



**UNIVERSITE SULTAN MOULAY SLIMANE**  
**Faculté des Sciences et Techniques**  
**Béni-Mellal**



*CED : Sciences et Techniques*  
*FD : Mathématiques et Physique Appliquées*

**THESE**

Présentée par

**Hassan EL HARFI**

Pour obtention du grade du

**Doctorat National**

*Spécialité : Mécanique des Fluides et Transfert de Chaleur*

---

**ETUDE NUMERIQUE ET ANALYTIQUE DES TRANSFERTS  
THERMIQUES PAR CONVECTION MIXTE DANS DES  
NANOFLUIDES CONFINES**

---

Soutenue le 05 octobre 2013 devant la commission d'examen :

<b>Président</b>	<b>M. HASNAOUI</b>	<b>FS</b>	<b>Marrakech</b>
<b>Rapporteurs</b>	<b>A. BENRICHOU</b>	<b>FST</b>	<b>Béni Mellal</b>
	<b>L. OUFNI</b>	<b>FST</b>	<b>Béni Mellal</b>
	<b>A. SBAIBI</b>	<b>FST</b>	<b>Mohammadia</b>
	<b>M. SRITI</b>	<b>FP</b>	<b>Taza</b>
<b>Examineurs</b>	<b>M. NAIMI</b>	<b>FST</b>	<b>Béni Mellal</b>
	<b>A. RAJI</b>	<b>FST</b>	<b>Béni Mellal</b>

## Dédicace

A la mémoire de mon père,

A la mémoire de ma mère,

A tous ceux qui ont contribué pour mener,

A bonne fin ce travail.

## REMERCIEMENTS

Ces travaux de thèse ont été principalement effectués au sein du laboratoire LAMET de La FST de Béni Mellal dirigé par le Professeur Mohamed Naimi.

Avant tout, je remercie messieurs les membres du jury pour leur participation à la soutenance. J'adresse tout particulièrement ma reconnaissance à Monsieur Mohamed Naimi, professeur à La FST de Béni Mellal, pour la direction de cette thèse. Il a su me faire profiter de ses nombreuses connaissances et de sa dimension internationale au travers des publications et des conférences que nous avons pu réaliser ensemble.

Je remercie vivement MM. Oufni. L, Ben Richou. A, Sbaibi. A et Sriti. M. pour leur difficile travail de rapporteur. Qu'ils trouvent ici le témoignage de ma reconnaissance.

Je tiens à remercier Monsieur Mohamed Hasnaoui pour avoir accepté de présider le jury de thèse mais également pour l'intérêt qu'il a porté à mon travail. Aussi, je tiens à exprimer mes plus vifs remerciements à Monsieur Abdelghani Raji, qui a accepté de participer au jury de thèse. Son avis sur ce travail permettra d'apporter des idées nouvelles pour les études futures. Je tiens aussi à exprimer mes plus vifs remerciements à Monsieur Mohamed Lamssadi.

En fin, je tiens à exprimer mes plus vifs remerciements à ma famille, pour m'avoir épaulé au cours de ces cinq années.

---

---

## AVANT PROPOS

---

---

- Prénom et Nom de l'auteur de la thèse : Hassan EL HARFI
- Intitulé de la thèse : *Etude numérique et analytique des transferts thermiques par convection mixte dans des nanofluides confinés.*
  
- Prénom et Nom du directeur de la thèse : Mohamed NAÏMI (Professeur à la Faculté des Sciences et Techniques de Béni-Mellal)
- Lieu de réalisation du travail : Laboratoire de Modélisation des Ecoulements et des Transferts (LAMET), à la Faculté des Sciences et Techniques de Béni-Mellal.

### **PUBLICATIONS**

- [1] **H. El Harfi, M. Naïmi, M. Lamsaadi and M. Hasnaoui**, Natural convection heat transfert of nanofluids in shallow rectangular enclosures uniformly heated from the vertical sides, International Scientific Journal for Alternative Energy and Ecology Vol. 105, № 01, pp. 40-50, 2012.
- [2] **H. Elharfi, M. Naïmi, M. Lamsaadi, A. Raji, M. Hasnaoui**, Combined lid and buoyancy driven effects in a shallow rectangular cavity confining nanofluids and uniformly heated and cooled from its vertical sides, International Scientific Journal for Alternative Energy and Ecology, Vol. 114, № 10, pp. 26-34, 2012.
- [3] **H. Elharfi, M. Naïmi, M. Lamsaadi, A. Raji, M. Hasnaoui**, Mixed convection heat transfer for nanofluids in a lid-driven shallow rectangular cavity uniformly heated and cooled from the vertical sides: the cooperative case, ISRN Thermodynamics, Vol. 2012, 16 pages, 2013.
- [4] **H. Elharfi, M. Naïmi, M. Lamsaadi, A. Raji, M. Hasnaoui**, Mixed convection heat transfer for nanofluids in a lid-driven shallow rectangular cavity uniformly heated and cooled from the vertical sides: the opposing case, Journal of Electronics Cooling and Thermal Control, Vol. 3, № 3, pp. 111-130, 2013

- [5] **H. Elharfi, M. Naïmi, M. Lamsaadi, A. Raji, M. Hasnaoui**, Mixed convection within a nanofluid-filled lid-driven cavity heated from below, [projet de publication à soumettre à une revue international dans le courant de 2013](#).

## **COMMUNICATIONS**

- [1] **H. El Harfi, M. Naïmi, M. Lamsaadi, A. Raji and M. Hasnaoui**, Convection naturelle au sein d'une cavité rectangulaire confinant des nanofluides, 10ème Congrès de Mécanique, Oujda (Maroc), pp. 396-397, avril 2011.
- [2] **H. El Harfi, M. Naïmi, M. Lamsaadi, A. Raji and M. Hasnaoui**, Natural convection of nanofluids in a square cavity differentially heated from below and vertical sides, International Congress on Numerical Analysis and Scientific computing with applications in sciences & engineering (NASCASE), Settat (Maroc), pp. 254-257, avril 2011.
- [3] **H. El Harfi, M. Naïmi, M. Lamsaadi, A. Raji, M. Hasnaoui**, Natural convection in a tall cavity confining nanofluids, International symposium on multiphase flow and transport phenomena Agadir (Maroc), Avril 2012.
- [4] **H. El Harfi, M. Naïmi, M. Lamsaadi, A. Raji, M. Hasnaoui**, Etude analytique et numérique de la convection naturelle dans une cavité verticale confinant des nano-fluides, 11ème Congrès de Mécanique, Agadir (Maroc), Vol. 2, pp. 380-382, Avril 2013.

---

---

## TABLE DES MATIERES

---

---

### NOMENCLATURE

<b>INTRODUCTION GENERALE.....</b>	<b>1</b>
<b>CHAPITRE 1 : NANOFUIDES ET APPLICATIONS</b>	<b>5</b>
<b>1.1. Introduction.....</b>	<b>5</b>
<b>1.2. Qu'est-ce qu'un nanofluide ?.....</b>	<b>5</b>
<b>1.3. Nature du mélange obtenu.....</b>	<b>7</b>
<b>1.4. Fabrication des nanofluides.....</b>	<b>8</b>
<b>1.5. Influence de la concentration en nanoparticules sur les propriétés thermo-physiques.....</b>	<b>12</b>
<b>1.6. Domaines d'applications des nanofluides.....</b>	<b>15</b>
1.6.1. <i>Transport.....</i>	16
1.6.2. <i>Electronique.....</i>	16
1.6.3. <i>Défense.....</i>	17
1.6.4. <i>Spatial.....</i>	17
1.6.5. <i>Nucléaire.....</i>	17
1.6.6. <i>Biomédical.....</i>	17
1.6.7. <i>Autres.....</i>	18
<b>1.7. Etat de l'art sur la convection dans les nanofluides confinés.....</b>	<b>18</b>
1.6.1. <i>Convection mixte : définition.....</i>	18
1.6.2. <i>Travaux antérieurs sur la convection mixte dans les nanofluides confinés.....</i>	19
<b>1.8. Conclusion.....</b>	<b>23</b>
<b>CHAPITRE 2: FORMULATION MATHÉMATIQUE DE LA CONVECTION MIXTE DANS UN NANOFLUIDE</b>	<b>24</b>
<b>2.1. Introduction.....</b>	<b>24</b>
<b>2.2. Configuration géométrique considérée.....</b>	<b>24</b>
<b>2.3. Hypothèses simplificatrices.....</b>	<b>25</b>
<b>2.4. Equations gouvernant la convection et conditions aux limites....</b>	<b>26</b>
2.4.1. <i>Forme dimensionnelle .....</i>	26
2.4.2. <i>Propriétés physiques des nanoparticules.....</i>	27
2.4.3. <i>Forme adimensionnelle.....</i>	29

2.5. Transfert de chaleur.....	30
2.5.1. <i>Transfert de chaleur dans la direction horizontale de la cavité....</i>	31
2.5.2. <i>Transfert de chaleur dans la direction verticale de la cavité.....</i>	31
<b>CHAPITRE 3 : APPROCHES NUMERIQUE ET ANALYTIQUE ET</b>	<b>33</b>
<b>PROCEDURE DE RESOLUTION</b>	
<b>A - Approche numérique et procédure de résolution</b>	
<b>3.1. Introduction.....</b>	<b>33</b>
<b>3.2. Discrétisation des équations gouvernantes : Méthode des</b>	<b>33</b>
<b>volumes finis .....</b>	
<b>3.3. Résolution des équations gouvernantes.....</b>	<b>38</b>
3.3.1 <i>Algorithme SIMPLE (Semi Implicit-Method for Pressure-Linked Equations)</i>	38
3.3.2. <i>Résumé de l'algorithme SIMPLE.....</i>	40
3.3.3. <i>Algorithme SIMPLER (SIMPLE-Revised).....</i>	41
3.3.4. <i>Présentation matricielle des équations gouvernantes.....</i>	41
<b>3.4. Traitement des conditions aux limites.....</b>	<b>42</b>
3.4.1. <i>Frontière avec vitesse spécifiée.....</i>	42
3.4.2. <i>Frontière avec température spécifiée.....</i>	43
3.4.3. <i>Frontière avec flux spécifié.....</i>	44
<b>B – Approche analytique</b>	<b>45</b>
<b>3.5. Introduction.....</b>	<b>45</b>
<b>3.6. Approximation de l'écoulement parallèle.....</b>	<b>45</b>
<b>3.7. Solution des équations approximées.....</b>	<b>46</b>
<b>CHPITRE 4 : CONVECTION MIXTE POUR DES NANOFUIDES</b>	<b>48</b>
<b>CONFINES DANS UNE CAVITE RECTANGULAIRE</b>	
<b>HORIZONTALE ENTRAINEE : LE CAS OPPOSE</b>	
<b>4.1. Introduction.....</b>	<b>48</b>
<b>4.2. Tests de précision.....</b>	<b>48</b>
<b>4.3. Configuration des champs d'écoulement et de température.....</b>	<b>50</b>
<b>4.4. Validation de la solution analytique issue de l'approximation de</b>	<b>55</b>
<b>l'écoulement parallèle.....</b>	
<b>4.5. Distributions de la fonction de courant et de la température le</b>	<b>60</b>
<b>long de la section centrale verticale.....</b>	
<b>4.6. Intensité d'écoulement et taux de transfert de chaleur.....</b>	<b>61</b>
<b>4.7. Apparition de l'écoulement bicellulaire.....</b>	<b>70</b>
<b>4.8. Conclusion.....</b>	<b>71</b>

**CHAPITRE 5 : CONVECTION MIXTE POUR DES NANOFLUIDES 73**  
**CONFINES DANS UNE CAVITE RECTANGULAIRE**  
**HORIZONTALE ENTRAINEE : LE CAS COOPERATIF**

<b>5.1. Introduction.....</b>	<b>73</b>
<b>5.2. Recherche d'un maillage optimal.....</b>	<b>73</b>
<b>5.3. Structures des champs dynamique et thermique.....</b>	<b>77</b>
<b>5.4. Validation de l'approche analytique.....</b>	<b>82</b>
<b>5.5. Répartitions de la fonction de courant et de la température le</b> <b>long de la section centrale verticale.....</b>	<b>82</b>
<b>5.6. Intensité d'écoulement et taux de transfert de chaleur.....</b>	<b>83</b>
<b>5.7. Conclusion.....</b>	<b>92</b>

**CHAPITRE 6 : COUPLAGE CONVECTION DE RAYLEIG 93**  
**BENARD/CONVECTION FORCEE AU SEIN D'UNE CAVITE**  
**RECTANGULAIRE HORIZONTALE ENTRAINEE CONFINANT**  
**DES NANOFLUIDES**

<b>6.1. Introduction.....</b>	<b>93</b>
<b>6.2. Précision des résultats.....</b>	<b>93</b>
<b>6.3. Configuration des champs d'écoulement et de température....</b>	<b>97</b>
<b>6.4. Validité de la solution analytique issue de l'approche de</b> <b>l'écoulement Parallèle .....</b>	<b>98</b>
<b>6.5. Distributions de la fonction de courant et de la température le</b> <b>long de la section centrale verticale.....</b>	<b>103</b>
<b>6.6. Intensité d'écoulement et taux de transfert de chaleur.....</b>	<b>104</b>
<b>6.7. Naissance du régime bicellulaire.....</b>	<b>110</b>
<b>6.8. Conclusion.....</b>	<b>111</b>
<b>CONCLUSION GENERALE.....</b>	<b>112</b>
<b>REFERENCES.....</b>	<b>116</b>



## Résumé

La convection mixte dans une cavité rectangulaire allongée confinant un nanofluide, de type cuivre-eau, est étudiée analytiquement (approximation de l'écoulement parallèle) et numériquement (méthodes des volumes finis). L'écoulement est initié en imposant aux parois rigides et imperméables de l'enceinte des densités de flux de chaleur uniformes et à celle supérieure (couvercle) un mouvement uniforme (modèle de la cavité entraînée).

Les paramètres de l'étude sont le rapport de forme de l'enceinte,  $A = 8$  ou  $14$ , le nombre de Prandtl,  $Pr = 7$ , comparant la diffusion de la quantité de mouvement à celle de la chaleur, le nombre de Reynolds,  $Re$ , caractérisant la convection forcée, et celui de Richardson,  $Ri$ , mesurant l'importance relative des convections naturelle et forcée, auxquels il faut ajouter la fraction volumique solide,  $\Phi$ , traduisant la concentration en nanoparticules.

Trois situations sont examinées selon que la cavité est chauffée horizontalement, verticalement et suivant le sens du mouvement de la paroi supérieure.

Les résultats obtenus dégagent un accord parfait entre les approches analytique et numérique et des controverses au niveau du transfert de chaleur laissant se poser la question quant à l'utilisation des nanofluides comme alternative prometteuse dans le contexte de la convection mixte.

## Mots clés

Convection mixte, Nanofluides, Cavité rectangulaire allongée, Ecoulement parallèle, Méthode des volumes finis, Transfert de chaleur.

## Abstract

Mixed convection in a shallow rectangular cavity, confining copper-water nanofluid, is studied analytically (parallel flow approximation) and numerically (finite volumes method). The flow is initiated by imposing to rigid and impermeable walls of the enclosure uniform heat flux densities and to upper one (lid) uniform motion (driven cavity model).

The study parameters are the aspect ratio of the enclosure,  $A=8$  ou  $14$ , the Prandtl number,  $Pr=7$ , comparing the diffusion of the momentum of to the heat one, the Reynolds number,  $Re$ , characterizing forced convection, and that of Richardson,  $Ri$ , measuring the relative importance of natural and forced convection, to which must be added the solid volume fraction,  $\Phi$ , reflecting the concentration of nanoparticles.

Three situations are examined depending on whether the cavity is heated horizontally, vertically and according to the direction of the top wall movement.

The results show a perfect agreement between the analytical and numerical approaches and controversies in heat transfer leaving a doubt about the use of nanofluids as a promising alternative in the context of mixed convection.

## Keywords

Mixed convection, Nanofluids, Shallow rectangular cavity, Parallel flow, Finite volumes method, Heat transfer.

## تلخيص

الحمل الحراري المزدوج في تجويف مستطيل و ممدد يتضمن نانو سائل من نوع نحاس-ماء تمت دراسته دراسة تحليلية ( تقريب السيلان المتوازي ) ودراسة رقمية (طريقة الحجم المنتهية) . يبدأ السيلان عندما نفرض على الجدران الصلبة و غير المنفذة للتجويف تدفقات حرارية منتظمة علما أن الجدار العلوي للتجويف في حركة مستقيمة منتظمة (نموذج التجويف المتحرك). العوامل المتحكمة في هذه الدراسة هي نسبة الطول على العرض للتجويف،  $A = 8$  أو  $A = 14$ . عدد برانتل،  $Pr = 7$  الذي يجسد المقارنة بين انتشار كمية الحركة و الحرارة ، عدد رينولدز،  $eR$  الذي يجسد الحمل القسري، عدد ريشاردسون،  $iR$  الذي يقيس الاهمية النسبية بين الحمل الطبيعي والحمل القسري بالاضافة الى حجم الجزء الصلب،  $\Phi$  الذي يعكس تركيز الجسيمات النانوية ثلاث حالات تم اعتمادها حسب كيفية تسخين التجويف، أفقيا، رأسيا وحسب اتجاه حركة الجدار الأعلى.

النتائج تبين الاتفاق التام بين المقاربة التحليلية والعددية وتبين أيضا وجود مفارقات على مستوى نقل الحرارة، مما يترك السؤال مفتوحا حول استخدام النانوسوائل باعتبارها بديلا واعدا في مجال الحمل الحراري المختلط.

## كلمات البحث

الحمل الحراري المزدوج، نانو سائل، تجويف مستطيل ممدد، تدفق متوازي، حجم منتهية، نقل الحرارة.

---

---

## NOMENCLATURE

---

---

$A$	rapport de forme de la cavité, $L' / H'$
$a$	intensité du chauffage latéral
$b$	intensité du chauffage transversal
$C$	gradient de température horizontal adimensionnel, $(\partial T / \partial x)_{x=A/2}$
$c_p$	capacité calorifique à pression constante, J/(kg K)
$g$	accélération gravitationnelle, $m/s^2$
$\Phi$	fraction volumique
$H'$	hauteur de la cavité, m
$L'$	longueur de la cavité, m
$Nu_h$	nombre de Nusselt local horizontal, expressions (2.26)
$\overline{Nu_h}$	nombre de Nusselt moyen horizontal, expression (2.27)
$Nu_v$	nombre de Nusselt local vertical, expression (2.28)
$\overline{Nu_v}$	nombre de Nusselt moyen vertical, expression (2.29)
$Pr$	nombre de Prandtl, expression (2.24)
$q'$	densité de flux de chaleur constante $W/m^2$
$Re$	nombre de Reynolds, expression (2.22)
$Ri$	nombre de Richardson, expression (2.22)
$Pe$	nombre de Peclet, expression (2.22)
$Gr$	nombre de Grashof, expression (2.24)
$Ra$	nombre de Rayleigh, expression (2.24)
$T$	température adimensionnelle, $(T' - T'_c) / \Delta T^*$
$T'_c$	température de référence (température moyenne)
$\Delta T^*$	écart de température
$U'_0$	vitesse de la paroi supérieure ( $m/s$ )
$(u, v)$	composantes de vitesses adimensionnelles, $(u', v') / (\alpha / H')$

$(x, y)$  coordonnées adimensionnelles,  $(x', y')/H'$

### *Symboles grecs*

- $\alpha$  diffusivité thermique ( $m^2/s$ )
- $\bar{\alpha}$  paramètre adimensionnel,  $[= \alpha_{nf} / \alpha_f]$
- $\beta$  coefficient d'expansion thermique ( $1/K$ )
- $\bar{\beta}$  paramètre adimensionnel,  $[= (\rho\beta')_{nf} / (\rho\beta')_f]$
- $\nu$  viscosité cinématique ( $m^2/s$ )
- $\bar{\nu}$  paramètre adimensionnel,  $[= \nu_{nf} / \nu_f]$
- $\mu$  viscosité dynamique ( $Pa \cdot s$ )
- $\rho$  densité du fluide de base ( $kg/m^3$ )
- $\Phi$  fraction volumique des nanoparticules
- $\psi$  fonction de courant adimensionnelle,  $[= \psi' / \alpha_f]$
- $\Omega$  paramètre adimensionnel,  $[= \bar{\beta} / (\bar{\rho} \bar{\nu} \bar{\alpha})]$

### *Exposant*

' variable adimensionnelle

### *Indices*

- $c$  valeur relative au centre de la cavité où valeur critique
- $f$  fluide de base
- $m$  valeur minimale
- $nf$  nanofluide
- $np$  nanoparticule

### *Symboles mathématiques*

: produit dyadique.

---

---

## INTRODUCTION GENERALE

---

---

Dans le cadre des activités de recherche du "*Laboratoire de Modélisation des Ecoulements et des Transferts*" (LAMET), nous nous sommes vus confié le thème "*Etude numérique et analytique des transferts thermiques par convection mixte dans des nanofluides confinés*". Un tel sujet constitue un terrain d'investigations intéressant, prometteur et où plusieurs de ses facettes sont encore non défrichées et parfois même vierges que nous nous efforçons d'explorer en investissant certains de ses aspects.

En effet, le transfert de chaleur a souvent été l'objet d'ambitieuses recherches dans le but de l'améliorer, étant donnée son importance, plus qu'évidente, dans beaucoup de procédés industriels. Cependant, avec les fluides conventionnels, dont la conductivité thermique est faible de par sa nature, le transfert de chaleur reste limité, ce qui constitue un problème crucial à défier. De ce point de vue, les méthodes de conception actuelles n'apportent rien de nouveau et, pour améliorer donc les performances thermiques des fluides conventionnels caloporteurs actuellement disponibles, une technologie innovante s'impose. C'est ainsi que l'idée ingénieuse, de développer le concept des nanofluides, a pris naissance. Cette nouvelle classe de fluides, thermiquement performante, est conçue en dispersant des particules de taille nanométrique (matériaux dérivés de céramique, certains métaux, quelques semi-conducteurs, nanotubes de carbone multicouches, polymères composites, ...) dans des fluides conventionnels de base, souvent liquides (eau, groupe éthylène-glycol, huiles légères, ...), ce qui, même à faible concentration volumique, leur confère des performances thermiques meilleures et en fait des produits potentiels pouvant intéresser divers secteurs industriels (transport, électronique, biomédical, alimentaire, habitat, nucléaire, défense, espace et bien d'autres

manufactures) impliquant le transfert de chaleur et ce, d'autant plus qu'ils se présentent avec un coût moindre et une très bonne efficacité énergétique.

Bien que le transfert de chaleur peut se manifester sous différents modes (rayonnement, conduction ou convection), c'est ce dernier qui est le plus souvent visé dans des applications bien spécifiques telles que le refroidissement des composants électroniques, les radiateurs, les échangeurs de chaleurs, etc.

D'autre part, si le mécanisme de transfert de chaleur par convection semble aujourd'hui bien appréhendé pour les fluides conventionnels, il n'en est pas de même pour les nanofluides où beaucoup reste encore à faire, puisque les recherches sont encore à un stade non suffisamment avancé compte tenu des controverses enregistrées et ce, bien qu'il y ait beaucoup de travaux réalisés dans ce sens en expérimentant différents modèles. En effet, si avec la convection forcée les choses se passent conformément aux prédictions, avec la convection naturelle les résultats escomptés sont parfois déconcertants, ce qui laisse donc encore sans réponse la question si l'utilisation des nanofluides, dans les applications concernées par un tel phénomène, est vraiment avantageuse par rapport aux fluides conventionnels, ou en d'autres termes une augmentation de la conductivité thermique, par nanotechnologie, entraîne-t-elle forcément une amélioration du transfert de chaleur ? C'est un défi auquel la communauté scientifique se trouve actuellement confrontée et qu'elle se doit de relever pour pouvoir cerner globalement le mécanisme de transfert de chaleur convectif au sein de ces fluides, afin de les rendre d'un intérêt pratique certain.

D'un point de vue scientifique, le modèle de la cavité entraînée est attrayant car il combine convections forcée et naturelle, et il serait intéressant de l'aborder pour voir de près le comportement thermo-hydraulique de la situation, en présence des deux phénomènes susmentionnés, lesquels peuvent interagir de façons coopératives ou opposées. Aussi, une telle configuration géométrique présente-t-elle la particularité d'intervenir dans des applications industrielles à forts enjeux économiques.

La présente thèse se veut, donc, une étude numérique et analytique de l'écoulement et du transfert de chaleur par convection mixte au sein d'un nanofluide occupant une enceinte rectangulaire, dont la paroi supérieure est constamment mobile (modèle de la cavité entraînée). Des conditions aux limites thermiques, de type Neumann, sont imposées aux parois rigides en les soumettant à des densités de flux de chaleur uniformes. A cet égard, différentes configurations de chauffage sont considérées. Bien évidemment, et sans aucun doute, la configuration géométrique, les conditions aux limites et les modèles physiques adoptés pour les propriétés physiques peuvent avoir des retombées spécifiques sur la convection thermique en général et on peut s'attendre à des résultats nouveaux les distinguant de ce qui est plus au moins bien connu dans le domaine. Les investigations portent essentiellement sur les effets des paramètres gouvernant le problème sur les champs dynamique et thermique ainsi que sur les transferts de chaleur conséquents.

Ce document est organisé comme suit :

- Pour mieux situer le problème, objet de cette thèse, dans le contexte bibliographique, le premier chapitre fait une synthèse des travaux antérieurs, théoriques, expérimentaux ou numériques, ayant trait à la convection mixte dans les nanofluides confinés pour différentes configurations géométriques et pour des conditions aux limites variées. Un tour d'horizon, sur les types de nanofluides, leurs propriétés physiques, les modèles physiques les approchant ainsi que les applications qui s'y attachent, est effectué.

- Les équations générales dimensionnelles régissant la convection dans un nanofluide sont présentées, dans le deuxième chapitre, en formulation de variables primitives (vitesse-pression). Dans celles-ci sont incorporés les modèles mathématiques adoptés pour les caractéristiques physiques. Compte tenu de certaines hypothèses simplificatrices et de la forme rectangulaire de la cavité, ces équations sont ensuite écrites sous forme adimensionnelle dans un système de coordonnées cartésiennes.



- Dans le troisième chapitre est exposée de façon détaillée l'approche numérique, utilisant la méthode des volumes finis, et sa mise en œuvre pour la discrétisation et la résolution des équations gouvernantes.

- Dans le quatrième chapitre est développée une solution analytique du problème, basée sur l'approximation de l'écoulement parallèle, possible uniquement dans le cas d'une cavité de rapport de forme infini (cavité allongée) soumise à des conditions aux limites thermiques de type Neumann. Une telle solution permet une analyse qualitative de la situation et constitue une validation incontestable pour l'approche numérique adoptée.

- Dans les chapitres cinq, six et sept sont rassemblés les principaux résultats numériques relatifs, respectivement, aux configurations suivantes :

- cavité à paroi supérieure animée d'une vitesse uniforme orientée dans le sens des densités de flux de chaleur horizontales imposées aux parois verticales (convection mixte coopérante) ;

- cavité à paroi supérieure animée d'une vitesse uniforme dans le sens opposé aux densités de flux de chaleur horizontales imposées aux parois verticales (convection mixte opposée) ;

- cavité à paroi supérieure animée d'une vitesse uniforme et soumise à des densités de flux de chaleur pariétales verticales (convection mixte de type Rayleigh-Bénard/forcée).

Pour chaque cas, les analyses, interprétations et commentaires sont faits à partir des lignes d'isovaleurs, relatives à la fonction de courant et à la température, et des grandeurs thermo-convectives caractérisant l'écoulement et le transfert de chaleur, obtenues en absence et en présence de nanoparticules, en faisant varier les principaux paramètres gouvernant le problème.

- Enfin, pour clore ce mémoire, une conclusion générale, résumant l'essentiel des résultats obtenus et les nouveautés dégagées dans le cadre de la présente étude, s'impose. Quelques recommandations pour les études futures sont finalement émises.

# NANOFLUIDES ET APPLICATIONS

---

### 1.1. Introduction

Comme le présent travail se rapporte à la convection mixte dans les nanofluides confinés, il convient dans ce chapitre bibliographique de rappeler le contexte dans lequel la notion de nanofluide a été introduite, son aspect technologique, son rôle dans le transfert de chaleur, surtout convectif, les applications s'y attachant et les investigations entreprises dans ce sens, en particulier celles touchant à la convection mixte dans les cavités entraînées.

### 1.2. Qu'est-ce qu'un nanofluide ?

L'idée d'utiliser des particules solides en suspension dans un liquide pour améliorer ses performances thermiques ne date pas d'aujourd'hui. Elle a démarré avec Maxwell vers 1873, dans ses études analytiques de la conduction thermique, et ce n'est que depuis les années 1990 que le concept de particules d'échelle nanométrique est introduit et expérimenté grâce, en particulier, au développement de procédés de fabrication novateurs. Cela consiste en l'ajout d'une poudre, ultrafine et non soluble de paillettes d'un matériau très bon conducteur de chaleur à un liquide de base pour augmenter, notamment, la conductivité thermique moyenne du mélange, dont la terminologie "nanofluide" a été préconisée par Choi (1995) pour le désigner.

Les études de ces fluides composites montrent des aptitudes particulièrement intéressantes, du fait d'une meilleure conductivité thermique et d'un coefficient d'échange convectif significativement accru, par rapport à des liquides classiques, l'eau en l'occurrence. Ils se révèlent être d'excellents fluides pour augmenter les performances de systèmes thermiques, tels que les échangeurs de chaleur, sans rien avoir à modifier, entraînant, de ce fait, une

montée considérable du nombre d'études, de brevets et de publications scientifiques ces toutes dernières années.

En raison de sa nature colloïdale, un nanofluide doit être conçu pour être efficace à long terme sans avoir d'inconvénients majeurs. Notamment, il ne doit pas permettre de boucher des canaux très fins en générant des dépôts. Aussi, les particules ne doivent pas couler trop vite par sédimentation, à cause de leur densité, sous l'effet de la pesanteur (faible agglomération). Il ne faut pas non plus entretenir d'échanges chimiques avec le fluide hôte. Pour parvenir à ceci, il faut être capable de fabriquer et d'incorporer correctement des grains de matière extrêmement fins.

Pour garantir ces exigences, on doit travailler à une échelle submicroscopique pour que les nanoparticules aient une taille et une masse infimes. On les caractérise comme ayant une taille ou un diamètre compris entre 1 et 100 nm, sachant que la molécule d'eau est de l'ordre de 0.25 nm. Suivant sa grosseur, une nanoparticule est alors composée de quelques centaines à plusieurs millions d'atomes d'un matériau donné. Du fait de cette taille inférieure à 100 nm, on peut aussi définir une nanoparticule comme étant un nanocristal (monocristal de taille nanométrique). Le fait d'être monocristallin est la garantie d'une structure atomique quasi-parfaite, laquelle est d'importance pour la conduction de chaleur dans les nanoparticules.

Cette minuscule taille permet d'obtenir une surface de contact extrêmement élevée entre l'ensemble des nanoparticules et le liquide environnant, ce qui est intéressant pour la qualité de l'échange thermique au sein du nanofluide. On peut quasiment utiliser n'importe quoi pour fabriquer ces nanoparticules et les adapter aux contraintes de l'environnement final d'utilisation. Dans les matériaux classiques, on trouve les métaux purs (aluminium, cuivre, titane, or, argent, fer...), les oxydes métalliques (alumine, oxyde cuivrique, oxyde de zinc...), les semiconducteurs, les céramiques diverses (carbures, nitrures, sulfures...), les nanotubes de carbone, les fullerènes, le

diamant, les polymères, les terres rares, etc. La géométrie et la taille moyenne de ces petits morceaux de matière peuvent également être variées et adaptées suivant la manière de les fabriquer (sphère, cylindre, disque, tube, filament...).

Les nanoparticules sont principalement mises en suspension dans de l'eau, de l'huile, de l'éthylène-glycol ou du toluène, même si tout liquide peut être utilisé. Les liquides métalliques peuvent aussi être dopés aux nanoparticules pour les améliorer encore plus. C'est le cas, par exemple, du gallium mélangé à des nanotubes de carbone.

### 1.3. Nature du mélange obtenu

Dans un nanofluide, la concentration des nanoparticules est généralement assez faible et s'exprime en pourcentage volume/volume. Cette fraction volumique varie environ de 0.1 à 10% pour des applications pratiques et jusqu'à 20% pour des nanofluides à base de liquide métallique ([www.cooling-masters.com](http://www.cooling-masters.com)).

Par exemple, pour obtenir un litre de nanofluide aqueux à 3 % d'alumine en volume, il faut mettre 30  $cm^3$  de nanopoudre d'alumine dans un récipient, et compléter avec de l'eau jusqu'à obtenir un volume de 1000  $cm^3$ . La nanopoudre n'est pas de la matière compacte et contient beaucoup d'air en son sein. Suivant les dimensions et les formes des nanoparticules, la masse volumique réelle de l'alumine sous forme de nanopoudre est de l'ordre de 0.1 à 0.8  $g/cm^3$ , contre 3.6  $g/cm^3$  pour l'alumine en bloc.

Pourquoi s'arrêter seulement entre 5 et 20% au maximum ? Parce qu'ajouter trop de matière solide n'est pas forcément intéressant, notamment à cause de la viscosité qui peut augmenter rapidement (jusqu'à peu près deux à trois fois celle de l'eau, soit 2 à 3  $mPa/s$  à 20 °C). Trop de nanoparticules introduites risquent de saturer le fluide, de s'agglomérer les unes aux autres et de couler au fond. Il existe donc une concentration optimale, entre 0.1 et 20% en général, pour tirer le meilleur du fluide.

Les particules de taille micrométrique ou millimétrique, donc  $10^3$  à  $10^6$  fois plus grosses que des nanoparticules sont bien contrôlées, mais malheureusement sont moins efficaces. En effet, elles sédimentent rapidement, vu leur masse et donc inertie plus importante, elles réduisent l'efficacité du transfert thermique à l'interface paroi-fluide, en se déposant un peu partout, et elles entraînent enfin une augmentation sérieuse des pertes de charge. Il en résulte une dégradation rapide des systèmes (pompe, tuyauterie, échangeurs, etc.) véhiculant le fluide caloporteur. Au contraire, les nanoparticules suivent particulièrement bien les différents mouvements du fluide grâce à leur infime taille et inertie, ce qui leur confère un avantage et un pouvoir abrasif quasi-inexistant.

#### **1.4. Fabrication des nanofluides**

Les procédés de fabrication des nanofluides sont de nature physique ou chimique. Ils font actuellement l'objet de beaucoup de recherches pour améliorer le coût de production, qui reste parfois élevé, vu les difficultés de mise en œuvre et pour obtenir des particules de taille voulue ([www.wornline.com](http://www.wornline.com)).

Ce qui est de délicat pour obtenir un nanofluide est la fabrication de si petits morceaux de matière plus ou moins bien calibrés. Pour ce faire, deux techniques principales existent :

- une technique à une seule étape consistant en la vaporisation d'un matériau solide sous vide, puis la condensation directe de sa vapeur dans le liquide ;

- une technique à deux étapes où une nanopoudre sèche est fabriquée par condensation d'un gaz inerte, puis mélangée et dispersée dans le liquide. C'est la plus utilisée des deux.

Chaque méthode a ses avantages et ses inconvénients et peuvent être parfois inaptes à produire de grandes quantités de nanoparticules, étant donné les

contraintes inhérentes au procédé de synthèse, qui peut être de nature physique ou chimique.

Comme principaux moyens de production on trouve :

- la mécanosynthèse (broyage à haute énergie) ;
- la précipitation chimique (réduction de sels métalliques par exemple) ;
- les dépôts chimiques ou physiques en phase vapeur ;
- les dépôts chimiques en phase vapeur assistés par plasma ;
- la condensation de vapeur par détente brutale dans des tuyères supersoniques ;
- la pulvérisation cathodique radiofréquence ;
- la sublimation par ablation laser (vaporisation d'un échantillon par impulsion laser) ;
- la pyrolyse laser (interaction entre un faisceau laser continu et un flux de réactifs) ;
- la désintégration d'électrodes submergées par passage d'étincelles (comme pour un usinage par électroérosion).

D'autre part, c'est bien d'avoir la nanopoudre, mais il n'est pas évident de maintenir les nanoparticules en suspension homogène juste en la mélangeant dans l'eau, comme on viendrait touiller un sucre dans son café. Selon leur nature, elles ont plus ou moins la fâcheuse tendance de se coller les unes aux autres sous l'action de la force de Van Der Waals (interaction électrostatique de faible intensité). Il se forme alors de plus gros paquets de matière, des agrégats ou des agglomérats, qui risquent de sédimenter rapidement et donc de réduire l'efficacité du nanofluide. Il faut donc parfois ajouter des produits dispersants ou surfactants (tensioactifs) pour éviter ces regroupements de nanoparticules. Deux principes généraux sont couramment employés. Dans le cas d'une approche par répulsion électrostatique, les nanoparticules vont voir leur surface se charger électriquement à cause des ions, apportés par le dispersant, qui vont se fixer sur la surface. Il en résulte une répulsion mutuelle des particules puisqu'elles ont

toutes le même signe (+ par exemple). Cette méthode est néanmoins sensible au pH du mélange et peut donc se révéler d'usage limité.

Dans le cas d'une stabilisation stérique, des molécules à longue chaîne (polymères par exemple) vont être adsorbées à la surface des nanoparticules pour former une sorte de barrière tentaculaire qui va limiter leur rapprochement à très courte distance et empêcher la force cohésive de Van Der Waals d'agir.

Si les produits sont bien choisis, la stabilité et l'homogénéité du nanofluide seront excellentes, même s'ils peuvent influencer légèrement la performance finale suivant leur concentration. L'ajout d'un produit chimique peut aussi être nécessaire quand les nanoparticules ont un comportement hydrophobique (qui repousse l'eau), ce qui est le cas des nanotubes de carbone notamment.

Diverses opérations sont souvent réalisées après l'introduction de la nanopoudre dans le liquide, comme une puissante sonication avec des ultrasons, car elles permettent de fractionner les agrégats et de casser les liaisons faibles qui maintiennent les nanoparticules collées les unes aux autres. On améliore ainsi la dispersion du mélange avant son utilisation et on le dégaze en le débarrassant de l'air emprisonné dans les pores des agrégats. La manipulation d'une nanopoudre est dangereuse et soumise à des règles de manipulation strictes (ultrafiltration, confinement), car la poussière est si fine qu'elle s'insinue partout. Les nanopoudres, de métaux purs plus particulièrement, en suspension dans l'air sont aussi extrêmement inflammables et détonantes si on ne prend pas de précautions. La méthode en deux étapes semble donc être la plus délicate à mettre en œuvre par rapport à une introduction directe dans le liquide par condensation. Néanmoins, les rares vendeurs de nanofluides emploient majoritairement un procédé en deux étapes par souci de rentabilité et d'échelle de production, même si la qualité est supposée en deçà de ce que l'on obtient avec une méthode directe (utilisée principalement dans les laboratoires pour la recherche vu les faibles quantités produites).

Si la corrosion physique initiée par l'érosion des surfaces est à négliger, on peut en revanche se demander si l'utilisation de nanoparticules ne va pas conduire à une accélération dramatique de la corrosion électrochimique dans un circuit de refroidissement par l'eau vu toute cette matière en suspension. Cela va bien sûr dépendre de la nature des nanoparticules, des métaux qui sont déjà présents dans le circuit au contact du nanofluide et éventuellement des additifs introduits.

On pense évidemment au classique mélange d'aluminium et de cuivre en contact dans un refroidissement par l'eau, ce qui conduit bien souvent à de sévères attaques de l'aluminium, même avec des inhibiteurs de corrosion (mal adaptés probablement). On retiendra deux cas : soit le matériau des nanoparticules est un métal pur, soit c'est une forme oxydée de ce métal. Il n'est pas utile de parler de nanoparticules non métalliques qui seront inertes d'un point de vue chimique pour ce type de corrosion. Dans le cas d'un oxyde, par exemple des nanoparticules d'oxyde d'aluminium, il n'y a pas grand-chose à attendre dans un circuit contenant des éléments en cuivre, car les nanoparticules sont déjà sous forme oxydée et ne peuvent réagir pour s'oxyder davantage. Les nanoparticules à base de métaux purs posent problème, car susceptibles de réagir chimiquement avec les autres espèces présentes. Par exemple, un nanofluide à base de cuivre dans un circuit ne contenant que du cuivre sera tout à fait compatible et sans effets pervers. Par contre, si de l'aluminium est également présent dans le circuit, la corrosion galvanique risque d'être fortement accélérée avec le dépôt de millions de nanoparticules de cuivre sur l'aluminium formant ainsi d'innombrables dépôts de corrosion par pile électrochimique. Il faut donc veiller à bien choisir son nanofluide pour être le plus compatible possible avec l'environnement d'utilisation.

Pour finir, il faut s'assurer que la présence d'un surfactant chimique dans le nanofluide n'induit pas de réactions indésirables (coloration, voile, attaque corrosive, etc.) avec les métaux ou matières plastiques présents au sein du



circuit, car certains peuvent éventuellement ne pas convenir (pH trop acide ou trop basique par exemple).

### **1.5. Influence de la concentration en nanoparticules sur les propriétés thermo-physiques**

À très faible concentration, la plupart des suspensions nanoparticulaires se sont montrées efficaces pour améliorer le transport de la chaleur de manière significative. L'intérêt a vite été remarqué quand les premières mesures de conductivité thermique ont montré une augmentation bien supérieure à ce que laissait espérer la théorie de Maxwell (suspensions très diluées). Bien que plusieurs mécanismes physiques aient été avancés pour expliquer ces observations, il n'y a pas de conclusion définitive à ce jour vu la complexité du transfert thermique dans un nanofluide. Il y a très régulièrement des contradictions entre les groupes de chercheurs sur l'importance de tel ou tel phénomène dans les analyses d'ordre de grandeur ou les simulations de dynamique moléculaire. Une telle augmentation de la conductivité thermique du nanofluide ne peut pas seulement être imputée à la plus grande conductivité thermique des nanoparticules en suspension. Ce n'est pas comme si on faisait juste une moyenne pondérée entre les deux valeurs. L'amélioration vient d'une combinaison de plusieurs facteurs physiques simultanés et d'importance variable. À cette échelle nanométrique, le comportement thermique ne partage pas forcément les modèles des structures plus grandes, ce qui impose de faire de la recherche pour en concevoir d'autres plus adaptés afin d'expliquer ce que l'on observe. Des phénomènes particuliers, qui n'ont qu'une infime influence dans des structures macroscopiques, prennent toute leur importance quand l'échelle de taille approche celle des atomes.

Parmi les phénomènes les plus représentatifs pour expliquer le potentiel thermique d'un nanofluide, on trouvera le mouvement brownien des nanoparticules, l'ordonnement des atomes du liquide à leur surface, les effets

des regroupements qui créent des chemins rapides pour le transport de l'énergie, ainsi que la nature balistique, plutôt que diffusive, de la conduction thermique dans ces nanoparticules.

Pour ce qui est de l'augmentation de la conductivité thermique, elle est de nature complexe, car fonction d'un grand nombre de paramètres, à savoir, la nature du liquide de base, la nature du matériau constitutif des nanoparticules, la taille des nanoparticules, la forme des nanoparticules, la concentration volumique des nanoparticules, la température du mélange, la présence d'additifs et le pH du mélange.

En règle générale, les nanofluides à base de métaux purs donnent de meilleurs résultats que ceux à base d'oxydes métalliques, car la conductivité thermique des métaux est simplement supérieure à celle de leurs formes oxydées. Ceux à base de diamant ou de nanotubes de carbone sont également très performants vu la très grande conductivité de ces derniers.

En l'état actuel des études réalisées, un nanofluide aqueux peut avoir une conductivité thermique de 10 à 50 % meilleure par rapport à l'eau pure à 25 °C. Toutefois, en termes de pourcentage, ça peut grimper nettement plus avec des exemples à 200 % de mieux pour 1 % de nanotubes de carbone multiparois dans de l'huile.

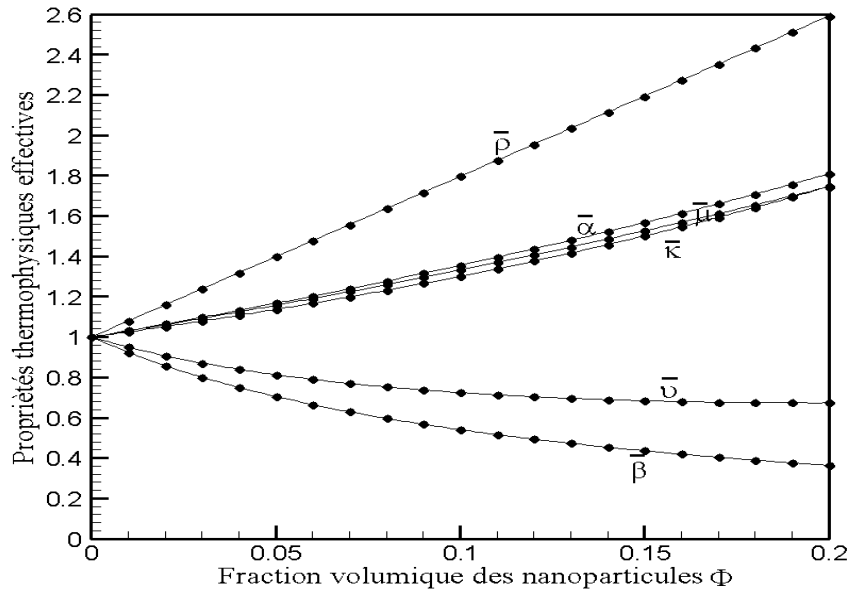
C'est donc mieux que l'eau pure, notre référence, mais ça reste très loin des métaux courants puisque, partant de très bas, ça ne dépasse quand même pas les 2 W/m·K environ. La conductivité thermique d'un nanofluide reste donc assez faible dans l'absolu, mais un autre paramètre important, lié à cette dernière, va tout de même bien en profiter : le coefficient d'échange convectif que l'on obtient à la paroi.

Assez logiquement, on peut comprendre que la conductivité thermique moyenne augmente avec le nombre de nanoparticules introduites dans le liquide. On peut alors se dire qu'il n'y a qu'à augmenter encore plus la concentration de nanoparticules au-delà de 5 à 10 % pour avoir un super fluide.

Malheureusement, ce n'est pas recommandé, car plus on en met et plus la viscosité du nanofluide augmente rapidement. Or, si cette dernière est trop importante, elle ruinera les gains apportés par la hausse de la conductivité thermique, car le débit dans le circuit s'effondrera. Le bilan énergétique de l'installation peut alors devenir plus mauvais si la puissance de pompage doit être trop augmentée suite à l'introduction d'un nanofluide, ce qui est tout le contraire de ce que l'on souhaite obtenir. La seule amélioration de la conductivité thermique n'est donc pas un critère suffisant pour qualifier l'intérêt d'un nanofluide.

Si une plus grande conductivité thermique est une excellente chose, le transfert thermique dans sa globalité dépend aussi d'autres propriétés thermophysiques du fluide. Celles-ci ont par contre tendance à diminuer ou augmenter un peu à cause des plus faibles propriétés physiques des nanoparticules, autre que la conductivité thermique.

Vu les variations opposées des caractéristiques physiques, il n'est pas évident d'affirmer si tel ou tel fluide est mieux ou pas. Il faut trouver un moyen de visualiser plus ou moins globalement sa qualité pour les échanges thermiques, avoir un facteur de mérite en quelque sorte. Malgré l'augmentation continue de sa conductivité thermique, le nanofluide devient de moins en moins intéressant jusqu'à devenir moins performant que l'eau en raison d'une augmentation de la viscosité qui explose avec des particules en suspension.



**Figure 1.1 :** Variation des propriétés thermo-physiques effectives avec la concentration en nanoparticules

L'amélioration apportée par un nanofluide sur le coefficient d'échange convectif dépendra fortement de la nature du régime d'écoulement. L'augmentation de celui-ci est généralement bien plus importante que la hausse de la conductivité thermique. Par exemple, pour une hausse moyenne de 20 % de la conductivité thermique d'un nanofluide aqueux avec 2 % de cuivre, il peut grimper de plus de 40 % par rapport à l'eau pure

### 1.6. Domaines d'applications des nanofluides

Les nanofluides peuvent être utilisés pour améliorer le transfert de chaleur et l'efficacité énergétique dans une variété de systèmes thermiques, incluant l'application importante de refroidissement de véhicules. Dans ce paragraphe, quelques exemples d'applications, en relation avec le transport, la microélectronique, la défense, le nucléaire, l'espace et le biomédical, sont présentés.

### 1.6.1. *Transport*

Le mélange (éthylène-glycol, eau), servant habituellement à refroidir le moteur d'un véhicule, est relativement mauvais de ce point de vue là, comparé à l'eau seule. L'ajout de nanoparticules dans un tel liquide améliore sensiblement le refroidissement du système en éliminant d'énormes quantités de chaleur. Ce fait peut être mis à profit pour la conception de petits radiateurs et donc pour une économie en fuel meilleure (Yu et al., 2007). Un résultat similaire a été observé par Tzeng et al. (2005) en dispersant des nanoparticules de CuO et Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> dans de l'huile de transmission de moteur. Dans une autre application Zhang et Que (1997) ont mis en évidence le rôle des nanoparticules dans l'amélioration des propriétés tribologiques, l'augmentation de la résistance à l'usure ainsi que la réduction des frottements entre les éléments mécaniques mobiles.

### 1.6.2. *Electronique*

La densité de puissance des circuits intégrés et des microprocesseurs a augmenté dramatiquement dans les dernières années. La tendance devrait continuer dans le futur proche. Pour les semi-conducteurs, on projette que d'ici 2018, les circuits intégrés de hautes performances contiendront plus de 9.8 billions de transistors sur une surface de puce de 280 mm<sup>2</sup>. Les futurs processeurs, pour les ordinateurs et des serveurs hautement performants, sont prévus pour dissiper une puissance plus élevée, pouvant aller de 100 à 300 W/cm<sup>2</sup>. Les techniques d'élimination de la chaleur par air froid existantes touchent déjà à leurs limites, et les nanotechnologies sont en train de les remplacer. Ainsi, Tsai et al. (2004) en utilisant un nanofluide à base d'eau pour refroidir l'unité centrale d'un microordinateur ont observé une nette réduction de la résistance thermique par rapport à l'eau désionisée. De leur part, Ma et al. (2006) ont constaté une baisse notable de la différence de température entre l'évaporateur et le condenseur d'un caloduc oscillant transportant un nanofluide.

### 1.6.3. *Défense*

Un certain nombre d'appareillages et systèmes militaires requièrent un flux de refroidissement très élevé (de l'ordre de dizaines de  $MW/m^2$ ). A ce niveau là, le refroidissement avec des fluides conventionnels est un véritable défi. Les exemples d'applications militaires incluent le refroidissement de l'électronique de puissance et les armes d'énergie dirigée, lesquelles engagent de très importants flux thermiques ( $> 500$  à  $1000 W/cm^2$ ). Les nanofluides ont cette faculté de fournir le refroidissement nécessaire pour ces systèmes militaires et pour d'autres incluant les véhicules, les sous-marins et les diodes laser à haute puissance.

### 1.6.4. *Spatial*

Comme en électronique générale, dans le domaine spatial, là où les densités de puissance sont très élevées, les nanofluides sont attrayant lorsqu'il s'agit de réaliser des opérations de refroidissement (You et al. (2003) et Vassalo et al. (2004)).

### 1.6.5. *Nucléaire*

A ce niveau, les recherches sont en train d'évaluer l'impact potentiel de l'utilisation des nanofluides sur la sécurité, sur le neutronique et sur les performances économiques des systèmes nucléaires.

### 1.6.6. *Biomédical*

Comme exemples d'applications de la nanotechnologie dans l'industrie biomédicale, on peut citer l'utilisation des nanoparticules de fer comme transporteuses de drogues ou les radiations, sans endommager le tissu voisin sain, inhibant de ce fait les effets secondaires liés aux méthodes traditionnelles de traitement du cancer. De telles particules peuvent être guidées dans le courant sanguin vers la tumeur par effets magnétiques extérieur au corps. Les

nanofluides peuvent être aussi utilisés pour une chirurgie plus sûre en produisant un refroidissement efficace autour de la région chirurgicale et augmentant, par la suite, les chances de vie du patient réduisant par la même occasion le risque d'endommagement des organes. Dans des applications de chauffage, il est possible de faire usage des nanofluides pour produire une température très élevée autour des tumeurs pour tuer les cellules cancéreuses sans affecter les cellules saines voisines (Jordan et al. 1999).

#### 1.6.7. *Autres*

Il existe une infinité de situations dans lesquelles une augmentation dans l'efficacité du transfert de chaleur peut être bénéfique pour la qualité, la quantité et/ou le coût d'un produit ou d'un procédé. Dans beaucoup d'elles, les nanofluides constituent de bons produits pour parvenir à de telles performances. Ils pourraient dans l'habitat, par exemple, augmenter l'efficacité énergétique sans augmenter la puissance de pompage. Une telle application économiserait l'énergie de chauffage, de ventilation, de climatisation, tout en offrant des avantages environnementaux. Dans le domaine des énergies renouvelables, les nanofluides pourraient être employés pour rehausser le transfert de chaleur des collecteurs solaires aux réservoirs de stockage et accroître la densité d'énergie. Les nanofluides réfrigérants ont aussi une application potentielle dans la majorité des procédés industriels tels que le génie des matériaux, le génie chimique, le génie alimentaire, le pétrole et le gaz, le papier et le textile.

### **1.7. Etat de l'art sur la convection dans les nanofluides confinés**

#### 1.7.1. *Convection mixte : définition*

Dans sa définition classique, la convection mixte regroupe convections forcée et naturelle. La convection forcée est le mouvement du fluide généré par une cause artificielle (pompe, ventilateur, paroi mobile, ...). Elle se caractérise par le nombre de Reynolds,  $Re$ , qui compare les effets d'inertie à ceux de

viscosité. La convection naturelle, elle, est le mouvement du fluide résultant d'un gradient de masse volumique (dû à un gradient de température, ou de concentration ou des deux à la fois) dans le champ de pesanteur. Elle se décrit par le nombre de Grashof,  $Gr$ , qui représente le rapport des forces de flottabilité à ceux de viscosité.

Pour caractériser donc la convection mixte, on utilise le nombre de Richardson,  $Ri = Gr/Re^2$ , qui compare les importances relatives des convections naturelle et forcée. Dès lors, trois situations peuvent être envisagées : quand  $Ri \gg 1$ , c'est la convection naturelle qui domine, quand  $Ri \ll 1$ , c'est celle forcée qui l'emporte et quand  $Ri = 1$ , les deux rivalisent.

#### 1.7.2. *Travaux antérieurs sur la convection mixte dans les nanofluides confinés*

Le transfert de chaleur dans les systèmes fluidiques a souvent été l'objet d'ambitieuses recherches, dans le but de l'améliorer, étant donné son importance du point de vue industriel. Avec l'avènement des nanofluides, comme nouvelle technologique prometteuse pour le transfert thermique, de nombreuses études ont été conduites et la plupart d'entre elles ont concerné la convection forcée, indiquant que les nanoparticules sont incontestablement bénéfiques pour le phénomène susmentionné (Corcione, 2010). En revanche, bien que les investigations ayant porté sur la convection naturelle sont relativement moindres, elles ont connus une croissance graduelle récemment, donnant lieu à des conclusions contradictoires, laissant ainsi encore sans réponse la question si l'utilisation des nanofluides dans les applications concernées par la convection naturelle est vraiment avantageuse par rapport aux fluides purs (Corcione, 2010). Parallèlement, la convection mixte n'a pas reçu moins d'attention vu le nombre de travaux associés, récemment effectués. Parmi ceux-ci, le problème de l'écoulement et du transfert de chaleur dans les cavités entraînées, lequel trouve application dans les procédés alimentaires, la production du verre flottant (Pilkington, 1969), la thermo-hydraulique des réacteurs nucléaires (Ideriah,



1980), la dynamique des lacs (Imberger et Hamblin 1982), la croissance cristalline, les étangs solaires (Cha et Jaluria, 1984), les techniques de lubrification (Tiwari et Das, 2007) et bien d'autres. L'interaction entre l'écoulement de cisaillement, dû au couvercle mobile, et celui d'origine thermo-gravitaire est assez complexe, ce qui nécessite une analyse d'ensemble pour comprendre la physique de l'écoulement et du processus de transfert de chaleur résultants. Dans ce cadre, différentes configurations et combinaisons de conditions aux limites dynamiques et thermiques ont été examinées par certains investigateurs, dont deux types de contributions peuvent être distinguées :

(i) Cas stationnaire où toutes les conditions aux limites sont temporellement indépendantes. A cet égard, il convient de mentionner le travail de Tiwari et Das (2007), qui ont étudié le transfert de chaleur dans un nanofluide occupant une cavité carrée, dont les parois verticales, différentiellement chauffées, sont en mouvement, alors que celles horizontales sont isolées et constamment immobiles. Trois situations, dépendant de la direction du mouvement des parois, ont été examinées, et un modèle tenant compte de la fraction volumique solide des nanoparticules a été développé pour analyser le comportement des nanofluides. Avec seulement une paroi uniformément mobile, de la gauche vers la droite, d'abord, il convient de mentionner le travail d'Abu-Nada et Chamkha (2010) traitant de la convection mixte dans une cavité carrée inclinée remplie d'un nanofluide. Les parois gauche et droite verticales sont maintenues adiabatiques alors que le bas et le haut mobile sont, respectivement, refroidi et chauffé à températures constantes. Il a été trouvé que la présence de nanoparticules améliore sensiblement le transfert de chaleur et que cela s'accroît avec l'inclinaison de l'enceinte à valeurs modérées et grandes du nombre de Richardson. Mahmoodi (2011) a étudié l'écoulement et le transfert de chaleur par convection mixte dans des cavités rectangulaires remplies d'un nanofluide. Les parois gauche, droite et supérieure sont refroidies alors que le fond mobile lui est chauffé, l'ensemble à

températures constantes. Une étude paramétrique a été conduite et les effets du nombre de Richardson, du rapport de forme de la cavité et de la fraction volumique des nanoparticules sur l'écoulement et le transfert de chaleur ont été analysés. Il a été trouvé que, dans la limite des valeurs choisies pour le nombre de Richardson, le nombre de Nusselt croît avec la concentration en nanoparticules et paraît plus élevé pour les cavités élancées que pour celles allongées. Dans le cas d'un nanofluide confiné dans une cavité carrée dont les bords verticaux sont froids, le fond est partiellement chauffé et isolé et le plafond en mouvement est refroidi, Mansour et al. (2010) ont examinés les influences du nombre de Reynolds, du type de nanofluides, de la taille et de la position de l'élément chauffant et de la fraction volumique des nanoparticules dans leur étude de la convection mixte. Ils ont remarqué que les paramètres susdits affectent positivement le transfert de chaleur. Muthtamilselvan *et al.* (2010) ont analysé le transfert de chaleur dans des nanofluides remplissant une enceinte rectangulaire, où la paroi supérieure, en mouvement, est à température constante plus élevée que celle du fond, les bords latéraux étant isolés. Ils ont remarqué que, pour les grands rapports de forme, le taux de transfert thermique augmente notablement avec la concentration en nanoparticules. Nematı et al. (2010) ont étudié les performances thermiques d'une cavité carrée, à couvercle mobile, abritant des nanofluides et soumise à des températures de parois différentes. Ils ont rapporté qu'un accroissement de la fraction volumique des nanoparticules avantage le transfert de chaleur, mais un tel effet diminue avec le nombre de Reynolds. Quant à Talebi *et al.* (2010), ils ont conduit des investigations sur la convection mixte au sein d'une cavité carrée entraînée, dont les côtés verticaux gauche et droit sont respectivement chauffé et refroidi alors que ceux supérieur mobile et inférieur fixe sont adiabatiques, utilisant des nanofluides. Ces auteurs ont montré que, à nombres de Rayleigh et de Reynolds donnés, une augmentation de la concentration des nanoparticules favorise l'écoulement et le transfert de chaleur. Enfin, tout comme Tiwari et Das (2007),

Sheikhzadeh *et al.* (2012) se sont intéressés à la convection mixte laminaire d'un nanofluide piégé à l'intérieur d'une enceinte entraînée de deux côtés. Les parois verticales, gauche et droite, sont mobiles et successivement maintenues à des températures, froide et chaude, constantes, alors que celles horizontales sont isolées. L'effet du sens du mouvement des parois sur la convection mixte est étudié pour divers nombres de Richardson, rapports de forme et fractions volumiques des nanoparticules, et n'a pas été trouvé indifférent vis-à-vis des champs d'écoulement et de température et du transfert de chaleur qui en résulte. En outre, pour tous les cas envisagés, le nombre de Nusselt moyen croît avec la concentration en nanoparticules, synonyme d'un transfert de chaleur meilleur.

(ii) Cas instationnaire, où certaines conditions aux limites sont temporellement dépendantes comme dans le seul travail effectué dans ce cadre par Karimipour *et al.* (2010), où la convection mixte périodique dans un nanofluide occupant une cavité rectangulaire, possédant des côtés verticaux isolés, un fond fixe, à température chaude, et un plafond, horizontalement oscillant, à température froide, a été étudiée. Les effets du nombre de Richardson et de la fraction volumique des nanoparticules sur les comportements dynamique et thermique du nanofluide ont été examinés. Il a été constaté qu'un meilleur transfert de chaleur correspond à un nombre de Richardson inférieur à l'unité et que, dans l'état périodique permanent, plus grande est la valeur de ce paramètre plus petite est l'amplitude d'oscillation du taux de transfert de chaleur, lequel augmente et se trouve favorisé par la présence des nanoparticules.

Toutes les études susmentionnées sont à caractère numérique, faisant appel, souvent, à la méthode des volumes finis, ou parfois à celle des différences finies ou celle de Lattice Boltzmann, pour résoudre les équations gouvernantes, et à des modèles monophasiques variés pour décrire la conductivité et la viscosité effectives des nanofluides considérés, qui sont principalement  $Al_2O_3$  ou *Cu*-eau.

## 1.7. Conclusion

Cette étude bibliographique permet de prendre connaissance d'une nouvelle classe de fluides, prometteuse du point de vue transfert de chaleur : les nanofluides. D'ailleurs, le nombre d'applications susceptibles d'en bénéficier peut en témoigner. Cependant, il ressort que, si pour la convection forcée l'introduction de nanoparticules confirme ce fait, il n'en est pas de même pour la convection naturelle où des controverses sont enregistrées. De telles divergences peuvent être liées aux modèles adoptés pour les propriétés thermo-physiques, en particulier la conductivité thermique et la viscosité dynamique effectives qui jouent un rôle prépondérant dans le transfert thermique, mais d'autres paramètres physico-chimiques, non encore décelés ou maîtrisés entièrement, peuvent également avoir une part considérable de vérité dans la situation, et les recherches doivent être approfondies dans ce sens pour appréhender le problème dans sa globalité, parce que pourquoi justement la convection naturelle est l'objet de controverses alors que celle forcée ne l'est pas ?

Il se dégage aussi un manque sérieux de travaux sur la convection mixte dans les cavités entraînées soumises à des conditions aux limites thermiques de type Neumann. C'est le point de motivation essentiel de la présente thèse, qui se propose d'étudier, numériquement et analytiquement, les interactions entre la convection naturelle et celle forcée et leurs impacts sur l'écoulement et le transfert de chaleur dans des nanofluides contenus dans une cavité rectangulaire, à paroi supérieure mobile, suffisamment allongée et sollicitée thermiquement à l'aide de densités de flux de chaleur uniformes.

FORMULATION MATHÉMATIQUE DE LA CONVECTION MIXTE  
DANS UN NANOFLUIDE

---

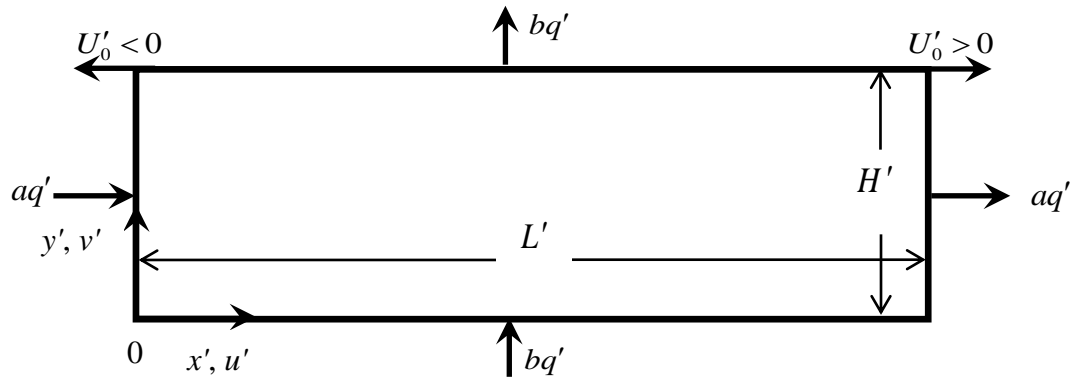
---

### 2.1. Introduction

Dans ce chapitre, est présenté le modèle mathématique utilisé pour simuler l'écoulement et le transfert de chaleur par convection mixte, dans un nanofluide remplissant entièrement une enceinte rectangulaire allongée dont la paroi supérieure est mobile. Après avoir décrit cette dernière, les équations de conservation régissant le comportement thermo-hydraulique du nanofluide, accompagnées des conditions aux limites associées, sont écrites, en termes de variables primitives, sous forme adimensionnelle dans un système de coordonnées cartésiennes, compte tenu de l'aspect rectangulaire de la géométrie considérée.

### 2.2. Configuration géométrique considérée

La géométrie considérée (Figure 2.1) est une cavité horizontale rectangulaire bidimensionnelle de longueur  $L'$  et de hauteur  $H'$  telles que  $H' \ll L'$  (cavité allongée), remplie d'un nanofluide. Les simulations réalisées ont concerné principalement de l'eau comme fluide de base avec différentes concentrations de nanoparticules de cuivre,  $Cu$ . Les parois peuvent être chauffées, à l'aide de densités de flux de chaleur uniformes ( $aq', a=1$  et  $bq', b=1$ ), ou isolées ( $aq', a=0$  et  $bq', b=0$ ), selon la configuration de chauffage envisagée ( $a=1, b=0$  et  $a=0, b=1$ ). Toutes celles-ci sont maintenues statiques, mis à part celle supérieure qui se trouve entraînée à vitesse constante  $U'_0$ , dans un sens ou dans un autre ( $U'_0 < 0$  ou  $> 0$ ).



**Figure 2.1 :** *Modèle physique et système de coordonnées*

### 2.3. Hypothèses simplificatrices.

Les phénomènes convectifs sont gouvernés par les lois de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. La complexité de ces équations nécessite l'adoption d'hypothèses simplificatrices raisonnables. Dans le présent travail, les suppositions adoptées sont celles généralement admises dans la littérature spécialisée, à savoir :

- Le fluide de base et les nanoparticules sont en équilibre thermique et s'écoulent à la même vitesse (c'est-à-dire qu'il n'a pas de glissement entre eux ou encore les nanoparticules sont uniformément dispersées au sein du fluide de base de sorte que le nanofluide résultant puisse être considéré comme monophasique) ;

- Les nanoparticules sont de forme sphérique ;

- Le nanofluide est à comportement rhéologique newtonien (la présence de nanoparticules dans le fluide de base, qui est newtonien, ne modifie en rien un tel comportement);

- Le fluide en écoulement est incompressible. Dans le domaine des pressions avoisinant celle de l'atmosphère, les liquides constituent une très bonne approximation des milieux incompressibles ;

- Les propriétés thermo-physiques du nanofluide considéré sont constantes (prises à la température de référence,  $T_0$ ) à l'exception de la masse volumique dans le terme de poussée d'Archimède qui obéit à l'approximation

de Boussinesq, dont la dérivation systématique des équations de la dynamique des fluides compressibles est assez fastidieuse et requiert le classement prudent de plusieurs processus limitatifs (Gray et Giorgini, 1976) ;

- La troisième dimension de la cavité est supposée assez large de sorte que le problème puisse être ramené à deux dimensions. Ceci est généralement relativement satisfait et peut donner un aperçu sur les écoulements tridimensionnels, plus compliqués (Siginer et Valenzuela-Rendon, 2000).

- Les vitesses du fluide sont modérées pour considérer le régime d'écoulement comme laminaire ;

- La production de chaleur due aux frottements visqueux (dissipation visqueuse) est négligeable. Ceci est valable tant que la viscosité du nanofluide considéré est relativement faible, ce qui est le cas du *Cu*-eau.

## 2.4. Equations gouvernant la convection et conditions aux limites associées

Sous les hypothèses susmentionnées, les équations régissant la convection s'écrivent comme vient.

### 2.4.1. Forme dimensionnelle

La conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie se traduit par les équations suivantes :

- conservation de la masse :

$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} = 0 \quad (2.1)$$

- conservation de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial u'}{\partial t'} + u' \frac{\partial u'}{\partial x'} + v' \frac{\partial u'}{\partial y'} = - \frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial P'}{\partial x'} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \left( \frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2} \right) \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t'} + u' \frac{\partial v'}{\partial x'} + v' \frac{\partial v'}{\partial y'} = - \frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial P'}{\partial y'} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \left( \frac{\partial^2 v'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 v'}{\partial y'^2} \right) + \frac{1}{\rho_{nf}} (\rho\beta)_{nf} g (T' - T'_0) \quad (2.3)$$

- conservation de la énergie :

$$\frac{\partial T'}{\partial t'} + u' \frac{\partial T'}{\partial x'} + v' \frac{\partial T'}{\partial y'} = \alpha_{nf} \left( \frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 T'}{\partial y'^2} \right) \quad (2.4)$$

Pour fermer le système ci-dessus, on aura besoin des conditions aux limites appropriées suivantes :

$$u' = v' = 0 \text{ et } \frac{\partial T'}{\partial x'} + \frac{aq'}{k_{nf}} = 0 \text{ pour } x' = 0 \text{ et } L' \quad (2.5)$$

$$u' = v' = 0 \text{ et } \frac{\partial T'}{\partial y'} + \frac{bq'}{k_{nf}} = 0 \text{ pour } y' = 0 \quad (2.6)$$

$$u' \pm U'_0 = v' = 0 \text{ et } \frac{\partial T'}{\partial y'} + \frac{bq'}{k_{nf}} = 0 \text{ pour } y' = H' \quad (2.7)$$

Dans ces équations, les grandeurs  $u'$ ,  $v'$ ,  $p'$  et  $T'$  sont respectivement les composantes verticale et horizontale du vecteur vitesse, la pression et la température [( $x, y$ ) est le système de coordonnées utilisé]. Les quantités  $\alpha_{nf}$ ,  $\beta_{nf}$ ,  $\mu_{nf}$  et  $\rho_{nf}$ , sont respectivement la diffusivité thermique, le coefficient d'expansion thermique, la viscosité dynamique et la masse volumique du nanofluide.

#### 2.4.2. Propriétés physiques des nanoparticules

L'introduction de nanoparticules solides dans un fluide modifie ses propriétés thermo-physiques et en particulier sa conductivité et sa viscosité. Des modèles théoriques et des corrélations empiriques ont été proposés pour le calcul de la conductivité thermique d'un nanofluide. Celles-ci dépendent, bien entendu, de la nature de chacune des phases en présence, de la concentration volumique en nanoparticules dans le liquide porteur et de la température de l'ensemble.

Dans ce travail a été retenu, à la température de référence, pour :

- La conductivité thermique, le modèle de Maxwell-Garnett (Yu et al., 2007)



$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_{np} + 2k_f - 2\Phi(k_f - k_{np})}{k_{np} + 2k_f + \Phi(k_f - k_{np})} \quad (2.8)$$

qui, bien qu'il soit simple, il est communément utilisé dans les problèmes de convection et est restreint aux nanoparticules de formes sphériques dans des mélanges solide/liquide. La raison de son utilisation dans la présente étude est double : (i) les modèles microscopiques sont encore en stade de développement et les données existant dans la littérature, déduites de modèles microscopiques relatifs aux nanofluides de types aluminium/eau, indiquent que pour les faibles gradients de température, un modèle macroscopique simple est largement suffisant pour estimer la conductivité thermique (Polidori et al., 2007) (ii) des rapport de conductivités thermiques prédits à partir d'un tel modèle macroscopique ont été trouvés en bon accord avec l'expérience dans le cas des nanofluides de types  $Al_2O_3$ /eau (Polidori et al., 2007).

- La viscosité dynamique, le modèle de Brinkman (Yu et al., 2007)

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\Phi)^{2.5}} \quad (2.9)$$

Ce n'est d'ailleurs pas le seul et on en trouve de nombreux autres, théoriques ou empiriques, approximant de façon satisfaisante la viscosité du nanofluide dans certaines gammes de variation de la concentration volumique en nanoparticules.

- La masse volumique, la relation (Yu et al., 2007)

$$\rho_{nf} = (1-\Phi)\rho_f + \Phi\rho_{np} \quad (2.10)$$

- Le coefficient d'expansion thermique, la relation (Xuan and Roetzel, 2000)

$$(\rho\beta)_{nf} = (1-\Phi)(\rho\beta)_f + \Phi(\rho\beta)_{np} \quad (2.11)$$

- La chaleur spécifique des nanofluides, la formule souvent utilisée (Xuan and Roetzel, 2000)

$$(\rho Cp)_{nf} = (1-\Phi)(\rho Cp)_f + \Phi(\rho Cp)_{np} \quad (2.12)$$

- La diffusivité thermique, l'expression (Ogut, 2009)

$$\alpha_{nf} = \frac{k_{nf}}{(\rho C_p)_{nf}} \quad (2.13)$$

Il est à noter que les indices  $f$ ,  $nf$  et  $np$  désignent, respectivement, le fluide de base, le nanofluide et les nanoparticules et  $\Phi$  la fraction volumique solide des nanoparticules.

### 2.4.3. Forme adimensionnelle

Pour mettre sous forme adimensionnelle les équations précédentes, on introduit les échelles de références  $H'$ ,  $\rho_f U_0'^2$ ,  $H'/U_0'$ ,  $q'H'/k_f$  et  $U_0'$ , qui correspondent, respectivement, à une longueur, une pression, un temps, une température et une vitesse, où  $U_0'$  est la vitesse de la paroi supérieure. Il vient :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\bar{v}}{Re} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\bar{v}}{Re} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{\bar{\beta}}{\bar{\rho}} RiT \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\bar{\alpha}}{Pe} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (2.17)$$

$$u = v = \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{a}{k} = 0 \text{ pour } x = 0 \text{ et } A \quad (2.18)$$

$$u = v = \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{b}{k} = 0 \text{ pour } y = 0 \quad (2.19)$$

$$u \pm 1 = v = \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{b}{k} = 0 \text{ pour } y = 1 \quad (2.20)$$

Avec  $\bar{k} = k_{nf}/k_f$ ,  $\bar{\alpha} = \alpha_{nf}/\alpha_f$ ,  $\bar{v} = v_{nf}/v_f$ ,  $\bar{\beta} = (\rho\beta)_{nf}/(\rho\beta)_f$  et  $\bar{\rho} = \rho_{nf}/\rho_f$  comme paramètres dépendant de  $\Phi$ , selon les modèles précisés ci-dessus. D'autre part, pour analyser la structure de l'écoulement, la fonction de courant,  $\psi$ , liée aux composantes du vecteur vitesse par :

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \text{ et } v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \text{ (avec } \psi = 0 \text{ sur tous les bords)} \quad (2.21)$$

est utilisée.

Les équations précédentes laissent apparaître un certain nombre de groupements adimensionnels gouvernant le problème, à savoir, la fraction volumique solide des nanoparticules,  $\Phi$ , le rapport de forme de la cavité,  $A$ , les nombres de Peclet,  $Pe$ , de Reynolds,  $Re$ , et de Richardson,  $Ri$ . Pour les quatre derniers, leurs expressions sont données par :

$$A = \frac{L'}{H'}, \quad Pe = \frac{U_0' H'}{\alpha_f}, \quad Re = \frac{U_0' H'}{\nu_f} \text{ et } Ri = \frac{g \beta_f q' H'^2}{k_f U_0'^2} \quad (2.22)$$

Il est à noter que

$$Pe = Pr Re \text{ et } Ri = \frac{Gr}{Re^2} = \frac{Ra}{Pe Re} \quad (2.23)$$

où

$$Gr = \frac{g \beta_f q' H'^4}{\nu_f^2 k_f}, \quad Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f} \text{ and } Ra = Pr Gr \quad (2.24)$$

sont respectivement les nombres de Grashof, de Prandtl et de Rayleigh.

## 2.5. Transfert de chaleur

D'un point de vue pratique, l'évaluation des quantités de chaleur, échangées ou transférées, est d'un intérêt certain pour le dimensionnement des systèmes sièges d'échanges thermiques. Le groupement adimensionnel traduisant ces échanges est le nombre de Nusselt,  $Nu$ , qui n'est autre que le rapport du flux thermique convectif à celui conductif pur. Cette définition s'appuie sur la conductivité thermique du fluide de base (l'eau dans la présente étude),  $k_f$ , ce qui semble logique puisque, selon Corcione (2010), ce groupement adimensionnel, qui devrait décrire les performances thermiques de la cavité avec immédiateté, devrait varier de la même manière que le coefficient d'échange de chaleur par convection,  $h$ , et vice-versa.

#### 2.4.1. Transfert de chaleur dans la direction horizontale de la cavité

- Transfert local : il est représenté par le nombre de Nusselt local défini par :

$$Nu_h(y) = \frac{hL'}{k_f} = \frac{aq' L'}{\Delta T' k_f} = a \frac{A}{\Delta T} = \frac{a}{\Delta T/A} \quad (2.25)$$

où  $\Delta T = T(0, y) - T(A, y)$  est la différence des températures adimensionnelles locales entre les deux parois verticales. Cependant cette définition présente l'inconvénient d'introduire des imprécisions dans les valeurs de  $Nu$ , liées aux effets de bord. Pour, donc, améliorer la précision,  $Nu$  est calculé, comme suggéré par Lamsaadi et al. (2006), sur la base d'une différence de température entre deux sections verticales, symétriques par rapport à la section centrale d'équation  $x = A/2$ , séparées d'une distance  $\delta x$  infinitésimale, soit par analogie avec l'équation (2.25)

$$Nu_h(y) = a \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{\delta x}{\delta T} = \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{a}{(\delta T / \delta x)} = - \frac{a}{(\partial T / \partial x)_{x=A/2}} \quad (2.26)$$

- Transfert global : il est représenté par le nombre de Nusselt moyen défini par :

$$\overline{Nu_h} = \int_0^1 Nu_h(y) dy \quad (2.27)$$

#### 2.4.2. Transfert de chaleur dans la direction verticale de la cavité

- Transfert local : il est représenté par le nombre de Nusselt local défini par :

$$Nu_v(x) = \frac{hH'}{k_f} = \frac{bq' H'}{\Delta T' k_f} = \frac{b}{\Delta T} \quad (2.28)$$

où  $\Delta T = T(x, 0) - T(x, 1)$  est la différence des températures adimensionnelles locales entre les deux parois horizontales. Il faut souligner que lorsque l'écoulement est parallèle,  $Nu_v(x)$  est constant dans la région centrale de la cavité.

- Transfert global : il est représenté par le nombre de Nusselt moyen défini par :

$$\overline{Nu}_v = \frac{1}{A} \int_0^A Nu_v(x) dx \quad (2.29)$$

---

---

**APPROCHES NUMERIQUE ET ANALYTIQUE ET PROCEDUREN DE  
RESOLUTION**

---

---

**A- Approche numérique et procédure de résolution**

**3.1. Introduction**

Bien que les équations qui régissent les phénomènes convectifs soient établies depuis longtemps, elles restent difficiles à résoudre, malgré le temps et les efforts fournis, en raison de leurs non linéarité et couplage, qui font que leur solution analytique soit généralement impossible, sauf dans quelques cas particuliers, très rares (écoulement parallèle étudié par la suite). Dans l'analyse des écoulements et des transferts, la piste expérimentale est moins suivie, en dépit des informations pertinentes qu'elle peut procurer, en raison du coût élevé du matériel expérimental et les difficultés de réalisation liées au contrôle des différents paramètres. L'issue numérique reste plus convoitée puisqu'elle est plus efficace, compte tenu de la capacité et rapidité des moyens de calcul dont on dispose actuellement. Le principe est de transformer les équations aux dérivées partielles gouvernant la convection en un système d'équations algébriques, mais il n'empêche que des approches prudentes sont nécessaires.

Dans le présent chapitre, on présente brièvement, la méthode numérique et l'algorithme adoptés pour la discrétisation et la résolution des équations de conservation, présentées dans le chapitre 2, à savoir, la méthode des volumes finis (Patankar, 1980) et l'algorithme SIMPLER. Le choix d'une telle technique, réside dans les avantages qu'elle offre en termes de stabilité numérique, vis-à-vis des paramètres gouvernants, de convergence et de conservation des flux sur chaque volume élémentaire.

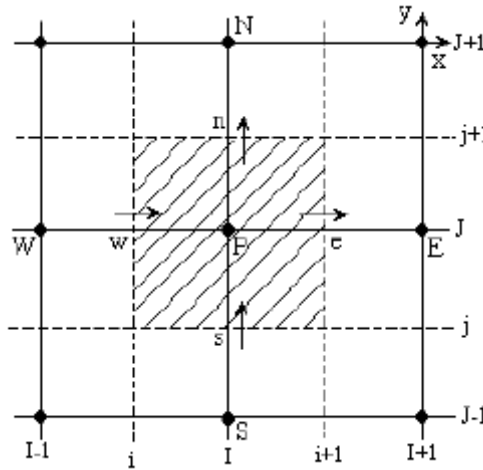
**3.2. Discrétisation des équations gouvernantes : Méthode des volumes finis**

La méthode des volumes finis, développée par Patankar (1980), consiste à découper le domaine de calcul considéré en un ensemble de volumes

élémentaires ou de contrôle, entourant les points de maillage sur lesquels on intègre les équations aux dérivées partielles. Dans le cas bidimensionnel, ces volumes sont de taille  $\Delta x \times \Delta y$  (Figure 3.1). Les variables physiques recherchées sont supposées constantes dans chaque volume de contrôle.

En utilisant la variable généralisée  $\varphi$ , pour désigner  $u$ ,  $v$  ou  $T$ , les équations de quantité de mouvement et d'énergie peuvent s'écrire, sous la forme :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + u \frac{\partial \varphi}{\partial x} + v \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \Gamma \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right) + S_\varphi \quad (3.1)$$



**Figure 3.1 :** *Volume de contrôle*

En multipliant l'équation de continuité (2.14) par  $\varphi$  et en l'additionnant, membre à membre, à (3.1), il vient, sous forme conservative,

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial u \varphi}{\partial x} + \frac{\partial v \varphi}{\partial y} = \Gamma \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right) + S_\varphi \quad (3.2)$$

où  $\Gamma$  est un paramètre de diffusion et  $S_\varphi$  est un terme source, pouvant être identifiés à partir du tableau 3.1

Equations	$\varphi$	$\Gamma$	$S_\varphi$
(2.14)	1	0	0
(2.15)	$u$	$\frac{\bar{v}}{Re}$	$-\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p}{\partial x}$
(2.16)	$v$	$\frac{\bar{v}}{Re}$	$-\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\bar{\beta}}{\bar{\rho}} RiT$
(2.17)	$T$	$\frac{\bar{\alpha}}{Pe}$	0

**Tableau 3.1** : Identification de  $\varphi$ ,  $\Gamma$  et  $S_\varphi$

D'autre part, en introduisant les variables  $J_x = u\varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x}$  et  $J_y = v\varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial y}$ ,

L'équation (3.2) peut être arrangée comme suit

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} = S_\varphi \quad (3.3)$$

$J_x$  et  $J_y$  expriment, respectivement, les différences entre les flux convectifs et diffusifs dans les directions  $x$  et  $y$ .

Si l'on intègre l'équation (3.3) sur le volume de contrôle de la figure 3.1, on obtient :

$$\int \int_{s_w}^n \frac{\partial \varphi}{\partial t} dx dy + \int \int_{s_w}^n \frac{\partial J_x}{\partial x} dx dy + \int \int_{s_w}^n \frac{\partial J_y}{\partial y} dx dy = \int \int_{s_w}^n S_\varphi dx dy \quad (3.4)$$

Soient  $J_e$ ,  $J_w$ ,  $J_s$  et  $J_n$  les valeurs respectives, à l'instant  $t$ , du flux total sur les faces est  $e$ , ouest,  $w$ , sud,  $s$  et nord,  $n$ , du volume de contrôle. Désignons, respectivement, par  $\varphi_p$  et  $\varphi_p^0$  les valeurs de  $\varphi$  au point  $P$  aux instants actuel  $t$  et précédent  $t-\Delta t$ . Pour pouvoir calculer les différents termes de l'équation (3.4), il faut supposer que :

- à l'instant  $t$ ,  $\varphi$  est constante à travers le volume de contrôle ;
- pour  $x$  donné (voire  $y$  donné) le flux est uniforme le long de la face correspondante.



Avec tout cela, l'équation (3.4) devient

$$\frac{\varphi_p - \varphi_p^0}{\Delta t} \Delta x \Delta y + J_e - J_w + J_n - J_s = \bar{S}_\varphi \Delta x \Delta y \quad (3.5)$$

où  $J_e = J_x)_e \Delta y$ ,  $J_w = J_x)_w \Delta y$ ,  $J_n = J_y)_n \Delta x$  et  $J_s = J_y)_s \Delta x$ .

Par ailleurs, pour forcer la convergence, la valeur moyenne du terme source  $\bar{S}_\varphi$ , au point  $P$  à l'instant  $t$ , est souvent linéarisée. Soit donc :

$$\bar{S}_\varphi = S_C + S_P \varphi_p \quad (3.6)$$

Dans cette approximation,  $S_P$ , qui est le coefficient de pondération de  $\varphi_p$ , doit être négatif afin d'assurer la stabilité numérique de la solution et accélérer la convergence (Patankar, 1980). Quant au terme source  $S_C$ , lui, il ne dépend pas de  $\varphi_p$ .

Partons des mêmes considérations, l'intégration de l'équation de continuité dans le volume de contrôle conduit à :

$$\int_s^e \int_w^e \frac{\partial u}{\partial x} dx dy + \int_s^e \int_w^e \frac{\partial v}{\partial y} dx dy = (u_e - u_w) \Delta y + (v_n - v_s) \Delta x = 0 \quad (3.7)$$

ou encore en posant  $F_e = u_e \Delta y$ ,  $F_w = u_w \Delta y$ ,  $F_n = v_n \Delta x$  et  $F_s = v_s \Delta x$ , qui ne sont autres que les débits adimensionnels à travers les faces du volume de contrôle :

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \quad (3.8)$$

Par la suite, en retranchant, membre à membre, (3.8) multipliée par  $\varphi_p$  de l'équation (3.5) on a

$$\frac{\varphi_p - \varphi_p^0}{\Delta t} \Delta x \Delta y + (J_e - F_e \varphi_p) - (J_w - F_w \varphi_p) + (J_n - F_n \varphi_p) - (J_s - F_s \varphi_p) = (S_C + S_P \varphi_p) \Delta x \Delta y \quad (3.9)$$

Selon Patankar (1980), la discrétisation des termes diffusifs et convectifs permet de les exprimer, en fonction des valeurs de  $\varphi_p$  aux nœuds  $P$ ,  $W$ ,  $E$ ,  $S$  et  $N$ , par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} J_e - F_e \varphi_p &= a_e (\varphi_p - \varphi_E), \quad J_w - F_w \varphi_p = a_w (\varphi_E - \varphi_p), \\ J_n - F_n \varphi_p &= a_n (\varphi_p - \varphi_N) \text{ et } J_s - F_s \varphi_p = a_s (\varphi_S - \varphi_p) \end{aligned} \quad (3.10)$$

Ces expressions traduisent le fait que la valeur du flux global à la frontière (i) est une moyenne pondérée des grandeurs qui se situent en amont et en aval de la frontière en question.

Les coefficients de discrétisation  $a_i (i = e, w, n, s)$  incorporent les flux convectifs et diffusifs, et doivent surtout être tous positifs, d'après la deuxième règle de base de Patankar (1980) pour la méthode des volumes finis. Cependant, les relations (3.10) peuvent violer une telle règle en créant des coefficients négatifs. Pour surmonter ceci, les  $a_i (i = e, w, n, s)$  des relations (3.10) sont exprimés en fonction du nombre de Peclet,  $Pe$ . Soient :

$$\begin{aligned} a_e &= D_e A(|Pe_e|) + \max(-F_e, 0), \quad a_w = D_w A(|Pe_w|) + \max(+F_w, 0), \\ a_n &= D_n A(|Pe_n|) + \max(-F_n, 0) \text{ et } a_s = D_s A(|Pe_s|) + \max(+F_s, 0) \end{aligned} \quad (3.11)$$

où  $D_i$  et  $Pe_i$  sont respectivement les conductances et les nombres de Peclet locaux, dont les expressions sont comme suit :

$$D_e = \left( \frac{\Gamma}{\delta x} \right)_e \Delta y, \quad D_n = \left( \frac{\Gamma}{\delta y} \right)_n \Delta x, \quad D_w = \left( \frac{\Gamma}{\delta x} \right)_w \Delta y, \quad D_s = \left( \frac{\Gamma}{\delta y} \right)_s \Delta x \text{ et } Pe_i = \frac{F_i}{D_i} \quad (3.12)$$

Pour ce qui est de la fonction  $A(|Pe_i|)$ , le tableau 3.2 en précise l'expression pour les schémas les plus utilisés dans la discrétisation des termes convectifs.

Schéma	$A( Pe_i )$
Centré	$1 - 0.5 Pe_i $
Décentré amont (Upwind)	1
Hybride	$A( Pe_i ) = \sup(0, 1 - 0.1 Pe_i )$
En loi de puissance	$A( Pe_i ) = \sup(0, 1 - 0.1 Pe_i ^5)$
Exponentiel	$A( Pe_i ) =  Pe_i  / (\exp( Pe_i ) - 1)$

**Tableau 3.2 :** Expression de la fonction  $A(|Pe_i|)$

Dans notre cas, nous avons opté pour le schéma numérique en loi de puissance pour les raisons suivantes :

- bonne approximation polynomiale de la solution exacte ;
- bonne stabilité et meilleure précision, comparativement aux autres schémas ;
- utilisation fréquente par la communauté scientifique.

Finalement, la forme discrétisée définitive associée à l'équation aux dérivées partielles (3.3) est la suivante :

$$a_p \phi_p = a_e \phi_e + a_w \phi_w + a_n \phi_n + a_s \phi_s + b \quad (3.13)$$

avec

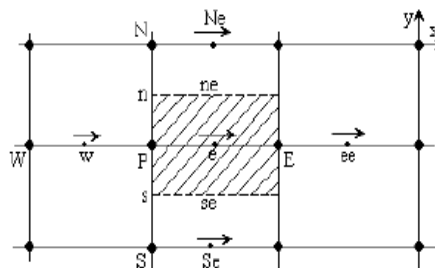
$$a_p = a_e + a_w + a_n + a_s - S_p \Delta x \Delta y - \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} \quad \text{et} \quad b = \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} \phi_p^0 + S_c \Delta x \Delta y \quad (3.14)$$

### 3.3. Résolution des équations gouvernantes

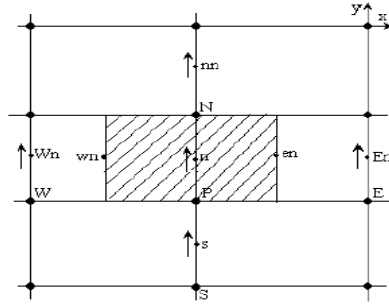
#### 3.3.1 Algorithme SIMPLE (Semi Implicit-Method for Pressure-Linked Equations)

Selon Patankar (1980), la résolution des équations gouvernantes, discrétisées au même nœud, peut donner lieu à un profil oscillatoire de pression (problème du damier), différent de celui réel, ce qui nécessite l'emploi d'un :

- maillage principal (Figure 3.1) pour les grandeurs scalaires, comme la pression et de la température ;
- maillage décalé pour les grandeurs vectorielles, comme la vitesse ; vers la droite pour la composante  $u$  (Figure 3.2) et vers le haut pour la composante  $v$  (Figure 3.3).



**Figure 3.2 :** Grille décalée vers la droite pour  $u$



**Figure 3.3 :** Grille décalée vers le haut pour  $v$

L'intégration des équations de quantité de mouvement se fait sur les volumes de contrôle du maillage décalé.

D'autre part, en remplaçant  $\varphi$  par  $u$  et  $v$ , dans l'équation (3.3), et en intégrant sur les volumes de contrôle des figures 3.2 et 3.3, il vient :

$$a_e u_e = \sum a_{nb} u_{nb} + (p_P - p_E) A_e \text{ et } a_n v_n = \sum a_{nb} v_{nb} + (p_P - p_N) A_n + b_T \quad (3.15)$$

où l'on peut remarquer la présence de différences de pressions et les faces,  $A_e$  et  $A_n$ , des volumes de contrôle des maillages décalés dans les termes sources. Un tel système ne peut être résolu que si la pression est connue ou estimée. Quand c'est le cas, le champ de vitesse, obtenu après la résolution des relations (3.15), satisfait l'équation de continuité. Comme cette pression n'est pas connue et qu'il n'y a pas d'équation caractéristique combinée à des conditions aux limites appropriées pour la déterminer, il est nécessaire de préconiser une procédure pour contourner cette difficulté. Pour ce faire, Patankar et Spalding (1972) ont proposé l'algorithme SIMPLE (Semi Implicit-Method for Pressure-Linked Equations). Celui-ci consiste à estimer un champ de pression  $p^*$  qui permet de déterminer un champ de vitesse  $(u^*, v^*)$  ne vérifiant pas, en général, l'équation de continuité. D'où la nécessité de corriger la pression itérativement jusqu'à satisfaction de cette équation.

Soient  $p^*$  et  $T^*$  les champs initiaux de pression et de température, et  $(u^*, v^*)$  les champs de vitesse résultant des équations de la quantité de mouvement suivantes :

$$a_e u_e^* = \sum a_{nb} u_{nb}^* + (p_p^* - p_E^*) A_e \text{ et } a_n v_n^* = \sum a_{nb} v_{nb}^* + (p_p^* - p_N^*) A_n + b_T^* \quad (3.16)$$

$(u^*, v^*)$  ne satisfait pas l'équation de continuité et il faut corriger les vitesses et la pression comme suit :

$$p = p^* + p', \quad u = u^* + u' \text{ et } v = v^* + v' \quad (3.17)$$

où  $p'$ ,  $u'$  et  $v'$  sont les corrections à porter.

L'introduction de (3.17) dans (3.16), en tenant compte de (3.15), conduit à

$$a_e u_e' = \sum a_{nb} u_{nb}' + (p_p' - p_E') A_e \text{ et } a_n v_n' = \sum a_{nb} v_{nb}' + (p_p' - p_N') A_n \quad (3.18)$$

et l'élimination des termes  $\sum a_{nb} u_{nb}'$  et  $\sum a_{nb} v_{nb}'$  dans (3.18) mène à

$$u_e' = d_e (p_p' - p_E') \text{ et } v_n' = d_n (p_p' - p_N') \quad (3.19)$$

où

$$d_e = A_e / a_e \text{ et } d_n = A_n / a_n \quad (3.20)$$

Finalement, les vitesses corrigées s'expriment par

$$u_e = u_e^* + d_e (p_p' - p_E') \text{ et } v_n = v_n^* + d_n (p_p' - p_N') \quad (3.21)$$

D'autre part, pour ce qui est de la pression, l'injection de (3.21) dans (3.7) permet d'aboutir à l'équation de correction suivante :

$$a_P p_P' = a_E p_E' + a_W p_W' + a_N p_N' + a_S p_S' + b_{P'} \quad (3.22)$$

où

$$a_E = d_e \Delta y, \quad a_W = d_w \Delta y, \quad a_N = d_n \Delta x \text{ et } a_S = d_s \Delta x \quad (3.23)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \quad (3.24)$$

$$b_{P'} = (u_w^* - u_e^*) \Delta y + (v_s^* - v_n^*) \Delta x \quad (3.25)$$

### 3.3.2. Résumé de l'algorithme SIMPLE

La séquence des opérations essentielles constituant l'algorithme SIMPLE est la suivante :

1. préciser des champs initiaux de pression et de température,  $p^*$  et  $T^*$  ;
2. résoudre l'équation (3.16) pour obtenir  $(u^*, v^*)$  ;
3. résoudre l'équation (3.22) pour obtenir  $p'$  ;

4. utiliser les relations (3.17) pour avoir  $p$  ;
5. injecter la valeur de  $p$  dans l'équation (3.16) pour avoir  $(u, v)$  ;
6. résoudre l'équation (3.13) pour avoir  $T$  ;
7. utiliser  $p$ , remplacer  $T^*$  par  $T$  et retourner à l'étape (2) ;

Répéter les calculs jusqu'à convergence de toutes les variables. Celle-ci est considérée acquise lorsque  $\sum_{i,j} |\varphi^{k+1}(i, j) - \varphi^k(i, j)| / |\varphi^k(i, j)| < \varepsilon$  où  $\varepsilon$  est la précision des calculs.

### 3.3.3. Algorithme SIMPLER (SIMPLE-Revised)

Dans la version révisée de SIMPLE, seule la correction de la pression  $p'$  est utilisée pour corriger la vitesse.

La supériorité de l'algorithme SIMPLER par rapport à SIMPLE réside dans le fait que la déduction de l'équation de la pression (3.22) ne fait intervenir aucune simplification. Dans SIMPLE, la déduction de l'équation de correction de la pression (3.22) passe par l'annulation des termes  $\sum a_{nb} u'_{nb}$  et  $\sum a_{nb} v'_{nb}$ . Par conséquent, le champ de pression de SIMPLER est plus proche de la réalité que celui de SIMPLE puisqu'en général l'estimation d'un champ de vitesse initial est plus facile que celle d'un champ de pression. Noter, ici, que l'algorithme SIMPLER ne nécessite pas de champ de pression initial. La pression est directement générée à partir de l'initialisation du champ de vitesse.

Enfin, ajouter qu'une itération suivant l'algorithme SIMPLER nécessite environ 30% de temps plus que celle de SIMPLE, mais cet effort est largement compensé par la réduction consistante en nombre d'itérations nécessaires pour la convergence.

### 3.3.4. Présentation matricielle des équations gouvernantes

Sous forme matricielles les équations gouvernantes se présentent comme suit :

$$a_p(i, j)\varphi_p(i, j) = a_e(i, j)\varphi_e(i+1, j) + a_w(i, j)\varphi_w(i-1, j) \\ + a_n(i, j)\varphi_n(i, j+1) + a_s(i, j)\varphi_s(i, j-1) + B(i, j) \quad (3.26)$$

ou encore :

$$[A][\varphi] = [B] \quad (3.27)$$

où :

- $[A]$  est une matrice rectangulaire de taille  $(N_I - 2) \times (N_J - 2)$  ;
- $[\varphi]$  est le vecteur des inconnues  $\varphi(i, j)$  ;
- $[B]$  est le vecteur source.

Auxquelles il faut ajouter les conditions aux limites pour compléter le système.

### 3.4. Traitement des conditions aux limites

Deux types de conditions aux limites peuvent être rencontrés en convection :

- celles de type Dirichlet, où la fonction est spécifiée aux frontières ;
- celles de type Neumann où le taux de variation de la fonction est imposé aux frontières.

Selon le cas rencontré, l'équation linéarisée prend une forme plus ou moins simple. Voici le développement, en différences finies, des conditions aux limites que nous nous sommes imposées.

#### 3.4.1. Frontière avec vitesse spécifiée

Avec un maillage décalé, la frontière physique du système se superpose au volume de contrôle sur un côté et le coupe sur le côté perpendiculaire (Figure 3.4).

Dans le second cas, la vitesse, qui est automatiquement donnée,  $u_p = 0$  et on a

$$a_{np} = 0 \text{ et } a_p = 1 \quad (3.28)$$

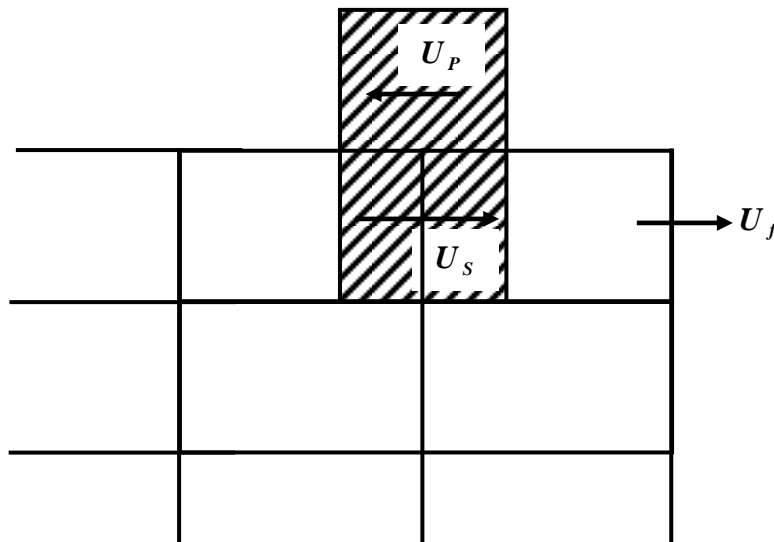
Dans le premier cas, il faut définir un volume de contrôle supplémentaire où doit être spécifiée une vitesse opposée à celle qui se situe immédiatement à l'intérieur du domaine, soit

$$u_f = \frac{u_s + u_p}{2} \quad (3.29)$$

ce qui donne, par identification,

$$a_p = 1, a_s = -1, a_n = a_w = a_e = 0 \text{ et } b_f = 2u_f \quad (3.30)$$

Un développement analogue peut être appliqué pour la vitesse  $v$  lorsque celle-ci est spécifiée sur la frontière.



**Figure 3.4 :** *Vitesse aux frontières*

### 3.4.2. Frontière avec température spécifiée

Les conditions aux frontières où la température est spécifiée se calculent de la même façon que la vitesse lorsque celle-ci ne coïncide pas avec la frontière physique du système. On a alors

$$T_f = \frac{T_s + T_p}{2} \quad (3.31)$$

Il s'ensuit

$$a_p = 1, a_s = -1, a_n = a_w = a_e = 0 \text{ et } b_f = 2T_f \quad (3.32)$$



### 3.4.3. Frontière avec flux spécifiée

Les conditions de frontières à flux spécifié se calculent de la façon suivante :

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right)_f = \pm a \text{ donne } \frac{T_w - T_p}{\delta x} = \pm a \quad (3.33)$$

Il en résulte :

$$a_p = 1, a_w = 1, a_n = a_s = a_n = 0 \text{ et } b_r = \pm a \delta x \quad (3.34)$$

La procédure de traitement est aussi valable pour  $\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right)_f = \pm b$ .

## B- Approche analytique

### 3.5. Introduction

Pour résoudre un problème de convection il faut distinguer le modèle physique du modèle mathématique. Le modèle physique peut s'exprimer en mots et en phrases qu'il devient nécessaire de le traduire mathématiquement. Lorsque le problème est ainsi bien posé, il est alors possible de le résoudre analytiquement ou numériquement. La voie analytique, basée sur la forme locale du problème (équations aux dérivées partielles associées aux conditions initiales et aux limites), ne peut généralement être côtoyée en raison du caractère non linéaire et couplé des équations gouvernantes et de la complexité de la géométrie. Néanmoins, il existe des situations particulières, dépendant des conditions aux limites thermiques et du rapport de forme, pour lesquelles les équations se simplifient suffisamment pour conduire à une solution analytique du problème. Bien que celle-ci soit approximée, en raison des simplifications introduites, elle permet de donner une idée sur les tendances des phénomènes thermo-convectifs observés et de faciliter leur compréhension.

Par ailleurs, une solution analytique est toujours la bienvenue quand il s'agit de valider les résultats de l'approche numérique.

### 3.6. Approximation de l'écoulement parallèle

Comme l'ont montré plusieurs auteurs, avec des conditions aux limites thermiques de type Neumann imposées à une cavité de grand rapport de forme ( $A \gg 1$ ), l'écoulement devient parallèle et thermiquement stratifié loin des bords, ce qui autorise les hypothèses suivantes :

$$u(x,y) = u(y), v(x,y) = 0, \psi(x,y) = \psi(y) \text{ et } T(x,y) = C(x - A/2) + \theta(y) \quad (3.35)$$

où la constante  $C = (\partial T / \partial x)_{x=A/2}$  est le gradient de température dans la direction  $Ox$ . Il en résulte une transformation des équations complètes en différentielles ordinaires, telles que :

$$\frac{d^3 u}{dy^3} = \bar{\alpha} \Omega Re Ri \frac{\partial T}{\partial x} = \bar{\alpha} \Omega Re Ri C \quad (3.36)$$

$$\frac{\bar{\alpha}}{Pe} \frac{d^2 \theta}{dy^2} = Cu \quad (3.37)$$

dont les conditions aux limites, pour les différentes situations examinées, sont

$$u \pm 1 = 0 \text{ pour } y = 1 \quad (3.38)$$

$$u = 0 \text{ pour } y = 0 \quad (3.39)$$

$$\frac{d\theta}{dy} + \frac{b}{k} = 0 \text{ pour } y = 0 \text{ et } 1 \quad (3.40)$$

auxquelles il faut ajouter la condition de l'écoulement de retour, traduisant la conservation du débit

$$\int_0^1 u(y) dy = 0 \quad (3.41)$$

et celle exprimant la nullité de la température adimensionnelle moyenne

$$\int_0^1 \theta(y) dy = 0 \quad (3.42)$$

### 3.7. Solution des équations approximées

Etant donnée la nature linéaire de (3.36) et (3.37), leur solution est polynomiale. Soient, compte tenu des équations (3.38)-(3.42), on aura

$$u(y) = \frac{\bar{\alpha}}{12} \Omega Re Ri C (2y^3 - 3y^2 + y) \pm (-3y^2 + 2y) \quad (3.43)$$

$$\theta(y) = \frac{1}{12} \Omega Ra C^2 \left( \frac{y^5}{10} - \frac{y^4}{4} + \frac{y^3}{6} - \frac{1}{120} \right) \pm \frac{Pe C}{\bar{\alpha}} \left( -\frac{y^4}{4} + \frac{y^3}{3} - \frac{1}{30} \right) + \frac{b}{k_{nf}} \left( \frac{1}{2} - y \right) \quad (3.44)$$

L'expression de  $\psi(y)$  se déduit par intégration de l'équation (2.21), en tenant compte des conditions aux limites correspondantes et de l'équation (3.43), ce qui donne

$$\psi(y) = \frac{\bar{\alpha}}{12} \Omega Re Ri C \left( \frac{y^4}{2} - y^3 + \frac{y^2}{2} \right) \pm (-y^3 + y^2) \quad (3.45)$$

où  $\Omega = \frac{\bar{\beta}}{\rho\alpha\bar{v}}$ . Par conséquent, l'intensité de l'écoulement est :

$$\psi_c = \text{Sup}(\psi_{\max}, |\psi_{\min}|) \quad (3.46)$$

Avec  $\psi_{\max}$  et  $|\psi_{\min}|$  les extrema de  $\psi(y)$  dans la section centrale verticale de la cavité ( $x = A/2$ ). Elles correspondent, respectivement, aux intensités des convections forcée et naturelle.

D'autre part, le bilan énergétique suivant  $Ox$  est

$$\int_0^1 -\frac{\partial T}{\partial x} dy + \frac{Pe}{\alpha} \int_0^1 uT dy = \int_0^1 -\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0 \text{ or } A} dy \quad (3.47)$$

et qui devient, en tenant compte de l'équation (2.18)

$$-C + \frac{Pe}{\alpha} \int_0^1 u\theta dy = \frac{a}{k} \quad (3.48)$$

Par ailleurs la substitution de l'équation (3.48) aux équations (3.43) et (3.44) conduit à l'équation transcendante

$$\pm \frac{bPe}{12\alpha k} + \frac{a}{k} + \left(1 \pm \frac{Pe^2}{105\alpha^2} - \frac{bRa}{720\alpha k}\right) C \mp \frac{\Omega Pe Ra}{3360\alpha} C^2 + \frac{\Omega^2 Ra^2}{362880} C^3 = 0 \quad (3.49)$$

dont la résolution, par la méthode de Newton-Raphson, mène à la valeur de  $C$  pour  $Pe$ ,  $Ra$  et  $\Phi$  données.

Finalement, compte tenu de ce qui précède, les transferts de chaleur dans les directions horizontale et verticale s'expriment, respectivement, par

$$Nu_h = \overline{Nu}_h = -\frac{a}{C} \quad (3.50)$$

$$Nu_v = \overline{Nu}_v = \frac{b}{\left(-\frac{\Omega Ra C^2}{720} \pm \frac{RePrC}{12\alpha} + \frac{b}{k_{nf}}\right)} \quad (3.51)$$

---

---

CONVECTION MIXTE POUR DES NANOFUIDES CONFINES DANS  
UNE CAVITE RECTANGULAIRE HORIZONTALE ENTRAINEE : LE  
CAS OPPOSE

---

---

### 4.1. Introduction

On s'intéresse, dans ce chapitre à l'effet de nanoparticules sur le transfert de chaleur par convection mixte dans une cavité rectangulaire peu profonde, de rapport de forme  $A=8$ , chauffée horizontalement et isolée verticalement ( $a=1$  et  $b=0$ ). Toutes les parois sont fixes à part celle supérieure qui est animée d'un mouvement uniforme dans le sens opposé à celui de la densité de flux de chaleur (cas opposé). Les simulations numériques et les développements analytiques sont effectués dans le cas de nanofluides de type cuivre-eau ( $Cu-H_2O$ ) où le nombre de Prandtl est celui du fluide de base ( $Pr=7$ ). Par conséquent, l'examen effectué porte essentiellement sur les influences des paramètres gouvernants restants, à savoir, la fraction volumique,  $\Phi$ , le nombre de Reynolds,  $Re$ , et celui de Richardson,  $Ri$ , sur l'écoulement et le transfert de chaleur.

### 4.2. Tests de précision

Dans le tableau 4.1 sont précisées les propriétés thermophysiques de l'eau et du cuivre qui ont servi dans les simulations

La recherche d'un maillage optimal, en vue d'une précision raisonnable, passe impérativement par la conduite d'un certain nombre d'essais numériques préliminaires. Comme le montre le tableau 4.2, répertoriant les valeurs des quantités  $\psi_c$  et  $\overline{Nu}$  pour différentes tailles de grille et pour des valeurs particulières des paramètres gouvernants, cela est pratiquement acquis, pour  $A=8$ , avec un maillage de  $160 \times 40$ .

	$\rho(\text{kg}/\text{m}^3)$	$C_p(\text{J}/\text{kg}\cdot\text{K})$	$k(\text{W}/\text{m}\cdot\text{K})$	$\beta\times 10^5(1/\text{K})$
$H_2O$	997.1	4179	0.613	21
$Cu$	8933	385	401	1.67

**Tableau 4.1 :** Propriétés thermo-physiques du fluide de base ( $H_2O$ ) et des nanoparticules ( $Cu$ ) (Abu-Nada et al., 2008)

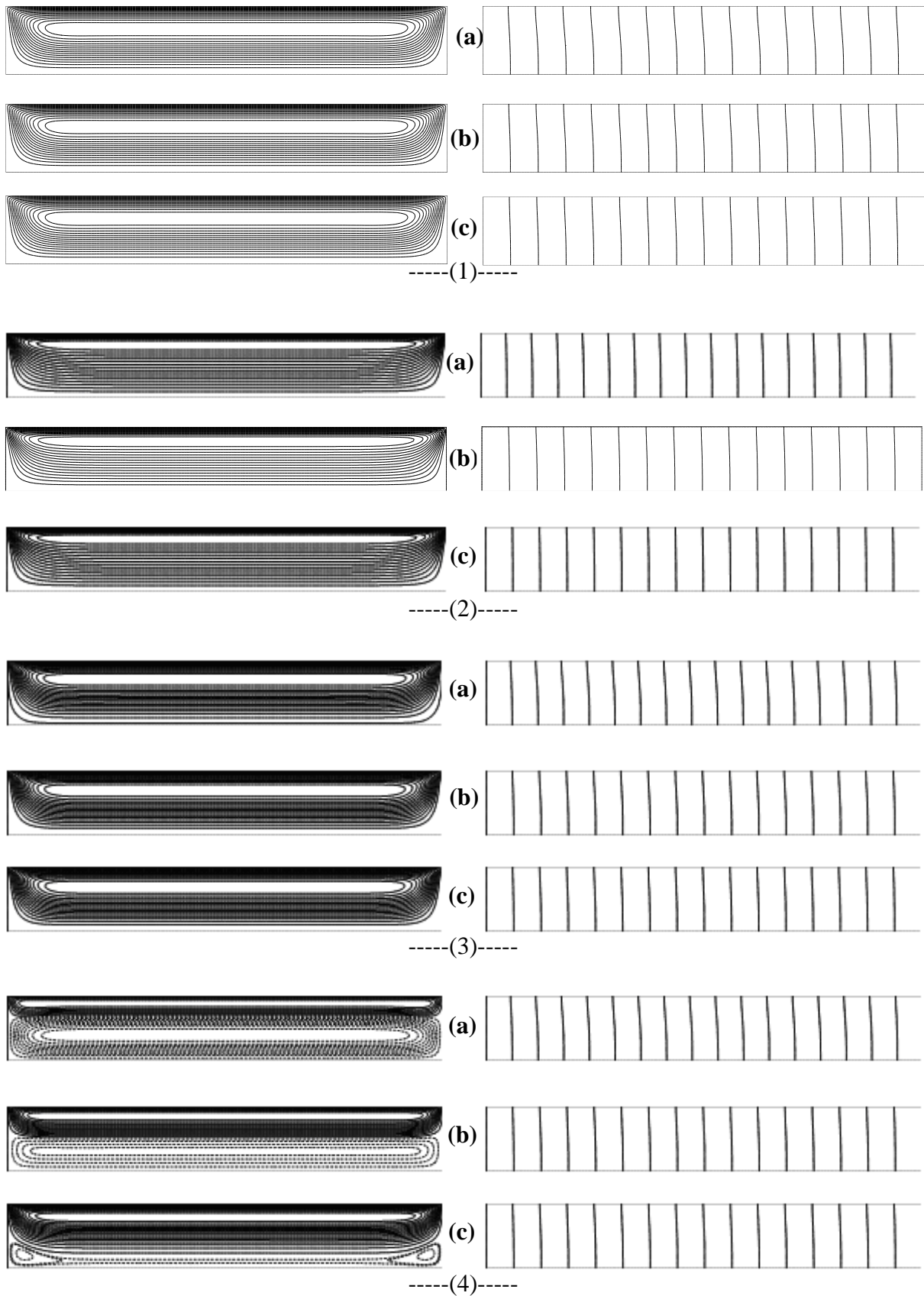
Comme le montre le tableau 4.2, qui compare les essais numériques relatifs aux grandeurs thermo-convectives  $\psi_c$  et  $\overline{Nu}$ , un maillage régulier de  $160\times 40$  semble suffisant pour modéliser convenablement l'écoulement et le transfert de chaleur au sein de la cavité considérée.

Grille		(160×20)				
$\Phi$		$\psi_c$	$\overline{Nu}$			
0.0		0.443	4.720			
0.1		0.418	3.643			
0.2		0.353	2.950			
Grille		(120×40)	(160×40)	(200×40)		
$\Phi$	$\psi_c$	$\overline{Nu}$	$\psi_c$	$\overline{Nu}$	$\psi_c$	$\overline{Nu}$
0.0	0.443	4.645	0.443	4.644	0.443	4.644
0.1	0.4169	3.595	0.417	3.595	0.417	3.595
0.2	0.3505	2.902	0.350	2.902	0.351	2.902
Grille		(160×60)				
$\Phi$		$\psi_c$	$\overline{Nu}$			
0.0		0.443	4.644			
0.1		0.418	3.595			
0.2		0.350	2.902			

**Tableau 4.2 :** Tests de précision conduits avec  $Re = 1$ ,  $Ri = 10^3$  et diverses valeurs de  $\Phi$

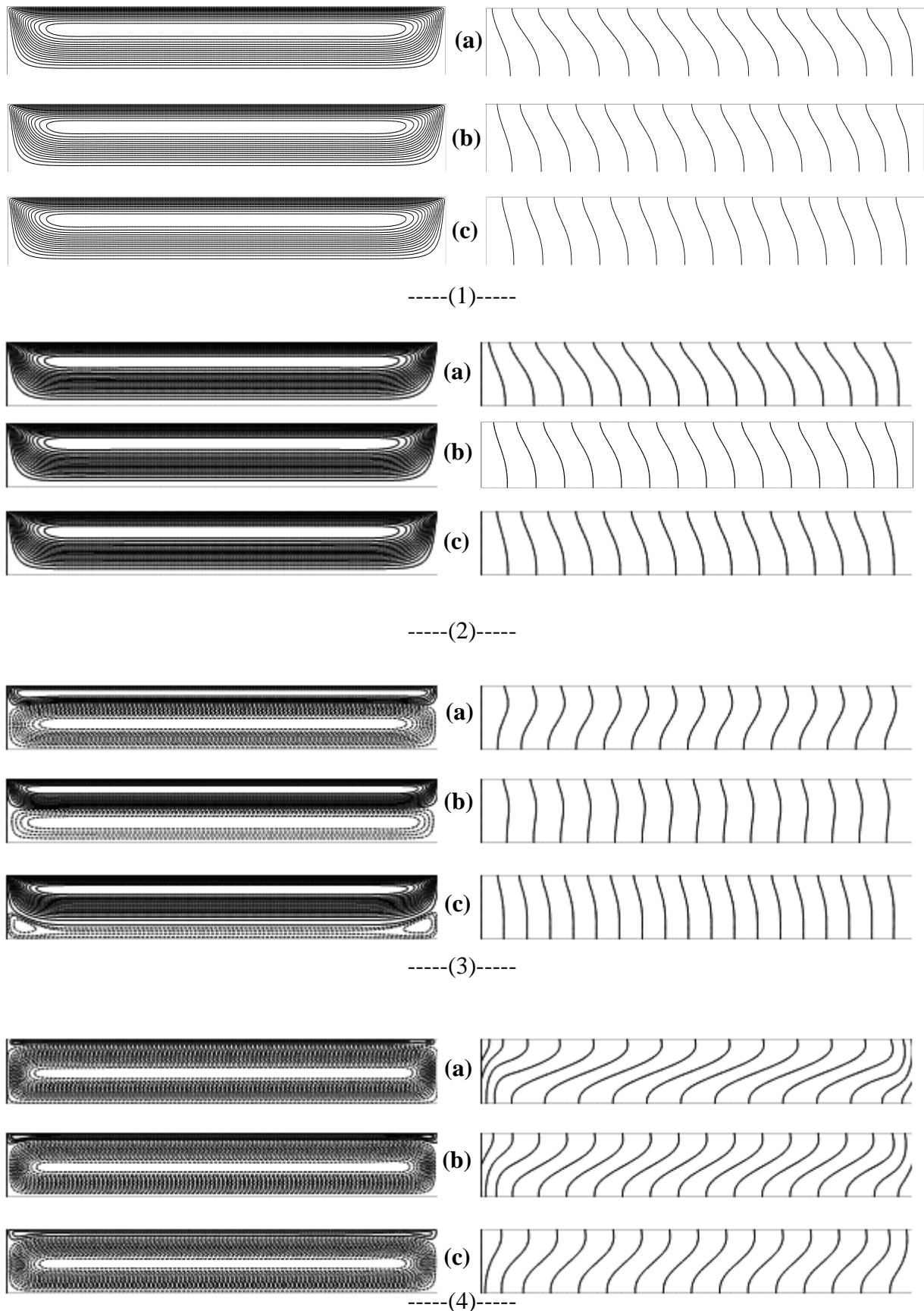
### **4.3. Configuration des champs d'écoulement et de température**

Des exemples typiques de lignes de courant (gauche) et d'isothermes (droite) sont présentés dans les figures 4.1-4.3, pour  $Re$  donné et différentes valeurs de  $Ri$  et  $\Phi$ . Tout d'abord, il convient de remarquer que, à l'exception des régions avoisinant les parois verticales, le champ d'écoulement est parallèle aux parois horizontales et celui de température est linéairement stratifié dans la direction horizontale.

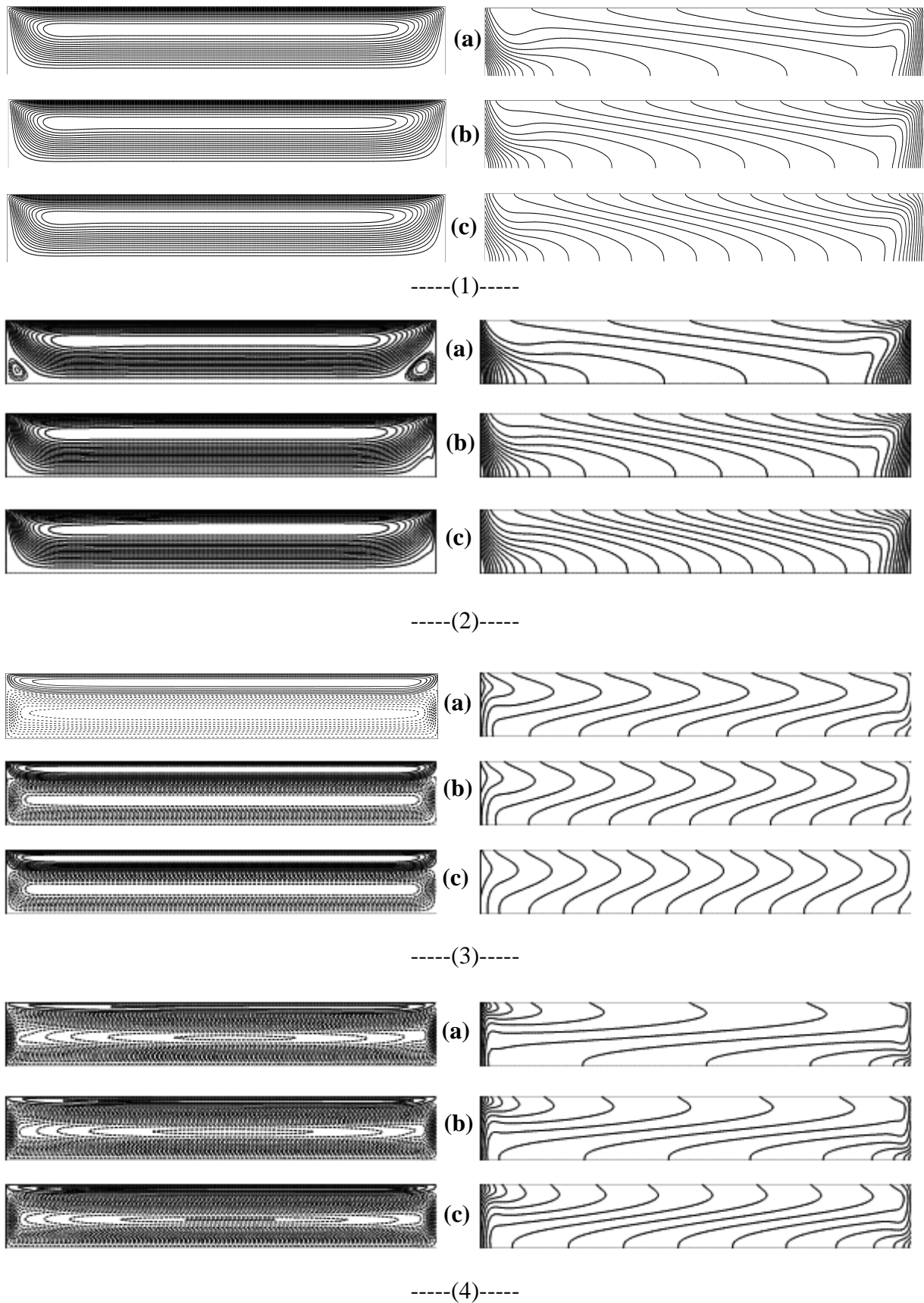


**Fig. 4.1.** Lignes de courant (gauche) et isothermes (droite) pour  $Re=0.1$  et diverses valeurs de  $\Phi$  ((a)  $\Phi = 0.0$ , (b)  $\Phi = 0.1$  et (c)  $\Phi = 0.2$ ) et  $Ri$  ((1)  $Ri = 1$ , (2)  $Ri = 10$ , (3)  $Ri = 10^2$  et (4)  $Ri = 10^3$ ))





**Fig. 4.2** Lignes de courant (gauche) et isothermes (droite) pour  $Re=1$  et diverses valeurs de  $\Phi$  ((a)  $\Phi = 0.0$ , (b)  $\Phi = 0.1$  et (c)  $\Phi = 0.2$ ) et  $Ri$  ((1)  $Ri = 1$ , (2)  $Ri = 10$ , (3)  $Ri = 10^2$  et (4)  $Ri = 10^3$ ))



**Fig. 4.3** Lignes de courant (gauche) et isothermes (droite) pour  $Re = 10$  et diverses valeurs de  $\Phi$  ((a)  $\Phi = 0.0$ , (b)  $\Phi = 0.1$  et (c)  $\Phi = 0.2$ ) et  $Ri$  ((1)  $Ri = 1$ , (2)  $Ri = 10$ , (3)  $Ri = 10^2$  et (4)  $Ri = 10^3$ ))

D'autre part, comme le montre la figure 4.1, correspondant à  $Re = 0.1$ , l'effet de cisaillement dû à la paroi supérieure mobile est dominant pour  $Ri = 1$ , 10 et  $10^2$ , puisque l'écoulement est unicellulaire et antihoraire avec des lignes de courant concentrées près de la région fortement cisailée, perdant de ce fait leur symétrie propre par rapport à l'axe horizontal et ce, quelle que soit la valeur de  $\Phi$ . En revanche, pour  $Ri = 10^3$ , une cellule horaire, dont la taille diminue avec  $\Phi$ , est générée par effet thermo-gravitationnel dans la partie inférieure de la cavité (c'est-à-dire en dessous de celle produite par effet d'entraînement). L'influence de  $\Phi$  s'explique par le fait qu'une augmentation de ce paramètre augmente la viscosité effective qui, à son tour, ralentit le mouvement de convection naturelle et accélère au même temps celui de convection forcée. En effet, la viscosité est une manifestation des phénomènes de surface et par conséquent elle ne peut que favoriser l'écoulement de cisaillement. Quant aux isothermes, elles demeurent presque verticales, synonyme d'un régime pseudo-conductif, étant donné la faible convection ( $Re = 0.1$ ). Une augmentation de  $Re$  jusqu'à 1 (Figure 4.2) anticipe l'écoulement de convection naturelle, puisque la cellule correspondante prend naissance à  $Ri = 10^2$ , avec une diminution de sa taille avec  $\Phi$  comme pour  $Re = 0.1$ . Cependant, une telle cellule tend à devenir dominante en passant à  $Ri = 10^3$ , ce qui semble normal si l'on se réfère à l'équation (2.23). Dans une telle situation, les isothermes, qui sont inclinées par rapport à l'axe  $Oy$ , dans le sens antihoraire qui est celui de l'écoulement de cisaillement, changent progressivement de sens d'inclinaison à mesure que l'écoulement thermo-gravitaire prend de l'importance avec  $Ri$ . Mais, en présence de nanoparticules (c'est-à-dire en augmentant  $\Phi$ ), un tel changement se produit lentement et ce, dépendamment de  $Ri$ . Enfin, pour  $Re = 10$  (Figure 4.3), deux petites cellules d'origine thermo-gravitaire, tournant dans le sens horaire, se développent dans les coins inférieurs gauche et droit de l'enceinte, pour  $Ri = 10$  (Figure 4.3-a). Quoique, ces structures peuvent disparaître avec l'ajout de nanoparticules dans le fluide de base. Comme précédemment, une augmentation graduelle de  $Ri$

jusqu'à  $10^2$  renforce l'effet thermo-gravitaire, et les deux petits tourbillons, observé précédemment, fusionnent pour donner lieu à une importante cellule thermo-gravitaire, dont la taille diminue légèrement avec  $\Phi$ , pour les raisons évoquées ci-dessus. Une nouvelle augmentation de  $Ri$  jusqu'à  $10^3$ , rend davantage grande la cellule thermo-gravitaire, de sorte que l'effet de  $\Phi$ , sur celle-ci, ne puisse être observé, ce qui est évident puisque, selon l'équation (2.23), les effets d'inertie liés à la gravité l'emportent sur ceux associés à la mobilité de la paroi supérieure. Parallèlement, les isothermes paraissent presque inclinées dans le sens de l'écoulement le plus fort (l'écoulement de cisaillement pour  $Ri = 1$  et  $10$ , et celui de flottabilité pour  $Ri = 10^3$ ). Entre les deux situations, c'est à dire pour  $Ri = 10^2$ , les deux tendances existent et les isothermes sont fortement altérées. Là aussi, il est facile de voir qu'une augmentation de  $\Phi$  n'affecte pas sérieusement ces isothermes.

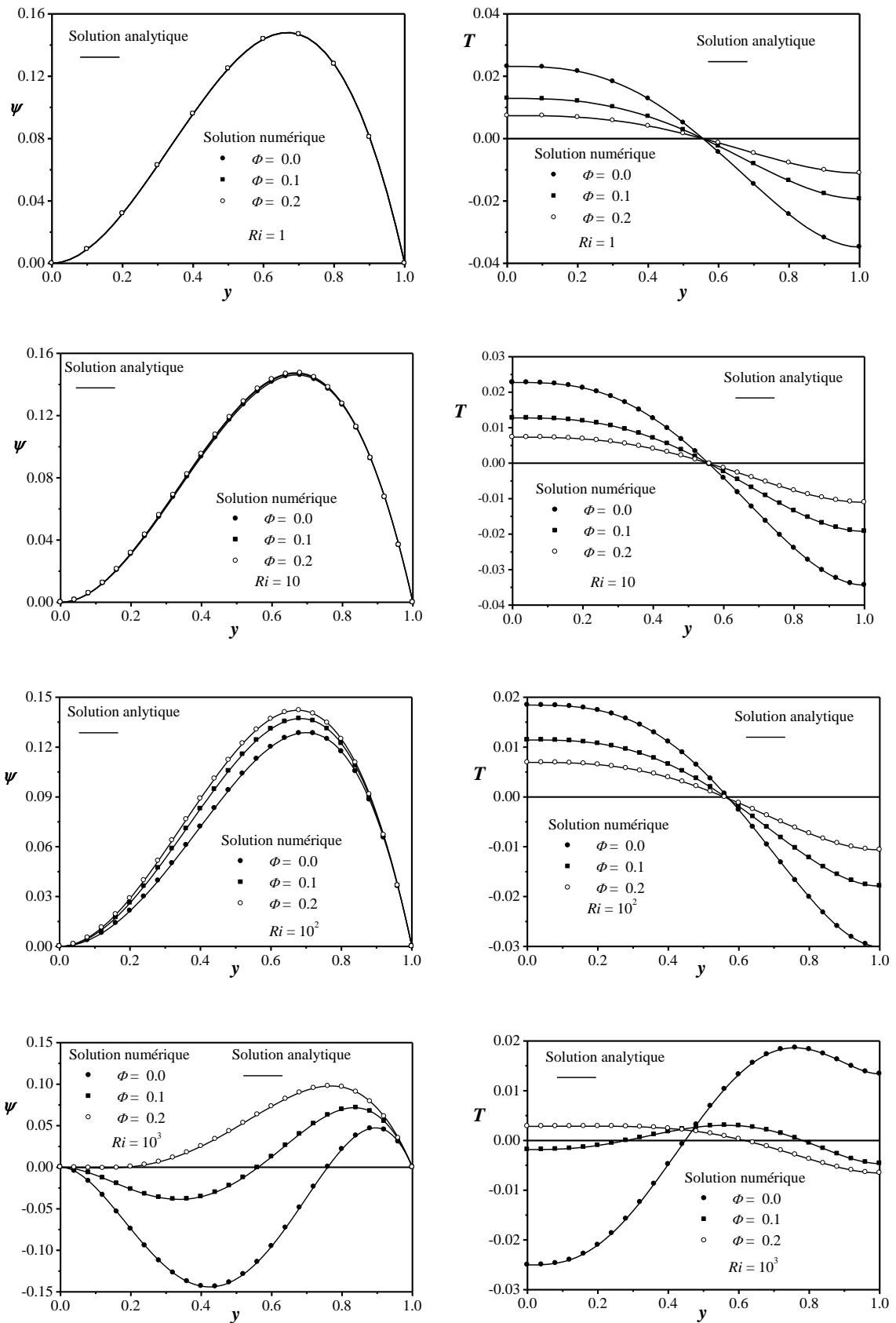
Il est aussi important de remarquer que la notion de similitude n'est pas respectée dans le présent problème puisque, pour  $Ri$  et  $\Phi$  donnés, une modification de  $Re$  peut changer notablement les champs d'écoulement et de température (comparer, par exemple, la figure 4.1(3a) et la figure 4.3(3a) correspondant à  $Ri = 10^2$  et  $\Phi = 0$ ). Aussi, pour le cas  $Ri = 1$ , bien que les effets de flottabilité et du couvercle mobile ont la même amplitude, l'écoulement de cisaillement se trouve dominant en raison de la faible profondeur de l'enceinte (cavité allongée).

#### **4.4. Validation de la solution analytique issue de l'approximation de l'écoulement parallèle**

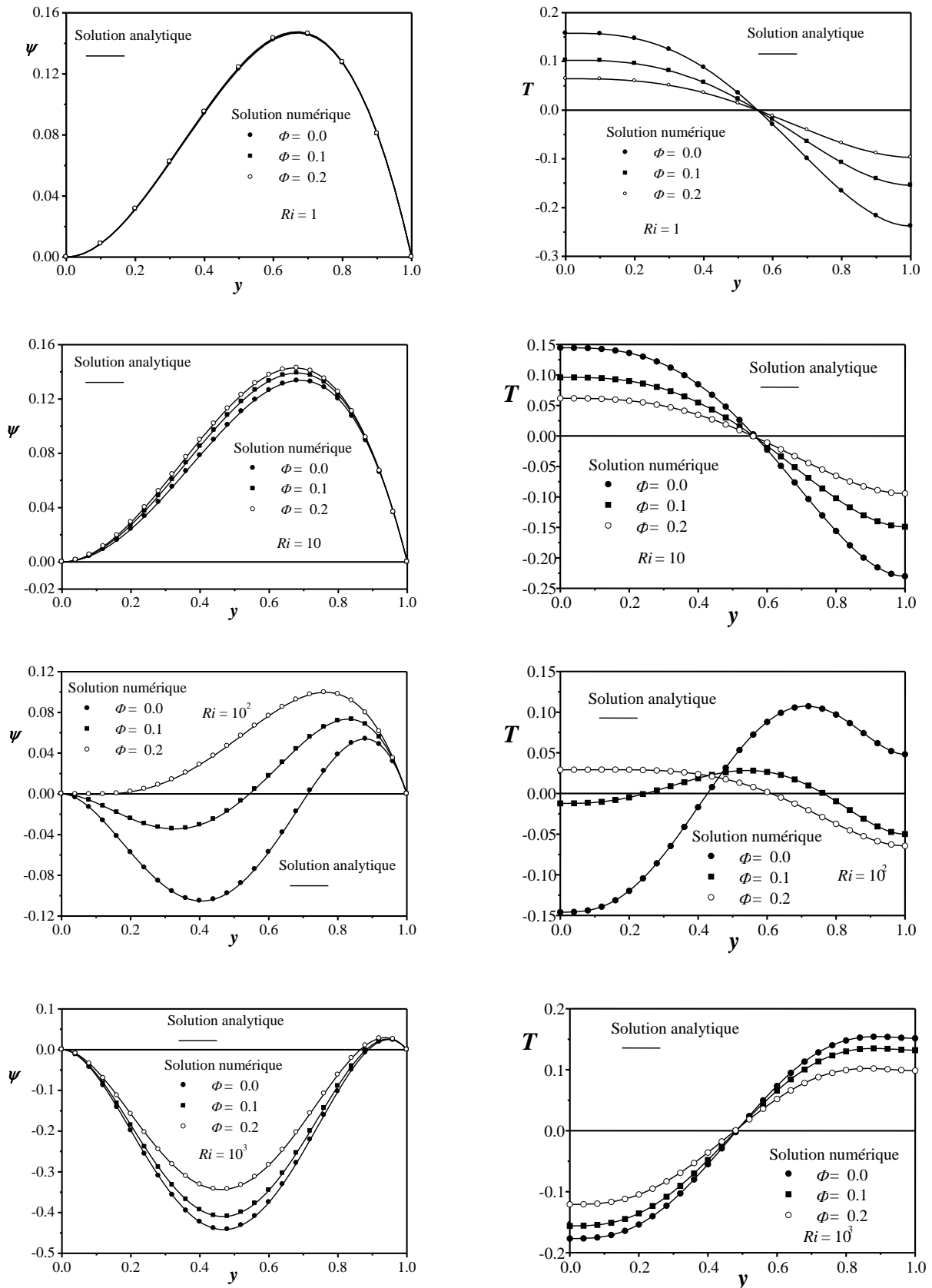
Afin de valider la solution analytique associée à l'écoulement parallèle, les résultats numériques (cercles pleins) sont comparés à ceux obtenus analytiquement (traits pleins), comme indiqué par les figures 4.4-4.6, donnant les profils de la fonction de courant (gauche) et de la température (droite) le long de la coordonnée  $y$  à mi-longueur de la cavité,  $\psi(A/2, y)$  et  $T(A/2, y)$ ,

respectivement. Comme on peut le constater, l'accord entre les deux types de résultats est excellent, ce qui confirme l'existence d'une solution analytique et valide mutuellement l'hypothèse de l'écoulement parallèle et le code de calcul élaboré.

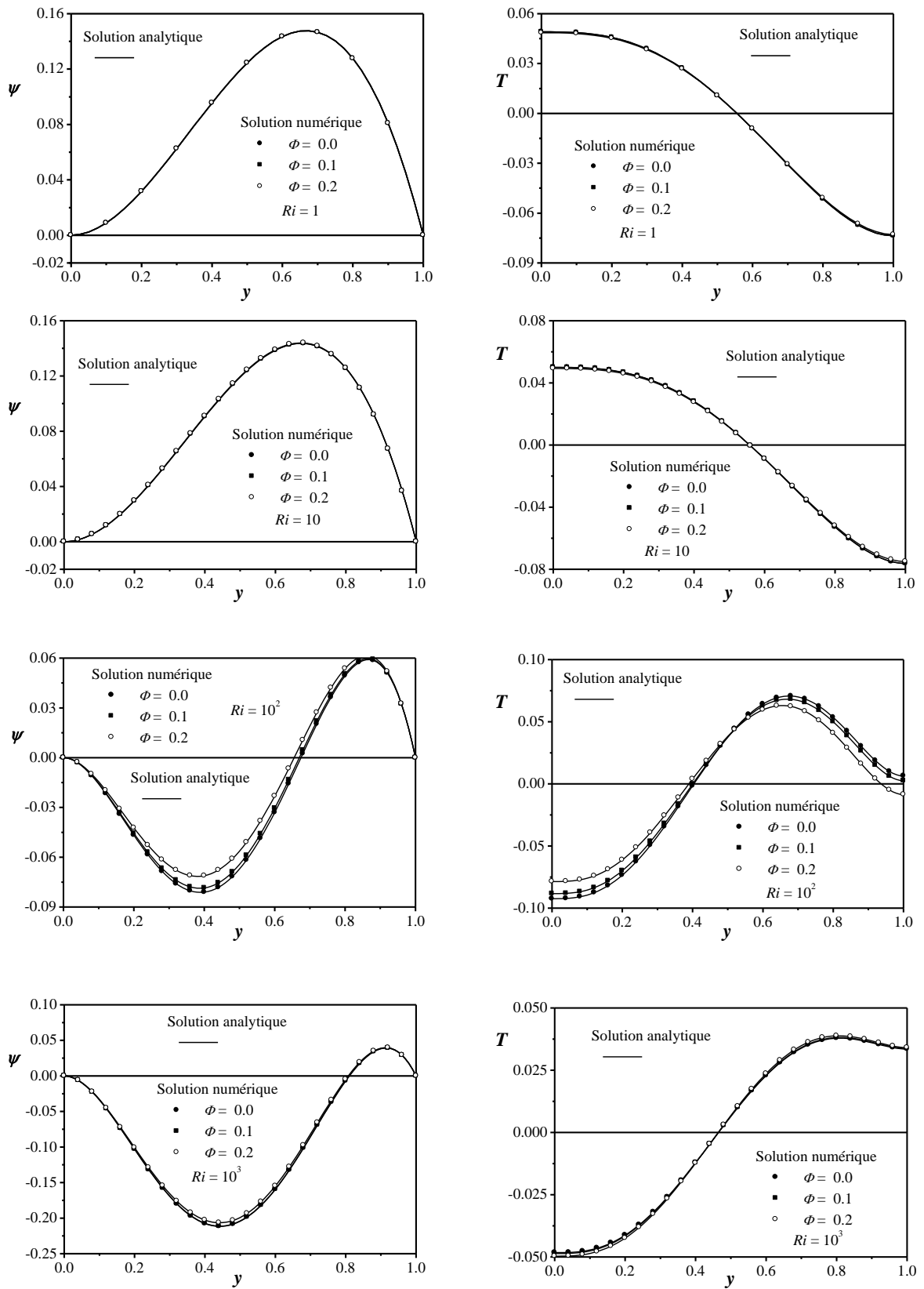
Par ailleurs, les valeurs calculées pour la fonction de courant dans la section centrale verticale de la cavité,  $\psi_c$ , et le nombre de Nusselt moyen,  $\overline{Nu}$ , présentés dans les figures, 4.7-4.12, montrent également un bon accord entre les résultats analytiques et numériques pour de vastes gammes de valeurs de  $Ri$  et  $\Phi$  et pour  $Re$  donnés.



**Fig. 4.4** Profils de la fonction de courant et de la température à mi-longueur de la cavité, en fonction de ( $y$ ) pour le nanofluide Cu/eau,  $A = 8$ ,  $Re = 0,1$ ,  $\Phi = 0,0,1, 0,2$  et  $Ri = 1,10,10^2, 10^3$



**Fig. 4.5** Profils de la fonction de courant et de la température à mi-longueur de la cavité, en fonction de ( $y$ ) pour le nanofluide Cu/eau,  $A = 8$ ,  $Re = 1$ ,  $\Phi = 0, 0.1, 0.2$  et  $Ri = 1, 10, 10^2, 10^3$



**Fig. 4.6** Profils de la fonction de courant et de la température à mi-longueur de la cavité, en fonction de ( $y$ ) pour le nanofluide Cu/eau,  $A = 8$ ,  $Re = 10$ ,  $\Phi = 0, 0.1, 0.2$  et  $Ri = 1, 10, 10^2, 10^3$



#### 4.5. Distributions de la fonction de courant et de la température le long de la section centrale verticale

Bien que les résultats (Figures 4.4-4.6) du paragraphe 4.4 soient relatifs au cœur de la cavité, où l'approximation de l'écoulement parallèle est valable, ils confirment en grande partie ceux qui sont discutés dans le paragraphe 4.2 et démontrent qu'en général une augmentation de  $\Phi$  amplifie la convection forcée et réduit celle naturelle, sauf dans certains cas où  $\Phi$  reste presque sans influence à cause des effets de brassage qui se produisent pour  $Re = 10$  (Figure 4.6).

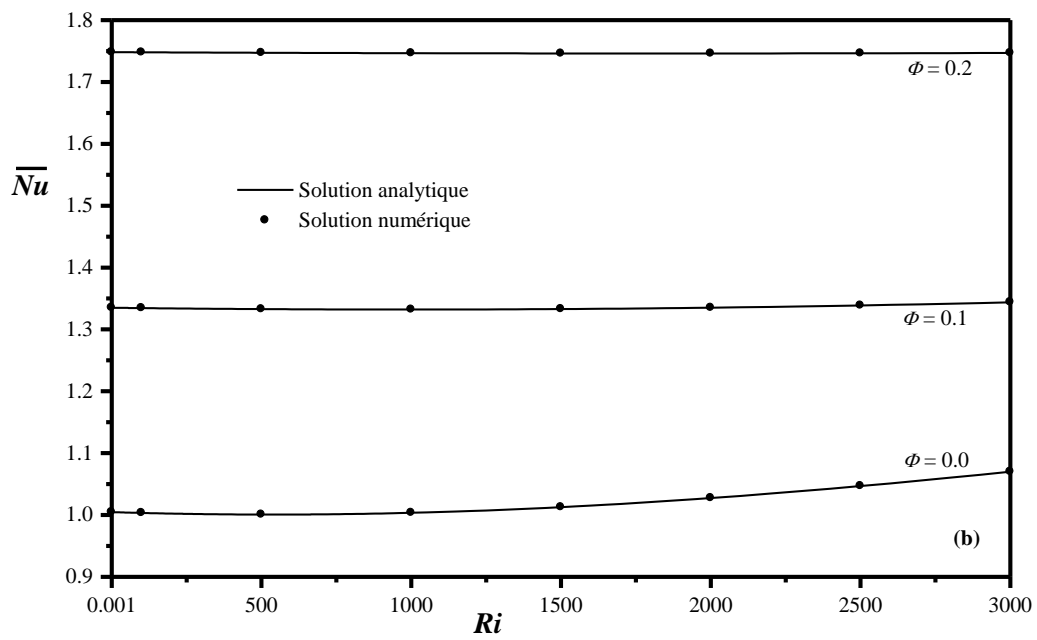
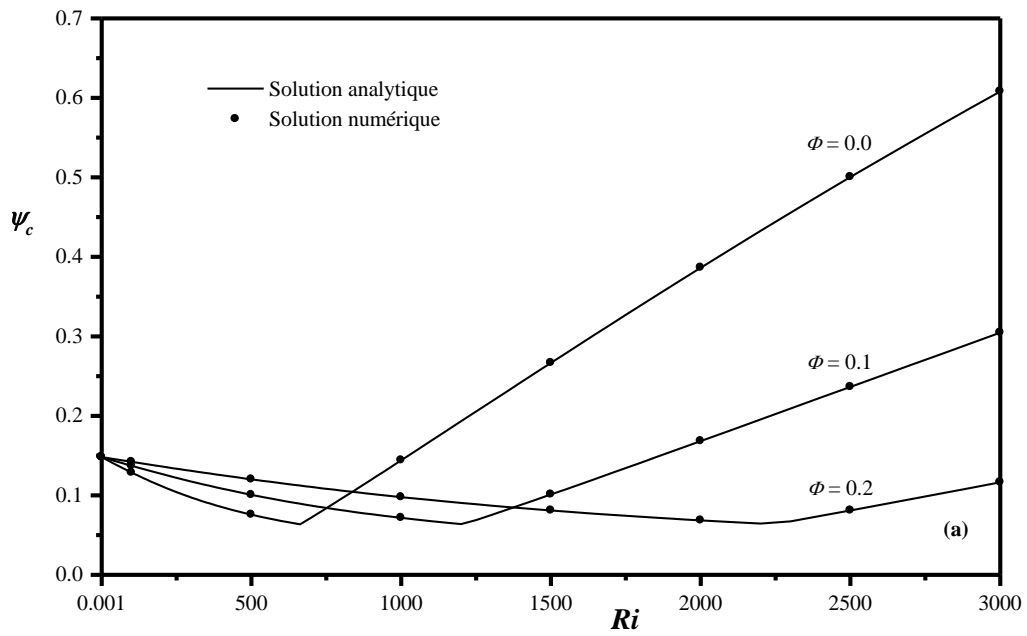
La présence d'un maximum dans le profil de la fonction de courant indique que l'écoulement est unicellulaire dans le sens antihoraire, induit principalement par la paroi supérieure mobile. Lorsque ce profil présente, simultanément, deux extrema, un maximum et un minimum, cela signifie que les écoulements forcée et naturel coexistent, et le régime d'écoulement est bicellulaire. Le maximum (extremum positif) correspond à l'écoulement de cisaillement, qui est antihoraire, et le minimum (extremum négatif) est relatif à l'écoulement de flottabilité qui est horaire.

Généralement, le profil de température présente deux ou trois zones de signes positif et négatif, (+, -), (-, +, -) et (-, +), en fonction de la nature de l'écoulement et de l'antagonisme entre les deux effets mis en jeu. Ainsi, avec un effet de couvercle mobile dominant, l'écoulement de cisaillement réchauffe le fond ( $y = 0$ ), en lui faisant parvenir la chaleur du côté gauche chaud, et refroidit le haut ( $y = 1$ ) en frôlant le côté droit froid. C'est le cas d'un profil de température de signes (+, -). Avec des écoulements de cisaillement et de flottabilité en concurrence, le signe de la température est telle que les cellules correspondantes tournant, respectivement, dans les sens antihoraire et horaire agissent de façon que l'interface entre elles est chaude, le fond est froid et le haut est chaud (-, +) ou froid (-, +, -) selon l'importance relative des effets de cisaillement et de flottabilité, et dépendamment de  $\Phi$ .

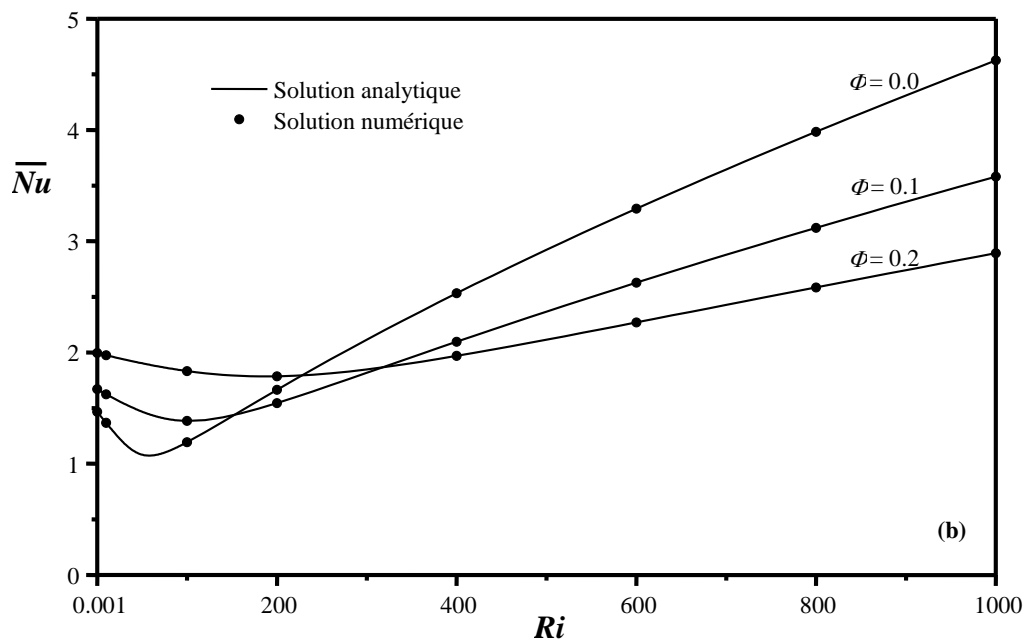
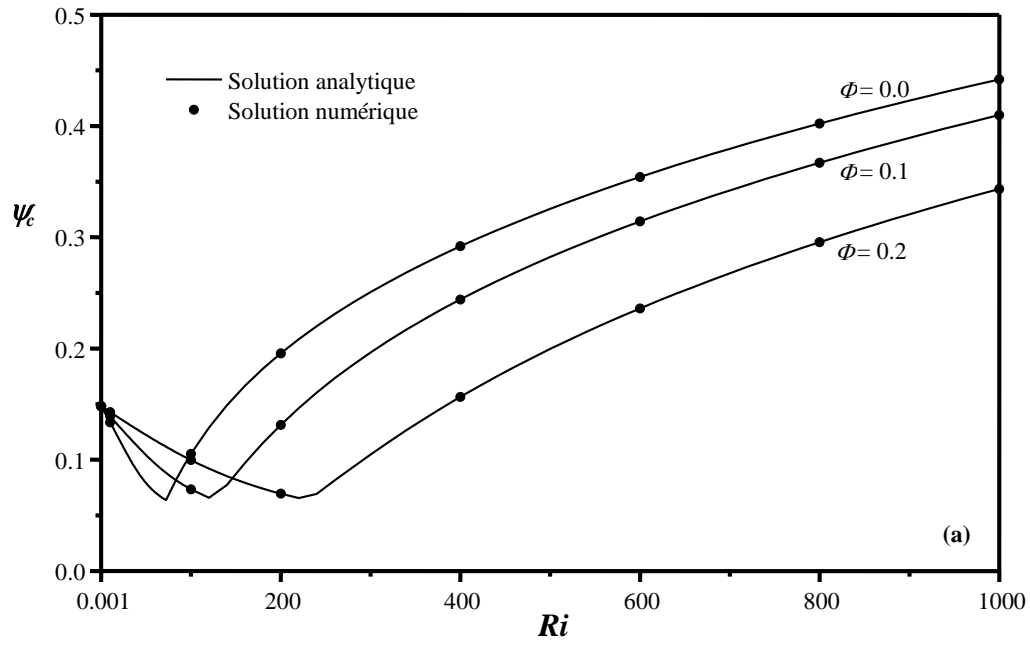
#### 4.6. Intensité d'écoulement et taux de transfert de chaleur

Pour une analyse approfondie du problème, l'intensité de l'écoulement (haut),  $\psi_c$ , et le taux de transfert de chaleur moyen (bas),  $\overline{Nu}$ , sont représentés, en fonction de  $Ri$ , dans les figures 4.7-4.9, pour  $Re$  donné et différentes valeurs de  $\Phi$ .

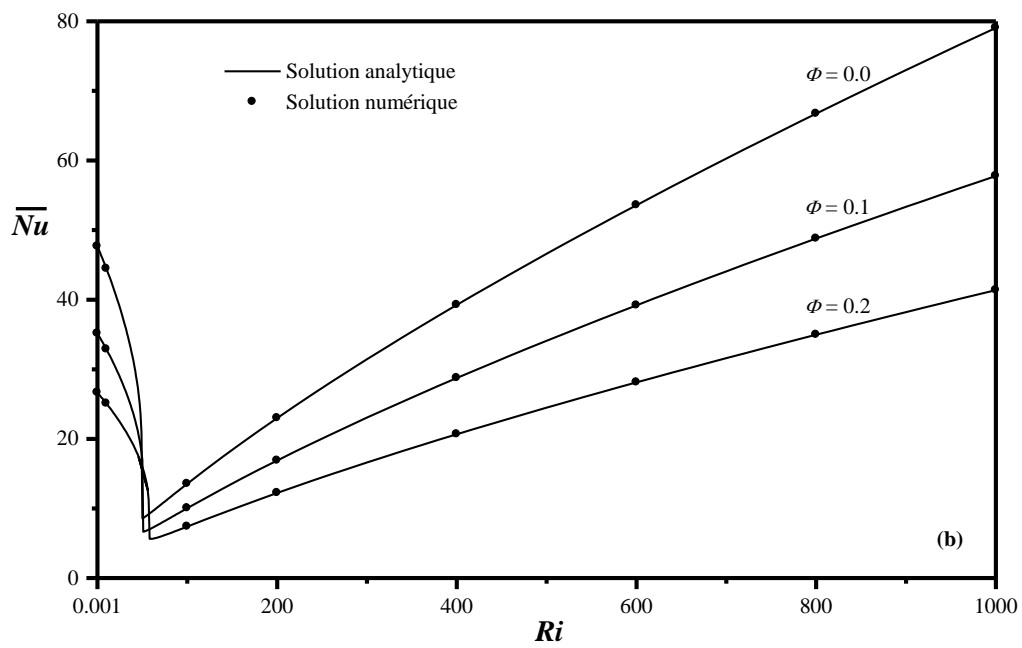
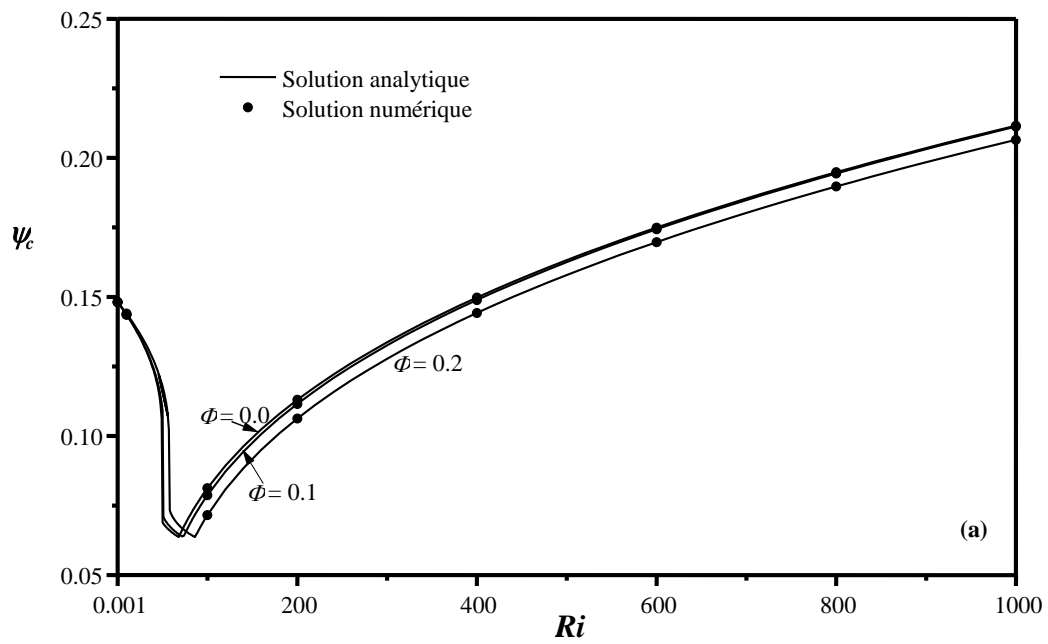
Il est facile de voir que  $\psi_c$  présente en général deux tendances, dont l'étendue dépend de  $Re$  et  $\Phi$ . La première est caractérisée par une diminution de  $\psi_c$  avec  $Ri$ , traduisant une diminution de l'intensité de l'écoulement de cisaillement jusqu'à un minimum atteint pour une valeur particulière de  $Ri$ , qui augmente et diminue, respectivement avec  $\Phi$  et  $Re$ .



**Fig. 4.7** Evolutions de la fonction de courant (a) et du nombre de Nusselt (b), dans la partie centrale de la cavité, avec le nombre  $Ri$ , pour différentes valeurs de  $\Phi$   $Re = 0.1$  et  $A = 8$ .



**Fig. 4.8** Evolutions de la fonction de courant (a) et du nombre de Nusselt (b), dans la partie centrale de la cavité, avec le nombre  $Ri$ , pour différentes valeurs de  $\Phi$   $Re=1$  et  $A=8$ .



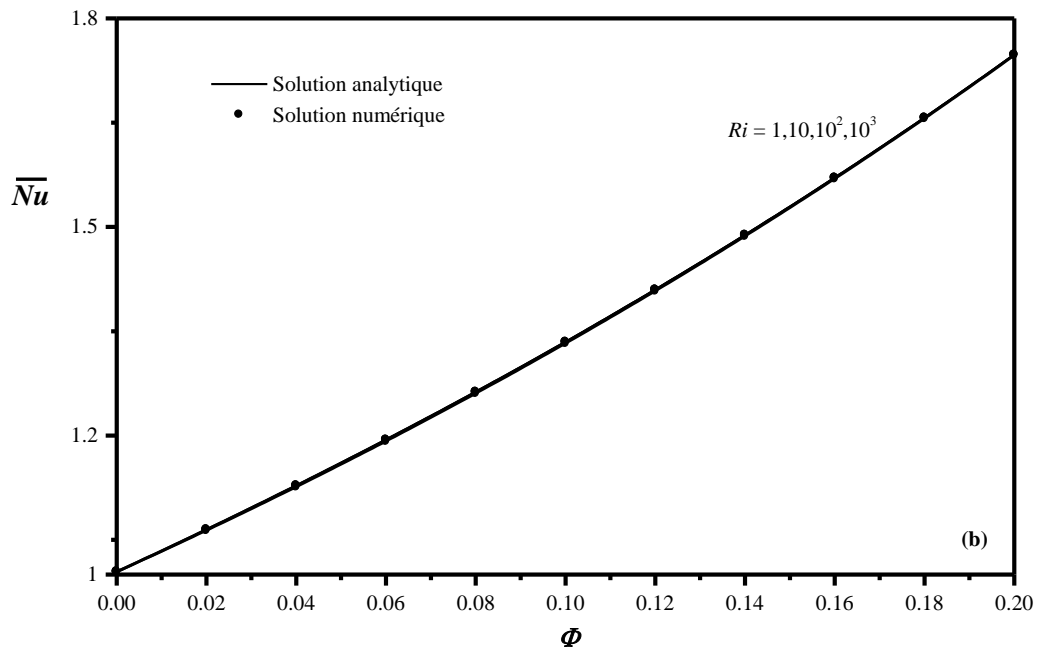
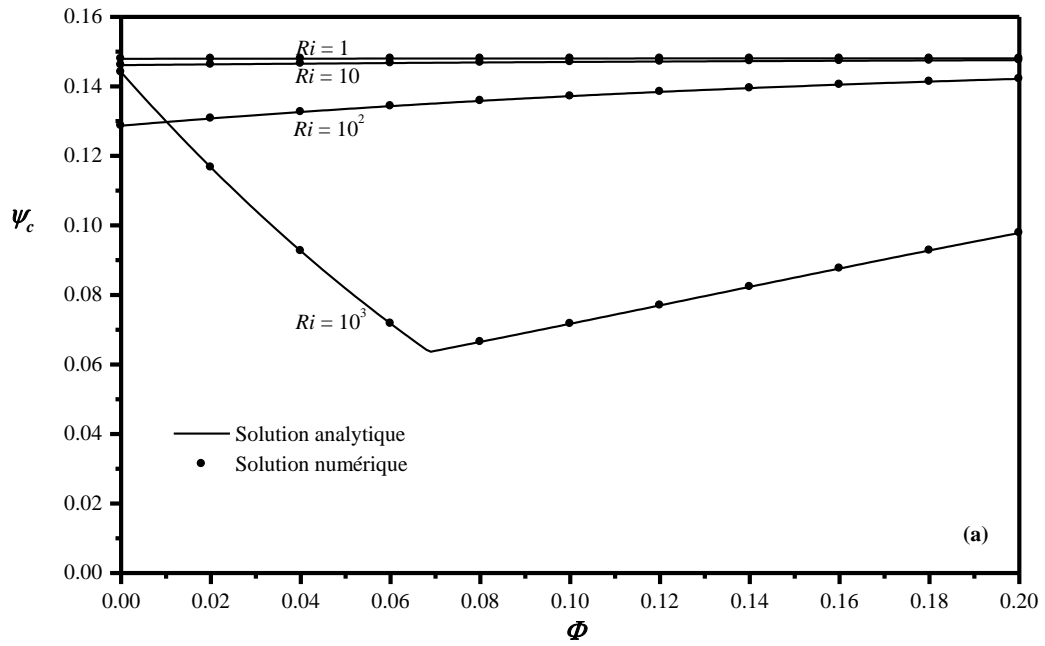
**Fig. 4.9** Evolutions de la fonction de courant (a) et du nombre de Nusselt (b), dans la partie centrale de la cavité, avec le nombre  $Ri$ , pour différentes valeurs de  $\Phi$   $Re=10$  et  $A=8$ .

La seconde correspond à une augmentation de  $\psi_c$  avec  $Ri$  au-delà du minimum observé, et exprime l'augmentation de l'intensité de l'écoulement de flottabilité, laquelle diminue avec  $\Phi$ . On peut voir, également, que l'augmentation de  $Re$  conduit d'abord à une augmentation de  $\psi_c$  et ensuite à une diminution de cette quantité (comparer les figures, 4.4, 4.8 et 4.9 obtenues respectivement pour  $Re = 0.1, 1$  et  $10$ ). Cela est dû probablement à la dominance relative des régimes d'écoulement en place.

Concernant  $\overline{Nu}$ , une légère augmentation de cette quantité avec  $Ri$  est observée pour  $\Phi = 0$ , mais cette tendance disparaît avec  $\Phi$ , rendant du coup  $\overline{Nu}$  constant. Ce comportement est la conséquence d'une augmentation de la viscosité effective avec  $\Phi$ , dont le rôle, est de ralentir le mouvement, en particulier pour  $Re = 0.1$  où la convection mixte est faible (Figure 4.7). Par ailleurs, pour  $Re = 1$  et  $10$ , deux tendances d'évolution apparaissent pour  $\overline{Nu}$ , à l'instar de  $\psi_c$ , puisque  $\overline{Nu}$  diminue et augmente avec  $Ri$  de part et d'autre d'un minimum dépendant de  $\Phi$  (Figures 4.7-4.9). La première tendance, qui a lieu sur un petit intervalle de valeurs de  $Ri$  dont l'étendue augmente avec  $\Phi$ , est liée à la domination de l'écoulement de cisaillement. En revanche, la deuxième tendance, qui s'étend sur une large gamme de  $Ri$ , est due à la prépondérance de l'écoulement de flottabilité. En dernier, les figures 4.7-4.9 montrent également l'augmentation tout à fait évidente de  $\overline{Nu}$  avec  $Re$ , exprimant le rôle favorable de l'écoulement forcé au transfert de chaleur.

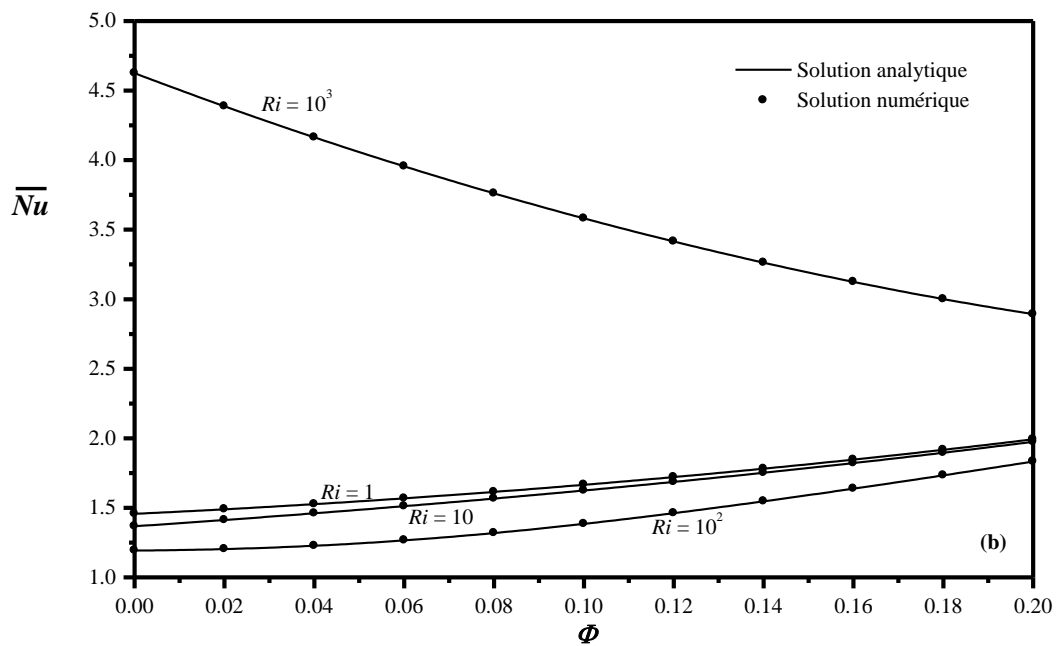
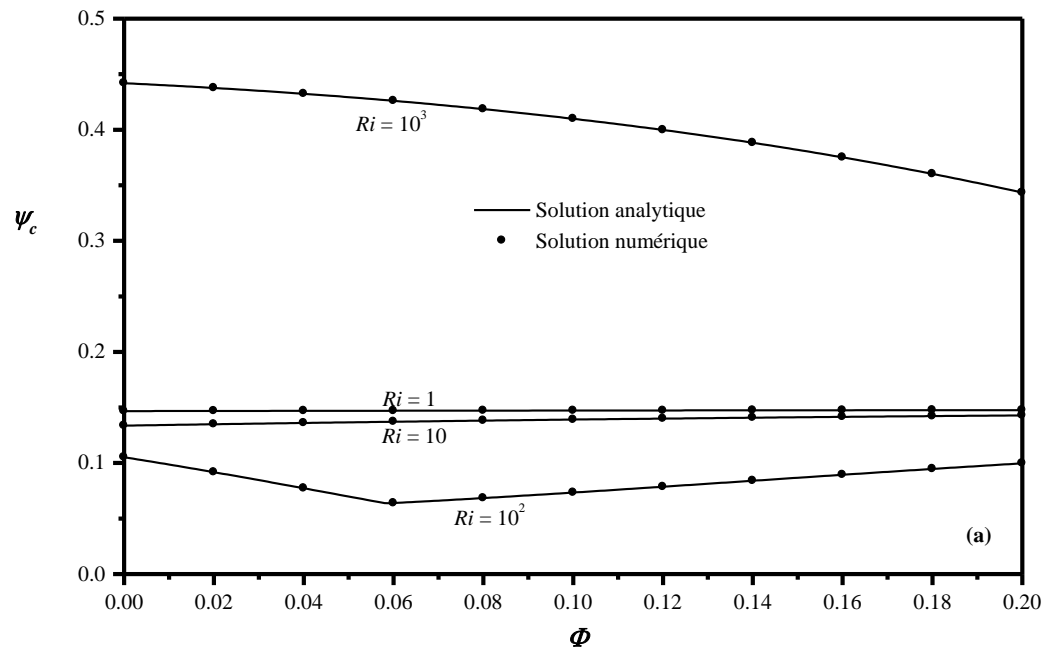
Afin d'examiner l'influence de  $\Phi$  sur l'intensité de l'écoulement et le taux de transfert de chaleur, les quantités  $\psi_c$  (haut) et  $\overline{Nu}$  (bas) sont reportées en fonction de  $\Phi$  dans les figures, 4.10-4.12, pour  $Re$  donné et différentes valeurs de  $Ri$ . Pour  $Re = 0.1$  (Figure 4.10), exception faite pour  $Ri = 10^3$  où une diminution de  $\psi_c$  avec  $\Phi$ , liée probablement à une réduction de l'effet de flottabilité par la présence de nanoparticules, est observée pour  $\Phi < 7.5\%$ ,  $\psi_c$  et  $\overline{Nu}$  sont en général des fonctions croissantes de  $\Phi$ . Pour  $Re = 1$ , la figure 4.11

exhibe différentes évolutions de  $\psi_c$  et  $\overline{Nu}$  avec  $\Phi$  dépendamment de  $Ri$ . Ainsi, pour  $Ri = 1$  et  $10$ ,  $\psi_c$  est presque constante (très faible pente), tandis que l'augmentation de  $\overline{Nu}$  est claire, bien qu'elle ne soit pas notable. Pour  $Ri = 10^2$ ,  $\psi_c$  décroît et croît tout-autour de  $\Phi = 6,25\%$ , alors que  $\overline{Nu}$  augmente de façon monotone avec  $\Phi$ . Pour  $Ri = 10^3$  la tendance s'inverse dans la mesure où  $\psi_c$  et  $\overline{Nu}$  deviennent des fonctions décroissantes de  $\Phi$ . Enfin, pour  $Re = 10$ ,  $\psi_c$  est presque insensible à toute variation de  $\Phi$  ( $\psi_c \approx \text{Constante}$ ), alors que  $\overline{Nu}$  subit une diminution avec ce paramètre, du moins pour les valeurs choisies pour  $Ri$  (Figure 4.12).

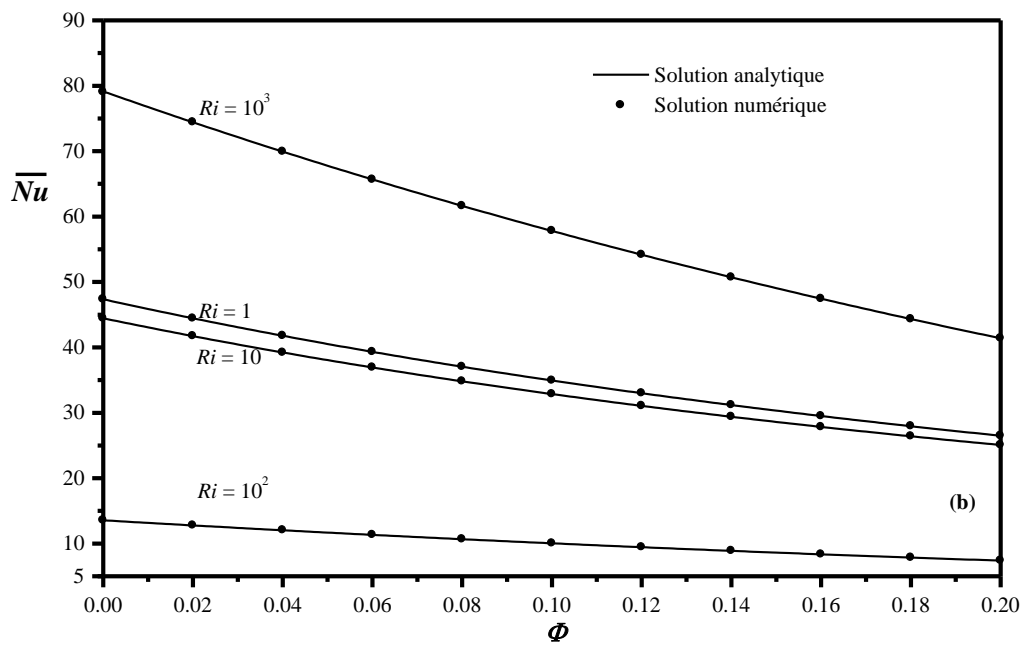
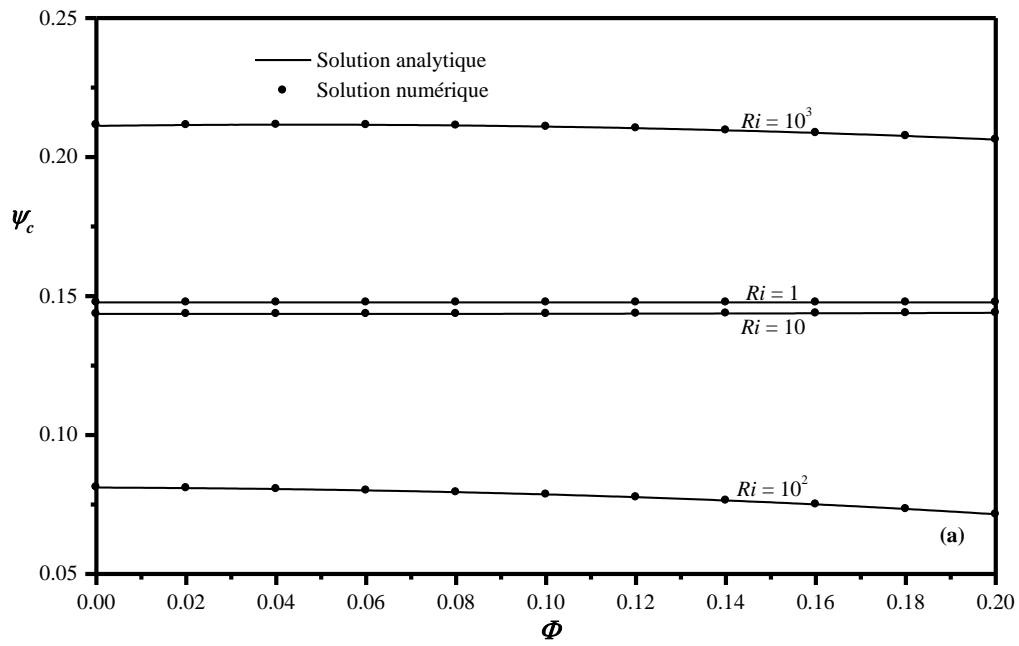


**Fig. 4.10** Evolutions de la fonction de courant (a) et du nombre de Nusselt (b) dans la partie centrale de la cavité avec  $\Phi$  pour différentes valeurs de  $Ri$ ,  $Re = 0.1$  et  $A = 8$ .





**Fig. 4.11** Evolutions de la fonction de courant (a) et du nombre de Nusselt (b) dans la partie centrale de la cavité avec  $\Phi$  pour différentes valeurs de  $Ri$ ,  $Re = 1$  et  $A = 8$ .

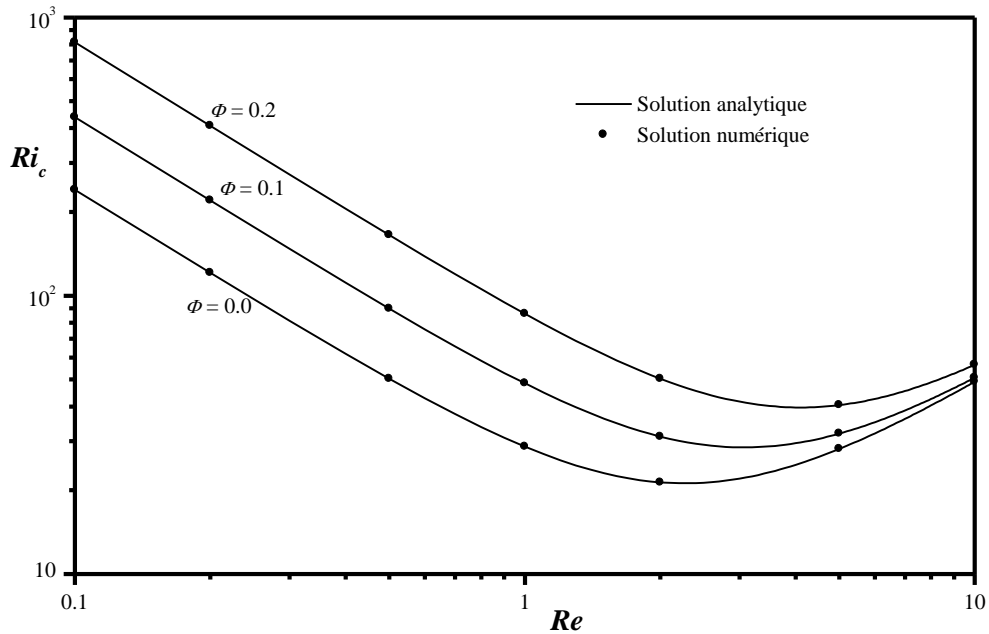


**Fig. 4.12** Evolutions de la fonction de courant (a) et du nombre de Nusselt (b) dans la partie centrale de la cavité avec  $\Phi$  pour différentes valeurs de  $Ri$ ,  $Re = 10$  et  $A = 8$ .

Il est clair que les résultats liés au transfert de chaleur dans les nanofluides conduisent à des conclusions contradictoires, dépendant de la nature de l'écoulement, ce qui laisse encore sans réponse la question si l'utilisation de nanoparticules en suspensions, pour les applications de la convection mixte, est réellement avantageuse par rapport aux liquides purs. En fait, avec un écoulement de cisaillement prédominant le transfert de chaleur augmente avec l'ajout de nanoparticules, alors que lorsque la suprématie passe à l'écoulement de flottabilité c'est le contraire qui se produit, ce qui est paradoxal, quand on sait que les nanofluides sont sensés améliorer le transfert de chaleur. Cela peut être essentiellement imputé au conflit entre la conductivité et la viscosité effective et avec la complicité du rapport d'aspect de la cavité, qui est important et qui vient consolider l'effet de la viscosité.

#### **4.7. Apparition de l'écoulement bicellulaire**

Dans la figure, 4.13, est représentée l'évolution du nombre de Richardson critique,  $Ri_c$ , correspondant à l'apparition de la convection naturelle en présence de celle forcée (naissance d'un écoulement bicellulaire), en fonction de  $Re$ , pour diverses valeurs de  $\Phi$ . Comme on peut le voir,  $Ri_c$  diminue et augmente autour d'un minimum correspondant à une valeur particulière  $Re_m$ , telle que  $1 < Re_m < 5$ , dépendant de  $\Phi$ . Ceci indique que l'apparition de l'écoulement de flottabilité se produit parfois précipitamment, parfois tardivement autour de  $Re_m$ . En outre, plus  $\Phi$  augmente plus  $Ri_c$  augmente, ce qui veut dire que la présence de nanoparticules retarde l'apparition de l'écoulement de flottabilité et s'oppose alors à son effet, confirmant ainsi la dégradation observée auparavant pour le transfert de chaleur associé à ce type d'écoulement.



**Fig. 4.13** Evolution du nombre de Richardson  $Ri_c$  en fonction de  $Re$  pour différentes valeurs de  $\Phi$ .

#### 4.8. Conclusion

Dans ce chapitre, une étude numérique et analytique de la convection mixte dans une cavité rectangulaire allongée ( $A=8$ ), remplie d'un nanofluide, est entreprise dans le cas où les parois verticales sont soumises à une densité de flux de chaleur uniforme, alors que celles horizontales, dont la supérieure est animée d'un mouvement uniforme dans le sens opposé à celui de la densité du flux de chaleur, sont adiabatiques.

Les calculs, sont limités au mélange  $Cu$ -eau ( $Pr=7$ ) en faisant varier les paramètres gouvernant dans les gammes de valeurs  $0.1 \leq Re \leq 10$ ,  $1 \leq Ri \leq 10^3$  et  $0 \leq \Phi \leq 0.2$ . Il en ressort, les principales conclusions suivantes :

- dans la limite des valeurs choisies pour les paramètres gouvernants, les résultats analytiques et numériques s'accordent bien, validant ainsi mutuellement les deux approches;

- les champs d'écoulement et de la température dépendent fortement du nombre de  $Ri$ , qui mesure l'importance relative des effets de flottabilité et d'entraînement ;

- l'augmentation de  $Ri$  est généralement associée à une diminution du taux de transfert de chaleur, due à l'écoulement de cisaillement, et à une augmentation attribuée à l'écoulement de flottabilité ;

- l'ajout de nanoparticules conduit à l'amélioration du transfert de chaleur par convection forcée ;

- contre toute attente, l'addition de nanoparticules provoque une détérioration du transfert de chaleur par convection naturelle. Par conséquent, bien que les nanofluides s'annoncent très prometteurs, beaucoup reste encore à accomplir dans le domaine ;

- l'apparition de l'écoulement de flottabilité, donnant lieu à un écoulement bicellulaire, dépend fortement de  $Re$  et de  $\Phi$ .

## CHAPITRE 5

# CONVECTION MIXTE POUR DES NANOFUIDES CONFINES DANS UNE CAVITE RECTANGULAIRE HORIZONTALE ENTRAINEE : LE CAS COOPERATIF

### 5.1. Introduction

A l'instar du chapitre 4, celui-ci aborde le même problème, mais avec une paroi supérieure animée d'un mouvement uniforme dans le même sens que celui de la densité de flux de chaleur (cas coopératif). Là aussi, les effets des paramètres gouvernants sont bien fouillés.

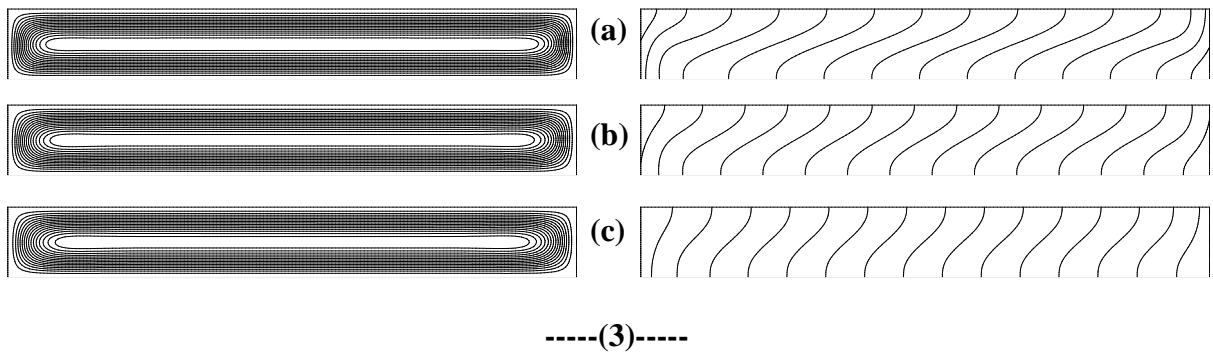
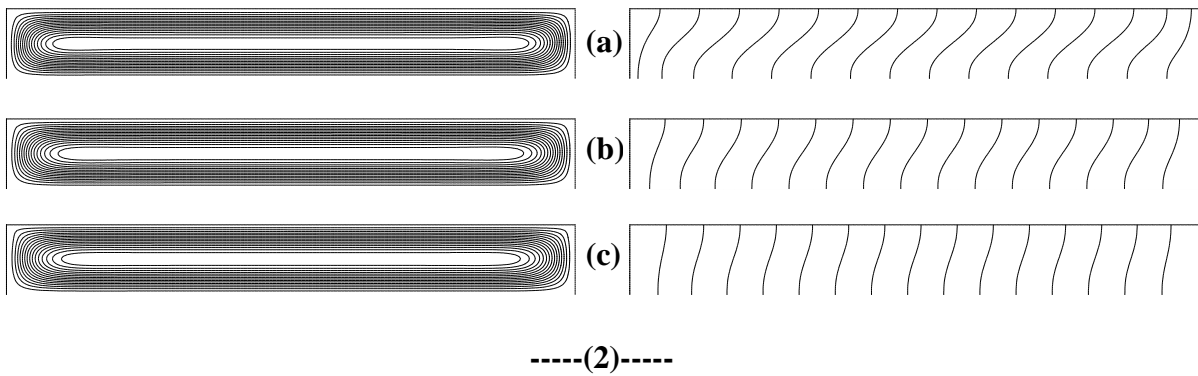
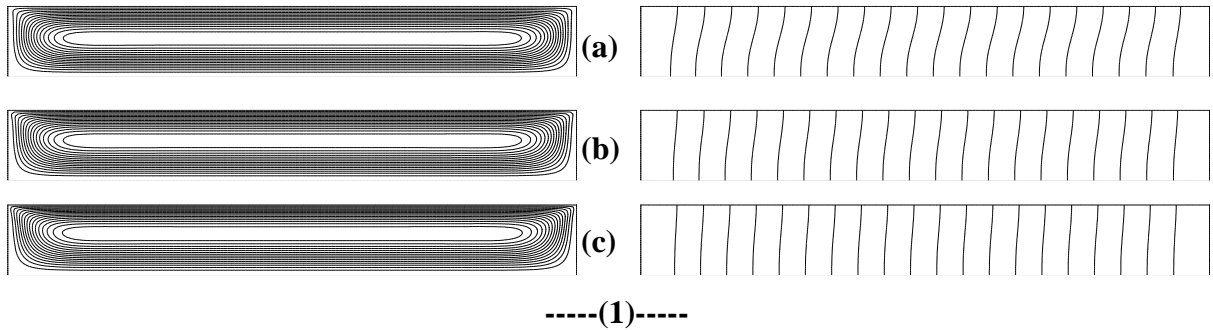
### 5.2. Recherche d'un maillage optimal

Dans toute étude à caractère numérique, la précision des calculs est très recherchée. Pour ce faire, des essais préliminaires sont indispensables. Dans le présent travail, les tests conduits dans ce sens sont répertoriés dans le tableau 5.1 :

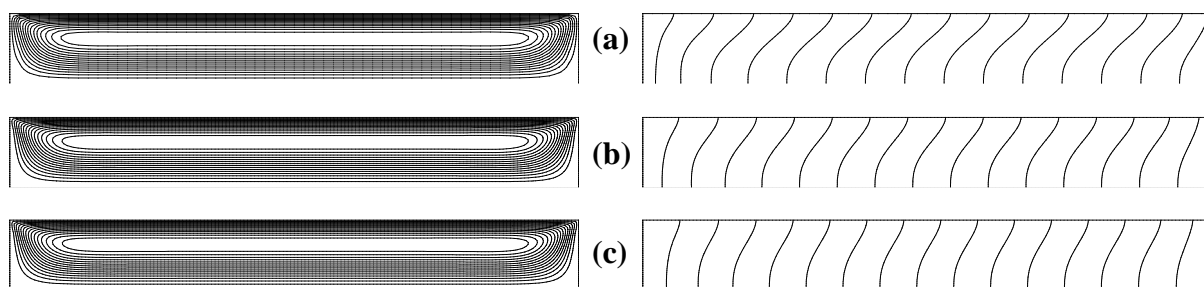
Grille (160×20)						
$\Phi$	$\psi_c$	$\overline{Nu}$				
0.0	0.521	6.781				
0.1	0.503	5.217				
0.2	0.465	4.157				
Grille (120×40)                      (160×40)                      (200×40)						
$\Phi$	$\psi_c$	$\overline{Nu}$	$\psi_c$	$\overline{Nu}$	$\psi_c$	$\overline{Nu}$
0.0	0.519	6.701	0.519	6.701	0.519	6.701
0.1	0.505	5.219	0.501	5.209	0.505	5.211
0.2	0.471	4.203	0.463	4.196	0.471	4.203
Grille (160×60)						
$\Phi$	$\psi_c$	$\overline{Nu}$				
0.0	0.519	6.688				
0.1	0.505	5.209				
0.2	0.471	4.196				

**Tableau 5.1 :** Tests de précision conduits avec  $Re = 1$ ,  $Ri = 10^3$  et diverses valeurs de  $\Phi$

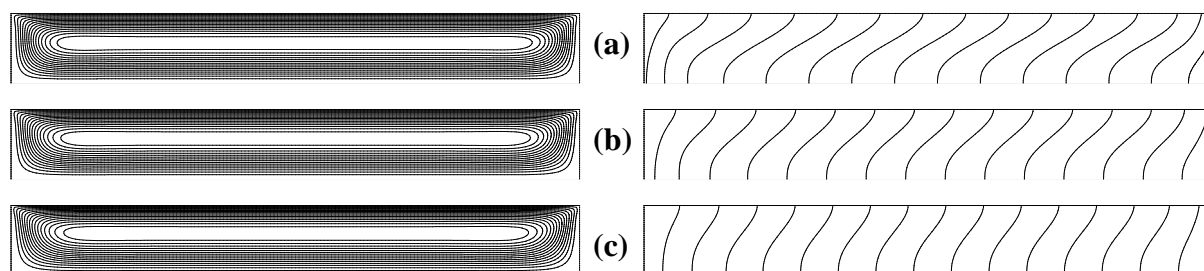
Comme on peut le voir, le maillage garantissant une précision raisonnable pour les valeurs des quantités  $\psi_c$  et  $\overline{Nu}$  est celui de taille  $160 \times 40$ .



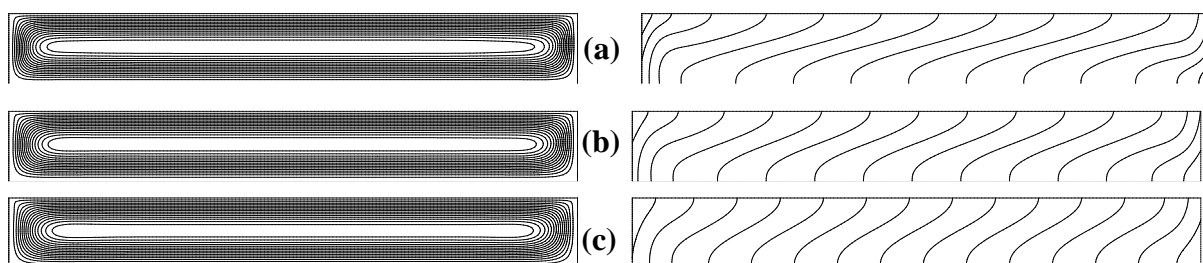
**Figure 5.1 :** Lignes de courant (gauche) et isothermes (droite) pour  $Re = 0.1$  et diverses valeurs de  $\Phi$  ((a)  $\Phi = 0.0$ , (b)  $\Phi = 0.1$  et (c)  $\Phi = 0.2$ ) et  $Ri$  ((1)  $Ri = 1$ , (2)  $Ri = 10^3$  et (3)  $Ri = 10^4$ )



----(1)----



----(2)----

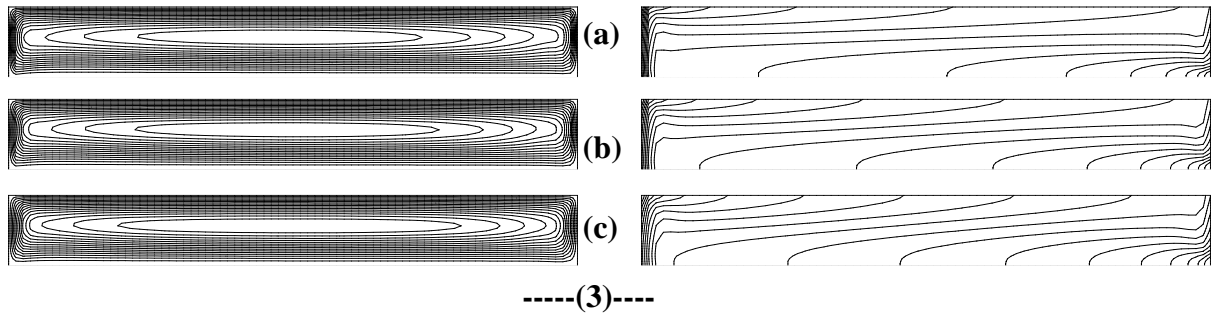
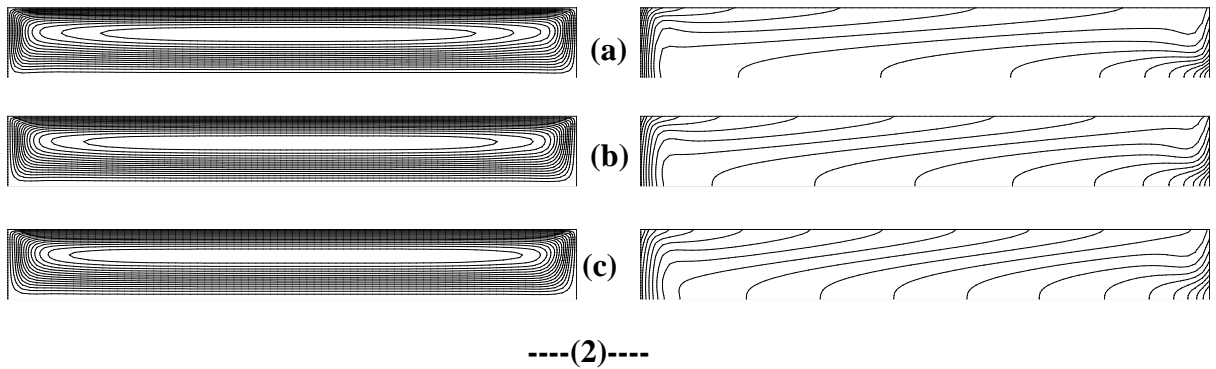
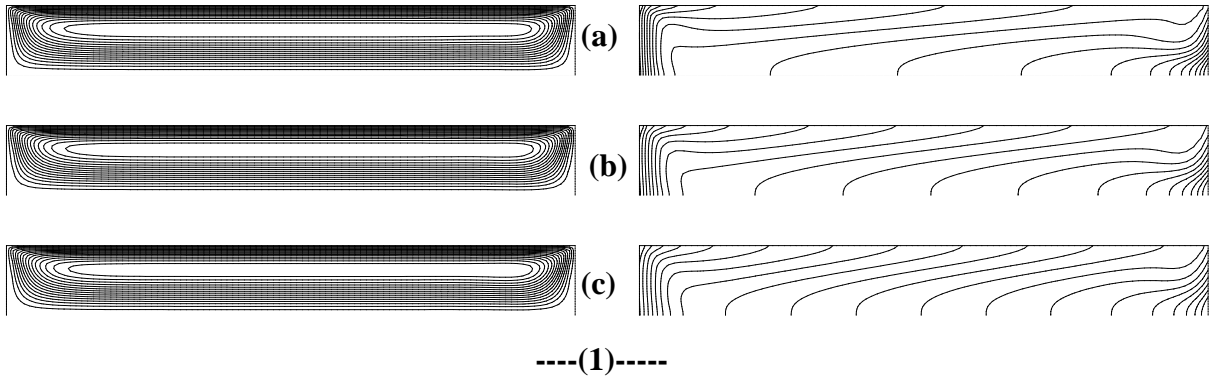


----(3)----

**Figure 5.2 :** Lignes de courant (gauche) et isothermes (droite) pour  $Re = 1$  et diverses valeurs

de  $\Phi$  ((a)  $\Phi = 0.0$ , (b)  $\Phi = 0.1$  et (c)  $\Phi = 0.2$ ) et  $Ri$  ((1)  $Ri = 10$ , (2)  $Ri = 10^2$  et (3)  $Ri = 10^3$ )





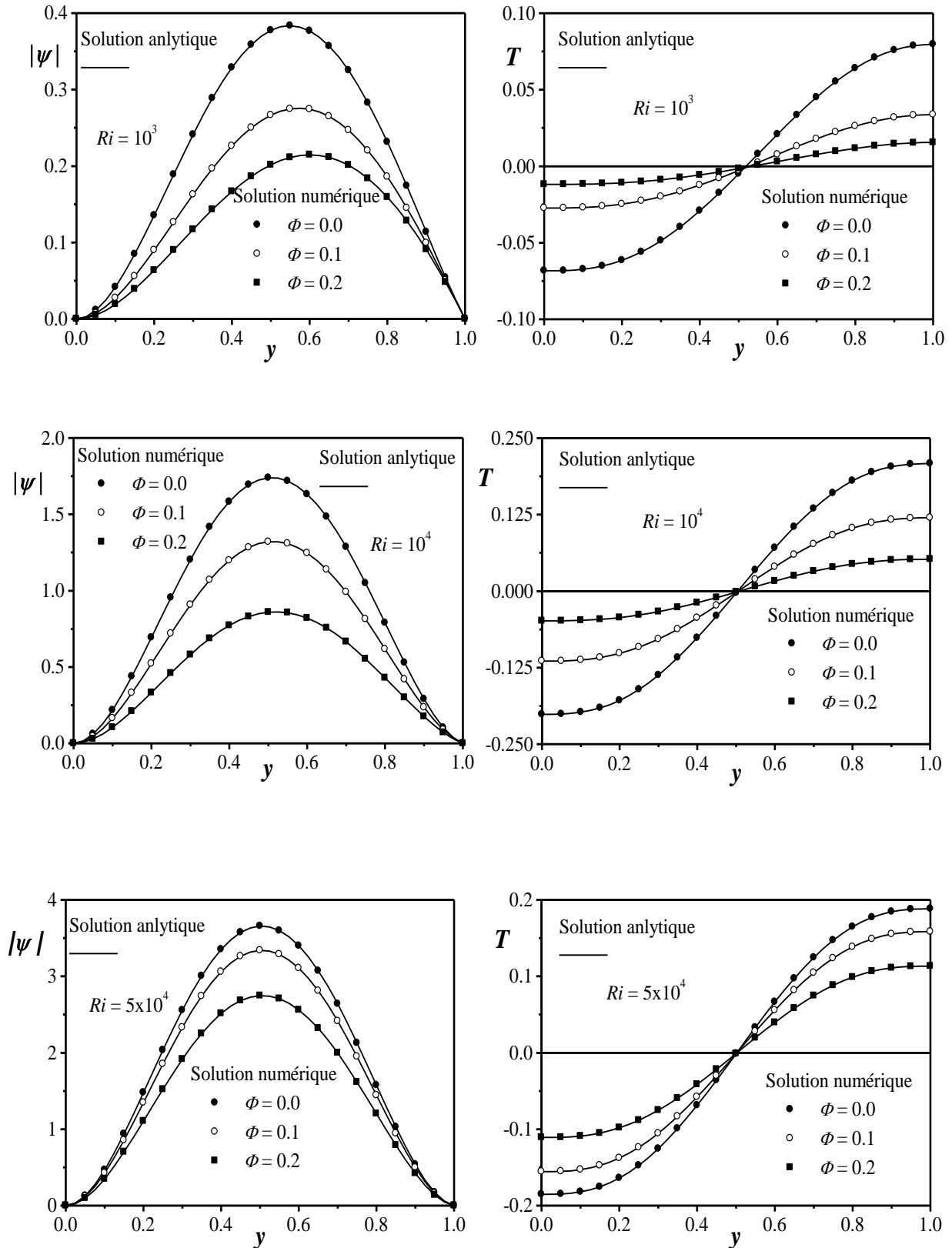
**Figure 5.3:** Lignes de courant (gauche) et isothermes (droite) pour  $Re = 10$  et diverses valeurs de  $\Phi$  ((a)  $\Phi = 0.0$ , (b)  $\Phi = 0.1$  et (c)  $\Phi = 0.2$ ) et  $Ri$  ((1)  $Ri = 10$ , (2)  $Ri = 10^2$  et (3)  $Ri = 10^3$ )

### 5.3. Structures des champs dynamique et thermique

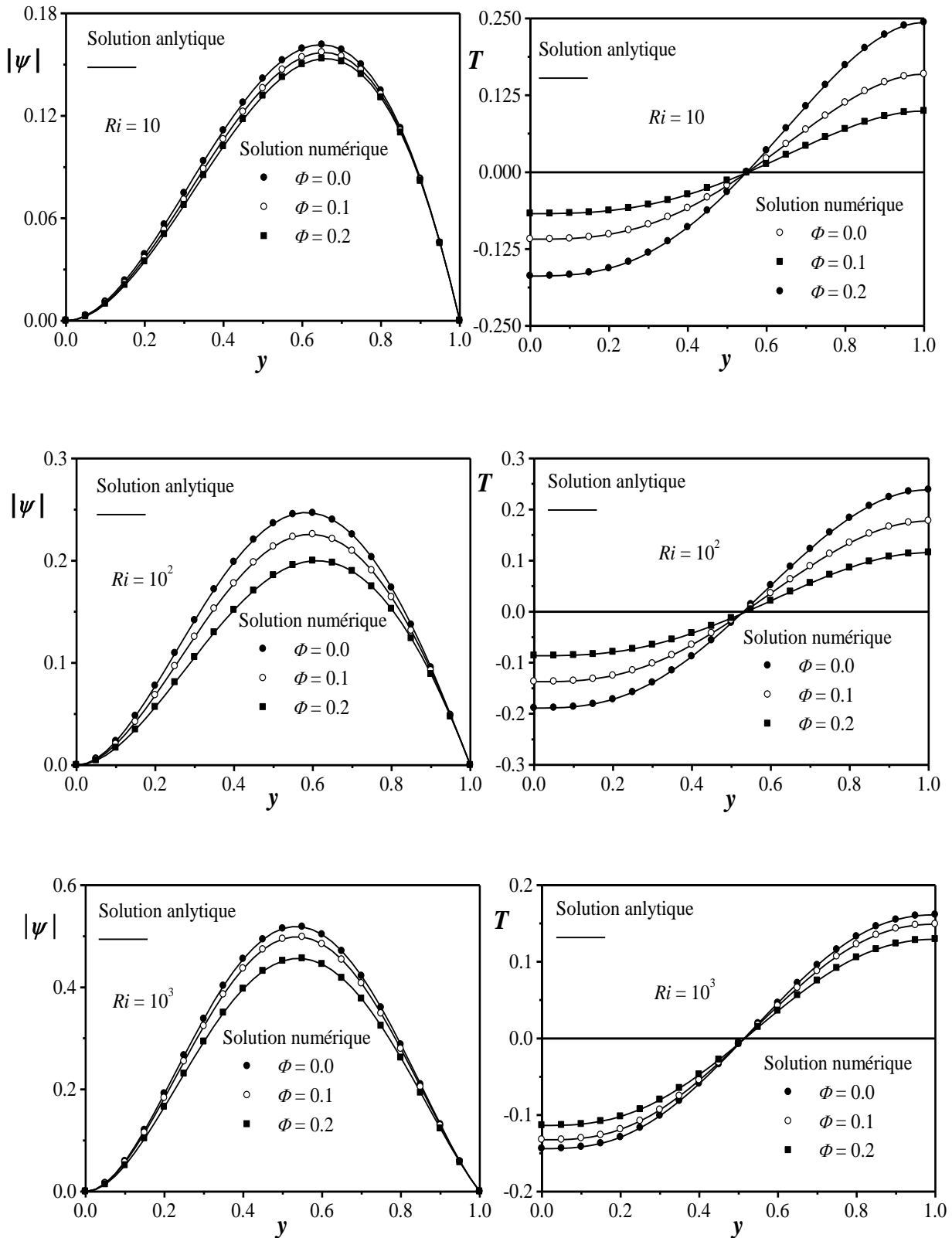
Des exemples typiques de lignes de courant (gauche) et d'isothermes (droite) sont présentés dans les figures 5.1-5.3, pour  $Re$  donné et différentes valeurs  $Ri$  et  $\Phi$ . En premier lieu, il est intéressant de remarquer que l'écoulement est unicellulaire tournant dans le sens des aiguilles d'une montre (horaire), comme conséquence de l'aspect coopératif des effets de cisaillement et de flottabilité, qui agissent ensemble de gauche à droite. Force, aussi, est de constater le parallélisme de l'écoulement et la stratification horizontale du champ de température dans la majeure partie de la cavité. En plus de cela, la symétrie observée pour l'écoulement dû à un effet de flottabilité prépondérant est généralement brisée par celui de cisaillement. D'autre part, comme le montre la figure 5.1, correspondant à  $Re = 0.1$ , les rôles de  $Ri$  et  $\Phi$  ne se font sentir qu'à partir de  $Ri = 10^3$ , mais avec beaucoup plus d'effet pour  $Ri$  que pour  $\Phi$ , comme le font savoir clairement les isothermes, dont l'inclinaison par rapport à la direction verticale augmente notablement avec  $Ri$  et diminue légèrement avec  $\Phi$ . En-deçà de cette valeur, les deux effets ne sont pas suffisants pour promouvoir une convection significative, et le régime est pseudo-conductif avec des isothermes presque verticales. Pour  $Re = 1$  (Figure 5.2), l'effet de cisaillement est si important que la symétrie de l'écoulement, synonyme de la domination de l'effet de flottabilité, nécessite une augmentation importante de  $Ri$ . En fait, une augmentation de  $Ri$  rend les lignes de courants relativement lâches près de la paroi supérieure en mouvement et les isothermes plus inclinées. Dans une telle situation, l'effet de  $\Phi$  n'apparaît pas clairement sur les lignes de courant, mais les isothermes semblent être touchées, puisque leur inclinaison devient moindre à mesure que  $\Phi$  augmente. Par conséquent, les deux paramètres paraissent bien agir de manière opposée. Enfin, pour  $Re = 10$  (Figure 5.3), comme auparavant, une augmentation progressive de  $Ri$  rend plus fort l'effet de flottabilité, ce qui donne lieu à un écoulement presque symétrique, caractérisé par des lignes de courant quasi-équidistantes. Là aussi, l'effet de  $\Phi$  ne peut facilement être décelé

à partir d'une simple observation des lignes de courant. Cependant, les isothermes montrent un changement important avec  $Ri$ , exprimé par une zone presque plate sur une large étendue de la cavité et une couche limite à proximité de la paroi gauche, où elles sont concentrées. Dans ce cas, il est facile de voir qu'une augmentation de  $\Phi$  réduit l'inclinaison des isothermes et rend plus épaisse la couche limite thermique, en particulier pour les petites valeurs de  $Ri$ .

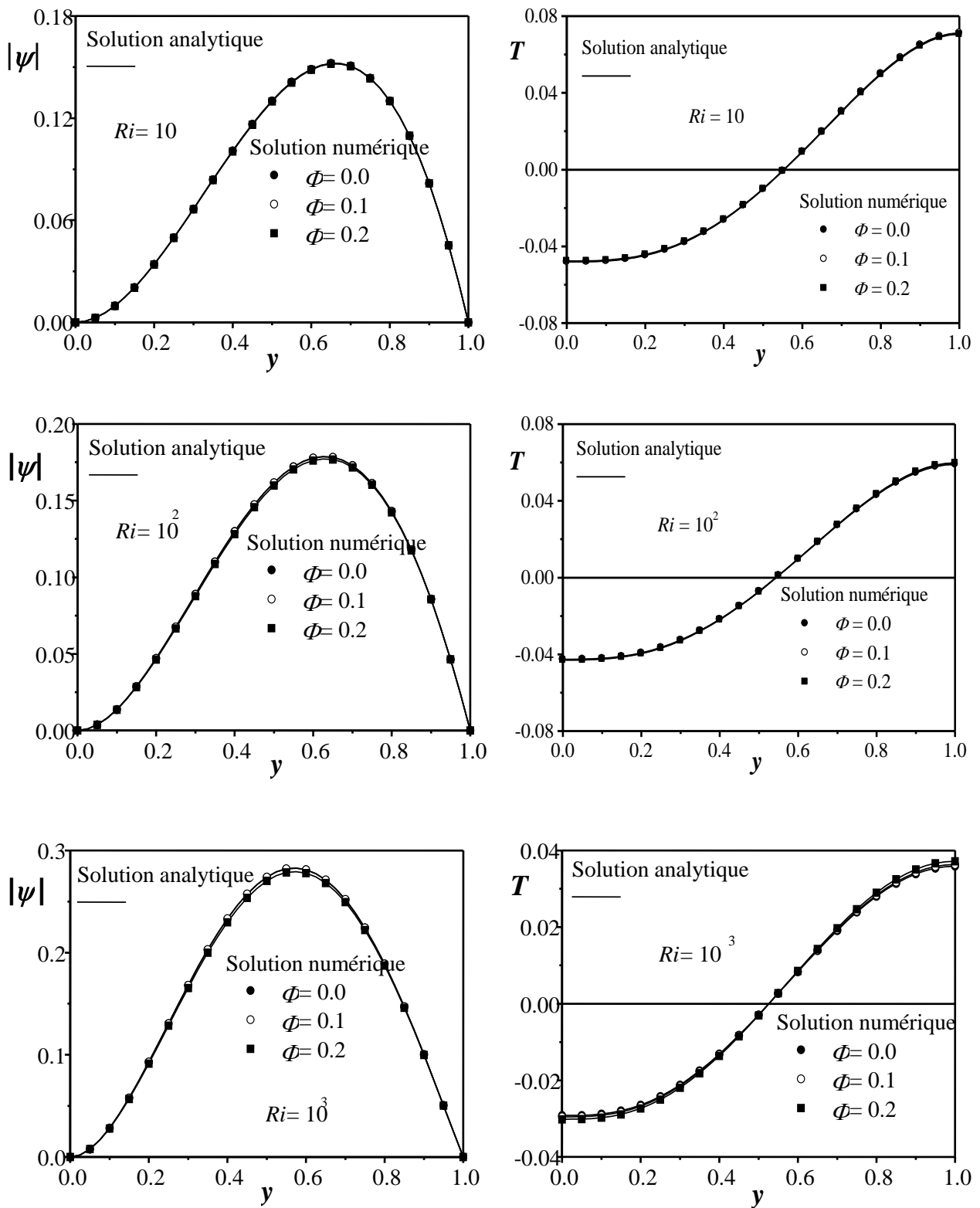
Il est à noter ici aussi que la notion de similitude n'est pas respectée dans le problème actuel, pour les raisons avancées dans le chapitre 4.



**Figure 5.4.** Profils de la fonction de courant et de la température à mi-longueur de la cavité, en fonction de  $(y)$  pour le nanofluide Cu/eau,  $A=8$ ,  $Re=0.1$ ,  $\Phi=0,0.1,0.2$  et  $Ri=10^3,10^4,510^4$



**Figure 5.5.** Profils de la fonction de courant et de la température à mi-longueur de la cavité, en fonction de ( $y$ ) pour le nanofluide Cu/eau,  $A = 8$ ,  $Re = 1$ ,  $\Phi = 0, 0.1, 0.2$  et  $Ri = 10, 10^2, 10^3$



**Figure 5.6.** Profils de la fonction de courant et de la température à mi-longueur de la cavité, en fonction de ( $y$ ) pour le nanofluide  $Cu/eau$ ,  $A = 8$ ,  $Re = 10$ ,  $\Phi = 0, 0.1, 0.2$  et  $Ri = 10, 10^2, 10^3$

#### 5.4. Validation de l'approche analytique

Les figures 5.4-5.6 comparant les résultats des approches analytique (traits continus) et numérique (cercles pleines), présentés en termes de profils de fonction de courant et de température,  $\psi(A/2, y)$  et  $T(A/2, y)$ , dans la section centrale verticale de la cavité, dégagent un excellent accord entre les deux types de solutions. Il est évident, donc, que l'existence de la solution analytique ne fait aucun doute, ce qui valide mutuellement l'approximation de l'écoulement parallèle et le code numérique développé pour ce fait.

De ce point de vue aussi, les figures 5.7-5.12, donnant les évolutions de  $\psi_c$  et  $\overline{Nu}$ , constituent une généralisation de l'accord observé pour  $Re$  donné et pour de larges étendues des valeurs de  $Ri$  et  $\Phi$ .

#### 5.5. Répartitions de la fonction de courant et de la température le long de la section centrale verticale

Il est possible de retrouver le comportement thermo-hydraulique de la cavité en procédant par analyse locale de la situation. Ainsi, à travers les figures 5.4-5.6 on peut remarquer, pour tous les cas étudiés, la présence d'un extrémum (minimum) unique dans les profils de la fonction de courant, indiquant que l'écoulement est bel et bien unicellulaire s'effectuant dans le sens horaire et ce, en raison de l'aspect coopératif des deux effets prenant part dans la convection mixte. Pour sa part, le profil de température présente, en général, deux portions, avec des signes positif et négatif, dont l'ampleur dépend de l'intensité des effets coopérants susmentionnés. En fait, l'écoulement horaire résultant réchauffe la paroi supérieure isolée, en transportant constamment la chaleur du côté gauche chaud, et refroidit celle inférieure après avoir côtoyé le bord droit froid, ce qui explique le signe négatif du tronçon inférieur et le signe positif de celui supérieur du profil.

Ces résultats montrent, également, les rôles opposés de  $Ri$  et  $\Phi$ , exprimées par une augmentation de  $|\psi(A/2, y)|$  et  $|T(A/2, y)|$  avec  $Ri$  et une diminution de ces quantités avec  $\Phi$ , sauf pour  $Re = 10$  (Figure, 5.6) où le rôle de  $\Phi$  devient insignifiant, en raison de l'effet du mélangeage occasionné par l'augmentation de  $Re$  (la convection forcée neutralise l'effet de la viscosité effective due à l'ajout des nanoparticules).

### 5.6. Intensité d'écoulement et taux de transfert de chaleur

Les évolutions de l'intensité de l'écoulement,  $\psi_c$  (haut), et du taux de transfert de chaleur,  $\overline{Nu}$  (bas), en fonction de  $Ri$  reportées dans les figures 5.7-5.9, pour  $Re$  fixé et divers valeurs de  $\Phi$ , révèlent en général deux régimes de convection distincts, à savoir :

(i) Un régime de convection faible, où les quantités  $\psi_c$  et  $\overline{Nu}$  restent presque constantes jusqu'à  $Ri \approx 10$ . Ceci est lié essentiellement au fait que l'effet de la viscosité est encore dominant pour une enceinte de grand rapport de forme (cavité allongée) qui inhibe les effets d'inertie et favorise, au même temps, la diffusion de la quantité de la chaleur. Il convient également de noter que, dans ce régime, l'effet de  $\Phi$  sur  $\psi_c$  est négligeable à cause de la faible circulation, comme expliqué ci-dessus. La raison en est qu'une augmentation de  $\Phi$  conduit à un accroissement de la viscosité effective, ce qui rend sans importance les effets d'inertie et justifie l'indépendance de l'intensité de l'écoulement vis-à-vis de la concentration en nanoparticules. En revanche, l'augmentation de  $\Phi$  entraîne celle de  $\overline{Nu}$ , dû au fait que la conductivité thermique des nanoparticules est supérieure à celle du fluide de base, mais cela n'est valable que pour  $Re = 0.1$  et  $1$  (effets de cisaillement faible et modérée). Pour  $Re = 10$ , où les effets de cisaillement sont importants, la tendance est inversée puisque, cette fois,  $\overline{Nu}$  diminue avec  $\Phi$ .



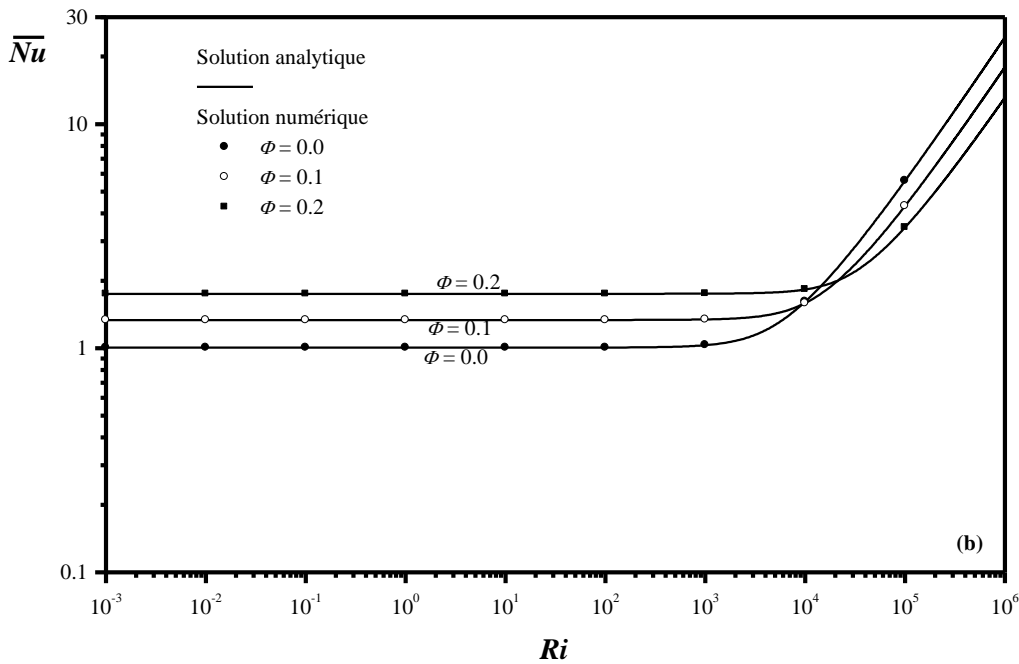
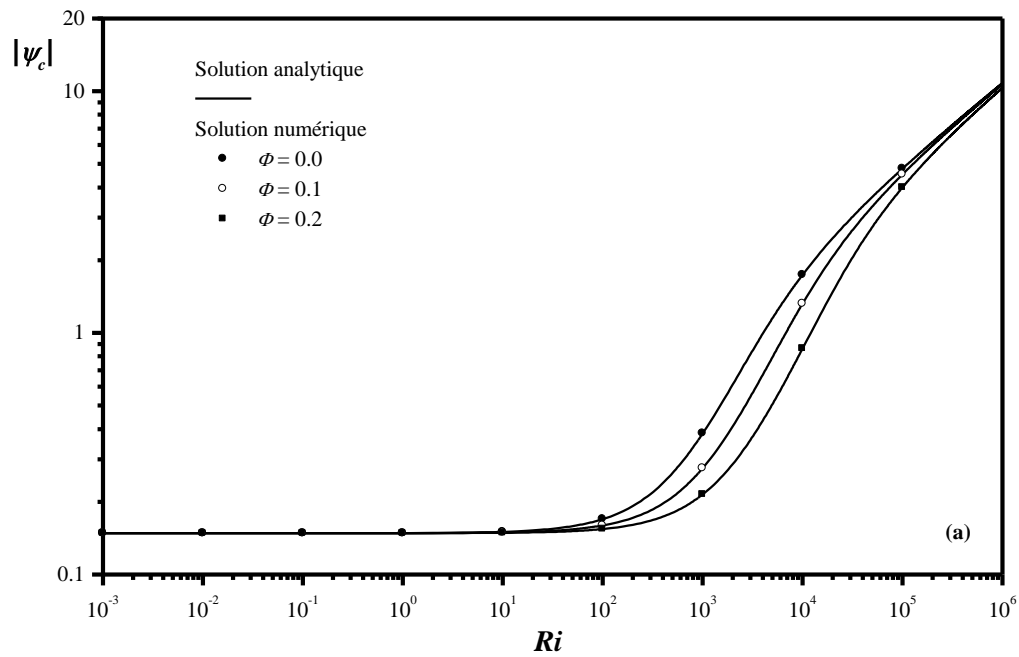
(ii) Un régime, dominé par la convection, qui se manifeste à partir d'une valeur de  $Ri > 10$ , dépendamment en général de  $\Phi$  et de  $Re$ . Un tel régime se caractérise par une augmentation de  $\psi_c$  et de  $\overline{Nu}$  avec  $Ri$ , qui commence lentement pour atteindre une tendance asymptotiquement linéaire à partir d'une certaine valeur de  $Ri$ , car la flottabilité devient, peu à peu, la principale force motrice pour le mouvement du fluide avec l'augmentation de  $Ri$ . Une telle valeur particulière de  $Ri$  diminue avec  $Re$  quelle que soit la valeur de  $\Phi$ . D'autre part, l'effet de  $\Phi$  est tel que l'augmentation de ce paramètre provoque une diminution de  $\psi_c$  et de  $\overline{Nu}$ .

Pour  $\psi_c$ , la raison est que l'ajout de nanoparticules dans le fluide de base, augmente la viscosité dont le rôle en termes de ralentissement du mouvement est bien connu. Cela se produit exclusivement pour une gamme de valeurs de  $Ri$  dont l'étendue diminue avec  $Re$ . Au-delà de cette plage, l'inertie des nanoparticules devient comparable à celle du fluide, en raison des grandes valeurs de  $Ri$ , et l'effet de  $\Phi$  tend à être de plus en plus négligeable, ce qui explique de la rencontre des courbes de  $\psi_c$  dans une telle situation. Pour  $\overline{Nu}$ , la diminution avec  $\Phi$  est la conséquence du conflit entre la conductivité et la viscosité effectives. En effet, la première tend à améliorer le transfert de chaleur tandis que la seconde agit dans le sens de le réduire, de manière indirecte, en ralentissant le mouvement du fluide, particulièrement près des parois thermiquement actives, là où la couche limite thermique, dont le rôle en matière de transfert de chaleur est crucial, est développée.

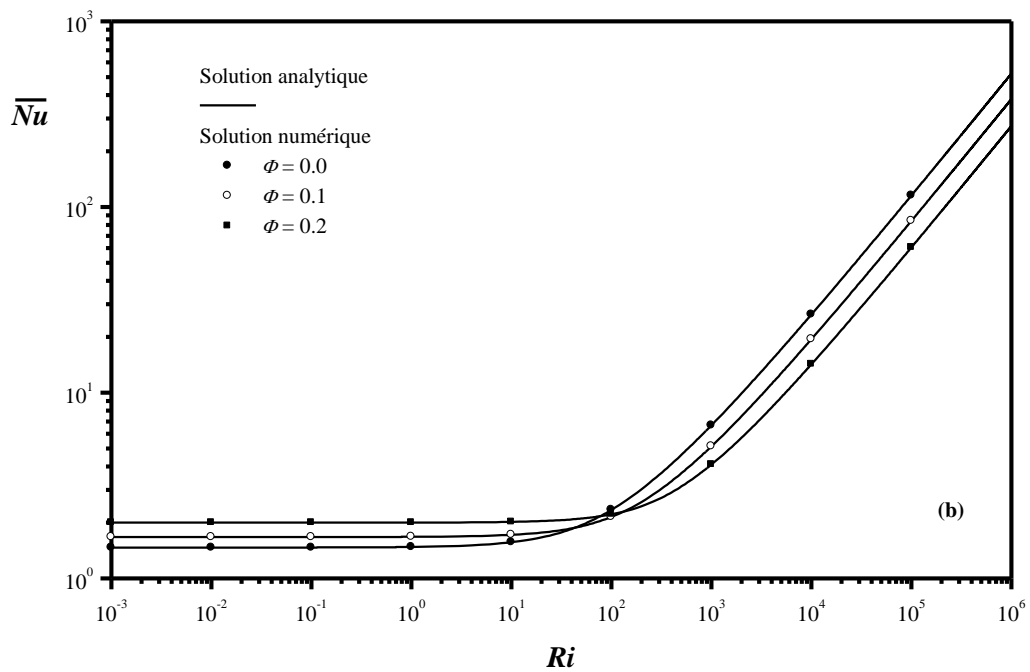
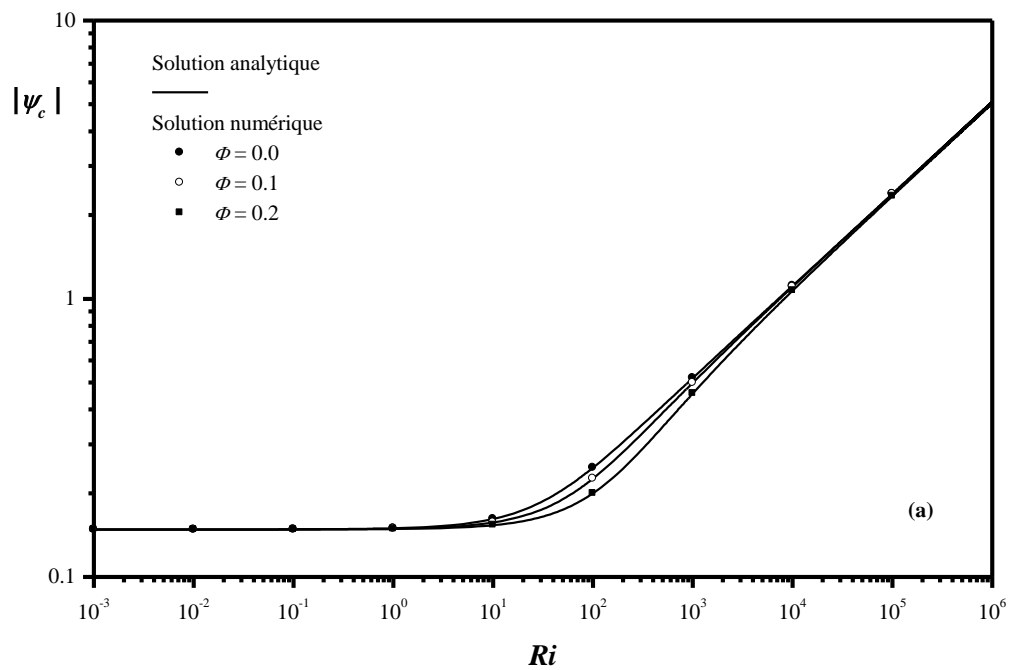
Par ailleurs, il est intéressant de voir que, pour  $Ri > 10$ , une augmentation de  $Re$  conduit à une diminution  $\psi_c$  et à une augmentation de  $\overline{Nu}$ , ce qui signifie que l'effet de cisaillement affaiblit l'écoulement et améliore le transfert de chaleur grâce à son rôle de brassage.

Une autre façon d'examiner l'effet de  $\Phi$  sur  $\psi_c$  (haut) et de  $\overline{Nu}$  (bas) est de tracer ces quantités en fonction de  $\Phi$  pour chaque valeur donnée de  $Re$  et

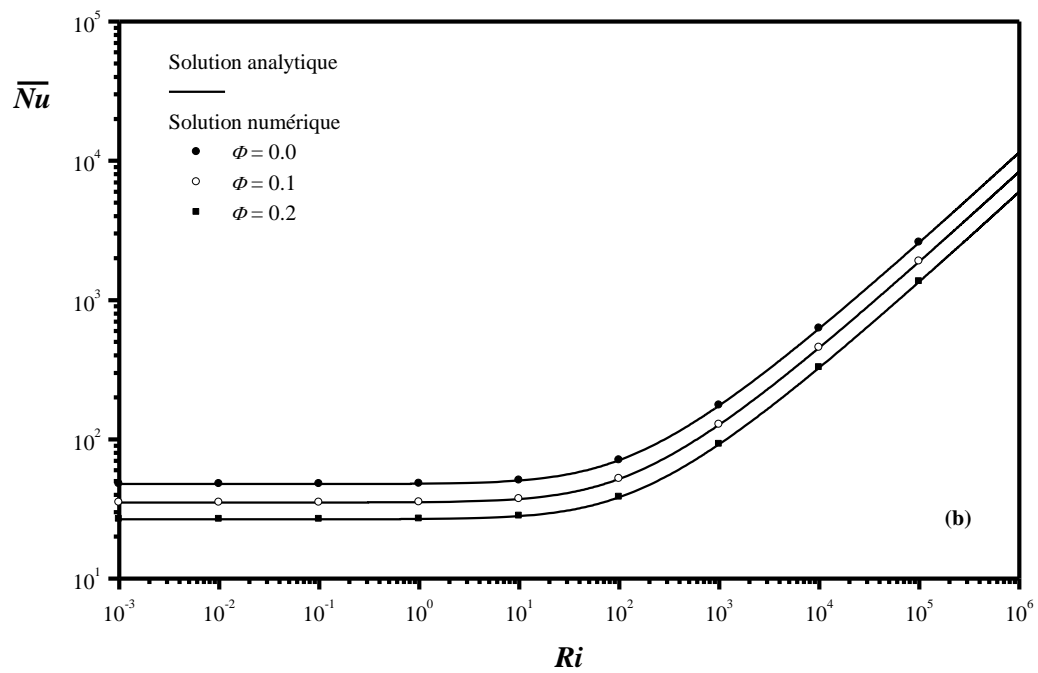
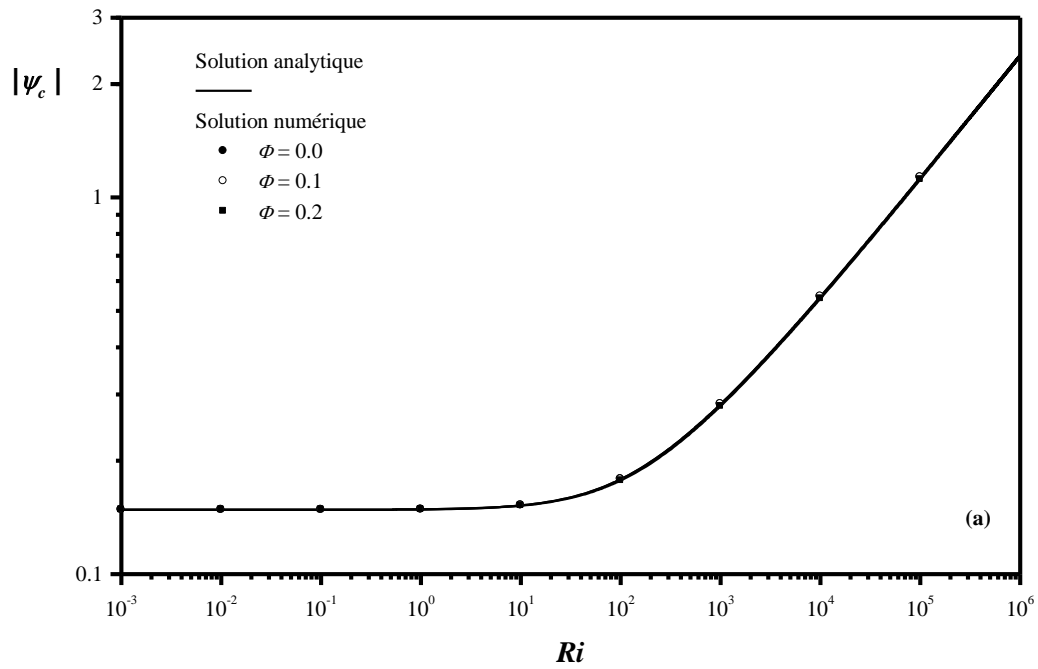
différentes valeurs de  $Ri$ , comme c'est montré dans les figures 5.10-5.12. Ainsi, pour  $Re = 0.1$  (Figure 5.10), la diminution de  $\psi_c$  avec  $\Phi$  est bien prononcée tout en augmentant  $Ri$ , mais une telle diminution tend à être moindre pour  $Re = 1$  (Figure 5.11) et devient insignifiante pour  $Re = 10$  (Figure 5.12) puisque  $\psi_c$  cesse de dépendre de  $\Phi$  ( $\psi_c \approx \text{constante}$ ). Quant à  $\overline{Nu}$ , la tendance est telle que cette quantité commence à augmenter avec  $\Phi$  pour  $Re = 0.1$  (Figure 5.10), tend à diminuer progressivement dépendamment de  $Ri$  pour  $Re = 1$  (Fig. 5.11), et finit par décroître, quel que soit  $Ri$ , pour  $Re = 10$  (Figure 5.12). Par conséquent, la dépendance de  $\psi_c$  et  $\overline{Nu}$  vis-à-vis de  $\Phi$  change avec  $Re$  et  $Ri$ .



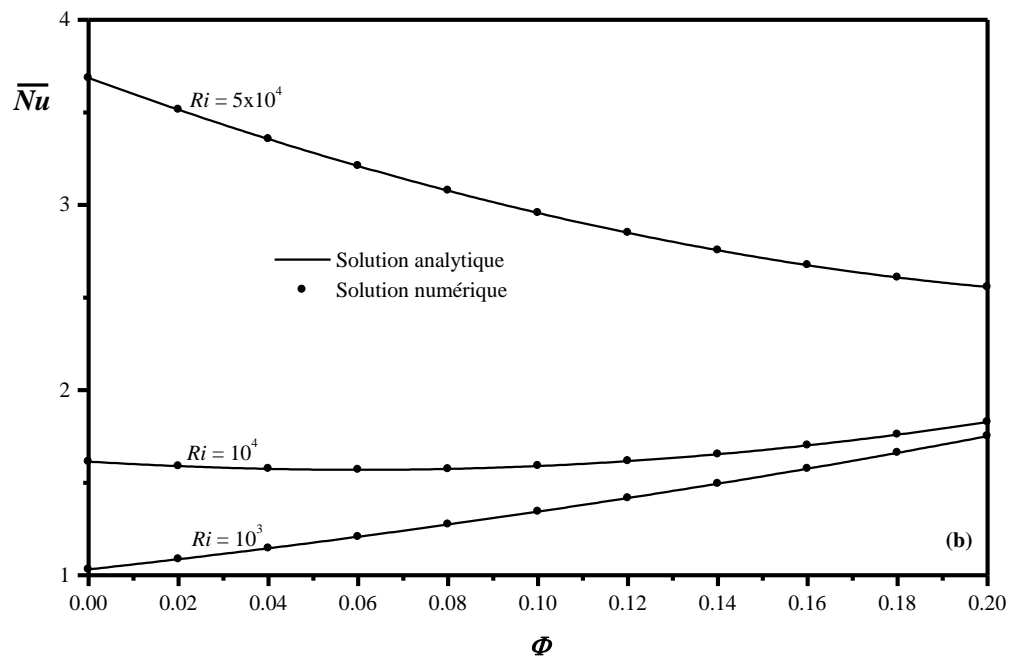
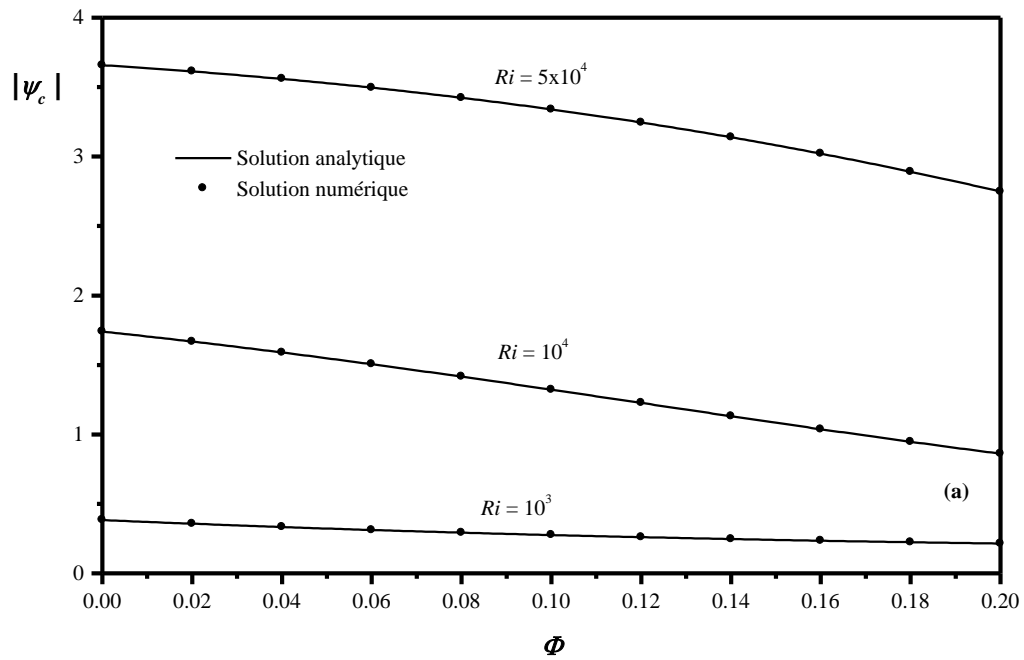
**Figure 5.7.** Evolutions de la fonction de courant (a) et du nombre de Nusselt (b), dans la partie centrale de la cavité, avec le nombre  $Ri$ , pour différentes valeurs de  $\Phi$   $Re = 0.1$  et  $A = 8$ .



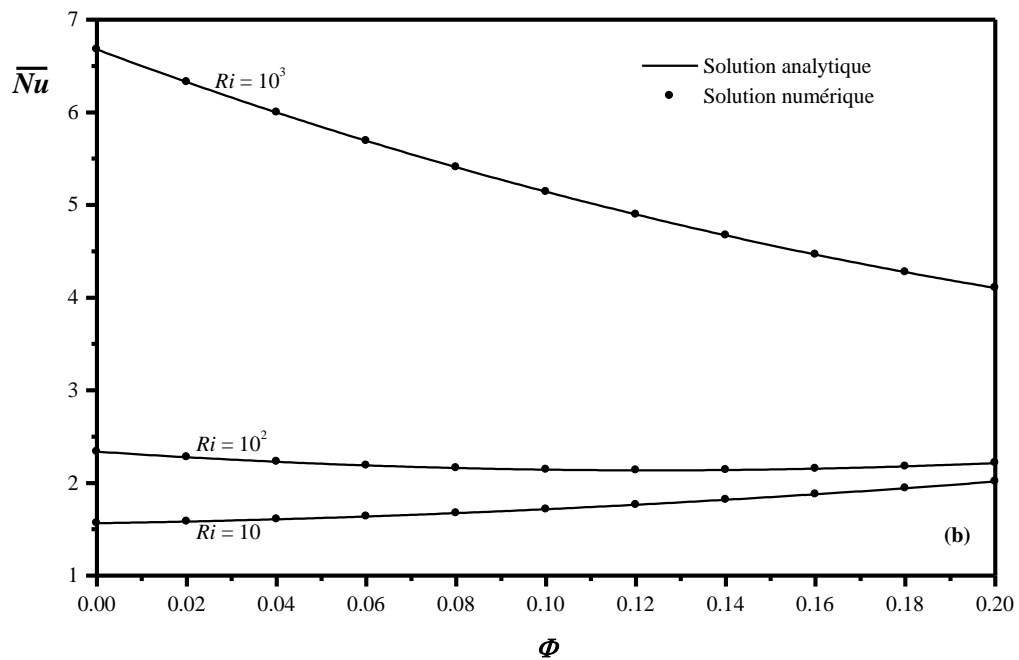
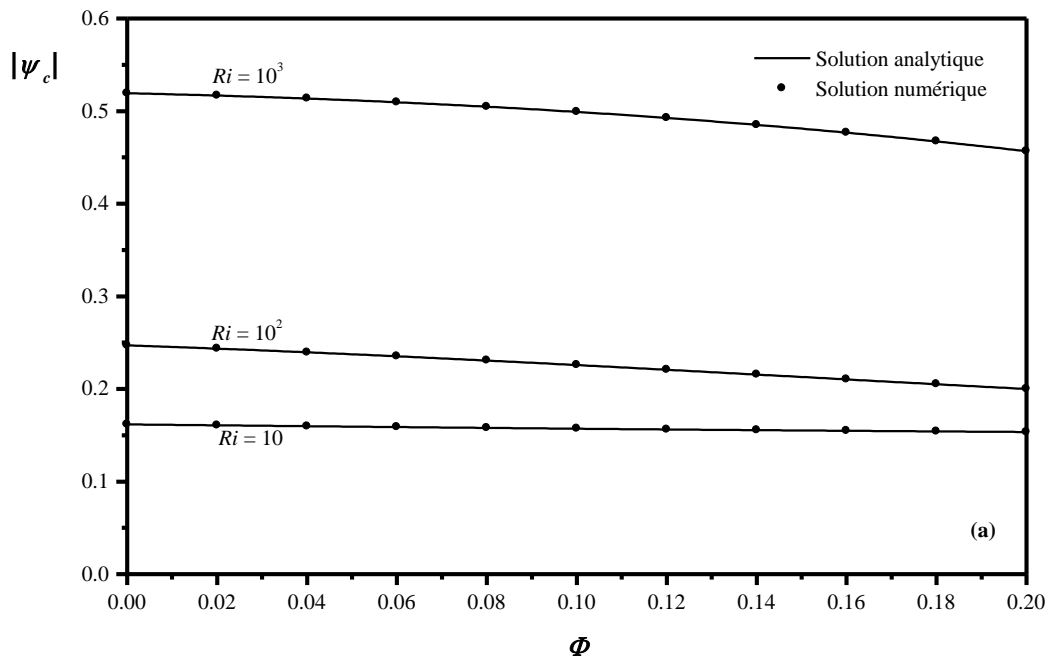
**Figure 5.8.** Evolutions de la fonction de courant (a) et du nombre de Nusselt (b), dans la partie centrale de la cavité, avec le nombre  $Ri$ , pour différentes valeurs de  $\phi$   $Re=1$  et  $A=8$ .



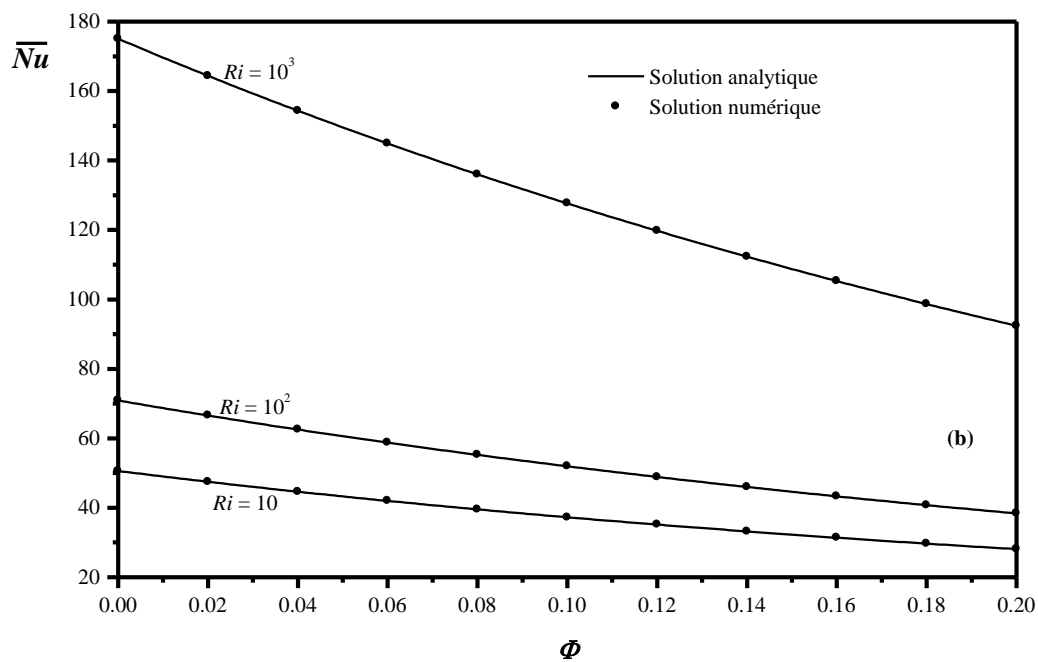
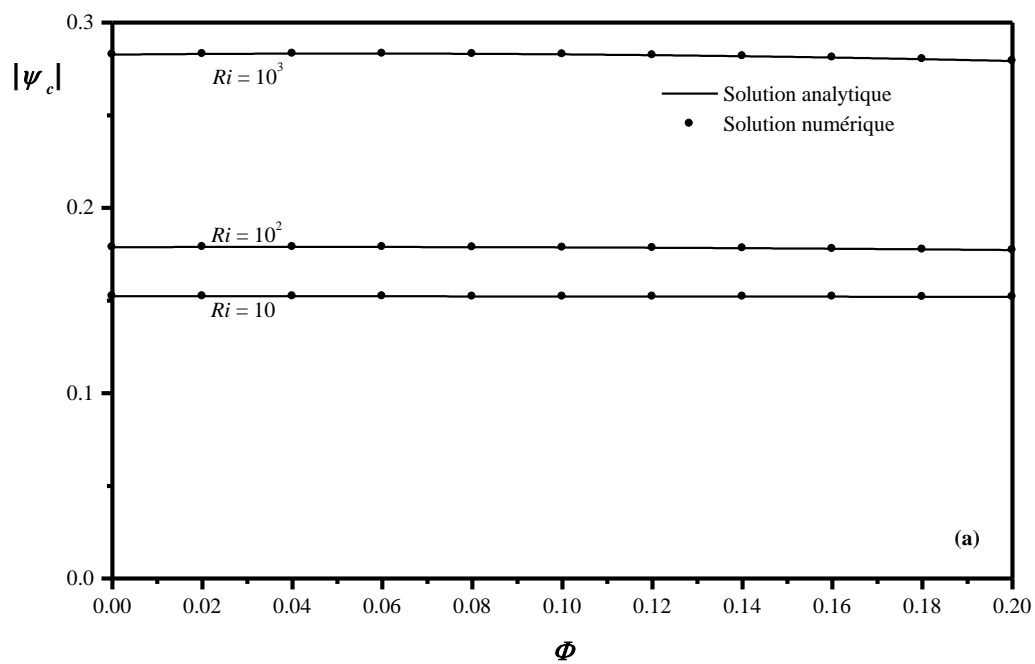
**Figure 5.9.** Evolutions de la fonction de courant (a) et du nombre de Nusselt (b), dans la partie centrale de la cavité, avec le nombre  $Ri$ , pour différentes valeurs de  $\Phi$   $Re=10$  et  $A=8$ .



**Figure 5.10.** Evolutions de la fonction de courant (a) et du nombre de Nusselt (b) dans la partie centrale de la cavité avec  $\Phi$  pour différentes valeurs de  $Ri$ ,  $Re = 0.1$  et  $A = 8$ .



**Figure 5.11.** Evolutions de la fonction de courant (a) et du nombre de Nusselt (b) dans la partie centrale de la cavité avec  $\Phi$  pour différentes valeurs de  $Ri$ ,  $Re = 1$  et  $A = 8$ .



**Figure 5.12.** Evolutions de la fonction de courant (a) et du nombre de Nusselt (b) dans la partie centrale de la cavité avec  $\Phi$  pour différentes valeurs de  $Ri$ ,  $Re = 10$  et  $A = 8$ .



## 5.7. Conclusion

Dans ce chapitre, une étude numérique et analytique de la convection mixte dans une cavité rectangulaire allongée ( $A=8$ ), remplie d'un nanofluide, est entreprise dans le cas où les parois verticales sont soumises à une densité de flux de chaleur uniforme, alors que celles horizontales, dont la supérieure est animée d'un mouvement uniforme dans le sens de celui de la densité du flux de chaleur, sont adiabatiques.

Les simulations numériques sont effectuées dans le cas du mélange  $Cu-H_2O$  cuivre-eau, avec  $Pr = 7$  pour l'eau, en faisant varier les paramètres gouvernants dans les gammes de valeurs  $10^{-1} \leq Re \leq 10$ ,  $10^{-3} \leq Ri \leq 10^6$  et  $0 \leq \Phi \leq 0.2$ . Il convient de retenir les principaux résultats suivants :

- les résultats analytiques s'accordent parfaitement avec ceux numériques, ce qui témoigne de l'existence d'une solution analytique pour le présent problème et valide de façon mutuelle les deux approches adoptées ;

- dans la limite des valeurs des paramètres gouvernants, le régime d'écoulement est en permanence unicellulaire imposé par la nature coopérative des effets mis en jeu ;

- là aussi, les résultats obtenus en termes de transfert de chaleur dégagent quelques controverses, ce qui suscite une attitude perplexe vis-à-vis de l'utilisation des nanofluides comme alternative intéressante dans le contexte de la convection mixte.

---

---

**COUPLAGE CONVECTION DE RAYLEIGH-BENARD/CONVECTION  
FORCEE AU SEIN D'UNE CAVITE RECTANGULAIRE  
HORIZONTALE ENTRAINEE CONFINANT DES NANOFUIDES**

---

---

### 6.1. Introduction

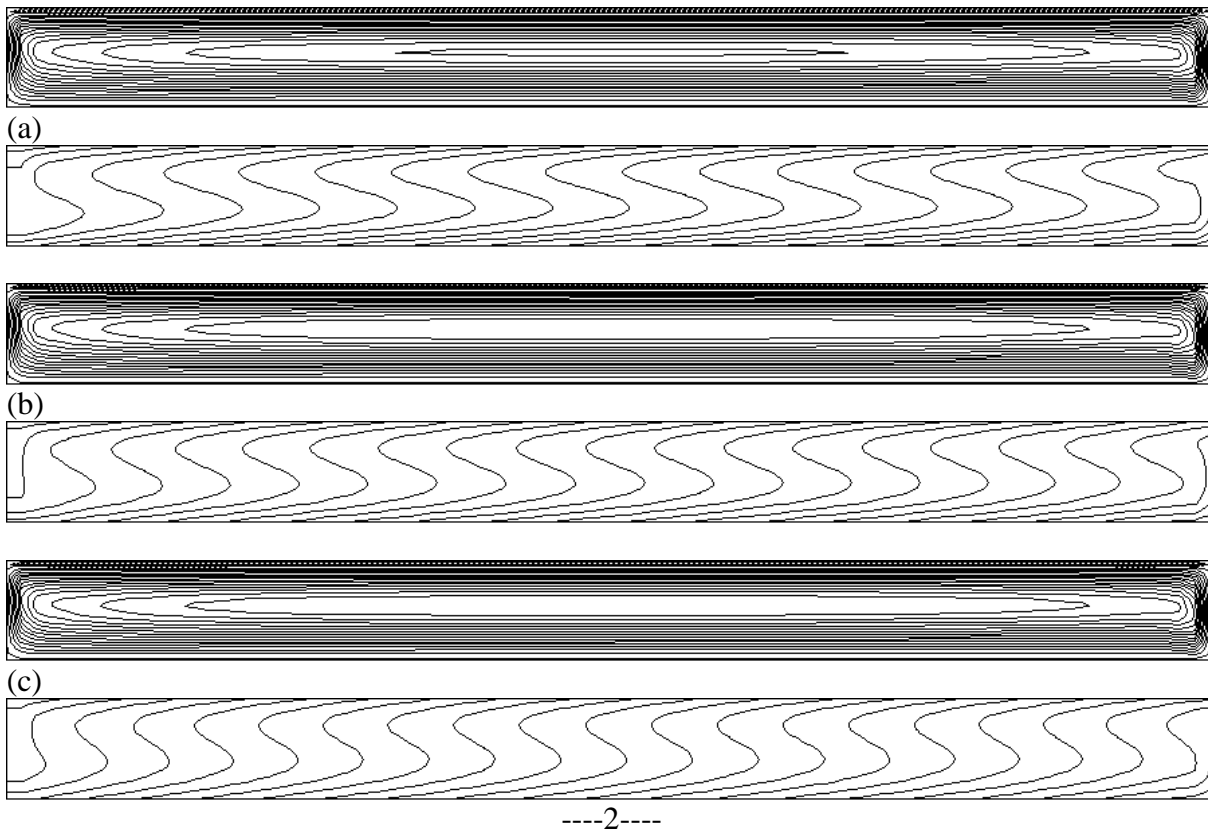
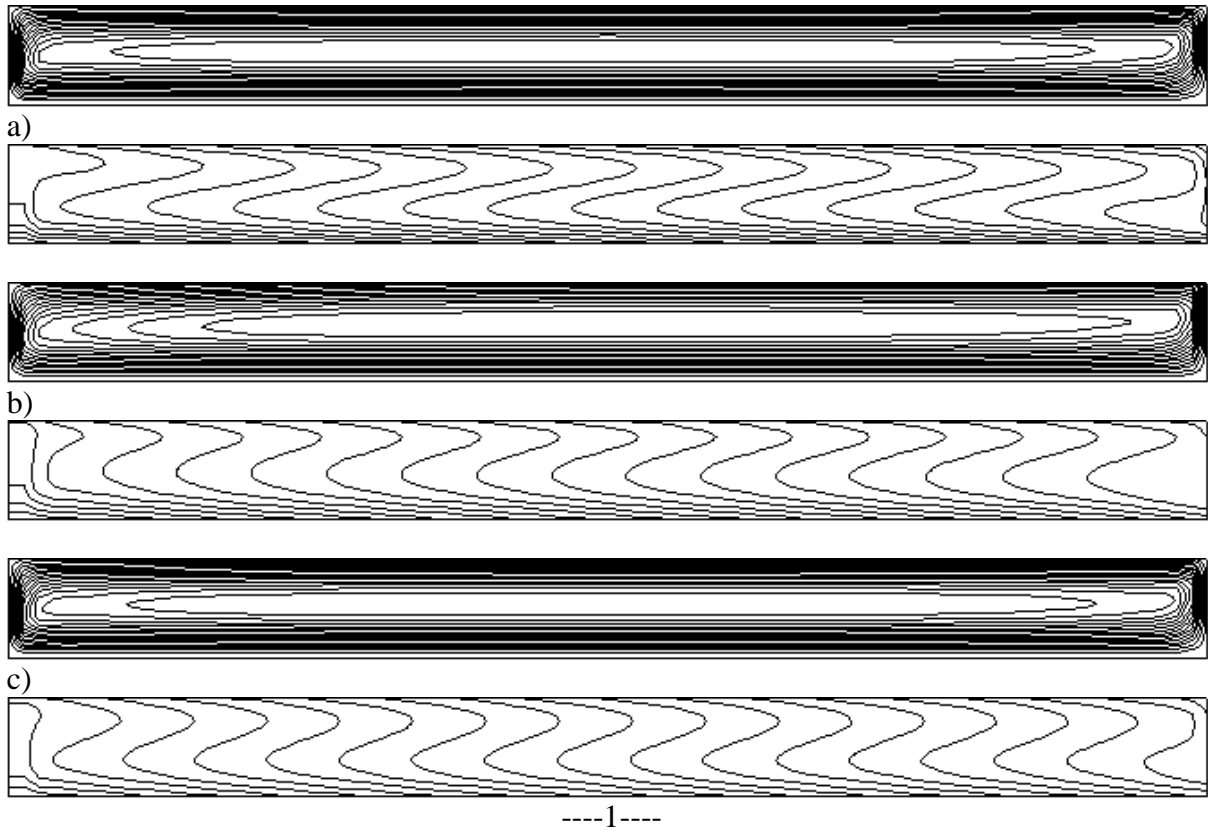
Dans ce chapitre, on se propose d'étudier le transfert de chaleur associé au couplage convection de Rayleigh-Bénard/convection forcée dans des nanofluides remplissant une cavité rectangulaire allongée de rapport de forme  $A=14$ , chauffée verticalement et isolée horizontalement ( $a=0$  et  $b=1$ ). Exceptée la paroi supérieure qui est assujettie à un mouvement uniforme, toutes les autres sont fixes. Les calculs aussi bien numériques que analytiques sont menés avec un mélange cuivre-eau ( $Cu$ )-( $H_2O$ ) comme nanofluide, pour lequel le nombre de Prandtl est celui de l'eau ( $Pr=7$ ). Comme dans les chapitres 5 et 6, l'analyse de la situation porte essentiellement sur les effets des paramètres gouvernants qui sont la fraction volumique,  $\Phi$ , le nombre de Reynolds,  $Re$ , et celui de Richardson,  $Ri$ .

### 6.2. Précision des résultats

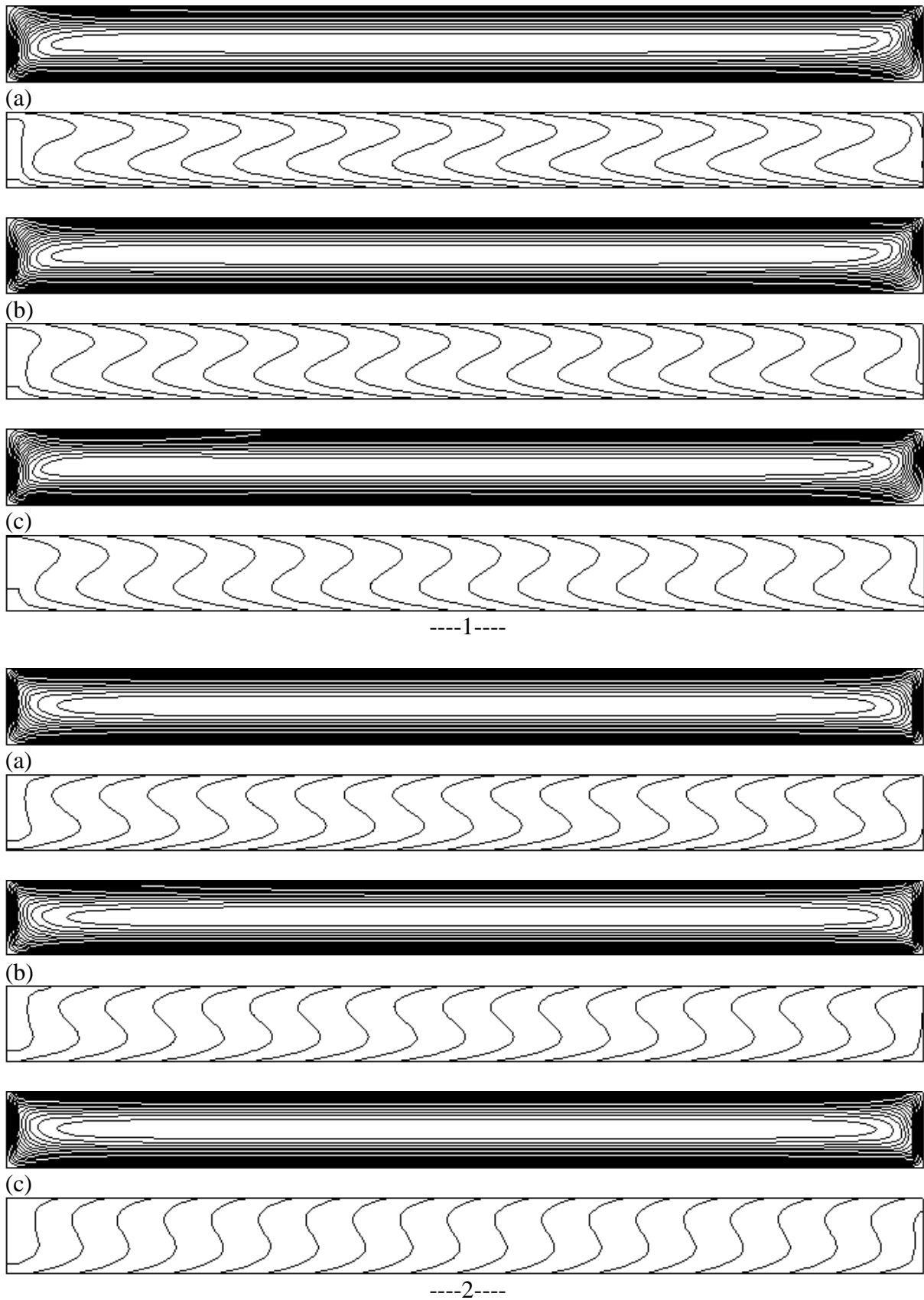
La précision des résultats numériques est liée au choix du maillage, qui dépend du rapport de forme de la cavité,  $A$ , et de la nature de la solution. Comme le laisse supposer la nature des conditions aux limites thermiques, pour  $A \gg 1$  le problème peut avoir une solution analytique loin des bords latéraux. Dans ce cas, celle-ci n'est obtenue qu'à partir de  $A=14$ . Sur la base de ceci, la recherche d'un maillage optimal consiste à raffiner jusqu'à recouvrer raisonnablement les résultats analytiques. Comme le montre le tableau 6.1, cela se produit avec un maillage uniforme de  $200 \times 40$ .

$A = 14$	Solution		Solution	
	numérique		analytique	
	$\psi_c$	$\overline{Nu}$	$\psi_c$	$\overline{Nu}$
$\Phi = 0$	1.029	3.195	1.029	3.197
$\Phi = 0.1$	0.871	3.770	0.879	3.773
$\Phi = 0.2$	0.709	3.904	0.708	3.907

**Tableau 6.1 :** Tests de précision conduits avec  $A=14$   $Re=1$ ,  $Ri=5 \times 10^3$  et diverses valeurs de  $\Phi$



**Figure 6.1 :** Lignes de courant (en haut) et isothermes (en bas) pour  $A=14$ ,  $Re=1$ ,  $Ri=610^2$  et diverses valeurs de  $\Phi$  ((a)  $\Phi=0.0$ , (b)  $\Phi=0.1$  et (c)  $\Phi=0.2$ ) : (1) unicellulaire ; (2) bicellulaire



**Figure 6.2:** Lignes de courant (en haut) et isothermes (en bas) pour  $A=14$ ,  $Re=10$ ,  $Ri=510^3$  et diverses valeurs de  $\Phi$  ((a)  $\Phi=0.0$ , (b)  $\Phi=0.1$  et (c)  $\Phi=0.2$ ) : (1) unicellulaire ; (2) bicellulaire

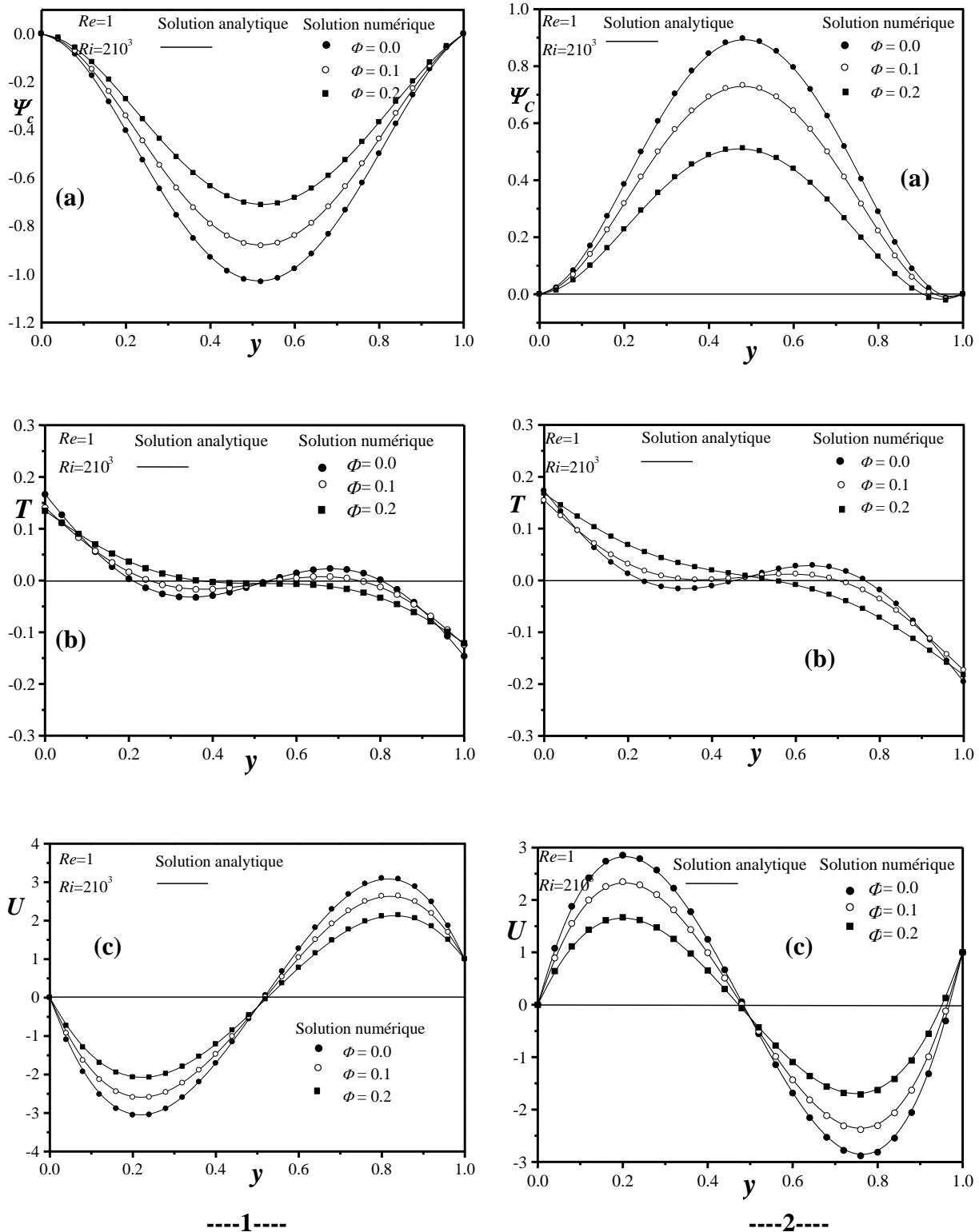
### 6.3. Configuration des champs d'écoulement et de température

Les figures 6.1 et 6.2 sont des illustrations des champs d'écoulement (haut) et de température (bas), pour  $Re$  et  $Ri$  donnés et différentes valeurs de  $\Phi$ , où l'on peut tout de suite se rendre compte qu'il s'agit d'un problème à solutions multiples. En effet, l'écoulement peut être de nature (i) unicellulaire tournant dans le sens horaire, imposé par l'effet du cisaillement dû au mouvement de la paroi supérieure mobile qui se produit de gauche à droite (Figure 6.1.1), ou (ii) bicellulaire composée d'une mince cellule supérieure horaire (difficile à observer), due au cisaillement, et d'une grosse cellule inférieure antihoraire attribuée à la flottabilité (Figure 6.1.2). Le régime (i) se produit de façon spontanée alors que celui (ii) nécessite au préalable des conditions propices et la cellule de cisaillement devient très réduite en augmentant  $Ri$  (Figure 6.2.2). Dans tous les cas, le parallélisme de l'écoulement et la stratification horizontale du champ de température, en dehors des régions jouxtant les bords verticaux, relève de l'évidence, puisque les conditions le permettant sont réunies (cf. chapitre 4). D'autre part, contrairement aux configurations étudiées dans les deux chapitres précédents, la symétrie de l'écoulement n'est pas aussi brisée de façon assez prononcée par l'effet de cisaillement. Enfin, l'effet des paramètres gouvernants est tel qu'une augmentation de  $\Phi$ , pour  $Re$  et  $Ri$  donnés, n'affecte guère les lignes de courants, du moins en apparence, mais sans pour autant épargner les isothermes puisque ces dernières tendent à être de moins en moins distordues en augmentant  $\Phi$  (l'inclinaison par rapport à la verticale diminue).

Il convient de préciser toutefois qu'il est pratiquement difficile de se prononcer sur le transfert de chaleur à partir de ces figures à cause de l'antagonisme entretenu entre les effets de la viscosité et de la conductivité thermique effectives.

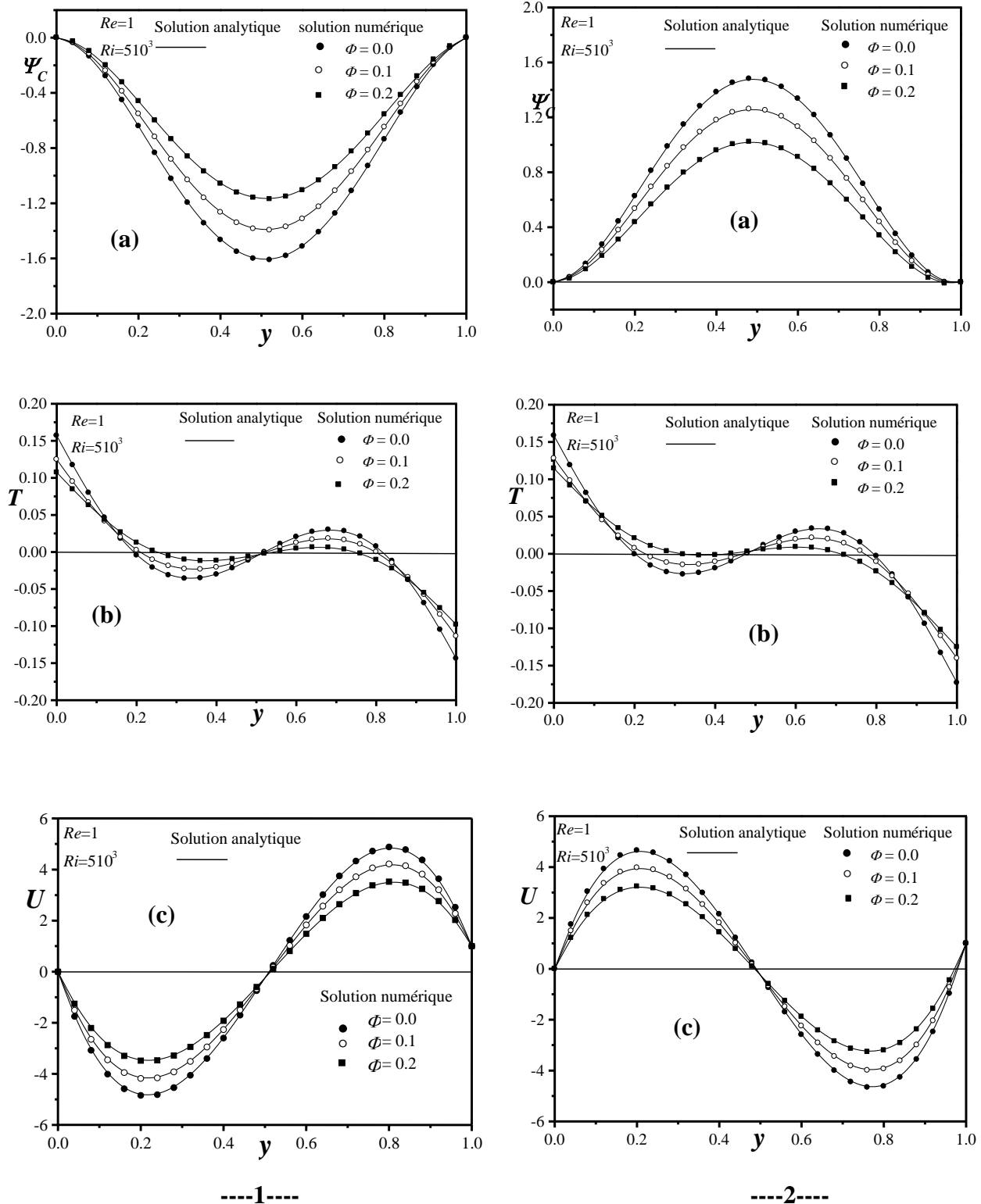
#### **6.4. Validité de la solution analytique issue de l'approche de l'écoulement parallèle**

Si les figures 6.1 et 6.2 prouvent bien l'existence d'une solution analytique, les figures 6.3 et 6.6, donnant les profils de fonction de courant ( $\psi(A/2, y)$ , gauche), de vitesse ( $u(A/2, y)$ , droite) et de température ( $T(A/2, y)$ , bas), montrent que lorsqu'une telle solution existe, elle s'accorde parfaitement avec celle provenant de l'approche numérique, dans le cœur de la cavité là où les champs d'écoulement et de température manifestent, respectivement, un parallélisme et une stratification. Il ne fait donc aucun doute que les résultats des deux approches se valident mutuellement, et ce même pour de vastes fourchettes de valeurs pour  $Ri$  et  $\Phi$  si on se réfère aux figures 6.8 - 6.11 donnant les évolutions de  $\psi_c$  et  $\overline{Nu}$ .

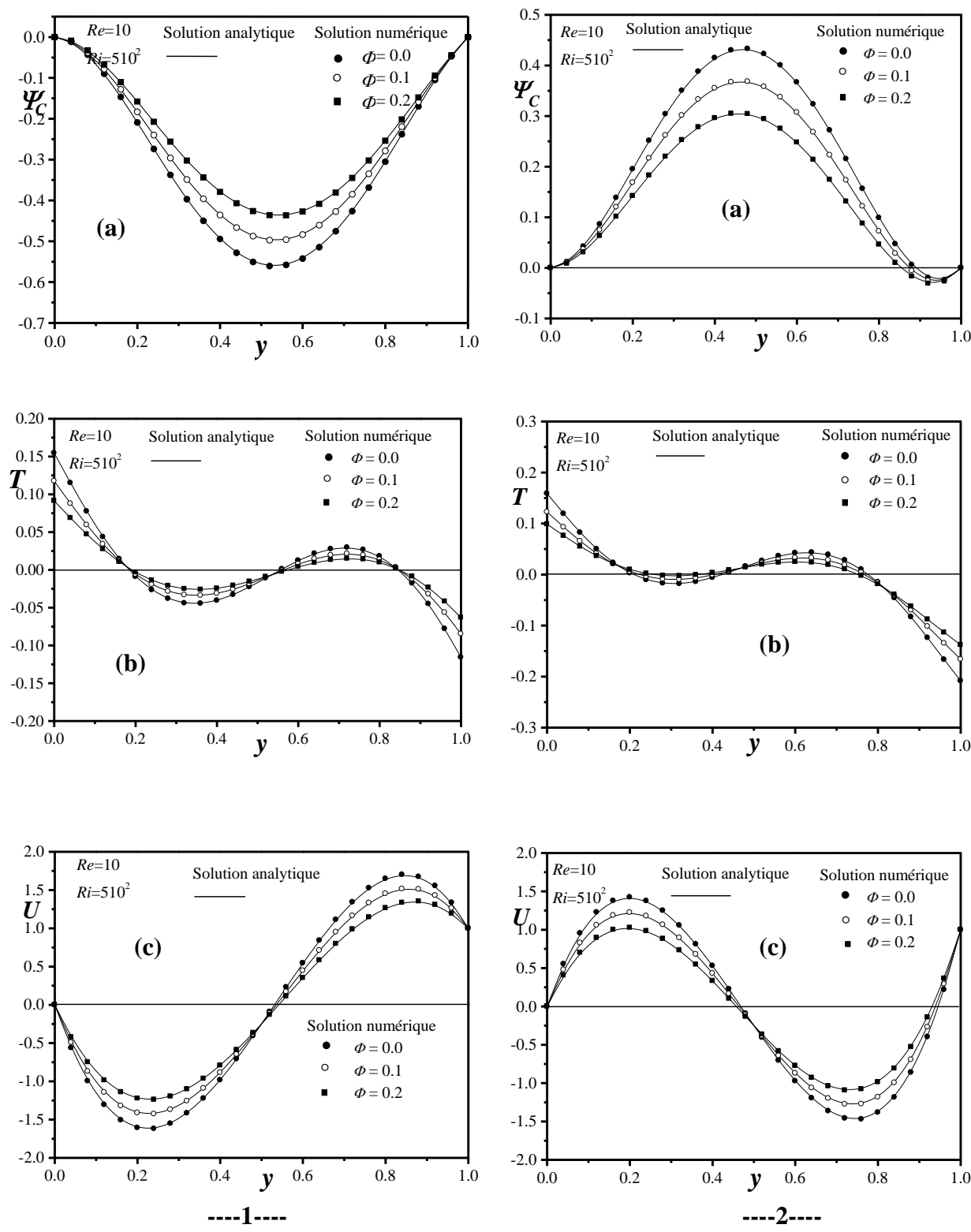


**Figure 6.3 :** Profils verticaux de la fonction de courant(a) de la température (b) et de la vitesse horizontale (c) au centre de la cavité pour  $A=14$ ,  $Re=1$ ,  $Ri=210^3$  et diverses valeurs de  $\Phi$  : (1) unicellulaire ; (2) bicellulaire

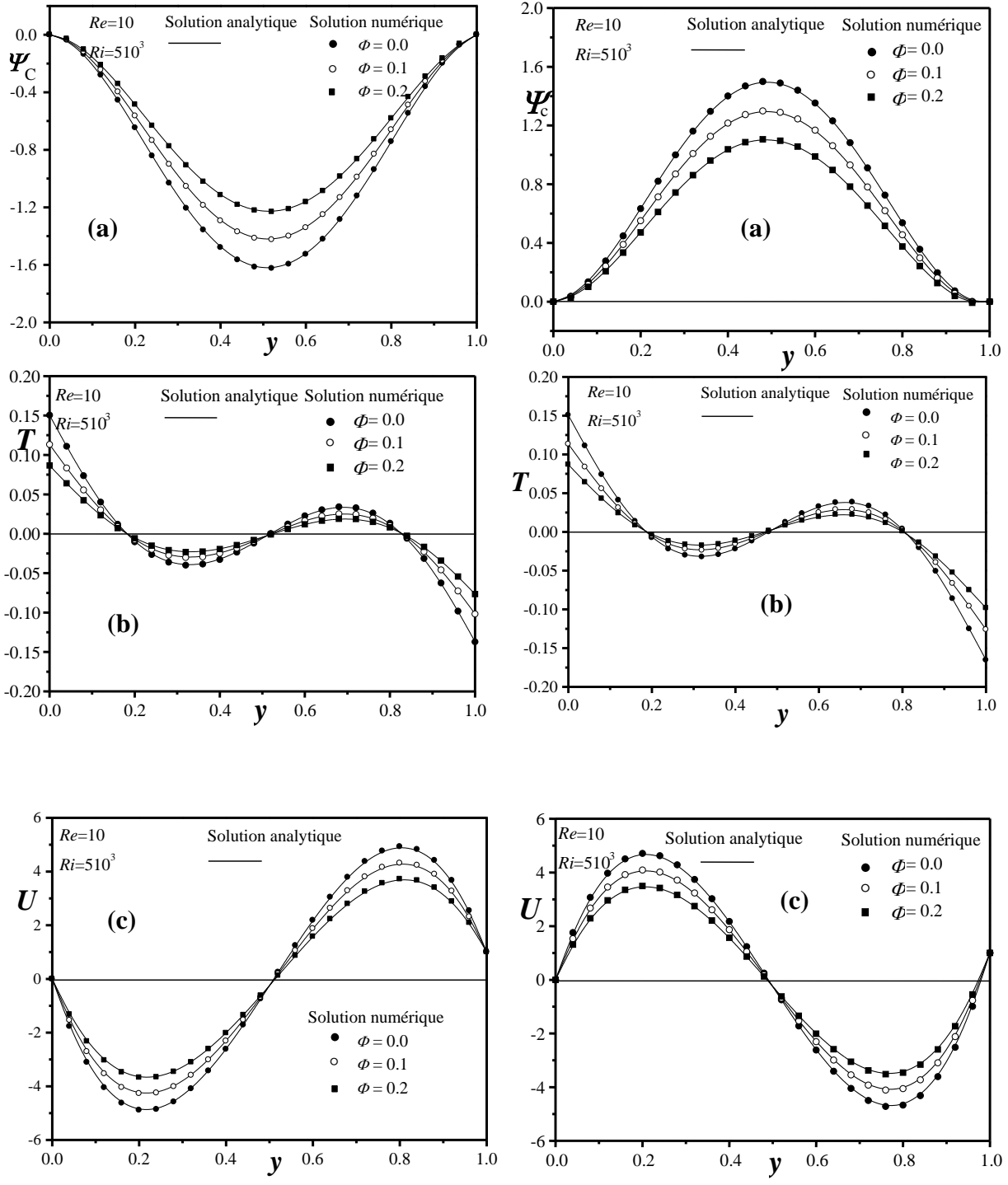




**Figure 6.4 :** Profils verticaux de la fonction de courant (a) de la température (b) et de la vitesse horizontale (c) au centre de la cavité pour  $A=14$ ,  $Re=1$ ,  $Ri=510^3$  et diverses valeurs de  $\Phi$  : (1) unicellulaire ; (2) bicellulaire



**Figure 6.5 :** Profils verticaux de la fonction de courant (a) de la température (b) et de la vitesse horizontale (c) au centre de la cavité pour  $A=14$ ,  $Re=10$ ,  $Ri=510^2$  et diverses valeurs de  $\Phi$  : (1) unicellulaire ; (2) bicellulaire



----1----

----2----

**Figure 6.6 :** Profils verticaux de la fonction de courant(a) de la température (b) et de la vitesse horizontale (c) au centre de la cavité pour  $A=14$ ,  $Re=10$ ,  $Ri=510^3$  et diverses valeurs de  $\Phi$  : (1) unicellulaire ; (2) bicellulaire

## 6.5. Distributions de la fonction de courant et de la température le long de la section centrale verticale

Les profils des figures 6.3 - 6.6 permettent de dégager deux tendances justifiant de la nature multiple de la solution du problème étudié.

(i) Une, caractérisée par un régime unicellulaire où la convection de Rayleigh-Bénard et celle forcée opèrent dans le même sens (cas coopérant). Dans une telle situation, l'écoulement s'effectue dans le sens horaire et se refroidit progressivement en s'éloignant de la paroi inférieure chaude pour atteindre un certain niveau de refroidissement à l'approche du centre, puis se réchauffe légèrement autour de celui-ci (zone de très faible vitesse où le conflit entre la conductivité thermique et la viscosité effectives se fait plus sentir) jusqu'à un degré de réchauffement au-delà duquel il voit sa température à nouveau chuter pour atteindre sur une valeur minimale au niveau de la paroi supérieure, par où la chaleur est évacuée (flux de chaleur sortant).

(ii) une autre où le régime en place est bicellulaire, dont la cellule inférieure d'origine thermique est antihoraire et de grande taille par rapport à celle supérieure de sens horaire d'origine mécanique. Là, les deux phénomènes en présence se trouvent en conflit permanent (cas opposé) et on peut faire le même constat de fait que dans le cas (i).

Comme auparavant (cf. chapitres 4 et 5), les résultats obtenus permettent de se rendre compte des rôles opposés de  $Ri$  et  $\Phi$ , exprimés par une augmentation de  $|\psi(A/2, y)|$ ,  $u(A/2, y)$  et  $|T(A/2, y)|$  avec  $Ri$  et une diminution de ces quantités avec  $\Phi$ . En revanche, toute augmentation de  $Re$ , à  $Ri$  et  $\Phi$  fixes, laisse intactes les grandeurs susmentionnées tant sur le plan tendance d'évolution que sur le plan valeur.

Il convient ici de remarquer, à travers les profils de  $\psi(A/2, y)$ ,  $u(A/2, y)$  et  $T(A/2, y)$ , le respect de la notion de similitude vis-à-vis de  $Ri$ , contrairement aux cas précédents (cf. chapitres 4 et 5) où celle-ci se trouve complètement violée.

## 6.6. Intensité d'écoulement et taux de transfert de chaleur

Les variations de l'intensité de l'écoulement,  $\psi_c$  (haut), et du taux de transfert de chaleur,  $\overline{Nu}$  (bas), en fonction de  $Ri$ , représentées sur les figures 6.7-6.8, pour  $Re$  donné avec différentes valeurs de  $\Phi$ , permettent généralement de déceler trois solutions.

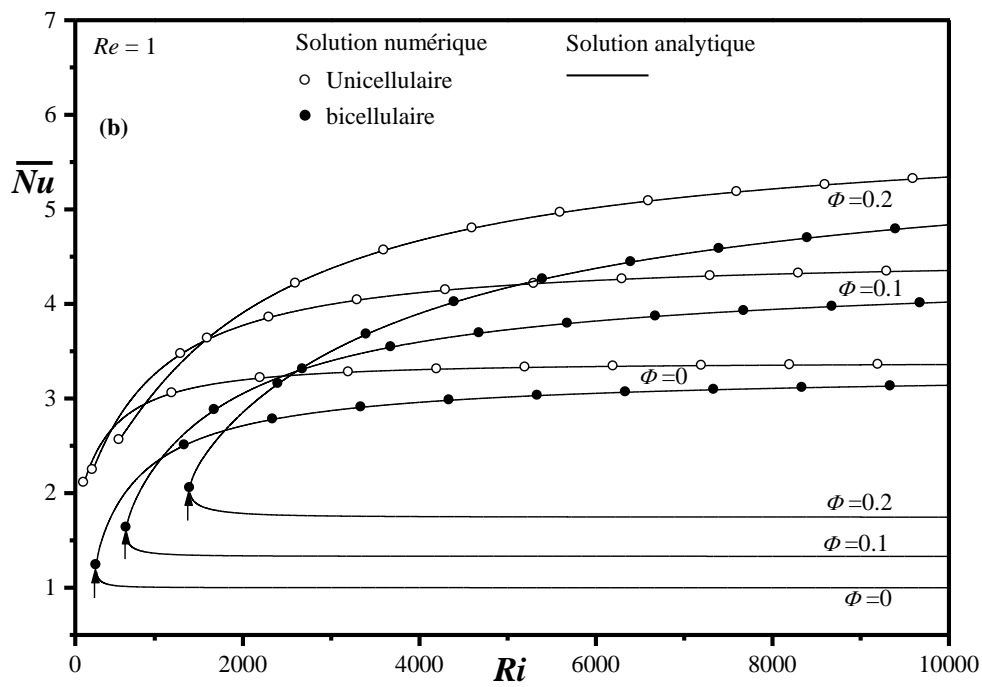
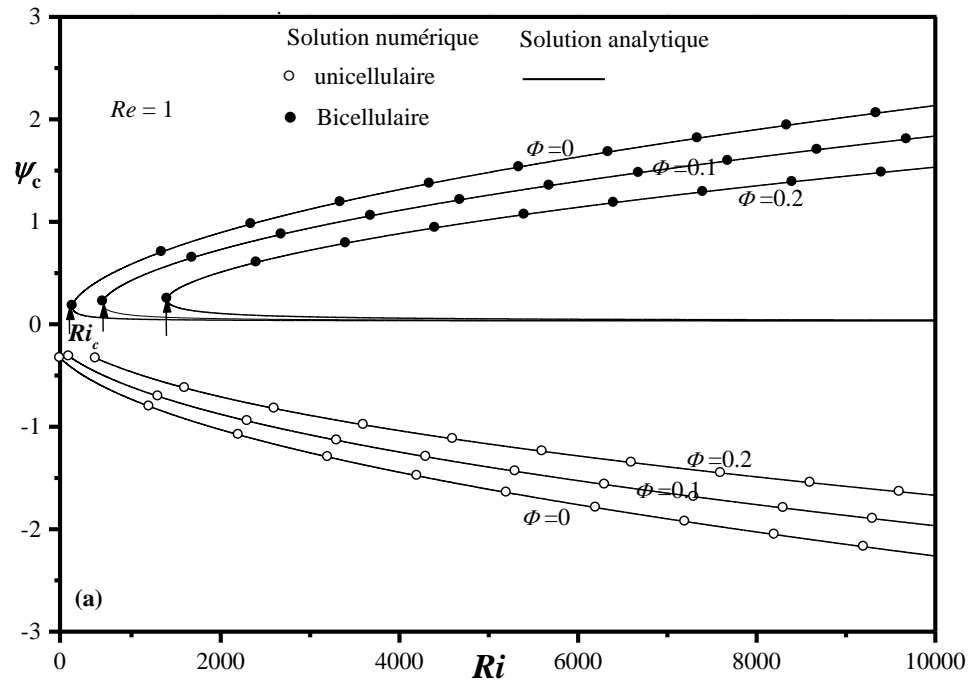
(i) Deux solutions décrivant deux régimes de convection distincts stables, unicellulaire horaire (cercles vides) et bicellulaire (cercles pleins), où la quantité  $|\psi_c|$  est une fonction croissante de  $Ri$ , pour  $\Phi$  et  $Re$  fixes, si l'on se réfère à l'équation (2.16). Il faut noter, toutefois, que le régime unicellulaire se manifeste à la moindre petite valeur de  $Ri$ , contrairement à celui bicellulaire qui, nécessite, une valeur seuil de  $Ri$  qui augmente avec  $\Phi$  pour avoir lieu. Quant à  $\overline{Nu}$ , pour  $Re = 1$ , il augmente avec  $Ri$ , rapidement, puis lentement et ce, indépendamment du régime installé. En effet, comme  $Ri$  caractérise la convection mixte, son rôle paraît bien prononcé au départ et fini peu à peu par s'estomper jusqu'à saturation du transfert de chaleur. Pour  $Re = 10$ , le régime unicellulaire semble bien affecter l'évolution de  $\overline{Nu}$  avec  $Ri$ , qui présente une bosse pour une faible valeur de  $Ri$ , traduisant une coopération maximale entre les deux effets en présence, puis se stabilise rapidement sur un plateau lorsque la flottabilité devient prépondérante devant le cisaillement, synonyme d'un phénomène de saturation.

Noter bien ici que  $\overline{Nu}$  est plus important dans le cas unicellulaire que dans celui bicellulaire, en raison de la nature coopérative des effets cohabitants. Il est aussi intéressant de remarquer que cette fois-ci l'apport des nanoparticules est bénéfique au transfert de chaleur dans la mesure où  $\overline{Nu}$  augmente avec  $\Phi$ , quelque soit le régime de convection en place et dans la limite des valeurs attribuées aux autres paramètres gouvernants. Enfin, faut-il ajouter qu'une augmentation de  $Re$  améliore le transfert de chaleur et anticipe le phénomène de

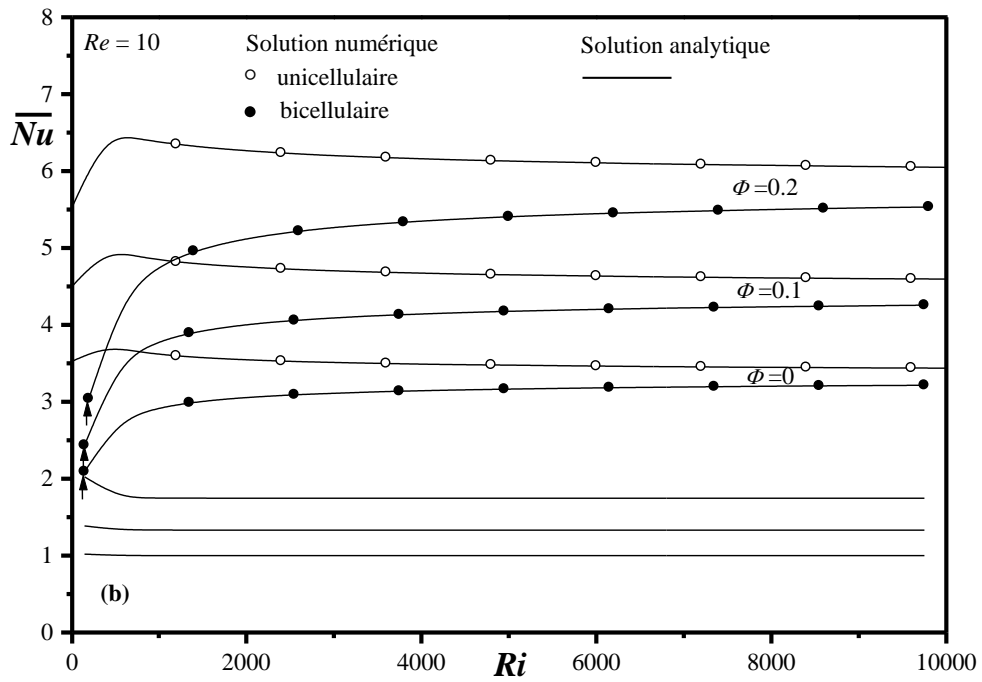
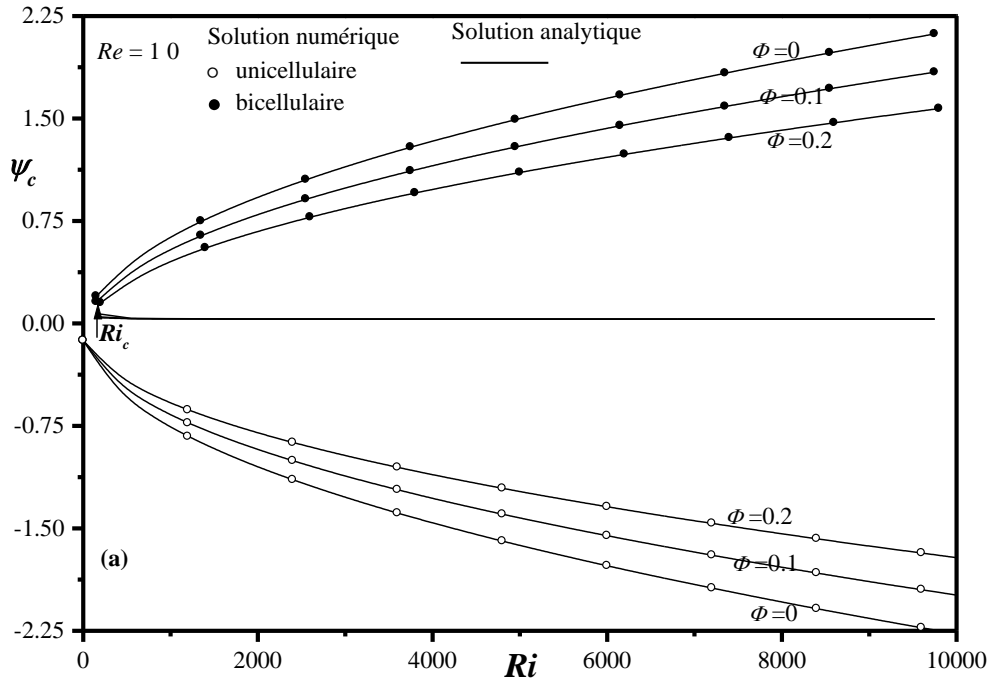
saturation sans pour autant affecter de façon appréciable l'intensité de l'écoulement.

(i) Une solution (trait continu) traduisant un régime de conduction ( $\psi_c \approx 0$  et  $\overline{Nu} = \bar{k}$ ) instable car difficile à obtenir numériquement, malgré différentes tentatives effectuées.

On peut examiner l'effet de  $\Phi$  autrement en reportant  $\psi_c$  et  $\overline{Nu}$  en fonction de ce paramètre pour chaque  $Re$  et diverses valeurs de  $Ri$ , comme illustré sur les figures 6.9 - 6.10. Ces dernières montrent une légère diminution quasi-linéaire de  $|\psi_c|$  avec  $\Phi$ , due à une augmentation de la viscosité effective, et une augmentation de  $\overline{Nu}$  avec  $\Phi$  comme conséquence de celle de la conductivité thermique effective. Ce dernier résultat répond aux objectifs pour lesquels sont inventés les nanofluides.

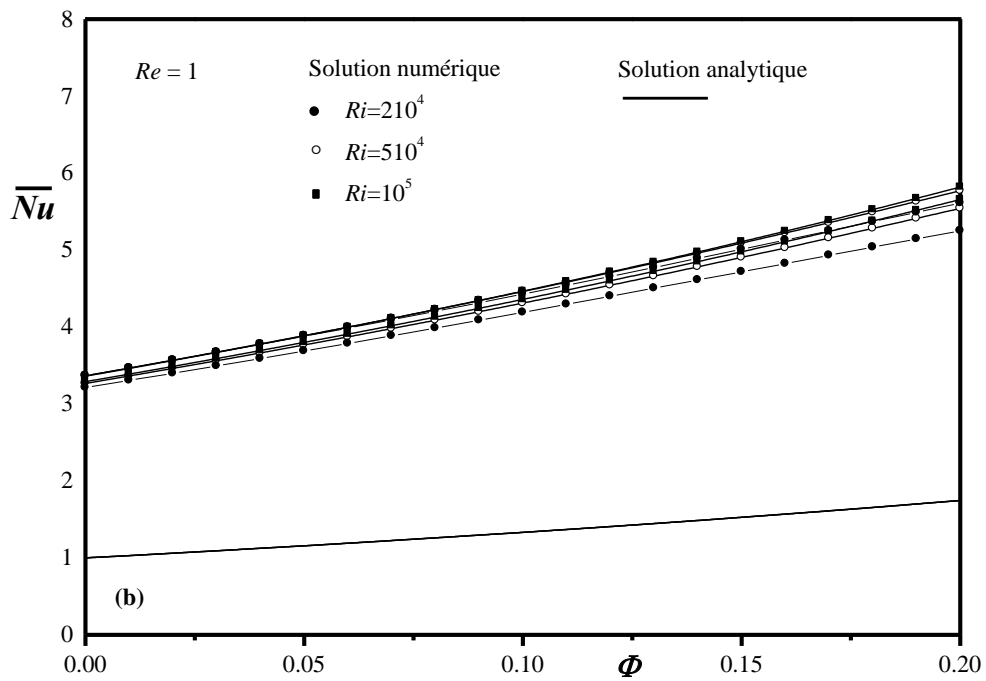
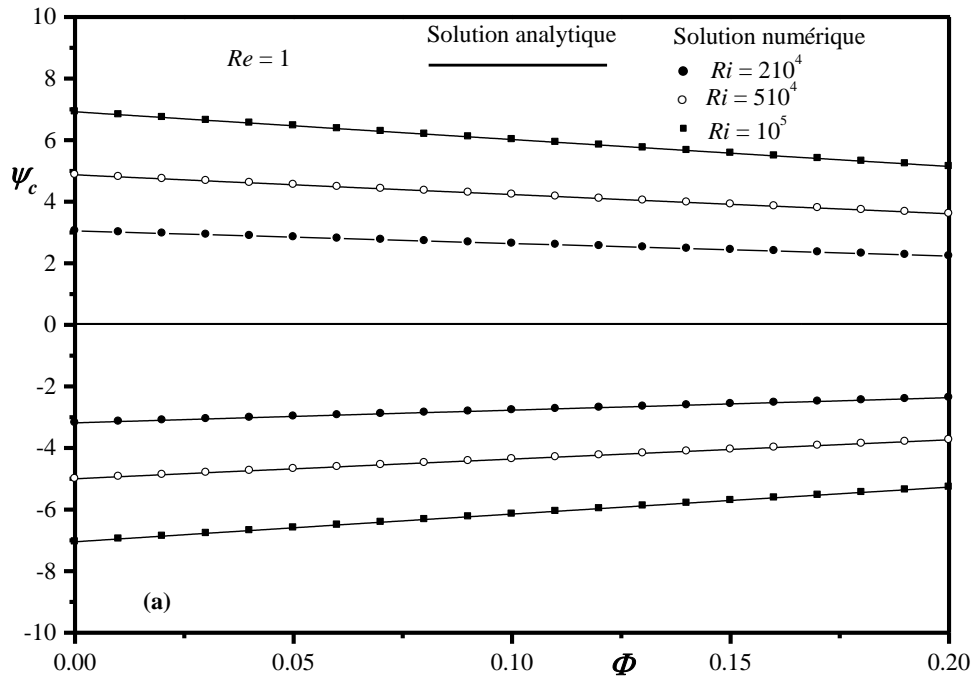


**Figure 6.7 :** Evolutions de la fonction de courant (a) et du nombre de Nusselt (b), dans la partie centrale de la cavité, avec le nombre  $Ri$ , pour  $Re = 1$ ,  $A = 14$  et différentes valeurs de  $\Phi$ .

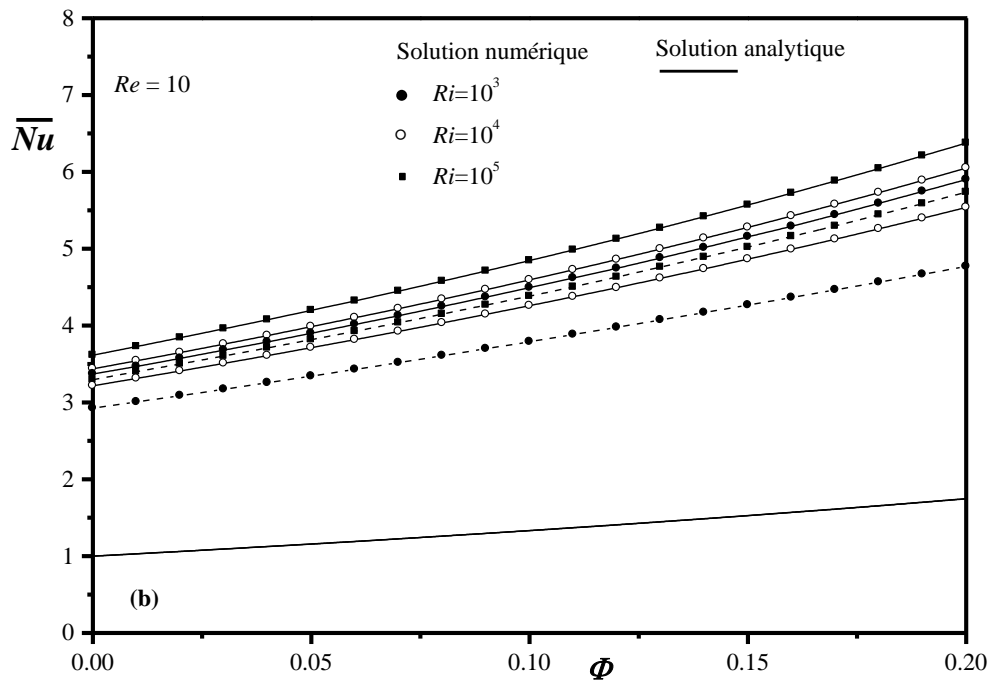
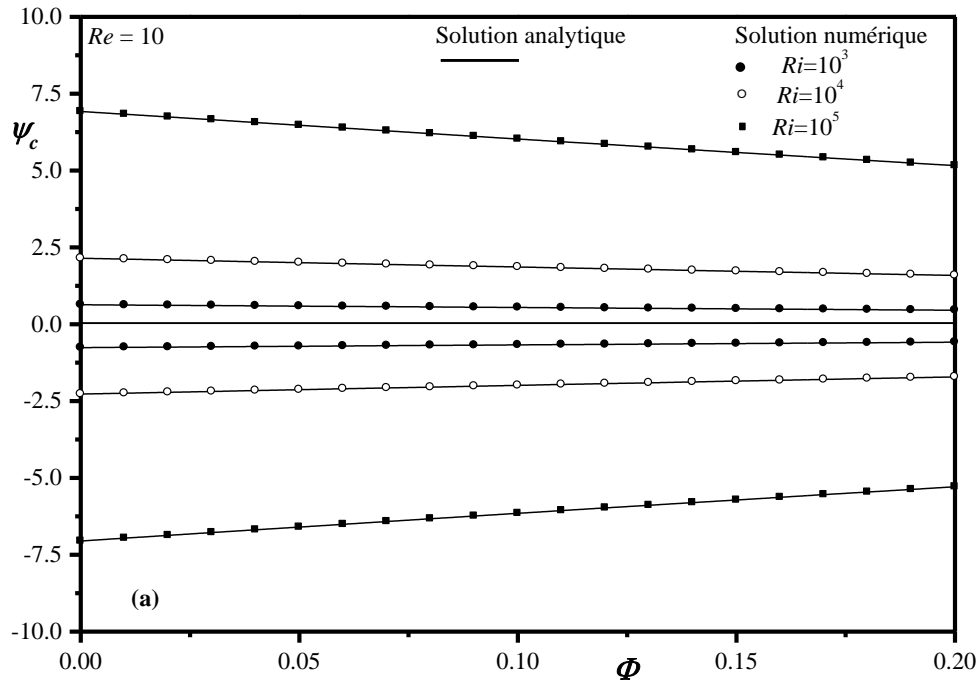


**Figure 6.8 :** Evolutions de la fonction de courant (a) et du nombre de Nusselt (b), dans la partie centrale de la cavité, avec le nombre  $Ri$ , pour  $Re=10$ ,  $A=14$  et différentes valeurs de  $\Phi$ .





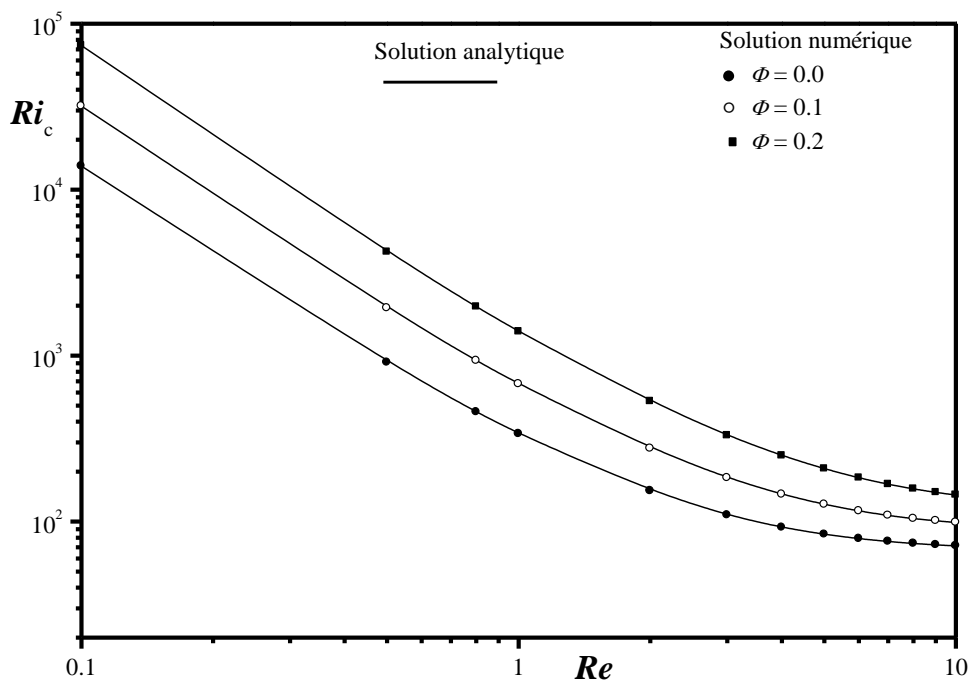
**Figure 6.9 :** Evolutions de la fonction de courant (a) et du nombre de Nusselt (b), dans la partie centrale de la cavité, avec le nombre  $\Phi$ , pour  $Re=1$ ,  $A=14$  et différentes valeurs de  $Ri$ .



**Figure 6.10** : Evolutions de la fonction de courant (a) et du nombre de Nusselt (b), dans la partie centrale de la cavité, avec le nombre  $\Phi$ , pour  $Re = 10$ ,  $A = 14$  et différentes valeurs de  $Ri$ .

## 6.7. Naissance du régime bicellulaire

La figure 6.11 est une illustration de l'évolution du nombre de Richardson critique,  $Ri_c$ , correspondant à l'apparition de la convection Rayleigh-Bénard en présence de celle forcée en fonction de  $Re$ , pour différentes valeurs de  $\Phi$ . A première vue,  $Ri_c$  semble clairement diminuer avec  $Re$  pour atteindre une valeur asymptotique dépendamment de  $\Phi$ . Pour être plus précis, une augmentation de  $Re$  anticipe l'apparition de l'écoulement de flottabilité en minimisant les effets visqueux, alors que celle de  $\Phi$  la retarde à cause de l'augmentation de la viscosité effective.



**Figure 6.11.** Evolution du nombre de Richardson  $Ri_c$  en fonction de  $Re$  pour différentes valeurs de  $\Phi$ .

## 6.8. Conclusion

Dans le présent chapitre est examiné numériquement et analytiquement le problème de la convection mixte au sein d'une cavité rectangulaire allongée ( $A=14$ ) à paroi supérieure uniformément mobile, remplie d'un nanofluide, et soumise au niveau de ses faces horizontales à une densité de flux de chaleur uniforme ascendante, tandis que celles verticales sont thermiquement isolées.

Les simulations numériques sont conduites dans le cas du mélange  $Cu-H_2O$ , en faisant varier les paramètres gouvernants dans les gammes de valeur  $1 \leq Re \leq 10$ ,  $0 \leq Ri \leq 10^5$  et  $0 \leq \Phi \leq 0.2$ . Les principaux résultats sont résumés comme suit :

- les résultats analytiques corroborent parfaitement ceux numériques, témoignant ainsi de l'existence d'une solution analytique, qui valide le code numérique développé ;

- dans la limite des valeurs des paramètres gouvernants, le problème admet une multiplicité de solutions qui se traduit par la présence d'un régime unicellulaire (effets coopérants), d'un régime bicellulaire (effets opposés) et enfin d'un régime conductif inaccessible numériquement ;

- l'apparition de la convection Rayleigh-Bénard, exprimée par  $Ri_c$ , est tributaire essentiellement de la valeur de  $Re$  ;

- pour la configuration étudiée, les résultats obtenus, en termes de transfert de chaleur, renseignent sur l'apport positif des nanoparticules prouvant le rôle attendu des nanofluides comme solution au déficit posé par les fluides classiques.

---

---

## CONCLUSION GENERALE

---

---

Tout au long de ce travail de thèse sont étudiés les écoulements et les transferts de chaleur par convection mixte dans une cavité rectangulaire allongée remplie de nanofluides de type cuivre-eau. Pour exprimer les propriétés thermo-physiques de tels fluides, en particulier la conductivité thermique et la viscosité dynamique effectives, les modèles de Maxwell-Garnett et de Brinkman sont respectivement adoptés. Bien que ces modèles soient simples et restreints aux nanoparticules de formes sphériques dans des mélanges solide/liquide, ils sont communément utilisés dans les problèmes de convection et permettent de donner un aperçu sur le comportement thermo-hydraulique de la situation étudiée. La convection mixte est initiée en imposant :

- aux parois rigides et imperméables de l'enceinte des densités de flux de chaleur uniformes (conditions aux limites de type Neumann) ;
- à la paroi supérieure (couvercle) un mouvement uniforme (modèle de la cavité entraînée).

Dans ces conditions, trois situations sont envisagées dépendamment de la disposition du flux de chaleur et de son sens par rapport à celui du mouvement du couvercle. D'autre part, moyennant un certain nombre d'hypothèses simplificatrices et prenant en compte les modèles thermo-physiques évoqués, les équations régissant la convection mixte sont adimensionnalisées et écrites en formulation de variables primitives (vitesse, pression, température) dans un système de coordonnées cartésiennes, étant donnée la forme rectangulaire de la géométrie considérée. Aussi, la nature des conditions aux limites thermiques (de type Neumann) et l'aspect allongé de la cavité (grand rapport d'aspect) font que le problème peut être étudié aussi bien numériquement qu'analytiquement. C'est ainsi qu'un code numérique, basé sur l'approche aux volumes finis et l'algorithme SIMPLER, est élaboré. Parallèlement une approche analytique

s'appuyant sur l'approximation de l'écoulement parallèle est développée. Par ailleurs, l'analyse dimensionnelle du problème a permis de dégager des grandeurs adimensionnelles susceptibles de gouverner le problème posé. Ce sont le nombre de Reynolds,  $Re$ , caractérisant la convection forcée, et celui de Richardson,  $Ri$ , mesurant l'importance relative des convections naturelle et forcée, auxquels il faut ajouter la fraction volumique,  $\Phi$ , traduisant la concentration en nanoparticules. D'autres grandeurs sont également présentes, ou fixées par le contexte de la situation étudiée ( $Pr = 7$  et  $A = 8$  ou  $14$ ) ou bien dépendent explicitement de  $\Phi$ . Toutefois, bien que le nombre de paramètres gouvernant le problème soit restreint à trois, son organisation et son analyse reste suffisamment compliquées. La présente situation appelle donc à concentrer les efforts sur une présentation des résultats obtenus de façon plus claire, ce qui est fait en fixant d'abord  $Re$ , puis  $Ri/(\Phi)$  et en paramétrant par  $\Phi/(Ri)$ . Finalement, l'écoulement et le transfert de chaleur sont analysés en fonction des variables adimensionnelles susmentionnées et on peut récapituler l'ensemble des résultats obtenus comme suit.

- Tout d'abord, il faut noter que pour toutes les configurations de conditions aux limites considérées et dans la limite des valeurs des paramètres gouvernants, les résultats analytiques issus de l'approximation de l'écoulement parallèle collent parfaitement, avec ceux numériques, ce qui valide mutuellement les deux approches adoptées.

- Différents régimes d'écoulement peuvent prendre place au sein de la cavité sous les effets de cisaillement et de flottabilité.

- Les performances thermiques des nanoparticules dans la cavité se trouvent tributaires des conditions aux limites imposées. En effet, dans le cas d'une cavité chauffée et refroidie par les parois verticales, l'introduction de nanoparticules défavorise/(favorise) le transfert de chaleur lorsque la convection naturelle/(forcée) est dominante et ce, que le régime d'écoulement installé soit unicellulaire (cas coopérant) ou bicellulaire (cas opposé). Il n'en est pas de

même lorsque l'enceinte est exposée à des flux de chaleur ascendants au niveau de ses faces horizontales, puisque cette fois-ci le transfert de chaleur se trouve nettement amélioré en augmentant la concentration en nanoparticules et ce, quels que soient le régime d'écoulement et la nature, conflictuelle ou coopérante, des effets coexistants. Il est bien clair que le caractère controversé des résultats de transfert est lié essentiellement au conflit entre la viscosité et la conductivité thermique effectives, en complicité avec le rapport de forme. En fait, la viscosité, qui est un phénomène de surface, encourage l'effet de cisaillement dû à la paroi mobile et s'oppose à l'effet de flottabilité qui est une manifestation de volume en prenant l'ascendant sur la conductivité thermique dans le cas de la configuration de chauffage horizontal.

- Pour toutes les situations examinées, les performances hydrauliques de l'enceinte se trouvent amoindries par l'augmentation de la fraction volumique solide des nanoparticules, comme conséquence de l'augmentation de la viscosité effective, dont le rôle en termes de ralentissement de l'écoulement est bien évident.

Pratiquement parlant, bien que l'étude effectuée utilise des modèles simplistes pour la viscosité et la conductivité thermique effectives, elle met la lumière sur le problème de thermisation des nanofluides et apporte des éléments nouveaux à ce sujet, ce qui peut donc aider à la compréhension des mécanismes gouvernant le transfert de chaleur par convection mixte dans de tels milieux. Toutefois, des questions restent sans réponses :

- L'amélioration de la conductivité thermique effective fait-elle du nanofluide un candidat pour remplacer un fluide conventionnel dans certaines applications ?

- Dans quelle mesure peut-on intensifier les transferts convectifs ?

- Les études antérieures menées dans ce cadre dégagent parfois des controverses aussi bien avec des modèles empiriques que théoriques intégrant

plusieurs facteurs physiques. Quels autres paramètres doivent-êre réellement pris en compte ?



---

---

## REFERENCES

---

---

**Abu-Nada, E. et Chamkha, A. J. (2010),** “*Mixed convection flow in a lid-driven square enclosure filled with a nanofluid,*” *European Journal of Mechanic B/Fluids*, Vol. 29, No. 6, pp. 472–482.

**Cha, C. K. et Jaluria, Y. (1984),** “*Recirculating mixed convection flow for energy extraction,*” *International Journal of Heat Mass Transfer*, Vol. 27, pp. 1801–1810.

**Chevalier, J. (2010),** “*Etude de la rhéologie de nanofluides soumis à de très forts taux de cisaillement à l’aide de microsystèmes fluidique*”, Thèse de Doctorat, Université Grenoble I – Joseph Fourier, France.

**Corcione, M. (2010),** “*Heat transfer features of buoyancy-driven nanofluids inside rectangular enclosures differentially heated at the sidewalls,*” *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 49, pp. 1536–1546.

**Glodés, B. (2010),** “*Contribution à l’étude de la convection naturelle dans les nanofluides en configuration Rayleigh-Bénard*”, Thèse de Doctorat, Université de Toulouse, France.

**Gray, D. et Giorgini, A. (1976),** “*on the validity of de boussinesq approximation for liquids and gases*”, *Heat mass Transfer* 19, 545-551.

**Ideriah, F. J. K. (1980),** “*Prediction of turbulent cavity flow driven by buoyancy and shear,*” *Journal of Mechanical Engineering Sciences*, Vol. 22, pp. 287–295.

**Imberger, J. et Hamblin, P. F. (1982),** “*Dynamics of lakes, reservoirs, and cooling ponds,*” Annual Review of Fluid Mechanics, Vol. 14, pp. 153–187.

**Jordan, M. A., Wilson, L. et Panda, D. (1999)** “*Modulation of microtubule dynamics by drugs: a paradigm for the actions of cellular regulators*”. Cell Struct. Funct. 24, 329–335.

**Karimipour, A., Afrand, M. et Bazofti, M. M. (2010),** “*Periodic mixed convection of a nanofluid in a cavity with top lid sinusoidal motion,*” International Journal of Mechanical and Materials Engineering, Vol. 1, No. 1, pp. 34–39.

**Lamsaadi, M., Naimi, M. et Hasnaoui, M. (2006),** “*Natural convection heat transfer in shallow horizontal rectangular enclosures uniformly heated from the side and filled with non-Newtonian power law fluids,*” Energy Conversion and Management, Vol. 47, pp. 2535–2551.

**Ma, H. B., Wilson, C., Yu, Q., Choi, U. S. et Tirumala, M. (2006),** “*An experimental investigation of heat transport capability in a nanofluid oscillating heat pipe*”, ASME J. Heat Transfer 128 1213–1216.

**Mahmoodi, M. (2011),** “*Mixed convection inside nanofluid filled rectangular enclosures with moving bottom wall,*” International Journal of Thermal Sciences, Vol. 15, No. 3, pp. 889–903.

**Mansour, M. A., Mohamed, R. A., Abd-Elaziz, M. M et Ahmed, S. E. (2010),** “*Numerical simulation of mixed convection flows in a square lid-driven cavity partially heated from below using nanofluid,*” International Communication in

Heat and Mass Transfer, Vol. 37, No. 10, pp. 1504–1512.  
doi:10.1016/j.icheatmasstransfer.2010.09.004

**Muthamilselvan, M, Kandaswamy, P. et Lee, J. (2010),** “*Heat transfer enhancement of copper-water nanofluids in a lid-driven enclosure,*” Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, Vol. 15, No. 6, pp. 1501–1510.

**Nemati, H., Farhadi, M., Sedighi, K., Fattahi, E. et Darzi, A. A. R. (2010),** “*Lattice Boltzmann simulation of nanofluid in lid-driven cavity,*” International Communication in Heat and Mass Transfer, Vol. 37, No. 10, pp. 1528–1534.

**Ogut, E. B. (2009),** “*Natural convection of water-based nanofluids in an inclined enclosure with a heat source,*” International Journal of Thermal Sciences, Vol. 48, pp. 2063–2073.

**Polidori, G., Fohanno, S. et Nguyen, C. T. (2007),** “A note on heat transfer modelling of Newtonian nanofluids in laminar free convection”. Int. J. Therm. Sci. 46, pp. 739-744.

**Pilkington, L. A. B. (1969),** “*Review lecture. The float glass process,*” Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences Vol. 314, No. 1516, pp. 1–25.

**Patankar, S. (1980),** “*Numerical heat transfer and fluid flow,*” Hemisphere, Washington DC

**Sheikhzadeh, G. A., Hajjaligol, N., Qomi, M. E. et Fattahi, A. (2012),** “*Laminar mixed convection of Cu-water nano-fluid in two sided lid-driven enclosures,*” Journal of Nanostructures, Vol. 1, pp. 44–53.

**Siginer D. A et Valenzuela-Rendon, A. (2000)**, “*On the laminar free convection and instability of grade fluids in enclosures*”, INT J HEAT, 43(18), pp. 3391-3405.

**Talebi, F., Mahmoudi, A. H. et Shahi, M. (2010)**, “*Numerical study of mixed convection flows in a square lid-driven cavity utilizing nanofluid*,” International Communication in Heat and Mass Transfer, Vol. 37, No. 1, pp. 79–90.

**Tiwari, R. K. et Das, M. K. (2007)**, “*Heat transfer augmentation in a two-sided lid-driven differentially heated square cavity utilizing nanofluids*,” International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 50, pp. 2002–2018.

**Tsai, C. Y., Chien, H. T., Ding, P. P., Chan, B., Luh, T. Y. et Chen, P. H. (2004)**, “*Effect of structural character of gold nanoparticles in nanofluid on heat pipe thermal performance*”, Material Letters 58 1461-1465.

**Tzeng, S. C., Liou, J. H. et Jou, R. Y. (2005)**, “*Numerical simulation-aided parametric analysis of natural convection in a roof of triangular enclosures*”, Heat Transfer Eng. 26 69–79.

**You, S. M., Kim, J. H. et Kim, K. H. (2003)**, “*Effect of nanoparticles on critical heat flux of water in pool boiling heat transfer*”. Applied Physics Letters 83, 3374–3376.

**Yu, W., France, D. M., Choi, S. U. S. et Routbort, J. L. (2007)**, “*Review and assessment of nanofluid technology for transportation and other applications*,” Renew Sustain Energy Rev, 11(3), 512-523.

**Vassallo, P., Kumar, R. et Damico, S. (2004),** “*Pool boiling heat transfer experiments in silica-water nano-fluids*”. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47, 407–411.

**Xuan, Y. et Roetzel, W. (2000),** “*Conceptions for heat transfer correlation of nanofluids,*” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 43, pp. 3701–3707.

**Zhang, N. (1997),** “*A Binding Approach to Eventuality Quantification in Dou Constructions, in Liejiong Xu (ed.) Referential Properties of Chinese Noun Phrases*”. Paris: Ecole des Hautes en Sciences Sociales, Centre de Recherches Linguistiques sur l'Asie Orientale, pp. 167–207.