



UNIVERSITE SULTAN MOULAY SLIMANE
Faculté des Sciences et Techniques
Béni Mellal



N° d'ordre : 75/2015

CED : Sciences et Techniques

FD : Mathématiques et Physique Appliquées

THÈSE

Présentée par

Mohammed ZIDANE

Pour l'obtention du grade de

Docteur

Spécialité : Traitement du Signal et Télécommunications

**Contribution à l'identification et égalisation aveugles des canaux
de transmission pour des systèmes de 4^{ème} génération MC-CDMA**

Soutenue le 13 Juin 2015 devant la commission d'examen :

Pr Abdelouhab ZEROUAL	Faculté des Sciences Semlalia, Marrakech	Président
Pr Moha M'rabet HASSANI	Faculté des Sciences Semlalia, Marrakech	Rapporteur
Pr Mohamed FAKIR	Faculté des Sciences et Techniques, Béni Mellal	Rapporteur
Pr Belaid BOUIKHALENE	Faculté Polydisciplinaire, Béni Mellal	Rapporteur
Pr Brahim MINAOUI	Faculté des Sciences et Techniques, Béni Mellal	Examineur
Pr Mohamed SABRI	Faculté des Sciences et Techniques, Béni Mellal	Directeur de thèse
Pr Said SAFI	Faculté Polydisciplinaire, Béni Mellal	Co-directeur de thèse

Dédicace

Je dédie ce travail :

À ma chère mère, à mon cher père,

À mes chères soeurs, à mes chères frères,

À toute ma famille,

À tous ceux qui m'aiment,...

Mohammed.

Remerciements

Le travail de recherche présenté dans cette thèse de doctorat a été effectué à la Faculté des Sciences et Techniques (FST) de Béni Mellal, Université Sultan Moulay Slimane, dans le Laboratoire de Traitement de l'Information et Aide à la Décision (TIAD), sous la direction du Professeur **Mohamed SABRI**, qui a encadré mes travaux de thèse avec beaucoup de volonté et de compétence. Sa disponibilité, sa rigueur scientifique, ses remarques objectives et constructives, son aide précieux, son intelligence et ses qualités humaines m'ont permis de travailler avec joie et persévérance. Je saisis l'occasion pour lui exprimer toute ma profonde reconnaissance et gratitude.

Je voudrais exprimer ici ma vive reconnaissance à Monsieur **Said SAFI** Professeur à la Faculté Polydisciplinaire de Béni Mellal. Ce fut un réel plaisir de l'avoir comme co-directeur de thèse, je le remercie du fond du cœur, aussi bien pour avoir dirigé mes travaux de recherche avec professionnalisme, rigueur, patience, disponibilité et générosité. Je lui apporte ma plus sincère gratitude pour son soutien constant, son aide et ses qualités humaines, ses encouragements et le temps précieux qu'il m'a accordé pendant ces années de thèse.

J'exprime ma reconnaissance à Monsieur **Abdelouhab ZEROUAL**, Professeur à la Faculté des Sciences Semlalia, Marrakech, d'avoir accepté de présider le jury de cette thèse avec professionnalisme, et pour ses précieuses remarques.

J'exprime ma gratitude à Messieurs **Moha M'rabet HASSANI**, Professeur à la Faculté des Sciences Semlalia, Marrakech, **Mohamed FAKIR**, Professeur à la Faculté des Sciences et Techniques (FST) de Béni Mellal, et **Belaid BOUIKHALENE** Professeur à Faculté Polydisciplinaire de Béni Mellal qui ont accepté d'être les rapporteurs de cette thèse. Je les remercie du temps qu'ils ont consacré à la lecture du manuscrit, pour leurs précieuses et judicieuses remarques, et pour l'intérêt particulier qu'ils ont accordé à mon travail.

Mes remerciements les plus chaleureux vont également à Monsieur **Brahim MINAOUI**, Professeur à la Faculté des Sciences et Techniques (FST) de Béni Mellal, d'avoir accepté de faire parti du jury en tant qu'examinateur et surtout pour ses observations pertinentes et enrichissantes, ainsi que pour ses encouragements, son soutien et ses conseils.

Ce travail ne serait pas ce qu'il est, sans la présence du Monsieur **Ahmed BOUMEZ-ZOUGH** Professeur à Faculté Polydisciplinaire de Béni Mellal. Je le remercie du fond du coeur, pour m'avoir accompagné amicalement et fraternellement dans ce cheminement. Pour son accueil chaleureux à chaque fois que j'ai sollicité son aide, ses précieuses et judicieuses

remarques, ses encouragements, ses conseils, son soutien et sa générosité.

Je tiens à remercier tout particulièrement Messieurs **Hassan EL HARFI** et **Mohamed LAMSAADI**, Professeurs à la Faculté Polydisciplinaire de Béni Mellal, pour leurs soutien constant, leurs encouragements, leurs conseils et leurs gentillesse formidables. Je leurs adresse mes amitiés les plus sincères.

J'adresse un remerciement spécial et j'exprime ma profonde reconnaissance à ma famille, en particulier mes chers parents, mes frères et mes soeurs qui m'ont supporté et qui me supporteront toujours. Que Dieu les récompense.

Un grand merci pour toutes les personnes qui m'ont aidé de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Avant-propos

- Prénom et Nom de l’auteur de la thèse : Mohammed ZIDANE
- Intitulé de la thèse : Contribution à l’identification et égalisation aveugles des canaux de transmission pour des systèmes de 4^{ème} génération MC-CDMA.
- Prénom et Nom du directeur de la thèse : Pr. Mohamed SABRI (Professeur à la Faculté des Sciences et Techniques de Béni-Mellal)
- Prénom et Nom du co-directeur de la thèse : Pr. Said SAFI (Professeur à la Faculté Polydisciplinaire de Béni-Mellal)
- Lieu de réalisation du travail : Laboratoire de Traitement de l’Information et Aide à la Décision (TIAD), à la Faculté des Sciences et Techniques, Université Sultan Moulay Slimane, Béni-Mellal.

Publications Internationales

1. **M. Zidane**, S. Safi, M. Sabri and A. Boumezzough, “Impulse Response Identification of Minimum and Non Minimum Phase Channels,” International Journal of Advanced Science and Technology, Vol. 64, pp.59–72, (2014).
2. **M. Zidane**, S. Safi, M. Sabri, A. Boumezzough and M. Frikel, “Broadband Radio Access Network Channel Identification and Downlink MC-CDMA Equalization,” International Journal of Energy, Information and Communications, Vol. 5, Issue 2, pp.13–34, (2014).
3. **M. Zidane**, S. Safi, M. Sabri and A. Boumezzough, “Blind Identification Channel Using Higher Order Cumulants with Application to Equalization for MC-CDMA System,” World Academy of Science, Engineering and Technology, International Journal of Electrical, Robotics, Electronics and Communications Engineering, Vol. 8 No. 2, pp. 369–375, (2014).
4. **M. Zidane**, S. Safi, M. Sabri and A. Boumezzough, “Higher Order Statistics for Identification of Minimum Phase Channels,” World Academy of Science, Engineering and Technology, International Journal of Mathematical, Computational, Physical and

Quantum Engineering, Vol. 8 No. 5, pp. 831–836, (2014).

5. **M. Zidane**, S. Safi, M. Sabri, A. Boumezzough and M. Frikel, “Blind Identification and Equalization of MC-CDMA Systems Using Higher Order Cumulants,” *International Journal of Advances in Telecommunications, Electrotechnics, Signals and Systems*, Vol 3, No. 1, (2014).
6. **M. Zidane**, S. Safi, M. Sabri, A. Boumezzough and M. Frikel, “Adaptive Algorithms Versus Higher Order Cumulants for Identification and Equalization of MC-CDMA,” *Journal of Telecommunications and Information Technology (JTIT)*, pp. 53–62 3/2014.

Communications Internationales

1. **M. Zidane**, S. Safi, M. Sabri and A. Boumezzough, “Blind Identification of Minimum Phase Channels Based On Higher Order Cumulants,” *International Conference on Intelligent Information and Network Technology (IC2INT’13)* November 13–14, 2013, Settat, Morocco.
2. **M. Zidane**, S. Safi, M. Sabri and A. Boumezzough, “Impulse Response Identification of Minimum and Non Minimum Phase Channels,” *4th International Workshop on Codes, Cryptography and Communication Systems (IWCCCS’13)* November 07–08, 2013, Meknes, Morocco.
3. **M. Zidane**, S. Safi, M. Sabri and A. Boumezzough, “Comparative Study between Blind Identification Algorithms and Least Mean Square Algorithm for Non Minimum Phase Channel,” *4th International Conference on Multimedia Computing and Systems (ICMCS’14)*, April 14–16, 2014, Marrakesh, Morocco.
4. **M. Zidane**, S. Safi, M. Sabri and A. Boumezzough, “Identification and Equalization Using Higher Order Cumulants in MC-CDMA Systems,” *5th International Workshop on Codes, Cryptography and Communication Systems (IWCCCS’14)* November 27–28, 2014, El jadida, Morocco.

Résumé

Dans le cadre de cette thèse, nous nous sommes intéressés aux problèmes d'identification et d'égalisation aveugles des canaux radio mobiles, en utilisant les statistiques d'ordre supérieur, pour des systèmes de 4^{ème} génération MC-CDMA.

Les problèmes souvent rencontrés en télécommunications numériques se réduisent à la minimisation de l'influence du canal de transmission. Dans ce cadre, une identification du canal de transmission entre l'émetteur et le récepteur est primordiale afin de corriger les distorsions. Plusieurs méthodes existent, les plus communément utilisées sont les méthodes adaptatives qui envoient de temps en temps une séquence d'apprentissage connue par l'émetteur et le récepteur. L'inconvénient de ces méthodes est qu'elles utilisent une partie de la bande passante ce qui entraîne une diminution de l'efficacité spectrale et donc du débit. L'utilisation des techniques aveugles est d'une grande importance pour économiser la bande passante et avoir un meilleur compromis entre le taux d'erreur binaire et la qualité de l'information récupérée.

L'objectif de cette thèse est double : dans un premier temps, nous considérons le problème d'identification aveugle des canaux de communication, en utilisant les statistiques d'ordre supérieur. Ce choix repose sur quelques propriétés propres aux cumulants. Dans ce contexte, nous avons proposé quelques algorithmes d'identification aveugle des canaux de communication à phase minimale et non minimale. Les performances de ces algorithmes sont comparées à celles de quelques algorithmes proposés dans la littérature.

Dans un deuxième temps, le souci d'une mise en application des algorithmes proposés, nous a amené à considérer le problème d'égalisation aveugle. Dans ce cadre nous avons testé l'efficacité des algorithmes proposés sur un système multi-porteuses à étalement de spectre (MC-CDMA). Pour cela nous avons choisi des canaux à évanouissement très rapide appelés BRAN (Broadband Radio Access Network) normalisés pour des systèmes (MC-CDMA). Nous montrons que les algorithmes proposés réduisent le taux d'erreur binaire pour une détection mono-utilisateur en voie descendante, i.e. de la station de base vers le mobile, et, de ce fait, l'objectif fixé au préalable est atteint.

Mots clés : Identification et égalisation aveugles, Statistiques d'ordre supérieur, Identification adaptative, Algorithmes LMS et RLS, Canaux BRAN, Systèmes MC-CDMA.

Abstract

This thesis is devoted to study the problems of the blind identification and equalization of the Broadband Radio Access Networks channels, using higher order Statistics in MC-CDMA systems.

The problems which have been encountered in digital telecommunications are the minimization of the influence of the transmission channel. In this context, the channel identification between the transmitter and the receiver is primordial for correcting the channel's distortions. Several methods have been explored. However, the most commonly used are adaptive methods that send occasionally a training sequence known to the transmitter and receiver. The disadvantage of these methods is that they use a portion of the bandwidth, which causes a reduction of the spectral efficiency and hence the flow rate. The use of blind techniques is of great importance to economize bandwidth, and have a better compromise between the bit error rate and the quality of the recovered information.

The objective of this thesis is twofold. First, we consider the problem of blind identification of communication channels, using higher order statistics. This choice is based on some specific properties of cumulants. In this context, we have proposed some blind identification algorithms for minimum and non-minimum phase channels. The performance of these algorithms is compared to another's algorithms proposed in the literature.

Second, the implementation of the proposed algorithms has pushed us to consider the problem of blind equalization. In this context, we have checked the effectiveness of the proposed algorithms on a multi-carrier spread spectrum system (MC-CDMA) to choose a very fast fading channels called BRAN (Broadband Radio Access Network) normalized for (MC-CDMA) systems. We show that the proposed algorithms reduce the bit error rate for single-user detection, i.e. transmission from the base station to the mobile systems, and the goal firstly defined is reached.

Keywords : Blind identification and equalization, Higher order Statistics, Adaptive identification, Algorithms LMS and RLS, BRAN Channels, MC-CDMA systems.

Table des matières

Remerciements	iii
Avant-propos	v
Résumé	vii
Abstract	ix
Table des figures	xv
Liste des tableaux	xix
Notations, symboles et abréviations	xxi
Introduction générale	1
1 Généralités sur les Statistiques d'Ordre Supérieur (HOS)	5
1.1 Introduction	5
1.2 Généralités sur les systèmes de transmission de l'information	6
1.3 Signaux aléatoires	8
1.3.1 Définitions	8
1.3.2 Fonction de répartition	8
1.4 Première fonction caractéristique génératrice de moments	9
1.5 Seconde fonction caractéristique génératrice des cumulants	9
1.6 Cas particulier d'une distribution gaussienne	10
1.7 Propriétés des cumulants	10
1.8 Relations entre cumulants et moments	11
1.9 Caractéristiques des processus aléatoires	12
1.9.1 Indépendance	12
1.9.2 Stationnarité	13
1.9.3 Ergodicité	13
1.9.4 Processus stochastique stationnaire centré	13
1.10 Expressions des cumulants en fonction des moments	13
1.11 Relations de symétrie des cumulants	15
1.12 Estimation des moments et des cumulants	17
1.12.1 Estimation des moments	17
1.12.2 Estimation des cumulants	18

1.13	Spectres des cumulants : polyspectres	18
1.14	Conclusion	20
2	Méthodes d'identification aveugle des canaux de transmission basées sur les HOS	21
2.1	Introduction	21
2.2	Modèle et hypothèses	21
2.3	Relations fondamentales	22
2.3.1	Relation de Brillinger-Rosenblatt	22
2.3.2	Relation de Peyre	23
2.3.3	Relation de Stogioglou-McLaughlin	23
2.3.4	Relation de Abderrahim	23
2.4	Méthodes d'identification aveugle basées sur les HOS	24
2.4.1	Algorithme de Safi, <i>et al.</i> : Algo1[SFZM11]	24
2.4.2	Algorithme de Zhang, <i>et al.</i> : Algo2	25
2.5	Nouvelles approches d'identification aveugle	25
2.5.1	Méthode basée sur les cumulants d'ordre quatre : AlgoZ[ZSSB14c]	25
2.5.2	Méthode basée sur les cumulants d'ordre trois : Alg3ZS[ZSSB14d]	27
2.6	Résultats de simulation	28
2.6.1	Performances de l'algorithme AlgoZ	28
2.6.2	Performances de l'algorithme Alg3ZS	35
2.7	Conclusion	38
3	Identification aveugle et adaptative des canaux de transmission	39
3.1	Introduction	39
3.2	Modèle du canal à identifier	39
3.3	Algorithme proposé : Algo-ZSS [ZSSB14a]	40
3.4	Techniques d'identification aveugle basées sur les cumulants	41
3.4.1	Algorithme Antari, <i>et al.</i> : CUM-AZ	41
3.4.2	Algorithme de Safi, <i>et al.</i> : ALGcum1	42
3.4.3	Algorithme de Antari, <i>et al.</i> : ALGcum2	42
3.4.4	Algorithme de Abderrahim, <i>et al.</i> : ALGcum3	43
3.5	Méthodes adaptatives	43
3.5.1	Algorithme LMS	44
3.5.2	Algorithme RLS	44
3.6	Résultats de simulation et comparaison	46
3.6.1	Canal de Proakis B	46
3.6.2	Canal de Macchi	48
3.7	Conclusion	53
4	Application des algorithmes d'identification aveugle à l'égalisation des systèmes MC-CDMA	55
4.1	Introduction	55
4.2	Canal de propagation radio mobile	56
4.2.1	Modélisation du canal de propagation	57
4.2.2	Modèle du canal SISO : le canal BRAN de l'ETSI	57

4.3	Généralité sur les techniques d'accès multiple	60
4.4	Le système de 4 ^{ème} génération MC-CDMA	61
4.4.1	L'émetteur	61
4.4.2	Le récepteur	62
4.4.3	Egalisation des systèmes MC-CDMA	63
4.5	Applications : Egalisation des systèmes MC-CDMA	65
4.5.1	Performances de l'algorithme Alg3ZS	66
4.5.2	Performances des algorithmes aveugles et adaptatifs	79
4.5.3	Performances de l'algorithme Algo-ZSS	87
4.6	Conclusion	90
	Conclusion générale et perspectives	91
	Annexe	93
.1	Démonstration de l'équation 2.26 du chapitre 2	93
.2	Démonstration de l'équation 2.38 du chapitre 2	94
	Bibliographie	95

Table des figures

1.1	Synoptique d'une chaîne de transmission de l'information	6
1.2	Egaliseur linéaire	7
1.3	Egaliseur à retour de décision	7
1.4	Les différentes combinaisons de trois instants donnant le même cumulant d'ordre trois.	15
1.5	Les symétries et la zone de calcul du cumulant d'ordre trois.	16
1.6	Support du cumulant d'ordre trois.	16
2.1	Modèle à identifier	22
2.2	Les zéros du Modèle 1	29
2.3	Comparisons des algorithmes en terme de l'EQM pour le Modèle 1, $N = 2000$	31
2.4	Estimation de l'amplitude et de la phase du Modèle 1 dans le cas d'un nombre d'échantillons $N = 2000$ et un $SNR = 15$ dB.	31
2.5	les zéros du Modèle 2	32
2.6	Comparisons des algorithmes en terme de l'EQM pour le Modèle 2, $N = 2000$	34
2.7	Estimation de l'amplitude et de la phase du Modèle 2 dans le cas d'un nombre d'échantillons $N = 2000$ et un $SNR = 0$ dB.	34
2.8	Les zéros du Modèle 3.	35
2.9	Comparaison des algorithmes en terme de l'EQM pour le Modèle 3, $N = 1000$	37
2.10	Estimation de l'amplitude et de la phase Modèle 3 dans le cas d'un nombre d'échantillons $N = 1000$ et un $SNR = 10$ dB.	38
3.1	Modèle du canal	39
3.2	Canal de Proakis B	46
3.3	Les valeurs de l'EQM pour les quatre algorithmes, pour $N = 4096$ et différents SNR	47
3.4	Canal de Macchi	48
3.5	Les valeurs de l'EQM pour les cinq algorithmes, pour $SNR = 8$ dB et différents nombres d'échantillons.	50
3.6	Les valeurs de l'EQM pour les cinq algorithmes, pour $N = 2048$ et différents SNR	52
3.7	Estimation de l'amplitude et de la phase du canal de Macchi, pour les différents algorithmes, pour $N = 2048$ et $SNR = 8$ dB.	53
4.1	Le phénomène multi-trajet [Yam11]	56
4.2	Le modulateur MC-CDMA du $i^{\text{ème}}$ utilisateur avec $L_c = N_p$	61
4.3	L'émetteur MC-CDMA	62

4.4	Le récepteur MC-CDMA.	63
4.5	Principe de la détection mono-utilisateur.	63
4.6	Estimation des paramètres du canal BRAN A en fonction des délais des trajets pour $N = 4800$ et $SNR = 16$ dB.	67
4.7	Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN A pour $N = 4800$ et $SNR = 20$ dB.	67
4.8	BER dans le cas du canal BRAN A mesuré et estimé : égaliseur ZF	68
4.9	BER dans le cas du canal BRAN A mesuré et estimé : égaliseur MMSE	68
4.10	Estimation des paramètres du canal BRAN B en fonction des délais des trajets pour $N = 4800$ et $SNR = 16$ dB.	69
4.11	Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN B pour $N = 4800$ et $SNR = 20$ dB.	70
4.12	BER dans le cas du canal BRAN B mesuré et estimé : égaliseur ZF	70
4.13	BER dans le cas du canal BRAN B mesuré et estimé : égaliseur MMSE	71
4.14	Estimation des paramètres du canal BRAN C en fonction des délais des trajets pour $N = 4800$ et $SNR = 16$ dB.	72
4.15	Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN C pour $N = 4800$ et $SNR = 20$ dB.	72
4.16	BER dans le cas du canal BRAN C mesuré et estimé : égaliseur ZF	73
4.17	BER dans le cas du canal BRAN C mesuré et estimé : égaliseur MMSE	73
4.18	Estimation des paramètres du canal BRAN D en fonction des délais des trajets pour $N = 4800$ et $SNR = 16$ dB.	74
4.19	Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN D pour $N = 4800$ et $SNR = 16$ dB.	75
4.20	BER dans le cas du canal BRAN D mesuré et estimé : égaliseur ZF	75
4.21	BER dans le cas du canal BRAN D mesuré et estimé : égaliseur MMSE	76
4.22	Estimation des paramètres du canal BRAN E en fonction des délais des trajets pour $N = 4800$ et $SNR = 16$ dB.	77
4.23	Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN E pour $N = 4800$ et $SNR = 20$ dB.	77
4.24	BER dans le cas du canal BRAN E mesuré et estimé : égaliseur ZF	78
4.25	BER dans le cas du canal BRAN E mesuré et estimé : égaliseur MMSE	78
4.26	Estimation des paramètres du canal BRAN A en fonction des délais des trajets pour $N = 4096$ et $SNR = 20$ dB.	80
4.27	Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN A pour $N = 4096$ et $SNR = 20$ dB.	80
4.28	BER dans le cas du canal BRAN A mesuré et estimé : égaliseur ZF	81
4.29	BER dans le cas du canal BRAN A mesuré et estimé : égaliseur MMSE	81
4.30	Estimation des paramètres du canal BRAN B en fonction des délais des trajets pour $N = 4096$ et $SNR = 20$ dB.	82
4.31	Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN B pour $N = 4096$ et $SNR = 20$ dB.	83
4.32	BER dans le cas du canal BRAN B mesuré et estimé : égaliseur ZF	83
4.33	BER dans le cas du canal BRAN B mesuré et estimé : égaliseur MMSE	84
4.34	Estimation des paramètres du canal BRAN D en fonction des délais des trajets pour $N = 4096$ et $SNR = 20$ dB.	85

4.35	Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN D pour $N = 4096$ et $SNR = 20$ dB.	85
4.36	BER dans le cas du canal BRAN D mesuré et estimé : égaliseur ZF	86
4.37	BER dans le cas du canal BRAN D mesuré et estimé : égaliseur MMSE	86
4.38	Estimation des paramètres du canal BRAN C en fonction des délais des trajets pour $N = 5400$ et $SNR = 16$ dB.	88
4.39	Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN C, en utilisant (Algo-ZSS), pour $N = 5400$ et $SNR = 16$ dB.	88
4.40	Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN C, en utilisant (Algo-Zhang), pour $N = 5400$ et $SNR = 16$ dB.	89
4.41	BER dans le cas du canal BRAN C mesuré et estimé : égaliseur MMSE	89

Liste des tableaux

2.1	Identification des paramètres du Modèle 1, cas non bruité, pour 50 itérations.	30
2.2	Identification des paramètres du Modèle 1, cas bruité, pour $N = 2000$ et 50 itérations pour différents valeurs du SNR.	30
2.3	Identification des paramètres du Modèle 2, cas non bruité, pour 50 itérations.	33
2.4	Identification des paramètres du Modèle 2, cas bruité, pour $N = 2000$ et 50 itérations.	33
2.5	Estimation des paramètres pour 50 itérations et un $SNR = 30$ dB.	36
2.6	Estimation des paramètres en présence d'un bruit gaussien, pour 50 itérations et $N = 1000$	36
3.1	Estimation des paramètres du canal de <i>Proakis B</i> pour différents SNR et pour un nombre d'échantillons $N = 4096$	47
3.2	Estimation des paramètres du canal de Macchi pour différents nombres d'échantillons et pour un $SNR = 8$ dB.	49
3.3	Estimation des paramètres du canal de Macchi pour différents SNR et pour un nombre d'échantillons $N = 2048$	51
4.1	Les modèles de canaux pour les systèmes BRAN proposés par l'ETSI [Gue09].	58
4.2	Le modèle de canal BRAN A de l'ETSI.	58
4.3	Le modèle de canal BRAN B de l'ETSI.	58
4.4	Le modèle de canal BRAN C de l'ETSI.	59
4.5	Le modèle de canal BRAN D de l'ETSI.	59
4.6	Le modèle de canal BRAN E de l'ETSI.	60
4.7	Les paramètres de simulation pour les systèmes MC-CDMA.	66
4.8	Les paramètres de simulation pour les systèmes MC-CDMA.	79
4.9	Les paramètres de simulation pour les systèmes MC-CDMA.	87

Notations, symboles et abréviations

HOS	Higher Order Statistics
HOC	Higher Order Cumulants
<i>i.i.d</i>	identiquement indépendant distribué
$E\{\cdot\}$	Espérance mathématique
$M_{m,y}(\cdot)$	Moment d'ordre m du processus $y(k)$
$C_{m,y}(\cdot)$	Cumulant d'ordre m du processus $y(k)$
FIR (RIF)	Finite Impulse Response (Réponse Impulsionnelle Finie)
SISO	Single Input Single Output
MIMO	Multiple Input Multiple Output
MP	Minimum Phase
NMP	Non-Minimum Phase
M^T	Transposée de la matrice M
M^{-1}	Inverse de de la matrice M
LS (MC)	Least Squares (Moindres Carrées)
TF	Transformée de Fourier
TFI	Transformée de Fourier Inverse
SNR	Signal to Noise Ratio
EQMR	Erreur Quadratique Moyenne Relative
RLS	Recursive Least Squares
LMS	Least Mean Squares
*	Produit de convolution
σ	Ecart type
BRAN	Broadband Radio Access Network
ETSI	European Telecommunications Standards Institute
HIPERLAN	HIgh PERFORMANCE radio LAN
LOS	Line of Sight
NLOS	Non Line of Sight
FDMA	Frequency Division Multiple Access
TDMA	Time Division Multiple Access
CDMA	Code Division Multiple Access
OFDM	Orthogonal Frequency Division Multiplexing
MC-CDMA	Multi-Carrier Code Division Multiple Access

Introduction générale

Les systèmes de communications numériques nécessitent généralement la transmission de quantités importantes d'information dans des bandes de fréquences les plus étroites possibles [Ber06]. En effet le canal de transmission joue un rôle majeur dans ces systèmes, car il peut constituer un obstacle à la transmission fiable de l'information, à cause des limitations en largeur de bande et les propagations multi-trajets.

Dans ce cadre, l'identification du canal de transmission entre l'émetteur et le récepteur est primordiale afin de corriger les distorsions. Les techniques d'identification classiques nécessitent l'utilisation de l'entrée et de la sortie du système à identifier, ce qui entraîne la transmission d'une séquence d'apprentissage fixe, qui ne transporte pas d'information utile, et qui est connue par l'émetteur et le récepteur. En connaissant le signal d'entrée et en mesurant le signal de sortie du canal, le récepteur peut déterminer la réponse impulsionnelle du canal [Aya99]. Il est clair que l'efficacité spectrale de ces systèmes entraînés est notablement affectée à cause de la présence de la séquence d'apprentissage [Ber06]. Par conséquent, l'élimination de cette séquence d'apprentissage permettra d'utiliser la partie de la capacité du canal qui lui est destinée pour transporter l'information utile, ce qui augmente l'efficacité spectrale et donc du débit [Aya99]. Dans le cadre de notre présente recherche sur l'identification aveugle, on utilise les statistiques d'ordres supérieurs. Cela consiste à identifier le canal en disposant uniquement de ses sorties, sans avoir à utiliser la séquence d'apprentissage, ni à connaître les entrées correspondantes.

Plusieurs approches d'identification aveugle de canaux de communications ont été proposées dans la littérature. Les premières méthodes ont été basées sur l'utilisation des statistiques d'ordre deux (SOS : Second Order Statistics) de la séquence observée. Ces méthodes sont essentiellement utilisées pour identifier des processus gaussiens à phase minimale (PM) [Men91, GD95, Abd00, AZS07]. Néanmoins, la majorité des signaux réels sont de nature non gaussienne. De plus le canal à identifier peut être à phase minimale ou non minimale et bruité par un bruit gaussien. Dans cette situation la fonction d'autocorrélation (cumulants d'ordre deux) ne permet pas d'identifier correctement le canal [Men91, NP93, Abd00, LAC97]. Pour surmonter ces problèmes, plusieurs approches basées sur les cumulants d'ordre supérieur (HOC) ont été récemment développées dans la littérature [Tug90, Tug91, Com92, ZZ94, Com95, NKSK95, CK95, SH96, SM96, Abd00, SZ04, SFMZ07, SFMZ08, SZ08, SFZM11, AEMZ12]. Ce choix repose sur quelques propriétés propres aux cumulants d'ordre supérieur, à savoir la simplicité des expressions, la possibilité d'identification aveugle de tous les systèmes et l'insensibilité à une distribution gaussienne. Par conséquent, si le signal traité est non gaussien et le bruit additif gaussien, alors ce dernier n'intervient pas dans les cumulants d'ordre

supérieur à deux [FDP94, BA99, HHH03, Bou07].

L'objectif de ce travail est de chercher un modèle capable de représenter les canaux de transmission sans se référer à la mesure afin de présenter une solution efficace pour compenser les distorsions introduites par ces canaux. Dans ce cadre on s'intéresse à l'exploration des propriétés spéciales offertes par les techniques des cumulants pour développer des algorithmes d'identification aveugle de canaux de communication. Le souci d'une mise en application de ces algorithmes nous a amené à considérer le problème de l'égalisation des systèmes de 4^{ème} génération MC-CDMA, en utilisant des canaux pratiques sélectifs en fréquence et à évanouissement rapide nommés Broadband Radio Access Network (BRAN).

Le présent mémoire est constitué de quatre chapitres que nous décrivons brièvement ici :

Le **premier chapitre** présente les outils de base que nous avons utilisés, à savoir les moments et les cumulants d'ordre supérieur à deux. Après des généralités sur les systèmes de transmission de l'information, nous commençons par une définition générale des signaux aléatoires, ainsi que de la fonction de répartition. Nous rappelons les principales définitions des moments et des cumulants, et les relations qui permettent d'obtenir les cumulants à partir des moments. Nous donnons aussi des propriétés et quelques caractéristiques principales des cumulants. Nous donnons également les estimations des moments et des cumulants ainsi que les relations qui les lient. Enfin, nous présentons brièvement les polyspectres des cumulants.

Dans le **deuxième chapitre**, nous présentons le modèle utilisé et ses hypothèses ainsi que les relations fondamentales, établies entre les cumulants et les coefficients de la réponse impulsionnelle utilisées pour unifier différentes méthodes d'identification aveugle. Ensuite nous proposons deux algorithmes d'identification aveugle de canaux à phase minimale et non minimale. Enfin par des simulations, sur des canaux théoriques, nous évaluons les performances des algorithmes proposés en les comparant avec d'autres algorithmes de la littérature. Ceci dans le but d'appliquer ces algorithmes à l'identification des canaux radio mobiles et à l'égalisation des systèmes MC-CDMA.

Dans le **chapitre trois**, nous avons proposé un algorithme d'identification aveugle qui englobe les cumulants d'ordre trois et quatre. Ensuite en se basant sur les relations générales développées dans le chapitre deux, nous présentons quatre algorithmes utilisant différents ordres des cumulants comparés avec des méthodes récursives RLS (Recursive Least Squares) et LMS (Least Mean Squares) afin de mettre en évidence leurs performances. Enfin, nous donnons des exemples de simulation, sur des canaux sélectifs en fréquence à phase non minimale, à évanouissements très importants, pour évaluer les performances des différentes méthodes. Ceci dans le but de les préparer à l'égalisation des systèmes MC-CDMA.

Dans le **chapitre quatre**, nous nous intéressons à l'application des algorithmes cités dans les chapitres deux et trois, à l'identification aveugle de canaux radio mobiles BRAN et à l'égalisation des systèmes de 4^{ème} génération MC-CDMA en voie descendante. Après avoir décrit le modèle du canal de propagation radio mobile ainsi que les différentes fluctuations que peut subir un signal émis, une présentation assez brève des techniques d'accès multiples est décrite. Une description détaillée des systèmes MC-CDMA, ainsi que deux techniques

d'égalisation utilisées dans les récepteurs de ces systèmes, afin de compenser les distorsions introduites par les canaux radio mobiles, sont aussi présentées. Ensuite nous appliquons les algorithmes développés précédemment à l'égalisation des systèmes MC-CDMA. La qualité des algorithmes est évaluée en terme de BER (Bit Error Ratio ou Taux d'Erreurs Binaires), sur les canaux BRAN, à l'aide des égaliseurs ZF (Zero Forcing) et MMSE (Minimum Mean Square Error).

Conclusions – Perspectives

Pour conclure, nous présentons une synthèse des travaux effectués ainsi que les principaux résultats obtenus, puis nous soulignons également les points importants qui n'ont pas été développés et nous donnons quelques extensions futures envisagées pour notre travail.

Chapitre 1

Généralités sur les Statistiques d'Ordre Supérieur (HOS)

1.1 Introduction

Le problème d'identification des systèmes à RIF fait l'objet de très nombreux colloques et séminaires et a donné lieu à d'innombrables publications. En effet, identifier un système, représenté par une boîte noire, c'est trouver un ensemble de paramètres qui forment un modèle mathématique reliant les différentes variables du système.

L'identification aveugle est un processus durant lequel, la réponse impulsionnelle d'un canal de transmission est identifiée uniquement à partir des signaux recueillis à la sortie de ce canal. Etant donné que les cumulants d'ordre supérieur permettent l'identification aveugle des canaux à phase minimale et non minimale à partir de la sortie du système et donnent une description plus complète des données aux cumulants d'ordre deux, ils ont été utilisés dans différentes applications telles que le traitement des signaux sismiques, égalisation aveugle, radar, restauration des signaux,

Ce chapitre a pour objectif de présenter quelques définitions et propriétés importantes des HOS, qui vont nous servir au développement des algorithmes d'identification aveugle des canaux de transmission.

Dans ce premier chapitre, nous présentons, brièvement, un système de transmission de l'information. Nous nous intéressons plus particulièrement à la partie canal. La deuxième partie de ce chapitre vise à donner les outils des HOS qui vont nous servir aux développements de nos algorithmes d'identification aveugles. Dans ce sens nous présentons les principales définitions des moments et des cumulants ainsi que les relations qui les lient, puis nous donnons leurs principales propriétés, ensuite nous résumons quelques caractéristiques des cumulants. Les relations entre cumulants et moments et les principales caractéristiques des processus aléatoires sont aussi illustrées. Dans la suite, nous considérons le problème d'estimation des moments et des cumulants. A la fin nous rappelons la définition des polyspectres.

1.2 Généralités sur les systèmes de transmission de l'information

Le schéma général d'un système de transmission de l'information est représenté par la figure suivante :

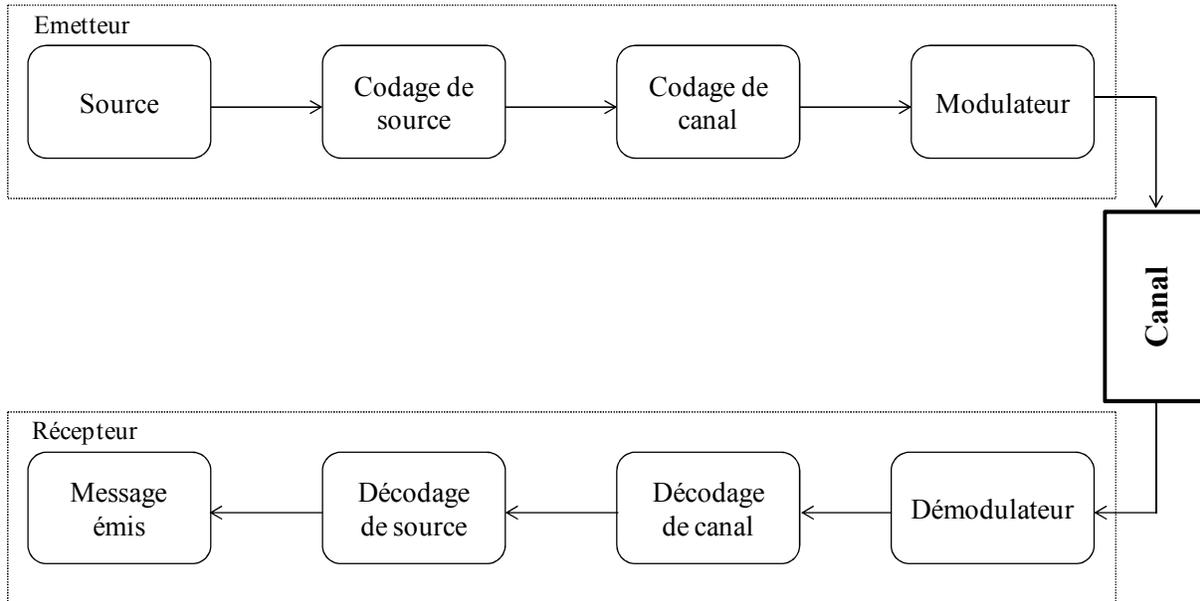


FIGURE 1.1 – Synoptique d'une chaîne de transmission de l'information

Le but des systèmes de communication est le transport de l'information entre une source et un destinataire par l'intermédiaire d'un canal de transmission, contexte dans lequel s'insère ce travail. Le canal est un élément important dans la chaîne de communication numérique, il apporte une perturbation plus ou moins importante au signal émis créée par les conditions de propagation (imperfection des équipements, les propagations multi-trajets, présence de bruiteurs, affaiblissements...), ces derniers provoquent une dégradation du signal émis qui se traduit par l'apparition d'erreurs de transmission. Ces erreurs peuvent être très gênantes pour la restitution fidèle de l'information au destinataire.

Afin de remédier aux perturbations introduites par le canal de transmission, il est nécessaire d'identifier la distorsion et de mettre en œuvre un dispositif d'égalisation. Plusieurs égaliseurs sont employés dans la littérature, on peut citer brièvement :

◊ **Les égaliseurs linéaires** : Il s'agit tout simplement d'utiliser un filtre numérique à réponse impulsionnelle finie. La figure (1.2), illustre le principe de l'égaliseur linéaire. Pour l'optimisation des coefficients de l'égaliseur, nous adoptons le critère de minimisation de l'erreur quadratique moyenne entre la séquence d'entrée et la séquence estimée à la sortie de l'égaliseur [Ber06].

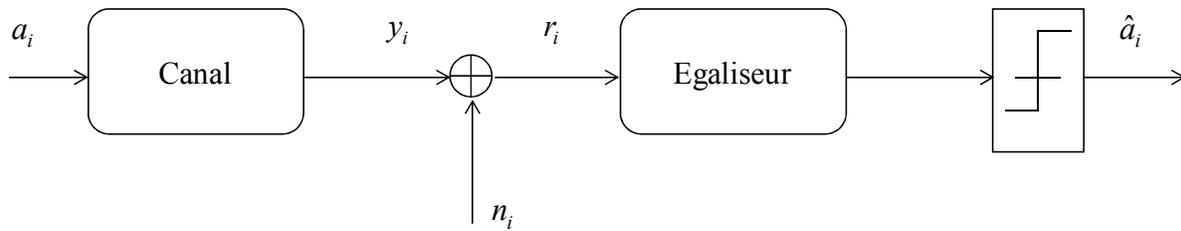


FIGURE 1.2 – Egaliseur linéaire

Les performances de ces égaliseurs se dégradent remarquablement lorsque les conditions de propagation sont plus sévères.

◊ **Les égaliseurs à retour de décision** : Constitué de deux filtres transverses, un filtre direct et un filtre récursif de retour. L'entrée du filtre direct est la séquence reçue r_i et l'entrée du filtre de retour est la séquence de symboles estimés a_i . Le filtre direct est tout simplement un filtre linéaire tel que mentionné précédemment et le filtre de retour est utilisé pour éliminer l'interférence entre symboles de l'estimation courante causée par l'estimation précédente. On note ici que le filtre de retour est strictement causal [Ber06]. Le schéma de principe de l'égaliseur à retour de décision est donné à la figure (1.3).

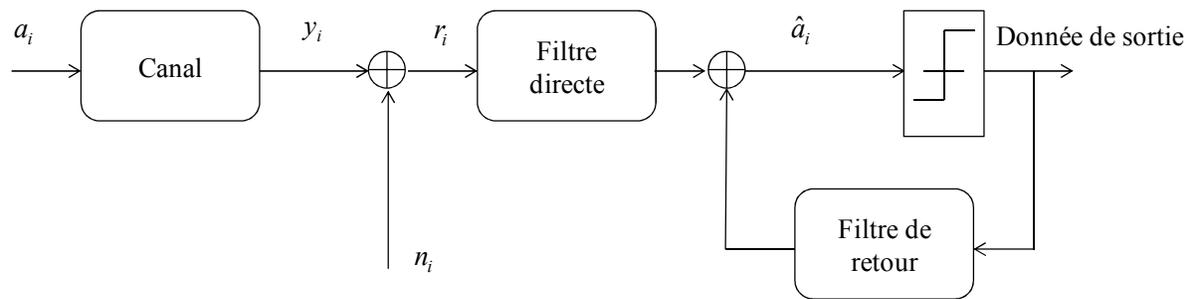


FIGURE 1.3 – Egaliseur à retour de décision

Il existe d'autres dispositifs d'égalisation comme l'égaliseur annuleur d'interférence et l'égaliseur basé sur une structure en treillis [Ber06].

Dans ce travail de thèse, nous présentons deux techniques d'égalisation de type forçage à zéro (Zéro forcing, ZF) et erreur quadratique moyenne minimale (Minimum Mean Square Error, MMSE), destinée aux systèmes de 4^{ème} génération MC-CDMA.

La détermination des coefficients de l'égaliseur nécessite la connaissance des coefficients de la réponse impulsionnelle du canal, c'est-à-dire une identification. Les méthodes d'identification du canal de transmission sont classées en trois catégories :

◊ **Identification classique** : C'est la première technique d'estimation du canal rencontrée dans la littérature, elle se base sur l'envoi d'une séquence d'apprentissage connue de l'émetteur et du récepteur, ce qui demande la connaissance de l'entrée et la sortie. Une perte de bande passante est alors conséquente. Cependant le besoin grandissant d'augmenter

l'efficacité spectrale tout en assurant un meilleur compromis entre le taux d'erreurs binaire et la qualité de l'information récupérée, nous ont poussé à s'intéresser de plus en plus aux techniques aveugles.

◊ **Identification semi aveugle** : L'estimation du canal est réalisée non seulement grâce à la séquence d'apprentissage mais aussi grâce aux signaux émis estimés [Sau07]. Elle utilise à la fois des données connues et des données estimées. L'inconvénient de cette approche est que l'estimation du canal influence les erreurs de détection des symboles estimés.

◊ **Identification aveugle** : Cette technique répond directement au problème de la perte d'efficacité spectrale rencontrée précédemment. En effet elle ne nécessite aucune séquence d'apprentissage et par conséquent une augmentation du débit utile à travers le canal de transmission, de plus le caractère aveugle consiste à trouver les coefficients de l'égaliseur seulement à partir de la séquence de sortie et de certaines hypothèses sur le signal d'entrée. C'est pour ces raisons que l'identification aveugle trouve sa motivation.

Dans la suite de ce chapitre, nous présentons les outils des HOS nécessaires pour le développement des algorithmes aveugles.

1.3 Signaux aléatoires

1.3.1 Définitions

Un signal aléatoire est un signal dont l'évolution au cours du temps est soumise au hasard et correspond à la manifestation d'une variable aléatoire. Les signaux aléatoires peuvent être classés en deux catégories [Ant08] :

◊ **Signaux aléatoires stationnaires** : leurs paramètres statistiques ne dépendent pas de l'origine du temps.

◊ **Signaux aléatoires non stationnaires** : leurs paramètres statistiques varient en fonction du temps.

1.3.2 Fonction de répartition

Soit X une variable aléatoire réelle. $F_X(u)$, fonction de répartition de X , est la probabilité d'apparition de la variable aléatoire X dans le segment $] -\infty, u]$. Il existe donc une fonction P_X telle que l'on puisse écrire [Ant08] :

$$F_X(u) = \int_{-\infty}^u P_X(u') du', \quad (1.1)$$

où P_X est appelée densité de probabilité de X .

Le fait qu'on étudie nécessairement des signaux qui ne sont pas parfaitement prévisibles nous amène à étudier les caractéristiques principales des signaux aléatoires et les bases de probabilités nécessaires à cette étude, à savoir les moments et les cumulants.

1.4 Première fonction caractéristique génératrice de moments

On définit la fonction caractéristique du vecteur $X = (x_1, x_2, \dots, x_k)^T$ composé de k variables aléatoires x_i réelles par [NP93, LS59, Ros85] :

$$\Phi_X(V) = E[\exp(jV^T X)], \quad (1.2)$$

avec $V^T = (v_1, v_2, \dots, v_k)$ un vecteur composé de k variables aléatoires, $V^T X = v_1 x_1 + v_2 x_2 + \dots + v_k x_k$ représente le produit scalaire de V et X et $E[.]$ est l'opérateur espérance mathématique.

Soit une suite de k valeurs entières (n_1, n_2, \dots, n_k) . On appelle moment d'ordre $m = n_1 + n_2 + \dots + n_k$ du vecteur X la quantité définie par [NP93, Bou07] :

$$Mom(x_1^{n_1}, x_2^{n_2}, \dots, x_k^{n_k}) = E[x_1^{n_1} x_2^{n_2} \dots x_k^{n_k}], \quad (1.3)$$

où n_i représente la puissance associée à la variable aléatoire réelle x_i .

Le développement en série de Taylor tronqué à l'ordre s de la fonction caractéristique $\Phi_X(V)$, connue également sous le nom de fonction génératrice des moments, au voisinage de l'origine, permet d'obtenir les coefficients des moments définis par la relation (1.3) [Abd00, Pic95] :

$$\Phi_X(V) = \sum_{0 \leq m \leq s} \frac{j^m}{n_1! n_2! \dots n_k!} Mom(x_1^{n_1}, x_2^{n_2}, \dots, x_k^{n_k}) v_1^{n_1} v_2^{n_2} v_k^{n_k} + o(|V|^s), \quad (1.4)$$

où s est un entier défini de telle façon que tous les moments de la variable aléatoire X d'ordre inférieur ou égal à s existent.

Les moments sont simplement définis comme les coefficients des dérivées partielles de la fonction caractéristique obtenue à partir de la relation (1.2) à l'origine [Abd00, NP93] :

$$Mom(x_1^{n_1}, x_2^{n_2}, \dots, x_k^{n_k}) = j^{-m} \left[\left(\frac{\partial}{\partial v_1} \right)^{n_1} \left(\frac{\partial}{\partial v_2} \right)^{n_2} \dots \left(\frac{\partial}{\partial v_k} \right)^{n_k} \Phi_X(V) \right]_{V=0} \quad (1.5)$$

1.5 Seconde fonction caractéristique génératrice des cumulants

La seconde fonction caractéristique est définie comme le logarithme népérien de la fonction caractéristique $\Phi_X(V)$ définie par la relation (1.2) [Abd00, NP93, Men91] :

$$\Psi_X(V) = \ln(\Phi_X(V)) \quad (1.6)$$

Le cumulants d'ordre m des variables aléatoires x_i constituant le vecteur X est défini comme le coefficient de (v_1, v_2, \dots, v_m) dans le développement en série de Taylor de la fonction génératrice des cumulants défini par la relation (1.6) au voisinage de l'origine [Bou07] :

$$\Psi_X(V) = \sum_{0 \leq m \leq s} \frac{j^m}{n_1! n_2! \dots n_k!} Cum(x_1^{n_1}, x_2^{n_2}, \dots, x_k^{n_k}) v_1^{n_1} v_2^{n_2} v_k^{n_k} + o(|V|^s), \quad (1.7)$$

où $Cum(\cdot)$ désigne le cumulants d'ordre m du vecteur X . Les cumulants sont obtenus à partir des coefficients des dérivées partielles de la seconde fonction caractéristique $\Psi_X(V)$ définie par la relation (1.6) à l'origine [Abd00, Pic95] :

$$Cum(x_1^{n_1}, x_2^{n_2}, \dots, x_k^{n_k}) = j^{-m} \left[\left(\frac{\partial}{\partial v_1} \right)^{n_1} \left(\frac{\partial}{\partial v_2} \right)^{n_2} \dots \left(\frac{\partial}{\partial v_k} \right)^{n_k} \Psi_X(V) \right]_{V=0} \quad (1.8)$$

1.6 Cas particulier d'une distribution gaussienne

Si la distribution conjointe des variables aléatoires considérées est gaussienne de moyenne μ avec une matrice de covariance P , alors la fonction caractéristique est donnée par [Abd00, Ant08, Bou07] :

$$\Phi_X(V) = \exp(jV^T \mu - \frac{1}{2} V^T P V) \quad (1.9)$$

De même, la seconde fonction caractéristique définie par la relation (1.6) s'exprime, comme suit :

$$\Psi_X(V) = jV^T \mu - \frac{1}{2} V^T P V \quad (1.10)$$

Par suite, tous les coefficients $Cum(x_1^{n_1}, x_2^{n_2}, \dots, x_k^{n_k})$ du développement de la relation (1.7) sont nuls sauf les deux premiers, on a :

$$Cum(x_i) = \mu_i \quad (1.11)$$

$$Cum(x_i, x_j) = p_{i,j}, \quad (1.12)$$

où μ_i est la valeur moyenne de x_i et $p_{i,j}$ est la covariance entre x_i et x_j .

On déduit que les cumulants d'ordre supérieur strictement à deux d'une séquence gaussienne sont nuls. Cette propriété est très intéressante pour identifier un système dont la sortie est perturbée par un bruit de distribution gaussienne car elle assure l'insensibilité théorique des méthodes basées sur les cumulants d'ordre supérieur strictement à deux vis-à-vis de bruits additifs gaussiens [Ros85].

1.7 Propriétés des cumulants

Dans cette section nous présentons les propriétés fondamentales les plus connues des cumulants [Ant08, Men91].

◇ Soient $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$ des constantes réelles et x_1, x_2, \dots, x_k des variables aléatoires, alors le

cumulant de la multiplication des variables par les constantes est donnée par :

$$Cum(\lambda_1 x_1, \lambda_2 x_2, \dots, \lambda_k x_k) = \left(\prod_{i=1}^k \lambda_i \right) Cum(x_1, x_2, \dots, x_k) \quad (1.13)$$

◇ Les cumulants sont additifs dans leurs arguments, c'est-à-dire :

$$Cum(x_0 + y_0, x_1, x_2, \dots, x_k) = Cum(x_0, x_1, x_2, \dots, x_k) + Cum(y_0, x_1, x_2, \dots, x_k), \quad (1.14)$$

où x_0 et y_0 sont deux variables aléatoires.

◇ Soit λ une constante, alors :

$$Cum(\lambda + x_1, x_2, \dots, x_k) = Cum(x_1, x_2, \dots, x_k) \quad (1.15)$$

◇ Soient $X = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ et $Y = (y_1, y_2, \dots, y_k)$ deux processus aléatoires indépendants, et soit Z tel que :

$$Z = X + Y \quad (1.16)$$

Alors, les cumulants de $Z = (z_1, z_2, \dots, z_k)$ sont donnés par :

$$Cum(z_1, z_2, \dots, z_k) = Cum(y_1, y_2, \dots, y_k) + Cum(x_1, x_2, \dots, x_k), \quad (1.17)$$

et si on suppose que Y est non gaussien, et que X est gaussien alors les cumulants d'ordre supérieur à 2 du processus Z sont :

$$Cum(z_1, z_2, \dots, z_k) = Cum(y_1, y_2, \dots, y_k) \quad (1.18)$$

Cette propriété n'est pas vérifiée par la fonction d'autocorrélation (cumulant d'ordre 2), alors $Cum(z_1, z_2) \neq Cum(y_1, y_2)$. Cette propriété donne aux statistiques d'ordre supérieur plus de robustesse que la corrélation vis-à-vis des mesures affectées par des bruits additifs gaussiens.

◇ Soit X un vecteur aléatoire stationnaire, alors on a :

$$Cum(x_1, x_2, \dots, x_k) = \gamma_{kx} \delta(x_1, x_2, \dots, x_k), \quad (1.19)$$

où γ_{kx} désigne le cumulant d'ordre k de x à l'origine et δ la fonction de Kronecker définie par :

$$\delta(x_1, x_2, \dots, x_k) = \delta_1 \delta_2 \dots \delta_k, \text{ avec } \delta_i = \begin{cases} 1, & \text{si } i = 0, \\ 0, & \text{si } i \neq 0. \end{cases}$$

1.8 Relations entre cumulants et moments

Les cumulants sont liés aux moments par la formule dite de Leonov et Shiryaev (donnée ici à l'ordre r) [LS59].

$$Cum[x_1, \dots, x_r] = \sum_{k=1}^r (-1)^{k-1} (k-1)! E \left[\prod_{i \in v_1} x_i \right] \cdot E \left[\prod_{j \in v_2} x_j \right] \dots E \left[\prod_{k \in v_p} x_k \right], \quad (1.20)$$

où la sommation s'étend sur tous les ensembles $\{v_1, v_2, \dots, v_p : 1 \leq p \leq r\}$ formant une partition de $\{1, 2, \dots, r\}$. Dans cette formule, k est le nombre d'éléments composant la partition.

Illustrons le fonctionnement de cette formule aux premiers ordres. A l'ordre 2, les partitions possibles sont (1, 2) et (1)(2). Donc,

$$\begin{aligned} Cum[x_1, x_2] &= (-1)^0(0)!E[x_1x_2] + (-1)^{2-1}(2-1)!E[x_1]E[x_2] \\ &= E[x_1x_2] - E[x_1]E[x_2], \end{aligned} \quad (1.21)$$

l'équation (1.21) donne la formule connue de la covariance. A l'ordre 3, les partitions possibles sont (1, 2, 3), (1)(2, 3), et (1)(2)(3). Remarquons qu'il y a trois partitions de type (1)(2,3). Le cumulants d'ordre 3 s'écrit alors :

$$\begin{aligned} Cum[x_1, x_2, x_3] &= (-1)^0(0)!E[x_1x_2x_3] + (-1)^{2-1}(2-1)![3]E[x_1]E[x_2x_3] \\ &\quad + (-1)^{3-1}(3-1)!E[x_1]E[x_2]E[x_3] \\ &= E[x_1x_2x_3] - E[x_1]E[x_2x_3] - E[x_2]E[x_1x_3] - E[x_3]E[x_1x_2] \\ &\quad + 2E[x_1]E[x_2]E[x_3] \end{aligned} \quad (1.22)$$

A l'ordre 4, les partitions sont : (1, 2, 3, 4), (1)(2, 3, 4), (1)(2)(3, 4), (1, 2)(3, 4), (1)(2)(3)(4)

$$\begin{aligned} Cum[x_1, x_2, x_3, x_4] &= E[x_1x_2x_3x_4] - E[x_1x_2]E[x_3x_4] - E[x_1x_3]E[x_2x_4] - E[x_1x_4]E[x_2x_3] \\ &\quad - E[x_1]E[x_2x_3x_4] - E[x_2]E[x_1x_3x_4] - E[x_3]E[x_1x_2x_4] - E[x_4]E[x_1x_2x_3] \\ &\quad + 2E[x_1x_2]E[x_3]E[x_4] + 2E[x_1x_3]E[x_2]E[x_4] \\ &\quad + 2E[x_1x_4]E[x_2]E[x_3] + 2E[x_2x_3]E[x_1]E[x_4] \\ &\quad + 2E[x_2x_4]E[x_1]E[x_3] + 2E[x_3x_4]E[x_1]E[x_2] \\ &\quad - 6E[x_1]E[x_2]E[x_3]E[x_4] \end{aligned} \quad (1.23)$$

Ces relations montrent que le calcul des cumulants d'ordre m nécessite la connaissance de tous les moments d'ordre inférieur ou égale à m . De plus, vue la complexité des expressions, on suppose que la variable aléatoire est centrée (c'est à dire que $E[x_1] = E[x_2] = E[x_3] = E[x_4] = 0$) pour obtenir des expressions moins complexes et une souplesse dans le domaine de l'identification. Ces expressions se réduisent alors aux équations suivantes :

$$Cum[x] = 0 \quad (1.24)$$

$$Cum[x_1, x_2] = E[x_1x_2] \quad (1.25)$$

$$Cum[x_1, x_2, x_3] = E[x_1x_2x_3] \quad (1.26)$$

$$\begin{aligned} Cum[x_1, x_2, x_3, x_4] &= E[x_1x_2x_3x_4] - E[x_1x_2]E[x_3x_4] - E[x_1x_3]E[x_2x_4] \\ &\quad - E[x_1x_4]E[x_2x_3] \end{aligned} \quad (1.27)$$

1.9 Caractéristiques des processus aléatoires

1.9.1 Indépendance

Deux processus aléatoires sont indépendants si n'importe quel ensemble de variables aléatoires prises dans les deux processus sont indépendants. Cela veut dire que, $\forall t_1, \dots, t_p, t_{p+1}, \dots, t_n$ appartenant au vecteur temps T , la densité de probabilité conjointe des variables aléatoires $x(t_1), \dots, x(t_p)$ de $x(t)$, et $y(t_{p+1}), \dots, y(t_n)$ de $y(t)$ est factorisé de la façon suivante [Ant08] :

$$P_{x_{t_1} \dots x_{t_p}, y_{t_{p+1}} \dots y_{t_n}}(x_{t_1} \dots x_{t_p}, y_{t_{p+1}} \dots y_{t_n}) = P_{x_{t_1} \dots x_{t_p}}(x_{t_1} \dots x_{t_p})P_{y_{t_{p+1}} \dots y_{t_n}}(y_{t_{p+1}} \dots y_{t_n}) \quad (1.28)$$

1.9.2 Stationnarité

Un signal aléatoire $x(t)$, est dit stationnaire au sens strict, si toutes ses propriétés statistiques sont invariantes pour toute translation de l'origine du temps. Cela signifie que les deux signaux $x(t)$ et $x(t + \tau)$ ont les mêmes propriétés statistiques. Nous pouvons parler de stationnarité d'ordre m . Dans ce cas il faut que tous les moments d'ordre inférieur ou égal à m soient indépendants du temps et ne dépendent que des différences de temps entre ces instants d'observation, alors que les moments d'ordre supérieur à m dépendent du temps. En d'autres termes, nous avons [Ant08, Abd00] :

$$E[x(t_1)...x(t_m)] = E[x(t_1 + \tau)...x(t_m + \tau)] \quad (1.29)$$

1.9.3 Ergodicité

Un processus $x(t)$ est dit ergodique si toutes ses propriétés statistiques (ou tous ses moments) peuvent être déterminées à partir d'une seule observation [Abd00, Bou07]. L'opérateur espérance mathématique $E[.]$ peut être remplacé par une moyenne temporelle :

$$\begin{aligned} E[x(t)...x(t + \tau_{m-1})] &= \langle x(t), \dots, x(t + \tau_{m-1}) \rangle \\ &= \lim_{N \rightarrow +\infty} \frac{1}{2N + 1} \sum_{t=-N}^N x(t)...x(t + \tau_{m-1}) \end{aligned} \quad (1.30)$$

1.9.4 Processus stochastique stationnaire centré

Le cumulants d'ordre m d'un processus stochastique $\{x(t)\}$ de moyenne nulle peut être défini par [Ant08] :

$$\begin{aligned} C_{m,x}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{m-1}) &= E[x(t)x(t + \tau_1)x(t + \tau_2)...x(t + \tau_{m-1})] \\ &\quad - E[g(\tau_1)g(\tau_2)...g(\tau_{m-1})], \end{aligned} \quad (1.31)$$

où $\{g(\tau_i)\}$ est un processus stochastique gaussien avec les mêmes statistiques du seconde ordre que $x(t)$. D'une manière générale, si $x(t)$ est gaussien, alors les cumulants sont tous nuls pour $m \geq 3$.

1.10 Expressions des cumulants en fonction des moments

Dans cette partie, nous donnons les expressions des cumulants en fonction des moments, dans le cas ou le signal est de type aléatoire, stationnaire et centré.

Si nous posons $t = t_1 + \tau$ et $\tau_i = t_{i+1} - t_1$ dans l'équation (1.29), nous obtenons :

$$\begin{aligned} E[x(t_1 + \tau), \dots, x(t_m + \tau)] &= E[x(t)x(t + \tau_2 - t_1)...x(t + \tau_m - t_1)] \\ &= E[x(t), x(t + \tau_1)...x(t + \tau_{m-1})] \end{aligned} \quad (1.32)$$

A partir de cette relation, nous remarquons que les moments et les cumulants d'ordre m du processus stationnaire ne dépendent que de $(m - 1)$ variables, et ils sont définis par :

$$\begin{aligned} M_{m,x}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{m-1}) &= Mom(x(t), x(t + \tau_1), \dots, x(t + \tau_{m-1})) \\ &= E\left\{ \prod_{i=0}^{m-1} x(t + \tau_i) \right\}, \end{aligned} \quad (1.33)$$

avec $\tau_0 = 0$.

$$C_{m,x}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{m-1}) = Cum(x(t), x(t + \tau_1), \dots, x(t + \tau_{m-1})) \quad (1.34)$$

Dans le cas où m vaut 1, 2, 3 ou 4 les relations entre les moments et les cumulants deviennent :

$$C_{1,x} = M_{1,x} = E[x(t)] \quad (1.35)$$

$$C_{2,x}(\tau) = M_{2,x}(\tau) - (M_{1,x})^2 \quad (1.36)$$

$$C_{3,x}(\tau_1, \tau_2) = M_{3,x}(\tau_1, \tau_2) - M_{1,x}[M_{2,x}(\tau_1) + M_{2,x}(\tau_2) + M_{2,x}(\tau_2 - \tau_1)] + 2(M_{1,x})^3 \quad (1.37)$$

$$\begin{aligned} C_{4,x}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) &= M_{4,x}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) - M_{2,x}(\tau_1)M_{2,x}(\tau_3 - \tau_2) \\ &\quad - M_{2,x}(\tau_2)M_{2,x}(\tau_3 - \tau_1) - M_{2,x}(\tau_3)M_{2,x}(\tau_2 - \tau_1) \\ &\quad - M_{1,x}[M_{3,x}(\tau_2 - \tau_1, \tau_3 - \tau_1) + M_{3,x}(\tau_1, \tau_2) + M_{3,x}(\tau_1, \tau_3) + M_{3,x}(\tau_2, \tau_3)] \\ &\quad + (M_{1,x})^2[M_{2,x}(\tau_1) + M_{2,x}(\tau_2) + M_{2,x}(\tau_3) + M_{2,x}(\tau_2 - \tau_1) + M_{2,x}(\tau_1 - \tau_3) \\ &\quad + M_{2,x}(\tau_3 - \tau_2)] - 6(M_{1,x})^4 \end{aligned} \quad (1.38)$$

D'après ces formules, si le processus $x(t)$ est de moyenne nulle, nous notons que les cumulants d'ordre deux et trois sont identiques aux moments d'ordre deux et trois respectivement. Mais les cumulants d'ordre quatre dépendent des moments d'ordre quatre et deux.

Les cumulants jusqu'à l'ordre 4 d'un processus centré, qui sont d'intérêt pratique, s'écrivent alors :

$$C_{2,x}(\tau) = E[x(t)x(t + \tau)] = R_x(\tau), \quad (1.39)$$

où $R_x(\tau)$ est la fonction d'autocorrélation.

$$C_{3,x}(\tau_1, \tau_2) = E[x(t)x(t + \tau_1)x(t + \tau_2)] = R_x(\tau_1, \tau_2), \quad (1.40)$$

où $R_x(\tau_1, \tau_2)$ est la fonction d'autocorrélation triple.

$$\begin{aligned} C_{4,x}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) &= E[x(t)x(t + \tau_1)x(t + \tau_2)x(t + \tau_3)] \\ &\quad - C_{2,x}(\tau_1)C_{2,x}(\tau_3 - \tau_2) - C_{2,x}(\tau_2)C_{2,x}(\tau_3 - \tau_1) \\ &\quad - C_{2,x}(\tau_3)C_{2,x}(\tau_2 - \tau_1) \end{aligned} \quad (1.41)$$

1.11 Relations de symétrie des cumulants

Nous présentons dans ce paragraphe les relations de symétrie vérifiées par les cumulants d'ordre m d'un processus stationnaire [Ant08, Abd00, Saf08].

Pour la corrélation ($m - 1$) il y a deux valeurs égales, ce qui se traduit par la symétrie bien connue :

$$C_{2,x}(\tau_1) = C_{2,x}(-\tau_1) \quad (1.42)$$

Pour les cumulants d'ordre trois ou bicorrélation il y a $3! = 6$ valeurs égales. En prenant l'origine en t :

$$C_{3,x}(\tau_1, \tau_2) = C_{3,x}(\tau_2, \tau_1) \quad (1.43)$$

En prenant l'origine en $t + \tau_1$:

$$C_{3,x}(\tau_1, \tau_2) = C_{3,x}(-\tau_1, \tau_2 - \tau_1) = C_{3,x}(\tau_2 - \tau_1, -\tau_1) \quad (1.44)$$

En prenant l'origine en $t + \tau_2$:

$$C_{3,x}(\tau_1, \tau_2) = C_{3,x}(-\tau_2, \tau_1 - \tau_2) = C_{3,x}(\tau_1 - \tau_2, -\tau_2) \quad (1.45)$$

La figure (1.4) montre comment on obtient ces différentes bicorrélations à partir des valeurs du signal aux mêmes instants en modifiant la date de l'instant de référence et l'ordre des autres instants.

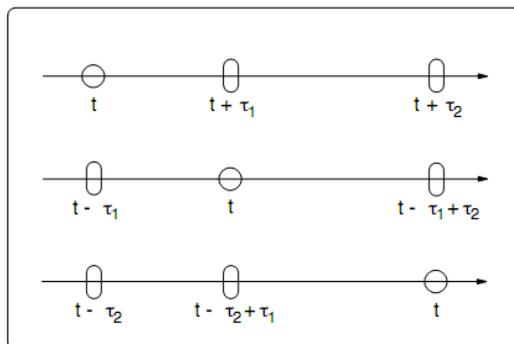


FIGURE 1.4 – Les différentes combinaisons de trois instants donnant le même cumulant d'ordre trois.

Dans le plan (τ_1, τ_2) de la figure (1.5), les relations de symétrie traduisent le fait que chaque région contient toute l'information statistique du cumulant d'ordre trois. Il suffit alors de calculer les cumulants dans la région I limitée par les deux droites $\tau_2 = 0$ et $\tau_1 = \tau_2$. Cette remarque sera très utile dans l'estimation des cumulants d'ordre trois.

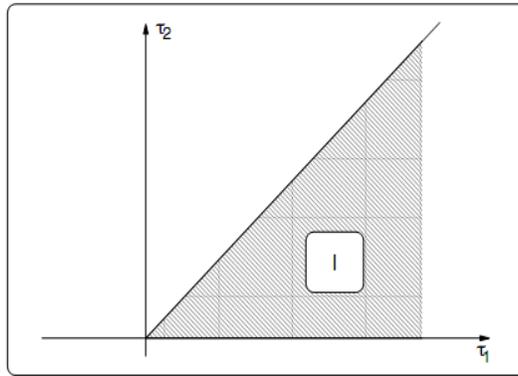


FIGURE 1.5 – Les symétries et la zone de calcul du cumulants d'ordre trois.

Le cumulants d'ordre trois $C_{3,x}(\tau_1, \tau_2)$ d'un signal est nul dès que l'une des inégalités suivantes est vérifiée :

$$|\tau_1| \geq \tau_m$$

$$|\tau_2| \geq \tau_m$$

$$|\tau_1 - \tau_2| \geq \tau_m,$$

avec τ_m : valeur du temps.

Le support du cumulants d'ordre trois d'un signal est contenu dans l'hexagone représenté dans la figure (1.6).

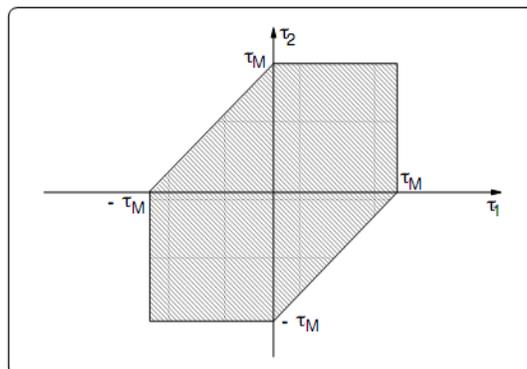


FIGURE 1.6 – Support du cumulants d'ordre trois.

Pour les cumulants d'ordre quatre nous avons 24 valeurs de cumulants ($4! = 24$) et les expressions suivantes montrent les différentes relations de symétrie de ces cumulants :

$$\begin{aligned}
 C_{4,x}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) &= C_{4,x}(\tau_1, \tau_3, \tau_2) = C_{4,x}(\tau_2, \tau_1, \tau_3) \\
 &= C_{4,x}(\tau_2, \tau_3, \tau_1) = C_{4,x}(\tau_3, \tau_1, \tau_2) \\
 &= C_{4,x}(\tau_3, \tau_2, \tau_1) = C_{4,x}(-\tau_1, \tau_2 - \tau_1, \tau_3 - \tau_1) \\
 &= C_{4,x}(-\tau_1, \tau_3 - \tau_1, \tau_2 - \tau_1) = C_{4,x}(\tau_2 - \tau_1, -\tau_1, \tau_3 - \tau_1) \\
 &= C_{4,x}(\tau_2 - \tau_1, \tau_3 - \tau_1, -\tau_1) = C_{4,x}(\tau_3 - \tau_1, -\tau_1, \tau_2 - \tau_1) \\
 &= C_{4,x}(\tau_3 - \tau_1, \tau_2 - \tau_1, -\tau_1) = C_{4,x}(-\tau_2, \tau_1 - \tau_2, \tau_3 - \tau_2) \\
 &= C_{4,x}(\tau_3 - \tau_1, \tau_2 - \tau_1, -\tau_1) = C_{4,x}(-\tau_2, \tau_1 - \tau_2, \tau_3 - \tau_2) \\
 &= C_{4,x}(-\tau_2, \tau_3 - \tau_2, \tau_1 - \tau_2) = C_{4,x}(\tau_1 - \tau_2, -\tau_2, \tau_3 - \tau_2) \\
 &= C_{4,x}(\tau_1 - \tau_2, \tau_3 - \tau_2, -\tau_2) = C_{4,x}(\tau_3 - \tau_2, -\tau_2, \tau_1 - \tau_2) \\
 &= C_{4,x}(\tau_3 - \tau_2, \tau_1 - \tau_2, -\tau_2) = C_{4,x}(-\tau_3, \tau_1 - \tau_3, \tau_2 - \tau_3) \\
 &= C_{4,x}(-\tau_3, \tau_2 - \tau_1, \tau_1 - \tau_3) = C_{4,x}(\tau_1 - \tau_3, -\tau_3, \tau_2 - \tau_3) \\
 &= C_{4,x}(\tau_1 - \tau_3, \tau_2 - \tau_3, -\tau_3) = C_{4,x}(\tau_2 - \tau_3, -\tau_3, \tau_1 - \tau_3) \\
 &= C_{4,x}(\tau_2 - \tau_3, \tau_1 - \tau_3, -\tau_3)
 \end{aligned} \tag{1.46}$$

Contrairement aux fonctions d'autocorrélation, les cumulants ne sont pas totalement symétriques :

$$C_{m,x}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_m) \neq C_{m,x}(-\tau_1, -\tau_2, \dots, -\tau_m), \tag{1.47}$$

pour $m > 2$.

1.12 Estimation des moments et des cumulants

Dans la pratique, pour calculer les moments et les cumulants de N valeurs de la séquence réelle $\{x(k)\}_{k=1,\dots,N}$, on fait appel aux approximations des espérances mathématique $E[\cdot]$ qui ne peuvent pas être déterminées d'une manière exacte à partir de ces données réelles [Ant08]. En effet, les moments et les cumulants sont estimés en remplaçant les espérances mathématiques par des moyennes temporelles [Men91, DF98].

1.12.1 Estimation des moments

Soit $\{x(k)\}$ une variable aléatoire scalaire centrée représentant N échantillons d'un signal stationnaire. L'estimateur, le plus simple, d'ordre m nommé "estimateur classique" est donné par la formule suivante [Saf08] :

$$\widehat{M}_{m,x}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{m-1}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x(i)x(i + \tau_1)\dots x(i + \tau_{m-1}) \tag{1.48}$$

A partir de l'équation (1.48) nous pouvons définir les moments estimés d'ordre 2, 3 et 4 respectivement par les relations suivantes :

$$\widehat{M}_{2,x}(\tau_1) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x(i)x(i + \tau_1) \tag{1.49}$$

$$\widehat{M}_{3,x}(\tau_1, \tau_2) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x(i)x(i + \tau_1)x(i + \tau_2) \quad (1.50)$$

$$\widehat{M}_{4,x}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x(i)x(i + \tau_1)x(i + \tau_2)x(i + \tau_3) \quad (1.51)$$

1.12.2 Estimation des cumulants

Comme les cumulants s'expriment en fonction des moments, les estimations des cumulants d'ordre deux, trois et quatre sont définies respectivement par :

$$\widehat{C}_{2,x}(\tau_1) = \widehat{M}_{2,x}(\tau_1) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x(i)x(i + \tau_1) \quad (1.52)$$

$$\widehat{C}_{3,x}(\tau_1, \tau_2) = \widehat{M}_{3,x}(\tau_1, \tau_2) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x(i)x(i + \tau_1)x(i + \tau_2) \quad (1.53)$$

$$\begin{aligned} \widehat{C}_{4,x}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) &= \widehat{M}_{4,x}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) - \widehat{M}_{2,x}(\tau_1)\widehat{M}_{2,x}(\tau_3 - \tau_2) \\ &\quad - \widehat{M}_{2,x}(\tau_2)\widehat{M}_{2,x}(\tau_3 - \tau_1) \\ &\quad - \widehat{M}_{2,x}(\tau_3)\widehat{M}_{2,x}(\tau_2 - \tau_1) \end{aligned} \quad (1.54)$$

1.13 Spectres des cumulants : polyspectres

Soit $\{x(k)\}$ un processus réel aléatoire et stationnaire avec une séquence de cumulants $C_{m,x}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{m-1})$ qui vérifie l'une des deux conditions suivantes [NP93] :

$$\sum_{\tau_1=-\infty}^{+\infty} \dots \sum_{\tau_{m-1}=-\infty}^{+\infty} |C_{m,x}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{m-1})| < \infty. \quad (1.55)$$

$$\sum_{\tau_1=-\infty}^{+\infty} \dots \sum_{\tau_{m-1}=-\infty}^{+\infty} (1 + |\tau_j|) |C_{m,x}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{m-1})| < \infty, \quad (1.56)$$

avec $j = 1, \dots, (m - 1)$. Alors le spectre de cumulant d'ordre m , $S_{m,x}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{m-1})$, de $x(t)$ existe et il est défini par la transformée de Fourier d'ordre $(m - 1)$ de la séquence de cumulant d'ordre m [Ant08, Abd00] :

$$S_{m,x}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{m-1}) = \sum_{\tau_1=-\infty}^{+\infty} \dots \sum_{\tau_{m-1}=-\infty}^{+\infty} C_{m,x}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{m-1}) \exp(-j \sum_{i=1}^{m-1} \omega_i \tau_i), \quad (1.57)$$

avec $|\omega_i| \leq \pi$ pour $i = 1, 2, \dots, m - 1$ et $|\sum_{i=1}^{m-1} \omega_i| \leq \pi$.

On peut retrouver la multicorrélation, "cumulant d'ordre m ", à partir du multispectre par la transformation de Fourier inverse :

$$C_{m,x}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{m-1}) = \sum_{\tau_1=-\infty}^{+\infty} \dots \sum_{\tau_{m-1}=-\infty}^{+\infty} S_{m,x}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{m-1}) \exp(j \sum_{i=1}^{m-1} \omega_i \tau_i), \quad (1.58)$$

Dans les cas particuliers où $m = 2, 3$ et 4 dans l'équation (1.57), nous obtenons respectivement le spectre, bispectre et le trispectre :

$$S_{2,x}(\omega_1) = \sum_{\tau_1=-\infty}^{+\infty} C_{2,x}(\tau_1) \exp(-j\omega_1\tau_1), \quad (1.59)$$

avec $|\omega_1| \leq \pi$.

$$S_{3,x}(\omega_1, \omega_2) = \sum_{\tau_1=-\infty}^{+\infty} C_{3,x}(\tau_1, \tau_2) \exp(-j(\omega_1\tau_1 + \omega_2\tau_2)), \quad (1.60)$$

avec $|\omega_1| \leq \pi$; $|\omega_2| \leq \pi$; $|\omega_1 + \omega_2| \leq \pi$.

$$S_{4,x}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = \sum_{\tau_1=-\infty}^{+\infty} C_{4,x}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) \exp(-j(\omega_1\tau_1 + \omega_2\tau_2 + \omega_3\tau_3)), \quad (1.61)$$

avec $|\omega_1| \leq \pi$; $|\omega_2| \leq \pi$; $|\omega_3| \leq \pi$; $|\omega_1 + \omega_2 + \omega_3| \leq \pi$.

Remarque :

Les polyspectres présentent les même propriétés de symétrie que les cumulants d'ordre m [Ant08]. La symétrie des spectres et des bispectres est donnée par les équations suivantes :

$$S_{2,x}(\omega) = TF\{C_{2,x}(\tau)\} = S_{2,x}(-\omega) \quad (1.62)$$

$$\begin{aligned} S_{3,x}(\omega_2, \omega_1) &= TF\{C_{3,x}(\tau_1, \tau_2)\} \\ &= S_{3,x}(\omega_1, -\omega_1 - \omega_2) \\ &= S_{3,x}(-\omega_1 - \omega_2, -\omega_1) \\ &= S_{3,x}(\omega_2, -\omega_1 - \omega_2) \\ &= S_{3,x}(-\omega_1 - \omega_2, -\omega_2) \end{aligned} \quad (1.63)$$

En utilisant l'équation (1.57) et la relation de Brillinger et Rosenblatt citée dans le chapitre suivant (Eq. 2.2), nous obtenons la relation fondamentale suivante [Abd00] :

$$S_{m,x}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{m-1}) = \xi_{m,e} \prod_{i=1}^{m-1} H(\omega_i) H\left(-\sum_{i=1}^{m-1} \omega_i\right), \quad (1.64)$$

avec $\xi_{m,e}$ le cumulants d'ordre m à l'origine de la séquence d'entrée.

Une expression similaire à la relation (1.64) est obtenue si nous utilisons la transformée en Z [Abd00] :

$$S_{m,x}(z_1, z_2, \dots, z_{m-1}) = \xi_{m,e} \prod_{i=1}^{m-1} H(z_i) H\left(-\prod_{i=1}^{m-1} z_i^{-1}\right). \quad (1.65)$$

1.14 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons rappelé dans un premier temps la définitions d'un signal aléatoire et sa fonction de répartition. Nous avons ensuite présenté les principales définitions des moments et des cumulants ainsi que les relations liant les cumulants aux moments et les principes caractéristiques des processus aléatoires. Enfin nous avons considéré le problème de l'estimation des moments et des cumulants.

Dans le chapitre suivant nous allons introduire l'application des outils développés dans ce chapitre pour présenter des relations fondamentales liant les cumulants aux coefficients du modèle à identifier. Ces relations vont nous servir par la suite pour développer des algorithmes d'identification aveugle des canaux de communications.

Chapitre 2

Méthodes d'identification aveugle des canaux de transmission basées sur les HOS

2.1 Introduction

Les statistiques d'ordre élevé sont utilisées essentiellement pour l'identification aveugle des systèmes linéaires à phase minimale et non minimale. Plusieurs méthodes d'estimation des coefficients $h(i)$ de la réponse impulsionnelle d'un canal de communication ont été proposées dans la littérature. La majorité de ces méthodes sont basées sur la fonction d'autocorrélation (cumulant d'ordre deux) de la séquence observée [GM89, Tug90, Tug91, FV93, AZS07]. La sensibilité du cumulant d'ordre deux au bruit additif gaussien fait appel à d'autres méthodes d'identification aveugle exploitant les cumulants d'ordre supérieur à deux [SZ03, SZH02, SZ08, SFMZ07, SFZM11].

Dans ce chapitre nous décrivons le modèle utilisé et ses hypothèses, ensuite nous présentons les relations fondamentales sur lesquelles sont basées les principales méthodes d'identification aveugle utilisant les statistiques d'ordre supérieur. Ensuite nous proposons deux algorithmes d'identification aveugle des systèmes linéaires à phase minimale et non minimale, le premier algorithme utilise les cumulants d'ordre quatre, et le deuxième les cumulants d'ordre trois uniquement [ZSSB14c, ZSSB14d, ZSSB13a, ZSSB13b]. Enfin pour analyser les performances des méthodes proposées on les compare à d'autres algorithmes de la littérature [SFZM11, ZZ94].

2.2 Modèle et hypothèses

Le modèle que nous proposons d'identifier est une fonction de transfert, à réponse impulsionnelle finie (FIR) à une entrée et une sortie (SISO), discret, causal, invariant dans le temps et stationnaire à phase minimale (i.e. Tous les zéros sont à l'intérieur du cercle unité) ou non minimale (i.e. Un de ses zéros est à l'extérieur du cercle unité). Ce modèle est représenté par la figure (2.1).

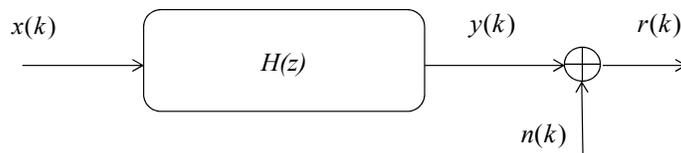


FIGURE 2.1 – Modèle à identifier

La sortie du canal, affectée par un bruit additif gaussien, est donnée par l'équation suivante :

$$y(k) = \sum_{i=0}^q x(i)h(k-i); \quad r(k) = y(k) + n(k) \quad (2.1)$$

Hypothèses :

- La séquence $x(k)$ est centrée, non observable, non gaussienne, stationnaire indépendante et identiquement distribuée (*i.i.d*) ;
- La séquence du bruit additif $n(k)$ est gaussienne, centrée, indépendante de l'entrée $x(k)$;
- L'ordre q du modèle qui est la longueur de la réponse impulsionnelle est supposé connu avec $h(0) = 1$;
- Le système est causal et tronqué, i.e. que $h(i) = 0$ pour $i < 0$ et $i > q$.

2.3 Relations fondamentales

Dans ce paragraphe, nous présentons les principales relations fondamentales sur lesquelles sont basées les méthodes d'identification aveugle utilisant les statistiques d'ordre supérieur. Ces relations lient les cumulants aux coefficients de la réponse impulsionnelle $h(i)$ du système.

2.3.1 Relation de Brillinger-Rosenblatt

Cette relation lie les cumulants du signal de sortie du modèle étudié d'ordre q aux coefficients $h(i)$ de la réponse impulsionnelle [BR67] :

$$C_{m,y}(t_1, t_2, \dots, t_{m-1}) = \xi_{m,x} \sum_{i=0}^q h(i)h(i+t_1)\dots h(i+t_{m-1}), \quad (2.2)$$

avec $\xi_{m,x}$ le cumulants d'ordre m à l'origine de la séquence d'entrée.

Si nous prenons $m = 2$, dans l'équation (2.2), nous obtenons la fonction d'autocorrélation donnée par la relation suivante :

$$C_{2,y}(t_1) = \xi_{2,x} \sum_{i=0}^q h(i)h(i+t_1) \quad (2.3)$$

A partir de la relation (2.3), on voit que $C_{2,x}(t_1)$ est non nul pour $0 \leq i \leq q$ et $0 \leq i+t \leq q$, i.e. pour $|t_1| \leq q$.

Si nous prenons $m = 3$ nous retrouvons la fonction de bicorrélation (cumulant d'ordre 3) donnée par la relation suivante :

$$C_{3,y}(t_1, t_2) = \xi_{3,x} \sum_{i=0}^q h(i)h(i+t_1)h(i+t_2) \quad (2.4)$$

Si nous prenons $m = 4$ nous obtenons la fonction de tricorrélation qui lie les cumulants d'ordre 4 et les paramètres de la réponse impulsionnelle du canal :

$$C_{4,y}(t_1, t_2, t_3) = \xi_{4,x} \sum_{i=0}^q h(i)h(i+t_1)h(i+t_2)h(i+t_3) \quad (2.5)$$

2.3.2 Relation de Peyre

Peyre, *et al.*, [PDF93] ont proposé une relation liant deux cumulants d'ordres différents m et n tel que $n > m$ et $(n, m) \in N^* - \{1\}$, aux coefficients de la réponse impulsionnelle du système. Cette relation a la forme suivante :

$$\sum_{j=0}^q h(j)C_{n,y}(j+\tau_1, j+\tau_2, \dots, j+\tau_{m-1}, \tau_m, \dots, \tau_{n-1}) = \varepsilon_{n,m} \sum_{i=0}^q h(i) \left[\prod_{k=m}^{n-1} h(i+\tau_k) \right] C_{m,y}(i+\tau_1, i+\tau_2, \dots, i+\tau_{m-1}), \quad (2.6)$$

avec $\varepsilon_{n,m} = \frac{\xi_{n,x}}{\xi_{m,x}}$

2.3.3 Relation de Stogioglou-McLaughlin

Stogioglou et McLaughlin [SM96] ont introduit une relation liant les différents cumulants de même ordre de la séquence de sortie non mesurable $y(k)$ du modèle étudié. Cette relation est la suivante :

$$\begin{aligned} & \sum_{j=0}^q h(j) \left[\prod_{k=1}^r h(j+\tau_k) \right] C_{n,y}(\beta_1, \dots, \beta_r, j+\alpha_1, \dots, j+\alpha_{n-r-1}) \\ &= \sum_{i=0}^q h(i) \left[\prod_{k=1}^r h(i+\beta_k) \right] C_{n,y}(\tau_1, \dots, \tau_r, i+\alpha_1, \dots, i+\alpha_{n-r-1}), \end{aligned} \quad (2.7)$$

avec $1 \leq r \leq n - 2$.

Si on prend à $n = 4$ on aura $r = 2$, donc l'équation (2.7) devient :

$$\sum_{j=0}^q h(j)h(j+\tau_1)h(j+\tau_2)C_{4,y}(\beta_1, \beta_2, j+\alpha_1) = \sum_{i=0}^q h(i)h(i+\beta_1)h(i+\beta_2)C_{4,y}(\tau_1, \tau_2, i+\alpha_1) \quad (2.8)$$

2.3.4 Relation de Abderrahim

La relation de Abderrahim, *et al.*, [AAF⁺01] permet de lier deux cumulants d'ordres arbitraires m et n . Cette relation a la forme suivante :

$$\begin{aligned} & \sum_{j=0}^q h(j) \left[\prod_{k=1}^{m-s-1} h(j+\tau_k) \right] C_{n,y}(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{n-s-1}, j+\alpha_1, \dots, j+\alpha_s) \\ &= \varepsilon_{n,m} \sum_{i=0}^q h(i) \left[\prod_{k=1}^{n-s-1} h(i+\beta_k) \right] C_{m,y}(\tau_1, \dots, \tau_{m-s-1}, i+\alpha_1, \dots, i+\alpha_s), \end{aligned} \quad (2.9)$$

avec $\varepsilon_{n,m} = \frac{\xi_{n,x}}{\xi_{m,x}}$ et $1 \leq s \leq \min(m, n) - 2$

2.4 Méthodes d'identification aveugle basées sur les HOS

2.4.1 Algorithme de Safi, *et al.* : Algo1[SFZM11]

A partir de l'équation (2.8), si $\tau_1 = \tau_2 = q$ et $\beta_1 = \beta_2 = 0$ cette équation devient :

$$h(0)h^2(q)C_{4,y}(0, 0, \alpha_1) = \sum_{i=0}^q h^3(i)C_{4,y}(q, q, i + \alpha_1), \quad (2.10)$$

avec

$$-q \leq \alpha \leq q \quad (2.11)$$

A partir des équations (2.10) et (2.11), avec $h(0) = 1$, nous obtenons le système d'équations suivant mis sous forme matricielle [SFZM11] :

$$\begin{pmatrix} C_{4,y}(q, q, -q) & \dots & C_{4,y}(q, q, 0) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{4,y}(q, q, 0) & \dots & C_{4,y}(q, q, q) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{4,y}(q, q, q) & \dots & C_{4,y}(q, q, 2q) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \frac{1}{h^2(q)} \\ \vdots \\ \frac{h^3(i)}{h^2(q)} \\ \vdots \\ \frac{h^3(q)}{h^2(q)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{4,y}(0, 0, -q) \\ \vdots \\ C_{4,y}(0, 0, 0) \\ \vdots \\ C_{4,y}(0, 0, q) \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

Soit

$$Mb_q = d, \quad (2.13)$$

avec M une matrice de dimension $(2q + 1) \times q$ et b_q le vecteur des paramètres du système de dimension q que nous cherchons à estimer d'une manière totalement aveugle. Le vecteur d est un vecteur de dimension $(2q + 1)$.

La solution au sens des moindres carrés, LS, du système d'équations (2.13) est donnée par [SFZM11] :

$$\hat{b}_q = (M^T M)^{-1} M^T d \quad (2.14)$$

Cette solution nous donne une estimation du quotient des paramètres $h^3(i)$ et $h^2(q)$, i.e.

$$\hat{b}_q(i) = \frac{\widehat{h^3(i)}}{\widehat{h^2(q)}}, \quad i = 1, \dots, q.$$

Donc, pour estimer les paramètres $\hat{h}(i)$, $i = 1, \dots, q$ nous procédons de la manière suivante : Les paramètres $h(i)$ pour $i = 1, \dots, q - 1$ sont estimés à partir des estimations des valeurs $\hat{b}_q(i)$ en utilisant l'équation suivante :

$$\hat{h}(i) = \text{sign}[\hat{b}_q(i) \times (\hat{b}_q(q))^2] \{ \text{abs}(\hat{b}_q(i)) \times (\hat{b}_q(q))^2 \}^{1/3} \quad (2.15)$$

Le paramètre $\hat{h}(q)$ est estimé comme suit :

$$\hat{h}(q) = \frac{1}{2} \text{sign}[\hat{b}_q(q)] \left\{ \text{abs}(\hat{b}_q(i)) + \left(\frac{1}{\hat{b}_q(1)} \right)^{1/2} \right\} \quad (2.16)$$

2.4.2 Algorithm de Zhang, *et al.* : Algo2

Zhang, *et al.*, [ZZ94] ont développé une équation, basée sur les cumulants d'ordre n , donnée par :

$$\sum_{i=0}^q h(i) C_{n,y}^{n-1}(i-t, q, \dots, 0) = C_{n,y}(t, 0, \dots, 0) C_{n,y}^{n-3}(q, \dots, 0) C_{n,y}(q, q, \dots, 0), \quad (2.17)$$

pour $n = 4$, à partir de l'équation (2.17), nous obtenons l'équation suivante :

$$\sum_{i=0}^q h(i) C_{4,y}^3(i-t, q, 0) = C_{4,y}(t, 0, 0) C_{4,y}(q, 0, 0) C_{4,y}(q, q, 0), \quad (2.18)$$

pour $t = -q, -q+1, \dots, q$.

$$\begin{pmatrix} C_{4,y}^3(1+q, q, 0) & \dots & C_{4,y}^3(2q, q, 0) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{4,y}^3(1, q, 0) & \dots & C_{4,y}^3(q, q, 0) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{4,y}^3(1-q, q, 0) & \dots & C_{4,y}^3(0, q, 0) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} h(1) \\ \vdots \\ h(i) \\ \vdots \\ h(q) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda \times C_{4,y}(-q, 0, 0) - C_{4,y}^3(q, q, 0) \\ \vdots \\ \lambda \times (C_{4,y}(0, 0, 0) - C_{4,y}^3(0, q, 0)) \\ \vdots \\ \lambda \times (C_{4,y}(q, 0, 0) - C_{4,y}^3(-q, q, 0)) \end{pmatrix}, \quad (2.19)$$

avec $\lambda = C_{4,y}(q, 0, 0) \times C_{4,y}(q, q, 0)$.

Sous une forme plus compacte, le système d'équations (2.19) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$Mh = d, \quad (2.20)$$

avec M une matrice de dimension $(2q+1) \times q$ et h est le vecteur des paramètres du système de dimension q que nous cherchons à estimer d'une manière totalement aveugle. Le vecteur d est un vecteur de dimension $(2q+1)$. La solution au sens des moindres carrés, LS, du système d'équations (2.20) est donnée par :

$$\hat{h} = (M^T M)^{-1} M^T d \quad (2.21)$$

2.5 Nouvelles approches d'identification aveugle

2.5.1 Méthode basée sur les cumulants d'ordre quatre : AlgoZ[ZSSB14c]

La transformée de Fourier (TF) de l'équation (2.3) s'écrit sous la forme suivante :

$$S_{2,y}(\omega) = \xi_{2,x} H(-\omega) H(\omega) \quad (2.22)$$

De même, la transformée de Fourier (TF) de l'équation (2.5) s'écrit sous la forme suivante :

$$S_{4,y}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = \xi_{4,x} H(\omega_1) H(\omega_2) H(\omega_3) H(-\omega_1 - \omega_2 - \omega_3) \quad (2.23)$$

Si on suppose que $\omega = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3$ Eq. (2.22) devient :

$$S_{2,y}(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3) = \xi_{2,x} H(-\omega_1 - \omega_2 - \omega_3) H(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3) \quad (2.24)$$

Alors, à partir des équations (2.23) et (2.24) nous obtenons l'équation suivante :

$$H(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3) S_{4,y}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = \mu H(\omega_1) H(\omega_2) H(\omega_3) S_{2,y}(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3), \quad (2.25)$$

avec $\mu = \frac{\xi_{4,x}}{\xi_{2,x}}$.

La transformée de Fourier inverse (TFI) de l'équation (2.25) donne la relation fondamentale qui lie les paramètres du système et les cumulants d'ordre deux et quatre (Démonstration voir Annexe 1).

$$\sum_{i=0}^q C_{4,y}(t_1 - i, t_2 - i, t_3 - i) h(i) = \mu \sum_{i=0}^q h(i) h(t_2 - t_1 + i) h(t_3 - t_1 + i) C_{2,y}(t_1 - i) \quad (2.26)$$

En utilisant la propriété de la fonction d'autocorrelation pour un processus RIF stationnaire c'est-à-dire :

$$C_{2,y}(t) = \begin{cases} \neq 0, & \text{si } -q \leq t \leq q, \\ 0, & \text{si ailleurs.} \end{cases}$$

Si $t_1 = t_2 = -q$ dans l'équation (2.26) nous aurons l'équation suivante :

$$\sum_{i=0}^q C_{4,y}(-q - i, -q - i, t_3 - i) h(i) = \mu h^2(0) h(t_3 + q) C_{2,y}(-q) \quad (2.27)$$

Le système RIF est supposé causal, i.e. que $h(i) = 0$ si $i < 0$ avec un ordre q . Donc, $-q \leq t_3 \leq 0$.

Sinon si $t_3 = -q$ l'équation (2.27) devient :

$$C_{4,y}(-q, -q, -q) h(0) = \mu h^3(0) C_{2,y}(-q) \quad (2.28)$$

Nous avons supposé que $h(0) = 1$, l'équation (2.28) devient :

$$C_{4,y}(-q, -q, -q) = \mu C_{2,y}(-q) \quad (2.29)$$

En se basant sur l'équation (2.29) pour éliminer la fonction d'autocorrelation dans l'équation (2.27), on obtient une équation linéaire simple basée uniquement sur un seul ordre des cumulants :

$$\sum_{i=0}^q C_{4,y}(-q - i, -q - i, t_3 - i) h(i) = h(t_3 + q) C_{4,y}(-q, -q, -q), \quad (2.30)$$

avec $t_3 = -q, \dots, 0$.

Le système d'équations (2.30) peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} C_{4,y}(-q-1, -q-1, -q-1) & \dots & C_{4,y}(-2q, -2q, -2q) \\ C_{4,y}(-q-1, -q-1, -q) - \alpha & \dots & C_{4,y}(-2q, -2q, -2q+1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{4,y}(-q-1, -q-1, -1) & \dots & C_{4,y}(-2q, -2q, -q) - \alpha \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} h(1) \\ \vdots \\ h(i) \\ \vdots \\ h(q) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -C_{4,y}(-q, -q, -q+1) \\ \vdots \\ -C_{4,y}(-q, -q, 0) \end{pmatrix}, \quad (2.31)$$

avec $\alpha = C_{4,y}(-q, -q, -q)$.

Sous une forme plus compacte, le système d'équations (2.31) devient :

$$Mh_z = d, \quad (2.32)$$

avec M une matrice de $(q+1) \times q$ éléments, h_z un vecteur colonne constitué par les paramètres $h(k) : k = 1, \dots, q$ du modèle à identifier et d un vecteur colonne de q éléments. La solution au sens des moindres carrés de ce système d'équations nous permet d'identifier les paramètres de la réponse impulsionnelle du canal, c'est à dire :

$$\hat{h}_z = (M^T M)^{-1} M^T d \quad (2.33)$$

2.5.2 Méthode basée sur les cumulants d'ordre trois : Alg3ZS[ZSSB14d]

La transformée de Fourier (TF) des équations (2.4) et (2.3) nous donne, respectivement, le bispectre et le spectre du signal de sortie :

$$S_{3,y}(\omega_1, \omega_2) = TF\{C_{3,y}(t_1, t_2)\} = \xi_{3,x} H(-\omega_1 - \omega_2) H(\omega_1) H(\omega_2) \quad (2.34)$$

$$S_{2,y}(\omega) = TF\{C_{2,y}(t_1)\} = \xi_{2,x} H(-\omega) H(\omega) \quad (2.35)$$

Si on suppose que $\omega = \omega_1 + \omega_2$, Eq. (2.35) devient

$$S_{2,y}(\omega_1 + \omega_2) = \xi_{2,x} H(-\omega_1 - \omega_2) H(\omega_1 + \omega_2) \quad (2.36)$$

A partir des équations (2.34) et (2.36) nous obtenons l'équation suivante :

$$S_{3,y}(\omega_1, \omega_2) H(\omega_1 + \omega_2) = \mu H(\omega_1) H(\omega_2) S_{2,y}(\omega_1 + \omega_2), \quad (2.37)$$

avec $\mu = \frac{\xi_{3,x}}{\xi_{2,x}}$.

La transformée de Fourier inverse de l'équation (2.37) démontre que le cumulants d'ordre trois, le cumulants d'ordre deux (la fonction d'autocorrélation) et les paramètres du canal sont reliés par l'équation suivante (Démonstration voir Annexe 2) :

$$\sum_{i=0}^q C_{3,y}(t_1 - i, t_2 - i) h(i) = \mu \sum_{i=0}^q h(i) h(t_2 - t_1 + i) C_{2,y}(t_1 - i) \quad (2.38)$$

De même si on fait appel à la propriété de la fonction d'autocorrélation des processus stationnaires, à savoir que : $C_{2,y}(t) \neq 0$ uniquement pour $-q \leq t \leq q$ et nulle ailleurs, et si nous prenons $t_1 = 2q$, l'équation (2.38) prend la forme suivante :

$$\sum_{i=0}^q C_{3,y}(2q - i, t_2 - i) h(i) = \mu h(q) h(t_2 - q) C_{2,y}(q) \quad (2.39)$$

Si on suppose que $t_2 = 2q$, l'équation (2.39) devient :

$$C_{3,y}(q, q) h(q) = \mu h^2(q) C_{2,y}(q) \quad (2.40)$$

En utilisant les équations (2.39) et (2.40) nous obtenons la relation suivante, basée uniquement sur un seul ordre de cumulants :

$$\sum_{i=0}^q C_{3,y}(2q - i, t_2 - i) h(i) = C_{3,y}(q, q) h(t_2 - q) \quad (2.41)$$

Nous avons supposé que le système était causal, i.e. que $h(i) = 0$ si $i < 0$, alors, pour $t_2 = q, \dots, 2q$ le système d'équations (2.41) peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} C_{3,y}(2q-1, q-1) & \dots & C_{3,y}(q, 0) \\ C_{3,y}(2q-1, q) - \alpha & \dots & C_{3,y}(q, 1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{3,y}(2q-1, 2q-1) & \dots & C_{3,y}(q, q) - \alpha \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} h(1) \\ \vdots \\ h(i) \\ \vdots \\ h(q) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha - C_{3,y}(2q, q) \\ -C_{3,y}(2q, q+1) \\ \vdots \\ \vdots \\ -C_{3,y}(2q, 2q) \end{pmatrix}, \quad (2.42)$$

avec $\alpha = C_{3,y}(q, q)$.

L'équation (2.42) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$Mh = d, \quad (2.43)$$

avec M une matrice de $(q+1) \times q$ éléments, h est un vecteur colonne constitué par les paramètres $h(k) : k = 1, \dots, q$, et d est un vecteur colonne de q éléments. La solution au sens des moindres carrés de ce système d'équations est donnée par :

$$\hat{h} = (M^T M)^{-1} M^T d \quad (2.44)$$

2.6 Résultats de simulation

2.6.1 Performances de l'algorithme AlgoZ

Pour évaluer les performances de l'algorithme proposé, nous considérons deux modèles d'ordre deux et trois dont l'ordre et les paramètres sont connus, puis nous cherchons à retrouver ces paramètres lorsque la sortie est bruitée par un bruit gaussien pour différents rapports signal sur bruit et différentes tailles d'échantillons, et nous les comparons avec les deux autres algorithmes proposées dans la littérature pour 50 Monté Carlo itérations.

Pour mesurer l'influence du bruit, nous définissons le rapport signal sur bruit (signal to noise ratio (SNR)) par la relation suivante :

$$SNR = 10 \log \left[\frac{\sigma_y^2(k)}{\sigma_n^2(k)} \right] \quad (2.45)$$

Pour mesurer la précision des paramètres estimés comparativement avec ceux réels, nous définissons l'erreur quadratique moyenne relative (EQMR) :

$$EQM = \frac{1}{q} \sum_{i=0}^q \left[\frac{h(i) - \hat{h}(i)}{h(i)} \right]^2 \quad (2.46)$$

2.6.1.1 Modèle 1

Ce paragraphe est consacré aux simulations du Modèle 1 d'ordre deux donné par l'équation suivante :

$$\begin{cases} y(k) = x(k) - 0.860x(k-1) + 0.740x(k-2), \\ \text{zéros : } z_1=0.4300 + 0.7451j ; z_2=0.4300 - 0.7451j. \end{cases} \quad (2.47)$$

La figure (2.2) montre que les zéros de la fonction de transfert du Modèle 1 sont localisés à l'intérieur du cercle unité, ce qui justifie que le Modèle 1 choisi est un canal à phase minimale (PM).

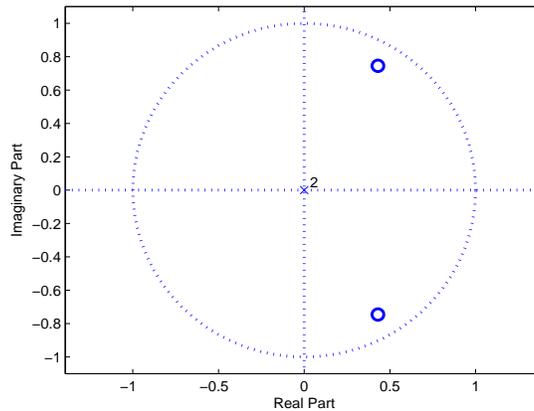


FIGURE 2.2 – Les zéros du Modèle 1

Cas non bruité :

En absence de bruit nous choisissons trois tailles d'échantillons $N = 500$, $N = 1000$ et $N = 2000$ pour chaque itération. D'après les résultats de simulation présentés dans le tableau (2.1), nous pouvons noter que pour tous les nombres d'échantillons l'algorithme proposé (AlgoZ) et celui de Safi, *et al.* (Algo1) ont presque les mêmes performances, comparativement à celui de Zhang, *et al.* (Algo2) qui donne des valeurs assez différentes des valeurs réelles. Les performances des algorithmes (AlgoZ) et (Algo1) sont améliorés lorsque le nombre d'échantillons augmente.

Cas bruité :

Dans le cas bruité, nous considérons le cas où le signal de sortie du modèle à identifier est contaminé par un bruit gaussien tel que le SNR varie de 0 à 45 dB.

En présence du bruit gaussien (table 2.2), et pour tous les SNR, nous remarquons que l'algorithme proposé est très faiblement influencé par le bruit et donne les meilleures performances même dans un environnement fortement bruité ($SNR = 0 \text{ dB}$), comparativement aux algorithmes (Algo1) et (Algo2). Ceci est dû à l'hypothèse que les cumulants du bruit gaussien

sont nuls ce qui n'est pas vérifiée, car ils ont des valeurs proches de zéro pour une grande taille d'échantillons. La robustesse de l'algorithme proposé est observée d'une manière claire en terme de l'erreur quadratique moyenne relative (EQMR) (figure 2.3).

Ces résultats nous permettent de conclure que l'algorithme proposé donne une bonne approximation des paramètres du Modèle à identifier.

La figure (2.3) montre les valeurs de l'erreur quadratique moyenne pour les trois algorithmes.

TABLE 2.1 – Identification des paramètres du Modèle 1, cas non bruité, pour 50 itérations.

N	$Algo$	$\hat{h}(1) \pm \sigma$	$\hat{h}(2) \pm \sigma$	EQM
500	$AlgoZ$	-0.7715 ± 0.1341	0.5662 ± 0.3289	0.0219
	$Algo1$	-0.6879 ± 0.5040	0.4499 ± 0.7337	0.0646
	$Algo2$	-0.6461 ± 0.2046	0.6729 ± 0.2402	0.0234
1500	$AlgoZ$	-0.9007 ± 0.1264	0.6403 ± 0.2625	0.0068
	$Algo1$	-0.9106 ± 0.2005	0.8008 ± 0.2344	0.0034
	$Algo2$	-0.6913 ± 0.1241	0.6638 ± 0.0921	0.0164
2000	$AlgoZ$	-0.8411 ± 0.0850	0.6939 ± 0.1420	0.0015
	$Algo1$	-0.8922 ± 0.0794	0.8009 ± 0.1349	0.0027
	$Algo2$	-0.7460 ± 0.0811	0.6570 ± 0.0696	0.0101

TABLE 2.2 – Identification des paramètres du Modèle 1, cas bruité, pour $N = 2000$ et 50 itérations pour différents valeurs du SNR.

SNR	$Algo$	$\hat{h}(1) \pm \sigma$	$\hat{h}(2) \pm \sigma$	EQM
0 dB	$AlgoZ$	-0.8570 ± 0.1990	0.8298 ± 0.3080	0.0049
	$Algo1$	-0.8174 ± 0.3625	1.0176 ± 0.3745	0.0477
	$Algo2$	-0.2903 ± 0.2338	0.6317 ± 0.1018	0.1534
15 dB	$AlgoZ$	-0.8439 ± 0.1032	0.6705 ± 0.1751	0.0031
	$Algo1$	-0.9429 ± 0.0884	0.8897 ± 0.1270	0.0167
	$Algo2$	-0.7272 ± 0.0803	0.6494 ± 0.0531	0.0129
30 dB	$AlgoZ$	-0.8679 ± 0.0690	0.6788 ± 0.1405	0.0023
	$Algo1$	-0.9406 ± 0.0811	0.8581 ± 0.1276	0.0114
	$Algo2$	-0.7423 ± 0.0765	0.6511 ± 0.0444	0.0111
45 dB	$AlgoZ$	-0.8648 ± 0.0844	0.6894 ± 0.1445	0.0016
	$Algo1$	-0.9131 ± 0.1190	0.8512 ± 0.1792	0.0088
	$Algo2$	-0.7372 ± 0.0685	0.6582 ± 0.0502	0.0109

Sur la figure (2.4) nous représentons l'estimation de l'amplitude et la phase de la réponse impulsionnelle du Modèle 1, pour les trois algorithmes et pour un nombre d'échantillons $N = 2000$ et un $SNR = 15$ dB.

Nous remarquons que l'amplitude et la phase estimées via ($AlgoZ$) possèdent la même

allure que les valeurs réelles, alors que pour les deux autres algorithmes (Algo.1 et Algo.2), nous avons une légère différence entre la réponse impulsionnelle estimée et mesurée.

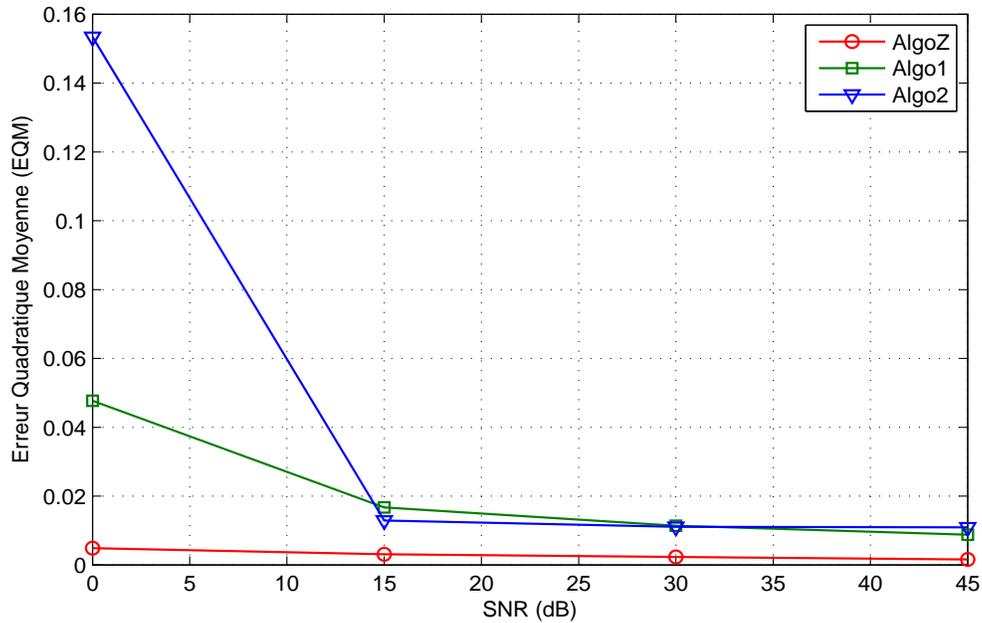


FIGURE 2.3 – Comparisons des algorithmes en terme de l'EQM pour le Modèle 1, $N = 2000$.

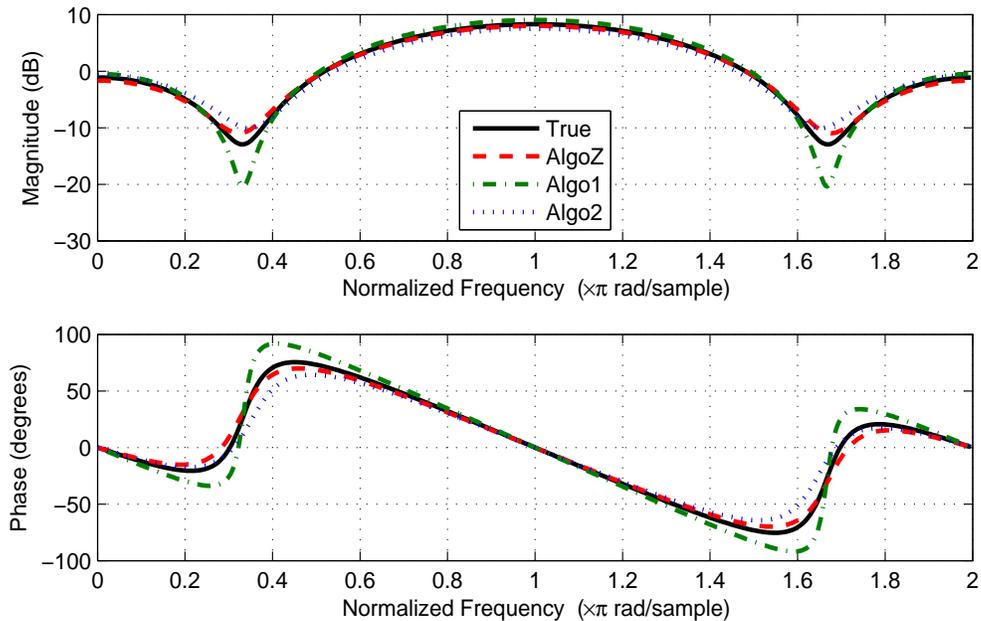


FIGURE 2.4 – Estimation de l'amplitude et de la phase du Modèle 1 dans le cas d'un nombre d'échantillons $N = 2000$ et un $SNR = 15$ dB.

2.6.1.2 Modèle 2

Dans ce paragraphe nous testons l'efficacité de l'algorithme proposé pour un ordre plus élevé, et nous considérons le Modèle 2 d'ordre trois donné par l'équation suivante :

$$\begin{cases} y(k) = x(k) + 0.750x(k-1) - 0.580x(k-2) - 0.750x(k-3), \\ \text{zéros : } z_1=0.8794; z_2=-0.8147 + 0.4349j; z_3=-0.8147 - 0.4349j. \end{cases} \quad (2.48)$$

La figure (2.5) montre que les zéros de la fonction de transfert du Modèle 2 sont localisés en trois points à l'intérieur du cercle unité ce qui implique que le Modèle 2 est un canal à phase minimale (PM).

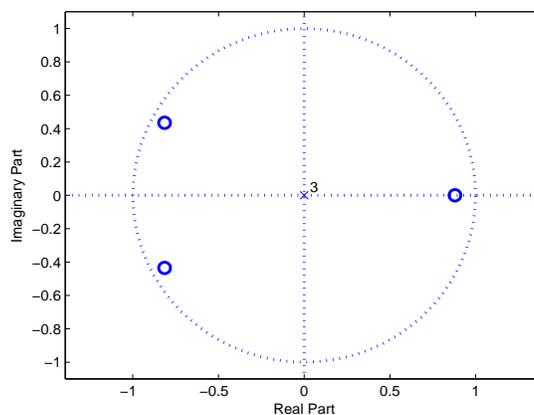


FIGURE 2.5 – les zéros du Modèle 2

Cas non bruité :

A partir du tableau (2.3), nous pouvons conclure que pour tous les nombres d'échantillons ($N = 500, N = 1000, N = 2000$) l'algorithme proposé donne des résultats satisfaisants avec de faibles valeurs de l'erreur quadratique moyenne (EQM), même si on a augmenté l'ordre du modèle à identifier, comparativement aux algorithmes (Algo1) et (Algo2) qui donnent des valeurs assez importantes de l'EQM. En effet, pour $N = 2000$, la valeur du critère EQM de l'algorithme (AlgoZ) est 10.85 et 21.23 fois plus faibles que celles obtenus par les algorithmes (Algo1) et (Algo2) respectivement.

Cas bruité :

Dans le tableau (2.4) nous regroupons les résultats de simulation et de comparaison pour différents SNR et un nombre d'échantillons $N = 2000$.

D'après ces résultats nous observons que l'algorithme proposé (AlgoZ) est moins influencé par la présence du bruit gaussien et donne de meilleurs résultats même si la variance du bruit est forte, suivi de l'algorithme (Algo1) puis l'algorithme (Algo2) ayant une valeur importante de l'EQM dans tous les cas (figure 2.6). Lorsque le signal de sortie est fortement bruité

($SNR = 0$ dB) la valeur du critère EQM obtenue par l'algorithme (AlgoZ) est inférieure à celles fournies par les algorithmes (Algo1) et (Algo2) respectivement 3.21 et 6.58 fois. Ceci à cause de la non linéarité des cumulants dans l'algorithme de Zhang, *et al.* (Algo2) car les cumulants d'ordre supérieur du bruit gaussien ne sont pas identiquement nuls mais ils ont des valeurs proches de zéros. Nous constatons que l'algorithme proposé est simple en terme de calcul matriciel et n'utilise que $(q + 1)$ équations comparativement aux algorithmes (Algo1) et (Algo2) qui exploitent $(2q + 1)$ équations pour identifier les paramètres de la réponse impulsionnelle du modèle.

TABLE 2.3 – Identification des paramètres du Modèle 2, cas non bruité, pour 50 itérations.

N	<i>Algo</i>	$\hat{h}(1) \pm \sigma$	$\hat{h}(2) \pm \sigma$	$\hat{h}(3) \pm \sigma$	<i>EQM</i>
500	<i>AlgoZ</i>	0.6722±0.3750	-0.6143±0.3593	-0.5033±0.4396	0.0306
	<i>Algo1</i>	0.4345±0.5202	-0.5992±0.3156	-0.7112±0.3219	0.0452
	<i>Algo2</i>	0.4476±0.2153	-0.3244±0.2853	-0.6283±0.2141	0.0958
1500	<i>AlgoZ</i>	0.6726±0.1706	-0.6399±0.1609	-0.6494±0.2183	0.0098
	<i>Algo1</i>	0.6977±0.2139	-0.3887±0.3941	-0.8573±0.1425	0.0335
	<i>Algo2</i>	0.4683±0.1360	-0.4660±0.2079	-0.6494±0.1122	0.0494
2000	<i>AlgoZ</i>	0.7860±0.1583	-0.6196±0.1639	-0.7232±0.1713	0.0021
	<i>Algo1</i>	0.6110±0.1017	-0.4416±0.1614	-0.7520±0.1098	0.0228
	<i>Algo2</i>	0.5138±0.0807	-0.4229±0.1145	-0.6930±0.1000	0.0446

TABLE 2.4 – Identification des paramètres du Modèle 2, cas bruité, pour $N = 2000$ et 50 itérations.

<i>SNR</i>	<i>Algo</i>	$\hat{h}(1) \pm \sigma$	$\hat{h}(2) \pm \sigma$	$\hat{h}(3) \pm \sigma$	<i>EQM</i>
0 dB	<i>AlgoZ</i>	0.6518±0.6818	-0.7499±0.5255	-0.7976±1.0092	0.0267
	<i>Algo1</i>	0.3533±0.4946	-0.4383±0.3873	-0.7990±0.2443	0.0859
	<i>Algo2</i>	0.4631±0.2827	-0.1489±0.2686	-0.7010±0.1688	0.1758
15 dB	<i>AlgoZ</i>	0.7965±0.1733	-0.6320±0.1777	-0.7956±0.1875	0.0039
	<i>Algo1</i>	0.5409±0.2055	-0.4170±0.2926	-0.7970±0.1142	0.0402
	<i>Algo2</i>	0.5566±0.1209	-0.3550±0.1273	-0.7100±0.0848	0.0550
30 dB	<i>AlgoZ</i>	0.7642±0.1393	-0.6351±0.1443	-0.7503±0.1313	0.0023
	<i>Algo1</i>	0.5906±0.1669	-0.4435±0.2336	-0.7752±0.1154	0.0254
	<i>Algo2</i>	0.5401±0.0731	-0.4071±0.1137	-0.6785±0.0799	0.0441
45 dB	<i>AlgoZ</i>	0.7935±0.1308	-0.5993±0.1086	-0.7172±0.1317	0.0016
	<i>Algo1</i>	0.6377±0.1075	-0.4497±0.1997	-0.7729±0.1067	0.0185
	<i>Algo2</i>	0.5502±0.0879	-0.4169±0.1134	-0.7041±0.0827	0.0384

Dans la figure (2.6) nous représentons l'EQM de chaque algorithme du Modèle 2 pour différentes valeurs du rapport SNR et pour un nombre d'échantillons $N = 2000$. La figure (2.7) montre que l'algorithme proposé est capable d'estimer l'amplitude et la phase, avec une bonne précision, même dans un environnement fortement bruité ($SNR = 0$ dB),

pour un nombre d'échantillons $N = 2000$. Pour les deux autres algorithmes nous constatons une grande différence entre l'allure de l'amplitude et la phase estimées et celles mesurées.

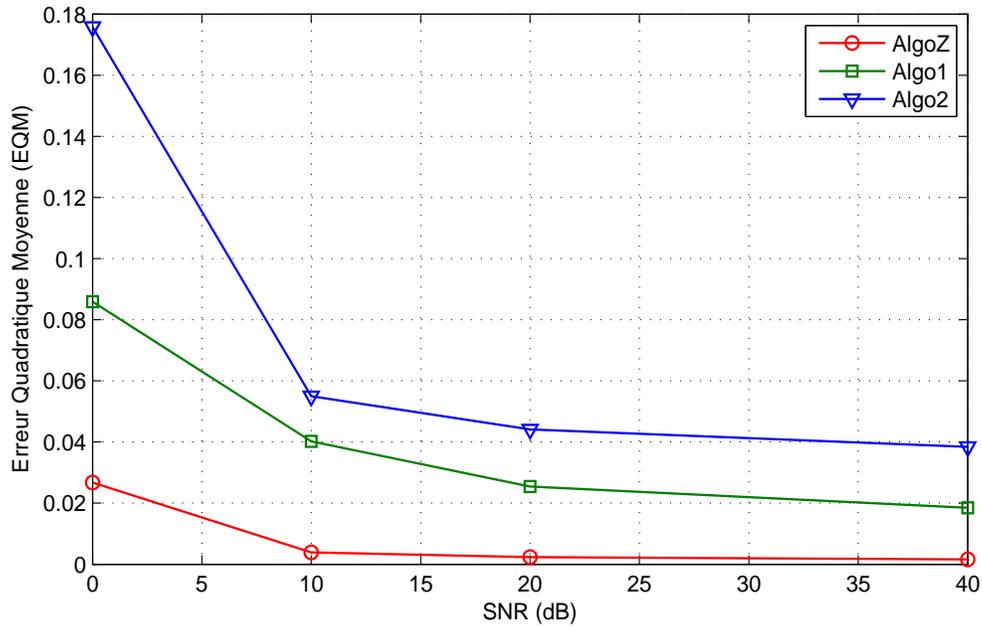


FIGURE 2.6 – Comparisons des algorithmes en terme de l'EQM pour le Modèle 2, $N = 2000$.

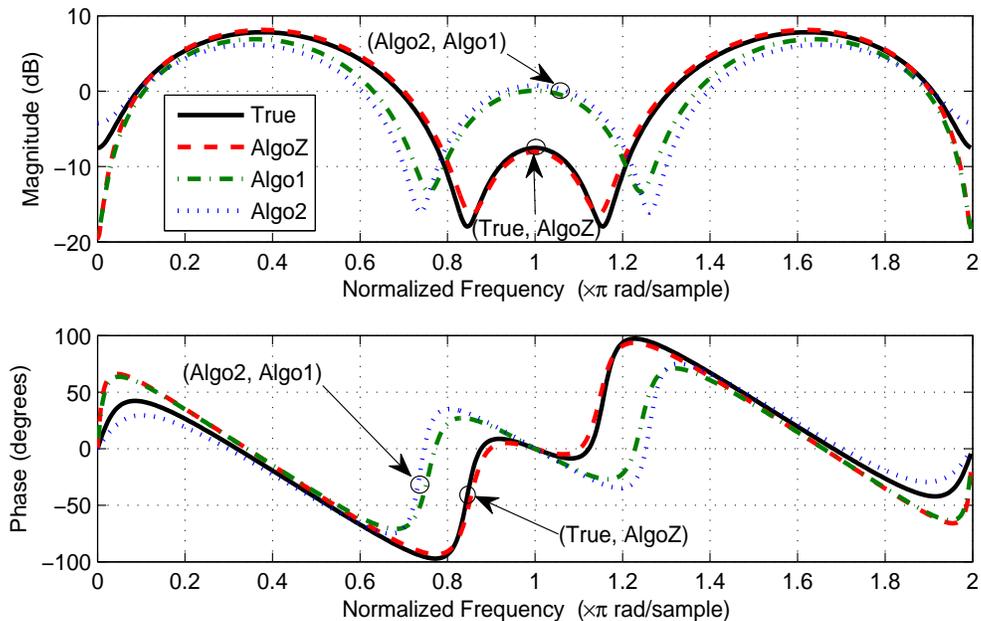


FIGURE 2.7 – Estimation de l'amplitude et de la phase du Modèle 2 dans le cas d'un nombre d'échantillons $N = 2000$ et un $SNR = 0$ dB.

2.6.2 Performances de l'algorithme Alg3ZS

Pour illustrer l'intérêt de l'approche développée dans la section précédente comparative-ment à celles de Zhang, *et al.* et Safi, *et al.* nous les testons sur un exemple de simulation dans plusieurs cas. Nous avons choisi un Modèle, d'ordre 3, à phase non minimale (PNM) donné par l'équation suivante :

$$\begin{cases} y(k) = x(k) - 1.083x(k-1) - 0.950x(k-2) + 0.950x(k-3), \\ \text{zéros : } z_1 = -0.9546 ; z_2 = 1.2257 ; z_3 = 0.8119. \end{cases} \quad (2.49)$$

La figure (2.8) montre que l'un des zéros de la fonction de transfert du Modèle 3 est localisé à l'extérieur du cercle unité, ce qui implique que le Modèle est un canal à phase non minimale (NPM).

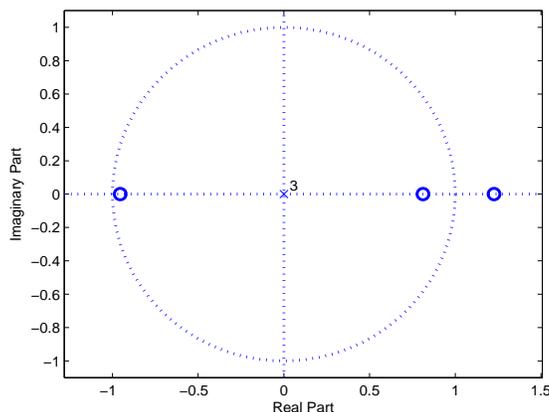


FIGURE 2.8 – Les zéros du Modèle 3.

Performance de l'algorithme proposé pour les différents nombres d'échantillons :

Dans la table (2.5) nous représentons la moyenne des paramètres estimés, avec leurs écarts types, en utilisant les trois algorithmes (Alg3ZS, Algo1 et Algo2). Nous estimons les paramètres pour 50 itérations et pour différents nombres d'échantillons relativement faibles ($N = 300$, $N = 600$ et $N = 900$), et pour un rapport $SNR = 30 \text{ dB}$.

A partir du tableau (2.5), nous remarquons que même si le nombre d'échantillons est relativement faible ($N = 300$, $N = 600$ et $N = 900$), l'algorithme proposé (Alg3ZS) nous donne une bonne estimation des paramètres du modèle à identifier, avec de faibles écarts types, par rapport aux algorithmes Algo1 et Algo2. Les valeurs de l'EQM fournies par l'algorithme (Alg3ZS) sont très faibles, comparativement aux algorithmes de la littérature, pour les différents nombres d'échantillons et pour un $SNR = 30 \text{ dB}$, ce qui implique que les paramètres estimés sont très proches des valeurs réelles. Lorsque $N = 300$, nous observons que la valeur de l'EQM obtenue via l'algorithme (Alg3ZS) est 6.77 et 54 fois plus faible que celles obtenues par les algorithmes (Algo1) et (Algo2) respectivement.

TABLE 2.5 – Estimation des paramètres pour 50 itérations et un $SNR = 30$ dB.

N	<i>Algo</i>	$\hat{h}(1) \pm \sigma$	$\hat{h}(2) \pm \sigma$	$\hat{h}(3) \pm \sigma$	<i>EQM</i>
300	<i>Alg3ZS</i>	-1.0882 ± 0.2076	-0.8749 ± 0.2252	0.7815 ± 0.1818	0.0094
	<i>Algo1</i>	-0.9341 ± 0.7744	-0.4918 ± 1.3486	1.0061 ± 1.0342	0.0637
	<i>Algo2</i>	-0.2323 ± 0.3379	-0.0477 ± 0.5121	0.2687 ± 0.5388	0.5083
600	<i>Alg3ZS</i>	-1.0135 ± 0.1654	-0.9549 ± 0.1961	0.9438 ± 0.1811	0.0010
	<i>Algo1</i>	-1.2199 ± 0.5146	-0.8393 ± 0.5410	1.1400 ± 0.4643	0.0174
	<i>Algo2</i>	-0.3780 ± 0.5158	-0.3204 ± 0.9385	0.3824 ± 0.5548	0.3050
900	<i>Alg3ZS</i>	-1.1099 ± 0.1251	-0.9845 ± 0.1420	0.9488 ± 0.1196	4.8516×10^{-4}
	<i>Algo1</i>	-1.2112 ± 0.4988	-0.8635 ± 0.4624	1.0300 ± 0.4569	0.0073
	<i>Algo2</i>	-0.4461 ± 0.4057	-0.3631 ± 0.4299	0.5503 ± 0.3193	0.2261

Performance de l'algorithme proposé pour les différents SNR :

Dans ce paragraphe nous examinons les performances de l'algorithme proposé, Alg3ZS, lorsque la sortie du Modèle 3 est bruitée par un bruit additif gaussien. Pour cela nous avons varié le SNR de 0 jusqu'à 30 dB pour un nombre d'échantillons $N = 1000$. La table 2.6 montre les résultats obtenus (valeurs moyennes des paramètres estimés ainsi que leurs écarts types), en utilisant 50 Monte Carlo itérations pour chaque algorithme.

TABLE 2.6 – Estimation des paramètres en présence d'un bruit gaussien, pour 50 itérations et $N = 1000$.

<i>SNR</i>	<i>Algo</i>	$\hat{h}(1) \pm \sigma$	$\hat{h}(2) \pm \sigma$	$\hat{h}(3) \pm \sigma$	<i>EQM</i>
0 dB	<i>Alg3ZS</i>	-1.3058 ± 0.5034	-0.9268 ± 0.3507	1.5004 ± 0.5496	0.0946
	<i>Algo1</i>	-0.5285 ± 0.7325	-0.7624 ± 0.5448	0.6284 ± 0.7500	0.1040
	<i>Algo2</i>	-0.2057 ± 0.4004	-0.0438 ± 0.6794	0.2901 ± 0.6716	0.5122
10 dB	<i>Alg3ZS</i>	-1.0753 ± 0.1441	-0.9276 ± 0.1027	0.9991 ± 0.1372	8.1800×10^{-4}
	<i>Algo1</i>	-1.2989 ± 0.4662	-0.9179 ± 0.5235	1.1952 ± 0.4224	0.0269
	<i>Algo2</i>	-0.5034 ± 0.3463	-0.1697 ± 0.4419	0.4545 ± 0.2858	0.3083
20 dB	<i>Alg3ZS</i>	-1.1246 ± 0.1487	-0.9440 ± 0.1824	0.9544 ± 0.1409	3.8351×10^{-4}
	<i>Algo1</i>	-1.2113 ± 0.4151	-0.9722 ± 0.5056	1.1321 ± 0.4536	0.0128
	<i>Algo2</i>	-0.5281 ± 0.4072	-0.3089 ± 0.6009	0.5507 ± 0.3994	0.2236
30 dB	<i>Alg3SZ</i>	-1.0667 ± 0.1142	-0.9752 ± 0.1183	0.9375 ± 0.1249	2.7545×10^{-4}
	<i>Algo1</i>	-1.1785 ± 0.3968	-0.9043 ± 0.2808	1.0446 ± 0.4285	0.0050
	<i>Algo2</i>	-0.5345 ± 0.5384	-0.4447 ± 0.6033	0.5566 ± 0.3104	0.1777

A partir de la table (2.6), nous pouvons conclure que l'algorithme (Algo2) est le plus influencé par la présence du bruit additif gaussien, suivi de l'algorithme (Algo1) et enfin l'algorithme (Alg3ZS). La précision de l'algorithme proposé est remarquable en terme de l'erreur quadratique moyenne relative. Nous constatons que les valeurs de l'EQM obtenus par l'algorithme (Alg3ZS) décroissent rapidement après 0 dB, ce qui implique que les paramètres estimés sont très proches des valeurs exactes par rapport à celles données par les algorithmes

(Algo1) et (Algo2). Ceci à cause des mêmes remarques mentionnées dans le paragraphe 2.6.1. Dans le cas où la puissance du bruit est relativement faible ($SNR \geq 30 \text{ dB}$), nous remarquons que les performances de l'algorithme (Algo1) sont améliorées. Il faut noter que l'algorithme (Alg3ZS) n'exploite que $(q + 1)$ équations pour identifier les paramètres de la réponse impulsionnelle du canal, contrairement aux algorithmes (Algo1) et (Algo2) qui utilisent $(2q + 1)$ équations.

La figure (2.9) démontre que l'algorithme proposé donne des résultats très satisfaisants en terme du critère EQM même dans un environnement fortement bruité et pour un nombre d'échantillon faible ($N = 1000$), comparativement aux algorithmes Algo1 et Algo2.

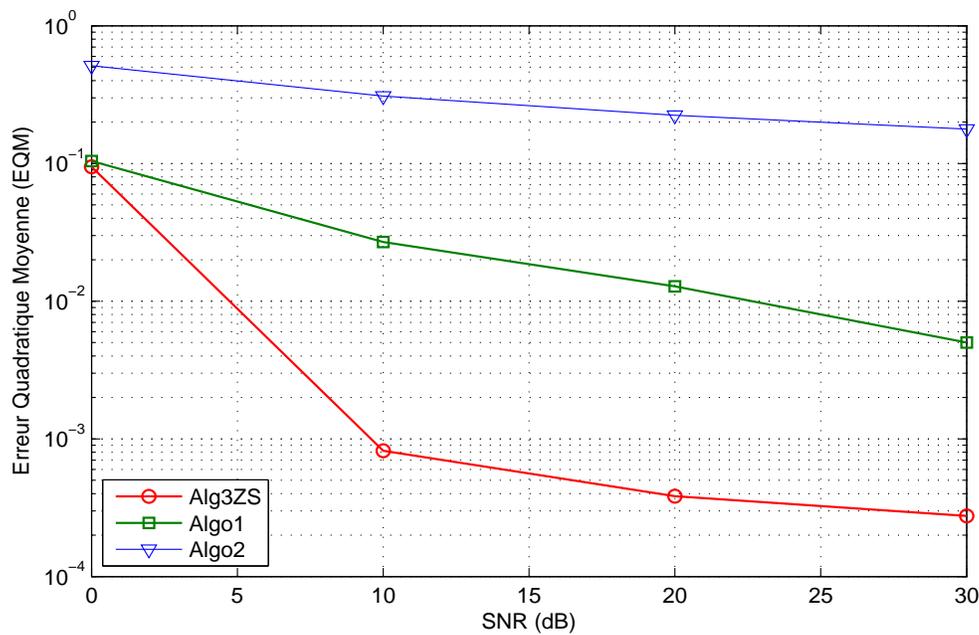


FIGURE 2.9 – Comparaison des algorithmes en terme de l'EQM pour le Modèle 3, $N = 1000$

La figure (2.10) représente l'estimation de l'amplitude et de la phase du Modèle 3 à identifier pour les trois algorithmes, dans le cas bruité ($SNR = 10 \text{ dB}$) et pour un nombre d'échantillons $N = 1000$.

A partir de cette nous remarquons que pour les algorithmes Alg3ZS et Algo1 il n'y a pas une différence apparente entre la réponse en amplitude et en phase réelle et estimée. Comparativement à l'algorithme (Algo2) nous avons une différence entre l'allure de l'amplitude et la phase estimées et celles mesurées.

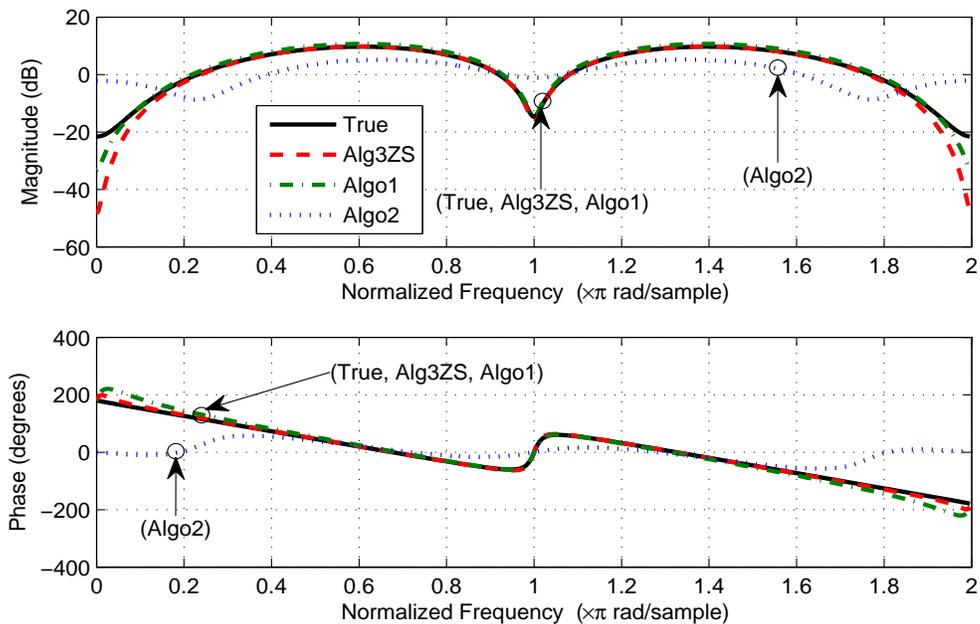


FIGURE 2.10 – Estimation de l’amplitude et de la phase Modèle 3 dans le cas d’un nombre d’échantillons $N = 1000$ et un $SNR = 10$ dB.

2.7 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons rappelé dans un premier temps les relations fondamentales sur lesquelles sont basées les méthodes d’identification aveugle, utilisant les statistique d’ordre supérieur. En se basant sur ces relations, en particulier celle de Brillinger-Rosenblatt, nous avons proposé deux algorithmes basés sur les cumulants d’ordre trois et quatre qui permettent d’identifier les paramètres des systèmes linéaires RIF à phase minimale et non minimale. La comparaison avec les algorithmes Algo1 et Algo2, proposés dans la littérature, montre que les algorithmes proposés sont plus optimaux puisqu’ils n’utilisent que $(q + 1)$ équations, contrairement aux autres algorithmes qui utilisent $(2q + 1)$ équations pour identifier les q paramètres du modèle à identifier. Les résultats de simulation et de comparaison ont montré que les algorithmes proposés sont robustes, du point de vue précision des estimations des paramètres et de point de vue immunité vis à vis du bruit gaussien, comparativement aux deux autres algorithmes.

Contrairement aux approches purement aveugles, les techniques d’estimation adaptative exploitent la connaissance de l’entrée et la sortie, ces méthodes apparaissent plus efficaces mais présentent quelques inconvénients. Pour cela on a consacré le chapitre 3 au problème de l’identification adaptative comparée avec des approches aveugles afin de mettre en valeur leurs intérêt et de préparer le terrain à l’égalisation des systèmes MC-CDMA.

Chapitre 3

Identification aveugle et adaptative des canaux de transmission

3.1 Introduction

L'identification aveugle des canaux de communications consiste à identifier les paramètres de la réponse impulsionnelle à partir des signaux recueillis à la sortie du canal, avec certaines hypothèses a priori sur les signaux d'entrée, contrairement aux techniques d'identification classiques utilisant la connaissance de l'entrée et la sortie du canal.

Ce chapitre est dédié au problème de l'estimation des paramètres de la réponse impulsionnelle du canal en utilisant des techniques aveugles, basées sur les HOS, et des méthodes récursives à savoir l'algorithme de moindre carré moyenne (LMS) et l'algorithme de moindre carré récursive (RLS). Dans le paragraphe suivant, nous rappelons le modèle à identifier, ensuite nous proposons un algorithme d'identification aveugle, combinant les cumulants d'ordre trois et quatre, puis nous présentons quelques algorithmes d'identification aveugle comparés avec les algorithmes adaptatifs présentés dans le paragraphe 3.5. Enfin, par des simulations, nous évaluons les performances de ces algorithmes en utilisant des canaux à évanouissements très importants, i.e. sélectifs en fréquence, et à phase non minimale.

3.2 Modèle du canal à identifier

Le modèle que nous cherchons à identifier est un canal à phase non minimale sélectif en fréquence [ZSSB14a, ZSSB14b], à évanouissements très importants assez difficile à identifier.

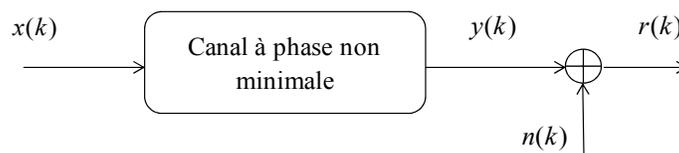


FIGURE 3.1 – Modèle du canal

3.3 Algorithme proposé : Algo-ZSS [ZSSB14a]

On part de l'équation (2.9) du chapitre 2 pour développer l'algorithme suivant :
Si nous prenons $n = 4$ et $m = 3$ dans l'équation (2.9) nous obtenons :

$$\sum_{j=0}^q h(j)h(j + \tau_1)C_{4,y}(\beta_1, \beta_2, j + \alpha_1) = \frac{\xi_{4,x}}{\xi_{3,x}} \sum_{i=0}^q h(i)h(i + \beta_1)h(i + \beta_2)C_{3,y}(\tau_1, i + \alpha_1) \quad (3.1)$$

Si $\beta_1 = \beta_2 = 0$ dans l'équation (3.1) l'équation devient :

$$\sum_{i=0}^q h^3(i)C_{3,y}(\tau_1, i + \alpha_1) = \frac{\xi_{3,x}}{\xi_{4,x}} \sum_{j=0}^q h(j)h(j + \tau_1)C_{4,y}(0, 0, j + \alpha_1) \quad (3.2)$$

Maintenant, si $\tau_1 = q$ et comme le système est supposé causal et tronqué ($h(i) = 0$ pour $i < 0$ et $i > q$), alors l'équation (3.2) devient :

$$\sum_{i=0}^q h^3(i)C_{3,y}(q, i + \alpha_1) = \frac{\xi_{3,x}}{\xi_{4,x}} h(0)h(q)C_{4,y}(0, 0, \alpha_1), \quad (3.3)$$

comme $h(0) = 1$, alors :

$$\sum_{i=1}^q h^3(i)C_{3,y}(q, i + \alpha_1) = \frac{\xi_{3,x}}{\xi_{4,x}} h(q)C_{4,y}(0, 0, \alpha_1) - C_{3,y}(q, \alpha_1) \quad (3.4)$$

Pour simplifier l'équation (3.4), nous considérons la relation (2.2) de Brillinger et Rosenblatt citée dans le chapitre 2 en prenant $m = 4$. Ceci conduit à l'équation suivante :

$$C_{4,y}(t_1, t_2, t_3) = \xi_{4,x} \sum_{i=0}^q h(i)h(i + t_1)h(i + t_2)h(i + t_3) \quad (3.5)$$

Si $t_1 = t_2 = t_3 = q$ Eq. (3.5) devient :

$$C_{4,y}(q, q, q) = \xi_{4,x} h^3(q). \quad (3.6)$$

Sinon si $t_1 = t_2 = q$ et $t_3 = 0$ (3.5) devient :

$$C_{4,y}(q, q, 0) = \xi_{4,x} h^2(q). \quad (3.7)$$

A partir des équations (3.6) et (3.7) nous obtenons :

$$h(q) = \frac{C_{4,y}(q, q, q)}{C_{4,y}(q, q, 0)}. \quad (3.8)$$

En se basant sur l'équation (3.8) pour éliminer $h(q)$ dans (3.4), nous obtenons l'équation suivante :

$$\sum_{i=1}^q h^3(i)C_{3,y}(q, i + \alpha_1) = \frac{\xi_{3,x}}{\xi_{4,x}} \frac{C_{4,y}(q, q, q)}{C_{4,y}(q, q, 0)} C_{4,y}(0, 0, \alpha_1) - C_{3,y}(q, \alpha_1), \quad (3.9)$$

avec

$$-q \leq \alpha_1 \leq q. \quad (3.10)$$

A partir des équations (3.9) et (3.10), on peut représenter le système d'équations sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} C_{3,y}(q, -q+1) & \dots & C_{3,y}(q, 0) \\ C_{3,y}(q, -q+2) & \dots & C_{3,y}(q, 1) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{3,y}(q, 1) & \dots & C_{3,y}(q, q) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{3,y}(q, q+1) & \dots & C_{3,y}(q, 2q) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} h^3(1) \\ \vdots \\ h^3(i) \\ \vdots \\ h^3(q) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu C_{4,y}(0, 0, -q) - C_{3,y}(q, -q) \\ \mu C_{4,y}(0, 0, -q+1) - C_{3,y}(q, -q+1) \\ \vdots \\ \vdots \\ \mu C_{4,y}(0, 0, 0) - C_{3,y}(q, 0) \\ \vdots \\ \vdots \\ \mu C_{4,y}(0, 0, q) - C_{3,y}(q, q) \end{pmatrix}, \quad (3.11)$$

avec $\mu = \frac{\xi_{3,x} C_{4,y}(q,q,q)}{\xi_{4,x} C_{4,y}(q,q,0)}$.

Sous une forme plus compact l'équation (3.11) s'écrit :

$$M\theta = A. \quad (3.12)$$

La solution au sens des moindres carrées, LS, du système d'équations (3.12) est donnée par :

$$\hat{\theta} = (M^T M)^{-1} M^T A \quad (3.13)$$

les paramètres $h(i)$ pour $i = 1, \dots, q$ sont estimés à partir des estimations des valeurs $\hat{\theta}(i)$ en utilisant l'équation suivante :

$$\hat{h}(i) = \sqrt[3]{\hat{\theta}(i)}. \quad (3.14)$$

3.4 Techniques d'identification aveugle basées sur les cumulants

Dans ce paragraphe, nous présentons quatre algorithmes d'identification aveugle des canaux de communication à phase non minimale (PNM) exploitant différents ordre de cumulants [AAM⁺99, AIZ06, SFMZ07, AZS07, Ant08, Saf08].

3.4.1 Algorithme Antari, *et al.* : CUM-AZ

Antari, *et al.*, [AIZ06, Ant08] utilisent l'équation (2.26) du chapitre 2 et les propriétés de la fonction d'autocorrélation pour mettre en oeuvre l'algorithme suivant :

$$\sum_{i=1}^q C_{4,y}(2q-i, \tau_2-i, 2q-i)h(i) + C_{4,y}(2q, \tau_2, 2q)h(0) = \chi h(\tau_2 - q), \quad (3.15)$$

avec $\chi = \frac{C_{4,y}(q,q,q)}{C_{4,y}(q,q,0)} C_{4,y}(q, 0, 0)$ et τ_2 variant entre q et $2q$.

Sous une forme compacte (3.15) s'écrit :

$$Mh = d \quad (3.16)$$

La solution au sens des moindres carrées du système d'équations (3.16) est l'estimateur suivant :

$$\hat{h} = (M^T M)^{-1} M^T d \quad (3.17)$$

3.4.2 Algorithme de Safi, *et al.* : ALGcum1

Safi, *et al.*, [SFMZ07] utilisent la relation (2.38) du chapitre 2 et la propriété de la fonction d'autocorrelation avec $t_1 = -q$. Cet algorithme est donné par la relation suivante :

$$\sum_{i=0}^q C_{3,y}(-q-i, t_2-i)h(i) = C_{3,y}(-q, -q)h(t_2+q) \quad (3.18)$$

Si nous utilisons la propriété des cumulants $C_{3,y}(t_1, t_2) = C_{3,y}(-t_1, t_2 - t_1)$, l'équation (3.18) devient [ZSS⁺14a] :

$$\sum_{i=0}^q C_{3,y}(q+i, t_2+q)h(i) = C_{3,y}(q, 0)h(t_2+q), \quad (3.19)$$

où t_2 varie entre $-q$ et 0 puisque le système est causal.

Le système d'équations (3.19) s'écrit sous la forme matricielle suivante [ZSS⁺14a] :

$$\begin{pmatrix} C_{3,y}(q+1, 0) & \dots & C_{3,y}(2q, 0) \\ C_{3,y}(q+1, 1) - \alpha & \dots & C_{3,y}(2q, 1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{3,y}(q+1, q) & \dots & C_{3,y}(2q, q) - \alpha \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} h(1) \\ \vdots \\ h(i) \\ \vdots \\ h(q) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -C_{3,y}(q, 1) \\ \vdots \\ -C_{3,y}(q, q) \end{pmatrix}, \quad (3.20)$$

avec $\alpha = C_{3,y}(q, 0)$.

Sous une forme compacte on obtient :

$$M_1 h_1 = d_1 \quad (3.21)$$

La matrice M_1 de dimension $(q+1, q)$ contient uniquement les cumulants d'ordre trois. Le vecteur h_1 de dimension $(q, 1)$ est constitué par les paramètres que nous cherchons à identifier d'une manière totalement aveugle. d_1 est de dimension $(q+1, 1)$ contenant des cumulants d'ordre trois.

La solution au sens des moindres carrées du système d'équation (3.21) est :

$$\hat{h}_1 = (M_1^T M_1)^{-1} M_1^T d_1 \quad (3.22)$$

3.4.3 Algorithme de Antari, *et al.* : ALGcum2

Antari, *et al.*, [AZS07] exploitent aussi la relation (2.38) du chapitre 2 avec $t_2 - t_1 = q$ et en tenant compte que le système étant causal. Cet algorithme est donné par la relation suivante :

$$\sum_{i=0}^q C_{3,y}(t_1 - i, t_1 + q - i)h(i) = \frac{\xi_{3,x}}{\xi_{2,x}} h(0)h(q)C_{2,y}(t_1) \quad (3.23)$$

En concaténant l'équation (3.23) pour $t_1 = -q, \dots, q$, on obtient la forme matricielle suivante :

$$M_2 h_2 = d_2, \quad (3.24)$$

où la matrice M_2 et le vecteur d_2 ont pour dimensions respectives $(2q+1, q+1)$ et $(2q+1, 1)$. La résolution au sens des moindres carrés du système d'équation (3.24) s'écrit :

$$\hat{h}_2 = (M_2^T M_2)^{-1} M_2^T d_2 \quad (3.25)$$

3.4.4 Algorithme de Abderrahim, *et al.* : ALGcum3

Abderrahim, *et al.*, [AAM⁺99] exploitent les cumulants d'ordre quatre et la relation (2.8) du chapitre 2, avec $\beta_1 = \beta_2 = 0$, $\tau_1 = q$ et $\tau_2 = 0$. Cet algorithme est donné par la relation suivante :

$$\sum_{i=1}^q h^3(i)C_{4,y}(q, 0, i + \alpha_1) - h(q)C_{4,y}(0, 0, \alpha_1) = -C_{4,y}(q, 0, \alpha_1), \quad (3.26)$$

où l'argument α_1 varie entre $-q$ et q , où encore sous la forme compacte :

$$M\theta = A, \quad (3.27)$$

avec M une matrice de dimension $(2q+1, q+1)$ contenant uniquement les cumulants d'ordre quatre.

$\theta = [h(q) \quad h^3(1) \quad h^3(2) \dots h^3(q)]^T$ est un vecteur de dimension $(q+1)$.

$A = [0 \dots 0 \quad -C_{4,y}(q, 0, 0) \quad -C_{4,y}(q, 0, 1) \dots -C_{4,y}(q, 0, q)]^T$ est un vecteur à $(2q+1)$ composantes.

La solution au sens des moindres carrés de ce système donne l'estimation des paramètres $\hat{\theta}(i)$ du modèle à identifier :

$$\hat{\theta} = (M^T M)^{-1} M^T d \quad (3.28)$$

Les paramètres $h(i)$ pour $i = 1, \dots, q$ sont estimés à partir des estimations des valeurs $\hat{\theta}(i)$ en utilisant l'équation suivante :

$$\hat{h}(i) = \sqrt[3]{\hat{\theta}(i+1)} \quad (3.29)$$

3.5 Méthodes adaptatives

Dans cette section, nous présentons les algorithmes adaptatifs qui assurent l'identification des coefficients de la réponse impulsionnelle du canal par minimisation de l'erreur quadratique moyenne. Il existe deux grandes familles d'algorithmes adaptatifs : l'algorithme des moindres carrés moyens (LMS) et l'algorithme des moindres carrés récursifs (RLS). Le premier algorithme est largement utilisé pour sa simplicité de mise en œuvre et pour sa stabilité numérique. Le deuxième algorithme est connu par sa rapidité de convergence. Ces deux algorithmes sont commandés par une prédiction d'erreur.

3.5.1 Algorithme LMS

L'algorithme LMS consiste à minimiser la fonction de coût suivante [Med00, Ant08] :

$$\bar{\varepsilon} = E[|e(k)|^2], \quad (3.30)$$

avec $e(k) = r(k) - X^T(k)H$, $H = [h(0), h(1), \dots, h(q)]^T$ et $X^T(k) = [x(k), x(k-1), \dots, x(k-q)]$. L'algorithme LMS consiste à mettre à jour les paramètres des systèmes étudiés sous la forme suivante [Ant08] :

$$\widehat{H}_{n+1} = \widehat{H}_n - \frac{1}{2}\mu \nabla \bar{\varepsilon}(H)|_{\widehat{H}_n}, \quad (3.31)$$

où μ est une faible constante positive qui règle la vitesse de convergence de l'algorithme, $\nabla \bar{\varepsilon}(H)|_{\widehat{H}_n}$ est le vecteur gradient de la fonction coût $\bar{\varepsilon}(H)$ au point \widehat{H}_n .

L'estimateur le plus simple est obtenu en remplaçant l'espérance mathématique par sa valeur instantanée à l'instant n [Mic92] :

$$\nabla \bar{\varepsilon}(H)|_{\widehat{H}_n} \approx \nabla |e(n)|^2 = \frac{\partial |e(n)|^2}{\partial H} |_{\widehat{H}_n}, \quad (3.32)$$

En dérivant cette équation par rapport à H , cela conduit à la relation suivante :

$$\nabla |e(n)|^2 = -2e(n)X(n), \quad (3.33)$$

A chaque instant n , le vecteur des paramètres est adapté suivant la relation suivante :

$$\widehat{H}(n+1) = \widehat{H}(n) + \mu \widehat{e}(n)X(n), \quad (3.34)$$

avec

$$\widehat{e}(n) = r(n) - \widehat{H}_n X^T(n) \quad (3.35)$$

3.5.2 Algorithme RLS

L'algorithme RLS consiste à déterminer à chaque instant les coefficients qui minimisent la fonction de coût suivante [Kib05] :

$$J(n) = \sum_{k=0}^n \lambda^{n-k} |r(k) - HX^T(k)|^2, \quad (3.36)$$

où λ est le facteur d'oubli pris entre 0 et 1. La solution optimale qui minimise ce critère est donnée par :

$$\widehat{H}(n) = Q_n^{-1}P_n, \quad (3.37)$$

où

$$Q_n = \sum_{k=0}^n \lambda^{n-k} X(k)X^T(k), \quad (3.38)$$

et

$$P_n = \sum_{k=0}^n \lambda^{n-k} X(k)r(k). \quad (3.39)$$

Q_n et P_n peuvent être mis sous forme récursive sans aucune approximation, soit :

$$Q_n = \lambda Q_{n-1} + X(n)X^T(n), \quad (3.40)$$

et

$$P_n = \lambda P_{n-1} + X(n)r(n) \quad (3.41)$$

Ensuite on exprime Q_n en fonction de Q_{n-1} et pour estimer \widehat{H}_n il est nécessaire de calculer l'inverse de la matrice .

On fait appel au lemme d'inversion d'une matrice [Pem97], c'est à dire :

Si

$$A = B^{-1} + C^{-1}DC^T, \quad (3.42)$$

alors

$$A^{-1} = B - BC(D + C^TBC)^{-1}C^TB \quad (3.43)$$

On peut utiliser le lemme d'inversion pour calculer l'inverse de Q_n , en posant :

$$\begin{aligned} A &= Q_n, \\ B^{-1} &= \lambda Q_{n-1}^{-1}, \\ C &= X(n), \\ D &= 1. \end{aligned} \quad (3.44)$$

On obtient donc l'équation récursive suivante pour l'inverse de la matrice de corrélation :

$$\begin{aligned} Q_n^{-1} &= \lambda^{-1}Q_{n-1}^{-1} - \lambda^{-1} \frac{\lambda^{-1}Q_{n-1}^{-1}X(n)X^T(n)Q_{n-1}^{-1}}{1 + \lambda^{-1}X^T(n)Q_{n-1}^{-1}X(n)} \\ &= \lambda^{-1}Q_{n-1}^{-1} - \lambda^{-1}k(n)X^T(n)Q_{n-1}^{-1}, \end{aligned} \quad (3.45)$$

avec

$$k(n) = \frac{\lambda^{-1}Q_{n-1}^{-1}X(n)}{1 + \lambda^{-1}X^T(n)Q_{n-1}^{-1}X(n)} \quad (3.46)$$

L'équation de mise à jour des coefficients du filtre par l'algorithme des moindres carrés récursif (RLS) est [Kib05] :

$$\widehat{H}_n = \widehat{H}_{n-1} + k(n)\xi(n), \quad (3.47)$$

où

$$\xi(n) = r(n) - X^T(n)\widehat{H}_{n-1} \quad (3.48)$$

Les conditions initiales de cet algorithme sont : \widehat{H}_0 , $Q_0^{-1} = \delta^{-1}I$, matrice de corrélation et δ est une faible constante positive.

3.6 Résultats de simulation et comparaison

Dans cette section nous allons présenter les résultats de simulation et de comparaison entre les méthodes aveugles et adaptatives. Nous avons utilisé les canaux de *Proakis B* et *Macchi* pour évaluer la capacité de ces algorithmes, ceci dans le but de les appliquer ensuite à l'égalisation.

3.6.1 Canal de Proakis B

Les coefficients du canal de Proakis B sont donnés par l'équation suivante :

$$\begin{cases} y(k) = 0.407x(k) + 0.815x(k-1) + 0.407x(k-2), \\ \text{zéros : } z_1 = -1.0508; z_2 = -0.9516; \end{cases} \quad (3.49)$$

ses caractéristiques sont illustrées à la figure 3.2. Il possède deux zéros, dont l'un est à l'intérieur du cercle unité et l'autre est à l'extérieur. La réponse en amplitude de ce canal présente un évanouissement très rapide, sélectif en fréquence et assez difficile à identifier. Ce canal résulte des interférences entre symboles sévères [Ber06].

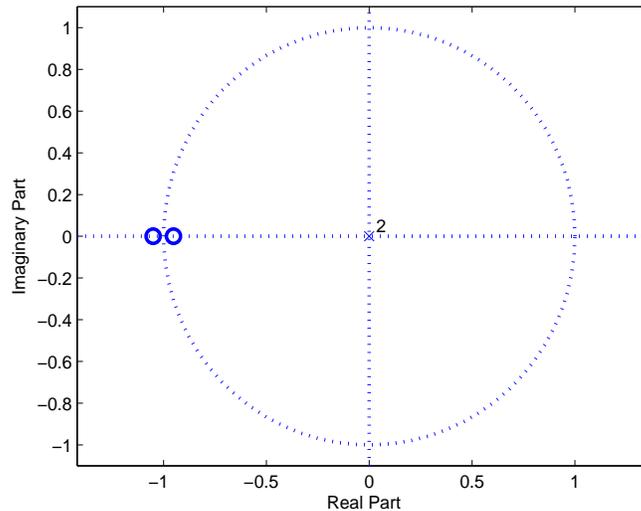
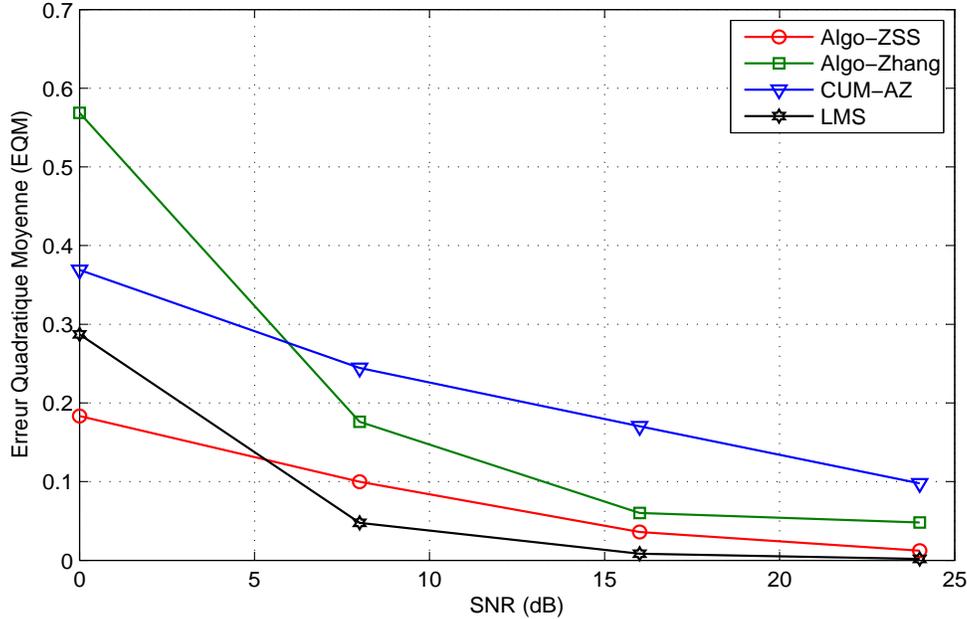


FIGURE 3.2 – Canal de Proakis B

Dans la table (3.1) nous avons regroupés les résultats des simulations, dans le cas bruité, pour un nombre d'échantillons $N = 4096$.

TABLE 3.1 – Estimation des paramètres du canal de *Proakis B* pour différents *SNR* et pour un nombre d'échantillons $N = 4096$.

<i>SNR</i>	$\hat{h}(i) \pm \sigma$	<i>Algo – ZSS</i>	<i>Algo – Zhang</i>	<i>CUM – AZ</i>	<i>LMS</i>
0 dB	$\hat{h}(1) \pm \sigma$	0.3064±0.5692	0.0016±0.1875	0.0412±0.1751	0.5697±0.1951
	$\hat{h}(2) \pm \sigma$	0.1822±0.7967	0.0148±0.6722	0.3064±0.2162	1.0238±0.2598
	$\hat{h}(3) \pm \sigma$	0.2998±0.4851	0.1772±0.2225	0.1919±0.2711	0.7315±0.2315
	<i>MSE</i>	0.1833	0.5687	0.3691	0.2871
8 dB	$\hat{h}(1) \pm \sigma$	0.2323±0.4253	0.2206±0.1101	0.0777±0.2175	0.4389±0.1108
	$\hat{h}(2) \pm \sigma$	0.6392±0.2955	0.3558±0.3131	0.4246±0.2999	0.8794±0.1065
	$\hat{h}(3) \pm \sigma$	0.2397±0.3923	0.2358±0.1078	0.2828±0.3047	0.5539±0.0889
	<i>MSE</i>	0.0999	0.1760	0.2444	0.0475
16 dB	$\hat{h}(1) \pm \sigma$	0.3586±0.2960	0.3087±0.1114	0.1378±0.1910	0.4167±0.0406
	$\hat{h}(2) \pm \sigma$	0.7274±0.1035	0.5493±0.2296	0.5159±0.3089	0.8537±0.0377
	$\hat{h}(3) \pm \sigma$	0.2673±0.3776	0.2948±0.0847	0.2724±0.2659	0.4678±0.0391
	<i>MSE</i>	0.0359	0.0602	0.1703	0.0084
24 dB	$\hat{h}(1) \pm \sigma$	0.3425±0.3114	0.3123±0.1059	0.2041±0.2240	0.4095±0.0304
	$\hat{h}(2) \pm \sigma$	0.7777±0.0626	0.5798±0.2333	0.5910±0.2767	0.8266±0.0203
	$\hat{h}(3) \pm \sigma$	0.3468±0.3147	0.3119±0.0893	0.3015±0.3239	0.4353±0.0298
	<i>MSE</i>	0.0123	0.0480	0.0978	0.0017


 FIGURE 3.3 – Les valeurs de l'EQM pour les quatre algorithmes, pour $N = 4096$ et différents *SNR*.

D'après la table (3.1) nous constatons que l'algorithme proposé (Algo-ZSS) présente de bons résultats malgré le milieu fortement bruité ($SNR = 0$ dB) par rapport aux autres algorithmes. Aussi nous observons que l'algorithme (CUM-AZ) est plus performant que l'al-

gorithme de Zhang (cf. paragraphe 2.4.2 du chapitre 2) dans un environnement fortement bruité, mais ce dernier devient plus efficace que l'algorithme (CUM-AZ) lorsque la variance du bruit est faible. Si le SNR dépasse 10 dB , nous remarquons que l'influence du bruit disparaît et l'algorithme LMS montre sa supériorité sur les autres algorithmes.

3.6.2 Canal de Macchi

Le canal de Macchi est donné par l'équation suivante :

$$\begin{cases} y(k) = 0.8264x(k) - 0.1653x(k-1) + 0.8512x(k-2) + 0.1636x(k-3) + 0.8100x(k-4), \\ \text{zéros : } z_1=0.5500 + 0.9526j; z_2=0.5500 - 0.9526j; z_3=-0.4500 + 0.7794j; \\ z_4=-0.4500 - 0.7794j. \end{cases} \quad (3.50)$$

Le canal de Macchi est d'ordre cinq, dont les caractéristiques sont représentées dans la figure 3.4. La réponse impulsionnelle de ce canal représente des évanouissements très importants. Deux de ses zéros sont à l'extérieur du cercle unité, ce qui implique que le canal est à phase non minimale.

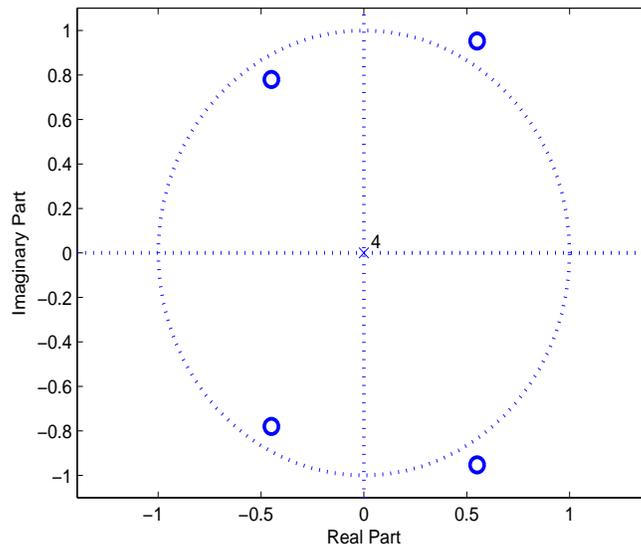


FIGURE 3.4 – Canal de Macchi

3.6.2.1 Analyse de performance en fonction du nombre d'échantillons

Dans ce paragraphe nous testons l'efficacité des algorithmes présentés précédemment pour différents nombres d'échantillons et pour un rapport signal sur bruit $SNR = 8 \text{ dB}$. Dans la table 3.2, nous présentons les résultats des simulations obtenus.

Le tableau (3.2) montre que, pour toutes les tailles d'échantillons et pour $SNR = 8 \text{ dB}$, les algorithmes (ALGcum1, LMS, RLS) sont plus performants que ceux obtenus par l'algorithme (ALGcum2) et (ALGcum3), avec un avantage de l'algorithme RLS en terme de l'EQM.

L'importante valeur du critère EQM pour l'algorithme (ALGcum2) est due à la présence de la fonction d'autocorrélation (cumulant d'ordre deux) dans cet algorithme. Les performances de l'algorithme (ALGcum3) se dégradent malgré qu'il soit basé sur les cumulants d'ordre quatre.

TABLE 3.2 – Estimation des paramètres du canal de Macchi pour différents nombres d'échantillons et pour un $SNR = 8 \text{ dB}$.

N	$\widehat{h}(i) \pm \sigma$	<i>ALGcum1</i>	<i>LMS</i>	<i>ALGcum2</i>	<i>ALGcum3</i>	<i>RLS</i>
1024	$\widehat{h}(1) \pm \sigma$	0.7896±0.1338	0.8456±0.0629	0.5607±0.2748	0.5101±0.5314	0.8114±0.0070
	$\widehat{h}(2) \pm \sigma$	-0.0559±0.2056	-0.2734±0.1140	-0.4244±0.1628	0.2557±0.4035	-0.1588±0.0071
	$\widehat{h}(3) \pm \sigma$	0.7857±0.1099	0.8075±0.0874	0.5550±0.3079	0.5790±0.6220	0.8536±0.0060
	$\widehat{h}(4) \pm \sigma$	0.1892±0.1053	0.1886±0.0901	0.0302±0.1063	-0.1049±0.5160	0.1759±0.0079
	$\widehat{h}(5) \pm \sigma$	0.6740±0.1408	0.6982±0.1735	0.8061±0.2618	0.4907±0.9437	0.8076±0.0069
	<i>MSE</i>	0.0831	0.0946	0.5577	1.5976	0.0015
2048	$\widehat{h}(1) \pm \sigma$	0.8797±0.1168	0.8233±0.0662	0.5137±0.1847	0.6921±0.3818	0.8351±0.0048
	$\widehat{h}(2) \pm \sigma$	-0.1506±0.1482	-0.2039±0.0512	-0.3257±0.0969	0.2236±0.3769	-0.1643±0.0042
	$\widehat{h}(3) \pm \sigma$	0.8154±0.1087	0.8306±0.0510	0.6500±0.2366	0.7497±0.4089	0.8565±0.0067
	$\widehat{h}(4) \pm \sigma$	0.2161±0.0830	0.1290±0.0557	0.0642±0.1143	0.1903±0.4751	0.1737±0.0054
	$\widehat{h}(5) \pm \sigma$	0.7499±0.1224	0.7181±0.0506	0.5890±0.2197	0.5895±0.4283	0.7905±0.0063
	<i>MSE</i>	0.0204	0.0226	0.2641	0.9459	9.1098×10^{-4}
4096	$\widehat{h}(1) \pm \sigma$	0.7871±0.0805	0.8185±0.0297	0.5806±0.1338	0.7450±0.1372	0.8287±0.0050
	$\widehat{h}(2) \pm \sigma$	-0.1977±0.1038	-0.1198±0.0236	-0.2438±0.0730	0.0105±0.3597	-0.1625±0.0041
	$\widehat{h}(3) \pm \sigma$	0.8552±0.0740	0.8569±0.0277	0.6203±0.1822	0.7980±0.1381	0.8526±0.0041
	$\widehat{h}(4) \pm \sigma$	0.1281±0.0526	0.1601±0.0304	0.1821±0.1147	0.0299±0.5077	0.1681±0.0050
	$\widehat{h}(5) \pm \sigma$	0.8335±0.0877	0.8568±0.0296	0.6233±0.1701	0.5475±0.2014	0.8106±0.0043
	<i>MSE</i>	0.0148	0.0159	0.0756	0.3197	2.0973×10^{-4}

Il faut noter que malgré l'algorithme RLS donne de faibles valeurs de l'EQM, l'algorithme (ALGcum1) présente l'avantage d'identifier les paramètres du canal d'une manière totalement aveugle en se basant uniquement sur le signal reçu, contrairement aux algorithmes adaptatifs (RLS, LMS) qui nécessitent l'utilisation de l'entrée et la sortie du canal à identifier.

Dans la pratique ces algorithmes utilisent une séquence d'apprentissage connue par l'émetteur et le récepteur afin d'identifier le canal. La séquence d'apprentissage ne transporte pas l'information utile ce qui réduit le débit de transmission. Donc l'utilisation des techniques aveugles est d'un grand intérêt pour augmenter l'efficacité spectrale.

Il faut souligner que l'algorithme (ALGcum1) est optimale, et n'utilise que $(q + 1)$ équations comparativement aux algorithmes (ALGcum2) et (ALGcum3) qui exploitent $(2q + 1)$ équations pour identifier les paramètres de la réponse impulsionnelle du canal.

Dans la figure (3.5) on compare les performances de ces algorithmes en terme de l'EQM.

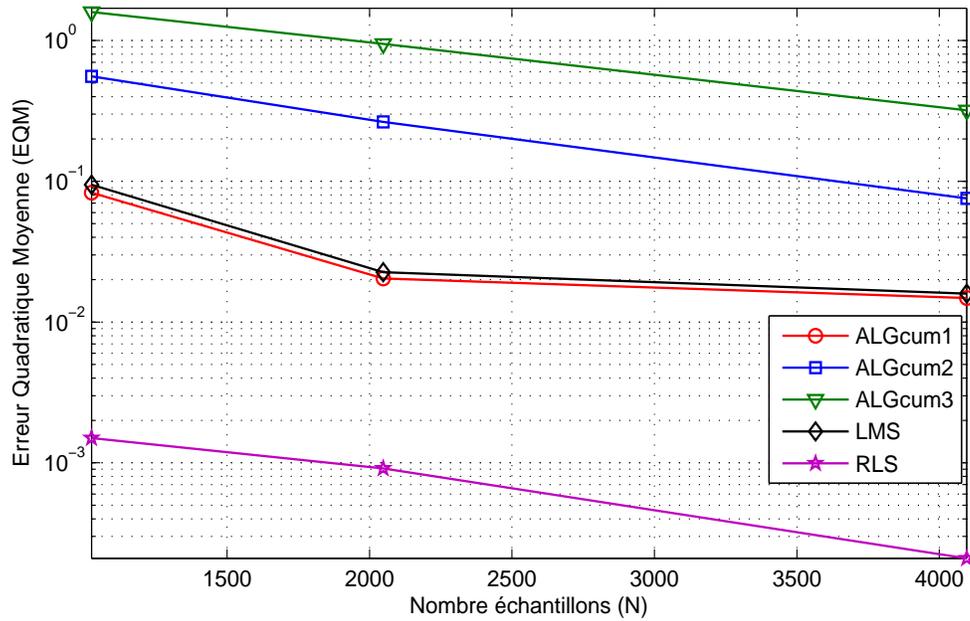


FIGURE 3.5 – Les valeurs de l’EQM pour les cinq algorithmes, pour $SNR = 8 \text{ dB}$ et différents nombres d’échantillons.

3.6.2.2 Analyse de performance en fonction du SNR

Dans ce paragraphe nous testons la performance des algorithmes dans un milieu bruité par un bruit gaussien, tel que le SNR varie de 0 dB à 36 dB et pour un nombre d’échantillons $N = 2048$. Les résultats de simulation sont regroupés dans la table 3.3.

TABLE 3.3 – Estimation des paramètres du canal de Macchi pour différents SNR et pour un nombre d'échantillons $N = 2048$.

SNR	$\widehat{h}(i) \pm \sigma$	$ALGcum1$	LMS	$ALGcum2$	$ALGcum3$	RLS
0dB	$\widehat{h}(1) \pm \sigma$	0.8528±0.1256	0.8309±0.0540	-0.1310±0.9704	-0.0146±0.5764	0.8446±0.0127
	$\widehat{h}(2) \pm \sigma$	-0.1157±0.1140	-0.2864±0.0839	-0.1543±0.5630	0.0316±0.4848	-0.1660±0.0148
	$\widehat{h}(3) \pm \sigma$	0.7554±0.1463	0.8615±0.0602	0.1448±0.8429	0.2827±0.6526	0.8624±0.0152
	$\widehat{h}(4) \pm \sigma$	0.2935±0.0777	0.0700±0.0455	-0.1602±0.2333	-0.1418±0.4816	0.1882±0.0147
	$\widehat{h}(5) \pm \sigma$	0.7634±0.1416	0.6345±0.0537	0.3275±0.6321	0.2376±0.5866	0.7607±0.0125
	MSE	0.1229	0.1823	1.0514	1.1477	0.0054
12dB	$\widehat{h}(1) \pm \sigma$	0.8752±0.1081	0.8294±0.0167	0.5806±0.1957	0.7387±0.1427	0.8317±0.0037
	$\widehat{h}(2) \pm \sigma$	-0.1938±0.1234	-0.1940±0.0128	-0.3110±0.1091	0.0957±0.3542	-0.1656±0.0036
	$\widehat{h}(3) \pm \sigma$	0.8311±0.1096	0.8412±0.0147	0.6797±0.1813	0.8193±0.1271	0.8548±0.0044
	$\widehat{h}(4) \pm \sigma$	0.1942±0.0583	0.1363±0.0115	0.1062±0.1204	-0.0655±0.5145	0.1687±0.0048
	$\widehat{h}(5) \pm \sigma$	0.7810±0.1101	0.7721±0.0159	0.6071±0.1848	0.5510±0.2510	0.7975±0.0036
	MSE	0.0117	0.0121	0.1819	0.7615	2.5485×10^{-4}
24dB	$\widehat{h}(1) \pm \sigma$	0.8534±0.0920	0.8256±0.0037	0.7273±0.1873	0.8027±0.1540	0.8277±0.0008
	$\widehat{h}(2) \pm \sigma$	-0.1814±0.1497	-0.1703±0.0038	-0.2460±0.0979	0.0862±0.4024	-0.1654±0.0011
	$\widehat{h}(3) \pm \sigma$	0.8767±0.0989	0.8517±0.0047	0.8098±0.1859	0.8242±0.1691	0.8519±0.0008
	$\widehat{h}(4) \pm \sigma$	0.1400±0.0942	0.1572±0.0039	0.1914±0.1294	0.0515±0.5461	0.1649±0.0008
	$\widehat{h}(5) \pm \sigma$	0.8486±0.1029	0.7994±0.0038	0.7681±0.2359	0.6482±0.3391	0.8067±0.0009
	MSE	58×10^{-4}	5.1989×10^{-4}	0.0478	0.4710	1.7192×10^{-5}
36dB	$\widehat{h}(1) \pm \sigma$	0.8564±0.0982	0.8267±0.0012	0.7103±0.1974	0.8383±0.1537	0.8268±0.0002
	$\widehat{h}(2) \pm \sigma$	-0.1728±0.1327	-0.1667±0.0008	-0.2233±0.0886	-0.0428±0.3878	-0.1653±0.0003
	$\widehat{h}(3) \pm \sigma$	0.8887±0.0986	0.8509±0.0010	0.7805±0.2284	0.8728±0.1253	0.8514±0.0003
	$\widehat{h}(4) \pm \sigma$	0.1552±0.0733	0.1620±0.0009	0.1872±0.1490	0.2287±0.5115	0.1640±0.0002
	$\widehat{h}(5) \pm \sigma$	0.8940±0.0958	0.8079±0.0009	0.7859±0.2864	0.7197±0.3714	0.8092±0.0002
	MSE	31×10^{-4}	3.5059×10^{-5}	0.0286	0.1201	1.3921×10^{-6}

En examinant le tableau (3.3), nous remarquons que les meilleures performances sont obtenues par les algorithmes RLS, LMS et (ALGcum1) respectivement en terme de l'EQM (figure 3.6) comparativement avec les algorithmes (ALGcum2) et (ALGcum3) qui conduisent à des erreurs assez importantes.

Les algorithmes adaptatifs donnent les meilleures performances, car les coefficients de la réponse impulsionnelle du canal sont estimés en fonction de l'erreur par une boucle de retour. Ceci demande la connaissance de l'entrée et de la sortie et un cout de calcul élevé. Dans la pratique, les estimées peuvent être de mauvaise qualité dans le cas de canaux à évanouissements très rapides dus aux multi-trajets, car dans ce cas l'apprentissage n'est pas efficace.

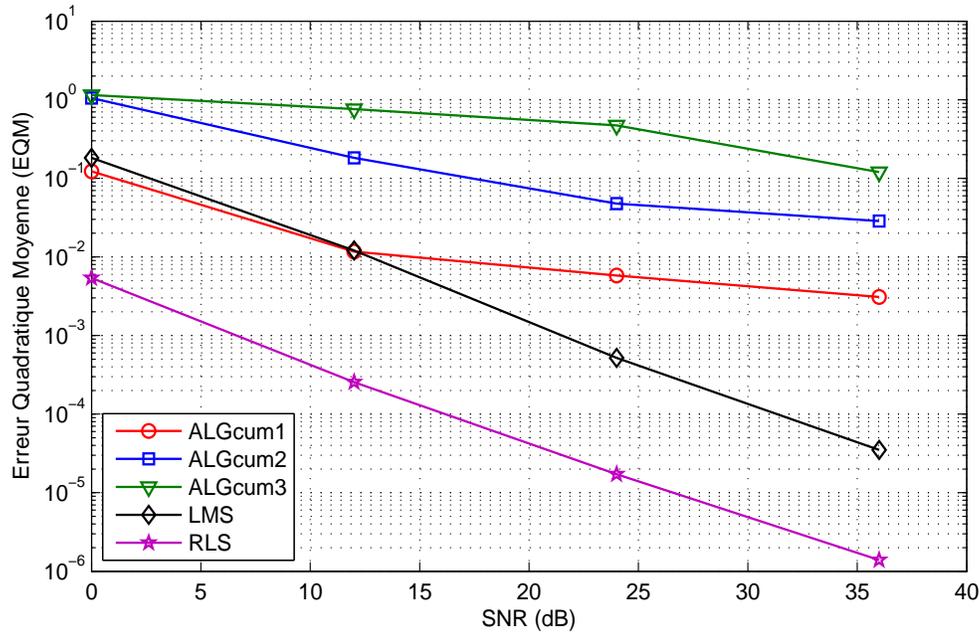


FIGURE 3.6 – Les valeurs de l’EQM pour les cinq algorithmes, pour $N = 2048$ et différents SNR .

3.6.2.3 Estimation de l’amplitude et de la phase du canal de Macchi

Dans la figure (3.7) nous représentons l’estimation de l’amplitude et de la phase de la réponse impulsionnelle du canal de Macchi, en utilisant les algorithmes présentés précédemment pour un nombre d’échantillons $N = 2084$ et un $SNR = 8 \text{ dB}$. Nous remarquons que la réponse en amplitude estimée pour les algorithmes ALGcum1, LMS et RLS a la même allure que celles réelles, mais représente une certaine différence pour les algorithmes ALGcum2 et ALGcum3.

La réponse en phase estimée, pour les algorithmes ALGcum1, ALGcum2, LMS et RLS, a la même forme que celle réelle, mais à l’aide de l’algorithme (ALGcum3) nous observons une différence apparente entre la réponse en phase réelle et estimée. Dans le cas fortement bruité ($SNR < 10 \text{ dB}$), les performances des algorithmes (ALGcum2) et (ALGcum3) se dégradent à cause de la présence de la fonction d’autocorrélation dans l’algorithme (ALGcum2) et la complexité des systèmes d’équations dans l’algorithme (ALGcum3).

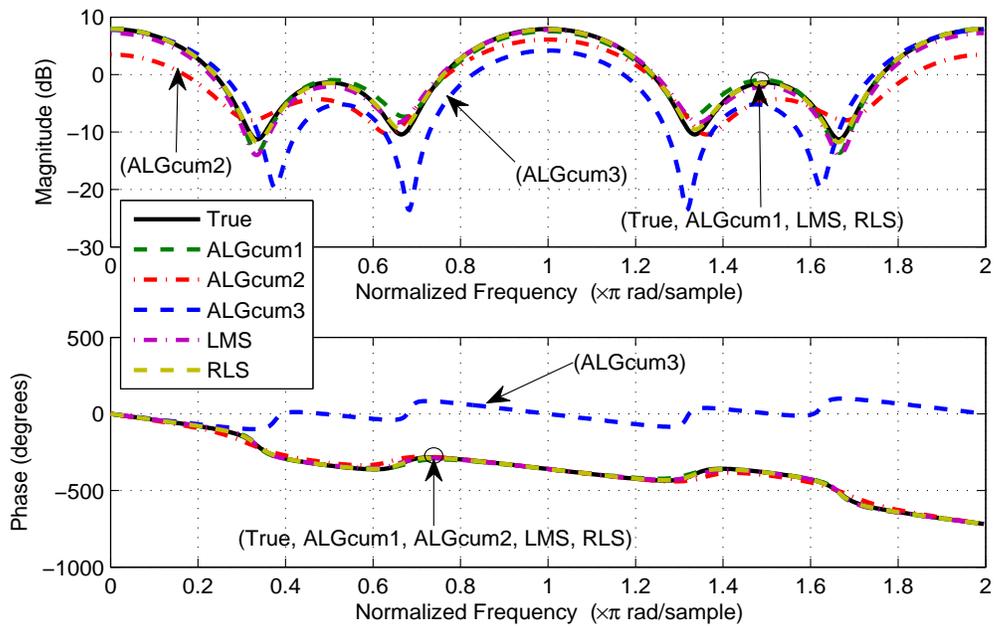


FIGURE 3.7 – Estimation de l’amplitude et de la phase du canal de Macchi, pour les différents algorithmes, pour $N = 2048$ et $SNR = 8$ dB.

3.7 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté une étude comparative entre des algorithmes aveugles basés sur les cumulants d’ordre supérieur et les algorithmes récursifs à savoir RLS et LMS. Ces algorithmes sont utilisés pour estimer les paramètres des canaux de *Macchi* et de *Proakis B* sélectifs en fréquence, à évanouissements très importants, et à phase non minimale. Les résultats de simulation et de comparaison montrent la validité des algorithmes (Algo-ZSS) et (ALGcum1). Leurs robustesses vient du fait qu’ils donnent une bonne estimation des paramètres des canaux à phase non minimale, sans connaissance sur l’excitation contrairement aux algorithmes adaptatifs qui exploitent l’entrée et la sortie pour estimer les paramètres du canal, de plus l’algorithme (Algo-ZSS) présente l’avantage par rapport à l’algorithme LMS lorsque le milieu est fortement bruité ($SNR = 0$ dB). Nous avons constaté que l’algorithme (ALGcum1) capable d’estimer l’amplitude et la phase avec une bonne précision même dans un environnement fortement bruité ($SNR < 10$ dB). Ceci nous a amené à appliquer ces algorithmes à l’identification de canaux radio mobiles et l’égalisation des systèmes MC-CDMA.

Chapitre 4

Application des algorithmes d'identification aveugle à l'égalisation des systèmes MC-CDMA

4.1 Introduction

Dans un système de communication numérique, l'émetteur et le récepteur communiquent à travers un canal de transmission appelé communément canal radio mobile. En général le signal capté par le récepteur n'est pas identique au signal émis. Celui-ci a pu subir des distorsions qui peuvent être des échos, une atténuation ou même une disparition de certaines composantes fréquentielles du signal. D'autres signaux parasites peuvent être captés lors de la transmission qui viennent s'ajouter au message émis comme du bruit [Yam11]. Ces distorsions sont dues à la convolution du signal modulé avec la réponse impulsionnelle du canal de transmission. La présence de toutes ces perturbations ne permet pas de retrouver le signal émis sans aucun traitement préalable du signal à la réception. C'est là qu'interviennent les techniques d'égalisation et d'estimation du canal qui ont pour but de déterminer les perturbations du canal afin de les supprimer ou au moins de limiter leur impact sur le signal émis [Yam11].

L'égalisation aveugle est un processus durant lequel, une séquence de données inconnues à l'entrée d'un canal est récupérée uniquement à partir des signaux recueillis à la sortie de ce canal [Kac07]. Comme la majorité des systèmes de communication sont souvent soumis aux contraintes de limitation de la bande de transmission, Il est clair que l'efficacité spectrale de ces systèmes entraînés est notablement affectée à cause de la présence de la séquence d'apprentissage [Ber06]. En éliminant la séquence d'apprentissage pour maximiser la capacité du canal, on recourt à des égaliseurs aveugles en disposant uniquement du signal reçu.

Le but de ce chapitre est d'appliquer les algorithmes développés précédemment à l'identification aveugle des canaux radio mobiles, et à l'égalisation des systèmes MC-CDMA afin de compenser les distorsions du canal. Dans la deuxième section de ce chapitre, nous introduisons le modèle du canal de propagation radio mobile. Dans la section 4.3 nous donnons une description détaillée sur les systèmes de 4^{ème} génération MC-CDMA, ensuite nous présentons

les principales structures d'égaliseurs utilisés en pratique pour lutter contre les distorsions des canaux de transmission. Finalement, par des simulations, nous considérons le problème d'identification /égalisation aveugle des systèmes MC-CDMA.

4.2 Canal de propagation radio mobile

Le canal de propagation radio mobile constitue un élément majeur dans la chaîne de communication numérique. Ce canal provoque généralement des perturbations qui affectent le signal émis. Ainsi, l'environnement de propagation est tel que le signal émis peut parvenir au récepteur via plusieurs trajets à des instants différents dus à des effets de réflexion et de dispersion. Le canal est alors dit multi-trajets : on parle de canal dispersif en temps. Cette caractéristique temporelle du canal induit dans le domaine fréquentiel la formation d'évanouissements : le canal est qualifié de sélectif en fréquence [Sau07]. Ainsi, on reçoit au niveau du récepteur une multitude d'ondes arrivant avec des amplitudes, des phases et des délais de propagation différents [Nas06]. Ces échos induisent un étalement temporel du signal donnant lieu à un phénomène d'interférence entre symboles transmis [Maz09].

Le signal passé à travers le canal radio mobile subit d'autres sortes de distorsions. Du bruit, de l'atténuation, de l'interférence avec d'autres signaux, des changements de fréquence qui portent le nom d'effet Doppler, dû à la mobilité du mobile et/ou des objets dans le canal radio mobile [Tra07]. La figure 4.1 illustre le phénomène multi-trajet.

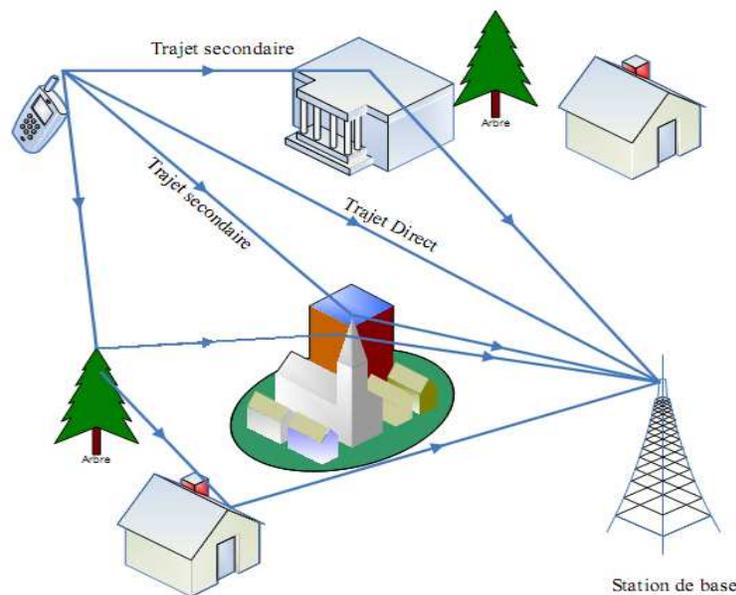


FIGURE 4.1 – Le phénomène multi-trajet [Yam11]

Pour surmonter ces problèmes et pallier les distorsions dues aux évanouissements qui peuvent dégrader l'information temporelle et spectrale du signal, nous cherchons un modèle capable de représenter les canaux radio mobiles sans se référer aux mesures.

4.2.1 Modélisation du canal de propagation

Après avoir identifié les paramètres clés, du canal radio mobile, mis en jeu lors de la propagation des ondes, il convient de modéliser le canal de propagation en donnant une représentation mathématique qui permet de tester la robustesse de la chaîne de communication [Nob03, Auf04].

Lorsque le canal de propagation, radio mobile, est invariant dans le temps, il peut s'exprimer dans le domaine des retards τ par sa réponse impulsionnelle en bande de base $h(\tau)$ par [FSTM10] :

$$h(\tau) = \sum_{p=0}^{P-1} \beta_p e^{j\theta_p} \delta(\tau - \tau_p). \quad (4.1)$$

Cette réponse impulsionnelle représente un canal possédant P trajets d'amplitudes β_p et de phases θ_p . Elle lie le signal reçu $r(t)$ au signal émis $x(t)$ par la relation suivante [Nob03] :

$$\begin{aligned} r(t) &= h(t) * x(t) + n(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{p=0}^{P-1} \beta_p e^{j\theta_p} \delta(\tau - \tau_p) x(t - \tau) d\tau + n(t) \\ &= \sum_{p=0}^{P-1} \beta_p e^{j\theta_p} x(t - \tau_p) + n(t), \end{aligned} \quad (4.2)$$

où $n(t)$ représente le terme de bruit blanc additif gaussien et $*$ représente le produit de convolution.

Tout canal de propagation invariant dans le temps est aussi caractérisé dans le domaine fréquentiel par sa réponse fréquentielle exprimée par :

$$H(f) = TF[h(\tau)] = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau. \quad (4.3)$$

La transformée de Fourier du signal reçu $r(t)$ est alors donnée par la relation suivante :

$$R(f) = H(f)X(f) + TF[n(t)], \quad (4.4)$$

où $X(f)$ représente la transformée de Fourier du signal émis $x(t)$.

4.2.2 Modèle du canal SISO : le canal BRAN de l'ETSI

La simulation des algorithmes d'identification sur des canaux théoriques ne permet pas à elle seule d'évaluer complètement leur robustesse. Ceci nous a amené à considérer des modèles de canaux radio mobiles.

L'ETSI a utilisé des modèles de canaux à trajets pour la validation de ses systèmes BRAN (Broadband Radio Access Network) comme HIPERLAN/2 [Gue09, MS98]. Ces modèles regroupent 5 canaux correspondant à des scénarios de propagation différents [Gue09]. Dans la table 4.1 nous résumons les modèles de canaux pour les systèmes BRAN proposés par l'ETSI. Ces modèles utilisent des évanouissements suivant une loi de Rayleigh [Gue09].

La table 4.2 présente le profil retard-puissance du canal BRAN A.

TABLE 4.1 – Les modèles de canaux pour les systèmes BRAN proposés par l'ETSI [Gue09].

Canal	Nombre de trajets	Etalement des retards	Visibilité	Environnement
A	18	50 ns	NLOS	Intérieur (bureau)
B	18	100 ns	NLOS	Intérieur (open-space)
C	18	150 ns	NLOS	Int./Ext. (open-space)
D	18	140 ns	LOS	Int./Ext. (open-space)
E	18	250 ns	NLOS	Int./Ext. (Hall)

TABLE 4.2 – Le modèle de canal BRAN A de l'ETSI.

Retard τ_i [ns]	Amplitude h_i [dB]	Retard τ_i [ns]	Amplitude h_i [dB]
0	0	90	-7.8
10	-0.9	110	-4.7
20	-1.7	140	-7.3
30	-2.6	170	-9.9
40	-3.5	200	-12.5
50	-4.3	240	-13.7
60	-5.2	290	-18
70	-6.1	340	-22.4
80	-6.9	390	-26.7

La table 4.3 présente le profil retard-puissance du canal BRAN B.

TABLE 4.3 – Le modèle de canal BRAN B de l'ETSI.

Retard τ_i [ns]	Amplitude h_i [dB]	Retard τ_i [ns]	Amplitude h_i [dB]
0	-2.6	230	-5.6
10	-3.0	280	-7.7
20	-3.5	330	-9.9
30	-3.9	380	-12.1
50	0.0	430	-14.3
80	-1.3	490	-15.4
110	-2.6	560	-18.4
140	-3.9	640	-20.7
180	-3.4	730	-24.6

La table 4.4 présente le profil retard-puissance du canal BRAN C.

TABLE 4.4 – Le modèle de canal BRAN C de l'ETSI.

Retard τ_i [ns]	Amplitude h_i [dB]	Retard τ_i [ns]	Amplitude h_i [dB]
0	-3.3	230	-3.0
10	-3.6	280	-4.4
20	-3.9	330	-5.9
30	-4.2	400	-5.3
50	0.0	490	-7.9
80	-0.9	600	-9.4
110	-1.7	730	-13.2
140	-2.6	880	-16.3
180	-1.5	1050	-21.2

La table 4.5 présente le profil retard-puissance du canal BRAN D.

TABLE 4.5 – Le modèle de canal BRAN D de l'ETSI.

Retard τ_i [ns]	Amplitude h_i [dB]	Retard τ_i [ns]	Amplitude h_i [dB]
0	0.0	230	-9.4
10	-10.0	280	-10.8
20	-10.3	330	-12.3
30	-10.6	400	-11.7
50	-6.4	490	-14.3
80	-7.2	600	-15.8
110	-8.1	730	-19.6
140	-9.0	880	-22.7
180	-7.9	1050	-27.6

La table 4.6 présente le profil retard-puissance du canal BRAN E.

TABLE 4.6 – Le modèle de canal BRAN E de l'ETSI.

Retard τ_i [ns]	Amplitude h_i [dB]	Retard τ_i [ns]	Amplitude h_i [dB]
0	-4.9	320	0.0
10	-5.1	430	-1.9
20	-5.2	560	-2.8
40	-0.8	710	-5.4
70	-1.3	880	-7.3
100	-1.9	1070	-10.6
140	-0.3	1280	-13.4
190	-1.2	1510	-17.4
240	-2.1	1760	-20.9

4.3 Généralité sur les techniques d'accès multiple

L'accès multiple est une technique efficace de partager des ressources de communication en temps et bande passante pour augmenter la capacité d'un réseau de communication en nombre d'utilisateurs [Saa05, Pro95]. Les quatre principales techniques d'accès multiple sont les suivantes :

◊ **FDMA (Frequency Division Multiple Access)** : La technique d'accès multiple à répartition de fréquences, FDMA, représente la technique la plus utilisée dans les réseaux mobiles de première génération. Avec cette méthode, le spectre est divisé en plusieurs canaux radio (aussi appelées voies ou bandes incidentes, sous-bandes de fréquences) avec une largeur de bande fixée. Quand un utilisateur désire effectuer un appel, un des canaux est alors exclusivement alloué à cet utilisateur pendant toute la durée de la communication. Un canal de garde se situe entre chacun de ces canaux pour éviter l'intermodulation. Cette technique s'applique principalement aux signaux analogiques [Ibr09].

◊ **TDMA (Time Division Multiple Access)** : La technique d'accès multiple par répartition dans le temps, TDMA, est surtout utilisée dans les systèmes de deuxième génération, tels que le GSM. Avec cette technique, Les utilisateurs partagent la même bande passante et émettent les données à transmettre dans les différents intervalles de temps (appelés slots) qui leur sont alloués, l'ensemble des slot mis ensemble forment une trame [Ibr09, Saa05, Pro95].

◊ **CDMA (Code Division Multiple Access)** : La technique d'accès multiple par répartition des codes, CDMA, constitue une méthode d'accès où tous les utilisateurs partagent la même bande de fréquences simultanément et tout le temps. La technique d'étalement de spectre est utilisée pour affecter à chaque utilisateur un code, ou séquence, unique qui détermine les fréquences et la puissance utilisées. Le signal contenant l'information de l'émetteur est modulé avec la séquence qui lui est attribuée, ensuite le récepteur recherche la séquence en question. En isolant toutes les séquences provenant des autres utilisateurs (qui apparaissent comme du bruit), le signal original de l'utilisateur peut alors être extrait [Ibr09].

◊ **OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing)** : Les modulations multi-porteuses (en anglais multi-carrier) ou OFDM consiste à répartir un flux binaire à un rythme t_s sur l'ensemble de sous porteuses ayant chacune un débit réduit. à l'opposé d'un système

conventionnel mono porteuse, la durée utile de transmission d'un symbole est multipliée par N sous porteuses [Nas06]. On obtient un symbole OFDM de durée utile $T_{OFDM} = Nt_s$.

4.4 Le système de 4^{ème} génération MC-CDMA

La technique MC-CDMA est basée sur la concaténation de l'étalement de spectre et de la modulation à porteuses multiples OFDM [Auf04]. Il consiste à copier les données d'un utilisateur donné i sur des répliques différenciées par les chips du code d'étalement de cet utilisateur. Dans une liaison descendante, la station de base alloue à chaque utilisateur un code d'étalement c_i choisi à partir d'un ensemble N_u codes orthogonaux (les codes de Walsh Hadamard par exemple) [Nas06].

La figure 4.2 représente le modulateur MC-CDMA dans le cas où le code d'étalement a une longueur L_c égale au nombre de sous-porteuses N_p .

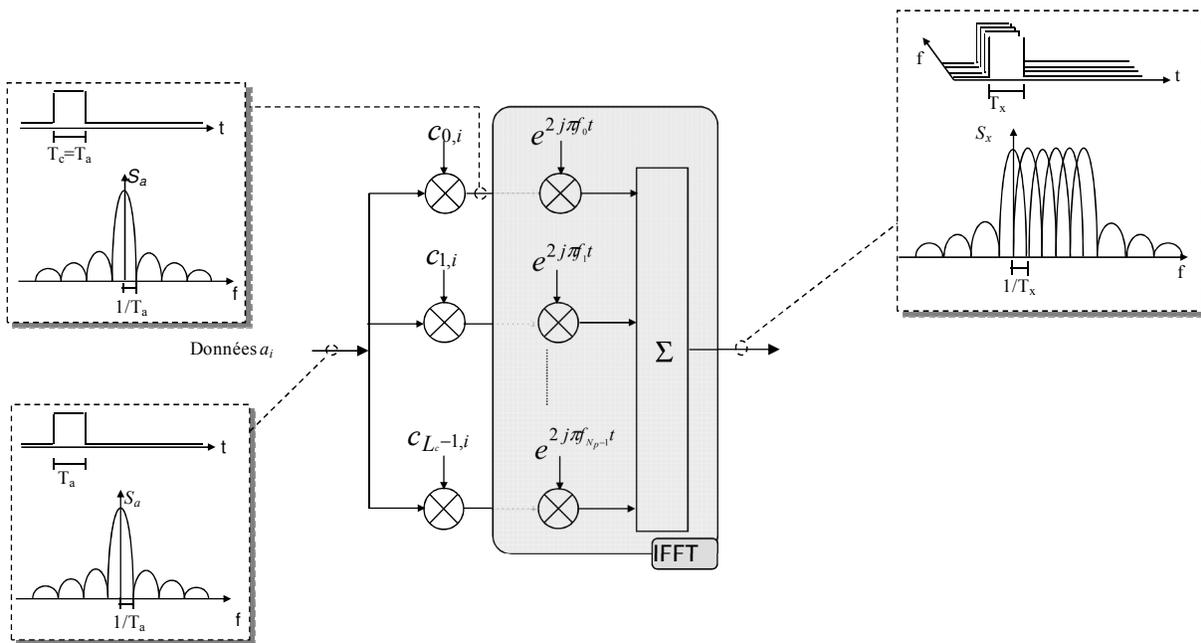


FIGURE 4.2 – Le modulateur MC-CDMA du $i^{\text{ème}}$ utilisateur avec $L_c = N_p$

Le modulateur MC-CDMA étale les données de chaque utilisateur dans le domaine fréquentiel. De plus, plus précisément, le symbole complexe a_i propre à chaque utilisateur i est tout d'abord multiplié par chacun des chips $c_{i,k}$ du code d'étalement, puis appliqué à l'entrée du modulateur à porteuses multiples. Chaque sous-porteuse transmet un élément d'information multiplié par un chip du code propre à cette sous porteuse [Saf08, Nob03].

4.4.1 L'émetteur

Le signal MC-CDMA peut être généré par une transformée de Fourier discrète inverse (TFDI) effectuée sur les chips du code d'étalement [Nob03]. En effet, pour chaque utili-

sateur i , ses symboles de modulation a_i sont multipliés un à un par le code d'étalement $c_i = [c_{0,i}, \dots, c_{L_c-1,i}]^T$ qui a été auparavant assigné à cet utilisateur i , les L_c répliques $a_i c_{i,k}$ ($0 \leq k \leq L_c - 1$) du même symbole a_i sont ensuite appliquées une à une à chacune des L_c sous-porteuses du spectre OFDM ce qui permet d'exploiter la diversité fréquentielle du canal de transmission [Auf04].

Pour simplifier les écritures nous considérons le cas où la longueur du code d'étalement L_c est égale au nombre de sous porteuse N_p . L'espacement optimal entre deux sous-porteuses adjacentes est alors égale à l'inverse de la durée d'un chip d'étalement T_c , dans un but de garantir l'orthogonalité entre les sous-porteuses [Saf08].

La figure 4.3 représente l'émetteur MC-CDMA.

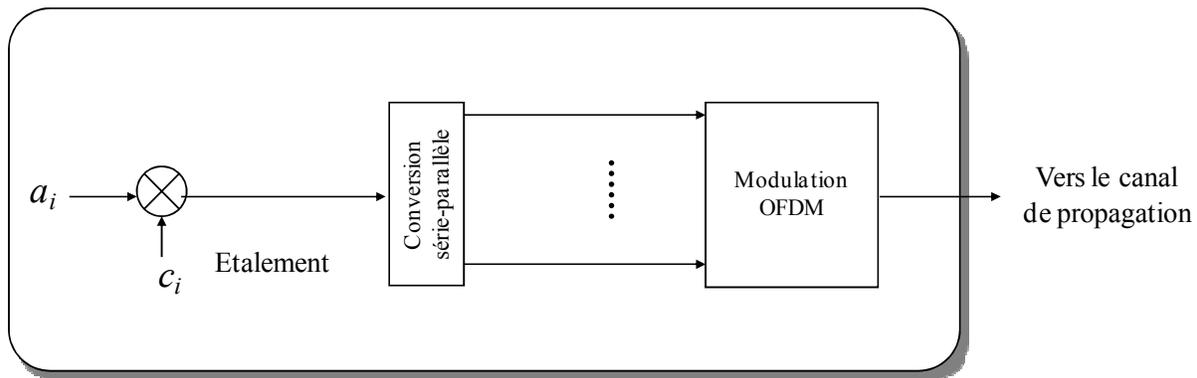


FIGURE 4.3 – L'émetteur MC-CDMA

La conversion série-parallèle au sein de l'émetteur montre que chaque sous-porteuse est modulée par les données de chaque utilisateur multipliées par chacun des chips de leur séquence d'étalement.

L'expression du signal émis en sortie du modulateur MC-CDMA est donnée par la relation suivante :

$$x(t) = \frac{a_i}{\sqrt{N_p}} \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k} e^{2j\pi f_k t}, \quad (4.5)$$

avec $f_k = f_0 + \frac{k}{T_c}$.

4.4.2 Le récepteur

Le signal MC-CDMA, en liaison descendante, de la station de base vers la station mobile, à l'entrée du récepteur est donné par l'équation suivante [Saf08, Nob03, FK03] :

$$r(t) = \frac{1}{\sqrt{N_p}} \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} \sum_{i=0}^{N_u-1} \Re\{\beta_p e^{j\theta_p} a_i c_{i,k} e^{2j\pi(f_0+k/T_c)(t-\tau_p)}\} + n(t), \quad (4.6)$$

avec $n(t)$ un bruit additif gaussien.

La figure 4.4 représente le récepteur MC-CDMA du $i^{\text{ème}}$ utilisateur.

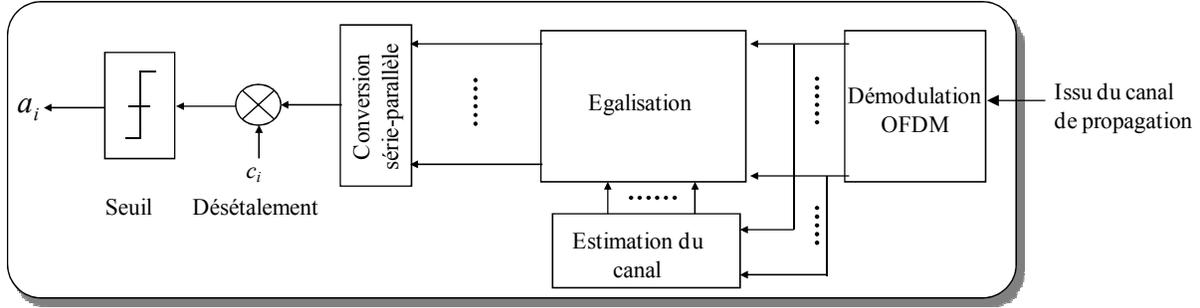


FIGURE 4.4 – Le récepteur MC-CDMA.

4.4.3 Egalisation des systèmes MC-CDMA

Afin de remédier aux perturbations introduites par le canal de transmission, il est nécessaire de mettre en oeuvre un dispositif d'égalisation. L'égaliseur est un filtre ayant pour rôle d'annuler les distorsions du signal porteur de l'information reçu en bande de base. Il existe différentes techniques de détections mono-utilisateurs qui peuvent être mises en oeuvre. Dans ce paragraphe nous détaillons deux techniques de détection utilisées dans les récepteurs des systèmes MC-CDMA.

Les détecteurs mono-utilisateurs considèrent que seul le signal d'un utilisateur particulier est le signal utile. Les signaux des autres utilisateurs sont assimilés finalement à des brouilleurs venant perturber le signal utile.

Le but de l'égalisation est d'avoir une bonne estimation du symbole émis a_i . A la réception, nous démodulons le signal reçu suivant les N_p sous-porteuses, et après on multiplie la séquence reçue par le code de l'utilisateur i . L'égalisation est alors réalisée sous-porteuse par sous-porteuse à l'aide d'un coefficient multiplicatif g_k . Le schéma de principe d'un détecteur mono-utilisateur est représenté sur la figure 4.5.

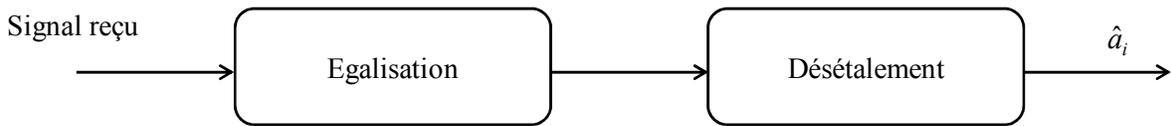


FIGURE 4.5 – Principe de la détection mono-utilisateur.

Après l'opération d'égalisation et de désétalement, l'estimation \hat{a}_i du symbole émis a_i du $i^{\text{ème}}$ utilisateur peut s'écrire sous la forme suivante [Nob03] :

$$\begin{aligned}
 \hat{a}_i &= \sum_{q=0}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k} (g_k h_k c_{q,k} a_q + g_k n_k) \\
 &= \underbrace{\sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k}^2 (g_k h_k a_i)}_{I \ (i=q)} + \underbrace{\sum_{q=0}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k} c_{q,k} g_k h_k a_q}_{II \ (i \neq q)} + \underbrace{\sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k} (g_k n_k)}_{III}
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

Les trois termes I, II et III de l'équation (4.7) correspondent, respectivement, au signal utile

(signal de l'utilisateur, i , considéré), aux interférences d'accès multiple (signaux "brouilleurs" provenant des autres utilisateurs) et au bruit blanc additif gaussien pondéré par le coefficient d'égalisation g_k et le chip $c_{i,k}$ du code d'étalement de l'utilisateur considéré.

4.4.3.1 La combinaison à restauration d'orthogonalité ou Zero Forcing (ZF)

Le principe de la technique ZF est d'annuler totalement la distorsion apportée par le canal. Le coefficient d'égalisation appliqué sur chaque sous-porteuse est donné par [Saf08, Nob03] :

$$g_k = \frac{1}{h_k}. \quad (4.8)$$

L'équation (4.8) permettant d'obtenir l'estimation \hat{a}_i du symbole a_i de l'utilisateur i s'écrit alors :

$$\hat{a}_i = \underbrace{\sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k}^2 a_i}_{I \ (i=q)} + \underbrace{\sum_{q=0}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k} c_{q,k} a_q}_{II \ (i \neq q)} + \underbrace{\sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k} \frac{1}{h_k} n_k}_{III} \quad (4.9)$$

En supposant que les codes d'étalement utilisés au niveau de l'émetteur soient des codes orthogonaux, on a :

$$\sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k} c_{q,k} = 0 \quad \forall i \neq q. \quad (4.10)$$

De ce fait, le second terme représentant les interférences d'accès multiple est nul, et l'équation (4.9) se réduit à :

$$\hat{a}_i = \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k}^2 a_i + \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k} \frac{1}{h_k} n_k = a_i \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k}^2 + \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k} \frac{1}{h_k} n_k. \quad (4.11)$$

Remarque :

Si on choisit des codes normalisés i.e., $\sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k}^2 = 1$, donc (4.11) devient :

$$\hat{a}_i = a_i + \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k} \frac{1}{h_k} n_k. \quad (4.12)$$

4.4.3.2 La combinaison à erreur quadratique moyenne minimale ou Minimum Mean Square Error (MMSE)

La technique MMSE réalise un compromis entre la minimisation des interférences d'accès multiple et la maximisation du rapport signal sur bruit. Ainsi, comme son nom l'indique, la technique MMSE a pour but de minimiser la valeur de l'erreur quadratique moyenne pour chaque sous-porteuse k entre le signal émis x_k et le signal en sortie de la détection $g_k r_k$ [Nob03] :

$$\varepsilon[|\varepsilon|^2] = \varepsilon[|x_k - g_k r_k|^2] = \varepsilon[(x_k - g_k h_k x_k - g_k n_k)(x_k^* - g_k^* h_k^* x_k^* - g_k^* n_k^*)]. \quad (4.13)$$

En considérant que le bruit est indépendant de x_k et g_k ($\varepsilon[x_k n_k] = \varepsilon[x_k]\varepsilon[n_k]$) et qu'il est blanc et centré ($\varepsilon[n_k] = 0$), l'équation (4.13) se réduit à :

$$\varepsilon[|\varepsilon|^2] = \varepsilon[|x_k|^2] + \varepsilon[|g_k|^2 |n_k|^2] + \varepsilon[|g_k|^2 |x_k|^2 |h_k|^2] - \varepsilon[|x_k|^2 (g_k h_k + g_k^* h_k^*)]. \quad (4.14)$$

On pose, $h_k = a + jb$ et $g_k = c + jd$. Le but est alors de trouver les valeurs de c et d pour lesquelles $\varepsilon[|\varepsilon|^2]$ est minimale. En supposant que la canal est normalisé en puissance, $\varepsilon[|h_k|^2] = 1$, les valeurs de c et d sont données par les expressions suivantes :

$$c = \frac{2a\varepsilon[|x_k|^2]}{2(a^2 + b^2)\varepsilon[|x_k|^2] + 2\varepsilon[|n_k|^2]}, \quad (4.15)$$

$$d = \frac{-2b\varepsilon[|x_k|^2]}{2(a^2 + b^2)\varepsilon[|x_k|^2] + 2\varepsilon[|n_k|^2]}. \quad (4.16)$$

Ce qui nous permet de déduire g_k pour lequel l'erreur quadratique moyenne entre le signal émis x_k et le signal en sortie de la détection $g_k r_k$ est minimale :

$$g_k = \frac{a - jb}{(a^2 + b^2) + \frac{\varepsilon[|n_k|^2]}{\varepsilon[|x_k|^2]}}. \quad (4.17)$$

Soit :

$$g_k = \frac{h_k^*}{|h_k|^2 + \frac{1}{\zeta_k}}, \quad (4.18)$$

avec $\zeta_k = \frac{\varepsilon[|x_k|^2]}{\varepsilon[|n_k|^2]}|_{\varepsilon[|h_k|^2]=1}$ est le rapport signal sur bruit moyen par sous porteuse à l'entrée du récepteur.

L'équation (4.18) permettant d'obtenir l'estimation \hat{a}_i du symbole a_i de l'utilisateur i s'écrit alors :

$$\hat{a}_i = \underbrace{\sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k}^2 \frac{|h_k|^2}{|h_k|^2 + \frac{1}{\zeta_k}} a_i}_{I \quad (i=q)} + \underbrace{\sum_{q=0}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k} c_{q,k} \frac{|h_k|^2}{|h_k|^2 + \frac{1}{\zeta_k}} a_q}_{II \quad (i \neq q)} + \underbrace{\sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k} \frac{h_k^*}{|h_k|^2 + \frac{1}{\zeta_k}} n_k}_{III} \quad (4.19)$$

de même, si nous supposons que les codes d'étalement sont orthogonaux (Eq. 4.10), alors, l'équation (4.19) devient :

$$\hat{a}_i = \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k}^2 \frac{|h_k|^2}{|h_k|^2 + \frac{1}{\zeta_k}} a_i + \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{i,k} \frac{h_k^*}{|h_k|^2 + \frac{1}{\zeta_k}} n_k. \quad (4.20)$$

4.5 Applications : Egalisation des systèmes MC-CDMA

Dans ce paragraphe nous considérons le problème d'identification/ égalisation des systèmes MC-CDMA, en utilisant les algorithmes proposés et développés dans les chapitres précédents. Pour cela, nous utilisons les cinq canaux radio mobiles décrits précédemment dans le paragraphe 4.2.2.

Comme le modèle du canal BRAN est constitué par $N_T = 18$ paramètres et dans le but d'estimer les paramètres de la réponse impulsionnelle du canal BRAN (A, B, C, D, et E), en utilisant le maximum d'information obtenue en calculant les cumulants, nous procédons de la manière suivante :

- Nous décomposons la réponse impulsionnelle du canal BRAN en trois sous canaux comme suit :

$$h(k) = \sum_{j=1}^3 h_j(k) \quad (4.21)$$

- Nous estimons les paramètres de chaque sous canal indépendamment des autres canaux.
- Nous additionnons les réponses impulsionnelles de chaque sous canal, pour constituer la réponse impulsionnelle globale du canal BRAN.

4.5.1 Performances de l'algorithme Alg3ZS

Dans cette partie, nous allons comparer les performances de l'algorithme (Alg3ZS) proposé dans le paragraphe 2.5.2 du chapitre 2, à celles de l'algorithme (CUM-AZ) décrit dans le paragraphe 3.4.1 du chapitre trois, ceci en identifiant des canaux radio mobiles à évanouissement très rapide (les cinq canaux BRAN décrits précédemment dans le paragraphe 4.2.2).

Les performances de l'égalisation des systèmes MC-CDMA, dans le cas mono-utilisateurs et en voie descendante (station de base-mobile), sont évaluées en utilisant les deux égaliseurs ZF et MMSE. Cette évaluation est faite en calculant le Taux d'Erreur Binaire (TEB ou BER en anglais), en utilisant les paramètres mesurés et estimés du canal BRAN (A, B, C, D et E), à l'aide des algorithmes (Alg3ZS) et (CUM-AZ) [ZSS⁺14c].

La qualité des performances est évaluée dans les conditions suivantes (Table 4.7) :

TABLE 4.7 – Les paramètres de simulation pour les systèmes MC-CDMA.

Les paramètres de simulation	Valeurs
Nombre de symboles BPSK	2^{12}
Code d'étalement	Walsh-Hadamard
Longueur du code d'étalement	64
Nombre d'utilisateurs	64
Type de canal	BRAN A, B, C, D, et E
Nombres de l'utilisateurs à détecter	1

4.5.1.1 Résultats de simulation : Canal BRAN A

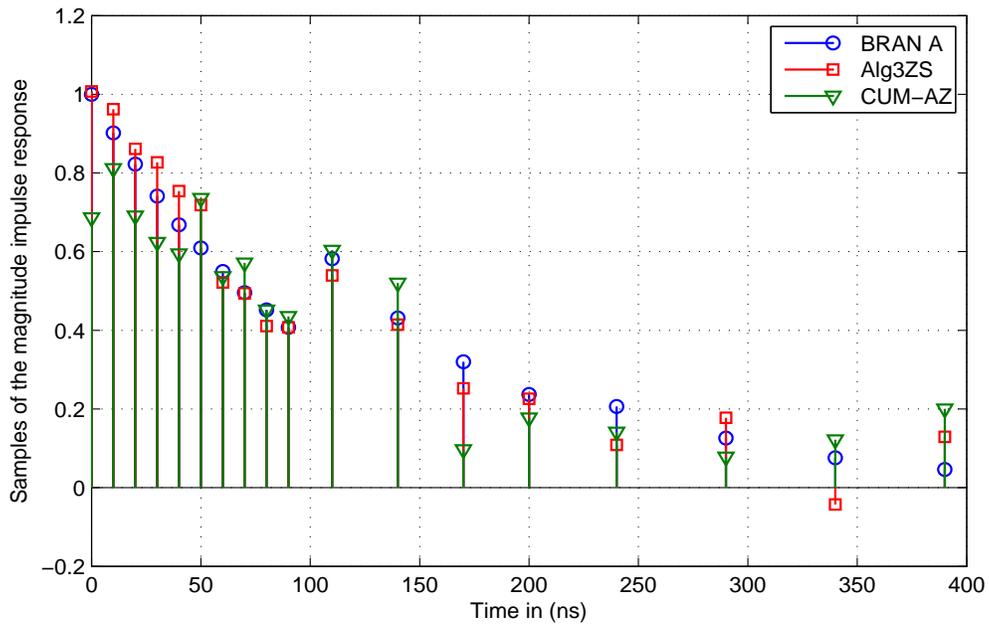


FIGURE 4.6 – Estimation des paramètres du canal BRAN A en fonction des délais des trajets pour $N = 4800$ et $SNR = 16$ dB.

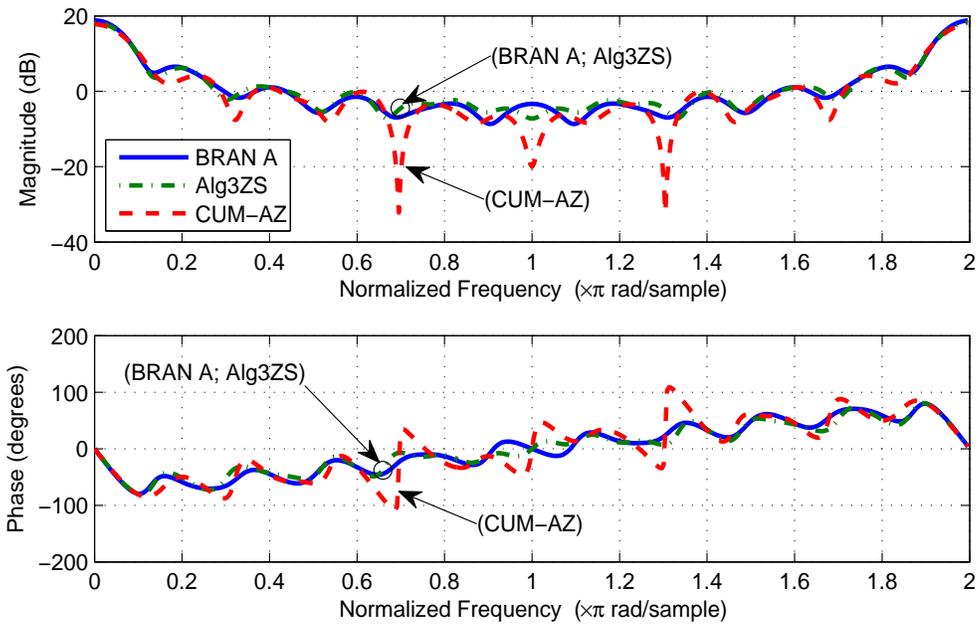


FIGURE 4.7 – Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN A pour $N = 4800$ et $SNR = 20$ dB.

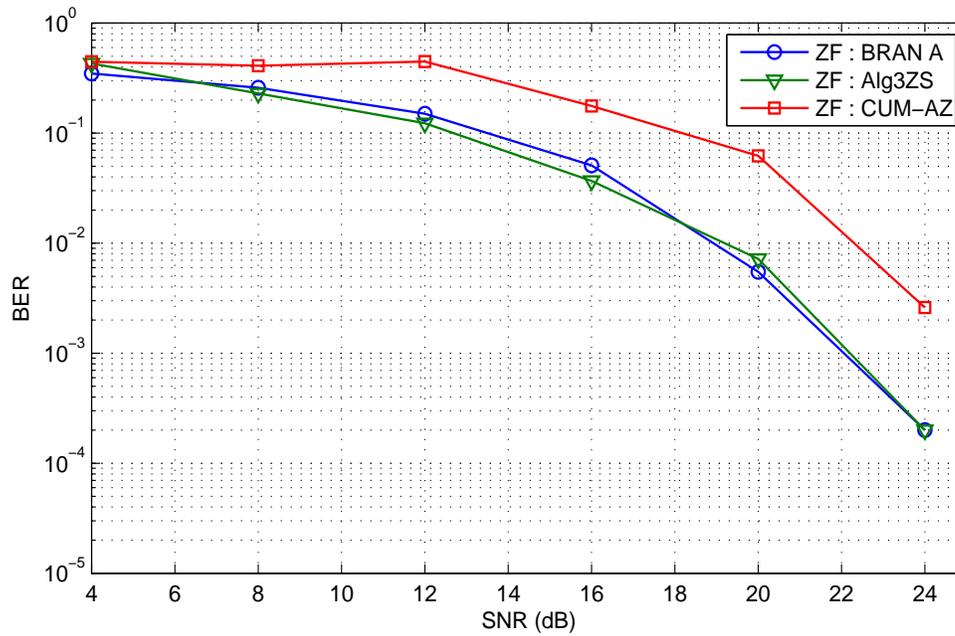


FIGURE 4.8 – BER dans le cas du canal BRAN A mesuré et estimé : égaliseur ZF

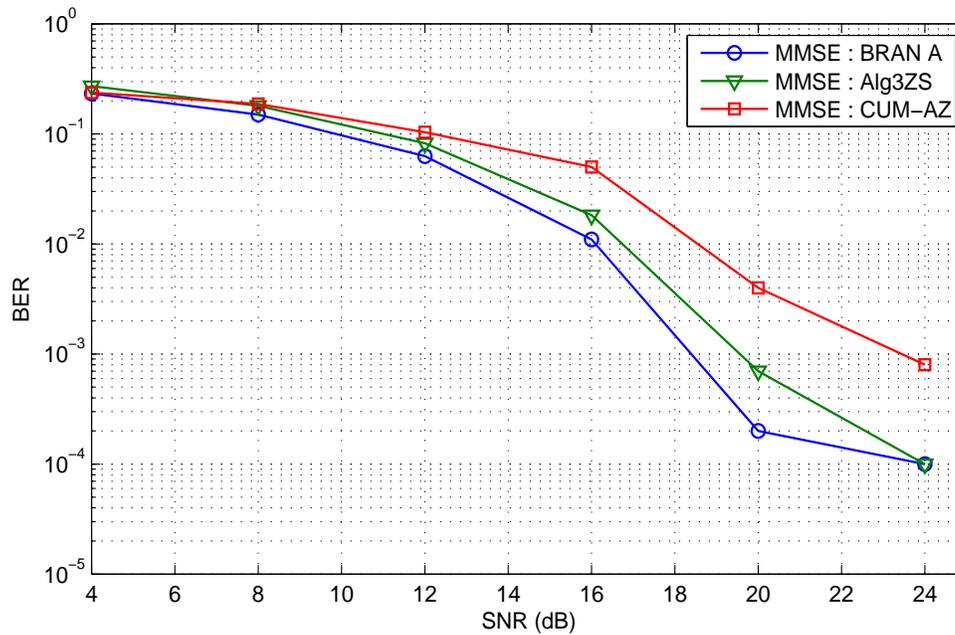


FIGURE 4.9 – BER dans le cas du canal BRAN A mesuré et estimé : égaliseur MMSE

4.5.1.2 Interprétation des résultats de simulation : Canal BRAN A

La figure (4.6) montre l'estimation des paramètres de la réponse impulsionnelle, du canal BRAN A, en fonction des délais des trajets, en utilisant les algorithmes (Alg3ZS) et (CUM-

AZ), pour un nombre d'échantillons $N = 4800$ et pour un $SNR = 16 \text{ dB}$. Nous relevons que l'algorithme proposé (Alg3ZS) donne les meilleurs performances, surtout pour les trajets les plus importants (les six premiers trajets).

La figure (4.7) montre l'estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN A, en utilisant les algorithmes (Alg3ZS) et (CUM-AZ), pour un nombre d'échantillon $N = 4800$ et pour un $SNR = 20 \text{ dB}$. A partir de ce résultat, nous observons que les allures de l'amplitude et de la phase estimées, via l'algorithme proposé (Alg3ZS), ont la même forme que celles des données mesurées. Comparativement à l'algorithme (CUM-AZ), nous remarquons une différence entre l'allure de l'amplitude et de la phase estimées et celles mesurées.

Les figures (4.8) et (4.9) montrent, respectivement, les résultats des BER, dans le cas mono-utilisateurs et en voie descendante, pour différents SNR obtenus à l'aide des égaliseurs ZF et MMSE, en utilisant les paramètres mesurés, du canal BRAN A, et estimés par les algorithmes (Alg3ZS) et (CUM-AZ). D'après ces résultats de simulations nous remarquons que l'algorithme proposé (Alg3ZS), donne presque les mêmes performances que celles obtenues en utilisant les valeurs mesurées du canal BRAN A, par rapport à l'algorithme (CUM-AZ) qui donne des valeurs assez différentes des valeurs mesurées. A partir de la figure (4.9), nous concluons que : Si le $SNR \geq 20 \text{ dB}$ nous avons seulement un BER égale à 10^{-4} principalement si on utilise l'algorithme (Alg3ZS), mais à l'aide de l'algorithme (CUM-AZ) nous avons un BER égale à 10^{-3} . Nous pouvons aussi conclure que la technique MMSE est plus performante que la technique ZF.

4.5.1.3 Résultats de simulation : Canal BRAN B

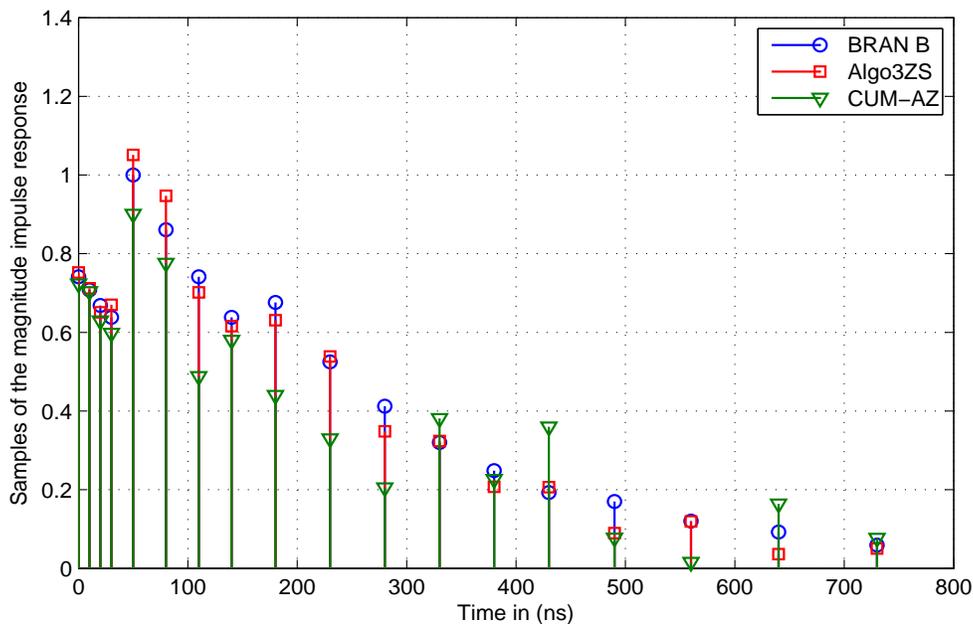


FIGURE 4.10 – Estimation des paramètres du canal BRAN B en fonction des délais des trajets pour $N = 4800$ et $SNR = 16 \text{ dB}$.

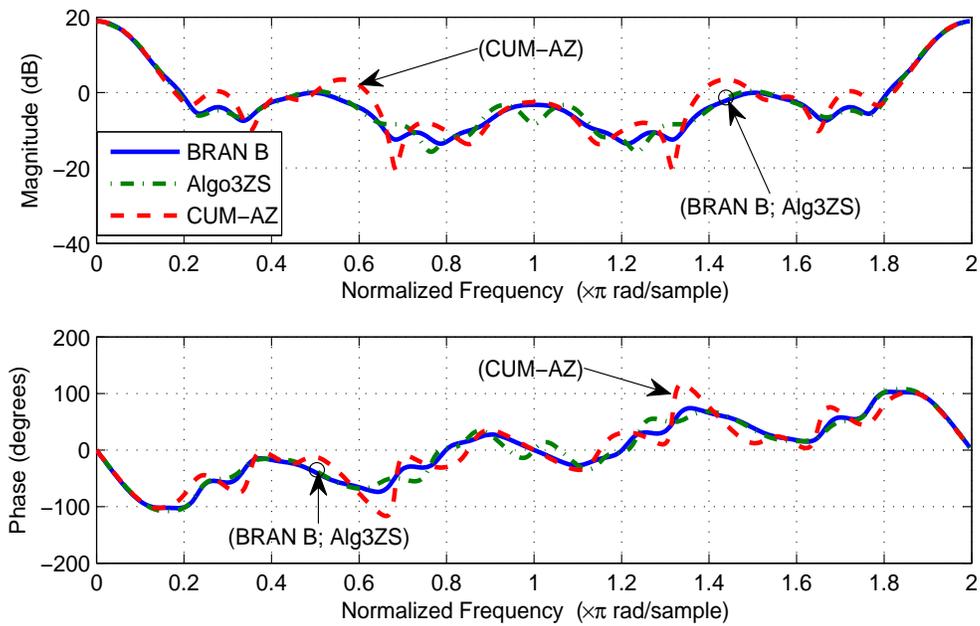


FIGURE 4.11 – Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN B pour $N = 4800$ et $SNR = 20$ dB.

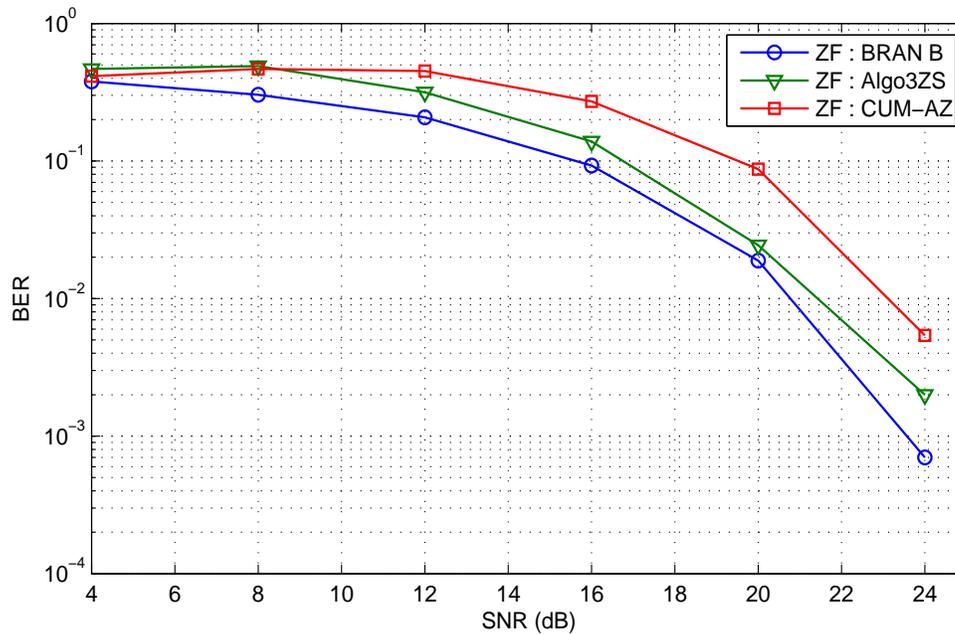


FIGURE 4.12 – BER dans le cas du canal BRAN B mesuré et estimé : égaliseur ZF

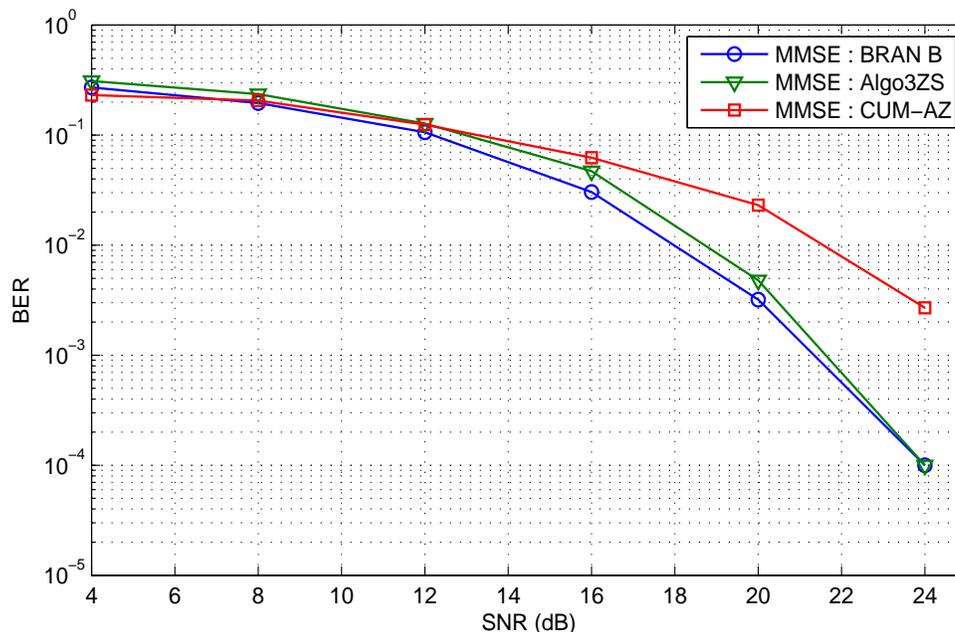


FIGURE 4.13 – BER dans le cas du canal BRAN B mesuré et estimé : égaliseur MMSE

4.5.1.4 Interprétation des résultats de simulation : Canal BRAN B

La figure (4.10) montre l'estimation des paramètres de la réponse impulsionnelle, du canal BRAN B, en fonction des délais des trajets, pour un nombre d'échantillons $N = 4800$ et pour un $SNR = 16 \text{ dB}$. Il convient de remarquer que, les résultats obtenus en utilisant l'algorithme proposé (Alg3ZS), sont plus probants que ceux obtenus à l'aide de l'algorithme (CUM-AZ), principalement si le nombre d'échantillons est important.

La figure (4.11) présente l'estimation de l'amplitude et la phase à l'aide des algorithmes (Alg3ZS) et (CUM-AZ), pour un nombre d'échantillons $N = 4800$ et pour un $SNR = 20 \text{ dB}$. La réponse en amplitude et en phase sont estimées avec une bonne précision à l'aide de l'algorithme (Alg3ZS), mais représente quelques fluctuations si nous utilisons l'algorithme (CUM-AZ).

Les figures (4.12) et (4.13) représentent, respectivement, les résultats des BER, dans le cas mono-utilisateurs et en voie descendante, pour différents SNR obtenus à l'aide des égaliseurs ZF et MMSE, en utilisant les paramètres mesurés, du canal BRAN B, et estimés par les algorithmes (Alg3ZS) et (CUM-AZ). Les simulations du BER, à l'aide de l'égaliseur ZF (Fig. 4.12) démontrent que l'algorithme (Alg3ZS) donne des résultats similaires à celles mesurées du canal BRAN B. Les résultats fournis par l'algorithme (CUM-AZ) ont la même forme que celles réelles. A partir de la figure (4.13) nous observons que l'algorithme (Alg3ZS) affiche des résultats satisfaisants : par exemple si on a un $SNR \geq 22 \text{ dB}$ nous obtenons seulement un seul bit erroné, lorsqu'on reçoit 10^4 bits à l'aide de l'algorithme (Alg3ZS), mais si nous utilisons l'algorithme (CUM-AZ) nous aurons un seul bit erroné, lorsqu'on reçoit 10^3 bits.

4.5.1.5 Résultats de simulation : Canal BRAN C

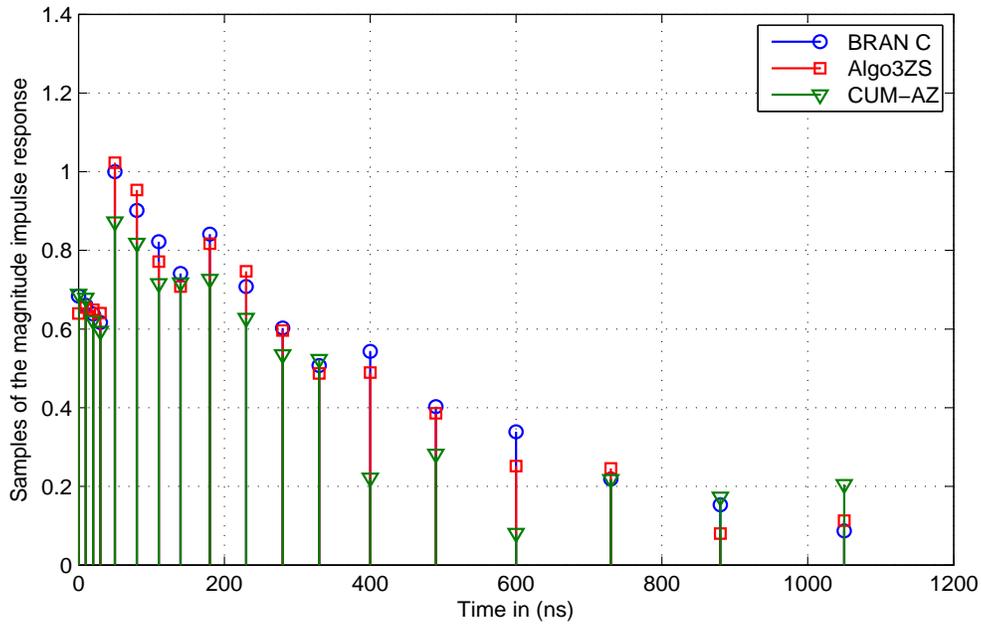


FIGURE 4.14 – Estimation des paramètres du canal BRAN C en fonction des délais des trajets pour $N = 4800$ et $SNR = 16$ dB.

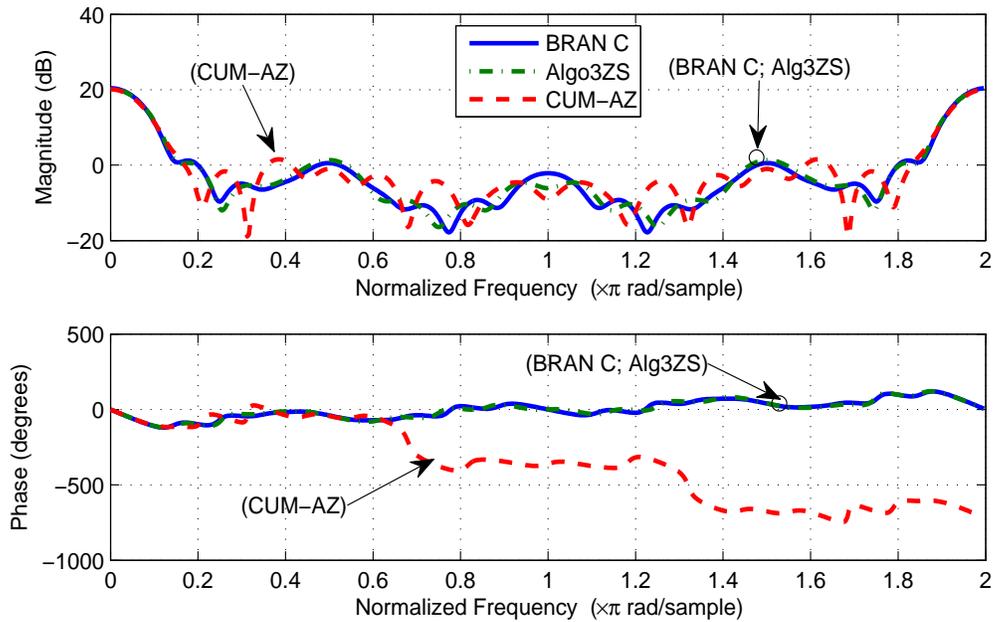


FIGURE 4.15 – Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN C pour $N = 4800$ et $SNR = 20$ dB.

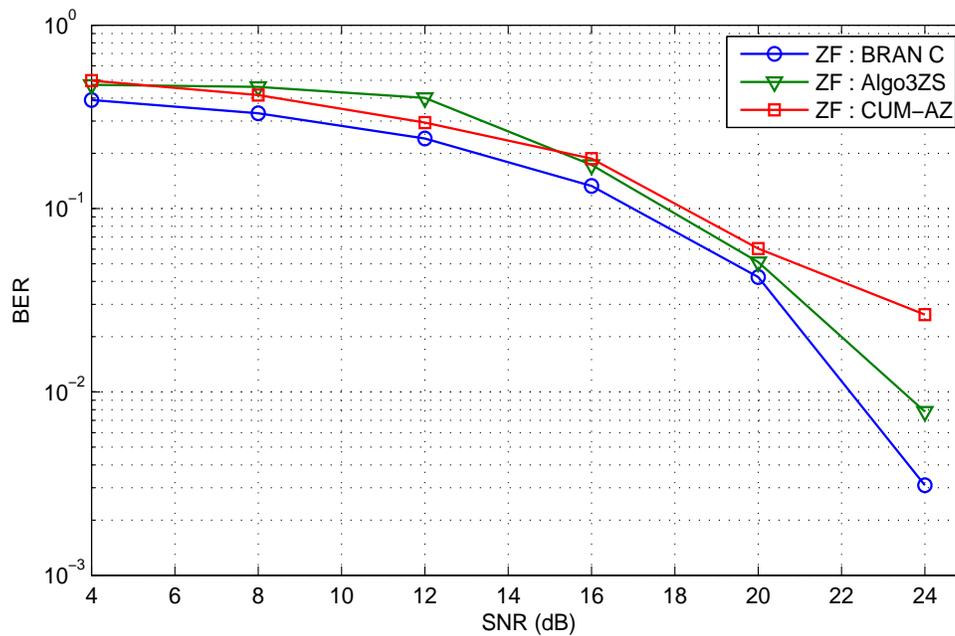


FIGURE 4.16 – BER dans le cas du canal BRAN C mesuré et estimé : égaliseur ZF

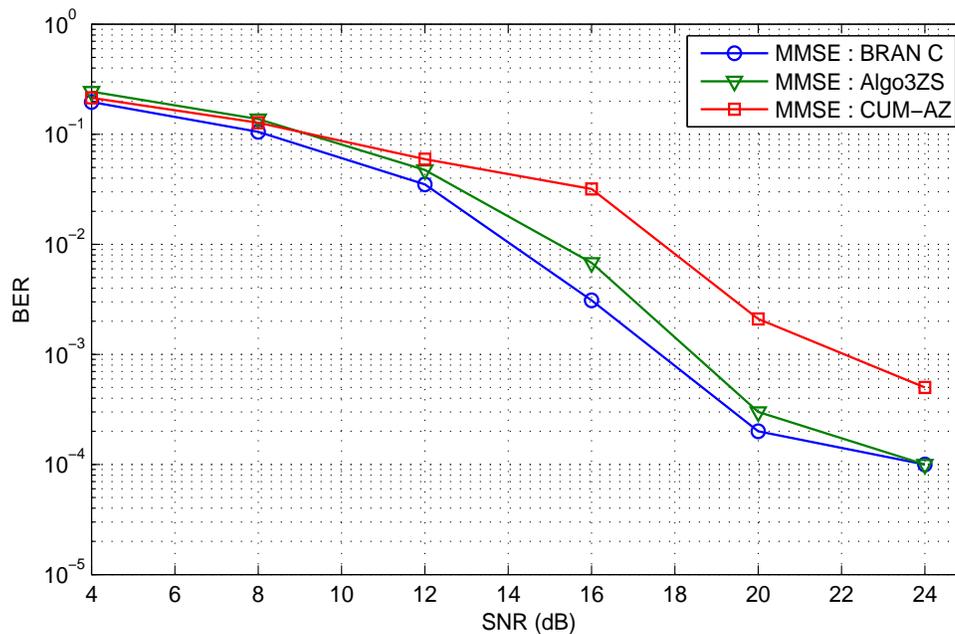


FIGURE 4.17 – BER dans le cas du canal BRAN C mesuré et estimé : égaliseur MMSE

4.5.1.6 Interprétation des résultats de simulation : Canal BRAN C

La figure (4.14) montre l'estimation des paramètres de la réponse impulsionnelle, du canal BRAN C, en fonction des délais des trajets, pour un nombre d'échantillons $N = 4800$ et pour un $SNR = 16 \text{ dB}$. En examinant cette figure, nous remarquons que les meilleurs

performances sont obtenues par l'approche proposé (Alg3ZS).

La figure (4.15) présente l'estimation de l'amplitude et la phase du canal BRAN C, pour un nombre d'échantillon $N = 4800$ et un $SNR = 20$ dB. Il convient de remarquer, qu'avec l'algorithme (Alg3ZS), nous avons la même allure de l'amplitude et la phase estimées et celles mesurées de la réponse impulsionnelle du canal BRAN C, comparativement à l'algorithme (CUM-AZ) nous remarquons que l'estimation de l'amplitude suit les variations des paramètres réels. Les performances de l'algorithme (CUM-AZ) se dégradent lors de l'estimation de la phase et nous avons une grande différence entre l'allure de la phase estimée et celle mesurée.

Les figures (4.16) et (4.17) représentent, respectivement, les résultats de simulations des BER pour différents SNR obtenus à l'aide des égaliseurs ZF et MMSE, en utilisant les paramètres mesurés, du canal BRAN C, et estimés avec les algorithmes (Alg3ZS) et (CUM-AZ). Nous constatons que l'efficacité de l'algorithme proposé (Alg3ZS) est importante par rapport à l'algorithme (CUM-AZ). En effet les valeurs du BER fournies par l'approche proposée (Alg3ZS) est inférieure à celles données par l'algorithme (CUM-AZ).

4.5.1.7 Résultats de simulation : Canal BRAN D

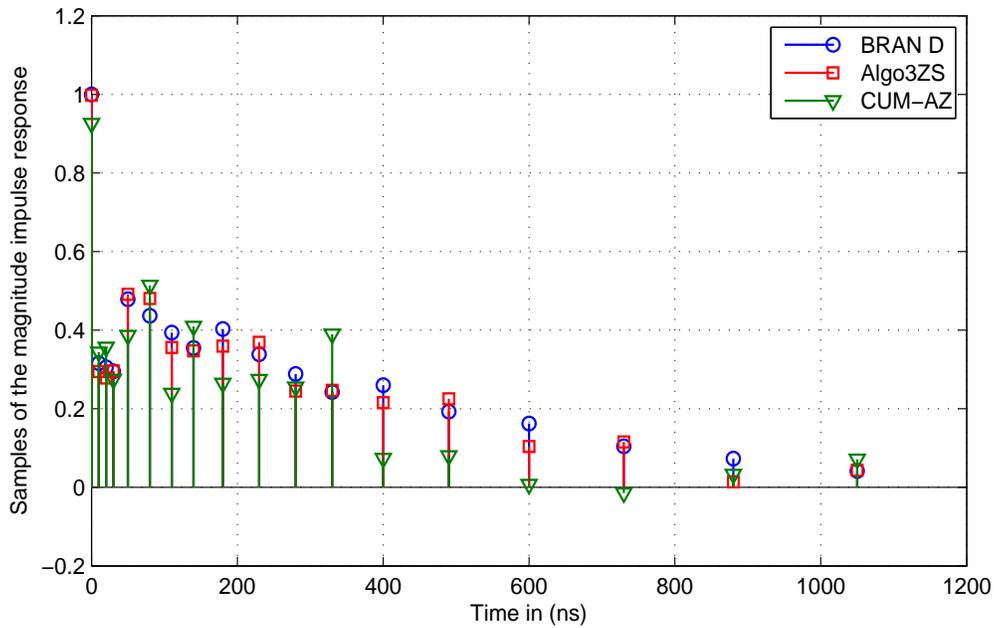


FIGURE 4.18 – Estimation des paramètres du canal BRAN D en fonction des délais des trajets pour $N = 4800$ et $SNR = 16$ dB.

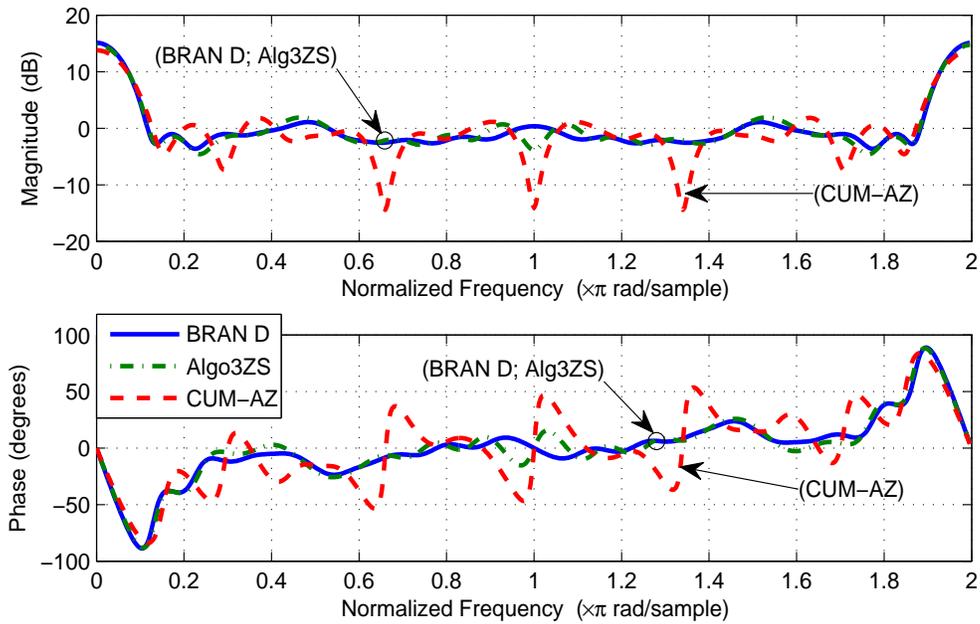


FIGURE 4.19 – Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN D pour $N = 4800$ et $SNR = 16$ dB.

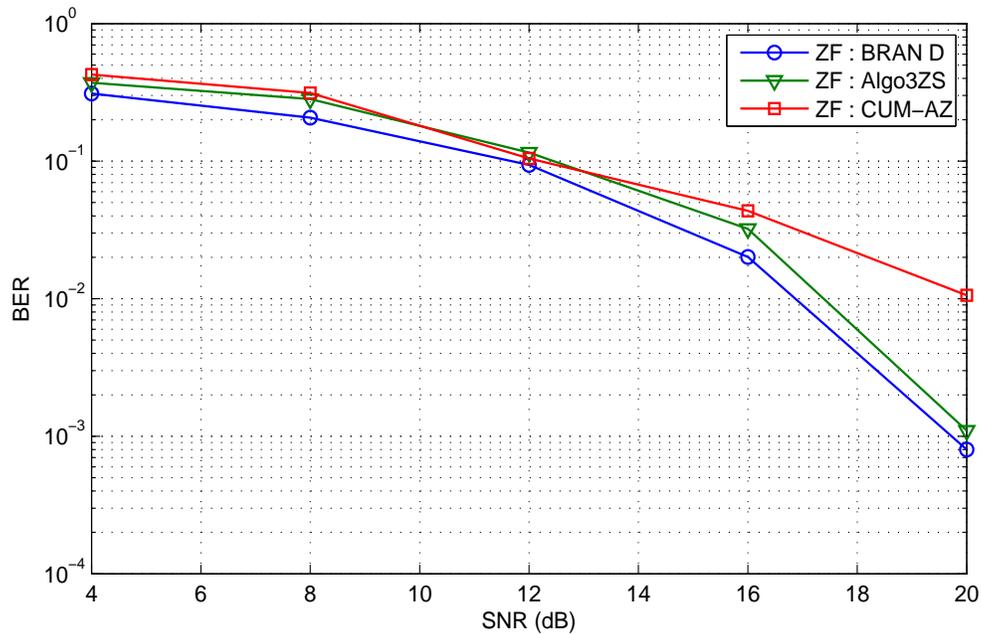


FIGURE 4.20 – BER dans le cas du canal BRAN D mesuré et estimé : égaliseur ZF

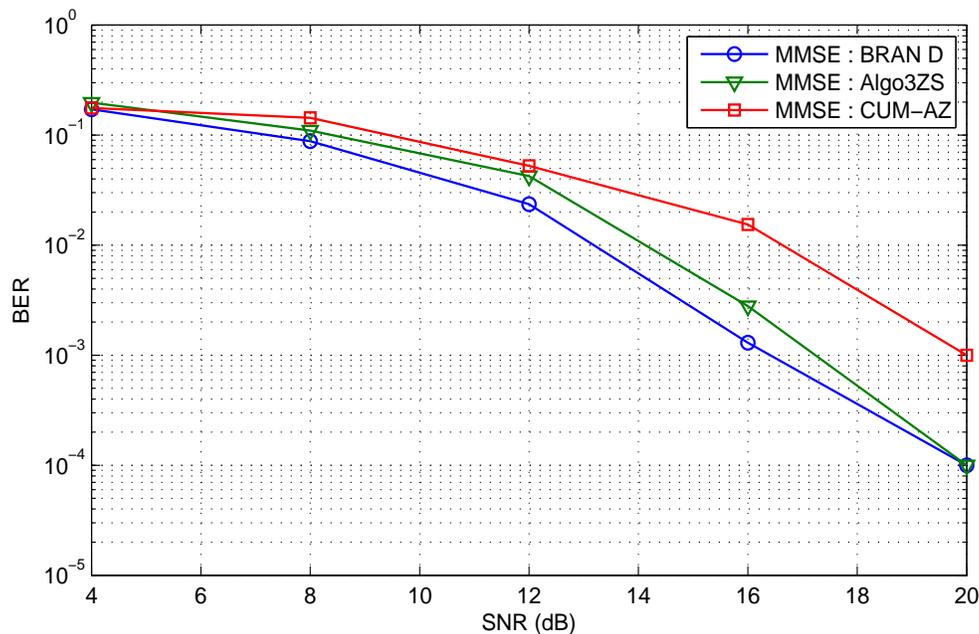


FIGURE 4.21 – BER dans le cas du canal BRAN D mesuré et estimé : égaliseur MMSE

4.5.1.8 Interprétation des résultats de simulation : Canal BRAN D

La figure (4.18) montre l'estimation des paramètres de la réponse impulsionnelle, du canal BRAN D, en fonction des délais des trajets, pour un nombre d'échantillons $N = 4800$ et pour un $SNR = 16 \text{ dB}$.

La figure (4.19) présente l'estimation de l'amplitude et la phase du canal BRAN D, pour un nombre d'échantillons $N = 4800$ et un $SNR = 16 \text{ dB}$. Nous observons que la méthode proposée donne une bonne estimation de l'amplitude et la phase et nous avons les mêmes que celles mesurées, mais à l'aide de l'algorithme (CUM-AZ) nous remarquons une différence apparente entre la réponse en amplitude et en phase réelles et estimées.

Les figures (4.20) et (4.21) représentent, respectivement, les résultats de simulations des BER, dans le cas mono-utilisateurs et en voie descendante, pour différents SNR obtenus à l'aide des égaliseurs ZF et MMSE, en utilisant les paramètres mesurés, du canal BRAN D, et estimés avec les algorithmes (Alg3ZS) et (CUM-AZ). Nous constatons que l'algorithme (Alg3ZS) offre les meilleurs résultats en terme du BER. En effet si $SNR \geq 18 \text{ dB}$ nous avons un BER égale à 10^{-4} à l'aide de l'algorithme (Alg3ZS), mais si on utilise (CUM-AZ) nous avons un BER égale à 10^{-3} , et ceci si on utilise l'égaliseur MMSE.

4.5.1.9 Résultats de simulation : Canal BRAN E

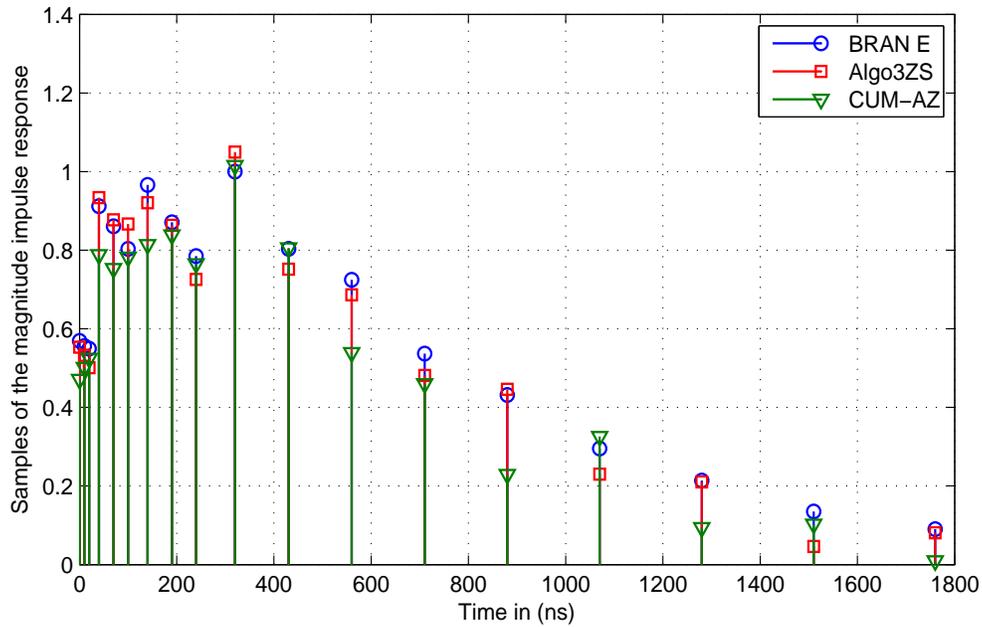


FIGURE 4.22 – Estimation des paramètres du canal BRAN E en fonction des délais des trajets pour $N = 4800$ et $SNR = 16$ dB.

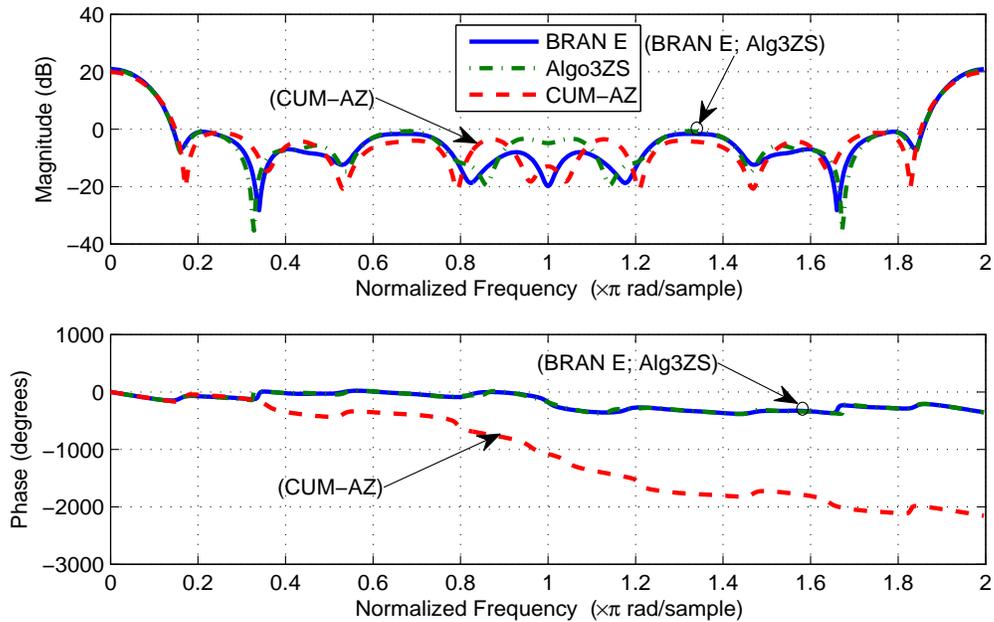


FIGURE 4.23 – Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN E pour $N = 4800$ et $SNR = 20$ dB.

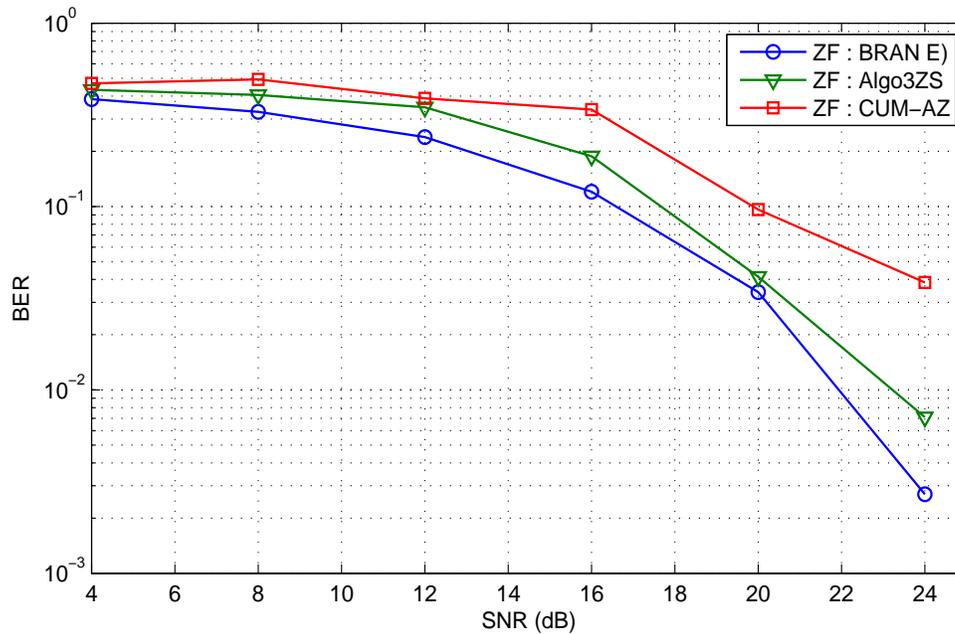


FIGURE 4.24 – BER dans le cas du canal BRAN E mesuré et estimé : égaliseur ZF

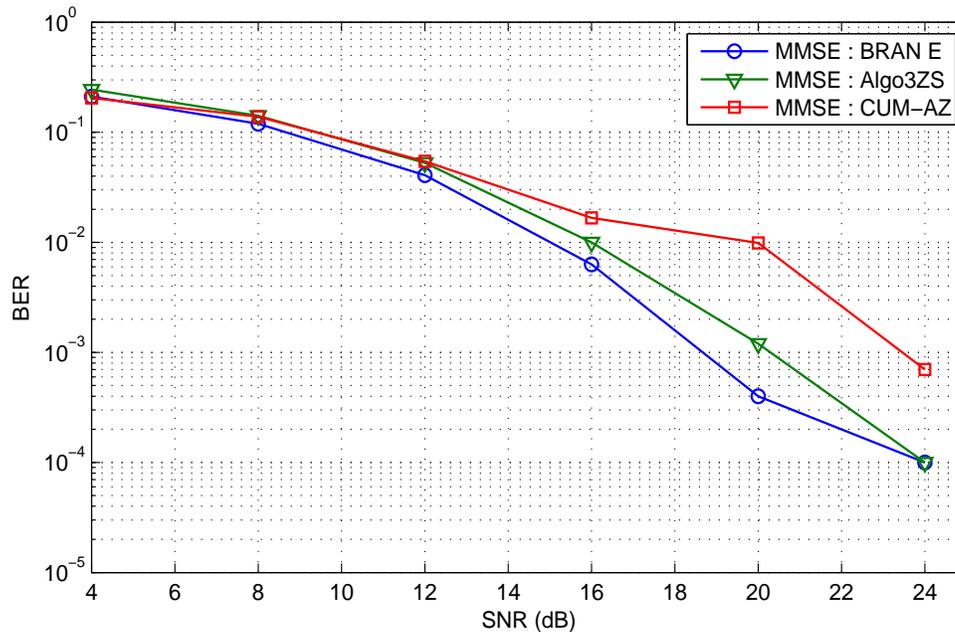


FIGURE 4.25 – BER dans le cas du canal BRAN E mesuré et estimé : égaliseur MMSE

4.5.1.10 Interprétation des résultats de simulation : Canal BRAN E

La figure (4.22) montre l'estimation des paramètres de la réponse impulsionnelle, du canal BRAN E, en fonction des délais des trajets, pour un nombre d'échantillons $N = 4800$ et pour un $SNR = 16 \text{ dB}$. Ces résultats ont montré que l'algorithme proposé est capable d'identifier

les paramètres de la réponse impulsionnelle, du canal BRAN E, avec une bonne précision. A l'aide de l'algorithme (CUM-AZ) nous avons une différence entre la réponse impulsionnelle estimée et mesurée.

La figure (4.23) présente l'estimation de l'amplitude et la phase du canal BRAN E, pour un nombre d'échantillons $N = 4800$ et un $SNR = 20$ dB. D'après cette figure, nous pouvons noter que l'allure de l'amplitude et la phase estimées par l'algorithme proposé (Alg3ZS) sont très proches des allures réelles. A l'aide de l'algorithme (CUM-AZ) nous avons une grande différence entre l'allure de phase estimé et celle mesurée.

Les figures (4.24) et (4.25) représentent, respectivement, les résultats de simulations des BER, dans le cas mono-utilisateurs et en voie descendante, pour différents SNR obtenus à l'aide des égaliseurs ZF et MMSE, en utilisant les paramètres mesurés, du canal BRAN E, et estimés, avec les algorithmes (Alg3ZS) et (CUM-AZ). Il convient de remarquer aussi que le BER estimé par l'algorithme (Alg3ZS) converge vers les vraies valeurs de BER du canal BRAN E. En effet, si on a un $SNR \geq 22$ dB (Fig. 4.25) nous obtenons seulement un seul bit erroné, lorsqu'on reçoit 10^4 bits à l'aide de l'algorithme (Alg3ZS), mais si nous utilisons l'algorithme (CUM-AZ) nous aurons un seul bit erroné, lorsqu'on reçoit 10^3 bits.

Nous pouvons constater que pour tous les canaux, l'égaliseur MMSE donne les meilleurs performances en terme de BER.

4.5.2 Performances des algorithmes aveugles et adaptatifs

Dans cette partie, nous testons les performances des algorithmes d'identification aveugle, l'algorithme (AlgoZ) proposé dans le paragraphe 2.5.1 du chapitre 2 et l'algorithme (ALG-cum1) présenté dans le paragraphe 3.4.2 du chapitre 3, par rapport aux algorithmes adaptatifs RLS et LMS [ZSS⁺14a, ZSS⁺14b]. Les performances des détecteurs mono-utilisateurs des systèmes MC-CDMA en voie descendante sont présentées sur les trois canaux radio mobiles : BRAN A, BRAN B et BRAN D, dont les valeurs mesurées sont illustrées, respectivement, dans les tableaux 4.2, 4.3 et 4.5.

La qualité des performances est évaluée dans les conditions suivantes (Table 4.8) :

TABLE 4.8 – Les paramètres de simulation pour les systèmes MC-CDMA.

Les paramètres de simulation	Valeurs
Nombre de symboles BPSK	2^{12}
Code d'étalement	Walsh-Hadamard
Longueur du code d'étalement	32
Nombre d'utilisateurs	32
Type de canal	BRAN A, BRAN B, BRAN D
Nombres de l'utilisateurs à détecter	1

4.5.2.1 Résultats de simulation : Canal BRAN A

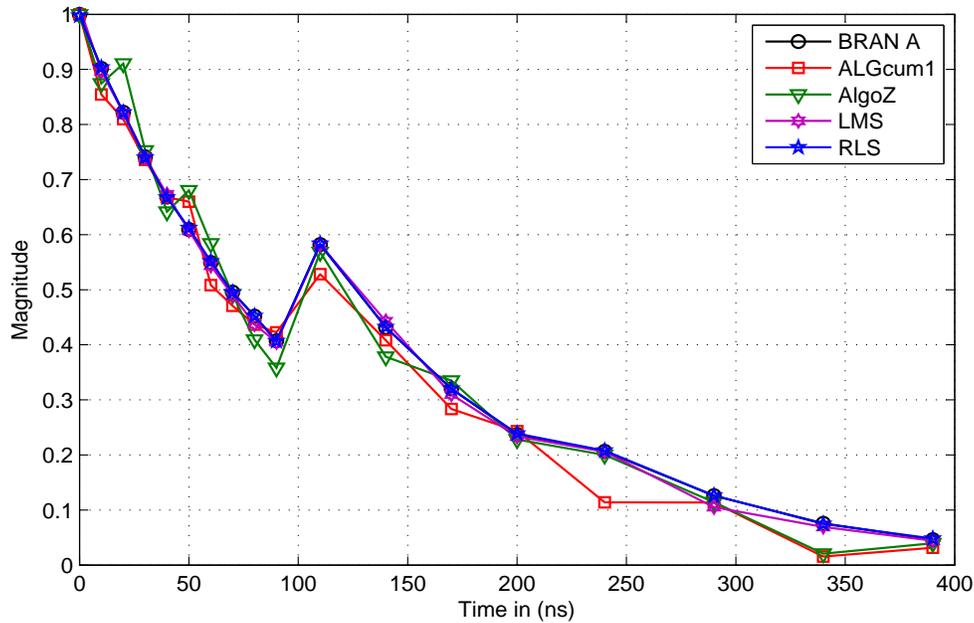


FIGURE 4.26 – Estimation des paramètres du canal BRAN A en fonction des délais des trajets pour $N = 4096$ et $SNR = 20$ dB.

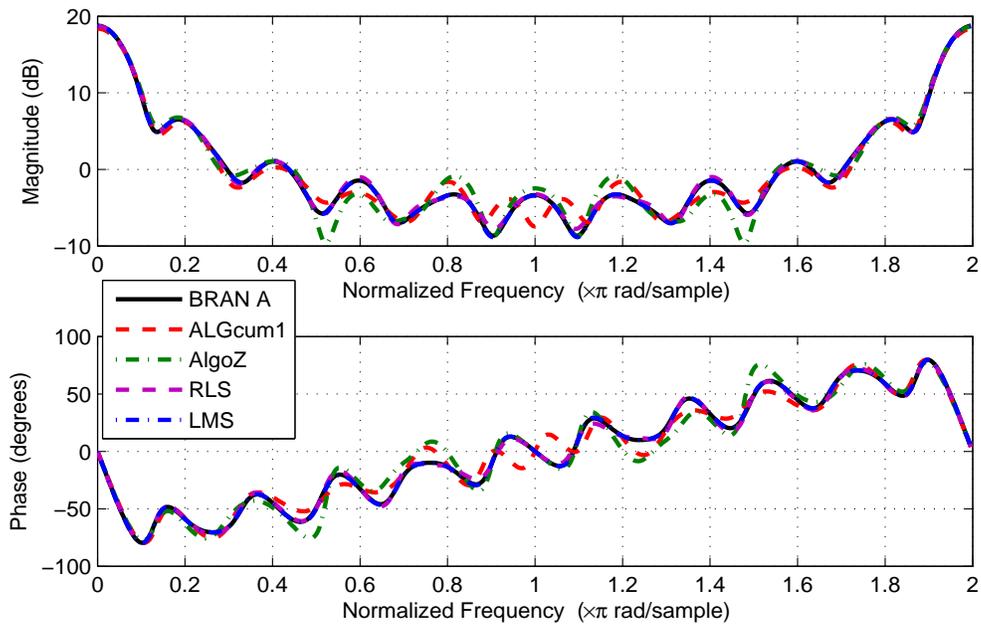


FIGURE 4.27 – Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN A pour $N = 4096$ et $SNR = 20$ dB.

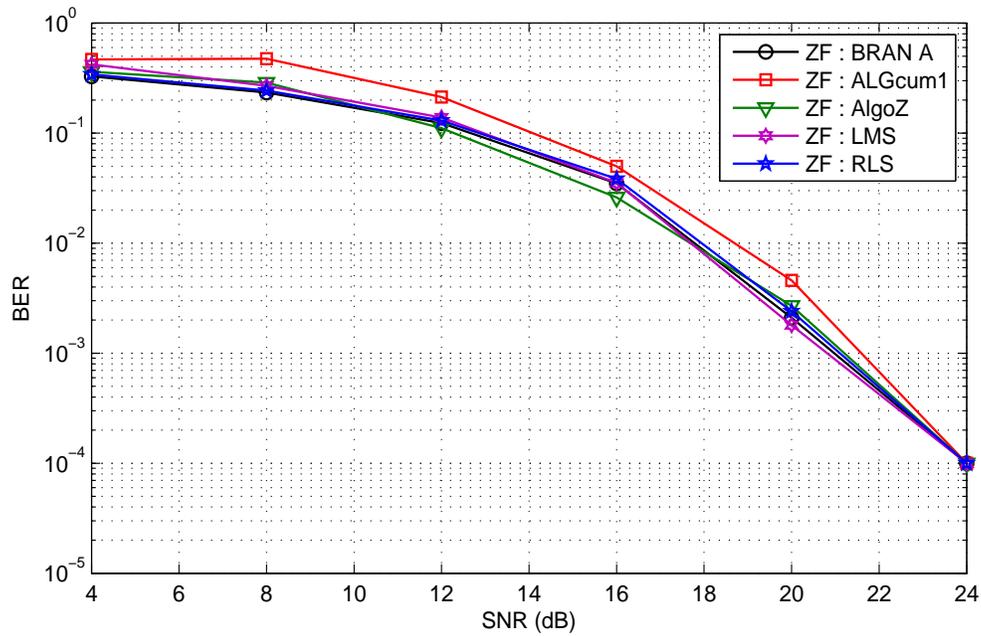


FIGURE 4.28 – BER dans le cas du canal BRAN A mesuré et estimé : égaliseur ZF

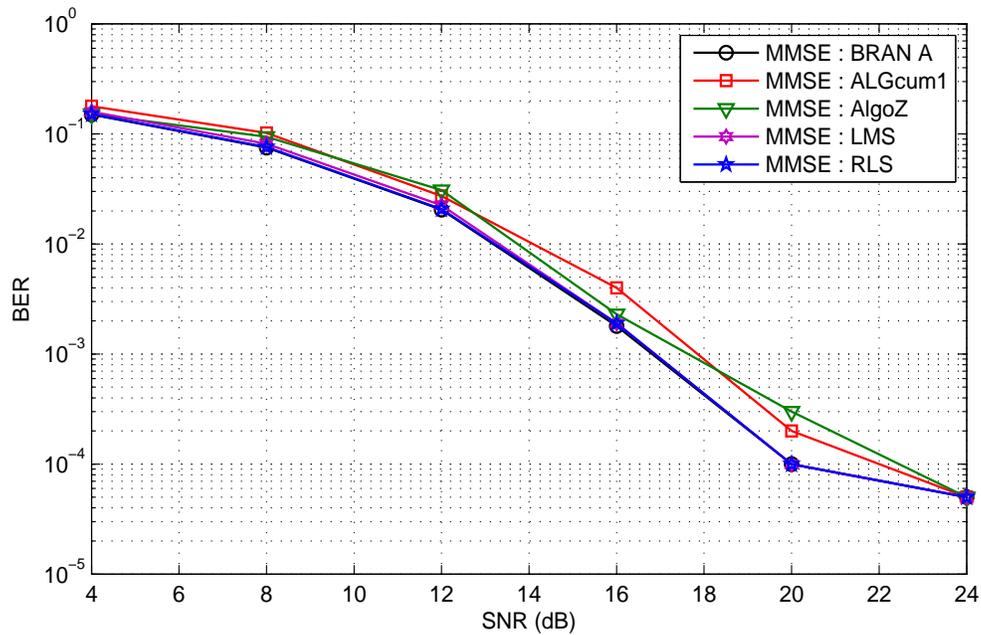


FIGURE 4.29 – BER dans le cas du canal BRAN A mesuré et estimé : égaliseur MMSE

4.5.2.2 Interprétation des résultats de simulation : BRAN A

Les figures (4.26) et (4.27) montrent, respectivement, l'estimation des paramètres, en fonction des délais des trajets, et de l'amplitude et la phase de la réponse impulsionnelle

du canal BRAN A, pour un nombre d'échantillons $N = 4096$ et pour un $SNR = 20 \text{ dB}$. Ces résultats montrent que les algorithmes aveugles donnent des résultats identiques à ceux obtenus via les algorithmes adaptatifs.

Les figures (4.28) et (4.29) représentent, respectivement, les résultats de simulations des BER, pour différents SNR obtenus à l'aide des égaliseurs ZF et MMSE, en utilisant les paramètres mesurés, du canal BRAN A, et estimés, avec les algorithmes aveugles (AlgoZ et ALGcum1) et adaptatifs (RLS et LMS). Il convient de constater que les algorithmes aveugles et adaptatifs apportent des performances remarquables, en terme de BER. En effet si $SNR \geq 22 \text{ dB}$, nous obtenons seulement un seul bit erroné, lorsqu'on reçoit 10^5 bits à l'aide de l'égaliseur MMSE (Fig. 4.29). Il faut souligner que les algorithmes basés sur les cumulants sont simples et présentent l'avantage d'identification des paramètres sans aucune information sur l'entrée du canal (aveugle) avec un faible cout de calcul, les méthodes d'identification adaptatives nécessitent l'utilisation de l'entrée et la sortie du canal à identifier. Dans ce cas l'entrée, doit être connue par le récepteur. Malheureusement, dans les situations pratiques, la séquence émise est inconnue, pour cette raison, ces algorithmes adaptatifs utilisent une séquence d'apprentissage connue par l'émetteur et le récepteur pour déterminer le canal. L'utilisation de séquences d'apprentissage réduit le débit de transmission, surtout lorsque la séquence d'apprentissage doit être retransmise souvent à cause des variations rapides qui peuvent avoir lieu en communications numériques. Contrairement à ces techniques les méthodes aveugles n'utilisent pas de séquence d'apprentissage.

4.5.2.3 Résultats de simulation : Canal BRAN B

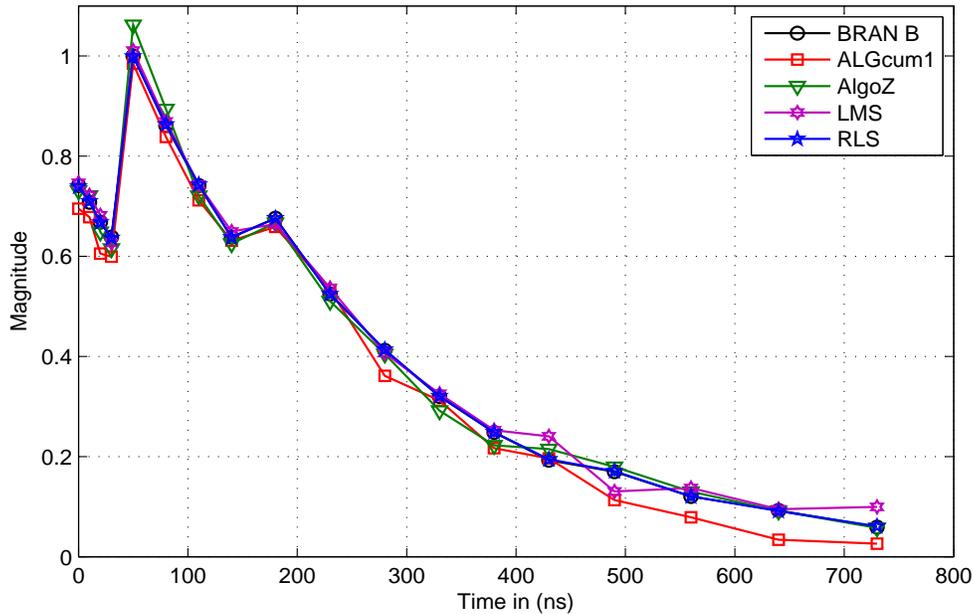


FIGURE 4.30 – Estimation des paramètres du canal BRAN B en fonction des délais des trajets pour $N = 4096$ et $SNR = 20 \text{ dB}$.

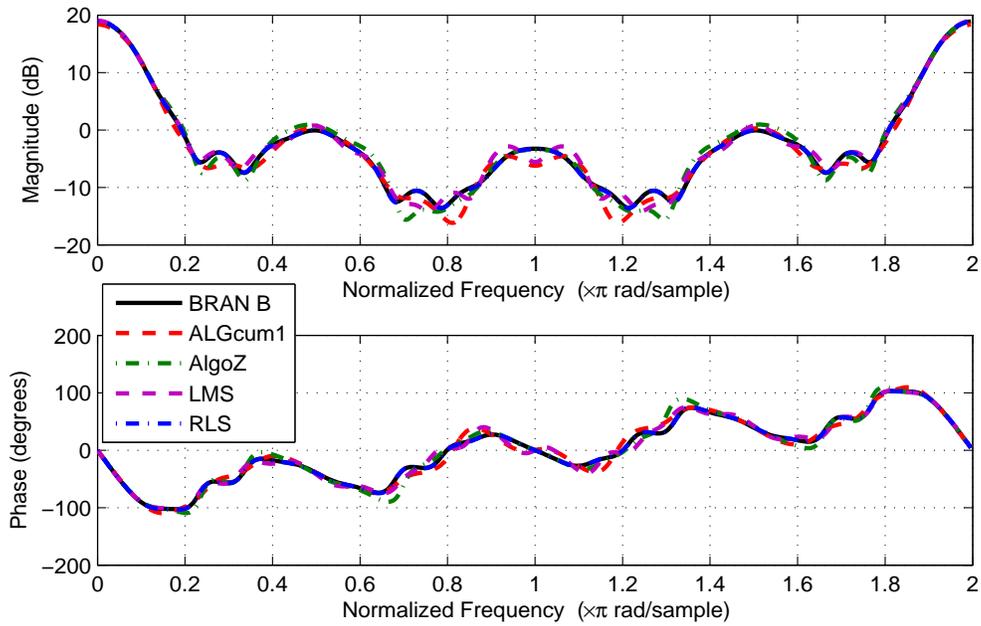


FIGURE 4.31 – Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN B pour $N = 4096$ et $SNR = 20$ dB.

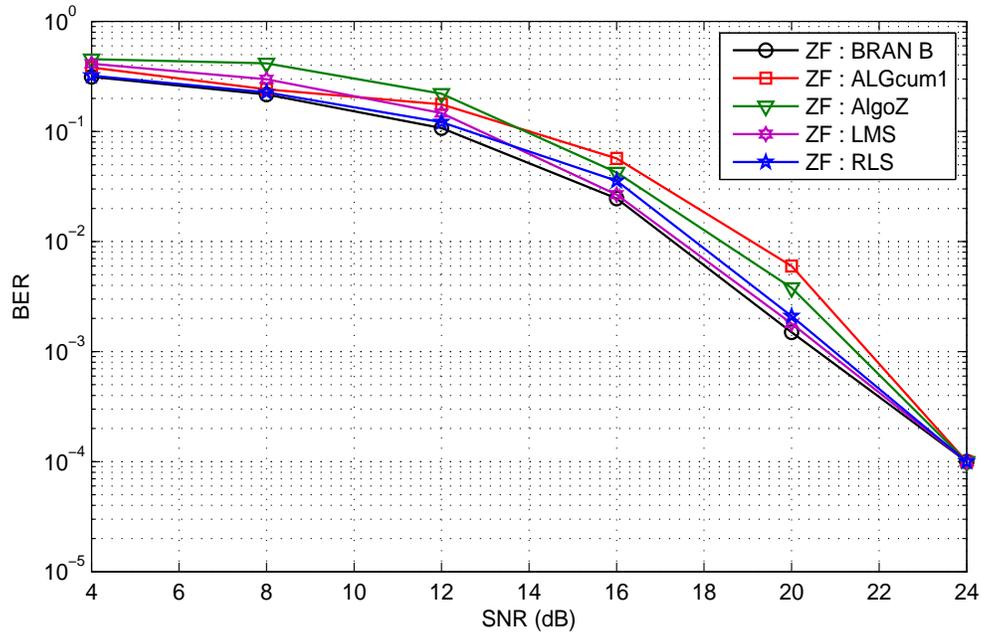


FIGURE 4.32 – BER dans le cas du canal BRAN B mesuré et estimé : égaliseur ZF

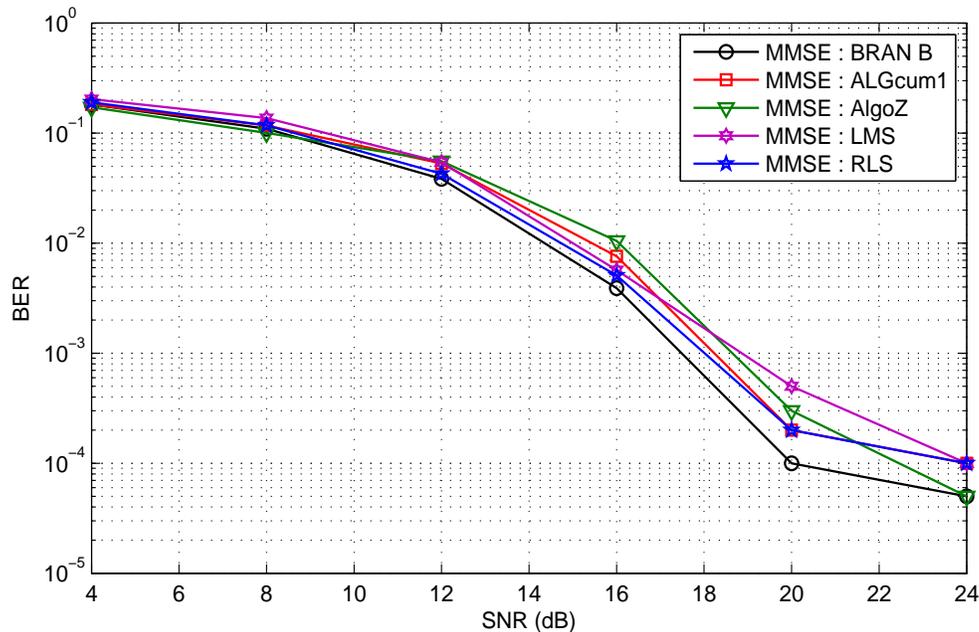


FIGURE 4.33 – BER dans le cas du canal BRAN B mesuré et estimé : égaliseur MMSE

4.5.2.4 Interprétation des résultats de simulation : BRAN B

Les figures (4.30) et (4.31) présentent, respectivement, l'estimation des paramètres, en fonction des délais des trajets, ainsi que l'amplitude et la phase de la réponse impulsionnelle du canal BRAN B, pour un nombre d'échantillons $N = 4096$ et pour un $SNR = 20 \text{ dB}$. Il convient de remarquer que les paramètres estimés, par tous les algorithmes, convergent vers leurs vraies valeurs. Nous constatons que l'amplitude et la phase sont estimées avec une bonne précision. Avec les approches aveugles (AlgoZ et ALGcum1), même si le récepteur ne connaît pas les symboles transmis dans le paquet de données, il peut utiliser la structure du signal reçu pour identifier le canal, contrairement aux algorithmes adaptatifs.

Les figures (4.32) et (4.33) montrent, respectivement, les résultats de simulations des BER, pour différents SNR obtenus à l'aide des égaliseurs ZF et MMSE, en utilisant les paramètres mesurés, du canal BRAN B, et estimés, avec les algorithmes aveugles et adaptatifs. Nous observons une bonne similitude entre les données mesurées et estimées par les quatre algorithmes, avec un avantage de l'algorithme proposé (AlgoZ) par rapport aux autres. En effet, la valeur de BER, pour $SNR = 24 \text{ dB}$, fournie par l'algorithme proposé (AlgoZ) est 10^{-5} (Fig. 4.33), mais à l'aide des algorithmes (ALGcum1), LMS et RLS, nous avons 10^{-4} . Dans le cas des canaux pratiques lorsque les évanouissements dus aux multi-trajets sont sévères pendant la durée de la séquence d'apprentissage, les estimées peuvent être de mauvaise qualité.

4.5.2.5 Résultats de simulation : Canal BRAN D

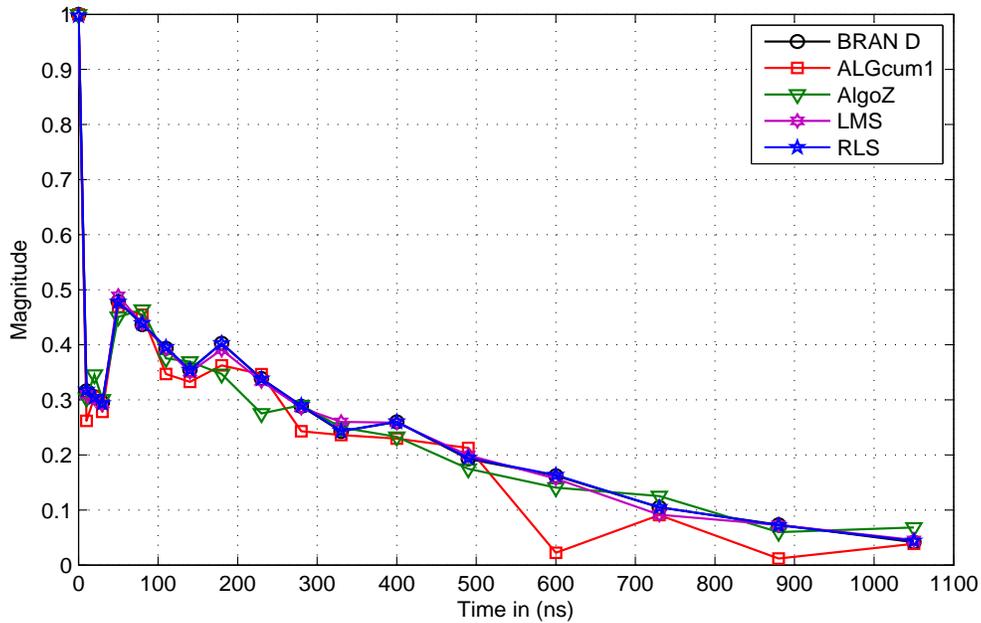


FIGURE 4.34 – Estimation des paramètres du canal BRAN D en fonction des délais des trajets pour $N = 4096$ et $SNR = 20$ dB.

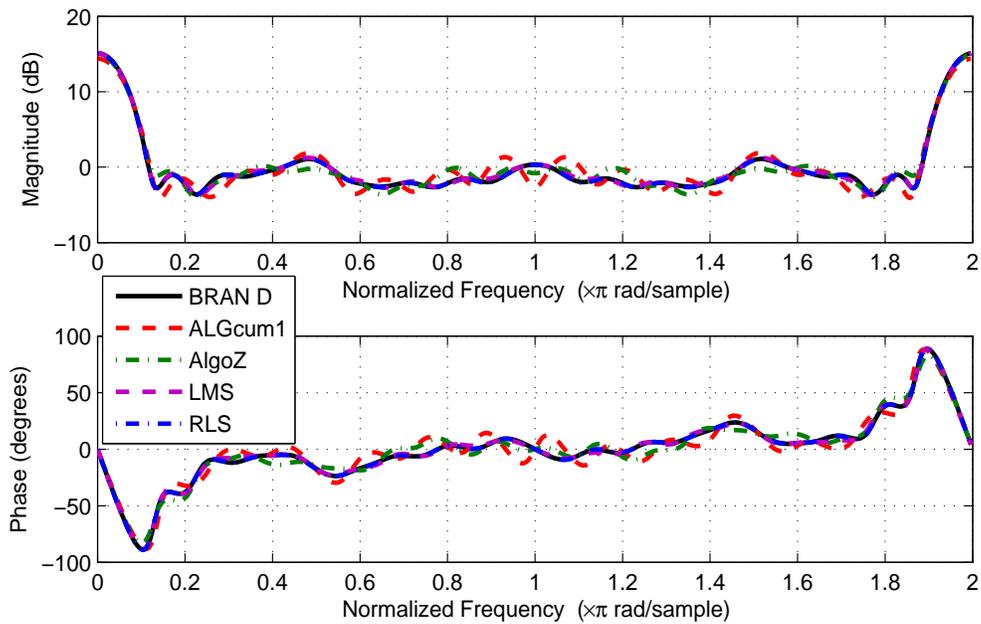


FIGURE 4.35 – Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN D pour $N = 4096$ et $SNR = 20$ dB.

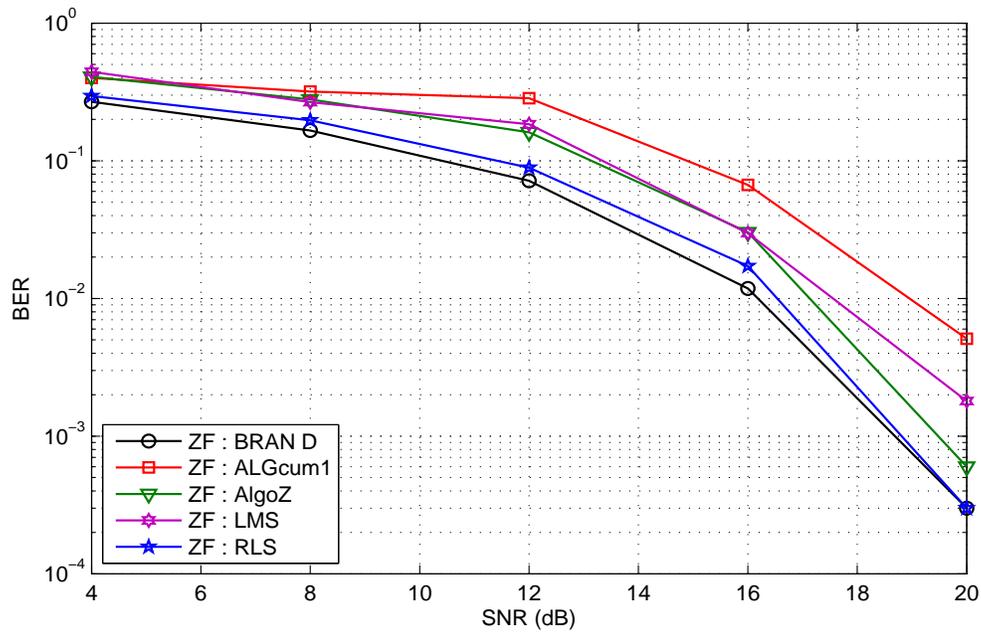


FIGURE 4.36 – BER dans le cas du canal BRAN D mesuré et estimé : égaliseur ZF

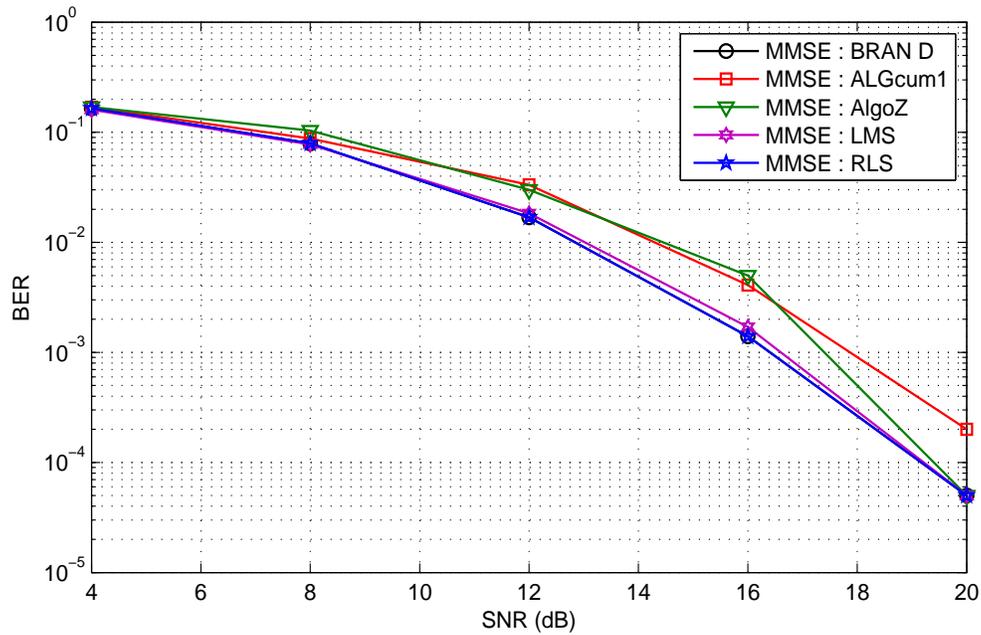


FIGURE 4.37 – BER dans le cas du canal BRAN D mesuré et estimé : égaliseur MMSE

4.5.2.6 Interprétation des résultats de simulations : BRAN D

Les figures (4.34) et (4.35) présentent, respectivement, l'estimation des paramètres, en fonction des délais des trajets, et de l'amplitude et la phase de la réponse impulsionnelle du canal BRAN D, pour un nombre d'échantillons $N = 4096$ et pour un $SNR = 20$ dB. Nous

remarquons que l'amplitude et la phase estimées ont la même forme que celles mesurées. Les paramètres de la réponse impulsionnelle sont estimés avec une bonne précision à l'aide des algorithmes (AlgoZ), LMS et RLS. Pour l'algorithme (ALGcum1) nous avons une différence sur quelques trajets.

Les figures (4.36) et (4.37) montrent, respectivement, les résultats de simulations des BER, pour différents SNR obtenus à l'aide des égaliseurs ZF et MMSE, en utilisant les paramètres mesurés, du canal BRAN D, et estimés, avec les algorithmes aveugles et adaptatifs. Ces résultats de simulations nous permettent de conclure qu'avec l'égaliseur ZF (Fig. 4.36), les meilleures performances sont obtenues avec les algorithmes (AlgoZ) et RLS, à l'aide d'égaliseur MMSE (Fig. 4.37), nous constatons que les algorithmes (AlgoZ), RLS et LMS sont meilleurs. Mais l'algorithme proposé (AlgoZ) présente l'avantage d'égaliser le canal en disposant uniquement de sa sortie sans avoir à connaître l'entrée correspondante. Par conséquent, l'élimination de la séquence d'apprentissage permettra d'utiliser la partie de la capacité du canal qui lui est destinée pour transporter l'information utile, ce qui augmente l'efficacité spectrale.

4.5.3 Performances de l'algorithme Algo-ZSS

Cette section est consacrée aux simulations de l'algorithme (Algo-ZSS) proposé au paragraphe 3.3 du chapitre 3. Les performances de cet algorithme seront comparées avec l'algorithme de Zhang décrit dans le paragraphe 2.4.2 du chapitre 2. Cette évaluation est faite sur le canal radio mobile BRAN C, dont les valeurs mesurées sont illustrées, dans la table 4.4, ensuite nous utilisons la technique MMSE, utilisée dans le récepteur des systèmes MC-CDMA.

La qualité des performances est évaluée dans les conditions suivantes (Table 4.9) :

TABLE 4.9 – Les paramètres de simulation pour les systèmes MC-CDMA.

Les paramètres de simulation	Valeurs
Nombre de symboles BPSK	2^{12}
Code d'étalement	Walsh-Hadamard
Longueur du code d'étalement	64
Nombre d'utilisateurs	64
Type de canal	BRAN C
Nombres de l'utilisateurs à détecter	1

4.5.3.1 Résultats de simulation : Canal BRAN C

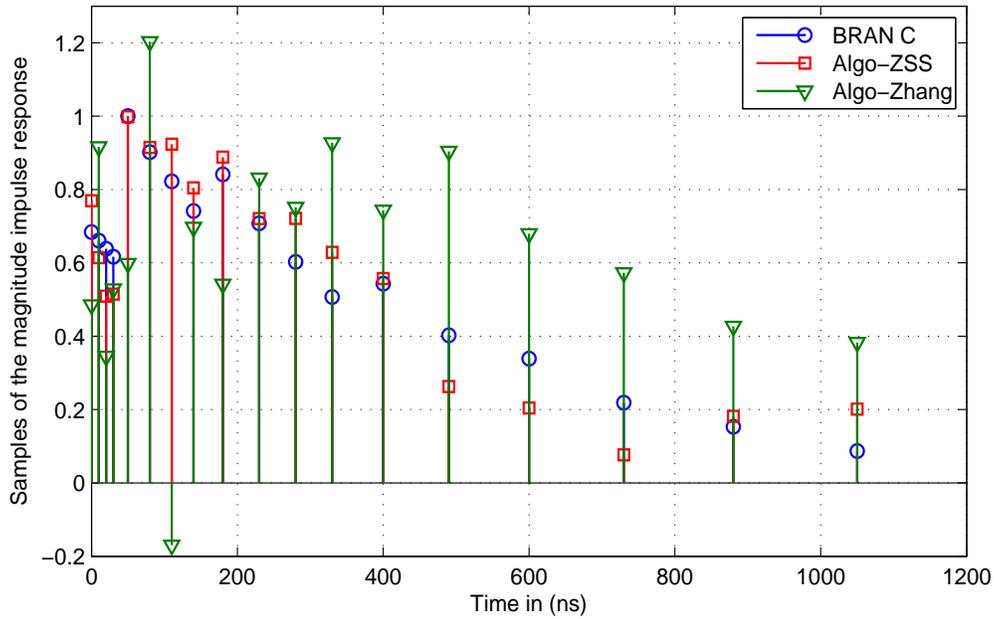


FIGURE 4.38 – Estimation des paramètres du canal BRAN C en fonction des délais des trajets pour $N = 5400$ et $SNR = 16$ dB.

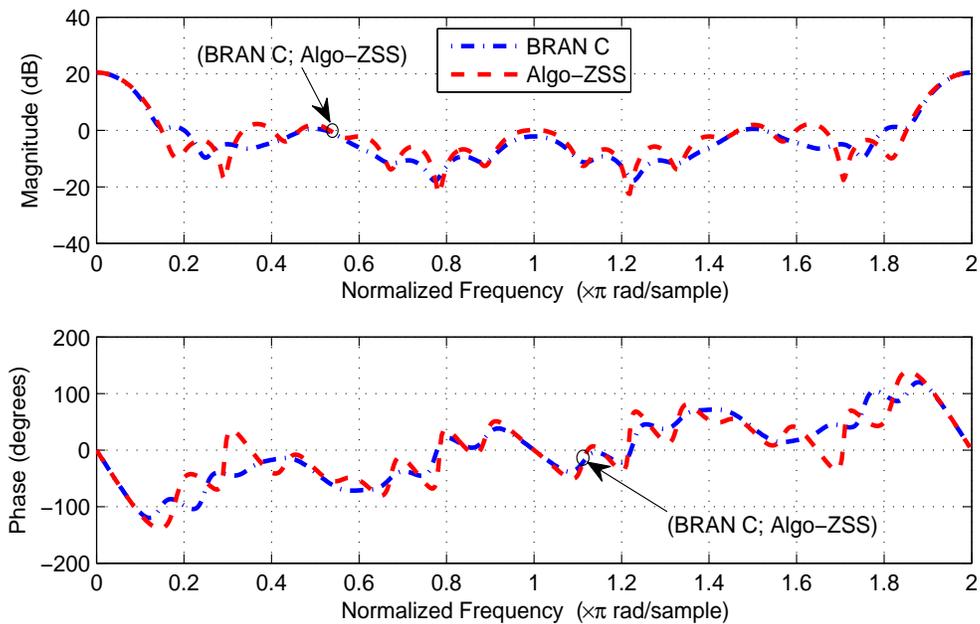


FIGURE 4.39 – Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN C, en utilisant (Algo-ZSS), pour $N = 5400$ et $SNR = 16$ dB.

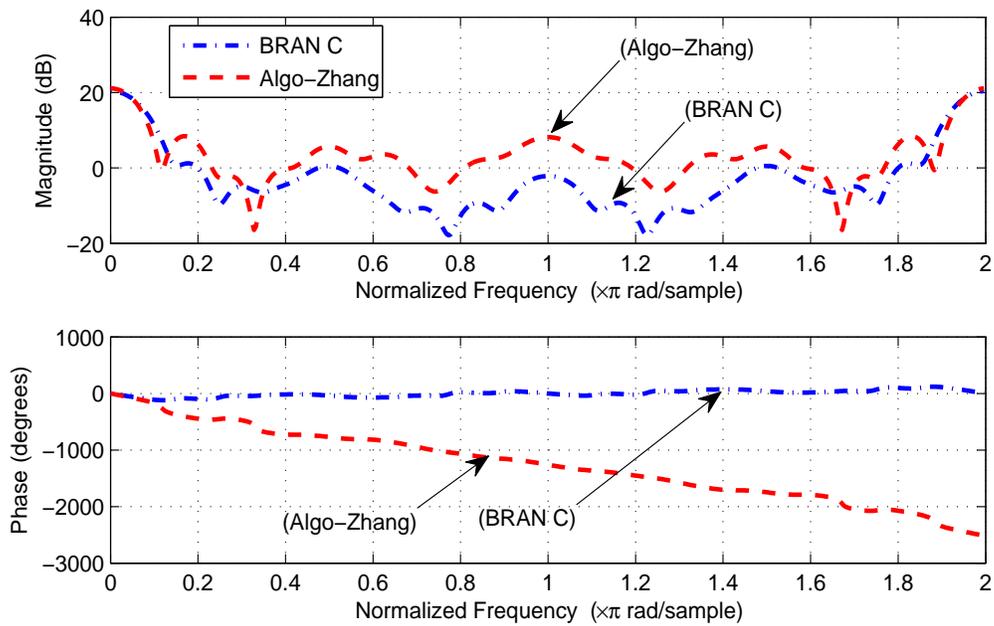


FIGURE 4.40 – Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN C, en utilisant (Algo-Zhang), pour $N = 5400$ et $SNR = 16$ dB.

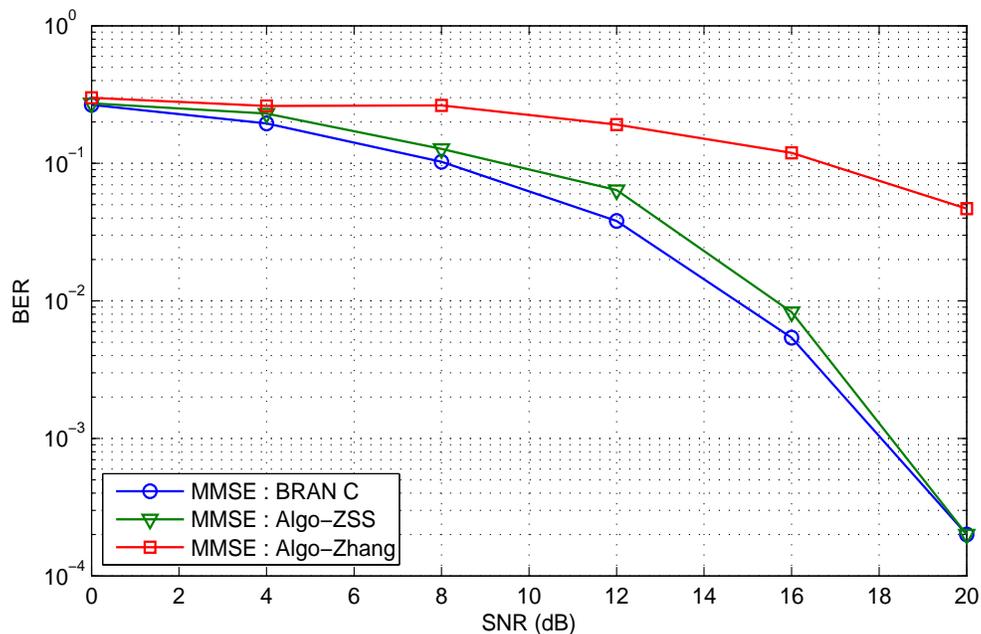


FIGURE 4.41 – BER dans le cas du canal BRAN C mesuré et estimé : égaliseur MMSE

4.5.3.2 Interprétation des résultats de simulation : BRAN C

La figure (4.38) présente, l'estimation des paramètres de la réponse impulsionnelle, du canal BRAN C, en fonction des délais des trajets, en utilisant l'algorithme proposé (Alg-

ZSS) et l'algorithme de Zhang, pour un nombre d'échantillons $N = 5400$ et pour un $SNR = 16$ dB. Cette comparaison montre que l'algorithme proposé (Alg-ZSS) donne des résultats satisfaisants même dans le cas bruité, par un bruit gaussien, comparativement à l'algorithme de Zhang nous avons une grande différence entre les paramètres estimés et ceux mesurés.

Les figures (4.39) et (4.40) montrent, respectivement, l'estimation de l'amplitude et de la phase à l'aide des algorithmes (Alg-ZSS) et (Alg-Zhang), pour un nombre d'échantillons $N = 5400$ et pour un $SNR = 16$ dB. Ces résultats nous permettent de conclure sur le fait que l'algorithme proposé, (Alg-ZSS), est très intéressant par rapport à l'algorithme de Zhang, car il nous permet d'avoir les mêmes allures de l'amplitude et de la phase estimées et celles mesurées.

La figure (4.41) présente, les résultats de simulations des BER, pour différents SNR obtenus à l'aide de l'égaliseur MMSE, en utilisant les paramètres mesurés, du canal BRAN C, et estimés, par les algorithmes (Alg-ZSS) et (Alg-Zhang). Nous constatons que l'algorithme proposé, (Alg-ZSS), donne les meilleurs performances en terme du BER, par rapport à l'algorithme de Zhang. En effet, pour $SNR \geq 18$ dB, nous obtenons un seul bit erroné, lorsque on reçoit 10^2 bits à l'aide de l'algorithme de Zhang, mais si nous utilisons l'algorithme proposé, (Alg-ZSS), nous aurons un seul bit erroné lorsque on reçoit 10^4 bits.

4.6 Conclusion

Dans ce dernier chapitre nous avons d'abord présenté le canal de propagation radio mobile, suivi d'une description générale des techniques d'accès multiples. De même, nous avons présenté une description détaillée des systèmes de 4^{ème} génération MC-CDMA. Nous avons pu présenter deux techniques d'égalisation. Des simulations ont été effectuées pour tester l'efficacité des algorithmes proposés dans ce mémoire. Les performances de ces algorithmes sont comparées avec des méthodes aveugles proposées dans la littérature dans une première étape. Dans une deuxième étape, pour prouver l'intérêt des algorithmes basés sur HOS, nous les avons comparé avec les algorithmes adaptatifs, à savoir RLS et LMS. Les résultats de simulations et de comparaisons prouvent les performances des algorithmes proposés.

Conclusion générale et perspectives

Le travail de recherche présenté dans cette thèse porte sur l'identification aveugle des canaux de transmission en utilisant les HOS pour des systèmes de 4^{ème} génération MC-CDMA. Ce choix repose sur quelques propriétés propres aux cumulants à savoir le cumulants d'une somme de variables aléatoires indépendantes est égale à la somme des cumulants de ces variables aléatoires, les cumulants d'ordre supérieur à deux d'une séquence gaussienne sont nuls, ainsi que la simplicité des expressions de ces cumulants.

Ce travail est focalisé sur deux grandes parties. La première partie comporte l'étude théorique avec des simulations et comparaisons sur des canaux théoriques à phase minimale et non minimale. La deuxième partie concerne l'application des méthodes d'identification traitées dans ce mémoire aux problèmes de l'égalisation des systèmes de 4^{ème} génération MC-CDMA.

Dans le chapitre 1, on a introduit le développement théorique des moments et des cumulants. Les propriétés et quelques caractéristiques primordiales des cumulants d'ordre m sont aussi présentées. Pour rendre les expressions des moments et des cumulants beaucoup plus manipulables on a présenté les estimations des moments et des cumulants, ainsi que les relations qui les lient. On a aussi rappelé la définition des spectres de cumulants.

On a consacré le chapitre 2 à la description du modèle à identifier, ses hypothèses et les relations fondamentales sur lesquelles sont basées les méthodes d'identification utilisant les HOS. Ces relations sont à l'origine de plusieurs algorithmes d'identification aveugle de canaux de communication. Elle permet de lier les cumulants du signal de sortie aux paramètres de la réponse impulsionnelle du canal. Sur la base de ces relations on a proposé deux algorithmes d'identification aveugle des canaux à phase minimale et non minimale. Des résultats de simulations et comparaisons avec d'autres approches dans la littérature ont été présentés pour évaluer ces deux algorithmes. En effet, les algorithmes proposés sont capables d'estimer les paramètres du canal avec une précision remarquable, malgré l'augmentation de la puissance du bruit gaussien et le nombre minimale d'échantillons. De plus, ils sont simples en terme de calcul matriciel et n'utilisant que $(q + 1)$ équations, comparativement aux algorithmes de la littérature qui nécessitent l'utilisation de $(2q + 1)$ équations pour estimer les paramètres de la réponse impulsionnelle du canal. Tous ces avantages nous ont amené à considérer ces algorithmes pour les problèmes de l'égalisation des systèmes de 4^{ème} génération MC-CDMA.

Nous avons également étudié les algorithmes adaptatifs RLS et LMS et comparé avec des approches aveugles utilisant les techniques des cumulants dans le but de mettre en évidence

les points forts et faibles de chacun d'entre eux. La validité des algorithmes développés a été testée au moyen d'exemples numériques par simulation, ce qui a permis de vérifier le bon comportement de ces algorithmes afin de les appliquer à l'égalisation. En effet malgré que les algorithmes adaptatifs donnent les meilleures performances, les méthodes aveugles présentent l'avantage d'identifier le canal en disposant uniquement de ses sorties, elles permettent en outre d'économiser la bande passante du canal car n'utilisant pas de séquence d'apprentissage pour réaliser l'identification mais utilisent des informations statistiques sur les séquences transmises.

Dans la partie application nous avons abordé le problème de l'égalisation des systèmes 4G-MC-CDMA, cela est fait à l'aide de deux égaliseurs (ZF) et (MMSE). En effet la détermination des coefficients de l'égaliseur nécessite la connaissance des paramètres de la réponse impulsionnelle du canal qui peuvent être calculés soit d'une manière aveugle soit adaptative. Dans le cas d'une égalisation adaptative, une procédure d'identification basée sur des données entrées/sortie est alors utilisée à l'aide des algorithmes RLS et LMS, mais l'inconvénient de ces méthodes est qu'elles utilisent une partie de la bande passante ce qui dégrade l'efficacité spectrale du système de transmission. Une solution permettant d'éviter la séquence d'apprentissage consiste à utiliser l'égalisation aveugle. L'approche aveugle consiste à trouver les coefficients de l'égaliseur seulement à partir de la séquence de sortie et de certaines hypothèses sur le signal d'entrée.

Les simulations réalisées, sur des systèmes de 4^{ème} génération MC-CDMA en utilisant des canaux radio mobiles sélectifs en fréquence, ont montré que les méthodes proposées dans ce mémoire donnent une très bonne satisfaction en termes de taux d'erreur binaire (BER), comparativement à de nombreux algorithmes de la littérature et aux algorithmes adaptatifs et, de ce fait, l'objectif fixé au préalable est bien atteint.

Perspectives

Les tendances de nos futures travaux seront orientées vers le développement d'autres techniques d'identification, de proposer des nouvelles techniques d'égalisation, et de chercher une extension des algorithmes présentés dans ce mémoire aux modèles non linéaires des systèmes MC-CDMA. Enfin nous projetons développer une extension de ces algorithmes aux systèmes MIMO.

Annexe

.1 Démonstration de l'équation 2.26 du chapitre 2

A partir de l'équation suivante :

$$H(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)S_{4y}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = \mu H(\omega_1)H(\omega_2)H(\omega_3)S_{2y}(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3). \quad (1)$$

La transformée de Fourier inverse donne :

$$\begin{aligned} & \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(l)e^{-jl(\omega_1+\omega_2+\omega_3)} C_{4y}(n, m, k) e^{-jn\omega_1} e^{-jm\omega_2} e^{-jk\omega_3} \\ = & \mu \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(l)e^{-jl\omega_1} h(n)e^{-jn\omega_2} h(m)e^{-jm\omega_3} C_{2y}(k) e^{-jk(\omega_1+\omega_2+\omega_3)}, \end{aligned} \quad (2)$$

ou bien sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} & \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(l)e^{-j(l+n)\omega_1} e^{-j(l+m)\omega_2} e^{-j(l+k)\omega_3} C_{4y}(n, m, k) \\ = & \mu \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(l)h(n)h(m)e^{-j(l+k)\omega_1} e^{-j(n+k)\omega_2} e^{-j(m+k)\omega_3} C_{2y}(k). \end{aligned} \quad (3)$$

On pose $\tau_1 = l + n$; $\tau_2 = l + m$; $\tau_3 = l + k$ dans le premier terme de l'égalité (3), et $\alpha_1 = l + k$; $\alpha_2 = n + k$; $\alpha_3 = m + k$ dans le second terme.

$$\begin{aligned} & \sum_{\tau_1=-\infty}^{+\infty} \sum_{\tau_2=-\infty}^{+\infty} \sum_{\tau_3=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} h(l)C_{4y}(\tau_1 - l, \tau_2 - l, \tau_3 - l) e^{-j\tau_1\omega_1} e^{-j\tau_2\omega_2} e^{-j\tau_3\omega_3} \\ = & \mu \sum_{\alpha_1=-\infty}^{+\infty} \sum_{\alpha_2=-\infty}^{+\infty} \sum_{\alpha_3=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} h(l)h(\alpha_2 - \alpha_1 + l)h(\alpha_3 - \alpha_1 + l)C_{2y}(\alpha_1 - l) e^{-j\alpha_1\omega_1} e^{-j\alpha_2\omega_2} e^{-j\alpha_3\omega_3}. \end{aligned} \quad (4)$$

Comme les variables $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \tau_1, \tau_2, \tau_3$ sont des variables muettes variant dans l'intervalle $]-\infty + \infty[$ alors :

$$\begin{aligned} & \sum_{\tau_1, \tau_2, \tau_3=-\infty}^{+\infty} \left[\sum_{l=-\infty}^{+\infty} h(l)C_{4y}(\tau_1 - l, \tau_2 - l, \tau_3 - l) \right] e^{-j\tau_1\omega_1} e^{-j\tau_2\omega_2} e^{-j\tau_3\omega_3} \\ = & \mu \sum_{\tau_1, \tau_2, \tau_3=-\infty}^{+\infty} \left[\sum_{l=-\infty}^{+\infty} h(l)h(\tau_2 - \tau_1 + l)h(\tau_3 - \tau_1 + l)C_{2y}(\tau_1 - l) \right] e^{-j\tau_1\omega_1} e^{-j\tau_2\omega_2} e^{-j\tau_3\omega_3}. \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{\tau_1, \tau_2, \tau_3=-\infty}^{+\infty} \left[\sum_{l=-\infty}^{+\infty} h(l)C_{4y}(\tau_1 - l, \tau_2 - l, \tau_3 - l) - \mu \sum_{l=-\infty}^{+\infty} h(l)h(\tau_2 - \tau_1 + l)h(\tau_3 - \tau_1 + l)C_{2y}(\tau_1 - l) \right] \times \\ & \times e^{-j\tau_1\omega_1} e^{-j\tau_2\omega_2} e^{-j\tau_3\omega_3} = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Soit :

$$\sum_{l=-\infty}^{+\infty} h(l)C_{4y}(\tau_1 - l, \tau_2 - l, \tau_3 - l) = \mu \sum_{l=-\infty}^{+\infty} h(l)h(\tau_2 - \tau_1 + l)h(\tau_3 - \tau_1 + l)C_{2y}(\tau_1 - l). \quad (7)$$

Avec q l'ordre de la réponse impulsionnelle du canal. Si le système est causal l'équation (7) prend la forme suivante :

$$\sum_{l=0}^q h(l)C_{4y}(\tau_1 - l, \tau_2 - l, \tau_3 - l) = \mu \sum_{l=0}^q h(l)h(\tau_2 - \tau_1 + l)h(\tau_3 - \tau_1 + l)C_{2y}(\tau_1 - l), \quad (8)$$

et finalement, nous obtenons l'équation recherchée.

.2 Démonstration de l'équation 2.38 du chapitre 2

A partir de l'équation suivante :

$$S_{3y}(\omega_1, \omega_2)H(\omega_1 + \omega_2) = \mu H(\omega_1)H(\omega_2)S_{2y}(\omega_1 + \omega_2). \quad (9)$$

La transformée de Fourier inverse donne :

$$\begin{aligned} & \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} h(l)e^{-jl(\omega_1+\omega_2)}C_{3y}(n, m)e^{-jn\omega_1}e^{-jm\omega_2} \\ &= \mu \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \sum_{t=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(i)e^{-ji\omega_1}h(t)e^{-jt\omega_2}C_{2y}(k)e^{-jk(\omega_1+\omega_2)}, \end{aligned} \quad (10)$$

ou bien sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} & \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} h(l)C_{3y}(n, m)e^{-j(l+n)\omega_1}e^{-j(l+m)\omega_2} \\ &= \mu \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \sum_{t=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(i)e^{-j(i+k)\omega_1}h(t)e^{-j(t+k)\omega_2}C_{2y}(k). \end{aligned} \quad (11)$$

On pose $\tau_1 = l + n$; $\tau_2 = l + m$ dans le premier terme de l'égalité (11), et $\beta_1 = i + k$; $\beta_2 = t + k$ dans le second terme.

$$\begin{aligned} & \sum_{\tau_1, \tau_2=-\infty}^{+\infty} \left[\sum_{l=-\infty}^{+\infty} h(l)C_{3y}(\tau_1 - l, \tau_2 - l) \right] e^{-j\tau_1\omega_1}e^{-j\tau_2\omega_2} \\ &= \mu \sum_{\beta_1, \beta_2=-\infty}^{+\infty} \left[\sum_{i=-\infty}^{+\infty} h(i)h(\beta_2 - \beta_1 + i)C_{2y}(\beta_1 - i) \right] e^{-j\beta_1\omega_1}e^{-j\beta_2\omega_2}. \end{aligned} \quad (12)$$

Comme les variables $\tau_1, \tau_2, \beta_1, \beta_2$ sont des variables muettes variant dans l'intervalle $]-\infty + \infty[$ alors :

$$\sum_{\tau_1, \tau_2=-\infty}^{+\infty} \left[\sum_{l=-\infty}^{+\infty} h(l)C_{3y}(\tau_1 - l, \tau_2 - l) - \mu \sum_{i=-\infty}^{+\infty} h(i)h(\tau_2 - \tau_1 + i)C_{2y}(\tau_1 - i) \right] e^{-j\tau_1\omega_1}e^{-j\tau_2\omega_2} = 0. \quad (13)$$

Soit :

$$\sum_{l=-\infty}^{+\infty} h(l)C_{3y}(\tau_1 - l, \tau_2 - l) = \mu \sum_{i=-\infty}^{+\infty} h(i)h(\tau_2 - \tau_1 + i)C_{2y}(\tau_1 - i). \quad (14)$$

Avec q l'ordre de la réponse impulsionnelle du canal. Si le système est causal l'équation (14) prend la forme suivante :

$$\sum_{l=0}^q h(l)C_{3y}(\tau_1 - l, \tau_2 - l) = \mu \sum_{i=0}^q h(i)h(\tau_2 - \tau_1 + i)C_{2y}(\tau_1 - i), \quad (15)$$

et finalement, nous obtenons l'équation recherchée.

Bibliographie

- [AAF⁺01] K. Abderrahim, R. B. Abdenmour, G. Favier, M. Ksouri, and F. Msahli. “New results on FIR system identification using cumulants”. *APII-JESA*, 35(5) :601–622, 2001.
- [AAM⁺99] K. Abderrahim, R. B. Abdenmour, F. Msahli, M. Ksouri, and G. Favier. “Identification of non-minimum phase finite impulse response systems using the fourth-order cumulants”. *Progress in system and robot analysis and control design, Springer*, 243 :41–50, 1999.
- [Abd00] K. Abderrahim. *Identification de modèles linéaires à l’aide des statistiques d’ordre élevé*. Ecole nationale d’ingénieurs, Université des sciences, des techniques et de médecine de Tunis : Thèse de doctorat, Juillet 2000.
- [AEMZ12] J. Antari, A. Elkhadimi, D. Mammas, and A. Zeroual. “Developed Algorithm for Supervising Identification of Non Linear Systems using Higher Order Statistics : Modeling Internet Traffic”. *International Journal of Future Generation Communication and Networking*, 5(4), December 2012.
- [AIZ06] J. Antari, R. Iqdour, and A. Zeroual. “Forecasting the wind speed process using higher order statistics and fuzzy systems”. *Revue des Energies Renouvelables*, 9 :237–251, 2006.
- [Ant08] J. Antari. *Analyse et identification aveugle des systèmes non linéaire en utilisant les statistiques d’ordre, supérieur : Application à la modélisation du trafic dans les réseaux internet*. Faculté des sciences Semlalia Marrakech : Thèse de doctorat, Juillet 2008.
- [Auf04] J. M. Auffray. *Systèmes MIMO à porteuse multiples : Etude et optimisation de la combinaison de codes temps-espace et des techniques MC-CDMA*. Institut national des sciences appliquées de Rennes : Thèse de doctorat, 2004.
- [Aya99] J. Ayadi. *Estimation et égalisation aveugles de canal pour les communication mobiles*. Ecole nationale supérieure des Télécommunications, France : Thèse de doctorat, Septembre 1999.
- [AZS07] J. Antari, A. Zeroual, and S. Safi. “Stochastic analysis and parametric identification of Moving Average (MA) non Gaussian signal using cumulants”. *International Journal of Physical and Chemical News*, 34 :27–32, 2007.
- [BA99] M. Bakrim and D. Aboutajdine. “Cumulant-based identification of non Gaussian Moving Average signals”. *Revue Traitement du Signal*, 16(3) :175–186, 1999.
- [Ber06] A. Berdai. *Egalisation aveugle et turbo égalisation dans les canaux sélectifs en fréquence invariants et variants dans le temps*. Faculté des études supérieures de l’Université Laval : Maîtrise en génie électrique, 2006.

-
- [Bou07] M. Boulouird. *Identification aveugle des modèles paramétrique de type MA en utilisant les statistiques d'ordre supérieur : application aux signaux de communications numériques*. Faculté des sciences Semlalia Marrakech : Thèse de doctorat, Juillet 2007.
- [BR67] D. R. Brillinger and M. Rosenblatt. Spectral Analysis of time Series, Chapter : Asymptotic Theory of k^{th} -order spectra. *New York, USA : Wiley*, pages 153–188, 1967.
- [CK95] C. Y. Chi and J. Y. Kung. “A new identification algorithm for allpass systems by higher-order statistics”. *Signal Processing*, 41 :239–256, 1995.
- [Com92] P. Comon. “MA identification using fourth order cumulants”. *Signal Processing*, 26(3) :381–388, March 1992.
- [Com95] P. Comon. *Statistiques d'ordre élevé*. Université de Nice Sophia Antipolis, Septembre 1995.
- [DF98] D. Dembele and G. Favier. “Recursive estimation of fourth order cumulants with application to identification”. *Signal Processing*, 68 :127–139, 1998.
- [FDP94] G. Favier, D. Dembele, and J. L. Peyre. *ARMA identification using high-order statistics based linear methods : An unified presentation*. Signal Processing VII : theories and applications, 1994.
- [FK03] K. Fazel and S. Kaiser. *Multi-Carrier and Spread Spectrum Systems*. John Wiley and Sons, 2003.
- [FSTM10] M. Frikel, S. Safi, B. Targui, and M. M'Saad. “Channel Identification Using Chaos for an Uplink/Downlink Multicarrier Code Division Multiple Access System”. *Journal of Telecommunications and Information Technology*, 1 :91–97, 2010.
- [FV93] J. A. R. Fonollosa and J. Vidal. “System identification using a linear combination of cumulants slices”. *IEEE Transactions on signal Processing*, 41(7) :2405–2411, December 1993.
- [GD95] G. B. Giannakis and A. Delopoulos. “Cumulant based autocorrelation estimates of non-Gaussian linear processes”. *Signal Processing, Elsevier*, 47 :1–17, 1995.
- [GM89] G. B. Giannakis and J. M. Mendel. “Identification of non minimum phase systems using higher order statistics”. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and signal Processing*, 37(3) :360–377, March 1989.
- [Gue09] C. L. Guellaut. *Prototypage d'un système MIMO-MC-CDMA sur plate-forme hétérogène*. Institut national des sciences appliquées de Rennes : Thèse de doctorat, Janvier 2009.
- [HHH03] M. K. Hasan, M. J. Hossain, and M. A. Haque. “Parameter estimation of multi-channel autoregressive processes in noise”. *Signal Processing*, 83 :603–610, 2003.
- [Ibr09] K. Ibrahimi. *Gestion des ressources des réseaux mobiles de nouvelle génération par rapport à la mobilité des utilisateurs*. Université d'Avignon et des Pays de Vaucluse France et Université Mohammed V-Agdal Rabat Maroc : Thèse de doctorat, Novembre 2009.
- [Kac07] I. Kacha. *Egaliseurs multicanaux aveugles rapides et robustes aux erreurs de surestimation de l'ordre du canal*. Ecole Nationale Polytechnique, Algérie : Thèse de doctorat d'état, Avril 2007.

- [Kib05] A. Y. Kibangou. *Modèles de volterra a complexité réduite : estimation paramétrique et application a l'égalisation des canaux de communication*. Université de Nice-Sophia Antipolis : Thèse de doctorat, 2005.
- [LAC97] J. L. Lacoume, P. O. Amblard, and P. Comon. *Statistiques d'ordre supérieur pour le traitement du signal*. Masson, 1997.
- [LS59] V. P. Leonov and A. N. Shiryaev. "On a method of calculation of semi-invariants". *Theory of probability and its applications*, 4(3) :319–329, 1959.
- [Maz09] Y. Mazen. *Modélisation, simulation et optimisation des architectures de récepteur pour les techniques d'accès W-CDMA*. Université Paul Verlaine Metz : Thèse de doctorat, Juin 2009.
- [Med00] S. Meddeb. *Identification des filtres de volterra et des modèles bilinéaires : Application à la communication par satellite*. Institut National Polytechnique, Toulouse France : Thèse de Doctorat, 2000.
- [Men91] J. M. Mendel. "Tutorial on Higher Order Statistics (Spectra) in signal processing and system theory : Theoretical results and some applications". *Proceedings of the IEEE*, 79(3) :278–305, March 1991.
- [Mic92] F. Michaut. *Méthodes adaptatives pour le signal, outils mathématiques et mise en oeuvre des algorithmes*. Paris : Traité des nouvelles Technologies, série Traitement du signal, 1992.
- [MS98] J. Medbo and P. Schram. *Channel Models for HIPERLAN 2 in Different Indoor Scenarios*. Rapport, ETSI, Mars 1998.
- [Nas06] Y. Nasser. *Sensibilité des Systèmes OFDM-CDMA aux Erreurs de synchronisation en Réception Radio Mobile*. Institut National Polytechnique de Grenoble : Thèse de doctorat, Octobre 2006.
- [NKSK95] Y. J. Na, K. S. Kim, I. Song, and T. Kim. "Identification of non minimum phase systems using the third and fourth order cumulants". *IEEE on Signal Processing*, 43(8) :2018–2022, August 1995.
- [Nob03] S. Nobilet. *Etude et optimisation des techniques MC-CDMA pour les futures générations de systèmes de communications hertziennes*. Institut national des sciences appliquées de Rennes : Thèse de doctorat, Octobre 2003.
- [NP93] C. L. Nikais and A. P. Petropulu. Higher order spectra analysis. *New Jersey : PTR Prentice-Hall, Englewood Cliffs*, 1993.
- [PDF93] J. L. Peyre, D. Dembélé, and G. Favier. Identification of MA models using Higher Order Statistics : A general formulation. In *Proc. of ATHOS Workshop on system identification and higher order statistics, I3S, Sophia Antipolis, France, pp. 20-21 September*, 1993.
- [Pem97] G. L. Pemp. *Capacité de poursuite des algorithmes adaptatifs dans un canal de transmission sous-marin à trajets multiples*. Faculté des études supérieures de l'Université Laval : Maîtrise en génie électrique, 1997.
- [Pic95] B. Picinbono. *Signaux aléatoires, tome 3 : Traitement statistiques du signal avec problèmes résolus*. Dunod, 1995.
- [Pro95] J. G. Proakis. *Digital communications*. Third edition, New York : Mc Graw–Hill, USA, 1995.

-
- [Ros85] M. Rosenblatt. Stationary sequences and random fields. *Boston : Birkhauser*, 1985.
- [Saa05] N. M. Saad. *Contribution à l'étude de l'application de la technique CDMA aux systèmes de transmission optique*. Université de Limoges : Thèse de doctorat, 2005.
- [Saf08] S. Safi. *Identification aveugle des canaux à phase non minimale en utilisant les statistiques d'ordre supérieur : Application aux réseaux mobiles*. Faculté des sciences Semlalia Marrakech : Thèse d'Habilitation, Juillet 2008.
- [Sau07] B. L. Saux. *Estimation de canal pour systèmes multi-antennes multi-porteuses*. INSA de Rennes : Thèse de doctorat, Octobre 2007.
- [SFMZ07] S. Safi, M. Frikel, M. M'Saad, and A. Zeroual. "Blind Impulse Response Identification of frequency Radio Channels : Application to Bran A Channel". *Int. J. Sig. Proces*, 4(1) :201–206, 2007.
- [SFMZ08] S. Safi, M. Frikel, M. M'Saad, and A. Zeroual. "Blind Identification and Equalisation of Downlink TCM Coded MC-CDMA Systes Using Cumulants". In *16th European signal processing conference (EUSIPCO), Lausanne, Switzerland, August 25-29, 2008*.
- [SFZM11] S. Safi, M. Frikel, A. Zeroual, and M. M'Saad. "Higher Order Cumulants for Identification and Equalization of Multicarrier Spreading Spectrum Systems". *Journal of Telecommunications and Information Technology*, 2 :74–84, 2011.
- [SH96] L. Srinivas and K. V. S. Hari. "FIR system identification based on subspaces of a higher order cumulant matrix". *IEEE on Signal Processing*, 44(6) :1485–1491, June 1996.
- [SM96] A. G. Stogioglou and S. McLaughlin. "MA parameter estimation and cumulant enhancement". *IEEE Transactions on Signal Processing*, 44(7) :1704–1718, July 1996.
- [SZ03] S. Safi and A. Zeroual. "Blind identification in noisy environment of non-minimum phase Finite Impulse Response (FIR) using higher order statistics". *Int. J. Sys. Anal. Modell. Simul., Taylor Francis*, 43(5) :671–681, 2003.
- [SZ04] S. Safi and A. Zeroual. "Blind parametric identification of non-Gaussian FIR systems using higher order cumulants". *International Journal of Systems Science*, 35 :855–867, 2004.
- [SZ08] S. Safi and A. Zeroual. "Blind non-minimum phase channel identification using 3rd and 4th order cumulants.". *Int. J. Sig. Proces.*, 4(1) :158–168, 2008.
- [SZH02] S. Safi, A. Zeroual, and M. M. Hassani. "Prediction of global daily solar radiation using higher order statistics". *Renewable Energy*, 27 :647–666, 2002.
- [Tra07] S. Traverso. *Transposition de fréquence et de compensation du déséquilibre IQ pour des systèmes multi-porteuses sur un canal sélectif en fréquence*. Université de Cergy-Pontoise : Thèse de doctorat, Novembre 2007.
- [Tug90] J. K. Tugnait. "Approaches to FIR system identification with noisy data using Higher Order Statistics". *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing ASSP*, 38(7) :1307–1317, July 1990.

- [Tug91] J. K. Tugnait. “New results on FIR system identification using Higher Order Statistics”. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing ASSP*, 39(10) :2216–2221, October 1991.
- [Yam11] Y. S. Yameogo. *Etudes de nouvelles techniques d’estimation et d’égalisation de canal adaptées au système SC-FDMA*. Université de Rennes 1 : Thèse de doctorat, 2011.
- [ZSS⁺14a] M. Zidane, S. Safi, M. Sabri, A. Boumezzough, and M. Frikel. “Adaptive Algorithms Versus Higher Order Cumulants for Identification and Equalization of MC-CDMA”. *Journal of Telecommunications and Information Technology (JTIT)*, 3 :53–62, 2014.
- [ZSS⁺14b] M. Zidane, S. Safi, M. Sabri, A. Boumezzough, and M. Frikel. “Blind Identification and Equalization of MC-CDMA systems Using Higher Order Cumulants”. *International Journal of Advances in Telecommunications, Electrotechnics, Signals and Systems*, 3(1) :27–35, 2014.
- [ZSS⁺14c] M. Zidane, S. Safi, M. Sabri, A. Boumezzough, and M. Frikel. “Broadband Radio Access Network Channel Identification and Downlink MC-CDMA equalization”. *International Journal of Energy, Information and Communications*, 5(2) :13–34, 2014.
- [ZSSB13a] M. Zidane, S. Safi, M. Sabri, and A. Boumezzough. “Blind Identification of Minimum Phase Channels Based On Higher Order Cumulants.”. In *International Conference on Intelligent Information and Network Technology (IC2INT’13)*, Settat, Morocco, November 13-14, 2013, 2013.
- [ZSSB13b] M. Zidane, S. Safi, M. Sabri, and A. Boumezzough. “Impulse Response Identification of Minimum and Non Minimum Phase Channels.”. In *4th International Workshop on Codes, Cryptography and Communication Systems (IWCCCS’13)*, Meknes, Morocco, November 07-08, 2013, 2013.
- [ZSSB14a] M. Zidane, S. Safi, M. Sabri, and A. Boumezzough. “Blind Identification Channel Using Higher Order Cumulants with Application to Equalization for MC-CDMA System”. *World Academy of Science, Engineering and Technology, International Journal of Electrical, Robotics, Electronics and Communications Engineering*, 8(2) :369–375, 2014.
- [ZSSB14b] M. Zidane, S. Safi, M. Sabri, and A. Boumezzough. “Comparative Study between Blind Identification Algorithms and Least Mean Square Algorithm for Non Minimum Phase Channel”. In *4th International Conference on Multimedia Computing and Systems (ICMCS’14)*, Marrakesh, Morocco, April 14-16, 2014.
- [ZSSB14c] M. Zidane, S. Safi, M. Sabri, and A. Boumezzough. “Higher Order Statistics for Identification of Minimum Phase Channels.”. *World Academy of Science, Engineering and Technology, International Journal of Mathematical, Computational, Physical and Quantum Engineering*, 8(5) :831–836, 2014.
- [ZSSB14d] M. Zidane, S. Safi, M. Sabri, and A. Boumezzough. “Impulse Response Identification of Minimum and Non Minimum Phase Channels”. *International Journal of Advanced Science and Technology*, 64 :59–72, 2014.

- [ZZ94] X. D. Zhang and Y. S. Zhang. “FIR system identification using higher order statistics alone”. *IEEE Transaction on Signal Processing*, 42(12) :2854–2858, 1994.