



UNIVERSITÉ SULTAN MOULAY SLIMANE

Faculté des Sciences et Techniques

Béni Mellal



*Centre d'Etudes Doctorales : Sciences et Techniques*

*Formation doctorale : Mathématiques et Physique Appliquées*

## THÈSE

Présentée par

**Rachid AHDID**

Pour l'obtention du grade de

**DOCTEUR**

*Spécialité : Informatique*

---

### **Contribution à la reconnaissance de visage par la géométrie Riemannienne**

---

Soutenue le 17/07/2017 devant la commission d'examen :

Pr. Mohamed FAKIR	Professeur à la FST-USMS-Béni Mellal	Président
Pr. Jilali ANTARI	Professeur à la FP-Taroudant	Rapporteur
Pr. Khalid AUHMANI	Professeur à la ENSA-Safi	Rapporteur
Pr. Belaid BOUIKHALENE	Professeur à la FP-USMS-Béni Mellal	Rapporteur
Pr. Abdessamad MALAOUI	Professeur à la FP-USMS-Béni Mellal	Rapporteur
Pr. Bouzid MANAUT	Professeur à la FP-USMS-Béni Mellal	Directeur de thèse
Pr. Said SAFI	Professeur à la FP-USMS-Béni Mellal	Co-directeur de thèse

## Publications dans des journaux :

1. Rachid AHDID ; Said SAFI ; Bouzid MANAUT « Euclidean and Geodesic Distance between a Facial Feature Points in Two-Dimensional Face Recognition System », International Arab Journal of Information Technology (IAJIT) ; Vol. 14, No. 4A, Special Issue 2017, p. 565-571.
2. Rachid AHDID ; Said SAFI ; Mohamed Fakir ; Bouzid MANAUT « Geodesic Distance on Riemannian Manifold using Jacobi Iterations in 3D Face Recognition System », International Journal of Informatics and Communication Technology (IJ-ICT) ; Vol. 6, No. 1, April 2017, p. 10-19 ; ISSN : 2252-8776, DOI : 10.11591/ijict.v6i1.
3. Rachid AHDID ; Khaddouj TAIFI ; Said SAFI ; Bouzid MANAUT « A Survey on Facial Feature Point Detection Techniques and Approaches », International Journal of Computer, Electrical, Automation, Control and Information Engineering Vol :9, No :6, p. 1504-1511 ; 2016 ; © World Academy of Science, Engineering and Technology.
4. Rachid AHDID ; Said SAFI ; Bouzid MANAUT « Three Dimensional Face Surfaces Analysis using Geodesic Distance » ; Journal of Computer Sciences and Applications, Vol. 3, No. 3, 2015, p. 67-72 ; © Science and Education Publishing ; DOI :10.12691/jcsa-3-3-2.
5. Rachid AHDID ; Khaddouj Taifi ; Mohamed Fakir ; Said SAFI ; Bouzid MANAUT « Two-Dimensional Face Recognition Methods Comparing with a Riemannian Analysis of Iso-Geodesic Curves » ;

Journal of Electronic Commerce in Organizations, 13(3), July-September 2015, p. 15-35 ; Copyright © 2015, IGI Global.

6. Rachid AHDID ; Said SAFI ; Bouzid MANAUT «Methods of Geodesic Distance in Two-Dimensional Face Recognition», International Journal of Computer, Electrical, Automation, Control and Information Engineering Vol :9, No :6, 2015 ; © World Academy of Science, Engineering and Technology.

## Conférences internationales :

7. Rachid AHDID ; Khaddouj TAIFI ; Said SAFI ; Bouzid MANAUT « Euclidean & Geodesic Distance between a Facial Feature Points in Two-Dimensional Face Recognition System », The International Arab Conference on Information Technology (ACIT'2016) Beni Mellal, Morocco, December 6-8, 2016.
8. Rachid AHDID ; Khaddouj Taifi ; Mohamed Fakir ; Said SAFI ; Bouzid MANAUT «Two-Dimensional Face Recognition Methods Comparing with a Riemannian Analysis of Iso-Geodesic Curves» ; Second International Conference on Business Intelligence (CBI'15), Beni Mellal, Morocco, April 23-25 ; 2015.
9. R.AHDID ; K.TAIFI ; S.SAFI ; B.MANAUT « Feature Extraction of Facial Surfaces using Riemannian Geometry », 1er Édition des Journées Doctoriales, organisée à l'occasion de la commémoration de 20ème anniversaire de la FST de Beni Mellal sous thème : Recherche Scientifique : Innovation et Développement, Beni Mellal, Maroc 10-11 juin 2014.
10. R.AHDID ; E.BARRAH ; K.TAIFI ; S.SAFI ; B.MANAUT « Comparing of tow 2D Face Recognition Methods : Facial Surface Analysis by Contours and New Descriptor Zernike Moment », First International Conference on Business Intelligence (CBI'14), Beni Mellal, Morocco, April 29-30 2014.
11. AHDID, Rachid, SAFI, Said, et MANAUT, Bouzid. Approach of facial surfaces by contour. In :

Multimedia Computing and Systems (ICMCS), 2014 International Conference on. IEEE Xplore, pages. 465-468; 2014.

12. R.AHDID; S.SAFI; S.ELKASSIMI; E.BARRAH; B.MANAUT « Face Surfaces Reconstruction by Contours », International Workshop on Code, Cryptography and Communication Systems (WCCCS'13), Meknes, Morocco, November 07-08, 2013.
  
13. R. AHDID, S. SAFI, B. MANAUT, M. FAKIR, O. BENCHARF, B. BOUIKHALINE « Face Recognition Using Riemannian Geometry », 3ème Édition du Symposium Internationale de Traitement Automatique de la Langue et Culture Amazigh (SITACAM'2013), Beni Mellal, Maroc, 02-04 mai 2013.

La reconnaissance faciale est un domaine de recherche très actif en raison de ses nombreuses applications dans le domaine du traitement de la vision par ordinateur en général et en biométrie en particulier. Plusieurs méthodes ont été développées ces dernières années pour la reconnaissance de visage 2D et 3D. Malheureusement, les visages humains sont semblables et offrent par conséquent une faible possibilité de distinction par rapport à d'autres modalités biométriques, comme l'iris par exemple. Par ailleurs, lorsqu'il s'agit d'images 2D de visages, elles présentent un certain nombre de limitations liées à l'orientation du visage ou à la pose, à l'éclairage, à l'expression faciale, aux occultations, etc. Les techniques de reconnaissance 3D ont été proposées comme une solution alternative pour résoudre les problèmes de la reconnaissance 2D, mais cette modalité est sensible aux changements d'expressions faciales.

Cette thèse s'inscrit dans ce paradigme en proposant de coupler la géométrie Riemannienne avec les techniques d'apprentissage pour une biométrie faciale 2D et 3D efficace et robuste aux problèmes cités ci-dessus. Notre objectif est de surmonter les faiblesses des systèmes de reconnaissance 2D et 3D et d'améliorer le taux de reconnaissance obtenu par les différentes techniques utilisées dans ce domaine. Dans la première partie de notre thèse, nous proposons quatre systèmes de reconnaissance de visage 2D en utilisons quatre méthodes d'extraction des caractéristiques basées sur l'analyse des surfaces faciales par la géométrie Riemannienne à savoir : Distance Géodésique + l'Analyse en Composante Principale (DG+ACP), Distance Géodésique + l'Analyse Discriminante Linéaire (DG+ADL), l'Histogramme d'Intensité Géodésique (HIG) et les Courbes Iso-Géodésiques (CIG). Dans cette partie, nous avons représenté l'image au niveau de gris comme une surface 2D dans un espace 3D avec la troisième coordonnée proportionnelle aux valeurs d'intensité de pixels. Dans la deuxième partie, nous proposons trois algorithmes automatiques de reconnaissance de visage 3D en utilisons trois méthodes d'extraction des caractéristiques basées sur l'analyse des surfaces faciales en utilisant la géométrie Riemannienne, à

savoir : la Distance Géodésique  $3D$  + l'Analyse en Composante Principale (DG3D+ACP), la Distance Géodésique  $3D$  + l'Analyse Discriminante Linéaire (DG3D+ADL) et les Courbes Iso-Géodésiques  $3D$  (CIG3D).

Nous utilisons un cadre géométrique existant pour calculer la distance géodésique entre les points de la surface du visage d'une part et pour obtenir les déformations "optimales" entre les courbes faciales ainsi que les distances les séparant sur une variété Riemannienne. Dans l'étape de classification, nous utilisons les Réseaux de Neurones (RN), K-Plus Proche Voisin (KPPV) et Vecteurs à Support Machines (SVM). Pour tester nos méthodes et évaluer leurs performances, nous réalisons une série de simulation d'expériences sur les deux bases de données  $2D$  bien connus des images de visages YaleB et ORL dans la première partie et la base de données  $3D$  Shape REtrieval Contest 2008 (*SHREC*2008) dans la deuxième. Nous avons qualitativement et quantitativement comparé notre approche avec les travaux de l'état de l'art, couramment utilisés. Nous montrons que l'utilisation de la géométrie riemannienne pour la reconnaissance de visage  $2D$  et  $3D$  qu'elle améliore l'efficacité des résultats, par rapport aux résultats des techniques standards.

Facial recognition is a very active area of research as many applications in the field of computer vision in general and biometrics in particular. Several methods have been developed in recent years for 2D and 3D face recognition. Unfortunately, human faces are similar and therefore gives little possibility of distinction from other biometric modalities, such as the iris, for example. Furthermore, in the case of 2D images of faces, they have a number of limitations related to the orientation of the face or pose, the lighting, facial expression and oclusions. 3D face recognition techniques have been proposed as an alternative solution to the problems of 2D face recognition, but this modality is sensitive to changes of facial expressions.

This thesis in this paradigm by offering to couple the Riemannian geometry with learning techniques for facial biometrics 2D and 3D effective and robust to the problems cited above. Our goal is to overcome the weaknesses of 2D and 3D face recognition systems and to improve the recognition rate obtained by the different techniques used in this area. In the first part of this thesis, we propose four 2D face recognition systems uses four methods for features extracting based on the analysis of facial surfaces geometry Riemannian namely : Geodesic Distance + Principal Component Analysis (GD + PCA), Geodesic Distance + Linear Discriminant Analysis (GD + LDA), Geodesic Intensity Histogram (HIG) and Iso-Geodesic Curves (IGC). So, we will represent the image in grayscale as a 2D surface in 3D space with the third coordinate proportional to the pixel intensity values. In the second part, we propose three automatic algorithms of 3D face recognition using three methods of features extracting based on facial surfaces analysis using Riemannian geometry, namely : Geodesic Distance in 3D + Principal Component Analysis (GD3D + PCA), Geodesic Distance 3D + Linear Discriminant Analysis (GD3D + LDA) and Iso-Geodesic Curves 3D (IGC3D).

We use an existing frame geometry to calculate the geodesic distance between points on the surface of the face and one hand for the deformations "optimal" between facial curves as well as the distances between a Riemannian manifold. In the classification stage, we use Neural Networks (NN), K-Nearest Neighbor (KNN) and Support Vector Machines to (SVM). To test our methods and evaluate their performance, we perform a series of simulation on two databases 2D well known YaleB ENT and facial images in the first part and the 3D Shape REtrieval Contest 2008 database (*SHREC2008*) in the second. We qualitatively and quantitatively compared our approaches with some existing work, commonly used. We show that using Riemannian geometry for the recognition of 2D and 3D face it improves the efficiency of the results compared to the results with standard techniques.



À mon père, à ma mère

À mes chères frères et soeurs

À la mémoire de mon frère **Said AHDID**, qu'Allah ait pitié de son âme

À la famille AHDID

À tout mes amis(es)

Je tiens tout particulièrement à remercier mes directeurs de thèse **Bouzid MANAUT** Professeur à la Faculté Polydisciplinaire de Béni Mellal et **Said SAFI** Professeur à la Faculté Polydisciplinaire de Béni Mellal, de m'avoir dirigé durant ces années de thèse, d'avoir accompli leur part de travail avec compétence et de m'avoir laissé réaliser celle qui m'incombait sans aucune contrainte. Travailler avec vous a été très enrichissant, merci de m'avoir encouragé tout au long de mes années de thèse.

Je tiens à adresser mes plus sincères remerciements à Monsieur **Belaid BOUIKHALENE** Professeur à la Faculté Polydisciplinaire de Béni Mellal, Monsieur **Khalid AUHMANI** Professeur à l'Ecole Nationale des Sciences Appliquées de Safi, Monsieur **Jilali ANTARI** Professeur à la Faculté Polydisciplinaire de Taroudant et Monsieur **Abdessamad MALAOUI** Professeur à la Faculté Polydisciplinaire de Béni Mellal pour avoir accepté de juger mon manuscrit et de participer au jury de ma soutenance, ainsi qu'à Monsieur **Mohamed FAKIR** Professeur à la Faculté des Sciences et Techniques de Béni Mellal qui m'a fait un grand honneur de bien vouloir présider ce jury.

J'adresse mes vifs remerciements à Monsieur **Rachid LBIB**, Directeur du Laboratoire de Développement Durable (L2D), Faculté des Sciences et Techniques de Sultane Moulay Slimane, pour m'avoir accueilli au sein du laboratoire et pour son aide précieuse. J'aimerais remercier tous les collègues du Laboratoire, ainsi que les professeurs du département d'informatique de la Faculté des Sciences et Techniques.

Merci à toutes celles et à tous ceux qui ont participé, par leurs relectures et leurs conseils, à la rédaction de ce manuscrit. Un remerciement particulier s'adresse à Monsieur **Ahamed BOUMEZ-ZOUGH**, Monsieur **Mohamed BASLAM** et Madame **Najlae Idrissi** Professeurs à la Faculté des

Sciences et Techniques de Béni Mellal pour ses relectures et pour ses conseils éclairés. Un merci spécial à **Khaddouj TAIFI**, **El Mahdi BARRAH**, **Jaouad OUKRICH**, **Idris BAKHDDACH** et **Essaid AZOUGAGHE** pour être mes vrais amis, votre soutien m'est très utile tout au long des quatre dernières années.

Enfin, pour leur soutien non-scientifique mais non moins significatif, je tiens à remercier mes parents, mes frères et soeurs pour leurs soutien inconditionnel, sans qui ce travail n'aurait jamais pu voir le jour.

Liste des publications	ii
Résumé	v
Abstract	vii
Dédicaces	ix
Remerciements	x
Table des figures	xvii
Liste des tableaux	xxi
Abréviations	xxii
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1. Problématique . . . . .	2
2. Approches proposées . . . . .	3
3. Organisation du manuscrit . . . . .	4
<b>1 Reconnaissance de Visage : Etat de l'Art</b>	<b>7</b>
Introduction . . . . .	8
1. Introduction aux systèmes biométriques . . . . .	8
1.1. Evaluation des performances des systèmes biométriques . . . . .	12
1.2. Systèmes biométriques . . . . .	13

1.3.	Architecture d'un système biométrique . . . . .	14
1.4.	Présentation des techniques biométriques . . . . .	15
1.4.1.	Empreinte digitale . . . . .	15
1.4.2.	Iris . . . . .	15
1.4.3.	Géométrie de la main . . . . .	16
1.4.4.	Rétine . . . . .	16
1.4.5.	Reconnaissance vocale . . . . .	16
1.4.6.	Dynamique de la signature . . . . .	17
1.4.7.	Dynamique de frappe au clavier . . . . .	17
1.4.8.	Visage . . . . .	17
1.5.	Etude comparatif des systèmes biométriques . . . . .	18
2.	Introduction à la reconnaissance de visage . . . . .	20
2.1.	Système générale de Reconnaissance de Visage . . . . .	20
2.1.1.	Etape(1) : Détection et prétraitement de visage . . . . .	21
2.1.2.	Etape(2) : Extraction des caractéristiques . . . . .	23
2.1.3.	Etape(3) : Reconnaissance de visage . . . . .	23
2.2.	Reconnaissance de Visage 2D . . . . .	23
2.2.1.	Méthodes Globales . . . . .	24
2.2.2.	Méthodes Locales . . . . .	25
2.2.3.	Méthodes Hybrides . . . . .	26
2.2.4.	Limitation de reconnaissance de visage 2D . . . . .	27
2.2.5.	Bases de données des visages 2D . . . . .	29
2.3.	Reconnaissance de Visage 3D . . . . .	34
2.3.1.	Méthodes de Reconnaissance de Visage 3D . . . . .	35
2.3.2.	Bases de données des visages 3D . . . . .	40
2.3.3.	Limitation de reconnaissance de visage 3D . . . . .	42
2.4.	Reconnaissance de Visage 2D-3D . . . . .	43
2.4.1.	Fusion de données brutes . . . . .	43
2.4.2.	Fusion de descripteurs . . . . .	44
2.4.3.	Fusion de décisions . . . . .	45
	Conclusion . . . . .	46

<b>2</b>	<b>Introduction à la Géométrie Riemannienne</b>	<b>48</b>
	Introduction . . . . .	49
1.	Notions de base de la géométrie Riemannienne . . . . .	49
1.1.	Définition . . . . .	49
1.2.	Variétés Riemanniennes . . . . .	50
1.3.	Métrie Riemannienne . . . . .	50
1.4.	Espace tangent . . . . .	51
1.4.1.	Vecteurs tangents . . . . .	52
1.4.2.	Définitions géométriques . . . . .	52
1.4.3.	Définition physique . . . . .	53
1.4.4.	Définition algébrique . . . . .	54
1.5.	Distance Géodésique et Courbe Géodésique . . . . .	55
1.5.1.	Quelques Définitions . . . . .	55
1.5.2.	Distance Géodésique . . . . .	56
1.5.3.	Courbe Géodésique . . . . .	57
2.	Résolution numérique d'équation Eikonale . . . . .	57
2.1.	Equation Eikonale . . . . .	57
2.2.	Maillage géodésique d'une variété . . . . .	59
2.3.	Discrétisation de l'équation Eikonale . . . . .	60
2.4.	Méthode de Fast Marching . . . . .	62
2.4.1.	Algorithme de Fast Marching 2D . . . . .	63
2.4.2.	Algorithme de Fast Marching 3D . . . . .	64
2.5.	Courbe Iso-Géodésique . . . . .	65
3.	Analyse Riemannienne des courbes dans $\mathbb{R}^n$ . . . . .	66
3.1.	Représentation mathématique des courbes dans $\mathbb{R}^n$ . . . . .	66
3.1.1.	La fonction <i>SRVF</i> (Square-Root Velocity Function) . . . . .	66
3.1.2.	Espace forme des courbes . . . . .	67
3.1.3.	Représentation des courbes ouvertes dans $\mathbb{R}^n$ . . . . .	67
3.1.4.	Représentation des courbes fermées dans $\mathbb{R}^n$ . . . . .	67
3.2.	Géométrie Riemannienne des courbes fermées dans $\mathbb{R}^n$ . . . . .	68
	Conclusion . . . . .	69

<b>3</b>	<b>Reconnaissance de Visage 2D par la Géométrie Riemannienne</b>	<b>71</b>
	Introduction . . . . .	72
1.	Aperçu des approches proposées . . . . .	72
1.1.	Prétraitement . . . . .	73
1.2.	Extraction des Caractéristiques . . . . .	75
1.2.1.	Distance Géodésique (DG) . . . . .	75
1.2.2.	Histogramme d'Intensité Géodésique (HIG) . . . . .	77
1.2.3.	Courbes Iso-Géodésiques (CIG) . . . . .	79
1.3.	Apprentissage et Classification . . . . .	82
1.3.1.	Réseaux de Neurones . . . . .	83
1.3.2.	K-Plus Proche Voisin . . . . .	84
1.3.3.	Vecteurs a Support Machines (SVM) . . . . .	86
2.	Résultats de simulation . . . . .	89
2.1.	Distance Géodésique (DG) . . . . .	89
2.2.	l'Histogramme d'Intensité Géodésique (HIG) . . . . .	91
2.3.	Courbes Iso-géodésiques (CIG) . . . . .	92
2.4.	Comparaison des résultats de simulation . . . . .	94
	Conclusion . . . . .	98
<b>4</b>	<b>Reconnaissance de Visage 3D par la Géométrie Riemannienne</b>	<b>99</b>
	Introduction . . . . .	100
1.	Travaux reliés . . . . .	101
1.1.	Représentation de la forme géométrique 3D . . . . .	101
1.1.1.	Image de profondeur . . . . .	102
1.1.2.	Vecteurs normaux . . . . .	102
1.1.3.	Nuage de Points 3D . . . . .	103
1.1.4.	Maillage triangulaire . . . . .	103
1.2.	Détection de point de référence . . . . .	105
1.3.	Distance Géodésique 3D (DG3D) . . . . .	106
1.4.	Courbes Iso-Géodésique 3D (CIG3D) . . . . .	108
2.	Résultats de simulations et Discussion . . . . .	112
2.1.	Distance Géodésique (DG3D) . . . . .	113
2.2.	Courbes Iso-Géodésiques (CIG3D) . . . . .	115

Conclusion . . . . .	118
<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>120</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>124</b>



1.1	Caracteristiques biometriques : a) ADN, b) Oreille, c) Géométrie de Main, d) Empreintes Digitales, e) Iris, f) Marche, g) Signature, h) Rétine, i) Visage 2D, j) Voix et k) Visage 3D.	9
1.2	Principaux modules d'un système biométrique ainsi que les différentes modes	14
1.3	Schéma général de reconnaissance de visages	21
1.4	Classification des algorithmes principaux utilisés en reconnaissance faciale 2D	24
1.5	Quelques images prises dans différentes conditions d'illuminations	28
1.6	Quelques images 2D avec différentes expressions faciales	29
1.7	Exemples d'images de La base XM2VTS	30
1.8	Exemples d'images de La base Color FERET	30
1.9	Ensembles des vues collectées pour un individu de la base AR	31
1.10	Exemples des images extraites de la base CVL	32
1.11	Quelques images de la base ORL	33
1.12	Paires de la base LFW aligned	34
1.13	Exemple de quelques images des bases de données du visage 3D les plus utilisées : (a) Bos- phorus, (b) BU-3DFE, (c) FRGCv2, (d) GAVAB, (e) FRAV, (f) Bosphore, (g) FRGCv1, (h) CASIA et (i) SHREC'08.	41
1.14	Fusion de données brutes	44
1.15	Fusion de descripteurs	45
1.16	Fusion de décisions	46
2.1	Vecteur tangent	53
2.2	Ensembles de quartier sur une grille régulière (à gauche), et un maillage triangulaire (à droite)	60

2.3	Schéma de différences finies amont 2D . . . . .	63
2.4	Schéma de différences finies amont 3D . . . . .	65
3.1	Aperçu des différentes étapes de notre approche biométrique de reconnaissance du visage 2D . . . . .	73
3.2	Prétraitement d'une image de base de données YaleB : (a) Image de visage détectée, (b) Normalisation des images au niveau de gris, (c) Représentation de surface 2D dans l'espace 3D. . . . .	74
3.3	Etapes de détection de point Référence : (a) Image de visage 2D après le prétraitement ; (b) Sélection de bout du nez Manuel ; (c) Détection du point de référence . . . . .	74
3.4	Etapes de calcul de distance géodésique dans un visage 2D : (a) image 2D, (b) Détection de point de référence ; (c) Représentation couleur de surface 2D dans l'espace 3D, (d) Calcul de distance géodésique. . . . .	77
3.5	Diagramme des étapes d'Histogramme d' Intensité Géodésique . . . . .	78
3.6	Extraction des courbes Iso-géodésiques utilisant les images des bases ORL et YaleB . . . . .	79
3.7	Différentes couches des réseaux de neurones . . . . .	83
3.8	K-Plus Proches Voisins . . . . .	85
3.9	Principe de la technique SVM (hyperplan optimal, vecteurs de supports, marge maximale)	86
3.10	(a)- les échantillons de données représentés dans un plan sont linéairement séparable et séparées par une ligne droite, (b)- les échantillons de données représentés dans un plan sont non-linéairement séparables et séparées par une courbe . . . . .	87
3.11	plan de séparation après une transformation des mêmes échantillons de données dans l'espace 3D . . . . .	88
3.12	Taux de reconnaissance de la méthode (DG + ACP) pour chaque classificateur (RN, KPPV et VSM) en utilisant les images des bases YaleB et ORL [1] . . . . .	90
3.13	Taux de reconnaissance de la méthode (DG + ADL) pour chaque classificateur (RN, KPPV et VSM) en utilisant les images des bases YaleB et ORL [1] . . . . .	91
3.14	Taux de reconnaissance de la méthode (HIG) pour chaque classificateur (RN, KPPV et VSM) en utilisant les images des bases ORL et YaleB [1] . . . . .	92
3.15	Taux de reconnaissance de la méthode (CIG) en fonction de nombre des courbes faciales pour le classificateur (RN) en utilisant les images des bases YaleB et ORL [2] . . . . .	93
3.16	Taux de reconnaissance de la méthode (CIG) pour chaque classificateur (RN, KPPV et VSM) en utilisant les images des bases YaleB et ORL [1] . . . . .	94

3.17	Comparaison de nos méthodes de reconnaissance faciale 2D en utilisant la base de données YaleB [1] . . . . .	95
3.18	Taux de Reconnaissance de la méthode (DG + ADL) pour chaque classificateur (RN, KPPV et VSM) en utilisant les images de la base ORL [1] . . . . .	96
4.1	Aperçu des méthodes utilisées . . . . .	101
4.2	Image de profondeur d'un visage 3D . . . . .	102
4.3	Surfaces normales d'un visage 3D . . . . .	103
4.4	Nuages de points d'un visage 3D et la région de nez zoomée . . . . .	103
4.5	Maillage en forme de triangle d'un visage 3D et la zone de nez zoomé . . . . .	104
4.6	Maillage triangulaire de quelques images de la base de données ( <i>SHREC2008</i> ) . . . . .	104
4.7	Etapes de détection de point de référence d'une image de visage 3D de la base SHREC2008 : (a) Image de visage 3D; (B) Sélection manuelle du bout du nez; (C) Détection du bout de nez de visage 3D. . . . .	105
4.8	Exemple des chemins et le chemin géodésique entre deux points $p_0$ et $p_1$ de la surface faciale discrétisé d'une image de visage 3D de la base de données SHREC2008. . . . .	106
4.9	Etapes de calcul de distance géodésique sur une surface faciale d'une image de la base SHREC2008 : (a) image de visage 3D; (b) Discrétisation de la surface faciale par un maillage triangulaire; (c) Détection du point de référence; (d) Calcul de la distance géodésique. . . . .	108
4.10	Etapes d'extraction des courbes iso-géodésiques sur une surface faciale d'une image de la base SHREC2008 : (a) image de visage 3D; (b) Discrétisation de la surface facial par un maillage triangulaire et Détection du point de référence; (c) Calcul de la distance géodésique; (d) Extraction des courbes iso-géodésiques. . . . .	109
4.11	Correspondance entre les courbes iso-géodésiques de la surface faciale de deux images des visages 3D de la base de données SHREC2008. . . . .	112
4.12	Correspondance entre les courbes iso-géodésiques de la surface faciale de deux images des visages 3D de la base de données SHREC2008. . . . .	113
4.13	Taux de reconnaissance de la méthode DG3D + ACP et DG3D + ADL pour chaque classificateur RN, KPPV et VSM en utilisant les images des bases SHREC2008 [3]. . . . .	114
4.14	Taux de reconnaissance en termes de nombre de courbes faciales utilisées pour représenter le visage humain 3D de la base SHREC2008 pour chaque algorithme de classification (RN, KPPV et SVM) [4]. . . . .	115

4.15 Taux de reconnaissance des images des visages 3D de la base de données SHREC2008 en utilisant trois algorithmes de classification (RN, KPPV et SVM) [4]. . . . . 116

1.1	Quelques modalités biométriques classées par catégories . . . . .	10
1.2	Les qualités de quelques modalités biométriques . . . . .	11
1.3	Classement modalités biométriques par les quatre critères d'évaluation . . . . .	13
1.4	Avantages et inconvénients de quelques technologies (modalités) biométriques . . . . .	19
1.5	Les bases de données des visages 3D les plus connues et leurs principales : (i) illumination, (p) pose, (e) expression, (o) occlusion et (t) retard de temps caractéristiques. . . . .	42
3.1	Etude comparative des performances de nos algorithmes de reconnaissance de visage <i>2D</i> par rapport aux algorithmes présentés dans l'état de l'art. . . . .	97
4.1	Etude comparative des performances de nos algorithmes de reconnaissance de visage <i>2D</i> par rapport aux algorithmes présentés dans l'état de l'art. . . . .	118

## Notations

DG	: Distance Géodésique
ACP	: Analyse en Composante Principale
ADL	: Analyse Discriminante Linéaire
HIG	: Histogramme d'Intensité Géodésique
CIG	: Courbes Iso-Géodésiques
RN	: Réseaux de Neurones
KPPV	: K-Plus Proche Voisin
SVM	: Vecteurs à Support Machines
$M$	: Variétés différentielle
$(M, g)$	: variété Riemannienne
$g$	: Métrique Riemannienne
$T_p M$	: Espace tangent au point $p$
$EDP$	: Equation Différentielle Partielle
$T_i$	: Métrique discrète
$Ngb(x_i)$	: Ensemble des Voisinages de $x_i$
$R_j$	: Région de Voronoï
$FMM$	: Méthode de Fast Marching (Fast Marching method)
$q(s)$	: Vecteur Vitesse (SRVF (Square-Root Velocity Function))
$\beta$	: Courbe entre deux points

Dans tous les domaines de sécurité et de contrôle d'accès, les moyens traditionnels utilisés pour la vérification de l'identité et le contrôle d'accès sont : passeport, carte d'identité et mots de passe ou codes PIN. Mais, dans ces derniers temps avec l'avancement de la technologie ces mots de passe sont devenus facilement falsifiables et franchissables. C'est pour ça, que les chercheurs de différents domaines ont orienté leurs travaux sur des clés et mots de passe difficile à falsifier, sûr et surtout efficace. Traditionnellement il existe deux manières d'identifier un individu. La première méthode est basée sur une connaissance à priori "knowledge-based" de la personne. La seconde méthode est basée sur la possession d'un objet "token-based". Il peut s'agir d'une pièce d'identité, d'une clef, d'un badge, etc..

Les caractéristiques biométriques sont une solution alternative aux deux modes d'identification précédents. La biométrie est la mesure des caractéristiques physiques uniques, comme les empreintes digitales, les traits du visage, la signature, l'iris, la frappe sur le clavier, la voix, la géométrie de la main, la rétine, ... etc, dans le but de vérifier avec une grande certitude l'identité. La vérification à l'aide de données biométriques réduit grandement le risque qu'une personne se fasse passer ou soit prise pour une autre. L'avantage de ces caractéristiques biométriques est d'être *universelles*, c'est-à-dire présentes chez toutes les personnes à identifier. D'autre part, elles sont *mesurables* et *uniques* : deux personnes ne peuvent posséder exactement la même caractéristique. Elles sont aussi *permanentes* ce qui signifie qu'elles ne varient pas ou peu au cours du temps. L'intérêt des applications utilisant la biométrie se résume en deux classes : faciliter le mode de vie, éviter la fraude.

La biométrie est basée sur l'analyse de données liées à l'individu et peut être classés en trois grandes catégories :

1. Analyse basée sur l'analyse morphologique. (empreinte digitale, forme de la main, les traits du visage, réseau veineux de la rétine, iris de l'œil, voix, etc.).
2. Analyse de traces biologiques. (odeur, salive, urine, sang, ADN, etc.).
3. Analyse basée sur l'analyse comportementale. (dynamique du tracé de signature, frappe sur un clavier d'ordinateur, etc.).

Rien n'est plus naturel qu'utiliser le visage pour identifier une personne. Les images faciales sont probablement la caractéristique biométrique la plus communément employée par l'homme pour effectuer une identification personnelle. La reconnaissance de visages est la technique la plus commune et populaire. Elle reste la plus acceptable puisqu'elle correspond à ce que les humains utilisent dans l'interaction visuelle ; et par rapport aux autres méthodes, la reconnaissance du visage s'avère plus avantageuse, d'une part c'est une méthode non intrusive, c'est-à-dire elle n'exige pas la coopération du sujet comme mettre les doigts ou les mains sur un périphérique spécifique ou parlant devant un microphone. Par conséquent, l'individu doit rester ou marcher en face d'une caméra afin d'être reconnu par le système. D'autre part les capteurs utilisés sont peu coûteux.

## 1. Problématique

Parmi toutes les technologies biométriques qui existent, la reconnaissance des visages est l'une des technologies les plus utilisées et les plus adaptées. La reconnaissance faciale fait partie des techniques biométriques. On remarque que dans la vie quotidienne chacun de nous identifie tout au long de la journée différents visages. Ainsi lorsque nous rencontrons une personne, notre cerveau va chercher dans notre mémoire et vérifier si cette personne est répertoriée ou non. La difficulté de la reconnaissance de visage par ordinateur varie énormément suivant que les conditions d'acquisition. Dans un environnement contrôlé, des paramètres tels que l'arrière plan, la direction et l'intensité des sources lumineuses, l'angle de la prise de vue, la distance de la caméra au sujet sont des paramètres maîtrisés par le système. Dans un environnement non contrôlé, une série de prétraitements sont souvent nécessaires avant de faire la reconnaissance. Il faut tout d'abord détecter la présence ou l'absence de visage dans l'image. Le visage doit ensuite être segmenté.

Plusieurs méthodes ont été développées pour la reconnaissance de visage *2D*. Cependant, elles présentent un certain nombre de limitations liées à l'orientation du visage ou à la pose, à l'éclairage, à l'expression faciale, aux occultations, etc. Des techniques de reconnaissance *3D* ont été proposées comme une solution alternative pour résoudre les problèmes cités ci-dessus. En effet, la richesse de l'information



fournie par les mesures  $3D$  permet de reconstruire la forme tridimensionnelle du visage. Ce type de représentation du visage est invariant aux changements d'illumination et de pose. De plus, les deux modalités sont influencées par les changements environnementaux ou par les changements du visage. Alors que la modalité  $2D$  est peu sensible aux changements d'expressions et très sensible aux changements d'éclairage, la modalité  $3D$  est plutôt sensible aux premiers facteurs et invariante aux derniers. Ceci a encouragé beaucoup de chercheurs à s'intéresser à la reconnaissance bimodale  $2D - 3D$ , qui consiste à combiner des indices obtenus par les deux modalités ( $2D$  et  $3D$ ) pour la reconnaissance de visage. L'intérêt d'une telle approche est d'exploiter les avantages des deux techniques ( $2D$  et  $3D$ ) afin d'améliorer le taux de reconnaissance. Malgré toutes les avancées dans le domaine de la reconnaissance de visages ( $2D$ ,  $3D$  ou  $2D-3D$ ), aucun système de reconnaissance fiable n'a encore pu voir le jour. Bien que certains systèmes proposés aient montré une grande efficacité, ils sont souvent limités.

## 2. Approches proposées

Cette thèse s'inscrit dans le cadre de la reconnaissance automatique bidimensionnelle et tridimensionnelle de visage. L'objectif de cette thèse est d'améliorer les résultats de la reconnaissance de visage obtenus par les méthodes représentées dans l'état de l'art et d'augmenter le taux de reconnaissance. Dans ce contexte, nous réalisons plusieurs systèmes automatiques de reconnaissance faciale  $2D$  et  $3D$ . Nos approches sont basées sur l'analyse mathématique des surfaces faciales en utilisant les notions de la géométrie Riemannienne.

La première contribution de cette thèse porte sur la reconnaissance faciale  $2D$ . Son objectif est de surmonter les faiblesses des systèmes de reconnaissance  $2D$  sensibles aux changements d'éclairages, d'orientation, d'expressions faciales, ... etc. Cette première partie contient quatre méthodes d'extraction de caractéristiques (DG+ACP, DG+ADL, HIG et CIG) basées sur le calcul de la distance géodésique en utilisant la géométrie Riemannienne. Une étape de prétraitement est nécessaire pour représenter la surface de visage comme une surface  $2D$  dans un espace  $3D$  avec la troisième composante est proportionnelle à l'intensité des pixels et aussi pour détecter le point de référence. Dans l'étape d'extraction des caractéristiques, les quatre méthodes nécessitent le calcul de la distance géodésique comme étape de base. Pour la première et la deuxième méthode nous utilisons les deux algorithmes de réduction de dimensionnalité respectivement l'Analyse en Composante Principale pour la première méthode (ACP) et l'Analyse Discriminante Linéaire (ALD) pour la deuxième. La troisième approche combine la distance géodésique et l'intensité de pixel pour réaliser l'Histogramme d'Intensité Géodésique (HIG). La dernière

méthode utilise la distance géodésique entre le point de référence et les autres points de la surface de visage pour tracer les Courbes Iso-Géodésique (CIG). Dans l'étape de classification, nous utilisons les Réseaux de Neurones (RN), K-Plus Proche Voisin (KPPV) et Vecteurs à Support Machines (SVM). Les images utilisées dans nos expériences sont de deux bases de données bien connus des images de visages YaleB et ORL.

La seconde contribution de cette thèse consiste à développer trois techniques de reconnaissance des surfaces faciales 3D qui prend en entrée, non pas les images 3D entières du visage, mais les distances géodésiques et les courbes faciales 3D (courbes iso-géodésiques) considérées comme des caractéristiques géométriques faciales 3D, couvrant différentes régions caractéristiques du visage. Nous proposons d'extraire ces caractéristiques faciales 3D par rapport au bout du nez, considéré comme point de référence, à partir des images 3D du visage. La distance géodésique entre deux points est la longueur de plus court chemin entre ces deux points. Nous présentons le chemin géodésique par la subdivision de la surface faciale, ce type de surface est limite d'une suite de réseaux de points de plus en plus denses obtenus par subdivisions successives d'un réseau de points initial. Ces réseaux sont triangulés et nous considérons alors les surfaces comme des maillages triangulaires. La distance géodésique est calculée en utilisant l'algorithme de Fast Marching 3D comme solution numérique de l'équation Eikonale. Les points de même distance géodésique au point de référence forment les courbes iso-géodésiques. Ces courbes faciales représentent la forme de la surface faciale. Dans cette partie, les trois méthodes d'extraction des caractéristiques sont : la Distance Géodésique 3D + l'Analyse en Composante Principale (DG3D+ACP), la Distance Géodésique 3D + l'Analyse Discriminante Linéaire (DG3D+ADL) et les Courbes Iso-Géodésiques 3D (CIG3D). Dans l'étape de classification, nous utilisons les Réseaux de Neurones (RN), K-Plus Proche Voisin (KPPV) et Vecteurs à Support Machines (SVM). Les différents tests réalisés sur la base SHRED 2008 ont permis de valider l'efficacité de ces approches.

### 3. Organisation du manuscrit

Ce mémoire de thèse est organisé de la manière suivante. Après l'introduction du contexte de ce mémoire de thèse, nous avons choisi d'articuler notre étude autour de quatre chapitres principaux.

Le **premier chapitre** est consacré à la présentation générale de la biométrie. Il décrit tout d'abord le principe de fonctionnement des systèmes biométriques puis définit les outils utilisés pour évaluer leurs performances. Ensuite, la place de la reconnaissance faciale parmi les autres techniques biométriques

est analysée. A travers ce chapitre, nous voulons positionner le problème de la reconnaissance faciale et présenter ses enjeux et intérêts par rapport aux autres techniques. Nous étudions également les principales composantes d'un système de reconnaissance faciale, notamment la détection, l'extraction de caractéristiques et la reconnaissance. Nous mettons aussi en lumière les difficultés rencontrées par les systèmes de reconnaissance de visage que nous proposons d'étudier dans le cadre de cette thèse. Enfin, nous nous intéressons aux méthodes existantes pour la reconnaissance faciale. Nous présentons les différentes catégories de méthodes, notamment 2D, 3D et bimodales 2D-3D, en passant en revue les méthodes les plus connues de chaque catégorie.

Dans le **second chapitre** nous donnons un aperçu sur la géométrie Riemannienne comme alternative à la géométrie Euclidienne. Nous parlons ensuite de la résolution numérique de l'équation Eikonale en utilisant l'algorithme de Fast Marching et la notion de distance géodésique. Enfin, nous établissons l'existence d'une analyse mathématique des courbes dans  $\mathbb{R}^n$ .

Dans le **troisième chapitre** nous proposons nos algorithmes de reconnaissance de visage 2D. Dans ce chapitre, nous détaillons quatre méthodes d'extraction de caractéristiques à savoir : La Distance Géodésique et Analyse en Composante Principale (DG+ACP), la Distance Géodésique et l'Analyse Discriminante Linéaire (DG+ADL), l'Histogramme d'Intensité Géodésique (HIG) et les Courbes Iso-Géodésiques (CIG). Ces méthodes sont basées sur le calcul de la distance géodésique en utilisant la géométrie Riemannienne. Ensuite, nous présentons les Réseaux de Neurones (RN), le K-Plus Proche Voisin (KPPV) et les Vecteurs à Support Machines (SVM) comme des algorithmes de classification de nos systèmes. Enfin, nous présentons les résultats obtenus par nos approches en utilisant les images des deux bases de données bien connues ORL et YaleB et nous réalisons une étude comparative avec les méthodes de l'état de l'art.

Dans le **quatrième chapitre** nous réalisons trois systèmes automatiques de reconnaissance de visage (la Distance Géodésique 3D + l'Analyse en Composante Principale (DG3D+ACP), la Distance Géodésique 3D + l'Analyse Discriminante Linéaire (DG3D+ADL) et les Courbes Iso-Géodésiques 3D (CIG3D)) en utilisant l'information 3D du visage humain représentée par un maillage triangulaire. Dans ce chapitre, nous proposons d'appliquer le cadre mathématique de l'analyse des déformations des surfaces faciales en se basant sur le chapitre 2 afin de faire la reconnaissance biométrique faciale 3D. L'objectif de ce chapitre est de décrire le cadre mathématique s'appuyant sur la géométrie Riemannienne pour comparer les surfaces faciales 3D modulo des transformations rigides et non-rigides.

Enfin, la **conclusion générale** résumera nos contributions et donnera quelques perspectives sur les travaux futurs.

# CHAPITRE 1

## RECONNAISSANCE DE VISAGE : ETAT DE L'ART

## Introduction

Nous introduirons dans ce chapitre quelques notions et définitions de base liées à la biométrie. Nous donnerons le principe de fonctionnement des systèmes biométriques ainsi que les outils utilisés pour mesurer leurs performances. Nous insisterons surtout sur la place de la reconnaissance faciale parmi les autres techniques biométriques, car elle constitue l'objectif de cette thèse. Enfin, nous exposerons les difficultés majeures liées à la reconnaissance de visage, et qui font toujours l'objet de recherche par la communauté scientifique.

Dans ce chapitre, nous décrivons brièvement quelques techniques parmi les plus importantes ou les plus populaires utilisées en reconnaissance de visages  $2D$  et  $3D$ . Un système automatique de reconnaissance de visages se décompose en trois sous-systèmes : détection de visage, extraction des caractéristiques et reconnaissance de visages. Plusieurs méthodes de reconnaissance de visages ont été proposées ces dernières années, suivant deux grands axes : la reconnaissance à partir d'images fixes et la reconnaissance à partir de séquence d'images (vidéo).

Le but de ce chapitre est de donner un panorama des méthodes les plus significatives en reconnaissance  $2D$  et  $3D$  de visages. Tout d'abord, une brève présentation des méthodes les plus populaires utilisées en reconnaissance faciale est proposée puis deux des méthodes les plus connues pour l'extraction des caractéristiques faciales, étape indispensable dans les systèmes de reconnaissance de visages, sont décrites et enfin les bases de données de visages et les protocoles d'évaluation qui ont été utilisés dans ce travail sont présentés.

## 1. Introduction aux systèmes biométriques

La biométrie est une discipline qui vise à établir l'identité d'une personne en mesurant l'une de ses caractéristiques physiques. C'est la science qui étudie à l'aide de mathématiques les variations biologiques à l'intérieur d'un groupe déterminé.

La biométrie regroupe l'ensemble des techniques informatiques visant à reconnaître automatiquement un individu à partir de ses caractéristiques physiques, biologiques, voire comportementales [5]. Une autre définition de la biométrie est donnée par Roethenbaugh [6] : « La biométrie s'applique à des particularités ou des caractères humains uniques en leur genre et mesurables, permettant de reconnaître

ou de vérifier automatiquement l'identité ».

Les données biométriques sont des données à caractère personnel car elles permettent d'identifier une personne. Elles ont, pour la plupart, la particularité d'être uniques et permanentes (ADN, empreintes digitales, visage, iris, contour de la main, signature, démarche etc.). Elles se rapprochent ainsi de ce qui pourrait être défini comme un « identificateur unique universel », permettant, de fait, le traçage des individus. La Figure (1.1) donne des exemples de différentes caractéristiques biométriques.

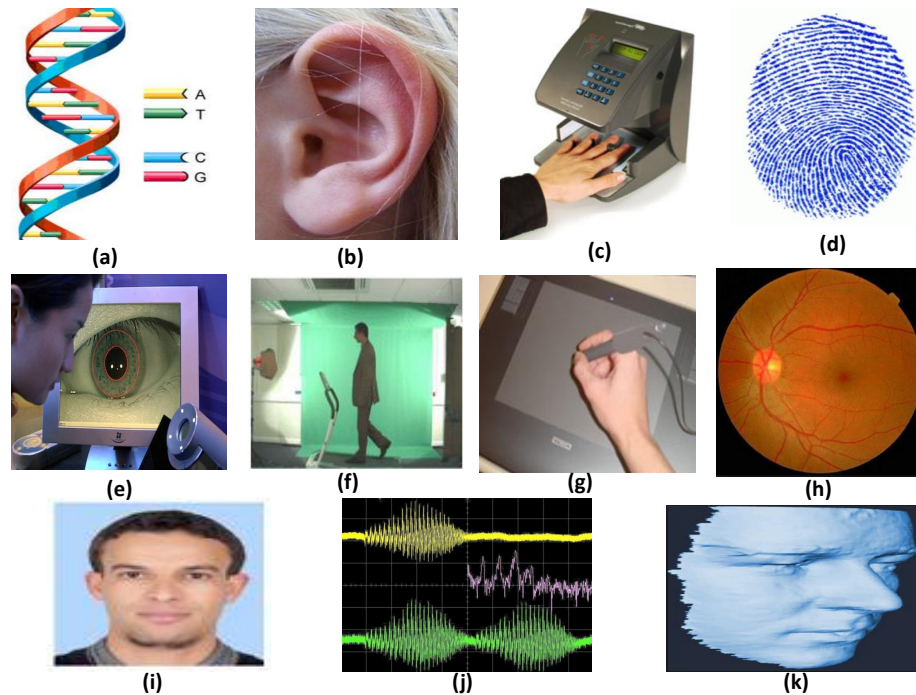


FIGURE 1.1 – Caractéristiques biometriques : a) ADN, b) Oreille, c) Géométrie de Main, d) Empreintes Digitales, e) Iris, f) Marche, g) Signature, h) Rétine, i) Visage 2D, j) Voix et k) Visage 3D.

Les caractéristiques biométriques par lesquelles il est possible de vérifier l'identité d'un individu sont appelées modalités biométriques. Ces modalités sont basées sur l'analyse des données liées à l'individu et sont généralement classées en trois catégories : biométrie biologique, comportementale et morphologique. La biométrie biologique se base sur l'analyse des données biologiques liées à l'individu (salive, ADN, etc.). La biométrie comportementale se base sur l'analyse de comportements d'un individu (manière de marcher, dynamique de frappe au clavier, etc.). La biométrie morphologique se base sur les traits physiques particuliers qui, pour toutes personnes, sont permanents et uniques (empreinte digitale, visage, etc.). Le tableau (1.1) illustre un exemple de quelques modalités biométriques classées par les trois catégories précédentes. Pratiquement, n'importe quelle caractéristique morphologique ou comportementale peut être considérée comme une caractéristique biométrique. Avant de procéder à proposer

TABLE 1.1 – Quelques modalités biométriques classées par catégories

Biométries morphologiques	Biométries comportementales	Biométries biologiques
-Empreintes digitales	-Frappe au clavier	-ADN
-Forme de la main	-Analyse de démarche	-Sang
-Traits du visage	-Signature	-Salive
-Forme de l'iris	-Reconnaissance vocale	-Urine
-Dessin veineux de la rétine		-Veines

un système biométrique, il est nécessaire de choisir la modalité la plus appropriée à l'application en se basant sur les critères de sélection suivants :

- **L'universalité** - *Tous les individus ont cette caractéristique ?*

L'universalité est liée à l'existence de cette modalité pour toute personne. Donc, toute personne doit être capable de nous fournir cette modalité pour le système biométrique.

- **L'unicité** - *Variation entre caractéristiques des individus ?*

Une modalité unique lorsque deux personnes différentes doivent avoir des représentations différentes de leur biométrie.

- **La stabilité** - *Consistance des caractéristiques dans le temps ?*

La stabilité de la source biométrique en temps est indispensable pour que cette modalité soit une modalité biométrique. Ainsi cette stabilité ne doit pas être dépendante aux circonstances d'acquisition de la modalité d'une personne.

- **L'acceptabilité** - *Le processus d'échantillonnage est-il acceptable pour les individus ?*

L'acceptabilité est une autre qualité qui est liée au niveau de l'acceptabilité du public lors de l'acquisition en tenant compte des conditions et contraintes de la capture de modalité.

- **Le non reproductibilité** - *Peut-on reproduire ou tricher ?*

La non-reproductibilité est le niveau de complexité de la falsification de cette modalité biométrique.



- **Le recouvrement** - *Possible de prendre un bon échantillon quantitatif?*

Chaque modalité peut nous fournir un tel nombre d'information. Cette quantité d'information doit être nécessaire pour bien analyser la modalité au niveau de la phase d'extraction de caractéristiques.

- **La performance** - *Peut-on atteindre une discrimination élevée dans un temps de traitement raisonnable?*

La décision exacte d'un système biométrique est fortement liée à la qualité de l'information fournie d'une modalité. Donc la performance se traduit par la qualité de l'information.

Selon le tableau (1.2), les biométries citées possèdent les propriétés de sélection avec des degrés différents. Aucune biométrie n'est idéale mais est plus ou moins adaptée à des applications.

TABLE 1.2 – Les qualités de quelques modalités biométriques

Modalité	Universa- lité	Unicité	Stabilité	Recouvre- ment	Permanence	Acceptabi- lité	Non- Reproducti- bilité
<b>Visage</b>	Elevé	Faible	Moyen	Elevé	Faible	Elevé	Faible
<b>Empreinte digitale</b>	Moyen	Elevé	Elevé	Moyen	Elevé	Moyen	Elevé
<b>Géométrie de la main</b>	Moyen	Moyen	Moyen	Elevé	Moyen	Moyen	Moyen
<b>Iris</b>	Elevé	Elevé	Elevé	Moyen	Elevé	Faible	Elevé
<b>Rétine</b>	Elevé	Elevé	Moyen	Faible	Elevé	Faible	Elevé
<b>ADN</b>	Elevé	Elevé	Elevé	Faible	Elevé	Faible	Faible
<b>Voix</b>	Moyen	Faible	Faible	Moyen	Faible	Elevé	Faible
<b>Démarche</b>	Moyen	Faible	Faible	Elevé	Faible	Elevé	Moyen
<b>Signature</b>	Faible	Faible	Faible	Elevé	Faible	Elevé	Faible
<b>Frappe au clavier</b>	Faible	Faible	Faible	Moyen	Faible	Moyen	Moyen
<b>Géométrie de l'oreille</b>	Moyen	Moyen	Elevé	Moyen	Moyen	Elevé	Moyen

Le choix d'une modalité est une clé de réussite du système biométrique. Ainsi, selon le besoin de

l'application dans la quelle on intègre un système biométrique on choisie la modalité avec les propriétés les plus appropriées. Les caractéristiques biométriques ne possèdent pas toutes ces propriétés, ou les possèdent mais à des degrés différents. Le tableau 1.2, extrait de [7], compare les principales modalités biométriques selon les propriétés suivantes : universalité, unicité, stabilité, recouvrement, permanence, acceptabilité et non-reproductibilité. Ce tableau montre qu'aucune caractéristique n'est donc idéale et qu'elles peuvent être plus ou moins adaptées à des applications particulières.

## 1.1. Evaluation des performances des systèmes biométriques

Chaque caractéristique (ou modalité) biométrique a ses forces et ses faiblesses, et le choix dépend de l'application visée. On ne s'attend à ce qu'aucune modalité biométrique ne réponde efficacement aux exigences de toutes les applications. En d'autres termes, aucun système biométrique n'est "optimal". Faire correspondre un système biométrique spécifique à une application dépend du mode opérationnel de l'application et des caractéristiques biométriques choisies. Plusieurs études ont été menées afin d'évaluer les performances des systèmes biométriques [8]. La société américaine - l'International Biometric Group - [9] a effectué une étude basée sur les quatre critères d'évaluation suivants :

- **Intrusivité** : ce critère permet de classer les systèmes biométriques en fonction de l'existence d'un contact direct entre le capteur utilisé et l'individu à reconnaître. La reconnaissance faciale est une technique "non intrusive", car il n'existe aucun contact entre le capteur (la caméra) et le sujet, elle est bien acceptée par les utilisateurs à l'inverse d'autres techniques "intrusives" comme l'empreinte digitale où un contact direct est nécessaire entre le capteur et le doigt.

- **Fiabilité** : dépend de la qualité de l'environnement (éclairage par exemple) dans lequel l'utilisateur se trouve. Ce critère influe sur la reconnaissance de l'utilisateur par le système [10]. Nous verrons ce point en détail dans la section suivante.

- **Coût** : doit être modéré, à cet égard nous pouvons dire que la reconnaissance faciale ne nécessite pas une technologie coûteuse. En effet, la plupart des systèmes fonctionnent en utilisant un appareil à photo numérique de qualité standard.

- **Effort** : requis par l'utilisateur lors de la saisie de mesures biométriques, et qui doit être réduit le plus possible. La reconnaissance faciale est la technique biométrique la plus facile à utiliser car non

contraignante.

Les résultats de cette étude ont été présentés dans le tableau suivant :

TABLE 1.3 – Classement modalités biométriques par les quatre critères d'évaluation

Techniques les moins intrusives aux plus intrusives	Techniques les plus fiables aux moins fiables	Techniques les moins coûteuses aux plus coûteuses	Techniques les plus faciles d'utilisation aux plus difficiles
1- Voix	1-Iris	1-Frappe au clavier	1-Visage
2- Frappe au clavier	2-Rétine,	2-Voix	2-Signature
3- Signature	3-Empreinte digitale	3-Signature	3-Iris
4- Main	4-Visage	4-Empreinte digitale	4-Frappe au clavier
5- Visage	5-Main	5-Visage	5-Voix
6- Empreinte digitale	6-Voix	6-Main	6-Empreinte digitale
7- Iris	7-Frappe au clavier	7-Rétine	7-Main
8- Rétine	8-Signature	8-Iris	8-Rétine

## 1.2. Systèmes biométriques

Un système de contrôle biométrique est un système automatique de mesure basé sur la reconnaissance d'une ou de plusieurs caractéristiques physiologiques (empreintes digitales, visage, iris, contour de la main, etc.) ou comportementales (signature, démarche, etc.). Un système biométrique est essentiellement un système de reconnaissance de formes qui utilise les données biométriques d'un individu. Selon le contexte de l'application, un système biométrique peut fonctionner en mode d'enrôlement ou en mode de vérification ou bien en mode d'identification (figure (1.2)).

- **Le mode d'enrôlement** : est une phase d'apprentissage qui a pour but de recueillir des informations biométriques sur les personnes à identifier. Plusieurs campagnes d'acquisitions de données peuvent être réalisées afin d'assurer une certaine robustesse au système de reconnaissance aux variations temporelles des données. Pendant cette phase, les caractéristiques biométriques des individus sont saisies par un capteur biométrique, puis représentées sous forme numérique (signatures), et enfin stockées dans la base de données. Le traitement lié à l'enrôlement n'a pas de contrainte de temps, puisqu'il s'effectue *«hors-ligne»*.

- **Le mode de vérification ou authentification** : est une comparaison "1 à 1", dans lequel le système valide l'identité d'une personne en comparant les données biométriques saisie avec le modèle biométrique de cette personne stockée dans la base de données du système. Dans un tel mode, le système doit alors répondre à la question suivante : «*Suis-je réellement la personne que je suis en train de proclamer ?*». Actuellement la vérification est réalisée via un numéro d'identification personnel, un nom d'utilisateur, ou bien une carte à puce.

- **Le mode d'identification** : est une comparaison "1 à N", dans lequel le système reconnaît un individu en l'appariant avec un des modèles de la base de données. La personne peut ne pas être dans la base de données. Ce mode consiste à associer une identité à une personne. En d'autres termes, il répond à des questions du type : «*Qui suis-je ?*».

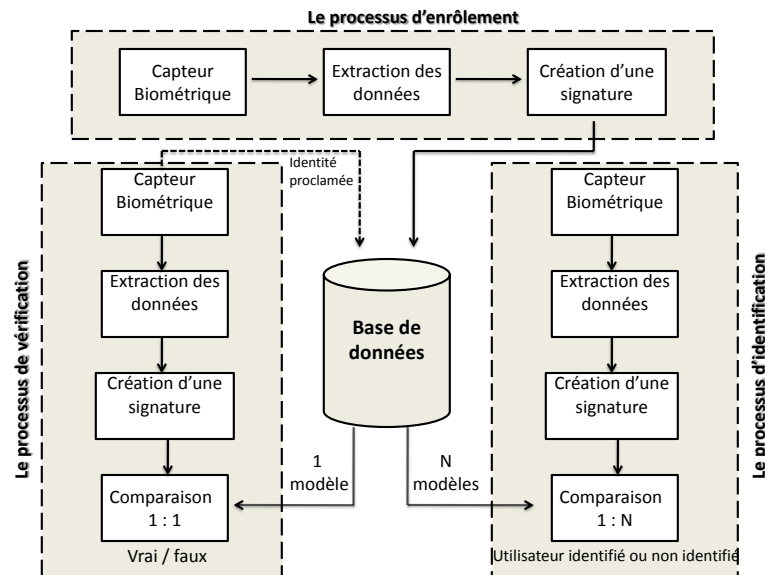


FIGURE 1.2 – Principaux modules d'un système biométrique ainsi que les différents modes

### 1.3. Architecture d'un système biométrique

L'architecture d'un système biométrique contient cinq modules comme le montre la figure 1.2 :

- **Le module de capture** qui consiste à acquérir les données biométriques afin d'extraire une représentation numérique. Cette représentation est ensuite utilisée pour l'enrôlement, la vérification ou l'identification. Il s'agit d'un capteur biométrique qui peut être de type sans ou avec contact.

- **Le module de traitement du signal** qui permet de réduire la représentation numérique extraite afin d'optimiser la quantité de données à stocker lors de la phase d'enrôlement, ou pour faciliter le temps de traitement pendant la phase de vérification et l'identification. Ce module peut avoir un test de qualité pour contrôler les données biométriques acquises.

- **Le module du stockage** qui contient les modèles biométriques des utilisateurs enrôlés du système.

- **Le module de similarité** qui compare les données biométriques extraites par le module d'extraction de caractéristiques à un ou plusieurs modèles préalablement enregistrés. Ce module détermine ainsi le degré de similarité (ou de divergence) entre deux vecteurs biométriques.

- **Le module de décision** qui détermine si l'indice de similarité retourné est suffisant pour déterminer l'identité d'un individu.

## 1.4. Présentation des techniques biométriques

### 1.4.1. Empreinte digitale

Les systèmes biométriques utilisant l'empreinte digitale sont les plus utilisés. Des solutions de plus en plus abordables et performantes sont proposées par les constructeurs. On voit de plus en plus placer des lecteurs d'empreintes digitales sur des micros ordinateurs ou des téléphones portables pour sécuriser leurs utilisations et cela devient de plus en plus commode et accepté par le grand public.

Une empreinte est constituée d'un ensemble de lignes localement parallèles formant un motif unique pour chaque individu. On distingue les stries (ou crêtes, ce sont les lignes en contact avec une surface au toucher) et les sillons (se sont les creux entre deux stries). Les stries contiennent en leur centre un ensemble de pores régulièrement espacés. Chaque empreinte possède un ensemble de points singuliers globaux (les centres et les deltas) et locaux (les minuties). Les centres correspondent à des lieux de divergence. L'acquisition des données est faite par un capteur électronique de type optique, thermique, capacitif ou ultrasons.

### 1.4.2. Iris

L'iris est une technique extrêmement fiable car il contient une infinité de points caractéristiques, la fraude étant néanmoins possible en utilisant des lentilles. L'acquisition de l'iris est effectuée au moyen

d'une caméra pour pallier aux mouvements inévitables de la pupille. Elle est très sensible (précision, reflet, etc.) et relativement désagréable pour l'utilisateur car l'œil doit rester grand ouvert et il est éclairé par une source lumineuse pour assurer un contraste correct.

### 1.4.3. Géométrie de la main

La biométrie par la forme de la main est simple à mettre en œuvre, elle est très bien acceptée par les utilisateurs aussi bien pour le contrôle d'accès que le pointage horaire. Jusqu'à 1990, les caractéristiques de la main sont mesurées (forme de la main, longueur et largeur des doigts, longueur inter articulations, etc.). Le taux d'erreur dans la reconnaissance est assez élevé, en particulier pour des personnes appartenant à une même famille en raison d'une forte ressemblance. De plus, la forme de la main évolue beaucoup avec l'âge.

### 1.4.4. Rétine

Cette technique se base sur le fait que les vaisseaux sanguins d'une rétine sont uniques pour chaque personne. L'utilisateur doit placer son œil face à un orifice de capture situé sur le dispositif d'acquisition. Un faisceau lumineux traverse l'œil jusqu'aux vaisseaux sanguins capillaires de la rétine. Le système localise et capture ainsi environ 400 points de références. Cette technique requiert une collaboration étroite de la part de l'utilisateur, car il doit placer son œil extrêmement près de la caméra.

### 1.4.5. Reconnaissance vocale

Les caractéristiques du timbre de la voix et de la prononciation sont analysées. La qualité de l'enregistrement peut poser problème et il est possible de frauder avec un échantillon vocal préenregistré.

La reconnaissance de la voix n'est pas intrusive pour la personne et n'exige aucun contact physique avec la lecture du système. Le logiciel de reconnaissance peut être centralisé et la voix transmise par le réseau, d'où un impact de réduction des coûts. Le dispositif nécessite un micro en source de capture. Les systèmes d'identification de la voix sont basés sur les caractéristiques de la parole sont constituées par une combinaison des facteurs comportementaux (vitesse, rythme, etc. . . ) et physiologiques (tonalité, âge, sexe, fréquence, accent, etc. . . ).

#### 1.4.6. Dynamique de la signature

Toute personne a son propre style d'écriture. A partir de la signature d'une personne, nous pouvons définir un modèle qui pourra être employé pour son identification. La signature étant utilisée dans beaucoup de pays comme élément juridique ou administratif, elle est utilisée pour justifier la bonne fois d'une personne ou pour la confondre devant des documents préalablement signés.

Il s'agit d'une analyse comportementale où différents éléments (mesure de la vitesse, ordre d'écriture, pression exercée, accélération, etc.) sont mesurés lors de la signature. La falsification est possible en passant par une phase d'apprentissage, la signature pouvant varier selon le stress de l'utilisateur.

#### 1.4.7. Dynamique de frappe au clavier

Un système basé sur la dynamique de frappe au clavier ne nécessite aucun équipement particulier, chaque ordinateur disposant d'un clavier. Il s'agit d'un dispositif logiciel qui calcule le temps où un doigt effectue une pression sur une touche et le temps où un doigt est dans les airs (entre les frappes). Cette mesure est captée environ mille fois par seconde.

La séquence de frappe est prédéterminée sous la forme d'un mot de passe. Initialement l'utilisateur doit composer son mot de passe à quelques reprises afin qu'il soit constitué un gabarit de référence. Ce dispositif biométrique est utilisé comme méthode de vérification pour le commerce électronique et comme mécanisme de contrôle d'accès à des bases de données.

#### 1.4.8. Visage

Le visage est la biométrie la plus commune et la plus populaire. Elle reste la plus acceptable puisqu'elle correspond à ce que les humains utilisent dans l'interaction visuelle. Les caractéristiques jugées significatives pour la reconnaissance du visage sont : les yeux, la bouche et le tour du visage. Les fréquences spatiales jouent des rôles différents : les composantes basses fréquences contribuent à la description globale et permettent de déterminer le sexe, par contre les composantes hautes fréquences sont plus importantes pour la tâche d'authentification ou d'identification. Cette technologie est employée dans des domaines très variés allant du contrôle d'accès physique ou logique à la surveillance ou l'accès aux distributeurs automatiques de billets.

## 1.5. Etude comparatif des systèmes biométriques

La comparaison entre les différentes biométries permet de choisir une technologie en fonction des contraintes liées à l'application. En effet, chaque caractéristique (ou modalité) biométrique a ses forces et ses faiblesses, et faire correspondre un système biométrique spécifique à une application dépend du mode opérationnel de l'application et des caractéristiques biométriques choisies. En a proposé une comparaison des avantages et inconvénients des principales technologies biométriques en se basant sur la facilité ou l'ergonomie d'utilisation, la vulnérabilité aux attaques et aux contournements et la fiabilité relative à la précision et à l'efficacité de la reconnaissance (voir tableau (1.4)).

La reconnaissance de visages est la technique la plus commune, populaire et acceptable par rapport aux autres méthodes, puisqu'elle correspond à ce que les humains utilisent dans l'interaction visuelle. La reconnaissance du visage s'avère plus avantageuse, d'une part c'est une méthode non intrusive, c'est-à-dire elle n'exige pas la coopération du sujet (en observant les individus à distance), et d'une autre part les capteurs utilisés sont peu coûteux (une simple caméra) contrairement à l'empreinte digitale et l'iris où le sujet devra être très proche du capteur et devra coopérer pour l'acquisition de l'image sans oublier le coût de l'équipement nécessaire pour l'acquisition (équipement spécial coûteux).

Malgré que certains disent que la reconnaissance de visages est une biométrie relativement peu sûre, sur le fait que le signal acquis est sujet à des variations beaucoup plus élevées que d'autres caractéristiques, comme la variation de l'éclairage, le changement de la position du visage, la présence ou l'absence de lunettes et autres; mais, au cours de ces dernières années plusieurs techniques de traitements d'images sont apparues, telle que la détection du visage, la normalisation de l'éclairage, etc. Sans oublier le développement considérable des technologies des caméras numériques, ce qui néglige l'effet de ces problèmes.



TABLE 1.4 – Avantages et inconvénients de quelques technologies (modalités) biométriques

Modalité	Avantages	Inconvénients
<b>Visage</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Bien accepté par les usagers</li> <li>- Ne demande aucune action de l'utilisateur, pas de contact physique</li> <li>- N'est pas très coûteuse</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Sensible à l'environnement (éclairage, position, expression du visage etc.)</li> <li>- Problème de différentiation entre les vrais jumeaux</li> <li>- Sensible aux changements (barbe, moustache, lunette, piercing, chirurgie...)</li> </ul>
<b>Empreinte digitale</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Plus connue et plus éprouvée</li> <li>- Son lecteur étant de petite taille, facile et se traite rapidement</li> <li>- Faible coût des lecteurs</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Indispensabilité de la coopération de l'individu</li> <li>- Stéréotype de l'empreinte comme étant à usage policier</li> <li>- Acceptance d'un moulage de doigt ou un doigt coupé</li> </ul>
<b>Géométrie de la main</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Très bien accepté par les individus à identifier ou vérifier</li> <li>- Pas d'effet en cas d'humidité ou d'impropreté des doigts</li> <li>- Simple à utiliser</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Encombrant pour les bureaux, dans une voiture ou un téléphone</li> <li>- Risque de fausse acceptation pour des jumeaux ou des membres d'une même famille</li> </ul>
<b>Iris</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Contient une grande quantité d'information</li> <li>- Pas de confusion pour les vrais jumeaux</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Méthode invasive et non conviviale</li> <li>- L'iris peut être facilement photographié</li> </ul>
<b>Rétine</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Fiabilité</li> <li>- Pérennité</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Coût, acceptabilité faible</li> <li>- Installation difficile</li> </ul>
<b>Voix</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- les lecteurs sont facilement protégés</li> <li>- Seule information utilisable via le téléphone</li> <li>- Impossibilité d'imitation de la voix</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Sensible à l'état physique et émotionnel de l'individu</li> <li>- Fraude possible par enregistrement</li> <li>- Sensible aux bruits ambiants</li> </ul>
<b>Signature</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Peut être conservée</li> <li>- implique la responsabilité de l'individu</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- L'acquisition nécessite une tablette graphique</li> <li>- Sensible aux émotions de l'individu</li> <li>- Non utilisable pour les contrôles d'accès</li> </ul>

## 2. Introduction à la reconnaissance de visage

La reconnaissance de visages est la technique la plus commune et populaire. Elle est une des techniques les plus couramment utilisés dans les applications d'authentification biométriques, de contrôle d'accès et la surveillance vidéo. Cela est dû à ses caractéristiques avantageuses. Un système de reconnaissance de visage ne nécessite aucune coopération de l'individu comme mettre vos doigts ou les mains sur un périphérique spécifique ou parlant dans un microphone. Par conséquent, l'individu doit rester ou marcher en face d'une caméra afin d'être reconnu par le système.

Pour le cerveau humain, identifier une personne à partir de son visage est une tâche aisée, simple et rapide. Pour les humains, le processus de la reconnaissance de visages est une tâche visuelle de haut niveau. Bien que les êtres humains puissent détecter et identifier des visages dans une scène sans beaucoup de peine. Construire un système automatique qui accomplit de telles tâches représente un sérieux défi. Ce défi est d'autant plus grand lorsque les conditions d'acquisition des images sont très variables. En est-il de même pour une machine ? Ceci définit la problématique de la reconnaissance automatique de visages, qui a engendré un grand nombre de travaux de recherche au cours des dernières années. Tout processus de reconnaissance de visages doit prendre en considération plusieurs facteurs qui contribuent à la complexité de sa tâche, car le visage est une entité dynamique qui change constamment sous l'influence de plusieurs facteurs.

### 2.1. Système générale de Reconnaissance de Visage

Le schéma de la figure (1.3) illustre les étapes à suivre pour réaliser un système de reconnaissance de visage. La reconnaissance automatique de visage s'effectué en trois étapes principales :

1. Détection de visage et prétraitement.
2. Extraction des caractéristiques du visage.
3. Reconnaissance de visage (identification et/ou vérification).

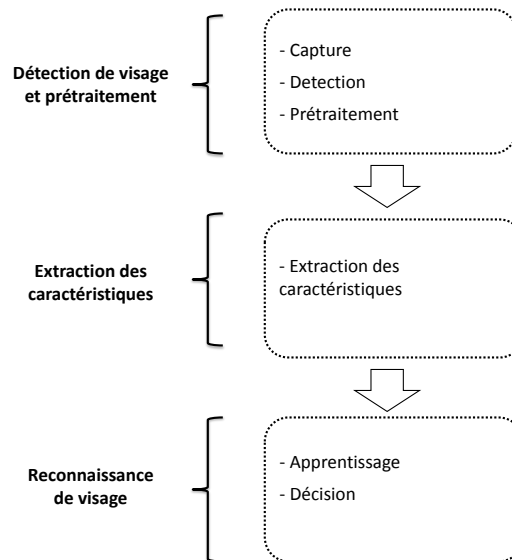


FIGURE 1.3 – Schéma général de reconnaissance de visages

Certaines techniques de traitements d'images peuvent être communes à plusieurs étapes. Par exemple, l'extraction des caractéristiques faciales (yeux, nez, bouche) est utilisée aussi bien pour la détection que pour l'identification de visages. Par ailleurs, les étapes de détection de visage et d'extraction de caractéristiques peuvent être exécutées simultanément. Cela dépend notamment de la nature de l'application, de la taille de la base d'apprentissage, et des conditions de prise de vue (bruit, occultation, etc.). Enfin, les techniques de traitement utilisées dans chaque étape sont très critiques pour les applications biométriques, et doivent, par conséquent, être optimisées pour améliorer les performances du système global.

### 2.1.1. Etape(1) : Détection et prétraitement de visage

- Capture** : est la première étape dans le processus. Il faut réussir à capter l'information pertinente sans bruit. Dans la reconnaissance de visage on peut utiliser les capteurs 3D par exemple pour s'affranchir des problèmes de pose. Mais leur prix excessif ne permet pas une utilisation à grande échelle. Les capteurs en proche infrarouge sont utilisés pour éliminer les problèmes de l'illumination. Le codage consiste en l'acquisition d'image et sa digitalisation, ce qui donne lieu à une représentation bidimensionnelle au visage. L'image dans cette étape est dans un état brut ce qui engendre un risque de bruit qui peut dégrader les performances du système et donne lieu à une représentation 2D (la matrice des niveaux de gris) pour un objet 3D (le visage).[9]

- Détection** : La détection de visage peut se faire par détection de la couleur de la peau, la forme

de la tête ou par des méthodes détectant les différentes caractéristiques du visage. Cette étape est autant plus délicate quand l'image acquise contient plusieurs objets de visage ou un fond non uniforme qui crée une texture perturbant la bonne segmentation du visage. Cette étape est dépendante de la qualité des images acquises. Dans la littérature scientifique, le problème de localisation de visages est aussi désigné par la terminologie "détection de visages". Les performances globales de tout système automatique de reconnaissance dépendent amplement des performances de la détection de visages. Dans l'étape de détection, on identifie et on localise le visage dans l'image acquise au départ, indépendamment de la position, de l'échelle, de l'orientation et de l'éclairage. C'est un problème de classification où on assigne l'image à la classe visage ou à la classe non visage. On peut diviser les approches de détection en quatre catégories : les méthodes basées sur la connaissance où on code la connaissance humaine du visage, les méthodes de correspondance de masques, les méthodes à caractéristiques invariables où on utilise la couleur, les textures et les contours et finalement les méthodes les plus répandues et qui sont celles basées sur l'apprentissage ou les statistiques comme PCA, SVM, Graph Matching. . . [12,13,14,15]. Plusieurs travaux de recherches ont été effectués dans ce domaine. Ils ont donné lieu au développement d'une multitude de techniques allant de la simple détection du visage, à la localisation précise des régions caractéristiques du visage, tels que les yeux, le nez, les narines, les sourcils, la bouche, les lèvres, les oreilles, etc. Cependant, les solutions proposées jusqu'à maintenant sont loin d'être satisfaisantes car elles fonctionnent uniquement dans des environnements contrôlés, et par conséquent elles ne gèrent pas la variabilité des conditions d'acquisition de la vie quotidienne, notamment : La pose, la présence ou absence des composantes structurales (la barbe, la moustache et les lunettes), les occultations et les conditions d'illumination.

- **Prétraitement** : Dans le monde physique, il y a trois paramètres à considérer : l'éclairage, la variation de posture et l'échelle. La variation de l'un de ces trois paramètres peut conduire à une distance entre deux images du même individu, supérieure à celle séparant deux images de deux individus différents. Le rôle de cette étape est d'éliminer les parasites causés par la qualité des dispositifs optiques ou électroniques lors de l'acquisition de l'image en entrée, dans le but de ne conserver que les informations essentielles et donc préparer l'image à l'étape suivante. Elle est indispensable car on ne peut jamais avoir une image sans bruit à cause du fond (background) et de la lumière qui est généralement inconnue. Il existe plusieurs types de traitement et d'amélioration de la qualité de l'image, telle que : la normalisation, l'égalisation d'histogramme, le filtrage, la correction gamma ou par des méthodes plus complexes tel que le lissage anisotropique ou la méthode retinex.

### 2.1.2. Etape(2) : Extraction des caractéristiques

Dans l'étape Analyse (appelée aussi indexation, représentation, modélisation ou extraction de caractéristiques), il faut extraire de l'image les informations qui seront sauvegardées en mémoire pour être utilisées plus tard dans la phase Décision. Le choix de ces informations utiles revient à établir un modèle pour le visage, elles doivent être discriminantes et non redondantes. Cette étape représente le cœur du système de reconnaissance, on extrait de l'image les informations qui seront sauvegardées en mémoire pour être utilisées plus tard dans la phase de décision. Le choix de ces informations utiles revient à établir un modèle pour le visage, elles doivent être discriminantes et non redondantes. L'analyse est appelée indexation, représentation, modélisation ou extraction de caractéristiques. L'efficacité de cette étape a une influence directe sur la performance du système de reconnaissance de visage.

### 2.1.3. Etape(3) : Reconnaissance de visage

- **Apprentissage** : consiste à mémoriser les modèles calculés dans la phase analyse pour les individus connus. Un modèle est une représentation compacte des images qui permet de faciliter la phase de reconnaissance mais aussi de diminuer la quantité de données à stocker en quelque sorte l'apprentissage est la mémoire du système.

- **Décision** : Pour estimer la différence entre deux images, il faut introduire une mesure de similarité. La décision est la partie du système où on tranche sur l'appartenance d'un individu à l'ensemble des visages ou pas, et si oui quelle est son identité. Donc la décision c'est l'aboutissement du processus. On peut le valoriser par le taux de reconnaissance (fiabilité) qui est déterminé par le taux de justesse de la décision.

## 2.2. Reconnaissance de Visage 2D

Le module de reconnaissance exploite les caractéristiques du visage ainsi extraites pour créer une signature numérique qu'il stocke dans une base de données. Ainsi, à chaque visage de la base est associée une signature unique qui caractérise la personne correspondante. La reconnaissance d'un visage requête est obtenue par l'extraction de la signature requête correspondante et sa mise en correspondance avec la signature la plus proche dans la base de données.

Plusieurs méthodes de reconnaissance de visages ont été proposées ces dernières années, suivant deux grands axes : la reconnaissance à partir d'images fixes et la reconnaissance à partir de séquence d'images

(vidéo). Avant de détailler les différentes techniques liées à la reconnaissance de visage 2D, nous allons d'abord présenter un aperçu des études faites par les chercheurs en reconnaissance faciale. En effet, la connaissance des résultats de ces études est importante car elle permet le développement de nouvelles approches. Dans cette partie, nous décrivons brièvement quelques techniques parmi les plus importantes ou les plus populaires utilisées en reconnaissance de visages. Les travaux portant sur ce domaine, sous différentes conditions d'éclairage, d'expressions faciales et d'orientations. Les approches existantes peuvent être grossièrement divisées en trois groupes : les approches locales, les approches globales ainsi que les approches hybrides. La figure (1.4) présente les différentes méthodes de reconnaissance de visage classées par les trois approches précédentes.

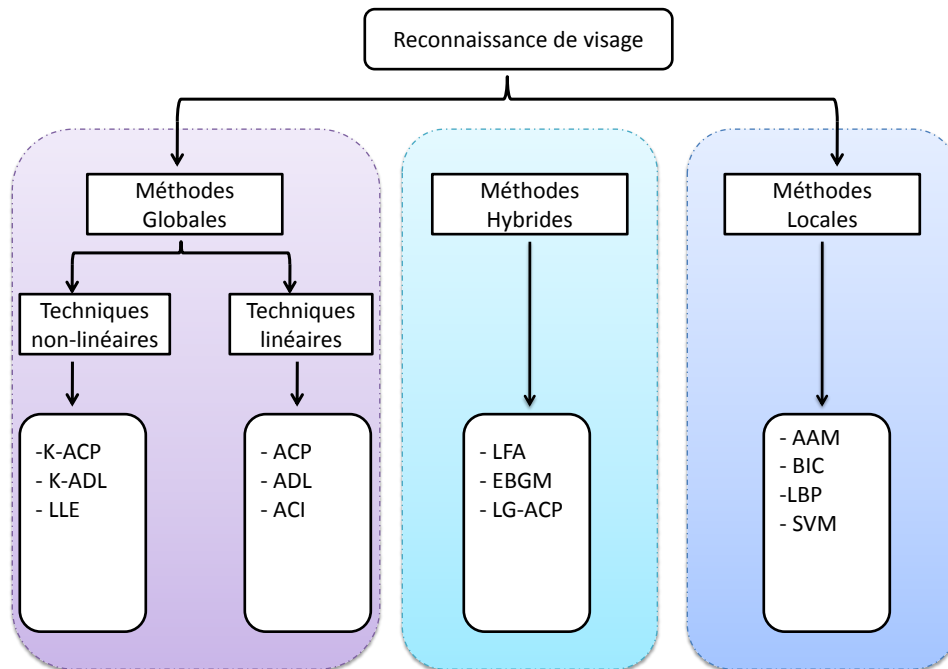


FIGURE 1.4 – Classification des algorithmes principaux utilisés en reconnaissance faciale 2D

### 2.2.1. Méthodes Globales

Le principe de ces approches est d'utiliser toute la surface du visage comme source d'information sans tenir compte des caractéristiques locales comme les yeux, la bouche,...etc. Les méthodes globales basées sur des techniques d'analyse statistique bien connues. Dans ces méthodes, les images de visage (qui peuvent être vues comme des matrices de valeurs de pixels) sont utilisées comme entrée à l'algorithme de reconnaissance et sont généralement transformées en vecteurs, plus faciles à manipuler [11]. Les algorithmes globaux s'appuient sur des propriétés statistiques bien connues et utilisent l'algèbre linéaire. Ils sont relativement rapides à mettre en oeuvre, mais sont sensibles aux variations d'illumination, de pose

et d'expression faciale. Parmi les approches les plus importantes réunies au sein de cette classe on trouve :

- **L'Analyse en Composante principale (ACP)** L'algorithme ACP appliqué au visage est né des travaux de MA. Türk et AP. Pentland au MIT Media Lab, en 1991 [12]. Il est aussi connu sous le nom de «Eigenfaces» car il utilise des vecteurs propres et des valeurs propres. Sa simplicité à mettre en suivre contraste avec une forte sensibilité aux changements d'éclairément, de pose et d'expression faciale.

- **L'Analyse Discriminante Linéaire (ADL)** Appliqué aux images en 1997 par *Belhumer et al* Yale de "Yale University" aux USA, aussi connu sous le nom de Fisherfaces [13]. Contrairement à l'ACP, il permet d'effectuer une véritable séparation de classes.

- **Les Réseaux de Neurones (RN)** Les réseaux de neurones sont des modèles de calcul qui date des années 40. C'est une technique inspirée des réseaux de neurones biologiques pour exécuter des tâches calculatoires. Elle a la particularité de s'adapter, d'apprendre, de généraliser pour classer les données en entrée [14].

- **Machine à vecteurs de support (SVM)** Le principe de cette méthode est de trouver le meilleur hyperplan séparant aux mieux les points dans un espace de grande dimension et qui minimise le taux d'erreur total de classification [15].

### 2.2.2. Méthodes Locales

On les appelle aussi les méthodes à traits, géométriques, à caractéristiques locales, ou analytiques. Ce type consiste à appliquer des transformations en des endroits spécifiques de l'image, le plus souvent autour des points caractéristiques (coins des yeux, de la bouche, le nez, ...), l'énergie sera accordée aux petits détails locaux évitant le bruit engendré par les cheveux, les lunettes, les chapeaux, la barbe, etc. Mais leur difficulté se présente lorsqu'il s'agit de prendre en considération plusieurs vues du visage ainsi que le manque de précision dans la phase "extraction" des points constituent leur inconvénient majeur. Précisément, ces méthodes extraient les caractéristiques locales de visage comme les yeux, le nez et la bouche, puis utilisent leur géométrie et/ou l'apparence comme donnée d'entrée du classificateur. On peut distinguer deux pratiques différentes :- La première repose sur l'extraction de régions entières du visage, elle est souvent implémentée avec une approche globale de reconnaissance de visage. - La deuxième pratique extrait des points particuliers des différentes régions caractéristiques du visage, tels

que les coins des yeux, de la bouche et du nez.

Ces méthodes sont plus difficiles à mettre en place mais sont plus robustes aux problèmes posés par les variations d'éclairage, de pose et d'expression faciale. Parmi ces approches on peut citer :

- **Elastic Bunch Graph Matching (EBGM)** L'algorithme EBGM est né des travaux de Wiskott et al ,1997 [16]. À partir d'une image de visage, on localise des points caractéristiques (coins des yeux, de la bouche, nez,...etc.). Cette localisation peut se faire manuellement ou automatiquement à l'aide d'un algorithme.

- **EigenFace Modulaire (EM)** Cette méthode possède le même principe que les EigenFaces, mais appliquée à des parties précises du visage comme les yeux. Mais elle rencontre le problème de non précision lors de la localisation des points caractéristiques du visage avant l'application de la méthode [17].

- **Méthode de Markov Caché (MMC)** Les HMMs (Hidden Markov Models) sont appliqués à la reconnaissance du visage en considérant l'information du visage comme étant une séquence variable dans le temps [18].

L'avantage des méthodes locales, est qu'elles prennent en compte la particularité du visage en tant que forme naturelle à reconnaître et un nombre réduit de paramètres en exploitant les résultats de la recherche en neuropsychologie et psychologie cognitive sur le système visuel humain. La difficulté éprouvée c'est quand il s'agit de prendre en considération plusieurs vues du visage ainsi que le manque de précision dans la phase «extraction» des points qui constitue leur inconvénient majeur.

### 2.2.3. Méthodes Hybrides

Comme on a vu précédemment plusieurs approches ont été proposées pour la reconnaissance de visages, sauf qu'aucune d'elle n'est capable de s'adapter aux changements d'environnements tels que la pose, expression du visage, éclairage, etc. La robustesse d'un système de reconnaissance peut être augmentée par la fusion de plusieurs méthodes. Il est par ailleurs possible d'utiliser une combinaison de classificateurs basés sur des techniques variées dans le but d'unir les forces de chacun et ainsi pallier à leurs faiblesses. Les techniques hybrides combinent les deux méthodes précédentes pour une meilleure caractérisation des images de visages [19, 20, 21, 22].



Plusieurs techniques peuvent parfois s'appliquer afin de résoudre un problème de reconnaissance des formes. Chacune d'entre elles possède évidemment ses points forts et ses points faibles qui, dans la majorité des cas, dépendent des situations (pose, éclairage, expressions faciales, etc.). Il est par ailleurs possible d'utiliser une combinaison de classificateurs basés sur des techniques variées dans le but d'unir les forces de chacun et ainsi pallier à leurs faiblesses.

#### 2.2.4. Limitation de reconnaissance de visage 2D

Dans toutes les approches présentées jusqu'ici, les images de visages sont acquises à l'aide de caméra, qui fournit des images bidimensionnelles qui les caractérisent. Cette réduction de la dimension de l'information 3D du visage fait ressortir quelques problèmes qui se posent lorsque les images 2D ne sont pas parfaitement frontales où lorsque les conditions environnementales d'acquisition ne sont pas contrôlées par cette projection. Plusieurs méthodes ont été proposées pour minimiser la sensibilité des méthodes de reconnaissance des visages 2D aux différentes variations des visages comme les changements d'expression [23], d'éclairage [24] ou de poses [25, 19]. Cependant, l'invariance à ces changements reste toujours un problème non résolu. En effet, la perte considérable d'information 3D du visage constitue une limitation majeure des méthodes de reconnaissance 2D. Il existe deux types de variations associées aux images de visages : inter et intra sujet. La variation inter-sujet est limitée à cause de la ressemblance physique entre les individus. Par contre la variation intra-sujet est plus vaste. Elle peut être attribuée à plusieurs facteurs que nous analysons ci-après :

- **Influence des conditions d'éclairage** L'apparence d'un visage dans une image varie énormément en fonction de l'illumination de la scène lors de la prise de vue (figure (1.5)). Les variations d'éclairage rendent la tâche de reconnaissance de visage très difficile. En effet, le changement d'apparence d'un visage dû à l'illumination, se révèle parfois plus critique que la différence physique entre les individus, et peut entraîner une mauvaise classification des images d'entrée. Ceci a été expérimentalement observé par Adini et al dans [26] où les auteurs ont utilisé une base de données de 25 individus. L'identification de visage dans un environnement non contrôlé reste donc un domaine de recherche ouvert. Les évaluations FRVT [27] ont révélé également que le problème de variation d'illumination constitue un défi majeur pour la reconnaissance faciale.



FIGURE 1.5 – Quelques images prises dans différentes conditions d’illuminations

- Variation de pose** Le taux de reconnaissance de visage baisse considérablement quand des variations de pose sont présentes dans les images. Cette difficulté a été démontrée par des tests d’évaluation élaborés sur les bases FERET et FRVT [27, 28]. La variation de pose est considérée comme un problème majeur pour les systèmes de reconnaissance faciale 2D. Quand le visage est de profil dans le plan image (*orientation*  $< 30^\circ$ ), il peut être normalisé en détectant au moins deux traits faciaux (passant par les yeux). Cependant, lorsque la rotation est supérieure à  $30^\circ$ , la normalisation géométrique n’est plus possible.

- Présence ou absence de nouveaux composants** La présence des composants structurels telle que la barbe, la moustache, ou bien les lunettes peut modifier énormément les caractéristiques faciales telles que la forme, la couleur, ou la taille du visage. De plus, ces composants peuvent cacher les caractéristiques faciales de base causant ainsi une défaillance du système de reconnaissance faciale. Par exemple, des lunettes opaques ne permettent pas de bien acquérir la bonne forme et aussi la couleur des yeux, et une moustache ou une barbe modifie la forme du visage.

- Occultations partielles** Le visage peut être partiellement masqué par des objets dans la scène, ou par le port d’accessoires tels que lunettes, écharpe, cagoule ... Dans le contexte de la biométrie, les systèmes proposés doivent être non intrusifs c’est-à-dire qu’on ne doit pas compter sur une coopération active du sujet. Par conséquent, il est important de savoir reconnaître des visages partiellement occultés. Gross et al [29] ont étudié l’impact du port de lunettes de soleil, et du cache-nez occultant la partie inférieure du visage sur la reconnaissance faciale. Ils ont utilisé la base de données AR [30]. Leurs résultats expérimentaux semblent indiquer que, dans ces conditions, les performances des algorithmes de reconnaissance restent faibles.

- Expressions faciales** Un autre facteur qui affecte l’apparence du visage est l’expression faciale (figure (1.6)). La déformation du visage qui est due aux expressions faciales est localisée principalement

sur la partie inférieure du visage. En se basant sur les études en psychologie entreprises par Ekman [31], les expressions sont classées sous six catégories : la joie, la tristesse, la peur, le dégoût, la colère et la surprise.



FIGURE 1.6 – Quelques images 2D avec différentes expressions faciales

### 2.2.5. Bases de données des visages 2D

Plusieurs bases de données contenant des informations qui permettent l'évaluation des systèmes de reconnaissance de visages sont disponibles sur le marché. Toutefois, ces bases de données sont généralement adaptées aux besoins de quelques algorithmes spécifiques de reconnaissance, chacune d'elle a été construite avec des conditions d'acquisition d'images de divers visages (changements d'illumination, de pose, d'expressions faciales) ainsi que le nombre de sessions pour chaque individu. Les bases les plus anciennes (ORL et YALE) ont été les plus utilisées et permettent de comparer plus facilement de nouvelles méthodes à celles de l'état de l'art. D'autres bases de visages sont disponibles telles que les bases : Color FERET, FRGC, CVL, AR, IV2, UMIST, BANCA, PF01, Yale et PIE [32]. Ces trois dernières bases par exemple (PF01, Yale et PIE) disposent d'un nombre important de poses différentes mais renferment seulement quelques dizaines de personnes acquises lors d'une seule session. Nous détaillons principalement ces bases d'images ci-dessous.

- **La base XM2VTS**

La base XM2VTS [33] (The Extended M2VTS Database) est une base de données multimodale qui renferme des images faciales 2D et 3D, ainsi que des séquences vidéo avec des enregistrements de la voix. La base de données a été acquise dans le cadre du projet M2VTS (Multi Modal Verification for Teleservices and Security applications) à l'Université de Surrey (Royaume-Uni). La base de données

contient 295 personnes enregistrées en 4 sessions durant une période de 4 mois.



FIGURE 1.7 – Exemples d’images de La base XM2VTS

La base de données de visage 2D contient des prises de vue faciales et de profil. Deux prises de vue faciales ont été enregistrées, à chaque session, ce qui fait un total de 8 images pour chaque personne. La figure (1.7) illustre un exemple d’images d’une personne. Les images en colonnes représentent les sessions auxquelles elles appartiennent.

- **La base FERET**

La base de données FERET a été collectée dans le cadre du programme Facial Recognition Technology [27, 34] mené par le National Institute of Standards and Technology (NIST) Américain. Il s’agit de la plus grande base disponible pour les chercheurs qui a été acquise avec des poses différentes et durant 15 sessions entre 1993 et 1996.



FIGURE 1.8 – Exemples d’images de La base Color FERET

Les images, initialement collectées depuis un appareil photographique de 35mm ont ensuite été digi-

talisées. Une première version de cette base de données a été réalisée en 2001 et contient 14051 images faciales en niveaux de gris avec une résolution de  $256 \times 384$  pixels. La version la plus récente, réalisée en 2003, renferme des images numériques couleurs de plus grande qualité avec une résolution de  $512 \times 768$  pixels et une compression sans perte de données à la différence des premières images en niveaux de gris. En plus, de multiples erreurs de noms d'images, d'identifiants, et dates de capture, qui figurent sur la première base à niveau de gris ont été corrigées. Cette dernière base contient 11338 images représentant 994 personnes différentes. Pour chaque individu, on dispose d'une vue faciale régulière *fa* et une vue faciale alternative *fb* prise un peu après *fa*. D'autres poses ont été acquises pour la majorité de ces individus allant du profil gauche au profil droit avec des rotations de  $15^\circ$ ,  $22^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $67^\circ$  et  $90^\circ$  en profondeur de la tête. Pour quelques personnes de la base, on dispose d'autres vues duplicate collectées dans des conditions similaires à *fa* et *fb* mais dans des sessions ultérieures. Aucune contrainte n'est imposée sur la date de la prise de vue de l'image duplicate I. par contre, la vue duplicate II a été collectée au moins 540 jours après la première prise de vue. La figure (1.8) présente quelques images de la base de données *FERET*.

- **La base AR**

La base AR [30] a été constituée en 1998 au sein du laboratoire Computer Vision Center (CVC) à Barcelone, en Espagne. 116 personnes (63 hommes et 53 femmes) sont enregistrées. Les images sont en couleur de taille  $768 \times 576$  pixels.



FIGURE 1.9 – Ensembles des vues collectées pour un individu de la base AR

13 vues de chaque sujet ont été collectées. Pour la majorité de ces personnes, 13 autres vues ont été acquises lors d'une deuxième session à deux semaines d'intervalle. Un extrait des images collectées lors

de la première session est donné dans la figure (1.9). Ces vues renferment des changements d'expression faciale, d'éclairage, ainsi que des occultations partielles des yeux (lunettes de soleil) et de la partie basse du visage (cache-col). Lors de la seconde session, les 13 vues sont collectées dans les mêmes conditions que pour la première.

- **La base CVL**

Cette base de données de visage a été créée au Computer Vision Laboratory (CVL) à l'université de Ljubljana (Slovénie) [35]. 114 personnes y sont enregistrées. Les images sont en couleur de taille  $640 \times 480$  pixels. 7 vues de chaque sujet ont été collectées. Ces vues renferment différentes poses et expressions prises dans des conditions de luminosité uniformes. Parmi ces images, trois seulement sont de face. La figure (1.10) illustre un exemple d'images de face de la base CVL.



FIGURE 1.10 – Exemples des images extraites de la base CVL

- **La Base de données ORL**

Conçu par *ATandT* laboratoires de l'université de Cambridge en Angleterre, la base de donnée ORL (Olivetti Research Laboratory) est une base de donnée de référence pour les systèmes de reconnaissances automatique des visages. En effet tous les systèmes de reconnaissances de visages trouvés dans la littérature ont été testés par rapport à l'ORL, cette popularité est due au nombre de contraintes imposées par cette base car la plus part des changements possibles et prévisibles du visage ont été pris en compte, comme par exemple : le changement de coiffure, la barbe, les lunettes, les changements dans les expressions faciales, etc. Ainsi que les conditions d'acquisition telles que : le changement d'illumination et le changement d'échelle dû à la distance entre le dispositif d'acquisition et l'individu. La base de données ORL est constituée de 40 individus, chaque individu possède 10 poses, donc la base contient 400 images.



FIGURE 1.11 – Quelques images de la base ORL

Les poses ont été prises sur des intervalles de temps différents pouvant aller jusqu'à trois mois. L'extraction des visages à partir des images a été faite manuellement. Nous présenterons dans ce qui suit les figures montrant les spécificités de la base de données de référence ORL. La figure (1.11) présente quelques images de la base de données *ORL*.

- **La Base Labeled Faces in the Wild (LFW)**

Très récemment, une nouvelle base de visages intéressante nommée Labeled Faces in the Wild 6 a été présentée. Cette base de données qui contient 13233 images de 5749 personnes est considérée naturelle car les images ont été collectées directement sur le site d'information Yahoo! News en utilisant un détecteur automatique de visage. Cette base est plus difficile pour les chercheurs car aucune contrainte sur les paramètres de prise de vue n'a été imposée (la base contient donc des variations importantes de pose, d'âge, d'expression, des images de mauvaise qualité, etc.). Dans le protocole d'évaluation associé à cette base, la question de la reconnaissance de visages devient une tâche de comparaison de l'identité de deux images dans une paire : étant donnée une paire d'images faciales, il s'agit de déterminer si elles sont issues de la même personne ou pas. Grâce aux étiquettes associées aux images originales, une paire d'images de la base LFW est soit classée dans la catégorie Same, si les deux images proviennent d'une même personne, soit classée dans la catégorie Diff, si les deux images proviennent de deux personnes différentes. La figure (1.12) montre quelques exemples de paires d'images de cette base. Cette base est disponible sous trois versions : "original" qui contient les images détectées sans alignement, "funneled" qui contient les images alignées automatiquement par l'algorithme de *Huang et al.* [36], "aligned" qui

contient les images alignées automatiquement par l'algorithme de *Wolf et al.* [37].



FIGURE 1.12 – Paires de la base LFW alignées

### 2.3. Reconnaissance de Visage 3D

Malgré les avancées réalisées ces dernières années, les techniques de reconnaissance 2D de visages robustes aux différents facteurs de variabilité (éclairage, pose, occultation) sont loin d'être développées. La reconnaissance 3D de visages constitue une alternative prometteuse pour surmonter ces problèmes, surtout depuis l'apparition de dispositifs d'acquisition 3D performant. L'avantage principal des approches basées sur le modèle 3D réside dans le fait que le modèle 3D conserve toutes les informations sur la géométrie de visage, ce qui permet d'avoir une représentation réelle de ce dernier. Par ailleurs, la méthode la plus simple pour représenter un visage 3D est le maillage polygonal 3D, ce dernier correspond à une liste de points connectés par des arêtes (polygones). Il existe plusieurs techniques pour construire un maillage 3D, les plus utilisées combinent des images 2.5D ou bien exploitent des systèmes d'acquisition 3D tel que le scanner 3D. Différents systèmes d'acquisition sont utilisés pour la reconstruction 3D de visages. De nombreux travaux de recherche visent le développement des méthodes d'acquisition 3D. Ici, on restreint notre état de l'art aux méthodes dites optiques qui semblent être les plus adaptées à être utilisées dans notre contexte d'application qui est la numérisation 3D de visages. Cette catégorie d'approches comporte elle-même deux sous catégories qui sont : les méthodes passives et les méthodes actives. En pratique des efforts significatifs ont été faits, au sein de la communauté de vision par ordinateur, pour développer des techniques alternatives moins coûteuses à base de capteurs passifs, La plupart des bases de données des visages 3D sont acquises au moyen des capteurs actifs. La vision active consiste à combiner un capteur photographique avec une source lumineuse, afin de mesurer les coordonnées tridimensionnelles des points sur la surface d'un objet.



Il existe plusieurs familles de caméras 3D permettant la numérisation 3D. L'équipe MIIRE dispose de deux grandes familles des scanners 3D [38] :

- **Le scanner 3D laser** : est un appareil actif qui analyse les objets qui utilise la lumière laser pour sonder son environnement et pour recueillir des informations précises sur la forme et éventuellement sur l'apparence comme la couleur et la texture. Il pointe sur le sujet avec un faisceau laser créant une courbe lumineuse sur l'objet et utilise un appareil photo ou une caméra pour situer la courbe. En fonction de la distance jusqu'à une surface, la courbe prend des formes différentes en raison du positionnement décalé du laser et de la caméra. Ainsi, le laser balaie l'objet pour accélérer le processus d'acquisition réalisé par la caméra. Ensuite un logiciel vient déduire la forme de l'objet en fonction de l'ensemble des courbes dont il dispose.

- **Le scanner 3D à lumière structurée ou à frange** : est un scan actif qui utilise la lumière blanche (projecteur type rétro-projecteur) pour sonder son environnement. Il pointe sur le sujet un ou une série de motifs lumineux (traits, carrés, ronds,...) avec le projecteur créant des images déformées sur l'objet et utilise un appareil photo ou une caméra décalée pour situer les motifs. En fonction de la distance jusqu'à la surface, les motifs prennent des formes différentes (déformations) en raison du positionnement décalé du laser et de la caméra. Ensuite un logiciel vient en déduire la forme de l'objet en fonction de l'ensemble des sur faces déformées dont il dispose.

### 2.3.1. Méthodes de Reconnaissance de Visage 3D

La reconnaissance de visage 2D atteint un certain niveau de maturité dans des environnements contrôlés. Toutefois, lorsqu'il s'agit d'un contexte non contrôlé où des variations (environnementales ou de visage) sont susceptibles de ce produire, cette tâche reste encore à effectuer. La reconnaissance 3D du visage permet de donner une solution aux problèmes rencontrés par les approches 2D classique. Ces techniques sont basées sur le modèle 3D du visage où la forme est totalement conservée, à la différence de la reconnaissance 2D où une partie d'information considérable est engendrée par la projection. L'avantage principal des approches basées sur le modèle 3D réside dans le fait que le modèle 3D conserve toutes les informations sur la géométrie de visage, ce qui permet d'avoir une représentation réelle de ce dernier. Désormais, avec l'avènement de la 3D et le développement de caméras 3D, on dispose de données plus complètes et invariantes par rapport à la pose et à l'illumination. Actuellement les travaux de recherche se penchent sur l'analyse des images 3D de visages afin de proposer des approches de reconnaissance faciale 3D plus performantes et invariantes aux variations dues à la pose et à l'illumination. Les ap-

proches existantes qui s'adressent au problème de la reconnaissance du visage 3D peuvent être classées selon quatre catégories d'approches : Approches basées sur le modèle, Approches holistiques, Approches géométriques ou locales 3D et Approches basées segmentation du visage.

- **Approches basées sur le modèle 3D**

Le principe de ces méthodes consiste à utiliser un modèle 3D paramétrique qui représente les différentes variations du visage. Le modèle le plus utilisé est le modèle déformable 3D (3D Morphable Model, 3DMM) [39]. Il s'agit d'un modèle paramétrique basé sur une représentation du visage humain dans un espace vectoriel obtenu à partir d'un ensemble de numérisations 3D. Le modèle déformable 3D peut être utilisé de différentes manières pour la reconnaissance de visage. Dans [40], Blanz et al. proposent un algorithme d'optimisation qui estime les paramètres de forme et d'apparence du 3DMM donnant un rendu proche de cette image. Ces paramètres sont utilisés pour représenter un visage donné. L'identification d'un visage est obtenue en calculant la distance entre les paramètres estimés pour ce visage et l'ensemble des paramètres enregistrés dans la base des visages connus. Dans [41], Wang et al. utilisent l'ensemble des images générées afin de calculer la distance minimale entre l'image de test et le différents ensembles d'images pour chaque personne. Une autre méthode consiste à utiliser le 3DMM pour obtenir une vue frontale à partir d'une image 2D acquise sous différents angles de vue. L'approche basée sur le 3DMM a été utilisée dans l'évaluation FRVT et sa performance a été démontrée dans le cas de la reconnaissance de visage sous différentes variations de poses [28]. Dans [42] une version différente de 3DMM appelée Basel Face Model (BFM) a été proposée. Les auteurs ont démontré l'invariance de ce nouveau modèle aux différents types de changements de pose et d'illumination. Le BFM est disponible publiquement et une plateforme a été mise en place permettant l'évaluation de différentes méthodes sur le même données.

Les bons résultats des approches présentées ici s'expliquent par le fait qu'un modèle 3D est plus complet et plus puissant qu'une image 2D pour prendre en compte les conditions d'éclairage et de pose. Cependant, le temps de traitement des méthodes basées sur le 3DMM est très élevé et une haute qualité d'image est nécessaire afin de pouvoir déformer le modèle. La construction d'un modèle 3D déformable est complexe. Un autre inconvénient de ces méthodes est que les visages reconstruits sont susceptibles d'être plus proches du modèle moyen que leur propre modèle si la base utilisée pour la reconstruction du modèle est petite ou contient peu de variations (pose, expression...).

- **Approches holistiques ou de réduction de dimensionnalité**

Comme dans la reconnaissance 2D, les méthodes statistiques de réduction d'espace ont également été appliquées sur les données 3D. Ainsi, Heshner et al. [43] ont appliqué l'ACP sur une base de données contenant 222 images de profondeur (37 personnes), avec six expressions faciales différentes. Ils ont obtenu un taux de reconnaissance de 83%. Heseltine et al. [44, 45] ont développé deux approches qui appliquent l'ACP sur des représentations tridimensionnelles du visage. La première méthode [45] utilise l'approche basée ACP « eigensurface » sur des modèles 3D maillés de visage de la base de données de l'Université de York (The 3D Face Database, 2003). Elle arrive à un taux de reconnaissance de 87%. La deuxième approche est une extension de la méthode Ficherface 2D de Belhumeur [13] aux données surfaciques de visage 3D. Les tests ont été effectués sur une base de données contenant 1770 modèles 3D maillés de 280 sujets ayant différentes poses et expressions faciales. Le taux de reconnaissance obtenu est de 88%. Les techniques basées ACP ont également été combinées avec d'autres méthodes de classification, comme le modèle caché de Markov (EHMM) puis appliquées à la reconnaissance 3D de visages [46]. Enfin, d'autres approches basées sur l'Analyse Discriminante Linéaire [47] ou l'Analyse des Composantes Indépendantes [48] ont aussi été développées pour l'analyse des données 3D de visages.

Les méthodes de réduction de dimensionnalité (comme l'ACP) appliquées aux données 3D, montrent des résultats moins convaincants que leur application aux images 2D, elles sont souvent utilisées en tant que méthodes de référence lors des études comparatives.

- **Approches géométriques ou locales 3D**

L'introduction de la géométrie 3D du visage dans la reconnaissance de personnes est considérée comme une voie très prometteuse pour améliorer sa performance. Cependant, l'un des défis ouverts est celui de la robustesse de ces approches 3D aux expressions faciales. Un exemple de ces approches est présenté par Bronstein et al. [49] qui propose une nouvelle représentation basée sur la nature isométrique de la surface faciale. Sous cette hypothèse, les auteurs construisent une représentation invariante à l'expression appelé formes canonique et utiliser la distance géodésique comme métrique des surfaces faciales pour les comparer. Pour conserver la consistance des géodésiques en cas de bouche ouverte, les mêmes auteurs ont amélioré la solution dans [50], en détectant et en supprimant les lèvres, à la fois pour l'expression neutre et non-neutres. Les approches géométriques ou locales 3D sont subdivisées en deux catégories principales : les approches basées sur les courbes faciales 3D qui utilisent la géométrie des

courbes et les approches basées sur les caractéristiques faciales.

### **Approches basées sur les courbes faciales 3D**

Dans cette catégorie, nous nous sommes intéressés aux méthodes d'extraction des courbes faciales 3D. Ces courbes peuvent être explicitement analysées et comparées. Plusieurs représentations de courbes ont été utilisées dans la littérature. Samir et al. [51] ont utilisé les courbes planes de niveaux. Les auteurs ont utilisé l'analyse de forme des courbes planes afin d'analyser les déformations du visage. En revanche, aucune étude n'a été faite pour la sélection des courbes pertinentes. Dans [52] les mêmes auteurs ont utilisé la distance géodésique pour extraire les courbes de niveaux 3D. Selon l'étude de Bronstein et al. [53], les changements de la distance géodésique dus aux expressions faciales est négligeable comparés aux changements de la distance euclidienne. Dans [54], les auteurs ont utilisé des points échantillons prélevés de l'intersection entre les courbes de niveaux et les profils radiaux, qui ont comme origine le bout du nez, ensuite ils ont calculé les distances euclidiennes entre les points correspondants des différents visages. Cette approche, permet de sélectionner des sous ensembles de courbes faciales pour une mise en correspondance efficace du visage. Drira et al. [55] ont exploré l'utilisation de la forme de différents types de nez. Les auteurs extraient les courbes iso-géodésiques, ensuite, ils ont construit les différents chemins géodésiques dans une variété Riemannienne de courbes fermées. La même approche permet de faire des calculs statistiques (moyens) pour une recherche efficace dans des bases de visages 3D. Dans [56], les mêmes auteurs ont proposé une approche similaire afin d'analyser la forme des courbes radiales 3D. Dans [57], Berretti et al. Segmentent la surface faciale en bandes géodésiques (en se basant sur une distance intrinsèque) et utilisent une approche d'appariement de graphes pour comparer les visages. Mpiperis et al. [58] proposent une paramétrisation polaire, au sein de cette nouvelle paramétrisation intrinsèque, les attributs du visage sont invariants aux déformations isométriques. Quand la bouche est ouverte, cette paramétrisation n'est plus valable. les auteurs proposent donc de déconnecter les lèvres sur toutes les surfaces faciales et changent cette paramétrisation en se basant sur trois points de références.

### **Approches basées sur les caractéristiques faciales**

Plusieurs méthodes ont été proposées pour analyser le pouvoir discriminant des différentes parties du visage. Daniyal et al. [59] ont proposé un algorithme dans lequel le visage est représenté comme un vecteur de distance entre les points d'intérêts (landmarks) des visages. Ils ont sélectionné les points par brute-forcing des combinaisons possibles des points utilisés/nonutilisés et ils ont comparé les taux de

reconnaissance. Ils ont conclu que la meilleure sélection correspond aux points situés autour des yeux et du nez. Kakadiaris et al. [60] utilisent un modèle de visage annoté qui est déformé élastiquement pour s'adapter à chaque visage, ainsi lui permettre automatiquement l'annotation de ses différentes zones comme le nez, yeux, bouche, etc. Pour résoudre le problème des expressions faciales, les auteurs classent les visages en utilisant les coefficients d'ondelettes qui représentent les zones non affectées par les expressions, telles que les yeux et le nez. Cependant, le meilleur taux de reconnaissance est atteint pour le visage entier, ce qui implique que le rejet de certaines zones, affectées par les déformations du visage, conduit à la perte de l'information discriminante. Dans [61] les auteurs proposent un système de reconnaissance de visage 3D utilisant deux dispositifs différents d'acquisition de données 3D : un scanner laser 3D et une lumière structurée. A partir des mesures 3D, huit points caractéristiques du visage (géométriquement invariables) sont extraits puis utilisés pour calculer un vecteur caractéristique comprenant les distances et les angles entre ces points. Pour la phase de reconnaissance, les auteurs ont implémenté deux algorithmes différents : le premier basé profondeur (depth-based DP) et le second utilise les SVM (feature-based SVM). Huang et al. dans [62] présentent une nouvelle représentation géométrique des visages 3D afin d'améliorer la spécificité des images de profondeur. Cette représentation du visage est basée sur la multi-échelle des ELBP (Extended Local Binary Patterns) et permet une description précise et rapide de la variation de la forme locale du visage. Récemment, Wang et al. [63] calculent la carte de différence de forme signée (SSDM), calculée entre deux visages alignés, comme une représentation intermédiaire pour la comparaison de formes. Basé sur le SSDMs, trois types d'opérateurs ont été utilisés pour coder à la fois la similarité locale et le changement des caractéristiques de différentes formes du visage. Les caractéristiques locales les plus discriminantes ont été sélectionnées, par AdaBoost, en les utilisant comme des classifieurs faibles. Les caractéristiques individuelles sont du type : Haar-like, Gabor et local binary pattern (LBP). En utilisant les caractéristiques similaires, Li et al. dans [64] proposent de concevoir un dispositif commun et un système de classement afin de collecter différentes caractéristiques géométriques de bas-niveau, telles que la courbure, et les classer selon leurs sensibilités aux expressions faciales.

- **Approches basées sur la segmentation du visage**

Le processus de segmentation peut aussi être utilisé pour traiter la reconnaissance de visage comme un problème de reconnaissance d'objets non rigides, et ainsi améliorer la robustesse de la reconnaissance face aux variations d'expressions. Dans cette catégorie, différentes approches proposent de restreindre l'étude à une partie du visage qui reste stable lors des expressions faciales, comme l'oreille [65, 66] ou le

nez [67, 55]. Chua et al. [68] ont remarqué que des régions du visage, comme le nez, l'orbite de l'oeil et le front subissent beaucoup moins les déformations en cas de changements d'expressions. Ils identifient les régions faciales "rigides" en utilisant une comparaison "deux par deux" entre les signatures de points [69] pour différentes expressions de visage de la même personne. Ainsi, seulement les parties rigides sont stockées dans une base de données indexée. Faltemier et al. [70] proposent de recalibrer, en utilisant l'algorithme ICP, différentes parties du visage puis de les fusionner pour améliorer les performances biométriques. [71] propose d'introduire une nouvelle métrique orientée région dans l'algorithme de l'ICP. Il s'agit de segmenter un visage en plusieurs régions ayant des influences plus ou moins importantes sur la déformation de la forme 3D du visage. Le calcul de la distance (similarité) est pondéré en fonction de ces régions en donnant plus de poids aux régions statiques qu'aux régions mimiques du visage. Dans [67], un appariement de plusieurs régions du nez a été proposé. Les premiers résultats montrent une amélioration par rapport à une seule grande région frontale.

### 2.3.2. Bases de données des visages 3D

De nombreux organismes de recherche ont construit différentes bases de données de visage 3D pour évaluer les algorithmes de reconnaissance faciale 3D. La plus part des bases de données des surfaces faciales 3D disponibles ont été collectées en utilisant des scanners 3D laser. Les deux versions de la base FRGC (Face Recognition Grand Challenge) FRGCv1 et FRGCv2 [72] ont été collectées par les chercheurs de l'Université de Notre Dame. La base FRGCv1 contient 948 images 3D, ces images sont utilisées en général pour l'apprentissage, tandis que la base FRGCv2 contient 4007 images 3D qui sont entièrement utilisées pour le test. Toutes les images 3D sont pour 466 individus différents avec différents sexes, ils sont de différentes appartenances ethniques et avec différents âges [72]. D'autres bases de données des surfaces faciales 3D ont été collectées pour des objectifs scientifiques et rendus disponibles. par exemple : XM2VTS [73], 3D-RMA [74], MPI [75], York [76], Notre Dame [77], Gavab [77], BU-3DFE [78], BU-4DFE [79] ... etc. Ces bases ont été utilisées pour évaluer les performances des systèmes biométriques.

La figure (1.13) présente un balayage de chacune des bases de données du visage les plus utilisées en 3D contenant des variations d'expression.

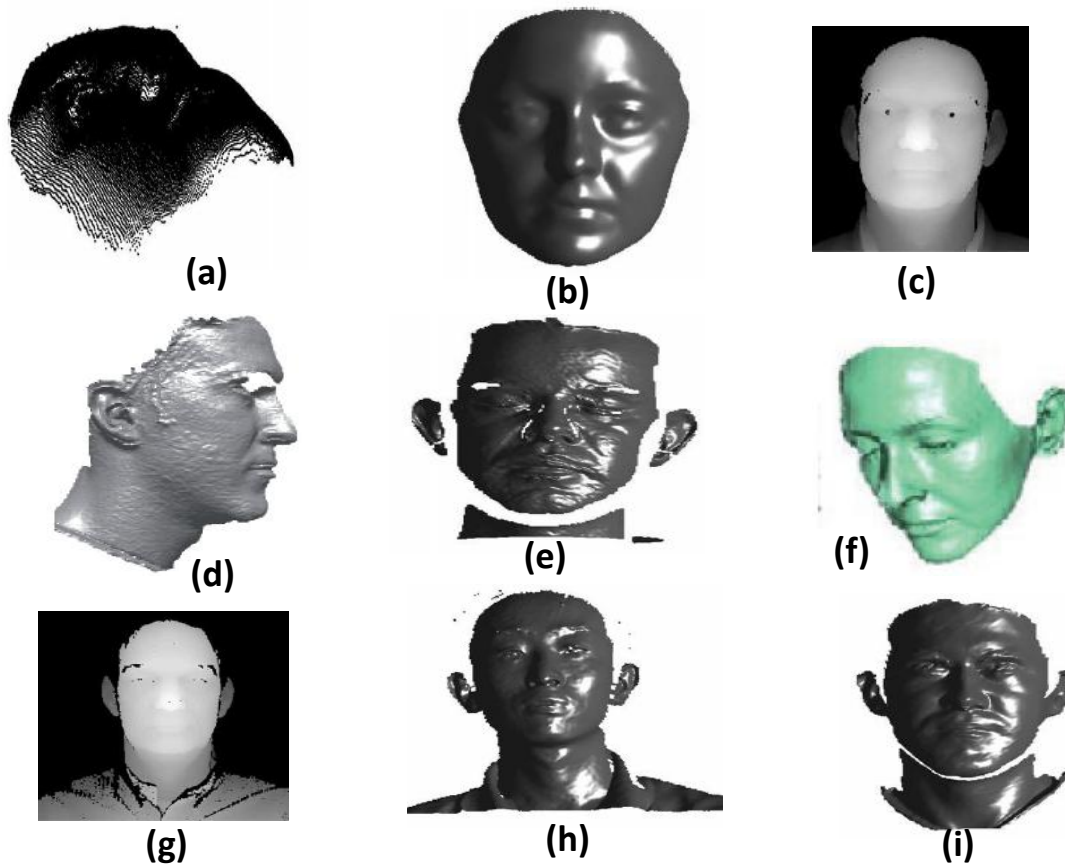


FIGURE 1.13 – Exemple de quelques images des bases de données du visage 3D les plus utilisées : (a) Bosphorus, (b) BU-3DFE, (c) FRGCv2, (d) GAVAB, (e) FRAV, (f) Bosphore, (g) FRGCv1, (h) CASIA et (i) SHREC'08.

Nous présentons dans le tableau (1.5) un résumé des bases de données des visages 3D principales et les plus connues et disponibles ainsi que leurs caractéristiques.

TABLE 1.5 – Les bases de données des visages 3D les plus connues et leurs principales : (i) illumination, (p) pose, (e) expression, (o) occlusion et (t) retard de temps caractéristiques.

Nom de la base	Appareil	Nombre de personnes	Photos par personne	Texture	Variations de visage
XM2VTS [73]	-	295	1	Oui	-
3D-RMA [74]	-	120	3	Non	e, p, o
MPI [75]	Cyberware	200	7	-	-
York [76]	-	350	15	Oui	e, p, t
Notre Dame [77]	Minolta Vivid 910	277	Total :953	Oui	e, t
Gavab [77]	Minolta Vivid 700	61	9	Non	p, e
BU-3DFE [78]	3DMD	100	4	Non	e
BU-4DFE [79]	-	101	Total : 60600	Oui	e
Bosphorus [80]	InspeckMega-CapturorII	105	Total :4666	Oui	e, p, o
FRGC v1 [72]	Minolta Vivid 910	275	Total :943	Oui	-
FRGC v2 [72]	Minolta Vivid 910	466	Total4 :4007	Oui	e, o, i, t
FRAV3D [81]	Minolta Vivid400	106	16	Oui	e, p
3DTEC [39]	Minolta Vivid 910	214	2	Oui	e, jumeau
USF 3D [39]	Cyberware 3030	100	1	Oui	-
BJUT-3D [82]	PS Cyberware 3030	100	-	Oui	e
Biometrics [83, 84]	PS Minolta Vivid 900	275	Total :1906	Oui	-
CASIA [85]	Minolta Vivid 910	123	Total :4624	Oui	e, p, o, i
Texas 3DFRD [86]	Atlanta, GA	118	Total :1149	Oui	-
MSU [87]	Minolta Vivid 910	90	Total : 533	Non	e, p
ZJU-3DFED [88]	InSpeck 3D	40	9	Oui	e
SHREC'08 [89]	MEGA Capturor DF Minolta Vivid 700	61	Total : 427	Non	e, p

Dans notre travail, nous avons utilisé la bases de données SHREC'08 pour les évaluations et les analyses expérimentales sur nos approches proposées. Le chapitres 4 expliciteront ces approches.

### 2.3.3. Limitation de reconnaissance de visage 3D

La reconnaissance de visage 3D, bien qu'elle soit beaucoup plus précise et surtout invariante aux changements d'éclairage en comparaison avec la reconnaissance de visage 2D, connaît quelques problèmes. La sensibilité aux changements d'expressions faciales est un inconvénient majeur des méthodes 3D. Des méthodes basées sur des régions convexes et rigides ont été proposées pour la résoudre, mais elles



sont généralement basées sur des calculs géométriques très sensibles au bruit et au paramétrage de la segmentation. L'utilisation de la forme 3D du visage ne résout pas le problème des occultations, et par conséquent différentes solutions sont aussi proposées pour contourner ce problème. Bien que les méthodes 3D aient permis de lever quelques verrous scientifiques rencontrés en reconnaissance 2D, elles ignorent totalement l'information d'apparence visuelle. Par ailleurs, l'efficacité des méthodes 3D est fortement liée à la qualité des données 3D utilisées. Dans l'état actuel des recherches, aucun consensus ne se dégage quant à la modalité (2D ou 3D) qui donne les meilleurs résultats. En effet, la précision de reconnaissance qu'il est possible d'atteindre avec une modalité est conditionnée par le contexte d'utilisation, la nature et la qualité des données, et la méthode de reconnaissance utilisée. L'utilisation conjointe des données 2D et 3D s'avère être une piste pertinente pour tirer parti de ces deux modalités complémentaires.

## 2.4. Reconnaissance de Visage 2D-3D

Afin d'augmenter la précision et la robustesse des systèmes de reconnaissance faciale, de nouvelles méthodes bimodales 2D-3D, dites de fusion, ont été récemment développées [90, 91]. L'objectif de ces méthodes est de combiner l'information visuelle (image 2D) et l'information 3D correspondante afin de tirer parti des avantages et de la complémentarité des deux modalités. L'image 2D fournit des informations sur les régions texturées du visage avec peu de structure géométrique comme les poils du visage, les yeux et les sourcils, tandis que les données 3D fournissent des informations sur les régions où il y a peu de texture comme le nez, le menton ou les joues. La fusion de ces deux modalités est donc susceptible d'améliorer la précision et la robustesse des méthodes de reconnaissance faciale. La fusion 2D-3D peut intervenir à différents processus de reconnaissance. Trois stratégies de fusion peut être considérées selon le niveau auquel elles interviennent lors du processus de reconnaissance faciale [92] : La fusion de données brutes, la fusion de descripteurs et la fusion de décisions.

### 2.4.1. Fusion de données brutes

Fusion de données brutes consiste à combiner les données provenant directement des captures afin de construire de nouvelles données. Cette stratégie intervient au niveau des données brutes obtenues par les différents capteurs. La figure (1.14) illustre les étapes de cette stratégie.

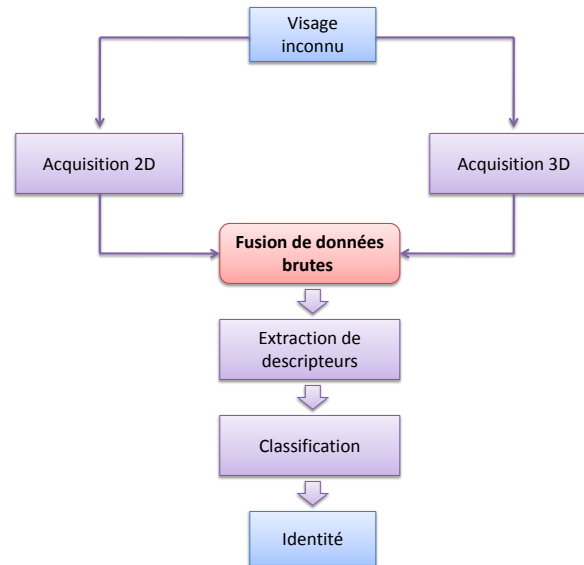


FIGURE 1.14 – Fusion de données brutes

*Papatheodorou et al.* [93] ont proposé une généralisation de l’algorithme ICP en 4D ( $x, y, z$ , Intensité). Les expérimentations effectuées ont montré une précision de reconnaissance élevée dans le cas d’une vue frontale avec une expression neutre du visage. Dans [94], les données 2D et 3D sont représentées par les images d’intensité et de profondeur respectivement. Les deux images sont fusionnées en appliquant l’ACP pour déterminer les axes orthogonaux qui décorrèlent les données. *Hajati et al.* [95] appliquent une transformation sur les pixels des images 2D selon les distances géodésiques correspondantes dans les images de profondeur.

### 2.4.2. Fusion de descripteurs

La fusion de descripteurs consiste à modéliser les données de chaque modalité séparément. Les vecteurs caractéristiques extraites à partir des données de chaque modalité sont ensuite fusionnés afin d’en construire un seul qui va être utilisé lors de l’apprentissage et de mise en correspondance. Elle a été plus utilisée dans les méthodes bimodales de reconnaissance de visage que la fusion de données brutes. La figure (1.15) donne les étapes de cette stratégie. Cette stratégie de fusion consiste en deux étapes. Dans la première étape, les vecteurs caractéristiques sont calculés pour chaque modalité, soit en utilisant le même type de descripteur [96], soit en utilisant des descripteurs de type différents [97, 98]. Dans le deuxième cas, le nombre et la dynamique des composants dans les deux descripteurs peuvent être différents. Un descripteur avec un grand nombre de composants ou ayant des composants avec une dynamique forte peut écraser l’autre. Une étape de normalisation est nécessairement appliquée avant la fusion des descripteurs afin de ramener les valeurs des deux descripteurs à une même échelle.

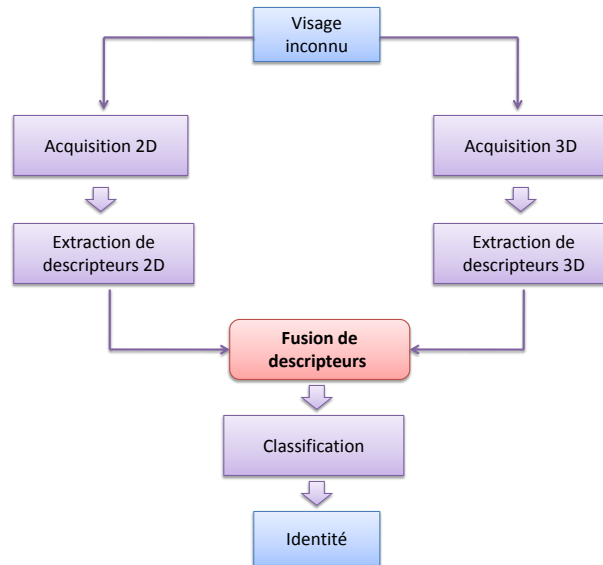


FIGURE 1.15 – Fusion de descripteurs

Des méthodes de réduction d'espace, notamment l'ACP, sont aussi souvent appliquées sur les descripteurs avant leur fusion [99] afin de réduire la dimension du vecteur caractéristique final. La deuxième étape consiste à combiner les descripteurs des deux modalités afin d'en construire un seul. Ceci peut être effectué par une simple concaténation des deux vecteurs [99, 98]. Quelques approches appliquent des méthodes de sélection de caractéristiques afin de fusionner les descripteurs [100, 96]. Li et al. [100] Proposent une méthode d'apprentissage basée sur Adaboost pour combiner des histogrammes LBP calculés sur les données 2D et 3D. Ces histogrammes sont concaténés en un seul vecteur et ensuite Adaboost est appliqué afin de sélectionner les caractéristiques pertinentes. Dans les travaux de *Xu et al.* [96], une ADL est d'abord effectuée afin de réduire la dimension des vecteurs caractéristiques 2D et 3D et ensuite Adaboost est appliquée pour combiner les caractéristiques 2D et 3D les plus pertinentes.

### 2.4.3. Fusion de décisions

La fusion de décisions intervient après l'étape de classification. Un classifieur par modalité est donc construit et leurs sorties respectives sont ensuite combinées. La figure (1.16) présente les étapes de cette fusion 2D-3D. Cette stratégie est la plus utilisée dans la reconnaissance bimodale 2D-3D de visage [91, 90]. Elle intervient après l'étape de mise en correspondance des descripteurs. Elle peut être effectuée au niveau des scores (mesures de similarité par rapport à chaque classe) [101, 83] ou de décision finales (l'identité) [102] obtenues via les différents systèmes mono-modaux. Concernant la fusion de scores, il est important d'effectuer au préalable une étape de normalisation afin de projeter les scores obtenus par les différents classifieurs dans le même intervalle [103].

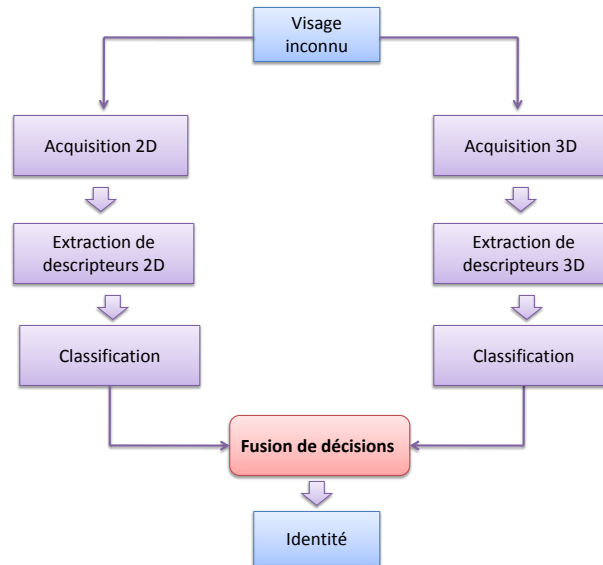


FIGURE 1.16 – Fusion de décisions

Cette stratégie est la plus utilisée dans la reconnaissance bimodale 2D-3D de visage [91, 90]. Elle intervient après l'étape de mise en correspondance des descripteurs. Elle peut être effectuée au niveau des scores (mesures de similarité par rapport à chaque classe) [101, 83] ou de décisions finales (l'identité) [102] obtenues via les différents systèmes mono-modaux. Concernant la fusion de scores, il est important d'effectuer au préalable une étape de normalisation afin de projeter les scores obtenus par les différents classifieurs dans le même intervalle [103]. La fusion des scores peut être effectuée selon différentes règles comme la somme, le produit ... etc. Dans [83] la somme a été utilisée pour combiner deux distances de Manahalobis calculées dans deux espaces créés par une ACP pour les données 2D et 3D séparément. Le produit des scores a été utilisé pour combiner des distances euclidiennes [104] et des distances de Manahalobis obtenues par la méthode Eigenface [101, 104]. Par ailleurs, la technique la plus utilisée pour la fusion des scores est la somme pondérée [74, 103, 105, 106]. Elle consiste à attribuer des poids aux classifieurs utilisés pour la fusion. Ces poids sont déterminés par différentes techniques. Dans [105], les poids sont choisis expérimentalement lors de la phase d'apprentissage des classifieurs. Dans [74], la méthode Fisher a été utilisée afin de combiner linéairement les mesures de similarité obtenues par quatre classifieurs (deux pour 2D et deux pour 3D).

## Conclusion

Dans la première partie de ce chapitre, nous avons introduit le concept des systèmes biométriques, leur architecture et leurs différentes applications. Nous avons aussi constaté que les performances des systèmes biométriques dépendent de plusieurs facteurs et qu'elles varient d'un système à un autre. Enfin

on a conclut que l'une des solutions pour améliorer leur efficacité était la fusion de plusieurs modalités biométriques. Dans la seconde partie, nous avons d'abord présenté les différents étapes d'un système de reconnaissance de visage, puis nous avons minutieusement examiné plusieurs techniques qui sont considérées pour la reconnaissance de visage 2D en fonction de l'image d'intensité, ensuite nous avons examiné les approches de représentation 3D basée sur la reconnaissance faciale 3D, Enfin nous avons discuté les modèles de reconnaissance faciale multimodales (2D+3D).

Dans la modalité 2D, presque toutes les méthodes récentes affirment être en mesure de fournir des taux de reconnaissance satisfaisants, mais seulement quand elles sont évaluées sur des bases de données standard. En fait, certains des défis fondamentaux, à savoir les variations d'éclairage et de pose, n'ont pas été complètement résolues. La modalité 3D a la capacité d'améliorer les performances de reconnaissance faciale 2D par rapport à ces défis. De nombreuses techniques ont déjà prouvé leur capacité dans certains cas de validation. Cependant, plusieurs autres problèmes difficiles ont encore besoin d'être dûment pris en compte, comme la précision, la vitesse d'acquisition des données, la précision de détection des points clé et la lenteur de l'enregistrement de la surface. En outre, la modalité 3D a tendance à être plus sensible aux variations d'expression du visage par rapport à celle basée sur des images 2D. En conséquence, plusieurs chercheurs ont proposé des solutions pour améliorer la performance dans chaque modalité. Nous avons aussi souligné les avantages et les inconvénients des techniques multi modales qui combinent des données 2D et 3D de visages pour améliorer les performances et la robustesse de la reconnaissance de visage.

## CHAPITRE 2

# INTRODUCTION À LA GÉOMÉTRIE RIEMANNIENNE

## Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons une petite introduction sur la géométrie différentielle précisément la géométrie Riemannienne. Nous parlons ensuite de la résolution numérique de l'équation Eikonale par l'algorithme de Fast Marching et la notion de la distance géodésique. Enfin, nous établissons l'existence d'une analyse mathématique des courbes dans  $\mathbb{R}^n$ .

## 1. Notions de base de la géométrie Riemannienne

Cette section présente quelques définitions de base de la métrique locale (un champ de tenseurs) sur une variété Riemannienne et la notion associée de distance géodésique et chemins minimaux. Le point important est que la distance géodésique à un ensemble de points de départ répond à une équation différentielle non linéaire, l'équation Eikonale, qui est donnée pour résoudre numériquement la distance géodésique.

La géométrie euclidienne est isotrope et invariante par translation. Les plus courts chemins, ou géodésiques, y sont droits. La géométrie Riemannienne est dépendante de la position dans l'espace. Les déplacements ont une mesure qui dépend à la fois de leur position et de leur orientation. Les géodésiques peuvent dès lors être courbées. Deux points apparemment très proches peuvent être éloignés suivant une mesure Riemannienne.

### 1.1. Définition

La géométrie Riemannienne traite des propriétés intrinsèques des espaces courbés et représente une généralisation de la géométrie euclidienne : Une variété Riemannienne est une variété différentiable munie d'un tenseur fondamental qui fournit une structure euclidienne sur chaque espace tangent.

Toujours dans le chapitre de la géométrie différentielle intrinsèque, on veut introduire une métrique autrement dit un outil qui permet de calculer des longueurs et des produits scalaires. En fait, on est en train de généraliser des notions bien connues. En algèbre linéaire, on définit les espaces vectoriels puis les espaces vectoriels euclidiens munis d'un produit scalaire. Le terrain d'applications le plus célèbre de la géométrie Riemannienne est la relativité générale.

## 1.2. Variétés Riemanniennes

Une variété Riemannienne est une variété différentiable sur laquelle on a la possibilité de calculer des longueurs et des produits scalaires. Pour se faire on a besoin d'introduire une métrique ; on choisit de munir l'espace tangent au point  $p$  de la variété d'un produit scalaire. On définit ainsi un champ de tenseurs symétrique sur la variété.

L'espace image est habituellement considéré comme un espace euclidien. La distance entre deux points  $p$  et  $q$  de  $\mathbb{R}^n$ , correspond aussi au norme du vecteur  $q - p$  et à la longueur du segment de droite, est définie par  $d_E(p, q) = \|q - p\|$ . C'est à dire le plus court chemin reliant  $p$  à  $q$  est une droite.

Dans la géométrie Riemannienne, les espaces d'intérêt sont des variétés différentielles. Dans ces espaces, seule l'interprétation des distances en termes de plus courts chemins reste valable, par contre les positions des objets ne sont plus assimilables à des vecteurs, et aussi l'expression  $q - p$  n'a pas de sens. Ce qui important est de définir comment mesurer la longueur du chemin minimal, pour ce faire la géométrie Riemannienne définit deux objets intéressants : Les vecteurs tangents et la métrique Riemannienne.

On appelle variété Riemannienne un couple  $(M, g)$  dans lequel  $M$  est une variété différentiable et  $g$  un champ  $\mathbb{C}^\infty$  de tenseur symétrique 2 fois covariant sur la variété. Autrement dit la fonction lisse ci-dessous :

$$P \rightarrow \langle X_p, Y_p \rangle_p \in \mathbb{R} \tag{2.1}$$

## 1.3. Métrique Riemannienne

**Définition :** En chaque point d'une variété, elle mesure les longueurs (les angles) des vecteurs tangents à la variété en ce point.

La définition d'une métrique permet de décomposer la longueur d'un chemin en la somme des longueurs des déplacements élémentaires (vecteurs tangents). Ces notions et d'autres éléments de la géométrie riemannienne sont décrites formellement et dans leurs détails aux axes qui suivent.

Une variété Riemannienne est une variété différentiable  $M$  dotée d'une métrique Riemannienne  $g$ . Il est possible de définir sur les mêmes variétés des métriques différentes et d'obtenir différentes variétés



de Riemann. La métrique est choisie pour avoir une signification géométrique comme étant invariant à un ensemble de transformations géométriques.

Une métrique Riemannienne  $g$  sur une variété différentiable  $M$  est une application qui à tout point  $p \in M$  associe un produit scalaire  $g_p(\cdot, \cdot)$  sur  $T_pM$ . On impose que si  $Y, Z$  sont deux champs de vecteurs lisses, alors  $p \rightarrow g_p(Y, Z)$  est une fonction lisse. Un couple  $(M, g)$  est appelé variété Riemannienne.

Soit  $(U, \varphi)$  une carte et  $X^i$  les champs de bases associés; la première forme fondamentale sont les fonctions  $g_{i,j}$  définies sur  $U$  par

$$g_{i,j}(p) = \langle X_p^i, X_p^j \rangle_p, \quad \forall p \in U. \quad (2.2)$$

de tel sorte que les conditions suivantes sont satisfaites :

1.  $g_p(X, Y) = g_p(Y, X)$  pour tous  $X, Y$  (symétrie)
2.  $g_p(X, X) > 0$  pour tout  $X \neq 0$  (définie positive)
3. Les coefficients  $g_{ij}$  dans chaque représentation locale

$$g_p = \sum_{i,j} g_{ij}(p) \cdot dx^i|_p \otimes dx^j|_p \quad (2.3)$$

sont des fonctions différentiables (différentiabilité)

**Théorème :** Pour tous  $x, y \in M$ , on pose

$$d(x, y) = \inf \left\{ \int_0^1 |\dot{\gamma}(t)| dt; \gamma(0) = x, \gamma(1) = y, \gamma \text{ de classe } C^1 \right\} \quad (2.4)$$

La fonction  $d$  est une distance sur  $M$  qui redonne la topologie de  $M$ .

Le couple  $(M, g)$  est alors appelé une variété riemannienne. On se réfère également à la métrique riemannienne comme le tenseur métrique. En coordonnées locales du tenseur la métrique est donnée par la matrice  $(g_{ij})$  de fonctions. Dans le calcul de Ricci c'est simplement écrit comme  $g_{ij}$ .

## 1.4. Espace tangent

Pour les variétés différentiables, il est possible de définir les dérivés de courbes sur la variété. Les dérivés à un point  $P \in M$  se trouvent sur un espace vectoriel  $T_pM$ , qui est l'espace tangent à ce point. L'espace tangent peut être considéré comme l'ensemble des vitesses qui autorisent un point de

contraint à se déplacer sur une variété, c'est à dire l'espace tangent  $T_pM$ , défini pour tout  $P \in M$ , est tout simplement un espace vectoriel, attaché à  $P$ , qui contient les vecteurs tangents à toutes les courbes sur  $M$  passant par  $P$  (ensemble de tous les vecteurs tangents au  $P$ ).

### 1.4.1. Vecteurs tangents

**Définition :** Les vecteurs tangents sont des vecteurs attachés à leurs origines comme les vitesses le long de chemins sur la variété. Ils ne correspondent pas à un déplacement partant d'un point d'une variété à un autre.

Soit  $M$  une variété lisse de dimension  $n$ , et soit  $p$  un point de  $M$ . On dit qu'une fonction réelle  $f$  est définie autour de  $p$  si  $f$  est définie à travers un voisinage ouvert de  $p$ .

L'espace tangent  $T_pM$  à  $M$  en un point  $p \in M$  peut être exposé comme suit :

— Si  $M$  est une sous-variété intégrée de  $\mathbb{R}^n$ , la carte d'inclusion  $U \rightarrow \mathbb{R}^n$

$$\begin{array}{ccc} U \subset M & \xrightarrow{i} & \mathbb{R}^n \\ \downarrow \phi & & \downarrow \\ \phi(U) \subset \mathbb{R}^m & \longrightarrow & \mathbb{R}^n \end{array}$$

Alors  $T_pM = \text{Im}(i \circ \phi^{-1}) \subset \mathbb{R}^n$ .

— Si  $M = f^{-1}(0)$  pour  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ , alors  $T_pM = (\text{df})_p^{-1}(0)$ .

Il existe trois définitions possibles de l'espace tangent [107] :

### 1.4.2. Définitions géométriques

**Définition 1 :**(Courbes courtes) Une courbe courte  $\gamma$  en un point  $p$  est une carte lisse  $\gamma : (-\delta, \delta) \rightarrow M$  avec  $\gamma(0) = p$ .

**Définition 2 :**Deux courbes courtes  $\gamma_1, \gamma_2$  en  $p$  tangentes les unes aux autres si pour un graphique  $(U, \phi)$  nous avons  $(\phi \circ \gamma_1)'(0) = (\phi \circ \gamma_2)'(0)$ . Nous pouvons vérifier que c'est indépendant du choix de graphiques.

**Définition 3 :** Un vecteur tangent est une classe d'équivalence des courbes courtes mutuellement tangente en  $p$ . L'ensemble de ces classes d'équivalence est notée  $S_p$ .

### 1.4.3. Définition physique

Supposons  $(U, \phi)$  est une carte locale et  $x_i = \pi_i \circ \phi_U$  (projection sur le  $i$ -ième coordonnée). De même  $y_i = \pi_i \circ \phi_V$  pour un autre diagramme de coordonnées compatible  $(V, \phi_V)$ .

L'espace tangent est défini par :

$$T_m M := \{(x, v) \mid \sim\}.$$

Ou  $v = (v_1, v_2, \dots, v_n) \in \mathbb{R}^n$  et  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \cdot (x, v) \sim (y, w)$  si

$$w = d(\phi_V \circ \phi_U^{-1})_{\phi_U(m)}(v)$$

Moins formellement, les vecteurs Tangent sont :

$$\sum_j v_j \frac{\partial}{\partial x_j}$$

Avec la relation d'équivalence est :

$$\frac{\partial}{\partial x_i} = \sum_j \frac{\partial y_j}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial y_j}$$

$\frac{\partial}{\partial x_i}$  est une notation pour les  $j$ -ième bases de vecteur dans  $\mathbb{R}^n$ , La structure d'espace vectoriel est la suivante :

$$[x, v] + [x, w] = [x, v + w]$$

$$\lambda[x, v] = [x, \lambda v]; (\forall \lambda \in \mathbb{R}).$$

$[x, v]_\alpha$  est identifié avec la classe d'équivalence de  $\phi_U^{-1} \circ \gamma$  où  $\gamma$  est une courbe dans  $\mathbb{R}^n$  avec  $\gamma'(0) = v$ .

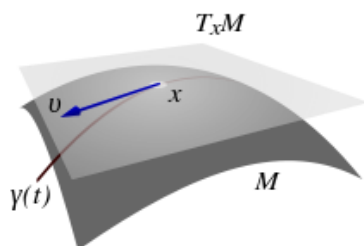


FIGURE 2.1 – Vecteur tangent

La structure d'espace vectoriel est transférée de  $\mathbb{R}^n$  dans l'espace des classes d'équivalence de courbes :  $\sum_i p_i \frac{\partial}{\partial x_i}$  correspond à la courbe  $[t \rightarrow \phi_u^{-1}(t \sum_i p_i e_i)]$ . L'élément de base  $\frac{\partial}{\partial x_i}$  est identifié avec  $\lambda_i(t) = \phi_u^{-1}(t e_i)$ .

### 1.4.4. Définition algébrique

Un vecteur tangent  $X_p$  au point  $p$  peut être considéré comme un opérateur, associant un nombre réel  $X_p[f]$  pour toute fonction à valeurs réelles lisse  $f$  définie autour de  $p$ , où :

1.  $X_p[Kf + Lg] = KX_p[f] + LX_p[g]$  pour tous les nombres réels  $K$  et  $L$  et les fonctions lisses  $f$  et  $g$  définies autour de  $p$ ,
2.  $X_p[f.g] = X_p[f]g(p) + f(p)X_p[g]$  pour toutes les fonctions lisses  $f$  et  $g$  définies autour de  $p$ ,
3. si  $f$  et  $g$  sont des fonctions lisses à valeurs réelles définies autour de  $p$  et si  $f = g$  sur certain ouvert  $V$  contenant le point  $p$  puis  $X_p[f] = X_p[g]$

Ici  $f.g$  désigne le produit des fonctions  $f$  et  $g$ , défini par  $(f.g)(p) = f(p)g(p)$  pour tout  $p \in M$ . La quantité  $X_p[f]$  est considérée comme la dérivé directionnelle de la fonction  $f$  le long du vecteur  $X_p$ .

Si  $X_p$  et  $Y_p$  sont des vecteurs tangents au point  $p$  puis, pour des nombres réels  $K$  et  $L$ ,  $KX_p + LY_p$  est également un vecteur tangent au point  $p$ , où  $(KX_p + LY_p)[f] = KX_p[f] + LY_p[f]$  pour toutes les fonctions lisses à valeurs réelles  $f$  définies autour de  $p$ . Il en résulte que la collection de tous les vecteurs tangents au point  $p$  est un espace vectoriel  $T_pM$ , dénommé l'espace tangent à  $M$  au point  $p$ .

**Lemme 1** : Soit  $M$  une variété lisse, et soit  $X_p$  un vecteur tangent à un point  $p$  de  $M$ . Soit  $C_\lambda$  la fonction constante sur  $M$  avec valeur  $\lambda$ . Puis  $X_p[c_\lambda] = 0$  pour tout  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

**Lemme 2** : Soit  $M$  une variété lisse de dimension  $n$  et soit  $p$  un point de  $M$ . Soit  $f$  une fonction lisse définie sur un voisinage du point  $p$ . Soit  $(x^1, x^2, \dots, x^n)$  un système de coordonnées défini lisse autour du point  $p$ . Ensuite, il existe des fonctions lisses  $g_1, g_2, \dots, g_n$ , définies sur un ouvert convenable  $U$  contenant le point  $p$ , tel que.

$$f(u) = f(p) + \sum_{i=1}^n (x^i(u) - x^i(p))g_i(u) \tag{2.5}$$

pour tout  $u \in U$ , de plus,

$$g_i(p) = \left. \frac{\partial f}{\partial x^i} \right|_p \quad \text{pour } i = 1, 2, \dots, n.$$

**Corollaire 1** : Soit  $M$  une variété lisse de dimension  $n$ . Alors l'espace tangent  $T_pM$  de  $M$  à tout point  $p$  de  $M$  est de dimension  $n$ . Par ailleurs, compte tenu de tout système lisse de coordonnées  $(x^1, x^2, \dots, x^n)$

autour de  $p$ , les vecteurs tangents

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x^1} \right|_p, \left. \frac{\partial f}{\partial x^2} \right|_p, \dots, \left. \frac{\partial f}{\partial x^n} \right|_p$$

constituer une base de l'espace tangent  $T_pM$ .

La définition d'un espace tangent est très importante pour l'application des variétés Riemanniennes aux traitements des formes surtout pour définir un espace dans lequel on applique les autres variétés comme la carte exponentielle et logarithmique. Bien que, le traitement des formes par la géométrie riemannienne nécessite la définition de la notion de la métrique.

## 1.5. Distance Géodésique et Courbe Géodésique

### 1.5.1. Quelques Définitions

Le calcul des distances dans les variétés est important dans les applications académiques et industriels, par exemple la géométrie algorithmique, sismologie, l'optique, la vision par ordinateur, l'infographie et l'analyse d'image.

La distance géodésique dans une variété  $\Omega$  est définie comme la métrique  $d : \Omega \times \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  qui mesure la longueur du chemin continu minimal  $\gamma$  reliant deux points  $a$  et  $b$  :

$$d(a, b) = \min_{\gamma \subset \Omega} \int_{\gamma} ds \tag{2.6}$$

Différentes métriques sur  $\Omega$  peuvent être considérées par le choix de l'élément de la distance  $ds$ .

Bien que, la disponibilité des produits scalaires des espaces tangents rend une définition facile de la longueur de la courbe et de la distance.

**Définition 1 :** (*Longueur d'une courbe*). La longueur d'une courbe de classe  $C^1$ ,  $\gamma : [a, b] \rightarrow M$ , sur une variétés Riemannienne  $(M, g)$ , avec  $\langle \xi, \eta \rangle_p \triangleq g_p(\xi, \eta)$ , est définie par :

$$L(\gamma) = \int_a^b \sqrt{\langle \dot{\gamma}(t), \dot{\gamma}(t) \rangle_{\gamma(t)}} dt = \int_a^b \left\| \dot{\gamma}(t) \right\|_{\gamma(t)} dt. \tag{2.7}$$

Si  $M$  est intégré dans  $\mathbb{R}^n$ ,  $\dot{\gamma}(t)$  peut être remplacé par  $\gamma'(t)$ , où  $\gamma$  est considéré une fonction de  $[a, b]$  à  $\mathbb{R}^n$  et avec la bonne définition de  $g$ .

**Définition 2 :** (*Distance Riemannienne*). La distance riemannienne (où la distance géodésique) sur  $M$  est donnée par l'équation suivante :

$$\begin{aligned} D : M \times M &\rightarrow \mathbb{R}^+ \\ (p, q) &\rightarrow D(p, q) = \inf_{\gamma \in \Gamma} L(\gamma) \end{aligned} \quad (2.8)$$

Où  $\Gamma$  est l'ensemble de toutes les courbes de  $C^1$ ,  $\gamma : [0, 1] \rightarrow M$  sachant que  $\gamma(0) = p$  et  $\gamma(1) = q$ .

La définition ci-dessus montre que la distance entre deux points est la longueur du plus court chemin reliant ces deux points. Dans un espace euclidien, une telle voie serait simplement le segment de ligne joignant les deux points. Une autre caractéristique des segments des courbes considérées comme ayant une longueur d'arc paramétrée et qu'il a une accélération nulle. La prochaine définition généralise le concept de lignes droites, en préservant cette accélération de caractéristique nulle, aux variétés de Riemann.

**Définition 3 :** (*Courbe géodésique*). Une courbe  $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow M$  est une courbe géodésique si est seulement si  $\frac{d^2}{dt^2}\gamma(t) \equiv 0$ , c'est à dire il a une accélération nulle sur tout son domaine.

Le concept géodésique est l'équivalent de ligne droite dans l'espace euclidien, définie comme la courbe lisse par morceaux localement en minimisant la longueur et caractérisé par le fait qu'il est auto-parallèle, e.g. le champ de vecteur tangent  $\dot{\gamma}(t)$  reste parallèle le long de  $\gamma(t)$ , la vitesse est constante le long de la géodésique. La propriété d'avoir une accélération nulle est parfois utilisée pour définir une géodésique. Il est équivalent à dire que, dans la notion des coordonnées locales une courbe est une géodésique si et seulement si c'est la solution du  $n$  second ordre de l'équation d'Euler-Lagrange (Où  $\Gamma_{ij}^k$  est le symbole de Christoffel du seconde genre).

$$\frac{d^2 x^k}{dt^2} + \sum_{i,j=1}^n \Gamma_{ij}^k \frac{dx^i}{dt} \frac{dx^j}{dt} = 0; \quad \forall k = 1, \dots, n. \quad (2.9)$$

**Théorème :** Pour tout  $p \in M$  et  $u \in T_p M$ , il existe une unique géodésique maximale telle que  $\gamma(0) = p$  et  $\dot{\gamma}(0) = u$ . L'espace métrique  $(M, d)$  est complet si et seulement si les géodésiques maximales sont définies sur tout  $\mathbb{R}$ .

### 1.5.2. Distance Géodésique

Soient  $x_s$  et  $x_e$  deux pixels d'une image  $f$  à valeurs dans  $\Omega$ , et  $\gamma(x, y)$  un chemin paramétré par  $[0; 1]$  entre ces deux pixels. La distance géodésique entre  $x$  et  $y$  est définie par :

$$d(x, y) = \inf_{\gamma_{x,y}} \int_0^1 W(\gamma_{x,y}(p)) \|\gamma'_{x,y}(p)\| dp \quad (2.10)$$

Avec  $\gamma'(x, y) \in \mathbb{R}^2$ , est la dérivée de  $\gamma(x, y)(P)$ , et  $W$  correspond au poids associé à chaque  $\gamma(x, y)(P)$ . L'utilisation de distance géodésique est essentiellement définie par la métrique  $W$ . Ces distances géodésiques peuvent être évaluées par un algorithme de Fast Marching.

Les plus courts chemins sont des courbes 2D qui minimisent une longueur pondérée selon une métrique donnée  $W(x)$  pour  $x \in [0, 1]^2$ . La métrique est calculée à partir d'une image d'entrée  $f(x)$ . La longueur d'une courbe  $t \in [0, 1] \rightarrow \gamma(t) \in [0, 1]^2$  est présentée par l'équation

$$L(\gamma) = \int_0^1 W(\gamma(t)) \|\gamma'(t)\| dt \quad (2.11)$$

$d(x, y)$  est invariante sous la re-paramétrage de la courbe  $\gamma$ .

### 1.5.3. Courbe Géodésique

La courbe géodésique  $\gamma$  entre deux points  $x$  et  $y$  a une longueur minimale parmi les courbes joignant les deux points.

Le processus de la segmentation, qui se base sur la distance géodésique, utilise l'équation 2.11 afin de prédire à quelle niveau appartient chacun des pixels en sélectionnant la distance minimale avec les régions les plus intenses et les autres moins intenses.

$$\min_{\gamma(0)=x; \gamma(1)=y} L(\gamma) \quad (2.12)$$

Une courbe plus courte a donc tendance à passer dans les zones où  $W$  est faible. La distance géodésique entre les deux points est alors  $d(x, y) = L(\gamma)$ , elle représente la distance géodésique selon la métrique  $W$ .

Enfin chaque pixel  $x$  est classé comme région d'intérêt si  $D_m < D_p$  avec  $D_p$  est le domaine des pixels plus intense et  $D_m$  est le domaine des pixels moins intenses.

## 2. Résolution numérique d'équation Eikonale

### 2.1. Equation Eikonale

Pour les points  $x$  en dehors de l'axe de médiales et de  $S$ , La distance géodésique  $U_S$  est différentiable, et satisfait l'équation différentielle partielle (EDP) non linéaire suivante :

$$\|\nabla U_S(x)\|_{T_x^{-1}} = 1 \quad (2.13)$$

Avec les conditions des bords  $U_S(x) = 0$  en  $S$ ,  $\nabla U_S$  est le vecteur gradient de différentielle partielle en  $\mathbb{R}^d$ .

Pour définir  $U_S$  comme une solution d'un EDP même aux points où il n'est pas différentiable, il faut recourir à une notion de solution faible. Pour une EDP non linéaire, la notion correcte de solution faible est la notion de viscosité.

La solution de viscosité de l'équation Eikonale est une fonction continue  $u$  si est seulement si pour toute application continûment différentiable  $\varphi \in C^1(\Omega)$  et pour tout  $x_0 \in \Omega$  et  $S$  minimum locale de  $u - \varphi$  nous avons :

$$\|\nabla \varphi(x_0)\|_{T_{x_0}^{-1}} = 1$$

La fonction de distance pour  $d = 1$ ,  $\Omega = \mathbb{R}$  en 1D :

$$u(x) = U_S(x) = \min(|x - x_1|, |x - x_2|)$$

A partir de deux points  $S = x_1, x_2$  satisfait  $|u'| = 1$  partout où il est différentiable. Les résultats importantes de la solution de viscosité de l'équation de Hamilton-Jacobi [80, 81, 82], est  $S$  est un ensemble compact, et si  $x \rightarrow T_x$  est une application continue, donc la carte de distance géodésique  $U_S$  définie en 2.28 est la solution unique de viscosité de l'équation Eikonale suivante :

$$\begin{cases} \forall x \in \Omega & \|\nabla U_S(x)\|_{T_x^{-1}} = 1 \\ \forall x \in S & U_S(x) = 0 \end{cases} \quad (2.14)$$

Dans le cas d'une métrique isotrope  $T_x = W(x)^2 Id_x$ , on retrouve l'équation Eikonale classique  $\forall x \in \Omega$ ,  $\|\nabla U_S(x)\| = W(x)$ .

**Courbe Géodésique :** Si la distance géodésique est connue par la résolution de l'équation Eikonale, la géodésie est calculée, entre quelques points d'arrivées et  $S$ , par des gradients descentes, cela signifie que  $\gamma^*$  est la solution de l'équation différentielle suivante :

$$\begin{cases} \forall t > 0, \frac{d\gamma^*(t)}{dt} = -\eta_t v(\gamma^*(t)) \\ \gamma^*(0) = x_e \end{cases} \quad (2.15)$$



Avec le vecteur tangent de la courbe est le gradient de la distance, tordu par  $T_x^{-1}$ .

$$v(x) = T_x^{-1} \nabla U_S(x)$$

$\eta_t$  est une fonction scalaire qui contrôle la vitesse de paramétrisation des géodésiques [108]. Pour obtenir une vitesse unitaire paramétrée,  $\|(\gamma^*)'(t)\| = 1$ , on utilise :

$$\eta_t = \|v(\gamma^*(t))\|^{-1}$$

Si  $x_a$  n'est pas l'axe de médiale, la solution ne traverse pas l'axe de médiale pour  $t > 0$ , donc sa solution est bien définie par  $0 \leq t \leq t_{x_a}$  pour certains  $t_{x_a}$  tel que  $\gamma^*(t_{x_a}) \in S$ . Pour une métrique isotrope, on retrouve le gradient descent de la carte de distance proposée.

$$\forall t > 0, \frac{d\gamma^*(t)}{dt} = -\eta_t \nabla U_S(\gamma^*(t))$$

## 2.2. Maillage géodésique d'une variété

Pour calculer numériquement la distance géodésique discrète, nous supposons que la variété  $\Omega$  est échantillonnée en utilisant un ensemble de points  $\{x_i\}_{i=0}^{N-1} \subset \Omega$ . On note  $e$  la précision de l'échantillonnage. La mesure de la variété est supposée être échantillonnée sur cette grille, et on note la métrique discrète par [109] :

$$T_i = T_{x_i} \in \mathbb{R}^{2 \times 2} \quad (2.16)$$

Pour résoudre l'équation Eikonale discrète, chaque point  $x_i$  est relié à ses points voisins  $x_j \in \text{Ngb}(x_i)$ . Chaque point est associé à un petit quartier environnant  $B_\epsilon(x_i)$ , qui est supposé comme une union disjointe de simplexes dont les sommets extrémaux sont les points de la grille  $\{x_i\}_i$ . L'échantillonnage est supposé comme régulier, de sorte que les simplexes ont approximativement un diamètre de  $\epsilon$ . Par exemple, en 2D, chaque quartier  $B_\epsilon(x_i)$  est une union des triangles où  $t_{i,j,k}$  est la coque convexe de  $\{x_i, x_j, x_k\}$ .

$$B_\epsilon(x_i) = \underbrace{U}_{x_j, x_k \in \text{Ngb}(x_i); x_j \in \text{Ngb}(x_k)} t_{i,j,k} \quad (2.17)$$

La figure (2.2) montre deux exemples des maillages 2D définit deux situations importantes. Sur une grille carrée, les points sont équidistants,  $x_i = (i_1\epsilon, i_2\epsilon)$ , et chaque  $B_\epsilon(x_i)$  est composé de quatre triangles réguliers. Sur un maillage triangulaire, chaque  $B_\epsilon(x_i)$  se compose de triangles qui contiennent  $x_i$ .

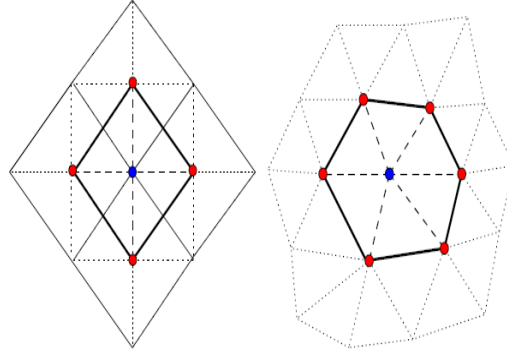


FIGURE 2.2 – Ensembles de quartier sur une grille régulière (à gauche), et un maillage triangulaire (à droite)

Cette description se prolonge aux dimensions arbitraires. Par exemple, pour une variété 3D, chaque  $B_\epsilon(x_i)$  est une union de tétraèdres.

### 2.3. Discrétisation de l'équation Eikonale

Étant donnée une image 2D  $I : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}^+$  et deux points  $p_1$  et  $p_2$ , l'approche introduite par *Cohen et Kimmel* [110] consiste à construire un potentiel  $P : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}^{*+}$  prenant de faibles valeurs près des objets d'intérêt sur l'image  $I$ . Le choix du potentiel  $P$  dépend du type d'image et de l'application souhaitée. Par exemple, on peut définir  $P$  comme étant une fonction décroissante du gradient de l'image  $\|\nabla I\|$  pour extraire les bords des objets sur l'image en trouvant la courbe qui minimise globalement la fonctionnelle d'énergie

$$E(\gamma) = \int_\gamma \{P(\gamma(s) + \omega)\} ds = \int_\gamma \{\tilde{P}(\gamma(s))\} ds \quad (2.18)$$

où  $\gamma \in A_{p_1, p_2}$  et  $A_{p_1, p_2}$  est l'ensemble de tout les chemins joignant le point  $p_1$  au point  $p_2$ ,  $s$  est le paramètre de longueur le long de la courbe,  $w > 0$  est un paramètre de régularisation et  $\tilde{P} = (P + w)$ . Un chemin joignant  $p_1$  à  $p_2$  qui minimise globalement l'énergie (2.18) est un chemin minimal entre  $p_1$  et  $p_2$ , noté  $C_{p_1, p_2}$ . La solution de ce problème de minimisation est obtenue par le calcul de la carte d'action minimale  $U_1 : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}^+$  associée à la source  $p_1$ . L'action minimale est l'énergie minimale intégrée le long d'un chemin entre  $p_1$  et n'importe quel point  $x$  du domaine :

$$\forall x \in \Omega \quad U_1(x) = \min_{\gamma \in A_{p_1, x}} \left\{ \int_\gamma \tilde{P}(\gamma(s)) ds \right\} \quad (2.19)$$

Les valeurs de  $U_1$  correspondent aux temps d'arrivé d'un front se propageant depuis la source  $p_1$  avec la vitesse  $(1/\tilde{P})$ .  $U_1$  vérifie l'équation Eikonale :

$$\begin{cases} \|\nabla U_1(x)\| = \tilde{P}(x) & \text{pour } x \in \Omega \\ U_1(p_1) = 0 \end{cases} \quad (2.20)$$

Le point  $p_1$  est l'unique minimum local de la carte  $U_1$ , et les lignes de champs de cette dernière vérifient l'équation d'Euler-Lagrange associée à la fonctionnelle (2.18). Ainsi, pour déterminer le chemin minimal  $C_{p_1, p_2}$ , il suffit d'effectuer une descente de gradient sur  $U_1$  du point  $p_2$  à la source  $p_1$  en résolvant l'équation différentielle ordinaire avec une méthode numérique standard comme celle de Heun ou de Runge-Kutta :

$$\begin{cases} \frac{dC_{p_1, p_2}(s)}{ds} = -\nabla U_1(C_{p_1, p_2}(s)) \\ C_{p_1, p_2}(0) = p_2 \end{cases} \quad (2.21)$$

Nous allons étendre ces définitions au cas de plusieurs sources en introduisant d'autres définitions utiles dans la suite. Ces définitions sont valables en  $2D$  et en  $3D$ . La carte d'action minimale associée au potentiel  $\tilde{P} : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^{*+}$  et à l'ensemble des  $n$  sources  $S = p_1, \dots, p_n$  est la fonction  $U : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^+$  définie par :

$$\begin{cases} \forall x \in \Omega \quad U_1(x) = \min_{1 \leq j \leq n} \{U_j(x)\} \\ U_j(x) = \min_{\gamma \in A_{p_j, x}} \left\{ \int_{\gamma} \tilde{P}(\gamma(s)) ds \right\} \end{cases} \quad (2.22)$$

La fonctionnelle  $U$  est une distance pondérée par rapport à l'ensemble des sources  $S$ , et vérifie l'équation Eikonale :

$$\begin{cases} \|\nabla U(x)\| = \tilde{P}(x) & \text{pour } x \in \Omega \\ U(p_j) = 0 & \text{pour } p_j \in S \end{cases} \quad (2.23)$$

La région de Voronoï associée à la source  $p_j \in S$ , notée  $R_j$ , est l'ensemble des points qui sont plus proches de  $p_j$  dans le domaine (pour la distance pondérée). La région  $R_j$  est un sous ensemble connexe du domaine, et sa frontière est notée  $\partial R_j$ . Les régions de Voronoï forment une partition de l'ensemble. La carte de Voronoï est la fonction  $V : \Omega \rightarrow 1, \dots, n$  qui associe à un point l'indice de la région de Voronoï où il est contenu :

$$V(x) = j \quad \forall x \in R_j \quad (2.24)$$

Si deux régions de Voronoï  $R_i$  et  $R_j$  sont adjacentes, alors le chemin minimal  $C_{p_i, p_j}$  passe par le point de  $\partial R_i \cap \partial R_j$  ayant la plus petite valeur de l'action minimal. Ce point, noté  $m_{i|j}$ , est un point milieu (pour la distance géodésique) du chemin minimal.

La carte des distances euclidiennes est la fonctionnelle  $L : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^+$  qui associe à un point  $x$  du domaine  $\Omega$  la longueur euclidienne du chemin minimal entre le point  $x$  et la source la plus proche (maintenant, dans le sens de la distance pondérée) :

$$L(x) = \int_{C_{p_j, x}} ds \quad \forall x \in R_j \tag{2.25}$$

Remarquons que si  $\tilde{P}(x) = 1$  pour tout  $x \in \Omega$ , alors les fonctionnelles  $U$  et  $L$  sont identiques, et correspondent à la distance euclidienne par rapport à l'ensemble des points sources  $S$ .

## 2.4. Méthode de Fast Marching

La Méthode du Fast Marching (*FMM*) est une méthode numérique introduite par *Sethian* dans [111, 112, 113] et *Tsitsiklis* dans [114] pour résoudre efficacement l'équation Eikonale isotrope sur une grille régulière. Dans l'équation (2.23), les valeurs de  $U$  correspondent aux temps d'arrivé d'un front se propageant à partir des points de  $S$  avec la vitesse  $(1/\tilde{P})$ . L'idée centrale derrière le *FMM* repose sur un ordre consistant de parcours des points de la grille. Cet ordre est basé sur le fait que l'information se propage vers l'extérieur dans une seule direction. Ainsi, l'algorithme du Fast Marching résout en une seule passe l'équation Eikonale (2.23) et calcul les cartes  $U$ ,  $V$  et  $L$  simultanément (voir l'annexe algorithme de Fast Marching). Le *FMM* est une approche par propagation de front qui calcul les valeurs de  $U$  dans l'ordre croissant. L'algorithme du *FMM* est similaire à l'algorithme de *Dijkstra* pour le calcul des plus courts chemins dans un graphe [115].

L'algorithme de Fast Marching utilise une file d'attente de priorité pour commander les points de la grille comme étant l'estimation actuelle de la distance. À une étape donnée de l'algorithme, chaque point de la grille est marqué selon un état.

$$\Sigma_i \in \{\text{Calcul}, \text{avant}, \text{loin}\}.$$

Au cours des itérations de l'algorithme, alors une approximation  $U_i$  de  $U$  est calculé, un point peut changer d'étiquette selon.

$$\text{loin} \rightarrow \text{avant} \rightarrow \text{calcul}$$

**Points Calculés (Alive)** : sont ceux que l'algorithme ne considère plus. Cela signifie que le calcul est effectué pour ces points.

**Points avant (Trial)** : prochains points de la grille à examiner. L'estimation de  $U_i$  est bien définie mais pourrait changer dans les prochaines versions.

**Points loin (Far)** : sont des autres points de la grille qui n'ont pas d'estimation (pas encore traiter), de sorte que  $U_i = +\infty$ .

L'ensemble des points Trial forme une interface entre les points de la grille où  $U$  est fixé (points Alive) et les autres points (les points Far). Cette interface peut être vue comme l'ensemble des fronts se propageant à partir des points sources avec une vitesse inversement proportionnelle à  $\tilde{P}$ . L'algorithme s'arrête lorsque tous les points de la grille sont visités, *i.e* ont l'étiquette Alive (voir l'annexe algorithme de Fast Marching). En utilisant une file de priorité pour trouver le point Trial ayant la plus petite valeur de  $U$  (en ordonnant les points Trial dans une structure de Tas), on obtient une complexité de  $O(N \log(N))$  où  $N$  est le nombre des points de la grille.

#### 2.4.1. Algorithme de Fast Marching 2D

Maintenant, nous présentons comment les valeurs de  $U$ ,  $V$  et  $L$  sont estimées pour un point de la grille  $x_n$ , *i.e* les résultats de la routine *UpdateScheme FMM*. Nous nous limitons ici au cas  $2D$ , tant que l'extension au cas  $3D$  est immédiate.

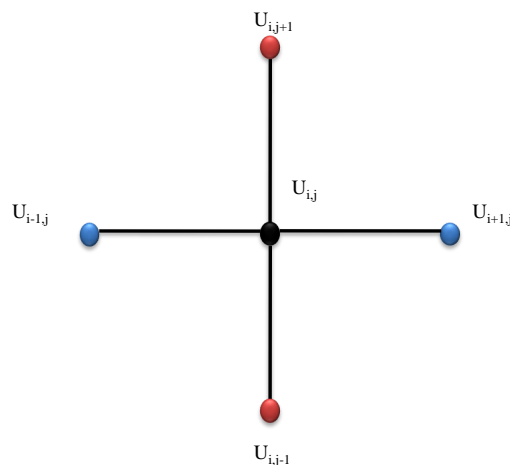


FIGURE 2.3 – Schéma de différences finies amont 2D

En adoptant des notations standards on notera  $U_{i,j}$  la valeur de  $U$  au sommet  $(i, j)$  de la grille associé au point  $x_n$  de coordonnées  $(ih_x, jh_y)$ , où  $h_x$  et  $h_y$  sont les pas de discrétisation de l'image selon  $x$  et  $y$ . Pour estimer  $U_{i,j}$ , on résout une version discrétisée de l'équation Eikonale. Rouy et Tourin [116, 109] ont démontré qu'une solution de viscosité pour  $U_{i,j}$  est donnée par le schéma décentré en amont 2D :

$$\left(\frac{\max\{U_{i,j} - U_{i-1,j}, U_{i,j} - U_{i+1,j}, 0\}}{h_x}\right)^2 + \left(\frac{\max\{U_{i,j} - U_{i,j-1}, U_{i,j} - U_{i,j+1}, 0\}}{h_y}\right)^2 = (\tilde{P}_{i,j})^2 \quad (2.26)$$

Pour calculer  $U_{i,j}$ , on considère les quatre triangles construits autour du point  $(i, j)$ ,  $((i-1, j), (i, j), (i, j-1))$  par exemple. Dans chaque triangle, on résout l'équation (9) en utilisant seulement les valeurs des points Alive. La longueur euclidienne des chemins,  $L_{i,j}$  est calculée de la même manière, dans le même triangle, en remplaçant  $\tilde{P}$  par 1. L'indice de Voronoï donné est celui du voisin Alive ayant la plus petite valeur de l'action minimale.

Pour chacun des quatre triangles, on obtient un triplet  $u, v, l$ . Finalement, on choisit le triplet qui correspond à la plus petite valeur de  $u$ . Notons que le calcul de  $\nabla U(x_n)$  en utilisant le triangle qui a servi à l'estimation de  $U_{i,j}$  donne une estimation consistante de  $\nabla U$ .

#### 2.4.2. Algorithme de Fast Marching 3D

Nous avons vu dans le paragraphe précédant une première approximation de l'équation Eikonale dans  $\mathbb{R}^2$  par la méthode de Fast Marching 2D. Cette technique 2D proposée peut être facilement étendue à une technique capable de résoudre numériquement l'équation Eikonale dans un domaine 3D. Rouy et Tour [116] ont proposé qu'une solution de viscosité pour  $U_{i,j,k}$  est donnée par le schéma décentré en amont 3D :

$$\begin{aligned} (\tilde{P}_{i,j,k})^2 &= \left(\frac{\max\{U_{i,j,k} - U_{i-1,j,k}, U_{i,j,k} - U_{i+1,j,k}, 0\}}{h_x}\right)^2 \\ &+ \left(\frac{\max\{U_{i,j,k} - U_{i,j-1,k}, U_{i,j,k} - U_{i,j+1,k}, 0\}}{h_y}\right)^2 \\ &+ \left(\frac{\max\{U_{i,j,k} - U_{i,j,k-1}, U_{i,j,k} - U_{i,j,k+1}, 0\}}{h_z}\right)^2 \end{aligned} \quad (2.27)$$

L'idée centrale derrière la méthode de Fast Marching 3D est de résoudre l'équation Eikonale en construisant systématiquement les temps de trajet  $U(x, y, z)$ . Indispensable pour le procédé est l'observation que la structure différentielle en amont de l'équation précédente signifie que l'information se propage dans un sens, qui est, de plus petites valeurs de  $U_{i,j,k}$  à des valeurs plus grandes. Par conséquent,

l'algorithme de marche rapide repose sur la résolution de l'équation Eikonale par la construction de la solution vers l'extérieur de la plus petite valeur de  $U_{i,j,k}$ . La figure (2.4) montre un Schéma de différences finies amont 3D.

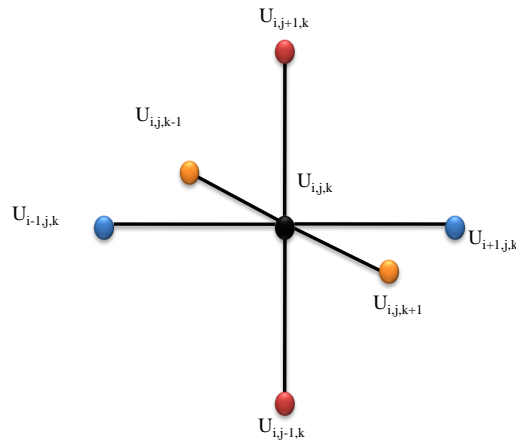


FIGURE 2.4 – Schéma de différences finies amont 3D

L'algorithme se déroule comme suit [117] : Premièrement, nous étiquetons le point  $u$  dans les conditions initiales comme acceptées. Nous étiquetons alors tous les points d'un point de la grille loin comme Fermer. Enfin, nous étiquetons tous les autres points de la grille aussi loin. Par conséquent, la boucle interne est constituée par les opérations suivantes :

1. Commencer la boucle : laissez  $u$  être le point Fermer avec la plus petite valeur pour  $U$ .
2. Ajouter le point de première instance acceptés ; retirer de Fermer.
3. Tag comme Fermer tous les voisins de première instance qui ne sont pas acceptés. Si le voisin est loin, le retirer de cette liste et l'ajouter à l'ensemble Fermer.
4. recalculer les valeurs de  $u$  à tous les voisins à bande étroite selon l'équation (2.27).
5. Retour au haut de la boucle.

## 2.5. Courbe Iso-Géodésique

La distance géodésique peut être généralisée, pour une distance entre un point de départ et un ensemble de points  $S \subset \Omega$ , par le calcul de la distance de  $x_d$  à ses points fermés en  $\Omega$ , qui définit la carte de distance par :

$$U_S(x_d) = \min_{y \in S} d(x_d, y) \quad (2.28)$$

La courbe géodésique  $\gamma^*$  entre un point  $x \in \Omega$  et  $S$  est une courbe  $\gamma^* \in P(x, y)$  pour les points  $y \in S$  sachant que  $L(\gamma^*) = U_S(x)$ .

### 3. Analyse Riemannienne des courbes dans $\mathbb{R}^n$

#### 3.1. Représentation mathématique des courbes dans $\mathbb{R}^n$

##### 3.1.1. La fonction *SRVF* (Square-Root Velocity Function)

Pour un intervalle unité  $I \equiv [0, 2\pi]$ , soit une courbe  $\beta : I \rightarrow \mathbb{R}^n$ ,  $\beta$  est représentée par la fonction *SRVF* :  $q : I \rightarrow \mathbb{R}^n$  définie comme suit :

$$q(s) = \frac{\beta'(s)}{(\|\beta'(s)\|)^{\frac{1}{2}}} = \frac{\frac{d\beta(s)}{ds}}{\sqrt{\|\frac{d\beta(s)}{ds}\|}} \in \mathbb{R}^n \quad (2.29)$$

avec,

- $s \in I \equiv [0, 2\pi]$ .
- $\|\cdot\|$  est la norme euclidienne dans  $\mathbb{R}^n$ .
- $\|q(s)\|$  est la racine carrée de la vitesse instantanée de la courbe  $\beta$ .
- $q(s)/\|q(s)\|$  est la direction instantanée au point  $s \in [0, 2\pi]$  le long de la courbe.

Ainsi, la courbe  $\beta$  peut être récupérée dans une traduction, en utilisant :

$$\beta(s) = \int_0^s q(t)\|q(t)\| dt \quad (2.30)$$

La norme  $L^2(I)$  est commode pour l'analyse des courbes. Ainsi que la métrique élastique classique pour comparer la forme de courbes devient la métrique  $L^2(I)$  dans la représentation de *SRVF*. Ce point est important car il permet de réduire le calcul de la métrique élastique au calcul de la fonction analytique sous la métrique  $L^2(I)$ .



### 3.1.2. Espace forme des courbes

Soit  $\delta \equiv q = (q_1, q_2, \dots, q_n) \mid q(s) : I \rightarrow \mathbb{R}^n$  l'espace de toutes les fonctions valeurs des vecteurs représentant toutes les courbes élastiques décrits dans le paragraphe précédent (3.1.1). Ceci est un espace vectoriel de dimension infinie de toutes les fonctions de  $L^2(\mathbb{R}^n)$ . Chaque élément de cet ensemble représente une courbe élastique (pas nécessairement fermée) sur  $\mathbb{R}^n$ . Nous nous référons à ces espaces comme des espaces pré-formes des courbes élastiques dans  $\mathbb{R}^n$ .

### 3.1.3. Représentation des courbes ouvertes dans $\mathbb{R}^n$

Notons  $\mathbb{B} \equiv q : I \rightarrow \mathbb{R}^n \mid \int_0^{2\pi} (q(s), q(t))_{\mathbb{R}^n} ds = 1$  comme l'espace de toutes les unités de longueur des courbes élastiques. L'espace  $\mathbb{B}$  est une unité de sphère de dimension infinie et représente l'espace pré-forme de toutes les courbes élastiques ouvertes invariantes à la translation et mise à l'échelle uniforme. L'espace tangent de  $\mathbb{B}$  est facile à définir et est donnée comme :

$$T_q(\mathbb{B}) = \{w = (w_1, w_2, \dots, w_n) \mid w(s) : I \rightarrow \mathbb{R}^n \forall s \in [0, 2\pi) \mid \int_0^{2\pi} (q(s), q(t))_{\mathbb{R}^n} ds = 0\} \quad (2.31)$$

### 3.1.4. Représentation des courbes fermées dans $\mathbb{R}^n$

La condition de fermeture impose une contrainte non-linéaire sur les éléments de  $\sigma$ . De plus, la manipulation de la variabilité dans le placement d'origine devient également un enjeu important. La condition de fermeture pour une courbe  $\beta$  nécessite que  $\int_0^{2\pi} \beta'(t) ds = 0$ . Pour cette représentation de forme, cela se traduit  $\int_0^s q(t) \parallel q(t) \parallel dt = 0$ .

Nous définissons une application  $\varrho \equiv (\varrho_1, \varrho_2, \dots, \varrho_n)$  par :

$$\begin{cases} \varrho_1 = \int_0^{2\pi} q_1(s) \parallel q(t) \parallel ds = 0, \\ \varrho_2 = \int_0^{2\pi} q_2(s) \parallel q(t) \parallel ds = 0, \\ \vdots \\ \varrho_n = \int_0^{2\pi} q_n(s) \parallel q(t) \parallel ds = 0 \end{cases} \quad (2.32)$$

L'espace obtenu par l'image inverse  $\mathbb{A} = \varrho^{-1}(\underbrace{0, 0, \dots, 0}_n)$  est l'espace de toutes les courbes fermées élastiques (paramétrisations de vitesse arbitraires).

Ensuite, le sous-ensemble  $\mathbb{C} = \mathbb{A} \cap \mathbb{B} \subset \sigma$  est l'espace de toutes les unités de longueur, fermé, courbes élastiques, invariant à la traduction et mis à l'échelle.  $\mathbb{B}$  est l'ensemble des courbes unités de longueur et  $\mathbb{A}$  est l'ensemble des courbes fermées.

Nous nous concentrerons sur l'espace pré-forme de courbes fermées  $\mathbb{C}$  et d'étudier sa structure sous la métrique élastique.

### 3.2. Géométrie Riemannienne des courbes fermées dans $\mathbb{R}^n$

La longueur d'une géodésique ou le plus court chemin entre deux points sur une variété dépend de la métrique de Riemann, ou le produit scalaire défini sur les espaces tangentes de cette variété.

Notez que l'espace tangent de  $\sigma$  à tout moment est lui-même. Tout vecteur tangent  $w$  de  $\sigma$  où  $w = (w_1, w_2, \dots, w_n) \mid w(s) : I \rightarrow \mathbb{R}^n \forall s \in [0, 2\pi)$  de  $\sigma$  à la propriété  $\|w(s)\| \in \mathbb{L}^2 \forall s$ .

Soit une courbe  $q \in \sigma$ , et les premières perturbations de l'ordre de  $q$  données par  $u, v \in T_q(\sigma)$ . Le produit scalaire entre les vecteurs tangents  $u, v$  de  $\sigma$  sur  $q$  est défini comme :

$$\langle u, v \rangle = \int_0^{2\pi} (u(s), v(s))_{\mathbb{R}^n} ds \tag{2.33}$$

Ce produit scalaire donné par (2.33), impose une forme définie positive bilinéaire symétrique sur  $T_q(\mathbb{C})$  et les résultats en  $\mathbb{C}$  étant une variété Riemannienne. Nous procédons en spécifiant l'espace tangent  $T_q(\mathbb{C})$  pour un  $q \in \mathbb{C}$ .

Afin de préciser  $T_q(\mathbb{C})$ , d'abord nous obtenons l'espace normal de  $\mathbb{C}$  à  $q$ . La dérivée directionnelle du plan  $\rho$  à un point  $q$  dans la direction de  $w \in T_q(\sigma)$  est donnée par :

$$\begin{cases} d\rho_1(w(s)) = \int_0^{2\pi} (w(s), \frac{q_1(s)}{\|q(s)\|} q(s) + \|q(s)\| e^1)_{\mathbb{R}^n} ds, \\ \vdots \\ d\rho_n(w(s)) = \int_0^{2\pi} (w(s), \frac{q_n(s)}{\|q(s)\|} q(s) + \|q(s)\| e^n)_{\mathbb{R}^n} ds \end{cases} \tag{2.34}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d\rho_1 = \langle w(s), \frac{q_1(s)}{\|q(s)\|}q(s) + \|q(s)\| e^1 \rangle, \\ \vdots \\ d\rho_n = \langle w(s), \frac{q_n(s)}{\|q(s)\|}q(s) + \|q(s)\| e^n \rangle \end{array} \right. \quad (2.35)$$

Où  $e^i$  désigne  $i^{eme}$  colonne d'une matrice identité  $I_n$ .

L'espace des vecteurs normaux à  $q$  donné par :

$$\aleph_q(\mathbb{A}) = span(\nabla\rho_1, \dots, \nabla\rho_n) \quad (2.36)$$

avec,

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla\rho_1 = \frac{q_1(s)}{\|q(s)\|}q(s) + \|q(s)\| e^1, \\ \vdots \\ \nabla\rho_n = \frac{q_n(s)}{\|q(s)\|}q(s) + \|q(s)\| e^n \end{array} \right. \quad (2.37)$$

Étant donné la courbe  $q \in \sigma$ , et  $w$  le vecteur tangent à  $q$ , l'espace tangent de  $\mathbb{C}$  à  $q$  est défini comme :

$$T_q(\mathbb{C}) = \{w : I \rightarrow \mathbb{R}^n \mid w \in T_q(\mathbb{B}), w \perp \aleph_q(\mathbb{A})\} \quad (2.38)$$

Un outil utile dans la construction géodésiques dans cette métrique riemannienne est la projection d'une courbe  $q \in \sigma$  dans l'espace des courbes fermées  $\mathbb{C}$ . Ce résultat est obtenu par projection de la courbe  $q$  à  $\mathbb{A}$  par une méthode itérative et en outre à projeter  $\mathbb{C}$ . Un autre outil important dans la construction de chemins géodésiques est la projection d'un vecteur tangent  $w \in T_q(\sigma)$  dans  $T_q(\mathbb{C})$ .

## Conclusion

L'utilisation des variétés Riemanniennes pour l'imagerie a connu une évolution dans ces dernières années à cause de son efficacité pour remédier au problème de la complexité des images numériques en général, et des images biomédicales en particulier. La majorité des algorithmes basés sur les variétés Riemanniennes sont développés pour le calcul de la distance géodésique pour les images numériques des visages (2D ou 3D) et les images biomédicales.

Dans ce chapitre, nous avons présenté une petite introduction sur la géométrie différentielle précisément la géométrie Riemannienne. Nous avons étudié ensuite la résolution numérique de l'équation Eikonale par l'algorithme de Fast Marching et la notion de la distance géodésique. Nous avons aussi établi l'existence d'une analyse mathématique des courbes dans  $\mathbb{R}^n$  et la distance géodésique entre les courbes. Ce chapitre, montre la précision des variétés riemanniennes dans le domaine de traitement d'image. Notamment, la reconnaissance de visage 2D et 3D en utilisant l'analyse mathématique des surfaces faciales.

## CHAPITRE 3

RECONNAISSANCE DE VISAGE 2D PAR LA GÉOMÉTRIE

RIEMANNIENNE

## Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons plusieurs systèmes de reconnaissance de visage 2D en utilisons quatre méthodes d'extraction des caractéristiques basées sur l'analyse des surfaces faciales par la géométrie Riemannienne à savoir : Distance Géodésique + l'Analyse en Composante Principale (DG+ACP), Distance Géodésique + l'Analyse Discriminante Linéaire (DG+ADL), l'Histogramme d'Intensité Géodésique (HIG) et les Courbes Iso-Géodésiques (CIG). Ces approches sont basées sur le calcul de la distance géodésique entre les points de la surface du visage d'une part et entre les courbes faciales représentant le visage humain d'autre part. Dans cette étude, nous avons représenté l'image au niveau de gris comme une surface 2D dans un espace 3D avec la troisième coordonnée proportionnelle aux valeurs d'intensité de pixels. Dans l'étape de classification, nous utilisons les Réseaux de Neurones (RN), K-Plus Proche Voisin (KPPV) et Vecteurs à Support Machines (SVM). Les images utilisées dans nos expériences sont de deux bases de données bien connus des images de visages YaleB et ORL. La base ORL a été utilisée pour évaluer la performance des méthodes dans des conditions où la taille, la pose et l'échantillon sont variées, et la base de données YaleB a été utilisée pour examiner la performance des systèmes lorsque les expressions faciales et l'éclairage sont variés.

L'organisation de ce chapitre est comme suit : Tout d'abord, nous donnerons un aperçu des approches proposées, dans la section 1.1 nous présenterons le pré-traitement utilisé après l'acquisition des images 2D et dans la section 1.2 nous décrirons les procédures des méthodes d'extraction des caractéristiques : Distance Géodésique, Histogramme d'Intensité Géodésique et Courbes Iso-Géodésiques, respectivement, dans les sections 1.2.1, 1.2.2 et 1.2.3. Puis, dans la section 1.3 nous présenterons les algorithmes d'apprentissages et classifications. Enfin, nous donnerons quelques résultats expérimentaux sur deux bases de données des visages 2D telles que ORL et YaleB et nous essayerons de donner quelques interprétations de ces résultats.

## 1. Aperçu des approches proposées

Dans cette première partie de notre thèse, nous proposons quatre systèmes de reconnaissance de visage 2D basés sur le calcul de la distance géodésique dans une métrique riemannienne. La figure (3.1) illustre les différentes étapes à suivre pour réaliser nos systèmes. L'étape de prétraitement nous permet de représenter la surface de visage comme une surface 2D dans un espace 3D avec la troisième composante est proportionnelle à l'intensité des pixels et de déterminer le point de référence (bout de

nez). Dans l'étape d'extraction des caractéristiques, les quatre méthodes nécessitent d'abord le calcul de la distance géodésique comme étape de base. Pour la première et la deuxième méthode nous utilisons les deux algorithmes de réduction de dimensionnalité respectivement l'Analyse en Composante Principale pour la première méthode (ACP) et l'Analyse Discriminante Linéaire (ADL) pour la deuxième. La troisième approche combine entre la distance géodésique et l'intensité de pixel de chaque point de surface faciale pour réaliser l'Histogramme d'Intensité Géodésique (HIG). La dernière méthode utilise la distance géodésique entre le point de référence et les autres points de la surface de visage pour tracer les Courbes Iso-Géodésique (CIG). Pour réaliser nos systèmes de reconnaissance faciale 2D, nous utilisons trois algorithmes de classification tels que : les Réseaux de Neurones (RN), K-Plus Proche Voisin (KPPV) et les Vecteurs à Support Machines (VSM). Par la suite nous détaillerons chaque méthode dans les sections ci-après.

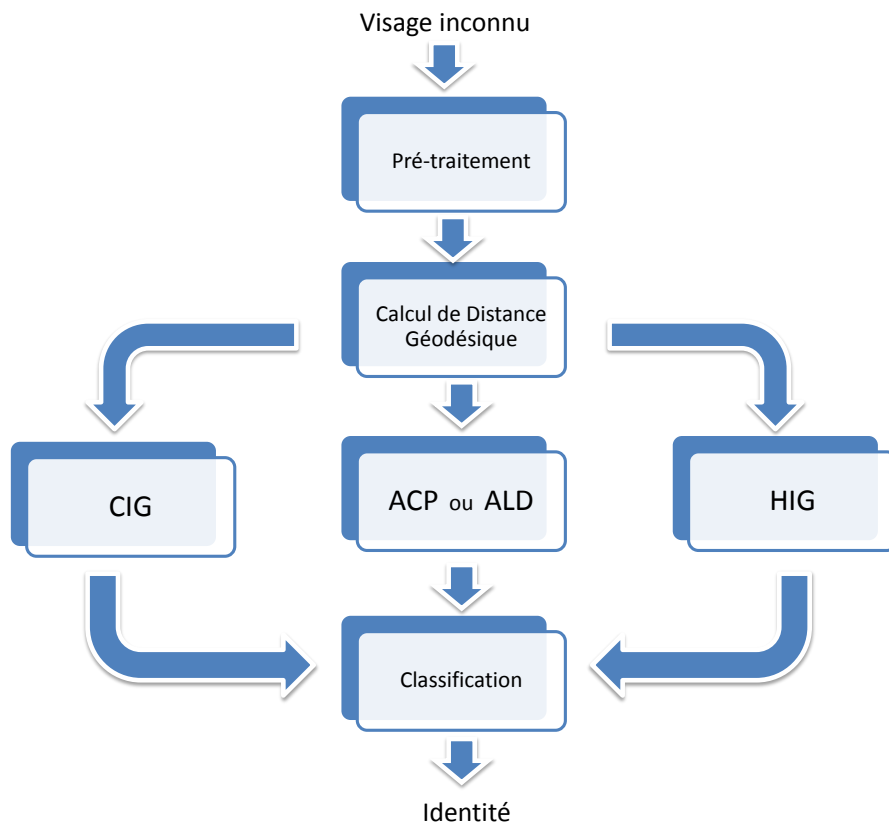


FIGURE 3.1 – Aperçu des différentes étapes de notre approche biométrique de reconnaissance du visage 2D

### 1.1. Prétraitement

Le prétraitement est la première étape de reconnaissance de visage.

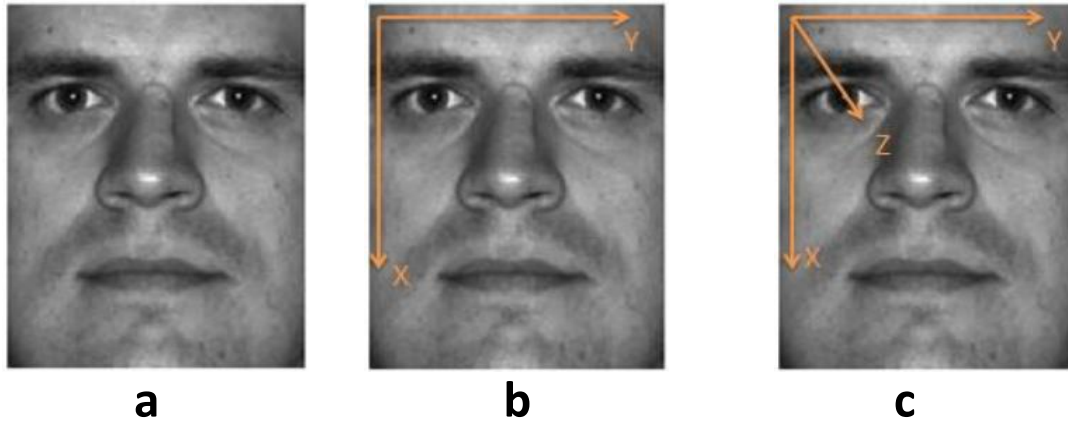


FIGURE 3.2 – Prétraitement d’une image de base de données YaleB : (a) Image de visage détectée, (b) Normalisation des images au niveau de gris, (c) Représentation de surface 2D dans l’espace 3D.

Elle consiste à centrer le visage humain dans l’image 2D, de normaliser les images pour avoir des tailles homogènes, égaliser son histogrammes et de représenter les images au niveau de gris comme des surfaces 2D dans un espace 3D avec la troisième coordonnée proportionnelle aux valeurs d’intensité de pixel. La figure (3.2) illustre un exemple d’un prétraitement de l’image détectée.

Le point de référence (bout du nez) est détecté manuellement ou automatiquement. Dans ce travail, nous avons détecté le de point de référence  $p_0$  manuellement. La figure (3.3) résume les étapes à suivre pour la détection de bout du nez d’une image de visage 2D.

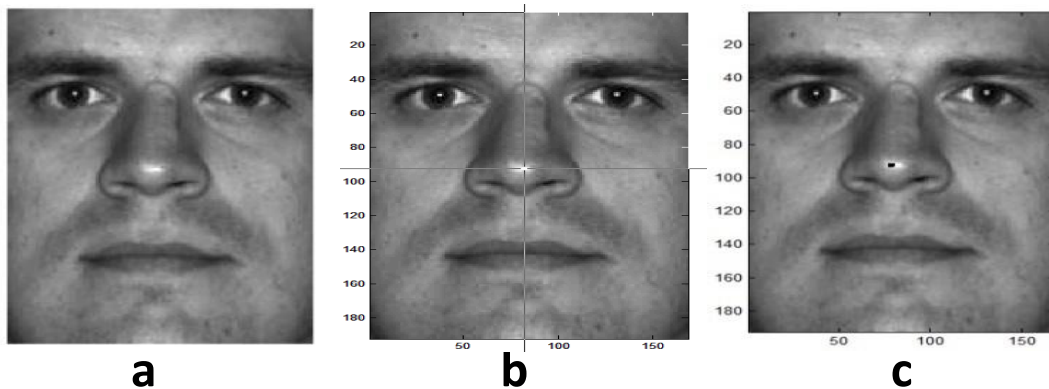


FIGURE 3.3 – Etapes de détection de point Référence : (a) Image de visage 2D après le prétraitement ; (b) Sélection de bout du nez Manuel ; (c) Détection du point de référence



## 1.2. Extraction des Caractéristiques

### 1.2.1. Distance Géodésique (DG)

La distance géodésique entre deux pixels de la surface de visage  $2D$   $p_0$  et  $p$  est le plus court chemin entre les deux pixels tout en restant sur la surface du visage [118]. Dans le contexte de calcul de la distance géodésique *R.Kimmel* et *J.A.Sethian* [119] propose la méthode de *Fast Marching* comme une solution de l'équation Eikonale.

L'équation Eikonale est sous la forme :

$$|\nabla_u(x)| = F(x); x \in \Omega \quad (3.1)$$

Avec,

- $\Omega$  est un ensemble ouvert dans  $\mathbb{R}^n$ .
- $\nabla$  désigne le gradient.
- $|\cdot|$  est la norme euclidienne.

La méthode de Fast Marching est une méthode numérique pour résoudre les problèmes de la valeur limite de l'équation Eikonale [119, 120, 121]. L'algorithme est similaire à l'algorithme de Dijkstra [115]. Dans ce travail, nous calculons une distance géodésique sur une surface du visage, en utilisant seulement les valeurs du gradient de la surface faciale [122].

L'étape principale de calcul de la distance géodésique est la construction de la forme canonique d'une surface donnée (la surface du visage). Soit *Img* une image de visage  $2D$  de la base de donnée ORL ou de base YaleB, nous pouvons représenter mathématiquement *Img* comme un plan  $P = (x, y)$ . Pour calculer une distance géodésique de la surface du visage, on peut utiliser la fonction qui peut être considérée comme un collecteur paramétrique et représentée par une cartographie  $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  du plan de paramétrage  $P(x, y)$  au collecteur [123] :

$$F(P) = F(x, y) = (x, y, z(x, y)) \quad (3.2)$$

Le tenseur métrique  $g_{ij}$  du collecteur est donnée par :

$$g_{ij} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X.X & X.Y \\ Y.X & Y.Y \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Avec le produit scalaire est défini comme suit :

$$\begin{cases} X.X &= \|X\| \cdot \|X\| \cdot \cos(0) \\ X.Y &= \|X\| \cdot \|Y\| \cdot \cos(\alpha) \\ Y.X &= \|Y\| \cdot \|X\| \cdot \cos(\beta) \\ Y.Y &= \|Y\| \cdot \|Y\| \cdot \cos(0) \end{cases} \quad (3.4)$$

Et ;

$$\begin{cases} \cos(\alpha) &= \frac{X.Y}{\|X\| \cdot \|Y\|} = \frac{g_{12}}{\sqrt{g_{11} \cdot g_{22}}} \\ \cos(\beta) &= \frac{Y.X}{\|Y\| \cdot \|X\|} = \frac{g_{21}}{\sqrt{g_{22} \cdot g_{11}}} \end{cases} \quad (3.5)$$

Les angles entre les axes non orthogonaux sont calculées par :

$$\begin{cases} \alpha &= \cos^{-1}\left(\frac{g_{12}}{\sqrt{g_{11} \cdot g_{22}}}\right) = \arccos\left(\frac{g_{12}}{\sqrt{g_{11} \cdot g_{22}}}\right) \\ \beta &= \cos^{-1}\left(\frac{g_{21}}{\sqrt{g_{22} \cdot g_{11}}}\right) = \arccos\left(\frac{g_{21}}{\sqrt{g_{22} \cdot g_{11}}}\right) \end{cases} \quad (3.6)$$

Si  $\alpha = \beta = \frac{\pi}{2}$  les axes sont perpendiculaires.

La distance géodésique entre deux points sur une surface est égale à la longueur du plus court chemin reliant les deux points. En utilisant l'algorithme de Fast Marching sur le gradient de surface, nous pouvons calculer la distance géodésique entre  $p_0$  point de référence et le point  $p$  tout en suivant la surface  $S$  du visage.

La distance géodésique entre les deux points  $p_0$  et  $p$  est approchée par l'expression suivante :

$$\delta_{p_0,p} = \min(\gamma(\beta(p_0,p))) \quad (3.7)$$

Avec ;

- $\beta(p_0,p)$  est le chemin entre  $p_0$  et  $p$  en restant sur la surface  $S$  de visage.
- $\gamma(\beta(p_0,p))$  est la longueur du trajet.

La distance géodésique sur le tenseur métrique est donnée par [123] :

$$\delta_{i,j} = \sqrt{g_{ij} \xi^i \xi^j} \quad (3.8)$$

Avec ;

- $g_{ij}$  est calculé de l'équation (3.3).
- $i = 1$  ou  $2$  et  $j = 1$  ou  $2$ .
- $\xi^i = X$  et  $\xi^j = Y$ .

La figure (3.4) montre les étapes pour déterminer la distance géodésique en utilisant une image de visage 2D de la base de données YaleB.

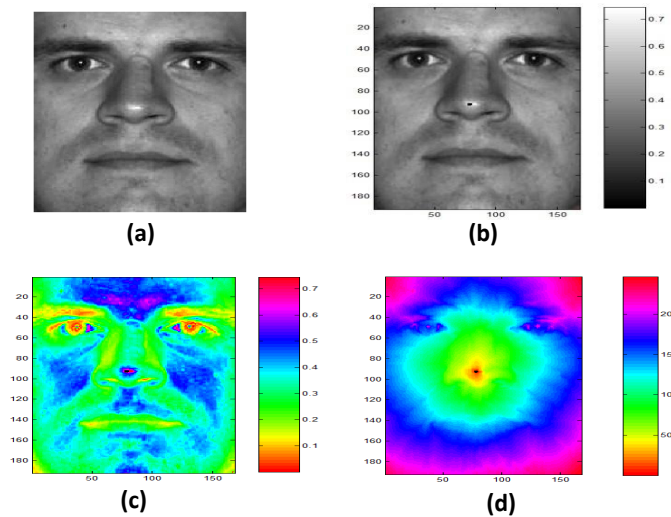


FIGURE 3.4 – Etapes de calcul de distance géodésique dans un visage 2D : (a) image 2D, (b) Détection de point de référence ; (c) Représentation couleur de surface 2D dans l'espace 3D, (d) Calcul de distance géodésique.

La répétition de ce calcul de distance géodésique ( $\delta_{p_0,p}$ ) entre le point de référence  $p_0$  et chaque point  $p$  de la surface  $S$  du visage 2D nous permettons de construire alors une matrice de grande dimension des distances géodésiques  $\psi$  :

$$\psi = \begin{bmatrix} \delta_{1,1} & \cdots & \delta_{1,m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{n,1} & \cdots & \delta_{n,m} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

### 1.2.2. Histogramme d'Intensité Géodésique (HIG)

L'Histogramme d'Intensité Géodésique (HIG) est un descripteur de déformation invariante extraite de la géodésique Echantillonnée, il saisit la distribution conjointe de la distance géodésique et l'intensité des points (figure (3.4)).

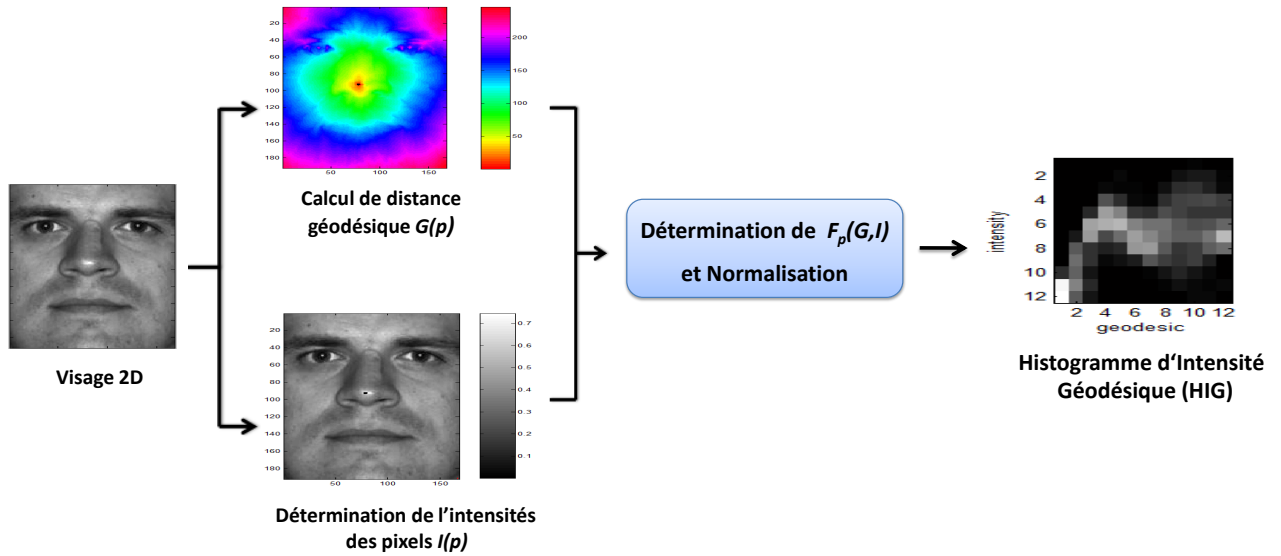


FIGURE 3.5 – Diagramme des étapes d'Histogramme d'Intensité Géodésique

Soit une image de visage  $2D$  de la base de données ORL ou YaleB, après l'étape de prétraitement et la détection d'un point  $p_0$  de référence. On détermine la matrice de HIG utilisant la matrice de distance géodésique  $\delta_{i,j}$  (entre  $p_0$  et tous les points  $p$  de la surface de visage  $2D$ ) et la matrice d'intensité du pixel des points  $p$ .

L'histogramme d'intensité Géodésique ( $HIG$ ) est un histogramme bidimensionnel normalisé obtenu par les étapes suivantes [124] :

- Calculer la distance géodésique  $G(p)$  et déterminer l'intensité des pixels  $I(p)$ .
- Diviser l'espace de l'image de visage  $2D$  (intensité et la distance géodésique) en  $N \times M$ , avec  $N$  est le nombre d'intervalles d'intensité, et  $M$  le nombre d'intervalles de distance géodésique.
- Détermination de  $F_p(G, I)$  par l'équation :

$$F_p(G, I) = p \in F_p : (I(p), G(p)) \in B(n, m) \quad \forall 1 \leq n \leq N \quad \text{et} \quad \forall 1 \leq m \leq M \quad (3.10)$$

- $B(n, m)$  est la cellule (l'élément) correspondante à la  $n$ -ième intervalle d'intensité et la  $m$ -ième intervalle de géodésique.

- $G(p)$  et  $I(p)$  sont respectivement la distance géodésique et l'intensité de pixel du point  $p$ .
- Normalisation de  $F_p(G, I)$ .

### 1.2.3. Courbes Iso-Géodésiques (CIG)

Cette méthode de reconnaissance faciale 2D est basée sur l'analyse des surfaces faciales en analysant des courbes du visage à l'aide de la géométrie de Riemann. Pour extraire les courbes d'une surface de visage 2D, la première étape consiste à définir la fonction à valeur réelle sur cette surface [125, 126, 127]. Les courbes Iso-géodésiques sont définies comme les emplacements de tous les points de la surface du visage ayant la même distance géodésique au point de référence choisi (bout du nez). La distance géodésique entre deux points sur une surface est le plus court chemin entre ces deux points le long de la surface [127, 128].

Dans cette méthode, nous représentons la surface de visage humain 2D par une collection de courbes iso-géodésiques. Pour extraire les courbes iso-géodésique nous utilisons l'algorithme de Fast Marching comme une solution de l'équation Eikonale [119]. La figure (3.1) présente les courbes iso-géodésique extraites en utilisant certaines images de visage 2D des bases de données YaleB et ORL.

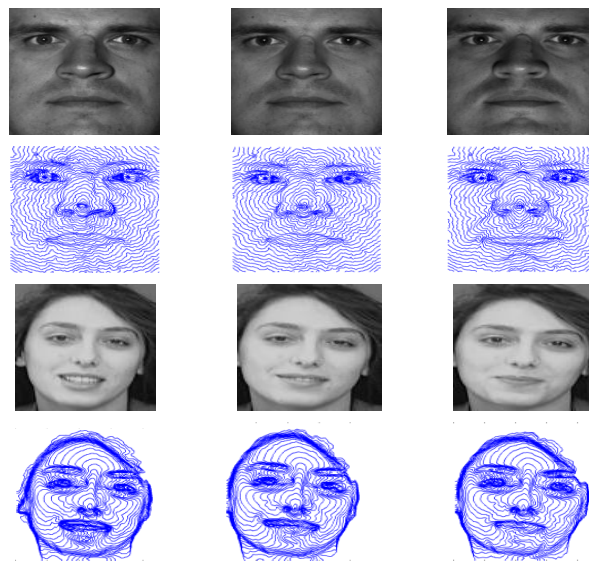


FIGURE 3.6 – Extraction des courbes Iso-géodésiques utilisant les images des bases ORL et YaleB

Étant donné deux points sur une surface du visage  $S$  (point de référence  $p_0$  et un autre point  $p$  de la surface  $S$ ), la distance géodésique entre  $p_0$  et  $p$  est définie comme la longueur de l'arc du plus court chemin entre ces deux points le long de la surface et désignés par la Fonction de Distance Géodésique

(FDG), qui est une fonction continue sur la surface du visage.

$$F(p, p_0) = k; \quad k \in [0, +\infty[ \quad \text{et} \quad (p_0, p) \in S \quad (3.11)$$

Nous pouvons donc définir les courbes du visage par :

$$C_k = \{ p \in S / F(p, p_0) = k \subset S, \quad k \in [0, +\infty[ \quad \} \quad (3.12)$$

La fonction  $F$  définit la distance géodésique entre  $p_0$  et  $p$ , ou la longueur du plus court chemin entre ces deux points, tout en restant sur la surface  $S$ .

Cette définition nous permet de citer trois cas de  $C_k$  selon les valeurs de  $k$  :

- Si  $k = 0$  donc  $C_k$  tend vers le point de référence  $p_0$  :  $C_k = \{p_0\}$ .
- Si  $k \rightarrow \infty$  donc  $C_k$  tend vers l'ensemble vide :  $C_k = \{\emptyset\}$ .
- Si  $0 < k < \infty$  donc  $C_k$  s'approche à  $S$  :  $C_k = \{p \in S / F(p, p_0) = k \}$ .

Pour analyser les surfaces faciales, nous analysons simplement les courbes iso-géodésiques qui caractérisent ces surfaces de visages  $2D$  et nous calculons la distance géodésique entre elles sur un collecteur qui dépend de la métrique Riemannienne. Pour analyser la forme de la courbe, nous utilisons le paramétrage par la fonction mathématique  $SRVF$  (Square Root Velocity Function) [129, 130, 131, 132].

Soit une courbe fermée  $\beta : I \rightarrow \mathbb{R}^3$ , pour un intervalle unité  $I \equiv [0, 2\pi]$ ,  $\beta$  est représentée par la fonction  $SRVF : q : I \rightarrow \mathbb{R}^3$  définie comme suit :

$$q(s) = \frac{\beta'(s)}{\|\beta'(s)\|^{\frac{1}{2}}} = \frac{\frac{d\beta(s)}{ds}}{\sqrt{\|\frac{d\beta(s)}{ds}\|}} \in \mathbb{R}^3 \quad (3.13)$$

Où  $s \in I \equiv [0, 2\pi]$ ,  $\|\cdot\|$  est la norme euclidienne dans  $\mathbb{R}^3$ ,  $\|q(s)\|$  est la racine carrée de la vitesse instantanée de la courbe  $\beta$  et  $(q(s)/\|q(s)\|)$  est la direction instantanée au point  $s \in [0, 2\pi]$  le long de la courbe.

Ainsi, la courbe  $\beta$  peut être reconstruite dans une translation, en utilisant :

$$\beta(s) = \int_0^s q(t) \cdot \|q(t)\| dt \quad (3.14)$$

Nous définissons l'ensemble des courbes fermées dans  $\mathbb{R}^3$  par :

$$C = \left\{ q : S^1 \rightarrow \mathbb{R}^3 \mid \int_{S^1} q(t) \cdot \|q(t)\| dt = 0 \right\} \subset \mathbb{L}(S^1, \mathbb{R}^3) \quad (3.15)$$

$\mathbb{L}^2(S^1, \mathbb{R}^3)$  désigne l'ensemble de toutes les fonctions intégrales dans  $S^1 \rightarrow \mathbb{R}^3$  et  $\int_{S^1} q(t) \parallel q(t) \parallel dt$  désigne le déplacement total dans  $\mathbb{R}^3$  tout en se déplaçant à partir de l'origine de la courbe jusqu'à ce que l'extrémité (si  $\int_{S^1} q(t) \parallel q(t) \parallel dt = 0$  donc la courbe est fermée).

Toutes courbes fermées 3D sont définies comme variétés non linéaires dans l'espace de Hilbert. Pour analyser la forme des courbes iso-géodésiques et calculer la distance géodésique entre elles, il est important de comprendre tous les vecteurs de leurs espaces tangents et d'imposer une métrique Riemannienne. Nous équipons l'espace des courbes fermées d'une métrique Riemannienne en utilisant le produit scalaire défini comme suit [130, 131] :

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 (f(s), g(s)) ds \quad (3.16)$$

Avec  $f$  et  $g$  sont deux vecteurs dans l'espace tangent  $T_v(C)$  qu'on peut définir par :

$$T_v(C) = f : S^1 \rightarrow \mathbb{R}^3 \mid \langle f(s), h(s) \rangle = 0, \quad h \in N_v(C) \quad (3.17)$$

Notons que  $N_v(C)$  est un espace des vecteurs normaux à la courbe du visage.

Après une représentation mathématique des courbes iso-géodésique en utilisant la métrique Riemannienne, ce paramètre devrait invariant par rapport aux certaines transformations (translation, rotation, échelle) [131]. La question à poser est de savoir comment calculer la distance géodésique entre deux courbes fermées ? Pour répondre à cette question, nous avons utilisés l'approche introduite par Klassen et al en 2007 [130].

Pour comparer deux surfaces faciales, nous utilisons simplement la distance géodésique entre les paires des courbes fermées extraites par ces deux surfaces faciales. Soit  $c_1$  et  $c_2$  deux courbes faciales (courbes iso-géodésique),  $q_1$  et  $q_2$  sont respectivement leurs Fonctions (SRVF). La distance géodésique entre  $c_1$  et  $c_2$  est calculée par la relation suivante :

$$d(q_1, q_2) = \int_0^1 \sqrt{\langle \xi'(t), \xi'(t) \rangle} dt \quad (3.18)$$

Avec,  $\xi$  est un chemin de géodésique déterminé par la méthode d'entraînement, ce procédé consiste à connecter les deux courbes d'un trajet arbitraire  $\alpha$  ensuite mettre à jour le chemin d'accès de façon répétée dans le sens négatif de la pente de la fonction d'énergie donnée par :

$$E[\alpha] = 1/2 \int_0^1 \left\langle \frac{d\alpha(t)}{ds}, \frac{d\alpha(t)}{ds} \right\rangle dt \quad (3.19)$$

Il a été montré à travers  $\xi$  que les points critiques de l'équation d'énergie  $E[\alpha]$  sont des chemins géodésiques dans la surface faciale  $S$  [129, 131]. Les surfaces faciales  $S_1$  et  $S_2$  sont représentés respectivement par une collection de leur courbes iso-géodésiques  $\{c_{k1}; k \in [0, k_0]\}$  et  $\{c_{k2}; k \in [0, k_0]\}$ ,  $k$  est la distance géodésique entre  $p_0$  (point de référence) et tout point  $p$  de la surface du visage  $S$ . Les vecteurs de distances géodésiques calculés entre une des paires de courbes faciales sont utilisés comme vecteurs d'entrée des algorithmes de classification de notre système de reconnaissance faciale automatique.

### 1.3. Apprentissage et Classification

Nous décrivons dans cette section le troisième module d'un système de reconnaissance de visage. Après avoir détecté le visage dans l'image et extrait ses attributs caractéristiques, nous présentons ici les méthodes qui permettent de classifier et de fournir la décision finale : personne inconnue ou personne connue. Les approches proposées dans la littérature pour résoudre ce problème relèvent de la classification automatique de données. Un champ de recherche largement exploré durant les dernières décennies pour de nombreuses applications.

Les méthodes pouvant être appliquées dans cette étape dépendent principalement de la technique utilisée lors de l'étape d'extraction de signatures. Certaines n'interviennent que dans la phase de d'identification, c'est-à-dire pour reconnaître l'individu auquel appartient le visage. Dans cette catégorie, on distingue notamment les méthodes qui sont basées sur le calcul des distances entre les signatures stockées dans la base (hors-ligne) et celle qui a été calculée sur le visage en cours de traitement (en-ligne). Dans ce cas, les frontières entre classe dans l'espace des signatures sont déterminées a posteriori.

D'autres méthodes interviennent d'une part dans la phase d'enrôlement afin de déterminer a priori, dans l'espace des signatures, les frontières entre les classes correspondantes aux différents individus. Cette phase d'enrôlement est qualifiée d'apprentissage. Il s'agit ici d'un apprentissage supervisé du fait que les étiquettes des visages de la base de données sont connues. Une technique de discrimination associée intervient ensuite durant la phase d'identification, assurant la classification du visage cible à partir des connaissances acquise durant l'apprentissage. Parmi ces méthodes, nous décrivons les trois plus utilisées, à savoir, les classificateurs exploitant un Réseau de Neurones (RN) [133], les K-Plus Proches Voisins (KPPV) [134] et les Séparateurs à Vastes Marges (SVM) [135].



### 1.3.1. Réseaux de Neurones

Il est aujourd’hui impossible de parler de classement ou de classification sans parler de réseaux de neurones. Ils sont largement répandus grâce à leur puissance de modélisation (ils peuvent approcher n’importe quelle fonction suffisamment régulière), qui fait merveille pour résoudre une grande variété de problèmes, face à des phénomènes complexes, des données difficiles à appréhender et ne suivant pas de lois probabilistes particulières.

Les réseaux de neurones sont composés d’éléments simples (ou neurones) fonctionnant en parallèle. Ces éléments ont été fortement inspirés par le système nerveux biologique. Comme dans la nature, le fonctionnement du réseau (de neurone) est fortement influencé par la connections des éléments entre eux. On peut entraîner un réseau de neurone pour une tâche spécifique (reconnaissance de caractères par exemple) en ajustant les valeurs des connections (ou poids) entre les éléments (neurone) (voir la figure (3.7)). En général, l’apprentissage des réseaux de neurones est effectué de sorte que pour une entrée particulière présentée au réseau corresponde une cible spécifique. L’ajustement des poids se fait par comparaison entre la réponse du réseau (ou sortie) et la cible, jusqu’à ce que la sortie corresponde (au mieux) à la cible. On utilise pour ce type d’apprentissage dit superviser un nombre conséquent de pair (entrée/sortie).

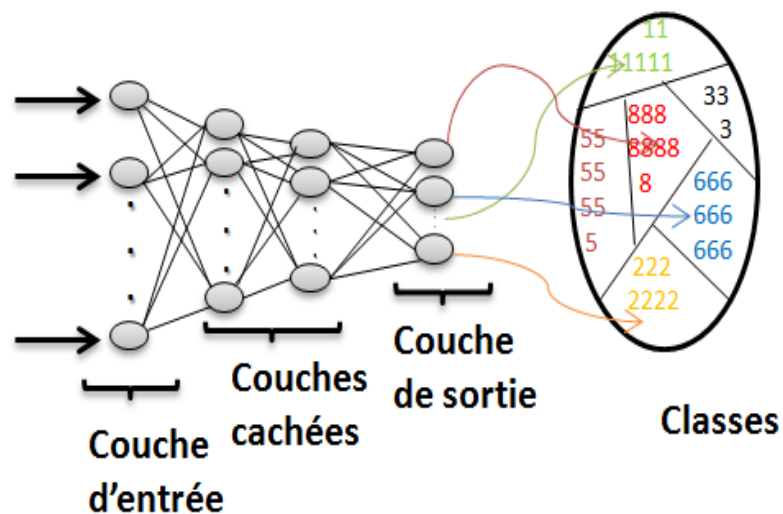


FIGURE 3.7 – Différentes couches des réseaux de neurones

Un réseau est en général composé d’une succession de couches dont chacune prend ses entrées sur les sorties de la précédente. Les réseaux comportent donc au minimum deux couches :

- Une couche d'entrée qui reçoit les informations (les caractéristiques) de l'individu à classer. Chaque information est transmise à un seul nœud et le nombre de nœuds est par conséquent égal à la dimension du vecteur caractéristique. Les nœuds de la couche d'entrée sont triviaux dans la mesure où ils ne combinent rien et ne font que transmettre la valeur de la variable qui leur correspond.
- Une couche de sortie qui contient autant de nœuds que de classes. Entre la couche d'entrée et la couche de sortie des nœuds sont souvent connectés. Ils appartiennent à un niveau intermédiaire : la couche cachée. Il peut parfois exister plusieurs couches cachées.

L'apprentissage permet aux réseaux de neurones de réaliser des tâches complexes dans différents types d'application (classification, identification, reconnaissance de caractères, de voix, vision, système de contrôle ...). Ces réseaux de neurones peuvent souvent apporter une solution simple à des problèmes encore trop complexes ne pouvant être résolus rapidement par les ordinateurs actuels (puissance de calcul insuffisante) ou par notre manque de connaissances.

### 1.3.2. K-Plus Proche Voisin

La méthode des K-Plus Proches Voisins (K-Nearest Neighbor) est une des plus anciennes, plus simples et plus intuitives méthodes de classement [136, 137, 138]. Elle peut se résumer par ce simple principe : «*Dis moi qui sont tes voisins, je te dirai qui tu es !*». Elle est motivée par le fait que des entrées semblables (proches) doivent avoir la même classe d'appartenance. La première étape consiste à bien définir ce que l'on appelle semblables ou proches. Les individus sont représentés par leur vecteur caractéristique, donc ces notions se traduisent par la distance entre les individus. Pour cela on peut utiliser les distances existantes, mais chacune apporte un résultat différent (figure (3.8)).

Il s'agit d'une approche très simpliste et directe vu qu'elle n'a besoin carrément d'aucun apprentissage mais juste un stockage des données d'apprentissage, c'est pourquoi cette méthode fait partie d'une famille des algorithmes dites paresseux, en effet son principe se repose fortement sur :

- Regarder la classe de chacun des  $k$  exemples les plus proches voisins ( $k = 1, 3, \dots$ )
- Affecter la classe majoritaire au nouvel exemple.

Pour ce faire, il faut avoir d'abord une mémoire ou base d'exemples étiquetés et le choix d'une métrique ou distance. En effet, plusieurs distances peuvent être utilisées dans ce propos. Outre, une telle distance

[139] entre deux vecteurs donnés  $x, y \in \mathbb{R}^n$  doit satisfaire les quatre propriétés suivantes :

- $D(x, y) \geq 0$  (non-négativité).
- $D(x, y) = 0$  si et seulement si  $x = y$  (réflexivité).
- $D(x, y) = D(y, x)$  (symétrie).
- $D(x, y) + D(y, z) \leq D(x, z), \forall z \in \mathbb{R}^n$  (inégalité triangulaire).

Dans ce contexte, plusieurs types des distances [140] entre  $x$  et  $y$  sont disponibles, à savoir :

- Distance Euclidienne :

$$d(x, y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2} \quad (3.20)$$

- Distance de Minkowski :

$$d(x, y) = \left( \sum_{i=1}^n |x_i - y_i|^p \right)^{\frac{1}{p}} \quad (3.21)$$

Pour  $p = 1$ , on va avoir :

- Distance de Manhattan (distance de city-block) :

$$d(x, y) = \sum_{i=1}^n |x_i - y_i| \quad (3.22)$$

Pour bien fixer les idées, l'exemple suivant illustre le principe de cette méthode (K-PPV) :

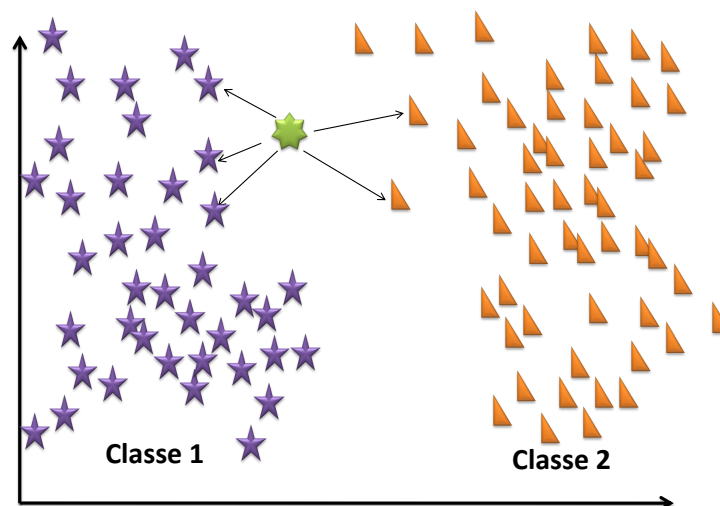


FIGURE 3.8 – K-Plus Proches Voisins

Analysant la figure ci-dessus (3.8), le vecteur inconnu sera affecté à la classe 2.

Le choix du paramètre  $k$  dans la méthode des K-PPV influe extrêmement sur sa performance. Justement, une faible valeur de  $k$  permet de produire un bon classement néanmoins ce dernier est médiocre si les données sont assez bruitées, bref :

- $k$  grand : Moins sensible au bruit et performant pour des bases d'apprentissage énormes.
- $k$  petit : Moins performant si les données sont suffisamment bruitées et très valable pour des petites bases d'apprentissage.

### 1.3.3. Vecteurs a Support Machines (SVM)

SVM (Support Vector Machines) est une technique d'apprentissage statistique, proposée par V. Vapnik en 1995 [141]. Elle permet d'aborder des problèmes très divers comme le classement, la régression, la fusion, etc. L'idée essentielle consiste à projeter les données de l'espace d'entrée (appartenant à des classes différentes) non linéairement séparables, dans un espace de plus grande dimension appelé espace de caractéristiques, de façon à ce que les données deviennent linéairement séparables [Moh05]. Dans cet espace, la technique de construction de l'hyperplan optimal est utilisée pour calculer la fonction de classement séparant les classes tels que les vecteurs appartenant aux différentes classes se trouvent de différents côtés de l'hyperplan.

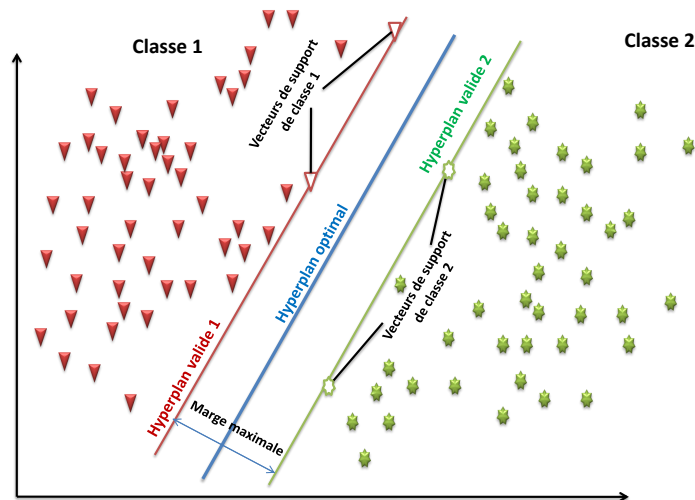


FIGURE 3.9 – Principe de la technique SVM (hyperplan optimal, vecteurs de supports, marge maximale)

Le but du SVM est donc de trouver une séparatrice qui minimise l'erreur de classification sur l'ensemble d'apprentissage mais qui sera également performante en généralisation sur des données non utilisées en apprentissage. Pour cela le concept utilisé est celui de marge (d'où le nom de séparateurs à

vaste marge). La marge est la distance quadratique moyenne entre la séparatrice et les éléments d'apprentissage les plus proches de celle-ci appelés vecteurs de support (figure (3.9)). Ces éléments sont appelés vecteurs de support car c'est uniquement sur ces éléments de l'ensemble d'apprentissage qui optimise la séparatrice.

- **Hyperplan optimal** : est un Hyperplan qui classé correctement les données (lorsque c'est possible) et qui se trouve le plus loin possible de tous les exemples, on peut dire aussi que cet hyperplan maximise la marge.

- **Vecteurs de support** : ce sont Les points les plus proches, qui sont les seuls utilisés pour la détermination de l'hyperplan.

- **La marge** : est la distance entre l'hyperplan et les exemples. La marge est calculée à partir du produit scalaire entre les vecteurs situés de la frontière de chaque classe et le vecteur unitaire normal de l'hyperplan séparateur .

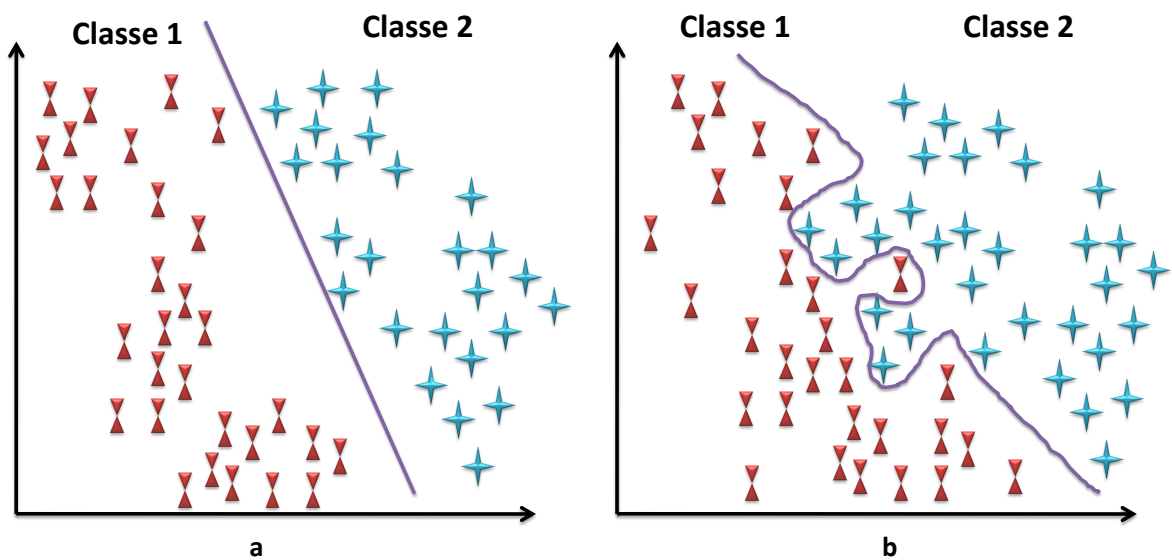


FIGURE 3.10 – (a)- les échantillons de données représentés dans un plan sont linéairement séparable et séparées par une ligne droite, (b)- les échantillons de données représentés dans un plan sont non-linéairement séparables et séparées par une courbe

La technique SVM est basée sur l'utilisation de fonctions dites noyau (kernel) qui permet une séparation optimale des données. Pour deux classes d'exemples donnés, le but de SVM est de trou-

ver un classificateur qui va séparer les données et maximiser la distance entre ces deux classes. Avec SVM, ce classificateur est un classificateur linéaire appelé hyperplan.

Il est évident qu'il existe une multitude d'hyperplan valide mais la propriété remarquable des SVM est que cet hyperplan doit être optimal. Nous allons donc en plus chercher parmi les hyperplans valides, celui qui passe «au milieu» des points des deux classes d'exemples. Intuitivement, cela revient à chercher l'hyperplan le «plus sûr». En effet, supposons qu'un exemple n'ait pas été décrit parfaitement, une petite variation ne modifiera pas sa classification si sa distance à l'hyperplan est grande. Formellement, cela revient à chercher un hyperplan dont la distance minimale aux exemples d'apprentissage est maximale. Parmi les modèles des SVM, on constate les cas linéairement séparable et les cas non linéairement séparable. Les premiers sont les plus simples de SVM car ils permettent de trouver facilement le classificateur linéaire. Dans la plupart des problèmes réels, il n'y a pas de séparation linéaire possible entre les données, le classificateur de marge maximale ne peut pas être utilisé car il fonctionne seulement si les classes de données d'apprentissage sont linéairement séparables (voir la figure (3.10)).

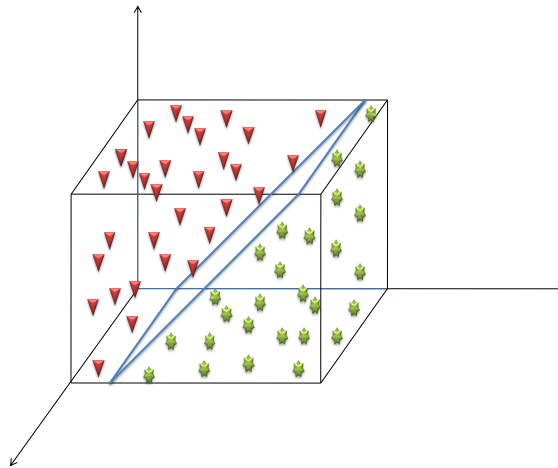


FIGURE 3.11 – plan de séparation après une transformation des mêmes échantillons de données dans l'espace 3D

Pour surmonter les inconvénients des cas non linéairement séparables, l'idée des SVM est de changer l'espace des données. La transformation non linéaire des données peut permettre une séparation linéaire des exemples dans un nouvel espace. On va donc avoir un changement de dimension. Cette nouvelle dimension est appelée «espace de re-description». En effet, intuitivement, plus la dimension de l'espace de re-description est grande, plus la probabilité de pouvoir trouver un hyperplan séparateur entre les exemples est élevée. Ceci est illustré par la figure (3.11).

## 2. Résultats de simulation

Dans cette section, nous présentons, quantitativement et qualitativement, une série de simulation pour évaluer l'efficacité de nos approches proposés à savoir : Les Courbes Iso-Géodésiques (CIG), la Distance Géodésique (DG) et l'Histogramme d'Intensité Géodésique (HIG). Nous comparons les résultats avec les approches les plus connus et les méthodes citées précédemment dans l'état de l'art.

Ces résultats expérimentaux sont réalisés en utilisant les images des deux bases de données bien connus ORL et YaleB. Ces bases de données ont été utilisées pour évaluer la performance de nos méthodes avec différentes tailles, poses, différentes conditions d'éclairage ... etc. La base de données ORL contient 400 images de 40 personnes. Pour chaque personne, nous avons 10 images au niveaux de gris et normalisées à une résolution de  $112 \times 92$  pixels. La base de données YaleB contient 2432 images de 38 personnes dans 64 des conditions d'éclairage différentes. Chaque image a été normalisée à une résolution de  $168 \times 192$  pixels. Pour réaliser nos systèmes de reconnaissance faciale 2D, nous utilisons trois algorithmes de classification tels que : les Réseaux de Neurones (RN), K-Plus Proche Voisin (KPPV) et les Vecteurs à Support Machines (VSM).

### 2.1. Distance Géodésique (DG)

Dans la première expérience, nous réalisons un système de reconnaissance faciale 2D basée sur trois algorithmes tels que : La Distance Géodésique (DG), l'Analyse en Composantes Principales (ACP) et l'Analyse Discriminante Linéaire (ADL).

Soit une image de la base de données ORL (YaleB), nous avons déterminé les distances géodésiques entre un point de référence  $p_0$  et tous les points  $p$  de l'image par l'algorithme de Distance Géodésique (DG) comme décrit au paragraphe (1.2.1). Nous avons obtenu une matrice des distances géodésiques  $[\psi] = \delta_{ij}$  de grande taille,  $112 \times 92$  pour les images de la base de données ORL et  $168 \times 192$  pour la base de données YaleB. Pour la réduction de la dimensionnalité de  $[\psi]$ , nous avons utilisé Les algorithmes ACP et ADL pour avoir un vecteur qui garde toute l'information et bien adapté au calcul. Ces vecteurs définissent les entrées des algorithmes de classification utilisés dans nos systèmes de reconnaissance de visage 2D.

La figure (3.12) montre les résultats obtenus par notre premier système automatique de reconnaissance de visage, ce premier système est basé sur les algorithmes DG et ACP pour l'étape d'extraction

de caractéristiques et les classificateurs RN, KPPV et VSM pour l'étape de classification. Cette figure présente le taux de reconnaissance obtenu pour les images des deux bases ORL et YaleB.

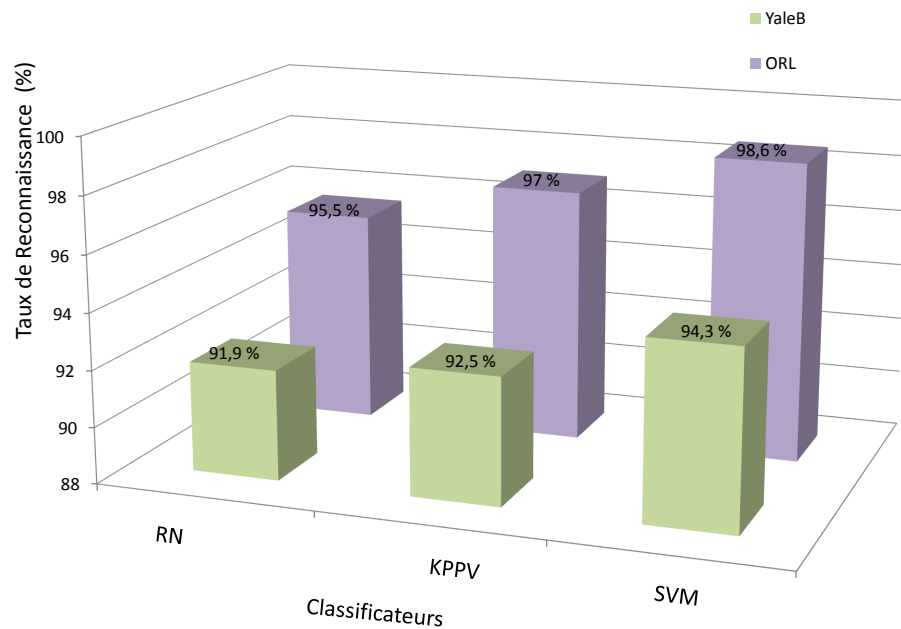


FIGURE 3.12 – Taux de reconnaissance de la méthode (DG + ACP) pour chaque classificateur (RN, KPPV et VSM) en utilisant les images des bases YaleB et ORL [1]

Les résultats expérimentaux de cette méthode indiquent que le meilleur taux de reconnaissance a été obtenu en utilisant le classificateur Vecteurs Support Machines (VSM) comme algorithme de classification avec un taux de reconnaissance de 98,60% pour les images de la base ORL et 94,30% pour les images de la base YaleB.

Dans le deuxième système de reconnaissance faciale, les caractéristiques des visages ont été extraites en utilisant la méthode (DG + ADL) basée sur les algorithmes : Distance Géodésiques (DG) et l'Analyse Discriminante Linéaire (ADL). Les résultats de la simulation de cette méthode sont présentés dans la figure (3.13).

Les résultats de la figure (3.13) montre que cette méthode (DG + ADL) présentent un meilleur taux de reconnaissance pour l'algorithme VSM (Vecteurs à Support Machines), tel que 96,20% pour les images de bases de données ORL et 92,00% pour les images de la base YaleB.



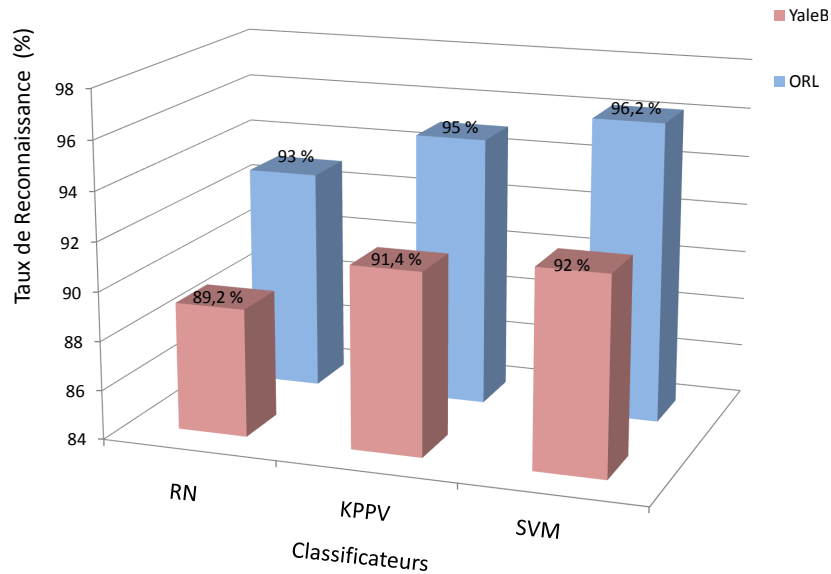


FIGURE 3.13 – Taux de reconnaissance de la méthode (DG + ADL) pour chaque classificateur (RN, KPPV et VSM) en utilisant les images des bases YaleB et ORL [1]

## 2.2. l’Histogramme d’Intensité Géodésique (HIG)

Dans cette expérience, nous avons utilisé l’histogramme d’intensité géodésiques (HIG) pour l’extraction des caractéristiques des images des visages  $2D$ . Soit une image de visage des bases de donnée ORL ou YaleB, l’HIG est la combinaison de la distance géodésique et l’intensité des pixels, il est calculé comme décrit dans le paragraphe (1.2.2). Les vecteurs GIH définissent l’entrée des algorithmes de classification utilisés dans nos systèmes de reconnaissance faciale  $2D$ . Dans l’étape de classification, nous avons appliqué trois classificateurs, à savoir, les Réseaux de Neurones (RN), K-Plus Proche Voisin (KPPV) et les Vecteurs à Support Machines (VSM). Les résultats de simulation sont résumés dans la figure (3.14).

La figure (3.14) montre les résultats du taux de reconnaissance obtenus pour les différents classificateurs en utilisant les images des bases ORL et YaleB. Pour la base ORL les TRs obtenus sont 90,60%, 92,00% et 94,50%, et pour la base YaleB sont 90,00%, 91,00% et 93,70%, correspondent respectivement aux algorithmes de classification RR, KPPV et VSM.

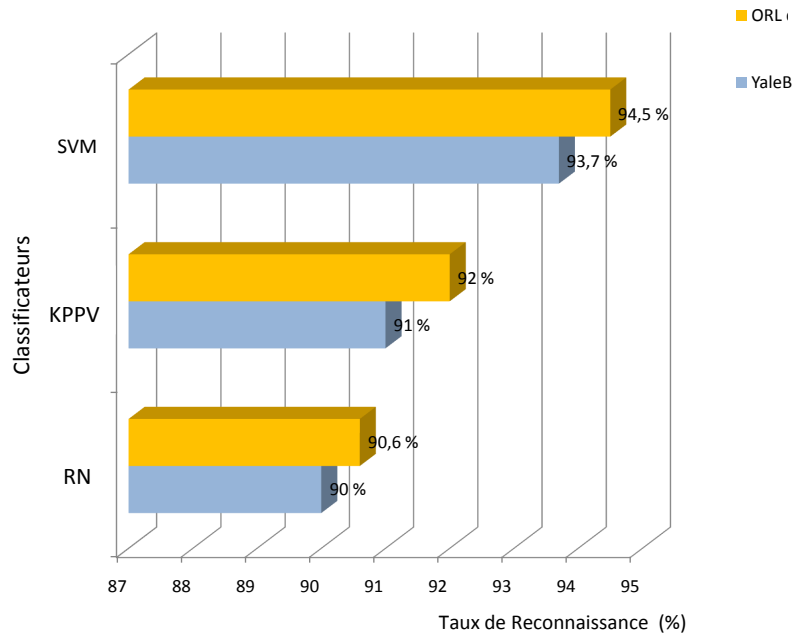


FIGURE 3.14 – Taux de reconnaissance de la méthode (HIG) pour chaque classificateur (RN, KPPV et SVM) en utilisant les images des bases ORL et YaleB [1]

Nous remarquons que les meilleurs taux de reconnaissance sont 94,50% pour les images de la base ORL et 93,70% pour les images de la base YaleB tous en utilisant les Vecteurs à Support Machines (VSM).

### 2.3. Courbes Iso-géodésiques (CIG)

Dans cette dernière expérience, les caractéristiques des visages sont extraits à l'aide des courbes iso-géodésiques (CIG). Cette méthode est basée sur deux étapes principales : l'extraction des courbes faciales et la comparaison de la forme de ces courbes avec des courbes de la base de données. Pour la première étape nous avons utilisé l'algorithme de Fast Marching comme solution numérique de l'équation Eikonale, et pour la deuxième étape nous avons calculé la distance géodésique entre chaque paire des courbes iso-géodésiques en utilisant la métrique Riemannienne. Toutes ces méthodes sont bien détaillées dans le paragraphe (1.2.2).

Dans ce système de reconnaissance, nous avons représenté les surfaces des visages comme des collections des courbes iso-géodésiques. Pour déterminer le nombre des courbes nécessaire et suffisant pour représenter un visage humain, nous avons réalisé une série des expériences dont les résultats sont résumés

dans la figure (3.15).

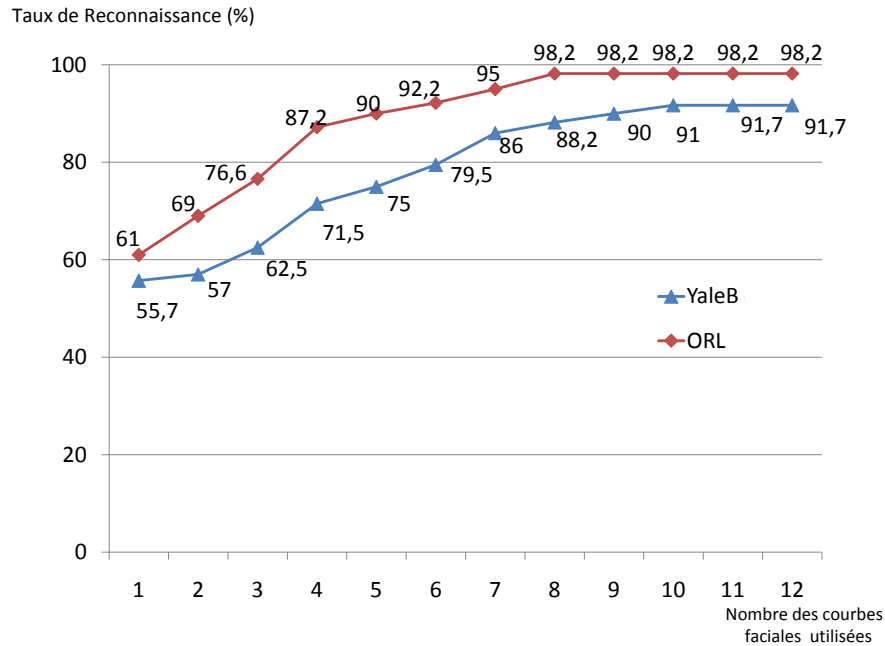


FIGURE 3.15 – Taux de reconnaissance de la méthode (CIG) en fonction de nombre des courbes faciales pour le classificateur (RN) en utilisant les images des bases YaleB et ORL [2]

La figure (3.15) montre le taux de reconnaissance en terme de nombre des courbes iso-géodésiques utilisées pour représenter un visage humain dans notre système. Cette figure montre que les images de la base de données ORL sont représentées par huit courbes faciales d’une part et que les images de la base de données YaleB sont représentées par onze courbes.

Soit  $Img$  une image de visage  $2D$  de la base de donnée ORL (YaleB). La surface de  $Img$  est représentée par huit courbes iso-géodésique (onze courbes iso-géodésiques), et pour comparer cette image avec une autre image, il suffit d’utiliser la forme de leurs courbes faciales. La comparaison de deux courbes est due au le calcul d’une distance géodésique entre elles. Le plus court chemin entre deux images de visage  $2D$  est défini comme la somme des distances géodésiques entre toutes les paires des courbes faciales correspondantes dans les deux images de visage. Le vecteur caractéristique est alors formé par les distances géodésiques calculées sur toutes les courbes et sa dimension est égale au nombre des courbes iso-géodésiques utilisées (8 pour les images de la base de données ORL et 11 pour les images de la base YaleB). Ces vecteurs sont utilisés comme des entrées des algorithmes de classification de notre système de reconnaissance automatique de visage  $2D$ .

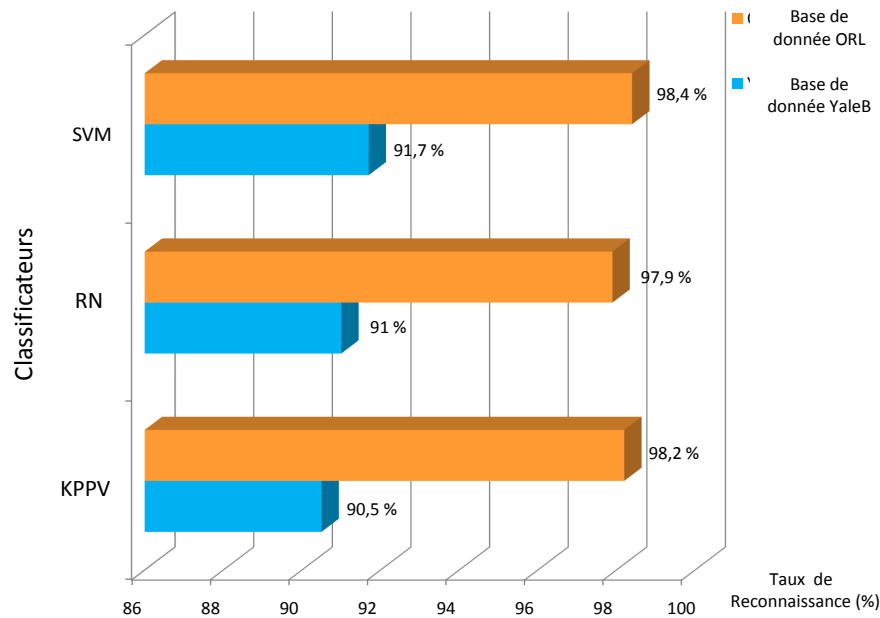


FIGURE 3.16 – Taux de reconnaissance de la méthode (CIG) pour chaque classificateur (RN, KPPV et SVM) en utilisant les images des bases YaleB et ORL [1]

Les résultats de simulation obtenus par notre système sont résumés dans la figure (3.16). La figure (3.16) donne le taux de reconnaissance des images de bases de données ORL et YaleB pour chaque classificateurs (RN, KPPV et SVM). Nous remarquons que les meilleurs taux de reconnaissance sont 98,40% pour les images de la base ORL et 91,70% pour les images de la base YaleB tous en utilisant les Vecteurs à Support Machines (SVM) comme algorithme de classification.

## 2.4. Comparaison des résultats de simulation

Dans ce chapitre, nous avons réalisé plusieurs systèmes de reconnaissance de visage 2D en utilisant quatre algorithmes d'extraction des caractéristiques à savoir : Distance Géodésique + l'Analyse en Composante Principale (DG+ACP), Distance Géodésique + l'Analyse Discriminante Linéaire (DG+ADL), l'Histogramme d'Intensité Géodésique (HIG) et les Courbes Iso-Géodésiques (CIG). Pour l'apprentissage et la classification nous avons utilisé les Réseaux de Neurones (RN), K-Plus Proche Voisin (KPPV) et Les Machines à Vecteurs de Support (SVM). Ces méthodes ont été vérifiées sur les images des deux bases de données bien connus ORL et YaleB, et les protocoles d'essai utilisés dans les expériences sont presque les mêmes, de sorte qu'une comparaison directe des résultats rapportés dans ces œuvres est possible. Les deux figures (3.17) et (3.18) présentent les résultats obtenus d'une étude comparative des

taux de reconnaissance des systèmes automatiques de reconnaissance de visage réalisés par les méthodes précédentes.

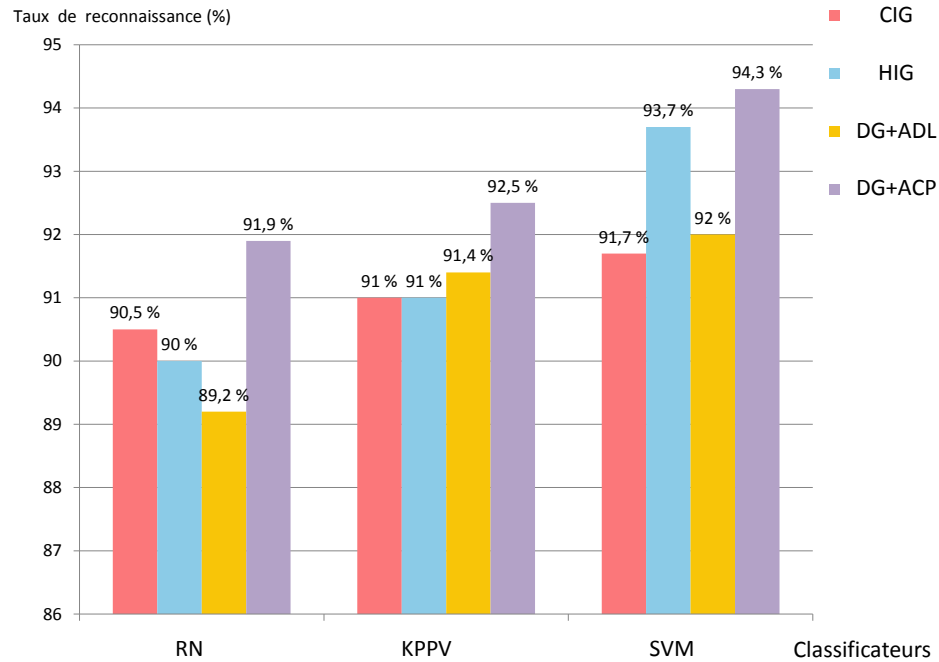


FIGURE 3.17 – Comparaison de nos méthodes de reconnaissance faciale 2D en utilisant la base de données YaleB [1]

La figure (3.17) présente les taux des reconnaissances des méthodes d'extraction des caractéristiques (DG + ACP, DG + ALD, HIG et CIG) pour chaque algorithme de classification (RN, K-PPV et SVM) en utilisant les images de la base des données YaleB. Cette présentation nous permet de faire une comparaison rapide et facile des taux de reconnaissance pour déterminer le meilleur système. Les résultats de la figure (3.17) montrent que le meilleur système automatique de reconnaissance de visage 2D est obtenu en utilisant (DG + ACP) pour l'extraction des caractéristiques et SVM comme algorithme de classification, avec un taux de reconnaissance de 94,30%.

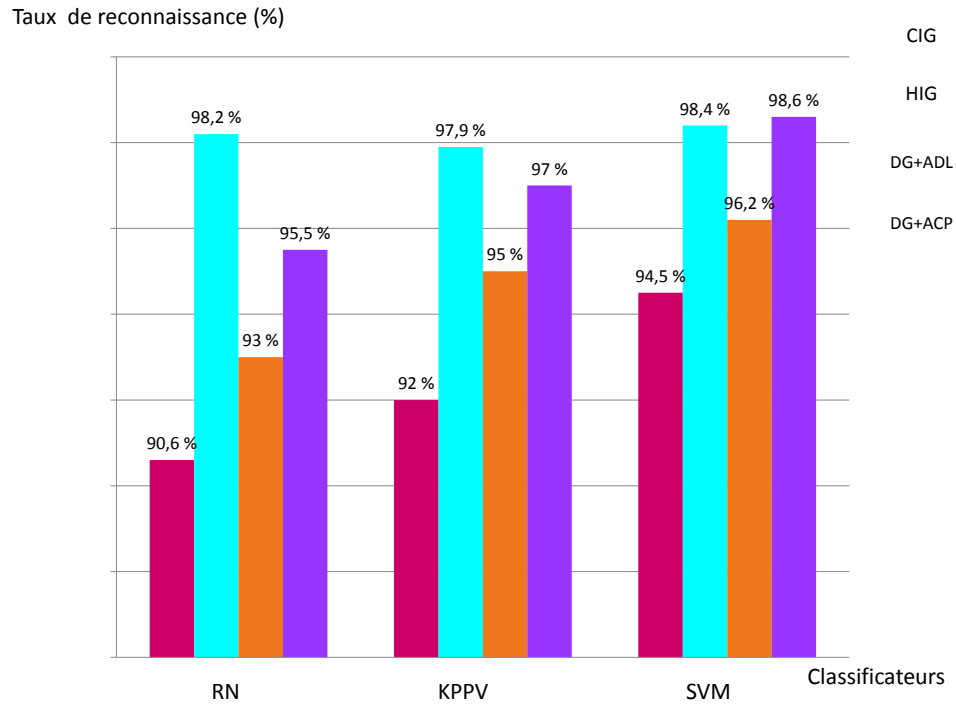


FIGURE 3.18 – Taux de Reconnaissance de la méthode (DG + ADL) pour chaque classificateur (RN, KPPV et VSM) en utilisant les images de la base ORL [1]

La figure (3.18) représente les taux de reconnaissance en fonction des classificateurs utilisés pour les images de la base ORL. Cette comparaison montre que la meilleure méthode est DG + ACP + SVM avec un taux de reconnaissance de 98,60%.

La base de données ORL a été utilisée pour évaluer la performance de nos systèmes d’algorithmes dans des conditions où la pose, les expressions faciales et la taille de l’échantillon sont variées. La base de données YaleB a été utilisée pour examiner les performances des systèmes lorsque les expressions du visage et l’éclairage sont variées. Les expériences ci-dessus montrent que les taux de reconnaissance de tous les algorithmes en utilisant des images ORL sont toujours plus élevés que celles des images YaleB, alors nous pouvons dire que l’éclairage est le problème principal de nos algorithmes d’extraction du caractéristiques.

En conclusion de cette série de résultats, un tableau récapitulatif (tableau 3.1) compare les performances de nos algorithmes de reconnaissance de visage 2D par rapport aux performances obtenues dans d’autres systèmes représentés dans l’état de l’art. Nous pouvons remarquer que notre système automatique de reconnaissance faciale 2D basé sur la Distance Géodésiques (DG), Analyse en Composantes Principales (ACP) et Les Machines à Vecteurs de Support (SVM) est très performant par rapport aux autres méthodes de reconnaissance 2D. Notre objectif est d’améliorer le taux de reconnaissance des systèmes

de reconnaissance 2D, nous pouvons affirmer en fonction de ces résultats que notre objectif est atteint.

TABLE 3.1 – Etude comparative des performances de nos algorithmes de reconnaissance de visage 2D par rapport aux algorithmes présentés dans l'état de l'art.

Date	Référence	Méthode	Base de données	Taux de Reconnaissance
1991	<i>M.Turk et al</i> [142]	Eigenface	ORL	90,00%
2001	<i>G.D.Guo et al</i> [143]	Optimal-Pairwise Coupling (O-PWC) SVM	ORL	96,79%
2002	<i>K.I.Kim et al</i> [144]	Several SVM + NN arbitra- tor	ORL	97,90%
2003	<i>Lu et al</i> [145]	DF-LDA	ORL	96.00%
2004	<i>J.Yang et al</i> [146]	2DPCA	ORL	96.00 %
2004	<i>M.Visani et al</i> [147]	2DO-LDA	FERET	94.40 %
2005	<i>Cevikalp et al</i> [148]	DCV	Yale	97.33%
2009	<i>Salimi et al</i> [149]	KPCA+LDA	XM2VTS	97.77 %
2010	<i>M.Agarwal et al</i> [150]	PCA + NN	ORL	97.01%
2012	<i>M.Belahcene et al</i> [151]	PCA + EFM + 200 SVMs	XM2VTS	97.72 %
2012	<i>V.More et al</i> [152]	FFLD	ORL	95.50%
2012	<i>V.More et al</i> [152]	FFLD	Yale	94.80%
2014	<i>W.Xu et al</i> [153]	WT + 2D PCA + SVM	ORL	97.10%
2015	<i>R.Ahdid et al</i> [1]	GD + LDA	YaleB	92.00%
2015	<i>R.Ahdid et al</i> [1]	GD + LDA	ORL	96.20%
2015	<i>R.Ahdid et al</i> [1]	GIH	YaleB	93.70%
2015	<i>R.Ahdid et al</i> [1]	GIH	ORL	94.50%
2015	<i>R.Ahdid et al</i> [1]	I-GC	YaleB	91.70%
2015	<i>R.Ahdid et al</i> [1]	I-GC	ORL	98.40%
2015	<i>R.Ahdid et al</i> [1]	GD + PCA	YaleB	94.80%
2015	<i>R.Ahdid et al</i> [1]	GD + PCA	ORL	98.60%

## Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé quatre méthodes d'extraction automatique des caractéristiques faciales pour notre tâche de reconnaissance de visages 2D, à savoir :  $DG+ACP$ ,  $DG+ALD$ ,  $HIG$  et  $CIG$ . Ces approches sont basées sur la comparaison des surfaces faciales par le calcul des distances géodésiques dans une métrique Riemannienne. Dans l'étape de classification, nous avons utilisé les Réseaux de Neurones (RN), K-Plus Proche Voisin (KPPV) et Machines à Vecteurs de Support (SVM). Les expérimentations réalisées sur les deux bases de données bien connues  $ORL$  et  $YaleB$ , démontre l'efficacité de nos approches proposées. La base  $ORL$  a été utilisée pour évaluer la performance des méthodes dans des conditions où la taille, la pose et l'échantillon sont variées, et la base de données  $YaleB$  a été utilisée pour examiner la performance des systèmes lorsque les expressions faciales et l'éclairage sont variés. Dans un premier temps, nous avons présenté les taux de reconnaissance de chaque méthode d'extraction des caractéristiques en fonction des algorithmes de classification utilisés dans les figures (3.12, 3.13, 3.14 et 3.16). Ces figures montrent des taux de reconnaissance comprises entre 89.20% comme taux minimal pour ( $DG + ALD + NN$ ) et 98.60% comme taux maximal pour ( $DG + ACP + SVM$ ), ce qui nous permet de dire que nos approches sont applicables pour réaliser un système de reconnaissance faciale 2D. Dans un second temps, nous avons réalisé une étude comparative entre nos algorithmes d'une part et entre nos approches et les méthodes présentées dans l'état de l'art d'une autre part. Les résultats de la première comparaison sont résumés dans les figures (3.17 et 3.18) et le tableau (3.1) résume les résultats de la deuxième comparaison. Enfin, nous avons mis en évidence les performances nettement supérieures de l'approche  $DG + ACP + SVM$  par rapport aux autres approches de reconnaissance de visages 2D, avec un taux de reconnaissance de 98.60%.



## CHAPITRE 4

# RECONNAISSANCE DE VISAGE 3D PAR LA GÉOMÉTRIE

## RIEMANNIENNE

## Introduction

Dans ce chapitre, nous proposons trois systèmes de reconnaissance de visage 3D en utilisant trois méthodes d'extraction des caractéristiques basées sur l'analyse des surfaces faciales en utilisant la géométrie différentielle notamment la géométrie Riemannienne, à savoir : la Distance Géodésique 3D + l'Analyse en Composante Principale (DG3D+ACP), la Distance Géodésique 3D + l'Analyse Discriminante Linéaire (DG3D+ADL) et les Courbes Iso-Géodésiques 3D (CIG3D). Ces approches sont basées sur la détection du bout de nez de visage 3D comme point de référence et de calculer la distance géodésique entre cette point et les autres points de la surface faciale. Dans l'étape de classification, nous utilisons les Réseaux de Neurones (RN), K-Plus Proche Voisin (KPPV) et Vecteurs à Support Machines (SVM). Pour tester nos méthodes et évaluer leurs performances, nous réalisons une série de simulation d'expériences sur la base de données 3D SHape REtrieval Contest 2008 (*SHREC2008*).

Le présent chapitre est organisé comme suit : Tout d'abord, dans la section 1 nous donnons l'aperçu des méthodes et des algorithmes utilisés dans nos systèmes de reconnaissance de visage 3D. Puis, nous présentons quelques formes géométriques 3D après l'acquisition des scans 3D. En suite, nous décrivons la procédure d'extraction des Courbes Iso-Géodésiques 3D (CIG3D) et nous présentons l'approche Riemannienne pour l'analyse des courbes fermées dans  $\mathbb{R}^3$ . Enfin, dans la section 2 nous donnons quelques résultats des simulations sur la base de données 3D Shape REtrieval Contest 2008 (*SHREC2008*) et quelques interprétations de ces résultats tout en ouvrant quelques études comparatives.

## 1. Travaux reliés

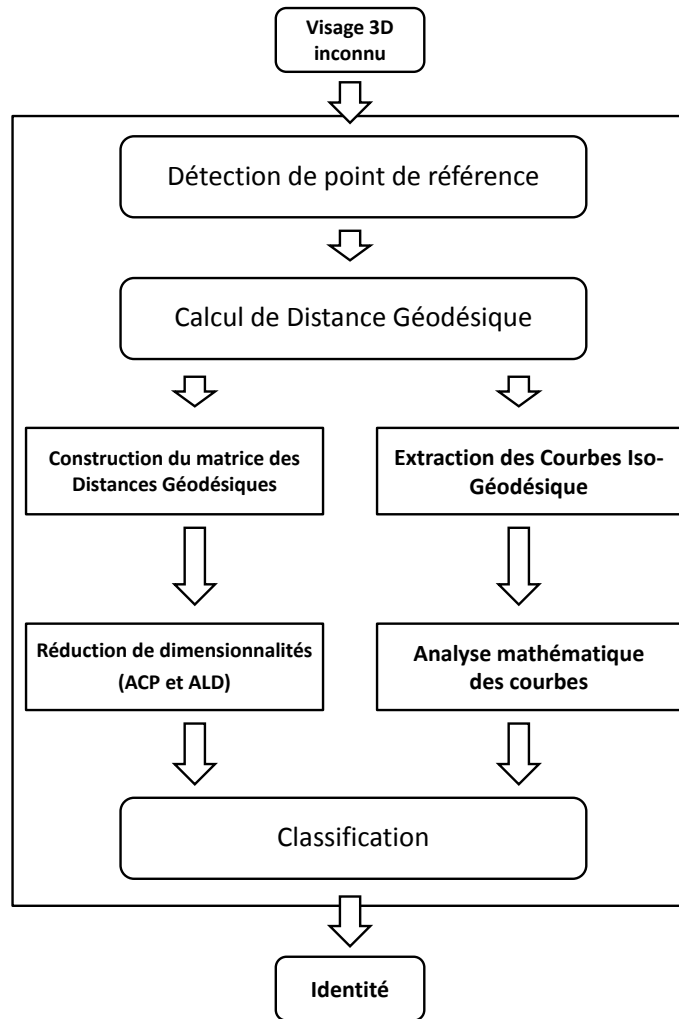


FIGURE 4.1 – Aperçu des méthodes utilisées

### 1.1. Représentation de la forme géométrique 3D

Un modèle 3D de visage capte l'information de forme d'une surface faciale. Ceci le rend invariant à la variation d'illumination et de la pose. Un visage de numérisation 3D avec sa carte de texture est généralement appelé «visage 3D texturé ». Aussi, diverses caractéristiques de forme peuvent être extraites à partir de ce modèle, allant de la représentation de base telle que les nuages de points 3D aux représentations les plus élaborées telles que les images de profondeur, les maillages triangulaires, les vecteurs normaux, etc.

L'image de profondeur est une image dans laquelle la valeur du pixel enregistre la distance entre le capteur et la surface du visage. Les nuages de points enregistrent la forme de la géométrie d'un modèle de

visage 3D en coordonnées 3D. Le maillage triangulaire enregistre la forme de la géométrie d'un modèle de visage 3D en points 3D et leurs structures de topologie.

### 1.1.1. Image de profondeur

Dans cette représentation, les coordonnées  $Z$  des points 3D de visage sont tracées sur une grille régulière  $X$ - $Y$  en appliquant une interpolation linéaire. L'image de profondeur (Figure (4.2)) a la forme d'une fonction  $I(x, y) = Z(x, y)$  semblable à une image en niveau de gris 2D.



FIGURE 4.2 – Image de profondeur d'un visage 3D

### 1.1.2. Vecteurs normaux

La surface d'un visage peut être considérée comme un exemple d'un objet de forme libre à partir duquel nous pouvons extraire des descripteurs locaux pour représenter l'information de visage. Dans la représentation avec les vecteurs normaux extérieurs (figure (4.3)), chaque point de la surface faciale est décrit par un vecteur à trois dimensions  $(N_x, N_y, N_z)$ .

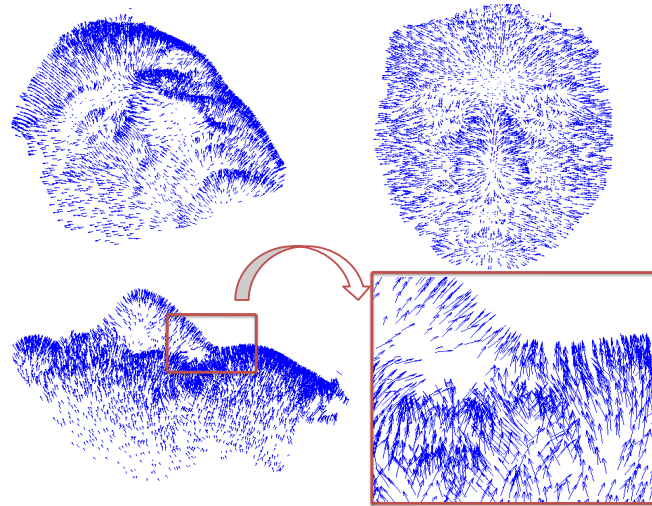


FIGURE 4.3 – Surfaces normales d'un visage 3D

### 1.1.3. Nuage de Points 3D

Le nuage de points 3D est l'ensemble 3D des coordonnées  $(x, y, z)$  des points du visage. Un visage avec  $N$  échantillons peut donc être représenté par trois vecteurs,  $X$ ,  $Y$  et  $Z$  de longueur  $N$ . La figure (4.2) montre un exemple de nuage de points d'un visage 3D.

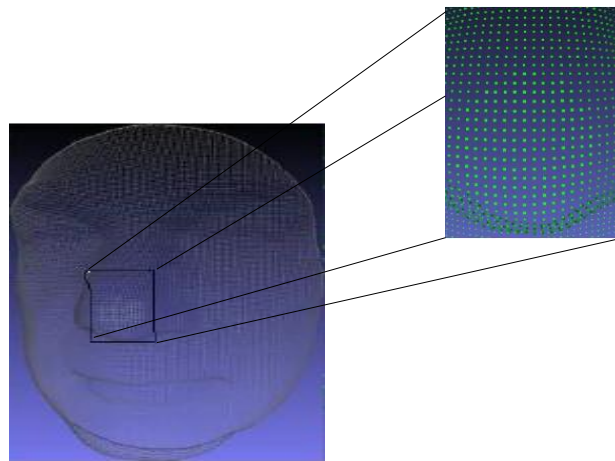


FIGURE 4.4 – Nuages de points d'un visage 3D et la région de nez zoomée

### 1.1.4. Maillage triangulaire

Le maillage polygonal 3D correspond à une liste de points 3D connectés par des arêtes (polygones) donnant ainsi une représentation de la structure 3D de la surface du visage (figure (4.5)).

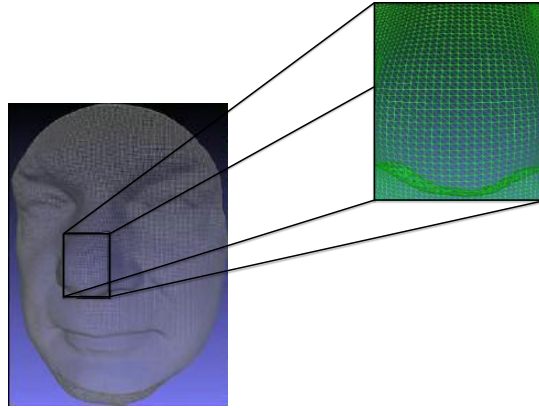


FIGURE 4.5 – Maillage en forme de triangle d'un visage 3D et la zone de nez zoomé

Dans cette partie de notre thèse, nous réalisons trois systèmes automatiques de reconnaissance de visage (la Distance Géodésique 3D + l'Analyse en Composante Principale (DG3D+ACP), la Distance Géodésique 3D + l'Analyse Discriminante Linéaire (DG3D+ADL) et les Courbes Iso-Géodésiques 3D (CIG3D)) en utilisant l'information 3D du visage humain représentée par un maillage triangulaire.

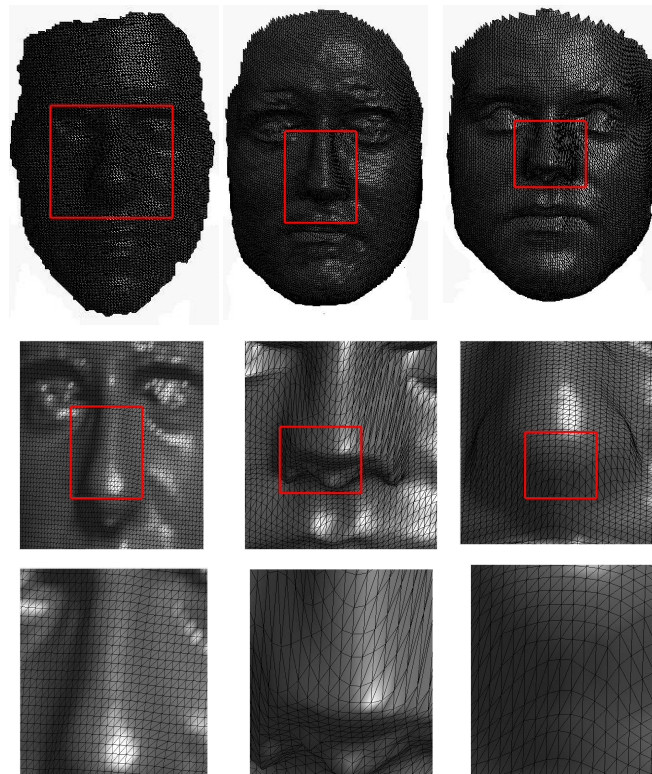


FIGURE 4.6 – Maillage triangulaire de quelques images de la base de données (*SHREC2008*)

La figure (4.6) présent quelques images de la base de données 3D Shape REtrieval Contest 2008 (*SHREC2008*) représentées par un maillage triangulaire.

## 1.2. Détection de point de référence

La détection du point de référence  $p_0$  est une étape très importante dans la réalisation de nos systèmes de reconnaissance facial 3D, car le calcul des distances géodésiques nécessite un point de départ qui est représenté dans nos systèmes par le bout de nez.

Le point de référence (bout du nez) est détecté manuellement ou automatiquement. Il existe plusieurs approches automatiques pour détecter ce point qui est très important pour réaliser nos systèmes de reconnaissances faciales 3D. L. Ballihi et al [154] ont développé un algorithme automatique pour détecter le bout de nez d'un visage 3D. Cet algorithme est basé sur deux coupes de la surface du visage. Le premier est à face transversale du centre de masse, la deuxième coupe est basé sur le point de profondeur minimale de la courbe horizontale obtenue par la première coupe. La sortie de la dernière coupe est une courbe verticale et la profondeur minimale de cette courbe est la fin de la 3D visage nez.

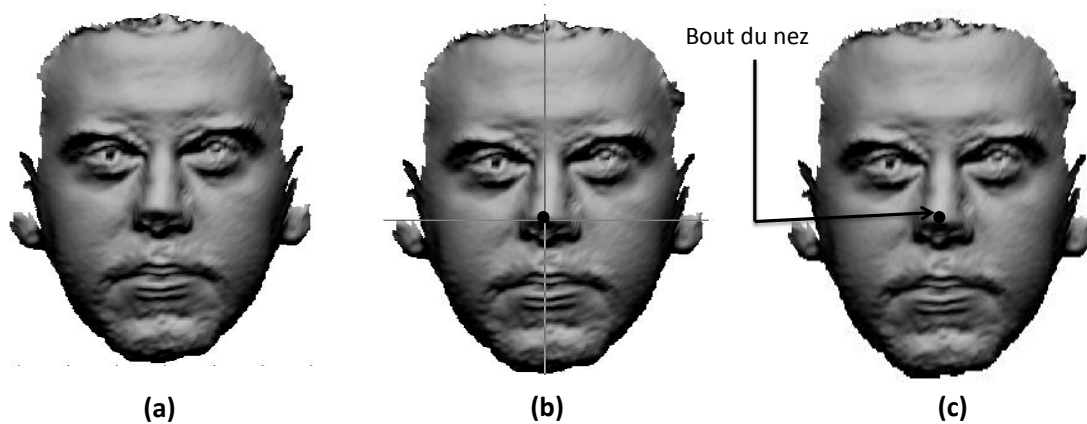


FIGURE 4.7 – Etapes de détection de point de référence d'une image de visage 3D de la base SHREC2008 : (a) Image de visage 3D ; (B) Sélection manuelle du bout du nez ; (C) Détection du bout de nez de visage 3D.

Dans [155] S. Bahanbin et al ont utilisé des filtres de Gabor pour détecter automatiquement le bout du nez. Une autre méthode a été utilisée par C. Xu et al en 2004 [156], cette méthode calcule l'énergie effective de chaque pixel voisin, puis détermine la moyenne et la variance de chaque pixel voisin et utilise le SVM pour spécifier le point final du nez. L.H. Anuar et al [157] utilisent une signature géométrique de la courbure et le point local pour détecter une région de pointe du nez dans le modèle de visage 3D. Dans cette thèse, nous avons détecté le point de référence  $p_0$  (bout du nez) manuellement. La figure (4.7) résume les étapes pour détecter le bout de nez d'un visage 3D d'une image de la base de données SHREC2008.

### 1.3. Distance Géodésique 3D (DG3D)

La distance géodésique est approximativement calculée par la résolution numérique de l'équation d'Eikonale décrites (2.20). Pour cela plusieurs algorithmes sont proposés pour la résolution de cette équation à savoir : les itérations de Jacobi, les itérations de Gauss-Seidel non adaptatives et adaptatives, l'algorithme de Fast Marching 3D... etc.

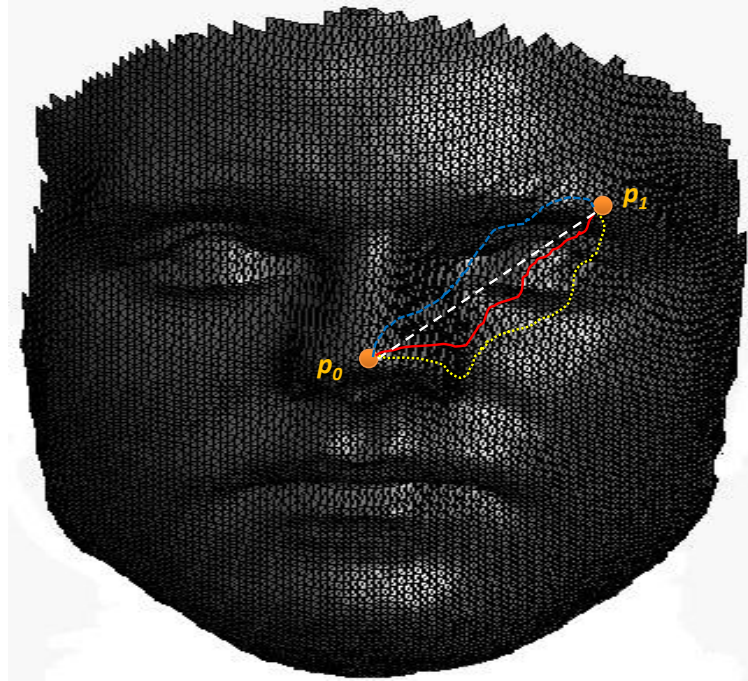


FIGURE 4.8 – Exemple des chemins et le chemin géodésique entre deux points  $p_0$  et  $p_1$  de la surface faciale discrétisé d'une image de visage 3D de la base de données SHREC2008.

Les algorithmes basés sur les itérations sont très lent (temps d'exécution très élevée), car tous les points de la grille sont visités plusieurs fois jusqu'à l'atteinte d'une solution approchée [109]. Pour une métrique isotrope sur une grille régulière, Sethian [111] et Tsitsiklis [114] indépendamment ont découvert que l'on peut passer par l'algorithme de Fast Marching en calculant exactement la solution de (2.20) en  $O(N \log(N))$  opérations, où  $N$  est le nombre de points d'échantillonnage. Sous certaines conditions sur la grille d'échantillonnage et sur la métrique des variétés Riemanniennes discrétisées (voir le chapitre 2). Cet algorithme est basé sur une commande optimale des points de grille qui assure que chaque point est visité une seule fois par l'algorithme, et que cette visite calcule la solution exacte [109]. Considérons une surface de visage 3D discrétisé en utilisant un maillage triangulaire avec  $N$  sommets. La distance géodésique entre deux points de cette surface est égale à la longueur du plus court chemin reliant les deux points tout en restant sur la surface faciale. En utilisant l'algorithme de Fast Marching 3D sur le maillage triangulaire de visage 3D, nous pouvons calculer la distance géodésique entre le point référence



$p_0$  et tous les autres points de la surface du visage. La figure (4.8) montre un exemple des chemins et le chemin géodésique entre deux points  $p_0$  et  $p_1$  de la surface faciale d'une image de visage 3D de la base de données SHREC2008.

Dans la figure (4.8) la courbe en rouge montre la courbe géodésique qui est définie comme le plus court chemin entre les deux points tout en restant sur la surface faciale. Pour calculer la distance géodésique entre ces deux points, il suffit de déterminer la longueur de cette courbe en rouge.

La distance géodésique entre deux points de la surface du visage 3D est calculée comme la longueur du plus court chemin entre ces deux points tout en restant sur la surface du visage. Dans le cadre du calcul de la distance géodésique R. Kimmel et J.A. Sethian [119] proposent la méthode de Fast Marching comme une solution numérique de l'équation d'Eikonal sur une surface discrétisée. En utilisant l'algorithme de Fast Marching 3D sur le visage 3D de surface triangulée, nous pouvons calculer la distance géodésique entre le point de référence  $p_0$  et  $p$  de l'autre point de sur la surface du visage.

La figure (4.9) montre les étapes pour déterminer la distance géodésique en utilisant une image de visage 3D de la base de données SHREC2008. La première étape est basée sur la détection du visage 3D, la deuxième présente la surface de visage 3D comme un maillage triangulaire, dans la troisième nous avons détecté le bout de nez comme point de référence et la dernière étape nous permet de calculer la distance géodésique entre le point de référence et tous les points représentant les sommets des triangles du maillage de la surface faciale, en utilisant les lois de la géométrie Riemannienne pour résoudre l'équation Eikonal par l'algorithme de Fast Marching 3D.

Le calcul de la distance géodésique entre le point de référence et les  $N$  sommets des triangles représentant le maillage triangulaire de la surface faciale de visage 3D nous permet de construire une matrice de  $N$  lignes et  $N$  colonnes dont les éléments de cette matrice représentent les valeurs des distances géodésiques. Pour réaliser notre système de reconnaissance de visage 3D, nous utilisons la représentation vectorielle de ces matrices (concaténation des lignes des matrices géodésiques) comme des entrées des algorithmes de classifications. Pour diminuer le temps d'exécution nous avons utilisé les algorithmes de réduction de dimensionnalités à savoir : l'Analyse en Composante Principale (ACP) et l'Analyse Discriminante Linéaire (ADL).

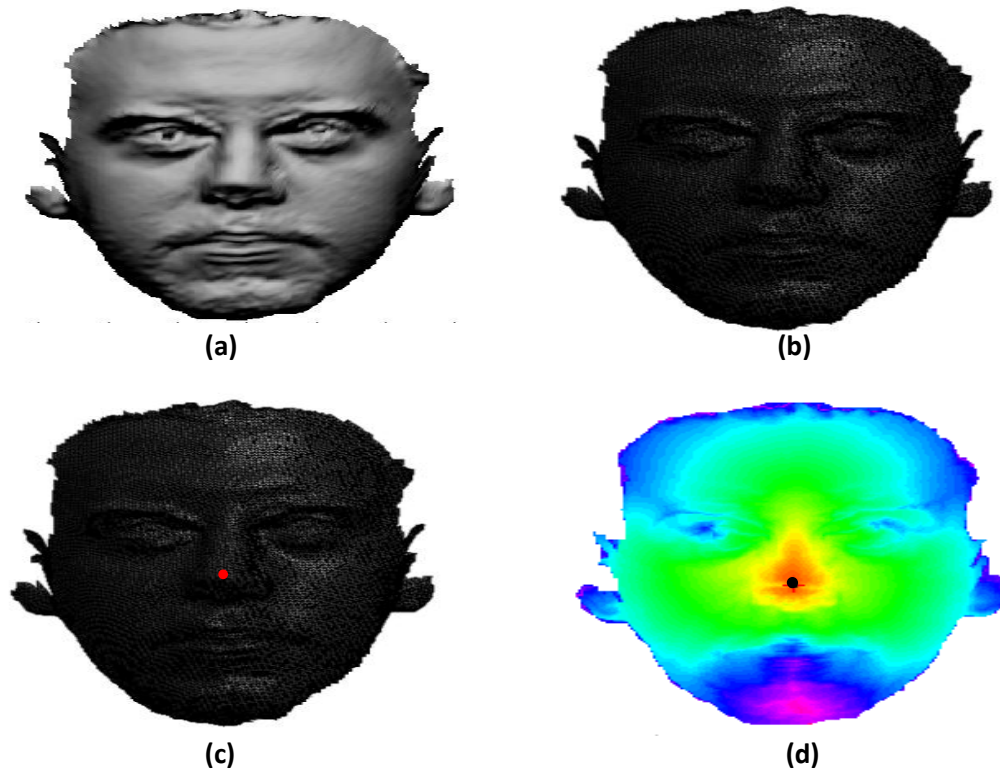


FIGURE 4.9 – Etapes de calcul de distance géodésique sur une surface faciale d’une image de la base SHREC2008 : (a) image de visage 3D ; (b) Discrétisation de la surface faciale par un maillage triangulaire ; (c) Détection du point de référence ; (d) Calcul de la distance géodésique.

#### 1.4. Courbes Iso-Géodésique 3D (CIG3D)

Dans cette partie, l’approche proposée consiste à représenter les surfaces faciales comme une collection des courbes fermées sur des visages, appelées courbes faciales, et d’appliquer des outils à partir de l’analyse de forme des courbes. Nous proposons une analyse Riemannienne de l’espace des surfaces faciales, avec la définition mathématique correspondante (voir chapitre 2). Cette analyse permet en particulier de définir le chemin géodésique entre deux surfaces faciales et par conséquent la distance entre elles. Cette méthode de reconnaissance de visage 3D est basée sur l’analyse des surfaces faciales par l’analyse des courbes faciales en utilisant la géométrie Riemannienne. Pour extraire ces courbes d’une surface de visage 3D, la première étape consiste à définir la fonction à valeurs réelles sur cette surface [127]. Selon la stratégie d’extraction, différents types de courbes faciales peuvent être trouvés :

- **Les courbes de profondeur (iso-depth) :** Ces courbes sont obtenues par l’intersection de la surface de visage 3D avec les plans parallèles perpendiculaires à la direction de regard. Les courbes de profondeur situées à des valeurs de  $z$  égaux [127].

- **Les courbes de même rayon (iso-radius)** : Ces courbes sont déterminées par l'intersection des surfaces faciales avec la sphère admettant le point de référence de visage 3D (bout de nez) comme centre et de rayon variable [154].

- **Les courbes iso-géodésique** : Sont définies comme les lieux de tous les points de la surface faciale ayant la même distance géodésique au point de référence choisi (dans notre cas le bout de nez). La distance géodésique entre deux points sur une surface est le plus court chemin entre ces deux points le long de la surface [154, 127].

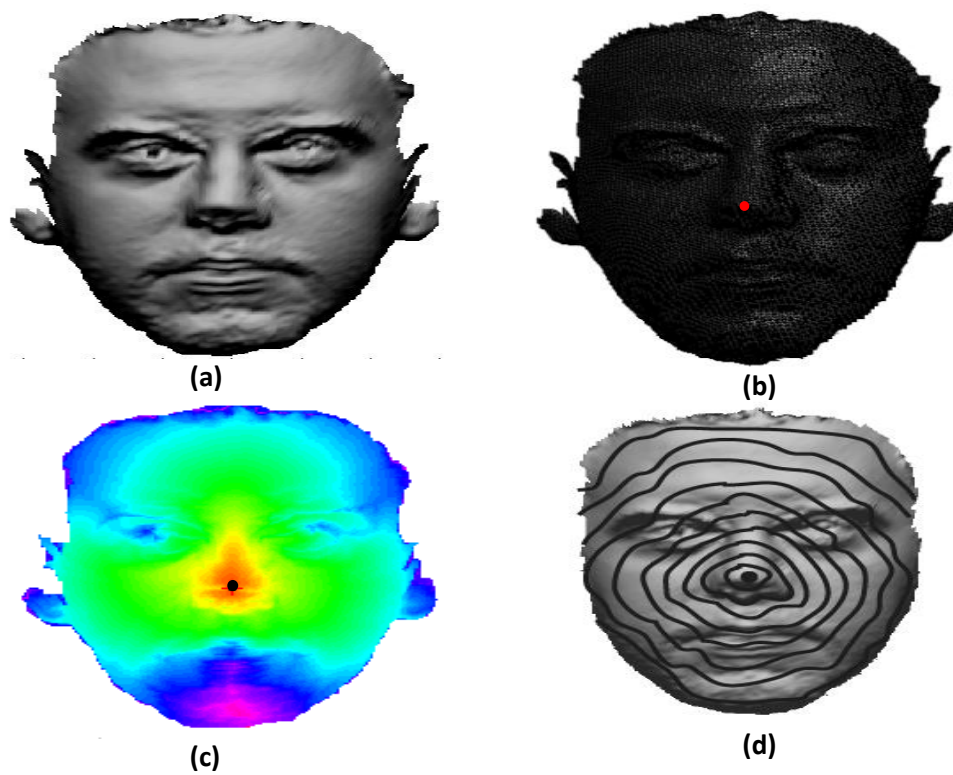


FIGURE 4.10 – Etapes d’extraction des courbes iso-géodésiques sur une surface faciale d’une image de la base SHREC2008 : (a) image de visage 3D ; (b) Discrétisation de la surface facial par un maillage triangulaire et Détection du point de référence ; (c) Calcul de la distance géodésique ; (d) Extraction des courbes iso-géodésiques.

Dans ce travail, nous représentons la surface de visage humain 3D par une collection des courbes iso-géodésiques. Par conséquent, pour analyser ces surfaces faciales il suffit d’analyser les courbes faciales. Pour extraire les courbes iso-géodésiques, nous utilisons l’algorithme de Fast Marching comme solution d’équation Eikonale. La figure (4.10) présente les étapes d’extraction des courbes iso-géodésiques d’une

image de visage 3D de la base de données SHREC2008. La première étape est basée sur la détection du visage 3D, la deuxième présente la surface de visage 3D comme un maillage triangulaire et détecte le bout de nez du visage 3D comme point de référence, la troisième étape nous permet de calculer la distance géodésique entre le point de référence et tous les points représentant les sommets des triangles du maillage de la surface faciale, en utilisant les lois de la géométrie Riemannienne pour résoudre l'équation Eikonale par l'algorithme de Fast Marching 3D. Finalement, nous déterminons tous les points de la surface faciale ayant la même distance géodésique au point de référence (dans notre cas le bout de nez) pour former des courbes iso-géodésiques.

Soit  $\beta_\lambda$  la courbe de niveau sur  $S$  qui fait une distance géodésique  $\lambda$  du point de référence  $p_0$  (bout du nez). Si nécessaire, nous pouvons reconstruire approximativement la surface faciale  $S$  à partir de ces courbes iso-géodésiques,  $S \approx \sqcup_\lambda \beta_\lambda$  comme illustré dans la figure (4.10). Nous représentons chaque surface faciale par une collection indexée de courbes iso-géodésiques qui représentent la forme de la surface. Pour comparer les formes des surfaces faciales, il suffit d'analyser les formes de leurs courbes faciales. Tout d'abord, nous nous intéressons dans un premier temps à l'analyse de la forme des courbes faciales. Ensuite, nous étendons cette approche pour pouvoir calculer la similarité entre les surfaces faciales 3D. Ces dernières années ont vu le développement de plusieurs approches pour décrire les formes des courbes 2D et des courbes 3D. Nous pouvons citer, les approches basées sur les descripteurs de Fourier [158], celles basées sur les moments [159] ou celles basées sur les axes médians. Cependant, il semble qu'aucune de ces méthodes ne s'est imposée ni du point de vue conceptuel ni de point de vue calculatoire, pour décrire la forme des courbes. Une approche très récente et prometteuse, consiste à considérer l'espace des formes à comparer comme un objet géométrique à part entière qui s'apparente à une variété Riemannienne sur lequel nous pouvons recouvrir aux outils "classiques" de la géométrie Riemannienne. Joshi et al. [160] ont proposé plus récemment une généralisation de ces travaux pour les courbes définies dans  $\mathbb{R}^n$ . Nous allons adopter ces derniers résultats [160, 154] à notre problème (voir le chapitre 2).

Pour comparer deux courbes quelconques, on impose une structure Riemannienne à l'espace quotient, et on calcule les chemins géodésiques sous la métrique choisie. Nous commençons par considérer que les courbes faciales (fermées)  $\beta$  sont des courbes dans  $\mathbb{R}^3$ . Elles sont paramétrées par  $\beta : S^1 \rightarrow \mathbb{R}^n$ , en supposant que la courbe est non singulière, en d'autres termes  $\|\beta'(t)\| \neq 0$  pour tout  $t$ , la norme utilisée ici est la norme euclidienne de  $\mathbb{R}^3$  notée par  $\|\cdot\|$ . Il est à noter que les courbes ne sont pas paramétrisées par l'abscisse curviligne. Pour analyser la forme de la courbe  $\beta$ , nous utilisons la paramétrisation par la

fonction (2.29)  $SRVF$  (voir chapitre (2) paragraphe (3.1.1)).

$q(t)$  est alors une fonction spéciale qui capture la forme de  $\beta$  et elle est particulièrement pratique pour l'analyse de forme, comme nous le décrivons prochainement. Le carré  $\mathbb{L}^2$  - norme de  $q$ , est donné par :  $\| q(t) \|^2 = \int_{S^1} \langle q(t), q(t) \rangle dt = \int_{S^1} \| \beta'(t) \|^2 dt$  qui est la longueur de  $\beta$ . La métrique élastique pour comparer la forme des courbes devient une métrique dans  $\mathbb{L}^2$  en vertu de cette représentation [160].

L'objectif de notre approche est la construction d'un chemin géodésique entre deux éléments de l'espace de formes des courbes fermées dans  $\mathbb{R}^3$ , sous la métrique Riemannienne donnée par l'équation (2.35). Etant données deux courbes  $\beta_1$  et  $\beta_2$  représentées par leurs  $SRVF$  respectives  $q_1$  et  $q_2$ , nous cherchons à trouver un chemin géodésique entre les orbites  $[q_1]$  et  $[q_2]$  dans l'espace des formes. En utilisant une méthode numérique, appelée méthode de dressage [130, 160] qui consiste à relier les deux points  $[q_1]$  et  $[q_2]$  par un chemin arbitraire  $\zeta$  puis mettre à jour ce chemin itérativement dans le sens négatif du gradient de son énergie donnée par l'équation (2.44), il a été démontré dans [130] que les points critiques de (2.44) sont des chemins géodésiques dans l'espace de formes. Ainsi, cette mise à jour basée sur le gradient conduit à un point critique de  $E$  qui, à son tour, est un chemin géodésique entre les points donnés. Nous noterons  $d_S([q_1], [q_2])$  la distance géodésique ou la longueur de la géodésique dans l'espace de formes, entre deux représentations  $\beta_1$  et  $\beta_2$ .

Après avoir analysé les déformations des surfaces faciales, nous allons maintenant étendre notre étude des formes des courbes faciales aux formes des surfaces faciales. Nous représentons la surface faciale  $S$  par une collection de courbes iso-géodésiques  $S \approx \sqcup_{\lambda=1}^{N_\lambda} \beta_\lambda$ , où  $\beta_\lambda$  représente la courbe de l'iso-géodésique associée à la distance géodésique  $\lambda$  et  $N_\lambda$  l'ensemble des courbes iso-géodésiques. La figure (4.11) illustre un exemple de cette correspondance en utilisant deux images des visages 3D de la base de données *SHREC2008*. Avec cette correspondance, nous pouvons calculer les chemins géodésiques et les distances géodésiques entre les courbes correspondant à travers le visage. Ce calcul permet de fournir une métrique Riemannienne entre les surfaces faciales en combinant les distances entre les courbes correspondantes.

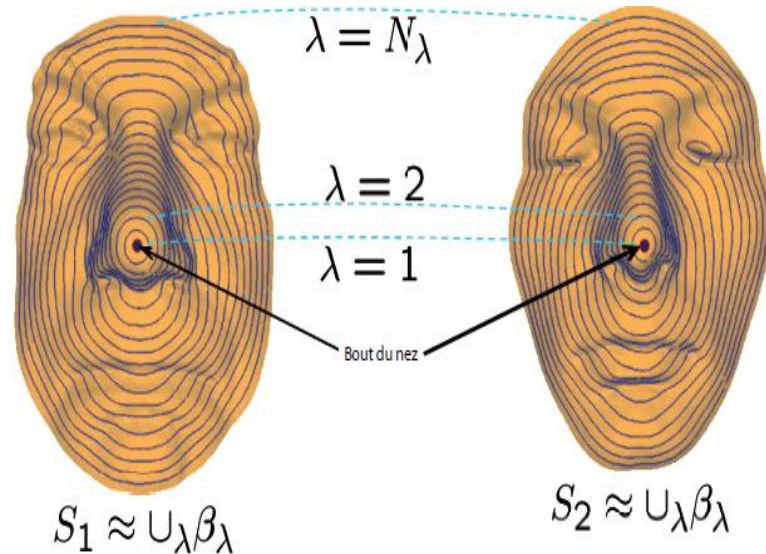


FIGURE 4.11 – Correspondance entre les courbes iso-géodésiques de la surface faciale de deux images des visages 3D de la base de données SHREC2008.

Les formes de deux surfaces faciales sont comparées par leurs courbes faciales correspondantes. Pour deux surface faciales  $S^1$  et  $S^2$ , et leurs courbes iso-géodésiques  $\{\beta_\lambda^1, \lambda \in [0, N_\lambda]\}$  et  $\{\beta_\lambda^2, \lambda \in [0, N_\lambda]\}$  respectivement. La distance géodésique entre les deux surfaces faciales  $S^1$  et  $S^2$  est définie par :

$$d(S^1, S^2) = \frac{1}{N_\lambda} \int_\lambda d_S(\beta_\lambda^1, \beta_\lambda^2) d\lambda \quad (4.1)$$

Comme nous avons, les chemins géodésiques montrent les déformations optimales entre les courbes faciales correspondantes, nous pouvons combiner ces déformations pour obtenir les déformations complètes entre les surfaces faciales. En fait, ces déformations sont tout simplement les chemins géodésiques entre les surfaces faciales qui sont représentées comme des éléments des espaces des formes des courbes fermées.

## 2. Résultats de simulations et Discussion

Dans cette section, nous présentons quelques résultats expérimentaux de nos approches proposées et effectuées sur la base de données des visages 3D SHREC2008. Nous présentons une série de simulation pour évaluer l'efficacité de nos approches proposées à savoir : La Distance Géodésique (DG3D) et les Courbes Iso-Géodésiques (CIG3D). Notre cadre géométrique est conçu pour le calcul du chemin géodésique entre les formes des surfaces faciales tout en se basant sur la forme de leurs courbes faciales et la distance géodésique entre des surfaces faciales représentées par des courbes fermées. Ces résultats ont été réalisés en utilisant les images de la base de données SHREC2008. Cette base de données contient au total 427 scans de 61 sujets (45 hommes et 16 femmes), pour chacun de ces 61 sujets 7 balayages

différents, à savoir deux "frontal", un "look-up", un "look-down", une "smile", un "laugh" et un "random expression" [89, 161]. La figure (4.12) représente une image 3D du visage de la base SHREC2008 sur plusieurs position.

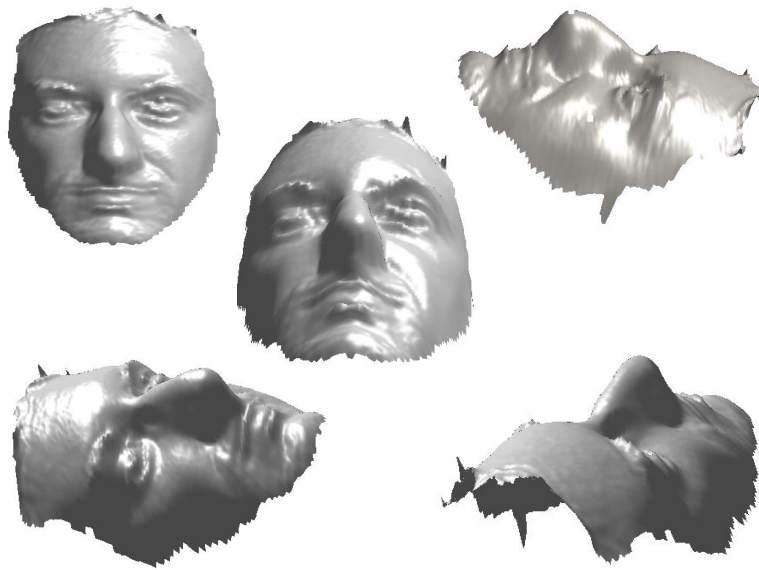


FIGURE 4.12 – Correspondance entre les courbes iso-géodésiques de la surface faciale de deux images des visages 3D de la base de données SHREC2008.

Pour réaliser nos systèmes de reconnaissance faciale 3D, nous utilisons trois algorithmes de classification tels que : les Réseaux de Neurones (RN), K-Plus Proche Voisin (KPPV) et les Vecteurs à Support Machines (VSM). Nous comparons les résultats avec les approches les plus connus et les méthodes citées précédemment dans l'état de l'art.

## 2.1. Distance Géodésique (DG3D)

Dans cette première expérience, nous réalisons un système de reconnaissance faciale 3D basé sur le calcul de la Distance Géodésique (DG3D) sur une surface discrétisée de visage 3D en utilisant l'algorithme de Fast Marching 3D.

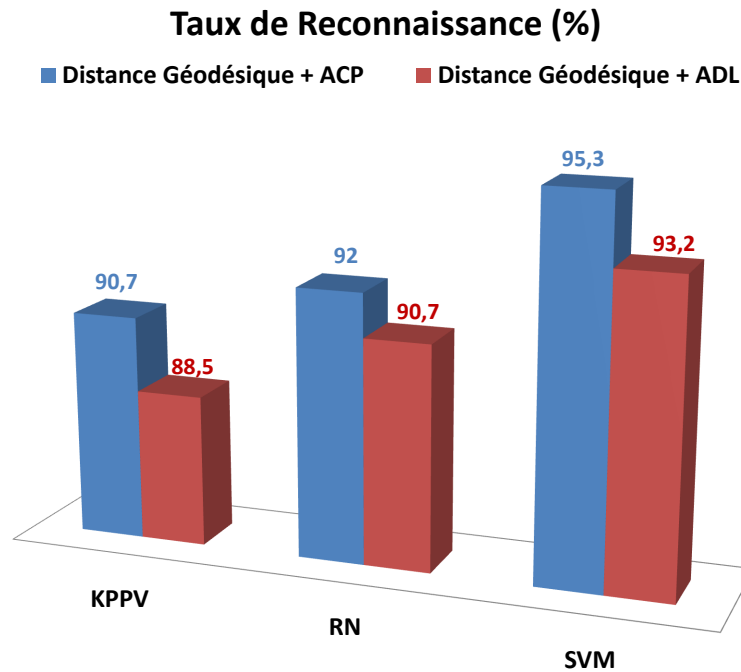


FIGURE 4.13 – Taux de reconnaissance de la méthode DG3D + ACP et DG3D + ADL pour chaque classificateur RN, KPPV et SVM en utilisant les images des bases SHREC2008 [3].

Soit une image de visage 3D de la base de données SHREC2008, nous avons déterminé les distances géodésiques entre un point de référence  $p_0$  et tous les points  $p$  de l'image par l'algorithme de Distance Fast Marching 3D. Nous avons obtenu une matrice des distances géodésiques de grande taille. Pour la réduction de la dimensionnalité de cette matrice, nous avons utilisé les algorithmes de réduction de dimensionnalité à savoir : L'Analyse en Composantes Principales (ACP) et l'Analyse Discriminante Linéaire (ADL), pour obtenir un vecteur qui garde toute l'information et bien adapté au calcul. Ces vecteurs définissent les entrées des algorithmes de classification utilisés dans nos systèmes de reconnaissance de visage 3D.

La figure (4.13) résume les résultats de simulation obtenus par nos approches présentés. Ces systèmes automatiques de reconnaissance de visage 3D sont basés sur les algorithmes (DG3D + ACP) et (DG3D + ADL) pour l'étape d'extraction de caractéristiques et les classificateurs Réseaux de neurones (RN), k-plus proche voisin (KPPV) et support Vector Machines (SVM) pour l'étape de classification. Cette figure présente le taux de reconnaissance obtenu pour les images des visages 3D de la base de données SHREC2008.

Les résultats expérimentaux de cette méthode indiquent que le meilleur taux de reconnaissance a été



obtenu en utilisant le classificateur Vecteurs à Support Machines (SVM) comme algorithme de classification avec un taux de reconnaissance de 95,30% pour la méthode  $DG3D + ACP$  et 93,20% pour la méthode  $DG3D + ADL$ .

## 2.2. Courbes Iso-Géodésiques (CIG3D)

Dans cette dernière expérience, les caractéristiques des visages sont extraites à l'aide des courbes iso-géodésiques (CIG3D). Cette méthode est basée sur deux étapes principales : l'extraction des courbes faciales et la comparaison de la forme de ces courbes. Pour la première étape nous avons utilisé l'algorithme de Fast Marching comme solution numérique de l'équation Eikonale, et pour la deuxième étape nous avons calculé la distance géodésique entre chaque paire des courbes iso-géodésiques en utilisant la géométrie Riemannienne. Dans ce système de reconnaissance, nous avons représenté les surfaces des visages 3D comme des collections des courbes iso-géodésiques. Pour déterminer le nombre des courbes nécessaire et suffisant pour représenter un visage humain 3D de la base SHREC2008, nous avons réalisé une série des expériences dont les résultats sont résumés dans la figure (4.14).

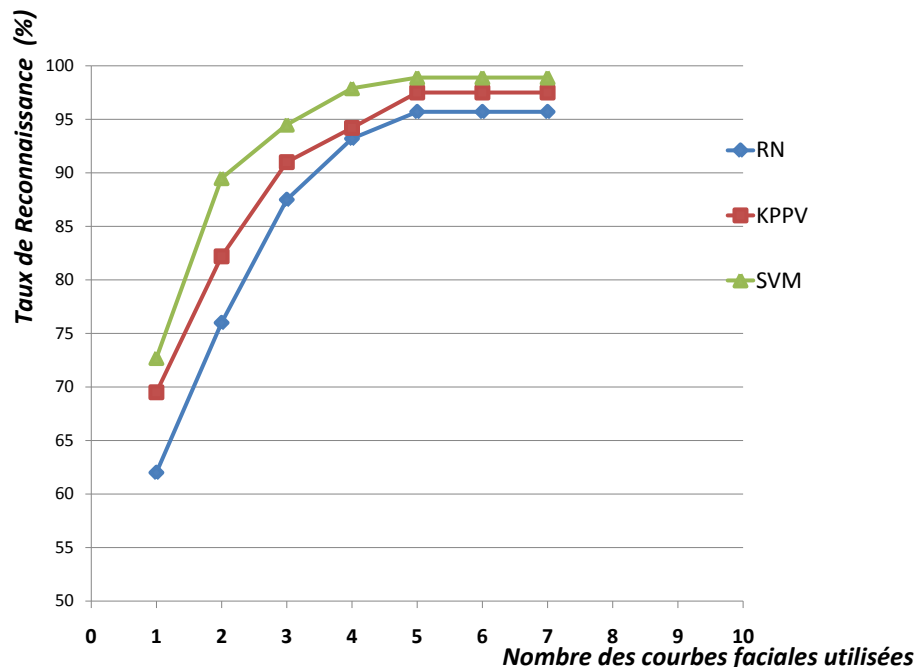


FIGURE 4.14 – Taux de reconnaissance en termes de nombre de courbes faciales utilisées pour représenter le visage humain 3D de la base SHREC2008 pour chaque algorithme de classification (RN, KPPV et SVM) [4].

La figure (4.14) montre le taux de reconnaissance en termes de nombre de courbes faciales utilisées pour représenter un visage humain 3D utilisés dans nos systèmes. Cette figure montre que les images de la base de données SHREC 2008 sont représentées par cinq courbes iso-géodésiques.

Soit une image de visage 3D de la base de donnée SHREC2008. La surface de visage 3D est représentée par cinq courbes iso-géodésique, et pour comparer cette surface faciale avec une autre surface de visage 3D, il suffit d'utiliser la forme de leurs courbes faciales (iso-géodésique). La comparaison de deux courbes est due au calcul d'une distance géodésique entre elles. La distance géodésique entre deux surface faciales des visages 3D est définie comme la somme des distances géodésiques entre toutes les paires des courbes faciales correspondantes figure (4.11). Le vecteur caractéristique est alors formé par les distances géodésiques calculées sur toutes les courbes et sa dimension est égale au nombre des courbes iso-géodésiques utilisées. Ces vecteurs sont utilisés comme des entrées des algorithmes de classification de notre système de reconnaissance automatique de visage 3D.

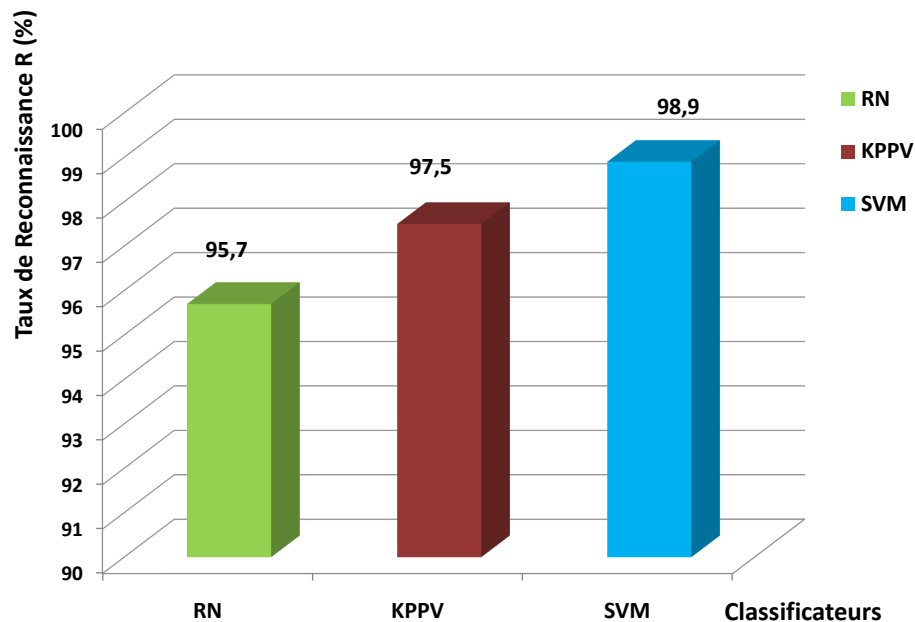


FIGURE 4.15 – Taux de reconnaissance des images des visages 3D de la base de données SHREC2008 en utilisant trois algorithmes de classification (RN, KPPV et SVM) [4].

La figure (4.15) montre le taux de reconnaissance pour les images de la base SHREC2008 en utilisant trois algorithmes de classification : Réseaux de neurones (RN), K-Plus Proche Voisin (KPPV) et Support à Vecteurs Machines (SVM). Le meilleur taux de reconnaissance a été obtenu en utilisant SVM

comme algorithme de classification avec un taux de reconnaissance égal à 98,9%.

En conclusion de cette série de résultats, un tableau récapitulatif (tableau 4.1) compare les performances de nos algorithmes de reconnaissance de visage 3D par rapport aux performances obtenues dans d'autres systèmes représentés dans l'état de l'art. Nous pouvons remarquer que notre système automatique de reconnaissance faciale 3D basé sur la représentation des surfaces faciales par la collection des Courbes Iso-Géodésiques (CIG3D) et Les Machines à Vecteurs de Support (SVM) est très performant par rapport aux autres méthodes de reconnaissance 3D. Notre objectif est d'améliorer le taux de reconnaissance des systèmes de reconnaissance 3D, nous pouvons affirmer en fonction de ces résultats que notre objectif est atteint.

TABLE 4.1 – Etude comparative des performances de nos algorithmes de reconnaissance de visage 2D par rapport aux algorithmes présentés dans l'état de l'art.

Date	Référence	Méthode	Base de données	Taux de Reconnaissance
2004	<i>Haar et al</i> [162]	facial Contour Curves	SHREC'08	91,10%
2007	<i>Feng et al</i> [163]	Euclidean Integral Invariants Signature	FRGCv2	95,00%
2007	<i>Samir et al</i> [164]	Planar Curves Levels	Notre Dame	90,40%
2007	<i>Samir et al</i> [164]	Planar Curves Levels	FSU	92,00%
2008	<i>Daoudi et al</i> [165]	Elastic Deformation Of Facial Surfaces	FSU	92.00%
2010	<i>Berretti et al</i> [57]	Isogeodesic Stripes	FRGCv2	94.10%
2011	<i>Hang et al</i> [62]	Multiscale Extended Local Binary Patterns	FRGCv2	97.20%
2013	<i>Ballihi et al</i> [166]	Courbes de la Surface Nasale + Adaboost	FRGCv2	92.00%
2013	<i>Tang et al</i> [167]	Local Binary Patterns	FRGCv2	94.89%
2015	<i>R.Ahdid et al</i> [3]	DG3D+ADL+SVM	SHREC'08	93.20%
2015	<i>R.Ahdid et al</i> [3]	DG3D+ACP+SVM	SHREC'08	95.30%
2016	<i>R.Ahdid et al</i> [4]	CIG3D+RN	SHREC'08	95.70%
2016	<i>R.Ahdid et al</i> [4]	CIG3D+KPPV	SHREC'08	97.50%
2016	<i>R.Ahdid et al</i> [4]	CIG3D+SVM	SHREC'08	98.90%

## Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé trois systèmes de reconnaissance de visage 3D en utilisant trois méthodes d'extraction des caractéristiques basées sur l'analyse des surfaces faciales. La géométrie différentielle notamment la géométrie Riemannienne a été utilisée dans les méthodes suivantes : la Distance Géodésique 3D + l'Analyse en Composante Principale (DG3D+ACP), la Distance Géodésique 3D + l'Analyse Discriminante Linéaire (DG3D+ADL) et les Courbes Iso-Géodésiques 3D (CIG3D). Dans l'étape de classification, nous avons utilisé les Réseaux de Neurones (RN), K-Plus Proche Voisin

(KPPV) et Machines à Vecteurs de Support (SVM). Toutes ces expérimentations ont été réalisées sur la base de données 3D Shape REtrieval Contest 2008 (*SHREC2008*). Dans un premier temps, nous avons présenté les taux de reconnaissance de chaque méthode d'extraction des caractéristiques en fonction des algorithmes de classification utilisés dans les figures (4.13, 4.14 et 4.15). Ces figures montrent des taux de reconnaissance comprises entre 88.50% comme taux minimal pour ( $DG3D + ADL + KPPV$ ) et 98.90% comme taux maximal pour ( $DG3D + ACP + SVM$ ), ce qui nous permet de dire que nos approches sont applicables pour réaliser un système de reconnaissance faciale 3D. Dans un second temps, nous avons réalisé une étude comparative entre nos algorithmes d'une part et entre nos approches et les méthodes présentées dans l'état de l'art d'une autre part. Les résultats de la première comparaison sont résumés dans la figure (4.1) et le tableau (4.1) résume les résultats de la deuxième comparaison. Enfin, nous avons mis en évidence les performances nettement supérieures de l'approche ( $DG3D + ACP + SVM$ ) par rapport aux autres approches de reconnaissance de visages 3D, avec un taux de reconnaissance de 98.90%.

### Revue des contributions

La biométrie est un domaine à la fois passionnant et complexe. Elle tente, par des outils mathématiques souvent très évolués, de faire la distinction entre des individus, nous obligeant à travailler dans un contexte de très grande diversité. Cette diversité se retrouve également dans le nombre considérable d'algorithmes qui ont été proposés en reconnaissance faciale. La reconnaissance automatique du visage est un domaine de recherche très actif au cours des quatre dernières décennies. La reconnaissance faciale a de nombreuses applications avec une importance considérable, comme l'identification biométrique, la surveillance, l'interaction homme-machine et la gestion de données multimédia. La biométrie faciale a joué un rôle important dans l'amélioration de notre sécurité en limitant la mobilité des criminels, la prévention des activités frauduleuses et la recherche des personnes disparues. Cette thèse se concentre principalement sur le thème de la reconnaissance biométrique monomodale du visage 2D et 3D.

Plusieurs méthodes ont été développées pour la reconnaissance de visage 2D. Cependant, elles présentent un certain nombre de limitations liées à l'orientation du visage ou à la pose, à l'éclairage, à l'expression faciale, aux occultations, etc. Les techniques de reconnaissance 3D ont été proposées comme une solution alternative pour résoudre les problèmes cités ci-dessus. Ce type de représentation du visage est invariant aux changements d'illumination et de pose. De plus, les deux modalités sont influencées par les changements environnementaux ou par les changements du visage. Alors que la modalité 2D est peu sensible aux changements d'expressions et très sensible aux changements d'éclairage, la modalité 3D est plutôt sensible aux premiers facteurs et invariante aux derniers. Ceci a encouragé beaucoup de chercheurs à s'intéresser à la reconnaissance bimodale 2D-3D, qui consiste à combiner des indices obtenus par les deux modalités (2D et 3D) pour la reconnaissance de visage. L'intérêt d'une telle approche

est d'exploiter les avantages des deux techniques (2D et 3D) afin d'améliorer le taux de reconnaissance. Malgré toutes les avancées dans le domaine de la reconnaissance de visages (2D, 3D ou 2D-3D), aucun système de reconnaissance fiable n'a encore pu voir le jour. Bien que certains systèmes proposés aient montré une grande efficacité, ils sont souvent limités.

Dans cette thèse, nous avons traité deux problèmes de reconnaissance de visage humain par la géométrie différentielle notamment la géométrie Riemannienne : d'une part la reconnaissance faciale 2D et d'autre part la reconnaissance faciale 3D. Nos travaux sur ces deux problèmes ont été motivés par la représentation de l'image 2D au niveau de gris comme une surface 2D dans un espace 3D avec la troisième coordonnée proportionnelle aux valeurs d'intensité de pixels dans le premier problème et dans le deuxième l'information 3D du visage humain a été représentée par un maillage triangulaire.

Dans l'introduction, nous avons donné une introduction générale des contextes, les motivations, les objectifs et les contributions de cette thèse.

Le chapitre 1 est divisé en deux parties : En première partie, nous avons donné quelques notions et définitions de base liées à la biométrie, ses caractéristiques, ses limitations, le principe de fonctionnement des systèmes biométriques ainsi que les outils utilisés pour mesurer leurs performances. Nous avons insisté surtout sur la place de la reconnaissance faciale parmi les autres techniques biométriques, car elle constitue l'objectif de cette thèse. Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous avons passé en revue la littérature des reconnaissances faciales 2D, 3D et multimodale 2D+3D. Nous avons commencé par un résumé des importants algorithmes de reconnaissance de visage 2D, car la plupart des algorithmes de reconnaissance de visage 3D et 2D+3D sont des extensions directes d'algorithmes 2D existants. Le but de ce chapitre est d'évaluer les capacités et les lacunes d'algorithmes de reconnaissance de visage en cours, afin d'identifier les problèmes et les orientations pour la recherche future dans ce domaine.

Dans le chapitre 2, nous avons présenté une petite introduction générale sur la géométrie différentielle précisément la géométrie Riemannienne. Nous avons parlé de quelques notions de bases de la géométrie Riemannienne, ensuite de la résolution numérique de l'équation Eikonale par l'algorithme de Fast Marching et la notion de la distance géodésique. Enfin, nous avons montré l'existence d'une analyse mathématique des courbes dans  $\mathbb{R}^n$  et la distance géodésique entre courbes.

La première contribution, présentée dans le chapitre 3, est liée à l'évaluation des systèmes biométriques

de reconnaissance de visage 2D. Dans cette contribution, nous avons proposé quatre méthodes d'extraction automatique des caractéristiques faciales : Distance Géodésique + l'Analyse en Composante Principale (DG+ACP), Distance Géodésique + l'Analyse Discriminante Linéaire (DG+ADL), l'Histogramme d'Intensité Géodésique (HIG) et les Courbes Iso-Géodésiques (CIG). Ces approches sont basées sur le calcul de la distance géodésique entre les points de la surface du visage d'une part et entre les courbes faciales (Iso-Géodésiques) d'autre part. Dans cette étude, nous avons représenté l'image, de visage 2D, au niveau de gris comme une surface 2D dans un espace 3D avec la troisième coordonnée proportionnelle aux valeurs d'intensité de pixels. Dans l'étape de classification, nous avons utilisé les Réseaux de Neurones (RN), K-Plus Proche Voisin (KPPV) et Vecteurs à Support Machines (SVM). Les images utilisées dans nos expériences sont de deux bases de données bien connus des images de visages YaleB et ORL. La base ORL a été utilisée pour évaluer la performance des méthodes dans des conditions où la taille, la pose et l'échantillon sont variées, et la base de données YaleB a été utilisée pour examiner la performance des systèmes lorsque les expressions faciales et l'éclairage sont variés.

La seconde contribution de cette thèse, présentée dans le chapitre 4, consiste à développer trois techniques de reconnaissance des surfaces faciales 3D qui prend en entrée, non pas les images 3D entières du visage, mais les distances géodésiques et les courbes faciales 3D (courbes iso-géodésiques 3D) considérées comme des caractéristiques géométriques faciales 3D, couvrant différentes régions caractéristiques du visage. Dans cette partie, les trois méthodes d'extraction des caractéristiques sont : la Distance Géodésique 3D + l'Analyse en Composante Principale (DG3D+ACP), la Distance Géodésique 3D + l'Analyse Discriminante Linéaire (DG3D+ADL) et les Courbes Iso-Géodésiques 3D (CIG3D). Nous proposons d'extraire ces caractéristiques faciales 3D par rapport au bout du nez, considéré comme point de référence, à partir des images 3D du visage. La distance géodésique entre deux points est la longueur de plus court chemin entre ces deux points. Nous présentons le chemin géodésique par la subdivision de la surface faciale, ce type de surface est limite d'une suite de réseaux de points de plus en plus denses obtenus par subdivisions successives d'un réseau de points initial. Ces réseaux sont triangulés et nous considérons alors les surfaces comme des maillages triangulaires. La distance géodésique est calculée en utilisant l'algorithme de Fast Marching 3D comme solution numérique de l'équation Eikonale. Les points de même distance géodésique au point de référence forment les courbes iso-géodésiques. Ces courbes faciales représentent la forme de la surface faciale. Dans l'étape de classification, nous utilisons les Réseaux de Neurones (RN), K-Plus Proche Voisin (KPPV) et Vecteurs à Support Machines (SVM). Les différents tests réalisés sur la base SHRED 2008 ont permis de valider l'efficacité des approches proposés.



En conclusion, nous avons montré tout au long de cette thèse l'intérêt d'utiliser la géométrie différentielle et notamment la géométrie Riemannienne pour l'analyse et la reconnaissance des visages à partir de données 2D et 3D. Nous avons ainsi mis en place un cadre unifié qui peut être appliqué à plusieurs problématiques. Dans nos travaux actuels, nous avons ciblé deux applications de reconnaissance de visage monomodale 2D et 3D. En outre l'approche de reconnaissance de visages à partir de données bidimensionnelle et tridimensionnelle proposées affiche des résultats très compétitifs comparés à ceux de l'état de l'art.

## **Perspectives**

Bien que nous nous soyons limités, dans cette thèse, au développement des deux applications ci-dessus, notre approche reste ouverte à toute technique de représentation et méthode de classification faciale différentes. Les perspectives de ce travail sont nombreuses. Par exemple, nous souhaitons utiliser d'autres caractéristiques qui peuvent enrichir la description des visages. Dans un premier temps, nous souhaitons développer d'autres méthodes de reconnaissance de visage bimodale 2D-3D par l'analyse géométrique des surfaces faciales en utilisant la géométrie Riemannienne, la combinaison totale des caractéristiques 2D et 3D pour chaque individu peut améliorer considérablement le taux de reconnaissance final.

- [1] Rachid Ahdid, Said Safi, and Bouzid Manaut. Methods of geodesic distance in two-dimensional face recognition. *World Academy of Science, Engineering and Technology, International Journal of Computer, Electrical, Automation, Control and Information Engineering*, 9(6) :1551–1560, 2015.
- [2] Rachid Ahdid, Khaddouj Taifi, Mohamed Fakir, Said Safi, and Bouzid Manaut. Two-dimensional face recognition methods comparing with a riemannian analysis of iso-geodesic curves. *Journal of Electronic Commerce in Organizations (JECO)*, 13(3) :15–35, 2015.
- [3] Rachid AHDID, SAFI Said, and Bouzid MANAUT. Three dimensional face surfaces analysis using geodesic distance. *Journal of Computer Sciences and Applications*, 3(3) :67–72, 2015.
- [4] Rachid Ahdid, El Mahdi Barraha, Said Safi, and Bouzid Manaut. Facial surface analysis using iso-geodesic curves in three dimensional face recognition system. *arXiv preprint arXiv :1608.08878*, 2016.
- [5] G. Olivier. Morphologie et types humains : par le dr georges olivier. *2e édition Vigot frères (Lyon, impr. Bosc frères 1965)*.
- [6] G. Roethenbaugh. *An Introduction to Biometrics and General History. Biometrics Explained.* , Section 1, , section 1 edition, 1998.
- [7] Julien Mahier, Marc Pasquet, Christophe Rosenberger, and Félix Cuozzo. Biometric authentication. *Encyclopedia of Information Science and Technology*, 13, 2008.
- [8] Romain Giot, Mohamad El-Abed, and Christophe Rosenberger. Fast computation of the performance evaluation of biometric systems : Application to multibiometrics. *Future Generation Computer Systems*, 29(3) :788–799, 2013.

- [9] Sébastien Chabrier, Hélène Laurent, Christophe Rosenberger, and Bruno Emile. Comparative study of contour detection evaluation criteria based on dissimilarity measures. *journal on Image and Video Processing*, 2008 :2, 2008.
- [10] Romain Giot, Baptiste Hemery, and Christophe Rosenberger. Low cost and usable multimodal biometric system based on keystroke dynamics and 2d face recognition. In *Pattern Recognition (ICPR), 2010 20th International Conference on*, pages 1128–1131. IEEE Xplore, 2010.
- [11] Jie Zou, Qiang Ji, and George Nagy. A comparative study of local matching approach for face recognition. *IEEE Transactions on image processing*, 16(10) :2617–2628, 2007.
- [12] Matthew A Turk and Alex P Pentland. Face recognition using eigenfaces. In *Computer Vision and Pattern Recognition, 1991. Proceedings CVPR'91., IEEE Computer Society Conference on*, pages 586–591. IEEE Xplore, 1991.
- [13] Peter N. Belhumeur, João P Hespanha, and David J. Kriegman. Eigenfaces vs. fisherfaces : Recognition using class specific linear projection. *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 19(7) :711–720, 1997.
- [14] Nathan Intrator, Daniel Reissfeld, and Yehezkel Yeshurun. Face recognition using a hybrid supervised/unsupervised neural network. *Pattern Recognition Letters*, 17(1) :67–76, 1996.
- [15] Bernd Heisele, Purdy Ho, and Tomaso Poggio. Face recognition with support vector machines : Global versus component-based approach. In *Computer Vision, 2001. ICCV 2001. Proceedings. Eighth IEEE International Conference on*, volume 2, pages 688–694. IEEE Xplore, 2001.
- [16] Laurenz Wiskott and Christoph Von Der Malsburg. Recognizing faces by dynamic link matching. *Neuroimage*, 4(3) :S14–S18, 1996.
- [17] Jun Zhang, Yong Yan, and Martin Lades. Face recognition : eigenface, elastic matching, and neural nets. *Proceedings of the IEEE*, 85(9) :1423–1435, 1997.
- [18] Ferdinando Samaria and Steve Young. Hmm-based architecture for face identification. *Image and vision computing*, 12(8) :537–543, 1994.
- [19] Alex Pentland, Baback Moghaddam, and Thad Starner. View-based and modular eigenspaces for face recognition. In *Computer Vision and Pattern Recognition, 1994. Proceedings CVPR'94., 1994 IEEE Computer Society Conference on*, pages 84–91. IEEE Xplore, 1994.
- [20] Jeffery R Price and Timothy F Gee. Face recognition using direct, weighted linear discriminant analysis and modular subspaces. *Pattern Recognition*, 38(2) :209–219, 2005.
- [21] Gareth J Edwards, Timothy F Cootes, and Christopher J Taylor. Face recognition using active appearance models. In *European conference on computer vision*, pages 581–595. Springer, 1998.

- [22] Andreas Lanitis, Christopher J Taylor, and Timothy F Cootes. A unified approach to coding and interpreting face images. In *Computer Vision, 1995. Proceedings., Fifth International Conference on*, pages 368–373. IEEE Xplore, 1995.
- [23] Hengliang Tang, Yanfeng Sun, Baocai Yin, and Yun Ge. Expression-robust 3d face recognition using lbp representation. In *Multimedia and Expo (ICME), 2010 IEEE International Conference on*, pages 334–339. IEEE Xplore, 2010.
- [24] Dang-Hui Liu, Kin-Man Lam, and Lan-Sun Shen. Illumination invariant face recognition. *Pattern Recognition*, 38(10) :1705–1716, 2005.
- [25] Timothy F Cootes, Gavin V Wheeler, Kevin N Walker, and Christopher J Taylor. View-based active appearance models. *Image and vision computing*, 20(9) :657–664, 2002.
- [26] Yael Adini, Yael Moses, and Shimon Ullman. Face recognition : The problem of compensating for changes in illumination direction. *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 19(7) :721–732, 1997.
- [27] P Jonathon Phillips, Hyeonjoon Moon, Syed A Rizvi, and Patrick J Rauss. The feret evaluation methodology for face-recognition algorithms. *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 22(10) :1090–1104, 2000.
- [28] P Jonathon Phillips, Patrick Grother, Ross Micheals, Duane M Blackburn, Elham Tabassi, and Mike Bone. Face recognition vendor test 2002. In *Analysis and Modeling of Faces and Gestures, 2003. AMFG 2003. IEEE International Workshop on*, page 44. IEEE Xplore, 2003.
- [29] Ralph Gross, Jianbo Shi, and Jeffrey F Cohn. *Quo vadis face recognition?* Carnegie Mellon University, The Robotics Institute, 2001.
- [30] R. Benavente A.M. Martinez. The ar face database. *Computer Vision Center*, page Espagne, 1998.
- [31] Paul Ekman, Wallace V Friesen, Maureen O’Sullivan, Anthony Chan, Irene Diacoyanni-Tarlatzis, Karl Heider, Rainer Krause, William Ayhan LeCompte, Tom Pitcairn, Pio E Ricci-Bitti, et al. Universals and cultural differences in the judgments of facial expressions of emotion. *Journal of personality and social psychology*, 53(4) :712, 1987.
- [32] Juergen Luettn and Gilbert Maître. Evaluation protocol for the extended m2vts database (xm2vtsdb). Technical report, IDIAP, 1998.
- [33] Kieron Messer, Jiri Matas, Josef Kittler, Juergen Luettn, and Gilbert Maitre. Xm2vtsdb : The extended m2vts database. In *Second international conference on audio and video-based biometric person authentication*, volume 964, pages 965–966. Citeseer, 1999.

- [34] P Jonathon Phillips, Harry Wechsler, Jeffery Huang, and Patrick J Rauss. The feret database and evaluation procedure for face-recognition algorithms. *Image and vision computing*, 16(5) :295–306, 1998.
- [35] Peter Peer. Cvl face database. *Computer vision lab., faculty of computer and information science, University of Ljubljana, Slovenia.*, 2005.
- [36] Gary B Huang, Vidit Jain, and Erik Learned-Miller. Unsupervised joint alignment of complex images. In *2007 IEEE 11th International Conference on Computer Vision*, pages 1–8. IEEE Xplore, 2007.
- [37] Lior Wolf, Tal Hassner, and Yaniv Taigman. Similarity scores based on background samples. In *Asian Conference on Computer Vision*, pages 88–97. Springer, 2009.
- [38] thèse Lahoucine Ballihi. *Biométrie faciale 3D par apprentissage des caractéristiques géométriques : Application à la reconnaissance des visages et à la classification du genre*, Université Lille 1 Sciences et Technologies. 2012.
- [39] Volker Blanz and Thomas Vetter. A morphable model for the synthesis of 3d faces. In *Proceedings of the 26th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 187–194. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co., 1999.
- [40] Volker Blanz and Thomas Vetter. Face recognition based on fitting a 3d morphable model. *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 25(9) :1063–1074, 2003.
- [41] Liting Wang, Liu Ding, Xiaoqing Ding, and Chi Fang. Improved 3d assisted pose-invariant face recognition. In *2009 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, pages 889–892. IEEE Xplore, 2009.
- [42] Pascal Paysan, Reinhard Knothe, Brian Amberg, Sami Romdhani, and Thomas Vetter. A 3d face model for pose and illumination invariant face recognition. In *Advanced video and signal based surveillance, 2009. AVSS'09. Sixth IEEE International Conference on*, pages 296–301. IEEE Xplore, 2009.
- [43] Curt Heshner, Anuj Srivastava, and Gordon Erlebacher. A novel technique for face recognition using range imaging. In *Signal processing and its applications, 2003. Proceedings. Seventh international symposium on*, volume 2, pages 201–204. IEEE, 2003.
- [44] Thomas Heseltine, Nick Pears, and Jim Austin. Three-dimensional face recognition : An eigensurface approach. In *Image Processing, 2004. ICIP'04. 2004 International Conference on*, volume 2, pages 1421–1424. IEEE Xplore, 2004.

- [45] Thomas Heseltine, Nick Pears, and Jim Austin. Three-dimensional face recognition : A fisher-surface approach. In *International Conference Image Analysis and Recognition*, pages 684–691. Springer, 2004.
- [46] Filareti Tsalakanidou, Sotiris Malassiotis, and Michael G Strintzis. Integration of 2d and 3d images for enhanced face authentication. In *Automatic Face and Gesture Recognition, 2004. Proceedings. Sixth IEEE International Conference on*, pages 266–271. IEEE Xplore, 2004.
- [47] Berk Gökberk, Albert Ali Salah, and Lale Akarun. Rank-based decision fusion for 3d shape-based face recognition. In *International Conference on Audio-and Video-Based Biometric Person Authentication*, pages 1019–1028. Springer, 2005.
- [48] Tae-Kyun Kim, Hyunwoo Kim, Wonjun Hwang, Seok-Cheol Kee, and Josef Kittler. Independent component analysis in a facial local residue space. In *Computer Vision and Pattern Recognition, 2003. Proceedings. 2003 IEEE Computer Society Conference on*, volume 1, pages I–579. IEEE Xplore, 2003.
- [49] Alexander M Bronstein, Michael M Bronstein, and Ron Kimmel. Three-dimensional face recognition. *International Journal of Computer Vision*, 64(1) :5–30, 2005.
- [50] Alexander M Bronstein, Michael M Bronstein, and Ron Kimmel. Expression-invariant representations of faces. *IEEE Transactions on Image Processing*, 16(1) :188–197, 2007.
- [51] Chafik Samir, Anuj Srivastava, and Mohamed Daoudi. Three-dimensional face recognition using shapes of facial curves. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 28(11) :1858–1863, 2006.
- [52] Chafik Samir, Anuj Srivastava, Mohamed Daoudi, and Eric Klassen. An intrinsic framework for analysis of facial surfaces. *International Journal of Computer Vision*, 82(1) :80–95, 2009.
- [53] Alexander M Bronstein, Michael M Bronstein, and Ron Kimmel. Expression-invariant 3d face recognition. In *International Conference on Audio-and Video-Based Biometric Person Authentication*, pages 62–70. Springer, 2003.
- [54] Frank B ter Haar and Remco C Veltkamp. A 3d face matching framework for facial curves. *Graphical Models*, 71(2) :77–91, 2009.
- [55] Hassen Drira, Ben Amor Boulbaba, Srivastava Anuj, and Daoudi Mohamed. A riemannian analysis of 3d nose shapes for partial human biometrics. In *International Conference on Computer Vision*, pages 2050–2057, 2009.

- [56] Hassen Drira, Boulbaba Ben Amor, Mohamed Daoudi, and Anuj Srivastava. Pose and expression-invariant 3d face recognition using elastic radial curves. In *British machine vision conference*, pages 1–11, 2010.
- [57] Stefano Berretti, Alberto Del Bimbo, and Pietro Pala. 3d face recognition using isogeodesic stripes. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 32(12) :2162–2177, 2010.
- [58] Iordanis Mpiperis, Sotiris Malassiotis, and Michael G Strintzis. 3-d face recognition with the geodesic polar representation. *IEEE Transactions on Information Forensics and Security*, 2(3-2) :537–547, 2007.
- [59] Fahad Daniyal, Prathap Nair, and Andrea Cavallaro. Compact signatures for 3d face recognition under varying expressions. In *Advanced Video and Signal Based Surveillance, 2009. AVSS'09. Sixth IEEE International Conference on*, pages 302–307. IEEE Xplore, 2009.
- [60] Ioannis A Kakadiaris, Georgios Passalis, George Toderici, Mohammed N Murtuza, Yunliang Lu, Nikos Karampatziakis, and Theoharis Theoharis. Three-dimensional face recognition in the presence of facial expressions : An annotated deformable model approach. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 29(4) :640–649, 2007.
- [61] Yonguk Lee, Hwanjong Song, Ukil Yang, Hyungchul Shin, and Kwanghoon Sohn. Local feature based 3d face recognition. In *International Conference on Audio-and Video-based Biometric Person Authentication*, pages 909–918. Springer, 2005.
- [62] Di Huang, Mohsen Ardabilian, Yunhong Wang, and Liming Chen. A novel geometric facial representation based on multi-scale extended local binary patterns. In *Automatic Face & Gesture Recognition and Workshops (FG 2011), 2011 IEEE International Conference on*, pages 1–7. IEEE Xplore, 2011.
- [63] Yueming Wang, Jianzhuang Liu, and Xiaoou Tang. Robust 3d face recognition by local shape difference boosting. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 32(10) :1858–1870, 2010.
- [64] Xiaoxing Li, Tao Jia, and Hao Zhang. Expression-insensitive 3d face recognition using sparse representation. In *Computer Vision and Pattern Recognition, 2009. CVPR 2009. IEEE Conference on*, pages 2575–2582. IEEE Xplore, 2009.
- [65] Ping Yan and Kevin W Bowyer. Biometric recognition using 3d ear shape. *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 29(8) :1297–1308, 2007.
- [66] Hui Chen and Bir Bhanu. Human ear recognition in 3d. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 29(4) :718–737, 2007.

- [67] Kyong I Chang, Kevin W Bowyer, and Patrick J Flynn. Multiple nose region matching for 3d face recognition under varying facial expression. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 28(10) :1695–1700, 2006.
- [68] Chin-Seng Chua, Feng Han, and Yeong-Khing Ho. 3d human face recognition using point signature. In *Automatic Face and Gesture Recognition, 2000. Proceedings. Fourth IEEE International Conference on*, pages 233–238. IEEE Xplore, 2000.
- [69] Chin Seng Chua and Ray Jarvis. Point signatures : A new representation for 3d object recognition. *International Journal of Computer Vision*, 25(1) :63–85, 1997.
- [70] Timothy C Faltemier, Kevin W Bowyer, and Patrick J Flynn. A region ensemble for 3-d face recognition. *IEEE Transactions on Information Forensics and Security*, 3(1) :62–73, 2008.
- [71] BenAmor B. Thèse contributions à la modélisation et à la reconnaissance faciales 3d. *PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2006*.
- [72] P Jonathon Phillips, Patrick J Flynn, Todd Scruggs, Kevin W Bowyer, Jin Chang, Kevin Hoffman, Joe Marques, Jaesik Min, and William Worek. Overview of the face recognition grand challenge. In *2005 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'05)*, volume 1, pages 947–954. IEEE Xplore, 2005.
- [73] Kieron Messer, Josef Kittler, Mohammad Sadeghi, Sebastien Marcel, Christine Marcel, Samy Bengio, Fabien Cardinaux, Conrad Sanderson, Jacek Czyz, Luc Vandendorpe, et al. Face verification competition on the xm2vts database. In *International Conference on Audio-and Video-Based Biometric Person Authentication*, pages 964–974. Springer, 2003.
- [74] Charles Beumier and Marc Acheroy. Face verification from 3d and grey level clues. *Pattern recognition letters*, 22(12) :1321–1329, 2001.
- [75] Nikolaus F Troje and Heinrich H Bülthoff. Face recognition under varying poses : The role of texture and shape. *Vision research*, 36(12) :1761–1771, 1996.
- [76] Thomas David Heseltine BSc Hons. Face recognition : Two-dimensional and three-dimensional techniques. PhD thesis, The University of York, 2005.
- [77] A. B. Moreno and A. Sanchez. Gavabdb : A 3d face database. In *COST Workshop on Biometrics on the Internet : Fundamentals, Advances and Applications*, pages 77–82, 2004.
- [78] Lijun Yin, Xiaozhou Wei, Yi Sun, Jun Wang, and Matthew J Rosato. A 3d facial expression database for facial behavior research. In *7th international conference on automatic face and gesture recognition (FGR06)*, pages 211–216. IEEE Xplore, 2006.



- [79] Lijun Yin, Xiaochen Chen, Yi Sun, Tony Worm, and Michael Reale. A high-resolution 3d dynamic facial expression database. In *Automatic Face & Gesture Recognition, 2008. FG'08. 8th IEEE International Conference On*, pages 1–6. IEEE Xplore, 2008.
- [80] Arman Savran, Neşe Alyüz, Hamdi Dibeklioglu, Oya Çeliktutan, Berk Gökberk, Bülent Sankur, and Lale Akarun. Bosphorus database for 3d face analysis. In *European Workshop on Biometrics and Identity Management*, pages 47–56. Springer, 2008.
- [81] Cristina Conde, Angel Serrano, Licesio J Rodriguez-Aragon, and Enrique Cabello. An automatic 2d, 2.5 d & 3d score-based fusion face verification system. In *Computer Architecture for Machine Perception and Sensing, 2006. CAMP 2006. International Workshop on*, pages 208–213. IEEE Xplore, 2006.
- [82] Multimedia and Intelligent Software Technology Beijing Municipal Key Laboratory. The bjut-3d large-scale chinese face database. In *Beijing Univ. Technology, Beijing, China, Tech. Rep*, pages MISKL-TR-05-FMFR-001. Beijing Univ, Aug. 2005.
- [83] KBKI Chang, Kevin Bowyer, and Patrick Flynn. Face recognition using 2d and 3d facial data. In *ACM Workshop on Multimodal User Authentication*, pages 25–32. Citeseer, 2003.
- [84] Patrick J Flynn, Kevin W Bowyer, and P Jonathon Phillips. Assessment of time dependency in face recognition : An initial study. In *International Conference on Audio-and Video-Based Biometric Person Authentication*, pages 44–51. Springer, 2003.
- [85] Chenghua Xu, Tieniu Tan, Stan Li, Yunhong Wang, and Cheng Zhong. Learning effective intrinsic features to boost 3d-based face recognition. In *European Conference on Computer Vision*, pages 416–427. Springer, 2006.
- [86] Shalini Gupta, Kenneth R Castleman, Mia K Markey, and Alan C Bovik. Texas 3d face recognition database. In *Image Analysis & Interpretation (SSIAI), 2010 IEEE Southwest Symposium on*, pages 97–100. IEEE, 2010.
- [87] Xiaoguang Lu and Anil Jain. Deformation modeling for robust 3d face matching. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 30(8) :1346–1357, 2008.
- [88] Yueming Wang, Gang Pan, Zhaohui Wu, and Yigang Wang. Exploring facial expression effects in 3d face recognition using partial icp. In *Asian Conference on Computer Vision*, pages 581–590. Springer, 2006.
- [89] Frank B Ter Haar, Mohamed Daoudi, and Remco C Veltkamp. Shape retrieval contest 2008 : 3d face scans. In *Shape Modeling International*, pages 225–226, 2008.

- [90] Kevin W Bowyer, Kyong Chang, and Patrick Flynn. A survey of approaches and challenges in 3d and multi-modal 3d+ 2d face recognition. *Computer vision and image understanding*, 101(1) :1–15, 2006.
- [91] Andrea F Abate, Michele Nappi, Daniel Riccio, and Gabriele Sabatino. 2d and 3d face recognition : A survey. *Pattern Recognition Letters*, 28(14) :1885–1906, 2007.
- [92] David L Hall and James Llinas. An introduction to multisensor data fusion. *Proceedings of the IEEE*, 85(1) :6–23, 1997.
- [93] Theodoros Papatheodorou and Daniel Rueckert. Evaluation of automatic 4d face recognition using surface and texture registration. In *Automatic Face and Gesture Recognition, 2004. Proceedings. Sixth IEEE International Conference on*, pages 321–326. IEEE Xplore, 2004.
- [94] Gede Putra Kusuma and Chin-Seng Chua. Image level fusion method for multimodal 2d+ 3d face recognition. In *International Conference Image Analysis and Recognition*, pages 984–992. Springer, 2008.
- [95] Farshid Hajati, Abolghasem A Raie, and Yongsheng Gao. 2.5 d face recognition using patch geodesic moments. *Pattern Recognition*, 45(3) :969–982, 2012.
- [96] Chenghua Xu, Stan Li, Tieniu Tan, and Long Quan. Automatic 3d face recognition from depth and intensity gabor features. *Pattern recognition*, 42(9) :1895–1905, 2009.
- [97] Stefano Arca, Raffaella Lanzarotti, and Giuseppe Lipori. Face recognition based on 2d and 3d features. In *International Conference on Knowledge-Based and Intelligent Information and Engineering Systems*, pages 455–462. Springer, 2007.
- [98] Ajmal Mian, Mohammed Bennamoun, and Robyn Owens. An efficient multimodal 2d-3d hybrid approach to automatic face recognition. *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 29(11) :1927–1943, 2007.
- [99] Yingjie Wang, Chin-Seng Chua, and Yeong-Khing Ho. Facial feature detection and face recognition from 2d and 3d images. *Pattern Recognition Letters*, 23(10) :1191–1202, 2002.
- [100] Stan Z Li, Chunshui Zhao, Meng Ao, and Zhen Lei. Learning to fuse 3d+ 2d based face recognition at both feature and decision levels. In *International Workshop on Analysis and Modeling of Faces and Gestures*, pages 44–54. Springer, 2005.
- [101] Te-Hsiu Sun, Mingchih Chen, Shuchuan Lo, and Fang-Chih Tien. Face recognition using 2d and disparity eigenface. *Expert Systems with Applications*, 33(2) :265–273, 2007.

- [102] Berk Gokberk and Lale Akarun. Comparative analysis of decision-level fusion algorithms for 3d face recognition. In *18th International Conference on Pattern Recognition (ICPR'06)*, volume 3, pages 1018–1021. IEEE Xplore, 2006.
- [103] Wael Ben Soltana, Di Huang, Mohsen Ardabilian, Liming Chen, and Chokri Ben Amar. Comparison of 2d/3d features and their adaptive score level fusion for 3d face recognition. *3D data processing, visualization and transmission (3DPVT)*, 2010.
- [104] Filareti Tsalakanidou, Dimitrios Tzovaras, and Michael G Strintzis. Use of depth and colour eigenfaces for face recognition. *Pattern Recognition Letters*, 24(9) :1427–1435, 2003.
- [105] Filareti Tsalakanidou, Sotiris Malassiotis, and Michael G Strintzis. Face localization and authentication using color and depth images. *IEEE Transactions on Image Processing*, 14(2) :152–168, 2005.
- [106] Sina Jahanbin, Hyohoon Choi, and Alan C Bovik. Passive multimodal 2-d+ 3-d face recognition using gabor features and landmark distances. *IEEE Transactions on Information Forensics and Security*, 6(4) :1287–1304, 2011.
- [107] wolfgang Kuhnel. *Differential Geometry : Curves, Surfaces, Manifolds*. American Mathematical Society, 2nd ed edition, 2006.
- [108] M. Gouskir, B. Bouikhalene, H. Aissaoui, and B. Elhadadi. Automatic brain tumor extraction from magnetic resonance images. In *First International Conference on Business Intelligence (CBI'14)*, April 2014.
- [109] Gabriel Peyré, Mickaël Péchaud, Renaud Keriven, and Laurent D Cohen. Geodesic methods in computer vision and graphics. *Foundations and Trends® in Computer Graphics and Vision*, 5(3–4) :197–397, 2010.
- [110] Laurent D Cohen and Ron Kimmel. Global minimum for active contour models : A minimal path approach. *International journal of computer vision*, 24(1) :57–78, 1997.
- [111] James A Sethian. A fast marching level set method for monotonically advancing fronts. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 93(4) :1591–1595, 1996.
- [112] James A Sethian. Fast marching methods. *SIAM review*, 41(2) :199–235, 1999.
- [113] James A Sethian et al. Level set methods and fast marching methods. *Journal of Computing and Information Technology*, 11(1) :1–2, 2003.
- [114] John N Tsitsiklis. Efficient algorithms for globally optimal trajectories. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 40(9) :1528–1538, 1995.

- [115] Edsger W Dijkstra. A note on two problems in connexion with graphs. *Numerische mathematik*, 1(1) :269–271, 1959.
- [116] Elisabeth Rouy and Agnès Tourin. A viscosity solutions approach to shape-from-shading. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 29(3) :867–884, 1992.
- [117] James A Sethian and A Mihai Popovici. 3-d travelttime computation using the fast marching method. *Geophysics*, 64(2) :516–523, 1999.
- [118] Stefano Berretti, Alberto Del Bimbo, Pietro Pala, and Francisco J Silva Mata. Geodesic distances for 3d-3d and 2d-3d face recognition. In *2007 IEEE International Conference on Multimedia and Expo*, pages 1515–1518. IEEE Xplore, 2007.
- [119] Ron Kimmel and James A Sethian. Computing geodesic paths on manifolds. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 95(15) :8431–8435, 1998.
- [120] Xavier Desquesnes, Abderrahim Elmoataz, and Olivier Lézoray. Eikonal equation adaptation on weighted graphs : fast geometric diffusion process for local and non-local image and data processing. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 46(2) :238–257, 2013.
- [121] Elisabetta Carlini, Maurizio Falcone, Nicolas Forcadel, and Régis Monneau. Convergence of a generalized fast-marching method for an eikonal equation with a velocity-changing sign. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 46(6) :2920–2952, 2008.
- [122] Alexander M Bronstein, Michael M Bronstein, Eyal Gordon, and Ron Kimmel. Fusion of 2d and 3d data in three-dimensional face recognition. In *ICIP*, pages 87–90, 2004.
- [123] Alexander M Bronstein, Michael M Bronstein, Alon Spira, and Ron Kimmel. Face recognition from facial surface metric. In *European Conference on Computer Vision*, pages 225–237. Springer, 2004.
- [124] H. Ling and D. Jacobs. Deformation invariant image matching. In *In Tenth IEEE International Conference on Computer Vision -ICCV'05-*, volume 1(2), pages 1466–1473, IEEE Xplore 2005.
- [125] Rachid Ahdid, Said Safi, and Bouzid Manaut. Approach of facial surfaces by contour. In *Multimedia Computing and Systems (ICMCS), 2014 International Conference on*, pages 465–468. IEEE Xplore, 2014.
- [126] Shun Miao and Hamid Krim. 3d face recognition based on evolution of iso-geodesic distance curves. In *2010 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, pages 1134–1137. IEEE Xplore, 2010.

- [127] Sina Jahanbin, Hyohoon Choi, Yang Liu, and Alan C Bovik. Three dimensional face recognition using iso-geodesic and iso-depth curves. In *Biometrics : Theory, Applications and Systems, 2008. BTAS 2008. 2nd IEEE International Conference on*, pages 1–6. IEEE Xplore, 2008.
- [128] Lahoucine Ballihi, Anuj Srivastava, Boulbaba Ben Amor, Mohamed Daoudi, and Driss Aboutajdine. Which 3d geometric facial features give up your identity? In *2012 5th IAPR International Conference on Biometrics (ICB)*, pages 119–124. IEEE Xplore, 2012.
- [129] Lahoucine Ballihi, Boulbaba Ben Amor, Mohamed Daoudi, Anuj Srivastava, and Driss Aboutajdine. Boosting 3-d-geometric features for efficient face recognition and gender classification. *IEEE Transactions on Information Forensics and Security*, 7(6) :1766–1779, 2012.
- [130] Eric Klassen and Anuj Srivastava. Geodesics between 3d closed curves using path-straightening. In *European conference on computer vision*, pages 95–106. Springer, 2006.
- [131] Shantanu H Joshi, Eric Klassen, Anuj Srivastava, and Ian Jermyn. An efficient representation for computing geodesics between n-dimensional elastic shapes. In *IEEE conference on computer vision and pattern recognition (CVPR)*, 2007.
- [132] Ahmed Maalej, Boulbaba Ben Amor, Mohamed Daoudi, Anuj Srivastava, and Stefano Berretti. Shape analysis of local facial patches for 3d facial expression recognition. *Pattern Recognition*, 44(8) :1581–1589, 2011.
- [133] Edgar Osuna, Robert Freund, and Federico Girosit. Training support vector machines : an application to face detection. In *Computer vision and pattern recognition, 1997. Proceedings., 1997 IEEE computer society conference on*, pages 130–136. IEEE Xplore, 1997.
- [134] Yuchun Lee. Handwritten digit recognition using k nearest-neighbor, radial-basis function, and backpropagation neural networks. *Neural computation*, 3(3) :440–449, 1991.
- [135] Bernhard E Boser, Isabelle M Guyon, and Vladimir N Vapnik. A training algorithm for optimal margin classifiers. In *Proceedings of the fifth annual workshop on Computational learning theory*, pages 144–152. ACM, 1992.
- [136] Evelyn Fix and Joseph L Hodges Jr. Discriminatory analysis-nonparametric discrimination : consistency properties. Technical report, DTIC Document, 1951.
- [137] Evelyn Fix and Joseph L Hodges Jr. Discriminatory analysis-nonparametric discrimination : Small sample performance. Technical report, DTIC Document, 1952.
- [138] Gregory Shakhnarovich, Piotr Indyk, and Trevor Darrell. *Nearest-neighbor methods in learning and vision : theory and practice*. 2006.

- [139] Hui-Ling Chen, Bo Yang, Gang Wang, Jie Liu, Xin Xu, Su-Jing Wang, and Da-You Liu. A novel bankruptcy prediction model based on an adaptive fuzzy k-nearest neighbor method. *Knowledge-Based Systems*, 24(8) :1348–1359, 2011.
- [140] J Ross Beveridge, Kai She, Bruce A Draper, and Geof H Givens. A nonparametric statistical comparison of principal component and linear discriminant subspaces for face recognition. In *Computer Vision and Pattern Recognition, 2001. CVPR 2001. Proceedings of the 2001 IEEE Computer Society Conference on*, volume 1, pages I–535. IEEE Xplore, 2001.
- [141] Vladimir Vapnik. *The nature of statistical learning theory*. Springer-Verlag,, 1995.
- [142] Matthew Turk and Alex Pentland. Eigenfaces for recognition. *Journal of cognitive neuroscience*, 3(1) :71–86, 1991.
- [143] Guo-Dong Guo, Hong-Jiang Zhang, and Stan Z Li. Pairwise face recognition. In *Computer Vision, 2001. ICCV 2001. Proceedings. Eighth IEEE International Conference on*, volume 2, pages 282–287. IEEE Xplore, 2001.
- [144] Kwang In Kim, Jin Hyung Kim, and Keechul Jung. Face recognition using support vector machines with local correlation kernels. *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 16(01) :97–111, 2002.
- [145] Juwei Lu, Konstantinos N Plataniotis, and Anastasios N Venetsanopoulos. Face recognition using lda-based algorithms. *IEEE Transactions on Neural networks*, 14(1) :195–200, 2003.
- [146] Jian Yang, David Zhang, Alejandro F Frangi, and Jing-yu Yang. Two-dimensional pca : a new approach to appearance-based face representation and recognition. *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 26(1) :131–137, 2004.
- [147] Muriel Visani, Christophe Garcia, and Jean-Michel Jolion. Two-dimensional-oriented linear discriminant analysis for face recognition. In *Computer Vision and Graphics*, pages 1008–1017. Springer, 2006.
- [148] Hakan Cevikalp, Marian Neamtu, Mitch Wilkes, and Atalay Barkana. Discriminative common vectors for face recognition. *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 27(1) :4–13, 2005.
- [149] Fahimeh Salimi, Mohammad T Sadeghi, Mohammad S Moin, and Josef Kittler. Face verification using colour kernels. In *International Conference Image Analysis and Recognition*, pages 522–531. Springer, 2009.

- [150] Mayank Agarwal, Nikunj Jain, Mr Manish Kumar, and Himanshu Agrawal. Face recognition using eigen faces and artificial neural network. *International Journal of Computer Theory and Engineering*, 2(4) :624, 2010.
- [151] Mébarka Belahcene, Abdelmalik Ouamane, Mohamed Boumehez, and Abdelmalik Benakcha. Comparaison des methodes de reduction d’espace et l’application des svms pour la classification dans l’authentification de visages. 2014.
- [152] Aurangabad JNEC. Improved fisher face approach for human recognition system using facial biometrics. *International Journal of Information*, 2(2), 2012.
- [153] Wenkai Xu and Eung-Joo Lee. Face recognition using wavelets transform and 2d pca by svm classifier. *International Journal of Multimedia and Ubiquitous Engineering*, 9(3) :281–290, 2014.
- [154] Lahoucine Ballihi, Boulbaba Ben Amor, Mohamed Daoudi, Anuj Srivastava, and Driss Aboutajdine. Sélection de courbes de la surface nasale pour l’authentification de personnes en utilisant adaboost. In *RFIA*, 2010.
- [155] Sina Jahanbin, Alan C Bovik, and Hyohoon Choi. Automated facial feature detection from portrait and range images. In *Image analysis and interpretation, 2008. SSIAI 2008. IEEE southwest symposium on*, pages 25–28. IEEE, 2008.
- [156] Chenghua Xu, Yunhong Wang, Tieniu Tan, and Long Quan. Robust nose detection in 3d facial data using local characteristics. In *Image Processing, 2004. ICIP’04. 2004 International Conference on*, volume 3, pages 1995–1998. IEEE Xplore, 2004.
- [157] LH Anuar, S Mashohor, M Mokhtar, and WA Wan Adnan. Nose tip region detection in 3d facial model across large pose variation and facial expression. *IJCSI International Journal of Computer Science Issues*, 7(4) :1–9, 2010.
- [158] Gábor Székely, András Kelemen, Ch Brechbühler, and Guido Gerig. Segmentation of 3d objects from mri volume data using constrained elastic deformations of flexible fourier surface models. In *Computer Vision, Virtual Reality and Robotics in Medicine*, pages 495–505. Springer, 1995.
- [159] Hiromi T Tanaka, Masaki Ikeda, and Hisako Chiaki. Curvature-based face surface recognition using spherical correlation. principal directions for curved object recognition. In *Automatic Face and Gesture Recognition, 1998. Proceedings. Third IEEE International Conference on*, pages 372–377. IEEE Xplore, 1998.
- [160] Shantanu H Joshi, Eric Klassen, Anuj Srivastava, and Ian Jermyn. A novel representation for riemannian analysis of elastic curves in rn. In *2007 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 1–7. IEEE Xplore, 2007.

- [161] Brian Amberg, Reinhard Knothe, and Thomas Vetter. Shrec'08 entry : Shape based face recognition with a morphable model. In *Shape Modeling International*, pages 253–254, 2008.
- [162] Frank B ter Haar and Remco C Veltkampy. Shrec'08 entry : 3d face recognition using facial contour curves. In *Shape Modeling and Applications, 2008. SMI 2008. IEEE International Conference on*. IEEE, 2008.
- [163] Shuo Feng, Hamid Krim, and IA Kogan. 3d face recognition using euclidean integral invariants signature. In *2007 IEEE/SP 14th Workshop on Statistical Signal Processing*, pages 156–160. IEEE Xplore, 2007.
- [164] Chafik Samir, Mohamed Daoudi, and Anuj Srivastava. A framework of calculus on facial surfaces. In *Image Analysis and Processing Workshops, 2007. ICIAPW 2007. 14th International Conference on*, pages 27–32. IEEE Xplore, 2007.
- [165] Mohamed Daoudi, Lahoucine Ballihi, Chafik Samir, and Anuj Srivastava. Three-dimensional face recognition using elastic deformations of facial surfaces. In *2008 IEEE International Conference on Multimedia and Expo*, pages 97–100. IEEE Xplore, 2008.
- [166] Lahoucine Ballihi, Boulbaba Ben Amor, Mohamed Daoudi, Anuj Srivastava, and Driss Aboutajdine. Sélection de caractéristiques géométriques pour la reconnaissance faciale 3d. *Traitement du Signal*, 29(3-4-5) :383–407, 2013.
- [167] Hengliang Tang, Baocai Yin, Yanfeng Sun, and Yongli Hu. 3d face recognition using local binary patterns. *Signal Processing*, 93(8) :2190–2198, 2013.