

N° d'ordre : 88/2015



**UNIVERSITÉ SULTAN MOULAY SLIMANE**  
**Faculté des Sciences et Techniques**  
**Béni Mellal**



*Centre d'Etudes Doctorales : Sciences et Techniques*

*Formation doctorale : Mathématiques et Physique Appliquées*

## **THÈSE**

Présentée par

**Imad BADI**

Pour l'obtention du grade de

**Docteur**

*Spécialité : Informatique*

---

**Contribution à l'identification des systèmes de communication par le biais des cumulants, des réseaux de neurones et des noyaux déinés positifs.**

---

Soutenu le 30/12/2015 devant la commission d'examen :

Pr. Mohamed NAÏMI	Professeur à la FST-USMS-Béni Mellal	Président
Pr. Khalid AUHMANI	Professeur à ENSA-UCAM-Safi	Rapporteur
Pr. Ahmed EL KHADIMI	Professeur à INPT-Rabat	Rapporteur
Pr. Mohamed FAKIR	Professeur à la FST-USMS-Béni Mellal	Rapporteur
Pr. Said SAFI	Professeur à la FP-USMS-Béni Mellal	Directeur de thèse
Pr. Belaid BOUIKHALENE	Professeur à la FP-USMS-Béni Mellal	Co-directeur de thèse

# Avant-propos

- Prénom et Nom de l'auteur de la thèse : Imad BADI
- Intitulé de la thèse : Contribution à l'identification des systèmes de communication par le biais des cumulants, des réseaux de neurones et des noyaux définis positifs.
- Prénom et Nom du directeur de la thèse : Pr. Said SAFI (Professeur à la Faculté Polydisciplinaire de Béni-Mellal)
- Prénom et Nom du co-directeur de la thèse : Pr. Belaid BOUIKHALENE (Professeur à la Faculté Polydisciplinaire de Béni-Mellal)
- Lieu de réalisation du travail : Laboratoire de Traitement de l'Information et Aide à la Décision (TIAD), à la Faculté des Sciences et Techniques, Université Sultan Moulay Slimane, Béni-Mellal.

## Publications dans des revues Internationales

1. **I. Badi**, M. Boutalline, S. SAFI, The neural networks : Application and optimization : application of Lennberg-Marquardt algorithm for tiffinagh character recongnition, Vol. 2, No 5, pp. 779 – 786, October 2, 2013.
2. **I. Badi**, M. Boutalline, S. SAFI, Blind Identification of Transmission Channel with the Method of Higher-Order cumulants, International Journal of Engineering and Technology (IJET), Vol 5 No 4, pp. 3168-3174, Aug-Sep 2013.
3. **I. Bad**, S. SAFI, B. Bouikhalene, The Optimization Algorithms in Neuronal Network Learning, International Journal of Advanced Research in Computer Science and Software Engineering, Volume 2, Issue 3, March 2012.

## Publications dans des conférences nationales et internationales

1. **I. Badi**, M. Boutalline, S. Safi, B. Bouikhalene, Blind Identification and equalization of Channel based on Higher-Order cumulants : Application of MC-CDMA Systems, IEEE Xplore Digital Library, 978-1-4799-3824-7/14 ©2014 IEEE.
2. **I. Badi**, M. Boutalline, S. Safi, B. Bouikhalene, MC-CDMA Identification and equalization using neural networks with Levenberg-Marquard algorithm International Conference on Multimedia Computing and systems ICMC' 14 IEEE, April 14-16 2014, Marrakech-Morocco.
3. **I. Badi**, M. Boutalline, S. Safi, B. Bouikhalene, Approch of Reproducing Kernel Hilbert Space for identifing the parameters of a werless telecommunication channel, First International Conference on Business Intelligence (CBI' 14), April 29-30, 2014, Beni Mellal, Maroc.
4. **I. Badi**, M. Boutalline, S. Safi, B. Bouikhalene, Supervised identification of a transmission channel parameters : neural networks approch(model of Lenvenberg-Marquardt) and Recursive Least Squares, First International Conference on Business Intelligence (CBI' 14), April 29-30, 2014, Beni Mellal, Maroc.

5. **I. Badi**, M. Boutalline, S. Safi, B. Bouikhalene, Blind Identification of Transmission channel with the Method of Higher-Order cumulants, 3<sup>ème</sup> Symposium International de traitement Automatique de la langue et Culture Amazigh - CITACAM'13-, 2 - 4 Mai 2013, Béni Mellal, Maroc.
6. **I. Badi**, M. Boutalline, S. Safi, B. Bouikhalene, The Optimization Algorithms in Neuronal Networks Learning applied to Character Tifinagh, 3<sup>ème</sup> Symposium International de traitement Automatique de la langue et Culture Amazigh - CITACAM'13-, 2 - 4 Mai 2013, Béni Mellal, Maroc.
7. **I. Badi**, M. Boutalline, S. Safi, B. Bouikhalene, Utilisation de certains algorithmes d'optimisations dans l'apprentissage de réseaux de neurones, Journée Scientifique et Culturelle Universitaires 1<sup>ère</sup> édition, 24 - 26 Avril 2012, Béni Mellal, Maroc.

# Remerciement

Ce mémoire a été élaboré au sein de l'équipe de Traitement de l'Information et Aide à la Décision (TIAD) à la Faculté des Sciences et Techniques à l'Université Sultan Moulay Slimane de Béni Mellal. Je remercie tous les membres de l'équipe de TIAD pour leur soutien et collaboration permanents.

Je voudrais tout d'abord adresser ma profonde gratitude à mon directeur de recherche Professeur Said SAFI pour sa patience, sa disponibilité et surtout pour la qualité de sa supervision.

Je remercie également le Professeur Belaid BOUIKHALENE, codirecteur de ce mémoire, pour ses précieux conseils et sa contribution pour mener à terme ce travail. Mes remerciements s'adressent aussi au responsable de l'entité de recherche du Traitement de l'information et Aide à la Décision pour son soutien et ses conseils.

Je tiens à remercier M. Mohamed NAÏMI d'avoir accepté la présidence de mon jury. Je remercie M. Khalid AUHMANI, M. Ahmed EL KHADIMI et M. Mohamed FAKIR pour avoir participé au jury en tant que rapporteurs et pour l'attention qu'ils ont accordé à la lecture de ce mémoire.

J'aimerais adresser un remerciement particulier à ma chère famille : mes parents et mes frères, sœurs, ma femme, ainsi mon future bébé, et ceux à qui je dois tant pour leur amour et leur support inestimable tout le long de ma démarche.

# Résumé

Dans cette thèse, nous traitons un problème d'identification et d'égalisation d'un canal de transmission par plusieurs approches différentes, dans le but de corriger les distorsions car le canal de transmission est fortement influencé par le bruit, ce qui minimise la bande passante et diminue la qualité du signal reçu.

Dans une première partie, la thèse se concentre sur l'identification aveugle et semi-aveugle et l'égalisation du canal à partir des méthodes mathématiques analytiques et sur les cumulants d'ordre supérieurs. Ces derniers sont largement utilisés dans différents domaines d'applications, spécialement dans le domaine du traitement du signal, en outre, une étude comparative entre des algorithmes basés sur les cumulants a été faite, tout en proposant un nouveau algorithme hybride qui présente plus d'avantage, ce dernier effectue un compromis entre deux autres algorithmes développés précédemment, nous avons comparé les algorithmes basés sur les cumulants avec l'algorithme des moindres carrés (Recursive least squares) fonctionnant en estimateur du canal. Puis on a appliqué l'égalisation des paramètres identifiés selon les deux égaliseurs : Zéro Forcing (ZF) et Minimum Mean Square Error (MMSE).

Dans un second temps, la thèse fait porter l'analyse sur l'application des réseaux de neurones dans l'identification et l'égalisation d'un canal de transmission par la méthode de Levenberg-Marquardt, cette méthode a été comparée avec celle des moindres carrés.

Enfin, on a présenté une description d'une méthode basée sur les noyaux définis positifs, cette dernière sera utilisée pour l'identification d'un canal de communication d'ordre 1.

**Mots-clés** : identification, égalisation, cumulants, canal de transmission, identification aveugle, identification semi-aveugle, Levenberg-Marquardt, noyaux définis positifs, télécommunication, canal gaussien, Minimum Mean Square Error (MMSE), Zéro Forcing (ZF)

# Table des matières

<b>Avant-propos</b>	<b>ii</b>
<b>Résumé</b>	<b>v</b>
<b>Table des figures</b>	<b>ix</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xii</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Généralités sur les statistiques d'ordre supérieures</b>	<b>3</b>
1. introduction	3
2. Variables aléatoires réelles scalaires	3
2.1. Moment et cumulants	4
2.2. Statistiques d'Ordre Supérieur(HOS)	5
2.2.1. Définitions et propriétés	5
2.2.2. Variables aléatoires indépendantes	8
2.2.3. Multilinéarité	9
2.2.4. Invariance par translation	9
2.3. Estimation des moments et des cumulants	9
2.3.1. Estimation des moments	9
2.3.2. Estimation des cumulants	10
2.3.3. Estimation récursive	10
3. Conclusion	11
<b>2 Identification et égalisation monodimensionnelles et bidimensionnelles</b>	<b>12</b>
1. Introduction	12
2. Modélisation	12
2.1. Les canaux de transmission	13
2.2. Le canal sans fil : propagation et perte du signal lors de la transmission	13
2.3. Modèle général d'atténuation du canal (Path Loss Model)	13
2.4. Architecture général d'un canal de transmission	15
2.4.1. Radio communication	18
2.5. relations de base	19
2.6. Algorithmes basés sur les Cumulants d'ordre supérieur ou égal à 3	20
2.6.1. Algorithme utilisant $q + 1$ équations (SAFII)	20
2.6.2. Algorithme de Zhang	22

2.6.3.	Algorithme Hybrid (SAFI1, Zhang)	23
2.6.4.	Algorithme utilisant $2q + 1$ équations (SAFI2)	23
2.6.5.	Algorithme RLS	25
2.6.6.	Description de l'algorithme des moindres carrés récursifs (RLS)	26
3.	Performance des algorithmes	27
3.1.	Performances dans le cas non bruité	27
3.1.1.	Premier exemple : canal à phase non minimale	27
4.	Deuxième exemple : canal à phase non minimale	28
4.1.	Performance des algorithmes proposés dans le cas non bruité	28
4.2.	Cas de l'algorithme hybride	28
4.2.1.	Principe de l'algorithme	28
4.2.2.	Résultats de simulation	31
4.3.	Deuxième exemple canal d'ordre 3 à phase minimale	35
4.4.	Identification des paramètres du canal par l'Algorithme hybride	38
5.	Egalisation	38
5.1.	Egaliseur MC-CDMA	41
5.2.	Principe de la technique MC-CDMA	41
6.	Les détecteur optimales en contexte mono-utilisateur	43
6.1.	Le détecteur à Combinaison et à Restauration d'Orthogonalité (CRO) (Zéro Forcing, ZF)	43
6.2.	Le détecteur à Combinaison à Erreur Quadratique Moyenne Minimale (CEQMM)	44
6.3.	Les égaliseurs ZF et MMSE : Le cas du canal BRAN A	45
6.4.	Le détecteur MMSE	45
7.	Performances des systèmes MC-CDMA	46
8.	Performances des systèmes MC-CDMA pour le canal BRAN A	46
9.	Les performances des systèmes MC-CDMA pour le canal BRAN E	48
9.1.	Conclusion	49
<b>3</b>	<b>Identification des paramètres du canal par les réseaux de neurones</b>	<b>53</b>
1.	Introduction	53
2.	Historique	54
3.	les réseaux de Neurones	54
3.1.	Les deux types de neurones	55
3.1.1.	Les neurones biologiques	55
3.1.2.	Le neurone formel (artificiel)	55
3.1.3.	Modélisation d'un neurone formel	56
4.	La méthode de Levenberg-Marquardt	57
4.1.	Algorithme de Levenberg-Marquardt	58
5.	Position du problème	58
6.	Application de la méthode des Levenberg-Marquardt à une détection bidimensionnelle	59
6.1.	Application de la méthode LM à l'identification	60
6.2.	Algorithme de Windrow-Hoff [1]	62
7.	Les canaux sélectif en fréquences et en temps	63
7.1.	Canaux mobiles de type BRAN	64

8.	Résultats de Simulation . . . . .	64
9.	Comparaison entre l'algorithme RLS et les réseaux de neurones . . . . .	69
10.	Egalisation . . . . .	72
10.1.	Les performances des systèmes MC-CDMA . . . . .	72
10.2.	L'égalisation du canal BRAN A en utilisant le ZF et MMSE . . . . .	74
11.	Conclusion . . . . .	76
<b>4</b>	<b>Identification des paramètres des canaux de communication en utilisant les Noyaux définis positifs</b> . . . . .	<b>77</b>
1.	Introduction . . . . .	77
2.	Définitions et Relations de base . . . . .	77
2.1.	Un produit scalaire . . . . .	77
3.	Espace de Hilbert [2] . . . . .	78
4.	Généralités sur les noyaux . . . . .	78
4.1.	Définition . . . . .	79
4.2.	Propriétés : . . . . .	79
4.2.1.	Lemme 1 . . . . .	79
4.2.2.	Lemme 2 . . . . .	79
4.2.3.	Lemme 3 :Noyau polynomiale . . . . .	79
5.	Noyaux définis positifs . . . . .	79
6.	Contexte d'utilisation d'un noyau . . . . .	80
7.	Noyau défini positif et algorithme associé . . . . .	80
7.1.	Espace de Hilbert à Noyau Reproduisant . . . . .	82
7.2.	Théorème de Mercer . . . . .	82
8.	Philosophie des méthodes à noyaux . . . . .	83
8.1.	Méthodes linéaires . . . . .	83
8.2.	Matrice de Gram . . . . .	83
8.3.	Recherche des paramètres $\alpha$ . . . . .	84
8.4.	Exemple d'un canal d'ordre 2 . . . . .	84
8.4.1.	Conclusion et perspective . . . . .	86
	<b>Conclusion et perspectives</b> . . . . .	<b>87</b>
	<b>Bibliographie</b> . . . . .	<b>89</b>

# Table des figures

2.1	Architecture général d'un système de communication sans fils . . . . .	14
2.2	Modèle de pertes du signale pour différents gains [3] . . . . .	15
2.3	Modèle de signal pour différentes valeur de n [3] . . . . .	16
2.4	Modèle de signal pour différentes trajets et pour le même milieu de propagation [3] . . . . .	17
2.5	Architecture général d'un canal de transmission . . . . .	18
2.6	La réponse en amplitude et en phase du premier canal. . . . .	27
2.7	Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude et en phase des algorithmes pour N = 100 échantillons. . . . .	29
2.8	La réponse en amplitude du premier canal en utilisant les algorithmes SAFI1, SAFI2, ZAhang et RLS. . . . .	29
2.9	Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude pour N = 4000 et pour 100 itérations. . . . .	31
2.10	Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude et en phase pour N = 4000 et pour 100 itération pour un canal à phase non minimale. . . . .	32
2.11	Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude pour N = 100 et pour 100 itération. . . . .	33
2.12	Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude pour N = 400 et pour 100 itération. . . . .	33
2.13	Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude pour N = 800 et pour 100 itération. . . . .	34
2.14	Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude pour N = 1200 et pour 100 itération. . . . .	34
2.15	Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude pour N = 4000 et pour 100 itération du canal (2.72). . . . .	35
2.16	Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude et en phase d'un canal d'ordre 3 à l'aide des algorithmes pour N = 100 et pour 100 itération du canal (2.72). . . . .	36
2.17	Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude et en phase d'un canal d'ordre 3 à l'aide des algorithmes pour N = 400 et pour 100 itération du canal (2.72). . . . .	36
2.18	Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude et en phase d'un canal d'ordre 3 à l'aide des algorithmes pour N = 800 et pour 100 itération du canal (2.72). . . . .	37
2.19	Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude et en phase d'un canal d'ordre 3 à l'aide des algorithmes pour N = 1200 et pour 100 itération du canal (2.72). . . . .	37

2.20	Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude du canal à l'aide des 3 algorithmes pour $N = 100$ et pour 100 itération cas du canal (2.78).	39
2.21	Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude du canal à l'aide des 3 algorithmes pour $N = 400$ et pour 100 itération cas du canal (2.78).	39
2.22	Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude du canal à l'aide des 3 algorithmes pour $N = 800$ et pour 100 itération cas du canal (2.78).	40
2.23	Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude du canal à l'aide des 3 algorithmes pour $N=1200$ et pour 100 itération cas du canal (2.78).	40
2.24	Diagramme d'égalisation	41
2.25	Principe de l'utilisateur unique de détection.	43
2.26	Estimation des paramètres de la réponse impulsionnelle du canal BRAN A en utilisant l'algorithme RLS.	46
2.27	Estimation de l'amplitude, du canal BRAN A, en utilisant les algorithmes SAFI1, SAFI2, Zhang et l'algorithme hybride pour $SNR = 16$ dB.	47
2.28	Estimation de l'amplitude, du canal BRAN A, en utilisant les algorithmes SAFI1, SAFI2 et Zhang, Zhang et l'algorithme hybride pour $SNR= 32$ dB.	47
2.29	BER dans le cas du canal BRAN E mesuré et estimé : égaliseur MMSE.	48
2.30	BER dans le cas du canal BRAN E mesuré et estimé : égaliseur ZF.	49
2.31	Estimation de l'amplitude, du canal BRAN E, en utilisant les algorithmes SAFI1, SAFI2 et Zhang, Zhang et l'algorithme hybride pour $SNR= 16$ dB..	50
2.32	Estimation de l'amplitude, du canal BRAN E, en utilisant les algorithmes SAFI1, SAFI2 et Zhang, Zhang et l'algorithme hybride pour $SNR= 32$ dB..	50
2.33	BER dans le cas du canal BRAN E mesuré et estimé : égaliseur ZF.	51
2.34	BER dans le cas du canal BRAN E mesuré et estimé : égaliseur MMSE.	51
3.1	Système d'identification	55
3.2	Neurone biologique	56
3.3	Réseau de neurones mono-couche utilisé	56
3.4	Modèle du canal de transmission	58
3.5	Principe d'identification bidimensionnelle.	60
3.6	Erreur quadratique en fonction du nombre d'itérations	61
3.7	Erreur quadratique en fonction du nombre d'itérations	61
3.8	Erreur quadratique en fonction du nombre d'itérations pour les fonctions logiques : AND, OR et XOR	62
3.9	Estimation de l'amplitude et de la phase du canal de paramètres : -1.083 -0.95 0.95	66
3.10	Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BARN A utilisant les 18 trajets	67
3.11	Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BARN B utilisant les 18 trajets	67
3.12	Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BARN C utilisant les 18 trajets	68
3.13	Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BARN D utilisant les 18 trajets	68
3.14	Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BARN E utilisant les 18 trajets	69
3.15	Estimation de l'amplitude et de la phase d'un canal d'ordre 3 en utilisant l'algorithme de LM	69
3.16	Estimation de l'amplitude et de la phase d'un canal d'ordre 5 en utilisant l'algorithme de LM	70
3.17	Estimation de l'amplitude, du canal BRAN A en utilisant les 18 trajets en utilisant les algorithmes RLS et LM.	70

---

3.18	Estimation de l'amplitude, du canal BRAN B en utilisant les 18 trajets en utilisant les algorithmes RLS et LM. . . . .	71
3.19	Estimation de l'amplitude, du canal BRAN C en utilisant les 18 trajets en utilisant les algorithmes RLS et LM. . . . .	71
3.20	Estimation de l'amplitude, du canal BRAN D en utilisant les 18 trajets en utilisant les algorithmes RLS et LM. . . . .	72
3.21	Estimation de l'amplitude, du canal BRAN E, en fonction des délais des trajets en utilisant les algorithmes RLS et LM. . . . .	72
3.22	Estimation de l'amplitude, du canal BRAN A, en fonction des délais des trajets dans le cas où le SNR = 32 dB en utilisant l'algorithme LM. . . . .	73
3.23	Estimation de l'amplitude, du canal BRAN A, en fonction des délais des trajets dans le cas où le SNR = 32dB en utilisant l'algorithme RLS. . . . .	73
3.24	BER dans le du canal BRAN A mesuré et estimé par l'algorithme de Levenberg-Marquardt : les performances sont évalués en utilisant l'égaliseur MMSE . . . . .	74
3.25	BER dans le cas du canal BRAN A mesuré et estimé par l'algorithme de Levenberg-Marquardt : les performances sont évalués en utilisant l'égaliseur ZF . . . . .	75
3.26	BER dans le cas du canal BRAN A mesuré et estimé par l'algorithme RLS : les performances sont évalués en utilisant l'égaliseur MMSE . . . . .	75
3.27	BER dans le cas du canal BRAN A mesuré et estimé par l'algorithme RLS : les performances sont évalués en utilisant l'égaliseur MMSE . . . . .	76
4.1	Modèle de système de télécommunication . . . . .	80
4.2	Chaîne de traitements générique des méthodes à noyaux. . . . .	83
4.3	Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude et en phase avec un noyau gaussien. . . . .	85
4.4	Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude avec un noyau gaussien. . . . .	85

# Liste des tableaux

2.1	Estimation du canal par les différents algorithmes :SAFI1, SAFI2, Zhang, RLS . . . . .	30
2.2	Estimation du canal par les trois algorithmes : SAFI1, Zhang, Hybride . . . . .	32
2.3	Estimation du canal par les trois algorithmes : SAFI1, Zhang, SAFI1-Zhang . . . . .	38
3.1	Analogie entre le neurone biologique et le neurone formel . . . . .	57
3.2	Tableau comparatif des résultats obtenus des méthodes appliquées aux fonctions logiques. . . . .	63
3.3	Retards et amplitudes des 18 trajets du canal BRAN A . . . . .	64
3.4	Retards et amplitudes des 18 trajets du canal BRAN B . . . . .	65
3.5	Retards et amplitudes des 18 trajets du canal BRAN C . . . . .	65
3.6	Retards et amplitudes des 18 trajets du canal BRAN D . . . . .	65
3.7	Retards et amplitudes des 18 trajets du canal BRAN E . . . . .	66

# Notations, symboles et abréviations

BER	Bit Error Rate
BRAN	Broadband Radio Access Network
BRAN A	Broadband Radio Access Network, Indoor Scenario
BRAN B	Broadband Radio Access Network, Outdoor Scenario
$E[\cdot]$	Espérance mathématique
EQM	Erreur Quadratique Moyenne
ETSI	European Telecommunications Standards Institute
FAC	Fonction d'AutoCorrélation
FIR	(RIF) Finite Impulse Response
HOC	Higher Order Cumulants
HOS	Higher Order Statistics
i.i.d	indépendant identiquement distribué
LM	Leverberg-Marquardt
LS	(MC) Least Squares
$M^T$	transposée de la matrice M
$M^{-1}$	inverse de de la matrice M
MC	(Moindres Carrées)
MC-CDMA	Multi Carrier Code Division Multiple Access
MMSE	Minimum Mean Square Error
NMP	Non-Minimum Phase
OFDM	Orthogonal Frequency Division Multiplexing
QSAR	Quantitative Structure-Activity Relationship
RIF	(Réponse Impulsionnelle Finie)
RKHS	Reproducing Kernel Hilbert Space
RLS	Recursive least squares
RN	Réseau de neurones
SISO	Signal Input Signal Output
*	produit de convolution
SOS	Statistic Order Superior
SNR	Signal to Noise Ratio
TEB	Taut d'Erreur Binaire
TF	Transformée de Fourier
TFI	Transformée de Fourier Inverse
UMTS	Universal Mobile Telecommunication System
WH	Windrow-Hoff
ZF	Zero Forcing



# Introduction

Actuellement, les opérateurs de télécommunication cherchent à multiplier et à diversifier leurs offres d'accès aux technologies de l'information et de la communication afin d'augmenter la qualité des services et de garantir la qualité du signal transmis. Ils visent également à baisser les coûts d'exploitation pour répondre aux besoins évolutifs de la clientèle. Ainsi, ils développent des techniques de plus en plus fiables. L'identification du canal de transmission est une phase primordiale car elle contribue à augmenter la qualité de la transmission et à atténuer le bruit et elle se situe au point de convergence des mathématiques, qui lui fournissent le cadre conceptuel, de la physique, qui décrit le vecteur de transmission de l'information, de l'électronique et l'informatique, qui concourent au développement des techniques matérielles et logicielles.

La transmission de l'information passe par plusieurs étapes du traitement électronique du signal, au niveau de l'émetteur, pour qu'il soit adapté au canal de transmission, à la réception, le signal subit d'autres étapes de traitements. Ces différentes étapes engendrent des déformations du signal, celles dûs au réchauffement des composantes électroniques et celles dûs aux phénomènes physiques comme la réflexion, la diffraction et l'absorption, ce qui provoque une atténuation et une dispersion dans le temps du signal, qui a pour cause des interférences entre symboles. L'égalisation a pour objectif d'éliminer ces interférences.

Le canal de transmission est fortement influencé par le bruit, ce qui minimise la bande passante du canal, aussi sa capacité réelle. Dans le cas d'un canal gaussien et pour améliorer la capacité du canal et son débit on propose d'utiliser différentes méthodes pour minimiser l'interférence entre symboles. En pratique, plusieurs problématiques sont basées sur la non connaissance de l'information émise par l'émetteur, comme le cas de la recherche automatique des chaînes radio qui sont bruitées par un bruit aléatoire souvent gaussien, dans le cas de la transmission sans fil, qu'on essaie d'identifier. La connaissance de l'information émise repose sur l'identification du canal à partir de l'information reçue. Plusieurs méthodes basées sur les cumulants ont été proposées [4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12].

Dans ce travail, on traite l'identification aveugle et semi-aveugle et l'égalisation du canal à partir des méthodes mathématiques analytiques et numériques à savoir :

Les méthodes mathématiques basées sur les cumulants d'ordre supérieurs. En effet, les statistiques d'ordre supérieurs sont largement utilisées dans différents domaines d'applications, spécialement dans le domaine du traitement du signal [13, 14].

La méthode basée sur les réseaux de neurones, souvent utilisée dans l'intelligence artificielle, c'est une méthode numérique d'identification supervisée qui permette de surmonter des problèmes analytiques, cette méthode sera comparée à celle des moindres carrés récurrente.

L'approche bâtie sur les noyaux définis positifs est une méthode supervisée basée sur un noyau souvent gaussien. Elle consiste à déterminer les paramètres du canal en utilisant la décomposition de Kolmogorov.

Ce mémoire est organisé de la manière suivante : Le premier chapitre traite les statistiques d'ordre supérieurs à travers la théorie des moments et des cumulants. Commenant par la définition des variables aléatoires, puis les définitions des Statistiques d'Ordre Supérieur (SOS) ou (Higher Order Statistics (HOS)), autrement dit les moments et cumulants d'ordre supérieur à 2, qui sont utilisées essentiellement en complément aux statistiques d'ordre 2. Nous définissons ensuite la relation entre ces deux grandeurs ainsi que leurs estimateurs en citant au passage quelques propriétés mathématiques des moments et des cumulants. Le deuxième chapitre s'intéressera à l'étude des performances des différents algorithmes utilisés. Il comporte, dans un premier lieu, une étude comparative entre des algorithmes basés sur les cumulants, tout en proposant un nouveau algorithme hybride qui présente plus d'avantage. En second lieu, nous comparons les algorithmes basés sur les cumulants avec l'algorithme RLS (Recursive least squares) fonctionnant en estimateur du canal. Puis on applique l'égalisation des paramètres identifiés selon les deux égaliseurs : Zéro Forcing (ZF) et Minimum Mean Square Error (MMSE). Le troisième chapitre traite la notions d'application des réseaux de neurones au problème d'identification, on se limite à l'utilisation d'un réseau de neurones mono-couche basé sur la méthode de Levenberg-Marquardt utilisée dans le cas monodimensionnelle et bidimensionnelle. Cette méthode sera comparée avec l'algorithme RLS. Le quatrième chapitre présente une description d'une méthode basée sur les noyaux définis positifs, cette dernière sera utilisée pour l'identification d'un canal de communication d'ordre 1.

# Chapitre 1

## Généralités sur les statistiques d'ordre supérieures

### 1. introduction

Dans ce chapitre nous présentons les outils mathématiques nécessaires dans ce mémoire. Commençant par la définition des variables aléatoires scalaires, puis les définitions des Statistiques d'Ordre Supérieur (SOS) ou (Higher Order Statistics (HOS)), autrement dit les moments et cumulants d'ordre supérieur à 2, qui sont utilisées essentiellement en complément aux statistiques d'ordre 2. Nous définissons ensuite la relation qui existe entre ces deux grandeurs ainsi que leurs estimateurs en citant au passage quelques propriétés mathématiques des moments et des cumulants [15, 13, 16].

### 2. Variables aléatoires réelles scalaires

Soit  $x$  une variable aléatoire à valeurs réelles [13, 17].  $F_x(u)$ , fonction de répartition de  $x$ , qui représente la probabilité d'apparition de la variable aléatoire dans le segment  $]-\infty, u]$ . Lorsque  $x$  admet une densité de probabilité  $p_x(u)$ , alors  $dF_x(u) = p_x(u)du$ . La densité de probabilité  $p_x(u)$  est positive et a pour somme l'unité. Lorsque la fonction de répartition  $F_x(u)$  est une fonction en escalier, elle n'admet pas de densité au sens des fonctions, mais au sens des distributions. Les moments généralisés de  $x$  sont définis pour toute application réelle  $g$  par :

$$E[g(x)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(u)p_x(u)du \quad (1.1)$$

On utilise souvent des fonctions polynômiales  $g(u)$ , conduisant aux moments "classiques" de différents ordres, tels que la moyenne ou le moment d'ordre 2. En utilisant des fonctions exponentielles, on associe aux variables aléatoires des fonctions caractéristiques.

La première fonction caractéristique de  $x$  est :

$$\Phi_x(u) = E[e^{jux}] \quad (1.2)$$

Où  $j$  désigne la racine de -1. Lorsque la variable aléatoire  $x$  admet une densité de probabilité

$p_x(u)$ , la première fonction caractéristique  $\Phi_x(u)$  est sa transformée de Fourier :

$$\Phi_x(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{jux} p_x(u) du \quad (1.3)$$

Dans ce cas, on retrouve la densité de probabilité à partir de la première fonction caractéristique par transformation de Fourier inverse :

$$p_x(u) = (1/2\pi) \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_x(v) dv \quad (1.4)$$

La fonction caractéristique est continue en tout point et vaut 1 à l'origine. Elle est donc non nulle dans un voisinage de l'origine, sur lequel on pourra définir son logarithme népérien :

$$\Psi_x(v) = \log(\Phi_x(v)) \quad (1.5)$$

Cette fonction est appelée seconde fonction caractéristique.

## 2.1. Moment et cumulants

Notons  $M_x(r)$  les moments d'ordre  $r$  de  $x$  [13], lorsqu'ils existent,

$$M_x(r) = E[x^r] \quad (1.6)$$

Et  $M'_x(r)$  les moments centrés :

$$M'_x(r) = E[(x - M_x(1))^r] \quad (1.7)$$

Les fonctions caractéristiques décrivent complètement la variable aléatoire à laquelle elles sont associées. En développant  $e^{jux}$  dans l'expression (1.2) au voisinage de l'origine et en identifiant avec le développement de Taylor de la première fonction caractéristique. En calculant le développement en fonction des puissances de  $u$  :

$$\begin{aligned} \Phi_x(u) &= E[e^{jux}] = \int_{-\infty}^{+\infty} (1 + jux + \frac{j^2 u^2 x^2}{2!} + \frac{j^3 u^3 x^3}{3!} + \dots) dx \\ \Phi_x(u) &= E[e^{jux}] = \int_{-\infty}^{+\infty} p_x(x) dx + \frac{j^2 u^2 x^2}{2!} \int_{-\infty}^{+\infty} p_x(x) x^2 dx + \frac{j^3 u^3 x^3}{3!} \int_{-\infty}^{+\infty} p_x(x) x^3 dx + \dots \end{aligned}$$

$$M_x(r) = (-j)^r \frac{d^r \Phi_x(v)}{dv^r} \Big|_{v=0} = E[x^r] \quad (1.8)$$

On définit les cumulants par les dérivées de la seconde fonction caractéristique, prises à l'origine :

$$C_x(r) = (-j)^r \frac{d^r \Psi_x(v)}{dv^r} \Big|_{v=0} = cum[x^r] \quad (1.9)$$

Les cumulants ne sont que les coefficients du développement en série de Taylor de la seconde fonction caractéristique.

**Remarque** : Les cumulants d'ordre  $r$  peuvent être calculés à partir des moments d'ordre inférieur ou égal à  $r$  [18]. Pour les ordres 1 à 4, ces relations sont :

$$\begin{aligned} C_x(1) &= M_x(1) \\ C_x(2) &= M'_x(2) = M_x(2) - (M_x(1))^2 \\ C_x(3) &= M'_x(3) = M_x(3) - 3M_x(1)M_x(2) + 2(M_x(2))^3 \\ C_x(4) &= M_x(4) - 4M_x(1)M_x(3) - 3(M_x(2))^2 + 12M_x(2)(M_x(1))^2 - 6(M_x(1))^4 \end{aligned} \quad (1.10)$$

Dans le cas de variables aléatoires centrées ( $M_x(1) = 0$ ), les expressions des cumulants se simplifient comme suit :

$$\begin{aligned} C_x(1) &= 0 \\ C_x(2) &= M'_x(2) = M_x(2) \\ C_x(3) &= M'_x(3) = M_x(3) + 2(M_x(2))^3 \\ C_x(4) &= M_x(4) - 3(M_x(2))^2 - 6(M_x(1))^4 \end{aligned} \quad (1.11)$$

lorsque la variable  $x$  est gaussienne, sa seconde fonction caractéristique est définie comme suit :

$$\Phi_x(u) = jM_{x(1)}v - \frac{1}{2}M_{x(2)}v^2 \quad (1.12)$$

Les cumulants d'ordre supérieur à 3 sont donc tous nuls. Cette propriété caractérise la loi gaussienne [13]. Les variables gaussiennes sont donc entièrement décrites par leurs propriétés au second ordre. La variance, cumulant d'ordre 2 de  $x$  est donnée par :  $Var[x] = M_x(2)$ . En centrant la variable aléatoire  $x$  et en la normalisant on obtient la variable standardisée.

$$\tilde{x} = \frac{x - M_{x(1)}}{\sqrt{C_x(2)}} \quad (1.13)$$

On en déduit les cumulants standardisés qui sont les cumulants de la variable aléatoire standardisée. Le cumulant standardisé d'ordre 3,  $M_x(3) = C_x(3)$ , est dénommé l'asymétrie. L'asymétrie est nulle si la densité de probabilité de  $x$  possède un axe de symétrie. Le cumulant standardisé d'ordre 4 est le facteur d'aplatissement ou kurtosis [13]. La valeur du kurtosis caractérise le comportement à l'infini des densités de probabilité unimodales. Les densités de probabilité unimodales possédant un kurtosis négatif sont dites sous-gaussiennes car elles tendent vers 0 à l'infini plus rapidement que la loi gaussienne. Les densités de probabilité unimodales à kurtosis positif, dites sur-gaussiennes, tendent moins vite vers 0 à l'infini que la loi gaussienne. Ces notions de sur- et sous-gaussianité perdent leur sens pour les densités de probabilité multimodales [19].

Pour une variable aléatoire  $x$  centrée, l'asymétrie et le kurtosis s'écrivent :

$$C_x(3) = \frac{E[x^3]}{E[x^2]^{(3/2)}} \quad (1.14)$$

$$C_x(4) = \left( \frac{E[x^4]}{E[x^2]^2} \right) - 3 \quad (1.15)$$

## 2.2. Statistiques d'Ordre Supérieur(HOS)

### 2.2.1. Définitions et propriétés

Dans cette section nous présentons quelques importantes définitions et propriétés des statistiques d'ordre supérieur (Higher Order Statistics (HOS)), ou moments et cumulants. Les définitions seront données pour les deux cas : déterministe et stochastique. Si  $x(k)$ , avec  $k \in \mathbb{Z}$  est un processus réel discret stationnaire ; alors son moment d'ordre  $m$  est donné par [7], [20], [21], [22], [23] :

$$M_{(m,x)}(t_1, t_2, t_3, \dots, t_{(m-1)}) = E[x(k)x(k+t_1)x(k+t_2)\dots x(k+t_{(m-1)})] \quad (1.16)$$

Avec  $E[.]$  représente l'espérance mathématique. Les moments d'ordres 2, 3 et 4 sont donnés respectivement par :

$$\begin{aligned} M_{(1,x)}(t_1) &= E[x(k)x(k+t_1)] \\ M_{(2,x)}(t_1, t_2) &= E[x(k)x(k+t_1)x(k+t_2)] \\ M_{(3,x)}(t_1, t_2, t_3) &= E[x(k)x(k+t_1)x(k+t_2)x(k+t_3)] \end{aligned} \quad (1.17)$$

Avec  $M_{(m,x)}(t_1, t_2, t_3, \dots, t_m)$  représente le moment d'ordre  $m$  et  $M_{(m,G)}(t_1, t_2, t_3, \dots, t_{(m-1)})$  représente le moment d'un signal Gaussien équivalent qui possède la même fonction d'auto-corrélation que le signal  $x(k)$ . Il est clair que le cumulants d'ordre  $m$  d'un signal Gaussien est nul  $\forall m > 3$ . Car dans ce cas :

$$M_{(m,x)}(t_1, t_2, t_3, \dots, t_{(m-1)}) = M_{(m,G)}(t_1, t_2, t_3, \dots, t_{(m-1)}) \quad (1.18)$$

ce qui implique que le cumulants d'ordre  $m \geq 3$  d'un signal Gaussien est nul c.-à-d :

$$M_{(m,x)}(t_1, t_2, t_3, \dots, t_{(m-1)}) = 0 \quad \forall m > 3 \quad (1.19)$$

Dans la pratique, les cumulants d'ordre  $m \geq 5$  sont rarement utilisés ; pour cette raison nous allons définir seulement les cumulants d'ordre  $m \leq 4$ . Le cumulants d'ordre  $m = 1$  est donné par :  $C_{(1,x)} = M_{(1,x)} = E[x(k)]$ , qui représente la moyenne du signal  $x(k)$ . Alors que le cumulants d'ordre 2 est donné par :

$$C_{(2,x)}(t_1) = M_{(2,x)}(t_1) - (M_{(2,x)})^2 = M_{(2,x)}(-t_1) - (M_{(2,x)})^2 = C_{(2,x)}(-t_1) \quad (1.20)$$

Avec  $C_{(2,x)}(t_1)$  est la fonction d'auto-corrélation (FAC). Si la moyenne du signal  $x(k)$  est nulle ( $M_{(1,x)} = 0$ ) on aura la FAC est égale au moment d'ordre 2. De même on constate que la fonction FAC est paire. Le cumulants d'ordre 3 est donné par :

$$C_{(3,x)}(t_1, t_2) = M_{(3,x)}(t_1, t_2) - M_{(1,x)}(M_{(2,x)}(t_1) + M_{(2,x)}(t_1 - t_2)) + 2(M_{(1,x)})^3 \quad (1.21)$$

avec  $M_{(3,x)}(t_1, t_2)$  est le moment d'ordre 3 du signal  $x(k)$ . Le cumulants d'ordre 4 est donné par l'équation suivante :

$$\begin{aligned} C_{(4,x)}(t_1, t_2, t_3) &= M_{(4,x)}(t_1, t_2, t_3) - M_{(1,x)}(M_{(2,x)}(t_1) \\ &\quad + M_{(2,x)}(t_1 - t_2)) + 2(M_{(1,x)})^3 - M_{(2,x)}(t_2)M_{(2,x)}(t_2 - t_1) \\ &\quad - M_{(1,x)}M_{(3,x)}(t_2, t_3) - M_{(1,x)}M_{(3,x)}(t_2, t_2) \\ &\quad - M_{(1,x)}M_{(3,x)}(t_1, t_3) - M_{(1,x)}M_{(3,x)}(t_2 - t_1, t_3 - t_1) \\ &\quad + (M_{(1,x)})^2 M_{(2,x)}(t_1) + (M_{(1,x)})^2 M_{(2,x)}(t_2) \\ &\quad + (M_{(1,x)})^2 M_{(2,x)}(t_3) + (M_{(1,x)})^2 M_{(2,x)}(t_3 - t_1) \\ &\quad + (M_{(1,x)})^2 M_{(2,x)}(t_3 - t_2) \\ &\quad + (M_{(1,x)})^2 M_{(2,x)}(t_2 - t_1) - (M_{(1,x)})^4. \end{aligned} \quad (1.22)$$

Si la moyenne du signal  $x(k)$  est nulle, c.-à-d.  $M_{(1,x)} = 0$ , à partir des équations (1.20) et (1.22) on déduit que les cumulants d'ordre 2 et 3 ne sont que les moments d'ordre 2 et 3. En effet, le calcul des cumulants d'ordre 4 nécessite la connaissance des cumulants d'ordre 2 et d'ordre 4 comme suit :

$$\begin{aligned} C_{(4,x)}(t_1, t_2, t_3) &= M_{(4,x)}(t_1, t_2, t_3) - M_{(2,x)}(t_1)M_{(2,x)}(t_3 - t_2) \\ &\quad - M_{(2,x)}(t_1)M_{(2,x)}(t_3 - t_1) - M_{(2,x)}(t_1)M_{(2,x)}(t_2 - t_1) \end{aligned} \quad (1.23)$$

Si on donne à  $t_1 = t_2 = t_3 = 0$ , et on suppose que le signal est à moyenne nulle  $M_{(1,x)} = 0$ . A partir des équations 1.19, 1.20 et 1.21 nous aurons :

$$\begin{aligned}\gamma_{(2,x)} &= E[x^2(k)] = C_{(2,x)}(0) && (\text{variance}) \\ \gamma_{(3,x)} &= E[x^3(k)] = C_{(3,x)}(0, 0) && (\text{Skewness}) \\ \gamma_{(3,x)} &= E[x^4(k)] - 3[\gamma_{(2,x)}]^2 = C_{(4,x)}(0, 0, 0) && (\text{Kurtoisis})\end{aligned}\quad (1.24)$$

nous représentons quelques propriétés de la symétrie des cumulants d'ordre 3 dans la suite du document comme suit :

$$\begin{aligned}C_{3,x}(t_1, t_2) &= C_{3,x}(t_2, t_1) \\ &= C_{3,x}(-t_1, t_2 - t_1) \\ &= C_{3,x}(t_2 - t_1, -t_1) \\ &= C_{3,x}(-t_2, t_1 - t_2) \\ &= C_{3,x}(t_1 - t_2, -t_2)\end{aligned}\quad (1.25)$$

et les cumulants d'ordre 4 s'écrivent de la manière suivante :

$$\begin{aligned}C_{4,x}(t_1, t_2, t_3) &= C_{4,x}(t_1, t_3, t_2) \\ &= C_{4,x}(t_2, t_1, t_3) = C_{4,x}(t_2, t_3, t_1) \\ &= C_{4,x}(t_3, t_2, t_1) = C_{4,x}(t_3, t_1, t_2) \\ &= C_{4,x}(-t_1, t_2 - t_1, t_3 - t_1) = C_{4,x}(-t_1, t_3 - t_1, t_2 - t_1) \\ &= C_{4,x}(t_2 - t_1, -t_1, t_3 - t_1) = C_{4,x}(t_2 - t_1, t_3 - t_1, -t_1) \\ &= C_{4,x}(t_3 - t_1, -t_1, t_2 - t_1) = C_{4,x}(t_3 - t_1, t_2 - t_1, -t_1) \\ &= C_{4,x}(-t_2, t_1 - t_2, t_3 - t_2) = C_{4,x}(-t_2, t_3 - t_2, -t_2) \\ &= C_{4,x}(t_1 - t_2, -t_2, t_3 - t_2) = C_{4,x}(t_1 - t_2, t_3 - t_2, -t_2) \\ &= C_{4,x}(t_3 - t_2, -t_2, t_1 - t_2) = C_{4,x}(t_3 - t_2, -t_2, t_1 - t_2) \\ &= C_{4,x}(-t_3, t_1 - t_3, t_2 - t_3) = C_{4,x}(-t_3, t_2 - t_3, t_1 - t_3) \\ &= C_{4,x}(t_1 - t_3, -t_3, t_2 - t_3) = C_{4,x}(t_1 - t_3, t_2 - t_3, -t_3) \\ &= C_{4,x}(t_2 - t_3, -t_3, t_1 - t_3) = C_{4,x}(t_2 - t_3, t_1 - t_3, -t_3)\end{aligned}$$

On peut généraliser cette propriété pour les cumulants d'ordre  $m$  :

$$\begin{aligned}C_{m,x}(t_1, t_2, \dots, t_{m-1}) &= C_{m,x}(t_2, t_1, \dots, t_{m-1}) \\ &= C_{m,x}(t_{m-1}, t_{m-2}, \dots, t_1) \\ &= C_{m,x}(-t_1, t_2 - t_1, \dots, t_{m-1} - t_1) = \dots \\ &= C_{m,x}(t_1 - t_{m-1}, t_2 - t_{m-1}, \dots, -t_{m-1})\end{aligned}\quad (1.26)$$

dans le cas des signaux réels, si le moment d'ordre 1 est nul, et si  $x(k)$  est stationnaire à l'ordre 3, le cumulants d'ordre 3 s'écrit d'après l'équation (1.20) comme suit :

$$C_{3,x}(t_1, t_2) = M_{3,x}(t_1, t_2) \quad (1.27)$$

La stationnarité à l'ordre trois est plus contraignante que la stationnarité à l'ordre deux : un signal peut être stationnaire à l'ordre deux sans l'être à l'ordre trois. Le cumulants d'ordre trois est une fonction de deux variables. Nous allons voir que cette fonction appliquée à la sortie d'un filtre linéaire inconnu permet d'en retrouver les paramètres lorsque l'entrée du filtre est un bruit blanc ou une séquence i.i.d. sans faire référence au signal d'entrée à condition, que la corrélation d'ordre trois existe. Nous verrons dans les chapitres qui suivent quelques algorithmes qui peuvent réaliser cette identification dite aveugle.

**Remarque :** Dans ce mémoire nous avons utilisé parfois des notations différentes pour les cumulants, par exemple :  $C_{m,x}(\cdot) \equiv C_{mx}(\cdot) \equiv C_{mx}(x, \dots, x) \equiv Cum_{m,x}$ .

Un des intérêts majeurs des cumulants est la conséquence de l'indépendance qui simplifie considérablement les formules et les traitements. En particulier, si deux signaux sont indépendants et que l'un d'entre eux est Gaussien à moyenne nulle, les cumulants d'ordre supérieur à deux seront ceux du deuxième signal car les cumulants du signal Gaussien sont nuls ; on peut ainsi étudier les caractéristiques des signaux malgré la présence d'un bruit additif Gaussien. De plus, les formes symétriques d'après (1.26), offrent une souplesse dans le calcul des cumulants. Il faut noter bien que les cumulants ne sont pas totalement symétriques contrairement aux fonctions d'autocorrélation :

$$C_{m,x}(t_1, \dots, t_{m-1}) \neq C_{m,x}(-t_1, \dots, -t_{m-1}) \quad (\forall m > 2) \quad (1.28)$$

### 2.2.2. Variables aléatoires indépendantes

L'indépendance statistique des variables aléatoires [13, 17] implique la factorisation des moments via la factorisation des premières fonctions caractéristiques selon l'équation(1.2).

Soient  $x$  et  $y$  deux vecteurs aléatoires indépendants, à valeurs réelles ou complexes, de dimensions respectives  $n$  et  $p$ , et soit  $z^T = (x^T y^T)$  (concaténation des vecteurs  $x$  et  $y$ ). Alors, d'après la remarque précédente, la première fonction caractéristique de  $z$  est le produit des premières fonctions caractéristiques de  $x$  et  $y$ . La seconde fonction caractéristique de  $z$  s'écrit alors :  $\Psi_z(u, v) = \Psi_x(u) + \Psi_y(v)$ . Les cumulants croisés entre  $x$  et  $y$  sont alors nuls. En effet, d'une façon générale, on a :

$$Cum_{z_{i_1, \dots, z_{i_N}, z_{j_1, \dots, z_{j_P}}} = Cum[x_{i_1}, \dots, x_{i_N}, y_{j_1}, \dots, y_{j_P}]$$

Comme  $\Psi_z(u, v) = \Psi_x(u) + \Psi_y(v)$ , le cumulants précédent est nul dès qu'un des  $i_k$  et un des  $j_k$  sont non nuls simultanément, on dit que les cumulants croisés de  $x$  et  $y$  sont nuls.

Dans le cas de deux processus aléatoires à valeurs réelles  $y(k)$  et  $w(k)$  indépendants tel que  $z(k) = y(k) + w(k)$  alors on a :

$$C_{m,z}(t_1, \dots, t_{m-1}) = C_{m,y}(t_1, \dots, t_{m-1}) + C_{m,w}(t_1, \dots, t_{m-1}) \quad (1.29)$$

Si on suppose que  $y(k)$  est non-Gaussien, et  $w(k)$  est un processus Gaussien alors l'équation précédente (1.26) devient :

$$C_{m,z}(t_1, \dots, t_{m-1}) = C_{m,y}(t_1, \dots, t_{m-1}) \quad (\forall m > 2) \quad (1.30)$$

Cette propriété donne aux statistiques d'ordre supérieur plus de robustesse que la fonction de corrélation vis-à-vis aux mesures affectées par des bruits Gaussiens additifs. En effet, l'autocorrélation (cumulant d'ordre 2) d'un bruit Gaussien n'est pas nulle, donc :

$$C_{2,z}(t_1) \neq C_{2,y}(t_1) \quad (1.31)$$

Pour un processus,  $e(k)$ , aléatoire stationnaire, indépendant et identiquement distribué (i.i.d), on a :

$$C_{me}(t_1, \dots, t_{m-1}) = \gamma_{me} \delta(t_1, \dots, t_{m-1}) \quad (1.32)$$

avec  $\delta(t_1, \dots, t_{m-1})$  : Fonction de Dirac,  $\gamma_{me}$  est le cumulants d'ordre  $m$  de  $e(k)$  à l'origine.

### 2.2.3. Multilinéarité

Les moments et les cumulants satisfont la propriété de multilinéarité. Soient deux vecteurs aléatoires  $x$  et  $y$  liés par la relation linéaire  $y = Ax$ , où  $A$  est une matrice quelconque. Alors les moments et cumulants de  $y$  sont des fonctions linéaires de chacune des composantes  $A_{ij}$ . Par exemple, on a :

$$Cum[y_i, y_j, y_k^*] = \sum_{a,b,c} A_{ia}A_{jb}A_{kc}Cum[x_a, x_b, x_c] \quad (1.33)$$

Cette propriété se réduit, dans le cas scalaire, à une simple relation d'homogénéité :

$$k_{\lambda x(r)} = \lambda^r k_{x(r)}. \quad (1.34)$$

En particulier, quelles que soient les processus aléatoires  $x, y, z_1, \dots, z_p$ , réelles ou complexes, scalaires ou multidimensionnelles, indépendantes ou non, nous avons :

$$Cum[x + y, z_1, \dots, z_p] = Cum[x, z_1, \dots, z_p] + Cum[y, z_1, \dots, z_p] \quad (1.35)$$

$$Cum[\lambda x, z_1, \dots, z_p] = \lambda Cum[x, z_1, \dots, z_p] \quad (1.36)$$

Dans la suite de ce document on ne traite que le cas des processus à valeurs réelles.

### 2.2.4. Invariance par translation

Les cumulants sont invariants par translation déterministe : si  $y = x + t$ , où  $t$  est déterministe, alors les cumulants d'ordre supérieur ou égal à 2 de  $y$  sont identiques à ceux de  $x$ . En effet, la translation provoque un déphasage de la première fonction caractéristique, la translation n'affecte que le cumulants d'ordre 1, c'est-à-dire la moyenne. les cumulants d'ordre supérieur à un restent invariants par translation d'une variable, comme le montre l'équation suivante :

$$Cum_k(x_1 + c, \dots, x_N) = Cum_k(x_1, \dots, x_N) \quad (1.37)$$

## 2.3. Estimation des moments et des cumulants

L'utilisation des statistiques d'ordre supérieur passe par leur estimation. Ce paragraphe présente quelques éléments sur l'estimation, essentiellement dans le cas scalaire. Les développements théoriques sont généralement très simplifiés si les grandeurs aléatoires en jeu sont centrées. Or, pratiquement, ceci n'est pas toujours le cas. Les traitements commencent alors en général par une étape de centrage des données à traiter. Lorsque le nombre de données est grand, on peut supposer que le centrage est effectuée de manière parfaite [13]. Nous supposons dans la suite que les variables aléatoires sont centrées.

### 2.3.1. Estimation des moments

Soit  $X$  une variable aléatoire scalaire centrée représentant  $N$  échantillons d'un signal stationnaire. L'estimateur, le plus simple, d'ordre  $k$  nommé "estimateur classique" est donné par la formule suivante :

$$\hat{m}_{k,x}(t_1, \dots, t_{k-1}) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N x(i)x(i+t_1)\dots x(i+t_{k-1}) \quad (1.38)$$

### 2.3.2. Estimation des cumulants

Une présentation détaillée de la théorie de l'estimation des cumulants peut être trouvée dans [13] et [23]. Comme les cumulants s'expriment en fonction des moments, les estimations des cumulants s'obtiennent comme suit :

$$\hat{C}_{2,x}(t_1) = \hat{m}_2(t_1) \quad (1.39)$$

$$\hat{C}_{3,x}(t_1, t_2) = \hat{m}_3(t_1, t_2) \quad (1.40)$$

$$\hat{C}_{4,x}(t_1, t_2, t_3) = \hat{m}_4(t_1, t_2, t_3) - \hat{m}_2(t_1)\hat{m}_2(t_2 - t_3) - \hat{m}_2(t_2)\hat{m}_2(t_1 - t_3) - \hat{m}_2(t_3)\hat{m}_2(t_1 - t_2) \quad (1.41)$$

Certains auteurs proposent également de diviser les données en  $N$  segments de longueur  $L$ , tels que  $k = N.L$ , d'effectuer les estimations précédentes sur chacun des segments et de calculer ensuite la moyenne des estimées obtenues. Les estimateurs ainsi obtenus ne sont pas biaisés asymptotiquement [13, 24, 20].

### 2.3.3. Estimation récursive

On développant l'équation 1.38, de telle sorte à écrire l'estimateur du moments d'une manière récursive :

$$\hat{m}_{x,t}(t_1, \dots, t_{k-1}) = \frac{t-1}{t}\hat{m}_{k,t-1}(t_1, \dots, t_{k-1}) + \frac{1}{t}x(t)x(t+t_1)\dots x(t+t_{k-1}) \quad (1.42)$$

Cependant, cet estimateur ne tient pas compte des éventuelles non-stationnarités des processus à traiter. Donc, on peut utiliser un estimateur adaptatif des moments si les signaux sont non-stationnaires.

$$\hat{m}_{x,t}(t_1, \dots, t_{k-1}) = \gamma\hat{m}_{k,t-1}(t_1, \dots, t_{k-1}) + (1-\gamma)x(t)x(t+t_1)\dots x(t+t_{k-1}) \quad (1.43)$$

Où  $\gamma$  est une quantité inférieure à 1, qui permet de privilégier les observations récentes dans l'estimation des moments sur les formules précédentes. Il est possible d'estimer les cumulants sans passer explicitement par l'intermédiaire des moments [25]. Pour le cumulants d'ordre 4, on peut l'estimer par :

$$\hat{C}_{4,x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x^4(i) - 3x^2(i)\hat{C}_{2,x}(x, x)) \quad (1.44)$$

Avec

$$\hat{C}_{2,x}(x, x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x^2(i)) \quad (1.45)$$

Ce type d'estimateur a été proposé dont l'intérêt est faire une implémentation récursive, une autre version récursive est donné par les équations :

$$(\hat{C}_{2,x}(x, x))_t = (1 - \gamma_t)(\hat{C}_{2,x}(x, x))_{t-1} + \gamma_t(x^2(t)) \quad (1.46)$$

$$(\hat{C}_{4,x}(x, x, x, x))_t = (1 - \alpha_t)(\hat{C}_{4,x}(x, x, x, x))_{t-1} + \alpha_t(x^4(t) - 3x^2(t)(\hat{C}_{2,x}(x, x))_{t-1}) \quad (1.47)$$

avec  $\gamma_t$  et  $\alpha_t$  représentent des paramètres d'adaptation dépendant du temps. Cet algorithme est asymptotiquement non biaisé dans le cas d'un processus indépendant et identiquement distribué (i.i.d). Ceci provient du fait que  $(x^4(t) - 3x^2(t)(\hat{C}_{2,x}(x, x))_{t-1})$  est un estimateur sans biais du cumulants d'ordre 4 dans le cas i.i.d.. De plus, l'algorithme est très robuste vis-à-vis de  $t$ . En effet, il a été montré que pour s'adapter aux éventuelles non-stationnarités on prend  $\gamma_t = 1$  et  $\alpha_t = 1$  pour ne pas trop perturber la variance de l'estimation. Ce choix permet d'estimer le cumulants directement en fonction des données par une seule récursion comme suit :

$$(\hat{C}_{4,x}(x, x, x, x))_t = (1 - \alpha_t)(\hat{C}_{4,x}(x, x, x, x))_{t-1} + \alpha_t(x^4(t) - 3x^2(t)x^2(t-1)) \quad (1.48)$$

### 3. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié les moments et les cumulants d'ordre supérieur à deux d'une variable aléatoire, ainsi leurs propriétés et les relations qui existent entre eux. Puis, nous avons vu que les cumulants d'ordre  $r$  sont calculés à partir des moments d'ordre inférieurs ou égal à  $r$ , d'où vient l'importance d'utilisation des cumulants dans le domaine du traitement du signal que les moments. En outre, les cumulants d'une somme de variables aléatoires indépendantes sont cumulatifs, et les cumulants d'ordre supérieur ou égal à trois sont tous nuls.

# Chapitre 2

## Identification et égalisation monodimensionnelles et bidimensionnelles

### 1. Introduction

L'outil de modélisation mathématique est devenu indispensable dans l'étude des phénomènes physiques, spécialement dans le domaine de communication mobile. Cette modélisation n'est qu'un ensemble d'équations mathématiques qui vérifient des conditions d'existence ou des conditions limites à des conditions initiales du problème traité [26], et ceci dans le but d'observer son évolution. L'identification des systèmes à réponse impulsionnelle finie, est l'un des systèmes les plus fréquemment abordés par voie numérique dans le domaine du traitement du signal [27, 9, 10, 11].

Dans ce chapitre, nous étudions quelques algorithmes basés sur les cumulants d'ordre supérieur, dans le but d'identifier les paramètres des différents canaux étudiés, notamment les canaux mobile à fréquence sélective de type BRAN. Une étude comparative entre ces algorithmes sera présentée afin d'identifier les paramètres d'un canal. L'égalisation sera faite à l'aide des égaliseurs Zeros forcing (ZF) et Minimum Mean Square Error (MMSE).

### 2. Modélisation

Dans tout problème d'identification des canaux de transmission, il est primordial de passer par une étape capitale dans la conception des systèmes de communication sans fils, c'est la modélisation. Le but de cette opération est de rendre un problème physique sous forme d'équations mathématiques facile à manipuler, ce qui nécessite la connaissance des informations à priori sur le canal [28, 29].

La modélisation des canaux de transmission a connue une grande évolution dans ces dernières décennies, de la modélisation physique basée sur les ondes électromagnétiques jusqu'au modèle statistique fondé sur un niveau haut d'abstraction [28, 29, 30]. Le calcul intense que nécessite la récupération des signaux transmis par la résolution des équations électromagnétiques qui a donné lieu au modèle statistique. Aussi ces modèles doivent garantir plus de fiabilité du signal reçu [28, 29, 30].

## 2.1. Les canaux de transmission

## 2.2. Le canal sans fil : propagation et perte du signal lors de la transmission

La performance des systèmes de communication sans fil est principalement régi par l'environnement du canal sans fil. Par opposition aux caractéristiques typiquement statiques et prévisibles d'un canal câblé, le canal sans fil est plutôt dynamique et imprévisible, ce qui rend une analyse exacte du système de communication sans fil souvent difficile. Ces dernières années, l'optimisation du système de communication sans fil est devenue critique avec la croissance rapide des services de communication mobile avec un haut débit mobile émergent des services d'accès Internet. En fait, la compréhension des canaux sans fil permettra de penser au développement des nouvelles technologies plus efficaces en termes de performance lors de la transmission sans fil [29].

En matière de communication sans fil, la propagation des ondes radio se réfère au comportement des ondes radio quand ils sont propagées de l'émetteur au récepteur. Au cours de la propagation, les ondes radio sont principalement affectés par trois modes différents de phénomènes physiques : la réflexion, la diffraction et la diffusion. La réflexion est le phénomène physique qui se produit quand une onde électromagnétique se propageant empiète sur un objet avec de très grandes dimensions par rapport à la longueur d'onde, par exemple, la surface de la terre et du bâtiment. Il oblige la puissance du signal d'émission pour être renvoyée vers son origine plutôt que d'être passé tout au long du chemin vers le récepteur. La diffraction se réfère à divers phénomènes qui se produisent lorsque la voie radio entre l'émetteur et le récepteur est obstruée par une surface avec des irrégularités pointus ou de petites ouvertures [3]. Il apparaît comme une flexion des vagues autour des obstacles petites et étalement des vagues précédentes de petites ouvertures. Les ondes secondaires générées par diffraction sont utiles pour établir un chemin entre l'émetteur et le récepteur, même si un chemin de ligne de visée n'est pas présent. La diffusion est le phénomène physique que les forces de la radiation d'une onde électromagnétique de déroger à un droit chemin par un ou plusieurs obstacles locaux, avec des dimensions réduites par rapport à la longueur d'onde. Ces obstacles qui induisent de diffusion, tels que le feuillage, les plaques de rue, et les lampadaires, sont désignés comme les disperses. En d'autres termes, la propagation d'une onde radio est un processus compliqué et moins prévisible qui est régi par la réflexion, la diffraction, et la dispersion, dont l'intensité varie avec les différents environnements dans différentes instances [3].

Le bruit ajouté lors de la transmission dans le canal provoque l'atténuation de la puissance du signal émis. Les transmissions sur le canal mobile dans des différents environnements urbains (présence de nombreux bâtiments) ou intérieurs (murs, meubles, . . .) génèrent beaucoup d'échos que la modélisation du canal doit prendre en compte [3].

## 2.3. Modèle général d'atténuation du canal (Path Loss Model)

Le modèle de propagation en espace libre est utilisé pour prédire la puissance du signal reçu dans des environnements où il n'y a aucun obstacle entre l'émetteur et le récepteur [31]. Il est souvent adopté pour les systèmes de communication par satellite. Soit  $d$  la distance entre l'émetteur et le récepteur, lorsqu'on utilise des antennes isotrope avec un gain d'émission  $G_t$  et un gain de

réception  $G_r$ , la puissance reçue à une distance  $d$ ,  $P_r(d)$  est exprimée par [3] :

$$P_r(d) = \frac{P_t G_r G_t \lambda^2}{(4\pi)^2 d^2 L} \quad (2.1)$$

$P_t$  : désigne la puissance transmise (watt).

$P_r$  : désigne la puissance reçue (Watt).

$G_r$  : Gain de l'émetteur (db).

$G_t$  : Gain du récepteur (db).

$d$  : la distance entre l'émetteur et le récepteur (m).

$\lambda$  : la longueur d'onde.

$L$  : le facteur de perte qui est indépendant de l'environnement de propagation.

Cet évanouissement à grande échelle impose la tendance générale et l'atténuation peut être complétée par deux autres fluctuations : les évanouissements à moyenne et petite échelle. Si on travail dans un système idéal sans perte c-à-d :  $L = 1$ , l'équation 2.1 s'écrit sous la forme [3] :

$$PL(d)[db] = 10\log\left(\frac{P_t}{P_r}\right) = -10\log\left(\frac{G_r G_t \lambda^2}{(4\pi)^2 d^2}\right) \quad (2.2)$$

Si on suppose que les gains de l'émetteur de celui du récepteur sont idéals(c-à-d  $G_t = G_r = 1$ ), l'équation 2.2 devient :

$$PL(d)[db] = 10\log\left(\frac{P_t}{P_r}\right) = 20\log\left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right) \quad (2.3)$$

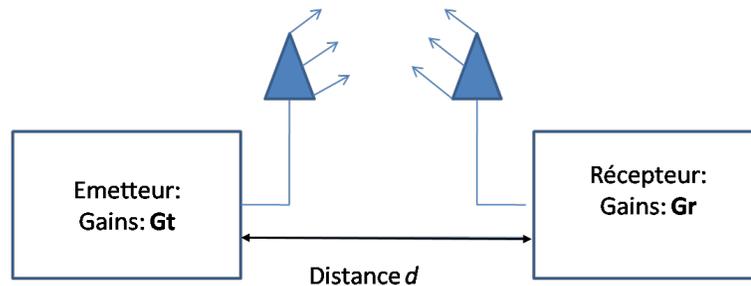


FIGURE 2.1 – Architecture général d'un système de communication sans fils

La figure 2.1 représente l'effet des gains de récepteur et de l'émetteur sur l'atténuation du signal transmis, on remarque que la perte de la trajectoire augmente en diminuant les gains de l'émetteur ou du récepteur, l'augmentation de la perte du trajet augmente d'une manière linéaire en fonction de la distance  $d$  entre l'émetteur et le récepteur.

D'une manière plus générale, le modèle de perte du trajet peut être construit en modifiant le modèle de perte pour le cas des gains idéals ( $G_t = G_r = 1$ ) selon l'exposant  $n$  qui diffère selon les milieux de propagation, cette modification se fait selon l'équation suivante :

$$PL_{LD}(d)[dB] = PL_F(d_0) + 10n\log\left(\frac{d}{d_0}\right) \quad (2.4)$$

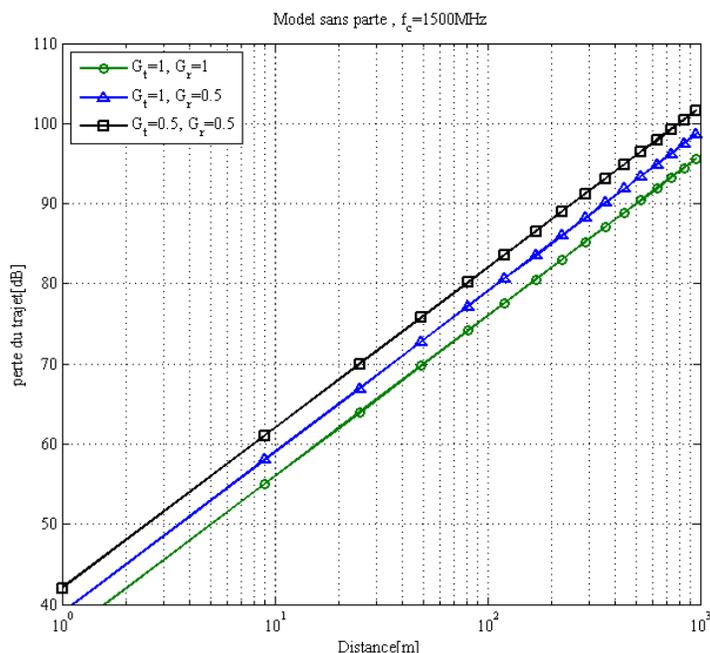


FIGURE 2.2 – Modèle de pertes du signal pour différents gains [3]

Où  $n$  dépend du milieu de propagation et  $d_0$  représente la distance de référence au cours de laquelle la perte de trajet hérite des caractéristiques de la perte en espace libre. La valeur de  $n$  varie entre 2 et 6 selon l'environnement de propagation, si  $n = 2$ , on parle de l'espace libre.

D'après la figure 2.3, on constate que la perte de la trajectoire augmente avec l'augmentation du chemin de perte exposant  $n$ ,  $d_0$  doit être correctement déterminée pour les différents environnements de propagation. Même si la distance entre l'émetteur et le récepteur sont égaux, chaque chemin peut avoir une perte de chemin différente, car les milieux environnants peuvent varier en fonction de l'emplacement du récepteur. Cependant, tous les modèles ci-dessus affaiblissant le trajet ne prend pas cette situation particulière en compte. Un modèle de masquage log-normale est utile lorsqu'il s'agit d'une situation plus réaliste. Considérons  $X_\sigma$  une variable aléatoire gaussienne de moyenne nulle, le modèle du masquage log-normale est donnée par la formule suivante [3] :

$$PL(d)[dB] = \overline{PL}(d) + X_\sigma = PL_F(d_0) + 10n \log\left(\frac{d}{d_0}\right) + X_\sigma \quad (2.5)$$

## 2.4. Architecture général d'un canal de transmission

Les systèmes de télécommunication numérique se basent sur le schéma de l'architecture présentée dans la figure (2.5). La source d'information peut être soit de type analogique qui va être numérisée par la suite (exemple de la voix pour un téléphone mobile), soit directement de type numérique. L'information analogique est ensuite échantillonnée et numérisée à travers un étage de conversion analogique numérique. La taille du message binaire original ainsi produit est en général très importante et contient en outre un grand nombre de redondance [32]. Il subit alors

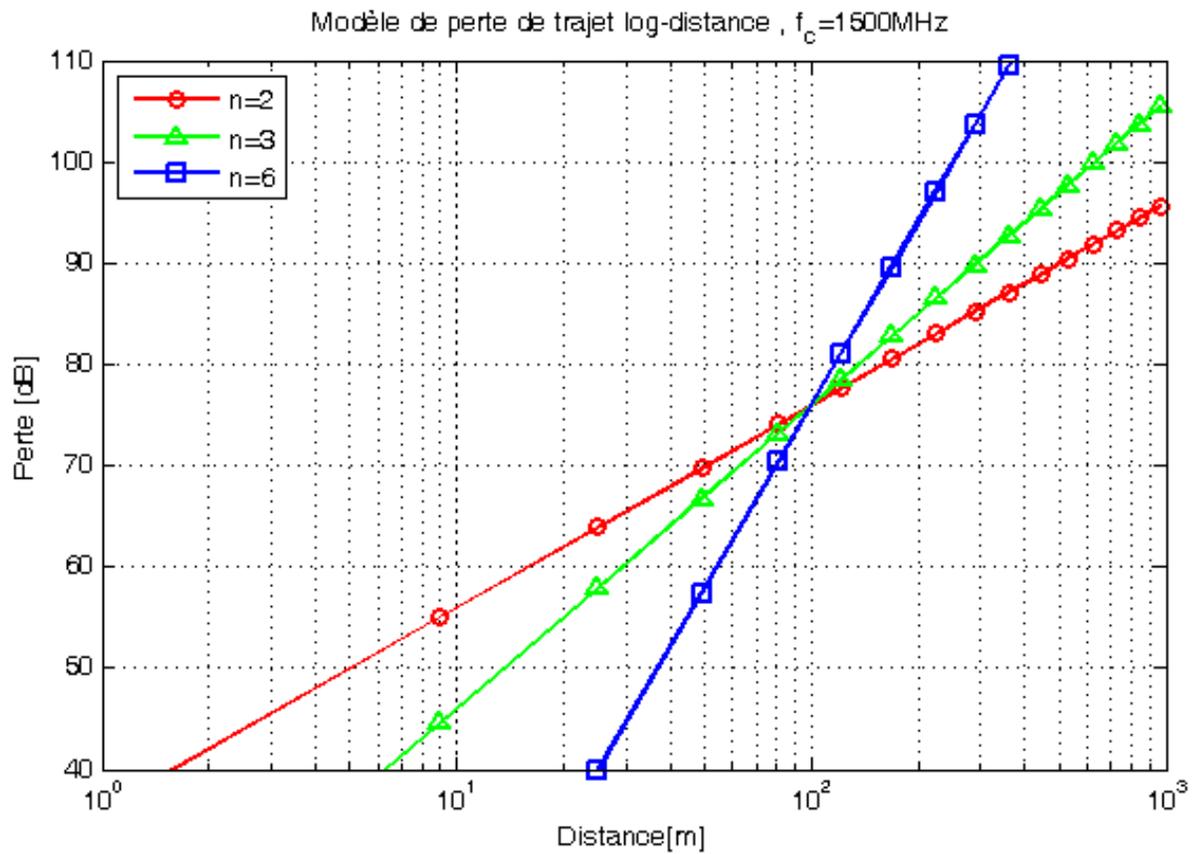


FIGURE 2.3 – Modèle de signal pour différentes valeur de  $n$  [3]

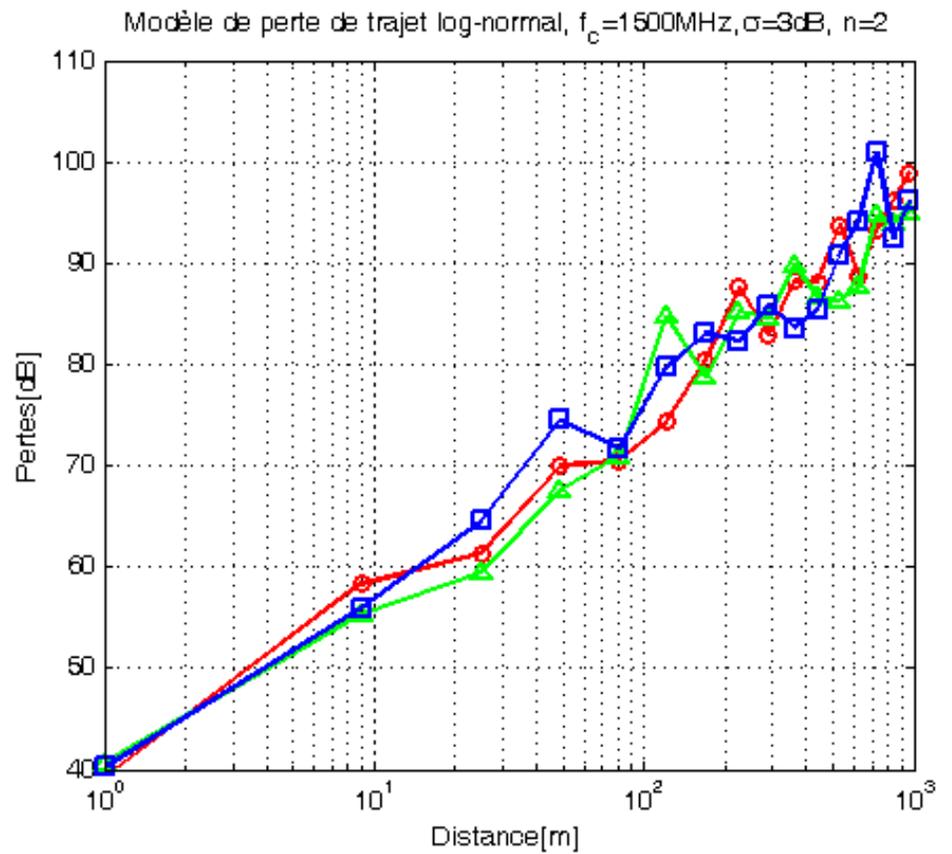


FIGURE 2.4 – Modèle de signal pour différents trajets et pour le même milieu de propagation [3]

un codage de source, qui a pour but de le mettre dans un format standard d'échange et de réduire sa taille (compression). Le codage de source peut aussi comporter une étape de cryptage dans le cas où l'on souhaite sécuriser le transfert des données [3].

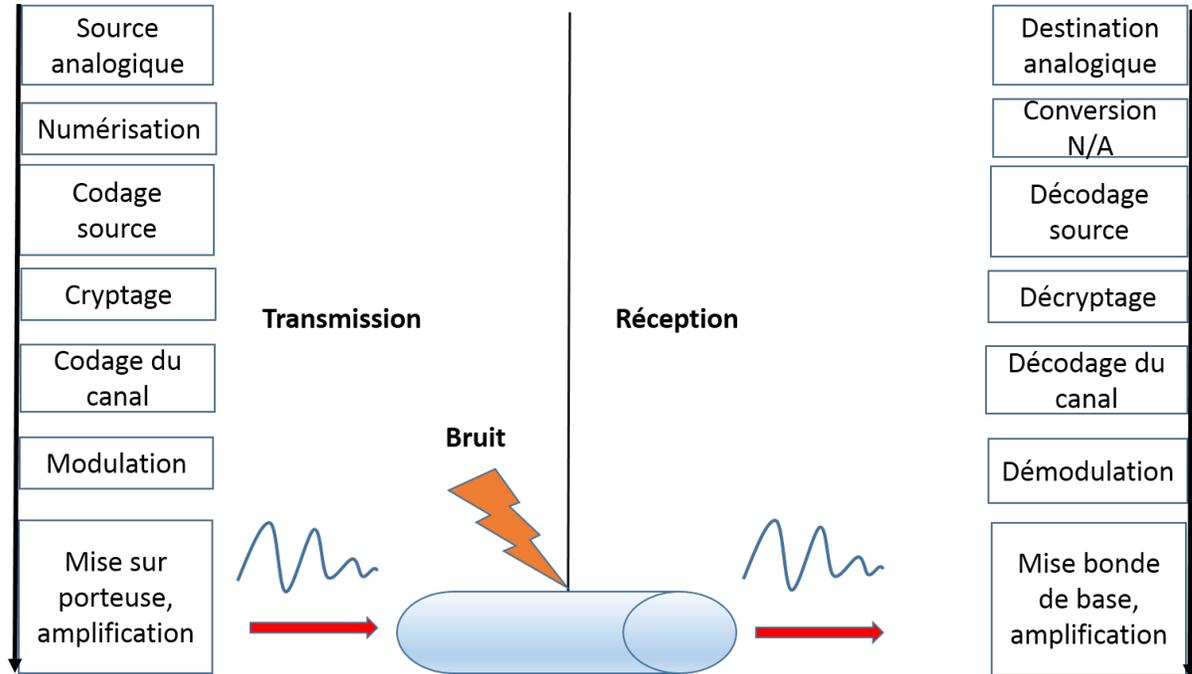


FIGURE 2.5 – Architecture général d'un canal de transmission

### 2.4.1. Radio communication

Les radiocommunications utilisent la propagation d'une onde électromagnétique dans l'atmosphère. Ce milieu est généralement réservé aux transmissions par satellite ou par faisceaux hertziens ainsi qu'aux communications mobiles. Le dispositif de base pour transmettre un signal à travers le canal radioélectrique (ou hertzien) est une antenne. Les lois de propagation à travers ce canal sont déterminées par les équations de Maxwell [33]. Les radiocommunications s'étendent sur un spectre très large (de plusieurs KHz à plusieurs GHz). La sortie  $y(n)$  d'un système linéaire stationnaire, dans le domaine temporel, est une convolution entre la réponse impulsionnelle  $h(n)$  et l'excitation (entrée) du système  $e(n)$ . Si le nombre d'échantillons de la réponse impulsionnelle est fini, le système est dit à Réponse Impulsionnelle Fini (RIF) [16] soit :

$$y(n) = h(n) * e(n) = \sum_{i=0}^q h(i)e(n - 1) \quad (2.6)$$

$q$  : l'ordre du modèle.

si la sortie  $y(n)$  du système est bruitée par un bruit Gaussien ou coloré  $w(n)$ , la sortie disponible  $s(n)$ , pratiquement, est donnée par l'équation suivante :

$$s(n) = y(n) + w(n) \quad (2.7)$$

Pour simplifier le développement des algorithmes nous supposons que :

1. La séquence d'entrée  $e(n)$  est indépendante et identiquement distribuée (i.i.d), de moyenne nulle et non-Gaussienne.
2. Le système est causal et tronqué, c-à-d  $h(n) = 0$  pour  $n \leq 0$  et  $n \geq q$ .
3. De plus, on suppose que l'ordre,  $q$ , du système est connu, même si on peut le calculer à l'aide des connaissances à priori [9].
4. Le bruit  $w(n)$  est supposé de moyenne nulle, indépendant et identiquement distribué (i.i.d), Gaussien et indépendant de  $e(n)$  et de variance inconnue.

## 2.5. relations de base

Dans cette section, nous présentons les relations générales nécessaires pour le développement de la plupart des méthodes basées sur l'algèbre linéaire [16]. Le cumulante d'ordre  $m$  de la sortie du système, peut être exprimé comme une fonction des coefficients de la réponse impulsionnelle  $h(i)$  par [9, 6] :

$$C_{my}(t_1, t_2, \dots, t_{m-1}) = \gamma_{me} \sum_{i=0}^q h(i)h(i+t_1)\dots h(i+t_{m-1}) \quad (2.8)$$

Avec  $\gamma_{me}$  est le cumulante d'ordre  $m$  à l'origine de la séquence d'entrée, en se basant sur l'équation (2.8), plusieurs algorithmes ont été définis [6, 9, 8]. Les cumulants d'ordre  $n$  et  $m$  du signal de sortie  $y(i)$ , et les coefficients ou paramètres du canal  $h(i)$ , avec  $n < m$  sont liés par la relation suivante [16] :

$$\begin{aligned} & \sum_{j=0}^{n-1} h(j)C_{ny}(j+t_1, \dots, j+t_{m-1}, t_m, t_m, \dots, t_{n-1}) \\ &= \frac{\gamma_{ne}}{\gamma_{me}} \sum_{i=0}^q \left[ \prod_{k=m}^{n-1} h(i+t_k) \right] C_{my}(i+t_1, \dots, i+t_{m-1}) \end{aligned} \quad (2.9)$$

si  $n = 3$  et  $m = 4$  dans l'équation (2.9), nous trouverons l'équation de base des méthodes développées dans [34],[12], et si  $n = 2$  et  $m = 3$  dans la même équation (2.9) nous trouverons l'équation développée dans [6],[9].

L'équation proposée dans [7] présente une relation entre les différents cumulants d'ordre  $n$  du signal de sortie  $y(n)$ , comme suit :

$$\begin{aligned} & \sum_{j=0}^q h(j) \left[ \prod_{k=1}^r h(j+t_k) \right] C_{ny}(\beta_1, \dots, \beta_r, j+\alpha_1, \dots, j+\alpha_{n-r-1}) \\ &= \sum_{i=0}^q h(i) \left[ \prod_{k=1}^r h(i+t_k) \right] C_{ny}(\beta_1, \dots, \beta_r, i+\alpha_1, \dots, i+\alpha_{n-r-1}) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Avec  $0 \leq r \leq n-2$  Si on donne à  $n = 3$  on aura  $r = 1$ , donc l'équation (2.10) devient :

$$\sum_{i=0}^q h(j)h(j+t_1)C_{3y}(\beta_1, j+\alpha_1) = \sum_{i=0}^q h(j)h(j+\beta_1)C_{3y}(t_1, j+\alpha_1) \quad (2.11)$$

Cette relation a été utilisée dans [7],[25],[12] elle a été également utilisée par Tugnait qui a modifié la méthode proposée par Giannakis et Mandel [5]

## 2.6. Algorithmes basés sur les Cumulants d'ordre supérieur ou égal à 3

Dans la littérature, la plupart des méthodes, existantes, sont basées sur des systèmes d'équations utilisant au minimum deux cumulants d'ordres différents [13, 16]. L'idée, est de développer une méthode linéaire simple basée simplement sur une hybridation de deux algorithmes (SAFI1 et ZHANG) basés sur un seul ordre des cumulants. Dans ce qui suit nous décrivons deux algorithmes basés sur les cumulants d'ordre 4 [16], [35].

### 2.6.1. Algorithme utilisant $q + 1$ équations (SAFI1)

Les cumulants d'ordre  $m$  d'un système à réponse impulsionnelle fini peuvent être exprimés en fonction des coefficients de la réponse impulsionnelle  $h(i)$  suivant la forme suivante [35] :

$$C_{my}(t_1, \dots, t_{m-1}) = \gamma_{mx} \sum_{i=-\infty}^{i=+\infty} h(i)h(i+t_1)\dots h(i+t_{m-1}) \quad (2.12)$$

avec  $\gamma_{my}$  représente la variance du signal d'entrée  $e(n)$ . Si nous remplaçons  $m = 4$  dans l'équation (2.12) nous obtenons la fonction qui représente le cumulants d'ordre 4 :

$$C_{4y}(t_1, t_2, t_3) = \gamma_{4x} \sum_{i=-\infty}^{i=+\infty} h(i)h(i+t_1)h(i+t_2)h(i+t_3) \quad (2.13)$$

En appliquant la Transformée de Fourier à l'équation (2.13) [16] :

$$S_{4y}(t_1, t_2, t_3) = \gamma_{4e} \sum_{i=0}^{i=q} \sum_{-\infty}^{+\infty} \sum_{-\infty}^{+\infty} \sum_{-\infty}^{+\infty} h(i)h(i+t_1)e^{-j2\pi f_1 t_1} h(i+t_2)e^{-j2\pi f_2 t_2} h(i+t_3)e^{-j2\pi f_3 t_3} \quad (2.14)$$

En simplifiant l'équation 2.14, elle peut être écrite sous la forme :

$$S_{4y}(t_1, t_2, t_3) = \gamma_{4e} \sum_{i=0}^{i=q} h(i) \sum_{-\infty}^{+\infty} h(i+t_1)e^{-j2\pi f_1 t_1} \sum_{-\infty}^{+\infty} h(i+t_2)e^{-j2\pi f_2 t_2} \sum_{-\infty}^{+\infty} h(i+t_3)e^{-j2\pi f_3 t_3} \quad (2.15)$$

Si on pose :  $k_1 = t_1 + i, k_2 = t_2 + i, k_3 = t_3 + i$ , nous obtenons l'équation suivante :

$$\begin{aligned} S_{4y}(w_1, w_2, w_3) &= \gamma_{4e} \sum_{i=0}^{i=q} h(i) \sum_{-\infty}^{+\infty} h(k_1)e^{-jw_1(k_1-i)} \sum_{-\infty}^{+\infty} h(k_2)e^{-jw_2(k_2-i)} \sum_{-\infty}^{+\infty} h(k_3)e^{-jw_3(k_3-i)} \\ &= \gamma_{4e} H(-w_1 - w_2 - w_3) H(w_1) H(w_3) \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$S_{4y}(w_1, w_2, w_3) = \gamma_{4e} H(w_1) H(w_2) H(-w_1 - w_2 - w_3) \quad (2.17)$$

Avec  $w_1 = 2\pi f_1, w_2 = 2\pi f_2, w_3 = 2\pi f_3$

de même, la transformée de la fonction d'autocorrélation est défini par :

$$S_{2y}(w) = \sigma_{2e}^2 H(w) H(-w) \quad (2.18)$$

si on remplace  $w$  dans l'équation (2.18) par  $(w_1 + w_2 + w_3)$  nous obtenons :

$$S_{2y}(w_1 + w_2 + w_3) = \sigma_{2e}^2 H(w_1 + w_2 + w_3) H(-w_1 - w_2 - w_3) \quad (2.19)$$

à partir des équations (2.19) et (2.18), nous obtenons :

$$S_{4y}(w_1, w_2, w_3)H(w_1 + w_2 + w_3) = \epsilon H(w_1)H(w_2)S_{2y}(w_1 + w_2 + w_3) \quad (2.20)$$

Avec  $\epsilon = \frac{\gamma_{4e}}{\sigma_{2e}^2}$

La Transformée de Fourier inverses de l'équation 2.20, nous permette d'avoir l'équation suivante :

$$\sum_{j=0}^q h(j)C_{4y}(t_1 - j, t_2 - j, t_3 - j) = \frac{\gamma_{4e}}{\gamma_{2e}} \sum_{i=0}^q h(i)h(i + t_1 - t_2)h(t_3 - t_1)C_{2y}(t_1 - i) \quad (2.21)$$

soit  $\epsilon = \frac{\gamma_{4e}}{\gamma_{2e}}$ , Si on suppose que  $t_3 = t_1$ , l'équation (2.21) devient :

$$\sum_{j=0}^q h(j)C_{4y}(t_1 - j, t_2 - j, t_3 - j) = \frac{\gamma_{4e}}{\gamma_{2e}} \sum_{i=0}^q h(i)h(i + t_1 - t_2)C_{2y}(t_1 - i) \quad (2.22)$$

La fonction d'autoconsommation d'un système à Réponse Impulsionnelle Finie s'annule pour toutes les valeurs de  $t$  telles que :  $|t| > q$ , c'est-à-dire :

$$C_{2y}(t) = \begin{cases} \neq 0 & , |t| > q \\ 0 & , \text{autrement} \end{cases} \quad (2.23)$$

Maintenant, si  $t_1 = 2q$  dans l'équation (2.21) nous trouvons l'équation réduite suivante :

$$\sum_{j=0}^q h(j)C_{4y}(2q - j, t_2 - j, 2q - j) = \epsilon h(q)h(t_2 - q)C_{2y}(q) \quad (2.24)$$

comme le système est supposé causal (c-à-d  $h(i) = 0$  pour  $i < 0$  et  $i > q$ ), le choix de  $t_2$  impose que  $(t_2 \geq 2q)$ . Donc, cela implique que  $0 \leq t_2 - q \leq q$  d'où vient :  $q \leq t_2 \leq 2q$  pour cette raison nous aurons  $t_2 = q, q + 1, \dots, 2q$ . Pour  $m = 3$ , l'équation (2.12) donne :

$$h(q) = \frac{C_{4y}(q, q, q)}{C_{4y}(0, q, q)} \quad (2.25)$$

alors dans le cas où  $t_1 = t_2 = -q$  dans l'équation (2.26), par une simple substitution on peut facilement tirer la valeur de  $\epsilon$  :

$$\epsilon = \frac{C_{4y}(-q, -q, -q)}{C_{2y}(-q)} \quad (2.26)$$

et si nous utilisons les propriétés des cumulants [10] [23], comme  $C_{my}(t_1, \dots, t_{m-1}) = C_{my}(-t_1, t_2 - t_1, \dots, t_{m-1} - t_1)$  pour tout  $m \geq 2$ , l'équation (2.26) devient :

$$\epsilon = \frac{C_{4y}(q, 0, 0)}{C_{2y}(q)} \quad (2.27)$$

Donc on peut représenter le système d'équations (2.24) sous forme matricielle comme suit :

$$\begin{pmatrix} C_{4y}(2q, 2q, 2q) & \cdots & C_{4y}(q, q, 0) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{4y}(2q, 2q, q) & \cdots & C_{4y}(q, q, q) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} h(0) \\ \vdots \\ h(q) \end{pmatrix} = \epsilon' \begin{pmatrix} h(0) \\ \vdots \\ h(q) \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

Avec  $\epsilon' = \frac{C_{4y}(q,q,q)C_{4y}(q,0,0)}{C_{4y}(q,q,0)}$  En tenant compte des propriétés des cumulants pour un système à RIF, c'est à dire :  $C_{my}(t_1, \dots, t_k, \dots, t_{m-1}) = 0$ , si  $t_k > q$  pour tout  $k = 1, \dots, m - 1$ , le système d'équations (2.24) devient :

$$\begin{pmatrix} C_{4y}(2q-1, 2q-1, q-1) & \cdots & C_{4y}(q, q, 0) \\ C_{4y}(2q-1, 2q-1, q) - \epsilon' & \cdots & C_{4y}(q, q, 1) \\ 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots 0 & C_{4y}(q, q, q) - \epsilon' \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} h(1) \\ \vdots \\ h(q) \end{pmatrix} = \epsilon' \begin{pmatrix} \epsilon' - C_{4y}(2q, 2q, q) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

On peut donc représenté le système sous forme matricielle :

$$Mh_p = d \quad (2.30)$$

La matrice  $M$  est de dimension  $(q+1) \times q$  et le vecteur  $d$  de dimension  $((q+1) \times 1)$  sont composés avec les cumulants de la sortie,  $y(n)$ , du système à Réponse Impulsionnelle Finie. Si, cette sortie est bruitée par un bruit Gaussien additif, les cumulants  $C_{4y}(i, j, k)$  seront remplacés par  $C_{4s}(i, j, k)$ . Les  $q$  éléments du vecteur  $d$  représentent les paramètres  $h(i)$ ,  $i = 1, \dots, q$ , qui seront estimés d'une manière aveugle, au sens des moindres carrées comme suit :

$$h_q = (M^T M)^{-1} M^T d \quad (2.31)$$

### 2.6.2. Algorithme de Zhang

En utilisant l'équation (2.8), Zhang et al. [16, 12] ont développé une équation, basée sur les cumulants d'ordre  $n$ , donnée par :

$$\sum_{i=0}^q h(i) c_{ny}^{n-1}(i-t, q, \dots, 0) = C_{ny}(t, 0, \dots, 0) C_{ny}^{n-3}(q, \dots, 0) C_{ny}(q, q, \dots, 0) \quad (2.32)$$

pour  $n = 4$ , à partir de l'équation (2.32), nous obtenons l'équation suivante :

$$\sum_{i=0}^q h(i) c_{4y}^3(i-t, q, 0) = C_{4y}(t, 0, 0) C_{4y}(q, 0, 0) C_{4y}(q, q, 0) \quad (2.33)$$

Pour  $t = -q, -q+1, \dots, q$ , le système d'équations (2.33) peut être représenté sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} C_{4y}^3(i+q, q, 0) & \cdots & C_{4y}^3(2q, q, 0) \\ C_{4y}^3(i+q-1, q, 0) & \cdots & C_{4y}^3(2q-1, q, 0) \\ 0 & \ddots & \vdots \\ C_{4y}^3(i-q, q, 0) & \cdots 0 & C_{4y}^3(0, q, 0) - \epsilon' \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} h(0) \\ \vdots \\ h(q) \end{pmatrix} = \epsilon \begin{pmatrix} C_{4y}(-q, 0, 0) \\ C_{4y}(-q+1, 0, 0) \\ \vdots \\ C_{4y}(q, 0, 0) \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

cette dernière peut être représentée sous une forme plus compact :

$$M_z h_q = d \quad (2.35)$$

le système d'équations (2.35) est résolue en utilisant le principe des moindres carrées pour l'estimation des paramètres  $h(i)$  pour  $i = 1, \dots, q$ . La qualité de l'estimation peut être mesurée en divisant les paramètres estimés  $\hat{h}(i)$  par l'estimation de  $\hat{h}(0)$  qui est proche de 1 dans le cas d'une bonne estimation.

$$h_q = (M_z^T M_z)^{-1} M_z^T d \quad (2.36)$$

### 2.6.3. Algorithme Hybrid (SAFI1, Zhang)

Cet algorithme est particulièrement intelligent car il effectue un compromis entre les deux autres algorithmes décrits précédemment, afin de réduire l'effet du bruit additif, ce qui donne une bonne estimation des paramètres du canal de transmission. C'est une combinaison entre les avantages de chacun des algorithmes qui le constitue. D'après les équations (2.24 et 2.33) on a :

$$\sum_{i=0}^q h(i)[C_{4y}(2q-i, t_2-i, 2q-i) + c_{4y}^3(i-t, q, 0)] = \epsilon' h(q)h(t-q)C_{2y}(2q) + C_{4y}(t, 0, 0)C_{4y}(q, 0, 0)C_{4y}(q, q, 0) \quad (2.37)$$

Avec  $\epsilon' = \frac{C_{4y}(q, q, q)C_{4y}(q, 0, 0)}{C_{4y}(q, q, 0)}$

Pour  $t = -q, -q+1, \dots, q$ , et  $i = 0, \dots, q$ , le système d'équations (2.37) peut être représenté sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} C_{4y}(i+q, q, 0) + C_{4y}^3(2q-1, 2q-1, q-1) & \dots & C_{4y}^3(2q, q, 0) + C_{4y}(q, q, 0) \\ C_{4y}(i+q-1, q, 0) + C_{4y}^3(2q-1, 2q-1, q) - \epsilon' & \dots & C_{4y}^3(2q, q, 0) + C_{4y}(q, q, 1) \\ 0 & \ddots & \vdots \\ C_{4y}^3(i-q, q, 0) & \dots & 0 \\ C_{4y}(-q, 0, 0) + C_{4y}(-q+1, 0, 0) & & C_{4y}^3(0, q, 0) + (C_{4y}(q, q, -q) - \epsilon') + \epsilon'' \\ \vdots & & \vdots \\ C_{4y}(q, 0, 0) & & \vdots \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} h(0) \\ \vdots \\ h(q) \end{pmatrix} = \epsilon \begin{pmatrix} C_{4y}^3(i-q, q, 0) \\ C_{4y}(-q, 0, 0) + C_{4y}(-q+1, 0, 0) \\ \vdots \\ C_{4y}(q, 0, 0) \end{pmatrix} \quad (2.38)$$

Le système étant causal, et selon les propriétés des systèmes à réponses impulsionnelles finies, on a :  $C_{4y}(t_1, t_2, t_3) = 0$  si  $t_1 > q$  ou  $t_2 > q$  ou  $t_3 > q$ . le système des équations (2.38) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$M_{hy}h_q = d \quad (2.39)$$

Le système d'équations (2.33) est résolu en utilisant le principe des moindres carrés pour l'estimation des paramètres du canal  $h$ .

$$h_q = (M_{hy}^T M_{hy})^{-1} M_{hy}^T d \quad (2.40)$$

### 2.6.4. Algorithme utilisant $2q+1$ équations (SAFI2)

SAFI et al ont développé un algorithme utilisant  $2q+1$  équations basé sur les cumulants d'ordre 4 [16]. A partir de l'équation (2.10) et pour  $n = 4$ , nous avons l'équation suivante :

$$\sum_{i=0}^q h(i)h(i+t_1)h(i+t_2)C_{4y}(\beta_1, \beta_2, i+\alpha_1) = \sum_{j=0}^q h(j)h(j+\beta_1)h(j+\beta_2)C_{4y}(t_1, t_2, i+\alpha_1) \quad (2.41)$$

si  $t_1 = t_2 = q$  et  $\beta_1 = \beta_2 = 0$  l'équation (2.41) devient :

$$h(0)h^2(q)C_{4y}(0, 0, i+\alpha_1) = \sum_{j=0}^q h^3(j)C_{4y}(q, q, j+\alpha_1) \quad (2.42)$$

Comme le système (à RIF) est supposé causal avec un ordre  $q$ , donc, le  $j + \alpha_1$  sera nécessairement dans l'intervalle  $[0, q]$ . Donc, pour déterminer l'intervalle de variation du paramètre  $\alpha_1$  nous procédons comme suit : on a :  $0 \leq j + \alpha_1 \leq q \Rightarrow -j \leq \alpha_1 \leq q - j$  et nous avons  $j \in [0, q]$  à partir de ces deux équations nous avons :

$$-q \leq \alpha_1 \leq q \quad (2.43)$$

alors, à partir des équations (2.42) et (2.43) ils ont obtenu le système d'équations suivant :

$$\begin{pmatrix} C_{4y}(q, q, -q) & \cdots & C_{4y}(q, q, 0) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{4y}(q, q, 0) & \cdots & C_{4y}(q, q, q) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{4y}(q, q, q) & \cdots & C_{4y}(q, q, 2q) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} h^3(0) \\ \vdots \\ h^3(i) \\ h^3(q) \end{pmatrix} = h(0)h^2(q) \begin{pmatrix} C_{4y}(0, 0, -q) \\ \vdots \\ C_{4y}(0, 0, 0) \\ \vdots \\ C_{4y}(0, 0, q) \end{pmatrix} \quad (2.44)$$

Avec les hypothèses  $h(0) = 1$ ,  $h(q) \neq 0$  et que le cumulants  $C_{my}(t_1, \dots, t_{m-1}) = 0$ , si une des variables  $t_k > q$  avec  $k = 1, \dots, m - 1$ , le système d'équations (2.44) s'écrira sous la forme :

$$\begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & C_{4y}(q, q, 0) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & C_{4y}(q, q, 0) & \cdots & C_{4y}(q, q, q) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & 0 \\ C_{4y}(q, q, q) & 0 & \cdots & \vdots & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \frac{1}{h^2(q)} \\ \vdots \\ \frac{h^3(i)}{h^2(q)} \\ \vdots \\ \frac{h^3(q)}{h^2(q)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{4y}(0, 0, -q) \\ \vdots \\ C_{4y}(0, 0, 0) \\ \vdots \\ C_{4y}(0, 0, q) \end{pmatrix} \quad (2.45)$$

le système d'équation (2.45) peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$Mb_q = d \quad (2.46)$$

avec  $M$ ,  $b_q$  et  $d$  sont définis dans le système d'équations (2.45). La solution au sens des moindres carrées, LS, du système d'équations (2.46) est donnée par :

$$\hat{b}_q = (M^T M)^{-1} M^T b \quad (2.47)$$

cette solution nous donne une estimation du quotient des paramètres  $h^3(i)$  et  $h^3(q)$ , i.e  $b_q(i) = \frac{h^3(i)}{h^3(q)}$ ,  $i = 1 \dots q$ . Donc, pour estimer les paramètres  $h(i)$ ,  $i = 1 \dots q$  ils ont procédé comme suit :

-Les paramètres  $h(i)$ , pour  $i = 1, \dots, q - 1$ , sont estimés à partir des estimations des valeurs  $\hat{b}_q(i)$  en utilisant l'équation suivante :

$$\hat{h}(i) = \text{sign}[\hat{b}_q(i)\hat{b}_q(q)] \{ \text{abs}((\hat{b}_q(i)\hat{b}_q(q))^2) \}^{\frac{1}{3}} \quad (2.48)$$

Avec  $\text{sign}(x) = \begin{pmatrix} 1 & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ -1 & \text{si } x < 0 \end{pmatrix}$

-Le paramètre  $\hat{h}(q)$  est estimé par la relation :

$$\hat{h}(q) = \frac{1}{2} \text{sign}[\hat{b}_q(q)] \{ \text{abs}(\hat{b}_q(q)) + (\frac{1}{\hat{b}_q(q)})^2 \} \quad (2.49)$$

### 2.6.5. Algorithme RLS

L'algorithme des moindres carrés récursifs [13] (en anglais Recursive Least Squares (RLS)) est un algorithme de filtre adaptatif utilisé en traitement numérique du signal. Il fournit une manière récursive pour calculer le filtre qui minimise une fonction d'erreur dite des moindres carrés pondérés. La sortie du système linéaire (2.6) peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned} s(i) &= \sum_{l=0}^{L-1} h_{l,s} x(i-l) + w(i) \\ &= h_s^T X(i) + w(i) \end{aligned} \quad (2.50)$$

$s(i)$  est le signal observé (désiré) à l'instant  $i$  obtenu à partir du signal d'entrée  $x(i)$ .  $h_{s,l}$  sont les paramètres inconnus du modèle et  $w(i)$  représente le bruit de mesure qui est une variable aléatoire (non observable). Il est d'usage de supposer que  $w(i)$  est blanc de moyenne nulle, et dont la variance est  $\sigma_w^2$ . Notre objectif est d'estimer les paramètres  $h_{s,l}$  en utilisant le critère des moindres carrés suivant :

$$J(n) = \sum_{i=0}^n \lambda^{n-i} [d(i) - h^T(n)X(i)]^2 \quad (2.51)$$

où  $X(i) = [x(i)x(i-1)\dots x(i-L+1)]^T$  représente le signal d'entrée à l'instant  $i$ , et  $h(n) = [h_0(n)h_1(n)\dots h_{L-1}(n)]$  désigne la réponse impulsionnelle du système à RIF et  $\lambda$  est un facteur de pondération qui prend toujours une valeur positive dans l'intervalle  $[0, 1]$ , ce facteur est aussi appelé facteur d'oubli car il sert à oublier les données qui correspondent à un passé distant. Le cas particulier  $\lambda = 1$  correspond à une mémoire infinie,  $d$  est la réponse désirée. Le problème posé est de déterminer le vecteur des coefficients  $h(n)$  qui minimise  $J(n)$ . La solution est obtenue en calculant les dérivées de la fonction coût  $J(n)$  par rapport aux éléments  $h_l(n)$ , les valeurs optimaux sont obtenues lorsque la dérivée s'annule :

$$\sum_{i=0}^n \lambda^{n-i} [d(i) - h^T x(i)] x(i) = 0 \quad (2.52)$$

soit :

$$\sum_{i=0}^n \lambda^{n-i} d(i) x(i) = \sum_{i=0}^n \lambda^{n-i} [x(i)x^T(i)] h(n) \quad (2.53)$$

on aura donc :

$$P(n) = R(n)h(n) \quad (2.54)$$

$$h(n) = R^{-1}(n)P(n) \quad (2.55)$$

Avec :

$$R(n) = \sum_{i=0}^n \lambda^{n-i} X(i)X^T(i) \quad (2.56)$$

$$P(n) = \sum_{i=0}^n \lambda^{n-i} d(i)X(i) \quad (2.57)$$

Les équations (2.56) et (2.57) peuvent être calculées d'une manière récursive :

$$\begin{aligned} R(n) &= \lambda \sum_{i=0}^{n-1} \lambda^{n-1-i} X(i)X^T(i) + X(n)X^T(n) \\ &= \lambda R(n-1) + X(n)X^T(n) \end{aligned} \quad (2.58)$$

d'où :

$$P(n) = \lambda P(n-1) + d(n)X(n) \quad (2.59)$$

### 2.6.6. Description de l'algorithme des moindres carrés récursifs (RLS)

On peut utiliser le lemme d'inversion [36] pour obtenir l'équation récursive suivante :

$$R^{-1}(n) = \lambda^{-1}R^{-1}(n-1) - \frac{\lambda^{-2}R^{-1}(n-1)X(n)X^T(n)R^{-1}(n-1)}{1 + \lambda^{-1}X^T(n)R^{-1}(n-1)X(n)} \quad (2.60)$$

Posons :

$$Q(n) = R^{-1}(n) \quad (2.61)$$

$$k(n) = \frac{\lambda^{-1}Q(n-1)X(n-1)}{1 + \lambda^{-1}X^T(n)Q(n-1)X(n)} \quad (2.62)$$

d'où l'équation récursive de la fonction Q(n) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$Q(n) = \lambda^{-1}Q(n-1) - \lambda^{-1}k(n)X^T(n)Q(n-1) \quad (2.63)$$

c'est l'équation de Riccati. Le vecteur k(n) est appelé gain de Kalman, cette dernière peut s'écrire sous la forme :

$$k(n) = Q(n)X(n) = R^{-1}(n)X(n) \quad (2.64)$$

A présent, nous avons besoin de calculer les coefficients du filtre d'une manière récursive. d'où on peut écrire :

$$\begin{aligned} h(n) &= R^{-1}p(n) = Q(n)p(n) \\ &= \lambda Q(n)p(n-1) + Q(n)X(n)d(n) \end{aligned} \quad (2.65)$$

En remplaçant Q(n) dans le premier terme de l'expression précédente par l'équation de Riccati, on obtient :

$$\begin{aligned} h(n) &= Q(n-1)p(n-1) - k(n)X^T(n)Q(n-1)p(n-1) + Q(n)p(n)d(n) \\ &= h(n-1) - k(n)x^T(n)h(n-1) + k(n)d(n) \\ &= h(n-1) + k(n)d(n) - x^T(n)h(n-1) \end{aligned} \quad (2.66)$$

Finalement, on a :

$$h(n) = h(n-1) + k(n)e(n), \quad (2.67)$$

Où :

$$e(n) = d(n) - x^T(n)h(n-1) \quad (2.68)$$

est l'erreur à priori qui est différente de l'erreur à posteriori :

$$\epsilon(n) = d(n) - x^T(n)h(n). \quad (2.69)$$

Grâce au lemme d'inversion, la complexité de calcul de l'algorithme RLS est proportionnelle à  $L_2$  au lieu de  $L_3$ .

### 3. Performance des algorithmes

Pour tester les performances des algorithmes proposés, nous avons sélectionné un ensemble de modèles à phase minimale ou non. Les simulations sont faites pour différentes valeurs du rapport SNR et pour différents nombres d'échantillons. Les quatre premiers algorithmes sont basés sur les cumulants d'ordre supérieur ou égal à trois, tandis que l'algorithme RLS est basé sur les moindres carrés, cet algorithme est utilisé pour identifier les paramètres du canal d'une manière supervisée.

#### 3.1. Performances dans le cas non bruité

##### 3.1.1. Premier exemple : canal à phase non minimale

Nous considérons, dans ce premier exemple, un canal décrit par un modèle à RIF et à phase non minimale (RIF-PNM(2)), dont les zéros sont localisés à 0.75 et 1.333, donné par l'équation suivante :

$y(k) = e(k) - 2.083e(k-1) + 1.0e(k-2)$ , dans le cas sans bruit.

$s(k) = y(k) + w(k)$ , en présence du bruit.

Dans la figure (2.6) nous représentons les caractéristiques de la réponse impulsionnelle, à savoir : l'amplitude et la phase. Ce canal est caractérisé par une réponse en amplitude presque plate et une réponse en phase linéaire. ce qui implique que ce canal est à phase non-minimale.

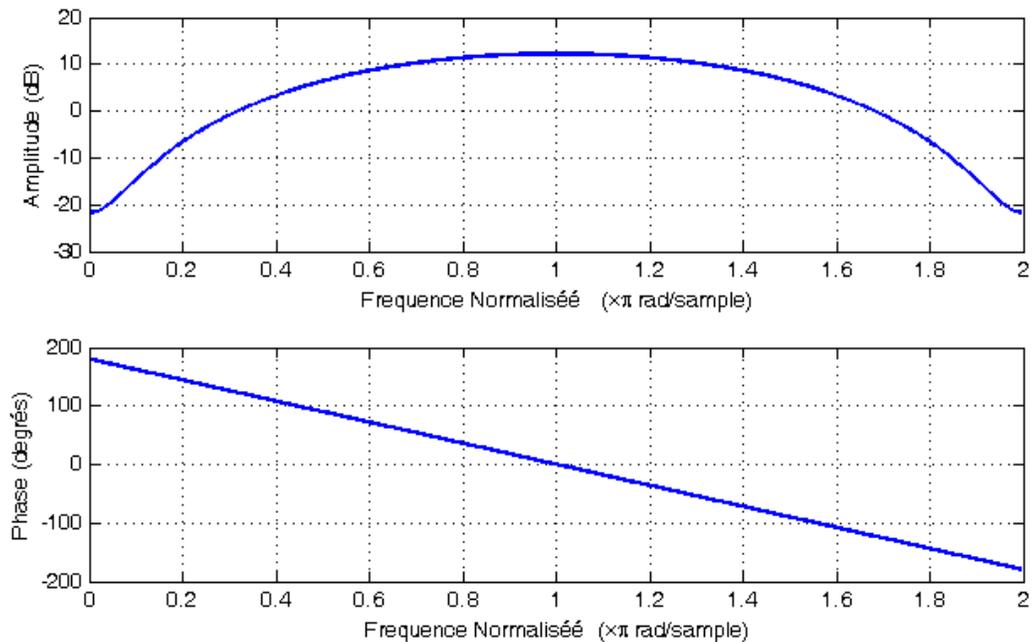


FIGURE 2.6 – La réponse en amplitude et en phase du premier canal.

Le rapport signal-sur-bruit, signal to-noise-ratio (SNR), est défini par :

$$SNR = 10 \log \left( \frac{\sigma_y^2(k)}{\sigma_w^2(k)} \right) \quad (2.70)$$

La qualité des paramètres estimés est évaluée par le critère de l'erreur quadratique moyenne (EQM) :

$$EQM = \sum_{i=0}^q \left( \frac{h(i) - \hat{h}(i)}{h(i)} \right)^2 \quad (2.71)$$

les  $\hat{h}(i), i = 1, \dots, p$  représentent les paramètres estimés dans chaque itération et  $h(i), i = 1, \dots, p$ , représentent les paramètres réels du modèle. Nous représentons la moyenne et l'écart-type ( $\sigma$ ) des paramètres estimés, avec des nombres d'échantillons relativement faibles ( $N = 100, 400, 800$  et  $1200$ ), et pour 100 itérations (pour réduire la dépendance des résultats de la simulation en présence du bruit dans chaque itération) pour chaque algorithme.

## 4. Deuxième exemple : canal à phase non minimale

Cet exemple représente un système à RIF d'ordre deux, il est donné par l'équation suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} y(k) = x(k) - 0.85x(k-1) + 1.0x(k-2) \\ \text{zéros : } 0.415 \pm j0.911, \\ s(k) = y(k) + w(k). \end{array} \right\} \quad (2.72)$$

### 4.1. Performance des algorithmes proposés dans le cas non bruité

Les résultats de simulation sont représentés dans les figures (2.7 et 2.8), selon lesquelles, on voit qu'il est évident que la forme du canal estimé en utilisant l'algorithme RLS est plus proche de l'aspect de la chaîne désirée, parce que c'est un algorithme supervisé, néanmoins, l'algorithme SAFI2 est mieux que les autres algorithmes

Dans la Table (2.1) nous avons regroupés les résultats des simulations, dans le cas sans bruit, pour des nombres d'échantillons  $N = 100, 400, 800$  et  $1200$ .

A partir de la Table (2.1) nous pouvons conclure que pour tous les nombres d'échantillons ( $N = 100; 400; 800$  et  $1200$ ), l'algorithme (SAFI2) représente des résultats satisfaisants en le comparant au autres algorithmes (SAFI2 et Zhang) avec des faibles valeurs de l'EQM (2.7). Les valeurs estimées des paramètres du canal étudié avec l'algorithme SAFI2 s'approche relativement des paramètres réelles du canal, cela implique qu'il donne une bonne précision. D'autre part, on voit clairement que l'écart-type ( $\sigma$ ) est relativement faible par rapport aux algorithmes SAFI1 et Zhang. C'est-à-dire une faible variation des paramètres estimés autour de la valeur moyenne.

Par contre, on remarque que les paramètres estimés par l'algorithme RLS s'approchent énormément des valeurs des paramètres réelles, car l'identification se fait en minimisant l'erreur quadratique moyenne. Ce qui signifie que le problème converge à coût sûr.

### 4.2. Cas de l'algorithme hybride

#### 4.2.1. Principe de l'algorithme

Pour identifier les paramètres  $h(i)$  dans le cas bruité et non bruité, nous avons résolu le système d'équation (2.73) au sens des moindres carrés (LS) comme suit : pour minimiser l'erreur commise entre les paramètres estimés et les paramètres réels, nous avons effectué une hybridation de deux algorithmes basés sur les cumulants d'ordre supérieur ou égal à trois, afin d'exploiter les avantages des deux algorithmes à la fois.

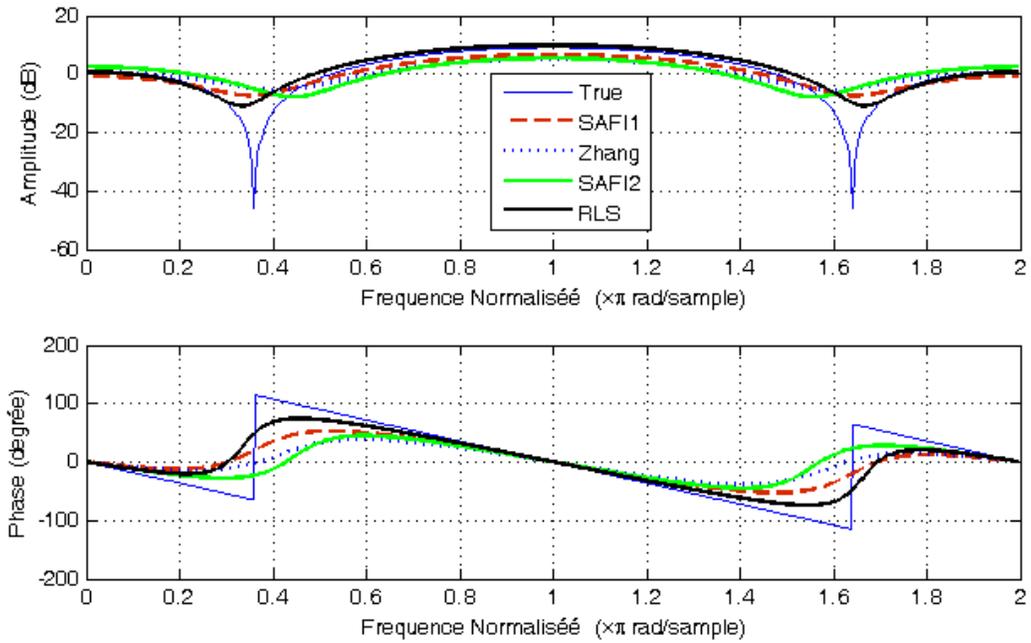


FIGURE 2.7 – Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude et en phase des algorithmes pour  $N = 100$  échantillons.

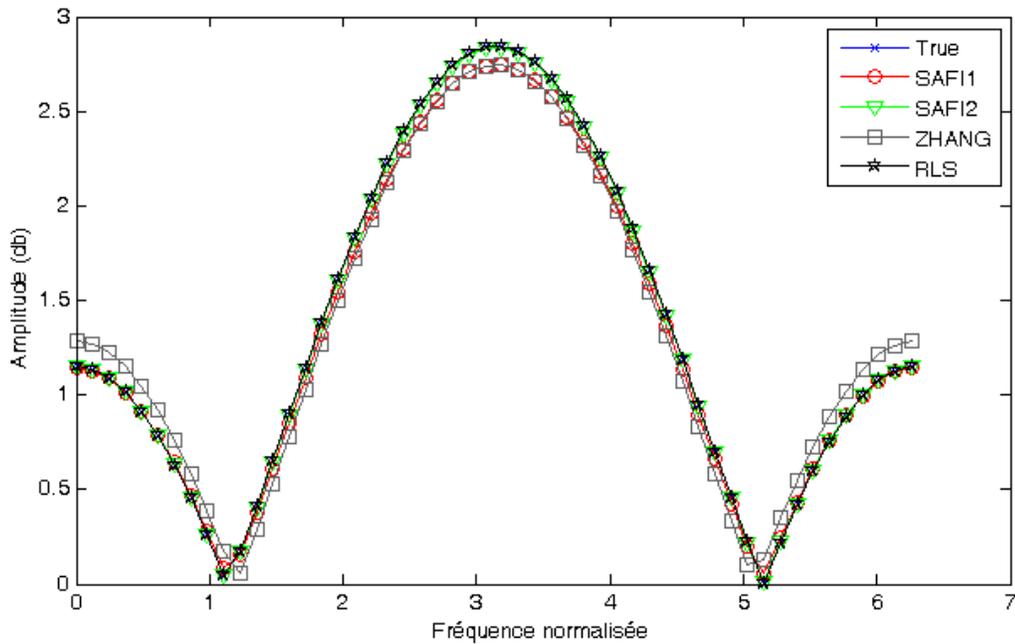


FIGURE 2.8 – La réponse en amplitude du premier canal en utilisant les algorithmes SAFI1, SAFI2, ZHANG et RLS.

TABLE 2.1 – Estimation du canal par les différents algorithmes :SAFI1, SAFI2, Zhang, RLS

N	Algorithme	EQM	h(1)	h(2)	h(3)
	True	–	1.0000	-0.850	1
	SAFI1	0.1970	1.0000	-0.6724	0.6027
	SAFI2	0.1592	1.0000	-0.4525	0.7793
100	Zhang	0.2064	1.0000	-0.4229	0.3920
	RLS	0.0136	1.0426	-0.8268	0.8449
	SAFI1	0.0494	1.0000	-0.7542	0.8129
	SAFI2	0.0151	1.0000	-0.4898	0.6791
400	Zhang	0.1138	1.0000	-0.4516	0.6982
	RLS	0.0038	0.9964	-0.8397	0.9948
	SAFI1	0.0102	1.0000	-0.8080	0.8830
	SAFI2	0.0046	1.0000	-0.6171	0.8231
800	Zhang	0.0422	1.0000	-0.8279	0.9807
	RLS	1.3372e-04	1.0019	-0.8466	1.0003
	SAFI1	0.0077	1.0000	-0.7894	0.8903
	SAFI2	0.0024	1.0000	-0.7610	0.9401
1200	Zhang	0.0272	1.0000	-0.6896	0.9819
	RLS	8.2613e-04	0.9985	-0.8486	1.0007

$$C_{my}(t_1, t_2, \dots, t_{m-1}) = \gamma_m e \sum_{i=0}^q h(i)h(i+t_1)\dots h(i+t_{m-1}) \quad (2.73)$$

D'après les equations (2.24 et 2.33) on a :

$$\sum_{i=0}^q h(i)[C_{4y}(2q-i, t_2-i, 2q-i) + c_{4y}^3(i-t, q, 0)] = \epsilon' h(q)h(t-q)C_{2y}(2q) + C_{4y}(t, 0, 0)C_{4y}(q, 0, 0)C_{4y}(q, q, 0) \quad (2.74)$$

Avec  $\epsilon' = \frac{C_{4y}(q, q, q)C_{4y}(q, 0, 0)}{C_{4y}(q, q, 0)}$

Pour  $t = -q, -q+1, \dots, q$ , et  $i = 0, \dots, q$  le système d'équations (2.37) peut être représenté sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} C_{4y}(i+q, q, 0) + C_{4y}^3(2q-1, 2q-1, q-1) & \dots & C_{4y}^3(2q, q, 0) + C_{4y}(q, q, 0) \\ C_{4y}(i+q-1, q, 0) + C_{4y}^3(2q-1, 2q-1, q) - \epsilon' & \dots & C_{4y}^3(2q, q, 0) + C_{4y}(q, q, 1) \\ 0 & \ddots & \vdots \\ C_{4y}^3(i-q, q, 0) & \dots & 0 \\ C_{4y}^3(0, q, 0) + (C_{4y}(q, q, -q) - \epsilon') + \epsilon'' & & \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} h(0) \\ \vdots \\ h(q) \end{pmatrix} = \epsilon \begin{pmatrix} C_{4y}^3(i-q, q, 0) \\ C_{4y}(-q, 0, 0) + C_{4y}(-q+1, 0, 0) \\ \vdots \\ C_{4y}(q, 0, 0) \end{pmatrix} \quad (2.75)$$

Le système étant causal, et selon les propriétés des systèmes à réponses impulsionnelles finies, on a :  $C_{4y}(t_1, t_2, t_3) = 0$  si  $t_1 > q$  ou  $t_2 > q$  ou  $t_3 > q$ . le système des équations (2.38) peut s'écrire

sous la forme suivante :

$$M_{hy}h_q = d \quad (2.76)$$

Ce système d'équations (2.33) est résolu en utilisant le principe des moindres carrés pour l'estimation des paramètres du canal  $h(i)$ ,  $i = 0, \dots, q$ .

$$h_q = (M_{hy}^T M_{hy})^{-1} M_{hy}^T d \quad (2.77)$$

Dans la littérature, l'algorithme de Zhang [9] été utilisé pour l'identification aveugle des paramètres du canal de transmission, mais il représente un certains nombre de défaut, car il donne moins de précisions sur les paramètres. pour remédier au problème qu'il représente, on a pensé à faire une hybridation de ce dernier avec un autre algorithme SAFI1 [9] basé sur les cumulants d'ordre supérieur ou égal à 3. La figure (2.9), représente l'amplitude de la réponse impulsionnelle des systèmes à RIF de l'algorithme de Zhang, Safi1 et l'algorithme hybride pour un nombre d'échantillons  $N=4000$ , ce qui montre que lorsqu'on augmente de le nombre d'échantillons, la précision des paramètres estimés augmente.

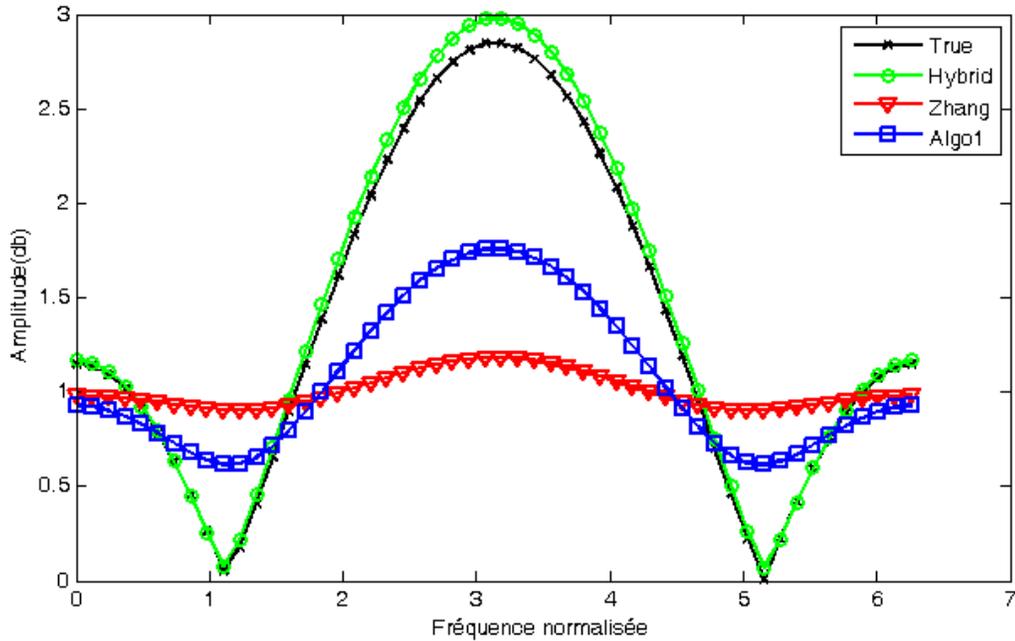


FIGURE 2.9 – Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude pour  $N = 4000$  et pour 100 itérations.

#### 4.2.2. Résultats de simulation

dans la table (2.2), nous représentons les paramètres estimés des systèmes à RIF d'ordre 3 en utilisant les trois algorithmes étudiés.

A partir des résultats représentés dans la table (2.2), nous remarquons que l'algorithme hybride donne une bonne estimation des paramètres du canal. Les paramètres estimés s'approchent des paramètres réels lorsque le nombre d'échantillons est important.

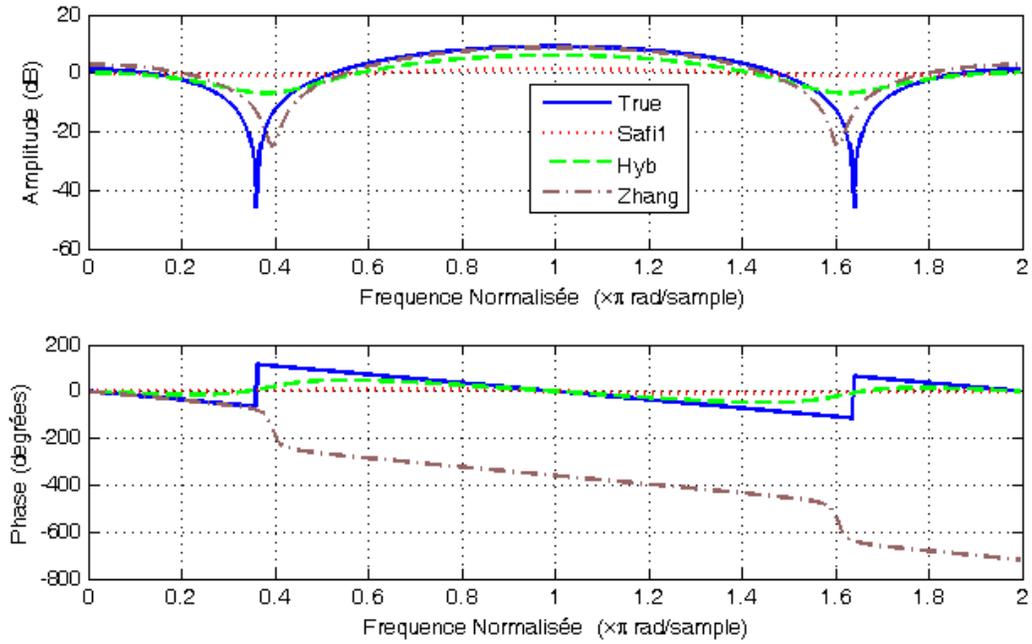


FIGURE 2.10 – Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude et en phase pour  $N = 4000$  et pour 100 itération pour un canal à phase non minimale.

TABLE 2.2 – Estimation du canal par les trois algorithmes : SAFI1, Zhang, Hybride

N	Algorithme	EQM	h(1)	h(2)	h(3)
	True	–	1.0000	-0.85	1
	SAFI1	0.6162	1.0000	-0.4129	0.4070
	Zhang	1.3384	1.0000	-0.1298	0.2123
100	Hybride	0.2291	1.0000	-0.6608	1.4237
	SAFI1	0.4552	1.0000	-0.4733	0.4912
	Zhang	1.2421	1.0000	-0.1827	0.2089
400	Hybride	0.4826	1.0000	-0.3331	1.3358
	SAFI1	0.4652	1.0000	-0.5207	0.4386
	Zhang	1.3524	1.0000	-0.1366	0.1950
800	Hybride	0.0534	1.0000	-0.8513	1.2311
	SAFI1	0.4196	1.0000	-0.5174	0.4838
	Zhang	1.3890	1.0000	-0.1084	0.2077
1200	Hybride	0.0153	1.0000	-0.8267	0.8794
	SAFI1	0.4040	1.0000	-0.5220	0.4949
	Zhang	1.6533	1.0000	-0.0405	0.1361
4000	Hybride	2.0410e-04	1.0000	-0.8391	0.9938

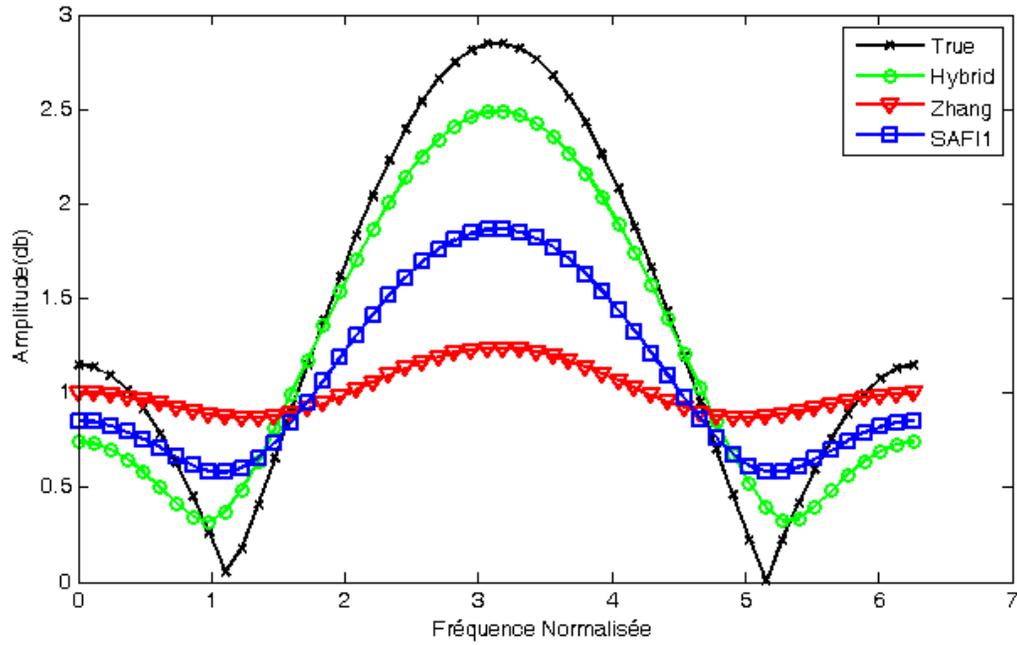


FIGURE 2.11 – Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude pour  $N = 100$  et pour 100 itération.

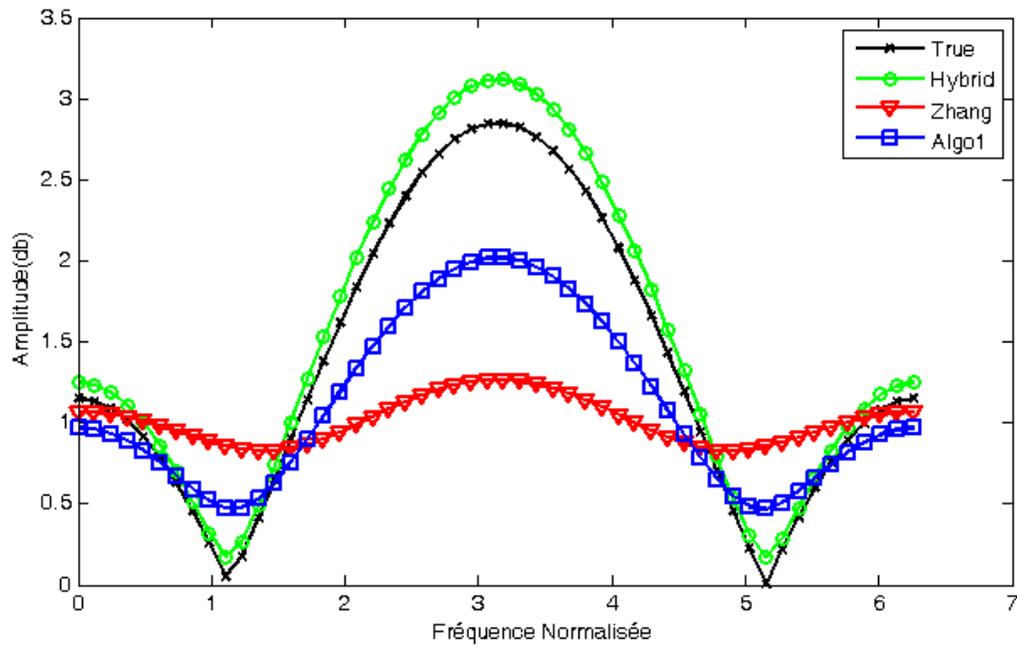


FIGURE 2.12 – Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude pour  $N = 400$  et pour 100 itération.

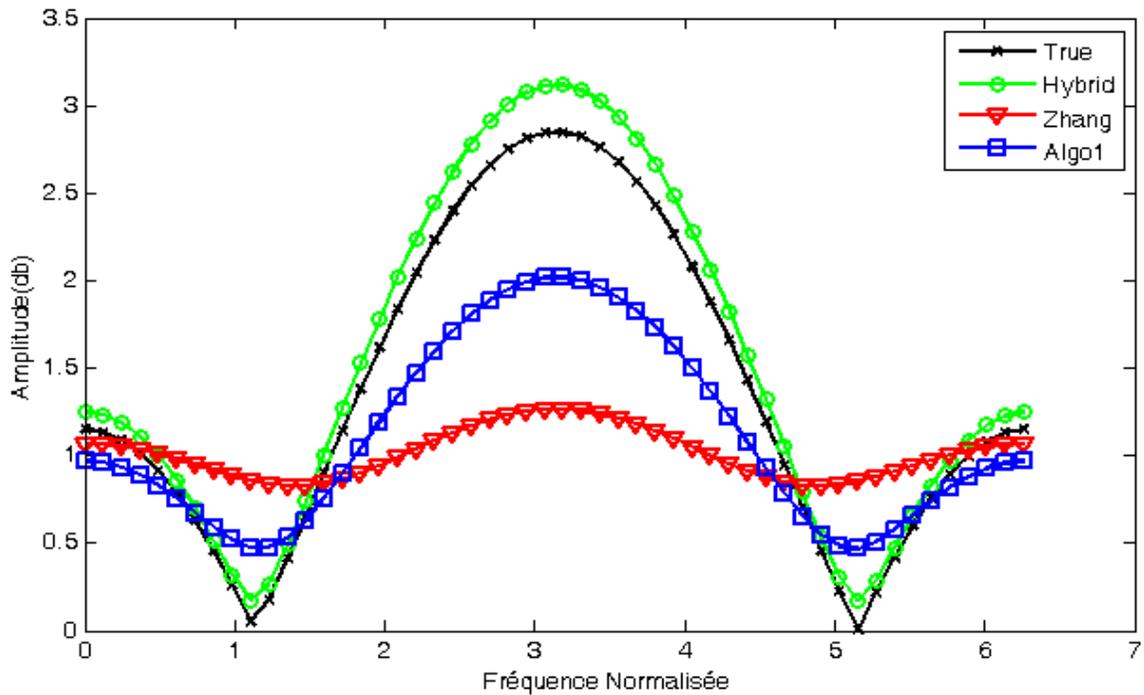


FIGURE 2.13 – Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude pour  $N = 800$  et pour 100 itération.

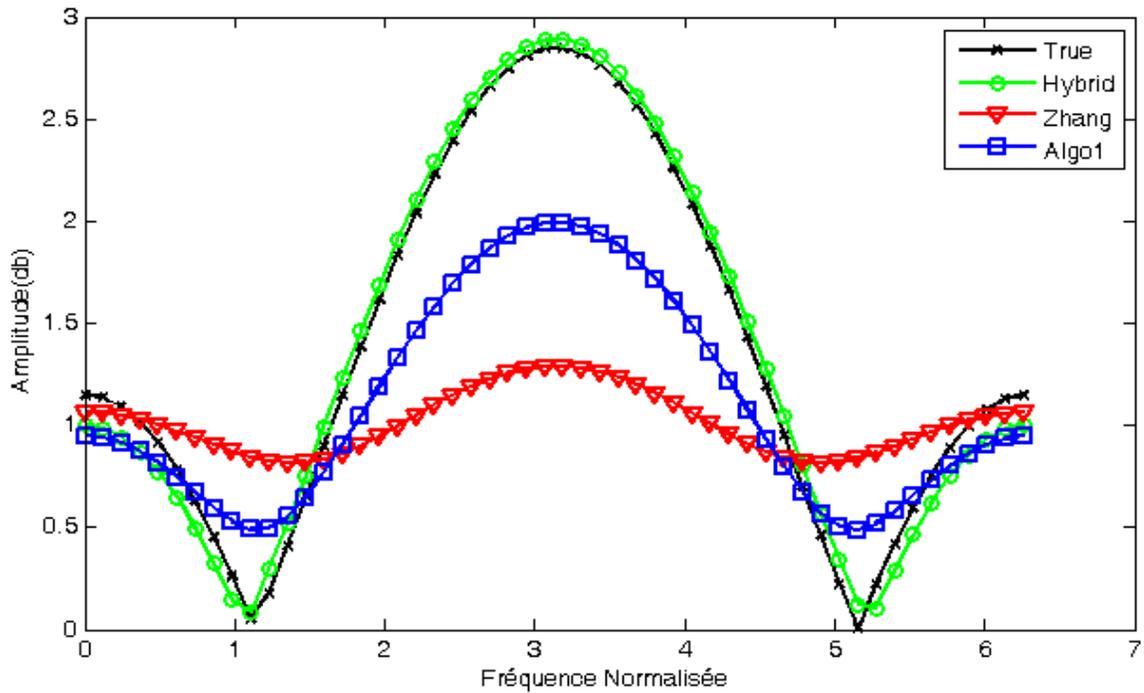


FIGURE 2.14 – Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude pour  $N = 1200$  et pour 100 itération.

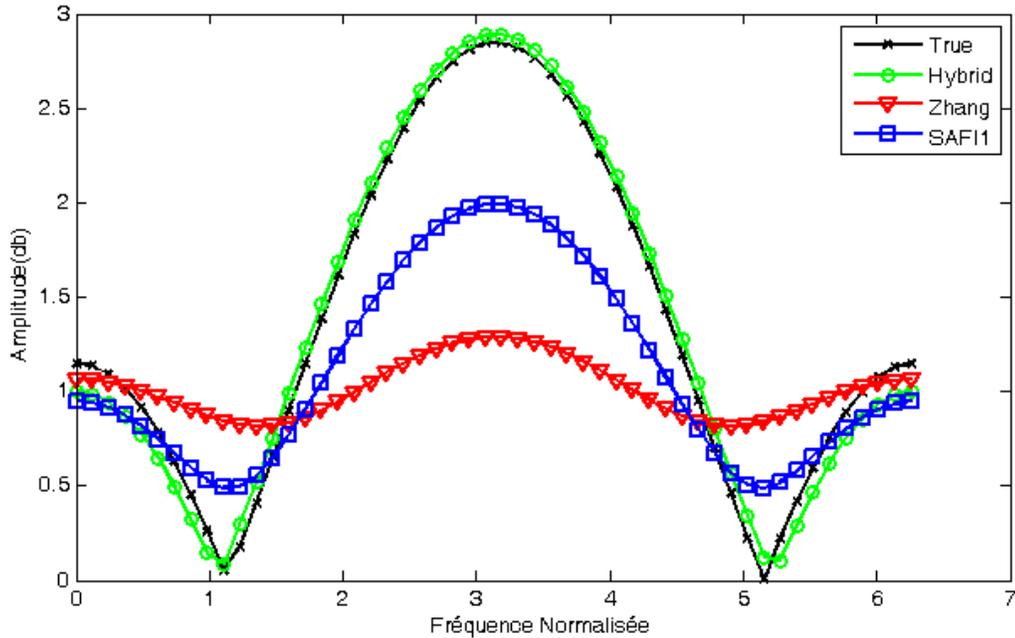


FIGURE 2.15 – Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude pour  $N = 4000$  et pour 100 itération du canal (2.72).

Dans les figures (2.11), (2.12), (2.13), (2.14) et (2.15) nous représentons les amplitudes de la réponse impulsionnelle pour des différents nombres d'échantillons.

A partir des résultats obtenus, figures (2.11,2.12,2.13,2.14 et 2.15), nous concluons que l'estimation des paramètres est amélioré en utilisant l'algorithme hybride qui effectue une hybridation entres les algorithmes SAFI1 et celui de Zhang, et ceci peut être aussi dû au nombre d'échantillons utilisé, ce qui minimise le biais d'estimation des paramètres des cumulants d'ordre 3 et 4.

### 4.3. Deuxième exemple canal d'ordre 3 à phase minimale

Dans cet exemple nous considérons un système à RIF d'ordre 3, représenté par l'équation suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} y(k) = e(k) + 0.75x(k-1) - 0.58x(k-2) - 0.75x(k-3); \\ \text{zéros : } 0.879, 0.814 \pm j0.435, \\ s(k) = y(k) + w(k). \end{array} \right\} \quad (2.78)$$

Les quatre algorithmes sont comparés pour différents valeurs de SNR et pour différents nombres d'échantillons ( $N = 100, 400, 800$  et  $1200$ ), pour 100 itérations.

Les figures (2.16, (2.17), (2.18) et (2.19), représentent l'estimation des réponses impulsionnelles (RIF) en amplitude et en phase des différentes algorithmes étudiés pour des différents nombre d'échantillons tout en gardant le même nombre d'itérations. On remarque que si on augmente le nombre d'échantillons, on obtient une bonne estimation des paramètres du canal, car les paramètres estimés s'approchent des paramètres réels du canal, mais si le nombre d'échantillons est faible, on remarque que les paramètres estimés s'éloignent par rapport à ceux réels et cela est dû à la mauvaise estimation des cumulants.

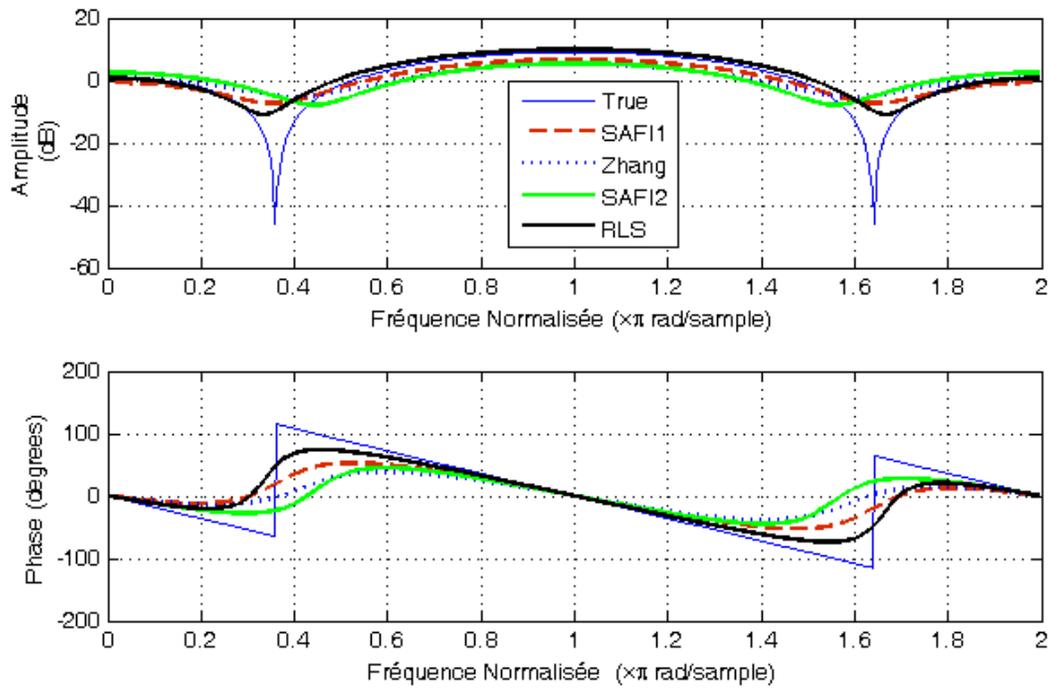


FIGURE 2.16 – Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude et en phase d'un canal d'ordre 3 à l'aide des algorithmes pour  $N = 100$  et pour 100 itération du canal (2.72).

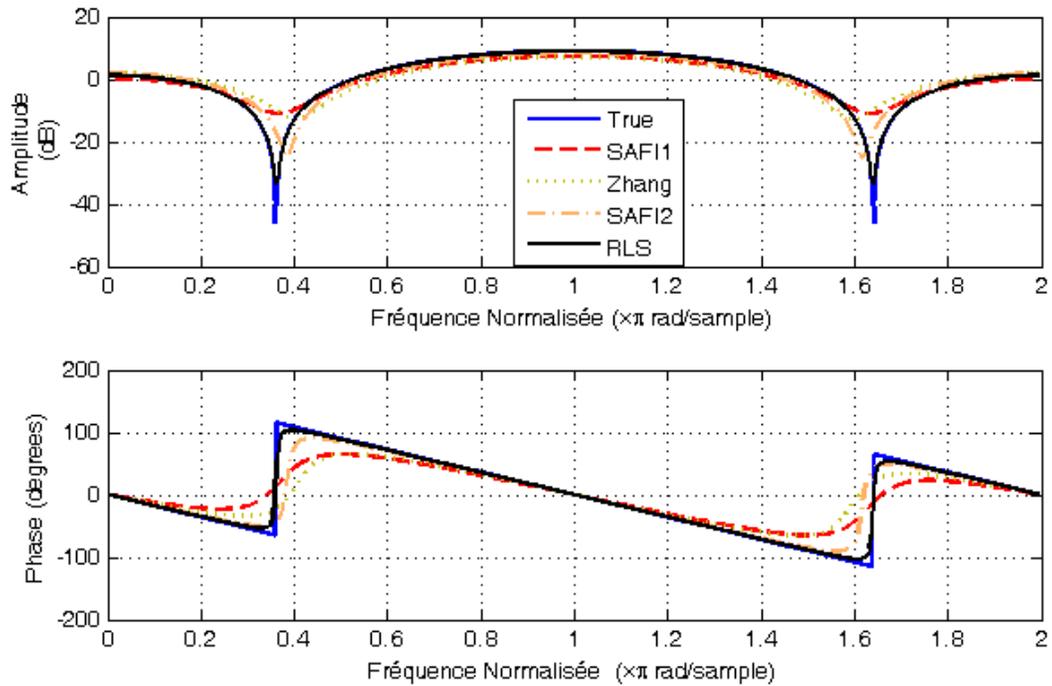


FIGURE 2.17 – Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude et en phase d'un canal d'ordre 3 à l'aide des algorithmes pour  $N = 400$  et pour 100 itération du canal (2.72).

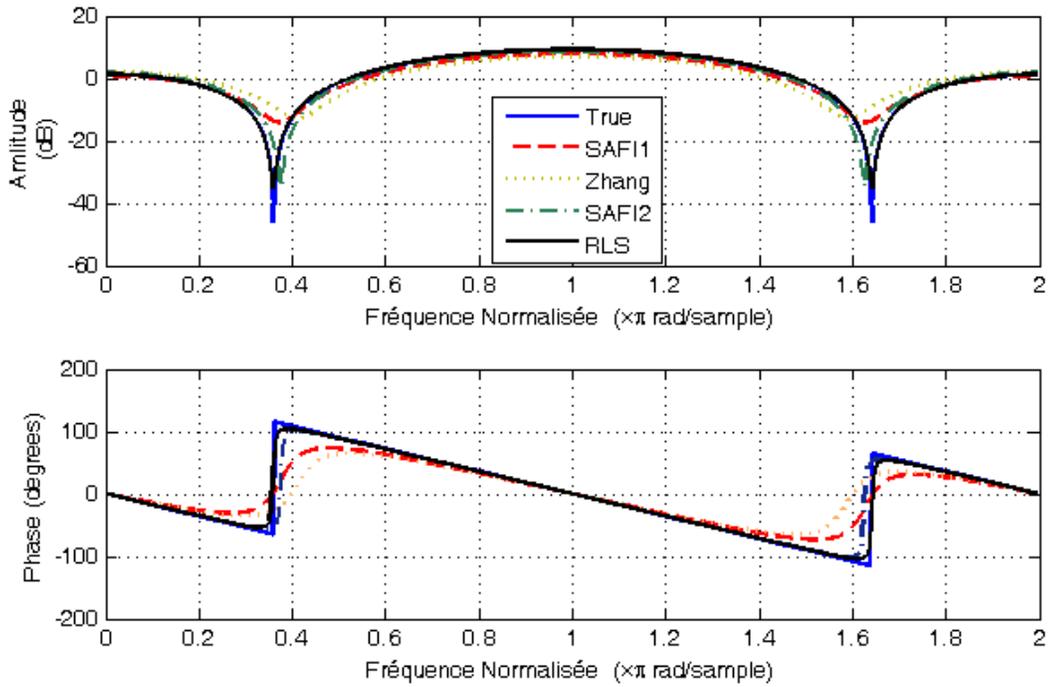


FIGURE 2.18 – Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude et en phase d'un canal d'ordre 3 à l'aide des algorithmes pour  $N = 800$  et pour 100 itération du canal (2.72).

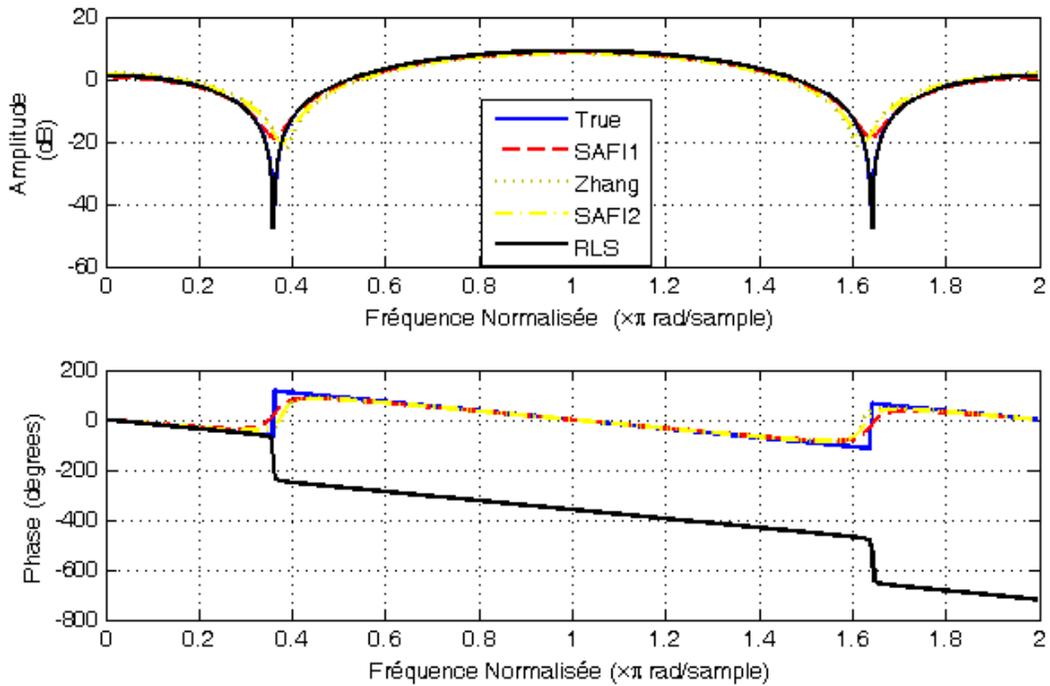


FIGURE 2.19 – Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude et en phase d'un canal d'ordre 3 à l'aide des algorithmes pour  $N = 1200$  et pour 100 itération du canal (2.72).

Par contre, on constate que dans les tous les cas, l’algorithme RLS suit parfaitement l’allure des paramètres réels, et ils deviennent presque identiques pour un nombre d’échantillons plus important ( $N=1200$ ). Alors que dans le cas des algorithmes à identification aveugle du canal, on remarque que l’algorithme SAFI2 représente une bonne estimation des paramètres par rapport aux algorithmes SAFI1 et Zhang(voir la table (2.1)).

#### 4.4. Identification des paramètres du canal par l’Algorithme hybride

La table (2.3) représente les paramètres estimés du canal d’ordre 3 en utilisant les algorithmes : hybride, SAFI1 et Zhnag.

TABLE 2.3 – Estimation du canal par les trois algorithmes : SAFI1, Zhang, SAFI1-Zhang

N	Algorithme	EQM	h(1)	h(2)	h(3)	h(4)
		True	–	1.0000	0.75	-0.58
100	SAFI1	2.1892	1.0000	0.0966	-0.1799	-0.0173
	Zhang	2.4984	1.0000	0.0860	-0.0071	-0.1053
	SAFI1-Zhnag	0.4434	1.0000	0.7604	-0.1942	-0.7309
400	SAFI1	2.0811	1.0000	0.1501	-0.1982	0.0030
	Zhang	2.1121	1.0000	0.1295	-0.0805	-0.1288
	SAFI1-Zhnag	0.1069	1.0000	0.5112	-0.5590	-0.7016
800	SAFI1	2.4210	1.0000	0.0401	-0.1758	0.0146
	Zhang	3.0600	1.0000	-0.0497	0.0591	-0.1186
	SAFI1-Zhnag	0.1188	1.0000	0.5318	-0.4884	-0.6781
1200	SAFI1	2.2203	1.0000	0.1087	-0.1729	-0.0013
	Zhang	2.2918	1.0000	0.1260	-0.0463	-0.0993
	SAFI1-Zhnag	0.0637	1.0000	0.5882	-0.6035	-0.6565

D’après les figures (2.20,2.21,2.22 et 2.23), on remarque que l’algorithme hybride représente une bonne estimation d’un canal d’ordre 3. Ces résultats sont obtenus dans le cas non bruité et pour des nombres d’échantillons  $N=100,400,800,1200$ . d’après les résultats obtenus, on peut conclure que l’algorithme hybride donne une estimation satisfaisante en le comparant avec L’SAFI1 et Zhang.

## 5. Egalisation

En principe, si le canal est parfaitement connu, il est possible de rendre l’interférence entre symboles arbitrairement faible, ou même de l’éliminer complètement.

Les performances de l’égali-sation des systèmes MC-CDMA sont évaluées en utilisant les cumulants d’ordre supérieur ou égal à trois en utilisant les algorithmes SAFI1, SAFI2, Zhang et RLS détaillés précédemment. Cette évaluation est faite en calculant le Taux d’Erreur Binaire (TEB ou Bit error rate (BER) en anglais), pour les deux égaliseurs Zéros Forcing (ZF) et Minimum Mean Squere Errors (MMSE), en utilisant les paramètres mesurés et estimés des différentes canaux utilisés. Le calcul du BER en fonction du SNR sera présenté dans ce qui suit dans le cas des canaux BRAN A et BRAN E.

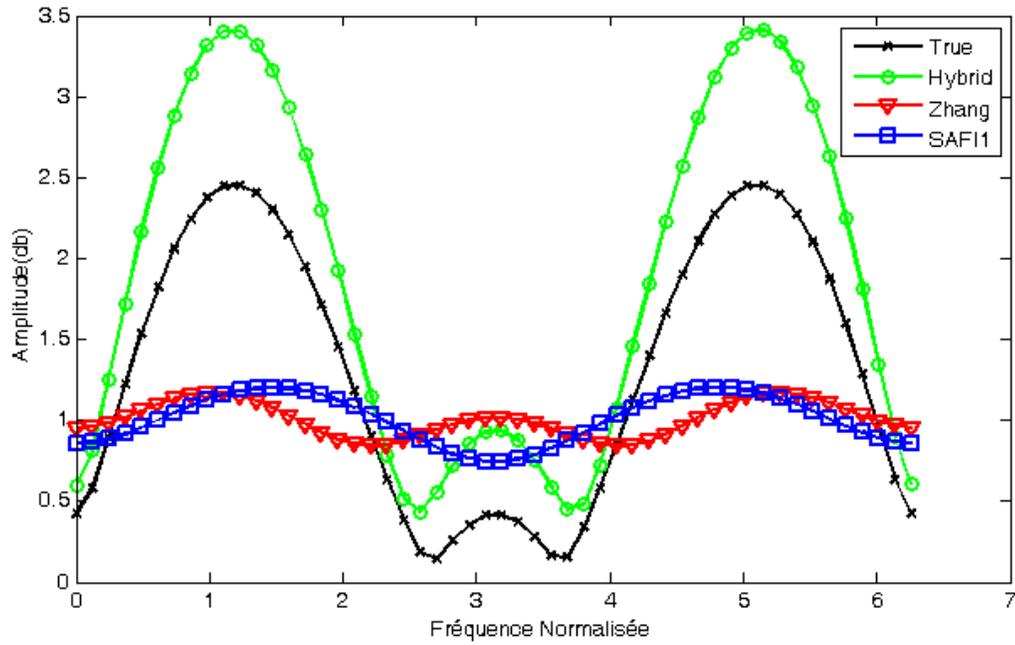


FIGURE 2.20 – Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude du canal à l’aide des 3 algorithmes pour  $N = 100$  et pour 100 itération cas du canal (2.78).

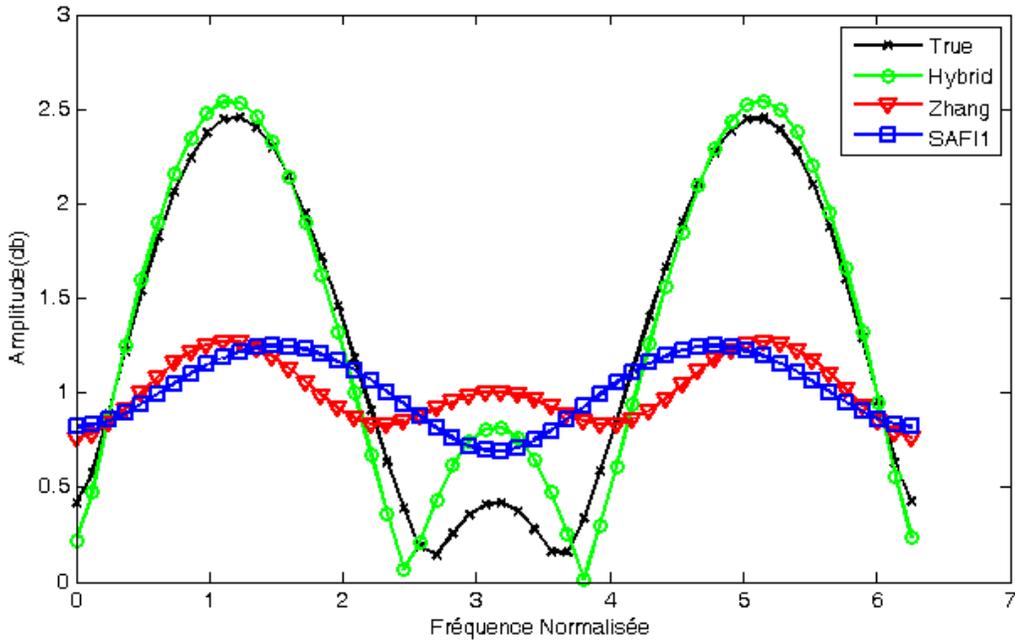


FIGURE 2.21 – Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude du canal à l’aide des 3 algorithmes pour  $N = 400$  et pour 100 itération cas du canal (2.78).

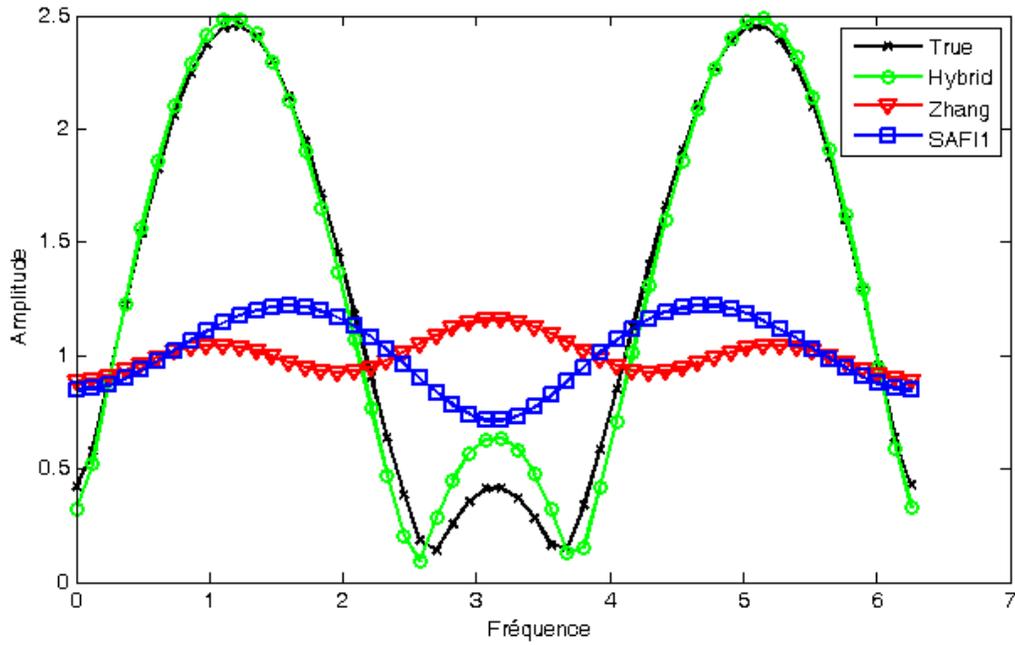


FIGURE 2.22 – Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude du canal à l’aide des 3 algorithmes pour  $N = 800$  et pour 100 itération cas du canal (2.78).

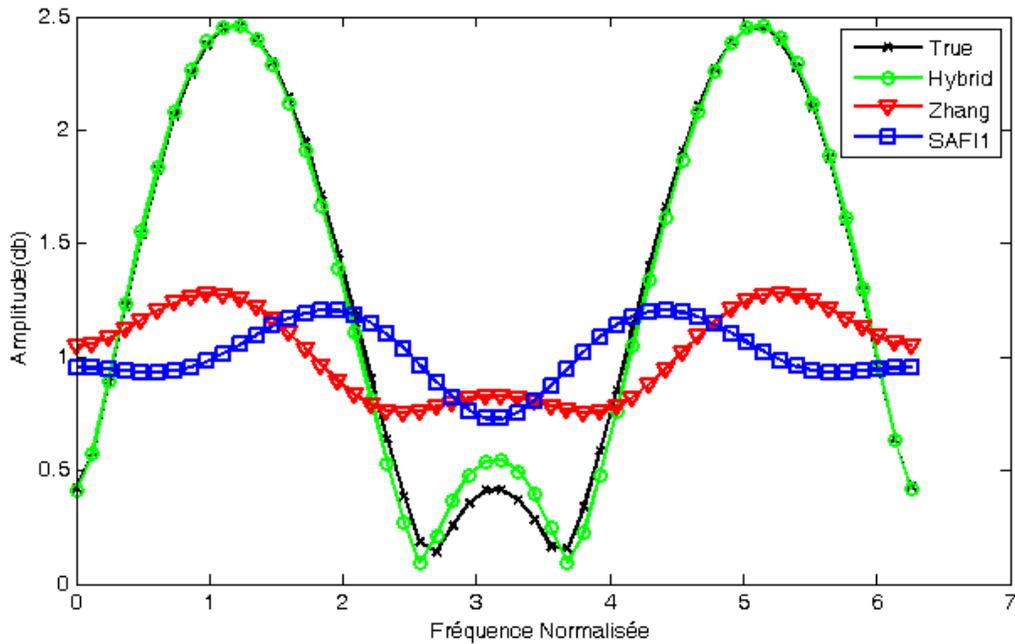


FIGURE 2.23 – Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude du canal à l’aide des 3 algorithmes pour  $N=1200$  et pour 100 itération cas du canal (2.78).

## 5.1. Egaliseur MC-CDMA

le code multicarrier accès multiple par répartition Multi Carrier-Code Division multiple Access (MC-CDMA) est une technique qui combine une séquence directe (DS) CDMA avec une division Multiplexing Orthogonal frequency Division Multiplexing (OFDM) de modulation de fréquence orthogonale. Il est l'une des technologies considérées candidates pour les systèmes de communication sans fil de la quatrième génération [14].

## 5.2. Principe de la technique MC-CDMA

Le signal MC-CDMA est issu de la concaténation des opérations d'étalement de spectre par séquence directe et de modulation à portuses multiples [37]. Le modulateur MC-CDMA étale les données  $a_i$  de chaque utilisateur  $i$  dans le domaine fréquentiel. L'étalement se réalise par la multiplication des données  $a_i$  par chacun des éléments du code  $c_i$  d'étalement associé. La figure (3.11) représente le modulateur MC-CDMA dans le cas où le code d'étalement a une longueur  $L_c$  égale au nombre de sous-portuses  $N_p$ .

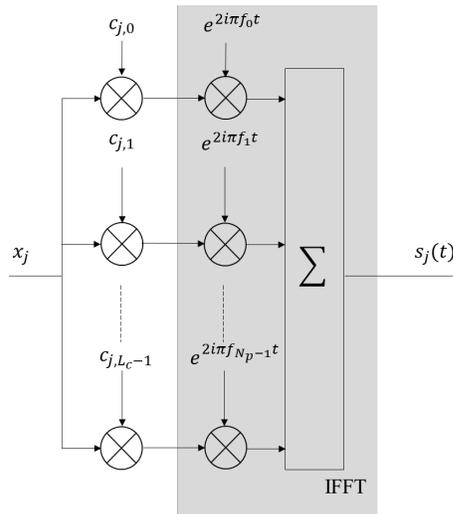


FIGURE 2.24 – Diagramme d'égalisation

Si  $L_c = N_p$ , le signal émit par l'emetteur MC-CDMA est donné par :

$$x(t) = \frac{a_i}{\sqrt{N_p}} \sum_{q=0}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k} \exp^{2j f_k t} \quad (2.79)$$

Avec  $f_k = f_0 + \frac{1}{T_c}$ ;  $N_u$  est le nombre d'utilisateur et  $N_p$  le nombre de sous-portuses.

La réponse impulsionnelle,  $h$ , du canal peut être exprimée selon l'expression (2.80). Cette expression considère des trajets fixes lorsque l'émetteur et le récepteur sont en mouvement.

$$h(\tau, t) = \sum_{p=0}^{P-1} \beta_p(t) \exp^{i(2\pi\nu_p t + \theta_p(t))} \delta(\tau - (\tau_p)) \quad (2.80)$$

le signal émis  $s$  et le signal reçu  $r$  sont liés par la relation :

$$\begin{aligned}
 r(t) &= (h * s)(t) + n(t) \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{p=0}^{P-1} \beta_p \exp^{i\theta_p} \delta(\tau - \tau_p) x(t - \tau) d\tau + n(t) \\
 &= \sum_{p=0}^{P-1} \beta_p \exp^{i\theta_p} x(t - \tau_p) + n(t)
 \end{aligned} \tag{2.81}$$

Afin de remédier aux perturbations introduites par le canal de transmission, il est nécessaire de mettre en oeuvre un dispositif d'égalisation. Deux catégories de détecteurs existent [37][35], les détecteurs mono-utilisateurs et les détecteurs multi-utilisateurs. Dans le premier cas, seule la séquence de l'utilisateur supposée connue, les interférences liées aux autres utilisateurs sont alors considérées comme des brouilleurs. Dans le deuxième cas, les séquences de tous les utilisateurs sont connues, les interférences d'accès multiples sont alors considérées comme des signaux déterministes et non plus comme aléatoires. Ainsi, dans le cas où  $N_u$  utilisateurs sont actifs, à partir de l'expression (2.80) de la réponse impulsionnelle  $h$  du canal, le signal reçu peut s'exprimer par :

$$r(t) = \frac{1}{\sqrt{N_p}} \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{j=0}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} \text{reel} \{ \beta_p \exp^{i\theta_p} a_j c_{k,j} \exp^{2i\pi(f_0 + \frac{k}{T_c})(t - \tau_p)} \} \tag{2.82}$$

afin de faciliter la présentation des différentes techniques de détection, nous supposons un dimensionnement adéquat du système étudié. Ainsi, la durée de l'intervalle de garde  $T_g$  sera suffisante, garantissant l'absence d'interférences entre symboles et entre sous-porteuses. De plus, la durée du symbole MC-CDMA sera suffisante afin de considérer le canal comme invariant sur toute la durée de ce symbole, ainsi que l'absence de sélectivité fréquentielle sur chaque sous-porteuse. Ensuite, l'indépendance des processus aléatoires affectant chaque sous-porteuse sera garantie par les entrelacements temporel et fréquentiel. Enfin, et pour faciliter l'introduction des différentes techniques de détection [38], nous prendrons  $L_c$  égal à  $N_p$ . On peut donc représenter notre système matricielle :

$$r = HCa + n \tag{2.83}$$

où  $r$  représente un vecteur contenant des valeurs reçues sur chaque sous-porteuse :

$$r = [r_0 \dots r_{N_p-1}] \tag{2.84}$$

La matrice  $H$  représente la matrice des paramètres du canal de taille  $N_p \times N_p$ . Les hypothèses précédemment supposés sur le bon dimensionnement du système permettent de considérer cette matrice comme matrice diagonale  $H$  :

$$H = \begin{pmatrix} h_0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & h_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & h_{N_p-1} \end{pmatrix} \tag{2.85}$$

La matrice  $C$  représente les codes d'étalement. L'opération d'étalement peut ainsi être représentée comme la multiplication de la matrice  $C$  par le vecteur  $a$ , constitué des données de chaque utili-

sateur. On peut écrire donc :

$$C = [c_0, \dots, c_{N_p-1}] = \begin{pmatrix} c_{0,0} & c_{0,1} & c_{0,2} & c_{0,N_p-1} \\ c_{1,0} & c_{1,1} & c_{1,2} & c_{1,N_p-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{N_p-1,0} & c_{N_p-1,1} & c_{N_p-1,2} & c_{N_p-1,N_p-1} \end{pmatrix} \quad (2.86)$$

Avec :  $c_i = [c_{0,i}, c_{1,i}, \dots, c_{N_p-1,i}]^T$  et  $a = [a_0, a_1, \dots, a_{N_p-1}]^T$

Le vecteur  $n$  représente les  $N_p$  composantes du bruit affectant chaque sous-porteuse et modélisable comme autant de processus gaussiens additifs :  $n = [n_0, n_1, \dots, n_{N_p-1}]^T$  En réception, la structure des détecteurs étudiés repose sur l'utilisation d'un étage d'égalisation, suivi des opérations de désétalement selon la séquence de l'utilisateur considéré (figure (2.25)). Les détecteurs mono-

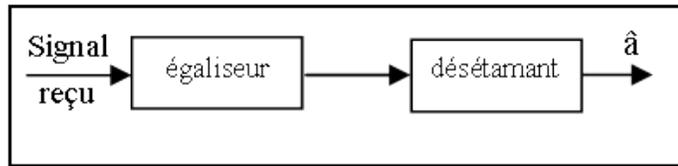


FIGURE 2.25 – Principe de l'utilisateur unique de détection.

utilisateurs considèrent uniquement le signal de l'utilisateur actif, les autres utilisateurs sont assimilés à des brouilleurs. Les détecteurs mono-utilisateurs classiquement rencontrés utilisent une structure d'égalisation linéaire, consistant en un égaliseur à une prise [39, 29]. En utilisant la notation matricielle précédente, il est possible d'exprimer la matrice  $G$  comme une matrice diagonale composée par des coefficients d'égalisation  $g_k$  :

$$G = \begin{pmatrix} g_0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & g_0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & g_{N_p-1} \end{pmatrix} \quad (2.87)$$

Après égalisation et dés-étalement selon la séquence  $c_j$  de l'utilisateur considéré, l'estimation  $\hat{a}_i$  du symbole émis peut s'exprimer par :

$$\begin{aligned} \hat{a}_i &= c_i^{-T} \\ &= c_j^{-T} G H C a + c_j^{-T} n \\ &= \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k}^2 g_k h_k a_i + \sum_{q=0}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k} c_{q,k} g_k a_q + \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k}^2 g_k n_k \end{aligned} \quad (2.88)$$

## 6. Les détecteur optimales en contexte mono-utilisateur

### 6.1. Le détecteur à Combinaison et à Restauration d'Orthogonalité (CRO) (Zéro Forcing, ZF)

Cette technique CRO ou Zero Forcing (ZF), permet d'annuler totalement la dispersion apportée par le canal [16, 29]. Le coefficient d'égalisation appliqué sur chaque sous-porteuse est

donnée par :

$$g_k = \frac{1}{h_k} \quad \text{avec} \quad h_k \neq 0. \quad (2.89)$$

Dans ce cas, l'expression de l'estimation  $\hat{a}_i$  devient :

$$\hat{a}_i = \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k}^2 a_i + \sum_{q=0}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k} c_{q,k} a_q + \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k} \frac{1}{h_k} n_k \quad (2.90)$$

L'utilisation de codes d'étalement orthogonaux aux niveaux de l'émetteur garantit :

$$\sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k} c_{q,k} = 0 \quad \forall i \neq q \quad (2.91)$$

## 6.2. Le détecteur à Combinaison à Erreur Quadratique Moyenne Minimale (CEQMM)

Cette technique CEQMM ou Minimum Mean Square Error (MMSE), offre un compromis entre la minimisation du terme d'interférences d'accès multiples et la maximisation du rapport signal à bruit. Elle est issue de l'application du filtre de Wiener [38][40]. Le calcul du coefficient d'égalisation a pour but de minimiser l'erreur quadratique moyenne pour chaque sous-porteuse entre le signal émis et le signal égalisé. Cette résolution conduit à l'expression des coefficients  $g_k$  :

$$g_k = \frac{h_k^*}{|h_k|^2 + \frac{1}{\gamma_k}} \quad (2.92)$$

Avec l'hypothèse de normalisation du canal en puissance :  $E[|h_k|^2] = 1$ . Le coefficient  $\gamma_k$  est calculé à partir de l'estimation du rapport signal sur bruit par sous-porteuse, induisant une complexité supplémentaire. Dans ce cas, l'expression de l'estimation  $\hat{a}_i$  devient :

$$\begin{aligned} \hat{a}_i &= \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k}^2 \frac{|h_k|^2}{|h_k|^2 + \frac{1}{\gamma_k}} a_i + \sum_{q=0}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k} c_{q,k} \frac{|h_k|^2}{|h_k|^2 + \frac{1}{\gamma_k}} a_q \\ &+ \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k}^2 \frac{|h_k|^*}{|h_k|^2 + \frac{1}{\gamma_k}} n_k \end{aligned} \quad (2.93)$$

de même on suppose que les codes d'étalement sont orthogonaux, donc on peut déduire que :

$$\sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k} c_{q,k} = 0 \quad \forall i \neq q \quad (2.94)$$

alors l'équation (2.93) devient :

$$\hat{a}_i = \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k}^2 \frac{|h_k|^2}{|h_k|^2 + \frac{1}{\gamma_k}} a_i + \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k}^2 \frac{|h_k|^*}{|h_k|^2 + \frac{1}{\gamma_k}} n_k \quad (2.95)$$

### 6.3. Les égaliseurs ZF et MMSE : Le cas du canal BRAN A

Cette technique permet d'annuler totalement la dispersion apportée par le canal. Le coefficient d'égalisation appliqué sur chaque sous-porteuse est donnée par :

$$g_k = \frac{1}{h_k} \quad \text{avec} \quad h_k \neq 0. \quad (2.96)$$

Dans ce cas, l'expression de l'estimation  $\hat{a}_i$  devient :

$$\hat{a}_i = \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k}^2 a_i + \sum_{q=0}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k} c_{q,k} a_q + \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k} \frac{1}{h_k} n_k \quad (2.97)$$

L'utilisation des codes d'étalement orthogonaux aux niveaux de l'émetteur garanti :

$$\sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k} c_{q,k} = 0 \quad \forall i \neq q \quad (2.98)$$

### 6.4. Le détecteur MMSE

La technique MMSE offre un compromis entre la minimisation du terme d'interférences d'accès multiples et la maximisation du rapport signal à bruit. Elle est issue de l'application du filtre de Wiener [38][40]. Le calcul du coefficient d'égalisation a pour but de minimiser l'erreur quadratique moyenne pour chaque sous-porteuse entre le signal émis et le signal égalisé. Cette résolution conduit à l'expression des coefficients  $g_k$  :

$$g_k = \frac{h_k^*}{|h_k|^2 + \frac{1}{\gamma_k}} \quad (2.99)$$

Avec l'hypothèse de normalisation du canal en puissance :  $E[|h_k|^2] = 1$ . Le coefficient  $\gamma_k$  est calculé à partir de l'estimation du rapport signal sur bruit par sous-porteuse, induisant une complexité supplémentaire. Dans ce cas, l'expression de l'estimation  $\hat{a}_i$  devient :

$$\begin{aligned} \hat{a}_i &= \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k}^2 \frac{|h_k|^2}{|h_k|^2 + \frac{1}{\gamma_k}} a_i + \sum_{q=0}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k} c_{q,k} \frac{|h_k|^2}{|h_k|^2 + \frac{1}{\gamma_k}} a_q \\ &+ \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k}^2 \frac{|h_k|^*}{|h_k|^2 + \frac{1}{\gamma_k}} n_k \end{aligned} \quad (2.100)$$

de même on suppose que les codes d'étalement sont orthogonaux, donc on peut déduire que :

$$\sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k} c_{q,k} = 0 \quad \forall i \neq q \quad (2.101)$$

alors l'équation (2.100) devient :

$$\hat{a}_i = \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k}^2 \frac{|h_k|^2}{|h_k|^2 + \frac{1}{\gamma_k}} a_i + \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k}^2 \frac{|h_k|^*}{|h_k|^2 + \frac{1}{\gamma_k}} n_k \quad (2.102)$$

## 7. Performances des systèmes MC-CDMA

Les performances de l'égalisation des systèmes MC-CDMA sont évaluées en utilisant les algorithmes étudiés précédemment. Cette évaluation est faite en calculant le Taux d'Erreur Binaire (TEB), pour les deux égaliseurs ZF et MMSE, en utilisant les paramètres mesurés et estimés en utilisant les algorithmes présentés dans ce mémoire des deux canaux BRAN A et BRAN E.

## 8. Performances des systèmes MC-CDMA pour le canal BRAN A

Comme le modèle du canal BRAN A est constitué par les 18 paramètres. Ainsi, afin d'estimer les paramètres de la réponse impulsionnelle, nous allons utiliser le taux maximal des informations obtenues par le calcul des cumulants, la figure (2.26) montre que les paramètres estimés de la réponse impulsionnelle du canal s'approchent aux paramètres du modèle réel (2.26). Ces résultats sont obtenus pour  $SNR = 32$  dB et un nombre d'échantillons  $N = 4096$ .

Dans les figures (2.29) et (2.30), nous représentons le BER (Bit Error Rate) pour différents SNR, en utilisant les paramètres mesurés et estimés par les différents algorithmes du canal BRAN A. Les figures (2.27) et (2.28) représentent les amplitudes des paramètres estimés de la reponse

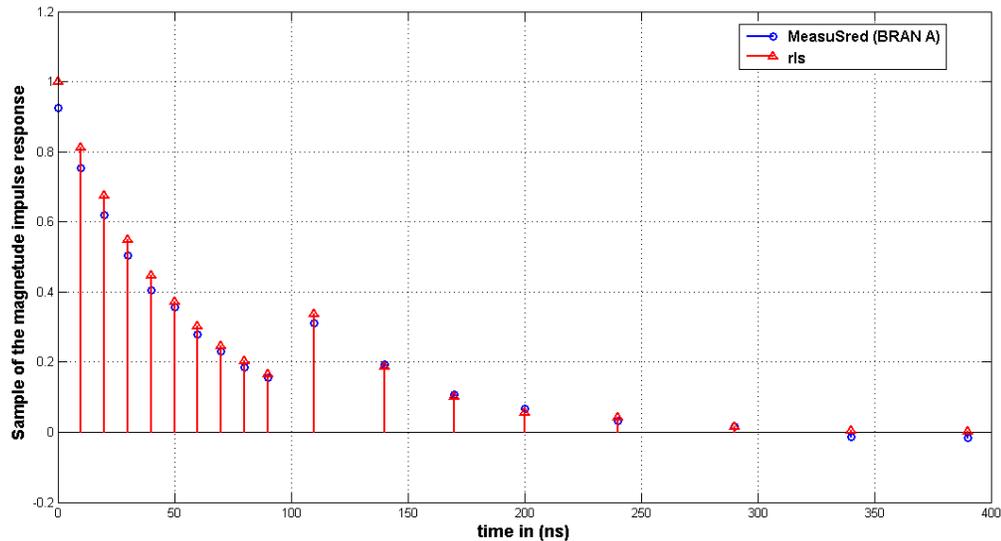


FIGURE 2.26 – Estimation des paramètres de la réponse impulsionnelle du canal BRAN A en utilisant l'algorithme RLS.

impulsionnelle du canal BRAN A en utilisant les algorithmes basés sur les cumulants, à savoir SAFI1, SAFI2, Zhang et l'algorithme hybride, comparés avec l'algorithme de RLS. Ces algorithmes sont évalués pour le cas où le rapport  $SNR = 16dB$  et pour un nombre d'échantillon  $N = 4096$ , et aussi pour le cas où le rapport  $SNR = 32dB$  et pour le nombre d'échantillons  $N = 4096$ .

Ainsi, afin d'estimer les paramètres de la réponse impulsionnelle du canal BRAN A, nous allons utiliser le maximum de quantité d'information obtenue par le calcul des cumulants, en

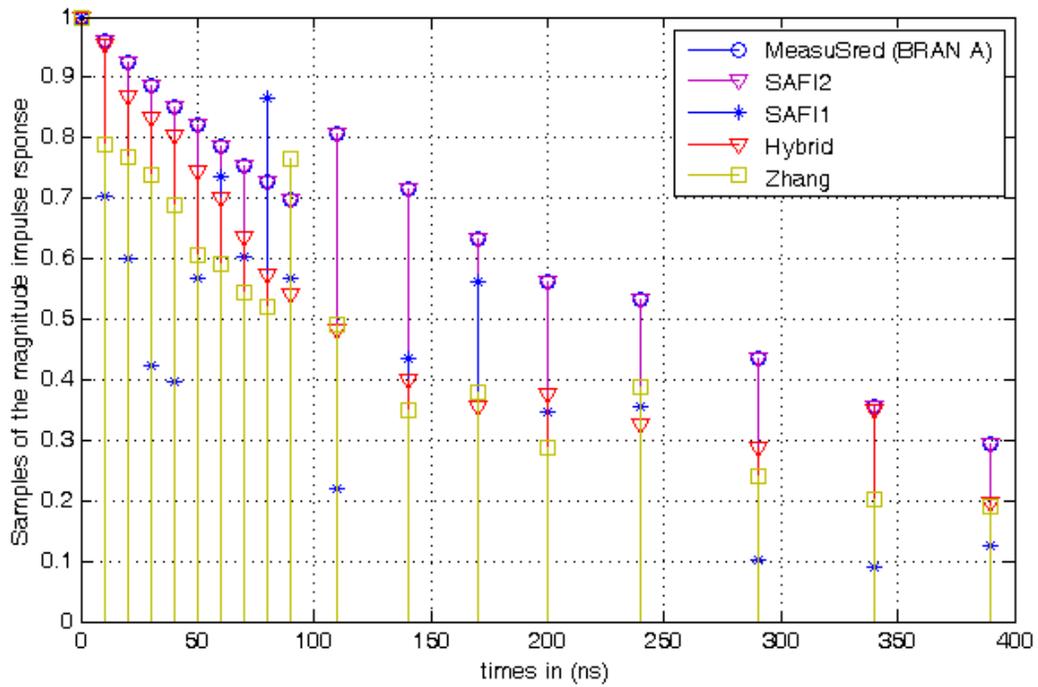


FIGURE 2.27 – Estimation de l'amplitude, du canal BRAN A, en utilisant les algorithmes SAFI1, SAFI2, Zhang et l'algorithme hybride pour SNR = 16 dB.

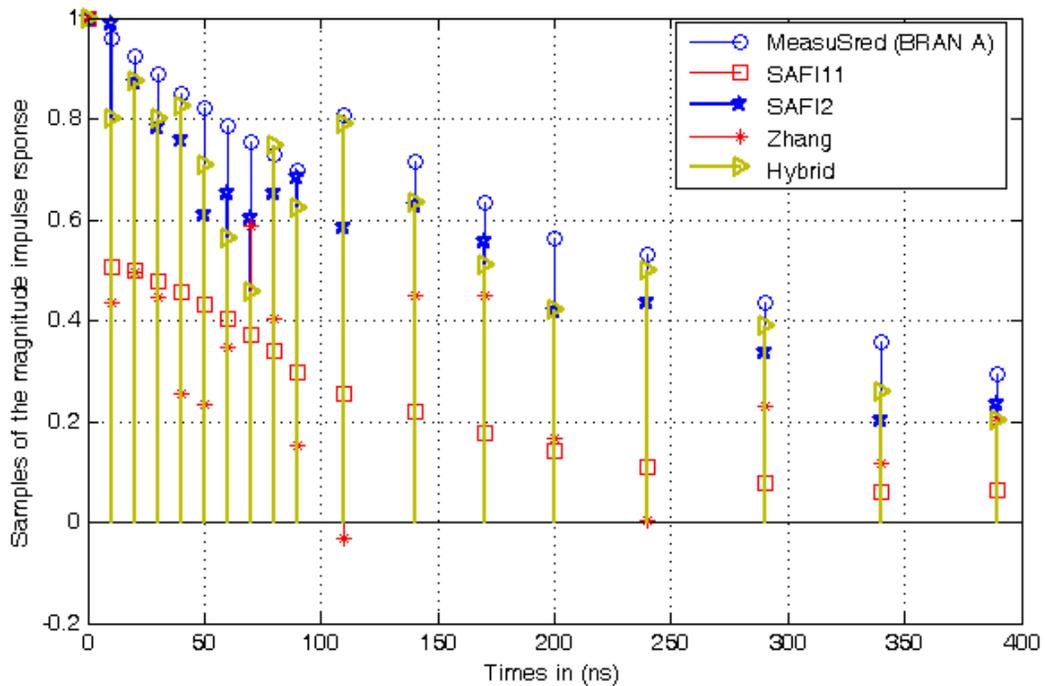


FIGURE 2.28 – Estimation de l'amplitude, du canal BRAN A, en utilisant les algorithmes SAFI11, SAFI2 et Zhang, Zhang et l'algorithme hybride pour SNR= 32 dB.

les comparant aux paramètres estimés par l’algorithme des moindres carrés (RLS). La figure 2.26 représente les paramètres estimés par l’algorithme RLS pour  $SNR = 32dB$  et un nombre d’échantillons  $N = 4096$ .

Les résultats sont évalués dans le cas de l’égaliseur MMSE et ZF. Les simulations du BER pour différents SNR, démontrent que les résultats obtenus en utilisant les algorithmes SAFI1, SAFI2, Zhang et l’algorithme hybride, suit la même allure que celles obtenues en utilisant les valeurs mesurées du canal BRAN A. Dans le cas réel, et pour ce type de canaux à variation très rapide, l’égalisation par les algorithmes proposés, peuvent être très utile d’après les résultats représentés dans les figures (2.30) et (2.29).

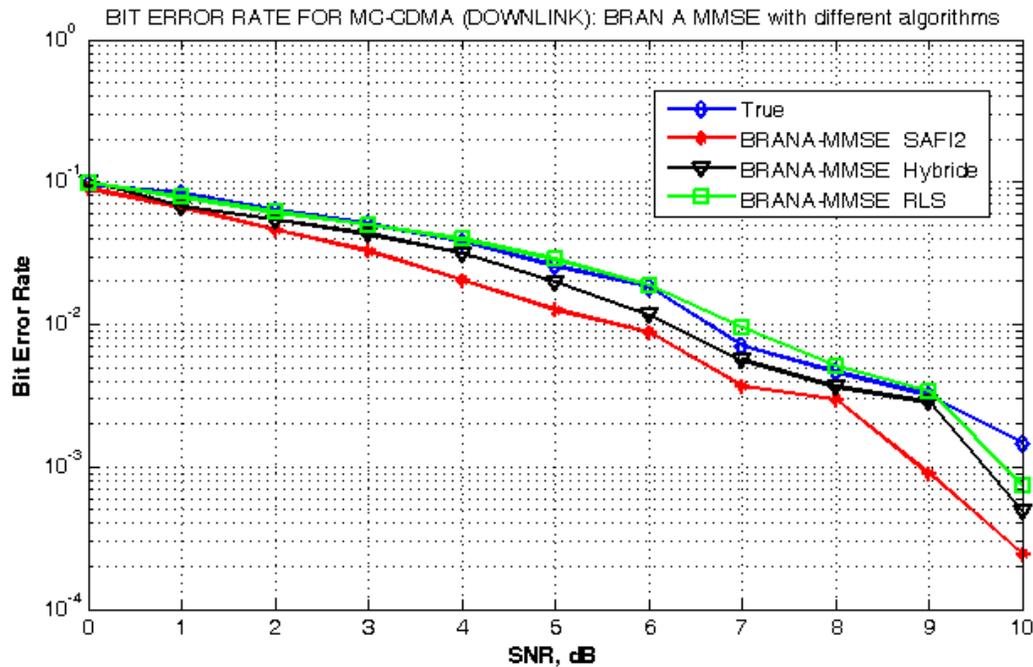


FIGURE 2.29 – BER dans le cas du canal BRAN E mesuré et estimé : égaliseur MMSE.

## 9. Les performances des systèmes MC-CDMA pour le canal BRAN E

Nous avons considéré dans le paragraphe précédent le canal BRAN A, représentant un canal à évanouissement très rapide, correspondant à une transmission du type intérieur de bureau. Dans ce paragraphe, nous allons considérer le canal BRAN E, qui est à évanouissement très rapide correspondant à une transmission du type extérieur de bureau.

En effet, comme le canal BRAN A et le canal BRAN E sont composés de 18 trajets ( $N_T = 18$ ), leurs paramètres possèdent des amplitudes très faibles, l’objectif consiste à estimer ces paramètres avec une bonne précision en utilisant les algorithmes proposés, nous allons procéder de la même manière pour les différents canaux, pour un nombre d’échantillons  $N=4096$  dans le cas où  $SNR = 16$  dB et  $SNR = 32$  dB, dans les figures (2.31, 2.32) nous allons représenter l’histogramme des paramètres estimés du canal BRAN E. La figure (2.34) représente le BER pour différents SNR, en

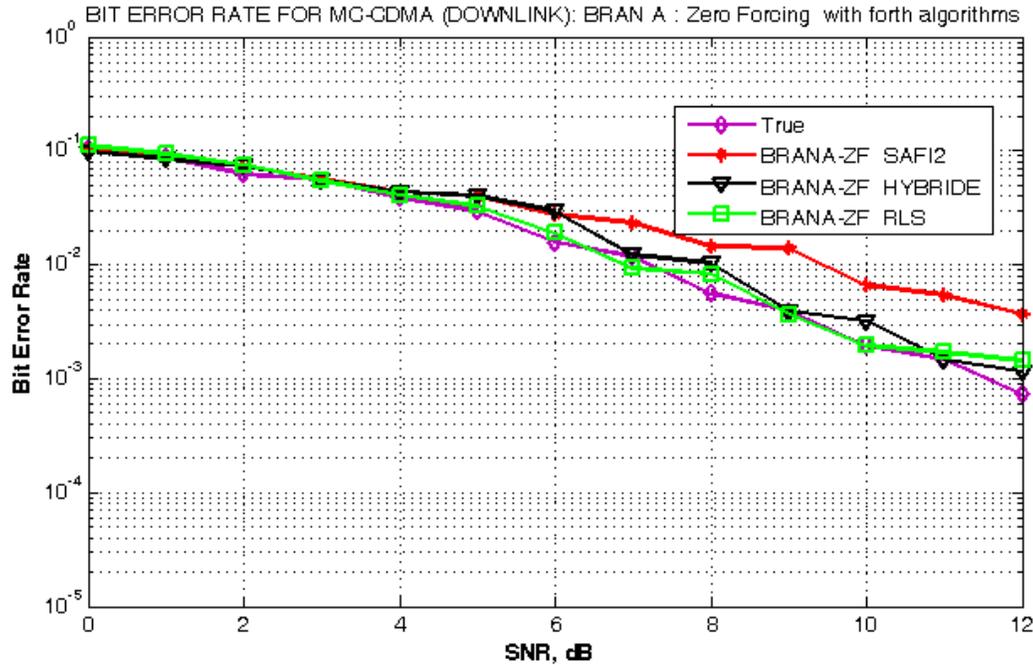


FIGURE 2.30 – BER dans le cas du canal BRAN E mesuré et estimé : égaliseur ZF.

utilisant les paramètres mesurés et celles estimés, par les différentes algorithmes, du canal BRAN E. Les résultats sont évalués dans le cas de l'égaliseur ZF et MMSE. La figure (2.34) démontre clairement que le BER obtenu par l'égalisation à l'aide des paramètres estimés, en utilisant les algorithmes proposés, à les mêmes performances que celles obtenues avec les paramètres mesurés.

Nous représentons dans les figures (2.33, 2.34), les résultats de simulation du BER obtenus par les algorithmes étudiés, les résultats obtenus par les données mesurées et estimées du canal BRAN E. L'égalisation est faite par la technique de l'égaliseur MMSE et ZF, nous observons que l'égalisation aveugle des canaux considéré à l'aide des algorithmes étudiés, nous permet d'avoir presque les mêmes résultats que celles mesurées, ce qui prouve une bonne estimation de l'amplitude et de la phase des paramètres par les différents algorithmes présentés, en outre, l'égaliseur MMSE présente des résultats meilleurs que l'égaliseur ZF.

A partir de ces résultats, nous avons constaté que l'allure de l'amplitude et la la phase suit le même allure que celle des résultats mesurées avec une simple différence pour les différentes algorithmes utilisés.

En effet, l'algorithme RLS suit parfaitement la même allure de la réponse impulsionnelle mesurée, car il s'agit d'un algorithme supervisé, alors que l'algorithme hybride présente de meilleurs résultats par rapport à SAFI2 et Zhang, à partir des figures (2.31), (2.32) on remarque clairement que si le SNR augmente, les paramètres estimés s'approche de ceux mesurés.

## 9.1. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié des algorithmes basés sur les cumulants d'ordre 3 et d'ordre 4 pour objectif d'égalisation des systèmes MC-CDMA. Et puis, on a proposé un algorithme hybride qui effectue un compromis entre deux autres algorithmes, celui de Zhang et SAFI1,

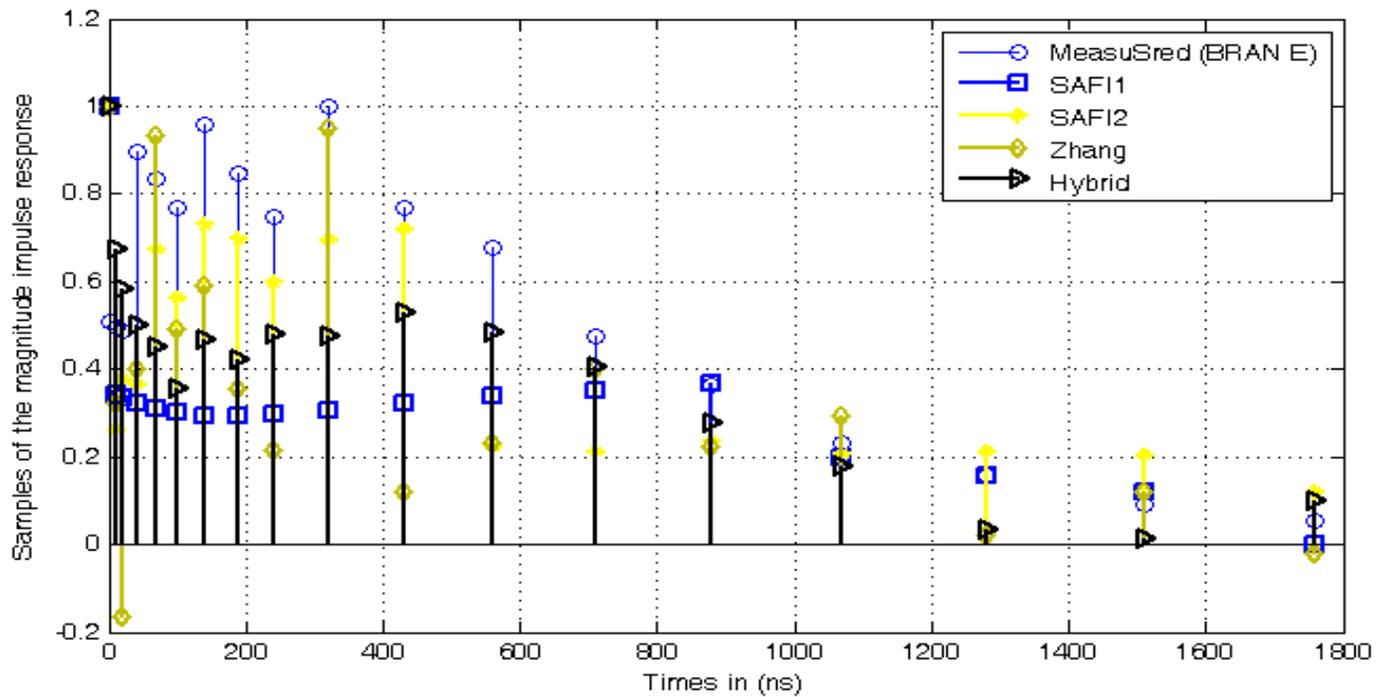


FIGURE 2.31 – Estimation de l'amplitude, du canal BRAN E, en utilisant les algorithmes SAFI1, SAFI2 et Zhang, Zhang et l'algorithme hybride pour SNR= 16 dB..

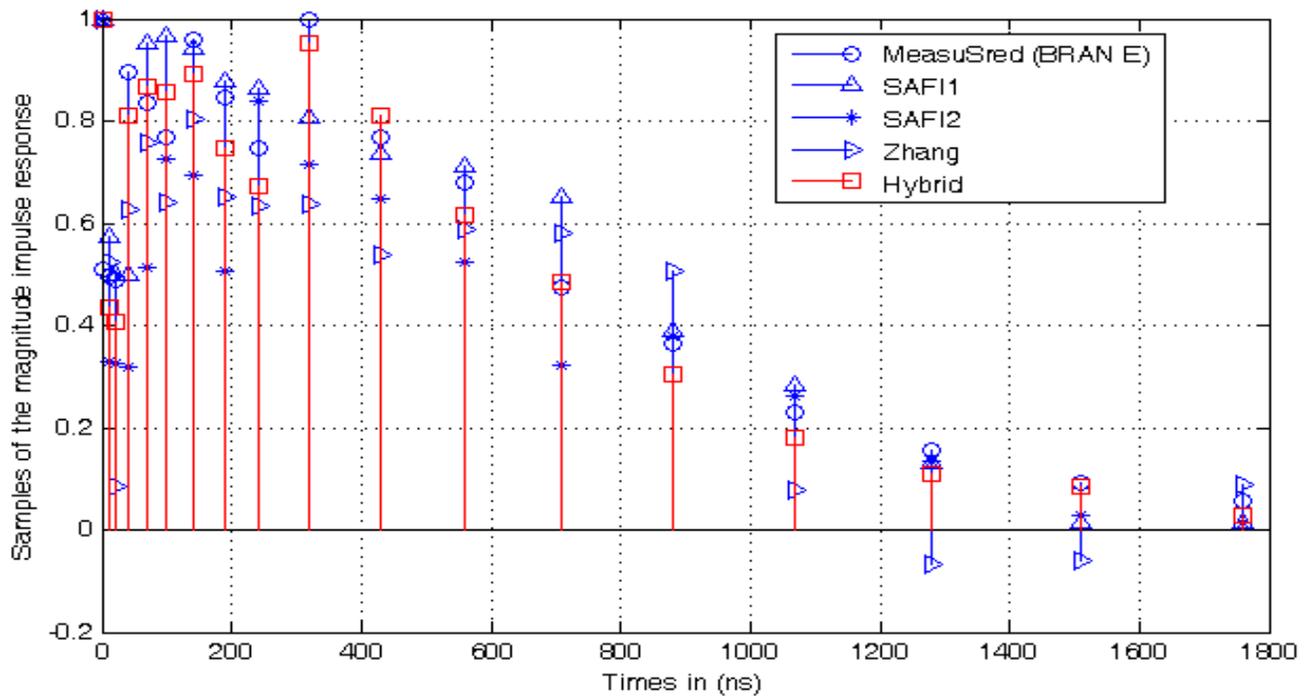


FIGURE 2.32 – Estimation de l'amplitude, du canal BRAN E, en utilisant les algorithmes SAFI1, SAFI2 et Zhang, Zhang et l'algorithme hybride pour SNR= 32 dB..

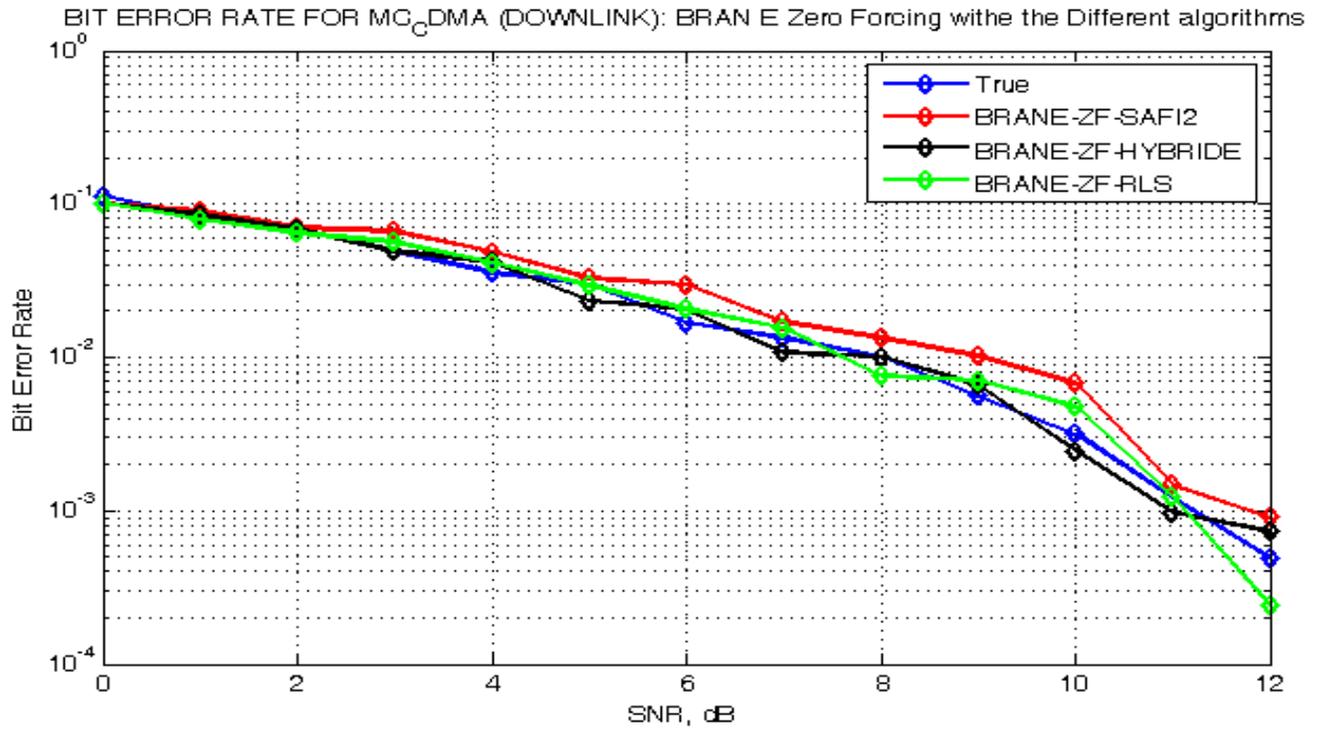


FIGURE 2.33 – BER dans le cas du canal BRAN E mesuré et estimé : égaliseur ZF.

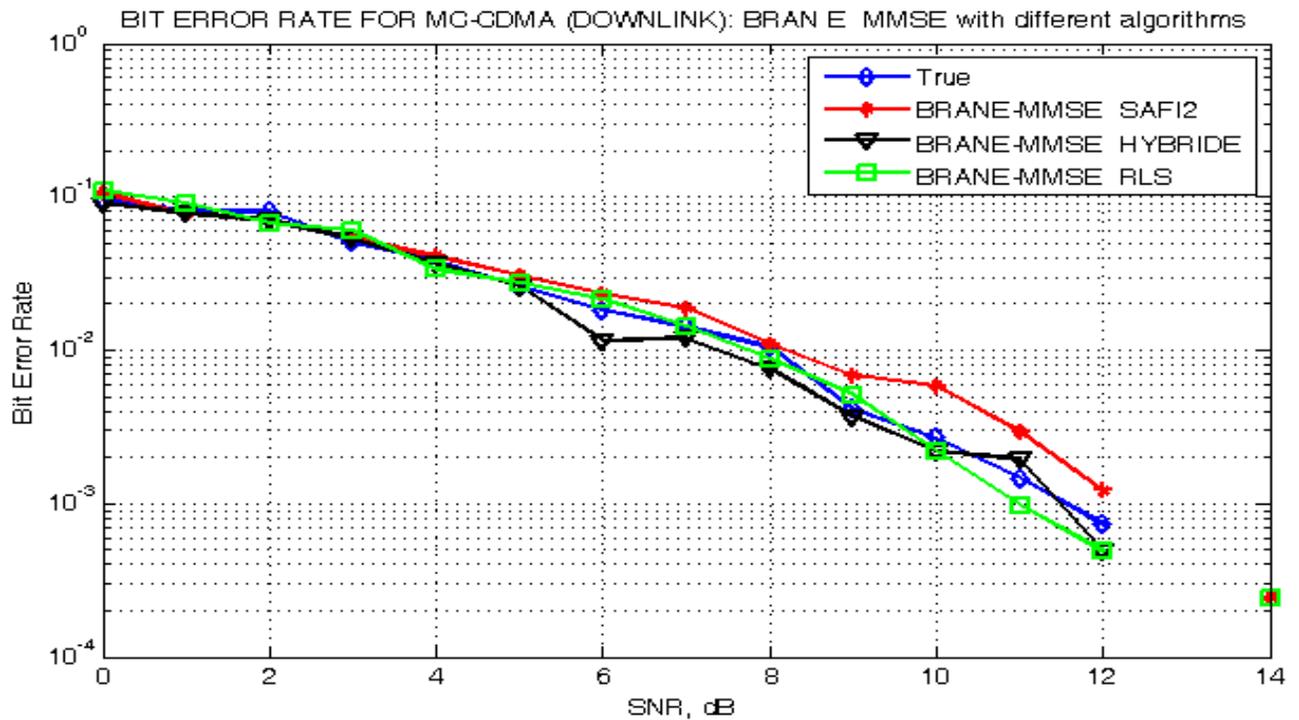


FIGURE 2.34 – BER dans le cas du canal BRAN E mesuré et estimé : égaliseur MMSE.

afin d'éliminer le bruit, ce dernier a été appliqué au problème d'identification et d'égalisation aveugle des paramètres du canal, cet algorithme présente des résultats meilleurs que les autres algorithmes traités basés sur les cumulants. Dans la partie application, nous avons appliqué les algorithmes présentés sur différents canaux, afin de comparer les algorithmes basés sur les cumulants avec un algorithme RLS qui appartient à une famille d'apprentissage supervisé. Ces algorithmes ont été utilisés pour identifier les paramètres des canaux à fréquence sélective et à évanouissement rapide. puis on a identifié l'amplitude et la phase des canaux normalisés, BRAN A et BRAN E. Les résultats de simulation montrent que les algorithmes utilisés donnent des résultats satisfaisants, principalement si le nombre d'échantillons est important. La phase du canal est estimée avec une grande précision, car les cumulants (HOS) constituent un bon moyen pour l'estimation de la phase d'un système donné. La réponse en amplitude est estimée avec une précision acceptable dans un environnement bruité et avec un faible nombre d'échantillons. Dans la partie égalisation : nous avons considéré le problème d'égalisation aveugle des systèmes MC-CDMA. Les résultats de simulation montrent que les algorithmes présentés ont donné des résultats satisfaisants pour une détection mono-utilisateur, i.e. de la station de base vers le mobile.

# Chapitre 3

## Identification des paramètres du canal par les réseaux de neurones

### 1. Introduction

La modélisation du canal de transmission est, sans doute, une étape capitale dans la conception de tout système de télécommunication sans fils. L'objectif de ce chapitre est d'identifier les paramètres d'un canal à Réponse Impulsionnelle Finie (RIF) par le biais des réseaux de neurones formels en utilisant la méthode de Levenberg-Marquardt [41, 42, 43, 44]. Du fait qu'elle utilise un mélange entre deux autres méthodes issues de deux classes différentes :

La première utilise un algorithme de type itératif appartenant aux méthodes des gradients [45], et la deuxième est basée sur les algorithmes génétiques [46]. Les méthodes de type gradients sont des algorithmes classiques de gradient modernisés qui sont performants en vitesse de convergence asymptotique. Même s'ils sont délicats à mettre en oeuvre pour plusieurs raisons : ils s'accommodent mal avec les problèmes où les paramètres à optimiser sont de différents types (logiques, entiers, réels, fonctionnels). On distingue deux types de méthode du gradient, les méthodes du premier ordre et celles du deuxième ordre [47, 48, 49]. Les méthodes du premier ordre consistent à calculer uniquement le gradient de la fonction coût. Elle converge pour n'importe quel valeur initial mais il ne sont pas aussi rapide que les méthodes du deuxième ordre. Ces dernières consistent à calculer la matrice Hessienne ou la matrice Hessienne approchée, elles sont efficaces au voisinage d'un optimum. Cependant pour que la méthode converge vers l'optimum, la matrice Hessienne doit être définie positive, ce qui n'est pas toujours réalisable et la méthode peut ne pas converger. Le but de notre travail est d'appliquer une méthode de type gradient à savoir la méthode de "Levenberg-Marquardt" aux réseaux de neurones. Cette méthode consiste à effectuer un compromis entre la direction du gradient et la direction données par la méthode de Newton [47, 48, 49] pour l'identification des paramètres du canal de transmission. Ces paramètres seront présentés par un réseau de neurones mono-couche [50, 51]. Les réseaux de neurones ont été développés pour résoudre des problèmes : de contrôle, de reconnaissance de formes ou de mots, de décision, de mémorisation comme une alternative à l'intelligence artificielle, et en relation plus ou moins étroite avec la modélisation de processus cognitifs (capable de connaître ou faire connaître) réels et des réseaux de neurones biologiques [50, 51]. Dans ce chapitre nous traitons le problème d'identification supervisée des canaux radios mobile. Plus particulièrement, nous allons nous intéresser à l'identification des paramètres des différents canaux radios mobiles tels que BRAN A, BRAN E [39]. Dans ce même contexte, nous tenons à préciser qu'il existe deux volets de recherche sur

les réseaux de neurones [52] : un premier motivé par l'étude et la modélisation des phénomènes naturels d'apprentissage pour lequel la pertinence biologique est importante ; un second motivé par l'obtention d'algorithmes efficaces ne se préoccupant pas de la pertinence biologique. Nous nous plaçons du point de vue du second groupe. Cette méthode à montrer son efficacité lorsque l'ordre du canal est élevé, par contre elle donne de mauvais résultat pour un ordre de canal faible.

## 2. Historique

De façon générale, on situe le début des réseaux de neurones artificiels en 1943 avec les travaux de McCulloch et Pitts [53] qui montrent qu'un réseau de neurones discret, sans contrainte de topologie, peut représenter n'importe quelle fonction booléenne et donc émuler un ordinateur. En 1958, Rosenblatt propose le premier algorithme utilisant des réseaux de neurones, qui permet d'ajuster les paramètres d'un neurone. En 1969, Minsky et Papert [54] publient le livre perceptrons dans lequel ils utilisent une solide argumentation mathématique pour démontrer les limitations des réseaux de neurones à une seule couche. Ce livre aura une influence telle que la plupart des chercheurs quittent le champ de recherche sur les réseaux de neurones. En 1982, Hopfield [55] propose des réseaux de neurones associatifs et l'intérêt pour les réseaux de neurones renaît chez les scientifiques. En 1986, Rumelhart, Hinton et Williams publient, l'algorithme de la rétropropagation de l'erreur qui permet d'optimiser les paramètres d'un réseau de neurones à plusieurs couches. À partir de ce moment, la recherche sur les réseaux de neurones connaît un essor fulgurant et les applications commerciales de ce succès académique suivent au cours des années 90. Aujourd'hui, on retrouve les réseaux de neurones solidement implantés dans diverses industries : dans les milieux financiers pour la prédiction des fluctuations de marché, en pharmaceutique pour analyser le « QSAR » (Quantitative Structure-Activity Relationship) de diverses molécules organiques, dans le domaine bancaire pour la détection de fraudes sur les cartes de crédit et le calcul de cotes de crédit ; dans les départements de marketing de compagnies de diverses industries pour prévoir le comportement des consommateurs ; en aéronautique pour la programmation de pilotes automatiques ; etc. Les applications sont nombreuses et partagent toutes un point commun essentiel à l'utilité des réseaux de neurones : les processus pour lesquels on désire émettre des prédictions comportent de nombreuses variables explicatives et surtout, il existe possiblement des dépendances non-linéaires de haut niveau entre ces variables qui, si elles sont découvertes et exploitées, peuvent servir à l'amélioration de la prédiction du processus. L'avantage fondamental des réseaux de neurones par rapport aux modèles statistiques traditionnels réside dans le fait qu'ils permettent d'automatiser la découverte des dépendances les plus importantes du point de vue de la prédiction du processus [51, 50, 52].

## 3. les réseaux de Neurones

Au cours de la dernière décennie, les réseaux de neurones des processus statistique ont suscité beaucoup d'intérêt dans le milieu académique et au sein d'entreprises de diverses industries [50, 51]. Ils ont été implantés avec succès pour l'accomplissement de tâches prédictives reliées à des processus statistiques observés pour lesquels on peut identifier plusieurs variables explicatives [50, 51]. Les réseaux de neurones, fabriqués avec des cellulaires artificielles, constituent une approche permettant d'aborder, sous des angles nouveaux, les problèmes de perception, de

mémoire, d'apprentissage et de raisonnement. Ils s'avèrent aussi des alternatives très prometteuses pour contourner certaines limitations des ordinateurs classiques [50, 51, 52]. Grâce à leur traitement parallèle de l'information et à leurs mécanismes inspirés des cellules nerveuses (neurones), ils infèrent des propriétés émergentes permettant de solutionner des problèmes qualifiés complexes. L'architecture du système utilisé pour l'identification consiste à utiliser un perceptron monocouche composée d'une couche d'entrée et une couche de sortie comme le montre la figure (3.1).

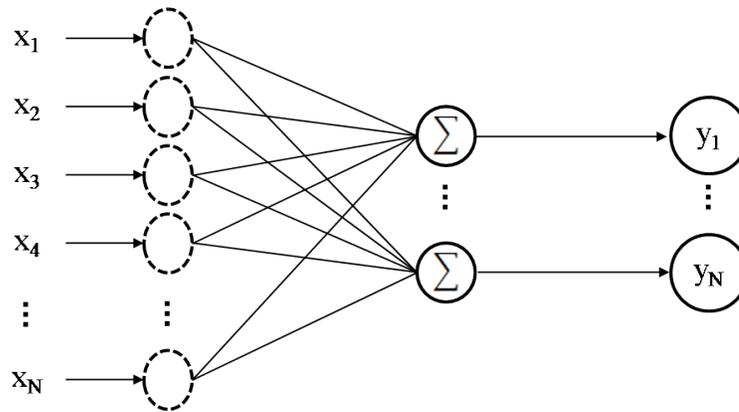


FIGURE 3.1 – Système d'identification

### 3.1. Les deux types de neurones

On distingue deux types de neurones : les neurones biologiques et les neurones artificiels (formels).

#### 3.1.1. Les neurones biologiques

Le neurone biologique [52] est une cellule vivante spécialisée dans le traitement des signaux électriques. Les neurones sont reliés entre eux par des liaisons appelées axones. Ces axones vont eux mêmes jouer un rôle important dans le comportement logique de l'ensemble. Ces axones conduisent les signaux électriques de la sortie d'un neurone vers l'entrée (synapse) d'un autre neurone. Les neurones font une sommation des signaux reçus en entrée et en fonction du résultat obtenu vont fournir un courant en sortie Fig : (3.2)

La structure d'un neurone se compose de trois parties :

- La soma : ou cellule d'activité nerveuse, au centre du neurone.
- L'axone : attaché au soma qui est électriquement actif, ce dernier conduit l'impulsion conduite par le neurone.
- Dendrites : électriquement passives, elles reçoivent les impulsions d'autres neurones.

#### 3.1.2. Le neurone formel (artificiel)

Le neurone artificiel (ou cellule) est un processeur élémentaire. Il reçoit un nombre variable d'entrées en provenance de neurones appartenant à un niveau situé en amont. A chacune des

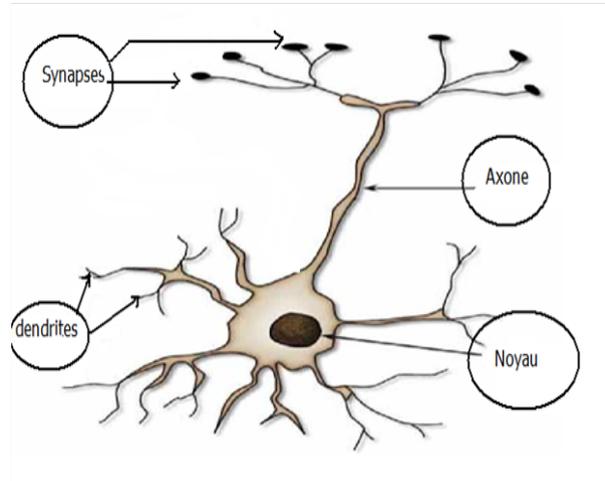


FIGURE 3.2 – Neurone biologique

entrées est associé un poids  $w$  représentatif de la force de la connexion. Chaque processeur élémentaire est doté d'une sortie unique, qui se ramifie ensuite pour alimenter un nombre variable de neurones appartenant à un niveau situé en aval. A chaque connexion est associée un poids (figure :3.1 ). Le schéma fonctionnel du perceptron monocouche utilisé est modélisé comme suit :

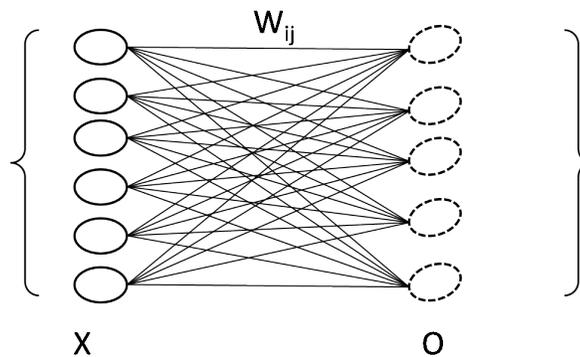


FIGURE 3.3 – Réseau de neurones mono-couche utilisé

### 3.1.3. Modélisation d'un neurone formel

Les réseaux de neurones formels sont à l'origine d'une tentative de modélisation mathématique du cerveau humain. Les premiers travaux datent de 1943 et sont l'œuvre de MM. Mac Culloch et Pitts [53]. Ils présentent un modèle assez simple pour les neurones et explorent les possibilités de ce modèle. La modélisation consiste à mettre en œuvre un système de réseau neuronal sous un aspect non pas biologique mais artificiel, cela suppose que d'après le principe biologique on aura une correspondance pour chaque élément composant le neurone biologique, donc une modélisation pour chacun d'entre eux. On pourra résumer cette modélisation par le tableau 3.1, qui nous permettra de voir clairement la transition entre le neurone biologique et le neurone formel.

TABLE 3.1 – Analogie entre le neurone biologique et le neurone formel

Neurone Biologique	Neurone Artificielle
Synapses	Poids de connexions
Axones	Signal de sortie
Dendrite	Signal d'entrée
Somma	Fonction d'activation

## 4. La méthode de Levenberg-Marquardt

Nous abordons dans cette partie une méthode qui recherche à ramener à une forme linéaire la relation entre les gradients mesuré et les paramètres que l'on cherche à déterminer, cette méthode consiste à avoir une procédure permettant d'améliorer à chaque étape d'un processus itératif, les valeurs initiales d'un ensemble de paramètres donné et ceci en minimisant la fonction du coût cité précédemment (equation :3.3) ; La méthode de Levenberg-Marquardt [42, 41] consiste à modifier les paramètres selon la relation suivante :

$$w_k = w_{k-1} - [H_{k-1} + I \cdot \lambda_{k-1}^{-1}] * j_{k-1} \quad (3.1)$$

Avec I représente la matrice identité.

Cette méthode est particulièrement astucieuse car elle s'adapte d'elle-même à la fois de la fonction coût. Elle effectue un compromis entre la direction du gradient et la direction donnée par la méthode de Newton. En effet, si  $\lambda_k$  est grand, on reconnait la méthode du gradient (dans ce cas la valeur du pas est donnée par  $(\frac{1}{\lambda_{k-1}})$  et si  $\lambda_{k-1}$  est petite la modification des paramètres correspond à celle de la méthode de Newton. Dans ce chapitre, nous avons utilisé principalement deux méthodes d'identification supervisés performants : Gradient à pas constant et quasi-Newton : nous commençons le processus par quelques itérations du gradient (à pas constant) pour continuer avec une méthode de quasi-Newton. Le problème est de choisir le pas et le nombre d'itérations du gradient. La méthode de Levenberg-Marquardt permet de pallier les inconvénients liés au choix du pas et du nombre d'itérations, car elle effectue automatiquement un compromis entre la direction du gradient et la direction de Newton. Nous choisissons une valeur initiale de  $\lambda$  (Bishop propose  $\lambda = 0.1$ ) qui est modifiée durant l'optimisation. A chaque itération, on calcule la fonction de coût  $J(w)$  avec la valeur de  $\lambda$  précédente, si la fonction de coût diminue, on effectue la modification des paramètres et on diminue  $\lambda$  (par exemple, divisé par 10) . Si la fonction de coût croit, on cherche à se rapprocher du gradient en augmentant  $\lambda$  ( multiplier par 10) jusqu'à ce que le coût diminue.

En les confrontant sur plusieurs problèmes, il apparait qu'aucune de ces deux méthodes ne prend un avantage considérable sur l'autre. Avec la première méthode, il est nécessaire de régler plusieurs paramètres ( le choix du pas et le nombre d'itérations pour le gradient et des critères d'arrêt pour quasi-Newton). Par contre, avec la méthode de Levenberg-Marquardt, il suffit de spécifier les critères d'arrêt et selon la valeur de  $\lambda$  adaptée. Typiquement, on constate, au début d'optimisation, que  $\lambda$  augmente (la direction de descente est presque celle du gradient) puis diminue au voisinage du minimum ( la direction de la descente est presque celle de Newton). Cette souplesse provoque un temps de calcul sensiblement supérieur à celui de la méthode de quasi-Newton. Chaque méthode d'optimisation possède des avantages et des inconvénients. La méthode de Levenberg-Marquardt présente un intérêt pratique car elle peut être utilisée sans avoir à choisir le pas.

### 4.1. Algorithme de Levenberg-Marquardt

Entrées :  $x, y, w, h$

Sorties :  $\tilde{h}$  : paramètres estimés

début

Initialisation

$\lambda \leftarrow 0.1$

$k \leftarrow 0$

$w \leftarrow w_0$  tant que  $update \neq 0$  et  $k < k_{max}$  faire

$a \leftarrow w * x$

$f \leftarrow \frac{1}{1 + \exp(-a)}$

Calcul de l'erreur quadratique

Calcul de la matrice Jacobienne

$J \leftarrow \frac{\nabla(f)}{\partial(x)}$

Calcul de la matrice Hessienne  $H \leftarrow J^T * J$

Chercher  $d$  tel que

$([H + \lambda * I]^{-1}) * d \leftarrow J^T * f$

Calcul des nouveaux poids

$w_k = w_{(k-1)} - [H_{(k-1)} + \lambda_{(k-1)} * I]^{(-1)} * J_{(k-1)}$

$w_{lm} = w_k$

fin

## 5. Position du problème

On modélise le canal par le système suivant :

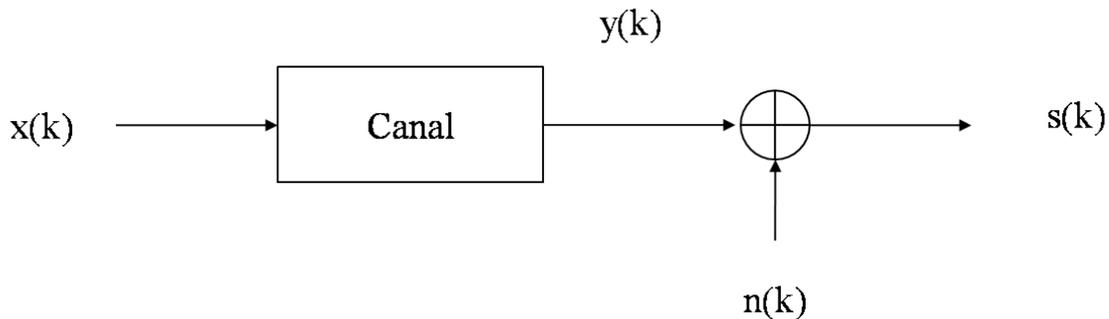


FIGURE 3.4 – Modèle du canal de transmission

$$g(x) = f(W, x) + n(k) \quad (3.2)$$

Avec  $g(x)$  est fonction non-linéaire de  $x$ ,  $n(k)$  est un bruit blanc additif. Dans un premier temps nous allons travailler dans le cas non bruité, Le problème consiste à déterminer les paramètres du canal à partir du signal reçu  $y(k)$  en utilisant la méthode de Levenberg-Marquardt. Sachant qu'on

dispose du signal d'entrée  $x(k)$ . On cherche à minimiser la fonction coût :

$$J(w) = \min_W \left( \sum_{i=0}^N (y_i - \sum_{j=0}^N W_{ij} * x_j) \right) \quad (3.3)$$

La matrice des poids  $W$  est obtenue à partir du produit convolutif du signal  $x(n)$  et les paramètres  $h(n)$ . Sachant que le signal de sortie  $y(n)$  est obtenu par le produit convolutif :

$$y(n) = \sum_{k=0}^N x(k)h(n-k) \quad (3.4)$$

En écrivant l'équation (3.4) sous forme matricielle, on aura la système suivant :

$$Y = H.X \quad (3.5)$$

Où

$$Y = \begin{pmatrix} y(0) \\ y(1) \\ \vdots \\ y(n) \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

$$X = \begin{pmatrix} x(0) \\ x(1) \\ \vdots \\ x(n) \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

$$H = \begin{pmatrix} h(n) & \cdots & h(0) \\ h(n-1) & \cdots & 0 \\ h(n-2) & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ h(0) & \cdots 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

L'estimation des paramètres du canal H revient à estimer la matrice des poids W.

## 6. Application de la méthode des Levenberg-Marquardt à une détection bidimensionnelle

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons à l'application des réseaux de neurones à l'identification des signaux binaires bidimensionnelles [43],[44]. La méthode consiste à rendre le problème mono-dimensionnelle selon le schémas de la figure (Fig3.5) :

Le choix de l'algorithme de Levenberg-Marquardt est dû aux avantages qu'il représente comme algorithme d'optimisation, l'algorithme de Levenberg-Marquardt a pour objectif la minimisation d'une fonction généralement non-linéaire dans un espace données des paramètres. Cette minimisation est effectuée avec l'ajustement de courbes par les moindres carrés, cet algorithme présente de meilleures performances comparativement aux algorithmes de Gauss-Newton (GNA) et du

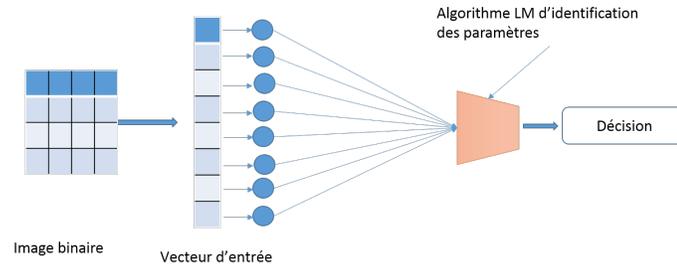


FIGURE 3.5 – Principe d’identification bidimensionnelle.

gradient [43],[44] lorsqu’il s’agit de traiter des problèmes de taille moyenne similaires à notre problématique.

L’algorithme de Levenberg-Marquardt est un algorithme itératif qui a besoin d’une série de valeurs initiales  $x$  au début de la minimisation. A chaque itération, les paramètres du vecteur  $x$  sont remplacés par une nouvelle estimation  $x+h$ . Pour déterminer les paramètres  $h$ , la fonction  $f(x+h)$  (nécessaire pour le calcul de  $F(x+h)$ ) est approximée, selon le développement de Taylor, par :

$$f(x+h) \approx f(x) + J(x)h \quad (3.9)$$

où  $J$  correspond au Jacobien de  $f$  pour le vecteur de paramètres  $x$ .

Dans les papiers [43] et [44], nous avons appliqué cette méthode pour deux cas d’utilisation pour la reconstitution de l’images transmise, celui de la reconnaissance des chiffres et les caractères tfinagh.

## 6.1. Application de la méthode LM à l’identification

Dans un premier temps, on a appliqué l’algorithme de LM à la reconnaissance des formes, puis on a modélisé notre problème de telle sorte à rendre le problème de reconnaissance en un problème d’identification, ce qui signifie qu’au lieu de chercher les poids, on cherche les paramètres du canal.

On a commencé d’abord par les fonctions logiques (AND, OR et XOR) pour valider l’applicabilité de la méthode. Pour cela, on se limite à l’utilisation d’un perceptron mono-couche.

Pour expliquer la méthode, on l’avait appliqué à un exemple qui traite un problème de minimisation à deux paramètres.

Soit l’ensemble des couples  $(x_i, y_i) \in (x_i = 0, 0.1, \dots, 2*\pi)$  avec la fonction  $f$  définie comme suit :

$$f(x) = a * \cos(bx) + b * \sin(ax) \quad (3.10)$$

Ou  $a$  et  $b$  sont les paramètres qu’on cherche à estimer, le problème de recherche d’optimum revient à minimiser l’équation suivante :

$$\operatorname{argmin}_{a,b}(d^T d) \quad (3.11)$$

Avec  $d = [d_1 d_2 \dots d_i]^T$  et  $d_i = [y_i - f(x_i; a, b)]$

la figure 3.6 montre que l’erreur quadratique s’annule au bout de 4 itérations.

Un exemple a été volontairement construit, consiste à utiliser un perceptron mon-couche qui contient trois cellules dans la couche d’entrée et trois cellules dans le couche de sortie. La valeur du signal d’entrée vaut  $x=[1 \ 1 \ 1]$  qui correspond à la sortie désirée  $t=[1 \ 0 \ 0]$ . Dans ce cas, en

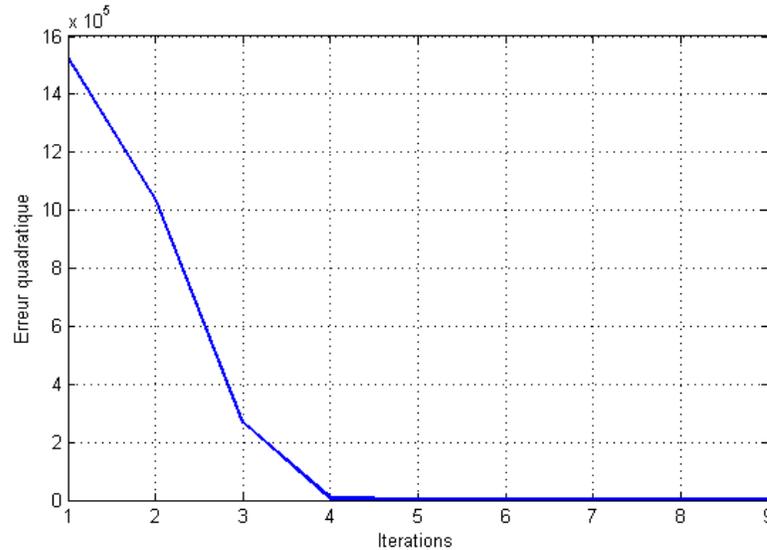


FIGURE 3.6 – Erreur quadratique en fonction du nombre d'itérations

calculant la sortie  $f$  par la méthode de LM, on observe que les paramètres calculé de la matrice des poids s'approche des poids réels, ce qui implique que le résultat calculé devient presque identique à celui désiré, ce qui s'explique par l'annulation de l'erreur quadratique comme le montre la faguire (3.7). La sortie calculée vaut  $f = [0.9965 \ 0.0277 \ 0.0225]$ , la fonction d'activation utilisée

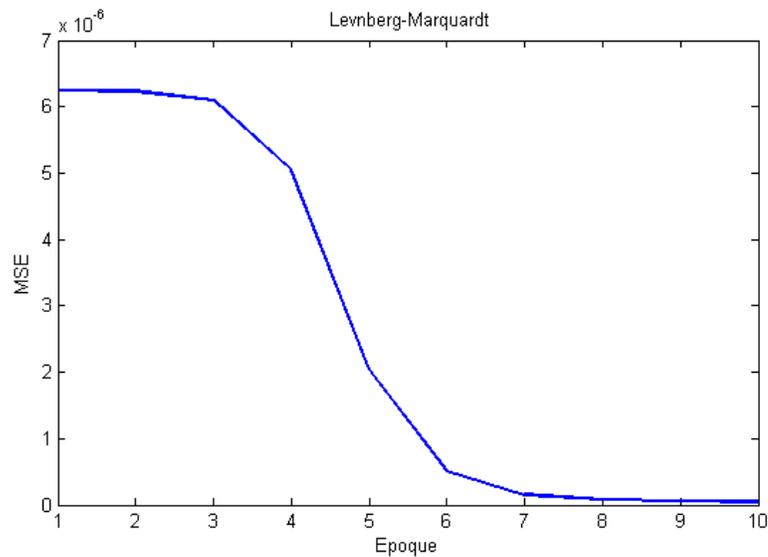


FIGURE 3.7 – Erreur quadratique en fonction du nombre d'itérations

étant la fonction sigmoïde avec un seuil de 0.5, puisque le réseau de neurones utilisé est un un réseau déterministe, les cellules de valeur supérieur à 0.5 sont actives et celles inférieur sont inactives, après l'activation, la sortie calculée devienne identique à celle désirée, puis en détermine les paramètres du canal par l'identification de la matrice des poids à celle des paramètres.

On a appliqué également cette algorithme aux fonctions logiques (AND, OR et XOR) comme

exemples d'applications, pour ce faire, il suffit d'utiliser deux cellules dans la couche d'entrée et une seule cellule dans la couche de sortie. Comme le montre la figure (3.8), l'erreur quadratique s'annule au bout de deux itérations avec un temps d'exécution relativement court.

Pour justifier l'utilisation de cet algorithme, on l'avait comparé à un algorithme itérative (Windrow-Hoff).

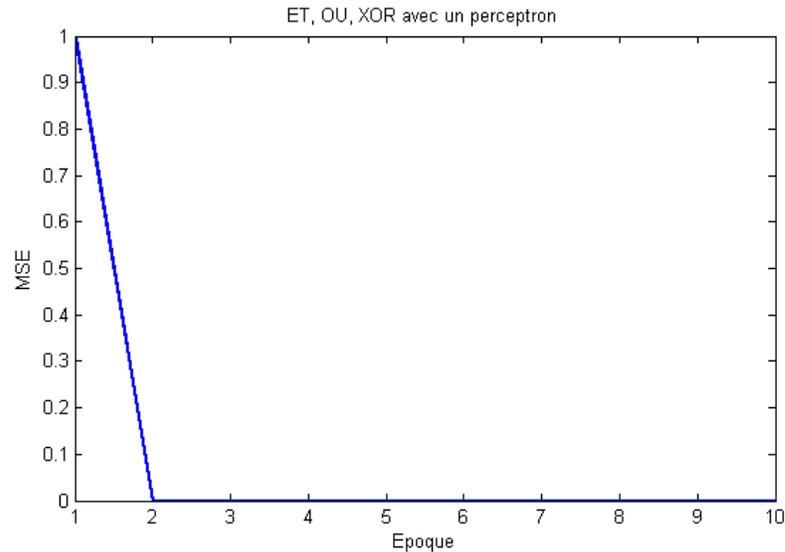


FIGURE 3.8 – Erreur quadratique en fonction du nombre d'itérations pour les fonctions logiques : AND, OR et XOR

## 6.2. Algorithme de Windrow-Hoff [1]

L'algorithme de Widrow-Hoff, ou encore "la règle delta", consiste à modifier les paramètres pour chaque itération par la méthode des gradients :

$$w_{i+1} = w_i + \alpha * (y_k - s_k) * x_i \quad (3.12)$$

Elle n'est en fait qu'une variante de l'algorithme de descente du gradient, en effet, avec la méthode de descente du gradient, on engrange les erreurs commises sur chaque exemple puis pour terminer on corrige les poids, et ce pour chaque poids. On remarque que cette méthode comme assez "grossière", dans le sens où elle n'est pas très précise et met beaucoup de temps avant de tendre vers le bon coefficient. On ressent le fait qu'elle ne corrige qu'un petit peu alors qu'elle pourrait corriger beaucoup mieux pour chaque exemple. Et c'est là que l'algorithme de Widrow-Hoff intervient. En effet, la méthode élaborée par Widrow et Hoff consiste à modifier les poids après chaque exemple [56], et non pas après que tous les exemples aient défilé. Ceci va donc minimiser l'erreur de manière précise, et ce sur chaque exemple. On constate bien que le réseau de neurones va s'améliorer nettement mieux et va tendre bien plus rapidement à apprendre parfaitement (ou presque) chacun des exemples, bien que des méthodes plus efficaces encore existent.

La table 3.2 regroupe les différents résultats obtenus avec les deux méthodes mentionnées précédemment. D'après le tableau (3.2), on remarque que pour les exemples étudiés, la méthode de Levenberg-Marquardt est plus performante et avantageuse en terme de temps d'exécution. Dans

TABLE 3.2 – Tableau comparatif des résultats obtenus des méthodes appliquées aux fonctions logiques.

Méthodes	Fonctions logiques	Temps d'exécution(s)
LM	ET	0.038424
WH	ET	0.610579
LM	OR	0.075657
WH	OR	0.531939
LM	XOR	0.028656
WH	XOR	0.473194

ce cas, on constate que l'identification est plus facile quand le nombre d'exemples est petit. La méthode de Levenberg-Marquardt est plus avantageuse par rapport à celle de Windrow-Hoff pour la convergence vers l'optimum, c'est là où intervient le terme astucieux de la méthode, car elle effectue un compromis entre deux techniques différentes. En effet, cette méthode tend vers la méthode de Newton pour une valeur de  $\lambda$  petite, alors qu'elle est équivalente à la méthode du gradient simple pour un pas de  $\lambda$  grand. Le Hessien est toujours défini positif ce qui assure la convergence vers un minimum de la solution. De plus la mise en œuvre de la méthode est assez simple que celle de Widrow-Hoff pour l'architecture du perceptron utilisé. Par exemple la fonction XOR qui est une fonction non linéairement séparable, ce qui nécessite l'utilisation d'une couche cachée pour la méthode de Widrow-Hoff. Alors qu'avec la méthode de Levenberg-Marquardt, on peut utiliser simplement un perceptron mono-couche.

## 7. Les canaux sélectif en fréquences et en temps

La sélectivité en fréquence [56] d'un canal est un concept intimement lié au signal à transmettre. Il exprime le fait que le signal à transmettre a des composantes fréquentielles qui sont atténuées différemment par le canal de propagation. En d'autres termes, ce phénomène apparaît si le signal possède une bande de largeur de fréquence plus large que la bande de cohérence du canal de propagation ; la bande de cohérence d'un canal étant définie comme la largeur de bande minimale pour laquelle deux atténuations du canal sont indépendantes [57]. Ce phénomène a donné du « fil à retordre » à beaucoup de chercheurs ces dernières années et est un des principaux obstacles à des transmissions fiables : il faut en effet d'une part estimer le canal (ce qui fait perdre du débit dans des environnements mobiles) et l'égaliser (ce qui augmente la complexité des récepteurs).

La représentation dite en taps [58] d'un canal permet de simuler les canaux sélectifs en fréquence et en temps. Ce modèle de représentation est généré grâce à un échantillonnage de la réponse impulsionnelle du canal. Le canal est supposé stationnaire au sens large, c'est-à-dire que la moyenne et la variance du canal ou les moments d'ordre un et deux ne dépendent pas du temps. Les trajets multiples sont représentés par un filtre à réponse impulsionnelle finie de  $L$  trajets. Ce filtre est défini par une atténuation, un retard et un spectre Doppler pour chaque trajet. Pour la simulation, l'inverse de la fréquence d'échantillonnage définit l'écart minimum entre deux trajets. De plus, le retard maximal  $\tau_{max}$  correspond à la durée de la réponse impulsionnelle du canal. Cette réponse impulsionnelle peut alors s'exprimer de la forme suivante :

$$h(\tau) = \sum_{i=1}^L a_i \delta(\tau - \tau_i) \quad (3.13)$$

## 7.1. Canaux mobiles de type BRAN

Nous allons donner quelques caractéristiques des canaux pour lesquels ce type de modulations est intéressant. Les premières applications ont concerné la diffusion du son numérique dans le canal radiomobile : c'est l'exemple de ces canaux que nous prenons, en n'omettant pas le fait que les modèles de ces canaux peuvent aussi s'appliquer à d'autres canaux très perturbés [39]. Le signal émis sous forme d'onde subit de nombreuses réflexions, en particulier en milieu urbain, le récepteur reçoit une série d'échos de provenances diverses et imprévisibles. Ces échos d'amplitudes variables introduisent des retards variables. Dans ce paragraphe nous considérons le cas des canaux pratiques à évanouissement très rapide. Ces modèles de canaux étudiés sont BRAN (Broadband Radio Access Network [59]). Ces modèles ont été normalisés par l'Institut des Télécommunications de Normalisation Européenne (ETSI) dans le cadre du projet Bran [60], [61] dont le but est de définir les couches physiques et de contrôler des systèmes HIPERLAN/2, respectant un réseau local sans fil à haut débit. Ces modèles représentent différents scénarios de transmission, du type intérieur de bureau pour le canal BRAN A, à extérieur pour le canal Bran E, aussi les canaux BRAN B,C,D qui représentent d'autres scénarios. Chaque modèle est composé de 18 trajets dont l'amplitude des retards suit une décroissance exponentielle. Une largeur de bande de 20MHz a été allouée dans la bande des 5 :2 GHz pour la mise en oeuvre de ces réseaux locaux.

Pour un canal BRAN A (modèle de canal de propagation pour un environnement bureau dans le cadre de la norme HiperLAN/2 à 5Ghz), le nombre de trajets est de l'ordre de 8 ( $c_{it}$ ,  $0 < i < 8$ ). Par conséquent, pour une modulation d'amplitude en quadrature à 4 états QPSK, le décodeur devra effectuer  $4^8$  opérations par symbole reçu.

TABLE 3.3 – Retards et amplitudes des 18 trajets du canal BRAN A

Retards $\tau_i$ (ns)	Amplitudes $h_i$ (dB)	Retards $\tau_i$ (ns)	Amplitudes $h_i$ (dB)
0	0	90	-7.8
10	-0.9	110	-4.7
20	-1.7	140	-7.3
30	-2.6	170	-9.9
40	-3.5	200	-12.5
50	-4.3	240	-13.7
60	-5.2	290	-18
70	-6.1	340	-22.4
80	-6.9	390	-26.7

## 8. Résultats de Simulation

Dans cette partie nous allons estimer les paramètres des différents canaux cités ci-dessus. On a remarqué que l'algorithme de Lenvenberg-Marquardt ne donne pas de bon résultats dans le cas d'un canal d'ordre faible (figure 3.9).

comme le montre la figure (3.9 et 3.10) les paramètres estimés du BRAN A est plus acceptable par rapport à celui de 3 trajets, car l'ordre du canal est assez important. l'algorithme montre sa performance pour les différents canaux BRAN (A,B,C,D,E) étudiés, et donc les paramètres estimés s'approche des paramètres réels, ce qui signifie que l'erreur diminue avec l'augmentation

TABLE 3.4 – Retards et amplitudes des 18 trajets du canal BRAN B

Retards $\tau_i$ (ns)	Amplitudes $h_i$ (dB)	Retards $\tau_i$ (ns)	Amplitudes $h_i$ (dB)
0	-2.6	230	-5.6
10	-3.0	280	-7.7
20	-3.5	330	-9.9
30	-3.9	380	-12.1
50	0.0	430	-14.3
80	-1.3	490	-15.4
110	-2.6	560	-18.4
140	-3.9	640	-20.7
180	-3.4	730	-24.6

TABLE 3.5 – Retards et amplitudes des 18 trajets du canal BRAN C

Retards $\tau_i$ (ns)	Amplitudes $h_i$ (dB)	Retards $\tau_i$ (ns)	Amplitudes $h_i$ (dB)
0	-3.3	230	-3.0
10	-3.6	280	-4.4
20	-3.9	330	-5.9
30	-4.2	400	-5.3
50	0.0	490	-7.9
80	-0.9	600	-9.4
110	-1.7	730	-13.2
140	-2.6	800	-16.3
180	-1.5	1050	-21.2

TABLE 3.6 – Retards et amplitudes des 18 trajets du canal BRAN D

Retards $\tau_i$ (ns)	Amplitudes $h_i$ (dB)	Retards $\tau_i$ (ns)	Amplitudes $h_i$ (dB)
0	0.0	230	-9.4
10	-10.0	280	-10.8
20	-10.3	330	-12.3
30	-10.6	400	-11.7
50	-6.4	490	-14.3
80	-7.2	600	-15.8
110	-8.1	730	-19.6
140	-9.0	800	-22.7
180	-7.9	1050	-27.6

TABLE 3.7 – Retards et amplitudes des 18 trajets du canal BRAN E

Retards $\tau_i$ (ns)	Amplitudes $h_i$ (dB)	Retards $\tau_i$ (ns)	Amplitudes $h_i$ (dB)
0	-4.9	320	0.0
10	-5.1	560	-2.8
20	-5.2	710	-5.4
40	-0.8	400	-11.7
70	-1.3	880	-7.3
100	-1.9	1070	-10.6
140	-0.3	1280	-13.4
190	-1.2	1510	-17.4
240	-2.1	1760	-20.9

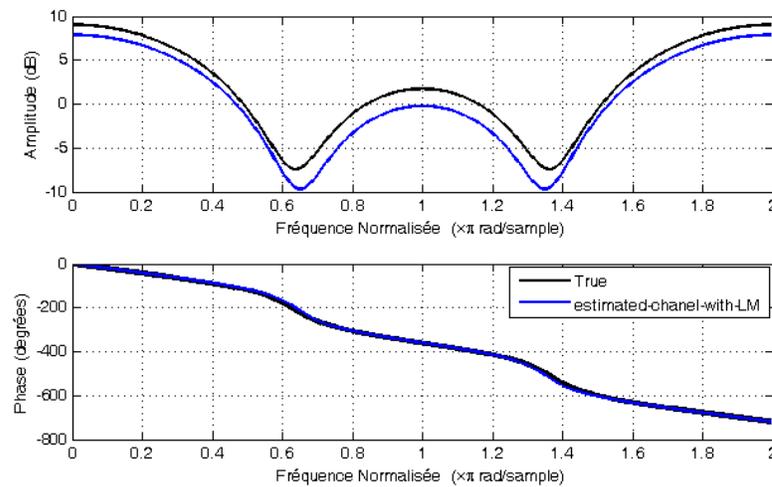


FIGURE 3.9 – Estimation de l'amplitude et de la phase du canal de paramètres : -1.083 -0.95 0.95

de l'ordre du canal, par contre pour un canal d'ordre inférieur l'algorithme peut ne pas converger. comme le montre les figures (3.9 et 3.10).

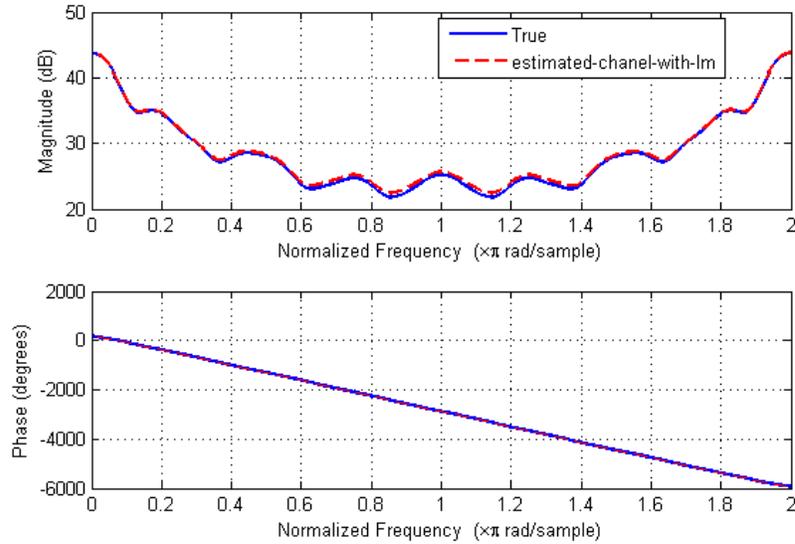


FIGURE 3.10 – Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BARN A utilisant les 18 trajets

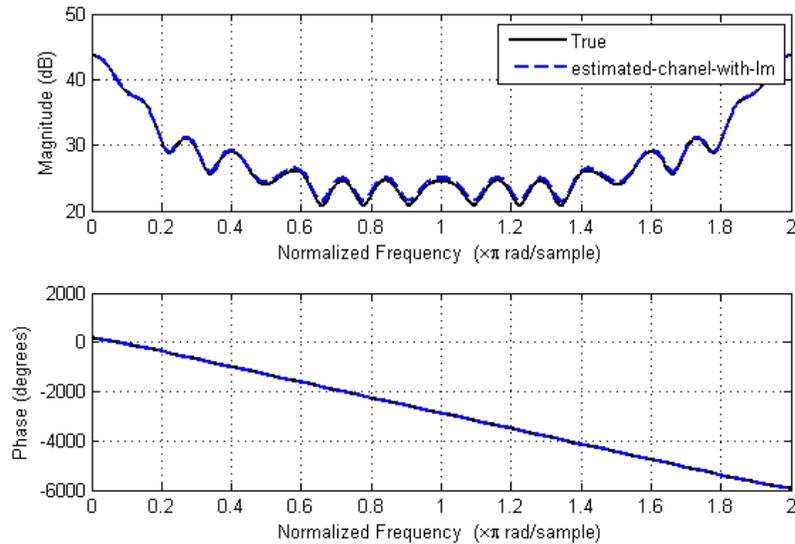


FIGURE 3.11 – Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BARN B utilisant les 18 trajets

A partir des résultats obtenus (figures 3.10, 3.11, 3.12, 3.13, 3.14) nous concluons que l'estimation des paramètres est améliorée et ceci peut être dû au nombre de trajets utilisé, qui est plus important que celui du canal d'ordre 3.

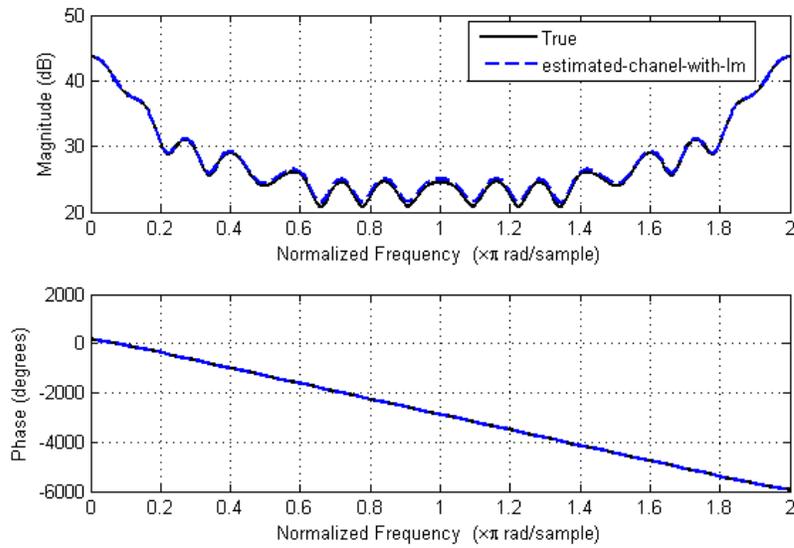


FIGURE 3.12 – Estimation de l’amplitude et de la phase du canal BARN C utilisant les 18 trajets

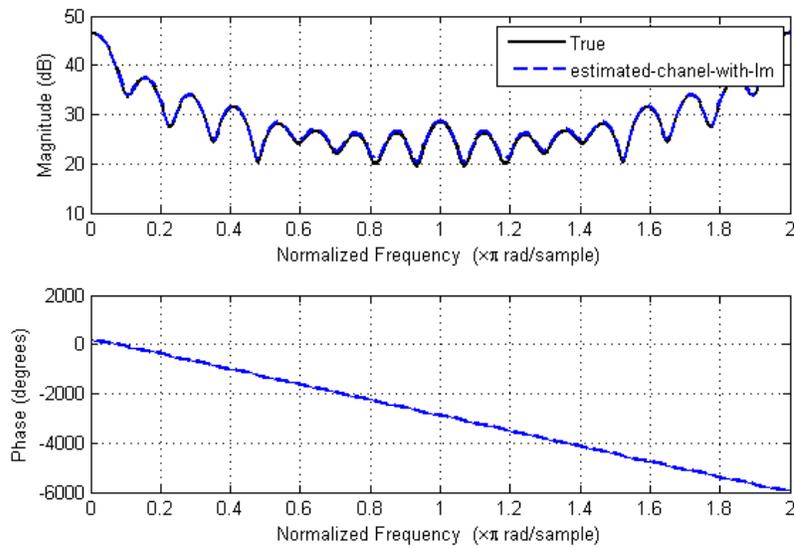


FIGURE 3.13 – Estimation de l’amplitude et de la phase du canal BARN D utilisant les 18 trajets

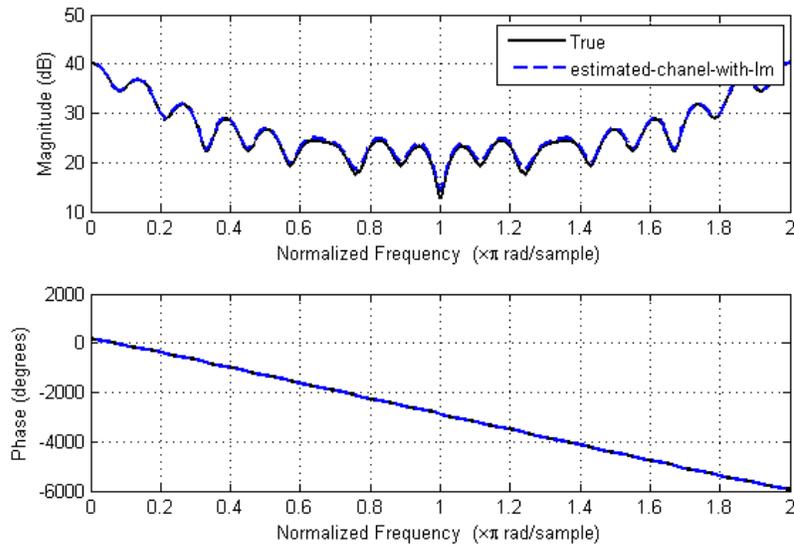


FIGURE 3.14 – Estimation de l’amplitude et de la phase du canal BARN E utilisant les 18 trajets

## 9. Comparaison entre l’algorithme RLS et les réseaux de neurones

Dans cette partie nous allons estimer les paramètres des différents canaux cités ci-dessus, on a remarqué que cette algorithme ne donne pas de bon résultats pour les deux algorithmes dans le cas d’un canal d’ordre faible ( figure3.16).

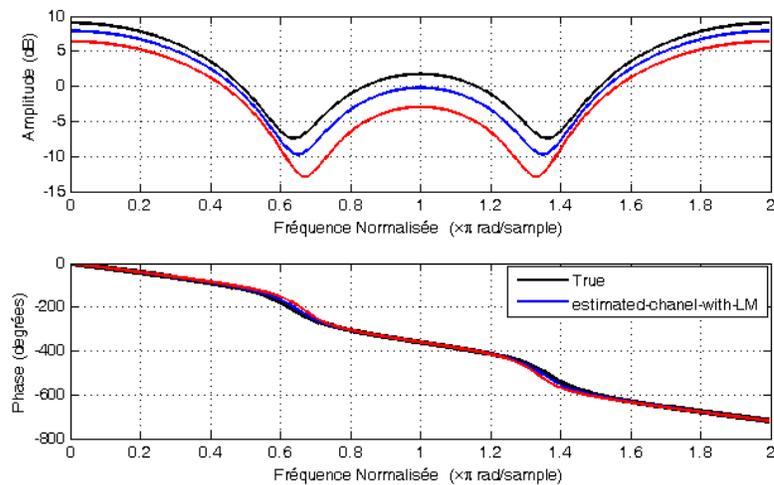


FIGURE 3.15 – Estimation de l’amplitude et de la phase d’un canal d’ordre 3 en utilisant l’algorithme de LM

D’après les deux figures (3.15 et 3.16), pour les deux algorithmes, on remarque que les paramètres estimés du canal de 12 trajets est plus acceptable par rapport à celui de 5 trajets, car l’ordre du canal est assez important.

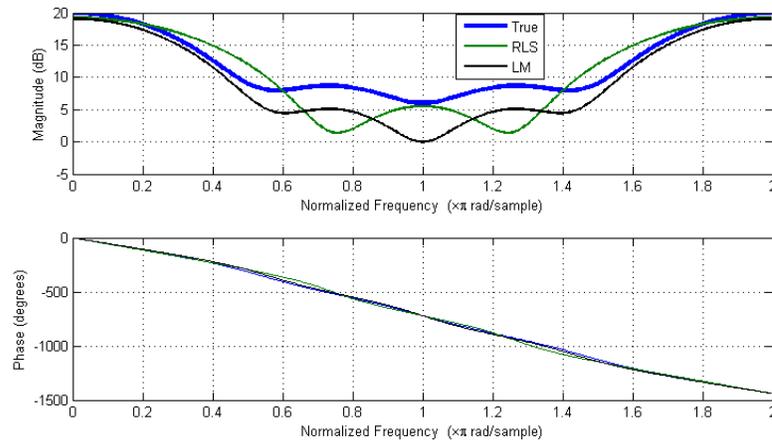


FIGURE 3.16 – Estimation de l’amplitude et de la phase d’un canal d’ordre 5 en utilisant l’algorithme de LM

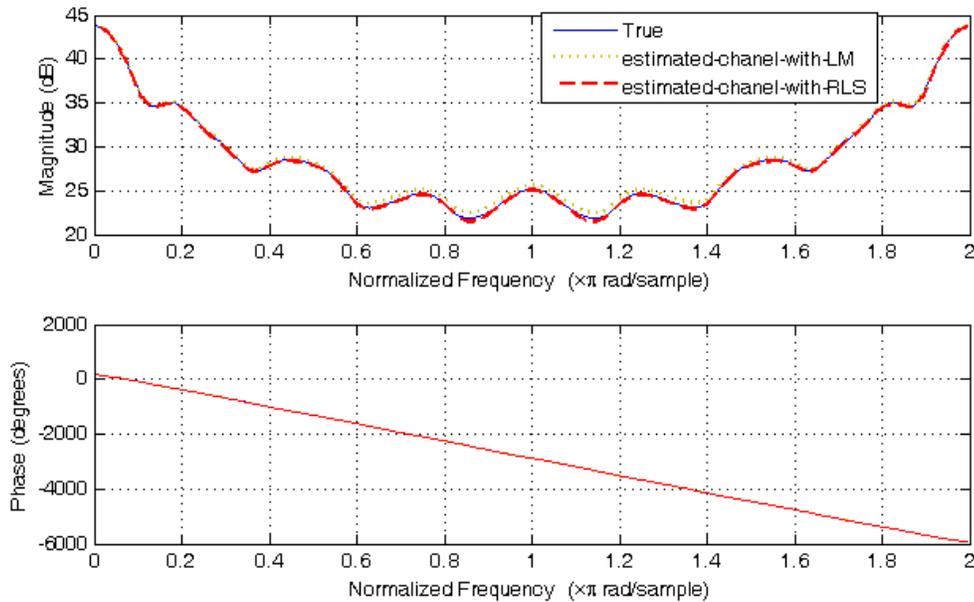


FIGURE 3.17 – Estimation de l’amplitude, du canal BRAN A en utilisant les 18 trajets en utilisant les algorithmes RLS et LM.

Les deux algorithmes montrent leurs performances pour les différents canaux ayant un nombre de paramètres élevé pour les différents canaux étudiés, et donc les paramètres estimés s’approche des paramètres réels, ce qui signifie que l’erreur diminue avec l’augmentation de l’ordre du canal. Sauf que l’algorithme RLS converge rapidement par rapport à celui de Levenberg-Marquardt, mais ce dernier donne une bonne précision des paramètres estimés, par contre pour un canal d’ordre faible, les deux algorithmes peuvent ne pas converger. A partir des résultats obtenus (Fig :3.22, 3.23, 3.17, 3.18, 3.19, 3.20, 3.21), on peut déduire que les paramètres estimés par les deux algorithmes sont presque identiques avec les paramètres réelles des différentes canaux étudiés.

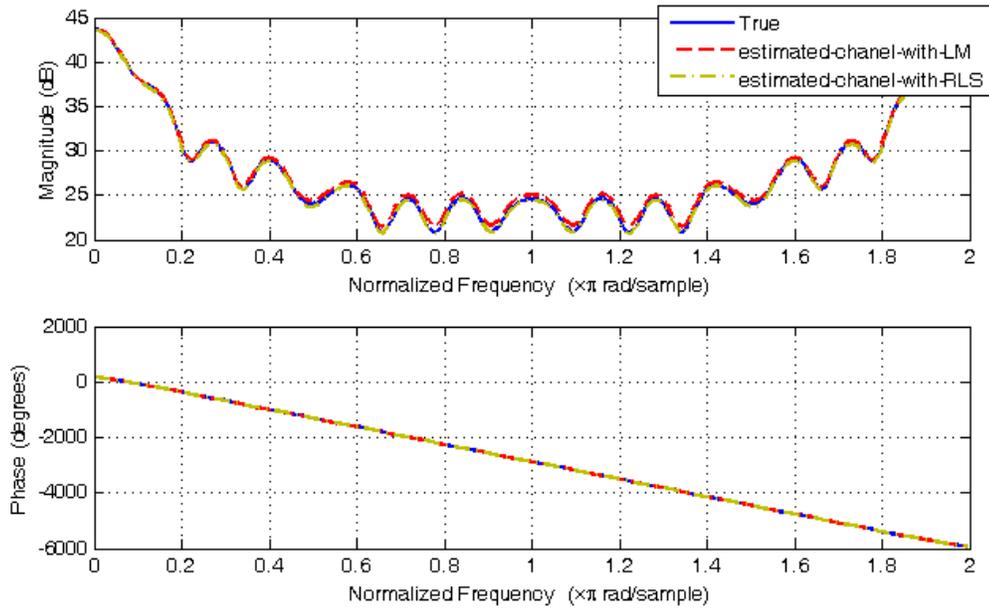


FIGURE 3.18 – Estimation de l’amplitude, du canal BRAN B en utilisant les 18 trajets en utilisant les algorithmes RLS et LM.

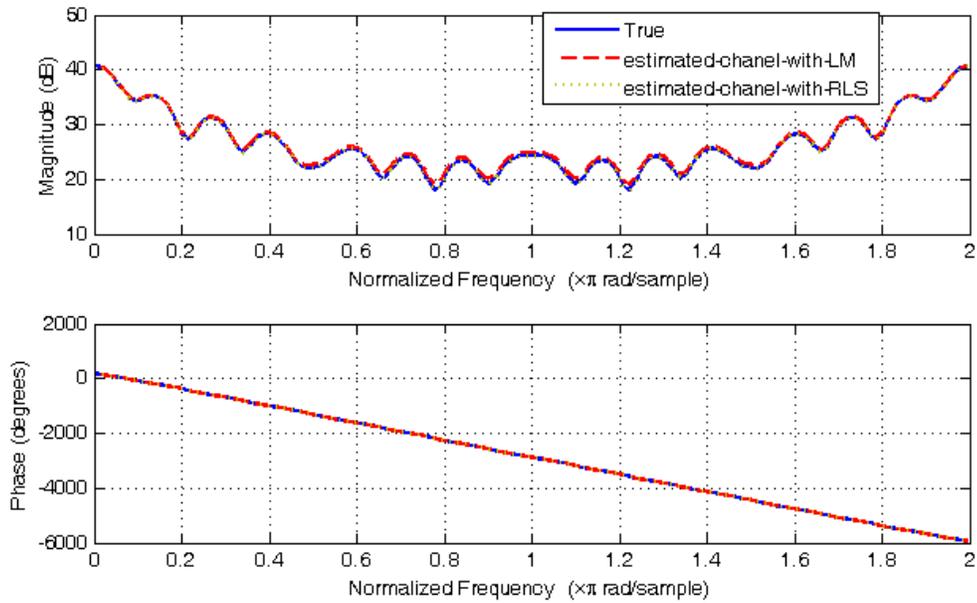


FIGURE 3.19 – Estimation de l’amplitude, du canal BRAN C en utilisant les 18 trajets en utilisant les algorithmes RLS et LM.

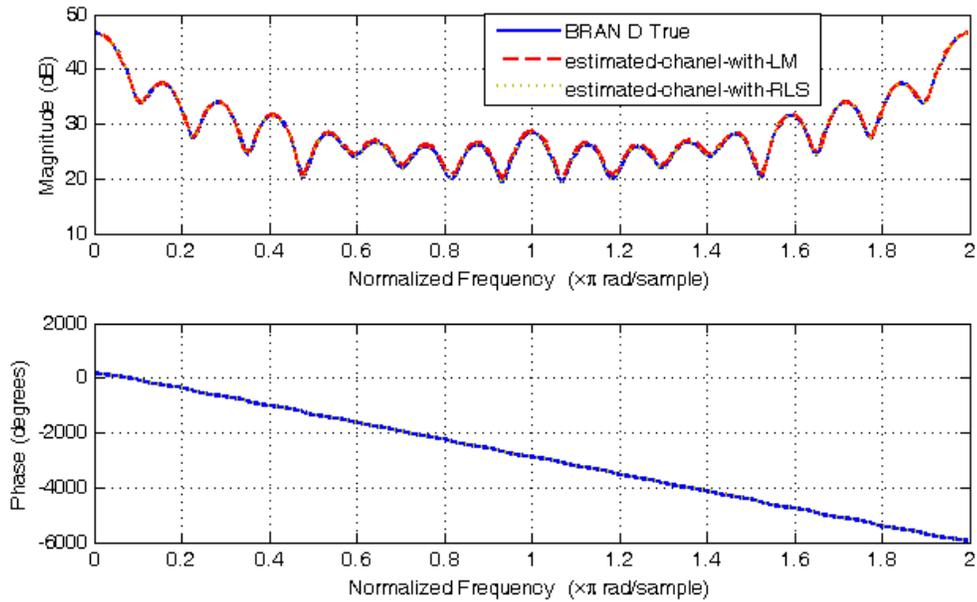


FIGURE 3.20 – Estimation de l’amplitude, du canal BRAN D en utilisant les 18 trajets en utilisant les algorithmes RLS et LM.

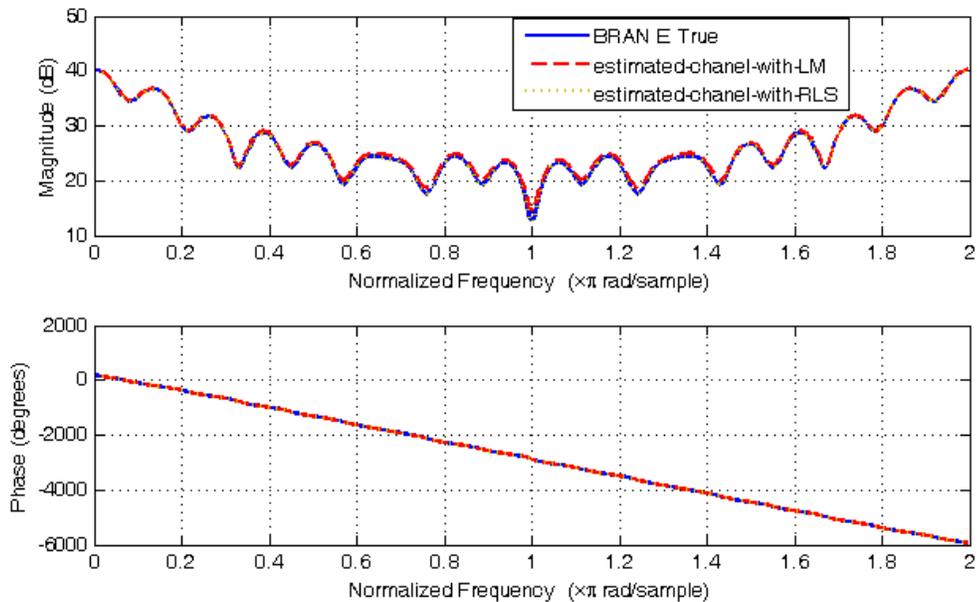


FIGURE 3.21 – Estimation de l’amplitude, du canal BRAN E, en fonction des délais des trajets en utilisant les algorithmes RLS et LM.

## 10. Egalisation

### 10.1. Les performances des systèmes MC-CDMA

Les performances de l’égalisation des systèmes MC-CDMA sont évaluées en utilisant les réseaux de neurones et dans le cas de l’algorithme de Lenvenberg-Marquard (LM). Cette évaluation

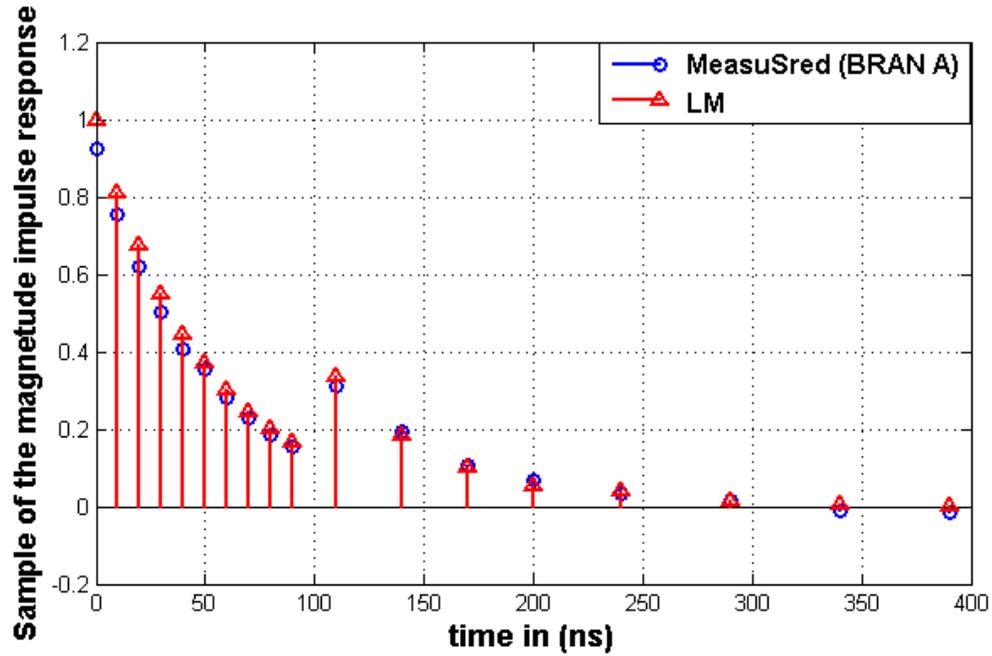


FIGURE 3.22 – Estimation de l’amplitude, du canal BRAN A, en fonction des délais des trajets dans le cas où le SNR = 32 dB en utilisant l’algorithme LM.

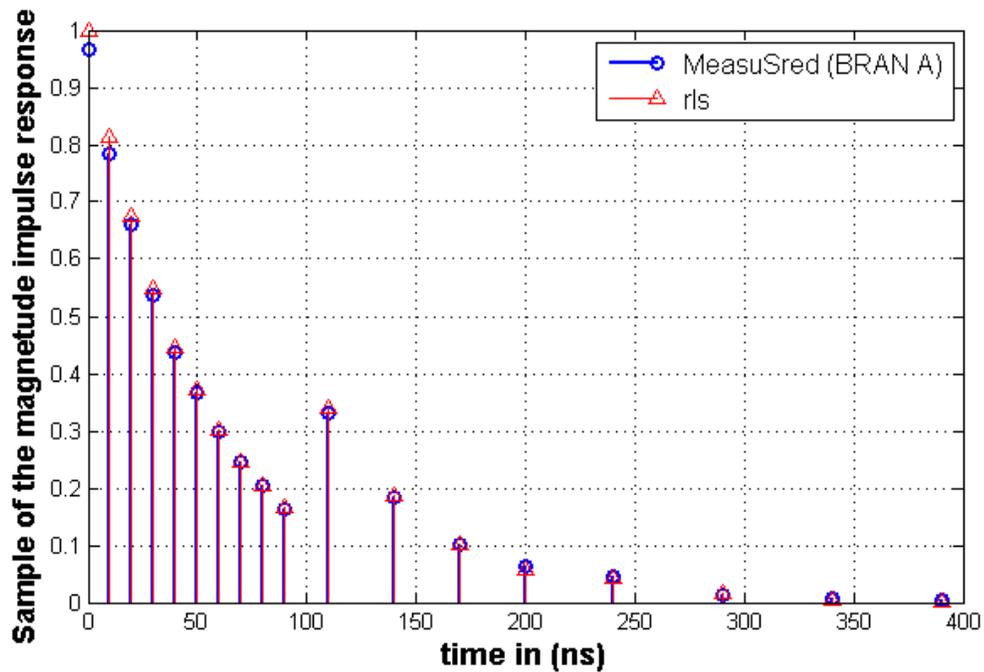


FIGURE 3.23 – Estimation de l’amplitude, du canal BRAN A, en fonction des délais des trajets dans le cas où le SNR = 32dB en utilisant l’algorithme RLS.

est faite en calculant le Taux d'Erreur Binaire (TEB ou Byte Error Rate (BER) en anglais), pour les deux égaliseurs ZF et MMSE, en utilisant les paramètres mesurés et estimés des différents canaux utilisés. Le calcul du BER en fonction du SNR sera présenté dans ce qui suit dans le cas du canal BRAN A.

## 10.2. L'égalisation du canal BRAN A en utilisant le ZF et MMSE

les résultats sont évalués dans le cas de l'égaliseur MMSE. Les simulations du BER pour différents SNR, démontrent que les résultats obtenus en utilisant les réseaux de neurones appliqué à la méthode de Levenberg-Marquardt, donne les mêmes performances que celles obtenues en utilisant les valeurs mesurées du canal BRAN A.

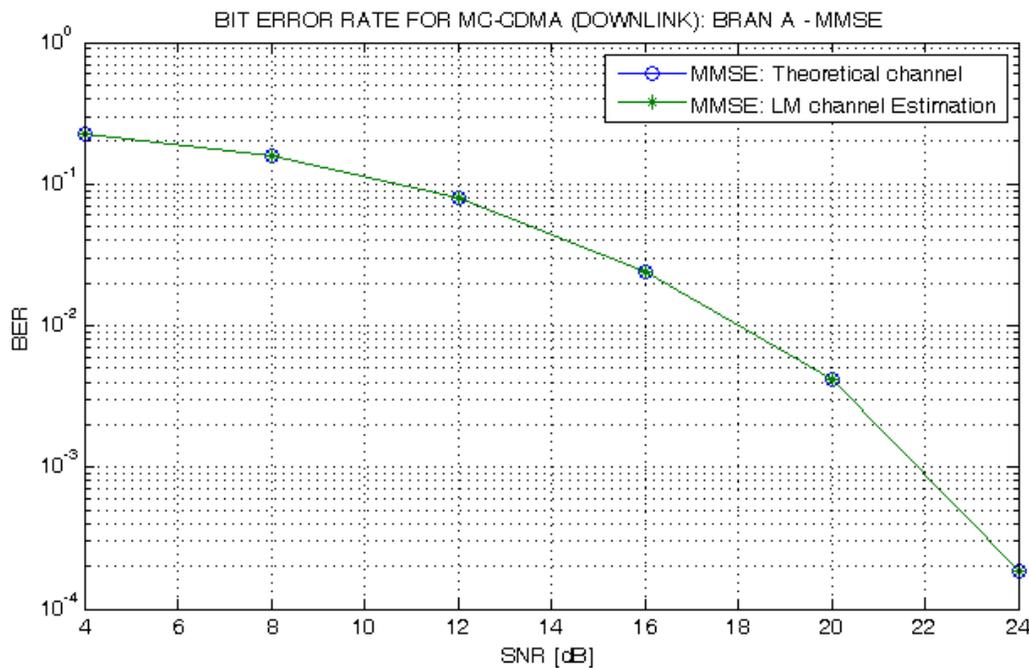


FIGURE 3.24 – BER dans le du canal BRAN A mesuré et estimé par l'algorithme de Levenberg-Marquardt : les performances sont évalués en utilisant l'égaliseur MMSE

Dans les figures (3.24 et 3.25), nous représentons le BER pour différents SNR, en utilisant les paramètres mesurés et estimés du canal BRAN A par les réseaux de neurones en utilisant la méthode de Levenberg-Marquardt. Les résultats sont évalués, tout d'abord, dans le cas de l'égaliseur ZF et puis l'égaliseur MMSE. Nous représentons, dans les figures (3.26 et 3.27) le BER pour différents SNR, en utilisant les paramètres mesurés et estimés du canal BRAN A par l'algorithme des moindres carrés RLS, pour les deux égaliseurs ZF et MMSE.

A partir des figures ( 3.24,3.25 et 3.26 et 3.27), nous pouvons conclure que : si le  $SNR > 19dB$  nous avons seulement un BER inférieur à  $10^{-3}$ .

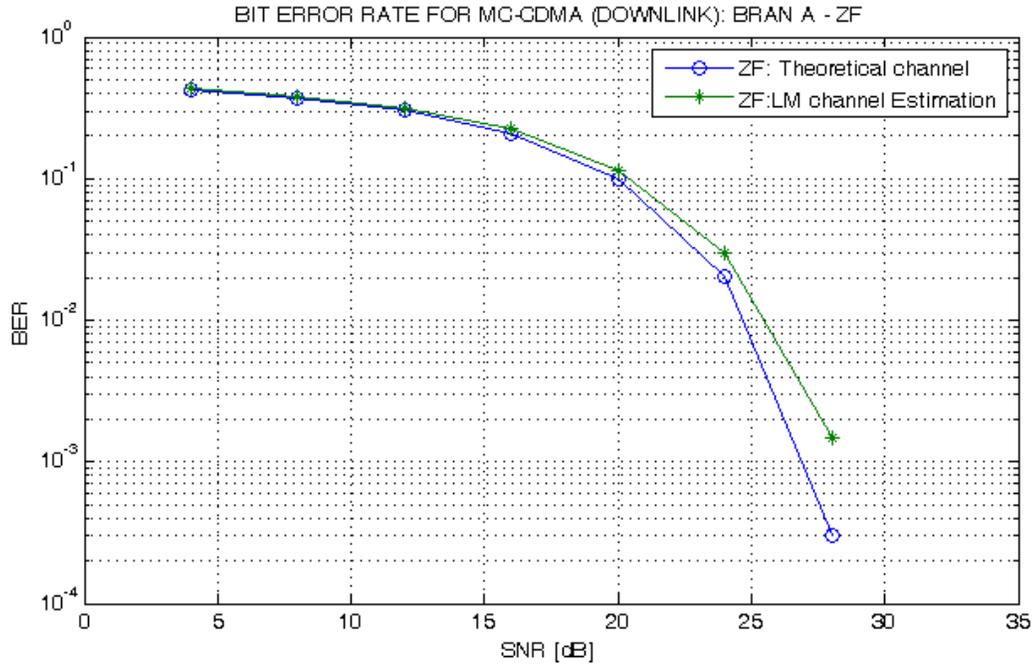


FIGURE 3.25 – BER dans le cas du canal BRAN A mesuré et estimé par l’algorithme de Levenberg-Marquardt : les performances sont évalués en utilisant l’égaliseur ZF

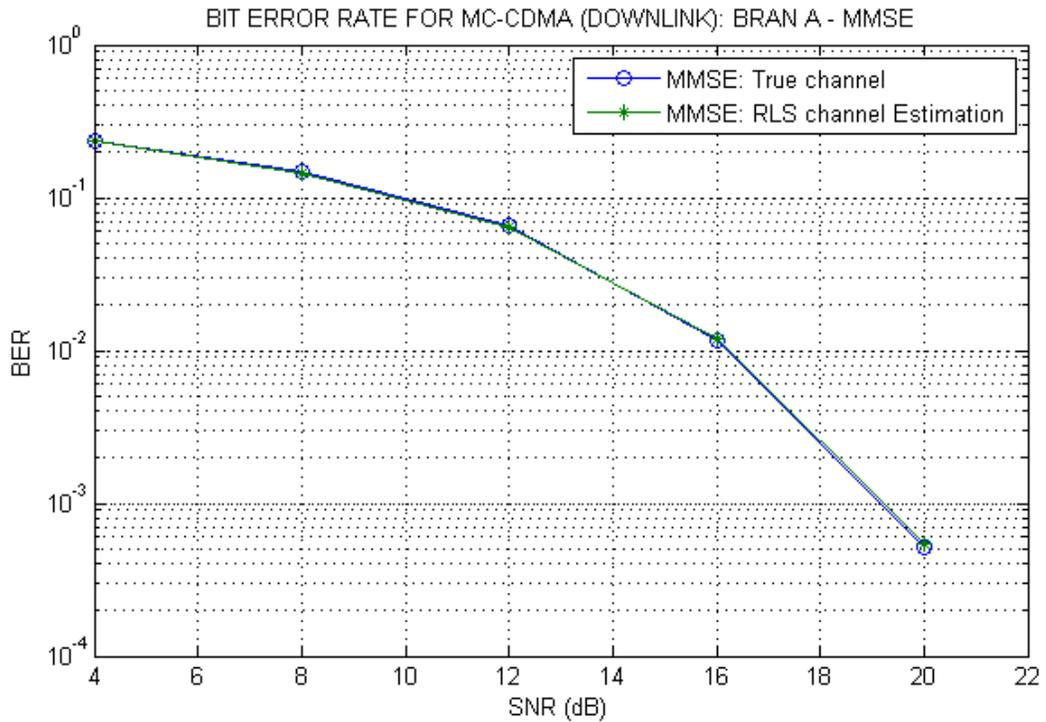


FIGURE 3.26 – BER dans le cas du canal BRAN A mesuré et estimé par l’algorithme RLS : les performances sont évalués en utilisant l’égaliseur MMSE

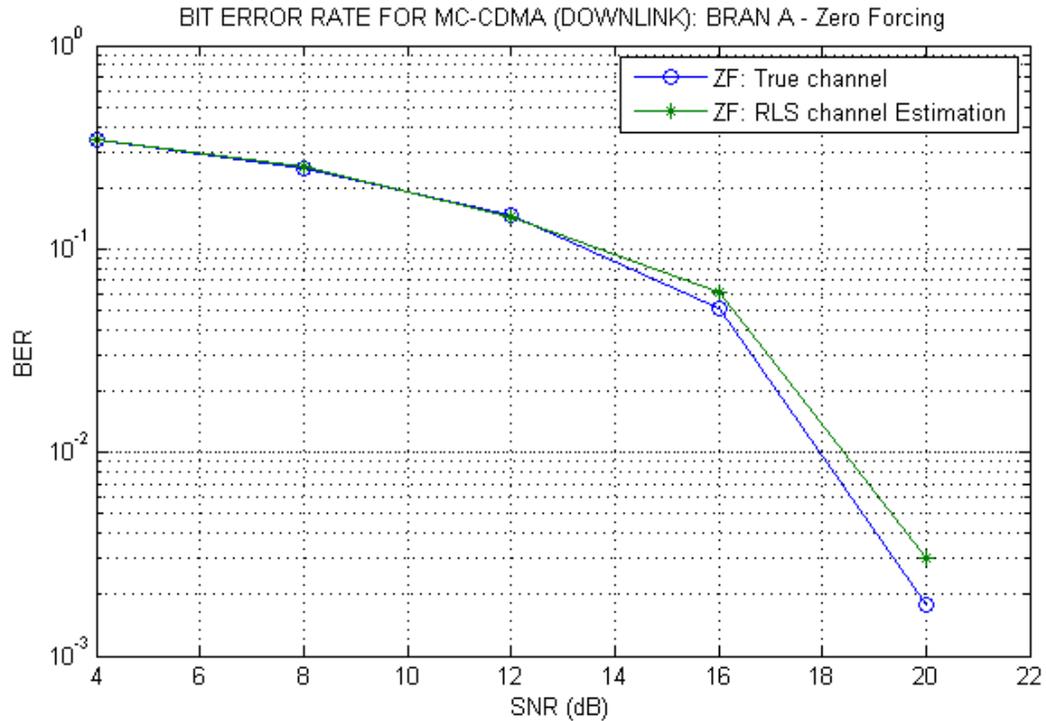


FIGURE 3.27 – BER dans le cas du canal BRAN A mesuré et estimé par l’algorithme RLS : les performances sont évalués en utilisant l’égaliseur MMSE

## 11. Conclusion

D’après les résultats obtenues, on peut conclure que les paramètres estimés par la méthode de Levenberg-Marquardt en utilisant un réseau de neurones monocouche est très intéressantes lorsque le nombre de trajets est important, par contre si le nombre de trajet est faible l’algorithme peut ne pas converger, et donc les paramètres estimés sont loin des paramètres réelles du canal. Dans ce chapitre, on a appliqué l’identification à deux notion d’identification supervisée différentes, l’approche des réseaux de neurones en appliquant la méthode de Levenberg-Marquardt, et celle des moindres carrés récursive RLS. Les résultats de simulation ont montés que les deux algorithmes donnent des résultats encourageantes d’estimation des paramètres des canaux étudié. Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous avons considéré le problème d’égalisation des systèmes MC-CDMA, an appliquant les deux égaliseurs ZF et MMSE. Les résultats de simulation montrent que les algorithmes proposés donnent des résultats très encourageants pour une détection mono-utilisateur en voie descendante. l’estimation des paramètres du canal BRAN A, s’approchent énormément des paramètres réelles.

# Chapitre 4

## Identification des paramètres des canaux de communication en utilisant les Noyaux définis positifs

### 1. Introduction

Dans ce chapitre nous allons appliquer la notion des noyaux définis positifs sur un espace de Hilbert à un problème d'identification des paramètres d'un canal de transmission sans fils.

### 2. Définitions et Relations de base

#### 2.1. Un produit scalaire

En mathématiques, et plus précisément en algèbre et en géométrie vectorielle, le produit scalaire est une opération algébrique s'ajoutant aux lois s'appliquant aux vecteurs. À deux vecteurs elle associe un scalaire, c'est-à-dire un nombre tel que ceux qui définissent cet espace vectoriel réel pour un espace vectoriel réel, complexe pour un espace vectoriel complexe. Elle permet d'exploiter les notions de la géométrie euclidienne traditionnelle : longueurs, angles, orthogonalité en dimension deux et trois, mais aussi de les étendre à des espaces vectoriels réels de toute dimension, et aux espaces vectoriels complexes.

Le produit scalaire possède de multiples applications. En physique, il est, par exemple, utilisé pour modéliser le travail d'une force. En géométrie analytique il permet de déterminer le caractère perpendiculaire de deux droites ou d'une droite et d'un plan. Dans le cas de la dimension finie quelconque, il dispose de nombreuses applications algébriques : il permet de classifier les quadriques, offre des outils pour la réduction d'endomorphismes, offre les bases de multiples techniques statistiques comme la méthode des moindres carrés ou l'analyse en composantes principales.

Le produit scalaire est aussi utilisé dans des espaces de dimension infinie, il permet alors de résoudre des équations aux dérivées partielles. La théorie devient plus subtile et de nombreux résultats, vrais en dimension finie, prennent une autre forme. Cet aspect du produit scalaire est traité dans les articles espace pré-hilbertien et espace de Hilbert [62, 63, 64, 2].

Soit  $\mathbb{H}$  un espace vectoriel sur  $R$ .

La fonction  $\langle \cdot, \cdot \rangle : H \times H \rightarrow \mathbb{R}$  est dit produit scalaire sur  $H$  si :

- $\langle \alpha_1 f_1 + \alpha_2 f_2, g \rangle_H = \alpha_1 \langle f_1, g \rangle_H + \alpha_2 \langle f_2, g \rangle_H$
- $\langle f, g \rangle_H = \langle g, f \rangle_H$
- $\langle f, f \rangle_H \geq 0$  et  $\langle f, f \rangle_H = 0$  si  $f = 0$

On peut donc définir une norme d'ordre 2 sur  $H$  en utilisant un produit scalaire.

$$\|f\| = \sqrt{\langle f, f \rangle_H} \quad (4.1)$$

On peut définir une distance par :

$$d(x, y) = \|x - y\| \quad (4.2)$$

On a l'homogénéité  $\|af\| = (|a|)^{\frac{1}{2}} \|f\| = |a| \|f\|$ . Ce qui implique l'inégalité de Cauchy Schwarz :

$$\forall (f, g) \in \mathbb{H} \quad \|\langle f, g \rangle\| \leq \|f\| \|g\| \quad (4.3)$$

De cette inégalité on déduit la sous-additivité de  $\|\cdot\|$ .

En effet :

$$\begin{aligned} \|f + g\|^2 &= \langle f + g, f + g \rangle = \langle f, f \rangle + \langle f, g \rangle + \langle g, f \rangle + \langle g, g \rangle \\ &\leq \|f\|^2 + 2 \|f\| \|g\| + \|g\|^2 \\ &= (\|f\| + \|g\|)^2 \end{aligned} \quad (4.4)$$

### 3. Espace de Hilbert [2]

Le concept mathématique d'espace de Hilbert, nommé d'après David Hilbert, généralise la notion d'espace euclidien. Il étend les méthodes de l'algèbre linéaire et de l'analyse des espaces euclidiens classiques (plan de dimension deux et espace à trois dimensions) à des espaces de dimension quelconque, finie ou infinie. Un espace de Hilbert est un espace vectoriel muni d'un produit scalaire qui permet de mesurer des longueurs et des angles. De plus, un espace de Hilbert est complet, ce qui permet d'y appliquer les techniques de l'analyse mathématique. Des espaces de Hilbert apparaissent fréquemment en mathématiques et en physique, essentiellement en tant qu'espaces fonctionnels possédant un nombre infini de dimensions. Les premiers espaces de Hilbert ont été étudiés sous cet aspect pendant la première décennie du vingtième siècle par David Hilbert, Erhard Schmidt et Frigyes Riesz [2]. Ils sont des outils indispensables dans les théories des équations aux dérivées partielles, mécanique quantique, analyse de Fourier (ce qui inclut des applications au traitement du signal et le transfert de chaleur) et la théorie ergodique qui forme le fondement mathématique de la thermodynamique. John von Neumann forgea l'expression espace de Hilbert pour désigner le concept abstrait qui sous-tend nombre de ces applications. Le succès des méthodes apportées par les espaces de Hilbert menèrent à une époque très prolifique pour l'analyse fonctionnelle. En plus des espaces euclidiens classiques, les exemples les plus courants d'espaces de Hilbert sont les espaces de fonctions de carré intégrable, les espaces de suites, les espaces de Sobolev qui sont constitués de fonctions généralisées, et les espaces de Hardy de fonctions holomorphes [65].

## 4. Généralités sur les noyaux

En pratique, le noyau consiste à réécrire un algorithme où toutes les relations entre les données d'entrée peuvent s'écrire sous forme de produits scalaires, en remplaçant ce produit scalaire par une fonction scalaire de deux variables ("noyau"). Le noyau permet aussi de généraliser des algorithmes linéaire manipulant des vecteurs [66].

## 4.1. Définition

Soit  $\chi$  un ensemble non vide, la fonction  $k : \chi \times \chi \rightarrow \mathbb{R}$  est dite noyau s'il existe un espace  $\mathbb{R}$  – Hilbert et une application  $\phi : \chi \times \mathbb{H}$  tel que :

$$\forall (x, x') \in \chi^2 \quad k(x, x') = \langle \phi(x), \phi(x') \rangle_{\mathbb{H}} \quad (4.5)$$

## 4.2. Propriétés :

### 4.2.1. Lemme 1

La somme de deux noyaux reste un noyau.

Soit  $k_1$  et  $k_2$  deux noyaux définis comme suit :

$$\begin{cases} k_1 : \chi \times \chi \rightarrow \mathbb{R} \\ k_2 : \chi \times \chi \rightarrow \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow \text{la somme } k_1 + k_2 \text{ est un noyau.}$$

### 4.2.2. Lemme 2

Le produit de deux noyaux reste un noyau.

Soit  $k_1$  et  $k_2$  deux noyaux définis comme suit :

$$\begin{cases} k_1 : \chi \times \chi \rightarrow \mathbb{R} \\ k_2 : \chi \times \chi \rightarrow \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow \text{le produit } k_1 * k_2 \text{ est un noyau.}$$

### 4.2.3. Lemme 3 : Noyau polynomiale

Soit  $(x, x') \in \mathbb{R}^d$  pour  $d \geq 0$  et soit  $m$  un entiers strictement positif et  $c$  un réel positif.

On définit un noyau polynomiale comme suit :  $k(x, x') : \chi \times \chi \rightarrow \mathbb{R}^2$

$$k(x, x') = (\langle x, x' \rangle + c)^m$$

## 5. Noyaux définis positifs

Un noyau définis positif sur un ensemble  $\chi$  est une fonction  $k$  qui associe à deux objets de  $\chi$  un nombre réel :

$$k : \chi \times \chi \rightarrow \mathbb{R}$$

On exige la symétrie et la positivité. Pour toute séquence finie  $x_1, x_2, \dots, x_n$  la matrice  $K$  d'éléments  $K(x_i, x_j)$  (matrice de Gram) est définie positive :  $\forall \alpha \in \mathbb{R}^n : \alpha^T K \alpha \geq 0$ .

Quelques exemples de noyaux définis positifs pour  $\chi = \mathbb{R}^d$ .

- Linéaire  $k(x, y) = x^T y$ .
- Polynomiale  $k(x, y) = (1 + x^T y)^d$ .
- Gaussien  $k(x, y) = \exp\left[-\frac{\|x-y\|^2}{2\sigma^2}\right]$ .

Un noyau définie positif  $K$  permet de construire un espace de fonctions, L'espace de fonctions muni d'un produit scalaire est un espace de Hilbert  $H_K$  à noyau reproduisant appelé RKHS (Reproducing Kernel Hilbert Space).

Le RKHS se définit très simplement par ses éléments (des fonctions) et par un produit scalaire (entre fonctions).

1.  $\forall x \in \chi, k_x = k(x, \cdot) \in \mathbb{H}_k$  ;
2.  $\langle k_x, k_y \rangle = k(x, y)$  ;

## 6. Contexte d'utilisation d'un noyau

Nous nous limitons au cas d'un canal de communication linéaire et invariant dans le temps que nous supposons, à réponse impulsionnelle finie. Il peut alors être décrit comme un filtre en convolution  $h(k)$  du signal émis  $x(k)$ . Le modèle de canal envisagé est schématisé par :

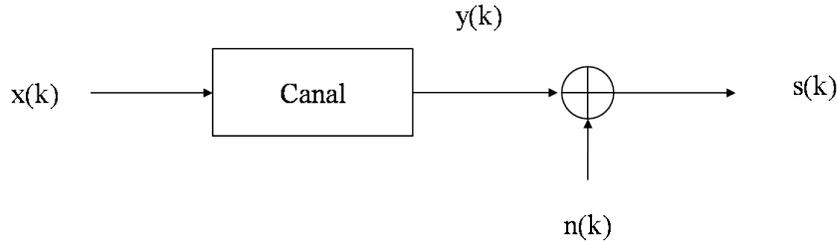


FIGURE 4.1 – Modèle de système de télécommunication

## 7. Noyau défini positif et algorithme associé

Nous supposons que nous observons le signal de sortie  $y(k)$  d'un signal à temps discret. La série de temps de sortie est décrite par l'équation suivante :

$$y(k) = h_m * x(k) + n(k) = \sum_{i=0}^m h(i)x(k-i) + n(k) \quad (4.6)$$

Avec  $h_m = (h(1), h(2), \dots, h(m))$  est la réponse impulsionnelle du système,  $n(k)$  est un bruit blanc additif gaussien. Nous supposons que  $x(k)$  et  $n(k)$  sont de moyenne nulle et de variance vaut respectivement  $\sigma_x^2, \sigma_n^2$

Le problème traité consiste à identifier les paramètres du canal  $h_m$  en utilisant l'outil des noyaux définis positifs.

Toutefois, si on pose :

$$F = h_m * x \quad (4.7)$$

l'équation 4.6 devienne :

$$y(k) = F(k) + n(k) \quad (4.8)$$

Selon l'équation 4.8, le problème se focalise sur l'estimation de la fonction  $F$ . On utilisant le transformé de Laplace, l'équation 4.7 devienne :

$$L(F) = L(h_m).L(x) \quad (4.9)$$

L'idée essentielle est d'utiliser les exemples d'apprentissage  $\langle (x_i, y_i) \rangle_{i=1, m}$  pour réaliser une identification des paramètres sur l'espace des entrées  $\chi$  grâce à une pondération des sorties associées aux entrées  $(x_i)_{i=1, m}$ . Le poids  $K(x, x_i)$  qui est associé à chaque sortie  $y_i$  dépend de la position relative de  $x_i$  dans l'espace des entrées  $\chi$  et du point  $x$  considéré. La fonction  $K(x, x')$

définissant ces poids est appelée, dans ces approches, fonction noyau. Le plus souvent, la forme des fonctions noyau est du type :

$$K(x, x') = g\left(\frac{d(x, x')}{\sigma}\right) \quad (4.10)$$

Où  $d(x, x')$  est une distance définie sur  $\chi$  est un facteur d'échelle, et  $g(\cdot)$  est une fonction (usuellement monotone) décroissante.

Un choix fréquent pour cette fonction est  $g(z) = \exp^{-\frac{z^2}{2}}$ . L'utilisation de ce type de fonction noyau conduit à une estimation  $\hat{y}$  comme moyenne pondérée des  $(y_i)_{i=1, m}$  avec un poids plus fort pour les exemples pour lesquels la distance  $d(x, x_i)$  est petite, la notion de petite étant déterminée par la valeur de  $\sigma$ .

Utilisons le principe inductif de minimisation du risque empirique régularisé, en prenant l'écart quadratique comme fonction de perte dans notre problème de télécommunication (4.1), nous obtenons l'équation suivante :

$$R_F(F) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (y_i - F(x_i))^2 + \lambda \|F\|^2 \quad (4.11)$$

Ce résultat est important car il montre que les problèmes régularisés de la forme (4.11) ont naturellement des solutions de la forme :

$$F(x_i) = \sum_{i=0}^m \alpha_i k(x_i, x) \quad (4.12)$$

Dans notre cas, on cherche à résoudre cette fois-ci un problème de régression non linéaire dans  $\chi$ , on peut tenter d'utiliser pour ce faire une fonction de redescription  $\phi$  de  $\chi$  dans un nouvel espace  $F$ , de telle manière à ce que le problème devient un problème de régression linéaire dans ce nouvel espace [67].

Notre approche est d'estimer les paramètres  $F$ , ce qui revient à estimer les paramètres  $\alpha$ , en utilisant des algorithmes de régression linéaire à pas fixe ou à pas optimal.

La norme de toute fonction  $\phi = \sum_i \alpha_i k_{x_i}$  est donné par la forme quadratique définie par la matrice de similarité  $K$  de taille  $n \times n$ .

$$\|\phi\|_{H_k}^2 = \alpha^T K \alpha \quad (4.13)$$

Le problème d'optimisation se réécrit en transportant la recherche de  $F$  par celle des valeurs des coefficients  $\alpha_i$ .

En posant  $Y$  le vecteur de composantes  $y_i$ , le problème (4.11) devient :

$$R_\alpha(\alpha) = \operatorname{argmin}_{\alpha \in \mathbb{R}^n} \left[ \frac{1}{n} (K\alpha - Y)^T (K\alpha - Y) + \lambda \alpha^T \alpha \right] \quad (4.14)$$

La fonction  $R$  convexe et différentiable en  $\alpha$ . La solution des coefficients  $\alpha_i$  s'obtient par la résolution du système linéaire :

$$(K + n\lambda I)\alpha = Y \quad (4.15)$$

Dès que  $\lambda > 0$  la matrice  $(K + n\lambda I)$  est inversible.

Pour la recherche des paramètres  $\alpha_i$ , plusieurs algorithmes sont possibles comme le développement de Cholisky, la méthode des gradient, les algorithmes génétiques appliqué sur une population initial de  $\alpha$  [68, 69].

Dans un premier temps, nous allons résoudre le système (4.15) par la méthode des moindres carrées :

$$\alpha = (K + n\lambda I)^{-1} \quad (4.16)$$

## 7.1. Espace de Hilbert à Noyau Reproductant

Soit  $\mathbb{F}$  un espace de Hilbert [70] de fonctions réelles définies sur un ensemble indexé  $\chi$  :

$$F = \left\{ \sum_{i=1}^m \alpha_i k(x_i, \cdot) : m \in \mathbb{N}, x_i \in \chi, \alpha_i \in \mathbb{R}, i = 1 \dots m \right\} \quad (4.17)$$

$\mathbb{F}$  est appelé Espace de Hilbert à Noyau Reproductant doté d'un produit scalaire noté  $\langle \cdot, \cdot \rangle_F$  (avec la norme  $\|f\|_F = \sqrt{\langle f, f \rangle_F}$ ) si il existe une fonction  $k : \chi \times \chi \rightarrow \mathbb{R}$  ayant les propriétés suivantes :

1. Pour tout élément  $x \in \chi$ ,  $k(x, \cdot)$  appartient à  $F$ .
2. La fonction  $k$  est une fonction noyau reproductant, c'est-à-dire telle que pour toute fonction

$$f \in F, \text{ on a : } \langle f, k(x, \cdot) \rangle = \sum_{i=1}^m \alpha_i k(x_i, x) = f(x)$$

Le fait que la fonction noyau soit reproductant signifie que toute fonction  $f \in F$  est égale à un produit scalaire qui est aussi une combinaison linéaire finie de fonctions de base (Voir par exemple [71, 67]).

Le produit scalaire sur  $F$  est alors défini comme suit : Soient les fonctions  $f, g \in F$  définies par :

$$\begin{aligned} f(x) &= \sum_{i=1}^m \alpha_i k(x_i, x) \\ g(x) &= \sum_{j=1}^n \beta_j k(x_j, x) \end{aligned} \quad (4.18)$$

Alors :

$$\langle f, g \rangle = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \alpha_i \beta_j k(x_i, x_j) = \sum_{i=1}^m \alpha_i f(x_i) = \sum_{j=1}^n \beta_j g(x_j) \quad (4.19)$$

Il est intéressant de noter qu'alors que la base de Mercer dépend de la mesure  $\mu$  définie sur  $\chi$ , ce n'est pas le cas de la base des noyaux reproductant qui ne dépend que de la fonction noyau. Par ailleurs, l'espace de Hilbert des fonctions  $L_2$  (de produit scalaire  $\langle f, g \rangle_{L_2} = \int f(x)g(x)dx$ ) contient de nombreuses fonctions irrégulières. Dans  $L_2$ , la fonction de Dirac  $\delta$  est la fonction de représentation, i.e.  $f(x) = \int f(x')\delta(x - x')dx'$  Les fonctions noyaux jouent un rôle analogue à la fonction  $\delta$  dans les espaces de Hilbert à Noyau Reproductant, qui sont de ce fait plus réguliers, leur degré de régularité dépendant de la régularité de la fonction noyau associée.

## 7.2. Théorème de Mercer

Si  $k(\cdot, \cdot)$  est une fonction noyau continue symétrique d'un opérateur intégral

$$g(y) = Af(y) = \int_a^b k(x, y)f(y)dy + h(y) \quad (4.20)$$

vérifiant :

$$\int_{\chi \times \chi} k(x, x') f(x) f(x') dx dx' \geq 0 \quad (4.21)$$

Pur toute fonction  $f \in L_2(\chi)$  (de carré sommable) ( $\chi$  étant un sous-espace compact de  $\mathbb{R}$ ), alors la fonction  $k(., .)$  peut être développée en une série uniformément convergente en fonction des valeurs propres positives  $\lambda_i$  et des fonctions propres  $\psi_i$  :

$$k(x, x') = \sum_{j=1}^N \lambda_j \psi_j(x) \psi_j(x') \quad (4.22)$$

où N est le nombre de valeurs propres positives (nombre éventuellement infini).

## 8. Philosophie des méthodes à noyaux

### 8.1. Méthodes linéaires

Cette approche permet ainsi d'employer des méthodes linéaires développées dans les années soixante pour découvrir des relations non-linéaires. Au cours des années récentes, d'autres méthodes ont été ainsi développées comme l'analyse en composantes principales (ACP), la méthode des filtres de Kalman, des méthodes linéaires de clustering, la discrimination linéaire de Fisher, etc [71].

La figure 4.2 résume les différentes étapes génériques de la méthode. Elle consiste d'appliquer un noyau au signal d'entrée, puis calculer la matrice de Gram  $K$ , ensuite, on applique un algorithme d'identification des paramètres  $\alpha_i$ .

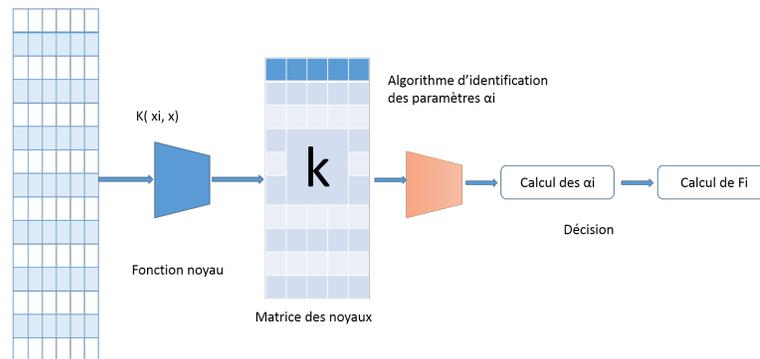


FIGURE 4.2 – Chaîne de traitements générique des méthodes à noyaux.

### 8.2. Matrice de Gram

La matrice de Gram (ou matrice noyau) contient toute l'information utilisée par les méthodes à noyaux sur les données. Elle est symétrique :  $G_{ij} = G_{ji}$ . L'utilisation exclusive des informations contenues dans cette matrice à propos des données d'apprentissage a pour conséquence qu'une partie des informations sur ces données est perdue. Par exemple, cette matrice est invariante par rotation des points dans l'espace d'entrée  $\chi$  [72].

### 8.3. Recherche des paramètres $\alpha$

Soit  $\chi$  un ensemble non vide, et  $\mathbb{H}$  un espace de Hilbert, on définit un noyau  $k$  de :  $\chi \times \chi \rightarrow \mathbb{R}$  par l'application suivante :

$$k(x, y) = \exp\left(-\frac{\|x - y\|^2}{\sigma}\right) \quad (4.23)$$

Le vecteur  $x$  représente le signal d'entrée, la fonction  $F$  suit la forme suivante :

$$F(x) = \sum_{i=0}^n \alpha_i k(x_i, x) \quad (4.24)$$

D'après l'équation (4.24), notre objectif revient à chercher les paramètres  $\alpha$  en minimisant l'équation (4.11), on peut représenter les coefficients de la fonction  $F$  d'une manière simplifiée :

$$F(0) = \alpha_0 k(0, 0) + \alpha_1 k(1, 0) + \dots + \alpha_i k(i, 0) + \dots + \alpha_n k(n, 0)$$

$$F(1) = \alpha_0 k(0, 1) + \alpha_1 k(1, 1) + \dots + \alpha_i k(i, 1) + \dots + \alpha_n k(n, 1)$$

⋮

$$F(i) = \alpha_0 k(0, i) + \alpha_1 k(1, i) + \dots + \alpha_i k(i, i) + \dots + \alpha_n k(n, i)$$

⋮

$$F(n) = \alpha_0 k(0, n) + \alpha_1 k(1, n) + \dots + \alpha_i k(i, n) + \dots + \alpha_n k(n, n)$$

Ce système peut être représenté sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} F(0) \\ \vdots \\ F(n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k(0, 0) & k(1, 0) & \dots & k(i, 0) & \dots & k(n, 0) \\ k(0, 1) & k(1, 1) & \dots & k(i, 1) & \dots & k(n, 1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ k(0, i) & \dots & \dots & k(i, i) & \dots & k(i, n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ k(0, n) & k(1, n) & \dots & k(i, n) & \dots & k(n, n) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

En pratique, le principe de recherche des paramètres  $\alpha$  nécessite leur initialisation par une génération aléatoire.

### 8.4. Exemple d'un canal d'ordre 2

Cet exemple représente un système à RIF d'ordre deux, il est donné par l'équation suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} y(k) = x(k) - 0.85x(k-1) + 1.0x(k-2) \\ \text{zéros : } 0.415 \pm j0.911, \\ s(k) = y(k) + w(k). \end{array} \right\} \quad (4.26)$$

L'utilisation de fonctions noyau permet ainsi de calculer implicitement un produit scalaire dans un espace de dimension infini par un calcul n'impliquant qu'un nombre fini de paramètres, ce nombre étant le nombre  $n$  des exemples d'apprentissage (dans notre cas on parle d'ordre du canal ou le nombre de paramètres à identifier). L'exemple que engendre la figure (4.4) présente un canal d'ordre 2, le choix de ce dernier n'était que pour valider l'applicabilité de l'approche d'identification des paramètres basée sur les noyaux définis positifs pour un signal mono-utilisateur.

Les résultats de simulation sont représentés dans les figures (4.3,4.4), Selon lesquelles, on voit que la forme du canal estimé en utilisant les noyaux définis positifs suit la réponse de la chaîne désirée.

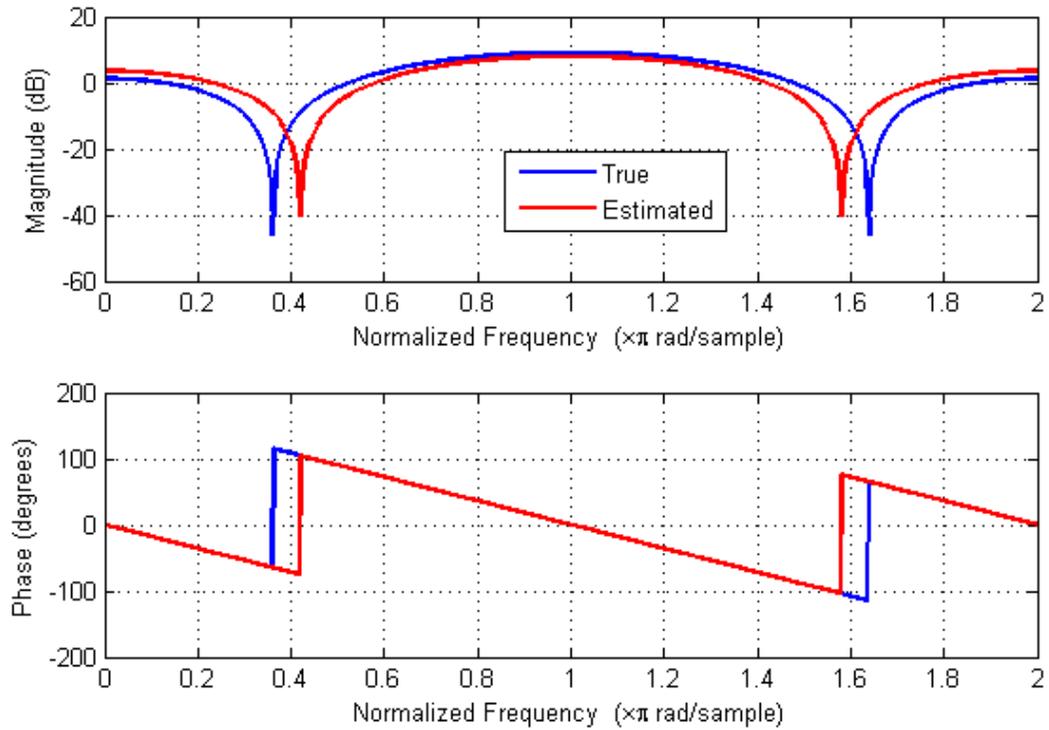


FIGURE 4.3 – Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude et en phase avec un noyau gaussien.

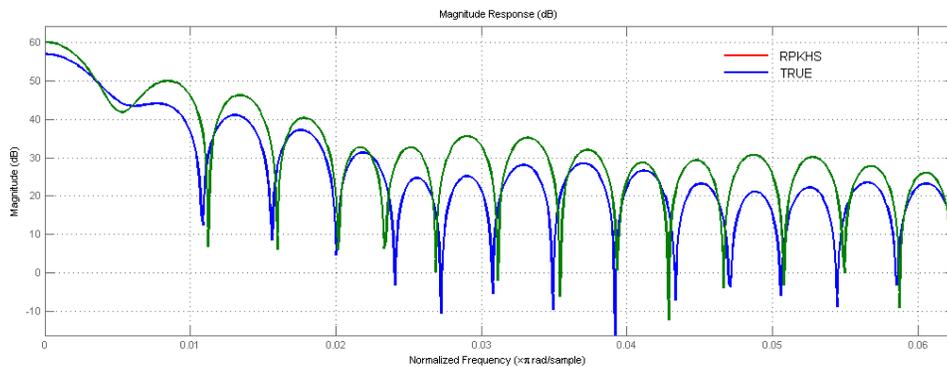


FIGURE 4.4 – Estimation des réponses impulsionnelles en amplitude avec un noyau gaussien.

#### 8.4.1. Conclusion et perspective

Le développement des méthodes à noyaux et particulièrement pour l'identification des paramètres du canal marque le point de convergence de plusieurs concepts essentiels : le passage au non linéaire, grâce à l'astuce des noyaux, d'une grande famille d'algorithmes linéaires ne s'appuyant que sur des produits scalaires dans l'espace des entrées  $\chi$ .

Dans ce chapitre, on a pu appliqué la méthode des noyaux définis positifs pour l'identification des paramètres d'un canal de transmission sans fils, pour un système mono-utilisateur d'une réponse impulsionnelle finie pour un signal stationnaire et invariant dans le temps. On a appliqué cette approche pour un canal d'ordre 2, et on a remarqué à partir des résultats de simulation que les paramètres en phase et en amplitude suit l'allure de la réponse mesurée.

# Conclusion et perspectives

Dans ce mémoire nous avons traité le problème de l'identification aveugle et semi-aveugle des systèmes de communications sans fils à réponse impulsionnelle finie des systèmes SISO (Single Input Single Output). Une étude approfondie est effectuée au chapitre 1 sur les méthodes des cumulants que nous avons appliquées à l'identification des paramètres du canal de transmission dans le domaine des télécommunications. Il en ressort que ces méthodes permettent une bonne identification des paramètres du canal même en présence du bruit des évanouissement sélectifs en fréquence.

Dans le chapitre 2, nous avons effectué une étude comparative entre des algorithmes basés sur les cumulants d'ordre 3 et 4, puis on a proposé un algorithme hybride entre deux autres algorithmes, Zhang et SAFI1, afin d'avoir une bonne estimation du canal. Dans la partie application, nous avons appliqué les différents algorithmes à des différents canaux de différents ordres. Puis, nous avons comparé ces algorithmes avec un algorithme basé sur les moindres carrés récursives RLS qui appartient à une famille d'apprentissage supervisé. Ces algorithmes ont été utilisés pour identifier les paramètres des canaux à fréquence sélective et à évanouissement rapide. Nous avons identifié l'amplitude et la phase des canaux normalisés, BRAN A et BRAN E. Les résultats de simulation montrent que les algorithmes utilisés donnent des résultats satisfaisants, principalement si le nombre d'échantillons est important. La phase du canal est estimée avec une grande précision, car les cumulants (HOS) constituent un bon moyen pour l'estimation de la phase d'un système donné. La réponse en amplitude est estimée avec une précision acceptable dans un environnement bruité et avec un faible nombre d'échantillons. Dans la partie égalisation, nous avons considéré le problème d'égalisation des systèmes MC-CDMA. Les résultats de simulation montrent que les algorithmes proposés ont donné des résultats satisfaisants pour une détection mono-utilisateur, i.e. de la station de base vers le mobile.

Dans le chapitre 3, nous avons utilisé les réseaux de neurones pour l'identification et l'égalisation du canal. Motivé par cette information à priori du canal ainsi que par les progrès récents de la théorie de des réseaux de neurones, nous avons mené cette étude dont l'objectif est d'appliquer la méthode de Levenberg-Marquardt et de l'adapter à l'identification et à l'égalisation d'un canal. D'après les résultats obtenues, on peut conclure que les paramètres estimés par la méthode de Levenberg-Marquardt, en utilisant un réseau de neurones mono-couche, est très intéressante lorsque l'ordre du canal est important, par contre si l'ordre du canal est faible l'algorithme peut ne pas converger, et donc les paramètres estimées sont loins des paramètres réels du canal. L'estimation des paramètres des différents canaux mobiles (BRAN A, BRAN B, BRAN C, BRAN D, BRAN E), s'approchent des paramètres réels. Le dernier chapitre de ce travail est consacré à l'application des noyaux définis positifs. Le développement de ces méthodes, particulièrement pour l'identification des paramètres du canal, marque le point de convergence de plusieurs concepts essentiels : le passage à la non linéarité, grâce aux noyaux, d'une grande famille d'algorithmes

linéaires ne s'appuyant que sur des produits scalaires dans l'espace des entrées  $\chi$ .

Nous avons pu appliquer la méthode des noyaux définis positifs pour l'identification des paramètres du canal, pour un système mono-utilisateur d'une réponse impulsionnelle finie pour un signal stationnaire et invariant dans le temps. Nous avons appliqué cette approche pour un canal d'ordre 2, et nous avons remarqué à partir des résultats de simulation que les paramètres en phase et en amplitude suivent l'allure de la réponse mesurée.

On peut faire également, comme perspectives des prochains travaux, une étude comparative pour la recherche des paramètres  $\alpha$  avec plusieurs algorithmes, à savoir :

- Algorithme des gradients.
- Algorithmes génétiques.
- Algorithme d'UZAWA.

Rendre ce problème d'identification supervisée à un problème d'identification aveugle.

# Bibliographie

- [1] Marc Parizeau. *Réseaux de Neurones*. Université de Laval, 2004.
- [2] A. Largillier. *Introduction aux espaces de hilbert à noyau reproduisant*. PhD thesis, l'université Jean Monnet et de l'Ecole des Mines de Saint-Etienne, 2008.
- [3] Won Young Yang Chung G. Kang Yong Soo Cho, Jaekwon Kim. *MIMO-OFDM Wireless Communacation with Matlab*. PhD thesis, Chung-Ang University, 2010.
- [4] Carlos Estevao ROLIM FERNANDES. *High-Order Statistical Methods for Blind Channel Identification and Source Detection with Applications to Wireless Communications*. PhD thesis, University of Nice Sophia Antipolis, 2008.
- [5] G. B. Giannakis and J. M. Mendel. Identification of non-minimum phase systems using higher order statistics. *ieee trans. On ASSP*, 1989.
- [6] S.Safi I.Badi, M.Boutalline. Blind identification of transmission channel with the method of higher-order cummulants. *International Journal of Engineering and Technology (IJET)*, Vol 5 No 4 Aug-Sep :3168–3174, Aug-Sep 2013.
- [7] L.Srinivas and K. V. S. Hari. Fir system identification based on subspaces of a higher order cumulant martix. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1996.
- [8] S. Safi and A. Zeroual. Blind identification in noisy environment of non-minimum phase finite impulse response (fir) using higher order statistics. *International Journal of Systems Analysis Modelling Simulation, Taylor Francis*, 43(5) :671– 681, 2003.
- [9] S. Safi and A. Zeroual. Ma system identification using higher order cumulants : Application to modelling solar radiation. *International Journal of Statistical Computation and Simulation, Taylor Francis*, 7(72) :533–548, 2002.
- [10] S. Safi and A. Zeroual. Blind parametric identification of linear stochastic nongaussian fir systems using higher order cumulants. *International Journal of Systems Sciences Taylor Francis*, 35(15) :855–867, 2004.
- [11] S. Safi and A. Zeroual. Identification of internet traffic using higher order statistics. *International Conference Information and Communication Technologies International Symposium ICTIS'2007*, 3–5 April 2007 Fez, Morocco, 2007.
- [12] X. D. Zhang and Y. S. Zhang. Fir system identification using higher order statistics alone. *IEEE Transaction on Signal Processing*, 42(12) :2854–2858, 1994.
- [13] Pierre Comon Jean-Louis Lacoume, Pierre-Olivier Amblard. *Statistiques d'ordres supérieurs pour le Traitement du Signal*. PhD thesis, Université Grenoble, 1999.
- [14] A. C. McCormick and E. A. Al-Susa. Multicarrier cdma for future generation mobile communication,. *Electronics and Communication Engineering Journal*, Apr. 2002.

- [15] C. R. Rao A. M. Kagan, Y. V. Linnk. *Characterization problems in mathematical statistics*. Wiley, 1973.
- [16] Said Safi. *Identification Aveugle des canaux à phase non minimale des utilisant les Statistiques d'Ordre Supérieur Application aux Réseaux Mobiles*. PhD thesis, Université Cadi Ayyad Faculté des Sciences Semlalia - Marrakech, 2008.
- [17] Valeriu Vrabie. *Statistiques d'ordre Supérieur :Application en Géophysique et Electrotechnique*. PhD thesis, Université de Grenoble, 2003.
- [18] A. Stuart M. Kendall. *The advanced theory of statistics, distribution theory*. *journal*, vol. 1, 1977.
- [19] A. Mansour. *Contribution à la separation de sources*. PhD thesis, INPG, Grenoble, janvier 1997.
- [20] G.B. Giannakis and A. Swami. *Higher order statistics*. Elsevier Science Publ. B.V., 1997.
- [21] G. Favier M. Ksouri K. Abderrahim, R. B. Abdennour and F. Msahli. *New results on fir system identification using cumulants*. *APII-JESA*, 35(5) :601–622, 2001.
- [22] P. O. Amblard and J. M. Brossier. *Adaptive estimation of the fourth order cumulant of a white stochastic process*. *Signal Processing*, 42(1) :37–43, 1995.
- [23] S. Safi. *Identification aveugle des signaux non-Gaussiens en utilisant les statistiques d'ordre supérieur : application a la modelisation des processus solaires*. PhD thesis, Université Cadi Ayyad, Doctorat national, , Marrakech, FSSM, Maroc, Mai 2002.
- [24] Z. Wang and G. B. Giannakis. *Estimation and detection in the presence of nongaussian noise*. *EEE Signal Processing Magazine*, 17(3) :29–48, 2000.
- [25] A. G. Stogioglou and S. Mclaughlin. *Ma parameter estimation and cumulant enhancement*. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 44(7) :1704–1717, 1996.
- [26] A. Swami G. B. Giannakis and J. M. *Linear modeling of multidimensional non-gaussian processes using cumulants*. *Multidimensional Syst. Signal Processing*, 1(1) :11–37, 1990.
- [27] A. T. Erdem and A. M. Tekalp. *Linear bispectrum of signals and identification of nonminimum phase fir system driven by colored input*. *IEEE, Transaction On ASSP*, 40 :1469–1478, 1989.
- [28] Tesserault Guillaume. *Modélisation multi-fréquences du canal de propagation*. PhD thesis, Université de Poitiers, 11 Décembre 2008.
- [29] Haithem HAGGUI. *Estimation et Egalisation des canaux sans fil épars utilisant l'algorithme des moindres Carrés Racursifs SPARLS*. PhD thesis, Université Montréal, Le 7 Décembre 2012.
- [30] Kosai Raoof. *Modélisation et étude de la capacité du canal pour un système multi-antennes avancé exploitant la diversité de polarisation*. PhD thesis, Univarsite Joseph Fourier, 29 avril 2009.
- [31] Raymond Steele and Lajos Hanzo. *Characterization of mobile radio channels. Chapter 2, Mobile Radio Communications*. Pentech Press-IEEE Press, London, 1994.
- [32] Simon Malinowski. *Codes joints source-canal pour transmission robuste sur canaux mobiles*. PhD thesis, Université de Rennes 1, 02 Décembre 2008.

- [33] Benjamin Goursaud. *Etude Mathématique et Numérique de Guide d'Ondes Ouverts non Uniformes par Approche Modale*. PhD thesis, Ecole Polytechnique ParisTech, 2010.
- [34] Y.Xiao M.Shadeyda and Y.Tadokoro. *Over-determined  $c(k; q)$  formula using third and fourth order Cumulants*. PhD thesis, Electron Letter, 32, 1996.
- [35] Abdelouha Zeroual Said Safi, Miloud Frikel and Mohammed M'Saad. Higher order cumulants for identification and equalization of multicarrier spreading spectrum systems. *Journal of telecommunications and information technology*, Apr. 2011.
- [36] Michel Llibre. *Moindres carrés et Kalman*. PhD thesis, Cambridge University Press, 30 Mars 2005.
- [37] Arnaud Massiani. *Prototypage de Systèmes Haut Débit combinant étalement de Spectre, Multi-porteuses et Multi-antennes*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Renne, 2006.
- [38] J. Y. Baudais. *Etude des modulations à porteuses multiples et à spectre étalé : analyse et optimisation*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Renne, 2001.
- [39] Vincent Le Nir. *Étude et optimisation des systèmes multi-antennes associés à des modulations multiporteuses*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Rennes, 2005.
- [40] N. Yee et J. P. Linnartz. Wiener filtering of multi-carrier cdma in a rayleigh fading channel, personal indoor mobile radio communication. vol. 4, 1994.
- [41] Sam Roweis. Levenberg-marquardt optimization. *Numerical Recipes in C, 2nd Edition*, année.
- [42] Guillaume Laurent. *Optimisation sans contrainte de fonctions continues non linéaires*. 2012.
- [43] S.Safi I.Badi, B.Bouikhalene. The optimization algorithms in neuronal network learning. *International Journal of Advanced Research in Computer Science and Software Engineering*, Volume 2, Issue 3, March 2012.
- [44] S.Safi I.Badi, M.Boutalline. The neural networks : Application and optimization application of levenberg-marquardt algorithm for tiffinagh character recognition. *International Journal of Science, Environment and Technology*, Vol. 2, No 5 :779–786, October 2 2013.
- [45] Vincent Le Nir. *Formalisme et implémentation des gradients analytiques pour les méthodes mixtessr-DFT /lr-WFT et leurs application à quelques critiques de la DFT*. PhD thesis, Université Toulouse III- Paul Sabatier, 21 Janvier 2010.
- [46] Wahiba Ramadane-Cherif. *Problèmes d'optimisation en tournées sur arcs*. PhD thesis, Université de Technologie Troyes, 2002.
- [47] Dominique Duchesneau. *Introduction à l'optimisation*. PhD thesis, Université du Québec à Montréal, 21 janvier septembre 2008.
- [48] Laurent Guillopé. *Optimisation sous contrainte*. Laboratoire de mathématiques Jean Leray Département de mathématiques, UFR Sciences et techniques Université de Nantes, 2010.
- [49] Thierno Diallo. *Etude et illustration de méthodes itératives d'optimisation non linéaire*. Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne Faculté Sciences de Base, 2006.
- [50] Djarah Djalal. *Application des Réseaux de Neurones Pour la Gestion d'un Système de Perception Pour un Robot Mobile D'intérieur*. PhD thesis, Université de Batna, 2006.

- [51] Bernard Gosselin. *Application de Réseaux de Neurones Artificiels a la reconnaissance Automatique de Caractères Manuscrits*. PhD thesis, Université de Batna, 1996.
- [52] Olivier Teytaud. *Apprentissage, Réseaux de Neurones et Applications*. PhD thesis, l'université Lyon 2, 18 décembre 2001.
- [53] Pitts Walter McCulloch, Warren S. Alogical calculus of the ideas immanent in nervous activity. vol. 5 :115–133, 1943.
- [54] Hopfield J. J. Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities. *Cornell Aeronautical Laboratory, Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A* 79, no. 8 :2554–2558, 1982.
- [55] Marvin Minsky. Papert, seymour linearly unrecognizable patterns. *Proc. Sympos. Appl. Math.*, Vol. XIX :176–217, 1982.
- [56] S. Hui S. H. Zak. The widrow-hoff algorithm for mcculloch-pitts type neurons. *IEEE Transactions on Neural Networks*, Volume 5 Issue 6 :924–929, November 1994.
- [57] M. V. Eyuboglu J.M. Cioffi, G. P. Dudevoir and G. D. Forney. Mmse decision-feedback equalizers and coding- parts i and ii. *IEEE Transactions*, vol. 43 :pp.2582–2604, Oct. 1995.
- [58] Alexandre Boyer. *Canaux de transmissions bruités*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse, 2011.
- [59] ETSI EN 301 893 V1.7.1. *Broadband Radio Access Networks (BRAN); 5 GHz high performance RLAN; Harmonized EN covering the essential requirements of article 3.2 of the RATTE Directive*. Harmonized European Standard, 06-2012.
- [60] ETSI. *Broadband radio access networks (bran); high performance radio logical area network (hiperlan) type 2; requirements and architectures for wireless broadband access*. PhD thesis, 1999.
- [61] ETSI. *Broadband radio access networks (bran); hiperlan type 2; physical layer*. PhD thesis, 2001.
- [62] David Ginsbourger. *Métamodèles Multiples pour l'Approximation et l'Optimisation de Fonctions Numériques Multivariables*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne, 2009.
- [63] J.-P. Vert. *Kernel methods*. PhD thesis, Centre for Computational Biology, Ecole des Mines de Paris, 2007.
- [64] José Carlos M. Bermudez Paul Honeine, Cédric Richard. Modélisation parcimonieuse non linéaire en ligne par une méthode à noyau reproduisant et un critère de cohérence. *Colloque GRETSI*, pages pp.1257–1260, Troyes, 11-14 septembre 2007.
- [65] Y. Meyer R. R. Coifman, A. Mcintosh. L'intégrale de cauchy definit un operateur borne sur l pour les courbes lipschitziennes. *Annals of Mathematics*, Vol. 116, No. 2 :pp. 361–387, 23/11/2014.
- [66] Arthur Tenenhaus. *Apprentissage dans les espaces de grande dimension : Application à la caractérisation de tumeurs noires de la peau à partir d'images*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2007.
- [67] Souad Tahir. *Méthodes d'approximation par éléments finis et analyse à posteriori d'inéquations variationnelles modélisant des problèmes de fissures en élasticité linéaire*. PhD thesis, Université de Paul Verlaine-Metz, 2006.

- [68] Lotfi Bachli. *contribution à la commande de la machine asynchrone, utilisation de la logique floue, des réseaux de neurones et des algorithmes génétiques*. PhD thesis, Université Henri Poincaré, Nancy I, 1999.
- [69] Wahiba Ramadane-Chefif. *Problèmes d'optimisation en tournées sur arcs*. PhD thesis, Université de Technologie de Troyes, 2002.
- [70] Gilles Leborgne. *Noyaux intégraux, espace de Hilbert à noyau reproduisant : introduction*. PhD thesis, l'ISIMA, 4 mai 2012.
- [71] Nabil Saïmi. *Estimation de la volatilité et filtrage non linéaire*. PhD thesis, Université de Québec à Trois-Rivières, 2001.
- [72] Imre Risi Kondor Nicol N. Schraudolph S. V. N. Vishwanathan, Karsten M. Borgwardt. Graph kernels. *Journal of Machine Learning Research*, arXiv :0807.0093v1 :pp. 1201–1242, 11-Apr-2010.