

N° d'ordre : 178/2018



**UNIVERSITÉ SULTAN MOULAY SLIMANE**  
**Faculté des Sciences et Techniques**  
**Béni Mellal**



*Centre d'Études Doctorales : Sciences et Techniques*

*Formation doctorale : Mathématiques et Physique Appliquées*

## **THÈSE**

Présentée par

**El Mostafa ATIFY**

Pour l'obtention du grade de

**Docteur**

*Spécialité : Physique*

*Option : Traitement de signal et Télécommunications*

---

# **Contribution à l'élaboration et la mise en œuvre des méthodes d'Identification et d'Égalisation Aveugle**

---

Soutenue publiquement le 27 octobre 2018 devant le jury composé de :

Pr BOUIKHALENE Belaid	Professeur à la FP, Béni Mellal	Président
Pr EL AYACHI Rachid	Professeur à la FST, Béni Mellal	Rapporteur
Pr EL KAMILI Mohamed	Professeur à la Faculté des Sciences, Fès	Rapporteur
Pr MINAOUI Brahim	Professeur à la FST, Béni Mellal	Rapporteur
Pr BOUMEZZOUGH Ahmed	Professeur à la FP, Béni Mellal	Co-Encadrant
Pr DAOUI Cherki	Professeur à la FST, Béni Mellal	Directeur de thèse

# Dédicace

*Je dédie ce travail :*

*À ma chère mère Fatima, que Dieu la garde*

*À mon cher père Ahmed, que Dieu le biné*

*À ma chère femme Bouchra, que Dieu la garde*

*À mes chers enfants : Aya, Aymane et Ihab, que Dieu les garde*

*À mes chers frères et leurs familles : Mohammed, Hassan, Youssef et Rachid, que Dieu les garde*

*À mes oncles et leurs familles, que Dieu les garde*

*À tous mes chers professeurs, que Dieu les garde*

*À mes chers professeurs encadrant : Cherki Daoui, Ahmed Boumezzough et leurs familles, que Dieu les garde*

*À mes chers collègues de CPGE Béni Mellal et leurs familles, que Dieu les garde*

*À tous mes cher(e)s ami(e)s, que Dieu les garde*

*À mes chers élèves du CPGE Béni Mellal, que Dieu les garde,*

*À tous ceux qui m'aiment ...*

*Elmostafa.*

# Remerciements

A l'issue de la rédaction de cette recherche, il m'est agréable d'exprimer ma reconnaissance auprès de toutes les personnes dont l'intervention a favorisé l'aboutissement de ce travail.

Le bon déroulement de cette thèse, jusqu'à son dénouement, est en grande partie imputable aux Professeurs **Cherki DAOUI** et **Ahmed BOUMEZZOUGH** qui m'ont accordé d'être l'un des membres du Laboratoire de Traitement de l'Information et Aide à la Décision. Je les remercie du fond du cœur, aussi bien pour avoir dirigé mes travaux avec talent, que pour m'avoir accompagné amicalement et fraternellement dans ce cheminement. Leurs énergies, leurs compétences et leur constante disponibilité sont autant de qualités sans faille que j'apprécie chez eux et qui m'ont beaucoup aidé pour mener à bien ce travail. Ce fut un réel plaisir de leurs avoir comme mes encadrants.

Je remercie sincèrement Monsieur **BOUIKHALENE Belaid**, Professeur à la faculté Polydisciplinaire de Béni Mellal, qui m'a fait l'honneur d'accepter la présidence du jury.

Je remercie vivement Messieurs **MINAOUI Brahim** et **EL AYACHI Rachid**, Professeurs à la Faculté des Sciences et Techniques Béni Mellal et Monsieur **EL KAMILI Mohamed**, Professeur à la Faculté des Sciences Fès, pour l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant d'être rapporteurs de ce travail.

Je n'oublie pas de remercier tous mes professeurs depuis le primaire. Un remerciement spécial pour les professeurs de l'Université Sultan Moulay Slimane.

Un grand merci à toutes les personnes de l'administration que j'ai côtoyées durant ces années. En particulier **M. M. ARIF**. Je les remercie pour leur sympathie, leurs soutien constant, leurs encouragements, leurs conseils et leurs gentillesse formidables.

J'adresse un remerciement spécial et j'exprime ma profonde reconnaissance à ma famille, en particulier ma mère, ma femme et mes enfants qui m'ont supporté et qui me supportent encore. Que Dieu les récompense.

Je tiens à remercier tous mes collègues du CPGE. Je cite particulièrement **N. AZMI**, **A. MHIRIK**, **M. BOURHIM** et **C. CHMAITI** pour leurs efforts et leurs temps qui m'ont accordé pour la correction des articles et de la thèse. Je tiens à remercier

tous mes amis. Je cite particulièrement **A. NEBAG**, **H. HARFI**, **A. ZARAOUI**, **M. MSAADI**,. Et tous ceux qui m'ont supporté, de près ou de loin. Que Dieu les récompense.

# Avant-propos

- Prénom et Nom de l'auteur de la thèse : Elmostafa ATIFY
- Intitulé de la thèse : Contribution à l'amélioration des méthodes d'Identification et d'Égalisation Aveugle.
- Prénom et Nom du directeur de la thèse : Pr. Cherki DAOUI (Professeur à la Fac des Sciences et Techniques de Béni Mellal)
- Prénom et Nom du co-encadrant de la thèse : Pr. Ahmed BOUMEZZOUGH (Professeur à la Faculté Polydisciplinaire de Béni Mellal)
- Lieu de réalisation du travail : Laboratoire de Traitement de l'Information et Aide à la Décision, à la Faculté des Sciences et Techniques, Université Sultan Moulay Slimane, Béni Mellal.

## **Publications Internationales**

1. **Elmostafa ATIFY**, Ahmed BOUMEZZOUGH & Cherki DAOUI, "Blind Identification of FIR using the third and fourth order Cumulants" International Journal of Advanced Research in Computer Science and Software Engineering, Volume 4, Issue 2, February 2014, ISSN : 2277 128X.
2. **Elmostafa ATIFY**, Ahmed BOUMEZZOUGH & Cherki DAOUI, "Using A Fuzzy Number Error Correction Approach to Improve Algorithms in Blind Identification" Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science, Volume 3, No. 2, August 2016, pp. 410-419.
3. **Elmostafa ATIFY**, Cherki DAOUI & Ahmed BOUMEZZOUGH, "A blind identification and equalization for MC-CDMA transmission channel using a new adaptive filter algorithm" Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science, Volume 5, No. 2, 2017, pp.352-362. DOI : 10.11591

### **Communications Internationales**

1. **Elmostafa ATIFY**, Cherki DAOUI & Ahmed BOUMEZZOUGH, "Blind Identification of FIR using the high order cumulants". 1<sup>st</sup> International Conference on Business Intelligence (CBI'14). Beni Mellal, Morocco, April 29-30, 2014.
2. **Elmostafa ATIFY**, Cherki DAOUI & Ahmed BOUMEZZOUGH, "Modélisation et Identification aveugle du canal non gaussien par les cumulants d'ordres supérieurs". Conférences des journées doctorale. Beni Mellal, Morocco, Juin 06, 2014.
3. **Elmostafa ATIFY**, Cherki DAOUI & Ahmed BOUMEZZOUGH, "An Iterative Gradient Descent Approach for blind channel identification", 2<sup>th</sup> International Conference on Business Intelligence (CBI'15). Beni Mellal, Morocco, April 24, 2015.
4. **Elmostafa ATIFY**, Cherki DAOUI & Ahmed BOUMEZZOUGH, "A blind identification channel using multi-layer neural network". CGiV2016-13th Computer Graphics, Imaging and Visualization , 29 March -1 April, 2016, Sultan Moulay Sliman University, Beni Mellal, Morocco.  
DOI Bookmark : <http://doi.ieeecomputersociety.org/10.1109/CGiV.2016.80>
5. **Elmostafa ATIFY**, Cherki DAOUI & Ahmed BOUMEZZOUGH, "A Blind Identification algorithm using PCA and Fuzzy Numbers Error Correction". 3th International Conference on Business Intelligence (CBI'17). Beni Mellal, Morocco, date du 29-31 mars, 2017.

## Résumé

L'identification aveugle d'un canal bruité par un bruit gaussien utilise des algorithmes à base des cumulants d'ordre supérieur, les plus récents sont à bases des cumulants d'ordre quatre. En littérature, ces algorithmes utilisent généralement des calculs matriciels pour estimer les paramètres du canal. Leur performance nécessite des tailles d'échantillons assez grandes, mais en pratique la taille d'échantillon est limitée, ces algorithmes souffrent ainsi d'insuffisance. Pour pallier à ce problème, nous avons proposé deux approches en identification aveugle. Dans la première approche, nous avons proposé un algorithme qui combine les ordres trois et quatre des cumulants. Il a montré son efficacité, il est simple à implémenter et moins coûteux en temps. Dans la seconde approche, nous avons utilisé la théorie des nombres flous pour corriger les erreurs dues à la divergence des algorithmes d'identification aveugle à cause des tailles d'échantillons utilisés qui souvent faibles, ainsi nous avons adapté ces algorithmes à des petites tailles d'échantillons.

Dans une première application, nous avons utilisé un canal d'ordre faible. Dans une seconde application, nous avons utilisé un canal d'ordre supérieur à trois, en combinant la méthode d'ACP et la théorie des nombres flous. Cette méthode a montré son efficacité pour au canal radio mobile BRAN A de 18 trajets. Une autre contribution a été réalisée au niveau de l'égalisation aveugle. Le filtre égaliseur souvent utilisé en égalisation aveugle est le Zforcing qui est impraticable dans le cas où l'estimation aveugle de l'un des paramètres du canal est faible. Pour remédier à cet inconvénient, nous avons proposé un filtre récursif plus efficace que Zforcing en transmission de quatrième génération MC-CDMA.

Enfin, les simulations réalisées montrent que les méthodes proposées dans ce travail donnent une très bonne satisfaction en termes de taux d'erreur binaire (BER), comparativement à de nombreux algorithmes classiques.

**Mots clés :** Identification aveugle, Égalisation aveugle, Statistiques d'ordre supérieur, MC-CDMA, Zforcing, Nombre Flou, ACP.

## Abstract

The blind identification of a noisy channel by Gaussian noise uses algorithms based on higher order cumulants, the most recent are based on fourth order cumulants. In literature, these algorithms generally use matrix calculations to estimate channel parameters. Their performance requires large sample sizes but in practice, the sample size is limited, so these algorithms suffer from insufficiency. To overcome this problem, we have proposed two blind identification approaches. In the first approach, we proposed an algorithm that combines orders three and four of the cumulants. It has proven its effectiveness, it is simple to implement and less costly in time. In the second approach, we used the notion of fuzzy number to correct errors due to the divergence of blind identification algorithms due to the small sample sizes often used, so we adapted these algorithms to small sample sizes.

In a first application, we used a weak order channel. In a second application, we used

a channel of order greater than three, combining the PCA method and the fuzzy number. This method has shown its effectiveness for the 18-route BRAN A radio mobile channel.

Another contribution was made at the level of blind equalization. The equalizer filter often used in blind equalization is the Zforcing is impracticable in the case where the blind estimate of one of the channel parameters is low. To remedy this deficiency, we have proposed a more efficient recursive filter than Zforcing for the fourth generation MC-CDMA transmission.

**Keywords :** Blind identification, Blind equalization, High order statistics, MC-CDMA, Zforcing, Fuzzy number, PCA.



# Abréviations et Notations

$\mathcal{M}'_{n,X}$  moment classique centré d'ordre  $n$  de la variable aléatoire continue  $X$

$\mathcal{M}_{n,X}$  moment classique d'ordre  $n$  de la variable aléatoire  $X$

$Cum = (.)$  fonction cumulante

$E(.), E[.]$  moment généralisé

$G_{dB}$  Gain en Décibel

ARQS Approximation en Régime Quasi-Stationnaire

BBAG Bruit Blanc Additif Gaussien

BNC Bayonet Neill-concelman Connector

BPSK Binary Phase Shift Keying

CDMA Code Division Multi Access

DH-SS Direct Hopping Spread Spectrum 'étalement par séquence direct'

FDMA Frequency Division Multi Access

FFT Fast Fourier Transform

FH-SS Frequency Hopping Spread Spectrum 'étalement par le saut en fréquence'

GSM Global System for Mobile communications

IES Interférence Entre Symboles

IFFT Inverse Fast Fourier Transform

LMS Least Mean Square

LS Least Square

MMF Multi Mode Fiber

OEM Onde Électromagnétique

OFDM Orthogonal Frequency-Division Multiplexing

RF Radio Fréquence

SMF Single Mode Fiber

SNR Signal Noise Ratio

SOS Statistique d'Ordre Supérieur

SS Spread Spectrum 'étalement de spectre'

STP Shielded Twisted Pairs

TDMA Time Division Multi Access

TH-SS Time Hopping Spread Spectrum 'étalement par le saut en temps'

UMTS Universal Mobile Telecommunications System

UTP Unshielded Twisted Pair

# Table des matières

<b>Dédicace</b>	<b>i</b>
<b>Remerciements</b>	<b>ii</b>
<b>Avant-propos</b>	<b>iv</b>
	<b>xvi</b>
<b>1 Introduction Générale</b>	<b>1</b>
1.1 Contexte et motivation . . . . .	1
1.2 Problématique . . . . .	1
1.3 Organisation de la thèse . . . . .	4
<b>2 Chaîne de transmission de l'information</b>	<b>6</b>
2.1 Introduction . . . . .	6
2.2 Structure générale d'une chaîne de transmission de l'information . . . . .	7
2.3 Les supports de transmission . . . . .	8
2.3.1 Câbles à paires torsadées . . . . .	8
2.3.2 Câbles coaxiaux . . . . .	9
2.3.3 Câbles à fibre optique . . . . .	10
2.3.4 Liaison infrarouge . . . . .	11
2.3.5 Liaison hertzienne . . . . .	11
2.4 Effet du canal de transmission . . . . .	12
2.5 Canal de communication radio-mobile . . . . .	12
2.6 Techniques de la communication . . . . .	13
2.6.1 Notion de la diversité (temporelle, fréquentielle, spatiale) . . . . .	14
2.6.2 Notion de la sélectivité . . . . .	15
2.6.3 Étalement du spectre . . . . .	16
2.7 Modulations à porteuses multiples . . . . .	16
2.7.1 Notion d'orthogonalité . . . . .	17
2.7.2 Différence entre OFDM et FDM . . . . .	18
2.7.3 Signal OFDM : Émetteur/Récepteur . . . . .	18
2.8 Modèle mathématique du canal . . . . .	19
2.9 Conclusion . . . . .	21

<b>3</b>	<b>Généralités sur les moments et Cumulants d'ordre supérieur</b>	<b>22</b>
3.1	Introduction . . . . .	22
3.2	Définitions des moments et cumulants . . . . .	23
3.2.1	Moment généralisé d'une variable aléatoire . . . . .	23
3.2.2	Fonction génératrice des moments . . . . .	24
3.2.3	Propriétés . . . . .	24
3.2.4	Fonction génératrice des cumulants . . . . .	24
3.2.5	Propriétés des cumulants . . . . .	25
3.2.6	Cas de la distribution gaussienne . . . . .	25
3.2.7	Écart par rapport à la distribution gaussienne . . . . .	26
3.3	Moments et cumulants d'ordre supérieur . . . . .	26
3.3.1	Modèle d'un processus stochastique réel et discret . . . . .	27
3.3.2	La multicorrélation d'un signal . . . . .	27
3.4	Estimation des moments et cumulants . . . . .	28
3.4.1	Estimation des moments . . . . .	28
3.4.2	Estimation des cumulants . . . . .	29
3.5	Conclusion . . . . .	30
<b>4</b>	<b>Algorithmes à base des cumulants d'ordre supérieur pour l'identification aveugle</b>	<b>31</b>
4.1	Introduction . . . . .	31
4.2	Position du problème . . . . .	32
4.3	Équation fondamentale . . . . .	33
4.4	Algorithmes à base des cumulants d'ordre unique . . . . .	33
4.4.1	Algorithme à base des cumulants d'ordre quatre utilisant $q+1$ équations : ALG1 . . . . .	34
4.4.2	Algorithme à base des cumulants d'ordre quatre utilisant $2q+1$ équations : ALG2 . . . . .	34
4.4.3	Algorithme de Zhang . . . . .	35
4.4.4	Algorithme «C(q,k)» de Giannakis . . . . .	36
4.5	Algorithme proposé : ALGat . . . . .	36
4.5.1	Équation générale . . . . .	36
4.5.2	Approche combinant les cumulants d'ordre trois et quatre : ALGat . . . . .	37
4.6	Simulation et résultats . . . . .	37
4.6.1	Cas de canal fortement bruité SNR = 0 dB . . . . .	38
4.6.2	Cas d'un bruit avec SNR = 10 dB . . . . .	40
4.7	Conclusion . . . . .	43
<b>5</b>	<b>Approche utilisant le nombre flou et l'ACP pour l'identification aveugle du canal</b>	<b>44</b>
5.1	Introduction . . . . .	44
5.2	Notions du Nombre flou . . . . .	45
5.2.1	Définitions . . . . .	45
5.2.2	Opérations en nombre flou . . . . .	45
5.3	Algorithme proposé à base du nombre flou : AlgaTF . . . . .	46

5.4	Résultats des simulations et discussions . . . . .	47
5.4.1	Cas d'un SNR = 10 dB . . . . .	48
5.4.2	Cas d'un SNR = 20 dB . . . . .	49
5.5	Approche utilisant le nombre flou et l'ACP . . . . .	52
5.5.1	Principe de la méthode ACP . . . . .	52
5.5.2	Formalisme mathématique . . . . .	52
5.6	Simulations et résultats . . . . .	55
5.6.1	Cas d'un SNR = 10 dB . . . . .	56
5.6.2	Cas d'un SNR = 20 dB . . . . .	57
5.7	Conclusion . . . . .	58
<b>6</b>	<b>Algorithme d'égalisation pour la transmission radio mobile MC-CDMA</b>	<b>60</b>
6.1	Introduction . . . . .	60
6.2	Modèle proposé . . . . .	61
6.2.1	Hypothèses . . . . .	61
6.2.2	Expressions théoriques des réponses impulsionnelles du filtre adaptatif proposé . . . . .	61
6.3	La chaîne de transmission MC-CDMA . . . . .	63
6.3.1	Structure du transmetteur MC-CDMA . . . . .	64
6.3.2	Structure du récepteur MC-CDMA . . . . .	65
6.4	Simulations et résultats . . . . .	65
6.4.1	Identification et égalisation aveugle pour un SNR = 0,5 dB . . . . .	65
6.4.2	Identification et égalisation aveugle pour un SNR = 10,5 dB . . . . .	67
6.4.3	Taux d'erreur binaire (BER) en fonction du rapport signal sur bruit (SNR) . . . . .	69
6.4.4	Comparaison entre notre égaliseur et celui de Zforcing . . . . .	69
6.5	Conclusion . . . . .	70
<b>7</b>	<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>71</b>
<b>A</b>	<b>Les techniques d'égalisation dans le cas SISO</b>	<b>74</b>
A.1	L'algorithme de forçage à zéro (ZF) . . . . .	74
A.2	Algorithme de l'erreur quadratique moyenne minimale (MMSE) . . . . .	75

# Liste des tableaux

4.1	Estimation des paramètres de la réponse impulsionnelle pour un SNR = 0 dB . . . . .	39
4.2	Estimation de la réponse impulsionnelle pour différentes tailles d'échantillons avec un SNR = 10 dB . . . . .	41
4.3	Temps d'exécution des algorithmes pour N = 1200 . . . . .	42
5.1	Valeurs estimées des $h(i)$ pour N = 400,800, 1200 et pour SNR = 10 dB .	49
5.2	Valeurs estimées des $h(i)$ pour N = 400,800,1200 et pour SNR = 20 dB . .	51
5.3	Paramètres de la réponse impulsionnelle du canal BRAN A . . . . .	56
5.4	EQM de l'estimation de la réponse impulsionnelle du BRAN A pour SNR = 10 dB . . . . .	56
5.5	EQM de l'estimation de la réponse impulsionnelle du BRAN A pour SNR = 20 dB . . . . .	57

# Table des figures

2.1	Schéma synoptique d'une chaîne de transmission . . . . .	7
2.2	Schéma descriptive d'un câble à paires torsadées . . . . .	8
2.3	Schéma descriptive d'un câble coaxial . . . . .	9
2.4	Schéma descriptive d'une fibre optique . . . . .	10
2.5	Spectre fréquentiel des ondes électromagnétiques . . . . .	11
2.6	Types d'interactions de l'onde électromagnétique avec le milieu . . . . .	13
2.7	Comparaison des techniques d'accès [1] . . . . .	15
2.8	Fréquences de l'OFDM [1] . . . . .	17
2.9	Chaîne de transmission OFDM [1] . . . . .	19
2.10	Canal variant dans le temps . . . . .	20
4.1	Modèle de canal RIF . . . . .	32
4.2	Les zéros du filtre RIF . . . . .	39
4.3	Courbes de l'amplitude en dB pour un SNR = 0 et N = 800 . . . . .	40
4.4	Courbes de l'amplitude et de la phase pour un SNR = 0 dB et N = 800. . . . .	40
4.5	Courbes de l'amplitude en dB pour un SNR = 10 et N = 800 . . . . .	41
4.6	Courbes de l'amplitude en dB et de la phase pour un SNR = 10 dB et N = 800 sur un intervalle de $[0, 2x\pi]$ rad/sample. . . . .	42
4.7	EQM en fonction de la taille d'échantillon pour Alg1,Alg2 et Algat . . . . .	43
5.1	Représentation en nombre flou d'une valeur estimée. . . . .	47
5.2	Représentation en nombre flou d'une série de valeurs estimées . . . . .	47
5.3	Représentation des zéros du canal modèle . . . . .	48
5.4	Représentation du module de la phase la fonction de transfert du filtre pour N = 1200 et SNR = 10 dB . . . . .	50
5.5	Représentation du module et de la phase de la fonction de transfert du filtre pour N = 800 et SNR = 20 dB . . . . .	51
5.6	Dispersion des valeurs des réponses impulsionnelles selon les facteurs principaux pour Alg1 . . . . .	57
5.7	Dispersion des valeurs estimées de la réponse impulsionnelle selon les facteurs principaux pour Algat . . . . .	58
6.1	Modèle de l'égaliseur à filtre RIF du canal . . . . .	62

6.2 Chaîne de transmission MC-CDMA proposée . . . . .	64
6.3 Réponse impulsionnelle du canal idéal et après une identification aveugle en utilisant l'algorithme AlgaT avec le flou pour un SNR = 0,5 dB . . . . .	66
6.4 Différentes étapes de transformation subies par le signal de l'émetteur vers le récepteur pour un SNR = 0,5 dB . . . . .	66
6.5 Différentes étapes de traitement du signal de l'émetteur vers le récepteur en bande de base pour un SNR = 0,5 dB . . . . .	67
6.6 Réponses impulsionnelles du canal idéal et après identification aveugle pour un SNR = 10,5 dB . . . . .	67
6.7 Différentes étapes de transformation subies par le signal de l'émetteur vers le récepteur après égalisation pour un SNR = 10,5 dB . . . . .	68
6.8 Différentes étapes de traitement du signal de l'émetteur vers le récepteur après égalisation pour SNR = 10,5 dB . . . . .	68
6.9 Représentation du taux d'erreur binaire (BER) en fonction du rapport signal sur bruit (SNR) . . . . .	69
6.10 Comparaison entre Zforcing et notre filtre égaliseur . . . . .	70





# Introduction Générale

## 1.1 Contexte et motivation

Ce travail présente la synthèse de cinq années de recherche effectuée dans le cadre d'une thèse de doctorat en traitement de l'information au sein du laboratoire de Traitement de l'Information et Aide à la Décision (TIAD) de l'Université Sultan Moulay Slimane, Faculté des Sciences et Techniques, Béni Mellal. Le domaine de transmission de l'information est primordiale actuellement dans notre vie, il permet d'entretenir des relations interindividuelles et en permanence contact avec l'actualité. Le domaine de transmission de l'information est un secteur qui se développe rapidement et sans cesse, il représente une ressource de développement économique.

Ces arguments sont parmi les premières motivations qui m'ont attiré à faire des recherches dans ce domaine. De plus, la transmission de l'information est un vaste domaine de recherche dont l'objectif est d'augmenter la qualité de service. Notre thème de recherche constituant l'identification et l'égalisation aveugle est un axe parmi d'autres qui contribue aussi au développement du secteur de télécommunications et l'amélioration de la qualité du service.

## 1.2 Problématique

En général, la transmission de l'information d'un émetteur vers un récepteur passe à travers trois étapes fondamentales, le circuit électronique émetteur, le canal physique ou support de transmission et le circuit électronique récepteur. Le signal transmis subit plusieurs modifications qui sont accompagnées par des perturbations aléatoires au niveau des circuits électroniques. En transmission hertzienne, d'autres phénomènes physiques liés à la propagation des ondes électromagnétiques, comme la réflexion, la réfraction, la diffraction, la diffusion et l'absorption, engendrent des atténuations et des perturbations du signal [2].

D'autre part, l'interférence entre symboles (IES) est due au fait que la propagation d'un émetteur vers un destinataire n'est plus rectiligne. En effet, au niveau du récepteur, on reçoit une multitude d'ondes de différentes directions arrivant avec des

amplitudes et des phases différentes, ce qui complique la récupération entière du signal, c'est le phénomène multi-trajet. En littérature, ces différents types de bruit sont modélisés par un bruit blanc, gaussien et centré, c'est un bruit additif et le canal infecté par ce type de bruit est dit canal gaussien. Pour éliminer l'effet de ce bruit, on ajuste le signal bruité reçu, par exemple, à un signal à moyenne nulle, le canal est dit à moyenne ajustée (MA). En plus, un canal stationnaire linéaire à MA est modélisé par un filtre numérique à réponse impulsionnelle finie (RIF).

Pour minimiser l'effet indésirable du phénomène multi-trajet dans le canal, nous utilisons dans le cadre de cette thèse, les algorithmes d'identification et d'égalisation du canal qualifiés d'aveugles. Par ce terme nous entendons que ces algorithmes identifient le canal en disposant uniquement d'un signal reçu (sans séquences d'apprentissage). Ils sont opposés aux méthodes classiques (non aveugles) qui sont basées sur les séquences d'apprentissage qui utilisent la connaissance de l'entrée et de la sortie du système afin d'identifier les paramètres du canal. L'inconvénient des méthodes non aveugles est qu'elles utilisent une partie de la bande passante. En fait, dans des applications où le canal varie dans le temps, c'est le cas des communications mobiles, on doit réserver une partie de la trame d'information dédiée à la séquence d'apprentissage. Lorsque la qualité de transmission se dégrade, à cause des erreurs dues aux troubles dans le canal, la reprise de l'apprentissage s'impose, ce qui monopolise le serveur, et toutes les autres liaisons se retrouvent suspendues [3]. Les techniques traditionnelles les plus utilisées dans ce cas sont le filtre de Wiener et l'algorithme utilisant le gradient stochastique LMS [4].

Ces difficultés ont été surmontées par l'innovation de la technique autodidacte dite aussi aveugle. Elle repose sur des algorithmes d'égalisation qui ne nécessitent pas la connaissance a priori du signal émis. Toutefois, cette méthode est précédée par une identification du canal dite aussi aveugle, nous expliquons un algorithme très utilisé, à savoir, le Zforcing (voir annexe (A.1)) [1][5]. En éliminant la séquence d'apprentissage et en maximisant la capacité du canal à transmettre l'information utile, l'égalisation aveugle présente une solution efficace pour compenser les distorsions du canal. De même, l'égalisation trouve tout son intérêt dans certains systèmes de communications, où les symboles de la séquence d'apprentissage ne sont pas toujours disponibles (e.g systèmes point à multipoints). D'autres algorithmes appelés «semi-aveugle» mélangent les deux dernières approches. Comparée aux approches traditionnelles (avec séquence d'apprentissage), l'égalisation aveugle donne lieu à de véritables défis et enjeux qui prennent de plus en plus d'ampleur.

Le problème d'identification et d'égalisation du canal de transmission est d'une grande importance dans divers domaines d'application tels que le traitement des signaux sismiques, la médecine, l'astrophysique, les communications et plus généralement la géophysique, le contrôle non-destructif, les vibrations, la parole, le radar, le sonar...

Les premiers algorithmes d'identification utilisés sont à base des statistiques du second ordre (SSO) suffisant dans le cas supervisé et montrent une très grande insuffisance dans le cas aveugle. En effet, ils sont très sensibles aux erreurs de surestimation de l'ordre du canal, à la séparation des sources, sans modèle a priori, à la déconvo-

lution aveugle ou encore au filtrage non linéaire. Pour contourner ce problème, on fait appel aux statistiques d'ordre supérieur (SOS), connues par les cumulants dans le domaine temporel et par les polyspectres (Transformée de Fourier des cumulants) dans le domaine fréquentiel. Elles sont utilisées dans le cas des processus non gaussiens, car, dans le cas gaussien, elles sont nulles [1]. Notre choix repose sur quelques propriétés propres aux cumulants d'ordre supérieur, à savoir la simplicité des expressions, la possibilité d'identification aveugle de tous les systèmes, l'insensibilité à une distribution gaussienne. Par conséquent, si le signal traité est non gaussien et le bruit additif gaussien, alors ce dernier n'intervient pas dans les cumulants d'ordre supérieur à deux. En littérature, il existe un très grand nombre d'applications et de résultats sur les algorithmes d'identification aveugle des canaux gaussiens à moyenne ajustée [4] [6] [7] [8].

En outre, il faut souligner que les méthodes paramétriques d'identification des signaux MA non gaussiens à non minimum de phase (NMP), se basent sur les cumulants éventuellement associés à l'autocorrélation. Ces approches peuvent être groupées en deux grandes classes : les méthodes linéaires et non linéaires. Le dernier type consiste à résoudre un système d'équations non linéaires ou à minimiser une fonction de coût au sens des moindres carrés [9][10][11][12]. Ces méthodes sont plus performantes mais elles ne garantissent pas la convergence vers le minimum global (la vraie solution), en plus elles sont coûteuses en temps de calcul. C'est pour cela qu'on préfère les méthodes linéaires. Dans cette catégorie, on peut distinguer celles qui donnent l'expression des coefficients MA sous forme récursive en exploitant l'autocorrélation et les cumulants, les cumulants seuls [13] [14] ou non [15].

Giannakis et Mendel [13] ont été les premiers à montrer que les paramètres MA peuvent être obtenus en résolvant un système d'équations linéaires liant l'autocorrélation et les cumulants à une seule dimension. Porat et Friedlander [16] ont analysé les performances de cette approche et ont développé leur version adaptative [17]. La méthode de Giannakis-Mendel a été reformulée [18] car elle est numériquement mal conditionnée. Et pour pallier certaines de ses défaillances, Tugnait propose [19] une approche moins surparamétrisée et une autre surparamétrisée à laquelle il a apporté des modifications [11].

Contrairement aux approches précitées et dans le but d'employer toutes les informations possibles, Alsheibili et al, [4] proposent d'utiliser l'équation reformulée à partir de celle de Tugnait mais au prix d'une augmentation du nombre de paramètres à estimer [18]. Une étude comparative des méthodes d'identification MA à base des cumulants d'ordre trois, faite par Favier et al, est présentée sous une forme unifiée [20].

Les algorithmes classiques d'égalisation aveugle utilisent implicitement ou explicitement les statistiques d'ordre supérieur (SOS)[3] [21] [22], dans la phase d'identification, pour un canal modélisé comme un filtre numérique linéaire à réponse impulsionnelle finie (RIF). D'une part, une bonne estimation de ces statistiques nécessite un grand nombre de symboles. D'autre part, la présence des erreurs du calculateur montre que ces algorithmes souffrent d'une insuffisance. L'utilisation des techniques qui utilisent une diversité spatio-temporelle, système multi-antennes et le sur-

échantillonnage, ne peut pas se passer de l'égalisation aveugle du second ordre, suite au cas supervisé, pour améliorer la réception des symboles [22]. Ainsi de nombreux algorithmes d'identification aveugle ont été proposés [1][23][24][25][26][27][28].

Quoi qu'il en soit, on dira que les problèmes liés à l'identification et à l'égalisation aveugles sont loin d'être entièrement résolus et que beaucoup d'efforts de recherche restent à faire, afin de pouvoir développer des égaliseurs aveugles plus rapides, plus simples et plus robustes, et de prétendre à une réelle compétitivité avec les égaliseurs traditionnelles. Se cadrant autour de cette problématique, cette thèse aborde dans un premier temps, un aperçu et une évaluation d'un certain nombre de travaux déjà existants, et dans un second temps, présente de nouvelles approches afin d'améliorer les performances des systèmes d'identification et d'égalisation aveugle pour pallier à leurs carences.

Ainsi, l'objectif principal de ce travail est l'amélioration de l'efficacité des algorithmes à base des cumulants d'ordres supérieurs (SOS) pour l'identification et l'égalisation aveugle en utilisant un minimum de symboles et un temps d'exécution minimal.

Dans la première contribution, en identification aveugle, nous proposons un algorithme avec les cumulants d'ordre trois et quatre se basant sur le nombre flou et l'Analyse en Composante Principale (ACP). La seconde contribution, en égalisation aveugle, propose un nouveau égaliseur récursif, pour la transmission MC-CDMA, utilisant une orthogonalité entre fréquence des sous porteuses, qui permet d'augmenter plus la diversification de ce type de transmission.

Finalement, Les simulations réalisées, sur des systèmes de quatrième génération MC-CDMA en utilisant des canaux radio mobiles sélectifs en fréquence, ont montré que les méthodes proposées dans ce travail donnent une très bonne satisfaction en termes de taux d'erreur binaire (BER), comparativement à de nombreux algorithmes de la littérature.

### 1.3 Organisation de la thèse

Dans le **second chapitre**, nous rappelons le principe général des communications numériques ainsi que les origines des bruits gaussiens. Les méthodes de transmission numérique qui permettent d'augmenter le débit dans le canal ainsi que la structure générale de l'émetteur et récepteur pour la transmission MC-CDMA sont rappelées.

Dans le **troisième chapitre**, nous exposons les notions fondamentales des moments et cumulants et leurs propriétés ainsi que les expressions d'estimation des cumulants d'ordre supérieurs utilisés dans les algorithmes d'identification aveugle d'un canal.

Dans le **quatrième chapitre**, nous présentons les algorithmes d'identification aveugle à base des cumulants d'ordre supérieur (SOS), les plus importants selon la littérature, ainsi que l'algorithme d'identification que nous avons proposé à base d'une hybridation des cumulants d'ordre trois et quatre, et ensuite les résultats de simulation qui montrent la performance de l'algorithme proposé par rapport aux autres algorithmes classiques.

Dans le **cinquième chapitre**, nous proposons un nouvel algorithme basé sur la

théorie du nombre flou qui permet l'amélioration de l'identification aveugle présenté au chapitre trois. Dans le cas d'un canal d'ordre supérieur (d'ordre supérieur ou égale à 4), nous proposons une autre approche basée sur le nombre flou et l'ACP pour réduire la dimension de l'espace de traitement en un espace de dimension deux ou trois. Les résultats de simulation sont aussi présentés et discutés.

Le **dernier chapitre** expose le modèle de la chaîne de transmission MC-CDMA à orthogonalité de fréquence utilisé pour le nouveau algorithme d'égalisation aveugle proposé ainsi qu'une comparaison avec le filtre égaliseur classique le Zforcing.

La thèse se termine par une conclusion générale dans laquelle nous présentons un résumé de nos travaux de recherche et nous traçons des perspectives.

# Chaîne de transmission de l'information

## Sommaire

---

<b>2.1 Introduction</b>	<b>6</b>
<b>2.2 Structure générale d'une chaîne de transmission de l'information</b>	<b>7</b>
<b>2.3 Les supports de transmission</b>	<b>8</b>
2.3.1 Câbles à paires torsadées	8
2.3.2 Câbles coaxiaux	9
2.3.3 Câbles à fibre optique	10
2.3.4 Liaison infrarouge	11
2.3.5 Liaison hertziennne	11
<b>2.4 Effet du canal de transmission</b>	<b>12</b>
<b>2.5 Canal de communication radio-mobile</b>	<b>12</b>
<b>2.6 Techniques de la communication</b>	<b>13</b>
2.6.1 Notion de la diversité (temporelle, fréquentielle, spatiale)	14
2.6.2 Notion de la sélectivité	15
2.6.3 Étalement du spectre	16
<b>2.7 Modulations à porteuses multiples</b>	<b>16</b>
2.7.1 Notion d'orthogonalité	17
2.7.2 Différence entre OFDM et FDM	18
2.7.3 Signal OFDM : Émetteur/Récepteur	18
<b>2.8 Modèle mathématique du canal</b>	<b>19</b>
<b>2.9 Conclusion</b>	<b>21</b>

---

## 2.1 Introduction

On appelle information tout type de fait qui suscite l'intérêt de l'individu qui la perçoit. Elle se présente sous différentes formes : sons, images, textes, vidéos... et pour la transmettre nous avons besoin de différents procédés en fonction du type d'information. De plus, la transmission doit être rapide, fiable et sécurisée afin que le récepteur reçoive l'information avec la même qualité que celle envoyée dans un temps très court en toute sécurité.

Les techniques de transmission d'information se sont développées au milieu du XXe siècle avec l'arrivée de l'électronique. Plusieurs évolutions techniques peuvent être soulignées :

- le passage de l'électricité à l'électronique a permis la miniaturisation des dispositifs ;
- le développement de l'informatique a permis de coder tous les types d'information (son, vidéo, texte,...etc) et de les transmettre par les mêmes procédures et les mêmes réseaux ;
- le passage à la fibre optique a permis d'améliorer la qualité et le débit des transmissions ;
- la téléphonie mobile, le Wi-Fi, le Bluetooth ont permis de s'en passer des liaisons filaires.

Dans ce chapitre, nous évoquerons les étapes importantes d'une chaîne de transmission de l'information. Tout d'abord, à la première section une brève présentation de la structure générale d'une chaîne de transmission. Après, un panorama des différents canaux de transmission. Ensuite, une étude et une analyse des techniques les plus populaires qui ont marqué le domaine de la transmission numérique, à savoir les codages numériques utilisés en transmission en bande de base et les modulations numériques. Cette analyse vise à classer les techniques de transmission de manière efficace et à mettre systématiquement l'accent sur les particularités, les avantages et les inconvénients de chacune d'elles.

## 2.2 Structure générale d'une chaîne de transmission de l'information

Une chaîne de transmission est l'ensemble des dispositifs permettant le transport d'une information. Elle comprend trois éléments essentiels : une source, un canal de transmission (support de transmission) et un destinataire (figure (2.1)). La nature physique de l'information ne permet généralement pas une transmission aisée à grande distance, il faut donc encoder l'information sous forme d'un signal transportable dans le canal puis décoder le signal pour le destinataire.

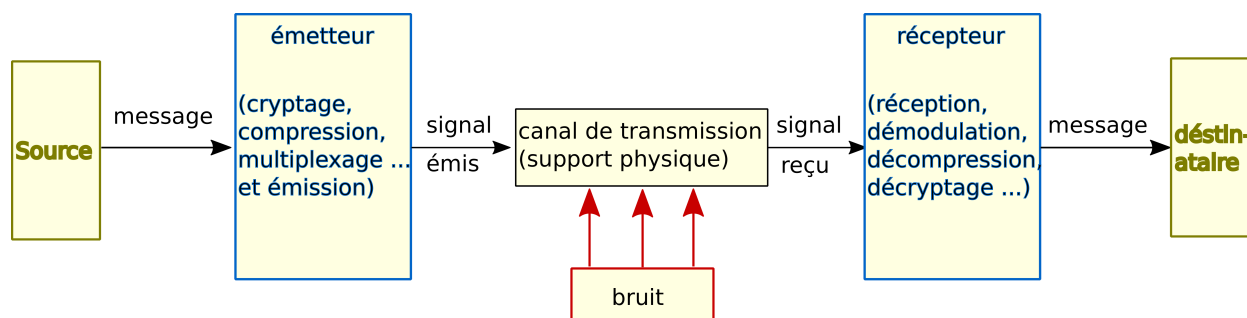


Figure 2.1 – Schéma synoptique d'une chaîne de transmission

L'entrée et la sortie d'un canal de transmission se composent de deux dispositifs



appelés émetteur et récepteur. L'émetteur convertit et encode le message (l'information) initial à délivrer en un signal physique (signal électrique, signal lumineux, ondes radio...) facile à transmettre et adapté au canal de transmission. En plus à cette fonction de base de l'émetteur, il peut y avoir d'autres opérations supplémentaires, telles que : le cryptage, la compression, la modulation, le multiplexage,... Le canal de transmission ou support de transmission constitue le milieu dans lequel l'information envoyée par l'émetteur va être transportée vers le récepteur. Ce canal peut être à propagation libre dans lequel le signal à transmettre peut se propager librement suivant toutes les directions, telle est le cas dans les réseaux cellulaires, radio, télévision, réseau Wi-Fi... ou il se peut à propagation guidée quand le signal est contraint de se déplacer dans un espace limité (les câbles, les fibres optiques...).

## 2.3 Les supports de transmission

On peut distinguer cinq types de support de transmission, à savoir :

- Les câbles à paires torsadées ;
- Les câbles coaxiaux ;
- Les câbles à fibre optique ;
- Les liaisons infrarouges ;
- Les liaisons hertziennes.

### 2.3.1 Câbles à paires torsadées

Les câbles à paires torsadées (twisted pair cables) sont des câbles constitués au moins de deux brins de cuivres entrelacés en torsade et recouverts des isolants (figure (2.2)). En réseau informatique, on distingue deux types de câbles à paires torsadées :

- Les câbles STP ;
- Les câbles UTP.

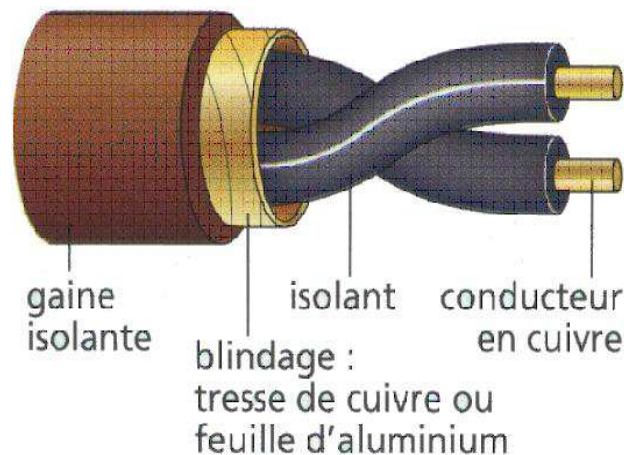


Figure 2.2 – Schéma descriptive d'un câble à paires torsadées

Les câbles STP (Shielded Twisted Pairs) sont des câbles blindés. Chaque paire est protégée par une gaine blindée comme celle du câble coaxial, afin de limiter l'effet

parasite du champ magnétique environnant sur le signal. Théoriquement les câbles STP peuvent transporter le signal jusqu'à environ 150 m à 200 m.

Les câbles UTP (Unshielded Twisted Pair) sont des câbles non blindés, c'est-à-dire aucune gaine de protection n'existe entre les paires des câbles, possibilité de bruité le signal informatif par la présence de champs magnétique. Théoriquement les câbles UTP peuvent transporter le signal jusqu'à environ 100 m.

Les câbles à paires torsadées possèdent 4 paires torsadées. Pour les utiliser, on utilise les connecteurs RJ 45 (des connecteurs proches aux RJ 11). La bande passante d'un câble à paires torsadées est de l'ordre de plusieurs centaines de kiloHertz (kHz) [29].

### 2.3.2 Câbles coaxiaux

Le câble coaxial est composé d'un fil de cuivre entouré successivement d'une gaine d'isolation, d'un blindage métallique et d'une gaine extérieure (figure (2.3)). On distingue deux types de câbles coaxiaux :

- les câbles coaxiaux fins ;
- les câbles coaxiaux épais.

Le câble coaxial fin (ThinNet) ou 10 base-2 (le nom 10 base-2 est attribué grâce à la norme Ethernet qui l'emploie) mesure environ 6 mm de diamètre. Il est en mesure de transporter le signal à une distance de 185 m avant que le signal soit atténué. Le câble coaxial épais (ThickNet) appelé aussi 10 base-5 grâce à la norme Ethernet

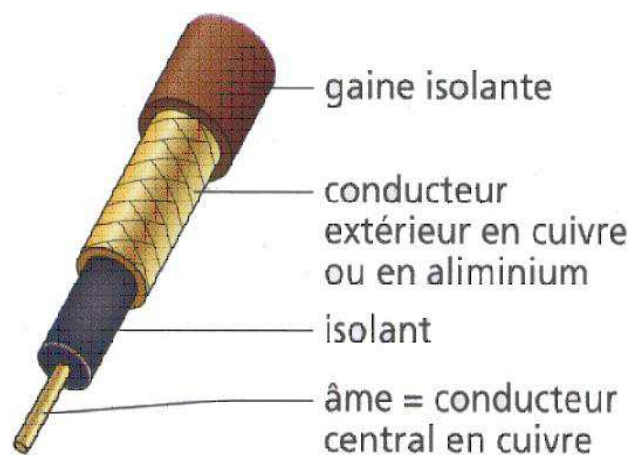


Figure 2.3 – Schéma descriptive d'un câble coaxial

qui l'emploie, mesure environ 12 mm de diamètre. Il est en mesure de transporter le signal à une distance de 500 m avant que le signal soit atténué. Pour le raccordement des machines avec les câbles coaxiaux, on utilise des connecteurs BNC. La bande passante du câble coaxial est de l'ordre de plusieurs MégaHertz (MHz) [29].

Les signaux transmis par ces canaux sont déformés à la fois en amplitude et en phase et sont encore corrompus par un bruit additif. Les chaînes filaires à paire torsadée sont également sujettes à des interférences de diaphonie des canaux physiquement adjacents. Étant donné que les chaînes filaires comportent un pourcentage

important de nos communications quotidiennes, de nombreuses recherches ont été réalisées sur la caractérisation de leurs propriétés de transmission et sur les méthodes d'atténuation de l'amplitude et de la distorsion de phase rencontrées dans la transmission du signal [29].

### 2.3.3 Câbles à fibre optique

La fibre optique reste aujourd'hui le support de transmission le plus apprécié. Il permet de transmettre des données sous forme d'impulsions lumineuses avec un débit nettement supérieur à celui des autres supports de transmissions filaires. La fibre optique est constituée du coeur, d'une gaine optique et d'une enveloppe protectrice (figure (2.4)).

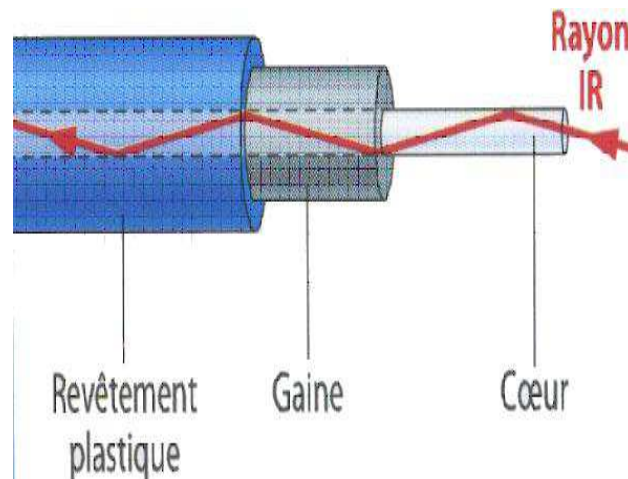


Figure 2.4 – Schéma descriptive d'une fibre optique

On distingue deux sortes de fibres optiques :

- les fibres multimodes ;
- les fibres monomodes.

Les fibres multimodes ou MMF (Multi Mode Fiber) ont été les premières fibres optiques sur le marché. Le coeur de la fibre optique multimode est assez volumineux, ce qui lui permet de transporter plusieurs trajets (plusieurs modes) simultanément. Il existe deux sortes de fibre multimode : la fibre multimode à saut d'indice et la fibre optique multimode à gradient d'indice. Les fibres multimodes sont souvent utilisées en réseaux locaux.

La fibre monomode ou SMF (Single Mode Fiber) a un coeur très fin. Elle ne peut transporter le signal qu'en un seul trajet. Elle permet de transporter le signal à une distance beaucoup plus longue (50 fois plus) que celle de la fibre multimode. Elle est utilisée dans des réseaux à longue distance.

Les fibres optiques offrent une bande passante de plusieurs ordres de grandeur supérieure aux canaux à câbles coaxiaux. Au cours des deux dernières décennies, des câbles à fibres optiques ont été développés et ont une atténuation relativement lente. Des dispositifs photoniques hautement fiables ont été développés pour la génération

et la détection de signaux. Ces progrès technologiques ont entraîné un déploiement rapide des canaux de fibres optiques, tant dans les systèmes de télécommunication domestiques que dans les communications transcontinentales. Avec la grande bande passante disponible sur les canaux de fibre optique, les compagnies de téléphonie peuvent offrir aux abonnés une large gamme de services de télécommunication, y compris la voix, les données, les télécopies, les vidéos...

### 2.3.4 Liaison infrarouge

La liaison infrarouge est utilisée dans des réseaux sans fil (réseaux infrarouges). Elle lie des équipements infrarouges qui peuvent être soit des téléphones soit des ordinateurs. Théoriquement les liaisons infrarouges ont des débits allant jusqu'à 100 Mbits/s et une portée allant jusqu'à plus de 500 m.

### 2.3.5 Liaison hertzienne

La liaison hertzienne est l'une des liaisons les plus utilisées dans des situations où la liaison filaire ou par la fibre optique est impossible. Elle consiste à relier des équipements radio en se servant des ondes électromagnétiques (OEM) émises entre une antenne émettrice, circuit hors l'approximation en régime quasi-stationnaire ARQS, et une autre réceptrice. Elle peut se faire dans l'atmosphère ou dans le vide. Selon les fréquences  $f = \frac{c}{\lambda}$  utilisées où  $\lambda$  est la longueur d'onde dans le vide de (OEM) et  $c = 3.10^8 m/s$  la célérité de la lumière. Plusieurs bandes de fréquences sont définies suivant la longueur d'onde (figure (2.5)).

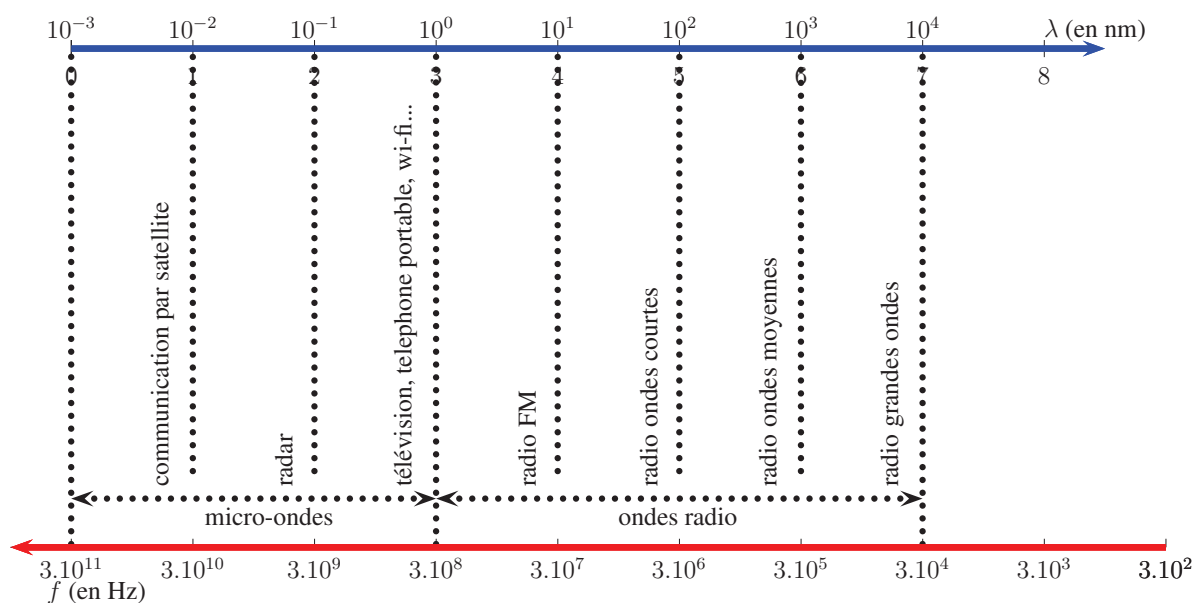


Figure 2.5 – Spectre fréquentiel des ondes électromagnétiques

## 2.4 Effet du canal de transmission

Un problème commun dans la transmission du signal à travers n'importe quel canal est le bruit. En général, le bruit est généré par des composants tels que des résistors et des dispositifs à semi-conducteurs utilisés pour implémenter le système de communication, cela est appelé bruit thermique. D'autres sources de bruit sont les interférences qui peuvent apparaître à l'extérieur du système, telles que les interférences entre les utilisateurs du canal [29].

D'autres types de dégradations du signal qui peuvent être rencontrés lors de la transmission sur le canal sont l'atténuation du signal (l'amplitude), la distorsion de la phase et la distorsion par l'effet multitrajet. Les effets du bruit peuvent être minimisés en augmentant la puissance du signal transmis. Cependant, les équipements et autres contraintes pratiques limitent le niveau de puissance du signal transmis. Une autre limitation de base est la bande passante du canal disponible. Une contrainte de bande passante est généralement due aux limitations physiques du support et aux composants électroniques utilisés pour implémenter l'émetteur et le récepteur. Ces deux derniers phénomènes limitent la quantité de données qui peuvent être transmises de manière fiable sur n'importe quel canal de communication.

Plusieurs techniques ont été proposées pour résoudre ces problèmes. Parmi ces solutions, le passage du signal analogique au signal numérique. Un codage de source qui permet la compression de l'information afin d'augmenter le débit. Un codage de canal pour détecter et/ou corriger un nombre d'erreurs dues à la transmission. En large bande, une modulation adaptée au canal et qui permet un accès multi utilisateur avec un grand débit. Dans le paragraphe suivant on s'intéresse à la communication radio mobile.

## 2.5 Canal de communication radio-mobile

En radio fréquence RF (Radio Frequency), les ondes électromagnétiques se propagent en ligne droite dans plusieurs directions, on parle d'onde directive. La vitesse de propagation des ondes dépend du milieu matériel, dans le vide cette vitesse est de l'ordre  $3.10^8$  m/s [30],[31]. En télécommunications, on peut distinguer deux types de propagations : la propagation en espace libre et la propagation guidée. Toutefois, elles sont soumises à des atténuations et des perturbations. Les principaux phénomènes physiques qui perturbent la propagation du signal sont :

- La réflexion ;
- La réfraction ;
- La diffraction ;
- L'absorption et la diffusion.

Ces phénomènes physiques dépendent de la fréquence du signal, de la structure de la matière du milieu de propagation ainsi que la taille des obstacles rencontrés par rapport à la longueur d'onde du signal. Ces phénomènes sont illustrés sur la figure 2.6 [1],[31].

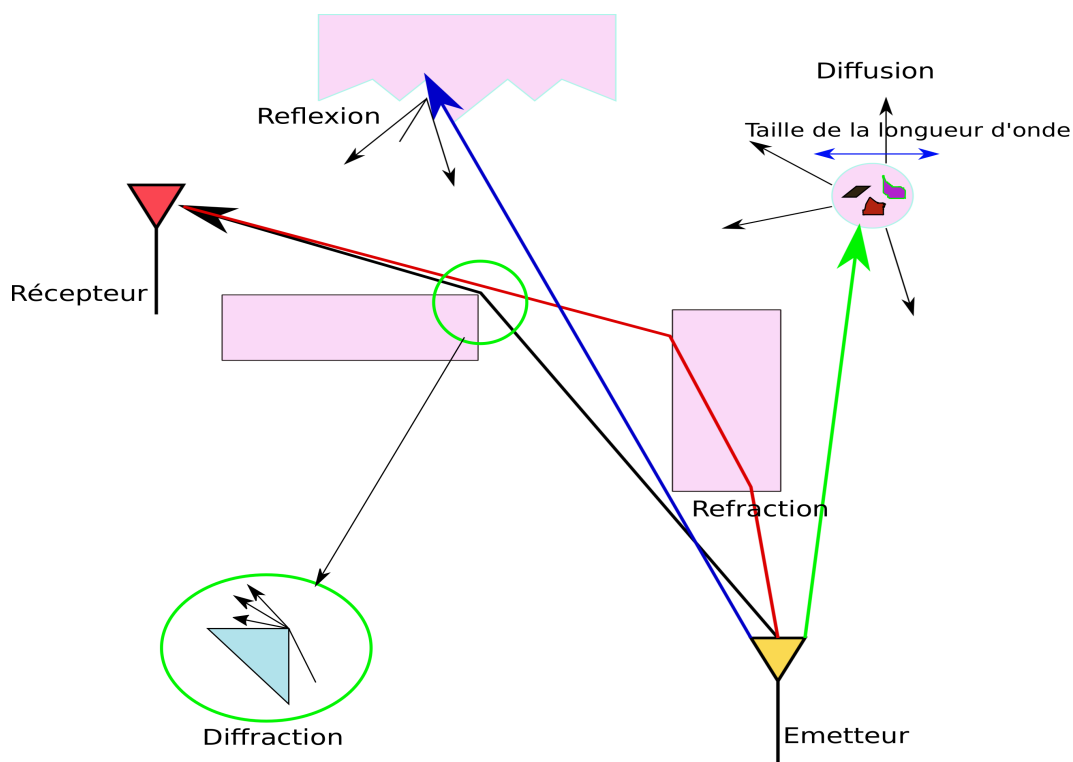


Figure 2.6 – Types d'interactions de l'onde électromagnétique avec le milieu

En outre, des dégradations affectant le signal sont de différentes natures et se traduisent par trois effets :

1. **Les parasites :** Introduits par les bruits thermiques au niveau des circuits électroniques.
2. **L'affaiblissement :** Représente la perte de signal en énergie dissipée dans la ligne. Il se traduit par un signal de sortie plus faible que le signal d'entrée et est caractérisée par la valeur du gain en décibel :  $G_{dB} = 20 \log \left( \frac{S}{E} \right)$  ( $S$  : amplitude du signal à la sortie du canal,  $E$  : amplitude du signal à l'entrée du canal). L'affaiblissement est proportionnel à la longueur de la voie de transmission et à la fréquence du signal.
3. **La distorsion :** Caractérise la déformation entre le signal d'entrée et le signal de sortie.

On modélise l'association des différents types de bruit de nature aléatoires par un Bruit Blanc Additif Gaussien (BBAG).

## 2.6 Techniques de la communication

Lorsque l'émetteur est suffisamment éloigné du récepteur ou en présence d'obstacles (montagnes, forêts, bâtiments,...), la puissance du signal reçue est atténuée. On parle d'évanouissement à grande échelle qui traduit les fluctuations de la puissance

reçue sur une grande distance ou sur un intervalle de temps suffisamment grand [32]. Suite aux évanouissements et aux multi-trajets imposés sur le canal, plusieurs techniques permettent de rendre les systèmes de communication plus robustes et fiables résolvant le problème multi-utilisateurs et visant à réduire l'effet des perturbations dues à la propagation. On peut illustrer les quatre techniques de communication :

- Notion de la diversité
- Notion de la sélectivité
- Étalement du spectre
- Techniques du multiplexage

### 2.6.1 Notion de la diversité (temporelle, fréquentielle, spatiale)

La diversité est une technique utilisée dans les systèmes de transmissions radio-mobiles afin de lutter contre l'évanouissement causé par les trajets multiples du canal de transmission. Elle consiste à recevoir plusieurs répliques du signal émis affectées par des évanouissements indépendants. L'ordre de diversité est égal au nombre de voies indépendantes à la réception [33].

Les principales formes de diversité sont la diversité temporelle, la diversité fréquentielle et la diversité spatiale [34].

Les méthodes les plus utilisées dans les réseaux mobiles sont : TDMA, CDMA et FDMA.

- *Accès Multiple à Répartition dans le Temps* (AMRT ou TDMA pour Time Division Multiple Access), la bande passante est épargnée pour un seul canal dont le temps est partagé entre différentes stations. Chaque station alloue un laps de temps auquel elle peut envoyer des données vers une deuxième station.
- *Accès Multiple par Répartition en Code* (AMRC ou CDMA pour Code Division Multiple Access), cette technique permet à plusieurs liaisons numériques d'utiliser simultanément la même fréquence porteuse en utilisant un code unique pour chaque signal transmis, la station mobile et la base sont en mesure de faire la distinction entre les signaux transmis simultanément sur la même attribution de fréquence [35].
- *Accès Multiple à Répartition en Fréquence* (AMRF ou FDMA pour Frequency Division Multiple Access), la bande passante disponible de la voie commune est divisée en bandes qui sont séparées par des bandes de garde (pour éviter les interférences de la station). Chaque station alloue une bande d'envoi de ses données et utilise également un filtre passe-bande pour confiner les fréquences d'émission.

Un schéma explicatif de ces trois techniques d'étalement de spectre est illustré dans la figure (2.7).

Les techniques que nous venons de décrire peuvent se superposer. Par exemple, un découpage en fréquences (FDMA) peut être suivi d'un TDMA sur chaque fréquence, comme dans le GSM. Dans l'UMTS, un découpage en fréquence est associé sur chaque fréquence à un TDMA puis sur chaque slot à un CDMA. Le CDMA2000 divise la bande passante en grandes sous-bandes auxquelles est appliqué un CDMA. Enfin, le WCDMA

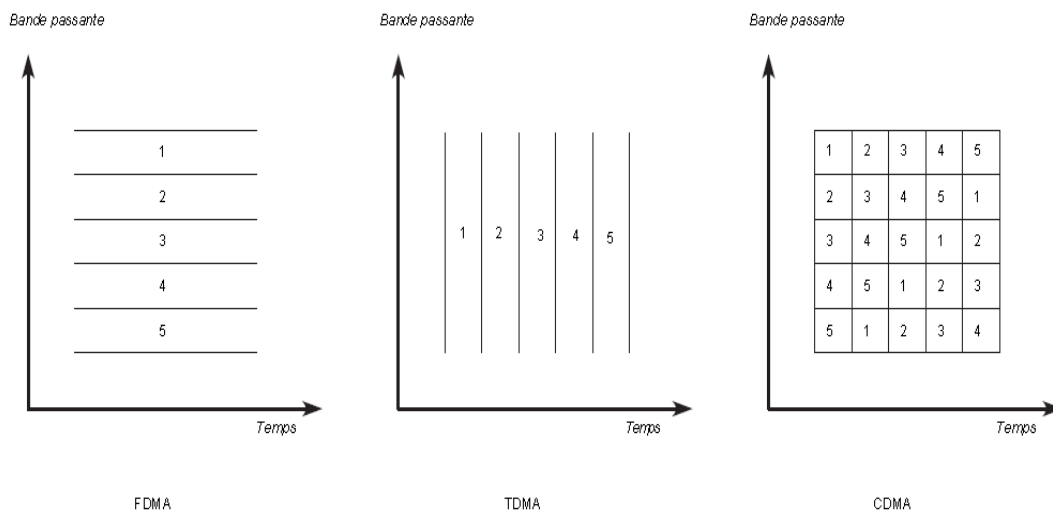


Figure 2.7 – Comparaison des techniques d'accès [1]

(Wideband-CDMA) utilise toute la bande passante en CDMA.

### 2.6.2 Notion de la sélectivité

Un système transmettant des données sur un canal variant dans le temps et sélectif en fréquence peut affronter l'influence de ces variations et les déplacements de l'émetteur et/ou du récepteur. Le rapport entre la bande occupée par le signal  $B_s$  et la bande de cohérence  $B_c$ , et le rapport entre la durée d'un symbole  $T_s$  et le temps de cohérence  $t_c$  définissent la notion de sélectivité du canal. L'efficacité d'un signal de durée de symbole  $T_s$  et de bande  $B_s$  dépendra des rapports  $T_s/t_c$  et  $B_s/B_c$ . Nous présentons trois situations pour une bande  $B$  occupée par le signal :

- $B \ll B_c \Leftrightarrow T_s \gg \sigma_\tau$  : Les fréquences du spectre du signal endurent la même atténuation ou amplification lorsque la bande occupée par le signal est inférieure à la bande de cohérence du canal. Dès la présence d'évanouissements, toute la bande du signal est alors fortement atténuée, ce qui amène à un abaissement du rapport signal sur bruit. On parle des *évanouissements plats* et d'un canal non-sélectif en fréquence.
- $B > B_c \Leftrightarrow T_s < \sigma_\tau$  : Lorsque la bande de cohérence du canal est inférieure à la bande occupée par le signal, les évanouissements fréquentiels ne dissimulent que certains éléments de spectre du signal. L'étalement des retards étant supérieurs à la durée d'un symbole, il se produit alors des interférences entre symboles. Nous parlons d'un canal de propagation sélectif en fréquence.
- $T_s < t_c \Leftrightarrow B > B_d$  : Dans le cas où la bande occupée par le signal est supérieure à l'étalement *Doppler*, nous disons que le canal de propagation est à *évanouissements lents*. La réponse impulsionnelle reste constante sur plusieurs symboles qui se suit sans interruption. Le canal est alors non-sélectif en temps.



### 2.6.3 Étalement du spectre

La terminologie "étalement de spectre" (SS : Spread Spectrum), apparue dans les années 40 par les militaires, consiste à augmenter la bande passante du signal émis afin d'en réduire la puissance jusqu'à la confondre avec le bruit. Cette technique est une suite des travaux de N. Wiener et C. E. Shannon, il s'agit d'un étalement de l'information pour profiter de la diversité offerte par le canal. L'étalement de spectre, devenu d'un grand intérêt pour les applications grand public, est retenu dans différents standards (*UMTS, IEEE 802.11,...*).

Le principe repose sur la relation de Shannon [36] qui présente la quantité maximale d'information  $C$  qu'il est idéalement possible d'utiliser sans erreur dans un canal bruité, en fonction du rapport signal sur bruit (SNR pour Signal Noise Ration) pour une bande  $B$  occupée par le signal :

$$C = B \log_2(1 + SNR) \quad [bit/s] \quad (2.1)$$

Nous déduisons que, pour transmettre sans erreur une quantité d'information  $C$  donnée, il est nécessaire d'utiliser soit une bande passante  $B$  étroite pour un fort  $SNR$ , soit une large bande  $B$  pour un faible  $SNR$ . Émettre un signal de bande largement supérieure à celle du signal utile a été le principe de l'étalement de spectre.

Parmi les techniques de l'étalement de spectre, nous citons [37, 38] :

- L'étalement par le saut en temps, appelé TH-SS (Time Hopping Spread Spectrum), est l'une des deux approches à spectre étalé en modulation pour la transmission du signal numérique sur les ondes. Dans le spectre étalé, le flux d'informations à transmettre est divisé en petits morceaux, dont chacun est alloué à travers un canal.
- L'étalement par le saut en fréquence FH-SS (Frequency Hopping Spread Spectrum), est une méthode de transmission des signaux radio en passant rapidement d'un support parmi de nombreuses fréquences des canaux, en utilisant un pseudo séquence connue à la fois pour l'émetteur et pour le récepteur. Elle est utilisée comme une méthode d'accès multiple dans le saut de fréquence par répartition en code à accès multiple (FH-CDMA).
- L'étalement par séquence directe est réalisé en utilisant un signal ou une séquence pseudo-aléatoire, dont le débit numérique est supérieur à celui du signal contenant l'information. Chacun des éléments de ce code d'étalement forme un chip, il est encore appelé dans la littérature sous l'abréviation DS-SS (Direct Sequence Spread Spectrum).
- Le balayage en fréquence est une technique qui ne nécessite pas de codage pseudo-aléatoire. Le signal émis est formé par des impulsions de la porteuse dont la fréquence varie suivant le message binaire à transmettre.

## 2.7 Modulations à porteuses multiples

Dans les modulations, des informations sont mappées sur des changements de la fréquence, de la phase et/ou de l'amplitude d'un signal de fréquence compatible au

support de transmission considéré. Le multiplexage traite de l'allocation d'utilisateurs dans une bande passante donnée (i.e. il œuvre sur l'allocation des ressources disponibles).

### 2.7.1 Notion d'orthogonalité

La modulation à porteuses multiples, appelée OFDM (Orthogonal Frequency-Division Multiplexing) est une combinaison de modulation et de multiplexage. Dans cette technique, la ressource donnée (largeur de bande) est partagée entre les sources de données individuelles modulées. Des techniques de modulation normale (AM, PM, FM, BPSK, QPSK, etc.) sont des techniques de modulation de porteuses individuelles, dans lequel les informations entrantes sont modulées sur une porteuse unique. L'OFDM est une technique de modulation multi-porteuse, qui emploie plusieurs transporteurs, à l'intérieur de la bande passante allouée, pour transmettre l'information de la source à la destination. Chaque porteuse peut utiliser l'une des nombreuses techniques de modulation numérique (BPSK, QPSK, QAM etc..) [39].

La modulation OFDM est très efficace pour la communication sur des canaux avec évanouissements sélectifs en fréquence. Il est très difficile de le manipuler dans le récepteur, dans ce cas, la conception du récepteur est extrêmement complexe. Au lieu d'essayer d'atténuer l'évanouissement sélectif en fréquence dans son ensemble (ce qui se produit quand une énorme bande passante est allouée pour la transmission de données sur une fréquence de canal à évanouissement sélectif), l'OFDM convertit l'ensemble des évanouissements sélectifs en fréquence en petits canaux à évanouissement (les sous-porteuses individuelles). L'évanouissement uniforme est plus facile à combattre, par rapport à l'évanouissement sélectif en fréquence, en employant des systèmes de correction d'erreurs simples et d'égalisation. Cette solution est illustrée dans la figure (2.8).

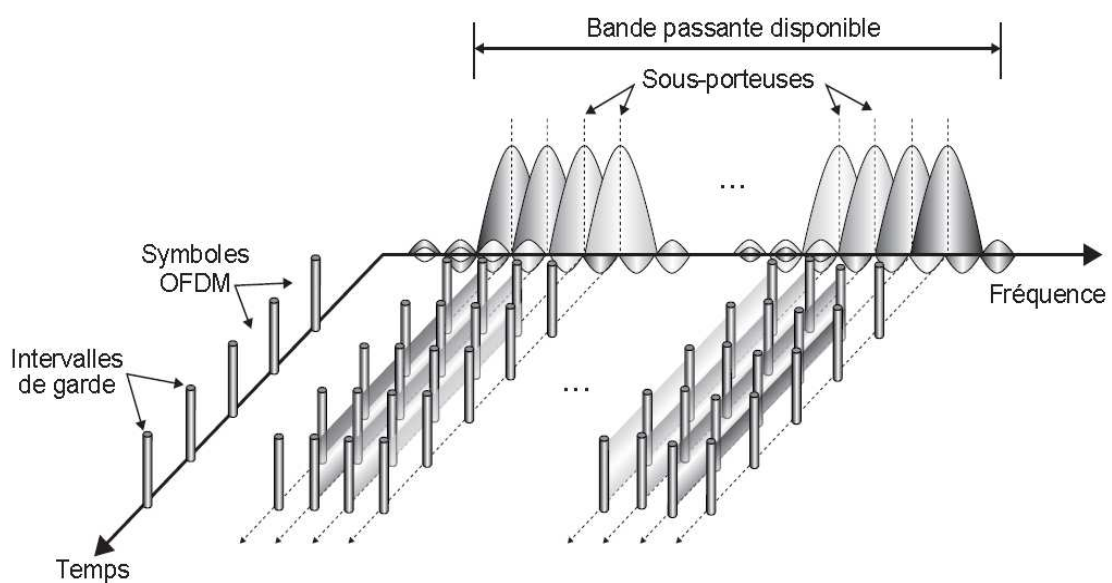


Figure 2.8 – Fréquences de l'OFDM [1]

### 2.7.2 Différence entre OFDM et FDM

L'OFDM est un cas particulier du multiplexage fréquentiel ou FDM pour Frequency Division Multiplexing. Le FDM consiste à diviser la largeur de la bande donnée en un ensemble de porteuses. Il n'y a aucune relation entre les fréquences porteuses dans le FDM. Par exemple, considérons que la largeur de la bande de donnée doit être divisée en cinq porteuses :  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  et  $e$ . Il n'y a aucune relation entre les sous-porteuses :  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  et  $e$ .

Si les porteuses sont des harmoniques, multiple entier de la composante fondamentale  $a$  c'est-à-dire  $b = 2a$ ,  $c = 3a$ ,  $d = 4a$  et  $e = 5a$ , elles deviennent alors orthogonales. Ceci est un cas particulier du FDM, qui est appelé OFDM (pour cela nous utilisons le terme *orthogonale* en OFDM) [1][40].

### 2.7.3 Signal OFDM : Émetteur/Récepteur

Considérons que nous voulons envoyer les bits de données  $D$  en utilisant l'OFDM avec  $D = [d_0, d_1, \dots, d_n]$ . La première chose qui doit être prise en compte dans la conception de l'émetteur OFDM est le nombre de sous-porteuses nécessaires pour envoyer les données. En général, nous laissons supposer que nous avons  $N$  sous-porteuses. Chaque sous-porteuse est centrée sur des fréquences qui sont orthogonales entre elles (habituellement des fréquences multiples) [1][41].

Le deuxième paramètre de conception pourrait être le format de modulation que nous souhaitons utiliser. Un signal OFDM peut être construit en utilisant une des techniques de modulation numériques suivantes : BPSK, QPSK, QAM, etc. Les données  $D$  doivent d'abord être converties du flux de série vers le flux parallèle en fonction du nombre de sous-porteuses. Nous supposons qu'il y a  $N$  sous-porteuses autorisées pour la transmission OFDM, nous nommons les sous-porteuses de 0 à  $N - 1$ . Maintenant, le convertisseur série-parallèle prend le train de bits série et les  $N$  flux parallèles indexés de 0 à  $N - 1$ . Ces flux parallèles sont convertis individuellement dans le format requis de modulation numérique (BPSK, QPSK, QAM, ...etc). Nous appelons cette sortie  $S$  telle que  $S = [S_0, S_1, \dots, S_{N-1}]$ . La conversion de données parallèles  $D$  en données à modulation numérique  $S$  est habituellement obtenue par un mappeur de constellation. Une fois que les bits de données sont convertis au format de modulation requise, ils doivent être superposés sur les sous-porteuses orthogonales requises pour la transmission. Ceci est obtenu par une série de  $N$  oscillateurs sinusoidaux oscillant parallèlement à  $N$  fréquences orthogonales ( $f_0, f_1, \dots, f_{N-1}$ ). Enfin, la sortie des  $N$  branches parallèles se résume ensemble pour produire le signal OFDM [1][41].

La figure (2.9) illustre le concept de base de transmission OFDM (afin de donner une explication simple pour illustrer le concept sous-adjacent, les blocs FFT/IFFT habituels sont utilisés, réellement, dans le système OFDM).

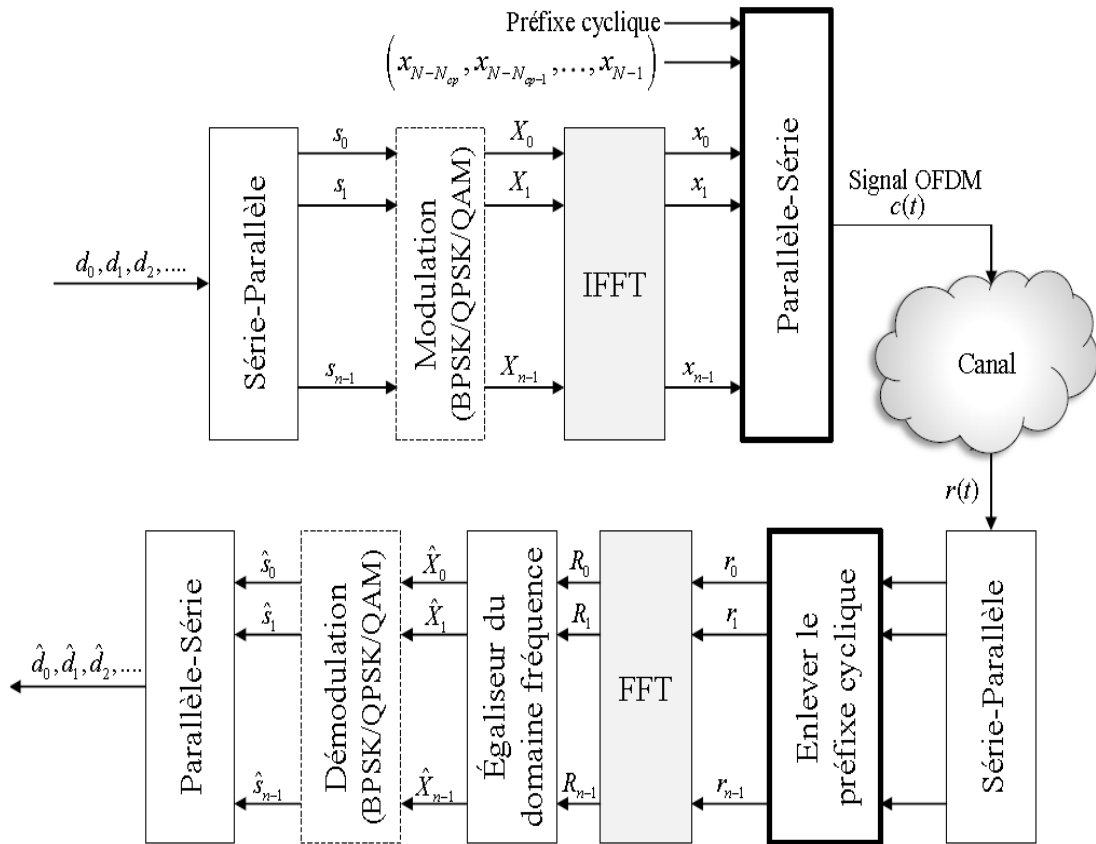


Figure 2.9 – Chaîne de transmission OFDM [1]

## 2.8 Modèle mathématique du canal

Dans la conception d'un système de communication qui permet la transmission de l'information à travers les canaux physiques, il est conseillé de construire des modèles mathématiques qui reflètent les caractéristiques les plus importantes du support de transmission. Le modèle mathématique pour le canal doit tenir compte des différents éléments principaux de la chaîne de transmission.

Le modèle mathématique le plus simple pour un canal de communication est le canal de bruit additif. Dans ce modèle, le signal transmis  $s(t)$  est additionné à un processus de bruit aléatoire additif  $n(t)$ . Physiquement, le processus de bruit additif peut provenir de composants électroniques et d'amplificateurs au récepteur du système de communication ou des interférences rencontrées dans la transmission (comme dans le cas de la transmission de signaux radio). Si le bruit est introduit principalement par des composants électroniques et des amplificateurs au récepteur, il peut être caractérisé comme un bruit thermique. Ce type de bruit est caractérisé statistiquement par un processus gaussien. Par conséquent, le modèle mathématique résultant pour le canal est habituellement appelé le canal additif de bruit gaussien. Étant donné que ce modèle de canal s'applique à une large classe de canaux de communication physique, c'est le modèle de canal prédominant utilisé dans notre analyse et notre conception du

système de communication. L'atténuation des canaux est facilement incorporée dans le modèle. Lorsque le signal subit une atténuation lors de la transmission à travers le canal, le signal reçu est

$$r(t) = \alpha s(t) + n(t) \quad (2.2)$$

où  $\alpha$  est le facteur d'atténuation.

Les canaux physiques ont une sélectivité fréquentielle, on les modélise par des filtres. De tels canaux sont généralement caractérisés mathématiquement en tant que canaux de filtrage linéaire avec un bruit additif. Par conséquent, si l'entrée du canal est le signal  $s(t)$  alors, la sortie du canal est le signal :

$$\begin{aligned} r(t) &= s(t) * h(t) + n(t) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) s(t - \tau) d\tau + n(t) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Où  $h(t)$  est la réponse impulsionnelle du canal et  $*$  est le produit de convolution.

Les canaux physiques tels que les canaux acoustiques sous-marins et les canaux radio ionosphériques qui aboutissent à une propagation multi-trajets variant dans le temps du signal transmis, peuvent être caractérisés mathématiquement en tant que filtres linéaires variant dans le temps. De tels filtres linéaires sont caractérisés par une réponse impulsionnelle du canal variant dans le temps  $h(\tau, t)$ , où  $h(\tau, t)$  est la réponse du canal à l'instant  $t$ . Ainsi,  $\tau$  représente le retard. Le canal à filtre linéaire variant dans le temps avec un bruit additif est illustré dans la figure (2.10). Pour un signal d'entrée  $s(t)$ , le signal de sortie du canal est :

$$\begin{aligned} r(t) &= s(t) * h(\tau, t) + n(t) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau, t) s(t - \tau) d\tau + n(t). \end{aligned} \quad (2.4)$$

Un bon modèle pour la propagation du signal multi-voies à travers les canaux phy-

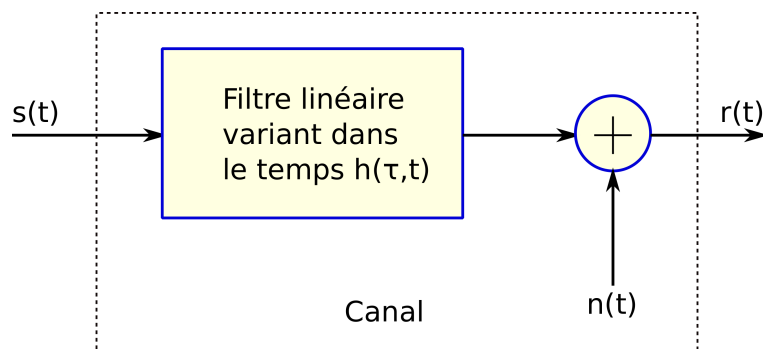


Figure 2.10 – Canal variant dans le temps

siques, tels que l'ionosphère et les canaux radio mobiles cellulaires, est un cas spécial dans lequel la réponse impulsionnelle de la variante temporelle a la forme suivante [29] :

$$h(\tau, t) = \sum_{k=1}^L a_k(t) \delta(\tau - \tau_k). \quad (2.5)$$

Où  $a_k(t)$  représente les facteurs d'atténuation possibles en fonction du temps pour les  $L$  chemins de propagation multi-trajets et les  $\tau_k$  sont les délais temporels correspondants. À partir de l'équation (2.4), le signal reçu a la forme [29] :

$$r(t) = \sum_{k=1}^L a_k(t)s(t - \tau_k) + n(t). \quad (2.6)$$

Par conséquent, le signal reçu se compose de  $L$  composants multi-trajet, où le  $k^{\text{ème}}$  composant est atténué par un facteur  $a_k(t)$  et retardé d'un temps  $\tau_k$ . Le modèle décrit par l'équation 2.6 caractérise de manière adéquate la grande majorité des canaux physiques rencontrés dans la pratique. Ce modèle de canal est utilisé pour l'analyse et la conception des systèmes de communication.

## 2.9 Conclusion

En résumé, nous avons présenté dans ce chapitre, en premier temps, la structure générale d'une chaîne de transmission ainsi que les supports physiques usuels de la transmission et leurs limitations. Ensuite, nous avons fait un rappel sur les types de distorsions et l'origine des bruits dans un canal. En particulier, le phénomène multi-trajet dans le canal de communication radio mobile. Pour compenser les effets de ces problèmes, plusieurs solutions ont été proposées, entre autres la numérisation du signal et la modulation, ceci est résumé dans les paragraphes des techniques de la communication et la modulations multi-porteuses, qui mettent en évidence l'exploitation de la diversité spacio-temporelle. Enfin, nous avons présenté une modélisation du canal qui tient compte de ces différentes caractéristiques, en particulier, le canal variant dans le temps. Lorsqu'on néglige l'effet Doppler, le canal peut être considéré comme stationnaire et sa réponse impulsionnelle sera constituée par des coefficients réels indépendants du temps. Après avoir cité ces généralités utiles à la compréhension de cette thèse, nous verrons dans le chapitre suivant les techniques d'identification aveugle qui permettent d'estimer les paramètres d'un canal de transmission. Ces techniques sont basées sur les statistiques d'ordre supérieur, sur la théorie de nombre flou, et sur l'analyse en composante principale.

# Généralités sur les moments et Cumulants d'ordre supérieur

## Sommaire

---

<b>3.1 Introduction</b>	<b>22</b>
<b>3.2 Définitions des moments et cumulants</b>	<b>23</b>
3.2.1 Moment généralisé d'une variable aléatoire	23
3.2.2 Fonction génératrice des moments	24
3.2.3 Propriétés	24
3.2.4 Fonction génératrice des cumulants	24
3.2.5 Propriétés des cumulants	25
3.2.6 Cas de la distribution gaussienne	25
3.2.7 Écart par rapport à la distribution gaussienne	26
<b>3.3 Moments et cumulants d'ordre supérieur</b>	<b>26</b>
3.3.1 Modèle d'un processus stochastique réel et discret	27
3.3.2 La multicorrélation d'un signal	27
<b>3.4 Estimation des moments et cumulants</b>	<b>28</b>
3.4.1 Estimation des moments	28
3.4.2 Estimation des cumulants	29
<b>3.5 Conclusion</b>	<b>30</b>

---

## 3.1 Introduction

Les moments et cumulants d'ordre supérieur, dit aussi statistiques d'ordre supérieur, sont des opérateurs statistiques qui trouvent une très grande importance en traitement du signal numérique. En effet, ils permettent de donner des solutions à certains problèmes intraitables par la statistique d'ordre deux. En identification aveugle, on utilise les algorithmes à base de moments si le bruit du canal est un bruit multiplicatif. En revanche, dans le cas d'un bruit additif, en particulier gaussien, les algorithmes à base des cumulants sont mieux adaptés à l'identification aveugle. Dans ce

chapitre, nous présentons les définitions des moments et des cumulants à partir des fonctions génératrices ainsi que les relations entre moments et cumulants, leurs propriétés, les propriétés des cumulants d'ordre supérieur dans le cas d'une distribution gaussienne et les estimations des moments et des cumulants qui sont important dans l'implémentation dans ce travail.

## 3.2 Définitions des moments et cumulants

### 3.2.1 Moment généralisé d'une variable aléatoire

On considère une variable aléatoire continue  $X$  à valeurs réelles. La fonction de répartition  $F_X(x)$  est définie par :

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(u) du \quad (3.1)$$

Avec  $f_X(u)$  est la densité de probabilité de  $X$  [42]. Satisfaisant à la condition de normalisation :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(u) du = 1 \quad (3.2)$$

On définit, pour toute application réelle  $g$ , les moments généralisés de  $X$  par :

$$E(g(x)) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(u) f_X(u) du \quad (3.3)$$

On utilise souvent des fonctions polynomiales  $g$ . Si  $g(u)$  est un monôme, de la forme  $x^n$ , la relation (3.3) conduit à la définition du moment classique. À savoir :

$$\mathcal{M}_{n,X} = E(X^n) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^n f_X(u) du \quad (3.4)$$

$\mathcal{M}_{n,X}$  est le moment classique d'ordre  $n$  de la variable aléatoire  $X$ .

Pour  $n = 1$ , on obtient la valeur moyenne de la variable aléatoire  $X$  qu'on note par  $m$ . On définit le moment centré d'ordre  $n$  de la variable aléatoire  $X$  par :

$$\mathcal{M}'_{n,X} = E((X - m)^n) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - m)^n f_X(u) du \quad (3.5)$$



### 3.2.2 Fonction génératrice des moments

La première fonction caractéristique  $\phi_X(v)$  de la variable aléatoire  $X$ , dite aussi fonction génératrice des moments, est définie à partir de la relation (3.3) en prenant  $g(x) = e^{jvx}$ , avec  $j$  le nombre complexe tel que  $j^2 = -1$ . Soit :

$$\phi_X(v) = E[e^{jvx}] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{jvx} f_X(x) dx \quad (3.6)$$

À partir d'un développement limité de l'exponentiel au voisinage de 0, on obtient :

$$\begin{aligned} \phi_X(v) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{jvx} f_X(x) dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \left( 1 + jvx + \frac{1}{2!}(jv)^2 x^2 + \dots + \frac{1}{n!}(jv)^n x^n + \dots \right) f_X(x) dx \\ &= 1 + (jv)\mathcal{M}_{1,X} + \frac{1}{2!}(jv)^2 \mathcal{M}_{2,X} + \dots + \frac{1}{n!}(jv)^n \mathcal{M}_{n,X} + \dots \\ &= \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(jv)^n}{n!} \mathcal{M}_{n,X} \end{aligned} \quad (3.7)$$

On en déduit d'après (3.7) que :

$$\mathcal{M}_{n,X} = (-j)^n \left. \frac{d^n \phi_X}{dv^n} \right|_{v=0} \quad (3.8)$$

### 3.2.3 Propriétés

1. Si deux variables aléatoires  $X$  et  $Y$  sont indépendants alors la première fonction génératrice de leur somme vérifie :

$$\begin{aligned} \phi_{(X+Y)}(t) &= E[e^{jv(x+y)}] \\ &= E[e^{jvx}] \cdot E[e^{jvy}] \\ &= \phi_X(v) \cdot \phi_Y(v) \end{aligned} \quad (3.9)$$

La fonction caractéristique de la somme des événements est égale au produit de leurs fonctions génératrices.

2. La densité de probabilité  $f_X$  de la variable aléatoire  $X$  est la transformée de Fourier de la première fonction caractéristique :

$$f_X(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-jvx} \phi_X(v) dv \quad (3.10)$$

### 3.2.4 Fonction génératrice des cumulants

Puisque la première fonction caractéristique est continue et prend la valeur 1 à l'origine et au voisinage de l'unité elle est non nulle, on définit la seconde fonction caractéristique de la variable aléatoire  $X$  par :

$$\psi_X(v) = \ln(\phi_X(v)) \quad (3.11)$$

On définit le cumulants d'ordre  $n$ ,  $\mathcal{C}_{n,X}$ , de la variable aléatoire  $X$  par :

$$\mathcal{C}_{n,X} = (-j)^n \left. \frac{d^n \psi_X}{dv^n} \right|_{v=0} = \text{Cum}(\overbrace{X, X, \dots}^{n \text{ fois}}) \quad (3.12)$$

Ces cumulants représentent les coefficients du développement en série entière de la seconde fonction caractéristique.

$$\begin{aligned} \psi_X(v) &= (jv)\mathcal{C}_{1,X} + \frac{1}{2!}(jv)^2\mathcal{C}_{2,X} + \dots + \frac{1}{n!}(jv)^n\mathcal{C}_{n,X} + \dots \\ &= \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(jv)^n}{n!} \mathcal{C}_{n,X} \end{aligned} \quad (3.13)$$

### 3.2.5 Propriétés des cumulants

Les cumulants admettent plusieurs propriétés, dans ce paragraphe on cite quelques une utiles pour notre étude.

#### • La multilinéarité

Les cumulants sont multilinéaires. Soient les variables aléatoires  $x, y, z_1, z_2, \dots, z_n$  réelles ou complexes, on a :

$$\begin{aligned} \text{Cum}(x + y, z_1, z_2, \dots, z_n) &= \text{Cum}(x, z_1, z_2, \dots, z_n) + \text{Cum}(y, z_1, z_2, \dots, z_n) \\ \text{Cum}(\lambda x, z_1, z_2, \dots, z_n) &= \lambda \text{Cum}(x, z_1, z_2, \dots, z_n) \end{aligned} \quad (3.14)$$

#### • Invariance par translation

Les cumulants d'ordre supérieur ou égal à deux sont invariants par translation. En effet, si  $y = x + t$  avec  $x$  et  $y$  sont deux variables aléatoires et  $t$  une valeur déterministe alors la seconde fonction caractéristique de  $y$  s'écrit en fonction de celle de  $x$  :

$$\phi_y(v) = j\mathcal{R}(t^*v) + \phi_x(v) \quad (3.15)$$

où  $\mathcal{R}(t^*v)$  est la partie réelle de  $t^*v$  et  $*$  est la transposition et la conjugaison. Cette expression montre que seul le cumulants d'ordre 1 subit l'effet de la translation.

La propriété d'invariance par translation déterministe n'est évidemment pas vérifiée par les moments.

### 3.2.6 Cas de la distribution gaussienne

Dans ce paragraphe, on s'intéresse au calcul des cumulants de la distribution gaussienne centrée, à cause de son utilisation dans la modélisation du bruit blanc additif et en particulier en transmission radio hertzienne.

Soit  $X$  une variable aléatoire gaussienne centré (de moyenne  $m = 0$ ) et d'écart type  $\sigma$ . Sa densité de probabilité  $f_X(x)$  s'écrit sous la forme :

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x)^2}{2\sigma^2}} \quad (3.16)$$

La première fonction caractéristique s'écrit :

$$\phi_X(v) = e^{-\frac{\sigma^2 v^2}{2}} \quad (3.17)$$

d'où la seconde fonction caractéristique est donnée par :

$$\psi_X(v) = jmv - \frac{1}{2}\sigma^2 v^2, \quad (3.18)$$

Avec  $m = C_{1,X}$ , nul pour la distribution centrée, et  $\sigma^2 = C_{2,X}$ .

La seconde fonction caractéristique d'une distribution gaussienne est entièrement déterminée par le cumulants d'ordre un et deux. L'équation (3.18) montre aussi que les termes dont la puissance est supérieure ou égale à trois de la seconde fonction caractéristique sont nuls. On en déduit que les cumulants d'ordre supérieur ou égal à trois sont nuls. Par conséquent, nous notons que les cumulants statistiques d'ordre supérieur, ont une grande importance dans la suppression du bruit gaussien dans le signal.

### 3.2.7 Écart par rapport à la distribution gaussienne

Soit  $X$  une variable aléatoire de moyenne  $m_X$  et d'écart type  $\sigma_X^2$ . On note par  $X_g$  la variable aléatoire gaussienne de mêmes moyenne et écart type que  $X$ . L'écart de la distribution  $X$  de la gaussienne peut être évalué à partir de la seconde fonction caractéristique par  $\psi_X(v) - \psi_{X,g}(v)$ , tel que :

$$\begin{aligned} \psi_X(v) - \psi_{X,g}(v) &= (jv)m_X + \frac{1}{2!}(jv)^2\sigma_X^2 + \dots + \frac{1}{n!}(jv)^n C_{n,X} + \dots \\ &\quad - (jv)m_X + \frac{1}{2!}(jv)^2\sigma_X^2 \\ &= \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n!}(jv)^n C_{n,X} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Si les cumulants d'ordre supérieur ou égale à trois tendent vers 0 alors la distribution tend vers une gaussienne. Plus d'informations sur la distribution se déduisent à partir de l'asymétrie et le kirtosis (sont respectivement les cumulants d'ordre trois et quatre).

L'asymétrie est le cumulants standardisé d'ordre trois,  $C_{3,X}$ . Elle est nulle si la distribution est symétrique. Le facteur d'aplatissement ou kirtosis représente le cumulants standardisé d'ordre quatre qui permet de vérifier la tendance de la distribution  $X$  vers une gaussienne d'une manière asymptotique. Si le kirtosis est négatif, on dit que la distribution est sous-gaussienne et à l'infini la distribution  $X$  tend vers 0 plus rapidement que la gaussienne. En revanche, si le kirtosis est positif la distribution tend vers 0 à l'infini plus lentement qu'une gaussienne.

## 3.3 Moments et cumulants d'ordre supérieur

De nombreux systèmes de transmission rencontrés sont non linéaires, leur modélisation a été l'objet de plusieurs recherche [43] [44] [45]. À chaque fois qu'il est

possible de linéariser on le fait pour simplifier le modèle. Dans notre travail, on s'intéresse aux systèmes à temps discret, linéaires et invariants dans le temps. L'étude des propriétés du signal temporel, de ces systèmes, se base sur la corrélation et la multi-corrélation. On rappelle, dans la suite, les expressions des moments et des cumulants dans le cas d'un système discret, linéaire et invariant dans le temps ainsi que la relation entre la multi-corrélation et les cumulants d'ordre supérieur.

### 3.3.1 Modèle d'un processus stochastique réel et discret

On considère un processus stochastique réel, discret et stationnaire  $\{x(k)\}$ . Alors le moment d'ordre  $m$  est donné par [43] [46] [47] :

$$\mathcal{M}_{m,X}(t_1, t_2, \dots, t_{m-1}) = E\{x(k)x(k+t_1)x(k+t_2)\dots x(k+t_{m-1})\} \quad (3.20)$$

Les moments d'ordre 2, 3, 4 s'écrivent sous les formes :

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{2,X}(t_1) &= E\{x(k)x(k+t_1)\} \\ \mathcal{M}_{3,X}(t_1, t_2) &= E\{x(k)x(k+t_1)x(k+t_2)\} \\ \mathcal{M}_{4,X}(t_1, t_2, t_3) &= E\{x(k)x(k+t_1)x(k+t_2)x(k+t_3)\} \end{aligned} \quad (3.21)$$

### 3.3.2 La multicorrélation d'un signal

La multi-corrélation d'ordre  $m$  du signal aléatoire  $X$  est défini à partir du cumulants d'ordre  $m$  par :

$$\mathcal{C}_{m,X}(t_0, t_1, t_2, \dots, t_{m-1}) = Cum(x(t_0), x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_{m-1})) \quad (3.22)$$

Pour un signal  $x(t)$  stationnaire au sens stricte, ces statistiques sont invariantes par changement de l'origine des temps. La multi-corrélation n'est alors fonction que des écarts de temps  $\tau_i = t - t_i$  avec  $t$  l'instant origine des temps. Soit donc :

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{m,X}(\tau) &= Cum(x(t), x(t+\tau_1), x(t+\tau_2), \dots, x(t+\tau_{m-1})) \\ &= Cum(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{m-1}) \end{aligned} \quad (3.23)$$

Les cumulants d'ordre 1, 2 et 3 en fonction des moments sont donnés par :

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{1,X} &= \mathcal{M}_{1,X} = E\{x(k)\} \\ \mathcal{C}_{2,X}(\tau_1) &= \mathcal{M}_{2,X}(\tau_1) - (\mathcal{M}_{1,X})^2 \\ \mathcal{C}_{3,X}(\tau_1, \tau_2) &= \mathcal{M}_{3,X}(\tau_1, \tau_2) - (\mathcal{M}_{2,X}(\tau_1) + \mathcal{M}_{2,X}(\tau_1 - \tau_2))\mathcal{M}_{1,X} + 2(\mathcal{M}_{1,X})^2 \end{aligned} \quad (3.24)$$

Le cumulants d'ordre 4 est donné par :

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{4,X}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) &= \mathcal{M}_{4,X}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) - \mathcal{M}_{2,X}(\tau_1)\mathcal{M}_{2,X}(\tau_3 - \tau_2) - \\ &\quad \mathcal{M}_{2,X}(\tau_2)\mathcal{M}_{2,X}(\tau_3 - \tau_1) - \\ &\quad \mathcal{M}_{2,X}(\tau_3)\mathcal{M}_{2,X}(\tau_2 - \tau_1) - (\mathcal{M}_{3,X}(\tau_2, \tau_3) + \\ &\quad \mathcal{M}_{3,X}(\tau_2, \tau_1) + \mathcal{M}_{3,X}(\tau_1, \tau_3))\mathcal{M}_{1,X} - \\ &\quad \mathcal{M}_{3,X}(\tau_2 - \tau_1, \tau_3 - \tau_1)\mathcal{M}_{1,X} + (\mathcal{M}_{2,X}(\tau_1) + \\ &\quad \mathcal{M}_{2,X}(\tau_2) + \mathcal{M}_{2,X}(\tau_3))(\mathcal{M}_{1,X})^2 + \\ &\quad (\mathcal{M}_{2,X}(\tau_3 - \tau_1) + \mathcal{M}_{2,X}(\tau_3 - \tau_2) + \\ &\quad \mathcal{M}_{2,X}(\tau_2 - \tau_1))(\mathcal{M}_{1,X})^2 - 6(\mathcal{M}_{1,X})^4 \end{aligned} \quad (3.25)$$

Pour une distribution centrée (à moyenne nulle), les expressions de l'équation (3.24) et de l'équation (3.25) deviennent :

La corrélation classique :

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{2,X}(\tau_1) &= \text{Cum}(x(t), x(t + \tau_1)) \\ &= E\{x(t)x(t + \tau_1)\} \\ &= \mathcal{M}_{2,X}(\tau_1) \end{aligned} \quad (3.26)$$

Le cumulants d'ordre 3 :

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{3,X}(\tau_1, \tau_2) &= \text{Cum}(x(t), x(t + \tau_1), x(t + \tau_2)) \\ &= E\{x(t)x(t + \tau_1)x(t + \tau_2)\} \\ &= \mathcal{M}_{3,X}(\tau_1, \tau_2) \end{aligned} \quad (3.27)$$

Le cumulants d'ordre 4 :

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{4,X}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) &= \text{Cum}(x(t), x(t + \tau_1), x(t + \tau_2), x(t + \tau_3)) \\ &= E\{x(t)x(t + \tau_1)x(t + \tau_2)x(t + \tau_3)\} \\ &= \mathcal{M}_{4,X}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) - \mathcal{M}_{2,X}(\tau_1)\mathcal{M}_{2,X}(\tau_3 - \tau_2) - \\ &\quad \mathcal{M}_{2,X}(\tau_2)\mathcal{M}_{2,X}(\tau_3 - \tau_1) \\ &\quad - \mathcal{M}_{2,X}(\tau_3)\mathcal{M}_{2,X}(\tau_2 - \tau_1) \end{aligned} \quad (3.28)$$

Ces expressions sont simples à implémenter. En pratique, on effectue une transformation sur le signal reçu et on le ramène à un signal centré, le signal est dit à moyenne ajusté (MA).

### • Relation de symétrie

Cette propriété peut être généralisée pour les cumulants d'ordre  $m$  qui prennent les  $m$  formes suivantes :

$$\begin{aligned} \text{Cum}_{m,x}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{m-1}) &= \text{Cum}_{m,x}(\tau_2, \tau_1, \dots, \tau_{m-1}) \\ &= \text{Cum}_{m,x}(\tau_{m-1}, \tau_{m-2}, \dots, \tau_1) \\ &= \text{Cum}_{m,x}(-\tau_1, \tau_2 - \tau_1, \dots, \tau_{m-1} - \tau_1) \\ &= \dots \end{aligned} \quad (3.29)$$

## 3.4 Estimation des moments et cumulants

En pratique, on utilise des échantillons discrets de taille finie. Les moments et les cumulants sont estimés en remplaçant l'intégration par une sommation empirique, ce qui suppose que l'hypothèse d'érgodicité est vérifiée. Dans ce paragraphe, on présente quelques éléments sur les estimateurs des moments et cumulants d'une variable aléatoire centrée.

### 3.4.1 Estimation des moments

On considère une variable aléatoire centrée  $X$  qui prend  $N$  valeurs  $\{x_i\}_{i=1,\dots,N}$  représentant un échantillon d'un signal.

- **Estimation classique**

L'estimateur le plus simple d'un signal stationnaire est donné par la formule suivante :

$$\widehat{\mathcal{M}}_{m,x}(t_1, t_2, \dots, t_{m-1}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x(i)x(i+t_1)x(i+t_2) \dots x(i+t_{m-1}) \quad (3.30)$$

- **Estimation récursive**

Les moments peuvent être estimés d'une manière récursive selon l'équation suivante :

$$\widehat{\mathcal{M}}_{m,t}(t_1, t_2, \dots, t_{m-1}) = \frac{t-1}{t} \widehat{\mathcal{M}}_{m,t-1}(t_1, t_2, \dots, t_{m-1}) + \frac{1}{t} x(t)x(t+t_1) \dots x(t+t_{m-1}) \quad (3.31)$$

Cet estimateur ne tient pas compte éventuellement de la stationnarité du signal qui reste valable pour les signaux non stationnaires.

### 3.4.2 Estimation des cumulants

Soit une variable aléatoire centrée  $X$  qui définit un échantillon d'un signal de  $N$  valeurs  $\{x_i\}_{i=1, \dots, N}$ .

- **À partir des moments**

Les cumulants peuvent être estimés à partir des moments selon les relations précédentes du paragraphe (3.3.2). On obtient donc :

$$\begin{aligned} \widehat{\mathcal{C}}_{2,X}(t_1) &= \widehat{\mathcal{M}}_{2,X}(t_1) \\ \widehat{\mathcal{C}}_{3,X}(t_1, t_2) &= \widehat{\mathcal{M}}_{3,X}(t_1, t_2) \\ \widehat{\mathcal{C}}_{4,X}(t_1, t_2, t_3) &= \widehat{\mathcal{M}}_{4,X}(t_1, t_2, t_3) - \widehat{\mathcal{M}}_{2,X}(t_1)\widehat{\mathcal{M}}_{2,X}(t_3 - t_2) - \\ &\quad \widehat{\mathcal{M}}_{2,X}(t_2)\widehat{\mathcal{M}}_{2,X}(t_3 - t_1) - \widehat{\mathcal{M}}_{2,X}(t_3)\widehat{\mathcal{M}}_{2,X}(t_2 - t_1) \end{aligned} \quad (3.32)$$

- **Estimation récursive**

Les cumulats peuvent être aussi estimés d'une manière récursive sans passer explicitement par les moments. Si l'ordre est inférieur ou égal à trois, l'estimation est analogue au moment. En revanche, pour l'ordre quatre on trouve [1] [28] :

$$\widehat{\mathcal{C}}_{4,X}(x, x, x, x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( x^4(i) - 3x^2(i)\widehat{\mathcal{C}}_{2,X}(x, x) \right) \quad (3.33)$$

avec

$$\widehat{\mathcal{C}}_{2,X}(x, x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x^2(i) \quad (3.34)$$

Cet estimateur est non biaisé dans le cas d'un processus indépendant et identiquement distribué (i.i.d).

### 3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les définitions et les propriétés des moments et cumulants à partir de leurs fonctions caractéristiques. Nous avons montré que les cumulants d'ordre supérieur (SOS) sont nuls pour une distribution gaussienne. Cette propriété est intéressante dans l'identification aveugle du canal lorsqu'il est infecté d'un bruit additif gaussien. En revanche, si la taille de l'échantillon est petite la distribution n'est pas parfaitement gaussienne. L'écart par rapport à la distribution gaussienne des expressions des cumulants d'ordre supérieur, a été introduit pour mettre en évidence les erreurs introduites par les cumulants SOS dans l'hypothèse d'un bruit gaussien. On a montré aussi que l'implémentation des algorithmes à base des cumulants est simple si l'échantillon est centré. Dans le chapitre suivant, on tiendra compte de cette proposition dans le cas de l'identification aveugle d'un canal à partir des algorithmes à base des cumulants d'ordre supérieur, ainsi des algorithmes d'identification aveugle seront proposés dans l'hypothèse d'un échantillon à moyenne ajustée (MA).

# Algorithmes à base des cumulants d'ordre supérieur pour l'identification aveugle

## Sommaire

---

<b>4.1 Introduction</b> . . . . .	<b>31</b>
<b>4.2 Position du problème</b> . . . . .	<b>32</b>
<b>4.3 Équation fondamentale</b> . . . . .	<b>33</b>
<b>4.4 Algorithmes à base des cumulants d'ordre unique</b> . . . . .	<b>33</b>
4.4.1 Algorithme à base des cumulants d'ordre quatre utilisant $q+1$ équations : ALG1 . . . . .	34
4.4.2 Algorithme à base des cumulants d'ordre quatre utilisant $2q+1$ équations : ALG2 . . . . .	34
4.4.3 Algorithme de Zhang . . . . .	35
4.4.4 Algorithme «C(q,k)» de Giannakis . . . . .	36
<b>4.5 Algorithme proposé : ALGat</b> . . . . .	<b>36</b>
4.5.1 Équation générale . . . . .	36
4.5.2 Approche combinant les cumulants d'ordre trois et quatre : ALGat . . . . .	37
<b>4.6 Simulation et résultats</b> . . . . .	<b>37</b>
4.6.1 Cas de canal fortement bruité SNR = 0 dB . . . . .	38
4.6.2 Cas d'un bruit avec SNR = 10 dB . . . . .	40
<b>4.7 Conclusion</b> . . . . .	<b>43</b>

---

## 4.1 Introduction

Vu le progrès exceptionnel de l'évolution des systèmes de télécommunications, l'exigence de la qualité de service est devenue importante. Elle cherche à augmenter le taux de transmission, qui ne peut pas s'en passer de l'identification. En transmission numérique, on modélise un canal linéaire, stationnaire et invariant dans le temps par



un filtre linéaire à réponse impulsionnelle finie (RIF). Si ce dernier est causal, stable et son inverse l'est aussi le canal est dit à minimum de phase, sinon le canal est dit à non minimum de phase. Dans notre travail on s'intéresse au canal bruité par un bruit blanc additif gaussien modélisé par un filtre à réponse impulsionnelle finie. Dans ce contexte, l'application des cumulants d'ordre supérieur (SOS) est une technique qui s'avère importante en identification aveugle, qui a pour objectif d'avoir une bonne estimation des réponses impulsionnelles du canal, et donc une augmentation de la qualité de récupération des informations.

Dans ce chapitre, nous présentons d'abord des algorithmes d'identification aveugle basés sur les cumulants d'ordre supérieur, ensuite nous présentons un nouveau algorithme qui combine les cumulants d'ordre trois et quatre, puis nous présentons une étude comparative avec quelques algorithmes de la littérature [1][27].

## 4.2 Position du problème

En tenant compte du phénomène multitrajet dû aux phénomènes physiques, on modélise un canal stationnaire, linéaire et avec une seule entrée et une seule sortie (Single Input Single Output : SISO) par un filtre numérique linéaire à réponse impulsionnelle finie (RIF).

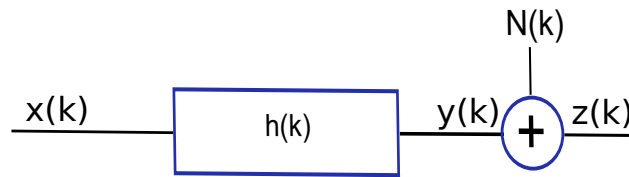


Figure 4.1 – Modèle de canal RIF

L'équation dans le cas d'un canal causal à moyenne ajustée (MA) est donnée par l'équation aux différences finies suivante [28], [48] :

$$Y(k) = \sum_{j=0}^q h(j)X(k-j) \quad \text{avec} \quad h(0) = 1 \quad (4.1)$$

$$Z(k) = Y(k) + N(k) \quad (4.2)$$

$X(k)$  sont des informations, à priori, indépendantes et identiquement distribuées (i.i.d) non gaussiennes à moyenne nulle.  $N(k)$  est le bruit blanc additif gaussien indépendant des  $X(k)$  avec  $q$  est l'ordre du canal.

L'utilisation des cumulants d'ordre supérieur est justifiée par le fait qu'ils sont nuls pour les distributions gaussiennes centrées. Dans notre exemple, nous supposons que le bruit tend vers une gaussienne pour qu'on puisse l'annuler en utilisant les cumulants d'ordre supérieur.

L'objectif de l'identification aveugle est de déterminer la réponse impulsionnelle du canal  $[h(0), h(1)\dots h(q)]$  à partir d'une analyse statistique sur le signal reçu  $Z(k)$  pour un bruit additif  $N(k)$ , gaussien ou tend vers une gaussienne, avec l'ordre du canal  $q$  supposé connu [4] [11] [18] [49] [50].

### 4.3 Équation fondamentale

La relation Brillinger et Rosenblatt pour l'identification du canal linéaire, stationnaire, à valeur réelle, à moyenne ajustée et d'ordre  $q$  [51][52][53], est :

$$C_{m,Z}(\tau_1, \tau_2 \dots \tau_{m-1}) = C_{m,Y}(\tau_1, \tau_2 \dots \tau_{m-1}) = \gamma_{m,X} \sum_{i=0}^q h(i)h(i + \tau_1) \dots h(i + \tau_{m-1}) \quad (4.3)$$

Pour  $m=2$ , le coefficient d'auto-corrélation est :

$$C_{2,Z}(\tau) = C_{2,Y}(\tau) + C_{2,N}(\tau). \quad (4.4)$$

Où  $C_{2,Y}(\tau)$  est le coefficient d'auto-corrélation du signal reçu et  $C_{2,N}(\tau)$  est celui du bruit gaussien.

L'auto-corrélation du signal informatif  $C_{2,Y}(\tau)$  est donné par :

$$C_{2,Y}(\tau) = \gamma_{2,X} \sum_{i=0}^q h(i)h(i + \tau) \text{ ou } \gamma_{2,X} = (\sigma_X^2) \quad (4.5)$$

À partir de (4.3), on peut montrer la relation entre les cumulants d'ordre différents  $m$  et  $n$  tel que ( $m > n$ ) suivante, dite relation de Peyre [54] :

$$\sum_{i=0}^q h(i)C_{m,Y}(i + \tau_1, \dots, i + \tau_{n-1}, \tau_n, \dots, \tau_{m-1}) = \varepsilon_{m,n} \sum_{i=0}^q h(i) \left[ \prod_{j=n}^{m-1} h(i + \tau_j) \right] \cdot C_{m,Y}(i + \tau_1, \dots, i + \tau_{n-1}) \quad (4.6)$$

$$\text{Où } \varepsilon_{m,n} = \frac{\gamma_{m,X}}{\gamma_{n,X}}$$

Cette relation permet d'établir les différentes équations des algorithmes d'identification aveugle utilisant des cumulants d'ordre supérieur, ça sera également le point de départ de l'algorithme que nous allons proposer.

### 4.4 Algorithmes à base des cumulants d'ordre unique

Les algorithmes d'identification aveugle basés uniquement sur les cumulants d'ordre supérieur sont intéressants lorsque le signal traité est infecté par un bruit additif gaussien. En effet, les cumulants d'ordre supérieur ou égal à trois d'une distribution gaussienne sont nuls.

#### 4.4.1 Algorithme à base des cumulants d'ordre quatre utilisant $q+1$ équations : ALG1

La matrice de l'algorithme ALG1 s'écrit sous la forme suivante [27] :

$$\begin{pmatrix} C_{4,Y}(2q-1, 2q-1, q-1) & \cdots & C_{4,Y}(q, q, q) \\ C_{4,Y}(2q-1, 2q-1, q) - \epsilon' & \cdots & C_{4,Y}(q, q, q) \\ 0 & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & & C_{4,Y}(q, q, q) - \epsilon' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h(1) \\ \vdots \\ h(q) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon' - C_{4,Y}(q, q, q) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

$$\text{Où } \epsilon' = \frac{C_{4,Y}(q, q, q)C_{4,Y}(q, 0, 0)}{C_{4,Y}(q, q, 0)}.$$

Soit aussi sous la forme compacte :

$$Mh_q = d \quad (4.8)$$

Où  $M$  est la matrice de dimension  $((1+q), q)$  et  $d$  un vecteur de dimension  $((q+1), 1)$ . Les cumulants sont calculés en fonction du signal de sortie du filtre RIF  $Y(k)$ . Les  $q$  éléments du vecteur de la réponse impulsionnelle du canal représentés par les paramètres  $h(i)$ ,  $i = 1, \dots, q$  sont estimés de manière aveugle comme suit :

$$h_q = (M^T M)^{-1} M^T d \quad (4.9)$$

#### 4.4.2 Algorithme à base des cumulants d'ordre quatre utilisant $2q+1$ équations : ALG2

À partir de l'équation (4.3), la matrice de l'algorithme ALG2 s'écrit sous la forme suivante [48] :

$$\begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & C_{4,y}(q, q, 0) \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ 0 & & & \\ C_{4,y}(q, q, 0) & \cdots & C_{4,y}(q, q, q) & \\ \vdots & \ddots & 0 & \\ C_{4,y}(q, q, q) & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{b^2(q)} \\ \vdots \\ \frac{b^3(i)}{b^2(q)} \\ \vdots \\ \frac{b^3(q)}{b^2(q)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{4,y}(0, 0, -q) \\ \vdots \\ C_{4,y}(0, 0, 0) \\ \vdots \\ C_{4,y}(0, 0, q) \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

Dans la forme la plus compacte, le système d'équations (4.10) peut s'écrire :

$$Mb_q = d \quad (4.11)$$

Avec  $M$ , et  $b_q$  sont définis dans le système d'équations (4.10). La solution, donnée par la méthode des moindres carrés (LS), du système d'équations (4.11) est :

$$\hat{b}_q = (M^T M)^{-1} M^T d \quad (4.12)$$

Cette solution donne une estimation du quotient des paramètres à partir de  $b_q^3(i)$  et  $b_q^3(q)$ , par :

$$\widehat{b}(i) = \left( \frac{\widehat{b}_q^3(i)}{\widehat{b}_q^3(q)} \right), \quad i = 1, \dots, q \quad (4.13)$$

Donc, on estime les paramètres  $\widehat{h}(i)$ ,  $i = 1, \dots, q$  de la façon suivante :

- ✓ Les paramètres  $\widehat{h}(i)$  pour  $i = 1, \dots, q-1$  sont estimés à partir de  $\widehat{b}(i)$  en utilisant l'équation suivante :

$$\widehat{h}(i) = \text{sign} \left[ \widehat{b}(i)(\widehat{b}(q))^2 \right] \left\{ \text{abs}(\widehat{b}(i))(\widehat{b}(q))^2 \right\}^{1/3} \quad (4.14)$$

$$\text{avec } \text{sign}(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x > 0; \\ 0, & \text{if } x = 0; \\ -1, & \text{if } x < 0. \end{cases}$$

et  $\text{abs}(x) = |x|$  est la valeur absolue de  $x$ .

- ✓ Le  $\widehat{h}(q)$  est donné par :

$$\widehat{h}(q) = \frac{1}{2} \text{sign} \left[ \widehat{b}(q) \right] \left\{ \text{abs}(\widehat{b}(q)) + \left( \frac{1}{\widehat{b}(1)} \right)^{1/2} \right\} \quad (4.15)$$

### 4.4.3 Algorithme de Zhang

En utilisant l'équation (4.3), Zhang et al. [49] ont développé l'équation basée sur les cumulants d'ordre  $n$  quelque soit la variable réelle  $t$ , telle que :

$$\sum_{i=0}^q h(i) C_{n,Y}^{n-1}(i-t, q, \dots, 0) = C_{n,Y}(t, 0, \dots, 0) C_{n,Y}^{n-3}(q, \dots, 0) C_{n,Y}(q, q, \dots, 0). \quad (4.16)$$

Pour  $n = 4$ , à partir de l'équation (4.16), on obtient :

$$\sum_{i=0}^q h(i) C_{4,Y}^3(i-t, q, 0) = C_{4,Y}(t, 0, 0) C_{4,Y}(q, 0, 0) C_{4,Y}(q, q, 0). \quad (4.17)$$

Pour  $t = -q, -q+1, \dots, q$ , la représentation matricielle s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} C_{4,y}^3(1+q, q, 0) & \dots & C_{4,y}^3(2q, q, 0) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{4,y}^3(1, q, 0) & \dots & C_{4,y}^3(q, q, 0) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{4,y}^3(1-q, q, 0) & \dots & C_{4,y}^3(0, q, 0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h(1) \\ \vdots \\ h(i) \\ \vdots \\ h(q) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda C_{4,y}(-q, 0, 0) - C_{4,y}^3(q, q, 0) \\ \vdots \\ \lambda(C_{4,y}(0, 0, 0) - C_{4,y}^3(0, q, 0)) \\ \vdots \\ \lambda(C_{4,y}(q, 0, 0) - C_{4,y}^3(-q, q, 0)) \end{pmatrix}, \quad (4.18)$$

avec  $\lambda = C_{4,y}(q, 0, 0) \times C_{4,y}(q, q, 0)$ .

Dans la forme la plus compacte, le système d'équations (4.18) peut s'écrire :

$$Mh_q = D \quad (4.19)$$

Avec  $M$ ,  $h_q$  et  $D$  sont définis dans le système d'équations (4.18). Afin d'estimer les paramètres  $h(i)$ , le système d'équations (4.19) est résolu selon la méthode des moindres carrés :

$$\hat{h}_q = (M^T M)^{-1} M^T D \quad (4.20)$$

La normalisation de l'estimation est obtenue en divisant les paramètres estimés  $\hat{h}(i)$  par l'estimation de  $\hat{h}(0)$ . En effet, une bonne estimation donne  $h(0) = 1$ , la valeur reçue à l'instant  $n$  est correcte.

#### 4.4.4 Algorithme «C(q,k)» de Giannakis

À partir de (4.3), Giannakis a montré que les paramètres de la réponse impulsionnelle  $\hat{h}(\tau)$ , pour un canal à moyenne ajustée (MA), peuvent être exprimés par la formule suivante [50][13][15] :

$$\hat{h}(\tau) = \frac{C_{m,Y}(q, \tau, 0, \dots, 0)}{C_{m,Y}(q, 0, \dots, 0)} \quad (4.21)$$

Avec  $\tau = 0, \dots, q$  et le cumulants d'ordre  $m$  de l'excitation s'écrit :

$$\gamma_{m,x} = \frac{C_{m,Y}^2(q, 0, \dots, 0)}{C_{m,Y}(q, q, \dots, 0)} \quad (4.22)$$

$$\text{Pour } m = 3, \text{ on aura : } \hat{h}(\tau) = \frac{C_{3,Y}(q, \tau)}{C_{3,Y}(q, 0)} \quad \text{et } \gamma_{3,x} = \frac{C_{3,Y}^2(q, 0)}{C_{3,Y}(q, q)}$$

$$\text{Pour } m = 4, \text{ on aura : } \hat{h}(\tau) = \frac{C_{4,Y}(q, \tau, 0)}{C_{4,Y}(q, 0, 0)} \quad \text{et } \gamma_{4,x} = \frac{C_{4,Y}^2(q, 0, 0)}{C_{4,Y}(q, q, 0)}$$

## 4.5 Algorithme proposé : ALGat

Dans cette section, nous allons estimer la réponse impulsionnelle  $H$  qui contient les coefficients  $[h(0), h(1), \dots, h(q)]$  du canal RIF à phase non minimal d'ordre  $q$  en utilisant un nouvel algorithme nommé ALGat qui combine entre les cumulants d'ordre trois et quatre. Ensuite, nous expliquons la méthode de tri qui permet d'améliorer l'algorithme proposé.

### 4.5.1 Équation générale

D'après la relation (4.6), si  $m = n + 1$  on trouve l'expression suivante :

$$\sum_{i=0}^q h(i) C_{m,Y}(i + \tau_1, \dots, i + \tau_{n-1}, \tau_n) = \varepsilon_{m,n} \sum_{i=0}^q h(i) h(i + \tau_n) C_{n,Y}(i + \tau_1, \dots, i + \tau_{n-1}) \quad (4.23)$$

### 4.5.2 Approche combinant les cumulants d'ordre trois et quatre : ALGat

En particulier pour  $m = 4$  et  $n = 3$ , l'équation (4.23) devient :

$$\sum_{i=0}^q h(i)C_{4,Y}(i + \tau_1, i + \tau_2, \tau_3) = \varepsilon_{4,3} \sum_{i=0}^q h(i)h(i + \tau_3)C_{3,Y}(i + \tau_1, i + \tau_2) \quad (4.24)$$

On prend  $\tau_1 = \tau_2 = q$  et  $\tau_3 = \tau$ , l'équation (4.24) devient :

$$\sum_{i=0}^q h(i)C_{4,Y}(i + q, i + q, \tau) = \varepsilon_{4,3} \sum_{i=0}^q h(i)h(i + \tau)C_{3,Y}(i + q, i + q) \quad (4.25)$$

Sachant que  $C_{4,Y}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) = C_{3,Y}(\tau_1, \tau_2) = 0$ , si  $\tau_i > q$ ; l'équation (4.25) devient :

$$h(0)C_{4,Y}(q, q, \tau) = \varepsilon_{4,3}h(0)h(\tau)C_{3,Y}(q, q) \quad (4.26)$$

On en déduit donc :

$$h(\tau) = \frac{C_{4,Y}(q, q, \tau)}{\varepsilon_{4,3}C_{3,Y}(q, q)} \quad (4.27)$$

Avec

$$\varepsilon_{4,3} = \frac{\gamma_{4,x}}{\gamma_{3,x}} \quad (4.28)$$

Selon l'équation (4.22), on déduit :

$$\varepsilon_{4,3} = \frac{C_{4,Y}^2(q, 0, 0) C_{3,Y}(q, q)}{C_{4,Y}(q, q, 0) C_{3,Y}^2(q, 0)} \quad (4.29)$$

D'où

$$\hat{h}(\tau) = \frac{C_{4,Y}(q, q, 0) C_{3,Y}^2(q, 0) C_{4,Y}(q, q, \tau)}{C_{4,Y}^2(q, 0, 0) C_{3,Y}(q, q) C_{3,Y}(q, q)} \quad (4.30)$$

L'expression qui estime les paramètres de la réponse impulsionnelle par l'algorithme ALGat, est une expression qui combine les cumulants d'ordre trois et quatre. Elle est simple à implémenter et moins coûteuse en temps. En effet, l'expression de calcul du cumulants d'ordre quatre contient plus de terme que celle du cumulants d'ordre trois. L'estimation des paramètres de la réponse impulsionnelle à partir de ALGat n'est pas gourmand en temps par rapport aux algorithmes définis à partir des cumulants d'ordre quatre uniquement.

## 4.6 Simulation et résultats

On note par  $X(k)$  la variable aléatoire représentant les excitations à l'entrée du canal, à l'instant  $k$ , ces variables sont indépendantes ajustées à une moyenne nulle.  $Y(k)$  représente la sortie non bruitée du canal à l'instant  $k$ .  $N(k)$  est le bruit blanc additif gaussien. Les  $N(k)$  sont à moyenne nulle, indépendantes et identiquement distribuées (i.i.d). Enfin,  $Z(k)$  représente la sortie bruitée du canal à l'instant  $k$ .

Les expressions de  $Z(k)$ ,  $Y(k)$  et  $N(k)$  sont données par les équations (4.1) et (4.2). Pour évaluer l'influence du bruit, on définit le rapport signal sur bruit (SNR), par :

$$SNR = 10 \log \left( \frac{\sigma_X^2}{\sigma_N^2} \right) \quad (4.31)$$

Avec  $\sigma_D^2$  la variance d'une distribution aléatoire  $D$ .

Pour vérifier la performance de l'algorithme proposé par rapport à ALG1, ALG2 et Zhang, nous avons fait un test de simulation sur un canal linéaire, stationnaire et ergodique bruité par un bruit additif gaussien avec des tailles d'échantillons de l'ordre de 400, 800 et 1200 et avec un SNR = 0 dB (canal fortement bruité) et puis pour un SNR = 10 dB. Ensuite, pour comparer les algorithmes, nous mesurons la précision des paramètres estimés par rapport aux vraies valeurs le calcul de l'erreur quadratique moyenne  $EQM_i$  de chaque itération  $i$ , définit par :

$$EQM_i = \frac{1}{q+1} \sum_{i=1}^q \left( \hat{h}(i) - h(i) \right)^2 \quad (4.32)$$

Pour un essai de  $N$  itérations, on calcule l' $EQM$  par :

$$EQM = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N EQM_i \quad (4.33)$$

Selon les tests des algorithmes classiques, on prend  $N = 100$  [1][27].

Le canal de référence est d'ordre  $q = 2$  il a pour réponse impulsionnelle :

$$\begin{cases} y(k) = x(k) - 0,85x(k-1) + x(k-2) \\ Zeros = [0.425 + 0.90519335j \quad 0.425 - 0.90519335j] \end{cases} \quad (4.34)$$

La figure (4.2) montre les zéros du filtre RIF, il s'agit d'un canal à phase minimale puisque tous les zéros sont sur le cercle trigonométrique unité.

### 4.6.1 Cas de canal fortement bruité SNR = 0 dB

La table (4.1) résume les résultats de simulation dans le cas d'un canal fortement bruité par un bruit gaussien de SNR = 0 dB.

On peut conclure d'une manière générale que l'erreur quadratique moyenne est minimal pour l'algorithme proposé ALGat par rapport aux autres algorithmes. Nous remarquons aussi que cette erreur augmente généralement en fonction de la taille de l'échantillon. L'algorithme ALGat peut être considéré comme un algorithme concurrent aux algorithmes classiques d'identification aveugle dans le cas où le signal est complètement caché par le bruit gaussien c'ad pour un SNR = 0 dB.

La figure (4.3) montre les courbes de l'amplitude (en dB) en fonction de la pulsation pour différents algorithmes pour une taille d'échantillon 800. On en déduit que pour un canal gaussien bruité par un fort bruit, certains algorithmes de référence divergent

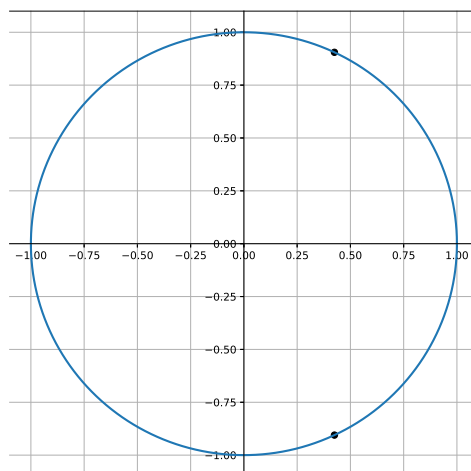


Figure 4.2 – Les zéros du filtre RIF

Taille d'échantillon	Algorithme	h(0)	h(1)	h(2)	EQM
400	ALG1	1,0000	-0,1941	0,2613	1,1411
	ALG2	1,0000	-0,2749	0,4501	0,2534
	Zhang	1,0000	0,1119	0,0086	2,2637
	ALGaT	1,0000	-0,8089	0,3706	0,1328
800	ALG1	1,0000	-0,2470	0,1547	1,2177
	ALG2	1,0000	-0,3189	0,4919	0,2162
	Zhang	1,0000	-0,0070	-0,0005	1,9844
	ALGaT	1,0000	-0,4746	0,9646	0,0654
1200	ALG1	1,0000	-0,3285	0,2645	0,9174
	ALG2	1,0000	-0,3390	0,6697	0,1569
	Zhang	1,0000	-0,0021	-0,0009	1,9969
	ALGaT	1,0000	-0,8804	0,4187	0,1131

Table 4.1 – Estimation des paramètres de la réponse impulsionnelle pour un SNR = 0 dB.

fortement. En revanche, la courbe de l'algorithme ALGaT (courbe de couleur noire) suit parfaitement la courbe de référence idéale (courbe de couleur bleue).

La figure 4.4 représente l'amplitude et la phase dans un intervalle de fréquence normalisé  $[0, 2\pi]$ , pour les algorithmes ALG1, ALG2, ALGzhang et ALGaT.

On remarque de même que la courbe de la phase de ALGaT suit parfaitement la courbe de la phase idéale.



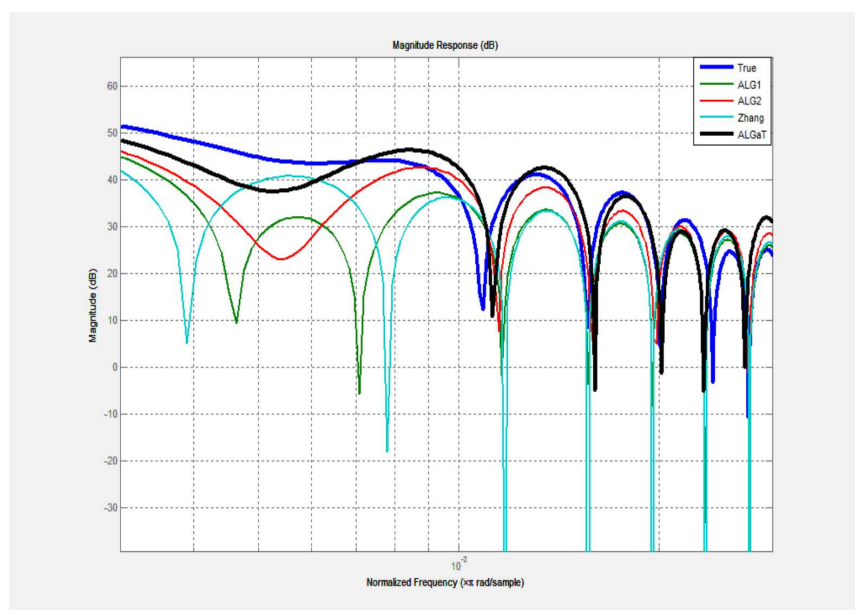


Figure 4.3 – Courbes de l'amplitude en dB pour un SNR = 0 et N = 800

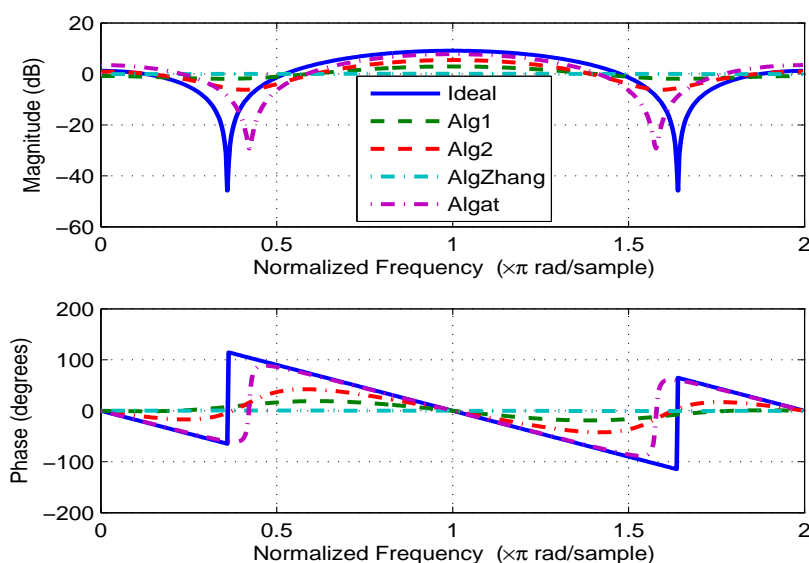


Figure 4.4 – Courbes de l'amplitude et de la phase pour un SNR = 0 dB et N = 800.

#### 4.6.2 Cas d'un bruit avec SNR = 10 dB

Nous résumons les résultats de simulation dans la table (4.2), pour un bruit gaussien avec SNR = 10 dB. Selon la table, la performance des différents algorithmes augmente lorsque la taille des échantillons augmente. On note aussi que l'algorithme proposé présente une bonne performance, les estimations faites sont bonnes en comparaison avec les autres algorithmes. En revanche, celui de Zhang présente une mauvaise performance. L'algorithme de Zhang est très sensible aux erreurs du calculateur, par le fait que le bruit ne tend pas parfaitement vers une gaussienne et suite aux éléments de la matrice des cumulants qui sont de puissance de trois.

Taille d'échantillon	Algorithme	h(0)	h(1)	h(2)	EQM
400	ALG1	1,0000	-0,6128	0,6365	0,2100
	ALG2	1,0000	-0,6471	0,8994	0,0224
	Zhang	1,0000	-0,0049	0,0001	1,9883
	ALGaT	1,0000	-0,7613	0,8365	0,0125
800	ALG1	1,0000	-0,7110	0,8334	0,0545
	ALG2	1,0000	-0,6938	0,8651	0,0173
	Zhang	1,0000	0,0014	0,0007	2,0018
	ALGaT	1,0000	-0,7510	0,9292	0,0062
1200	ALG1	1,0000	-0,7753	0,8578	0,0280
	ALG2	1,0000	-0,8753	1,0492	0,0011
	Zhang	1,0000	0,0043	0,0124	1,9856
	ALGaT	1,0000	-0,8622	1,1428	0,0069

Table 4.2 – Estimation de la réponse impulsionnelle pour différentes tailles d'échantillons avec un SNR = 10 dB

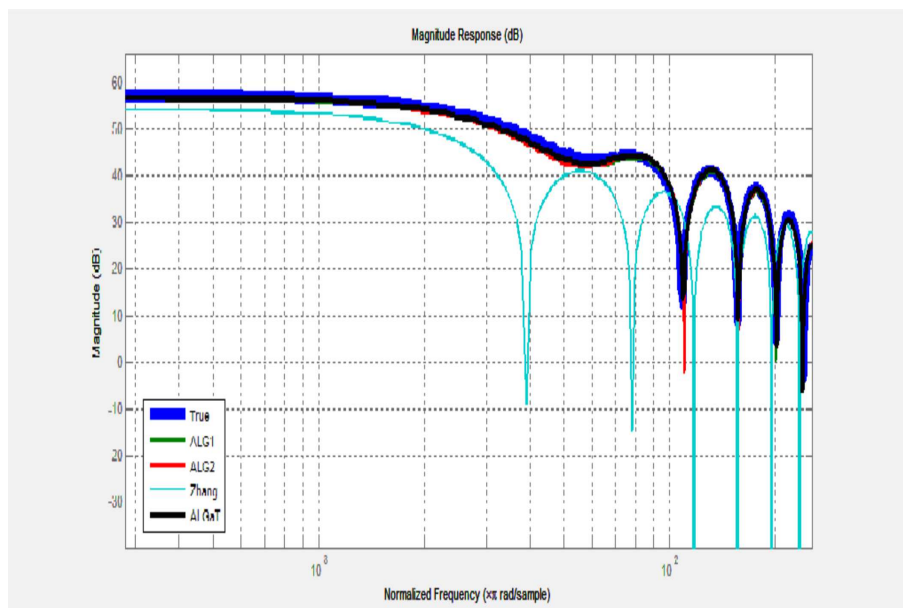


Figure 4.5 – Courbes de l'amplitude en dB pour un SNR = 10 et N = 800

La figure (4.5) montre les courbes de l'amplitude pour différents algorithmes, pour un échantillon de taille 800 et un SNR = 10 dB.

La courbe de l'amplitude idéale est en bleue et celle de l'algorithme proposé est en noire. On remarque que cette dernière suit parfaitement la courbe idéale.

Si on tient compte uniquement des algorithmes concurrents, la représentation de l'amplitude et de la phase dans un intervalle de fréquence normalisé entre 0 et  $2\pi \text{ rad/sample}$  sont données dans la figure (4.6) pour un SNR = 10 dB. En comparaison avec le résultat trouvé pour un SNR = 0 dB, les algorithmes sont plus performants lorsque le bruit diminue. En plus, l'algorithme ALGaT présente toujours une meilleure

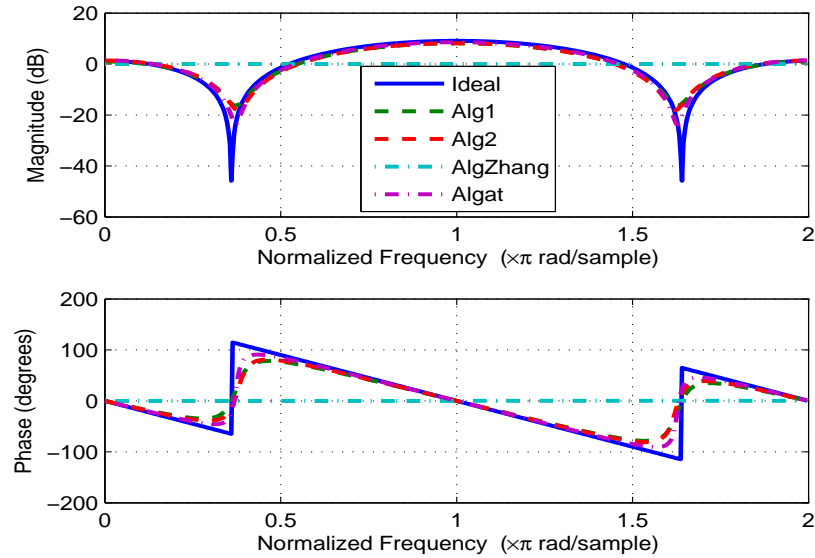


Figure 4.6 – Courbes de l’amplitude en dB et de la phase pour un SNR = 10 dB et  $N = 800$  sur un intervalle de  $[0, 2x\pi]$  rad/sample.

Algorithme	Alg1	Alg2	AlgZhang	AlgaT
Temps(en ns)	0.304	0.710	0.908	0,276

Table 4.3 – Temps d’exécution des algorithmes pour  $N = 1200$

performance.

La figure (4.7) montre l’évolution de l’erreur quadratique moyenne en fonction de la taille d’échantillon pour un canal avec SNR = 0 dB (fortement bruité) (4.7a) et avec un SNR = 10 dB (4.7b). On remarque que l’EQM dépend de la taille d’échantillon, il décroît d’une manière générale lorsque la taille augmente, ceci peut s’expliquer par le fait que lorsque la taille augmente le bruit tend vers une gaussienne ce qui permet de l’éliminer par les algorithmes à base des cumulants d’ordre supérieur (SOS).

Le tableau (4.3) résume les temps d’exécution des algorithmes d’identification aveugle Alg1, Alg2, AlgZhang et AlgaT, pour un SNR = 10 dB sur une moyenne de 100 itérations pour une taille d’échantillon égale à 1200. Le meilleur temps d’exécution est donné selon un ordre croissant par l’algorithme d’identification AlgaT, Alg2, Alg1 et enfin l’algorithme d’identification de Zhang. Toutefois, l’algorithme AlgaT est sensiblement meilleur que l’algorithme Alg1, en terme de temps d’exécution, et deux fois plus rapide que Alg2 et trois fois plus rapide que l’algorithme de Zhang. L’algorithme que nous avons proposé AlgaT, profite de la performance des cumulants d’ordre quatre utilisé dans les algorithmes récents et de la rapidité des calculs des cumulants d’ordre trois. L’algorithme AlgaT augmente la diversification des algorithmes d’identification aveugle à base des cumulants avec une augmentation dans la précision et dans la rapidité d’exécution et facile à implémenter.

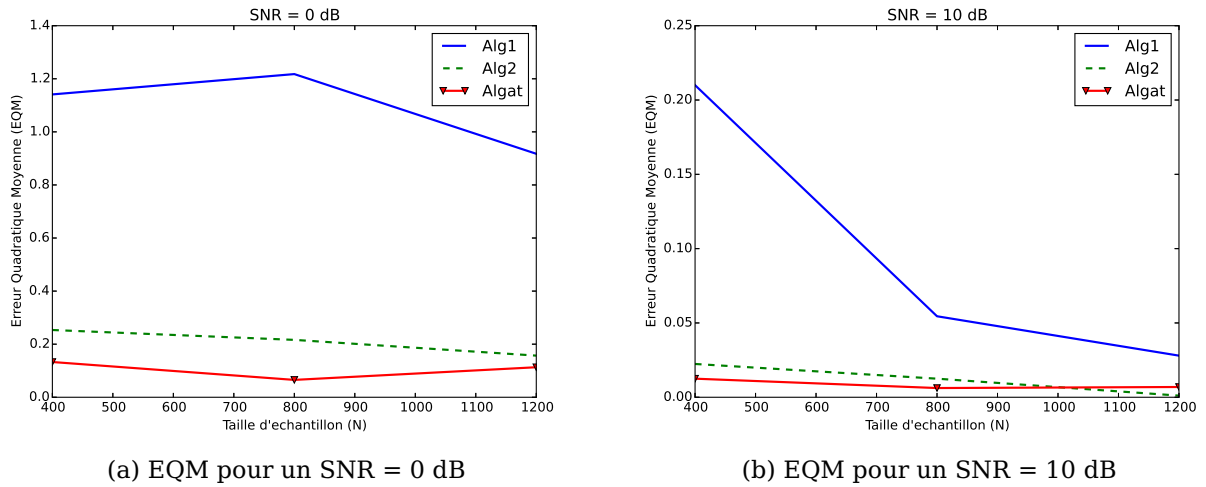


Figure 4.7 – EQM en fonction de la taille d'échantillon pour Alg1, Alg2 et AlgaT

## 4.7 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les relations fondamentales de base des algorithmes d'identification aveugle à base des SOS ainsi que les algorithmes classique Alg1, Alg2, AlgZhang et l'algorithme de Giannakis. Ensuite, nous avons détaillé l'algorithme que nous avons proposé AlgaT, ainsi que les résultats de simulations d'identification aveugle d'un canal modèle à phase non minimal. Nous avons aussi comparé les temps d'exécution de ces algorithmes pour un échantillon de taille égal à 1200.

L'estimation à base des cumulants d'ordre supérieur (SOS), donne de bons résultats en identification aveugle d'un canal linéaire stationnaire modélisé par un filtre numérique à réponse impulsionnelle finie. L'algorithme AlgaT fournit de bonnes performances pour différentes tailles d'échantillons et différentes valeurs du rapport signal sur bruit. On note aussi que le temps d'exécution de AlgaT est le plus petit comparé aux temps d'exécution des autres algorithmes à base des cumulants d'ordre quatre.

En général, on remarque que les performances de l'algorithmes proposé augmentent en fonction de la taille de l'échantillon. Ceci peut être justifié par le fait qu'à chaque fois que la taille de l'échantillon diminue le bruit s'éloigne de la distribution gaussienne. Généralement, la taille d'échantillon n'est pas infinie et les algorithmes à base de SOS ne sont pas performants à cause des erreurs dues à la non gaussieneté. Dans le chapitre suivant, nous proposons une approche basée sur la théorie des nombres flous pour atténuer les erreurs des algorithmes qui sont dues soit au calculateur, soit au fait que le bruit ne tend pas parfaitement vers une gaussienne pour des tailles d'échantillon assez petites.

# Approche utilisant le nombre flou et l'ACP pour l'identification aveugle du canal

## Sommaire

---

<b>5.1 Introduction</b>	<b>44</b>
<b>5.2 Notions du Nombre flou</b>	<b>45</b>
5.2.1 Définitions	45
5.2.2 Opérations en nombre flou	45
<b>5.3 Algorithme proposé à base du nombre flou : AlgaTF</b>	<b>46</b>
<b>5.4 Résultats des simulations et discussions</b>	<b>47</b>
5.4.1 Cas d'un SNR = 10 dB	48
5.4.2 Cas d'un SNR = 20 dB	49
<b>5.5 Approche utilisant le nombre flou et l'ACP</b>	<b>52</b>
5.5.1 Principe de la méthode ACP	52
5.5.2 Formalisme mathématique	52
<b>5.6 Simulations et résultats</b>	<b>55</b>
5.6.1 Cas d'un SNR = 10 dB	56
5.6.2 Cas d'un SNR = 20 dB	57
<b>5.7 Conclusion</b>	<b>58</b>

---

## 5.1 Introduction

Ce chapitre présente quelques approches à base du nombre flou lorsque la taille de l'échantillon est faible qui permettent d'augmenter la performance des algorithmes d'identification à base des cumulants d'ordre supérieur. En effet, si la taille de l'échantillon est finie le bruit ne tend pas parfaitement vers une gaussienne. Les algorithmes à base des SOS présentent donc plus d'erreurs [48][55], d'autres sources d'erreurs sont dues au calculateur. Introduite par Lotfi Zadeh en 1965, la logique floue se base

sur la théorie des ensembles flous. Dans cette théorie tout est élastique, une grandeur mesurable est toujours attachée d'une erreur. Elle est définie non pas par une valeur fixe, cas déterministe, mais par un ensemble de valeurs, ce dernier est dit ensemble flou. L'extension de cette théorie au nombre réel définit le nombre Flou. Dans le premier paragraphe, on rappelle l'approche qui se base sur la théorie de nombre flou ainsi que les résultats de simulation. Dans le second paragraphe, on présente la méthode d'analyse en composantes principales (ACP), utilisée pour simplifier le traitement à base de l'approche précédente si l'ordre du canal est grand, ainsi que les résultats de simulation.

## 5.2 Notions du Nombre flou

### 5.2.1 Définitions

La définition de base d'un nombre flou est donnée par [56].

**Définition 5.2.1** On note par  $\mathbb{R}$  l'ensemble des nombres réels et par  $\mathbb{E}$  l'ensemble des nombres flous sur  $\mathbb{R}$ .

Un nombre flou est défini par l'application  $u : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$  vérifiant les propriétés suivantes :

1.  $u$  est semi-continue supérieur;
2.  $u$  est flou convexe c'est à dire  $u(\lambda x + (1 - \lambda)y) \geq \min(u(x), u(y)) \forall x, y \in \mathbb{R}, \lambda \in [0, 1]$ ;
3.  $u$  est normal c'est à dire  $\exists x_o \in \mathbb{R}$  tel que  $u(x_o) = 1$ ;
4. Le support de  $u$  est  $\text{supp } u = \{x \in \mathbb{R} | u(x) > 0\}$ .

La définition paramétrique équivalente du nombre flou est donnée par [57] :

**Définition 5.2.2** Le nombre flou, en forme paramétrique, est une paire  $(\underline{u}; \bar{u})$  des fonctions  $\underline{u}(r), \bar{u}(r), 0 \leq r \leq 1$ , qui satisfont les propriétés suivantes :

1.  $\underline{u}(r)$  est une fonction continue à gauche, non décroissante et bornée dans  $[0, 1]$  et continue à droite en 0;
2.  $\bar{u}(r)$  est une fonction continue à gauche, non décroissante et bornée dans  $[0, 1]$  et continue à droite en 0;
3.  $\underline{u}(r) \leq \bar{u}(r), 0 \leq r \leq 1$ .

### 5.2.2 Opérations en nombre flou

Selon le principe d'extension de Zadeh, l'opération d'addition sur  $\mathbb{E}$  est définie par :

$$(u + v)(x) = \sup_{y \in \mathbb{R}} \min\{u(y), v(x - y)\}, x \in \mathbb{R} \quad (5.1)$$

Le produit par un scalaire d'un nombre flou est donné par :

$$(k \odot u)(x) = \begin{cases} u(x/k), & k > 0 \\ \tilde{0}, & k = 0 \end{cases} \quad (5.2)$$

Où  $\tilde{0} \in \mathbb{E}$ .

La distance entre deux nombres flous selon Hausdorff est donnée par [57] :

$$d(u, v)(x) = \sup_{r \in [0,1]} \max\{|\underline{u}(r) - \underline{v}(r)|, |\bar{u}(r) - \bar{v}(r)|\}. \quad (5.3)$$

Où  $u = (\underline{u}, \bar{u})$  et  $v = (\underline{v}, \bar{v}) \subset \mathbb{R}$  [57][58].

Ainsi définie, il est facile de vérifier que  $d$  est une métrique sur  $\mathbb{E}$  qui vérifie les propriétés suivantes :

1.  $d(u+w, v+w) = d(u, v), \forall u, v$  et  $w \in \mathbb{E}$ ;
2.  $d(ku, kv) = |k|d(u, v), \forall k \in \mathbb{R}, \forall u, v \in \mathbb{E}$ ;
3.  $d(u+v, w+e) = d(u, w) + d(v, e), \forall u, v, w$  et  $e \in \mathbb{E}$ ;
4.  $(d, \mathbb{E})$  est un espace métrique complet.

### 5.3 Algorithme proposé à base du nombre flou : AlgaTF

Dans cette section, nous optons à estimer la réponse impulsionnelle du canal RIF ( $H = [h(0), h(1), \dots, h(q)]$ ), d'ordre  $q$ , stationnaire, linéaire et invariant dans le temps. Pour se faire, nous allons utiliser un algorithme qui combine les cumulants d'ordre trois et quatre. Dans le deuxième paragraphe, nous expliquons la méthode de tri à base de nombre flou qui permet d'améliorer l'algorithme proposé.

Dans le paragraphe (4.5.2), nous avons montré que les coefficients de la réponse impulsionnelle du canal sont données par (4.30) :

$$\hat{h}(\tau) = \frac{C_{4,Y}(q, q, 0) C_{3,Y}^2(q, 0) C_{4,Y}(q, q, \tau)}{C_{4,Y}^2(q, 0, 0) C_{3,Y}(q, q) C_{3,Y}(q, q)} \quad (5.4)$$

Dans la procédure d'estimation des paramètres de la réponse impulsionnelle, les arrondissements des calculs numériques ainsi que la performance de l'estimateur statistique utilisé peuvent être une source de divergence de la vraie valeur lors des itérations. Pour minimiser ces erreurs de divergence, nous proposons de faire un choix sélectif des valeurs estimées des réponses impulsionnelles à partir des algorithmes d'identification selon le modèle suivant.

#### a. Choix de l'ensemble flou :

Puisque chaque valeur estimée est accompagnée d'une erreur, nous la considérons donc comme un nombre flou défini par un intervalle dans l'ensemble  $\mathbb{R}$ , selon la figure (5.1).

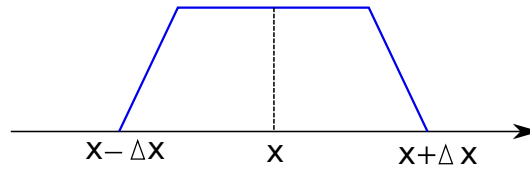


Figure 5.1 – Représentation en nombre flou d'une valeur estimée.

### b. Elimination des valeurs divergentes :

La figure (5.2) représente les valeurs floues obtenues par une simulation itérative. Les intervalles représentant les valeurs des nombres flous peuvent être disjoints ou non. On élimine ceux de l'extrémité ayant des intervalles disjoints des autres nombres flous. En effet, ces valeurs floues sont sources de divergence de la vraie valeur.

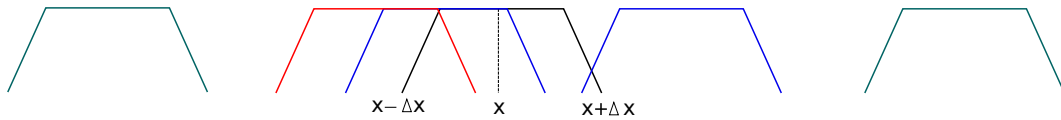


Figure 5.2 – Représentation en nombre flou d'une série de valeurs estimées

Le nombre de valeurs à supprimer doit être inférieur au nombre de valeurs restant pour l'estimation des paramètres de la réponse impulsionnelle. En effet, la méthode a pour objectif est d'éliminer les quelques valeurs divergentes.

L'algorithme proposé AlgaTF est une amélioration de AlgaT auquel on a appliqué la méthode de sélection sachant que la variable floue choisie est :

$$X = \sum_{i=0}^q h(i) \quad (5.5)$$

Avec  $2\Delta X$  est la taille de l'intervalle flou. La somme est introduite pour supprimer la divergence due à l'apparition non désirée du signe moins dans l'une des composantes de la réponse impulsionnelle.

## 5.4 Résultats des simulations et discussions

Afin de valider le modèle présenté dans le paragraphe 5.3, on exécuté 100 itérations et à chaque itération on prend un nouvel échantillon bruité par un bruit gaussien à moyenne nulle. Les estimations sont faites pour les tailles des échantillons 400, 800 et 1200. Afin de comparer la performance des estimations, nous utilisons l'erreur quadratique moyenne définie par :

$$EQM = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N EQM_j \quad (5.6)$$

Avec

$$EQM_j = \frac{1}{q+1} \sum_{i=0}^q (\hat{h}(i) - H(i))^2 \quad (5.7)$$



Le modèle du canal considéré est :

$$\begin{cases} y(k) = x(k) - 1,083x(k-1) - 0,95x(k-2) + 0,95x(k-3) \\ Zeros = [-0.95462188 ; 1.22573437 ; 0.8118875] \end{cases} \quad (5.8)$$

La figure (5.3) montre les zéros de la fonction de transfert. Un des zéros,  $z_2$ , de la fonction de transfert hors du cercle unité, le canal est dit à non minimum de phase. Par la suite, nous présentons les résultats des simulations concernant le canal pour

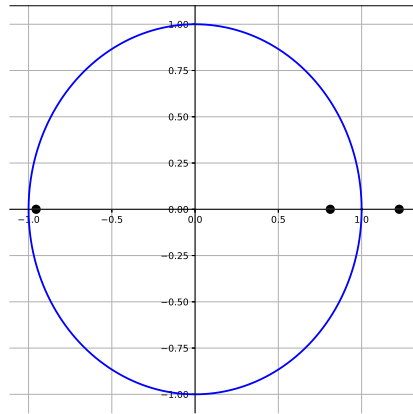


Figure 5.3 – Représentation des zéros du canal modèle

différents algorithmes (ALG1, ALGGianakis, ALGaT et ALGaTF) dans le cas où le  $SNR = 10 \text{ dB}$  et dans le cas où le  $SNR = 20 \text{ dB}$ .

Notre choix de l'erreur sur  $X$  est à deux chiffres après la virgule, dans la suite, on prend en simulation  $\Delta X = 0,03$ .

#### 5.4.1 Cas d'un $SNR = 10 \text{ dB}$

La table (5.4) résume les résultats obtenus, pour le canal modèle proposé, avec les quatre algorithmes à savoir ALG1, ALGGianakis, ALGaT et ALGaTF dans le cas où le  $SNR = 10 \text{ dB}$ .

Une lecture descriptive des données susmentionnées sur la table (5.1), nous permet de constater d'emblée une nette amélioration de L'EQM. En effet, pour un échantillon de taille 400, on note que la méthode proposée assure l'amélioration de l'EQM d'un facteur de 2. Par ailleurs, pour une taille de 800, on atteint un facteur de l'ordre de 5,1; plus que le double. Ce facteur va crescendo et atteint l'ordre 20 dans le cas d'un échantillon de taille 1200 avec la même méthode. Cette progression assure de ce fait une minimisation de l'EQM par rapport aux autres algorithmes.

L'amélioration associée par la dite méthode du problème du signe, selon la variable à fuzzifier, est rearquable et c'est d'ailleurs l'exemple de l'estimation de  $h(4)$ , à un signe près, avec l'algorithme ALGaT pour la taille d'échantillon 800. Cette erreur de signe est corrigée par ALGaTF.

Taille d'échantillon	Algorithme	$h(0)$	$h(1)$	$h(2)$	$h(3)$	EQM
	Canal Idéal	1	-1,083	-0,95	0,95	0
400	ALG1	1	-0,346	-0,252	0,553	0,487
400	ALGGianakis	1	2,119	-1,724	1,984	1,544
400	AlgaT	1	-0,240	-0,494	0,220	0,539
400	AlgaTF	1	-0,672	-0,592	0,699	0,268
800	ALG1	1	-0,610	-0,434	0,734	0,327
800	ALGGianakis	1	-0,555	0,155	-0,672	0,909
800	AlgaT	1	-0,227	-0,342	-0,226	0,705
800	AlgaTF	1	-1,317	-0,833	1,116	0,139
1200	ALG1	1	-0,904	-0,458	0,917	0,235
1200	ALGGianakis	1	1,150	-2,407	2,539	1,388
1200	AlgaT	1	-0,619	-1,566	3,554	1,215
1200	AlgaTF	1	-1.121	-0.874	0,847	0,060

Table 5.1 – Valeurs estimées des  $h(i)$  pour  $N = 400, 800, 1200$  et pour  $SNR = 10$  dB

C'est ainsi que le critère de choix est déterminant, voire décisif dans l'amélioration de la divergence du calcul.

Signalons à ce niveau l'exemple notoire de l'estimation de  $h_4$  par ALGaT et ALGaTF pour la taille d'échantillon 1200. Selon la figure (5.4), on remarque que la courbe de ALGaTF coïncide parfaitement avec la courbe de canal idéal.

### 5.4.2 Cas d'un SNR = 20 dB

Nous résumons dans la table (5.2) les résultats obtenus, pour le canal modèle, avec les quatre algorithmes Alg1, ALGGianakis, AlgaT et AlgaTF dans le cas où  $SNR = 20$  dB.

La table (5.2), nous permet de remarquer une nette amélioration de l'EQM pour un  $SNR = 20$  dB. En effet, si la taille de l'échantillon est de 400, la méthode proposée assure une amélioration, de l'EQM d'un facteur de 7,3. Par ailleurs, pour une taille d'échantillon 800 l'amélioration de l'EQM atteint un facteur de l'ordre de 3,5, plus que le double. Ce facteur va croître pour atteindre l'ordre 8,2 pour une taille de l'échantillon d'ordre 1200. Cette progression assure aussi une minimisation de l'EQM en utilisant AlgaTF par rapport aux autres algorithmes.

La figure (5.5) montre que les courbes de AlgaTF coïncide parfaitement avec la courbe du canal idéal.

L'amélioration associée par la méthode que nous avons proposé assure une bonne convergence vers les vraies valeurs de la réponse impulsionnelle.

Dans la littérature plusieurs algorithmes d'identification aveugle à base de cumulants d'ordre supérieur sont proposés pour l'identification aveugle d'un canal stationnaire, invariant dans le temps et bruité par un bruit gaussien. Parmi eux, on a choisi trois exemples : Alg1, ALGGianakis et AlgaT, et nous avons appliqué la méthode de

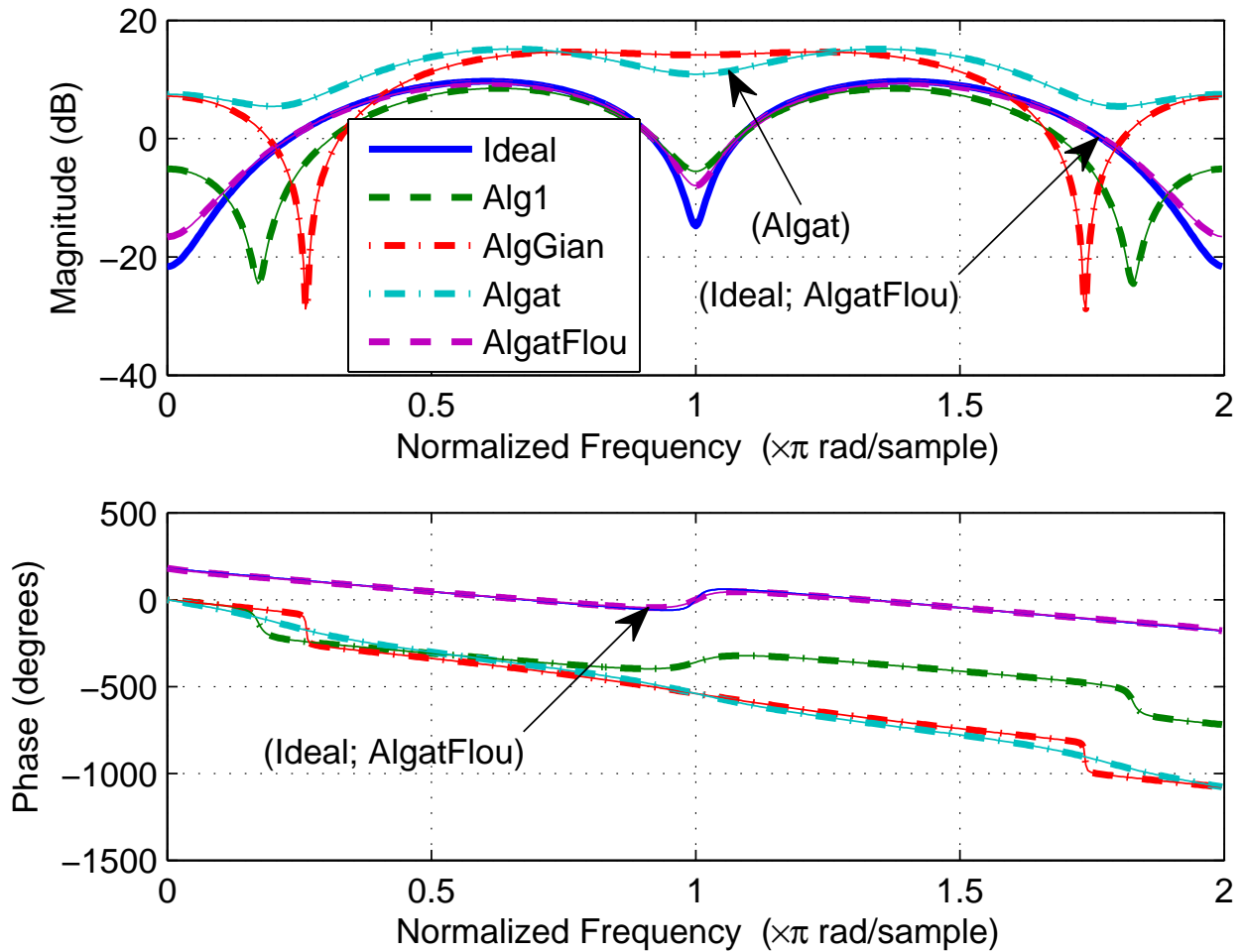
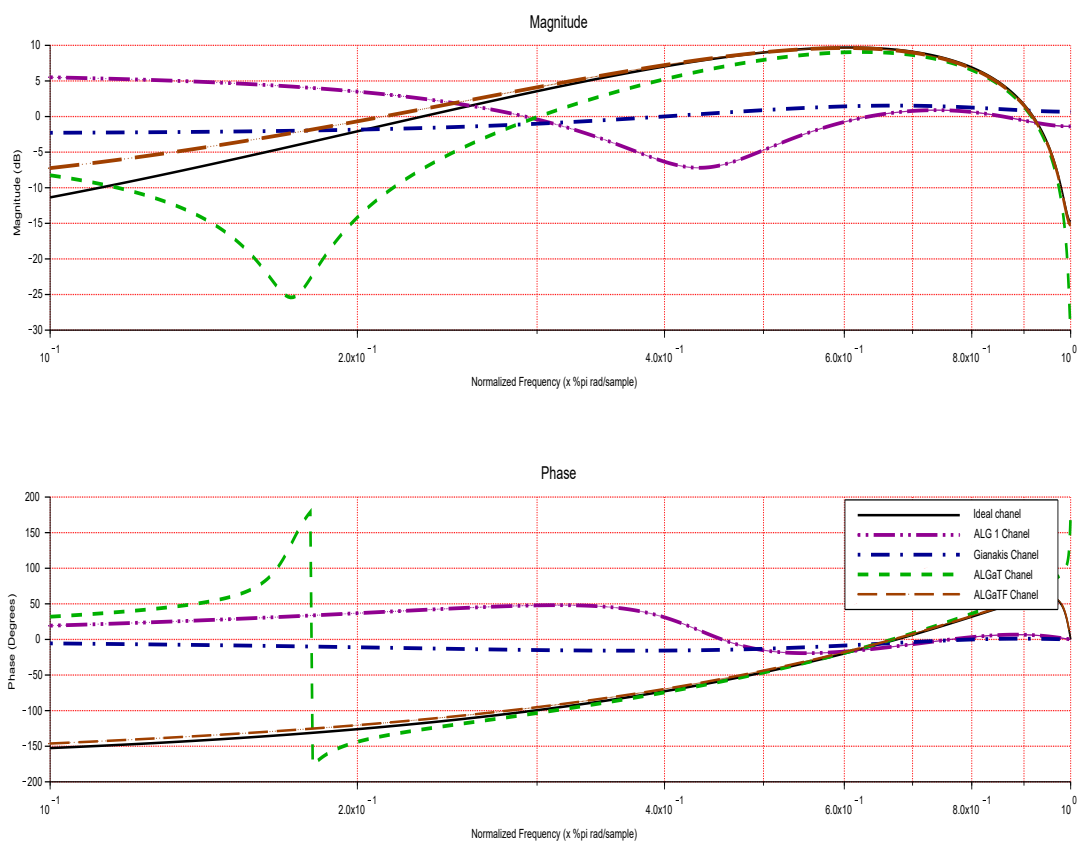


Figure 5.4 – Représentation du module de la phase la fonction de transfert du filtre pour  $N = 1200$  et  $\text{SNR} = 10$  dB

tri sur AlgaT et on obtient l'algorithme corrigé AlgaTF. Ce dernier est basé sur la notion du nombre flou afin d'améliorer le résultat d'identification aveugle du canal. En simulation, nous avons considéré un canal à non minimum de phase, et nous avons estimé la réponse impulsionnelle sur 100 itérations avec des SNR égal à 10 dB et égal à 20 dB avec les différents algorithmes. En comparant l'erreur quadratique moyenne de ALGaT et de ALGaTF, nous avons montré que la méthode proposée, de tri à base de nombre flou, augmente les performances. Le tri à base de nombre flou peut être appliquée aux autres algorithmes d'identification aveugle pour les améliorer. La dite méthode donne de bons résultats pour un nombre d'itérations faible. Toutefois, le choix de la variable sur la quelle on applique le tri, est évident dans le cas de canal d'ordre deux ou trois. En revanche, pour le cas d'un canal d'ordre supérieur où égal à quatre, on propose une approche qui se base sur le nombre flou et l'analyse en composante principale (ACP). Cette dernière méthode sera détaillée dans la suite de ce chapitre.

Taille d'échantillon	Algorithme	$h(0)$	$h(1)$	$h(2)$	$h(3)$	EQM
	Canal Idéal	1	-1,083	-0,95	0,95	0
400	ALG1	1	-0,417	-0,324	0,562	0,444
	ALGGianakis	1	1,077	-1,846	0,467	1,068
	ALGaT	1	-1,340	-0,970	1,733	0,369
	ALGaTF	1	-0,985	-0,966	1,005	0,0505
800	ALG1	1	-0,724	-0,562	0,845	0,241
	ALGGianakis	1	-0,206	-0,080	0,045	0,685
	ALGaT	1	-0,751	-0,720	1,063	0,188
	ALGaTF	1	-1,085	-1,040	0,871	0,053
1200	ALG1	1	-0,874	-0,487	0,961	0,227
	ALGGianakis	1	-0,055	-0,233	-0,253	0,777
	ALGaT	1	-2,572	-1,058	2,961	1,120
	ALGaTF	1	-1,284	-0,935	1,177	0,136

Table 5.2 – Valeurs estimées des  $h(i)$  pour  $N = 400, 800, 1200$  et pour  $\text{SNR} = 20$  dBFigure 5.5 – Représentation du module et de la phase de la fonction de transfert du filtre pour  $N = 800$  et  $\text{SNR} = 20$  dB

## 5.5 Approche utilisant le nombre flou et l'ACP

L'approche utilisant le nombre flou montre son efficacité si le canal est d'ordre deux ou trois en utilisant comme variable la combinaison linéaire des réponses impulsionnelles. En revanche, dans le cas d'un canal d'ordre supérieur ou égal à quatre, la combinaison linéaire n'est pas évidente sinon il faut appliquer l'approche de nombre flou à toutes les composantes de la réponse impulsionnelle ce qui entraîne un nombre de traitement considérable. Pour minimiser ce dernier, nous proposons une approche qui utilise l'analyse en composante principale (ACP). Elle trouve sa puissance du fait qu'il se base sur la corrélation entre les valeurs trouvées statistiquement à partir des algorithmes d'identification et de minimiser les dimensions de l'espace de traitement. On peut réduire un espace de dimension  $q + 1$  à un espace de dimension deux ou trois, avec  $q$  l'ordre du canal. Le paragraphe suivant rappelle le principe de la méthode ACP.

### 5.5.1 Principe de la méthode ACP

L'Analyse en composantes principales (ACP) est une méthode qui réduit les dimensions d'un espace vectoriel de  $n$  dimension en un autre de dimension deux ou trois où l'inertie (la dispersion) des valeurs est maximale. Cette méthode repose sur la matrice de corrélation et d'auto-corrélation entre les valeurs statistiques des individus. Les nouveaux axes sont les facteurs, combinaisons linéaires des axes de l'espace vectoriel précédent. Dans la suite, on présente le modèle théorique de l'ACP.

### 5.5.2 Formalisme mathématique

Soit  $p$  variables statistiques réelles  $A^j$  ( $j = 1, \dots, p$ ) observées sur  $n$  individus  $I_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) affectés des poids  $\omega_i$  [59],[60] :

$$\begin{aligned} \forall i = 1, \dots, n : \omega_i > 0 ; \text{ et } \sum_{i=1}^n \omega_i &= 1; \\ \forall i = 1, \dots, n : x_i^j = A^j(I_i) = A^j(i) \text{ mesure de } A^j \text{ sur l'individu } I_i; \end{aligned} \quad (5.9)$$

Ces mesures sont regroupées dans une matrice  $X$  d'ordre  $(n \times p)$ .

$I \setminus A$	$A^1$	$\dots$	$A^j$	$\dots$	$A^p$
$I_1$	$x_1^1$	$\dots$	$x_1^j$	$\dots$	$x_1^p$
$\vdots$					$\vdots$
$I_i$	$x_i^1$	$\dots$	$x_i^j$	$\dots$	$x_i^p$
$\vdots$					$\vdots$
$I_n$	$x_n^1$	$\dots$	$x_n^j$	$\dots$	$x_n^p$

(5.10)

- ◆ À chaque individu  $I_i$  est associé le vecteur  $x_i$  contenant la  $i^{\text{ème}}$  ligne de la matrice  $X$ . C'est un élément d'un espace vectoriel noté  $E$  de dimension  $p$ ; nous choisissons  $\mathbb{R}^p$  muni de la base canonique  $\mathcal{B}$ , base qui se présente de manière naturelle selon l'espace vectoriel considéré, et d'une métrique de matrice  $M$  lui

conférant une structure d'espace euclidien :  $E$  est isomorphe à  $(\mathbb{R}^p; \mathcal{B}; M)$ ;  $E$  est alors appelé espace des individus.

- ◆ À chaque variable  $A^j$  est associé le vecteur  $x^j$  contenant la  $j^{\text{ème}}$  colonne centrée (la moyenne de la colonne est retranchée à toute la colonne) de  $X$ . C'est un élément d'un espace vectoriel noté  $F$  de dimension  $n$ ; nous choisissons  $\mathbb{R}^n$  muni de la base canonique  $\mathcal{B}'$  et d'une métrique de matrice diagonale  $D$  des poids lui conférant une structure d'espace euclidien :  $F$  est isomorphe à  $(\mathbb{R}^n; \mathcal{B}'; D)$  avec  $D = \text{diag}(\omega_1, \dots, \omega_n)$ ;  $F$  est alors appelé espace des variables.

En ACP, la matrice des données est supposée être issue de l'observation de  $n$  vecteurs aléatoires indépendants  $\{x_1, \dots, x_n\}$ , de même matrice de covariance  $\sigma^2\Gamma$ , mais d'espérances différentes  $z_i$ , toutes contenues dans un sous espace affine de dimension  $q$  ( $q < p$ ) de  $E$ . Dans ce modèle,  $E(x_i) = z_i$  est un paramètre spécifique attaché à chaque individu  $i$  et appelé effet fixe, le modèle étant dit fonctionnel. Ceci s'écrit [59],[60] :

$$\begin{aligned} \{x_i ; i = 1, \dots, n\} ; & \quad n \text{ vecteurs aléatoires indépendants de } E \\ x_i = z_i + \epsilon_i ; i = 1, \dots, n & \quad \text{avec} \begin{cases} E(\epsilon_i) = 0, \text{var}(\epsilon_i) = \sigma^2\Gamma, \\ \sigma > 0 \text{ inconnu}, \\ \Gamma \text{ connue.} \end{cases} \end{aligned} \quad (5.11)$$

$\exists M_q$ ; sous-espace affine de  $E$  de dimension  $q$  tel que  $\forall i, z_i \in M_q$  ( $q < p$ ).

Soit  $\bar{z} = \sum_{i=1}^n \omega_i z_i$ , les hypothèses du modèle entraînent que  $\bar{z}$  appartient à  $M_q$ . Soit  $E_q$  le sous-espace vectoriel de  $E$  de dimension  $q$  tel que :

$$M_q = \bar{z} + E_q. \quad (5.12)$$

Les paramètres à estimer sont alors  $E_q$  et  $z_i$ ;  $i = 1, \dots, n$  et éventuellement  $\sigma$ .  $z_i$  est la part systématique, en effet, supposée de rang  $q$ ; éliminer le bruit  $\epsilon_i$  revient donc à réduire la dimension. Si les  $z_i$  sont considérés comme aléatoires, le modèle est alors dit structural; on suppose que  $\{X_1, \dots, X_n\}$  est un échantillon de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées (i.i.d.). Les unités statistiques jouent des rôles symétriques, elles ne nous intéressent que pour l'étude des relations entre les variables. On retrouve alors le principe de l'analyse en facteurs (ou en facteurs communs et spécifiques, ou factor analysis).

**Proposition 5.5.1** *L'estimation des paramètres de l'équation (5.11) est fournie par l'ACP de  $(X, M, D)$ , c'est-à-dire par la décomposition en valeurs singulières de  $(\bar{X}, M, D)$  :*

$$\widehat{Z}_q = \sum_{k=0}^q \lambda_k^{1/2} u^k v^k = U_q \Lambda^{1/2} V_q'. \quad (5.13)$$

Avec

- $\bar{X} = X - 1_n \bar{x}'$  la matrice centrée et  $1_n$  la matrice identité d'ordre  $n$ ;
- $Z$  la matrice ( $n \times p$ ) dont les lignes sont les vecteurs  $(z_i - \bar{z})'$ .
- Les  $u^k$  sont les vecteurs propres  $D$ -orthonormés de la matrice  $\bar{X} M \bar{X}' D$  associés aux valeurs propres  $\lambda_k$  rangées par ordre décroissant.

- Les  $v_k$ , appelés vecteurs principaux, sont les vecteurs propres  $M$ -orthonormés de la matrice  $\bar{X}'D\bar{X}M = SM$  associés aux mêmes valeurs propres ; ils engendrent des sous espace vectoriel de dimension 1 appelés axes principaux.

Une estimation par les moindres carrés conduit à résoudre le problème :

$$\min_{E_q, z_i} \left\{ \sum_{i=1}^n \omega_i \|x_i - z_i\|_M^2; \dim E_q = q \text{ et } z_i - \bar{z} \in E_q \right\} \quad (5.14)$$

Les estimations sont donc données par :

$$\begin{aligned} \hat{\bar{z}} &= \bar{x}; \\ \hat{Z}_q &= \sum_{k=0}^q \lambda_k^{1/2} u^k v^k = U_q \Lambda^{1/2} V_q' = \bar{X} \hat{P}_q'; \\ \hat{E}_q &= \text{vect}\{v^1, v^2, \dots, v^q\}; \\ \hat{z}_i &= \hat{P}_q X_i + \bar{x}; \end{aligned} \quad (5.15)$$

Avec  $\hat{P}_q = V_q V_q' M$  est la matrice de projection de  $M$ -orthogonale sur  $\hat{E}_q$ .

### • Autre définition

On considère  $p$  variables statistiques centrées  $X^1, \dots, X^p$ . Une combinaison linéaire centrée de ces variables de coefficients  $f_j$ ,

$$c = \sum_{j=1}^p f_j X^j = \bar{X} f \quad (5.16)$$

À partir de l'équation (5.16), on peut définir une nouvelle variable centrée  $C$  qui, à tout individu  $i$ , associe la "mesure" :

$$C(i) = (x^i - \bar{X})' f \quad (5.17)$$

**Proposition 5.5.2** Soient  $p$  variables quantitatives centrées  $X^1, \dots, X^p$  observées sur  $n$  individus de poids  $\omega_i$ ; l'ACP de  $(X, M, D)$  est aussi la recherche des  $q$  combinaisons linéaires normées des  $X^j$ , non corrélées et dont la somme des variances soit maximale.

- Les vecteurs  $f^k = M v^k$  sont les facteurs principaux. Ils permettent de définir les combinaisons linéaires des  $X^j$  optimales.
- Les vecteurs  $c^k = \bar{X} f^k$  sont les composantes principales.
- Les variables  $C^k$  associées sont centrées, non corrélées et de variance  $\lambda_k$ ; ce sont les variables (axes) principales :

$$\begin{aligned} \text{cov}(C^k, C^l) &= (\bar{X} f^k)' D \bar{X} f^l = f^{k'} S f^l \\ &= v^{k'} M S M' v^l = \lambda_l v^{k'} M v^l = \lambda_l \delta_k^l \end{aligned} \quad (5.18)$$

Avec  $S$  la matrice des covariances :

$$S = \sum_{i=1}^n \omega_i (x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})' \quad (5.19)$$

- Les  $f^k$  sont les vecteurs propres  $M^{-1}$ -orthonormés de la matrice  $MS$ .
- La matrice des composantes principales est :  $C = \bar{X} F = \bar{X} M V = U \Lambda^{1/2}$ .
- Les axes définis par les vecteurs  $D$ -orthonormés  $u^k$  sont appelés axes factoriels.

• **Aspect Graphique**

**Projection des individus :** Les graphiques obtenus permettent de représenter "au mieux" les distances euclidiennes inter-individus mesurées par la métrique  $M$ . Chaque individu  $i$  représenté par  $x_i$  est approché par sa projection  $M$ -orthogonale  $\widehat{z}_i^q$  sur le sous-espace  $\widehat{E}_q$  engendré par les  $q$  premiers vecteurs principaux  $\{v^1, \dots, v^q\}$ . En notant  $e_i$  un vecteur de la base canonique de  $E$ , la coordonnée de l'individu  $i$  sur  $v^k$  est donnée par :

$$\langle x_i - \bar{x}, v^k \rangle_d = (x_i - \bar{x})' M v^k = e_i' \overline{X} M v^k = c_i^k. \quad (5.20)$$

**Proposition 5.5.3** *Les coordonnées de la projection  $M$ -orthogonale de  $(x_i - \bar{x})$  sur  $\widehat{E}_q$  sont les  $q$  premiers éléments de la  $i^{\text{ème}}$  ligne de la matrice  $C$  des composantes principales.*

**Qualités :** La "qualité globale" des représentations est mesurée par la part de dispersion expliquée :

$$r_q = \frac{\text{tr}(SM\widehat{P}_q)}{\text{tr}(SM)} = \frac{\sum_{k=1}^q \lambda_k}{\sum_{k=1}^p \lambda_k}. \quad (5.21)$$

$\text{tr}(X)$  représente la trace de la matrice  $X$ .

La qualité de la représentation de chaque  $x_i$  est donnée par le cosinus carré de l'angle qu'il forme avec sa projection :

$$\cos(\theta_i)^2 = \cos(\widehat{(x_i - \bar{x}), \widehat{z}_i^q})^2 = \frac{\|\widehat{P}_q(x_i - \bar{x})\|_M^2}{\|(x_i - \bar{x})\|_M^2} = \frac{\sum_{k=1}^q (c_i^k)^2}{\sum_{k=1}^p (c_i^k)^2}. \quad (5.22)$$

Un individu très mal représenté est à la limite de la lisibilité (voir figures (5.6) et (5.7)).

## 5.6 Simulations et résultats

Dans cette simulation, nous prenons le canal BRAN A d'ordre égal à 18, pour appliquer la méthode qui combine l'ACP et le flou. Les paramètres de la réponse impulsionnelle sont définis dans la table (5.3). Nous avons utilisé les algorithmes Alg1 et AlgAT pour l'identification aveugle, puis nous avons appliqué l'approche combinant l'ACP et le flou pour différentes tailles d'échantillons : 400, 800 et 1200 [56]. D'autre part nous avons utilisé des petites tailles d'échantillons à savoir 100 et 200, pour vérifier la fiabilité de notre approche. L'évaluation de cette méthode repose sur la comparaison des erreurs quadratiques moyennes (EQM) des différentes estimations des paramètres de la réponse impulsionnelle pour 100 itérations, définie pour chaque itération par :

$$EQM_j = \frac{1}{q+1} \sum_{i=0}^q (\widehat{h}(i) - h(i))^2. \quad (5.23)$$



Où,  $\hat{h}(i)$  est le paramètre  $i$  de la réponse impulsionnelle estimée.

L'EQM moyenne est définie par :

$$EQM = \frac{1}{100} \sum_{j=1}^{100} EQM_j. \quad (5.24)$$

h(0)	h(1)	h(2)	h(3)	h(4)	h(5)
1	0,9015711	0,8222426	0,7413102	0,6683439	0,6095369
h(6)	h(7)	h(8)	h(9)	h(10)	h(11)
0,5495409	0,4954502	0,4518559	0,4073803	0,5821032	0,4315191
h(12)	h(13)	h(14)	h(15)	h(16)	h(17)
0,3198895	0,2371374	0,206538	0,1258925	0,0758578	0,0462381

Table 5.3 – Paramètres de la réponse impulsionnelle du canal BRAN A

Les paragraphes suivants résument les résultats de simulation, pour un SNR = 10 dB et un SNR = 20 dB, pour les algorithmes Alg1, AlgaT, PCA-Alg1 et PCA-AlgaT. Ces derniers sont obtenus par application de l'ACP-Flou respectivement sur Alg1 et AlgaT.

Étant donné que  $h(0) = 1$ . On a choisi une erreur  $\Delta X = 0,03$ , avec  $X$  représente une mesure sur un axe principale obtenu par l'ACP.

### 5.6.1 Cas d'un SNR = 10 dB

Le tableau (5.4) résume les résultats obtenus de l'estimation de la réponse impulsionnelle du canal BRAN A par les quatres algorithmes Alg1, AlgaT, PCA-Alg1 et PCA-AlgaT avec un SNR = 10 dB.

Algorithme \ Taille	100	200	400	800	1200
Alg1	0,558	0,627	0,583	0,685	0,803
PCA-Alg1	0,556	0,600	0,568	0,671	0,791
AlgaT	0,265	0,723	0,180	0,119	0,136
PCA-AlgaT	0,254	0,600	0,158	0,088	0,123

Table 5.4 – EQM de l'estimation de la réponse impulsionnelle du BRAN A pour SNR = 10 dB

Cette table permet de montrer une nette amélioration pour les différents algorithmes. En effet, pour toutes les tailles d'échantillons considérées, nous notons que la méthode proposée contribue à une amélioration de l'EQM. L'amélioration est effectuée sur le deuxième chiffre ou le troisième chiffre si la valeur estimée est proche à la valeur de référence (paramètres du BRAN A). En revanche, si la valeur estimée du paramètre du canal est loin de la vraie valeur, l'amélioration peut atteindre le chiffre ayant le plus grand poids, la correction dans ce cas est nette.

### 5.6.2 Cas d'un SNR = 20 dB

La figure (5.6) montre la dispersion des valeurs obtenues par identification aveugle en utilisant Alg1 pour 100 itérations d'un échantillon de taille 1200, et un bruit de canal de 20 dB. Les axes de la figure sont les facteurs principaux déduits par la méthode de l'ACP. Nous notons qu'il existe un regroupement de certaines valeurs alors que d'autres sont dispersées. La méthode du nombre flou supprime les valeurs fortement dispersées, il en va de même pour AlgaT dans la figure (5.7). Dans ce dernier cas, il existe deux valeurs extrêmes, des itérations  $A_{57}$  et  $A_{67}$ , qui sont supprimées par la méthode du nombre flou.

Le tableau (5.5) résume les résultats obtenus pour le canal BRAN A avec un  $SNR =$

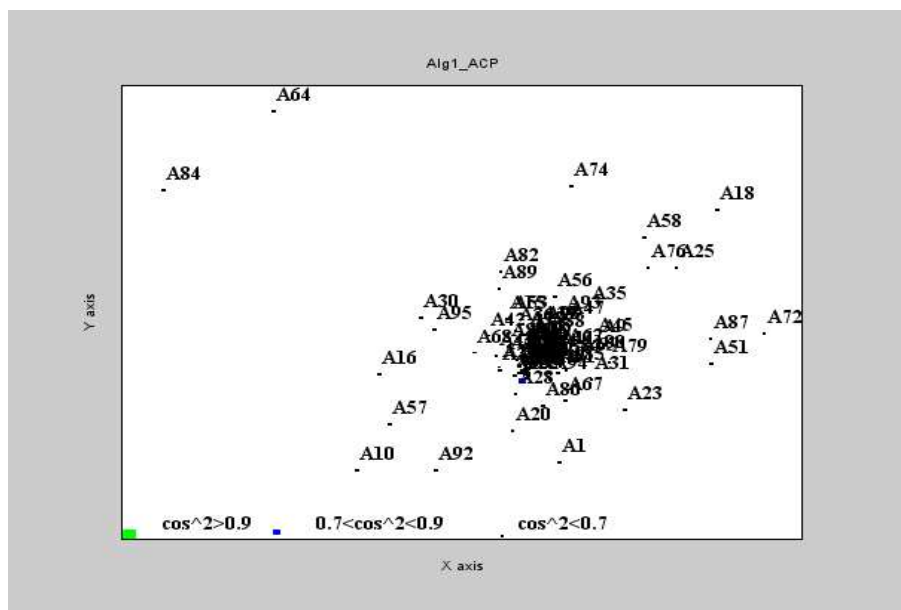


Figure 5.6 – Dispersion des valeurs des réponses impulsionnelles selon les facteurs principaux pour Alg1

20 dB avec des tailles d'échantillons égales à 100, 200, 400, 800 et 1200 et pour les algorithmes Alg1, PCA-Alg1, AlgaT et ACP-AlgaT.

Algorithme \ Taille	100	200	400	800	1200
Alg1	0,581	0,647	0,662	0,744	0,691
PCA-Alg1	0,569	0,634	0,647	0,684	0,686
AlgaT	0,338	0,05782	1,858	0,150	1,269
PCA-AlgaT	0,300	0,05755	0,220	0,113	0,181

Table 5.5 – EQM de l'estimation de la réponse impulsionnelle du BRAN A pour SNR = 20 dB

Selon la table des données (5.5), nous pouvons voir une amélioration pour SNR égale à 20 dB. En effet, pour toutes les tailles d'échantillons, les EQM des différents

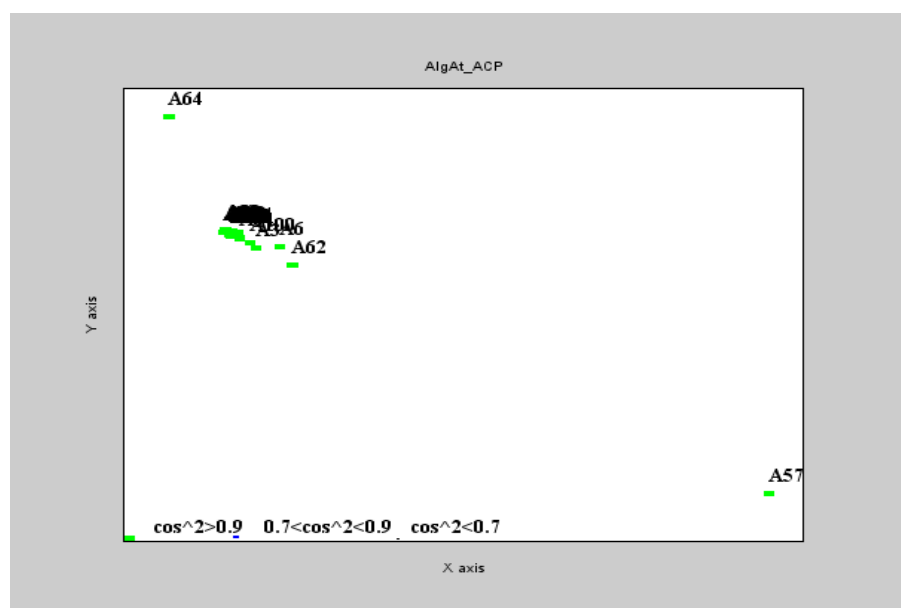


Figure 5.7 – Dispersion des valeurs estimées de la réponse impulsionnelle selon les facteurs principaux pour AlgaT

algorithmes sont améliorées. Visiblement cette amélioration est sur le deuxième ou le troisième chiffre après la virgule si la valeur estimée du paramètre de la réponse impulsionnelle est proche de la vraie valeur.

En revanche, si la valeur estimée est loin de la vraie valeur, la correction par la méthode ACP-Flou est importante. C'est le cas par exemple, de l'estimation par l'algorithme AlgaT pour la taille d'échantillon 400, l'EQM est de 1,858, erreur relativement grande, elle passe à 0,220 par l'algorithme l'ACP-AlgaT soit un facteur d'amélioration égal à 8,44. De même, le facteur d'amélioration de l'estimation faite par AlgaT pour l'échantillon de taille 1200 est 7 fois par application de l'approche ACP et le flou (voir figure (5.7)).

## 5.7 Conclusion

Plusieurs algorithmes d'identification aveugles basés sur des cumulants d'ordre supérieur sont habituellement utilisés. Parmi eux, nous avons utilisé Alg1 et AlgaT et c'est grâce à leur performance en identification aveugle d'un canal bruité par un bruit gaussien. En revanche, si la taille de l'échantillon est petite le bruit ne tend pas parfaitement vers une gaussienne, les algorithmes à bases des cumulants présentent donc des erreurs. En effet, les algorithmes à base des SOS nécessitent des échantillons de tailles grandes. En plus d'autres erreurs dues au calculateur sont présents. Pour corriger ces erreurs ayant pour effet une divergence de la valeur estimée par rapport à la vraie valeur, nous avons proposé deux approches selon l'ordre du canal. La première approche proposée se base sur la théorie de nombre flou qui a apporté des améliorations en identification aveugle pour le canal d'ordre deux ou trois. La deuxième approche, utilisée pour un canal d'ordre supérieur à trois, qui se base sur

l'ACP et le flou. Cette dernière a montré son efficacité en particulier si la divergence due aux calculs statistiques est grande. L'approche ACP-Flou permet une amélioration des algorithmes d'identification aveugle d'un canal d'ordre assez grand même si la taille de l'échantillon est petite. Dans le chapitre suivant nous allons nous intéresser à l'égalisation et nous allons appliquer la logique floue pour l'identification. L'identification et l'égalisation vont être appliqués sur un canal radiomobile pour le système de la 4<sup>ème</sup> génération MC-CDMA.

# Algorithme d'égalisation pour la transmission radio mobile MC-CDMA

## Sommaire

---

<b>6.1 Introduction</b>	<b>60</b>
<b>6.2 Modèle proposé</b>	<b>61</b>
6.2.1 Hypothèses	61
6.2.2 Expressions théoriques des réponses impulsionnelles du filtre adaptatif proposé	61
<b>6.3 La chaîne de transmission MC-CDMA</b>	<b>63</b>
6.3.1 Structure du transmetteur MC-CDMA	64
6.3.2 Structure du récepteur MC-CDMA	65
<b>6.4 Simulations et résultats</b>	<b>65</b>
6.4.1 Identification et égalisation aveugle pour un SNR = 0,5 dB	65
6.4.2 Identification et égalisation aveugle pour un SNR = 10,5 dB	67
6.4.3 Taux d'erreur binaire (BER) en fonction du rapport signal sur bruit (SNR)	69
6.4.4 Comparaison entre notre égaliseur et celui de Zforcing	69
<b>6.5 Conclusion</b>	<b>70</b>

---

## 6.1 Introduction

La transmission multiporteuse à accès multiple par division de code (MC-CDMA) est une technique qui combine la technique CDMA et la méthode de multiplexage par division en fréquence orthogonale (OFDM) [61]. Elle est utilisée dans plusieurs domaines d'application, tels que la transmission télévisée, la transmission de données à large bande et la communication mobile numérique, en raison de sa robustesse à minimiser les interférences entre symboles (IES) dues à la propagation multi-trajet [62]. L'égalisation est une étape importante dans la transmission numérique qui repose principalement sur le filtre égaliseur. Elle permet une auto-récupération du signal [63] par compensation des distorsions dues au canal en éliminant les IES. Ainsi,

l'égalisation minimise l'effet du bruit, ce qui entraîne une augmentation des débits des canaux. Il existe une variété des filtres égaliseurs selon le modèle de la transmission. En égalisation aveugle, parmi les filtres les plus usuels, on trouve le Zforcing<sup>1</sup> [64], [5]. Cependant, ce dernier présente certaines limitations. En effet, l'effet du bruit est amplifié si l'une des réponses impulsionnelles du canal est trop petite [64]. Dans ce chapitre, nous proposons un nouveau filtre égaliseur qui augmente la diversification des filtres égaliseurs vu leurs importances. Ce filtre égaliseur est basé sur un filtre récursif à réponse impulsionnelle finie (RIF), qui permet de remédier aux insuffisances de Zforcing. Dans le premier paragraphe, nous présenterons le principe du modèle proposé du filtre égaliseur. Dans le second paragraphe, nous présentons la structure de l'émetteur et du récepteur de la chaîne de transmission MC-CDMA que nous avons considéré pour l'égalisation aveugle. Le dernier paragraphe, sera dédié aux résultats de la simulation de la chaîne de transmission utilisant le modèle du filtre proposé ainsi qu'une comparaison avec l'égaliseur Zforcing.

## 6.2 Modèle proposé

### 6.2.1 Hypothèses

On modélise souvent un canal linéaire à multi-trajet Single Input Single Output (SISO) par un filtre numérique RIF linéaire d'ordre  $q$  supposé connu de réponse impulsionnelle  $H = [h(0), h(1), \dots, h(q)]$ .  $h(i)$  est une constante pour un canal stationnaire [4]. Le modèle des différences finies du canal à moyenne ajusté sans bruit est représenté par la relation suivante [28], [46], [48] :

$$y(n) = \sum_{j=0}^q h(j).x(n-j), \quad h(0) = 1 \text{ (sans bruit)} \quad (6.1)$$

Dans le cas d'un canal bruité, la sortie à l'instant  $n$  est  $z(n)$  tel que :

$$z(n) = y(n) + b(n) \quad (6.2)$$

Où  $x(n)$  est l'information initiale à l'instant  $n$ , avec une énergie finie non gaussienne.  $b(n)$  est le bruit blanc, additif et gaussien à l'instant  $n$ . Les  $b(n)$  sont indépendants et identiquement distribués (iid) de moyenne nulle.  $Z(n)$  la sortie du canal bruité à l'instant  $n$ . Pour éliminer les interférences entre symboles (IES), nous compensons la distorsion du canal par un filtre RIF selon le schéma suivant :

### 6.2.2 Expressions théoriques des réponses impulsionnelles du filtre adaptatif proposé

Le rôle du filtre égaliseur est de compenser la distorsion d'un canal multi-trajet. Nous l'avons supposé comme un filtre RIF du même ordre  $q$  que le canal. Nous dési-

---

1. Voir Annexe (A)

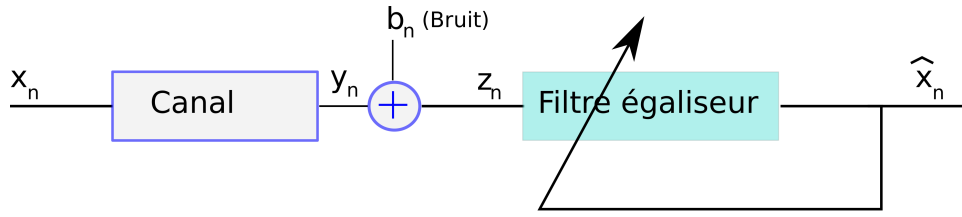


Figure 6.1 – Modèle de l'égaliseur à filtre RIF du canal

gnons par  $G = [g(0), g(1), \dots, g(q)]$  la réponse impulsionnelle du filtre égaliseur. Nous désignons par  $\hat{x}(n)$  le signal à la sortie de l'égaliseur, il représente l'estimé de  $x(n)$ .

Pour un canal linéaire d'ordre  $q$  invariant dans le temps, l'information reçue à l'instant  $n$  est donnée sous la forme :

$$y(n) = \sum_{i=0}^q h(i)x(n-i) \quad (6.3)$$

Où  $x(n)$  est l'information émise à l'instant  $n$ , et  $h(i)$  le coefficient  $i$  de la réponse impulsionnelle du canal.

L'information  $\hat{x}(n)$  est estimée par le filtre égaliseur (en absence du bruit :  $y_n = z_n$ ) et s'écrit :

$$\hat{x}(n) = \sum_{j=0}^q g(j)y(n-j) \quad (6.4)$$

Où  $G$  est la réponse impulsionnelle du filtre égaliseur et  $y(n-j)$  est le signal reçu à l'instant  $n-j$  tel que :

$$y(n-j) = \sum_{i=0}^q h(i)x(n-j-i) \quad (6.5)$$

D'où

$$\hat{x}(n) = \sum_{j=0}^q g(j) \sum_{i=0}^q h(i)x(n-j-i) = \sum_{j=0}^q \sum_{i=0}^q g(j)h(i)x(n-j-i). \quad (6.6)$$

On pose  $k = i + j$ , on aura :

$$\begin{aligned} 0 &\leq k \leq 2q \\ \text{et} \quad 0 &\leq j = k - i \leq q \\ \text{alors} \quad k - q &\leq i \leq k \end{aligned} \quad (6.7)$$

On en déduit :

$$\hat{x}(n) = \sum_{i=0}^q \sum_{j=0}^q h(i)g(j)x(n-i-j) = \sum_{k=0}^{2q} x(n-k) \left( \sum_{i=k-q}^k h(i)g(k-i) \right) \quad (6.8)$$

Sachant que si  $i < 0$  ou bien  $i > q$  alors

$$h(i) = 0 \quad (6.9)$$

D'où la relation suivante :

$$\sum_{i=k-q}^k h(i)g(k-i) = 0, \text{ pour tout } k \neq 0, \quad (6.10)$$

On en déduit une égalité :

$$\hat{x}(n) = x(n) \quad (6.11)$$

À partir de (6.8) et pour  $k = 0$  :

$$\begin{aligned} k = 0 &\implies g(0) = \frac{1}{h(0)} \\ k = 2q &\implies g(q) = 0 \end{aligned} \quad (6.12)$$

Sinon si  $k \neq 0$ , on en déduit la formule récurrente suivante :

$$g(k) = \frac{1}{h(0)} \left( - \sum_{i=1}^k h(i)g(k-i) \right) \quad (6.13)$$

Par conséquent, le filtre proposé est un filtre récursif qui dépend des  $h(i)$ . Nous notons également que le coefficient  $h(q)$  de la réponse impulsionnelle de ce filtre égaliseur est nulle.

### 6.3 La chaîne de transmission MC-CDMA

La modulation multiporteuse MC-CDMA est une technique robuste conçue spécialement pour remédier à l'atténuation du signal due à la propagation multi-trajets. Cette méthode est utilisée en communication radiomobile pour des débits très élevés et en raison de la simplicité de son implementation via la transformée de Fourier inverse (IFFT).

La transmission MC-CDMA utilise la diversité temporelle et fréquentielle par étalement du spectre par modulation sur plusieurs fréquences orthogonales. Une impulsion est répartie sur plusieurs chips, afin d'assurer un accès multiple au canal avec un minimum d'IES. Dans ce paragraphe, nous présentons la structure de l'émetteur et du récepteur MC-CDMA en bande de base (absence de fréquence) selon le modèle proposé de l'égaliseur.

La figure (6.2) montre les étapes d'une chaîne de transmission MC-CDMA en bande de base qui correspond au modèle de l'égaliseur qu'on a proposé. [61],[65].

On note par  $a_i$  le signal informatif à l'instant  $n$  de l'utilisateur  $i$ . Les  $C_{i,j}$  avec  $1 \leq j \leq N_p$ , représentent les codes de Walsh-Hadamard associés à l'utilisateur  $i$  qui assurent une orthogonalité par rapport à l'information des autres utilisateurs. On attribue des chips par multiplexage à  $a_i$  sur  $N_p$  porteuses soient les  $c_{i,j}$ . Le bloc *IFFT* effectue la transformée inverse de Fourier des  $c_{i,j}$ , assurant une modulation multi-porteuse avec orthogonalité entre les fréquences. Le bloc *P/S* est un bloc de démultiplexage par sommation pour une transmission en série sur le même canal, soient les  $x_i$ . Les  $z_i$  sont les entrées de l'égaliseur au niveau du récepteur. Les  $\hat{x}_i$  sont les sorties estimées de l'égaliseur. Les  $\hat{a}_i$  sont les valeurs estimées des  $a_i$  après *FFT* entre la conversion série-parallèle et parallèle-série .



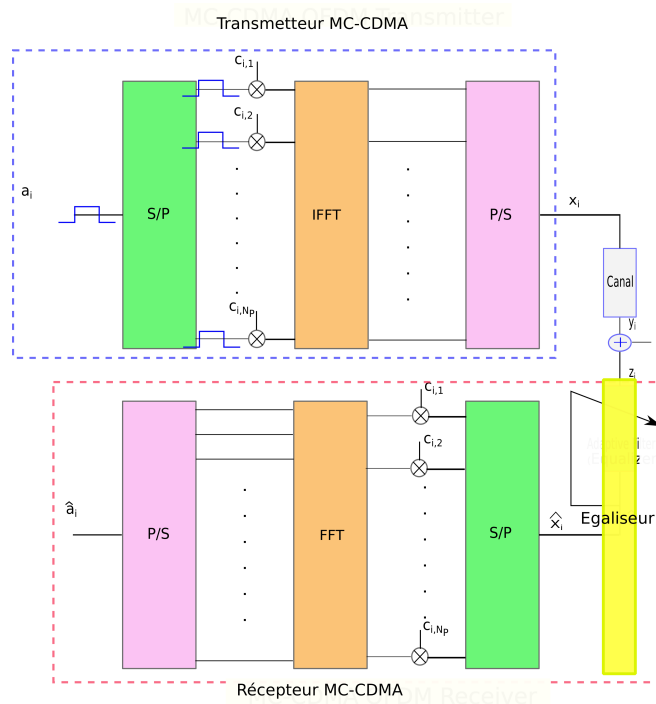


Figure 6.2 – Chaîne de transmission MC-CDMA proposée

### 6.3.1 Structure du transmetteur MC-CDMA

Les données  $a_i$  de l'utilisateur  $i$  à l'instant  $nT$  sont réparties sur  $N_p$  chips générés par le code Walsh-Hadamard. Ceux-ci sont modulés par les sous-porteuses de la chaîne. Soit  $x(n)$  sortie de l'émetteur, telle que :

$$x(n) = \sum_{k=0}^{N_p-1} a_i c_{i,k} \exp(j2\pi f_k nT); \quad (6.14)$$

$N_p$  le nombre de sous-porteuses et les  $C_{i,k}$  sont les codes de Walsh-Hadamard associés à l'utilisateur  $i$ . La durée de symbole  $T$  est inversement proportionnelle à la largeur de la bande  $B$ .

$$f_k = f_c + k \frac{B}{N_p} = f_c + k f_d \quad (6.15)$$

Avec  $f_d = \frac{B}{N_p}$  la largeur de la bande de fréquence centrale  $f_c$  avec  $0 \leq k \leq N_p-1$ . Les  $f_k$  sont des fréquences orthogonales entre eux.

L'expression précédente (6.14) devient :

$$x(n) = \exp(j2\pi f_c n) \sum_{k=0}^{N_p-1} a_i c_{i,k} \exp(j2\pi k \frac{B}{N_p} nT); \quad (6.16)$$

Où  $B = \frac{1}{T}$ . On trouve l'expression du signal de sortie en bande de base :

$$x(n) = \sum_{k=0}^{N_p-1} a_i c_{i,k} \exp\left(j2\pi \frac{kn}{N_p}\right); \quad (6.17)$$

L'orthogonalité entre les fréquences est assurée par la transformée de Fourier inverse des  $a_i c_{i,k}$  [61].

### 6.3.2 Structure du récepteur MC-CDMA

Dans le récepteur,  $z(n)$  reçu à l'instant  $nT$  sont déconvolués, selon le principe de l'égaliseur que nous avons proposé, pour supprimer la distorsion du signal due au canal multi-trajets après les avoir multiplexé par le code utilisateur généré par Walsh-Hadamard. La transformée de Fourier (*FFT*) est appliquée aux valeurs trouvées, finalement un démultiplexage permet de générer les valeurs estimées  $\hat{a}_i$ . Les opérations sont inverses par rapport à ceux de l'émetteur.

## 6.4 Simulations et résultats

Nous prenons une taille d'échantillon de l'ordre de 100 qui est si faible par rapport aux tailles des échantillons souvent utilisées dans la littérature. Le canal sélectionné est la liaison descendante de la radio mobile "BRAN A" autour d'une fréquence centrale de  $5,24 \text{ GHz}$ . Le nombre de sous-porteuses est de 64 de bande passante de l'ordre de  $1,5 \text{ MHz}$ . La durée du symbole  $T_s$  est égale à  $\frac{1}{1,5} \mu\text{s}$  la même valeur que la durée de vie d'une chips de durée  $T_d$ . Pour évaluer la performance du modèle, nous traitons le SNR en fonction du taux d'erreur binaire (BER) pour une transmission numérique utilisant la modulation binaire de phase (BPSK). Le SNR s'élève de  $0,5 \text{ dB}$  jusqu'à  $25,5 \text{ dB}$ .

Les figures suivantes montrent les transformations subies par le signal sur le canal de transmission pour différentes valeurs de SNR.

### 6.4.1 Identification et égalisation aveugle pour un SNR = 0,5 dB

La figure (6.3) représente la réponse impulsionnelle du canal déterminée par une identification aveugle en utilisant l'algorithme Algat avec le flou.

Dans le cas d'un canal très bruité, les paramètres de la réponse impulsionnelle s'écartent de celle du canal parfait. Cependant, cette différence joue un rôle important dans la compensation du bruit de canal dans la phase d'estimation des symboles du signal par le filtre récursif.

La figure (6.4-a) représente le signal BPSK qui prend les valeurs  $\pm 1$  à l'entrée de l'émetteur. La courbe de la figure (6.4-b) représente le signal à la sortie de l'émetteur, ensuite il traverse le canal, où il est bruité par le bruit additif blanc gaussien de l'ordre de  $0,5 \text{ dB}$  (voir figure 6.4-c). Le signal de sortie de l'émetteur est complètement caché par le bruit du canal. Ensuite, il est reçu par le récepteur. Après son traitement, on obtient le signal de la figure (6.4-d). Les symboles du signal récupéré, montre que le nombre d'erreurs est minimal.

La figure (6.5) résume une série d'étapes de transformation du signal de données informatif (figure 6.5-a) après la traversée du canal bruité (6.5-b). La figure (6.5-c)

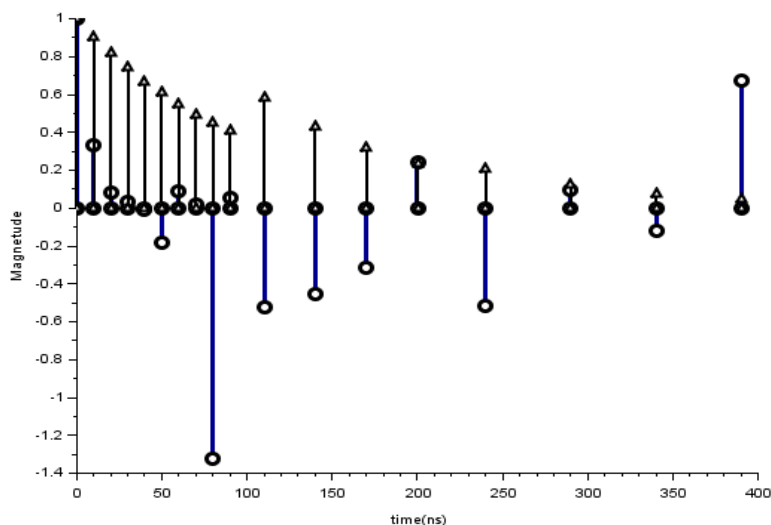


Figure 6.3 – Réponse impulsionnelle du canal idéal et après une identification aveugle en utilisant l'algorithme AlgaT avec le flou pour un SNR = 0,5 dB

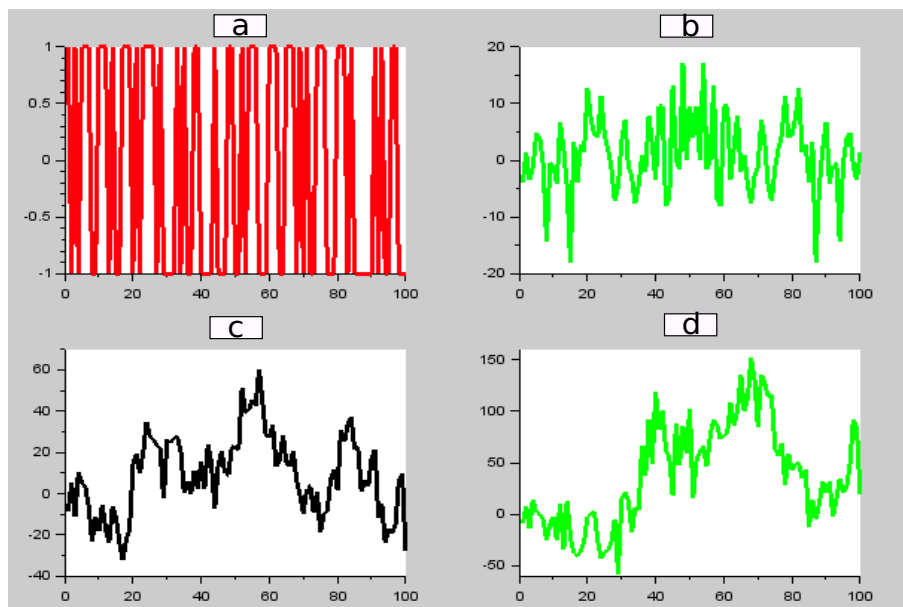


Figure 6.4 – Différentes étapes de transformation subies par le signal de l'émetteur vers le récepteur pour un SNR = 0,5 dB

montre la forme du signal récupéré. On note que le signal récupéré est presque identique à celui transmis. Ceci montre la performance de notre algorithme d'identification aveugle, de notre filtre égaliseur ainsi que le choix de la structure de l'émetteur et du récepteur proposé.

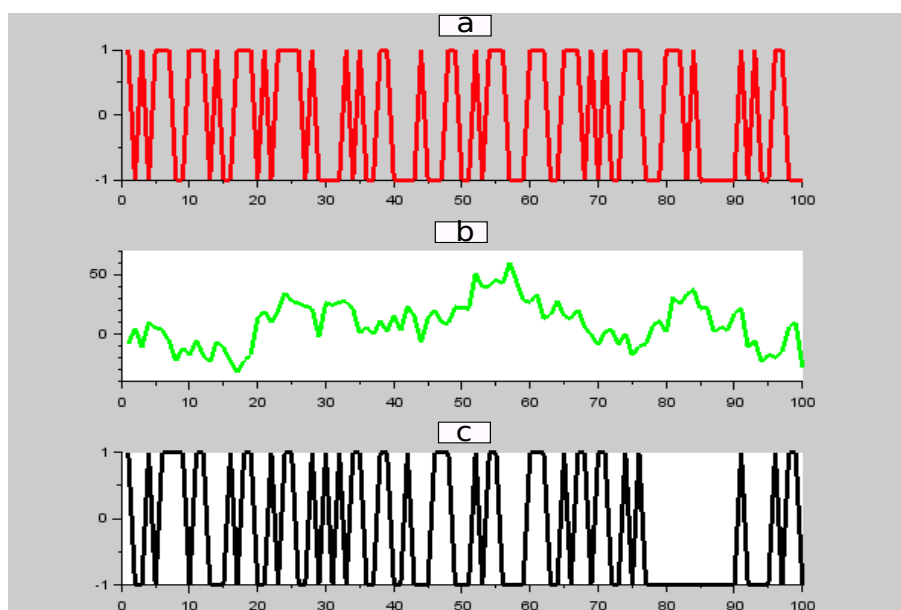


Figure 6.5 – Différentes étapes de traitement du signal de l'émetteur vers le récepteur en bande de base pour un SNR = 0,5 dB

### 6.4.2 Identification et égalisation aveugle pour un SNR = 10,5 dB

Dans ce paragraphe, nous prenons le cas d'un SNR égal à 10,5 dB. La figure (6.6) montre les paramètres de la réponse impulsionnelle du canal après une identification aveugle.

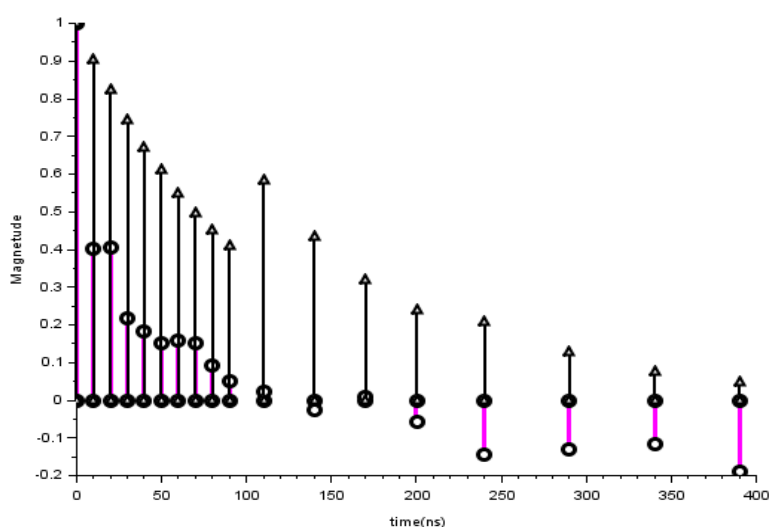


Figure 6.6 – Réponses impulsionnelles du canal idéal et après identification aveugle pour un SNR = 10,5 dB

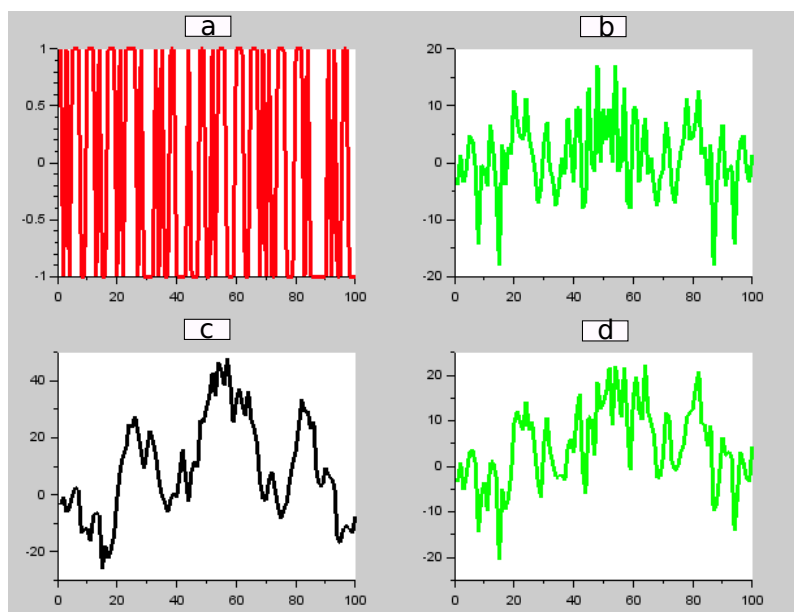


Figure 6.7 – Différentes étapes de transformation subies par le signal de l'émetteur vers le récepteur après égalisation pour un SNR = 10,5 dB

Le signal d'entrée de l'émetteur est un signal BPSK qui prend les valeurs  $\pm 1$  (figure 6.7 -a). La courbe de la figure (6.7 -b) représente le signal à la sortie de l'émetteur. Le signal qui traverse le canal est bruité par un bruit additif, blanc et gaussien d'environ 10,5 dB (figure 6.4 -c). À la traversée du canal le signal émis est bruité. La figure (6.7 -d) montre les symboles du signal après égalisation au niveau du récepteur. Le signal obtenu ressemble parfaitement au signal émis, ce qui montre l'efficacité du Filtre égaliseur proposé.

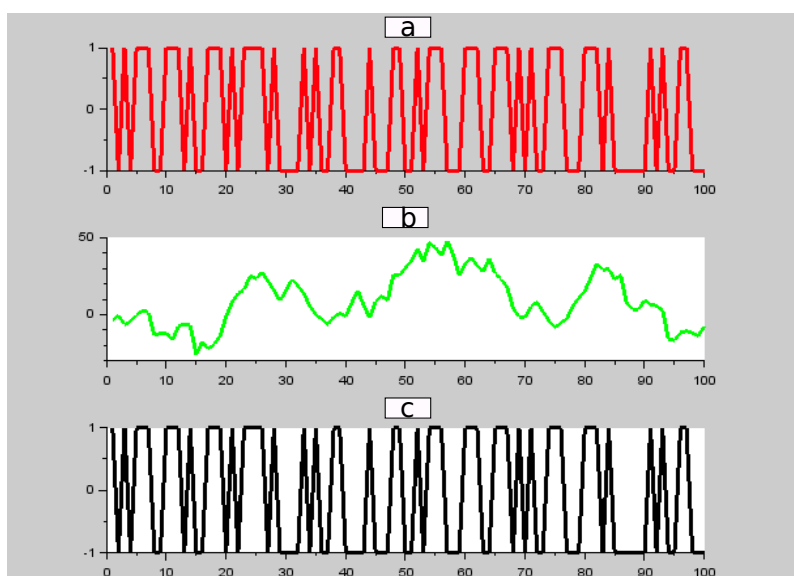


Figure 6.8 – Différentes étapes de traitement du signal de l'émetteur vers le récepteur après égalisation pour SNR = 10,5 dB

La figure (6.8) montre les différentes étapes essentielles de traitement du signal informatif. La figure (6.8 -a) montre le signal informatif initial. La figure (6.8 -b) représente le signal après la traversée du canal bruité par un bruit blanc, additif et gaussien. La figure (6.8 -c) représente le signal reçu par le destinataire après traitement au niveau du récepteur. On note que les signaux récupérés et ceux transmis sont identiques. Cela montre la performance de l'algorithme d'identification aveugle et du filtre égaliseur.

### 6.4.3 Taux d'erreur binaire (BER) en fonction du rapport signal sur bruit (SNR)

La simulation est faite pour différentes valeurs du SNR allant de 0,5 dB jusqu'au 25 dB. La figure (6.9) représente la variation du taux d'erreur binaire (BER) en fonction du SNR.

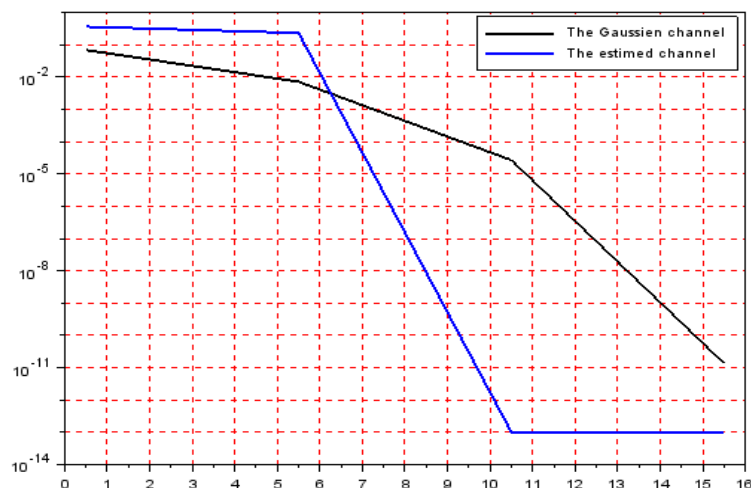


Figure 6.9 – Représentation du taux d'erreur binaire (BER) en fonction du rapport signal sur bruit (SNR)

À partir d'un SNR supérieur ou égal à 10 dB, le modèle du filtre adaptatif proposé ne présente aucune erreur. Ainsi, il montre son efficacité en égalisation aveugle pour la transmission MC-CDMA pour le canal radio mobile BRAN A.

### 6.4.4 Comparaison entre notre égaliseur et celui de Zforcing

Zforcing postule que les coefficients de la réponse impulsionnelle du filtre égaliseur est l'inverse des coefficients de la réponse impulsionnelle du canal (voir l'annexe A).

$$g(k) = \frac{1}{h(k)} \quad (6.18)$$

Après identification aveugle du canal, on remplace les coefficients de l'égaliseur selon le Zforcing d'une part, et selon notre filtre égaliseur proposé d'autre part. La figure (6.10) résume les résultats de la simulation du taux d'erreur binaire en fonction du rapport signal sur bruit variant de 0,5 dB jusqu'au 25 dB .

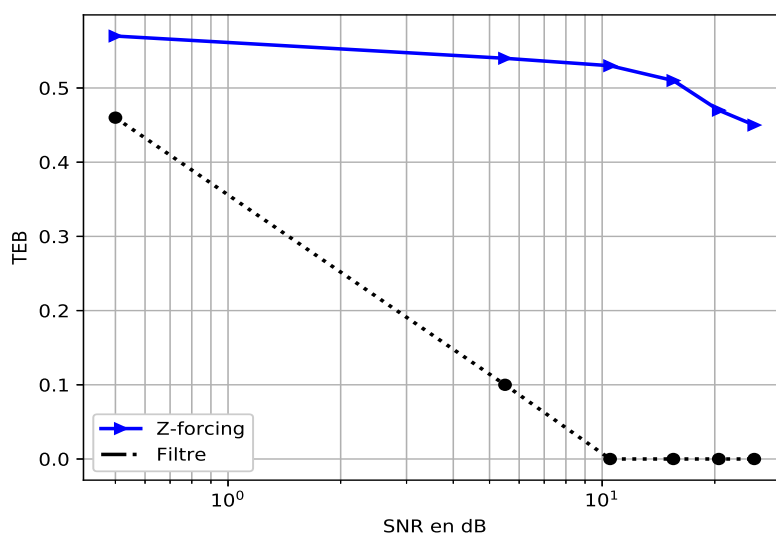


Figure 6.10 – Comparaison entre Zforcing et notre filtre égaliseur

Selon la figure (6.10), le filtre égaliseur que nous avons proposé donne de bons résultats par rapport au filtre égaliseur Zforcing. L'égaliseur proposé représente un concurrent efficace de Zforcing en égalisation aveugle.

## 6.5 Conclusion

La structure du récepteur choisi dépend du filtre égaliseur que nous avons proposé. Notre approche, consiste à choisir une structure adaptée au filtre égaliseur pour le système de transmission MC-CDMA de la 4<sup>ème</sup> génération. Sa mise en oeuvre utilise l'algorithme IFFT dans l'émetteur et l'algorithme FFT dans le récepteur. L'algorithme d'identification aveugle utilisé est basé sur des cumulants compte tenu de la nature gaussienne du bruit du canal. Les résultats de simulation ont montré que l'approche proposée est efficace pour un bruit intense et pour des tailles d'échantillons faibles. En effet, à partir d'un rapport signal sur bruit supérieur ou égal à 10 dB, le taux d'erreur binaire tend vers 0. Notre approche a été testée pour différentes tailles d'échantillon inférieures ou supérieures à 100. Le filtre égaliseur proposé et les algorithmes d'identification aveugle du canal basés sur les cumulants d'ordre supérieur sont efficaces et assez satisfaisants lorsqu'ils sont combinés ensemble. En plus l'étude comparative avec le Zforcing, montre aussi que le filtre égaliseur que nous avons proposé est efficace.

## Conclusion générale et perspectives

La transmission de l'information à travers un support physique, peut subir plusieurs types de distorsions dues aux différents phénomènes physiques comme l'absorption, la réflexion, la réfraction, la diffraction et l'interférence. Ces distorsions ayant pour cause l'atténuation de l'amplitude du signal, la distorsion dans la phase et les interférences entre symboles (IES). Pour remédier à ces défauts et selon la littérature, plusieurs méthodes ont été proposées, parmi lesquelles on trouve l'amplification du signal au niveau de l'émetteur et du récepteur et la modulation numérique. Dans le cas de l'IES, dû au multi-trajet dans le canal de propagation de l'information, on procède à une égalisation supervisée ou aveugle au niveau du récepteur. L'IES représente la problématique majeur dans la transmission numérique. Dans les systèmes récents de communications, et pour ne pas encombrer le réseau, on utilise une égalisation aveugle. Cette technique repose sur la connaissance des caractéristiques du canal qui sont constantes pour un canal stationnaire. Pour ce faire, on commence par une identification aveugle qui a pour objectif la détermination de la réponse impulsionnelle et toutes les informations sur le canal. Dans la littérature plusieurs algorithmes ont été proposés. Dans le cas où le bruit au niveau du canal est un bruit additif gaussien, les algorithmes les plus utilisés sont des algorithmes statistiques à base des cumulants d'ordre supérieur (SOS). Toutefois, la précision de l'identification nécessite des tailles des échantillons infinies pour que le bruit tende vers une gaussienne. En pratique, la taille de l'échantillon est toujours finie et le bruit n'est pas parfaitement gaussien ce qui entraîne une mauvaise précision. Entre autres, on trouve les erreurs dues au calculateur.

Notre première contribution dans cette thèse consiste à augmenter la précision de ces algorithmes à partir d'une approche utilisant la théorie des nombres flous et l'ACP. La seconde contribution propose un nouveau égaliseur pour la transmission MC-CDMA utilisant la technique OFDM et une comparaison avec le filtre le plus usuel en égalisation aveugle, Zforcing. En identification et égalisation aveugle, nous avons essentiellement travaillé sur des canaux radio mobiles, pour différentes tailles usuelles d'échantillons et pour différentes valeurs du rapport signal sur bruit (SNR). Pour un canal d'ordre supérieur ou égal à trois, nous avons utilisé une approche à base de la théorie des nombres flous et l'ACP, dans le cas contraire uniquement l'approche utilisant la théorie des nombres flous est prise en considération.



Dans le premier chapitre, nous avons rappelé les éléments essentiels d'une chaîne de transmission numérique ainsi que les différents supports physiques usuels. Cette présentation a mis en évidence les différentes sources de distorsion de l'information de l'émetteur vers le récepteur. Nous avons mis l'accent sur le problème majeur de la transmission de l'information à savoir l'IES. Un rappel de la structure de la chaîne de transmission MC-CDMA a été fait à cause de son importance en communications numériques. Enfin, nous avons proposé le modèle mathématique usuel d'un canal de transmission linéaire stationnaire.

Dans le second chapitre, nous avons rappelé les définitions des fonctions statistiques usuelles en identification aveugle et leurs propriétés. Par un développement limité de la fonction caractéristique génératrice des cumulants, nous avons mis en évidence l'importance des cumulants d'ordres supérieur dans l'identification d'un canal bruité par un bruit gaussien. L'algorithme naïf de ces fonctions a été aussi rappelé. Ce chapitre représente un chapitre introductif pour le chapitre suivant qui met en évidence les algorithmes à base des SOS.

Dans le troisième chapitre, nous avons rappelé la relation de base pour plusieurs algorithmes d'identification aveugle à base des cumulants d'ordre supérieur, dans le cas d'un canal stationnaire c'est à dire on néglige le décalage fréquentiel dû à la mobilité relative entre l'émetteur et le récepteur causée par effet Doppler . Ensuite, on a rappelé certains algorithmes qualifiés performants dans la littérature et qui seront les références dans notre travail à savoir Alg1, Alg2, algorithme de Zhang ainsi que celui de Gianakis. Nous avons ensuite élucidé une démonstration de l'algorithme proposé AlgaT. Les résultats qui comparent AlgaT, avec les autres algorithmes classiques, sont aussi résumés dans ce chapitre. Nous avons montré aussi l'efficacité de cet algorithme. Toutefois, les différents algorithmes présentent des erreurs qu'on essaye de minimiser dans les approches présentées dans le chapitre suivant.

Pour remédier à la non précision des algorithmes d'identification aveugle à base des statistiques d'ordres supérieurs (SOS) due à la taille finie de l'échantillon et des erreurs du calculateur, nous avons présenté dans le quatrième chapitre deux approches. La première approche est à base de la théorie des nombres flous, la seconde approche est à base de la théorie des nombres flous et l'ACP si l'ordre du canal est supérieur ou égal à trois. La première approche montre son efficacité, mais, il peut prendre plus de ressources temporelles que spatiales (en mémoire) si l'ordre de l'échantillon est très grand. L'objectif de l'ACP est de réduire considérablement les dimensions de l'espace de traitement, sachant que l'espace initial a pour dimension l'ordre du canal plus un. L'importance de cette méthode repose sur un calcul qui utilise la corrélation entre les valeurs trouvées statistiquement. L'approche montre son efficacité s'il y a une divergence forte par rapport au cas idéal.

Dans le cinquième chapitre, nous avons proposé un nouveau égaliseur pour le système de transmission MC-CDMA utilisant une orthogonalité entre fréquences. Le modèle est récent, son importance se mesure par la facilité de son implémentation aussi bien au niveau de l'émetteur qu'au niveau du récepteur. En effet, il utilise la IFFT et la FFT . Nous avons aussi proposé la démonstration qui permet de déduire les coefficients de la réponse impulsionnelle du filtre égaliseur, supposé RIF, à partir de la

connaissance de la réponse impulsionnelle du canal. La simulation montre l'efficacité de ce filtre pour cette structure de transmission même pour des tailles faibles d'échantillons, allant jusqu'à des valeurs inférieures à 100, et pour des bruits forts. Nous avons aussi comparé le filtre égaliseur que nous avons proposé avec celui le plus usuel en égalisation aveugle, le Zforcing. Les résultats de simulation montrent aussi son efficacité par rapport au filtre le plus usuel en égalisation aveugle, le Zforcing.

Les simulations réalisées, sur des systèmes de quatrième génération MC-CDMA en utilisant des canaux radio mobiles sélectifs en fréquence, montrent que les méthodes proposées dans ce travail donnent une très bonne satisfaction en terme de taux d'erreur binaire (BER), comparativement à de nombreux algorithmes de la littérature. De ce fait, l'objectif fixé au préalable est bien atteint.

### **Perspectives**

Dans cette thèse de doctorat, nous avons pu présenter un algorithme d'identification aveugle et un autre algorithme pour l'égalisation qui sont simples à implémenter ainsi que de deux approches pour améliorer la précision dans la phase d'identification aveugle, pour une transmission single input single output (SISO). Ainsi nous avons réussi à réduire l'effet du bruit gaussien ou du bruit qui tend vers une gaussienne. Nous pouvons prévoir une application de nos algorithmes aux systèmes de transmission qui utilisent une diversification spatiale (les systèmes MIMO). Nos futures travaux seront orientés vers le développement d'autres techniques d'identification, de proposer des nouvelles techniques d'égalisation, et de chercher une extension des algorithmes présentés dans ce mémoire aux modèles non linéaires des systèmes MC-CDMA.

# Les techniques d'égalisation dans le cas SISO

## A.1 L'algorithme de forçage à zéro (ZF)

Cet algorithme d'égalisation permet de supprimer les interférences provenant d'autres émetteurs sans se soucier des conséquences du bruit, en forçant un terme à être égal à zéro. On parle de *zero-forcing algorithm*. [1, 29].

Le coefficient d'égalisation appliqué à chaque sous-porteuse est donné par l'équation (A.1) :

$$g_p = \frac{1}{h_p} \quad (\text{A.1})$$

avec  $h_p \neq 0$ .

Dans ce cas, l'expression d'estimation  $d_j$  devient :

$$\begin{aligned} \hat{d}_j = & \sum_{p=0}^{N_C-1} C_{p,j}^2 x_j + \sum_{\substack{q=0 \\ q \neq j}}^{N_U-1} \sum_{p=0}^{N_C-1} C_{p,j} C_{p,q} x_q \\ & + \sum_{p=0}^{N_C-1} C_{p,j} \frac{1}{h_p} b_p \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

L'utilisation des codes d'étalement orthogonaux est garantie au niveau de l'émetteur :

$$\sum_{s=0}^{L_C-1} C_{s,j} C_{s,p} = 0, \forall j \neq p \quad (\text{A.3})$$

À partir de l'équation (A.2) et de l'équation (A.3),

Le second terme de l'expression correspondant à la durée des interférences d'accès multiple (IAM) sera annulé. L'expression devient :

$$\hat{d}_j = \sum_{p=0}^{N_C-1} C_{p,j}^2 x_j + \sum_{p=0}^{N_C-1} C_{p,j} \frac{1}{h_p} b_p \quad (\text{A.4})$$

Le rendement de cette technique qui restaure l'orthogonalité des codes d'étalement sera donc indépendant du nombre d'utilisateurs. Son défaut est l'amplification du terme de bruit blanc quand  $h_p$  tend vers 0. Dans ce cas, le bruit amplifié sur certaines porteuses dégrade les performances globales du système. Pour compenser cela, il est possible d'appliquer cette technique à un certain seuil  $\alpha$ .

Pour les amplitudes en-dessous de ce seuil, une valeur fixe est utilisée  $g_p$  :

$$g_p = \begin{cases} \frac{1}{h_p} & \text{si } |h_p| > \alpha \\ \xi & \text{si } |h_p| \leq \alpha \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

## A.2 Algorithme de l'erreur quadratique moyenne minimale (MMSE)

La technique MMSE réalise un compromis entre la minimisation des interférences d'accès multiple et la maximisation du rapport signal sur bruit [1, 66, 67]. Ainsi, comme son nom l'indique, la technique vise à minimiser la valeur d'erreur quadratique moyenne pour chaque sous-porteuse entre le signal émis et le signal égalisé. Ceci conduit à l'expression des coefficients  $g_p$  :

$$g_p = \frac{h_p^*}{|h_p|^2 + \frac{1}{\varsigma_p}}, \quad \text{avec } \varsigma_p \neq 0 \quad (\text{A.6})$$

Rappelons que  $h_p^*$  est le conjugué de  $h_p$ .

Étant donné que le signal est indépendant du bruit, et en supposant que la puissance du canal est normalisée, ( $\mathbb{E}[|h_p|^2] = 1$ ), le SNR par sous-porteuse devient égale à :

$$\varsigma_p = \frac{\mathbb{E}[|x_p|^2]}{\mathbb{E}[|b_p|^2]_{\varepsilon[|h_p|^2]=1}} \quad (\text{A.7})$$

Le symbole reçu estimé  $\hat{d}_j$  du symbole  $d_j$  de l'utilisateur  $j$  est obtenu par l'équation (A.8) :

$$\begin{aligned} \hat{d}_j = & \underbrace{\sum_{p=0}^{N_C-1} C_{p,j}^2 \frac{|h_p^*|^2}{|h_p|^2 + \frac{1}{\varsigma_p}} d_j}_{I(j=p)} \\ & + \underbrace{\sum_{\substack{q=0 \\ q \neq j}}^{N_U-1} \sum_{p=0}^{N_C-1} C_{p,j} C_{p,q} \frac{|h_p^*|^2}{|h_p|^2 + \frac{1}{\varsigma_p}} d_q}_{II(j \neq p)} \\ & + \underbrace{\sum_{p=0}^{N_C-1} C_{p,j} \frac{h_p^*}{|h_p|^2 + \frac{1}{\varsigma_p}} w_p}_{III} \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

On suppose que les codes d'étalement sont orthogonaux au niveau de l'émetteur, à savoir :

$$\sum_{p=0}^{N_C-1} C_{p,j} C_{q,p} = 0, \forall j \neq q \quad (\text{A.9})$$

L'équation (A.8) devient :

$$\hat{d}_j = \underbrace{\sum_{p=0}^{N_C-1} C_{p,j}^2 \frac{|h_p|^2}{|h_p|^2 + \frac{1}{\varsigma_p}} d_j}_{I(j=p)} + \underbrace{\sum_{p=0}^{N_C-1} C_{p,j} \frac{h_p^*}{|h_p|^2 + \frac{1}{\varsigma_p}} w_p}_{III} \quad (\text{A.10})$$

# Bibliographie

- [1] M.BOUTALLINE : *Contribution à l'identification et à l'égalisation des systèmes de communications par les méthodes des noyaux de type positif*. Thèse de doctorat, Université Sultan Moulay Sliman, FST Béni Mellal, 2016.
- [2] H.MERAH : *Conception d'un MODEM de la quatrième génération (4G) des réseaux de mobiles à base de la technologie MC-CDMA*. Thèse de doctorat, Université Ferhat Abbas de Sétif 1, 2012.
- [3] D.N.GODAR : Self-recovering equalization and carrier tracking in two-dimensional data communication systems. *IEEE transactions on communications*, com-28(11):1867–1875, novembre 1980.
- [4] A.VENETSANOPOULOS S.ALSHEBEILI et F.CETIN : Cumulant based identification approaches for minimum phase fir system. *IEEE Transaction, Signal Processing*, 41(4):1576 – 1588, avril 1993.
- [5] M.ZIDANE, S.SAFI, M.SABIR et A.BOUMEZZOUGH : Bit error rate analysis of mc-cdma systems with channel identification using higher order cumulants. *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science*, 1(1):138–152, 2016.
- [6] J.M.MENDEL : Tutorial on higher-order statistics (spectra) in signal processing and system theory : Theoretical results and some applications. *In IEEE*, éditeur : *IEEE*, volume 79, pages 278–305, mars 1991.
- [7] C.L.NIKIAS et M.R.RAGHUVVEER : Bispectrum estimation : A digital signal processing framework. *In Proc.IEEE*, volume 75, pages 869–891, juillet 1987.
- [8] C.L.NIKIAS et A.P.PETROPULU : *Higher-Ordre Spectra Analysis*. NJ : Prentice-Hall, 1993.
- [9] LII, ROSENBLATT *et al.* : Deconvolution and estimation of transfer function phase and coefficients for nongaussian linear processes. *The annals of statistics*, 10(4):1195–1208, 1982.
- [10] M.BOUMAHDHI, F.GLANGEAUD et J.LACOUME : Dèconvolution des systèmes ma à non minimum de phase. *In 14ème Colloque GRETSI, Juan les Pins*, pages 89–92, septembre 1993.

- [11] J.K.TUGNAIT : Linear model validation and order selection using higher order statistics. *IEEE Signal Processing, Workshop on Higher Order Statistic*, pages 111–115, 1993.
- [12] J.K.TUGNAIT : Identification of linear stochastic systems via second - order and fourth-order cumulant matching. *IEEE Trans. Inform. Theory*, 33:393–407, mai 1987.
- [13] G.GIANNAKIS et J.M.MENDEL : Identification of non-minimum phase systems using higher-ordre statistics. *IEEE Trans Signal Processing*, 37:360–377, mars 1989.
- [14] A.SWANI et J.M.MENDEL : Closed-form recursive estimation of ma coefficients using autocorrelation and third-order cumulants. *IEEE Trans.ASSP*, 37:1794–1795, novembre 1989.
- [15] GIANNAKIS et B.GEORGIOS : On the identifiability of non-gaussian arma models using cumulants. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 35(1):18–26, 1990.
- [16] B.PORAT et B.FRIEDLANDER : Performance analysis of parameter estimation algorithms based o higher-order moments. *International journal of Adaptive Control. Signal Processing*, 3:191–229, 1989.
- [17] B.FRIEDLANDER et B.PORAT : Adaptive iir algorithms based on higher-order statistic. *IEEE Trans. Automat*, 37:485–495, avril 1989.
- [18] *Approaches of FIR system identification with noisy data using higher order statistics*, volume 38. IEEE, 1990.
- [19] J.K.TUGNAIT : New results on fir system identification using higer order statistics. *IEEE Trans. Signal Processing*, 39:2216–2221, octobre 1991.
- [20] D. DEMBLELE G.FAVIER et G. L. PEYRE : Identification de modèles paramétriques ar,ma et arma avec des statistiques d'ordres supérieur et analyse des performances. *GRETSI*, pages 137 – 140, septembre 1993.
- [21] O.SHALVI et E.WEINSTEIN : New criteria for blind deconvolution of non minimum phase systems(channels). *IEEE Transactions on Information Theory*, 36(2):312–321, mars 1990.
- [22] H.GAZZAH : *Identification aveugle au second ordre, ordre et diversité des canaux*. Thèse de doctorat, Ecole National Supérieur des Télécommunications; Evry., mai 2000.
- [23] L.Tong, G.Xu et T.Kailath : Blind identification and equalization based on second-order statistics : A time domain approach. *IEEE transactions on communications theory*, 40(2), 1994.
- [24] E.MOULINE, P.DUHAMEL, J.F.CARDOSO et S.MAYRARGUE : Subspace methods for the blind identification of multichannel fir filters. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 43(2):516–525, février 1995.
- [25] K.ABED MERAÏM, E.MOULINES et P.LOUBATON : Prediction error method for second-order blind identification. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 45(3): 694–705, mars 1997.

- [26] Z.DING : Multipath channel identification based on partial system information. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 45(1):235–240, janvier 1997.
- [27] S.SAFI, M.FRIKEL, A.ZEROUAL et M.M'SAAD : Higher order cumulants for identification and equalization of multicarrier spreading spectrum systems. *Journal of Telecommunications and Information Technology*, pages 74–84, 2011.
- [28] I.BADI, M.BOUTALLINE, S.SAFI et B.BOUIKHALENE : Blind identification and equalization of channel based on higher-order cumulants : Application of mc-cdma systems. In *Multimedia Computing and Systems (ICMCS), 2014 International Conference on*, pages 800–807, avril 2014.
- [29] J.G.PROAKIS et M.SALEHI : *Digital communications*. McGraw-Hill, New York, 2008.
- [30] M.SCHWARTZ : *Principales of Electrodynamics*. Dover Books on Engineering, 1987.
- [31] L.BOITHIAS et L.J.LIBOLS : *Radio wave propagation*. North Oxford acad. London, 1987.
- [32] V.TAROKH, A.NAGUIB, N.SESHADRI et A.R.CALDERBANK : Space-time codes for high data rate wireless communication : performance criteria in the presence of channel estimation errors, mobility, and multiple paths. *Communications, IEEE Transactions*, 47(2):199–207, 1999.
- [33] P.JUNG, P.W.BAIER et A.STEIL : Advantages of cdma and spread spectrum techniques over fdma and tdma in cellular mobile radio applications. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 42(3):357–364, 1993.
- [34] R.J.KATULSKI : Polarisation diversity in mobile communication in microwaves, radar and wireless communications. *MIKON-2000. 13th International Conference*, 2:387–389, 2000.
- [35] D.MOTTIER et D.CASTELAIN : A spreading sequence allocation procedure for mcdma transmission systems. In *Vehicular Technology Conference. IEEE-VTS Fall VTC 2000*, 3:1270–1275, 2000.
- [36] C.E.SHANNON : A mathematical theory of communication. *Bell System Technical*, 27:379–423, 1948.
- [37] R.DIXON : *Spread Spectrum Systems with Commercial Applications*. Wiley-Interscience publication, 1994.
- [38] GHASIS et EL ZEIN : *Etude et réalisation d'une liaison numérique radiomobile à étalement de spectre en site urbain*. Thèse de doctorat, université Rennes, 1988.
- [39] R.CHANG et R.GIBBY : A theoretical study of performance of an orthogonal multiplexing data transmission scheme. *IEEE Transactions on Communication Technology*, pages 529–540, 1968.
- [40] R.CHANG : Orthogonal frequency multiplex data transmission system, janvier 6 1970. US Patent 3,488,445.
- [41] W.AKMOUCHE : *Etude et caractérisation des modulations multiporteuses OFDM*. Thèse de doctorat, université Brest, octobre 2000.



- [42] J.L.LACOUME, P.O.AMBLARD et P.COMON : *Statistiques d'ordre supérieur pour le traitement du signal*. Masson, 1997.
- [43] P.AMBLARD et BROSSIER : Adaptive estimation of the fourth order cumulant of a white stochastic process. *Signal Processing*, 42(1):37–43, 1995.
- [44] C.H.CHEN, C.Y.CHI et W.T.CHEN : New cumulant-based inverse filter criteria for deconvolution of nonminimum phase systems. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 44(5):1292–1297, 1996.
- [45] J.LACOUME, P.AMBLARD et P.COMON : *Statistiques d'ordre Supérieur pour la traitement du signal*. Masson Paris, 1997.
- [46] E.ATIFY, C.DAOUI et A.BOUMEZZOUGH : A blind identification and equalization for mc-cdma transmission channel using a new of adaptive filter algorithm. *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science*, 5(2):352–362, 2017.
- [47] G.B.GIANNAKIS et A.SWAMI : Higher order statistics. *Elsevier Science Publ*, 1997.
- [48] S.SAFI et A.ZEROUAL : M a system identification using higher ordre cumulants applications to modelling solar radiation. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 72(7):533 – 548, 2002.
- [49] X.D.ZHANG et Y.S.ZHANG : Fir system identification using higher order statistics alone. *IEEE Transactions, Signal Processing*, 42(12):2854 – 2858, 1994.
- [50] M.BAKRIM et D.ABOUTAJDINE : Cumulant-based identification of non gaussian moving average signals. *Traitement du signal*, 16(3):175–186, 1999.
- [51] D.BRILLINGER et LM.ROSENBLATT : Computation and interpretation of kth order spectra. in *Spectral Analysis of Times Signals*. New York :Wiley, pages 907–938, 1967.
- [52] I.BADI, E.ATIFY, M.BOUTALLINE et S.SAFI : Blind identification of transmission channel with the method of higher-order cummulants. *International Journal of Advances in Science and Technology*, 6(3), 2013.
- [53] S.SAFI : *Identification aveugle des signaux non-Gaussiens en utilisant les statistiques d'ordre supérieur : application a la modélisation des processus solaires*. Thèse de doctorat, Université Cadi Ayyad, mai 2002.
- [54] A.G STOGIOGLOU et S.MCLAUGHIN : Ma parameter estimation and cumulant enhancement. *IEEE Trans signal processing*, 44(7):1704 – 1717, juillet 1996.
- [55] S.SAFI et A.ZEROUAL : Blind parametric identification of linear stochastic non gaussian fir systems using higher order cumulants. *International Journal of Systems Sciences Taylor Francis, Signal Processing*, 44(15):855–867, 2004.
- [56] S.SALAHSHOUR, T.ALLAHVIRANLOO et S.ABBASBANDY : Solving fuzzy fractional differential equations by fuzzy laplace transforms. *Elsevier*, 17:1372–1381, juillet 2011.
- [57] LOOTSMA et A.FREERK : *Fuzzy set theory and its applications : HJ Zimmermann Kluwer Academic Publishers, Boston/Dordrecht/London, 1996, ISBN 0-7923-9624-3, 435 pages*. North-Holland, 1997.

- [58] B.BEDE et S.G.GAI : Generalizations of the differentiability of fuzzy-number-valued functions with applications to fuzzy differential equations. *Fuzzy sets and systems*, 151(3):581–599, 2005.
- [59] P.C.BESSE : Pca stability and choice of dimensionality. *Statistics and Probability Letters*, 13:405–410, 1992.
- [60] I.JOLLIFFE : *Principal Component Analysis*. Springer-Verlag, 2002.
- [61] A.C.MCCORMICK et E.A.AL-SUSA : Multicarrier cdma for future generation mobile communication. *Electronics Communication Engineering Journal*, 14(2):52–60, avril 2002.
- [62] L.B.MILSTEIN : Wideband code division multiple acces. *IEEE journal on select areas in communication*, 18, 2000.
- [63] Y.SATO : A method of self-recovering equalization for multilevel amplitude-modulation systems. *IEEE transaction, comm*, 23(6):679 – 682, juin 1975.
- [64] M.ZIDANE, S.SAFI, M.SABRI, A.BOUMEZZOUGH et M.FRIKEL : Broadband radio access network channel identification and downlink mc-cdma equalization. *International Journal of Energy, Information and Communications*, 5(2):13 – 34, 2014.
- [65] P.PALLAVI et P.DUTTA : Muti-carrier cdma overview with bpsk modulation in rayleigh channel. In *Computer Science and Information Technology (ICCSIT)*, 3rd IEEE International Conference on, volume 4, pages 464–469, juillet 2010.
- [66] S.NOBILET : *Etude et optimisation des techniques MC-CDMA pour les futures générations de systèmes de communications hertziennes*. Thèse de doctorat, INSA de Rennes, octobre 2003.
- [67] J.Y.BAUDAIS : *Multicarrier spread spectrum modulation : analyse and optimization*. Thèse de doctorat, INSA de Rennes, mai 2001.