

Dédicaces

*À mes très chers parents,
À mes très chers et adorables frères et sœurs,
À tous ceux qui ont semé en moi à tout point de vue,
À tous ceux qui me sont chers et proches,
Je dédie ce travail.*

REMERCIEMENTS

Ce travail a été mené au sein du laboratoire Génie Industriel (LGI) à la Faculté des Sciences et Techniques (FST) de Béni Mellal, c'est un long acheminement au cours duquel j'ai eu l'occasion de bénéficier de l'expérience de plusieurs personnes. Je tiens à leur exprimer mes sincères remerciements pour la confiance qu'ils m'ont accordée, leur encadrement, les encouragements, les précieux conseils et leur soutien permanent tout le long des années de la thèse.

*Mes vifs sentiments de reconnaissance vont en premier lieu à l'endroit de mon directeur de thèse, **Pr Mohammed DIANY**, professeur en génie mécanique à la FST Sultan Moulay Slimane, pour la confiance qu'il m'a accordée en acceptant d'encadrer ce travail de thèse. Je lui suis très reconnaissante pour le temps qu'il a consacré en dirigeant ces recherches malgré ses multiples occupations, pour ses conseils fructueux et pour ses motivations.*

*Également, j'adresse de chaleureux remerciements à mon co-encadrant de thèse, **Pr Hicham AISSAOUI**, professeur en génie électrique à la FST Sultan Moulay Slimane, du laboratoire de développement durable, qui a suivi mes recherches dès le début. Je le remercie pour son accueil chaleureux à chaque fois que j'ai sollicité son aide, pour ses nombreux encouragements et pour la confiance qu'il m'a témoignée ce qui m'a été un élément moteur.*

*Je souhaiterais exprimer ma gratitude à Monsieur **Pr Mustapha MABROUKI**, Directeur du laboratoire génie industriel, pour m'avoir accueilli au sein du laboratoire (LGI) pendant ces années d'études et pour m'avoir encadré pendant cette thèse. Je le remercie du fond du cœur pour sa disponibilité malgré ses diverses occupations, ses conseils précieux, son enthousiasme et sa sympathie. J'ai pris un grand plaisir d'être à son équipe.*

*Je tiens à remercier chaleureusement les rapporteurs de cette thèse, **Mr Abdellah EL BARKANY**, Professeur à la Faculté des Sciences et Techniques de Fès, **Mr Abderrahim BENRICHOU**, Professeur à la Faculté des Sciences et Techniques de Béni Mellal, et **Mr El Hassan BOUDAIA**, Professeur à la Faculté des Sciences et Techniques de Béni Mellal, pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail.*

*Un grand merci aussi à l'examineur de cette thèse Mr **Mohamed SABRI**, Professeur à la Faculté des Sciences et Techniques de Béni Mellal, pour avoir accepté d'examiner mon travail.*

*Je ne manquerai pas de remercier les gens de Ciment de l'Atlas de béni Mellal (CIMAT) précisément l'équipe de maintenance. Je sais infiniment gré à **Mr Rachid AZIZ**, chef du service maintenance de CIMAT pour son accueil et son soutien. Il nous a montré sa collaboration à chaque fois pour assurer la partie pratique. Merci au temps qu'il nous a donné malgré la surcharge de son programme. J'adresse mes sincères remerciements à toute l'équipe de bureau de méthode et maintenance de CIMAT pour leurs aides, encouragements et leur patience.*

Ma reconnaissance va à tous les collègues chercheurs du Laboratoire (LGI) de la FST de béni Mellal pour les agréables moments passés au laboratoire durant les années de cette thèse.

Enfin, j'adresse mille mercis à ma chère famille pour leurs amours et soutien, sans eux ce travail n'a pas pu vu le jour.

RÉSUMÉ

Le présent mémoire est rédigé dans le cadre de la préparation d'une thèse de doctorat national en génie mécanique à la Faculté des Sciences et Technique de l'université Sultan Moulay Slimane à Béni Mellal. L'objectif principal de l'étude est la détection des défauts des machines tournantes par analyse de leurs signatures vibratoires en utilisant des outils de traitement du signal. L'étude est portée sur les engrenages cylindriques à denture droite et sur les roulements à billes à cause de leurs importantes présences dans l'industrie et dans plusieurs autres secteurs.

La fissure est considérée comme un des défauts les plus rencontrés par les engrenages et les plus dangereux dans les composantes des systèmes mécaniques. Elle peut se développer pour aboutir à la rupture de ces composantes mécaniques et causer ainsi la mise hors service de ces systèmes. De ce fait, ce travail propose de modéliser le comportement vibratoire des systèmes mécaniques étudiés. Les cas des systèmes mécaniques avec ou sans défauts sont considérés.

ABSTRACT

This dissertation is written in the context of the preparation of a national doctoral thesis in mechanical engineering at the Science and Technology Faculty of Sultan Moulay Slimane University in Beni Mellal. The main objective of the study is the rotating machines defects detection by analysis of their vibratory signatures using signal processing tools. The study is focused on spur gears and ball bearings because of their significant presence in industry and many other sectors.

The crack is considered one of the most encountered defects by gears and the most dangerous in the components of mechanical systems. It can develop to break down these mechanical components and cause the shutdown of these systems. Therefore, this work proposes to model the vibratory behavior of the studied mechanical systems. The cases of mechanical systems with or without defects are considered.

LISTE DES ABRÉVIATIONS

Terme	Signification
TF	Transformée de fourier
DDL	degré de liberté
BV	boite à vitesse
BPFO	Fréquence de passage des billes sur la bague externe
BPFI	Fréquence de passage des billes sur la bague interne
BSF	Fréquence de rotation des billes
AMFM	amplitude modulated frequency modulated
TOC	transformée en ondelettes continue
TOD	Transformée en ondelettes discrète
EMD	empirical mode decomposition
IMF	intrinsic mode function
EWT	empirical wavelet transform
LOA	line of action
OLOA	off line of action
RH	Radiale horizontale
AX	Axiale
RV	Radiale vertical
TS	Transformée en S
WVD	wigner ville distribution
PWVD	pseudo wigner ville distribution
SPSWVD	smooted pseudo wigner ville distribution
EEMD	Ensemble Empiricale Mode Decomposition
DWT	Distribution de Wigner Ville
DWV	Discrete wavelet Transform
ETD	erreur de transmission dynamique

TABLE DES MATIÈRES

1	Revue bibliographique.....	18
1.1	Introduction.....	18
1.2	Dynamique de transmission de puissance par engrenages	18
1.2.1	Généralités	18
1.2.2	Différents types de détérioration des dentures d'engrenages.....	21
1.2.3	Vibrations des engrenages en présence des défauts.....	24
1.3	Les sources d'excitations des engrenages.....	26
1.3.1	Rigidité d'engrènement.....	26
1.3.2	Écarts géométriques.....	34
1.3.3	Erreur de transmission	35
1.4	Variation de la rigidité d'engrènement en présence d'une fissure.....	37
1.5	Les modèles mécaniques des systèmes d'engrenages	42
1.6	Roulement à billes.....	51
1.6.1	Généralités sur les roulements.....	51
1.6.2	Chargement des roulements	51
1.6.3	Défaillance des roulements.....	51
1.6.4	Modélisation des roulements.....	52
1.7	Etat d'art sur les outils de traitement du signal	58
1.7.1	Introduction.....	58
1.7.2	Analyse temporelle.....	58
1.7.3	Analyse fréquentielle.....	60
1.7.3.2	Analyse	62
1.7.3.3	Analyse cepstrale.....	63
1.7.4	Analyse temps-fréquence.....	64
1.7.5	Analyse temps- échelle.....	65
1.7.6	Méthodes Adaptatives	67
1.8	Conclusion	69
2	Rigidité d'engrènement en absence et en présence des défauts de dentures.....	71
2.1	Introduction.....	71

2.2 Généralités sur les méthodes énergétiques.....	75
2.2.1 Généralités	75
2.2.2 Energie de déformation d'une poutre	76
2.3 Calcul de la raideur d'engrènement.....	77
2.3.1 Calcul de la raideur d'Hertz	77
2.3.2 Raideur de fondation élastique	79
2.3.3 Calcul des rigidités de cisaillement, fléchissement et compression axiale par la méthode d'énergie potentielle	80
2.3.4 Rigidité d'engrènement et alternance double-seul contact	84
2.3.5 Calcul de la durée du double/seul contact.....	89
2.3.6 Calcul de la durée du double et seul contact en se basant sur le rapport de contact	90
2.4 Calcul de la raideur d'engrènement en présence d'une fissure	92
2.5 Calcul de la rigidité d'engrènement avec variation du chemin de propagation et du point initial de la fissure	95
2.5.1 Premier cas : fissure avec un point initial à une distance X de la racine et un chemin constant.....	96
2.5.2 Deuxième cas : fissure avec un point initial à une distance X de la racine et un chemin linéaire.....	97
2.5.3 Troisième cas : fissure avec un point initial à une distance X de la racine et un chemin parabolique	98
2.5.4 Quatrième cas : fissure avec un point initial à une distance X de la racine et un chemin quadratique	100
2.6 Résultats et interprétations.....	101
2.7 Conclusion	112
3 Modélisation et simulation des systèmes à engrenages et roulements.....	113
3.1 Introduction.....	113
3.2 Modèle à 2DDL	113
3.2.1 Modèle mécanique.....	113
3.2.2 Résultats de simulation	115
3.3 Modèle d'engrenage à 6 et 8 degrés de liberté.	122
3.3.1 Modèle mécanique.....	122
3.3.2 Simulation numérique du modèle.....	125
3.4 Modèle à Roulements	130
3.5 Conclusion	132
4 Essais expérimentaux	133
4.1 Introduction.....	133

4.2 Dispositifs utilisés pour l'acquisition des signaux.....	133
4.3 Boite à vitesse R4	134
4.3.1 Étude et conception d'un banc d'essai d'une boite à vitesse R4	134
4.3.2 Résultats de collecte de données.....	137
4.4 Réducteur à deux étages	144
4.5 Étude d'un cas industriel	153
4.5.1 Généralités	153
4.6 Conclusion	161
5 Exploitation des outils de traitement du signal.....	162
5.1 Introduction.....	162
5.2 Analyse temporelle.....	162
5.3 Analyse fréquentielle.....	165
5.4 Analyse Temps-Fréquence/Temps-Echelle	168
5.5 Comparaison entre EMD et EWT dans la détection des défauts d'engrenage et de roulement	171
5.6 Surveillance d'un réducteur industriel	174
5.6.1 Analyse fréquentielle.....	174
5.6.2 Analyse temps-fréquence.....	176
5.7 Classification des signaux par réseaux de neurones	179
5.7.1 Introduction.....	179
5.7.2 Classification.....	180
5.8 Comparaison entre signaux expérimentaux et de simulation	184
5.9 Conclusion	185
Annxe1.....	193

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 une paire d'engrenages.....	19
Figure 1.2 Engrenage cylindrique à denture droite : (a) contact interne, (b) contact externe.....	19
Figure 1.3 Engrenage cylindrique à denture hélicoïdale.....	20
Figure 1.4 Engrenage conique.....	20
Figure 1.5 Engrenage à roue et vis sans fin.....	21
Figure 1.6 Pitting des dentures d'engrenages.....	22
Figure 1.7 Grippage de dentures.....	22
Figure 1.8 Ecaillage d'une dent.	23
Figure 1.9 Dent fissurée.	23
Figure 1.10 Dent cassée.	24
Figure 1.11 Spectre de denture en bon état.	25
Figure 1.12 Spectre du cas d'ensemble de la denture détériorée.	25
Figure 1.13 Spectre du cas d'une dent détériorée sur un pignon.....	26
Figure 1.14 Modèle dynamique de Tuplin.	27
Figure 1.15 Paramètres pour la formule de weber-Banaschek [5].	28
Figure 1.16 Modélisation d'une dent pour le calcul de la flexion selon [6].	29
Figure 1.17 Modélisation d'une dent [9].....	32
Figure 1.18 Forces agissantes sur une dent d'engrenage [11].	33
Figure 1.19 Rigidité d'engrènement : (a) d'une seule paire d'engrenages,(b) totale [6].....	33
Figure 1.20 Erreur de transmission d'après Munro [19].	36
Figure 1.21 Propagation des fissures le long de la racine ou de dent ou la jante [20].	37
Figure 1.22 Modélisation d'une dent avec fissure [10].....	38
Figure 1.23 modélisation d'une fissure par chaari et al [22].....	39
Figure 1.24 modélisation d'une rupture par [6].....	39
Figure 1.25 modélisation d'une fissure à la racine de la dent par [23].	40
Figure 1.26 Profondeur de fissure le long de la largeur des dents [23].	40
Figure 1.27 Limites des lignes limites de l'épaisseur de la dent : (a) ligne droite, (b) courbe parabolique supposée pour les petites tailles, (c) ligne droite à la taille de la fluctuation, et (d) courbe parabolique pour les grandes tailles [24].....	41
Figure 1.28 Désalignements entre le cercle de base et le cercle de racine [25]: (a) $N > 41$ (b) $N \leq 41$. .	42
Figure 1.29 Une paire d'engrenages à 2 DDL : (a) en[28],(b) [30].....	43
Figure 1.30 (a) pair d'engrenage, (b) son modèle mathématique [31].....	43
Figure 1.31 Modèle à 6 DDL [24, 33].	44
Figure 1.32 modèle à 9DDL [34].	44
Figure 1.33 Modèle d'engrenage cylindrique à denture droite par Vexel & Maatar [35].	45
Figure 1.34 Modèle dynamique d'un réducteur avec 12 DDL [37].	46
Figure 1.35 Modèle d'un réducteur à deux étages avec 12 DDL [38].	46
Figure 1.36 Model à 16 DDL [39].	47
Figure 1.37 Modèle d'engrenage à 8DDL [41].....	47
Figure 1.38 Modèle d'engrenage à deux étages avec 6 DDL [41].	48
Figure 1.39 Modèles d'engrenages a) 2 DDL, b) 6 DDL [42].	49
Figure 1.40 Modèle d'engrenages à 8DDL [42].	49

Figure 1.41 Modèle d'engrenage à 20 DDL [42].....	49
Figure 1.42 Variation de la force dynamique d'engrènement pour a) 2 DDL, b) 6 DDL, c) 8DDL, d) 20 DDL.	50
Figure 1.43 Modèle de deux étages d'engrenages à 26 DDL [43].....	50
Figure 1.44 Constituants d'un roulement.	51
Figure 1.45 répartition de la charge dans un roulement sous une charge radiale [46].	53
Figure 1.46 Les impulsions produites par un défaut de bague interne sous une charge radiale : (a) réponses temporelles, (b) spectres [46].....	54
Figure 1.47 Fonction représentant le défaut [50].	55
Figure 1.48 Géométrie du défaut dans le chemin de roulement et son effet sur les positions d'une bille [50].....	55
Figure 1.49 Modèle de 2 DDL d'un roulement à billes [50].	55
Figure 1.50 Modèle de système de roulement dans la direction radiale principale [51].	56
Figure 1.51 impulsions de choc générées par un défaut de roulement (SKF 1210) avec une bague intérieure tournante à 696 tr / min, soumis à un chargement radial avec un défaut de 1 mm de taille située sur: (a) bague interne tournante, (b) bague externe fixe, (c) roulement [51].	57
Figure 1.52 Processus de décomposition et reconstruction d'un signal par la TOD.....	67
Figure 1.53 Segmentation de l'axe de Fourier [66].....	69
Figure 2.1 Nomenclature d'engrenages en cas de dentures externes [10].	73
Figure 2.2 Engrenage en cas de dentures externes-internes.....	75
Figure 2.3 Contact de hertz de type cylindre-cylindre [8].....	79
Figure 2.4 Paramètres géométriques de la déflexion de la fondation élastique [6].....	80
Figure 2.5 Engrènement d'une paire d'engrenages [1].....	81
Figure 2.6 Modélisation d'une dent [10].....	83
Figure 2.7 Fissure en cas1 [21].	93
Figure 2.8 Fissure en cas2 [21].	95
Figure 2.9 Modélisation d'une dent pour le cas 1.....	96
Figure 2.10 Modélisation d'une dent pour le cas 2.....	98
Figure 2.11 Modélisation d'une dent pour le cas 3.....	99
Figure 2.12 Modélisation d'une dent pour le cas 4.....	100
Figure 2.13 Rigidité d'engrènement totale K_t en fonction du déplacement angulaire du pignon θ_1	102
Figure 2.14 Processus d'engrènement.	102
Figure 2.15 Rigidité K_t pour un engrenage externe-interne sans l'effet de la fondation.	103
Figure 2.16 Rigidité K_t pour un engrenage externe-interne avec avec l'effet de la fondation.	104
Figure 2.17 Rigidité de Hertz.	104
Figure 2.18 Rigidités de cisaillement.....	105
Figure 2.19 Rigidités de compression axiale.	105
Figure 2.20 Rigidités de flexion.	106
Figure 2.21 Rigidité de fondation élastique.	106
Figure 2.22 Rigidité totale d'engrènement K_t avec seulement l'effet de Hertz.....	107
Figure 2.23 Rigidité totale d'engrènement K_t avec seulement l'effet de la compression axiale.	107
Figure 2.24 Rigidité totale d'engrènement K_t avec seulement l'effet de la fondation.	108
Figure 2.25 Rigidité totale d'engrènement K_t avec seulement l'effet de cisaillement.	108
Figure 2.26 Rigidité totale d'engrènement K_t avec seulement l'effet de la flexion.	109
Figure 2.27 K_t en présence d'une fissure : q_2 de 0.02mm à 1.6mm.....	109
Figure 2.28 Maximum de K_t en fonction des variations de la profondeur de la fissure.	110

Figure 2.29 Maximum de K_t en fonction des variations de la profondeur et l'angle d'ouverture de la fissure.	111
Figure 2.30 Maximum de K_t dans la zone 1.	111
Figure 2.31 Maximum de K_t dans la zone 2.	112
Figure 2.32 Maximum de K_t dans la zone 3.	112
Figure 3.1 Modèle mécanique à 2DDL.	114
Figure 3.2 Rigidité d'engrènement pour : (a) engrènement sans défaut, (b) engrènement avec défaut réparti, (c) engrènement avec défaut localisé sur une dent du pignon.	116
Figure 3.3 ETD pour : (a) engrènement sans défaut, (b) engrènement avec défaut distribué, (c) engrènement avec défaut localisé.	117
Figure 3.4 Spectre pour : (a) cas sain, (b) défaut distribué, (c) défaut localisé.	118
Figure 3.5 Un zoom sur le spectre de la figure 3.5 (c).	118
Figure 3.6 Variation de K_t en fonction du temps pour un engrènement sain.	119
Figure 3.7 Variation de K_t en fonction du temps pour un engrènement défectueux.	119
Figure 3.8 Engrenage sans défaut : (a) ETD , (b) son spectre.	120
Figure 3.9 Engrenage avec fissure : (a) ETD, (b) son spectre.	120
Figure 3.10 Zoom sur la figure 3.9 (b).	121
Figure 3.11 ETD en présence d'un jeu de coefficient $b=2.10^{-5}$ m.	121
Figure 3.12 ETD en présence d'un jeu et un amortissement variable.	122
Figure 3.13 Modèle à 8DDL.	123
Figure 3.14 Réponse y_p pour : (a) rigidité rectangulaire, (b) rigidité en créneau.	126
Figure 3.15 Réponse y_p	126
Figure 3.16 Réponses y_p et y_g avec leurs diagrammes de phases.	127
Figure 3.17 Réponse y_p avec et sans friction.	127
Figure 3.18 Zoom de la figure 3.17.	128
Figure 3.19 Réponses du pignon (a) et de la roue (b) suivant la direction x.	128
Figure 3.20 Représentation fréquence-coefficient de friction-amplitude.	129
Figure 3.21 Représentation fréquence-jeu–amplitude.	129
Figure 3.22 Spectre en présence d'une fissure et jeu.	130
Figure 3.23 Zoom sur la figure 3.22.	130
Figure 3.24 Déplacement en cas d'un défaut sur la bague extérieure.	131
Figure 3.25 Accélération en cas d'un défaut sur la bague extérieure.	131
Figure 4.1 SKF Microlog Série GX Référence CMXA 75.	134
Figure 4.2 Accéléromètres piézoélectriques PCB de marque SKF.	134
Figure 4.3 Constituants de la boîte à vitesse étudiée.	135
Figure 4.4 Vues des arbres primaire et secondaire.	135
Figure 4.5 Banc d'essai de la boîte à vitesse R4 avec le moteur.	136
Figure 4.6 Schéma cinématique du banc d'essai de la boîte à vitesse.	137
Figure 4.7 Vitesse du système sur le point RH1.	137
Figure 4.8 Spectre de la vitesse au point RH1.	138
Figure 4.9 Accélération RH1.	138
Figure 4.10 Spectre d'accélération RH1.	138
Figure 4.11 Vitesse en RH2.	139
Figure 4.12 Spectre de la vitesse en RH2.	139
Figure 4.13 Accélération en RH2.	139
Figure 4.14 Spectre d'accélération en RH2.	140

Figure 4.15 Vitesse en RV1.....	140
Figure 4.16 Spectre de la vitesse en RV1.....	140
Figure 4.17 Accélération en point 1 RV1.....	141
Figure 4.18 Spectre de l'accélération en RV1.....	141
Figure 4.19 Vitesse en point1 AX1.....	141
Figure 4.20 Spectre de la vitesse en AX1.....	142
Figure 4.21 Une dent en présence d'un défaut localisé.....	142
Figure 4.22 Dent défectueuse sur la boite à vitesse.....	143
Figure 4.23 Vitesse RV pour une vitesse première.....	143
Figure 4.24 Spectre en cas de défaut.....	144
Figure 4.25 Réducteur à deux étages.....	144
Figure 4.26 Charges.....	145
Figure 4.27 Banc d'essai d'un réducteur à deux étages.....	145
Figure 4.28 Dessin d'ensemble du réducteur.....	146
Figure 4.29 Schéma cinématique du réducteur.....	146
Figure 4.30 Vitesse RV7.....	147
Figure 4.31 Vitesse AX7.....	147
Figure 4.32 Vitesse RH7.....	148
Figure 4.33 Spectre RV7.....	148
Figure 4.34 Spectre AX7.....	148
Figure 4.35 Spectre RH7.....	149
Figure 4.36 Vitesse RV7.....	149
Figure 4.37 Vitesse AX7.....	150
Figure 4.38 Vitesse RH7.....	150
Figure 4.39 Fissure sur une dent de la roue du deuxième étage.....	151
Figure 4.40 Pitting sur le pignon du premier étage.....	151
Figure 4.41 Vitesse RV7 en cas d'une fissure de 1.8 mm.....	152
Figure 4.42 Vitesse RV7 en cas d'une rupture.....	152
Figure 4.43 Vitesse RH4 en cas initial.....	152
Figure 4.44 Vitesse RH4 avec un défaut sur la roue du premier étage.....	153
Figure 4.45 Four rotatif.....	153
Figure 4.46 Situation du réducteur au niveau du four.....	154
Figure 4.47 Dessin d'ensemble du réducteur.....	155
Figure 4.48 Schéma simplifié du réducteur étudié.....	155
Figure 4.49 Vitesse en MT1RH pour l'acquisition 1.....	157
Figure 4.50 Vitesse en MT1RH pour l'acquisition 2.....	158
Figure 4.51 Vitesse en MT1RH pour l'acquisition 3.....	158
Figure 4.52 Evolution des indicateurs temporels pour les trois acquisitions.....	159
Figure 4.53 Accélération de l'acquisition1.....	159
Figure 4.54 Accélération de l'acquisition 2.....	159
Figure 4.55 Accélération de l'acquisition 3.....	160
Figure 4.56 Vitesse en point 6 RV6 pour l'acquisition 1.....	160
Figure 4.57 Vitesse en point 6 RV6 pour l'acquisition 2.....	160
Figure 4.58 Vitesse en point 6 RV6 pour l'acquisition 3.....	161
Figure 5.1 Évolution des indicateurs statistiques en fonction de la profondeur de la fissure.....	163
Figure 5.2 Signal résiduel.....	163

Figure 5.3 Kurtosis des approximations.	164
Figure 5.4 Kurtosis des IMFs.....	164
Figure 5.5 DWT de l'IMF 1.	165
Figure 5.6 Spectre en cas d'une fissure.....	166
Figure 5.7 Zoom sur le spectre de la figure 5.8.	166
Figure 5.8 Spectre d' enveloppe en cas d'une fissure.....	166
Figure 5.9 Zoom sur le spectre d'enveloppe.....	167
Figure 5.10 Spectre de phase en cas d'une fissure.	167
Figure 5.11 Zoom du spectre de phase.	168
Figure 5.12 Cepstre en cas d'une fissure.....	168
Figure 5.13 Spectrogramme en présence d'une fissure.....	169
Figure 5.14 Représentation temps-fréquence par la TOC.....	169
Figure 5.15 Représentation temps-fréquence par SPWVD.....	170
Figure 5.16 Représentation temps-fréquence par la TS.	170
Figure 5.17 Maximum des composantes : (a) TOC , (b) SPWV, (c) TS.	171
Figure 5.18 Les six premières IMF de la décomposition EMD avec leurs spectres.	172
Figure 5.19 Les six premières IMF de la décomposition EWT avec leurs spectres.	172
Figure 5.20 Partitionnement de l'axe de Fourier.	173
Figure 5.21 Décomposition EWT d'un signal de roulement.....	173
Figure 5.22 Décomposition EMD d'un signal de roulement.	173
Figure 5.23 Spectre du signal MT1RH.	174
Figure 5.24 Spectre d'enveloppe du signal MT1RH.	175
Figure 5.25 Cepstre du signal MT1RH.	175
Figure 5.26 Spectre de phase de Hilbert.	175
Figure 5.27 Spectrogramme.....	176
Figure 5.28 Temps-fréquence par la TOC.	176
Figure 5.29 Transformée de wigner ville DWV.	177
Figure 5.30 Vitesse en P6RH1.....	177
Figure 5.31 Spectre P6RH1.....	178
Figure 5.32 Spectre d'enveloppe.....	178
Figure 5.33 Spectre de phase.	178
Figure 5.34 Cepstre.	179
Figure 5.35 Signal vibratoire :(a) cas sain et (b) cas avec fissure.	180
Figure 5.36 Exemple de signaux de la base d'apprentissage.	181
Figure 5.37 Exemple de décomposition en ondelettes par la DWT.....	182
Figure 5.38 Structure du perceptron multicouche.....	194

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1.1 Paramètres de l'équation 1.5 ($v = 0.3$).....	30
Tableau 1.2 critère de sévérité par kurtosis [54].....	60
Tableau 2.1 Coefficients de l'ajustement de la courbe polynomiale [5].....	79
Tableau 2.2 paramètres du pignon et de la roue [21].	101
Tableau 3.1 paramètres d'engrenage [32].....	115
Tableau 3.3 Paramètres du roulement [6].	131
Tableau 4.1 Paramètres du système de la boîte à vitesse.	136
Tableau 4.2 Paramètres du réducteur.	146
Tableau 4.3 Caractéristiques du pignon d'attaque-couronne.	156
Tableau 4.4 Calcul des fréquences caractéristiques des engrenages du réducteur.	156
Tableau 4.5 Calcul des fréquences caractéristiques des roulements.	156
Tableau 5.1 Résultat de test des signaux expérimentaux.	183

INTRODUCTION GENERALE

Les tendances industrielles actuelles vont vers la réduction des coûts de la production par l'augmentation des taux de disponibilité des machines et par la réduction des charges de la maintenance. Ce défi nécessite la surveillance en permanence de l'état des équipements, ce qui est objectif de la maintenance préventive conditionnelle. En effet, l'importance de la surveillance réside dans la possibilité de la détection précoce des défauts et le suivi de leur état d'évolution dans le temps pour éviter tout arrêt inattendu des moyens de production. L'analyse vibratoire de ces équipements de production présente un outil important de la maintenance préventive. Ce travail traite des problématiques relatives à l'utilisation de cet outil pour la détection et l'analyse des défauts dans les équipements mécaniques, en particulier dans les engrenages cylindriques à denture droite et les roulements à billes.

En général, les engrenages et les roulements à billes sont modélisés par des systèmes mécaniques discrets de masses, ressorts et amortisseurs. Les défauts sont introduits dans ces modèles par des sources d'excitation. La rigidité d'engrènement est l'élément clé de cette modélisation pour les engrenages. Les problématiques sur lesquelles cette étude est basée sont :

- Complexité à la modélisation de la rigidité d'engrènement
- Différence entre les modèles et choix du nombre de paramètres à tenir en compte dans chaque modèle
- Différence entre l'étude expérimentale et la simulation
- Difficulté de la détection des défauts de roulement à des très basses vitesses

Pour répondre à ces problématiques, nos principaux objectifs sont :

- Détecter et évaluer les défauts dans les assemblages mécaniques à l'aide des signaux vibratoires
- Chercher des modèles fiables des systèmes mécaniques
- Réaliser des bancs d'essais pour évaluer l'influence de plusieurs types de défauts sur les comportements des composantes mécaniques visées par l'étude
- Générer une base des empreintes de vibration des différents types et dimensions de défauts.

Ce rapport est divisé en cinq chapitres. Le premier chapitre est consacré à une étude bibliographique sur les engrenages et les roulements en présence d'un défaut et un état d'art sur les outils de traitement du signal au domaine de diagnostic des machines tournantes. Au deuxième chapitre, la modélisation de la rigidité d'engrènement en absence et en présence d'une fissure est traitée. Au chapitre 3, on présente les résultats de simulation Matlab des différents modèles. Le chapitre 4 est réservé à la présentation et l'interprétation des essais expérimentaux faites au cours de cette thèse. Au chapitre 5, l'exploitation des outils de traitement du signal pour la détection des défauts est abordée.

1 REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

1.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à une revue bibliographique sur les vibrations des engrenages cylindriques à dentures droites et les roulements à billes. On s'intéresse à la dynamique des systèmes de transmissions de puissance, la génération des vibrations et les différentes sources d'excitation. Un état d'art sur les défauts d'engrenages, les modèles dynamiques d'engrenages, les défauts de roulement et les outils de traitement du signal seront présentés successivement.

1.2 Dynamique de transmission de puissance par engrenages

1.2.1 Généralités

Un engrenage est un équipement très répandu en mécanique et omniprésent dans la majorité des applications industrielles, utilisé pour transmettre la puissance et le mouvement avec un rapport constant. Il est composé d'une roue menante (pignon), c'est la plus petite roue en général, et une autre roue menée, c'est la plus grande, comme indiqué sur la figure 1.1.

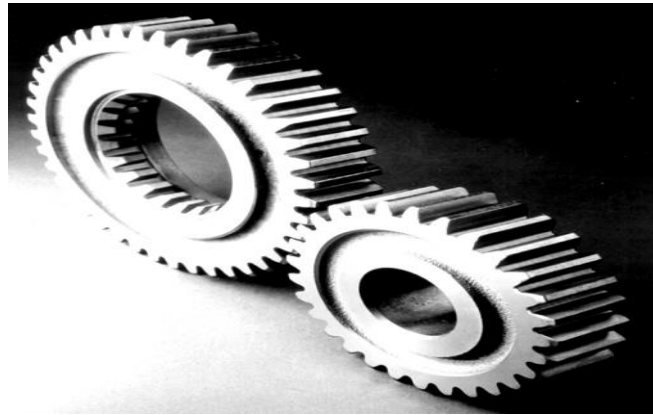


Figure 1.1 une paire d'engrenages.

On distingue quatre types d'engrenages :

- **Engrenage cylindrique à denture droite :**

Il transmet un mouvement de rotation entre deux arbres parallèles rapprochés avec un rapport de vitesse constant. Les deux roues ont un sens de rotation opposé lorsque le contact est extérieur et le même sens lorsque le contact est intérieur. La génératrice de forme des dents est une droite parallèle à l'axe de rotation. C'est le type d'engrenage le plus courant. Il est plus économique, mais son principal défaut est qu'il est bruyant en générant plus de vibration et de bruit. La figure 1.2, montre l'exemple d'un engrenage droit à denture droite à contact intérieur (figure 1.2 (a)) et extérieur (figure 1.2 (b)).

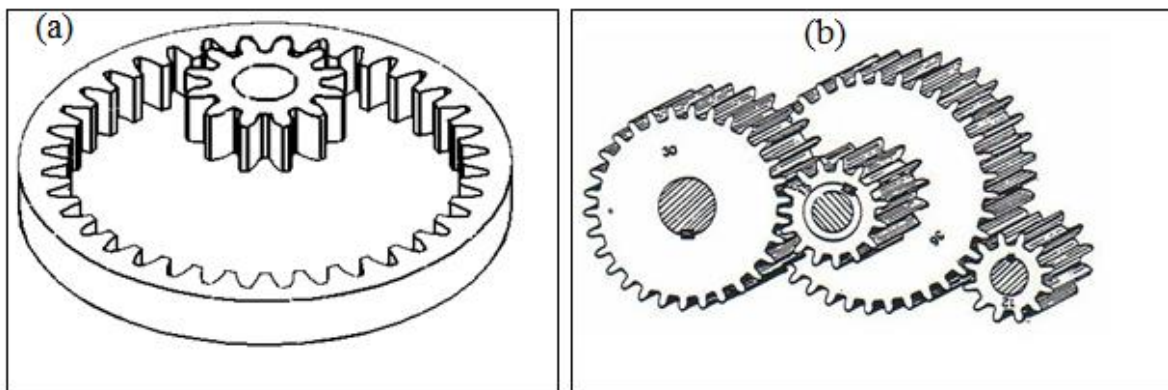


Figure 1.2 Engrenage cylindrique à denture droite : (a) contact interne, (b) contact externe.

- **Engrenage cylindrique à denture hélicoïdale :**

Les dents sont inclinées par rapport à l'axe de rotation des arbres dont la génératrice de forme des dents est une ligne hélicoïdale de même axe que l'axe de rotation. L'inclinaison des dents engendre des efforts axiaux et des couples supplémentaires qui accentuent les fléchissements. Ce type de denture est largement utilisé ; il présente l'avantage d'être plus silencieux que la denture droite, en générant moins de vibration et de bruit. La figure 1.3 représente un engrenage cylindrique à denture hélicoïdale.

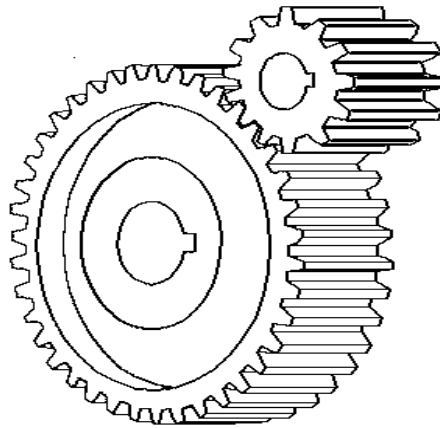


Figure 1.3 Engrenage cylindrique à denture hélicoïdale.

- **Engrenages coniques :**

Ils sont utilisés pour transmettre un mouvement entre deux arbres concourants, perpendiculaires ou non. La denture peut être droite ou hélicoïdale dont ses surfaces sont taillées de façon conique comme montré sur la figure 1.4.

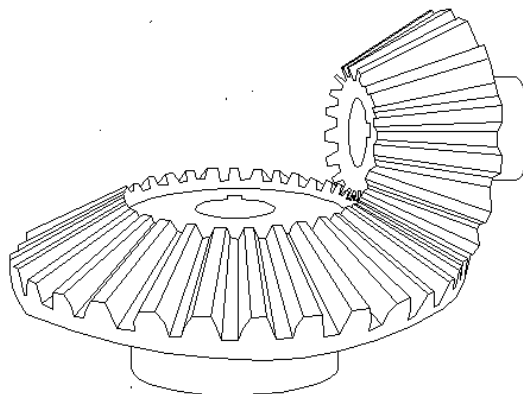


Figure 1.4 Engrenage conique.

- **Engrenages à roue et vis sans fin :**

Dans ces engrenages, la vis ressemble à une vis d'un système vis-écrou et la roue est une roue droite à denture hélicoïdale (figure 1.5). La transmission de mouvement se fait alors entre deux arbres orthogonaux. Ce sont les engrenages les plus doux de tous les engrenages, silencieux et sans chocs. La contrepartie est d'avoir un glissement et un frottement important provoquent un rendement médiocre. De ce fait, une bonne lubrification est indispensable ainsi que le choix de couples de matériaux à faible frottement.



Figure 1.5 Engrenage à roue et vis sans fin.

1.2.2 Différents types de détérioration des dentures d'engrenages

Les défauts de dentures d'engrenages les plus rencontrés peuvent être classés en deux groupes d'avaries selon le caractère réparti ou localisé sur la surface de la denture.

1.2.2.1 Défauts répartis

Dans cette catégorie, on trouve :

Usure abrasive : cette usure est liée à la présence de particules abrasives dans le lubrifiant et elle est due à l'enlèvement de la matière lors d'un glissement important entre les deux surfaces conjuguées. Ce phénomène peut être accentué lorsque le lubrifiant contient des substances corrosives. Cependant, le durcissement superficiel de la denture d'engrenage ralentit l'apparition et la progression de cette usure.

Piqûres (ou pitting) : c'est une avarie répartie sur toute la surface de la denture (figure 1.6), elle s'agit d'un ensemble de trous qui ne dépassent pas 0,3 à 0,5 mm de profondeur. Cette avarie se trouve sur toutes les dents et en particulier au niveau du cercle primitif parce que ce phénomène ne se produit que si le mouvement de roulement est plus important que le mouvement de glissement. Les piqûres apparaissent donc à l'endroit où la charge est maximale et elles peuvent être suite à un défaut d'alignement ou aux déformations anormales des pièces.

La présence de quelques piqûres ne présente pas un risque immédiat et souvent le phénomène peut être ralenti par le changement d'un lubrifiant plus adapté.



Figure 1.6 Pitting des dentures d'engrenages.

Grippage généralisé : Le grippage est une avarie liée au contact entre les surfaces métalliques des dents lors de l'engrènement en entraînant un arrachement de la matière (figure 1.7). Le grippage apparaît lorsque le film lubrifiant entre les dents est inadéquat. Ce défaut produit des modifications de l'état de surface de toutes les dents telles que le changement de coloration, les fines rayures et les ondulations de surface. Après l'apparition de cette avarie, le couple d'engrenage génère plus de vibrations et le facteur de frottement augmente et devient irrégulier.



Figure 1.7 Grippage de dentures.

1.2.2.2 Défauts localisés

Les défauts localisés sont :

Écaillage : c'est une avarie qui commence toujours par une fissure à l'intérieur du métal à cause de la contrainte de cisaillement maximale appliquée en sous-couche (figure 1.8). Ensuite, la fissure se propage jusqu'à atteindre la surface de la denture en libérant des fragments de métal en plaques plus ou moins irréguliers. Les zones écaillées représentent des surfaces irrégulières

et des profondeurs variables qui suivent une pente plus ou moins douce de la périphérie vers l'intérieur de l'écaïlle. Cette avarie est beaucoup plus courante sur des dentures traitées superficiellement (couche superficielle durcie par cémentation ou trempé) que sur celles qui sont traitées à cœur. L'écaillage est un défaut dangereux parce qu'il peut provoquer rapidement la rupture de la dent défectueuse à cause de la propagation de la fissure dans toutes les directions à l'intérieur de la dent en même temps que sa migration vers la surface (diminution de la résistance de la dent aux efforts de flexion).

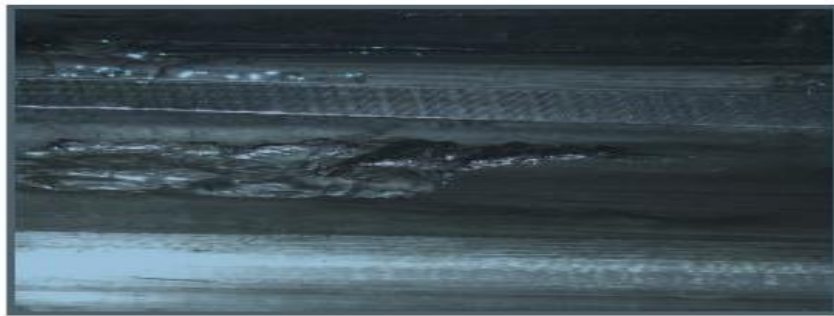


Figure 1.8 Ecaillage d'une dent.

Fissure : ce défaut se forme souvent au pied de dent. C'est-à-dire à l'endroit de la concentration maximale de contrainte due à la sollicitation en flexion (figure 1.9). La présence de ce type de fissures fragilise la dent défectueuse et diminue sa résistance à la rupture. Ce phénomène peut être accentué par la présence d'une écaïlle à cet endroit critique de la dent. En plus de la fatigue due à la sollicitation en flexion, d'autres causes de fissures peuvent se manifester tels que les défauts de fabrication (état des surfaces, criques de rectification) et les criques d'origine thermique.



Figure 1.9 Dent fissurée.

Rupture : Ce défaut commence par une fissure qui est généralement au pied de la dent et évolue à travers la base de la dent jusqu'à la rupture complète de la dent (figure 1.10). Dans ce cas, les dents adjacentes à celle cassée montrent souvent des fissures à un stade précoce de développement.

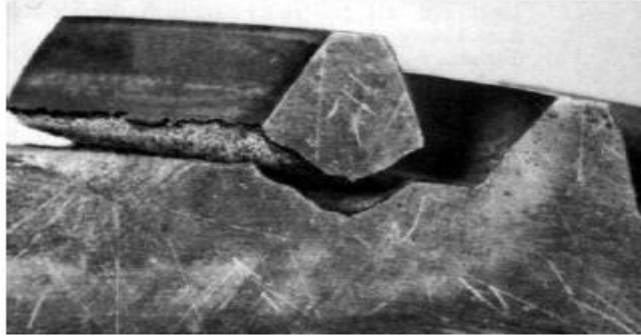


Figure 1.10 Dent cassée.

1.2.3 Vibrations des engrenages en présence des défauts

Considérons un engrenage simple composé d'un pignon tournant à la vitesse de rotation f_1 comprenant N_1 dents et d'une roue tournante à la vitesse de rotation f_2 comprenant N_2 dents. La fréquence d'engrènement f_e est définie par :

$$f_e = N_1 f_1 = N_2 f_2 \quad 1.1$$

On distingue quatre cas :

- **Dentures en bon état**

Lorsqu'une dent du pignon menant s'engage dans la roue menée, il se produit une variation de la force de contact qui se traduit par une vibration périodique à la fréquence d'engrènement. Le spectre vibratoire est donc composé de 3 composantes fréquentielles, f_1, f_2, f_e , comme montré sur la figure 1.11.

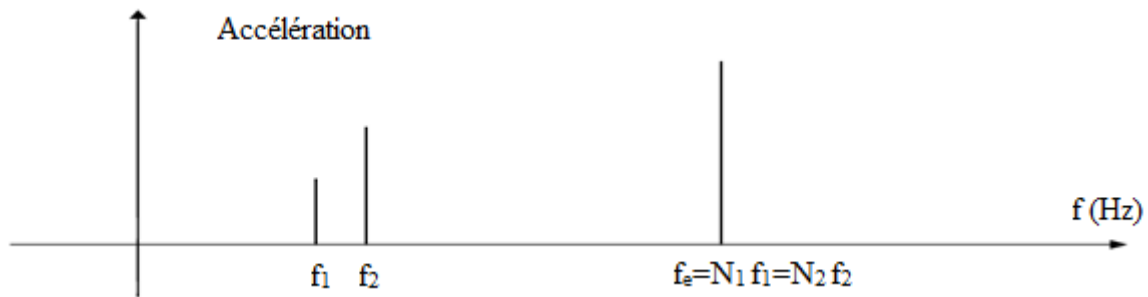


Figure 1.11 Spectre de denture en bon état.

- **Ensemble de la denture détériorée**

Lorsque la denture est totalement détériorée, l'engrènement connaît un choc pour chaque rencontre de dents. L'analyse spectrale se traduit alors par un spectre de composantes harmoniques à la fréquence d'engrènement comme présenté sur la figure ci-après :

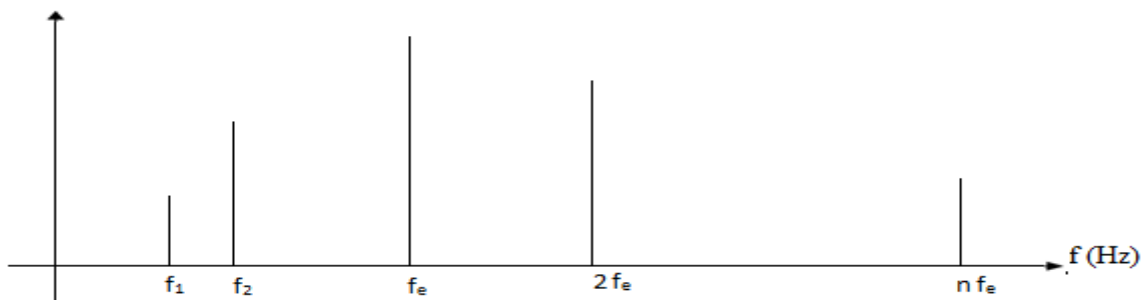


Figure 1.12 Spectre du cas d'ensemble de la denture détériorée.

- **Dent détériorée pour un pignon**

Supposons qu'un pignon tournant à la vitesse f_1 avec une seule dent détériorée. Chaque fois qu'elle engrènera, il y aura un choc répétitif, ce choc sera à la fréquence de rotation f_1 et non plus à la fréquence d'engrènement f_e . De la même manière, si la dent détériorée se situe sur la roue tournante à la vitesse f_2 , le choc apparaîtra à la fréquence de rotation f_2 . Le spectre résultant d'un engrènement avec une seule dent, du pignon tournant à la vitesse f_1 , détériorée est illustré sur la figure 1.13.

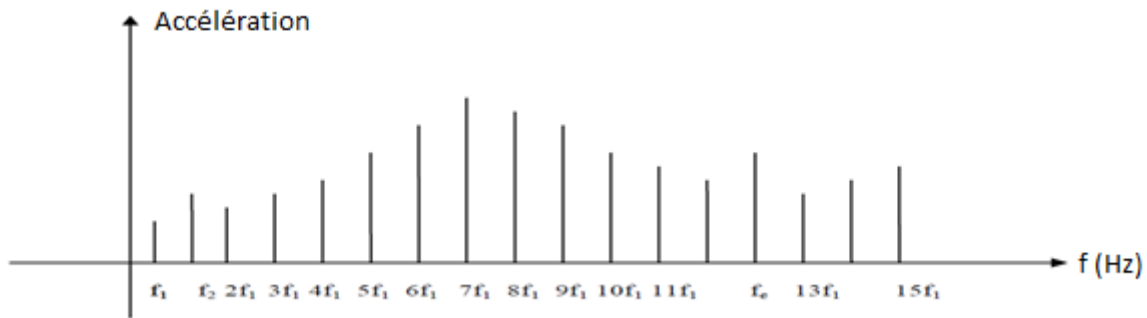


Figure 1.13 Spectre du cas d'une dent détériorée sur un pignon.

- **Dent détériorée sur chaque pignon**

Lorsque le pignon N_1 et la roue N_2 possèdent chacun une dent détériorée, on est en présence de trois phénomènes de choc :

- Lorsque la dent détériorée du pignon s'engrène, on a un choc à la fréquence f_1 .
- Lorsque la dent détériorée de la roue s'engrène, on a un choc à la fréquence f_2 .
- Lorsqu'il y a coïncidence entre les deux dents détériorées du pignon et la roue il se produit un choc à la fréquence f_c . Cette fréquence, f_c , correspond au plus petit multiple commun du nombre de dents de chaque pignon (ppmc):

$$f_c = \frac{f_e}{ppmc(N_1 N_2)} \quad 1.2$$

1.3 Les sources d'excitations des engrenages

En dynamique des transmissions de puissance à engrenages, les sources excitatrices sont principalement dues à la variation de la rigidité d'engrènement en fonction du temps résultant du mouvement du point de contact sur la ligne d'action et les erreurs géométriques.

1.3.1 Rigidité d'engrènement

Elle est considérée comme la plus importante source d'excitation sur laquelle repose la dynamique des transmissions de puissance par engrenages. Elle résulte de l'interaction entre les couples de dents en prise selon un processus d'engrènement bien déterminé et du couplage élastique entre le corps de la roue et les dentures. Ainsi que la déformation des couples en contact d'Hertz. Elle est calculée en utilisant différentes méthodes, telles que la méthode analytique, la méthode des éléments finis (MEF) et une approche combinée et la méthode

expérimentale. Chaque méthode a des avantages. En effet, la méthode analytique a une efficacité de calcul plus élevée, la MEF a une bonne précision de calcul, l'approche combinée MEF- analytique présente des avantages de la méthode analytique et de la méthode MEF, et la méthode expérimentale est plus proche des conditions d'opérations réelles. Il suffit de calculer la rigidité d'un couple de dents en prise puis extrapoler sur l'ensemble de dentures en fonction du temps. Les premières modélisations ont utilisé des formes très simplifiées en considérant la rigidité comme une constante [1-4]. Sur la figure 1.14, on présente un exemple de modèle d'engrenage proposé par Tuplin [1]. Ce modèle est simplifié par un simple ressort à raideur d'engrènement constante, et modélise les écarts de forme des profils par des coins de géométries données insérés entre la raideur et une partie indéformable simulant les aspects inertiels associés à l'engrenage.

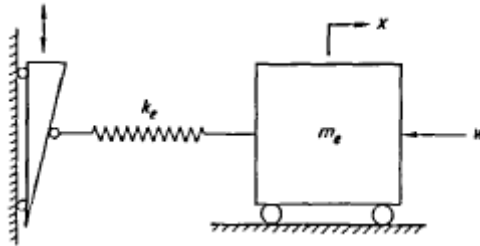


Figure 1.14 Modèle dynamique de Tuplin.

Il est intéressant de connaître les conditions et le processus d'engrènement d'un couple en prise. Cela nous permet d'obtenir la variation de la rigidité d'engrènement en fonction du temps et plus tard d'insérer la rigidité dans un système d'engrenage. Ce dernier est de type masse-ressort amortisseur qui fournit le comportement vibratoire de l'engrenage.

1.3.1.1 Rigidité d'une paire de dents

Globalement, ce calcul de la rigidité d'une paire de dents en prise dans la littérature est basé sur la théorie des poutres. La rigidité totale d'une paire de dents en prise est décomposée en ressorts en série, les rigidités les plus rencontrées dans la littérature sont :

- ✓ Rigidité de flexion
- ✓ Rigidité de fondation
- ✓ Rigidité de contact ou d'Hertz

1.3.1.1.1 Rigidité de flexion

Dans le calcul de cette raideur, on trouve le travail de Weber et Banaschek [5]. Les déformations de flexion des dents ont été obtenues en considérant la dent comme une poutre de section variable encastree libre selon l'axe Y et en égalant l'énergie de déformation au travail de la force externe. La section d'encastrement S_i est définie par le point de tangence à la trochoïde de raccordement incliné d'un angle de 20° par rapport à l'axe de symétrie de la dent (Y) comme montrée sur la figure 1.15. L'équation de Weber pour la flexion est la suivante :

$$\delta_{fl} = \frac{F}{L} \frac{1}{E^*} \cos^2 \alpha_u \left[10.92 \int_0^{u_w} \frac{(u_w - y)^2}{d(y)^3} dy + 3.1(1 + 0.294 \tan^2 \alpha_u) \int_0^{u_w} \frac{1}{d(y)} dy \right] \quad 1.3$$

Avec : E^* : module de Young en contraintes planes (dentures larges)

$$\frac{1}{E^*} = \frac{E}{1 - \nu^2}$$

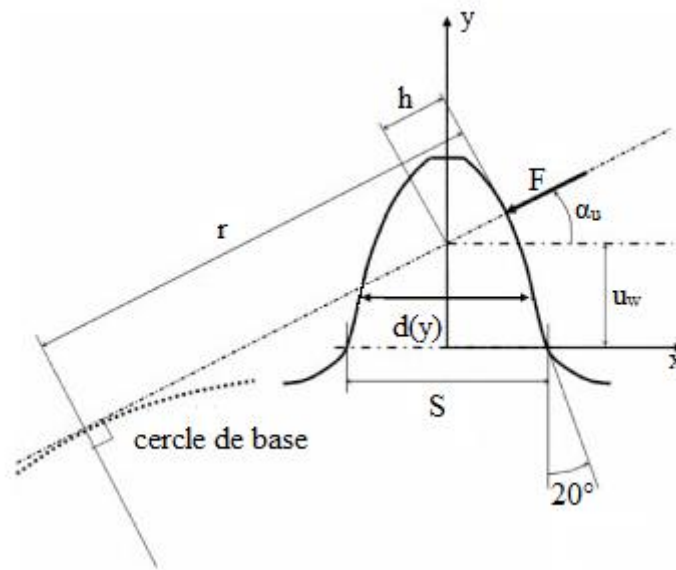


Figure 1.15 Paramètres pour la formule de weber-Banaschek [5].

Chaari et al [6] ont calculé la rigidité de flexion en considérant la dent comme une poutre avec une longueur effective L_e divisée en n segment comme illustré sur la figure 1.16. Ils ont utilisé la formule de weber donnée en équation ci-après :

$$\delta_f = F \cos^2 \alpha_m \sum_{i=1}^n e_i \left\{ \frac{\left(d_i - e_i + \frac{1}{3} e_i^2 \right)}{E' I_i} + \frac{1}{s_h G A_i} + \frac{\tan^2 \alpha_m}{A_i E'} \right\} \quad 1.4$$

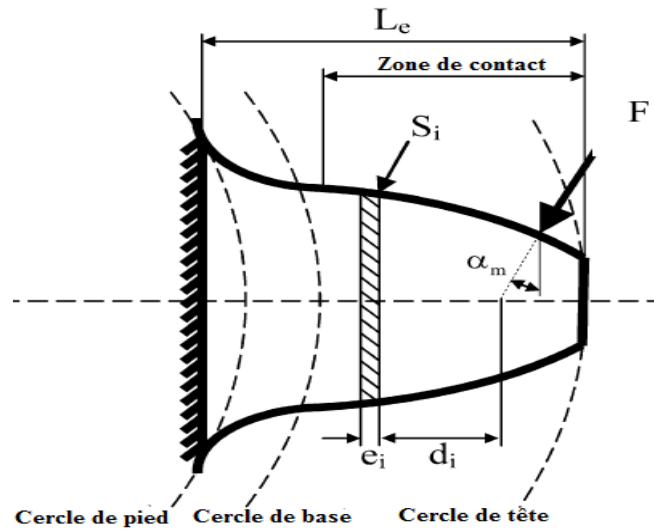


Figure 1.16 Modélisation d'une dent pour le calcul de la flexion selon [6].

1.3.1.1.2 Rigidité de fondation élastique

Elle est due au fondement de la dent sur le corps de l'engrenage dont la liaison n'est pas totalement rigide. Pour calculer cette raideur, la dent est considérée rigide et le corps de roue est modélisé comme demi-plan élastique sur lequel sont appliquées les forces normale et tangentielle ainsi que le moment de flexion. En supposant une distribution linéaire de la contrainte normale et une contrainte de cisaillement constante à la racine de la dent, une estimation du déplacement dans la direction de la charge est donnée par Weber et Banaschek [5] par l'équation suivante :

$$\delta_{fd} = \frac{F}{L} \frac{1}{E} \cos^2 \alpha_u \left[L \left(\frac{u_w}{s_{fw}} \right)^2 + M \left(\frac{u_w}{s_{fw}} \right) + P (1 + Q t g^2 \alpha_u) \right] \quad 1.5$$

L, M, P et Q sont des constantes qui diffèrent légèrement selon les auteurs comme indiqué dans le tableau 1.1.

Tableau 1.1 Paramètres de l'équation 1.5 ($\nu = 0.3$).

	L	M	P	Q
Weber	5.2	1	1.4	0.294
Attia				0.32
Cornell	5.306	1.4 (contrainte plane)	1.534	0.32
		1.14 (déformation plane)		

1.3.1.1.3 Rigidité de contact

Selon la théorie d'Hertz, lorsque deux surfaces solides sont chargées ensemble, il y aura toujours une certaine distorsion de chacune d'entre elles. Les déformations peuvent être purement élastiques ou impliquer des changements de forme supplémentaires. Il est alors important de prendre en considération cette élasticité. Dans la littérature, plusieurs modélisations sont possibles. Parmi les premières formulations relatives aux engrenages, on trouve celle de Weber et Banaschek, exprimé par l'équation suivante :

$$\delta_h = 4 \frac{F}{L} \frac{1-\nu^2}{\pi E} \left\{ \ln\left(\frac{2\sqrt{h_1 h_2}}{b}\right) - \left(\frac{\nu}{2(1-\nu)}\right) \right\} \quad 1.6$$

Avec :

$\frac{F}{L}$: Charge par unité de longueur.

d_1, d_2 : Les distances sur le pignon et la dent respectivement entre le point de contact et la ligne médiane de dent, b est donné par l'équation suivante :

$$b = \sqrt{8 \frac{F}{L} R \frac{1-\nu^2}{\pi E}} \quad 1.7$$

R est le rayon de courbure équivalent au point de contact considéré M :

$$R = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \quad 1.8$$

r_1, r_2 : Rayons de courbure (figure 1.16) et E, ν : module de Young et coefficient de poisson.

Une formulation tridimensionnelle de la rigidité de Hertz est proposée par Lundberg [7] , elle est défini par l'équation ci-après :

$$\delta_h = 2 \frac{F}{b} \frac{1-\nu^2}{\pi E} \left[\frac{1}{2} + \log 2 + \log \frac{b}{a_H} \right] \quad 1.9$$

$\frac{F}{b}$: Charge par unité de longueur, E : module d'élasticité, ν est le coefficient de poisson, a_H est la demi-largeur du contact hertzien, r est le rayon de courbure équivalent au point de contact.

Avec :

$$a_H = \sqrt{8 \frac{F}{b} r \frac{1-\nu^2}{\pi E}} \quad \text{et} \quad r = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \quad 1.10$$

Yang et Sun [8] ont développé un modèle dynamique pour un système à engrenages droits avec jeu de denture. Ils ont démontré que la rigidité du contact hertzien de deux dents engagées est pratiquement une constante le long de toute la ligne d'action. La formule proposée est :

$$k_h = \frac{\pi E L}{4(1-\nu^2)} \quad 1.11$$

La raideur obtenue en équation 1.8 est constante, Eschmann et al ont proposé une forme non linéaire de la raideur d'hertz. La déformation élastique est donnée par l'équation suivante :

$$\delta_h = \frac{4.05}{10^5} \frac{F^{0.925}}{l_{eff}^{0.85}} \quad 1.12$$

l_{eff} est la longueur effective pour laquelle les dents sont en contact, elle est égale à la largeur de la dent si une seule paire en contact et au double de la largeur si deux paires sont en contact. F est la force non linéaire de contact, définie par l'équation 1.13.

$$F = 56065.703 l_{eff}^{0.92} \delta_h \quad 1.13$$

La raideur non linéaire alors est :

$$k_h = 56065.703 l_{eff}^{0.92} \delta_h^{0.08} \quad 1.14$$

1.3.1.1.4 Rigidités de compression axiale et de cisaillement

Yang et Lin [9] ont mené un modèle avec des considérations supplémentaires de flexion, de compression axiale. Ils ont développé une méthode de calcul de la rigidité en utilisant l'énergie potentielle. La dent est considérée comme une poutre à la racine de la dent comme présentée sur la figure suivante :

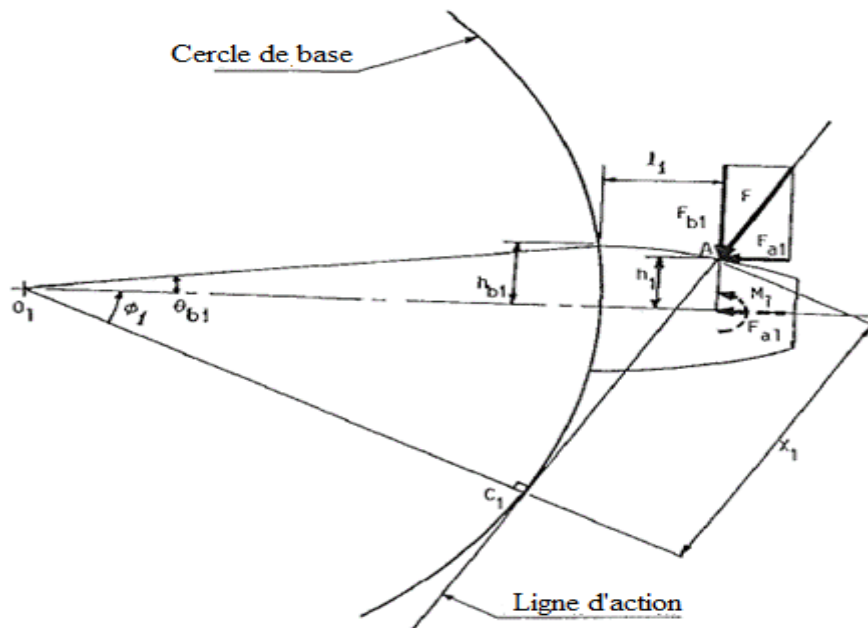


Figure 1.17 Modélisation d'une dent [9].

Xinhao Tian [10] a développé des formules de calcul direct de la rigidité d'engrènement en se basant sur la méthode d'énergie potentielle proposée par Yang et Lin [9]. En plus des effets considérés dans [9] il a inclus l'énergie de cisaillement. Il a démontré que l'énergie de cisaillement a une grande influence sur l'énergie totale.

Attia [11] a développé des équations des déflexions en se basant sur le travail de Weber, mais a ajouté des composants pour tenir compte de la déformation du corps de l'engrenage et de l'effet des dents voisines chargées. Il a ensuite utilisé cette analyse et les données expérimentales pour expliquer le comportement d'une dent sous charge durant le profil de la dent. La déflexion totale du point de contact est le résultat de combinaison des effets des déformations dans la dent et la partie voisine du corps durant les forces de fléchissement, cisaillement et compression. Selon Attia, les forces appliquées sur une dent sont schématisées sur la figure (1.18).

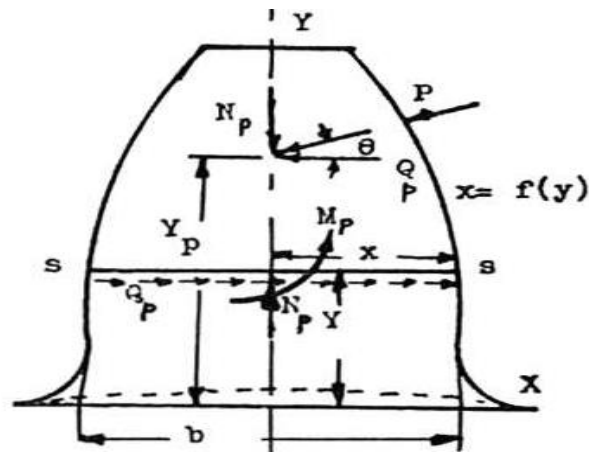


Figure 1.18 Forces agissantes sur une dent d'engrenage [11].

1.3.1.2 Rigidité totale d'engrènement

Le calcul de la rigidité d'une paire de dents en prise nous permet d'extrapoler sur l'ensemble de dentures pour obtenir la rigidité totale d'engrènement. Cette dernière dépend du rapport de contact. Les figures 1.19 (a) et 1.19 (b) représentent respectivement la rigidité d'une seule paire et la rigidité totale pour un rapport de contact $c \leq 2$. Dans ce cas, le processus d'engrènement suit une alternance entre double et seule paire de contacts. Pendant une période d'engrènement T_e , pour le cas d'un rapport de contact $c \leq 2$, durant l'intervalle $(c-1)T_e$ il y'aura deux paires de dents en contact et durant l'intervalle $(2-c)T_e$ une seule paire en contact. Comme le processus d'engrènement est périodique, la rigidité totale est périodique de période égale à la période d'engrènement T_e .

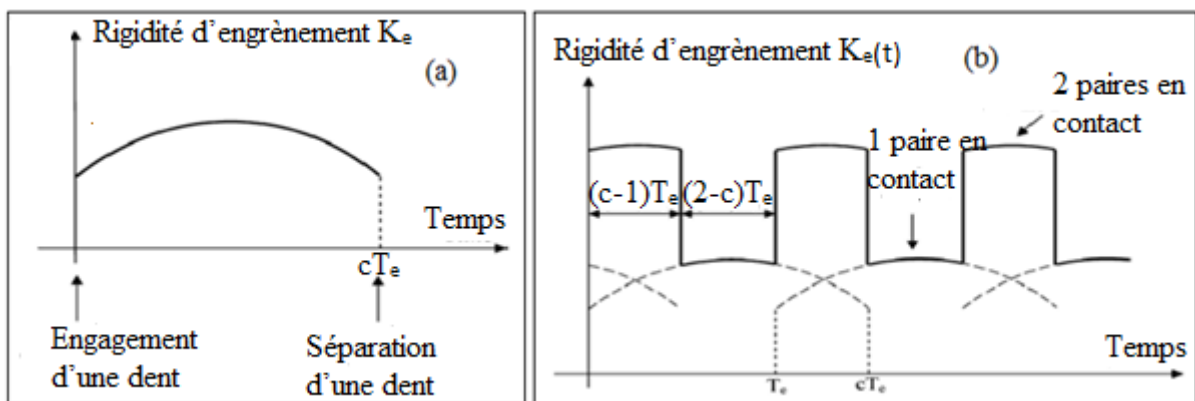


Figure 1.19 Rigidité d'engrènement : (a) d'une seule paire d'engrenages,(b) totale [6].

1.3.2 Écarts géométriques

Les écarts géométriques présentent une source d'excitation interne très importante dans les systèmes de transmission de puissance à engrenages où on trouve les travaux de Remmers [12], Velex [13], Kassai et al [14], Umezawa [15], Welbourn [16] et Henriot [17]. Les principaux écarts géométriques sont : les écarts de formes et les défauts de montage.

1.3.2.1 Écarts de formes

Généralement, les écarts de forme sont dus au processus de fabrication des dentures. L'écart de forme d'une dent en un point donné M est défini par la mesure algébrique de la distance, suivant la normale extérieure au flanc actif en ce point, entre le point réel et le point théorique. On distingue trois écarts de formes principaux :

- l'erreur de profil ;
- l'erreur de distorsion ;
- l'erreur de division.

1.3.2.1.1 Erreur de profil

L'erreur de profil est la distance entre le profil réel et le profil théorique. Cette distance est mesurée selon la normale extérieure du profil théorique en développante de cercle. Cette erreur est due au processus de fabrication. Ainsi, les écarts de formes peuvent provenir d'une modification volontaire du profil. Cette modification correspond à une correction de profil dont l'objectif est de compenser les déflexions des dentures en améliorant leur condition de chargement et pour réduire le comportement vibratoire des engrenages. On distingue deux corrections :

- Correction de profil : on procède à des dépouilles sur les dentures, en enlevant de la matière au sommet et au pied de la dent.
- Correction longitudinale : il s'agit de réaliser un bombé et une modification linéaire selon la largeur de la dent dans le sens de l'hélice.

1.3.2.1.2 Erreur de distorsion

Lorsqu'un flanc n'est pas parallèle à l'axe de rotation, en cas d'une denture droite, ou lorsqu'une erreur se produit au niveau de l'inclinaison, dans le cas d'une denture hélicoïdale, on dit qu'une distorsion est produite. Cette distorsion introduit un écart de forme.

1.3.2.1.3 Erreur de division

L'erreur de division ou l'erreur individuelle de pas circulaire est définie comme l'écart algébrique entre la valeur mesurée du pas circulaire et sa valeur théorique. L'erreur cumulée sur k pas représente la somme algébrique des erreurs individuelles des k pas.

1.3.2.2 Erreur de montage

Les défauts de montage sont définis comme l'écart de position relative des deux engrenages rigides par rapport à un positionnement idéal. Ils représentent les défauts d'alignement caractérisant le non-parallélisme des axes supportant les engrenages et les défauts d'excentricités représentant la différence entre l'axe de rotation et l'axe d'inertie polaire de l'engrenage. Les défauts d'alignement regroupent les erreurs d'inclinaison et de déviation. L'erreur d'inclinaison représente l'angle entre l'axe réel de l'arbre obtenu par une rotation autour d'un axe perpendiculaire au plan, défini par les axes de rotation de référence des deux engrenages, et son axe théorique. L'erreur de déviation est définie par déviation entre l'axe réel de l'arbre et son axe théorique. Elle résulte d'une rotation autour d'un axe perpendiculaire aux deux axes de rotation de référence des engrenages.

1.3.3 Erreur de transmission

Elle est définie comme l'écart de position de la roue menée entre la position réelle et sa position théorique. Si les engrenages étaient rigides et géométriquement parfaits, plutôt les profils sont parfaitement conjugués, l'erreur de transmission sera nulle. Elle s'exprime, comme un écart angulaire si elle est mesurée aux centres des pignons, ou comme un écart linéaire si elle est ramenée sur la ligne d'action [18]. Sur la figure 1.20, on montre la définition de l'erreur de transmission selon Munro [19]. Dans la littérature, on trouve deux types d'erreur de transmission : à vide et sous charge.

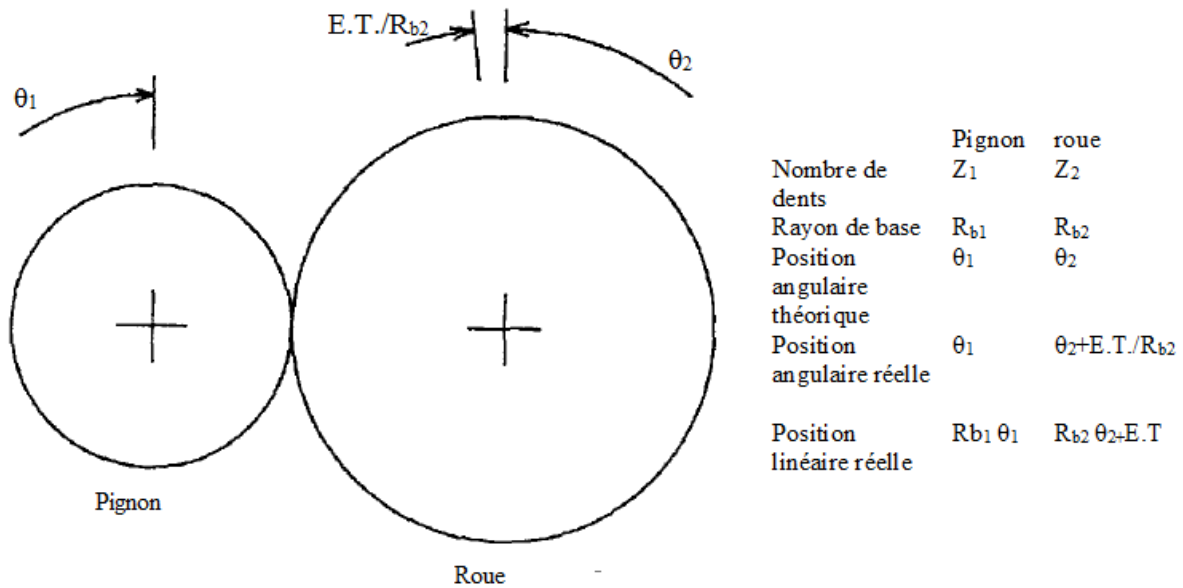


Figure 1.20 Erreur de transmission d'après Munro [19].

1.3.3.1 L'erreur de transmission à vide

Connue par l'erreur de transmission quasi statique sans charge, ou erreur cinématique, mesurée lorsque les engrenages ne transmettent aucune puissance et tournent à une vitesse de rotation très basse. Elle correspond aux déviations de positions causées par les écarts géométriques et les défauts de montage.

1.3.3.2 Erreur de transmission sous charge

Cette erreur peut être décomposée en :

- **Erreur de transmission quasi statique** : peut être mesurée lorsque les engrenages transmettent une charge à très faible vitesse de rotation. Elle est due aux effets des déformations de denture et des corrections éventuelles de profil. Son utilisation est pour étudier les effets des écarts géométriques et les défauts de montage.
- **Erreur de transmission dynamique** : elle est considérée comme un des plus importants paramètres utilisés pour étudier les vibrations générées par un engrenage. Ce paramètre caractérise les variations angulaires du pignon et de la roue par rapport à une position angulaire parfaite. Elle fait intervenir à la fois la déformation de la dent sous charge et de la position du point de contact sur la ligne d'action.

1.4 Variation de la rigidité d'engrènement en présence d'une fissure

En présence d'un défaut de denture, la dent restera modélisée comme une poutre. En effet, une fissure est caractérisée par sa profondeur, longueur, angle d'ouverture et épaisseur. Son initiation est souvent à la racine de la dent et chaque fissure suit un chemin de propagation. Plusieurs travaux ont été menés dans le contexte de la modélisation d'une fissure. Lewiki et Ballaghini [20] ont fait des études analytiques et expérimentales sur l'effet de l'épaisseur de la jante et le rapport de sauvegarde sur la propagation de la fissure. Ils ont simulé la propagation des fissures dans les dents par un programme informatique basé sur la MEF nommé FRANC (FRacture ANalysis Code). Des tests de fatigues en flexion ont été menés et utilisé pour déterminer le sens de propagation des fissures comme illustré sur la figure 1.21. Des engrenages avec divers rapport de sauvegardes ont été testés pour valider les prédictions du chemin de fissure. Ils ont conclu que pour des rapports de sauvegarde de 3.3 et 1.0, les fissures propageraient à travers les dents et non les jantes. Pour un rapport de 0,3 l'analyse a prédit des fissures qui se propagent à travers la jante. Ainsi pour un rapport de 0,5, les expériences ont produit des fractures de jante.

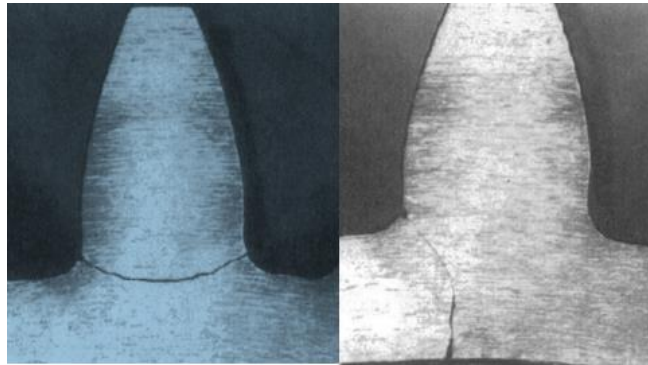


Figure 1.21 Propagation des fissures le long de la racine ou de dent ou la jante [20].

Xinhao Tian et al [10] ont examiné l'effet des défauts de denture sur la rigidité d'engrènement ; trois types de défauts localisés sont dérivés : fissure, écaillage, rupture. En présence de fissures, la dent encore considérée comme une poutre en porte-à-faux comme illustrée sur la figure 1.22. La fissure est considérée à la racine de la dent et la profondeur de la fissure est un constant q le long de la largeur de la dent. L'angle d'intersection entre la fissure et la ligne centrale de la dent est considéré comme une constante. En présence d'une fissure, seuls les

effets de cisaillement et de fléchissement produisent un changement aux moments d'inertie de la zone effective et de la zone de la section transversale à une distance x de la racine de la dent. Par ailleurs, les rigidités en flexion et en cisaillement changent en présence d'une fissure.

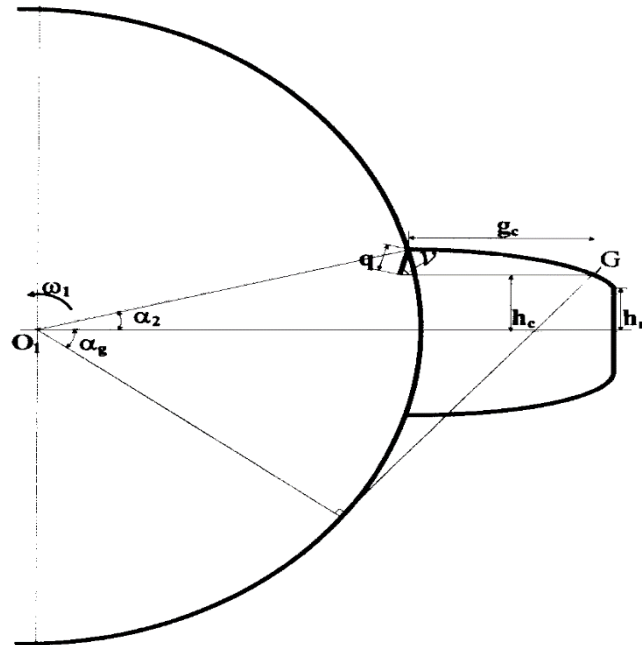


Figure 1.22 Modélisation d'une dent avec fissure [10].

Deux cas sont considérés par Tian [10] :

$$h_c < h_r \text{ ou } h_c \geq h_r \ \& \ \alpha_1 \leq \alpha_g \quad 1.15$$

$$h_c \geq h_r \ \& \ \alpha_1 > \alpha_g \quad 1.16$$

Siyan Wu et al [21] ont utilisé la même modélisation que Tian [10] en plus ils ont ajouté deux autres cas en équations 1.17 et 1.18.

$$h_{c1} < h_r \text{ ou } h_{c1} \geq h_r \ \& \ \alpha_1 \leq \alpha_g \quad 1.17$$

$$h_{c2} \geq h_r \ \& \ \alpha_1 > \alpha_g \quad 1.18$$

Chaari et al [22] ont étudié l'effet de la fissure sur la rigidité d'engrènement qui est calculé en intervenant les raideurs de flexion, fondation élastique et de contact. La fissure affecte toute la largeur W de la dent et est définie par son angle d'inclinaison, α_c , et sa profondeur, p_c (Figure1.23). La fin de la propagation d'une fissure à travers la dent est la rupture de la dent.

Chaari et al [6] ont approximé la rupture par une ligne droite à chaque section S_b de la dent (Figure 1.24). Dans ce cas, la rupture est défini par la hauteur h_b , l'épaisseur t_b , la largeur w_b et l'épaisseur de la dent $\{t_1, t_2, t_3, \dots\}$. La largeur du contact change et devient: $W_1 = W - w_b$ et par conséquent les formules des raideurs changent.

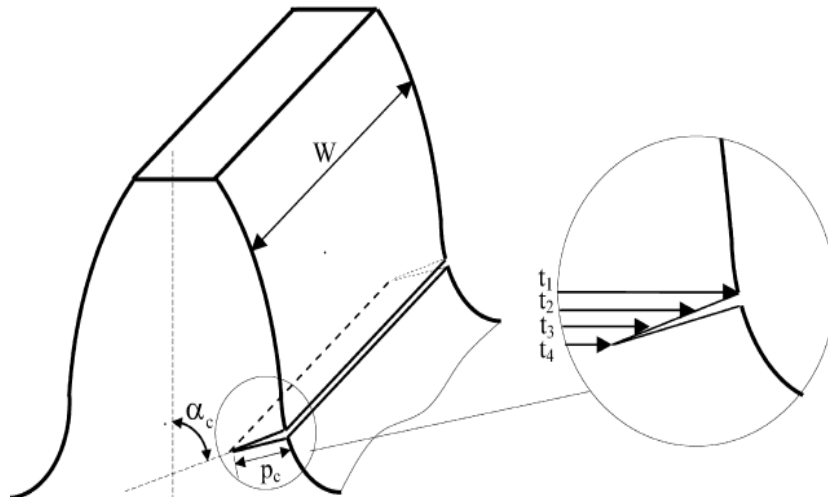


Figure 1.23 modélisation d'une fissure par chaari et al [22].

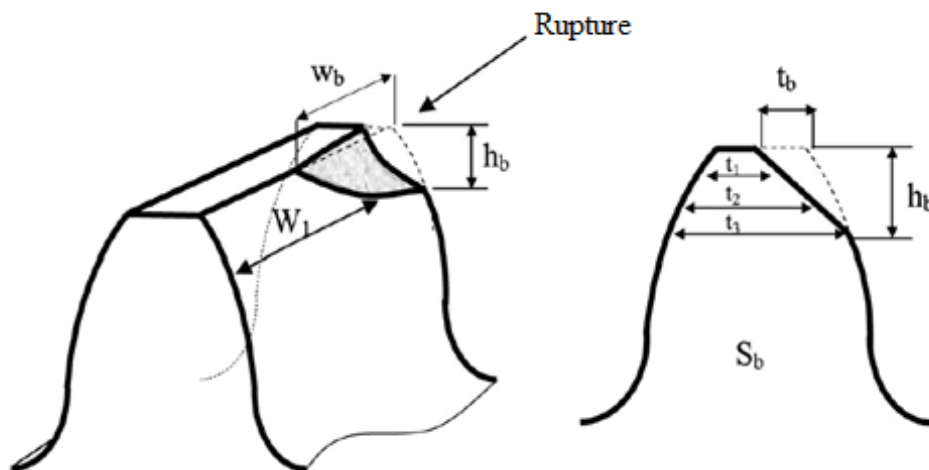


Figure 1.24 modélisation d'une rupture par [6].

Zaigang Chen et Yimin Shao [23] ont utilisé le même procédé de calcul de la rigidité utilisé par Tian [10] avec l'ajout de l'effet de la déflexion du filet-fondation. Ce calcul est effectué en divisant une dent d'engrenage en quelques parties minces indépendantes comme illustrée sur la

figure 1.25, de sorte que la longueur de la fissure le long de la largeur de la dent pour chaque pièce est constante.

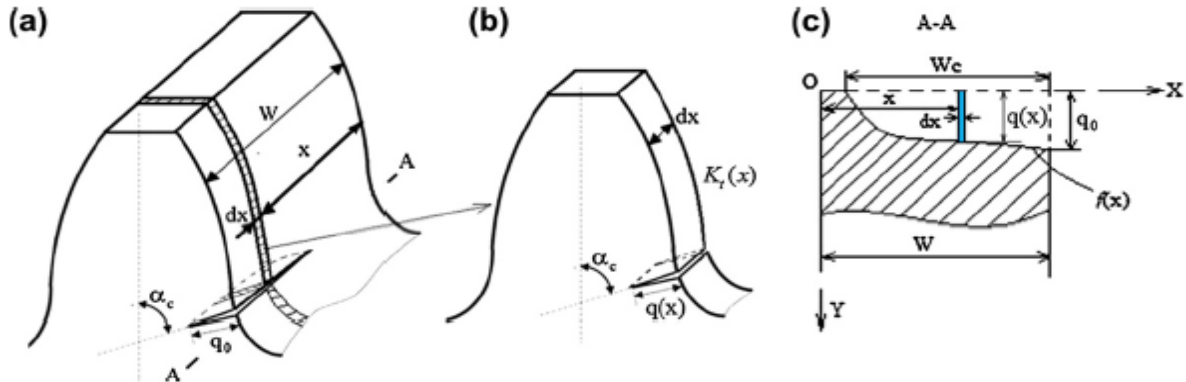


Figure 1.25 modélisation d'une fissure à la racine de la dent par [23].

Cette étude suppose que la propagation des fissures est dans le plan représenté par la section A-A de la figure 1.25. La profondeur de la fissure est supposée distribuée le long de la largeur de la dent comme une fonction parabolique. Lorsque la longueur de la fissure, W_c , est inférieure à la largeur de la dent W , la courbe de fissure est désignée par la courbe pleine. Quand la fissure se propage dans toute la largeur de la dent, la courbe de fissure est décrite comme la courbe pointillée qui se propage le long de la profondeur de fissure q_2 (figure 1.26).

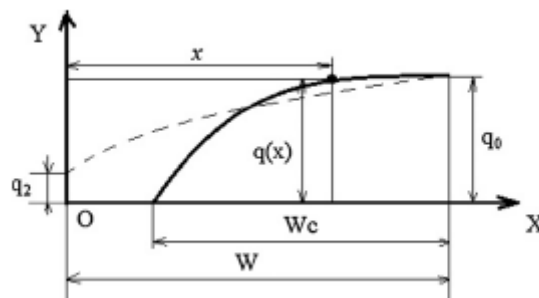


Figure 1.26 Profondeur de fissure le long de la largeur des dents [23].

Omar D. Mohammed et al [24] ont présenté une nouvelle méthode pour calculer la rigidité d'engrènement en présence d'une fissure à la racine de la dent. Ils ont traité la propagation de la fissure dans la racine de la dent. Pour limiter l'épaisseur de la dent, au lieu de considérer une ligne droite (figure 1.27 (a)), une courbe parabolique ressemblante au profil de la dent est

appliquée (figure 1.27 (b)). Ce type de courbe est appliqué jusqu'à ce qu'une ligne droite soit atteinte lorsque la pointe de la fissure est verticalement en dessous de la pointe du profil de la dent (figure 1.27 (c)). Pour des tailles de fissures plus grandes, la courbe parabolique est de nouveau appliquée entre la pointe de la fissure et la pointe du profil de la dent (figure 1.27 (d)). En fait, le point de contact se déplace pendant le fonctionnement de l'engrenage, mais la même courbe parabolique supposée pour chaque taille de fissure est considérée pour déterminer la zone morte.

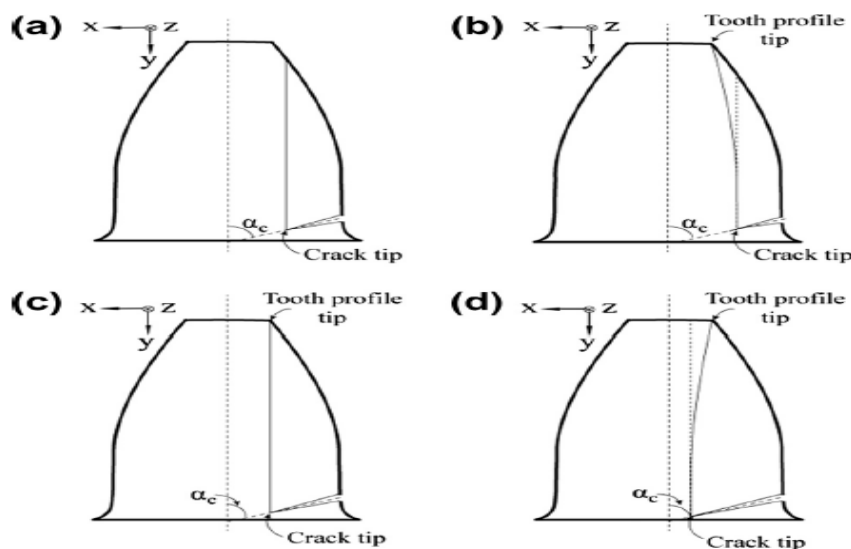
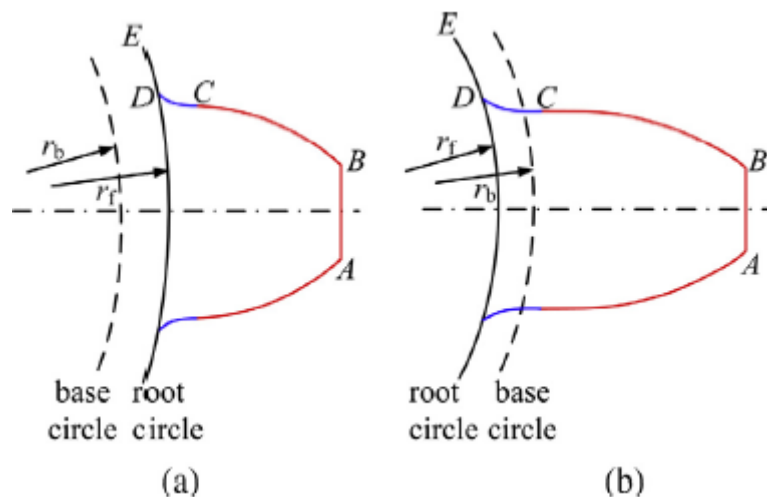


Figure 1.27 Limites des lignes limites de l'épaisseur de la dent : (a) ligne droite, (b) courbe parabolique supposée pour les petites tailles, (c) ligne droite à la taille de la fluctuation, et (d) courbe parabolique pour les grandes tailles [24].

Hui ma et al [25] ont proposé une forme améliorée de la rigidité d'engrènement en tenant compte du désalignement du cercle de pied de l'engrenage et du cercle de base qui dépend du nombre de dents N (figure 1.28). Ils ont validé leur méthode par la méthode des éléments finis (MEF). Trois cas sont utilisés pour le calcul de la rigidité en présence d'une fissure :

- ✓ lignes droites pour le chemin de fissure et la ligne limite.
- ✓ ligne droite pour le chemin de fissure et une courbe parabolique pour la ligne limite (comme proposée dans [24]).
- ✓ courbe parabolique pour le chemin de fissure et la ligne limite.



**Figure 1.28 Désalignements entre le cercle de base et le cercle de racine [25]: (a) $N > 41$
(b) $N \leq 41$.**

Pandya et Parey [26] ont proposé un indice de réduction cumulatif (CRI) qui utilise un angle variable, qui correspond à l'intersection de la fissure avec la ligne centrale de la dent, pour étudier l'effet de différents paramètres sur la rigidité d'engrènement. Ils ont simulé l'effet du chemin de la fissure sur la rigidité d'engrènement avec différents paramètres d'engrènement comme l'angle de pression, le rayon du filet et le rapport de sauvegarde.

1.5 Les modèles mécaniques des systèmes d'engrenages

Plusieurs modèles ont été proposés dans la littérature avec différents nombres de degrés de liberté. Kahraman et Singh [27], Aissaoui et al [28], Litak et al [29] ont présenté des modèles à 2DDL comme présenté sur la figure 1.29. L'engrènement est décrit par un jeu de denture de coefficient $2b$, une rigidité d'engrènement variable et un amortissement linéaire visqueux de coefficient c . Les frottements et les déplacements latéraux de l'engrènement sont considérés négligeables. Ces modèles tiennent compte aussi de l'erreur statique de transmission induite par les défauts géométriques des profils des dents.

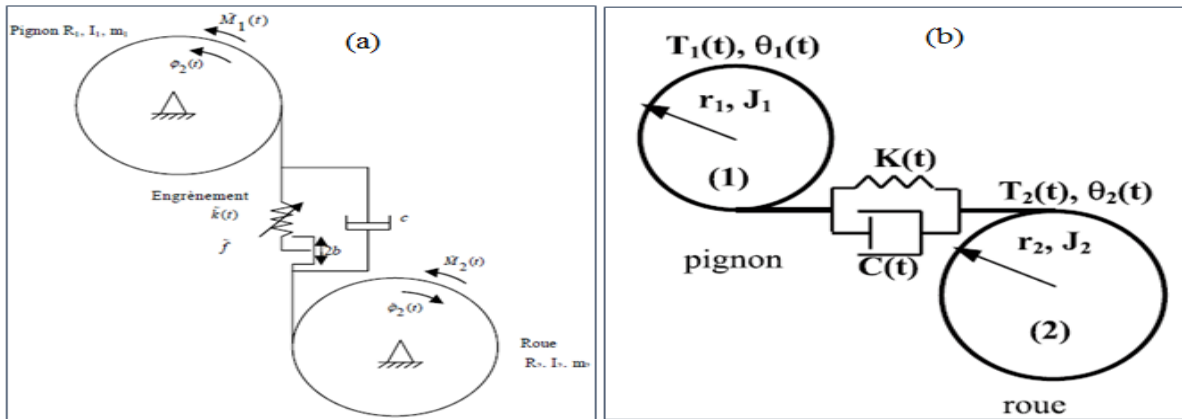


Figure 1.29 Une paire d'engrenages à 2 DDL : (a) en[28],(b) [30].

Lin et al [31] ont développé un modèle d'engrenage cylindrique à 4DDL qui tient compte des rotations et le jeu de denture. Ce modèle est représenté sur la figure 1.30. Des modèles d'engrenages cylindriques à dentures droites avec 6DDL sont présentés dans les références [24, 32, 33] (figure 1.31). Ce modèle a pris en considération l'effet de la friction.

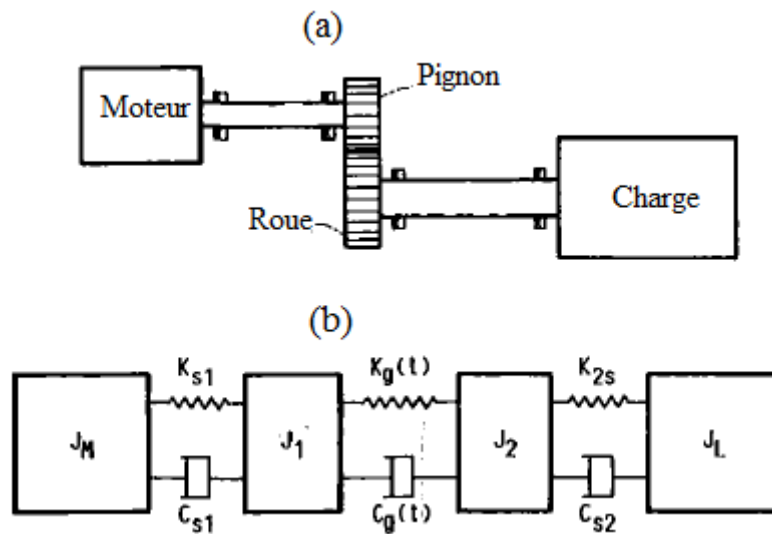


Figure 1.30 (a) paire d'engrenage, (b) son modèle mathématique [31].

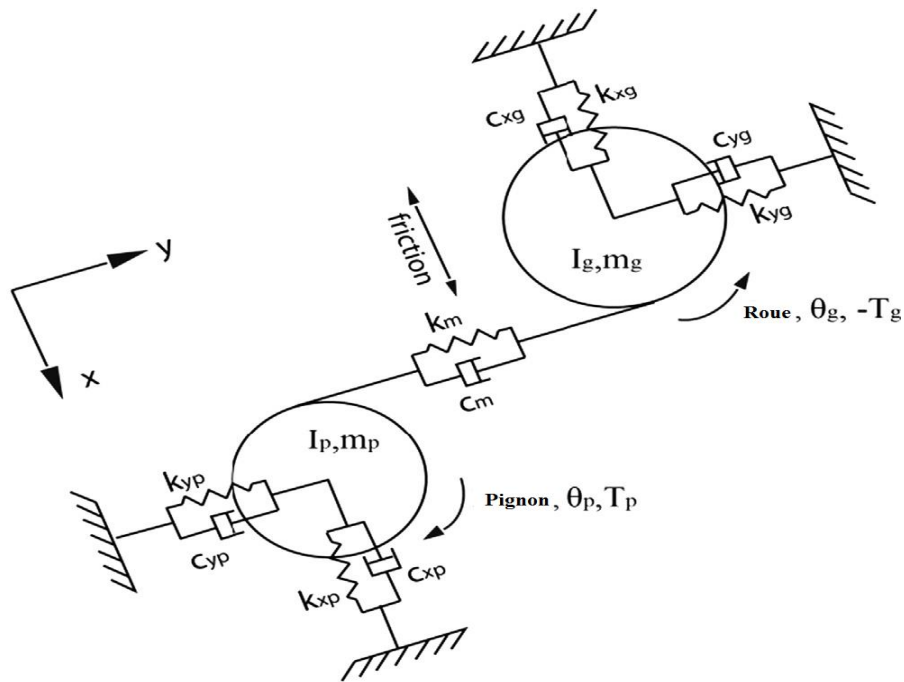


Figure 1.31 Modèle à 6 DDL [24, 33].

Omar Fk et al [34] ont développé un modèle à 9DDL. Le modèle se compose d'un pignon et une roue sur deux arbres connectés à une charge et un moteur, comme illustré à la figure 1.32 (a et b). Les inerties, I_1 et I_2 , et les masses, m_1 et m_2 , représentent le pignon et la roue. I_1 et I_d représentent respectivement la charge et le moteur. Les raideurs torsionnelles et transversales et les amortissements des arbres sont inclus dans ce modèle.

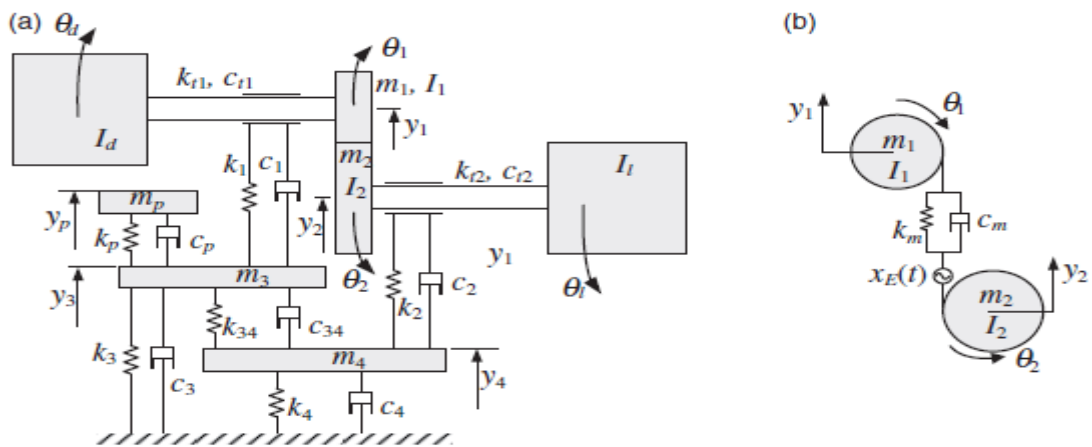


Figure 1.32 modèle à 9DDL [34].

Velex et Maatar [35] ont développé un modèle 3D. Le pignon et la roue sont assimilés à des cylindres rigides avec 6 DDL reliés par une série de raideurs k_i ; chacun d'eux étant lié à une cellule de la discrétisation de la ligne de contact (figure 1.33). Les 6 DDL représentent les flexions, torsions et les déplacements de traction-compression. À chaque point de contact, M_i , est associée une rigidité élémentaire, k_i , et un écart normal équivalent $e(M_i)$ regroupant les contributions du pignon et de la roue. Une version simplifiée du modèle de Velex et Maatar est utilisée par Elbadaoui [36].

Omar D. Mohammed et al [37] ont développé le modèle d'engrenages à 8 DDL pour devenir un modèle de 12 DDL. Ce dernier considère l'effet gyroscopique du disque d'engrenage et il comporte 5 DDL (trois rotations et deux translations) pour chaque roue dentée, ainsi que 1 DDL pour chacun du moteur et de la charge. Ce modèle a été utilisé pour les deux cas, le disque symétrique et asymétrique, afin d'examiner l'effet d'asymétrie du disque. Un schéma du modèle est représenté sur la figure 1.34. Un autre modèle à 12 DDL d'un réducteur à deux étages est présenté par Chaari et al [38] (figure 1.35).

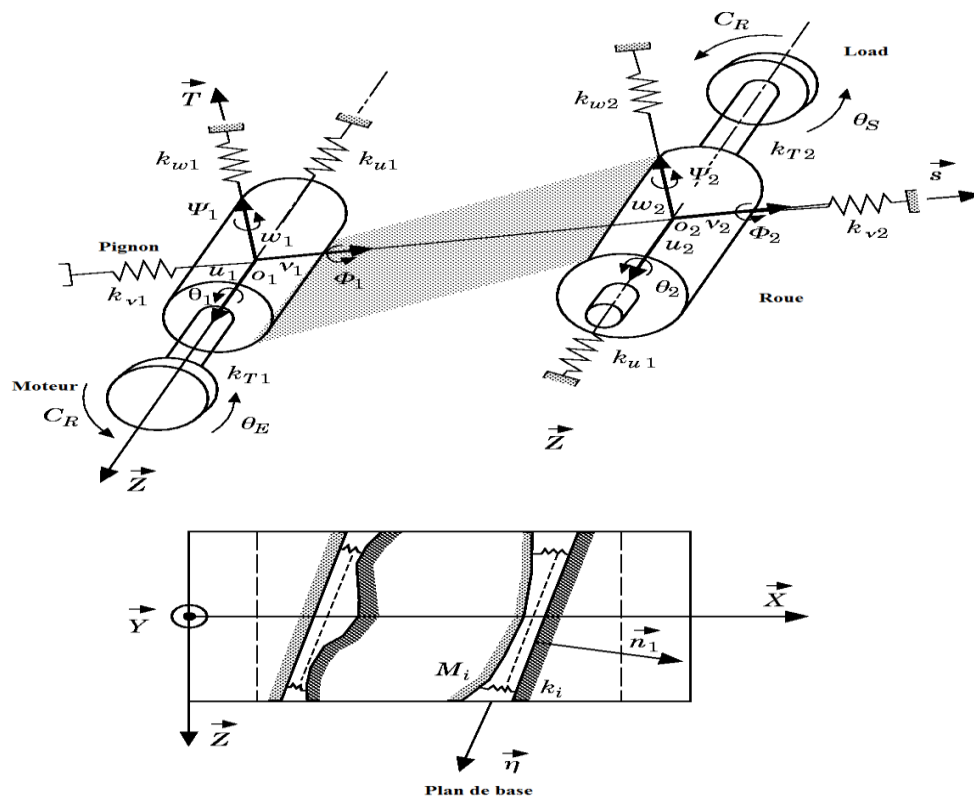


Figure 1.33 Modèle d'engrenage cylindrique à denture droite par Velex & Maatar [35].

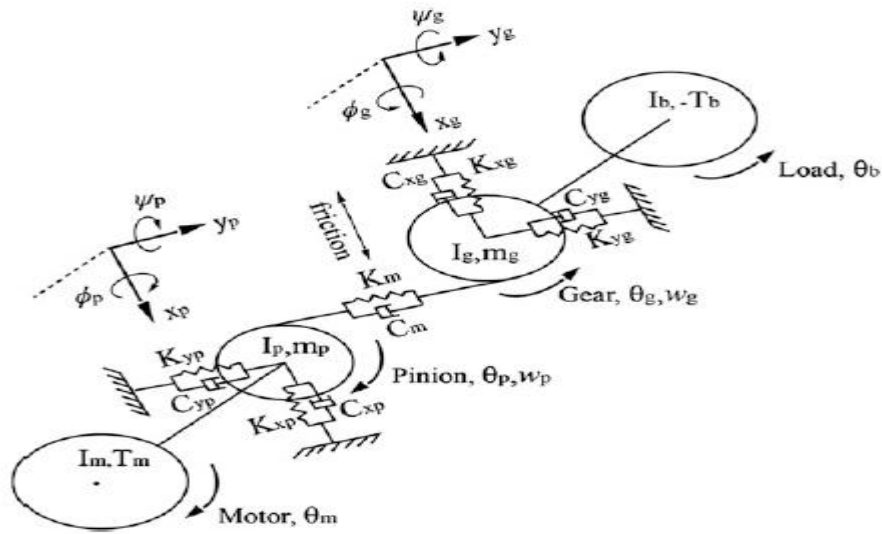


Figure 1.34 Modèle dynamique d'un réducteur avec 12 DDL [37].

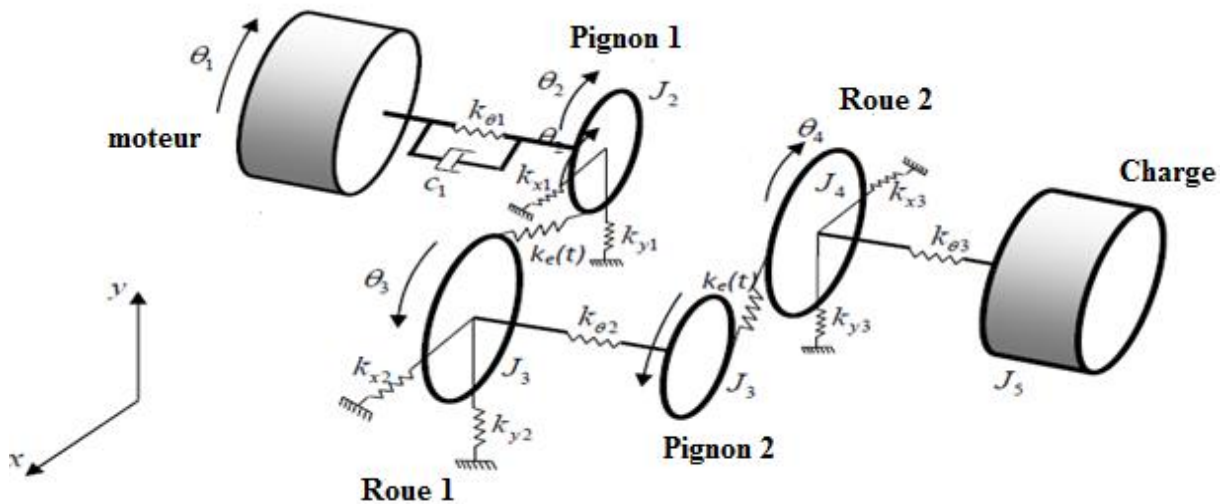


Figure 1.35 Modèle d'un réducteur à deux étages avec 12 DDL [38].

Howard et al [39] ont développé un modèle à 16 DDL qui inclut la friction (figure 1.36). Ils ont démontré l'effet d'une fissure sur la dynamique du modèle. L'ajout de la friction a permis d'obtenir 6 DDL supplémentaires, perpendiculaire à la ligne de contact. Ce modèle est utilisé par Zhou et al [40].

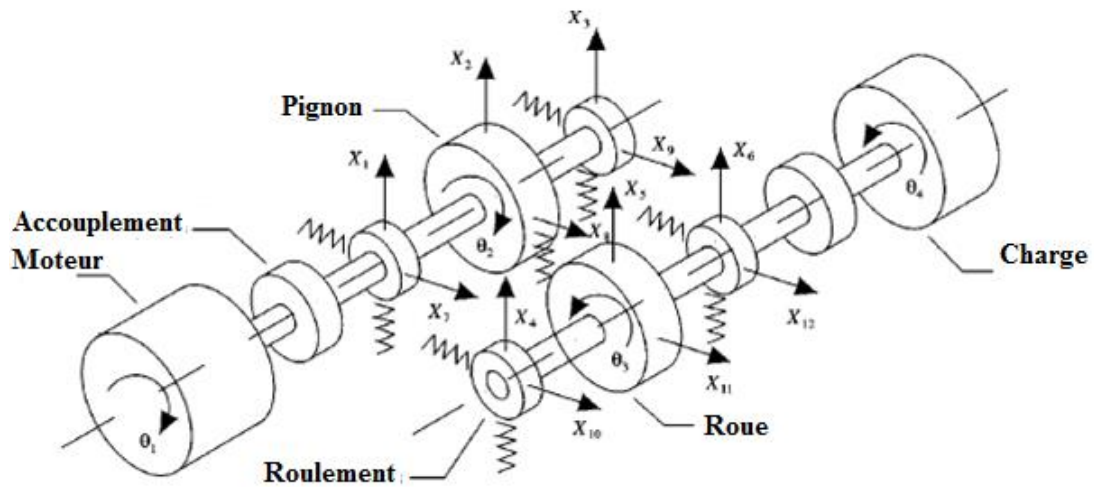


Figure 1.36 Model à 16 DDL [39].

Bartelmus [41] a développé des modèles avec des vibrations torsionnelles et latérales et un modèle à multi-étages. Pour étudier l'influence du frottement entre les dents, un modèle plus compliqué, dans lequel les vibrations latérales dans deux directions perpendiculaires (x et y), est proposé comme illustré à la figure 1.37. Aussi il a développé un modèle à deux étages où seules les vibrations torsionnelles sont considérées (figure 1.38).

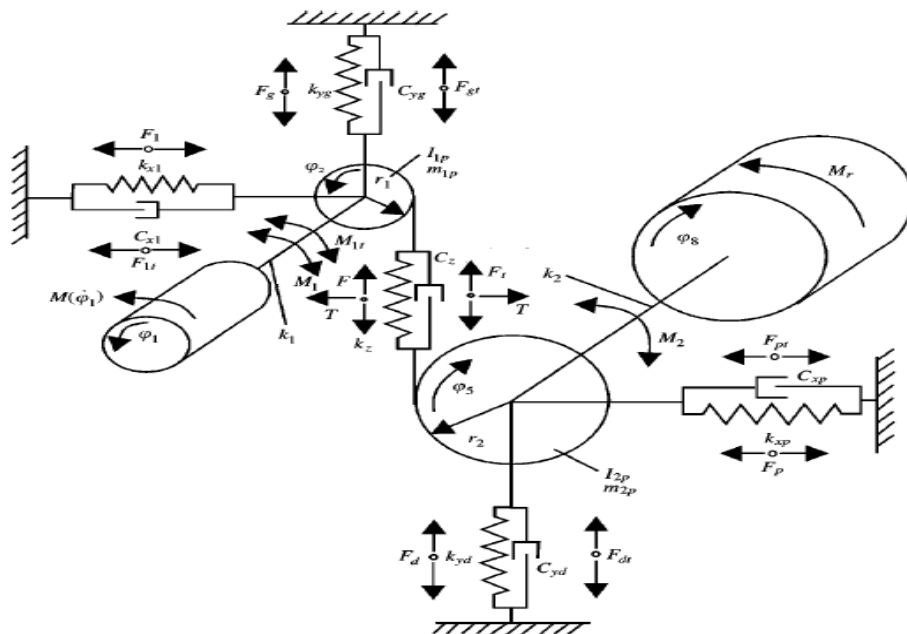


Figure 1.37 Modèle d'engrenage à 8DDL [41].

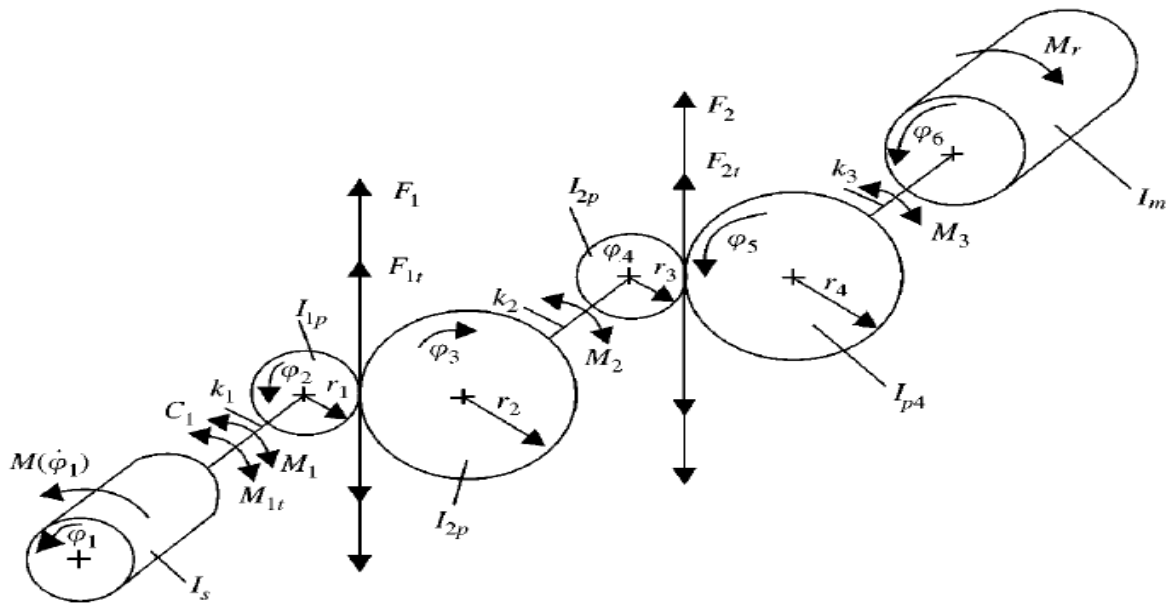


Figure 1.38 Modèle d'engrenage à deux étages avec 6 DDL [41].

Lalonde et al [42] ont développé quatre modèles dynamiques non linéaires de différents DDL (2DDL, 6DDL, 8DDL et 20 DDL) comme montrés sur les figures 1.39, 1.40 et 1.41. L'intégration numérique a été utilisée pour résoudre les systèmes d'équations des modèles dans le domaine temporel. Quatre méthodes d'intégration (différences finis, Runge Kutta, ODE45 et Newmark) ont été testées. La méthode de Newmark est la plus rapide tandis que la méthode ODE45 est la plus lente. Pour des raisons de précision et de stabilité, ODE45 a été sélectionnée. Ils ont effectué une comparaison entre les réponses temporelles des accélérations. Ils ont démontré que les modèles à 2 et 6 DDL donnent des signaux presque identiques (voir figure 1.42). Pour les modèles à 8 et 20 DDL, une différence significative dans la forme de la réponse est observée en raison de l'ajout du moteur et des masses de charges liées aux roues dentées par des composants de torsion. Le comportement de la force du contact est similaire à la distribution de l'accélération angulaire du pignon. L'analyse d'amplitude de la force en régime stationnaire a montré que pour des modèles plus détaillés (8 et 20 DDL), la force maximale est plus élevée.

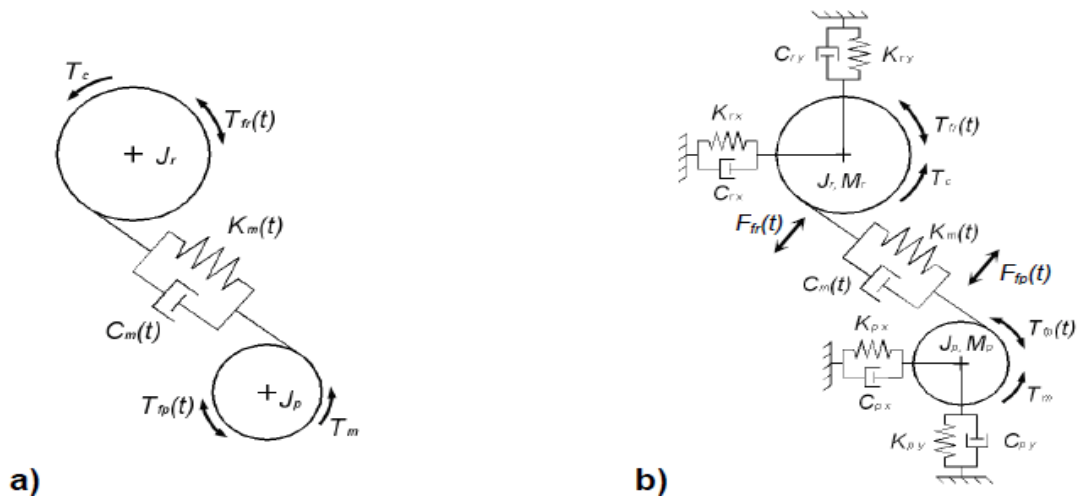


Figure 1.39 Modèles d'engrenages a) 2 DDL, b) 6 DDL [42].

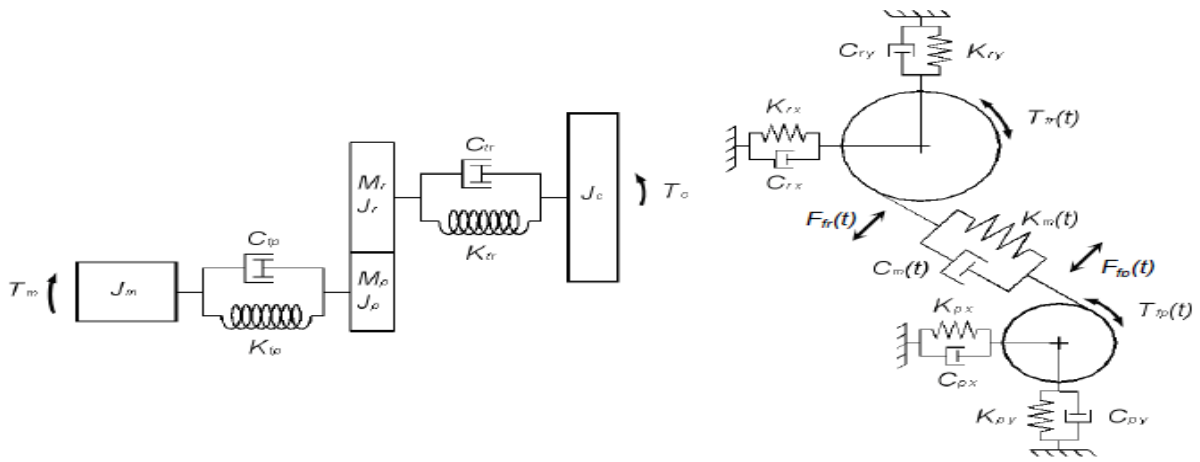


Figure 1.40 Modèle d'engrenages à 8DDL [42].

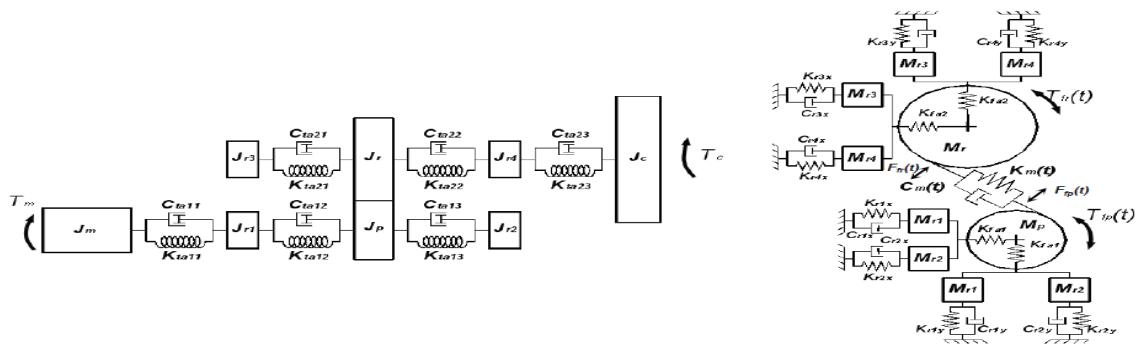


Figure 1.41 Modèle d'engrenage à 20 DDL [42].

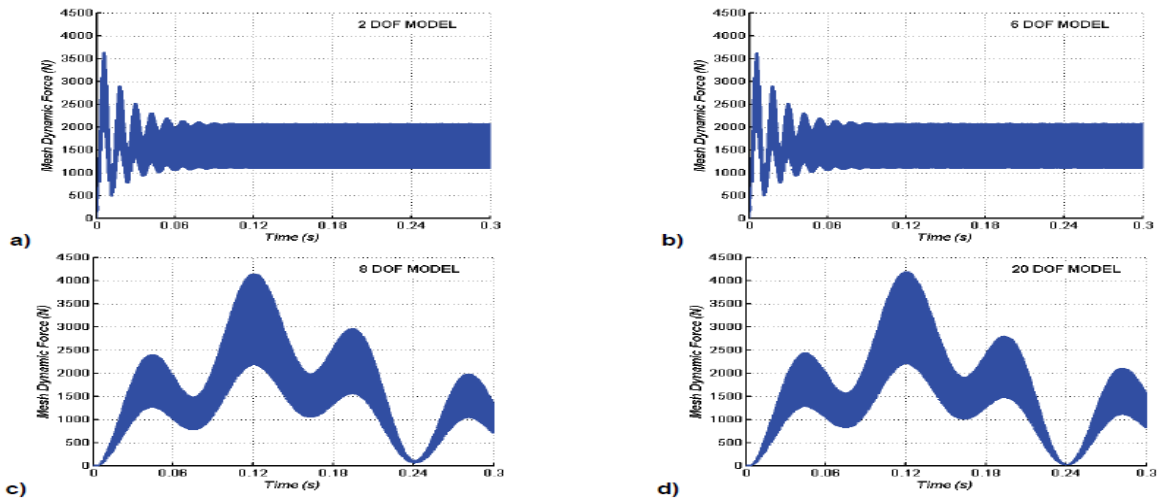


Figure 1.42 Variation de la force dynamique d'engrènement pour a) 2 DDL, b) 6 DDL, c) 8DDL, d) 20 DDL.

Jia et Howard [43] ont modélisé un réducteur à deux étages avec 26 DDL (figure 1.43), la direction verticale x_i dans le modèle a été alignée avec la ligne de pression d'engrènement pour la commodité de la modélisation. Les contacts sont modélisés par des ressorts avec des erreurs géométriques. Le même modèle à 26 DDL est présenté par Diehl et Tang [44] en modélisant les contacts par des raideurs en parallèle avec des amortisseurs. Ainsi, le modèle prend en considération un jeu de dentures avec un coefficient 2b.

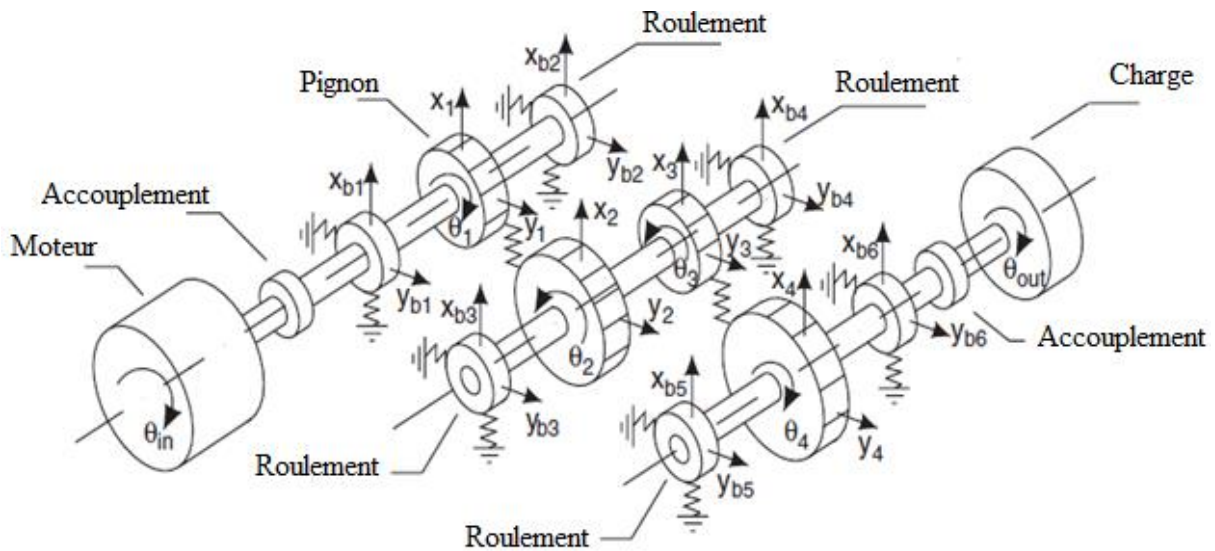


Figure 1.43 Modèle de deux étages d'engrenages à 26 DDL [43].

1.6 Roulement à billes

1.6.1 Généralités sur les roulements

Les roulements sont des éléments mécaniques très répandus en industrie, qui s'interposent entre deux parties dont l'une est en rotation par rapport à l'autre. Un roulement est composé des bagues interne et externe, d'une cage et des billes (figure 1.44).

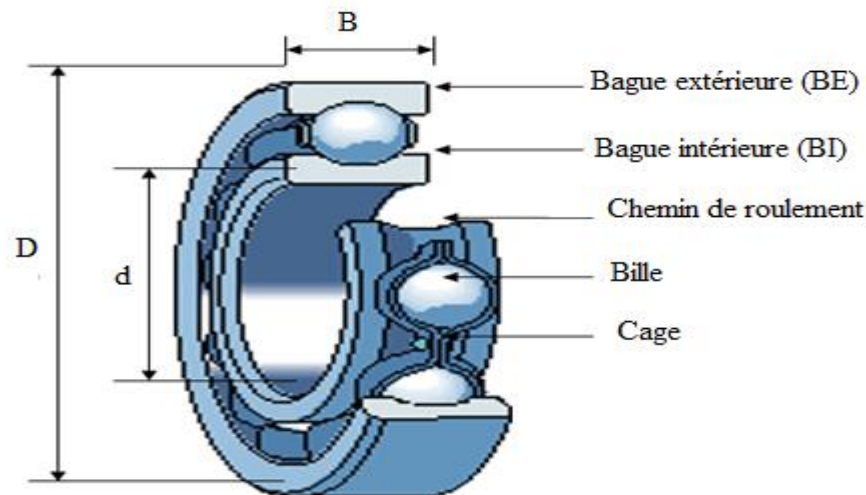


Figure 1.44 Constituants d'un roulement.

1.6.2 Chargement des roulements

On trouve trois types de chargements :

- ✓ Chargement radial : cette charge est perpendiculaire à l'axe de rotation du roulement.
- ✓ Chargement axial : cette charge est parallèle à l'axe de rotation du roulement.
- ✓ Chargement combiné : ce chargement est la combinaison des deux chargements précédents.

1.6.3 Défaillance des roulements

Les roulements sont des équipements de haute résistance et leurs durées de vie théorique sont de plusieurs années. Néanmoins, les conditions de fonctionnement ne sont pas toujours idéales ce qui peut provoquer des défauts qui peuvent réduire leurs durées de vie. Un défaut de

roulement dépend de plusieurs facteurs : défauts de montage (jeu, alignement), mauvaise lubrification, environnement et mauvaise étanchéité, transport et vibrations avoisinantes et charge ou vitesse excessive. Les défauts se produisent, soit sur la bague interne, sur la bague externe, ou sur les éléments roulants. Quand un roulement tourne, en présence d'un défaut, des chocs périodiques se produisent dont leurs fréquences déterminent l'emplacement du défaut. En supposant que les deux bagues peuvent tourner, leurs vitesses angulaires sont ω_o pour la bague externe et ω_i pour la bague interne, les fréquences caractéristiques à la cinématique d'un roulement sont définies par les équations 1.19, 1.20, 1.21 et 1.22.

$$FTF = \frac{1}{2} \left[\omega_i \left(1 - \frac{B_d \cos(\theta)}{P_d} \right) + \omega_o \left(1 + \frac{B_d \cos(\theta)}{P_d} \right) \right] \quad 1.19$$

$$BPFO = \frac{N_b}{2} \left(1 - \frac{B_d \cos(\theta)}{P_d} \right) \omega \quad 1.20$$

$$BPFI = \frac{N_b}{2} \left(1 + \frac{B_d \cos(\theta)}{P_d} \right) \omega \quad 1.21$$

$$BSF = \frac{N_b}{2} \left(1 + \left(\frac{B_d \cos(\theta)}{P_d} \right)^2 \right) \omega \quad 1.22$$

Où B_d est le diamètre des billes, P_d est le pas diamétral, N_b est le nombre de billes et θ est l'angle de contact, BPFO est la fréquence de passage d'une bille sur un défaut de bague externe, BPFI est la fréquence de passage d'une bille sur un défaut de bague interne, FTF est la fréquence fondamentale du train, BSF est la fréquence de rotation des billes.

1.6.4 Modélisation des roulements

Les roulements génèrent des vibrations durant leur fonctionnement, même si elles sont géométriquement et élastiquement parfaites. Ceci est une caractéristique inhérente du type de roulement et est dû à l'utilisation d'un nombre fini d'éléments roulants pour supporter la charge externe. Le nombre d'éléments roulants sous charge varie avec la position angulaire de la cage. Cela donne une variation périodique de la rigidité totale de l'ensemble de roulement et, par

conséquent, génère des vibrations connues sous le nom de vibrations de conformité variables [45]. Lorsqu'un défaut est sur l'un des éléments du roulement, il se produit un choc qui peut exciter les résonances. Ce choc est périodique de période dépend de l'emplacement du défaut.

Un roulement est modélisé par des systèmes masse-ressort-amortisseur. Des modèles très simples ont été proposés. Ces modèles incorporent qualitativement les effets de la géométrie du roulement, vitesse de l'arbre et la répartition de la charge. Le choc provoqué par un défaut localisé sur un des éléments du roulement est modélisé en tant que produit d'une série d'impulsions à la fréquence de passage de cet élément avec la répartition de charge du roulement. La répartition de la charge autour de la circonférence d'un élément roulant portant sous une charge radiale est définie par [46] :

$$q(\theta) = q_0 \left[1 - \frac{1}{2\chi} (1 - \cos \theta) \right]^n \quad 1.23$$

Avec θ_{\max} est l'étendue angulaire de la zone de charge, χ est le facteur de distribution de charge, $n = 3/2$ pour les roulements à billes. La répartition de charges dans un roulement est présentée en figure 1.45.

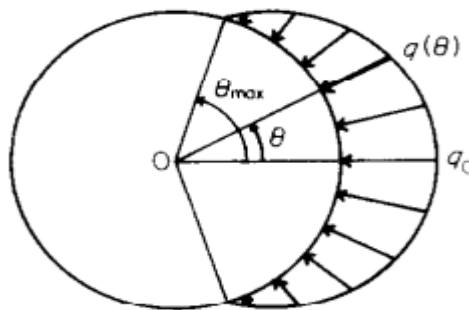


Figure 1.45 épartition de la charge dans un roulement sous une charge radiale [46].

Des travaux ont été effectués dans ce sens. McFadden et al [46] ont proposé un modèle de roulement avec un défaut de bague interne sous une charge radiale. Les impulsions produites par un défaut de bague interne sous une charge radiale sont présentées à la figure 1.46.

Brie [47] a étudié la non-périodicité des impulsions qui correspond à l'excitation provoquée par le défaut. Il a proposé de le modéliser en tant que train d'impulsions quasi périodique. Un modèle analytique a été proposé pour prédire les fréquences de vibration du roulement dans le

cas d'un défaut localisé sur la bague extérieure, intérieure ou sur l'un des éléments roulants sous charge radiale et axiale [48].

Rafsanjani et al [49] ont étudié l'effet des défauts de surface sur le comportement dynamique non linéaire la stabilité du système de roulement. Le modèle utilisé est celui développé par Sunnersjo [45].

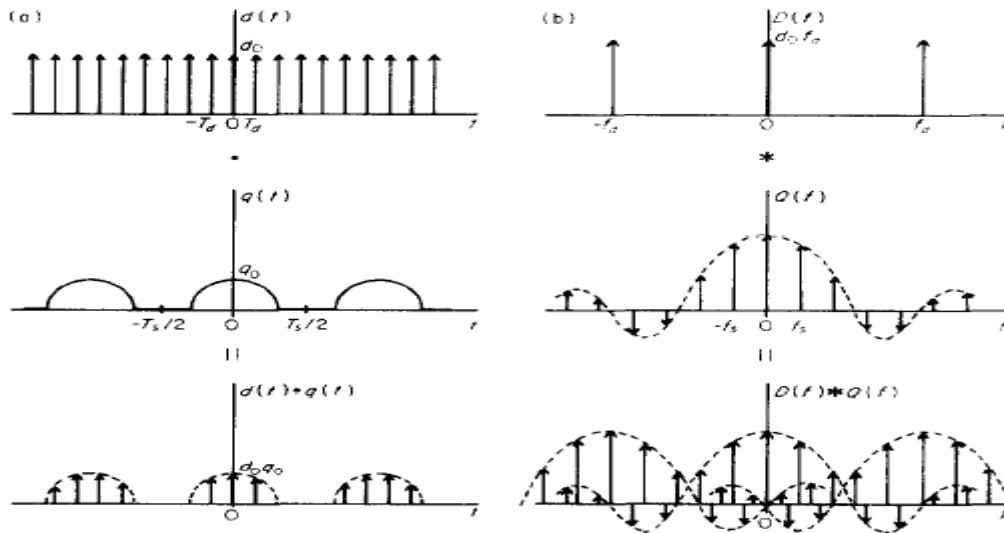


Figure 1.46 Les impulsions produites par un défaut de bague interne sous une charge radiale : (a) réponses temporelles, (b) spectres [46].

Liu et al [50] ont utilisé une fonction, définie par morceaux, se compose à la fois de fonctions semi-sinusoïdale et rectangulaire, comme impulsion (figure 1.47). Les points de contact entre la bille et le défaut sont variables dans le temps lorsque l'élément roulant traverse les positions E à G comme indiqué sur la figure 1.48. Le roulement est modélisé comme un système à 2DDL (figure 1.49).

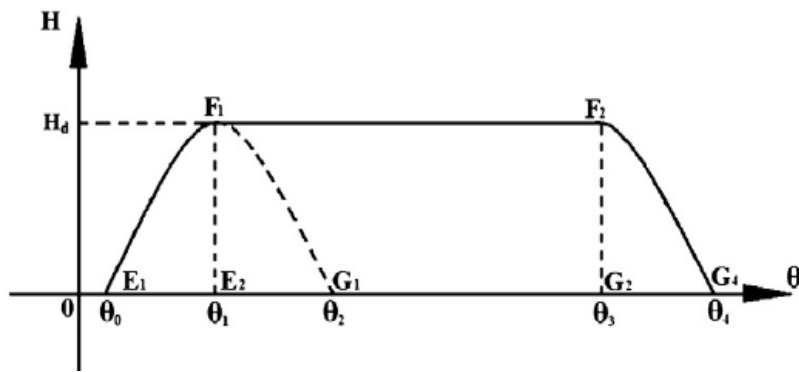


Figure 1.47 Fonction représentant le défaut [50].

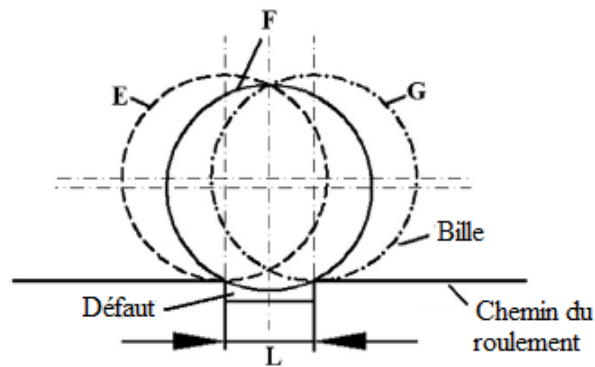


Figure 1.48 Géométrie du défaut dans le chemin de roulement et son effet sur les positions d'une bille [50].

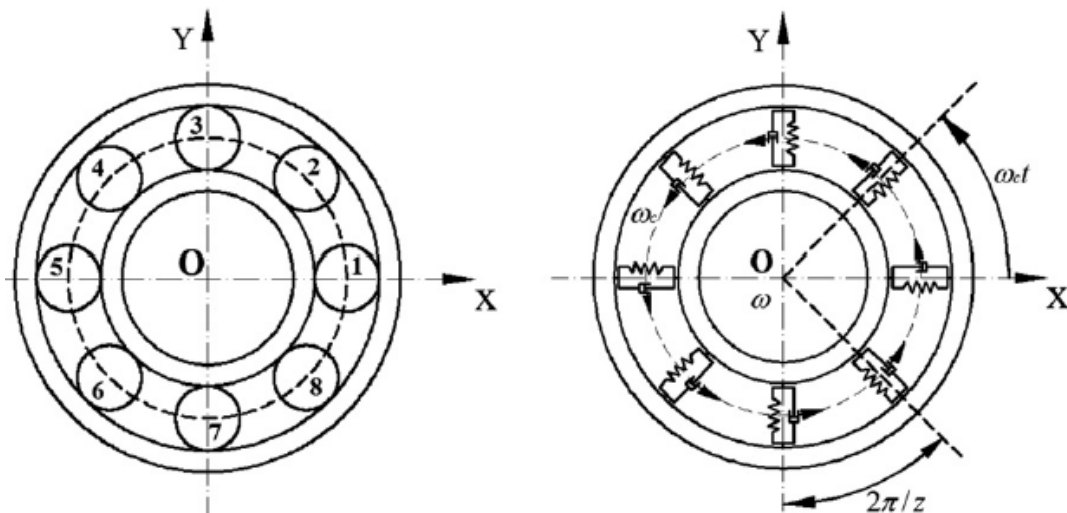


Figure 1.49 Modèle de 2 DDL d'un roulement à billes [50].

Sassi et al [51] [52] ont modélisé chaque élément du roulement. La bague intérieure et la bague extérieure sont modélisées chacun par un système masse-ressort. La bille est modélisée comme une masse seulement. Le film d'huile est modélisé par ressort-amortisseur (figure 1.50). La génération des vibrations par un défaut ponctuel dans un élément de roulement est modélisée, en fonction de la rotation du roulement, de la répartition de la charge dans le roulement, de l'élasticité de la structure du roulement, et des caractéristiques élasto-hydrodynamiques du film d'huile. Les impulsions générées par un défaut de roulement sont montrées sur la figure 1.51.

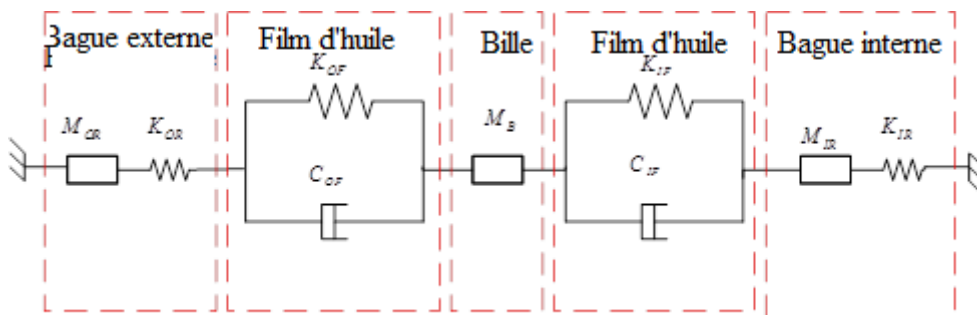


Figure 1.50 Modèle de système de roulement dans la direction radiale principale [51].

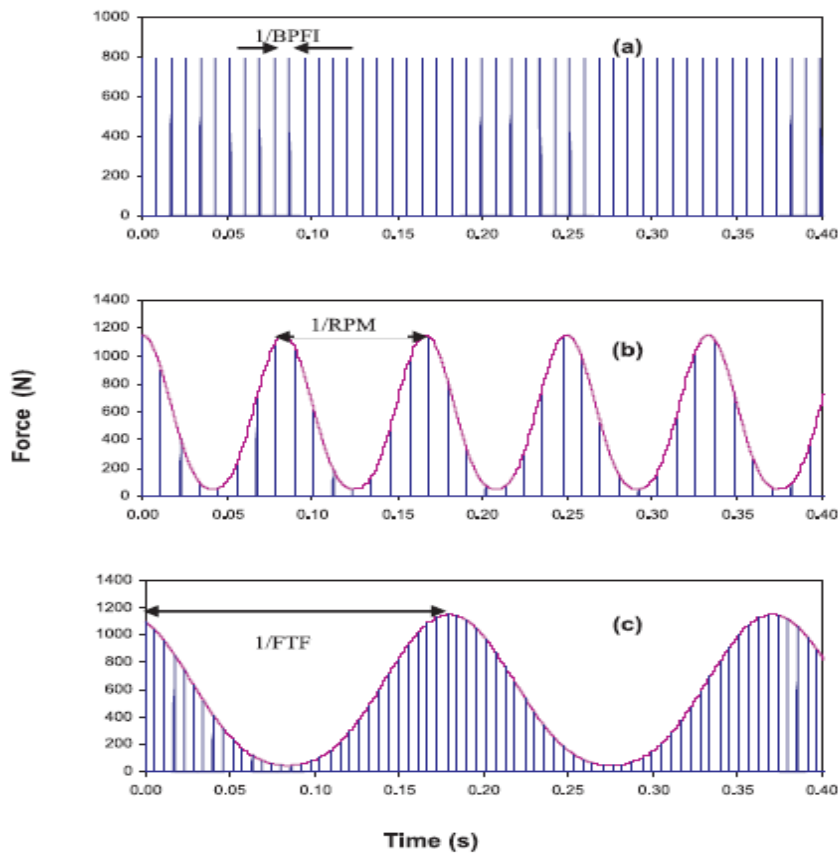


Figure 1.51 impulsions de choc générées par un défaut de roulement (SKF 1210) avec une bague intérieure tournante à 696 tr / min, soumis à un chargement radial avec un défaut de 1 mm de taille située sur: (a) bague interne tournante, (b) bague externe fixe, (c) roulement [51].

Un modèle analytique simple est utilisé pour modéliser les roulements. Le modèle $S'(t)$ est constitué à partir d'un produit de convolution entre la réponse à une résonance (signal d'un choc) $S(t)$ et d'une peigne de dirac de période T_d , correspondant à la fréquence de répétition des chocs, ou en d'autres termes la fréquence caractéristique du défaut comme donnée par les équations 1.24 et 1.25 [53].

$$s(t) = Ae^{-t/\tau} \sin 2\pi F_L t \quad 1.24$$

$$s'(t) = s(t) * \sum_{k=0}^{\infty} \delta(t - kT_d) \quad 1.25$$

Avec A est l'amplitude du signal, τ le temps de relaxation et F_L la fréquence propre. Ce modèle est utilisé par plusieurs chercheurs.

1.7 Etat d'art sur les outils de traitement du signal

1.7.1 Introduction

Actuellement, l'analyse vibratoire présente un outil très puissant dans la maintenance préventive conditionnelle des machines tournantes. Elle permet de surveiller les machines afin d'avoir une analyse bien détaillée de leurs états de fonctionnement. En effet, la surveillance et le diagnostic ne se font qu'avec des outils de traitement du signal qui permettent d'extraire les caractéristiques du comportement vibratoire puis détecter et analyser les défauts. Pour atteindre ces objectifs, les traitements du signal suivants sont utilisés :

- ✓ Analyse temporelle.
- ✓ Analyse fréquentielle.
- ✓ Analyse temps-fréquence.
- ✓ Analyse temps-échelle.
- ✓ Analyse par des méthodes adaptatives.

Le choix de l'un de ces outils d'analyse dépend de la nature du signal à analyser, ainsi que du type de défaut et son état d'évolution. Chaque méthode sera analysée en détail dans ce paragraphe.

1.7.2 Analyse temporelle

C'est l'analyse directe du signal en fonction du temps. Dans certains cas, elle seule n'est pas suffisante à localiser les anomalies. Pour rester dans le domaine temporel, on peut faire des analyses du signal par des approches statistiques. Des indicateurs temporels permettent de surveiller l'état de la machine. Parmi ces indicateurs, on trouve : le facteur de crête, Kurtosis et RMS.

1.7.2.1 RMS

Le RMS (Root Mean Square) signifie racine carrée de la moyenne du signal au carré. C'est sa valeur efficace. Il est défini par :

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k^2} \quad 1.26$$

1.7.2.2 Facteur de Crête

Le facteur de Crête (FC) est défini comme le rapport entre la valeur crête et la valeur efficace d'un signal, donné par l'équation suivante :

$$FC = \frac{\max |x_k|}{RMS} \quad 1.27$$

Avec : x_k est le signal échantillonné de $k=1$ jusqu'à N .

1.7.2.3 Kurtosis

Le kurtosis est un indicateur scalaire défini comme le rapport du moment d'ordre 4 sur le carré du moment d'ordre 2. Il est donné par l'équation suivante :

$$kurtosis(x) = \frac{M_4(x)}{[M_2(x)]^2} \quad 1.28$$

Où M_2 et M_4 représentent respectivement les moments d'ordre 2 et 4 du signal x . Le kurtosis pour un signal continu est donné par :

$$kurtosis(x) = \frac{\frac{1}{T} \int_0^{\infty} x^4(t) dt}{\left(\frac{1}{T} \int_0^{\infty} x^2(t) dt \right)^2} \quad 1.29$$

Pour un signal discret le kurtosis est exprimé par l'équation ci-après :

$$kurtosis(x) = \frac{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (x_k - x_m)^4}{\left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (x_k - x_m)^2 \right)^2} \quad 1.30$$

Avec x_k est le signal discrétisé de $k=1$ jusqu'à N et x_m représente la moyenne du signal. Ces paramètres sont sensibles à la forme du signal. Ils peuvent être utilisés pour détecter et suivre l'évolution des défauts qui provoquent l'apparition des chocs répétitifs. Le tableau ci-après présente des critères sur le Kurtosis pour estimer la gravité d'un défaut :

Tableau 1.2 critère de sévérité par kurtosis [54].

Kurtosis	Sévérité
1.5	Bon : signal harmonique
2.8 à 3.2	Passable : signal aléatoire
3.2 à 4	Elevé
>4	Critique

Ces indicateurs temporels sont utilisés en industrie et en autres secteurs. Dans la littérature plusieurs chercheurs les ont utilisés pour la détection des défauts des engrenages et des roulements [21, 55, 56].

1.7.3 Analyse fréquentielle

1.7.3.1 Analyse spectrale

Elle permet de décomposer un signal complexe en ses constituants de base. Elle permet de représenter l'amplitude d'un signal en fonction de la fréquence. Dans le domaine temporel, on ne peut pas savoir la nature du signal, c'est la représentation fréquentielle qui va déterminer la nature du signal. En fonction du type de signal, on dispose de trois outils mathématiques pour calculer le spectre d'un signal $x(t)$:

- ✓ si le signal $x(t)$ est périodique, la décomposition en série de Fourier permet de calculer l'amplitude des raies du spectre.
- ✓ si l'équation du signal $x(t)$ est connue, la transformée de Fourier permet de calculer l'équation de la courbe du spectre.
- ✓ si on dispose de N échantillons du signal $x(t)$, la transformée de Fourier discrète permet de calculer N points de la courbe du spectre.

1.7.3.1.1 Décomposition en série de Fourier

La représentation la plus utilisée est la décomposition en série de Fourier qui consiste à décomposer un signal périodique de fréquence f_0 en une somme infinie de signaux sinusoïdaux de fréquences multiples de f_0 appelés harmoniques :

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(2\pi n f_0 t) + b_n \sin(2\pi n f_0 t)] \quad 1.31$$

Où a_n et b_n sont les coefficients de la série de Fourier, calculés par les équations suivantes :

$$a_n = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cos(2\pi n f_0 t) dt \quad 1.32$$

$$b_n = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \sin(2\pi n f_0 t) dt \quad 1.33$$

Seule la représentation unilatérale a une réalité physique, alors l'équation 1.30 peut s'écrire sous la forme :

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos(2\pi n f_0 t + \phi_n) \quad 1.34$$

$$\text{Avec } c_n = 2\sqrt{a_n^2 + b_n^2} \text{ et } \phi_n = \arctan\left(-\frac{b_n}{a_n}\right) \quad 1.35$$

Généralement n'importe quelle fonction périodique de période T peut être décomposée en série de Fourier, or en pratique un signal n'est pas forcément périodique. Le problème majeur de l'utilisation des séries de Fourier est qu'on ne connaît pas le nombre de termes n de la série et les premiers termes sont souvent suffisants.

1.7.3.1.2 Transformée de Fourier

La transformée de Fourier d'une fonction continue $x(t)$ est défini par :

$$x(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad 1.36$$

La transformée de Fourier inverse de $x(f)$ est :

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(f) e^{j2\pi ft} df \quad 1.37$$

La transformée de Fourier discrète est définie par l'équation ci-après :

$$x(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi \frac{nk}{N}} \quad 1.38$$

$x(n)$ est une fonction échantillonnée avec N termes, $X(n) = x(nTe)$, et les N termes $X(k)$ correspondre à une approximation. La transformée de Fourier inverse est donnée par :

$$x(n) = \sum_{k=0}^{k=N-1} x(k)e^{+j2\pi\frac{nk}{N}} \quad 1.39$$

1.7.3.2 Analyse d'enveloppe

L'analyse d'enveloppe est basée sur l'étude du signal enveloppe obtenu grâce à la transformée de Hilbert qui s'exprime par :

$$H(x(t)) = \tilde{x}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \cdot \frac{1}{t-\tau} d\tau \quad 1.40$$

La transformée de Hilbert correspond alors à la convolution du signal $x(t)$ par $\frac{1}{\pi\tau}$:

$$\tilde{x}(t) = x(t) * \frac{1}{\pi\tau} \quad 1.41$$

Le signal analytique complexe est formé en ajoutant au signal $x(t)$ sa transformée de Hilbert $\tilde{x}(t)$:

$$\hat{x}(t) = x(t) + j\tilde{x}(t) \quad 1.42$$

L'enveloppe du signal $x(t)$ est défini comme le module de $\hat{x}(t)$:

$$|\hat{x}(t)| = \sqrt{x(t)^2 + \tilde{x}(t)^2} \quad 1.43$$

La transformée de Hilbert du signal $x(t)$ permet alors sa démodulation. Les fonctions de modulation d'amplitude et de phase ainsi que les fréquences instantanées sont calculées à partir du signal analytique $\hat{x}(t)$. Le signal $\hat{x}(t)$ peut s'écrire sous la forme :

$$\hat{x}(t) = A(t)e^{j\theta(t)} \quad 1.44$$

Avec $A(t)$ est l'enveloppe défini dans l'équation 1.40, $\theta(t)$ est la phase donnée dans l'équation 1.45.

$$\theta(t) = \tan^{-1} \left[\frac{\tilde{x}(t)}{x(t)} \right] \quad 1.45$$

La fréquence instantanée est donnée par :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \tan^{-1} \left[\frac{\tilde{x}(t)}{x(t)} \right] \quad 1.46$$

En surveillance des machines, l'analyse d'enveloppe est un outil très performant pour détecter les défauts qui provoquent une modulation du signal vibratoire. Elle est utilisée avec d'autres outils d'analyse spectrale. Par application de la Transformée de Fourier sur le signal analytique on peut obtenir le spectre d'amplitude et de phase. Cette analyse est très utilisée en industrie. Patel et al [57] ont l'utilisé pour la détection des défauts de roulement à billes. Chen et Zuo [58] ont exploité l'enveloppe du signal pour démoduler les composantes de fréquence de modulation et la fréquence d'engrènement pour détecter la présence d'une fissure d'engrènement.

1.7.3.3 Analyse cepstrale

Le cepstre d'un signal temporel est défini comme le logarithme de son spectre. Il est introduit par Bogert et al en 1963. Il est utilisé pour la détection ou la suppression d'échos, comme il est appliqué dans le contexte du diagnostic des machines tournantes par analyse vibratoire. On distingue entre deux définitions de cet opérateur : cepstre complexe et cepstre de puissance.

Le cepstre complexe d'un signal $x(t)$ est la transformée de Fourier inverse du logarithme décimal de sa transformé de Fourier directe :

$$c(x(t)) = c(\tau) = TF^{-1} \left[\log TF [x(t)] \right] \quad 1.47$$

La variable τ est appelée « quefréquence » anagramme du mot « fréquence », elle est à la dimension du temps. Le cepstre de puissance est défini comme la transformée du Fourier inverse du logarithme décimal du carré du module de sa transformée de Fourier :

$$c(x(t)) = c(\tau) = TF^{-1} \left[\log |TF [x(t)]|^2 \right] \quad 1.48$$

En mécanique, une vibration est le produit de convolution d'une force d'excitation $e(t)$ par la réponse impulsionnelle de la structure $h(t)$ au point de fixation du capteur :

$$x(t) = h(t) * e(t) \quad 1.49$$

D'après la formule 1.45, le cepstre du signal vibratoire est :

$$c(x(t)) = c(\tau) = TF^{-1} \left[\log TF [x(t) * h(t)] \right] \quad 1.50$$

Vue des propriétés mathématiques de la fonction logarithme de la multiplication et de la transformée de Fourier du produit de convolution :

- La transformée de Fourier du produit de convolution de deux fonctions est égale au produit des transformées de Fourier de chacune d'elles.
- Le logarithme d'un produit est égal à la somme de chaque terme de ce produit.
- La transformée de fourrier directe ou inverse d'une somme de fonctions est égale à la somme des transformées de chaque fonction.

En se basant sur ces propriétés, l'équation 1.50 est simplifiée comme suit :

$$c(x(t)) = c(\tau) = c(h(t)) + c(e(t)) \quad 1.51$$

Le cepstre transforme le produit de convolution en addition. Par conséquent, il sépare les impulsions et les excitations d'une vibration. Cet outil n'est pas utilisé en industrie. Dans les références [36, 59, 60] , l'analyse cepstrale est exploitée pour examiner la présence des défauts d'engrenages.

1.7.3.4 Technique du HFRT (High Frequency Resonance Technique)

L'objectif principal de cette méthode est d'analyser des réponses impulsionnelles de résonance. Elle est basée sur l'amplification de l'amplitude du signal lorsqu'une résonance est excitée. Elle consiste à démoduler en amplitude le signal temporel après filtrage passe-bande autour d'une résonance de fréquence, puis à calculer le spectre à basse fréquence du signal traité. Cette technique peut être utilisée dans le diagnostic des anomalies des réducteurs et des roulements. Segla et al [61] ont appliqué la HFRT pour la détection des défauts de roulements en combinant le filtre passe-bande et la transformée Hilbert.

1.7.4 Analyse temps-fréquence

1.7.4.1 Méthode de Distribution de Wigner-Ville (DWV)

La DWV est une transformation non linéaire qui associe des données 1D en 2D : une dimension pour les fréquences et une seconde dimension pour le temps. Elle fournit une décomposition temps-fréquence sans aucune restriction sur les résolutions temporelles et fréquentielles. Elle est définie par l'équation suivante :

$$W_{xx}(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad 1.52$$

Avec : $x^*(t)$ est la moyenne du signal $x(t)$, $W_{xx}(t, f)$ est la Distribution de Wigner-Ville du signal continu $x(t)$, t, f représentent respectivement le temps et la fréquence.

Cette distribution peut être interprétée comme la densité spectrale de puissance instantanée du signal. La dérivée de cette fonction représente la puissance du signal :

$$P(t) = \int |W_{xx}(t, f)| df \quad 1.52$$

1.7.4.2 Transformée de Fourier à court terme (STFT)

La transformée de Fourier à court terme (TFCT) (en anglais Short-Time Fourier Transform (STFT)) ou encore transformée de Fourier à fenêtre glissante consiste à appliquer la TF pour chaque morceau du signal contenu dans la fenêtre et décaler la fenêtre tout le long du signal. Le fenêtrage sert à tronquer la durée temporelle du signal $x(t)$ à analyser en convoluant le signal et la fenêtre ce qui se traduit fréquentiellement par la multiplication du TF du signal par la TF de la fenêtre. Le choix d'une fenêtre est un compromis entre le pouvoir de séparation, la précision de mesures et le bruit d'analyse. Parmi les fenêtres utilisées, on cite : rectangulaire, Hamming, Hanning, Blackman, Flat top, Kaiser Bessel,...La fenêtre la plus utilisée pour analyser les signaux vibratoires des machines tournantes est Hamming. La TFCT d'un signal $x(t)$ est calculée comme suit :

$$TFCT_x^w(\tau, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot w^*(t - \tau) e^{-j2\pi ft} dt \quad 1.53$$

Où $w(t)$ est la fenêtre de largeur T et centrée en τ et w^* est son complexe conjugué. Le résultat obtenu correspond donc à une représentation temps-fréquence du signal. Le défaut majeur de cette transformée est une résolution temporelle fixe, la fenêtre est de taille constante. Par conséquent, elle ne permet pas une analyse à la fois locale en temps et précise en fréquence.

1.7.5 Analyse temps- échelle

1.7.5.1 Transformée en ondelettes continues

La transformée en ondelettes consiste à décomposer un signal en une famille de fonctions localisées en temps et en échelle, appelées ondelettes. Une famille d'ondelettes ait construite en dilatant (ou contractant) et en translatant une ondelette de base, appelée ondelette mère. Pour

un signal $x(t)$ et une ondelette mère $\Psi_{a,b}(t)$, la transformée en ondelettes continues (TOC) se définit par :

$$TOC(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt \quad 1.54$$

Avec : $\Psi^*(t)$ représente la fonction complexe conjuguée de $\Psi(t)$, a est le facteur d'échelle et b est le facteur de translation. Le couple (a, b) constitue la variable temps-échelle de l'analyse. Il s'agit d'utiliser une ondelette de base qui se déforme en projetant le signal $x(t)$ sur la fonction de base $\Psi_{a,b}(t)$, c'est l'analyse multi-échelle. $\Psi(t)$ est une ondelette admissible lorsque la quantité C_ψ est finie, non nulle et indépendante du nombre réel ω . $\Psi(\omega)$ désigne la TF de $\Psi(t)$. La quantité C_ψ est donnée par :

$$C_\psi = \int_0^{+\infty} |\Psi(a\omega)|^2 \frac{da}{a} \quad 1.55$$

La TOC inverse permettant la reconstruction du signal initial $x(t)$, est donnée par l'équation suivante :

$$x(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} \psi \left(\frac{t-b}{a} \right) TOC(a,b) \frac{da}{a} db \quad 1.56$$

Le scalogramme est un indicateur utilisé dans l'analyse par ondelettes. Il représente le carré du module de la TOC :

$$SC_{a,b}(x) = |TOC_{a,b}(x)|^2 \quad 1.57$$

Zheng et al [62] ont présenté une approche du diagnostic de défaut d'engrenage basée sur la TOC. Jena et Panigrahi [63] ont utilisé une ondelette adaptative pour la détection des défauts de roulements et d'engrenages.

1.7.5.2 Transformée en ondelettes discrètes

La transformée en ondelettes discrètes TOD est inspiré du TOC. Elle est implantée à l'aide de l'algorithme de Mallat [64] et souvent appelé analyse multirésolution en ondelettes. Elle consiste à introduire le signal à analyser dans deux filtres passe-bas (h) et passe-haut (g), appelé aussi filtres à miroirs quadratiques (QMF). À ce niveau, deux vecteurs seront obtenus : A_1 et D_1 (Figure 1.52). Les éléments du vecteur A_1 , appelés coefficients d'approximation,

correspondent aux plus basses fréquences du signal. Tandis que les éléments du vecteur D_1 , appelés coefficients de détail, correspondent aux plus hautes fréquences. La procédure peut être répétée avec les éléments du vecteur A_1 et successivement avec chaque nouveau vecteur A_k obtenu. Le processus de décomposition peut être répété n fois, avec n le nombre maximal de niveaux. Lors de la décomposition, le signal $x(t)$ et les vecteurs A_k subissent un sous échantillonnage, c'est la raison pour laquelle la reconstruction du signal est possible. Il en résulte que le calcul de la TOD sur des bases orthonormées se ramène à des opérations de filtrage numérique suivies de sous échantillonnage. Deux vecteurs en résultent : A_k appelés approximations et D_k appelés détails, satisfaisant les équations 1.58 et 1.59 :

$$A_{k-1} = A_k + D_k \tag{1.58}$$

$$x = A_k + \sum_{i \leq k} D_i \tag{1.59}$$

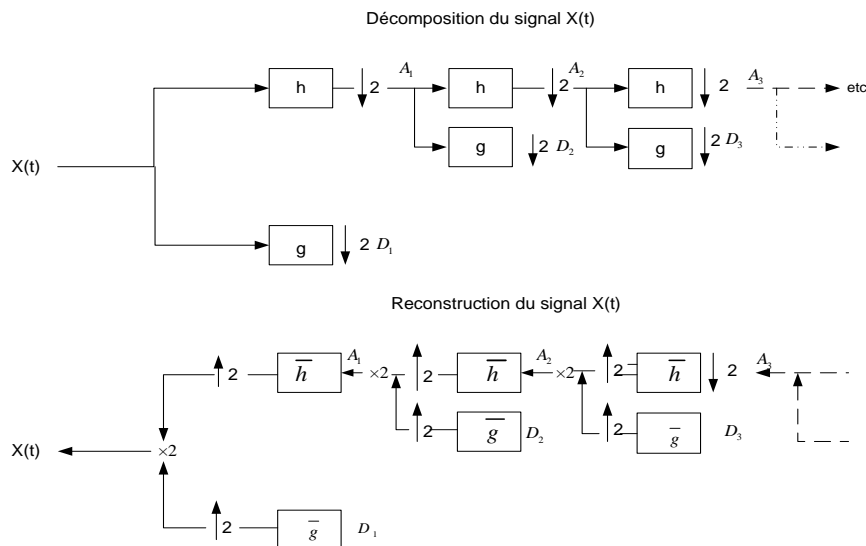


Figure 1.52 Processus de décomposition et reconstruction d'un signal par la TOD.

1.7.6 Méthodes Adaptatives

1.7.6.1 Décomposition en modes empiriques

La décomposition en mode empirique, ou en anglais Empirical Mode Decomposition (EMD), est une méthode adaptative, proposée par Huang et al [65]. L'EMD repose sur la décomposition du signal en une somme finie de signaux, dits fonctions de mode intrinsèque

ou intrinsic mode function (IMF). Elle postule que tout signal réel x se décompose en une moyenne locale m et une composante fortement oscillante d_1 (IMF):

$$x = d_1 + m \quad 1.60$$

De nouveau on extrait le mode oscillant d_2 de m et on itère jusqu'à obtenir un résidu r non oscillant. La décomposition totale s'écrit alors sous la forme :

$$x = \sum_i d_i + r \quad 1.61$$

Les étapes principales de cette décomposition sont :

- i. Calculer par interpolation E_{\min} , E_{\max} , qui représentent respectivement enveloppe des minima et maxima de $x(t)$.
- ii. Calculer la moyenne locale $m(t)$:

$$m(t) = \frac{E_{\min}(t) + E_{\max}(t)}{2} \quad 1.62$$

- iii. Calculer les détails $d(t)$:

$$d(t) = x(t) - m(t) \quad 1.63$$

- iv. Si $m(t)=0$, $x(t)$ déjà une IMF on arrête la procédure de décomposition
- v. Sinon itérer le processus sur les détails $d(t)$.

Une IMF est une fonction oscillante de moyenne nulle. Autrement dit c'est une fonction dont tous les maxima sont positifs, et tous les minima sont négatifs et par la suite leur moyenne locale sera nulle. Le processus de recherche des IMFs s'appelle 'sifting process SP' ou 'tamissage'. Il existe aussi une version variable de l'EMD appelée VMD (Empirical variational Mode). Dans le cas de bruit il est préférable d'utiliser sa version EEMD (Ensemble Empirical Mode Decomposition).

1.7.6.2 Transformée en ondelettes empiriques

La transformée en ondelettes Empiriques ou empirical wavelet transform (EWT) est une méthode adaptative récente (2013) proposée par Jérôme Gilles [66], destinée à extraire des composants AM-FM d'un signal. Les composants AM-FM possèdent un spectre de Fourier de support compact et centré autour d'une fréquence spécifique ω_0 (figure 1.53). La séparation des différents modes équivaut à segmenter le spectre de Fourier et à appliquer un filtrage correspondant à chaque support détecté. Les ondelettes empiriques sont définies comme des

filtres passe-bande sur chaque segment. La construction des familles de filtres est inspirée de l'idée utilisée dans la construction des ondelettes de Littlewood-Paley et Meyer.

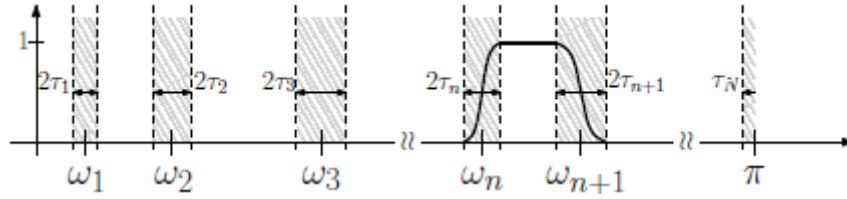


Figure 1.53 Segmentation de l'axe de Fourier [66].

La fonction d'échelle empirique et les ondelettes empiriques sont définies respectivement par les expressions d'équations (1.64) et (1.65).

$$\hat{\phi}_n = \begin{cases} 1 & \text{si } |\omega| \leq \omega_n - \tau_n \\ \cos \left[\frac{\pi}{2} \beta \left(\frac{1}{2\tau_n} (|\omega| - \omega_n + \tau_n) \right) \right] & \text{si } \omega_n - \tau_n \leq |\omega| \leq \omega_n + \tau_n \\ 0 & \text{sin on} \end{cases} \quad 1.64$$

$$\hat{\psi}_n = \begin{cases} 1 & \text{si } \omega_n + \tau_n \leq |\omega| - \tau_{n+1} \\ \cos \left[\frac{\pi}{2} \beta \left(\frac{1}{2\tau_{n+1}} (|\omega| - \omega_{n+1} + \tau_{n+1}) \right) \right] & \text{si } \omega_{n+1} - \tau_{n+1} \leq |\omega| \leq \omega_{n+1} + \tau_{n+1} \\ \sin \left[\frac{\pi}{2} \beta \left(\frac{1}{2\tau_n} (|\omega| - \omega_n + \tau_n) \right) \right] & \text{si } \omega_n - \tau_n \leq |\omega| \leq \omega_n + \tau_n \\ 0 & \text{sin on} \end{cases} \quad 1.65$$

Les coefficients de détail sont donnés par le produit scalaire avec les ondelettes empiriques tandis que les coefficients d'approximation sont donnés par le produit scalaire avec la fonction d'échelle. Cette méthode peut être utilisée dans la détection des défauts d'engrenages et des roulements.

1.8 Conclusion

Dans ce chapitre, une revue bibliographique globale sur les axes principaux de cette thèse a été présentée. Cette revue regroupe les aspects traités relatifs aux systèmes d'engrenages et des roulements.

Concernant la dynamique des engrenages, on a ressorti les points importants suivants :

- La rigidité d'engrènement est d'une forme en créneaux, sa variation est due à la variation du point de contact sur la ligne d'action.
- Les systèmes étudiés sont sous forme masse-ressort-amortisseur.
- La présence d'un défaut de denture d'engrenages provoque un changement à la rigidité totale d'engrènement.
- Le point initial d'une fissure se trouve à la racine de la dent ou il y'a maximum de contrainte.

Un défaut de roulement se produit soit sur les bagues, interne et externe, ou sur les billes. Sa présence sur un élément du roulement produit un choc modélisé par un train d'impulsion.

Les outils de traitement du signal à exploiter dans ce mémoire sont :

- ✓ Analyse temporelle.
- ✓ Analyse fréquentielle.
- ✓ Analyse temps-fréquence.
- ✓ Analyse par décomposition en modes empiriques et la transformée en ondelettes empiriques.

2

RIGIDITE D'ENGRENEMENT EN ABSENCE ET EN PRESENCE DES DEFAUTS DE DENTURES

2.1 Introduction

La modélisation des systèmes mécaniques se base sur des éléments simples : masses, ressort, amortisseurs. Dans le cas des engrenages, la raideur d'engrènement représente la clé de la modélisation. Elle est variable en fonction du temps. Sa variation est due au changement du point de contact sur la ligne d'action durant chaque engrènement. En effet, un contact se fait au flanc actif de la dent dont l'engrènement dépend de son profil. Le profil le plus utilisé est en développante de cercle. Il représente une courbe décrite par un point d'une droite qui roule sans glisser sur un cercle de circonférence appelé cercle de base.

Dans ce chapitre, on traite le cas des engrenages cylindriques à dentures droites avec le profil en développante de cercle. On distingue entre deux types de contact : extérieur-extérieur et extérieur-intérieur. Les figures 2.1 et 2.2, décrivent respectivement les nomenclatures basiques d'engrenages cylindriques à denture droite en développante de cercle pour un contact extérieur-extérieur et extérieur-intérieur. Les paramètres importants liés aux engrenages sont :

Cercle de tête : il est connu sous le nom de cercle addendum ou cercle extérieur. C'est un cercle qui limite les bords extérieurs des dents d'un engrenage.

Cercle de pied : ou cercle intérieur, aussi appelé cercle dedendum, c'est le cercle qui délimite les fonds ou les racines des dents.

Cercle primitif : c'est un cercle théorique sur lequel la majorité des calculs sont basés, son diamètre est le module multiplié par le nombre de dents. Les cercles primitifs d'une paire d'engrenages, pignon-roue, conjugués sont tangents l'un à l'autre et au point de contact la vitesse angulaire est la même pour les deux cercles primitifs.

Saillie : connu aussi par le nom Addendum. Il indique la distance radiale entre les cercles primitif et extérieur, noté h_a .

Creux : c'est la distance radiale entre le cercle primitif et le cercle de pied, notée h_f .

Cercle de base : c'est le cercle à partir duquel commence le profil de la développante de la dent.

Pas diamétral : il est défini comme le rapport de nombre de dents sur le diamètre primitif en pouces (inch), noté P. L'unité du P est inch^{-1} et la relation entre P et le module m est la suivante :

$$P(\text{inch}^{-1}) = \frac{25.4}{m(\text{mm})} \quad 2.1$$

Partie travaillante : elle désigne le lieu des points de contact d'une paire de dents engagées sur la ligne d'action qui est représentée par un segment.

On distingue entre deux types de contact :

Engrenage extérieur-extérieur :

Ce cas est représenté dans la figure 2.1. Le pignon et la roue ont des dentures externes. La partie travaillante est exprimée par l'équation ci-après :

$$A_2A_1 = \sqrt{R_{o1}^2 - R_{b1}^2} + \sqrt{R_{o2}^2 - R_{b2}^2} - o_1o_2 \sin(\alpha_0) \quad 2.2$$

Avec : R_{o1} , R_{o2} , R_{b1} , R_{b2} sont respectivement les rayons des cercles extérieurs et ceux de base du pignon et de la roue, O_1O_2 est l'entraxe. On peut exprimer R_{o1} , R_{o2} , R_{b1} , R_{b2} et O_1O_2 sous la forme :

$$R_{b1} = \frac{N_1}{2P} \cos(\alpha_0) \quad 2.3$$

$$R_{b2} = \frac{N_2}{2P} \cos(\alpha_0) \quad 2.4$$

$$R_{o1} = \frac{N_1 + 2}{2P} \quad 2.5$$

$$R_{o2} = \frac{N_2 + 2}{2P} \quad 2.6$$

$$\overline{O_1O_2} = \frac{N_1 + N_2}{2P} \quad 2.7$$

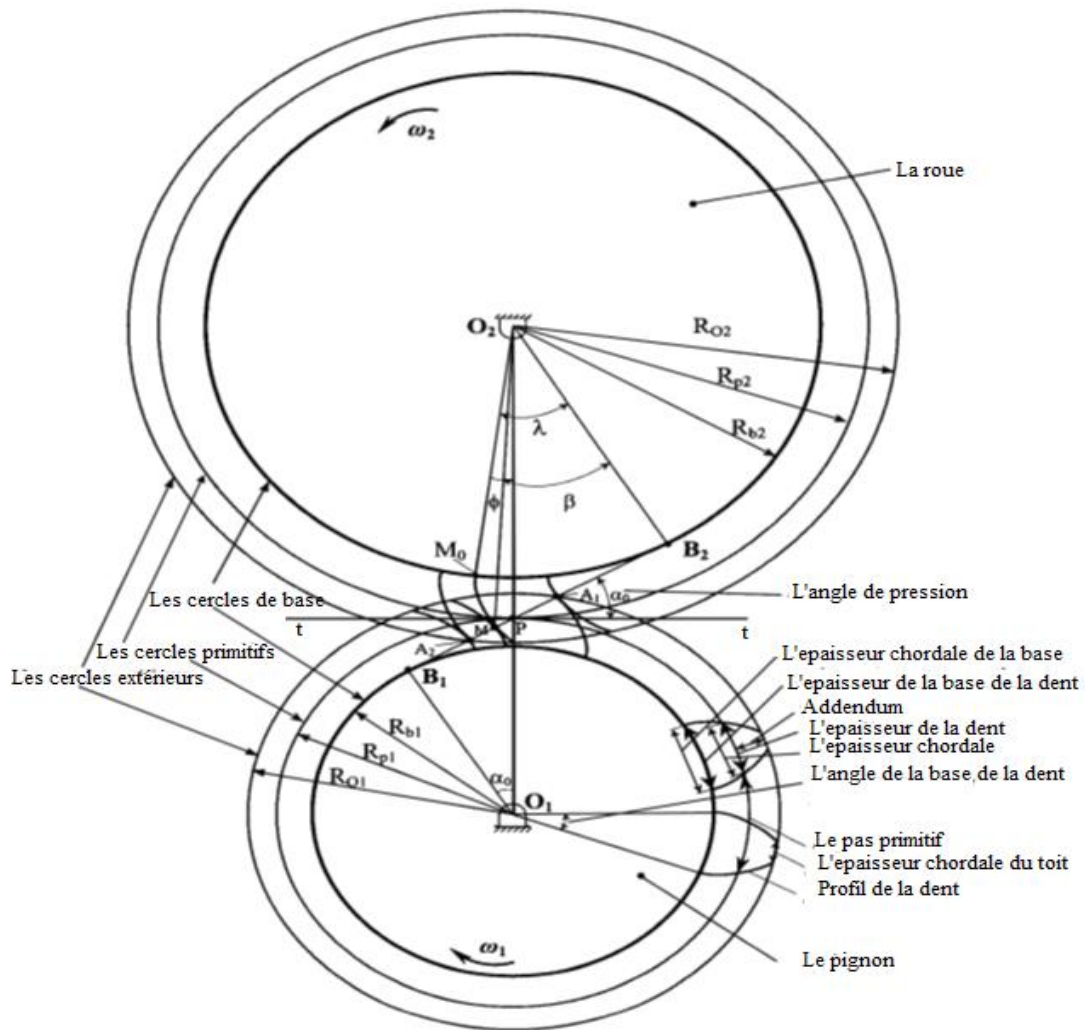


Figure 2.1 Nomenclature d'engrenages en cas de dentures externes [10].

Tel que N_1 , N_2 sont respectivement le nombre de dents du pignon et de la roue, α_0 est l'angle de pression et P est le pas diamétral. Tenant en compte du profil, en développante, de la dent

\overline{MOM} indiquée sur la figure 2.1, on peut exprimer les relations qui existent entre les angles $\phi, \lambda, \beta, \overline{B_2M}$ et le rayon de base R_{b2} de la roue comme suit :

$$\overline{B_2M} = \lambda R_{b2} = R_{b2} \tan(\beta) \quad 2.8$$

À partir de l'équation (2.8) on peut déduire que :

$$\lambda = \tan(\beta) \quad 2.9$$

$$\text{Comme on a : } \phi = \lambda - \beta \quad 2.10$$

En remplaçant λ par sa valeur en équation (2.9) dans l'équation (2.10), on obtient alors :

$$\phi = \tan(\beta) - \beta = \text{inv}(\beta) \quad 2.11$$

Engrenage interieur-extérieur :

Ce cas est représenté sur la figure 2.2. Ce type d'engrenage a même fonctionnement que l'engrenage externe-externe avec quelques différences dues à la denture interne.

La partie travaillante est exprimée par :

$$A_2A_1 = \sqrt{R_{o1}^2 - R_{b1}^2} - \sqrt{R_{o2}^2 - R_{b2}^2} + o_1o_2 \sin(\alpha_0) \quad 2.12$$

R_{o2} et o_1o_2 sont donnés par les équations suivantes :

$$R_{o2} = \frac{N_2 - 2}{2P} \quad 2.13$$

$$o_1o_2 = \frac{N_2 - N_1}{2P} \quad 2.14$$

Les autres paramètres R_{o1} , R_{b1} , R_{b2} restent les mêmes données respectivement dans les équations 2.5, 2.3 et 2.4.

En dynamique des engrenages, lorsque deux dents sont engrenées une applique sur l'autre une force suivant la ligne de contact. Le point de contact est toujours en mouvement sur la ligne d'action. Pour un rapport de contact entre 1 et 2, on a toujours alternance entre double et seule paire de contact. La raideur d'engrènement est considérée comme la plus importante source d'excitation. D'où la nécessité de calculer cette raideur en considérant la variation du point de

contact dans le temps. L'objectif de ce chapitre est de présenter les approches et les modèles adoptés dans cette thèse pour calculer la raideur d'engrènement.

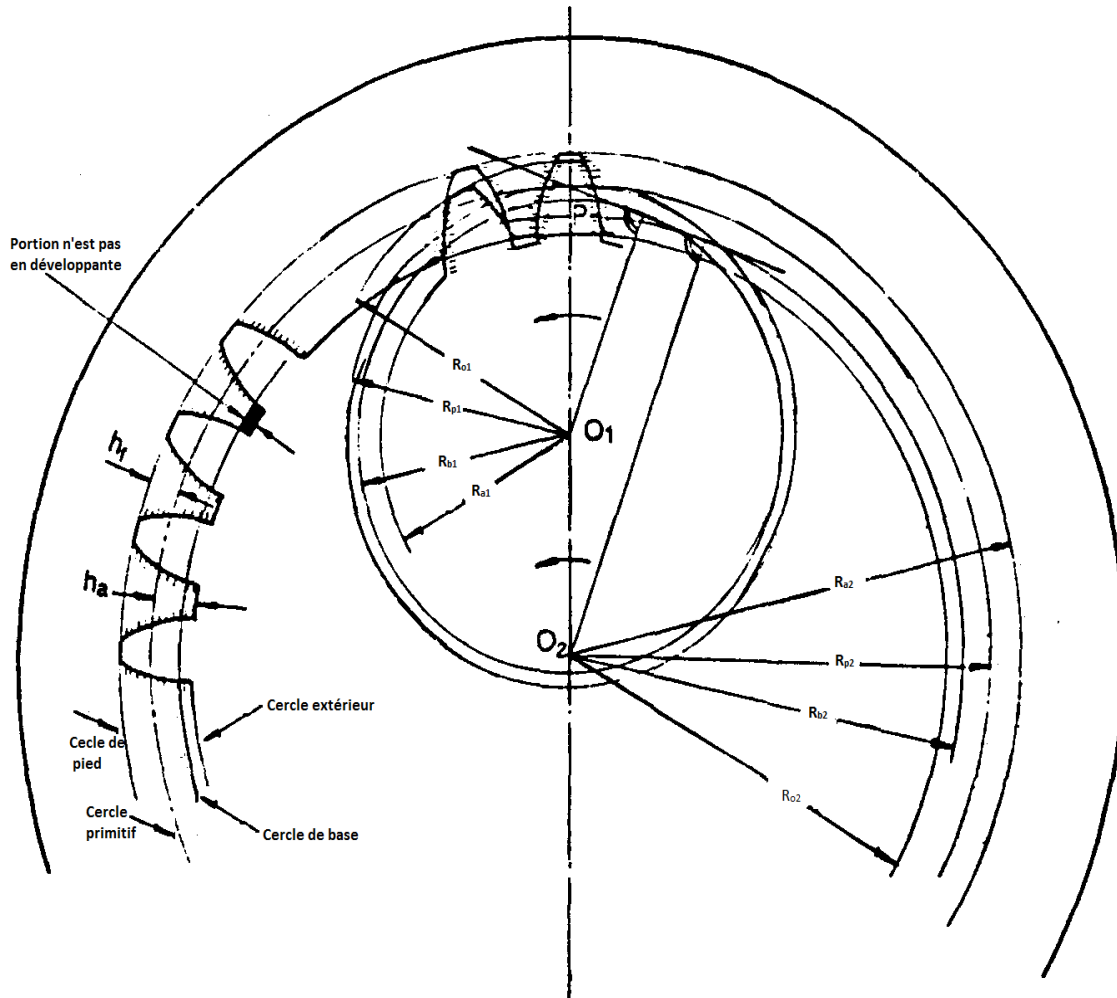


Figure 2.2 Engrenage en cas de dentures externes-internes.

2.2 Généralités sur les méthodes énergétiques

2.2.1 Généralités

Soit un solide soumis au système de charges $\{F\}$. $\{U\}$ est le vecteur déplacement associé à $\{F\}$. Si le comportement du matériau est élastique et linéaire, l'énergie de déformation du solide est donnée par l'équation 2.15.

$$\begin{aligned}
 E_{dfr} &= \frac{1}{2} \{F\}^T \{U\} \\
 &= \frac{1}{2} \{F\}^T [C] \{U\} = \frac{1}{2} \{F\}^T [K] \{U\}
 \end{aligned}
 \tag{2.15}$$

Avec :

[C] : matrice de souplesse ou de flexibilité

[K] : matrice de rigidité

$$F = [K] \{U\}, \quad \{U\}^T = [C] \{F\}, \quad [K] = [C]^{-1}
 \tag{2.16}$$

Selon le théorème de réciprocité de Maxwell-Betti, Si un solide est soumis à deux systèmes de forces {F} et {F'}, le travail de {F} quand on applique {F'} est égal au travail de {F'} quand on applique {F}.

On en déduit que :

$$[C] = [C]^T \text{ et } [K] = [K]^T
 \tag{2.17}$$

Les matrices de flexibilité et de rigidité sont symétriques.

D'après le théorème de Castigliano, l'énergie de déformation est exprimée en fonction des forces appliquées {F}, le déplacement U_i de la composante F_i est donné par l'équation ci-après:

$$U_i = \frac{\partial E_{dfr}}{\partial F_i}
 \tag{2.18}$$

Selon le théorème de Ménabréa, pour un système hyperstatique, si r est le nombre de réactions d'appui et p le nombre d'équations fournies par la statique, le degré d'hyperstaticité est égal au nombre $n = r - p$ de réactions surabondantes (inconnues hyperstatiques).

Les valeurs que prennent les inconnues hyperstatiques $R_i=1, \dots, n$ rendent l'énergie de déformation stationnaire :

$$U_i = \frac{\partial E_{dfr}}{\partial R_i} = 0 \quad \text{pour } i = 1, \dots, n
 \tag{2.19}$$

2.2.2 Energie de déformation d'une poutre

L'énergie de déformation emmagasinée dans un tronçon d'une poutre de longueur dx est calculée par l'équation suivante :

$$\begin{aligned}
 dE_{dfr} = & \frac{N^2}{2EA} dx \quad (\text{effort normal}) \\
 & + \frac{Mf_z^2}{2EI_z} dx + \frac{T_y^2}{2GAk_y} dx \quad (\text{flexion dans le plan } \{x, y\}) \\
 & + \frac{Mf_y^2}{2EI_y} dx + \frac{T_z^2}{2GAk_z} dx \quad (\text{flexion dans le plan } \{x, z\}) \\
 & + \frac{M_t^2}{2GJ} dx \quad (\text{torsion})
 \end{aligned}
 \tag{2.20}$$

Avec :

E et ν sont respectivement le module de Young et le coefficient de Poisson du matériau.

A est l'aire de la section.

J est la constante de torsion de Saint-Venant.

I_y et I_z sont les moments quadratiques centraux principaux de la section.

k_y et k_z sont les coefficients de cisaillement.

N est l'effort normal.

Mf_y et Mf_z sont les moments fléchissants.

T_y et T_z sont les efforts tranchants.

M_t est le moment de torsion.

2.3 Calcul de la raideur d'engrènement

Pour calculer la rigidité totale d'engrènement (K_i) nous avons utilisé la méthode d'énergie potentielle [9, 10]. Cette méthode considère que l'énergie emmagasinée pendant l'engrènement est composée de quatre effets : Hertz, fléchissement et de compression axiale. En plus de ces effets, nous avons considéré aussi dans ce calcul l'effet de la fondation élastique.

2.3.1 Calcul de la raideur d'Hertz

Selon la théorie d'Hertz lorsque deux surfaces solides sont chargées ensemble, il y aura toujours une certaine distorsion de chacune d'entre elles. Le contact dans le cas des engrenages est de type cylindre-cylindre. D'après la loi de Hertz, la compression élastique de deux corps élastiques isotropiques peut être approximée par deux paraboloides au voisinage du contact [8].

La figure 2.3 présente le contact d'Hertz pour deux cylindres dont la demi-largeur b peut être exprimée par :

$$b = \sqrt{\frac{4F}{L} \left(\frac{1-\nu_1^2}{\pi E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{\pi E_2} \right) \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}} \quad 2.21$$

Tels que r_i , E_i , ν_i et L représentent le rayon, le module de Young, le coefficient de Poisson et la longueur des cylindres respectivement. Pour une paire de dents fabriquées du même matériau, l'équation (2.21) devient :

$$b = \sqrt{\frac{8F}{L} \left(\frac{1-\nu^2}{\pi E} \right) \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}} \quad 2.22$$

L'interpénétration entre les dents est donnée par l'équation 2.23.

$$\delta = r_1 + r_2 - r_1 \sqrt{1 - \left(\frac{b}{r_1} \right)^2} - r_2 \sqrt{1 - \left(\frac{b}{r_2} \right)^2} \quad 2.23$$

Alors, il y aura une relation non linéaire entre la force F et l'interpénétration δ , racines sont approximés par les deux premiers termes de leurs développements comme suit [8] :

$$\sqrt{1 - \left(\frac{b}{r} \right)^2} \approx 1 - \frac{b^2}{2r^2} \quad 2.24$$

L'équation (2.23) devient alors :

$$\delta = r_1 + r_2 - r_1 \left(1 - \frac{b^2}{2r_1^2} \right) - r_2 \left(1 - \frac{b^2}{2r_2^2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) b^2 \quad 2.25$$

En remplaçant b par sa valeur dans l'équation 2.25, on obtient :

$$\delta = 4 \left(\frac{1-\nu^2}{\pi EL} \right) F \quad 2.26$$

Par définition, la raideur du contact d'Hertz est :

$$k_h = \frac{F}{\delta} = \frac{\pi EL}{4(1-\nu^2)} \quad 2.27$$

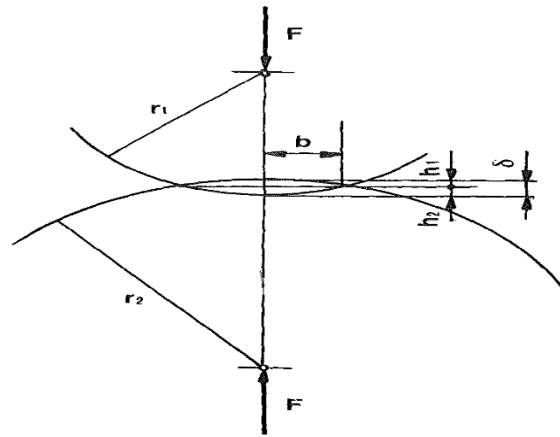


Figure 2.3 Contact de hertz de type cylindre-cylindre [8].

2.3.2 Raideur de fondation élastique

C'est la rigidité de fondation entre la dent et le corps de l'engrenage dont la déflexion est calculée par la théorie de Muskhelishvili (1975). La formule de la rigidité de fondation est donnée par l'équation 2.28 [67].

$$k_f = \frac{LE}{\cos^2 \alpha_0} \left\{ L^* \left(\frac{u_f}{S_f} \right)^2 + M^* \left(\frac{u_f}{S_f} \right) + P^* (1 + Q^* \tan^2 \alpha_0) \right\}^{-1} \quad 2.28$$

Tels que les coefficients L^* , M^* , P^* et Q^* sont calculés par les fonctions polynomiales :

$$x_i^*(h_{fi}, \theta_f) = \frac{A_i}{\theta_f^2} + B_i h_{fi}^2 + \frac{C_i h_{fi}}{\theta_f} + \frac{D_i}{\theta_f} + E_i h_{fi} + F_i \quad 2.29$$

Tels que $h_{fi} = \frac{r_f}{r_{int}}$, S_f , U_f , θ_f sont montrés sur la figure 2.4, les paramètres A_i , B_i , C_i , D_i , E_i , F_i sont indiqués sur le tableau 2.1. La figure 2.4 indique les paramètres géométriques de la déflexion de la fondation élastique.

Tableau 2.1 Coefficients de l'ajustement de la courbe polynomiale [5].

	A_i	B_i	C_i	D_i	E_i	F_i
$L^*(h, \theta_f)$	-5.574E-5	-1.9986E-3	-2.3015E-4	4.7702E-3	0.0271	6.8045
$M^*(h, \theta_f)$	60.111E-5	28.100E-3	-83.431E-4	-9.9256E-3	0.1624	0.9086
$P^*(h, \theta_f)$	-50.952E-5	185.50E-3	0.0538E-4	53.300E-3	0.2895	0.9236
$Q^*(h, \theta_f)$	-6.2042E-5	9.0889E-3	-4.0964E-4	7.8297E-3	-0.1472	0.6904

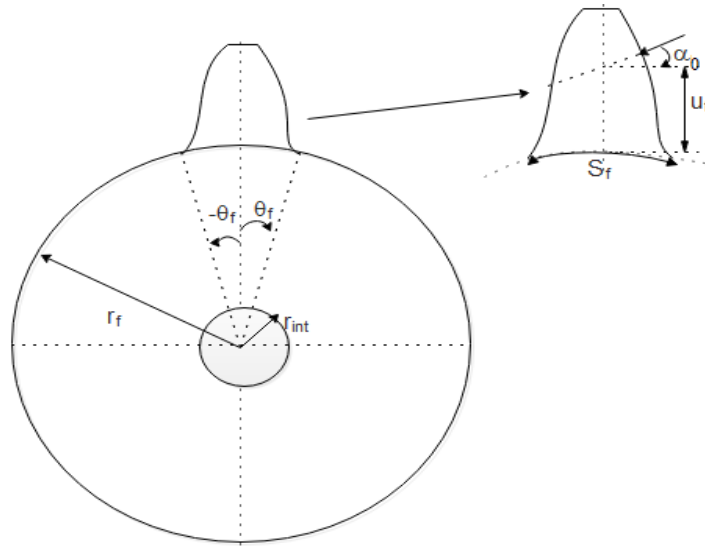


Figure 2.4 Paramètres géométriques de la déflexion de la fondation élastique [6].

2.3.3 Calcul des rigidités de cisaillement, fléchissement et compression axiale par la méthode d'énergie potentielle

Les énergies potentielles, de cisaillement, fléchissement et de compression axiale, emmagasinées dans une dent sont données par les équations suivantes :

$$U_c = \frac{F^2}{2k_c}, U_b = \frac{F^2}{2k_b} \text{ et } U_a = \frac{F^2}{2k_a} \quad 2.30$$

Avec k_c , k_b et k_a représentent respectivement les rigidités effectives de cisaillement, fléchissement et de compression axiale, F indique la force de contact d'une paire de dents.

Selon les propriétés du profil en développante de cercle, la ligne d'action est normale au profil de la dent. La force F est en mouvement sur la ligne d'action. La figure 2.5, présente un schéma d'engrènement d'une paire d'engrenages.

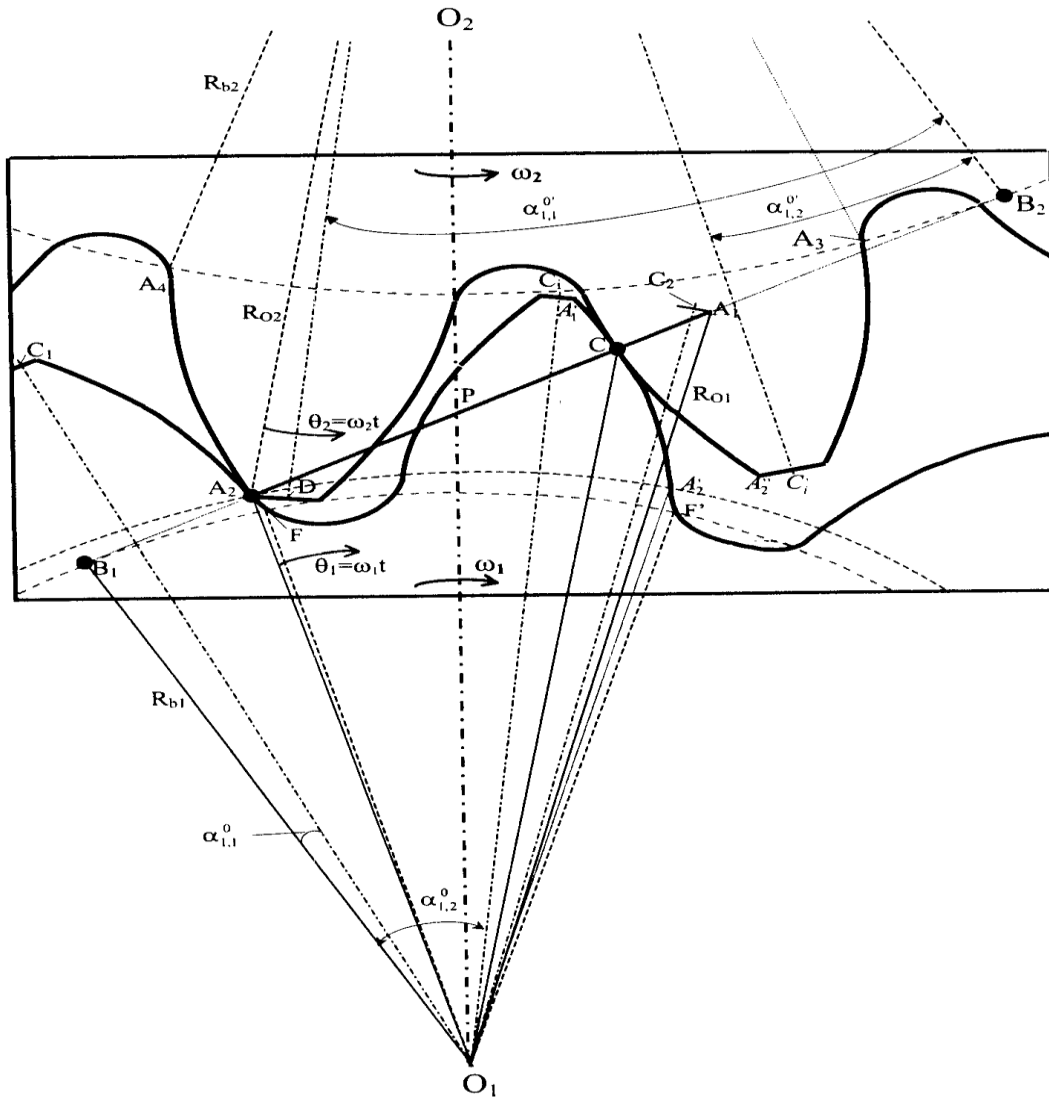


Figure 2.5 Engrènement d'une paire d'engrenages [1].

La force F se décompose en deux forces : axiale F_a et radiale F_b et qui sont données par :

$$F_b = F \cos(\alpha_1) \quad 2.31$$

$$F_a = F \sin(\alpha_1) \quad 2.32$$

La dent est modélisée par une poutre encastree au niveau du cercle de base avec une largeur L comme indiqué sur la figure 2.6.

La composante tangentielle F_b génère les effets de fléchissement et de cisaillement tandis que la composante axiale F_a cause les effets de compression axiale et fléchissement. La distance

verticale entre le point de contact et la ligne centrale de la dent, h , est exprimée par l'équation suivante :

$$h = R_b [(\alpha_1 + \alpha_2) \cos(\alpha) - \sin(\alpha)] \quad 2.33$$

Avec α_2 est la moitié de l'angle de la base de la dent.

L'énergie potentielle relative à la flexion en se basant sur la théorie des poutres [9] est donnée par l'équation 2.34.

$$U_b = \int_0^d \frac{[F_b(d-x) - F_a h]^2}{2EI_x} dx \quad 2.34$$

Avec d est la distance en le point de contact et la racine de la dent. Elle est calculée par l'équation suivante :

$$d = R_b [(\alpha_1 + \alpha_2) \sin(\alpha_1) + \cos(\alpha_1) - \cos(\alpha_2)] \quad 2.35$$

I_x est le moment d'inertie de la surface de la section qui est à une distance x de la racine de la dent. Il est donné par :

$$I_x = \frac{(2h_x)^3 L}{12} = \frac{2}{3} h_x^3 L \quad 2.36$$

h_x est la distance entre le point au profil de la dent située à la distance x de la racine et la ligne centrale de la dent. h_x et x sont donné par :

$$x = R_b [\cos(\alpha) - (\alpha_2 - \alpha) \sin(\alpha) - \cos(\alpha_2)] \quad 2.37$$

$$h_x = R_b [(\alpha_2 + \alpha) \cos(\alpha) - \sin(\alpha)] \quad 2.38$$

À partir de l'équation 2.37 on calcul dx par l'équation suivante :

$$dx = R_b (\alpha - \alpha_2) \cos(\alpha) d\alpha \quad 2.39$$

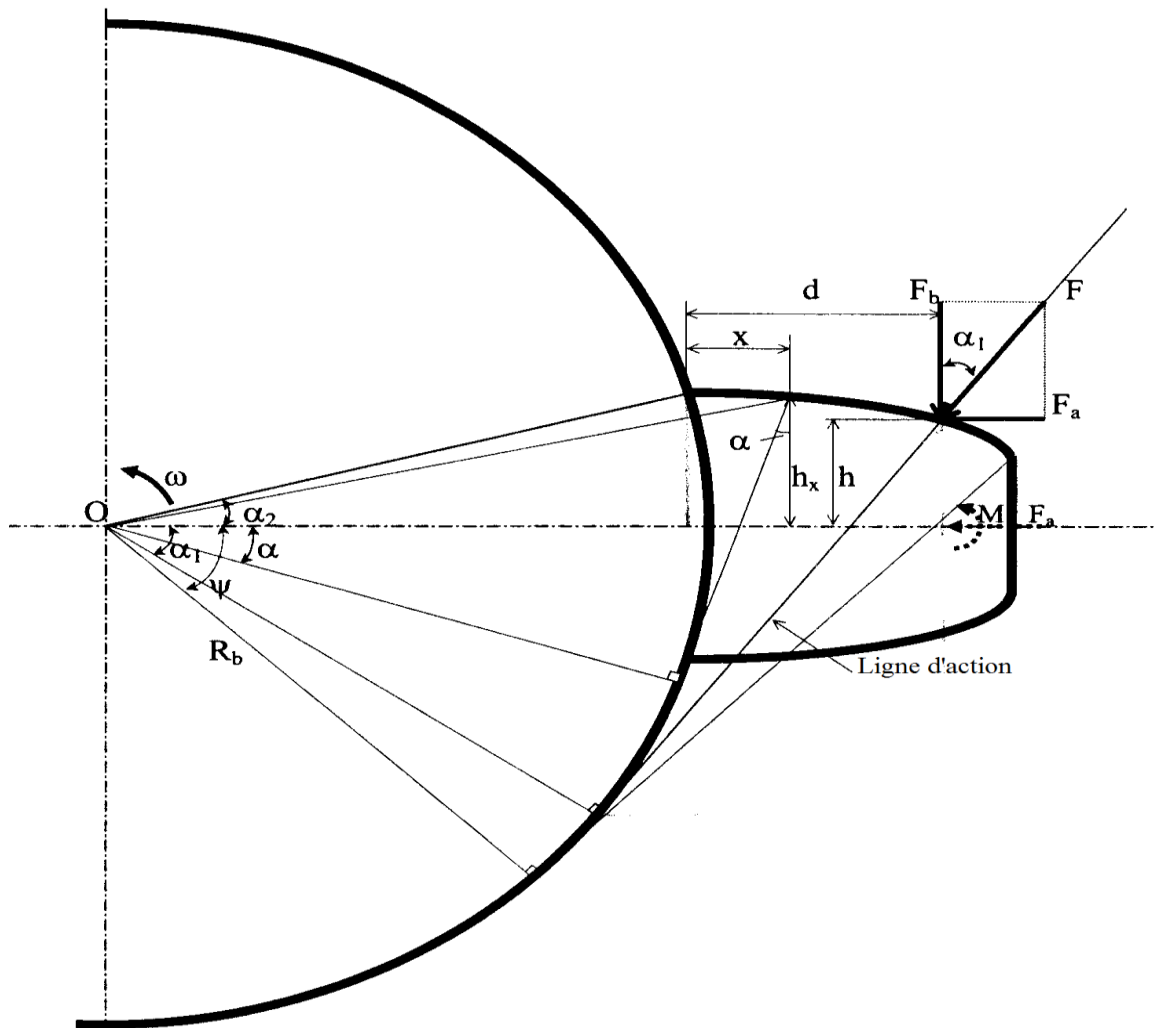


Figure 2.6 Modélisation d'une dent [10].

En substituant U_b , F_b , F_a et h dans l'équation 2.34 par leurs valeurs on obtient :

$$\frac{F^2}{2k_b} = \int_0^d \frac{F^2 [\cos(\alpha_1)(d-x) - \sin(\alpha_1)h]^2}{2EI_x} dx \quad 2.40$$

En substituant x , dx , d , h , I_x par leurs valeurs, la variable d'intégration devient α et après une simplification on obtient :

$$\frac{1}{k_b} = \int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\{1 + \cos(\alpha_1)[(\alpha_2 - \alpha)\sin(\alpha) - \cos(\alpha)]\}^2 (\alpha_2 - \alpha)\cos(\alpha)}{2EW [(\alpha_2 - \alpha)\cos(\alpha) + \sin(\alpha)]} d\alpha \quad 2.41$$

De la même façon, l'énergie de cisaillement s'écrit sous la forme :

$$U_c = \int_0^d \frac{1.2F_b^2}{2GA_x} = \frac{F^2}{2k_s} \quad 2.42$$

Avec G est le module de cisaillement, et A_x est la surface de la section donnée par :

$$A_x = 2h_x L \quad 2.43$$

En substituant F_b , G, A_x et d par leurs valeurs dans l'équation 2.42 et par simplification on obtient :

$$\frac{1}{k_c} = \int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{1.2(1+\nu)(\alpha_2 - \alpha) \cos(\alpha) \cos(\alpha)^2}{EW [(\alpha_2 - \alpha) \cos(\alpha) + \sin(\alpha)]} d\alpha \quad 2.44$$

De la même façon, l'énergie de la compression axiale s'écrit sous la forme :

$$U_a = \int_0^d \frac{F_a^2}{2EA_x} \quad 2.45$$

En substituant F_a , A_x et d par leurs valeurs dans l'équation 2.45, par simplification on obtient :

$$\frac{1}{k_a} = \int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{(\alpha_2 - \alpha) \cos(\alpha) \sin(\alpha)^2}{2EW [(\alpha_2 - \alpha) \cos(\alpha) + \sin(\alpha)]} d\alpha \quad 2.46$$

2.3.4 Rigidité d'engrènement et alternance double-seul contact

Dans ce travail, on s'intéresse à l'étude des paires d'engrenages avec un rapport de contact entre 1 et 2. Pour calculer la variation de la rigidité d'engrènement durant un seul/double contact, il est nécessaire de calculer la période d'engrènement et par conséquent déterminer la période d'une seule et double paire. Ainsi, il est important de connaître la rigidité pour chaque déplacement angulaire du pignon/roue et la rigidité en fonction du temps. La figure 2.5 présente une paire d'engrenages en contact, l'engrènement commence par le double contact dont la première paire est sur le côté gauche et la deuxième paire sur le côté droit.

La sommation des énergies hertzienne, de fléchissement et de compression axiale constitue l'énergie totale effective U_t emmagasinée dans une seule paire de dents en contact qui peut être exprimée par l'équation 2.47.

$$\begin{aligned}
 U_t &= \frac{F^2}{2k_t} = U_h + U_{b1} + U_{s1} + U_{a1} + U_{f1} + U_{b2} + U_{s2} + U_{a2} + U_{f2} \\
 &= \frac{F^2}{2} \left(\frac{1}{k_h} + \frac{1}{k_{b1}} + \frac{1}{k_{c1}} + \frac{1}{k_{a1}} + \frac{1}{k_{f1}} + \frac{1}{k_{b2}} + \frac{1}{k_{c2}} + \frac{1}{k_{a2}} + \frac{1}{k_{f2}} \right)
 \end{aligned} \tag{2.47}$$

k_t représente la rigidité d'engrènement totale, elle peut être calculée par l'équation suivante :

$$k_t = \frac{1}{\frac{1}{k_h} + \frac{1}{k_{b1}} + \frac{1}{k_{s1}} + \frac{1}{k_{a1}} + \frac{1}{k_{f1}} + \frac{1}{k_{b2}} + \frac{1}{k_{s2}} + \frac{1}{k_{a2}} + \frac{1}{k_{f2}}} \tag{2.48}$$

Dans les équations 2.47 et 2.48, les indices 1 et 2 représentent le pignon et la roue respectivement.

D'après l'équation 2.42, la rigidité totale pour chaque paire peut s'exprimer par l'équation 2.49.

$$\mathbf{K}_{t,i} = \frac{1}{\frac{1}{k_h} + \frac{1}{k_{b1,i}} + \frac{1}{k_{s1,i}} + \frac{1}{k_{a1,i}} + \frac{1}{k_{f1,i}} + \frac{1}{k_{b2,i}} + \frac{1}{k_{s2,i}} + \frac{1}{k_{a2,i}} + \frac{1}{k_{f2,i}}} \tag{2.49}$$

L'indice $i=1,2$ indique le nombre de paires et par suite les équations des rigidités deviennent :

$$\frac{1}{k_{b1,i}} = \int_{-\alpha_{1,i}}^{\alpha_2} \frac{\{1 + \cos(\alpha_{1,i})\} [(\alpha_2 - \alpha) \sin(\alpha) - \cos(\alpha)]^2 (\alpha_2 - \alpha) \cos(\alpha)}{2EW [(\alpha_2 - \alpha) \cos(\alpha) + \sin(\alpha)]} d\alpha \tag{2.50}$$

$$\frac{1}{k_{c1,i}} = \int_{-\alpha_{1,i}}^{\alpha_2} \frac{1.2(1+\nu)(\alpha_2 - \alpha) \cos(\alpha) \cos(\alpha_{1,i})^2}{EW [(\alpha_2 - \alpha) \cos(\alpha) + \sin(\alpha)]} d\alpha \tag{2.51}$$

$$\frac{1}{k_{a1,i}} = \int_{-\alpha_{1,i}}^{\alpha_2} \frac{(\alpha_2 - \alpha) \cos(\alpha) \sin(\alpha_{1,i})^2}{2EW [(\alpha_2 - \alpha) \cos(\alpha) + \sin(\alpha)]} d\alpha \tag{2.52}$$

$$\frac{1}{k_{b2,i}} = \int_{-\alpha'_{1,i}}^{\alpha'_2} \frac{\{1 + \cos(\alpha'_{1,i})\} [(\alpha'_2 - \alpha) \sin(\alpha) - \cos(\alpha)]^2 (\alpha_2 - \alpha) \cos(\alpha)}{2EW [(\alpha'_2 - \alpha) \cos(\alpha) + \sin(\alpha)]} d\alpha \tag{2.53}$$

$$\frac{1}{k_{c2,i}} = \int_{-\alpha'_{1,i}}^{\alpha'_2} \frac{1.2(1+\nu)(\alpha'_2 - \alpha) \cos(\alpha) \cos(\alpha'_{1,i})^2}{EW [(\alpha'_2 - \alpha) \cos(\alpha) + \sin(\alpha)]} d\alpha \tag{2.54}$$

$$\frac{1}{k_{a'1,i}} = \int_{-\alpha'_{1,i}}^{\alpha'_2} \frac{(\alpha'_2 - \alpha) \cos(\alpha) \sin(\alpha'_{1,i})^2}{2EW [(\alpha'_2 - \alpha) \cos(\alpha) + \sin(\alpha)]} d\alpha \tag{2.55}$$

Avec α_2 et α'_2 sont les demi-angles de la dent sur les cercles de base pour le pignon et la roue respectivement. Ils sont calculés par les équations 2.56 et 2.57 respectivement :

$$\alpha_2 = \angle C_i O_1 F' = \frac{\pi}{2N_1} + inv(\alpha_0) \quad 2.56$$

$$\alpha'_2 = \angle C_i' O_2 A_3 = \frac{\pi}{2N_2} + inv(\alpha_0) \quad 2.57$$

N_1 et N_2 représentent le nombre de dents du pignon et de la roue respectivement. Considérons un point de contact M (comme déjà montré sur la figure 2.6), on peut calculer $\alpha_{1,1}$, qui correspond au α_1 pour le pignon, et $\alpha'_{1,1}$, qui correspond au α_1 pour la roue.

Revenant à la figure 2.5, le point A_2 représente le point référence qui correspond au contact initial. À ce point les déplacements angulaires θ_1 et θ_2 sont égaux à 0. L'angle $\alpha^0_{1,1}$ est exprimé par l'équation ci-après :

$$\alpha^0_{1,1} = \angle B_1 O_1 C_1 = \angle B_1 O_1 A_2 - \angle C_1 O_1 A_2 \quad 2.58$$

Comme $\angle B_1 O_1 A_2$ peut être calculé comme suit :

$$\angle B_1 O_1 A_2 = \arccos \frac{R_{b1}}{O_1 A_2} \quad 2.59$$

On peut obtenir $\overline{O_1 A_2}$ par :

$$\overline{O_1 A_2} = \sqrt{R_{o2}^2 + \overline{O_1 O_2}^2 - 2R_{o2} \overline{O_1 O_2} \cos \angle O_1 O_2 A_2} \quad 2.60$$

$$\angle O_1 O_2 A_2 \text{ peut être calculé par } \angle O_1 O_2 A_2 = \arccos \frac{R_{b2}}{R_{o2}} - \alpha_0 \quad 2.61$$

L'angle $\angle C_1 O_1 A_2$ peut être exprimé par l'équation 2.62.

$$\begin{aligned} \angle C_1 O_1 A_2 &= \angle C_1 O_1 F - \angle A_2 O_1 F \\ &= \alpha_2 - inv \angle B_1 O_1 A_2 \end{aligned} \quad 2.62$$

En remplaçant $\angle C_1 O_1 A_2$ de l'équation 2.62 en équation 2.58, $\alpha^0_{1,1}$ sera donné par l'équation 2.63.

$$\alpha^0_{1,1} = \angle B_1 O_1 A_2 - \alpha_2 + inv \angle B_1 O_1 A_2 = \tan \angle B_1 O_1 A_2 - \alpha_2 \quad 2.63$$

En substituant dans l'équation 2.63 les valeurs de : α_2 par l'équation 2.56, $\angle B_1O_1A_2$ par l'équation 2.59, R_{b1} par l'équation 2.3 et O_1A_2 par 2.60, $\alpha^0_{1,1}$ devient :

$$\alpha^0_{1,1} = -\frac{\pi}{2N_1} - inv\alpha_0 + \tan \left[\arccos \frac{N_1 \cos \alpha_0}{\sqrt{(N_2 + 2)^2 + (N_1 + N_2)^2 - 2(N_2 + 2)(N_1 + N_2) \cos(\arccos \frac{N_2 \cos \alpha_0}{(N_2 + 2)} - \alpha_0)}} \right] \quad 2.64$$

$\alpha^0_{1,1}$ est donné pour le point de référence pour un déplacement angulaire du pignon $\theta_1=0$.

$\alpha^0_{1,1}$ dépend de θ_1 , il peut être calculé par la formule suivante :

$$\alpha^0_{1,1} = \theta_1 - \frac{\pi}{2N_1} - inv\alpha_0 + \tan \left[\arccos \frac{N_1 \cos \alpha_0}{\sqrt{(N_2 + 2)^2 + (N_1 + N_2)^2 - 2(N_2 + 2)(N_1 + N_2) \cos(\arccos \frac{N_2 \cos \alpha_0}{(N_2 + 2)} - \alpha_0)}} \right] \quad 2.65$$

Même chose que $\alpha^0_{1,1}$, l'angle $\alpha^{0'}_{1,1}$ est calculé par :

$$\alpha^{0'}_{1,1} = \angle B_2O_2D = \angle B_2O_2A_2 - \angle A_2O_2D \quad 2.66$$

Avec $\angle B_2O_2A_2$ et $\angle A_2O_2D$ peuvent être calculés par l'équation 2.67 et 2.68 respectivement.

$$\angle B_2O_2A_2 = \arccos \frac{R_{b2}}{R_{o2}} \quad 2.67$$

$$\angle B_2O_2D = \alpha'_2 - \angle A_2O_2A_2 = \alpha'_2 - iv \arccos \frac{R_{b2}}{R_{o2}} \quad 2.68$$

En substituant $\angle B_2O_2A_2$ dans l'équation 2.67 et $\angle A_2O_2D$ dans l'équation 2.68 dans l'équation 2.66, $\alpha^{0'}_{1,1}$ devient :

$$\alpha^{0'}_{1,1} = \tan \left(\arccos \frac{R_{b2}}{R_{o2}} \right) - \alpha'_2 \quad 2.69$$

En substituant les équations 2.57, 2.4 et 2.6 dans l'équation 2.69 et après une simplification $\alpha^{0'}_{1,1}$ sera donné par l'équation 2.70.

$$\alpha_{1,1}^0 = \tan \left(\arccos \frac{N_2 \cos \alpha_0}{N_2 + 2} \right) - \frac{\pi}{2N_2} - \text{inv} \alpha_0 \quad 2.70$$

La formule de $\alpha_{1,1}^0$ obtenue en équation 2.65 correspond au α_1 de la roue quand le déplacement angulaire de la roue est nul. Pour un déplacement de la roue θ_2 , l'angle $\alpha'_{1,1}$ est donné par:

$$\begin{aligned} \alpha'_{1,1} &= \alpha_{1,1}^0 - \theta_2 \\ &= \tan \left(\arccos \frac{N_2 \cos \alpha_0}{N_2 + 2} \right) - \frac{\pi}{2N_2} - \text{inv} \alpha_0 - \theta_2 \end{aligned} \quad 2.71$$

Comme θ_2 peut s'exprimer en fonction de θ_1 , la relation entre les vitesses angulaires du pignon et de la roue est obtenue par le rapport de transmission (équation 2.72).

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \quad 2.72$$

Selon l'équation 2.72, on peut déduire la relation entre θ_2 et θ_1 exprimée par l'équation ci-après :

$$\theta_2 = \frac{N_1}{N_2} \theta_1 \quad 2.73$$

En remplaçant θ_2 de l'équation 2.73 dans l'équation 2.71, l'angle $\alpha'_{1,1}$ devient :

$$\alpha'_{1,1} = \tan \left(\arccos \frac{N_2 \cos \alpha_0}{N_2 + 2} \right) - \frac{\pi}{2N_2} - \text{inv} \alpha_0 - \frac{N_1}{N_2} \theta_1 \quad 2.74$$

De la même façon que le calcul des angles $\alpha_{1,1}$ et $\alpha'_{1,1}$ qui correspondent à la première paire, on doit calculer les angles $\alpha_{1,2}$ et $\alpha'_{1,2}$ qui correspondent à la deuxième paire. L'angle $\alpha_{1,2}$ correspond à la dent de la deuxième paire du pignon, il a une différence de $\frac{2\pi}{N_1}$ par rapport à l'angle $\alpha_{1,1}$ comme donnée par l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \alpha_{1,2} &= \alpha_{1,1} + \frac{2\pi}{N_1} \\ &= \theta_1 + \frac{3\pi}{2N_1} - \text{inv} \alpha_0 + \tan \left[\arccos \frac{N_1 \cos \alpha_0}{\sqrt{(N_2 + 2)^2 + (N_1 + N_2)^2 - 2(N_2 + 2)(N_1 + N_2) \cos \left(\arccos \frac{N_2 \cos \alpha_0}{N_2 + 2} - \alpha_0 \right)}} \right] \end{aligned} \quad 2.75$$

L'angle $\alpha'_{1,2}$ correspond à la dent de la deuxième paire de la roue, il a une différence de $-\frac{2\pi}{N_1}$ par rapport à l'angle $\alpha'_{1,1}$:

$$\begin{aligned}\alpha'_{1,2} &= \alpha'_{1,1} - \frac{2\pi}{N_2} \\ &= \tan\left(\arccos\frac{N_2 \cos \alpha_0}{N_2 + 2}\right) - \frac{5\pi}{2N_2} - \text{inv}\alpha_0 - \frac{N_1}{N_2} \theta_1\end{aligned}\quad 2.76$$

L'équation 2.49 a donné la formule de la raideur $K_{t,i}$ pour chaque paire i . Lorsqu'il y a deux paires de contacts, la rigidité effective d'engrènement est calculée par l'équation suivante :

$$\begin{aligned}K_t &= K_{t,1} + K_{t,2} \\ &= \sum_{i=1}^2 \frac{1}{\frac{1}{k_h} + \frac{1}{k_{b1,i}} + \frac{1}{k_{s1,i}} + \frac{1}{k_{a1,i}} + \frac{1}{k_{fl,i}} + \frac{1}{k_{b2,i}} + \frac{1}{k_{s2,i}} + \frac{1}{k_{a2,i}} + \frac{1}{k_{f2,i}}}\end{aligned}\quad 2.77$$

2.3.5 Calcul de la durée du double/seul contact

Considérons A_2 le point de référence pour un tel déplacement angulaire du pignon/roue (figure 2.5). Ce point correspond au début d'engrènement de la première paire, c'est le début du double contact. Au point de référence, θ_1 et θ_2 sont nuls, A_2 est le point de contact de la première paire et le point C correspond au point de contact de la seconde paire. Quand les déplacements angulaires progressent, c'est-à-dire on quitte les points de références pour les deux paires, le point C va se déplacer vers A_1' . Par conséquent, le point A_1' dans le pignon se déplace vers A_1 et par suite après A_1 la seconde paire quitte le contact. Par ailleurs, l'angle $\angle A'_1 O_1 A_1$ représente la durée du double contact, défini par θ_d . Après A_1 , le seul contact commence jusqu'à un déplacement angulaire $\theta_1 = \frac{2\pi}{N_1}$, après ce déplacement on revient à une situation similaire à la position de référence. La durée du seul contact est définie par θ_s . En revenant à la figure 2.5 et selon la géométrie de la développante, θ_d est égale à $\angle A'_1 O_1 A_1$ qu'on peut la calculer par l'équation 2.78.

$$\begin{aligned}\theta_d &= \tan\left(\arccos\frac{N_1 \cos \alpha_0}{N_1 + 2}\right) - \frac{\pi}{2N_1} - \\ &\quad \tan\left[\arccos\frac{N_1 \cos \alpha_0}{\sqrt{(N_2 + 2)^2 + (N_1 + N_2)^2 - 2(N_2 + 2)(N_1 + N_2) \cos\left(\arccos\frac{N_2 \cos \alpha_0}{(N_2 + 2)} - \alpha_0\right)}}\right]\end{aligned}\quad 2.78$$

La durée du seul contact θ_s est donnée par l'équation 2.73.

$$\theta_s = \frac{2\pi}{N_1} - \theta_d \quad 2.79$$

Durant le déplacement de la paire d'engrenages, on aura une alternance du double-seul contact. D'après les équations 2.78 et 2.79, on peut définir les intervalles du double et seul contact qui sont donnés respectivement en équations 2.80 et 2.81.

$$\theta_1 \in \left[(n-1) \frac{2\pi}{N_1}, \theta_d + (n-1) \frac{2\pi}{N_1} \right] (n=1, 2, \dots) \quad 2.80$$

$$\theta_1 \in \left[(n-1) \frac{2\pi}{N_1} + \theta_d, (n-1) \frac{2\pi}{N_1} + (\theta_d + \theta_s) \right] (n=1, 2, \dots) \quad 2.81$$

2.3.6 Calcul de la durée du double et seul contact en se basant sur le rapport de contact

Le rapport de contact est un indicateur très important qui détermine le nombre de paires en contact à chaque instant sur la ligne d'action. Il existe deux définitions de ce critère : la première « c'est le rapport de la partie travaillante de la ligne d'action sur le pas de base » tandis que la deuxième « c'est le nombre moyen de paires de dents en contact selon le déplacement angulaire ».

Dans la première définition, le rapport de contact est donné par l'équation 2.82.

$$R_{C1} = \frac{\overline{A_1 A_2}}{p_b} \quad 2.82$$

Avec p_b est le pas circulaire de base, qui peut être défini par l'équation 2.83.

$$p_b = p \cos(\alpha_0) \quad 2.83$$

Où p est le pas circulaire des roues, qui peut être exprimé par l'équation 2.84.

$$p = \frac{\pi}{P} \quad 2.84$$

Avec P est le pas diamétral des roues engagées. L'équation 2.82 devient :

$$R_{c1} = \frac{\sqrt{(N_1 + 2)^2 - (N_1 \cos \alpha_0)^2} + \sqrt{(N_2 + 2)^2 - (N_2 \cos \alpha_0)^2} - (N_1 + N_2) \sin \alpha_0}{2\pi \cos \alpha_0} \quad 2.85$$

Dans la deuxième définition, le rapport de contact est calculé par :

$$R_{c2} = \frac{\theta_s + 2\theta_d}{\frac{2\pi}{N_1}} = \frac{N_1}{2\pi} \left\{ \tan(\arccos \frac{N_1 \cos \alpha_0}{N_1 + 2}) - \tan \left[\arccos \frac{N_1 \cos \alpha_0}{\sqrt{(N_2 + 2)^2 + (N_1 + N_2)^2 - 2(N_2 + 2)(N_1 + N_2) \cos(\arccos \frac{N_2 \cos \alpha_0}{N_2 + 2} - \alpha_0)}} \right] \right\} \quad 2.86$$

Afin de valider les équations 2.78 et 2.79, on peut comparer les rapports calculés par les équations 2.85 et 2.86. Ce calcul ne prend pas en considération les engrenages sous-cotation. Dans ce cas, le point initial de la développante du profil appartient au cercle de base. Par ailleurs, la distance entre le point initial d'engrènement A_2 et le centre du pignon ne peut être inférieure au rayon du cercle de base pour s'assurer que le contact soit le long de la développante. Pour plus de commodité, nous définissons l'angle de pression pour rendre la longueur A_2O_1 égale au rayon du cercle de base, comme un angle de pression critique α_{0b} . L'angle α_{0b} peut être obtenu par la résolution de l'équation 2.87.

$$N_1 \cos \alpha_{0b} = \sqrt{(N_2 + 2)^2 + (N_1 + N_2)^2 - 2(N_2 + 2)(N_1 + N_2) \cos(\arccos \frac{N_2 \cos \alpha_{0b}}{N_2 + 2} - \alpha_{0b})} \quad 2.87$$

Selon la référence [7], l'angle de pression minimal sans sous-cotation peut être calculé par l'équation 2.88.

$$\alpha_{0m} = \arcsin \sqrt{\frac{2}{N_1}} \quad 2.88$$

La différence entre l'angle de pression minimal et l'angle critique peut être exprimé par l'équation 2.89.

$$\Delta \alpha_0 = \alpha_{0m} - \alpha_{0b} \quad 2.89$$

On déduit alors que les résultats de calcul du rapport de contact par les équations 2.85 et 2.86 sont identiques à condition que l'angle de pression soit supérieur à l'angle de pression α_{0b} .

Les calculs précédents dans ce paragraphe concernent un contact externe-externe. Un engrènement externe-interne est composé d'une roue externe et une autre interne. Le calcul de la rigidité d'engrènement pour ce cas est fait en utilisant la méthode d'énergie potentielle. L'effet de la fondation, traité dans 2.2.2, est ajouté. Pour ce calcul, on utilise la même démarche suivie dans 2.2. Une dent de la roue externe reste modélisée par le même modèle de la figure 2.6. Par ailleurs, le calcul de la raideur engrènement sera de la même façon qu'en partie 2.2.

2.4 Calcul de la raideur d'engrènement en présence d'une fissure

On suppose qu'en présence d'une fissure, la dent restera considérée comme une poutre encastree. La fissure est caractérisée par sa profondeur q_0 et l'angle d'intersection ν entre la fissure et la ligne centrale de la dent qui est considérée constante. La rigidité du contact hertzien reste inchangeable du fait que la surface travaillante de la dent n'a subi aucun défaut et la largeur L de cette surface reste toujours la même. Ainsi, les rigidités de la compression axiale et du filet-fondation sont considérées similaires à celles en cas sain puisque la partie fissurée reste comme s'il n'y a pas de fissure et peut supporter les forces de fondation et de la compression axiale. Par contre, les rigidités de fléchissement et de cisaillement changeront à cause de l'effet de l'existence d'une fissure. Le calcul des rigidités de filet-fondation, d'hertz et de compression axiale traité en 2.2 restera le même. Tandis que les rigidités de fléchissement et de cisaillement changeront par changement du moment d'inertie effectif de la surface et la section transversale à une distance x à partir de la racine de la dent.

Dans notre étude, on s'intéresse à deux cas de fissures :

Le premier cas : concernant le cas où q_0 est inférieure à la moitié de l'épaisseur de la base de la dent. Il correspond à une faible fissure moins dangereuse, comme le cas présenté sur la figure 2.7.

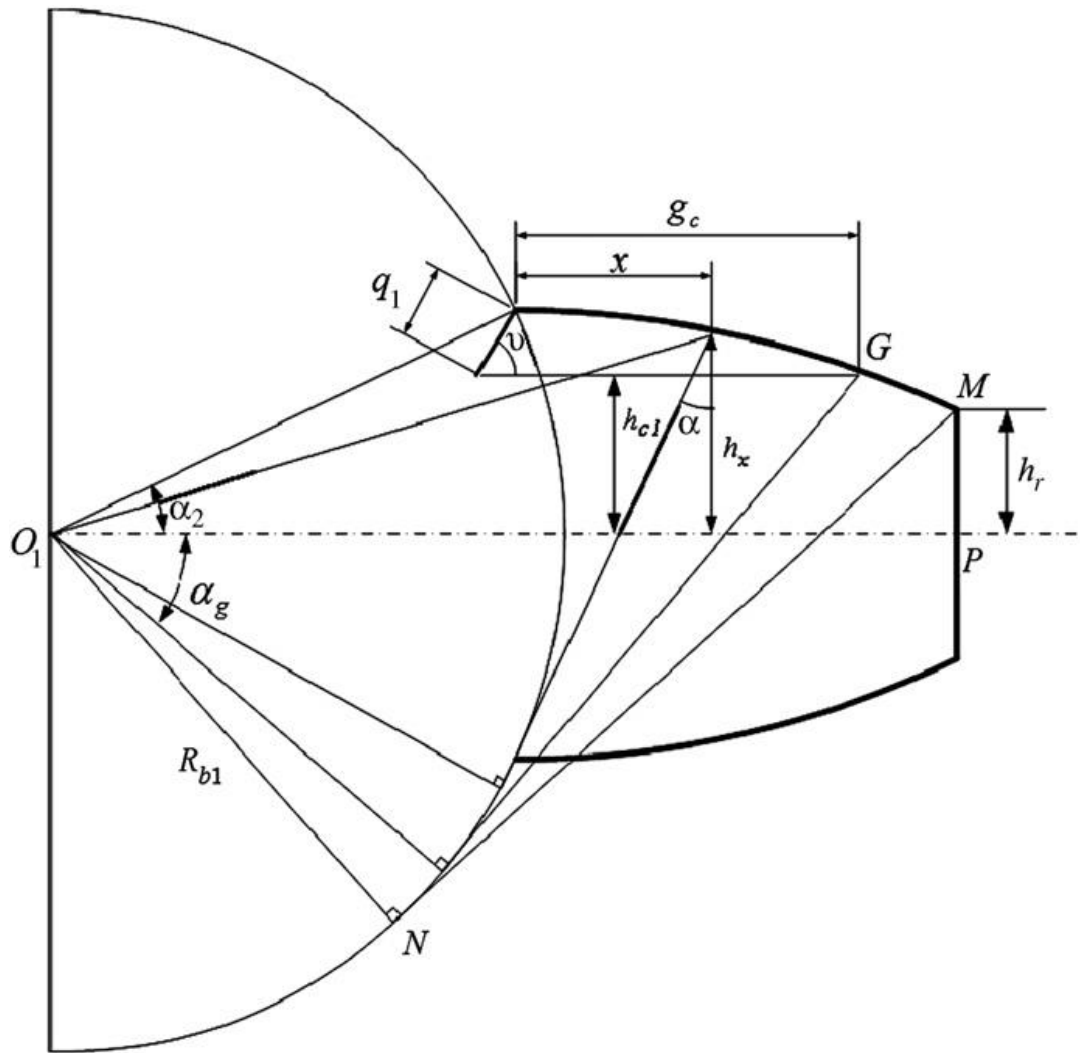


Figure 2.7 Fissure en cas1 [21].

Dans ce cas A_x et I_x sont donnés par les équations ci-après :

$$I_x = \begin{cases} \frac{1}{12} (h_c + h_x)^3 L & \text{si } x \leq g_c \\ \frac{1}{12} (2h_x)^3 L & \text{si } x > g_c \end{cases} \quad 2.90$$

$$A_x = \begin{cases} (h_c + h_x)L & \text{si } x \leq g_c \\ 2h_x L & \text{si } x > g_c \end{cases} \quad 2.91$$

Les rigidités de flexion et de cisaillement calculés respectivement par les équations 2.41 et 2.44 deviennent alors :

$$\frac{1}{k_{bfissure}} = \int_{-\alpha_g}^{\alpha_2} \frac{\{1 + \cos(\alpha_1)[(\alpha_2 - \alpha)\sin(\alpha) - \cos(\alpha)]\}^2 (\alpha_2 - \alpha)\cos(\alpha)}{EL \left[\sin(\alpha_2) - \frac{q_1}{R_{b1}} \sin(\nu) + (\alpha_2 - \alpha)\cos(\alpha) + \sin(\alpha) \right]^3} d\alpha +$$
2.92

$$\int_{-\alpha_1}^{-\alpha_g} \frac{\{1 + \cos(\alpha_1)[(\alpha_2 - \alpha)\sin(\alpha) - \cos(\alpha)]\}^2 (\alpha_2 - \alpha)\cos(\alpha)}{EL [(\alpha_2 - \alpha)\cos(\alpha) + \sin(\alpha)]^3} d\alpha$$

$$\frac{1}{k_{sfissure}} = \int_{-\alpha_g}^{\alpha_2} \frac{1.2(1+\nu)(\alpha_2 - \alpha)\cos(\alpha)\cos(\alpha)^2}{EW \left[\sin(\alpha_2) - \frac{q_1}{R_{b1}} \sin(\nu) + (\alpha_2 - \alpha)\cos(\alpha) + \sin(\alpha) \right]} d\alpha +$$
2.93

$$\int_{-\alpha_1}^{-\alpha_g} \frac{1.2(1+\nu)(\alpha_2 - \alpha)\cos(\alpha)\cos(\alpha)^2}{EW [(\alpha_2 - \alpha)\cos(\alpha) + \sin(\alpha)]} d\alpha$$

Le deuxième cas : concernant le cas où q_0 est supérieure à la moitié de l'épaisseur de la base de la dent (figure 2.8). La profondeur de la fissure q_1 augmente jusqu'à atteindre la ligne centrale de la dent où q_1 atteint son maximum q_{1max} , et par la suite, la fissure change ensuite de direction en q_2 qui est symétrique par rapport à la ligne centrale de la dent. Ce cas est plus dangereux, car la fissure se développe vers causer la rupture de la dent. I_x et A_x deviennent alors :

$$I_x = \frac{1}{12} (h_x - h_{c2})^3 L$$
2.94

$$A_x = (h_x - h_{c2}) L$$
2.95

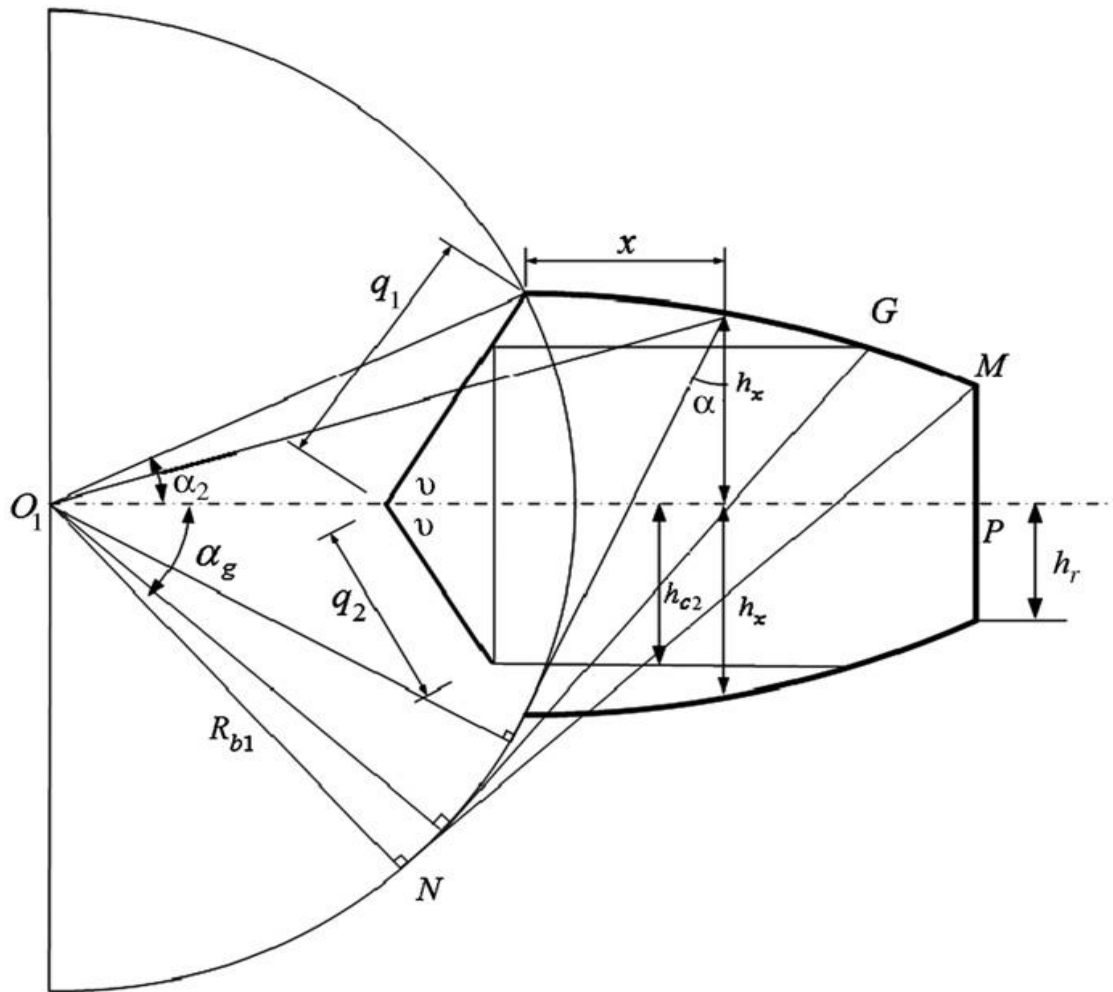


Figure 2.8 Fissure en cas2 [21].

Dans ce cas, les rigidités de flexion et de cisaillement deviennent :

$$\frac{1}{k_{bfissure}} = \int_{-\alpha_g}^{\alpha_2} \frac{12 \{1 + \cos(\alpha_1) [(\alpha_2 - \alpha) \sin(\alpha) - \cos(\alpha)]\}^2 (\alpha_2 - \alpha) \cos(\alpha)}{EL \left[\sin(\alpha) - \frac{q_2}{R_{b1}} \sin(\nu) + (\alpha_2 - \alpha) \cos(\alpha) \right]^3} d\alpha \quad 2.96$$

$$\frac{1}{k_{cfissure}} = \int_{-\alpha_g}^{\alpha_2} \frac{2.4(1+\nu)(\alpha_2 - \alpha) \cos(\alpha) \cos(\alpha)^2}{EW \left[\sin(\alpha) - \frac{q_2}{R_{b1}} \sin(\nu) + (\alpha_2 - \alpha) \cos(\alpha) \right]} d\alpha \quad 2.97$$

2.5 Calcul de la rigidité d'engrènement avec variation du chemin de propagation et du point initial de la fissure

L'objectif de ce paragraphe est d'effectuer une étude paramétrée en fonction de la variation des caractéristiques de la fissure à savoir la profondeur, l'initiation de la fissure et son chemin de propagation. Comme présentée dans le chapitre 1, la fissure commence à la racine de la dent. Dans ce paragraphe, on considère le point initial de la fissure variable à partir de la racine de la dent où quatre cas sont considérés. C'est une ligne droite dans le cas 1, linéaire dans le cas 2, parabolique dans le cas 3 et avec une légère courbure dans le cas 4.

2.5.1 Premier cas : fissure avec un point initial à une distance X de la racine et un chemin constant

La figure 2.9 donne le modèle d'une dent pour le cas 1, A_y et I_y sont donnés par les équations 2.98 et 2.99.

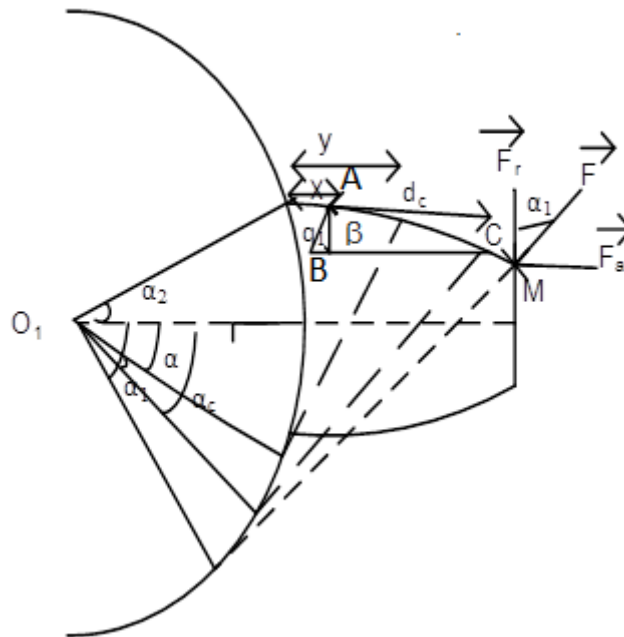


Figure 2.9 Modélisation d'une dent pour le cas 1.

$$I_y = \begin{cases} \frac{1}{12} \left(2x - \left(\frac{(h_q - x_A)y + x_A y_B - h_q y_A}{y_B - y_A} - h_q \right) \right)^3 L & y_B \leq y \leq y_A \\ \frac{1}{12} (h_q + x)^3 L & y_A \leq y \leq y_C \\ \frac{1}{12} (2x)^3 L & y \geq y_C \text{ or } y \leq y_B \end{cases} \quad 2.98$$

$$A_y = \begin{cases} \left(2x - \left(\frac{(h_q - x_A)y + x_A y_B - h_q y_A}{y_B - y_A} - h_q \right) \right) L & y_B \leq y \leq y_A \\ (h_q + x)L & y_A \leq y \leq y_C \\ (2x)L & y \geq y_C \text{ or } y \leq y_B \end{cases} \quad 2.99$$

2.5.2 Deuxième cas : fissure avec un point initial à une distance X de la racine et un chemin linéaire

La figure 2.10 représente le modèle de la dent pour le cas 2. I_y et A_y sont exprimés respectivement par les équations 2.100 et 2.101.

$$I_y = \begin{cases} \frac{1}{12} \left(2x - \left(\frac{(h_q - x_A)y + x_A y_B - h_q y_A}{y_B - y_A} - \frac{(x_C - x_B)(y - y_B)^2}{(y_C - y_B)^2} - x_B \right) \right)^3 L & y_B \leq y \leq y_A \\ \frac{1}{12} \left(x + \frac{(x_C - x_B)(y - y_B)^2}{(y_C - y_B)^2} + x_B \right)^3 L & y_A \leq y \leq y_C \\ \frac{1}{12} (2x)^3 L & y \geq y_C \text{ ou } y \leq y_B \end{cases} \quad 2.100$$

$$A_y = \begin{cases} \left(2x - \left(\frac{(h_q - x_A)y + x_A y_B - h_q y_A}{y_B - y_A} - \frac{(x_C - x_B)(y - y_B)^2}{(y_C - y_B)^2} - x_B \right) \right) L & y_B \leq y \leq y_A \\ \left(x + \frac{(x_C - x_B)(y - y_B)^2}{(y_C - y_B)^2} + x_B \right) L & y_A \leq y \leq y_C \\ (2x)L & y \geq y_C \text{ ou } y \leq y_B \end{cases} \quad 2.101$$

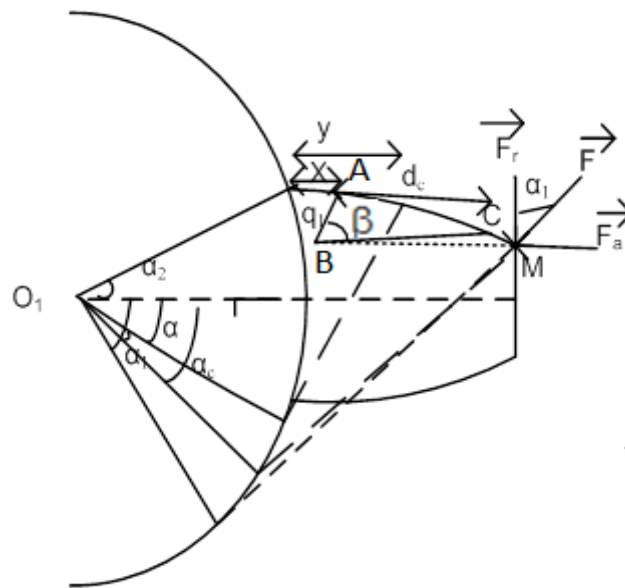


Figure 2.10 Modélisation d'une dent pour le cas 2.

2.5.3 Troisième cas : fissure avec un point initial à une distance X de la racine et un chemin parabolique

Ce cas est représenté sur la figure 2.11. I_y et A_y sont exprimés respectivement par les équations 2.102 et 2.103.

$$I_y = \begin{cases} \frac{1}{12} \left(2x - \left(\frac{(h_q - x_A)y + x_A y_B - h_q y_A}{y_B - y_A} - \frac{(x_C - x_B)(y - y_B)^2}{(y_C - y_B)^2} - x_B \right) \right)^3 L & y_B \leq y \leq y_A \\ \frac{1}{12} \left(x + \frac{(x_C - x_B)(y - y_B)^2}{(y_C - y_B)^2} + x_B \right)^3 L & y_A \leq y \leq y_C \\ \frac{1}{12} (2x)^3 L & y \geq y_C \text{ or } y \leq y_B \end{cases} \quad 2.102$$

$$A_y = \begin{cases} \left(2x - \left(\frac{(h_q - x_A)y + x_A y_B - h_q y_A}{y_B - y_A} - \frac{(x_C - x_B)(y - y_B)^2}{(y_C - y_B)^2} - x_B \right) \right) L & y_B \leq y \leq y_A \\ \left(x + \frac{(x_C - x_B)(y - y_B)^2}{(y_C - y_B)^2} + x_B \right) L & y_A \leq y \leq y_C \\ (2x)L & y \geq y_C \text{ or } y \leq y_B \end{cases} \quad 2.103$$

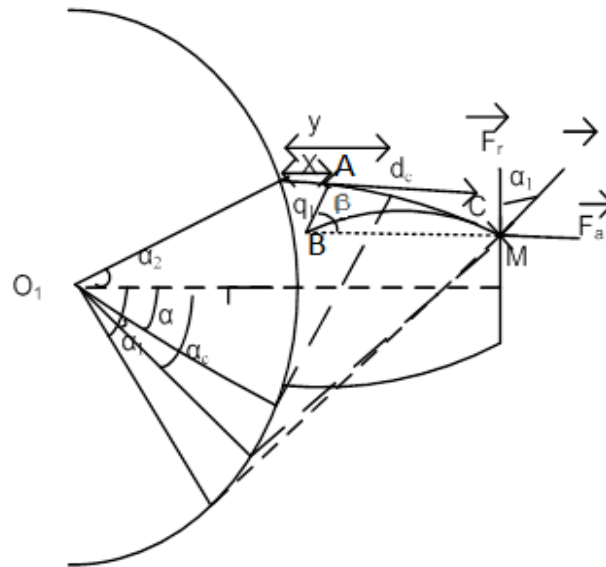


Figure 2.11 Modélisation d'une dent pour le cas 3.

2.5.4 Quatrième cas : fissure avec un point initial à une distance X de la racine et un chemin quadratique

Ce cas est représenté sur la figure 2.12. I_y et A_y sont exprimés respectivement par les équations 2.104 et 2.105.

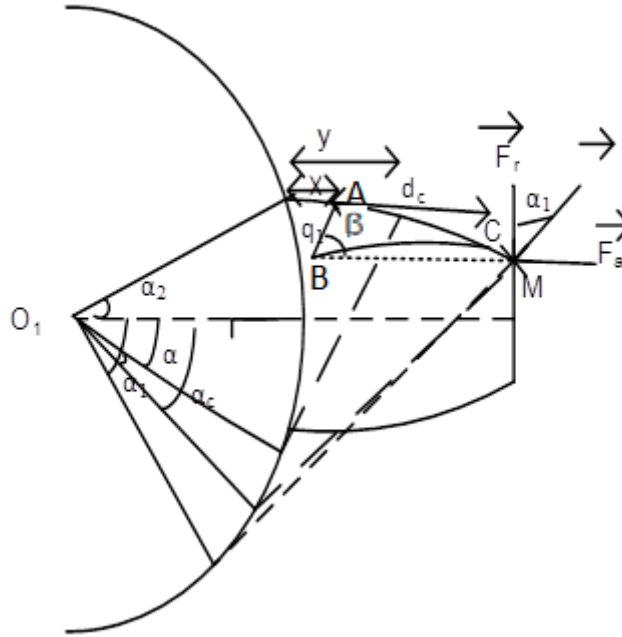


Figure 2.12 Modélisation d'une dent pour le cas 4.

$$I_y = \begin{cases} \frac{1}{12} \left(2x - \left(\frac{(h_q - x_A)y + x_A y_B - h_q y_A}{y_B - y_A} - \sqrt{\frac{(x_C^2 - x_B^2)(y - y_B)}{y_C - y_B} + x_B^2} \right) \right)^3 L & y_B \leq y \leq y_A \\ \frac{1}{12} \left(x + \sqrt{\frac{(x_C^2 - x_B^2)(y - y_B)}{y_C - y_B} + x_B^2} \right)^3 L & y_A \leq y \leq y_C \\ \frac{1}{12} (2x)^3 L & y \geq y_C \text{ ou } y \leq y_B \end{cases} \quad 2.104$$

$$A_y = \begin{cases} \left(2x - \left(\frac{(h_q - x_A)y + x_A y_B - h_q y_A}{y_B - y_A} - \sqrt{\frac{(x_C^2 - x_B^2)(y - y_B)}{y_C - y_B} + x_B^2} \right) \right) L & y_B \leq y \leq y_A \\ \left(x + \sqrt{\frac{(x_C^2 - x_B^2)(y - y_B)}{y_C - y_B} + x_B^2} \right) L & y_A \leq y \leq y_C \\ (2x)L & y \geq y_C \text{ or } y \leq y_B \end{cases} \quad 2.105$$

2.6 Résultats et interprétations

Tenant compte de tous les effets, cisaillement, flexion, fondation, compression axiale et Hertz, la rigidité d'engrènement est calculée. Ce calcul est effectué, pour un engrenage externe-externe, externe-interne, dans le cas sain et dans le cas avec défaut à l'aide de MATLAB.

La rigidité totale en considérant tous les effets avec les paramètres présentés sur le tableau 2.2 est calculée pour deux types de contact : externe-externe et interne-externe.

Tableau 2.2 paramètres du pignon et de la roue [21].

Nombre de dents du pignon	$N_1=25$
Nombre de dents de la roue	$N_2=30$
Largeur de la dent (mm)	$L=20$
Angle de pression (°)	20
Module de young (Pa)	$E=2 \times 10^{11}$
Rapport de poisson	$\nu = 0.3$

Dans le calcul de la rigidité trois importantes zones comme présenté sur la figure 2.13. La variation de K_t est due au processus d'engrènement le long de la ligne d'action, en anglais Ligne Of Action (LOA), qui est perpendiculaire à OLOA (Off Line Of Action) (figure 2.14). Dans la LOA (LOA = AD), il existe cinq points importants A, B, P, C et D. Les zones AB et CD sont les régions à double contact, BC est la zone du seul contact, et le point P est le point primitif. À l'instant $t = 0$, la paire 1 est dans le point A et la paire 0 est dans le point C. Comme les roues tournent, les points de contact changent le long de la LOA : la paire 1 passe de A à D et la paire 0 de C à D, lorsque la paire 0 quitte le contact au point D, la paire 1 continue. Commencant le contact unique jusqu'à atteindre le point D en terminant un cycle d'engrènement, la modélisation de K_t est présentée dans le chapitre 2.

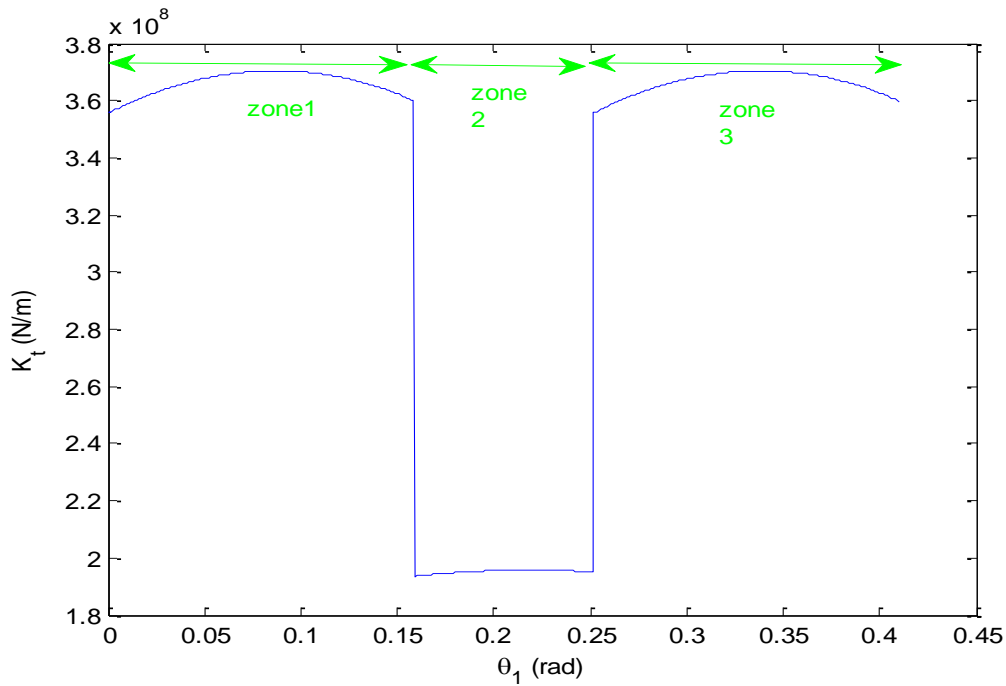


Figure 2.13 Rigidité d'engrènement totale K_t en fonction du déplacement angulaire du pignon θ_1 .

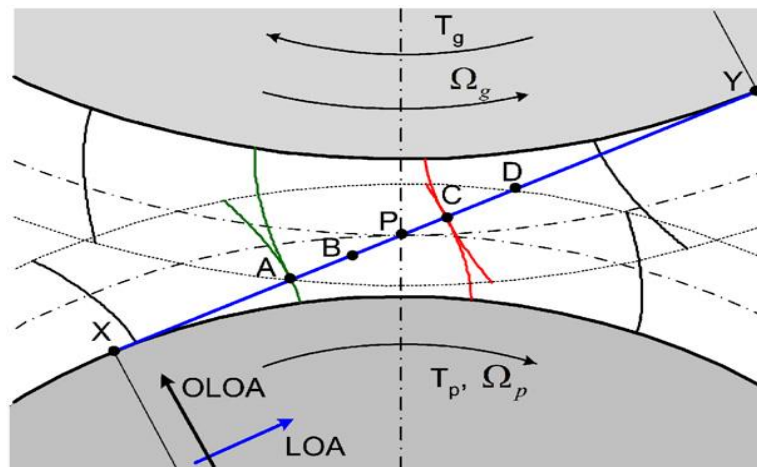


Figure 2.14 Processus d'engrènement.

Ensuite la rigidité totale d'engrènement K_t , pour un engrènement externe-externe en présence d'une fissure est calculée en utilisant Matlab. L'effet de la fissure introduit une chute de K_t . La valeur de cette chute dépend de l'état d'évolution de la fissure.

La rigidité d'engrènement K_t , pour un engrènement interne-externe, est calculée de la même façon qu'en cas d'engrènement externe-externe en tenant compte le contact interne avec un profil en développante de cercle. Cette forme de la raideur, sans rigidité de fondation, est identique avec celle obtenue dans [68] (figure 2.15). L'ajout de l'effet de la fondation est fait, le résultat obtenu est représenté sur la figure 2.16. Comme le cas d'un engrènement externe-externe, la rigidité de la fondation a une influence importante sur la rigidité totale d'engrènement pour un engrènement externe-interne. La raideur totale avec fondation diminue en comparant avec celle sans fondation. Les résultats obtenus montrent que les contacts externe-externe et interne-externe ont la même forme de la rigidité (figures 2.13, 2.15 et 2.16). Sur le reste de ce paragraphe, on traite juste la raideur externe-externe puisque le type le plus utilisé.

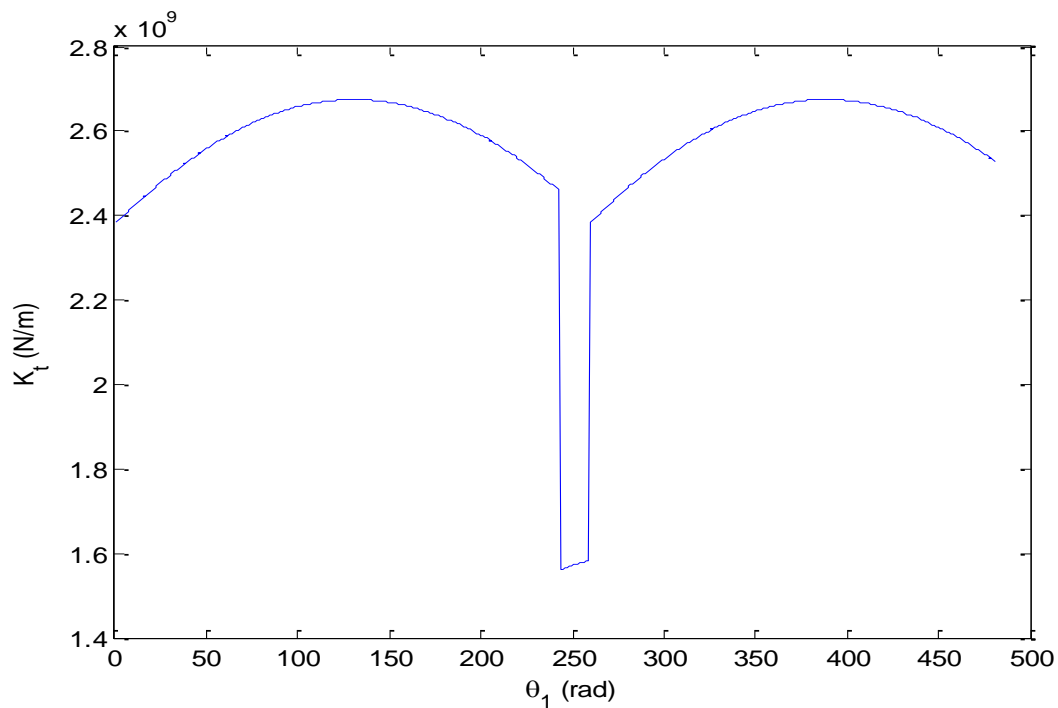


Figure 2.15 Rigidité K_t pour un engrènement externe-interne sans l'effet de la fondation.

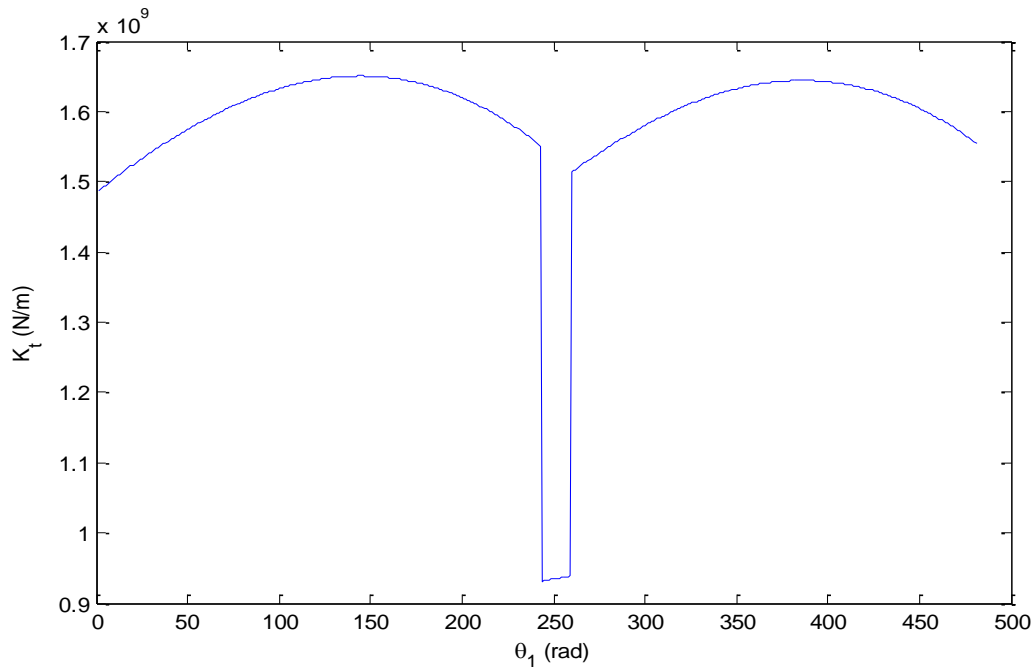


Figure 2.16 Rigidité K_t pour un engrenage externe-interne avec avec l'effet de la fondation.

La rigidité d'engrènement totale est obtenue en considérant plusieurs effets (figures 2.13, 2.15 et 2.16). Les rigidités élémentaires de chaque effet sont illustrées sur les figures 2.17, 2.18, 2.19 et 2.20.

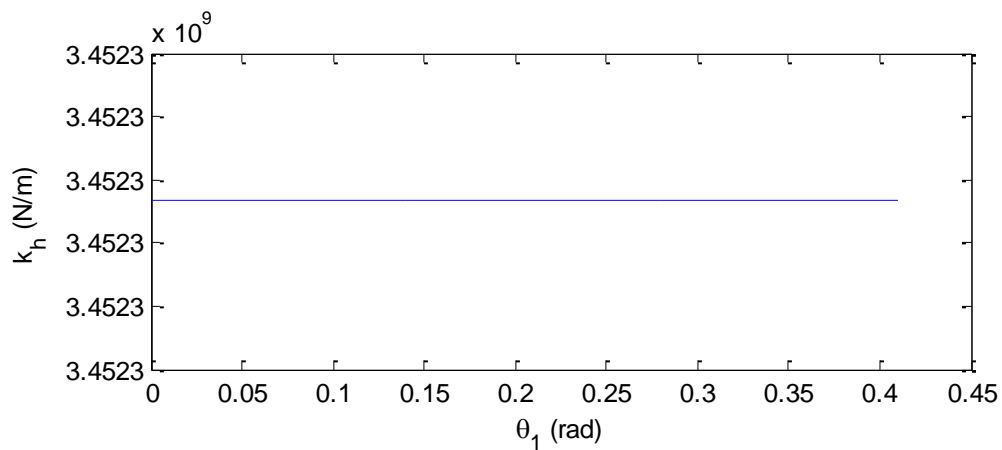


Figure 2.17 Rigidité de Hertz.

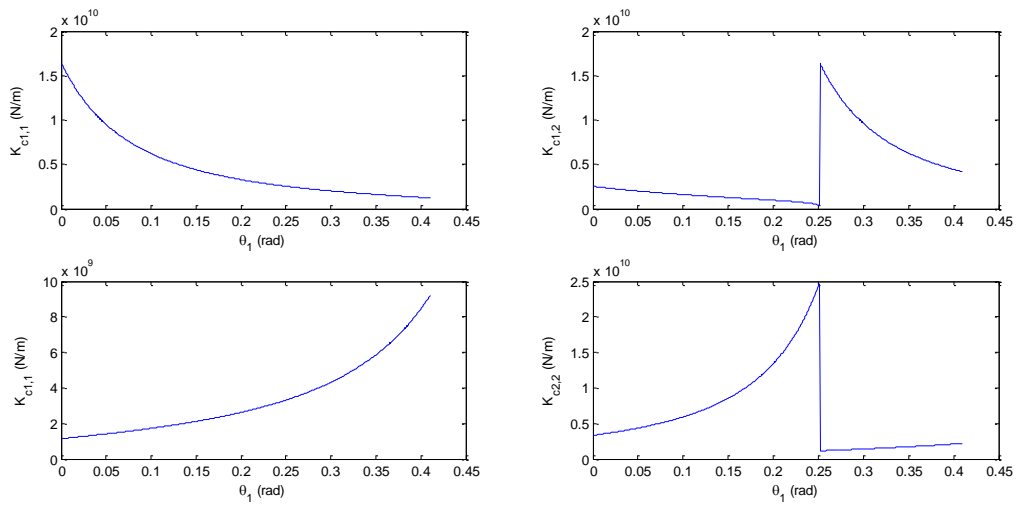


Figure 2.18 Rigidités de cisaillement.

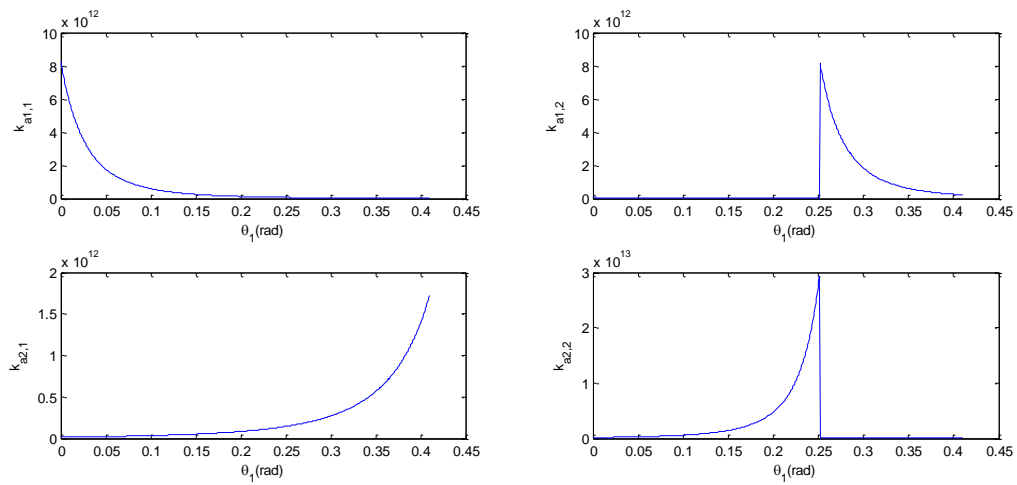


Figure 2.19 Rigidités de compression axiale.

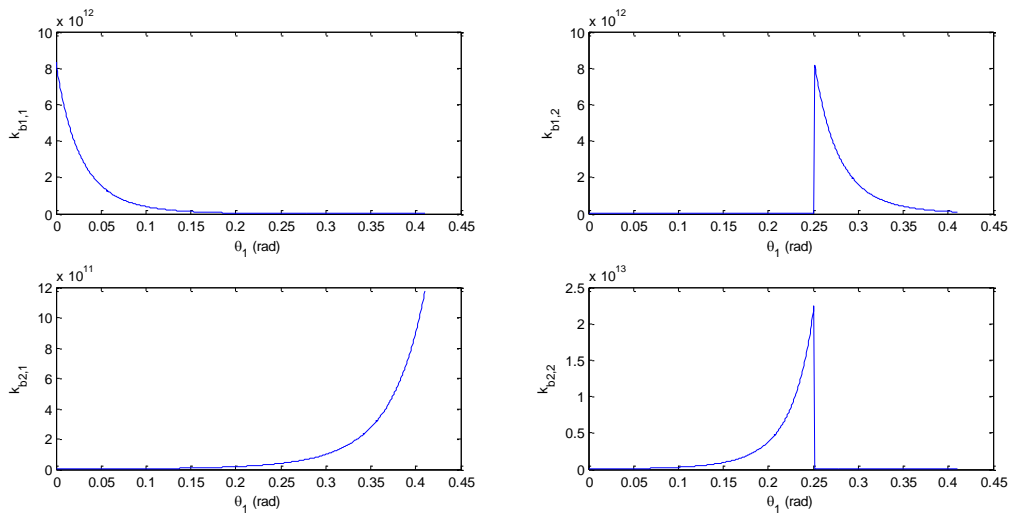


Figure 2.20 Rigidités de flexion.

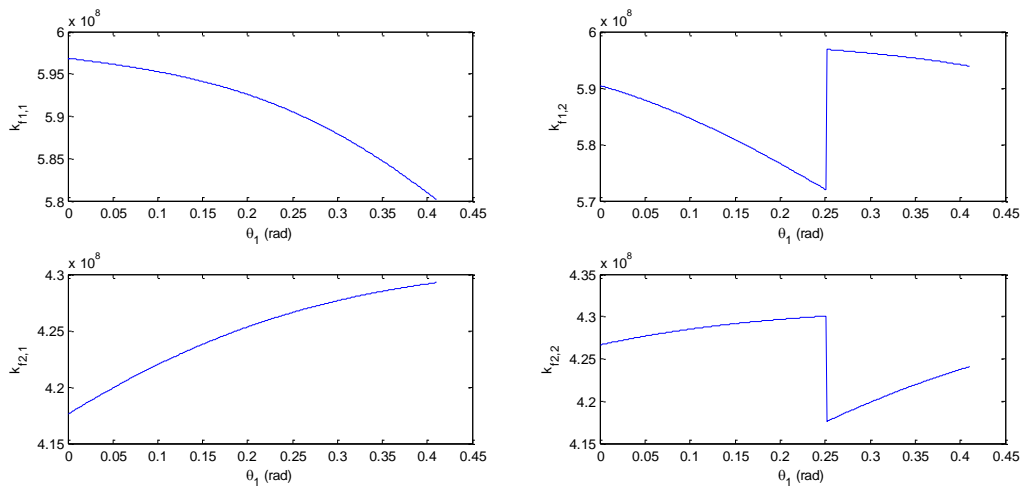


Figure 2.21 Rigidité de fondation élastique.

Afin de comparer entre tous ces effets, nous avons calculé la rigidité totale d'engrènement de chaque effet en négligeant les autres (figures 2.22, 2.23, 2.24, 2.25 et 2.26). D'après ce calcul, on déduit que chaque effet a une grande influence sur la rigidité d'engrènement (des ordres de 10^8 , 10^9 , 10^{10}).

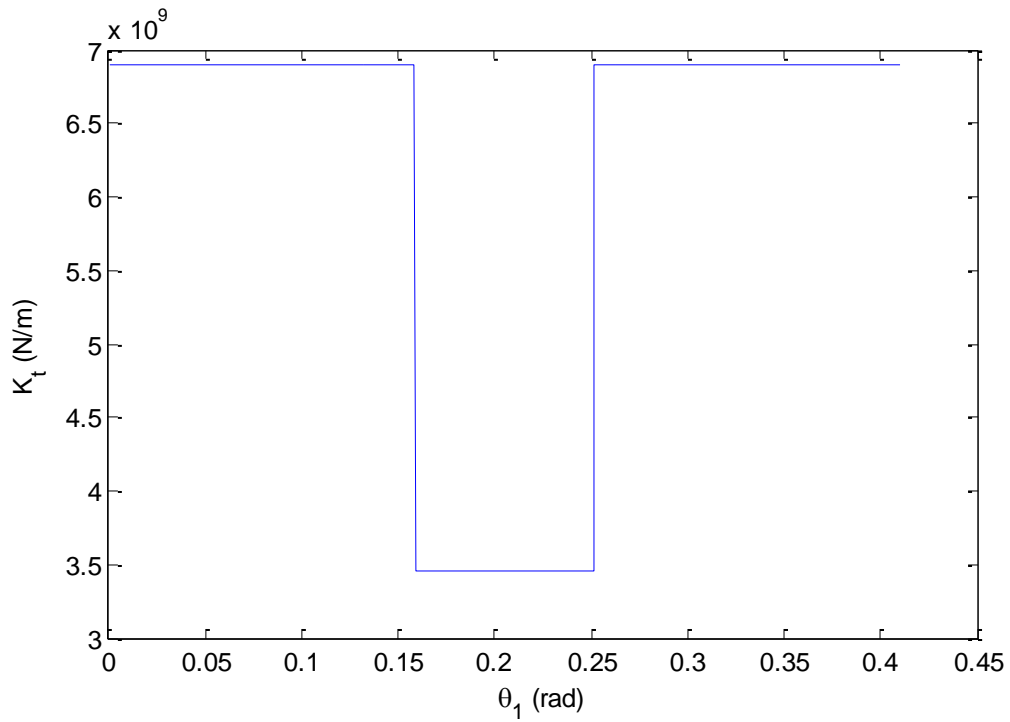


Figure 2.22 Rigidité totale d'engrènement K_t avec seulement l'effet de Hertz.

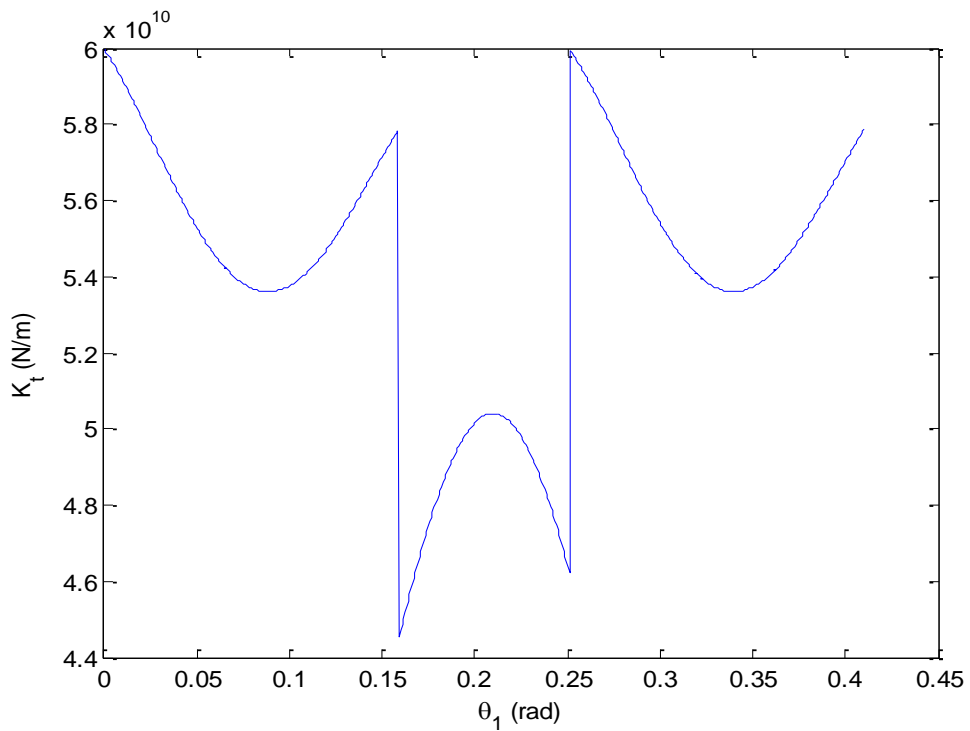


Figure 2.23 Rigidité totale d'engrènement K_t avec seulement l'effet de la compression axiale.

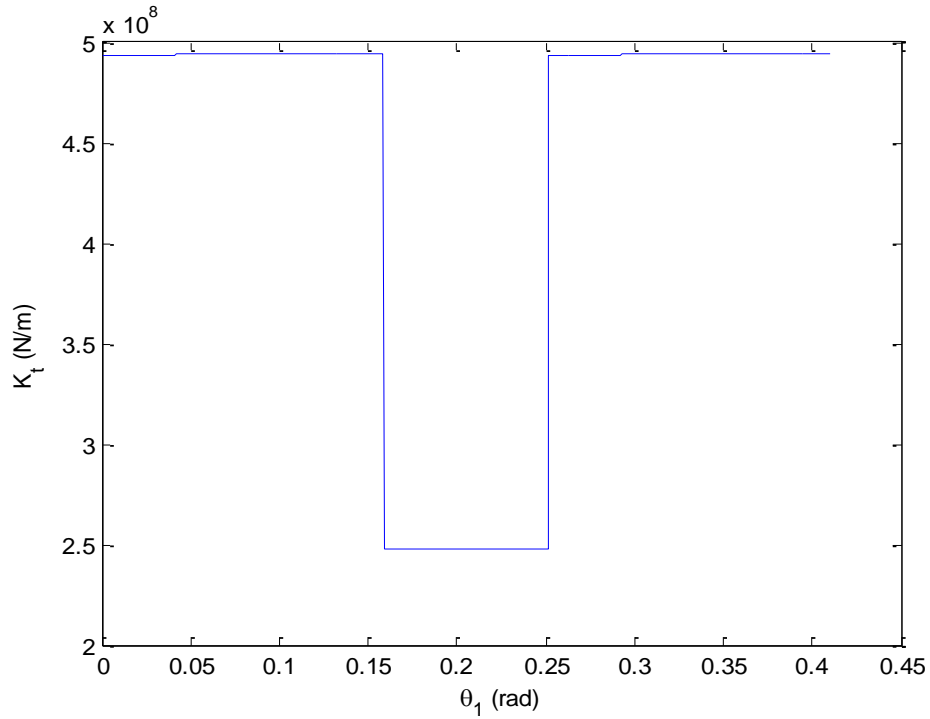


Figure 2.24 Rigidité totale d'engrènement K_t avec seulement l'effet de la fondation.

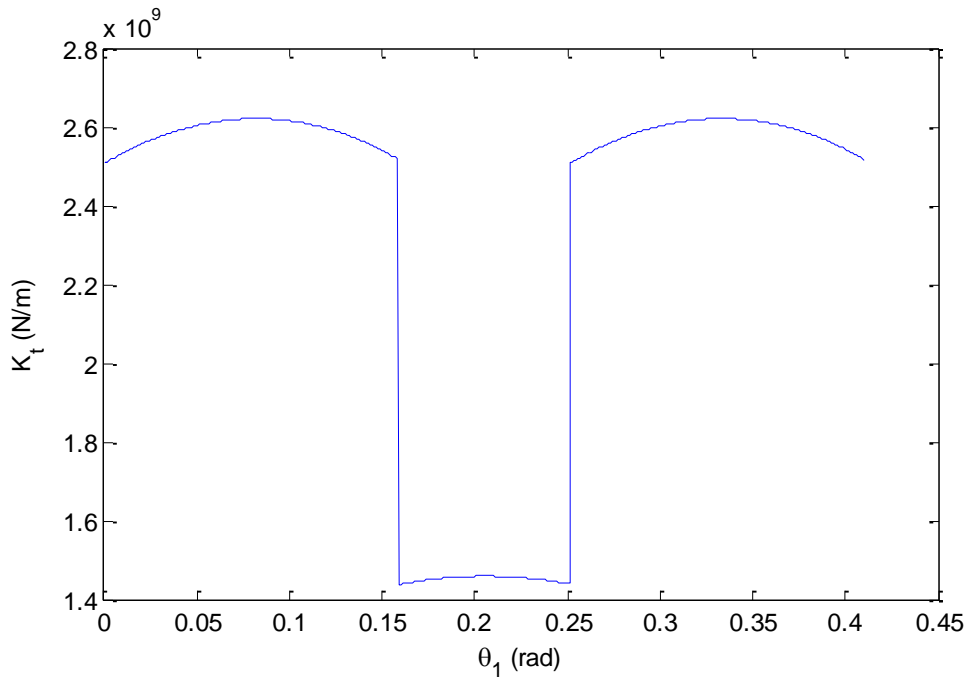


Figure 2.25 Rigidité totale d'engrènement K_t avec seulement l'effet de cisaillement.

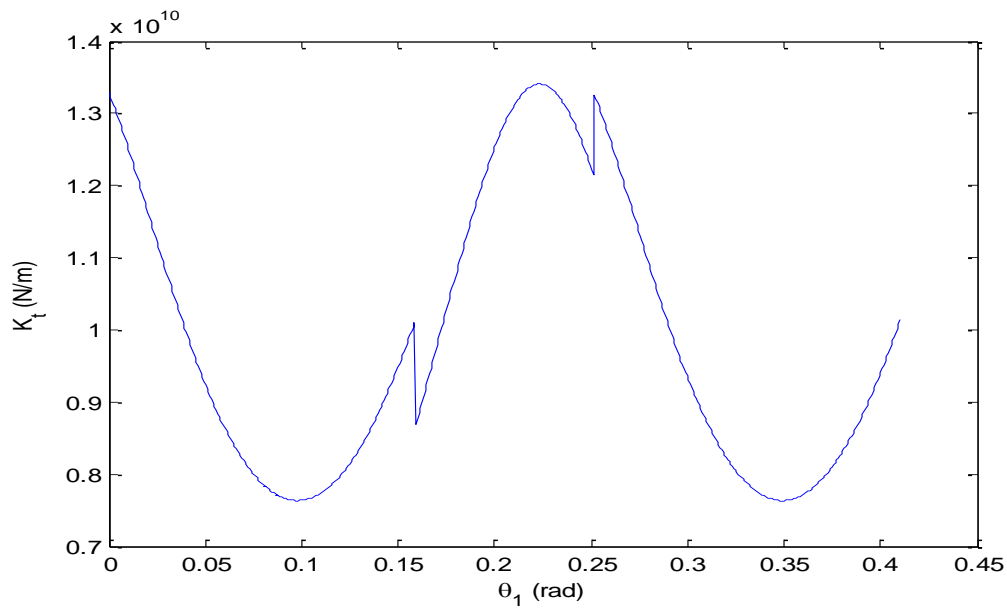


Figure 2.26 Rigidité totale d'engrènement K_t avec seulement l'effet de la flexion.

La variation de la rigidité en fonction de la profondeur de la fissure est présentée dans la figure 2.27. Dans ce cas, q_1 atteint son maximum et la fissure continue à croître où q_2 passe de 0,02 mm à 1,6 mm avec incrémentation de 0,2 mm.

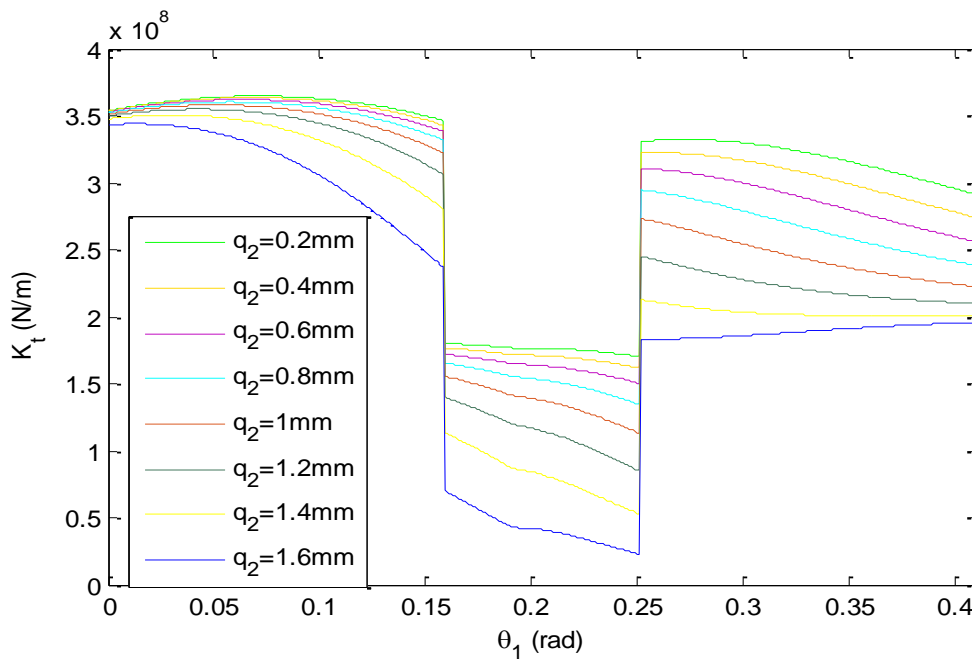


Figure 2.27 K_t en présence d'une fissure : q_2 de 0.02mm à 1.6mm.

L'augmentation de l'angle ν et la profondeur q_1 signifient l'augmentation de la sévérité de la fissure. Cela se traduit par une chute de la rigidité d'engrènement. Le maximum de la rigidité en fonction de la variation de ν et de q_1 dans les trois zones est donné respectivement dans les figures 2.28 et 2.29. Ce maximum diminue avec l'augmentation de ν et q_1 dans les trois zones. La chute du maximum de la raideur est plus importante dans la zone trois que les deux autres zones.

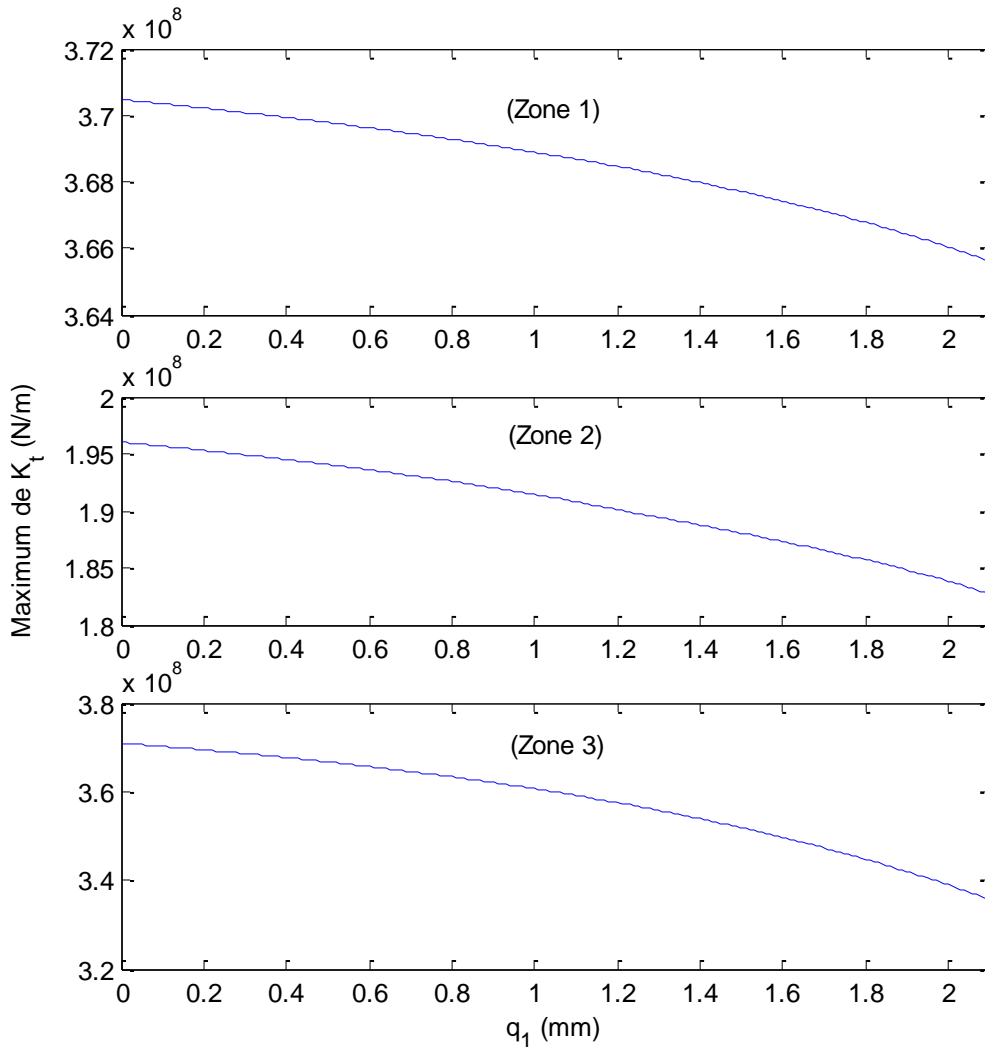


Figure 2.28 Maximum de K_t en fonction des variations de la profondeur de la fissure.

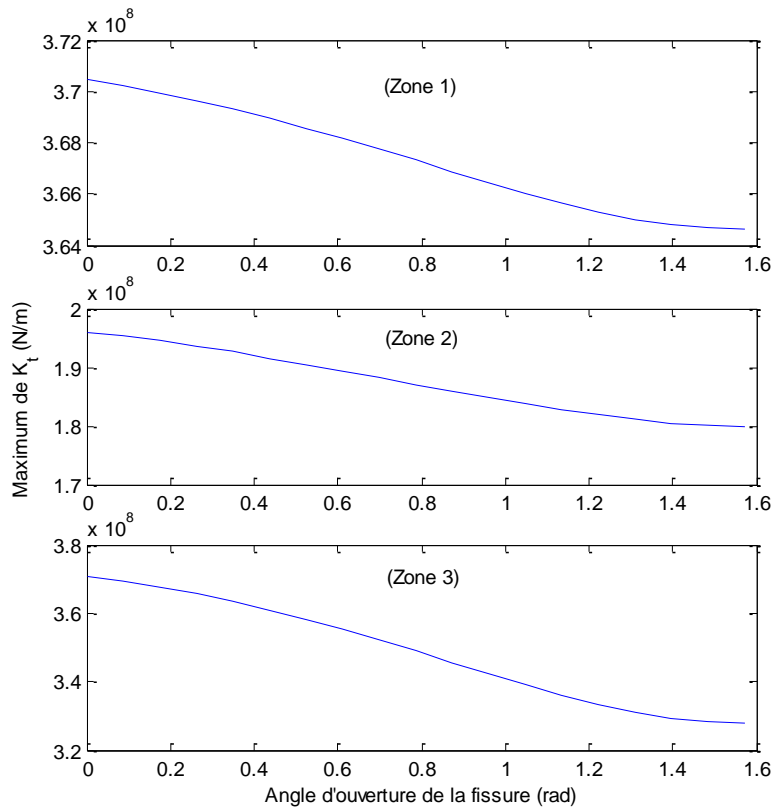


Figure 2.29 Maximum de K_t en fonction des variations de la profondeur et l'angle d'ouverture de la fissure.

Le mouvement du point initial de la fissure est évalué (figures 2.30, 2.31 et 2.32). L'augmentation de X introduit une augmentation du maximum de K_t pour les cas 2, 3 et 4 tandis que ce maximum diminue dans le cas 1. L'évolution du maximum de K_t pour les cas 2 et 4 est le même dans les 3 zones. Cela montre que les chemins du cas 4 et 2 sont proches.

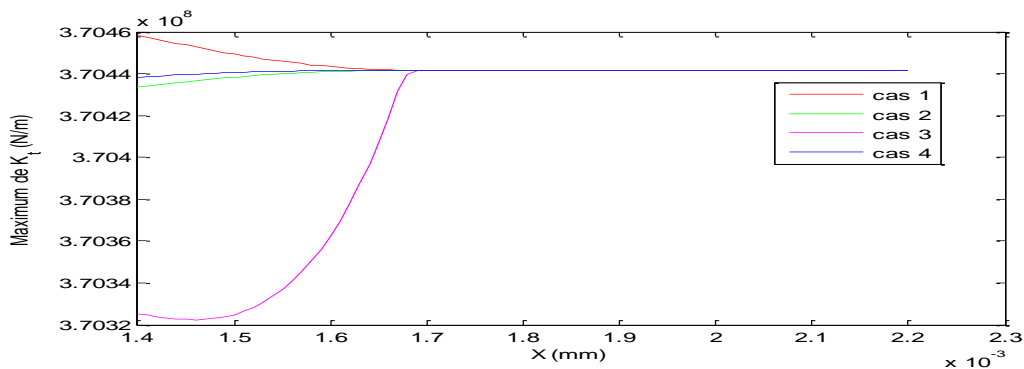


Figure 2.30 Maximum de K_t dans la zone 1.

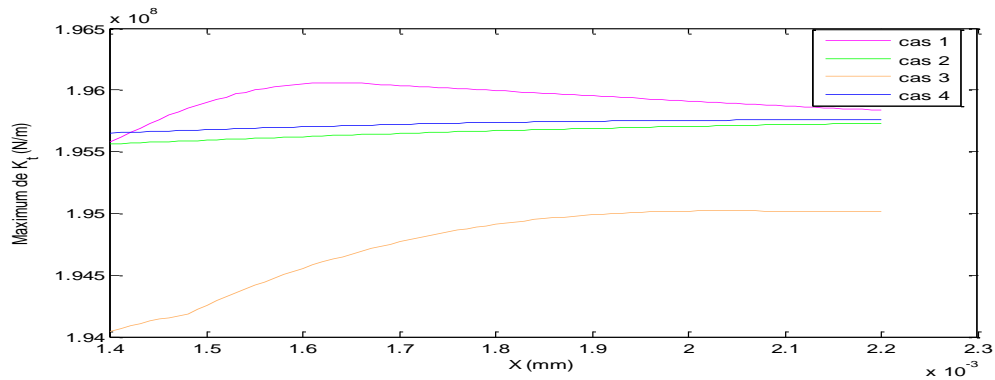


Figure 2.31 Maximum de K_t dans la zone 2.

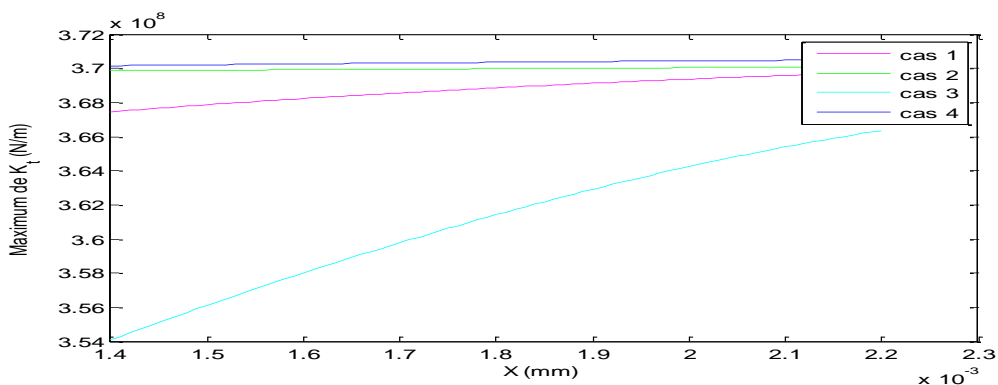


Figure 2.32 Maximum de K_t dans la zone 3.

2.7 Conclusion

Dans ce chapitre, la modélisation et la simulation de la rigidité d'engrènement en présence et en absence d'une fissure sont traitées. Ce calcul a été basé sur la méthode énergétique par considération des effets de flexion, cisaillement, compression axiale, fondation élastique et d'Hertz. Les rigidités de ces effets ont une influence sur la rigidité totale d'engrènement.

La présence d'un défaut se traduit par une chute à la rigidité totale d'engrènement. La valeur de cette chute dépend de son état d'évolution. Ainsi l'effet d'augmenter l'angle d'ouverture ainsi que la profondeur sur la raideur d'engrènement, dans les trois zones, sont étudiés. L'initiation de la fissure d'une distance X de la racine est modélisée. Cette dernière affecte la raideur totale d'engrènement.

3 MODELISATION ET SIMULATION DES SYSTEMES A ENGRENAGES ET ROULEMENTS

3.1 Introduction

Actuellement, la simulation présente un grand intérêt dans la recherche scientifique pour démystifier le comportement complexe des systèmes mécaniques. Dans ce chapitre, la modélisation et la simulation des systèmes à engrenages et roulements sont abordées. La simulation permet d'étudier séparément la réponse dynamique de chaque composante (roue, pignon, roulement). Plusieurs cas sont traités : un modèle d'engrenage à 2 DDL, un modèle d'engrenage à 6 DDL, un modèle d'engrenage à 8 DDL et un modèle de roulement à billes avec 3 DDL. L'effet d'ajout des paramètres sur la dynamique des systèmes est proposé. La présence d'un défaut de denture dans un système à engrenage ou sur un système à roulement est simulée afin d'évaluer ses effets sur la signature vibratoire du système. Matlab/simulink et ode15s ont été choisis pour réaliser la simulation.

3.2 Modèle à 2DDL

3.2.1 Modèle mécanique

Le modèle d'engrenage examiné dans cette étude est illustré dans la figure 3.1. Il se compose d'une paire d'engrenages avec des masses m_n ($n = 1, 2$), des moments d'inertie, I_n , et des rayons de base, R_n . Les deux engrenages sont soumis à des moments, T_n . La variation de la rigidité d'engrènement, K_t , est la principale source d'excitation. En négligeant le frottement et les

déplacements latéraux des deux roues, le système est décrit par 2 DDL de rotation, $\theta_1(t)$ et $\theta_2(t)$ des deux roues dentées.

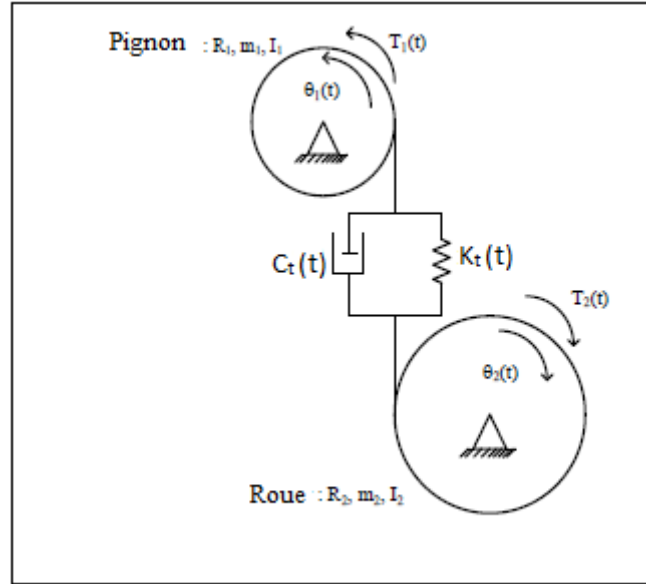


Figure 3.1 Modèle mécanique à 2DDL.

Les équations du mouvement sont exprimées par l'équation ci-après :

$$\begin{cases} I_1 \frac{d^2\theta_1}{dt^2} + R_1 C(t) (R_1 \frac{d\theta_1}{dt} - R_2 \frac{d\theta_2}{dt}) + R_1 K_t(t) (R_1 \theta_1 - R_2 \theta_2) = T_1 \\ I_2 \frac{d^2\theta_2}{dt^2} - R_2 C(t) (R_1 \frac{d\theta_1}{dt} - R_2 \frac{d\theta_2}{dt}) - R_2 K_t(t) (R_1 \theta_1 - R_2 \theta_2) = -T_2 \end{cases} \quad 3.1$$

Avec $C(t)(R_1 \frac{d\theta_1}{dt} - R_2 \frac{d\theta_2}{dt})$ est la force d'amortissement, $K_t(t)(R_1 \theta_1(t) - R_2 \theta_2(t))$ est la force élastique d'engrènement et $K_t(t)$ est la rigidité d'engrènement.

La raideur d'engrènement $K_t(t)$ est la source d'excitation clé dans ce modèle. Elle est approchée par une fonction rectangulaire définie par l'équation ci-après :

$$k(t) = \begin{cases} K_2 & \text{for } 0 \leq t \leq (R_c - 1)T_e \\ K_1 & \text{for } (R_c - 1)T_e \leq t \leq T_e \end{cases} \quad 3.2$$

Avec R_c est le rapport de contact, T_e est la période d'engrènement, K_1 et K_2 désignent respectivement la rigidité lorsque le contact concerne une paire de dents et deux paires de dents.

L'équation 3.1 peut être réécrite sous une forme non dimensionnelle comme suit :

$$M_e \frac{d^2x}{dt^2} + c(t) \frac{dx}{dt} + K_t(t)x = F(t) \quad 3.3$$

Avec : $x = R_1\theta_1 - R_2\theta_2$, $M_e = \frac{I_1I_2}{R_1^2I_2 + R_2^2I_1}$ et $F(t) = M_e \left(\frac{T_1R_1}{I_1} + \frac{T_2R_2}{I_2} \right)$

x s'appelle l'erreur de transmission dynamique (ETD), M_e est la masse équivalente et $F(t)$ est la force transmise entre la paire d'engrenages. L'équation 3.3 peut être écrite comme suit :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\xi\omega_0 \frac{dx}{dt} + K(t)x = \frac{T_1R_1}{I_1} + \frac{T_2R_2}{I_2} \quad 3.4$$

Avec $\omega_0 = \sqrt{k_m/M_e}$, k_m est la moyenne de $K_t(t)$, $C_t(t)$ est une constante c et $\xi = \frac{c}{2\sqrt{k_m M_e}}$.

Un jeu de denture est modélisé par une zone morte, c 'est une fonction non linéaire f définie par l'équation suivante :

$$f(x) = \begin{cases} x-b & \text{si } x \geq b \\ 0 & \text{si } -b \leq x \leq b \\ x+b & \text{si } x \leq -b \end{cases} \quad 3.5$$

En cas de jeu de denture, l'équation 3.3 devient :

$$M_e \frac{d^2x}{dt^2} + c(t) \frac{dx}{dt} + K_t(t)f(x) = F(t) \quad 3.6$$

3.2.2 Résultats de simulation

L'équation 3.4 est résolue avec matlab/ simulink avec les paramètres représentés sur le tableau 3.1. La fréquence d'engrènement f_e est alors de 1000 Hz.

Tableau 3.1 paramètres d'engrenage [32].

	Pignon	Roue
Masse (kg)	0.3083	0.4439
Moment d' inertie (kg_m2)	0.96×10^{-3}	2×10^{-4}
Rigidité radiale du roulement (N/m) dans les directions x,y.	6.56×10^8	6.56×10^8
Amortissement du roulement (Ns/m) dans les directions x,y .	1.8×10^3	1.8×10^3
Amortissement de l'accouplement (Nms/rad)	5×10^5	
Rigidité torsionnelle de l'accouplement (Nm/rad)	4.4×10^4	

La présence de défaut est injectée au système via la rigidité d'engrènement. Les défauts de dentures de types localisés et répartis sont traités. Les défauts sont modélisés par une chute à la rigidité. Cette chute sera plus grande lorsque le dommage est important. Pour un défaut distribué, chaque engrènement d'une dent défectueuse donne une baisse à la rigidité. Cependant, lorsque le défaut est situé sur une seule dent du pignon ou de la roue ou les deux, le dommage local est représenté par une perte de rigidité à la vitesse de rotation de l'élément défectueux (pignon ou roue ou les deux). Sur la figure 3.2, les rigidités d'engrènement pour le cas sain et pour le cas de défauts sont présentées.

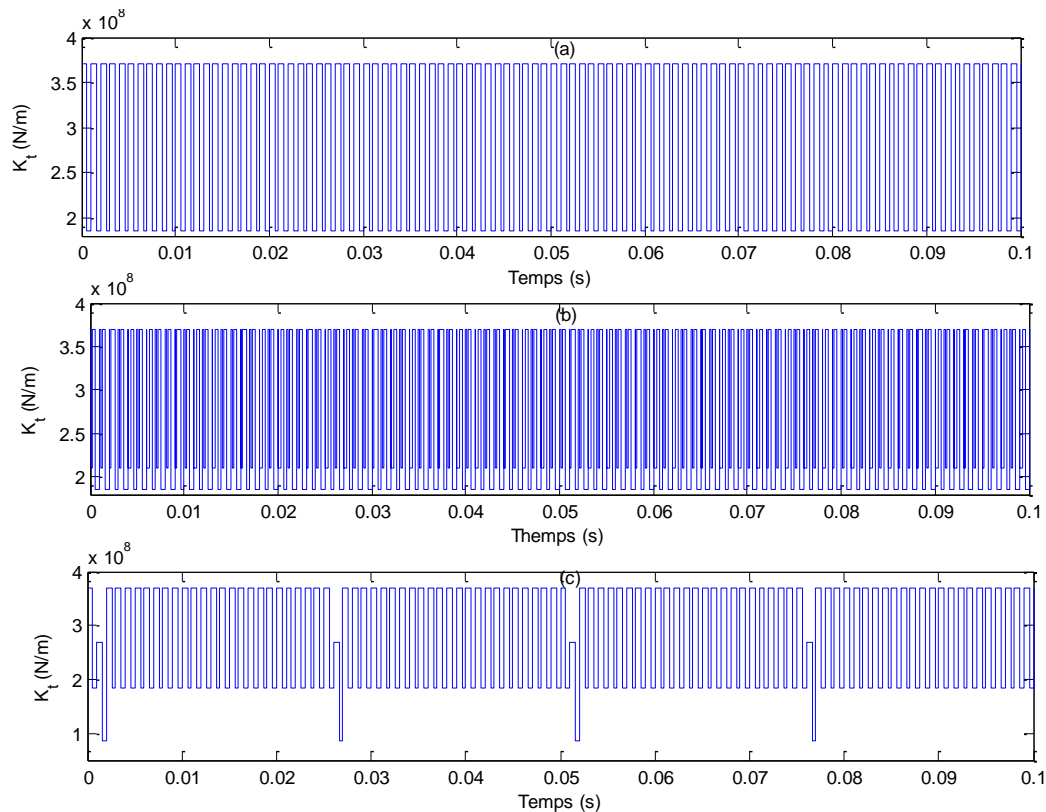


Figure 3.2 Rigidité d'engrènement pour : (a) engrenage sans défaut, (b) engrenage avec défaut réparti, (c) engrenage avec défaut localisé sur une dent du pignon.

K_1 et K_2 sont pris respectivement 1.85×10^8 et 3.7×10^8 en se basant sur la rigidité totale d'engrènement obtenue dans le chapitre 2 (figure 2.13).

L'erreur de transmission dynamique pour les trois cas étudiés est représentée sur la figure 3.3. Cette figure montre que, en présence d'un défaut distribué l'amplitude de l'ETD augmente alors que, pour le défaut localisé, de nombreuses impulsions apparaissent à la fréquence de rotation

de l'élément défectueux (pignon ou roue ou les deux à la fois). Dans le cas sain, lorsqu'une dent de l'engrenage d'entraînement engage la roue entraînée, la variation de la force de contact fournit une vibration périodique à la fréquence d'engrènement. Le spectre dans ce cas est composé de la fréquence d'engrènement, f_e , et de ses harmoniques (figure 3.4.a). En présence de défauts distribués, un choc survient au passage de chaque dent. Par conséquent, le spectre se compose des raies correspondant à la fréquence d'engrènement, mais avec une augmentation d'amplitude en comparaison avec un cas sain (figure 3.4.b). D'autre part, pour un défaut localisé, le spectre correspondant, figure 3.4.c, montre que l'effet du défaut sur la signature vibratoire du système est une modulation d'amplitude autour de la fréquence f_e avec des peignes de fréquence égale à la fréquence de rotation du pignon f_p (40Hz) (figure 3.5).

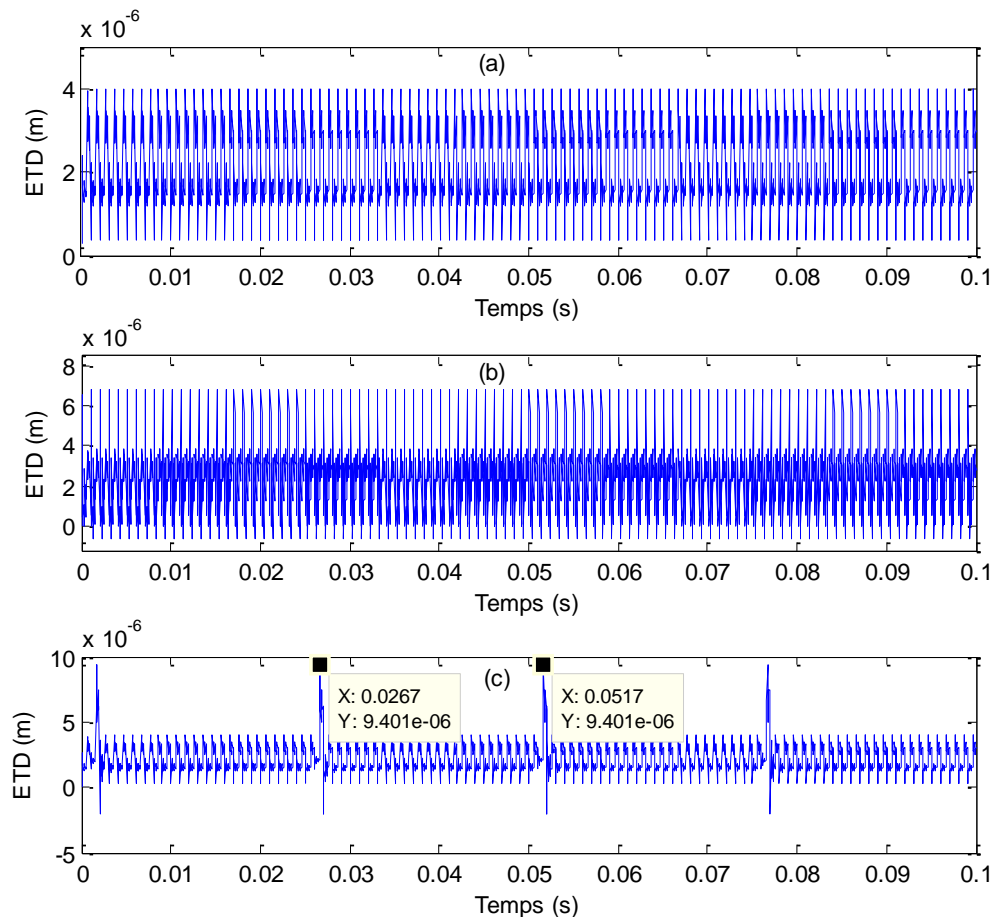


Figure 3.3 ETD pour : (a) engrenage sans défaut, (b) engrenage avec défaut distribué, (c) engrenage avec défaut localisé.

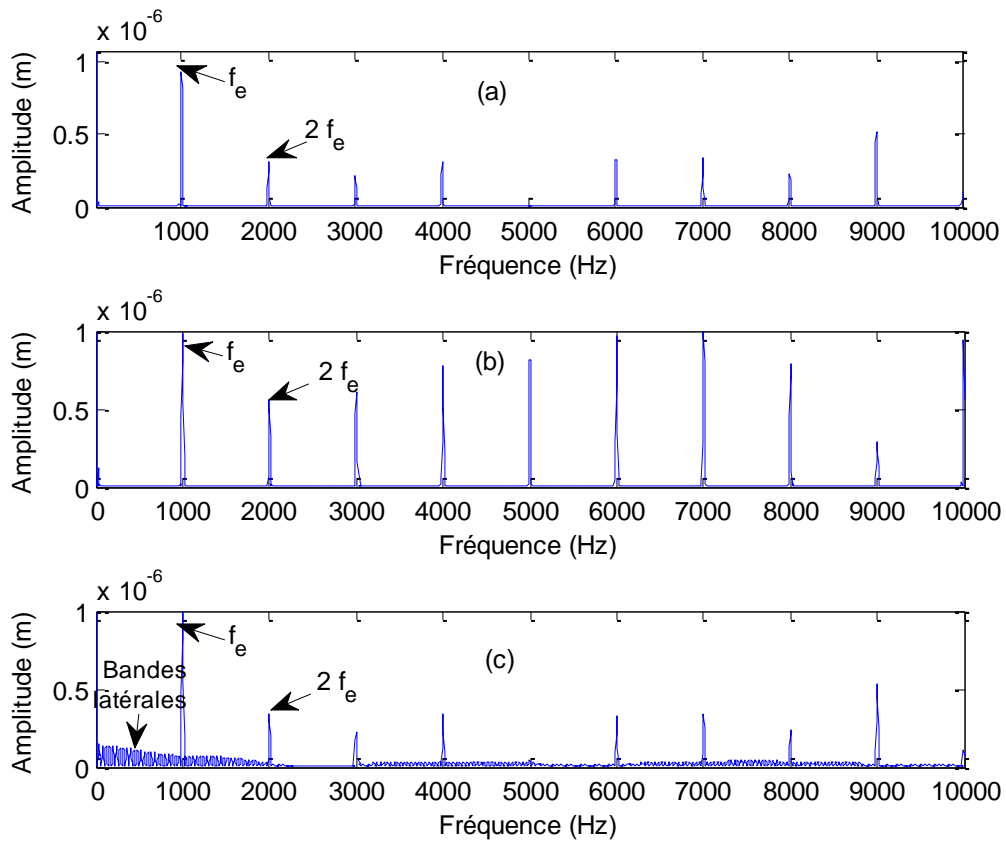


Figure 3.4 Spectre pour : (a) cas sain, (b) défaut distribué, (c) défaut localisé.

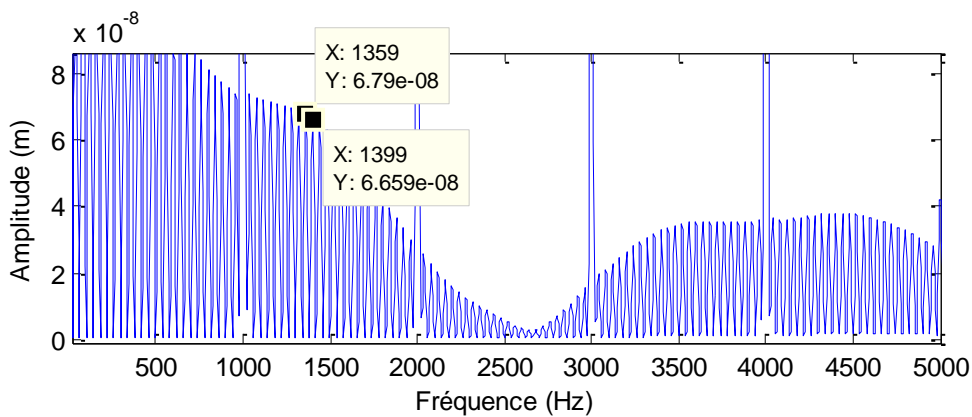


Figure 3.5 Un zoom sur le spectre de la figure 3.5 (c).

Après avoir utilisé une forme approchée de la rigidité K_t , l'utilisation de la rigidité calculée dans le chapitre 2 (figure 2.13). La variation de K_t en fonction du temps dans le cas sans défaut et le cas de défaut est représentée respectivement dans les figures 3.6 et 3.7.

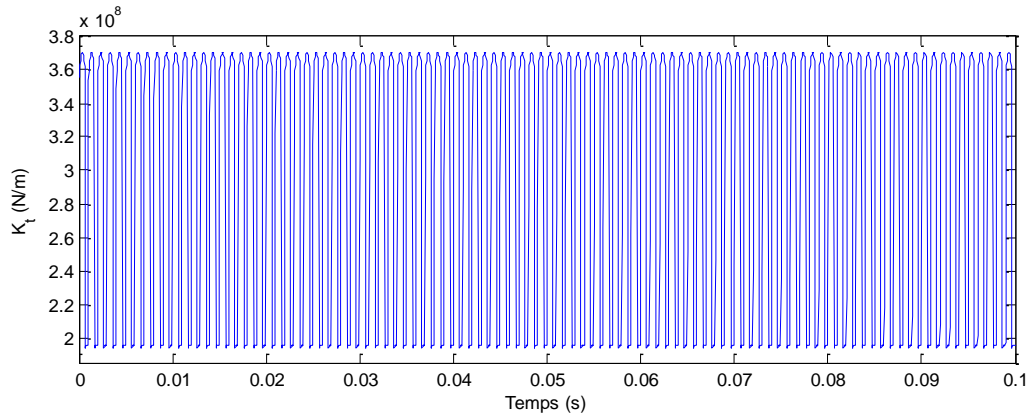


Figure 3.6 Variation de K_t en fonction du temps pour un engrenage sain.

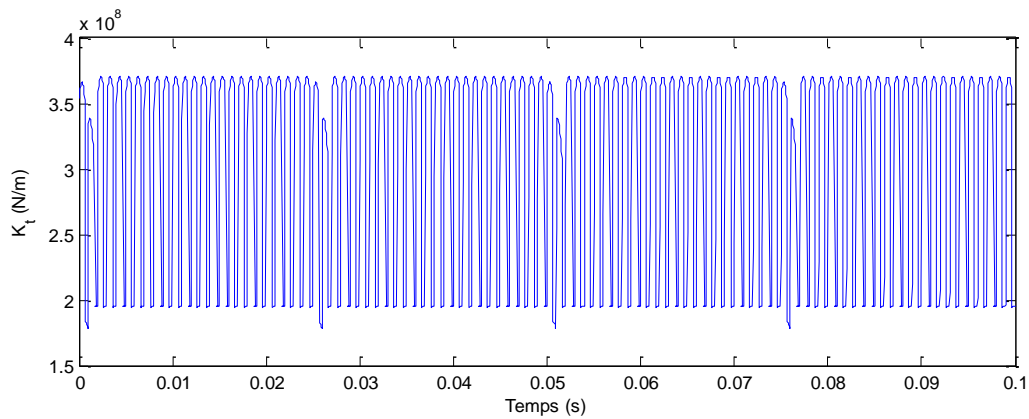


Figure 3.7 Variation de K_t en fonction du temps pour un engrenage défectueux.

La figure 3.8 représente la réponse (ETD) obtenue, au domaine temporel (a) et fréquentiel (b), en utilisant la raideur de la figure 3.6. Une comparaison de cette réponse avec le résultat obtenu (figure 3.3) dans le cas d'une raideur approchée par une forme rectangulaire a été faite. Avec la forme en créneaux, on a obtenu plus de vibration par rapport à la forme rectangulaire. Le spectre résultant dans ce cas (figure 3.8 (a)) est sous la forme standard dont les deux importants pics sont obtenus en f_e et $2f_e$.

En utilisant la raideur de la figure 3.7, le résultat obtenu est représenté sur la figure 3.9. Ce cas représente un défaut localisé (fissure). L'apparition du défaut a le même effet trouvé dans les figures 3.3 (c) et 3.4 (c). Un zoom sur la figure 3.9 (b) est illustré sur la figure 3.10.

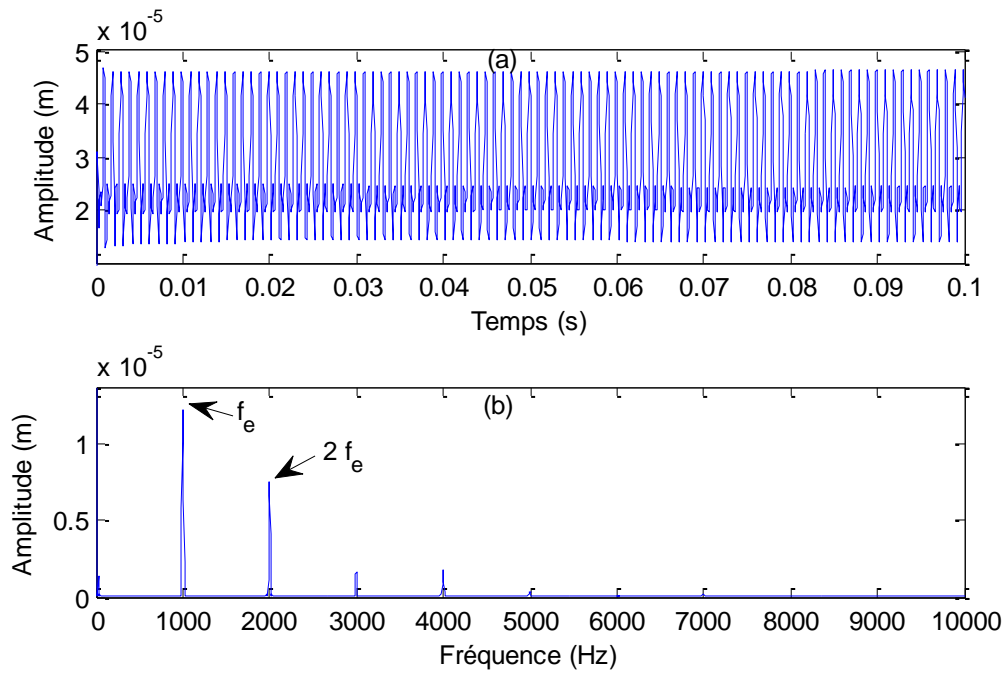


Figure 3.8 Engrenage sans défaut : (a) ETD , (b) son spectre.

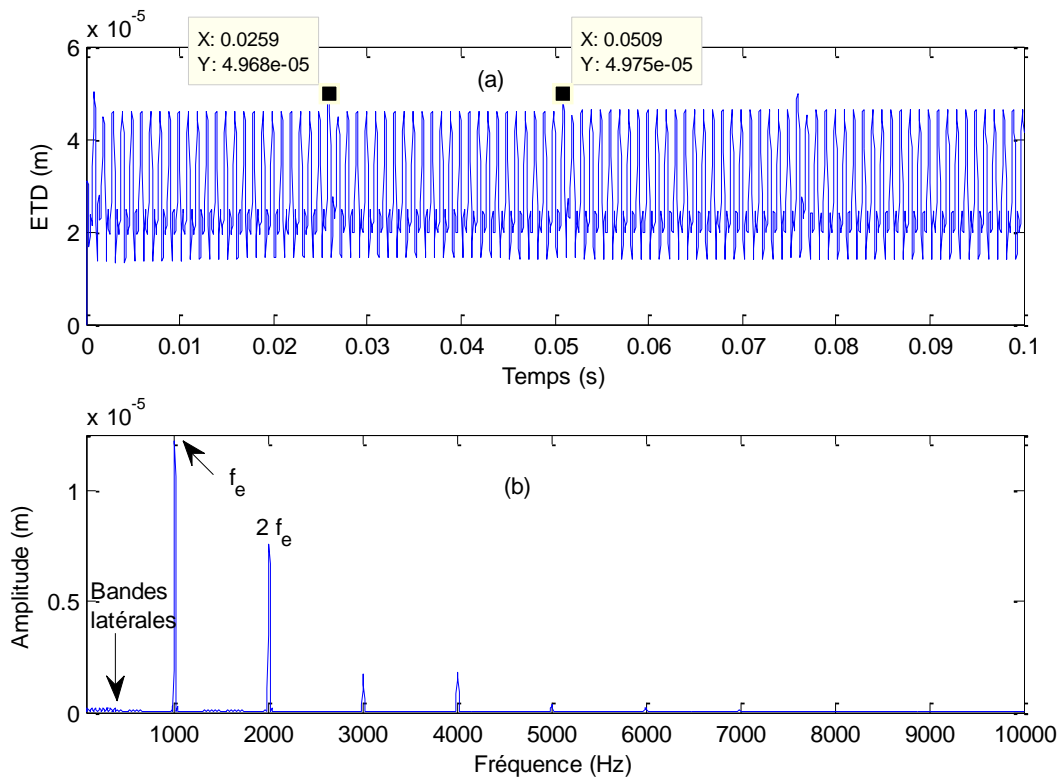


Figure 3.9 Engrenage avec fissure : (a) ETD, (b) son spectre.

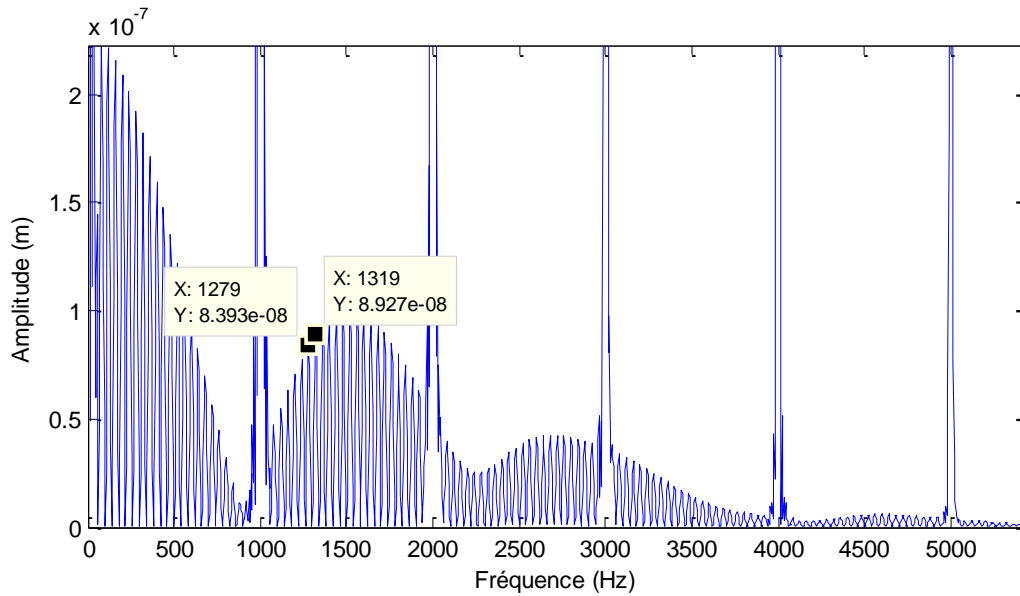


Figure 3.10 Zoom sur la figure 3.9 (b).

Sur le même modèle, 2DDL avec rigidité en créneaux, l'effet du jeu de denture et de la variation de l'amortissement C_t en fonction du temps est évalué. L'amortissement variable est considéré proportionnel à la raideur d'engrènement. La figure 3.11 représente l'ETD dans le cas du jeu tandis que la figure 3.12 représente l'ETD avec jeu de denture et coefficient amortissement variable. Les résultats obtenus dans ces deux figures montrent des changements de l'ETD en comparant avec le résultat obtenu dans le cas de la figure 3.9 (a).

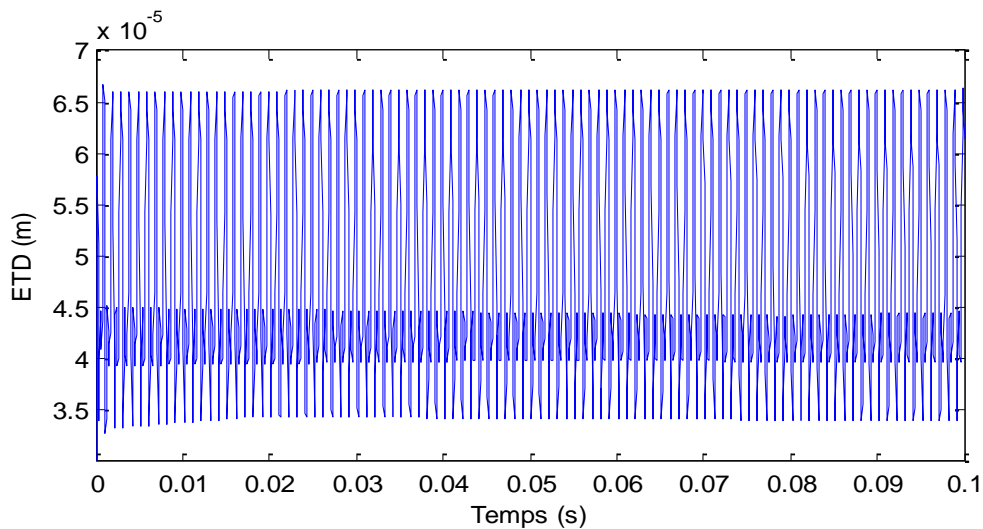


Figure 3.11 ETD en présence d'un jeu de coefficient $b=2.10^{-5}$ m.

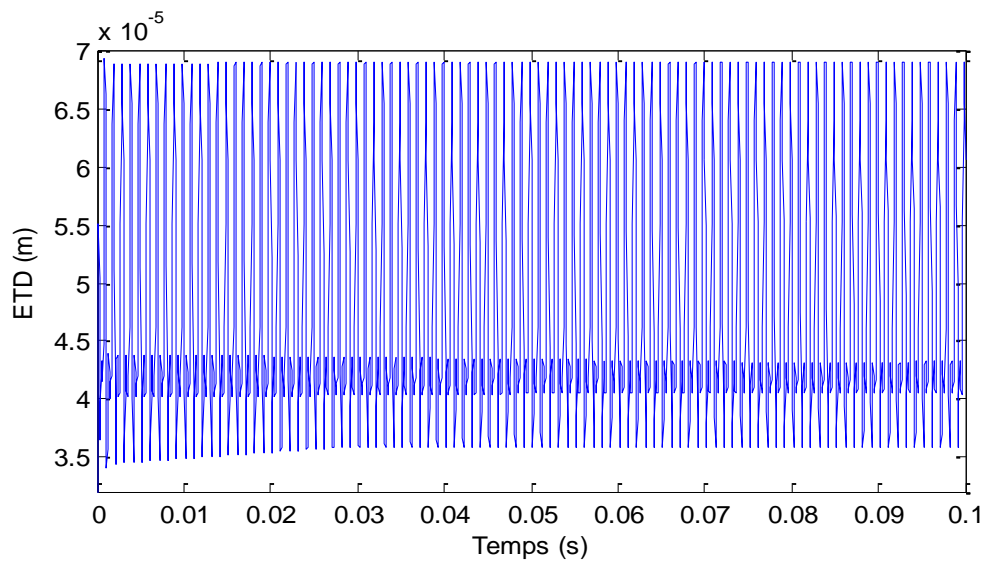


Figure 3.12 ETD en présence d'un jeu et un amortissement variable.

3.3 Modèle d'engrenage à 6 et 8 degrés de liberté.

3.3.1 Modèle mécanique

Ce modèle est basé sur celui développé dans [10, 41] comme illustré sur la figure 3.13. Il a 8 DDL, avec des masses m_n , un rayon de base R_n ($n = p, g$), I_m / I_l est le moment d'inertie de masse du moteur/charge, M_1/M_2 est le couple d'entrée/sortie, k_{xp} , k_{xg} , k_{yp} et k_{yg} représentent les rigidités des roulements. c_{xp} , c_{yg} , c_{yp} et c_{yg} représentent l'amortissement des roulements. C_p/C_g est l'amortissement de l'arbre, k_p/k_g est la rigidité de l'arbre. $C_t(t)$ et $K_t(t)$ représentent respectivement l'amortissement et la rigidité d'engrènement. Ce modèle prend en compte la force de frottement et le jeu de denture exprimé par une zone morte de coefficient $2b$.

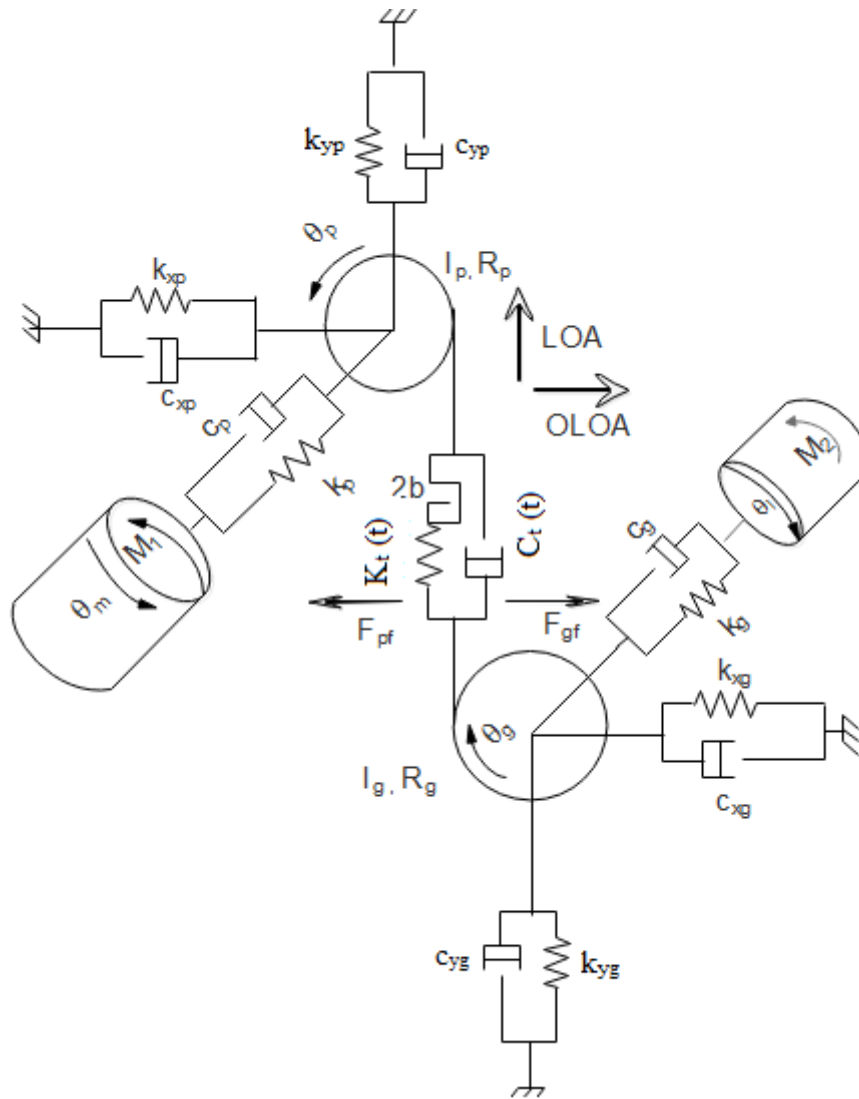


Figure 3.13 Modèle à 8DDL.

Les équations du mouvement sont :

$$I_m \ddot{\theta}_m = M_1 - k_p (\theta_m - \theta_p) - c_p (\dot{\theta}_m - \dot{\theta}_p) \quad 3.7$$

$$I_l \ddot{\theta}_l = -M_2 + k_g (\theta_g - \theta_l) + c_g (\dot{\theta}_g - \dot{\theta}_l) \quad 3.8$$

$$m_p \ddot{x}_p = -k_{xp} x_p - c_p \dot{x}_p + F_p \quad 3.9$$

$$m_g \ddot{x}_g = -k_{xg} x_g - c_g \dot{x}_g + F_g \quad 3.10$$

$$m_p \ddot{y}_p = -k_{yp} y_p - c_{yp} \dot{y}_p - W \quad 3.11$$

$$m_g \ddot{y}_g = -k_{yg} y_g - c_{yg} \dot{y}_g + W \quad 3.12$$

$$I_p \ddot{\theta}_p = k_p (\theta_m - \theta_p) + c_p (\dot{\theta}_m - \dot{\theta}_p) + R_p W + T_{fp} \quad 3.13$$

$$I_g \ddot{\theta}_g = k_g (\theta_g - \theta_l) + c_g (\dot{\theta}_g - \dot{\theta}_l) - R_g W + T_{fg} \quad 3.14$$

Avec W désigne la force de contact, définit par :

$$W = K_t u + C_l l \quad 3.15$$

$$\text{Avec : } u = f(x) + (x_p - x_g) \cos(\alpha) - (y_p - y_g) \sin(\alpha) \quad 3.16$$

$$l = R_1 \dot{\theta}_1 - R_2 \dot{\theta}_2 + (\dot{x}_p - \dot{x}_g) \cos(\alpha) - (\dot{y}_p - \dot{y}_g) \sin(\alpha) \quad 3.17$$

Avec x est l'erreur de transmission dynamique et f(x) est donnée par l'équation 3.5.

Le calcul de la force de frottement force F_{fi} basé sur le travail de He et al [69], les bras de frottement sont exprimés comme suit :

$$X_{pi}(t) = L_{XA} + (n-i)\lambda + \text{mod}(\omega_p r_{bp}, \lambda) \quad 3.18$$

$$X_{gi}(t) = L_{YC} + i\lambda - \text{mod}(\omega_p r_{bp}, \lambda) \quad 3.19$$

Avec $n = \text{floor}(R_c)$.

La force de frottement totale est :

$$F_{fi} = \mu W \quad 3.20$$

Les forces de frottement du pignon et de la roue pour une paire sont définies respectivement par les équations 3.21 et 3.22.

$$F_{pfi} = \mu W_{pi} \text{sgn}(v_{s_i}) \quad 3.21$$

$$F_{gfi} = \mu W_{gi} \text{sgn}(v_s) \quad 3.22$$

V_s est la vitesse de glissement, W_{pfi} / W_{gfi} est la force du contact de la paire i du pignon/roue définit par :

$$W_{pfi} = K_{mi} u + C_{mi} l \quad 3.23$$

Avec $W_{gfi} = W_{pfi}$

Les forces de friction pour la paire 0 et 1 du pignon et de la roue sont données respectivement par les équations ci-après :

$$F_{pf0}(t) = \mu W_{p0}(t) \quad 3.24$$

$$F_{pf1}(t) = \mu W_{p1}(t) \operatorname{sgn} \left[\operatorname{mod}(\Omega_p r_{bp} t, \lambda) - L_{AP} \right] \quad 3.25$$

$$F_{gf0}(t) = \mu W_{g0}(t) \quad 3.26$$

$$F_{pf1}(t) = \mu W_{g1}(t) \operatorname{sgn} \left[\operatorname{mod}(\Omega_g r_{bg} t, \lambda) - L_{AP} \right] \quad 3.27$$

3.3.2 Simulation numérique du modèle

Le modèle de 8DDL est simulé à l'aide de Matlab en utilisant les mêmes paramètres utilisés dans 3.2 pour la simulation du modèle de 2DDL (tableau 3.1). Dans ce modèle, on n'a pas regroupé les degrés de liberté ce qui a permis d'obtenir les réponses de chaque degré de liberté. Dans un premier temps, nous avons négligé l'effet de la friction et du jeu. Par ailleurs, le système devient à 6 DDL. Ainsi, nous avons utilisé les deux formes de la rigidité d'engrènement, rectangulaire et en créneau. Sur la figure 3.14, nous présentons l'exemple du déplacement y_p obtenu pour ces deux formes. Les deux réponses sont proches et ont la même forme et le même ordre (figure 3.15). Ce résultat est dû au choix des valeurs de K_1 et K_2 . En effet, la forme rectangulaire est approchée et ne dépend pas des paramètres de l'engrenage par contre la forme en créneau dépend de la des dentures ainsi que le processus d'engrènement. Pour ce fait, nous avons sélectionné d'utiliser la forme en créneau.

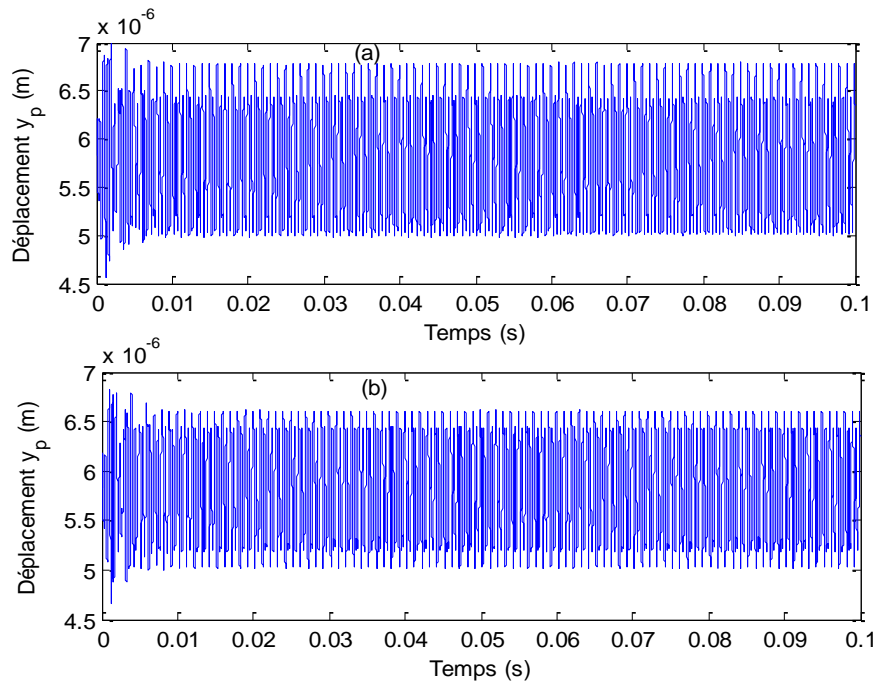


Figure 3.14 Réponse y_p pour : (a) rigidité rectangulaire, (b) rigidité en créneau.

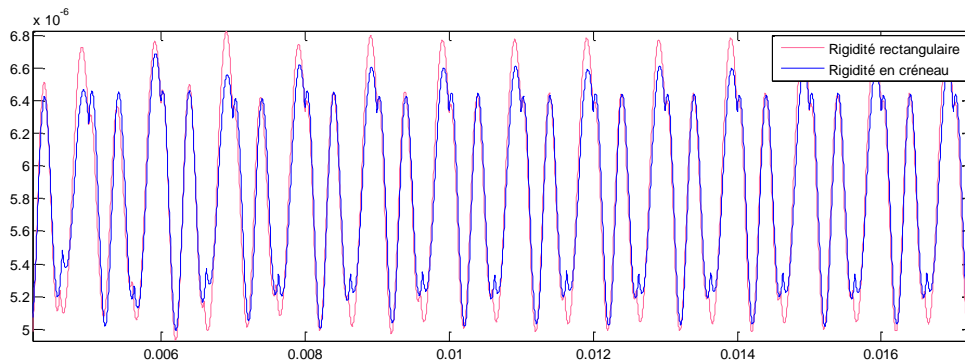


Figure 3.15 Réponse y_p .

Avec la friction, on aura les 8 DDL, des vibrations importantes suivant la direction x. Sur la figure 3.16, nous présentons les vibrations y_p et y_g ainsi que leurs diagrammes de phase en cas de jeu de denture et de la friction.

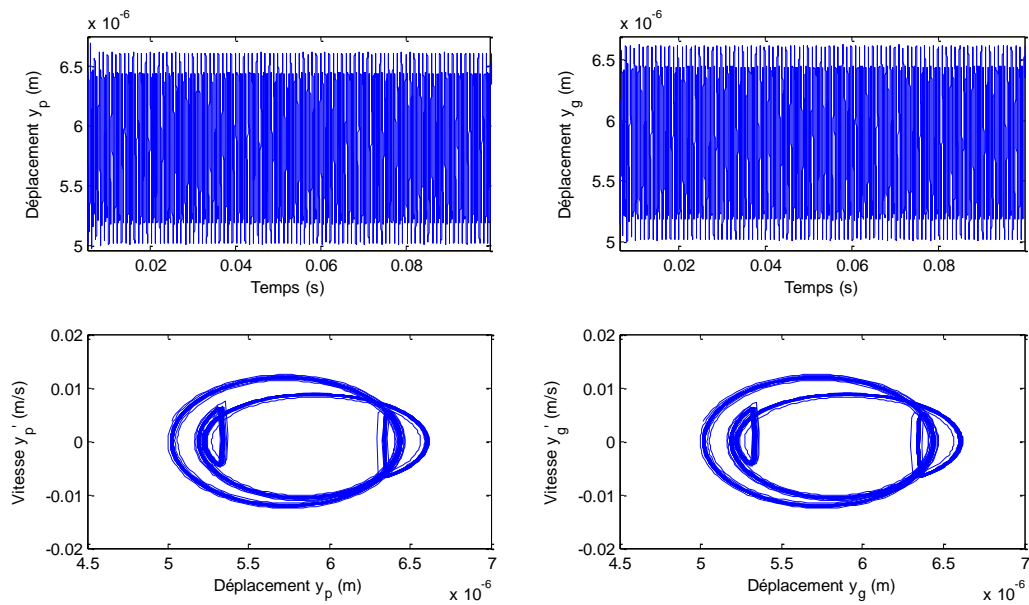


Figure 3.16 Réponses y_p et y_g avec leurs diagrammes de phases.

En négligeant la friction, les déplacements dans la direction x deviennent aussi négligeables ; le système alors reste à 6 DDL. La figure 3.17 montre la réponse y_p avec et sans friction. Un zoom sur cette figure est représenté sur la figure 3.18. Les deux réponses, avec et son friction, sont proches par contre les vibrations suivant la direction x sont les plus affectées par la friction. Un exemple de déplacements latéraux, x_p , en présence des frottements est montré sur la figure 3.19.

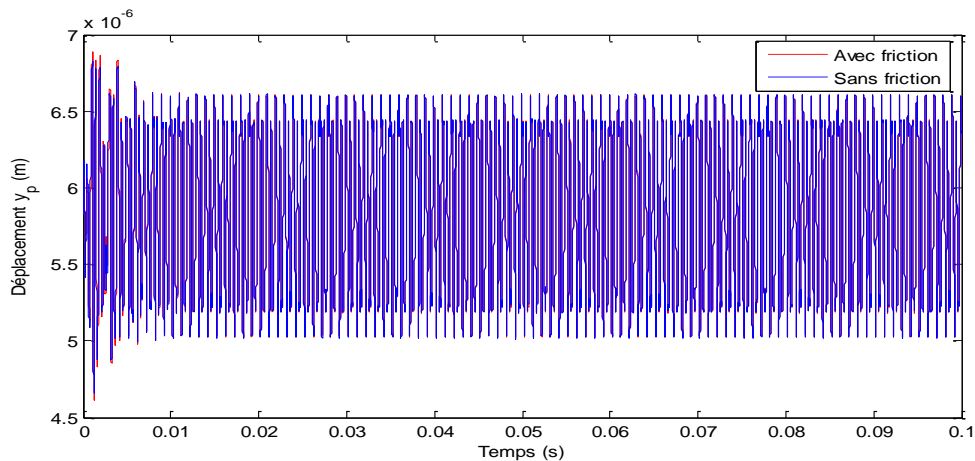


Figure 3.17 Réponse y_p avec et sans friction.

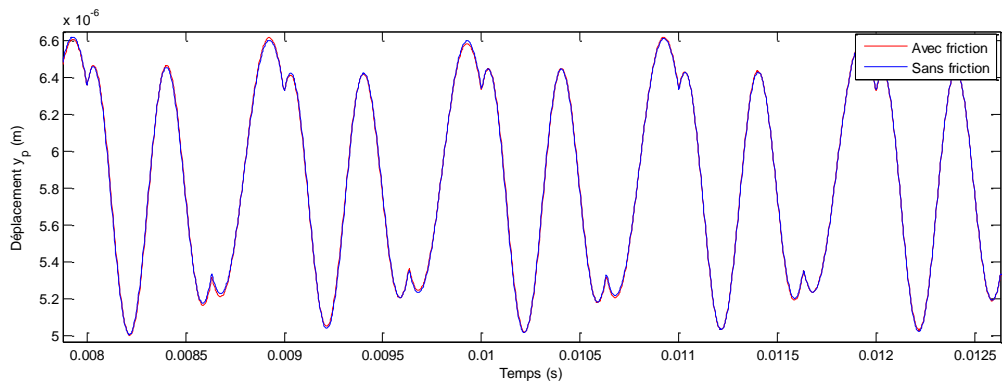


Figure 3.18 Zoom de la figure 3.17.

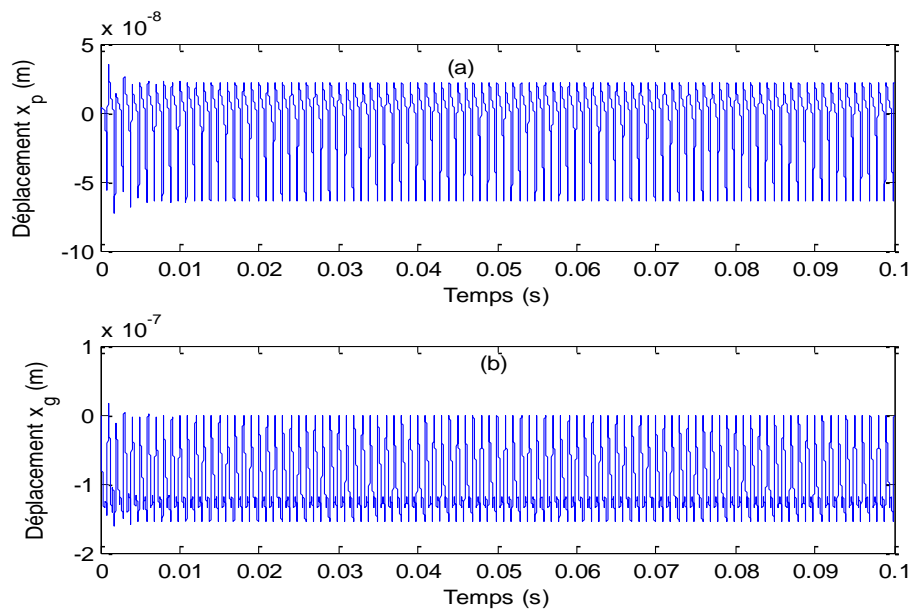


Figure 3.19 Réponses du pignon (a) et de la roue (b) suivant la direction x.

La figure 3.20 présente la variation de l'amplitude des spectres du signal x_p en fonction du coefficient de frottement μ . L'amplitude des spectres d'engrènement augmente avec l'augmentation de μ . Cela montre que l'augmentation du coefficient de frottement provoque l'augmentation du choc à chaque engrènement.

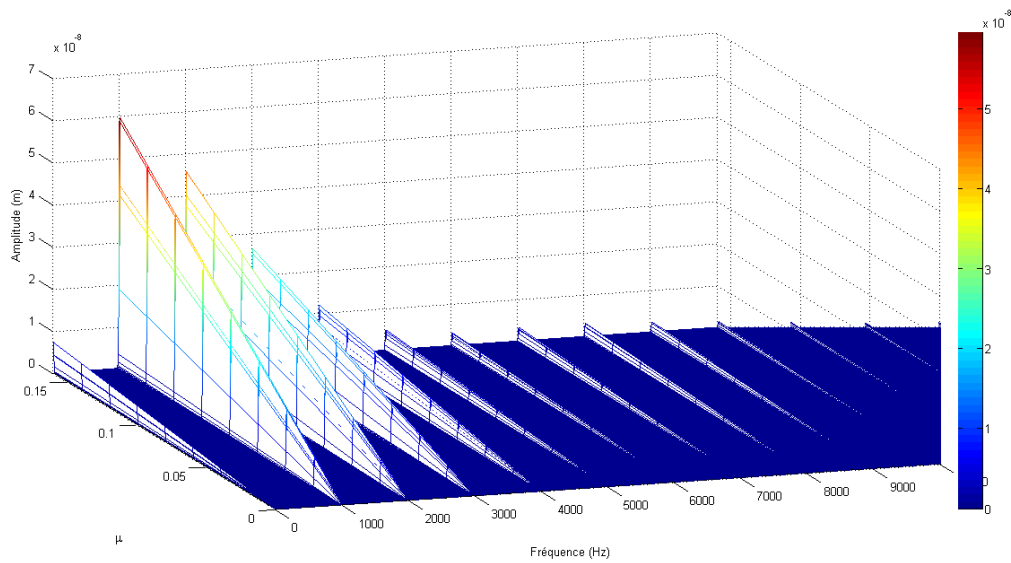


Figure 3.20 Représentation fréquence-coefficient de friction-amplitude.

En présence du jeu, une zone morte est appliquée sur fonction de la rigidité d'engrènement. Sur la figure 3.21, la variation de l'amplitude des spectres, du signal y_p pour le cas sans défaut, en fonction du coefficient b . Cette variation est due à l'impact des dents. En cas de fissure avec jeu de denture, l'amplitude des bandes latérales qui représentent le défaut, augmente (figures 2.22 et 2.23).

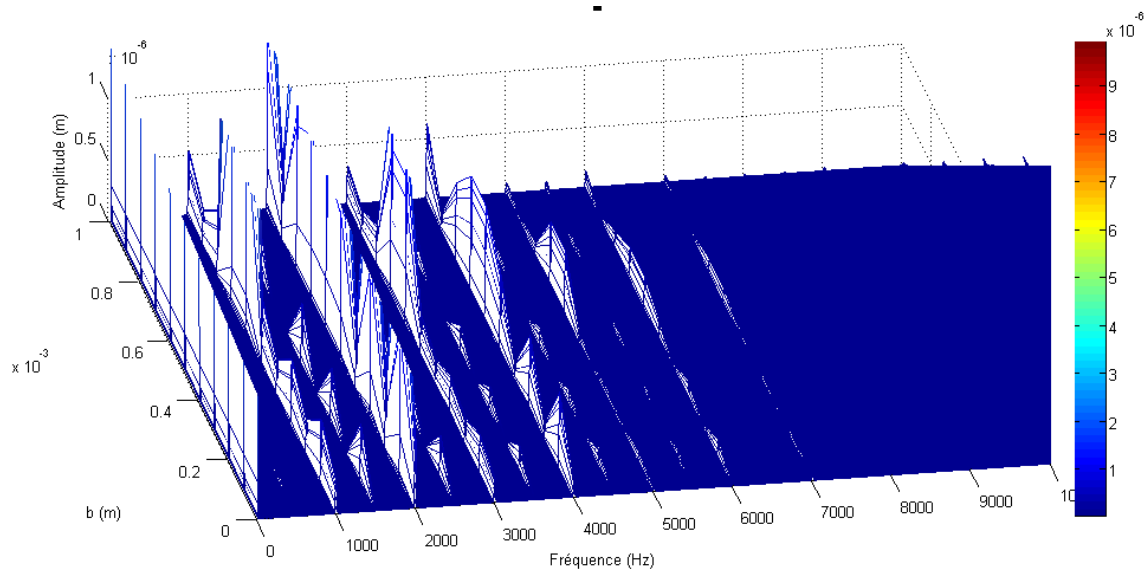


Figure 3.21 Représentation fréquence-jeu–amplitude.

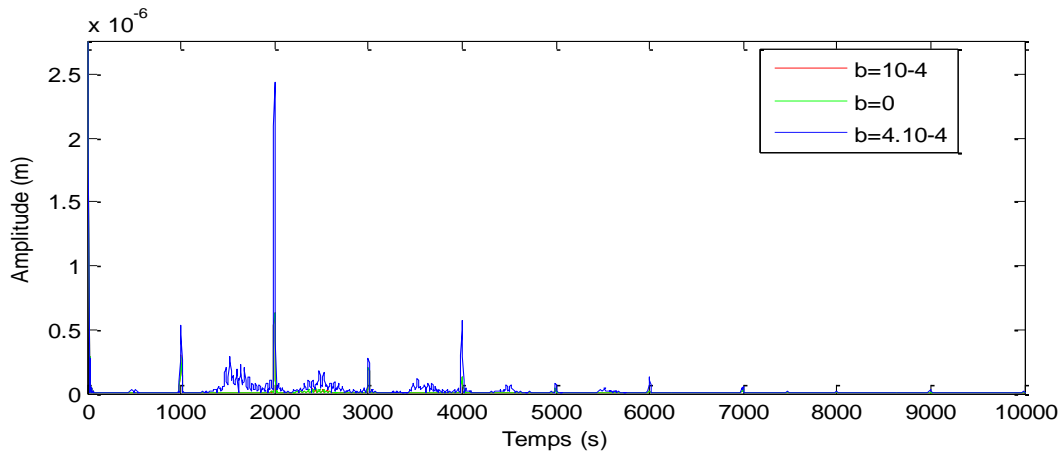


Figure 3.22 Spectre en présence d'une fissure et jeu.

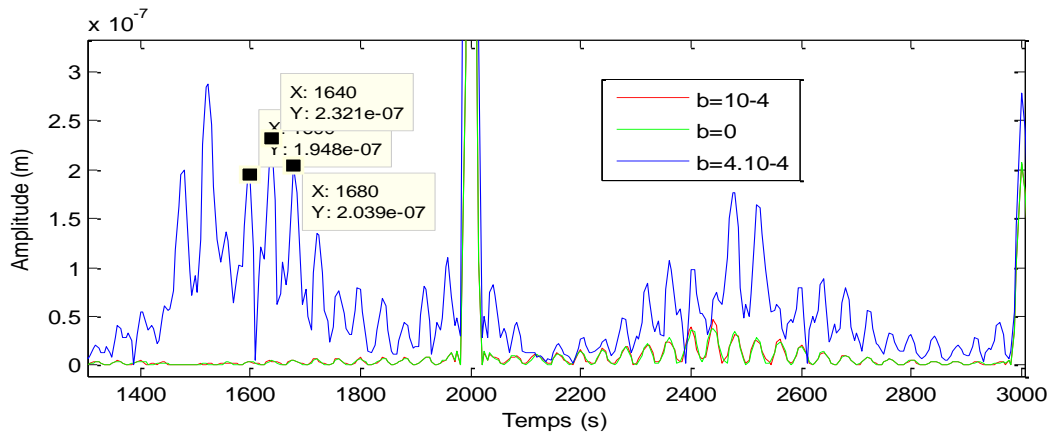


Figure 3.23 Zoom sur la figure 3.22.

3.4 Modèle à Roulements

Le modèle étudié dans cette partie est celui proposé en [51] comme illustré sur la figure 1.62 (voir chapitre 1). Dans ce modèle de roulements, tous les composants du palier sont considérés : bagues intérieure et extérieure, bille et lubrification entre bagues et billes. Les équations du mouvement sont :

$$\begin{cases} M_{OR}\ddot{y}_1 + C_{OF}\dot{y}_1 - C_{OF}\dot{y}_2 + (K_{OR} + K_{OF})y_1 - K_{OF}y_2 = F_1 \\ M_B\ddot{y}_2 - C_{OF}\dot{y}_1 + C_{OF}\dot{y}_2 - K_{OF}y_1 + (K_{OF} + K_{IF})y_2 = F_2 \\ M_{IR}\ddot{y}_3 - C_{IF}\dot{y}_2 + C_{IF}\dot{y}_3 - K_{IF}y_3 + (K_{IR} + K_{IF})y_3 = F_3 \end{cases} \quad 3.28$$

Ce modèle a été simulé avec Simulink/Matlab avec les paramètres sur le tableau 3.3.

Tableau 3.2 Paramètres du roulement [6].

Roulement à billes 6206	
Diamètre extérieur (mm)	40
Largeur (mm)	14
Diamètre primitif (mm)	30
Angle de contact (°)	0
Nombre de billes	11
Diamètre de la bille (mm)	7.5

L'objectif principal de cette simulation est d'exploiter les signaux de roulement en analysant le signal (accélération, vitesse et déplacement) de chaque élément du roulement (bagues interne et externe et bille). Sur les figures 3.24 et 3.25 on présente respectivement le déplacement et l'accélération en cas d'un défaut sur la bague extérieure.

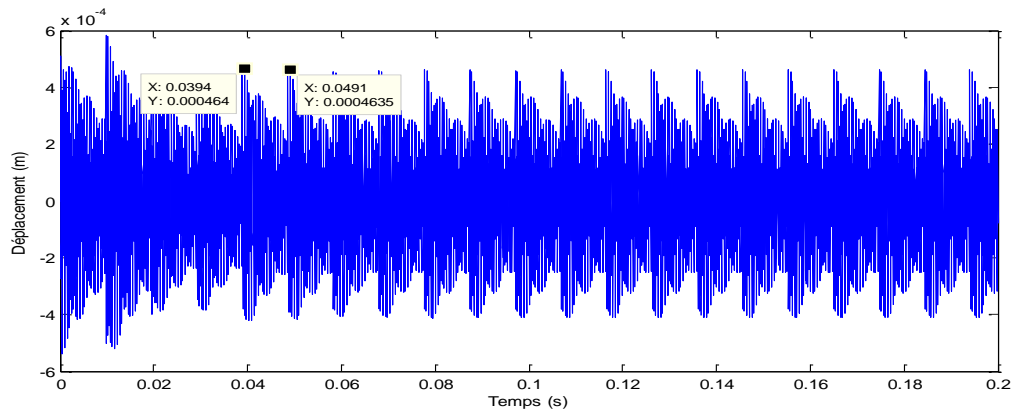


Figure 3.24 Déplacement en cas d'un défaut sur la bague extérieure.

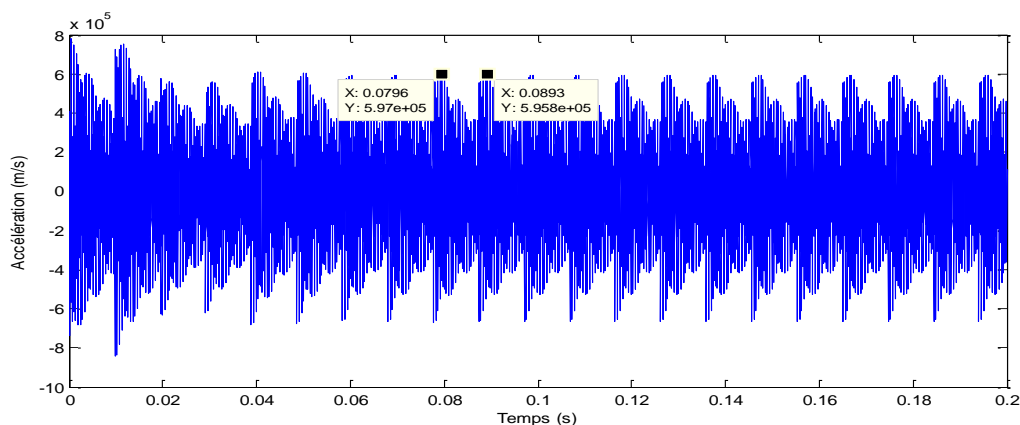


Figure 3.25 Accélération en cas d'un défaut sur la bague extérieure.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les simulations faites dans cette thèse dont les modèles sont divers : 2 DDL, 6 DDL, 8 DDL et un modèle à roulements. Nous avons utilisé ces modèles avec deux formes de rigidités : approchée par une forme rectangulaire et une forme en créneaux. La première forme ne dépend pas de l'engrenage ce qui nous a amenés à utiliser la forme en créneau.

La différence entre les différents modèles réside dans l'ajout des degrés de liberté. En effet, on ne peut pas négliger l'importance des modèles à 2 DDL. Parfois, on aura besoin d'un modèle très simple afin d'étudier et interpréter certains phénomènes. Après avoir simulés des modèles d'engrenage et de roulement on va interpréter ces signaux vibratoires en chapitre 5.

4 ESSAIS EXPERIMENTAUX

4.1 Introduction

La modélisation permet de caractériser le comportement d'un système idéalisé et d'évaluer l'influence de paramètres connus et complètement identifiés. La validation de ces modèles est effectuée par des études expérimentales sur des systèmes physiques réels.

Dans cette thèse, pour comprendre pratiquement le comportement réel des engrenages, deux bancs d'essai ont été préparés. Le premier, est sous forme d'une boîte à vitesse réelle de la voiture R4 motorisée par un moteur électrique. Le deuxième banc d'essai est un réducteur à deux étages fabriqué localement et placé entre un moteur électrique et une charge. Pour chaque banc d'essai, les vibrations ont été mesurées à l'aide d'un dispositif d'acquisition muni de plusieurs accéléromètres.

La cimenterie CIMAT de béni Mellal nous a autorisé à prendre des mesures sur une installation industrielle. Ces mesures seront présentées et commentées à la fin de ce chapitre.

4.2 Dispositifs utilisés pour l'acquisition des signaux

La collecte des signaux est faite par un dispositif d'acquisition 'SKF Microlog' et un accéléromètre PCB. Le SKF Microlog Série GX possède deux voies de mesure et une entrée tachymètre. Une image de ce dispositif est présentée sur la figure 4.1. Associé au logiciel SKF @ptitude Analyst, ce collecteur permet d'analyser et de suivre l'état des machines afin de gagner en fiabilité. Il dispose de capacités modulaires pouvant être élargies, suivant les besoins, par l'ajout ou la suppression de modules de diagnostics complémentaires. L'accéléromètre CMSS2200 SKF est caractérisé par sa robustesse et sa fiabilité. Il fonctionne sur une grande gamme de fréquences (de 0 à 40 kHz) (figure 4.2), assure une bonne réponse aux hautes fréquences. Il est adapté aux hautes températures. Dû à ces avantages, le système global d'acquisition est choisi pour être utilisé dans le domaine industriel.



Figure 4.1 SKF Microlog Série GX Référence CMXA 75.



Figure 4.2 Accéléromètres piézoélectriques PCB de marque SKF.

4.3 Boite à vitesse R4

La boite à vitesse est considérée comme un élément nécessaire pour le fonctionnement d'une voiture. Elle est utilisée pour changer la vitesse d'une voiture en changeant le rapport de contact.

4.3.1 Étude et conception d'un banc d'essai d'une boite à vitesse R4

Dans une boite à vitesse, on distingue trois arbres : primaire et arbre secondaire et un arbre de marche arrière. L'arbre primaire est l'arbre d'entrée tandis que l'arbre de sortie est l'arbre secondaire. Lors du passage d'une vitesse à une autre, un pignon de l'arbre primaire est engagé avec une roue de l'arbre secondaire et par conséquent, les autres roues du secondaire tournent

à fou. La figure 4.3 représente la boîte à vitesse R4 étudiée tandis que la figure 4.4 montre une vue des arbres primaire et secondaire.

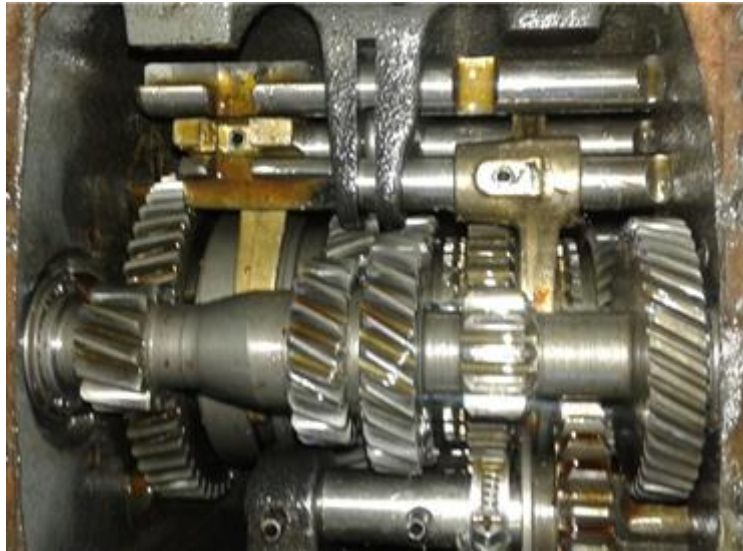


Figure 4.3 Constituants de la boîte à vitesse étudiée.



Figure 4.4 Vues des arbres primaire et secondaire.

Le banc d'essai résultant est un assemblage d'un moteur électrique et la boîte à vitesse R4 afin d'étudier son comportement vibratoire. L'accouplement élastique est choisi dans le but de minimiser son effet sur les vibrations des engrenages. Le moteur est triphasé asynchrone dont la puissance est de 550W et la vitesse de rotation est de 1000 rpm. Le banc d'essai résultant est représenté sur la figure 4.5.

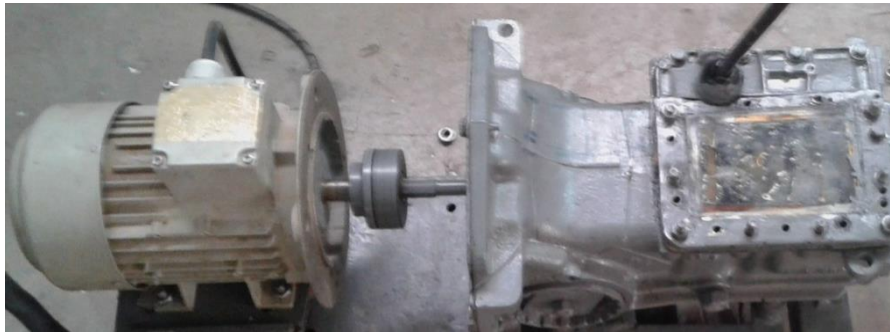


Figure 4.5 Banc d'essai de la boîte à vitesse R4 avec le moteur.

Le schéma cinématique du banc d'essai est illustré sur la figure 4.6, une étude détaillée sur la cinématique de ce banc est faite. Le tableau 4.1, résume le calcul des fréquences ainsi que les caractéristiques des roues.

Tableau 4.1 Paramètres du système de la boîte à vitesse.

Roue	Nombre de dents	Vitesse de la roue (Hz)	Cas d'engrènement	Fréquence d'engrènement (Hz)	Rapport
Z1	12	16,53	Z1/ Z2	198,4	Premier
Z3	17	16,53	Z3/Z4	281,06	deuxième
Z5	24	16,53	Z5/Z6	396,8	troisième
Z7	38	16,53	Z7/Z8	628,26	quatrième
Z2	46	4,31	Z1/ Z2	-	
Z4	38	7,40	Z3/Z4	-	
Z6	35	11,34	Z5/Z6	-	
Z8	39	16,11	Z7/Z8	-	
Z9 (marche arrière)	11	-	Z9/Z10	-	
Z10 (marche arrière)	23	-	Z9/Z10	-	

Le principal objectif de cette partie est l'analyse de signaux vibratoires du système de la boîte à vitesse R4. Pour ce faire, des acquisitions des signaux vibratoires de la boîte à vitesse ont été effectuées en changeant le rapport de transmission (de première jusqu'à quatrième). L'emplacement du capteur est choisi sur la partie rigide du banc d'essai. Les signaux sont acquis sur trois directions : radiale horizontale (RH), radiale verticale (RV) et axiale (AX).

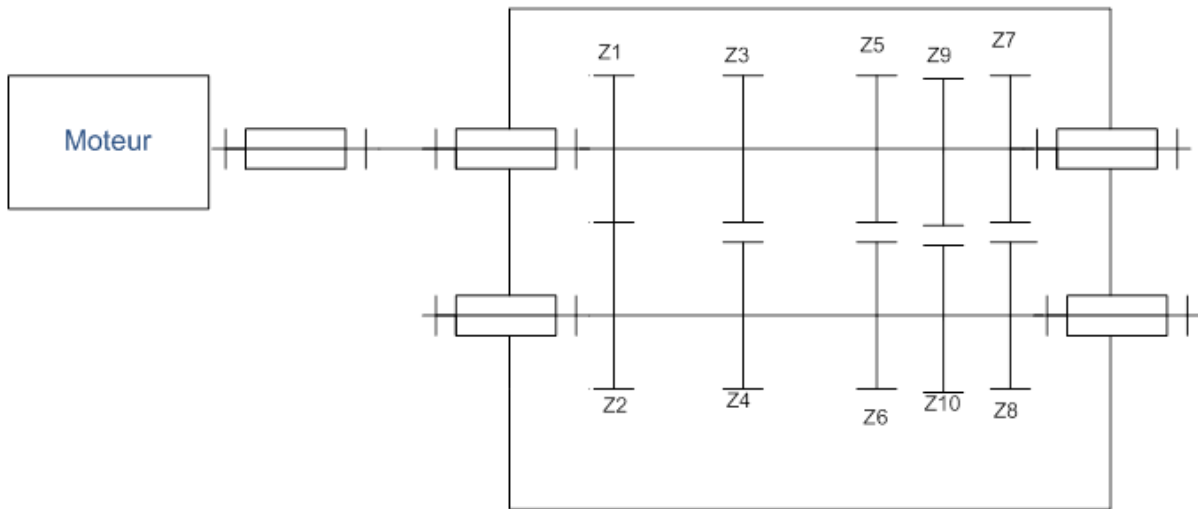


Figure 4.6 Schéma cinématique du banc d'essai de la boîte à vitesse.

4.3.2 Résultats de collecte de données

La collection des données est faite sur plusieurs points sur le moteur et sur le réducteur en trois directions. Deux points dans les directions, radiale, verticale et axiale, à charge et à vide, sont choisis sur le moteur et sur le réducteur. Les signaux temporels obtenus sont les vitesses et les accélérations. Des exemples de mesures radiales horizontales du moteur à vide en premier point sont représentées sur les figures 4.7 et 4.9 et leurs spectres sont représentés respectivement dans les figures 4.8 et 4.10.

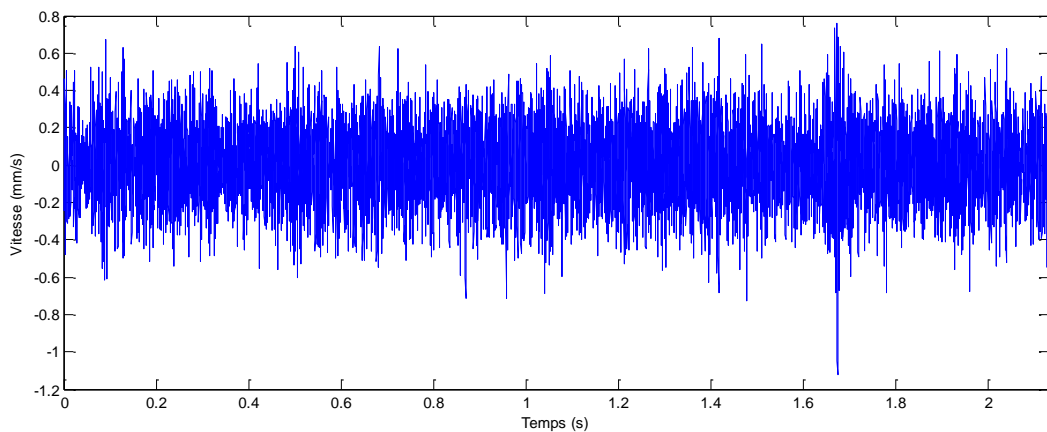


Figure 4.7 Vitesse du système sur le point RH1.

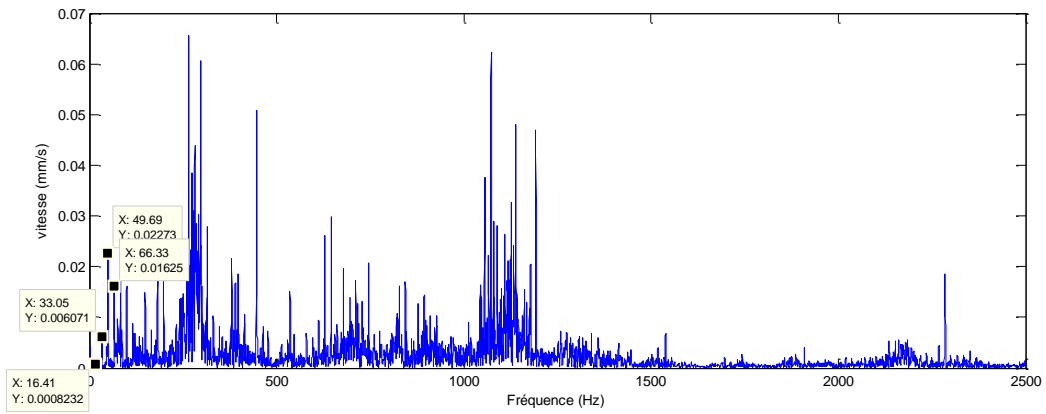


Figure 4.8 Spectre de la vitesse au point RH1.

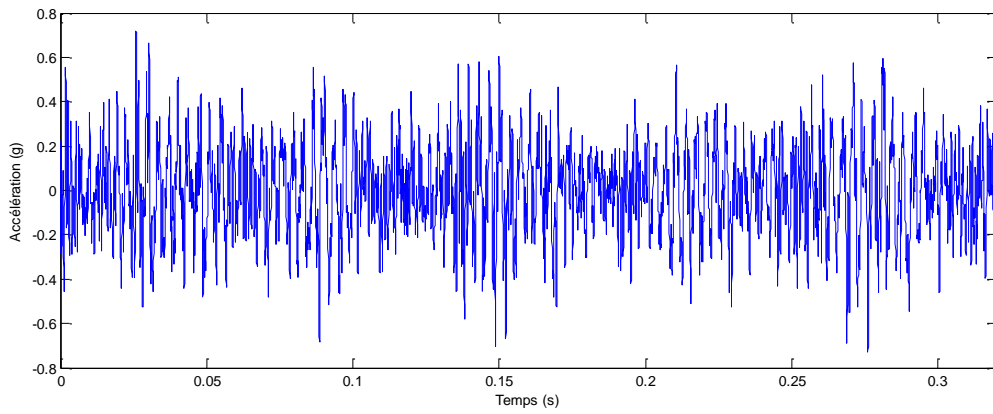


Figure 4.9 Accélération RH1.

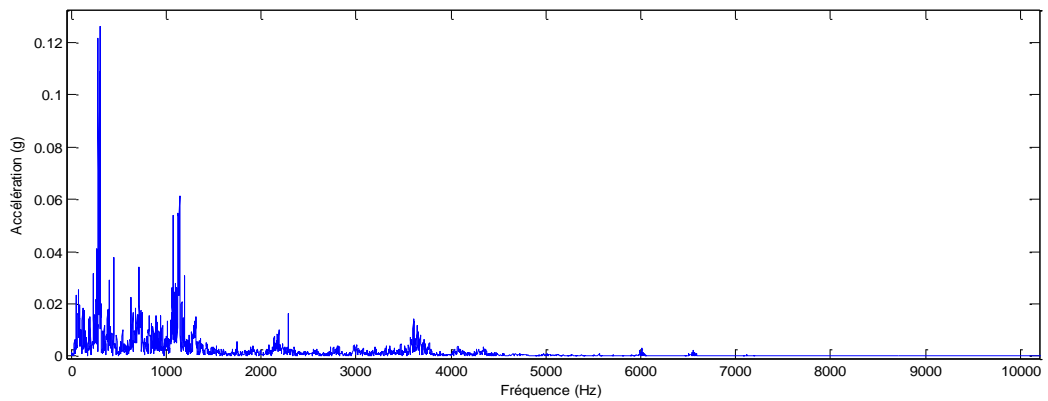


Figure 4.10 Spectre d'accélération RH1.

Des mesures de la vitesse de l'accélération en deuxième point du moteur RH2 sont représentées sur les figures 4.11 et 4.13 et leurs spectres respectivement sont représentés sur les figures 4.12 et 4.14.

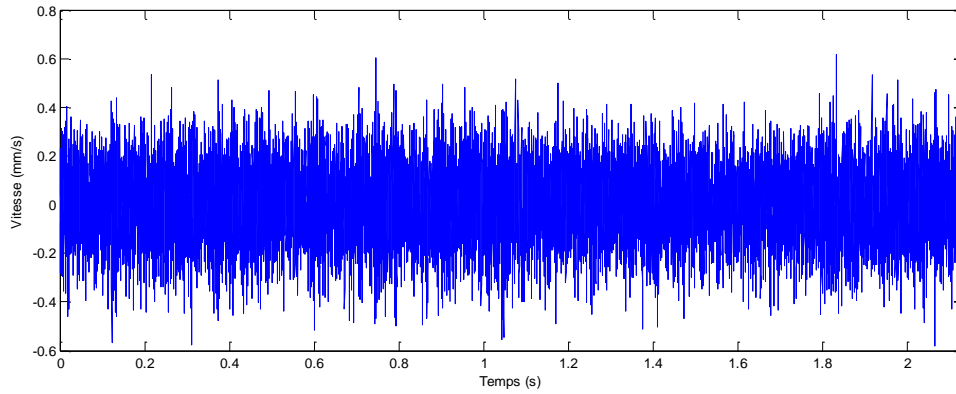


Figure 4.11 Vitesse en RH2.

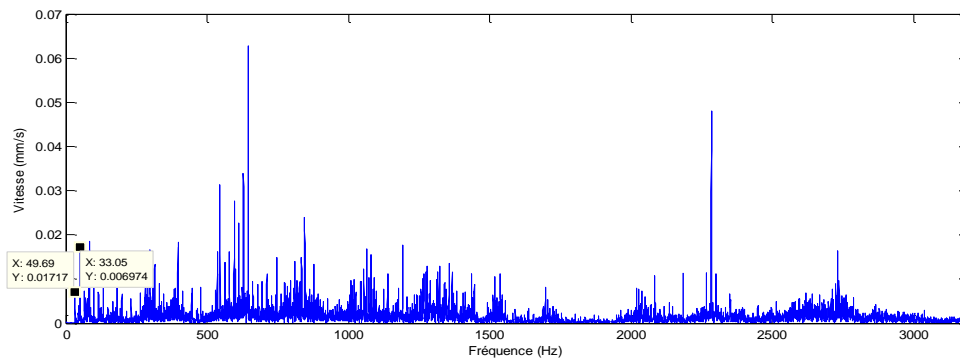


Figure 4.12 Spectre de la vitesse en RH2.

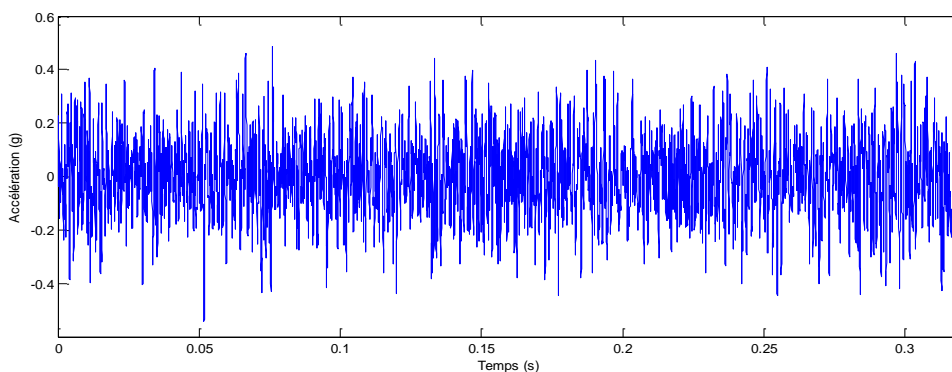


Figure 4.13 Accélération en RH2.

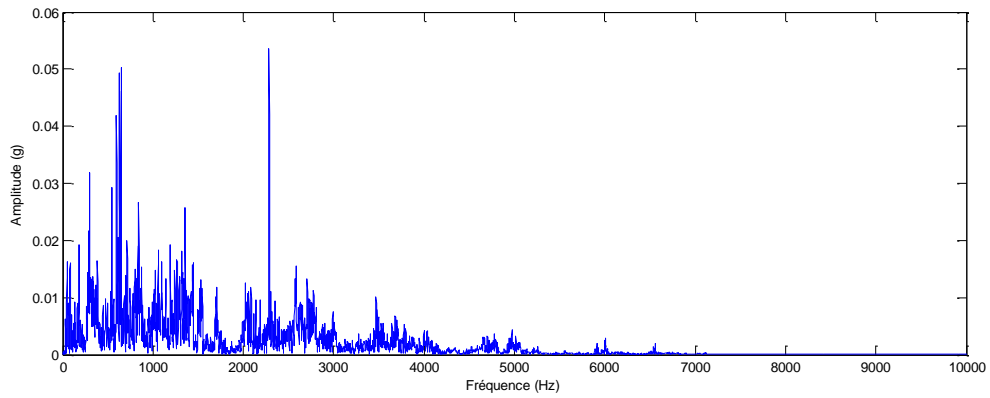


Figure 4.14 Spectre d'accélération en RH2.

Ainsi, un exemple de mesures en direction radiale verticale est représenté sur les figures 4.15 et 4.17 et leurs spectres respectivement en figure 4.16 et 4.18.

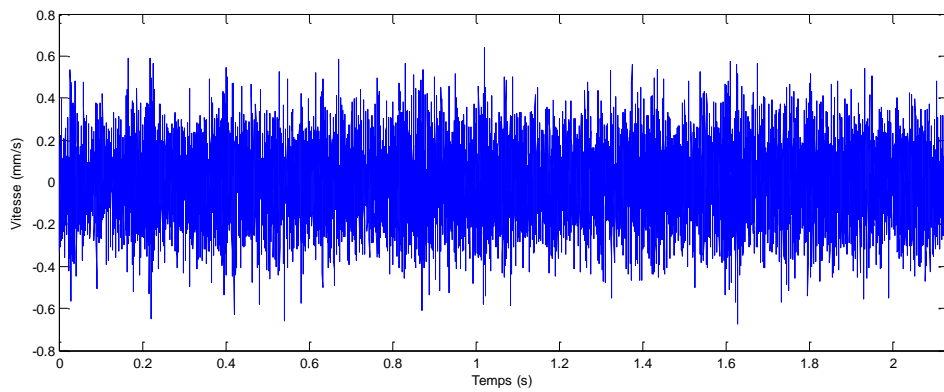


Figure 4.15 Vitesse en RV1.

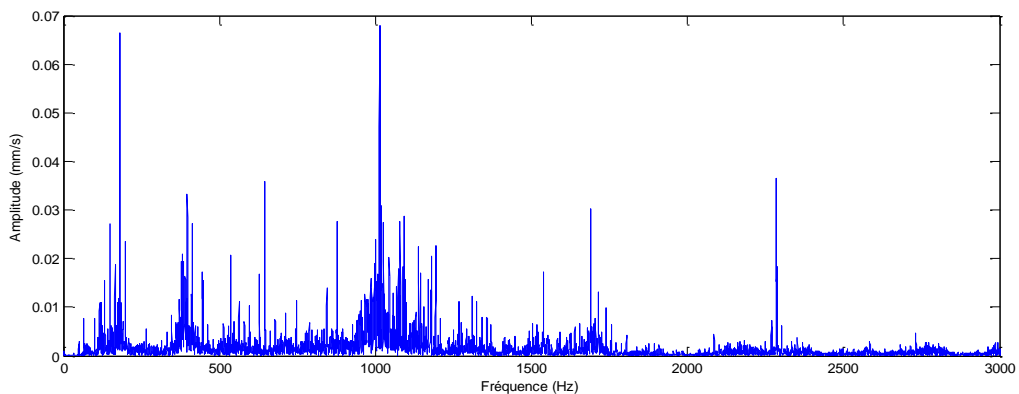


Figure 4.16 Spectre de la vitesse en RV1.

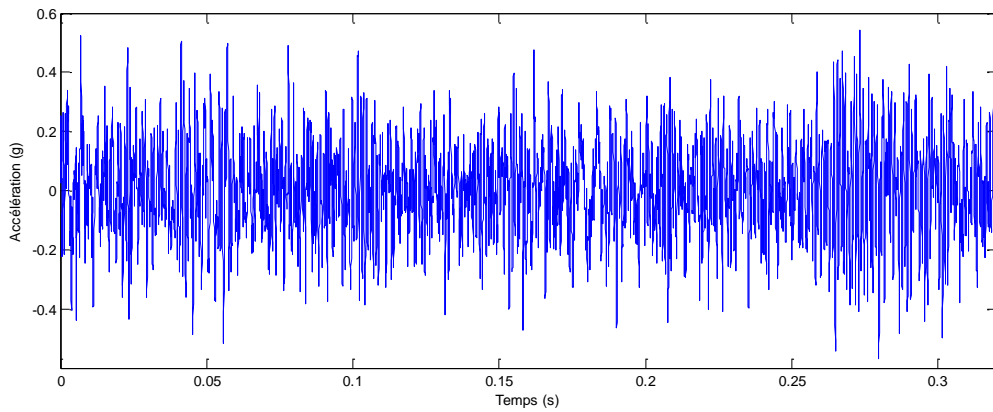


Figure 4.17 Accélération en point 1 RV1.

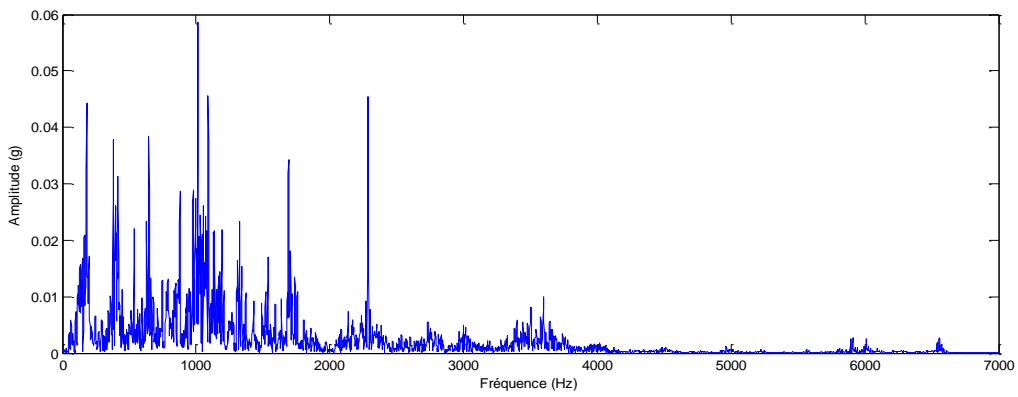


Figure 4.18 Spectre de l'accélération en RV1.

Ainsi, des mesures AX sont faites, un exemple de mesure de la vitesse en point1 illustré sur la figure 4.19 et son spectre est représenté sur la figure 4.20.

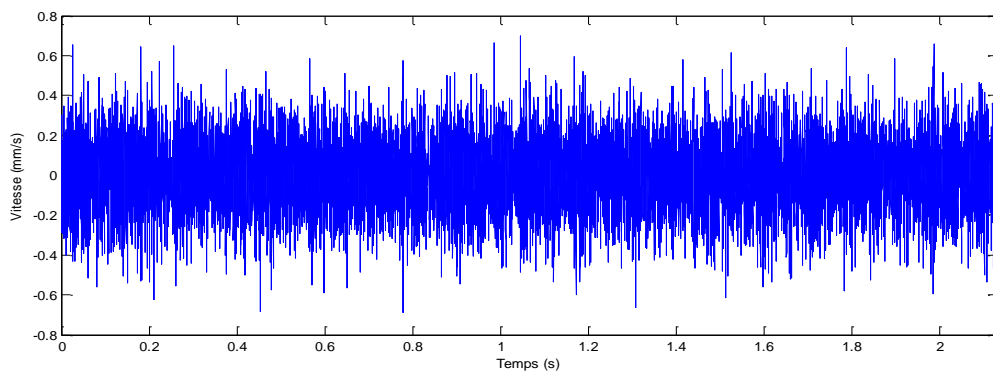


Figure 4.19 Vitesse en point1 AX1.

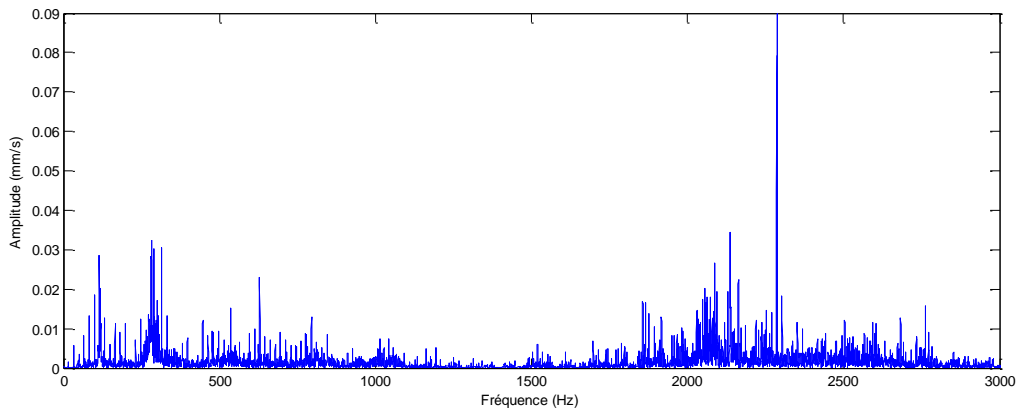


Figure 4.20 Spectre de la vitesse en AX1.

Dans les figures de 4.1 jusqu'à 4.20, le signal vibratoire au niveau du moteur est constitué par des composantes fréquentielles à la fréquence de la rotation du moteur et ses harmoniques. Ainsi, on a des fréquences de résonance. Ce qui montre l'existence soit des défauts de fixation ou de balourd or d'après une analyse de phase on a trouvé qu'il s'agit des défauts de fixation.

Après l'étude du comportement vibratoire initial de la boîte à vitesse en fonctionnement normal. Des défauts par enlèvement de matière ont été créés sur toute la largeur de la dent. La profondeur du défaut a été changée jusqu'à la rupture. En premier temps, le défaut a été créé sur une dent de l'arbre secondaire puis des défauts ont été créés sur l'arbre primaire et des défauts combinés. Les figures 4.21 et 4.22 présentent un exemple de défaut sur une roue de l'arbre secondaire.

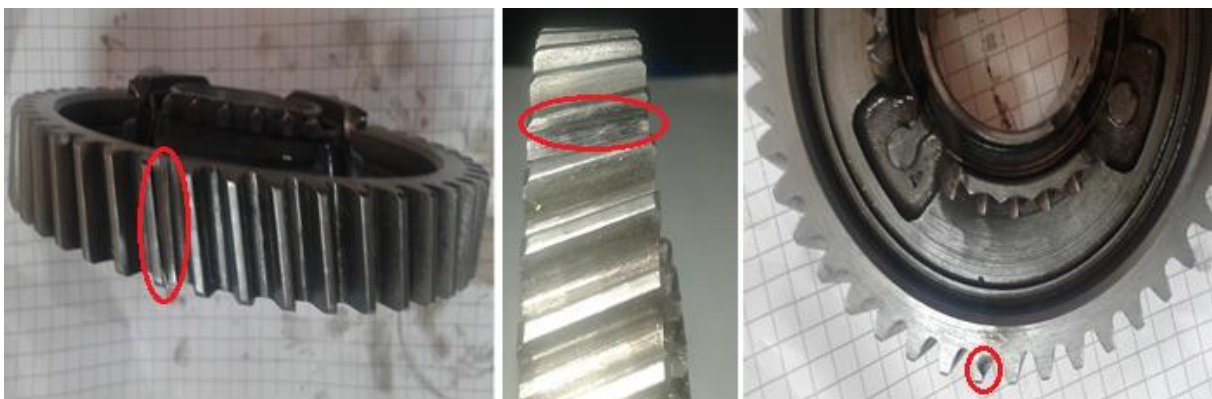


Figure 4.21 Une dent en présence d'un défaut localisé.

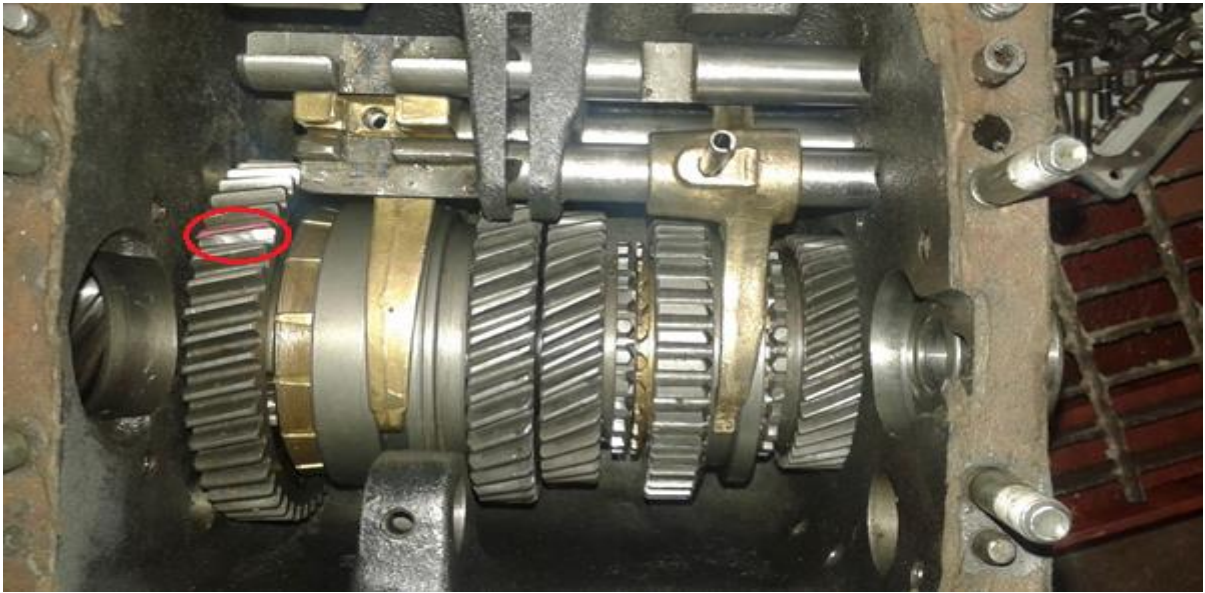


Figure 4.22 Dent défectueuse sur la boîte à vitesse

La figure 4.23, présente un exemple de signal vibratoire dans la direction radiale verticale pour la vitesse, avec le premier rapport, en cas d'un défaut sur un pignon. Son spectre est illustré sur la figure 4.24. Il montre l'existence d'une modulation autour de la fréquence d'engrènement et ses harmoniques.

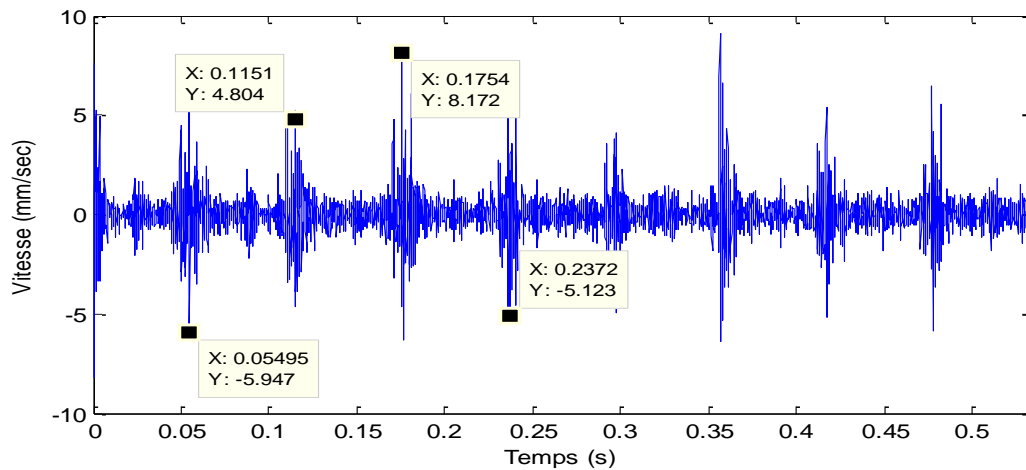


Figure 4.23 Vitesse RV pour une vitesse première.

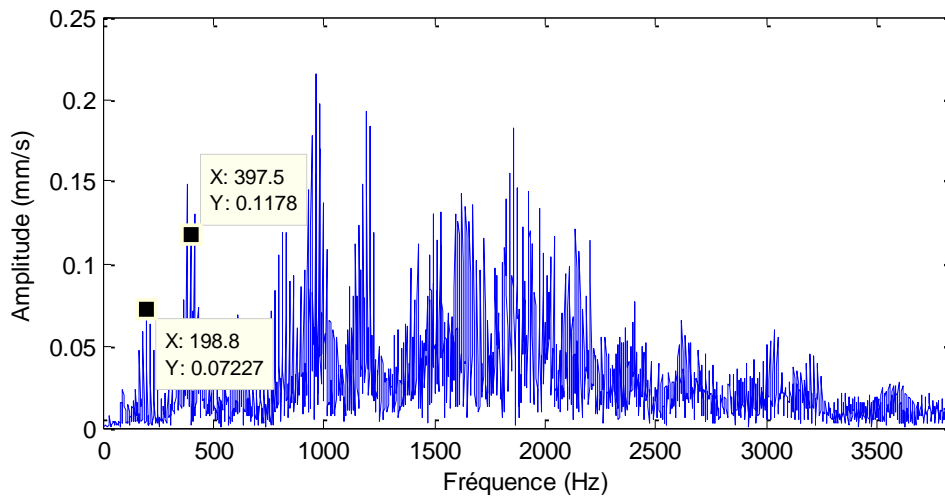


Figure 4.24 Spectre en cas de défaut.

4.4 Réducteur à deux étages

Après avoir fait des essais expérimentaux sur un réducteur complexe (boite à vitesse R4), on a choisi de travailler sur un simple réducteur pour comparer, analyser et interpréter les comportements vibratoires des systèmes à engrenages malgré leurs complexités. Il s'agit d'un réducteur à deux étages donc avec trois arbres. Le choix des paramètres du système est fait en se basant sur les études faites dans les références [70]. La figure 4.25 représente le réducteur étudié dans cette partie.

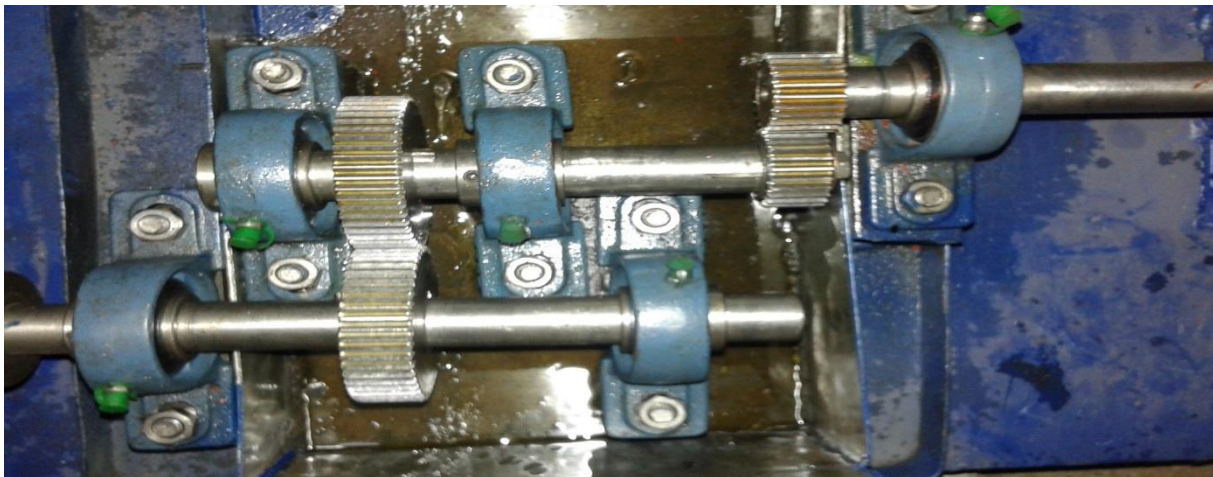


Figure 4.25 Réducteur à deux étages.

Le réducteur a été accouplé avec un moteur électrique asynchrone à 1500 tr/min avec un accouplement élastique. Puis on a utilisé un autre moteur avec mêmes caractéristiques du moteur utilisé avec la boîte à vitesse. Pour la charge, deux disques de diamètre différents ont été utilisés (figure 4.26) pour étudier l'effet de chargement sur la dynamique du système. La figure 4.27 montre le banc d'essai du réducteur à deux étages assemblés avec le moteur. Ce banc d'essai a été conçu et réalisé à la faculté des sciences et techniques.



Figure 4.26 Charges.



Figure 4.27 Banc d'essai d'un réducteur à deux étages.

Le dessin d'ensemble et le schéma cinématique de ce réducteur sont représentés respectivement sur les figures 4.28 et 4.29, ses caractéristiques sont résumées sur le tableau 4.2.

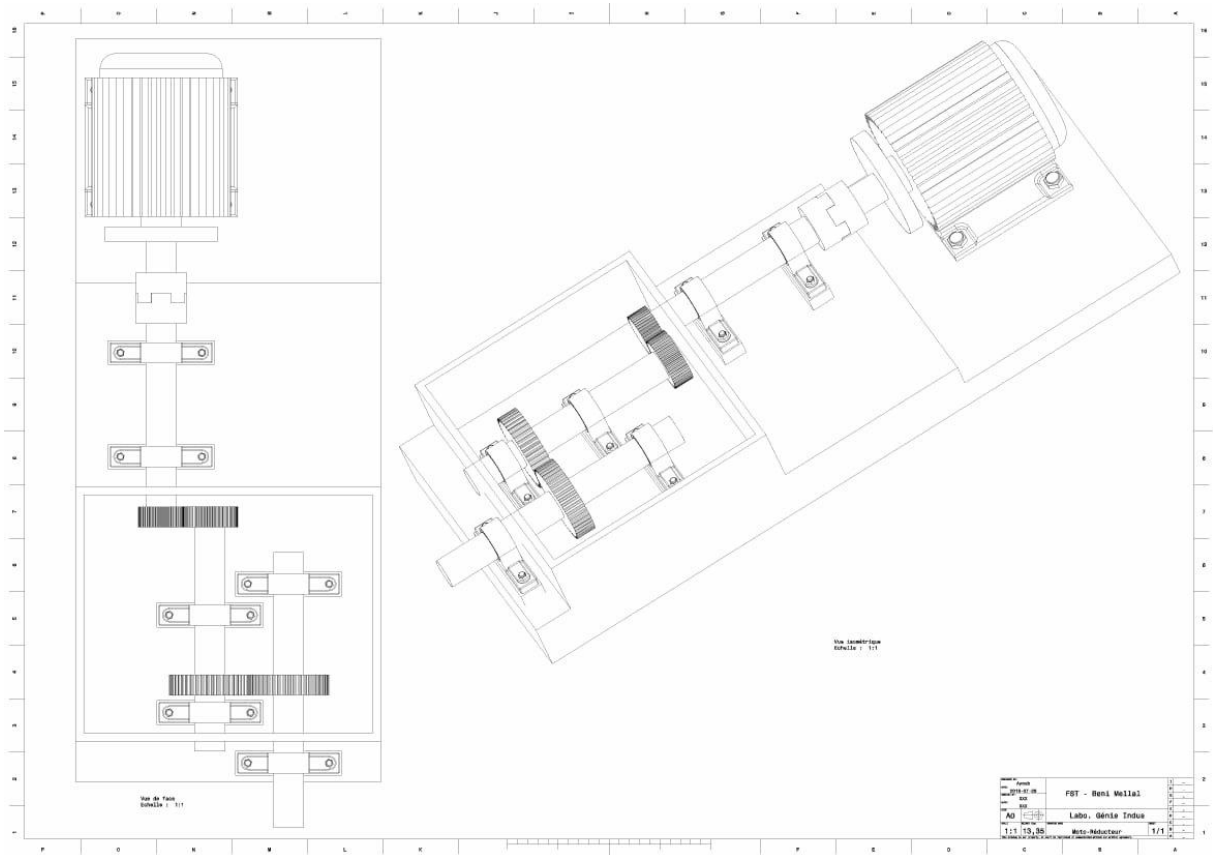


Figure 4.28 Dessin d'ensemble du réducteur.

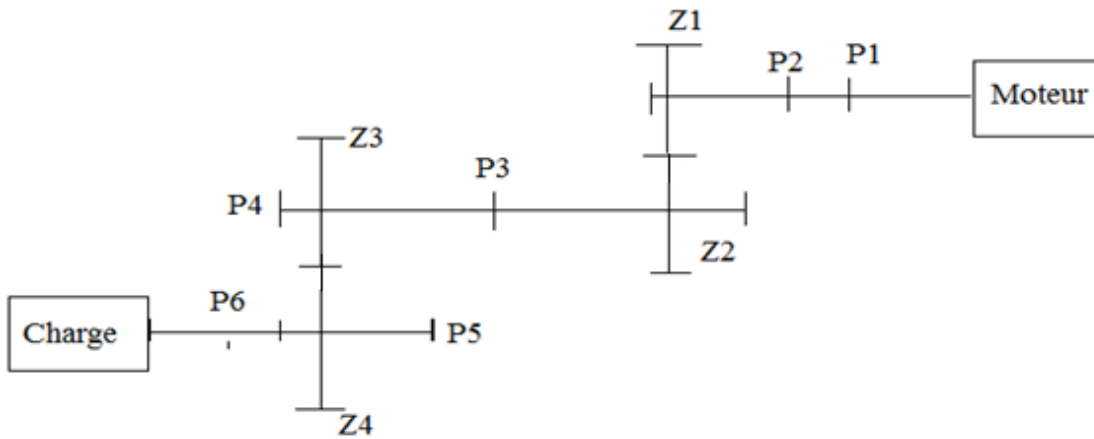


Figure 4.29 Schéma cinématique du réducteur.

Tableau 4.2 Paramètres du réducteur.

Roues	Z1	Z2	Z3	Z4
Nombre de dents	24	25	49	50

Vitesse de rotation(Hz)	16,60	15,94	15,94	15,62
Fe (Hz)	398,4		780,86	

Les essais sur ce réducteur sont effectués avec une vitesse angulaire de 1500tr/min, des exemples de signaux obtenus en point 7, situé sur le palier 6, sur les trois directions RV7, AX7 et RH7 sont respectivement représentés dans les figures 4.30, 4.31, 4.32 et leurs spectres 4.33, 4.34, 4.35. Avec cette vitesse, il y'a trop de bruit avec des chocs aléatoires en générant des fréquences de sources inconnues.

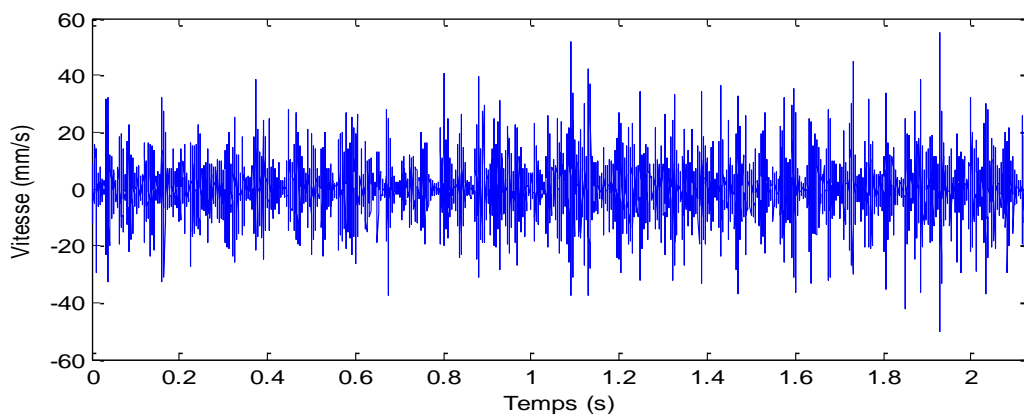


Figure 4.30 Vitesse RV7.

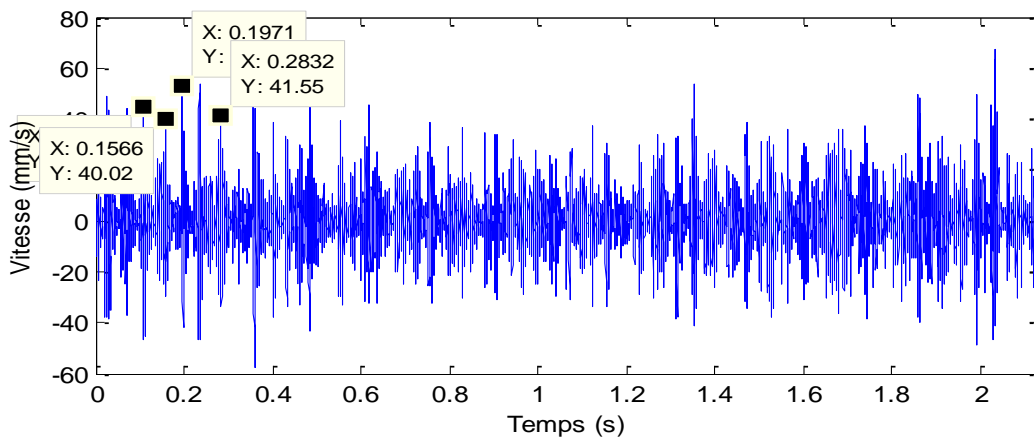


Figure 4.31 Vitesse AX7.

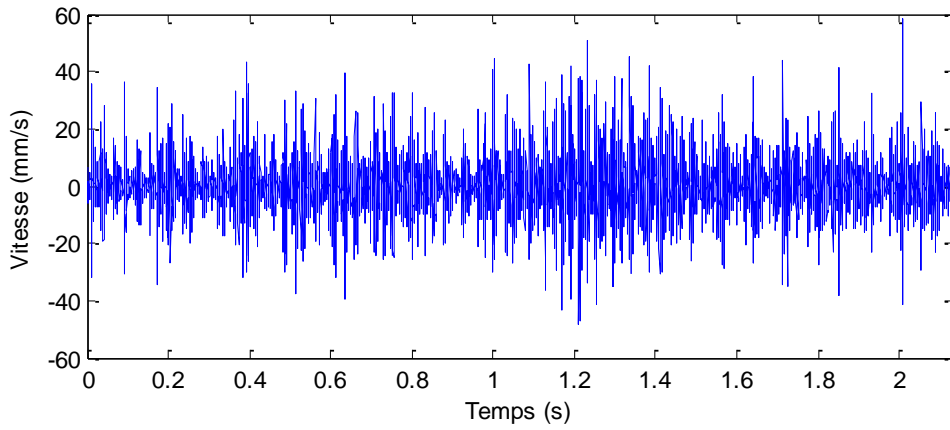


Figure 4.32 Vitesse RH7.

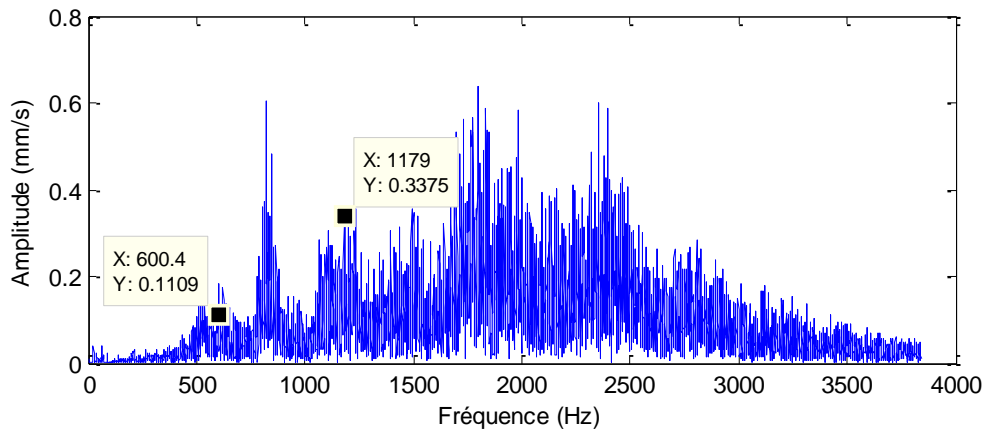


Figure 4.33 Spectre RV7.

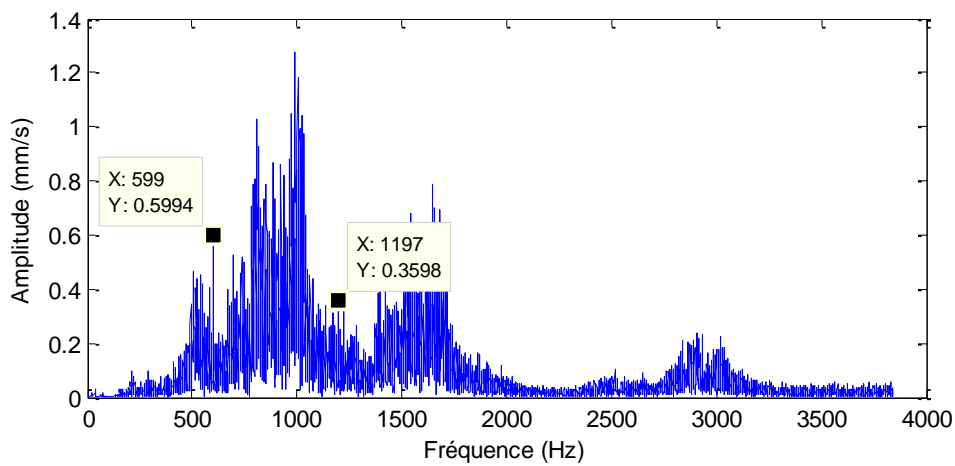


Figure 4.34 Spectre AX7.

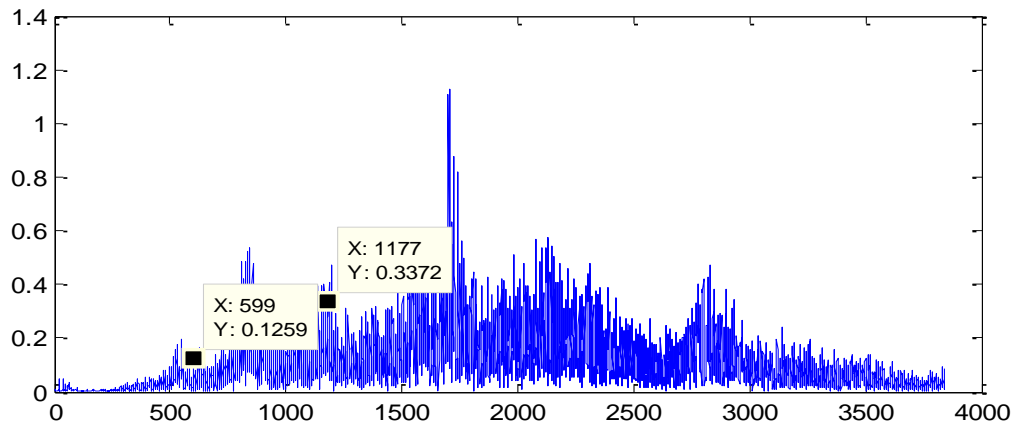


Figure 4.35 Spectre RH7.

Après plusieurs essais, le moteur a été changé par un autre moteur à 1000 tr/min, des exemples de mesures sont représentés sur les figures 4.36, 4.37, 4.38.

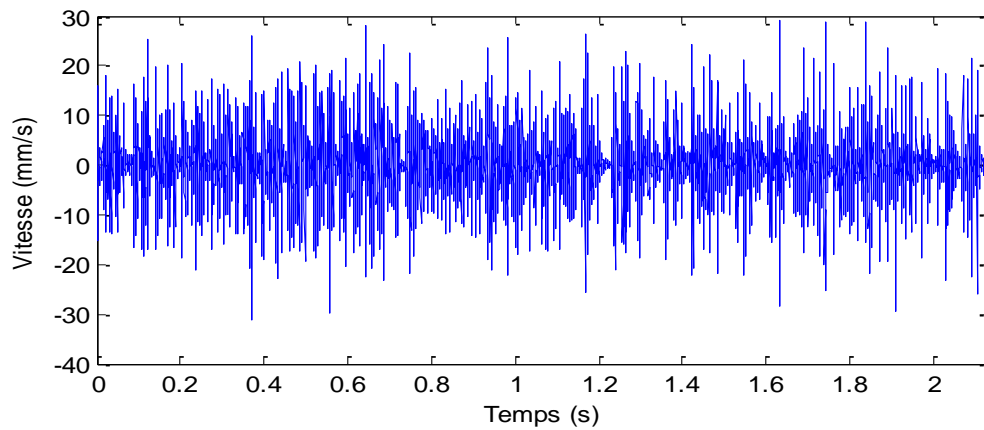
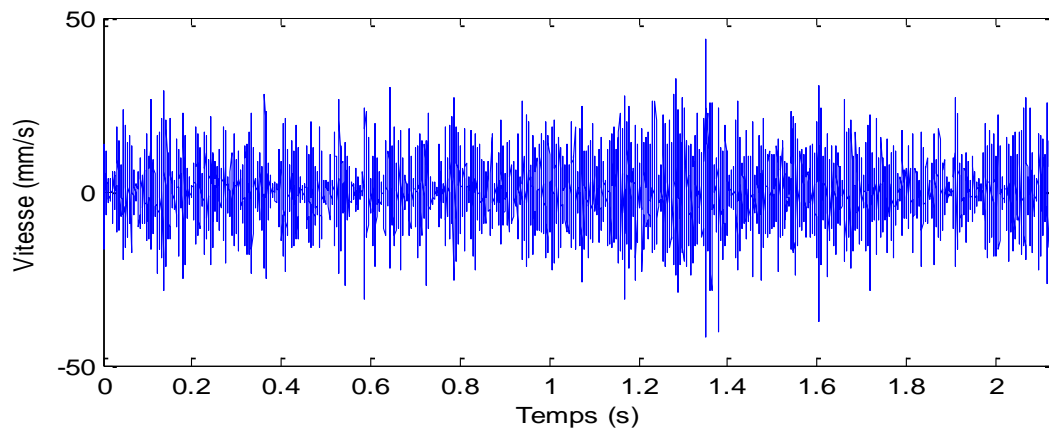
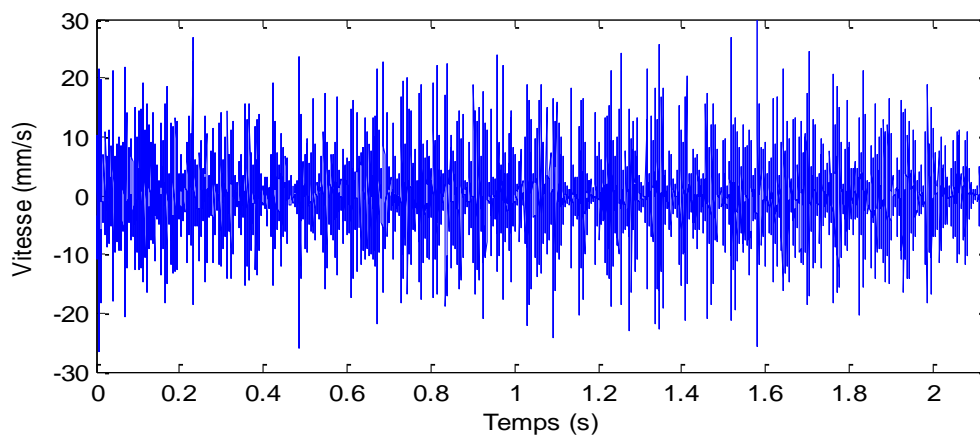


Figure 4.36 Vitesse RV7.

**Figure 4.37 Vitesse AX7.****Figure 4.38 Vitesse RH7.**

Après avoir étudié et analysé le comportement vibratoire du réducteur en fonctionnement normal qui est un état de référence. L'étude du système en présence des défauts a été entamée. En premier temps, une fissure a été créée volontairement sur toute la largeur de la dent sur le second étage (49/50) (figure 4.39). La profondeur de la fissure a été augmentée successivement jusqu'à la rupture de la dent. Après la rupture d'une dent sur le pignon du second étage, nous avons créé une fissure sur une autre dent du pignon. Finalement, nous avons créé des pitting sur le premier étage (figure 4.40).

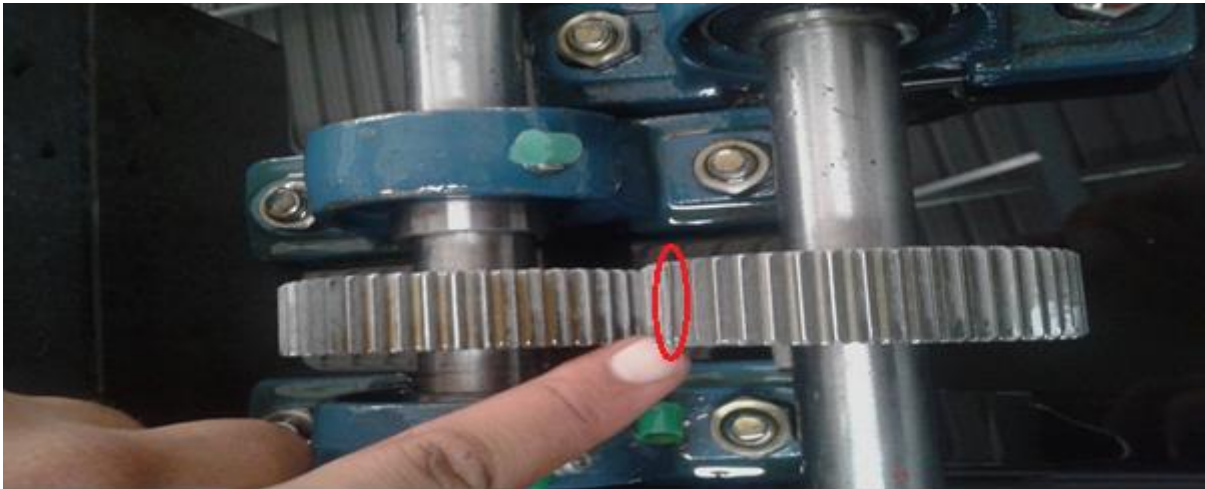


Figure 4.39 Fissure sur une dent de la roue du deuxième étage.



Figure 4.40 Pitting sur le pignon du premier étage.

L'analyse des signaux acquis a montré l'existence des défauts d'alignement dus au montage des paliers. Ainsi l'existence des défauts de fabrication à cause des conditions du taillage des pignons. La précision dans ce domaine est très importante. En résulte, à chaque acquisition on obtient moins de vibration sur les trois directions même en présence d'une fissure. Ce qui est justifié que les acquisitions sont faites en phase de rodage (figures 4.41, 4.42, 4.43, 4.44).

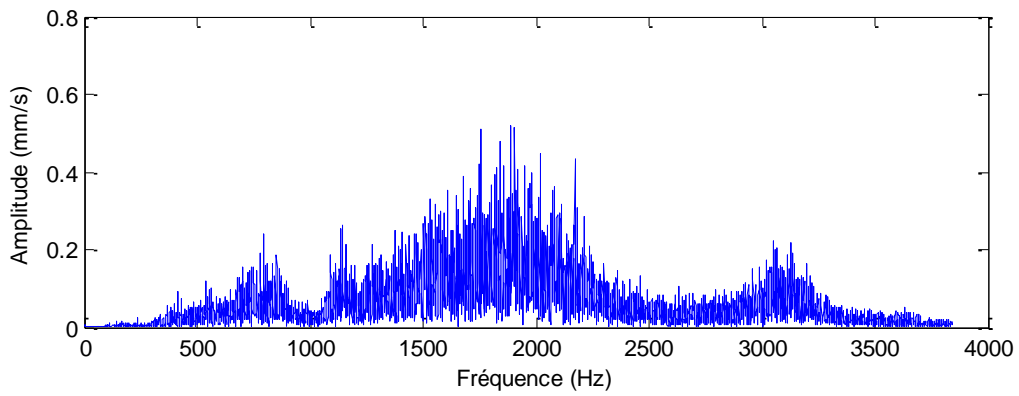


Figure 4.41 Vitesse RV7 en cas d'une fissure de 1.8 mm.

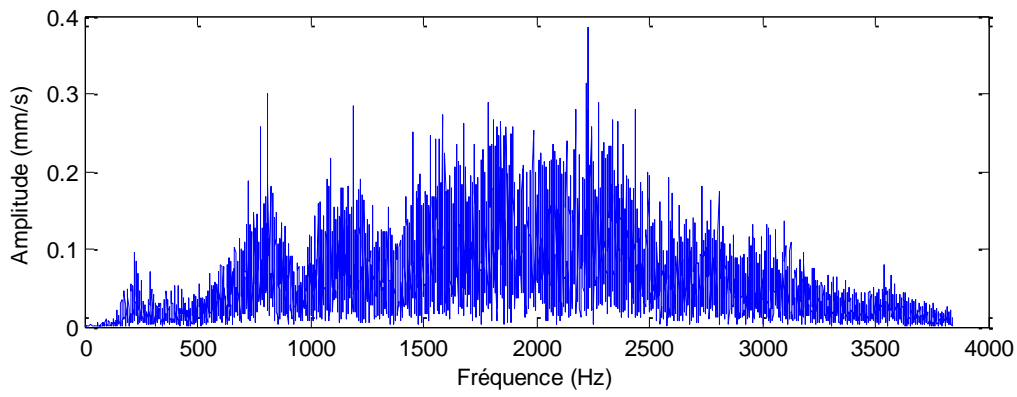


Figure 4.42 Vitesse RV7 en cas d'une rupture.

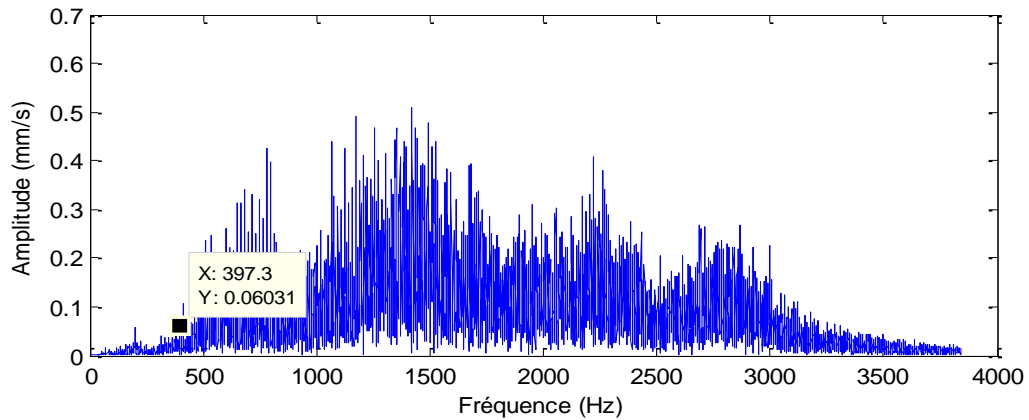


Figure 4.43 Vitesse RH4 en cas initial.

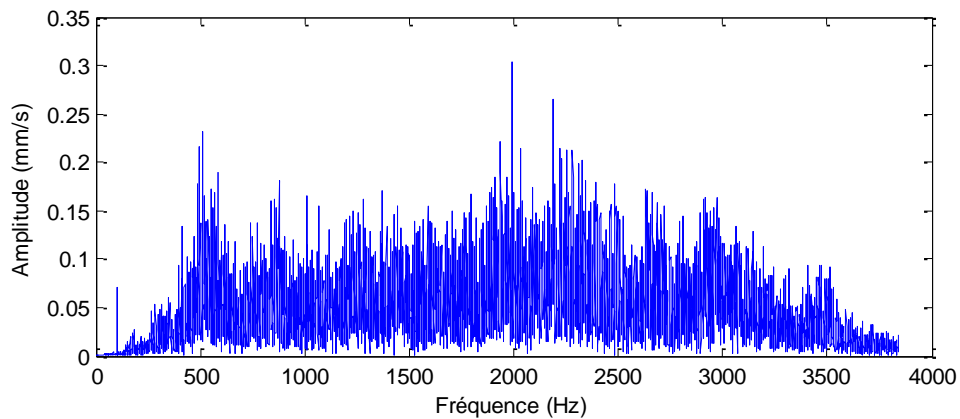


Figure 4.44 Vitesse RH4 avec un défaut sur la roue du premier étage.

4.5 Étude d'un cas industriel

4.5.1 Généralités

L'objectif principal est d'analyser, détecter et localiser les anomalies des équipements dans un milieu industriel. Ce réducteur est situé au niveau du four rotatif à Ciment de l'Atlas de beni Mellal (CIMAT) à la ligne cuisson au niveau du four. Le four rotatif, présenté sur la figure 4.45, constitue l'équipement de base en cimenterie. Il est sous forme d'un cylindre en acier reposant sur des stations de roulements, garni intérieurement par des produits réfractaires et animé d'un mouvement rotatif.



Figure 4.45 Four rotatif.

L'importance du four réside dans la production du clinker obtenu par la cuisson. Il assure les fonctions suivantes :

- Décarbonations de la farine chaude ;
- Cuisson de la matière ;
- Transfert thermique ;
- Transporter de la matière.

Le four rotatif de la cimenterie est un échangeur de chaleur. L'énergie thermique, nécessaire pour assurer la cuisson de la farine crue dans le four, est produite par la combustion du petcoke. La commande du four est assurée par l'engrènement d'un pignon d'attaque avec une couronne comme le montre la figure 4.46. Le pignon est entraîné par la sortie d'un réducteur à trois étages et qui contient deux planétaires.



Figure 4.46 Situation du réducteur au niveau du four.

Le four rotatif est l'élément de base dans la ligne cuisson pour la fabrication du ciment par transformation du cru par procédé de cuisson et ensuite la transformation du clinker en ciment. Il possède divers avantages par rapport aux autres réacteurs permettant une production continue avec des débits élevés de production. D'où l'obligation du diagnostic et de la surveillance au niveau du four. Le système traité dans cette partie est le réducteur et le système pignon

d'attaque-couronne. Le dessin d'ensemble du réducteur avec le positionnement des paliers est présenté à la figure 4.47. La figure 4.48 présente son schéma simplifié.

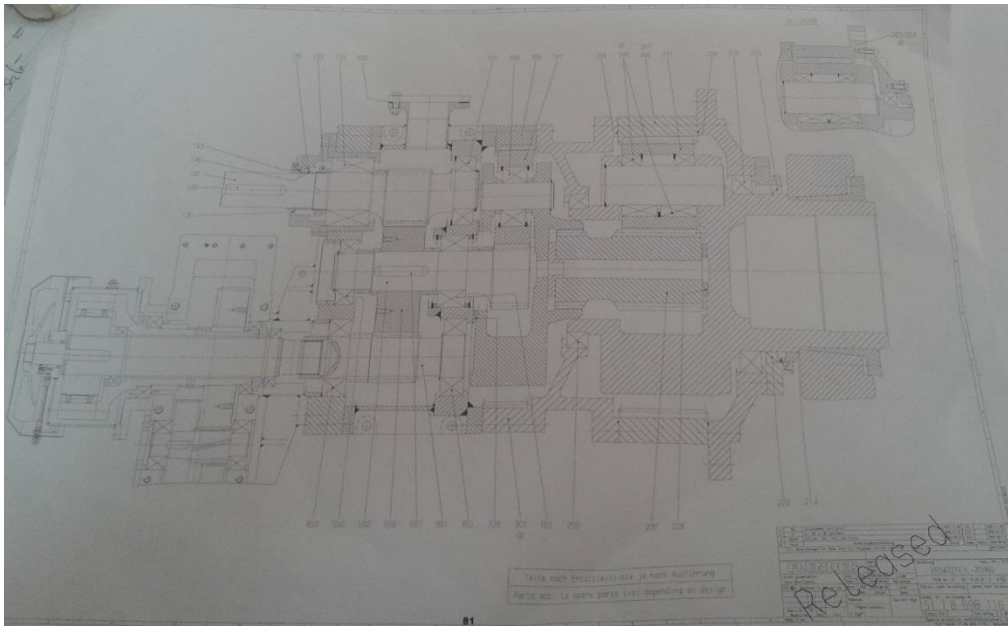


Figure 4.47 Dessin d'ensemble du réducteur.

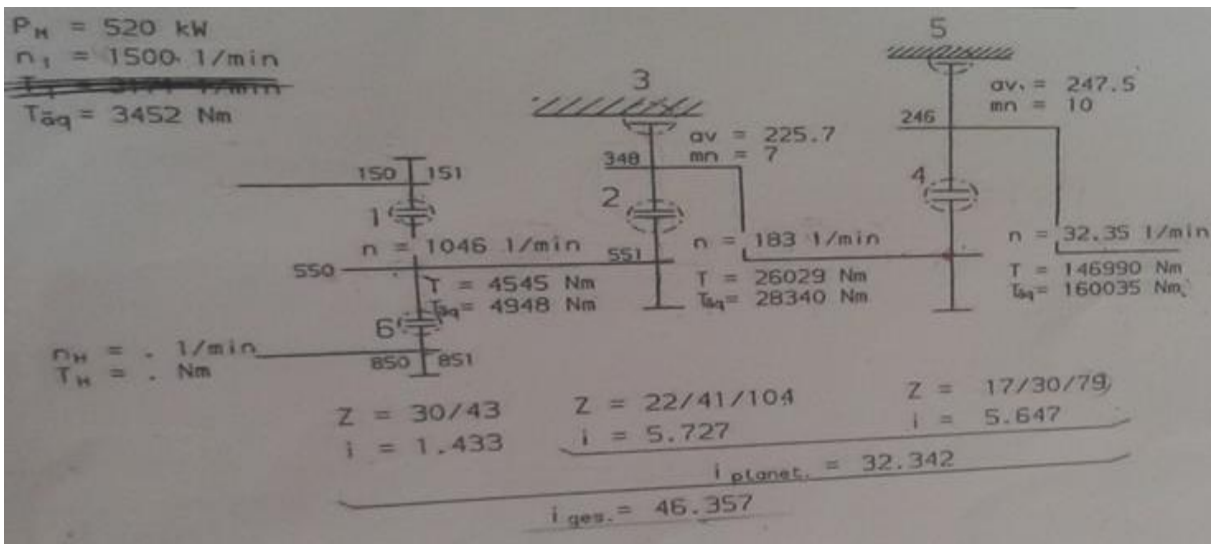


Figure 4.48 Schéma simplifié du réducteur étudié.

Pour étudier le comportement vibratoire du système global, ses fréquences caractéristiques sont résumées sur les tableaux 4.3, 4.4 et 4.5. Le tableau 4.3 présente les caractéristiques de l'engrenage composé du pignon d'attaque et la couronne tandis que les tableaux 4.4 et 4.5

présentent respectivement Calcul des fréquences caractéristiques des engrenages du réducteur et des roulements.

Tableau 4.3 Caractéristiques du pignon d'attaque-couronne.

	Nombre dedents	Fréquence d'engrènement	Fréquence
Pignon d'attaque	25	13,88	0,55
Courone	176		0,07

Tableau 4.4 Calcul des fréquences caractéristiques des engrenages du réducteur.

Etage	Nombre de dents	f_{ps}	Rapport	f_e	Fréquences des roues	soleil		Planète		couronne	
						Fcsd	Fcsl	Fcpd	Fcpl	Fcrd	Fcrl
1	30		1,43	772,5	25,75						
	43				17,96						
	30				25,75						
2	22	3,13	5,72	326,22		14,82	44,48	7,95	15,91	3,13	9,41
	41										
	104										
3	17	0,55	5,64	43,88		2,58	7,74	1,46	2,92	0,55	2,226
	30										
	79										

Tableau 4.5 Calcul des fréquences caractéristiques des roulements.

repère	Référence	Bd	Pd	Nb	alpha	FTF	BPFO	BPFI	BSF
Pos.150	PAIRED TAPER ROLLER BEARINGS 32222/DF ST-KAEF	22,93	154,5	20	15,64	14,35	287,01	212,98	154,12
pos.151	ROLLG BRG 2222 NU EC D 5412	23,81	154,83	18	10,59	13,25	238,65	211,34	157,33
pos.248	ROLLING CONTACT BEARING 185028 SL C3 2S	7,49	57,61	19	13,13	0,29	4,56	5,68	4,35
pos.255	ROLLING CONTACT BEARING 181868A GKSL971								
pos.256	ROLLING CONTACT BEARING 181888 GKSL0404								

pos.348	ROLLING CONTACT BEARING 22318 E/C3 D 635	26,1	142,86	16	12,37	1,79	19,99	28,72	17,89
pos.550	ROLLG BRG 2220 NU EC D 5412	20,64	139,9	19	10,12	9,70	184,47	146,92	110,76
pos.551	ROLLING CONTACT BEARING 23222 CC/W33 D 635 MET-KAEF	22	156,1	19	12,75	7,51	142,73	188,65	131,14
pos.850	ROLLING CONTACT BEARING 32222 D720 ST-KAEF	22,93	154,5	20	15,64	14,35	287,01	212,98	22,87
pos.851	ROLLING CONTACT BEARING 32222 D720 ST-KAEF	22,93	154,5	20	15,64	14,35	287,01	212,98	22,87

De la même façon, nous avons collecté des données sur trois directions à chaque emplacement du capteur. Après avoir analysé tous les signaux, nous avons trouvé qu'il est nécessaire de surveiller le système au point d'emplacement du capteur 6, qui représente le pignon d'attaque, et ainsi au niveau du planétaire 2. Nous avons collecté un historique des acquisitions, puis nous avons analysé l'ensemble des acquisitions à tous les points. Sur ce rapport on présente un exemple de trois acquisitions.

Les réponses temporelles de la vitesse en point 1 sur le moteur (MT1RH) pour les trois acquisitions sont représentées respectivement sur les figures 4.49, 4.50 et 4.51.

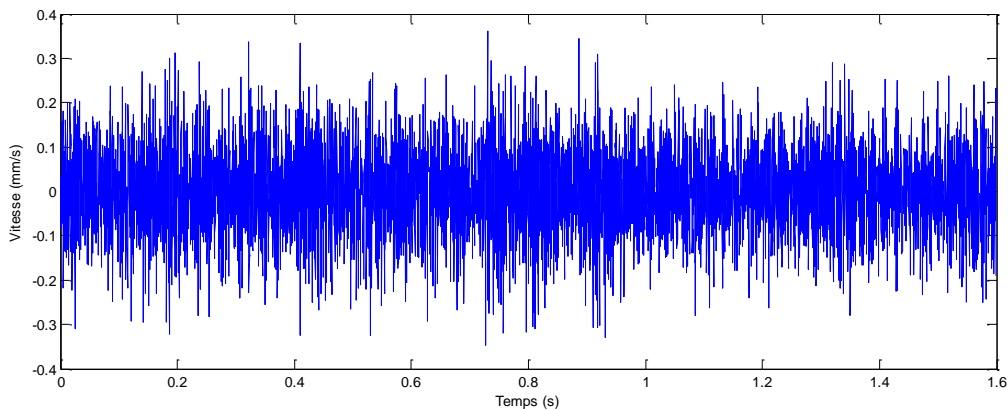


Figure 4.49 Vitesse en MT1RH pour l'acquisition 1.

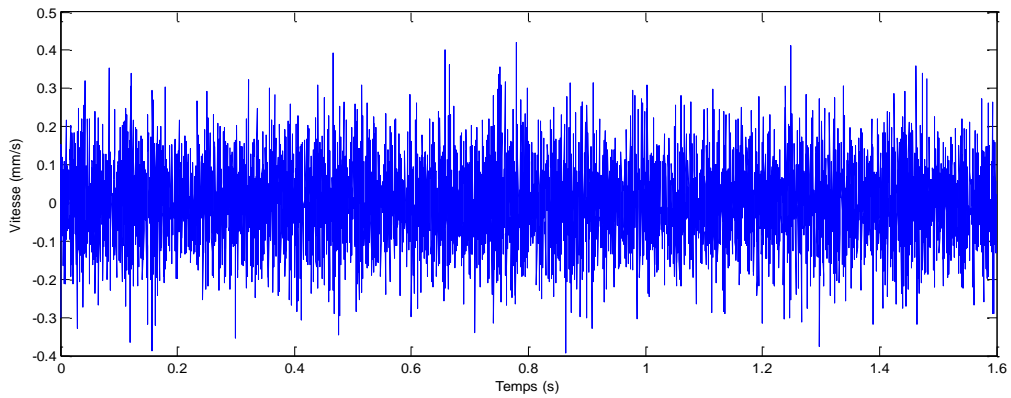


Figure 4.50 Vitesse en MT1RH pour l'acquisition 2.

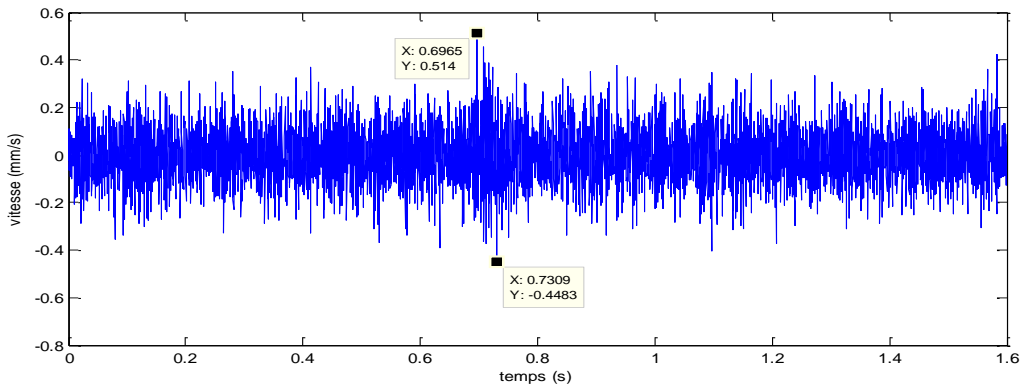


Figure 4.51 Vitesse en MT1RH pour l'acquisition 3.

Cette analyse nous a permis de constater la présence d'un choc à l'instant 0.69 s qui correspond à la fréquence (1.4 Hz). La figure 4.51 nous montre que les indicateurs de RMS, Kurtosis et du facteur de crête FC suivent la même évolution avec une augmentation. Sur les figures 4.53, 4.54 et 4.55, on représente les accélérations des 3 acquisitions.

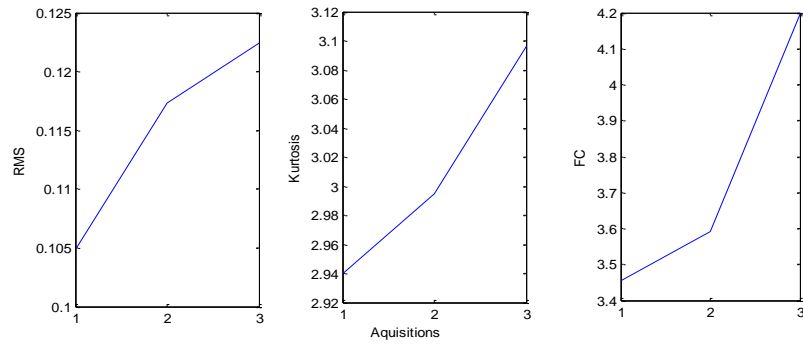


Figure 4.52 Evolution des indicateurs temporels pour les trois acquisitions.

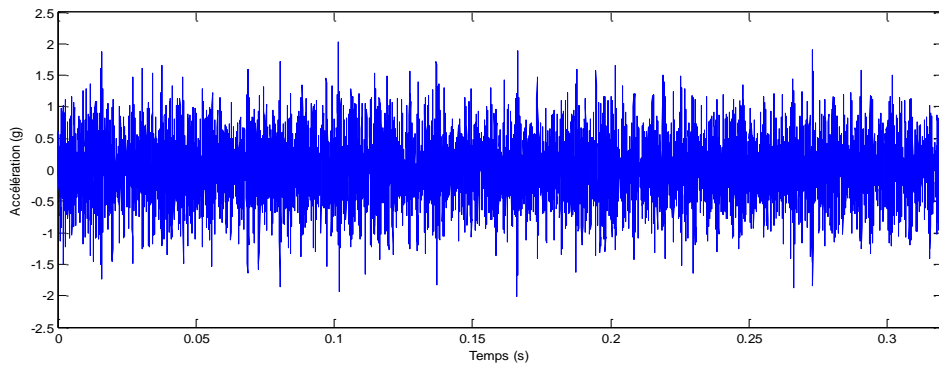


Figure 4.53 Accélération de l'acquisition 1.

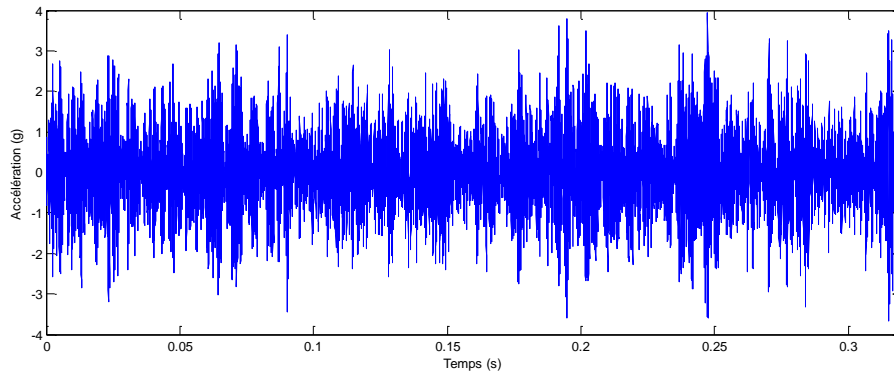


Figure 4.54 Accélération de l'acquisition 2.

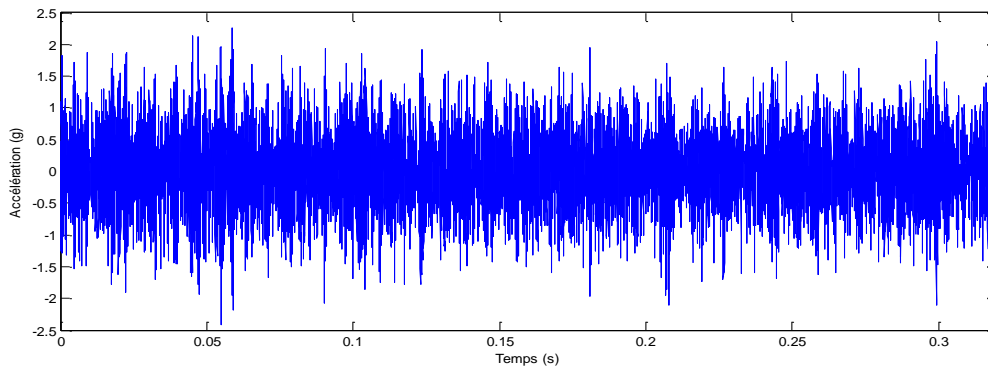


Figure 4.55 Accélération de l'acquisition 3.

Ainsi, nous avons analysé les données axiales et verticales. Les acquisitions au point RV6 nous ont fourni les réponses temporelles représentées sur les figures 4.56, 4.57, 4.58.

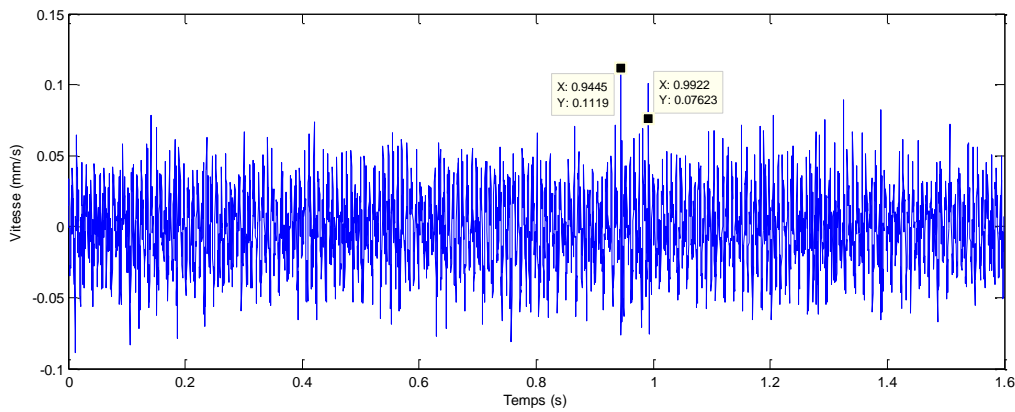


Figure 4.56 Vitesse en point 6 RV6 pour l'acquisition 1.

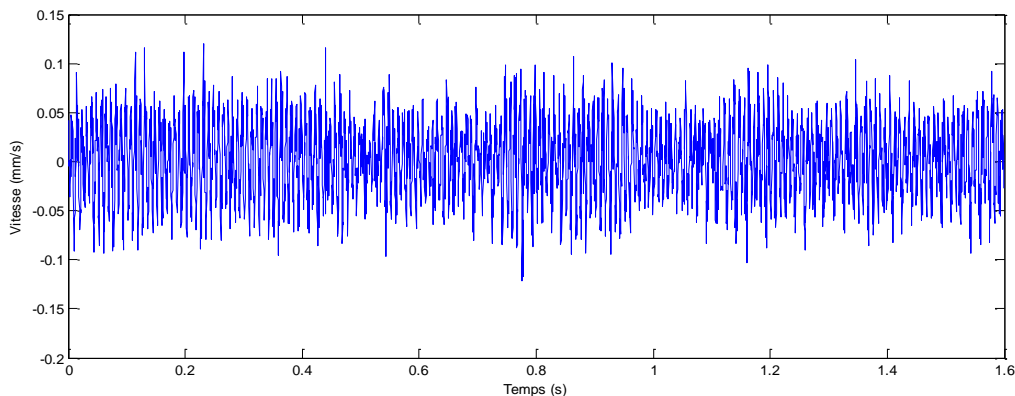


Figure 4.57 Vitesse en point 6 RV6 pour l'acquisition 2.

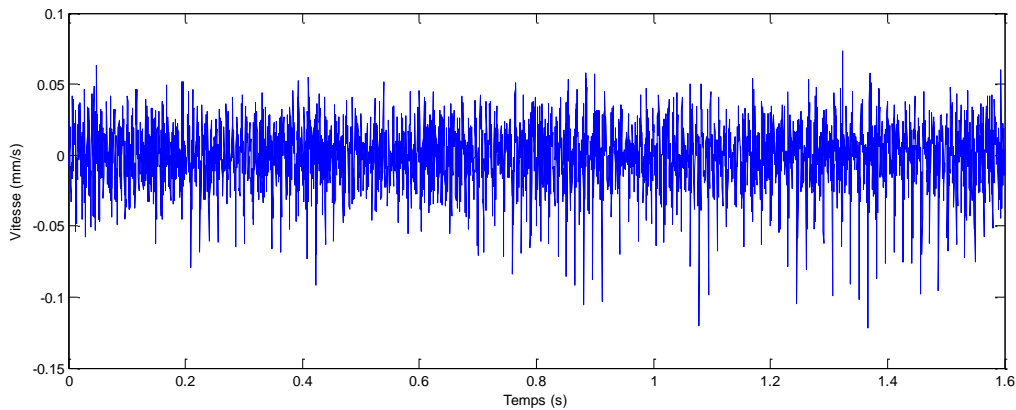


Figure 4.58 Vitesse en point 6 RV6 pour l'acquisition 3.

Dans ce paragraphe, nous avons présenté le réducteur ainsi que les données temporelles obtenues. L'analyse sera présentée dans le chapitre 5.

4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, des essais expérimentaux sur trois systèmes ont été effectués. Les systèmes étudiés sont différents du point de vue complexité et étude. Le premier système est une boîte à vitesse R4 tandis que le deuxième est réducteur simple à 2 étages. Ces deux systèmes ont visé l'étude du comportement vibratoire, des engrenages cylindriques, expérimentalement. Le troisième système correspond à une application industrielle. Ce cas est pour étudier un système d'engrenages à multiples étages qui contient des engrenages parallèles et planètes et des roulements. Les signaux et les essais faits sont présentés dans ce chapitre. Les analyses de ces signaux seront traitées dans le chapitre 5.

5 EXPLOITATION DES OUTILS DE TRAITEMENT DU SIGNAL

5.1 Introduction

L'application des outils de traitement du signal joue un rôle primordial dans la surveillance des machines tournantes. Ce chapitre traite son exploitation pour la détection des défauts d'engrenages et des roulements. L'analyse du signal vibratoire permet d'extraire ses caractéristiques pour évaluer la présence des chocs ou du bruit. Plusieurs méthodes au domaine temporel, fréquentiel, temps-fréquence et des méthodes adaptatives sont utilisés. Une classification des signaux par réseaux de neurones sera faite. Les signaux de simulation qu'on va utiliser reviennent à la simulation du modèle de 8 DDL d'engrenage (chapitre 3) tandis que les signaux expérimentaux sont présentés dans le chapitre 4.

5.2 Analyse temporelle

Dans cette analyse, on utilise des indicateurs scalaires : RMS, FC ; kurtosis, les moments d'ordre 3-4 et le skewness. La figure 5.1 présente l'évolution de ces indicateurs scalaires en fonction de la profondeur de la fissure. Le signal utilisé est obtenu par simulation. Le kurtosis, RMS, et le moment d'ordre 4 suivent la même évolution dont leurs valeurs augmentent avec l'augmentation de la profondeur à partir d'une valeur de 0.5mm. Le skewness et le moment d'ordre 3 ne permettent pas d'évaluer la présence de la fissure tandis que le FC augmente avec l'augmentation de la fissure à partir d'une valeur de 1mm. Comme les signaux résiduels peuvent être utilisés dans cette analyse. Un exemple de signal résiduel est donné dans la figure 5.2. Il a permis la localisation du défaut, qui est défini par un choc de période 0.025s, dans son domaine temporel.

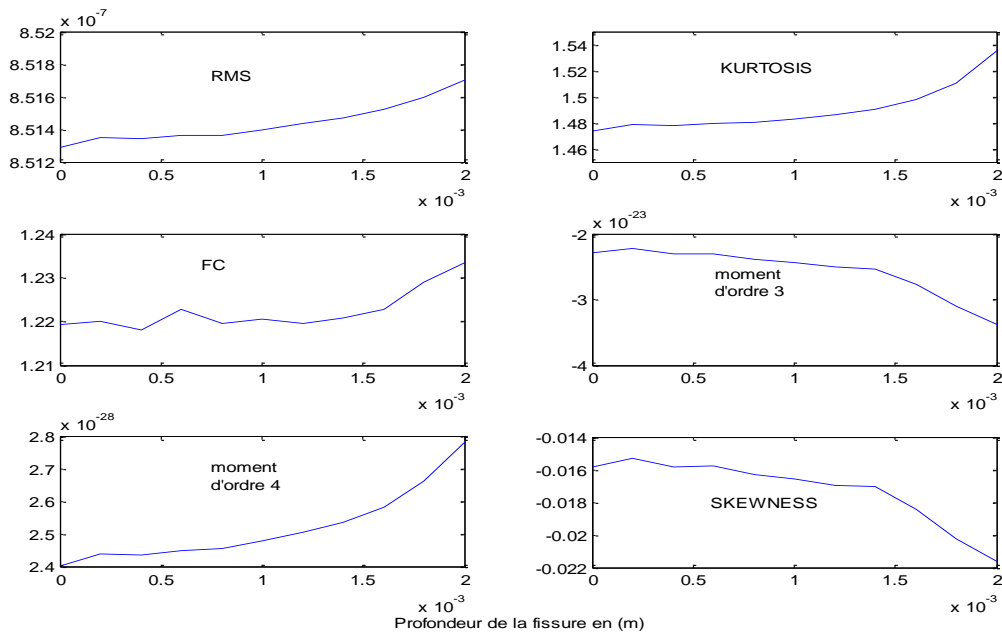


Figure 5.1 Évolution des indicateurs statistiques en fonction de la profondeur de la fissure.

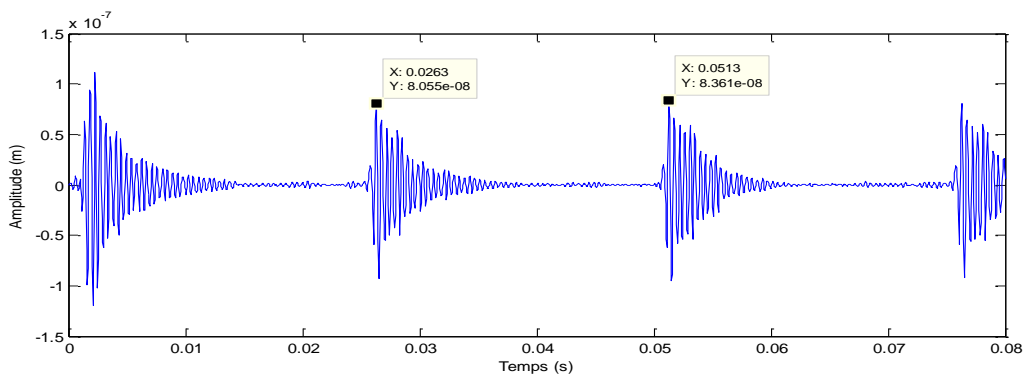


Figure 5.2 Signal résiduel.

Pour le signal de la simulation (figure 5.1), les valeurs du RMS, Kurtosis, et moment d'ordre 4 augmentent avec l'augmentation de la profondeur de la fissure. Cela signifie une variation à la signature vibratoire du système d'engrenages avec le développement de la fissure à travers la dent. Ainsi, une décomposition en ondelettes (TOD) est appliquée en utilisant l'ondelette mère de Haar avec le niveau 5. La présentation du kurtosis des 5 approximations en fonction de la profondeur de la fissure est donnée sur la figure 5.3. La valeur du kurtosis augmente, pour les approximations 1 et 4, avec l'augmentation de la profondeur de la fissure.

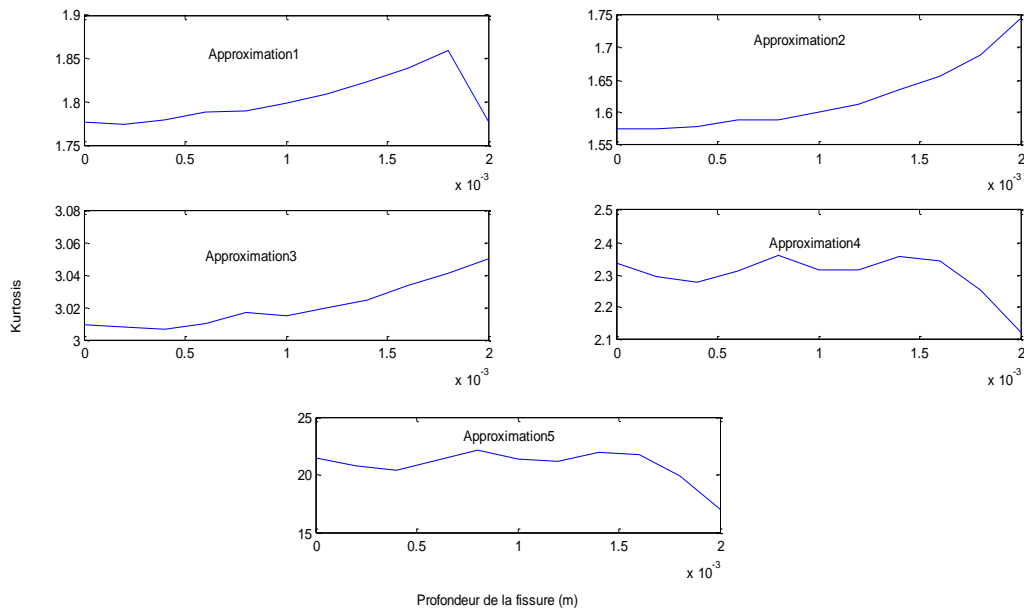


Figure 5.3 Kurtosis des approximations.

Ensuite, l'EMD est appliqué afin d'évaluer l'effet de la variation de la profondeur de la fissure sur les IMFs obtenu. L'IMF1 a indiqué la présence d'un défaut à partir d'une profondeur de 1.2 mm par rapport aux autres IMFs (figure 5.4). Puis le Kurtosis de la TOD de la première IMF est utilisé (figure 5.5). Dans ce cas, le défaut est détecté à partir d'une profondeur de 0.8mm avec l'approximation 2 et à partir de 1.2 avec l'approximation 4.

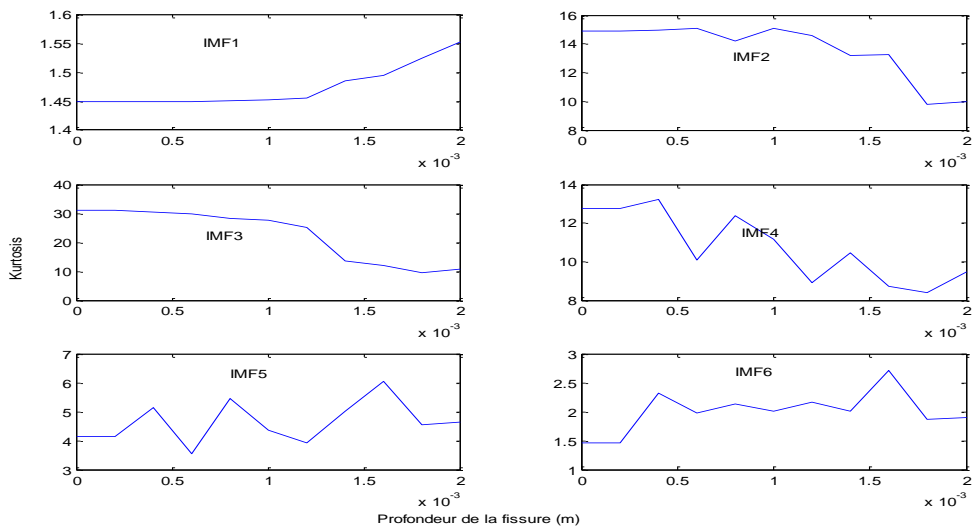


Figure 5.4 Kurtosis des IMFs.

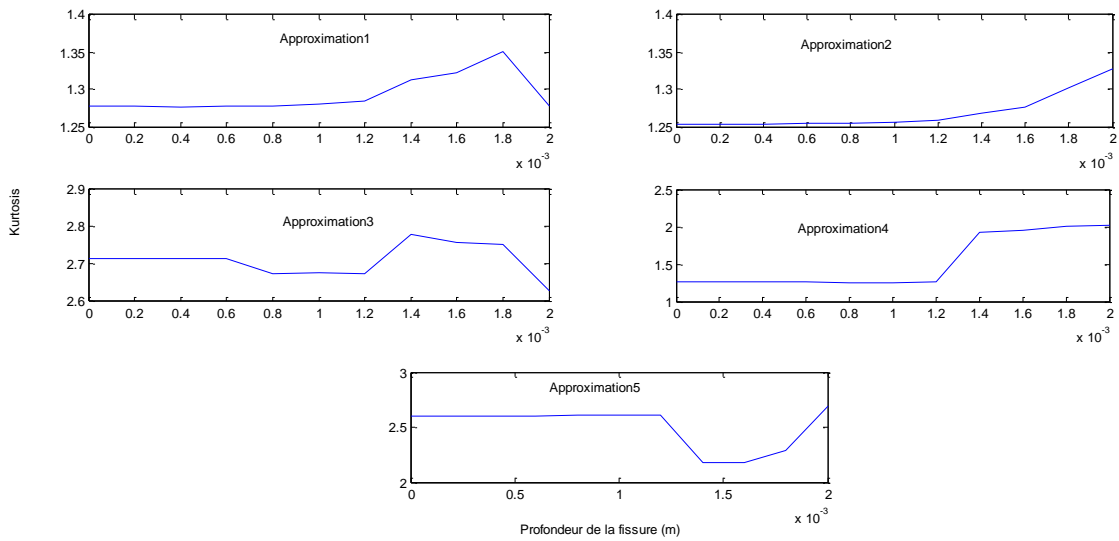


Figure 5.5 DWT de l'IMF 1.

Dans cette analyse nous avons utilisé des indicateurs scalaires, RMS, kurtosis, moments d'ordre 3 et 4, FC et Skewness, et des méthodes hybrides.

5.3 Analyse fréquentielle

Cette analyse est basée sur l'analyse spectrale, l'analyse d'enveloppe, l'analyse de phase et l'analyse cepstrale. Le signal utilisé dans cette analyse est obtenu en simulation du modèle de 8 DDL. Sur la figure 5.6, le spectre du signal en présence d'une fissure sur le pignon. L'analyse spectrale d'un signal vibratoire en présence et en absence du défaut est déjà traitée dans les chapitres 3 et 4. Un zoom sur ce spectre est représenté sur la figure 5.7 en montrant l'apparition de nouvelles composantes fréquentielles dues à la défaillance. Sur la figure 5.8, on a le spectre d'enveloppe, ce qui montre qu'en analyse d'enveloppe les spectres ont plus d'amplitude qu'en analyse spectrale (figures 5.8 et 5.9).

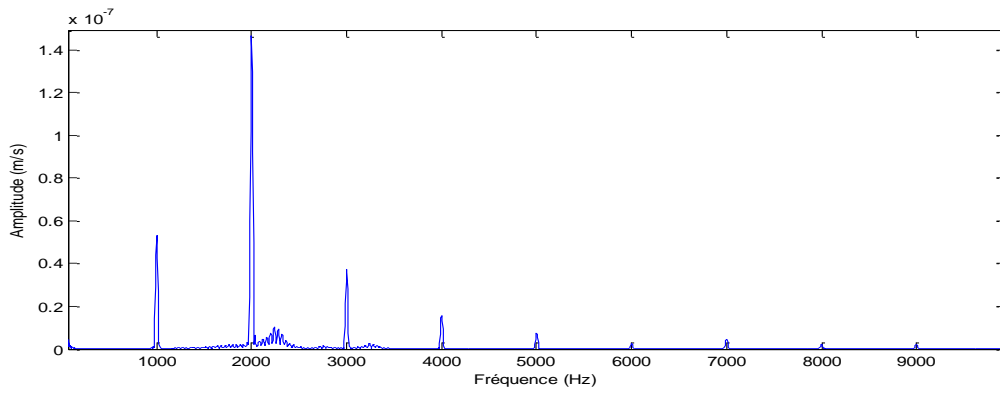


Figure 5.6 Spectre en cas d'une fissure.

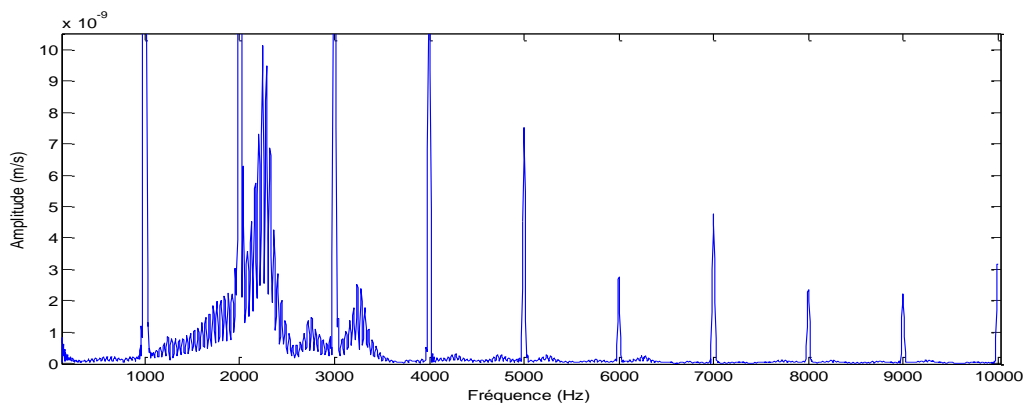


Figure 5.7 Zoom sur le spectre de la figure 5.8.

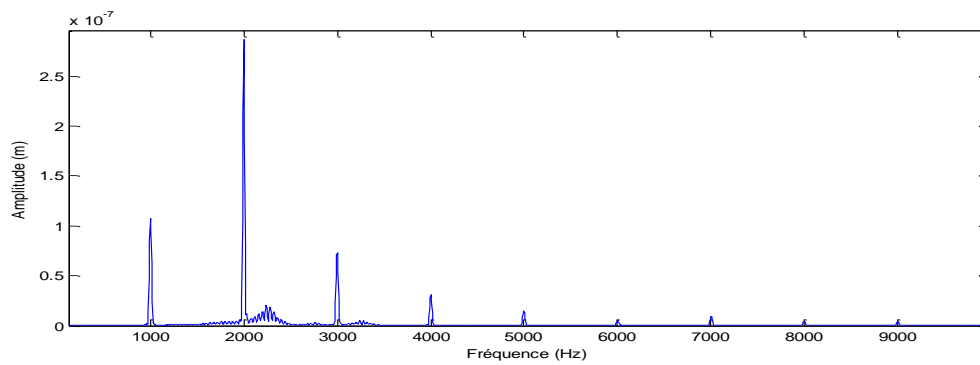


Figure 5.8 Spectre d'enveloppe en cas d'une fissure.

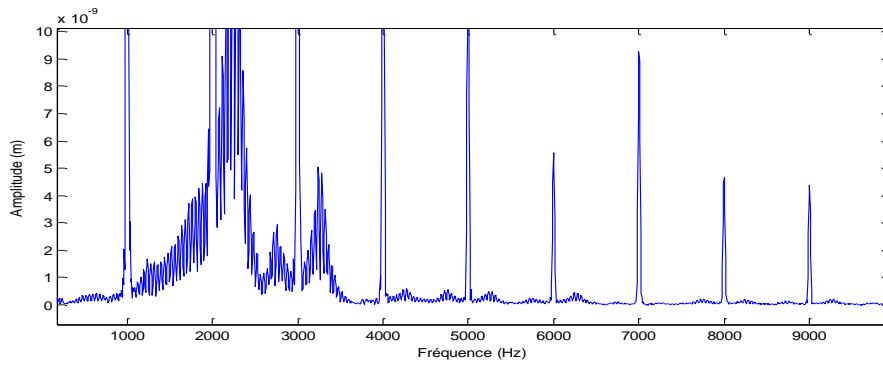


Figure 5.9 Zoom sur le spectre d'enveloppe.

En analyse d'enveloppe, on peut utiliser le spectre de phase comme illustré sur les figures (5.10 et 5.11). Nous avons aussi utilisé une analyse cepstrale qui nous a fourni une localisation des chocs, dans ce cas le phénomène de modulation est moins clair en comparaison avec les analyses d'enveloppe et spectrale (figure 5.12).

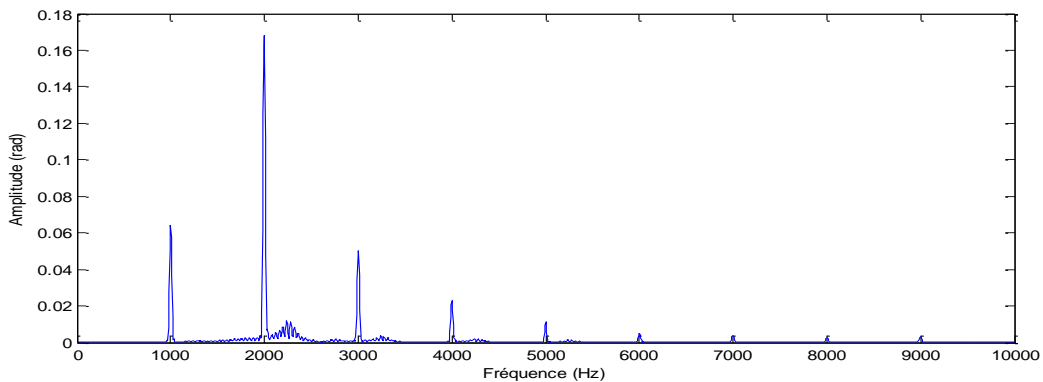


Figure 5.10 Spectre de phase en cas d'une fissure.

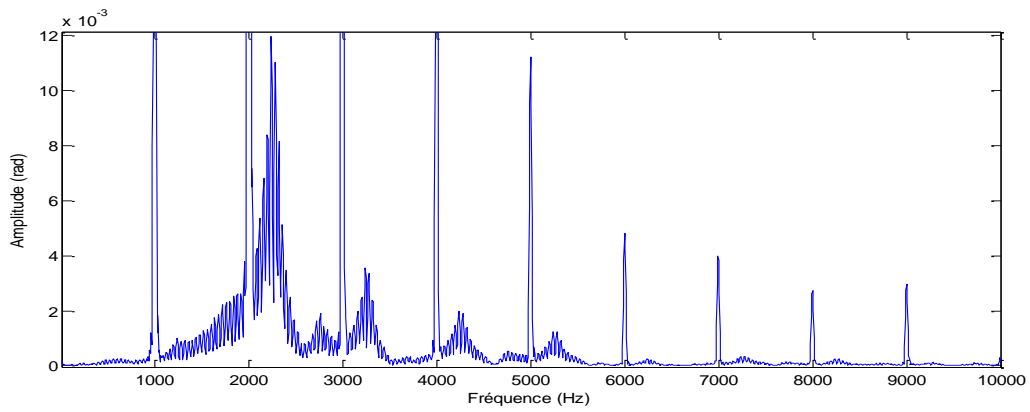


Figure 5.11 Zoom du spectre de phase.

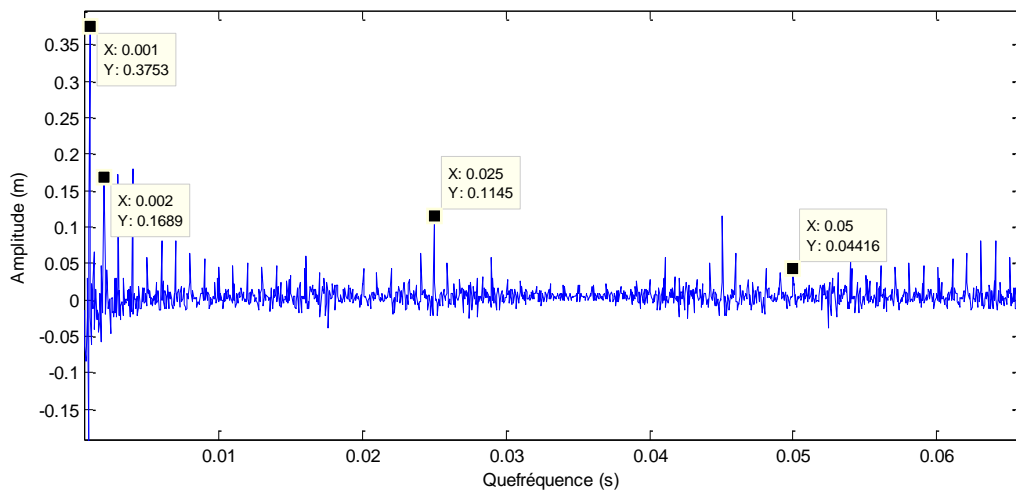


Figure 5.12 Cepstre en cas d'une fissure.

5.4 Analyse Temps-Fréquence/Temps-Echelle

On va utiliser le même signal dans le paragraphe 5.2, son spectrogramme est donné dans la figure 5.13. Trois méthodes d'analyse au domaine temps-fréquence, la transformée en ondelettes continues (TOC), la transformée en S (TS) et la distribution de Wigner Ville lissée (SPWVD).

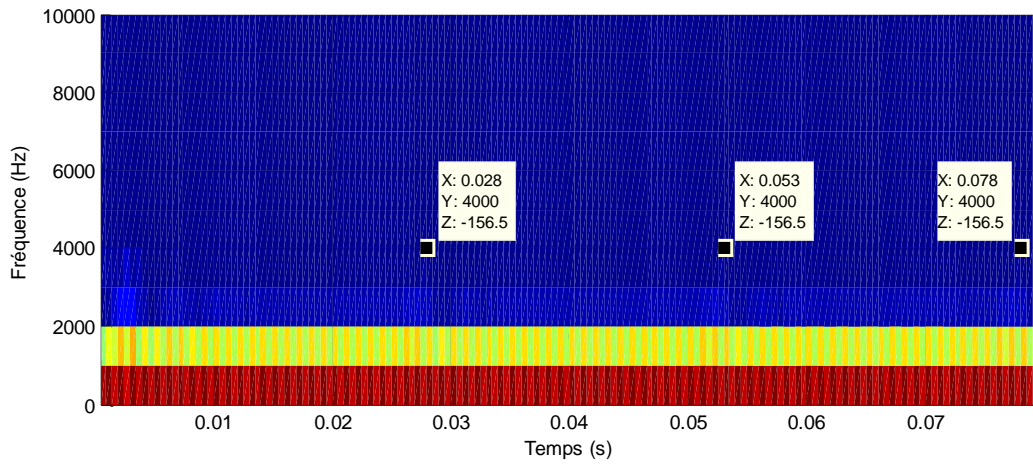


Figure 5.13 Spectrogramme en présence d'une fissure.

D'après les figures 5.14, 5.15 et 5.16, les trois méthodes permettent d'extraire les chocs dus à la présence d'une fissure. Les maximums des données extraites par chaque méthode sont montrés sur la figure 5.17 qui ont démontré que le SPWV et la TS extraient plus d'amplitude du choc représentant l'existence du défaut tandis que la TOC extrait plus d'informations du signal.

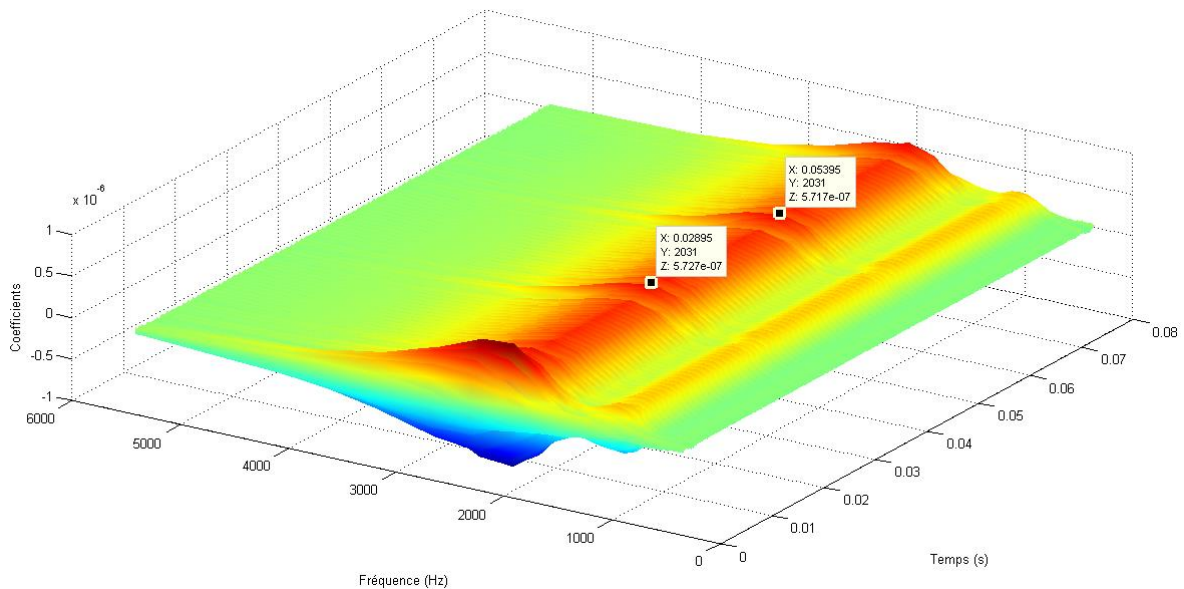


Figure 5.14 Représentation temps-fréquence par la TOC.

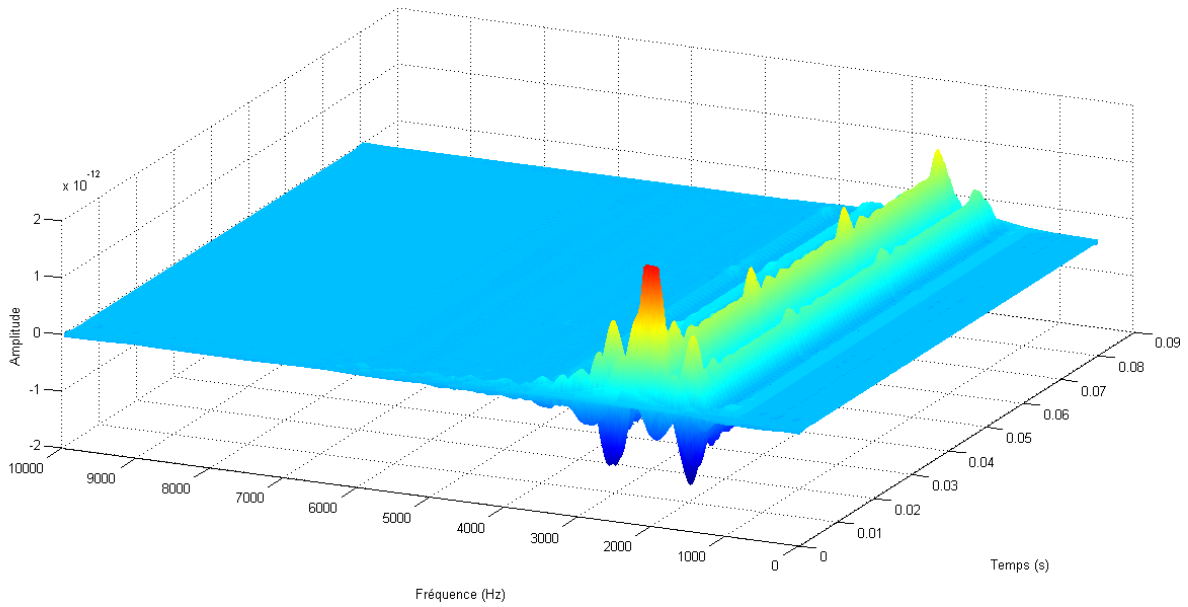


Figure 5.15 Représentation temps-fréquence par SPWVD.

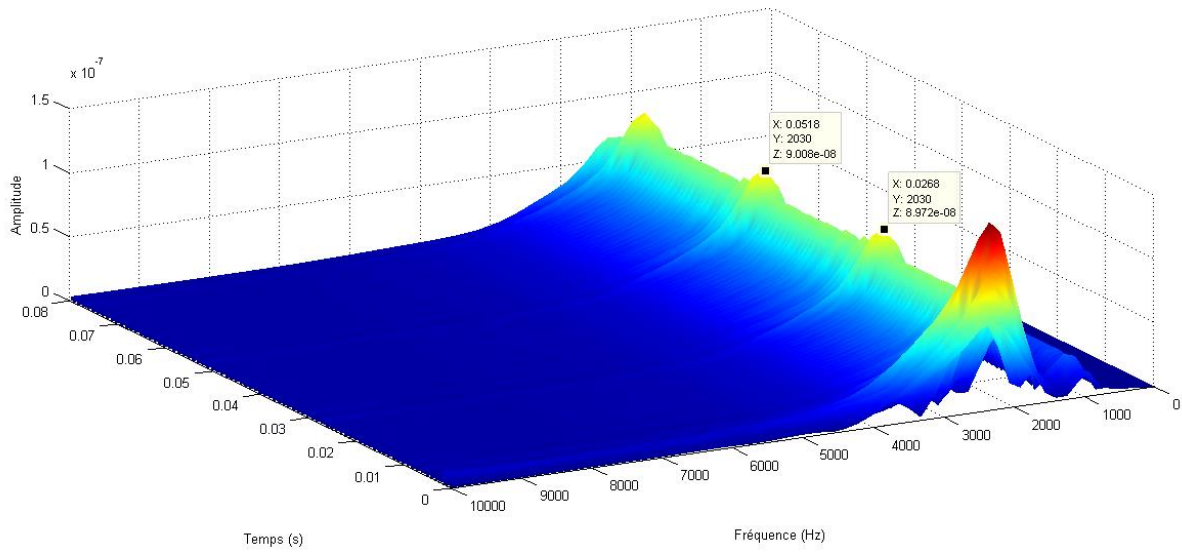


Figure 5.16 Représentation temps-fréquence par la TS.

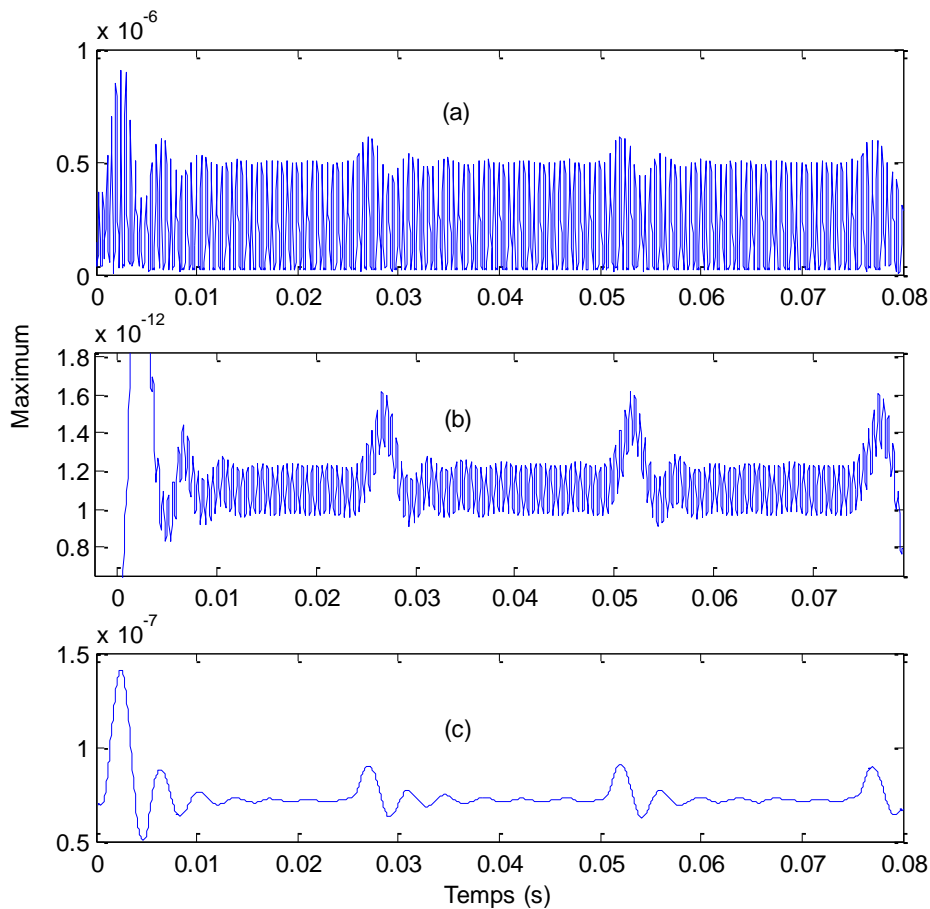


Figure 5.17 Maximum des composantes : (a) TOC , (b) SPWV, (c) TS.

L'avantage de cette analyse réside dans la jointure temps-fréquence. L'existence des composantes à la fréquence 2000Hz ainsi qu'une résonance à cette fréquence qui est plus claire avec la TS (figure 5.16).

5.5 Comparaison entre EMD et EWT dans la détection des défauts d'engrenage et de roulement

L'EMD et l'EWT sont utilisés pour détecter la présence des défauts. Les six premières, IMFs, de la décomposition EMD et EWT avec leurs spectres, sont donnés respectivement en figure 5.18 et 5.19. Ainsi, l'axe de fourrier segmenté est donné en figure 5.20. Les deux méthodes nous ont permis de décomposer le signal en IMFs. L'EWT a séparé tous les modes (voir les spectres figure 5.18) tandis qu'on a trouvé avec EMD, la répétition et l'interférence des modes (figure 5.19 voir spectres par exemple IMF1 et IMF2).

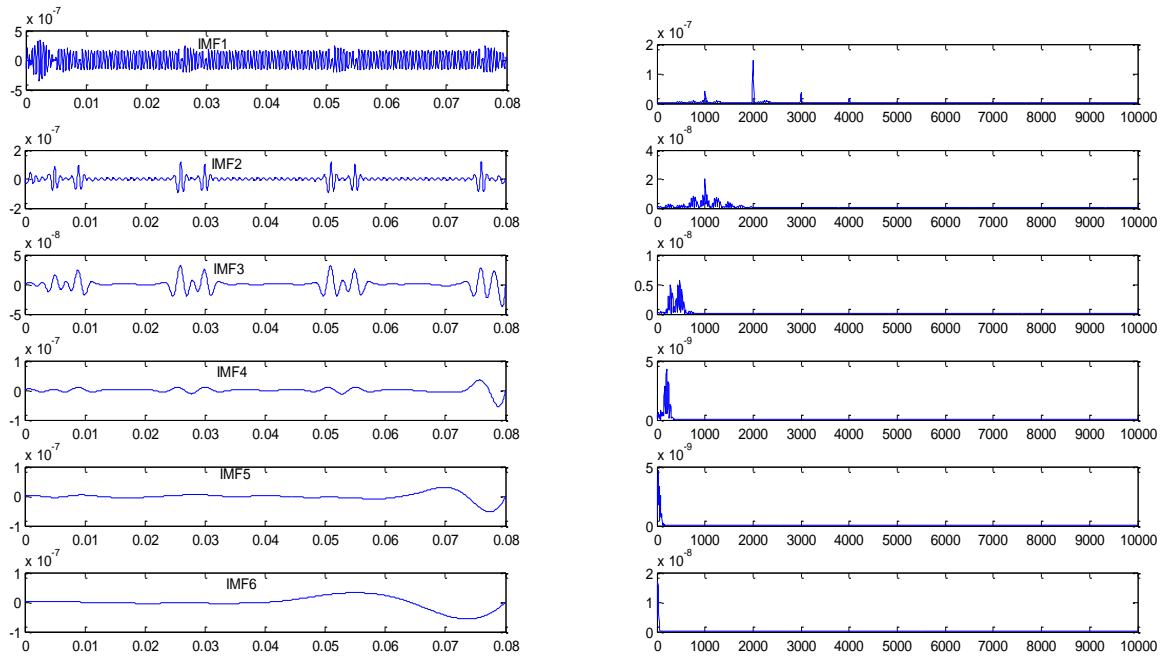


Figure 5.18 Les six premières IMF de la décomposition EMD avec leurs spectres.

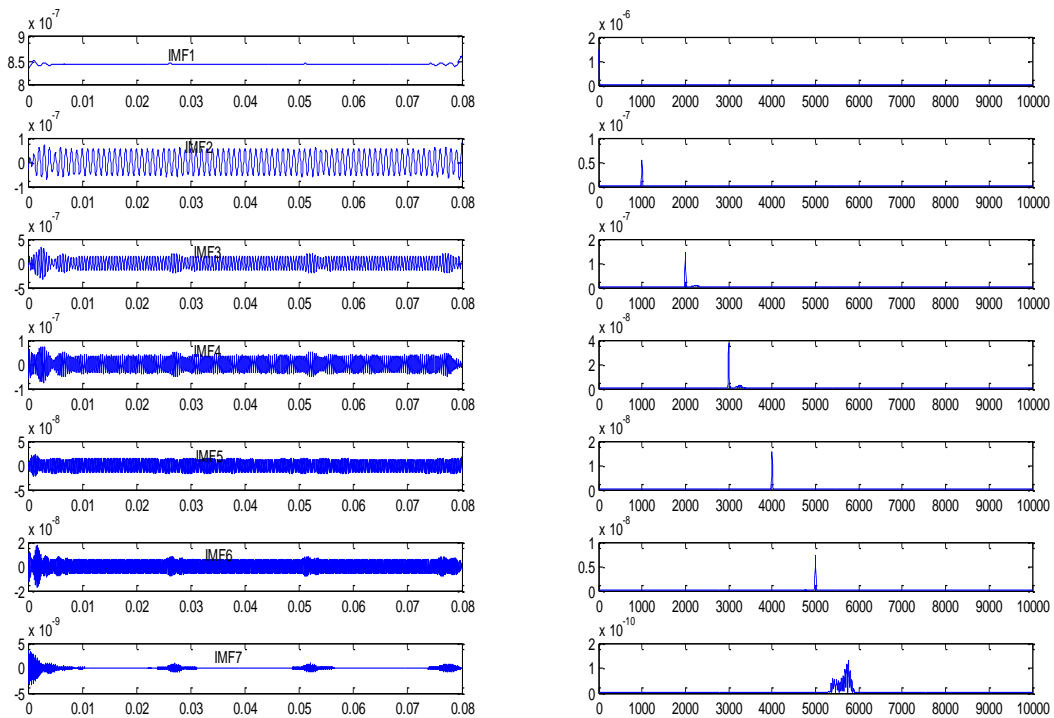


Figure 5.19 Les six premières IMF de la décomposition EWT avec leurs spectres.

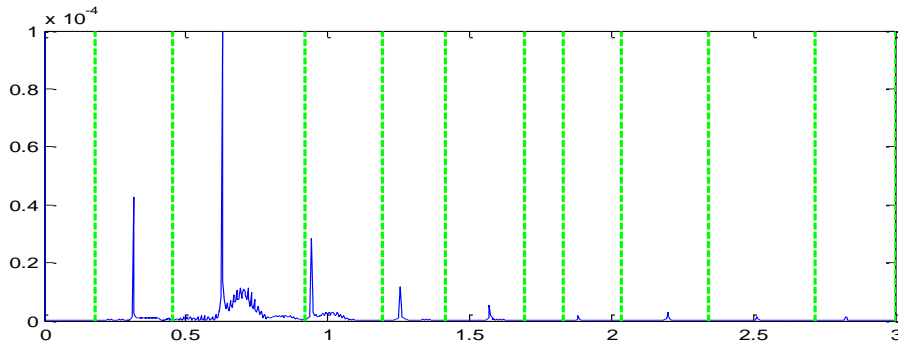


Figure 5.20 Partitionnement de l'axe de Fourier.

Le même résultat est obtenu pour le cas des roulements comme montré sur les figures 5.21 et 5.22.

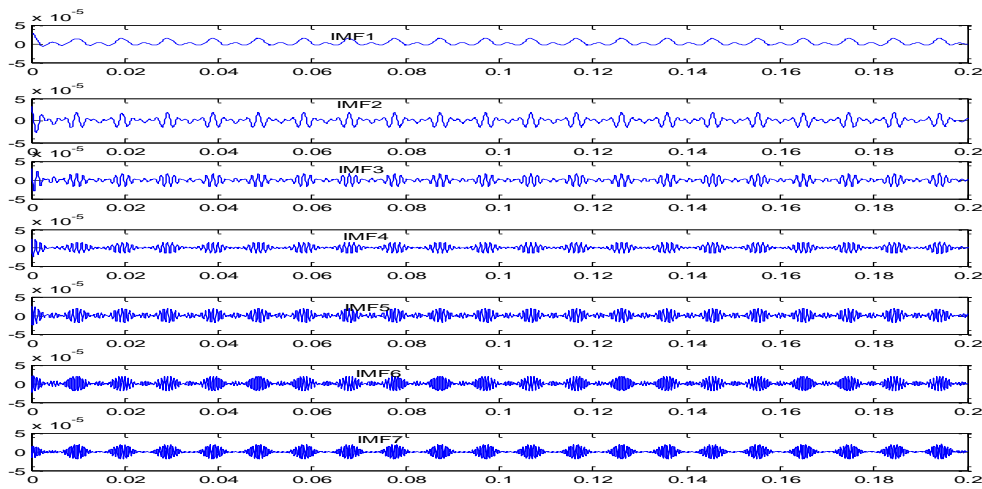


Figure 5.21 Décomposition EWT d'un signal de roulement.

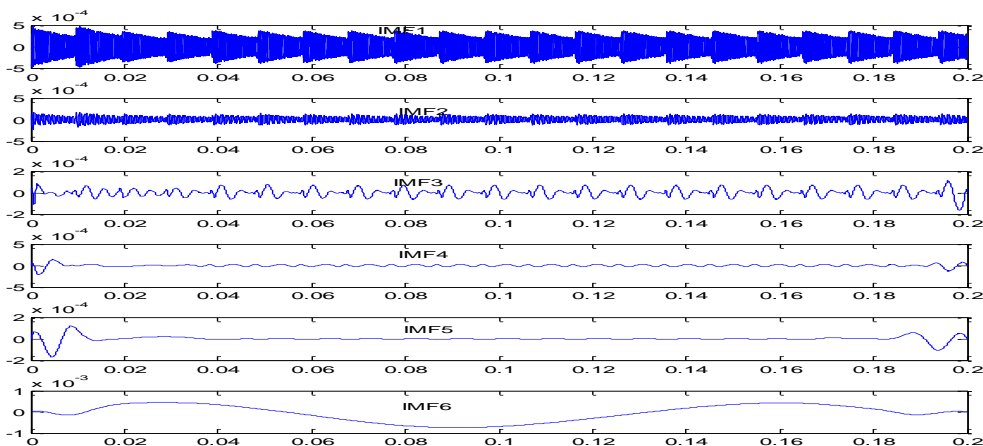


Figure 5.22 Décomposition EMD d'un signal de roulement.

5.6 Surveillance d'un réducteur industriel

La cinématique et les caractéristiques fréquentielles du réducteur sont présentées dans le chapitre 4. Pour faire la surveillance, il faut vérifier tous les défauts possibles. Dans ce cas d'étude, les défauts possibles sont :

- ✓ Balourd
- ✓ Alignement
- ✓ Défauts de serrage
- ✓ Défauts de moteurs
- ✓ Défauts d'engrenages : localisés ou répartis
- ✓ Défauts de roulement

En industrie, l'analyse spectrale et l'analyse d'enveloppe sont les plus utilisées. Dans ce paragraphe, nous allons faire une analyse fréquentielle et une analyse temps-fréquence.

5.6.1 Analyse fréquentielle

L'application de la FFT avec un fenêtrage Hamming, nous a permis de faire une analyse fréquentielle. Sur les figures 5.23, 5.24, 5.25 et 5.26, on représente le spectre du signal temporel, le spectre d'enveloppe, le cepstre et le spectre de phase de Hilbert respectivement.

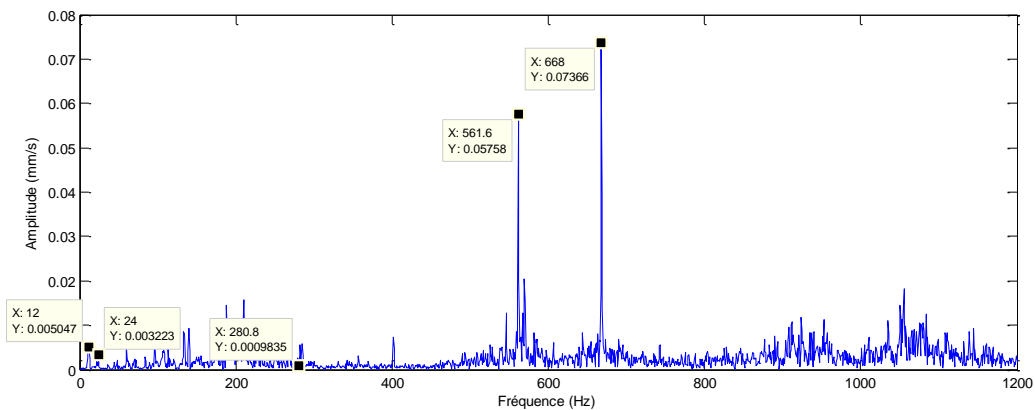


Figure 5.23 Spectre du signal MT1RH.

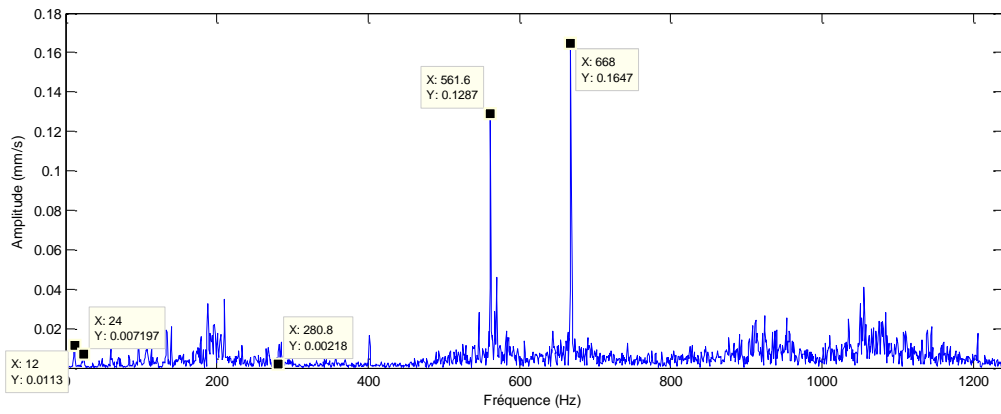


Figure 5.24 Spectre d'enveloppe du signal MT1RH.

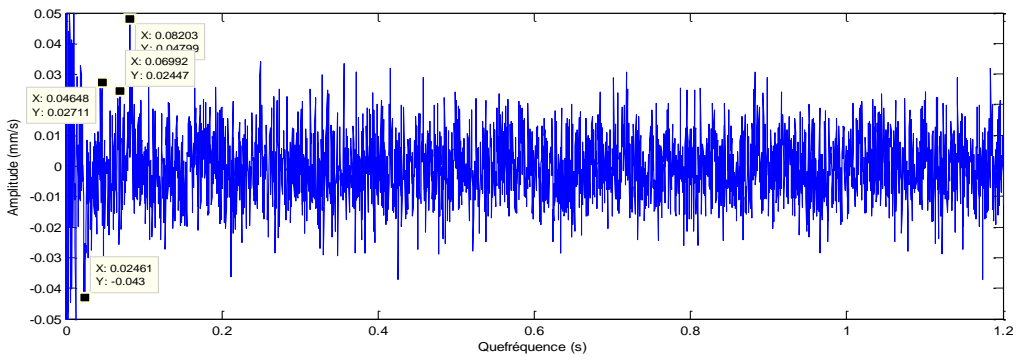


Figure 5.25 Cepstre du signal MT1RH.

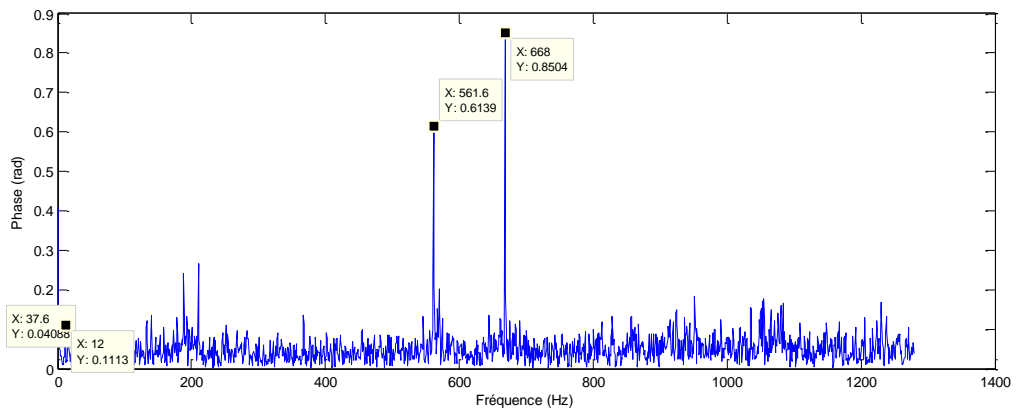


Figure 5.26 Spectre de phase de Hilbert.

Pour ces signaux MT1RH, on a trouvé des composantes fréquentielles qui correspondent aux fréquences caractéristiques du système. Ainsi après une analyse de phase nous avons vérifié qu'il n'y a pas de défaut d'alignement ou de balourd.

5.6.2 Analyse temps-fréquence

Cette analyse vise à étudier la jointure temps-fréquence en présence d'un défaut, sur la figure 5.27 nous avons donné le spectrogramme du signal à analyser.

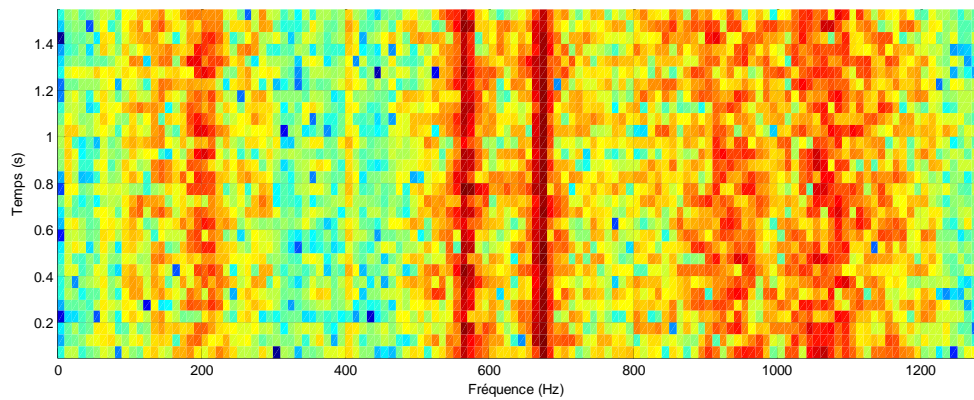


Figure 5.27 Spectrogramme.

La relation existante entre l'échelle et la fréquence permet d'avoir une représentation temps-fréquence par ondelettes comme illustré sur la figure 5.28. Sur la figure 5.29, on présente le résultat de la DWV.

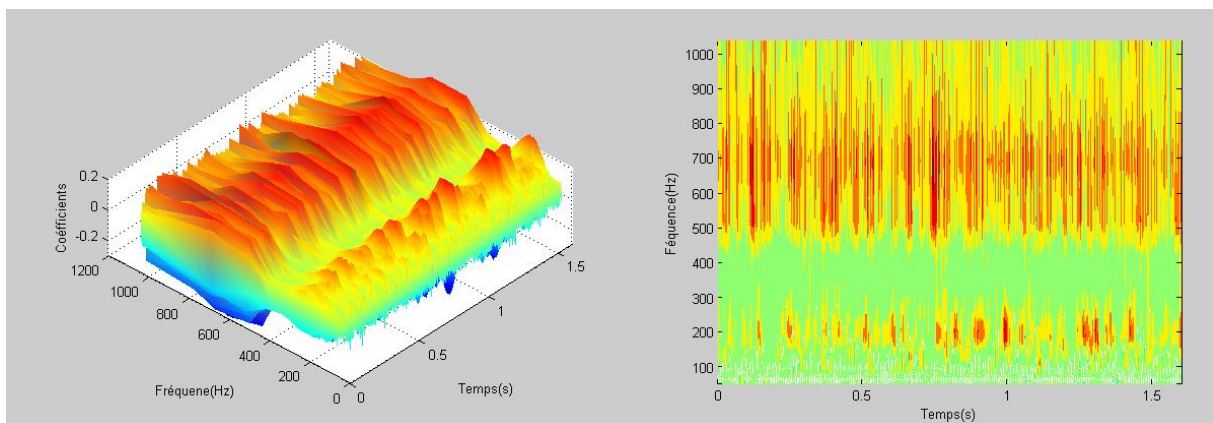


Figure 5.28 Temps-fréquence par la TOC.

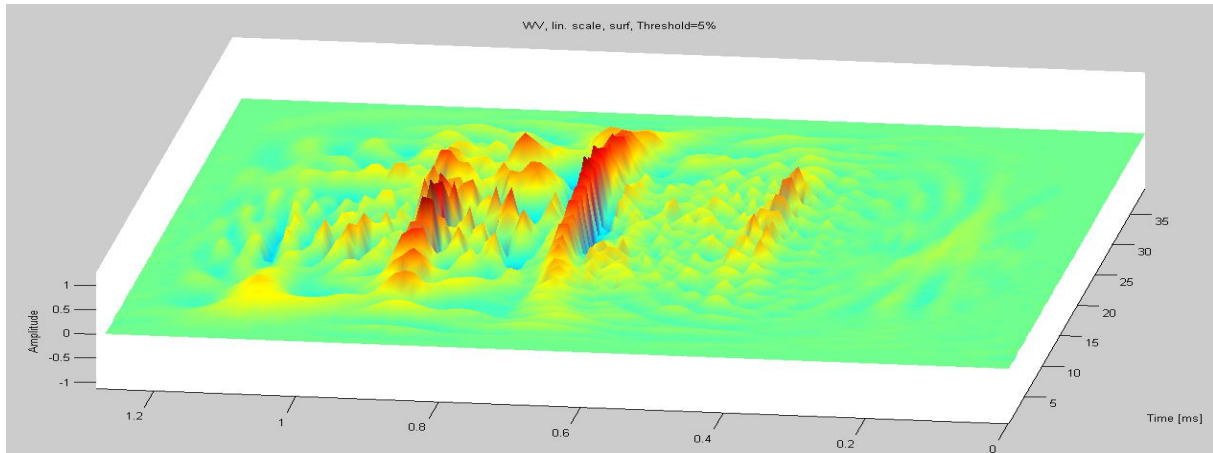


Figure 5.29 Transformée de wigner ville DWV.

Au point 6, on trouve un choc répétitif à chaque engrènement comme montré sur les figures 5.30 jusqu'à 5.34 ce qui montre l'existence d'un défaut réparti sur l'étage pignon-couronne. Donc l'existence du défaut réparti sur le pignon ou sur la couronne ou les deux. Une observation sur le système pignon-couronne a montré l'existence des pittings sur la couronne.

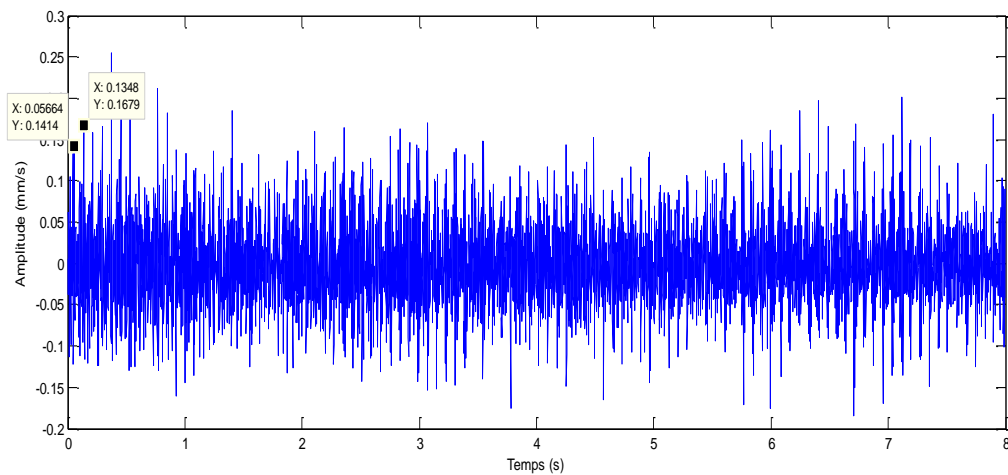


Figure 5.30 Vitesse en P6RH1.

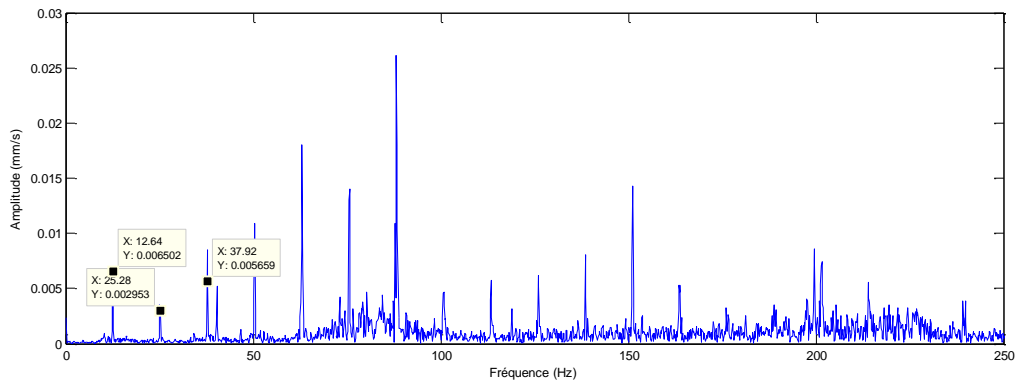


Figure 5.31 Spectre P6RH1.

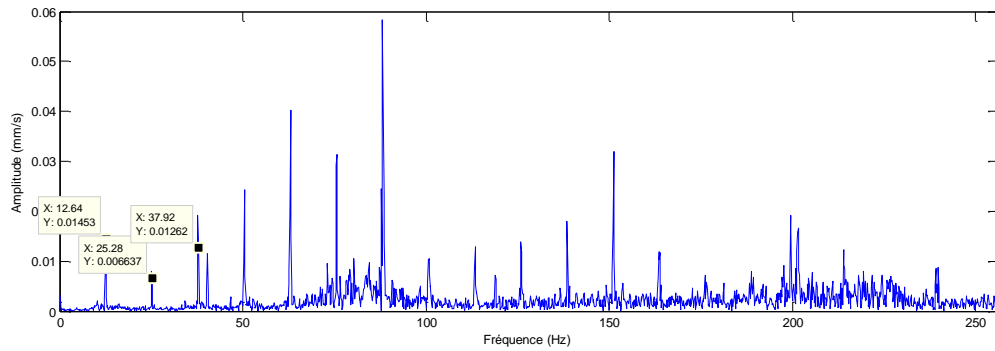


Figure 5.32 Spectre d'enveloppe.

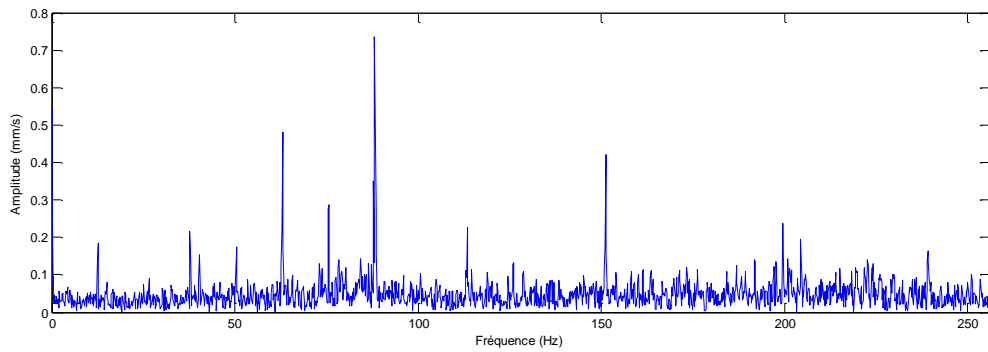


Figure 5.33 Spectre de phase.

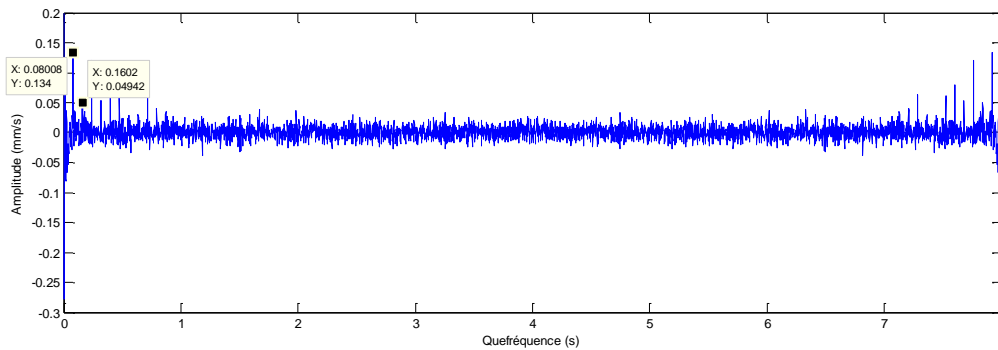


Figure 5.34 Cepstre.

En résumant comme bilan sur la l'analyse de ce cas industriel les défauts trouvés sont :

- ✓ pitting sur la couronne
- ✓ défaut localisé sur le pignon d'attaque
- ✓ défaut localisé sur le planétaire 2
- ✓ défaut de moteur

5.7 Classification des signaux par réseaux de neurones

5.7.1 Introduction

La surveillance des machines tournantes joue un rôle important pour augmenter la fiabilité de réduire les pertes possibles de la production due à une panne des machines. On propose dans ce paragraphe une méthode de classification basée sur les réseaux de neurones (RN) (voir annexe), la transformée en ondelettes discrètes et l'analyse en composantes principales (ACP). La base des signaux utilisés est obtenue par simulation du système de transmission de puissance à engrenage de 6 DDL, présenté dans 3.3, en présence et en absence de défauts.. Plusieurs études ont été menées pour la détection de défauts par des outils d'intelligence artificielle, on cite Samanta [71], Wuxing et al [72], Lei et al [73] et Saravanan et al [74]. Dans ces travaux, les signaux sont obtenus expérimentalement. L'objective de la méthode proposée est la détection précoce des défauts.

5.7.2 Classification

5.7.2.1 Préparation de la base des signaux :

Le signal y_1 , qui représente le déplacement du pignon suivant y , est simulé ce qui nous a permis de collecter une base de données. Cette dernière est constituée de 40 signaux qu'on divise en deux bases de données : une pour l'apprentissage et l'autre pour le test. Les deux bases sont constituées de 20 signaux en présence et en absence du défaut. Ces signaux sont obtenus en changeant la profondeur, l'angle d'ouverture, la position, l'épaisseur... de la fissure. La figure 5.35 représente le signal avec et sans fissure, ainsi un exemple de signaux de la base d'apprentissage est illustré sur la figure 5.36.

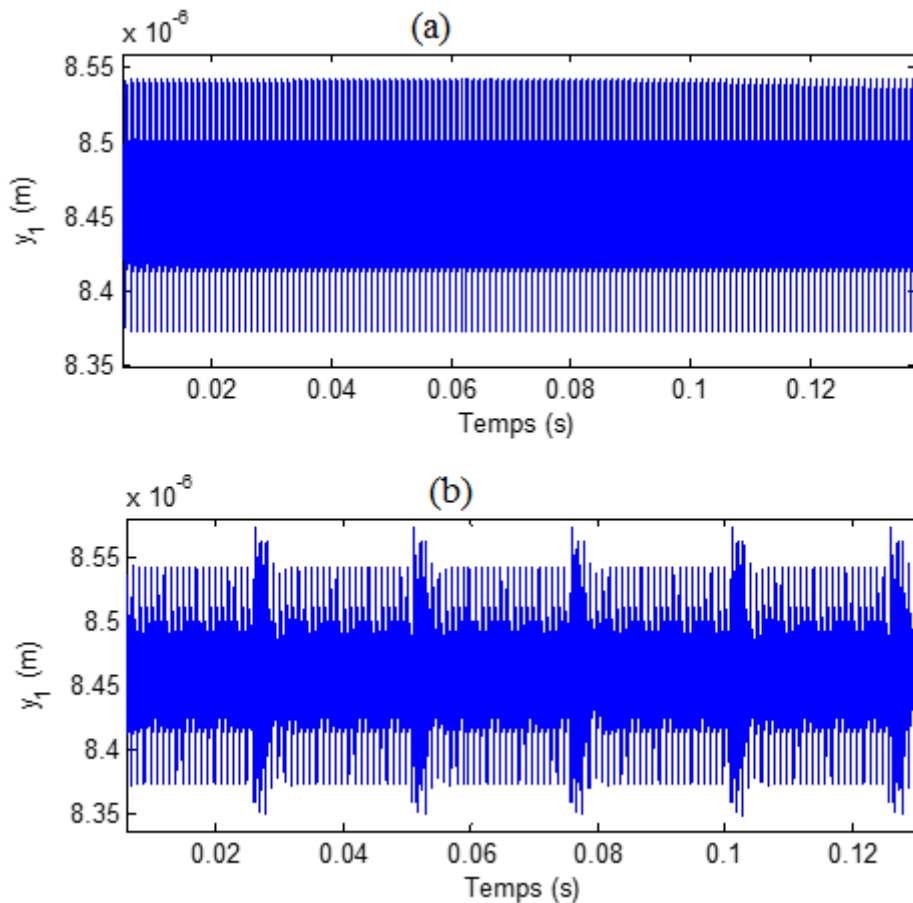


Figure 5.35 Signal vibratoire : (a) cas sain et (b) cas avec fissure.

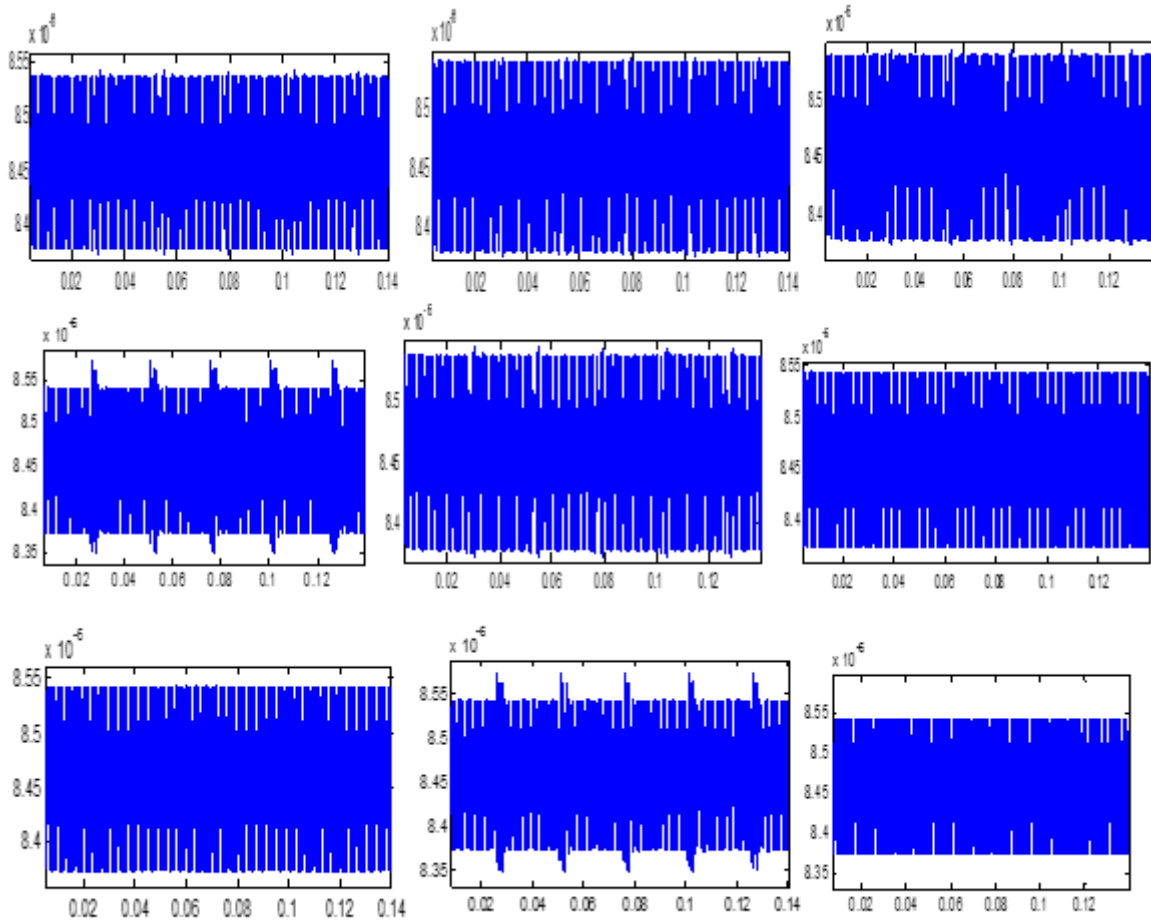


Figure 5.36 Exemple de signaux de la base d'apprentissage.

5.7.2.2 Extraction et sélection de caractéristiques

La première étape dans la reconnaissance de formes est l'étape d'extraction de caractéristiques. Il y'a plusieurs méthodes pour l'extraction de caractéristiques dans le domaine temporel, fréquentiel, temps-fréquence et les approches statistiques. L'extraction de caractéristiques a été faite par la DWT. L'ondelette mère et le niveau de décomposition sont sélectionnés de manière à avoir un bon taux de reconnaissance, l'ondelette mère utilisée est Daubechies 'db5' au niveau 4. Un exemple de décomposition du signal par la DWT est représenté sur la figure 5.37. Avant de donner les caractéristiques extraites aux réseaux neuronaux, nous devons sélectionner les caractéristiques qui représentent plus d'informations. Pour cet objectif, la méthode utilisée est l'ACP. Par conséquent, la dimension du vecteur de caractéristiques d'un signal est réduite à 18.

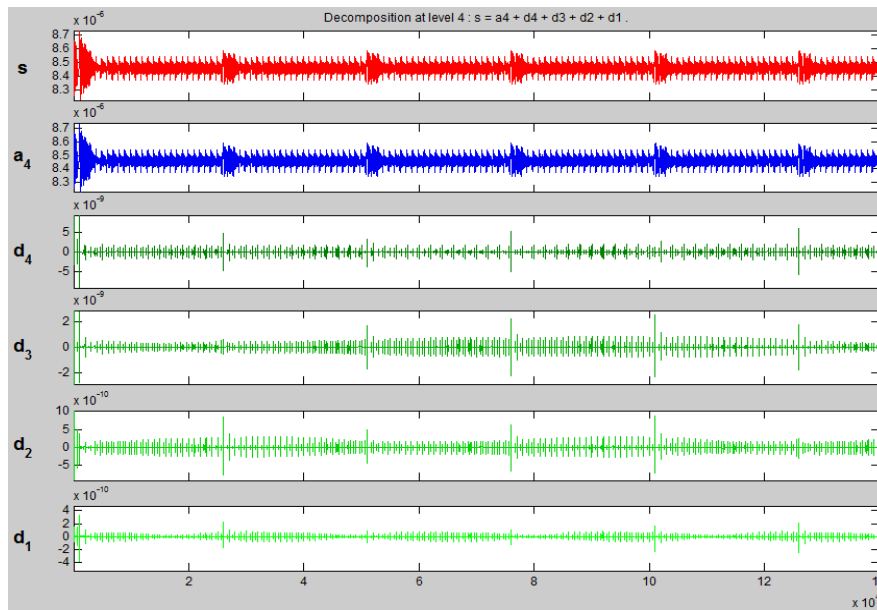


Figure 5.37 Exemple de décomposition en ondelettes par la DWT.

5.7.2.3 Classification par RN

Afin de classer nos données en deux classes, avec et sans défaut, le réseau utilisé est le MLP. La fonction d'activation utilisée dans les couches cachées et dans la couche de sortie est sigmoïde. Le RN a été créé, formé et mis en œuvre en utilisant le Toolbox Matlab neural network avec rétro-propagation. Le RN a été formé de manière itérative pour minimiser la fonction de la performance de l'erreur quadratique moyenne (MSE) entre les productions du réseau et les valeurs cibles correspondantes. À chaque itération, la fonction de la performance de gradient (MSE) a été utilisée pour ajuster les poids de réseau et les biais. Dans ce travail, une l'erreur quadratique moyenne est de $8.58 \cdot 10^{-7}$ avec 29 itérations.

En réalité, les signaux simulés et expérimentaux sont un peu différents. En effet, un signal simulé représente le cas idéal. Comme, un signal expérimental peut contenir du bruit et peut avoir d'autres composants en fonction des conditions de fonctionnement de la machine. Pour cette raison, la méthode proposée est testée avec des données expérimentales.

La détection précoce des défauts basée sur ces données expérimentales a été le sujet dans nombreuses recherches [60, 75]. Parey et al [75] ont montré que le défaut peut être détecté au 10^{ème} jour à la place du 11^{ème} jour, avec la kurtosis seulement, en utilisant le mode empirique. Les valeurs de déformation et de kurtosis de chaque IMF sont calculées. Elbadoui [60] a

constaté qu'à partir du 8^{ème} jour, le pignon développe une faute. Ce résultat est conforme à l'observation faite sur l'expertise du système de boîte de vitesses, ce qui entraîne l'écaillage sur le dessus de la dent 15/16 au 8^{ème} jour. Dans d'autres travaux, il a été possible de détecter l'apparition d'un signal très marqué avant le 10^{ème} jour [60, 76, 77]. Merzoug et al [77] ont indiqué qu'il n'est pas possible de détecter tôt l'apparition d'un défaut avec le signal de temps. Ils ont utilisé la décomposition des approximations du signal expérimental et l'évolution du kurtosis, ce qui montre la détection précoce des défauts le 4^{ème} jour après l'approximation 4. Ce résultat approuve notre choix du DWT pour l'extraction des caractéristiques.

La méthode proposée est appliquée dans le domaine de la détection précoce des défauts dans les engrenages avec des signaux expérimentaux. Le MLP est formé par 5 signaux et testé par 12 signaux. La valeur obtenue pour le MSE est égal à $5.97.10^{-7}$ avec 29 itérations. Il est supposé que les défauts n'apparaissent que le 10^{ème} jour, dans l'apprentissage, tel que représenté dans le tableau 5.1. Le taux de classification correcte est de 83,33%, les signaux du 4^{ème} et 9^{ème} jour classés dans la classe 2 (avec défaut). Comme dans les références [60, 75] [77], la présence d'un défaut est avant le 10^{ème} jour.

Tableau 5.1 Résultat de test des signaux expérimentaux.

Jour du signal	Vecteur de test	Classe obtenue	Classe désirée
2	9.897377862129140e-01	1	1
	1.132151810515625e-04		
3	9.897377862129140e-01	1	1
	1.132151810515625e-04		
4	1.632938603652878e-04	2	1
	9.770642951535482e-01		
5	9.897377862129140e-01	1	1
	1.132151810515625e-04		
6	9.897377862129140e-01	1	1
	1.132151810515625e-04		
7	9.897377862129140e-01	1	1
	1.132151810515625e-04		

8	9.897377862129140e-01 1.132151810515625e-04	1	1
9	1.632938603652878e-04 9.770642951535482e-01	2	1
10	1.632938603652878e-04 9.770642951535482e-01	2	2
11	1.632938603652878e-04 9.770642951535482e-01	2	2
12	1.632938603652878e-04 9.770642951535482e-01	2	2
13	1.632938603652878e-04 9.770642951535482e-01	2	2

L'avantage de ce système est qu'il présente une aide à la décision dans le domaine de la maintenance préventive. L'importance de cette classification est justifiée par le taux de la correcte classification qui est 95%.

5.8 Comparaison entre signaux expérimentaux et de simulation

D'après les résultats du chapitre 3 ainsi que les résultats de ce chapitre, on peut conclure que les analyses faites dans ce mémoire ne concernent pas juste les signaux de simulation. En simulation on a trouvé des signaux à la forme standard dont on a essayé de s'approcher au système réel en ajoutant des DDL. En expérimentation, on présente les signaux réels où on a trouvé des autres sources d'excitation qui ne sont pas prises en compte en simulation par exemple le cas de la BV. Pour un modèle complexe comme le cas d'engrenage planétaire (chapitre4), la simulation nous a permis d'analyser séparément le signal de chaque élément (soleil, couronne, planète,..), mais avec un temps d'exécution énorme par contre l'expérimentation nous a donné les signaux réels du système global comme le réducteur industriel (chapitre4).

5.9 Conclusion

Dans ce chapitre, on a exploité les outils de traitement du signal pour localiser et détecter la présence d'un défaut où on a utilisé les méthodes temps, fréquence et temps-fréquence et des méthodes adaptatives. Comme on a fait un prototype de détection de défauts d'engrenages basée sur les RN, La DWT et l'ACP. Le classificateur utilisé est le MLP, l'extraction de caractéristiques est faite par la DWT combinée avec l'ACP

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

Dans ce mémoire, nous avons présenté une contribution sur la surveillance et le diagnostic des machines tournantes en nous basant sur des techniques de traitement du signal. Comme nous avons traité la modélisation mécanique, la simulation numérique et des essais expérimentaux.

Dans un premier temps, nous avons commencé par la modélisation mécanique des systèmes à engrenage droit à dentures droites à partir de 2 DDL puis 6 DDL et 8 DDL. Cette modélisation est basée sur des éléments masse-ressort-amortisseur. Pour la modélisation de la rigidité d'engrènement, nous avons utilisé la méthode d'énergie potentielle. La dent est modélisée comme une poutre encastree en tenant en compte des effets de flexion, cisaillement, filet-fondation, de compression axiale et d'Hertz. Cependant, lorsqu'on a passé d'un modèle à un autre, on a ajouté des degrés de liberté afin d'approcher plus au modèle physique réel. Dans le modèle 2 DDL, nous avons considéré un modèle mathématique qui nous a permis d'évaluer l'effet de la présence d'un défaut localisé ou réparti, la raideur d'engrènement est approchée par une fonction rectangulaire. Par contre dans les autres modèles, on a choisi d'utiliser une raideur en forme créneau obtenu par la méthode d'énergie potentielle. Il était possible d'évaluer l'effet de plus de degrés de liberté ainsi que des paramètres de jeu de denture et de la friction. Concernant la simulation numérique, des hauts degrés de liberté nécessitent plus de temps d'exécution ce qui nous a poussés de choisir à utiliser le modèle de 8DDL.

Ensuite, une étude expérimentale a été menée sur trois systèmes : boîte à vitesse R4, réducteur à deux étages et réducteur industriel. La première étude est faite sur la boîte à vitesse en créant

des défauts de dentures pour examiner l'effet d'augmenter la profondeur du défaut sur son comportement vibratoire. Comme, on a changé le rapport de réduction plutôt les fréquences d'engrènement par changement des vitesses. La deuxième étude est sur le réducteur à deux étages, ce qui nous a montré l'importance des conditions de départ à savoir le support, le montage et l'état de surface des dents. Dans ce cas, on a traité les défauts de fabrication. Le troisième cas est consacré à un réducteur industriel où on a étudié expérimentalement la surveillance d'un système complexe d'engrenages composé de deux simples étages d'engrenages et deux trains planétaires. Lors de la surveillance du système global, on a suivi l'état de tous ses constituants : roulement, engrenages droits et engrenages planétaires.

Enfin, nous avons exploité des outils de traitement de signal dans l'analyse et la détection des défauts d'engrenage et des roulements. Des analyses au domaine temps, fréquence et temps-fréquence et des méthodes adaptatives EMD, EEMD, EWT, DWT. Une analyse fréquentielle est nécessaire comme une première phase d'analyse qui est un peu limitée lorsqu'il s'agit d'un défaut de très petite dimension et dans le cas des défauts combinés. L'analyse temps-fréquence permet une jointure temps-fréquence, nous avons utilisé DWV, la TS et la TO. La TS et la TO ont donné une meilleure extraction de données d'un signal par rapport à DWT.

Toutefois, on a réalisé un prototype de classification des signaux en se basant sur les réseaux de neurones, la transformée en ondelettes discrètes et l'analyse en composantes principales. Cela nous a fourni la classification des signaux en deux classes : signaux en bon état et signaux en présence d'un défaut. Le taux de classification obtenu est encourageant.

À court terme, nos futures recherches sont dirigées vers le développement d'un dispositif d'acquisition, d'une part, en utilisant un accéléromètre PCB piézo-électrique industriel et une carte d'acquisition. D'autre part, on envisage d'améliorer plus le côté informatique et traitement

du signal en développant un logiciel expert de diagnostic et d'acquisition des vibrations. Ainsi, l'utilisation d'autres méthodes de classification est une importante perspective.

À long terme, on envisage de réaliser un système expert qui permet la simulation numérique d'un système quel que soit le type de profil, le type de denture et de roulement. On envisage aussi à travailler sur les engrenages à denture hélicoïdale et sur des autres équipements.

BIBLIOGRAPHIE

1. TUPLIN WA: Dynamic loads on gear teeth. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, International Conference on Gearing 1958*; London: 24-30.
2. TUPLIN WA: Gear Tooth Stresses at High Speed. In: *Proc Inst Mech Engrs*, vol. 1631950: 163
3. REMMERS EP: Gear Mesh Excitation Spectra for Arbitrary Tooth Spacing Errors, Load and Design Contact Ratio. *J of Mech Design, Trans ASME* 1978, 100(10):715-722.
4. RESWICK JB: Dynamic Loads in Spur and Helical Gear Teeth. *Trans ASME* 1950, 77(5):635-644.
5. WEBER CeB, K: The deformation of loaded gears and the effect on their load-carrying capacity. London: Department of Scientific and Industrial Research (Sponsored Research (Germany)), Prt 5, report N°6.; 1950.
6. Chaari F, Baccar W, Abbes MS, Haddar M: Effect of spalling or tooth breakage on gearmesh stiffness and dynamic response of a one-stage spur gear transmission. *European Journal of Mechanics A/Solids* 2008, 27(4):691-705.
7. G.LUNDBERG: Elastische Berührung zweier Halbraüme (Elastic contact of two half spaces) *Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens* 1939, 10(5):201-211.
8. D.C.H.Yang, Z.S.Sun: A Rotary Model for Spur Gear Dynamics. *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design* 1985, 107(4):529-535.
9. D.C.H.Yang, .Y.Lin J: Hertzian Damping, Tooth Friction and Bending Elasticity in Gear Impact Dynamics. *Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design* 1987, 109(2):189-196.
10. Tian X: Dynamic Simulation for System Response of Gearbox Including Localized Gear faults. University of Alberta
11. Attia AY: Deflection of Spur Gear Teeth Cut in Thin Rims. *Journal of Engineering for Industry* 1964, 86(4):333-341.
12. P.REMMERS E: Gear mesh excitation spectra for arbitrary tooth spacing errors, load and design contact ratio. *journal of mechanical design, Trans ASME* 1978, 100(10):715-722.
13. P.Velex: Contribution à l'analyse du comportement dynamique des réducteurs à engrenages à axes parallèles. Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de LYON; 1988.
14. A.KASSAI, J.P.MATHIEU, G.CHAHMIRIAN: Sirènement de dentures : Composantes non harmoniques de l'engrènement liées à la rectification par génération. In: *Proc of the 3rd World Congress on Gearing and Power Transmissions 1992*; Paris: 853-864.
15. K.Umezawa: The performance diagrams for the vibration of helical gears. In: *Proceedings of the 5th ASME International Power Transmission and Gearing Conference 1989*; Chicago: 399-408.
16. D.B.WELBOURN: Gear errors and their resultant noise spectra. In: *Proceedings of Institution of Mechanical Engineers 1969*: 131-139.
17. G.HENRIOT: Traité théorique et pratique des engrenages, tome I : théorie et technologie, 6^{ème} édition edn. Paris 1979.
18. L HS: Dynamic loads on the teeth of spur gears. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers 1958*: 87-112.
19. MUNRO RG: The D.C. component of gear transmission error. In: *Proceedings of the 5th ASME International Power Transmission and Gearing Conference 1989*; Chicago: 467-470.
20. LewJcki DG, Ballarini R: Effect of Rim Thickness on Gear Crack Propagation Path. *Journal of Mechanical Design* 1987, 119(1):88-95.

21. Wu S, Zuo MJ, Parey A: Simulation of spur gear dynamics and estimation of fault growth. *Journal of Sound and Vibration* 2008, 317(3-5):608-624.
22. Chaari F, Fakhfakh T, Haddar M: Analytical modelling of spur gear tooth crack and influence on gearmesh stiffness. *European Journal of Mechanics A/Solids* 2009, 28(3):461-468.
23. Chen Z, Shao Y: Dynamic simulation of spur gear with tooth root crack propagating along tooth width and crack depth. *Engineering Failure Analysis* 2011, 18(8):2149-2164.
24. Mohammed OD, Rantatalo M, Aidanpää J-O: Improving mesh stiffness calculation of cracked gears for the purpose of vibration-based fault analysis. *Engineering Failure Analysis* 2013, 34:235-251.
25. Ma H, Song R, Pang X, Wen B: Time-varying mesh stiffness calculation of cracked spur gears. *Journal of Engineering Failure Analysis* 2014, 44(2014):179-194.
26. Pandya Y, Parey A: Simulation of crack propagation in spur gear tooth for different gear parameter and its influence on mesh stiffness. *Engineering Failure Analysis* 2013, 30:124-137.
27. A.KAHRAMAN, R.SINGH: Non linear dynamics of a spur gear pair. *Journal of Sound and Vibration* 1990, 142(1):49-75.
28. Aissaoui H: Vibrations non linéaires d'un engrenage droit avec une rigidité d'engrènement variable et un jeu de denture. Université Mohammed V, Ecole Mohammedia d'Ingenieurs; 2006.
29. FRISWELL2 GLaMI: Dynamics of a Gear System with Faults in Meshing Stiffness. *Nonlinear Dynamics* 2005, 41(4):415-421.
30. Chaari F, Haddar TFeM: Simulation numérique du comportement dynamique d'une transmission par engrenages en présence de défauts de dentures. *Mécanique & Industries* 2006, 6:625-633.
31. Lin H-H, Coy RLHaJJ: On Dynamic Loads in Parallel Shaft Transmissions: Part I—Modelling and Analysis. *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design* 1988, 110(2):221-225.
32. Chen Z, Shao Y: Mesh stiffness calculation of a spur gear pair with tooth profile modification and tooth root crack. *Mechanism and Machine Theory* 2013, 2013(62):63-74.
33. Mohammed OD, Rantatalo M, Aidanpää J-O, Kumar U: Vibration signal analysis for gear fault diagnosis with various crack progression scenarios. *Mechanical Systems and Signal Processing* 2013; 41(1-2):176-195.
34. Omar FK, AF K, Emam MaS: Mathematical modeling of gearbox including defects with experimental verification. *Journal of Vibration and Control* 2012, 18(9):1-12.
35. M.MAATAR PVA: A mathematical model for analyzing the influence of shape deviations and mounting errors on gear dynamic behaviour. *Journal of Sound and Vibration* 1996, 191(5):518559.
36. BADAQUI ME, ANTONI J, GUILLET F, RE JD: Use of the moving cepstrum integral to detect and localise tooth spalls in gears. *Mechanical Systems and Signal Processing* 2001, 15(5):873-885.
37. Mohammed OD, Rantatalo M, Aidanpää J-O : Dynamic Modelling of Gear System with Gyroscopic Effect and Crack Detection Analysis. In: *the 9th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics2015*: Springer International Publishing: 1303-1314.
38. Chaari F, Zimroz R, Bartelmus W, Fakhfakh T, Haddar M: Modelling of local damages in spur gears and effects on dynamics response in presence of varying load conditions. In: *Proceedings of Surveillance 6,2011; UTC Complegne*: 1-19.
39. HOWARD I, WANGA SJAJ: The dynamic modelling of a spur gear in mesh including friction and a crack. *Mechanical Systems and Signal Processing* 2001, 15(5):831-853.

40. Zhou X, Shao Y, Zuo YLaM: Time-Varying Meshing Stiffness Calculation and Vibration Analysis for a 16DOF Dynamic Model With Linear Crack Growth in a Pinion. *Journal of Vibration and Acoustics*, 134(1):1-11.
41. Bartelmus W: Mathematical modelling and computer simulations as an aid to gearbox diagnostics. *Mechanical Systems and Signal Processing* 2001, 15(5):855-871.
42. Lalonde S, Guilbault R: Dynamic analysis of spur gears by nonlinear modelisation. In: *Proceedings of the 24nd Seminar on machinery vibration, Canadian Machinery Vibration Association, ISBN 2-921145-61-8, Montréal. Canada*2006: 15-35.
43. Jia S, Howard I: Comparison of localised spalling and crack damage from dynamic modelling of spur gear vibrations. *Mechanical Systems and Signal Processing* 2006, 20(2):332–349.
44. Diehl EJ, Tang J: Predictive Modeling of a Two-Stage Gearbox towards Fault Detection. *Journal of Shock and Vibration* 2016, 2016:16.
45. Sunnersjö CS: Varying compliance vibrations of rolling bearings. *Journal of Sound and Vibration* 1978, 53(3,8):363-373.
46. McFadden PD, Smith JD: Model for the vibration produced by a single point defect in a rolling element bearing. *Journal of Sound and Vibration* 1984, 96(1): 69-82.
47. BRIE D: Modelling of the spalled rolling element bearing vibration signal: an overview and some new results. *Mechanical Systems and Signal Processing* 2000, 14(3):353-369.
48. Tandon N, Choudhury A: An analytical model for the prediction of the vibration response of rolling element bearings due to a localized defect. *Journal of Sound and Vibration* 1997, 205(3): 275-292.
49. Rafsanjania A, Abbasiona S, Farshidianfarb A, Moeenfarde H: Nonlinear dynamic modeling of surface defects in rolling element bearing systems. *journal of sound and vibration* 2009, 319(3-5):1150–1174.
50. Liu J, Shao Y, Lim TC: Vibration analysis of ball bearings with a localized defect applying piecewise response function. *Mechanism and Machine Theory* 2012, 56.
51. Sassi S, Badri B, Thomas M: A Numerical Model to Predict Damaged Bearing Vibrations. *Journal of Vibration and Control* 2007, 13(11):1603-1628.
52. Bechir B: Caractérisation numérique et expérimentale des défauts de roulements. école de technologie supérieure université du québec; 2007.
53. Djebala, Ouelaa N, Hamzaoui N, Guenfoud S: Application de la Transformée en Ondelettes Discrète dans la Détection des Défauts de Roulements.
54. Thomas M: Fiabilité, maintenance prédictive et vibrations de machines, (in French) ETS editions edn. Montréal,Canada2002.
55. Lei Y, Kong D, Lin J, Zuo MJ: Fault detection of planetary gearboxes using new diagnostic parameters. *Measurement Science and Technology* 2012, 23(5):1-10.
56. DJEBILI O: Contribution à la maintenance prédictive par analyse vibratoire des composants mécaniques tournants. Application aux butées à billes soumises à la fatigue de contact de roulement. universite de reims champagne ardenne; 2013.
57. Patel VN, Tandon N, Pandey RK: Defect detection in deep groove ball bearing in presence of external vibration using envelope analysis and Duffing oscillator. *Measurement* 2012, 45(5): 960–970.
58. Hanxin CHEN MJZ: Demodulation of gear vibration signals for fault detection In: *8th International Conference on Reliability, Maintainability and Safety, ICRMS2009*: 826-830.
59. Badaoui ME, Guillet F, Danière J: New applications of the real cepstrum to gear signals including definition of a robust fault indicator. *Mechanical Systems and Signal Processing* 2004, 18(5):1031–1046.

60. BADAoui ME: Contribution au Diagnostic Vibratoire des Réducteurs Complexes à Engrenages par l'Analyse Cepstrale. University Jean Monnet Saint Etienne; 1999.
61. SEGLA M, WANG1 S, WANG F: Bearing Fault Diagnosis with an Improved High Frequency Resonance Technique. In: *10th IEEE International Conference on Industrial Informatics (INDIN)2012; Beijing, China: IEEE.*
62. Zheng H, Li Z, Chen X: Gear fault diagnosis based on continuous wavelet transform. *Mechanical Systems and Signal Processing* 2002, 16(2-3):447-457.
63. Jena DP, Panigrahi SN: Bearing and gear fault diagnosis using adaptive wavelet transform of vibration signals. *Procedia Engineering* 2012, 50(2012):265 – 274.
64. Mallat SG: A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The WaveletRepresentation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 1989, 11(7):674 - 693.
65. Huang NE, Shen Z, Long SR, Wu MC, Shih HH, Zheng Q, Yen N-C, Tung CC, Liu HH: The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. *Proceeding of the royal society A* 1998, 454(1971):903–995.
66. Gilles J: Empirical Wavelet Transform. *IEEE Transactions on Signal Processing* 2013, 61(16):1-14.
67. Sainsot P, Velex P: Contribution of Gear Body to Tooth Deflections—A New Bidimensional Analytical Formula. *Journal of Mechanical Design* 2004, 126(4):748-752.
68. Liang X, Zuo MJ, Patel TH: Evaluating the time-varying mesh stiffness of a planetary gear set using the potential energy method. *Jornal of Mechanical Engineering Science* 2014, 228(3):535–547.
69. He S, Gunda R, Singh R: Effect of sliding friction on the dynamics of spur gear pair with realistic time-varying stiffness. *Journal of Sound and Vibration* 2007, 301(3-5):927-949.
70. KIDAR T: diagnostic des défauts de fissures d'engrenages par l'analyse cyclostationnaire. école de technologie supérieure - université du québec en cotutelle avec l'université jean monnet de saint-etienne, france.
71. B.Samanta: Gear fault detection using artificial neural networks and support vector machines with genetic algorithms. *Mechanical Systems and Signal Processing* 2004, 18(3):625-644.
72. Wuxing L, Tse PW, Guicai Z, Tielin S: Classification of gear faults using cumulants and the radial basis function network. *Mechanical Systems and Signal Processing* 2004, 18(2):381-389.
73. Lei Y, Zuo MJ: Gear crack level identification based on weighted Knearest neighbor classification algorithm. *Mechanical Systems and Signal Processing* 2009, 23(5):1535–1547.
74. Saravanan N, Cholairajan S, Ramachandran KI: ibration-based fault diagnosis of spur bevel gear box using fuzzy technique. *Expert Systems with Applications* 2009, 36(2):3119–3135.
75. Parey A, Badaoui ME, Guillet F, Tandon N: Dynamic modelling of spur gear pair and application of empirical mode decomposition-based statistical analysis for early detection of localized tooth defect. *Journal of sound and vibration* 2006, 294(3): 547–561.
76. Haloui N, D.Chikouche, .Benidir M: Diagnosis of gear systems by spectral analysis of vibration signals. *I International Journal of Computer Science and Network Security IJCSNS* 2007, 7(10):285-293.
77. M. Merzoug KA-S, A. Miloudi,J. P. Dron and F. Bolaers: Early Detection of Gear Failure by Vibration Analysis. In: *Multiphysics Modelling and Simulation for Systems Design and Monitoring MMSSD2014; Tunisia: Springer: 69-79.*

ANNXE1

1. Réseaux de neurones

Un réseau de neurones (RN) est une fonction paramétrée qui est la composition d'opérateurs mathématiques simples appelés neurones formels. C'est une technique inspirée des réseaux de neurones biologiques pour exécuter des tâches complexes dans différents types d'applications (classification, identification, reconnaissance de caractères, de la voix, vision, système de contrôle,...etc.). Un RN est conçu pour remplir une tâche. Le concepteur définit cette tâche par un ensemble de valeurs d'entrée, et par un ensemble de valeurs de sortie désirées.

Le RN basique est le perceptron, créé en 1957 par Frank ROSENBLOTT. Il est uniquement utilisé pour trouver une solution à un problème linéairement séparable. Afin de résoudre les problèmes qui sont non-linéairement séparables, une couche ou plusieurs couches intermédiaires entre l'entrée et la sortie du perceptron monocouche sont ajoutées, la couche ou les couches ajoutées sont appelées 'couches cachées' et le réseau résultant est appelé « perceptron multicouche » (MLP)

Seuls les neurones de deux couches consécutives sont connectées (Figure 5-30). Le nombre de nœuds dans l'entrée et les couches de sortie dépendent respectivement du nombre de variables d'entrée et de sortie. Le nombre de couches cachées et le nombre de nœuds dans chaque couche cachée affectent la capacité de généralisation du réseau. L'apprentissage d'un réseau MLP consiste à trouver les valeurs des poids de connexion, permettant de minimiser une fonction d'erreur entre la sortie réelle du réseau et les valeurs cibles correspondantes dans l'ensemble d'apprentissages. Une des fonctions d'erreur largement utilisée est l'erreur quadratique moyenne (MSE).

La rétro-propagation est une technique d'apprentissage supervisée, c'est-à-dire pour apprendre, le réseau doit connaître pour une entrée donnée, la réponse qu'il lui ait donnée. Par cette technique, on modifie l'intensité des connexions de manière à diminuer l'intensité de l'erreur commise par la cellule pour la réponse considérée. Pour répondre à un stimulus, le signal est propagé de la couche d'entrée à la couche de sortie en passant par la couche cachée. Les cellules de la couche cachée calculent leur activation et la transforment en réponse en utilisant leur fonction de transfert, puis elles transforment cette réponse aux cellules de la couche de sortie

qui à leur tour calculent leur activation et la transforment en réponse avec leur fonction de transfert (fonction logique).

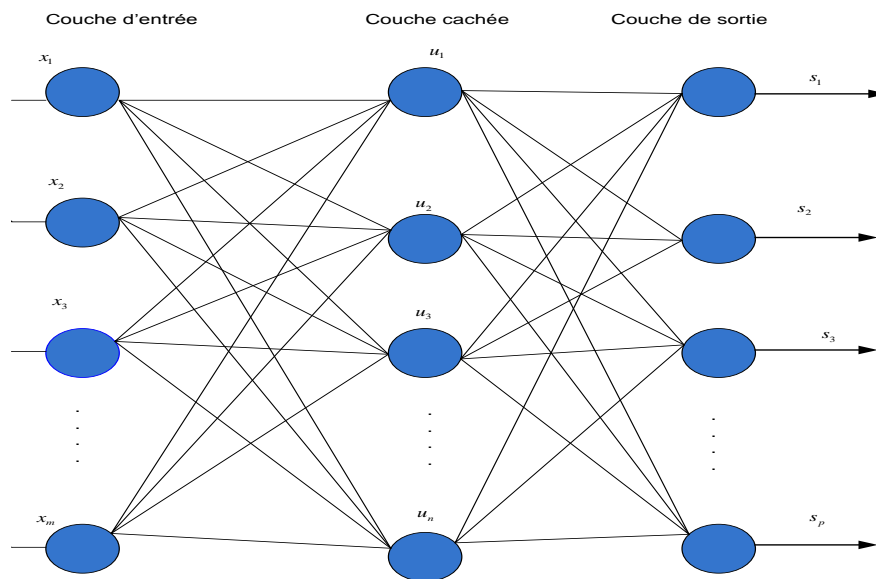


Figure 5.38 Structure du perceptron multicouche.

2. Analyse en Composantes Principales

L'Analyse en composantes principales (ACP) est une transformation linéaire qui consiste essentiellement à projeter les données sur la base des vecteurs propres de leur covariance. Les variables corrélées sont remplacées par de nouvelles variables, décorréées et de variance maximale, établies par combinaisons linéaires des variables initiales. L'ACP vise à réduire les données en un minimum de composantes en projetant les données d'un espace multidimensionnel vers un sous-espace (dimension réduite). En effet, la minimisation des pertes d'informations dues à la projection en maximisant la variance projetée est essentielle. La matrice des vecteurs propres utilisée par l'ACP est orthogonale et donc, par nature, inversible par simple transposition. Cette caractéristique de l'ACP permet donc la reconstruction du signal.