



UNIVERSITE SULTAN MOULAY SLIMANE
Faculté des Sciences et Techniques
Béni-Mellal



CED : Sciences et Techniques
FD : Mathématiques et Physique Appliquées

THESE

Présentée par

Mr. Mustapha AIT LAFKIH
(Docteur de troisième cycle, Professeur Habilité)

Pour l'obtention du grade de

DOCTORAT

Spécialité : Génie Electrique
Option : Automatique

**CONTRIBUTION A L'ELABORATION D'ALGORITHMES
DE COMMANDE ADAPTATIVE MULTIVARIABLES**

Soutenue le 28 Novembre 2015 devant la commission d'examen :

Pr. Abdelmajid BADRI , Professeur Faculté des Sciences et Techniques Mohammadia	Président
Pr. Abdelmajid FARCHI , Professeur Faculté des Sciences et Techniques Settat	Rapporteur
Pr. Ahmed. MOUHSEN , Professeur Faculté des Sciences et Techniques Settat	Rapporteur
Pr. Alami SEMMA , Professeur Faculté des Sciences et Techniques Settat	Rapporteur
Pr. Brahim Minaoui , Professeur Faculté des Sciences et Techniques Béni Mellal	Examineur

Titre de la thèse

CONTRIBUTION A L'ELABORATION D'ALGORITHMES DE COMMANDE ADAPTATIVE MULTIVARIABLES

Résumé :

Durant la période où beaucoup d'études ont été concentrées sur l'axe de l'automatique, un important travail a été fait dans le domaine de la commande des systèmes monovariables et surtout à partir des années 50-60 marquées par le début de l'informatique. En comparaison, peu de publications concernant les résultats de commande multivariable. Ceci provient du fait, sans doute, que l'extension du monovariable au multivariable est loin d'être évidente, contrairement à ce qui était souvent décrit dans les années 70. En effet, dans le cas multivariable, on doit faire face à des problèmes additionnels, à savoir, la généralisation de la notion du retard, l'analyse de la stabilité, l'évaluation des connaissances à priori nécessaire sur le système, le problème de couplage....

Durant ces dernières années, la commande des systèmes multivariables et sa mise en œuvre sur des procédés industriels ont été l'objet de nombreux travaux. Nous nous sommes intéressées à l'applicabilité de la commande adaptative prédictive des procédés multivariables. Cette approche a montré sa capacité à commander des procédés assez complexes dans le cas monovariable, soit en simulation ..., soit sur des applications en temps réel sur des procédés physique.

Les résultats de simulations obtenus montrent que l'algorithme de la commande prédictive généralisée adaptative permet de réaliser les performances désirées en ce qui concerne les objectifs de régulation, de poursuite et de rejet des perturbations.

Il ressort de cette étude que la commande prédictive généralisée adaptative, exposée dans le chapitre II, peut apporter une solution intéressante pour la commande des processus multivariables. Cependant, la réussite de la mise en œuvre pratique d'une telle loi de commande, passera obligatoirement par une collaboration étroite entre différents spécialistes (électroniciens, mécaniciens, automaticiens...).

Mots Clés :

Algorithmes de Commande, Adaptative, Multivariable.

INTRODUCTION

Durant la période où beaucoup d'études ont été concentrées sur l'axe de l'automatique, un important travail a été fait dans le domaine de la commande des systèmes monovariables et surtout à partir des années 50-60 marquées par le début de l'informatique. En comparaison, peu de publications concernant les résultats de commande multivariable. Ceci provient du fait, sans doute, que l'extension du monovariable au multivariable est loin d'être évidente, contrairement à ce qui était souvent décrit dans les années 70. Comme l'ont montré GOODWIN et LONG [GOO-80] la connaissance à priori nécessaire sur le système de façon à démontrer la convergence et la stabilité n'est apparente en multivariable comme elle l'est en monovariable. Sans oublier que la mise en œuvre, en temps réel, d'une telle commande n'est pas très simple à cause des difficultés inhérentes aux procédés multivariables.

Initialement et en 1979, BORISON [BOR-79] a fait l'extension au cas multivariable de la loi de commande à minimum de variance de la sortie, pour laquelle il a supposé que toutes les boucles ont le même retard. Il est bien connu que cette loi de commande ne peut pas stabiliser des procédés à non minimum de phase (à inverse instable), ceci délimite clairement son domaine d'application. En ce qui concerne le cas multivariable, on doit faire face à des problèmes additionnels, à savoir, la généralisation de la notion du retard, l'analyse de la stabilité, l'évaluation des connaissances à priori nécessaire sur le système, le problème de couplage....

Peu de temps après et précisément en 1980. KOIVO [KOI-80] a proposé la loi de commande à minimum de variance généralisée dans le cas multivariable, ce qui permet de stabiliser des procédés à inverse instable. Néanmoins, nous sommes toujours contraints de faire l'hypothèse que toutes les entrées agissent avec le même retard sur chacune des sorties. En 1980, GOODWIN et LONG [GOO-80], présentent

Chapitre I: GENERALITES SUR

LA COMMANDE ADAPTATIVE

PREDICTIVE MULTIVARIABLE

**I.1) REPRESENTATION ENTREE-SORTIE LINEAIRE EN TEMPS DISCRET
DES SYSTEMES MULTIVARIABLES.**

Considérons un système linéaire multivariable à m entrées et m sorties, discrétisé, caractérisé par sa matrice de transfert $T(z)$.

L'évolution dans le temps de ce système peut être représentée par l'équation vectorielle en temps discret suivante :

$$y(t) = T(q)u(t) + w(t) \quad (I.1)$$

Où :

q représente l'opérateur avance tel que $qf(t) = f(t+1)$

$y(t) \in R^m$ est le vecteur des sorties.

$u(t) \in R^m$ est le vecteur des commandes.

$w(t) \in R^m$ est le vecteur des perturbations.

Le vecteur des perturbations $w(t)$ englobe, généralement, plusieurs types de perturbations. On peut cependant représenter simplement ce terme de perturbations par une composante aléatoire qui prend en compte l'influence de l'environnement, les bruits de mesure, etc... et une composante non nulle qui prend en considération le fait que les perturbations ne sont pas nécessairement de moyenne nulle, soit :

$$w(t) = S(q) D(t) + \mu \quad (I.2)$$

CHAPITRE II: COMMANDE PREDICTIVE

GENERALISEE MULTIVARIABLE

II.1) INTRODUCTION

Dans ce chapitre, nous présentons le développement de la loi de commande prédictive généralisée (C.P.G.) ou Generalized Predictive Control (G.P.C.) dans le cas multivariable.

Il existe dans la littérature une grande variété d'approches pour la commande à horizon de prédiction étendu. Néanmoins, l'idée de base reste la même, à savoir, calculer une séquence de commandes telle que l'écart entre la sortie prédite et la consigne désirée soit minimal par rapport à un critère et ceci sur un certain horizon de temps (horizon de prédiction). Une fois cette séquence obtenue, on applique au procédé uniquement le premier élément de la séquence. Au pas d'échantillonnage suivant, on recommence la même procédure.

Les différences entre les diverses approches résident au niveau :

- i) Des choix faits pour représenter le procédé.*
- ii) Des choix faits pour construire un prédicteur à j pas à l'avance de la sortie du procédé.*
- iii) De la spécification ou non d'une trajectoire de référence.*
- v) Du critère à minimiser.*

Nous nous sommes intéressés à l'approche commande prédictive généralisée (C.P.G.), développée dans [CLA-87] (en monovariable) et qui fait partie des lois de commande à horizon de prédiction étendu [AIT-2003], [AIT-2005].

CHAPITRE III : APPLICATION DE LA COMMANDE

ADAPTATIVE PREDICTIVE GENERALISEE

A DES PROCÉDES MONOVARIABLES

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats de simulations de l'algorithme de commande prédictive généralisée (C.P.G.) dans le cas adaptatif, ou non, avec ou sans perturbations à des procédés monovariables qui ne sont autres que des cas particuliers de procédés multivariables:

- Moteur à courant continu [ZID-08], [EZA-10].

- Echangeur de chaleur [TOT-07].

III.1) MOTEUR A COURANT CONTINU

Le moteur à courant continu est un convertisseur d'énergie réversible. Il peut fonctionner en moteur ou en génératrice. Le moteur à courant continu repose sur le phénomène physique de création d'une force électromotrice aux extrémités d'un conducteur en mouvement dans un champ d'induction magnétique (par la loi de FARADAY). Réciproquement, la circulation d'un courant dans ce conducteur le soumet à une force qui tend à la mettre en mouvement (loi de LAPLACE).

Les résultats de simulations sur ce procédé ont aboutit à l'article suivant :

CHAPITRE IV : APPLICATION DE LA COMMANDE
ADAPTATIVE PREDICTIVE
GENERALISEE A DES PROCEDES
MULTIVARIABLES

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats de simulations de l'algorithme de commande prédictive généralisée (C.P.G.) dans les cas adaptatif au non avec au sans perturbations sur des procédés multivariables à savoir :

- *Un procédé de manutention : bras flexible [COD-93], [MSA-93].*
- *Un procédé de l'industrie chimique : colonne à distiller.*

IV.1) RESULTATS DE SIMULATION D'UN BRAS FLEXIBLE

Les bras flexible est un procédé industriel de manutention, ce procédé est décrit dans [MSA-93].

Les résultats de simulations sur ce procédé multivariable ont aboutit à l'article suivant :

CONCLUSION GENERALE

Durant ces dernières années, la commande des systèmes multivariables et sa mise en œuvre sur des procédés industriels ont été l'objet de nombreux travaux. Nous nous sommes intéressées à l'applicabilité de la commande prédictive généralisée multivariable adaptative ou non et avec ou sans perturbations à deux procédés :

- *Un procédé de manutention : bras flexible.*
- *Un procédé de l'industrie chimique : colonne à distiller.*

Dans la première partie de ce mémoire, nous avons présenté un rappel rapide des principales méthodes de commande prédictives existantes. Ensuite nous nous sommes attachés, dans la deuxième partie, à formuler le problème de commande prédictive généralisée multivariable dans les cas adaptatif ou non.

Des simulations ont ensuite permis de comparer les dynamiques de régulation et de poursuite de la commande prédictive généralisée dans les cas suivants :

- *A paramètres fixes sans perturbations.*
- *A paramètres fixes avec perturbations.*
- *Adaptatif sans perturbation.*
- *Adaptatif avec perturbations.*

Finalement, il ressort de cette étude que la commande prédictive généralisée adaptative, exposée dans le chapitre II, peut apporter une solution intéressante pour la commande des processus multivariables. Cependant, la réussite de la mise en œuvre pratique d'une telle loi de commande, passera obligatoirement par une collaboration étroite entre différents spécialistes (électroniciens, mécaniciens, automaticiens....).

Il est également intéressant de noter l'importance de la commande de tels procédés, qui constituent des composantes très importantes dans l'industrie.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

[AIT-2003] AIT LAFKIH(2003).

“ ADAPTIVE MULTIVARIABLE GENERALIZED PREDICTIVE
CONTROL OF A NON-LINEAR PROCESS”.

Advances in Modelling and Analysis. Advances C, vol.58, n°2, pp. 1-14.
2003.

[AIT-2005] AIT LAFKIH(2005).

“ ADAPTIVE MULTIVARIABLE GENERALIZED PREDICTIVE
CONTROL OF CONTINUOUS FERMENTATION PROCESS”.

Advances in Modelling and Analysis. Advances C, vol. 60, n°3, 1-14.
2005.

[AST-73] ASTRÖM K.J. and WITTENMARK B.

“On self tuning regulators”.

Automatica vol. 9, pp. 185-199, 1979.

[AST-77] ASTRÖM K. J., BORISSON U. , LJUNG L. and WITTENMARK B.

“ Theory and application of Self-Tuning Regulators.

Automatica, vol. 13, pp. 457-476, 1977.

[AST-89] ASTRÖM K. J. and WITTENMARK B.

“Adaptive Control”

Addison Wesley, 1989.

une solution au problème des retards en utilisant la notion de « Matrice interacteur » introduite par WOLOVICH et FALB en 1976 [WOL-76], mais la connaissance complète de la matrice interacteur pose encore un autre problème. Par la suite, plusieurs auteurs ont essayé d'apporter des solutions demandant un minimum de connaissance sur l'interacteur. Ainsi, une idée proposée par JOHANSON [JOH-82] et est basée sur l'estimation des éléments de l'interacteur avec ceux du système. Une autre solution a été proposée par SINGH et NARENDRA [SIN-84] : elle consiste à trouver le précompensateur adéquat découplant l'interacteur pour le rendre diagonal. Parallèlement, PRAGER et WELLSTEAD [PRA-80], ont développé la commande par placement de pôles dans le cas multivariable. Ce type de commande ne nécessite pas de connaissance à priori et ne simplifie pas les zéros du procédé, ce qui est très intéressant dans le cas des systèmes à inverse instable, en plus la spécification des performances désirées est directe puisque l'on spécifie les pôles en boucle fermée. Cependant, la robustesse de l'équation de diophantine associée est très sensible aux erreurs de modélisation, ce qui rend la mise en œuvre assez délicate. En 1984, DUGARD et GOODWIN et XIANYA [DUG-84] proposent l'algorithme de la commande à minimum de variance généralisée dans le cas stochastique.

Nous nous sommes intéressés à une loi de commande multivariable basée sur la minimisation d'un critère quadratique à horizon fini fuyant : Commande Prédictive Généralisée (C.P.G.), [CLA-87], [GUS-89], [NGU-89], [AIT-2003], [AIT-2005]....

La connaissance de la matrice interacteur associée au modèle du procédé n'est pas nécessaire pour ce type de schéma qui présente d'autre part, une meilleure robustesse numérique que le placement de pôles.

Au cours du chapitre I, nous présentons des généralités sur la commande adaptative prédictive.

Le chapitre II, traite le schéma de commande adaptative prédictive généralisée (C.P.G) dans le cas multivariable.

Cette approche à montré sa capacité à commander des procédés assez complexes dans le cas monovarié, soit en simulation [CLA-87], [TAR-92] ..., soit sur des applications en temps réel sur des procédés physiques [DAH-91], [CLA-98].

Les spécificités de la C.P.G. sont les suivantes :

- Modèle CARIMA (voir paragraphe II) pour représenter le procédé.*
- Génération d'une trajectoire de référence à partir de la valeur de la sortie d'un modèle de référence. Ceci permet d'éviter les actions de commande trop importantes qui, dans le cas général, entraînent la saturation des actionneurs.*
- L'incorporation d'un horizon de commande à partir duquel l'action de commande demeure constante.*

II.II) MODELE DU PROCEDE

On s'intéresse aux systèmes multivariés à m entrées et à m sorties dont le comportement dynamique, autour d'un point de fonctionnement, peut être approché par le modèle dynamique suivant :

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t-1) + w(t) \quad (II.1)$$

avec :

- $A(q^{-1})$ et $B(q^{-1})$ sont des matrices polynomiales :

$$A(q^{-1}) = 1_m + A_1q^{-1} + \dots + A_{na}q^{-na} \quad , \quad A_j \in \mathbb{R}^{m,m}$$

$$B(q^{-1}) = B_0 + B_1q^{-1} + \dots + B_{nb}q^{-nb} \quad , \quad B_j \in \mathbb{R}^{m,m}$$

- $y(t) \in \mathbb{R}^m$ est le vecteur des sorties.

- $u(t) \in \mathbb{R}^m$ est le vecteur de commande.

- $w(t) \in \mathbb{R}^m$ est le vecteur de perturbations.

- q^{-1} est l'opérateur retard tel que : $q^{-1}f(t) = f(t-1)$.

Enfin, c'est dans ce contexte, que nous envisageons de mener notre futur travail. Dans une première étape, nous souhaitons d'implémenter cette loi de commande sur ces procédés industriels. Dans une deuxième étape, nous essaierons d'appliquer la loi de commande précédemment décrite à une microcentrale hydraulique qui constitue un procédé très important dans le champ des énergies renouvelables.

[BAU-77] BAUR U. and ISERMANN R.

“On line Identification of a Heat Exchanger with a process Computer: a case study”.

Automatica, vol. 13, pp. 487-496, 1977.

[BEZ-89] BEZIAT C.

“ Sur la commande adaptative multivariable avec contraintes”

Thèse de doctorat de l’université Paul Sabatier, Toulouse 1989.

[BIE-77] BIERMAN G. J.

“Factorization methods for discrete sequential estimation”

Academic Press, New York, 1977.

[BOR-79] BORISSON U.

“Self tuning regulators for a class for multivariable systems”.

Automatica vol.15, pp. 209-215, 1972.

[CLA-87] CLARKE D.W., MOHTADI C. and TUFFS P.S.

“Generalised Predictive Control, part I: the basic algorithm”

Automatica, vol. 23, n°2, pp. 137-148, 1987.

[CLA-87] CLARKE D.W., MOHTADI C. and TUFFS P.S.

“Generalised Predictive Control, part II: extentions and interpretations”.

Automatica, vol. 23, n°2, pp. 149-160. 1987.

[CLA-98] CLARKE, D.W. (1998),

“Application of generalized predictive control to industrial processes,”

IEEE Control Systems Magazine, Vol. 122, pp. 49-55.

Dans le chapitre III, nous présentons les résultats de simulations obtenus en appliquant la commande prédictive généralisée adaptative sur des procédés monovariables.

Au cours du chapitre IV, nous présentons les résultats de simulations obtenus en appliquant la commande prédictive généralisée adaptative et à paramètres fixes sur des procédés multivariables.

Des conclusions générales et quelques perspectives terminent le rapport.

On note que $\det(\varepsilon(z)) = z^{f_1+f_2+\dots+f_m}$ et donc, en discret, l'itérateur $\varepsilon(z)$ à son inverse stable.

Soit f tel que $f = \max(f_1, f_2, \dots, f_m)$, alors f correspond à l'ordre du plus grand zéro à l'infini de $T(z)$ [DIO-84].

Appelons $\hat{\varepsilon}(z^{-1}) = z^{-f} \varepsilon(z)$ une matrice polynomiale en z^{-1} .

Soit $T'(z) = \varepsilon(z)T(z)$ on aura aussi :

$$T(z) = \varepsilon^{-1}(z)T'(z) = z^{-f} \hat{\varepsilon}^{-1}(z)T'(z)$$

En utilisant la factorisation à gauche des matrices polynomiales [DIO-84], on obtient :

$$T'(q) = [A(q^{-1})]^{-1}B(q^{-1}) \text{ et } S(q) = [A(q^{-1})]^{-1}C(q^{-1})$$

Si $A(q^{-1})$ et $B(q^{-1})$ sont premières à gauche alors les zéros de $T(q)$ sont les racines des facteurs invariants de $B(q^{-1})$ et les pôles de $T(q)$ sont les racines de: $\det(A(q^{-1}))$.

On peut réécrire la relation (I.1) avec (I.2) :

$$y(t) = T(q)u(t) + S(q)\eta(t) + \mu$$

Soit en remplaçant $T(q)$ et $S(q)$ par leurs expressions :

$$y(t) = q^{-f} \hat{\varepsilon}^{-1}(q^{-1})[A(q^{-1})]^{-1}B(q^{-1})u(t) + [A(q^{-1})]^{-1}C(q^{-1})\eta(t) + \mu \quad (I.3)$$

Dans le cas particulier ou $\hat{\varepsilon}^{-1}(q^{-1}) = \mathbb{1}_m$, on peut réécrire la relation (I.3) sous la forme CARMA (Controlled Auto-Regressive and Moving Average) :

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-f}B(q^{-1})u(t) + C(q^{-1})\eta(t) + \gamma \quad (I.4)$$

avec: $\gamma(t) = A(q^{-1})\mu(t)$.

Dans ce cas, une commande adaptative nécessitera au moins une prédiction à f pas de la sortie du système.

Il n'y a pas d'hypothèse spéciale sur $A(q^{-1})$ et $B(q^{-1})$ (sauf la nécessité de satisfaire la condition : $A^{-1}(q^{-1})B(q^{-1})$ est propre).

Le procédé peut être instable en boucle ouverte et / ou à non minimum de phase.

Si la sortie i a un retard non nul par rapport à l'entrée j , les premiers éléments b_{ij} du polynôme matriciel $B(q^{-1})$ seront nuls.

En général, $w(t)$ est modélisé par une moyenne mobile de la forme :

$$w(t) = C(q^{-1})\xi(t) \quad (II.2)$$

avec :

$$C(q^{-1}) = \mathbb{1}_m + C_1q^{-1} + \dots + C_{nc}q^{-nc} \quad , \quad C_j \in \mathbb{R}^{m,m}$$

$\xi(t) \in \mathbb{R}^m$ est un vecteur de séquences aléatoires décorrelées de moyenne nulle et de variance finie.

Le modèle CARMA (Controlled Auto Regressive and Moving Average), est obtenu à partir de (II.1) et (II.2) par :

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t-1) + C(q^{-1})\xi(t) \quad (II.3)$$

Cette représentation s'avère inadéquate pour les applications industrielles où les perturbations ne sont pas stationnaires. Dans la pratique les perturbations les plus fréquentes sont les échelons de grandeur et occurrences aléatoires, d'où l'utilisation d'un modèle CARIMA (Controlled Auto Régressive Integrated and Moving Average).

$$w(t) = C(q^{-1})\Delta^{-1}(q^{-1})\xi(t) \quad (II.4)$$

Où $\Delta(q^{-1}) = (\mathbb{1}_m - \mathbb{1}_m q^{-1})$ est l'opérateur de différence.

Ce modèle nous permet d'introduire l'action intégrale d'une façon naturelle.

Le modèle CARIMA est obtenu à partir de (II.1) et (II.4) par :

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t-1) + C(q^{-1})\Delta^{-1}(q^{-1})\xi(t) \quad (II.5)$$

Cette équation peut être encore écrite sous la forme :

[COD-93] CODRON P. And BOUCHER P.

“Multivariable generalized predictive Control with Multiple Reference

Model: A New Chaise For the Reference Model.

Proc. of ECC 93 pp. 1269-1272.

[DAH-91] DAHHOU B., CHAMILOTORIS G. and ROUX G.

“ Adaptive predictive control of a continuous fermentation process”.

International journal of adap. Contr. And sign. Proc. , vol 5,n°6, pp.

351-362, 1991.

[DIO-84] DION J.M., DUGARD L.

“Panorama de la commande adaptative”.

Rapport L.A.G. Grenoble, 1984.

[DIO-91] DION J .M., DUGARD L., FRANCO A., NGUEN M.T. and REY D.

“ MIMO Adaptive Constained Predictive Control CASE study: An

Environmental Test Chamber”.

Automatica, vol. 27, n°4, pp. 611-626, 1991.

[DUG-84] DUGARD L., GOODWIN G .C. and XIANYA X.

“The Role of the Interactor Matrix in Multivariable Stochastic Adaptive Control”.

Automatica, vol. 20 n°5 pp. 701-709, 1984.

[EZA-10] EZZARAA M.

“Commande Prédictive d’un Moteur A Courant Continu”.

Mémoire de Master, 2010.

I.II) TOUR D'HORIZON SUR LA COMMANDE PREDICTIVE

Une des principales difficultés rencontrées dans la commande des procédés est la présence de retards. Ceux-ci sont souvent dus aux caractéristiques physiques du système à contrôler. Ces retards sont souvent la cause des problèmes rencontrés lors de l'application de commandes classiques, comme le P.I.D par exemple. L'apparition du retard dans l'équation caractéristique en boucle fermée amène à des instabilités (décalage de la marge de phase lors de l'étude fréquentielle).

C'est pour résoudre ce type de problème qu'a été introduite la notion de commande prédictive. L'idée principale est de transformer le problème classique de commande à l'instant présent, par la commande d'une prédiction de la sortie à un ou à des instants futurs. Cette notion de sortie prédite permet de prendre en compte l'effet du retard, pourvu que cette prédiction soit faite à un instant au moins égal à l'instant présent, augmenté du retard.

Les études concernant la commande prédictive ont véritablement débutées dans les années soixante. Smith a d'abord proposé une commande basée sur l'utilisation d'un modèle de prédiction et d'une loi de commande classique. Le prédicteur de Smith avait pour but de prendre compte l'effet du retard dans la boucle de commande. Le principe du prédicteur de Smith est présenté dans la figure I.1.

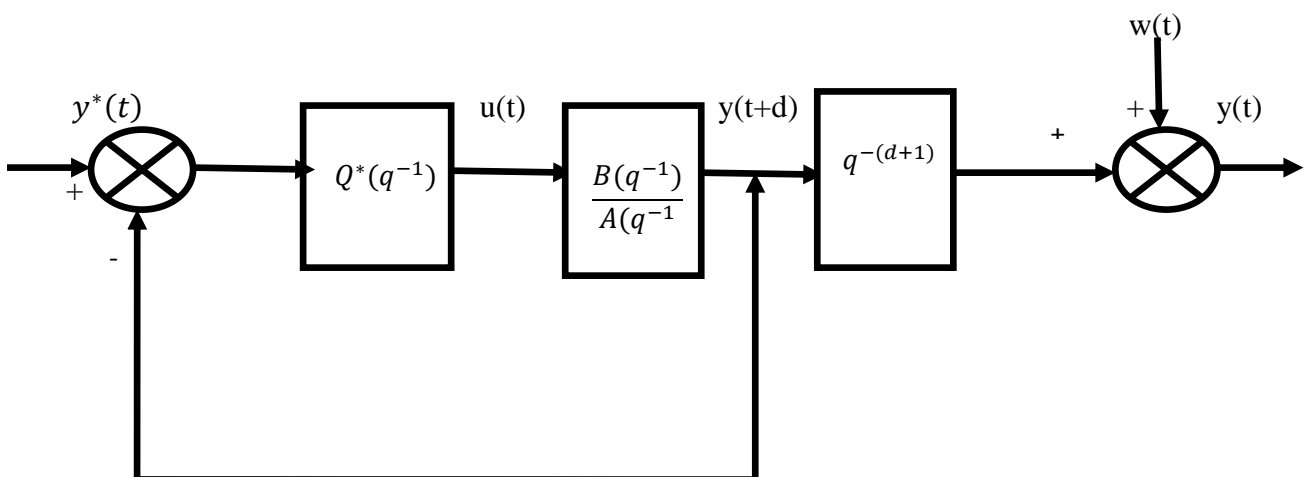


Figure I.1 : Schéma de régulation par prédicteur de Smith.

$$\Delta(q^{-1})A(q^{-1})y(t) = \Delta(q^{-1}) B(q^{-1})u(t-1) + C(q^{-1})\xi(t) \quad (II.6)$$

En remarquant que :

$$\Delta(q^{-1})B(q^{-1}) = B(q^{-1})\Delta(q^{-1}).$$

L'équation (II.6) devient :

$$\Delta(q^{-1})A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})\Delta(q^{-1})u(t-1) + C(q^{-1})\xi(t) \quad (II.7)$$

En posant :

$$\Delta(q^{-1})A(q^{-1}) = \alpha(q^{-1}). \quad (II.8)$$

L'équation (II.7) devient :

$$\alpha(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})\Delta u(t-1) + C(q^{-1})\xi(t) \quad (II.9)$$

avec :

$$\alpha(q^{-1}) = \mathbb{1}_m + \alpha_1 q^{-1} + \dots + \alpha_{na+1} q^{-(na+1)}, \quad \alpha_i \in \mathbb{R}^{m,m}$$

et :

$$\alpha_i = A_i - A_{i-1} \quad \text{pour } i=2 \dots na$$

$$\alpha_1 = A_1 - \mathbb{1}_m$$

$$\alpha_{na+1} = -A_{na}$$

II.III) LOI DE COMMANDE A PARAMETRES FIXES

II.III.1) Objectifs de la commande

A chaque instant, on désire calculer pour le procédé une séquence de commande qui minimise le critère du paragraphe suivant.

[FOU-77] FOULARD C., GENTIL S., SANDAZ J.P.

“ Commande et régulation par calculateur numérique ”.

Eyrolles, 1977.

[GOO-80] GOODWIN G. C. and LONG R. S.

“Generalized of results on multivariable adaptive control ”.

IEEE, Adap. Cont., vol. 125 n° 6 pp. 1241-1245, 1980.

[GUS-89] GUSTAVO A.S.G.

“Commande multivariable à horizon de prédiction étendu ”.

Thèse de docteur-ingénieur, INPG, Grenoble, 1989.

[JOH-82] JOHANNSON R.

“Parametric models for linear multivariable systems for adaptative control”.

Proc. Of the 21th C.D.C., Orlando, 1982.

[KAL-58] KALMAN R.E.

“Desing of a self-optimizing control system”.

Trans ASME, ser. D., pp. 51-60. 1958.

[KOI-80] KOIVO H.N.

“A mutivariable self-tunig controller”.

Automatica, vol. 16 n°4, pp. 351-366.

[MAR-82] MARTIN-SANCHEZ J.M.

“A globally state APC in the presence of bounded unmeasured noises and disturbances”.

$u(t)$, $y(t)$, $y^*(t)$ et $w(t)$ représentent respectivement l'entrée, la sortie, la consigne et le bruit. La fonction de transfert $B(q^{-1})/A(q^{-1})$ représente le modèle du procédé. $Q^*(q^{-1})$ est la fonction de transfert d'un régulateur de Smith.

Les principaux inconvénients de la méthode du prédicteur de Smith sont :

- L'incapacité de stabiliser des systèmes à non minimum de phase.
- La sensibilité aux erreurs de modélisation.

Le plus célèbre des algorithmes de prédiction est certainement la commande à variance minimale, proposé par Aström et Wittenmark [AST-73] (en monovariante). Cette commande est basée sur une prédiction à d pas en avant, ou d est le retard du système. La commande est alors synthétisée par la minimisation du critère quadratique suivant (cas multivariable) :

$$J = \sum \{ [y(t+d) - y^*(t+d)]^T [y(t+d) - y^*(t+d)] \}$$

$$- \sum \{ \cdot \}$$

$y(t)$ et $y^*(t)$ sont respectivement les vecteurs de sortie et de référence.

Un schéma de commande à variance minimale multivariable peut être trouvé dans [BOR-79].

L'inconvénient majeur de la commande à variance minimale est son domaine d'application relativement restreint. En effet, il faut, dans ce cas, connaître exactement la valeur du retard (ce qui n'est pas toujours évident) et disposer d'un modèle discret à phase minimale. Une solution à ce problème a été apportée par l'incorporation dans le critère du terme de commande. C'est la commande à minimum de variance généralisée (G.M.V.) dont le critère J a la forme suivante (cas multivariable) :

$$J = \sum \{ [y(t+d) - y^*(t+d)]^T P [y(t+d) - y^*(t+d)] + [u(t) - u(t-1)]^T Q [u(t) - u(t-1)] \}$$

II.III.2) Critère à minimiser

On considère le critère à minimiser par rapport à la séquence des incréments de commande $[\Delta u(t) \dots \Delta u(t + h_p - 1)]$ et indirectement à la séquence de

Commande $[u(t) \dots u(t + h_p - 1)]$:

$$\begin{aligned}
 J(t, h_i, h_p, h_c) = & \\
 & \in \left\{ \sum_{j=h_i}^{h_p} [y(t+j) - y^*(t+j)]^T R [y(t+j) - y^*(t+j)] \right. \\
 & \left. + \sum_{j=1}^{h_p} \Delta u^T(t+j-1) Q \Delta u(t+j-1) \right\}
 \end{aligned}
 \tag{II.10}$$

où :

- h_i est l'horizon initial.
- h_p est l'horizon de prédiction.
- h_c est l'horizon de commande.
- $y^*(t+j)$ est la séquence de consigne future ou de référence.
- $R \in \mathbb{R}^{m,m}$ est une matrice symétrique strictement définie positive choisie pour régler la dynamique de l'erreur de la sortie.
- $Q \in \mathbb{R}^{m,m}$ est une matrice symétrique définie positive de pondération de la commande. Elle sert à établir un compromis entre les performances désirées et l'énergie utilisée pour atteindre ces performances.

II.III.3) Prédicteur à j pas de la sortie du procédé

Afin de faciliter le développement des calculs on considère le cas où $c = \mathbb{1}_m$. Dans ce cas le modèle de l'équation (II.9) devient :

$$\alpha(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})\Delta u(t-1) + \xi(t)
 \tag{II.11}$$

Pour construire un prédicteur à j pas de la sortie du procédé $y(t+j)$, considérons

Proc. Of the 21th C.D.C., pp. 761-765, 1982.

[MSA-87] M'Saad, M.

“Sur l'applicabilite de la commande adaptative”.

Thèse de doctorat d'Etat es-Sciences. INPG, Grenoble, 1987.

[MSA-93] M'Saad, M., Hammad, S. et Dugard, L. (1993),

“A suitable generalized predictive adaptive controller-case study: control of flexible arm,”

Automatica, Vol. 29, No. 3, pp. 589-608.

[NG-77] NG T.S., GOODWIN G.C. and ANDERSON B.D.O.

“ Identifiability of MIMO lineair Dynamic Systems Operating Closed Loop”.

Automatica, vol. 13, pp. 477-485, 1997.

[NGU-89] NGUEN M.T.

“commande adaptive multivariable avec contraintes”.

Thèse de docteur- ingénieur. I.N.P.G , grenoble, 1989.

[PRA-80] PRAGER D.L. and WELLSTEAD P.E.

“multivariable pole assignement self-tuning regulators”.

I.E.E., vol. 128, pt. D n°1, pp. 9-18.

[RIC-78] RICHALET J., RAULT A., TESTUD J.L. and PARON J.

“Model predictive heuristic control: application to industrial processes”.

Automatica, vol. 14, pp. 413-424, 1978.

$-u(t)$, P et Q sont respectivement le vecteur d'entrée et des matrices de pondération. P est strictement définie positive Q est définie positive.

Deux autres méthodes ont été présentées par la suite, pour pallier les problèmes rencontrés: le placement de pôles et le concept de prédiction à horizon étendu.

Le principe de la commande à placement de pôles est légèrement différent du celui du schéma précédent, dans le sens où on laisse les zéros inchangées, ce qui est très intéressant dans le cas des systèmes à non minimum de phase. En effet, la simplification des zéros instables entraîne une entrée de commande non bornée. On cherche tout simplement à placer les pôles du système en boucle fermée. Cette méthode ne nécessite ni une connaissance précise du retard, ni un modèle à phase minimale. En effet, il suffit d'augmenter l'ordre du modèle pour prendre en compte les incertitudes sur la valeur du retard. Le problème inhérent à cette méthode est le manque de robustesse numérique de la résolution de l'équation de Bezout. Un schéma de commande multivariable par placement de pôles peut être trouvé dans [PRA-80].

Finalement, la notion de commande prédictive étendue est apparue comme une solution possible, car elle fait appel à un ensemble de prédictions effectuées sur un horizon supérieur au retard, d'où une relative insensibilité à la valeur de ce retard. De plus, les commandes utilisant ce concept ne font pas appel à des annulations des pôles et des zéros, ce qui améliore l'insensibilité des algorithmes résultants par rapport à la stabilité du modèle inverse. Il faut aussi noter que le fait de prédire plus loin le comportement du système, permet d'obtenir des commandes plus douces et plus robustes, et donc d'améliorer la régularité de fonctionnement du procédé considéré. Les méthodes se différencient alors par la manière dont la prédiction est effectuée, par l'horizon sur lequel se fait cette prédiction et par l'expression du critère à minimiser.

Le concept de prédiction étendue, en tant qu'outil de synthèse de commande est dû à Richalet [RIC-78]. Celui-ci a proposé une méthode appelée Model Algorithmic Control (MAC). Elle est basée sur une modélisation du procédé par réponse

l'identité polynomiale de BEZOUT suivante :

$$\mathbb{1}_m = E^j(q^{-1})\alpha(q^{-1}) + q^{-j}F^j(q^{-1}) \quad (II.12)$$

avec :

$$E^j(q^{-1}) = \mathbb{1}_m + e_1 q^{-1} + \dots + e_{j-1} q^{-(j-1)}, \quad e_i \in \mathbb{R}^{m,m}$$

$$F^j(q^{-1}) = f_0^j + f_1^j q^{-1} + \dots + f_{n_f}^j q^{-n_f}, \quad f_i \in \mathbb{R}^{m,m}$$

avec: $n_f = n_a$

$E^j(q^{-1})$ et $F^j(q^{-1})$ sont les polynômes matriciels, solution d'ordre nominal de degrés $j-1$ et n_a de l'identité de BEZOUT (II.12).

En multipliant les deux membres de l'identité de BEZOUT (II.12) par $y(t+j)$ et en utilisant le modèle du procédé, équation (II.11), on obtient :

$$y(t+j) = E^j(q^{-1})B(q^{-1})\Delta u(t+j-1) + F^j(q^{-1})y(t) + E^j(q^{-1})\xi(t+j), \quad (II.13)$$

En remarquant que $E^j(q^{-1})$ est de degré $j-1$, toutes les composantes du terme

$E^j(q^{-1})\xi(t+j)$ Le prédicteur optimal de $y(t+j)$, connaissant les entrées et les sorties jusqu'à l'instant t , est donc donné par :

$$\hat{y}(t+j|t) = E^j(q^{-1})B(q^{-1})\Delta u(t+j-1) + F^j(q^{-1})y(t) \quad (II.14)$$

Le terme $E^j(q^{-1})B(q^{-1})\Delta u(t+j-1)$, est décomposé en deux parties : l'une dépend des commandes futures et l'autre du passé en utilisant l'identité suivante :

$$E^j(q^{-1})B(q^{-1}) = G^j(q^{-1}) + q^{-j}L^j(q^{-1}) \quad (II.15)$$

avec :

$$G^j(q^{-1}) = g_0 + g_1 q^{-1} + \dots + g_{j-1} q^{-(j-1)}, \quad g_i \in \mathbb{R}^{m \times m}$$

$$L^j(q^{-1}) = L_0^j + L_1^j q^{-1} + \dots + L_{n_l}^j q^{-n_l}, \quad L_i \in \mathbb{R}^{m \times m}$$

avec $n_l = n_b - 1$.

[SAW-92] SAWADOGO S.

“Modélisation, commande predictive et supervision d’un système d’irrigation”.

Thèse de doctorat de l’université Paul Sabatier, Toulouse, 1992.

[SIN-84] SINGH R.P. and NARENDRA K.S.

“Prior information in the desing of multivariable adaptive controllers”.

I.E.E.E. Trans. Auto. Cont., 1984.

[ZID-08] Zidane, Z. and Mesquine, F. (2008),

“Commande d’un moteur à courant continu”.

Master, Faculté desSciences, Semlalia, Marrakech, Maroc, 2008.

[YDS-84] YDSTIE B. E.

“Extended Horizon Adaptive Control”.

IFAC, world congress, Budapest, 1984.

[WHI-58] WHITAKER, YAMRON J. and KEZER A.

“Design of model reference adaptive control systems for aircraft”.

MIT Instrument Lab. Report, R-164, 1958.

[WOL-76] WOLOVICH W.A and FALB P.L.

“Invariants and canonical forms under dynamic compensation”.

SIAM J. on cont. and optim., 14 pp. 966-1008, 1976.

impulsionnelle, couplée à la synthèse d'une trajectoire de référence, représentant le comportement en boucle fermée :

$$y(t) = \sum_{i=0}^{n_h} h_i u(t - i - 1)$$

Où les coefficients h_i représentent les éléments de la réponse impulsionnelle et n_h est donné par l'ordre du système. Ce modèle de $y(t)$ est utilisé pour générer les valeurs prédites de la sortie sur l'horizon n_h . Mais cette méthode ne permet pas de stabiliser des systèmes instables en boucle ouverte, ou à non minimum de phase.

Parmi les premiers algorithmes présentés, on trouve la commande par matrice dynamique, dans laquelle la prédiction se fait à l'aide d'un modèle de réponse indicielle, sur un horizon égal à l'ordre du procédé :

$$y(t) = \sum_{i=0}^{n_s} s_i \Delta u(t - i - 1)$$

Où les s_i représentent les éléments de la réponse indicielle et Δ est l'opérateur de différence. Le critère quadratique comporte alors les erreurs de prédiction.

Brujn à proposé une méthode de commande basée sur l'utilisation d'un modèle de réponse impulsionnelle. Le critère est semblable au précédent, et contient un terme pondéré portant sur les variations de la commande.

Les méthodes, décrites précédemment font partie des méthodes basées sur un modèle de convolution.

Bien que ces méthodes soient séduisantes, elles apparaissent largement limitées par le type de modèle de prédiction utilisé : en effet, elles présentent les inconvénients suivants :

-pour avoir un bon modèle du procédé, un grand nombre de paramètres à estimer est nécessaire (temps de calcul, place mémoire).

$G^j(q^{-1})$ et $L^j(q^{-1})$ sont les polynômes matriciels solution d'ordre minimal de degrés $j-1$ et $nb-1$ de l'identité polynomiale de BEZOUT (II.15).

En substituant l'équation (II.15) dans (II.14), le prédicteur peut se mettre sous la forme :

$$\hat{y}(t+j/t) = G^j(q^{-1})\Delta u(t+j-1) + L^j(q^{-1})\Delta u(t-1) + F^j(q^{-1})y(t) \quad (II.16)$$

En posant :

$$y_0(t+j) = L^j(q^{-1})\Delta u(t-1) + F^j(q^{-1})y(t). \quad (II.17)$$

Le prédicteur $\hat{y}(t+j/t)$ s'écrit alors :

$$\hat{y}(t+j/t) = G^j(q^{-1})\Delta u(t+j-1) + y_0(t+j), \quad (II.18)$$

Le prédicteur est fonction de deux quantités : la première dépend des commandes futures, la deuxième est fonction des informations à l'instant t et correspond au prédicteur à j -pas lorsque toutes les entrées futures sont nulles.

L'ensemble de ces prédictions de la sortie pour j allant de 1 à h_p est donné par :

$$\hat{y}(t+1/t) = G^1(q^{-1})\Delta u(t) + y_0(t+1)$$

$$\hat{y}(t+2/t) = G^2(q^{-1})\Delta u(t+1) + y_0(t+2)$$

-impossibilité de stabiliser des procédés instables ou inversement instables (pour les deux premières méthodes).

C'est pourquoi que les études qui ont suivi se sont tournées vers l'utilisation de modèles de type fonction de transfert.

En 1982, Martin-Sanchez [MAR-82] proposa un système de commande prédictive adaptative (APCS) : la sortie du procédé est prédite à l'instant $t+k$, grâce à l'utilisation d'une équation de Diophantine.

La commande adaptative à horizon étendu, connue sous le nom Extended Horizon Adaptive Control (EHAC) [YDS-84], est calculée par la minimisation d'un critère quadratique, fonction de la sortie prédite à un instant k ($k > d$) par rapport à une trajectoire de référence et la commande. Seule la commande $u(t)$ est appliquée au procédé : c'est le principe de commande à horizon glissant. La stabilité de cet algorithme est garantie pour les systèmes à phase non minimale si k est choisi suffisamment grand, la connaissance du retard n'est évidemment pas nécessaire. Par contre, le fait qu'une seule prédiction soit utilisée ne permet pas de stabiliser des systèmes naturellement instables.

L'algorithme précédent a été étendu par De Keyser[DEK-82], de la manière suivante : la sortie n'est plus prédite à un seul instant, mais à un ensemble d'instant futurs, depuis $t+d$, jusqu'à $t+k$. le critère multi-pas à la forme suivante :

$$J = \sum_{i=d}^k \{[y(t+i) - y^*(t+i)]^T [y(t+i) - y^*(t+i)]\}$$

L'inconvénient majeur est le nombre important d'estimations nécessaires, ainsi que la connaissance à priori du retard. Il est néanmoins possible de calculer des prédictions sous optimales, permettant d'obtenir des résultats satisfaisants tout en allégeant le volume de calcul.

La commande prédictive généralisée (C.P.G.) [CLA-87], [NGU-89]..., est un des derniers membres de la famille des commandes à horizon étendu, et se veut une

généralisation des algorithmes dont nous avons parlé ci-dessus. Elle sera traitée, d'une façon détaillée au cours du chapitre suivant.

La plupart des algorithmes à horizon de prédiction étendu sont des cas particuliers de la commande prédictive généralisée, et peuvent être retrouvés par certains choix de paramètres de synthèse.

I.III) COMMANDE PREDICTIVE MULTIVARIABLE ADAPTATIVE

Bien que l'apparition des premiers schémas de commande adaptative remonte à la fin des années 50 [KAL-58] et [WHI-58], ce n'est que depuis plus de 38 ans qu'on assiste à un développement considérable des études, des recherches et des applications de la commande adaptative [AST-77], [BAU-77], [BOR-79], [MSA-87], [DIO-91]... et ceci grâce à l'apport de nombreux résultats théoriques et aux progrès réalisés dans le domaine de la micro-informatique.

Le développement spectaculaire des techniques de commande adaptative peut s'expliquer par plusieurs raisons. Lorsque la dynamique du modèle s'éloigne de celle du processus réel: soit le modèle est mal identifié, soit la dynamique du procédé varie dans le temps, soit le processus est sujet à des perturbations de l'environnement, les performances d'une loi de commande stationnaire se dégradent. D'où la nécessité d'adapter la loi de commande aux variations des dynamiques du processus.

L'idée essentielle de la commande adaptative est l'ajustement automatique en ligne et en temps réel des paramètres des régulateurs des boucles de commandes afin de réaliser ou de maintenir un certain niveau de performance, quand les paramètres du procédé à commander sont inconnus et/ou variables dans le temps. En fait, la commande adaptative peut être vue comme une généralisation de la commande en boucle fermée classique où les paramètres du régulateur ne sont plus déterminés une fois pour toute, mais sont modifiés en temps réel en utilisant les mesures effectuées sur le processus réel.

A l'aide du prédicteur optimal (II.19), le problème de la minimisation du critère J précédent par rapport à la séquence Δu_t est équivalent au problème de minimisation quadratique suivant :

$$\begin{aligned} \min_{\Delta u_t} J(t, h_i, h_p, h_c) = \min_{\Delta u_t} \left\{ \sum_{j=h_i}^{h_p} [\hat{y}(t+j) - y^*(t+j)]^T R [\hat{y}(t+j) - y^*(t+j)] \right. \\ \left. + \sum_{j=1}^{h_c} \Delta u^T(t+j-1) Q \Delta u(t+j-1) \right\} \end{aligned} \quad (II.21)$$

Selon le choix de h_i et h_c on distingue deux cas :

a) $h_c = 1$ $h_i = 1$

En utilisant la forme vectorielle (II.19), le problème, (II.21) s'écrit sous la forme :

$$\min_{\Delta U_t} J(t, h_i, h_p, h_c) = \min_{\Delta U_t} [(\hat{y} - y^*)^T \bar{R} (\hat{y} - y^*) + \Delta U_t^T \bar{Q} \Delta U_t] \quad (II.22)$$

avec :

$$Y^* = [y^{*T}(t+1) y^{*T}(t+2) \dots \dots \dots y^{*T}(t+h_p)]^T$$

$$\bar{R} = \text{Diag}(R) \in \mathbb{R}^{mh_p \times mh_p}$$

$$\bar{Q} = \text{Diag}(Q) \in \mathbb{R}^{mh_p \times mh_p}$$

En remplaçant \hat{Y} par sa valeur, le problème de minimisation (II.22) peut s'écrire encore :

$$\begin{aligned} \min_{\Delta U_t} J(t, h_i, h_p, h_c) = \min_{\Delta U_t} [(G \Delta U_t + Y_0 - Y^*)^T \bar{R} (G \Delta U_t + Y_0 - Y^*) + \\ \Delta U_t^T \bar{Q} \Delta U_t] \end{aligned} \quad (II.23)$$

Après développement de l'équation (II.23), on obtient :

Un schéma de commande adaptative sera donc constitué de deux boucles à contre réaction :

- une boucle à contre-réaction classique, formée par le processus et le régulateur.
- une autre boucle à contre-réaction superposé à la première et dont le rôle est d'adapter les paramètres du régulateur.

Le principe général d'une boucle de commande adaptative est présenté dans la figure 1.2.

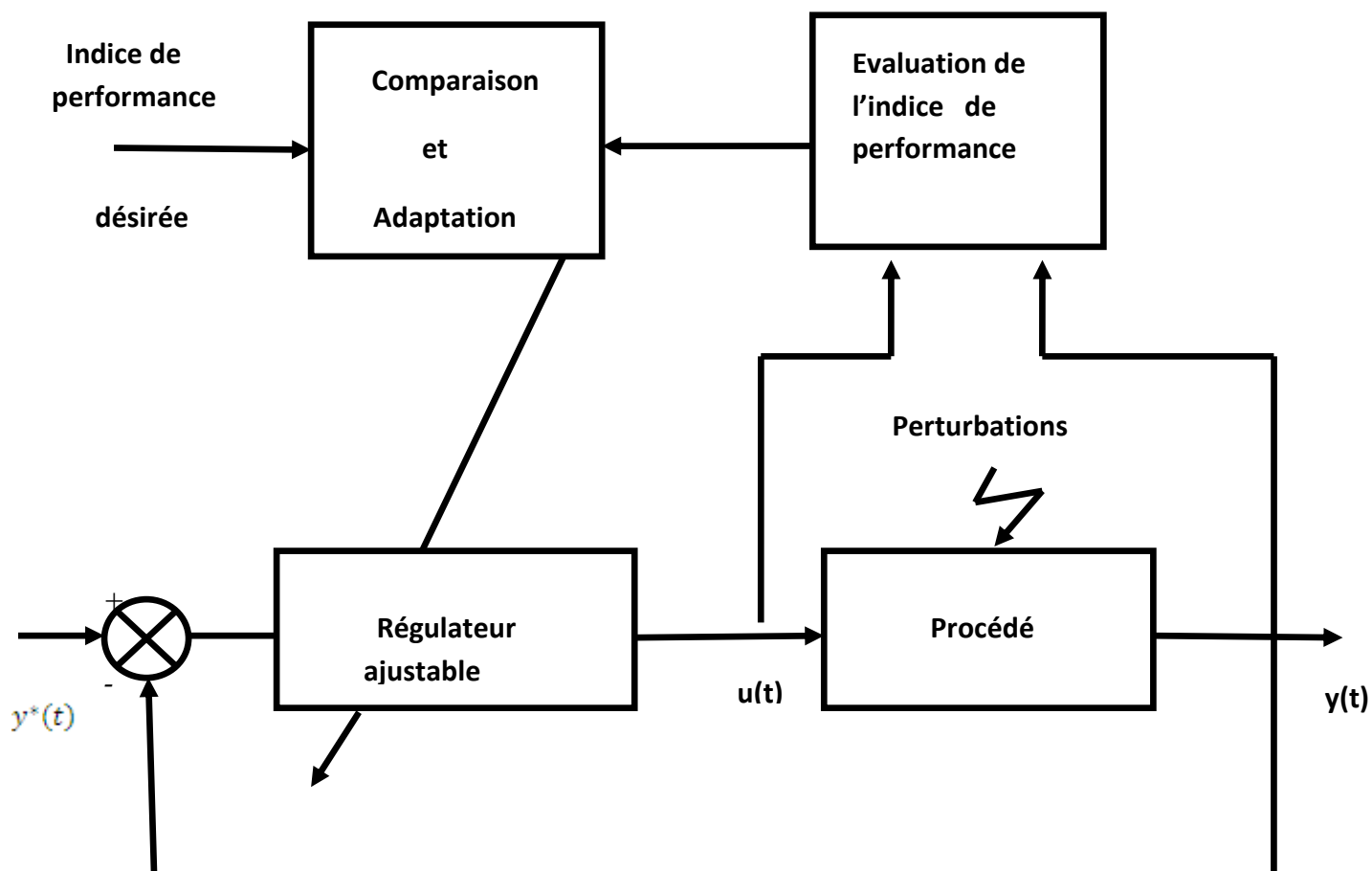


Figure 1.2 : Schéma de base d'une commande adaptative.

$$\min_{\Delta U_t} J(t, h_i, h_p, h_c) = \min_{\Delta U_t} [\Delta U_t^T (G^T \bar{R} G + \bar{Q}) \Delta U_t - 2(Y^* - Y_0)^T G \bar{R} \Delta U_t + (Y_0 - Y^*)^T \bar{R} (Y_0 - Y^*)] \quad (II.24)$$

Le terme $(Y_0 - Y^*)^T \bar{R} (Y_0 - Y^*)$ étant indépendant de ΔU_t , donc la solution du problème (II.24) est équivalente à celle du problème suivant :

$$\min_{\Delta U_t} J_1(t, h_i, h_p, h_c) = \min_{\Delta U_t} [\Delta U_t^T (G^T \bar{R} G + \bar{Q}) \Delta U_t - 2(Y^* - Y_0)^T \bar{R} G \Delta U_t] \quad (II.25)$$

Cette solution est obtenue en annulant la dérivée du critère par rapport à ΔU_t :

$$\frac{\delta J_1(t, h_i, h_p, h_c)}{\delta \Delta U_t} = 0 \quad (II.26)$$

$$\begin{aligned} \text{i.e.} \quad \frac{\delta J_1(t, h_i, h_p, h_c)}{\delta \Delta U} &= 2\{G^T \bar{R} (G \Delta U_t + Y_0 - Y^*) + \bar{Q} \Delta U_t\} \\ &= 2\{(G^T \bar{R} G + \bar{Q}) \Delta U_t - G^T \bar{R} (Y^* - Y_0)_0\} \equiv 0 \end{aligned}$$

d'où:

$$\Delta U_t = (G^T \bar{R} G + \bar{Q})^{-1} G^T \bar{R} (Y^* - Y_0) \quad (II.27)$$

On ne considérant que le vecteur incrément de commande à l'instant t on obtient :

$$\Delta u_t = [1_m \ 0 \ \dots \ 0] (G^T \bar{R} G + \bar{Q})^{-1} G^T \bar{R} (Y^* - Y_0) \quad (II.28)$$

b) $1 < h_c < h_p$ et $h_i = 1$

Afin de réduire la dimension et le temps de calcul, on impose à l'entrée d'être constante après un certain temps appelé horizon de commande h_c ($\Delta u(t + j - 1) = 0$ pour $j > h_c$). C'est à ce niveau que réside la puissance de la C.P.G. En d'autres

IV.II) RESULTATS DE SIMULATION D'UNE COLONNE A DISTILLER

La colonne à distiller est un processus multivariable à deux entrées et à deux sorties, elle est fortement couplée, son modèle est donné par :

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t - 1)$$

Où :

$$A(q^{-1}) = \mathbb{1}_2 + A_1q^{-1} + A_2q^{-2} + A_3q^{-3}$$

$$B(q^{-1}) = B_0 + B_1q^{-1} + B_2q^{-2}$$

$$y(t) = \begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{pmatrix}, \quad u(t) = \begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{pmatrix}$$

$u_1(t)$: Puissance de chauffe.

$u_2(t)$: Taux de reflux interne.

$y_1(t)$: Concentration du produit en tête.

$y_2(t)$: Débit du produit en tête.

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1.0908 & -0.1882 \\ -0.1549 & -1.1585 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0.2504 & 0.2898 \\ 0.2119 & 0.1661 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} -0.0052 & -0.0705 \\ -0.0621 & 0.1356 \end{bmatrix}$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} 0.0119 & -0.0061 \\ -0.0007 & -0.0369 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} -0.0521 & 0.0325 \\ 0.0625 & -0.1091 \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} -0.0358 & 0.1018 \\ 0.2451 & 0.0517 \end{bmatrix}$$

Deux types de commande adaptative sont généralement utilisés :

-La commande adaptative indirecte ou explicite, comporte deux étapes à chaque période d'échantillonnage. Dans une première phase, on identifie de manière récursive le modèle du procédé, puis dans une deuxième phase, on calcule les paramètres du régulateur à partir des paramètres estimés du procédé. Le schéma de la commande adaptative indirecte est présenté sur la figure 1.3.

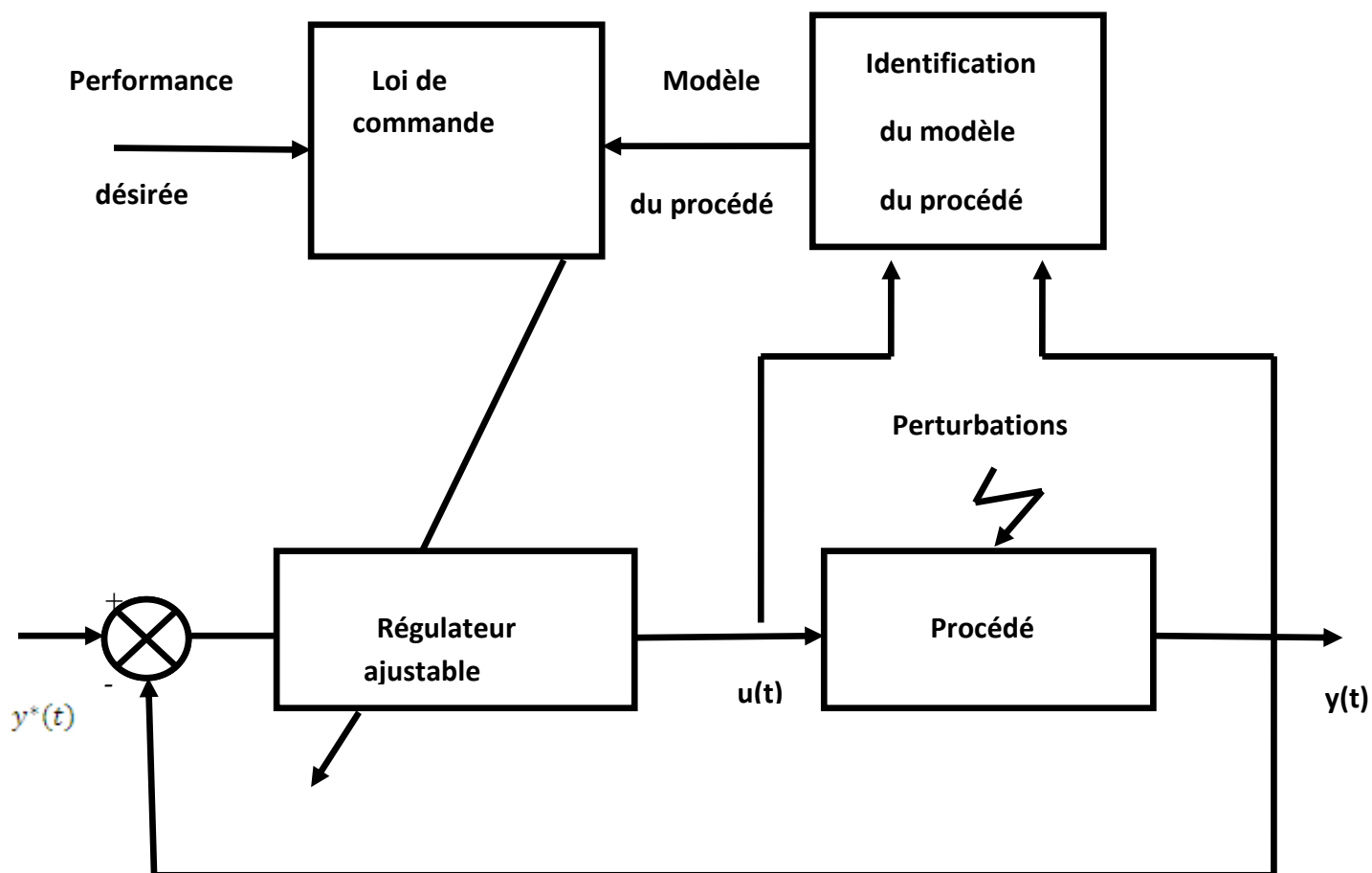


Figure 1.3 : Schéma d'une commande adaptative indirecte.

La commande adaptative directe ou implicite qui ne comporte qu'une seule étape à chaque période d'échantillonnage, les paramètres du régulateur étant directement identifiés de manière récursive. Dans ce cas, on identifie en fait

Ce modèle est équivalent à :

$$y(z) = A^{-1}(z)B(z)u(z)$$

Avec :

$$A(z) = \begin{bmatrix} z^3 - 1.0908z^2 + 0.2504z - 0.0052 & -0.1882z^2 + 0.2898z - 0.0705 \\ -0.1549z^2 + 0.211z - 0.0621z^3 & -1.1585z^2 + 0.1661z + 0.1356 \end{bmatrix}$$

$$B(z) = \begin{bmatrix} 0.0119z^2 + 0.0521z - 0.0358 & -0.0061z^2 + 0.0325z - 0.102 \\ -0.0007z^2 + 0.0625z + 0.02451 & -0.0369z^2 - 0.1091z - 0.0517 \end{bmatrix}$$

D'où les pôles et les zéros du système :

$$\det(A(z)) = z^6 - 2.249z^5 + 1.651z^4 - 0.256z^3 - 0.184z^2 + 0.66z - 0.005$$

$$\det(B(z)) = -0.00044z^4 + 0.00103z^3 + 0.00715z^2 - 0.01312z - 0.0268$$

Pôles du système :

$$z_1 = 0.6991 + j 0.1983$$

$$z_2 = 0.6991 - j 0.1983$$

$$z_3 = -0.3533$$

$$z_4 = 0.7978$$

$$z_5 = 0.2879$$

$$z_6 = 0.1186$$

implicitement les paramètres du procédé mais reparamétrisés en termes des paramètres du régulateur. Le schéma de commande adaptative directe est présenté sur la figure 1.4.

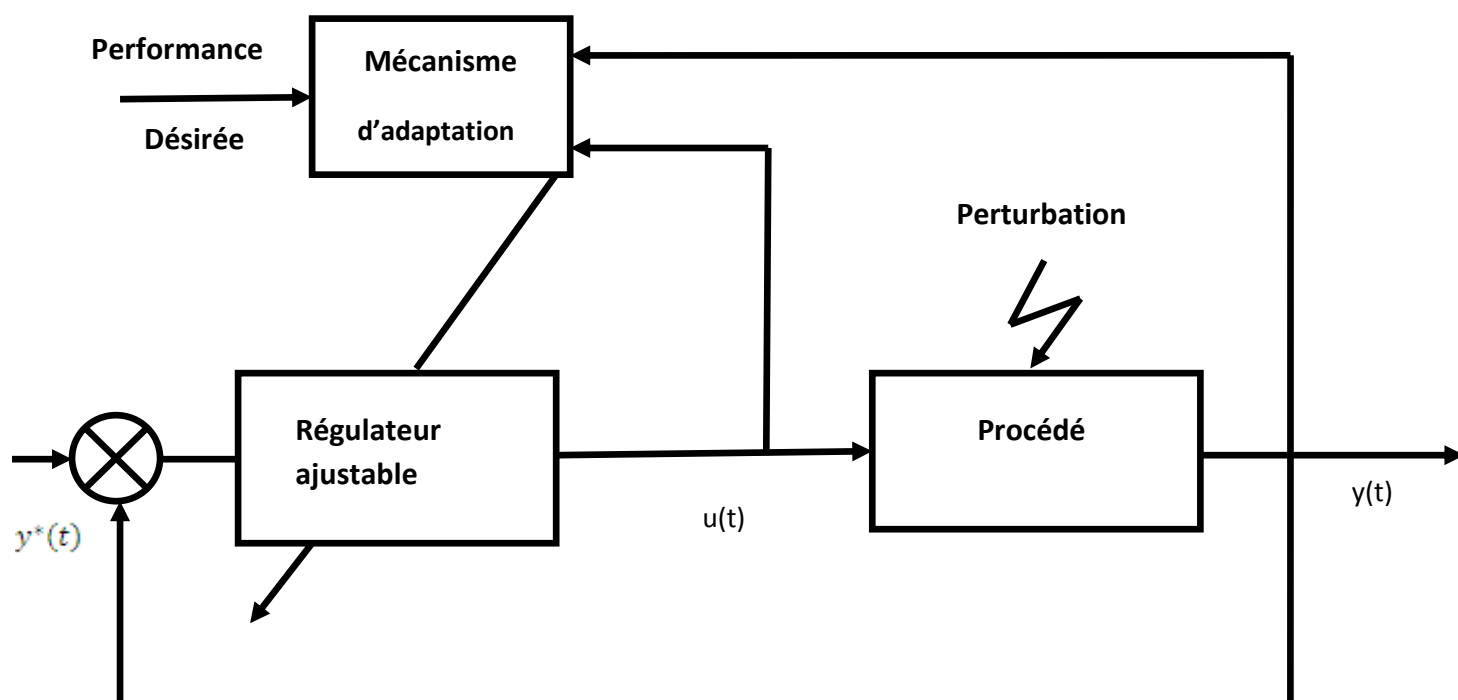


Figure 1.4 : Schéma d'une commande adaptative directe.

Figure II.1 : Schéma de la commande prédictive généralisée.

Au delà des avantages précédemment décrits, il existe d'autres avantages liés à l'introduction de l'horizon de commande h_c . En effet, lorsque la matrice $G^T \bar{R} G$ n'est pas de rang plein (par exemple lorsque le nombre d'entrées est supérieur au nombre de sorties) on est alors amené, même pour un système à minimum de phase, à choisir une matrice de pondération Q non nulle définie positive, pour pouvoir calculer la loi de commande. Par contre, en choisissant un horizon de commande h_c , on pourra déterminer une loi de commande en choisissant $Q=0$ (c'est la commande à minimum de variance).

En fait, il existe un certain lien entre le choix de l'horizon de commande h_c et le choix des paramètres de pondérations sur le vecteur de commande. En effet, si l'on choisit un horizon de commande $h_c < h_p$, cela équivaut à imposer une pondération infinie à l'incrément de commande $\Delta u(t)$, pour $h_c < t < h_p$. Par conséquent, plus h_c est plus petit et moins Q aura d'influence sur le critère. Cela peut être intéressant du point de vue d'un utilisateur qui doit fixer les paramètres de synthèse du schéma de commande. Il est plus facile, en pratique, de donner un sens à un horizon plutôt qu'à un terme de pondération.

II.IV) LOI DE COMMANDE ADAPTATIVE

II.IV.1) Introduction

Lorsque les paramètres du procédé sont inconnus ou varient dans le temps, un schéma de commande adaptative s'avère donc nécessaire [MSA-87], [LAN-88], [AST-89]

Zéros du système :

$$z_1 = 3.5467 + j 0.7067$$

$$z_2 = 3.5467 - j 0.7067$$

$$z_3 = -3.4204$$

$$z_4 = -1.3525$$

On en déduit que le système est stable et à non minimum de phase.

IV.II.1) Résultats de simulation de la commande C.P.G. multivariable dans les cas à paramètres fixes.

Les résultats de simulation sont obtenus avec les paramètres de réglage suivants :

$$h_p = 5 \quad h_c = 2, \quad Q = 0, \quad R = \mathbb{1}_2$$

La figure IV.II.1.1 représente les résultats de simulation de la colonne à distiller dans le cas de cas de la commande prédictive généralisée (C.P.G.) à paramètre fixes.

En faisant appel au principe de l'équivalence certaine [DIO-84], [BEZ-89], nous pouvons concevoir une version adaptative indirecte de l'algorithme de commande C.P.G. présenté précédemment. Pour ce faire, il faut estimer en ligne les paramètres du modèle du procédé et puis calculer la loi de commande par l'algorithme, utilisé dans le cas des paramètres connus, en remplaçant ceux-ci par leurs estimés.

II.IV.2) Algorithme d'adaptation paramétrique multivariable.

A chaque instant t on identifie en ligne les estimés $\hat{A}(t, q^{-1})$ et $\hat{B}(t, q^{-1})$ des polynômes du modèle du procédé $A(q^{-1})$ et $B(q^{-1})$ [NG-77].

Nous avons adopté le modèle de régression suivant :

$$y(t) = \Theta \Delta \Phi_{nf}(t - 1) \quad (II.33)$$

L'opérateur de différence est nécessaire pour obtenir des données centrées. Plus précisément la présence des composantes continues dans les données ne doit pas affecter les performances de l'estimateur.

$$\Theta = [A_1, \dots, A_{na}, B_0, \dots, B_{nb}] \quad (II.34)$$

$$\Phi_{nf}(t - 1) = [-y_{nf}^T(t - 1), \dots, -y_{nf}^T(t - na), u_{nf}^T(t - 1), \dots, u_{nf}^T(t - nb)]^T \quad (II.35)$$

f représente l'opération de filtrage. Ce filtre est nécessaire pour réduire l'effet des dynamiques négligées (haute fréquences), engendrées lors du choix de la structure du modèle.

Ce filtre est donné par :

$$H(q^{-1}) = \frac{G(q^{-1})}{F(q^{-1})} \quad (II.36)$$

Ou $G(q^{-1})$ et $F(q^{-1})$ sont des polynômes stables, choisis tels que $\frac{G(q^{-1})}{F(q^{-1})}$, soit un filtre passe bas.

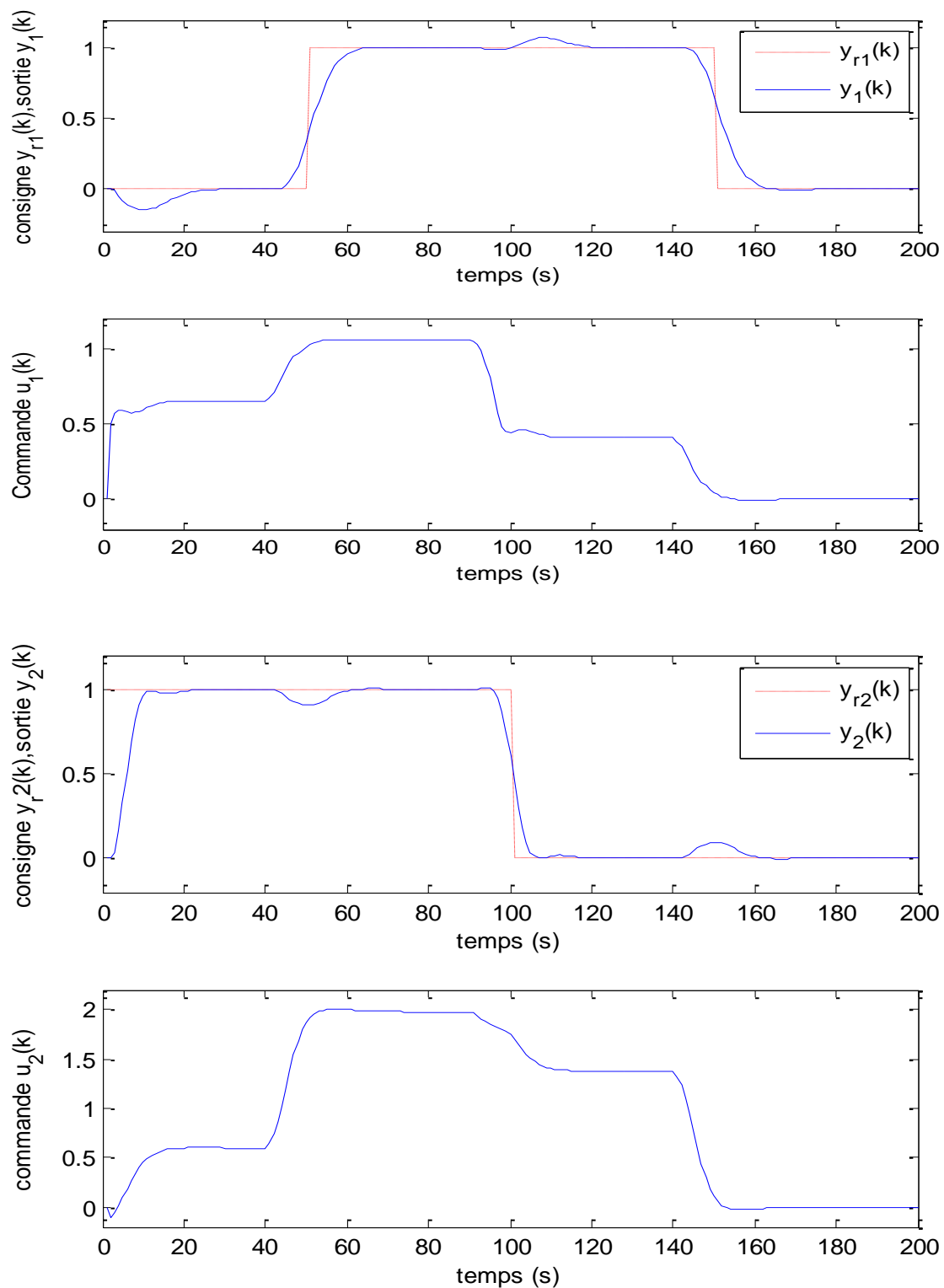


Figure IV.II.1.1 : C.P.G. à paramètres fixes.

Ici l'indice n vaut dire qu'un opérateur de normalisation est introduit, il est défini par :

$$X_n(t) = \frac{X(t)}{\sqrt{\rho(t)}} \quad (II.37)$$

avec :

$$\rho(t) = \mu\rho(t-1) + (1-\mu) \max[\rho_0, \Delta\Phi_{nf}^T(t-1)\Delta\Phi_{nf}(t-1)] \quad (II.38)$$

$$0 \leq \mu < 1, \rho_0 > 0$$

La normalisation des données entrées- sorties assure la bornitude des signaux.

On définit les variables suivantes :

$$\hat{A}(t, q^{-1}) = \mathbb{1}_m + \hat{A}_1(t)q^{-1} + \dots + \hat{A}_{na}(t)q^{-na} \quad (II.39)$$

$$\hat{B}(t, q^{-1}) = \hat{B}_0 + \hat{B}_1(t)q^{-1} + \dots + \hat{B}_{nb}(t)q^{-nb} \quad (II.40)$$

$$\theta(t) = [\hat{A}_1(t), \dots, \hat{A}_{na}(t), \hat{B}_0(t), \dots, \hat{B}_{nb}(t)] \quad (II.41)$$

Ou $\hat{A}(t, q^{-1})$ et $\hat{B}(t, q^{-1})$ sont les matrices polynômiales des paramètres estimés. Elles sont estimées par un algorithme de moindres carrés récursifs de la forme générale suivante :

$$\theta(t) = \theta(t-1) + \frac{\varepsilon_n(t)\Delta\Phi_{nf}^T(t-1)F(t-1)}{1 + \Delta\Phi_{nf}^T(t-1)F(t-1)\Delta\Phi_{nf}(t-1)} \quad (II.42)$$

$$\varepsilon_n(t) = \Delta y(t) - \theta(t-1)\Delta\Phi_{nf}(t-1) \quad (II.43)$$

$$F(t) = \frac{1}{\lambda_1(t)} \left[F(t-1) - \frac{F(t-1)\Delta\Phi_{nf}(t-1)\Delta\Phi_{nf}^T(t-1)F(t-1)}{\lambda_1(t) + \Delta\Phi_{nf}^T(t-1)F(t-1)\Delta\Phi_{nf}(t-1)} \right] + R(t) \quad (II.44)$$

IV.II.2) Résultats de simulation de la commande C.P.G. multivariable dans le cas à paramètre fixes avec perturbations.

Les résultats de simulation sont obtenus avec les paramètres de réglage suivant :

$$h_p = 5 \qquad h_c = 2, \qquad Q = 0, \qquad R = \mathbb{1}_2$$

La figure IV.II.2.1 représente les résultats de simulation de la colonne à distiller dans le cas de la commande prédictive généralisée (C.P.G.) à paramètres fixes avec perturbations.

avec :

$$0 < \lambda_1(t) \leq 1$$

$$0 \leq \lambda_2(t) \leq 1$$

$$F(0) > 0$$

- $R(t)$ est la matrice de réinitialisation du gain d'adaptation.
- $F(t)$ est la matrice de gain d'adaptation.
- $\lambda_1(t)$ et $\lambda_2(t)$ sont des gains variants dans le temps.
- $\varepsilon_n(t)$ est l'erreur normalisée d'adaptation à priori.
- $\Phi_{nf}(t)$ est le vecteur d'informations normalisé et filtré.

Pour chaque choix des gains $\lambda_1(t)$ et $\lambda_2(t)$ correspond un profil de variation du gain d'adaptation :

- Gain décroissant avec $\lambda_1(t) = \lambda_2(t) = 1$.
- Facteur d'oubli avec $\lambda_1(t) < 1$ et $\lambda_2(t) = 1$.
- Gain à trace constante avec $\lambda_1(t)$ et $\lambda_2(t)$ tels que :

$$\text{Trace}(F(t+1)) = \text{Trace}(F(t)) = \text{Trace}(f(0)) \text{ et } \frac{\lambda_1(t)}{\lambda_2(t)} = \text{constante.}$$

Le choix de $\lambda_1(t)$ et $\lambda_2(t)$ dépend fortement du procédé à identifier (stationnaire ou non) ainsi que du type des perturbations et du niveau du bruit affectant le procédé.

Pour rendre l'algorithme d'adaptation numériquement plus stable et robuste et garantir que la matrice $F(t)$ soit définie positive à chaque instant, nous allons utiliser la méthode de factorisation UD ($F(t) = U^T(t)D(t)U(t)$) [BIE-77], pour la mise à jour de $F(t)$:

$$F(t) = U^T(t)D(t)U(t) \tag{II.45}$$

où :

- $D(t)$ est une matrice diagonale $D(t) = \text{diag}(d_i(t))$.

III.II) ECHANGEUR THERMIQUE OU ECHANGEUR DE CHALEUR

Les échangeurs de chaleur sont des appareils permettant de transférer de la chaleur entre deux fluides à des températures différentes. Dans la plus part des cas, les deux fluides ne sont pas en contact, et le transfert s'effectue à travers une surface d'échange. Au sein de la paroi séparatrice, le mécanisme de transmission de la chaleur est la conduction, et, sur chacune des surfaces en contact avec les fluides, ce sont presque toujours les phénomènes de convection qui prédominent.

Les travaux de simulations effectués sur ce procédé ont donné lieu aux deux articles suivants :

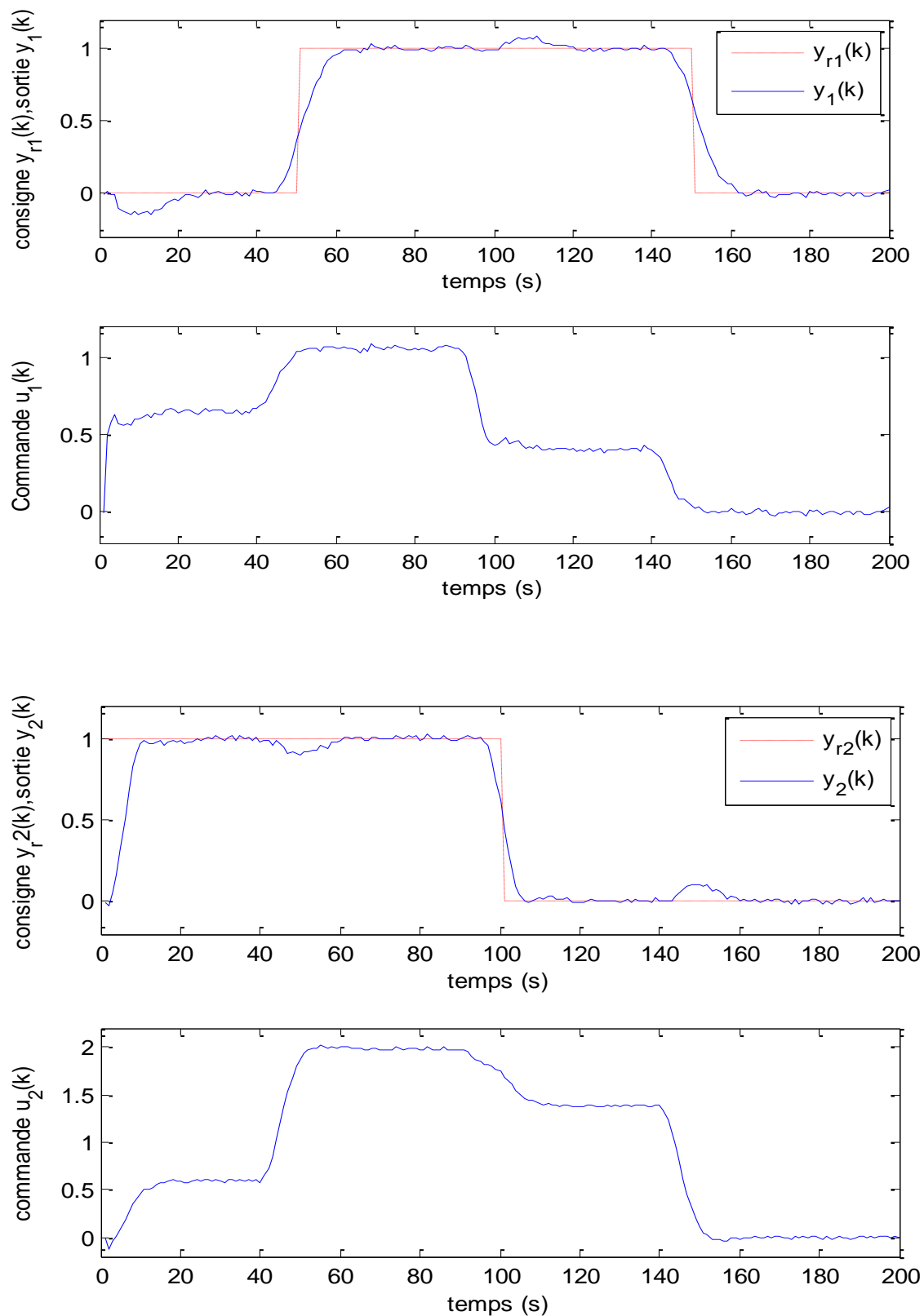


Figure IV .II.2.1 : C.P.G. à paramètres fixes avec perturbations.

- $U(t)$ est une matrice triangulaire supérieure.

On a :

$$\det[F(t)] = \prod_{i=1}^{na+nb+1} d_i(t) = \prod_{i=1}^{na+nb+1} \sigma_i(t) \quad (II.46)$$

Où $\sigma_i(t)$ sont les valeurs propres de la matrice $F(t)$ à l'instant t .

Pour des raisons numériques les valeurs propres de la matrice $F(t)$ doivent rester supérieures au zéro du calculateur. Il faut donc imposer une borne inférieure aux éléments de $D(t)$:

$$d_i(t) = d_0 \quad \text{si} \quad d_i(t) \leq d_0$$

Avec d_0 est le seuil minimal choisi.

Les schémas d'identification sont généralement élaborés en utilisant une zone morte qui consiste à geler l'estimateur lorsque l'erreur de prédiction à priori ε est inférieur à un certain seuil ε_0 [LAN- 88], [SAW-92].... D'un point de vue pratique, l'importance d'une zone morte est évidente dans le cas où l'utilisateur connaît la variance σ de la perturbation (ou une borne supérieure de la variance). En effet, un choix tel que $\varepsilon_0 \geq 2\sigma$, permet d'éviter, en régime établi (régulation), d'exciter l'estimateur avec des signaux non significatifs de la dynamique du procédé.

II.IV.3) Identification en boucle ouverte.

En ce qui concerne l'identification en boucle ouverte, il faut choisir une séquence d'entrées assez riche en fréquences, à savoir, une séquence Binaire Pseudo Aléatoire (SBPA) [FOU-77], [LAN-88].... Ceci est suffisant dans le cas monovarié, mais ce n'est pas le cas en multivarié. En effet, il faut en plus avoir autant de SBPA que d'entrées et ces SBPA doivent être décorrélées.

IV.II.3) Résultats de simulation de la commande C.P.G. multivariable dans le cas adaptatif sans perturbations.

On utilise les mêmes paramètres de synthèse qu'avec la CPG à paramètres fixes

Les figures IV.II.3.1, IV.II.3.2, IV.II.3.3, IV.II.3.4, IV.II.3.5 et IV.II.3.6, IV.II.3.7 représentent respectivement la représentation des entrées- sorties du système, l'évolution des paramètres de la matrice A_1 , l'évolution des paramètres de la matrice A_2 , l'évolution des paramètres de la matrice A_3 , l'évolution des paramètres de la matrice B_0 , l'évolution des paramètres de la matrice B_1 et l'évolution des paramètres de la matrice B_2 .

Pour réaliser ce faire, nous avons utilisé la méthode qui consiste à multiplier la SBPA par une matrice d'HADAMARD [GUS-89].

II.V) CHOIX DES PARAMETRES DE SYNTHESE

II.V.1) Horizon initial h_i

Si le retard d est connu, il est conseillé de choisir $h_i = d$. Si le retard est mal connu ou variable, il est préférable de prendre $h_i = 1$ et augmenter le degré de $B(q^{-1})$ pour incorporer toutes les valeurs possibles du retard.

II.V.2) Horizon de prédiction h_p

Pour les procédés linéaires dont le modèle est connu, il est intéressant de choisir h_p assez grand, au moins supérieur au temps de montrée du procédé.

II.V.3) Horizon de command h_c

Pout un procédé facile à commander, i.e. stable en boucle ouverte et à minimum de phase, il suffit de choisir $h_c = 1$. Pour un procédé plus difficile à commander (instable, oscillant ou à non minimum de phase), il faut prendre h_c plus grand. En augmentant h_c , la commande ainsi que la sortie deviennent plus actives, mais cela augmente également la dimension du problème et le temps de calcul.

II.V.4) Pondération de la commande Q

Le choix de la matrice Q implique un compromis entre les performances désirées (vitesse de réponse par exemple) et l'énergie utilisée pour les atteindre. Les valeurs faibles de Q sont associées à une réponse brusque et rapide et les valeurs grandes impliquent une lente et amortie.

Les valeurs de synthèse suivantes sont conseillées en monovariable dans le cas général [CLA-87] :

$$-n \geq h_i \geq d$$

$$-h_p \geq 2n - 1$$

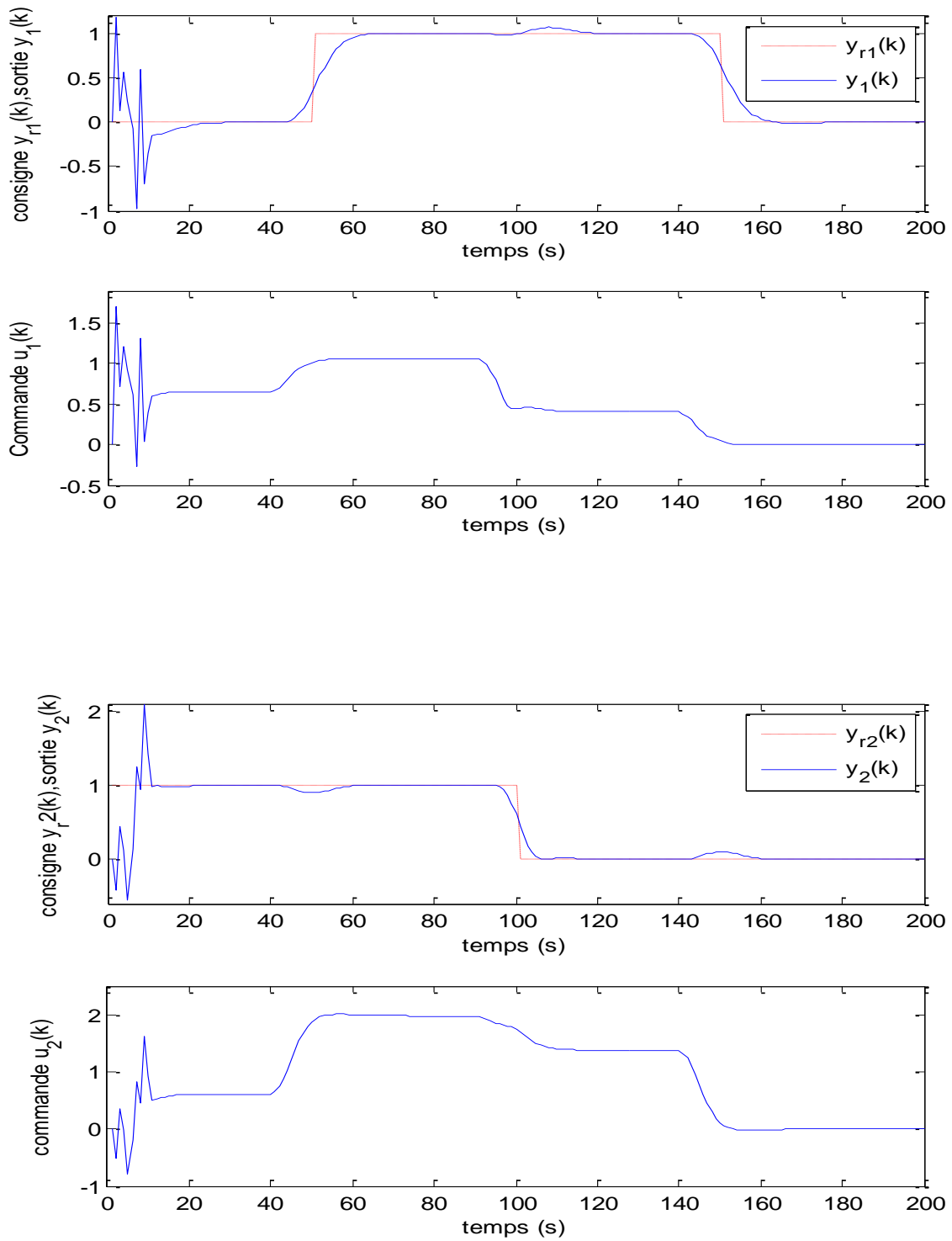


Figure IV.II.3.1 : Entrées et sorties dans le cas du C.P.G.

Adaptative.

$$-h_p \geq h_c \geq 1$$

Avec : $n = \max (na, nb+d)$

A partir des simulations effectuées sur des procédés multivariés on constate que ces valeurs sont aussi valables.

II.VI) MISE EN ŒUVRE

Le succès d'une loi de commande numérique dépend fortement de sa mise en œuvre, i.e., les algorithmes et les méthodes numériques utilisés.

Pour la mise en œuvre de la C.P.G., nous devons résoudre l'équation :

$$\Delta U_t = (G^T \bar{R} G + \bar{Q})^{-1} G^T \bar{R} (Y^* - Y_0)$$

Cette équation peut être analysée en 4 étapes du point de vue de sa mise en œuvre :

ETAPE 1 : le calcul de Y_0 , i. e; la réponse autonome de la sortie du modèle du procédé $\hat{y}(t + j/t)$ pour $j = 1$ à h_p , en prenant comme conditions initiales l'état du procédé à l'instant t .

ETAPE 2 : la trajectoire de référence Y^* qui peut être connue à l'avance ou bien construite à partir d'un modèle de référence.

ETAPE 3 : le calcul des coefficients de la matrice G .

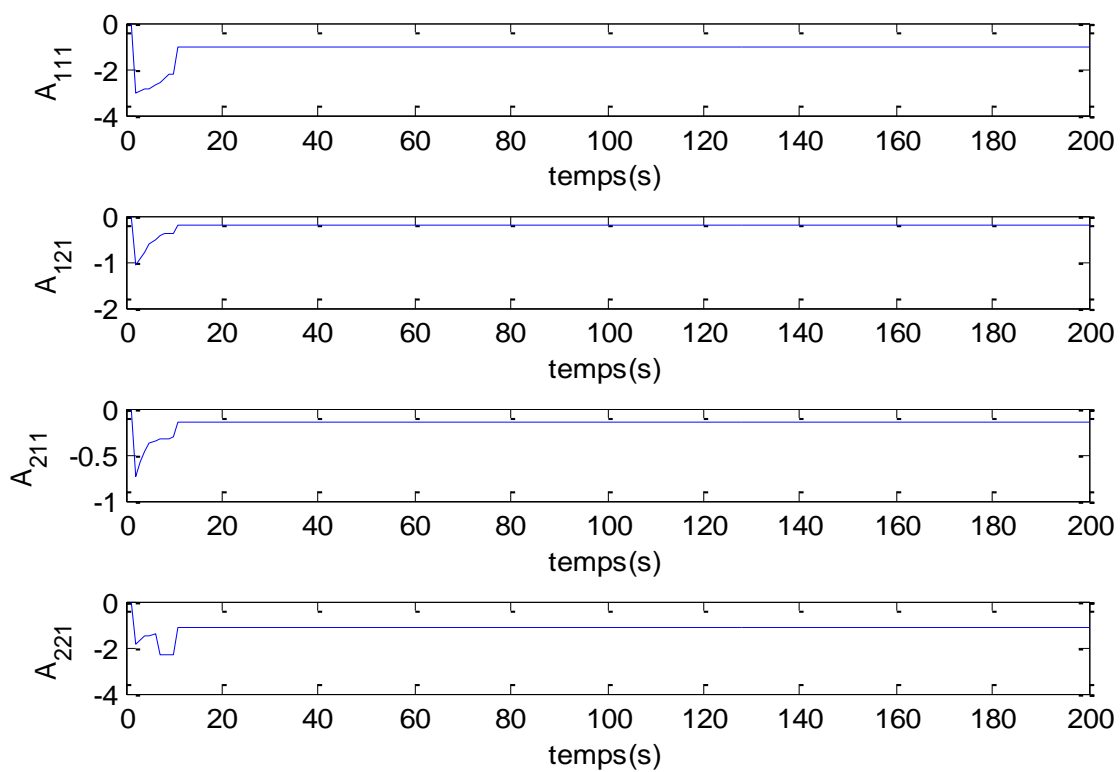


Figure IV.II.3.2 : Evolution paramètres de la matrice A_1 .

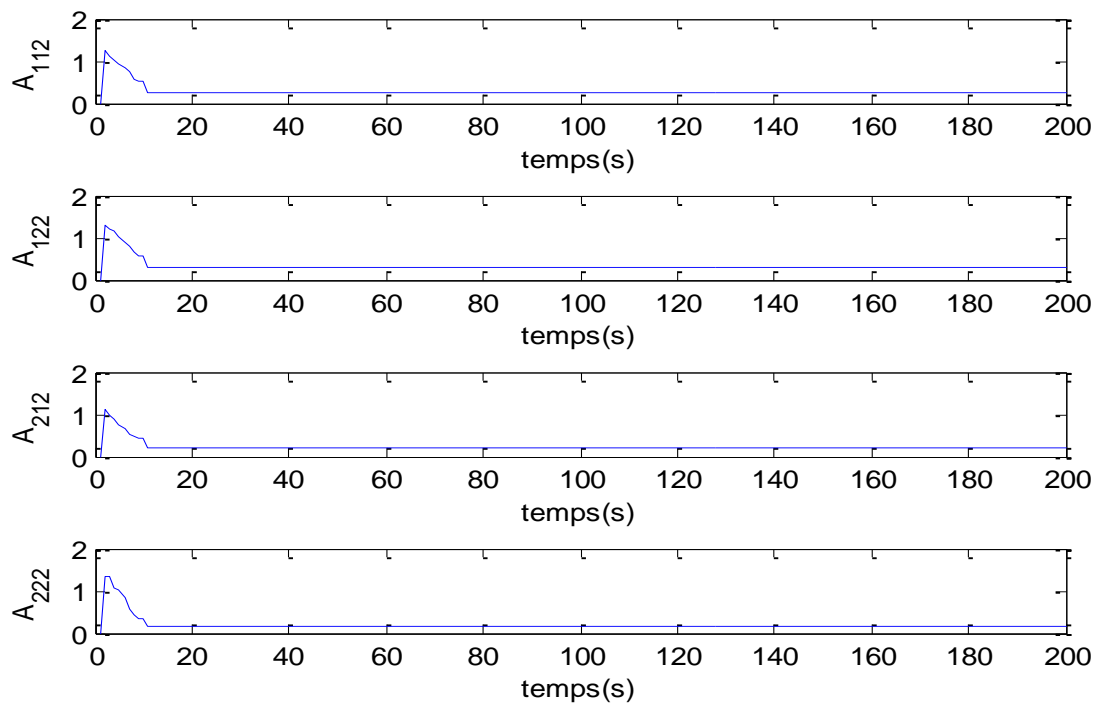


Figure IV.II.3.3 : Evolution paramètres de la matrice A_2 .

ETAPE 4 : l'obtention de ΔU_t comme solution du système d'équations :

$$(G^T \bar{R} G + \bar{Q}) \Delta U_t = G^T \bar{R} (Y^* - Y_0)$$

Pour résoudre ce problème, il existe une grande variété de méthodes. Nous avons choisi la méthode de GAUSS-JORDAN.

Pour le calcul de Y_0 , nous avons utilisé la méthode qui repose sur la propriété de concaténation du prédicteur optimal [GOO-84] :

Le prédicteur à j pas à l'avance $y_0(t+j)$ pour $j = 1 \dots h_p$, est obtenu donc par l'équation :

$$y_0(t+j) = q(1_m - \alpha(q^{-1}))y_0(t+j-1) + B(q^{-1})\Delta u(t+j-1) \quad (II.47)$$

Avec :

$$y_0(t+i) = y(t+i) \quad \text{pour } i \leq 0$$

$$\Delta u(t+i) = 0 \quad \text{pour } i \geq 0$$

II.VII) CONCLUSION SUR LA LOI DE COMMANDE PREDICTIVE GENERALISEE

La loi de commande prédictive généralisée est utilisée selon le principe de l'horizon glissant, c'est à dire que seule la commande à l'instant t est appliquée, les commandes futures étant ignorées. Par conséquent, le critère ne sera pas effectivement minimisé. En fait, le critère ne serait effectif que si on choisissait un horizon de prédiction $h_p = \infty$ et une pondération Q uniforme sur la commande. Or dans l'approche commande prédictive généralisée, si le choix d'un horizon de prédiction h_p suffisamment grand peut être interprété comme une approximation

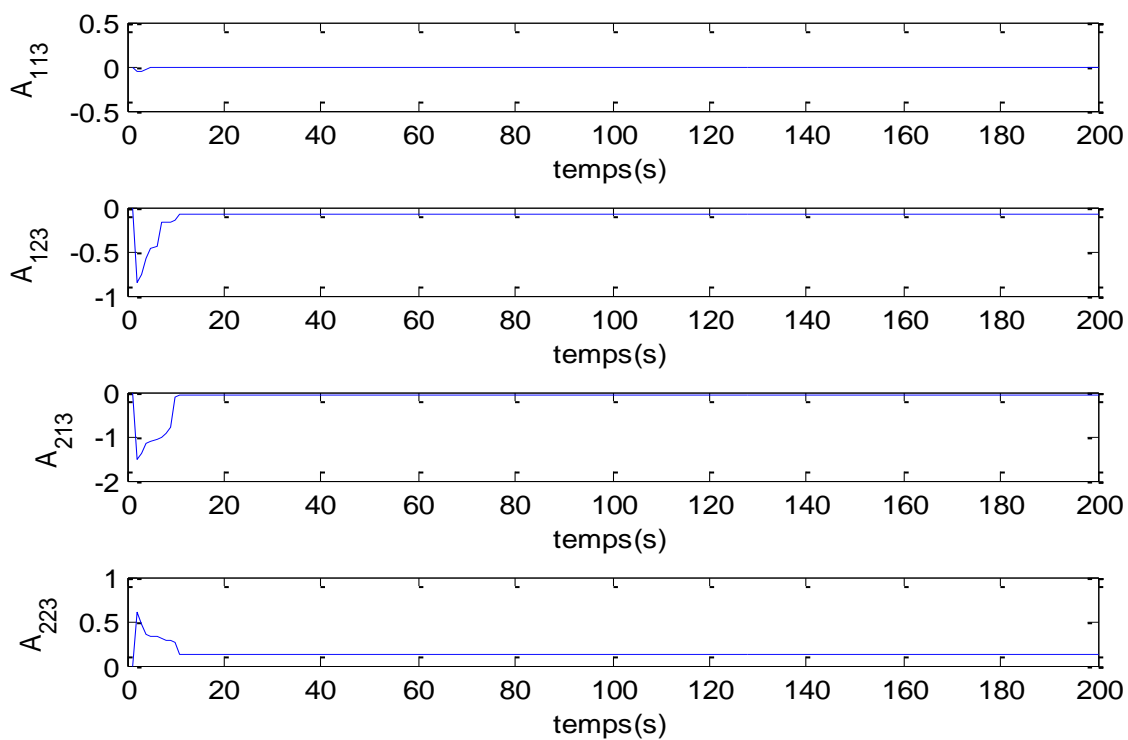


Figure IV.II.3.4 : Evolution des paramètres de la matrice A_3 .

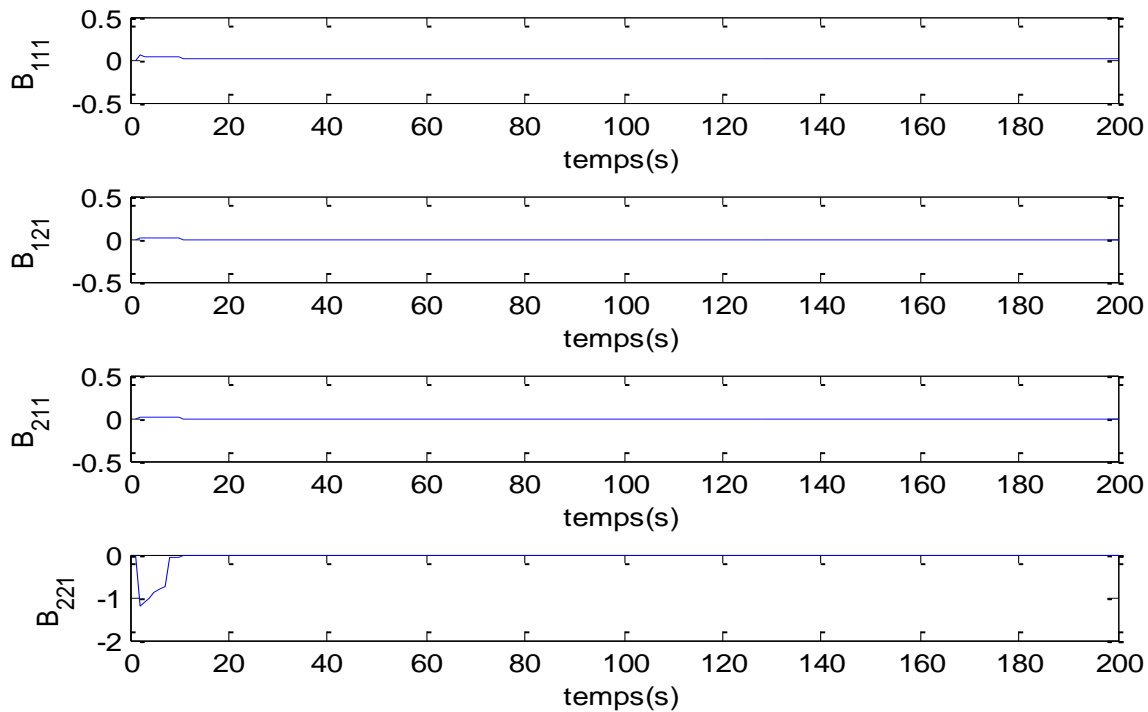


Figure IV.II.3.5 : Evolution des paramètres de la matrice B_0 .

d'un horizon infini, le choix d'un horizon de commande h_c petit revient à imposer une pondération non uniforme sur le vecteur incrément de commande $\Delta u(t)$. Le critère C.P.G. à horizon glissant n'est donc qu'un critère de synthèse non effectivement minimisée, et c'est la raison pour laquelle il est difficile de tirer des conclusions sur la stabilité du système commande [BEZ-89].

Toutefois, le choix d'un horizon h_c petit dans le critère revenant, comme on l'a vu, à pénaliser les commandes futures, cela a pour conséquence, avec le choix d'un horizon de prédiction h_p suffisamment grand, de garantir une certaine robustesse de la loi de commande.

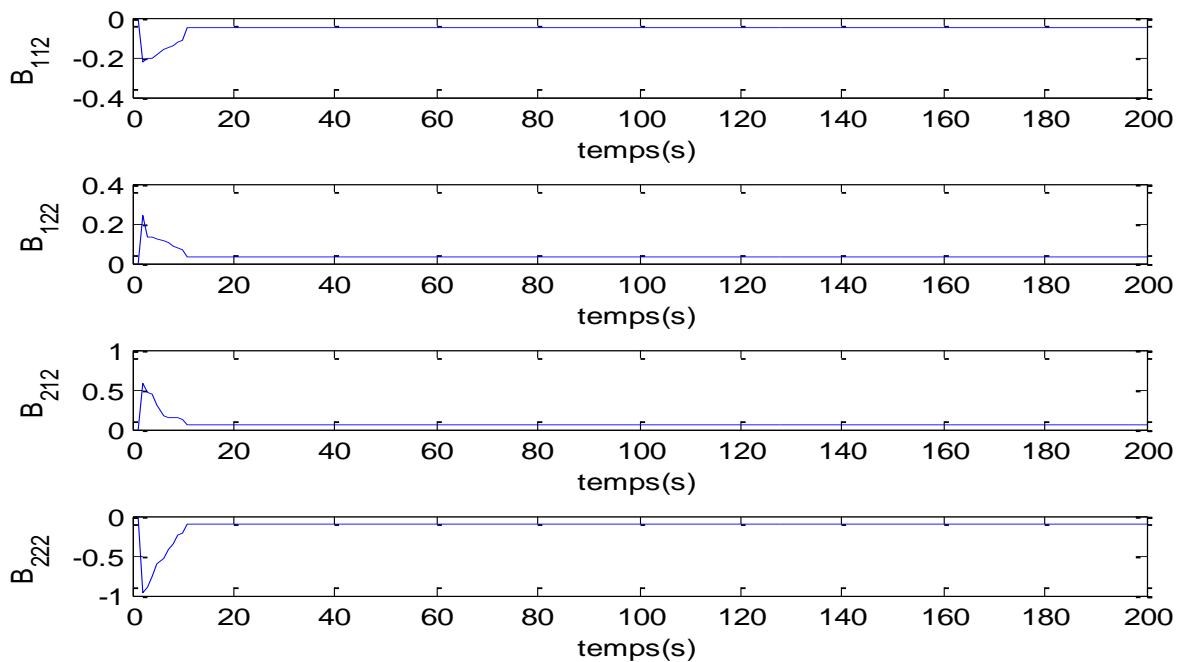


Figure IV.II.3.6 : Evolution des paramètres de la matrice B_1 .

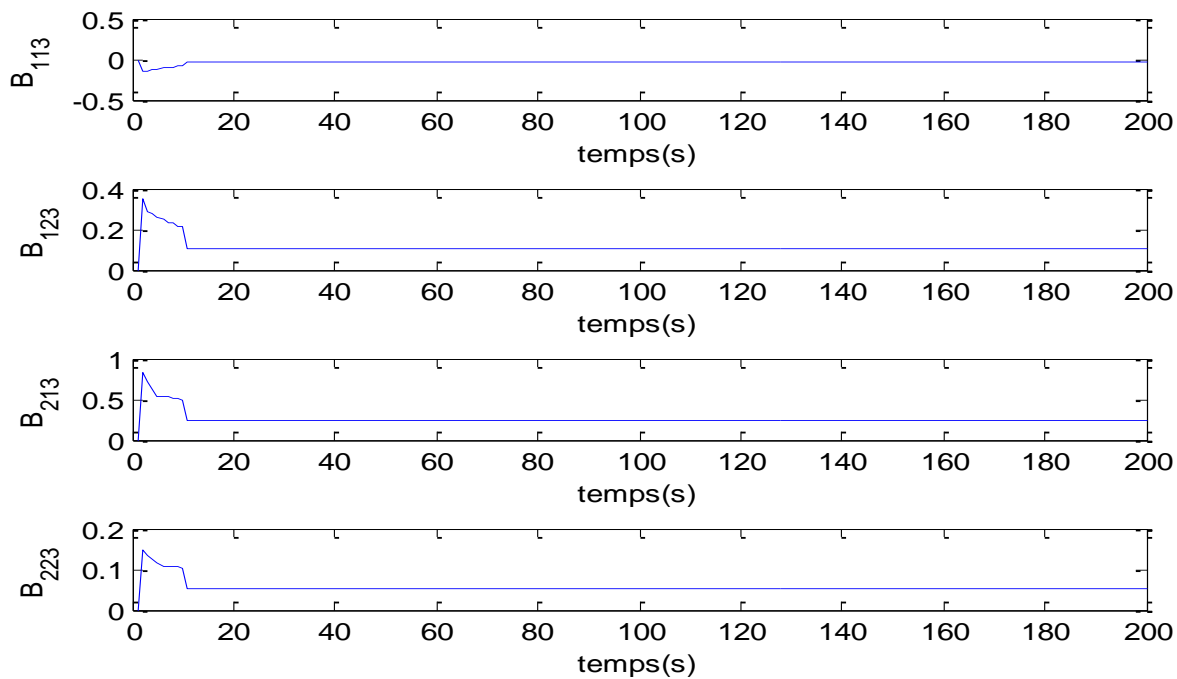


Figure IV.II.3.7 : Evolution des paramètres de la matrice B_2 .

IV.II .4) : Résultats de simulation de commande C.P.G. multivariable dans le cas adaptatif avec perturbations.

On utilise les mêmes paramètres de synthèse que le paragraphe précédent.

Les figures IV.II.4.1, IV.II.4.2, IV.II.4.3, IV.II.4.4, IV.II.4.5, IV.II.4.6, IV.II.4.7 représentent respectivement la représentation des entrées-sorties du système, l'évolution des paramètres de la matrice A_1 , l'évolution des paramètres de la matrice A_2 , l'évolution des paramètres de la matrice A_3 , l'évolution des paramètres de la matrice B_0 , l'évolution des paramètres de la matrice B_1 et l'évolution des paramètres de la matrice B_2 .

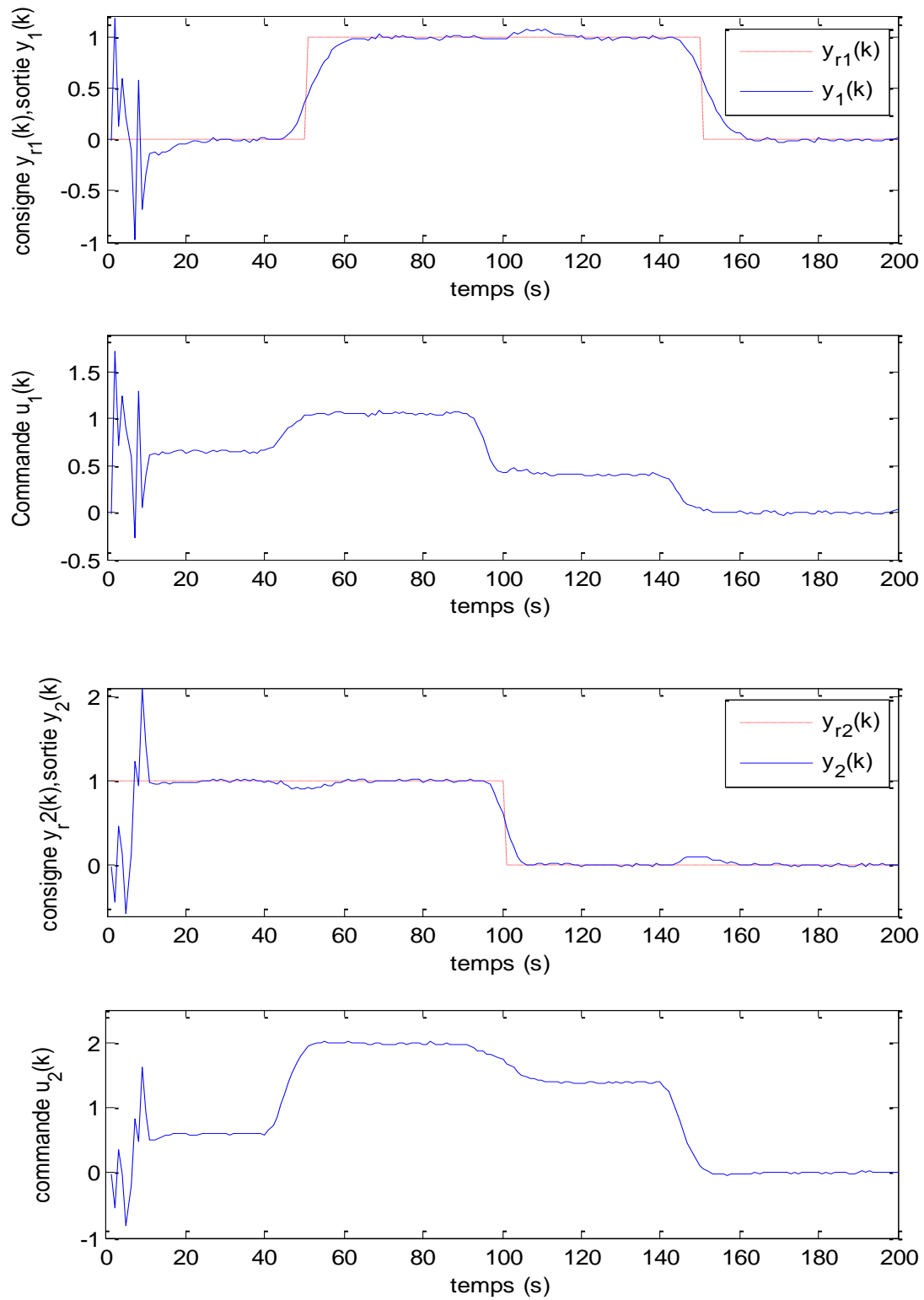


Figure IV.II.4.1 : Entrées et sorties dans le cas du C.P.G. adaptative avec perturbations.

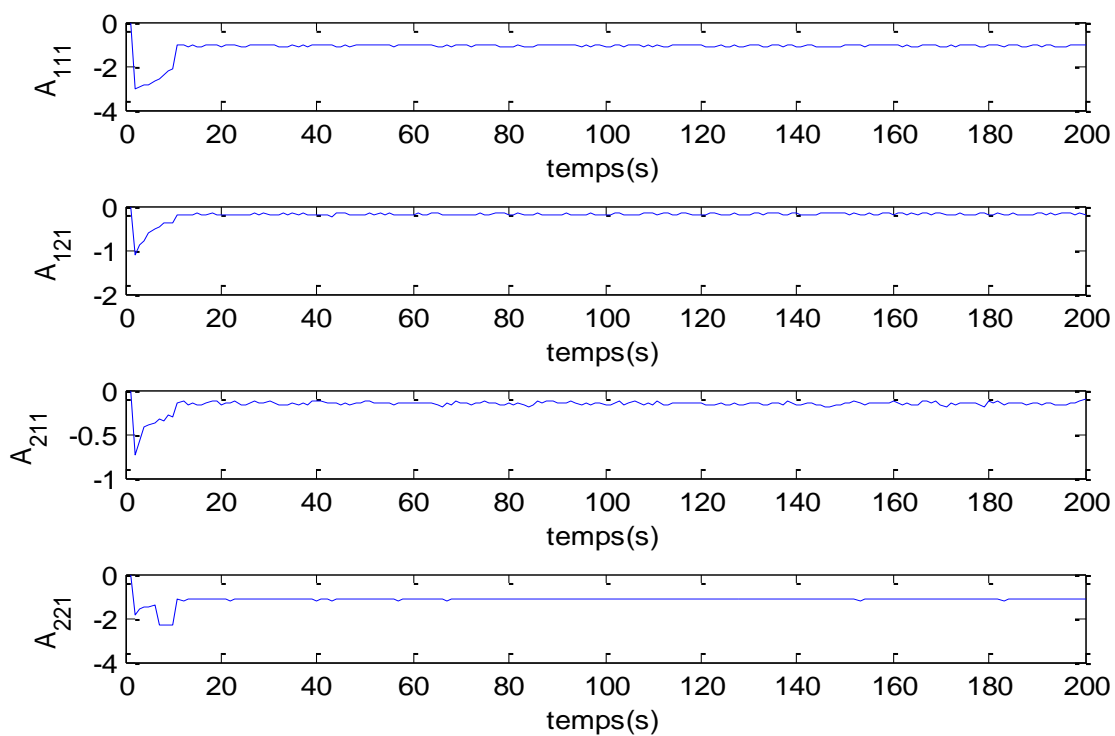


Figure IV.II.4.2 : Evolution des paramètres de la matrice A_1 .

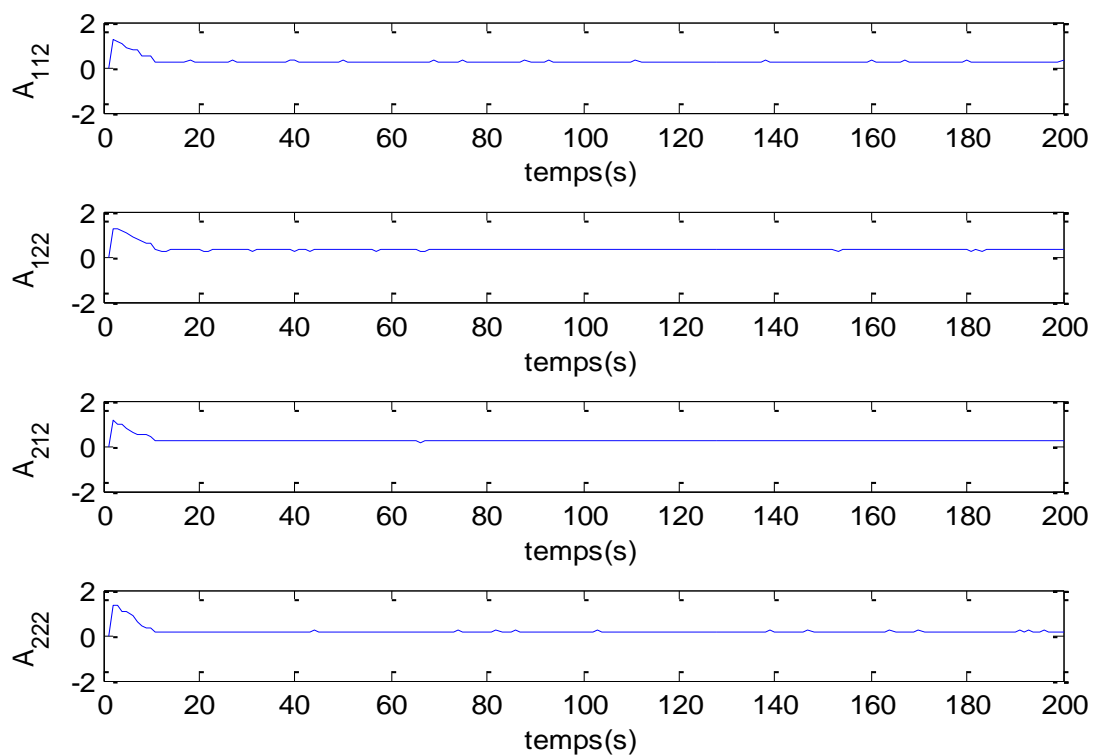


Figure IV.II.4.3 : Evolution des paramètres de la matrice A_2 .

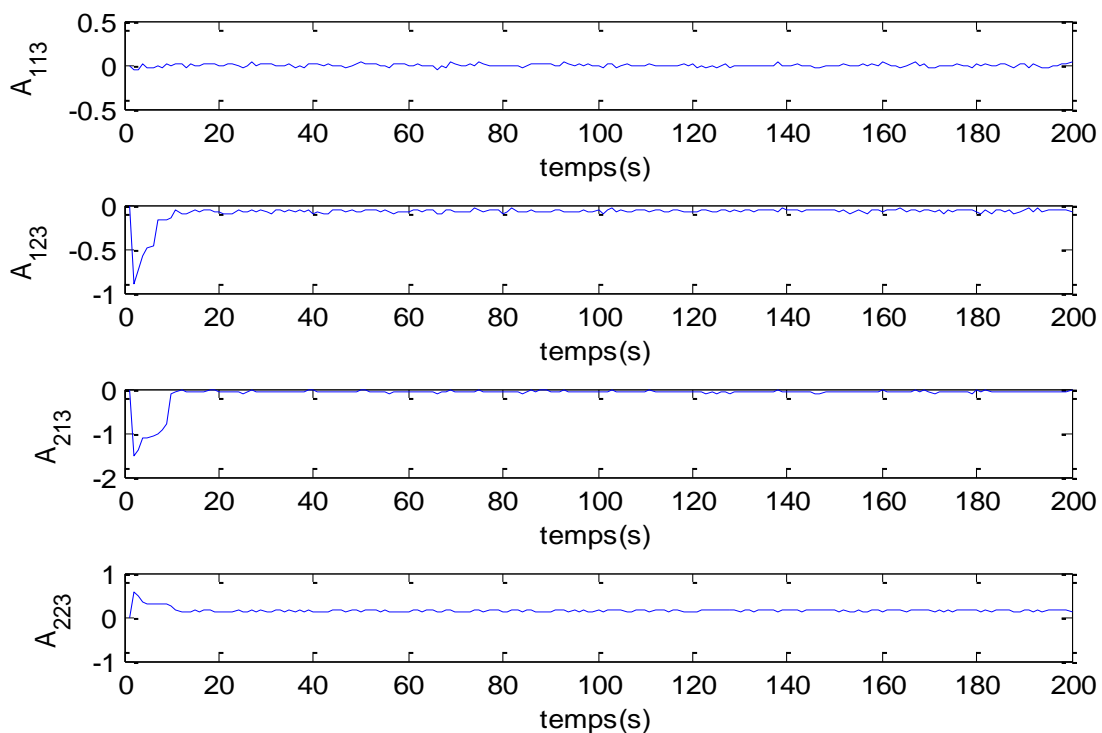


Figure IV.II.4.4 : Evolution des paramètres de la matrice A_3 .

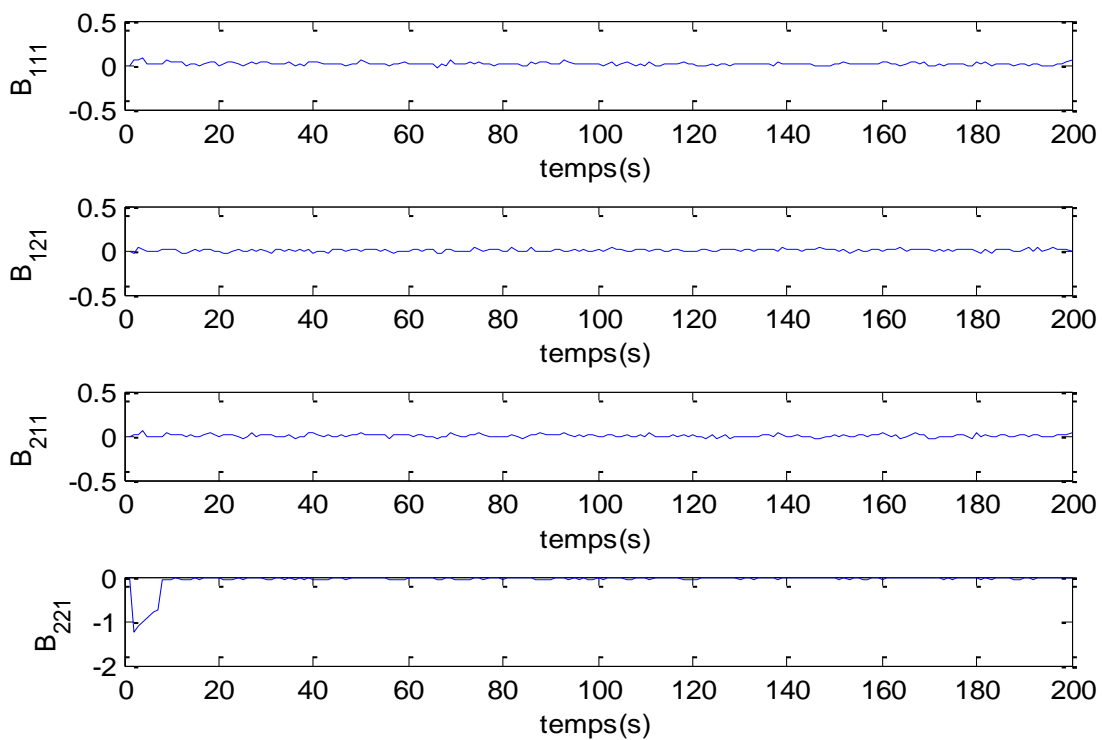


Figure IV.II.4.5 : Evolution des paramètres de la matrice B_0 .

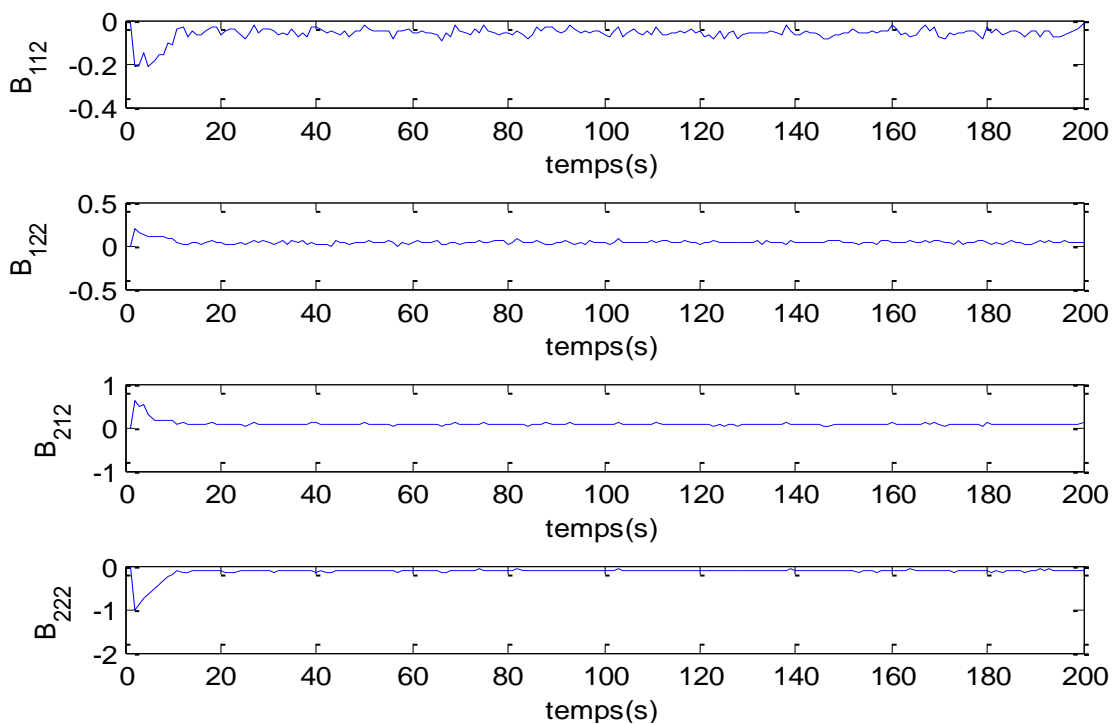


Figure IV.II.4.6 : Evolution des paramètres de la matrice B_1 .

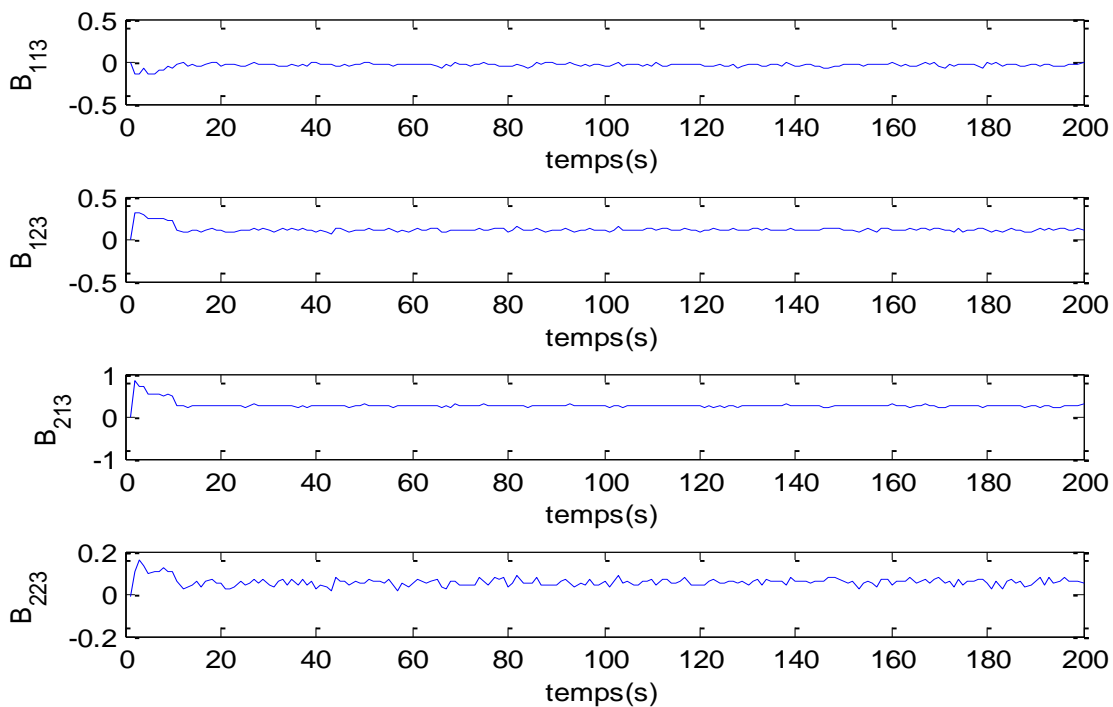


Figure IV.II.4.7 : Evolution des paramètres de la matrice B_2 .

IV.V) CONCLUSION ET INTRPRETATION DES RESULTATS DE SIMULATIONS

Dans le cas des modèles à paramètres fixes et pour les deux procédés simulés, on constate que l'algorithme permet de réaliser les performances désirées en ce qui concerne les objectifs de régulation, de poursuite et de rejet des perturbations.

La même chose peut être constatée dans le cas adaptatif, mais après une période transitoire (adaptation) où le modèle du système est suffisamment bien estimé et représente le comportement du procédé.

Il convient de remarquer aussi que le système répond sans dépassement (les paramètres de réglage et de conception du régulateur sont bien choisis), mais avec une légère perte de la poursuite qui est vite rétablie, en raison de l'influence du couplage.

Par conséquent, les résultats de simulations prouvent que l'algorithme de la commande prédictive généralisée (C.P.G.) ou (G.P.C.) possède de grandes capacités pour la commande des procédés multivariables dans tous les cas à savoir :

- *A paramètres fixes sans perturbations.*
- *A paramètres fixes avec perturbations.*
- *Adaptatif sans perturbation.*
- *Adaptatif avec perturbations.*

III.III) CONCLUSION ET INTRPRETATION DES RESULTATS DE SIMULATIONS

Dans le cas des modèles à paramètres fixes et pour les deux procédés simulés, on constate que l'algorithme permet de réaliser les performances désirées en ce qui concerne les objectifs de régulation, de poursuite et de rejet des perturbations.

La même chose peut être constatée dans le cas adaptatif, mais après une période transitoire (adaptation) où le modèle du système est suffisamment bien estimé et représente le comportement du procédé.

Par conséquent, les résultats de simulations prouvent que l'algorithme de la commande prédictive généralisée (C.P.G.) ou (G.P.C.) possède des capacités excellentes pour la commande des procédés monovariabiles dans tous les cas à savoir :

- *A paramètres fixes sans perturbations.*
- *A paramètres fixes avec perturbations.*
- *Adaptatif sans perturbation.*
- *Adaptatif avec perturbations.*