

N° d'ordre : 108/2017



**UNIVERSITE SULTAN MOULAY SLIMANE**  
**Faculté des Sciences et Techniques**  
**Béni-Mellal**



*Centre d'Études Doctorales : Sciences et Techniques*  
*Formation Doctorale : Mathématiques et Physique Appliquées*

**THÈSE**

Présentée par

**Meriem EZZARAA**

Pour l'obtention du grade de

**DOCTEUR**

*Spécialité : Automatique*

---

---

**COMMANDE ADAPTATIVE AVEC CONTRAINTES**

---

---

Soutenue le 03 février 2017 devant la commission d'examen :

<b>Pr. B. EL HADDADI</b> Professeur à la faculté des Sciences et Techniques de Béni-Mellal	<b>Président</b>
<b>Pr. H.AISSAOUI</b> Professeur à la faculté des Sciences et Techniques de Béni-Mellal	<b>Rapporteur</b>
<b>Pr. A. FARCHI</b> Professeur à la faculté des Sciences et Techniques de Settat	<b>Rapporteur</b>
<b>Pr. B.MINAUI</b> Professeur à la faculté des Sciences et Techniques de Béni-Mellal	<b>Examineur</b>
<b>Pr. M.AIT LAFKIH</b> Professeur à la faculté des Sciences et Techniques de Béni-Mellal	<b>Directeur de thèse</b>
<b>Pr .M. RAMZI</b> Professeur à la faculté des Sciences et Techniques de Béni-Mellal	<b>Co-directeur de thèse</b>

## Résumé

Dans ce mémoire les lois de commande basées sur des méthodes adaptatives indirectes et prédictives sont étudiées, pour contrôler des systèmes multivariables, soumis à des perturbations et évoluant dans le temps.

La commande prédictive a prouvé aux travers de très nombreuses applications industrielles sa capacité à garantir des performances accrues tout en s'avérant simple d'implantation. Le succès de cette stratégie de commande avancée réside principalement dans son apport théorique, permettant d'inclure la connaissance d'une trajectoire à suivre dans le futur, sur un horizon fini. Sa description temporelle facilite de plus la prise en compte des contraintes physiques des systèmes.

La structure élaborée permet de façon unifiée d'inclure des contraintes, réalisant le meilleurs compromis entre stabilité, comportement dynamique et satisfaction des contraintes.

Le but de travail est d'analyser les méthodologies de commande prédictive généralisée permettant de prendre en compte les contraintes lors la phase d'optimisation, dans le cas des systèmes linéaires.

L'application de la commande prédictive généralisée adaptative sous contraintes en simulation valide les résultats obtenus et montre la robustesse et les avantages des lois de commande proposées.

**Mots clés :** commande adaptative, commande prédictive, commande prédictive généralisée sous contraintes.

## **Remerciement**

Le travail de recherche présente dans cette thèse de doctorat a été effectué à la faculté des Sciences et Techniques (FST) de Beni Mellal, Université Sultan Moulay Slimane, dans le Laboratoire d'Automatique et de Conversion d'Energie (LACE).

Je remercie Monsieur Mohamed RAMZI, directeur du LACE, de m'avoir accueilli au sein de ce laboratoire et d'avoir fait en sorte que la thèse se développe dans un cadre optimal. Au-delà de ces aspects, je lui suis reconnaissant de la sympathie, de la disponibilité. Je suis honoré de l'intérêt qu'il a toujours manifesté pour mes travaux ainsi que de sa présence dans mon jury de thèse.

Je remercie chaleureusement la personne qui a suivi tous mes travaux, en détail, avec une compétence et patience remarquables, mon directeur de thèse Monsieur Mustapha AIT LAFKIH Professeur à la faculté des Sciences et Techniques (FST) de Beni Mellal. Je lui apporte ma plus sincère gratitude pour son soutien constant, ses encouragements et le temps précieux qu'il m'accorde pendant ces années de thèse.

Je n'oublie pas les personnes qui ont accepté de faire partie de mon jury de thèse : Monsieur Benachir EL HADDADI, Doyen de la faculté poly disciplinaire (FP) de Béni Mellal, qui m'a fait l'honneur de présider ce jury, Monsieur Brahim MINAOUI professeur à la faculté des sciences et techniques (FST) de Béni Mellal, pour avoir accepté d'être examinateur de ma thèse et surtout pour ses observations pertinentes et enrichissantes. Je tiens à remercier tout particulièrement, pour le temps précieux qu'ils ont consacré à me relire, mes rapporteurs Monsieur Abdelmajid FARCHI, professeur à la faculté des sciences et techniques (FST) de Settat et Hicham AISSAOUI, professeur à la faculté des sciences et techniques (FST) de Béni Mellal, qui ont ainsi contribué, par leur attention, leurs remarques et interrogations, à l'amélioration de la qualité de mon mémoire de thèse. Qu'ils trouvent ici ma gratitude.

Un grand merci pour toutes les personnes qui m'ont aidé de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

## **Avant-propos**

### **Articles de Journal**

M. Ezzaraa, M. Ait Lafkih, M. Ramzi, “Adaptive Generalized Minimum Variance of DC Motor”, European Journal of Scientific Research, Vol.67 No.1, pp. 66-74, 2011.

M. Ezzaraa, M. Ait Lafkih, M. Ramzi, “Multivariable Adaptive Generalized Predictive Control of a flexible arm”, Physical and Chemical News, Vol .64,pp.12-19.2012

M. Ezzaraa, M. Ait Lafkih, M. Ramzi, “Application of adaptive controllers to a DC-motor”, Int. J. Systems, Control and Communications, Vol. 5, No. 3/4, 2013.

M. Ezzaraa, M. Ait Lafkih, M. Ramzi, “Multivariable Adaptive Constrained Generalized Predictive Control”, European Journal of Social Sciences, Vol. 52 Issue. 3. 2016.

### **Communications internationales**

M. Ezzaraa, M. Ait Lafkih, M. Ramzi, Z.Zidane, “ Adaptive Linear Quadratic Gaussian of DC Motor”, Premier Congrès International Informatique et Sciences de l'ingénieur (ISII), juin 01-03, 2011, Meknes, Maroc.

M. Ezzaraa, M. Ait Lafkih, M. Ramzi, “Adaptive Generalized Minimum Variance OF DC motor”, International Workshop on Information Technologies and Communication, octobre 13-15, 2011, Casablanca, Maroc.

M. Ezzaraa, M. Ait Lafkih, M. Ramzi, “Design and performance analysis of adaptive linear quadratic Gaussian controller ”, International Conference on Complex Systems (ICCS), Novembre 05-06, 2012, Agadir, Maroc.

M. Ezzaraa, M. Ait Lafkih, M. Ramzi, “Commande prédictive généralisée d'un moteur à courant continu ”, Journées Scientifiques et Culturelles Universitaires, avril, 24-26, 2012, Béni Mellal, Maroc.

<b>Introduction générale.....</b>	<b>7</b>
<b>Chapitre I Généralités sur la commande adaptative .....</b>	<b>10</b>
1. Introduction .....	10
2. La commande auto-ajustable.....	12
3. La commande adaptative avec modèle de référence .....	12
4. Le principe d'équivalence certaine .....	13
5. Méthode d'identification récurrente .....	13
5.1 Moindres carrés récurrents .....	16
5.2 Méthode des moindres carrés récurrents avec facteur d'oubli .....	18
6. Conclusion.....	20
<b>Chapitre II Généralité sur la commande prédictive .....</b>	<b>22</b>
1. Introduction .....	22
2. Historique .....	23
3. Principe de la commande prédictive .....	24
4. Éléments du MPC.....	25
4.1 Modèle de prédiction .....	26
4.1.1 Modèle du processus .....	26
4.1.2 Modèle des perturbations .....	28
4.2 Fonction objectif et obtention de la loi de commande .....	29
4.2.1 Paramètres .....	29
4.2.2 Trajectoire de référence.....	30
4.2.3 Contraintes .....	30
5. Conclusion.....	31
<b>Chapitre III Commande prédictive généralisée adaptative .....</b>	<b>32</b>
1. Introduction .....	32
2. Commande Prédictive Généralisée adaptative : cas monovariante.....	32
2.1 Le modèle.....	32
2.2 Modèle prédictif.....	33
2.3 Critère de commande .....	34
3. Commande Prédictive Généralisée Adaptative : cas multivariante .....	37
3.1 Le modèle.....	37
3.2 Le prédictif .....	37
3.3 Critère .....	39
4. Schéma adaptatif .....	40
5. Conclusion.....	41
<b>Chapitre IV Commande prédictive généralisée adaptative : prise en compte des contraintes.....</b>	<b>42</b>
1. Introduction .....	42
2. Prise en compte des contraintes : cas monovariante .....	43
2.1 Contraintes sur l'incrément de commande .....	43
2.2 Contraintes sur l'amplitude de la commande.....	43
2.3 Contraintes sur l'amplitude de la sortie .....	44
2.4 Contraintes sur le dépassement .....	45

2.5 Contraintes terminales de type égalité .....	46
3. Prise en compte des contraintes : cas multivariable .....	46
4. Stratégies d'optimisation en ligne .....	50
4.1 Ensemble actif.....	50
4.2 Point intérieur.....	51
<b>Chapitre V Résultats de simulation de La commande prédictive généralisée adaptative sans contraintes .....</b>	<b>55</b>
1. Introduction .....	55
2. Commande Prédictive Généralisée adaptative : cas monovariable.....	55
2.1 Commande d'un moteur à courant continu .....	55
2.1.1 Résultat de simulation de la commande GPC à paramètre fixes, avec et sans perturbations .....	56
2.1.2 Résultat de simulation de la commande GPC adaptative, avec et sans perturbation .....	60
2.2 Commande de la colonne de distillation.....	64
1.2.1 Résultats de simulation de la commande GPC à paramètre fixes, avec et sans perturbations .....	65
1.2.2 Résultat de simulation de la commande GPC adaptative, avec et sans perturbation .....	69
3. Commande Prédictive Généralisée adaptative : cas multivariable .....	73
3.1 Commande d'une colonne à distiller .....	73
3.1.1 Résultats de simulation de la commande GPC à paramètre fixes, avec et sans perturbations .....	74
3.1.2 Résultat de simulation de la commande GPC adaptative, avec et sans perturbations .....	80
3.2 Commande d'un réacteur chimique.....	93
3.2.1 Résultats de simulation de la commande GPC à paramètre fixes, avec et sans perturbations .....	93
3.2.2 Résultats de simulations de la commande GPC adaptative, avec et sans perturbation .....	100
<b>Chapitre VI Résultats de simulation de La commande prédictive généralisée Adaptative sous Contraintes .....</b>	<b>111</b>
1. Introduction .....	111
2. Résultat de simulation : Cas monovariable .....	111
2.1 Commande d'un moteur à courant continu .....	111
2.1.1 Résultats de simulations de la commande GPC sous contraintes à paramètre fixes, avec et sans perturbation .....	111
2.1.2 Résultats de simulations de la commande GPC adaptative sous contraintes, avec et sans perturbation .....	115
2.2 Commande d'une colonne à distiller .....	119
2.2.1 Résultat de simulation de la commande GPC sous contraintes à paramètre fixes, avec et sans perturbation .....	120
2.2.2 Résultats de simulations de la commande GPC adaptative sous contraintes, avec et sans perturbation .....	123

3. Résultats de simulations : Cas multivariable .....	127
3.1 Commande d'une colonne à distiller.....	127
3.1.1 Résultat de simulation de la commande GPC à paramètre fixes, avec et sans perturbation .....	128
3.1.2 Résultats de simulations de la commande GPC adaptative sous contraintes, avec et sans perturbation .....	134
3.2 Commande d'un réacteur chimique.....	147
3.2.1 Résultats de simulations de la commande GPC à paramètre fixes, avec et sans perturbations.....	147
3.2.2 Résultats de simulation de la commande GPC adaptative sous contraintes, avec et sans perturbations.....	154
4. Conclusion.....	165
<b>Conclusion générale .....</b>	<b>166</b>
<b>Bibliographie .....</b>	<b>167</b>

## Introduction générale

Ces travaux de thèse se situent à l'intersection de deux domaines importants, la commande des systèmes sous contraintes et la commande adaptative.

La commande adaptative est constituée par une combinaison d'une synthèse de la commande prédictive généralisée avec un algorithme d'adaptation paramétrique.

L'efficacité de la commande prédictive s'est illustrée lors de nombreuses applications industrielles, pour lesquelles cette loi de commande a été appliquée à plusieurs classes de systèmes : multivariables, non-linéaires, hybrides, instables, à non-minimum de phase ou à retard. Toutes ces applications s'avèrent performantes grâce aux particularités de la commande prédictive :

- l'utilisation des informations issues d'un modèle (simple et approprié) du système à régler ;
- la minimisation d'un critère de performance sur un horizon fini de prédiction, afin de maintenir la sortie du système la plus proche possible de la référence souhaitée, en tenant compte de contraintes éventuelles sur le système.

Grâce à sa simplicité d'implantation et aux performances obtenues, la commande prédictive figure parmi les techniques de commande les plus utilisées dans le milieu industriel, en particulier lorsqu'elle s'applique à des systèmes avec une trajectoire de référence connue à l'avance, induisant alors un caractère anticipatif. Cet ensemble (anticipation, critère de performance, prise en compte de contraintes) fait que la commande prédictive induit globalement de meilleures performances que celles issues de stratégies de commande plus classiques (régulateur PID, placement de pôles ...).

La littérature fournit de nombreux exemples de formulations de la commande prédictive se basant sur un formalisme par fonction de transfert, appliquées aux systèmes monovariables, la généralisation au cas multivariables s'avère alors souvent complexe. L'un des points forts de la commande prédictive réside dans sa facilité à prendre en compte les contraintes.

Les contraintes, les plus souvent définies dans le domaine temporel, interviennent sur toutes les parties d'un système de commande, des actionneurs aux capteurs, et en général comme contraintes sur les états du système à commander. Leur présence est source de problèmes parfois complexes, non seulement pour les praticiens de l'Automatique mais aussi pour le milieu académique, car ils constituent le type de non linéarité le plus classique affectant en pratique une loi de commande, avec des implications directes sur la stabilité, les

performances et la sûreté de fonctionnement du système en boucle fermée (parfois avec des conséquences tragiques [STE-03]).

La première prise de conscience de l'importance des contraintes (dans les années 50) a eu comme résultat l'analyse de leurs influences sur les lois de commande optimales [KAL-60] en plein essor à cette époque. Les premières solutions méthodologiques ont élaboré des techniques d'adaptation de la loi sans contrainte de type 'anti-windup'. Le succès pratique rencontré pour des problèmes ponctuels avait tout de même un caractère local et envisageait plutôt une diminution des écarts au régime à suivre. Les méthodes d'anti-windup sont restées très populaires parmi les praticiens, de sorte qu'il existe aujourd'hui des études les rassemblant dans une formulation unifiée [KTH-94] qui permet leur utilisation d'une façon plus élaborée [GLA-03], [PEN-96]. Elles demeurent une formule consacrée pour la prise en compte des contraintes même si leurs détracteurs reprochent leur façon d'agir a posteriori.

Une seconde étape de recherche accomplie dans le domaine des systèmes sous contraintes a débuté dans les années 90 et se poursuit actuellement ([HEN-95], [TAR-97], [GOO-04]), avec la prise en compte des contraintes lors de l'étape de synthèse. La recherche et ses résultats fructueux ont permis de nombreuses avancées dans des domaines associés à la problématique. Ainsi, les systèmes linéaires sous contraintes font appel à la théorie des ensembles invariants [BLA-99], des systèmes linéaires par morceaux avec des répercussions sur la théorie des systèmes hybrides [BEM-02] et de la stabilité par fonctions de Lyapunov non quadratiques.

L'objectif de ce travail est d'étudier la prise en compte des contraintes dans l'élaboration des schémas de commande adaptative des systèmes linéaires. Les lois de commande sont des lois prédictives sous contraintes, faisant partie de la famille des lois à base de modèle et qui se caractérisent par un problème d'optimisation visant à atteindre pour le système le meilleur comportement selon un certain critère.

Ce mémoire est structuré en six chapitres comme suit :

### **Chapitre I : Généralités sur la commande adaptative**

Dans le chapitre I, nous rappelons quelques généralités sur la commande adaptative, les principales méthodes utilisées, les algorithmes d'identification.

### **Chapitre II : Généralité sur la commande prédictive**

Dans Le chapitre II, une introduction est faite sur la commande prédictive: historique de cette stratégie de commande, méthodologie et techniques. Des indications liées au choix des paramètres de réglage sont données.

### **Chapitre III : Commande prédictive généralisée Adaptative**

Ce chapitre III, réunit les aspects nécessaires à la synthèse d'une loi de commande adaptative prédictive pour un système monovariante et multivariable : le modèle, le critère de performance à minimiser pour obtenir la loi de commande. L'algorithme des Moindres Carrés Récursifs (MCR) est utilisé pour l'identification des modèles de comportement type entrées/sorties.

#### **Chapitre IV : Commande prédictive généralisée adaptative sous contraintes**

Dans le chapitre IV, traite la problématique de la commande adaptative sous contraintes. On y retrouve les principes généraux des stratégies de commande prédictive basées sur le principe de l'horizon glissant, introduisant les problèmes d'optimisation associés sont détaillées ainsi que les procédures d'optimisation itératives existantes permettant l'implantation effective.

#### **Chapitre V : Résultats de simulation de la GPC sans contraintes**

Ce chapitre V, est dédié à la mise en œuvre de la commande prédictive généralisée adaptative sans contraintes sur des modèles de procédé monovariante et multivariable.

#### **Chapitre VI : Résultats de simulation de la GPC sous contraintes**

Dans ce chapitre, on étudie les performances par des simulations numériques de la commande prédictive à caractère adaptatif sous contraintes, pour contrôler des systèmes monvariables, multivariables soumis à des perturbations et évoluant dans le temps. Les résultats obtenus permettent de juger enfin des performances de cette structure.

Nous terminerons par une conclusion générale et nous proposerons quelques perspectives pour la continuation future de ce travail.

## Chapitre I

### Généralités sur la commande adaptative

#### 1. Introduction

L'apparition des premiers schémas de commande adaptative remonte à la fin des années 50 [KAL-58], [WHT-58], [GRE-59]. Ce n'est qu'avec l'apparition des ordinateurs puis des microprocesseurs que la Commande Adaptative trouvera un essor certain, concrétisé en 1981 par la sortie du premier régulateur numérique adaptatif. Même si la mise en œuvre d'un algorithme adaptatif est relativement lourde, avec les progrès réalisés en micro-électronique, permettant de faire une implantation plus rapide, plus simple, plus performante et moins chère, la diffusion industrielle de cette technique s'est accrue.

Le développement des techniques de commande adaptative peut s'expliquer simplement pour plusieurs raisons. La représentation du fonctionnement réel d'un processus industriel est un problème extrêmement complexe en pratique. Pour élaborer un schéma de commande, on est donc généralement amené à établir un modèle mathématique simple de processus, en fonction de l'objectif recherché. Or ce modèle, en particulier s'il est choisi linéaire, ne reste valable que dans une région proche autour du point de fonctionnement où il a été établi. En outre, la modélisation ne prend généralement pas en compte l'influence de l'environnement, variable dans le temps. Ainsi donc, les performances d'une loi de commande stationnaire se dégraderont d'autant plus que la dynamique du modèle s'éloignera de celle du processus réel, d'où la nécessité d'adapter la loi de commande aux effets des perturbations qui agissent sur la dynamique du processus.

La "commande adaptative" est un ensemble de techniques utilisées pour l'ajustement automatique en ligne et en temps réel des régulateurs des boucles de commande afin de réaliser ou maintenir un certain niveau de performances quand les paramètres du procédé à commander sont soit inconnus soit/et varient dans le temps.

Un système de commande est sujet à deux types de perturbations :

- ✓ perturbations agissant sur les variables à réguler,
- ✓ perturbations (paramétriques) agissant sur les performances du système de commande.

La contre-réaction est essentiellement utilisée dans les systèmes de régulation conventionnels pour réduire (ou éliminer) l'effet des perturbations agissant sur les variables à

réguler. Pour la réaliser, on mesure les variables, on les compare aux valeurs désirées et les différences sont appliquées à l'entrée du régulateur qui engendre la commande appropriée.

Un système de commande à contre-réaction conventionnelle va donc réduire l'effet des perturbations agissant sur les variables à réguler mais ses performances dynamiques vont varier sous l'effet des perturbations paramétriques.

Une approche conceptuellement similaire peut être considérée pour le problème du maintien des performances désirées d'un système de commande en présence de perturbations paramétriques. Il faut définir d'abord un indice de performance (I.P.) du système qui est une mesure des performances du système (ex : facteur d'amortissement pour des systèmes caractérisés par une fonction de transfert du 2ème ordre). Il faut ensuite mesurer cet I.P. et le comparer avec l'I.P. désiré. L'écart entre l'I.P. désiré et l'I.P. mesuré est traité par un "mécanisme d'adaptation". La sortie du "mécanisme d'adaptation" agit sur les paramètres du régulateur ou directement sur le signal de commande afin de modifier d'une manière appropriée les performances du système. Ainsi, un système de commande adaptative contient en plus d'une boucle de commande à contre-réaction ayant un régulateur à paramètres ajustables, une boucle supplémentaire qui agit sur les paramètres du régulateur afin de maintenir les performances du système en présence de variations des paramètres du procédé. Cette boucle supplémentaire a aussi une structure à contre-réaction où la variable contrôlée est la performance du système de commande proprement dit. Le principe des systèmes de commande adaptative est illustré sur la figure 1.1.

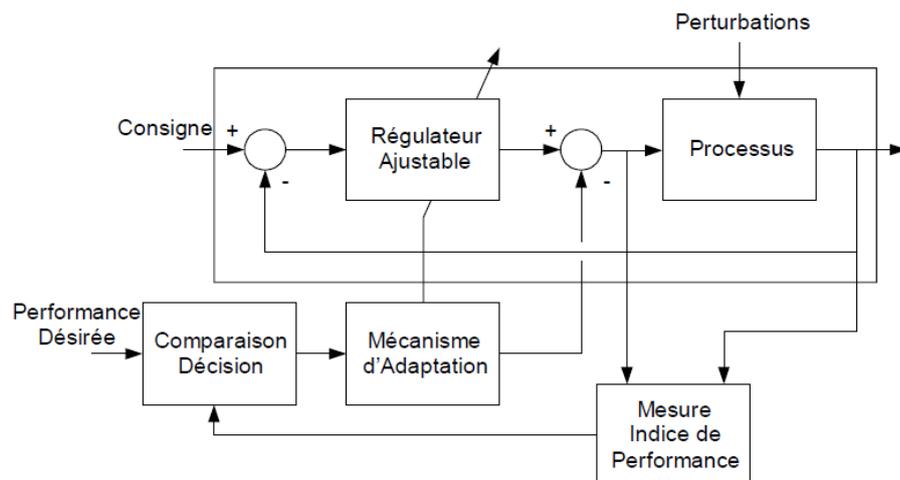


Figure 1.1 Commande adaptative

Les deux approches de commande adaptative les plus répandues sont la commande auto-ajustable et la commande adaptative à modèle de référence.

## 2. La commande auto-ajustable

Dans le cas de la commande auto-ajustable, le modèle du procédé servant pour le calcul est remplacé par un modèle estimé (identifié) en temps réel à partir des entrées et des sorties du procédé (figure 1.2). Les paramètres du procédé sont estimés en utilisant un prédicteur de la sortie du procédé. Ce sont ces paramètres qui, à chaque pas, sont utilisés pour le calcul du régulateur.

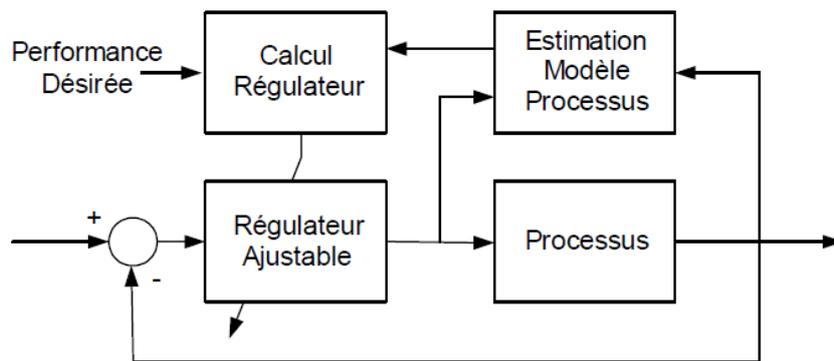


Figure 1.2 Commande auto-ajustable

## 3. La commande adaptative avec modèle de référence

Dans le cas de la commande adaptative avec modèle de référence (MRAC), le comportement dynamique du processus est défini par le modèle de référence et les paramètres du régulateur sont ajustés par un mécanisme d'adaptation de façon à minimiser l'erreur de sortie processus-modèle.

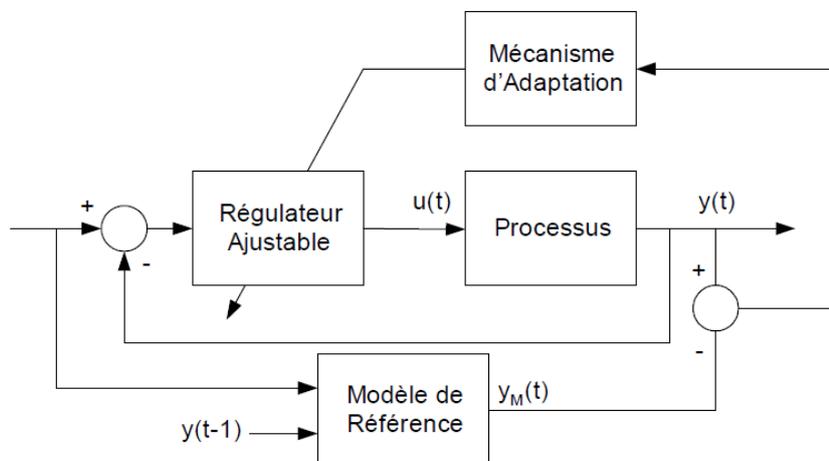


Figure 1.3 Commande adaptative avec modèle de référence

#### **4. Le principe d'équivalence certaine**

Nous avons vu que pour la commande à modèle de référence et pour la commande auto-ajustable, les paramètres du contrôleur ou du procédé sont estimés en ligne. Le principe d'équivalence certaine, qui revient à négliger les incertitudes sur les estimés, permet d'utiliser les estimés comme s'ils étaient les vrais paramètres. Il faut tout de même noter que ces incertitudes, si elles sont connues, peuvent être utilisées pour modifier le régulateur.

#### **5. Méthode d'identification récursive**

L'identification est une spécialité de l'automatique a connu un développement considérable durant les deux dernières décennies du XXe siècle tant sur le plan pratique [HUN-86], [ZHU-94], [GAR-96], [BRA-96], [ABD-98], [CAR-01] que théorique [LJU-83], [SOD-89], [LJU-99],[JAU-01],[LAN-01]). Cette progression s'explique par le fait que l'identification est une discipline commune à de nombreux domaines des sciences de l'ingénieur (statistique, économie, biologie, traitement du signal...). Cette diversité d'applications implique inévitablement une grande variété de problèmes posés ainsi qu'une multiplicité de solutions proposées.

Parmi l'ensemble des techniques d'identification développées depuis le début des années 60, les méthodes récursives ont rapidement vu le jour [AST-71]. Leur principal objectif consiste à estimer, de manière consistante et en ligne, le modèle du processus étudié. Les deux raisons fondamentales de ce développement sont que :

- ✓ ces techniques permettent de suivre les évolutions (lentes) de la dynamique du système étudié en adaptant continuellement le modèle de procédé. Il est alors possible de prendre des décisions en temps réel en fonction des dernières informations acquises sur le processus ;
- ✓ ces méthodes sont, la plupart du temps, moins gourmandes en ressource mémoire et en temps de calcul que leurs homologues hors ligne tout en étant capables de fournir un modèle fiable du procédé.

De nombreux auteurs ont appliqué avec succès des algorithmes d'identification récursive sur des applications plus ou moins complexes (thermique [CHE-02], [BHI-03], génie des procédés [TAN-91],[WAN-03], aéronautique [KIM-01], [UHL-03], robotique [OST-02]. . .) dans des domaines aussi variés que la commande de procédés [AST-93], [AST-95], [LAN-97], [PRA-98], [LOZ-01], le filtrage [GOO-84],[SHY-89], [SAY-94], [GLE-99],

[GUS-00] ou la surveillance de systèmes [ABI-88], [GER-98],[TIA-01], [DUB-01],[OST-02], [OKU-03].

Lorsque nous interagissons avec un système, il est utile, voire nécessaire, de connaître les relations entre les variables observées. Ces dernières peuvent être divisées en trois catégories [LJU-99] :

- ✓ les entrées de commande  $u$  qui permettent d'influer sur le processus ;
- ✓ les perturbations  $n$ , qui agissent également sur le système, mais qui sont en général non contrôlables par l'utilisateur ;
- ✓ les sorties  $y$  *i.e.* des variables mesurables qui caractérisent l'action du procédé sur son environnement.

Puisque les perturbations sont, par définition, non accessibles à la mesure, considérons un ensemble de données d'entrée-sortie discrètes sur un intervalle de temps  $[1, M]$  :

$$U = \{u(t)\}_{t \in [1, M]} \quad (1.1)$$

$$Y = \{y(t)\}_{t \in [1, M]} \quad (1.2)$$

Nous recherchons un modèle du procédé étudié sous forme d'une relation liant les entrées et sorties accessibles à l'instant  $t$ . Cette relation peut être représentée par :

$$y_m(t) = g(U, Y) \quad (1.3)$$

Pour laquelle  $y_m(t)$  est la sortie du modèle à l'instant  $t$  et  $g$  une fonction traduisant le lien implicite existant entre les données. Puisque nous ne considérons, dans la suite de ce manuscrit, que des modèles paramétriques, l'expression précédente peut être ajustée de la façon suivante :

$$g(U, Y) = g(\varphi(t), \theta) \quad (1.4)$$

Où  $\theta$  est un vecteur de paramètres de dimension finie et  $\varphi(t)$  un vecteur de régression permettant de sélectionner les observations utiles à la description du modèle parmi les données  $U$  et  $Y$  .

Cette relation, généralement non linéaire entre paramètres et vecteur de régression, peut être modifiée selon la paramétrisation du modèle choisi. Ainsi, dans le cas linéaire, le modèle peut être donné sous la forme suivante (cas des modèles ARX par exemple) [LJU-99] :

$$y_m(t) = \varphi^T(t)\theta \quad (1.5)$$

Il est essentiel de rappeler que l'un des objectifs de l'identification est de fournir un modèle du processus ayant un comportement dynamique le plus proche possible du système étudié. Il faut cependant remarquer que toute procédure d'identification est affectée par le

bruit (bruit de mesure, erreur de modélisation...). Ainsi, la relation modèle / procédé est représentable par l'équation suivante :

$$y(t) = y_m(t) + n(t) \quad (1.6)$$

Le terme additif  $n$  exprime le fait que la sortie  $y$  n'est pas une fonction exacte des observations passées. Le but de l'identification consiste alors à construire l'erreur entre la sortie mesurée  $y$  et la sortie  $y_m$  prédite par le modèle puis d'utiliser cette erreur, à chaque instant, pour modifier les paramètres du modèle afin que  $y_m$  soit une bonne prédiction de la sortie du système  $y$ , c'est à dire que  $\{y(t) - y_m(t)\}$  soit de moyenne nulle et de variance minimale au sens d'un certain critère. Dans cette section nous présentons les méthodes classiques d'identification récursive permettant d'estimer en ligne un modèle du procédé qui reproduit asymptotiquement le comportement d'entrée-sortie du système.

En supposant que le système soit modélisable par une régression linéaire, dans le cas idéal où  $n$  serait totalement déterministe, la connaissance du vecteur de paramètres  $\theta$  serait suffisante à la réalisation d'un modèle ayant les mêmes caractéristiques que le processus étudié. En effet, si ces paramètres étaient connus, il serait aisé de définir une valeur de la sortie du modèle calculée à partir des mesures disponibles à l'instant  $t$  :

$$y_m(t) = \varphi^T(t)\theta \quad (1.7)$$

Le problème rencontré en identification est que le vecteur  $\theta$  n'est pas connu. Nous définissons donc, pour chaque valeur du vecteur de paramètres estimés  $\hat{\theta}$ , une sortie estimée du modèle :

$$\hat{y}_m(t) = \varphi^T(t)\hat{\theta} \quad (1.8)$$

Nous cherchons alors un modèle  $\{\hat{\theta}(t)\}$  qui réaliserait les deux propriétés suivantes :

**P1.** : reproduire asymptotiquement le comportement d'entrée-sortie du système soit :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t)) = 0 \quad (1.9)$$

**P2.** : converger fortement vers les vrais paramètres, soit :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\hat{\theta}(t) - \theta(t)) = 0 \quad (1.10)$$

Une troisième contrainte, propre aux méthodes récursives d'identification, demande d'ajuster en permanence les paramètres du modèle de procédé à chaque acquisition ou lecture du fichier de données d'entrée-sortie :

**P3.** : mettre à jour les paramètres du modèle :

$$\hat{\theta}(t-1) + \mu_{\hat{\theta}} g_{\hat{\theta}}(\hat{\theta}(t-1), \mathcal{M}(t-1), u(t), y(t)) \quad (1.11)$$

Où  $g_{\hat{\theta}}$ ,  $\mu_{\hat{\theta}}$  sont des fonctions et paramètres dépendants de la méthode d'identification récurrente adoptée,  $\mathcal{M}$  un ensemble d'informations condensées dans une mémoire auxiliaire et  $\{u(t), y(t)\}$  les mesures obtenues lors de la dernière acquisition.

Plusieurs algorithmes utilisent cette structure. Parmi les plus répandus, on peut citer la méthode du gradient [LJU-81], la méthode à maximum de vraisemblance [Ast-71], la méthode de la variable instrumentale [YOU-70], et la méthode des moindres carrés [LJU-83], laquelle a connu le plus grand succès. Nous présenterons dans la suite de ce chapitre la méthode des moindres carrés récurrents.

### 5.1 Moindres carrés récurrents

La sortie à l'instant  $k$  est liée aux entrées-sorties précédentes par l'équation de récurrence suivante:

$$y(k) = -\sum_{i=1}^{n_a} a_i y(k-i) + \sum_{i=1}^{n_b} b_i u(k-i) \quad (1.12)$$

Que l'on pourra exprimer sous forme d'un produit scalaire d'un vecteur paramètres estimés  $\theta$  et du vecteur des mesures précédentes  $\varphi(k)$ .

$$y(k) = \theta^T \varphi(k) \quad (1.13)$$

$$\text{Avec : } \theta^T = [-a_1 \quad \dots \quad -a_{n_a} \quad b_1 \quad \dots \quad b_{n_b}]$$

$$\varphi(k) = [y(k-1) \quad \dots \quad y(k-n_a) \quad u(k-1) \quad \dots \quad u(k-n_b)]$$

Une solution à l'obtention du vecteur de paramètres est de sélectionner celui qui permet le meilleur ajustement de la sortie du modèle à la sortie du système. Dans le cas d'une régression linéaire, cette propriété peut être réalisée au sens des moindres carrés par un estimateur  $\theta(k)$  qui minimise le critère quadratique :

$$J(\theta) = \sum_{k=1}^N \varepsilon(k)^2 = \varepsilon(N)^T \varepsilon(N) \quad (1.14)$$

Pour lequel l'erreur d'équation  $\varepsilon(k)$  est définie par :

$$\varepsilon(k) = y(k) - \theta^T \varphi(k) \quad (1.15)$$

Où,  $\varepsilon(N)$  le vecteur d'erreur de prédiction construit comme suit :

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon(1) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \varepsilon(N) \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

Puisque  $J(\theta)$  est quadratique et donc strictement convexe, le minimum est obtenu en annulant sa dérivée. L'estimateur des moindres carrés peut donc se mettre sous la forme suivante :

$$\theta = (\varphi(N)\varphi^T(N))^{-1} \varphi(N)Y(N) \quad (1.17)$$

Où,

$$\varphi^T(N) = \begin{bmatrix} \varphi(1) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \varphi(N) \end{bmatrix}, Y(N) = \begin{bmatrix} y(1) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y(N) \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

La mise en œuvre en temps réel de cette équation est relativement lourde puisqu'elle requiert une sauvegarde de toutes les données et une inversion matricielle à chaque pas d'échantillonnage.

Il serait intéressant de modifier l'équation (1.17) afin d'éviter cette inversion matricielle tout en tenant compte de la mise à jour des observations. Pour cela, remarquons que, lorsqu'une nouvelle acquisition est réalisée, les matrices  $\varphi(k)$  et  $Y(k)$  s'écrivent :

$$\varphi^T(N) = \begin{bmatrix} \varphi^T(k-1) \\ \varphi^T(k) \end{bmatrix}, Y(N) = \begin{bmatrix} Y(k-1) \\ y(k) \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

En introduisant ces deux équations dans l'expression (1.17), il s'en suit :

$$\theta = (\varphi(k-1)\varphi^T(k-1) + \varphi(k)\varphi^T(k))^{-1} (\varphi(k-1)Y(k-1) + \varphi(k)y(k)) \quad (1.20)$$

Malheureusement, à ce stade, cette équation nécessite toujours une inversion matricielle. Afin d'éviter ce calcul coûteux numériquement, il est intéressant d'utiliser le lemme d'inversion matricielle :

**Lemme 2.1.** *Soient  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$  et  $\mathbf{D}$  des matrices dont les dimensions sont telles que le produit  $\mathbf{BCD}$  et la somme  $\mathbf{A}+\mathbf{BCD}$  existent. En supposant de plus que  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{C}$  soient régulières, l'identité usuelle suivante :*

$$[\mathbf{A} + \mathbf{BCD}]^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}[\mathbf{D}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{C}^{-1}]^{-1}\mathbf{D}\mathbf{A}^{-1} \quad (1.21)$$

En appliquant ce lemme à  $F(k) = (\varphi(k)\varphi^T(k))^{-1}$ , il est aisé de construire la forme récursive de l'estimateur des moindres carrés récursif:

$$\theta(k) = \theta(k-1) + F(k)\varphi(k)(y(k) - \varphi^T(k)\theta(k-1)) \quad (1.22)$$

$$F(k) = F(k-1) - \frac{F(k-1)\varphi(k)\varphi^T(k)F(k-1)}{1 + \varphi^T(k)F(k-1)\varphi(k)} \quad (1.23)$$

## 5.2 Méthode des moindres carrés récursifs avec facteur d'oubli

Comme tout algorithme adaptatif, l'un des objectifs des moindres carrés récursifs est de pouvoir adapter les paramètres du modèle identifié à l'évolution du système étudié. Il est donc intéressant d'explicitier les caractéristiques d'adaptation de l'algorithme des moindres carrés vis-à-vis d'une modélisation aléatoire du système. Lorsqu'on étudie la formule, il est manifeste que l'algorithme des moindres carrés récursifs est un algorithme à gain d'adaptation décroissant. Ceci se voit clairement si l'on considère l'estimation d'un seul paramètre. En effet:

$$F(k+1) = \frac{F(k)}{1 + \varphi(k)^2 F(k)} \quad (1.24)$$

Cet algorithme donne donc de moins en moins de poids aux nouvelles mesures. Il ne conviendra pas à l'estimation de paramètres variantes dans le temps. Pour résoudre ce problème, des versions pondérées de l'algorithme classique de moindres carrés récursifs ont été développées. Une façon simple d'introduire ces pondérations est de considérer de nouveau la définition de l'estimateur des moindres carrés :

$$\theta(k) = (\varphi(k)\varphi^T(k))^{-1} \varphi(k)Y(k) \quad (1.25)$$

et d'insérer des facteurs d'oubli  $\lambda_1(k)$  et  $\lambda_2(k)$  au sein des formules de mise à jour de  $\varphi$  et  $\mathbf{Y}$  :

$$\varphi^T(k) = \begin{bmatrix} \sqrt{\lambda_1(k)}\varphi^T(k-1) \\ \sqrt{\lambda_2(k)}\varphi^T(k) \end{bmatrix}, \quad Y(k) = \begin{bmatrix} \sqrt{\lambda_1(k)}Y(k-1) \\ \sqrt{\lambda_2(k)}y(k) \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

L'utilisation de telles pondérations permet ainsi de donner des poids particuliers aux différentes observations. En introduisant ces relations au sein de l'équation (1.25), nous obtenons :

$$\theta(k) = (\lambda_1(k)\varphi(k-1)\varphi^T(k-1) + \lambda_2(k)\varphi(k)\varphi^T(k))^{-1} (\lambda_1(k)\varphi(k-1)\varphi^T(k-1)Y(k-1) + \lambda_2(k)\varphi(k)\varphi^T(k)y(k)) \quad (1.27)$$

En appliquant le lemme d'inversion matricielle à  $F(k) = (\varphi(k)\varphi^T(k))^{-1}$ , la version pondérée de l'algorithme récursif des moindres carrés s'écrit :

$$\theta(k) = \theta(k-1) + F(k)\varphi(k)(y(k) - \varphi^T(k)\theta(k-1)) \quad (1.28)$$

$$F(k) = \frac{1}{\lambda_1(k)} \left[ F(k-1) - \frac{F(k-1)\varphi(k)\varphi^T(k)F(k-1)}{\frac{\lambda_1(k)}{\lambda_2(k)} + \varphi^T(k)F(k-1)\varphi(k)} \right] \quad (1.29)$$

La bornitude de  $F(k)$  est ainsi assurée afin d'éviter que le gain d'adaptation devienne asymptotiquement nul pourvu que les facteurs d'oubli  $\lambda_1(k)$  et  $\lambda_2(k)$  soient bornés, lentement variables et vérifient :

$$0 < \lambda_1(k) \leq 1 \text{ et } 0 < \lambda_2(k) \leq 1 \quad (1.30)$$

La forme générale des algorithmes d'adaptation (AAP) est la suivante :

$$\theta(k) = \theta(k-1) + F(k)\varphi(k)(y(k) - \varphi^T(k)\theta(k-1)) \quad (1.31)$$

$$F(k) = \frac{1}{\lambda_1(k)} \left[ F(k-1) - \frac{F(k-1)\varphi(k)\varphi^T(k)F(k-1)}{\frac{\lambda_1(k)}{\lambda_2(k)} + \varphi^T(k)F(k-1)\varphi(k)} \right] \quad (1.32)$$

$$\varepsilon(k) = y(k) - \theta^T(k-1)\varphi(k) \quad (1.33)$$

### 5.3 différents types d'algorithmes d'adaptation paramétrique

#### a. algorithme a gain constant

$$\lambda_1(k) = 1 \text{ et } \lambda_2(k) = 0$$

C'est l'algorithme le plus simple mais aussi le moins performant car il n'est pas facile de choisir les meilleures valeurs des gains d'adaptation et les performances sont très sensibles à ces valeurs.

#### b. algorithme a gain décroissant

- moindres carrés récursifs :  $\lambda_1(k) = \lambda_2(k) = 1$

Cet algorithme est appliqué en général à des processus invariants dont les paramètres sont inconnus.

- Gain variable et décroissant :  $\lambda_1(k) = 1$  et  $0 < \lambda_2(k) < 2$

Pour éviter la convergence vers zéros du gain d'adaptation. Ces algorithmes sont initialisés, soit en détectant un changement de la dynamique du processus, soit à période fixe.

#### c. Algorithme à facteur d'oubli

- Facteur d'oubli constant  $0,95 < \lambda_1 \leq 0,99$  et  $\lambda_2 = 1$
- Facteur d'oubli variable  $0,95 < \lambda_1(k) \leq 0,99$  et  $0 \leq \lambda_2(k) < 2$

#### d. Algorithme à trace constante

$$0,95 < \lambda_1(k) \leq 0,99 \text{ et } 0 \leq \lambda_2(k) < 2 ; \text{Tr}(F_k) = \text{constante}$$

Suivant les valeurs de  $\lambda_1(k)$  et  $\lambda_2(k)$ , il est possible d'obtenir de nombreux profils de

gain. Le calcul de  $\lambda_1(k)$  et  $\lambda_2(k)$  se fait en fixant  $\alpha(k) = \begin{bmatrix} \lambda_1(k) \\ \lambda_2(k) \end{bmatrix}$  dans l'équation (1.33).

## 6. Conclusion

Une présentation détaillée et rigoureuse des aspects de la commande adaptative et ses différentes approches a été exposé au sein de ce chapitre. Puis, nous avons vu que le principe de l'identification récursive consiste à calculer, à chaque instant, le vecteur des paramètres du modèle recherché en fonction des paramètres estimés à l'instant précédent et

des nouvelles informations acquises sur le procédé. Elle constitue de ce fait la partie centrale de commandes adaptatives.

## Chapitre II

### Généralité sur la commande prédictive

#### 1. Introduction

Le but principal de la commande de systèmes, est de pouvoir satisfaire les objectifs définis par le cahier des charges, de manière la plus performante possible. Il s'agit, par exemple, de contrôler certains signaux (de sortie) par actions sur d'autres signaux (d'entrée) de sorte qu'il soit possible de pouvoir satisfaire les objectifs en présence d'incertitudes et changements des caractéristiques du processus (modèle) et de restrictions sur les variables opérationnelles. Il s'agit là d'un problème pratique car les processus réels présentent ces caractéristiques.

Les actionneurs ont souvent un champ limité d'opération (position totalement ouverte ou fermée). Entrent en compte des raisons de sécurité, d'environnement ou de propres limitations des capteurs, des limites sur les variables des processus, (e.g. des niveaux, des flux, des températures et des pressions). Tout ceci rend nécessaire de considérer des contraintes dans l'étape de conception et d'implantation du contrôleur pour obtenir une meilleure performance du système.

Les techniques de commande prédictive (MPC) (Model Predictive Control) constituent des outils puissants pour affronter le problème de commande avec restrictions. Une synthèse sur ces méthodes où sont exposées les caractéristiques les plus représentatives peut être trouvée dans [CAM-98] et dans [MAC-02].

Grâce à ses propriétés intrinsèques et sa facilité de mise en œuvre, la commande prédictive se situe parmi les commandes avancées les plus utilisées dans le milieu industriel, si exigeant en termes de performances et de simplicité d'implémentation. De nombreuses applications industrielles existent, surtout pour des systèmes pour lesquels la trajectoire à suivre est connue à l'avance, comme des robots [CAM-04] ou bras de robots [CLA-88], des machines-outils [SAU-07], des applications dans l'industrie pétrolière [CUT-80], [GAR-89], biochimique ou chimique [EAT-92], [CUE-08], aéronautique [BHA-02], thermique [CAM-04], [RIC-05], l'industrie du ciment [CLA-88]. Il est à noter cependant que, malgré des calculs hors-ligne simples caractéristiques de la commande prédictive sans contraintes [CAM-04], les structures d'asservissement à base de correcteurs PID s'avèrent encore les plus

utilisées dans l'industrie, peut-être à cause de l'inertie des ingénieurs habitués à régler manuellement ce type de correcteur et à les maintenir [RIC-05].

S'éloignant quelque peu de la simplicité requise par le milieu industriel, et partant des stratégies de base initiales de la commande prédictive, le monde de la recherche propose désormais des structures encore plus évoluées, pour lesquelles, tout en conservant la simplicité des concepts, des outils mathématiques nouveaux spécifiques aux théories de la stabilité et de la robustesse, font leur apparition. Ces nouveaux domaines rigoureux et captivants ouvrent des perspectives toujours renouvelées pour la méthodologie prédictive. Après un bref historique non exhaustif de cette stratégie, les paragraphes suivants détaillent les grands principes communs à l'ensemble des méthodes.

## **2. Historique**

Depuis la fin des années 70, de nombreuses catégories et dénominations de la commande prédictive ont été proposées. La liste ci-dessous propose un aperçu non exhaustif des plus « classiques » :

- MPHC (Model Predictive Heuristic Control) [RIC-78], connue ensuite sous le nom de MAC (Model Algorithmic Control) – Cette approche, appliquée aux systèmes industriels multivariables, basée sur des prédictions sur un horizon temporel long, impose des trajectoires de référence pour les sorties et minimise la variance de l'erreur ;
- DMC (Dynamic Matrix Control) proposée par Shell [CUT-80] utilise l'incrément de commande à la place de la commande dans le critère de performance pour un horizon fini de prédiction ; cet algorithme est appliqué à des systèmes multivariables linéaires sans contraintes ; l'erreur de poursuite est minimisée en spécifiant le comportement futur des sorties ; les commandes optimales sont calculées par la méthode des moindres carrés ;
- EHAC (Extended Horizon Adaptive Control) [YDS-84], stratégie de commande prédictive pour les systèmes monovariables, utilise des modèles E/S pour maintenir la sortie future (calculée via la résolution d'une équation diophantienne) le plus près possible de la consigne pendant une période donnée au-delà du retard pur du système ;
- EPSAC (Extended Prediction Self-Adapted Control) [KEY-85] introduit une commande constante pour un système non-linéaire (en linéarisant le système) et utilise un prédicteur

sous-optimal à la place de la résolution de l'équation diophantine ; l'article [KEY-85] offre également une démonstration de stabilité ;

- GPC (Generalized Predictive Control) présentée par [CLA-87] – Cette méthode la plus connue, basée sur un modèle de type CARIMA, introduit un horizon de prédiction sur la commande, agit conformément au principe de l'horizon fuyant et peut être appliquée aux systèmes à non minimum de phase, aux systèmes instables en boucle ouverte, aux systèmes avec retards purs variables ;
- PFC (Predictive Functional Control) [RIC-87] est un algorithme prédictif simple, utilisé surtout pour des systèmes SISO industriels rapides et/ou non linéaires, s'avérant pratique pour l'ingénieur en permettant le réglage direct des paramètres (par exemple la constante de temps) associées au temps de montée; pour garder la simplicité, une manque de rigueur en performance et surtout dans la garantie des contraintes est associée avec cet algorithme ;
- CRHPC (Constrained Receding Horizon Predictive Control) [CLA-91] propose de prendre en compte des contraintes terminales sous forme « égalité » sur la sortie sur un horizon fini au-delà de l'horizon de prédiction ;
- MPC (Model Predictive Control) formulée dans l'espace d'état par [MOR-94] utilise le formalisme de la représentation d'état pour faciliter l'analyse de la stabilité et de la robustesse.

En fait, toutes ces variantes de stratégies de commande prédictive sont aujourd'hui regroupées sous le terme générique MPC, illustrant ainsi le rôle fondamental du modèle.

### **3. Principe de la commande prédictive**

La commande prédictive est une stratégie permettant de passer d'un état d'équilibre à un autre en poursuivant approximativement une trajectoire reliant les 2 états. Son concept clé réside dans la création d'un effet anticipatif. On exploite pour cela les connaissances explicites sur l'évolution de la trajectoire à suivre dans le futur. La mise en œuvre de ce concept repose sur la considération des points suivants :

- définition d'un modèle du système permettant de réaliser la prédiction du comportement futur du système ;
- optimisation, vis-à-vis d'une séquence de commandes futures et sur un horizon fini, d'un critère représentant généralement le coût d'un écart par rapport au comportement

souhaité sur un horizon donné. La figure 2.1 illustre le principe de la commande prédictive, où l'on observe les commandes à appliquer au système pour obtenir le ralliement autour de la consigne ;

- seul le premier élément de la séquence optimale de commande est appliqué au processus. L'horizon de prédiction est ensuite décalé d'un pas vers l'avant et tous les calculs sont répétés à l'instant suivant pour maintenir le système en boucle fermée ;

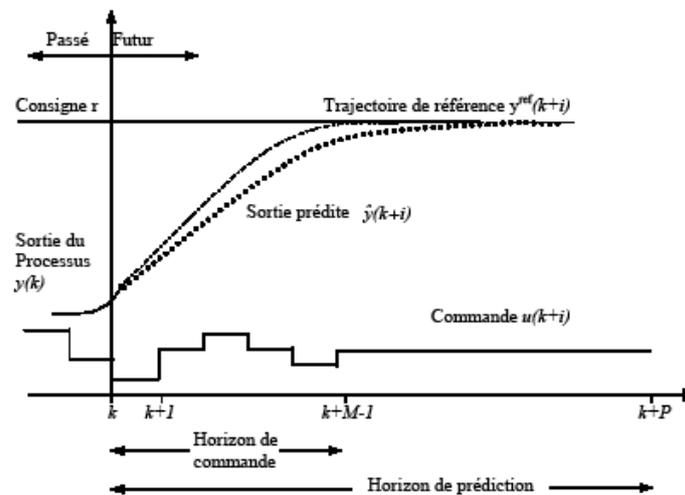


Figure 2.1 Signaux d'entrées sortie d'une commande prédictive.

#### 4. Éléments du MPC

Dans la figure 2.2 on montre la structure basique, commune à toutes les stratégies de commande prédictive.

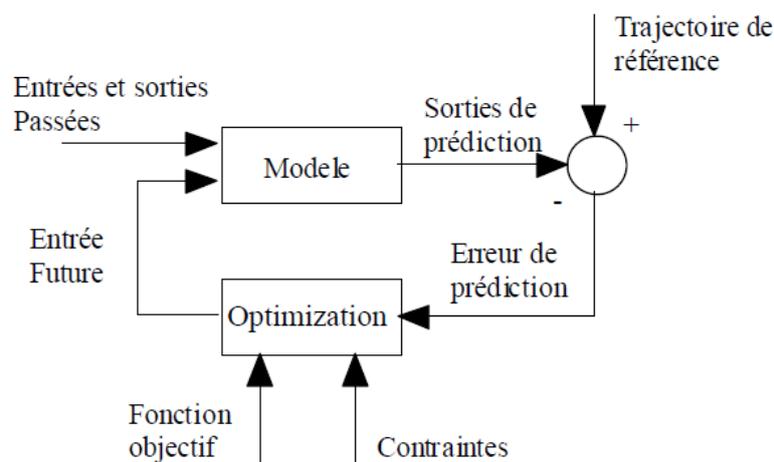


Figure 2.2 Structure de base d'une commande prédictive.

Tous les algorithmes MPC ont:

- Un modèle de prédiction.
- Une fonction objectif pour calculer la stratégie optimale de commande.

Les différences portent sur le type de la fonction objectif, le traitement de l'erreur de prédiction et sur le modèle de prédiction.

#### 4.1 Modèle de prédiction

Le modèle joue un rôle décisif dans le calcul de la commande. Il doit reproduire avec une exactitude suffisante les caractéristiques dynamiques du processus à de futurs moments du temps  $\{y(k+i)\}$  en se servant des valeurs passées de la commande, de la sortie et des valeurs optimales de la commande future  $\{u(k+i)\}$ .

Les différentes stratégies du MPC emploient différents modèles pour représenter la relation entre la sortie et l'entrée du système. Parmi les signaux d'entrée sont les variables manipulées (ou commandes) et des perturbations mesurables qui peuvent être "traitées" par compensation par «avance» ("*feedforward*"). De plus, doivent être pris en considération les composantes non considérées par le modèle du système, ce qui inclut l'effet des entrées non mesurables, des bruits et des erreurs de modélisation. Ainsi, le modèle peut être divisé en deux parties: le modèle du processus et le modèle des perturbations (exogènes ou endogènes). Les prédictions de la sortie seront fonction des deux.

##### 4.1.1 Modèle du processus

Dans l'approche classique de la commande prédictive toute forme de modélisation, et le plus souvent linéaire, est utilisée. La réponse impulsionnelle ou celle à un échelon, sont les plus citées, mais existent aussi les représentations par fonction de transfert et par formalisme d'état. Donnons une vision rapide de ces types de modélisation.

**Réponse impulsionnelle:** elle apparaît dans l'algorithme MAC et dans les cas spéciaux de GPC et d'EPSAC, notamment pour les systèmes stables. Le modèle (tronqué) à utiliser pour la prédiction, est celui obtenu de la réponse impulsionnelle du système:

$$y(k+i) = \sum_{j=1}^N h_j u(k+i-j)$$

$y(k+i)$  est la prédiction de la sortie en  $k+i$  étant donnée sa connaissance en  $k$ ,  $u(k+i-j)$  est l'entrée en  $k+i-j$ ,  $h_j$  sont les valeurs de la sortie à chaque période d'échantillonnage quand on met à l'entrée un signal impulsionnel d'amplitude.

Un inconvénient de ce type de modélisation est le nombre élevé de paramètres nécessaires pour une précision appropriée. Habituellement  $N$  a une valeur comprise entre 40 et 50. Néanmoins c'est le modèle le plus appliqué dans l'industrie peut-être parce qu'il est tout à fait intuitif et compréhensible. Un grand avantage pour utiliser ce modèle est qu'il n'est pas besoin d'information à priori et que l'identification est simple. De plus des dynamiques complexes telles que celles à phase non minimale ou en présence de retards considérables, sont facilement pris en compte.

**Réponse indicielle:** elle est utilisée dans l'algorithme DMC, et ce cas est assez semblable au précédent à la différence près que le signal d'entrée est un échelon. A nouveau, le modèle tronqué, pour les systèmes stables, est utilisé pour la prédiction de la sortie. Il se présente sous la forme:

$$y(k+i) = \sum_{j=1}^N g_j u(k+i-j)$$

$y(k+i/k)$  est la prédiction de la sortie en  $k+i$  étant donnée sa connaissance en  $k$ , les  $g_j$  sont les paramètres obtenus à la sortie du système lorsqu'on applique un échelon à l'entrée, et  $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$  les changements de l'entrée du système. Le modèle a les mêmes avantages et inconvénients que ceux expliqués précédemment.

**Fonction de transfert:** utilisé dans GPC, EPSAC, EHAC entre autres. Le modèle de prédiction est:

$$y(k+i) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} u(k+i)$$

Où

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_{n_a} z^{-n_a}$$

$$B(z^{-1}) = b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_{n_b} z^{-n_b}$$

Cette représentation est valide également pour des processus instables et elle a l'avantage d'avoir besoin de peu de paramètres, néanmoins il est nécessaire une connaissance a priori du processus, particulièrement pour déterminer l'ordre des polynômes  $A(z^{-1})$  et  $B(z^{-1})$ .

**L'espace des états:** utilisé dans PFC, elle a la représentation suivante:

$$\begin{aligned}x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k)\end{aligned}$$

Où,  $x(k)$  est le vecteur d'état,  $u(k)$  le vecteur des entrées et  $y(k)$  des sorties,  $A$ ,  $B$ , et  $C$  sont les matrices du système, de l'entrée et de la sortie respectivement. Alors la prédiction de la sortie s'écrit:

$$y(k+i) = C \left[ A^i x(k) + \sum_{j=1}^i A^{i-j} B u(k+j) \right]$$

Ce modèle a l'avantage de pouvoir être utilisé pour les systèmes multivariables. Son utilisation présuppose la mesure de l'état global ce qui n'est pas toujours possible, dans ce cas un observateur des états doit être envisagé.

#### 4.1.2 Modèle des perturbations

La sélection du modèle à utiliser pour représenter les perturbations affectant le système est aussi important que la sélection du modèle du processus. Le modèle le plus utilisé est le modèle auto-régressif de moyenne mobile intégré CARIMA (Controlled Auto-Regressive Integrated Moving Average) [LJU-87], où les perturbations qui sont la différence entre la sortie mesurée et calculée par le modèle, sont données par:

$$\eta(k) = \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})} e(k)$$

Où le polynôme  $C(z^{-1})$  peut être égal à un, le polynôme  $D(z^{-1})$  est un intégrateur  $\Delta = I - z^{-1}$  et  $e(k)$  est un bruit blanc de moyenne nulle, ce modèle est utilisé dans GPC, EPSAC et EHAC, et avec de petites variations dans les autres méthodes. Il est possible de noter que l'inclusion de l'intégrateur élimine l'erreur stationnaire. Le filtre  $\frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})}$  peut également être choisi de sorte à éliminer les perturbations de fréquence définie.

## 4.2 Fonction objectif et obtention de la loi de commande

Les divers algorithmes MPC proposent différentes fonctions de coût pour obtenir la loi de commande. L'objectif principal consiste à faire en sorte que la sortie future pour l'horizon de prédiction considéré s'approche de la meilleure façon possible de la trajectoire de référence  $\{w(k)\}$  tout, en même temps, pénalisant l'effort de commande  $\{\Delta u(k)\}$  nécessaire. Une expression générale de fonction objectif adaptée à cette tâche est donnée par:

$$J(h_l, h_p, h_c) = \sum_{j=h_l}^{h_p} \sigma(j) (y^*(k+j) - \hat{y}(k+j))^2 + \sum_{j=1}^{h_c} \lambda(j) (\Delta u(k+j-d-1))^2$$

Dans quelques méthodes le deuxième terme, relatif à l'effort de commande, n'est pas pris en compte. Une comparaison de différents types de fonction objectif, peut être trouvée dans [C M-86].

### 4.2.1 Paramètres

$h_l$  et  $h_p$  définissent l'intervalle de temps où l'on désire que la sortie se rapproche de la référence. Si est prise une valeur élevée de  $h_l$  c'est parce qu'il n'est pas important d'observer une erreur aux premiers instants. Dans les processus avec retard  $d$ , il n'existe pas de raison pour que  $h_l$  soit plus petit que ce temps puisque la sortie ne commencera pas à réagir à la commande appliquée en  $k$  avant le moment  $k+d$ . De même si le processus est de phase non minimale, ce paramètre permet d'éliminer de la fonction objectif, les moments du temps où la réponse est inverse,  $h_c$  est l'horizon de commande. Les coefficients  $\sigma$  et  $\lambda$  sont des valeurs qui pénalisent le comportement futur, habituellement sont utilisées des valeurs constantes ou des valeurs exponentielles. Par exemple, il est possible d'obtenir un poids exponentiel pour  $\sigma$

$$\sigma(j) = \alpha^{h_p - j}$$

Si  $\alpha$  a une valeur entre 0 et 1, alors cela signifie que les erreurs les plus éloignées du moment  $k$  sont pénalisées plus que les valeurs proches, favorisant l'obtention d'une réponse douce associé à un plus petit effort de commande. Si au contraire,  $\alpha > 1$ , les premières erreurs sont plus pénalisées, ce qui cause une commande plus forte.

### 4.2.2 Trajectoire de référence

Le comportement futur désiré est fixé par une trajectoire temporelle initialisée sur le point courant du processus, mesuré ou estimé. La trajectoire tend vers la consigne suivant une dynamique qu'est strictement la dynamique désirée en boucle fermée. On la choisit souvent d'allure exponentielle, stationnaire ou non, variable dans le temps ou suivant l'état du processus, etc. Précisons bien que cette démarche n'est pas équivalente à filtrer la consigne du régulateur, car cette trajectoire de référence s'applique à partir du point mesuré de la sortie, aussi bien à consigne constante qu'à consigne variable. Cette procédure a contribué significativement au succès de la méthode car fixer le décrement de la trajectoire de référence, que l'on choisit effectivement exponentielle pour raison de simplicité, c'est fixer a priori le temps de réponse en boucle fermée.

### 4.2.3 Contraintes

Dans la pratique, les processus sont sujets à des contraintes qui doivent, bien sûr, être prises en compte dans le problème d'optimisation afin d'obtenir des commandes admissibles.

Les techniques de la commande MPC intègrent les contraintes pendant la phase de synthèse et d'implantation du contrôleur, permettant à l'ingénieur de présenter les contraintes d'une façon directe de sorte que l'algorithme trouve automatiquement la meilleure solution admissible.

Le système de commande, particulièrement dans le cas de la commande prédictive avec de grands horizons de prédiction, doit prévoir la violation des restrictions et corriger d'une forme appropriée. Bien que les restrictions à l'entrée et à la sortie du processus se traitent de même manière, les implications de chaque type de contraintes sont différentes.

Les restrictions en sortie sont fondamentalement dues à des raisons de sécurité opérationnelles, et doivent être contrôlées à l'avance puisqu'elles peuvent endommager les équipements physiques et causer des pertes dans la production. Dans le cas des variables d'entrée, elles peuvent toujours être bornées dans leurs limites permises en fonction des mécanismes de saturation.

Le fait de ne pas considérer les restrictions dans les variables manipulables peut causer une détérioration de la fonction objectif et conduire à un comportement peu désirable du système commandé.

## **5. Conclusion**

Ce chapitre a présenté dans un premier temps la philosophie de la loi de la commande prédictive associée à la création d'un effet anticipatif, en mettant en évidence les résultats existants dans ce domaine, les besoins industriels et les motivations conduisant à l'utilisation de la commande prédictive. Il a ainsi été montré que, pour pouvoir prédire le comportement futur du système, un modèle du comportement du processus est exigé. En se basant sur ces prédictions, un critère de performance est construit et ensuite minimisé afin d'obtenir une séquence de commandes futures. Conformément au principe de l'horizon glissant, seule la première valeur de cette séquence est appliquée au système, toute cette démarche prédictive étant réitérée à la période d'échantillonnage suivante.

## Chapitre III

### Commande prédictive généralisée adaptative

#### 1. Introduction

Parmi toutes les méthodes prédictives reprenant sur les principes exposés dans le chapitre précédent, la Commande Prédictive Généralisée [CLA-87] est peut-être celle qui a connu le plus grand nombre d'applications [SUN-01]. C'est pourquoi ce chapitre propose une description des idées principales de cette stratégie, de la description du modèle et la prédiction des sorties à la minimisation du critère de performance en vue de l'élaboration du régulateur. Ensuite, pour assurer l'adaptation des paramètres du modèle utilisé dans la synthèse des lois de commande, nous avons utilisé un algorithme récursif basé sur la méthode des moindres carrés. La nécessité industrielle de piloter des systèmes multivariables pouvant être fortement couplés a encouragé le développement de plusieurs stratégies de commande, parmi lesquelles la commande GPC multivariable. Les paragraphes suivants détaillent dès lors les étapes nécessaires à la construction de la commande la GPC adaptative dans le cas single-input single output (SISO) et la GPC adaptative dans le cas multi-input multi-output (MIMO).

#### 2. Commande Prédictive Généralisée adaptative : cas monovariabile

##### 2.1 Le modèle

La commande GPC utilise pour la prédiction du comportement un modèle entrée/sortie par fonction de transfert de type CARIMA (Controlled Auto Regressive Integrated Moving Average)

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})u(k-1) + \frac{C(q^{-1})}{\Delta(q^{-1})}\xi(k) \quad (3.1)$$

Où  $u$ ,  $y$  représentent l'entrée et la sortie du système à commander,  $\xi(k)$  est un signal aléatoire centré non corrélé avec l'entrée,  $A$  et  $B$  sont des polynômes en l'opérateur de retard  $q^{-1}$  de degrés  $n_a$  et  $n_b$  respectivement, et  $\Delta(q^{-1}) = 1 - q^{-1}$  est l'opérateur différence.  $C(q^{-1})$  est un polynôme en l'opérateur retard, lié aux perturbations et par la suite, sans une connaissance supplémentaire sur la nature des perturbations, il sera choisi égal à 1 (sa valeur n'influe pas par ailleurs sur le comportement en suivi de trajectoire, il peut jouer un rôle en rejet de perturbation).

## 2.2 Modèle prédictif

La sortie prédite à l'instant  $k+j$  :

$$y(k+j) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(k+j-d-1) + \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})\Delta(q^{-1})} \xi(k+j)$$

La synthèse du prédictateur est basée sur les deux équations de diophantines suivantes (3.2), (3.3) :

$$\frac{1}{A\Delta} = E_j + q^{-j} \frac{F_j}{A\Delta} \quad \text{avec} \quad n_{e_j} = j-1 \quad \text{et} \quad n_{f_j} = n_a \quad (3.2)$$

$$BE_j = G_{j-d} + q^{j+d} H_{j-d} \quad \text{avec} \quad n_{g_j} = j-d-1 \quad \text{et} \quad n_{h_j} = n_b + d-1 \quad (3.3)$$

On donne en Annexe l'algorithme de résolution récursive de l'équation de diophantine.

L'équation (3.2) permet de séparer les termes de perturbations futures des termes disponibles à l'instant  $k$ .

$$\begin{aligned} y(k+j) &= \frac{B}{A} u(k+j-d-1) + CE_j \xi(k+j) + \frac{CF_j}{A\Delta} \xi(k) \\ &= BE_j \Delta u(k+j-d-1) + F_j y(k) + CE_j \xi(k+j) \end{aligned} \quad (3.4)$$

En remplaçant (3.3) dans l'équation (3.4), on obtient :

$$y(k+j) = G_{j-d} \Delta u(k+j-d-1) + y_0(k+j) + CE_j \xi(k+j) \quad (3.5)$$

Avec, 
$$y_0(k+j) = H_{j-d} \Delta u(k-1) + F_j y(k)$$

La sortie prédite se compose de trois termes :

- ✓  $y_0(k+j)$  disponible à l'instant  $k$
- ✓  $G_{j-d} \Delta u(k+j-d-1) \longrightarrow \Delta u(k+j-d-1), \Delta u(k+j-d-2), \dots, \Delta u(k)$  ce terme dépend des incréments de commandes futures.
- ✓  $CE_j \xi(k+j) \longrightarrow \xi(k+j), \xi(k+j-1), \dots, \xi(k+1)$  ce terme dépend des perturbations futures imprédictibles à l'instant  $k$ .

Le prédictateur optimal au sens du minimum de variance est :

$$\hat{y}(k+j) = G_{j-d} \Delta u(k+j-d-1) + y_0(k+j) \quad \text{avec,} \quad y_0(k+j) = H_{j-d} \Delta u(k-1) + F_j y(k) \quad (3.6)$$

On calcul la sortie prédite sur un horizon de prédiction pour  $j=d+1, \dots, h_p$

$$\left\{ \begin{array}{l} j = d+1 \quad G_{j-d}(q^{-1}) = G_1(q^{-1}) = g_0 \\ j = d+2 \quad G_{j-d}(q^{-1}) = G_2(q^{-1}) = g_0 + g_1 q^{-1} \\ \cdot \\ j = h_p \quad G_{h_p-d}(q^{-1}) = G_{h_p-d}(q^{-1}) = g_0 + g_1 q^{-1} + \dots + g_{h_p-d-1} q^{-h_p+d+1} \end{array} \right.$$

D'où,

$$\begin{pmatrix} \hat{y}(k+d+1) \\ \hat{y}(k+d+2) \\ \cdot \\ \hat{y}(k+h_p) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_0 & 0 & \dots & 0 \\ g_1 & g_0 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & 0 \\ g_{h_p-d-1} & \cdot & \dots & g_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \cdot \\ \Delta u(k+h_p-d-1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y_0(k+d+1) \\ y_0(k+d+2) \\ \cdot \\ y_0(k+h_p) \end{pmatrix}$$

$$\hat{Y} = G\Delta U + Y_0 \quad (3.5)$$

$$Y_0 = H\Delta u(k-1) + Fy(k)$$

$$H = [H_1 \quad \dots \quad H_{h_p-d}] \text{ et } F = [F_{d+1} \quad \dots \quad F_{h_p}]$$

### 2.3 Critère de commande

La commande considère le critère de commande suivant :

$$J = \sum_{j=1}^{h_p} (y^*(k+j) - \hat{y}(k+j))^2 + \lambda \sum_{j=1}^{h_c} (\Delta u(k+j-d-1))^2 \quad (3.7)$$

$\lambda$  : constante positive servant comme pondération pour la variation de la commande,

$\hat{y}(k+j)$  : la sortie prédite à l'instant  $k+j$ ,

$y^*(k+j)$  : la consigne.  $h_p$ : horizon de prédiction,

$h_c$ : horizon de commande

$h_f$ : horizon d'initialisation  $h_f \geq d+1$ .

La fonction de coût  $J$  comprend Deux termes :



$$F = \begin{bmatrix} F_{h_l} & \dots & F_{h_p} \end{bmatrix}^T$$

$$\Delta U = [\Delta u(k) \dots \Delta u(k + h_c - d - 1)]^T$$

$$\hat{Y} = [\hat{y}(k + d + 1) \dots \hat{y}(k + h_p)]^T$$

Soit  $(G^T G + \lambda I_{h_c})^{-1} G^T = \begin{pmatrix} m_1 \\ \cdot \\ m_{h_c} \end{pmatrix}$  c'est une matrice de dimension  $(h_c, h_p - h_l + 1)$  avec  $m_1$  est

un vecteur ligne.

$$D'où : \Delta u(k) = m_1(Y^* - Y_0)$$

La loi de commande s'écrit alors :

$$u(k) = m_1(Y^* - Y_0) + u(k-1) \quad (3.10)$$

La minimisation du critère fournit la séquence de commandes futures dont seule la première sera effectivement appliquée sur le système. La procédure étant itérée de nouveau à la période d'échantillonnage suivante selon le principe de l'horizon glissant.

La loi de commande optimale est :

$$\Delta u(k) = m_1 Y^* - m_1 H \Delta u(k-1) - m_1 F y(k)$$

$$(I + m_1 H q^{-1}) \Delta u(k) = -m_1 F y(k) + m_1 [y^*(k + h_l) \dots y^*(k + h_p)]^T$$

$$(I + m_1 H q^{-1}) \Delta u(k) = -m_1 F y(k) + m_1 [q^{h_l} \dots q^{h_p}] y^*(k) \quad (3.11)$$

Cette relation doit correspondre à la forme suivante :

$$S(q^{-1}) \Delta(q^{-1}) u(k) + R(q^{-1}) y(k) = T(q^{-1}) y^*(k)$$

$$S(q^{-1}) \Delta(q^{-1}) u(k) + R(q^{-1}) y(k) = T(q^{-1}) y^*(k)$$

$$\text{avec } \begin{cases} S(q^{-1}) = I + m_1 H q^{-1} \\ R(q^{-1}) = m_1 F y(k) \\ T(q^{-1}) = m_1 [q^{h_l} \dots q^{h_p}] y^*(k) \end{cases} \quad (3.12)$$

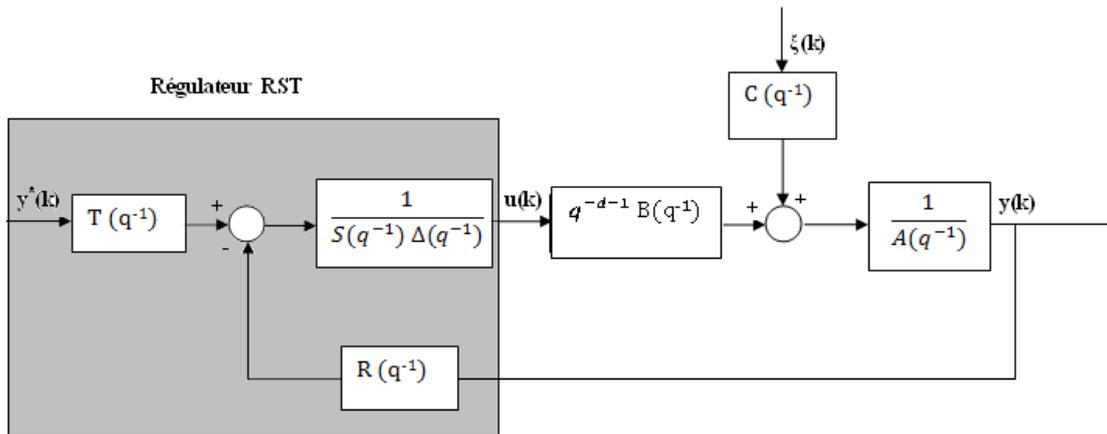


Figure 3.1 Régulateur polynomiale équivalent

### 3. Commande Prédictive Généralisée Adaptative : cas multivariable

#### 3.1 Le modèle

Le système est présenté sous forme CARIMA suivante :

$$A(q^{-1})y(k) = B(q^{-1})u(k-1) + C(q^{-1})\xi(k) \quad (3.13)$$

Avec,

$y(k)$  : Vecteur des m sorties des systèmes ;

$u(k)$  : Vecteur des m commandes des systèmes ;

$\xi(k)$  : Vecteur de séquences aléatoires centrées non corrélées avec les entrées

$A(q^{-1})$ ,  $B(q^{-1})$  et  $C(q^{-1})$  sont des matrices polynomiales de l'opérateur d retard  $q^{-1}$ .

$$A(q^{-1}) = 1_m + A_1 q^{-1} + A_2 q^{-2} + \dots + A_{n_a} q^{-n_a}$$

$$B(q^{-1}) = B_0 + B_1 q^{-1} + B_2 q^{-2} + \dots + B_{n_b} q^{-n_b}$$

$$C(q^{-1}) = 1_m + C_1 q^{-1} + C_2 q^{-2} + \dots + C_{n_c} q^{-n_c}$$

#### 3.2 Le prédicteur

Le calcul de  $y(k+j)$ , la prédiction effectuée à l'instant  $k$  de la valeur  $y$  à  $j$  pas d'échantillonnage en avance, nécessite la résolution de deux équations de diophantine.

Soit  $(E_j, F_j)$  l'unique couple solution de l'équation de diophantine :

$$I_m = E_j A \Delta + q^{-j} F_j \quad (3.14)$$

Avec;

$$E_j = \sum_{i=0}^{j-1} E_i^j q^{-i}$$

$$F_j = \sum_{i=0}^{n_a} F_i^j q^{-i}$$

Les matrices polynomiales  $E_j$  et  $F_j$  sont de dimension  $m \times m$ . La résolution de l'équation (3.14) de manière récursive.

La multiplication de l'équation (3.13) par  $E_j A \Delta$  et La substitution de  $E_j A \Delta$  provenant de l'équation (3.14) donne alors :

$$(I_m - q^{-j} F_j) y(k+j) = E_j B \Delta u(k+j-1) + E_j \xi(k+j)$$

On obtient après le développement:

$$y(k+j) = F_j y(k) + E_j B \Delta u(k+j-1) + E_j \xi(k+j)$$

Le terme  $E_j \xi(k+j)$  dépend des perturbations futures imprédictibles à l'instant  $k$ . la prédiction optimale à l'instant  $k$  de  $y(k+j)$ , notée  $\hat{y}(k+j)$ , obtenue au sens du minimum de la variance est donnée par :

$$\hat{y}(k+j) = F_j y(k) + E_j B \Delta u(k+j-1) \quad (3.15)$$

Dans l'équation (3.15), le terme  $E_j B \Delta u(k+j-1)$  peut être décomposé en deux parties, l'une dépend de la commande future, l'autre du passé. Cette séparation peut être obtenue grâce à la résolution d'une seconde équation Diophantienne, en  $G_j$  et  $H_j$  :

$$E_j B = G_j + q^{-j} H_j \quad (3.16)$$

Avec,

$$G_j = \sum_{i=0}^{j-1} G_i^j q^{-i}$$

$$H_j = \sum_{i=0}^{n_b-1} G_i^j q^{-i}$$

L'utilisation de (3.16) dans (3.15) conduit finalement à :

$$\hat{y}(k+j) = G_j \Delta u(k+j-1) + H_j \Delta u(k-1) + F_j y(k) \quad (3.17)$$

L'équation de prédiction s'écrit sous forme matricielle :

$$\hat{Y} = G \Delta U + IH \Delta u(k-1) + IF y(k) \quad (3.18)$$

$$IF = \begin{bmatrix} F_{h_1} \\ \cdot \\ \cdot \\ F_{h_p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0^{h_1} + \dots + F_{n_a}^{h_1} q^{-n_a} \\ \cdot \\ \cdot \\ F_0^{h_p} + \dots + F_{n_a}^{h_p} q^{-n_a} \end{bmatrix}, \quad IH = \begin{bmatrix} H_{N_1} \\ \cdot \\ \cdot \\ H_{N_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_0^{h_1} + \dots + H_{n_a}^{h_1} q^{-n_a} \\ \cdot \\ \cdot \\ H_0^{h_p} + \dots + F_{n_b-1}^{h_p} q^{-n_b+1} \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{pmatrix} G_{h_1-1} & \dots & G_0 & \dots & 0 \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ G_{h_p-1} & & & & G_{h_p-h_c} \end{pmatrix}$$

### 3.3 Critère

Le calcul de la commande dans le cas multivariable résulte de la minimisation d'un critère quadratique similaire à celui utilisé en monovariable :

$$J = \sum_{j=h_1}^{h_p} (\hat{y}(k+j) - y^*(k+j))^T R (\hat{y}(k+j) - y^*(k+j)) + \sum_{j=1}^{h_c} (\Delta u^T(k+j-1) Q \Delta u(k+j-1)) \quad (3.19)$$

**R** : une matrice diagonale définie positive

**Q** : une matrice diagonale semi-définie positive

$\hat{y}(k+j)$  : la sortie prédite à l'instant  $k+j$ ,

$y^*(k+j)$  : la consigne.

$h_p$  : horizon de prédiction,

$h_c$  : horizon de commande  $\Delta u(k+j-1) = 0$  pour  $j \geq h_c$

$h_1$  : horizon d'initialisation  $h_1 \geq d+1$ .

Sous forme matricielle J s'écrit :

$$\begin{aligned} J &= (\hat{Y} - Y^*)^T \bar{R} (\hat{Y} - Y^*) + \Delta U^T \bar{Q} \Delta U \\ &= (G\Delta U + IH\Delta u(k-1) + IFy(k) - Y^*)^T \bar{R} (G\Delta U + IH\Delta u(k-1) + IFy(k) - Y^*) + \Delta U^T \bar{Q} \Delta U \end{aligned}$$

Avec,

$$\bar{R} = \text{diag}(R, \dots, R)$$

$$\bar{Q} = \text{diag}(Q, \dots, Q)$$

La loi de commande obtenue par minimisation du critère précédent vaut :

$$\Delta U = -IM(IH\Delta u(k-1) + IFy(k) - Y^*)$$

$$IM = (G^T \bar{R} G + \bar{Q})^{-1} G^T \bar{R} = \begin{pmatrix} M_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ M_{h_c} \end{pmatrix}$$

De la même façon que dans le cas monovariable, seul les m premières composante sont appliqué au système soit :

$$u(k) = u(k-1) - M_1 (IH\Delta u(k-1) + IFy(k) - Y^*) \quad (3.20)$$

#### 4. Schéma adaptatif

Dans le cas où les paramètres du système sont inconnus et/ou variables dans le temps, un schéma adaptatif de commande prédictive généralisée peut être réalisé en adjoignant au schéma de commande présenté précédemment un algorithme d'adaptation paramétrique. Les paramètres du modèle (3.1) sont estimés en utilisant un algorithme d'identification du type Moindres Carrés Récurrents, décrit dans le chapitre précédent.

$$F(k) = \frac{1}{\lambda_1(k)} \left[ F(k-1) - \frac{F(k-1)\varphi(k)\varphi^T(k)F(k-1)}{\frac{\lambda_1(k)}{\lambda_2(k)} + \varphi^T(k)F(k-1)\varphi(k)} \right] \quad (3.21)$$

$$\theta(k) = \theta(k-1) + F(k)\varphi(k)\varepsilon(k) \quad (3.22)$$

$$\varepsilon(k) = y(k) - \varphi^T(k)\theta(k-1) \quad (3.23)$$

## 5. Conclusion

Dans ce chapitre, la commande prédictive généralisée adaptative a été présentée aussi bien pour les systèmes single-input single-output (SISO) que pour les systèmes multi-input multi-output (MIMO) carrés. La robustesse de l'algorithme d'adaptation paramétrique est particulièrement requise pour préserver les performances du système de commande adaptative en présence des bruits de mesure, des perturbations de charge et des dynamiques négligées et/ou variables dans le temps.

## Chapitre IV

### Commande prédictive généralisée adaptative : prise en compte des contraintes

#### 1. Introduction

Les contraintes les plus souvent définies dans le domaine temporel interviennent sur toutes les parties d'un système de commande, des actionneurs aux capteurs, et, en général, comme contraintes sur les états du système à commander [ZHA-14], [VES-10].

La commande synthétisée sans tenir compte des contraintes reste insuffisante pour répondre aux performances exigées du procédé en boucle fermée. Parfois, cette commande se trouve incapable de maintenir le bon fonctionnement de certains procédés industriels. En effet, des oscillations fortes de la commande peuvent éventuellement détériorer sinon diminuer la durée de vie des actionneurs de ces systèmes. Pour remédier à ce problème, différents types de contraintes doivent être pris en considération dans l'étape de conception et de mise en œuvre pratique du contrôleur, afin d'obtenir une meilleure performance du système.

La commande prédictive [KHA-12] est motivée par sa généralité et sa simplicité de mise en œuvre. Par sa description temporelle, elle facilite la prise en compte des limitations des systèmes physiques, autorise la formulation des spécifications en termes de contraintes sur la trajectoire prédite et donne la liberté d'imposer un comportement stable au système asservi par l'ajout de contraintes au sein du problème d'optimisation. Dès lors, la synthèse des lois prédictives nécessite une phase de validation hors ligne, au cours de laquelle le choix des paramètres classiques, tels que les horizons et les pondérations intervenant dans la fonction de coût, est initialement lié à la fiabilité même de la stratégie de commande. En effet, la présence des contraintes modifie la nature de la loi de commande prédictive, évoluant d'une structure linéaire initiale à une fonction non linéaire de l'état du système, même si le système en lui-même reste linéaire. Une des premières conséquences liée à ce constat est le fait que les outils dédiés aux systèmes linéaires deviennent inadaptés. Le recours à des outils nouveaux permettant de répondre à des problèmes tels que la faisabilité, la stabilité et l'implémentation en temps réel des lois de commande prédictive est donc légitime.

Dans la pratique, les processus sont sujets à des contraintes qui doivent, bien sûr, être prises en compte dans le problème d'optimisation afin d'obtenir des commandes admissibles.

Le but est alors de pallier les dégradations que pourrait entraîner la présence de ces contraintes, en les prenant directement en compte lors de la synthèse du régulateur prédictif, la commande prédictive permet de les formaliser explicitement dans la fonction de coût.

Pour cela, un axe privilégié de recherche consiste dans un premier temps à identifier tous les types de contraintes susceptibles d'intervenir, à les regrouper en une formulation unifiée permettant un traitement algorithmique adapté. Dans une seconde phase, il devient nécessaire de modifier les critères de minimisation classiques de façon à inclure ces contraintes.

Afin d'illustrer le mécanisme de construction des contraintes pour un problème GPC, les paragraphes suivants proposent quelques exemples illustratifs de contraintes très souvent rencontrées en pratique.

## 2. Prise en compte des contraintes : cas monovariable

### 2.1 Contraintes sur l'incrément de commande

On s'intéresse ici aux contraintes de la forme :

$$\Delta u_{\min} \leq \Delta u(k+j) \leq \Delta u_{\max} \quad (4.1)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta u_{\min} \\ \Delta u_{\min} \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta u_{\min} \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \Delta u_k \\ \Delta u_{k+1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta u_{k+h_c-1} \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \Delta u_{\max} \\ \Delta u_{\max} \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta u_{\max} \end{bmatrix}$$

$$\Delta U_{\min} \leq \Delta U_k \leq \Delta U_{\max}$$

L'expression matricielle pour ce type de contraintes :

$$\begin{bmatrix} I \\ -I \end{bmatrix} \Delta U_k \leq \begin{bmatrix} \Delta U_{\max} \\ -\Delta U_{\min} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Avec,  $\mathbf{I}$  le vecteur composés d'éléments unitaires de dimension  $(h_c, I)$ .

### 2.2 Contraintes sur l'amplitude de la commande

Les restrictions sur l'amplitude du signal de la commande, assez fréquentes en pratique (pour prendre en compte, par exemple, des effets de saturation à forts signaux), peuvent s'exprimer au moyen de l'inégalité suivante:

$$u_{\min} \leq u(k+j) \leq u_{\max} \quad (4.3)$$

qui peut être réécrite : 
$$\begin{aligned} u(k+j) &\leq u_{\max} \\ -u(k+j) &\leq -u_{\min} \end{aligned}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} u_{\min} \\ \cdot \\ \cdot \\ u_{\min} \end{bmatrix}}_{U_{\min}} \leq \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_k \\ u_{k+1} \\ \cdot \\ \cdot \\ u_{k+h_c+1} \end{bmatrix} \leq \underbrace{\begin{bmatrix} u_{\max} \\ \cdot \\ \cdot \\ u_{\max} \end{bmatrix}}_{U_{\max}}$$

En appliquant :  $u(j) = \Delta u(j) + u(j-1)$

En les regroupant sous forme matricielle :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} u_k \\ u_{k+1} \\ \cdot \\ \cdot \\ u_{k+h_c+1} \end{bmatrix}}_{U_k} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}}_E \begin{bmatrix} \Delta u_k \\ \Delta u_{k+1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta u_{k+h_c+1} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{bmatrix}}_L u_{k-1}$$

On écrit,

$$\begin{aligned} E\Delta U_k &\leq U_{\max} - Lu_{k-1} \\ -E\Delta U_k &\leq -U_{\min} + Lu_{k-1} \end{aligned} \quad (4.4)$$

### 2.3 Contraintes sur l'amplitude de la sortie

Il est très fréquent de trouver comme spécification désirée dans les processus commandés que leur sortie se trouve dans une fourchette autour d'une trajectoire désirée, par exemple, dans les cas de poursuite d'un certain profil avec une certaine tolérance. Ce type de condition peut être introduite pour le système de commande le forçant à ce que la sortie du système soit à tout moment comprise dans la bande constituée par la trajectoire indiquée plus ou moins la tolérance ceci se traduit par une inégalité de la forme:

$$y_{\min} \leq y(k+j) \leq y_{\max}, 1 \leq j \leq h_p \quad (4.5)$$

$$\begin{bmatrix} I \\ -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(k+1) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y(k+h_p) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} y_{max} \\ \cdot \\ y_{max} \\ -y_{min} \\ \cdot \\ -y_{min} \end{bmatrix}$$

Utilisant la relation (3.5), d'où l'expression matricielle de (3.16) qui devient :

$$\begin{bmatrix} G \\ -G \end{bmatrix} \Delta U_k \leq \begin{bmatrix} Y_{max} - Y_0 \\ -Y_{min} + Y_0 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

On constate dès lors que l'ensemble des contraintes représentées par les équations (4.2), (4.4), et (4.6) peut se structurer sous la forme :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} I \\ -I \\ E \\ -E \\ G \\ -G \end{bmatrix}}_{L_{in}} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta u_k \\ \Delta u_{k+1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta u_{k+h_c+1} \end{bmatrix}}_{\Delta U_k} \leq \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta U_{max} \\ -\Delta U_{min} \\ U_{max} \\ U_{min} \\ Y_{max} - Y_0 \\ -Y_{min} + Y_0 \end{bmatrix}}_{M_{in}} \quad (4.7)$$

$$L_{in} \Delta U_k \leq M_{in} \quad (4.8)$$

## 2.4 Contraintes sur le dépassement

Dans de nombreux processus de fortes oscillations pour les variables de sortie du système ne sont pas souhaitables, c'est le cas des manipulateurs, pour lesquels une sur oscillation peut produire des collisions avec d'autres éléments dans l'aire de travail. Il est également très facile de traiter ce type de restrictions dans le contexte prédictif. Toutes les fois qu'un changement de la référence intervient, et qui est maintenue constante sur une période suffisamment longue, les restrictions suivantes sont ajoutés au système de commande:

$$y(k+j) \leq \gamma y^*(k) \text{ Pour } j=h_{01}, \dots, h_{02}$$

où  $h_{01}$  et  $h_{02}$  définissent l'horizon pendant lequel la sur-oscillation peut être observée (ils peuvent toujours être pris égaux à 1 et à  $h_p$  respectivement si cet horizon n'est pas connu) et

$\gamma > 1$  est un facteur généralement près de l'unité qui permet de définir le maximum permis pour les sur-oscillations par rapport à la référence. En termes d'augmentation des variables manipulées, il est ainsi possible d'écrire:

$$GAU_k \leq I\gamma y^*(k) - Y_0$$

## 2.5 Contraintes terminales de type égalité

Les contraintes terminales de type égalité peuvent être exigées pour forcer la sortie prédite de suivre la référence prédite. Ces contraintes peuvent prendre la structure:

$$y(k+j) = y^*(k+j) \text{ pour } j=h_{01}, \dots, h_{02}$$

Sous forme matricielle :

$$G_c \Delta U_k = Y_c^* - Y_{0c}$$

$$G_c = \begin{pmatrix} g_{h_{01}} & \cdot & \dots & \cdot \\ g_{h_{01}+1} & g_{h_{01}} & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ g_{h_{02}} & & & g_{h_{02}-h_c+1} \end{pmatrix}, Y_{0c} = \begin{pmatrix} y_0(k+h_{01}) \\ y_0(k+h_{01}+1) \\ \cdot \\ \cdot \\ y_0(k+h_{02}) \end{pmatrix} \text{ et } Y_c^* = \begin{pmatrix} y^*(k+h_{01}) \\ y^*(k+h_{01}+1) \\ \cdot \\ \cdot \\ y^*(k+h_{02}) \end{pmatrix}$$

## 3. Prise en compte des contraintes : cas multivariable

La présente section se propose d'analyser les différentes contraintes considérées habituellement dans les processus industriels comme dans le cas SISO. Elle présente également la forme dans laquelle ces contraintes vont être formulées pour les décrire dans l'étape d'optimisation. Trois types de contraintes peuvent être envisagés et seront exprimées de façons indépendantes pour chacune des entrées et des sorties D'une façon similaire au cas SISO.

- ✓ Contraintes sur les entrées  $u(k)$  (appelées aussi contraintes sur l'amplitude du signal de commande (ex : saturations des actionneurs)) :

$$u_{\min i} \leq u_i(k+j) \leq u_{\max i} \quad (4.9)$$

Avec,  $i = 1, \dots, m$  et  $j = 1, \dots, h_c$

En appliquant :  $u_i(j) = \Delta u_i(j) + u_i(j-1)$

L'expression matricielle pour ce type de contraintes :

$$\begin{bmatrix} D_u \\ -D_u \end{bmatrix} \Delta U_k \leq \begin{bmatrix} U_{\max} - Lu(k-1) \\ -U_{\min} + Lu(k-1) \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Avec,

$$D_u = \begin{bmatrix} I_{m^*m} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ I_{m^*m} & I_{m^*m} & 0 & \dots & 0 \\ \cdot & & & & \\ \cdot & & & & \\ I_{m^*m} & I_{m^*m} & I_{m^*m} & \dots & I_{m^*m} \end{bmatrix}, \quad L = \begin{bmatrix} I_{m^*m} \\ I_{m^*m} \\ \cdot \\ \cdot \\ I_{m^*m} \end{bmatrix},$$

$$U_{\max} = \left[ \begin{pmatrix} u_{\max 1} \\ \cdot \\ u_{\max m} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_{\max 1} \\ \cdot \\ u_{\max m} \end{pmatrix} \right]^T \quad \text{et} \quad U_{\min} = \left[ \begin{pmatrix} u_{\min 1} \\ \cdot \\ u_{\min m} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_{\min 1} \\ \cdot \\ u_{\min m} \end{pmatrix} \right]^T$$

- ✓ Contraintes sur les incréments des entrées  $\Delta u(k)$  (appelées aussi contraintes sur la vitesse de variation du signal de commande) :

$$\Delta u_{\min i} \leq \Delta u_i(k+j) \leq \Delta u_{\max i} \quad (4.11)$$

Avec,  $i = 1, \dots, m$  et  $j = 1, \dots, h_c$

L'expression matricielle pour ce type de contraintes :

$$\begin{bmatrix} D_{\Delta u} \\ -D_{\Delta u} \end{bmatrix} \Delta U_k \leq \begin{bmatrix} \Delta U_{\max} \\ -\Delta U_{\min} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

$$\text{Avec, } D_{\Delta u} = \begin{bmatrix} I_{m^*m} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & I_{m^*m} & \dots & 0 \\ \cdot & & \dots & \\ 0 & 0 & \dots & I_{m^*m} \end{bmatrix}, \Delta U_{\max} = \left[ \begin{pmatrix} \Delta u_{\max 1} \\ \cdot \\ \Delta u_{\max m} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta u_{\max 1} \\ \cdot \\ \Delta u_{\max m} \end{pmatrix} \right]^T \text{ et}$$

$$\Delta U_{\min} = \left[ \begin{pmatrix} \Delta u_{\min 1} \\ \cdot \\ \Delta u_{\min m} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta u_{\min 1} \\ \cdot \\ \Delta u_{\min m} \end{pmatrix} \right]^T$$

✓ Contraintes sur l'amplitude des sorties  $y(k)$ :

$$y_{\min_i} \leq y_i(k+j) \leq y_{\max_i} \quad (4.13)$$

Avec,  $i = 1, \dots, m$  et  $j = 1, \dots, h_p$

Utilisant la relation (4.6), d'où l'expression matricielle de (3.14) qui devient :

$$\begin{bmatrix} G \\ -G \end{bmatrix} \Delta U_k \leq \begin{bmatrix} Y_{\max} - Y_0 \\ -Y_{\min} + Y_0 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

$$\text{Avec, } Y_{\max} = \left[ \begin{pmatrix} Y_{\max 1} \\ \cdot \\ Y_{\max m} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Y_{\max 1} \\ \cdot \\ Y_{\max m} \end{pmatrix} \right]^T$$

$$Y_{\min} = \left[ \begin{pmatrix} Y_{\min 1} \\ \cdot \\ Y_{\min m} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Y_{\min 1} \\ \cdot \\ Y_{\min m} \end{pmatrix} \right]^T$$

✓ Contraintes terminales de type égalité :

$$y(k+j) = y^*(k+j) \quad (4.15)$$

Pour  $j = h_{01} \dots h_{02}$

Le formalisme (4.14) peut être exprimé comme un ensemble de contraintes d'égalité sur les incréments de commandes future, en utilisant :

$$Y_c^* = \left[ \begin{array}{c} \left( y_1^*(k+h_{01}) \right) \\ \cdot \\ \left( y_m^*(k+h_{01}) \right) \end{array} \right] \cdot \left[ \begin{array}{c} \left( y_1^*(k+h_{02}) \right) \\ \cdot \\ \left( y_m^*(k+h_{02}) \right) \end{array} \right]^T$$

Sous forme matricielle :

$$G_c \Delta U_k = Y_c^* - Y_{0c} \quad (4.16)$$

Sur les accroissements de la commande, ces diverses contraintes peuvent s'exprimer sous forme compacte comme :

$$\begin{aligned} L_{in} \Delta U_k &\leq M_{in} \\ L_{eq} \Delta U_k &= M_{eq} \end{aligned} \quad (4.17)$$

Avec,

$$L_{in} = \begin{bmatrix} D_u \\ -D_u \\ D_{\Delta u} \\ -D_{\Delta u} \\ G \\ -G \end{bmatrix}, M_{in} = \begin{bmatrix} \Delta U_{\max} \\ -\Delta U_{\min} \\ U_{\max} - Lu(k-1) \\ -U_{\min} + Lu(k-1) \\ Y_{\max} - Y_0 \\ -Y_{\min} + Y_0 \end{bmatrix}$$

$$L_{eq} = G_c, M_{eq} = Y_c^* - Y_{0c}$$

Finalement, en regroupant la formulation du critère de performance (4.7) avec l'ensemble des contraintes à satisfaire (4.17), on obtient le problème de la commande de GPC qui doit le résoudre à chaque pas d'échantillonnage dans le :

✓ **cas monovariabile**

$$\begin{aligned} \min J &= \frac{1}{2} \Delta U^T H \Delta U + f^T \Delta U \\ \text{Sous les contraintes: } L_{in} \Delta U_k &\leq M_{in} \\ L_{eq} \Delta U_k &= M_{eq} \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$\text{Avec, } H = (G^T G + \lambda I_{h_c}), f = G^T (Y^* - Y_0)$$

✓ **Cas multivariable :**

$$\min J = \frac{1}{2} \Delta U^T H \Delta U + f^T \Delta U$$

$$\text{Sous les contraintes : } L_{in} \Delta U_k \leq M_{in}$$

$$L_{eq} \Delta U_k = M_{eq}$$

$$\text{Avec, } H = (G^T \bar{R} G + \bar{Q}), f = G^T \bar{R} (Y^* - Y_0)$$

Ce type de critère fait partie de la classe des problèmes de programmation non-linéaire, plus spécifiquement de la catégorie des problèmes de programmation quadratique. La résolution de ce problème fait l'objet du paragraphe suivant.

#### 4. Stratégies d'optimisation en ligne

La loi de commande prédictive implique la résolution d'un problème de programmation quadratique (QP) à chaque pas d'échantillonnage. Ce paragraphe examine les algorithmes les plus efficaces permettant la résolution d'un tel problème.

##### 4.1 Ensemble actif

Il s'agit d'une des méthodes les plus connues pour résoudre les problèmes QP, qui doit son nom au fait que la procédure essaie itérativement de trouver la séparation entre l'ensemble de contraintes actives et inactives pour la solution optimale par la résolution d'une suite de problèmes QP avec contraintes égalité. Les problèmes QP avec contraintes égalité se résument par projection à la résolution d'un problème sans contraintes, ce qui constitue un avantage certain en terme de temps de calcul. Seules les idées de base sont présentées ci-dessous, les détails peuvent être consultés dans [FLE-81].

Si l'on connaît un point initial faisable  $\Delta U_{k_0}$  pour les contraintes :

$$\begin{aligned} L_{in} \Delta U_k &\leq M_{in} \\ L_{eq} \Delta U_k &= M_{eq} \end{aligned} \quad (4.19)$$

On peut alors identifier les inégalités saturées et ensuite construire une matrice  $L_{sat}$  et un vecteur  $M_{sat}$  en regroupant toutes les contraintes égalité mais aussi les composantes de  $L_{in}, M_{in}$  qui correspondent aux inégalités saturées. Le résultat donne :

$$L_{sat} \Delta U_{k_0} = M_{sat} \quad (4.20)$$

Le problème d'optimisation quadratique :

$$\min J = \frac{1}{2} \Delta U^T H \Delta U + f^T \Delta U \quad (4.21)$$

sous les contraintes :  $L_{sat} \Delta U_{k_0} = M_{sat}$

peut être résolu et en supposant que la solution soit  $\Delta U_{k_1}$ , un test d'optimalité globale doit être réalisé. Une telle opération revient à la vérification de la non négativité des multiplicateurs de Lagrange pour (4.21),  $\lambda_i \geq 0$ . Si ces conditions ne sont pas accomplies, une contrainte parmi celles associées à un coefficient de Lagrange négatif est éliminée de l'ensemble actif et la procédure est réitérée. Il existe plusieurs possibilités quant au choix de la contrainte à éliminer, un choix possible étant d'éliminer celle ayant le coefficient de Lagrange qui fournit la plus petite valeur.

Si la solution  $\Delta U_{k_1}$  se trouve à l'extérieur du domaine faisable décrit par l'ensemble complet des contraintes, elle sera remplacée par la combinaison linéaire :

$$\Delta U_{k_{10}} = \mu_1 \Delta U_{k_0} + \mu_2 \Delta U_{k_1}, 0 \leq \mu_1 \leq 1, 0 \leq \mu_2 \leq 1, \mu_1 + \mu_2 = 1 \quad (4.22)$$

qui se trouve sur la frontière. Le point  $\Delta U_{k_{10}}$  est faisable mais il lui correspond certaines contraintes saturées qui précédemment étaient inactives. Celles-ci sont ajoutées à l'ensemble actif et la procédure est réitérée.

Avec les méthodes d'ensemble actif, le nombre d'itérations pour trouver la solution optimale exacte est fini si le problème n'est pas susceptible de rencontrer de dégénérescence [FLE-81]. Même si dans le pire cas la complexité peut être exponentielle en fonction de la taille des contraintes, pour des problèmes de taille faible les performances restent indéniables.

L'avantage de la méthode d'ensemble actif réside dans la simplicité de construction des solutions particulières à chaque itération. Dès lors, pour des ensembles de contraintes de complexité moyenne, la méthode d'ensemble actif reste une des solutions les plus performantes pour les algorithmes prédictifs en ligne. Les méthodes d'ensemble actif ne sont pas recommandées pour des problèmes de grande taille car le nombre d'itérations peut augmenter significativement à cause du nombre élevé de combinaisons possibles. Une autre remarque pratique est liée au fait que la majorité des solveurs existants utilise des matrices denses.

## 4.2 Point intérieur

Ces algorithmes font partie de la classe dite « primal-dual path following methods », qui utilise une fonction barrière et des algorithmes de type Newton pour mettre en œuvre des procédures en temps polynomial. Ces méthodes sont réputées pour leur convergence

polynomiale, leur rapidité et efficacité et se sont révélées comme de véritables concurrentes des méthodes classiques (simplexe, pivotage de Lemke, etc). La littérature sur ces méthodes a connu une grande expansion et s'est enrichie de plusieurs classes et variantes dans le but de réduire la complexité et améliorer la convergence et l'efficacité... Un aperçu de l'état de l'art sur ce sujet peut être trouvé dans des ouvrages très complets comme par exemple ([NES-94], [YE-89]). Ces algorithmes peuvent être vus comme une généralisation des méthodes d'optimisation non linéaire classiques pour les problèmes d'optimisation avec contraintes convexes. Leurs performances font qu'ils sont particulièrement adaptés aux problèmes d'optimisation convexe de grandes dimensions.

Si l'on considère comme formulation de départ le problème lié à la commande prédictive :

$$\min J = \frac{1}{2} \Delta U^T H \Delta U + f^T \Delta U \quad (4.23)$$

*sous les contraintes :  $L_{in} \Delta U_k \leq M_{in}$*

La première étape consiste à construire une fonction barrière (ou de pénalité intérieure) qui devient infinie sur la frontière du domaine faisable. Des choix typiques pour cette fonction peuvent être :

$$g(\Delta U) = -\sum_i \log(b_i - a_i \Delta U) \text{ ou } g(\Delta U) = \frac{1}{(b_i - a_i \Delta U)} \quad (4.24)$$

Avec  $L_i^T$  la i-ème ligne de  $L_{in}$  et  $M_i$  composante du vecteur  $M_{in}$ . En utilisant cette fonction, on peut remplacer l'optimisation (4.23) par :

$$\Delta U^*(\gamma) = \gamma \left( \frac{1}{2} \Delta U^T H \Delta U + f^T \Delta U \right) + g(\Delta U) \quad (4.25)$$

Avec  $\gamma$  un scalaire jouant le rôle de pondération. La formulation (4.25) caractérise un problème d'optimisation non linéaire sans contraintes qui peut être résolu par des méthodes classiques de type Newton ([BAZ-93]).

L'intégration de la fonction barrière dans le critère d'optimisation évite le débordement du domaine faisable durant la recherche de la solution optimale, en garantissant donc le fait que les solutions intermédiaires sont faisables. Si la solution optimale est  $\Delta U^*$  pour le problème initial, en augmentant la pondération  $\gamma$ , la solution de (4.25) va évoluer de sorte que  $\Delta U^*(\gamma) \rightarrow \Delta U^*$  quand  $\gamma \rightarrow \infty$ , améliorant donc la qualité de la solution jusqu'à la limite  $\|\Delta U^*(\gamma) - \Delta U^*\| < \varepsilon$  avec  $\varepsilon$  suffisamment petit. Le chemin suivi par  $\Delta U^*(\gamma)$  s'appelle la « trajectoire centrale ». Les méthodes les plus efficaces travaillent simultanément sur le problème primal et dual.

Une autre stratégie pour les méthodes d'optimisation du point intérieur [BEN-01], [GOO-04], [WRI-97b] part du problème QP initial et de la formulation des conditions d'optimalité KKT :

$$\begin{aligned}
 H\Delta U + f + L_{eq}^T \nu + L_{in}^T \mu &= 0 \\
 L_{eq} \Delta U_k &= M_{eq} \\
 L_{in} \Delta U_k + \xi &= M_{in} \\
 \mu \geq 0; \xi \geq 0; \mu^T \xi &= 0
 \end{aligned} \tag{4.26}$$

avec  $\nu$ ,  $\mu$  les vecteurs des multiplicateurs de Lagrange et  $\xi$  le vecteur des variables de relaxation qui permet la transformation des inégalités en égalités. Ensuite ces équations sont transcrites sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} H & L_{eq}^T & L_{in}^T \\ -L_{eq}^T & 0 & 0 \\ -L_{in}^T & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U \\ \nu \\ \mu \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f \\ M_{eq} \\ M_{in} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \xi \end{bmatrix}$$

$$\mu \geq 0; \xi \geq 0; \mu^T \xi = 0$$

avec la matrice dans le membre de gauche positive définie. La méthode débouche au final sur la résolution d'un système d'équations non linéaires :

$$F(\Delta U, \nu, \mu, \xi) = \begin{bmatrix} H\Delta U + \bar{f} + L_{eq}^T \nu + L_{in}^T \mu \\ -L_{eq} \Delta U_k + M_{eq} \\ -L_{in} \Delta U_k - \xi + M_{in} \\ EMe = 0 \end{bmatrix} = 0$$

$$\mu \geq 0; \xi \geq 0;$$

Avec,

$$\begin{aligned}
 E &= \text{diag} \{ \xi_1, \dots, \xi_r \} \\
 M &= \text{diag} \{ \mu_1, \dots, \mu_r \} \\
 e &= [1 \dots 1]
 \end{aligned}$$

Des méthodes de type Newton peuvent être employées en utilisant à chaque itération une approximation linéaire de F . Un exemple connu est illustré par la méthode du point intérieur infaisable [WRI-97b], pour lequel les solutions itératives peuvent être infaisables par rapport à l'ensemble de contraintes (2.95) mais intérieures au quadrant positif  $\mu \geq 0; \xi \geq 0$  . Une mesure de l'infaisabilité des solutions intermédiaires est représentée par l'écart de dualité:

$$\gamma = \mu^T \xi / r$$

avec r le nombre d'inégalités dans l'ensemble de contraintes. Cet écart est aussi utilisé comme une mesure de l'optimalité même si la faisabilité est atteinte seulement à la limite.

## **5. Conclusion**

Ce chapitre a pour but d'analyser les méthodologies de commande prédictive permettant de prendre en compte les contraintes lors de la phase d'optimisation, dans le cas de systèmes linéaires. Par sa description temporelle, elle facilite la prise en compte des limitations des systèmes physiques, autorise la formulation des spécifications en termes de contraintes sur la trajectoire prédite et donne la liberté d'imposer un comportement stable au système asservi par l'ajout de contraintes au sein du problème d'optimisation. Les méthodes du point intérieur constituaient des techniques d'optimisation très performantes. Ces méthodes deviennent de plus en plus appréciées, au détriment des méthodes de l'ensemble actif, car leur facteur de convergence est polynomial.

## Chapitre V

### Résultats de simulation de La commande prédictive généralisée adaptative sans contraintes

#### 1. Introduction

La commande prédictive généralisée adaptative sans contraintes développée est appliquée en simulation sur des exemples académiques afin d'illustrer son potentiel. D'une part, une application à des systèmes monovariables est proposée. D'autre part, la commande des systèmes multivariables fortement couplé. Les résultats de simulation présentés illustrent l'efficacité de la méthode.

#### 2. Commande Prédictive Généralisée adaptative : cas monovariable

Afin d'illustrer les performances de ce schéma de commande pour les systèmes single-input single-output (SISO). Nous avons choisi le modèle d'un moteur à courant continu [EZZ-10] et le modèle de colonne de distillation.

##### 2.1 Commande d'un moteur à courant continu

La machine à courant continu se définit par un circuit d'induit et un circuit inducteur ; l'induit de la MCC peut être vu comme une résistance  $R$  et une inductance  $L$  en série avec une source de tension commandée  $E$  proportionnelle à la vitesse de rotation  $\Omega$ .

L'inducteur et l'induit sont alimentés séparément :

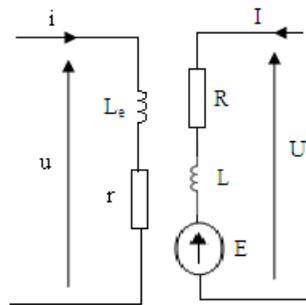


Figure 5.1 Moteur à courant continu

La machine à courant continu peut être modélisée par le biais d'équations électrique, électromécanique et mécanique.

$$\text{L'équation électrique du moteur : } U = E + RI(t) + L \frac{dI(t)}{dt}$$

$$\text{L'équation mécanique du moteur : } C_m(t) = f\Omega(t) + J \frac{d\Omega(t)}{dt} + C_r(t)$$

En appliquant la transformé de Laplace aux équations précédentes la fonction de transfert du moteur à courant continu est la suivante :

$$\Omega(p) = \frac{K}{(R + Lp)(f + Jp) + K^2} U(p) - \frac{(R + Lp)}{(R + Lp)(f + Jp) + K^2} C_r(p)$$

Le procédé considéré est un système dont l'entrée est la tension de commande appliquée à l'induit et la sortie est la vitesse de rotation du moteur.

Le modèle du moteur à courant continu a été identifié en excitant le procédé par une séquence binaire pseudo aléatoire (SPBA).

En utilisant le toolbox de matlab. Le modèle résultat de l'identification est défini par la fonction de transfert suivante, à la période d'échantillonnage de 0.02s :

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{0.03984z^{-3}}{1 - 0.7231z^{-1} - 0.1726z^{-2}}$$

$$A(q^{-1}) = 1 - 0.7231z^{-1} - 0.1726 z^{-2}$$

Dans ce cas

$$B(q^{-1}) = 0.03984$$

$$d=2$$

Les paramètres de synthèse du schéma de commande sont les suivants :  $h_I=3$ ,  $h_p=5$ ,  $h_c=1$  et  $\lambda=0.8$ .

### **2.1.1 Résultat de simulation de la commande GPC à paramètre fixes, avec et sans perturbations**

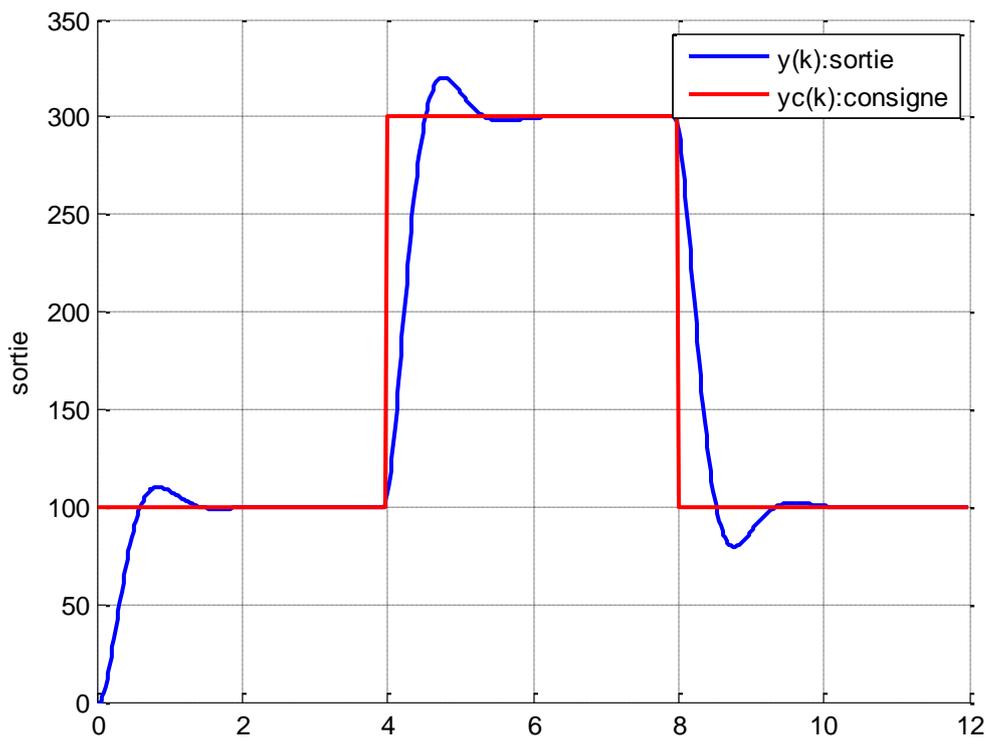


Figure 5.2 Evolution de sortie du MCC (vitesse rad/s) en absence des perturbations

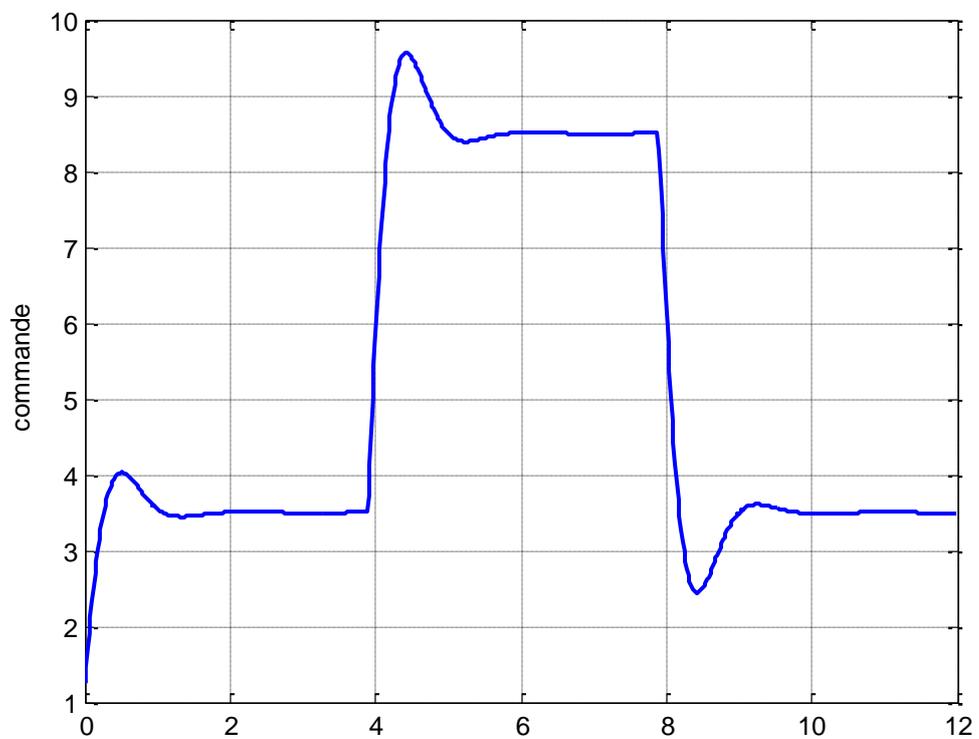


Figure 5.3 Evolution de la commande (tension:V) du MCC en absence des perturbations

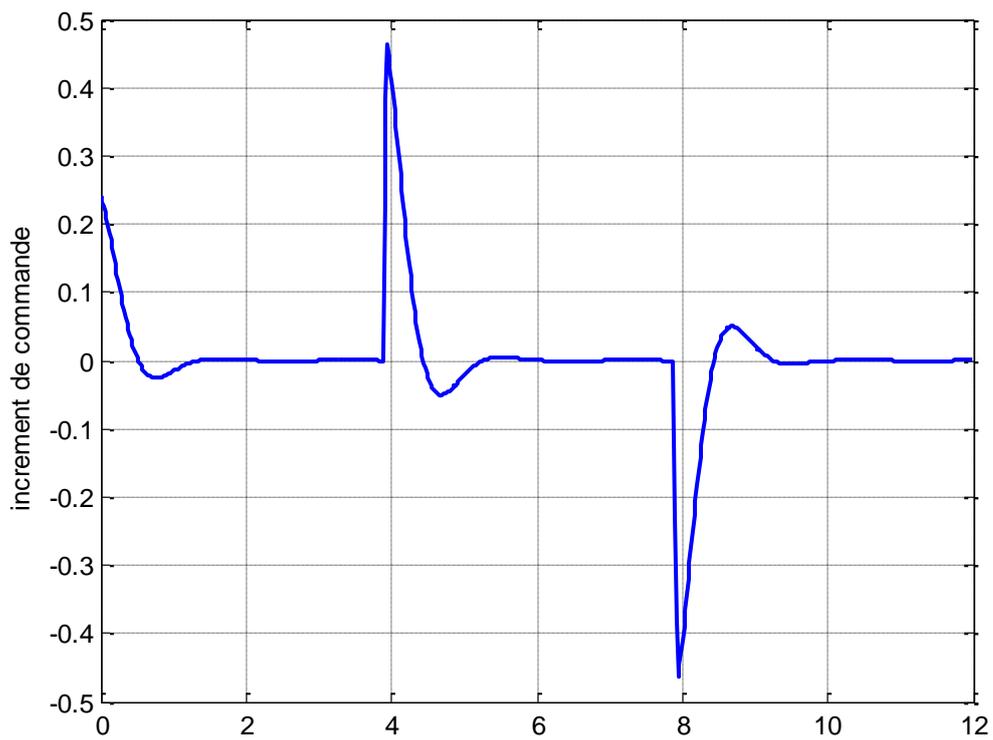


Figure 5.4 Evolution de l'incrément de commande du MCC en absence des perturbations

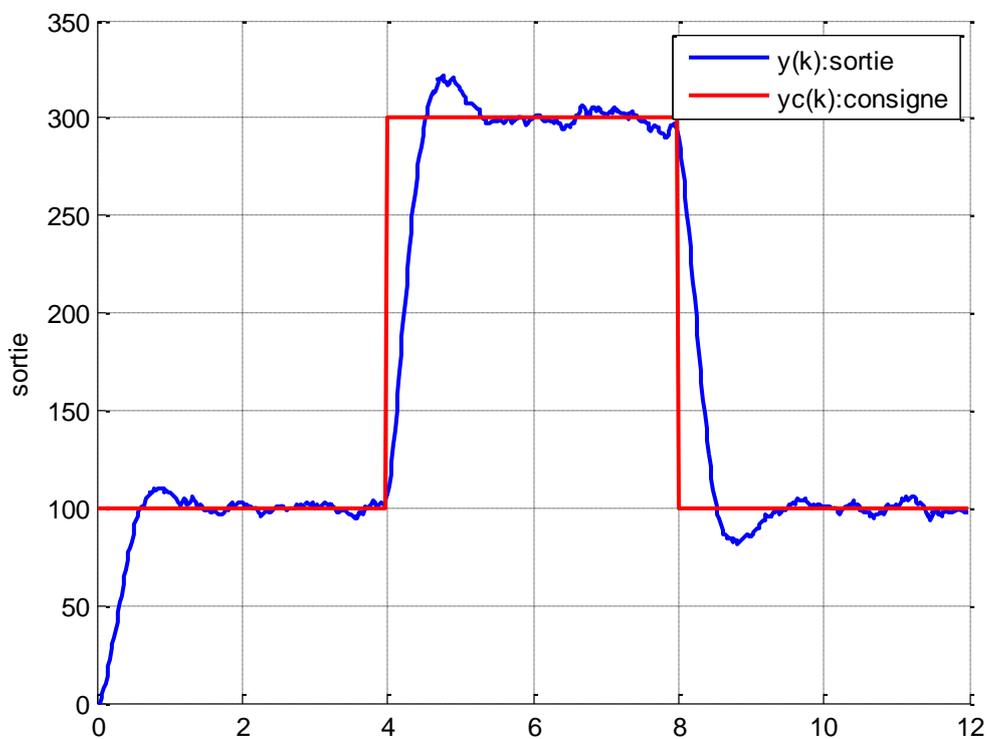


Figure 5.5 Evolution de sortie du MCC (vitesse rad/s) du MCC en présence des perturbations

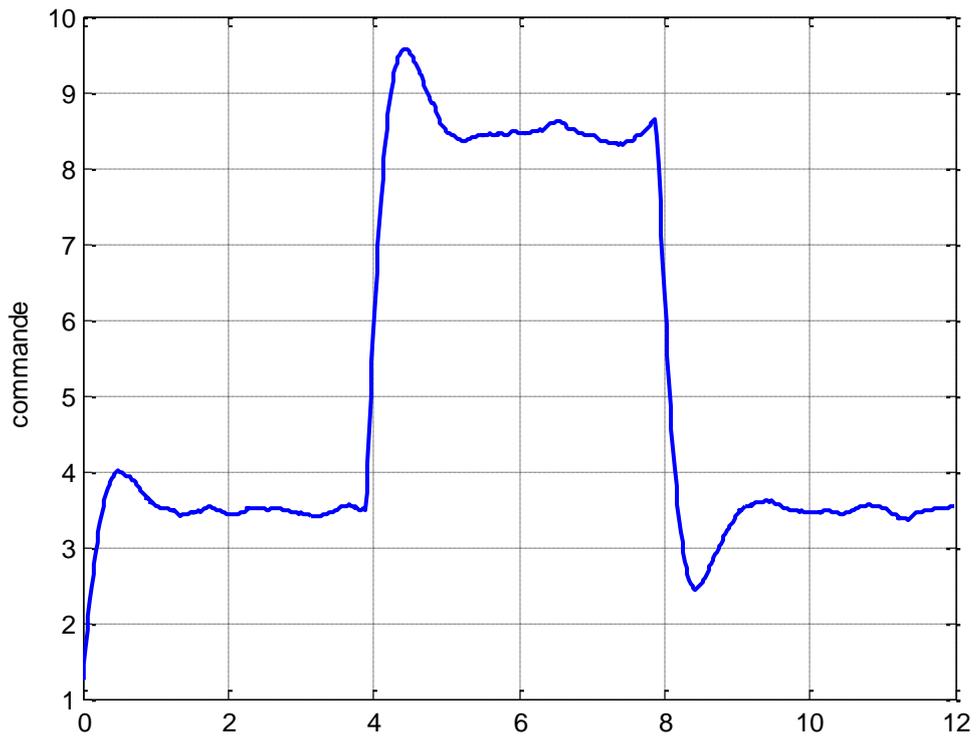


Figure 5.6 Evolution de la commande (tension:V) du MCC en présence des perturbations

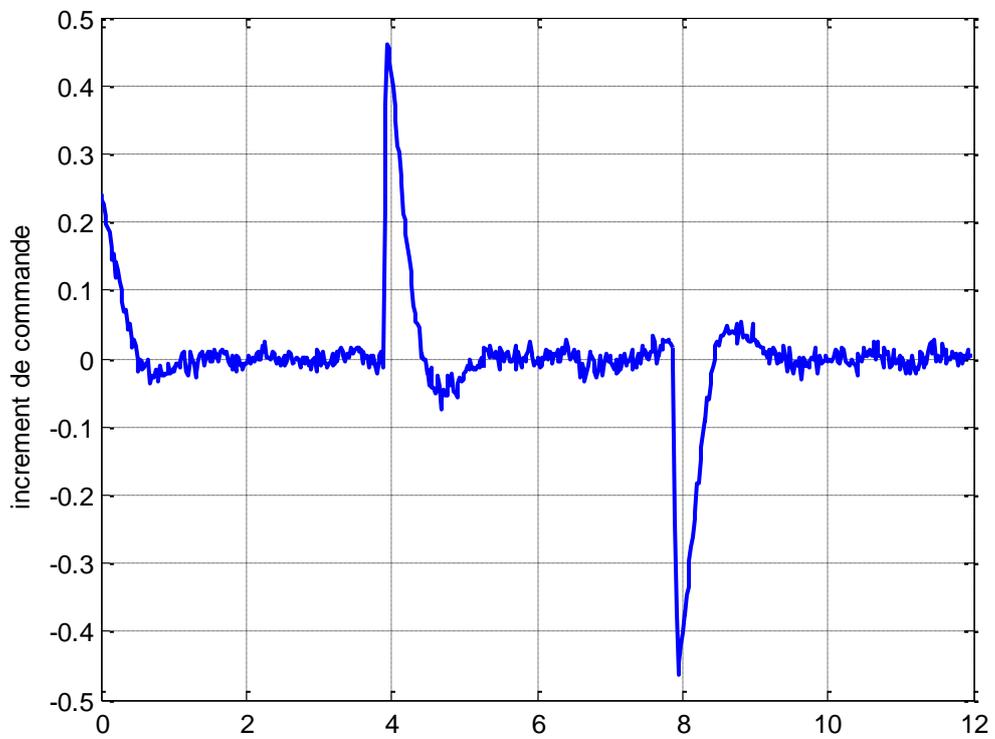


Figure 5.7 Evolution de l'incrément de commande du MCC en présence des perturbations

### 2.1.2 Résultat de simulation de la commande GPC adaptative, avec et sans perturbation

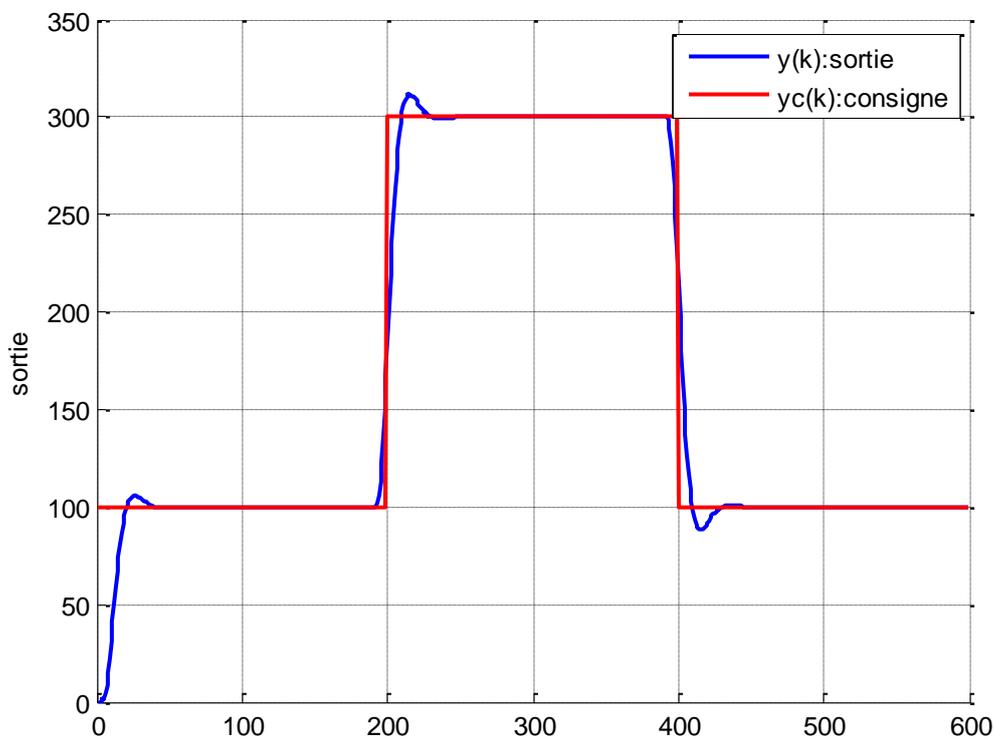


Figure 5.8 Evolution de la vitesse du MCC en absence des perturbations

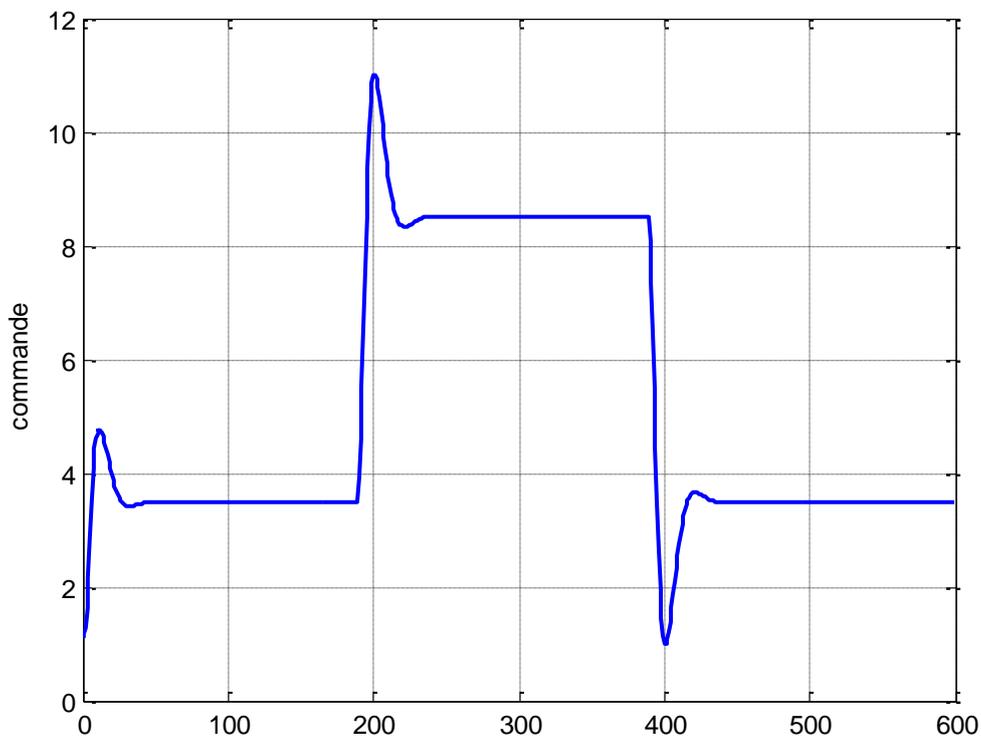


Figure 5.9 Evolution de la commande du MCC en absence des perturbations

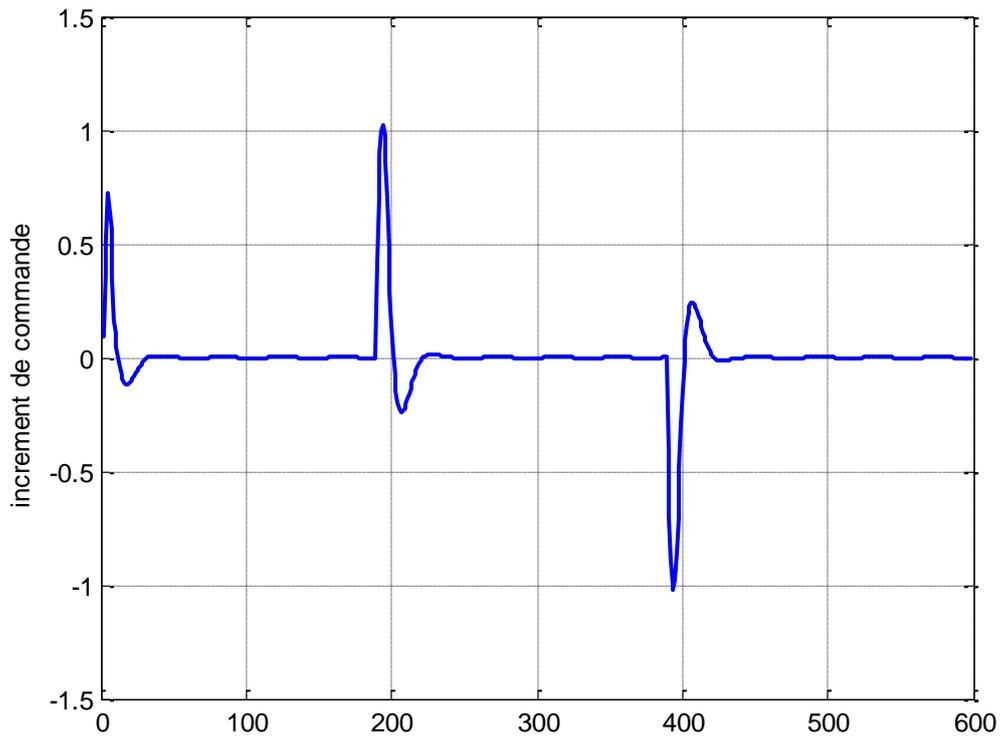


Figure 5.10 Evolution de l'incrément de commande du MCC en absence des perturbations

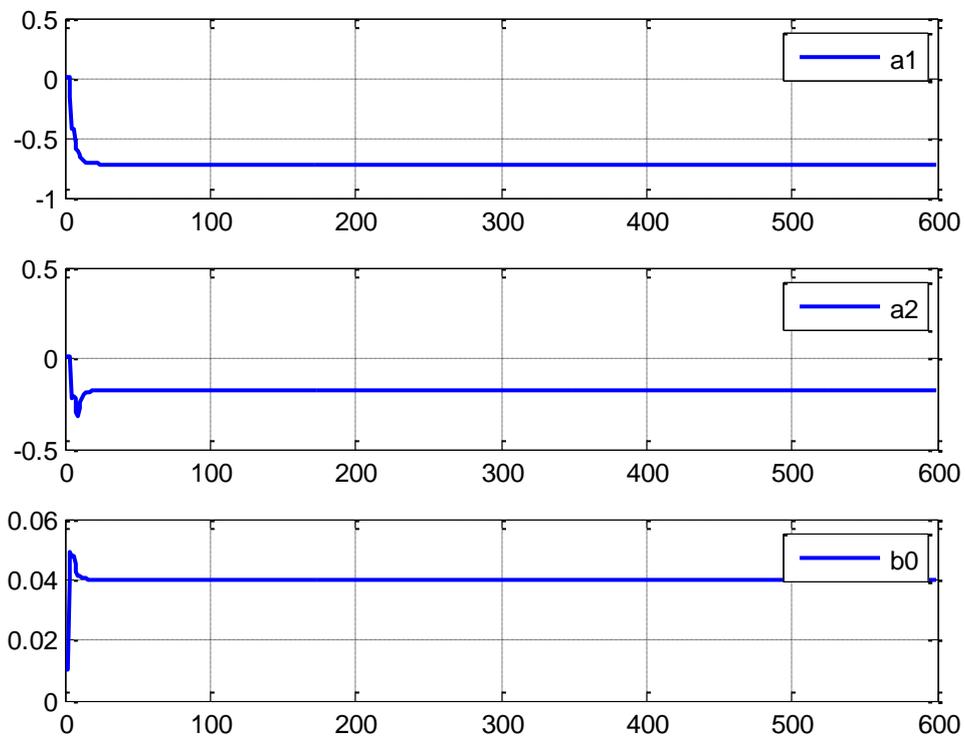


Figure 5.11 Les paramètres estimés en absence des perturbations

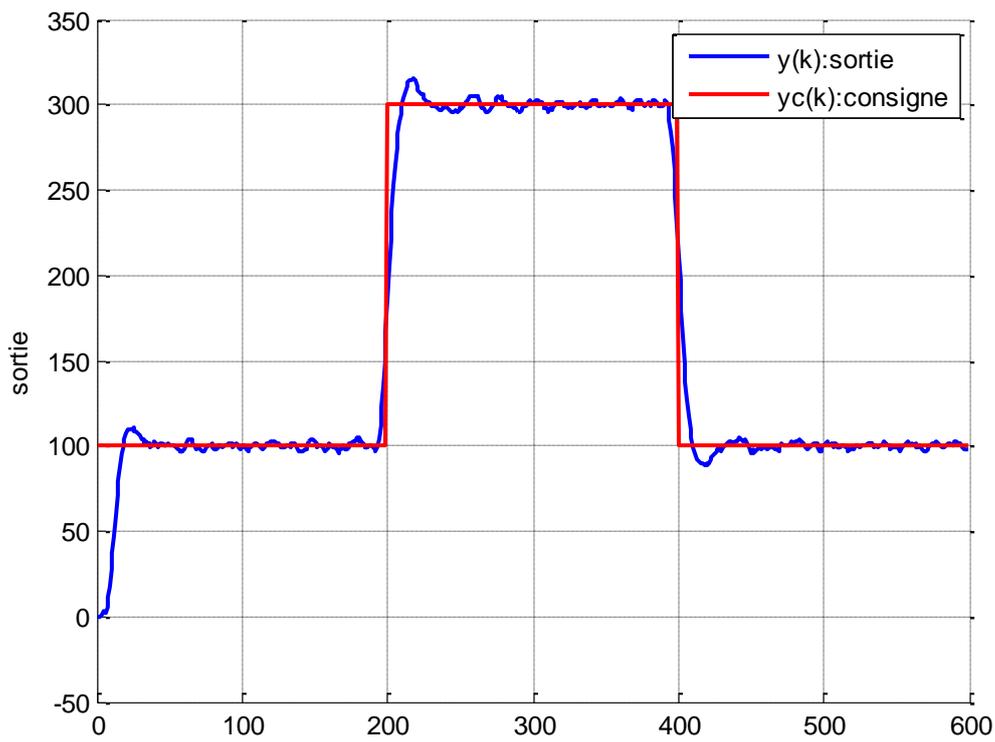


Figure 5.12 Evolution de la vitesse du MCC en présence des perturbations

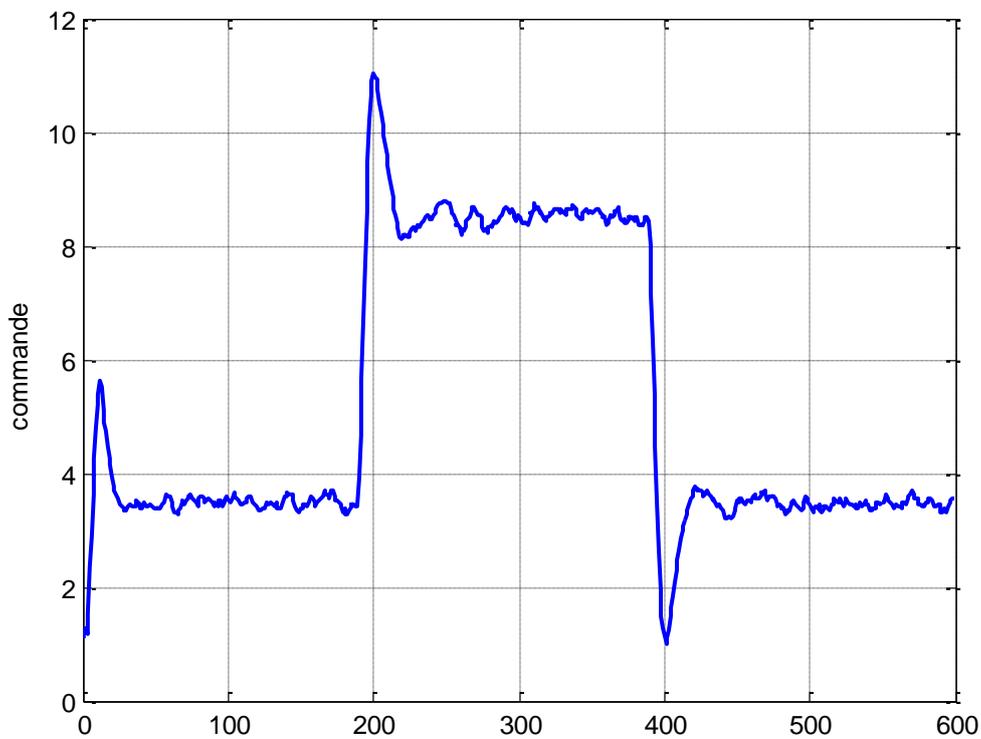


Figure 5.13 Evolution de la commande du MCC en présence des perturbations

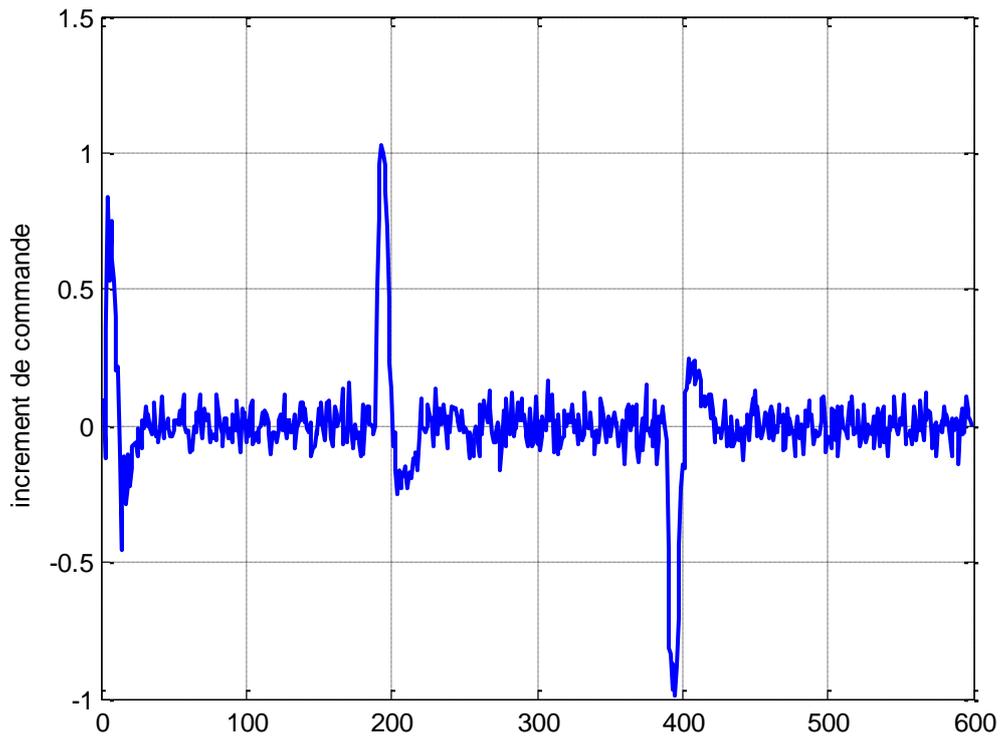


Figure 5.14 Evolution de l'incrément de commande du MCC en présence des perturbations

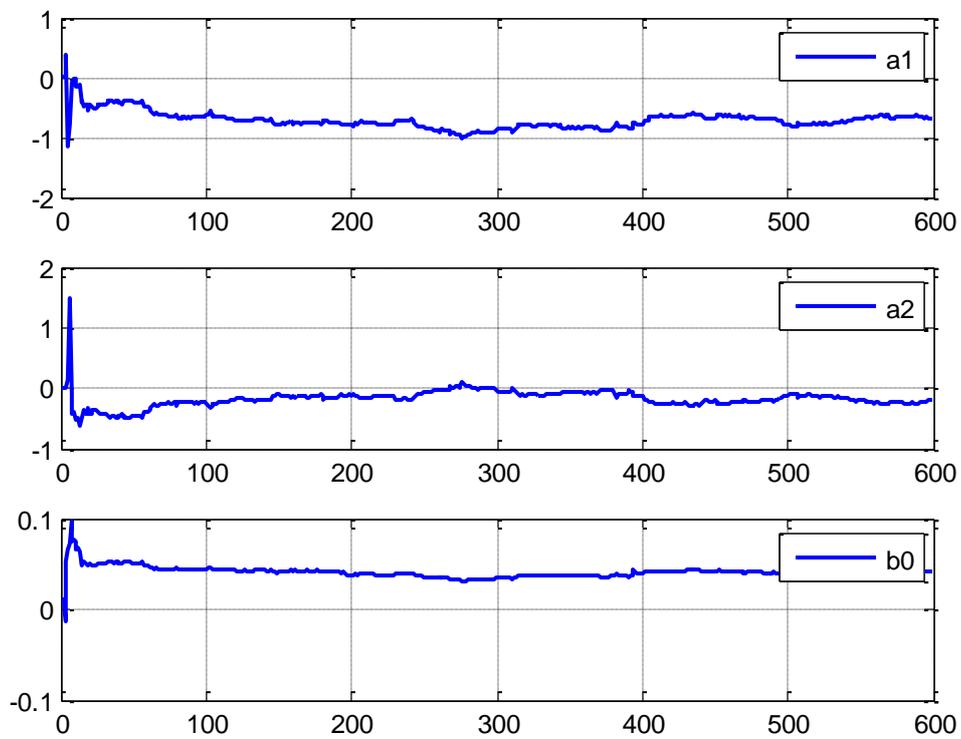


Figure 5.15 Les paramètres estimés en présence des perturbations

Les figures 5.2 ,5.3, 5.4, 5.5, 5.6 et 5.7 montrent le comportement entrée-sortie de la commande GPC, le signal de commande et l'incrément de commande, respectivement en absence et en présence des perturbations. L'allure de la commande est régulière, sans oscillation d'amplitudes importantes aux instants de changement de consigne. Le signal de sortie suit parfaitement la consigne imposée.

Les figures 5.8, 5.9, 5.11, 5.12, 5.13 et 5.14 montrent les performances d'une commande adaptative respectivement en absence et en présence des perturbations. Le signal de sortie assure une bonne poursuite de la consigne même durant la phase d'adaptation où les paramètres estimés ne convergent vers leurs vraies valeurs. L'écart sortie-consigne tend vers zéro.

Les figures 5.11 et 5.15 montrent l'évolution des paramètres estimés respectivement en absence et en présence des perturbations. Ces paramètres convergent rapidement vers leurs vraies valeurs.

## **2.2 Commande de la colonne de distillation**

La colonne de distillation d'huile lourde possède trois soutirages (supérieur, latéral et inférieur) et trois boucles de circulation cotée (boucle de reflux, boucle de reflux intermédiaire et boucle de reflux inférieur).

La boucle de reflux inférieur a un contrôleur d'enthalpie qui règle la variation de la chaleur dans cette boucle pour l'ajustement de la production de vapeur. Cette chaleur peut être utilisée comme variable d'action pour contrôler la colonne. Les deux soutirages supérieur et latéral servent à maintenir les compositions des produits à des valeurs spécifiques. Par contre, le débit de reflux en bas de colonne est utilisé pour maximiser la production de vapeur dans la boucle de reflux inférieur.

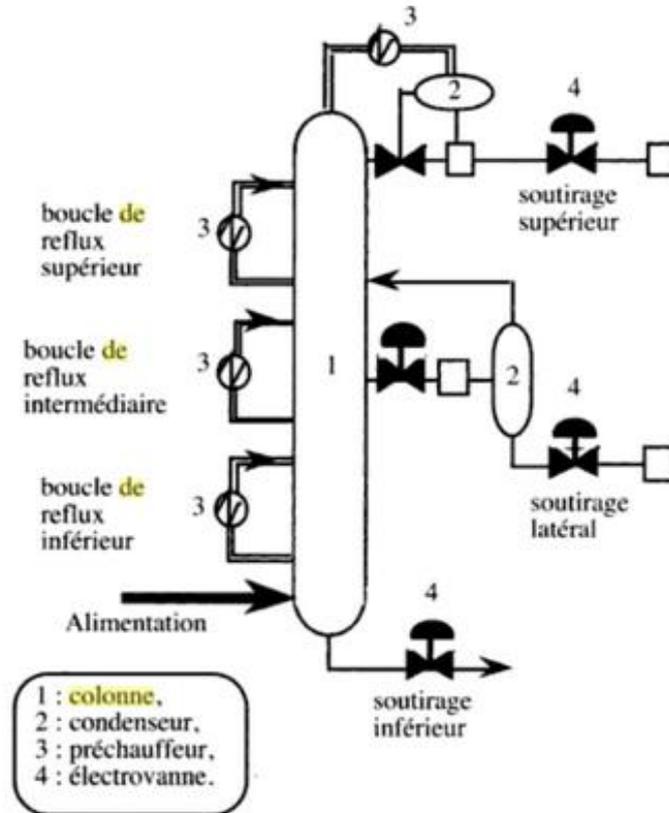


Figure 5.16 Colonne de distillation

La fonction de transfert liant le flux latéral du produit (commande) à la composition de celui-ci en haut de la colonne (sortie) est de la forme :

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = z^{-6} \frac{0.08 + 0.156z^{-1} - 0.216z^{-2}}{1 - 1.858z^{-1} - 0.864z^{-2}}$$

Dans ce cas :  $d = 5$ ,  $A(z^{-1}) = 1 - 1.858z^{-1} - 0.864z^{-2}$  et  $B(z^{-1}) = 0.08 + 0.156z^{-1} - 0.216z^{-2}$

Les paramètres de synthèse du schéma de commande sont les suivants :  $h_I=6$ ,  $h_p=10$ ,  $h_c=2$  et  $\lambda=0.8$ .

### 1.2.1 Résultats de simulation de la commande GPC à paramètre fixes, avec et sans perturbations

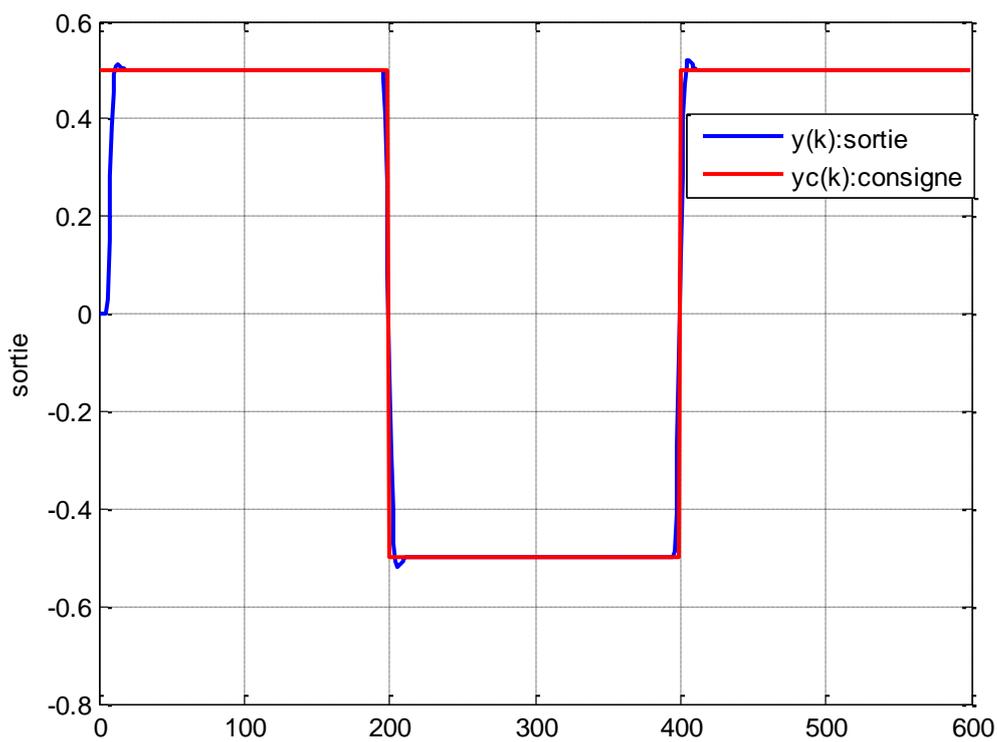


Figure 5.17 Evolution de sortie de la colonne de distillation en absence des perturbations

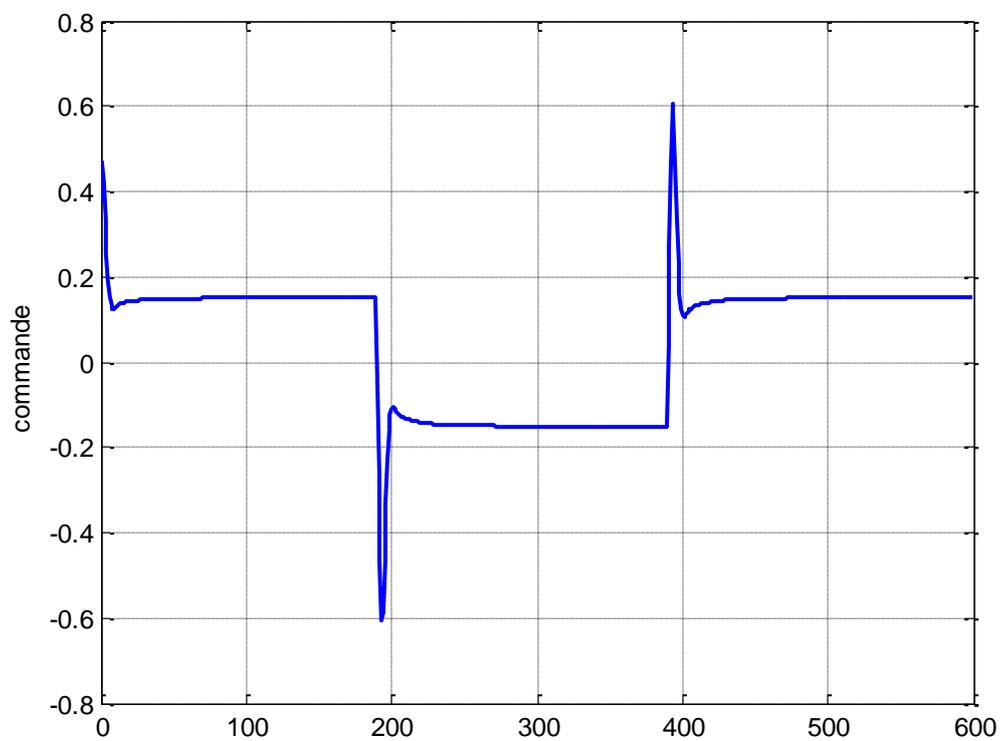


Figure 5.18 Evolution de la commande de la colonne de distillation en absence des perturbations

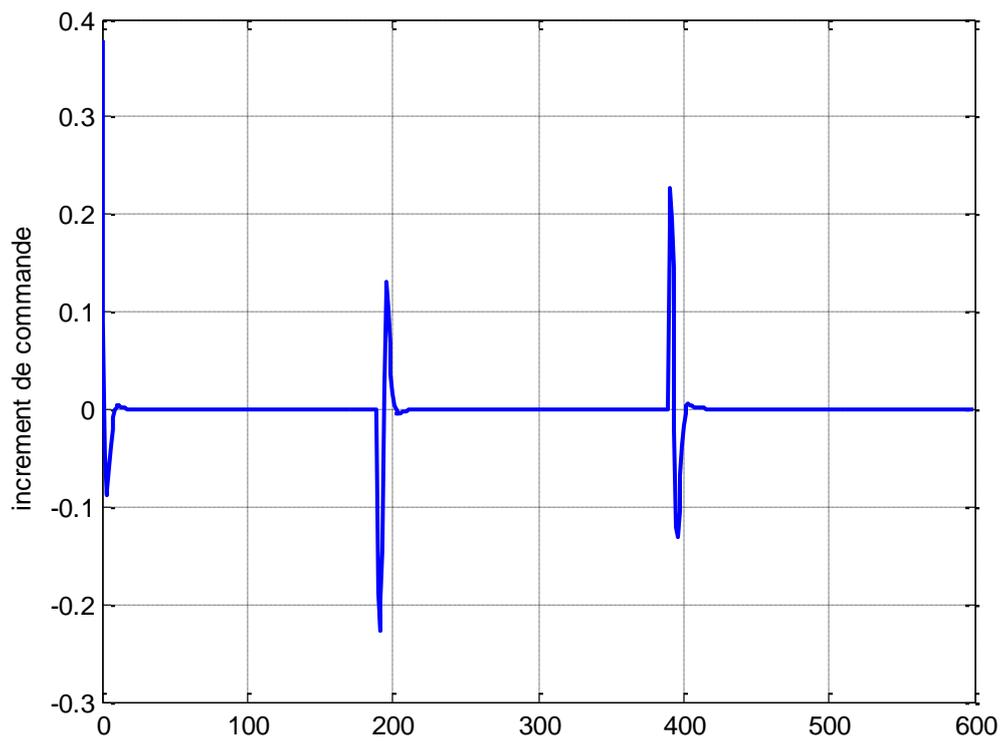


Figure 5.19 Evolution de l'incrément de commande de la colonne de distillation en absence des perturbations

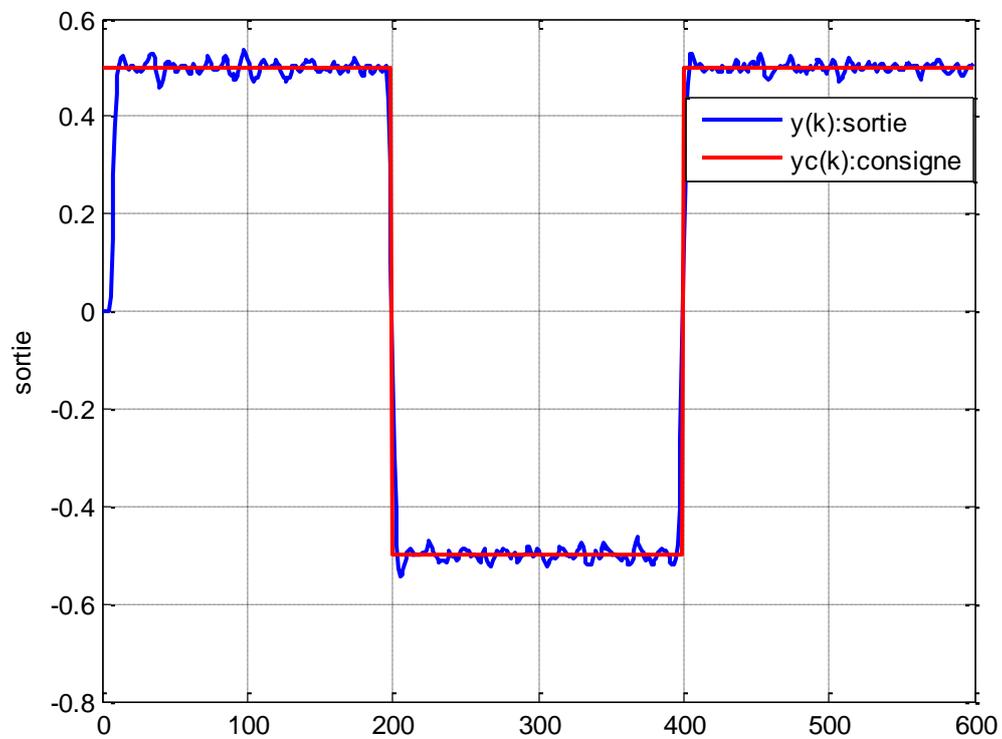


Figure 5.20 Evolution de sortie de commande de la colonne de distillation en présence des perturbations

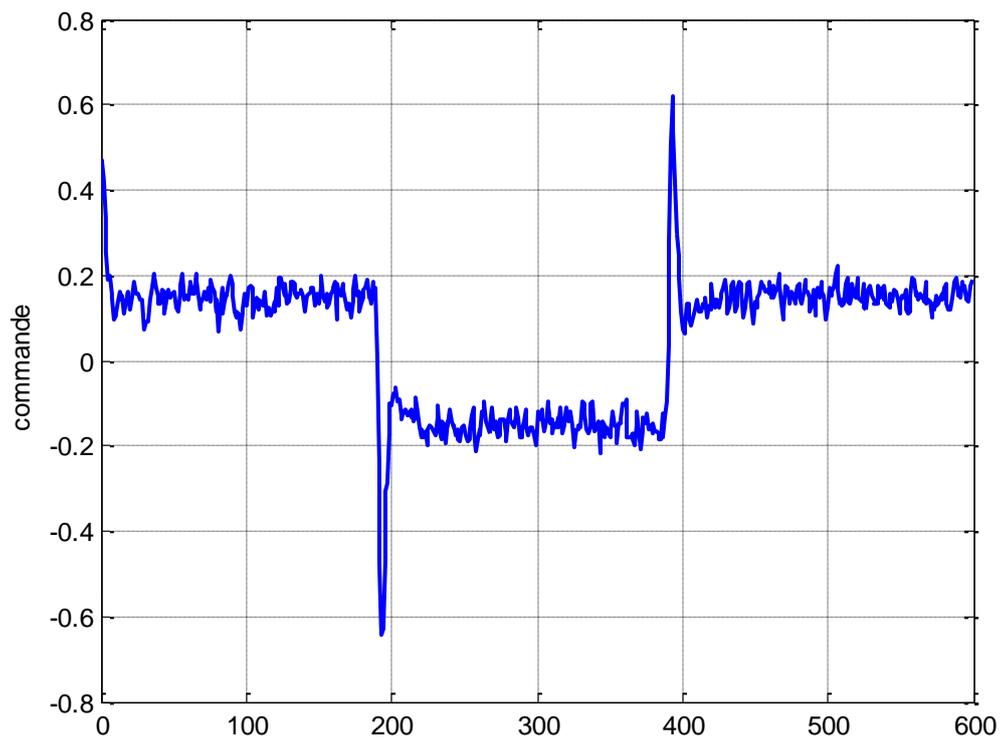


Figure 5.21 Evolution de la commande de la colonne de distillation en présence des perturbations

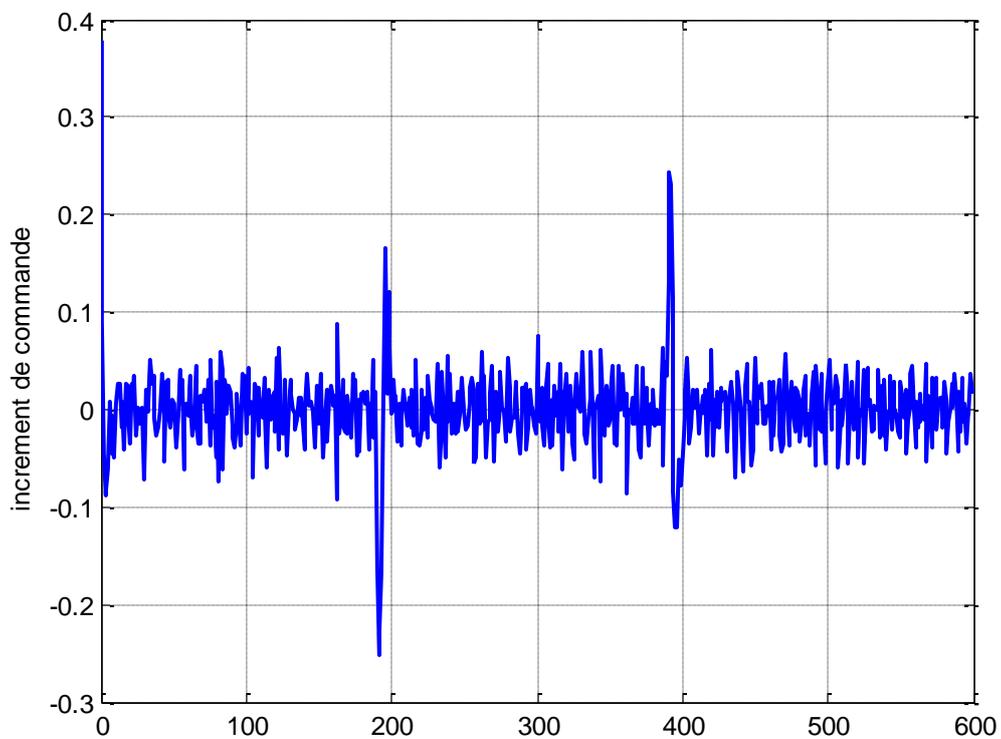


Figure 5.22 Evolution de l'incrément de commande de la colonne de distillation en présence des perturbations

### 1.2.2 Résultat de simulation de la commande GPC adaptative, avec et sans perturbation

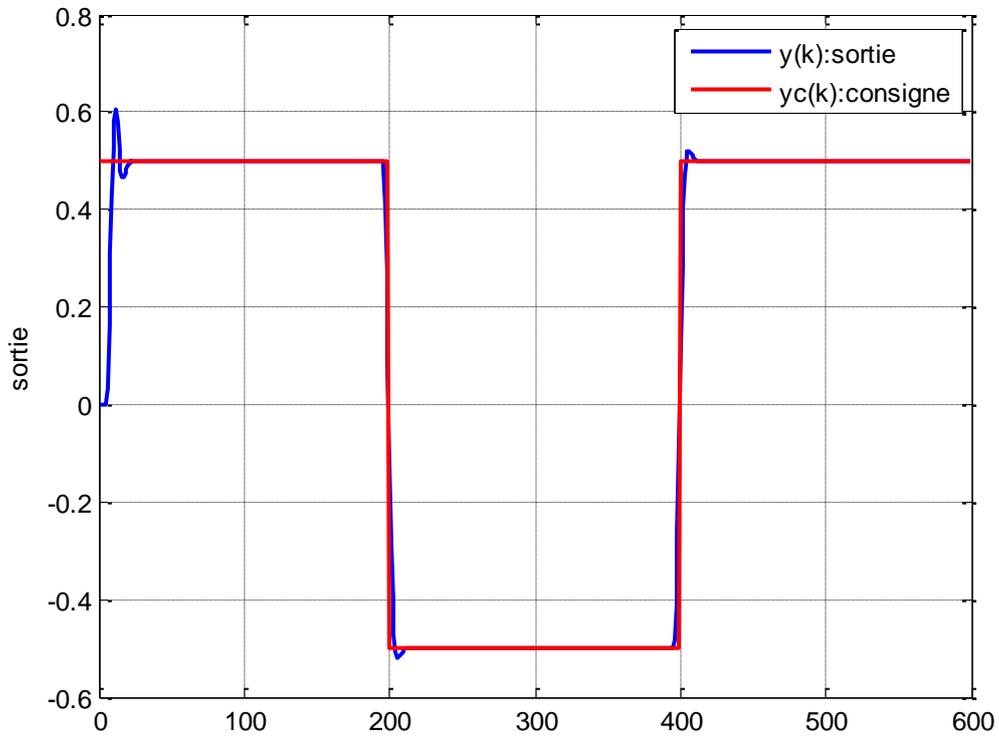


Figure 5.23 Evolution de sortie de la colonne de distillation en absence des perturbations

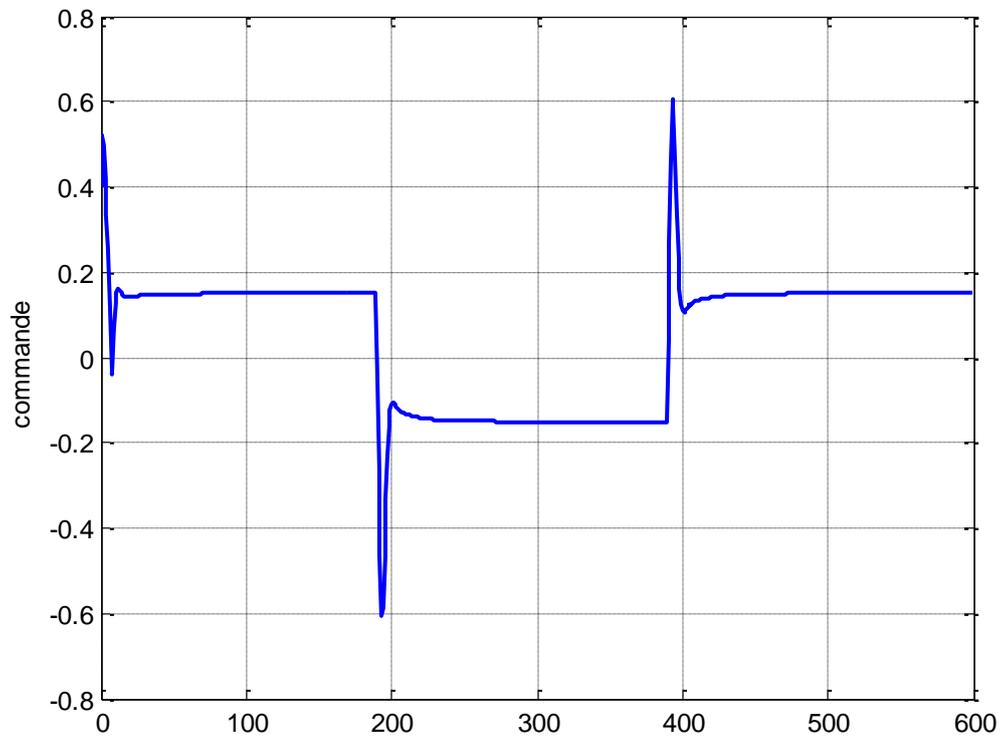


Figure 5.24 Evolution de commande colonne de distillation en absence des perturbations

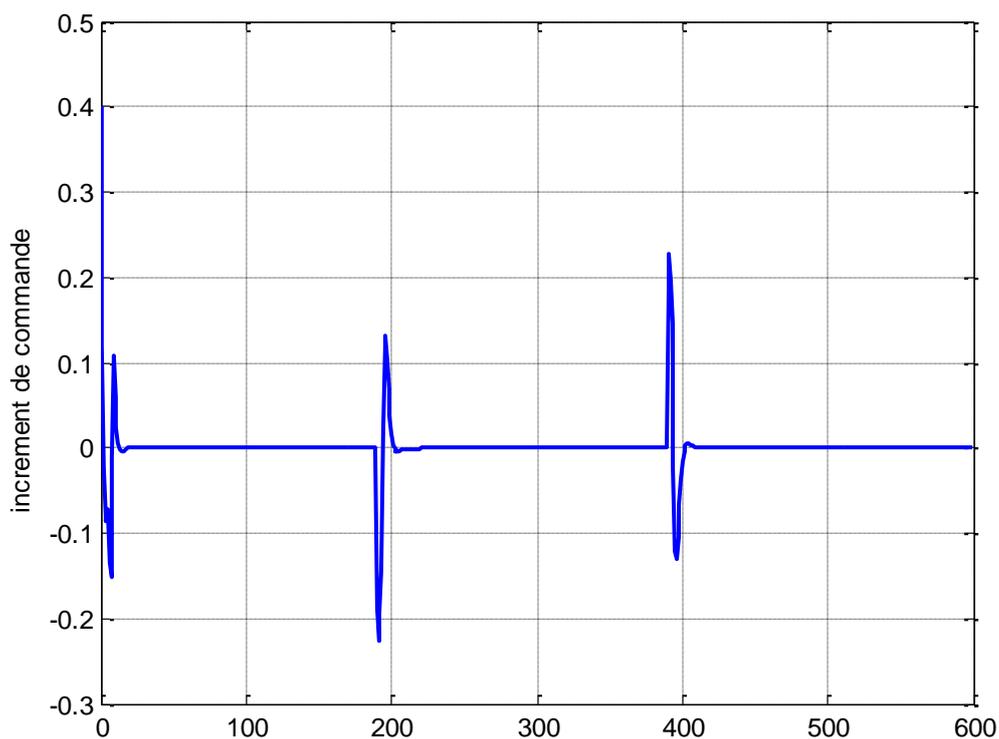


Figure 5.25 Evolution de l'incrément de commande de la colonne de distillation en absence des perturbations

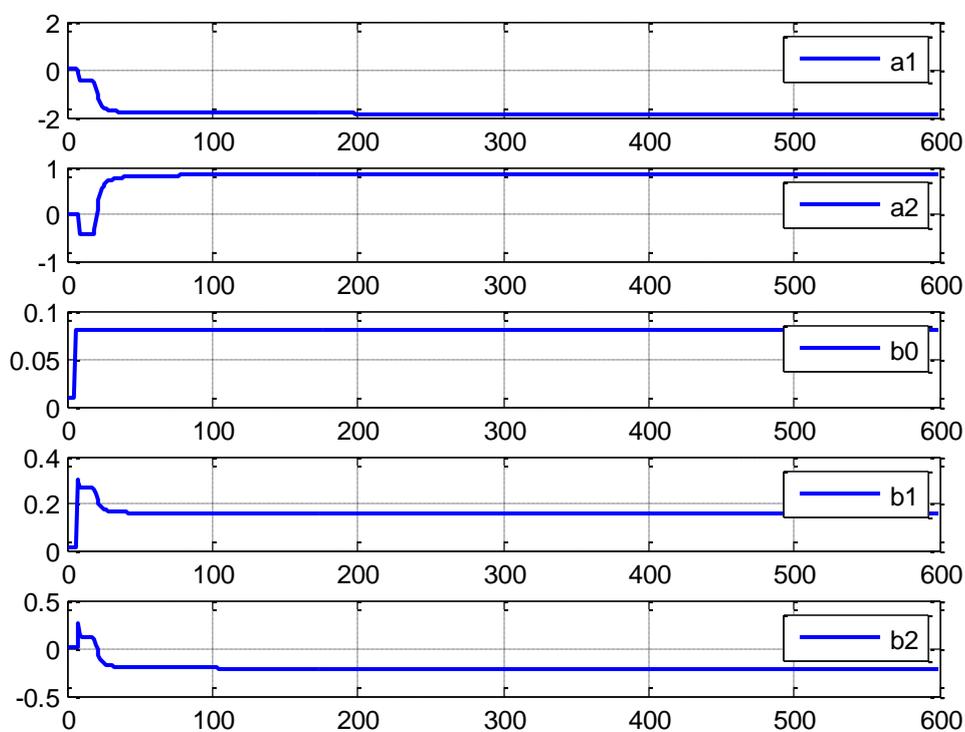


Figure 5.26 Les paramètres estimés en absence des perturbations

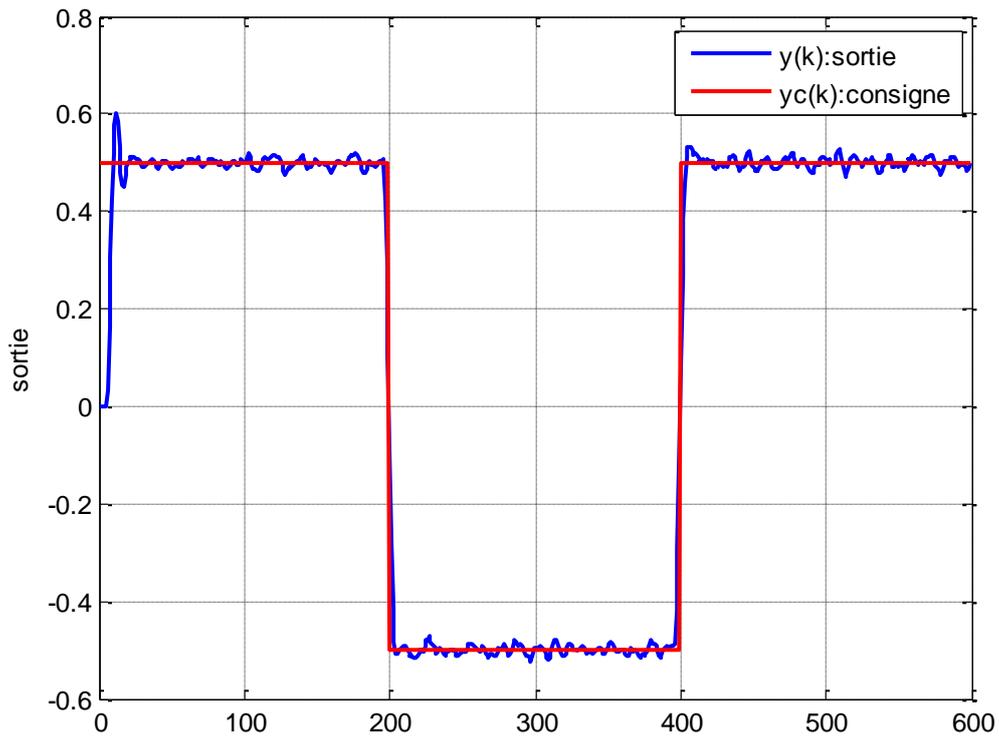


Figure 5.27 Evolution de sortie de la colonne de distillation en présence des perturbations

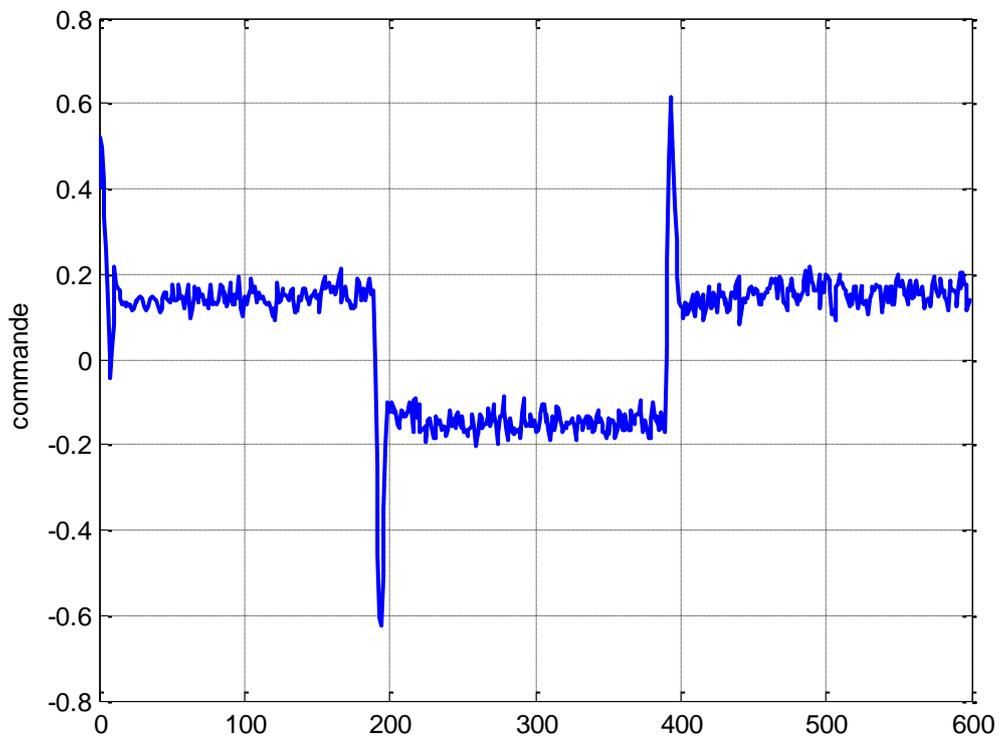


Figure 5.28 Evolution de commande de la colonne de distillation en présence des perturbations

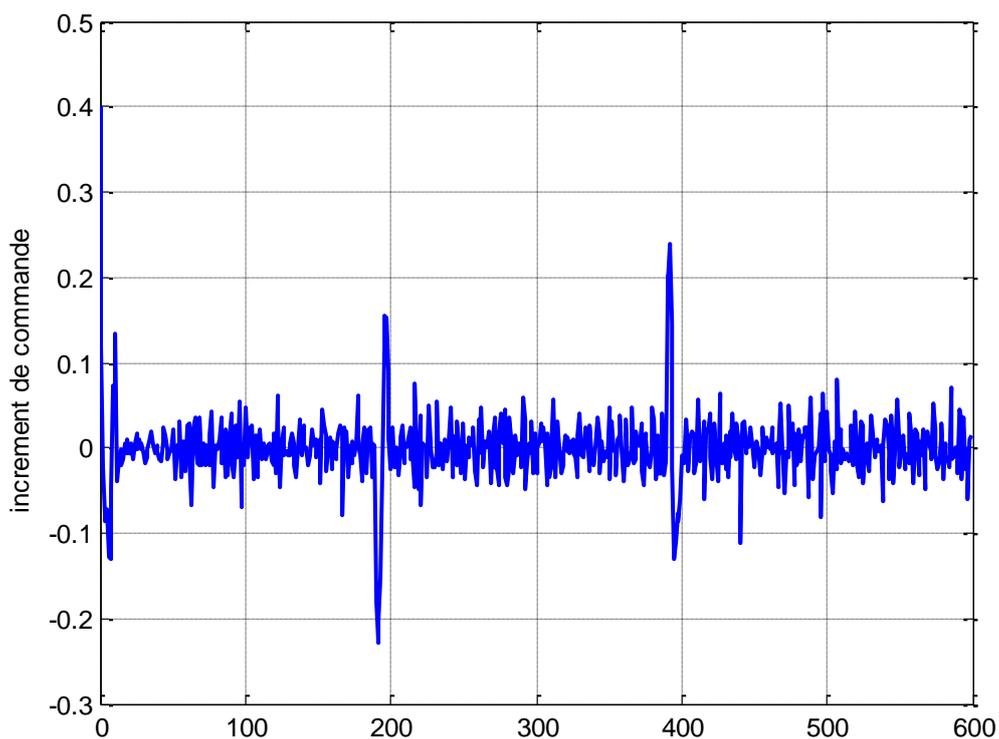


Figure 5.29 Evolution de l'incrément de commande de la colonne de distillation en présence des perturbations

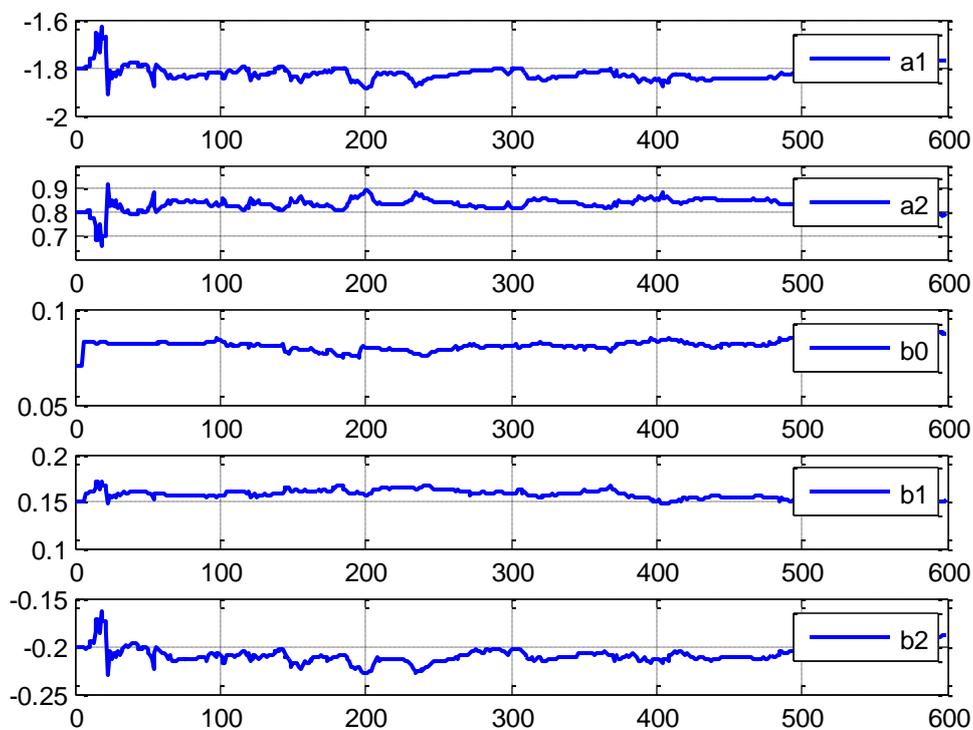


Figure 5.30 Les paramètres estimés en présence des perturbations

Comme montrent Les figures 5.17, 5.18, 5.19, 5.2, 5.21 et 5.22 la loi de commande GPC, assure une bonne poursuite de la consigne. Les résultats sont satisfaisants. Le temps de réponse est assez petit et l'erreur statique est nulle en régime permanent.

Les figures 5.23, 5.24, 5.26, 5.27, 5.28 et 5.29 montrent les performances d'une commande adaptative respectivement en absence et en présence de perturbation. Le signal de sortie assure une bonne poursuite de la consigne après la phase d'adaptation. Notez que l'écart consigne-sortie tend vers zéro sous l'effet d'un signal de commande qui ne prend pas des valeurs trop importantes,

Les figures 5.26 et 5.30 montrent l'évolution des paramètres estimés respectivement en absence et en présence des perturbations. Ces paramètres convergent rapidement vers leurs vraies valeurs.

### 3. Commande Prédictive Généralisée adaptative : cas multivariable

Cette partie propose l'application de la commande prédictive à des systèmes multivariables. Il s'agit d'un exemple académique d'un réacteur chimique et une colonne à distiller que l'on retrouvera par ailleurs tout au long de ce mémoire pour illustrer les résultats théoriques présentés.

#### 3.1 Commande d'une colonne à distiller

La colonne de distillation est le processus le plus populaire et le plus important qui a été étudié dans la littérature de l'ingénierie chimique. Elle est utilisée pour la séparation des constituants d'un mélange en fonction des températures de vaporisation.

La colonne de distillation est un procédé industriel complexe, multivariable et fortement non linéaire dû principalement à l'interaction mutuelle de plusieurs phénomènes de natures diverses et l'association de composants technologiques qui mettent en œuvre des lois issues de disciplines différentes (thermique, chimique...). On veut réguler le débit de produit en tête et sa concentration par action sur la puissance de chauffage et le taux de reflux.

Le modèle de la colonne à distiller a été identifié pour une période d'échantillonnage de 10s. Il s'écrit :

$$A(q^{-1})y(k) = B(q^{-1})u(k-1)$$

Avec,

$$A(q^{-1}) = 1_m + A_1q^{-1} + A_2q^{-2} + \dots + A_{n_a}q^{-n_a}$$

$$B(q^{-1}) = B_0 + B_1q^{-1} + B_2q^{-2} + \dots + B_{n_b}q^{-n_b}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1,0908 & -0,1882 \\ -0,1549 & -1,1585 \end{bmatrix}; \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0,2504 & 0,2898 \\ 0,2119 & 0,1661 \end{bmatrix}; \quad A_3 = \begin{bmatrix} -0,0052 & -0,0705 \\ -0,0621 & 0,1356 \end{bmatrix}$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} 0,0119 & -0,0061 \\ -0,0007 & -0,0369 \end{bmatrix}; \quad B_1 = \begin{bmatrix} -0,0521 & 0,0325 \\ 0,0625 & -0,1091 \end{bmatrix}; \quad B_2 = \begin{bmatrix} -0,0358 & 0,1018 \\ 0,2451 & 0,0517 \end{bmatrix}$$

Les résultats de simulation sont obtenus avec les paramètres de réglages suivant :  $h_I=1$ ,  $h_p=6$ ,  $h_c=1$ ,  $R = I_{2 \times 2}$  et  $Q = 0.8I_{2 \times 2}$

### 3.1.1 Résultats de simulation de la commande GPC à paramètre fixes, avec et sans perturbations

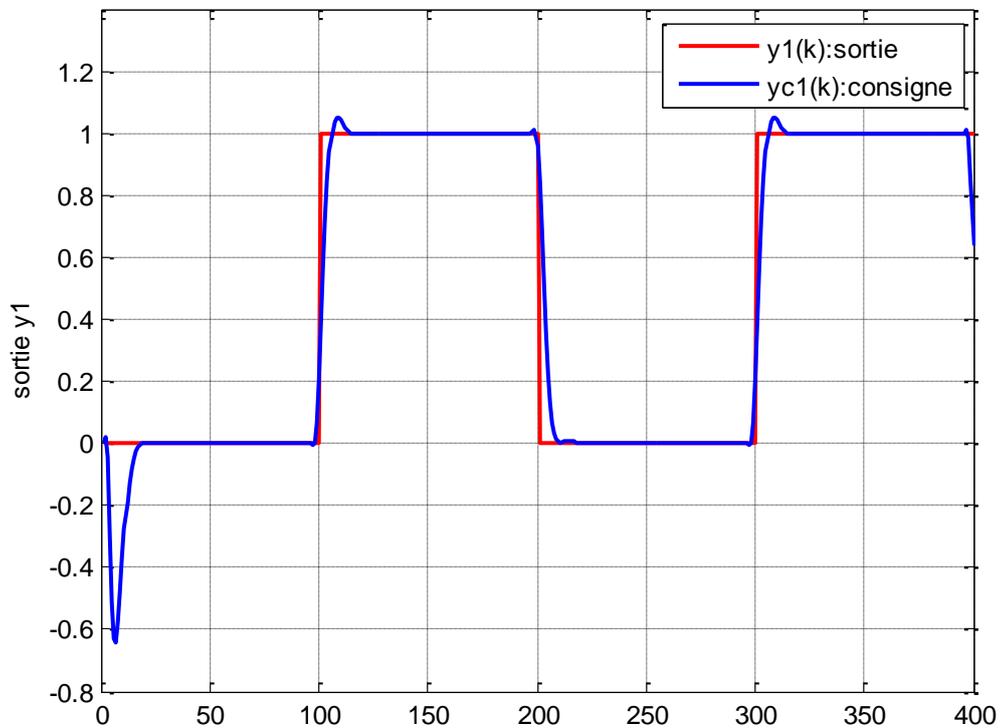


Figure 5.31 Evolution de sortie  $y_1(k)$  de la colonne de distillation en absence des perturbations



Figure 5.32 Evolution de commande  $u_1(k)$  colonne de distillation en absence des perturbations

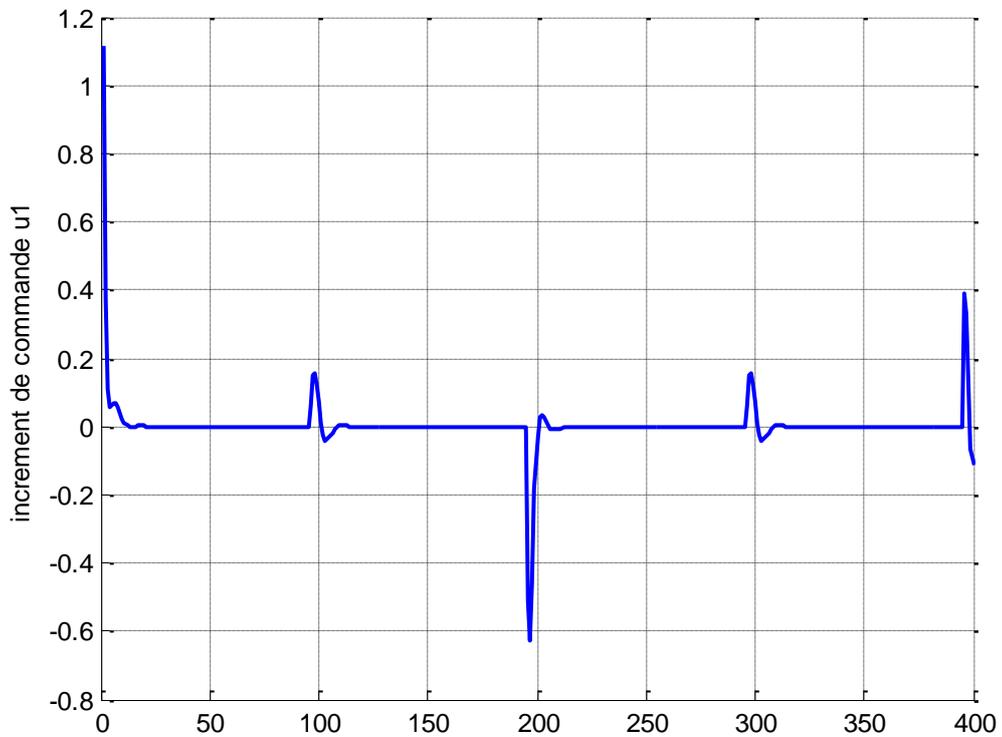


Figure 5.33 Evolution de l'incrément de commande  $\Delta u_1(k)$  en absence des perturbations

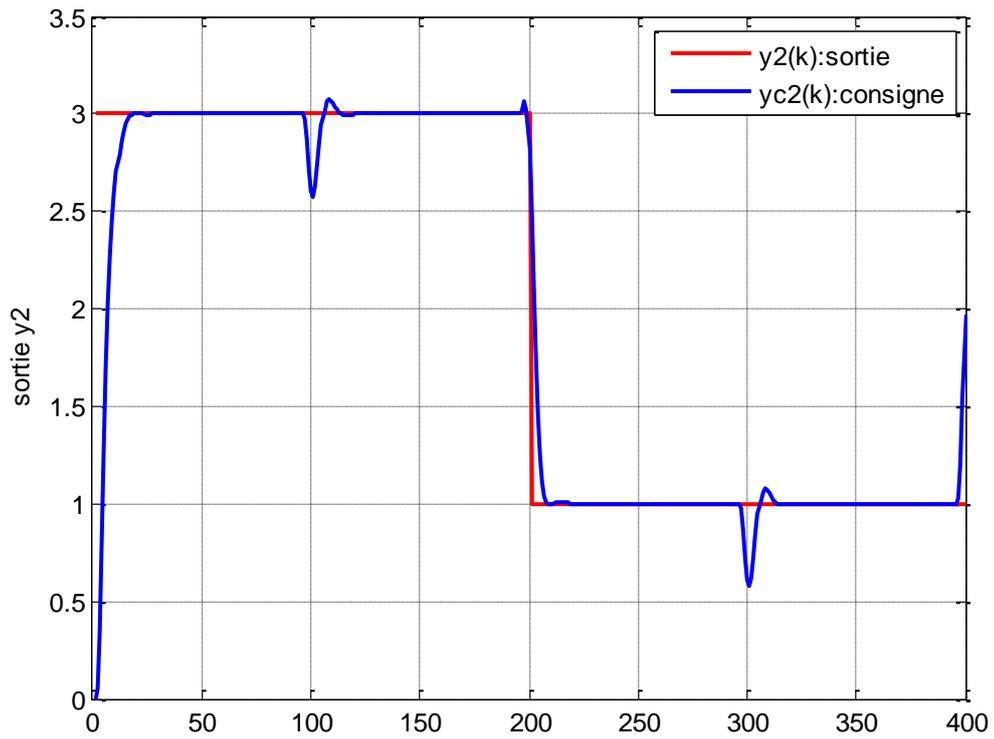


Figure 5.34 Evolution de sortie  $y_2(k)$  de la colonne de distillation en absence des perturbations

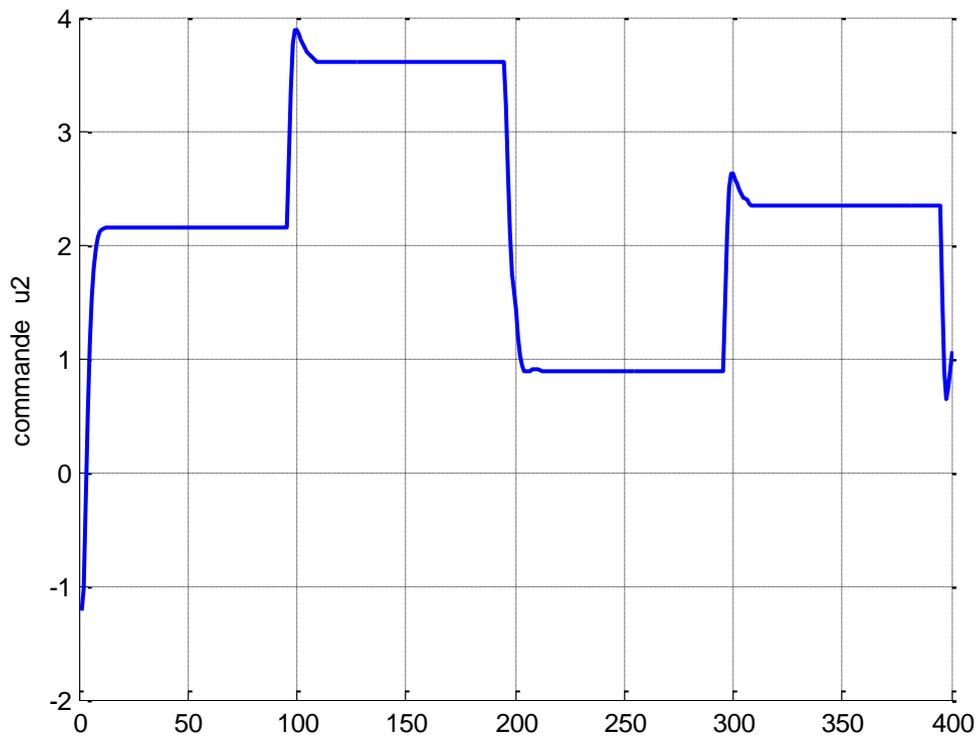


Figure 5.35 Evolution de commande  $u_2(k)$  colonne de distillation en absence des perturbations

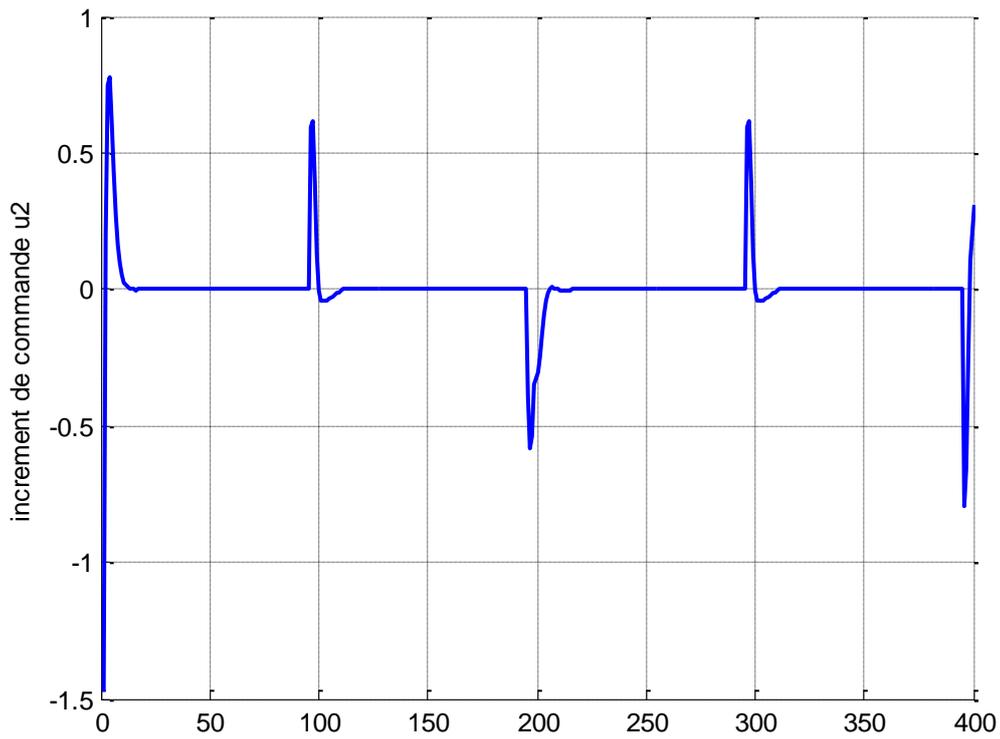


Figure 5.36 Evolution de l'incrément de commande  $\Delta u_2(k)$  en absence des perturbations

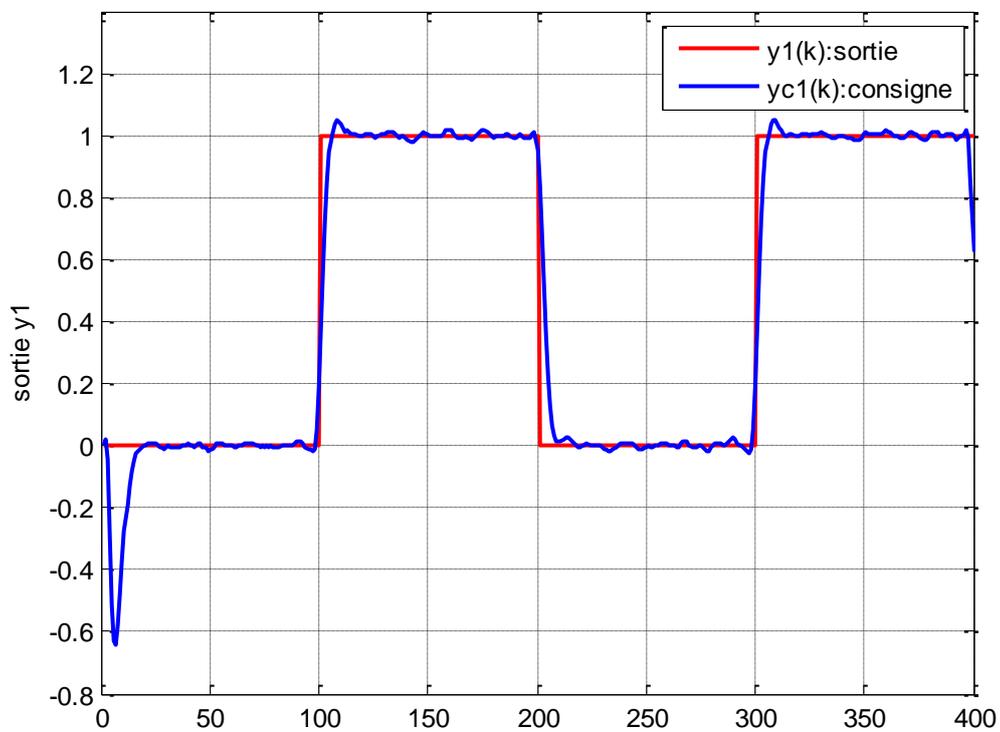


Figure 5.37 Evolution de sortie  $y_1(k)$  de la colonne de distillation en présence des perturbations

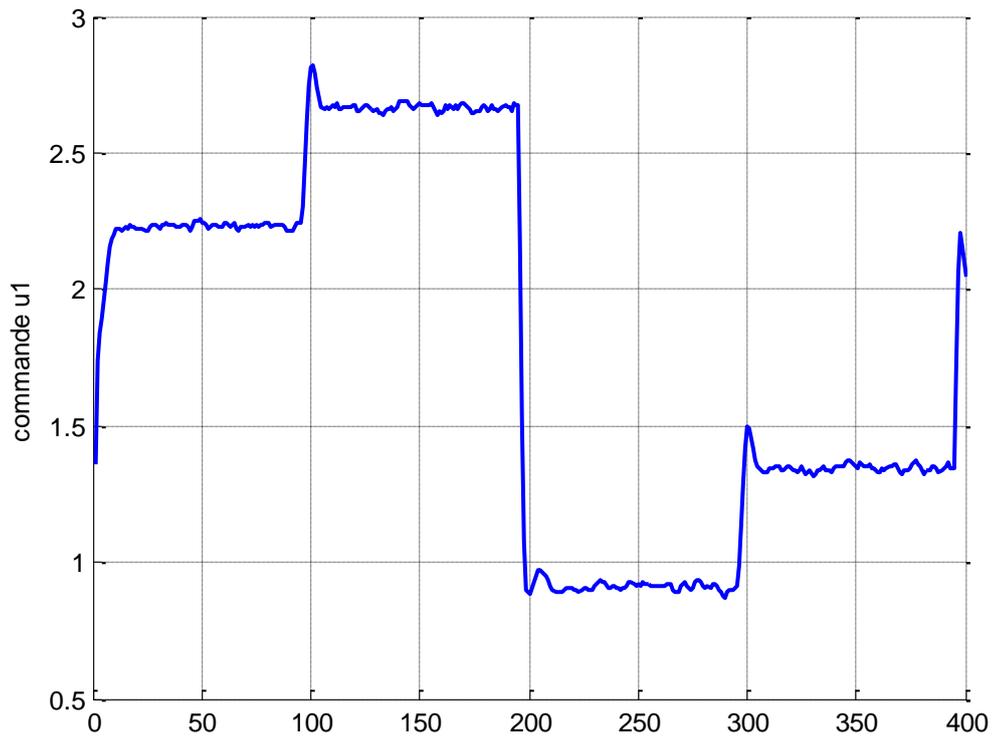


Figure 5.38 Evolution de commande  $u_1(k)$  colonne de distillation en présence des perturbations

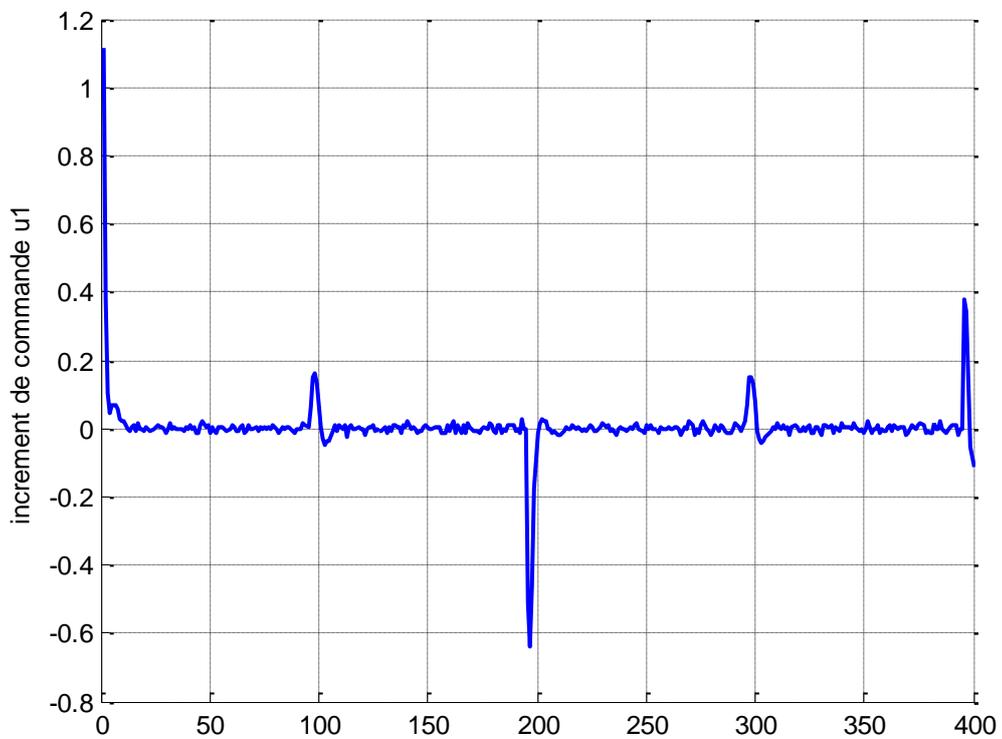


Figure 5.39 Evolution de l'incrément de commande  $\Delta u_1(k)$  en présence des perturbations

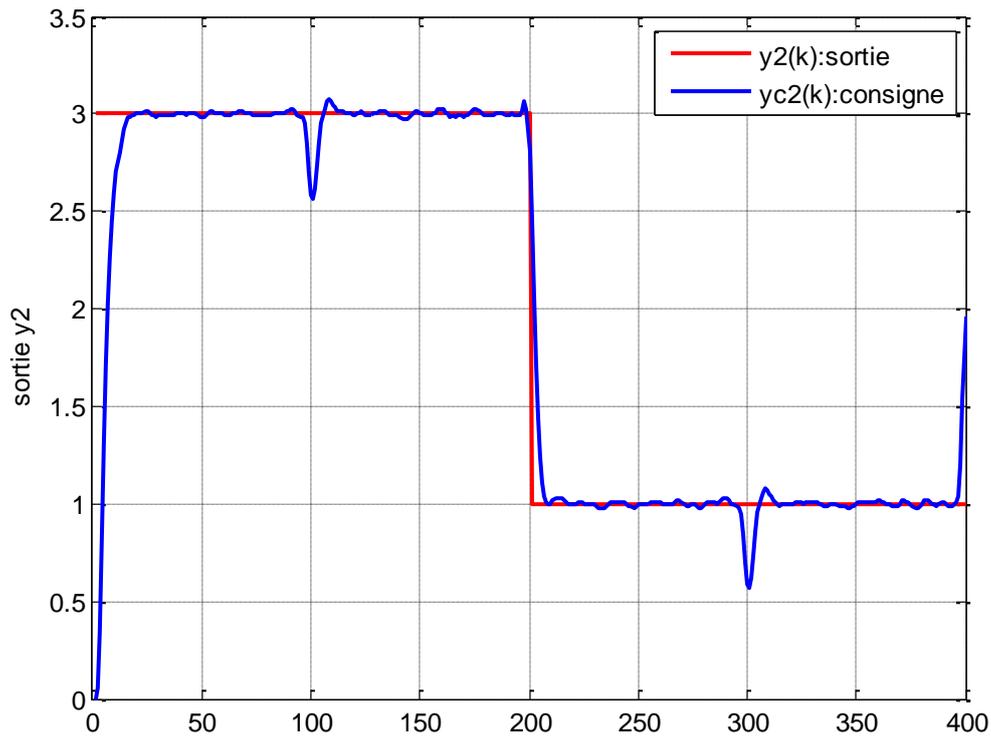


Figure 5.40 Evolution de sortie  $y_2(k)$  de la colonne de distillation en présence des perturbations

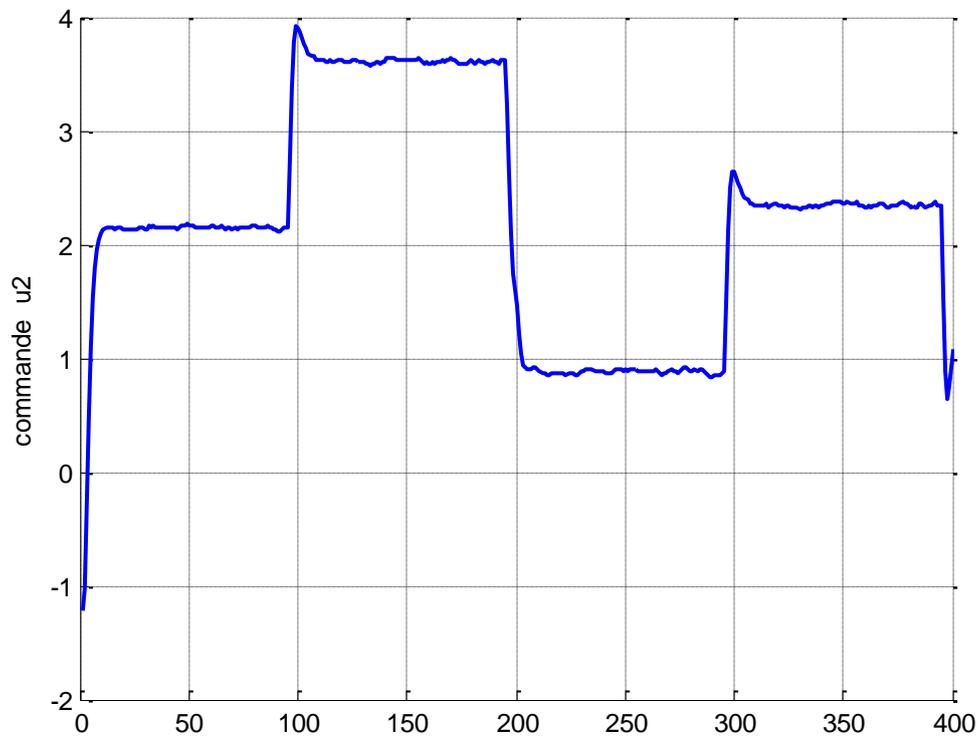


Figure 5.41 Evolution de commande  $u_2(k)$  colonne de distillation en présence des perturbations

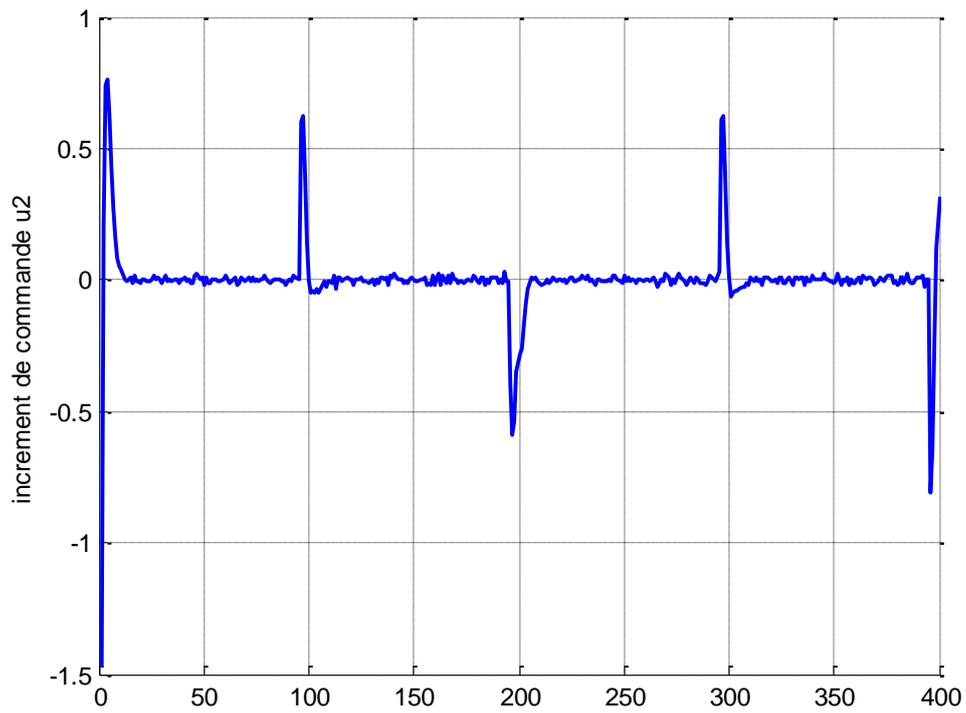


Figure 5.42 Evolution de l'incrément de commande  $\Delta u_2(k)$  en présence des perturbations

### 3.1.2 Résultat de simulation de la commande GPC adaptative, avec et sans perturbations

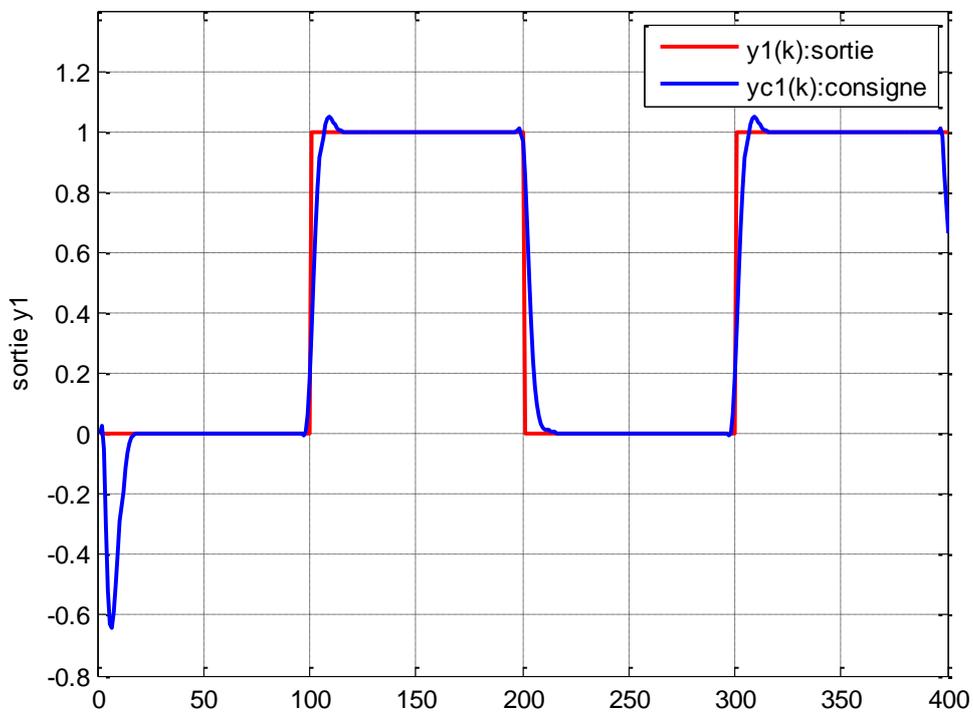


Figure 5.43 Evolution de sortie  $y_1(k)$  de la colonne de distillation en absence des perturbations

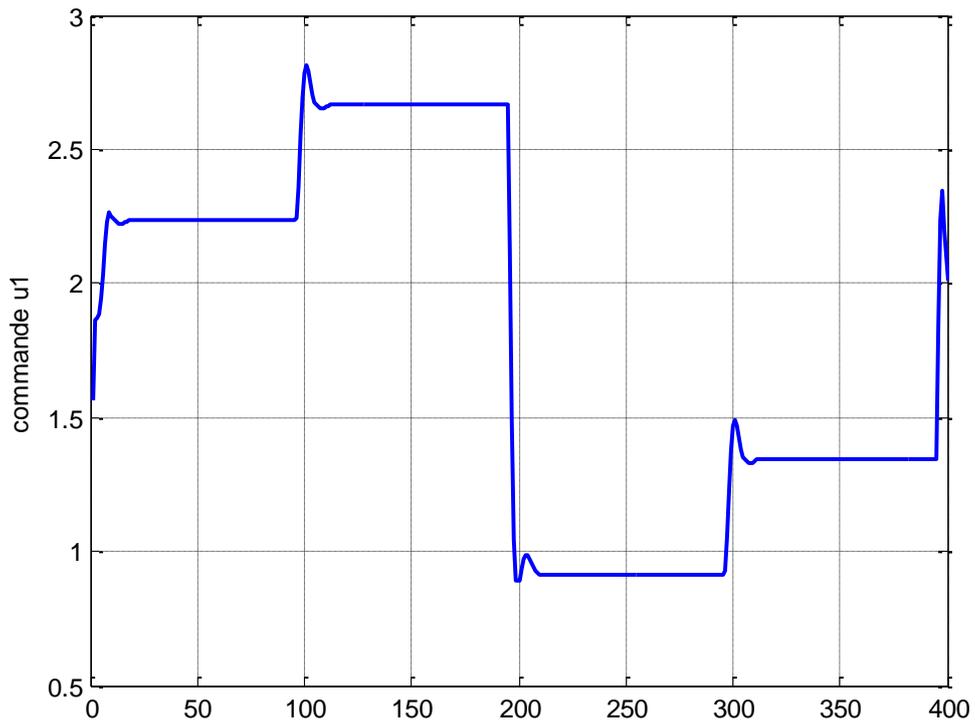


Figure 5.44 Evolution de commande  $u_1(k)$  colonne de distillation en absence des perturbations

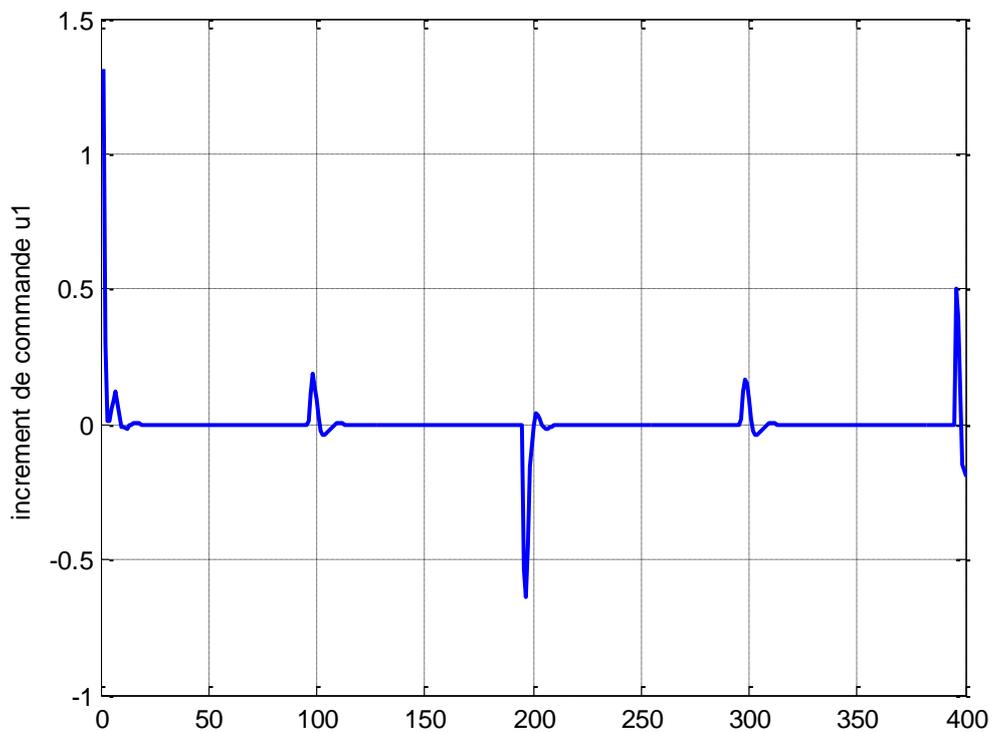


Figure 5.45 Evolution de l'incrément de commande  $\Delta u_1(k)$  en présence des perturbations

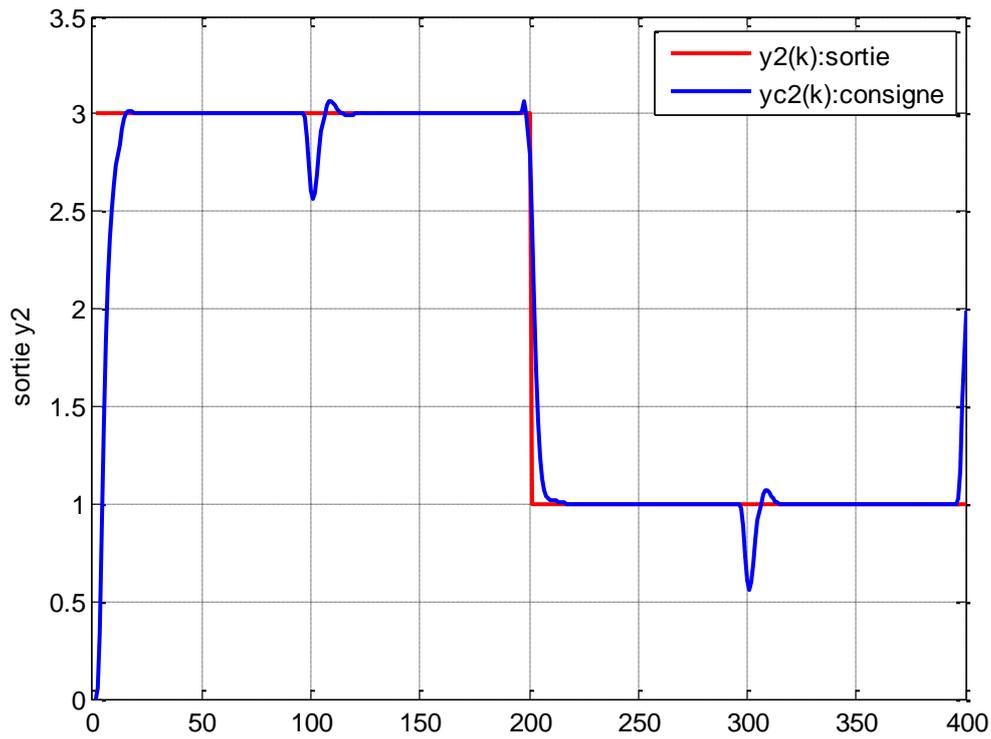


Figure 5.46 Evolution de sortie  $y_2(k)$  de la colonne de distillation en absence des perturbations

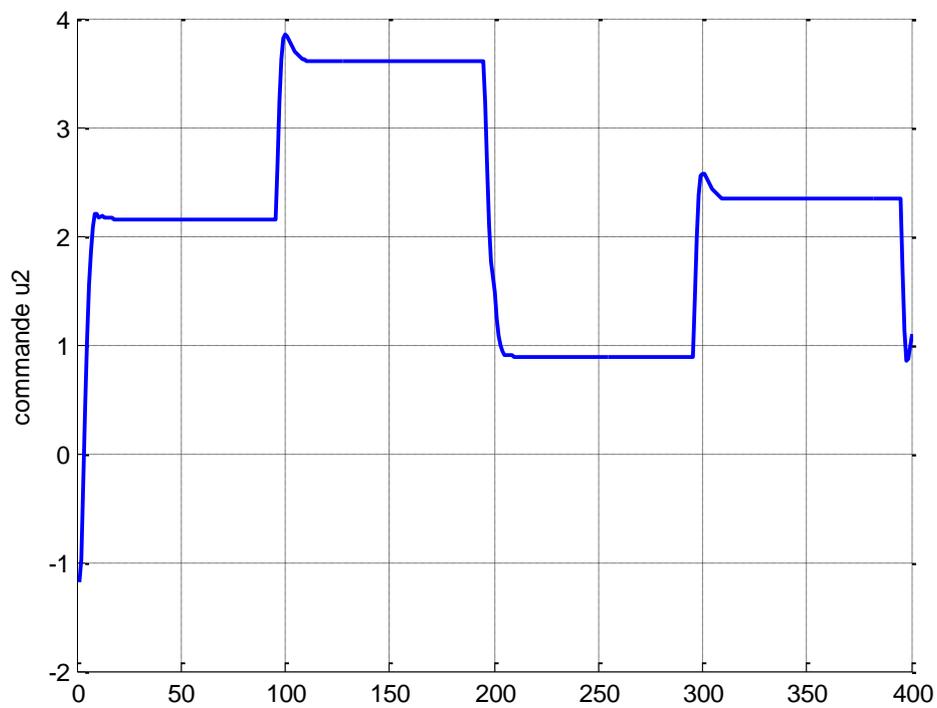


Figure 5.47 Evolution de commande  $u_2(k)$  colonne de distillation en absence des perturbations

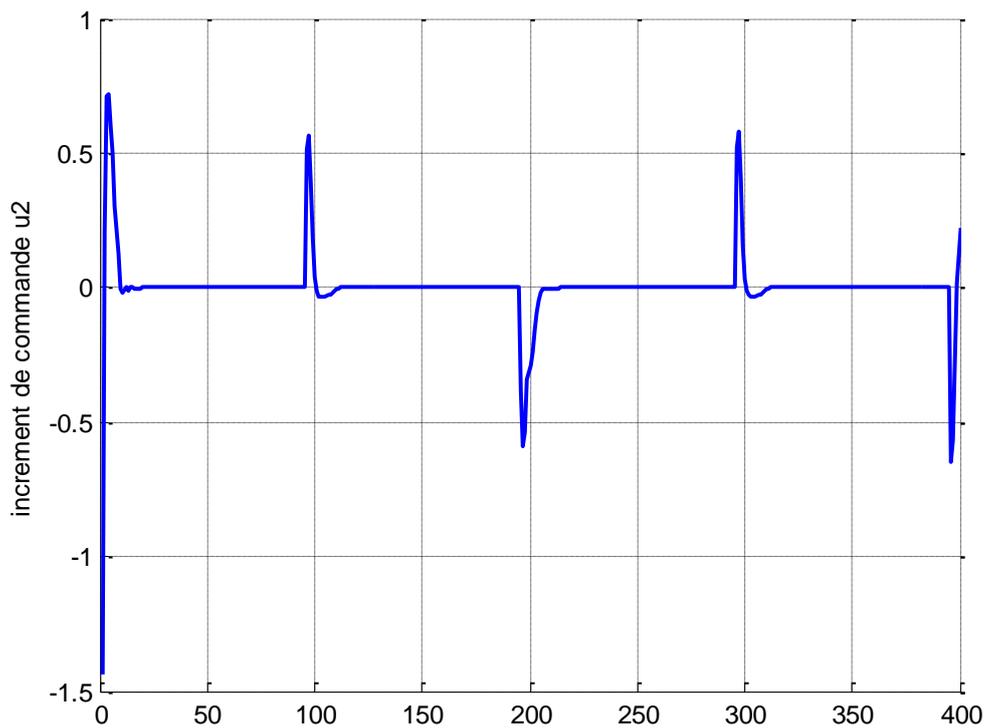


Figure 5.48 Evolution de l'incrément de commande  $\Delta u_2(k)$  en absence des perturbations

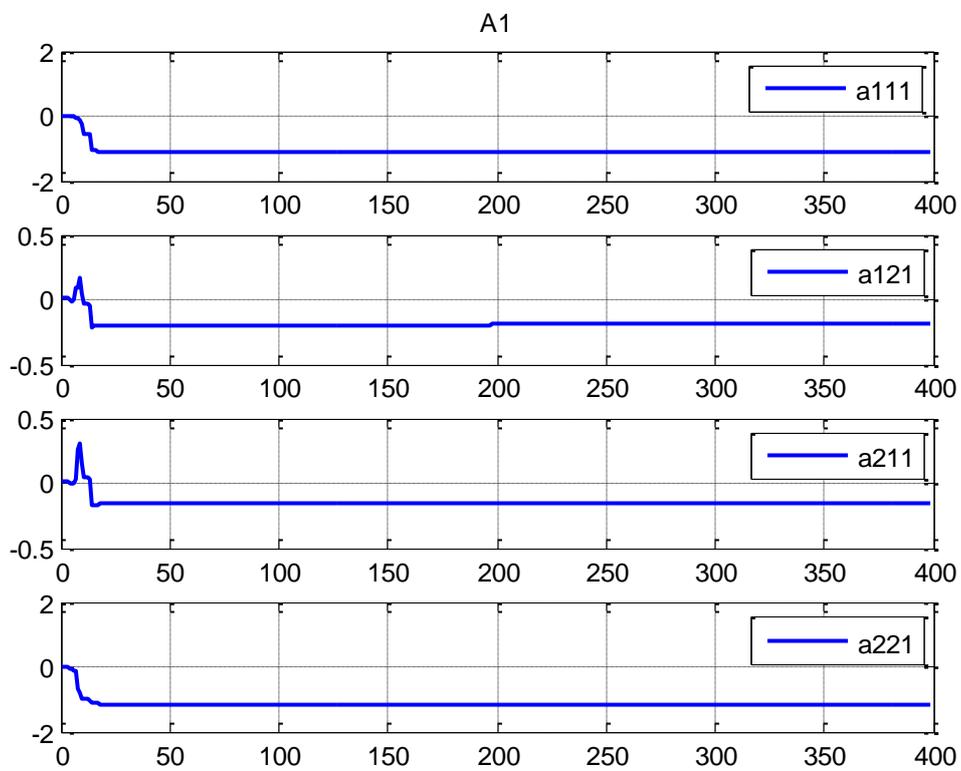


Figure 5.49 la matrice estimée  $A_1$  en absence de perturbations

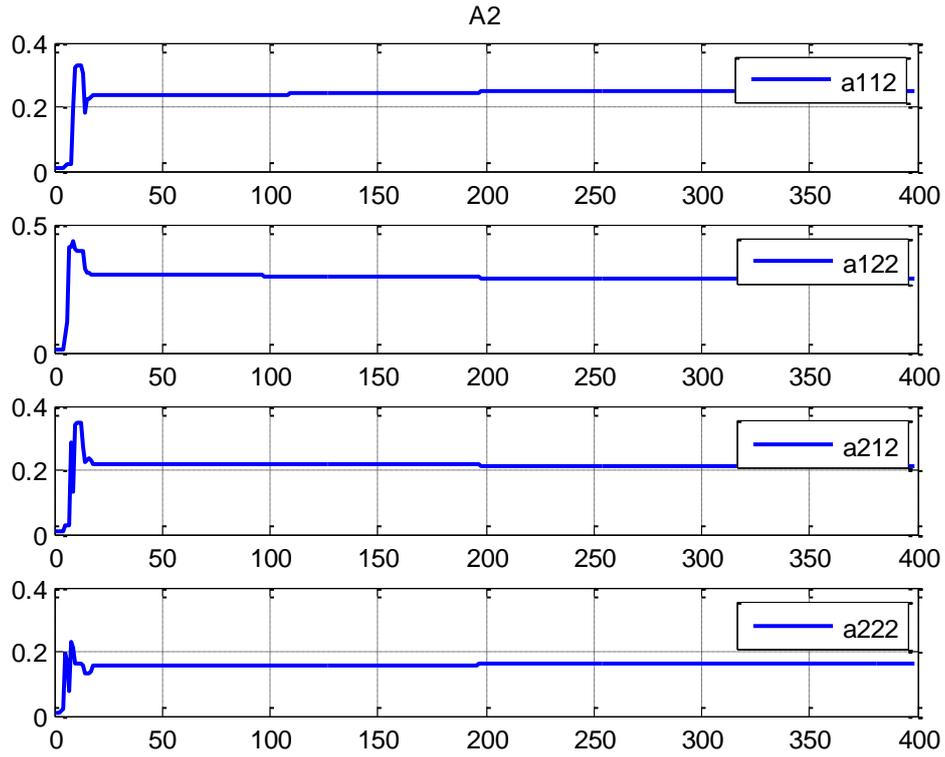


Figure 5.50 la matrice estimée  $A_2$  en absence de perturbations

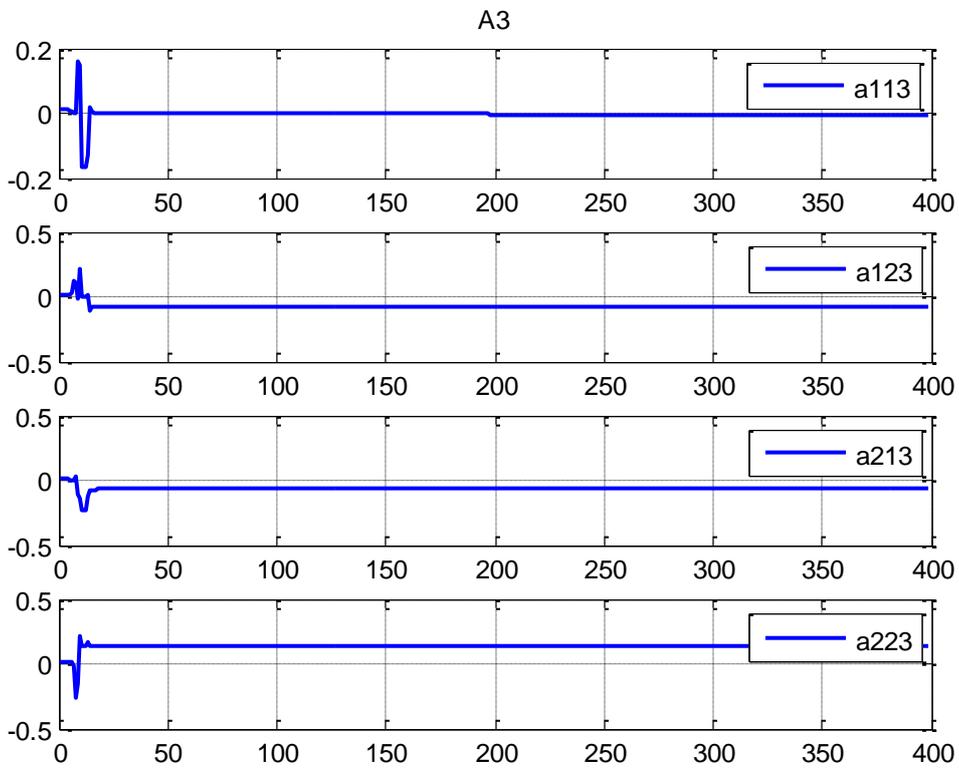


Figure 5.51 la matrice estimée  $A_3$  en absence de perturbations

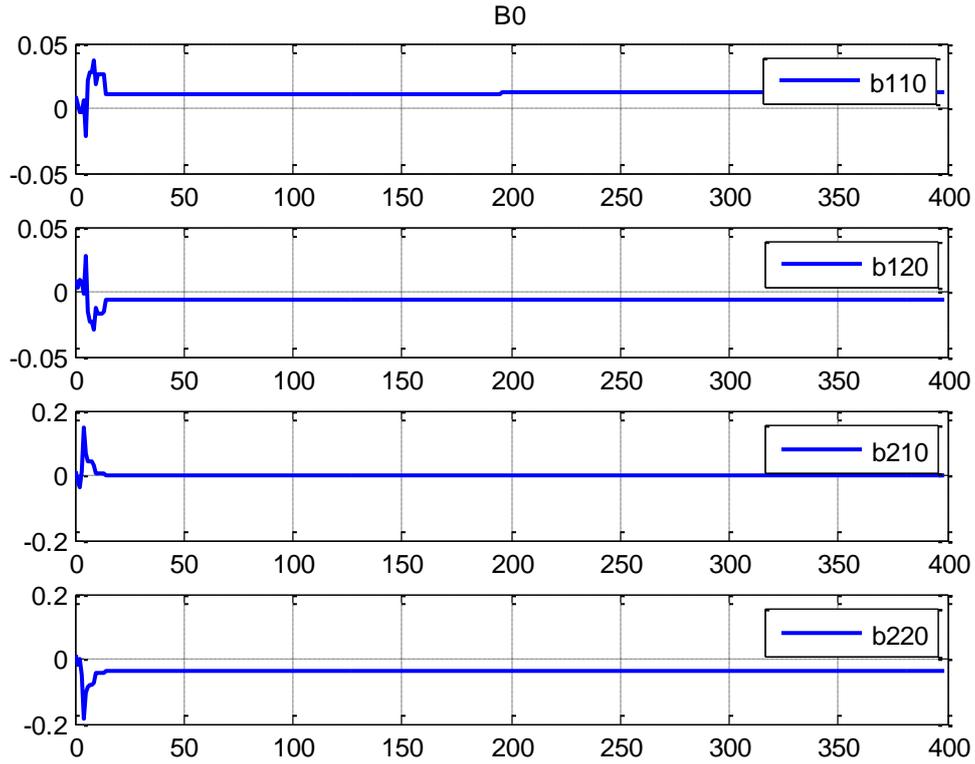


Figure 5.52 la matrice estimée  $B_0$  en absence de perturbations

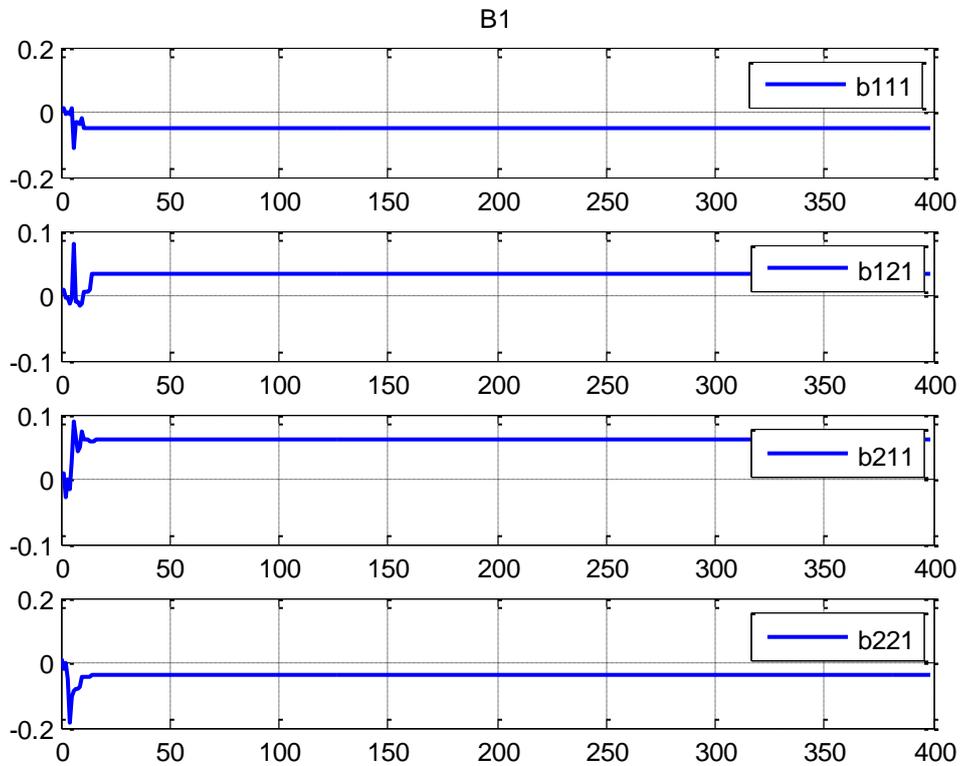


Figure 5.53 la matrice estimée  $B_1$  en absence de perturbations

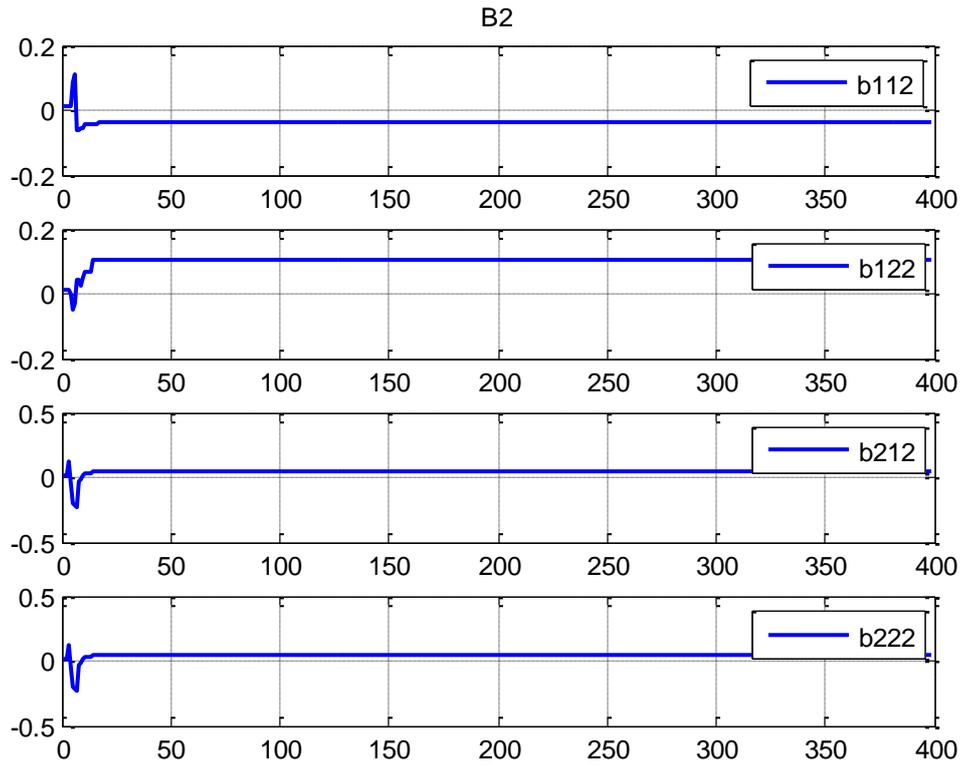


Figure 5.54 la matrice estimée  $B_2$  en absence de perturbations

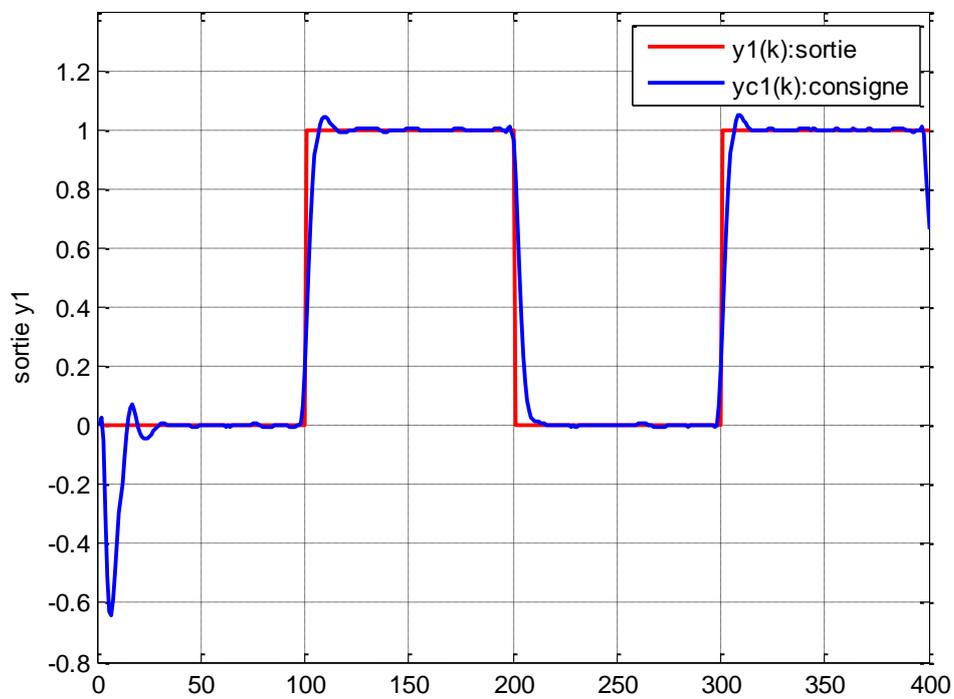


Figure 5.55 Evolution de sortie  $y_1(k)$  de la colonne de distillation en présence des perturbations

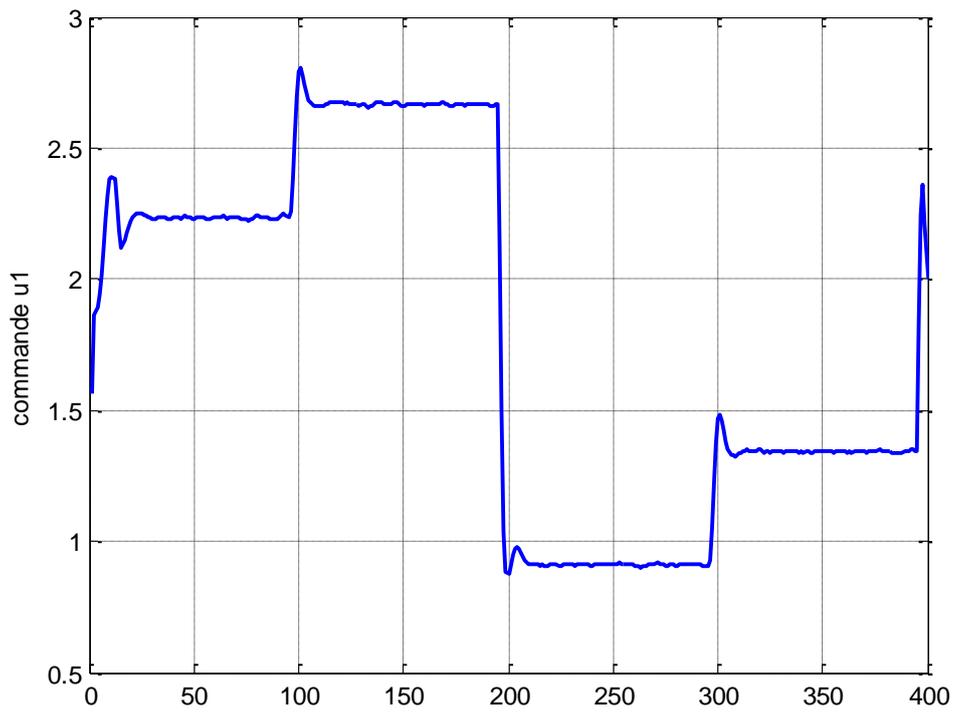


Figure 5.56 Evolution de commande  $u_1(k)$  colonne de distillation en absence des perturbations

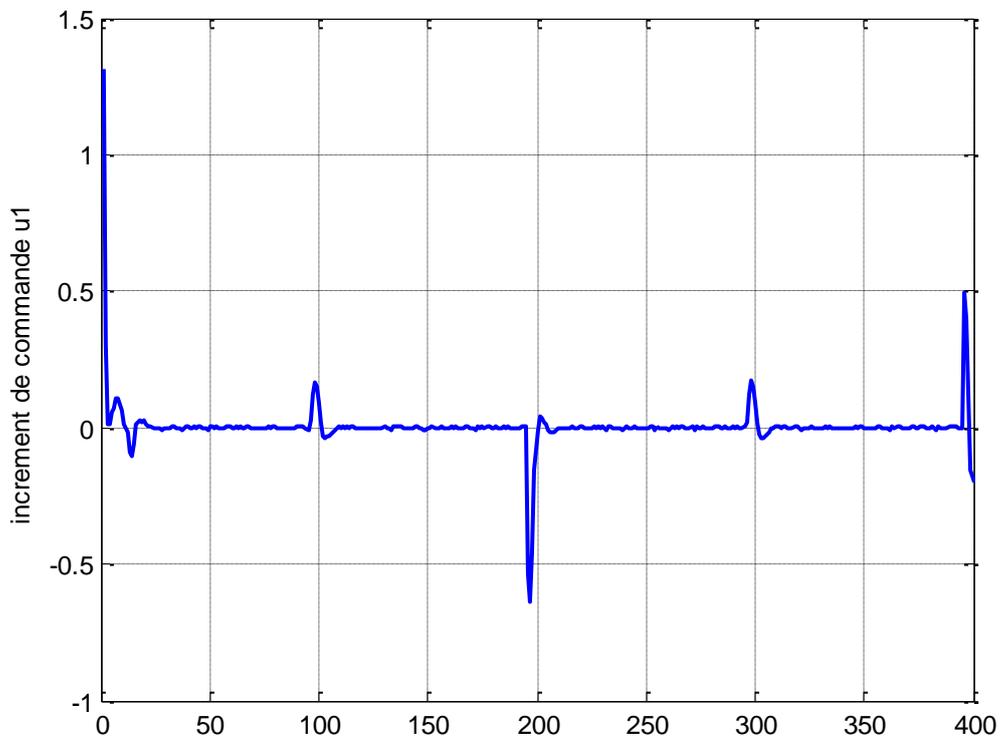


Figure 5.57 Evolution de l'incrément de commande  $\Delta u_1(k)$  en présence des perturbations

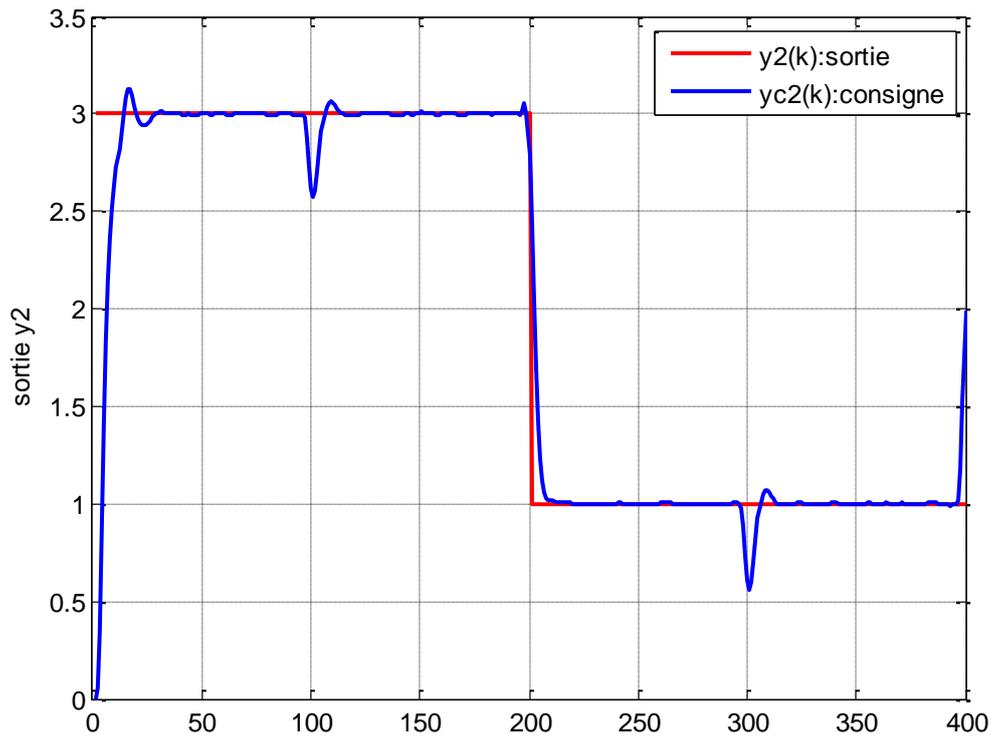


Figure 5.58 Evolution de sortie  $y_2(k)$  de la colonne de distillation en absence des perturbations

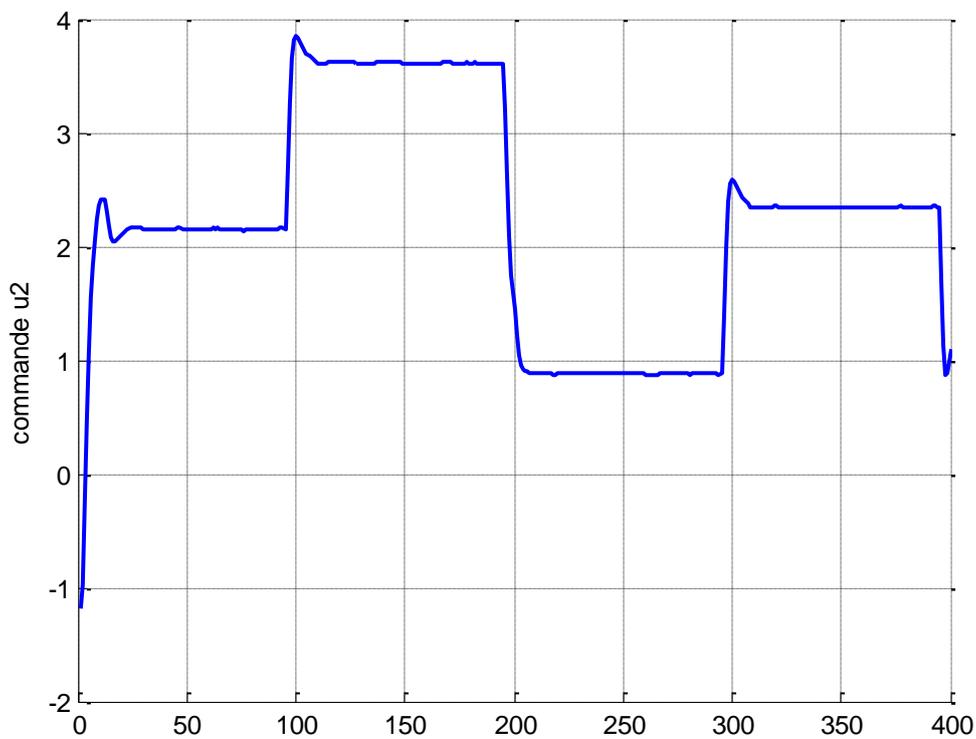


Figure 5.59 Evolution de commande  $u_2(k)$  colonne de distillation en présence des perturbations

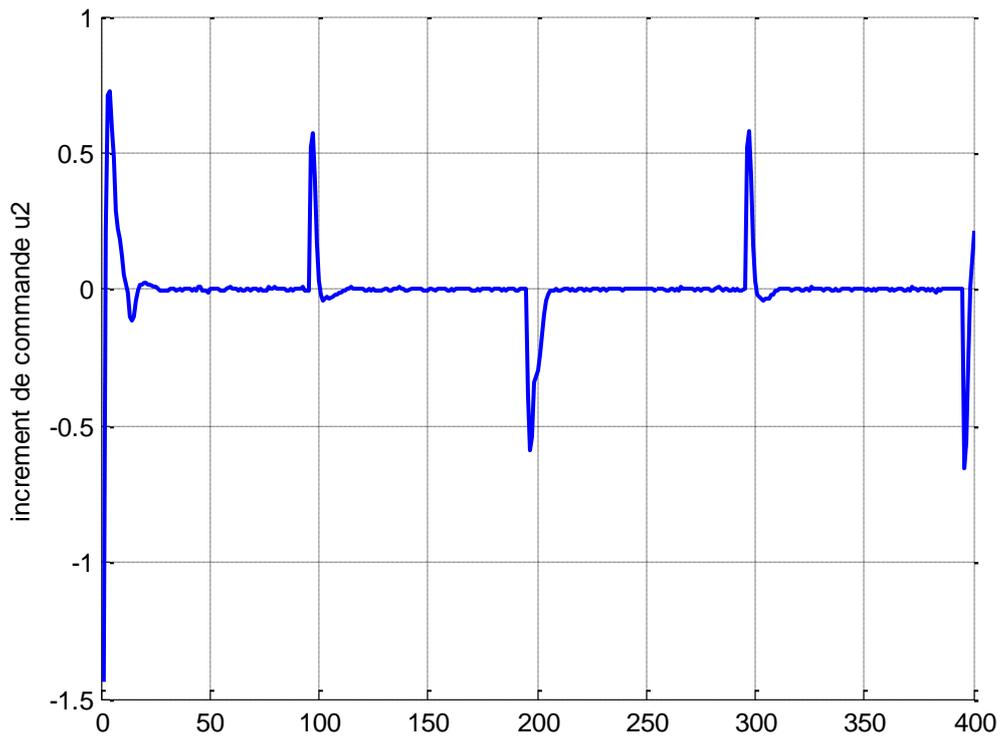


Figure 5.60 Evolution de l'incrément de commande  $\Delta u_2(k)$  en présence des perturbations

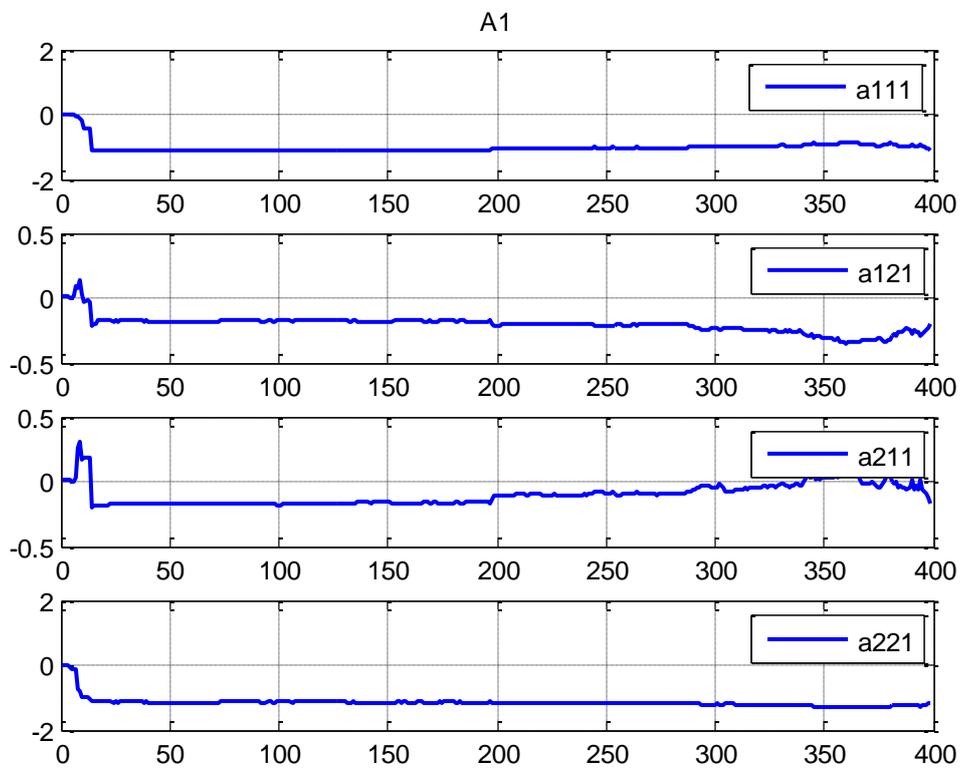


Figure 5.61 la matrice estimée  $A_1$  en présence de perturbations

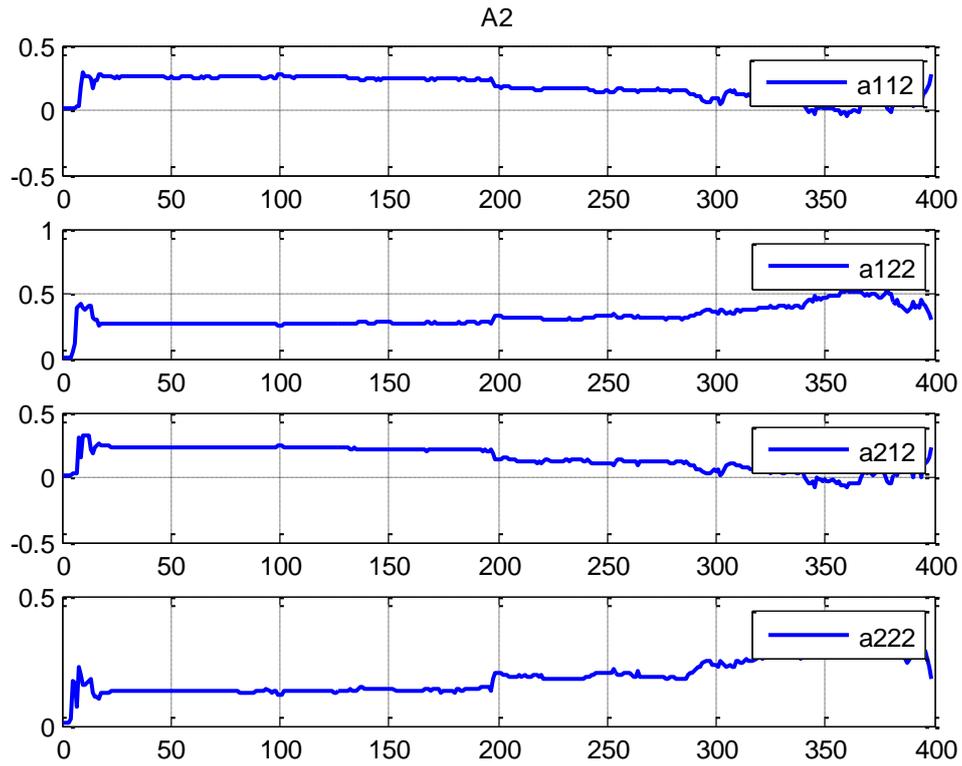


Figure 5.62 la matrice estimée  $A_2$  en présence de perturbations

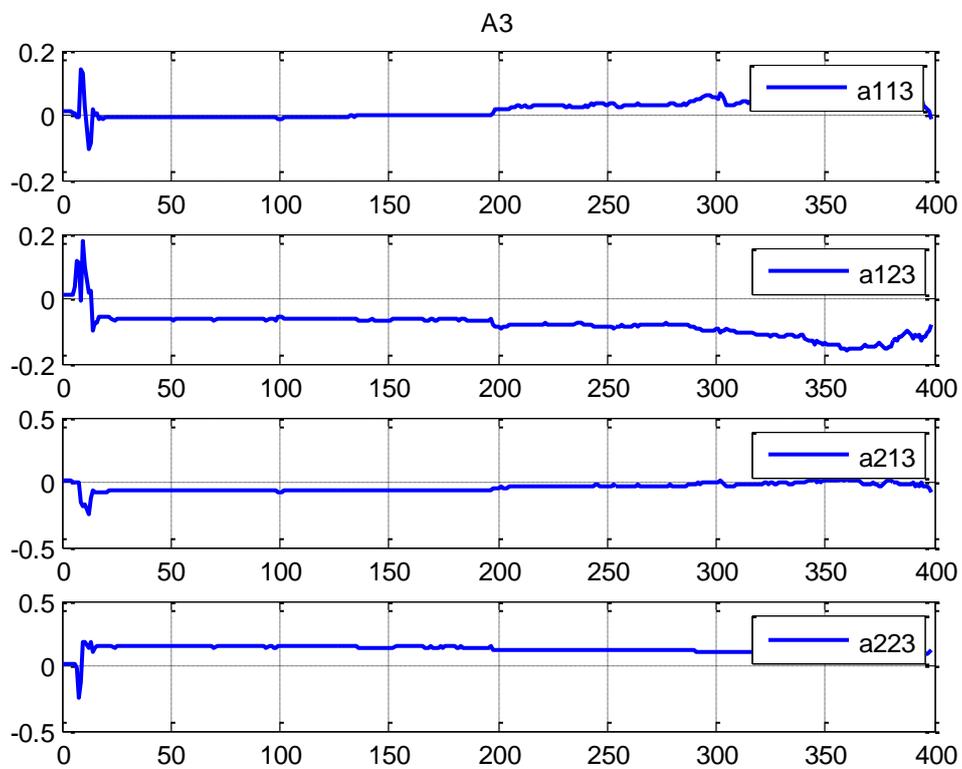


Figure 5.63 la matrice estimée  $A_3$  en présence de perturbations

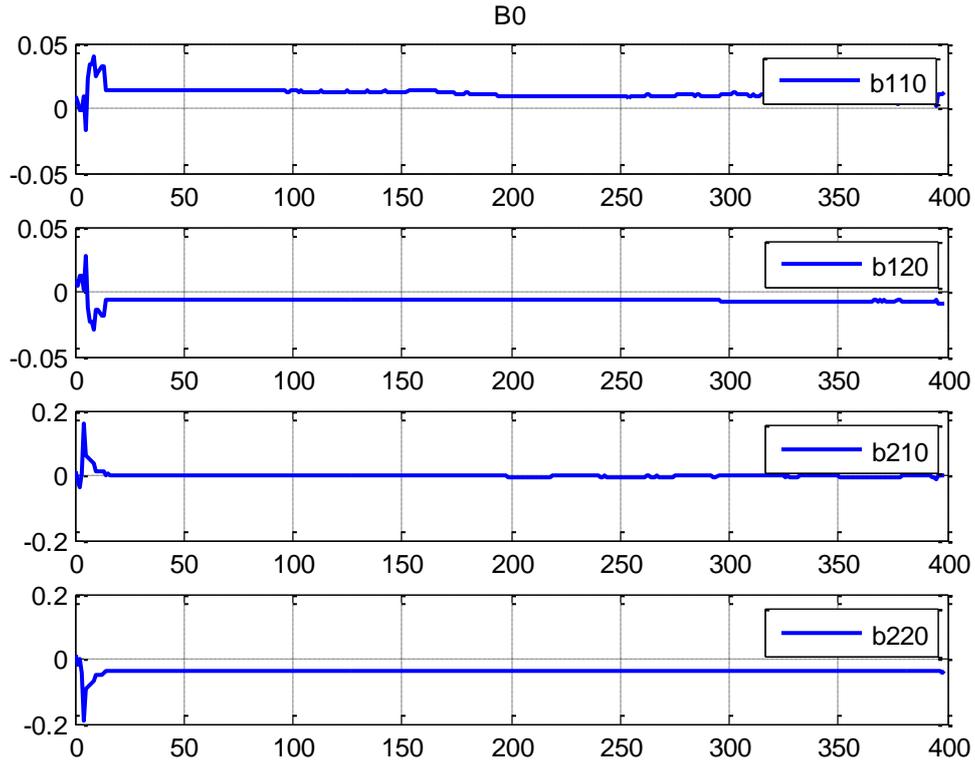


Figure 5.64 la matrice estimée  $B_0$  en présence de perturbations

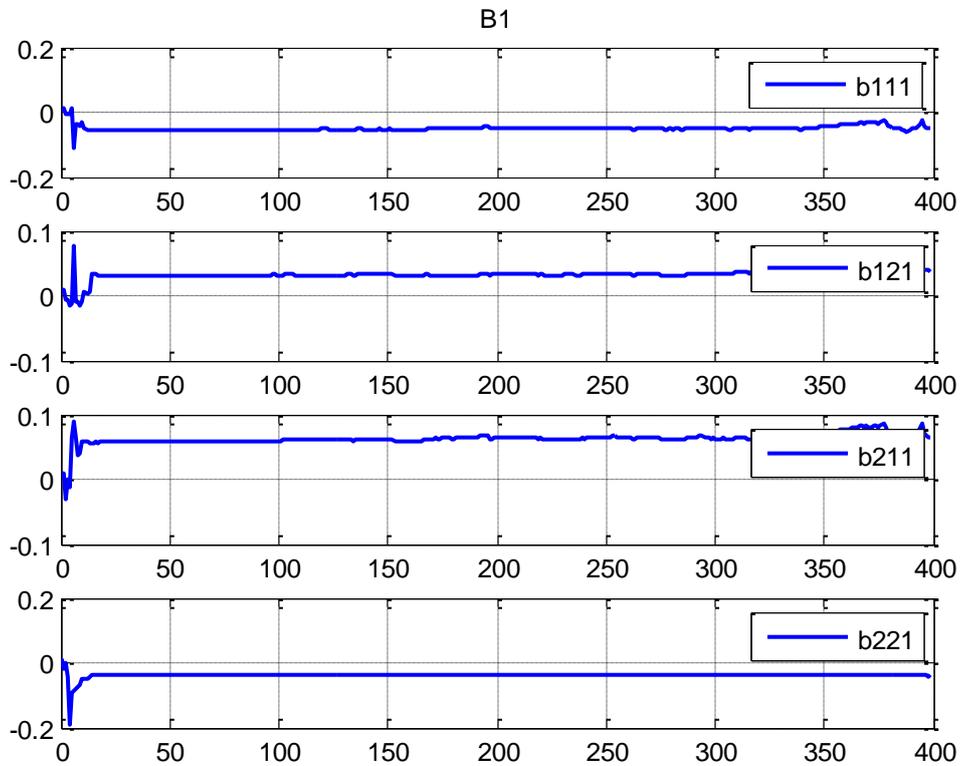


Figure 5.65 la matrice estimée  $B_1$  en présence de perturbations

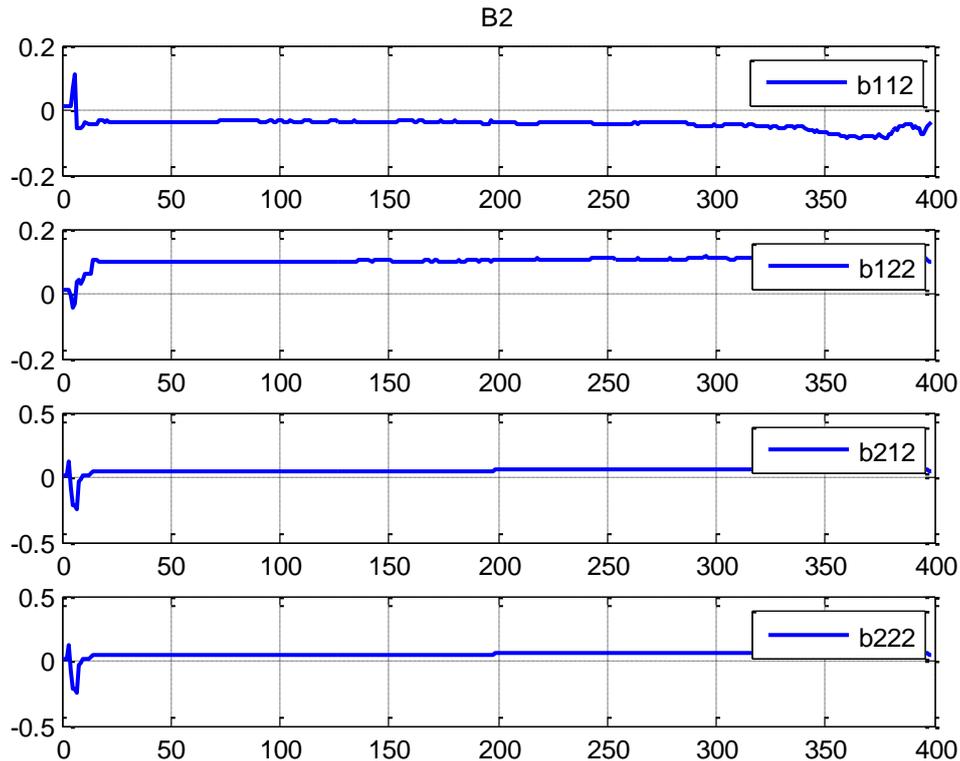


Figure 5.66 la matrice estimée  $B_2$  en présence de perturbations

Les figures 5.31, 5.32 ,5.33 ,5.34 ,5.35, 5.36, 5.37, 5.38, 5.39, 5.40, 5.41, 5.42 et 5.43 montrent, respectivement, les allures des sorties, des signaux de commandes, et les incréments de commandes, obtenue avec la loi de commande GPC en absence et en présence des perturbations. Les sorties assure une bonne poursuite des consignes avec une légère perte de la poursuite qui est vite rétablie en raison de l'influence du couplage entre les sorties. Aussi la réponse temporelle du système se fait avec un dépassement notamment pour la sortie  $y_1$ .

Les figures 5.44, 5.45, 5.46, 5.47, 5.54, 5.55, 5.56 ; 5.57, 5.58, 5.59 et 5.60 montrent les performances d'une commande adaptative respectivement en absence et en présence des perturbations. Les signaux de sorties assurent une bonne poursuite de ses consignes même durant la phase d'adaptation ou les paramètres estimés ne convergent vers leurs vraies valeurs. Notez que la réponse temporelle du système se fait avec un dépassement.

Les figures 5.49, 5.50, 5.51, 5.52, 5.53, 5.60, 5.61, 5.62, 5.63, 5.64, 5.65 et 5.66 montrent l'évolution des paramètres estimés respectivement en absence et en présence des perturbations. Ces paramètres convergent rapidement vers leurs vraies valeurs.

### 3.2 Commande d'un réacteur chimique

Un réacteur chimique est défini comme un appareil mettant en œuvre des réactions chimiques. La décomposition d'un produit A en un autre produit B se produit dans le réacteur (voir Figure 5.67). La réaction est exothermique et par conséquent la température doit être contrôlée par circulation d'eau à travers la chemise de refroidissement qui entoure les parois du réservoir. L'objectif est de régler la température dans le réservoir ( $T_R$ ) et la concentration du produit en sortie ( $C_A$ ).

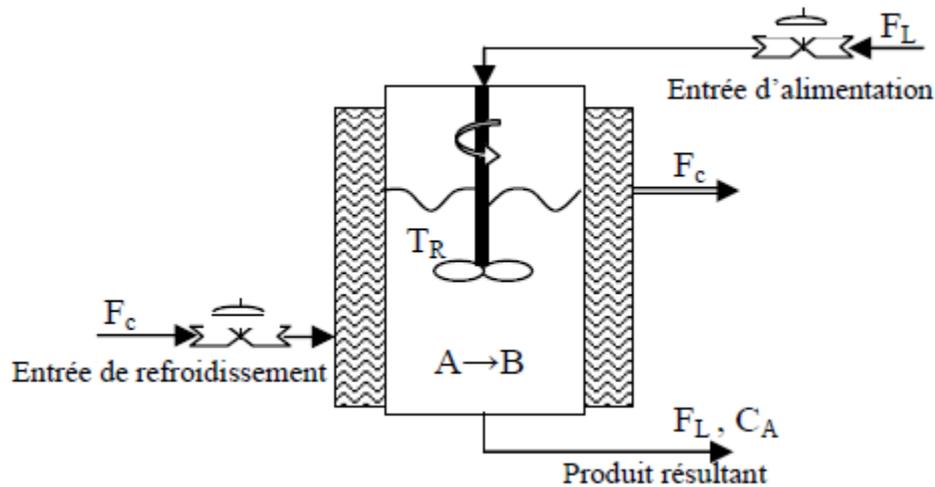


Figure 5.67 schéma d'un réacteur chimique

Le modèle de réacteur chimique a été identifié pour une période d'échantillonnage de 0.03min. Il s'écrit :

$$A(q^{-1})y(k) = B(q^{-1})u(k-1)$$

$$\text{Avec, } A_1 = \begin{bmatrix} -1,8630 & 0 \\ 0 & -1,8700 \end{bmatrix}; A_2 = \begin{bmatrix} 0,8669 & 0 \\ 0 & 0,8737 \end{bmatrix}$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} 0,04195 & 0,4758 \\ 0,0582 & -0,1445 \end{bmatrix}; B_2 = \begin{bmatrix} -0,03796 & -0,4559 \\ 0,0625 & -0,1361 \end{bmatrix}$$

Les résultats de simulations sont obtenus avec les paramètres de réglages suivant :  $h_I=1$ ,  $h_p=3$ ,  $h_c=1$ ,  $R = I_{2 \times 2}$  et  $Q = I_{2 \times 2}$ .

#### 3.2.1 Résultats de simulation de la commande GPC à paramètre fixes, avec et sans perturbations

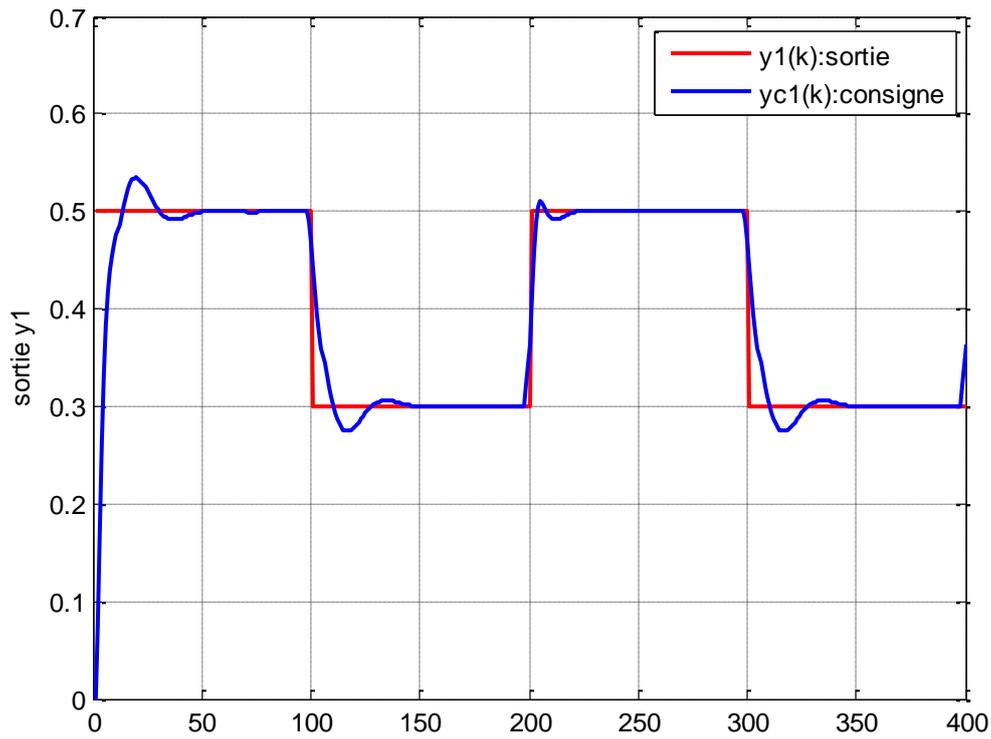


Figure 5.68 Evolution de sortie  $y_1(k)$  (Concentration du fluide) du réacteur chimique en absence des perturbations

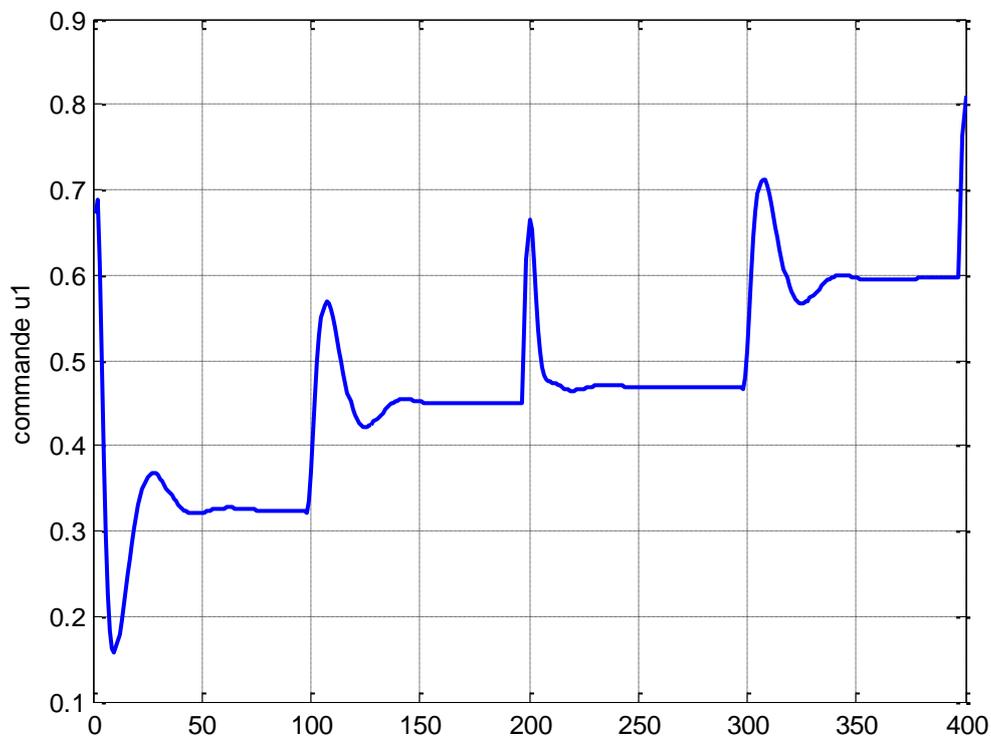


Figure 5.69 Evolution de commande  $u_1(k)$  (Débit d'alimentation) de réacteur chimique en absence des perturbations

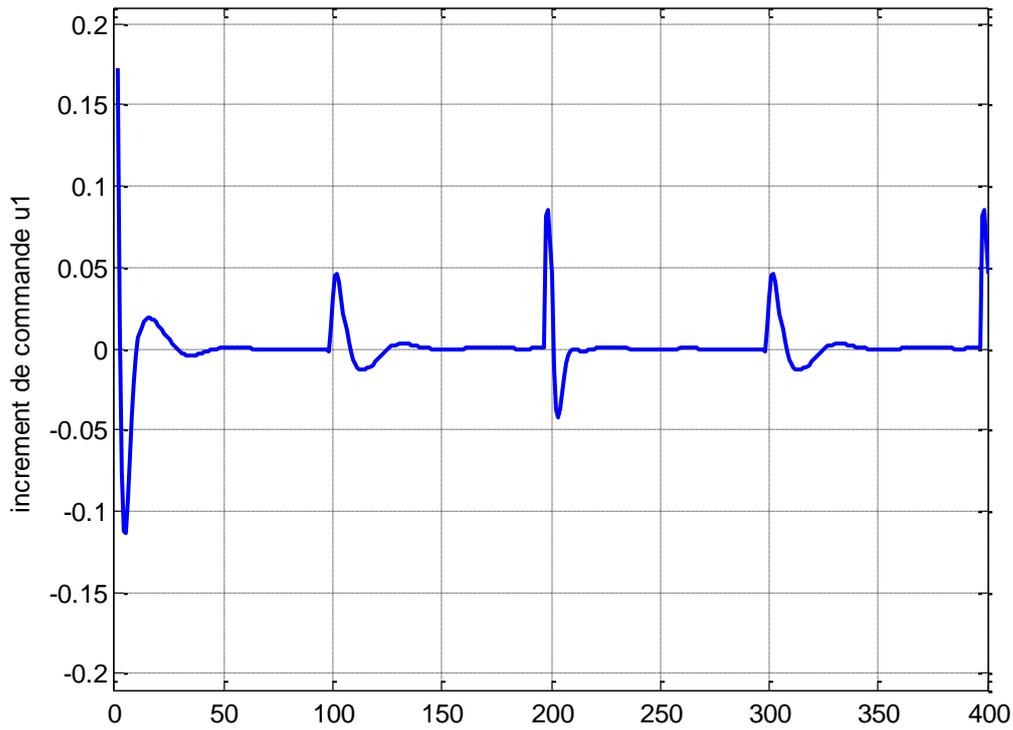


Figure 5.70 Evolution de l'incrément de commande  $\Delta u_1(k)$  en absence des perturbations

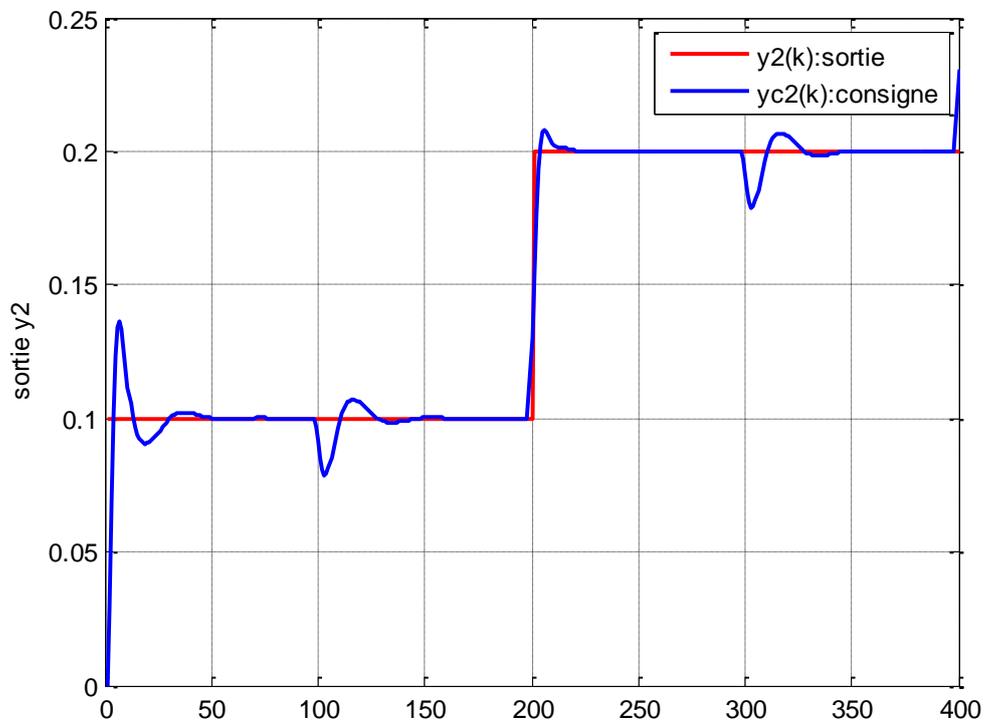


Figure 5.71 Evolution de sortie  $y_2(k)$  (*Température du réacteur*) du réacteur chimique en absence des perturbations



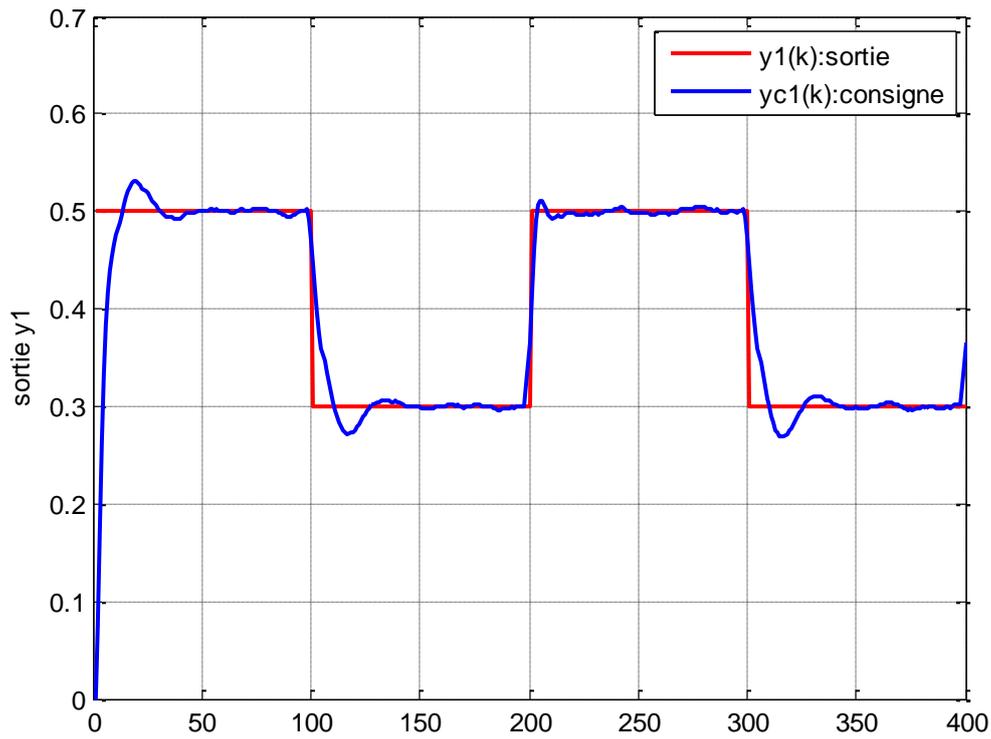


Figure 5.74 Evolution de sortie  $y_1(k)$  (Concentration du fluide) du réacteur chimique en présence des perturbations

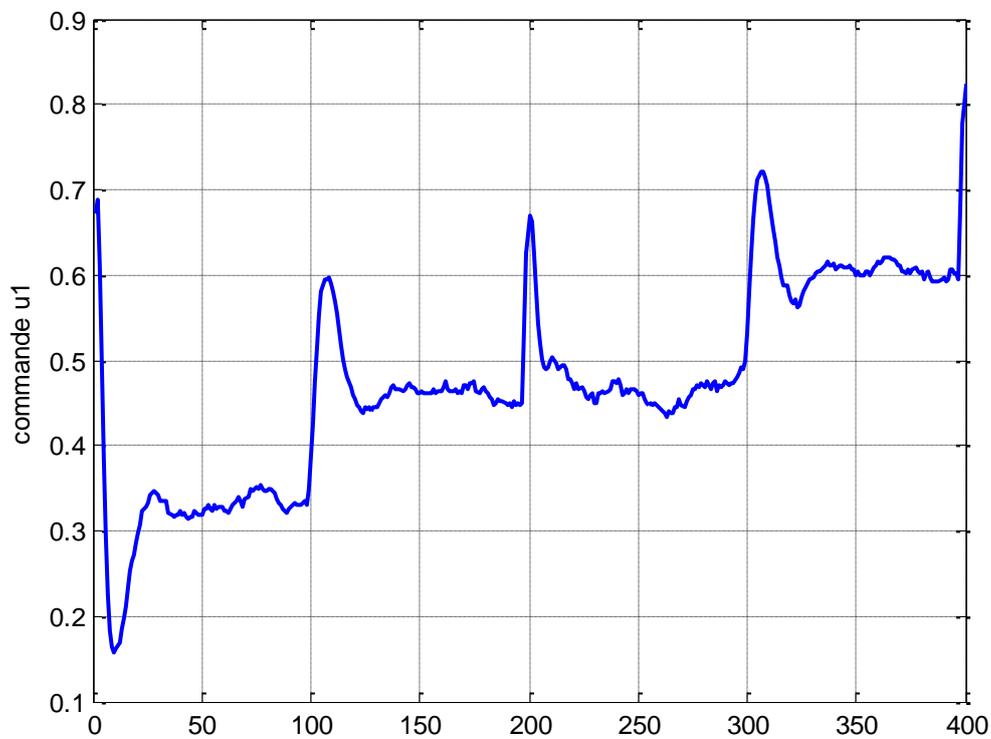


Figure 5.75 Evolution de commande  $u_1(k)$  (Débit d'alimentation) de réacteur chimique en présence des perturbations

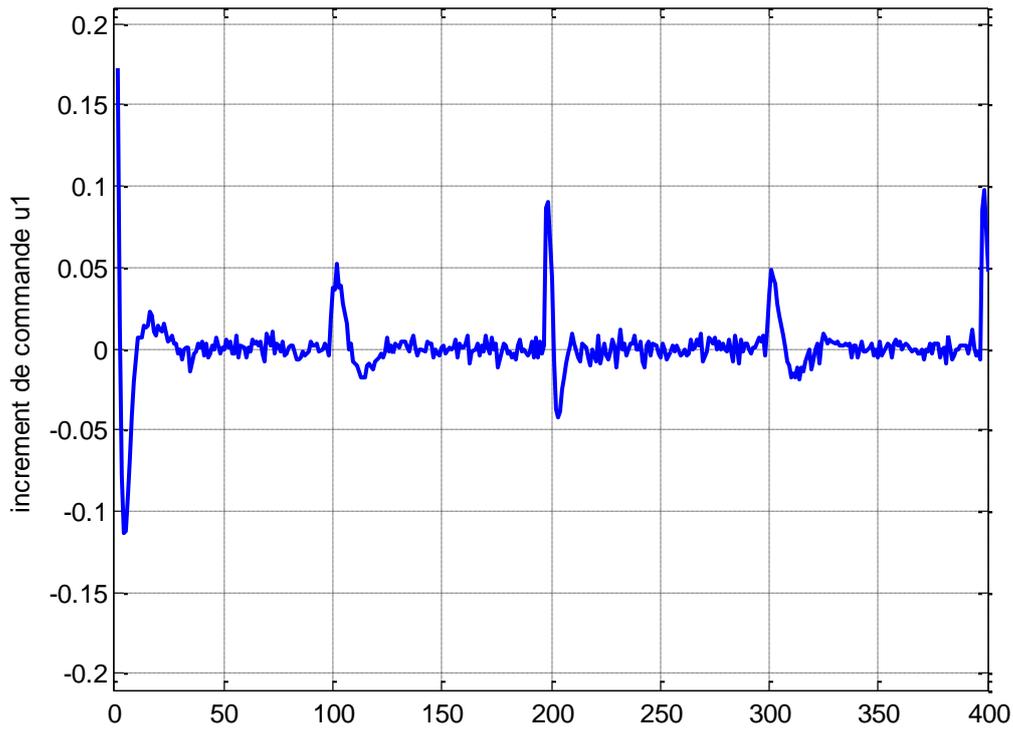


Figure 5.76 Evolution de l'incrément de commande  $\Delta u_1(k)$  en présence des perturbations

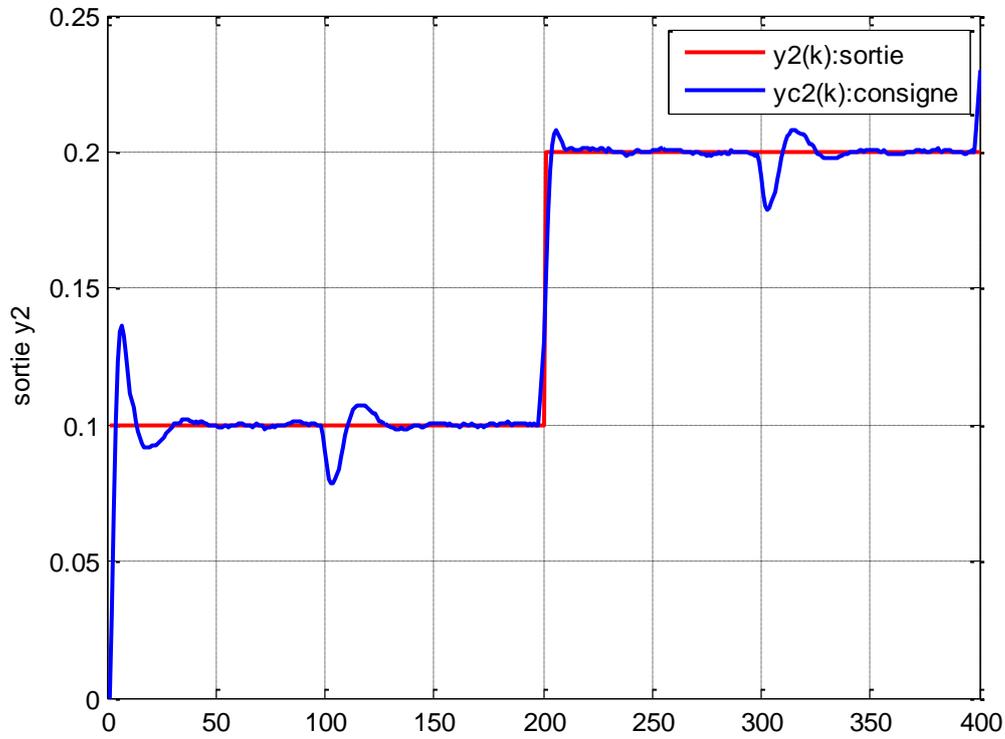


Figure 5.77 Evolution de sortie  $y_2(k)$  (*Température du réacteur*) du réacteur chimique en présence des perturbations

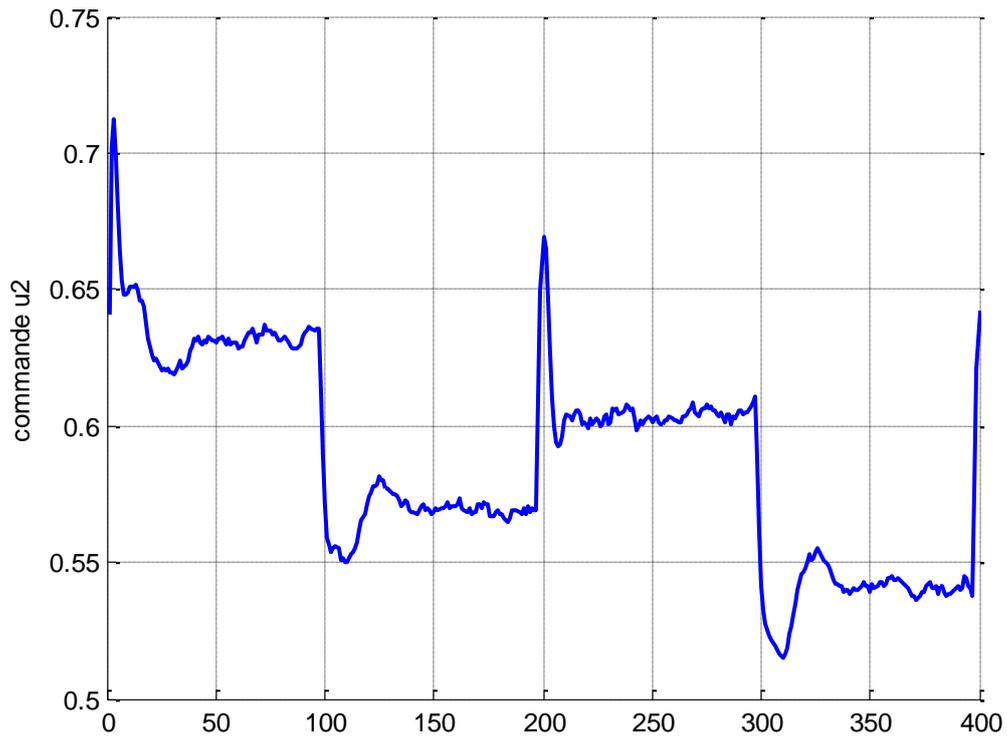


Figure 5.78 Evolution de commande  $u_2(k)$  (Débit de refroidissement) de réacteur chimique en présence des perturbations

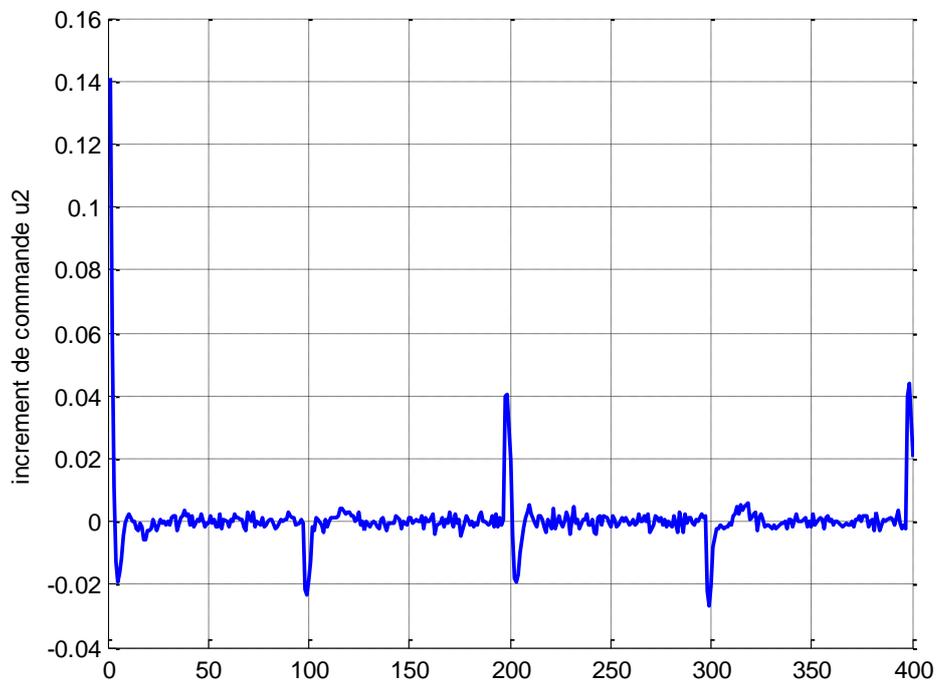


Figure 5.79 Evolution de l'incrément de commande  $\Delta u_2(k)$  en présence des perturbations

### 3.2.2 Résultats de simulations de la commande GPC adaptative, avec et sans perturbation

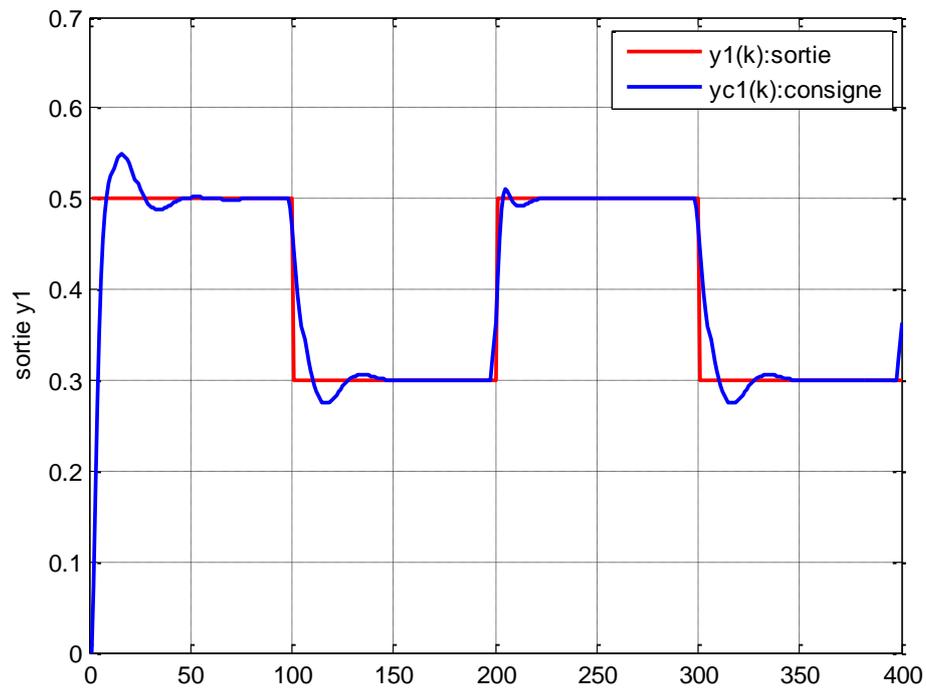


Figure 5.80 Evolution de sortie  $y_1(k)$  (Concentration du fluide) du réacteur chimique en absence des perturbations



Figure 5.81 Evolution de commande  $u_1(k)$  (Débit d'alimentation) de réacteur chimique en absence des perturbations



Figure 5.82 Evolution de l'incrément de commande  $\Delta u_1(k)$  en absence des perturbations

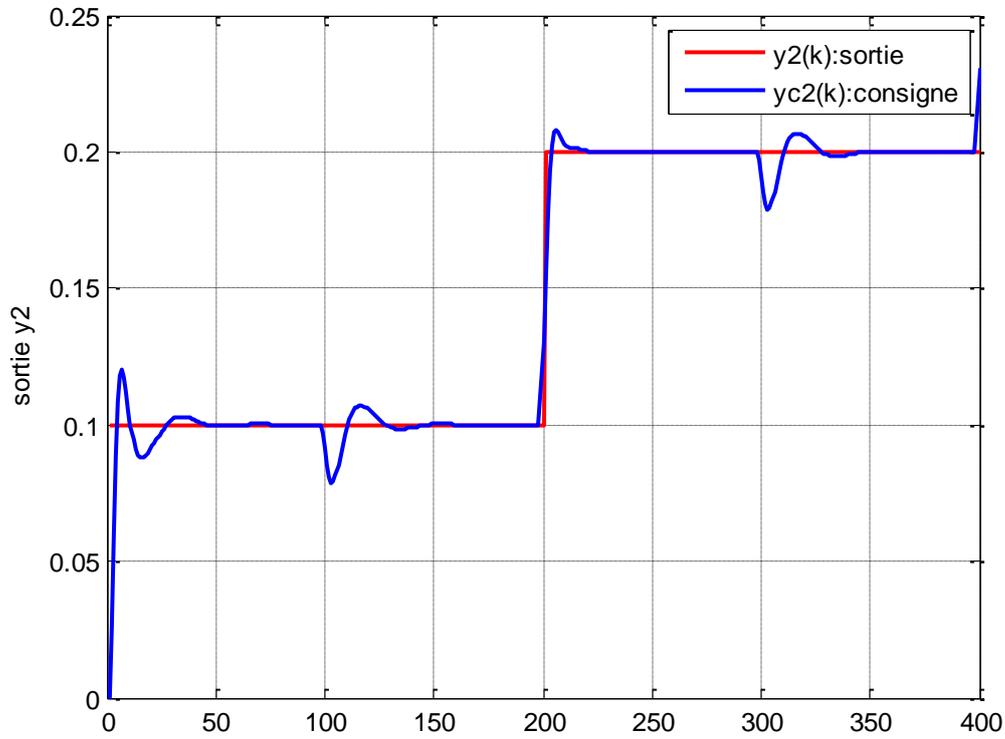


Figure 5.83 Evolution de sortie  $y_2(k)$  (*Température du réacteur*) du réacteur chimique en absence des perturbations

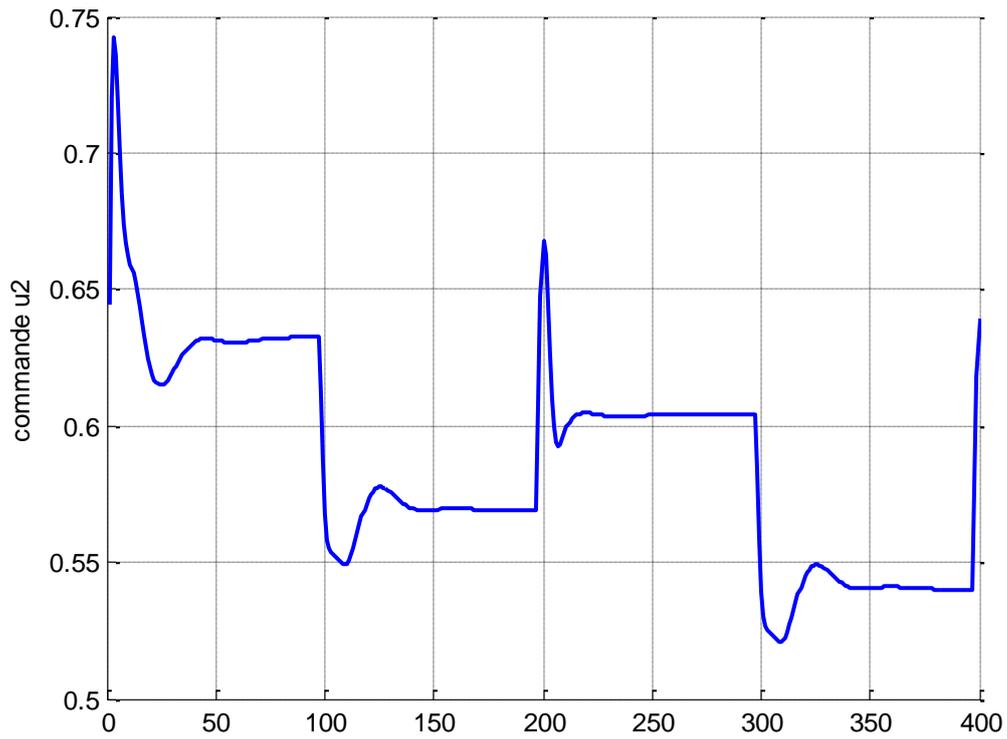


Figure 5.84 Evolution de commande  $u_2(k)$  (Débit de refroidissement) de réacteur chimique en absence des perturbations

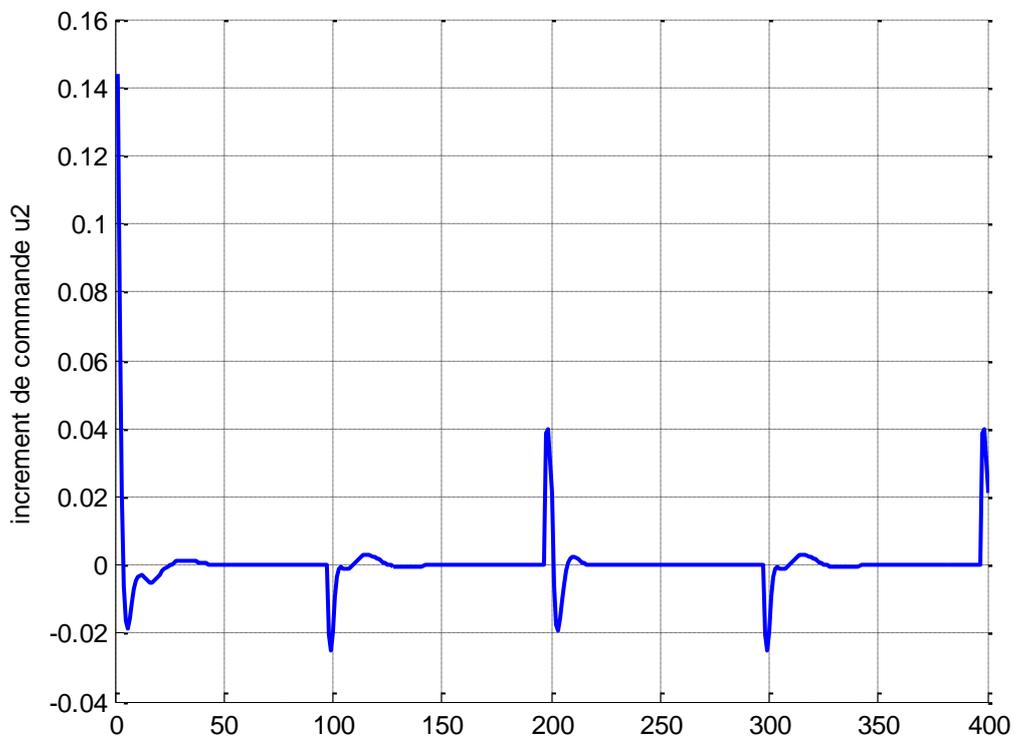


Figure 5.85 Evolution de l'incrément de commande  $\Delta u_2(k)$  en absence des perturbations

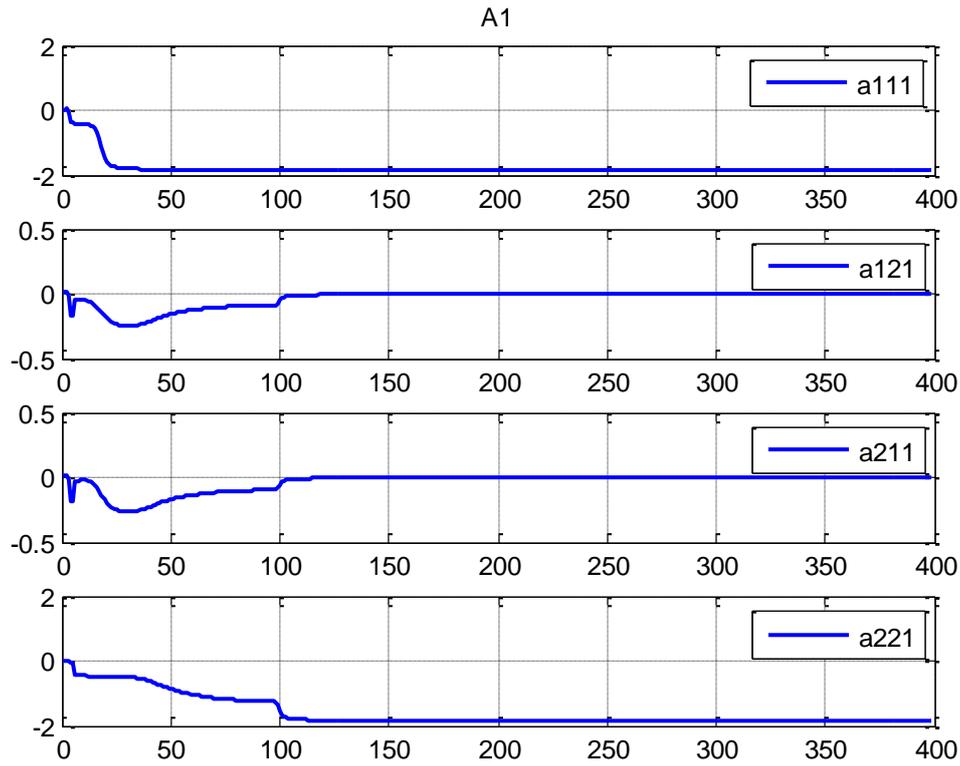


Figure 5.86 la matrice estimée  $A_1$  en absence de perturbations

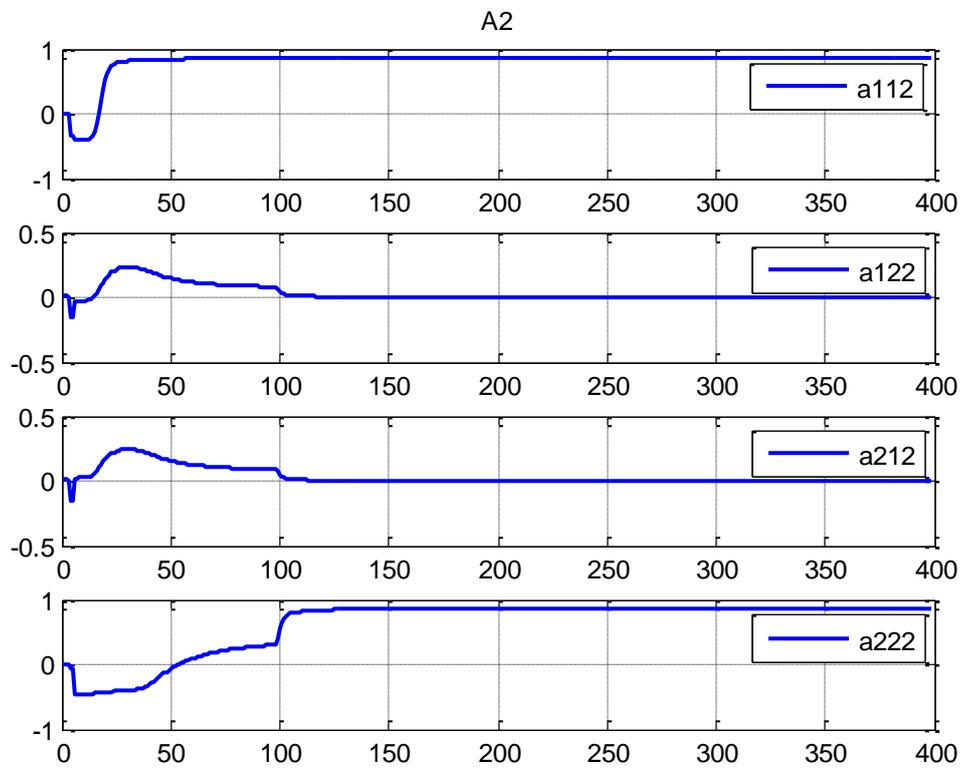


Figure 5.87 la matrice estimée  $A_2$  en absence de perturbations

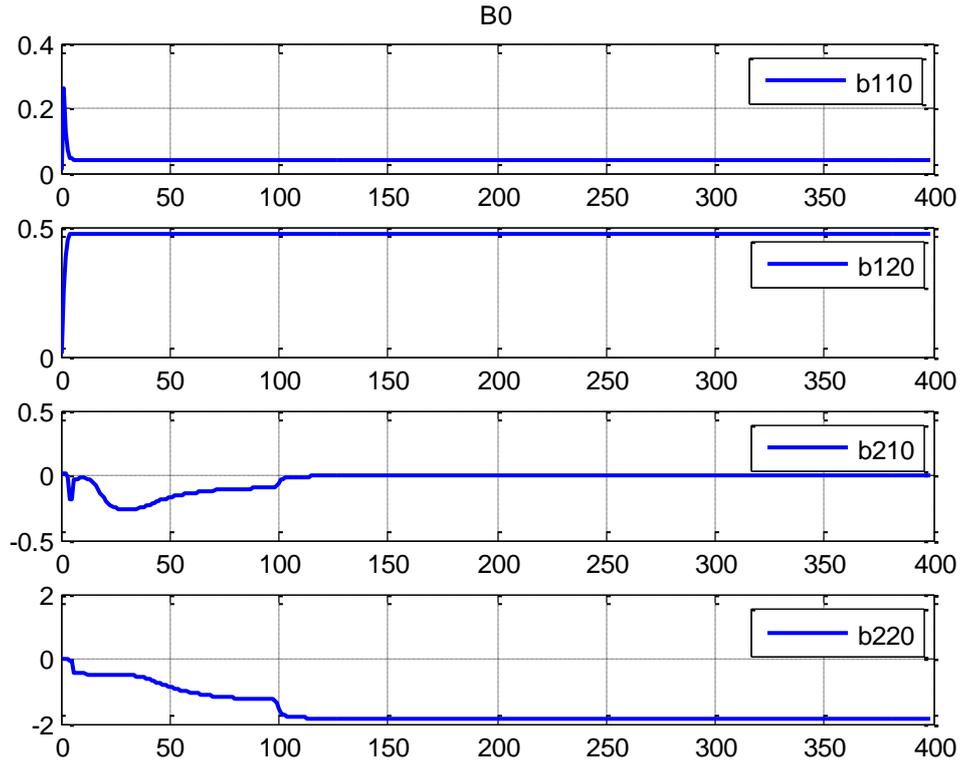


Figure 5.88 la matrice estimée  $B_0$  en absence de perturbations

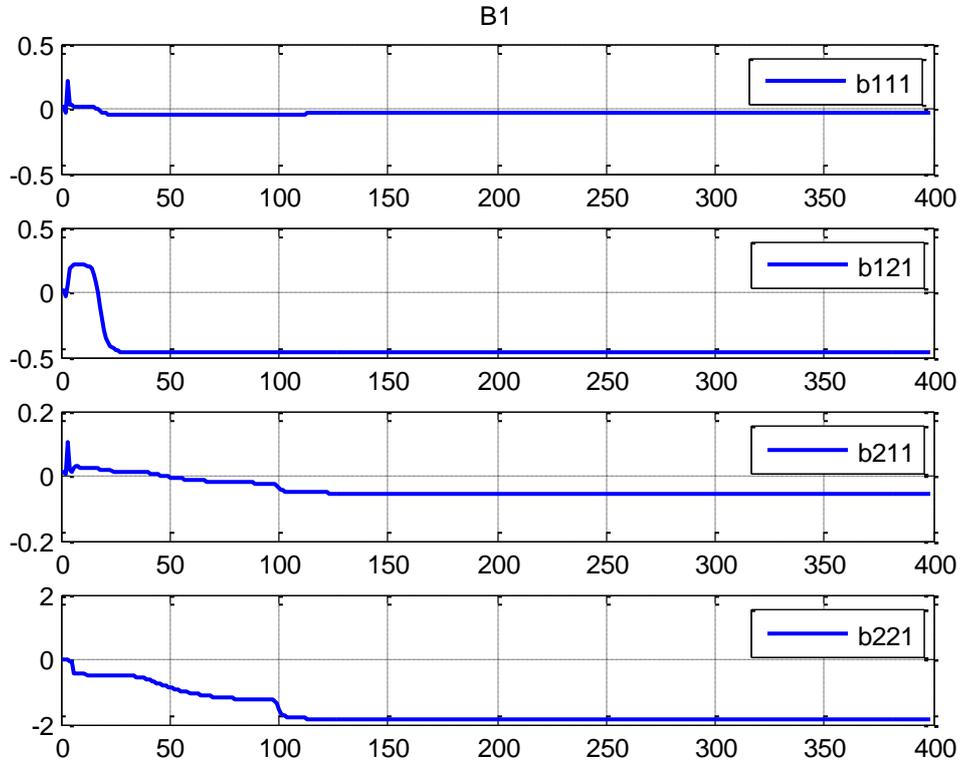


Figure 5.89 la matrice estimée  $B_1$  en absence de perturbations

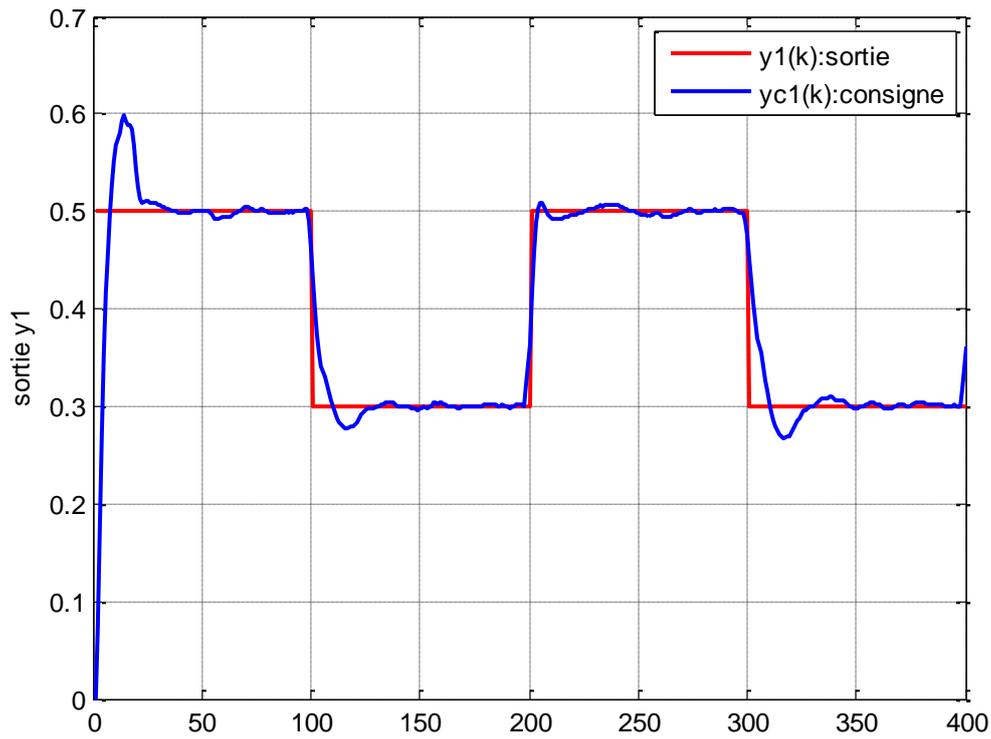


Figure 5.90 Evolution de sortie  $y_1(k)$  (Concentration du fluide) du réacteur chimique en présence des perturbations

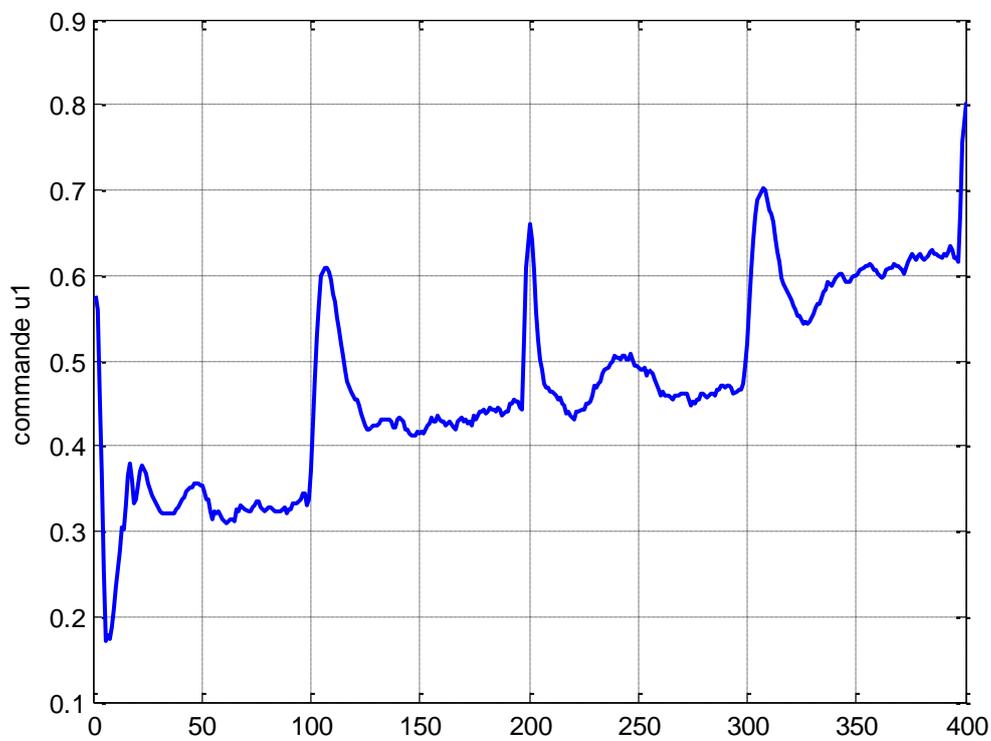


Figure 5.91 Evolution de commande  $u_1(k)$  (Débit d'alimentation) de réacteur chimique en présence des perturbations

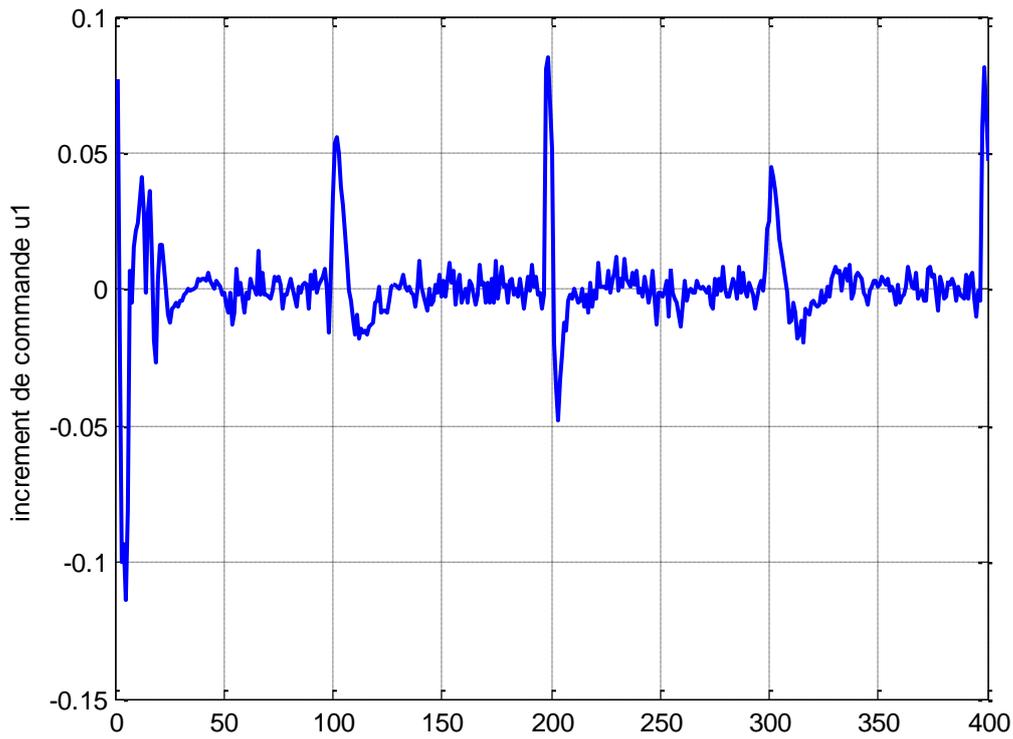


Figure 5.92 Evolution de l'incrément de commande  $\Delta u_1(k)$  en présence des perturbations

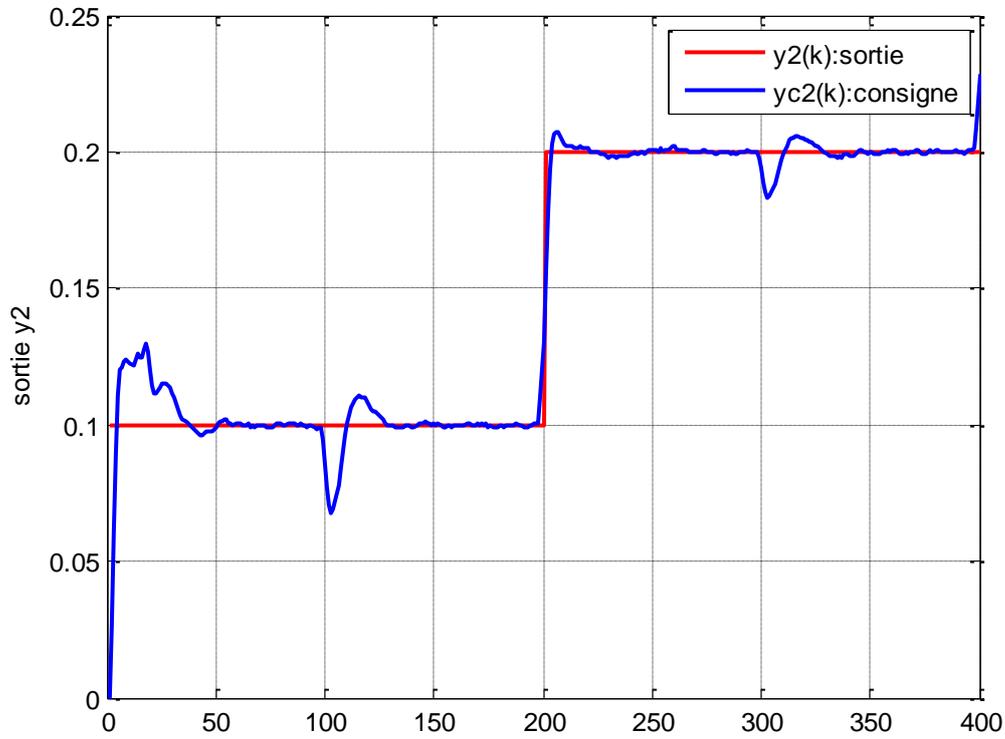


Figure 5.93 Evolution de sortie  $y_2(k)$  (*Température du réacteur*) du réacteur chimique en présence des perturbations

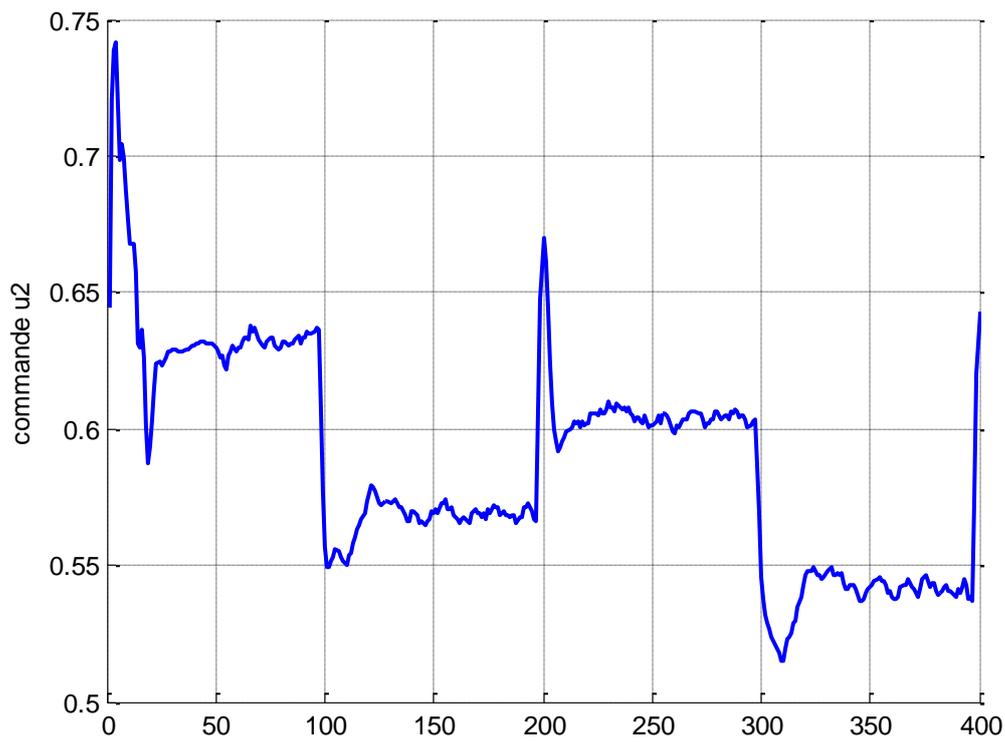


Figure 5.94 Evolution de commande  $u_2(k)$  (Débit de refroidissement) de réacteur chimique en présence des perturbations

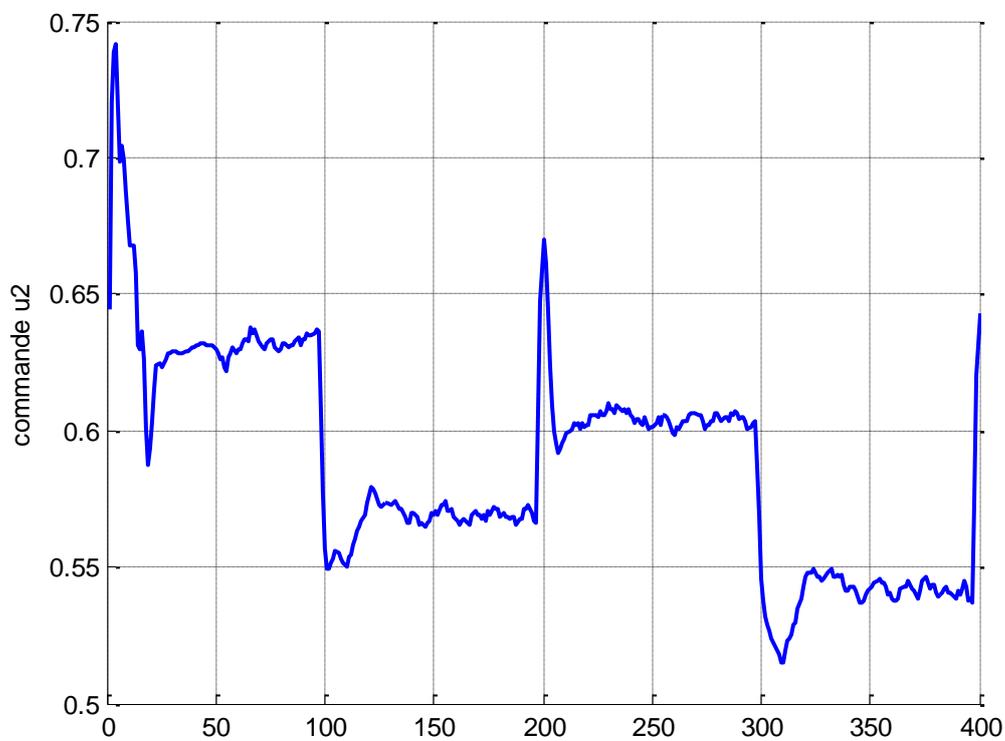


Figure 5.95 Evolution de l'incrément de commande  $\Delta u_2(k)$  en présence des perturbations

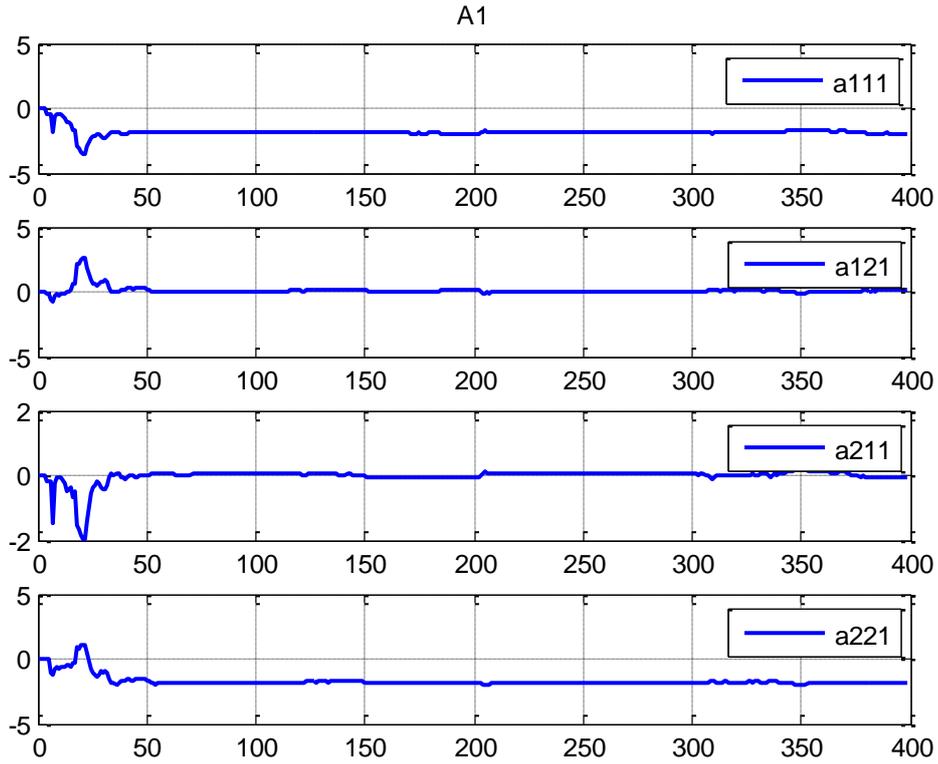


Figure 5.96 la matrice estimée  $A_1$  en présence de perturbations

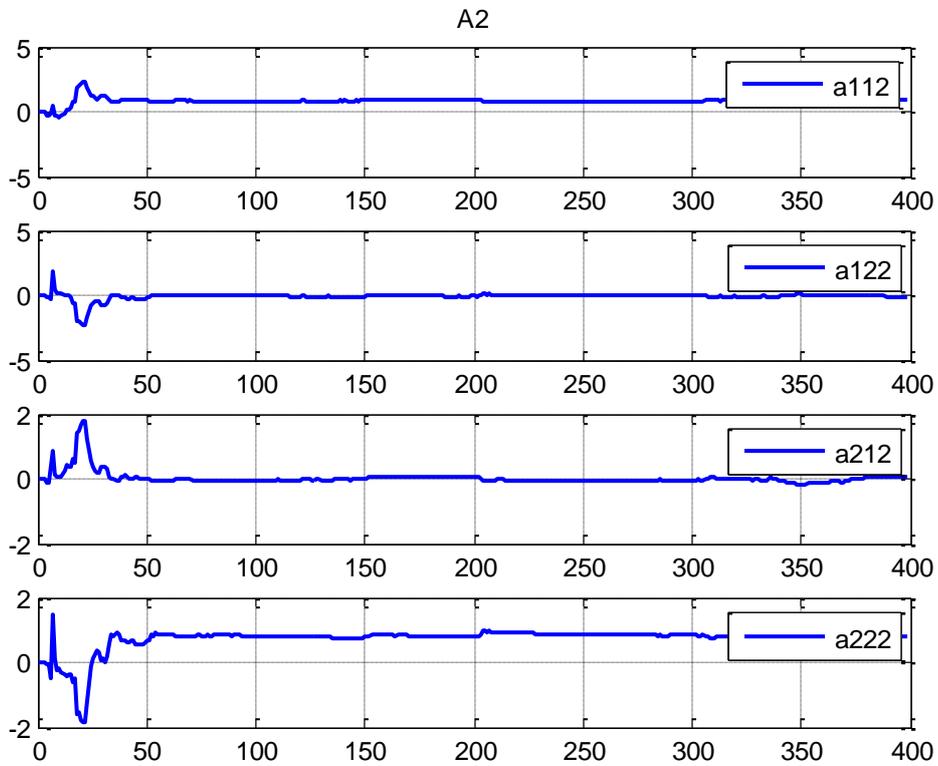


Figure 5.97 la matrice estimée  $A_2$  en présence de perturbations

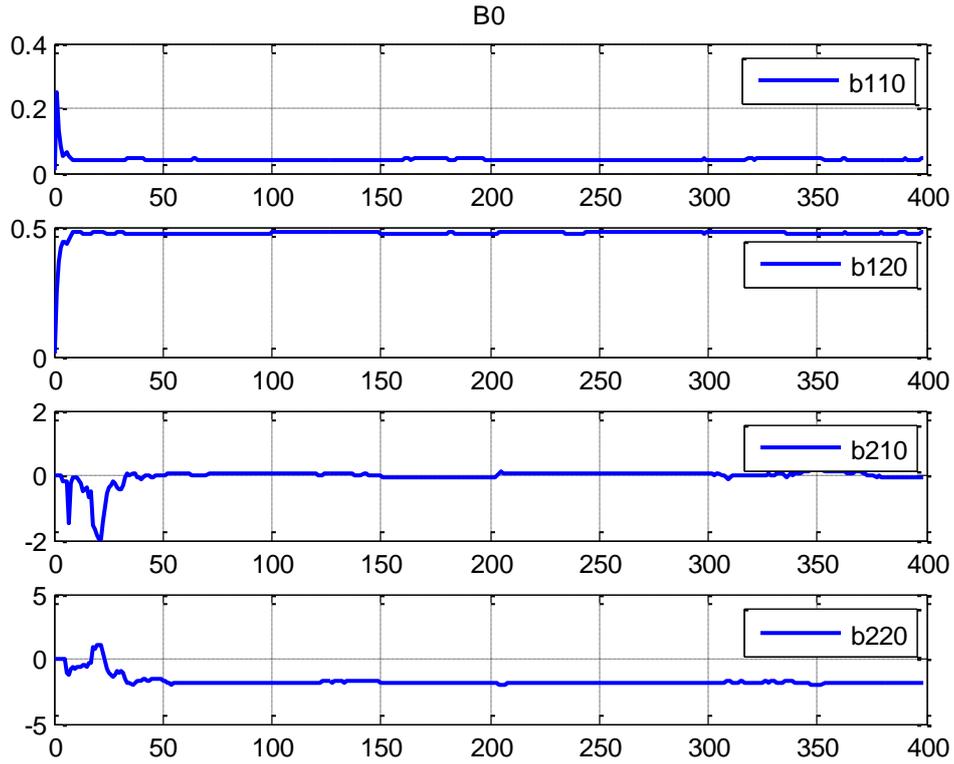


Figure 5.98 la matrice estimée  $B_0$  en présence de perturbations

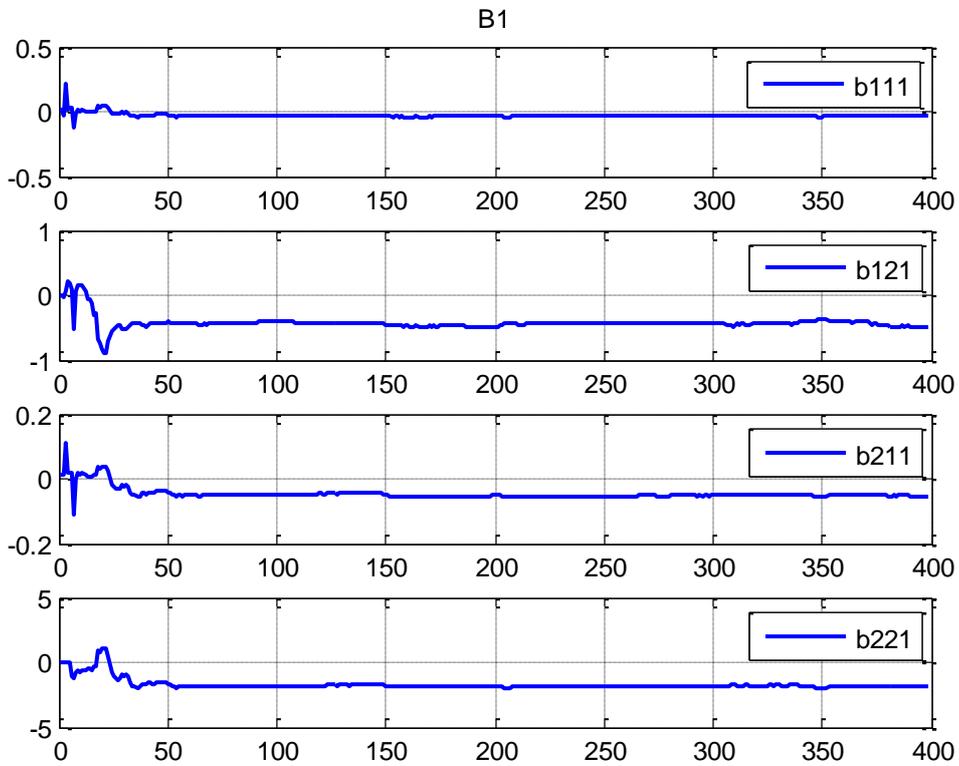


Figure 5.99 la matrice estimée  $B_1$  en présence de perturbations

Les figures 5.68, 5.69, 5.70, 5.71, 5.72, 5.73, 5.74, 5.75, 5.76, 5.77, 5.78 et 5.79 représentent, respectivement, la réponse temporelle des sorties de réacteur chimique et les commande appliquées. L'évolution des sorties montrent une bonne régulation aux différents paliers des consignes et une bonne poursuite lors du changement de ces dernières avec un léger dépassement.

Comme montrent les figures 5.80, 5.81, 5.82, 5.84, 5.85, 5.90, 5.91, 5.92, 5.93, 5.94 et 5.95 les sorties de réacteur chimique suivent parfaitement les consignes même durant la phase d'adaptation, où le modèle estimé ne représente pas bien le procédé. Le système fournit une réponse temporelle avec un léger dépassement.

Les figures 5.86, 5.87, 5.88, 5.89, 5.96, 5.97, 5.98 et 5.99 montrent l'évolution des paramètres estimés respectivement en absence et en présence des perturbations. Ces paramètres convergent vers leurs vraies valeurs.

#### **4. Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons présenté un schéma de commande adaptative appliqué pour les systèmes single-input single-output (SISO), et pour les systèmes multi-input multi-output (MIMO). Un ensemble de résultats de simulation a été présenté pour mieux appréhender le comportement des algorithmes d'adaptation paramétrique en présence de bruit de mesure, des perturbations. Ces résultats ont été obtenus avec un algorithme de commande prédictive généralisée. Les performances obtenues sont satisfaisantes, en régulation comme en poursuite de la trajectoire désirée de la variable de sortie.

## Chapitre VI

### Résultats de simulation de La commande prédictive généralisée Adaptative sous Contraintes

#### 1. Introduction

Le but de cette partie est de tester l'impact de la commande prédictive généralisée Adaptative sous contraintes pour les systèmes single-input single-output (SISO), que pour les systèmes multi-input multi-output (MIMO) afin de montrer l'apport de cette commande.

#### 2. Résultat de simulation : Cas monovisible

##### 2.1 Commande d'un moteur à courant continu

Les résultats présentés est obtenu avec les même paramètres de synthèse du schéma de commande utilisée précédemment:  $h_I=3$ ,  $h_p=5$ ,  $h_c=1$  et  $\lambda=0.8$ .

On introduit les contraintes suivantes :

- ✓ contraintes sur le signal de commande ( $0 \leq u \leq 9$ )
- ✓ contraintes sur l'incrément de commande ( $- 0.3 \leq \Delta u \leq 0.3$ )

##### 2.1.1 Résultats de simulation de la commande GPC sous contraintes à paramètre fixes, avec et sans perturbations

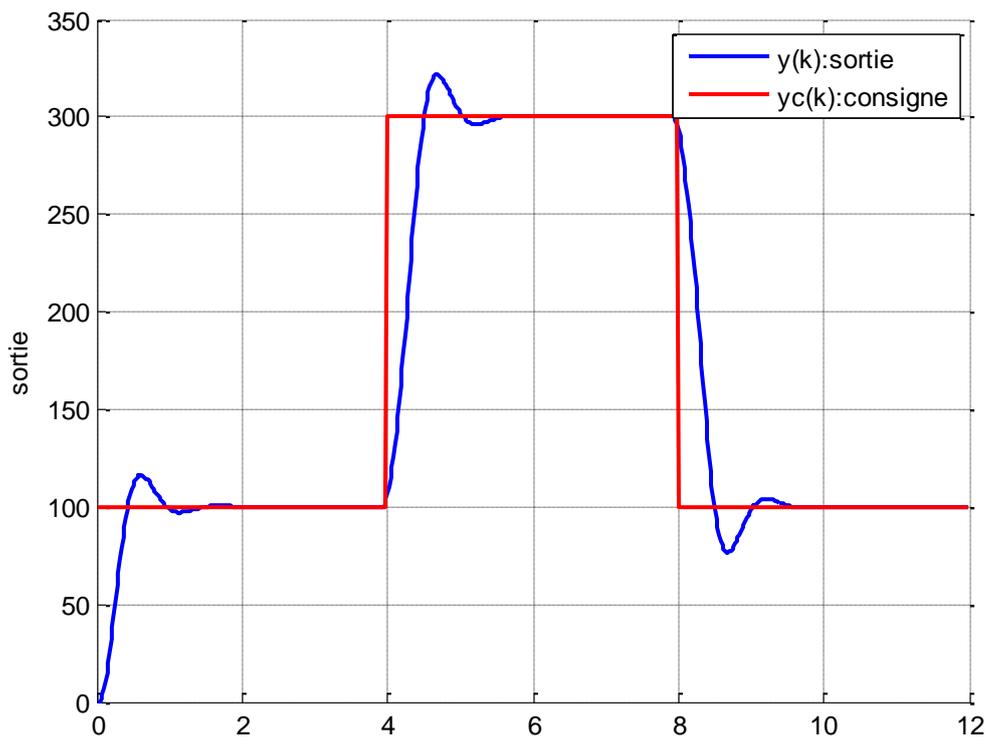


Figure 6.1 Evolution de la vitesse du MCC en absence des perturbations

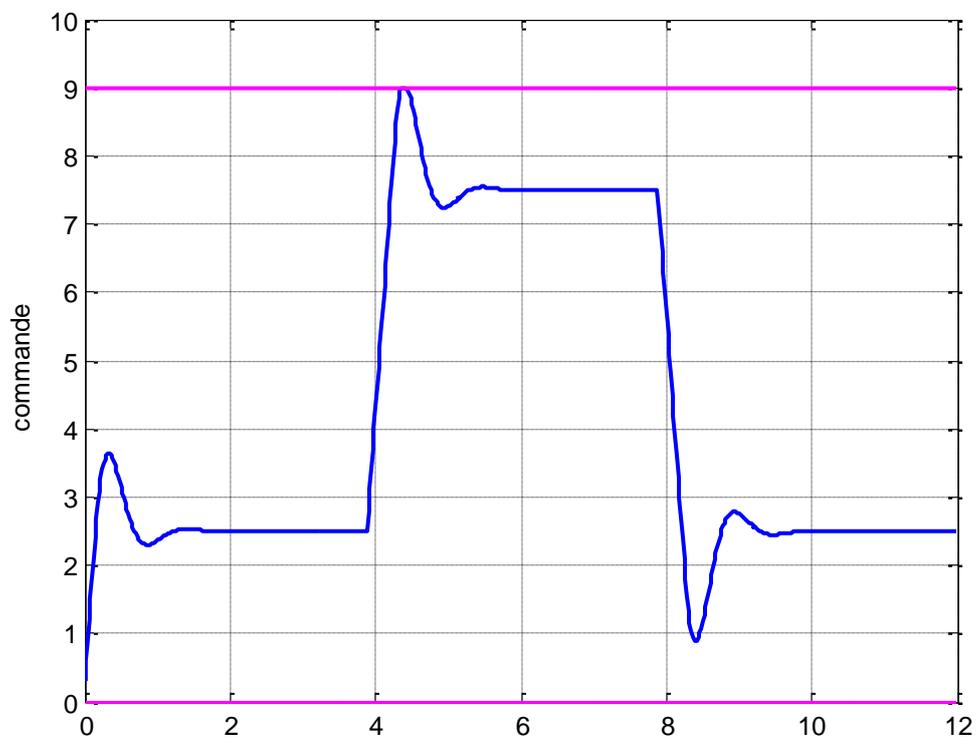


Figure 6.2 Evolution de la commande du MCC en absence des perturbations

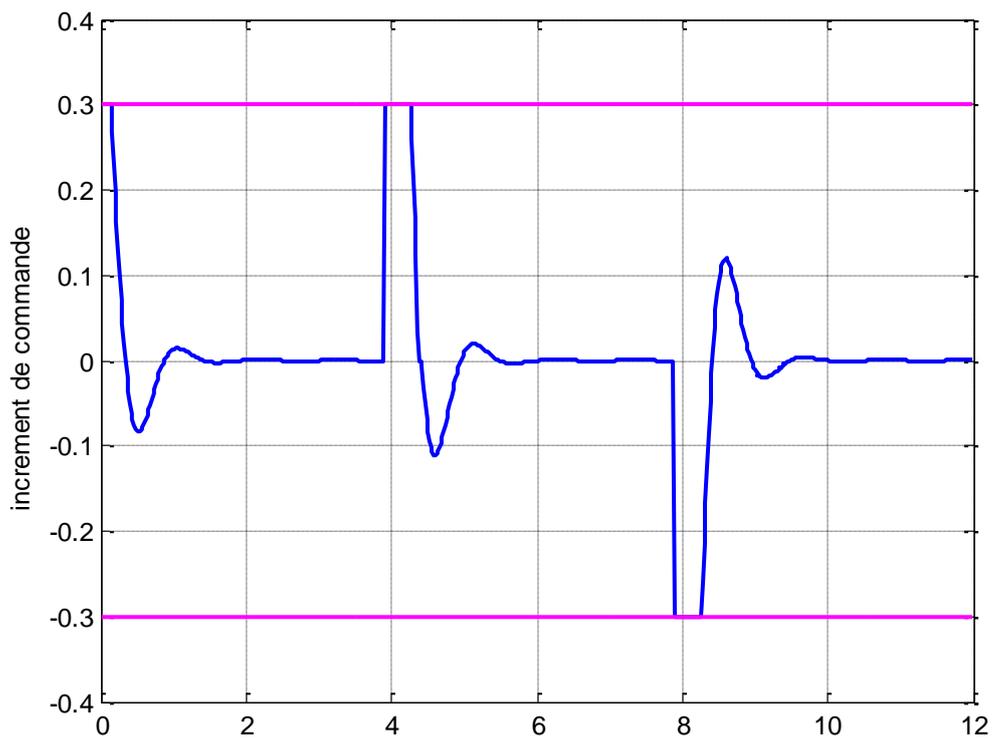


Figure 6.3 Evolution de l'incrément de commande du MCC en absence des perturbations

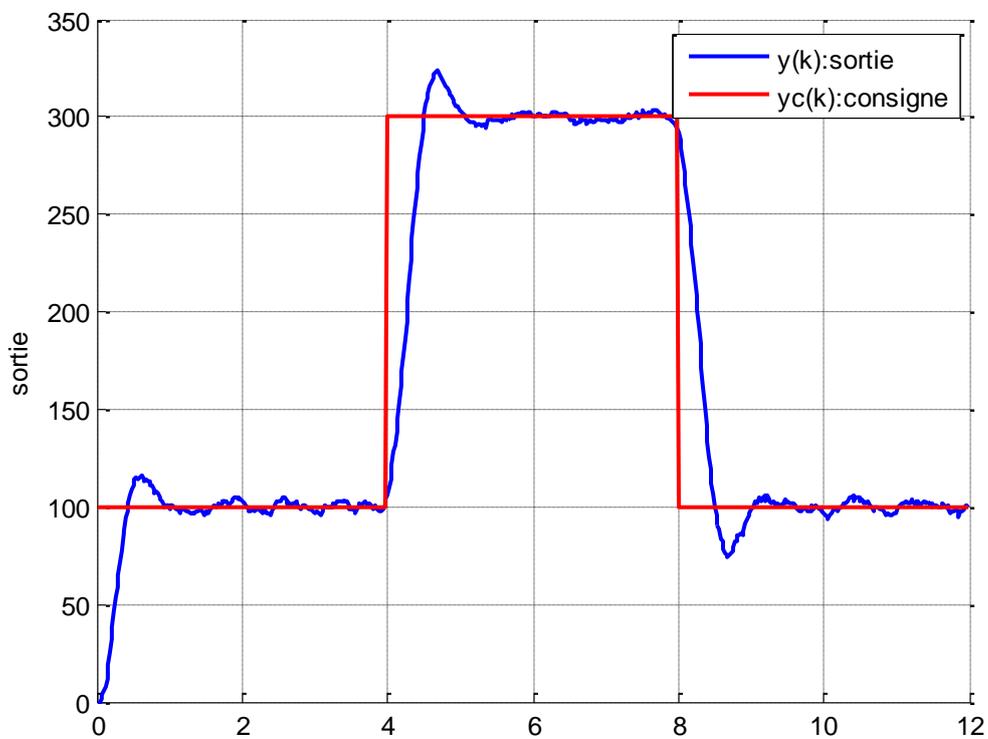


Figure 6.4 Evolution de la vitesse du MCC en présence des perturbations

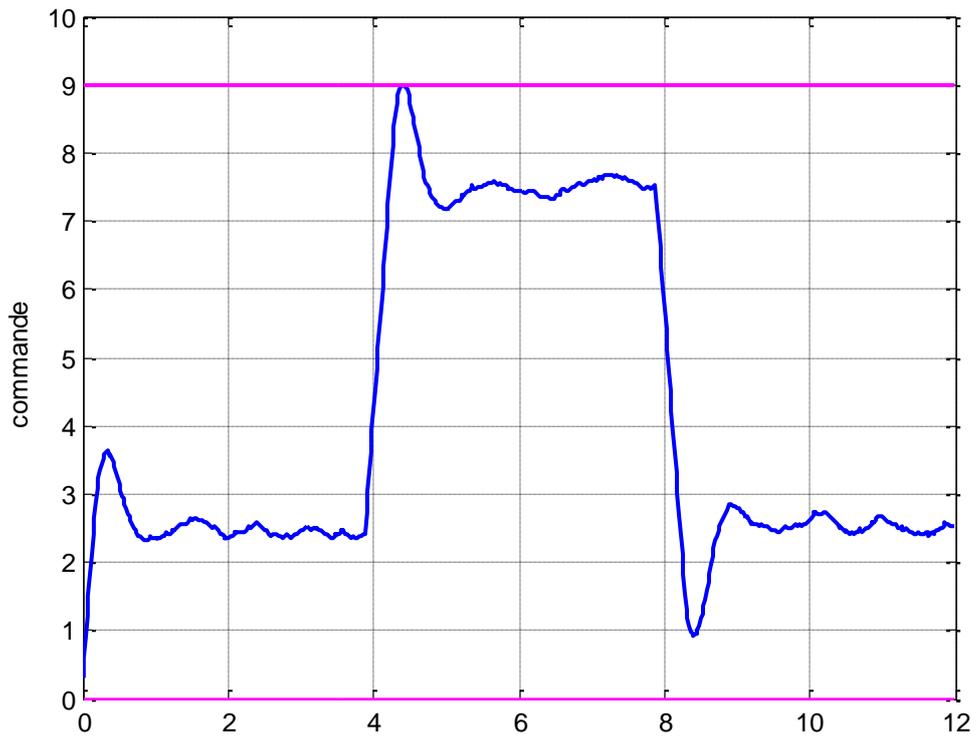


Figure 6.5 Evolution de la commande du MCC en présence des perturbations

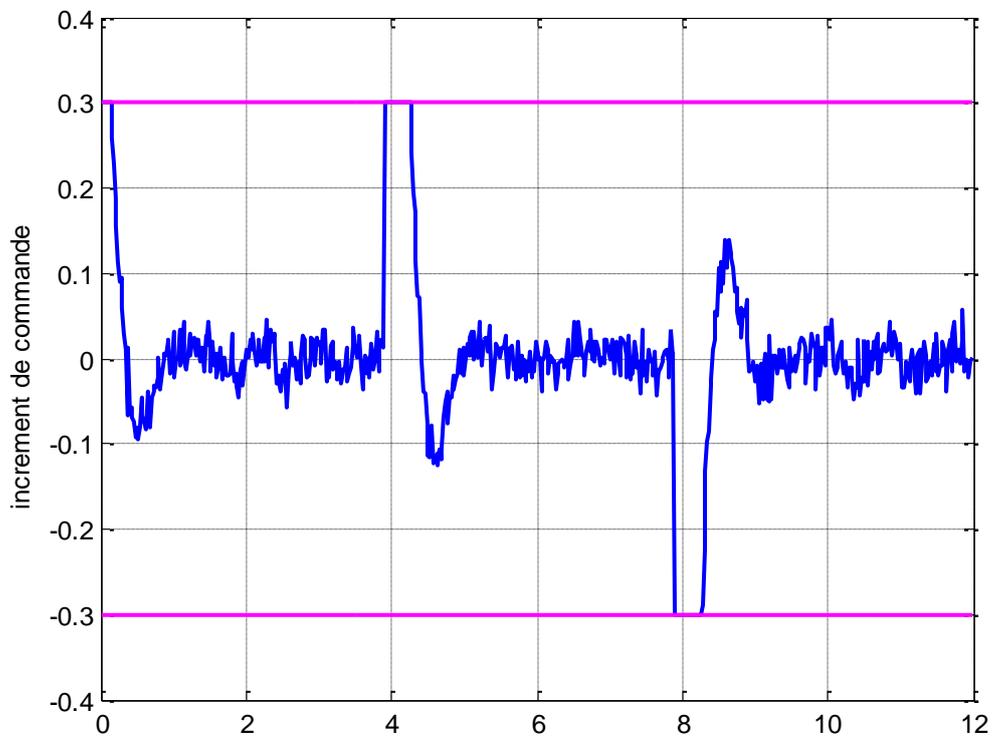


Figure 6.6 Evolution de l'incrément de commande du MCC en présence des perturbations

### 2.1.2 Résultats de simulations de la commande GPC adaptative sous contraintes, avec et sans perturbation

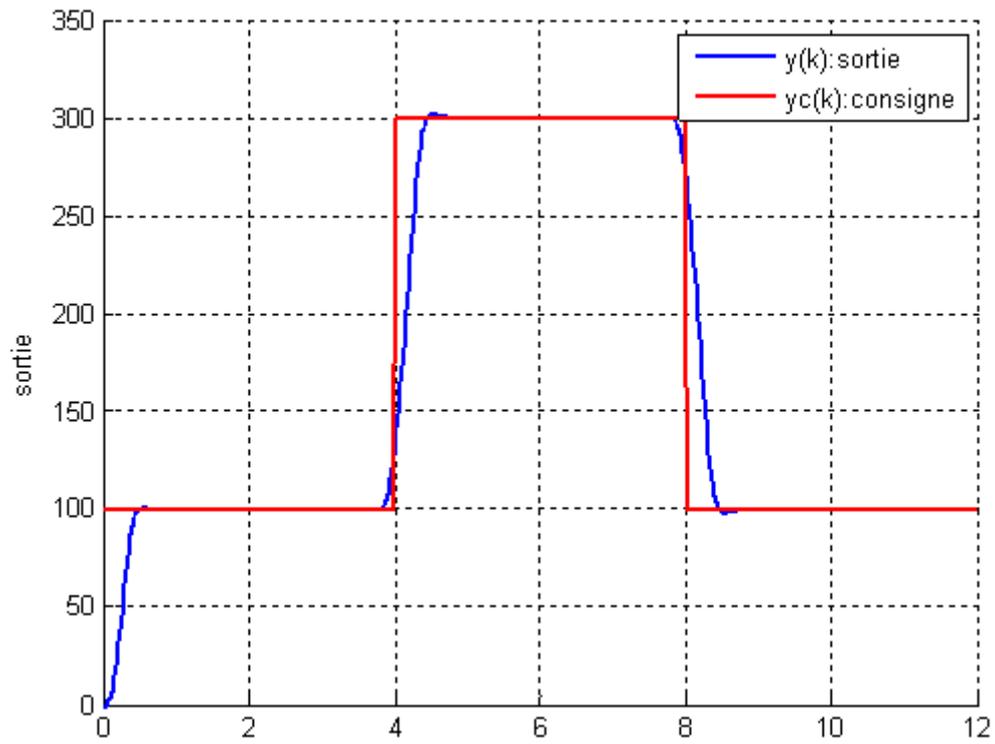


Figure 6.7 Evolution de la vitesse du MCC en absence des perturbations

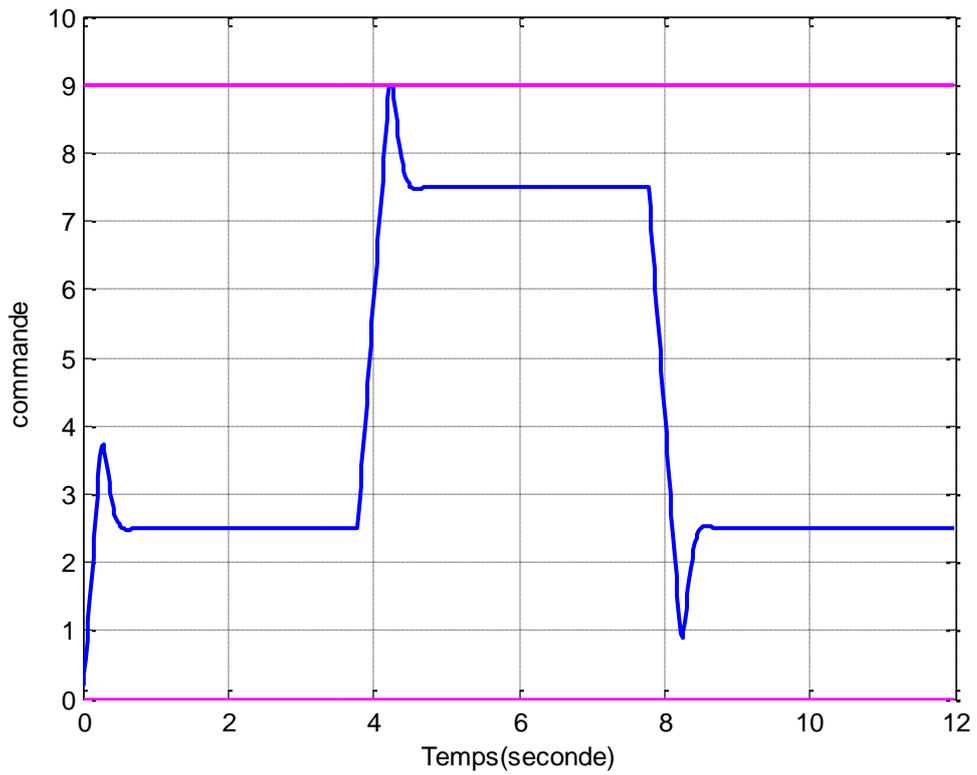


Figure 6.8 Evolution de la commande du MCC en absence des perturbations

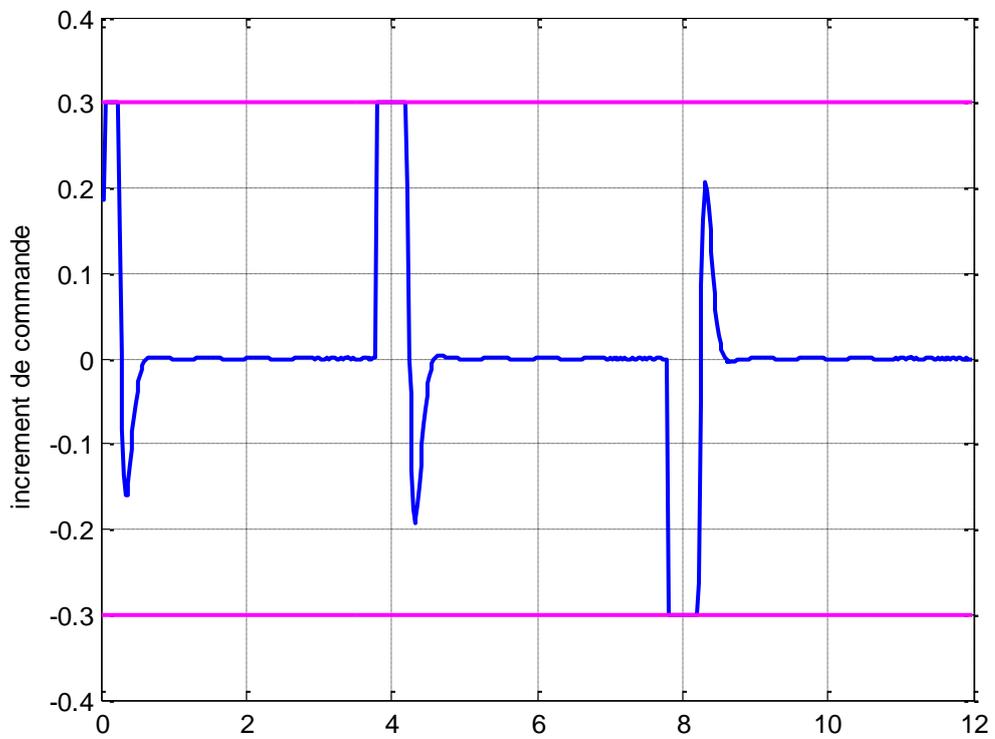


Figure 6.9 Evolution de l'incrément de commande du MCC en absence des perturbations

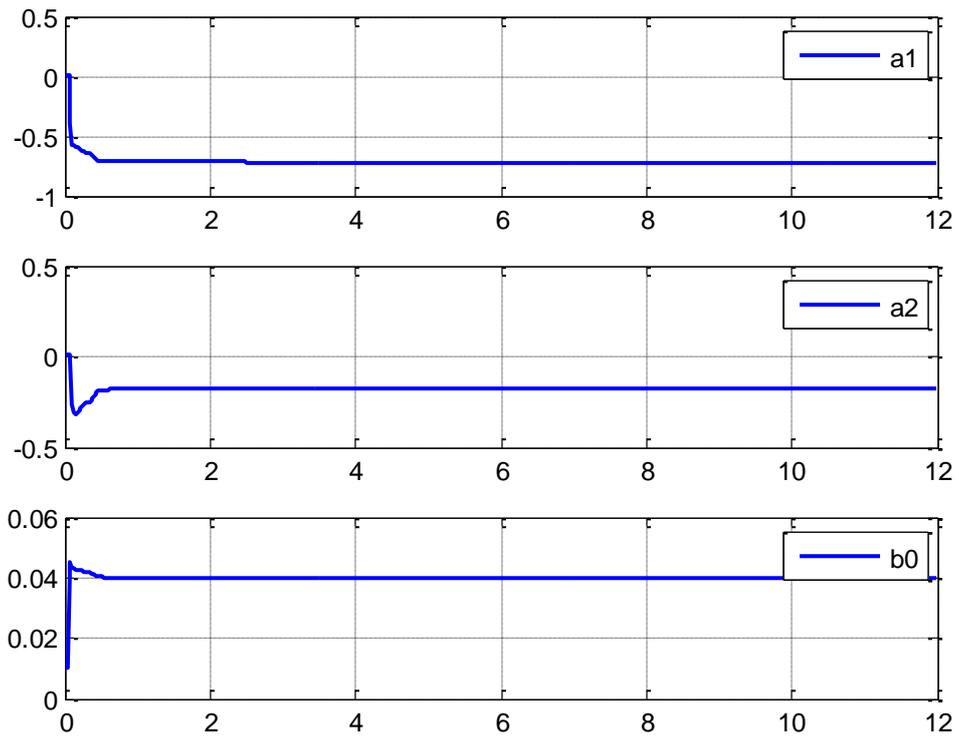


Figure 6.10 Les paramètres estimés en absence des perturbations

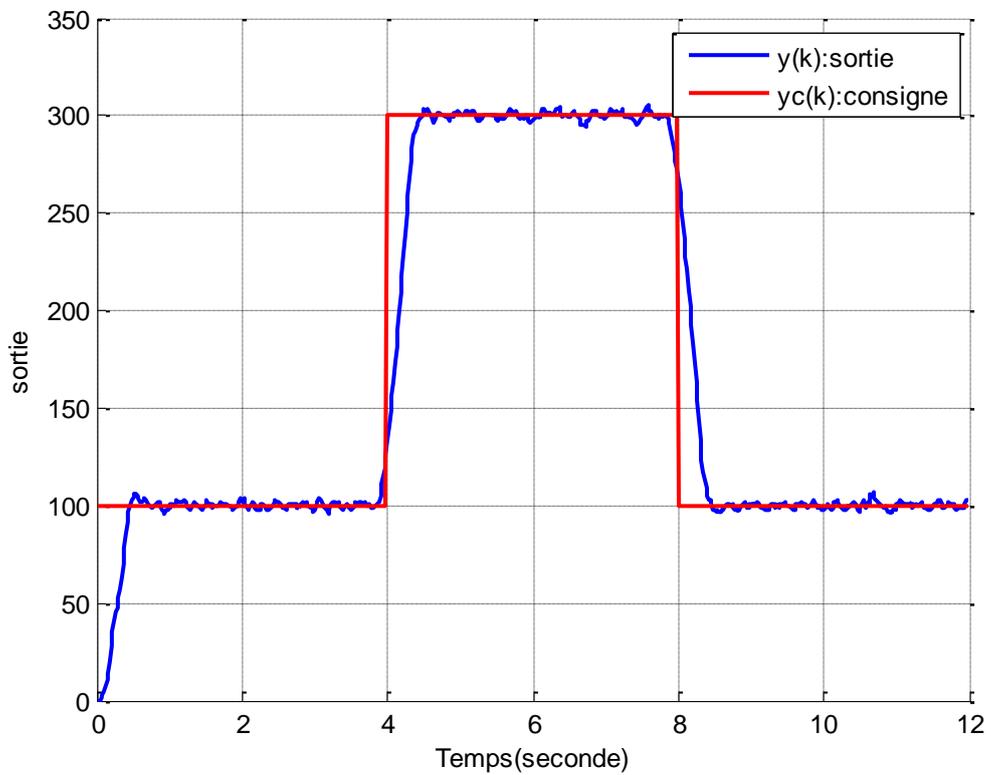


Figure 6.11 Evolution de la vitesse du MCC en présence des perturbations

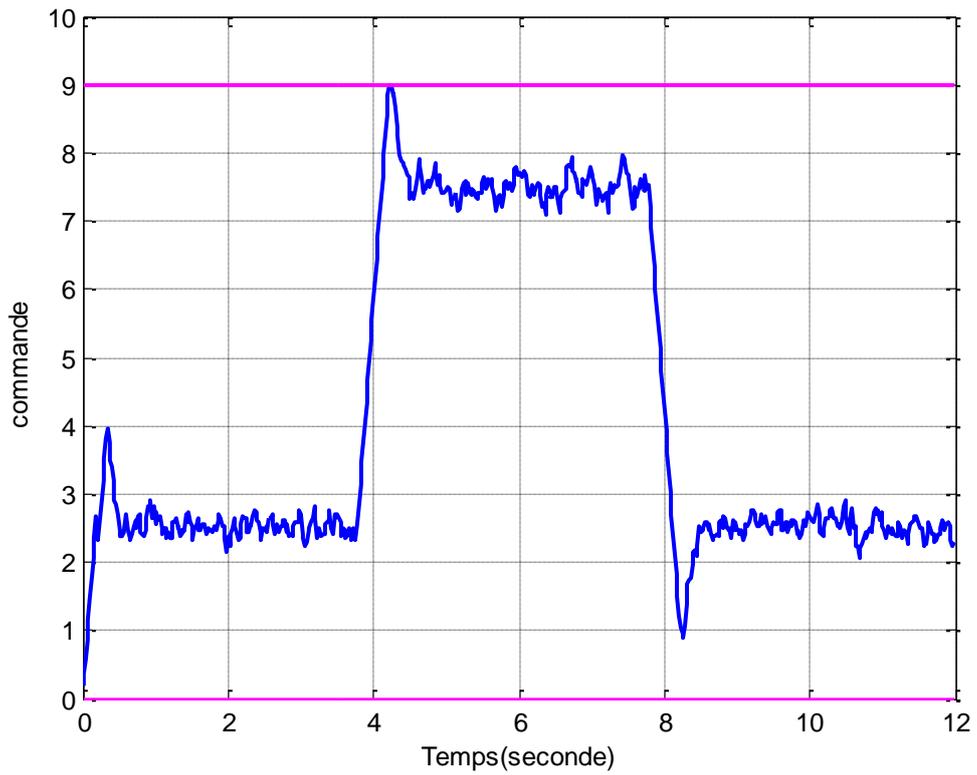


Figure 6.12 Evolution de la commande du MCC en présence des perturbations

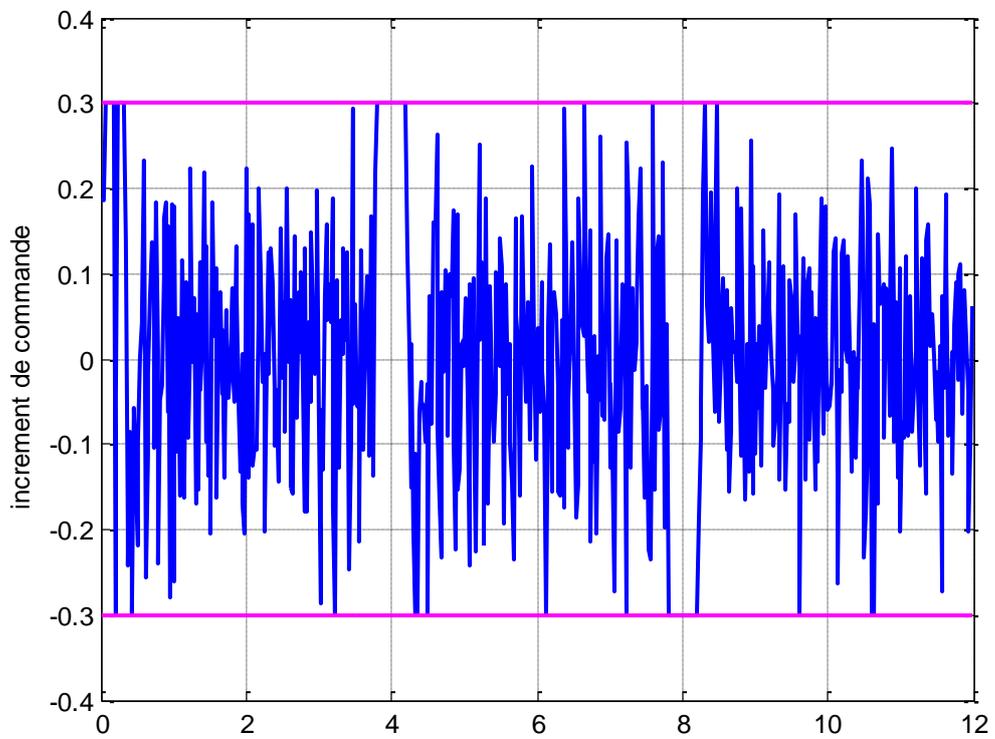


Figure 6.13 Evolution de l'incrément de commande du MCC en présence des perturbations

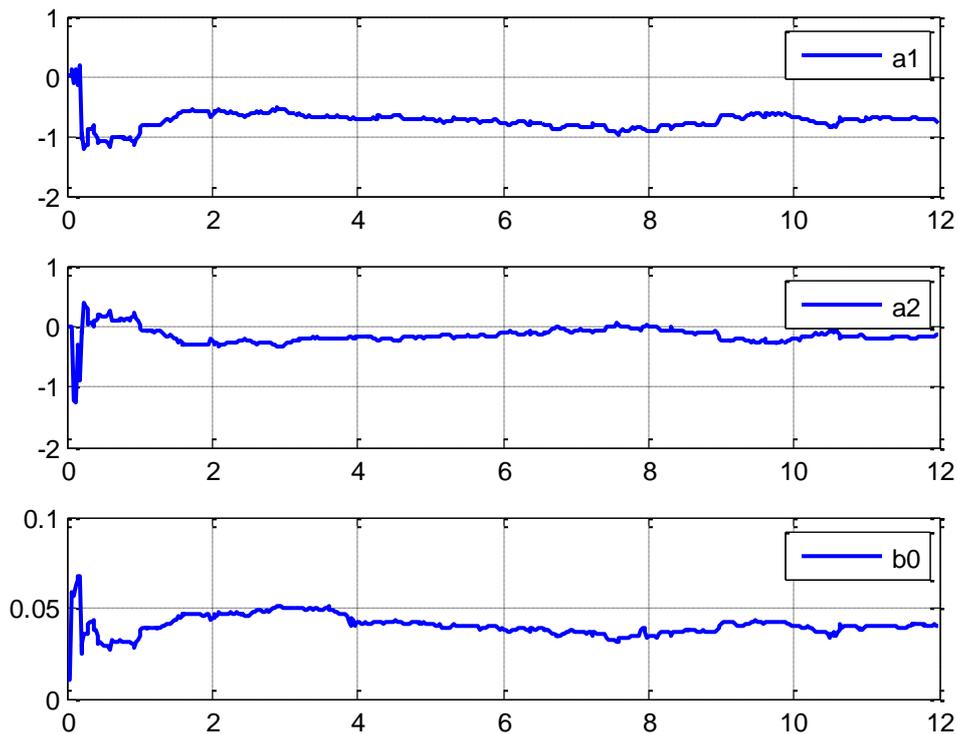


Figure 6.14 Les paramètres estimés en présence des perturbations

Les résultats de simulation montrent le comportement d'entrée-sortie du système de commande à paramètres fixes sous contraintes. À l'observation des figures 6.1, 6.2, 6.3, 6.4, 6.5 et 6.6 on constate que les contraintes sur les entrées sont respectées. La variation de l'entrée reste dans l'intervalle acceptable imposés. Le système fournit une réponse temporelle avec un dépassement.

Comme le montre les figures 6.7, 6.8 ,6.9, 6.11, 6.12, 6.13, la commande adaptative sous contrainte assure une bonne poursuite de la consigne sans dépassement avec un temps de réponse est assez petit.

La convergence des paramètres estimés est illustrée par les figure 6.10 et 6.14.

## 2.2 Commande d'une colonne à distiller

Les résultats présentés est obtenu avec les même paramètres de synthèse du schéma de commande utilisée précédemment :  $h_I=6$ ,  $h_p=10$ ,  $h_c=2$  et  $\lambda=0.8$ .

On introduit les contraintes suivantes :

- ✓ contraintes sur le signal de commande ( $-0.5 \leq u \leq 0.5$ )
- ✓ contraintes sur l'incrément de commande ( $- 0.2 \leq \Delta u \leq 0.2$ )

### 2.2.1 Résultat de simulation de la commande GPC sous contraintes à paramètre fixes, avec et sans perturbations

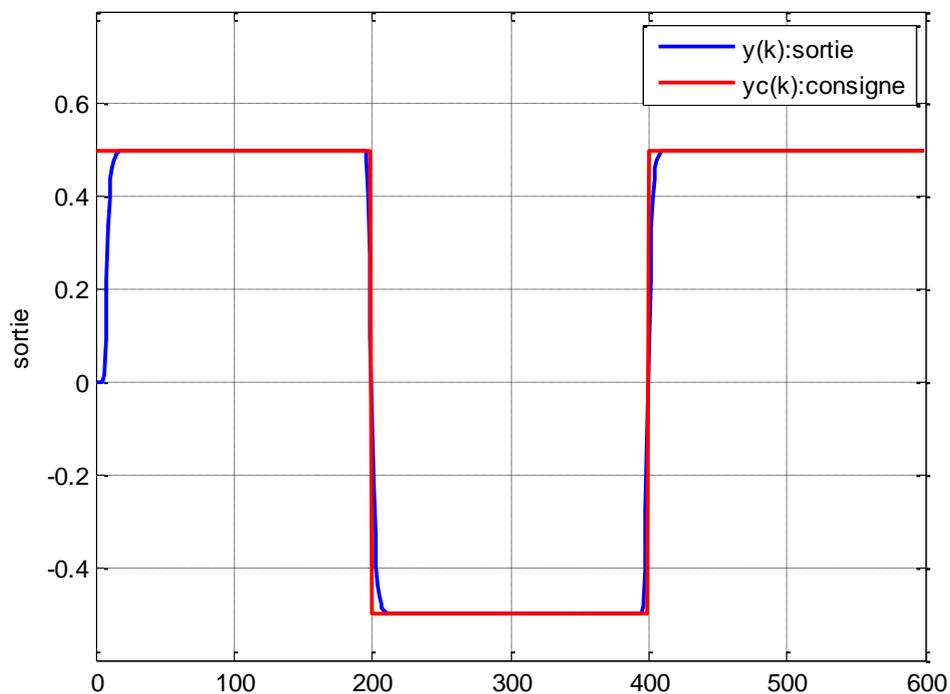


Figure 6.15 Evolution de sortie de la colonne de distillation en absence des perturbations

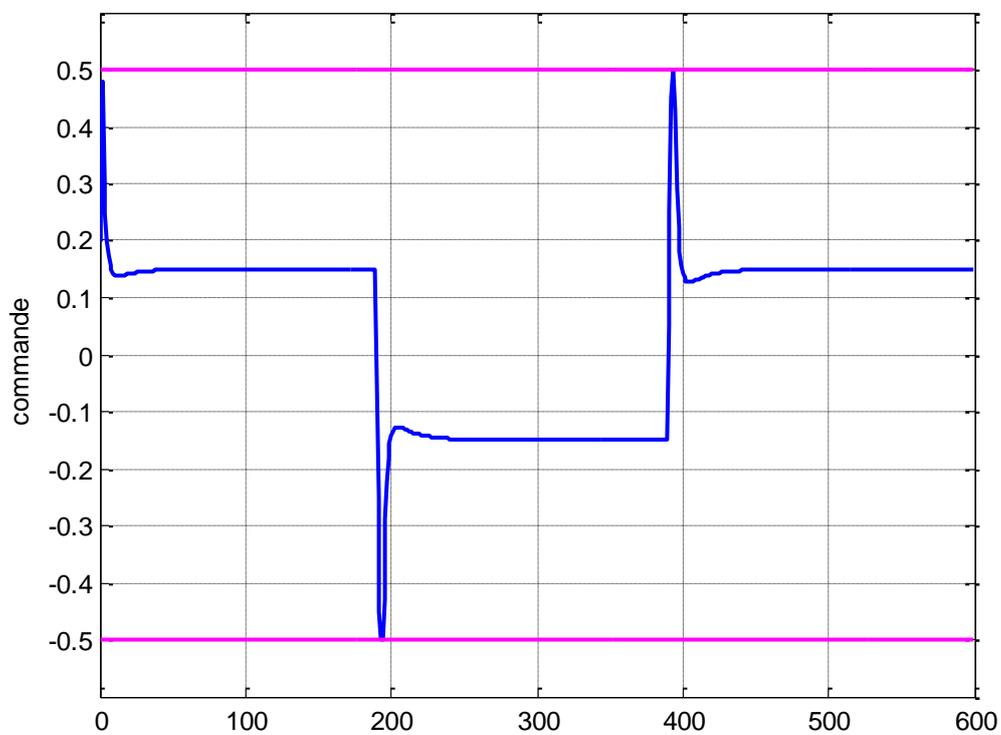


Figure 6.16 Evolution de la commande de la colonne de distillation en absence des perturbations

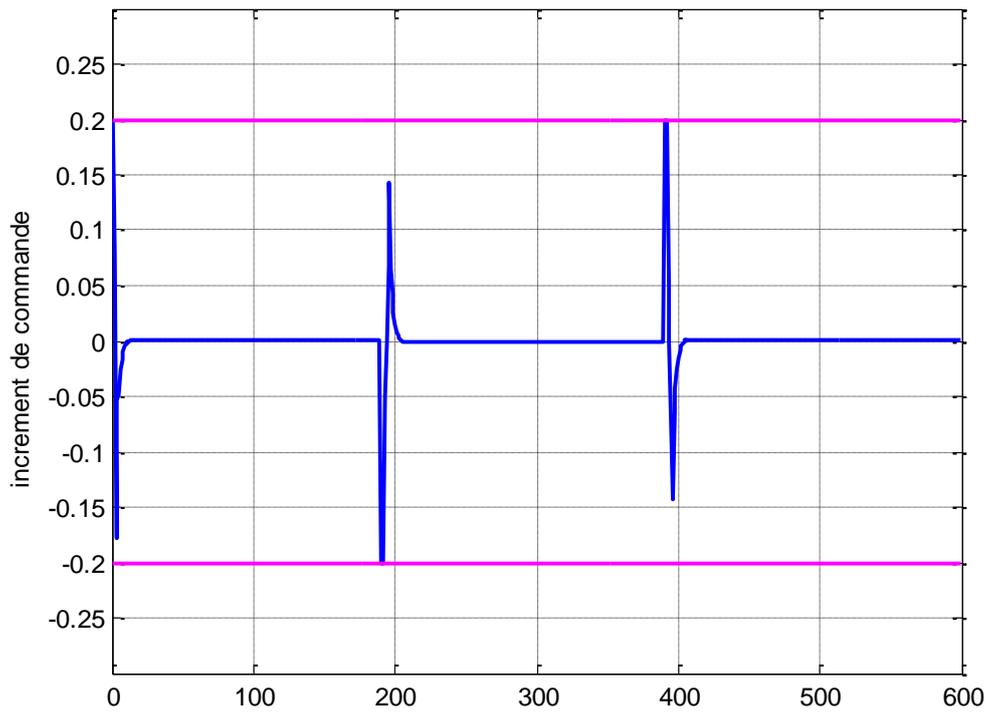


Figure 6.17 Evolution de l'incrément de commande de la colonne de distillation en absence des perturbations

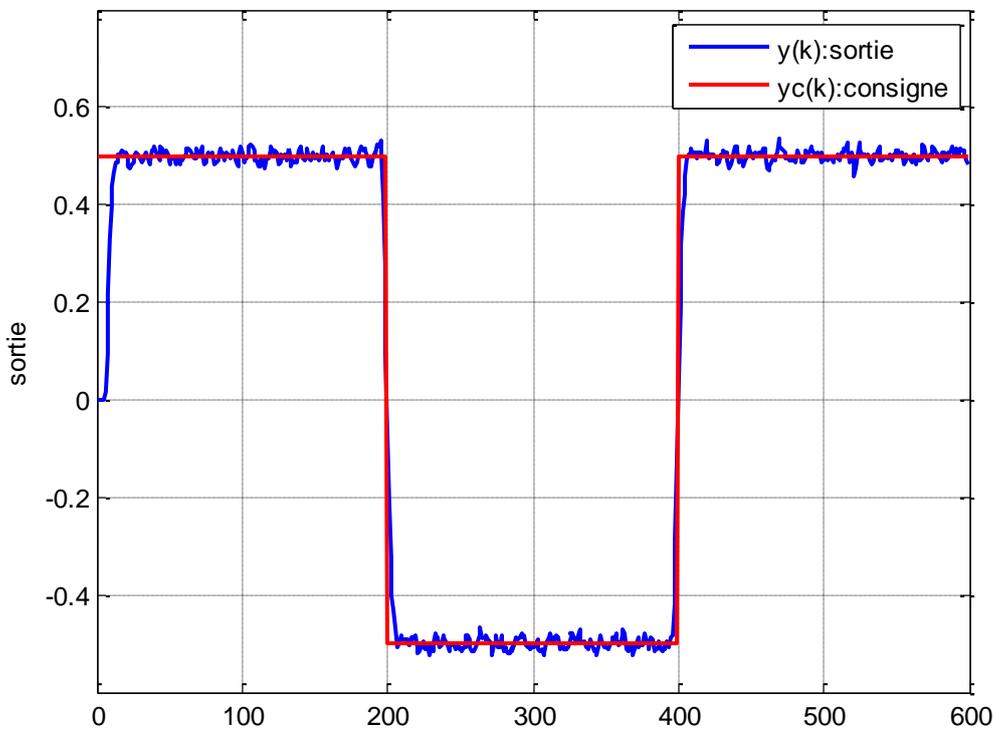


Figure 6.18 Evolution de sortie de commande de la colonne de distillation en présence des perturbations

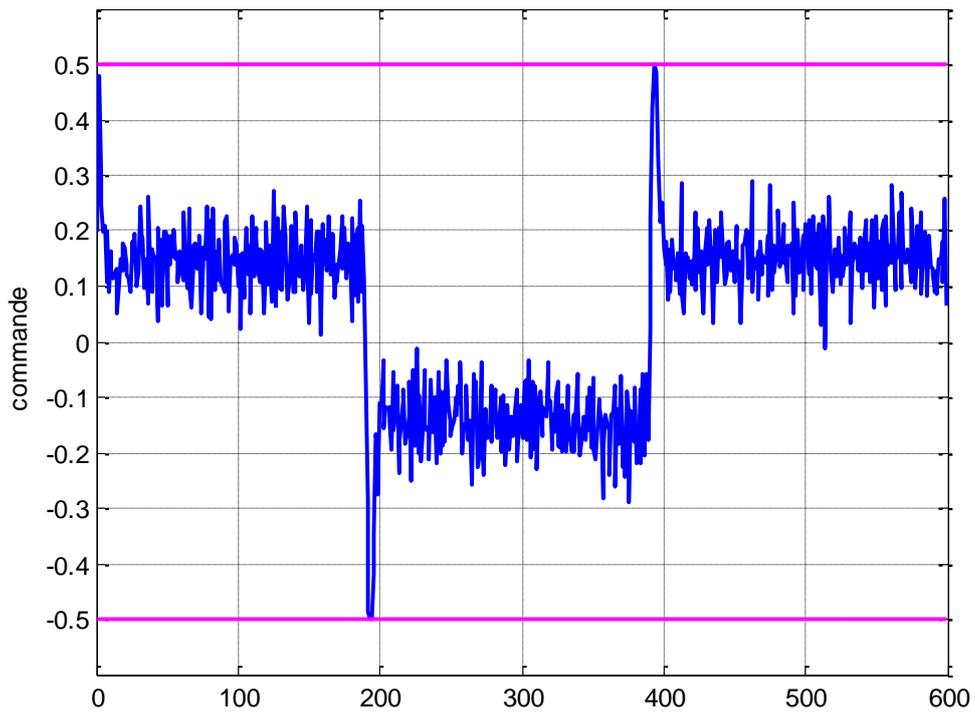


Figure 6.19 Evolution de la commande de la colonne de distillation en présence des perturbations

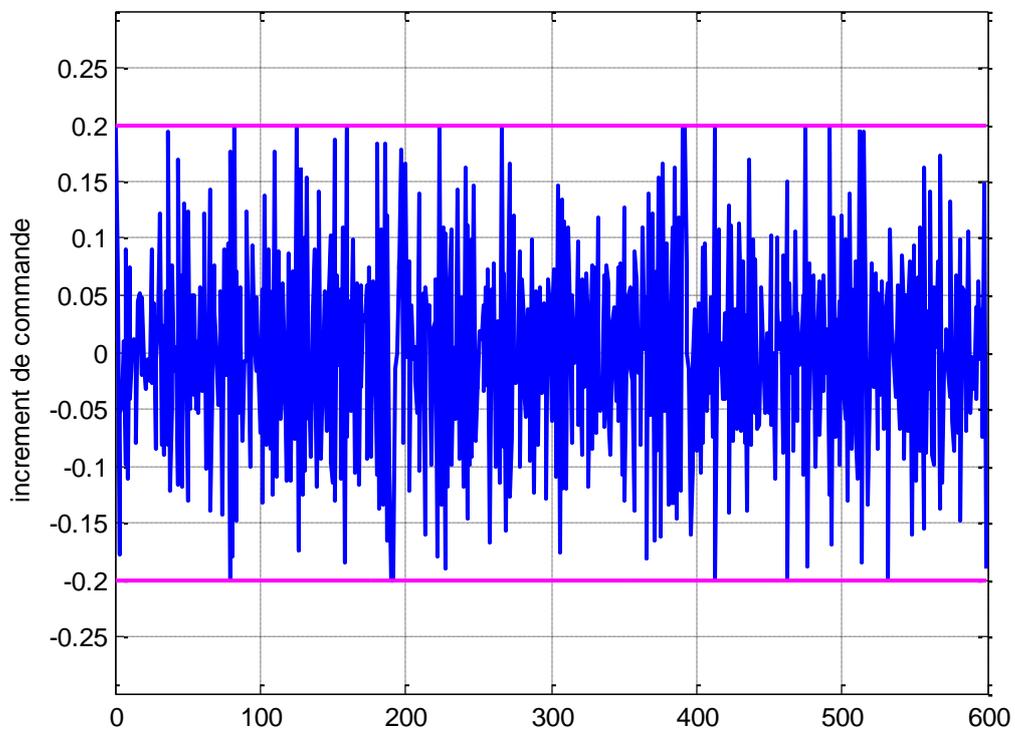


Figure 6.20 Evolution de l'incrément de commande de la colonne de distillation en présence des perturbations

## 2.2.2 Résultats de simulation de la commande GPC adaptative sous contraintes, avec et sans perturbations

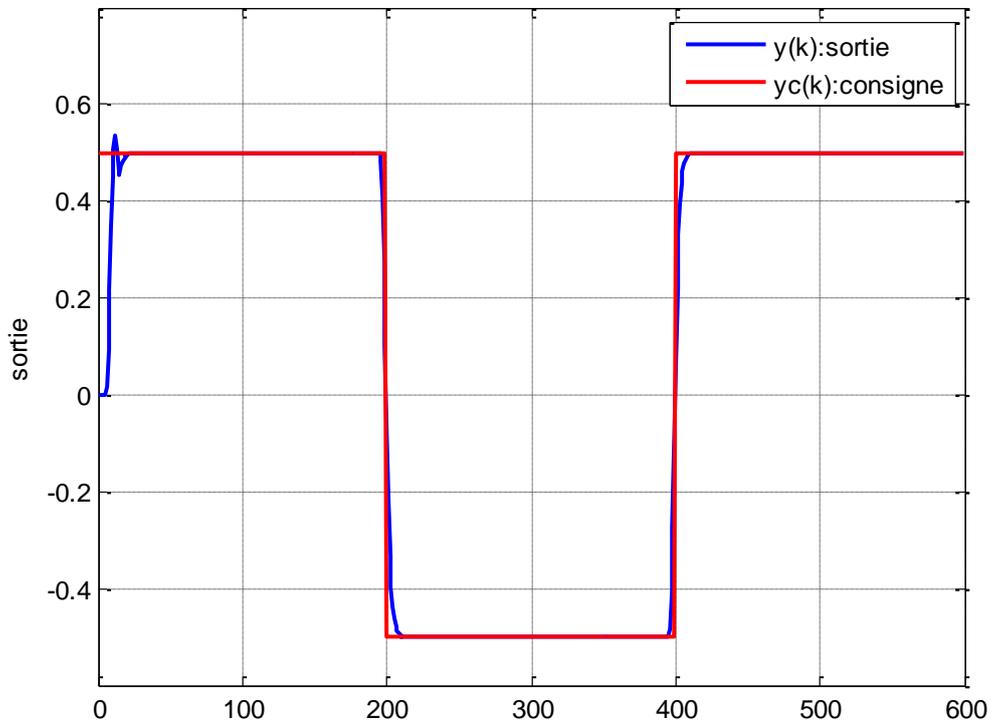


Figure 6.21 Evolution de la vitesse du MCC en absence des perturbations

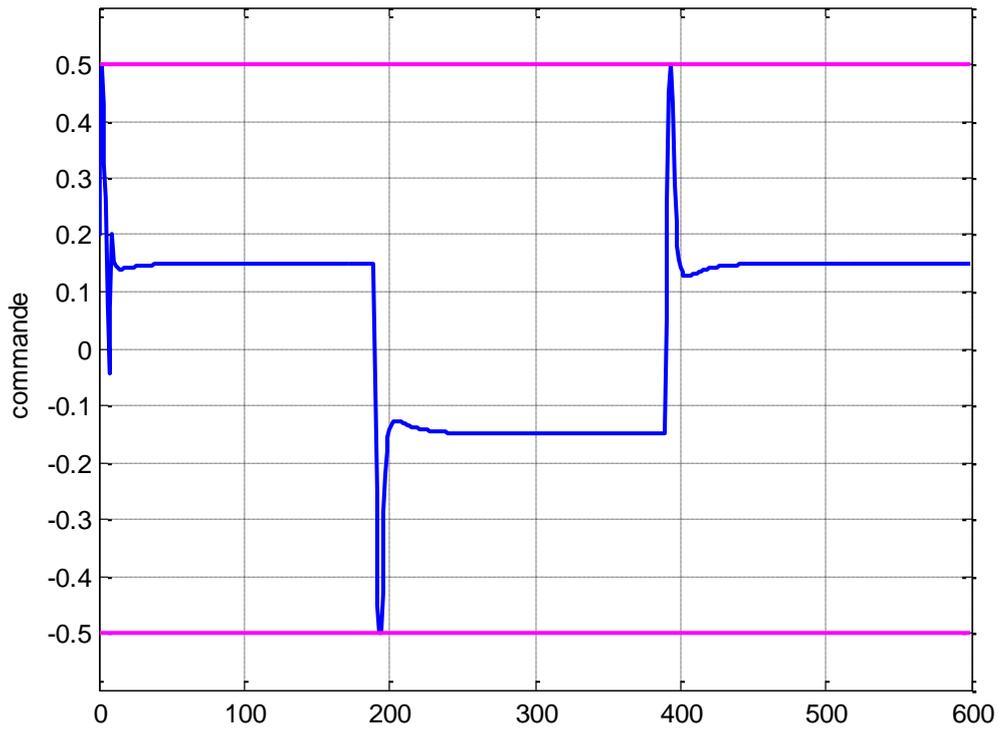


Figure 6.22 Evolution de la commande du MCC en absence des perturbations

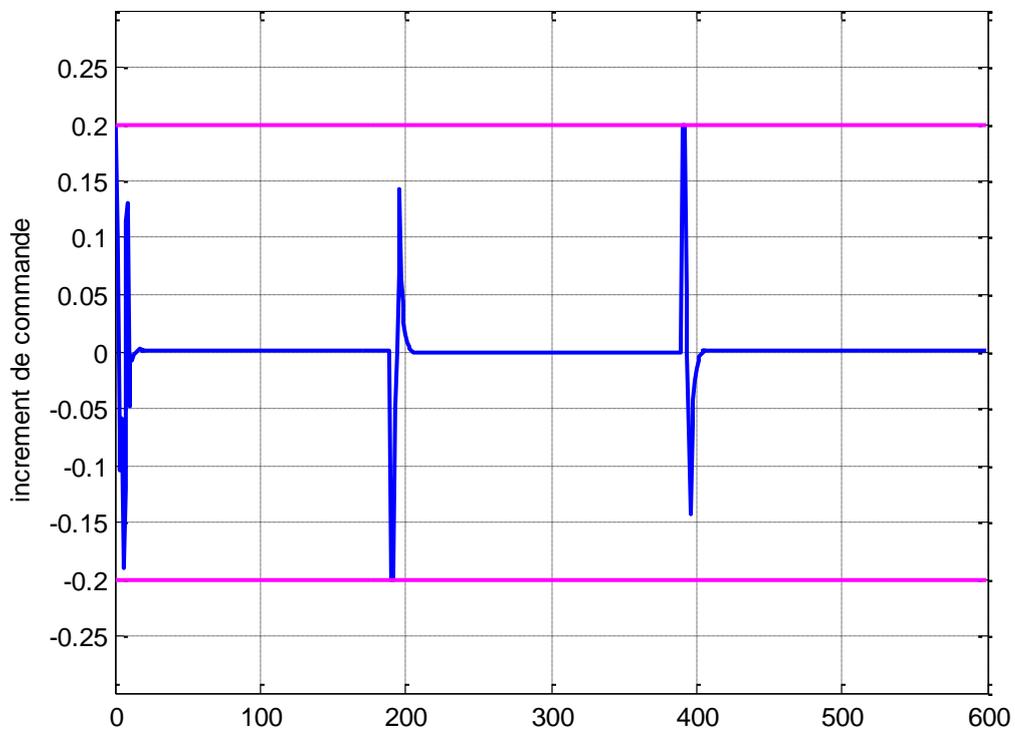


Figure 6.23 Evolution de l'incrément de commande du MCC en absence des perturbations

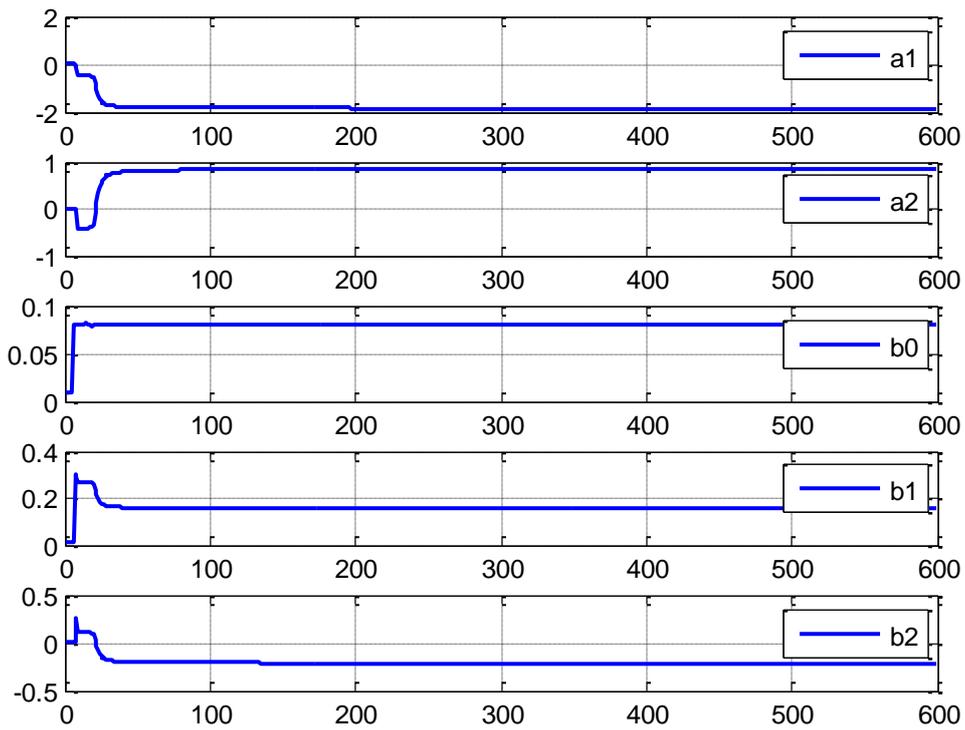


Figure 6.24 Les paramètres estimés en absence des perturbations

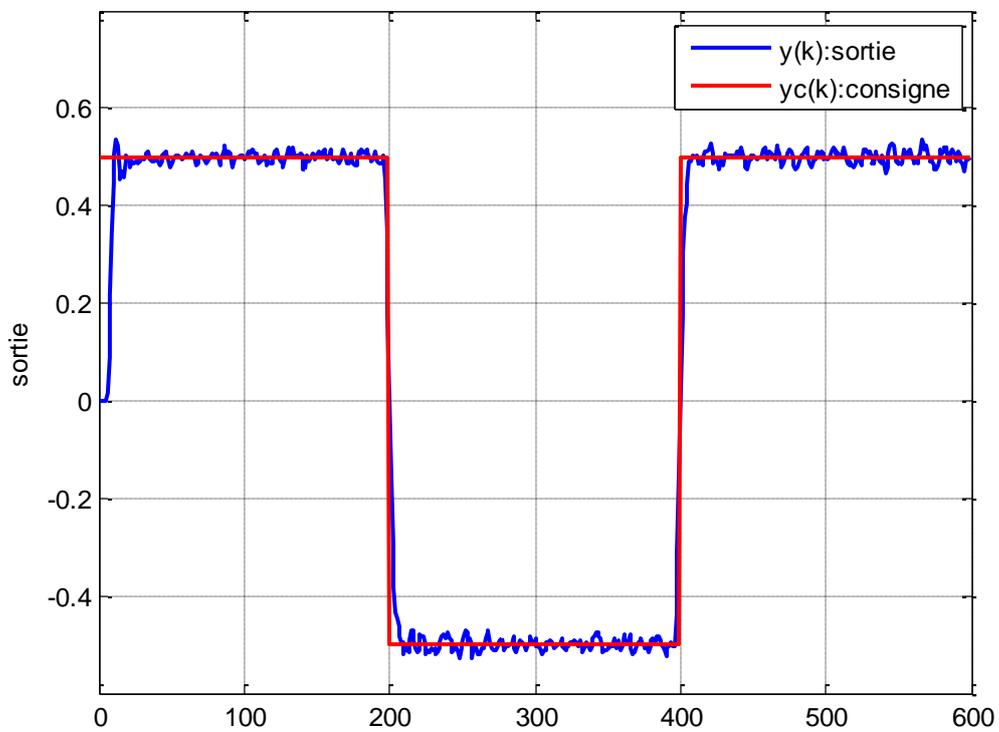


Figure 6.25 Evolution de la vitesse du MCC en présence des perturbations

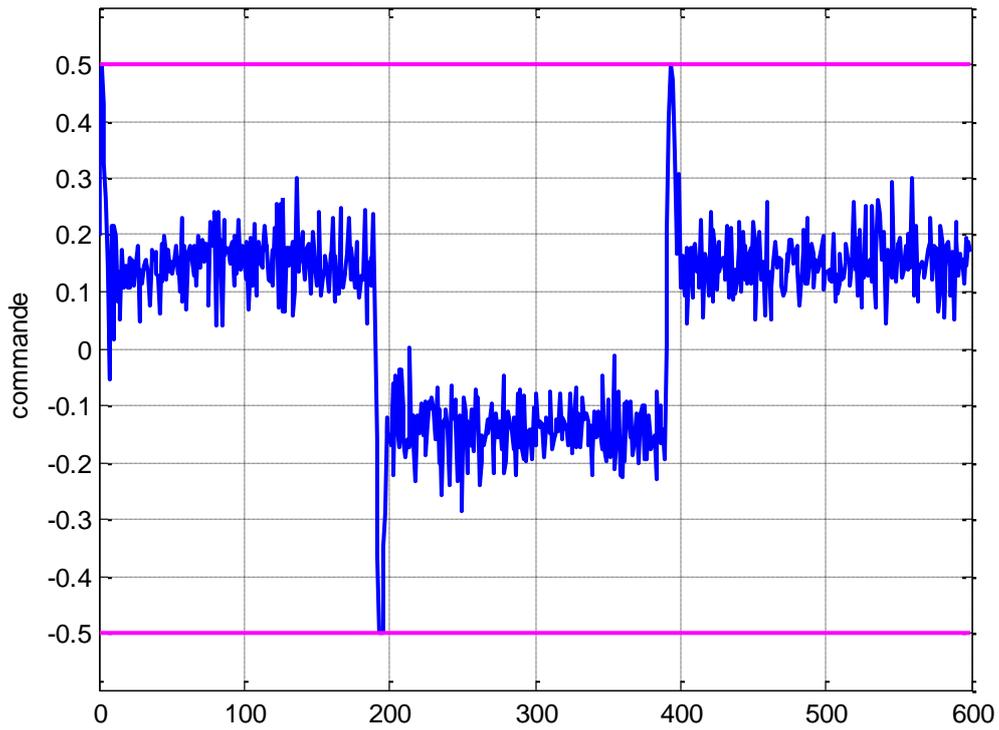


Figure 6.26 Evolution de la commande du MCC en présence des perturbations

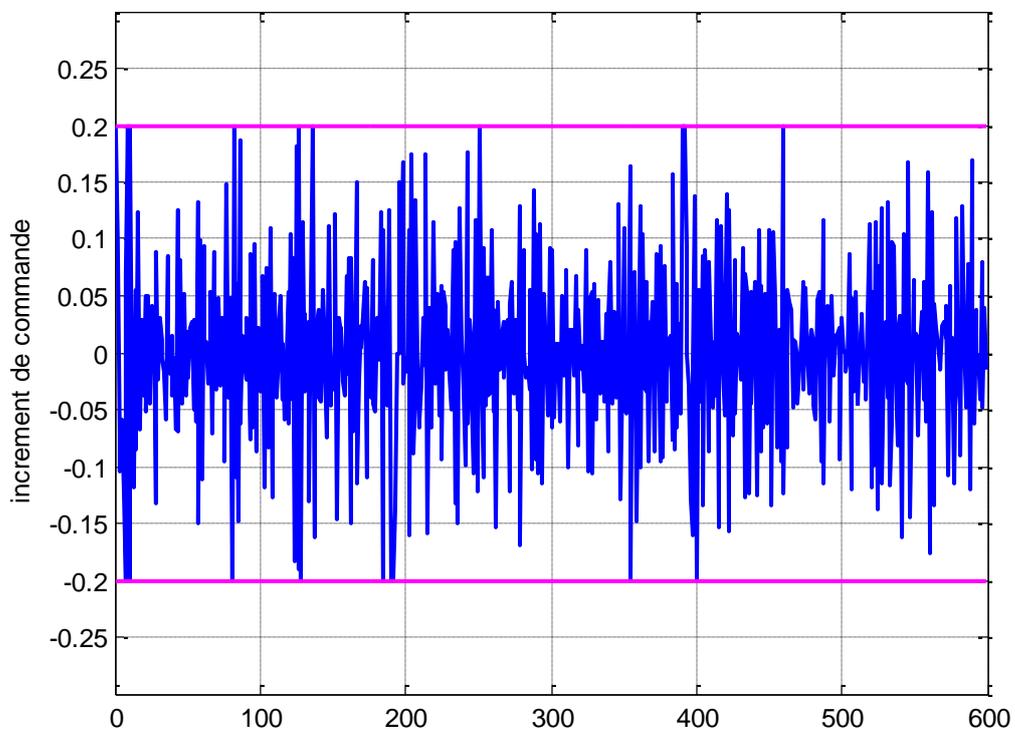


Figure 6.27 Evolution de l'incrément de commande du MCC en présence des perturbations

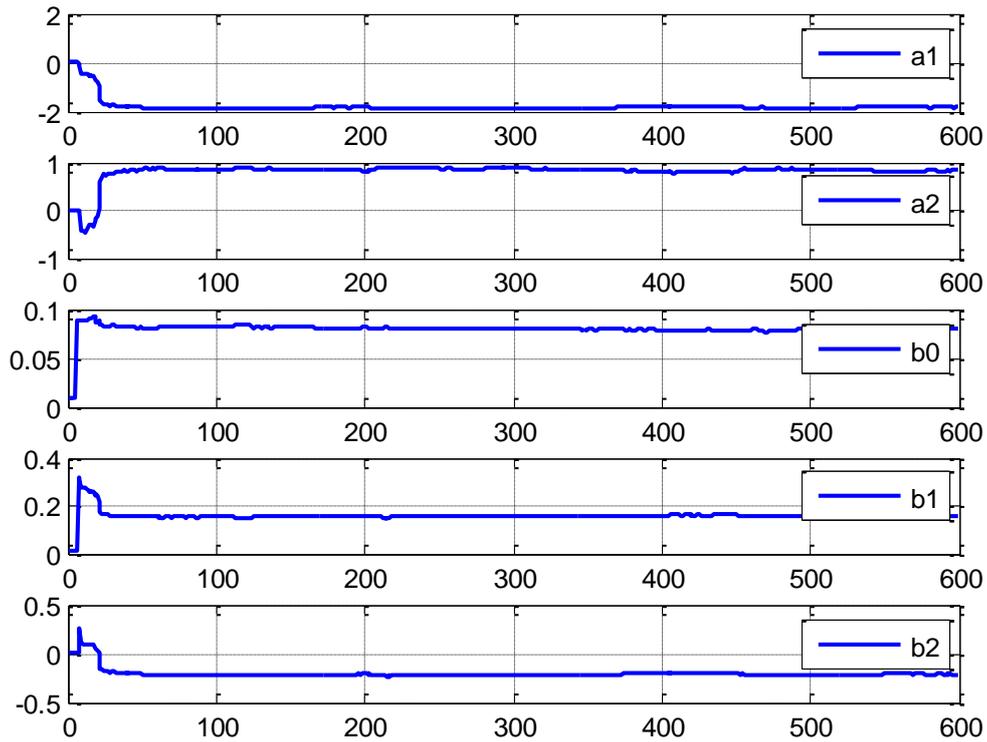


Figure 6.28 Les paramètres estimés en présence des perturbations

Les résultats de simulation sont donnée sur les figures 6.15, 6.16, 6.17, 6.18, 6.19 et 6.20 dans le cas de la commande à paramètre fixe sous contraintes avec et sans perturbations. Nous pouvons voir sur ces figures que le signal de sortie suit parfaitement la consigne. Notez que les contraintes sur les entrées sont respectées. La variation de l'entrée reste dans l'intervalle acceptable imposés. Malgré, La présence des perturbations au niveau de sortie du système, la commande arrive à annuler leur effet.

La commande adaptative sous contrainte appliquées au système sont données sur les figures 6.21, 6.22, 6.23, 6.25, 6.26 et 6.27. La sortie de système commandé suit parfaitement la consigne même durant la phase d'adaptation, où le modèle estimé ne représente pas bien le procédé. Les variables de commande respectent bien les contraintes imposées.

La convergence des paramètres estimés est illustrée par les figure 6.24 et 6.6.28.

### 3. Résultats de simulations : Cas multivariable

#### 3.1 Commande d'une colonne à distiller

Les résultats de simulation sont obtenus avec les paramètres de réglages suivant :  $h_I=1$ ,  $h_p=6$ ,  $h_c=1$ ,  $R = I_{2 \times 2}$  et  $Q = 0.8I_{2 \times 2}$ .

On introduit les contraintes suivantes :

$$u(k) = \begin{cases} 0 \leq u_1(k) \leq 2.5 \\ 0 \leq u_2(k) \leq 3.5 \end{cases}, \Delta u(k) = \begin{cases} -0.2 \leq \Delta u_1(k) \leq 0.2 \\ -0.2 \leq \Delta u_2(k) \leq 0.2 \end{cases}$$

### 3.1.1 Résultat de simulation de la commande GPC à paramètre fixes, avec et sans perturbations

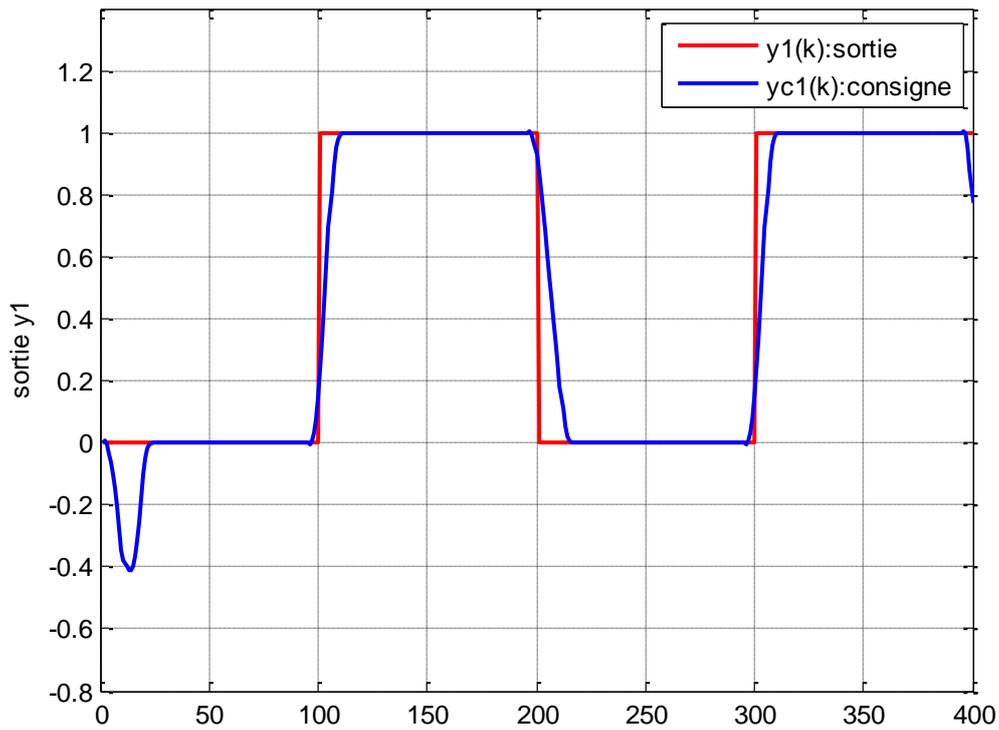


Figure 6.29 Evolution de sortie  $y_1(k)$  de la colonne de distillation en absence des perturbations

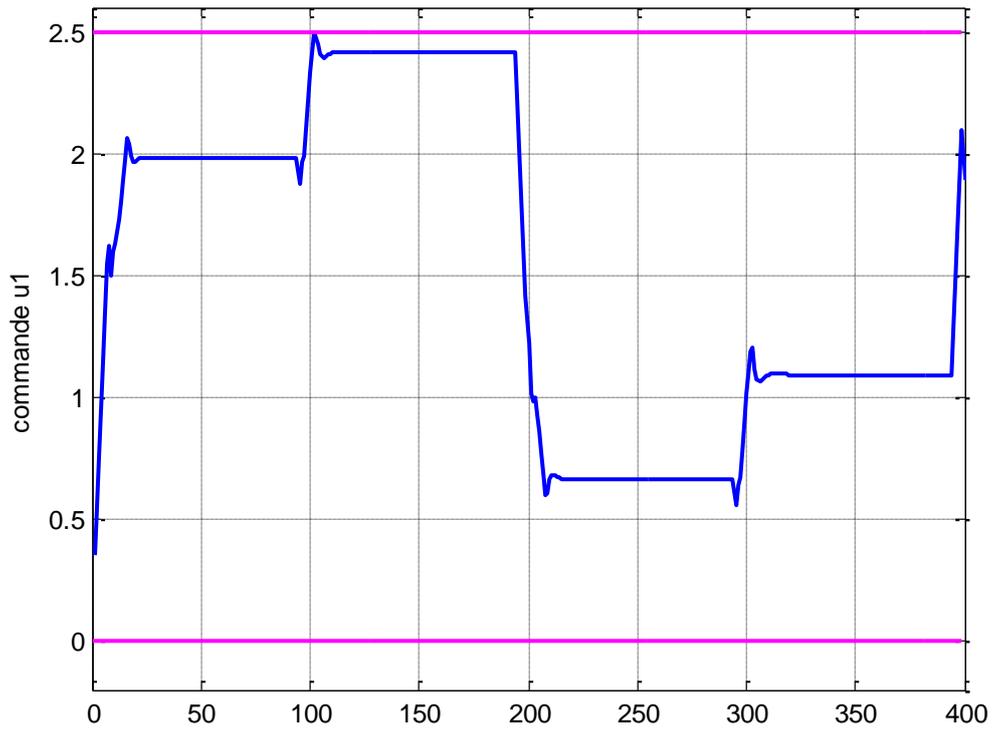


Figure 6.30 Evolution de commande  $u_1(k)$  colonne de distillation en absence des perturbations

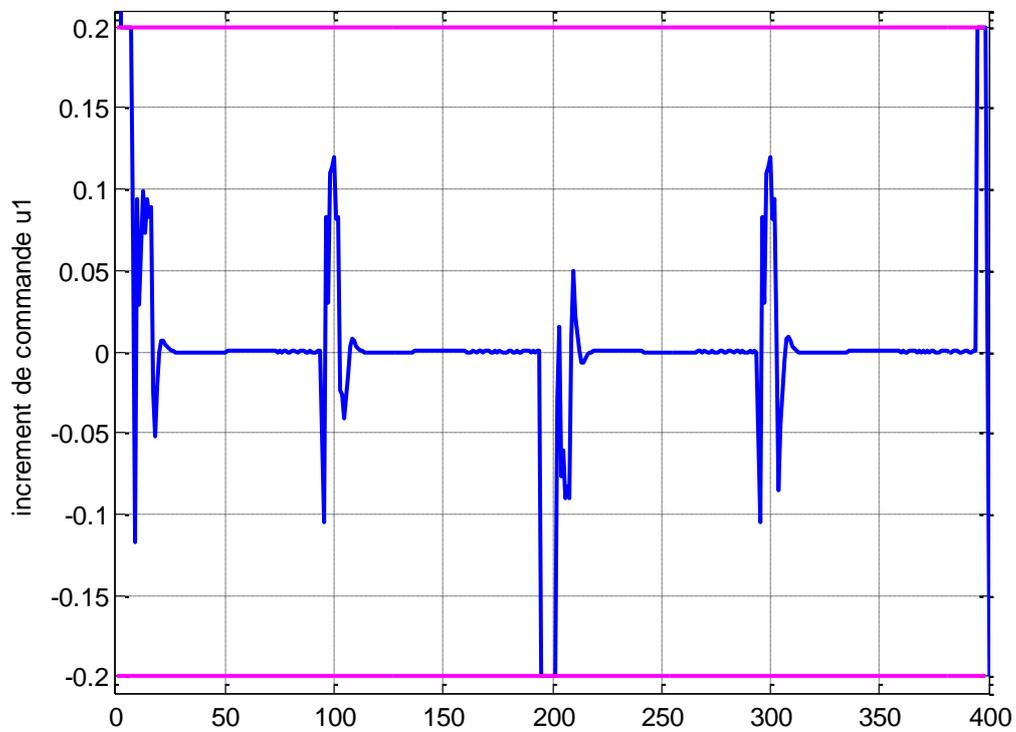


Figure 6.31 Evolution de l'incrément de commande  $\Delta u_1(k)$  en absence des perturbations

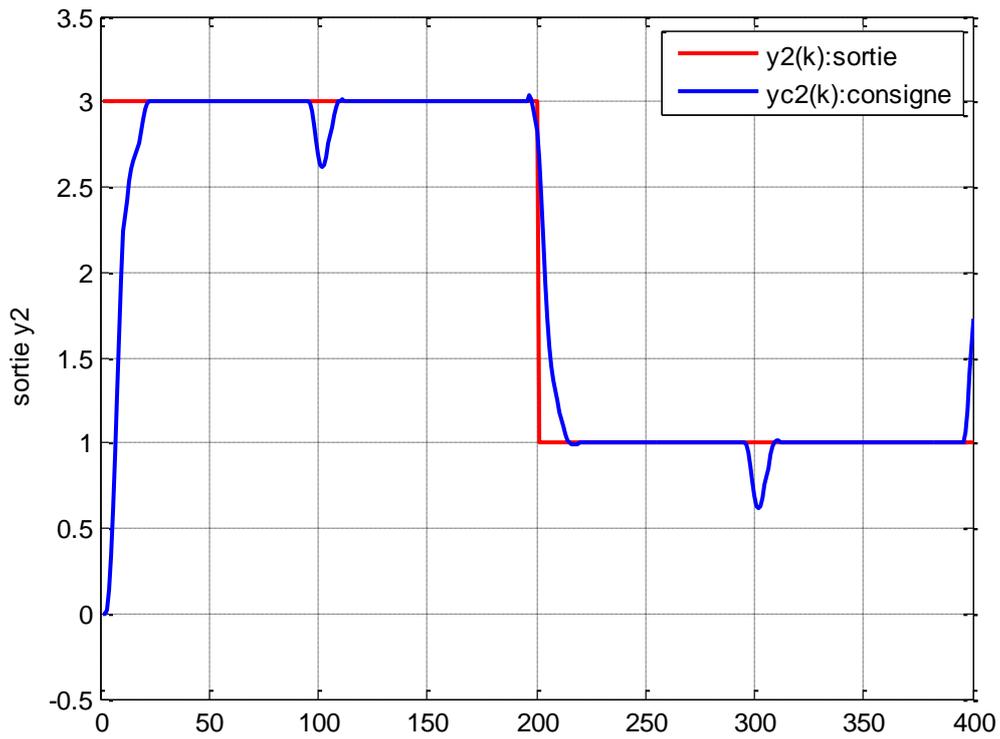


Figure 6.32 Evolution de sortie  $y_2(k)$  de la colonne de distillation en absence des perturbations

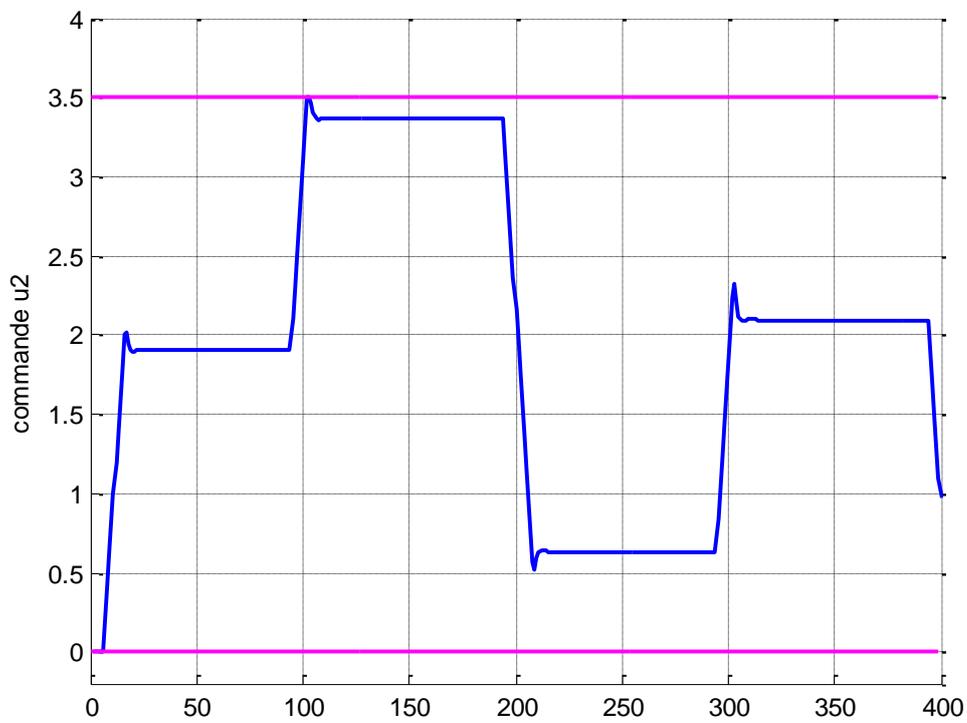


Figure 6.33 Evolution de commande  $u_2(k)$  colonne de distillation en absence des perturbations

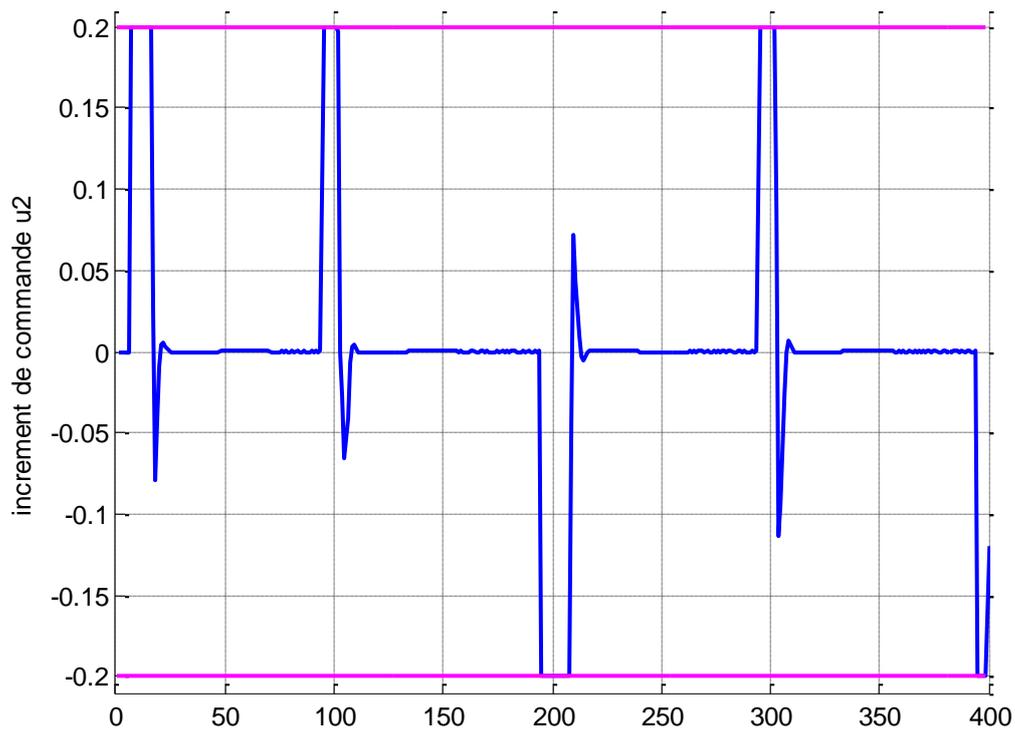


Figure 6.34 Evolution de l'incrément de commande  $\Delta u_2(k)$  en absence des perturbations

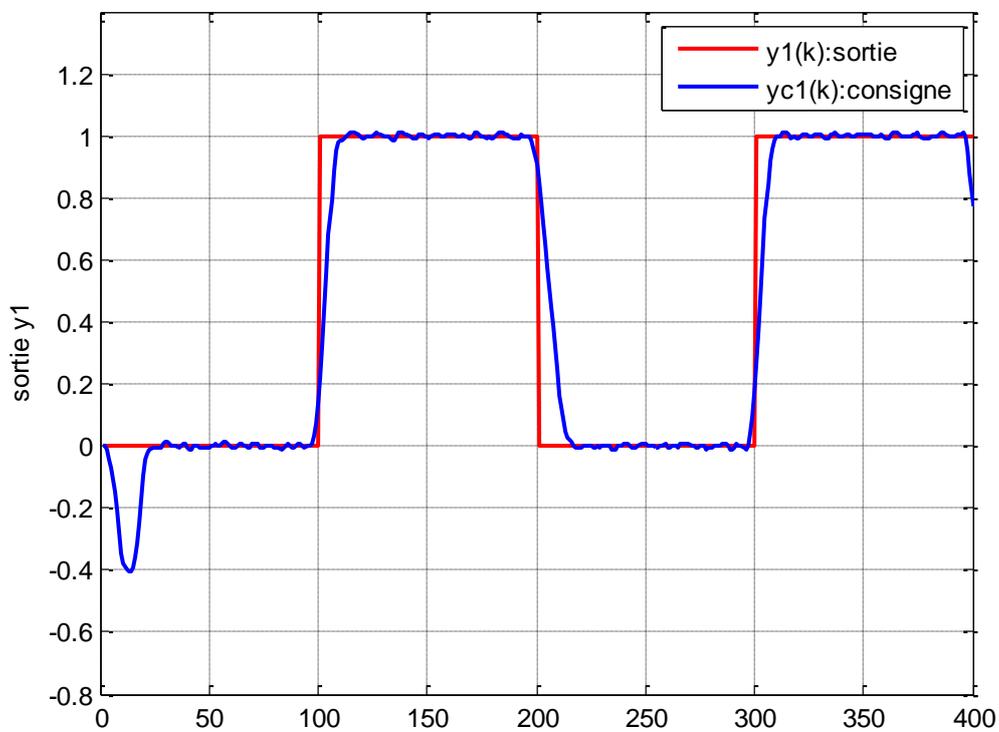


Figure 6.35 Evolution de sortie  $y_1(k)$  de la colonne de distillation en présence des perturbations

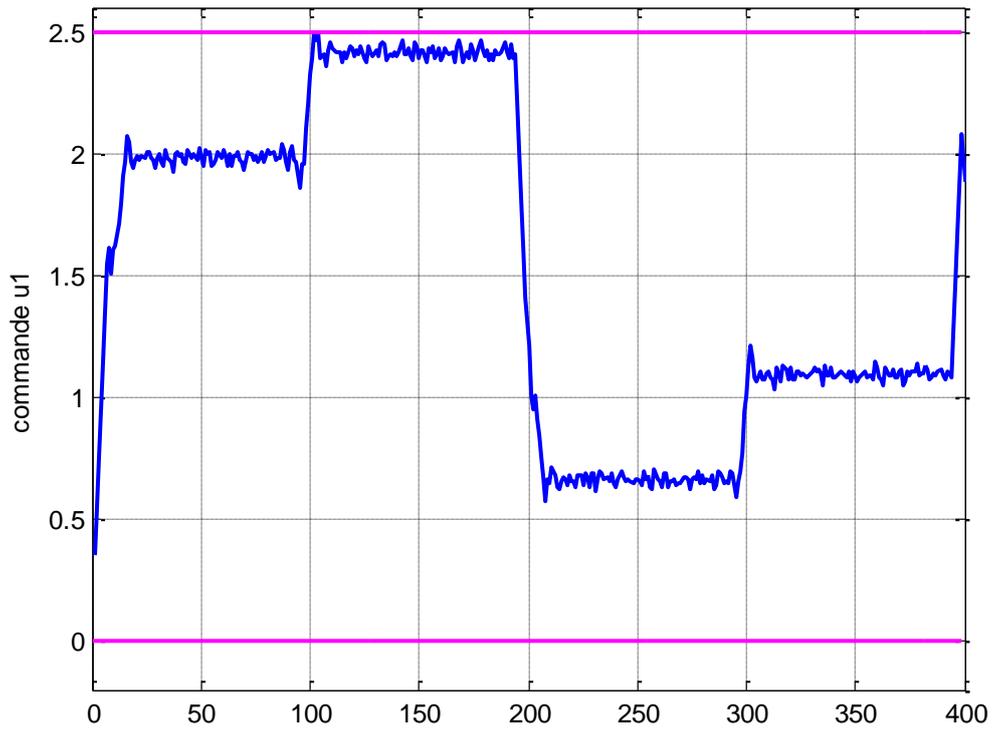


Figure 6.36 Evolution de commande  $u_1(k)$  colonne de distillation en présence des perturbations

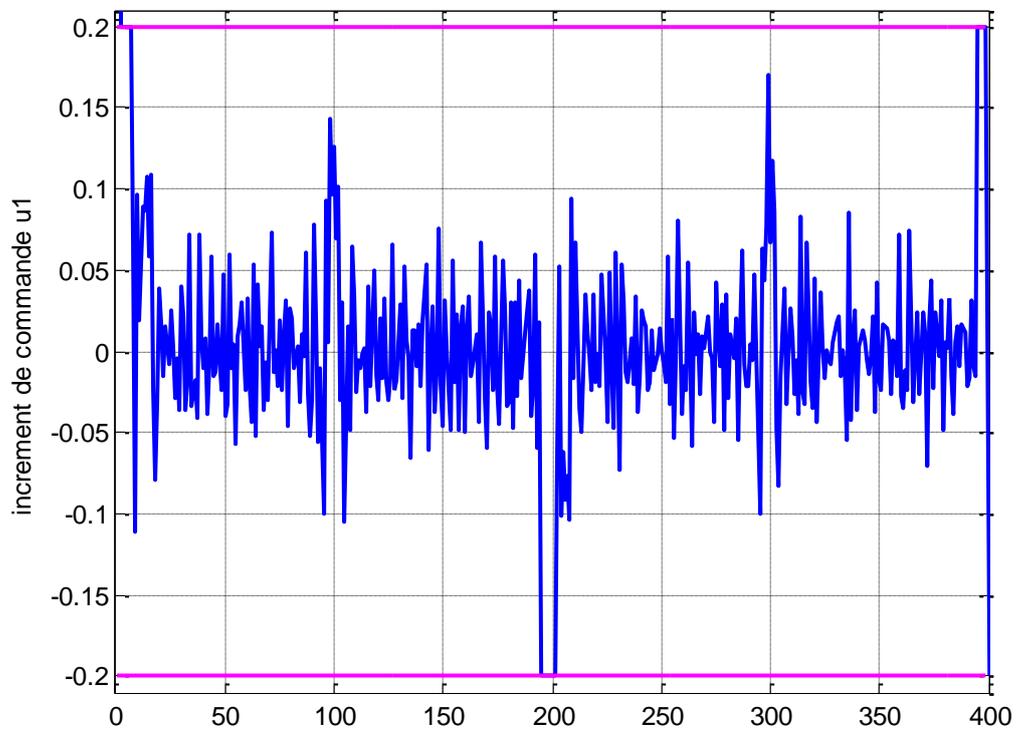


Figure 6.37 Evolution de l'incrément de commande  $\Delta u_1(k)$  en présence des perturbations

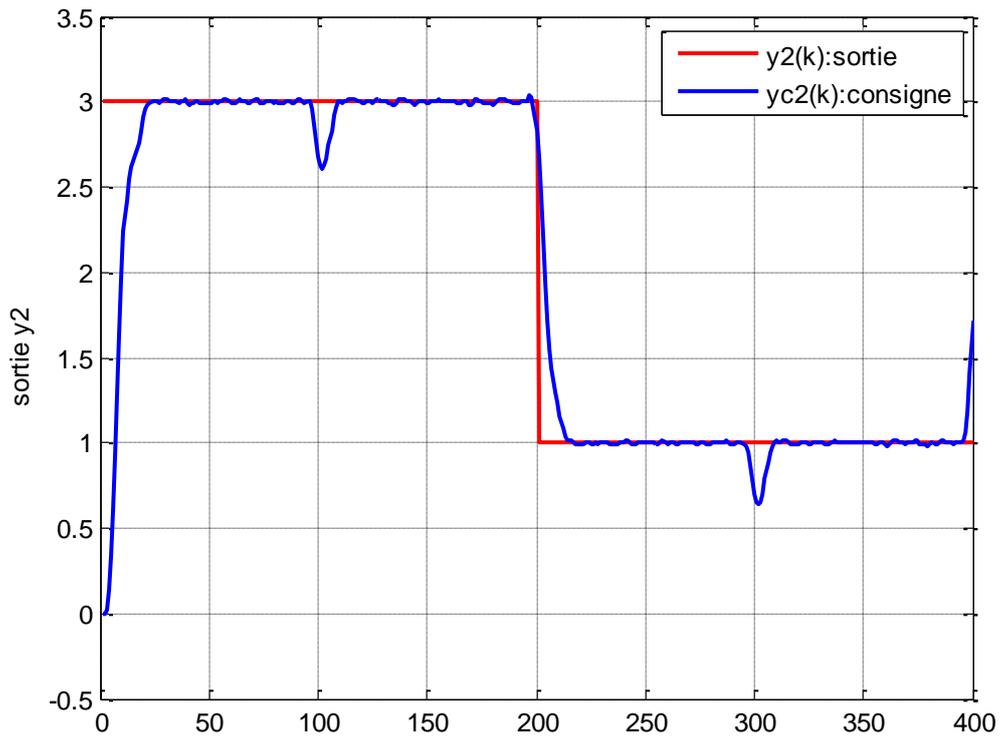


Figure 6.38 Evolution de sortie  $y_2(k)$  de la colonne de distillation en présence des perturbations

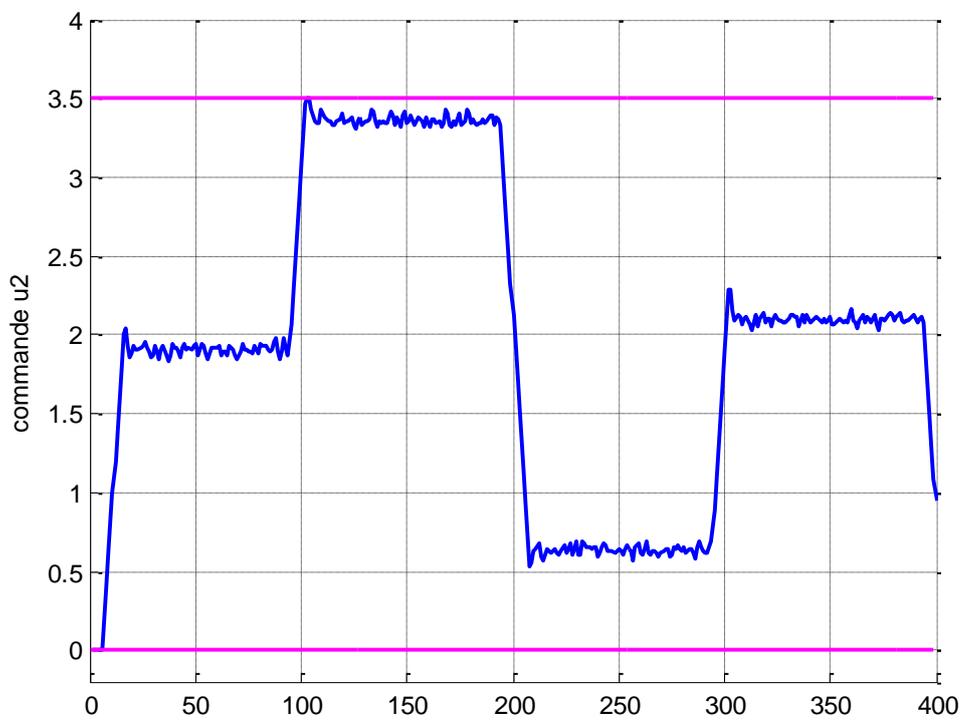


Figure 6.39 Evolution de commande  $u_2(k)$  colonne de distillation en présence des perturbations

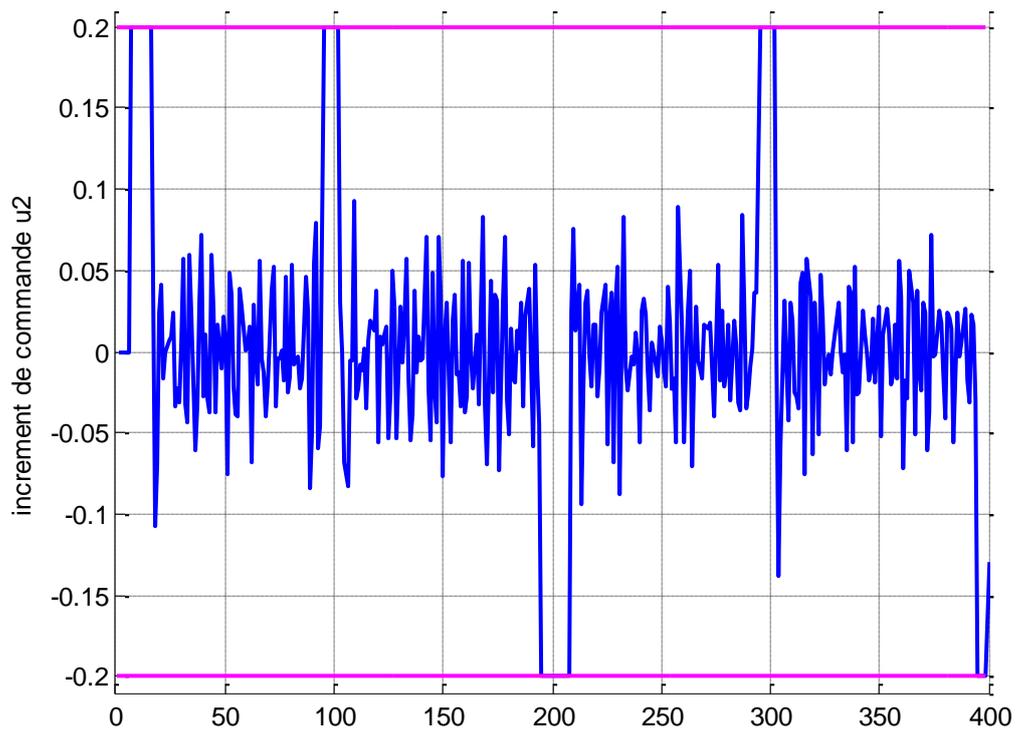


Figure 6.40 Evolution de l'incrément de commande  $\Delta u_2(k)$  en présence des perturbations

### 3.1.2 Résultats de simulations de la commande GPC adaptative sous contraintes, avec et sans perturbation

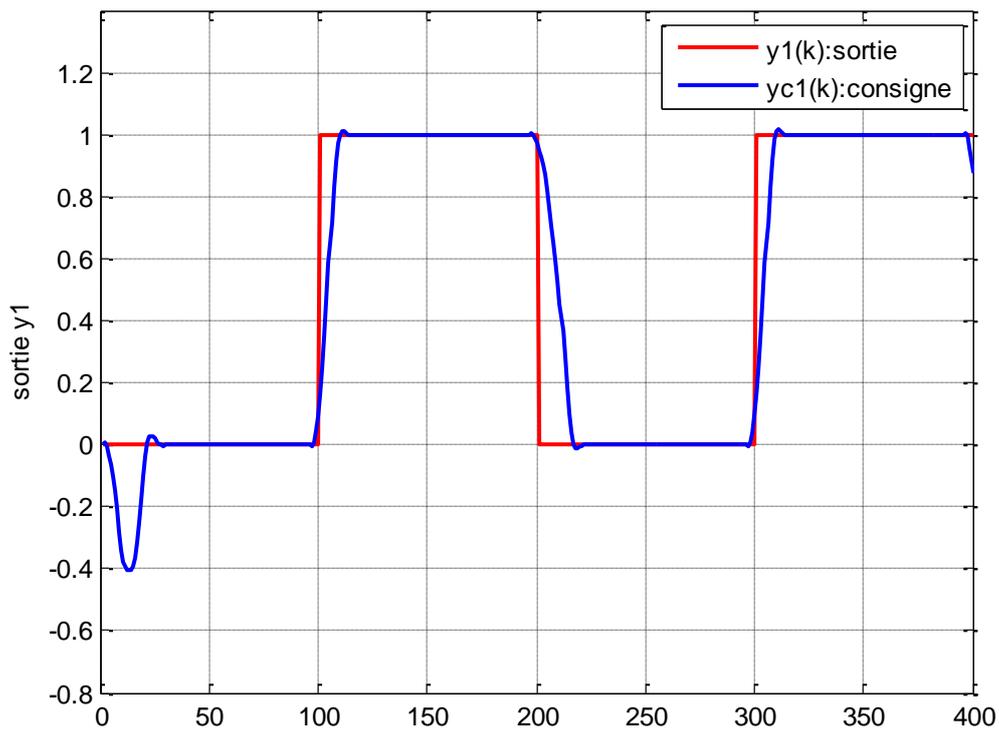


Figure 6.41 Evolution de sortie  $y_1(k)$  de la colonne de distillation en absence des perturbations

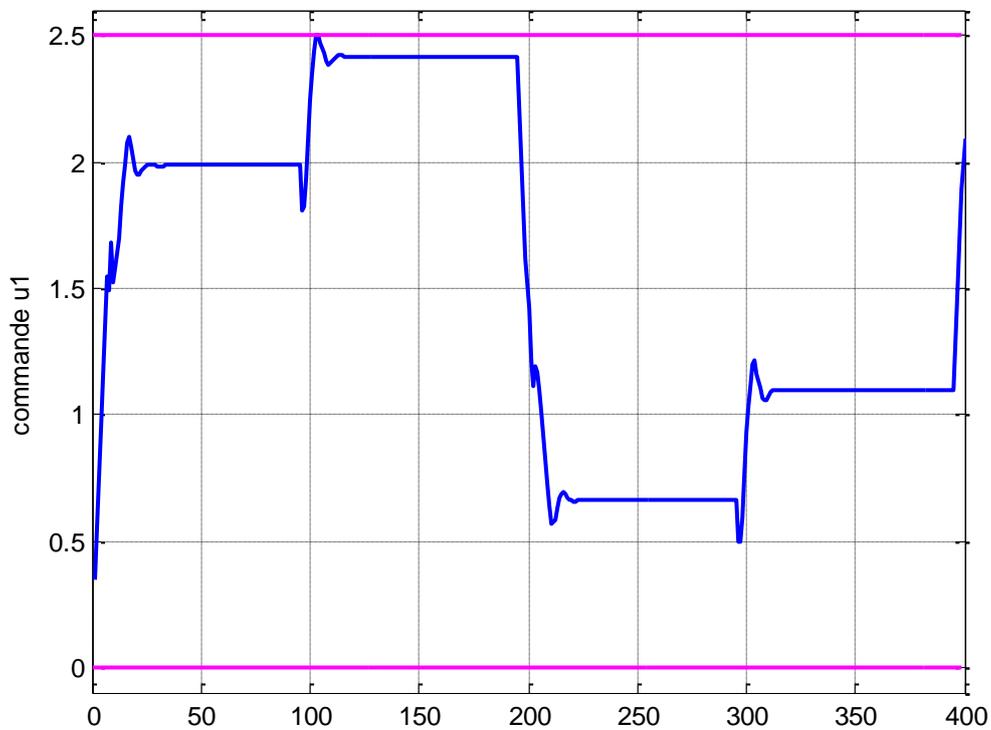


Figure 6.42 Evolution de commande  $u_1(k)$  colonne de distillation en absence des perturbations

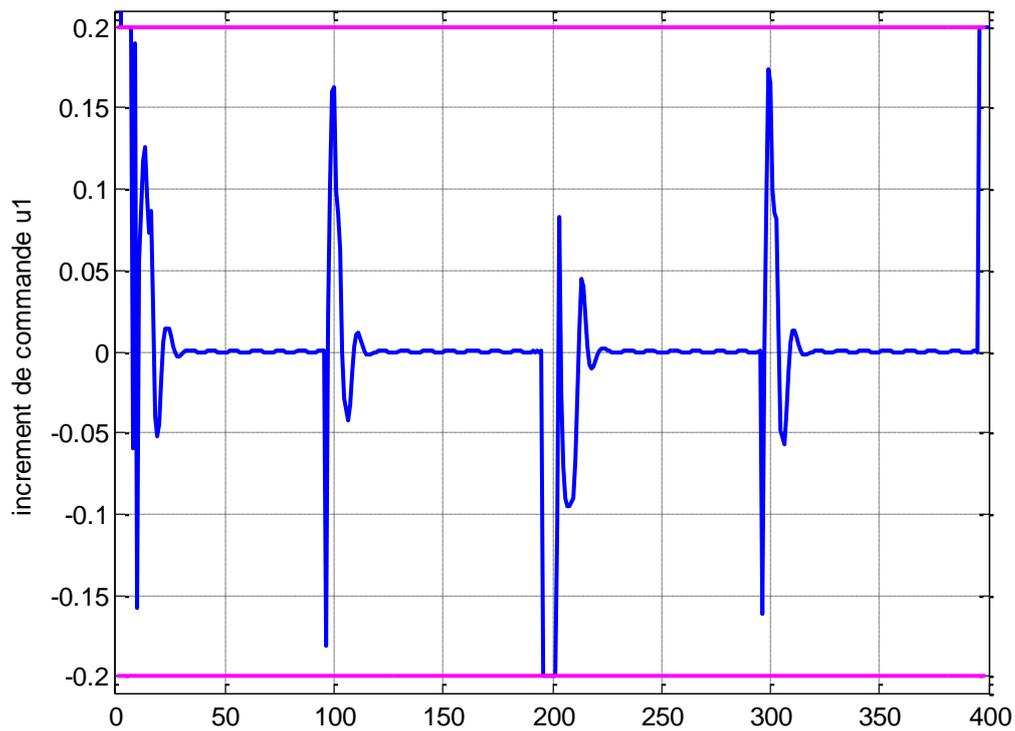


Figure 6.43 Evolution de l'incrément de commande  $\Delta u_1(k)$  en absence des perturbations

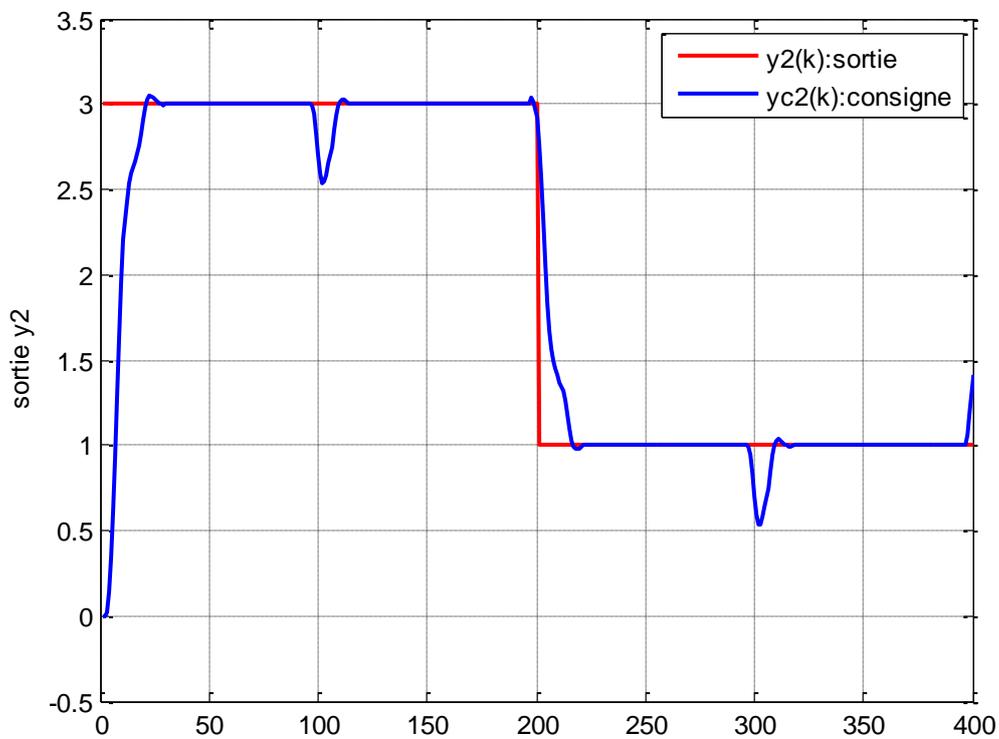


Figure 6.44 Evolution de sortie  $y_2(k)$  de la colonne de distillation en absence des perturbations

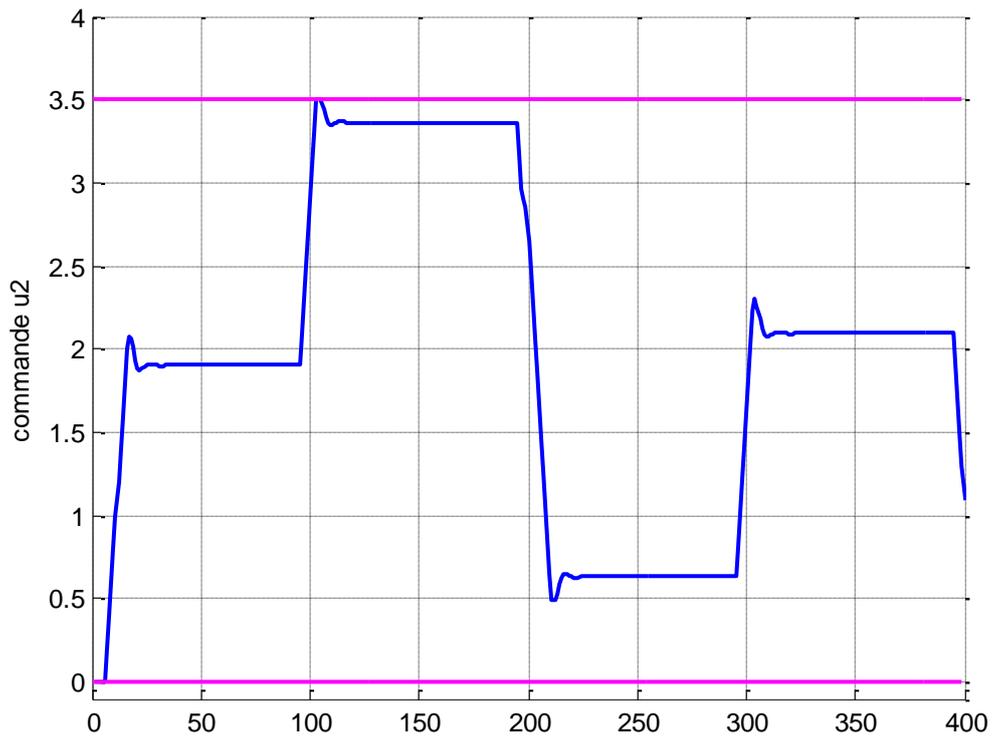


Figure 6.45 Evolution de commande  $u_2(k)$  colonne de distillation en absence des perturbations

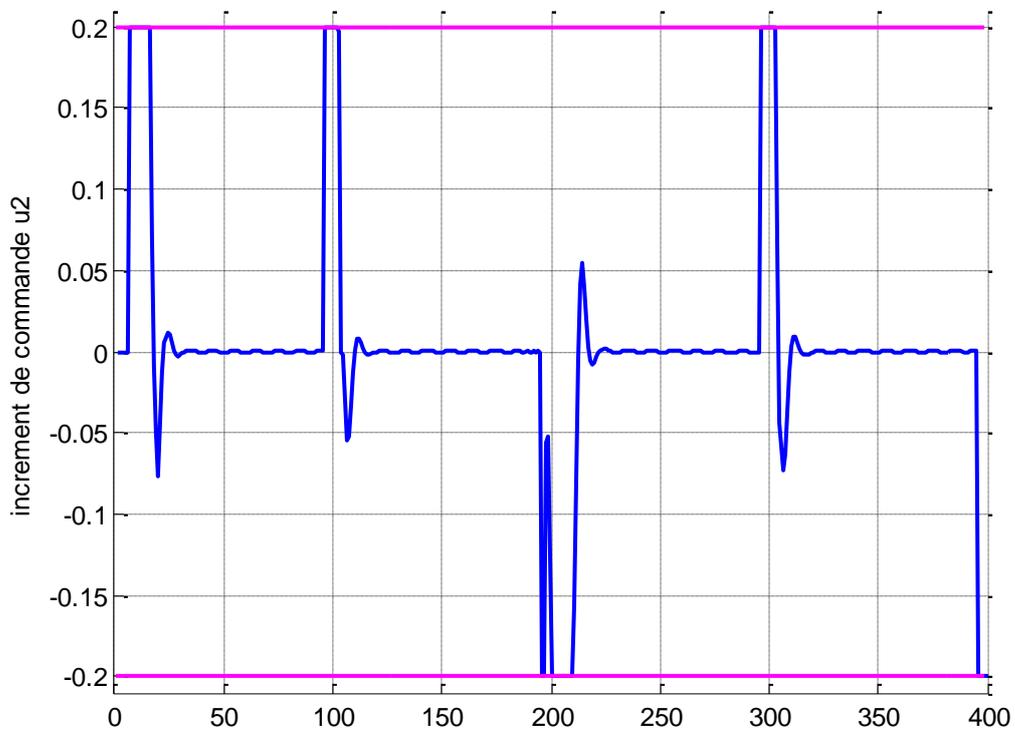


Figure 6.46 Evolution de l'incrément de commande  $\Delta u_2(k)$  en absence des perturbations

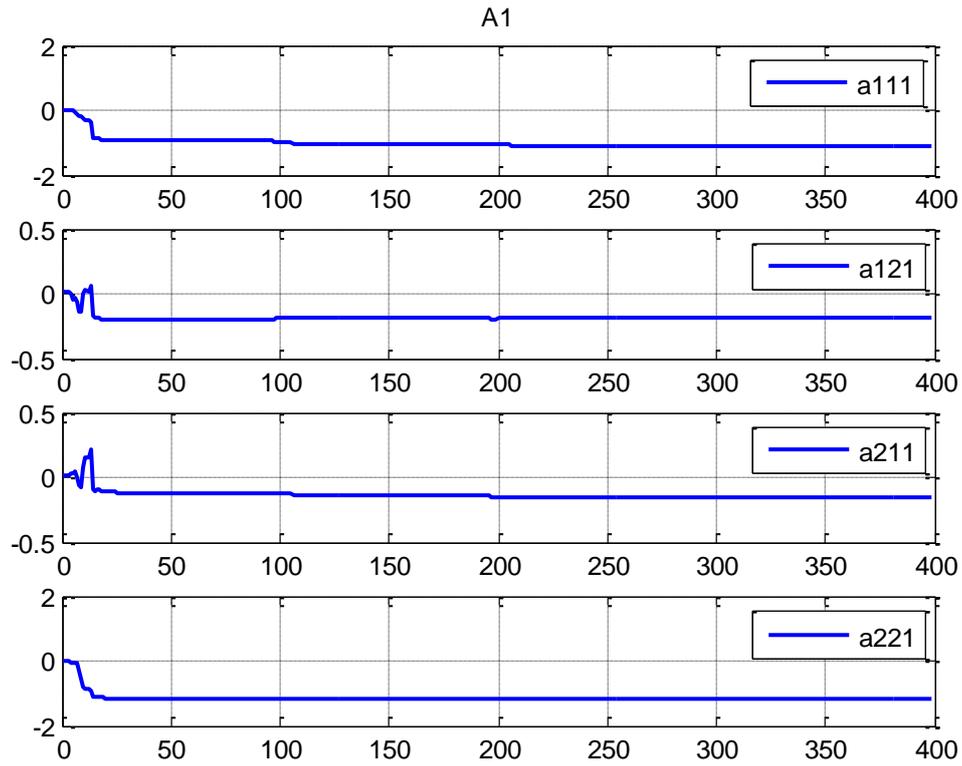


Figure 6.47 la matrice estimée  $A_1$  en absence des perturbations

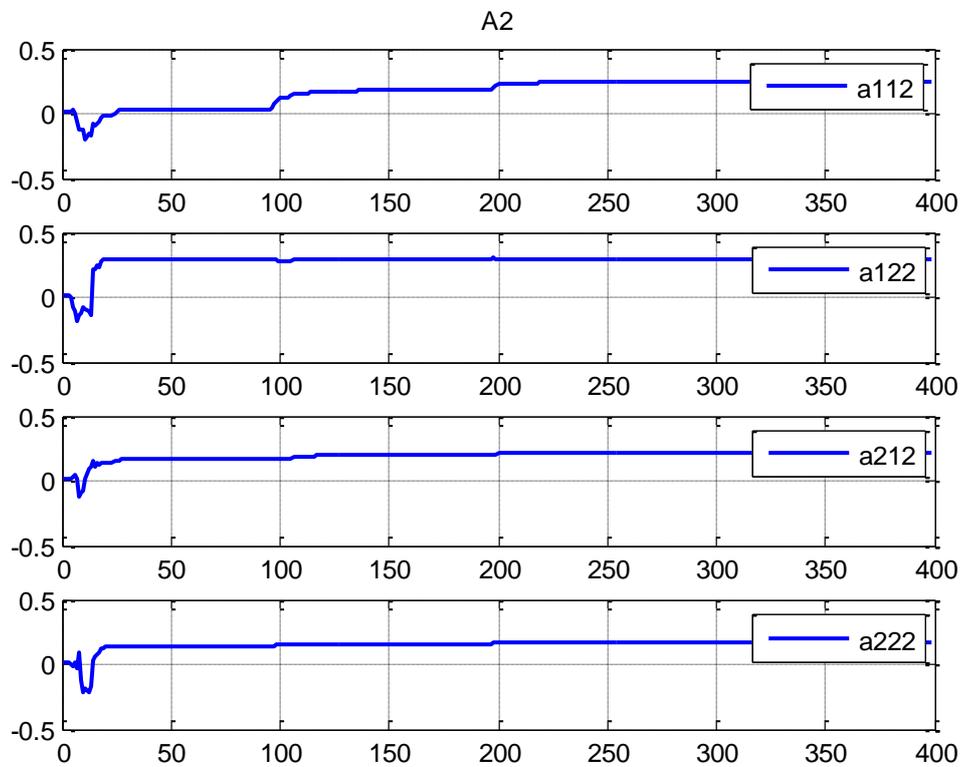


Figure 6.48 la matrice estimée  $A_2$  en absence des perturbations

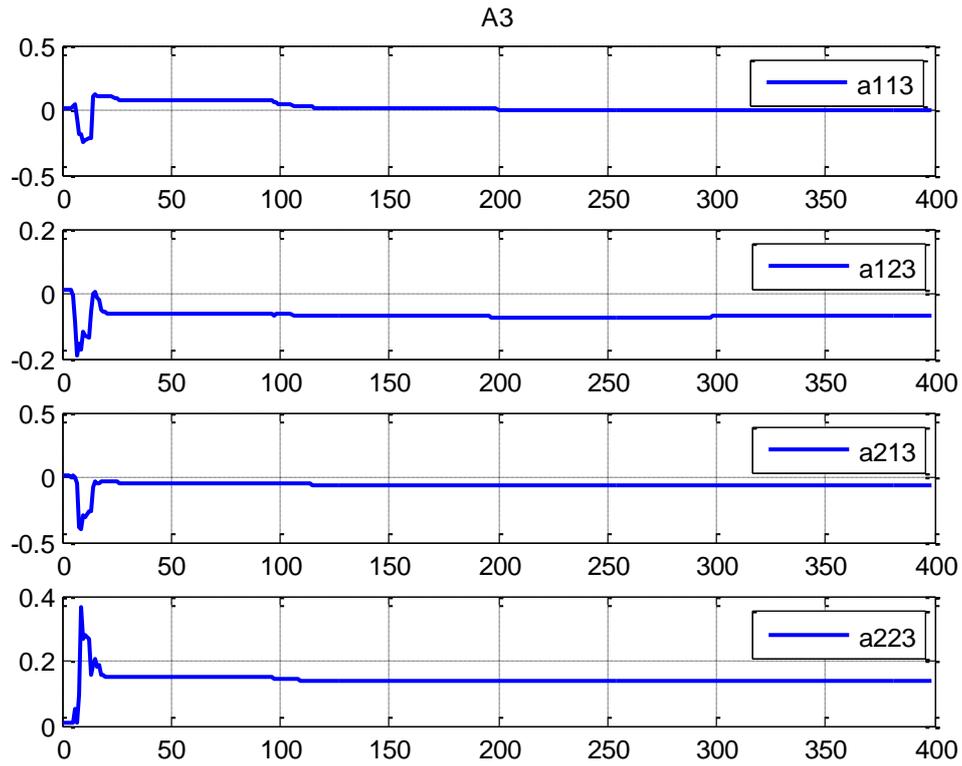


Figure 6.49 la matrice estimée  $A_3$  en absence des perturbations

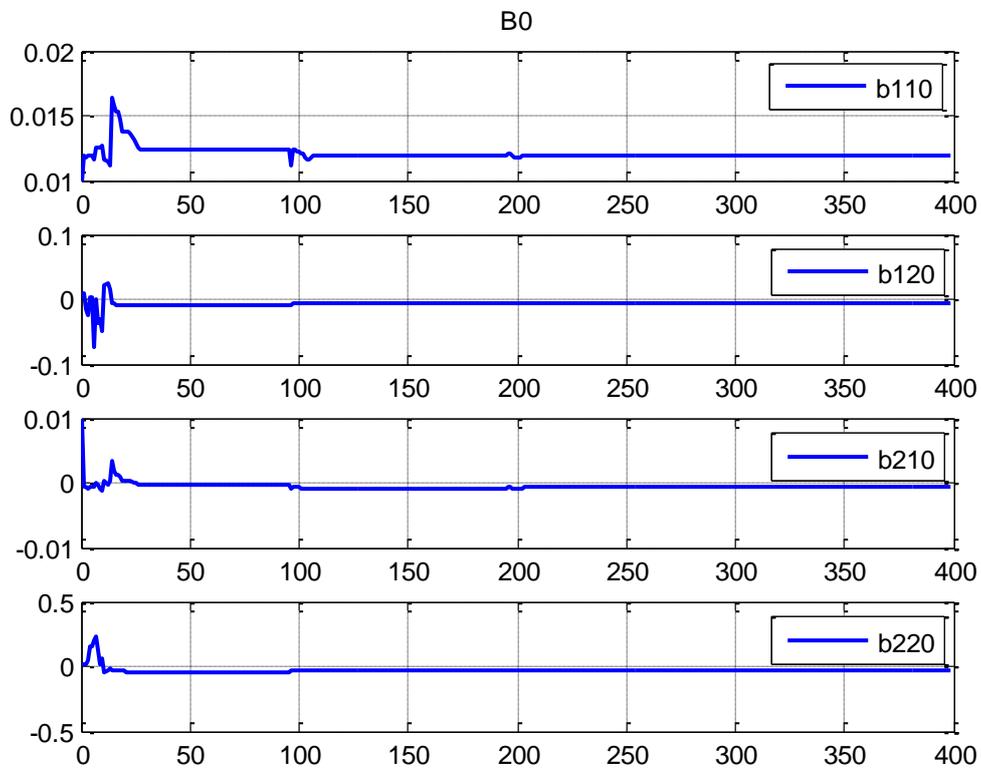


Figure 6.50 la matrice estimée  $B_0$  en absence des perturbations

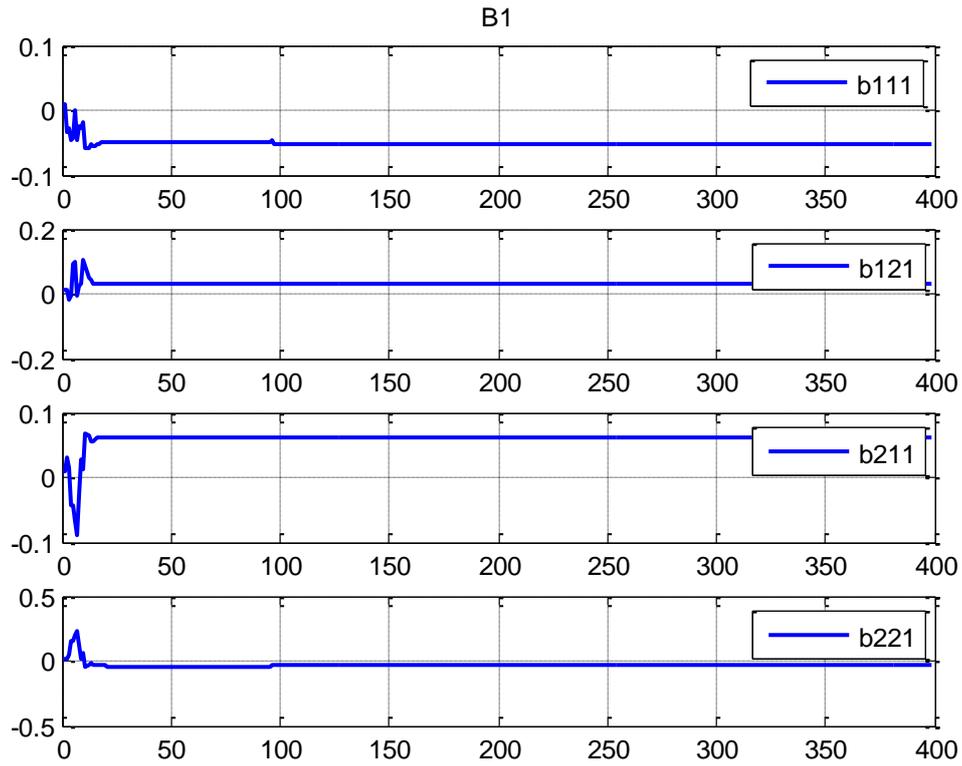


Figure 6.51 la matrice estimée  $B_1$  en absence des perturbations

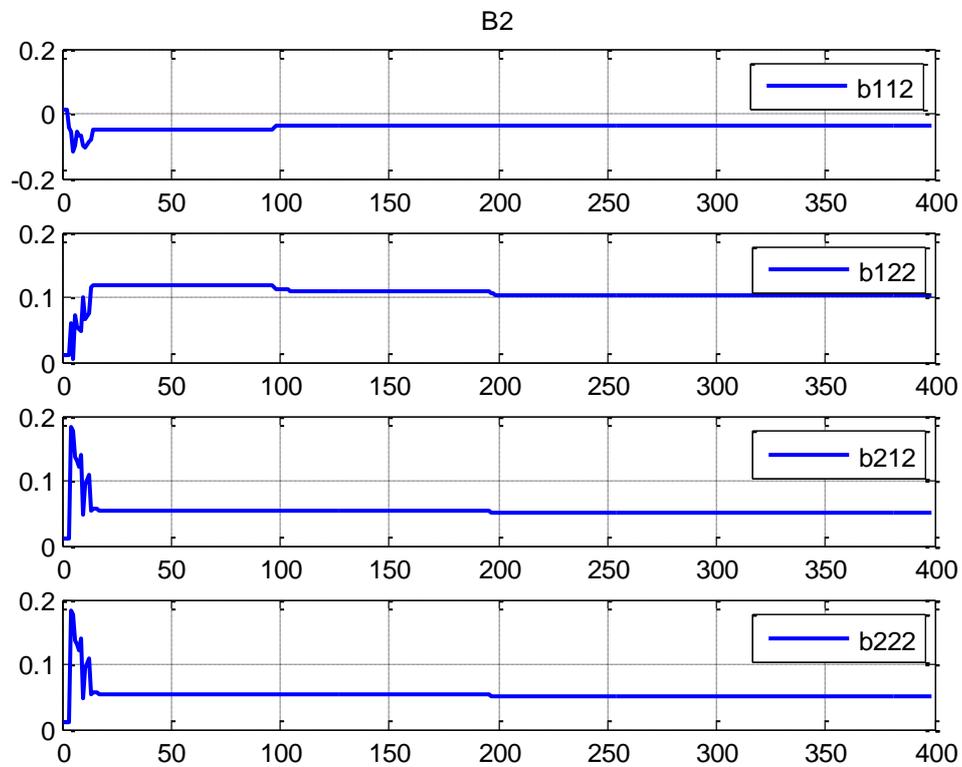


Figure 6.52 la matrice estimée  $B_2$  en absence des perturbations

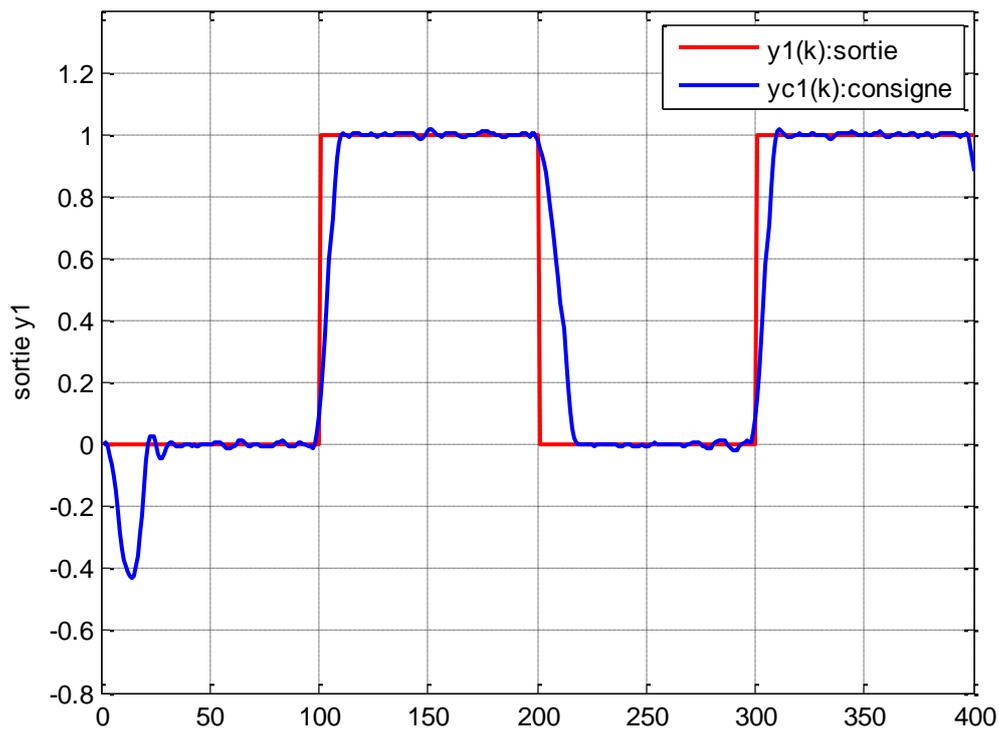


Figure 6.53 Evolution de sortie  $y_1(k)$  de la colonne de distillation en présence des perturbations

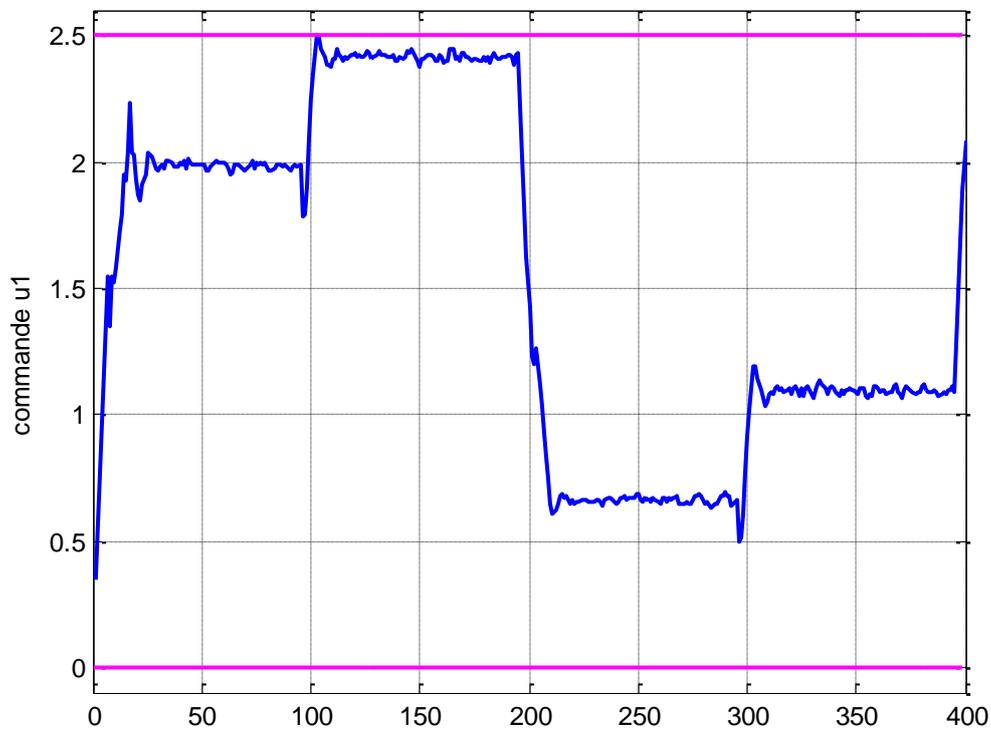


Figure 6.54 Evolution de commande  $u_1(k)$  colonne de distillation en présence des perturbations

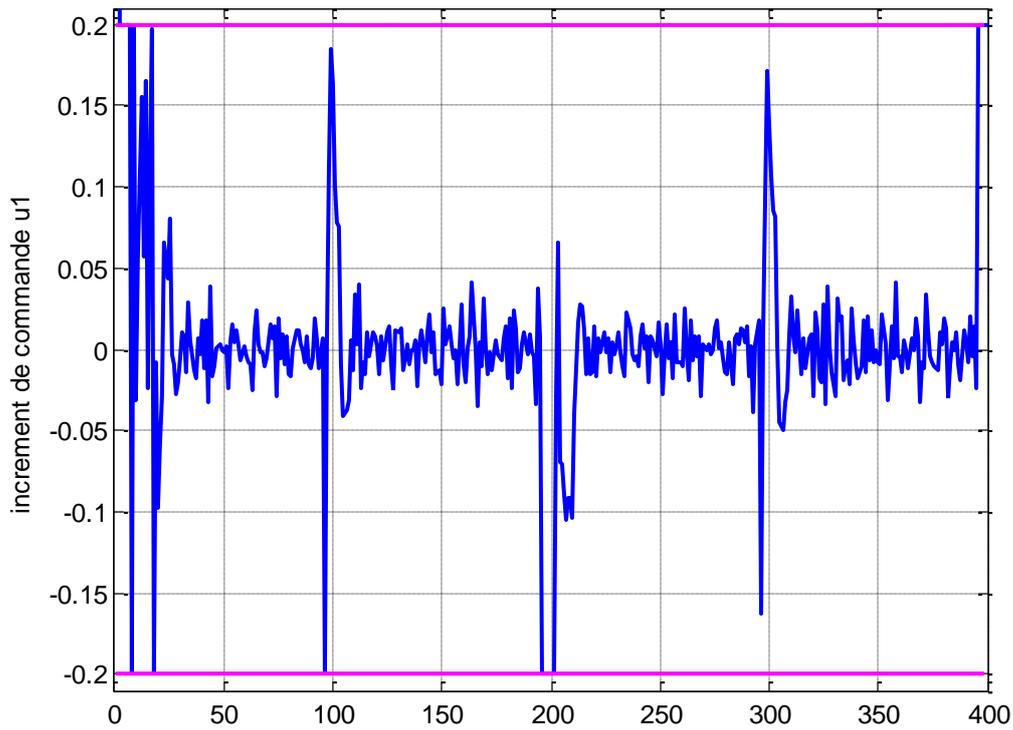


Figure 6.55 Evolution de l'incrément de commande  $\Delta u_1(k)$  en présence des perturbations

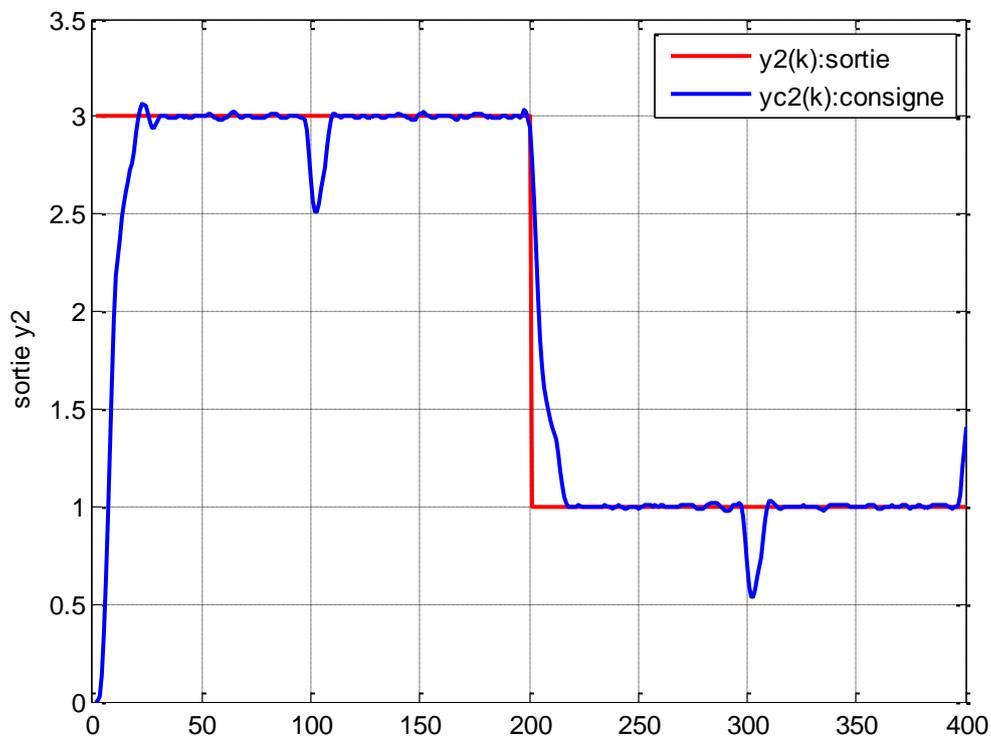


Figure 6.56 Evolution de sortie  $y_2(k)$  de la colonne de distillation en présence des perturbations

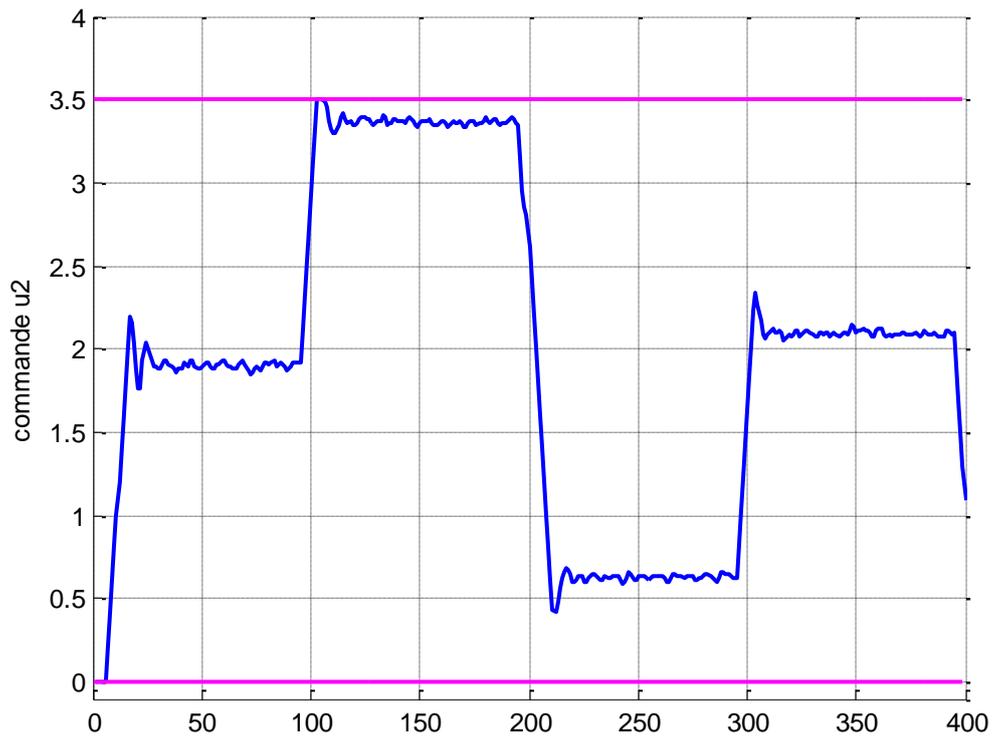


Figure 6.57 Evolution de commande  $u_2(k)$  colonne de distillation en présence des perturbations

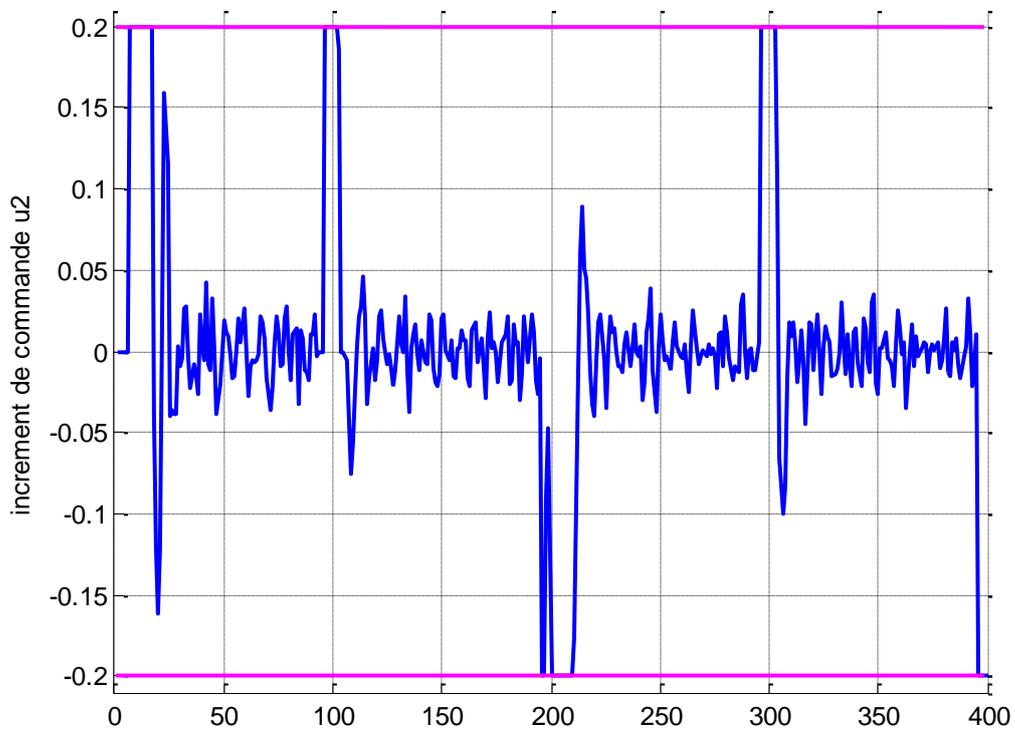


Figure 6.58 Evolution de l'incrément de commande  $\Delta u_2(k)$  en présence des perturbations

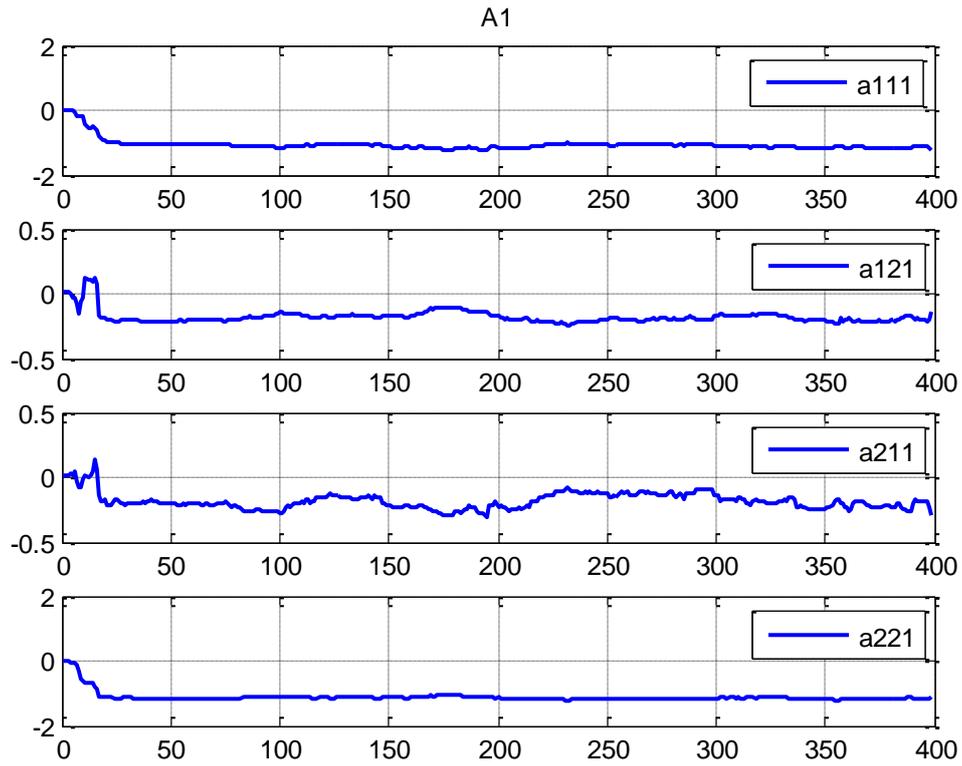


Figure 6.59 la matrice estimée  $A_1$  en présence des perturbations

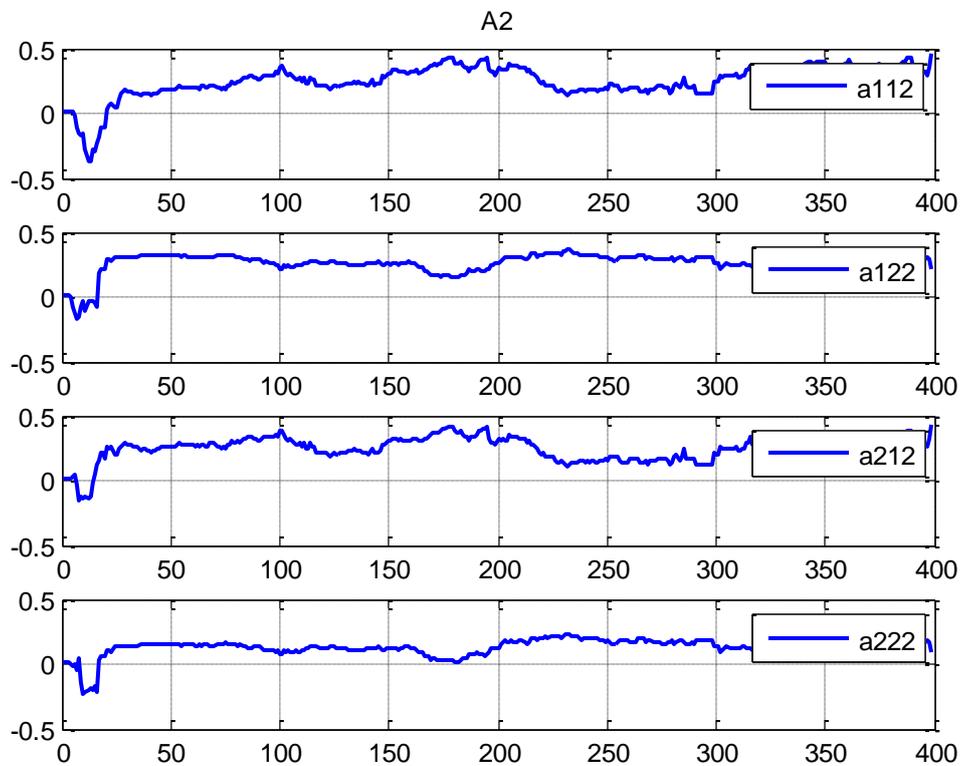


Figure 6.60 la matrice estimée  $A_2$  en présence des perturbations

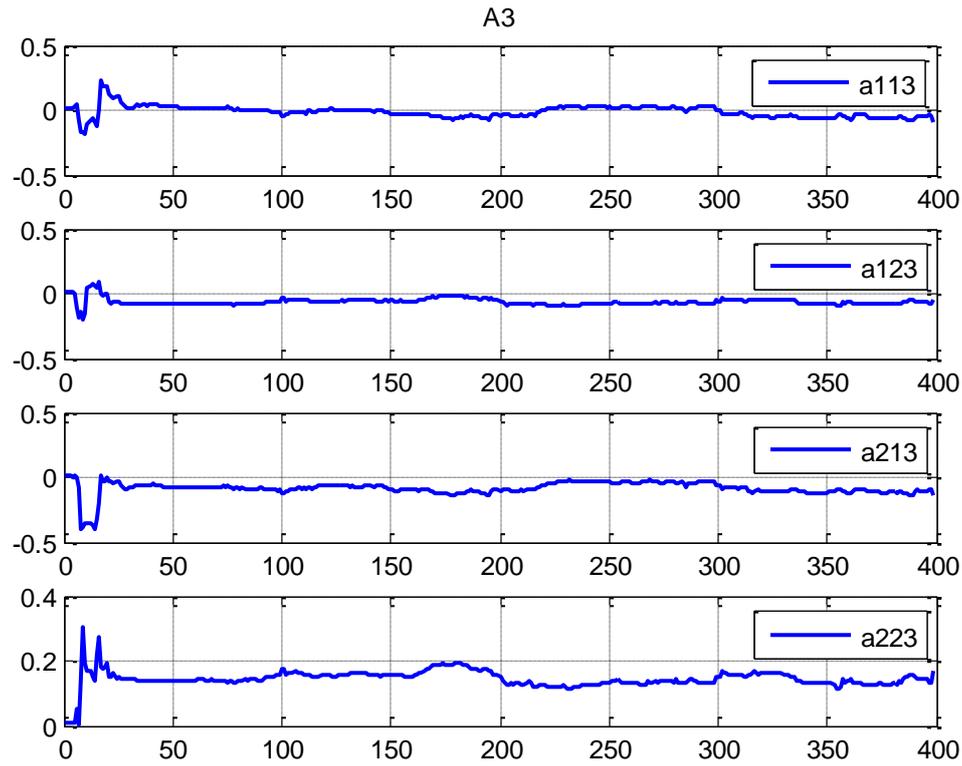


Figure 6.61 la matrice estimée  $A_3$  en présence des perturbations

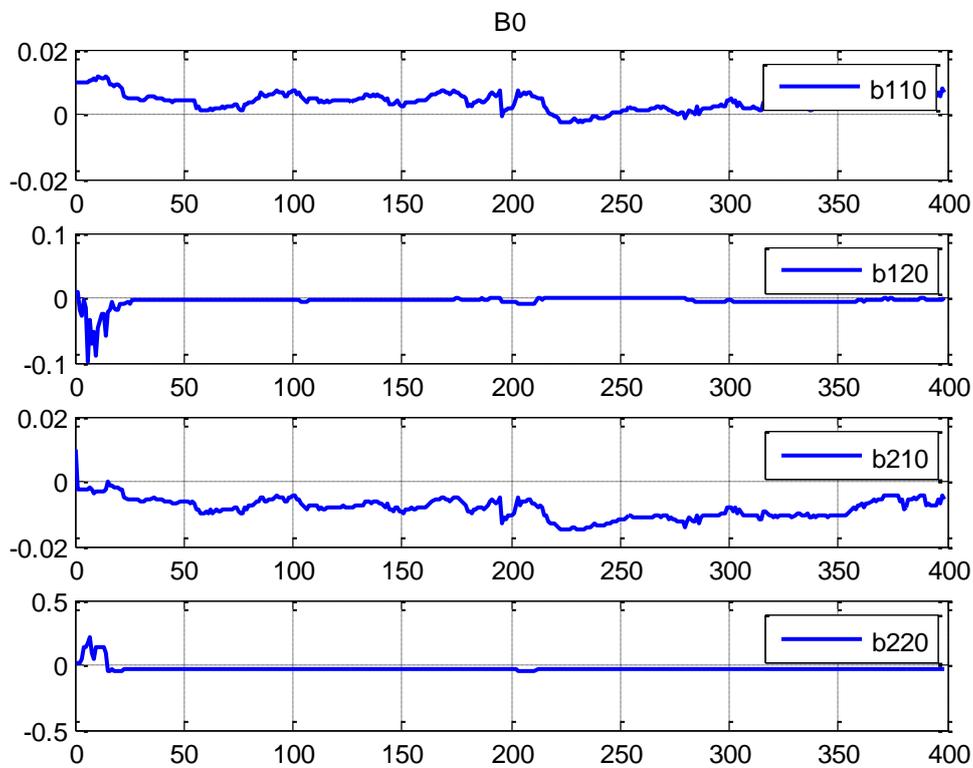


Figure 6.62 la matrice estimée  $B_0$  en présence des perturbations

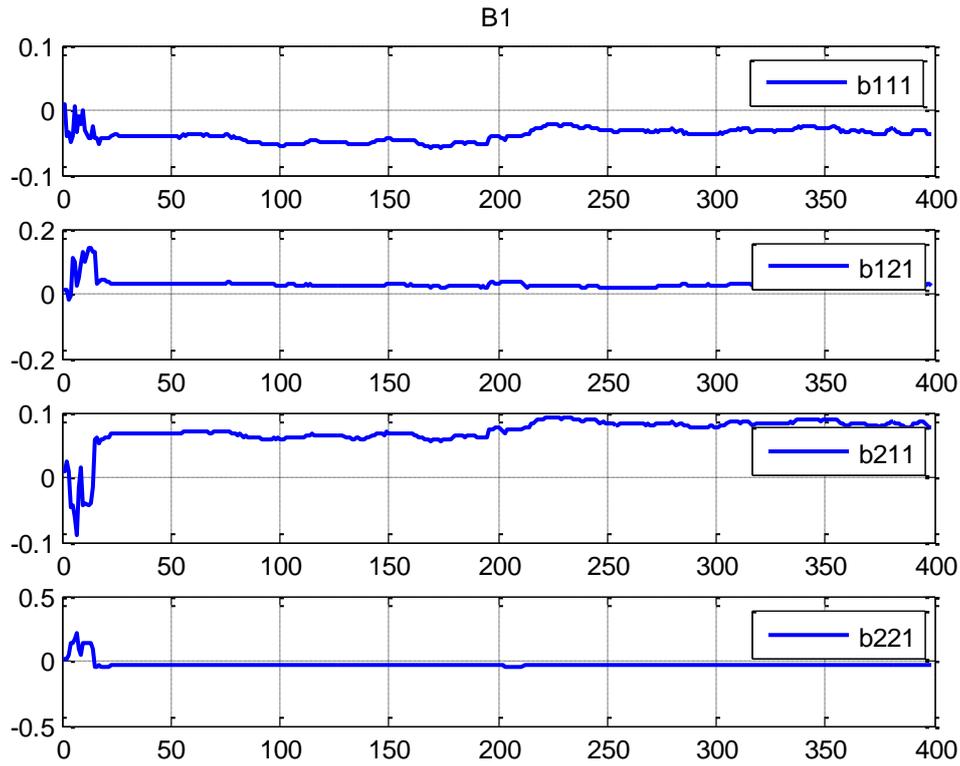


Figure 6.63 la matrice estimée  $B_1$  en présence des perturbations

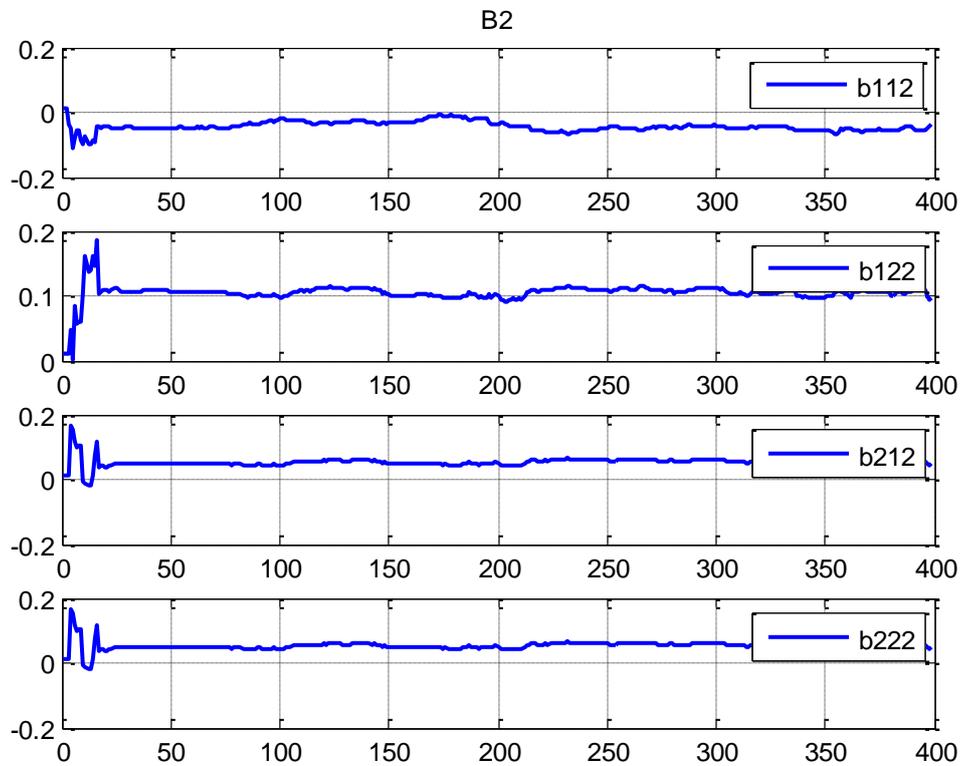


Figure 6.64 la matrice estimée  $B_2$  en présence des perturbations

Les figures 6.29, 6.30, 6.31, 6.32, 6.33, 6.34, 6.35, 6.36, 6.37, 6.38, 6.39 et 6.40 montrent la réponse temporelle de la colonne à distiller avec la commande GPC non adaptative sous contraintes, en absence et en présence des perturbations. Ces figures montrent que L'objectif de poursuite est atteint et que les contraintes sont vérifiées sur les variables de commandes.

Les figures 6.41, 6.42, 6.43, 6.44, 6.45, 6.46, 6.53, 6.54, 6.55, 6.56, 6.57 et 6.58 représentent la réponse temporelle de la colonne à distiller avec la commande GPC adaptative sous contraintes, en absence et en présence des perturbations. Les signaux de sorties montrent une bonne régulation aux différents paliers des consignes et une bonne poursuite lors du changement de ces dernières. La réponse temporelle de la commande adaptative sous contraintes fournit une réponse temporelle avec dépassement moins fort lors du période d'adaptation par rapport à la commande sans contraintes.

À l'observation des entrées du système commandé, aucune violation des contraintes n'a été détectée. Les variations des différentes entrées restent dans des intervalles acceptables imposés.

Les figures 6.47, 6.48, 6.49, 6.50, 6.51, 6.52, 6.59, 6.60, 6.61, 6.62, 6.63 et 6.64 montrent les paramètres estimés en absence et en présence des perturbations. On remarque que les paramètres estimés convergent vers leurs vraies valeurs.

### 3.2 Commande d'un réacteur chimique

Les résultats de simulation sont obtenus avec les paramètres de réglages suivant :  $h_f=1$ ,  $h_p=3$ ,  $h_c=1$ ,  $R = I_{2 \times 2}$  et  $Q = I_{2 \times 2}$ .

On introduit les contraintes suivantes :

$$u(k) = \begin{cases} -0.3 \leq u_1(k) \leq 0.2 \\ 0 \leq u_2(k) \leq 0.2 \end{cases}, \Delta u(k) = \begin{cases} -0.05 \leq \Delta u_1(k) \leq 0.05 \\ -0.05 \leq \Delta u_2(k) \leq 0.05 \end{cases}$$

#### 3.2.1 Résultats de simulation de la commande GPC à paramètre fixes, avec et sans perturbations

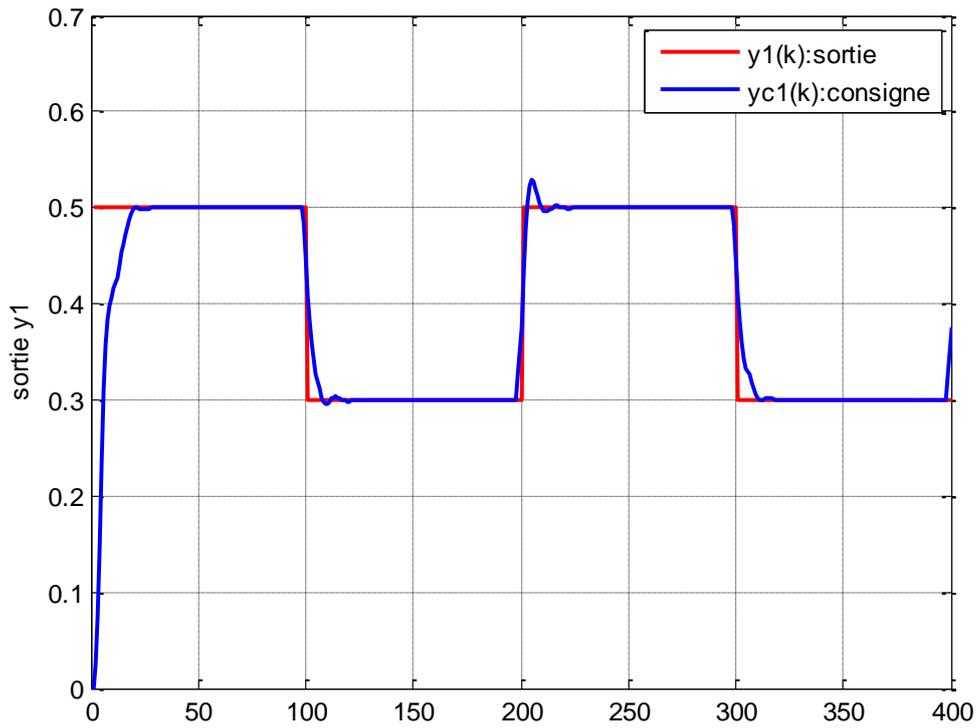


Figure 6.65 Evolution de sortie  $y_1(k)$  (Concentration du fluide) du réacteur chimique en absence des perturbations

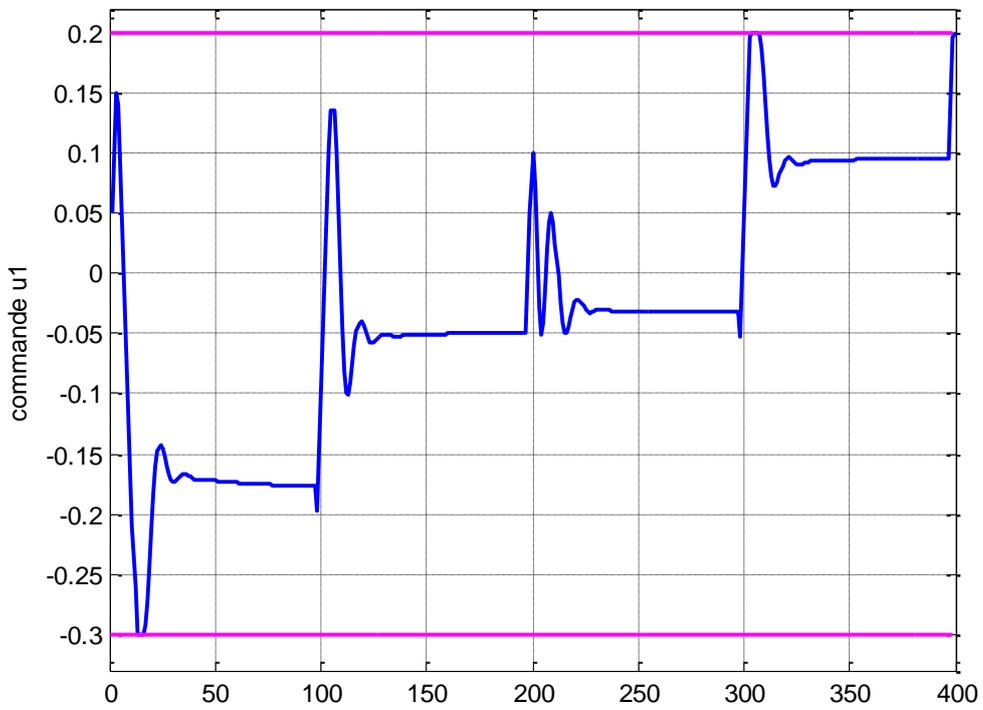


Figure 6.66 Evolution de commande  $u_1(k)$  (Débit d'alimentation) de réacteur chimique en absence des perturbations

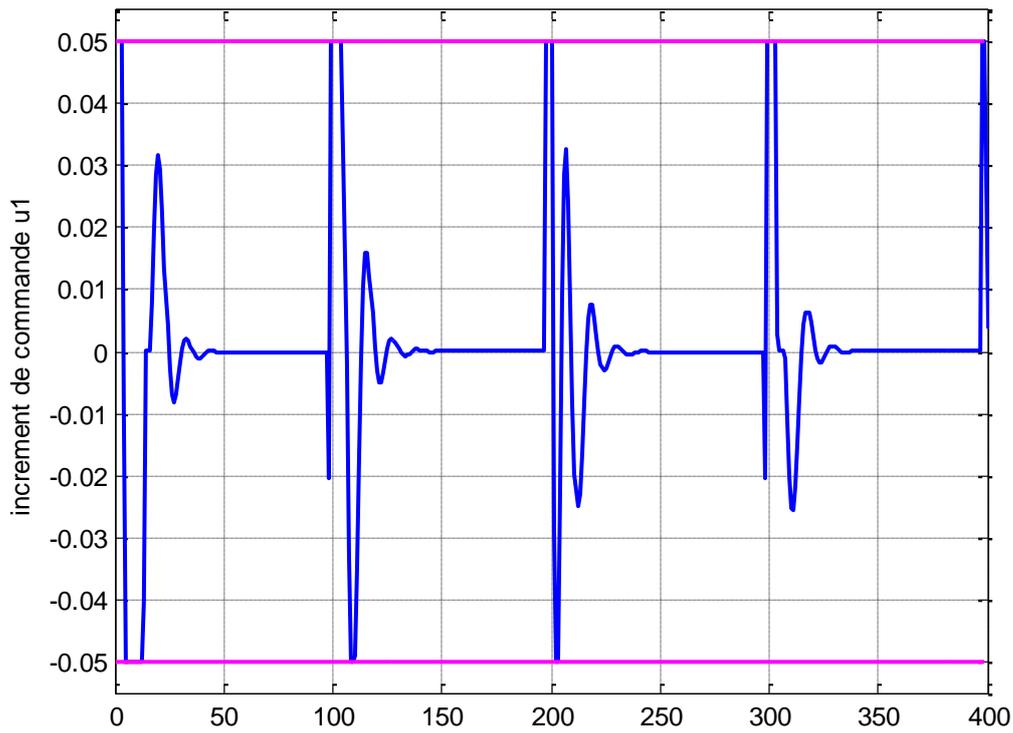


Figure 6.67 Evolution de l'incrément de commande  $\Delta u_1(k)$  en absence des perturbations

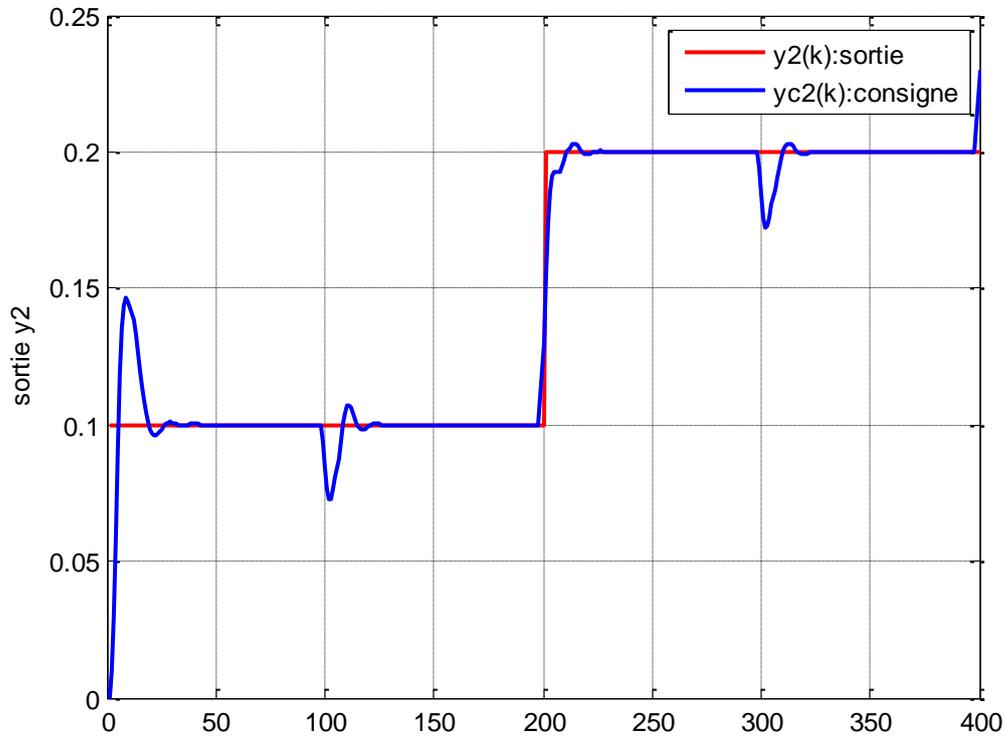


Figure 6.68 Evolution de sortie  $y_2(k)$  (*Température du réacteur*) du réacteur chimique en absence des perturbations

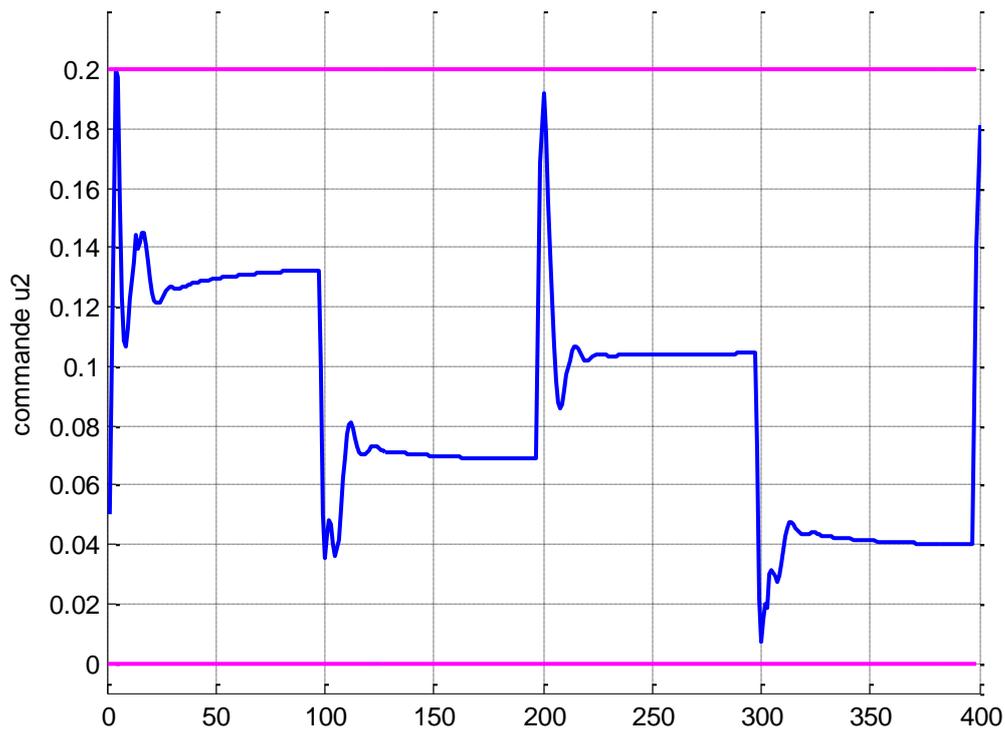


Figure 6.69 Evolution de commande  $u_2(k)$  (Débit de refroidissement) de réacteur chimique en absence des perturbations

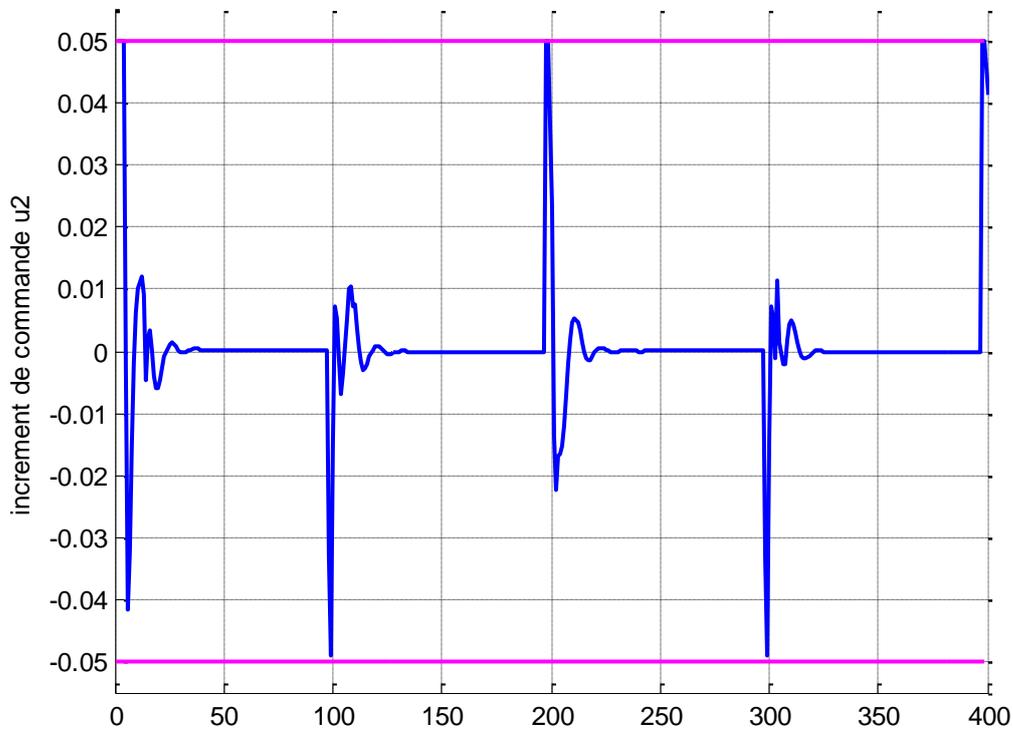


Figure 6.70 Evolution de l'incrément de commande  $\Delta u_2(k)$  en absence des perturbations

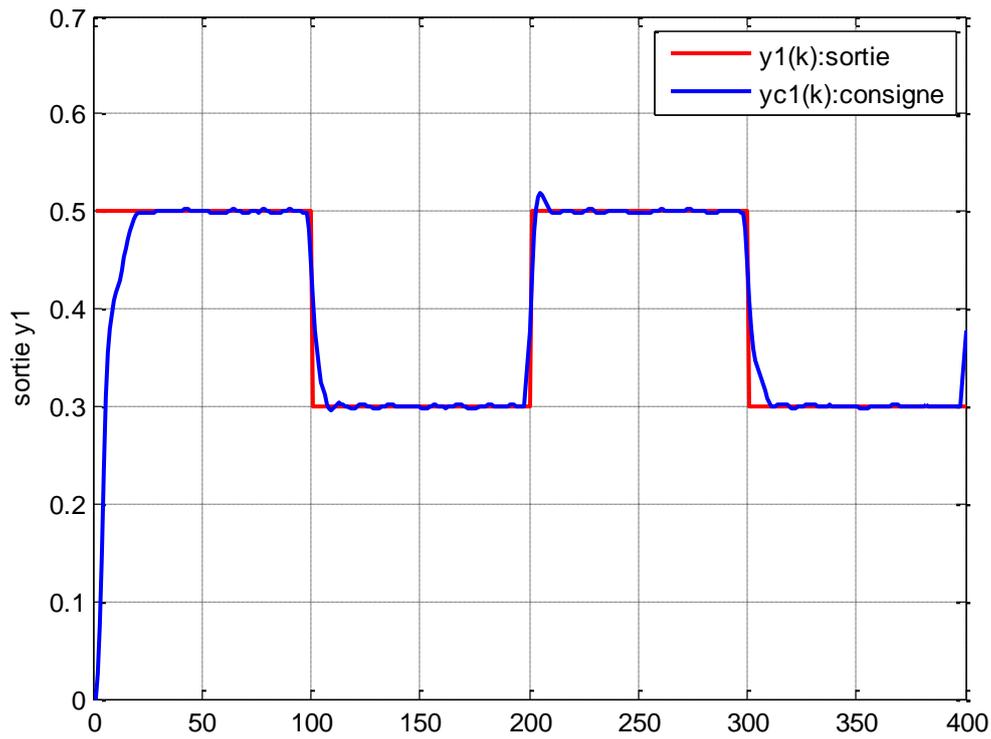


Figure 6.71 Evolution de sortie  $y_1(k)$  (Concentration du fluide) du réacteur chimique en présence des perturbations

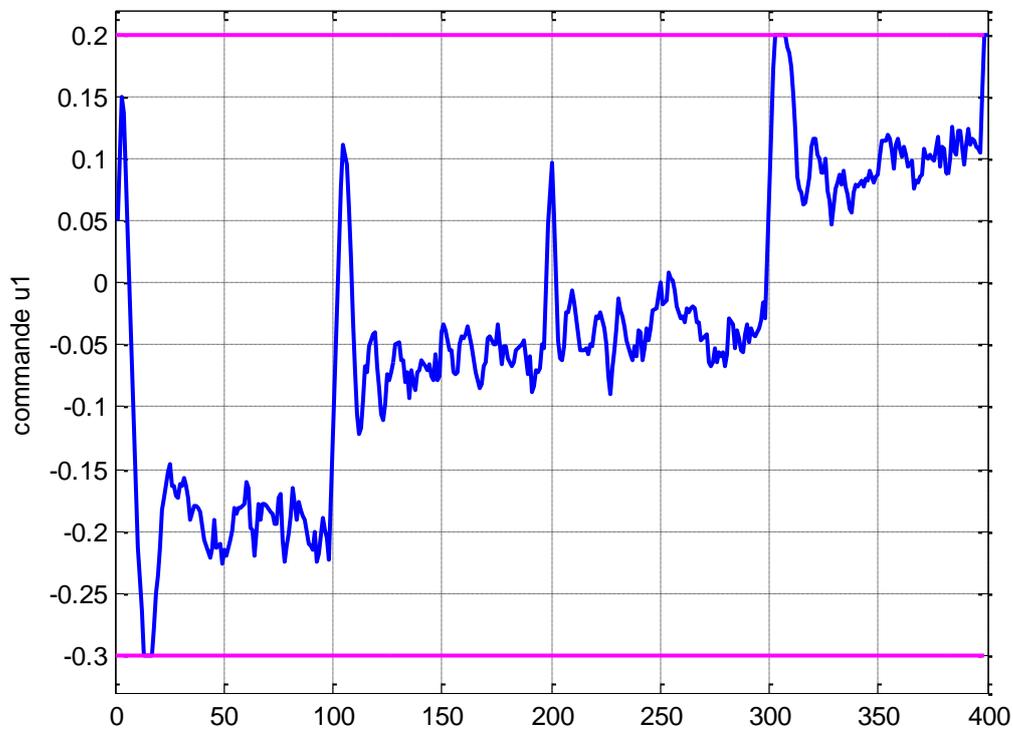


Figure 6.72 Evolution de commande  $u_1(k)$  (Débit d'alimentation) de réacteur chimique en présence des perturbations

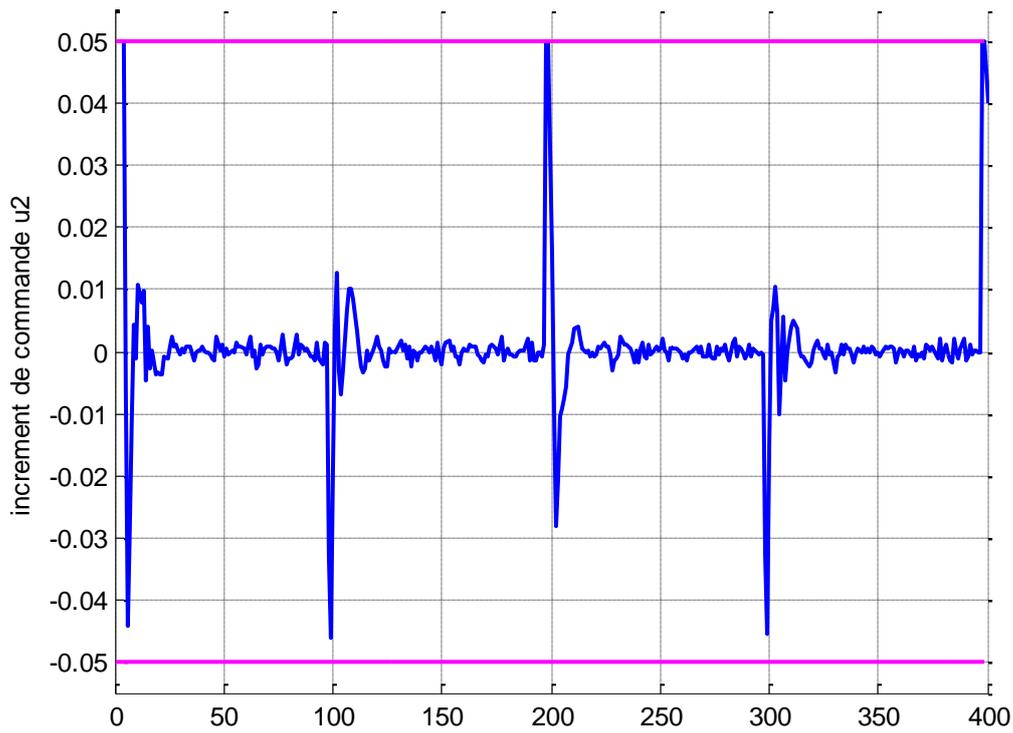


Figure 6.73 Evolution de l'incrément de commande  $\Delta u_1(k)$  en présence des perturbations

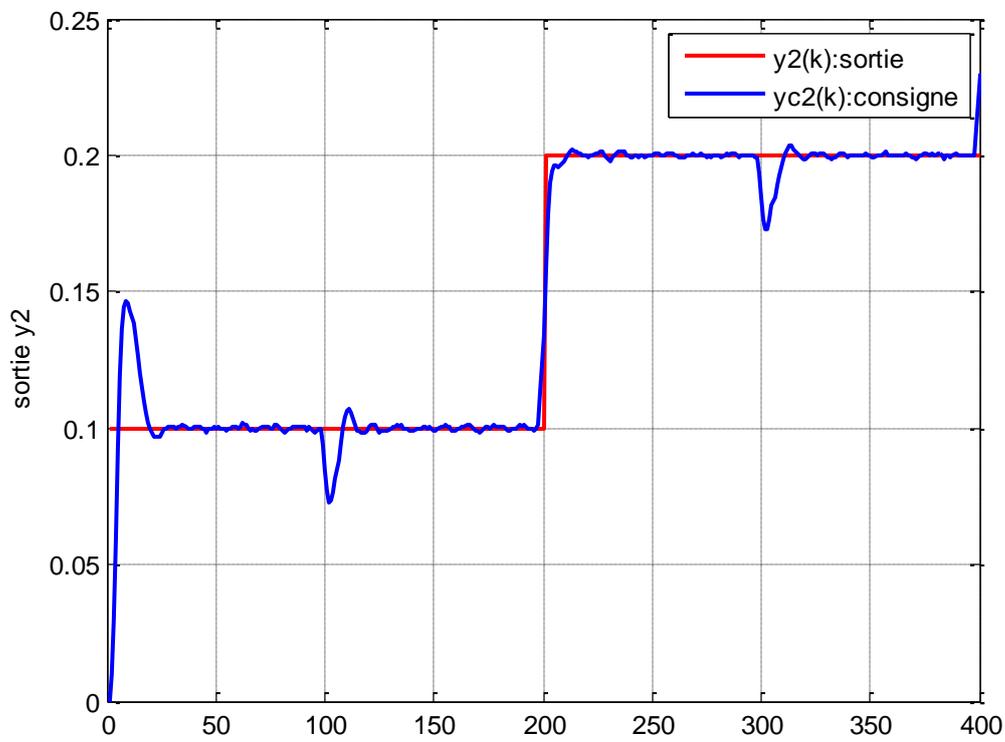


Figure 6.74 Evolution de sortie  $y_2(k)$  (Température du réacteur) du réacteur chimique en présence des perturbations

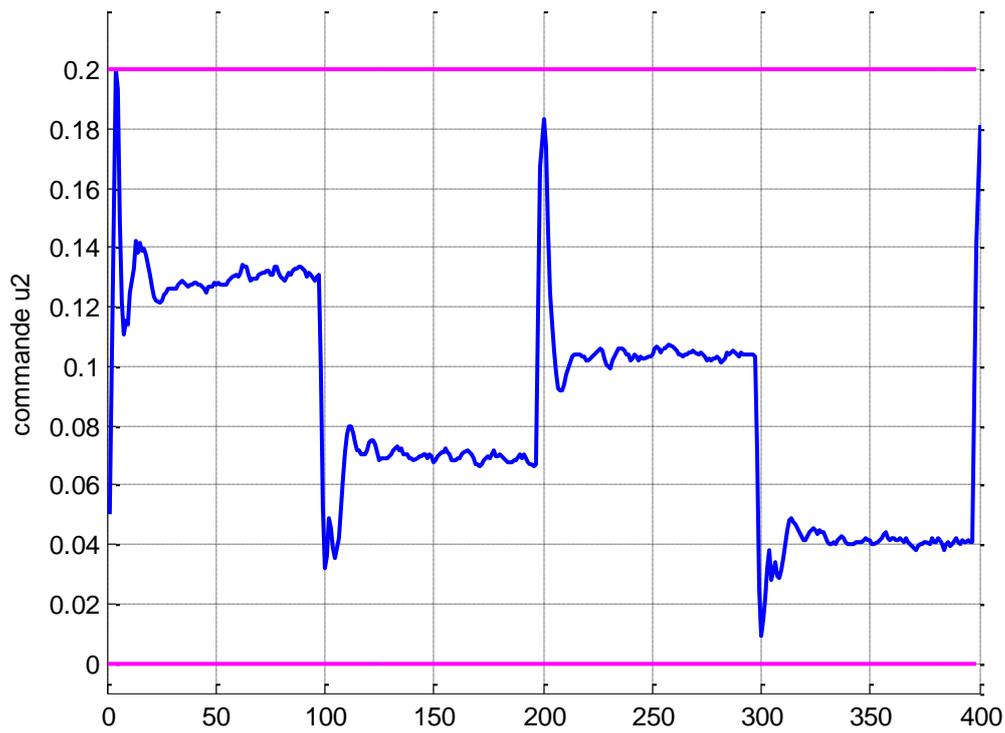


Figure 6.75 Evolution de commande  $u_2(k)$  (Débit de refroidissement) de réacteur chimique en présence des perturbations

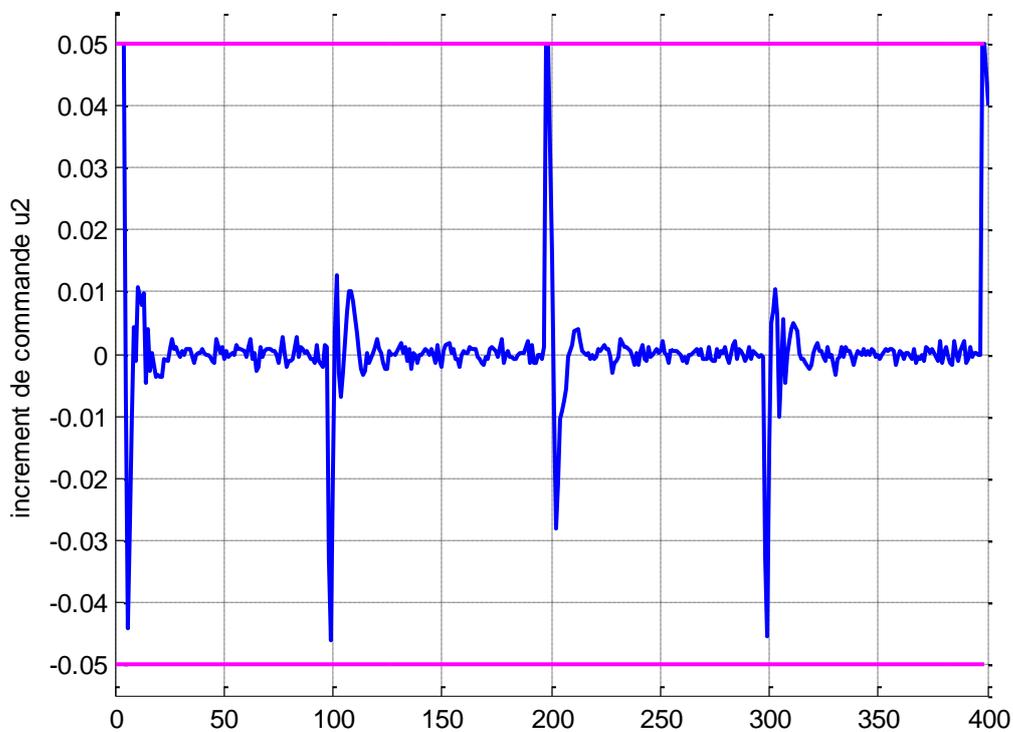


Figure 6.76 Evolution de l'incrément de commande  $\Delta u_2(k)$  en présence des perturbations

### 3.2.2 Résultats de simulation de la commande GPC adaptative sous contraintes, avec et sans perturbations

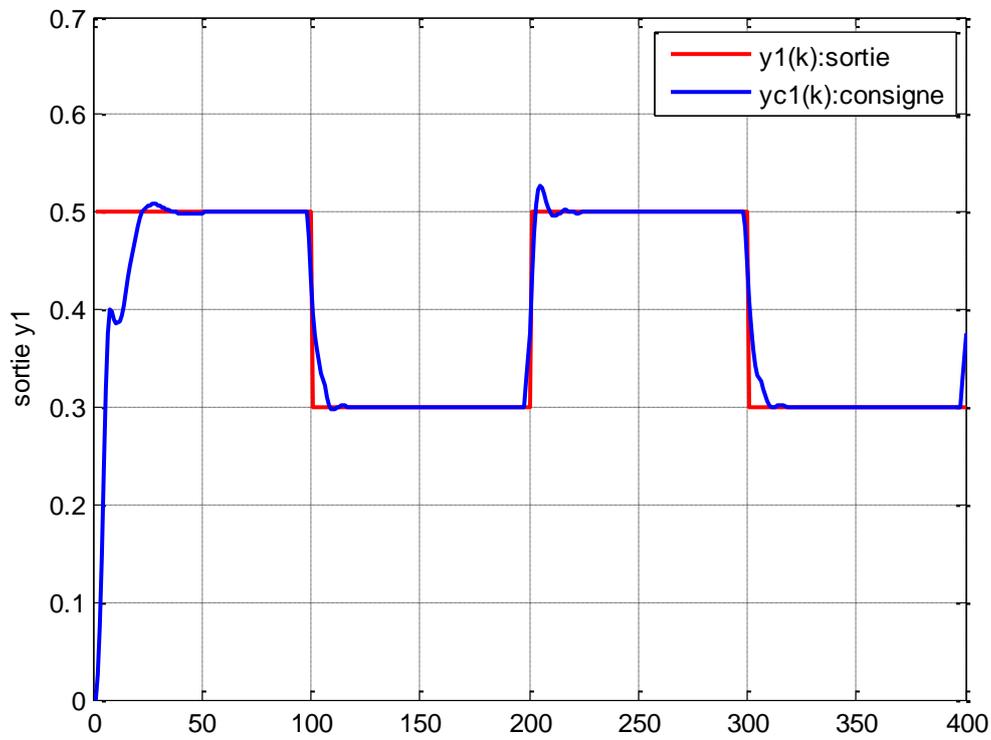


Figure 6.77 Evolution de sortie  $y_1(k)$  (Concentration du fluide) du réacteur chimique en absence des perturbations



Figure 6.78 Evolution de commande  $u_1(k)$  (Débit d'alimentation) de réacteur chimique en absence des perturbations

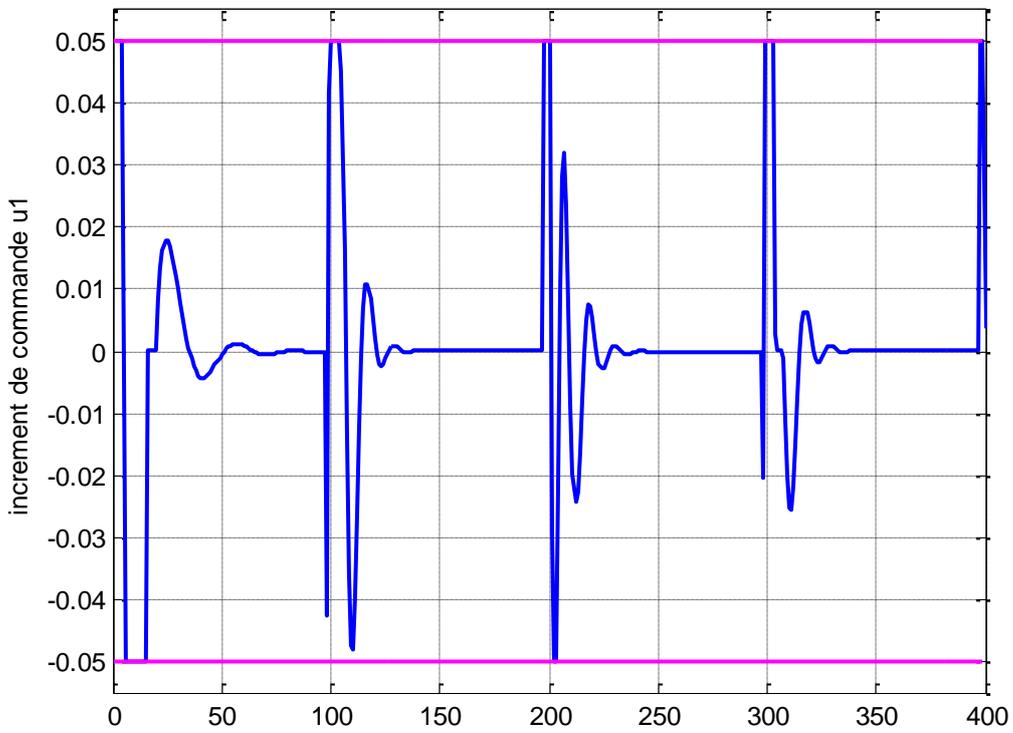


Figure 6.79 Evolution de l'incrément de commande  $\Delta u_1(k)$  en absence des perturbations

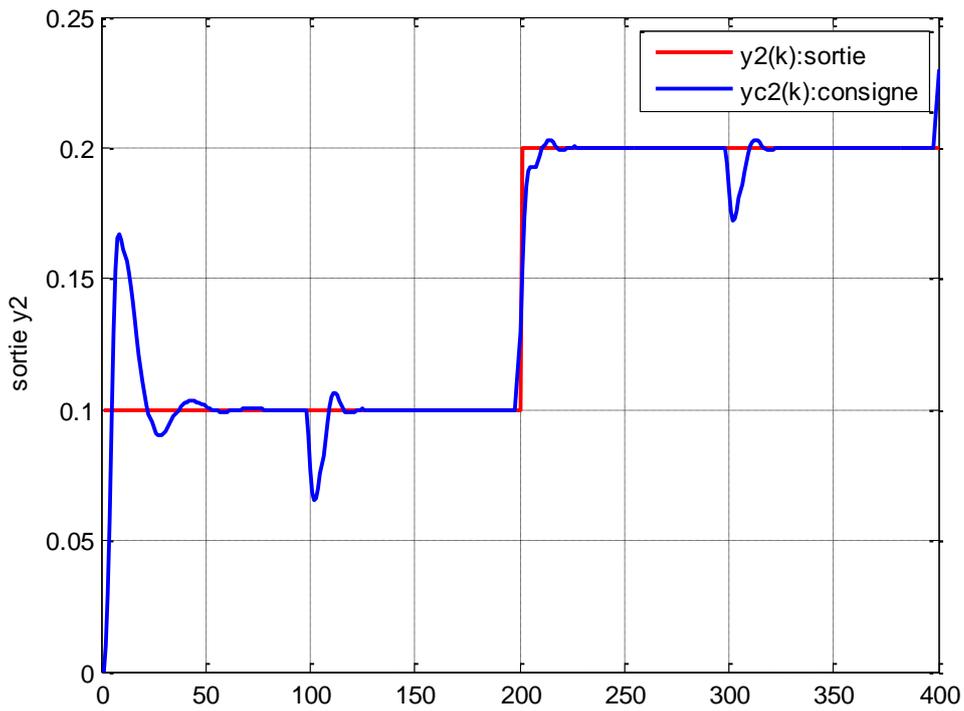


Figure 6.80 Evolution de sortie  $y_2(k)$  (*Température du réacteur*) du réacteur chimique en absence des perturbations

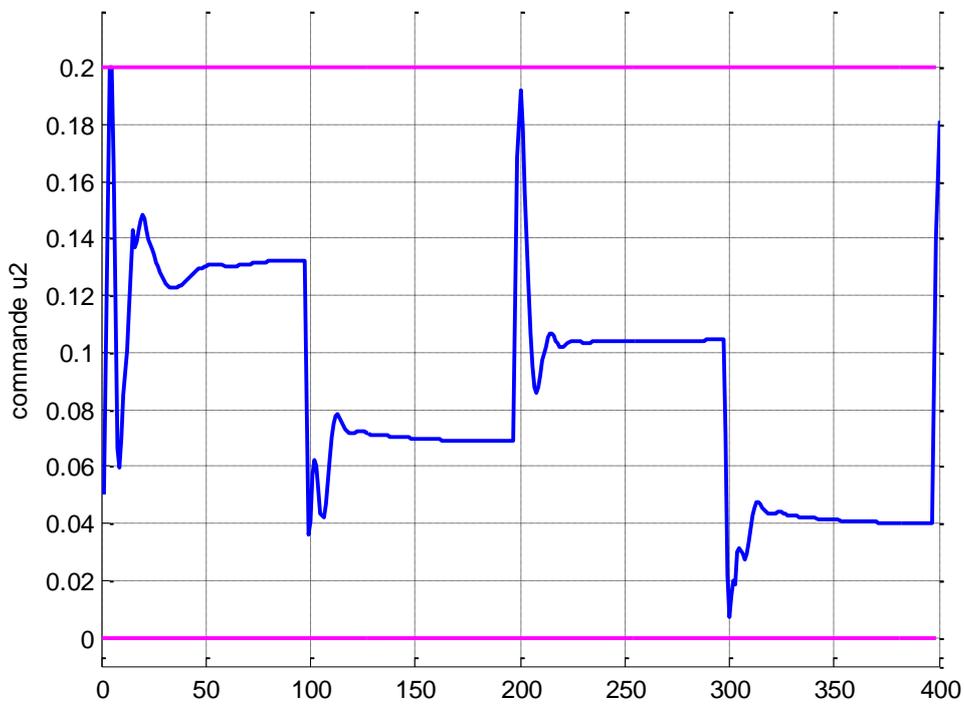


Figure 6.81 Evolution de commande  $u_2(k)$  (*Débit de refroidissement*) de réacteur chimique en absence des perturbations

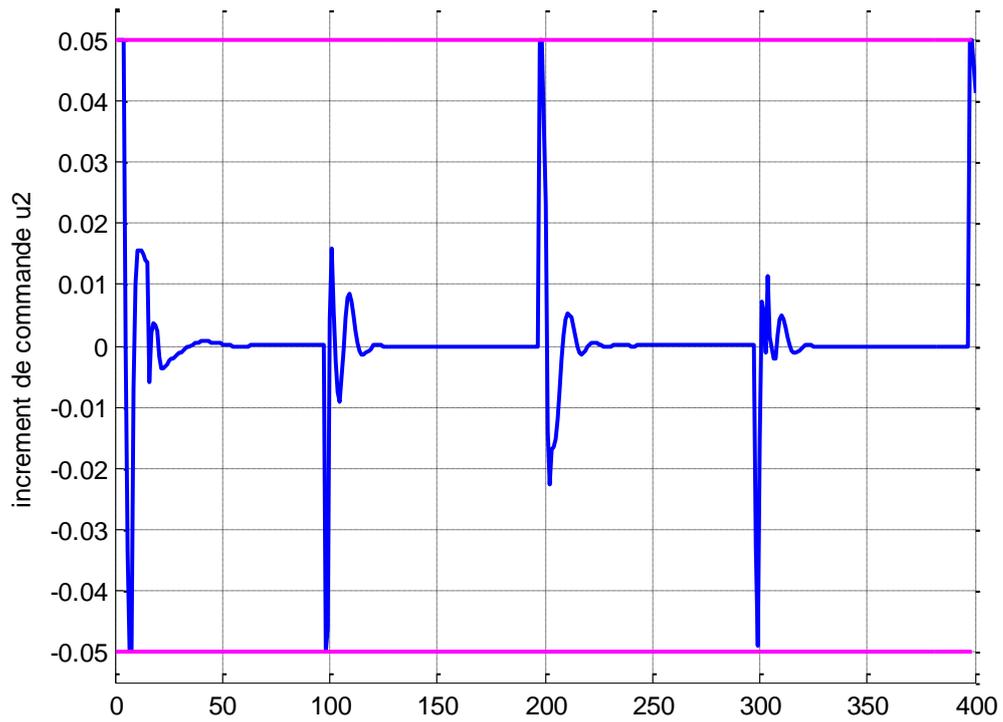


Figure 6.82 Evolution de l'incrément de commande  $\Delta u_2(k)$  en absence des perturbations

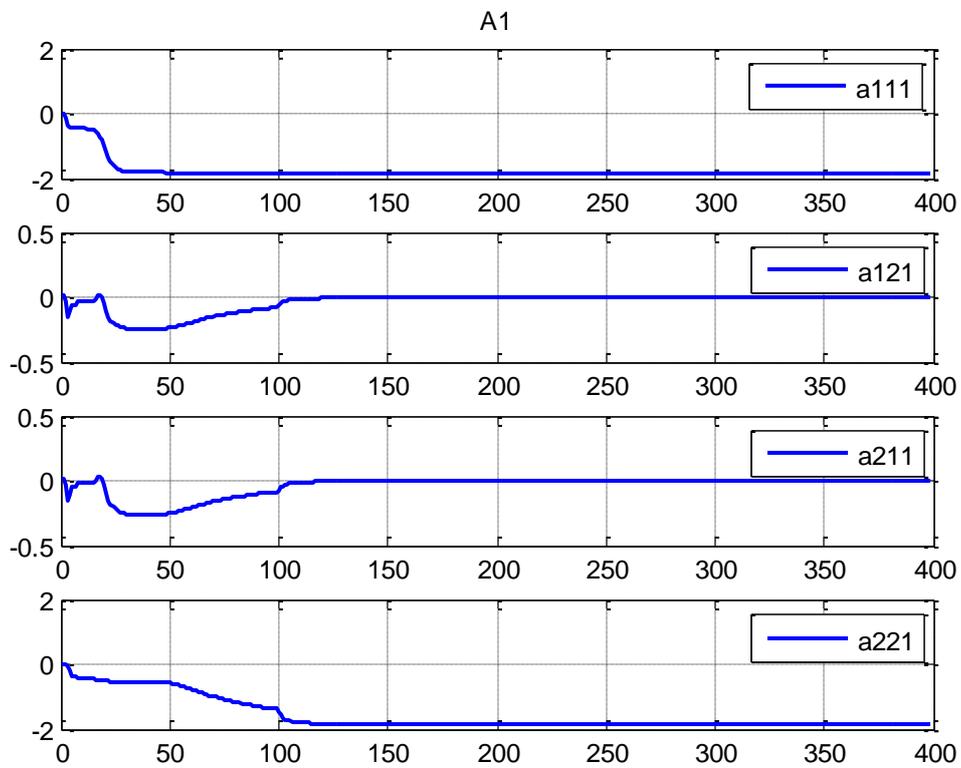


Figure 6.83 la matrice estimée  $A_1$  en absence des perturbations

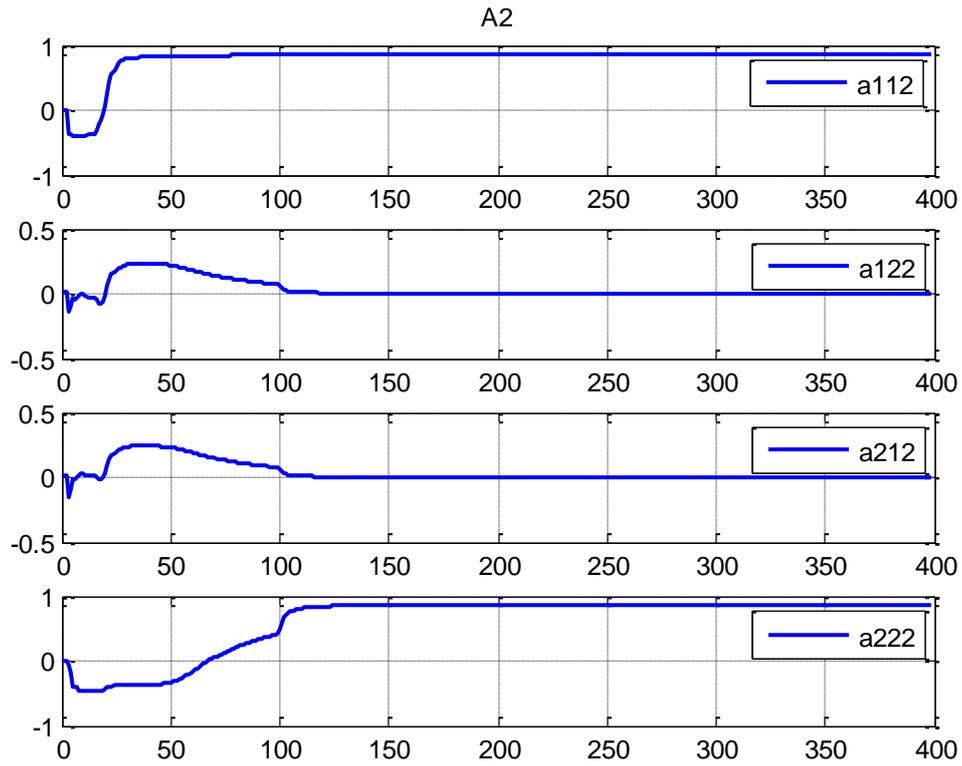


Figure 6.84 la matrice estimée  $A_2$  en absence des perturbations

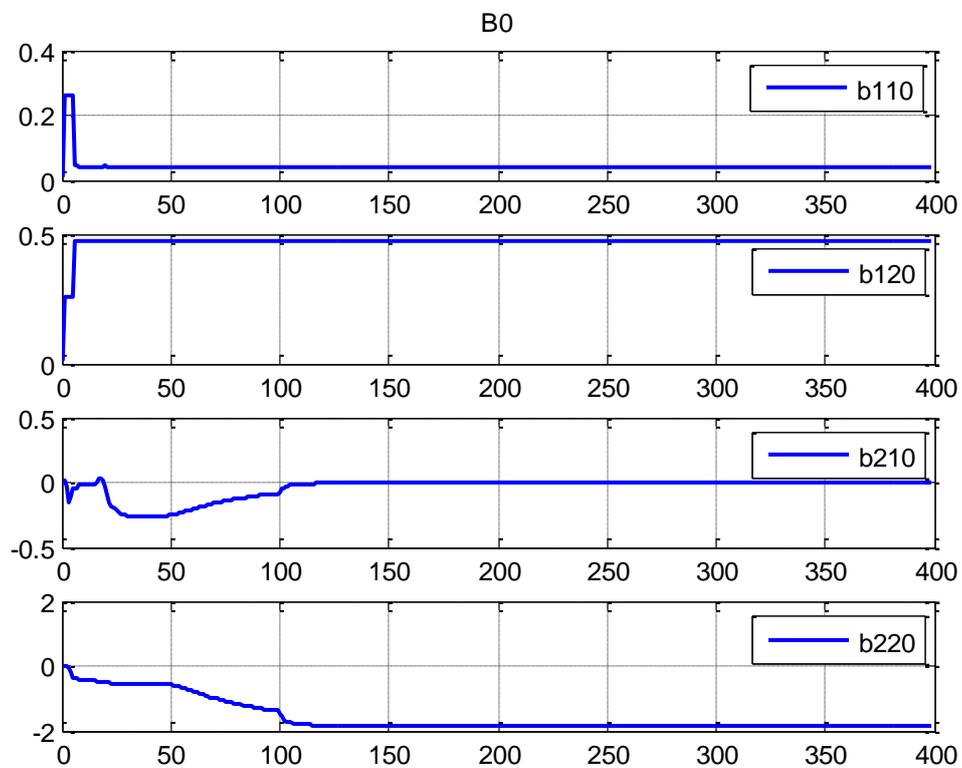


Figure 6.85 la matrice estimée  $B_0$  en absence des perturbations

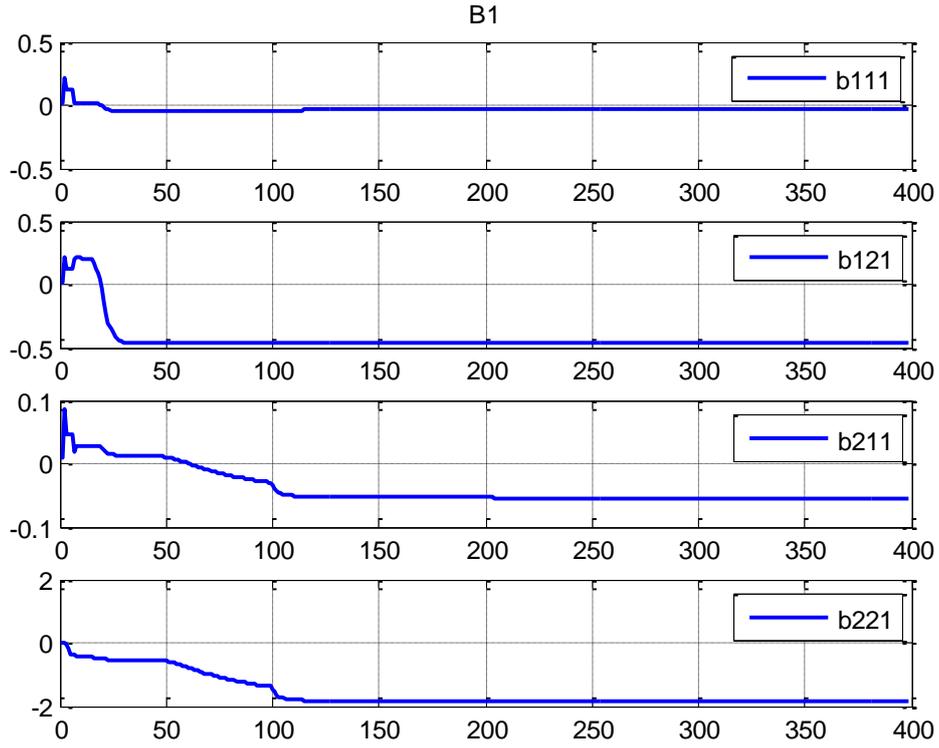


Figure 6.86 la matrice estimée  $B_1$  en absence des perturbations

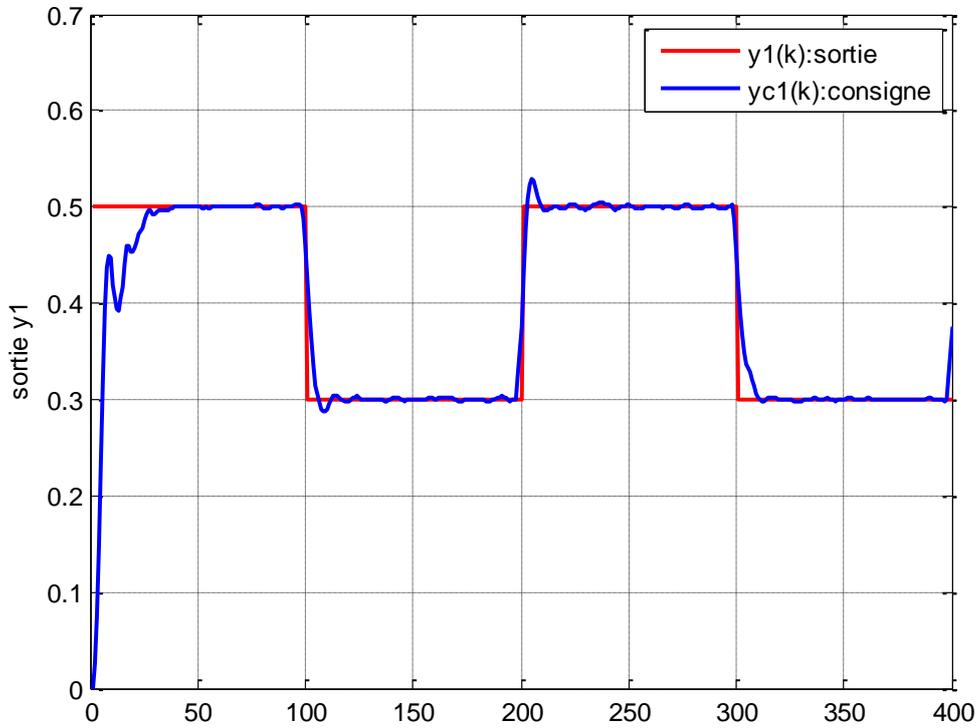


Figure 6.87 Evolution de sortie  $y_1(k)$  (Concentration du fluide) du réacteur chimique en présence des perturbations

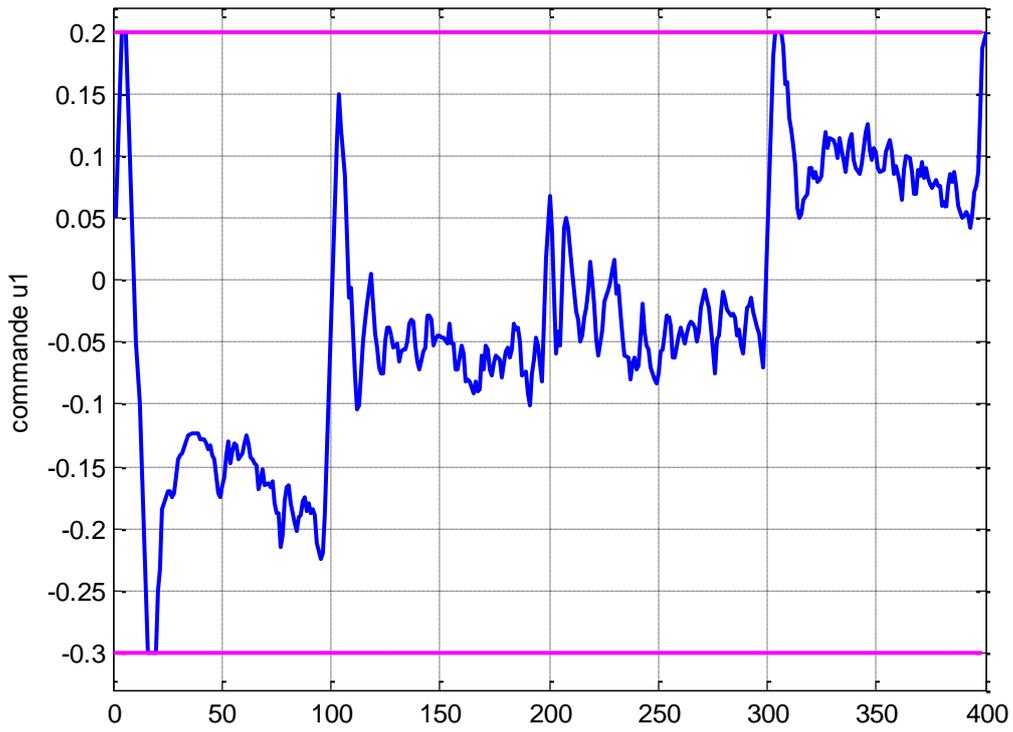


Figure 6.88 Evolution de commande  $u_1(k)$  (Débit d'alimentation) de réacteur chimique en présence des perturbations

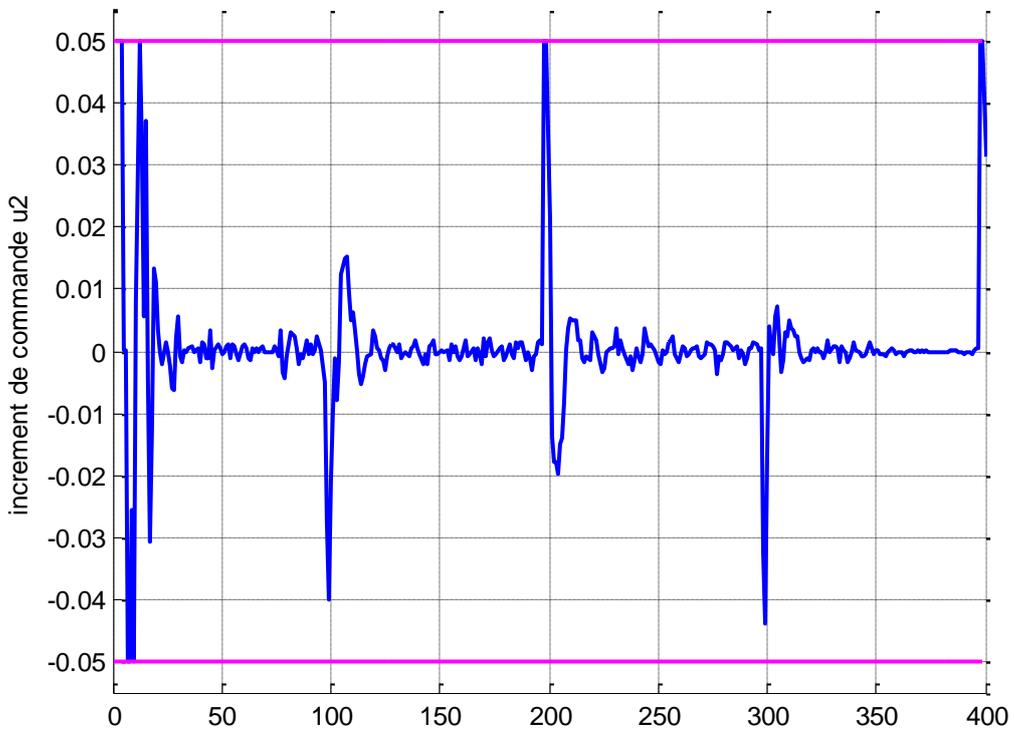


Figure 6.89 Evolution de l'incrément de commande  $\Delta u_1(k)$  en présence des perturbations

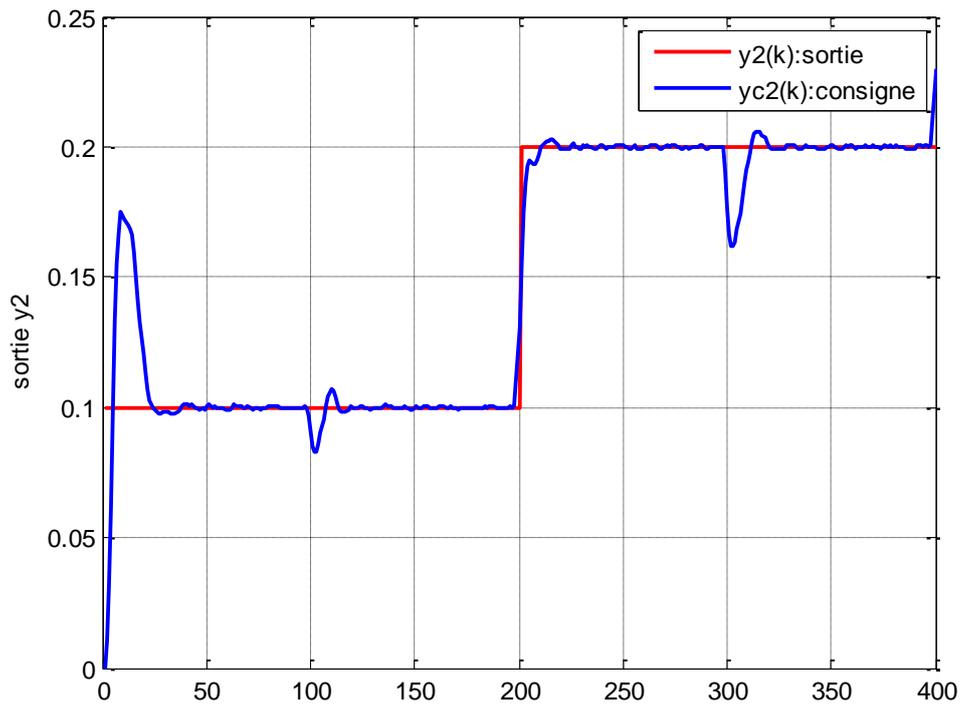


Figure 6.90 Evolution de sortie  $y_2(k)$  (*Température du réacteur*) du réacteur chimique en présence des perturbations

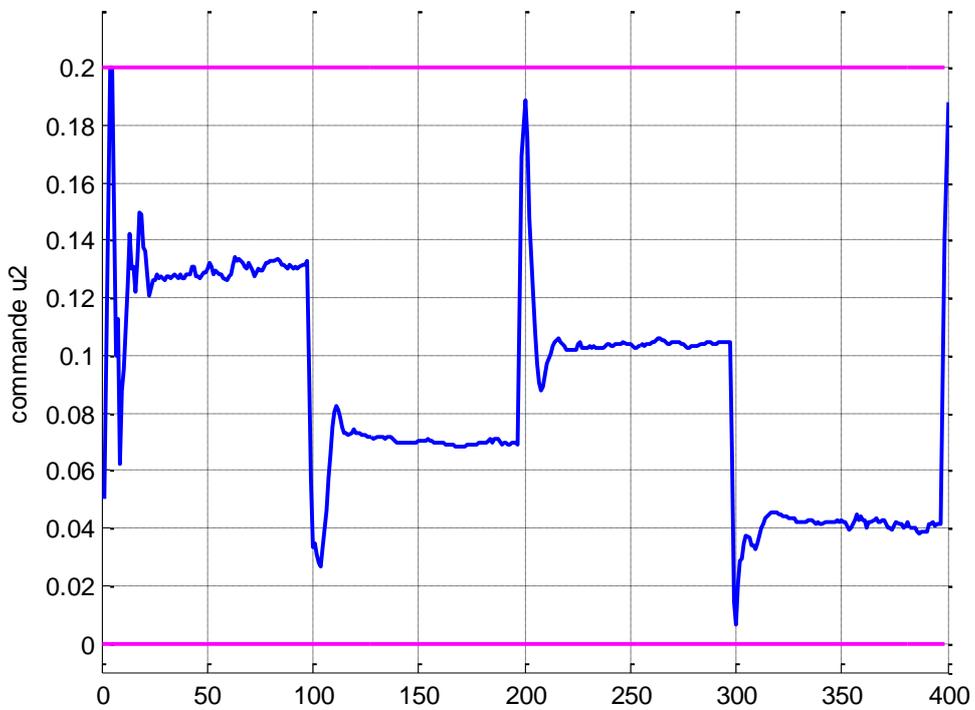


Figure 6.91 Evolution de commande  $u_2(k)$  (*Débit de refroidissement*) de réacteur chimique en présence des perturbations

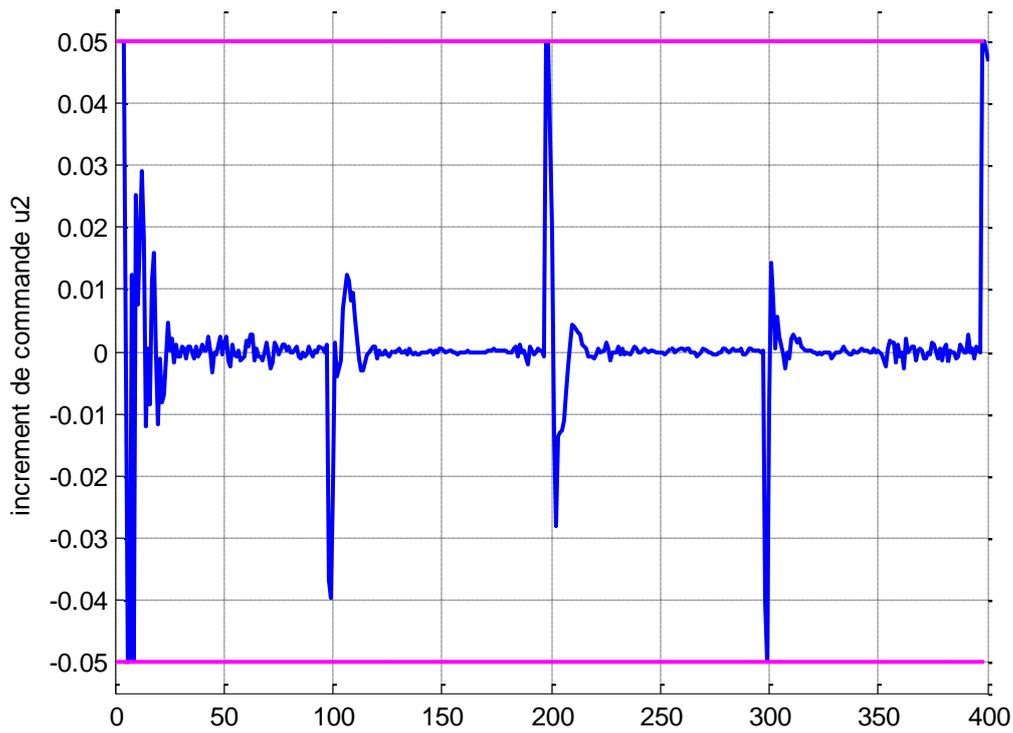


Figure 6.92 Evolution de l'incrément de commande  $\Delta u_2(k)$  en présence des perturbations

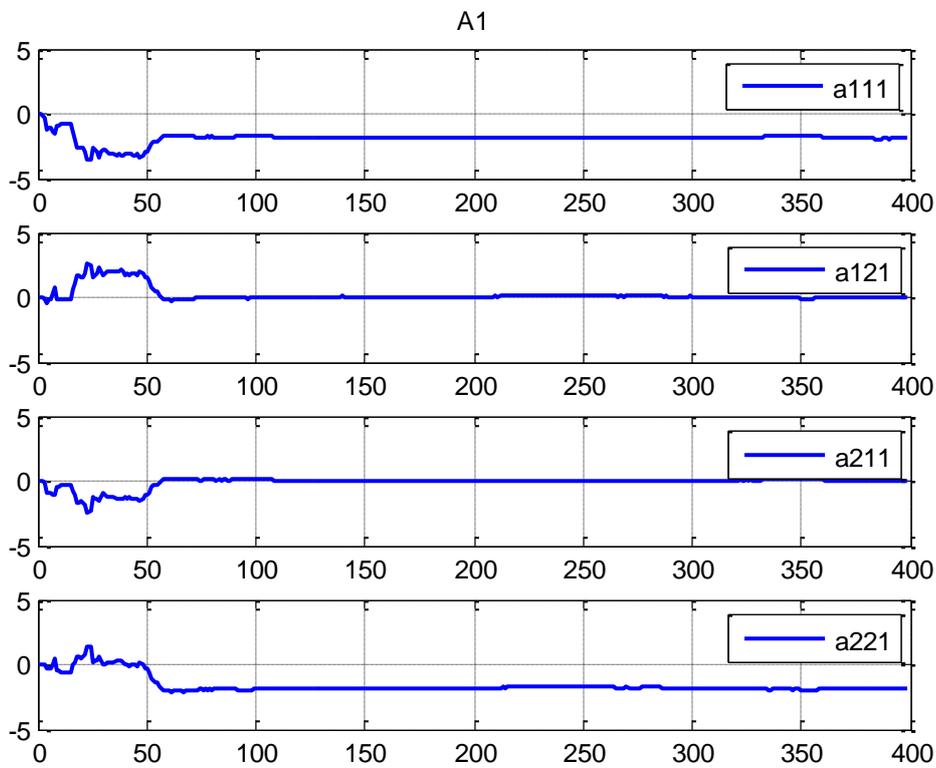


Figure 6.93 la matrice estimée  $A_1$  en présence des perturbations

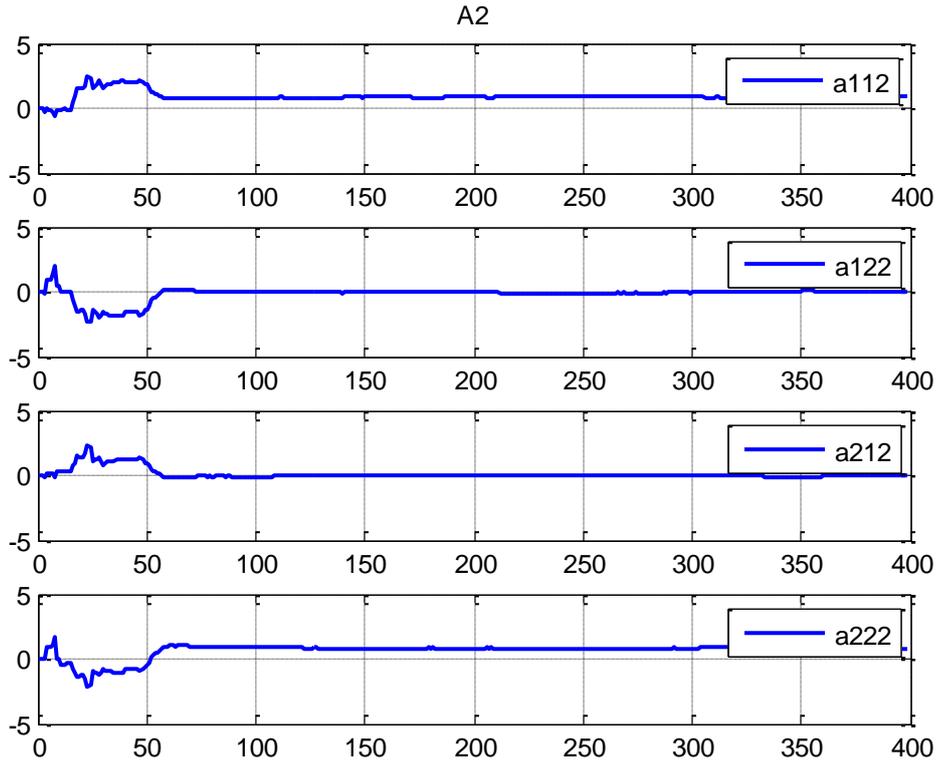


Figure 6.94 la matrice estimée  $A_2$  en présence des perturbations

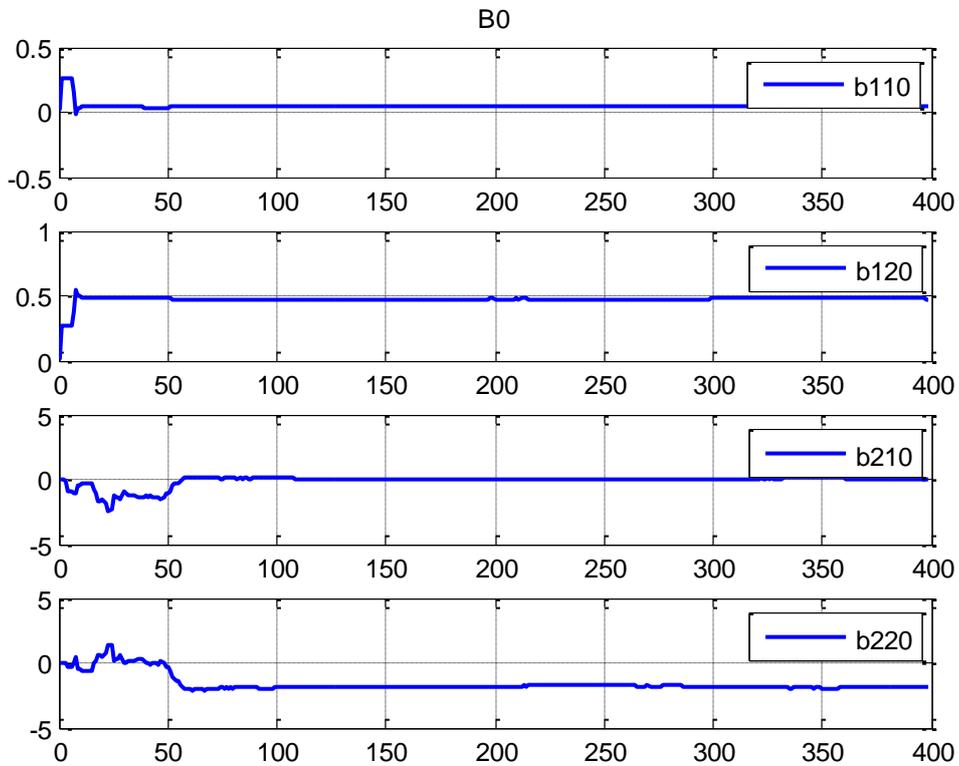


Figure 6.95 la matrice estimée  $B_0$  en présence des perturbations

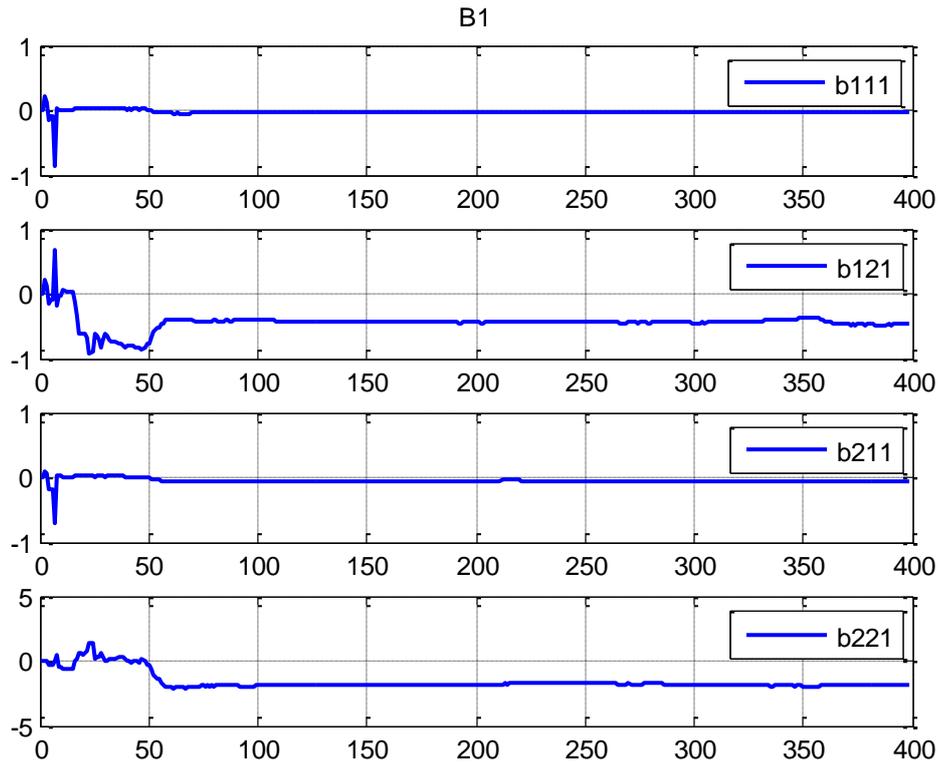


Figure 6.96 la matrice estimée  $B_1$  en présence des perturbations

Les figures 6.65, 6.66, 6.67, 6.68, 6.69, 6.70, 6.71, 6.72, 6.73, 6.74, 6.75 et 6.76 montrent la réponse temporelle de la colonne à distiller avec la commande GPC non adaptative sous contraintes, en absence et en présence des perturbations. Ces figures montrent que l'objectif de poursuite est atteint et que les contraintes sont vérifiées sur les variables de commandes.

Les figures 6.77, 6.78, 6.79, 6.80, 6.81, 6.82, 6.87, 6.88, 6.89, 6.90, 6.91 et 6.92 représentent respectivement les comportements des sorties du réacteur chimique et leurs commandes correspondantes. Ces résultats confirment encore une fois la robustesse de la commande adaptative sous contrainte à pouvoir annuler presque complètement l'effet des perturbations ajoutées aux deux sorties du procédé. La commande prédictive adaptative sous contrainte permet aux deux sorties de suivre parfaitement les consignes imposées. Aucune violation des contraintes imposées sur les entrées du système commandé n'a été détectée. Les variations des différentes entrées restent dans des intervalles acceptables imposés.

Les figures 6.83, 6.84, 6.85, 6.86, 6.93, 6.94, 6.95 et 6.96 montrent l'évolution des paramètres estimés respectivement en absence et en présence de perturbation. Ces paramètres convergent rapidement vers leurs vraies valeurs.

#### **4. Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons examiné la capacité de cette stratégie de commande proposée, de poursuivre la consigne, rejeter les perturbations, respecter les contraintes multiples. Bien que la prise en compte des contraintes sur le signal sortie et/ou sur sa variation puisse être aussi considérée, on se limite dans ce chapitre à la présentation des contraintes sur le signal de commande et sur sa variation. Cette limitation se justifie par le fait que ces contraintes sont le plus souvent rencontrées en milieu industriel. Les performances obtenues sont satisfaisantes, en régulation comme en poursuite de la trajectoire désirée de la variable pour les systèmes single-input single-output (SISO), que pour les systèmes multi-input multi-output (MIMO). En matière de comparaison des performances, le comportement de la sortie commandée du procédé SISO indique des résultats très proches pour le cas avec ou sans contraintes. Toutefois, la commande multivariable sous contraintes, est testée sur la colonne à distiller, un procédé assez difficile à commander (non linéaire, non minimum de phase, très couplé). Cela nécessite des algorithmes de commande très performants, pour cela nous avons choisis cet exemple illustratif.

## Conclusion générale

Dans ce mémoire, nous avons étudié des lois de commande basées sur des méthodes adaptatives indirectes et prédictives sous contraintes. Les algorithmes d'adaptation développés sont fondés sur le principe des moindres carrés récurrents.

Les procédés réels sont sujets à des contraintes physiques de fonctionnement qui concernent, essentiellement, la commande et/ou sa variation. En effet, la variation rapide et importante de la consigne et/ou la perturbation peuvent rendre possible la saturation du signal de commande. Cette dernière situation s'accompagne généralement d'une variance relativement importante de l'entrée du procédé ce qui peut être inadmissible par l'actionneur. Une prise en compte des contraintes physiques, lors de la synthèse d'une loi de commande s'avère donc nécessaire pour garantir la réussite de toute application industrielle.

La commande prédictive adaptative est l'une des commandes qui se prêtent bien à la technique de prise en compte des contraintes physiques. Durant ces dernières années la méthodologie de commande prédictive a connu un développement important, et comme il a été rappelé dans ce travail, ceci est dû au fait que c'est une des commandes qui se prêtent bien à la technique de prise en compte des contraintes physiques. En effet, il est toujours facile, dans ce dernier cas, d'intégrer les contraintes considérées sur tout l'horizon de prédiction choisi. Le calcul des incréments de commande, à chaque pas d'échantillonnage, fait appel à la procédure classique de minimisation d'un critère quadratique sous des contraintes de type inégalités.

De plus, comme il a été expliqué dans le chapitre introductif, cette méthodologie présente la vertu de pouvoir être appliquée à des systèmes avec dynamique difficile, par exemple, ceux à comportement de phase non minimale ou instables; il permet en outre de traiter des systèmes multivariables et non linéaires, et incorpore de manière naturelle la compensation par anticipation "feedforward" et compensation de systèmes avec de grands retards.

Dans la partie simulation, quatre implantations sont développées sur des processus très différents, dont la consigne future peut être prédéfinie à l'avance, illustrant l'apport de la version adaptative sous contraintes par rapport aux commandes plus classiques. L'application de cette algorithmes en simulation valide les résultats obtenus et montre la robustesse et les avantages des lois de commande adaptatives et prédictives sous contraintes proposées.

## Bibliographie

- [ABI-88] H. Abidin-Tjokronegoro, “Estimation adaptative des paramètres de systèmes variant dans le temps et détection de ruptures”, PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, Grenoble, France, 1988.
- [ABD-98] M. Abdelghani, M. Verhaegen, P. Van Overschee, and B. De Moor. “Comparison study of subspace identification methods applied to flexible structures”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 12:679–692, 1998.
- [AST-71] K. J. Astrom and P. Eykhoff, “System identification : a survey”, *Automatica*, 7 :123–167, 1971.
- [AST-93] K. J. Astrom, T. Hagglund, C. C. Hang, and W. K. Ho, “Automatic tuning and adaptation for PID controllers : a survey”, *Control Engineering Practice*, 1:699–714, 1993.
- [AST-95] K. J. Astrom and B. Wittenmark, “Adaptive control”, Addison Wesley, 2nd edition, 1995.
- [BAZ-93] M. S. Bazaraa, H. D. Sherali, C.M. Shetty. “Nonlinear programming, Theory and algorithms”, Second edition, John Wiley and Sons, 1993.
- [BEM-02] A. Bemporad, “Efficient conversion of mixed logical dynamical systems into a equivalent piecewise affine form”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 49 (5), pp. 832-838, 2004.
- [BEN-01] A. Ben-Tal, A. Nemirovski. “Lectures on Modern Convex Optimization. Analysis, Algorithms, and Engineering Applications”, SIAM, 2001.
- [BHA-02] R. Bhattacharya, G.J. Balas, M.A. Kaya, A. Packard, “Nonlinear receding horizon control of an F-16 aircraft”, *Journal Guidance Control and Dynamics*, vol. 25(5), pp. 924-931, 2002.
- [BHI-03] B. Bhikkaji, T. Soderstrom, et K. Mahata, “A recursive algorithm for estimating parameters in a one dimensional diffusion system”, In *The 13th IFAC Symposium on System Identification*, Rotterdam, The Netherlands, ‘August 2003.
- [BLA-99] F. Blanchini, “Set invariance in control”, *Automatica*, Vol. 35, pp. 1747-1767, 1999.
- [BRA-96] I. Branica, N. Peric, and I. Petrovic, “Comparison of several recursive identification methods”, *Automatika*, 3 :99–104, 1996.
- [CAR-01] F. J. Carrillo and F. Rotella, “Identification en temps reel des parametres d’un

systeme continu pour l'estimation d'usure d'outils de coupe", In Journées Identification et Modelisation Experimentale, Vandoeuvre-les-Nancy, France, March, 2001.

- [CHE-02] T. Y. Chen. "Application of adaptive predictive control to a floor heating system with a large thermal lag", *Energy and Buildings*, 34:45–51, 2002.
- [CAM-98] E. F. Camacho, and C. Bordons, "Model Predictive Control in the process industry. Springer, London. 1998.
- [CAM-04] E.F. Camacho, C. Bordons, "Model predictive control", Ed. Springer- Verlag, 2nd ed., London, 2004.
- [CAMP-86] P. J. Campo, M. Morari, "norm formulation of model predictive control problems", *Proceedings of the American Control Conference*, Seattle, pp. 339-343.1986
- [CLA-88] D.W. Clarke, "Application to generalized predictive control to industrial processes", *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 22, pp. 49- 55, 1988.
- [CLA-87] D.W. Clarke, C. Mohtadi, P.S. Tuffs, "Generalized predictive control, Part I : The basic algorithm ; Part II : Extensions and interpretations", *Automatica*, vol. 23(2), pp. 137-160, 1987.
- [CLA-91] D.W. Clarke, R. Scatollini, "Constrained receding horizon predictive control", *Proceedings IEE-D*, vol. 138, pp. 347-354, 1991.
- [CUE-08] J.R. Cueli, C. Bordons, "Iterative nonlinear model predictive control. Stability, robustness and applications", *Control Engineering Practice*, vol. 16(9), pp. 1023-1034, 2008.
- [CUT-80] C.R. Cutler, B.C. Ramaker, "Dynamic matrix control – A computer control algorithm", *Automatic Control Conference*, San Francisco, 1980.
- [DUB-01] B. Dubuisson, B. O. Bouamama, R. Litwak, D. Maquin, I. Nikiforov, J. Ragot, M. Staroswiecki, and G. Zwingelstein, "Automatique et statistiques pour le diagnostic", volume *Systèmes automatisés*, Information Commande Communication. Hermès, 2001.
- [EAT-92] J.W. Eaton, J.B. Rawlings, "Model-predictive control of chemical processes", *Chemical Engineering Science*, vol. 47(4), pp. 705-720, 1992.
- [FLE-81] R. Fletcher, "Practical Methods of Optimization 2: Constrained Optimization", John Wiley and Sons, Chichester, 1981.
- [FAG-13] L. Fagiano. A.R. Teel, "Generalized terminal state constraint for model predictive control", *Automatica*, Vol. 49, Issue 9, pp 2622-2631, 2013.

- [GAN-14] Gang Tao “Multivariable adaptive control: A survey”, *Automatica*, Vol 50, Issue 11, pp 2737-2764, 2014.
- [GAR-96] H. Garnier, P. Sibille, M. Mensler, and A. Richard, “Pilot crane identification and control in presence of friction”, in *The 13th IFAC World Congress*, San Francisco, California, USA, July 1996.
- [GAR-89] C.E. García, D.M. Prett, M. Morari, “Model predictive control: Theory and practice – a survey”, *Automatica*, vol. 25(3), pp. 335-348, 1989.
- [GER-98] J. J. Gertler, “Fault detection and diagnosis in engineering system”, Marcel Dekker, 1998.
- [GER-59] J. J. Gertler, “Self adaptive flight control symposium”, WADC Report N<sup>o</sup> 5949, 1959.
- [GLA-03] A. H. Glattfelder, W. Schaufelderger, “Control Systems with Input and Output Constraints”, Springer, 2003.
- [GLE-99] G. O. Glentis, K. Berberidi, and S. Theodoridis, “Efficient least squares adaptive algorithms for FIR transversal filtering”, *IEEE Signal Processing Magazine*, 16 :13–41, 1999.
- [GOO-84] G. Goodwin and K. S. Sin, “Adaptive filtering prediction and control”, Prentice Hall, 1984.
- [GOO-04] G.C. Goodwin, M.M. Seron, J.A. De Dona, “Constrained Control and Estimation”, Springer-Verlag, London, 2004.
- [GUS-00] F. Gustafsson, “Adaptive filtering and change detection”, John Wiley & Sons, Ltd, 2000.
- [HEN-95] J.C. Hennes, “Discrete time constrained linear systems”, *Control and Dynamical Systems*, Vol.71, pp. 157-213, 1995.
- [HUN-86] I. W. Hunter and M. J. Korenberg, “The identification of nonlinear biological systems: Wiener and Hammerstein cascade models”, *Biological Cybernetics*, 55:pp135–144, 1986.
- [JAU-01] L. Jaulin, M. Kieffer, O. Didrit, and E. Walter, “Applied interval analysis with examples in parameter and state estimation, robust control and robotics”, Springer Verlag, 2001.
- [KAL-58] R.E Kalman, “Design of a self optimizing control system”, *Trans .ASME, Ser D.*, pp 51-60, 1958.
- [KAL-60] R.E. Kalman, “Contributions to the theory of optimal control”, *Boletin de la Sociedad Matematica Mexicana*, Vol. 5, pp.102-119, 1960.

- [KEY-85] R.M.C. de Keyser, A.R. van Cauwenberghe, “Extended prediction self adapted control”, IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation, York, pp. 1317-1322, 1985.
- [KHA-12] B. Khan, J.A. Rossiter, “A comparison of the computational efficiency of generalised function MPC using active set methods”, IFAC Proceedings Volumes, Volume 45, Issue 15, pp 192-197, 2012.
- [KIM-01] S. Kim, Y. Kim, H. Kim, and C. Nam, “Adaptive reconfigurable flight control system based on recursive system identification”, In The 15th International
- [KOC-03] M. Kočvara, S. Stingl, “PENNON –a code for convex nonlinear and semidefinite programming”, Optimization Methods and Software, vol. 18(3), pp. 317-333, 2003.  
Session in the 39th Aircraft Symposium, Gifu, Japan, October 2001.
- [KTH-94] M. V. Kothare, P.J. Campo, M. Morari, C. N. Nett, “A unified framework for the study of antiwindup designs”, Automatica, vol. 30, pp. 1869–1883, 1994.
- [LAN-97] I. Landau, R. Lozano, and M. M’Saad, “Adaptive Control”, Springer Verlag, New York, 1997.
- [LAN-01] I. D. Landau, A. Besanc<sub>o</sub>n-Voda, G. Besanc<sub>o</sub>n, C. Durieu, A. Karimi, M. Namar, T. Poinot, L. Pronzato, H. F. Raynaud, J. Richalet, J. C. Trigeassou, E. Walter, and A. Zolghardi, “Identification des systèmes”, volume Systèmes automatisés, Information Commande Communication. Hermes, 2001.
- [LJU-81] L. Ljung, “Analysis of a general recursive prediction error identification algorithm”, Automatica, 17 :89–100, 1981.
- [LJU-83] L. Ljung and T. Soderstrom, “Theory and practice of recursive identification”, The MIT Press, Cambridge, 1983.
- [LJU-87] L.Ljung, “System Identification. Theory for the user”, Prentice-Hall, USA. 1987
- [LJU-99] L. Ljung, “System identification. Theory for the user”, PTR Prentice Hall Information and System Sciences Series T. Kailath, Series Editor, Upper Saddle River, 2nd edition edition, 1999.
- [LOZ-01] R. Lozano and D. Taoutaou, “Identification et commande adaptative”, volume Systemes automatisés, Information Commande Communication. Hermes, 2001.
- [MAC-02] J. Maciejowski, “Predictive Control: with constraints”, Pearson Education Limited, London. 2002.

- [MOR-94] M. Morari, “Advances in model based predictive control”, Oxford University Press, 1994.
- [NES-94] Y. Nesterov, A. Nemirovskii, “Interior-Point Polynomial Algorithms in Convex Programming”, SIAM, 1994.
- [OKU-03] H. Oku, “Application of a recursive subspace identification algorithm to change detection”, in The 13th IFAC Symposium on System Identification, Rotterdam, The Netherlands, August 2003.
- [OST-02] M. Ostring, S. Gunnarsson, “Recursive identification of physical parameters in a flexible robot arm”, Technical report, Department of Electrical Engineering, Linköping University, Linköping, Sweden, 2002.
- [PRA-98] M. Prandini and M.C. Campi, “A new recursive identification algorithm for singularity free adaptive control”, *Systems and Control Letters*, 34:pp.177–183, 1998.
- [PEN-96] Y. Peng, D. Vrančić, R. Hanus, “Anti-windup, bumpless and conditioned transfer techniques for PID controllers”, *IEEE Control System Magazine*, vol 16, pp. 48–57, 1996.
- [RIC-87] J. Richalet, S. Abu El Ata, C. Arber, M.B. Kuntze, A. Jacobasch, W. Schill, “Predictive functional control. Application to fast and accurate robots”, 10th IFAC World Congress, Munich, 1987.
- [RIC-05] J. Richalet, G. Lavielle, J. Mallet, “La commande prédictive. Mise en oeuvre et applications industrielles”, Groupe Eyrolles, Paris, 2005.
- [RIC-78] J. Richalet, A. Rault, J.L. Testud, J. Papon, “Model predictive heuristic control : application to industrial processes”, *Automatica*, vol. 14(5), pp. 413-428, 1978.
- [SDAW-07] M. Susanu, D. Dumur, M. Aubourg, C. Wartelle, “Virtual machine-tool environnement – Design and validation”, 6th International Conference on High Speed Machining, San Sebastian, 2007.
- [SDAW-07] M. Susanu, D. Dumur, M. Aubourg, C. Wartelle, “Virtual machine-tool environnement – Design and validation”, 6th International Conference on High Speed Machining, San Sebastian, 2007.
- [STE-03] G. Stein. “Respect the unstable”, *IEEE Control System Magazine*, Vol. 23 (4), pp. 12-25. (2003).
- [SOD-89] T. Soderstrom and P. Stoica, “System identification”, Prentice Hall International Series in Systems and Control Engineering, New York, 1989.

- [SHY-89] J. J. Shynk, “Adaptive IIR filtering”, IEEE Signal Processing Magazine, 6:pp.4–21,1989.
- [SAY-94] A. H. Sayed and T. Kailath, “A state space approach to adaptive RLS filtering”, IEEE Signal Processing Magazine, 11:18–60, 1994.
- [SUS-07] M. Susanu, D. Dumur, M. Aubourg, C. Wartelle, “Virtual machine-tool environnement – Design and validation”, 6th International Conference on High Speed Machining, San Sebastian, 2007.
- [SUN-01] H. Sunan, T.K. Kiong, L.T.Heng, “Applied Predictive Control”, Springer, 2001.
- [TIA-01] Y. Tian, “Étude de méthodes de diagnostic appliquées au suivi en ligne des matériels Ferroviaires roulants. Technical report, INRETS et USTL, Lille, France, 2001.
- [TAR-97] S. Tarbouriech, G. Garcia, “Control of Uncertain Systems with Bound Inputs”, Springer, 1997.
- [TAN-91] P. C. Tan, C. S. Berger, K. P. Dabke, and R. G. Mein, “Recursive identification and adaptive prediction of wastewater flows”, Automatica, 27:761–768, 1991
- [UHL-03] T. Uhl and M. Bogacz, “Real time modal analysis and its application for flutter testing”, In The 13th IFAC Symposium on System Identification, Rotterdam, The Netherlands, August 2003.
- [VES-10] V. Veselý, M. Foltin, “Robust model predictive control design with input constraints”, ISA Transactions, Vol. 49, Issue 1, pp 114-120, 2010.
- [WHT-58] H.P. Whetaker, J. Yamron, and A. Kezer, “Design of model reference adaptive control systems for aircraft”. MIT Instrument Lab report, R-164, 1958.
- [WAN-03] X. Wang, U. Kruger, and B. Lennox, “Recursive partial least squares algorithms for monitoring complex industrial processes”, Control Engineering Practice, 11 :613–632, 2003.
- [WRI-97a] S. J. Wright. “Applying new optimization algorithms to model predictive control”, dans J. Kantor, C. Garcia, and B. Carnahan, éditeurs, Proceedings of 5th Conference on Chemical Process Control, CACHE, AIChE, Vol. 93, pp. 147-155, 1997.
- [WRI-97b] S. J. Wright. “Primal-Dual Interior Point Methods”, SIAM Publications 1997.
- [YDS-84] B.E. Ydstie, “Extended horizon adaptive control”, 9th IFAC World Congress, Budapest, 1984.

- [YE-89] Y. Ye, “Interior Point Algorithms for quadratic programming”, Paper Series No 89-29, Departement of Management Sciences, University of Iowa, Iowa, 1989.
- [YOU-70] P. C. Young, “An instrumental variable method for real time identification of noisy process”, *Automatica*, 6:271–287, 1970.
- [ZHA-14] J. Zhanga , Y. Zhou, R.Wangb, J.Xuc, F.Fang, “Modeling and constrained multivariable predictive control for ORC (Organic Rankine Cycle) based waste heat energy conversion systems”, *Energy*, Vol. 66, pp 128–138, 2014
- [ZHU-94] Y. Zhu, P. Van Overschee, B. De Moor, and L. Ljung, “Comparison of three classes of identification methods”, in *The 10th IFAC Symposium on System Identification*, Copenhagen, Denmark, July 1994.