünbaum, Branko, et GC Shephard. 1992. « Interlace patterns in Islamic and Moorish art ». *Leonardo*, 331-39.
- Grunbaum, Branko, et Geoffrey C. Shephard. 1986. *Tilings and Patterns*. New York: W.H. Freeman & Company.
- Guiducci, A. 1988. « Corner Characterization by Differential Geometry Techniques ». *Pattern Recogn. Lett.* 8 (5): 311-18. doi:10.1016/0167-8655(88)90080-3.

- Gui, Yan, Mingang Chen, Lizhuang Ma, et Zhihua Chen. 2011. « Texel Based Regular and Near-Regular Texture Characterization ». In *2011 International Conference on Multimedia and Signal Processing (CMSP)*, 1:266-70. doi:10.1109/CMSP.2011.171.
- Han, Junwei, et Stephen J McKenna. 2009. « Classifying and Comparing Regular Textures for Retrieval using Texel Geometry. » In *VISAPP (1)*, 347-54.
- Han, Junwei, Stephen J. McKenna, et Ruixuan Wang. 2008. « Regular Texture Analysis as Statistical Model Selection ». In *Computer Vision – ECCV 2008*, édité par David Forsyth, Philip Torr, et Andrew Zisserman, 242-55. Lecture Notes in Computer Science 5305. Springer Berlin Heidelberg. http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-540-88693-8_18.
- Harris, Chris, et Mike Stephens. 1988. « A combined corner and edge detector. » In *Alvey vision conference*, 15:50. Citeseer.
- Harris, Christopher G. 1987. « Determination of Ego-Motion from Matched Points. » In *Alvey Vision Conference*, 1-4. Citeseer.
- Hays, James, Marius Leordeanu, Alexei A. Efros, et Yanxi Liu. 2006. « Discovering Texture Regularity as a Higher-Order Correspondence Problem ». In *Computer Vision – ECCV 2006*, édité par Aleš Leonardis, Horst Bischof, et Axel Pinz, 522-35. Lecture Notes in Computer Science 3952. Springer Berlin Heidelberg. http://link.springer.com/chapter/10.1007/11744047_40.
- He, Jingrui, Mingjing Li, Hong-Jiang Zhang, Hanghang Tong, et Changshui Zhang. 2004. « Automatic Peak Number Detection in Image Symmetry Analysis ». In *Advances in Multimedia Information Processing - PCM 2004*, édité par Kiyoharu Aizawa, Yuichi Nakamura, et Shin'ichi Satoh, 111-18. Lecture Notes in Computer Science 3333. Springer Berlin Heidelberg. http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-540-30543-9_15.
- Hilaire, Xavier, et Karl Tombre. 2001. « Improving the accuracy of skeleton-based vectorization ». In *Graphics Recognition Algorithms and Applications*, 273-88. Springer.
- Hilaire, X., & Tombre, K. (2006). Robust and accurate vectorization of line drawings. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 28(6), 890-904.
- Holland, John Henry. 1995. *Hidden Order: How Adaptation Builds Complexity*. Perseus Books.
- Huang, Deng-Yuan, Ta-Wei Lin, et Wu-Chih Hu. 2011. « Automatic multilevel thresholding based on two-stage Otsu's method with cluster determination by valley estimation ». *International journal of innovative computing, information and control* 7 (10): 5631-44.
- Huang, Yuchi. 2013. « Hypergraph Based Visual Segmentation and Retrieval ». *Image Processing: Concepts, Methodologies, Tools, and Applications: Concepts, Methodologies, Tools, and Applications*, 345.
- Jiang, Bo, Jing Tang, et Bin Luo. 2012. « Geometric-Edge Random Graph Model for Image Representation ». *Graph-Based Methods in Computer Vision: Developments and Applications: Developments and Applications*, 42.
- Jowers, Iestyn, Miquel Prats, Hesham Eissa, et Ji-Hyun Lee. 2010. « A study of emergence in the generation of Islamic geometric patterns' ». In . CAADRIA.
- Kaplan, Craig S. 2002. « Computer graphics and geometric ornamental design ». Citeseer.
- Keller, Y., et Y. Shkolnisky. 2004. « An algebraic approach to symmetry detection ». In *Proceedings of the 17th International Conference on Pattern Recognition, 2004. ICPR 2004*, 3:186-89 Vol.3. doi:10.1109/ICPR.2004.1334499.
- Kitchen, Les, et Azriel Rosenfeld. 1982. « Gray-level corner detection ». *Pattern Recognition Letters* 1 (2): 95-102. doi:10.1016/0167-8655(82)90020-4.
- Knight, Terry. 1999. « Applications in architectural design, and education and practice ». In *NSF/MIT Workshop on Shape Computation*. Vol. 67.
- Köthe, Ullrich. 2003. « Edge and Junction Detection with an Improved Structure Tensor ». In *Pattern Recognition*, édité par Bernd Michaelis et Gerald Krell, 25-32. Lecture Notes in Computer

- Science 2781. Springer Berlin Heidelberg. http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-540-45243-0_4.
- Kyprianidis, Jan Eric, et Henry Kang. 2011. « Image and Video abstraction by coherence-enhancing filtering ». In *Computer Graphics Forum*, 30:593-602. Wiley Online Library.
- Lee, AJ. 1987. « Islamic star patterns ». *Muqarnas*, 182-97.
- Lee, Sang Hyun, Dung Thanh Dang, Sung Ho Ha, Woo-Jin Chang, et Yoon-Mo Koo. 2008. « Lipase-Catalyzed Synthesis of Fatty Acid Sugar Ester Using Extremely Supersaturated Sugar Solution in Ionic Liquids ». *Biotechnology and Bioengineering* 99 (1): 1-8. doi:10.1002/bit.21534.
- Lee, Seungkyu, Robert T Collins, et Yanxi Liu. 2008. « Rotation symmetry group detection via frequency analysis of frieze-expansions ». In *Computer Vision and Pattern Recognition, 2008. CVPR 2008. IEEE Conference on*, 1-8. IEEE.
- Lee, Seungkyu, et Yanxi Liu. 2010. « Skewed Rotation Symmetry Group Detection ». *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 32 (9): 1659-72. doi:10.1109/TPAMI.2009.173.
- Leu, Jia-Guu. 2001. « On indexing the periodicity of image textures ». *Image and Vision Computing* 19 (13): 987-1000.
- Leung, Thomas, et Jitendra Malik. 1996. « Detecting, localizing and grouping repeated scene elements from an image ». In *Computer Vision — ECCV '96*, édité par Bernard Buxton et Roberto Cipolla, 1064:546-55. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. <http://link.springer.com/10.1007/BFb0015565>.
- Leung, T., et J. Malik. 1999. « Recognizing surfaces using three-dimensional textons ». In *The Proceedings of the Seventh IEEE International Conference on Computer Vision, 1999*, 2:1010-17 vol.2. doi:10.1109/ICCV.1999.790379.
- Lin, Hsin-Chih, Ling-Ling Wang, et Shi-Nine Yang. 1996. « Automatic Determination of the Spread Parameter in Gaussian Smoothing ». *Pattern Recogn. Lett.* 17 (12): 1247-52. doi:10.1016/0167-8655(96)00082-7.
- Lin, H. C., Wang, L. L., & Yang, S. N. (1997). Extracting periodicity of a regular texture based on autocorrelation functions. *Pattern recognition letters*, 18(5), 433-443.
- Lin, Wen-Chieh, et Yanxi Liu. 2007. « A Lattice-Based MRF Model for Dynamic Near-Regular Texture Tracking ». *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 29 (5): 777-92. doi:10.1109/TPAMI.2007.1053.
- Liu, Cheng-Lin, Bin Luo, Walter G. Kropatsch, et Jian Cheng, éd. 2015. *Graph-Based Representations in Pattern Recognition*. Vol. 9069. Lecture Notes in Computer Science. Cham: Springer International Publishing. <http://link.springer.com/10.1007/978-3-319-18224-7>.
- Liu, Jianzhuang, et Yong Tsui Lee. 2001. « Graph-based method for face identification from a single 2D line drawing ». *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 23 (10): 1106-19. doi:10.1109/34.954601.
- Liu, Jingchen, George Slota, Gang Zheng, Zhaohui Wu, Minwoo Park, Seungkyu Lee, Ingmar Rauschert, et Yanxi Liu. 2013. « Symmetry Detection from RealWorld Images Competition 2013: Summary and Results ». In *Proceedings of the 2013 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops*, 200-205. CVPRW '13. Washington, DC, USA: IEEE Computer Society. doi:10.1109/CVPRW.2013.155.
- Liu, Ke, Yea S Huang, et Ching Y Suen. 1999. « Identification of fork points on the skeletons of handwritten Chinese characters ». *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on* 21 (10): 1095-1100.
- Liu, Yanxi, R.T. Collins, et Y. Tsin. 2004. « A computational model for periodic pattern perception based on frieze and wallpaper groups ». *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 26 (3): 354-71. doi:10.1109/TPAMI.2004.1262332.
- Liu, Yanxi, Hagit Hel-Or, et Craig S. Kaplan. 2010. *Computational Symmetry in Computer Vision and Computer Graphics*. Now Publishers Inc.

- Liu, Yanxi, Yanghai Tsin, et Wen-Chieh Lin. 2005. « The promise and perils of near-regular texture ». *International Journal of Computer Vision* 62 (1-2): 145-59.
- Lobay, A., et D.A. Forsyth. 2004. « Recovering shape and irradiance maps from rich dense texture fields ». In *Proceedings of the 2004 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2004. CVPR 2004*, 1:I - 400 - I - 406 Vol.1. doi:10.1109/CVPR.2004.1315060.
- Lobay, Anthony, et D. A. Forsyth. 2006. « Shape from Texture without Boundaries ». *International Journal of Computer Vision* 67 (1): 71-91. doi:10.1007/s11263-006-4068-8.
- Lowe, David G. 2004. « Distinctive Image Features from Scale-Invariant Keypoints ». *International Journal of Computer Vision* 60 (2): 91-110. doi:10.1023/B:VISI.0000029664.99615.94.
- Loy, Gareth, et Jan-Olof Eklundh. 2006. « Detecting Symmetry and Symmetric Constellations of Features ». In *Computer Vision – ECCV 2006*, édité par Aleš Leonardis, Horst Bischof, et Axel Pinz, 508-21. Lecture Notes in Computer Science 3952. Springer Berlin Heidelberg. http://link.springer.com/chapter/10.1007/11744047_39.
- Lu, P. J., & Steinhardt, P. J. (2007). Decagonal and quasi-crystalline tilings in medieval Islamic architecture. *science*, 315(5815), 1106-1110.
- Malik, Jitendra, Serge Belongie, Jianbo Shi, et Thomas Leung. 1999. « Textons, Contours and Regions: Cue Integration in Image Segmentation ». In *Proceedings of the International Conference on Computer Vision-Volume 2 - Volume 2*, 918 - . ICCV '99. Washington, DC, USA: IEEE Computer Society. <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=850924.851546>.
- Matsuyama, Takashi, Shu-Ichi Miura, et Makoto Nagao. 1983. « Structural analysis of natural textures by Fourier transformation ». *Computer Vision, Graphics, and Image Processing* 24 (3): 347-62. doi:10.1016/0734-189X(83)90060-9.
- Mehrotra, Rajiv, Sanjay Nichani, et Nagarajan Ranganathan. 1990. « Corner detection ». *Pattern Recognition* 23 (11): 1223-33.
- Michalewicz, Zbigniew. 1996. *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. <http://link.springer.com/10.1007/978-3-662-03315-9>.
- Mordohai, Philippos, et Gérard Medioni. 2004. « Junction inference and classification for figure completion using tensor voting ». In *Computer Vision and Pattern Recognition Workshop, 2004. CVPRW'04. Conference on*, 56-56. IEEE.
- Nasri, Abdelbar, et Rachid Benslimane. 2014. « automatic motif detection for islamic geometrical patterns. » *Journal of Theoretical & Applied Information Technology* 60 (3).
- Nasri, Abdelbar, et Rachid Benslimane. 2014. « Symmetrical motif extraction for periodic ornamental patterns ». In *Multimedia Computing and Systems (ICMCS), 2014 International Conference on*, 99-104. IEEE.
- Nasri, Abdelbar, Rachid Benslimane, et Aziza El Ouazizi. 2014. « A Genetic Based Algorithm for Automatic Motif Detection of Periodic Patterns ». In *Signal-Image Technology and Internet-Based Systems (SITIS), 2014 Tenth International Conference on*, 112-18. IEEE.
- Nieuwenhuizen, Peter R, Olaf Kiewiet, et Willem F Bronsvort. 1994. « An integrated line tracking and vectorization algorithm ». In *Computer Graphics Forum*, 13:349-59. Wiley Online Library.
- Noris, Gioacchino, Alexander Hornung, Robert W Sumner, Maryann Simmons, et Markus Gross. 2013. « Topology-driven vectorization of clean line drawings ». *ACM Transactions on Graphics (TOG)* 32 (1): 4.
- Ostromoukhov, Victor. 1998. « Mathematical tools for computer-generated ornamental patterns ». In *Electronic Publishing, Artistic Imaging, and Digital Typography*, 193-223. Springer.
- Otsu, Nobuyuki. 1975. « A threshold selection method from gray-level histograms ». *Automatica* 11 (285-296): 23-27.
- Paccard, Andre. 1980. « Traditional Islamic Craft in Moroccan Architecture. 2 vols ». *Translated by Mary Guggenheim. Saint-Jorioz: Éditions Ateliers.*

- Park, M., J.S. Jesse, R. Hofstetter, S. Luo, et P. Summons. 2008. « Classification of colonic polyps using Hidden Markov Models ». In *Image and Vision Computing New Zealand, 2008. IVCNZ 2008. 23rd International Conference*, 1-8. doi:10.1109/IVCNZ.2008.4762124.
- Pavlidis, Theodosios. 1972. « Representation of figures by labeled graphs ». *Pattern Recognition* 4 (1): 5-17.
- Pham, The-Anh, Mathieu Delalandre, Sabine Barrat, et Jean-Yves Ramel. 2014. « Accurate junction detection and characterization in line-drawing images ». *Pattern Recognition* 47 (1): 282-95.
- Pratihari, S., S. Pal, P. Bhowmick, A. Biswas, et B. B. Bhattacharya. 2010. « Recognition of Hand-Drawn Graphs Using Digital-Geometric Techniques ». In *2010 International Conference on Frontiers in Handwriting Recognition (ICFHR)*, 89-94. doi:10.1109/ICFHR.2010.20.
- Rajan, Pankaj, et Tracy Hammond. 2008. « From Paper to Machine: Extracting Strokes from Images for use in Sketch Recognition. » In *SBM*, 41-48.
- Riesen, Kaspar, et Horst Bunke. 2009. « Approximate graph edit distance computation by means of bipartite graph matching ». *Image and Vision Computing, 7th IAPR-TC15 Workshop on Graph-based Representations (GbR 2007)*, 27 (7): 950-59. doi:10.1016/j.imavis.2008.04.004.
- Rodehorst, V, et A Koschan. 2006. « Comparison and evaluation of feature point detectors ». In *Proc. 5th International Symposium Turkish-German Joint Geodetic Days« Geodesy and Geoinformation in the Service of our Daily Life »*, Berlin, Germany.
- Rohr, Karl. 1992. « Recognizing Corners by Fitting Parametric Models ». *International Journal of Computer Vision* 9 (3): 213-30. doi:10.1007/BF00133702.
- Rosen, Kenneth H, et Kamala Krithivasan. 1999. *Discrete mathematics and its applications*. Vol. 6. McGraw-Hill New York.
- Rosin, Paul L. 1999. « Measuring Corner Properties ». *Comput. Vis. Image Underst.* 73 (2): 291-307. doi:10.1006/cviu.1998.0719.
- Rosten, Edward, Reid Porter, et Tom Drummond. 2010. « Faster and Better: A Machine Learning Approach to Corner Detection ». *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 32 (1): 105-19. doi:http://doi.ieeecomputersociety.org/10.1109/TPAMI.2008.275.
- Ruiz-Montiel, Manuela, Lawrence Mandow, José-Luis Perez-De-La-Cruz, et J Gavilanes. 2011. « Shapes, grammars, constraints and policies ». *CEUR: SHAPES 1*: 812.
- Sandryhaila, A., et J. M. F. Moura. 2013. « Discrete Signal Processing on Graphs ». *IEEE Transactions on Signal Processing* 61 (7): 1644-56. doi:10.1109/TSP.2013.2238935.
- Schattschneider, Doris. 1978a. « The plane symmetry groups: their recognition and notation ». *American mathematical monthly*, 439-50.
- Shi, Jianbo, et Carlo Tomasi. 1994. « Good features to track ». In *Computer Vision and Pattern Recognition, 1994. Proceedings CVPR'94., 1994 IEEE Computer Society Conference on*, 593-600. IEEE.
- Singh, Ajit, et Michael Shneier. 1990. « Grey Level Corner Detection: A Generalization and a Robust Real Time Implementation ». *Comput. Vision Graph. Image Process.* 51 (1): 54-69. doi:10.1016/S0734-189X(05)80062-3.
- Smith, Stephen M., et J. Michael Brady. 1997. « SUSAN—A New Approach to Low Level Image Processing ». *Int. J. Comput. Vision* 23 (1): 45-78. doi:10.1023/A:1007963824710.
- Starovoitov, V.V., Sang-Yong Jeong, et Rae-Hong Park. 1998. « Texture periodicity detection: features, properties, and comparisons ». *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans* 28 (6): 839-49. doi:10.1109/3468.725354.
- Stiny, George. 2011. « What rule (s) should I use? » *Nexus Network Journal* 13 (1): 15-47.
- Stiny, George, et James Gips. 1971. « Shape Grammars and the Generative Specification of Painting and Sculpture. » In *IFIP Congress (2)*. Vol. 2.
- Stiny, George, William J Mitchell, et others. 1978. « The palladian grammar ». *Environment and planning B* 5 (1): 5-18.

- Stiny, George Nicholas. 1975. « Pictorial and formal aspects of shape and shape grammars and aesthetic systems. »
- Sun, Jian, Lin Liang, Fang Wen, et Heung-Yeung Shum. 2007. « Image vectorization using optimized gradient meshes ». In *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 26:11. ACM.
- Thalal, A, MJ Benatia, A Jali, Y Aboufadi, et others. s. d. « ISLAMIC GEOMETRIC PATTERNS CONSTRUCTED BY CRAFTSMEN WORKING ON WOOD ».
- Tomasi, Carlo, et Takeo Kanade. 1991. *Detection and tracking of point features*. School of Computer Science, Carnegie Mellon Univ. Pittsburgh.
- Touzani, F., M. Harti, et R. Benslimane. 2011. « Arabo-moorish decor images retrieval method based on the edit distance ». In *2011 International Conference on Multimedia Computing and Systems (ICMCS)*, 1-5. doi:10.1109/ICMCS.2011.5945614.
- Tuytelaars, T., A. Turina, et L. Van Gool. 2003. « Noncombinatorial detection of regular repetitions under perspective skew ». *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 25 (4): 418-32. doi:10.1109/TPAMI.2003.1190569.
- Washburn, Dorothy Koster, et Donald Warren Crowe. 1988. *Symmetries of culture: Theory and practice of plane pattern analysis*. University of Washington Press.
- Wenyan, Liu, et Dov Dori. 1996. « Sparse pixel tracking: a fast vectorization algorithm applied to engineering drawings ». In *Pattern Recognition, 1996., Proceedings of the 13th International Conference on*, 3:808-12. IEEE.
- Whited, Brian, Jarec Rossignac, Greg Slabaugh, Tong Fang, et G Unal. 2009. « Pearling: Stroke segmentation with crusted pearl strings ». *Pattern Recognition and Image Analysis* 19 (2): 277-83.
- Wichmann, Brian A. 2001. *The world of patterns*. World Scientific.
- Xiao, Bai, Jian Cheng, et Edwin R Hancock. 2013. *Graph-Based Methods in Computer Vision: Developments and Applications*. Hershey: Information Science Reference.
- Xia, Tian, Binbin Liao, et Yizhou Yu. 2009. « Patch-based image vectorization with automatic curvilinear feature alignment ». In *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 28:115. ACM.
- Yip, Raymond K. K. 1999. « A Hough transform technique for the detection of parallel projected rotational symmetry ». *Pattern Recognition Letters* 20 (10): 991-1004. doi:10.1016/S0167-8655(99)00066-5.
- Zhang, Dengsheng, et Guojun Lu. 2002. « Shape-based image retrieval using generic Fourier descriptor ». *Signal Processing: Image Communication* 17 (10): 825-48.
- Zou, Ju Jia, et Hong Yan. 2000. « Line image vectorization based on shape partitioning and merging ». In *Pattern Recognition, 2000. Proceedings. 15th International Conference on*, 3:994-97. IEEE.
- Zou, J. J., & Yan, H. (2001). Cartoon image vectorization based on shape subdivision. In *Computer Graphics International 2001. Proceedings* (pp. 225-231). IEEE.
- Zuniga, Oscar A, et Robert M Haralick. 1983. « Corner detection using the facet model ». In *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 30-37.



Titre de la thèse : Analyse et génération des décors géométriques maroco-andalous : Contribution des techniques d'analyse d'image.

Réalisé par: ABDELBAR NASRI

Spécialité : Traitement d'image

Résumé de la thèse

Cette thèse aborde une nouvelle approche d'analyse et de génération des ornements géométriques islamiques, notamment maroco-andalous. Cette approche d'analyse et de génération se distingue des approches plus classiques du fait qu'elle confie cette tâche de perception visuelle et d'interprétation à un système automatique doté de capacités de vision par ordinateur, et orienté par des connaissances à priori, déduites des approches mathématiques et d'analyse des techniques traditionnelles.

L'approche adoptée propose d'abord de construire une représentation analytique des décors géométrique maroco-andalous. A cet effet, nous avons proposé de faire appel à trois types de représentations analytiques : représentation à l'aide du motif fondamental et du groupe de symétrie qui lui ai associé, représentation par les lignes de tracés ou Strands, et représentation par polygones en contacts basée sur le pavage. Pour chacune de ces représentations analytiques, nous avons proposé une méthode spécifique à l'extraction de ces caractéristiques propres en utilisant les techniques d'analyse d'images.

Pour la première représentation analytique, basée sur la théorie des groupes de symétrie, nous avons proposé une méthode originale pour l'extraction automatique de la cellule de base répétitive dans deux directions perpendiculaires du plan. Elle repose sur la fonction d'autocorrélation et sur les algorithmes génétiques. Pour la détermination de la région fondamentale et de son groupe de symétrie, nous avons utilisé les descripteurs SIFTS.

Pour la représentation analytique par les Strands, nous proposons une méthode originale basée sur la détection des coins de type V, suivie d'une opération de connexion des coins voisins se trouvant dans la même direction et ayant des orientations différentes.

Pour la représentation par les polygones en contacts, nous proposons d'abord de détecter les rosaces en présence dans un ornement, puis par une analyse de leur distribution spatiale, nous déduisons les polygones constituant le pavage sous-jacent.

Ces représentations analytiques seront par la suite utilisées dans le processus de reconstruction des ornements analysés ou dans celui de la génération de nouveaux ornements. A cet effet, nous proposons deux méthodes de génération d'ornements périodiques, la première repose sur l'analyse des Strands et la deuxième repose sur la technique polygonale et les résultats obtenus dans la phase de sa représentation analytique.

Les résultats de ce travail pourront répondre aux besoins de préservation de cet art ancestral et contribueront à son développement par l'innovation dans la génération de nouveaux motifs authentiques.

Mots clés Mots-clés : Traitement d'image, Algorithme génétique, groupe de symétrie, pavage du plan, ligne de tracée, Décor géométrique