



Université Sidi Mohamed Ben Abdellah
Fès



THESE

Présentée à

La **FACULTE** des **SCIENCES DHAR EL MEHRAZ**

U.F.R : Automatique et Analyse des Systèmes

Pour obtenir le grade de :

DOCTORAT NATIONAL

Spécialité : Automatique, Signaux et Systèmes

Par

Abdelghani El Ougli

Soutenue le : 23/05/2009

Intégration des techniques floues à la synthèse de contrôleurs adaptatifs

MEMBRES de JURY

Président :

MRABTI Mostafa PES - Faculté des Sciences Fès, Directeur ENSA Fès

Directeur de Thèse :

BOUMHIDI Ismail PES - Faculté des Sciences Fès

Rapporteurs :

EL BACHTIRI Rachid PES - Ecole Supérieure de Technologie Fès

KABBAJ Mohamed PES - Faculté des Sciences Fès

Examineurs :

BOUZOUBA Khalid PES- Faculté des Sciences Fès

QJIDAA Hassan PES- Faculté des Sciences Fès

SBAI El Hassan PES- Ecole Supérieure de Technologie Mèknes

*A la mémoire de mon père,
A ma mère,
A ma femme et mes enfants,
A toute ma famille,
A mes amis.*

Remerciements

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été effectués au sein du laboratoire d'Electronique, Signaux-Systèmes et d'Informatique de la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz Fès.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude et mes remerciements les plus sincères à mon Directeur de thèse Monsieur I. BOUMHIDI, Professeur à la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz de Fès, pour m'avoir encadré, pour son soutien scientifique, humain et moral et pour ses précieux et fructueux conseils.

Je remercie Monsieur le Professeur M. MRABTI, Directeur de l'ENSA Fès, pour avoir accepté de me faire l'honneur de présider le jury de ma soutenance.

Mes sincères remerciements à Monsieur R. EL BACHTIRI, Professeur à l'Ecole Supérieure de Technologie Fès, et à Monsieur M. KABBAJ, Professeur à la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz Fès, d'avoir pris le temps de juger ce travail et de m'avoir fait l'honneur d'être rapporteurs de ma thèse.

Je tiens également à remercier Messieurs K. BOUZOUBA, Professeur à la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz Fès, H. QJIDAA Professeur à la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz Fès et H. SBAI, Professeur à l'Ecole Supérieure de Technologie Mèknes, pour avoir accepté d'examiner ce travail et de faire partie de ce jury.

Mes remerciements vont à tous ceux qui m'ont soutenu ou qui, d'une manière ou d'une autre, ont contribué à l'élaboration de ce travail.

Enfin, aucun mot ne serra jamais assez fort pour exprimer tout ce que je dois à ma femme qui m'a accompagné tout au long de ce travail par son soutien inconditionnel de tous côtés et à mes deux petits poussins Oussama et Abderrahman.

Table des matières

Introduction Générale	1
Chapitre 1. Logique floue et commande non linéaire : Tour d’horizon	4
1.1. Introduction	4
1.2. Commande des systèmes non linéaires	5
1.3. Systèmes et contrôleurs flous	6
1.3.1. Ensembles flous type-1	6
1.3.2. Variable linguistique	9
1.3.3. Modélisation floue type-1	10
1.3.4. Contrôleurs flous type-1	13
1.3.5. Systèmes flous type-2.....	15
1.3.6. Modélisation et commande floues type-2	19
1.4. Classes de systèmes non linéaires	22
1.5. Structures de synthèse des lois de commande	25
1.5.1. Mode glissant	25
1.5.2. Optimisation H_∞	27
1.5.3. Optimisation LMI.....	28
1.5.4. Prédiction d’une fonction par projection sur une base orthogonale.....	30
1.6. Conclusion	31
Chapitre 2. Synthèse de contrôleurs flous adaptatifs	32
2.1. Introduction	32
2.2. Commande floue par mode glissant	33
2.3. Synthèse du contrôleur flou par optimisation LMI	36
2.4. Commande floue H_∞	39
2.5 Résultats des Simulations	42
2.5 1. Commande par mode glissant	43
2.5 2. Commande par optimisation LMI.....	47
2.5 3. Commande par optimisation H_∞	50
2.6. Conclusion	51

Chapitre 3. Contrôleur adaptatif par modélisation floue type-2	52
3.1. Introduction	52
3.2. Formulation du problème	53
3.3. Structure de la commande	57
3.4. Résultats des Simulations	58
3.5. Conclusion	59
Chapitre 4. Commande d'une classe de systèmes MIMO non linéaires	61
4.1. Introduction	61
4.2. Formulation du problème	62
4.3. Synthèse d'un contrôleur PID	62
4.3.1. Estimation des paramètres.....	64
4.3.2. Structure de la commande	64
4.4. Synthèse d'un contrôleur flou PI	65
4.4.1. Estimation des paramètres.....	66
4.4.2. Structure du contrôleur.....	67
4.5. Résultats des simulations	69
4.5.1. Contrôleur PID	69
4.5.2. Contrôleur PI flou.....	72
4.6. Conclusion	73
Conclusion Générale	75

INTRODUCTION GÉNÉRALE

La diversité des problèmes rencontrés en automatique, notamment sur la théorie de la commande des systèmes non linéaires, a connu une évolution considérable ces dernières années. En effet, depuis la fin du siècle dernier, la commande des systèmes non linéaires complexes reposant sur la notion de la logique floue connaît un succès tant sur le plan théorique que pratique. La logique floue apporte généralement une nette amélioration des performances par rapport aux approches classiques tout en présentant l'avantage de pouvoir être définie au moyen d'une description linguistique.

La théorie de l'approximation universelle des systèmes flous est à la base des différents travaux de recherche sur ce type de commande. Cette théorie garantit à un système flou la capacité d'approximer, avec un degré de précision arbitraire fixé, n'importe quelle dynamique non linéaire sur un ensemble compact [Wan-92 ; Buc-92 ; Buc-93 ; Wan-94; Zen-94 ; Spo-02 ; Cas-95]. Ainsi, le comportement d'un système non linéaire peut être représenté par un modèle flou où les relations entre les entrées, les sorties et les états sont exprimées par des règles floues [Tak-85].

La structure d'un modèle flou est décrite par un ensemble de règles où chacune est constituée par une prémisse et une conclusion. Deux grandes classes de modèles flous sont répertoriées selon la nature des conclusions de leurs règles : Les modèles flous de Mamdani qui utilisent une conclusion symbolique et les modèles flous de Takagi-Sugeno où les conclusions sont numériques.

Cependant, cette modélisation floue n'est qu'une représentation approximative du système réel que l'on souhaite commander du fait que le nombre de règles choisit pour décrire le comportement du système est fini. En plus, dans la majorité des cas, le système réel a des paramètres variables et peut être affecté par des perturbations externes. Par conséquent, la représentation du système non linéaire est formée d'un modèle flou nominal auquel on associe des incertitudes. Pour tenir compte de cette faiblesse de représentation d'un système non linéaire par un modèle flou, la commande développée doit être robuste dans le sens où elle devra tenir compte des erreurs de modélisation et des perturbations externes.

Le travail présenté dans cette thèse comprend deux parties. Dans la première partie, nous nous sommes intéressés au développement des structures de commande floues pour une classe de

systèmes non linéaires inconnus à une seule grandeur d'entrée et une seule grandeur de sortie SISO (Single Input – Single Output). Dans la deuxième partie, nous avons proposé de faire d'abord la régulation PID d'un système à plusieurs grandeurs d'entrée et plusieurs grandeurs de sortie MIMO (Multiple Input – Multiple Output) avec entrées non linéaires, ensuite et dans le but de se passer de l'exigence liée à l'ordre dans la régulation par PID classique et de tester les performances obtenues avec l'utilisation des techniques floues, nous avons développé pour le même système MIMO un régulateur PI flou. L'ensemble des techniques utilisées pour la synthèse des contrôleurs ont permis de garantir une bonne poursuite tout en assurant la stabilité et la robustesse.

La thèse est organisée en quatre chapitres :

Le **chapitre 1** présente un aspect bibliographique allant de la définition des ensembles flous type-1 et type-2 à la synthèse de la commande par l'approche de modélisation floue en passant par les principales caractéristiques des modèles flous et la structure des contrôleurs correspondants et terminant par les différentes techniques de commande robuste à savoir l'approche de mode glissant, l'optimisation H_∞ et la technique LMI.

Dans le **chapitre 2**, la modélisation floue type-1 est adoptée afin de résoudre le problème de poursuite de trajectoire. La synthèse du contrôleur flou est faite par les deux approches : directe et indirecte. La structure de commande proposée repose sur l'utilisation d'un modèle flou pour la synthèse d'une commande nominale dont le rôle est d'assurer la poursuite. Cette commande est augmentée par un terme de robustesse. Ce dernier est à chaque fois synthétisé en se basant sur la synthèse de Lyapunov combinée soit à la technique de mode glissant, soit à l'optimisation H_∞ , soit à la technique LMI.

Le **chapitre 3** traite la synthèse de contrôleurs à base de la logique floue type-2 en présence des incertitudes paramétriques et des perturbations externes. La dynamique non linéaire est supposée partiellement connue et l'approximation par le modèle de Takagi-Sugeno concerne uniquement la partie inconnue ce qui permet de réduire nettement la charge des calculs. Les performances de poursuite et de stabilité sont obtenues en se basant sur l'approche de Lyapunov.

Le **chapitre 4** présente deux structures de commande des systèmes MIMO non linéaires :

- La première est la régulation PID avec compensation où la synthèse des paramètres du PID est faite par l'approche placement de pôles ce qui nous évitera le problème de réglage.
- La deuxième est le régulateur PI basé sur la technique floue avec compensation.

Le terme de compensation est obtenu par une projection des non linéarités, du couplage croisé, des perturbations et des dynamiques négligées sur la base orthogonale de Chebyshev.

Chapitre 1

LOGIQUE FLOUE ET COMMANDE NON LINÉAIRE : TOUR D'HORIZON

1.1. Introduction

A partir de concepts mathématiques relativement simples, la logique floue permet de résoudre des problèmes complexes là où les outils de résolution conventionnels sophistiqués peinent. Son succès réside principalement dans son potentiel à résoudre des problèmes du monde réel. L'industrie et les services peuvent bénéficier des atouts de la logique floue, la panoplie des applications à l'échelle planétaire en témoigne. Tous les problèmes de contrôle, de diagnostic ou d'aide à la décision sont des clients potentiels de la logique floue. Ainsi, La logique floue s'est imposée dans des domaines aussi variés que l'électrotechnique, l'industrie, l'automatisme, la robotique, la gestion de la circulation routière, le contrôle aérien, l'environnement, la médecine, afin de résoudre les problèmes d'identification, de régulation de processus, d'optimisation, de classification, de détection de défauts ou de prise de décision. Le développement des algorithmes flous se fait à travers les méthodes par lesquelles l'homme essaye de copier la nature et de reproduire des modes de raisonnement et de comportement qui lui sont propres.

La commande floue est le domaine d'application de la logique floue le plus utilisé dans le cadre de la commande des systèmes non linéaires complexes. L'approche utilisée repose sur la propriété d'approximation universelle des systèmes flous. Cette approche de commande floue a pour objectif le traitement des problèmes de commande de processus qui sont, soit difficilement automatisables par une approche classique, soit les sources d'information sont jugées non précises ou incertaines, et cela à partir des connaissances des experts ou d'opérateurs qualifiés travaillant sur le processus. La particularité de cette commande est de reproduire le comportement humain plutôt que de réaliser un modèle mathématique du système et le contrôleur flou peut ainsi être vu comme un algorithme qui peut convertir une stratégie formelle de commande basée sur les connaissances d'un expert en une stratégie

automatique de commande. Cet algorithme de commande se base sur une collection de règles floues appelée base de règles. L'ensemble des règles de la commande sont reliées par les concepts d'implication, de composition floue et des règles d'inférence floue.

1.2. Commande des systèmes non linéaires

La commande des systèmes non linéaires constitue un domaine de recherche très actif. La diversité des comportements des phénomènes dynamiques qui peuvent être observés pour cette classe de systèmes explique la grande variété des approches qui sont développées.

L'automatique moderne dispose actuellement d'un ensemble d'outils bien maîtrisés pour l'analyse et la synthèse des systèmes linéaires. Aussi, dans les cas non linéaires, si le domaine de fonctionnement est restreint, c'est-à-dire si le procédé reste dans le voisinage d'un point de fonctionnement nominal, les modèles linéaires fournissent une bonne approximation des procédés non linéaires, ce qui permet l'emploi des résultats de l'automatique linéaire pour commander le procédé. Cependant, cette approximation devient insuffisante si l'on considère des systèmes complexes à large domaine de fonctionnement et l'automatique non linéaire ne dispose pas de techniques universelles capables de présenter des résultats généraux pour l'analyse et la synthèse des systèmes et des contrôleurs non linéaires.

La majorité des méthodes présentées dans la littérature pour la commande des systèmes non linéaires sont restreintes à des classes particulières de systèmes non linéaires et quoique ces méthodes soient bien formalisées mathématiquement, elles sont parfois difficiles à implanter pratiquement [Isi-89 ; Slo-91]. Afin de faciliter l'étude des systèmes non linéaires, de nombreuses hypothèses concernant la structure du système, sa commandabilité et son observabilité sont souvent posées. Cependant, quand il s'agit des systèmes non linéaires connus, le problème de linéarisation a été traité par plusieurs chercheurs [Lo -03 ; Wan-02 ; Hoj-02 ; Yon-01] et permet de transformer un système non linéaire à un ensemble des modèles linéaires. Or, en pratique les non linéarités sont inconnues et lorsqu'aucune hypothèse restrictive n'est imposée sur la nature de ces dernières, les techniques de linéarisation classiques deviennent difficiles à appliquer [Ngu-01 ; Gol-03].

L'approche multimodèle a été aussi développée, chaque modèle étant une représentation de l'évolution dans un domaine de l'espace d'état. On cite à titre d'exemple l'approche de séparation des gains [Rug-91 ; Sha-90 ; Sha-92] qui consiste à approximer le système non

linéaire par un ensemble de systèmes linéaires pour lesquels sont adoptées des commandes classiques : placement de pôles, H_∞ , ... etc.

1.3. Systèmes et contrôleurs flous

1.3.1. Ensembles flous type-1

La théorie des ensembles flous [Zad-65] est une théorie mathématique dont l'objectif principal est la modélisation des notions vagues et incertaines du langage naturel. Cette théorie permet d'exprimer l'idée d'une appartenance partielle d'un élément à un ensemble (Figures 1.1 et 1.2). La notion d'appartenance stricte est mal adaptée lorsqu'on manipule :

- Des données incertaines dont la validité est entachée de doute.
- Des données imprécises dont l'expression verbale est difficile.

La théorie ordinaire des ensembles considère des collections d'éléments regroupés en ensembles. L'appartenance d'un élément à un ensemble est une question non ambiguë dont la réponse est soit oui soit non (ensemble booléen). La relation d'appartenance est représentée dans ce cas par une fonction μ qui prend des valeurs de vérité dans la paire $\{0,1\}$. Cependant, dans le cas réel, on rencontre fréquemment des situations où l'ambiguïté est de règle, particulièrement dans le langage courant. Un ensemble flou sera alors utilisé pour modéliser l'incertitude et les imprécisions dans la connaissance.

Un ensemble flou A est défini sur un ensemble de valeur appelé l'univers du discours X par une fonction d'appartenance $\mu_A(x)$ comprise généralement entre 0 et 1 et qui quantifie le degré avec lequel chaque élément x de X appartient à A .

$$\mu_A(x) = 0 \Rightarrow x \notin A.$$

$$\mu_A(x) = 1 \Rightarrow x \in A.$$

$$A = \{(\mu_A(x)/x : x \in X, \mu_A(x) \in [0,1] \subset \mathfrak{R})\} \quad (1.1)$$

L'équation (1.1) définit un ensemble flou comme complètement défini par sa fonction d'appartenance $\mu_A(x)$:

$$\mu_A(x) : X \rightarrow [0,1] \quad (1.2)$$

Si la fonction d'appartenance ne donne que les valeurs de l'ensemble $\{0,1\}$, alors l'ensemble qu'elle génère n'est pas flou.

Dans le cas d'un ensemble discret U , un ensemble flou A peut être défini par une liste de paires ordonnées: degré d'appartenance / élément de l'ensemble :

$$A = \sum_i \mu_A(x_i) / x_i \tag{1.3}$$

où $\mu_A(x_i)$ avec $i = 1, 2, \dots, n$ représente le degré d'appartenance de x_i à l'ensemble flou A .

Dans le cas d'un ensemble continu U , un ensemble flou A peut être représenté par :

$$A = \int \mu_A(x) / x \tag{1.4}$$

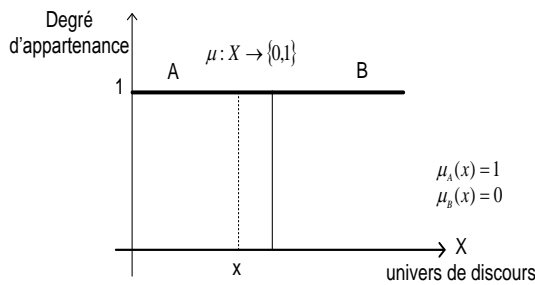


Figure 1.1 : Fonction d'appartenance en théorie des ensembles

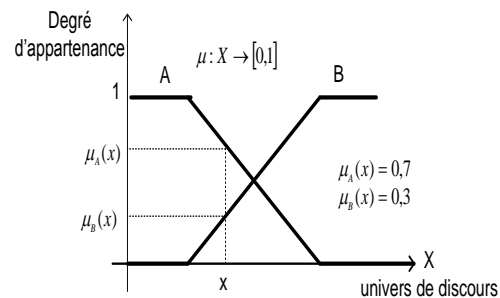


Figure 1.2 : Fonction d'appartenance en théorie des ensembles flous

Selon le type de la fonction d'appartenance, différents types d'ensembles flous seront obtenus [Zad-65 ; Rog-91 ; Zim-93]. Les fonctions d'appartenance pourraient être classées en deux groupes : celles qui sont faites de lignes droites et celles dont la forme est gaussienne. Les fonctions couramment utilisées sont :

- **Fonction d'appartenance triangulaire :** Elle est définie par une valeur inférieure a , une valeur supérieure b et une valeur modale m de sorte que $a < m < b$:

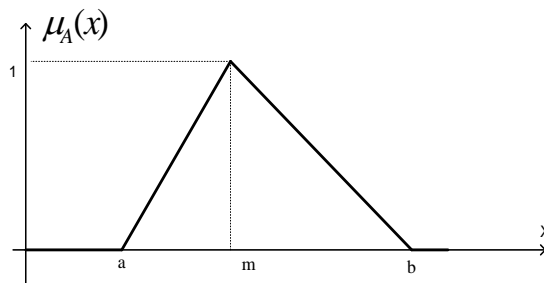


Figure 1.3 : Fonction d'appartenance triangulaire

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq a \\ (x-a)/(m-a) & \text{si } x \in (a, m] \\ (b-x)/(b-m) & \text{si } x \in (m, b] \\ 0 & \text{si } x \geq b \end{cases} \quad (1.5)$$

- **Fonction d'appartenance singleton** : La fonction d'appartenance prend la valeur 0 dans tout l'univers de discours sauf au point m où il prend la valeur 1 :

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \neq m \\ 1 & \text{si } x = m \end{cases} \quad (1.6)$$

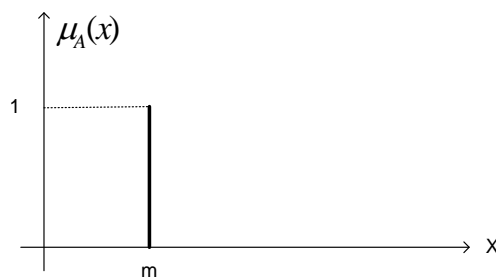


Figure 1.4 : Fonction d'appartenance singleton

- **Fonction d'appartenance gaussienne** : Elle est définie par sa moyenne m et son écart type σ :

$$\mu_A(x) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2\right) \quad (1.7)$$

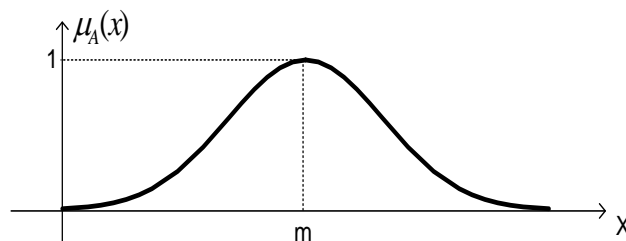


Figure 1.5 : Fonction d'appartenance gaussienne

Plusieurs opérations peuvent être appliquées aux ensembles flous. Soient A et B deux ensembles flous de fonctions d'appartenance respectives $\mu_A(x)$ et $\mu_B(x)$ et X leur univers de discours.

- **Intersection** : La fonction d'appartenance de l'intersection de deux ensembles $A \cap B$ est exprimée par : $\mu_{A \cap B}(x) = g(\mu_A(x), \mu_B(x)), x \in X$ où g est un opérateur t-norme.
- **Union** : La fonction d'appartenance de l'union de deux ensembles $A \cup B$ est exprimée par : $\mu_{A \cup B}(x) = f(\mu_A(x), \mu_B(x)), x \in X$ où f est un opérateur t-conorme.
- **Complément** : La fonction d'appartenance du complément \bar{A} de l'ensemble flou A est définie par : $\forall x \in X, \mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$
- **t-norme appelé aussi intersection floue** : C'est une opération binaire $t : [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$ qui respecte les propriétés suivantes [Kli-94] :
 - *Commutativité* : $x t y = y t x$
 - *Associativité* : $x t (y t z) = (x t y) t z$
 - *Monotonie* : si $x \leq y$ et $w \leq z$ alors $x t w \leq y t z$
 - *Conditions aux limites* : $x t 0 = 0$ et $x t 1 = x$
- **t-conorme ou s-norme appelé aussi union floue** : C'est une opération binaire $s : [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$ qui respecte les propriétés suivantes [Kli-94] :
 - *Commutativité* : $x s y = y s x$
 - *Associativité* : $x s (y s z) = (x s y) s z$
 - *Monotonie* : si $x \leq y$ et $w \leq z$ alors $x s w \leq y s z$
 - *Conditions aux limites* : $x s 0 = x$ et $x s 1 = 1$

1.3.2. Variable linguistique

Une variable linguistique est une variable dont les valeurs sont des mots ou des phrases exprimés dans un langage artificiel ou naturel [Pas-98 ; Zad-94]. Elle est définie par le triplet suivant : (V, X, T_V) où V est le nom de la variable linguistique, X est le domaine physique associé à la variable V appelé aussi l'univers de discours et T_V est l'ensemble des caractéristiques floues de la variable V c'est à dire l'ensemble des valeurs linguistiques que peut prendre la variable V . La définition d'une variable linguistique regroupe donc à la fois des informations de nature numérique et linguistique.

1.3.3. Modélisation floue type-1

Pour mieux comprendre et prévoir l'évolution d'un procédé réel au cours du temps, on le représente par un modèle mathématique lequel décrit l'interaction entre les entrées, les sorties et les perturbations agissant sur le procédé. Ce modèle permettra la synthèse des structures de commande. Néanmoins, lorsque la caractérisation mathématique d'un procédé est difficile, la manipulation des informations à la fois imprécises et entachées d'incertitudes sur ce procédé à l'aide d'un langage naturel est plus facile. Cette manipulation de données de nature linguistique est aisément réalisée en utilisant la théorie des sous ensembles flous qui facilite la formulation des règles pour décrire le comportement du procédé.

Plusieurs approches peuvent être envisagées pour déterminer ces règles ; dans le cas d'un système simple, la méthode utilisée est l'extraction des connaissances de l'opérateur humain qui consiste à énoncer directement les règles par des experts dans la commande de processus ou bien à se servir d'un jeu de données entrées-sorties représentatif du comportement de l'opérateur humain.

La connaissance de l'expert sur le procédé est souvent traduite avec des règles sous la forme “ *Si* <Prémisse (antécédent)> *Alors* <Conclusion (conséquence)> ”. L'apport le plus essentiel de la logique floue est le fait que ces règles sont susceptibles de représenter l'imprécis si les prémisses et les conclusions sont exprimées avec des mots du langage naturel. En logique floue, une règle simple se formalise de la façon suivante :

$$\underbrace{\text{Si } u \text{ est } A}_{\text{Prémisse}} \quad \underbrace{\text{Alors } v \text{ est } B}_{\text{Conclusion}} \quad (1.8)$$

avec A et B sont des termes linguistiques correspondants à des ensembles flous définis sur leurs univers de discours respectifs U et V . u et v sont deux variables linguistiques prenant leurs valeurs linguistiques sur U et V .

En fonction de la syntaxe des règles, deux classes de modèles flous peuvent être distinguées :

- Les modèles flous à conclusion fonctionnelle dits modèles de Takagi-Sugeno [Tak-85].
- Les modèles flous à conclusion symbolique dits modèles linguistiques ou modèles de Mamdani [Zad-75].

Ces deux modèles sont basés sur une collection de règles *Si prémisse – Alors conclusion* et leurs prémisses sont exprimées symboliquement.

Les modèles flous de Takagi-Sugeno sont décrits par une collection de règles de la forme :

$$R^l : \text{Si } x \text{ est } A^l \quad \text{Alors } y = f^l(x) \quad l = 1, 2, \dots, K \quad (1.9)$$

Les prémisses de cette collection de règles sont des propositions floues et les conclusions sont des fonctions ordinaires des entrées du modèle. $x \in R^n$ est la variable d'entrée du système flou, $y \in R$ est sa variable de sortie, $A^l = (A_1^l, A_2^l, \dots, A_n^l)$ est l'ensemble flou antécédent afférent à la $l^{i\grave{e}me}$ règle, $f^l(x)$ est une fonction paramétrique généralement de la forme affine $f^l(x) = a^l x + b^l$ et K est le nombre de règle.

Le degré d'activation de la $l^{i\grave{e}me}$ règle $w^l(x)$ du modèle Takagi-Sugeno est obtenu en calculant le produit des degrés d'appartenance individuels :

$$w^l(x) = \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^l}(x_i) \quad (1.10)$$

Un cas particulier des modèles de Takagi-Sugeno est le modèle flou à conclusion constante. Il est représenté par des règles de la forme : $R^l : Si x \text{ est } A^l \text{ Alors } y = c^l \quad l = 1, 2, \dots, K$ avec c^l est une constante de la règle indexée par l .

A titre d'exemple, un système dynamique non linéaire simple est décrit par des règles de la forme : $R^l : Si u(k) \text{ est } U^l \text{ et } y(k) \text{ est } Y^l \text{ Alors } y(k+1) = a^l y(k) + b^l u(k) + c^l$

où $u(k)$ est la commande, $y(k)$ est la sortie du système ; U^l et Y^l sont les ensembles flous décrivant la commande et la sortie sur leurs univers de discours respectifs ; a^l, b^l et c^l sont les paramètres de la conséquence.

L'identification de la structure du modèle flou de Takagi-Sugeno est généralement réalisée par la méthode heuristique [Tak-85] ou la technique de classification de données (clustering) [Bab-94]. Les algorithmes utilisés pour la classification des données numériques (algorithme FCM : Fuzzy C-Means, algorithme GK : Gustafson Kessel, ...) permettent d'induire les sous ensembles flous antécédents pour chaque règle. Ces algorithmes se basent sur l'analyse des distances entre les données et le centre d'une classe. La classification C-moyenne floue FCM est une méthode de classification itérative qui permet de classifier les données selon C classes de forme hyper sphère [Chu-00 ; Gui-01], elle calcule à chaque fois les centres des classes et génère la matrice d'appartenance U des données à ces classes. L'algorithme GK est une méthode qui utilise une norme adaptative de la distance en obtenant des classes hyper ellipsoïdales [Gus-79].

L'identification des paramètres des conséquences est généralement déterminée par l'application de la méthode des moindres carrés. Il est à noter que la représentation des modèles Takagi-Sugeno est très efficace pour approximer des systèmes non linéaires complexes car la base de règles est composée d'un ensemble de modèles locaux qui sont

généralement des fonctions linéaires. Cependant, l'interprétation des règles et plus particulièrement des conclusions des règles est très difficile. Donc, lorsqu'on a besoin d'une meilleure compréhension du système avec une garantie de lisibilité des règles, la représentation par les modèles flous de Takagi-Sugeno est déconseillée. Dans ce cas, une modélisation de Mamdani est utilisée en cherchant un modèle linguistique du système. Ceci est décrit par des règles de la forme :

$$R^l : \text{Si } x \text{ est } A^l \text{ Alors } y \text{ est } B^l \quad l = 1, 2, \dots, K \quad (1.11)$$

Les prémisses et les conclusions de cette collection de règles sont des propositions floues. $x \in R^n$ et $y \in R$ sont respectivement l'entrée et la sortie du système flou, A^l et B^l sont respectivement les ensembles flous antécédent et conséquent de la $l^{\text{ième}}$ règle et K est le nombre de règle.

Une règle du modèle Mamdani est caractérisée par le degré d'activation $w^l(x) = \bigwedge_{i=1}^n \mu_{A_i^l}(x_i)$ avec \wedge est une t-norme.

Dans le cas de modèle Mamdani, le processus dynamique précédent est décrit avec des règles de la forme : $R^l : \text{Si } u(k) \text{ est } U^l \text{ et } y(k) \text{ est } Y^l \text{ Alors } y(k+1) \text{ est } C^l$

où U^l , Y^l et C^l sont des ensembles flous caractérisant chacune des variables sur leurs univers de discours respectifs.

L'identification du modèle flou Mamdani s'effectue soit d'une manière analytique comme le cas du modèle Takagi-Sugeno soit en intégrant une connaissance à priori. Par exemple, un expert peut définir la partition des entrées et un certain nombre de règles. Le formalisme explicite du modèle permet d'unifier les règles définies à partir des données et celles formulées à partir d'une connaissance. C'est un avantage quand les mesures, ou l'expertise, ou les deux sont incomplètes. Cependant, pour approcher le comportement global d'un système par un modèle flou Mamdani, un grand nombre de règles est nécessaire et le nombre de paramètres à identifier augmente. Malgré cet inconvénient, si un ensemble de règles linguistiques complet et compact est identifiable (toutes les situations sont traduites dans la base de règles), la précision du modèle flou Mamdani est correcte voire supérieure à celle des modèles Takagi-Sugeno.

En conclusion, les modèles flous Takagi-Sugeno et Mamdani sont deux représentations complémentaires et non concurrentes. Le choix d'une structure dépend de l'objectif recherché avec une précision fixée à l'avance qui peut être soit au niveau de la simulation du modèle, soit la connaissance explicite des relations liant les entrées et les sorties du système.

1.3.4. Contrôleurs flous type-1

Les grandeurs de sortie d'un processus à commander et éventuellement d'autres mesures déterminantes pour saisir l'évolution dynamique du processus ainsi que les consignes définissent les variables d'entrée du contrôleur flou. Les variables de sortie de ce contrôleur sont les commandes à appliquer au processus.

Le contrôleur flou est constitué de 4 blocs principaux (figure 1.6) : la base de connaissance, le système d'inférence, l'interface de fuzzification et l'interface de défuzzification. La base de connaissance est composée d'une base des données et d'une base de règles. La base des données contient des faits de la forme: x est A pour les variables linguistiques d'entrée et de sortie du contrôleur flou. La base des règles contient des propositions de la forme : *Si x_1 est A_1 et x_2 est A_2 Alors y est B* . Elle caractérise la stratégie de commande émise par l'expert sous forme de règles linguistiques. Le système d'inférence est capable de raisonner à partir des informations contenues dans la base de connaissance et de faire des déductions. Si B est une valeur linguistique, le contrôleur est dit de type Mamdani. Si B est une valeur numérique ou une équation mathématique, alors le contrôleur est dit de type Takagi-Sugeno.

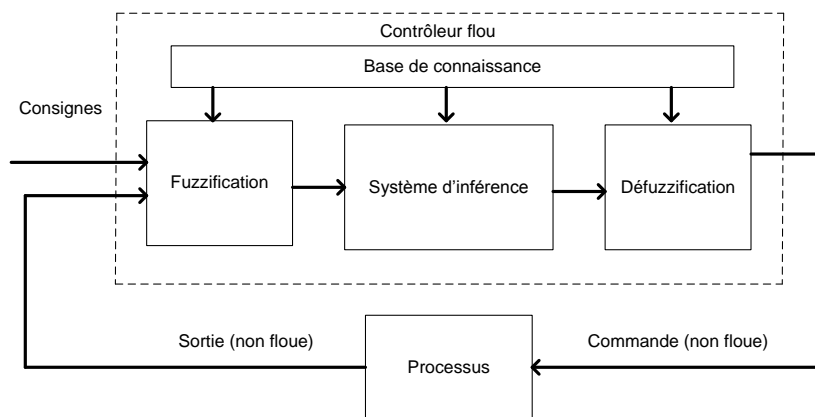


Figure 1.6 : Schéma synoptique d'un contrôleur flou

Un contrôleur flou passe généralement par les étapes suivantes :

- Choix de la stratégie de fuzzification.
- Etablissement de la base de règles.
- Choix de la méthode d'inférence.
- Choix de la stratégie de défuzzification.

La description de chacune de ces étapes est donnée ci-dessous :

- **Fuzzification** : Les variables d'entrée et de sortie choisies pour modéliser ou commander un système sont des grandeurs numériques. L'étape de fuzzification consiste à transformer ces grandeurs réelles en variables linguistiques en vue d'un traitement d'inférence. Ainsi, à chaque variable d'entrée et de sortie est associé des ensembles caractérisant les termes linguistiques pris par ces variables. Ces termes seront utilisés pour écrire les règles d'inférence.

Le choix des formes des fonctions d'appartenance est arbitraire. Des études comparatives ont montré qu'avec les différentes formes des fonctions d'appartenance, les résultats sont pratiquement similaires en boucle fermée. La forme la plus fréquemment utilisée en commande floue est la forme triangulaire. Le nombre de fonctions d'appartenance est généralement impair et se répartissent autour de zéro. En général, on introduit pour une variable linguistique trois, cinq ou sept ensembles flous. Le choix du nombre dépend de la précision souhaitée. Les fonctions d'appartenance peuvent être symétriques, non symétriques et équidistantes ou non équidistantes.

- **La base de règles** : Une base de règles floues est une collection de règles qui permet de lier les variables floues d'entrée et de sortie. La description de la commande se fait par l'intermédiaire de ces règles qui ont la forme suivante :

$$\text{Si } x_1 \text{ est } A_1 \text{ et } x_2 \text{ est } A_2 \text{ Alors } y \text{ est } B \quad (1.12)$$

où x_1, x_2 et y sont les grandeurs physiques caractéristiques du système. A_1, A_2 et B sont les termes linguistiques. Le ET de conjonction est réalisé en effectuant le minimum entre les degrés de vérité des propositions floues x_1 est A_1 et x_2 est A_2 .

- **Méthode d'inférence floue** : Elle permet de calculer l'ensemble flou associé à la commande et se fait par les opérations d'inférence floue et l'agrégation des règles.

L'inférence floue repose sur l'utilisation d'un opérateur d'implication floue pour chaque règle à analyser. Cet opérateur quantifie la force de liaison entre la prémisse et la conclusion de la règle.

Soit la règle suivante : *Si x est A Alors y est B* , l'inférence peut être exprimée mathématiquement par l'expression suivante :

$$\mu'_B(y) = I(\mu_A(x_0), \mu_B(y)) \text{ où } I \text{ désigne l'opérateur d'inférence.}$$

Il existe d'autres possibilités pour exprimer les inférences, à savoir par description linguistique, par matrice d'inférence ou par tableau d'inférence. Deux approches d'inférence sont couramment utilisées :

Implication de Mamdani : $\mu_B'(y) = \min(\mu_A(x_0), \mu_B(y))$

Implication de Larsen : $\mu_B'(y) = \mu_A(x_0) \cdot \mu_B(y)$

Pour générer une conclusion à partir de l'ensemble des règles actives, on procède à une agrégation de ces règles par un opérateur disjonctif. Ce qui revient à lier les règles par un opérateur OU. Généralement l'opérateur max est utilisé pour agréger un ensemble de n règles :

$$\mu_B(y) = \max_{i=1, \dots, n} \mu_{B_i}(y) \quad (1.13)$$

- **Défuzzification** : Le traitement des règles d'inférence fournit une valeur floue. L'étape de défuzzification consiste à transformer l'ensemble flou résultant de l'agrégation des règles en une grandeur de commande précise à appliquer au processus. Dans la littérature, il existe plusieurs stratégies pour réaliser cette opération telle que la moyenne des maxima, le centre des aires, le centre des maxima. La méthode de défuzzification par le centre de gravité est la méthode la plus utilisée en commande floue du fait qu'elle fournit intuitivement la valeur la plus représentative de l'ensemble flou issu de l'agrégation des règles. Elle consiste à calculer le centre de gravité de la surface formée par la fonction d'appartenance résultante.

Dans le cas particulier de règles de Takagi-Sugeno où les conclusions sont polynomiales :

$$R^l : \text{Si } x_1 \text{ est } A_1^l \text{ et } x_2 \text{ est } A_2^l \text{ et } \dots \text{ et } x_n \text{ est } A_n^l \text{ Alors } y = f^l(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ l = 1, 2, \dots, K \quad (1.14)$$

La commande u est obtenue par une simple moyenne pondérée selon les niveaux d'activation w^l de chacune des règles.

$$u = \frac{\sum_{l=1}^K w^l f^l(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\sum_{l=1}^K w^l} \quad (1.15)$$

avec $w^l = T(\mu_{A_1^l}(x_1), \mu_{A_2^l}(x_2), \dots, \mu_{A_n^l}(x_n))$ où T est une t-norme choisit très souvent égale à l'opérateur produit.

1.3.5. Systèmes flous type-2

Les fonctions d'appartenance des ensembles flous type-1 sont précises, elles sont incapables de prendre en charge des incertitudes numériques ou linguistiques. Pour incorporer

ces incertitudes dans les fonctions d'appartenance, l'idée consiste à faire une extension des ensembles flous type-1 [Cas-08]. On considère un ensemble flou type-1 caractérisé par une fonction d'appartenance gaussienne de moyenne M et d'écart type σ_x . Le degré d'appartenance pour chaque élément x est donné par :

$$m(x) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-M}{\sigma_x}\right)^2\right) \quad (1.16)$$

Dans le concept des ensembles flous type-1, le degré d'appartenance d'un élément est un nombre ordinaire qui appartient à l'intervalle $[0,1]$. On suppose que cette appartenance n'est pas un nombre mais un ensemble flou type-1. On note les éléments du domaine de cet ensemble μ_1 et on l'appelle appartenance primaire de x . On note l'appartenance de ces appartenances primaires $\mu_2(x, \mu_1)$ et on l'appelle appartenance secondaire de x .

Si les appartenances secondaires sont des gaussiennes de moyenne $m(x)$ et de déviation σ_m alors :

$$\mu_2(x, \mu_1) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\mu_1 - m(x)}{\sigma_m}\right)^2\right) \quad (1.17)$$

Avec $\mu_1 \in [0,1]$ et $m(x) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-M}{\sigma_x}\right)^2\right)$

d'où :

$$\mu_2(x, \mu_1) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\mu_1 - \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-M}{\sigma_x}\right)^2\right)}{\sigma_m}\right)^2\right) \quad (1.18)$$

On peut conclure que le degré d'appartenance de chaque élément pour le cas d'un ensemble flou type-2 représente toutes les appartenances primaires ainsi que les appartenances secondaires correspondantes et peut être écrit sous la forme : $\mu(x) = \int_{\mu_1 \in [0,1]} \mu_2(x, \mu_1) / \mu_1$, $x \in X$.

La fonction d'appartenance secondaire (1.18) type-2 peut être interprétée comme une fonction à deux variables x et μ_1 : pour chaque x et chaque μ_1 , on aura une appartenance secondaire μ_2 qui est un nombre ordinaire ; $\mu_2(x, \mu_1) : X \times [0,1] \rightarrow [0,1]$.

Il existe différents types d'ensembles flous type-2 :

- **Ensemble flou type-2 gaussien** : Le degré d'appartenance de chaque point est un ensemble flou type-1 gaussien dont le domaine de définition est inclus dans l'intervalle $[0,1]$.
- **Ensemble flou type-2 triangulaire** : Le degré d'appartenance de chaque point est un ensemble flou type-1 triangulaire dont le domaine de définition est inclus dans l'intervalle $[0,1]$.
- **Ensemble flou type-2 intervalle** : Le degré d'appartenance de chaque point est un ensemble ordinaire dont le domaine de définition est inclus dans l'intervalle $[0,1]$. Dans ce cas, les appartenances secondaires sont égales à 1.

La figure 1.7 schématise une fonction d'appartenance floue type-2 avec une zone d'incertitude.

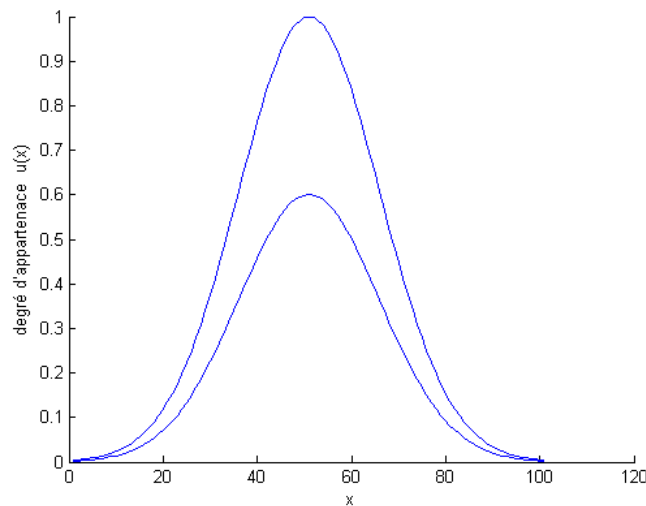


Figure 1.7 : Fonction d'appartenance d'un ensemble flou type-2

A l'instar des ensembles flous type-1, on définit les opérations les plus importantes sur les ensembles flous type-2. Soit $\tilde{A} \in X$ et $\tilde{B} \in X$ deux ensembles flous type-2 et $\mu_{\tilde{A}}(x)$ et $\mu_{\tilde{B}}(x)$ leurs appartenances floues respectives (ensembles flous type-1 dans $J \subseteq [0,1]$).

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \sum_i f_x(u_i) / u_i ; u_i \in J \quad (1.19)$$

$$\mu_{\tilde{B}}(x) = \sum_i g_x(w_i) / w_i ; w_i \in J \quad (1.20)$$

- **Barycentre d'un ensemble flou type-2 :**

Soit x_i un point de l'ensemble flou type-2 \tilde{A} . Le barycentre de l'ensemble \tilde{A} défini sur un domaine discret de N points x_i est un ensemble flou type-1 et est donné par :

$$C_{\tilde{A}} = \int_{\theta_1} \dots \int_{\theta_N} [\mu_{D_1}(\theta_1) * \mu_{D_2}(\theta_2) * \dots * \mu_{D_N}(\theta_N)] / \frac{\sum_{i=1}^N x_i \theta_i}{\sum_{i=1}^N \theta_i} \quad (1.21)$$

où $D_i = \mu_{\tilde{A}}(x_i)$ est un ensemble flou type-1 avec $\theta_i \in D_i$, les x_i sont des nombres ordinaires et $*$ dénote une t-norme.

On peut noter qu'un ensemble flou type-2 peut être vu comme une collection d'ensembles flous type-1 [Kar-98a].

Pour définir les opérations fondamentales : union, intersection et complément des ensembles flous \tilde{A} et \tilde{B} , on utilise le principe d'extension de Zadeh [Kli-96].

- **Enoncé du principe d'extension monodimensionnel :**

Le principe d'extension des ensembles flous est essentiellement une identité de base qui permet à un domaine de définition d'une relation à être étendu de quelques points de U à des sous ensembles flous de U . Particulièrement, supposons que f est une relation de U vers V

et A est un ensemble flou défini par $A = \int_U \mu_A(u)/u$ cas continu ou $A = \sum_i \mu_A(u_i)/u_i$ cas

discret, alors le principe d'extension affirme que l'image de A sous la relation f est un ensemble flou $f(A)$ de W défini par $f(A) = f\left[\int_U \mu_A(u)/u\right] = \int_W \mu_A(u)/f(u)$ cas continu ou

$f(A) = f\left[\sum_i \mu_A(u_i)/u_i\right] = \sum_i \mu_A(u_i)/f(u_i)$ cas discret.

Par conséquent, l'image de A sous f peut être déduite en connaissant les images de u ou u_i sous f .

Par application du principe d'extension aux ensembles flous \tilde{A} et \tilde{B} , on aura :

- **Union de \tilde{A} et \tilde{B} :**

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x) &= \mu_{\tilde{A}}(x) \cup \mu_{\tilde{B}}(x) = \left(\sum_i f_x(u_i)/u_i\right) \cup \left(\sum_j g_x(w_j)/w_j\right) \\ &= \sum_{i,j} (f_x(u_i) \wedge g_x(w_j))/u_i \vee w_j \end{aligned} \quad (1.22)$$

- **Intersection de \tilde{A} et \tilde{B} :**

$$\begin{aligned}\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) &= \mu_{\tilde{A}}(x) \cap \mu_{\tilde{B}}(x) = \left(\sum_i f_x(u_i)/u_i \right) \cap \left(\sum_j g_x(w_j)/w_j \right) \\ &= \sum_{i,j} (f_x(u_i) \wedge g_x(w_j)) / u_i \wedge w_j\end{aligned}\quad (1.23)$$

- **Complément de \tilde{A} :**

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \sum_i f_x(u_i)/(1-u_i) \quad (1.24)$$

Avec \wedge et \vee indique respectivement les opérations min et max.

1.3.6. Modélisation et commande floues type-2

La modélisation des systèmes par la logique floue type-2 est identique à celle utilisée dans le cas des systèmes flous type-1 à l'exception que quelques (ou toutes) les fonctions d'appartenance de la base de règles sont de type-2. Une règle d'un système flou type-2 a la forme suivante :

$$R^l: \text{Si } x_1 \text{ est } \tilde{F}_1^l \text{ et } x_2 \text{ est } \tilde{F}_2^l \text{ et... et } x_n \text{ est } \tilde{F}_n^l \text{ Alors } y \text{ est } \tilde{G}^l \quad (1.25)$$

où les \tilde{F}_i^l sont les ensembles flous antécédents type-2 et les \tilde{G}^l sont les ensembles flous conséquents type-2 avec $i = 1, 2, \dots, n$; $l = 1, 2, \dots, K$. K est le nombre de règles floues.

Dans le cas du système flou type-2, les ensembles flous à la sortie du mécanisme d'inférence sont de type-2. Leur défuzzification en vue d'obtenir un nombre ordinaire à la sortie du système flou comme dans le cas type-1 nécessite dans un premier temps une opération qui les transforme en des ensembles flous type-1. Cette opération est appelée la réduction de type [Kar-98a ; Kar-98b ; Kar-99 ; Lia-00 ; Kar-01]. L'ensemble flou type-1 obtenu par cette opération est dit ensemble de type réduit et sera défuzzifié pour obtenir à la sortie du système flou type-2 un nombre ordinaire représentant la combinaison des ensembles de sortie.

Plusieurs techniques de réduction de type sont détaillées dans la littérature et les plus populaires sont : la méthode du barycentre [Glo-99, Men-95] qui combine tous les ensembles flous type-2 de sortie en utilisant l'union et calcule le barycentre de l'ensemble résultant par la relation (1.21) et la méthode des centres d'ensemble adoptée dans le cadre de cette thèse. Cette dernière méthode consiste à remplacer chaque ensemble flou type-2 par son barycentre puis à calculer la moyenne pondérée de ces barycentres. Le poids associé au $l^{\text{ième}}$ barycentre

est le degré d'activation de la $l^{\text{ième}}$ règle : $\prod_{i=1}^n \mu_{\tilde{F}_i^l}(x_i)$.

Un contrôleur flou classique est composé d'une interface de fuzzification, une base de règles, un système d'inférence et une interface de défuzzification. La structure du contrôleur flou type-2 est similaire à celui classique avec la particularité de l'utilisation d'un réducteur de type pour convertir les ensembles flous type-2 à la sortie du système d'inférence en ensembles flous type-1 avant la phase de défuzzification. Ses différentes opérations sont illustrées sur la figure suivante :

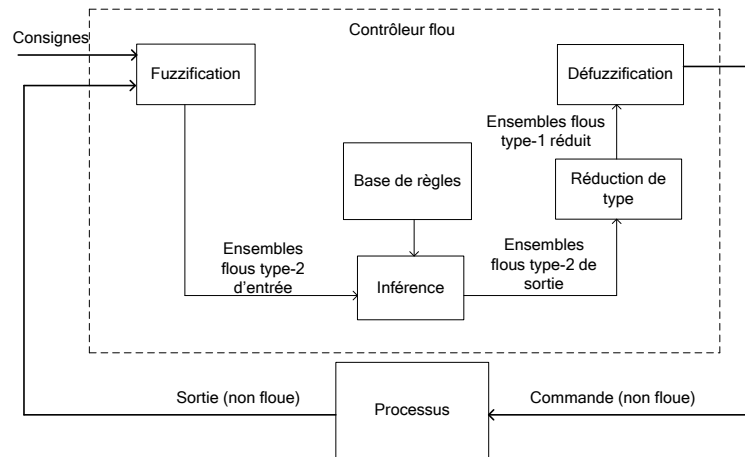


Figure 1.8 : Structure d'un système de commande floue type-2

Dans le cadre de ce rapport et pour des raisons de simplifications de calcul, seuls les ensembles flous type-2 intervalle sont employés [Ber-08 ; Cas-07].

- **Inférence dans les systèmes flous type-2 intervalle**

Le système d'inférence dans un système flou type-2 utilise la base de règles floues (1.25) pour effectuer une relation entre un vecteur d'entrée $\underline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ et la sortie scalaire y .

La première étape dans l'opération d'inférence floue est le calcul de l'intervalle d'activation associé au $l^{ième}$ ensemble flou de sortie :

$$F^l(\underline{x}) = \prod_{i=1}^n \mu_{\tilde{F}_i^l}(x_i) \quad (1.26)$$

Ensuite, si on note par \tilde{B}^l l'ensemble flou de sortie correspondant à la composition de la $l^{ième}$ règle R^l et l'ensemble flou d'entrée \tilde{X}^l , l'ensemble $F^l(\underline{x})$ est combiné avec l'ensemble flou conséquent \tilde{G}^l de la $l^{ième}$ règle à l'aide de l'opérateur t-norme choisie \cap pour obtenir l'ensemble flou de sortie correspondant à la $l^{ième}$ règle:

$$\mu_{\tilde{B}^l}(y) = \mu_{\tilde{G}^l}(y) \cap \mu_{F^l}(\underline{x}) \quad (1.27)$$

En utilisant une fuzzification singleton, c'est-à-dire le degré d'appartenance pour l'ensemble flou \tilde{X} n'a une valeur qui est unitaire que lorsque $\underline{x} = \underline{x}$ alors :

$$\mu_{\tilde{B}^l}(y) = \mu_{\tilde{G}^l}(y) \cap \prod_{i=1}^n \mu_{\tilde{F}_i^l}(x_i) \quad (1.28)$$

Comme seulement les ensembles flous type-2 intervalle sont utilisés et l'opération t-norme produit est mise en œuvre, alors l'intervalle d'activation associé au $l^{\text{ième}}$ ensemble flou de sortie est l'ensemble flou type-1 intervalle défini par :

$$F^l(\underline{x}) = [\underline{f}^l(\underline{x}), \overline{f}^l(\underline{x})] \quad (1.29)$$

où $\underline{f}^l(\underline{x}) = \underline{\mu}_{\tilde{F}_1^l}(x_1) * \underline{\mu}_{\tilde{F}_2^l}(x_2) * \dots * \underline{\mu}_{\tilde{F}_n^l}(x_n)$ et $\overline{f}^l(\underline{x}) = \overline{\mu}_{\tilde{F}_1^l}(x_1) * \overline{\mu}_{\tilde{F}_2^l}(x_2) * \dots * \overline{\mu}_{\tilde{F}_n^l}(x_n)$.

Les termes $\underline{\mu}_{\tilde{F}_i^l}(x_i)$ et $\overline{\mu}_{\tilde{F}_i^l}(x_i)$ sont respectivement des degrés d'appartenance inférieur et supérieur relatifs à $\mu_{\tilde{F}_i^l}(x_i)$.

- **Réduction de type dans les systèmes flous type-2 intervalle**

Etant donné que la sortie du système d'inférence est un ensemble flou type-2, son type doit être réduit avant l'étape de défuzzification pour qu'on puisse l'utiliser afin de générer une sortie réelle. C'est la principale différence structurelle entre les systèmes flous type-1 et ceux de type-2.

L'expression de l'ensemble flou type réduit par la méthode des centres d'ensembles est donnée par [Men-01] :

$$Y_{\text{cos}}(Y^1, \dots, Y^K, F^1, \dots, F^K) = \frac{\int_{y^1} \dots \int_{y^k} \dots \int_{f^1} \dots \int_{f^k} \tau_{l=1}^K \mu_{Y^l}(y^l) * \tau_{l=1}^K \mu_{F^l}(f^l)}{\sum_{l=1}^K f^l} \quad (1.30)$$

Où τ et $*$ indiquent les t-norme choisies, $y^l \in Y^l = C_{\tilde{G}^l}$ le barycentre du $l^{\text{ième}}$ ensemble flou

conséquent type-2 et $f^l \in F^l(\underline{x}) = \prod_{i=1}^n \mu_{\tilde{F}_i^l}(x_i)$ le degré d'activation associé à la $l^{\text{ième}}$ règle

pour $l = 1, 2, \dots, K$.

Puisque les ensembles flous utilisés sont type-2 intervalle, alors chaque Y^l et F^l est un ensemble type-1 intervalle, ce qui se traduit par $\mu_{Y^l}(y^l) = \mu_{F^l}(f^l) = 1$.

L'équation (1.30) peut être réécrite :

$$Y_{\text{cos}}(Y^1, \dots, Y^K, F^1, \dots, F^K) = \int_{y^1} \dots \int_{y^K} \dots \int_{f^1} \dots \int_{f^K} 1 / \frac{\sum_{l=1}^K f^l y^l}{\sum_{l=1}^K f^l} \quad (1.31)$$

Aussi, étant donné que chaque ensemble dans l'équation (1.31) est un ensemble type-1 intervalle, alors $Y_{\text{cos}}(Y^1, \dots, Y^K, F^1, \dots, F^K)$ est aussi un ensemble type-1 intervalle et donc son domaine est un intervalle situé sur l'axe des réels :

$$Y_{\text{cos}}(Y^1, \dots, Y^K, F^1, \dots, F^K) = [y_l, y_r] \quad (1.32)$$

1.4. Classes de systèmes non linéaires

La problématique de la commande floue est basée sur le fait que les systèmes flous sont des approximateurs universels : Les systèmes flous sont capables d'approximer avec un degré de précision arbitraire fixé, n'importe quelle dynamique non linéaire sur un ensemble compact. Dans notre cas, les systèmes flous de Takagi-Sugeno à conclusion constante sont adoptés pour représenter la dynamique des systèmes non linéaires SISO et les systèmes flous de Mamdani sont utilisés pour la synthèse d'un régulateur flou PI pour les systèmes MIMO. Dans la pratique, un modèle ne peut pas représenter de façon exacte le comportement d'un procédé réel non linéaire. Donc, du fait qu'il est illusoire de décrire précisément le comportement du procédé, le modèle attaché au procédé sera composé d'un modèle nominal auquel on attache des incertitudes qui représentent les erreurs d'approximation. Pratiquement, la représentation de la dynamique d'un système non linéaire par un modèle flou nécessite un nombre très grand de règles floues, d'où la nécessité de l'utilisation des erreurs de modélisation en cas d'un modèle flou nominal obtenu par un nombre fini et raisonnable de règles floues fixé à priori.

La loi de commande développée à base du modèle flou nominal ne peut pas assurer la robustesse de la structure de commande vis-à-vis des incertitudes de modélisation et des perturbations auxquelles est soumis le système. Ce problème peut être résolu en ajoutant un terme additif à la commande développée à base du modèle flou nominal.

Le problème de la commande traité dans le cadre de cette thèse est focalisé sur le suivi de la trajectoire. La convergence de l'erreur est garantie par le fait que l'erreur entre la sortie du système non linéaire et la sortie estimée soit faible.

La classe de systèmes SISO traitée dans cette thèse est régit par l'équation dynamique suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_n = f(\underline{x}, t) + g(\underline{x}, t)u(t) + d(t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (1.33)$$

avec $\underline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état, $u(t) \in \mathbb{R}$ et $y(t) \in \mathbb{R}$ sont respectivement l'entrée et la sortie du système et $d(t)$ représente les perturbations externes inconnues bornées.

$f(\underline{x}, t)$ et $g(\underline{x}, t)$ sont des fonctions de \mathbb{R} vers \mathbb{R} supposées non linéaires de forme analytique inconnue décrivant respectivement le comportement du système et le gain de la commande. Théoriquement, un grand nombre de systèmes non linéaires peuvent être ramenés à la structure (1.33).

Le développement de cette représentation d'état conduit à la représentation entrée-sortie suivante :

$$y^{(n)} = f(y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}) + g(y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)})u(t) + d(t) \quad (1.34)$$

On suppose que le système (1.33) satisfait les hypothèses suivantes :

- $\underline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})^T \in \mathbb{R}^n$ le vecteur d'état du système est disponible pour la mesure.
- $g(\underline{x}, t) \neq 0$ pour tout \underline{x} dans une région de contrôlabilité $U_c \in \mathbb{R}^n$. Puisque $g(\underline{x}, t)$ est continue, on suppose en plus que $0 < g(\underline{x}, t) < \infty$ pour tout $\underline{x} \in U_c$.

L'objectif de la commande est de développer des stratégies de commande pour la classe de systèmes non linéaires inconnus capables d'assurer la stabilité en boucle fermée et la robustesse vis-à-vis des incertitudes et / ou perturbations. La loi de commande $u = u(\underline{x})$ ainsi développée devra forcer la sortie du système $y(t)$ à suivre un signal de référence désiré borné $y_r(t)$ de sorte à minimiser l'erreur de suivi $e(t) = y(t) - y_r(t)$ et les dérivées à l'ordre $(n-1)$ définies par $e^{(i)}(t) = y^{(i)}(t) - y_r^{(i)}(t)$ soient bornées.

On suppose que le signal de référence $y_r(t)$ ainsi que ses dérivés à l'ordre $(n-1)$ sont bornées. Le vecteur de référence est donné par : $\underline{y}_r = (y_r, \dot{y}_r, \dots, y_r^{(n-1)})^T$ et le vecteur de l'erreur de poursuite est donné par : $\underline{e} = (e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)})^T$.

Pratiquement, lorsque les dynamiques du système (1.33) sont bien connues et que le système est non affecté par des perturbations externes $d(t) = 0$, alors selon le principe de la

linéarisation entrée-sortie, la loi de commande capable d'assurer la convergence asymptotique vers zéro de l'erreur de suivi de trajectoire $e(t) = y(t) - y_r(t)$ est :

$$u = \frac{1}{g(\underline{x}, t)} (-f(\underline{x}, t) + y^{(n)}) \quad (1.35)$$

Pour résoudre le problème d'instabilité, la loi de commande par placement de pôles est choisie comme suit [Wan-02 ; Slo-91] :

$$u = \frac{1}{g(\underline{x}, t)} (-f(\underline{x}, t) + y_r^{(n)} - k^T \underline{e}) \quad (1.36)$$

ou bien :

$$u = \frac{1}{g(\underline{x}, t)} (-f(\underline{x}, t) + y_r^{(n)} - \sum_{i=0}^{n-1} k_i e^{(i)}) \quad (1.37)$$

avec $k^T = (k_0, k_1, \dots, k_{n-1})$, $\underline{e} = (e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)})$ et les coefficients k_i sont tels que le polynôme $S = s^n + k_{n-1}s^{n-1} + \dots + k_1s + k_0$ est Hurwitzien.

Ce principe a souvent été employé pour résoudre des problèmes pratiques de commande lorsque le vecteur d'état est mesurable et que le modèle utilisé, c'est-à-dire les fonctions $f(\underline{x}, t)$ et $g(\underline{x}, t)$, est connu avec précision. Or, le système est inconnu et aucune robustesse n'est garantie face aux incertitudes paramétriques du modèle et aux perturbations externes qui peuvent affecter le système [Ngu-01 ; Gol-03]. Dans ces circonstances, la synthèse de la loi de commande (1.37) devient très difficile à mettre en œuvre. Donc, on propose d'utiliser en alternatif un système flou pour approximer la dynamique non linéaire inconnue du système.

L'analyse de la stabilité des modèles flous est généralement basée sur les fonctions de Lyapunov candidates [Bor-93 ; Kha-96]. La synthèse de Lyapunov [Las-86 ; Vid-93 ; Krs-95] consiste à choisir une fonction V puis à chercher des lois de commande ou d'adaptation assurant sa décroissance (\dot{V} pour des systèmes continus). Si ces conditions sont vérifiées, la fonction V assurant la stabilité est dite fonction de Lyapunov.

L'autre classe de systèmes traitée dans la thèse est la classe de systèmes MIMO à entrée non linéaires régit par l'équation suivante :

$$A(q^{-1})y(k) = B_d(q^{-1})Z(k) + \xi(k) \quad (1.38)$$

où $A(q^{-1})$ et $B_d(q^{-1})$ sont des matrices polynomiales. $Z(k) \in R^n$, $y(k) \in R^n$ et $\xi(k) \in R^n$ sont respectivement une entrée non linéaire du système à commander, sa sortie et l'ensemble des perturbations qui affectent le fonctionnement du système.

Le travail présenté dans cette thèse traite la problématique de suivi de trajectoire pour les deux classes de systèmes non linéaires en s'appuyant sur le concept des systèmes flous. Pour la classe de systèmes SISO, les dynamiques inconnues du système non linéaire $f(\underline{x},t)$ et $g(\underline{x},t)$ sont approchées, soit par des modèles locaux linéaires à l'aide d'un modèle flou adaptatif type-1 de type Takagi-Sugeno, soit par des modèles flous type-2 ou bien la loi de commande sera approximée directement par un modèle flou. Aussi, nous allons nous servir de l'approche du mode glissant, des optimisations LMI (linear matrix inequalities) et H_∞ combinées avec la synthèse de Lyapunov pour résoudre le problème de la stabilité, de la robustesse et du suivi de trajectoire. Quant à la classe de systèmes MIMO non linéaires, nous allons utiliser un régulateur PID classique et un PI flou. Les deux régulateurs sont utilisés avec un compensateur en cascade. La compensation est réalisée par la projection de la fonction contenant les non linéarités, le couplage croisé, les perturbations et les dynamiques négligées sur la base orthogonale de Chebychev.

1.5. Structures de synthèse des lois de commande

1.5.1. Mode glissant

La commande par mode glissant pour les systèmes non linéaires a été largement étudiée et développée depuis son introduction [Utk-77]. Sa caractéristique principale est sa structure variable avec commutation d'une part et d'autre d'une surface appelée surface de glissement, choisie à priori de telle sorte que le comportement résultant correspond aux dynamiques souhaitées [Slo-91 ; Utk-92]. L'objectif de la commande par mode glissant est de forcer le système à évoluer sur la surface de glissement. Ceci permet de forcer l'équation de glissement vers zéro et par un choix approprié de cette équation l'erreur tend aussi vers zéro. Le régime du système ainsi commandé est appelé mode glissant et sa dynamique devient insensible aux variations paramétriques, aux erreurs de modélisation et à certaines perturbations externes. Les avantages de la commande par mode glissant sont importants et multiples et les plus principaux sont sa robustesse et sa simplicité de mise en œuvre. Cependant, le problème principal de cette commande est le phénomène de réticence correspondant à des oscillations du système à haute fréquence autour de la surface de glissement. Ceci est dû au caractère discontinu de la commande. Il existe différentes méthodes pour réduire ce phénomène comme les modes glissants d'ordre supérieur [Bar-04 ; Bar-00 ; Fri-02 ; Eme-93 ; Lev-93 ; Utk-06].

Cependant, cette solution induit une augmentation de la complexité dans le choix des gains. Une autre solution est celle de la couche limite qui consiste à remplacer la fonction signe par une approximation continue au voisinage de la surface de glissement : fonction saturation ou fonction sigmoïde [Edw-98 ; Slo-84].

La conception de la commande peut être effectuée en trois étapes principales très dépendantes l'une de l'autre.

- Choix de la surface.
- L'établissement des conditions d'existence.
- Détermination de la loi de commande.

La surface de glissement est une fonction scalaire telle que la variable à régler glisse sur cette surface et tend vers l'origine du plan de phase. Cette surface est déterminée indépendamment de la commande. Sa forme non linéaire est une fonction de l'erreur sur la variable à régler x , elle est donnée par, [Slo-84]:

$$\sigma(\underline{x}, t) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \lambda \right)^{(r-1)} e(\underline{x}) \quad (1.39)$$

avec:

$e(\underline{x})$: est l'écart entre la variable à régler et sa référence.

λ : est une constante positive.

r : est un degré relatif, il présente le nombre de fois qu'il faut dériver la surface pour faire apparaître la commande [Mah-99].

Les conditions d'existence et de convergence sont les critères qui permettent aux différentes dynamiques du système de converger vers la surface de glissement et d'y rester indépendamment de la perturbation.

$$\sigma(\underline{x}, t) \dot{\sigma}(\underline{x}, t) < -\eta |\sigma(\underline{x}, t)| \quad \text{avec } \eta > 0 \quad (1.40)$$

La structure d'un contrôleur par mode glissant est constituée de deux parties, une concernant la linéarisation exacte u_e et l'autre stabilisante u_c .

u_e sert à maintenir la variable à contrôler sur la surface de glissement $\sigma(\underline{x}, t) = 0$. Elle est déduite lorsque les trajectoires du système évoluent exactement sur la surface : $\dot{\sigma}(\underline{x}, t) = 0$.

Cependant, il faut aussi contraindre le système à suivre la trajectoire imposée, c'est-à-dire obliger que la surface $\sigma(\underline{x}, t) = 0$ soit attractive. C'est le rôle de la commande discontinue qui est définie comme suit :

$$u_c = -K \text{sign}(\sigma(\underline{x}, t)) \quad (1.41)$$

où K est une constante positive et $sign$ désigne la fonction signe.

Pour réduire le phénomène de réticence, la commande discontinue est remplacée par une approximation continue :

$$u_c = -K \text{sat}(\sigma(\underline{x}, t)) \quad (1.42)$$

où sat désigne la fonction saturation.

1.5.2. Optimisation H_∞

La synthèse H_∞ a été initiée par Zames au début des années 80 [Zam-81] et développée, en particulier par Doyle, Glover, Khargonekar et Francis [Fra-87 ; Doy-89]. Cette méthode a connu des applications multiples dans des domaines très variés. Elle est devenue ces dernières années une des méthodes phares de la commande robuste. Sa présentation théorique est donnée dans de nombreux ouvrages pédagogiques [Boy-94 ; Toi-98 ; Cla-01].

Le problème de poursuite de trajectoire dans une structure de commande peut être abordé avec la stratégie de commande qui consiste à minimiser l'erreur de poursuite par rapport aux incertitudes de modélisation en utilisant la norme H_∞ . Cette dernière fournit une commande robuste vis à vis de ces incertitudes. La formulation H_∞ est basée essentiellement sur la résolution de l'équation de Riccati et consiste à synthétiser une loi de commande $u_r = G \underline{e}$ de façon à vérifier une contrainte d'atténuation de l'effet des incertitudes sur la performance de poursuite.

La représentation entrée-sortie de la classe du système SISO non linéaire étudié est donnée par :

$$y^{(n)} = f(\underline{x}, t) + g(\underline{x}, t)u \quad (1.43)$$

La modélisation floue des fonctions non linéaires $f(\underline{x}, t)$ et $g(\underline{x}, t)$ permet de réécrire la sortie du système comme suit :

$$y^{(n)} = \hat{f}_{opt}(\underline{x}, t) + \hat{g}_{opt}(\underline{x}, t)u + \Delta \quad (1.44)$$

où \hat{f}_{opt} et \hat{g}_{opt} sont les approximations floues optimales des fonctions $f(\underline{x}, t)$ et $g(\underline{x}, t)$ et Δ représente les incertitudes de modélisation floue.

On emploie les approximations floues optimales pour représenter le système non linéaire. Donc l'application de la loi de commande (1.37) avec substitution de $f(\underline{x}, t)$ et $g(\underline{x}, t)$ respectivement par \hat{f}_{opt} et \hat{g}_{opt} permet d'obtenir la forme matricielle de l'équation d'erreur suivante :

$$\dot{\underline{e}} = A\underline{e} - B\underline{\Delta} \quad (1.45)$$

où A et B sont deux matrices définies par :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \\ \vdots & & & & 1 \\ -k_0 & -k_1 & \cdots & \cdots & -k_{n-1} \end{bmatrix} \quad \text{et } B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

La fonction de transfert entre les incertitudes représentées par Δ et l'erreur de suivi de trajectoire e peut être déterminée à partir de l'équation dynamique (1.45). Si l'on définit $C = [0 \ 0 \dots \ 1] \in \mathbb{R}^n$ de façon à ce que $e = C\underline{e}$, on obtient :

$$H_{e\Delta}(p) = -C(pI - A)^{-1}B \quad (1.46)$$

où p est la variable complexe de Laplace.

L'idée développée consiste à déterminer la composante u_r de façon à modifier le transfert $H_{e\Delta}(p)$ pour garantir la contrainte d'atténuation suivante :

$$\|H_{e\Delta}(p)\|_{\infty} \leq \gamma \quad \text{où } \gamma > 0 \quad (1.47)$$

Avec :

$$\|H_{e\Delta}(p)\| = \text{Sup}_{\Delta \in L_2} \frac{\|e\|_2}{\|\Delta\|_2}$$

L'équation (1.45) n'assure pas la convergence de l'erreur vers zéro. La composante de robustesse est recherchée sous la forme :

$$u_r = G\underline{e} \quad (1.48)$$

La détermination de G est résolue via une optimisation H_{∞} en utilisant les équations de

Riccati. On démontre que si on prend $u_r = -\frac{1}{r}B^T P\underline{e}$ où r est un scalaire positif et P est une matrice symétrique définie positive vérifiant l'équation de Riccati :

$$A^T P + PA + Q + C^T C - \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{\gamma^2}\right)PBB^T P = 0 \quad (1.49)$$

Avec $Q > 0$ et $2\gamma^2 > r$ alors la contrainte d'atténuation (1.47) est vérifiée.

1.5.3. Optimisation LMI

Les problèmes d'analyse et de synthèse dans le domaine de la commande peuvent être réduits à des problèmes d'optimisations convexes réputés en automatique par l'approche LMI

(Linear Matrix Inequalities). Cette approche est utilisée dans l'objectif d'assurer la robustesse de la loi de commande synthétisée. L'atout majeur des LMI est l'existence de méthodes de résolution numérique efficaces qui présentent l'avantage d'avoir un coût de calcul raisonnable [Boy-94].

Une inégalité matricielle linéaire en \underline{x} est sous la forme :

$$F(\underline{x}) = P_0 + \sum_{i=1}^n P_i x_i > 0 \quad (1.50)$$

Où P_0, P_1, \dots, P_n est une famille de matrices symétriques $\in R^{p \times p}$ et $\underline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^n$ est un vecteur.

La contrainte $F(\underline{x}) > 0$ est convexe [Boy-94] et est appelée contrainte LMI.

On distingue trois types de problèmes d'optimisation convexe rencontrés sous forme de LMI : Problème de faisabilité, Problème de valeur propre et Problème de valeurs propres généralisées. Dans notre cas, il s'agit d'étudier la stabilité des structures de commande qui pourra être traitée comme un problème de faisabilité. Le problème de faisabilité consiste à trouver un vecteur S tel que la contrainte convexe $F(\underline{x}) > 0$ soit satisfaite. Ce problème est résolu généralement en cherchant le vecteur \underline{x} minimisant le scalaire t tel que : $-F(\underline{x}) < t I$ avec I est la matrice identité.

Si la valeur minimale de t est négative alors le problème est faisable.

En général, les conditions sur la stabilité ne sont pas données sous forme de LMI directement. Pour cela, elles nécessitent quelques transformations matricielles.

L'étude de la stabilité d'un système non linéaire basée sur l'outil numérique LMI permet de trouver des solutions aux équations de Lyapunov. L'approche proposée repose sur une fonction de Lyapunov quadratique. Pour élaborer la loi de commande à base de la condition suffisante de stabilité imposée à cette fonction, on est amené à trouver une matrice définie positive telle que la condition de stabilité soit garantie.

Considérons un système représenté par l'équation d'état suivante :

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1.51)$$

Le système est asymptotiquement stable s'il existe une matrice P symétrique et définie positive telle que la LMI suivante est vérifiée [Boy-94 ; Tan-98] : $A^T P + PA < 0$.

Cette inégalité matricielle peut être résolue en utilisant des outils numériques LMI par rapport à la variable inconnue P .

1.5.4. Prédiction d'une fonction par projection sur une base orthogonale

La prédiction d'une fonction inconnue par l'approche de projection orthogonale consiste à la modéliser par une combinaison linéaire d'un ensemble de fonctions orthogonales connues. Le contexte de notre étude consiste à approcher une fonction du temps $H(x)$ qui contient les termes non linéaires, le couplage croisé et les perturbations par une base de fonctions orthogonales dite de Chebyshev.

Le polynôme de Chebyshev de degré i est donné par :

$$T_i(x) = \cos(i \arccos(x)) \quad (1.52)$$

Avec $-1 \leq x \leq 1$

La série de Chebyshev correspondant à la fonction $H(x)$ à modéliser est donnée par :

$$H(x) = \frac{h_0}{2} + h_1 T_1(x) + h_2 T_2(x) \dots = \frac{h_0}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} h_i T_i(x) \quad (1.53)$$

Cette modélisation existe et converge uniformément lorsque la fonction $H(x)$ est continue.

En pratique, on fait une troncature de la série de Chebyshev à l'ordre m . L'expression de $H(x)$ devient :

$$H(x) = \frac{h_0}{2} + \sum_{i=1}^m h_i T_i(x) \quad (1.54)$$

L'utilisation de la base orthogonale de Chebyshev présente les avantages suivants : ses coefficients h_i sont bornés par la valeur maximale de la fonction à approximer et ils convergent rapidement en comparaison avec d'autres séries de fonctions orthogonales [Nah-93].

Pour déterminer pratiquement les coefficients h_i , on se base sur la propriété d'orthogonalité

de la base aux points $x = x_k = \cos\left(\frac{k\pi}{N}\right)$ avec $k = 0, 1, \dots, N$

$$\int_{-1}^1 w(x) T_i(x) T_j(x) dx = \begin{cases} \pi & \text{si } i = j = 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{si } i = j \neq 0 \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (1.55)$$

Où $w(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ est une fonction de pondération.

$$h_i = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^N H(x_k) T_i(x_k) \quad (1.56)$$

1.6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté un aperçu bibliographique sur les outils de base de la logique floue type-1 et type-2 ainsi que les démarches nécessaires pour l'approximation des systèmes non linéaires inconnus par des modèles flous. La question de la synthèse d'un contrôleur flou a été abordée accompagnée par les étapes nécessaires. L'accent a été mis sur les méthodes de commande des systèmes non linéaires et les principaux résultats de la littérature concernant les problèmes de la stabilité et la poursuite de trajectoire des systèmes représentés par des modèles flous. Ces outils et méthodes présentés serviront également pour les travaux qui seront abordés dans les chapitres suivants.

Chapitre 2

SYNTHÈSE DE CONTRÔLEURS FLOUS ADAPTATIFS

2.1. Introduction

Traditionnellement, la conception d'un contrôleur est faite en utilisant des modèles mathématiques issus de lois physiques qui décrivent le comportement dynamique du procédé. Cependant, lorsqu'on ne dispose pas de modèles mathématiques précis du système à commander du fait que sa structure et ses paramètres ne sont pas connus en raison des modifications de l'environnement, des erreurs de modélisation, ou lorsque ce dernier présente de fortes non linéarités ou imprécisions, la recherche d'une alternative est recommandée. Plusieurs techniques de commande ont été proposées pour surmonter ces problèmes et en particulier celle basée sur la logique floue.

La commande floue est une technique convenable pour piloter un processus à l'aide des connaissances généralement de nature imprécise. Cette technique de commande tient profit de la théorie d'approximation universelle qui garantit la possibilité de modéliser, sur un ensemble compact, la dynamique des systèmes non linéaires par des systèmes flous avec un degré de précision arbitraire fixé [Wan-92 ; Buc-92 ; Buc-93].

Le modèle flou de Takagi-Sugeno est généralement utilisé pour représenter la dynamique d'un système non linéaire [Tak-85], puis sur la base de ce modèle, un contrôleur flou est conçu. Dans ce chapitre, nous allons utiliser le modèle de Takagi-Sugeno en raison de sa simplicité. La stratégie de contrôle consiste à synthétiser une loi de commande composée de deux termes :

- Le premier terme appelé nominal est destiné à assurer une certaine performance en poursuite en forçant la sortie $y(t)$ à suivre la trajectoire de référence $y_r(t)$. La détermination de ce terme est basée sur les techniques de la logique floue.
- Le second terme, appelé terme additif a pour rôle de compenser l'effet des erreurs de modélisation et des perturbations externes. Ce terme est à chaque fois synthétisé par l'approche de Lyapunov combinée soit à la technique de mode glissant, soit à

l'optimisation H_∞ soit à celle de LMI. Le choix de l'une ou l'autre réside dans l'environnement de l'application, de la nature des perturbations et la performance souhaitée.

Pour ces contrôleurs, l'adaptation des paramètres est faite dans les deux cas direct et indirect en se basant sur l'approche de Lyapunov et ceci sans aucune hypothèse restrictive sur la nature des non linéarités.

2.2. Commande floue par mode glissant

Considérons le système non linéaire à dynamiques inconnues décrit par l'équation suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}^{(n)} = f(\underline{x}, t) + bu(t) + d(t) \\ y = x \end{cases} \quad (2.1)$$

où b est une constante positive connue et $d(t)$ représente l'effet des perturbations externes.

La commande par mode glissant dédiée au contrôle des systèmes non linéaires est réputée pour ses qualités de robustesse en présence des erreurs de modélisation et des perturbations mais aussi par les contraintes imposées aux actionneurs [Slo-91]. L'inconvénient de cette commande est l'apparition du phénomène de réticence lorsque la surface de glissement est atteinte. Ceci est dû à la discontinuité de la commande $u_c = -\Delta \text{sign}(\sigma(\underline{x}, t))$ aux passages par la surface de glissement. En pratique, ce phénomène de réticence peut être réduit en remplaçant la fonction sign par une approximation continue : fonction de saturation ou lissage.

La surface de glissement dans l'espace d'état est définie par :

$$\sigma(\underline{x}, t) = e^{(n-1)} + k_{n-1}e^{(n-2)} + \dots + k_1 e \quad (2.2)$$

La stratégie proposée consiste à former une commande constituée de deux termes :

- Le terme nominal déduit de l'approximation floue de Takagi-Sugeno. L'approximation par le modèle de Takagi Sugeno adoptée est avantageuse du fait que les paramètres de la conclusion sont facilement déduits et adaptés par l'approche de Lyapunov.
- Le terme additif déterminé par l'approche mode glissant.

Lorsque la dynamique $f(\underline{x}, t)$ est connue et le système n'est pas soumis à des perturbations, la loi de commande proposée [Slo-91] donnée par :

$$u^* = \frac{1}{b}(-f(\underline{x}, t) + y_r^{(n)} - \sum_{i=1}^{n-1} k_i e^{(i)}) \quad (2.3)$$

Avec un choix judicieux des coefficients k_i du polynôme S de Hurwitz, cette loi permet d'assurer la convergence de l'erreur $e(t)$. Or, dans la pratique $f(\underline{x}, t)$ peut être inconnue, ce qui rend difficile la synthèse de la loi (2.3).

Ainsi, le premier terme composant la loi de commande est décrit par un ensemble de règles de la forme suivante :

$$R^l : \text{Si } x_1 \text{ est } F_1^l \text{ et } x_2 \text{ est } F_2^l \text{ et } \dots \text{ et } x_n \text{ est } F_n^l \text{ Alors } u^l = \theta_l \quad l = 1, 2, \dots, K \quad (2.4)$$

où R^l ($1 \leq l \leq K$) indique la $l^{\text{ième}}$ implication floue, F_i^l ($1 \leq i \leq n$) sont les termes linguistiques caractérisés par les fonctions d'appartenance $\mu_{F_i^l}$ ($1 \leq i \leq n$) et K est le nombre des règles floues.

En utilisant une inférence produit et la méthode de défuzzification du centre de gravité [Kch-07], les valeurs de la sortie du contrôleur flou sont obtenues en utilisant la relation suivante:

$$\hat{u}(\underline{x}, \underline{\theta}) = \frac{\sum_{l=1}^K \theta_l \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^K \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i)} \quad (2.5)$$

Ou encore :

$$\hat{u}(\underline{x}, \underline{\theta}) = \underline{\theta}^T \underline{\xi}(\underline{x}) \quad (2.6)$$

où $\underline{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K)^T$ est le vecteur de paramètres et $\underline{\xi}(\underline{x}) = (\xi_1(\underline{x}), \xi_2(\underline{x}), \dots, \xi_K(\underline{x}))^T$ est le vecteur de fonctions de base floues.

$$\xi_l(\underline{x}) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^K \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i)} \quad (2.7)$$

L'application de la loi de commande (2.5) seule n'assure pas la convergence de $e(t)$ vers zéro du fait de l'existence des perturbations externes et des erreurs de modélisation. Pour avoir un bon suivi de la trajectoire désirée, la commande (2.5) est augmentée par un terme additif u_r , assurant la robustesse.

$$u = \hat{u}(\underline{x}, \underline{\theta}) + \frac{1}{b} u_r \quad (2.8)$$

Le système en boucle fermée est donné par :

$$\dot{x}^{(n)} = f(x, t) + b(\hat{u}(\underline{x}, \underline{\theta}) + \frac{1}{b} u_r) + d(t) \quad (2.9)$$

Nous définissons le vecteur des paramètres optimaux par:

$$\underline{\theta}^* = \operatorname{argmin}_{\underline{\theta} \in \Omega} \left(\sup_{\underline{x} \in R^n} |u^* - \hat{u}(\underline{x}, \underline{\theta})| \right) \quad (2.10)$$

Où $\Omega = \{ \underline{\theta} \in R^K, \|\underline{\theta}\| \leq M \}$ est un ensemble convexe compact avec M est une constante positive que nous spécifions.

Hypothèses

H.1 Il existe une constante positive w_{\max} telle que : $|\hat{u}(\underline{x}, \underline{\theta}^*) - u^*| < w_{\max}$.

H.2 La borne supérieure des perturbations externes inconnues est d_{\max} et satisfait la condition $w_{\max} + d_{\max} \leq k_d$ avec k_d est une constante positive.

La loi de commande additive proposée est donnée par :

$$u_r = -k_d \operatorname{sat}(\sigma(\underline{x}, t)) \quad (2.11)$$

Ainsi, la loi de commande globale proposée [Oug-08a] est donnée par:

$$u = \frac{\sum_{l=1}^K \theta_l \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^K \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i)} - k_d \operatorname{sat}(\sigma(\underline{x}, t)) \quad (2.12)$$

La fonction $\operatorname{sat}(\sigma)$ peut être écrite comme suit :

$$\operatorname{sat}(\sigma(\underline{x}, t)) = \begin{cases} \operatorname{sgn}(\sigma(\underline{x}, t)) & |\sigma(\underline{x}, t)| > \varepsilon \\ \frac{\sigma(\underline{x}, t)}{\varepsilon} & |\sigma(\underline{x}, t)| \leq \varepsilon \end{cases} \quad (2.13)$$

Où ε est une constante positive située au voisinage de l'origine.

La loi d'adaptation des paramètres du contrôleur flou $\hat{u}(\underline{x}, \underline{\theta})$ est déduite des conditions de stabilité au sens de Lyapunov. Aussi, et afin de garantir la bornitude de ces paramètres, nous proposons l'algorithme de projection [Wan-94].

$$\dot{\underline{\theta}} = \begin{cases} -\gamma \sigma(\underline{x}, t) b \xi(\underline{x}) \text{ si } (\|\underline{\theta}\| < M \text{ ou } \|\underline{\theta}\| = M \text{ et } \gamma \sigma(\underline{x}, t) b \underline{\theta}^T \xi(\underline{x}) > 0) \\ \operatorname{Proj}[-\gamma \sigma(\underline{x}, t) b \xi(\underline{x})] \text{ sinon} \end{cases} \quad (2.14)$$

où γ est un gain fixé.

$\operatorname{Proj}[\cdot]$ représente l'opérateur de projection, il est définit par :

$$\operatorname{Proj}[-\gamma \sigma(\underline{x}, t) b \xi(\underline{x})] = -\gamma \sigma(\underline{x}, t) b \xi(\underline{x}) + \gamma \sigma(\underline{x}, t) b \frac{\underline{\theta} \underline{\theta}^T \xi(\underline{x})}{\|\underline{\theta}\|^2} \quad (2.15)$$

Théorème

Soient le système décrit par l'équation (2.1) et la commande proposée (2.12) sous les hypothèses H.1 et H.2. Le système en boucle fermée (2.9) est stable dans le sens que :

(i) Les signaux d'entrée et de sortie sont bornés.

(ii) La poursuite est réalisée.

Le détail de la démonstration du théorème est donné en annexe A.

2.3. Synthèse du contrôleur flou par optimisation LMI

Dans cette section, la même stratégie de commande est adoptée, le terme nominal est synthétisé par la modélisation floue Takagi-Sugeno. La dynamique non linéaire et inconnue est approximée par un système flou décrit par un ensemble de règles dont la conclusion est un modèle linéaire. Cette approximation permet de transformer l'étude d'un système non linéaire à celle d'un système linéaire. Cette approche de commande se fait donc en deux étapes :

- L'estimation des paramètres du modèle.
- La détermination des paramètres du contrôleur à partir des paramètres estimés.

En présence des erreurs de modélisation, des perturbations externes et des incertitudes paramétriques et sachant qu'aucune hypothèse restrictive n'est faite sur la nature des non linéarités, la synthèse du terme additif doit être faite de manière à assurer la stabilité et la robustesse et par conséquent une bonne poursuite. La conception de ce signal de compensation est basée sur la technique d'optimisation LMI [Boy-94] combinée à l'approche de Lyapunov [Yun-07 ; Tan-90].

Non reprenons le système non linéaire décrit par l'équation (2.1), la structure de la commande proposée [Lag-08a] a la forme suivante :

$$u = -\frac{1}{b} \text{sat}(e^T PB) \left[|f^u| + |\hat{f}(x, \underline{\theta}^*)| + d_{\max} \right] + \frac{1}{b} (-\hat{f}(x, \underline{\theta}) + y_r^{(n)} - \sum_{i=0}^{n-1} k_i e^{(i)}) \quad (2.16)$$

La dynamique du système $f(x, t)$ est estimée par le modèle flou adaptatif de type Takagi-Sugeno décrit par la collection de règles de la forme suivante :

$$R^l: \text{si } x_1 \text{ est } F_1^l \text{ et } x_2 \text{ est } F_2^l \dots \text{ et } x_n \text{ est } F_n^l \text{ alors } \hat{f} = \theta_l \quad l=1, \dots, K \quad (2.17)$$

Où $R^l (l=1, \dots, K)$ désigne la $l^{\text{ème}}$ implication, $F_i^l (i=1, \dots, n)$ sont les termes linguistiques associés aux variables floues caractérisés par les fonctions d'appartenance $\mu_{F_i^l}(x_i)$ et les θ_l

sont les valeurs singletons correspondantes de la sortie floue. K représente le nombre de règles floues.

La sortie du système avec une inférence produit et après défuzzification par la méthode du centre de gravité [Lag-06 ; Wan-94] peut être exprimée comme suit :

$$\hat{f}(\underline{x}, \underline{\theta}) = \frac{\sum_{l=1}^K \theta_l \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^K \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i)} = \underline{\theta}^T \underline{\xi}(\underline{x}) \quad (2.18)$$

où $\underline{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K)^T$ est le vecteur de paramètres et $\underline{\xi}(\underline{x}) = (\xi_1(\underline{x}), \xi_2(\underline{x}), \dots, \xi_K(\underline{x}))^T$ est le vecteur de fonctions de base floues.

$$\xi_l(\underline{x}) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^K \left(\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i) \right)} \quad (2.19)$$

Non définissons le vecteur des paramètres optimaux comme suit :

$$\underline{\theta}^* = \operatorname{argmin}_{\underline{\theta} \in \Omega_f} \left(\sup_{\underline{x} \in R^n} |f(\underline{x}, t) - \hat{f}(\underline{x}, \underline{\theta})| \right) \quad (2.20)$$

où $\Omega_f = \{ \underline{\theta} \in R^K, \|\underline{\theta}\| \leq M \}$ est un ensemble compact convexe qui contient l'ensemble des paramètres possibles pour $\underline{\theta}$ avec M est une constante donnée.

L'erreur d'approximation floue est donnée par :

$$w = f(\underline{x}, t) - \hat{f}(\underline{x}, \underline{\theta}^*) \quad (2.21)$$

Des conditions suffisantes pour la stabilité des systèmes de Takagi-Sugeno ont été proposées [Tan-92]. Ces conditions suffisantes nécessitent l'existence d'une matrice définie positive P qui satisfait l'inégalité de Lyapunov. Ce problème est transformé en un problème d'optimisation LMI dont la résolution peut être facilement déduite des algorithmes d'optimisation convexe [Gah-95].

L'existence d'une matrice $P > 0$ répondant à la contrainte LMI suivante:

$$A^T P + P A < 0 \quad (2.22)$$

avec A est donné par :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \\ \vdots & & & & 1 \\ -k_0 & -k_1 & \cdots & \cdots & -k_{n-1} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

est traitée par les techniques de programmation convexe LMI, ce qui permet de résoudre le problème d'analyse de stabilité. Dans ce paragraphe, nous supposons que les hypothèses suivantes sont satisfaites pour le système (2.1) :

Hypothèses

H.3 Il existe une fonction positive f^u telle que : $|f(x, t)| \leq f^u$.

H.4 Les perturbations externes inconnues $d(t)$ sont bornées et vérifient la condition $|d(t)| \leq d_{\max}$ avec d_{\max} est une constante positive.

Ainsi, le terme nominal dont le but est d'assurer la poursuite est donné par :

$$u_c = \frac{1}{b} (-\hat{f}(x, \underline{\theta}) + y_r^{(n)} - \sum_{i=0}^{n-1} k_i e^{(i)}) \quad (2.24)$$

Le terme de robustesse déterminé par la combinaison de la technique de Lyapunov et l'optimisation LMI est décrit par :

$$u_r = -\frac{1}{b} \text{sat}(e^T PB) \left[|f^u| + |\hat{f}(x, \underline{\theta}^*)| + d_{\max} \right] \quad (2.25)$$

La fonction $\text{sat}(e^T PB)$ est exprimée par :

$$\text{sat}(e^T PB) = \begin{cases} \text{sgn}(e^T PB) & |e^T PB| > \varepsilon \\ \frac{e^T PB}{\varepsilon} & |e^T PB| \leq \varepsilon \end{cases} \quad (2.26)$$

où ε est une constante positive située au voisinage de zéro.

Les paramètres du vecteur $\underline{\theta}$ sont ajustés en temps réel par les lois d'adaptation tirées de l'étude de la stabilité de Lyapunov. L'adaptation des paramètres est assurée par :

$$\dot{\underline{\theta}} = \begin{cases} \gamma e^T PB \xi(x) & \text{si } (\|\underline{\theta}\| < M \text{ ou } \|\underline{\theta}\| = M \text{ et } e^T PB \underline{\theta}^T \xi(x) > 0) \\ \text{Proj}(\gamma e^T PB \xi(x)) & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.27)$$

L'opérateur de projection est donnée par :

$$\text{Proj}(\gamma e^T PB \xi(x)) = \gamma e^T PB \xi(x) - \gamma e^T PB \frac{\underline{\theta} \underline{\theta}^T \xi(x)}{\|\underline{\theta}\|^2} \quad (2.28)$$

où γ est un gain fixé.

Théorème

Considérons le système non linéaire (2.1) combiné à la loi de commande (2.16) avec l'adaptation des paramètres (2.27) sous les hypothèses H.3 et H.4. S'il existe une matrice $P > 0$ satisfaisant l'inégalité matricielle LMI : $A^T P + PA < 0$, alors le système en boucle fermée est stable dans le sens :

- (i) Toutes les variables d'entrée et de sortie sont bornées.
- (ii) La poursuite est obtenue.

La démonstration de la stabilité se trouve en annexe B.

Les bonnes performances en poursuite et stabilité ont été obtenues avec l'approche de commande directe et l'optimisation LMI. La structure de commande proposée est détaillée en annexe C.

2.4. Commande floue H_∞

Afin d'élargir l'applicabilité des structures de commande proposées, la classe de systèmes non linéaires considérée est décrite par l'équation suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}^{(n)} = f(x, t) + g(x, t)u + d(t) \\ y = x \end{cases} \quad (2.29)$$

Les fonctions $f(x, t)$ et $g(x, t)$ sont non linéaires et inconnues et seront approximées par des modèles flous.

A travers les fonctions estimées $\hat{f}(x, \underline{\theta}_f)$ et $\hat{g}(x, \underline{\theta}_g)$ la commande nominale sera synthétisée.

Le terme de robustesse est cette fois-ci déterminé par l'approche H_∞ en se ramenant à la résolution de l'équation de Riccati. Cette approche permet de surmonter le problème des incertitudes paramétriques, des erreurs de modélisation et des perturbations externes et conduira à une commande capable de réaliser des performances en terme de poursuite.

La même stratégie de contrôle est maintenue, elle est composée de deux termes un terme nominal et l'autre de robustesse. Ainsi, la structure de commande proposée [Lag-08b] a la forme suivante :

$$u = \frac{1}{\hat{g}(x, \underline{\theta}_g)} (-\hat{f}(x, \underline{\theta}_f) + y_r^{(n)} - \sum_{i=0}^{n-1} k_i e^{(i)} - u_r) \quad (2.30)$$

Les fonctions inconnues $f(\underline{x}, t)$ et $g(\underline{x}, t)$ seront estimées par des modèles flous de Takagi Sugeno. La description linguistique de la $l^{i\text{ème}}$ règle pour le modèle flou correspondant respectivement à $f(\underline{x}, t)$ et $g(\underline{x}, t)$ est donnée par :

$$R^l : \text{Si } x_1 \text{ est } F_1^l \text{ et... et } x_n \text{ est } F_n^l \text{ Alors } \hat{f}^l = \theta_f^l, \quad l=1,2,\dots,K_1 \quad (2.31)$$

$$R^l : \text{Si } x_1 \text{ est } G_1^l \text{ et... et } x_n \text{ est } G_n^l \text{ Alors } \hat{g}^l = \theta_g^l, \quad l=1,2,\dots,K_2 \quad (2.32)$$

x_i dénote la variable linguistique d'entrée. F_i^l et G_i^l sont respectivement les termes linguistiques antécédents des modèles flous \hat{f}^l et \hat{g}^l pour $i=1,2,\dots,n$. Alors les modèles \hat{f}^l et \hat{g}^l peuvent être représentés comme suit:

$$\hat{f}(\underline{x}, \underline{\theta}_f) = \frac{\sum_{l=1}^{K_1} \theta_f^l \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^{K_1} \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}} = \underline{\theta}_f^T \underline{\xi}_f(\underline{x}) \quad (2.33)$$

$$\hat{g}(\underline{x}, \underline{\theta}_g) = \frac{\sum_{l=1}^{K_2} \theta_g^l \prod_{i=1}^n \mu_{G_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^{K_2} \prod_{i=1}^n \mu_{G_i^l}} = \underline{\theta}_g^T \underline{\xi}_g(\underline{x}) \quad (2.34)$$

où $\mu_{F_i^l}$ et $\mu_{G_i^l}$ sont les fonctions d'appartenance. K_1 et K_2 sont les nombres de règles floues de \hat{f} et \hat{g} respectivement.

$\underline{\xi}_f(\underline{x}) = (\xi_{f1}(\underline{x}), \xi_{f2}(\underline{x}), \dots, \xi_{fK_1}(\underline{x}))^T$ et $\underline{\xi}_g(\underline{x}) = (\xi_{g1}(\underline{x}), \xi_{g2}(\underline{x}), \dots, \xi_{gK_2}(\underline{x}))^T$ sont les vecteurs de base flous avec :

$$\xi_{fl}(\underline{x}) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^{K_1} \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i)} \quad (2.35)$$

$$\xi_{gl}(\underline{x}) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{G_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^{K_2} \prod_{i=1}^n \mu_{G_i^l}(x_i)} \quad (2.36)$$

$\underline{\theta}_f = (\theta_f^1, \theta_f^2, \dots, \theta_f^{K_1})^T$ et $\underline{\theta}_g = (\theta_g^1, \theta_g^2, \dots, \theta_g^{K_2})^T$ sont les vecteurs paramètres des modèles flous \hat{f} et \hat{g} respectivement.

La commande nominale résultante de cette approximation floue est donnée par :

$$u_c = \frac{1}{\hat{g}(\underline{x}, \underline{\theta}_g)} (-\hat{f}(\underline{x}, \underline{\theta}_f) + y_r^{(n)} - \sum_{i=0}^{n-1} k_i e^{(i)}) \quad (2.37)$$

Le terme de robustesse u_r , déterminé par l'approche H_∞ :

$$u_r = -\frac{1}{r} \underline{e}^T P B \quad (2.38)$$

La matrice P est déterminée par la résolution de l'équation de Riccati, $B^T = [0 \ 0 \dots \ 1]$ et r est un scalaire positif.

Le vecteur des paramètres optimaux $\underline{\theta}_f^*$ est défini par :

$$\underline{\theta}_f^* = \arg \min_{\underline{\theta}_f \in \Omega_f} \left(\sup_{\underline{x} \in R^n} |\hat{f}(\underline{x}, \underline{\theta}_f) - f(\underline{x}, t)| \right) \quad (2.39)$$

où Ω_f est l'ensemble compact convenable pour borner $\underline{\theta}_f$. Il est défini par :

$$\Omega_f = \{ \underline{\theta}_f \in R^{K_1}, \|\underline{\theta}_f\| \leq M_f \} \quad (2.40)$$

Avec M_f est une constante positive.

L'adaptation des paramètres se fait selon l'équation :

$$\begin{aligned} \dot{\underline{\theta}}_f &= -\gamma_1 \underline{e}^T P B \xi_f(\underline{x}) \\ \dot{\underline{\theta}}_g &= -\gamma_2 \underline{e}^T P B \xi_g(\underline{x}) u \end{aligned} \quad (2.41)$$

Ou encore :

$$\dot{\underline{\theta}}_f = \begin{cases} -\gamma_1 \underline{e}^T P B \xi_f(\underline{x}) & \text{si } (\|\underline{\theta}_f\| < M_f \text{ ou } \|\underline{\theta}_f\| = M_f \text{ et } \underline{e}^T P B \xi_f(\underline{x}) > 0) \\ \text{Proj} \left\{ -\gamma_1 \underline{e}^T P B \xi_f(\underline{x}) \right\} & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.42)$$

Afin de maintenir les paramètres dans Ω_f , l'algorithme de projection utilisé est donné par [Wan-94]:

$$\text{Proj} \left\{ -\gamma_1 \underline{e}^T P B \xi_f(\underline{x}) \right\} = -\gamma_1 \underline{e}^T P B \xi_f(\underline{x}) + \gamma_1 \underline{e}^T P B \xi_f(\underline{x}) \frac{\underline{\theta}_f^T \underline{\theta}_f \xi_f(\underline{x})}{\|\underline{\theta}_f\|^2} \quad (2.43)$$

avec γ_1 est une constante positive.

$\underline{\theta}_g^*$ et Ω_g sont déterminés de la même façon que $\underline{\theta}_f^*$, Ω_f .

Nous supposons qu'il existe une constante $\omega > 0$, pour tout $0 < T < \infty$, tel que :

$$\int_0^T \|\Delta\|^2 dt < \omega^2 \quad (2.44)$$

avec Δ est l'erreur d'approximation minimale définie par :

$$\Delta = \hat{f}(\underline{x}, \underline{\theta}_f^*) - f(\underline{x}, t) + (\hat{g}(\underline{x}, \underline{\theta}_g^*) - g(\underline{x}, t))u - d(t) \quad (2.45)$$

Théorème

Considérons le système non linéaire (2.29) et la loi de commande (2.30) avec les équations d'adaptation (2.41). Si la relation (2.44) est satisfaite, alors il existe une matrice $P = P^T > 0$ solution de l'équation de Riccati suivante :

$$A^T P + PA + Q - PB\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{\rho^2}\right)B^T P = 0$$

Avec $Q > 0$, ρ est le coefficient d'atténuation et r est un paramètre positif vérifiant $r < 2\rho^2$. La stabilité du système en boucle fermée est garantie :

(i) Tous les signaux entrée sortie sont bornées.

(ii) $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$.

Le détail de la démonstration de stabilité se trouve en annexe D.

2.5 Résultats des Simulations

Pour montrer l'efficacité des approches proposées en terme de poursuite, stabilité et robustesse, deux exemples seront retenus : le système du servomécanisme [Kov-98] et celui d'oscillation forcée [Wan-94]. Les trois approches proposées seront testées sur ces deux exemples et à chaque fois ce sont les conditions initiales, les trajectoires de référence et les perturbations externes qui changent.

- **Exemple 1** : *Le servomécanisme non linéaire*

Le servomécanisme non linéaire est décrit par l'équation différentielle du second ordre suivante :

$$m\ddot{q} + l\dot{q} + \Delta f(q) = \tau + d$$

où q désigne la position, \dot{q} la vitesse, $\Delta f(q)$ le terme non linéaire dépendant de q , τ le couple du servomécanisme et d représente les perturbations externes.

m et l sont respectivement la masse et l'amortissement du servomécanisme.

Nous supposons que la position $x_1 = q$ et la vitesse $x_2 = \dot{q}$ sont mesurables et $u = \tau$.

La représentation d'état du servomécanisme est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(\underline{x}, t) + u(t) + d(t) \\ y = x_1 \end{cases}$$

ou encore :

$$\begin{cases} \ddot{x} = f(\underline{x}, t) + u(t) + d(t) \\ y = x \end{cases}$$

avec $f(\underline{x}, t) = -lx_2 - \Delta f(x_1)$, $m = 1 \text{ kg}$ et $l = 1$.

• **Exemple 2 :** *Le système oscillatoire*

Le système oscillatoire est décrit par la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -0.1x_2 - x_1^3 + 12\cos(t) + bu + d(t) \\ y = x_1 \end{cases}$$

ou encore :

$$\begin{cases} \ddot{x} = -0.1x_2 - x_1^3 + 12\cos(t) + bu + d(t) \\ y = x \end{cases}$$

2.5 1. Commande par mode glissant

a. *Application sur l'exemple 1 :*

L'application de l'approche mode glissant au système servomécanisme est faite avec le choix d'un signal de référence : $y_r(t) = \frac{\pi}{3} \sin(0,1t)$. Le terme non linéaire choisit est :

$\Delta f(x_1) = 0.4 \sin(x_1)$ et la perturbation externe est représentée par : $d(t) = 2 \cos(0,01t)$.

Les conditions initiales sont : $x_1(0) = 1$ et $x_2(0) = 0$. Les constantes γ , k_d et M sont telles que : $\gamma = 0.5$, $k_d = 3$ et $M = 6$.

La surface de glissement est exprimée par : $\sigma(\underline{x}, t) = \dot{e}(t) + k_1 e(t)$ avec $k_1 = 5$.

Les fonctions d'appartenance sont données sur la figure 2.1 :

$$\mu_{F_1^1}(x_1) = \exp(-0.5(x_1 + \pi/3))$$

$$\mu_{F_1^2}(x_1) = \exp(-0.5(x_1))$$

$$\mu_{F_1^3}(x_1) = \exp(-0.5(x_1 - \pi/3))$$

$$\mu_{F_2^1}(x_2) = \exp(-0.5(x_2 + \pi/3))$$

$$\mu_{F_2^2}(x_2) = \exp(-0.5(x_2))$$

$$\mu_{F_2^3}(x_2) = \exp(-0.5(x_2 - \pi/3))$$

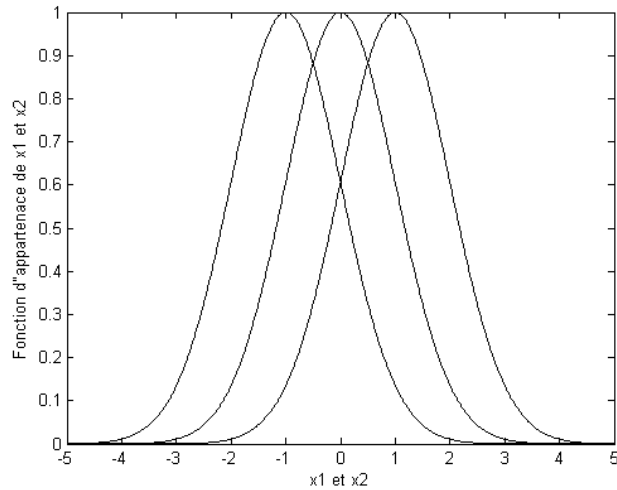


Figure 2.1 : Fonctions d'appartenance relatives à x_1 et x_2

Nous aurons 9 règles pour approximer la loi de commande nominale $\hat{u}(x, \theta)$ et 9 paramètres du contrôleur à estimer. Le comportement des paramètres du contrôleur en terme de convergence est donné sur la figure 2.2. Nous remarquons que la convergence est obtenue dès la cinquième itération.

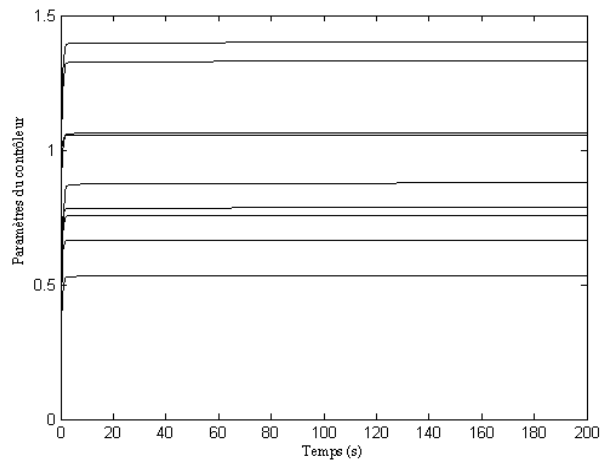


Figure 2.2 : Evolution des paramètres du contrôleur nominal

L'allure de la sortie $y(t)$ et la référence $y_r(t)$ est donnée sur la figure 2.3. Nous constatons qu'une bonne poursuite est obtenue en présence des perturbations externes. Le signal de commande correspondant est donné sur la figure 2.4.

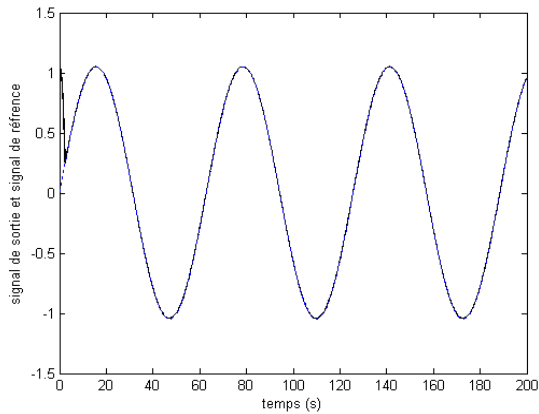


Figure 2.3: Comportement de $y(t)$ et $y_r(t)$

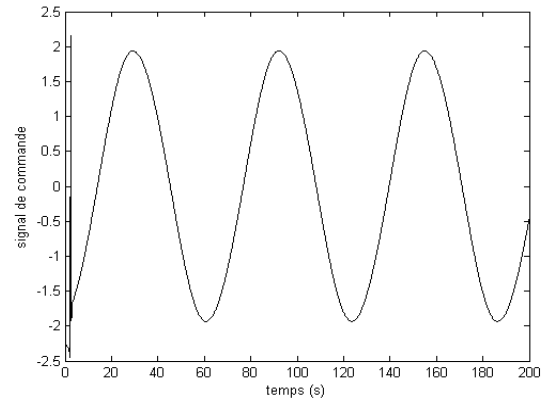


Figure 2.4 : Le signal de commande $u(t)$

Les figures 2.5 et 2.6 donnent respectivement la convergence de l'erreur et de la surface de glissement.

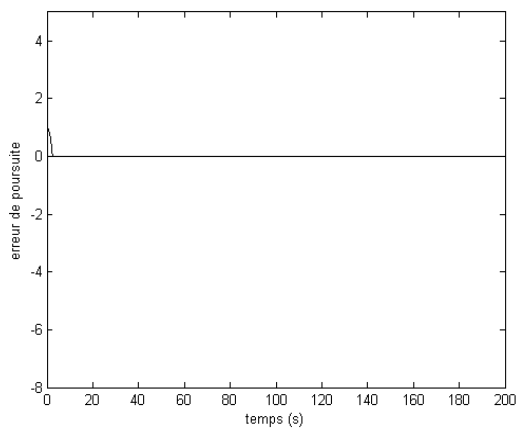


Figure 2.5 : Signal d'erreur $e(t)$

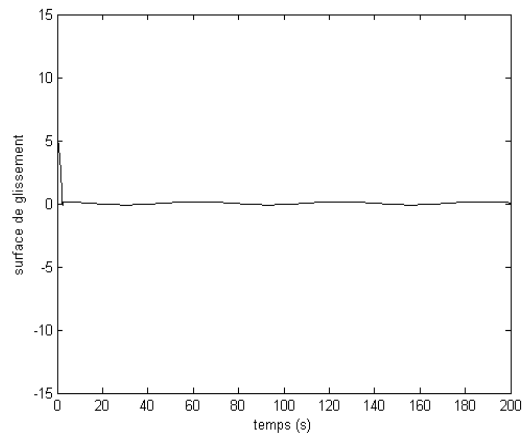


Figure 2.6 : La surface de glissement $\sigma(t)$

b. Application sur l'exemple 2 :

Le même algorithme de commande par mode glissant est cette fois-ci appliqué sur le système oscillatoire. La trajectoire désirée est caractérisée par : $y_r(t) = \sin(1,5t)$ et les perturbations externes sont données par : $d(t) = 0.1 \text{ rand}(1,20)$.

Les conditions initiales sont : $x_1(0) = 1$, $x_2(0) = 1$ et les constantes γ et k_d sont telles que $\gamma = 0.05$ et $k_d = 15$. Nous prenons $M = 6$.

Nous choisissons la surface de glissement suivante : $\sigma(\underline{x}, t) = k_1 e(t) + k_2 \dot{e}(t)$ avec $k_1 = 0.5$ et $k_2 = 0.1$.

Les fonctions d'appartenance pour chacune des composantes x_1 et x_2 sont représentées par les figures 2.7 et 2.8. Nous aurons donc 14 règles pour construire la loi de commande $\hat{u}(x, \theta)$ avec 14 paramètres de contrôleur à estimer. La convergence de ces 14 paramètres est donnée sur la figure 2.11 où nous remarquons une bonne convergence.

La poursuite de $y(t)$ à $y_r(t)$ est représentée sur la figure 2.9. Le signal de commande floue correspondant est donné sur la figure 2.10.

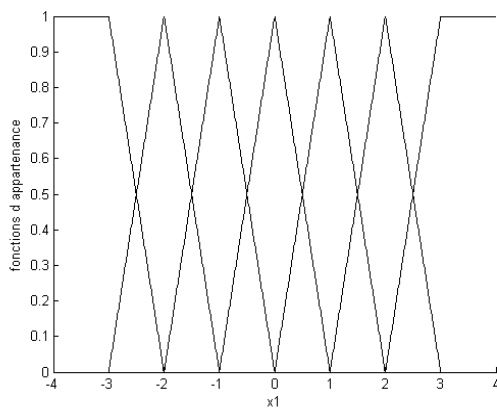


Figure 2.7 : Fonctions d'appartenance relatives à la composante x_1

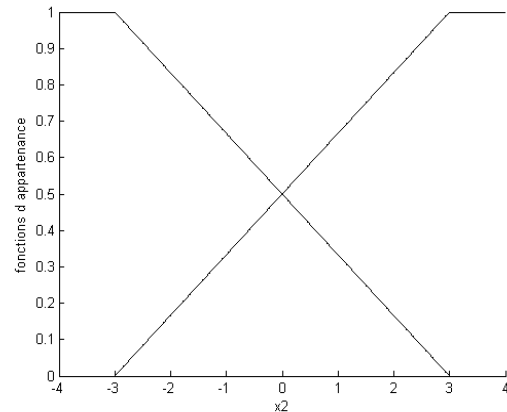


Figure 2.8 : Fonctions d'appartenance relatives à la composante x_2

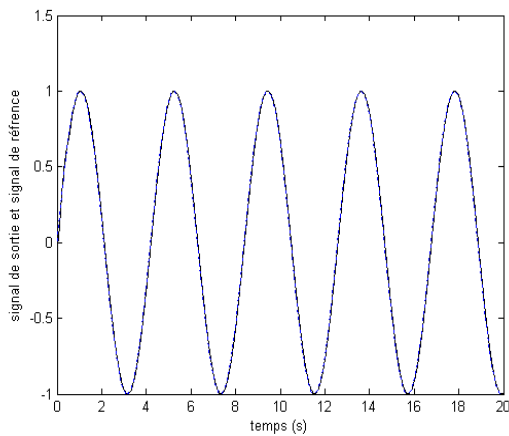


Figure 2.9 : Comportement de $y(t)$ et $y_r(t)$

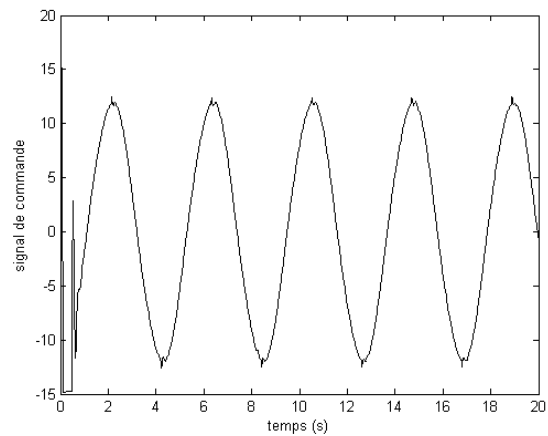


Figure 2.10 : Le signal de commande $u(t)$

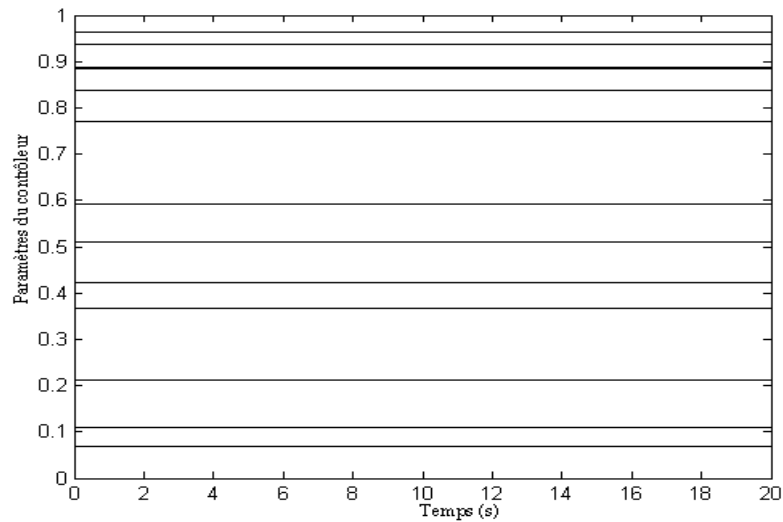


Figure 2.11 : Evolution des paramètres du contrôleur

Les Figures 2.12 et 2.13 montrent respectivement la convergence de l'erreur et de la surface de glissement en fonction du temps.

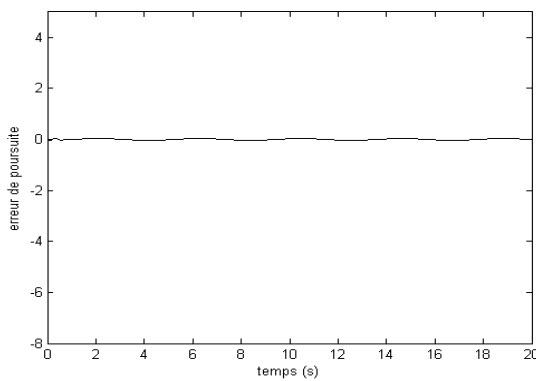


Figure 2.12 : Signal d'erreur $e(t)$

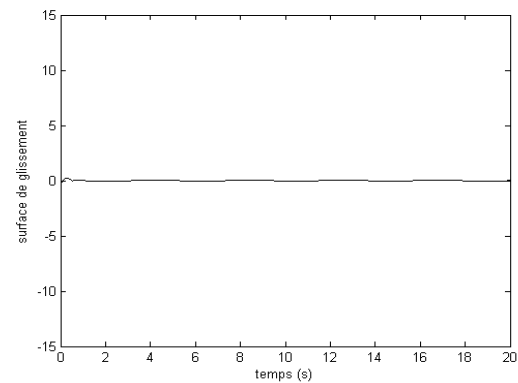


Figure 2.13 : La surface de glissement $\sigma(t)$

2.5 2. Commande par optimisation LMI

a. Application sur l'exemple 1 :

La trajectoire de référence est $y_r(t) = 2\sin(0,078t)$ et les perturbations sont exprimées par $d(t) = 0.01\cos(0,0015t)$.

Nous choisissons les conditions initiales suivantes: $x_1(0) = 3$ et $x_2(0) = 0$.

Nous prenons $\gamma = 0.5$, $\varepsilon = 0.1$ et les coefficients de Hurwitz sont choisis $k_0 = 10$ et $k_1 = 1$.

Soit $M = 1.5$ et les fonctions d'appartenance floues sont représentées sur la figure 2.14. Le nombre de règles pour estimer $f(x, t)$ est alors 9 règles.

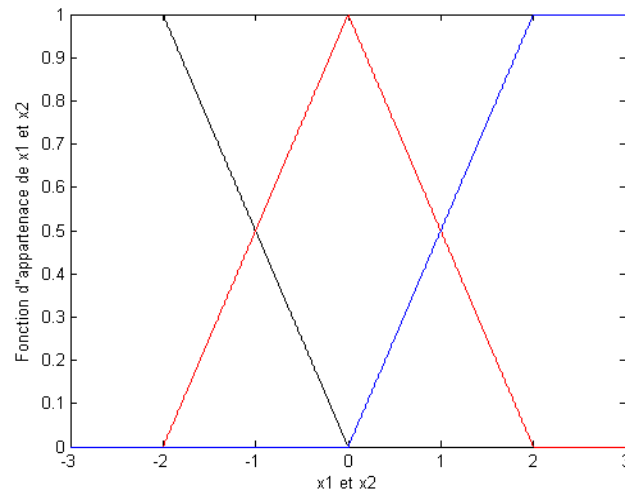


Figure 2.14 : Fonctions d'appartenance relatives à x_1 et x_2

L'outil Matlab Toolbox permet de résoudre l'inégalité LMI (2.22), il donne :

$$P = \begin{bmatrix} 1.7052 & 0.0614 \\ 0.0614 & 0.1815 \end{bmatrix}$$

La fonction f^u est définie par:

$$f^u = |x_2|$$

A partir des figures 2.15, 2.16 et 2.17, nous pouvons conclure que la performance de la poursuite est obtenue. La loi de commande correspondante est illustrée sur la figure 2.18.

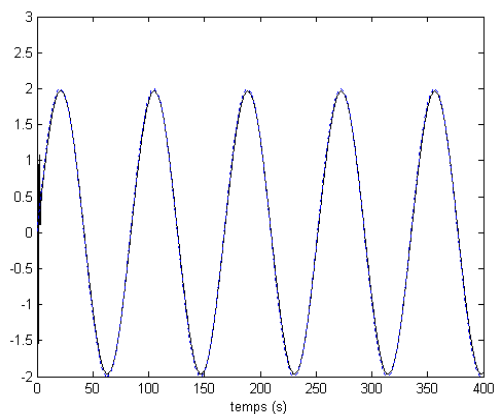


Figure 2.15 : Comportement de $y(t)$ et $y_r(t)$

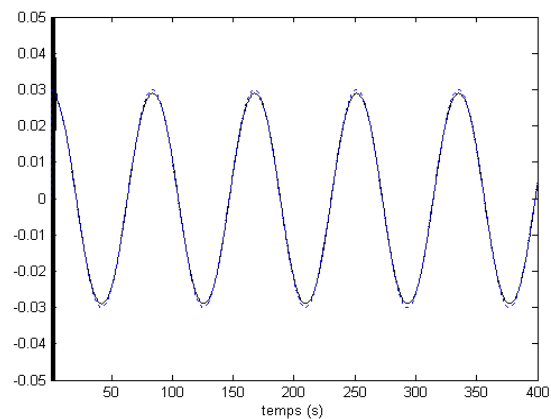


Figure 2.16 : Comportement de $\dot{y}(t)$ et $\dot{y}_r(t)$

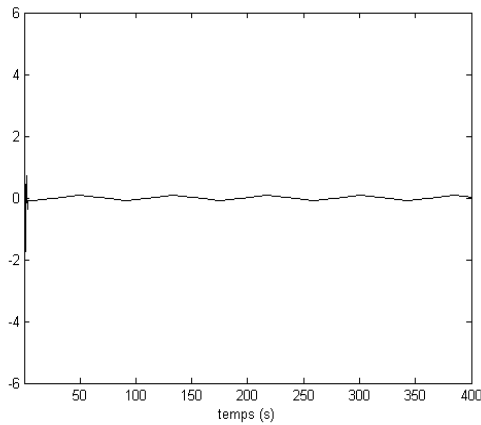


Figure 2.17 : Erreur de poursuite $e(t)$

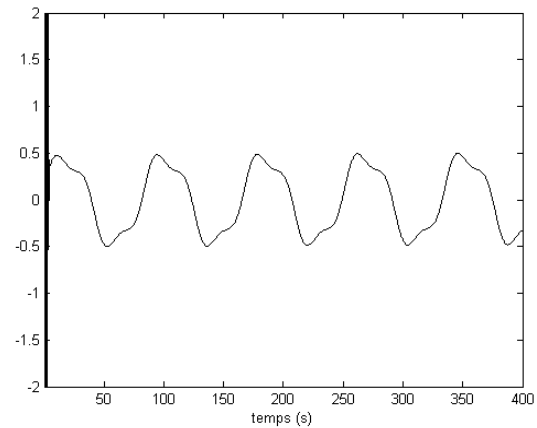


Figure 2.18 : Le signal de commande $u(t)$

b. Application sur l'exemple 2 :

Soit le signal de référence décrit par : $y_r(t) = 0.6\sin(1,01t)$ avec les perturbations externes : $d(t) = 12\cos(t)$.

Les conditions initiales choisies: $x_1(0) = 0.4$ et $x_2(0) = 1$.

Nous choisissons les coefficients du polynôme de Hurwitz $k_0 = 1$ et $k_1 = 7$. Nous prenons $\gamma = 0.5$, $\varepsilon = 0.1$ et $M = 1$.

La solution de la forme LMI (2.22) par l'outil Matlab Toolbox donne :

$$P = \begin{bmatrix} 1.2580 & 0.1769 \\ 0.1769 & 0.1068 \end{bmatrix}$$

La borne supérieure f^u est représentée par :

$$f^u = |x_1^3| + |x_2|.$$

Les fonctions d'appartenance pour les variables x_1 et x_2 sont celles données par les figures 2.7 et 2.8. Par conséquent, il y aura 14 règles floues pour calculer $\hat{f}(\underline{x}, \underline{\theta})$.

Les figures 2.19, 2.20 et 2.21 illustrent la performance de la poursuite pour $y(t)$ et $\dot{y}(t)$ en présence des perturbations externes avec une erreur qui converge vers zéro. Le signal de commande correspondant est donné sur la figure 2.22.

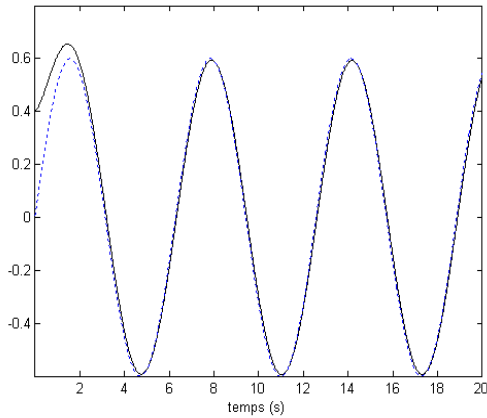


Figure 2.19 : Comportement de $y(t)$ et $y_r(t)$

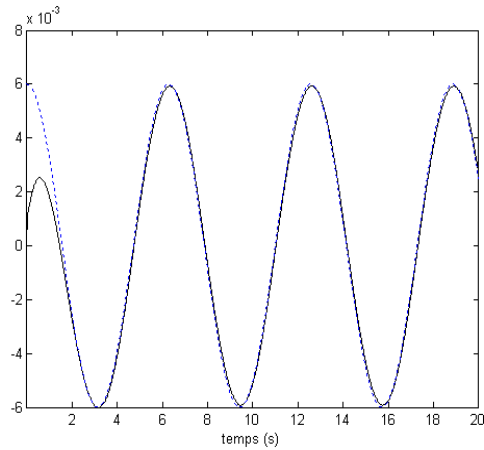


Figure 2.20 : Comportement de $\dot{y}(t)$ et $\dot{y}_r(t)$

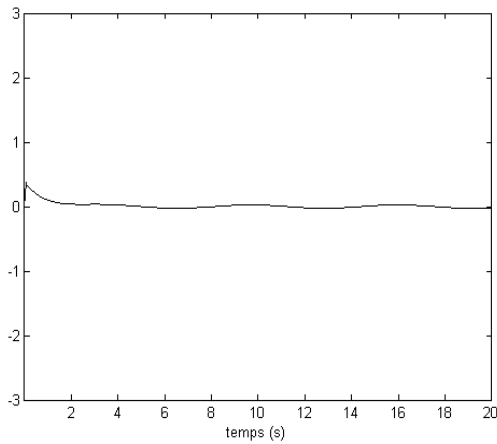


Figure 2.21 : Erreur de poursuite $e(t)$

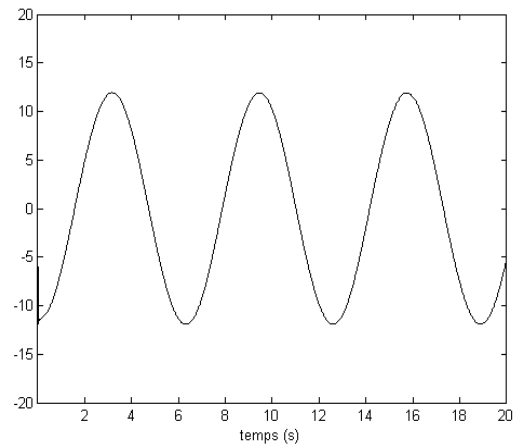


Figure 2.22 : Le signal de commande $u(t)$

2.5 3. Commande par optimisation H_∞

Application sur l'exemple 1 :

La trajectoire de référence est donnée par $y_r(t) = \sin(2,5 \cdot 10^{-2} t)$ et les perturbations sont représentées par : $d(t) = 0.01 \cos(25 \cdot 10^{-5} t)$. Soit $\Delta f(x_1) = 0.4 \sin(x_1)$ et les conditions initiales sont $x_1(0) = 1$ et $x_2(0) = 0$.

Nous proposons les fonctions d'appartenance schématisées sur la figure 2.14.

Soient : $\gamma_1 = 0.05$, $k_0 = 1$, $k_1 = 10$, $M_f = 6$, $r = 0.001$, $\rho = 0.01$ et $Q = 0.01 \text{diag}(1,1)$.

La solution de l'équation de Riccati pour la matrice Q choisie est: $P = \begin{bmatrix} 0.0510 & 0.0050 \\ 0.0050 & 0.0010 \end{bmatrix}$.

La figure 2.23 montre bien qu'il y a une bonne poursuite. Le signal de commande $u(t)$ correspondant est donné par la figure 2.24.

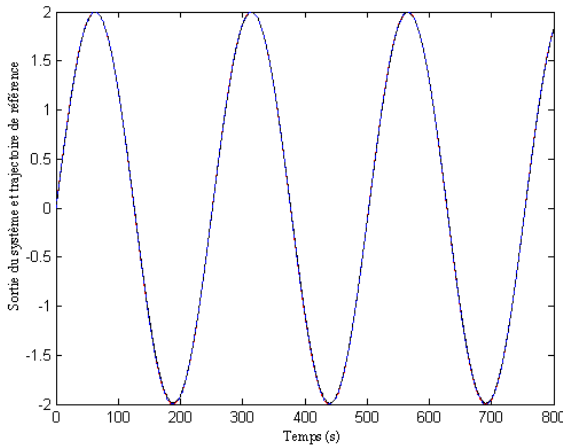


Figure 2.23 : Comportement de $y(t)$ et $y_r(t)$

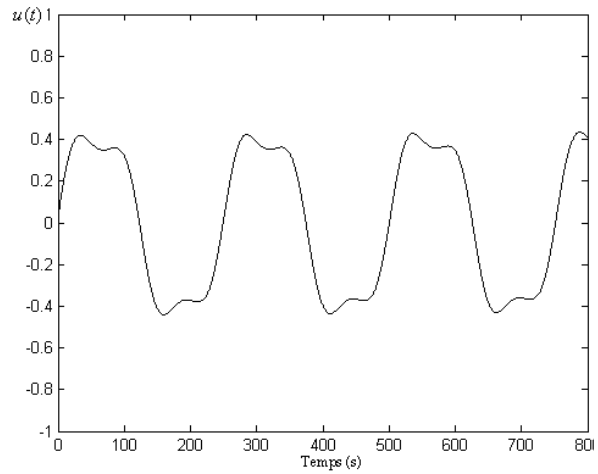


Figure 2.24 : Le signal de commande $u(t)$

2.6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé le problème du suivi de trajectoire d'une classe de systèmes non linéaires inconnus représentée par des modèles flous de Takagi-Sugeno et ceci en tenant compte aussi bien des performances de poursuite en présence de perturbations externes que de la méthode de résolution H_∞ , mode glissant et LMI. La stratégie de commande adoptée consiste à combiner la logique floue à l'une des techniques de synthèse déjà citées ce qui permet de résoudre les problèmes des perturbations externes, des incertitudes paramétriques sans aucune hypothèse sévère sur la nature des non linéarités. L'adaptation des paramètres est faite via l'approche de Lyapunov ce qui assure leur convergence. D'excellents résultats en terme de poursuite ont été obtenus dans les deux cas de commande directe et indirecte, ce qui est d'ailleurs justifié par les résultats des simulations présentés et effectués sur différents systèmes. Ces approches peuvent être mises en œuvre facilement et aussi appliquées à une large classe de systèmes non linéaires.

Notons toutefois que la présence des perturbations externes importantes peut provoquer une dégradation en poursuite. Pour surmonter ce problème, nous ferons appel à la modélisation floue type-2 qui tient compte des incertitudes généralement rencontrés dans les fonctions d'appartenance. Cette étude fera l'objet du chapitre suivant.

Chapitre 3

CONTRÔLEUR ADAPTATIF PAR MODÉLISATION FLOUE TYPE-2

3.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous proposons la conception d'un contrôleur flou adaptatif robuste pour une classe de systèmes non linéaires avec une dynamique inconnue et soumise à des perturbations externes. Ces dernières peuvent générer des données difficilement modélisables par les techniques de la logique floue type-1. Notons que les incertitudes paramétriques, les dynamiques négligées et les perturbations externes provoquent des variations brusques du point de fonctionnement. Pour tenir compte de toutes les données, notamment celles générées par ces facteurs perturbateurs, nous faisons appel à la modélisation floue type-2. Celle-ci est caractérisée par des fonctions d'appartenance qui sont elles-mêmes floues. Pour les systèmes flous de type-2, chaque entrée a un degré d'appartenance défini par deux fonctions type-1, une fonction d'appartenance supérieure et une autre inférieure de façon à ce que toutes les données se situent entre les deux fonctions. Dans le cas des ensembles flous type-1, le degré d'appartenance d'un élément est un nombre ordinaire qui appartient à l'intervalle $[0,1]$ alors que pour un ensemble flou type-2 le degré d'appartenance est un ensemble flou.

Comme dans le cas classique, la commande floue adaptative type-2 peut être faite par deux approches : directe si la conclusion des règles est faite sur le contrôleur et indirecte si la conclusion des règles est faite sur le modèle. Dans ce dernier cas, le contrôleur est calculé à partir des paramètres estimés.

Dans ce chapitre, l'objectif est de tester l'efficacité de la modélisation floue type-2. La structure de contrôle proposée est composée d'un terme nominal dont l'architecture est déterminée à partir de la modélisation floue type-2 et le second terme de robustesse est synthétisé par l'approche de Lyapunov. Il est à signaler que le second terme peut être synthétisé par les approches de commande robuste décrites dans le chapitre 2, à savoir mode glissant, H_∞ et optimisation LMI.

3.2. Formulation du problème

Nous considérons la même classe de systèmes non linéaires étudiée précédemment décrite par la représentation d'état suivante:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_n = f(\underline{x}, t) + g(\underline{x}, t)u + d(t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (3.1)$$

Ou encore :

$$\begin{cases} \dot{x}^{(n)} = f(\underline{x}, t) + g(\underline{x}, t)u + d(t) \\ y = x \end{cases} \quad (3.2)$$

où $\underline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})^T \in \mathbf{R}^n$ est le vecteur d'état du système non linéaire, ses composantes sont mesurables, $u \in \mathbf{R}$ et $y \in \mathbf{R}$ sont respectivement l'entrée et la sortie du système non linéaire. $f(\underline{x}, t)$ et $g(\underline{x}, t)$ sont des fonctions non linéaires représentant respectivement la dynamique du système et le gain de la commande. $d(t)$ est la perturbation externe. Pour que le système (3.1) soit contrôlable, il faut que la condition $g(\underline{x}, t) \neq 0$ soit satisfaite.

Pour déterminer la structure de contrôle du terme nominal, trois cas peuvent se présenter :

- Si les fonctions $f(\underline{x}, t)$ et $g(\underline{x}, t)$ sont connues et le système est non soumis aux perturbations, la structure de contrôle est donnée par [Wan-02 ; Slo-91] :

$$u = \frac{1}{g(\underline{x}, t)} (-f(\underline{x}, t) + y_r^{(n)} - \sum_{i=0}^{n-1} k_i e^{(i)}) \quad (3.3)$$

- Si les fonctions $f(\underline{x}, t)$ et $g(\underline{x}, t)$ sont inconnues, l'une des modélisations floues type-1 ou type-2 selon la précision souhaitée sera utilisée. La structure de contrôle est donnée par :

$$u = \frac{1}{\hat{g}(\underline{x}, \underline{\theta}_g)} (-\hat{f}(\underline{x}, \underline{\theta}_f) + y_r^{(n)} - \sum_{i=0}^{n-1} k_i e^{(i)}) \quad (3.4)$$

où $\hat{f}(\underline{x}, \underline{\theta}_f)$ et $\hat{g}(\underline{x}, \underline{\theta}_g)$ sont respectivement les fonctions estimées de $f(\underline{x}, t)$ et $g(\underline{x}, t)$ à base de la logique floue.

- Si les fonctions $f(\underline{x},t)$ et $g(\underline{x},t)$ sont partiellement connues, il sera inutile d'estimer les parties connues de ces fonctions, ce qui permettra d'alléger la charge de calculs.

Dans cette section, nous allons considérer le troisième cas généralement rencontré en pratique. Pour mieux décrire le phénomène, nous supposons que les fonctions $f(\underline{x},t)$ et $g(\underline{x},t)$ sont données par :

$$f(\underline{x},t) = \bar{f}(\underline{x},t) + \Delta f(\underline{x},t) \quad (3.5)$$

$$g(\underline{x},t) = \bar{g}(\underline{x},t) + \Delta g(\underline{x},t) \quad (3.6)$$

où $\bar{f}(\underline{x},t)$ et $\bar{g}(\underline{x},t)$ représentent respectivement les parties connues de $f(\underline{x},t)$ et $g(\underline{x},t)$ et $\Delta f(\underline{x},t)$ et $\Delta g(\underline{x},t)$ indiquent respectivement les parties inconnues.

Dans la suite, nous aurons besoin des hypothèses suivantes :

H.1 \underline{x} appartient à un ensemble compact $U_x = \{\underline{x} \in R^n, \|\underline{x}\| \leq M_x\}$, où M_x est une constante positive.

H.2 $\Delta f(\underline{x},t)$ et $\Delta g(\underline{x},t)$ sont bornées : $|\Delta f(\underline{x},t)| \leq F(\underline{x},t)$ et $|\Delta g(\underline{x},t)| \leq G(\underline{x},t)$ $\forall \underline{x} \in U_x \subset R^n$.

H.3 Les perturbations externes sont bornées par une constante $d_{\max} : |d(t)| \leq d_{\max}$.

H.4 Le gain de commande $g(\underline{x},t)$ est strictement positif et supérieur à une constante connue strictement positive $g_0 : g(\underline{x},t) \geq g_0 > 0$ pour tout $\underline{x} \in U_x$.

Nous utilisons les système flous type-2 pour approcher les fonctions non linéaires inconnues $\Delta f(\underline{x},t)$ et $\Delta g(\underline{x},t)$ respectivement par $\hat{\Delta f}(\underline{x}/\underline{\theta}_f)$ et $\hat{\Delta g}(\underline{x}/\underline{\theta}_g)$. La description linguistique de la $l^{i\text{ème}}$ règle pour les modèles flous type-2 correspondants à $\Delta f(\underline{x},t)$ et $\Delta g(\underline{x},t)$ est donnée par :

$$R^l: \text{Si } x_1 \text{ est } \tilde{F}_1^l \text{ et } x_2 \text{ est } \tilde{F}_2^l \text{ et } \dots \text{ et } x_n \text{ est } \tilde{F}_n^l \text{ Alors } \Delta f^l \text{ est } \theta_f^l \quad (3.7)$$

$$R^l: \text{Si } x_1 \text{ est } \tilde{F}_1^l \text{ et } x_2 \text{ est } \tilde{F}_2^l \text{ et } \dots \text{ et } x_n \text{ est } \tilde{F}_n^l \text{ Alors } \Delta g^l \text{ est } \theta_g^l \quad (3.8)$$

où les \tilde{F}_i^l sont les ensembles flous antécédents type-2 ayant les fonctions d'appartenance $\mu_{\tilde{F}_i^l}$ et θ_f^l et θ_g^l sont des paramètres ajustables pour lesquels les fonctions d'appartenance conséquents possèdent des valeurs maximales ($\mu_{G^l}(\theta_f^l) = 1$ et $\mu_{G^l}(\theta_g^l) = 1$) avec $i = 1, 2, \dots, n$; $l = 1, 2, \dots, K$ et K est le nombre de règles floues.

En utilisant la réduction de type par la méthode des centres d'ensembles, nous pouvons représenter les systèmes flous type-2 par les expressions suivantes :

$$\Delta \hat{f}(\underline{x}/\underline{\theta}_f) = \underline{\theta}_f^T \xi_f(\underline{x}) \quad (3.9)$$

$$\Delta \hat{g}(\underline{x}/\underline{\theta}_g) = \underline{\theta}_g^T \xi_g(\underline{x}) \quad (3.10)$$

où $\xi_f(\underline{x}) = (\xi_{f1}(\underline{x}), \xi_{f2}(\underline{x}), \dots, \xi_{fK}(\underline{x}))^T$ et $\xi_g(\underline{x}) = (\xi_{g1}(\underline{x}), \xi_{g2}(\underline{x}), \dots, \xi_{gK}(\underline{x}))^T$ sont les vecteurs de fonctions de base floues et $\underline{\theta}_f = (\theta_f^1, \theta_f^2, \dots, \theta_f^K)^T$ et $\underline{\theta}_g = (\theta_g^1, \theta_g^2, \dots, \theta_g^K)^T$ sont les vecteurs de paramètres des systèmes flous type-2 $\Delta \hat{f}(\underline{x}/\underline{\theta}_f)$ et $\Delta \hat{g}(\underline{x}/\underline{\theta}_g)$. Ces derniers sont ajustés en temps réel par un processus adaptatif.

Nous définissons le vecteur paramètres optimaux $\underline{\theta}_f^*$ du système flou type-2 par :

$$\underline{\theta}_f^* = \arg \min_{\underline{\theta}_f \in \Omega_f} \left[\sup_{\underline{x} \in U_x} \left| \Delta f(\underline{x}, t) - \underline{\theta}_f^T \xi_f(\underline{x}) \right| \right] \quad (3.11)$$

$\underline{\theta}_f^*$ est défini de sorte à minimiser l'erreur de modélisation dans l'ensemble convexe Ω_f de rayon M_f :

$$\Omega_f = \{ \underline{\theta}_f \in R^K, \|\underline{\theta}_f\| \leq M_f \} \quad (3.12)$$

Puisque $\Delta \hat{f}(\underline{x}/\underline{\theta}_f)$ est un système flou type-2 intervalle, alors l'ensemble flou type réduit est donné par :

$$\tilde{F}_{\cos}(\theta_f^1, \dots, \theta_f^K, f^1, \dots, f^K) = \int_{\theta_f^1} \dots \int_{\theta_f^K} \int_{f^1} \dots \int_{f^K} 1 / \frac{\sum_{l=1}^K f^l \theta_f^l}{\sum_{l=1}^K f^l} = [\hat{f}_l, \hat{f}_r] \quad (3.13)$$

f^l est le degré d'activation associé à la $l^{\text{ième}}$ règle du système flou $\Delta \hat{f}(\underline{x}/\underline{\theta}_f)$.

L'équation (3.13) peut être calculée par la méthode itérative de Karnik-Mendel [Men-01]. Il est montré que cette procédure itérative converge après un certain nombre d'itérations. Une fois les bornes supérieures et inférieures \hat{f}_l et \hat{f}_r du domaine de l'ensemble de type réduit \tilde{F}_{\cos} sont obtenues, elles peuvent être utilisées pour le calcul de la sortie réelle du système flou type-2. Puisque l'ensemble de type réduit est un ensemble type-1 intervalle, la sortie défuzzifiée est alors :

$$\Delta \hat{f}(\underline{x}/\underline{\theta}_f) = \frac{\hat{f}_l + \hat{f}_r}{2} \quad (3.14)$$

$$\hat{f}_l = \frac{\sum_{i=1}^K f_l^i \theta_f^i}{\sum_{i=1}^K f_l^i} \quad (3.15)$$

$$\hat{f}_r = \frac{\sum_{i=1}^K f_r^i \theta_f^i}{\sum_{i=1}^K f_r^i}$$

Ou encore sous la forme compacte :

$$\begin{aligned} \hat{f}_l &= \underline{\theta}_f^T \xi_{fl}(\underline{x}) \\ \hat{f}_r &= \underline{\theta}_f^T \xi_{fr}(\underline{x}) \end{aligned} \quad (3.16)$$

où $\xi_{fl}(\underline{x})$ et $\xi_{fr}(\underline{x})$ sont les vecteurs de fonctions de base floues définies par :

$$\begin{aligned} \xi_{fl}(\underline{x}) &= (\xi_{fl}^1(\underline{x}), \xi_{fl}^2(\underline{x}), \dots, \xi_{fl}^K(\underline{x}))^T \\ \xi_{fr}(\underline{x}) &= (\xi_{fr}^1(\underline{x}), \xi_{fr}^2(\underline{x}), \dots, \xi_{fr}^K(\underline{x}))^T \end{aligned} \quad (3.17)$$

avec :

$$\begin{aligned} \xi_{fl}^i &= \frac{f_l^i}{\sum_{i=1}^K f_l^i} \\ \xi_{fr}^i &= \frac{f_r^i}{\sum_{i=1}^K f_r^i} \end{aligned} \quad (3.18)$$

f_l^i et f_r^i désignent respectivement les valeurs utilisées pour calculer la borne inférieure \hat{f}_l et la borne supérieure \hat{f}_r . Par conséquent :

$$\begin{aligned} \Delta \hat{f}(\underline{x}, \underline{\theta}_f) &= \frac{\underline{\theta}_f^T \xi_{fl}(\underline{x}) + \underline{\theta}_f^T \xi_{fr}(\underline{x})}{2} \\ &= \underline{\theta}_f^T \left[\frac{\xi_{fl}(\underline{x}) + \xi_{fr}(\underline{x})}{2} \right] \\ &= \underline{\theta}_f^T \xi_f(\underline{x}) \end{aligned} \quad (3.19)$$

$\underline{\theta}_g^*$, Ω_g , M_g , $\tilde{G}_{\cos}(\theta_g^1, \dots, \theta_g^K, g^1, \dots, g^K)$, \hat{g}_l , \hat{g}_r et $\Delta \hat{g}(\underline{x}/\underline{\theta}_g)$ sont définis et calculés de la même façon que : $\underline{\theta}_f^*$, Ω_f , M_f , $\tilde{F}_{\cos}(\theta_f^1, \dots, \theta_f^K, f^1, \dots, f^K)$, \hat{f}_l , \hat{f}_r et $\Delta \hat{f}(\underline{x}, \underline{\theta}_f)$.

3.3. Structure de la commande

L'objectif de ce chapitre est le développement d'une structure de commande capable de forcer le vecteur d'état \underline{x} à suivre un état désiré \underline{x}_r en présence des incertitudes de modélisation et des perturbations externes. L'approche utilisée est basée sur la combinaison de la modélisation floue type-2 à l'approche de Lyapunov.

Le vecteur de l'erreur de poursuite est défini par :

$$\underline{e} = \underline{x} - \underline{x}_r = (e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)})^T \in \mathbb{R}^n \quad (3.20)$$

Soit $S = s^n + k_{n-1}s^{n-1} + \dots + k_0$ le polynôme de Hurwitz.

Le terme nominal proposé est décrit par :

$$u_c = \frac{1}{g(\underline{x}, t) + \Delta\hat{g}(\underline{x}/\underline{\theta}_g)} (-\bar{f}(\underline{x}, t) - \Delta\hat{f}(\underline{x}/\underline{\theta}_f) + y_r^{(n)} - \sum_{i=0}^{n-1} k_i e^{(i)}) \quad (3.21)$$

Le terme de robustesse déduit à partir de l'approche de Lyapunov est :

$$u_r = \begin{cases} \frac{\text{sign}(\underline{e}^T PB)}{g_0} [F(\underline{x}, t) + |\Delta\hat{f}(\underline{x}/\underline{\theta}_f)| + G(\underline{x}, t)|u_c| + |\Delta\hat{g}(\underline{x}/\underline{\theta}_g)u_c| + d_{\max}] & \text{si } V_1 \geq \tilde{V} \\ 0 & \text{si } V_1 < \tilde{V} \end{cases} \quad (3.22)$$

La structure de commande proposée [Oug-08b] devient :

$$u_c = \frac{1}{g(\underline{x}, t) + \Delta\hat{g}(\underline{x}/\underline{\theta}_g)} (-\bar{f}(\underline{x}, t) - \Delta\hat{f}(\underline{x}/\underline{\theta}_f) + y_r^{(n)} - \sum_{i=0}^{n-1} k_i e^{(i)}) + \begin{cases} \frac{\text{sign}(\underline{e}^T PB)}{g_0} [F(\underline{x}, t) + |\Delta\hat{f}(\underline{x}/\underline{\theta}_f)| + G(\underline{x}, t)|u_c| + |\Delta\hat{g}(\underline{x}/\underline{\theta}_g)u_c| + d_{\max}] & \text{si } V_1 \geq \tilde{V} \\ 0 & \text{si } V_1 < \tilde{V} \end{cases} \quad (3.23)$$

L'adaptation des paramètres de $\Delta\hat{f}(\underline{x}/\underline{\theta}_f)$ et $\Delta\hat{g}(\underline{x}/\underline{\theta}_g)$ est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{\underline{\theta}}_f &= \gamma_1 \underline{e}^T PB \xi_f(\underline{x}) \quad \text{si } (\|\underline{\theta}_f\| < M_f \quad \text{ou } \|\underline{\theta}_f\| = M_f \quad \text{et } \underline{e}^T PB \underline{\theta}_f^T \xi_f(\underline{x}) \geq 0) \\ \dot{\underline{\theta}}_g &= \gamma_2 \underline{e}^T PB \xi_g(\underline{x}) u_c \quad \text{si } (\|\underline{\theta}_g\| < M_g \quad \text{ou } \|\underline{\theta}_g\| = M_g \quad \text{et } \underline{e}^T PB \underline{\theta}_g^T \xi_g(\underline{x}) u_c \geq 0) \end{aligned} \quad (3.24)$$

Théorème

Soit le système non linéaire (3.1) substitué à la commande (3.23) sous les hypothèses (H.1-H.4) avec les lois d'adaptation définies par (3.24). Le système en boucle fermée est stable dans le sens :

- (i) Tous les signaux entrée sortie sont bornés.
- (ii) L'erreur de poursuite convergence vers zéro.

Le détail de la démonstration est en annexe E.

3.4. Résultats des Simulations

Le contrôleur adaptatif flou type-2 est testé sur l'exemple du servomécanisme décrit dans le deuxième chapitre.

La trajectoire de référence est donnée par $y_r(t) = \theta_r = (\pi/3)\sin(0,1t)$ en présence des perturbations $d = 0.045rand(1,200)$. Le terme non linéaire est représenté par $\Delta f(x_1) = 0.4\sin(x_1)$.

Nous prenons $Q = 10I$. La matrice P est déterminée par l'approche de Lyapunov :

$$P = \begin{bmatrix} 2.6042 & -5.0000 \\ -5.0000 & 12.5000 \end{bmatrix}$$

Les coefficients du polynôme de Hurwitz sont $k_0 = 24$ et $k_1 = 10$. Nous choisissons $M_f = 6$, $\gamma_1 = 0.5$ et $\tilde{V} = 1.0267$.

Les conditions initiales sont telles que $x_1(0) = 2$ et $x_2(0) = 0$.

Les fonctions d'appartenance pour la composante du vecteur d'état x_1 sont représentées sur la figure 3.1. Nous aurons 3 règles pour approcher la fonction non linéaire $\Delta f(x_1)$.

Les résultats de la simulation sont présentés sur les figures 3.2 et 3.3 lesquelles montrent que la convergence de l'erreur de poursuite est garantie avec la fonction non linéaire et en présence des perturbations externes.

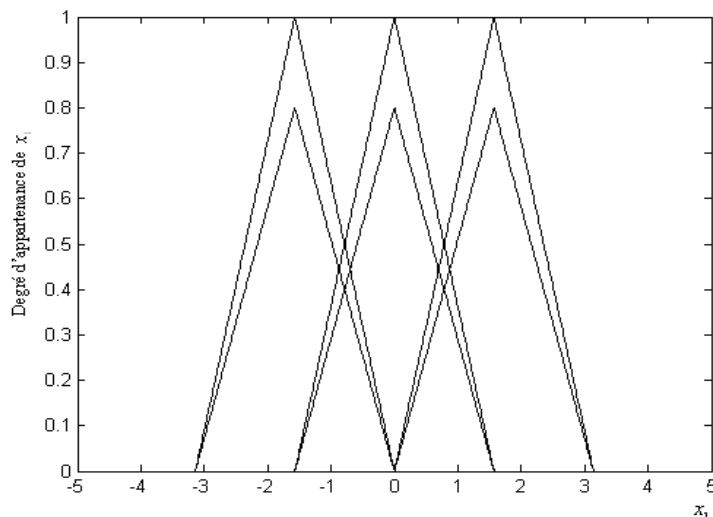


Figure 3.1 : Fonction d'appartenance type-2 relative à x_1

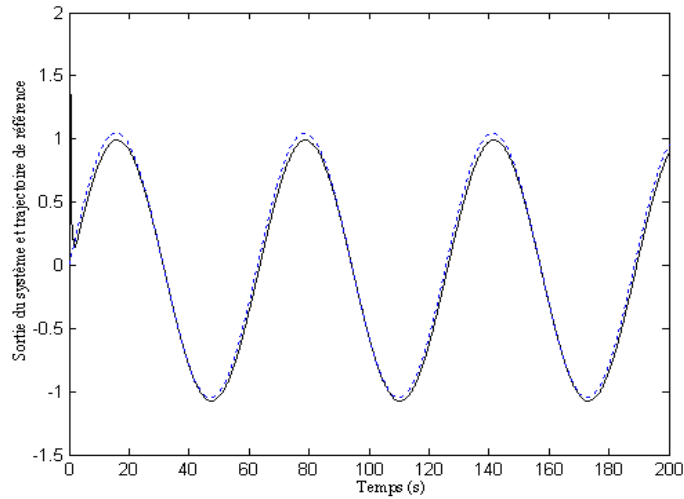


Figure 3.2 : Comportement de $y(t)$ et $y_r(t)$

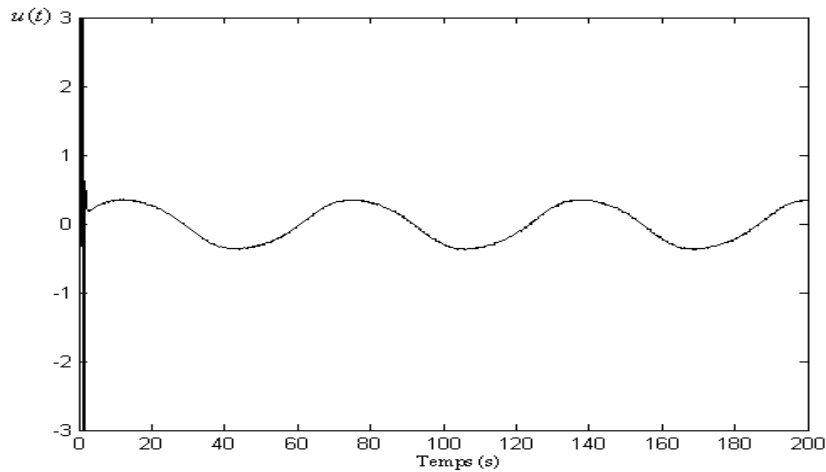


Figure 3.3: Signal de commande $u(t)$

3.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la conception d'un contrôleur flou adaptatif pour une classe de systèmes non linéaire. Nous avons supposé la connaissance partielle de la dynamique du système non linéaire afin d'élargir l'applicabilité de la structure proposée. La modélisation floue type-2 a été adoptée pour approcher le terme non linéaire inconnu et contourner l'effet des perturbations externes et des incertitudes paramétriques. L'architecture de la structure de commande est déduite de la combinaison de la modélisation floue type-2 à l'approche de Lyapunov. Les résultats des simulations montrent l'efficacité du contrôleur

adaptatif flou proposé ainsi que les performances désirées en terme de stabilité et de poursuite.

Chapitre 4

COMMANDE D'UNE CLASSE DE SYSTÈMES MIMO NON LINÉAIRES

4.1. Introduction

La majorité des procédés industriels sont non linéaires et composés de plusieurs unités interconnectées qui font intervenir plusieurs variables d'entrée et de sortie. La synthèse de la commande adaptative pour ces procédés a fait l'objet de plusieurs travaux de recherche pendant les dernières décennies. A cause des interconnexions et des non linéarités, la commande de ces systèmes peut être difficile à synthétiser. Pour faciliter la mise en œuvre et éviter la charge lourde des calculs, le système MIMO peut être décomposé en plusieurs sous systèmes MISO (multi-entrée mono-sortie). Par cette décomposition, l'identification, le découplage et le contrôle deviennent plus performants et plus faciles puisque ils peuvent être ramenés au cas monovariante [Ben-06].

La méthodologie de commande proposée consiste à synthétiser un régulateur PID ou un PI flou tout en compensant l'effet des facteurs perturbateurs, à savoir les dynamiques négligées, les non linéarités, le couplage croisé et les perturbations externes. L'idée principale pour le cas du PID est d'extraire l'ordre souhaité ce qui permet l'application facile du régulateur, tout le reste sera prédit en utilisant la base orthogonale de Chebyshev. Le résultat de cette prédiction va nous servir à déterminer l'architecture du compensateur qui sera incorporé dans la loi de commande.

Nous proposons dans un premier temps de commander le système multivariable non linéaire par un régulateur PID adaptatif robuste qui permet de réajuster en permanence ses paramètres en fonction de l'évolution du processus par la méthode de placement de pôles.

Dans un deuxième volet, vu que l'hypothèse de second ordre exigée par la structure de régulateur PID limite son applicabilité aux procédés industriels, nous proposons un régulateur PI flou combiné avec un compensateur synthétisé par la même technique de projection sur une série de fonctions orthogonales.

4.2. Formulation du problème

Dans cette section, la classe de systèmes MIMO considérée est décrite par l'équation suivante [Wan-90] :

$$A(q^{-1})y(k) = B_d(q^{-1})Z(k) + \xi(k) \quad (4.1)$$

où $A(q^{-1})$ et $B_d(q^{-1})$ sont des matrices polynomiales et $Z(k) \in R^n$ est une entrée non linéaire du système à commander dont la $i^{\text{ème}}$ composante est représentée par le polynôme [Jin-89] :

$$Z_i(k) = f_{i0} + f_{i1}u_i(k) + \dots + f_{ip}u_i^{p_i-1}(k) \quad (4.2)$$

$y(k) \in R^n$ et $\xi(k) \in R^n$ sont respectivement la sortie du système à commander et l'ensemble des perturbations qui affectent le fonctionnement du système.

q^{-1} est l'opérateur retard défini par $q^{-1}x(k) = x(k-1)$

$$A(q^{-1}) = \text{diag}[A_i(q^{-1})], \quad A_i(q^{-1}) = \sum_{r=0}^{n_a(i)} a_{ir}q^{-r}; a_{i0} = 1 \quad (4.3)$$

$$B_d(q^{-1}) = [q^{-d_{ij}} B_{ij}(q^{-1})], \quad B_{ij}(q^{-1}) = \sum_{r=0}^{n_b(i,j)} b_{ijr}q^{-r}; b_{ij0} \neq 0 \quad (4.4)$$

d_{ii} est le retard entre l'entrée $u_i(k)$ et la sortie $y_i(k)$.

d_{ij} est le retard entre l'entrée $u_j(k)$ et la sortie $y_i(k)$.

La décomposition du système MIMO (4.1) en n sous-systèmes MISO permet d'écrire :

$$A_i(q^{-1})y_i(k) = q^{-d_{ii}} B_{ii}(q^{-1})Z_i(k) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n q^{-d_{ij}} B_{ij}(q^{-1})Z_j(k) + \xi_i(k) \quad (4.5)$$

Où $y_i(k)$ est la sortie scalaire du $i^{\text{ème}}$ système MISO à l'instant k .

4.3. Synthèse d'un contrôleur PID

Le régulateur PID est largement utilisé dans les processus industriels en raison de sa simplicité, sa facilité d'implémentation et ses performances vis-à-vis des variations paramétriques. Cependant, il ne présente pas de robustesse face aux problèmes des dynamiques négligées et du couplage croisé.

L'hypothèse du second ordre est considérée, le système décrit par l'équation (4.5) peut être ramené à l'expression suivante :

$$\tilde{A}_i(q^{-1})y_i(t) = q^{-d_{ii}} \tilde{B}_{ii}(q^{-1})[f_{i0} + f_{i1}u_i(t) + \dots + f_{ip}u_i^{p_i-1}(t)] + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n q^{-d_{ij}} B_{ij}(q^{-1})Z_j(t) + \tilde{\xi}_i(t) \quad (4.6)$$

où :

$$\begin{aligned} \tilde{A}_i(q^{-1}) &= 1 + a_{i1}q^{-1} + a_{i2}q^{-2} \\ \tilde{B}_{ii}(q^{-1}) &= b_{ii0} + b_{ii1}q^{-1} \\ \tilde{\xi}_i(t) &= \xi_i(k) + \sum_{r=3}^{n_i(i)} a_{ir}q^{-r} y_i(k) + \sum_{r=2}^{n_b(i,i)} b_{iir}q^{-r} Z_i(k) \end{aligned} \quad (4.7)$$

L'équation (4.6) peut également être écrite :

$$\tilde{A}_i(q^{-1})y_i(k) = q^{-d_{ii}} B_{ii}^*(q^{-1})u_i(k) + H_i(.) \quad (4.8)$$

où :

$$B_{ii}^*(q^{-1}) = f_{i1} \tilde{B}_{ii}(q^{-1}) \quad (4.9)$$

$$H_i(.) = q^{-d_{ii}} f_{i0} \tilde{B}_{ii}(q^{-1}) + q^{-d_{ii}} \tilde{B}_{ii}(q^{-1}) \sum_{k=2}^{p_i-1} f_{ik} u_i^k(k) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n q^{-d_{ij}} B_{ij}(q^{-1})Z_j(k) + \tilde{\xi}_i(k) \quad (4.10)$$

L'équation (4.8) montre que les ordres élevés sont inclus dans la fonction $H_i(.)$. Cette fonction inconnue $H_i(.)$ contient tous les termes non linéaires, le couplage croisé, les dynamiques négligées et les perturbations. Sa modélisation est réalisée par la projection sur une base de fonctions orthogonales. Par la fonction obtenue, est construit un compensateur qui sera incorporé dans la loi de commande.

La projection de $H_i(.)$ sur la base de Chebyshev donne :

$$H_i(.) = h_i^T T(k) + \sigma_i(k) \quad (4.11)$$

où $T(k)$ est le vecteur regroupant la base orthogonale de Chebyshev, h_i sont les coefficients de Chebyshev et $\sigma_i(k)$ désigne l'erreur de troncature.

L'équation (4.8) devient :

$$\tilde{A}_i(q^{-1})y_i(k) = q^{-d_{ii}} B_{ii}^*(q^{-1})u_i(k) + h_i^T T(k) + \sigma_i(k) \quad (4.12)$$

Hypothèses

H.1 Le retard d_{ii} est connu.

H.2 $\tilde{A}_i(q^{-1})$ et $B_{ii}^*(q^{-1})$ sont premiers entre eux.

H.3 Il existe un scalaire positif ω_i tel que $\frac{|\sigma_i(k)|}{|\eta_i(k)|} \leq \omega_i$ avec η_i est un signal de normalisation.

4.3.1. Estimation des paramètres

L'estimation des paramètres est faite en utilisant l'algorithme des moindres carrés récursif. La forme régressive correspondante à l'équation (4.12) est :

$$y_i(k) = \theta_i^T \phi_i(k-1) + \sigma_i(k) \quad (4.13)$$

Où $\phi_i(k-1) = [-y_i(k-1), -y_i(k-2), u_i(k-d_{ii}), u_i(k-d_{ii}-1), T_0(k), T_1(k), \dots, T_{m-1}(k)]$ est le vecteur observations et $\theta_i = [a_{i1}, a_{i2}, b_{ii0}^*, b_{ii1}^*, h_{i0}, h_{i1}, \dots, h_{i_{m-1}}]$ est le vecteur paramètres à estimer avec m est la dimension de la base de Chebyshev. Afin de rendre l'algorithme d'estimation robuste, nous utilisons une normalisation des données entrée-sortie. L'algorithme d'identification donnant des estimations $\hat{\theta}_i(k)$ de θ_i est exprimé par [Pra-83] :

$$\hat{\theta}_i(k) = \hat{\theta}_i(k-1) + \frac{P_i(k-1)\bar{\phi}_i(k-1)\bar{e}_i(k)}{\lambda_i(k) + \bar{\phi}_i^T(k-1)P_i(k-1)\bar{\phi}_i(k)} \quad (4.14)$$

$$\bar{e}_i(k) = \bar{y}_i(k) - \bar{\phi}_i^T(k-1)\theta_i(k-1) \quad (4.15)$$

$$P_i(k) = P_i(k-1) - \frac{P_i(k-1)\bar{\phi}_i(k)\bar{\phi}_i^T(k)P_i(k-1)}{\lambda_i(k) + \bar{\phi}_i^T(k)P_i(k-1)\bar{\phi}_i(k-1)} \quad (4.16)$$

avec $P_i(0) = \varepsilon I$, $0 < \varepsilon < \infty$ et I est la matrice identité. Le facteur d'oubli $\lambda_i(k)$ est donné par :

$$\lambda_i(k) = \lambda_{i0}\lambda_i(k-1) + (1-\lambda_{i0}) \text{ avec } \lambda_{i0} = 0.95 \text{ et } \lambda_i(0) = 0.96.$$

$$\bar{y}_i(k) = \frac{y_i(k)}{\eta_i(k-1)} \quad (4.17)$$

$$\bar{\phi}_i(k-1) = \frac{\phi_i(k-1)}{\eta_i(k-1)}$$

4.3.2. Structure de la commande

La structure de commande PID proposée [Oug-08c] est basée sur la stratégie de placement de pôles avec compensation :

$$R_i(q^{-1})v_i(k) + G_i(q^{-1})y_i(k) = A_{im}(q^{-1})y_{im}(k) \quad (4.18)$$

Où $v_i(k)$ est la sortie du i^{ieme} PID, $A_{im}(q^{-1})$ est un polynôme stable contenant les pôles désirés et $R_i(q^{-1})$ et $G_i(q^{-1})$ sont des polynômes solution de l'équation suivante :

$$R_i(q^{-1})\tilde{A}_i(q^{-1}) + q^{-d_{ii}}G_i(q^{-1})B_{ii}^*(q^{-1}) = A_{im}(q^{-1}) \quad (4.19)$$

$v_i(k)$ est donné par :

$$\begin{aligned} v_i(k) &= u_i(k) + u_{ic}(k) \\ &= u_i(k) + C_i^T T(k) \end{aligned} \quad (4.20)$$

où $u_i(k)$ est l'entrée du $i^{\text{ième}}$ sous système à réguler et $u_{ic}(k)$ est le terme de compensation.

Le compensateur C_i^T est donné par :

$$C_i^T = q^{d_{ii}} \frac{h_i^T B_{ii}^*(1)}{B_{ii}^*(q^{-1})} \quad (4.21)$$

Il a été démontré dans [Pra-83] que la bornitude des signaux d'entrée et de sortie nécessite la

condition suffisante $\frac{|\sigma_i(k)|}{|\eta_i(k)|} \leq \omega_i$ et nous notons que cette hypothèse est moins restrictive que

la norme imposée sur l'équation (4.8): $\frac{H_i(k)}{\eta_i(k)}$ est suffisamment petite en moyen [Pra-83 ; Gir-

91]. En conséquence, la modélisation par une base de fonctions réduit l'effet des dynamiques négligées et par suite améliore les performances du système adaptatif.

Théorème

Considérons le système MIMO décrit par la représentation entrée-sortie (4.1). Si on choisit une loi de commande (4.20) avec les hypothèses H.1, H.2, et H.3, alors ce système en boucle fermée est stable dans le sens que :

(i) *Toutes les entrées et les sorties sont bornées.*

(ii) *L'erreur de poursuite est telle que $\lim_{k \rightarrow \infty} \{y_i(k) - y_{im}(k)\} = 0$ si $\sigma_i(k) = 0$.*

Le détail du compensateur et la démonstration se trouvent en annexe F.

4.4. Synthèse d'un contrôleur flou PI

Dans cette section, nous développons un régulateur flou PI de type Mamdani pour la même classe de systèmes MIMO étudiée dans la section précédente. Ce type de régulateur possède deux entrées, l'erreur et sa variation et une sortie qui représente la variation de la commande [Cho-08]. Le régulateur PI flou est régi par une base de règles de la forme suivante :

$$R^i : \text{Si } e \text{ est } E^i \text{ et } \Delta e \text{ est } F^i \text{ Alors } \Delta u = G^i$$

Pour commander le système MIMO, nous procédons également à sa décomposition en n sous système MISO. La stratégie de contrôle est cette fois-ci basée sur la combinaison d'un régulateur flou PI à un compensateur dont la forme est déterminée via la projection sur la base

de Chebyshev de la fonction $H(\cdot)$ contenant les termes non linéaires, le couplage croisé et les perturbations externes. Dans ce cas, aucune hypothèse n'est faite sur l'ordre des polynômes, en plus l'intégration des techniques floues permet d'obtenir de meilleures performances.

Reprenons la même classe de systèmes décrite par l'équation (4.5) :

$$A_i(q^{-1})y_i(k) = q^{-d_{ii}} B_{ii}(q^{-1})Z_i(k) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n q^{-d_{ij}} B_{ij}(q^{-1})Z_j(k) + \xi_i(k) \quad (4.22)$$

La loi de commande proposée [Oug-09] est composée de deux termes. Le premier est un régulateur PI flou et le second terme est un compensateur déduit du résultat de projection sur la base orthogonale de Chebyshev.

L'équation (4.22) devient:

$$A_i(q^{-1})y_i(k) = q^{-d_{ii}} f_{i1} B_{ii}(q^{-1})u_i(k) + q^{-d_{ii}} B_{ii}(q^{-1})[f_{i0} + f_{i2}u_i^2(k) + \dots + f_{ip}u_i^{p_i-1}(k)] + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n q^{-d_{ij}} B_{ij}(q^{-1})Z_j(k) + \xi_i(k) \quad (4.23)$$

L'équation (4.23) peut être écrite sous forme :

$$A_i(q^{-1})y_i(k) = q^{-d_{ii}} B_{ii}^*(q^{-1})u_i(k) + H_i(\cdot) \quad (4.24)$$

où

$$B_{ii}^*(q^{-1}) = f_{i1} B_{ii}(q^{-1}) \quad (4.25)$$

$$H_i(\cdot) = q^{-d_{ii}} f_{i0} B_{ii}(q^{-1}) + q^{-d_{ii}} B_{ii}(q^{-1}) \sum_{k=2}^{p_i-1} f_{ik} u_i^k(k) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n q^{-d_{ij}} B_{ij}(q^{-1})Z_j(k) + \xi_i(k) \quad (4.26)$$

$H_i(\cdot)$ est une fonction non linéaire de $u_i(k)$ et $u_j(k)$, elle contient les termes de couplage, les non linéarités et les perturbations.

L'approximation de $H_i(\cdot)$ à base des polynômes orthogonaux de Chebyshev permet d'écrire :

$$A_i(q^{-1})y_i(k) = q^{-d_{ii}} B_{ii}^*(q^{-1})u_i(k) + h_i^T T(k) + \sigma_i(k) \quad (4.27)$$

Où $\sigma_i(k)$ est l'erreur de troncature.

4.4.1. Estimation des paramètres

Pour estimer le vecteur paramètres θ_i , nous reprenons la forme régressive correspondante à l'équation (4.27).

$$y_i(k) = \theta_i^T \phi_i(k-1) + \sigma_i(k) \quad (4.28)$$

Le même algorithme des moindres carrés normalisés [Pra-83] est utilisé avec :

$\phi_i(k-1) = [-y_i(k-1), -y_i(k-2), \dots, -y(k-n_a), u_i(k-d_{ii}), u_i(k-d_{ii}-1), \dots, u_i(k-d_{ii}-n_b), T_0(k), T_1(k), \dots, T_{m-1}(k)]$ est le vecteur observations et

$\theta_i = [a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in_a}, b_{ii0}^*, b_{ii1}^*, \dots, b_{iin_b}^*, h_{i0}, h_{i1}, \dots, h_{im-1}]$ est le vecteur paramètres. m est l'ordre d'expansion du polynôme de Chebyshev.

4.4.2. Structure du contrôleur

La structure de commande PI flou avec compensation proposée [Oug-09] est :

$$v_i(k) = u_i(k) + u_{ic}(k) \tag{4.29}$$

où $u_i(k)$ est synthétisé par un régulateur PI flou de type Mamdani et $u_{ic}(k)$ est le terme de compensation.

La loi de commande floue $u_i(k)$ a la forme suivante :

$$\Delta u_i(k) = f(e_i(k), \Delta e_i(k)) \tag{4.30}$$

Avec $e_i(k) = y_i(k) - y_{im}(k)$ et $\Delta e_i(k) = e_i(k) - e_i(k-1)$ sont les entrées du contrôleur flou PI, $\Delta u_i(k) = u_i(k) - u_i(k-1)$ est sa sortie et $f: R \times R \rightarrow R$ est une fonction qui réalise une relation entre les fonctions d'appartenance des entrées du régulateur PI flou et la base de règles.

Les variables linguistiques associées aux entrées $e_i(k)$ et $\Delta e_i(k)$ du régulateur PI sont définies chacune par trois ensembles flous : négative (N), zéro (Z) et positive (P) (figure 4.1). Neuf ensembles flous sont associés à la sortie de régulateur et sont de type singleton (figure 4.2) définis par $\{NTG, NG, NM, NP, ZE, PP, PM, PG, PTG\}$.

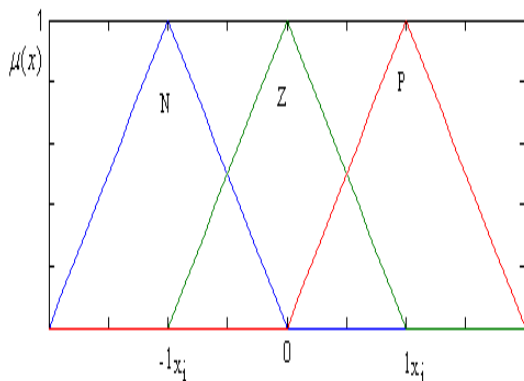


Figure 4.1 : Les fonctions d'appartenance des entrées du régulateur PI flou

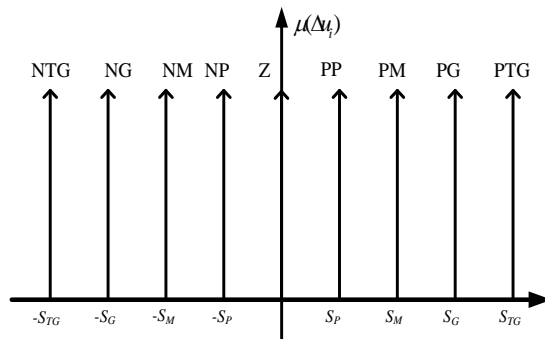


Figure 4.2 : Les fonctions d'appartenance de la sortie du régulateur PI flou

où $x_i = \{e_i, \Delta e_i\}$ et $l_{x_i} = \{l_{e_i}, l_{\Delta e_i}\}$ avec les paramètres l_{e_i} et $l_{\Delta e_i}$ définissent les largeurs des fonctions d'appartenance des prémisses des règles.

La base des règles du $i^{\text{ème}}$ régulateur PI prend la forme suivante pour la $l^{\text{ème}}$ règle :

$$\text{Si } e_i(k) \text{ est } N \text{ et } \Delta e_i(k) \text{ est } P \text{ Alors } \Delta u_i^l(k) \text{ est } A_i \quad (4.31)$$

avec $\Delta u_i^l(k)$ est la sortie correspondante à la $l^{\text{ème}}$ règle et $A_i = \{NTG, NG, NM, NP, ZE, PP, PM, PG, PTG\}$.

La matrice d'inférence du contrôleur flou PI adopté est constituée de neuf règles récapitulées dans le tableau suivant :

$\Delta e_i(k) / e_i(k)$	N	Z	P
N	NTG	NG	PM
Z	NP	ZE	PG
P	NM	PP	PTG

La commande $\Delta u_i^l(k)$ est déduite en tenant compte des neuf règles de la matrice d'inférence.

La défuzzification par la technique de la moyenne pondérée donne :

$$\Delta u_i(k) = \varepsilon \sum_{l=1}^K P_l \mu_l \quad (4.32)$$

Où μ_l est le degré d'activation de la $l^{\text{ème}}$ règle et P_l est la position du singleton afférente à la $l^{\text{ème}}$ sortie. K est le nombre de règles et ε est un facteur de réglage fine pour améliorer la poursuite.

La loi de commande $v_i(k)$ est donnée par :

$$\begin{aligned} v_i(k) &= u_i(k) + u_{ic}(k) \\ &= u_i(k) + C_i^T T(k) \end{aligned} \quad (4.33)$$

$$C_i^T = q^{d_{ii}} \frac{h_i^T B_{ii}^*(1)}{B_{ii}^*(q^{-1})} \quad (4.34)$$

Théorème

Considérons le système décrit par l'équation (4.1). Si la loi de commande (4.33) est utilisée sous les hypothèses H.1 et H.3, alors le système en boucle fermée est stable dans le sens :

(i) Tous les signaux d'entrée et de sortie sont bornés.

(ii) L'erreur de poursuite est telle que $\lim_{k \rightarrow \infty} \{y_i(k) - y_{im}(k)\} = 0$ si $\sigma_i(k) = 0$.

Le détail sur le compensateur et la démonstration du théorème se trouvent en annexe G.

4.5. Résultats des simulations

4.5.1. Contrôleur PID

La conception du système sur lequel est testé le régulateur PID proposé est faite par le logiciel Simulink. La figure 4.3 représente le schéma sur lequel ont été relevés les résultats des simulations : c'est un système de deux entrées et deux sorties. Les deux diodes introduisent un effet de non linéarité et les résistances R_{12} et R_{21} assurent le couplage entre les deux sous-systèmes [Bou-99].

Les valeurs des composants du système sont choisies comme suit :

$R_1 = 1\text{K}\Omega$, $R_2 = 1.5\text{K}\Omega$, $R'_1 = 1.5\text{K}\Omega$, $R'_2 = 2.2\text{K}\Omega$, $C_1 = C'_1 = 220\mu\text{F}$ et $C_2 = C'_2 = 220\mu\text{F}$. R_{12} et R_{21} sont des résistances réglables.

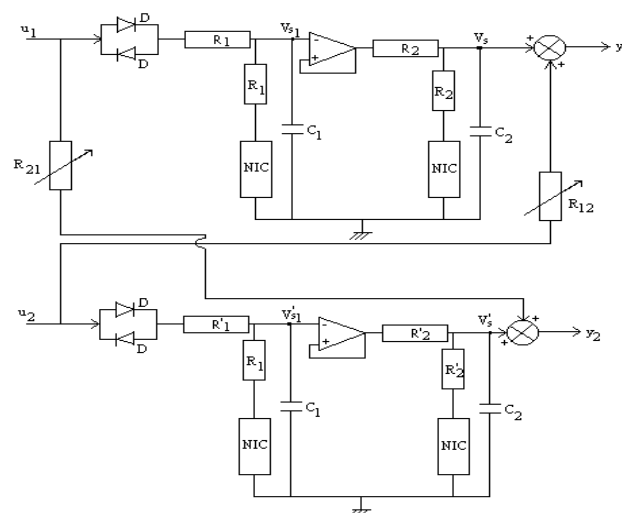


Figure 4.3 : Schéma du circuit électronique

Les performances de la commande proposée sont indépendantes de l'ordre de la base orthogonale de Chebyshev, ce qui est bien illustré par les tests ci-dessous.

Test 1 : *Les deux sous systèmes sont indépendants*

Dans ce cas, les fonctions $H_1(\cdot)$ et $H_2(\cdot)$ sont composées de termes d'ordre élevé et présentent des non linéarités et elles sont modélisées par une projection sur la base de Chebyshev avec $m = 3$. Nous pouvons voir sur les figures 4.4 et 4.5 que la poursuite est assurée indépendamment des dynamiques non modélisées. Les figures 4.6 et 4.7 montrent les lois de commandes correspondantes aux deux sous systèmes.

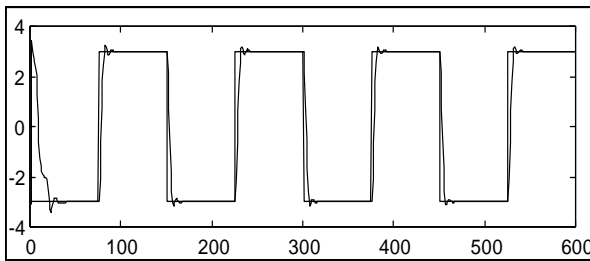


Figure 4.4 : Comportement de $y_1(k)$ et $y_{1m}(k)$

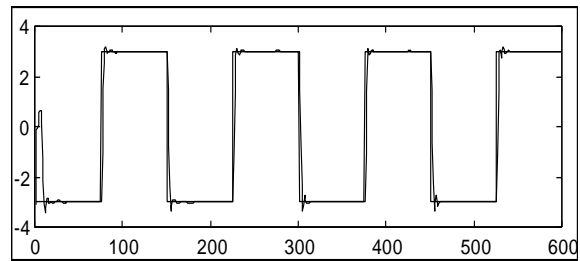


Figure 4.5 : Comportement de $y_2(k)$ et $y_{2m}(k)$

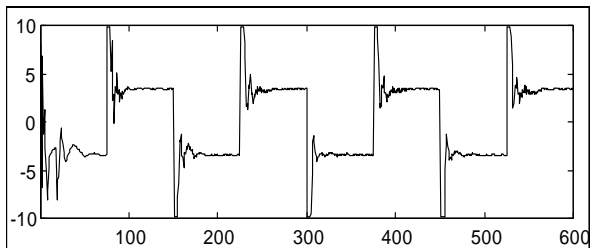


Figure 4.6 : Le signal de commande $u_1(k)$

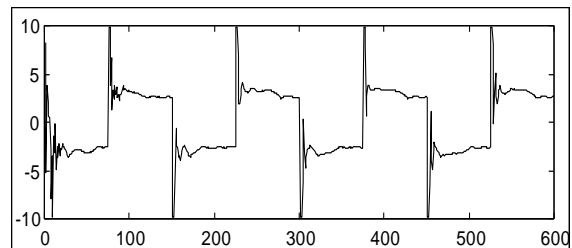


Figure 4.7 : le signal de commande $u_2(k)$

Test 2 : *Les deux sous systèmes sont couplés*

Les résultats des simulations sont donnés sur les figures 4.8, 4.9, 4.10 et 4.11 où nous pouvons remarquer que les performances recherchées sont bien obtenues.

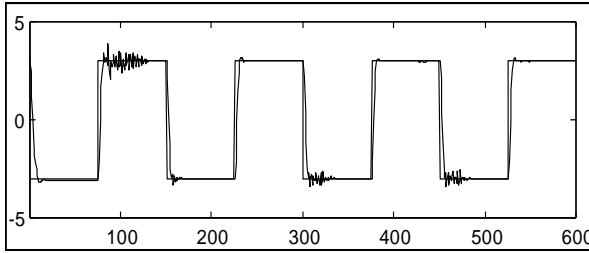


Figure 4.8 : Comportement de $y_1(k)$ et $y_{1m}(k)$

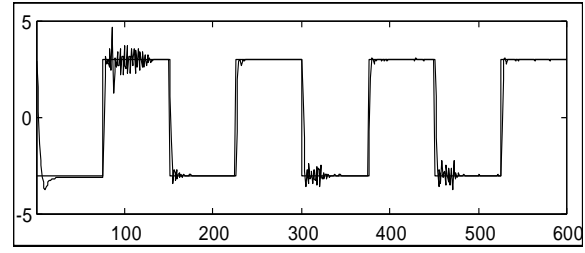


Figure 4.9 : Comportement de $y_2(k)$ et $y_{2m}(k)$

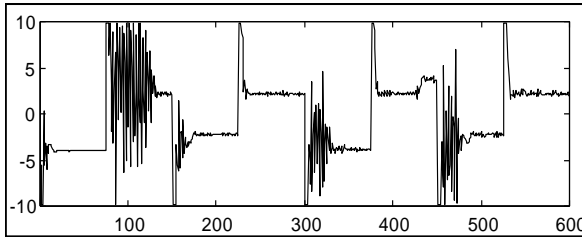


Figure 4.10 : Le signal de commande $u_1(k)$

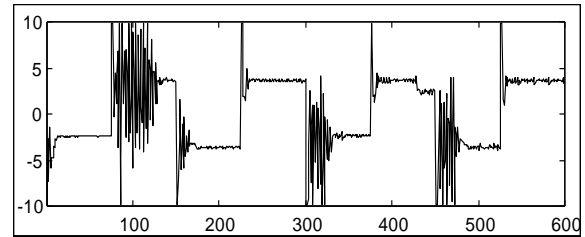


Figure 4.11 : Le signal de commande $u_2(k)$

Test 3 : *Les deux sous systèmes sont couplés avec une variation de la dynamique*

Nous modifions la résistance R_{12} du premier sous système à $k = 250$, puis à $k = 450$ nous modifions la résistance R_{21} du deuxième sous système. Enfin, à $k = 650$, nous changeons simultanément les résistances R_{12} et R_{21} des deux sous systèmes.

Nous remarquons que le changement de dynamique de l'un des deux sous systèmes affecte le système global. Pour chaque changement, une bonne poursuite est immédiatement atteinte. Ceci prouve la robustesse de la commande proposée (Figures 4.12 et 4.13). Les signaux de commande correspondants sont donnés sur les Figures 4.14 et 4.15.

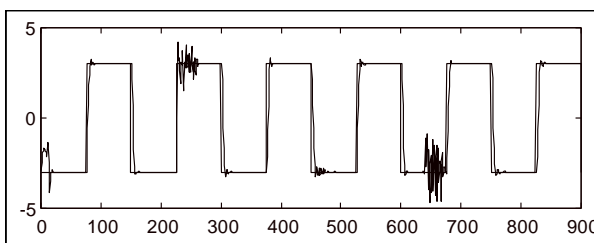


Figure 4.12 : Comportement de $y_1(k)$ et $y_{1m}(k)$

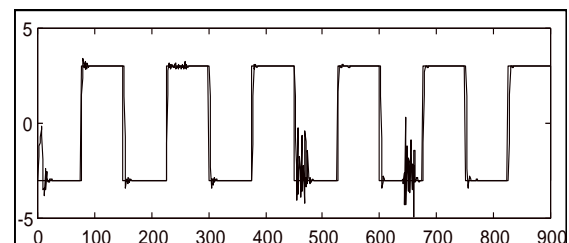
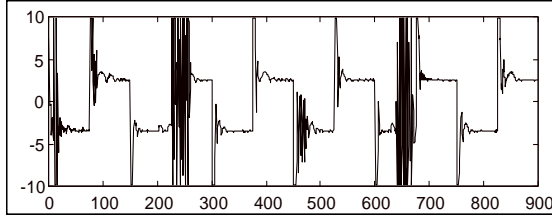
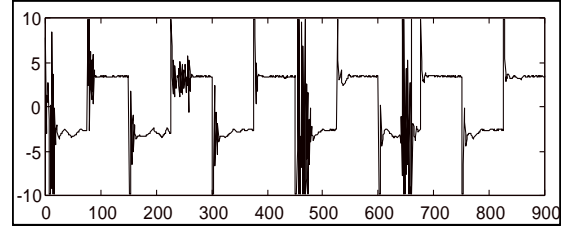


Figure 4.13 : Comportement de $y_2(k)$ et $y_{2m}(k)$

Figure 4.14 : Le signal de commande $u_1(k)$ Figure 4.15 : Le signal de commande $u_2(k)$

4.5.2. Contrôleur PI flou

Nous considérons le système à deux entrées et deux sorties décrit par l'équation suivante [Wen-90] :

$$A(q^{-1})y(k) = B_d(q^{-1})Z(k) + \xi(k)$$

La décomposition du système en deux sous systèmes donne :

$$A_1(q^{-1})y_1(k) = q^{-d_{11}} B_{11}(q^{-1})Z_1(k) + q^{-d_{12}} B_{12}(q^{-1})Z_2(k) + \xi_1(k)$$

$$A_2(q^{-1})y_2(k) = q^{-d_{22}} B_{22}(q^{-1})Z_2(k) + q^{-d_{21}} B_{21}(q^{-1})Z_1(k) + \xi_2(k)$$

Avec

$$A(q^{-1}) = [A_1 \quad A_2]^T = \begin{bmatrix} 1 + 0.35q^{-1} + 0.15q^{-2} \\ 1 + 0.72q^{-1} + 0.05q^{-2} \end{bmatrix}$$

$$B_d(q^{-1}) = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + 0.85q^{-1} & 2 + 1.25q^{-1} \\ 1.12 + 0.65q^{-1} & 1.65 + 0.23q^{-1} \end{bmatrix}$$

$$Z_1(k) = 0.5u_1(k) + 0.25u_1^2(k)$$

$$Z_2(k) = u_2(k) + 0.83u_2^2(k)$$

$$\xi_1(k) = 0.1 \text{rand}(1.600)$$

$$\xi_2(k) = 0.12 \text{rand}(1.600)$$

$$d_{11} = d_{22} = 1 \text{ et } d_{12} = d_{21} = 2$$

La représentation des deux sous systèmes peut être ramenée à :

$$A_1(q^{-1})y_1(k) = q^{-d_{11}} B_{11}^*(q^{-1})u_1(k) + H_1(k)$$

$$\text{avec } q^{-d_{11}} B_{11}^*(q^{-1}) = 0.5q^{-1} + 0.425q^{-2}$$

$$A_2(q^{-1})y_2(k) = q^{-d_{22}} B_{22}^*(q^{-1})u_2(k) + H_2(k)$$

$$\text{avec } q^{-d_{22}} B_{22}^*(q^{-1}) = 1.65q^{-1} + 0.25q^{-2}$$

$H_1(k)$ et $H_2(k)$ sont les fonctions non linéaires qui contiennent les termes de couplage, les non linéarités et les perturbations.

Pour la synthèse du régulateur flou, la largeur des fonctions d'appartenance des prémisses est choisie : $L = [l_{e_1}, l_{\Delta e_1}, l_{e_2}, l_{\Delta e_2}] = [1, 1, 6.4, 6]$. Pour obtenir une meilleure poursuite, nous choisissons le facteur de réglage fine $\varepsilon = 0.1$.

Les singletons des fonctions d'appartenance consécutives sont choisis :

$$P = \begin{bmatrix} 14.35 & -3.42 & -3.20 & 10.5 & 0 & -5.3 & 10.47 & -1.35 & -14.35 \\ 14.35 & -3.42 & -0.20 & 5.7 & 0 & -1.39 & 3.42 & -0.33 & -14.35 \end{bmatrix}$$

Nous pouvons constater sur les figures 4.16 et 4.17 que le couplage croisé est éliminé par l'utilisation du contrôleur flou PI et la projection sur la base orthogonale de Chebyshev.

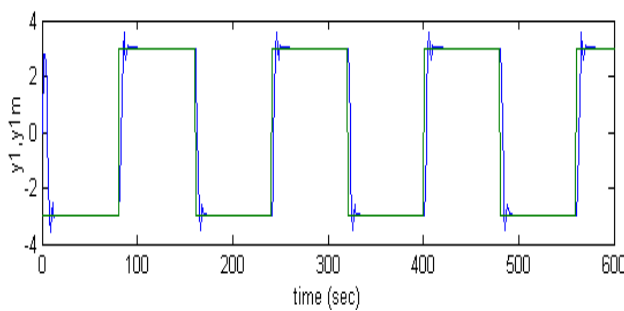


Figure 4.16: Comportement de $y_1(k)$ et $y_{1m}(k)$

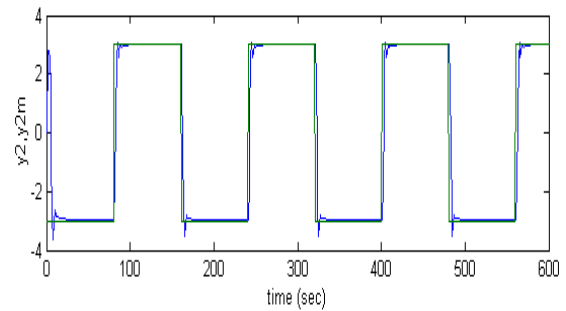


Figure 4.17: Comportement de $y_2(k)$ et $y_{2m}(k)$

Les lois de commande correspondantes sont données sur les figures 4.18 et 4.19:

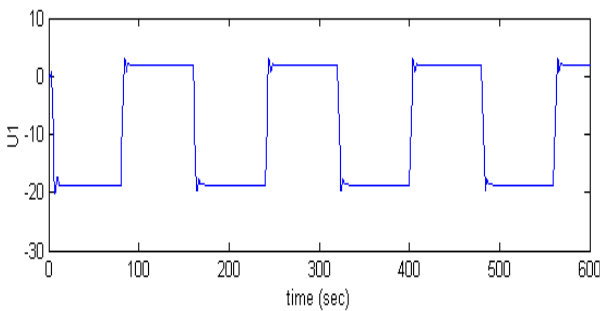


Figure 4.18 : La loi de commande $u_1(k)$

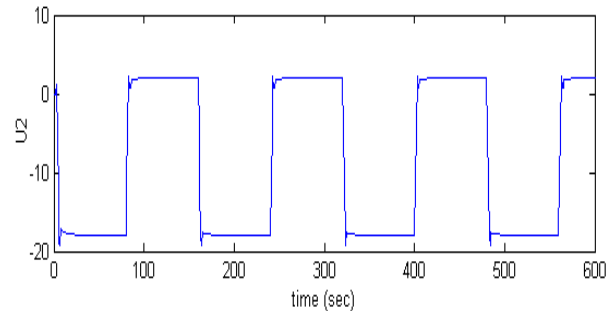


Figure 4.19: La loi de commande $u_2(k)$

4.6. Conclusion

La stratégie de commande proposée est principalement destinée aux systèmes non linéaires et multivariables. Elle consiste à décomposer le système MIMO en un ensemble de sous systèmes MISO, ce qui permettra de réguler chaque sous système indépendamment des autres. Cette décomposition a l'avantage d'assurer l'identification des paramètres sans aucune hypothèse sur la richesse de l'excitation, de réaliser facilement le découplage, d'éviter la

charge des calculs et de garantir une bonne poursuite. Deux structures de commandes sont proposées :

- Un régulateur PID dont la synthèse des paramètres est basée sur la stratégie de placement de pôles.
- Un régulateur PI basé sur la technique de la logique floue.

Ces deux techniques sont combinées à un compensateur dont la structure est déduite du résultat de la projection de tous les facteurs perturbateurs sur la base orthogonale de Chebyshev.

Ces deux approches ont été testées sur deux exemples de simulation. Les résultats obtenus montrent clairement une robustesse vis-à-vis des perturbations et des interactions entre les boucles, ce qui est prouvé par une bonne poursuite. Notons aussi que ces deux structures peuvent facilement être mises en œuvre et appliquées à une large classe de systèmes multivariables.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Le travail présenté dans cette thèse se place dans le cadre de la commande des systèmes non linéaires. La commande de ce type de systèmes soulève un certain nombre de contraintes, parmi lesquelles on peut citer : l'effet des perturbations externes, la nature des non linéarités, les erreurs de modélisation, la question de l'ordre dans le cas de la régulation PID, en plus du couplage croisé dans le cas des systèmes multivariables. Toutes ces contraintes ont été traitées par les différentes approches proposées dans ce mémoire.

La stratégie de commande proposée pour le cas des systèmes SISO non linéaires inconnus est basée sur la synthèse d'une commande composée de deux termes :

- Un terme dit nominal déterminé par intégration des techniques floues. Ceci a permis de ramener l'étude des systèmes non linéaires à celle des systèmes linéaires. Ce terme a pour but d'assurer une certaine performance en poursuite.
- Un terme dit additif ou de robustesse synthétisé par les approches de commandes robustes connues dans la littérature, à savoir : les modes glissants, LMI, H_∞ , Lyapunov. Ce terme a pour but d'atténuer l'effet des erreurs de modélisation et de tous les effets perturbateurs.

Les approches de commande proposées dans ce mémoire destinées aux systèmes monovariables sont basées soit sur la modélisation floue type-1 si le système à commander ne connaît pas de grandes variations paramétriques, soit sur la modélisation floue-type-2 si le système à commander est soumis à de sévères perturbations. Les systèmes flous type-1 de Takagi-Sugeno décrits par des ensembles flous précis ont été utilisés pour modéliser la dynamique des systèmes non linéaires et permettent la conception des structures de commande stables et robustes. Les systèmes flous type-2 ont été utilisés en vue de concevoir une structure de commande dans le cas de présence des incertitudes de modélisation ou linguistiques entravant l'obtention des fonctions d'appartenance précises. Les résultats des simulations obtenus montrent une bonne poursuite tout en assurant la stabilité et la robustesse de la structure de commande développée et constituent une nette amélioration par rapport aux approches existantes dans la littérature.

Dans l'objectif de concevoir des structures de commande pour les systèmes MIMO non linéaires, nous avons développé deux techniques, chacune est basée sur un régulateur combiné à un compensateur : le régulateur PID adaptatif et le régulateur PI flou type Mamdani.

La compensation des non linéarités, du couplage croisé, des dynamiques négligées et des perturbations externes est achevée par projection sur la base orthogonale de Chebyshev. Ainsi, la contrainte de l'ordre imposée par le régulateur PID a été résolue par adoption du régulateur PI flou.

Les résultats des simulations obtenus, la simplicité et la facilité de mise en œuvre des approches proposées laissent prévoir une large extension ainsi qu'une applicabilité à des cas réels.

Références

- [Bab-94]** R. Babuska and H.B. Verbruggen, “Applied Fuzzy Modeling”, IFAC Symposium on Artificial Intelligence in Real Time Control Valencia (Spain), 1994.
- [Bar-00]** G. Bartolini, A. Ferrara, E. Usai and V.I. Utkin, “On multi-Input chattering free second order sliding mode control”, IEEE Trans. Auto. Control. vol. 45, no. 9, pp. 1711-1717, 2000.
- [Bar-04]** G. Bartolini, A. Pisano and E. Usai, “An improved second order sliding mode control scheme robust against the measurement noise”, IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 49, no. 10, pp. 1731-1736, 2004.
- [Ben-06]** M. Benyakhlef, “Commande Floue Décentralisée des Systèmes Interconnectés”, Thèse de Doctorat National, Laboratoire Electronique Signaux-Systèmes et Informatique, Faculté des Sciences Dhar Mehrez, Université Sidi Mohamed Ben Abdellah Fès, Avril, 2006.
- [Ber-08]** H. Bernal, K. Duran and M. Melgarejo, “A Comparative Study Between Two Algorithms for Computing the Generalized Centroid of an Interval Type-2 Fuzzy Set,” Proc. IEEE FUZZ Conference, Paper # FS0234, Hong Kong, China, June 2008.
- [Bor-93]** P. Borne, J.P. Richard et N.E. Radhy, “Stabilité, stabilisation, régulation: approche par les normes vectorielles”, volume 2 de Systèmes non linéaires : Stabilité-stabilisation. Masson Editeur, 1993.
- [Bou-99]** I. Boumhidi, “Commande Adaptative des Systèmes Multivariables par Approche Locale”, Thèse de Doctorat d’Etat, Laboratoire Electronique Signaux-Systèmes et Informatique, Faculté des Sciences Dhar Mehrez, Université Sidi Mohamed Ben Abdellah Fès, Septembre, 1999.
- [Boy-94]** S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron and V. Balakrishnan, “Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory”, Philadelphia, PA: SIAM, 1994.
- [Buc-92]** J. Buckley, “Universal Fuzzy Controllers”, Automatica, vol. 28, no. 6, pp. 1245-1248, 1992.
- [Buc-93]** J. Buckley, “Sugeno type Controllers are Universal Controllers”, Fuzzy sets and Systems 53, North-Holland Publishing Company, pp. 299-303, 1993.
- [Cas-95]** J. L. Castro, “Fuzzy logic controllers are universal approximators,” IEEE Trans. On Systems, Man and Cybernetics, vol. 25, no. 4, pp. 629-635, 1995.

- [Cas-07]** J. Castro, O. Castillo and P. Mellin, “An interval type-2 fuzzy logic toolbox for control applications,” Proc. IEEE FUZZ Conference, pp. 61-66, London, UK, July 2007.
- [Cas-08]** O. Castillo and P. Melin, “Type-2 Fuzzy Logic Theory and Applications,” Springer-Verlag, Berlin, 2008.
- [Cho-08]** S. Chopra, R. Mitra and V. Kumar, “Auto Tuning of Fuzzy PI Type Controller Using Fuzzy Logic”, International Journal of Computational Cognition, vol. 6, no. 1, march 2008.
- [Chu-00]** S. Chuai-Aree, C. Lursinsap, P. Sophatsathit and S. Siripant, “Fuzzy C-Mean: A statistical feature classification of text and image segmentation method”, Proc. of Intern. Conf. on Intelligent Technology 2000, December 13-15, Assumption University Bangkok, Thailand, pp. 279-284, 2000.
- [Cla-01]** S.T. Clausen, P. Andersen and J. Stoustrup, “Robust control. Course in robust and optimal control”, Aalborg University, Denmark, April 2001.
- [Doy-89]** J.C. Doyle, K. Glover, P.P. Khargonekar and B.A. Francis, “State-space solutions to standard H_2 and H_∞ control problems”, IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 34, issue no. 8, pp. 831-847, 1989.
- [Edw-98]** C. Edwards and S.K. Spurgeon, “Sliding Mode Control-Theory and Application”, London, U.K. Taylor & Francis, 1998.
- [Eme-93]** S.V. Emelyanove, S.V. Korovin and A. Levant, “Higher Order Sliding Modes in Control System”, Deferential Equations, vol. 29, n°11, pp. 1627-1647, 1993.
- [Fra-87]** B.A. Francis, “A course in H_∞ control theory”, Lecture notes in control and information sciences, vol. 88, 1987.
- [Fri-02]** L. Friedman and A. Levant, “Higher-order sliding modes”, dans Sliding mode control in engineering, Control Engineering Series, Marcel Dekker Inc, 2002.
- [Gah-95]** P. Gahinet, A. Nemirovski, A. Laub and M. Chilali, “LMI control toolbox, Natick, MA”, The Math Works, 1995.
- [Gir-91]** F. Giri, M. M’Saad, J.M. Dion and L. Dugard, “On the robustness of discrete-time indirect adaptive (linear) controllers”, Automatica, vol. 27(1), pp. 153-160, 1991.
- [Glo-99]** P. Y. Glorennec. Algorithmes d’apprentissage pour systèmes d’inférence floue. Hermes, 1999.
- [Gol-03]** N. Golea, A. Golea and K. Benmahammed, “Stable indirect fuzzy adaptive control”, Fuzzy Sets and Systems, vol. 137, no 3, pp. 353-366, 1 August 2003.

- [Gui-01]** Guillaume Serge, “Induction de règles floues interprétables”, Thèse de Doctorat, Laboratoire d’analyse et d’architecture des systèmes du CNRS Toulouse, Novembre 2001.
- [Gus-79]** D. Gustafson and W. Kessel, “Fuzzy Clustering with a Fuzzy Covariance Matrix”, IEEE Fuzzy Models for Pattern Recognition, 1992 reprinted from Proc. IEEE CDC, pp. 761-766, 1979.
- [Hoj-02]** M. Hojati and S. Gazor, “Hybrid Adaptive Fuzzy Identification and Control of Nonlinear Systems”, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, vol.10, no.2, pp.198-210, 2002.
- [Isi-89]** A. Isidori, “Nonlinear Control Systems”, Springer-Verlag, 2nd ed. Berlin, Germany, 1989.
- [Jin-89]** Z. Jingxin and L. Shijum, ”Explicit self-tuning control for a class of non-linear systems”, Automatica, vol. 25(4): 593-596, 1989.
- [Kar-01]** N. N. Karnik and J. M. Mendel, “Operations on type-2 fuzzy sets”, Fuzzy Sets and Systems, vol. 122, pp. 327-348. 2001.
- [Kar-98a]** N. N. Karnik and J. Mendel, “An introduction to type-2 fuzzy logic systems”, Univ. sothen California, Rep. Oct. 1998.
- [Kar-98b]** N. N. Karnik and J. Mendel, “Type-2 fuzzy systems: Type Reduction” In SMC’98 Conference Proceedings 1998 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, Part 2, pp. 2046-2051, 1998.
- [Kar-99]** N. N. Karnik, J. M. Mendel and Q. Liang, ”Type-2 fuzzy logic systems”, IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 7, no. 6, pp. 643-658, Dec 1999.
- [Kch-07]** M. Kchaou, M. Souissi and A. Toumi, “ Fuzzy dynamic output feedback control of nonlinear systems integrated with and quadratics D-stability strategies”, ICGST ACSE vol. 7, issue 2, pp. 33-41, 2007.
- [Kha-96]** H. Khalil, “Nonlinear systems”, Prentice hall, Inc. second edition, USA, 1996.
- [Kli-94]** G. J. Klir and B. Yuan, “Fuzzy sets and fuzzy logics: theory and applications”, Aprentice Hall. 1994.
- [Kli-96]** G. J. Klir and B. Yuan, Fuzzy sets, fuzzy logic and fuzzy systems: selected papers by Lotfi A. Zadeh. Advances in Fuzzy Systems, Applications and Theory, vol. 6, 1996.
- [Kov-98]** Z. Kovacic, M. Balenovic and S. Bogdan, “Sensitivity-based self learning fuzzy logic control for a servosystem”, IEEE Control Systems. June 1998.
- [Krs-95]** M. Krstic, I. Kanellakopoulos and P. Kokotovic, “Nonlinear and Adaptive Control Design”, John Wiley and Sons Inc., 1995.

- [Lag-06]** I. Lagrat, H. Ouakka, I. Boumhidi, “Fuzzy Sliding Mode PI Controller for Nonlinear Systems”, WSEAS Transactions on Signal Processing, vol. (2), pp.1137-1143, September 2006.
- [Lag-08a]** I. Lagrat, A. El Ougli and I. Boumhidi, “Optimal Adaptive Fuzzy Control for a Class of Unknown Nonlinear Systems”, WSEAS TRANSACTIONS on SYSTEMS and CONTROL, Issue 1, vol. 3, pp. 89-98, 2008.
- [Lag-08b]** I. Lagrat, A. El Ougli and I. Boumhidi, “Fuzzy Control of a class of unknown Nonlinear Systems Using H_∞ Approach”, SITA'08, Cinquième conférence sur les systèmes intelligents, INPT Rabat, 5-6 Mai 2008.
- [Las-86]** J.P. LaSalle, “Stability and Control of Discrete Process”, Springer Verlag, 1986.
- [Lev-93]** A. Levant, “Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control”, International Journal of Control, 58, 6, pp. 1247-1263, 1993.
- [Lia-00]** Q. Liang and J. M. Mendel, ”Interval type-2 fuzzy logic systems: Theory and Design”, IEEE Trans. Fuzzy Syst. Vol. 8, no 5, pp. 535-550. Oct. 2000.
- [Lo -03]** J. C. Lo and M. L. Lin, “Robust H_∞ nonlinear control via fuzzy static output feedback”, IEEE Trans. Circuits Systems Part I 50 (11), pp.1494–1502, 2003.
- [Mah-99]** O. Mahmoudi, N. Madani, M. F Benkhoris and F. Boudjema, “Cascade sliding mode control of a field oriented induction machine drive”, The European Physical journal, April 1999.
- [Men-95]** J. Mendel, “Fuzzy logic systems for engineering: a tutorial”, Proc. of the IEEE, vol. 83, no 3, pp. 345-377, 1995.
- [Men-01]** J. M. Mendel, “Rule-Based Fuzzy Logic Systems: Introduction and New Directions”, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 2001.
- [Nah-93]** T. Nahri, “Frequency-domain analysis of non linear microwave circuits”, Doctoral thesis, Technical research center of Finland, VTT publications 148, Espoo, 144p, 1993.
- [Ngu-01]** S.K. Nguang and P. Shi, “Fuzzy H_∞ Output Feedback Control Design for Nonlinear Systems under Sampled Measurements”, 40 IEEE Conf on Decision and Contr. pp. 120-126, 2001.
- [Oll-89]** A. Ollero, J. Aracil and A. Garcia-Cerezo, “Stability Indices for the Global Analysis of Expert Control Systems”, IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, vol. 19, no. 5, pp. 998-1007, 1989.

- [Oug-08a]** A. El Ougli, I. Lagrat and I. Boumhidi, “Direct Adaptive Fuzzy Control of Nonlinear Systems”, ICGST International Journal on Automatic Control and Systems Engineering, ACSE, Issue 2, vol. 8, pp. 15-21, 2008.
- [Oug-08b]** A. El Ougli, I. Lagrat, and I. Boumhidi, “A Type-2 Fuzzy Adaptive Controller of a Class of Nonlinear System”, WASET, International Journal of Computational Intelligence, vol. 4, no. 4, pp. 282-288, 2008.
- [Oug-08c]** A. El Ougli and I. Boumhidi, “Adaptive PID Controller using Orthogonal Polynomials for a class of MIMO Nonlinear systems”, 9th International conference on Sciences and Techniques of Automatic control & computer engineering STA'2008-ACS-474, pages 1-14, Academic Publication Center of Tunis, Tunisia, 2008.
- [Oug-09]** A. El Ougli and I. Boumhidi, “Fuzzy Logic PI Controller for a class of MIMO Nonlinear systems”, ICGST International Journal on Automatic Control and Systems Engineering, ACSE, Issue 1, vol. 9, pp. 17-23, 2009.
- [Pac-94]** A. Packard, “Gain scheduling via linear fractional transformations”, Systems and Control Letters, 22 :79-92, 1994.
- [Pas-98]** K. Passino and Y. Yurkovich, “Fuzzy control”, Addison Wesley Longman, Inc, 1998.
- [Pra-83]** L. Praly, “Robustness of indirect adaptive control based on pole placement design”, Proc of the 1st IFAC workshop on adaptive systems in control and signal processing, San Francisco, USA, 1983.
- [Pre-94]** R.E. Precup and S. Preitl, “On a Fuzzy Digital PID Predictor Controller”, in Proc. IEEE Mediterranean Symp. on New Directions in Control Theory and Automation, pp. 569-573, 1994.
- [Rog-91]** J. S. Roger, “Fuzzy modelling using generalized neural networks and Kalman filter algorithm”, In Proc. of the Ninth National Conference on Artificial Intelligence, July 1991.
- [Rug-91]** W.J. Rugh, ”Analytical framework for gain-scheduling”, In IEEE trans. on Control Systems, vol.11(1), pp. 79-84, 1991.
- [Sha-90]** J.S. Shamma and M. Athans, “Analysis of nonlinear gain-scheduled control systems”, In IEEE trans. on Automatic Control, vol. 35(8), pp. 398-907, 1990.
- [Sha-92]** J.S. Shamma and M. Athans, “Gain scheduling hazards and possible remedies”, In IEEE trans. on Control Systems, vol. 12(3), pp. 101-107, 1992.
- [Slo-84]** J.J. Slotine, “sliding controller design for nonlinear system”, I. J. C. vol. 4, no. 2, pp. 421-434, 1984.
- [Slo-91]** J.JE. Slotine and W. Li, “Applied Nonlinear Control”, Prentice Hall, 1991.

- [**Spo-02**] J. T. Spooner, M Maggiore, R Ordonez, and K.M. Passino, “Stable Adaptive Control and Estimation for Nonlinear Systems: Neural and Fuzzy Approximator Technique”, Wiley- InterScience, New York, 2002.
- [**Tak-85**] T. Takagi and M. Sugeno, “Fuzzy Identification of Systems and its Application to Modelling and Control”, IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics vol. SMC-15 no. 1, pp. 116-130, 1985.
- [**Tan-90**] K. Tanka, M. Sugeno, “Stability analysis of fuzzy systems using Lyapunov’s direct method”, in Proc. NAFIPS’90, pp. 133-136, 1990.
- [**Tan-92**] K. Tanka, M. Sugeno, “Stability analysis and design of fuzzy control systems”, Fuzzy Sets and Systems, vol. 45, pp. 135-156, 1992.
- [**Tan-98**] K. Tanaka, T. Ikeda and Y. Y. He, “Fuzzy regulators and fuzzy observers: relaxed stability conditions and LMI-based design”, IEEE Trans. Fuzzy Systems, vol. 6 (1), pp. 250-256, 1998.
- [**Toi-98**] T.H. Toivonen, “Robust control methods”, Lecture notes, Abo Akademi University, Finland, 1998.
- [**Yon-01**] J. Yoneyama, M. Nishikawa, H. Katayama and A. Ichikawa, “ H_∞ control for Takagi–Sugeno fuzzy systems”, Internat. J. Systems Sci. 32, pp. 915–924, 2001.
- [**Yun-07**] C. Yung-Shan, L. Chin-Chen and C. Yen-Hsin, “Robust controller design for systems with real parametric uncertainties: LMI approach”, Wseas, Transactions on Systems and Control, vol. 6, pp. 990-996, May 2007.
- [**Zad-65**] L. A. Zadeh, “Fuzzy sets, Information and Control”, vol. 8, pp. 338-353, 1965.
- [**Zad-75**] L.A. Zadeh, “The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning”, Information Science, Part. I (8) pp. 199-249, Part II (8) pp. 301-357, Part III (9) pp. 43-80, 1975.
- [**Zad-94**] L. A. Zadeh, “Fuzzy local, Neural Networks and soft computing”, Communications of the ACM, vol. 37, no. 3, pp. 77-84, 1994.
- [**Zam-81**] G. Zames, “Feedback and optimal sensitivity: Model reference transformations, multiplicative seminorms, and approximations”, IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 26, issue no. 4, 1981.
- [**Zen-94**] X. J. Zeng and M. G. Singh, “Approximation theory of fuzzy systems-SISO case”, IEEE Trans. on Fuzzy Systems, vol. 2, no. 2, pp. 162-176, 1994.
- [**Zim-93**] H. J. Zimmermann, “Fuzzy set theory and its applications”, Kluwer, Boston, 2nd ed., 1993.

- [**Utk-77**] V.I. Utkin, “Variable structure systems with sliding modes”, IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 22, pp. 212-222, 1977.
- [**Utk-92**] V. I. Utkin, “Sliding mode in control and optimization”, Springer, Berlin, 1992.
- [**Utk-06**] V. Utkin and Hoon Lee, “Chattering problem in Sliding Modes Control Systems”, VSS’06, pp. 346-350, Alghero Italy, 2006.
- [**Vid-93**] M. Vidyasagar, “Nonlinear Systems Analysis”, Second Edition, Prentice-Hall Inc., 1993.
- [**Wan-90**] F. Wang and S. Lang, “Globally convergent direct adaptive control algorithm for multivariable systems with general time delay structure”, INT. J. Control, vol. 51(2), pp. 301-314, 1990.
- [**Wan-92**] L.X. Wang and J.M. Mendel, “Fuzzy Basis Functions, Universal Approximation and Orthogonal Least-Squares Learning”, IEEE Trans. on Neural Networks, vol. 3, no. 5, pp. 807-814, 1992.
- [**Wan-94**] L. X. Wang, “Adaptive Fuzzy Systems and Control: Design and Stability Analysis”, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1994.
- [**Wan-02**] J. S. Wang and C. S. G. Lee, “Self-Adaptive neuro-fuzzy Inference systems for classification applications”, IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 10, no. 6, pp. 790-802, 2002.
- [**Wen-90**] F. Weng and S. Lang, “Globally convergent direct adaptive control algorithm for multivariable systems with general time delay structure”, International Journal of Control, vol. 51(2), pp. 301-314, 1990.