



UNIVERSITE SULTAN MOULAY SLIMANE
FACULTE POLYDISCIPLINAIRE
BENI-MELLAL



CENTRE D'ETUDES DOCTORALES
« SCIENCES PLURIDISCIPLINAIRES »

THESE DE DOCTORAT

Présentée à la Faculté Polydisciplinaire de Béni-Mellal

pour l'obtention de grade

DOCTEUR

Spécialité : Informatique - Télécommunications

DÉVELOPPEMENT D'ALGORITHMES D'IDENTIFICATION DES SYSTÈMES DE TÉLÉCOMMUNICATIONS (MC-CDMA) EN UTILISANT LES MÉTHODES À NOYAUX DÉFINIS POSITIFS

Présentée par

RACHID FATEH

Soutenue le 24 décembre 2022, devant le jury composé de :

Président	: Belaid BOUIKHALENE	PES	FP, USMS Béni Mellal
Rapporteur	: Jilali ANTARI	PES	FP, UIZ Taroudant
Rapporteur	: Mohamed BASLAM	PH	FST, USMS Béni Mellal
Rapporteur	: Abderrazak FARCHANE	PH	FP, USMS Béni Mellal
Examineur	: Miloud FRIKEL	MC	ENSICAEN, Caen, France
Examineur	: Anouar DARIF	PH	FP, USMS Béni Mellal
Directeur	: Said SAFI	PES	FP, USMS Béni Mellal

Année Universitaire : 2022-2023

*À l'âme de ma mère
À mon père
À mes frères
À mes sœurs
À ma famille
À tous mes amis
À tous ceux qui m'aiment*

Remerciements

Les travaux présentés dans cette thèse ont été effectués au sein du laboratoire de recherche “Laboratoire d’Innovation en Mathématiques, Applications et Technologies de l’Information”, LIMATI, de la Faculté Polydisciplinaire (FP), Université Sultan Moulay Slimane, Béni Mellal, Maroc.

Je souhaite remercier en tout premier lieu mon directeur de thèse Monsieur **Said SAFI**, Professeur à la Faculté Polydisciplinaire de Béni Mellal, qui a bien voulu me guider jusqu’au terme de ce travail. Je lui suis reconnaissant pour sa disponibilité, ses précieux conseils et tout le soutien qu’il m’a apporté. Ses compétences et ses discussions enrichissantes ont été un atout indéniable à la réussite de ces travaux.

J’adresse mes remerciements également à mon co-directeur Monsieur **Anouar DARIF**, Professeur à Faculté Polydisciplinaire de Béni-Mellal, pour son patience, son aide et son humour.

Je présente mes remerciements au membres de jury, les professeurs **B. BOUKHALENE**, **J. ANTARI**, **M. BASLAM**, **A. FARCHANE**, **M. FRIKEL** et **A. BOUMEZZOUGH** pour avoir accepté de rapporter et de juger ce travail de thèse.

Mes remerciements les plus chaleureux vont également à Monsieur **Mohamed BASLAM**, Professeur à la Faculté des Sciences et Techniques (FST) de Beni Mellal, et à Monsieur **Ahmed BOUMEZZOUGH**, Vice Doyen chargé des Affaires Pédagogiques à la Faculté Multidisciplinaire de Beni Mellal, pour toute aide qu’ils m’ont apportée durant ce cheminement.

J’adresse mes remerciements à tous les membres des deux laboratoires : LIMATI et TIAD et à mes collègues, pour leurs contributions, discussions et les échanges fructueux que nous avons entretenu pendant ces années de recherche. Je remercie bien sûr tous les doctorants côtoyés pendant cette thèse : **A. Kichna**, **H. Ougraz**, **A. Ghandouri**, **Y. Belaadel**, **H. Khalfaoui**, **Y. Belfaik**, **I. Chakour**, **B. Elakraoui**, **A. Rehami**, **A. Bourzik**, et tous ceux que je pourrais oublier.

Je tiens particulièrement à remercier les docteurs **E. Azougaghe** et **H. Oualla**, pour leur soutien constant, leurs encouragements, leurs conseils et leur merveilleuse gentillesse. Je leur adresse mes salutations les plus sincères.

Enfin, j'adresse mes plus sincères remerciements à ma famille, mes parents, mes frères et tous mes proches et amis, qui m'ont accompagnés, aidés, soutenus et encouragés tout au long de la réalisation de ce travail.

Publications scientifiques

Articles de Journal

- A2** - **R. Fateh**, A. Darif, and S. Safi, “An extended version of the proportional adaptive algorithm based on kernel methods for channels identification with binary measurements”, *Journal of Telecommunications and Information Technology*, no. 3, pp. 47–58, 2022.
- A5** - A. Darif, **R. Fateh**, “Non-line-of-sight outdoor channel identification for wireless sensor networks based on impulse radio ultra wide band”, *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science*, vol. 28, no. 1, pp. 441–449, 2022.
- A1** - **R. Fateh**, A. Darif, and S. Safi, “Performance evaluation of MC-CDMA systems with single user detection technique using kernel and linear adaptive method”, *Journal of Telecommunications and Information Technology*, no. 4, pp. 1–11, 2021.
- A3** - **R. Fateh**, A. Darif, and S. Safi, “The influence of gaussian kernel width on indoor and outdoor radio channels identification from binary output measurements”, *Int. J. of Information and Communication Technology* (décision du 09/10/2021 : accepté).
- A4** - H. Oualla, **R. Fateh**, A. Darif, S. Safi, M. Pouliquen, and M. Frikel, “Channel identification based on cumulants, binary measurements and kernels”, *Systems*, vol. 9, no. 2, pp. 46, 2021.
- A6** - **R. Fateh**, A. Darif, and S. Safi, “A new recursive algorithm based on kernel methods for channels identification from binary output measurements”, soumis à *Int. J. of Engineering Systems Modelling and Simulation*, en 29 décembre 2021.

Articles de conférence

- C1** - **R. Fateh**, A. Darif, and S. Safi, “Hyperbolic functions impact evaluation on channel identification based on recursive kernel algorithm”, *The 8th International Conference on Optimization and Applications (ICOA '2022)*, IEEE, pp. 1–6, Genoa, Italy , 06-07 October 2022.
- C2** - **R. Fateh**, A. Darif, and S. Safi, “Positive definite kernels for minimum phase channel identification from binary output”, *International Symposium on Artificial Intelligence and the Security of New Telecommunications Systems (CIA2ST'2022)*, 2-3 June, Beni Mellal, Morocco, 2022.
- C3** - **R. Fateh**, A. Darif, and S. Safi, “Reproducing kernel for Broadband Radio Access Network Channel identification with binary-valued outputs”, *International Conference on Embedded Systems and Artificial Intelligence* (accepté).
- C4** - **R. Fateh**, A. Darif, and S. Safi, “Channel identification of non-linear systems with binary-valued output observations based on positive definite kernels”, *E3S Web of Conferences*, EDP Sciences, vol. 297, 2021.
- C5** - **R. Fateh**, A. Darif, and S. Safi, “Mean square convergence of reproducing kernel for channel identification : application to Bran D channel impulse response”, *In : International Conference on Business Intelligence*, Springer, Cham, pp. 284–293, 2021.
- C6** - **R. Fateh**, A. Darif, and S. Safi, “Kernel and linear adaptive methods for the BRAN channels identification”, *In International Conference on Advanced Intelligent Systems for Sustainable Development*, Springer, Cham, pp. 579–591, 2020.
- C7** - **R. Fateh**, A. Darif, and S. Safi, “Identification of the linear dynamic parts of Wiener model using kernel and linear adaptive”, *In International Conference on Advanced Intelligent Systems for Sustainable Development*, Springer, Cham, pp. 387–400, 2020.
- C8** - **R. Fateh**, S. Safi, and A. Darif, “Identification des canaux BRAN avec la méthode du noyau et les méthodes adaptatives linéaires”, *International Conference on Signals, Automation and Telecommunications (ICSAT'20)*, 10-12 juin, Caen, France, 2020.

Résumé

Durant la dernière décennie, les méthodes à noyaux sont devenues des techniques établies pour le traitement de systèmes non-linéaires. Grâce à leur fondement dans le cadre mathématique solide des espaces de Hilbert à noyaux reproduisants (RKHS), les méthodes à noyaux permettent de résoudre des problèmes d'optimisation convexes. En outre, elles sont des approximateurs non linéaires universels et ne nécessitent qu'une complexité de calcul modérée. Ces propriétés en constituent une alternative intéressante aux techniques non linéaires traditionnelles telles que les séries de Volterra, les filtres polynomiaux et les réseaux de neurones.

L'objectif de cette thèse est de proposer un ensemble d'algorithmes basés sur les noyaux pour résoudre un certain nombre de problèmes non linéaires liés aux communications mobiles. Dans un premier temps, l'identification des systèmes linéaires à partir de ses mesures entrées-sorties est abordée. Après avoir discuté la procédure générale d'identification des systèmes pour identifier les modèles linéaires à réponse impulsionnelle finie, nous nous concentrons sur la famille des algorithmes de filtrage adaptatif. Ce choix repose sur quelques propriétés spécifiques au filtrage adaptatif. L'efficacité et la robustesse de ces algorithmes sont évaluées par des simulations, en employant des canaux à évanouissements importants, i.e. sélectifs en fréquence à phase minimale et non minimale.

Dans un deuxième temps, nous nous sommes intéressés au problème de l'identification des systèmes non linéaires à sortie binaire. Nous avons discuté de la théorie des systèmes non linéaires avant de nous concentrer sur la famille des algorithmes à noyaux définis positifs, qui sont généralement présentés comme des algorithmes de filtrage adaptatif dans l'espace des fonctionnalités du noyau. Dans ce contexte, nous avons proposé quelques algorithmes pour identifier les canaux de communication. Les performances de ces algorithmes sont comparées à celles de certains algorithmes proposés dans la littérature. La mise en application de ces algorithmes, nous a amené à considérer le problème de l'égalisation. En effet, nous avons examiné la robustesse des algorithmes proposés sur un système multi-porteuse à étalement de spectre (MC-CDMA), en adoptant les canaux à évanouissement très rapide nommés BRAN (Broadband Radio Access Network) normalisés pour ces systèmes.

Mots clés : Noyaux définis positifs, Espace de Hilbert à noyau reproduisant, Télécommunication, Système non linéaire, Identification, Égalisation, Canaux BRAN, Algorithmes PNLMS et IPNLMS, Systèmes MC-CDMA.

Abstract

During the last decade, kernel methods have become established techniques for the treatment of nonlinear systems. Due to their foundation in the mathematically robust framework of reproducing kernel Hilbert spaces (RKHS), kernel methods are able to solve convex optimization problems. Moreover, they are universal nonlinear approximators and require only moderate computational complexity. These properties make them an interesting alternative to traditional nonlinear techniques such as Volterra series, polynomial filters and neural networks.

The objective of this thesis is to propose a set of kernel-based algorithms to solve a number of nonlinear problems related to mobile communications. First, the identification of linear systems from its input-output measurements is addressed. After discussing the general system identification procedure for identifying linear models with finite impulse response, we focus on the family of adaptive filtering algorithms. This choice is based on some specific properties of adaptive filtering. The efficiency and robustness of these algorithms are evaluated by simulations, using highly fading channels, i.e. frequency selective with minimal and non minimal phase.

In a second step, we addressed the problem of identifying nonlinear systems with binary output. We discussed the theory of nonlinear systems before focusing on the family of positive definite kernel algorithms, which are usually presented as adaptive filtering algorithms in the kernel feature space. In this context, we have proposed some algorithms to identify communication channels. The performances of these algorithms are compared to those of some algorithms proposed in the literature. The implementation of these algorithms led us to consider the problem of equalization. Indeed, we examined the robustness of the proposed algorithms on a multi-carrier spread spectrum system (MC-CDMA), by adopting the very fast fading channels named BRAN (Broadband Radio Access Network) standardized for these systems.

Keywords : Positive definite kernels, Reproducing kernel Hilbert space, Telecommunication, Nonlinear system, Identification, Equalization, BRAN channels, PNLMS and IPNLMS algorithms, MC-CDMA systems.

Table des matières

Remerciements	ii
Publications scientifiques	iv
Résumé	vi
Abstract	vii
Table des matières	viii
Notations	xi
Table des figures	xiii
Liste des tableaux	xvii
Introduction générale	1
Contexte et Motivation	1
Objectif de la thèse	2
Organisation et contributions	3
1 Généralités sur les méthodes à noyaux définis positifs	5
1.1 Introduction	6
1.2 Noyaux et espace de Hilbert à noyau reproduisant	6
1.2.1 Noyau défini positif et RKHS	7
1.2.2 Théorème de Moore-Aronszajn	10
1.3 Au-delà du modèle linéaire : méthodes à noyau	11
1.3.1 Astuce du noyau	11
1.3.2 Théorème de Représentation	11
1.3.3 Fonctions du noyau	12
1.3.4 Construction du noyau	13
1.4 Exemple du linéaire au non-linéaire	15
1.4.1 Régression ridge	15
1.4.2 Régression ridge à noyau	16
1.5 Conclusion	19
2 Méthodes adaptatives d'identification des canaux de transmission	20
2.1 Introduction	21
2.2 Motivations et formulation du problème	21
2.2.1 Motivations	21
2.2.2 Formulation du problème d'identification	23
2.3 Filtrage adaptatif dans l'espace d'entrée	24
2.3.1 Filtrage RIF linéaire	25
2.3.2 Algorithme des moindres carrés moyens (LMS)	26

2.3.3	Algorithme LMS normalisé (NLMS)	27
2.3.4	Algorithme des moindres carrés récursif (RLS)	28
2.4	Simulations et résultats	29
2.4.1	Premier modèle : modèle à phase minimale (PM)	30
2.4.2	Deuxième modèle : modèle à phase non-minimale (PNM)	35
2.5	Conclusion	39
3	Méthodes à noyau reproduisant pour l'identification des canaux de transmission	40
3.1	Introduction	41
3.2	Système de communication	41
3.2.1	Canal de transmission	42
3.2.2	Modélisation statistique du canal de propagation	43
3.3	Théorie des systèmes non linéaires	44
3.3.1	Formulation du problème d'identification	45
3.4	Filtrage adaptatif dans RKHS	47
3.4.1	Algorithme des moindres carrés à noyau (KLMS)	47
3.4.2	Algorithme LMS normalisé à noyau (KNLMS)	48
3.4.3	Algorithme des moindres carrés récursif à noyau (KRLS)	49
3.5	Algorithme d'identification proposé	51
3.5.1	Algorithme de Pouliquen et al. - 2016 : Algo-PG	51
3.5.2	Algorithme proposé : Algo-FS	52
3.6	Les modèles de canaux utilisés	53
3.6.1	Canaux radio mobiles : le canal BRAN-SISO de l'ETSI	53
3.7	Expérimentations	57
3.7.1	Premier exemple	58
3.7.2	Deuxième exemple	64
3.7.3	Troisième exemple	72
3.8	Conclusion	81
4	Techniques d'identification et d'égalisation de canal pour les systèmes MC-CDMA	82
4.1	Introduction	83
4.2	Les techniques d'accès multiples	83
4.3	Principe de la technique MC-CDMA	85
4.3.1	Modélisation du système MC-CDMA dans le cas d'une liaison descendante	86
4.3.2	Égalisation mono-utilisateur pour le système MC-CDMA	87
4.4	Application aux transmissions MC-CDMA	90
4.4.1	Première expérience - Exécution des algorithmes KLMS et LMS	91
4.4.2	Deuxième expérience - Exécution des algorithmes Algo-FS et Algo-PG	99
4.5	Conclusion	103

5	Noyaux définis positifs pour l'identification de systèmes non linéaires à sortie binaire	104
5.1	Introduction	105
5.2	Formulation du problème d'identification	106
5.3	Algorithme d'identification proposé	107
5.3.1	Dérivation de l'algorithme PNLMS	109
5.3.2	Dérivation de l'algorithme IPNLMS	109
5.3.3	Projection sur les noyaux reproduisants	110
5.4	Simulations et résultats	112
5.4.1	Identification du canal de Macchi	113
5.4.2	Identification du canal BRAN de l'ETSI	114
5.4.3	Performance de l'algorithme KE-IPNLMS proposé dans un environnement bruité.	117
5.4.4	Performance de l'algorithme KE-IPNLMS proposé en fonction du nombre d'échantillons	120
5.5	Conclusion	123
	Conclusion générale et perspectives	124
	Bibliographie	127

Notations

Principaux symboles

La liste ci-dessous regroupe les notations employées dans les différents chapitres du document. Nous avons tenté dans la mesure du possible de conserver les mêmes notations d'un chapitre à l'autre. Certaines notations, qui apparaissent ponctuellement, ont pu être omises.

$\langle \cdot, \cdot \rangle$: produit scalaire.
$\ \cdot\ $: norme.
\Re	: partie réelle.
$*$: produit de convolution.
σ	: bande passante d'un noyau.
\mathbb{R}	: ensemble des nombres réels.
\mathbb{N}	: ensemble de nombres naturels.
$E[\cdot]$: espérance mathématique.
$(\cdot)^\top$: transposé.
$\hat{\theta}$: paramètres estimés.
$f(x)$: évaluation d'une fonction $f = f(\cdot)$ en un point x .
\mathbf{X}^\dagger	: pseudo-inverse de Moore-Penrose de \mathbf{X} , i.e. $\mathbf{X}^\dagger = (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\top$
\mathbf{K}	: matrice du noyau.
$x(k)$: signal d'entrée.
$d(k)$: signal de sortie.
$s(k)$: signal binaire sur la sortie.
\mathbf{I}	: matrice d'identité de dimensions appropriées.
\mathcal{H}	: espace de Hilbert.
\mathcal{X}	: espace d'entrées.
Φ	: fonction de mapping associée à l'espace de représentation \mathcal{H} .

Abréviations

La signification d'une abréviation ou d'un acronyme n'est souvent indiquée qu'à sa première apparition dans le texte. Il existe dans la plupart des cas une abréviation en français et une abréviation en anglais. Toutes les deux sont indiquées une première fois puis nous employons l'abréviation la plus usuelle, qui est le plus souvent l'abréviation en anglais.

i.e.	: C'est-à-dire (de la locution latine <i>id est</i>)
e.g.	: Par exemple (de la locution latine <i>exempli gratia</i>)
BRAN	: Broadband Radio Access Network
CDMA	: Code Division Multiple Access
ETSI	: European Telecommunications Standards Institute
EQM	: Erreur Quadratique Moyenne
FDMA	: Frequency Division Multiple Access
i.i.d.	: independently and identically distributed
IPNLMS	: Improved Proportionate NLMS
KE-IPNLMS	: Kernel Extended Improved PNLMS.
KLMS	: Kernel Least Mean Square
KNLMS	: Kernel Normalized Least Mean Squares
KRLS	: Kernel Recursive Least-Squares
KRR	: Kernel Ridge Regression
LOS	: Line of Sight
LMS	: Least Mean Squares
MMSE	: Minimum Mean Square Error
MC-CDMA	: Multi-Carrier Code Division Multiple Access
MSE	: Mean-Squared Error
MP	: Minimum Phase
NLMS	: Normalized Least Mean Squares
NLOS	: Non Line of Sight
NMP	: Non-Minimum Phase
OFDM	: Orthogonal Frequency Division Multiplexing
ORC	: Orthogonality Restoration Combination
PNLMS	: Proportionate Normalized Least Mean Squares
RIF	: Réponse Impulsionnelle Finie
RLS	: Recursive Least Squares
RKHS	: Reproducing Kernel Hilbert Space
SISO	: Single Input Single Output
SNR	: Signal to Noise Ratio
TDMA	: Time Division Multiple Access

Table des figures

1.1	Espace des données \mathcal{X} et espace \mathcal{H} induit par le noyau reproduisant κ .	9
1.2	Exemple de régression à noyau unidimensionnel. Les cercles bleus représentent les données d'entrée x_i par rapport aux étiquettes bruitées $y_i + b_i$.	18
2.1	Procédure général d'identification des systèmes	23
2.2	Modèle du canal	24
2.3	La structure du filtre adaptatif.	25
2.4	Schéma fonctionnel du filtre adaptatif	25
2.5	Caractéristiques du premier modèle (PM).	30
2.6	Estimation de la réponse impulsionnelle du premier modèle (PM) pour un nombre d'échantillons $N = 1024$ et un $SNR = 16dB$.	31
2.7	Courbe de convergence de l'EQM, pour les trois algorithmes avec différente SNR , et un nombre d'échantillons $N = 1024$ dans le cas du premier modèle (PM).	32
2.8	Courbe de convergence de l'EQM, pour algorithme RLS avec différente λ , un nombre d'échantillons $N = 1024$ et un $SNR = 16dB$ dans le cas du premier modèle (PM).	33
2.9	Estimation de l'amplitude et de la phase du premier modèle (PM), pour différentes λ , $SNR = 16dB$ et un nombre d'échantillons $N = 1024$.	34
2.10	Caractéristiques du canal de Macchi.	35
2.11	Estimation de l'amplitude et de la phase du canal de Macchi, pour un nombre d'échantillons $N = 1024$ et un $SNR = 16dB$.	36
2.12	Courbe de convergence de l'EQM, pour les trois algorithmes avec différente N et $SNR = 16dB$ dans le cas du canal de Macchi.	37
2.13	Courbe de convergence de l'EQM pour les algorithmes LMS et NLMS avec différente taille μ , un nombre d'échantillons $N = 1024$ et un $SNR = 16dB$ dans le cas du canal de Macchi.	38
3.1	Structure d'une chaîne de transmission numérique.	42
3.2	Un milieu à trajets multiple [Yam11].	43
3.3	Modèle de Wiener [Cas17].	45
3.4	Modèle de Hammerstein [Cas17].	45
3.5	Schéma fonctionnel d'un système Wiener à sortie binaire en présence d'un bruit.	46
3.6	La séquence d'entrée, pour une longueur de données $N = 1024$.	57

3.7	Exemple de données de sortie avec la valeur binaire (échantillons entre les instants de temps 600 et 1024).	58
3.8	Estimation des paramètres du canal BRAN A en fonction des délais des trajets à l'aide des algorithmes à noyau pour $SNR = 0dB$ et $N = 2000$ avec le noyau gaussien ($\sigma = 0.5$).	59
3.9	Estimation des paramètres du canal BRAN A en fonction des délais des trajets à l'aide des algorithmes à noyau pour $SNR = 16dB$ et $N = 2000$ avec le noyau gaussien ($\sigma = 0.5$).	60
3.10	Estimation des paramètres du canal BRAN A en fonction des délais des trajets à l'aide des algorithmes à noyau pour $SNR = 32dB$ et $N = 2000$ avec le noyau gaussien ($\sigma = 0.5$).	60
3.11	Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN D, à l'aide des algorithmes à noyau pour $SNR = 0dB$ et $N = 2000$ avec le noyau gaussien ($\sigma = 0.5$).	61
3.12	Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN D, à l'aide des algorithmes à noyau pour $SNR = 16dB$ et $N = 2000$ avec le noyau gaussien ($\sigma = 0.5$).	62
3.13	Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN D, à l'aide des algorithmes à noyau pour $SNR = 32dB$ et $N = 2000$ avec le noyau gaussien ($\sigma = 0.5$).	62
3.14	Courbe de convergence du EQM pour les trois algorithmes, pour $SNR = 20dB$ et différents N dans le cas du canal BRAN D.	63
3.15	Estimation de l'amplitude et de la phase du BRAN B, pour une longueur de données $N = 1024$ et $SNR = 10dB$.	64
3.16	Estimation de la réponse impulsionnelle du canal BRAN B, pour différentes tailles σ , $SNR = 10dB$ et $N = 1024$.	65
3.17	Courbe de convergence de l'EQM, en utilisant l'algorithme à noyau avec différentes tailles σ et une longueur de données $N = 1024$, dans le cas du canal BRAN B.	67
3.18	Estimation de l'amplitude et de la phase du BRAN E, pour une longueur de données $N = 1024$ et $SNR = 10dB$.	68
3.19	Estimation de la réponse impulsionnelle du canal BRAN E, pour différentes tailles σ , $SNR = 10dB$ et $N = 1024$.	69
3.20	Courbe de convergence de l'EQM, en utilisant l'algorithme à noyau avec différentes tailles σ et une longueur de données $N = 1024$, dans le cas du canal BRAN E.	71
3.21	Estimation de la réponse impulsionnelle du canal BRAN C en fonction des délais des trajets pour $N = 1000$ et $SNR = 10dB$.	72
3.22	Estimation de la réponse impulsionnelle du canal BRAN C en fonction des délais des trajets pour $N = 1000$ et $SNR = 20dB$.	73
3.23	Estimation de la réponse impulsionnelle du canal BRAN C en fonction des délais des trajets pour $N = 1000$ et $SNR = 30dB$.	74
3.24	Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN C pour $N = 1000$ et $SNR = 20dB$.	75
3.25	Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN C pour $N = 2000$ et $SNR = 20dB$.	76

3.26	Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN C pour $N = 3000$ et $SNR = 20dB$.	77
3.27	Estimation de la réponse impulsionnelle du canal Proakis 'A', pour $N = 1000$ et $SNR = 20dB$.	78
3.28	Estimation de l'amplitude et de la phase du canal Macchi pour $N = 1000$ et $SNR = 20dB$.	79
3.29	Comparaison des fonctions hyperboliques en terme de l'EQM pour différents N et $SNR = 20dB$, canal de Macchi.	80
4.1	Méthodes d'accès multiples	85
4.2	Principe de la modulation MC-CDMA pour un seul utilisateur.	86
4.3	Représentation d'une chaîne de radiocommunication utilisant le MC-CDMA [Mas05].	86
4.4	Estimation de la réponse impulsionnelle du canal BRAN C en fonction des délais des trajets pour $N = 1024$ et $SNR = 15dB$.	91
4.5	Comparaison des algorithmes en termes de l'EQM pour différents SNR et pour $N = 1024$, canal BRAN C.	92
4.6	Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN C pour $N = 1024$ et $SNR = 15dB$.	93
4.7	BER en fonction du SNR pour le canal BRAN C estimé et mesuré, en utilisant l'égaliseur ORC.	93
4.8	BER en fonction du SNR pour le canal BRAN C estimé et mesuré, en utilisant l'égaliseur MMSE.	94
4.9	Estimation de la réponse impulsionnelle du canal BRAN E en fonction des délais des trajets pour $N = 1024$ et $SNR = 15dB$.	95
4.10	Comparaison des algorithmes en termes de l'EQM pour différents SNR et pour $N = 1024$, canal BRAN E.	96
4.11	Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN E pour $N = 1024$ et $SNR = 15dB$.	97
4.12	BER en fonction du SNR pour le canal BRAN E estimé et mesuré, en utilisant l'égaliseur ORC.	98
4.13	BER en fonction du SNR pour le canal BRAN E estimé et mesuré, en utilisant l'égaliseur MMSE.	98
4.14	BER en fonction du SNR pour le canal BRAN A estimé et mesuré, en utilisant l'égaliseur ORC.	99
4.15	BER en fonction du SNR pour le canal BRAN A estimé et mesuré, en utilisant l'égaliseur MMSE.	100
4.16	BER en fonction du SNR pour le canal BRAN B estimé et mesuré, en utilisant l'égaliseur ORC.	101
4.17	BER en fonction du SNR pour le canal BRAN B estimé et mesuré, en utilisant l'égaliseur MMSE.	102
5.1	Schéma fonctionnel d'un système Hammerstein à sortie binaire en présence d'un bruit.	106
5.2	Schéma d'un filtre adaptatif à noyau défini positif.	108
5.3	La définition d'une carte caractéristique.	110

5.4	Estimation de l'amplitude et de la phase du canal de Macchi, pour $N = 2^{10}$ et $SNR = 16dB$	113
5.5	Estimation de l'amplitude et de la phase du canal ETSI BRAN C, pour $N = 2^{10}$ et $SNR = 16dB$	114
5.6	Estimation de l'amplitude et de la phase du canal ETSI BRAN D, pour $N = 2^{10}$ et $SNR = 16dB$	115
5.7	Estimation de l'amplitude et de la phase du canal ETSI BRAN E, pour $N = 2^{10}$ et $SNR = 16dB$	116
5.8	Comparaison des algorithmes en termes de MSE pour différents nombres d'échantillons N et pour un $SNR = 16dB$, canal de Macchi.	121
5.9	Comparaison des algorithmes en termes de MSE pour différents nombres d'échantillons N et pour un $SNR = 16dB$, canal ETSI BRAN C.	121
5.10	Comparaison des algorithmes en termes de MSE pour différents nombres d'échantillons N et pour un $SNR = 16dB$, canal ETSI BRAN D.	122
5.11	Comparaison des algorithmes en termes de MSE pour différents nombres d'échantillons N et pour un $SNR = 16dB$, canal ETSI BRAN E.	122

Liste des tableaux

3.1	Principales caractéristiques des cinq canaux BRAN [Gue09].	54
3.2	Retards et amplitudes des 18 trajets du canal radio BRAN A.	54
3.3	Retards et amplitudes des 18 trajets du canal radio BRAN B.	55
3.4	Retards et amplitudes des 18 trajets du canal radio BRAN C.	55
3.5	Retards et amplitudes des 18 trajets du canal radio BRAN D.	56
3.6	Retards et amplitudes des 18 trajets du canal radio BRAN E.	56
3.7	Comparaison des algorithmes en termes d'EQM pour une taille de noyau $\sigma = 0.1$, différents SNR et pour une longueur de données $N = 1024$, dans le cas du canal BRAN B.	66
3.8	Comparaison des algorithmes en termes d'EQM pour une taille de noyau $\sigma = 0.1$, différents SNR et pour une longueur de données $N = 1024$, dans le cas du canal BRAN E.	70
4.1	Les paramètres de simulation	90
5.1	Les valeurs de MSE pour les trois algorithmes, pour différents SNR et un nombre d'échantillons $N = 2^{10}$, dans le cas du canal de Macchi.	118
5.2	Les valeurs de MSE pour les trois algorithmes, pour différents SNR et un nombre d'échantillons $N = 2^{10}$, dans le cas du canal BRAN C.	118
5.3	Les valeurs de MSE pour les trois algorithmes, pour différents SNR et un nombre d'échantillons $N = 2^{10}$, dans le cas du canal BRAN D.	119
5.4	Les valeurs de MSE pour les trois algorithmes, pour différents SNR et un nombre d'échantillons $N = 2^{10}$, dans le cas du canal BRAN E.	119

Introduction générale

Contexte et motivation

Les travaux de thèse présentés dans ce manuscrit relèvent du développement des systèmes de télécommunications. Nous nous intéressons plus particulièrement aux problèmes de la modélisation des systèmes dynamiques : à savoir sur ce qui est couramment fait et sur les solutions possibles pour le développement.

Pour situer le contexte, il est important de rappeler que, dans le monde de la communication mobile, les systèmes numériques nécessitent habituellement la transmission d'une quantité importante d'informations dans des bandes de fréquences plus étroites que possibles. En effet, le canal physique est partagé par tous les utilisateurs et le spectre fréquentiel disponible pour les services mobiles à une ressource limitée. En outre, le canal peut être considéré comme un accroc à la transmission crédible des données à cause des limitations en largeur de bande et des propagations multi-trajets (telles que la réflexion, la réfraction et la diffraction).

Dans ce cadre, le domaine du filtrage adaptatif a connu un développement remarquable puisqu'il vise à améliorer les solutions aux nombreux problèmes découlant de l'identification récursive des canaux de communication utilisant un modèle mono-entrée mono-sortie (SISO) et à réponse impulsionnelle finie (RIF). Les algorithmes de filtrage adaptatif ont été largement utilisés pour diverses applications telles que le traitement de la parole, l'annulation d'écho, la formation de faisceau adaptatif, l'égalisation des canaux et l'identification des systèmes.

L'identification de systèmes n'est pas un domaine de recherche nouveau, elle est développée depuis des décennies et consiste à chercher un modèle mathématique adéquat pour un système réel simulé donné à partir des données expérimentales [Lju99]. La procédure d'identification est composée généralement de trois éléments principaux : les données, la structure du modèle (linéaire ou non-linéaire, fonction de transfert ou représentation d'état, temps discret ou temps continu, etc.) et le critère d'identification. Aujourd'hui, l'identification des systèmes linéaires est arrivée à maturité et elle fait l'objet de nombreuses applications dans l'industrie. L'algorithme des moindres carrés moyens (LMS) et sa variante LMS normalisée (NLMS) et l'algorithme des moindres carrés récursif (RLS) sont les méthodes les plus populaires employées pour l'identification des systèmes linéaires en raison de la clarté conceptuelle statistique de la fonction de coût de l'erreur quadratique moyenne, de

la simplicité des opérations mathématiques requises, de la stabilité et de la facilité de mise en œuvre. Cependant, lorsque la modélisation des systèmes linéaires n'est pas adéquate pour décrire les problèmes mathématiques des systèmes dynamiques à partir des mesures d'entrée-sortie, les modèles non linéaires sont plus raisonnables et conduisent finalement à une identification mathématique plus précise.

L'identification des systèmes non linéaires est encore en phase de développement et reste à ce jour un axe de recherche scientifique loin d'être épuisé [Bil80]. En raison de l'utilisation croissante de modèles non linéaires dans les systèmes réels, il a été développé de nombreuses méthodes de résolution pour l'identification des systèmes non linéaires, à savoir les filtres de Volterra, les réseaux neuronaux et les méthodes à noyau. Les méthodes à noyaux sont de plus en plus développées ces dernières années, elles constituent un outil fondamental pour le développement de nouvelles technologies, notamment en termes de réduction du temps de calcul nécessaire pour traiter des tâches difficiles. En effet, ces techniques augmentent considérablement la précision du traitement grâce à leur capacité à détecter les points communs existants dans les informations traitées. Elles dépendent d'un principe clé connu sous le nom d'astuce du noyau, qui a d'abord été appliqué à des machines à supports vecteurs (SVM), puis utilisé pour transformer de nombreuses méthodes linéaires classiques en un espace de Hilbert à noyau reproduisant (RKHS) de haute dimension, cet espace fournit un cadre intéressant pour développer de manière élégante des filtres non linéaires.

À ce jour, un certain nombre d'algorithmes de filtrage adaptatif à noyau (KAF) ont été proposés dans la littérature scientifique. Parmi eux, l'algorithme de moindres carrés moyens à noyau (KLMS) [LPP08], l'algorithme de moindres carrés normalisé à noyau (KNLMS) [LPH11], l'algorithme de moindres carrés récursif à noyau (KRLS) [EMM04] et l'algorithme de projection affine à noyau (KAPA) [LP08]. Afin d'atteindre le plus haut niveau de performance de ces variétés d'algorithmes à noyau fondamental, des sous types différents de ces catégories ont été développés, y compris la méthode des moindres carrés moyens à noyau quantifié (QKLMS) [CZZP11], la méthode des moindres carrés récursifs à noyau quantifié (QKRLS) [CZZP13], la méthode des moindres carrés régularisés à noyau basé sur la rétroaction à retard multiple (RKLMS-MDF) [WZL15], la méthode des moindres carrés à noyau adaptable (KLMS-AKS) [CLZP16], la méthode des moindres carrés récursifs à noyau étendu (Ex-KRLS) [LWP09] et la méthode des moindres carrés récursifs à noyau réduit (RKRLS) [ZHL17], qui sont utilisés pour l'identification des canaux et l'égalisation des systèmes non linéaires.

Objectif de la thèse

L'objectif de cette thèse est de concevoir un ensemble d'algorithmes basés sur les noyaux pour résoudre un certain nombre de problèmes non linéaires liés au traitement du signal et aux communications mobiles. La motivation de ce travail réside dans le fait que les méthodes à noyau sont capables de résoudre efficacement et pré-

cisement des problèmes non linéaires au prix d'un calcul raisonnable, ce qui les rend adaptées à d'éventuelles implémentations en temps réel.

Premièrement, le problème du filtrage adaptatif non linéaire basé sur les noyaux sera traité. Bien que le concept d'exécution du filtrage adaptatif dans RKHS soit prometteur.

Dans de nombreuses applications pratiques, les non-linéarités observées peuvent être modélisées comme des modèles basés sur des blocs plus restreints, tels que les systèmes de Wiener et Hammerstein. Par conséquent, le deuxième problème de cette thèse consistera à développer des algorithmes d'identification de canaux de communication basés sur les noyaux définis positifs pour ces systèmes non linéaires. Pour mettre en application les algorithmes développés, nous considérons le problème de l'égalisation des systèmes MC-CDMA de 4^{ème} génération en liaison descendante, en utilisant des canaux pratiques sélectifs en fréquence et à évanouissement très rapide appelés Broadband Radio Access Network (BRAN).

Organisation et contributions

Bien qu'il existe une relation étroite entre la plupart des problèmes abordés, Cette thèse sera divisée en différents chapitres qui correspondent aux différentes techniques utilisées pour construire les algorithmes proposés. La présente thèse est constituée de cinq chapitres que nous décrivons, brièvement, ici :

Dans **le premier chapitre**, nous donnons un aperçu rapide et également pour mettre le lecteur sur les rails de la bonne compréhension de ce mémoire. Nous présentons, dans un premier temps, la théorie des noyaux reproduisants, tout en décrivant leur caractérisation. Nous présentons ensuite les principes fondamentaux de cette théorie, qui sont le théorème de représentation et l'astuce du noyau. Enfin, nous présentons un exemple de méthode à noyau dans le cadre d'un problème d'apprentissage supervisé classique. Ce premier chapitre est ainsi dédié à l'introduction des notations utilisées dans la suite du document.

Nous consacrons **le deuxième chapitre** à l'identification des systèmes linéaires, dont la partie linéaire est modélisée par un filtre à réponse impulsionnelle finie (RIF). Nous présentons tout d'abord la procédure générale d'identification des systèmes. Ensuite, nous nous décrivons quelques méthodes classiques d'identification récursives fondées sur le principe des moindres carrés à savoir l'algorithme des moindres carrés moyens (LMS), l'algorithme des moindres carrés normalisés (NLMS) et l'algorithme des moindres carrés récursifs (RLS). Enfin, nous évaluons, par des simulations, les performances de ces algorithmes en utilisant des canaux à évanouissements très importants, i.e. sélectifs en fréquence à phase minimale et non minimale.

Le troisième chapitre de cette thèse présente notre **première contribution**. Nous nous intéressons au cadre spécifique de d'identification de système non-linéaire

à sortie binaire décrits par un filtre à RIF en présence d'un bruit additif. Dans un premier temps, nous rappelons notamment les différents éléments de la chaîne de communication, en insistant sur la notion du canal de transmission. Ensuite, nous donnons un aperçu général sur l'identification des systèmes non linéaires. Nous choisissons la classe des systèmes de Wiener et de Hammerstein pour travailler avec les chapitres suivants, qui sont des systèmes non linéaires basés sur des blocs qui offrent un bon compromis entre la simplicité et la capacité de modélisation. Par la suite, nous présentons les méthodes à noyau les plus significatives, à savoir, l'algorithme des moindres carrés moyens à noyau (KLMS), l'algorithme des moindres carrés normalisés à noyau (KNLMS) et l'algorithme des moindres carrés récurrents à noyau (KRLS). Nous proposons ensuite, une nouvelle approche pour l'identification récursive en utilisant les méthodes à noyau. Enfin, nous présentons, des études comparatives entre les performances de l'algorithme proposé et des algorithmes de la littérature, ceci sous différents types de canaux radio mobiles.

Dans **le chapitre quatre**, nous souhaitons appliquer les algorithmes mentionnés dans le chapitre trois, à l'identification des canaux radio mobiles BRAN et à l'égalisation des systèmes MC-CDMA de 4^{ème} génération en liaison descendante. Premièrement, nous exposons les techniques d'accès multiple utilisées dans les systèmes de communication radiofréquence. Deuxièmement, nous décrivons plus en détail les systèmes MC-CDMA, de même que deux techniques d'égalisation utilisées dans les récepteurs de ces systèmes, à savoir la combinaison à restauration d'orthogonalité (ORC) et la combinaison à erreur quadratique moyenne minimale (MMSE). Enfin, nous terminons par l'évaluation des algorithmes en termes de BER (Bit Error Ratio), et d'erreur quadratique moyenne (EQM), sur des canaux radio mobiles à évanouissement très rapide.

Le **cinquième chapitre** de cette thèse est dédié à notre **troisième contribution**. Nous nous intéressons au cadre spécifique de l'identification de systèmes non linéaires à sortie binaire en se basant sur la théorie des noyaux reproduisants et les algorithmes adaptatifs proportionnels. Dans un premier temps, nous présentons deux algorithmes adaptatifs proportionnels utilisés pour identifier la réponse impulsionnelle du canal, à savoir l'algorithme LMS normalisé proportionnel (PNLMS) et l'algorithme PNLMS amélioré (IPNLMS). Dans un deuxième temps, nous appliquons l'astuce du noyau à l'algorithme PNLMS amélioré (IPNLMS), pour produire un nouvel algorithme récursif basé sur les noyaux reproduisants. Enfin, nous donnons des exemples de simulation, sur des canaux sélectifs en fréquence à évanouissements très importants, afin de bien évaluer les performances des différentes méthodes.

Une conclusion générale et des perspectives achèvent ce document de thèse.

Chapitre 1

Généralités sur les méthodes à noyaux définis positifs

1.1 Introduction

Un moyen efficace d'étendre la portée des modèles linéaires au traitement non linéaire consiste à mapper les données d'entrée dans un espace de grande dimension à l'aide d'une fonction non linéaire et d'appliquer les techniques de modélisation linéaire aux données transformées. Cependant, cette stratégie peut échouer lorsque l'image de données transformées se trouve dans un espace dimensionnel très élevé, voire infini. Plus récemment, des méthodes basées sur le noyau ont été proposées pour des applications dans les problèmes de classifications, d'identifications et de régressions [Aro50, KW71, Vap95]. Ces méthodes exploitent l'idée centrale dans ce domaine de recherche, connue sous le nom d'astuce du noyau, pour évaluer les produits internes dans un espace de grande dimension.

Les méthodes à noyaux sont largement déployées dans les systèmes d'apprentissage automatique [SHS01]. Elles permettent de trouver des fonctions de décision non-linéaires, tout en se basant essentiellement sur les méthodes linéaires. Les noyaux définis positifs implicitement un produit scalaire dans l'espace de Hilbert où les techniques de grande marge sont utilisées pour l'apprentissage et l'estimation. Dans cet espace. Il n'est pas nécessaire de manipuler explicitement, les méthodes linéaires mises en œuvre pour y trouver des régularités linéaires, correspondantes à des régularités non-linéaires dans l'espace d'origine.

Dans ce présent chapitre, on traite d'une manière concise, le cadre théorique sur lequel les méthodes du noyau sont construites. Dans la Section 1.2, on va introduire les concepts de noyau reproduisant et l'espace de Hilbert associé. Après avoir présenté les deux clés de voûte des méthodes à noyau dans la Section 1.3 : l'astuce du noyau et le Théorème de Représentation, on va détailler quelques fonctions du noyau couramment utilisées. On conclut le chapitre par un exemple de méthode à noyau dans le cadre d'un problème d'apprentissage supervisé classique.

1.2 Noyaux et espace de Hilbert à noyau reproduisant

Dans cette section, nous donnerons un aperçu sur les concepts fondamentaux et des propriétés caractérisant les fonctions du noyau au lieu d'une présentation entièrement rigoureuse avec les preuves nécessaires. Nous considérons l'espace des observations \mathcal{X} , auquel est associé le produit scalaire $\langle \cdot, \cdot \rangle$ et sa norme correspondante $\|\cdot\|^2$. La plupart des notions présentées ici peut être trouvé avec plus de détails dans plusieurs articles comme [Aro50, SHS01, Bur98, SBT14].

Définition 1.2.1 (*Fonction noyau*). Soit $\mathcal{X} \subset \mathbb{R}^n$ un ensemble non vide. Pour tout $x, x' \in \mathcal{X}$ un noyau est une fonction κ définie par :

$$\begin{aligned} \kappa &: \mathcal{X} \times \mathcal{X} \longrightarrow \mathbb{R} \\ (x, x') &\longrightarrow \kappa(x, x') \end{aligned} \tag{1.1}$$

La fonction noyau renvoie généralement un nombre réel caractérisant la similarité de deux entrées x et x' . Si on lui donne un noyau de norme non unitaire $\kappa(x, x')$ qui correspond à la cartographie des caractéristiques Φ , son noyau normalisé $\bar{\kappa}(x, x')$ peut être exprimé comme suit :

$$\bar{\kappa}(x, x') = \left\langle \frac{\Phi(x)}{\|\Phi(x)\|}, \frac{\Phi(x')}{\|\Phi(x')\|} \right\rangle = \frac{\kappa(x, x')}{\sqrt{\kappa(x, x)\kappa(x', x')}} \quad (1.2)$$

La notion de fonction noyau donne lieu à la matrice de Gram définie comme suit :

Définition 1.2.2 (*Matrice de Gram*). Étant donné une fonction noyau $\kappa : \mathcal{X} \times \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$ et des données d'entrée $\{x\}_{n=1}^M$, La matrice K d'ordre $(M \times M)$ avec entrée arbitraire

$$\mathbf{K}_{ij} = \kappa(x_i, x_j) \quad \text{pour } i, j = 1, \dots, M \quad (1.3)$$

est appelée la matrice de Gram ou matrice noyau par rapport à l'ensemble x_1, x_2, \dots, x_N .

La matrice de Gram, qui contient des informations sur les produits scalaires entre les données d'apprentissage, est significative dans tous les algorithmes basés sur le noyau. Il peut également être considéré comme une interface entre les données d'entrée et les algorithmes d'apprentissage. Afin qu'une fonction $\kappa(\cdot, \cdot)$ représente un produit scalaire dans l'espace fonctionnel \mathcal{H} , elle doit satisfaire des conditions explorées dans la section suivante.

1.2.1 Noyau défini positif et RKHS

Pour déterminer la condition d'existence d'un espace fonctionnel \mathcal{H} , nous devons commencer par quelques définitions.

Définition 1.2.3 (*Matrice définie positive*). Une matrice réelle symétrique $\mathbf{K}(M \times M)$ vérifiant :

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M c_i c_j \mathbf{K}_{ij} \geq 0 \quad (1.4)$$

pour tout $c_i \in \mathbb{R}$ défini positif.

Comme le terme matrice définie positive est déjà défini, nous introduisons directement la propriété définie positive dans le contexte de la théorie des noyaux.

Définition 1.2.4 (*Noyau défini positif*). Une fonction noyau $\kappa(x, x')$ sur $\mathcal{X} \times \mathcal{X}$ est appelée noyau défini positif si :

1. Il est symétrique : $\kappa(x, x') = \kappa(x', x)$;
2. La matrice de Gram est définie positive¹ :

$$\alpha^\top \mathbf{K} \alpha = \sum_{i,j=1}^n \alpha_i \alpha_j \kappa(x_i, x_j) \geq 0 \quad (1.5)$$

1. α^\top est la forme transposée du vecteur α .

pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\{x_i\}_{i=1}^n \in \mathcal{X}^n$ et avec n'importe quel vecteur $\alpha = [\alpha_1, \dots, \alpha_n]^\top \in \mathbb{R}^n$. Elle est strictement définie positive seulement si, pour $\alpha = 0$:

$$\alpha^\top \mathbf{K} \alpha = \sum_{i,j=1}^n \alpha_i \alpha_j \kappa(x_i, x_j) = 0 \quad (1.6)$$

Les noyaux définis positifs (NDP) peuvent être considérés comme des produits scalaires généralisés [SS02]. En effet, tout produit scalaire est un noyau défini positif. Cependant, la linéarité des arguments, qui est une propriété standard des produits scalaires, ne s'applique pas aux noyaux généraux. Une autre propriété des produits scalaires, l'inégalité de Cauchy-Schwarz a une généralisation naturelle : si κ est un noyau défini positif, et $x_i, x_j \in \mathcal{X}$, alors :

$$|\kappa(x_1, x_2)|^2 \leq \kappa(x_1, x_1) \kappa(x_2, x_2) \quad (1.7)$$

On peut montrer que si κ est un noyau défini positif complexe, sa partie réelle est un noyau défini positif à valeurs réelles. À partir de maintenant, nous nous concentrons uniquement sur les noyaux définis positivement et nous nous référons simplement à eux en tant que noyaux. La définition 1.2.4 assure que la matrice de Gram \mathbf{K} est symétrique définie positive.

Définition 1.2.5 (Noyau reproduisant ou noyau de Mercer [Mer09]). Un noyau reproduisant sur l'ensemble \mathcal{X} est une fonction $\kappa : \mathcal{X} \times \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$ continue, symétrique et définie positive, possédant la propriété dite de reproduction :

$$f(x) = \langle f, \kappa(\cdot, x) \rangle_{\mathcal{H}}, \quad \forall f \in \mathcal{H}, x \in \mathcal{X} \quad (1.8)$$

en particulier $\kappa(x, x') = \langle \kappa(\cdot, x), \kappa(\cdot, x') \rangle_{\mathcal{H}}$

Nous savons maintenant que les deux définitions de noyau ci-dessus, soit en tant que noyau défini positif, ou en tant que noyau reproduisant, sont équivalentes. De plus, il a été prouvé qu'il existe une correspondance exacte entre l'espace des noyaux définis positifs et l'espace des noyaux reproduisants. Un espace vectoriel \mathcal{X} sur le domaine réel \mathbb{R} est un espace de produit interne s'il existe une carte bilinéaire symétrique à valeur réelle, i.e. un produit interne ou produit scalaire $\langle \cdot, \cdot \rangle$, qui satisfait à $\langle x, x' \rangle \geq 0$. De plus, nous disons que le produit scalaire est strict si $\langle x, x' \rangle = 0$ si et seulement si $x = 0$. Bien qu'un espace de produit scalaire soit parfois appelé espace de Hilbert, sa définition formelle nécessite encore des propriétés supplémentaires de complétude et de séparabilité, ainsi que la dimension infinie.

Définition 1.2.6 (Espace de Hilbert [SC04]). Un espace de Hilbert \mathcal{H} est un espace de produit scalaire avec les propriétés supplémentaires qu'il est séparable et complet. La complétude fait référence à la propriété selon laquelle toute suite de Cauchy $\{h_n\}_{n \geq 1}$ d'éléments de \mathcal{H} converge vers un élément $h \in \mathcal{H}$, où une suite de Cauchy est une suite satisfaisant la propriété selon laquelle

$$\sup_{m > n} \|h_n - h_m\| \rightarrow 0, \text{ lorsque } n \rightarrow \infty \quad (1.9)$$

Un espace \mathcal{H} est séparable si pour tout $\epsilon > 0$ il existe un ensemble fini d'éléments h_1, \dots, h_N de \mathcal{H} tel que pour tout $h \in \mathcal{H}$

$$\min_n \|h - h_n\| < \epsilon \quad (1.10)$$

La raison de l'importance des propriétés de complétude et de séparabilité est qu'elles garantissent que l'espace des caractéristiques est un espace de produit interne complet et séparable.

Définition 1.2.7 (*Espace de Hilbert à noyau reproduisant - RKHS [Aro50]*). *Considérons un espace linéaire \mathcal{H} de fonctions à valeurs réelles, f défini sur un ensemble \mathcal{X} . Supposons que dans \mathcal{H} on puisse définir un produit scalaire $\langle \cdot, \cdot \rangle_{\mathcal{H}}$ de norme correspondante $\|\cdot\|_{\mathcal{H}}$ et que \mathcal{H} soit complet par rapport à cette norme, i.e. que \mathcal{H} est un espace de Hilbert. On appelle \mathcal{H} un espace de Hilbert à noyau reproduisant, s'il existe une fonction $\kappa : \mathcal{X} \times \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$ avec les propriétés suivantes :*

1. la fonction $\kappa(x, \cdot) : x_i \rightarrow \kappa(x, x_i)$ appartient à \mathcal{H} , quel que soit $x \in \mathcal{X}$ fixe ;
2. κ à la propriété de reproduction.

De plus, κ est un noyau défini positif et la cartographie Φ est appelée la carte caractéristique de \mathcal{H} . On peut trouver que le RKHS détermine uniquement κ . On a déjà montré que le RKHS, parfois grossièrement équivalent à un espace de fonctions avec un produit scalaire, joue un rôle important dans les méthodes basées sur les noyaux. Le traitement linéaire effectué avec succès dans l'espace de Hilbert à noyau reproduisant \mathcal{H} en mappant les données dans un espace de caractéristiques de dimension supérieure ou éventuellement infinie, s'est avéré être un outil très puissant pour traiter les problèmes non linéaires dans l'espace original.

La figure 1.1 représente l'espace de Hilbert à noyau reproduisant \mathcal{H} associé au noyau κ appliqué sur l'espace des observations \mathcal{X} . La séquence d'échantillons est transformée à l'aide de la cartographie Φ :

$$\begin{aligned} \Phi : \mathcal{X} &\longrightarrow \mathcal{H} \\ x &\longrightarrow \kappa(x, \cdot) \end{aligned} \quad (1.11)$$

Dans cette expression, $\Phi(x) = \kappa(x, \cdot)$ désigne une fonction définie sur \mathcal{X} , obtenue en fixant le premier argument de κ à x .

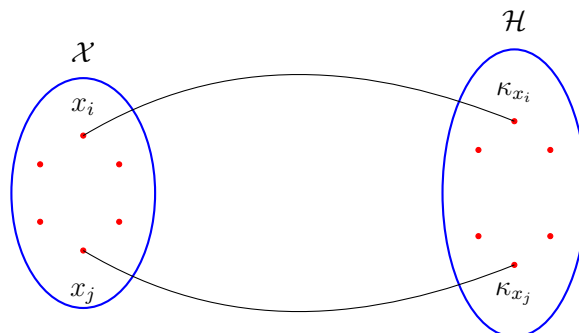


FIGURE 1.1 – Espace des données \mathcal{X} et espace \mathcal{H} induit par le noyau reproduisant κ .

Corolaire 1.2.8 (*Astuce du noyau*). *Tout noyau défini positif κ induisant un espace de Hilbert \mathcal{H} définit le produit scalaire dans cet espace, comme suit :*

$$\kappa(x_i, x_j) = \langle \Phi(x_i), \Phi(x_j) \rangle_{\mathcal{H}} \quad (1.12)$$

pour chaque x_i, x_j dans \mathcal{X} .

Ce corollaire forme les propriétés de base qui reproduisent les noyaux et les méthodes à noyau. Plus d'informations seront étudiées dans la section 1.16.

1.2.2 Théorème de Moore-Aronszajn

En combinant le théorème suivant [Aro50] avec la définition précédente, nous pouvons établir une connexion entre les noyaux définis positifs et les espaces de Hilbert à noyau reproduisant (RKHS).

Théorème 1.2.9 (*Moore-Aronszajn [Aro50]*). *À tout noyau défini positif κ sur l'ensemble \mathcal{X} , il existe un espace de Hilbert unique de fonction sur \mathcal{H} pour lequel κ est un noyau reproduisant.*

Démonstration 1.2.10 *Nous montrons tout d'abord que tout noyau reproduisant est défini positif. Pour cela, il suffit de constater que $\sum_i \sum_j \alpha_i \alpha_j \kappa(x_i, x_j) = \|\sum_i \alpha_i \kappa_{x_i}\|^2$ ne peut être négatif. Réciproquement, on démontre que tout noyau défini positif κ est le noyau reproduisant d'un espace de Hilbert de fonctions de \mathcal{X} dans \mathbb{R} . Pour cela, on considère l'espace vectoriel \mathcal{H} engendré par l'ensemble des fonctions $\{\kappa_{x_i}\}$ pour $x_i \in \mathcal{X}$. Ceci permet d'exprimer tout élément de \mathcal{H} comme une combinaison linéaire finie ($n < \infty$) de ces fonctions selon*

$$\mathcal{H} = \left\{ f : f(\cdot) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \kappa_{x_i}(\cdot), x_i \in \mathcal{X}, \alpha_i \in \mathbb{R} \right\} \quad (1.13)$$

À cet espace, on associe le produit scalaire

$$\langle f, g \rangle_{\mathcal{H}} = \left\langle \sum_{i=1}^n \alpha_i \kappa_{x_i}, \sum_{j=1}^n \beta_j \kappa_{x_j} \right\rangle \quad (1.14)$$

avec $f = \sum_{i=1}^n \alpha_i \kappa_{x_i}$ et $g = \sum_{j=1}^n \beta_j \kappa_{x_j}$ appartenant à l'espace \mathcal{H} . En ré-arrangeant les sommations, et par le coup du noyau $\langle \kappa_{x_i}, \kappa_{x_j} \rangle = \kappa(x_i, x_j)$, on peut simplifier l'expression du produit scalaire comme suit,

$$\langle f, g \rangle_{\mathcal{H}} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i \beta_j \kappa(x_i, x_j) \quad (1.15)$$

L'espace créé est pré-hilbertien car il possède ce produit scalaire. Il suffit de l'achever conformément à [Aro50] pour que toute suite de Cauchy y converge afin d'obtenir un espace de Hilbert.

Le Théorème de Moore-Aronszajn établit le lien entre le noyau défini positif et l'espace de Hilbert à noyau reproduisant. Par la suite, un noyau reproduisant est indiqué par un noyau défini positif.

1.3 Au-delà du modèle linéaire : méthodes à noyau

Après avoir abordé les noyaux et leurs caractéristiques, nous allons maintenant s'intéresser à leur utilisation. L'idée essentielle de l'utilisation des noyaux reproduisants est de passer de la linéarité à la non-linéarité. À ce propos, nous modifions les algorithmes classiques (linéaires) en appliquant les deux composants clés suivants : l'astuce du noyau (en anglais kernel trick) [ABR64] et le Théorème de Représentation [SHS01].

1.3.1 Astuce du noyau

On rappelle la propriété fondamentale introduite au Corollaire 1.2.8. Tout noyau reproduisant s'écrit :

$$\kappa(x_i, x_j) = \langle \Phi(x_i), \Phi(x_j) \rangle_{\mathcal{H}} \quad (1.16)$$

Quels que soient $x_i, x_j \in \mathcal{X}$, sachant que \mathcal{H} représente l'espace de Hilbert engendré par ce noyau. Par conséquent, ce noyau $\kappa(x_i, x_j)$ offre le produit scalaire dans \mathcal{H} pour les images $\Phi(x_i)$ et $\Phi(x_j)$ de chaque paire d'éléments x_i et x_j de \mathcal{X} , sans besoin de préciser ces images. En effet, ce principe, intitulé le coup du noyau ou "kernel trick" en anglais, il permet de transformer les approches linéaires de traitement des données en des approches non linéaires, sous réserve qu'elles puissent s'exprimer uniquement en fonction de produits scalaires des observations. Pour ceci, il est suffisant de bien remplacer ces produits scalaires $\langle x_i, x_j \rangle$, qui ne sont autres que les noyaux linéaires, par des noyaux non linéaires $\kappa(x_i, x_j)$. Ainsi la structure des algorithmes demeure-t-elle inchangée, et le surcoût calculatoire dû à l'évaluation des noyaux négligeable.

1.3.2 Théorème de Représentation

Le coup du noyau offre une interprétation du noyau reproduisant en tant que produit scalaire, et permet d'élaborer des méthodes non-linéaires à partir d'algorithmes linéaires. Pour que ce principe soit opérationnel, il nécessite souvent d'être associé au Théorème de Représentation. Ce dernier, à usage multidisciplinaire aujourd'hui, est issu des travaux précurseurs de Kimeldorf et Wahba dans le domaine de la théorie de l'approximation [KW71]. Plus récemment, il a été repris dans le cadre de la résolution de problèmes inverses [Kur04], ainsi qu'en théorie de l'apprentissage [CS04]. Le théorème de Représentation suivant établit qu'un espace de Hilbert à noyau reproduisant (RKHS) peut avoir une dimension infinie, cependant, la solution de tout problème d'optimisation de régression régularisé réside dans l'étendue de n noyau particulier.

Théorème 1.3.1 (Théorème de Représentation [SHS01, KW71]). *Supposons que nous donnons un ensemble non vide \mathcal{X} , un noyau réel κ défini positif sur $\mathcal{X} \times \mathcal{X}$, un ensemble d'échantillons d'apprentissage $\{x_i, d_i\}_{i=1, \dots, n} \in \mathcal{X} \times \mathbb{R}$, une fonction à valeurs réelles g strictement monotone croissante sur $[0, \infty]$, une fonction de coût arbitraire $L : (\mathcal{X} \times \mathbb{R}^2)^n \rightarrow \mathbb{R} \cup \infty$, et une classe de fonctions*

$$\mathcal{F} = \left\{ f \in \mathbb{R}^{\mathcal{X}} \mid f(\cdot) = \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i \kappa(\cdot, x_i), \alpha_i \in \mathbb{R}, x_i \in \mathcal{X}, \|f\| < \infty \right\} \quad (1.17)$$

où $\|\cdot\|$ est la norme dans le RKHS \mathcal{H} associé à κ ,

$$\left\| \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i \kappa(\cdot, x_i) \right\|^2 = \sum_{i,j=1}^{\infty} \alpha_i \alpha_j \kappa(x_i, x_j) \quad (1.18)$$

Alors tout $f \in \mathcal{F}$ minimisant la fonctionnelle de risque régularisée

$$L((x_1, d_1, f(x_1)), \dots, (x_n, d_n, f(x_n))) + g(\|f\|) \quad (1.19)$$

admet une représentation de la forme : $f(\cdot) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \kappa(\cdot, x_i)$

L'importance de ce théorème réside dans l'existence d'une solution unique à une fonctionnelle de coût régularisée, celle-ci pouvant s'exprimer comme un développement en série fini de fonctions noyau. La minimisation de cette fonction coût (1.19) se ramène à un problème d'optimisation à n dimensions, celui de la détermination des coefficients optimaux $\alpha_i \in \mathbb{R}$.

1.3.3 Fonctions du noyau

La fonction noyau, qui remplace le produit interne de deux vecteurs caractéristiques correspondant généralement à deux entrées, est un outil de création d'espaces caractéristiques complexes. Dans les approches pratiques, choisir directement une fonction noyau équivaut à définir implicitement un espace caractéristique dans lequel les algorithmes construits sont exécutés. Nous présenterons ensuite quelques fonctions du noyau couramment utilisées.

— **Noyau polynomiale** : le noyau polynomiale d'ordre p est obtenu par :

$$\kappa(x, x') = (\langle x, x' \rangle + c)^p \quad (1.20)$$

où c est une constante non négative, qui est généralement égal à 1.

— **Noyau linéaire** : un noyau linéaire est également utilisé comme un cas particulier du noyau polynomial d'ordre 1.

$$\kappa(x, x') = (\langle x, x' \rangle) = x^\top x' \quad (1.21)$$

— **Noyau exponentiel** : le noyau exponentiel est défini comme suit :

$$\kappa(x, x') = \exp\left(-\frac{\|x - x'\|}{2\xi^2}\right) \quad (1.22)$$

On peut aussi l'écrire de la manière suivante

$$\kappa(x, x') = \exp(-\xi\|x - x'\|) \quad (1.23)$$

Notons que le noyau exponentiel est étroitement lié à la fonction noyau gaussienne à l'exception du square de la norme ℓ_2 .

— **Noyau laplacien** : le noyau laplacien est défini comme suit :

$$\kappa(x, x') = \exp\left(\frac{\|x - x'\|}{\xi}\right) \quad (1.24)$$

qui est tout à fait équivalent au noyau exponentiel, en négligeant le fait qu'il est moins sensible aux changements du paramètre ξ .

- **Noyau sigmoïdal** : le noyau sigmoïdal est également connu sous le nom de noyau du perceptron multicouche (PML), qui est défini comme suit :

$$\kappa(x, x') = \tanh(a\langle x, x' \rangle + c) \quad (1.25)$$

La fonction noyau sigmoïde provient du domaine des réseaux neuronaux, où la fonction sigmoïde bipolaire est souvent utilisée comme une fonction d'activation pour les neurones artificiels. Ainsi, ce noyau est largement utilisé dans les machines à vecteurs supports (SVM pour Support Vector Machines) en raison de son origine dans la théorie des réseaux de neurones. Notons que ce noyau n'est pas défini positif.

- **Noyau Gaussian** : le noyau gaussien est défini par :

$$\kappa(x, x') = \exp\left(-\frac{\|x - x'\|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1.26)$$

qui est parfois présenté sous forme suivante :

$$\kappa(x, x') = \exp\left(-\zeta\|x - x'\|^2\right) \quad (1.27)$$

où ξ est la largeur de bande du noyau qui spécifie la forme précise de la fonction noyau. Selon (1.26) et (1.27), le paramètre ζ est clairement égal à $1/2\sigma^2$. On peut montrer que le noyau gaussien couvre un espace de caractéristiques à dimension infinie. Cependant, cela ne pose pas de problème au niveau du calcul, puisque l'astuce du noyau nous permet de calculer le produit scalaire entre deux points dans cet espace à dimension infinie en calculant simplement la fonction noyau (1.26) des données dans l'espace d'entrée \mathcal{X} .

1.3.4 Construction du noyau

Dans cette dernière sous-section, nous décrivons quelques fonctions noyau de base bien connues. Étant donné que la conception d'une fonction noyau appropriée pour un espace d'entrée est bien plus simple que la manipulation de l'espace des caractéristiques complexes, nous discuterons comment construire des noyaux plus compliqués et utiles en combinant des noyaux plus simples. Nous recommandons au lecteur de consulter [Vap95, SC04, Her02] pour plus de propriétés des noyaux reproductibles.

Soient κ_1 et κ_2 des noyaux symétriques et définis positifs sur $\mathcal{X} \times \mathcal{X}$, \mathcal{X} , $f(\cdot)$ une fonction à valeur réelle sur \mathcal{X} , $\Phi : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}^N$ avec κ_3 un noyau sur $\mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^N$, et une matrice \mathbf{G} semi-définie positive symétrique de dimension $(n \times n)$. Dans ce cas, les fonctions suivantes sont des noyaux valides :

1. $\kappa(x, x') = c_1\kappa_1(x, x') + c_2\kappa_2(x, x')$ pour $c_2, c_2 \geq 0$.

Preuve 1.3.2 *Supposons que nous avons $c_1\kappa_1(x, x') = \langle \sqrt{c_1}\Phi_1(x), \sqrt{c_1}\Phi_1(x') \rangle$ et $c_2\kappa_2(x, x') = \langle \sqrt{c_2}\Phi_2(x), \sqrt{c_2}\Phi_2(x') \rangle$, alors :*

$$\kappa(x, x') = c_1\kappa_1(x, x') + c_2\kappa_2(x, x') \quad (1.28)$$

$$= \langle \sqrt{c_1}\Phi_1(x), \sqrt{c_1}\Phi_1(x') \rangle + \langle \sqrt{c_2}\Phi_2(x), \sqrt{c_2}\Phi_2(x') \rangle \quad (1.29)$$

$$= \langle [\sqrt{c_1}\Phi_1(x) \sqrt{c_2}\Phi_2(x')], [\sqrt{c_1}\Phi_1(x), \sqrt{c_2}\Phi_2(x')] \rangle \quad (1.30)$$

Nous pouvons remarquer que la fonction $\kappa(x, x')$ peut être exprimée comme un produit scalaire. La construction de fonctions noyau par la sommation de plusieurs noyaux de base est une méthode de modélisation simple et efficace dans une grande variété de contextes. Les noyaux κ_1 et κ_2 peuvent être de différents types, ce qui nous permet de modéliser les données d'entrée comme une somme de fonctions indépendantes qui représentent les différents types de structure

$$2. \kappa(x, x') = \kappa_1(x, x')\kappa_2(x, x').$$

Preuve 1.3.3 Notons que la matrice de Gram \mathbf{K} associée à κ est le produit de Hadamard de \mathbf{K}_1 et \mathbf{K}_2 , à savoir $\mathbf{K} = \mathbf{K}_1 \odot \mathbf{K}_2$. Supposons que \mathbf{K}_1 et \mathbf{K}_2 soient des matrices de covariance de $[x_1, \dots, x_n]^\top$ et $[y_1, \dots, y_n]^\top$, respectivement. Alors la matrice \mathbf{K} est simplement la matrice de covariance de $[x_1y_1, \dots, x_ny_n]^\top$, ce qui implique qu'elle est symétrique et définie positivement. La multiplication de deux noyaux définis positifs donne toujours une autre fonction noyau définie positive. En plus, les propriétés d'un noyau construit sont déterminées par les noyaux utilisés comme dans le cas de l'additivité.

$$3. \kappa(x, x') = f(x)f(x'), \text{ pour une fonction réelle } f : \mathcal{X} \longrightarrow \mathbb{R}.$$

Preuve 1.3.4 Nous pouvons réarranger la forme bilinéaire de la façon suivante :

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_i c_j \mathbf{K} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_i c_j f(x) f(x') \quad (1.31)$$

$$= \sum_{i=1}^n c_i f(x) \sum_{j=1}^n c_j f(x') \quad (1.32)$$

$$= \left\| \sum_{i=1}^n c_i f(x) \right\|^2 \geq 0 \quad (1.33)$$

$$4. \kappa(x, x') = \kappa_3(\Phi(x), \Phi(x')), \text{ où } \Phi : \mathcal{X} \longrightarrow \mathbb{R}^N.$$

Preuve 1.3.5 Puisque κ_3 est une fonction noyau, la matrice obtenue en restreignant κ_3 aux points $\Phi(x_1), \dots, \Phi(x_n)$ est semi-définie positive comme requis.

$$5. \kappa(x, x') = g(\kappa_1(x, x')), \text{ où } g(\cdot) \text{ est un polynôme à coefficients positifs.}$$

Preuve 1.3.6 Puisque chaque terme polynomial est un produit de noyaux avec un coefficient positif, la preuve suit en appliquant 1 et 2.

Dans le but de capturer la structure des données d'entrée, on peut manipuler différents types et n'importe quel nombre de noyaux individuels en utilisant les règles mentionnées ci-dessus pour créer la fonction noyau souhaitée.

1.4 Exemple du linéaire au non-linéaire

Dans la section précédente, les éléments fondamentaux des méthodes à noyaux sont présentés, en mentionnant le passage de la linéarité à la non-linéarité. Nous présentons alors un exemple de ce passage. Certains des algorithmes basés sur le noyau les plus puissants se trouvent dans les domaines de la classification et de la régression. Dans cette section, nous nous concentrerons principalement sur une application de la régression non linéaire avec noyaux, qui est un problème d'apprentissage supervisé classique.

1.4.1 Régression ridge

Supposons que nous donnons un ensemble de points de données $x_i \in \mathbb{R}$ et leurs images cibles $y_i \in \mathbb{R}$, et que nous demandons de récupérer une fonction qui modélise la cartographie sous-jacente $y = f(x)$. Ce problème est bien connu de la régression, et une solution linéaire peut être trouvée en modélisant cette fonction comme suit : $y = \mathbf{x}^\top \mathbf{h} + \epsilon$, où ϵ est le terme d'erreur. Si la norme carrée de cette erreur est minimisée, on obtient le critère des moindres carrés (MC) [Say03], qui est une méthode couramment utilisée en traitement du signal. La solution est trouvée comme le vecteur $\mathbf{h} \in \mathbb{R}^n$ qui minimise la fonctionnelle suivante :

$$\min_{\mathbf{h}} J(\mathbf{h}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{X}\mathbf{h}\|^2 \quad (1.34)$$

dans laquelle nous avons introduit la matrice de données $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{N \times n}$ qui contient les N motifs d'entrée x_i stockés comme ses lignes, i.e. $\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^\top$, et le vecteur $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^N$ qui contient toutes les images y_i . Généralement, le nombre d'observations N est plus grand que le nombre d'inconnues n , dans ce cas le problème MC est sur-déterminé. Ensuite, si $\mathbf{X}^\top \mathbf{X}$ est une matrice non singulière, la solution unique à norme minimale du problème des moindres carrés est donnée par² :

$$\mathbf{h} = \mathbf{X}^\dagger \mathbf{y} = (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\top \mathbf{y} \quad (1.35)$$

Pour améliorer la généralisation, la norme L_2 de la solution peut être utilisée comme un terme de pénalité :

$$\min_{\mathbf{h}} J(\mathbf{h}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{X}\mathbf{h}\|^2 + c\mathbf{h}^\top \mathbf{h} \quad (1.36)$$

où c est une constante de régularisation qui contrôle la régularité de la solution. Ce type de régression, communément connu sous le nom de régression ridge, a été introduit par Tikhonov [Tik63] comme un remède pour la faiblesse. Essentiellement, elle établit un choix entre l'adaptation aux données d'apprentissage et la réduction de la norme de la solution. En prenant la dérivée de la fonction de coût par rapport à \mathbf{h} , on obtient les résultats suivants :

$$\mathbf{X}^\top \mathbf{X}\mathbf{h} - \mathbf{X}^\top \mathbf{y} + c\mathbf{h} = 0 \quad (1.37)$$

2. \mathbf{X}^\dagger est la matrice pseudo inverse de Moore-Penrose de \mathbf{X}

qui est résolu par :

$$\mathbf{h} = (\mathbf{X}^\top \mathbf{X} + c\mathbf{I})^{-1} \mathbf{X} \mathbf{y} \quad (1.38)$$

où \mathbf{I} est la matrice d'identité.

Comme mentionné précédemment, le Théorème du Représentant [KW71] stipule que la solution \mathbf{h} des problèmes de minimisation tels que (1.36) peut s'écrire comme une expansion linéaire des points de données d'apprentissage. Spécifiquement, nous pouvons réécrire (1.37) en termes de \mathbf{h} de la manière suivante :

$$\mathbf{h} = c^{-1} \mathbf{X}^\top (\mathbf{y} - \mathbf{X} \mathbf{y}) \quad (1.39)$$

ou, en introduisant un ensemble de coefficients α_i ,

$$\mathbf{h} = \mathbf{X}^\top \boldsymbol{\alpha} = \sum_{i=1}^N \alpha_i x_i \quad (1.40)$$

Les coefficients optimaux peuvent être obtenus comme suit :

$$\boldsymbol{\alpha} = c^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{X} \mathbf{h}) \quad (1.41)$$

Enfin, nous obtenons

$$\boldsymbol{\alpha} = (\mathbf{X}^\top \mathbf{X} + c\mathbf{I})^{-1} \mathbf{y} \quad (1.42)$$

qui est similaire à (1.38). On obtient ainsi deux formes différentes de résolution du problème de régression ridge (1.36). L'équation (1.38) est appelée la solution primale. D'une part, Il obtient le vecteur de poids explicitement, en se basant sur le calcul de la matrice de covariance $\mathbf{X}^\top \mathbf{X} \in \mathbb{R}^{n \times n}$. D'autre part, l'équation (1.42) donne la solution sous la forme d'une combinaison linéaire des données d'apprentissage. Cette solution est connue sous le nom de solution duale. Nous remarquons qu'elle est basée sur la matrice de Gram $\mathbf{X}^\top \mathbf{X} \in \mathbb{R}^{N \times N}$. Bien qu'elle nécessite plus de calculs que la solution primale puisque nous avons généralement $n \ll N$, l'information des échantillons de formation est donnée en produits scalaires, ce qui permet d'appliquer l'astuce du noyau. Comme nous le constatons par la suite, lorsque l'on effectue une régression ridge dans un espace caractéristique, il est plus intéressant de résoudre le problème dual, car la dimension de l'espace caractéristique (n') est généralement beaucoup plus élevée que le nombre de points des données d'apprentissage $n' \gg N$.

1.4.2 Régression ridge à noyau

Lorsque les données montrent des relations non linéaires, la technique de régression linéaire précédente sera incapable de les modéliser de manière adéquate. Cependant, une solution non linéaire peut être trouvée en passant à l'espace des caractéristiques. La régression ridge à noyau (KRR) [SGV98, EPP00] est une technique qui identifie une cartographie non linéaire f qui est représentée comme une expansion de noyau en minimisant le problème d'optimisation suivante :

$$\min_{f \in \mathcal{H}} J(f) = \sum_{i=1}^N (y_i - f(x_i))^2 + c \|f\|_{\mathcal{H}}^2 \quad (1.43)$$

où \mathcal{H} est la RKHS associée au noyau de Mercer κ et c est un paramètre de régularisation. La régression ridge à noyau exploite la capacité d'approximation universelle des méthodes à noyau, ce qui lui permet de modéliser la cartographie inconnue avec n'importe quelle précision donnée.

Le théorème de représentation 1.3.1 montre que chaque $f \in \mathcal{H}$ de (1.43) a la forme :

$$f(\cdot) = \sum_{i=1}^N \alpha_i \kappa(\cdot, x_i) \quad (1.44)$$

où x_i sont les points de données d'apprentissage et α_i sont les coefficients correspondants, pour $i = 1, \dots, N$. Par conséquent, en substituant (1.44) dans (1.43), on obtient :

$$\min_{\alpha} J(\alpha) = \sum_{i=1}^N \left(y_i - \sum_{j=1}^N \alpha_j \kappa(x_j, x_i) \right)^2 + c \sum_{i,j=1}^N \alpha_i \alpha_j \kappa(x_i, x_j) \quad (1.45)$$

Après avoir introduit la matrice noyau \mathbf{K} et le vecteur de coefficients $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N]^\top$, nous pouvons écrire (1.45) comme suit :

$$\min_{\alpha} J(\alpha) = \|\mathbf{y} - \mathbf{K}\boldsymbol{\alpha}\|^2 + c \boldsymbol{\alpha}^\top \mathbf{K} \boldsymbol{\alpha} \quad (1.46)$$

dont la solution est :

$$\boldsymbol{\alpha} = (\mathbf{K} + c\mathbf{I})^{-1} \mathbf{y} \quad (1.47)$$

ce qui correspond à la solution duale obtenue dans (1.42). Notons que le terme de régularisation dans (1.46) ne peut pas simplement être laissé de côté (i.e., $c = 0$) lorsque l'on travaille avec des noyaux qui ont la propriété d'approximation universelle, tels que le noyau gaussien. Pour ces noyaux, la dimensionnalité de l'espace des caractéristiques est beaucoup plus grande que le nombre d'observations, il est donc toujours possible de trouver une solution qui correspond parfaitement aux données d'apprentissage.

La figure 1.2 illustre le cas de la régression ridge à noyau unidimensionnel. La fonction estimée du régresseur à noyau est représentée par une ligne rouge solide, alors que la fonction sous-jacente réelle est dessinée comme une ligne verte discontinue. La régularité de la fonction estimée est imposée par la régularisation de la solution.

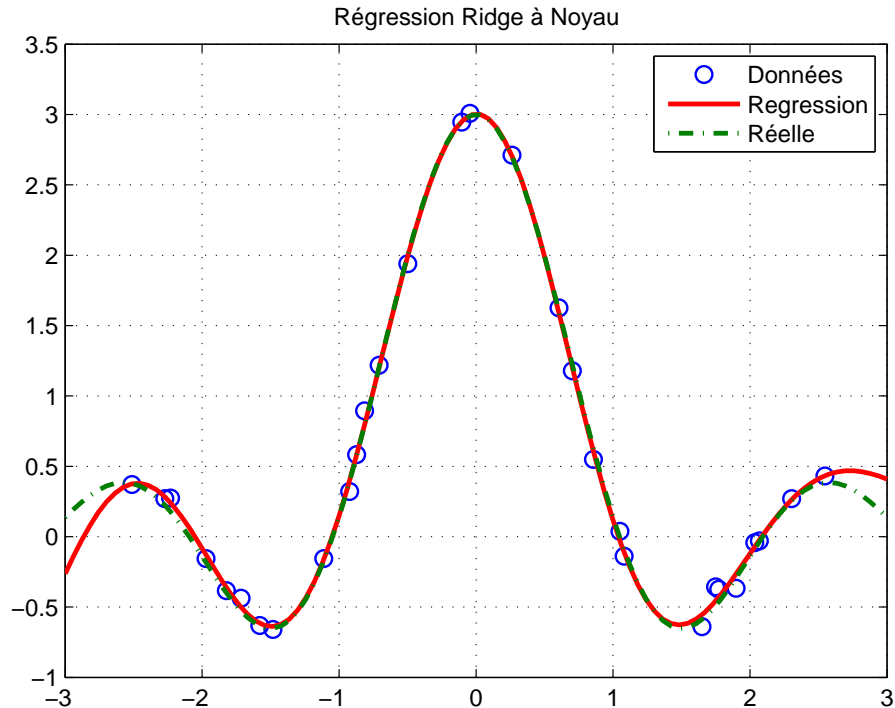


FIGURE 1.2 – Exemple de régression à noyau unidimensionnel. Les cercles bleus représentent les données d'entrée x_i par rapport aux étiquettes bruitées $y_i + b_i$.

Les 30 modèles de données (x_i, y_i) dans cet exemple, représentés par des cercles bleus, ont été générés à travers le modèle :

$$y_i = \frac{\sin(\pi x_i)}{\pi x_i} + b_i \quad (1.48)$$

où b_i représente une petite composante de bruit blanc gaussien additif. Une fois qu'un régresseur α est obtenu par (1.47), l'image de tout nouveau point x peut se trouver de la façon suivante :

$$y = \mathbf{k}_x^\top \alpha = \tilde{\mathbf{x}}^\top \tilde{\mathbf{X}} \alpha = \sum_{i=1}^N \kappa(x_i, x) \alpha_i \quad (1.49)$$

où $\tilde{\mathbf{X}}$ contient les points de données d'apprentissage transformés, $\tilde{\mathbf{x}}$ est le nouveau point d'essai transformé et \mathbf{k}_x contient les noyaux entre les données d'apprentissage et le point de test. Cela permet de tracer entièrement la fonction de régresseur, qui est représentée par la ligne rouge pleine dans la figure 1.2. Pour cet exemple, un noyau gaussien avec $\sigma = 1$ et une constante de régularisation $c = 10^{-4}$ ont été utilisés.

1.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons introduit les méthodes à noyaux définis positifs. Dans la première phase, nous avons décrit la caractérisation des noyaux. Dans la seconde phase, nous avons détaillé l'astuce du noyau et le théorème de la représentation qui sont les deux éléments fondamentaux pour le passage du cas linéaire au non-linéaire. Ensuite, la régression ridge (RR) classique est introduite, puis elle est étendue à la régression ridge à noyaux (RRN) par le biais des méthodes à noyaux. Ces méthodes à noyaux assurent un passage de l'espace des observations à un espace RKHS de haute dimension permettant ainsi des diverses applications, à l'exemple de la classification et l'identification. Dans le prochain chapitre, nous présenterons les techniques classiques d'identification récursive qui ont pour but d'estimer les paramètres d'un canal de transmission.

Chapitre 2

Méthodes adaptatives d'identification des canaux de transmission

2.1 Introduction

L'identification d'un système linéaire à partir de ses mesures entrées-sorties est un sujet délicat qui suscite, depuis le début du XXI^e siècle, de plus en plus d'intérêt de la part des chercheurs. Comme nous l'avons annoncé en introduction, l'objectif ultime est de pouvoir estimer les paramètres d'un modèle à partir d'un certain nombre d'observations entrées-sorties, nous traitons dans ce chapitre, le problème de l'identification des canaux de communication soumis à des perturbations. Ce chapitre se place dans le cadre où la propagation des données se fait à travers des canaux SISO¹.

Le plan du chapitre est le suivant : Après une brève description détaillée de la procédure générale d'identification des systèmes, nous présenterons, dans la section 2.2, le problème d'identification d'un système linéaire décrit par un modèle à réponse impulsionnelle finie (RIF) en abordant quelques hypothèses classiques. Dans la section 2.3, nous donnerons une explication générale de la théorie du filtrage adaptatif linéaire, ensuite nous décrirons quelques méthodes classiques d'identification récursives fondées sur le principe des moindres carrés à savoir l'algorithme de gradient stochastique (LMS), de gradient stochastique normalisé (NLMS) et l'algorithme de moindre carré récursif (RLS). Enfin, nous évaluerons, par des simulations, les performances de ces algorithmes en utilisant des canaux à évanouissements très importants, i.e. sélectifs en fréquence à phase minimale et non minimale.

2.2 Motivations et formulation du problème

2.2.1 Motivations

Dans plusieurs domaines de la science, il est souvent nécessaire de disposer des représentations de systèmes afin de maîtriser ou d'optimiser leur fonctionnement, pour mieux comprendre leur évolution. Au sens général, un système est une entité qui peut être affectée par des incitations extérieures et qui, par l'interaction de différentes variables, produit des signaux observables (i.e. des sorties). Lorsqu'on interagit avec un système, une idée de la manière dont ses variables sont liées les unes aux autres s'appelle un modèle du système. Le modèle peut être un système physique (modèle réduit), ou bien un système abstrait (modèle mathématique, i.e. système d'équations algébriques ou différentielles).

Les modèles sont construits à partir des données observées et pour ce faire, il existe deux possibilités principales, à savoir la modélisation et l'identification du système. Dans la modélisation, le système est divisé en sous-systèmes dont les propriétés sont bien comprises et qui reposent sur des travaux expérimentaux antérieurs. Ces sous-systèmes sont ensuite fusionnés mathématiquement pour obtenir un modèle du système complet. L'identification du système, en revanche, est directement basée sur l'expérimentation où les entrées et les sorties sont mesurées et soumises à une analyse des données afin de déduire un modèle [Lju99]. Ce dernier est le sujet

1. Single Input Single Output

central de ce chapitre et, en particulier, l'accent sera mis sur l'identification de systèmes linéaires à temps discret de type SISO.

L'identification est une approche expérimentale pour la détermination du modèle dynamique d'un système à travers des relations mathématiques liant les différentes variables du système. L'établissement de ce type de modèle est une procédure itérative comportant cinq phases [Lju99] (voir la figure 2.1) :

- Extraction de données : durant cette phase, des mesures sont effectuées sur les variables sensées caractériser le système. Ces variables peuvent être des variables externes qui agissent sur le système (entrées de commande ou perturbations mesurables), des variables internes qui traduisent l'état du système (variables d'état) ou la réponse du système (variable de sortie). Il existe souvent des perturbations non mesurables qui agissent sur le système (en entrée ou en sortie) rendant plus difficile sa modélisation.
- Structure du modèle : le choix de la structure du modèle est extrêmement important, il détermine la classe dans laquelle une description souhaitable du système est cherchée. Les éléments généraux qui doivent être pris en compte dans cette étape sont : la forme de représentation du modèle (espace d'état, entrée-sortie), le paramétrage et l'ordre du modèle.
- Critère d'identification : c'est le choix d'une formulation mathématique pour la mesure des performances du modèle estimé. Dans la littérature, différentes formes de critères d'identification sont proposées mais la plus utilisée est l'erreur quadratique moyenne de la sortie prédite du modèle estimé
- Estimation du modèle : l'algorithme qui fournit le modèle estimé, à partir de la structure et du critère choisis.
- La validation du modèle : est aussi un élément important. Il est nécessaire de réaliser plusieurs tests de vérification qui impliquent des procédures et des signaux d'excitation différents pour évaluer la façon dont le modèle permet d'estimer les sorties observées.

Dans un premier temps il s'agit de recueillir des données, puis de choisir une structure de modèle, un critère d'ajustement et à la fin retenir le meilleur modèle. Il est probable que le premier modèle obtenu ne permet pas d'obtenir le niveau de précision souhaité, il sera alors nécessaire de revenir en arrière et revoir les différentes étapes de la procédure.

Le processus d'identification est présenté par le schéma de la figure suivante (figure 2.1).

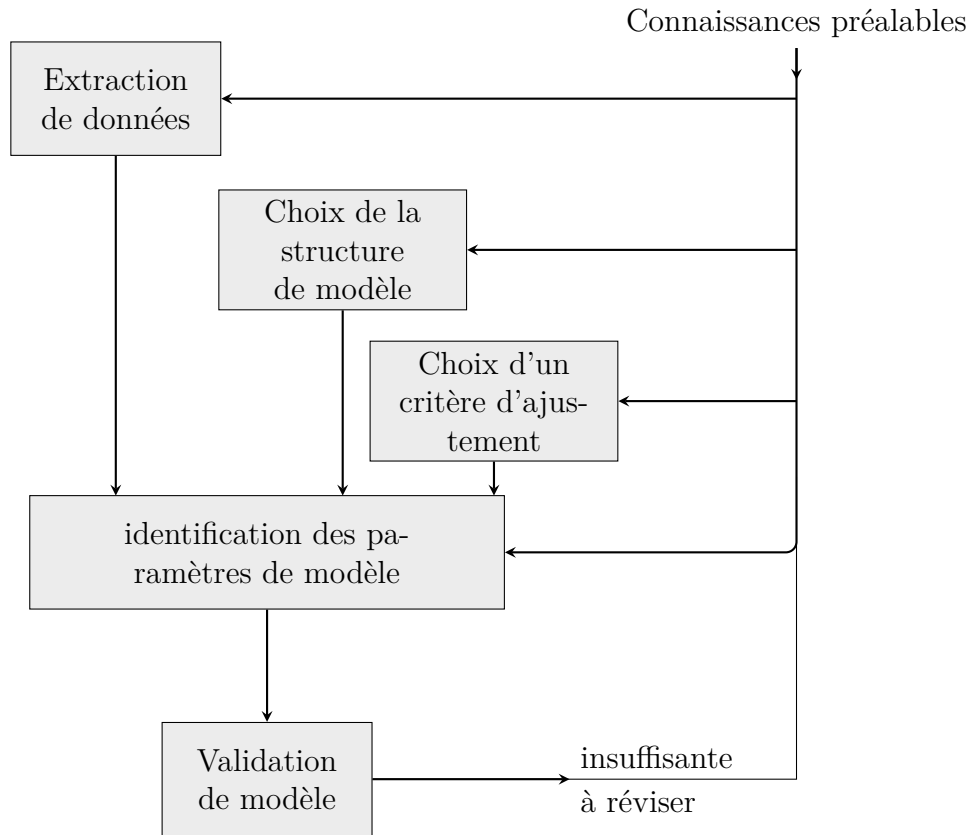


FIGURE 2.1 – Procédure général d'identification des systèmes [Lju99].

Le principe d'identification d'un système consiste à proposer une structure entre son entrée et sa sortie et à déterminer, à partir du couple entrée-sortie, les valeurs des paramètres du modèle.

2.2.2 Formulation du problème d'identification

Dans cette sous-section, nous reformulons le problème d'identification des systèmes linéaires décrits par un modèle à réponse impulsionnelle finie (RIF) à une entrée et une sortie (SISO) en présence d'un bruit additif gaussien, discret, causal, invariant dans le temps et stationnaire à phase minimale (i.e. Tous les zéros sont à l'intérieur du cercle unité) ou non minimale (i.e. Un de ses zéros est à l'extérieur du cercle unité). Ce modèle est représenté par la figure (2.2).

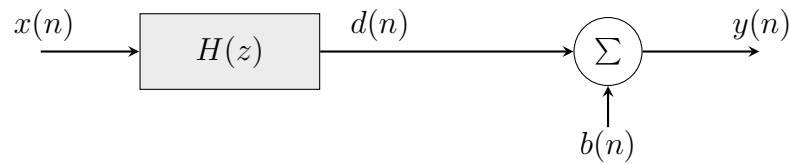


FIGURE 2.2 – Modèle du canal

Le système linéaire discret SISO est donné par l'équation suivante :

$$d(n) = \sum_{i=1}^L h(i)x(n-i), \quad y(n) = d(n) + b(n) \quad (2.1)$$

où $x(n) \in \mathbb{R}$ et $y(n) \in \mathbb{R}$ sont respectivement l'entrée et la sortie du système. Le modèle (2.1) peut se réécrire comme suit :

$$y(n) = \theta^\top \Psi(n) + b(n) \quad (2.2)$$

$$\text{où } \Psi(n) = \begin{pmatrix} x(n-1) \\ x(n-2) \\ \vdots \\ x(n-L) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n \text{ et } \omega = \begin{pmatrix} h(1) \\ h(2) \\ \vdots \\ h(L) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n$$

Problème d'identification 2.2.1 *Étant donné un ensemble d'observations $\{\Psi(n), y(n)\}_{n=1}^N$ générées par un système de la forme (2.1). L'objectif est d'estimer les paramètres du canal $\{h(i)\}_{i=1}^L$.*

Les principales hypothèses qui complètent la description du problème sont les suivantes :

- **Hypothèse 1.** La séquence d'entrée $x(n)$ est non observable, centrée, non gaussienne, stationnaire indépendante et identiquement distribuée ou i.i.d.²
- **Hypothèse 2.** Le terme de bruit $b(n)$ est supposé être un bruit additif gaussien, non corrélée avec la séquence d'entrée.
- **Hypothèse 3.** L'ordre L du modèle qui est la longueur de la réponse impulsionnelle est supposé connu avec $h(0) = 1$.
- **Hypothèse 4.** Le système est causal et tronqué, c'est-à-dire que $h(i) = 0$ pour $i < 0$ et $i > L$.

2.3 Filtrage adaptatif dans l'espace d'entrée

Les filtres adaptatifs sont en pratique utilisés dans un environnement inconnu, où l'identification préalable est un vrai problème, ou dans un environnement variant dans le temps, qui est imprévisible [FDS20a, FDS20b]. Dans ces situations, on utilise des filtres numériques à réponse impulsionnelle finie (FIR : Finite Impulse Response)

2. independent identically distributed.

ou à réponse impulsionnelle infinie (IIR : Infinite Impulse Response) avec des coefficients adaptatifs qui varient dans le temps. Ces filtres sont appelés des filtres adaptatifs [Pau08, PR17, AAS⁺16]. Dans cette section, nous passerons en revue quelques notions de base de la théorie du filtrage adaptatif linéaire. Nous désignerons l'entrée d'un filtre à l'instant n par $x(n)$, sa sortie par $y(n)$ et la sortie souhaitée par $d(n)$. Le signal d'entrée $x(n)$ est considéré comme un signal de moyenne nulle et, pour permettre une notation compacte, nous désignerons le vecteur de retard de L points de ce signal à l'instant n par $\mathbf{x}(n) = [x(n)x(n-1)\dots x(n-L+1)]^\top$.

La figure 2.3 montre la structure générale d'un filtre adaptatif où le signal d'erreur

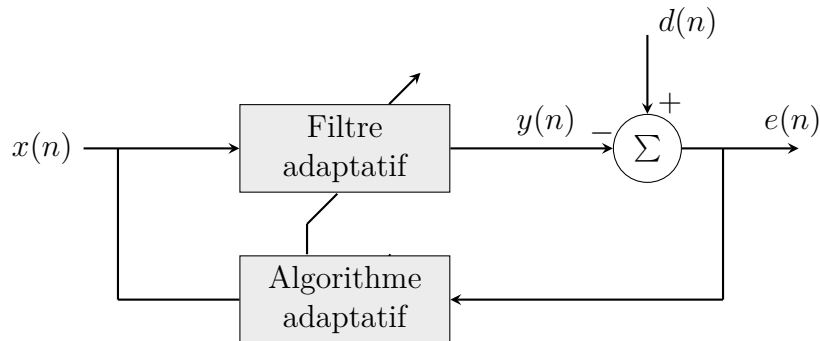


FIGURE 2.3 – La structure du filtre adaptatif [ZLB⁺22].

$e(n)$ est défini comme suit : $e(n) = d(n) - y(n)$ et sert à créer une fonction de but $\xi(n)$ qui est nécessaire dans l'algorithme adaptatif pour déterminer le coefficient optimal approprié du filtre adaptatif.

2.3.1 Filtrage RIF linéaire

Considérons une série temporelle de moyenne nulle $\{x(1), \dots, x(N)\}$ utilisée comme une entrée pour un filtre linéaire de longueur³ L qui est caractérisé par la réponse impulsionnelle $\boldsymbol{\omega}(n) = [\omega_0(n)\omega_1(n)\omega_2(n)\dots\omega_{L-1}(n)]$. Le schéma fonctionnel du filtre adaptatif est présenté à la figure 2.4, où Z^{-1} représente le délai. Ce schéma fonctionnel est valable à la fois pour les algorithmes LMS et RLS.

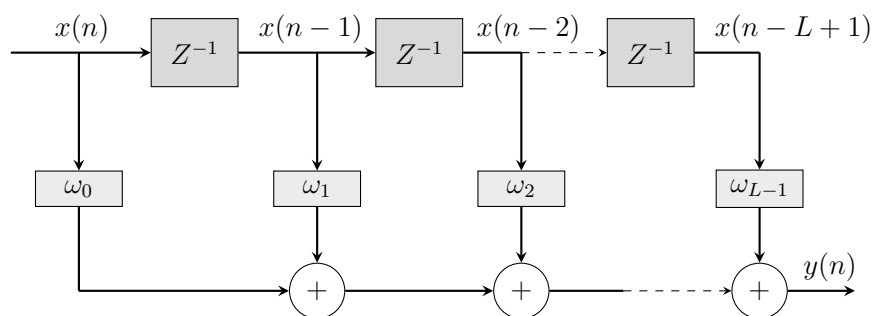


FIGURE 2.4 – Schéma fonctionnel du filtre adaptatif.

3. Dans cette thèse, nous désignons la longueur des filtres linéaires par leur nombre de points L . L'ordre des filtres correspondant est $L - 1$.

Le signal de sortie de ce filtre adaptatif est exprimé par :

$$y(n) = \sum_{i=0}^{L-1} \omega_i(n)x(n-i), \text{ pour tout } n = 1, 2, \dots, N \quad (2.3)$$

La séquence entière de modèles d'entrée-sortie $\{(x(1), d(1)), (x(2), d(2)), \dots, (x(N), d(N))\}$ est utilisée pour calculer les coefficients du filtre linéaire. L'objectif du filtrage linéaire optimal est de minimiser le coût de l'erreur quadratique moyenne (EQM) :

$$\xi(\boldsymbol{\omega}) = E[e^2(n)] = E[(d(n) - y(n))] \quad (2.4)$$

Cette fonction de coût peut être exprimée en fonction des données disponibles sous la forme suivante :

$$\xi(\boldsymbol{\omega}) = \sigma_2^d + \boldsymbol{\omega}^\top \mathbf{R}_x \boldsymbol{\omega} - 2\boldsymbol{\omega}^\top \mathbf{p} \quad (2.5)$$

où σ_2^d est la variance du signal souhaité, $\mathbf{R}_x = E[\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^\top(n)]$ est la matrice de covariance des données d'entrée, et $\mathbf{p} = E[d(n)\mathbf{x}(n)]$ est la covariance croisée entre le signal d'entrée et le signal souhaité.

Le gradient de (2.5) est donné par :

$$\nabla_{\boldsymbol{\omega}} \xi(\boldsymbol{\omega}) = 2\mathbf{R}_x \boldsymbol{\omega} - 2\mathbf{p} \quad (2.6)$$

En fixant ce gradient à zéro, on obtient la solution bien connue de l'erreur quadratique moyenne minimale (MMSE) du filtre de Wiener.

$$\boldsymbol{\omega}_{opt} = \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{p}. \quad (2.7)$$

Ce problème de filtrage peut également être résolu de manière itérative en appliquant la méthode de la descente la plus abrupte. Étant donné \mathbf{R}_x et \mathbf{p} , l'équation de mise à jour de la méthode de descente la plus abrupte est la suivante :

$$\boldsymbol{\omega}(n+1) = \boldsymbol{\omega}(n) - \frac{\mu}{2} \nabla_{\boldsymbol{\omega}} \xi(\boldsymbol{\omega})|_{\boldsymbol{\omega}(n)} = \boldsymbol{\omega}(n) + \mu(\mathbf{p} - \mathbf{R}_x \boldsymbol{\omega}(n)) \quad (2.8)$$

où μ est une faible constante positive qui règle la vitesse de convergence de l'algorithme.

2.3.2 Algorithme des moindres carrés moyens (LMS)

L'algorithme LMS est un algorithme classique de gradient stochastique souvent utilisé dans le filtrage adaptatif. Il a été proposé par Widrow et Hoff en 1960 [WH60] et reste largement utilisé en tant qu'algorithme de référence en raison de sa simplicité et de sa robustesse [Mat91]. L'algorithme LMS vise à résoudre le problème du filtrage d'EQM (2.4) en temps réel, en mettant à jour sa solution une étape à la fois lorsqu'un nouveau modèle de données $\{\mathbf{x}(n), d(n)\}$ devient disponible.

Chaque itération de l'algorithme LMS nécessite trois étapes différentes, dans l'ordre suivant :

1. La sortie du filtre $y(n)$ est calculée selon l'équation (2.3).

2. La valeur de l'erreur estimée est calculée comme suit : $e(n) = d(n) - y(n)$
3. L'adaptation des coefficients s'effectue selon l'équation récursive (2.9) :

$$\boldsymbol{\omega}(n+1) = \boldsymbol{\omega}(n) + 2\mu e(n)\mathbf{x}(n) \quad (2.9)$$

Le paramètre μ est appelé la constante de convergence ou la taille de pas de l'algorithme LMS. C'est une constante positive faible qui influence les propriétés d'adaptation de l'algorithme (la vitesse de convergence, la stabilité du filtre, etc.)

2.3.3 Algorithme LMS normalisé (NLMS)

Si le signal d'entrée $\mathbf{x}(n)$ prend des valeurs relativement importantes, l'utilisation de l'algorithme LMS conduit à une amplification du bruit. L'algorithme LMS normalisé [Dou94] converge généralement plus rapidement que l'algorithme LMS car il utilise un facteur de convergence variable, visant à minimiser l'erreur de sortie instantanée. A la $n^{\text{ème}}$ itération, le pas d'adaptation est alors donné par :

$$\mu(n) = \frac{\mu}{\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^\top(n)} = \frac{\mu}{\|\mathbf{x}^\top(n)\|^2} \quad (2.10)$$

Toutefois, si le vecteur d'entrée $\mathbf{x}(n)$ est petit, des problèmes numériques peuvent survenir en raison de la division par un petit nombre. Par conséquent, l'équation (2.10) peut être modifiée à :

$$\mu(n) = \frac{\mu}{\gamma + \|\mathbf{x}^\top(n)\|^2} \quad (2.11)$$

Généralement, un facteur de convergence fixe μ est introduit dans la formule de mise à jour afin de contrôler le dés-ajustement puisque toutes les dérivations sont basées sur les valeurs instantanées des erreurs quadratiques. Un paramètre $\gamma > 0$ doit également être inclus afin d'éviter les grandes tailles de pas lorsque $\mathbf{x}^\top(n)\mathbf{x}(n)$ devient petit. L'équation de mise à jour des coefficients est alors donnée par :

$$\boldsymbol{\omega}(n+1) = \boldsymbol{\omega}(n) + \frac{\mu}{\gamma + \mathbf{x}^\top(n)\mathbf{x}(n)} e(n)\mathbf{x}(n) \quad (2.12)$$

Où μ doit être choisi avec l'objectif d'obtenir une convergence plus rapide. L'algorithme LMS normalisé converge dans le sens quadratique moyenne, si $0 < \mu < 2$.

2.3.4 Algorithme des moindres carrés récursif (RLS)

L'algorithme RLS est l'un des principaux exécutants de la classe des algorithmes récursifs, qui sont basés sur la théorie de la filtration de Kalman. L'algorithme RLS consiste à déterminer à chaque instant les coefficients qui minimisent la fonction de coût suivante [Mat91, Zid15]

$$J(n) = \sum_{k=0}^n \lambda^{n-k} |d(k) - \boldsymbol{\omega} \mathbf{x}^\top(k)|^2 \quad (2.13)$$

où λ est le facteur d'oubli pris entre 0 et 1. La solution optimale qui minimise ce critère est donnée par :

$$\hat{\boldsymbol{\omega}}(n) = Q_n^{-1} P_n \quad (2.14)$$

où

$$Q_n = \sum_{k=0}^n \lambda^{n-k} \mathbf{x}(k) \mathbf{x}^\top(k) \quad (2.15)$$

et

$$P_n = \sum_{k=0}^n \lambda^{n-k} \mathbf{x}(k) d(k) \quad (2.16)$$

Q_n et P_n peuvent être mis sous forme récursive sans aucune approximation, soit :

$$Q_n = \lambda Q_{n-1} + \mathbf{x}(n) \mathbf{x}^\top(n) \quad (2.17)$$

et

$$P_n = \lambda P_{n-1} + \mathbf{x}(n) d(n) \quad (2.18)$$

Ensuite, on exprime Q_n en fonction de Q_{n-1} et pour estimer $\hat{\boldsymbol{\omega}}(n)$, il est nécessaire de calculer l'inverse de la matrice. On fait appel au lemme d'inversion d'une matrice [Pem97], c'est à dire : Si

$$A = B^{-1} + C^{-1} D C^\top \quad (2.19)$$

alors

$$A^{-1} = B - B C (D + C^\top B C)^{-1} C^{-1} B \quad (2.20)$$

On peut utiliser le lemme d'inversion pour calculer l'inverse de $Q(n)$, en posant :

$$A = Q_n \quad (2.21)$$

$$B^{-1} = \lambda Q_{n-1} \quad (2.22)$$

$$C = \mathbf{x}(n) \quad (2.22)$$

$$D = 1 \quad (2.23)$$

On obtient donc l'équation récursive suivante pour l'inverse de la matrice de corrélation :

$$\begin{aligned} Q_n^{-1} &= \lambda^{-1} Q_{n-1}^{-1} - \lambda^{-1} \frac{\lambda^{-1} Q_{n-1}^{-1} \mathbf{x}(n) \mathbf{x}^\top(n) Q_{n-1}^{-1}}{1 + \lambda^{-1} \mathbf{x}(n) Q_{n-1}^{-1} \mathbf{x}^\top(n)} \\ &= \lambda^{-1} Q_{n-1}^{-1} - \lambda^{-1} k(n) \mathbf{x}^\top(n) Q_{n-1}^{-1} \end{aligned} \quad (2.24)$$

avec

$$k(n) = \frac{\lambda^{-1} Q_{n-1}^{-1} \mathbf{x}(n)}{1 + \lambda^{-1} \mathbf{x}(n) Q_{n-1}^{-1} \mathbf{x}^\top(n)} \quad (2.25)$$

L'équation de mise à jour des coefficients du filtre par l'algorithme des moindres carrés récursif (RLS) est [Kib05] :

$$\hat{\boldsymbol{\omega}}(n) = \hat{\boldsymbol{\omega}}(n-1) + k(n)e(n) \quad (2.26)$$

où

$$e(n) = d(n) - \mathbf{x}^\top(n) \hat{\boldsymbol{\omega}}(n-1) \quad (2.27)$$

Les conditions initiales de cet algorithme sont : On utilise $\hat{\boldsymbol{\omega}}(0) = [0, 0, \dots, 0]^\top$ en tant que valeurs initiales pour les coefficients du filtre RLS. Pour la valeur initiale de la matrice inverse Q , on choisit une matrice diagonale avec une faible constante positive δ^{-1} sur la diagonale principale ($Q_0^{-1} = \delta^{-1} I$).

2.4 Simulations et résultats

Dans cette section, nous avons effectué différentes simulations afin d'évaluer les performances des algorithmes d'identification adaptatives pour le système SISO, en employant deux modèles pour le canal discret à phase minimale et non minimale. Les données numériques ont été générées selon (2.1).

Pour chacune des méthodes adaptatives comparées, l'identification est réalisée avec 50 Monte Carlo itérations (pour réduire la dépendance des résultats de la simulation en présence du bruit dans chaque itération). La séquence d'entrée $\{x(n)\}$ est une séquence aléatoire, normalisée de moyenne nulle avec une distribution uniforme sur $[-1; 1]$. Un bruit gaussien de moyenne nulle est ajouté à la sortie. L'amplitude du bruit est ajustée de façon à obtenir une valeur souhaitée du rapport signal sur bruit (signal to noise ratio (SNR)). Nous définissons le rapport SNR par la relation suivante :

$$SNR = 10 \log_{10} \left[\frac{E[d^2(n)]}{E[b^2(n)]} \right] \quad (2.28)$$

Où $E[\cdot]$ est l'espérance mathématique.

Pour mesurer la qualité de l'estimation, l'erreur quadratique moyenne (EQM) suivant a été utilisé :

$$EQM = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \left[\frac{h(i) - \hat{h}(i)}{h(i)} \right]^2 \quad (2.29)$$

Où, $h(i)$ et $\hat{h}(i)$ sont respectivement les réponses impulsionnelles mesurées et estimées du modèle.

2.4.1 Premier modèle : modèle à phase minimale (PM)

Dans ce premier canal, nous considérons un modèle d'ordre trois, représenté par l'équation suivante :

$$\begin{cases} d(n) = 1x(n) + 0.750x(n-1) - 0.580x(n-2) - 0.750x(n-3), \\ \text{Zeros : } z_1 = 0.8794, z_2 = -0.8147 + 0.4349i, z_3 = -0.8147 - 0.4349i \end{cases}$$

Les caractéristiques de ce canal sont illustrées dans la figure 2.5. Il possède trois zéros à l'intérieur du cercle unité, ce qui implique que le canal est à phase minimale (PM).

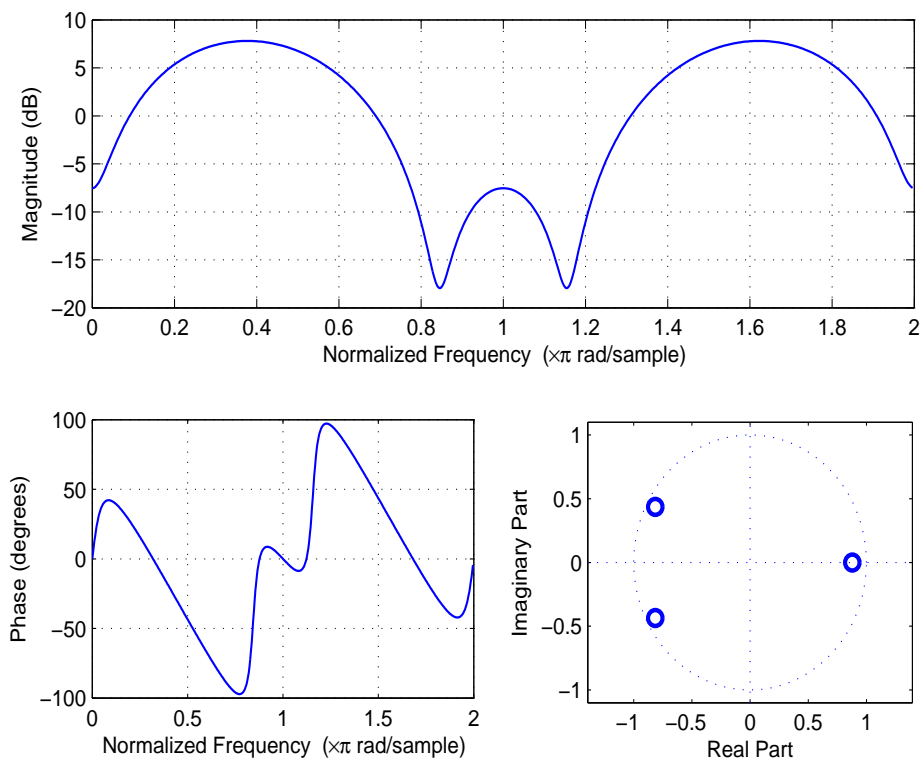


FIGURE 2.5 – Caractéristiques du premier modèle (PM).

Estimation des paramètres de réponse impulsionnelle du premier modèle

Sur la figure 2.6, nous représentons les paramètres de la réponse impulsionnelle estimés du premier modèle (modèle à phase minimale), en utilisant les trois algorithmes adaptatifs, pour un nombre d'échantillons $N = 1024$, un $SNR = 16dB$ et pour 50 Monte Carlo itérations.

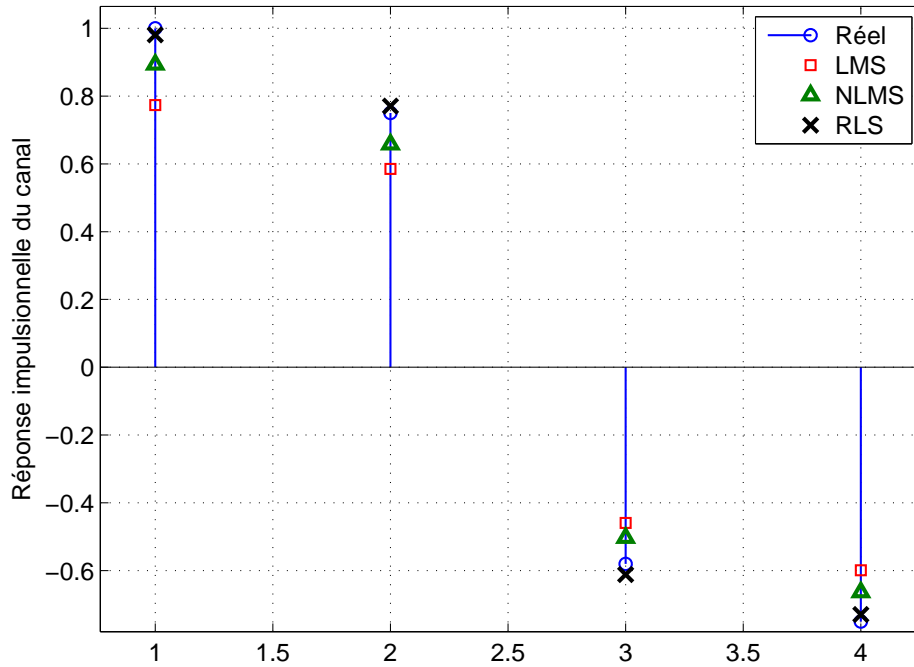


FIGURE 2.6 – Estimation de la réponse impulsionnelle du premier modèle (PM) pour un nombre d'échantillons $N = 1024$ et un $SNR = 16dB$.

On remarque que la réponse estimée du canal à l'aide de l'algorithme RLS a la même allure que les valeurs réelles, tandis que lorsqu'on estime la réponse impulsionnelle du canal à l'aide de l'algorithme NLMS, on observe une différence mineure entre les valeurs estimées et les valeurs mesurées, alors qu'une différence apparente est observée entre la réponse impulsionnelle estimée et mesurée quand on applique l'algorithme LMS.

Analyse de performance en fonction du SNR

Dans ce paragraphe, nous examinons les performances des algorithmes adaptatifs présentés précédemment pour différents rapports signal sur bruit. Pour évaluer l'impact du niveau de bruit sur la qualité d'estimation algorithmique, une simulation Monte-Carlo avec 50 itérations a été réalisée, de sorte que le SNR varie de $4dB$ à $22dB$.

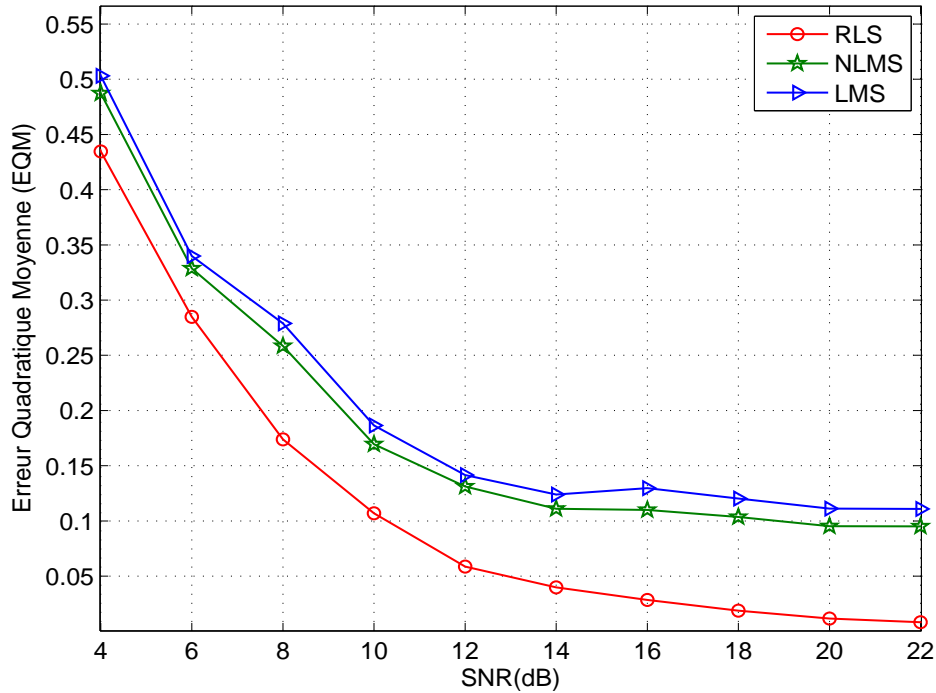


FIGURE 2.7 – Courbe de convergence de l'EQM, pour les trois algorithmes avec différente SNR , et un nombre d'échantillons $N = 1024$ dans le cas du premier modèle (PM).

La figure 2.7 montre l'évolution des valeurs d'erreur quadratique moyennes en fonction du rapport signal sur bruit (SNR) pour les trois algorithmes pour un nombre d'échantillons $N = 1024$. D'après la figure 2.7, nous pouvons constater que les performances des algorithmes LMS et NLMS sont peu affectées par de grandes perturbations, cependant que les performances de l'algorithme RLS atteignent les meilleures performances, avec une vitesse de convergence plus rapide et de faibles valeurs de l'erreur quadratique moyenne (EQM), ce qui implique que les paramètres estimés du modèle sont très proches des valeurs exactes par rapport à celles données par les algorithmes LMS et NLMS.

Analyse de performance en fonction du λ

Nous avons choisi un rapport signal sur bruit $SNR = 16dB$ et un nombre d'échantillons $N = 1024$. Une possibilité de voir l'influence du choix de facteur d'oubli λ sur les résultats d'estimation du premier modèle (PM) est de faire varier sa valeur et calculer l'erreur quadratique moyenne (EQM) correspondant pour chaque valeur. La meilleure valeur de λ est celle qui minimise le critère EQM. La figure 2.8 illustre la variation du EQM en fonction de λ . On peut observer que les performances de l'algorithme RLS sont améliorées lorsque λ est compris entre 0.9 et 1, et détériorées lorsque λ dépasse 1. Il apparaît que le choix optimal de λ est près de 1.

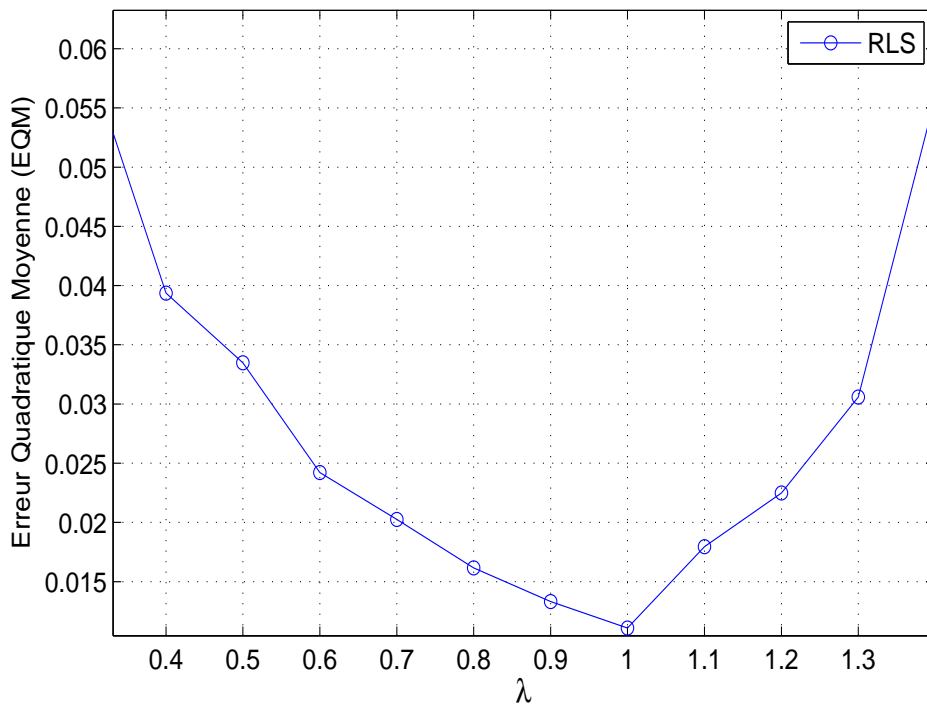


FIGURE 2.8 – Courbe de convergence de l'EQM, pour algorithme RLS avec différent λ , un nombre d'échantillons $N = 1024$ et un $SNR = 16dB$ dans le cas du premier modèle (PM).

Pour différents facteurs d'oubli, à savoir $\lambda = \{0.1; 0.8; 1; 1.2\}$. La figure 2.9 illustre une comparaison entre l'amplitude et la phase estimée et celles des données mesurées du premier modèle (PM), en utilisant l'algorithme (RLS), pour un nombre d'échantillons $N = 1024$ et pour un $SNR = 16dB$. À partir de la figure (2.9), on remarque que la réponse en amplitude et en phase du premier modèle sont estimées avec une bonne précision dans le cas où $\lambda = 1$ mais représentent quelques fluctuations dans les autres cas.

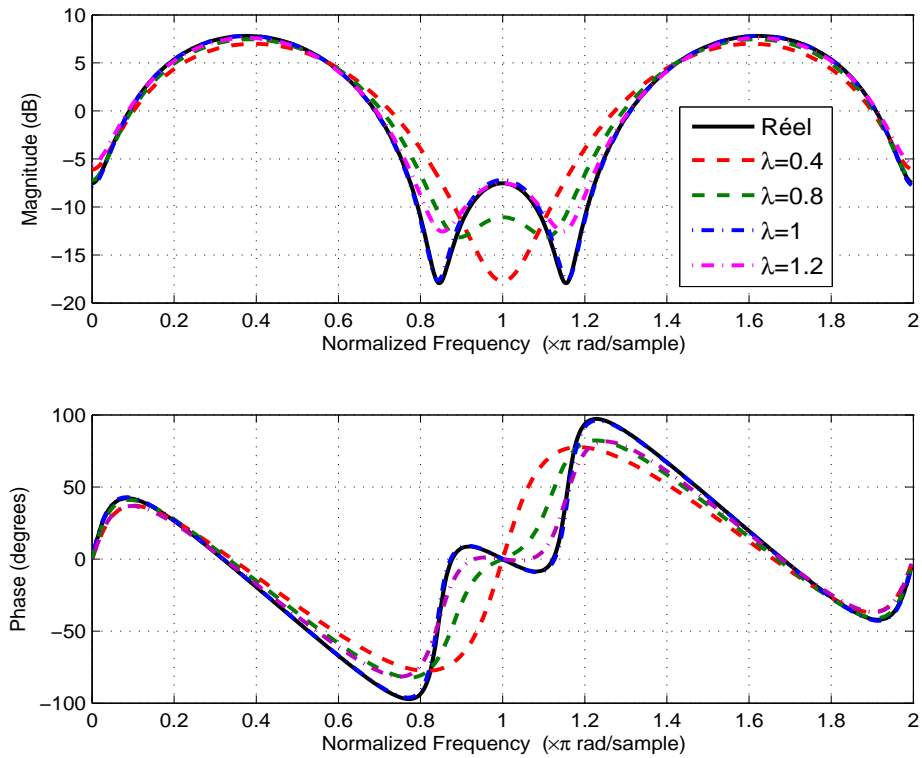


FIGURE 2.9 – Estimation de l'amplitude et de la phase du premier modèle (PM), pour différentes λ , $SNR = 16dB$ et un nombre d'échantillons $N = 1024$.

2.4.2 Deuxième modèle : modèle à phase non-minimale (PNM)

Ce deuxième modèle est connu sous le nom du canal de Macchi, il est exprimé par l'équation suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} d(n) = 0.8264x(n) - 0.1653x(n-1) + 0.8512x(n-2) + 0.1636x(n-3) + \\ \quad 0.81x(n-4), \\ \text{Zeros : } z_1 = 0.5500 + 0.9526i, z_2 = 0.5500 - 0.9526i, z_3 = -0.4500 + 0.7794i, \\ \quad z_4 = -0.4500 - 0.7794i \end{array} \right.$$

Les caractéristiques de ce canal sont illustrées dans la figure 2.10. Il possède quatre zéros dont deux sont à l'intérieur du cercle unité et deux sont à l'extérieur, ce qui implique que le canal est à phase non minimale (PNM). La réponse en amplitude de ce canal présente des évanouissements assez profonds et sa réponse en phase est loin d'être linéaire.

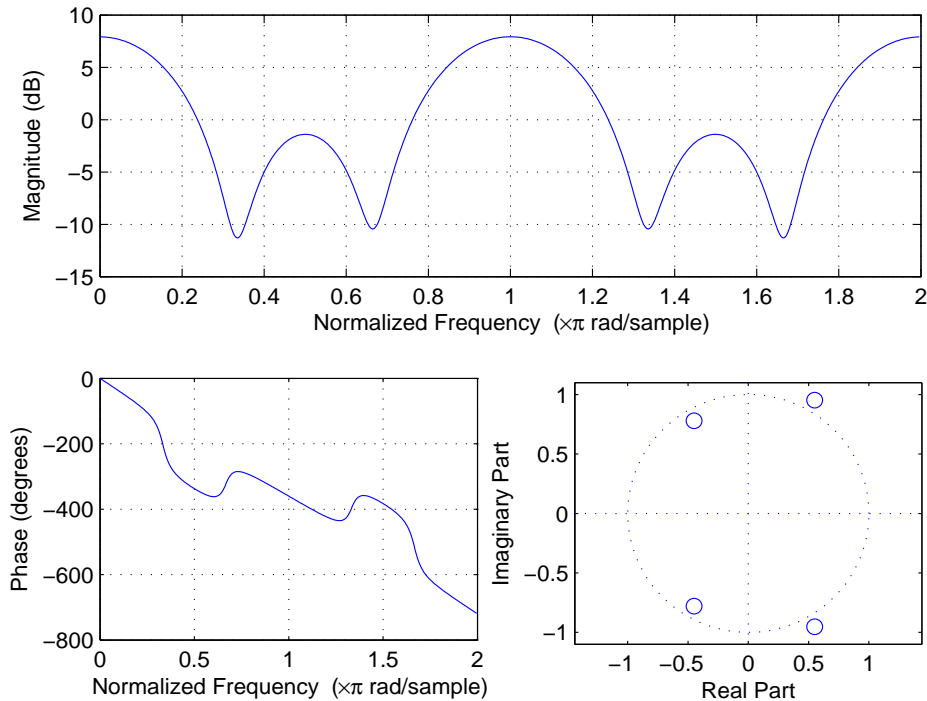


FIGURE 2.10 – Caractéristiques du canal de Macchi.

Estimation de l'amplitude et de la phase du canal de Macchi

La figure 2.11 illustre l'estimation de l'amplitude et la phase du canal de Macchi pour un nombre d'échantillons $N = 1024$ et un $SNR = 16dB$. Il convient de remarquer, qu'avec l'algorithme (RLS), l'amplitude et la phase estimées suivent le vrai modèle en parfait accord avec les données mesurées, comparativement aux algorithmes LMS et NLMS, nous remarquons que l'estimation de l'amplitude suit les variations des paramètres réels avec quelques fluctuations. Les performances de l'algorithme LMS se dégradent lors de l'estimation de la phase et nous avons une trop grande différence entre l'allure de la phase estimée et celle mesurée.

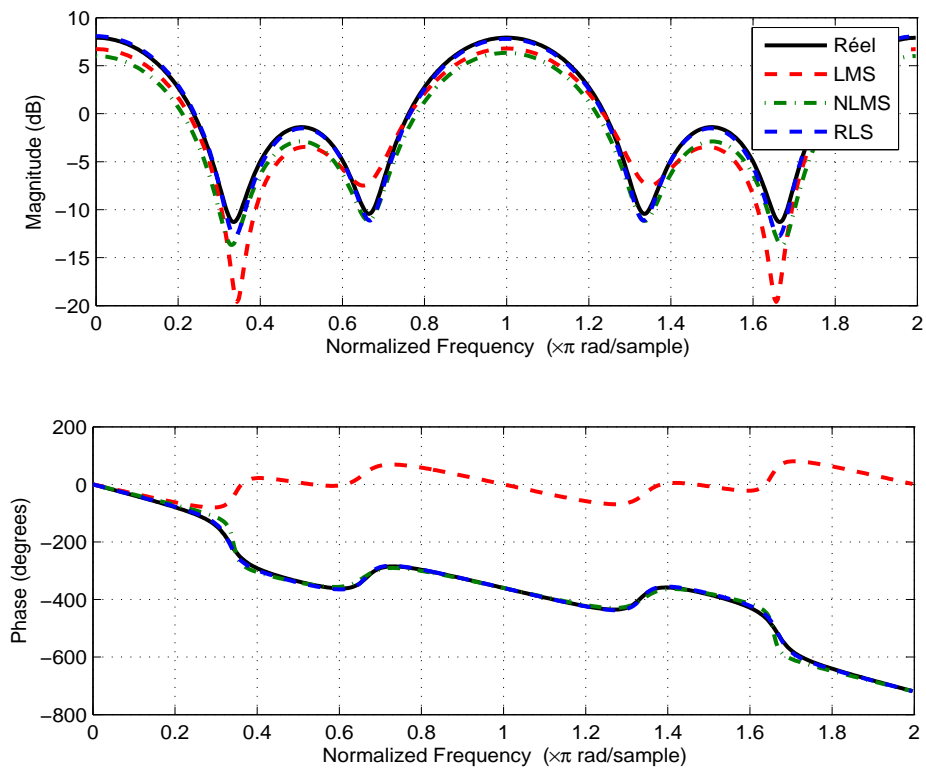


FIGURE 2.11 – Estimation de l'amplitude et de la phase du canal de Macchi, pour un nombre d'échantillons $N = 1024$ et un $SNR = 16dB$.

Analyse de performance en fonction du nombre d'échantillons

Dans ce paragraphe, nous nous concentrons sur l'influence du nombre de données disponibles N sur les performances des algorithmes adaptatifs (LMS, NLMS et RLS). Notez que N est une longueur de données qui a un impact sur les paramètres de canal estimés et le niveau de l'erreur quadratique moyenne évaluée. Afin d'évaluer l'influence du nombre de données sur les résultats d'estimations, une simulation Monte-Carlo avec 100 itérations pour un $SNR = 16dB$ a été réalisée. Les trois algorithmes ont été appliqués pour différentes valeurs de N (N varie de 100 jusqu'à 10000).

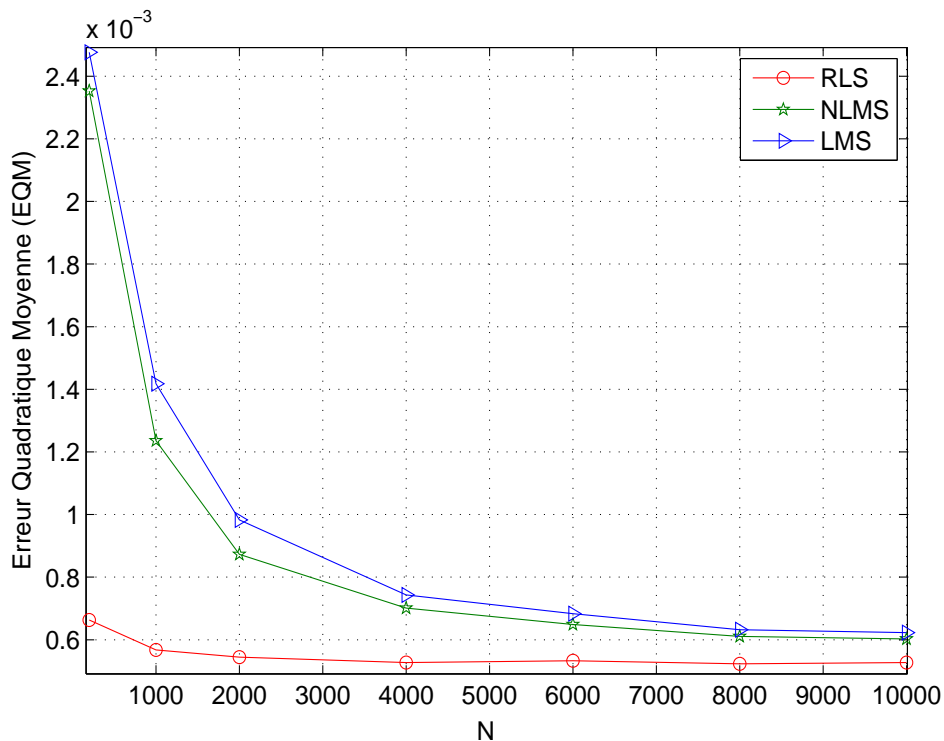


FIGURE 2.12 – Courbe de convergence de l'EQM, pour les trois algorithmes avec différente N et $SNR = 16dB$ dans le cas du canal de Macchi.

Les variations de l'erreur quadratique moyenne (EQM) en fonction de différentes valeurs de N sont illustrés sur la figure 2.12. Comme on pouvait s'y attendre, les performances s'améliorent avec l'augmentation du nombre de données N . À partir de ces résultats, nous pouvons observer que l'impact de N est évident, ce qui est lié à la régularité de l'erreur quadratique moyenne évaluée. On observe clairement que l'algorithme RLS atteint les meilleures performances et il est également statistiquement important. Par exemple, à partir de la figure 2.12, si $N = 1000$, nous avons un EQM inférieur à 0.6 dans le cas de l'algorithme RLS, cependant, nous obtenons un EQM proche de 1.2 et égale à 1.4 respectivement lorsque nous utilisons les algorithmes NLMS et LMS.

Analyse de performance en fonction du μ

Dans ce paragraphe, nous discutons du choix de la valeur du pas de convergence (μ). Cette constante a une influence significative sur la vitesse et la stabilité de convergence de l'algorithme adaptatif. La substitution de la valeur correcte (typiquement une petite constante positive) pour μ est nécessaire pour le bon fonctionnement des algorithmes LMS et NLMS :

- Si la valeur de μ choisie est trop petite, le temps nécessaire pour trouver la solution optimale par un filtre adaptatif est trop long.
- Si la valeur choisie de μ est trop élevée, le filtre adaptatif devient instable et la sortie apporte des déviations.

Nous allons maintenant essayer d'évaluer l'influence du pas de convergence sur le comportement des algorithmes LMS et NLMS. Pour ceci, nous réalisons une simulation Monte-Carlo avec 50 itérations de données (sur des séquences de longueur $N = 1024$) à l'aide des deux algorithmes. La variation du EQM en fonction du μ est représentée sur la figure 2.13 pour les différentes valeurs du μ . Les résultats montrent la robustesse de l'algorithme NLMS vis-à-vis du pas de convergence sauf pour les deux premiers points ($\mu = 0.1$ et $\mu = 0.2$). En effet, si μ dépasse 0.5, l'EQM prend approximativement une évolution exponentielle. En conclusion, on peut choisir μ dans l'intervalle $[0.2; 0.5]$ pour avoir une bonne estimation.

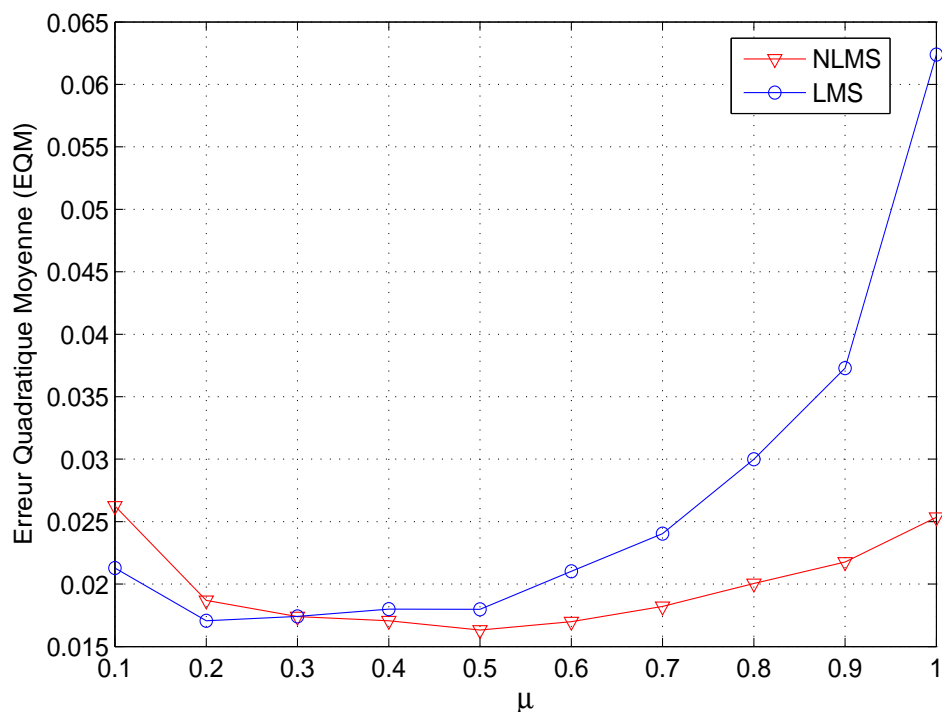


FIGURE 2.13 – Courbe de convergence de l'EQM pour les algorithmes LMS et NLMS avec différente taille μ , un nombre d'échantillons $N = 1024$ et un $SNR = 16dB$ dans le cas du canal de Macchi.

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, une introduction au problème d'identification des systèmes dynamiques linéaires à réponse impulsionnelle finie (RIF) en présence d'un bruit gaussien a été exposée. Nous avons présenté tout d'abord un aperçu général sur la théorie du filtrage adaptatif linéaire. Ensuite, nous avons présenté quelques méthodes classiques d'identification récursive fondées sur la minimisation d'un critère quadratique, à savoir LMS, NLMS et RLS. Ces algorithmes sont utilisés pour estimer les paramètres des canaux à évanouissements très importants, à phase non minimale (Macchi) et à phase minimale. Les résultats de la simulation montrent la précision de l'algorithme RLS, d'une part, pour l'estimation de l'amplitude et de la phase des canaux (Macchi et Premier modèle) dans des environnements bruités, et d'autre part, il donne des résultats satisfaisants avec de faibles valeurs de l'erreur quadratique moyenne (EQM), même si pour des petites tailles d'échantillons, comparativement aux algorithmes LMS et NLMS qui donnent des valeurs assez importantes de l'EQM. Nous avons travaillé jusqu'à maintenant sur l'identification dans le cadre d'un système linéaire, ce qui n'est pas toujours adapté à la réalité de quelques applications en télécommunication. Pour cela, nous allons consacrer le chapitre 3 pour un nouveau concept des méthodes d'identification. Il s'agit des méthodes à noyaux définis positifs, qui ont plus d'avantages au niveau de l'estimation des réponses impulsionnelles du canal et fournissent une possibilité de la prédiction dans les environnements en ligne.

Chapitre 3

Méthodes à noyau reproduisant pour l'identification des canaux de transmission

3.1 Introduction

Le problème d'identification des systèmes dynamiques linéaires s'avère largement connu et un grand nombre de techniques permettent d'estimer les paramètres des modèles linéaires discrets. Cependant, lorsque la modélisation de systèmes linéaires n'apparaît pas adaptée pour décrire les problèmes mathématiques des systèmes dynamiques, il importe de se référer aux modèles non linéaires. En effet, ces derniers se révèlent plus pertinents et conduisent à une identification mathématique plus précise.

La construction d'un modèle non linéaire réside par exemple, dans la transformation des données originales en un espace pertinent sur lequel les méthodes linéaires peuvent s'appliquer. Cette opération met en avant une difficulté liée à la dimension importante du nouvel espace de recherche. Au sein du cadre non linéaire, les méthodes à noyau reproduisant [Aro50] présentées au chapitre 1 donnent lieu à une littérature abondante. Dans ce chapitre, nous proposons une solution basée sur le noyau défini positif qui sert à l'identification des coefficients du canal. Cette approche constitue une extension de l'algorithme présenté dans [PMP⁺16].

Ce chapitre s'articule autour des six sections exposées ci-après. La section 3.2 présente les notions de base du système de communication, tout en insistant sur la notion du canal de transmission. Suite à l'introduction relative à l'identification des systèmes non linéaires dans la section 3.3, nous évoquons les catégories de systèmes non linéaires les plus importants, mobilisés tout au long de notre recherche. Dans la section 3.4, nous envisageons les méthodes à noyau les plus significatives. Ces dernières renvoient aux implémentations directes des techniques de filtrage adaptatif linéaire dans l'espace des fonctionnalités \mathcal{H} . Nous proposons ensuite, un algorithme d'identification récursive de système à RIF dans le cadre de la section 3.5. La section 3.6 s'attache à préciser les modèles de canaux utilisés. Dans le cadre de la section 3.7, nous procédons à des simulations numériques, avant de conclure ce chapitre dans la section 3.8.

3.2 Système de communication

Un processus de transmission consiste à échanger des informations depuis une source vers le destinataire en utilisant un support physique tel que le câble, la fibre optique ou encore, la propagation sur un canal radioélectrique. Cette transmission doit s'opérer en minimisant les risques de déformation du signal reçu, de façon à assurer une habilité maximale du transfert de l'information [Bou07]. Ainsi, tout système de communication numérique qui comporte un transfert de voix, d'image ou de données sous forme de bits peut se trouver représenté comme dans la figure 3.1. Ce schéma expose les principaux éléments constituant la chaîne de transmission numérique.

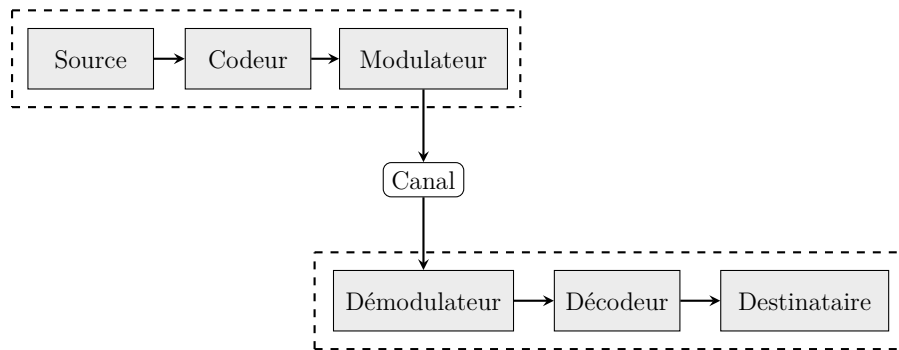


FIGURE 3.1 – Structure d'une chaîne de transmission numérique.

Il convient de s'intéresser en premier lieu, au canal de transmission.

3.2.1 Canal de transmission

Le canal de transmission constitue un élément majeur dans le système de télécommunication. Le canal de transmission constitue l'élément responsable du transport du signal de l'émetteur vers le récepteur. Il peut se trouver associé à toutes sources de perturbations grevant le signal émis, à savoir, la ligne utilisée pour l'envoi ainsi que les équipements d'émission et réception.

Le transport de l'information s'effectue par la voie d'une onde électromagnétique se propageant à travers un canal radio mobile. Cette propagation des ondes radios à travers les canaux renvoie à un phénomène compliqué caractérisé par de multiples effets entraînant des variations temporelles comme l'étalement temporel, l'interférence avec d'autres signaux, l'atténuation et l'effet Doppler (consistant en des changements de fréquence).

Selon les conditions de propagation des ondes, l'évanouissement s'analyse en une diminution momentanée de la puissance d'un signal radioélectrique à l'entrée d'un récepteur.

Au moment de la transmission, le signal, porteur de l'information, se propage sur des chemins différents en raison de son interaction avec les obstacles (bâtiment, forêt...) qu'il rencontre (voir la figure 3.2). Les phénomènes qui interviennent sont les suivants :

- **la réflexion** : Il s'agit d'un phénomène qui se produit lorsque les obstacles rencontrés par l'onde sont de grandes dimensions par rapport à la longueur d'onde et de surface lisse.
- **la réfraction** : Elle intervient lorsque l'onde traverse un milieu translucide.
- **la diffraction** : Elle a lieu sur les arêtes d'obstacles de grandes dimensions par rapport à la longueur d'onde.
- **la diffusion** : Cela se traduit par la déviation de l'onde dans diverses directions suite à l'interaction avec d'autres objets.

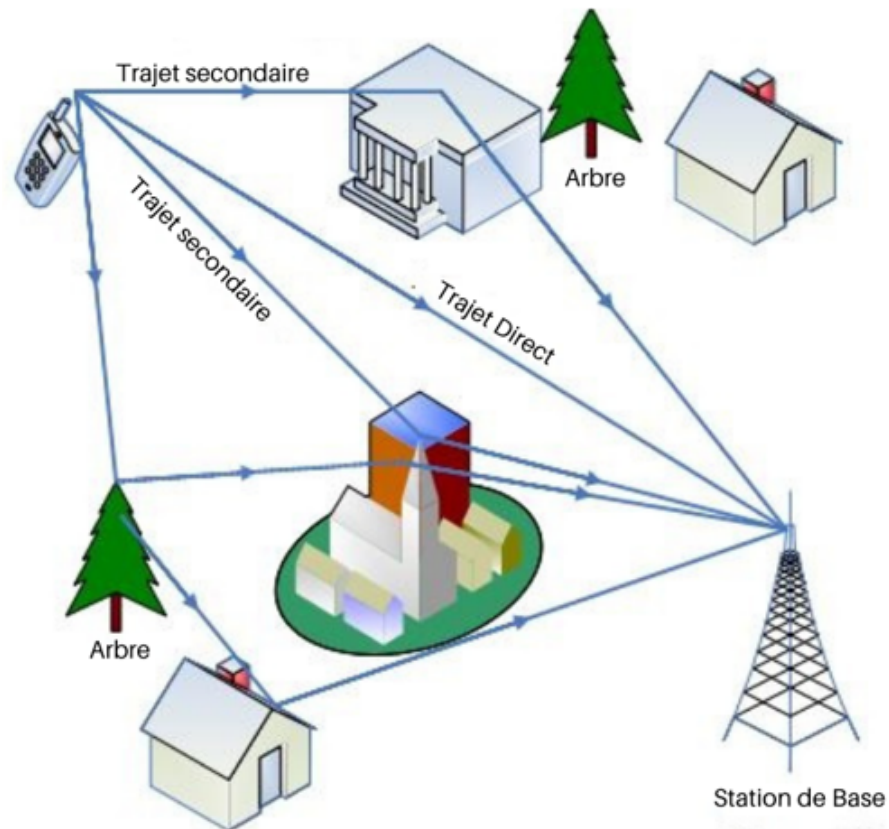


FIGURE 3.2 – Un milieu à trajets multiple [Yam11].

3.2.2 Modélisation statistique du canal de propagation

Suite à l'identification des principaux paramètres du canal radio mobile intervenant dans le déroulement de la propagation des ondes, il convient de modéliser le canal de propagation. Il s'agit de fournir une description mathématique qui rende possible le test de stabilité du système de communication.

Dans le domaine du retard τ , lorsque le canal de propagation, la radio mobile, se révèle invariant dans le temps, nous pouvons l'exprimer par sa réponse impulsionnelle en bande de base $h(\tau)$ par [FSTM10] :

$$h(\tau) = \sum_{l=0}^{L-1} \beta_l e^{j\theta_l} \delta(\tau - \tau_l) \quad (3.1)$$

Dans la formule 3.1, L correspond au nombre de trajets reconnaissables par le récepteur. Les contributions de chaque trajet identifiable sont modélisées par une amplitude β_l et un déphasage θ_l , associés au retard τ . Cette description de la réponse impulsionnelle du canal de propagation a pour but de combiner les signaux reçus

$s(t)$ et les signaux émis $x(t)$, comme indiqués dans la relation suivante [Nob03] :

$$\begin{aligned} s(t) &= h(t) * x(t) + b(t) \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{l=0}^{L-1} \beta_l e^{j\theta_l} \delta(\tau - \tau_l) x(t - \tau) d\tau + b(t) \\ &= \sum_{l=0}^{L-1} \beta_l e^{j\theta_l} x(t - \tau_l) + b(t), \end{aligned} \quad (3.2)$$

où $*$ est le produit de convolutions et $b(t)$ correspond au terme de bruit blanc additif gaussien.

Tout canal de propagation invariant dans le temps se caractérise également caractérisé dans le domaine fréquentiel par sa réponse fréquentielle à la fréquence f et à l'instant t qui s'exprime par :

$$H(f) = TF[h(\tau)] = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau. \quad (3.3)$$

La transformée de Fourier du signal reçu $s(t)$ est alors donnée par la relation suivante :

$$R(f) = H(f)X(f) + TF[b(t)], \quad (3.4)$$

où $X(f)$ représente la transformée de Fourier du signal émis $x(t)$.

3.3 Théorie des systèmes non linéaires

L'identification des systèmes non linéaires constitue un domaine de recherche très important [GS01], qui implique plusieurs disciplines différentes : modélisation physique [Boh06], statistiques mathématiques [HTF08], techniques de réseaux de neurones [Bar89], théorie de l'apprentissage et SVM [Vap95], contrôle automatique et identification du système [Lju06], etc.

En présence d'une grande variété des modes de fonctionnement, le modèle linéaire peut ne pas être valide et une structure de modèle non linéaire devient dès lors, nécessaire pour capturer le comportement (non linéaire) du système.

Dans des situations relativement simples, l'obtention des structures de modèles non linéaires appropriées s'effectue en mobilisant l'approche de modélisation mathématique. Cette modélisation vise à décrire les phénomènes du système à l'aide des lois fondamentales de la physique. Les méthodes d'identification de système permettent ensuite d'attribuer des valeurs numériques appropriées aux paramètres (inconnus) du modèle.

Lorsque l'approche de modélisation mathématique se révèle insuffisante, l'identification du système doit s'appuyer sur des structures de modèles non linéaires "universels". Parmi ces modèles, se trouvent les modèles NARMAX [Bil13] et les séries de Volterra [BHR19], etc.

Dans le cadre de la présente recherche, nous nous concentrons sur les modèles non linéaires orientés bloc qui consistent en une combinaison de sous-systèmes dynamiques linéaires invariant dans le temps (LTI) et d'éléments non linéaires statiques. Le premier, connu sous le nom du système de Wiener¹ [BF77], consiste en un filtre linéaire suivi d'une non-linéarité statique sans mémoire, comme illustré à la figure 3.3. Ce modèle de Wiener correspond à une version simplifiée de la description originale du système non linéaire de Wiener [Wie58]. Bien que d'apparence simple, il permet de décrire avec succès un certain nombre de systèmes non linéaires qui apparaissent sur le terrain. Au nombre des applications communes, figurent les systèmes de contrôle [Gre04] et les communications numériques par satellite [Feh83].

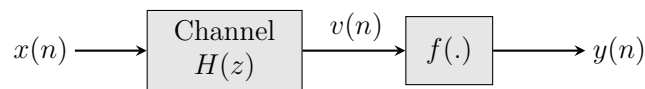


FIGURE 3.3 – Modèle de Wiener [Cas17].

La configuration inverse, qui consiste à connecter en série une non-linéarité statique sans mémoire et un filtre linéaire, dénomme système de Hammerstein [BF79] (confère figure 3.4). Les systèmes Hammerstein se retrouvent dans les entraînements électriques [BLOS01], l'annulation de l'écho acoustique [NS98], et la modélisation biomédicale [WK00].

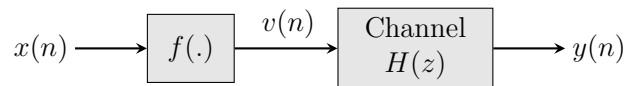


FIGURE 3.4 – Modèle de Hammerstein [Cas17].

3.3.1 Formulation du problème d'identification

À ce jour, les systèmes d'observation à valeurs binaires suscitent un réel intérêt [Son18] eu égard aux nombreuses applications des capteurs à valeurs binaires, notamment dans le mode de transfert asynchrone (ATM). L'entrée (ou la sortie) observée dans ces systèmes ne peut se mesurer directement. Il importe donc d'évaluer si l'information à l'entrée (ou à la sortie) du système se révèle supérieure ou inférieure à une valeur numérique spécifique, appelée le seuil (un facteur clé pour les systèmes à valeurs binaires), afin de mettre en place un système de contrôle.

1. Notons que ce modèle suppose que la non-linéarité $f(\cdot)$ est inversible.

Nous reformulons dans la présente section, le problème d'identification de système non-linéaire à sortie binaire décrits par un filtre à RIF en présence d'un bruit additif. Le système de Wiener considéré dans la figure 5.1 est modélisé par :

$$\begin{cases} u(n) = \sum_{i=1}^L h(i)x(n-i) \\ d(k) = f(u(n)) + b(n) \end{cases} \quad (3.5)$$

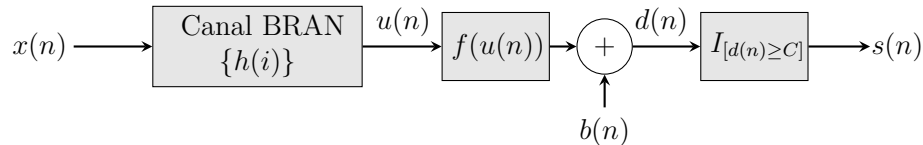


FIGURE 3.5 – Schéma fonctionnel d'un système Wiener à sortie binaire en présence d'un bruit.

où $x(n)$ correspond au signal d'entrée, $\{h(i)\}_{i=1}^L$ représente la réponse impulsionnelle du canal radio mobile BRAN-SISO, L renvoie à l'ordre du système FIR, $f(\cdot)$ a trait à la non-linéarité et $b(n)$ représente le bruit de mesure. La mesure de la sortie du système $d(n)$ s'effectue par le biais d'un capteur à valeurs binaires $\mathcal{B}(\cdot)$, avec un seuil fini $C \in \mathbb{R}$, tel que :

$$s(n) = \mathcal{B}(d(n)) = I_{[d(n) \geq C]} = \begin{cases} 1 & \text{si } d(n) \geq C, \\ -1 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.6)$$

Cette modélisation nous conduit à définir le problème d'identification du système de Wiener couplé à un capteur binaire et en présence d'un bruit de la manière suivante :

Problème d'identification 3.3.1 *Considérant un ensemble de N échantillons d'observations $\{x(n), s(n)\}_{n=1}^N$ et l'ordre L du système, proposer un algorithme d'identification permettant d'estimer les paramètres de la réponse impulsionnelle $\{h(i)\}_{i=1}^L$ du canal radio de BRAN qui représente le fonctionnement du système non-linéaire à sortie binaire.*

Ce problème d'identification est correctement formulé si les hypothèses énoncées ci-dessous sont respectées :

- **Hypothèse 1.** La séquence d'entrée $x(n)$ est indépendante et identiquement distribuée (i.i.d) avec une moyenne nulle.
- **Hypothèse 2.** La séquence du bruit additif $b(n)$ est gaussienne et indépendante de l'entrée $x(n)$ et de la sortie $d(n)$.
- **Hypothèse 3.** La non-linéarité $f(\cdot)$ est continue et inversible pour tout x fini.
- **Hypothèse 4.** Il n'y a pas de retard dans le système, c'est-à-dire, $h(0) \neq 0$.
- **Hypothèse 5.** Le seuil C est connu.

3.4 Filtrage adaptatif dans RKHS

Ces dernières années, la littérature réalise des efforts pour “kerneliser” les filtres adaptatifs. Les algorithmes résultants combinent les caractéristiques des filtres adaptatifs linéaires traditionnels avec les fonctionnalités des méthodes à noyau pour résoudre les problèmes non linéaires au sein d’un processus d’apprentissage convexe.

Les filtres adaptatifs à noyau (KAF) sont dérivés dans des espaces de Hilbert à noyau reproduisant (RKHS) [Aro50, CLLP14, LPH11], en utilisant la structure linéaire et le produit scalaire de cet espace pour implémenter les algorithmes de filtrage adaptatif linéaire bien établis. Ces derniers correspondent à des filtres non linéaires dans l’espace d’entrée original.

Si plusieurs méthodes “adaptatives” utilisent toutes les données d’apprentissage à l’instar de la méthode du gradient déterministe du noyau ADALINE [FH99], nous nous intéressons plus particulièrement aux algorithmes capables de fonctionner en ligne, tels que l’algorithme de moindres carrés à noyau (KLMS) [LPP08], l’algorithme de moindres carrés normalisé à noyau (KNLMS) [LPH11] et l’algorithme de moindres carrés récursif à noyau (KRLS) [EMM04].

3.4.1 Algorithme des moindres carrés à noyau (KLMS)

Liu et al., 2008 montrent que l’algorithme LMS peut être bien représenté dans le RKHS sans recourir à un terme de régularisation supplémentaire pour les données d’entraînement finies, puisque la solution se trouve toujours dans le sous-espace couvert par les données d’entrée.

Le KLMS correspond à la combinaison de la méthode du noyau et de l’algorithme traditionnel des moindres carrés moyens [LPP08]. La méthode du noyau permet d’assurer l’existence d’une représentation $\Phi : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{H}$ qui mappe les éléments de l’espace \mathcal{X} aux éléments de l’espace fonctionnel \mathcal{H} . Ensuite, l’algorithme des moindres carrés moyens effectue un filtrage linéaire des données transformées $\Phi(x)$, $x \in \mathcal{X}$. Supposons que le vecteur de pondération à l’itération n de l’algorithme KLMS s’écrit $\theta(n)$. De manière similaire à (2.9), la mise à jour du vecteur de poids du KLMS s’exprime alors comme suit :

$$\begin{aligned}\theta(0) &= 0 \\ e(n) &= d(n) - \theta(n-1)^\top \Phi(x(n)) \\ \theta(n) &= \theta(n-1) + \mu e(n) \Phi(x(n))\end{aligned}\tag{3.7}$$

où $e(n)$ correspond à l’erreur de prédiction, μ est la taille du pas, et $\Phi(x(n))$ représente la transformation du vecteur échantillons $x(n)$ dans l’espace fonctionnel \mathcal{H} . Cependant, la dimensionnalité de $\Phi(\cdot)$ s’avère élevée (infinie dans le cas du noyau gaussien (cf. paragraphe 1.3.3 du chapitre 1) et $\Phi(\cdot)$ n’est connu qu’implicitement, il convient donc de recourir à un autre mode de calcul. L’application répétée de l’équation de mise à jour des poids (3.7) par itérations donne :

$$\begin{aligned}
 \theta(n) &= \theta(n-1) + \mu e(n) \Phi(x(n)) \\
 &= [\theta(n-2) + \mu e(n-1) \Phi(x(n-1))] + \mu e(n) \Phi(x(n)) \\
 &= \theta(n-2) + \mu [e(n-1) \Phi(x(n-1)) + e(n) \Phi(x(n))] \\
 &\quad \dots \\
 &= \theta(0) + \mu \sum_{j=1}^n e(j) \Phi(x(j)) \\
 &= \mu \sum_{j=1}^n e(j) \Phi(x(j)) \quad (\text{Supposons que } \theta(0) = 0)
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

Ensuite, la sortie estimée actuelle peut être dérivée sous la forme du produit interne suivant :

$$y(n) = \theta(n-1)^\top \Phi(x(n)) = \mu \sum_{j=1}^n e(j) \Phi(x(j)) \Phi(x(j)). \tag{3.9}$$

Le produit interne dans le RKHS peut se calculer aisément par l'astuce du noyau [LPP08], i.e.,

$$\Phi(x(n_1))^\top \Phi(x(n_2)) = \kappa(x(n_1), x(n_2)), \tag{3.10}$$

où $\kappa(\cdot)$ renvoie à la fonction noyau. Par conséquent, (3.9) peut être réécrit en utilisant l'astuce du noyau sous la forme suivante :

$$y(n) = \mu \sum_{j=1}^n e(j) \kappa(x(j), x(n)). \tag{3.11}$$

Nous constatons à partir de (3.11) que le KLMS produit un modèle de fonction à base radiale en croissance [LPH11] en ajoutant chaque nouvelle entrée comme un centre à chaque itération. Par conséquent, la croissance linéaire du modèle augmente la charge de calcul du KLMS et limite donc ses applications en ligne.

3.4.2 Algorithme LMS normalisé à noyau (KNLMS)

Comme indiqué auparavant dans le paragraphe 2.3.3 du chapitre 2, le NLMS corrige le paramètre de la taille de pas à l'aide du (2.12).

En référence aux sujets précédents, il convient de présenter la version normalisée de KLMS. Dans cette méthode, nous utilisons une taille de pas variable $\mu(n)$ au lieu d'une taille constante. $\mu(n)$ est mis à jour en fonction des données d'entrée dans l'espace à haute dimension, $\Phi(x(j))$. Lorsque $\Phi(x(j))$ s'avère élevé, l'algorithme diminue la taille du pas et vice-et-versa. L'algorithme des moindres carrés normalisés à noyau (KNLMS) se révèle généralement plus performant que l'algorithme KLMS. La règle de mise à jour de KNLMS s'écrit comme suit [LPH11, FD21] :

$$\theta(n) = \theta(n-1) + \frac{\mu}{\varepsilon + \|\Phi(x(n))\|^2} e(n) \Phi(x(n)) \tag{3.12}$$

où μ correspond au pas à choisir pour satisfaire les contraintes et ε renvoie à une petite constante mobilisée pour éviter les problèmes numériques. Grâce à la définition de la norme dans l'espace des caractéristiques, nous obtenons :

$$\|\Phi(x(n))\|^2 = \langle \Phi(x(n)), \Phi(x(n)) \rangle = \kappa(x(n), x(n)) \quad (3.13)$$

3.4.3 Algorithme des moindres carrés récursif à noyau (KRLS)

Le présent paragraphe vise à détailler l'algorithme des moindres carrés récursifs à noyau (KRLS) [EMM04].

Tout d'abord, nous mappons la récursion RLS dans l'espace des fonctionnalités en utilisant le mappage de noyaux.

Ensuite, en exploitant une relation de l'algèbre matricielle connue sous le nom de lemme d'inversion de matrice, nous présentons l'algorithme KRLS. Une caractéristique importante de cet algorithme est que son taux de convergence est généralement plus rapide que celui de l'algorithme des moindres carrés moyens à noyau (KLMS).

Pour dériver le RLS dans les espaces d'Hilbert à noyau reproducteur (RKHS), nous utilisons le théorème de Mercer pour transformer les données $x(i)$ dans l'espace fonctionnel \mathcal{H} sous la forme de $\Phi(x(i))$. Nous formulons l'algorithme récursif des moindres carrés sur la séquence d'exemples suivante :

$$\{(\Phi(x(1)), s(1)), (\Phi(x(2)), s(2)), \dots, (\Phi(x(n)), s(n)), \dots\} \quad (3.14)$$

À chaque itération, le vecteur de poids $\theta(i)$ est la solution d'optimisation de :

$$\min_{\Phi \in \mathcal{H}} \sum_{k=0}^{n-1} \lambda^{n-k} |s(k) - \Phi(x(k))|^2 + \lambda^k \|\Phi\|_{\mathcal{H}}^2 \quad (3.15)$$

où λ renvoie à un paramètre de régularisation positif, $s(k)$ représente la réponse souhaitée du système et $\Phi(x(k))$ désigne la sortie correspondante du système pour $x(k)$. Selon le Théorème 1.3.1, la solution du problème d'optimisation (3.15) s'écrit de la façon suivante :

$$\Phi(\cdot)_n = \sum_{i=1}^L \theta_n(i) \kappa(\cdot, x(i)) \quad (3.16)$$

où $\theta(n) = (\theta_n(1), \theta_n(2), \dots, \theta_n(L))^{\top}$ correspond au vecteur des coefficients du modèle. En introduisant l'équation (3.16) dans l'équation (3.15), nous obtenons le vecteur $\theta(n)$ en résolvant le problème d'optimisation ci-dessous :

$$\theta(n) = \arg \min_{\theta} (\mathbf{s}(n) - \mathbf{H}_n \theta)^{\top} \mathbf{\Lambda}_n (\mathbf{s}(n) - \mathbf{H}_n \theta) + \lambda^n \theta^{\top} \mathbf{K}_n \theta \quad (3.17)$$

où \mathbf{H}_n représente la matrice de taille $(n \times L)$ dont le $(k, i)^{\text{ème}}$ élément est $\kappa(x(k), x(i))$, $\mathbf{\Lambda}_n$ correspond à une matrice diagonale de taille (n, n) dont le $(k, k)^{\text{ème}}$ élément est λ^{n-k} , $\mathbf{K}_n = (\kappa(x(1), x(L)), \kappa(x(2), x(L)), \dots, \kappa(x(L), x(L)))^{\top}$ représente la matrice

de Gram, et \mathbf{s}_n désigne un vecteur de taille $(n \times 1)$ qui représente les réponses souhaitées au moment n , $\mathbf{s}_n = (s(1), s(2), \dots, s(n))^\top$.

La solution de (3.17) dans $\theta(n)$ conduit à :

$$\mathbf{H}_n^\top \mathbf{\Lambda}_n (\mathbf{s}(n) - \mathbf{H}_n \theta(n)) = \lambda^n \mathbf{K}_k \theta(n) \quad (3.18)$$

Par conséquent

$$(\mathbf{H}_n^\top \mathbf{\Lambda}_n \mathbf{H}_n + \lambda^n \mathbf{K}_k) \theta(n) = \mathbf{H}_n^\top \mathbf{\Lambda}_n \mathbf{s}(n) \quad (3.19)$$

En fixant $\mathbf{P}_n = (\mathbf{H}_n^\top \mathbf{\Lambda}_n \mathbf{H}_n + \lambda^n \mathbf{K}_k)^{-1}$, et supposant que \mathbf{P}_n existe, la solution du problème devient :

$$\theta(n) = \mathbf{P}_n \mathbf{H}_n^\top \mathbf{\Lambda}_n \mathbf{s}(n) \quad (3.20)$$

L'algorithme KRLS se révèle récursif, il s'agit donc de déduire la solution du problème d'optimisation au temps $n+1$ à partir de la solution trouvée au temps n . Au moment $n+1$, et pour une nouvelle observation $x(n+1)$ à l'entrée du modèle, nous devons ajouter un élément au vecteur $\mathbf{s}(n+1)$ et une ligne à la matrice \mathbf{H}_k de la manière suivante :

$$\mathbf{H}_{n+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_n \\ \mathbf{h}_{n+1}^\top \end{bmatrix} \quad \mathbf{s}(n+1) = \begin{bmatrix} \mathbf{s}(n) \\ s(n+1) \end{bmatrix}$$

avec $\mathbf{h}_{n+1} = (\kappa(x(n+1), x(1)), \kappa(x(n+1), x(2)), \dots, \kappa(x(n+1), x(L)))^\top$, et la matrice $\mathbf{\Lambda}_n$ qui a augmenté de taille pour devenir $\mathbf{\Lambda}_{n+1}$ de taille $(n+1) \times (n+1)$ avec le (k, k) ^{ème} élément est λ^{n-k+1} . Dans ce cas, la solution du problème au temps $(n+1)$ s'effectue par analogie à (5.16) :

$$\theta(n+1) = \mathbf{P}_{n+1} \mathbf{H}_{n+1}^\top \mathbf{\Lambda}_{n+1} \mathbf{s}(n+1) \quad (3.21)$$

En supposant que \mathbf{P}_{n+1} n'est pas singulière :

$$\mathbf{P}_{n+1} = (\mathbf{H}_{n+1}^\top \mathbf{\Lambda}_{n+1} \mathbf{H}_{n+1} + \lambda^{n+1} \mathbf{K}_{n+1})^{-1} \quad (3.22)$$

$$= (\lambda \mathbf{P}_n + \mathbf{h}_{n+1} \mathbf{h}_{n+1}^\top)^{-1} \quad (3.23)$$

En appliquant le lemme d'inversion de matrice (2.19) à (3.23), nous obtenons :

$$\mathbf{P}_{n+1} = \lambda^{-1} \mathbf{P}_n - \lambda^{-2} \mathbf{P}_n ((\mathbf{h}_{n+1} \mathbf{h}_{n+1}^\top)^{-1} + \lambda^{-1} \mathbf{P}_n)^{-1} \mathbf{P}_n \quad (3.24)$$

$$= \lambda^{-1} \left[\mathbf{P}_n - \frac{\lambda^{-1} \mathbf{P}_n \mathbf{h}_{n+1} \mathbf{h}_{n+1}^\top \mathbf{P}_n}{1 + \lambda^{-1} \mathbf{h}_{n+1} \mathbf{P}_n \mathbf{h}_{n+1}^\top} \right] \quad (3.25)$$

$$= \frac{\lambda^{-1} \mathbf{P}_n}{1 + \lambda^{-1} \mathbf{h}_{n+1} \mathbf{P}_n \mathbf{h}_{n+1}^\top} \quad (3.26)$$

Notons que :

$$\mathbf{H}_{n+1}^\top \mathbf{\Lambda}_{n+1} \mathbf{s}(n+1) = \lambda \mathbf{H}_n^\top \mathbf{\Lambda}_n \mathbf{s}(n) + \mathbf{h}_{n+1} s(n+1) \quad (3.27)$$

Les expressions (3.27) et (3.21) donnent :

$$\theta(n+1) = \mathbf{P}_{n+1} (\lambda \mathbf{H}_n^\top \mathbf{\Lambda}_n \mathbf{s}(n) + \mathbf{h}_{n+1} s(n+1)) \quad (3.28)$$

$$= \left[\mathbf{P}_n - \frac{\lambda^{-1} \mathbf{P}_n \mathbf{h}_{n+1} \mathbf{P}_n \mathbf{h}_{n+1}^\top}{1 + \lambda^{-1} \mathbf{h}_{n+1} \mathbf{P}_n \mathbf{h}_{n+1}^\top} \right] \mathbf{H}_n^\top \mathbf{\Lambda}_n \mathbf{s}(n) + \mathbf{P}_{n+1} \mathbf{h}_{n+1} s(n+1) \quad (3.29)$$

En se référant à (3.17) et (3.29), l'expression précédente devient :

$$\theta(n+1) = \theta(n) + \mathbf{P}_{n+1} \mathbf{h}_{n+1} (s(n+1) - \mathbf{h}_{n+1}^\top \theta(n)) \quad (3.30)$$

où le terme $s(n+1) - \mathbf{h}_{n+1}^\top \theta(n)$ représente l'estimation de l'erreur.

3.5 Algorithme d'identification proposé

Dans ce paragraphe, nous présentons deux algorithmes. Le premier algorithme correspond à celui proposé dans [PMP⁺16] dénommé Algo-PG. Le second renvoie à l'algorithme Algo-FS proposé dans ce chapitre. Il s'agit d'une extension de l'algorithme Algo-PG.

3.5.1 Algorithme de Pouliquen et al. - 2016 : Algo-PG

Dans cette partie, nous procédons à un rappel sur l'algorithme Algo-PG. En 2016, un algorithme est introduit dans [PMP⁺16] pour dépasser les limitations sur les conditions, sur l'entrée et sur les connaissances a priori sur le bruit. Les hypothèses de cet algorithme se définissent ainsi :

- $C = 0$.
- θ^* vérifie $\|\theta^*\| = 1$.
- $x(n)$ est une séquence satisfaisant la condition d'excitation persistante.
- La séquence de bruit $\{b(n)\}$ renvoie à des variables aléatoires i.i.d. de moyenne nulle, de variance finie et non-corrélée avec la séquence d'entrée.

Cet algorithme se fonde sur la formulation du problème d'identification initiale en un problème d'identification ensembliste. Il consiste, dans un premier temps, à estimer un vecteur paramètre $\hat{v}(n)$ tel que $x^T(n)\hat{v}(n)$ a le même signe que $s(n)$, et dans un second temps dans sa normalisation selon $\|\hat{\theta}^*\| = 1$.

L'estimation $\hat{\theta}(n)$ se calcule comme suit :

$$\hat{\theta}(n) = \frac{1}{w(n)} \hat{v}(n) \quad (3.31)$$

avec

- La valeur initiale de $\hat{\theta}(0)$ est tel que $\|\hat{\theta}(0)\| > 0$.
- $\hat{v}(n) = \hat{v}(n-1) + \frac{P_{n-1}x(n)\sigma(n)}{\lambda + x^T(n)P_{n-1}x(n)\sigma(n)} (s(n) - x^T(n)\hat{v}(n-1))$
- $w(n) = \|\hat{v}(n)\|$ correspond à un facteur de normalisation de sorte que $\|\hat{\theta}(n)\| = 1$.
- $P_n = \frac{1}{\lambda} \left(I_{n+1} - \frac{P_{n-1}x(n)\sigma(n)}{\lambda + x^T(n)P_{n-1}x(n)\sigma(n)} x^T(n) \right) P_{n-1}$.
- $0 < \lambda < 1$ est le facteur d'oubli [Lju99].
- $\sigma(n)$ est défini par

$$\sigma(n) = \begin{cases} \frac{\lambda}{x^T(n)P_{n-1}x(n)} s \left(\left| \frac{s(n) - x^T(n)\hat{v}_{n-1}}{\delta} \right| - 1 \right) \\ \text{si } \left(|s(n) - x^T(n)\hat{v}_{n-1}| > \delta \right) \text{ et } \left(x^T(n)P_{n-1}x(n) > 0 \right) \\ 0 \text{ sinon} \end{cases} \quad (3.32)$$

avec $0 < \delta < 1$ proche de 1 (par exemple $\delta = 0.999$), ce paramètre assure à $x^T(n)\hat{\vartheta}(n)$ le même signe que $s(n)$.

Cet algorithme permet l'identification des systèmes RIF à sortie binaire sans hypothèses particulières sur l'entrée (hormis la condition usuelle d'excitation persistente) et la distribution de bruit. Une analyse de convergence, en présence de bruit, est fournie dans [PMP⁺16].

3.5.2 Algorithme proposé : Algo-FS

Dans cette section, nous présentons l'algorithme proposé [FDS21]. L'idée de base est consisté à exécuter l'algorithme Algo-PG dans l'espace de fonctionnalités à noyau, qui est associé à un noyau défini positif κ , à travers la carte caractéristique $\Phi(\cdot)$ telle que définie dans l'équation (1.11).

Pour créer le modèle d'espace d'Hilbert à noyau reproduisant (κ), plusieurs fonctions de noyau s'avèrent disponibles, telles que le noyau polynomial, le noyau linéaire, le noyau de Laplace et le noyau à base radiale (cf. paragraphe 1.3.3 du chapitre 1).

Parmi ces différents types de noyaux, le noyau gaussien représente le noyau de Mercer le plus utilisé [Aro50], en raison de sa propriété d'approximation universelle et de sa grande stabilité en termes numériques :

$$\kappa(x_i, x_j) = \exp\left(-\frac{\|x_i - x_j\|^2}{2\sigma^2}\right), \quad \forall x_i, x_j \in \mathcal{X}. \quad (3.33)$$

où $\sigma > 0$ correspond à la largeur du noyau.

L'algorithme proposé permet d'identifier les paramètres du canal en suivant les étapes suivantes :

— **Étape 1 : Générer les données d'entrée**

Dans la première étape, nous transformons les données d'entrée de l'espace d'observation \mathcal{X} en un espace d'Hilbert \mathcal{H} pour générer les données d'entrée :

$$\{(\Phi(x(1)), s(1)), (\Phi(x(2)), s(2)), \dots, (\Phi(x(N)), s(N))\}. \quad (3.34)$$

— **Étape 2 : Minimiser la fonction de coût $E[\cdot]$**

Dans cette deuxième étape, nous appliquons la logique de l'algorithme de Pouliquen et al., 2016 (Algo-PG) à la séquence transformée définie dans (3.34) pour minimiser la fonction de coût suivante :

$$E[|s(n) - \langle (\Phi(x(n))), \theta \rangle_{\mathcal{H}}|^2] \quad (3.35)$$

où le terme θ représente le vecteur de poids dans l'espace d'Hilbert à noyau reproduisant.

— **Étape 3 : Opérer au sein de RKHS**

Dans la troisième étape, nous opérons au sein de l'espace d'Hilbert à noyau reproduisant, en supposant que les données ont été transformées dans le RKHS \mathcal{H} à l'aide de la fonction Φ , i.e que :

$$\mathcal{X} \ni x \longrightarrow \Phi(x(n)) := \kappa(x, \cdot) \in \mathcal{H}. \quad (3.36)$$

L'équation de mise à jour des paramètres correspondant à l'algorithme proposé est donnée par l'algorithme 1 ci-dessous :

Algorithme 1 Algo-FS

Entrées: Des échantillons $\{x(n), s(n)\}$, $n = 1, 2, \dots, N$;

Initialisation:

les paramètres du canal $\theta(0)$, la largeur du noyau σ ;
 le seuil C , le facteur d'oubli λ , et la limite d'erreur δ ;

Traitements :

Tant que $\{x(n), s(n)\}_{n=1}^N$ disponible **faire**

- mise à jour de $\hat{\theta}(n) = \hat{\theta}(n-1) + \Gamma^{\mathcal{H}}(n)e(n)$
 - mise à jour de $\Gamma^{\mathcal{H}}(n) = \frac{P^{\mathcal{H}}(n)\kappa(x(n), \cdot)\sigma(n)}{\lambda + \kappa(x(n), \cdot)^{\top}P^{\mathcal{H}}(n)\kappa(x(n), \cdot)\sigma(n)}$
 - mise à jour de $P^{\mathcal{H}}(n) = \frac{1}{\lambda}(I_{n+1} - \Gamma^{\mathcal{H}}(n)\kappa(x(n), \cdot)^{\top})P^{\mathcal{H}}(n-1)$
 - mise à jour de $e(n) = s(n) - \kappa(x(n), \cdot)^{\top}\hat{\theta}(n-1)$
- tel que :

$$\sigma(n) = \begin{cases} \frac{\lambda}{\kappa(x(n), \cdot)^{\top}P^{\mathcal{H}}(n-1)\kappa(x(n-1), \cdot)} (|\frac{e(n)}{\delta}| - 1) & \text{si } (|e(n)| > \delta) \text{ et } (\kappa(x(n), \cdot)^{\top}P^{\mathcal{H}}(n-1)\kappa(x(n), \cdot) > 0) \\ 0, & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.37)$$

Fin Tant que

3.6 Les modèles de canaux utilisés

Dans le but d'évaluer la complexité et les capacités des systèmes de communication numérique par la simulation logicielle, il convient de mobiliser des modèles statistiques temporels des canaux de propagation. Cela nous conduit à examiner des modèles de canaux radio mobiles pour tester la robustesse des algorithmes d'identification adaptatifs non linéaires présentés au paragraphe précédent.

3.6.1 Canaux radio mobiles : le canal BRAN-SISO de l'ETSI

De nombreuses mesures ont été réalisées pour une bonne caractérisation des environnements. Sur le fondement des relevés réalisés dans le cadre du projet BRAN² (Broadband Radio Access Network) de l'Institut européen des normes de télécommunication (ETSI) [ETSI01, ETSI99], cinq modèles de canaux pratiques à évanouissement très rapide ont été élaborés pour simuler les environnements de propagation [Gue09]. Ces modèles représentent différents scénarios de transmission qui commencent de l'intérieur de bureau pour le canal BRAN A et qui arrivent à l'extérieur pour le canal BRAN E. Les canaux BRAN B, C et D³ représentent d'autres scénarios

2. Une largeur de bande de 20MHz a été allouée sur une fréquence porteuse de 5.2GHz pour la mise en œuvre de ces réseaux locaux.

3. Dans cette situation, on choisira plutôt le modèle de Rice. Car le modèle de Rayleigh ne modélise pas le trajet direct (LOS).

rios. Ils ont pour objectif d'exploiter l'opportunité offerte par la combinaison de la radio à large bande et la technique de réseau local d'une radio d'accès fixe pour répondre aux besoins des futures applications et services multimédias. Chaque modèle est composé de 18 trajets dont l'amplitude des retards suit une décroissance exponentielle et la distance entre émetteur et récepteur se situe entre 50 à 150 mètres. Le tableau 3.1 délivre les différentes caractéristiques de ces canaux. Ces modèles représentent des évanouissements suivant la loi de Rayleigh.

TABLE 3.1 – Principales caractéristiques des cinq canaux BRAN [Gue09].

Canal	Étalement moyen des retards	Visibilité	Environnement
A	50 ns	NLOS	Intérieur, zone fermée, type bureau
B	100 ns	NLOS	Intérieur, zone ouverte
C	150 ns	NLOS	Idem canal BRAN B avec des points d'accès différents
D	140 ns	LOS	Idem canal BRAN B avec trajet direct
E	250 ns	NLOS	Zone ouverte, étendue, type hall d'exposition

L'équation 3.38 traduit la réponse impulsionnelle $h(n)$ du canal radio de BRAN :

$$h(n) = \sum_{i=0}^L h_i \delta(n - \tau_i) \quad (3.38)$$

où $\delta(n)$ représente la fonction de Dirac, h_i correspond à l'amplitude du trajet i , $L = 18$ renvoie au nombre de trajets et τ_i est le retard temporel du trajet i . Les retards et les amplitudes des canaux BRAN-SISO figurent dans les tableaux suivants :

TABLE 3.2 – Retards et amplitudes des 18 trajets du canal radio BRAN A.

Retards $\tau_i[ns]$	Amplitude $h_i[dB]$	Retards $\tau_i[ns]$	Amplitude $h_i[dB]$
0	0	90	-7.8
10	-0.9	110	-4.7
20	-1.7	140	-7.3
30	-2.6	170	-9.9
40	-3.5	200	-12.5
50	-4.3	240	-13.7
60	-5.2	290	-18
70	-6.1	340	-22.4
80	-6.9	390	-26.7

TABLE 3.3 – Retards et amplitudes des 18 trajets du canal radio BRAN B.

Retards $\tau_i[ns]$	Amplitude $h_i[dB]$	Retards $\tau_i[ns]$	Amplitude $h_i[dB]$
0	-2.6	230	-5.6
10	-3.0	280	-7.7
20	-3.5	330	-9.9
30	-3.9	380	-12.1
50	0	430	-14.3
80	-1.3	490	-15.4
110	-2.6	560	-18.4
140	-3.9	640	-20.7
180	-3.4	730	-24.6

TABLE 3.4 – Retards et amplitudes des 18 trajets du canal radio BRAN C.

Retards $\tau_i[ns]$	Amplitude $h_i[dB]$	Retards $\tau_i[ns]$	Amplitude $h_i[dB]$
0	-3.3	230	-3.0
10	-3.6	280	-4.4
20	-3.9	330	-5.9
30	-4.2	400	-5.3
50	0	490	-7.9
80	-0.9	600	-9.7
110	-1.7	730	-13.2
140	-2.6	880	-16.3
180	-1.5	1050	-21.2

TABLE 3.5 – Retards et amplitudes des 18 trajets du canal radio BRAN D.

Retards $\tau_i [ns]$	Amplitude $h_i [dB]$	Retards $\tau_i [ns]$	Amplitude $h_i [dB]$
0	0	230	-9.4
10	-10	280	-10.8
20	-10.3	330	-12.3
30	-10.6	400	-11.7
50	-6.4	490	-14.3
80	-7.2	600	-15.8
110	-8.1	730	-19.6
140	-9.0	880	-22.7
180	-7.9	1050	-27.6

TABLE 3.6 – Retards et amplitudes des 18 trajets du canal radio BRAN E.

Retards $\tau_i [ns]$	Amplitude $h_i [dB]$	Retards $\tau_i [ns]$	Amplitude $h_i [dB]$
0	-4.9	320	0
10	-5.1	430	-1.9
20	-5.2	560	-2.8
40	-0.8	710	-5.4
70	-1.3	880	-7.3
100	-1.9	1070	-10.6
140	-0.3	1280	-13.4
190	-1.2	1510	-17.4
240	-2.1	1760	-20.9

3.7 Expérimentations

Dans cette section, nous présentons trois exemples numériques afin de démontrer les performances des algorithmes présentés précédemment pour estimer les paramètres des différents canaux cités ci-dessus. Les données numériques sont générées conformément aux équations (5.2) et (3.6) où le seuil sélectionné correspond à $C = 0.5$. Le critère de performance employé renvoie toujours à l'erreur quadratique moyenne (EQM) définie dans la section 2.4 (voir Eq. 5.19).

Nous avons simulé le système, dans lequel la partie dynamique linéaire est un canal BRAN, et la non-linéarité de sortie, une fonction hyperbolique ($\tanh(x)$) définie par :

$$f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad (3.39)$$

La séquence d'entrée $x(k)$ est générée aléatoirement avec une distribution uniforme dans l'intervalle $[-1; 1]$ en utilisant 100 exécutions de Monte Carlo, cette séquence figure dans l'illustration 3.6. La taille du nombre d'échantillons s'élève à $N = 1024$. La sortie $s(k)$ est représentée par des valeurs binaires avec un seuil C , i.e, $s(k) = I_{[d(k) \geq C]}$. Le scénario généré se trouve présenté dans la figure 3.7. Nous pouvons observer que la différence entre $d(k)$ et $s(k)$ s'avère faible, donc la précision de l'estimation de la réponse impulsionnelle est admissible, autrement dit, l'estimation de la réponse impulsionnelle peut s'effectuer avec une bonne précision

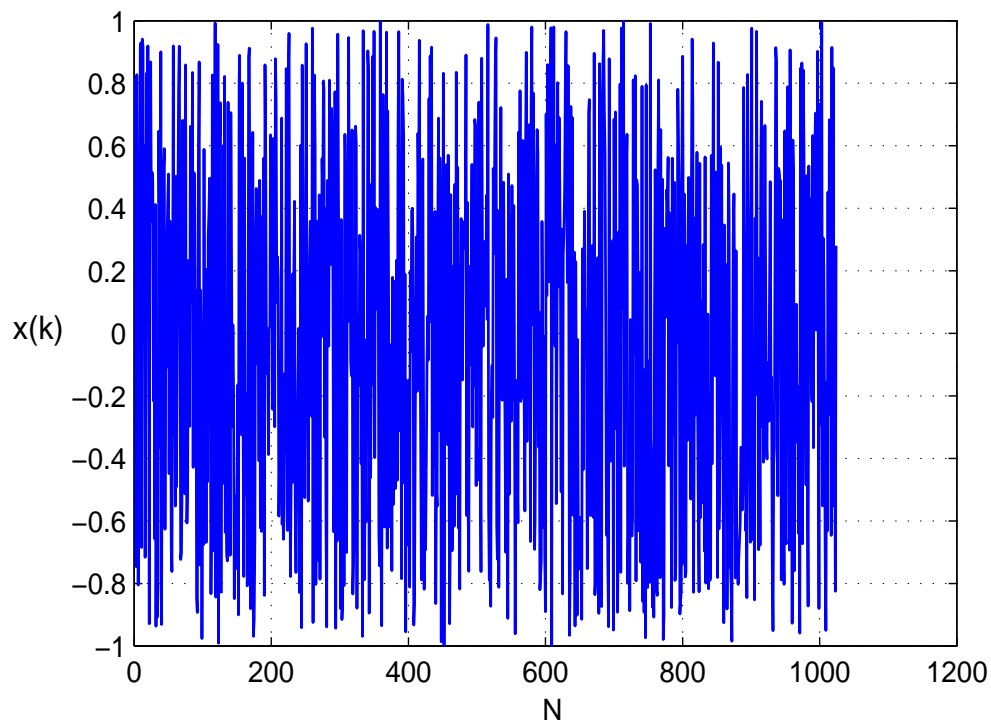


FIGURE 3.6 – La séquence d'entrée, pour une longueur de données $N = 1024$.

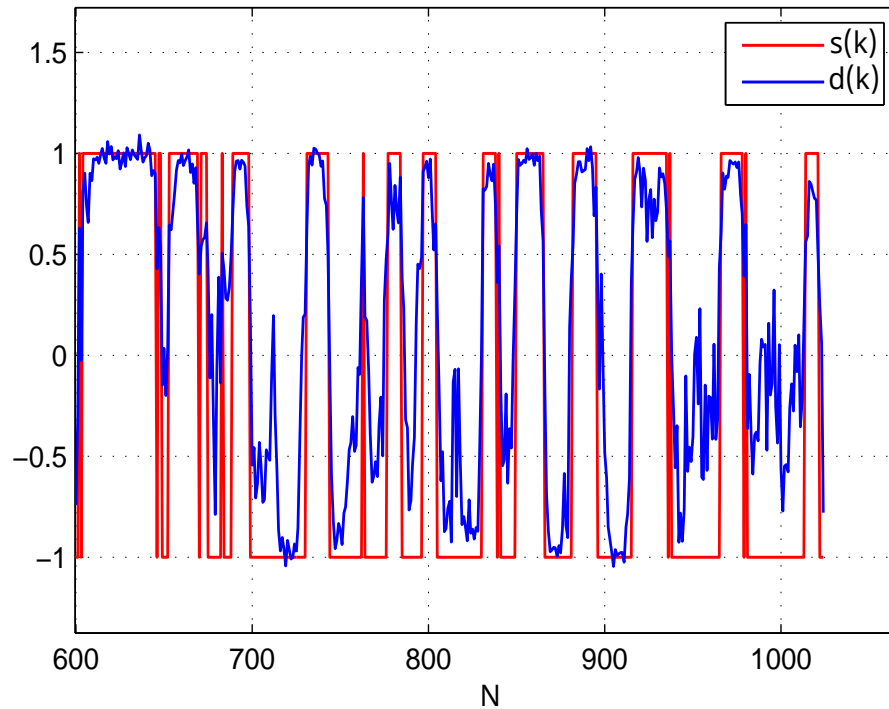


FIGURE 3.7 – Exemple de données de sortie avec la valeur binaire (échantillons entre les instants de temps 600 et 1024).

3.7.1 Premier exemple

Dans cet exemple, nous présentons une comparaison expérimentale de différents algorithmes à noyaux (KRLS, KNLMS et KLMS).

La première expérience analyse la performance sur l'identification de la réponse impulsionnelle du canal radio BRAN, et plus spécifiquement les canaux BRAN A et BRAN D.

Dans la seconde expérience, nous testons les performances de ces algorithmes en termes d'EQM. Pour toutes les méthodes basées sur le noyau, les paramètres sélectionnés pour les simulations sont les suivants : le paramètre de pas est $\mu = 0.05$, le paramètre de régularisation $\lambda = 0.99$, la largeur du noyau $\sigma = 0.5$, et le $SNR = 16dB$.

Notons que lorsque nous modifions l'un de ces paramètres de simulation, les autres restent constants. Le choix de tous ces paramètres fait suite à un nombre significatif de tests réalisés rigoureusement afin de déterminer les meilleures conditions.

Estimation des paramètres de la réponse impulsionnelle :

Les figures 3.8, 3.9 et 3.10 représentent l'estimation des paramètres de la réponse impulsionnelle, du canal BRAN A, en fonction des délais des trajets, à l'aide des algorithmes à noyau (KLMS, KNLMS et KRLS), pour différentes valeurs de SNR et pour $N = 2000$.

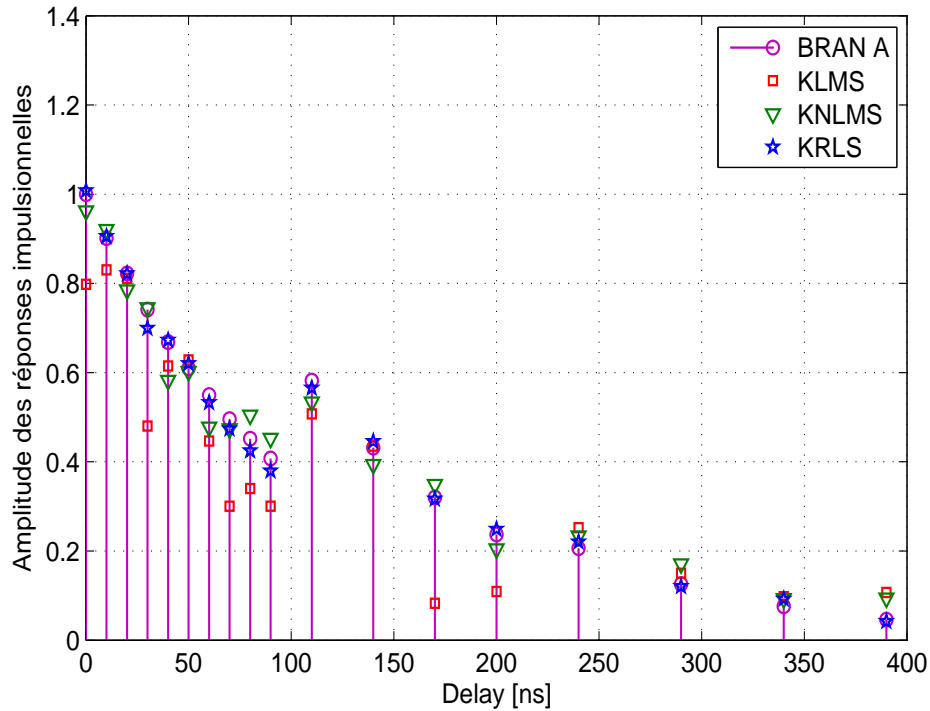


FIGURE 3.8 – Estimation des paramètres du canal BRAN A en fonction des délais des trajets à l'aide des algorithmes à noyau pour $SNR = 0dB$ et $N = 2000$ avec le noyau gaussien ($\sigma = 0.5$).

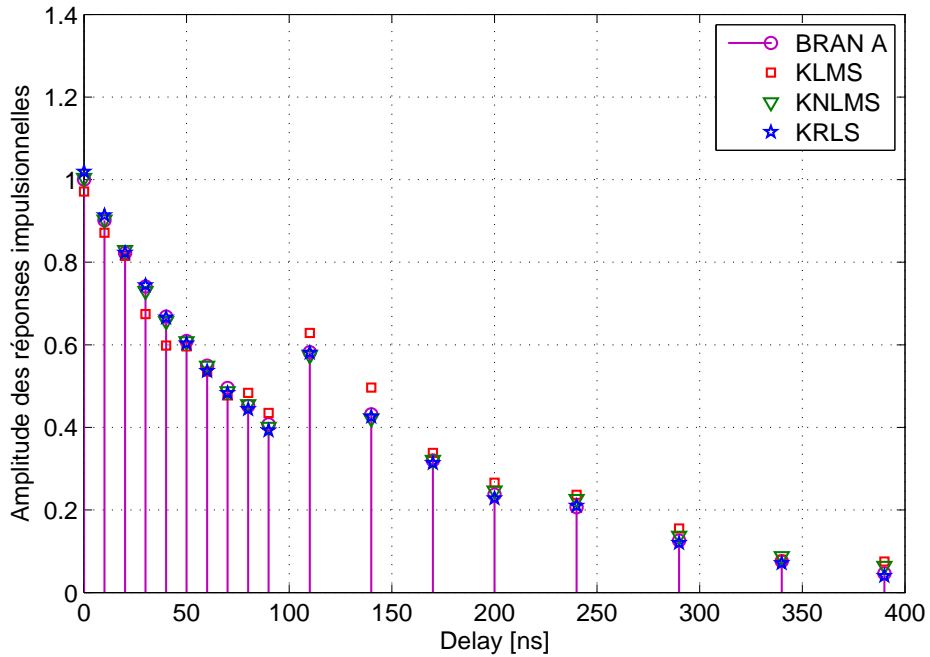


FIGURE 3.9 – Estimation des paramètres du canal BRAN A en fonction des délais des trajets à l'aide des algorithmes à noyau pour $SNR = 16dB$ et $N = 2000$ avec le noyau gaussien ($\sigma = 0.5$).

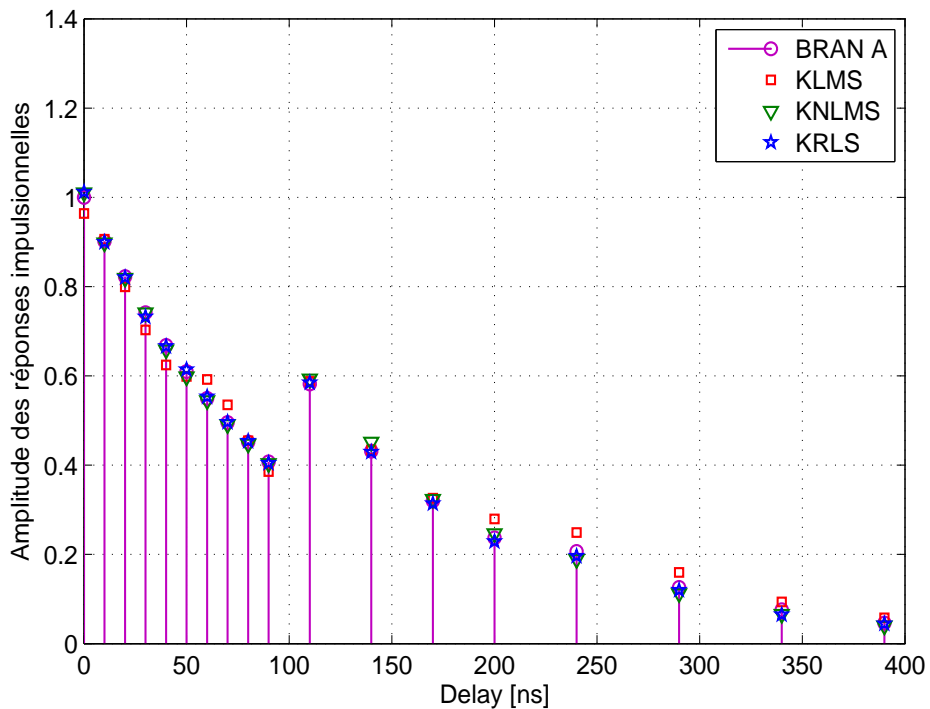


FIGURE 3.10 – Estimation des paramètres du canal BRAN A en fonction des délais des trajets à l'aide des algorithmes à noyau pour $SNR = 32dB$ et $N = 2000$ avec le noyau gaussien ($\sigma = 0.5$).

Nous constatons à partir des figures 3.8, 3.9 et 3.10, que l'amplitude estimée du canal BRAN A se révèle très proche de la valeur réelle, notamment pour un $SNR \geq 16dB$ (voir les figures 3.9 et 3.10). En ce qui concerne la réponse impulsionnelle du canal dans un environnement fortement bruité ($SNR = 0dB$) (voir la figure 3.8), le bruit gaussien influence les paramètres du modèle estimé lors de l'utilisation de KLMS, et le bruit influence légèrement l'estimation des paramètres de la réponse impulsionnelle, surtout lors de l'utilisation de KNLMS. Cependant, en recourant à l'algorithme KRLS, la réponse impulsionnelle estimée du canal BRAN A s'avère plus fidèle aux valeurs réelles.

Estimation de l'amplitude et de la phase du canal :

Il convient à présent d'identifier l'amplitude et la phase du canal BRAN D pour différentes valeurs de SNR en fixant le nombre d'échantillons à $N = 2000$.

Les figures 3.11, 3.12 et 3.13 représentent les résultats de l'estimation de l'amplitude et de la phase en comparant les paramètres mesurés du canal BRAN D et les paramètres estimés à l'aide des méthodes à noyau (KLMS, KNLMS et KRLS). Il résulte de la figure 3.11, que la phase de réponse impulsionnelle du canal BRAN D estimée par les algorithmes KRLS et KNLMS s'avère plus proche des valeurs réelles. Cependant, en utilisant l'algorithme KLMS, la différence entre la phase mesurée et la phase estimée apparaît sensiblement plus importante.

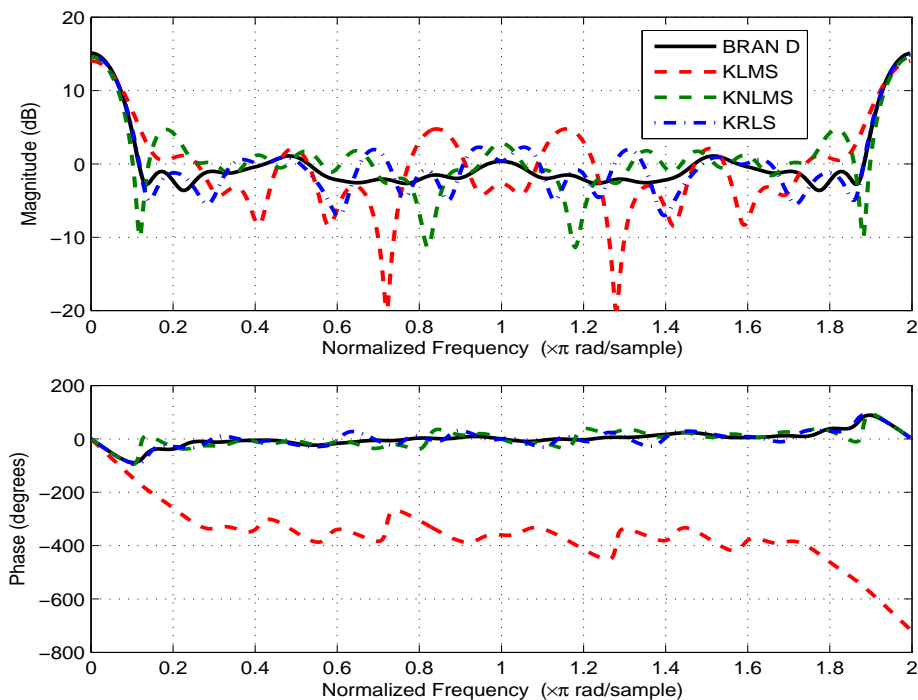


FIGURE 3.11 – Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN D, à l'aide des algorithmes à noyau pour $SNR = 0dB$ et $N = 2000$ avec le noyau gaussien ($\sigma = 0.5$).

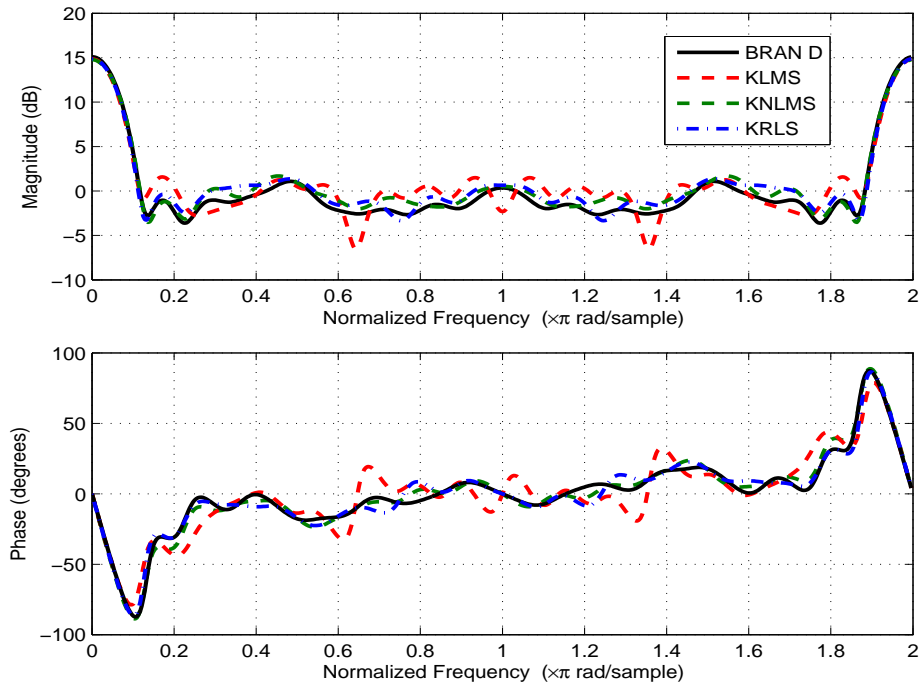


FIGURE 3.12 – Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN D, à l'aide des algorithmes à noyau pour $SNR = 16dB$ et $N = 2000$ avec le noyau gaussien ($\sigma = 0.5$).

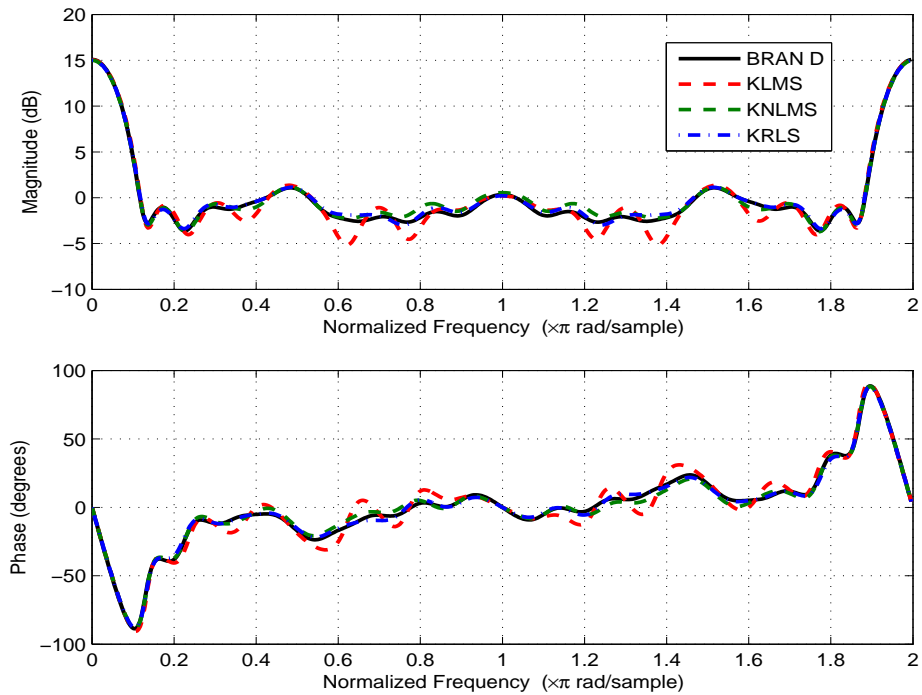


FIGURE 3.13 – Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN D, à l'aide des algorithmes à noyau pour $SNR = 32dB$ et $N = 2000$ avec le noyau gaussien ($\sigma = 0.5$).

Les paramètres estimés présentés dans les figures 3.12 et 3.13 révèlent clairement que l'algorithme KRLS obtient une meilleure précision de prédiction que les algorithmes KNLMS et KLMS pour toutes les valeurs de SNR . Parallèlement, les performances de KNLMS s'avèrent également légèrement supérieures à celles de KLMS, avec néanmoins une complexité de calcul plus élevée.

Analyse de performance en termes d'EQM :

Les variations de l'erreur quadratique moyenne (EQM) en fonction de différentes valeurs du nombre d'échantillons N se trouvent représentées dans la figure 3.14. Comme prévu, les performances s'améliorent avec l'augmentation de N . Ces résultats nous permettent d'observer que l'impact de N est évident, ce qui s'avère lié à la régularité de l'EQM évaluée. La figure 3.14 fait apparaître que l'algorithme KRLS atteint les meilleures performances, et qu'elles se révèlent statistiquement significatives.

Les valeurs EQM fournies par cet algorithme s'avèrent très petites, comparées à celles fournies par les autres algorithmes (KLMS et KNLMS), pour différents N , ce qui implique que les paramètres estimés se révèlent très proches des valeurs exactes. Par exemple, lorsque $N = 2500$, la valeur d'EQM obtenue via l'algorithme KRLS s'élève à 0.006. En utilisant les algorithmes KLMS et KNLMS, l'EQM équivaut respectivement à 0.008 et se révèle inférieure à 0.008.

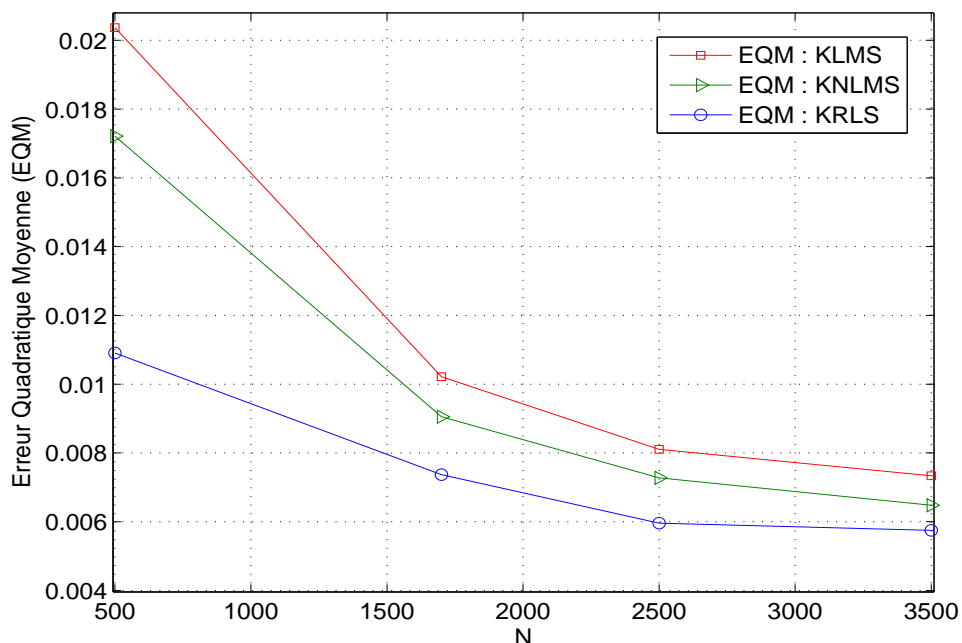


FIGURE 3.14 – Courbe de convergence du EQM pour les trois algorithmes, pour $SNR = 20dB$ et différents N dans le cas du canal BRAN D.

3.7.2 Deuxième exemple

Dans cet exemple, nous examinons l'impact de la largeur du noyau gaussien σ sur l'identification de la réponse impulsionnelle des canaux BRAN ainsi que sur l'erreur quadratique moyenne (EQM), en utilisant les algorithmes KRLS et RLS. Nous présentons les résultats de la simulation de Monte Carlo dans un environnement bruité et pour différentes tailles de noyau afin de préciser pour quelle taille de noyau nous obtenons les résultats optimaux. L'estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN B, à l'aide des deux algorithmes se trouvent exposées à la figure 3.15, pour un nombre d'échantillons $N = 1024$, un $SNR = 10dB$ et pour $\sigma = 0.5$.

À partir de ce résultat, nous observons que les allures de l'amplitude et de la phase estimées, via l'algorithme KRLS, possèdent la même forme que celles des données mesurées du BRAN B. Contrairement à l'algorithme classique (RLS), nous relevons une différence mineure entre les formes d'amplitude et de phase estimées et celles mesurées.

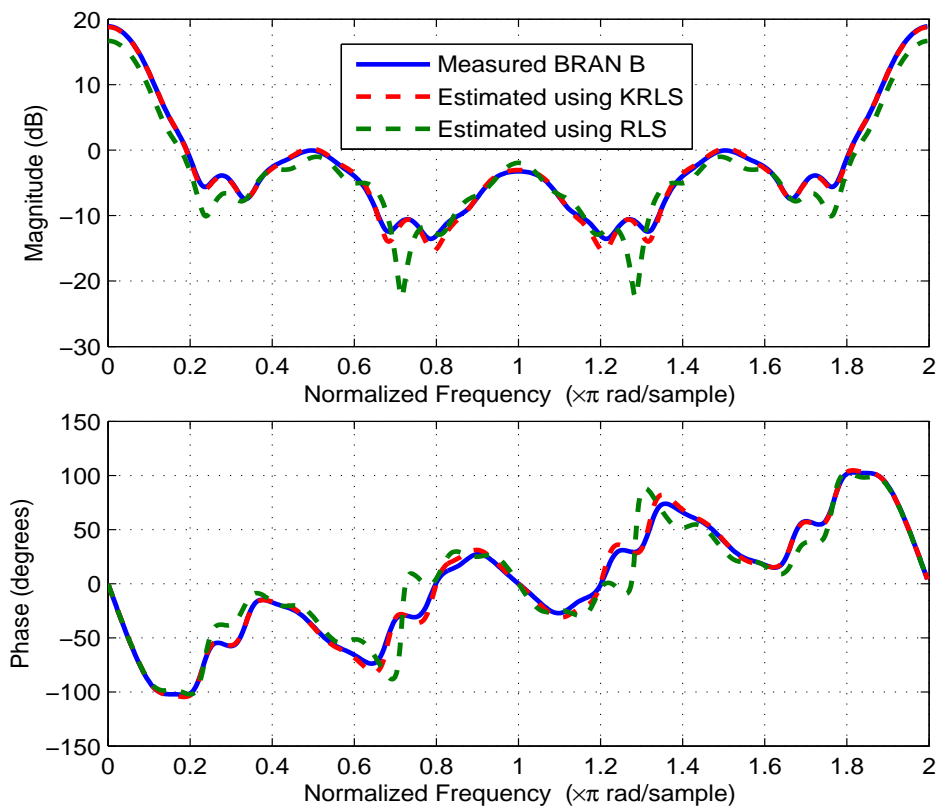


FIGURE 3.15 – Estimation de l'amplitude et de la phase du BRAN B, pour une longueur de données $N = 1024$ et $SNR = 10dB$.

L'estimation des paramètres de la réponse impulsionnelle du canal BRAN B, en fonction des délais des trajets, figure dans l'illustration 3.16, en utilisant l'algorithme à noyau (KRLS) avec différentes tailles de noyau, et pour 100 itérations de Monte Carlo. La figure 3.16 met en lumière l'impact significatif de la taille du noyau sur les paramètres estimés. Dans cet exemple, la réponse impulsionnelle du canal BRAN B estimée en utilisant les tailles de noyau $\sigma = 0.1$ et $\sigma = 0.5$ revêt la même apparence que le canal BRAN B mesuré. Plus spécifiquement, la taille de noyau $\sigma = 0.5$ atteint une bonne précision, toutefois, lors de l'estimation de la réponse impulsionnelle du canal en utilisant la taille de noyau $\sigma = 0.9$, nous constatons une légère différence entre les valeurs estimées et les valeurs mesurées, et une différence apparente lorsqu'on utilise la taille de noyau $\sigma = 1.1$.

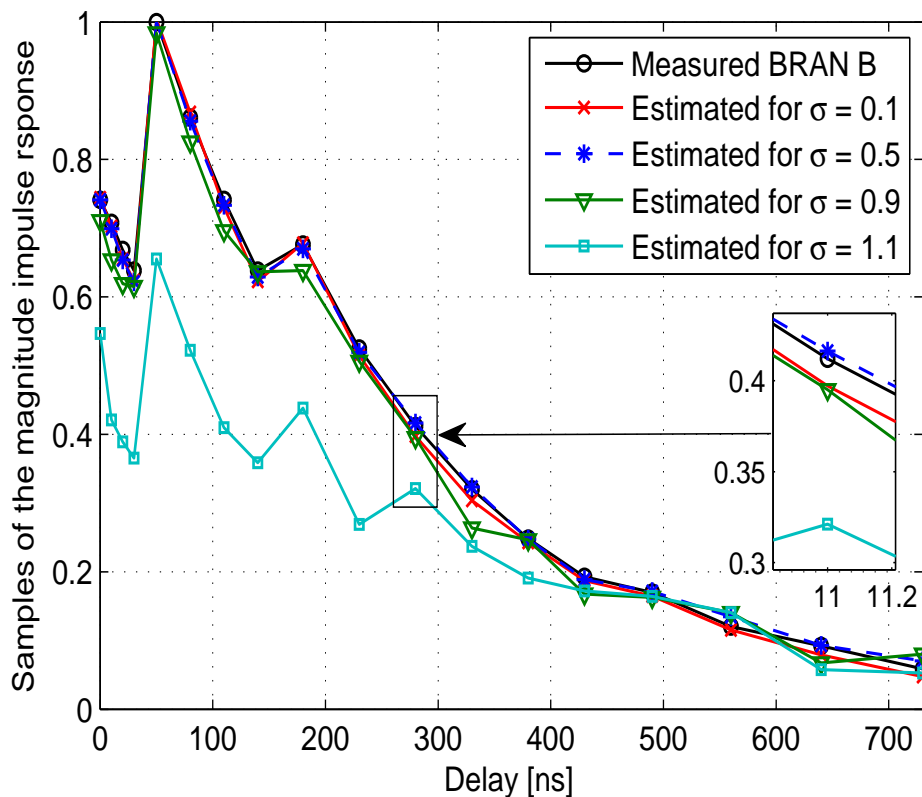


FIGURE 3.16 – Estimation de la réponse impulsionnelle du canal BRAN B, pour différentes tailles σ , $SNR = 10dB$ et $N = 1024$.

Le tableau 3.7, met en lumière une comparaison entre les performances des algorithmes (KRLS et RLS) en termes d'EQM. Ainsi, pour tous les rapports SNR, l'algorithme à noyau (KRLS) témoigne d'une excellente performance de convergence par rapport à l'algorithme classique (RLS), car les valeurs de l'EQM de l'algorithme KRLS s'avèrent très faibles comparativement à celles de l'algorithme RLS. Par exemple, si $SNR = 5dB$, alors la valeur de l'EQM obtenue à l'aide de KRLS s'avère inférieure d'approximativement 19.78% à celle obtenue à l'aide de l'algorithme classique (RLS).

TABLE 3.7 – Comparaison des algorithmes en termes d'EQM pour une taille de noyau $\sigma = 0.1$, différents SNR et pour une longueur de données $N = 1024$, dans le cas du canal BRAN B.

SNR(dB)	EQM : RLS	EQM : KRLS
0	0.3536	0.0362
5	0.1708	0.0278
10	0.0441	0.0062
15	0.0376	0.0024
20	0.0314	0.0037
25	0.0480	0.0013

La courbe d'évolution de l'EQM pour différentes tailles de noyau, à savoir $\sigma = \{0.1, 0.4, 0.5, 0.8, 0.9, 1.2\}$ obtenue à l'aide de l'algorithme à noyau (KRLS) se trouve représentée à la figure 3.17. Nous constatons que la performance de l'algorithme à noyau s'améliore lorsque σ est compris entre 0.1 et 0.8 et se détériore lorsque σ dépasse 0.8. La meilleure performance de l'algorithme à noyau, avec le plus faible taux d'EQM, s'obtient avec une taille de noyau de $\sigma = 0.5$.

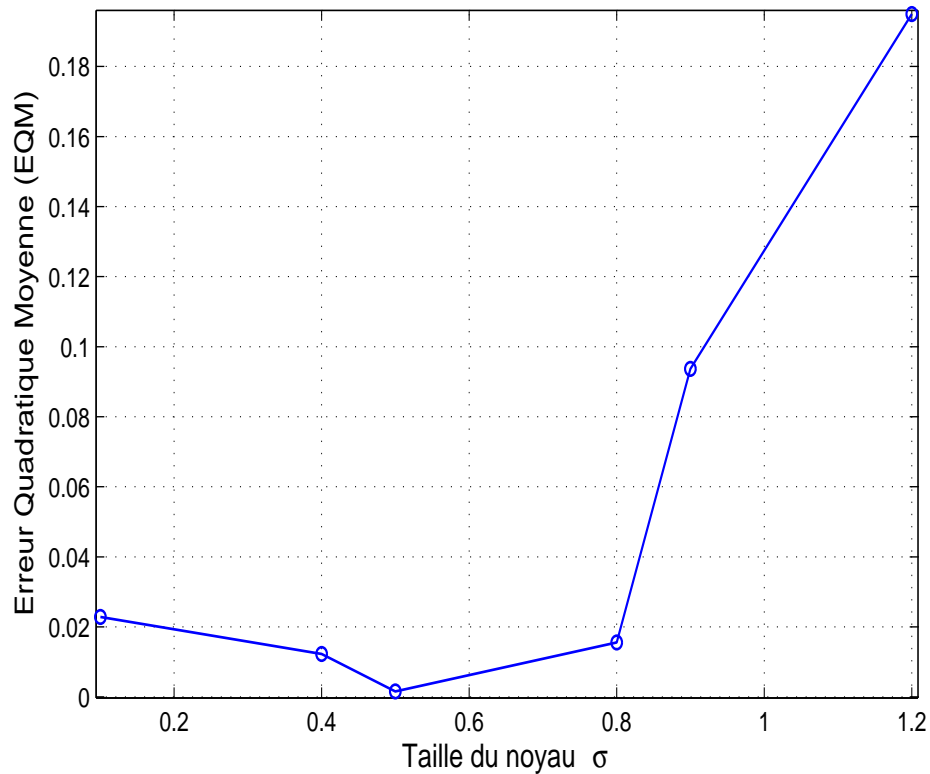


FIGURE 3.17 – Courbe de convergence de l'EQM, en utilisant l'algorithme à noyau avec différentes tailles σ et une longueur de données $N = 1024$, dans le cas du canal BRAN B.

La figure 3.18 présente l'estimation de l'amplitude et la phase du canal BRAN E, à l'aide des algorithmes (KRLS) et (RLS) pour un nombre d'échantillons $N = 1024$ et un $SNR = 10dB$. Grâce à l'algorithme à noyau (KRLS) pour $\sigma = 0.5$, l'estimation de l'amplitude et de la phase de réponse s'effectuent avec une excellente précision. En revanche, en utilisant l'algorithme classique (RLS), l'amplitude estimée suit les données mesurées avec quelques fluctuations, toutefois la phase estimée se révèle significativement plus éloignée et non proche de celle du canal BRAN E.

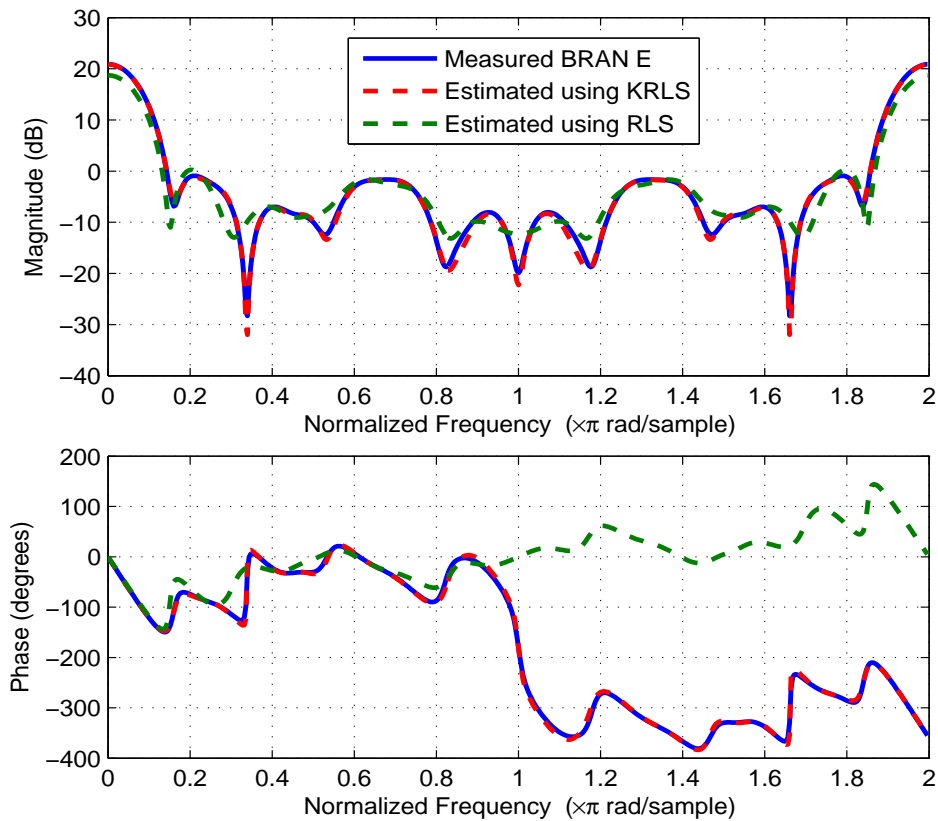


FIGURE 3.18 – Estimation de l'amplitude et de la phase du BRAN E, pour une longueur de données $N = 1024$ et $SNR = 10dB$.

Afin d'étudier l'influence du coefficient de taille du noyau sur l'estimation des paramètres du canal BRAN E, nous avons testé quatre valeurs du coefficient de taille du noyau : $\sigma = 0.1$; $\sigma = 0.5$; $\sigma = 0.9$; et $\sigma = 1.1$. Dans la figure 3.19, nous représentons la moyenne des paramètres estimés du canal BRAN E, en utilisant l'algorithme d'identification à noyau. Comme le met en lumière la figure 3.19, avec $\sigma = 1.1$, la largeur du noyau gaussien influence les paramètres estimés du modèle. Nous relevons également une légère influence de la taille du noyau sur l'estimation de la réponse impulsionnelle, principalement si la taille du noyau $\sigma = 0.9$. En revanche, si la taille du noyau prend les deux valeurs $\sigma = 0.1$ ou $\sigma = 0.5$, les paramètres estimés apparaissent très proches de la réponse mesurée.

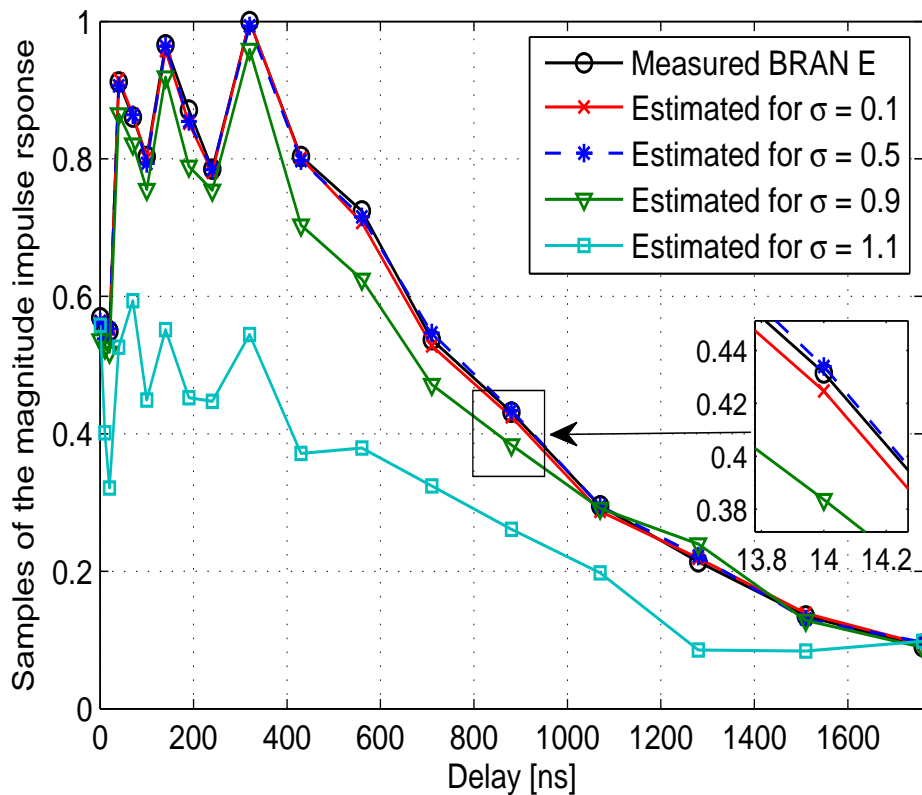


FIGURE 3.19 – Estimation de la réponse impulsionnelle du canal BRAN E, pour différentes tailles σ , $SNR = 10dB$ et $N = 1024$.

En termes d'EQM, le tableau 3.8 met en avant la robustesse de l'algorithme KRLS pour un SNR variant entre 0 et 25dB. À partir de ce tableau, nous constatons que l'algorithme à noyau (KRLS) se révèle très faiblement influencé par le bruit pour tous les SNR et fournit les meilleures performances même dans un environnement très perturbé ($SNR = 0dB$).

TABLE 3.8 – Comparaison des algorithmes en termes d'EQM pour une taille de noyau $\sigma = 0.1$, différents SNR et pour une longueur de données $N = 1024$, dans le cas du canal BRAN E.

SNR(dB)	EQM : RLS	EQM : KRLS
0	0.3450	0.0200
5	0.1499	0.0030
10	0.1182	0.0019
15	0.0909	0.0016
20	0.0480	0.0013
25	0.0372	0.0012

La courbe de la figure 3.20 montre les résultats des valeurs du MSE, pour différentes tailles de noyau, obtenues en utilisant l'algorithme à noyau (KRLS). En examinant cette figure (3.20), nous remarquons que l'évolution de l'EQM se scinde en deux parties. Lorsque la taille du noyau s'échelonne entre 0.1 et 0.8, nous obtenons une bonne précision, laquelle converge vers une EQM très faible, lorsque la taille du noyau équivaut à $\sigma = 0.5$ ou $\sigma = 0.2$. En revanche, lorsque la taille du noyau dépasse 0.8, l'EQM prend une évolution approximativement exponentielle. En conclusion, nous pouvons choisir σ dans l'intervalle $[0.2, 0.5]$ pour disposer d'une bonne estimation.

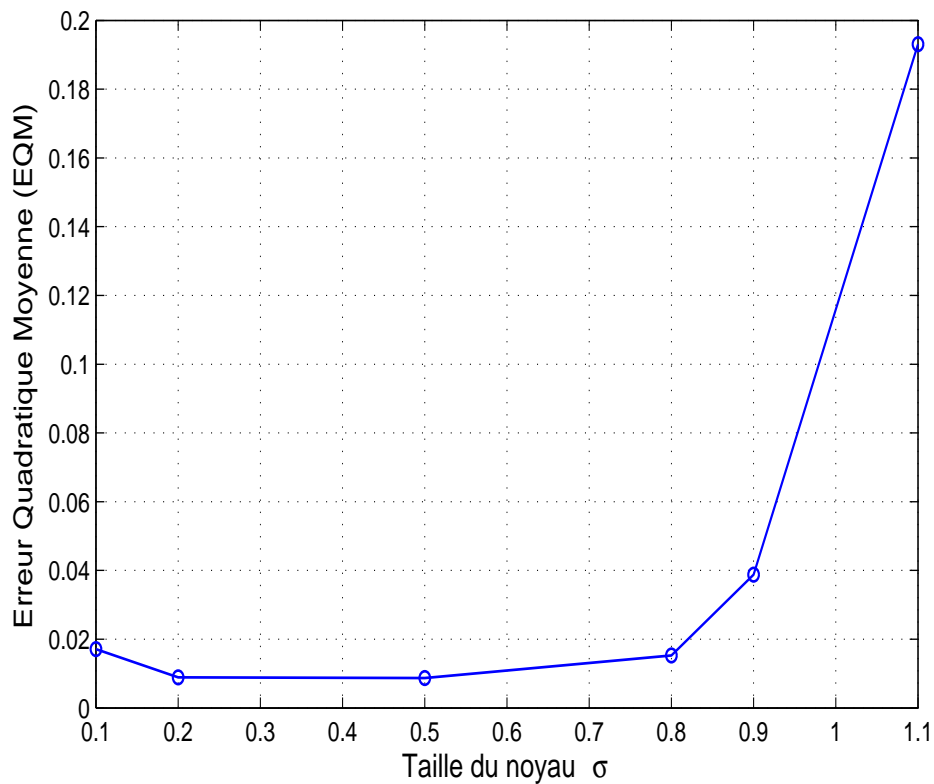


FIGURE 3.20 – Courbe de convergence de l'EQM, en utilisant l'algorithme à noyau avec différentes tailles σ et une longueur de données $N = 1024$, dans le cas du canal BRAN E.

3.7.3 Troisième exemple

Dans cet exemple, nous proposons une analyse comparative des performances des deux algorithmes Algo-FS et Algo-PG pour le canal BRAN C. Nous réalisons des simulations Monte Carlo de 100 expériences indépendantes sous les mêmes conditions que les exemples précédents : un facteur d'oubli λ égal à 0.99 vise à minimiser l'effet de mauvaises conditions initiales et une borne δ égale à 0.999.

Dans un premier temps, nous testons les algorithmes Algo-FS et Algo-PG dans le but d'estimer les paramètres de réponse impulsionnelle du canal BRAN C, en fonction des délais des trajets, pour différents SNR et pour un nombre d'échantillons $N = 1000$. Les paramètres estimés de la réponse impulsionnelle du canal radio BRAN C, à l'aide de deux algorithmes, figurent dans l'illustration 3.21, pour une longueur de données $N = 1000$ et pour un $SNR = 10dB$. À partir de cette figure (3.21), nous constatons, lors de l'estimation de la réponse impulsionnelle du canal BRAN C à l'aide de l'algorithme proposé (Algo-FS), une légère différence entre les valeurs estimées et celles mesurées. Cette différence se révèle plus significative lors de l'utilisation de l'algorithme Algo-PG.

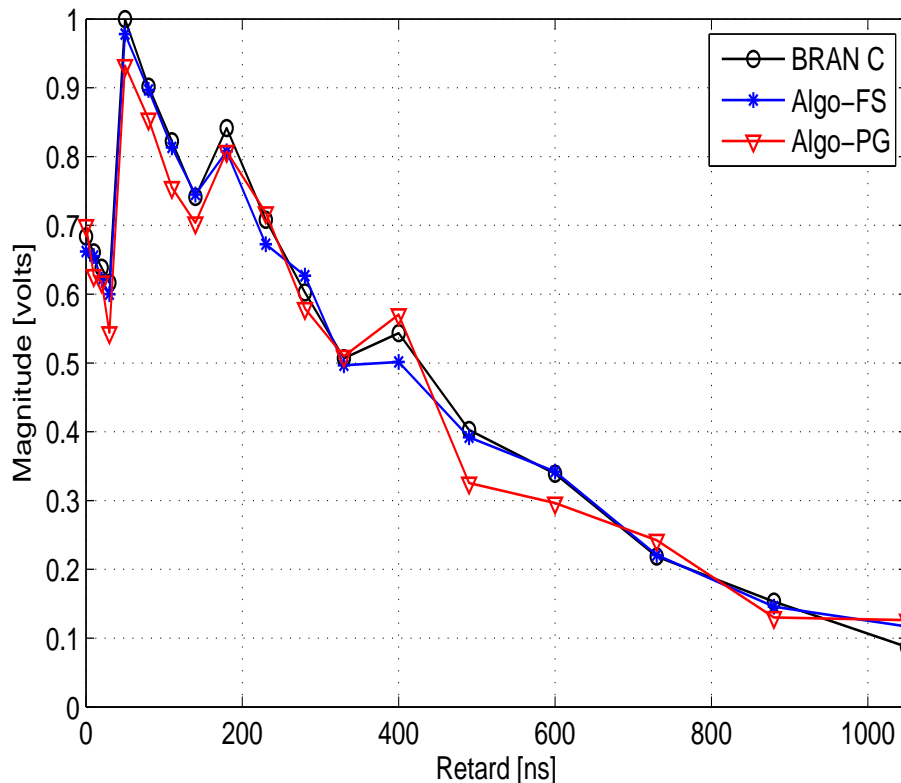


FIGURE 3.21 – Estimation de la réponse impulsionnelle du canal BRAN C en fonction des délais des trajets pour $N = 1000$ et $SNR = 10dB$.

La figure 3.22 présente l'estimation des paramètres de réponse impulsionnelle du canal BRAN C, en fonction des délais des trajets, pour un nombre d'échantillons $N = 1000$ et pour un $SNR = 20dB$. La réponse impulsionnelle est estimée avec une bonne précision à l'aide de l'algorithme proposé (Algo-FS), toutefois quelques fluctuations apparaissent lors de l'utilisation de l'algorithme Algo-PG.

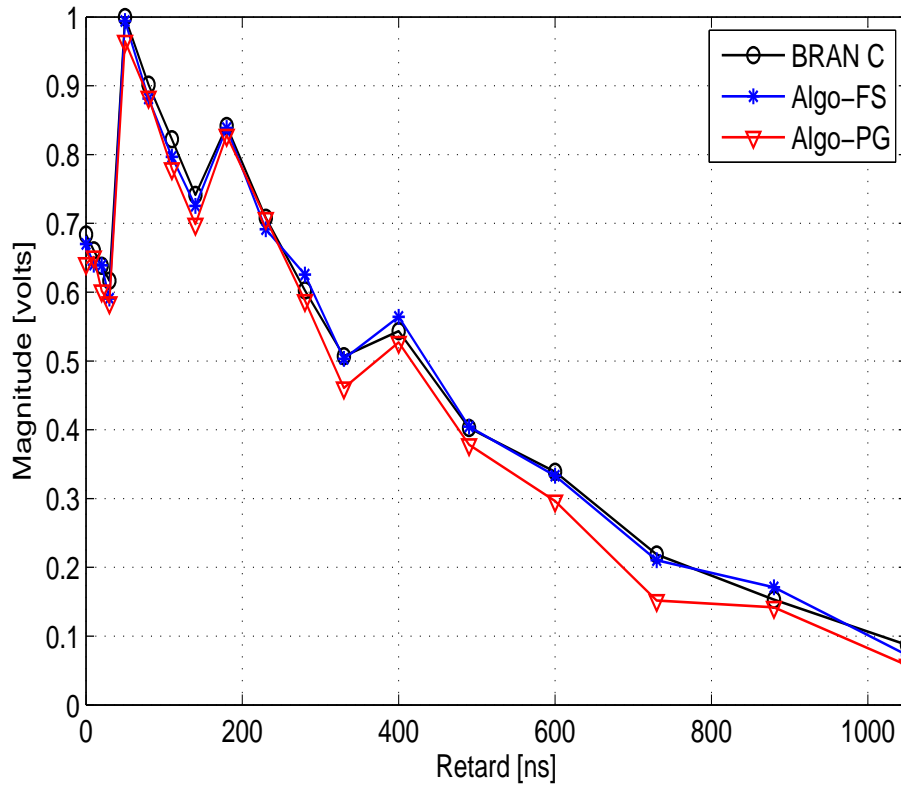


FIGURE 3.22 – Estimation de la réponse impulsionnelle du canal BRAN C en fonction des délais des trajets pour $N = 1000$ et $SNR = 20dB$.

La figure 3.23 illustre l'estimation de la réponse impulsionnelle du canal radio BRAN C, en utilisant les deux algorithmes, pour un nombre d'échantillons $N = 1000$ et pour un $SNR = 30dB$. Il en ressort que l'amplitude estimée revêt la même forme que celles des données mesurées du BRAN C. L'estimation des paramètres de la réponse impulsionnelle s'effectue avec une grande précision en utilisant l'algorithme proposé (Algo-FS). Dans le cas de l'algorithme Algo-PG, nous relevons une différence dans certains trajets.

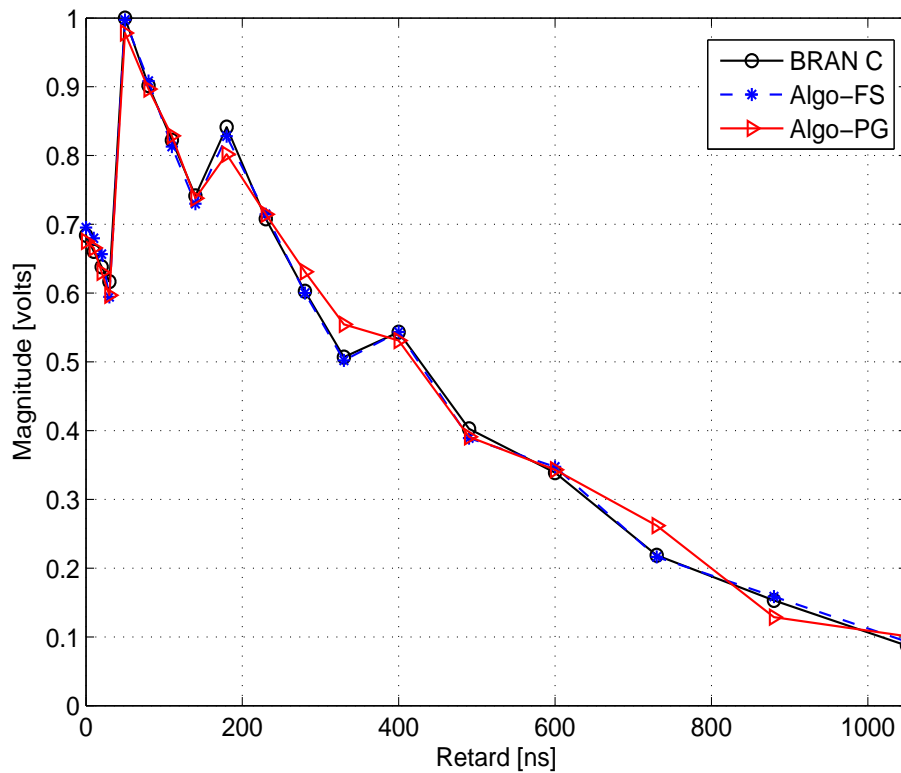


FIGURE 3.23 – Estimation de la réponse impulsionnelle du canal BRAN C en fonction des délais des trajets pour $N = 1000$ et $SNR = 30dB$.

Les figures 3.21, 3.22 et 3.23, mettent en lumière des résultats satisfaisants pour l'algorithme proposé (Algo-FS) en dépit de l'environnement bruité (i.e, $SNR = 10dB$) comparativement à l'algorithme Algo-PG.

Afin de tester la robustesse des deux algorithmes dans le domaine fréquentiel, nous représentons l'amplitude et la phase estimées de la réponse impulsionnelle du canal radio BRAN C, pour $N = 1000$, $N = 2000$ et $N = 3000$, respectivement dans les figures 3.24, 3.25 et 3.26, pour un $SNR = 20dB$. La figure 3.24, dans le cas où $N = 1000$, permet de conclure que la phase estimée de la réponse impulsionnelle du canal BRAN C, via l'algorithme proposé (Algo-FS), se révèle plus proche de la phase réelle. En revanche, le recours à l'algorithme Algo-PG met en avant une différence significativement plus importante entre les données mesurées et la phase estimée.

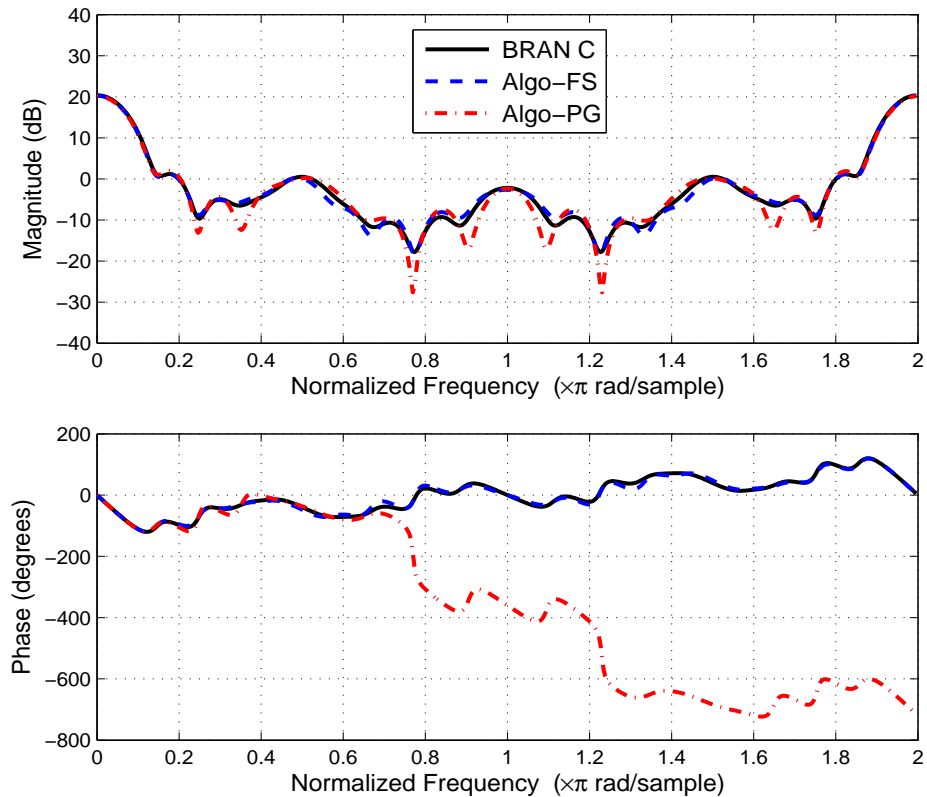


FIGURE 3.24 – Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN C pour $N = 1000$ et $SNR = 20dB$.

Lorsque $N = 2000$, nous constatons que l'amplitude et la phase estimées du canal BRAN C disposent de la même allure et s'avèrent très proches des valeurs réelles quand on applique l'algorithme Algo-FS proposé. L'application de l'algorithme Algo-PG met en avant une différence mineure entre les valeurs estimées et celles mesurées (figure 3.25).

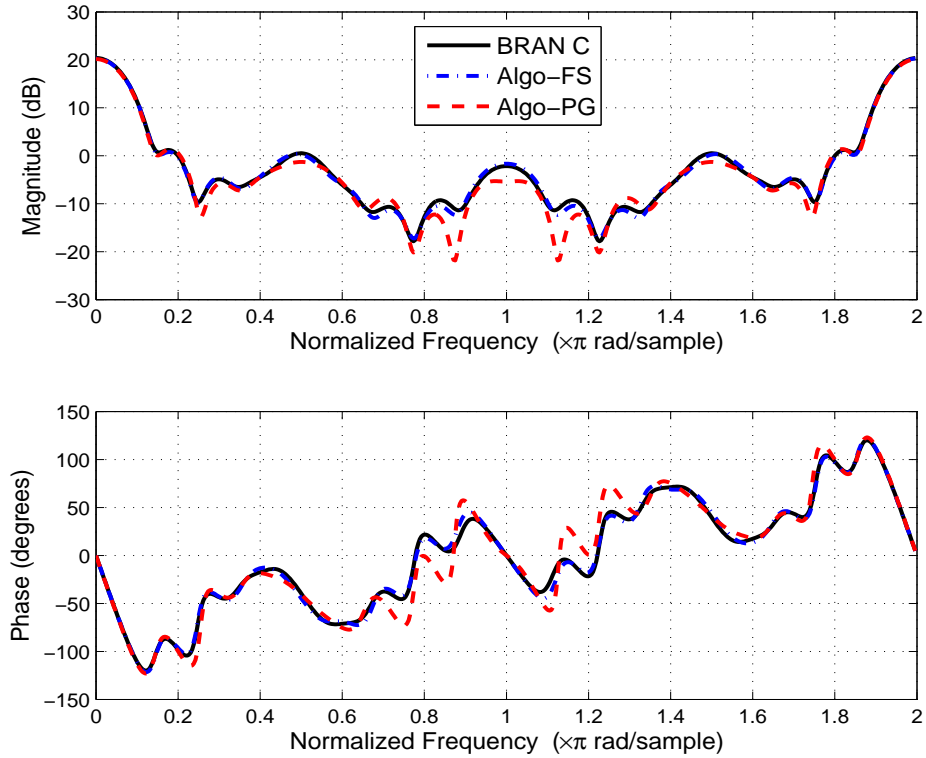


FIGURE 3.25 – Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN C pour $N = 2000$ et $SNR = 20dB$.

De plus, nous observons que les valeurs estimées du canal BRAN C à l'aide de l'algorithme proposé et de l'algorithme Algo-PG se trouvent en adéquation avec le modèle réel et plus proches du vrai modèle, respectivement, lorsque la taille des données apparait importante (i.e. lorsque nous prenons $N = 3000$ (figure 3.26)).

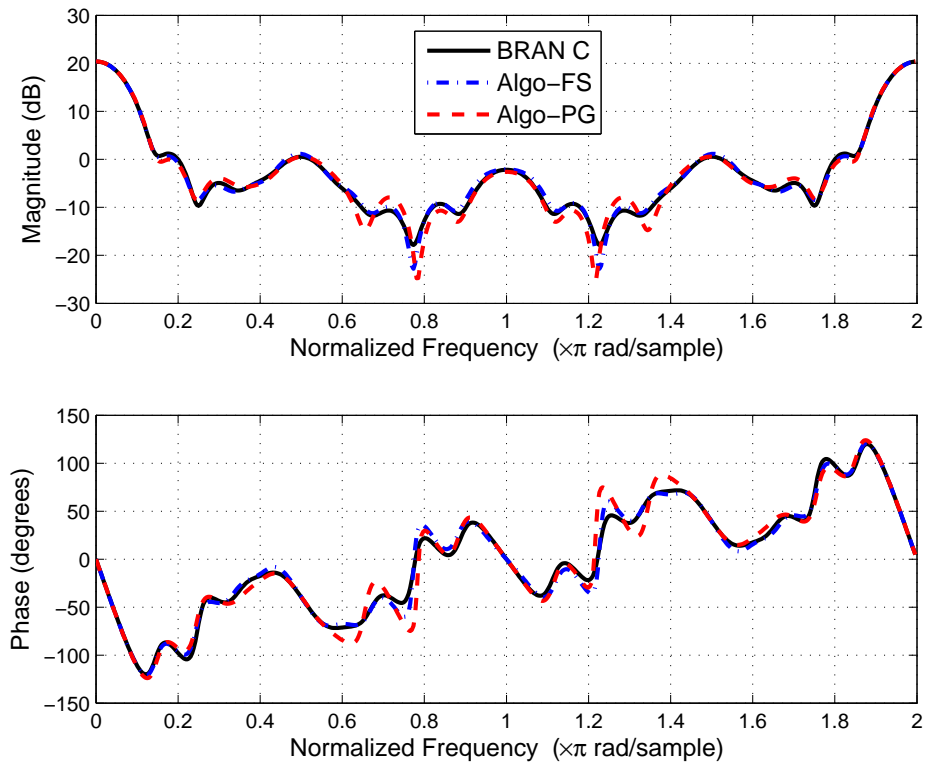


FIGURE 3.26 – Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN C pour $N = 3000$ et $SNR = 20dB$.

En conclusion, la taille des données d'entrée (N) et le rapport signal sur bruit (SNR) influent significativement sur la phase estimée et possèdent un faible impact sur l'amplitude estimée. Ces résultats se révèlent très importants, car nous nous situons dans le cas des canaux à évanouissement très rapide.

Il convient à présent de considérer l'influence de la partie non linéaire du système de Wiener avec des observations de sortie à valeur binaire sur les résultats d'identification des canaux Proakis 'A' [Ber06] et Macchi en utilisant l'algorithme Algo-FS proposé. Dans le but d'évaluer cette influence, nous testons trois types de fonctions hyperboliques (cosh, sinh et tanh). L'algorithme Algo-FS proposé est appliqué pour un rapport signal sur bruit (SNR) égal à $20dB$. Les valeurs moyennes de la réponse impulsionnelle du canal radio Proakis 'A' pour chaque type de fonction hyperbolique se trouvent représentées à la figure 3.27.

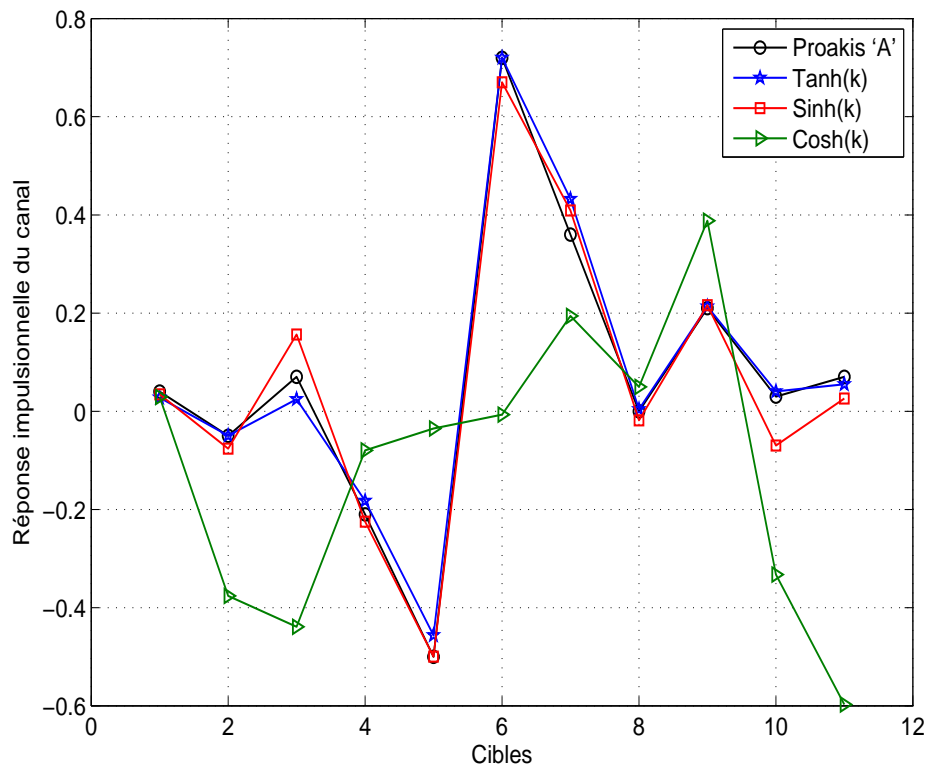


FIGURE 3.27 – Estimation de la réponse impulsionnelle du canal Proakis 'A', pour $N = 1000$ et $SNR = 20dB$

À partir de la figure 3.27, nous remarquons qu'à l'aide de la fonction tangente hyperbolique, la réponse impulsionnelle estimée du canal Proakis 'A' revêt un aspect similaire aux valeurs mesurées. Concernant les valeurs estimées de la réponse impulsionnelle du canal Proakis 'A', dans le cas d'application de la fonction sinus hyperbolique (sinh) à la non-linéarité du système non linéaire, nous observons des résultats presque identiques à ceux obtenus par la fonction tangente hyperbolique (tanh), à l'exception de trois facteurs. Enfin, lorsque la réponse impulsionnelle du canal est estimée à l'aide de la fonction cosinus hyperbolique (cosh), une distinction claire s'opère entre les valeurs estimées et celles mesurées.

L'estimation de l'amplitude et de la phase du canal de Macchi à l'aide de l'algorithme Algo-FS proposé se trouvent illustrées à la figure 3.28, pour un $SNR = 20dB$ et un nombre d'échantillons du signal d'entrée fixé à $N = 1000$. Il convient de noter que les résultats de la comparaison démontrent la validité de la fonction tangente hyperbolique. Sa robustesse vient du fait qu'elle délivre une bonne estimation de l'amplitude et de la phase du canal de Macchi, par opposition aux autres fonctions hyperboliques (\sinh et \cosh) qui présentent certaines fluctuations. Les valeurs de sortie du système expliquent notamment ces résultats. $s(k) = 1$ ($y(k) \geq C$) ou $s(k) = -1$ (sinon), qui correspondent aux asymptotes de la fonction tangente hyperbolique : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \tanh(x) = 1$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \tanh(x) = -1$.

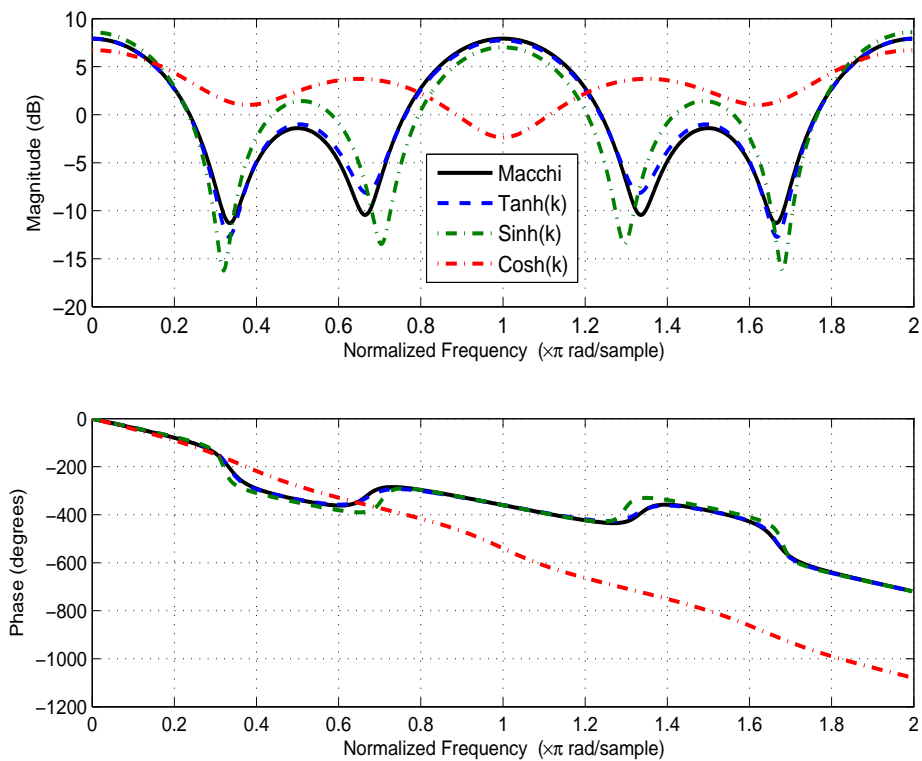


FIGURE 3.28 – Estimation de l'amplitude et de la phase du canal Macchi pour $N = 1000$ et $SNR = 20dB$.

Enfin, dans une troisième expérience, afin d'évaluer l'impact du nombre d'échantillons N sur les performances de l'algorithme Algo-FS proposé, nous avons réalisé une simulation de Monte-Carlo avec 50 itérations de données pour $SNR = 20dB$. L'algorithme Algo-FS proposé est alors appliqué pour différentes valeurs de N (N varie de 200 à 2200) et pour les trois fonctions hyperboliques (cosh, sinh et tanh). La figure 3.29 présente les variations de l'EQM en fonction de N . Il en ressort que l'algorithme Algo-FS proposé obtient la meilleure performance dans le cas où la fonction tangente hyperbolique se trouve associée à la non-linéarité du système non linéaire, et cela se révèle également très important d'un point de vue statistique. Par exemple, d'après la figure 3.29, si $N = 2200$, nous obtenons une EQM inférieure à 0.09 dans le cas de la fonction tangente hyperbolique. En revanche, l'EQM s'avère proche de 0.1 et égal à 0.16 respectivement, lorsque nous utilisons les fonctions hyperboliques sinus et cosinus.

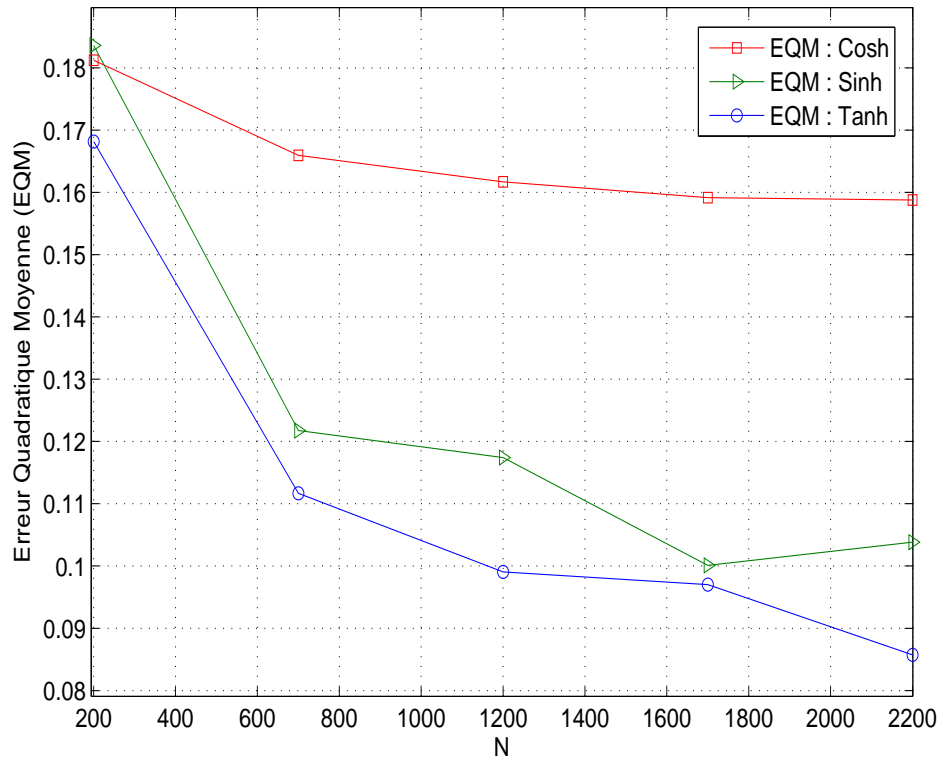


FIGURE 3.29 – Comparaison des fonctions hyperboliques en terme de l'EQM pour différents N et $SNR = 20dB$, canal de Macchi.

3.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés au problème d'identification des systèmes non-linéaires avec une sortie binaire en présence de perturbations. Tout d'abord, nous nous sommes attachés à présenter un système de communication, suivi d'un rappel sur le canal de transmission et sa modélisation mathématique. Ensuite, nous avons exposé les différents types de systèmes non linéaires, afin de concevoir des algorithmes d'identification basés sur le noyau. Étant donné que l'identification de systèmes non linéaires nécessite généralement des modèles dont le nombre de paramètres croît de manière exponentielle avec la complexité du système, nous avons décidé de nous concentrer sur la famille des modèles de systèmes de Wiener et Hammerstein dans la suite de cette partie de notre recherche. Nous avons également discuté des méthodes de noyau en ligne les plus importantes (KLMS, KNLMS et KRLS) et mis en lumière comment elles s'obtiennent directement en optant pour des techniques de filtrage adaptatif linéaire (LMS, NLMS et RLS) dans l'espace des fonctionnalités \mathcal{H} .

De plus, nous avons développé un nouvel algorithme pour l'identification des systèmes non-linéaires dotés d'une sortie binaire. Cet algorithme constitue une extension de l'algorithme initialement proposé dans [PMP⁺16]. Les résultats de la simulation mettent en exergue la précision de l'algorithme KRLS pour l'estimation de l'amplitude et de la phase des canaux (BRAN A et D) dans des environnements bruités ainsi que pour des petites tailles d'échantillons ($N = 500$) comparativement aux algorithmes KNLMS et KLMS. De plus l'algorithme KNLMS a l'avantage d'estimer les paramètres du modèle par rapport à l'algorithme KLMS. Dans le cadre du deuxième exemple, l'algorithme KRLS se révèle efficace et efficient pour identifier l'amplitude et la phase de réponse impulsionnelle du canal sélectif en fréquence (BRAN B et BRAN E) avec différentes tailles de noyau situées dans un intervalle de $[0.2; 0.8]$. La taille du noyau gaussien influe de façon significative sur les performances d'apprentissage de l'algorithme à noyau.

En effet, pour tous les canaux, l'algorithme KRLS à $\sigma = 0.5$ fonctionne mieux dans le cas d'un environnement de bruit faible ($SNR = 10dB$) et se montre plus efficace qu'avec les autres tailles de noyau σ . Dans un troisième exemple, et dans l'optique de prouver l'intérêt de l'algorithme proposé (Algo-FS), nous l'avons comparé avec l'algorithme (Algo-PG). Les résultats des simulations et de comparaisons prouvent les performances de l'algorithme proposé pour estimer les paramètres du modèle BRAN C avec précision même en présence de bruit.

Chapitre 4

Techniques d'identification et d'égalisation de canal pour les systèmes MC-CDMA

4.1 Introduction

Dans le cadre des systèmes de communication mobile actuels, les débits binaires très élevés s'avèrent essentiels pour transmettre les données et fournir un bon service au réseau numérique. Ce débit binaire élevé soulève néanmoins des problèmes d'interférence entre symboles (ISI). Parmi toutes les techniques qui jouent un rôle majeur dans l'élimination de ces problèmes d'interférence, le système MC-CDMA se révèle de loin le plus étudié. Afin de compenser ce problème d'ISI, des techniques d'égalisation très efficaces apparaissent nécessaires.

L'objectif de ce chapitre consiste à appliquer les algorithmes étudiés auparavant aux techniques d'estimation des canaux de communication mobile et à l'égalisation des systèmes de 4^{ème} génération MC-CDMA afin d'améliorer les performances du système de transmission, en éliminant les perturbations parasites générées pendant la transmission. Ce chapitre se décompose en cinq paragraphes. Le paragraphe 4.2 expose les techniques d'accès multiple utilisées dans les systèmes de communications radio-fréquence. Dans le paragraphe 4.3, nous procédons à une présentation détaillée des systèmes MC-CDMA, puis nous introduisons les principales structures des égaliseurs employés dans la pratique pour résoudre les distorsions des canaux de transmission. Quelques simulations sur des canaux à évanouissement très rapide sont proposées dans le paragraphe 4.4. Le paragraphe 4.5 conclut ce chapitre.

4.2 Les techniques d'accès multiples

Le canal radio constitue fondamentalement un moyen de diffusion. Dès lors, un signal transmis par un utilisateur peut potentiellement être reçu par tous les autres utilisateurs situés dans la zone couverte par l'émetteur. Bien que cette possibilité se révèle très intéressante pour certaines applications, comme la radiodiffusion ou la télédiffusion, elle requiert un contrôle des accès rigoureux en communications mobiles.

Les communications mobiles visent à fournir des canaux de communication à la demande entre un terminal mobile et une station de base qui connecte l'utilisateur à l'infrastructure du réseau fixe. Les critères de conception de tels systèmes incluent la capacité, la complexité et la qualité de service. Tous ces critères se trouvent influencés par la méthode utilisée pour délivrer l'accès multiple.

L'accès multiple permet de partager efficacement les ressources de communication en temps et en bande passante pour augmenter la capacité d'un réseau de communication en nombre d'utilisateurs. La mobilisation de cette technique de partage doit s'opérer sans créer d'interférences nuisibles aux performances des systèmes. Il convient de s'intéresser aux principales techniques de base d'accès multiple suivantes :

- ▷ **FDMA** : Frequency Division Multiple Access ou AMRF (Accès Multiple par Répartition de Fréquence). Il s'agit d'un moyen de communication qui per-

met à plusieurs utilisateurs de partager une ressource complète. En FDMA, chaque utilisateur dispose d'une bande de fréquence différente pour communiquer ses informations comme indiqué sur la figure 4.1 (a). Le FDMA renvoie à une technique ancienne, utilisée en 1920 pour les liaisons radio. La juxtaposition des bandes de fréquences dans cette technique s'effectue avant la transmission sur le canal. Cette technique s'appuie généralement sur les signaux analogiques et se base sur une règle de type premier arrivé, premier servi. Il importe de noter qu'à la réception de celles-ci, des filtres adaptés permettent de sélectionner chacune des bandes de fréquences désirées. Un exemple de tous les jours concerne la radiophonie sur la bande FM, le numéro attribué à chaque nom de chaîne de radio correspond à la fréquence porteuse qui lui est alloué [Ibr09].

- ▷ **TDMA** : Time Division Multiple Access qui peut se traduire par AMRT (Accès Multiple par Répartition dans le Temps). Cela correspond à une technique largement utilisée dans les systèmes de communication numérique, notamment lors de la première génération de systèmes cellulaires GSM (Global system for Mobile communication). En effet, le TDMA renvoie à une technique de multiplexage dans le temps permettant de répartir la transmission des informations de plusieurs utilisateurs sur une même porteuse à des intervalles de temps différents, comme illustré dans la figure 4.1 (b). La particularité de cette technique réside dans la possibilité de transmettre les données émises, à la même fréquence sans entraîner d'interférences d'accès multiple (IAM). En réception, seul le créneau temporel désiré est détecté. Si deux transmissions se chevauchent, il s'agit d'une interférence connue dans le même canal. La synchronisation d'horloge de l'émetteur et du récepteur s'avère nécessaire [Ibr09].
- ▷ **CDMA** : Code Division Multiple Access aussi appelé AMRC (Accès Multiple par Répartition de Codes). Il s'agit d'une technique d'accès multiple fondée sur l'étalement de spectre. Les militaires y recourent depuis longtemps, en raison de sa résistance à l'interférence et compte tenu du niveau de sécurité qu'elle offre. Cette technique est aussi développée pour les systèmes de téléphonie mobile et/ou sans fil, et plus particulièrement dans la téléphonie de troisième génération, dite UMTS (Universal Mobile Telecommunication System). Dans cette technique d'accès multiple, les utilisateurs partagent le même espace fréquentiel et transmettent sur le même intervalle temporel comme le montre la figure 4.1 (c) [Ibr09].
- ▷ **OFDM** : Orthogonal Frequency Division Multiplexing qui peut se traduire par MRFO (multiplexage par répartition en fréquence orthogonale). Les modulations multiporteuses (en anglais multi-carrier) ou OFDM consistent à répartir un flux binaire à un rythme t_s sur l'ensemble des sous-porteuses avec chacune un débit réduit. À l'opposé d'un système conventionnel mono-porteuse, la durée utile de transmission d'un symbole se trouve multipliée par N sous-porteuses [Nas06, HK06]. Nous obtenons un symbole OFDM de durée utile $T_{OFDM} = Nt_s$.

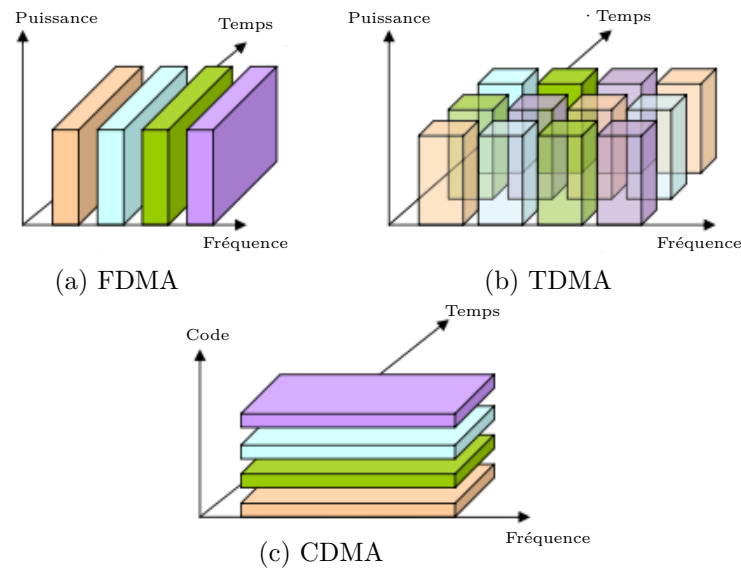


FIGURE 4.1 – Méthodes d'accès multiples.

4.3 Principe de la technique MC-CDMA

Grâce au développement rapide des technologies de communication et à la demande croissante de systèmes sans fil, les experts s'attèlent à la conception de systèmes efficaces de transmission de données à haut débit sur des canaux à évanouissement sélectifs en fréquence. Les techniques de modulation multi-porteuse constituent des méthodes appropriées pour les systèmes sans fil à haute capacité. Une forme essentielle de modulation multi-porteuse renvoie au schéma de modulation MC-CDMA qui combine le multiplexage par répartition en fréquence orthogonale (OFDM) et l'accès multiple par répartition en code (CDMA) pour atteindre une vitesse élevée, une grande largeur de bande, une meilleure diversité de fréquences pour lutter contre les évanouissements sélectifs en fréquence et une bonne performance dans des conditions de trajets multiples intenses [Nob03].

Le signal MC-CDMA provient de la concaténation des opérations d'étalement de spectre en séquence directe et de la modulation multi-porteuse. Ce système s'utilise pour lutter contre la distorsion du canal et améliorer l'efficacité spectrale, le débit de données élevé et la résistance aux évanouissements par trajets multiples. Ainsi que le met en lumière la figure 4.2, le principe de la modulation MC-CDMA consiste à réaliser une conversion série-parallèle de la suite de bits à transmettre. Il convient ensuite de mobiliser une séquence d'étalement de longueur égale au nombre de sous-porteuses utilisées, et enfin à recourir à la transformée de Fourier pour moduler chaque sous-porteuse [Nas06, HK06].

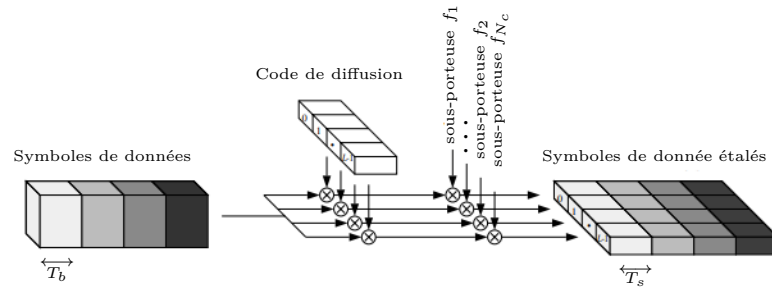


FIGURE 4.2 – Principe de la modulation MC-CDMA pour un seul utilisateur.

4.3.1 Modélisation du système MC-CDMA dans le cas d'une liaison descendante

La technique MC-CDMA s'appuie sur la concaténation du spectre d'étalement et de la modulation multi-porteuse [ZD20, FDS21b]. Au lieu d'appliquer la technique d'étalement du spectre dans le domaine temporel, nous la mobilisons dans le domaine fréquentiel, en modulant les différents éléments du code d'étalement avec des sous-porteuses OFDM. Plus précisément, le symbole complexe y_j propre à chaque utilisateur j est d'abord multiplié par son code d'étalement de Walsh-Hadamard spécifique à l'utilisateur $C_j = (c_{u,j})_{0 < u \leq L_c}^T$ de longueur L_c , où $(\cdot)^T$ désigne la transposition matricielle, avant d'être appliqué à l'entrée du modulateur multiporteuse.

Chaque sous-porteuse transmet un élément d'information multiplié par une puce du code spécifique à cette sous-porteuse [Nob03]. La figure 4.3 représente l'organisation générale d'une liaison descendante synchrone basée sur la technique MC-CDMA dans le cas où la longueur L_c du code d'étalement équivaut au nombre N_c de sous-porteuses.

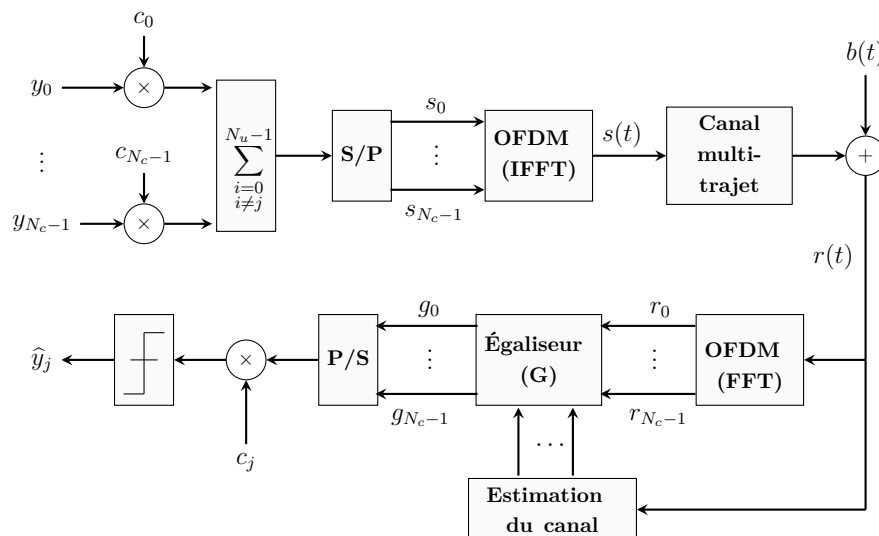


FIGURE 4.3 – Représentation d'une chaîne de radiocommunication utilisant le MC-CDMA [Mas05].

Afin d'assurer l'orthogonalité entre les sous-porteuses après la fonction d'étalement, l'espace entre deux sous-porteuses adjacentes est proportionnel à l'inverse de la durée T_c d'un symbole MC-CDMA sur chaque sous-porteuse. Pour le j -ième émetteur, le signal émis se présente comme suit :

$$s_j(t) = \Re \left\{ \frac{1}{\sqrt{N_c}} \sum_{k=0}^{N_c-1} y_j c_{j,k} e^{i2\pi f_k t} \right\}, \text{ avec } f_k = f_0 + k/T_c. \quad (4.1)$$

Où f_k désigne la fréquence relative, N_c correspond au nombre de sous-porteuses utilisées. Le facteur $\frac{1}{\sqrt{N_c}}$ renvoie au terme de normalisation de la puissance et $c_{j,k} \in \{-1, 1\}$ désigne le code d'étalement.

Le canal de propagation ne varie pas dans le temps et peut être exprimé dans le domaine du retard par sa réponse impulsionnelle :

$$h(\tau) = \sum_{l=0}^{L-1} \beta_l e^{j\theta_l} \delta(\tau - \tau_l) \quad (4.2)$$

Où β_l et θ_l sont respectivement l'amplitude et la phase du canal.

Le signal MC-CDMA reçu sur la liaison descendante à l'entrée du récepteur est noté $r(t)$ et est représenté par [Nob03, SFZM11] :

$$r(t) = h(t) * s(t) + b(t) \quad (4.3)$$

$$r(t) = \frac{1}{\sqrt{N_c}} \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{N_u-1} \sum_{p=0}^{N_c-1} \Re \{ \beta_l e^{j\theta} y_j c_{j,p} e^{2j\pi f_k(t-\tau_l)} \} + b(t) \quad (4.4)$$

Où N_u correspond au nombre d'utilisateurs, \Re est constituée une fonction de la partie réelle, et $b(t)$ renvoie à un bruit blanc gaussien additif.

L'expression d'un symbole MC-CDMA reçu peut se traduire sous forme vectorielle par la formule suivante :

$$r = [r_0, r_1, \dots, r_{N_c-1}] = HCy + b \quad (4.5)$$

Où r désigne un vecteur composé des valeurs reçues sur chaque sous-porteuse, et la matrice H représente la matrice diagonale des coefficients de canal :

$$H = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & h_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & h_{N_c-1} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

4.3.2 Égalisation mono-utilisateur pour le système MC-CDMA

Les techniques d'égalisation visent à réduire les effets d'évanouissement et d'interférence. Cela facilite la prise de décision au regard des symboles de données reçus [ZSSB14, ZSSB⁺14]. En utilisant la notation matricielle précédente, G , la matrice diagonale se compose des coefficients d'égalisation g_j , et se formule ainsi :

$$G = \begin{bmatrix} g_0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & g_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & g_{N_c-1} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Après égalisation et désétalement selon la séquence c_j de l'utilisateur considéré, l'estimation \hat{y}_j du symbole émis exprime comme suit :

$$\hat{y}_j = c_j \cdot G \cdot r \quad (4.8)$$

En substituant l'équation (4.5) à l'équation (4.8), nous obtenons :

$$\hat{y}_j = c_j \cdot G \cdot H \cdot C \cdot y + c_j \cdot G \cdot b \quad (4.9)$$

La matrice C représente les N_c codes d'étalement c_j spécifiques à chaque utilisateur j :

$$C = \begin{bmatrix} c_{0,0} & \cdots & c_{0,N_u-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{L_c-1,0} & \cdots & c_{N_c-1,L_c-1} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

donc :

$$\begin{aligned} \hat{y}_j = \sum_{p=0}^{N_c-1} C_{p,j}^2 g_p h_p y_j &+ \sum_{\substack{q=0 \\ q \neq j}}^{N_u-1} \sum_{p=0}^{N_c-1} C_{p,j} C_{p,q} g_p h_p y_q \\ &+ \sum_{p=0}^{N_c-1} C_{p,j} g_p b_p \end{aligned} \quad (4.11)$$

L'égalisation ORC et MMSE comptent parmi les techniques de détection mono-utilisateur les plus connues.

4.3.2.1 Le détecteur à combinaison et à restauration d'orthogonalité (ORC) ou Zero Forcing (ZF)

Afin d'annuler complètement les distorsions de phase et d'amplitude fournies par le canal, il convient de recourir à la technique ORC, également appelée ZF (Zero Forcing) [ZSS18] :

$$g_{\text{orc}} = \frac{1}{|h_p|}, \quad \text{avec } 0 \leq p \leq N_c - 1 \quad (4.12)$$

L'expression (4.11) permettant d'obtenir l'estimation \hat{y}_j du symbole y_j de l'utilisateur j s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \hat{y}_j = \sum_{p=0}^{N_c-1} C_{p,j}^2 y_j &+ \sum_{\substack{q=0 \\ q \neq j}}^{N_u-1} \sum_{p=0}^{N_c-1} C_{p,j} C_{p,q} y_q \\ &+ \sum_{p=0}^{N_c-1} C_{p,j} \frac{1}{h_p} b_p. \end{aligned} \quad (4.13)$$

En supposant que les codes d'étalement utilisés au niveau de l'émetteur sont orthogonaux, nous obtenons donc :

$$\sum_{p=0}^{N_c-1} C_{p,j} C_{p,q} = 0, \quad \forall j \neq q \quad (4.14)$$

L'équation (4.13) se réduit à :

$$\hat{y}_j = \sum_{p=0}^{N_c-1} C_{p,j}^2 y_j + \sum_{p=0}^{N_c-1} C_{p,j} \frac{1}{h_p} b_p$$

Cependant, cette technique présente un inconvénient majeur : pour les faibles amplitudes de h_p , la multiplication par une fonction inverse du canal entraîne une forte amplification du bruit, ce qui augmente rapidement la valeur de g_{orc} .

4.3.2.2 Le détecteur à combinaison à erreur quadratique moyenne minimale (MMSE)

Le critère du minimum d'erreur quadratique moyenne MEQM ou MMSE en anglais (Minimum Mean Square Error), s'avère essentiel car il délivre un filtre égaliseur capable de minimiser la valeur quadratique moyenne de l'erreur entre le vecteur S du signal transmis et son estimation $\hat{S} = GR$ générée à la sortie de l'égaliseur :

$$J = E\{|\varepsilon|^2\} = E\{|S - GR|^2\} \quad (4.15)$$

Où $R = (R_0, \dots, R_k, \dots, R_{N_c-1})$ et $G = (G_0, \dots, G_k, \dots, G_{N_c-1})$ correspondent respectivement au vecteur symbole renvoyé en sortie de la FFT et le vecteur gain de l'égaliseur [Nob03, ZSS18]. Cette erreur quadratique moyenne J se révèle minimale lorsque les gains G_k de l'égaliseur sont tels que le signal reçu et le signal d'erreur sont orthogonaux, ce qui implique :

$$E\{\varepsilon R^{*\top}\} = 0 \quad (4.16)$$

Lorsque le nombre d'utilisateurs équivaut à la longueur L_c du code, les coefficients optimaux de l'égaliseur selon le critère de minimisation de l'erreur quadratique moyenne se révèlent égaux à :

$$g_{mmse} = \frac{h_p^*}{|h_p|^2 + \frac{1}{\gamma_p}}, \quad \text{avec } \gamma_p \neq 0 \quad (4.17)$$

Où g_{mmse} représente le gain complexe de canal, l'opération $*$ est le conjugué complexe et γ_p correspond au rapport signal sur bruit pour la sous-porteuse p . Le symbole reçu estimé, \hat{y}_i du symbole y_i de l'utilisateur i est représenté par :

$$\hat{y}_j = \underbrace{\sum_{p=0}^{N_c-1} C_{p,j}^2 \frac{|h_p|^2}{|h_p|^2 + \frac{1}{\gamma_p}} y_j}_{\lambda} + \underbrace{\sum_{q=0}^{N_u-1} \sum_{p=0}^{N_c-1} C_{p,j} C_{p,q} \frac{|h_p|^2}{|h_p|^2 + \frac{1}{\gamma_p}} y_p}_{\varsigma(q \neq j)} + \underbrace{\sum_{p=0}^{N_c-1} C_{p,j} \frac{h_p^*}{|h_p|^2 + \frac{1}{\gamma_p}} b_p}_{\eta} \quad (4.18)$$

Où λ renvoie à la partie utilisable du signal, ς est l'interférence d'accès multiple et η le terme de bruit.

Si le code d'étalement est orthogonal, à savoir :

$$\sum_{p=0}^{N_u-1} C_{p,j}C_{p,q} = 0, \quad \forall j \neq p \quad (4.19)$$

Alors l'équation (4.18) devient :

$$\hat{y}_j = \sum_{p=0}^{N_u-1} C_{p,j}^2 \frac{|h_p|^2}{|h_p|^2 + \frac{1}{\gamma_p}} y_j + \sum_{p=0}^{N_u-1} C_{p,j} \frac{h_p^*}{|h_p|^2 + \frac{1}{\gamma_p}} b_p \quad (4.20)$$

4.4 Application aux transmissions MC-CDMA

Dans ce paragraphe, nous considérons le problème d'identification et d'égalisation des systèmes MC-CDMA, en recourant aux algorithmes étudiés précédemment. L'évaluation des performances de l'égalisation des systèmes MC-CDMA s'effectue, dans le cas mono-utilisateurs et en voie descendante.

Cette évaluation s'opère en calculant le taux d'erreur binaire (TEB ou BER en anglais) et l'erreur quadratique moyenne (EQM ou MSE en anglais), pour les deux égaliseurs ORC et MMSE. Pour ce faire, nous nous appuyons sur les paramètres mesurés et estimés des canaux BRAN décrits précédemment dans le paragraphe 3.6 du chapitre 3.

Le tableau 4.1 rappelle les différents paramètres du système MC-CDMA implémentés pour les canaux BRAN.

TABLE 4.1 – Les paramètres de simulation

Caractéristiques	Configuration
Longueurs de code d'étalement L_c	64
Fréquence d'échantillonnage f_s	20MHz
Nombre de sous-porteuses N_c	64
Temps de symbole T_s	$3\mu s$
Nombre d'utilisateurs N_u	64
Code d'étalement	Walsh-Hadamard
Modulation OFDM	FFT 64 échantillons
Modèle de canal	Canaux BRAN
Mesures de performance	BER et EQM

4.4.1 Première expérience - Exécution des algorithmes KLMS et LMS

Nous présentons ici, une expérience de simulation pour démontrer les performances de l'algorithme KLMS afin d'identifier en temps réel, les paramètres des modèles BRAN (C et E). Les données ont été générées selon le système de Hammerstein présenté au paragraphe 3.3 du chapitre trois.

Les performances des systèmes MC-CDMA : Canal BRAN C

Les paramètres de la réponse impulsionnelle du canal radio ETSI BRAN C estimée à l'aide des deux algorithmes sont représentés sur la figure 4.4, pour un scénario avec un $SNR = 15dB$, un nombre d'échantillons du signal d'entrée fixés à $N = 1024$ en s'appuyant sur 50 itérations de Monte Carlo.

Nous remarquons que la réponse estimée à l'aide de l'algorithme à noyau (KLMS) correspond aux valeurs réelles, toutefois lors de l'estimation de la réponse impulsionnelle du canal à l'aide de l'algorithme LMS, nous relevons une différence apparente entre les valeurs estimées et celles mesurées.

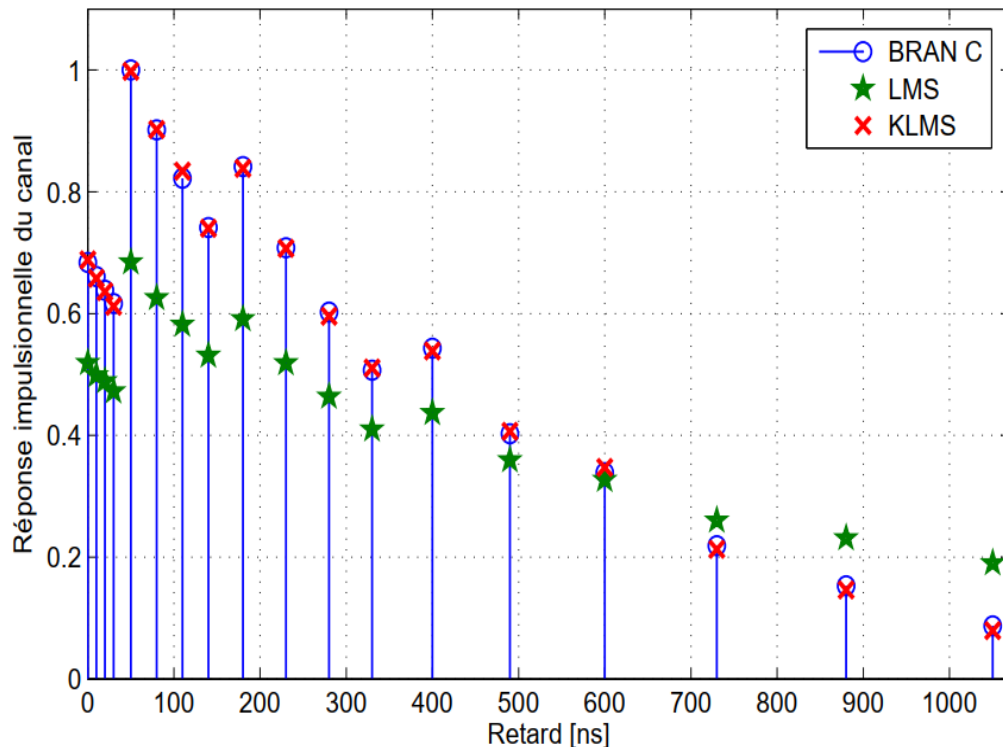


FIGURE 4.4 – Estimation de la réponse impulsionnelle du canal BRAN C en fonction des délais des trajets pour $N = 1024$ et $SNR = 15dB$.

Les valeurs d'erreur quadratique moyenne pour les deux algorithmes sont exposées à la figure 4.5, pour un SNR variant entre $0dB$ et $40dB$ et un nombre d'échantillons égal à $N = 1024$. Nous constatons que l'algorithme à noyau offre les meilleures performances en termes de critère EQM, même dans un environnement fortement bruité, comparativement à l'algorithme LMS.

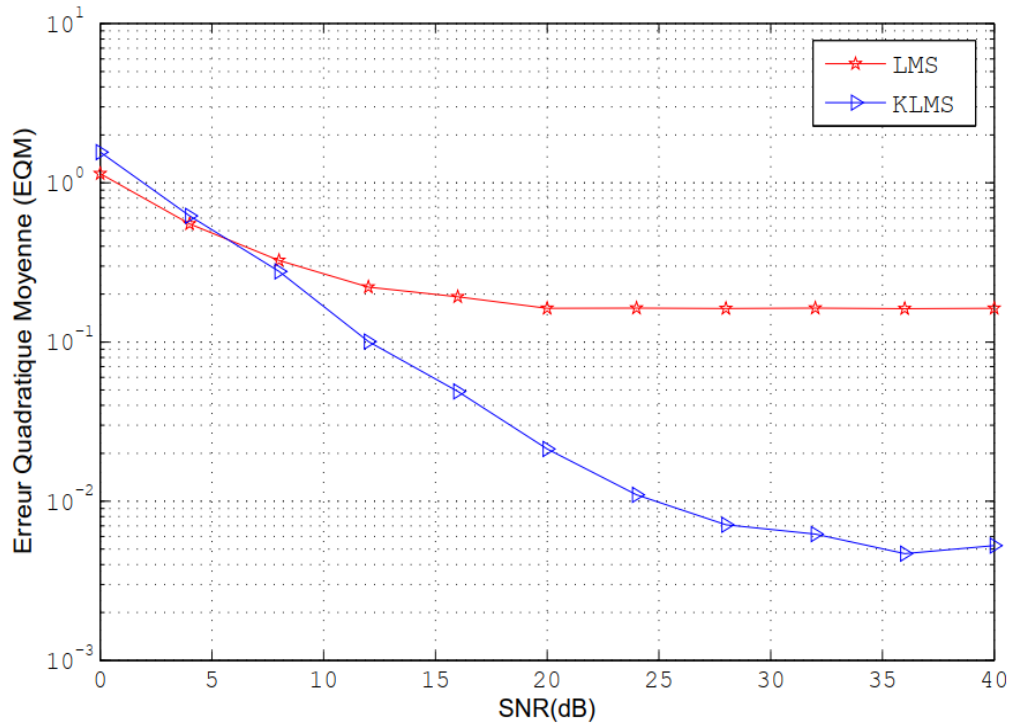


FIGURE 4.5 – Comparaison des algorithmes en termes de l'EQM pour différents SNR et pour $N = 1024$, canal BRAN C.

La figure 4.6 met en lumière les estimations de l'amplitude et de la phase du canal ETSI BRAN C, en recourant aux algorithmes des moindres carrés moyens (LMS) et aux moindres carrés moyens à noyau (KLMS), pour un nombre d'échantillons égal à $N = 1024$ et pour un $SNR = 15dB$. Aux termes de ces résultats, l'algorithme à noyau se révèle plus efficace que l'algorithme LMS, car il permet d'obtenir les mêmes allures des valeurs estimées (au niveau de l'amplitude et de la phase) que celles mesurées.

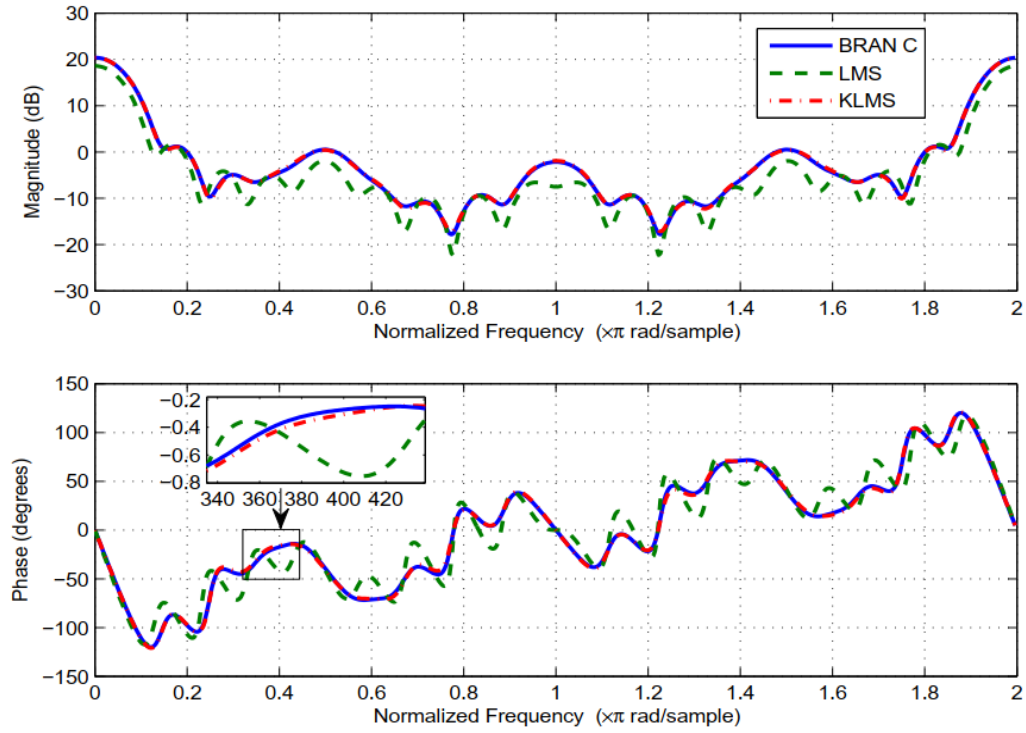


FIGURE 4.6 – Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN C pour $N = 1024$ et $SNR = 15dB$.

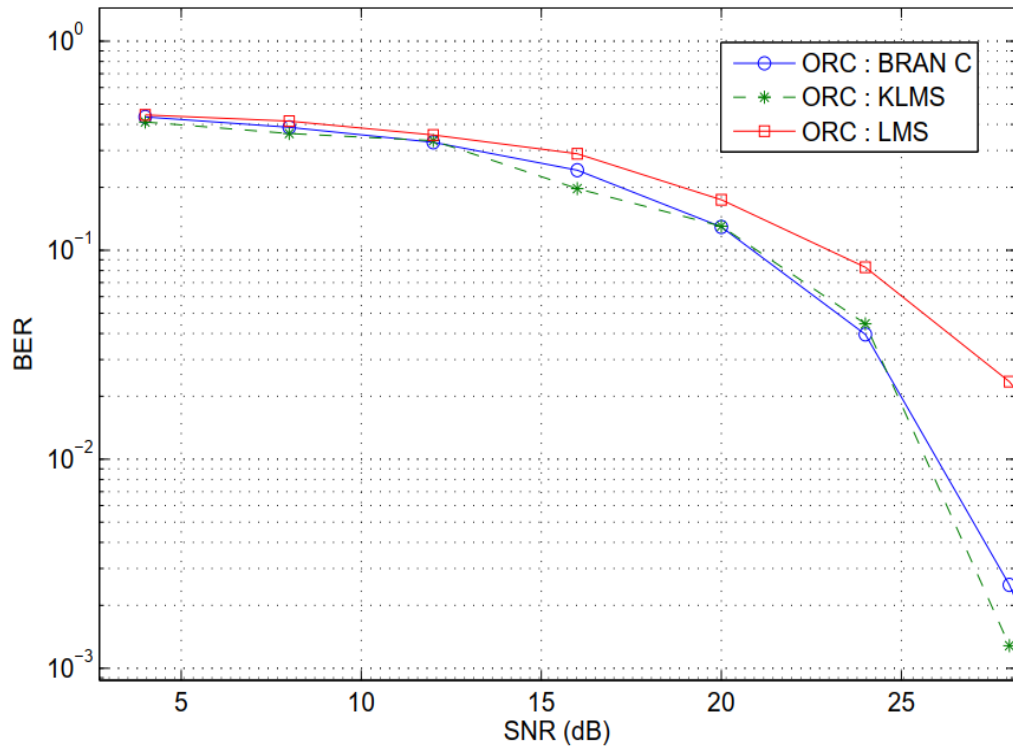


FIGURE 4.7 – BER en fonction du SNR pour le canal BRAN C estimé et mesuré, en utilisant l'égaliseur ORC.

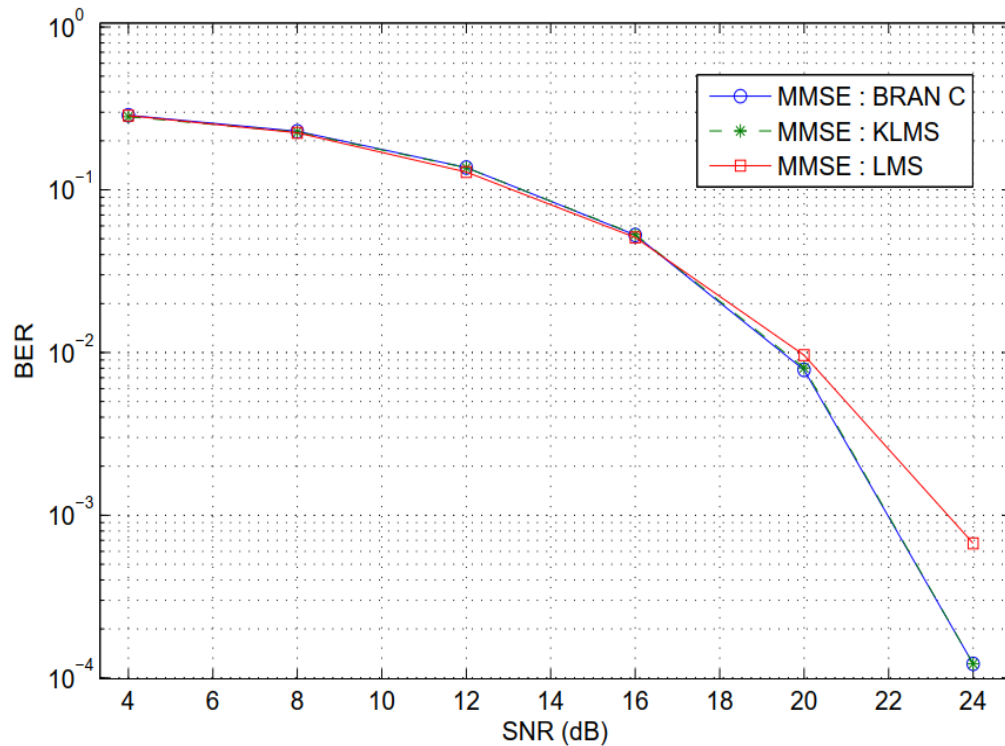


FIGURE 4.8 – BER en fonction du SNR pour le canal BRAN C estimé et mesuré, en utilisant l'égaliseur MMSE.

Les figures 4.7 et 4.8 montrent, respectivement, les résultats de simulation du BER, dans un scénario à mono-utilisateur et dans la liaison descendante, pour différents SNR obtenus à l'aide des égaliseurs ORC et MMSE, en se basant sur les paramètres mesurés du canal ETSI BRAN C et les paramètres estimés par les algorithmes KLMS et LMS. À partir de ces résultats de simulation, l'algorithme KLMS délivre les mêmes valeurs de performance que celles mesurées pour le canal ETSI BRAN C, contrairement à l'algorithme LMS, qui fournit des valeurs très différentes de celles mesurées. En effet, les valeurs de BER de l'algorithme Kernel LMS s'avèrent inférieures à celles obtenues par l'algorithme LMS.

D'après les figures 4.7 et 4.8, nous pouvons conclure que :

- Lorsque nous utilisons les valeurs mesurées de l'égalisation ORC, nous obtenons un seul bit erroné, lorsque on reçoit 10^2 bits à l'aide de l'algorithme LMS, mais si nous utilisons l'algorithme KLMS, nous aurons un seul bit erroné lorsque on reçoit 10^3 bits (Fig. 4.7) ;
- En revanche, dans le cas de l'égaliseur MMSE, si le $SNR = 24dB$, nous obtenons juste un bit d'erreur, lorsque nous recevons 10^4 bits, avec un avantage sur l'algorithme KLMS (Fig. 4.8).

La technique MMSE se révèle donc plus efficace que la technique ORC dans le cas du canal radio BRAN C de l'ETSI.

Les performances des systèmes MC-CDMA : Canal BRAN E

La figure 4.9 représente les paramètres estimés de la réponse impulsionnelle du canal BRAN E, en fonction des retards sur le trajet, pour un nombre d'échantillons $N = 1024$, un $SNR = 15dB$, et 50 exécutions de Monte Carlo. Il en résulte que la meilleure performance provient de l'algorithme LMS à noyau.

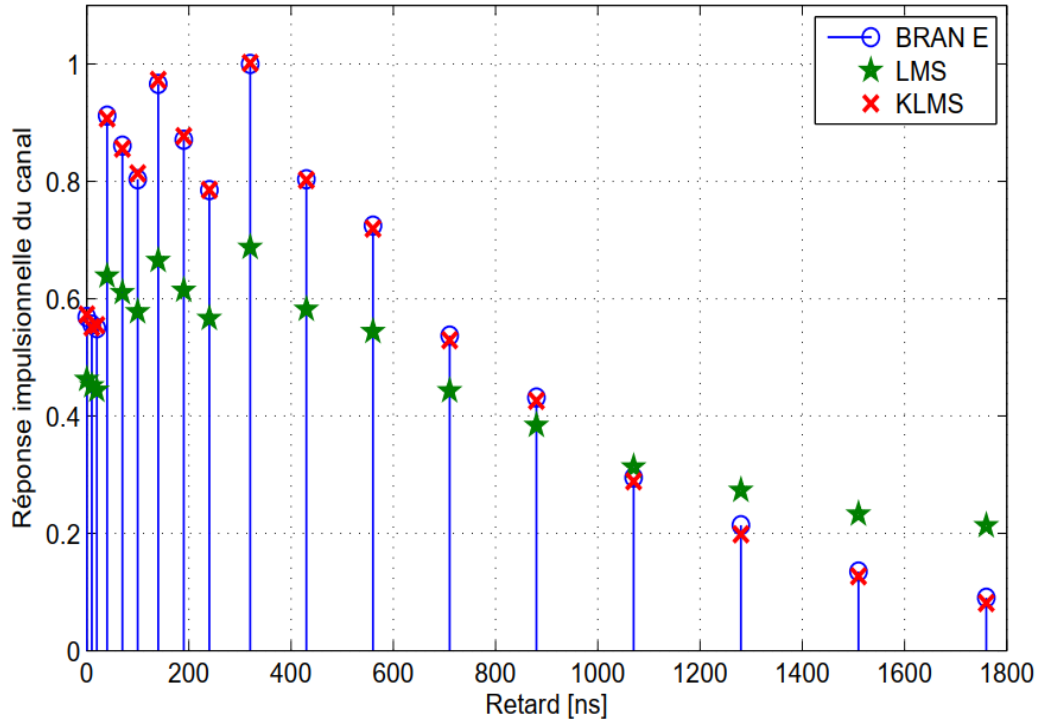


FIGURE 4.9 – Estimation de la réponse impulsionnelle du canal BRAN E en fonction des délais des trajets pour $N = 1024$ et $SNR = 15dB$.

Les valeurs de l'erreur quadratique moyenne pour les deux algorithmes sont illustrées par la figure 4.10, pour différents SNR et pour un nombre d'échantillons de $N = 1024$. Alors que les performances de l'algorithme LMS s'avèrent peu affectées par une perturbation considérable, les performances de l'algorithme KLMS se révèlent considérablement réduites en raison de sa sensibilité à un faible SNR. L'algorithme LMS à noyau atteint les meilleures performances, avec une vitesse de convergence plus élevée et une EQM minimisée.

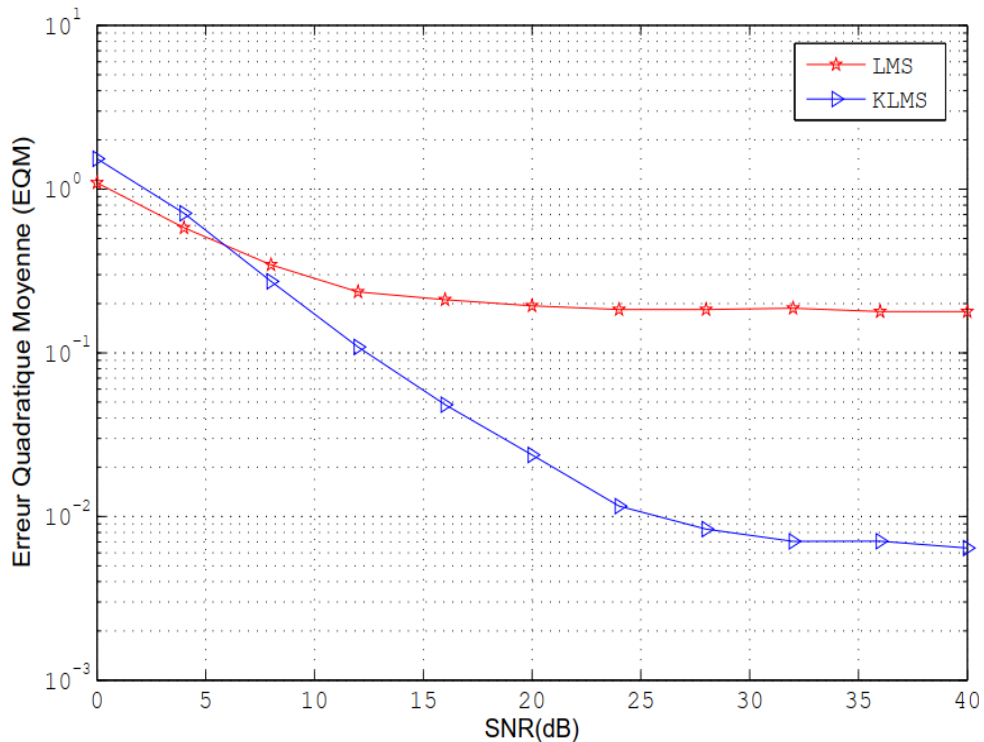


FIGURE 4.10 – Comparaison des algorithmes en termes de l'EQM pour différents SNR et pour $N = 1024$, canal BRAN E.

Comme le mettent en lumière les figures 4.5 et 4.10, l'algorithme LMS se montre plus efficace dans le cas du canal BRAN C, en raison du niveau plus élevé de fluctuations dans le canal BRAN E. Sur la base des résultats obtenus, nous constatons que lorsque la valeur du SNR s'avère inférieure à $5dB$, la valeur de l'EQM obtenue avec l'algorithme KLMS ($EQM > 10^0$, si $SNR = 0dB$) apparaît légèrement supérieure à celle obtenue avec celui LMS ($EQM > 10^0$, si $SNR = 0dB$). Toutefois lorsque $SNR > 5dB$, la valeur d'EQM de l'algorithme LMS se révèle stable, si bien qu'aucune valeur SNR ne se trouve affectée, ce qui témoigne de son incapacité à estimer les paramètres. Ces résultats nous permettent de conclure que l'algorithme à noyau confère une bonne approximation des paramètres du modèle à identifier.

L'estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN E, à l'aide des deux algorithmes, se trouvent illustrées dans la figure 4.11, pour un nombre d'échantillons $N = 1024$ et un $SNR = 15dB$. L'amplitude et la phase estimées à l'aide de l'algorithme à noyau revêtent la même forme que celles des données mesurées. Toutefois, comparativement à l'algorithme linéaire adaptatif (LMS), nous remarquons une différence entre la forme de l'amplitude et de la phase estimées, et la forme des paramètres réels mesurés.

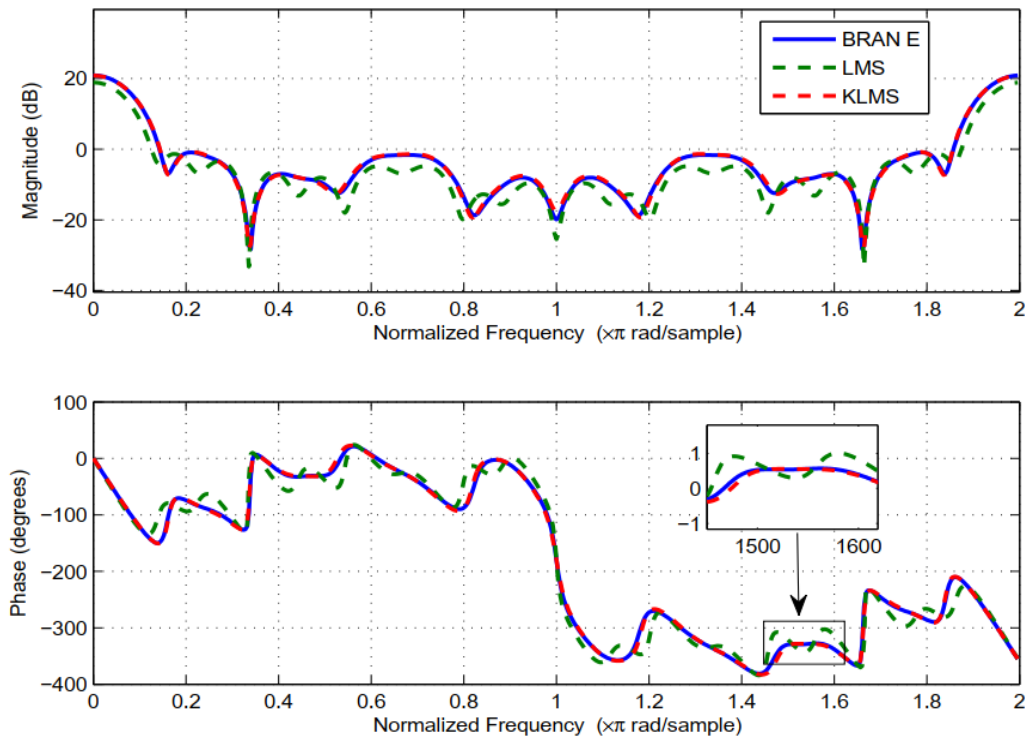


FIGURE 4.11 – Estimation de l'amplitude et de la phase du canal BRAN E pour $N = 1024$ et $SNR = 15dB$.

La figure 4.12 montre les résultats de simulations du BER, pour différents SNR obtenus à l'aide de l'égaliseur ORC, en utilisant les paramètres mesurés, du canal BRAN B, et ceux estimés, avec les algorithmes KLMS et LMS.

De même, la figure 4.13 présente les résultats de simulations du BER pour différents SNR obtenus avec l'égaliseur MMSE, sur la base des paramètres mesurés du canal BRAN E et ceux estimés avec les algorithmes KLMS et LMS. Nous constatons que l'efficacité de l'algorithme KLMS se révèle supérieure à l'algorithme LMS. Selon les figures 4.12 et 4.13, si le $SNR = 36dB$, la valeur du BER apparaît inférieure à 10^{-3} dans le cas de l'égaliseur ORC. En recourant à la technique MMSE, la valeur de BER s'avère inférieure à 10^{-3} lorsque le SNR équivaut à $24dB$. Nous en concluons donc que l'égaliseur MMSE offre les meilleures performances en termes de BER pour tous les canaux étudiés (BRAN C et BRAN E).

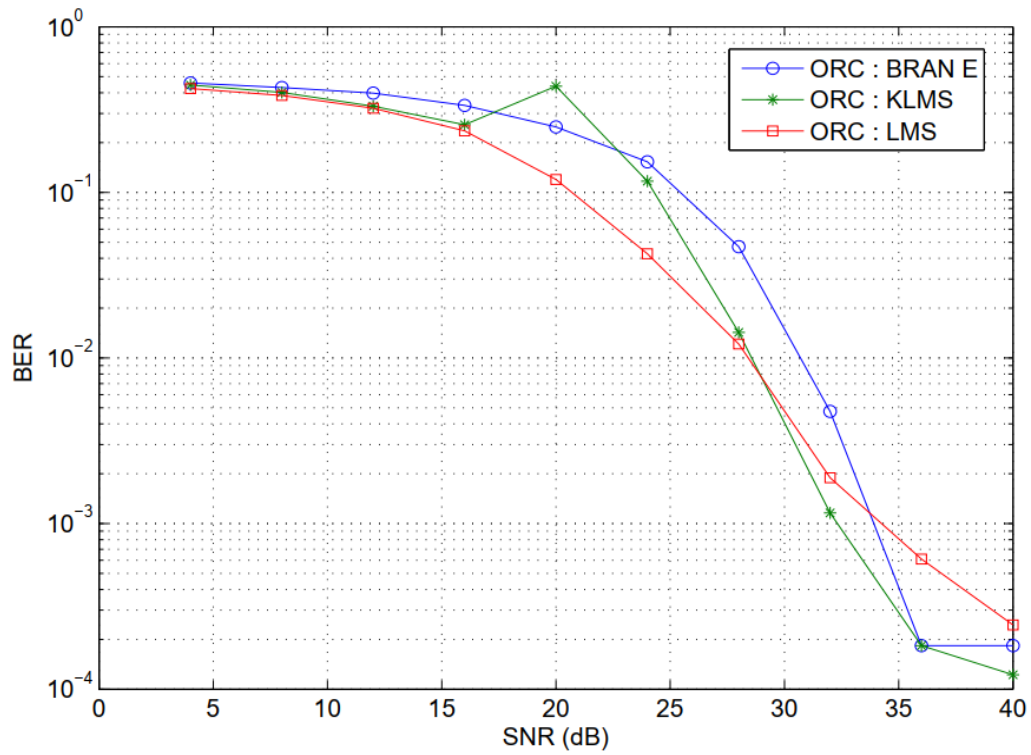


FIGURE 4.12 – BER en fonction du SNR pour le canal BRAN E estimé et mesuré, en utilisant l'égaliseur ORC.

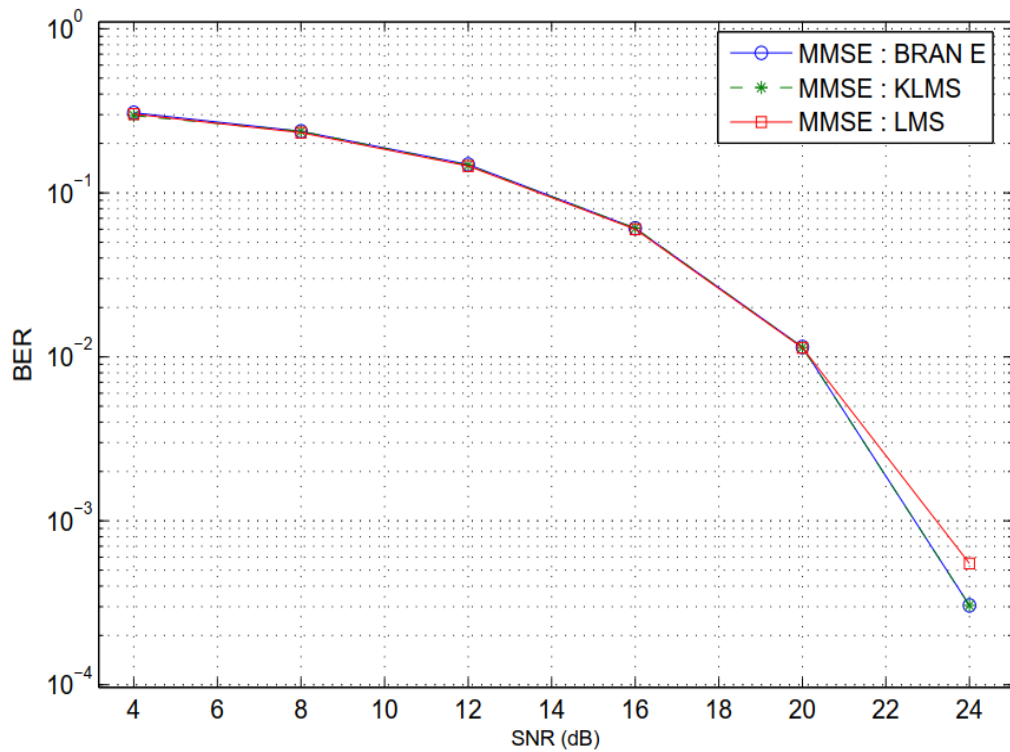


FIGURE 4.13 – BER en fonction du SNR pour le canal BRAN E estimé et mesuré, en utilisant l'égaliseur MMSE.

4.4.2 Deuxième expérience - Exécution des algorithmes Algo-FS et Algo-PG

Cette deuxième expérience de simulation concerne la comparaison des performances de l'algorithme Algo-FS proposé avec la méthode présentée au paragraphe 3.5.1 du chapitre 3 (Algo-PG). Cet exemple numérique utilise le système de Hammerstein avec une sortie binaire décrite par un filtre numérique à réponse impulsionnelle finie (BRAN) en présence d'un bruit additif. Nous portons plus particulièrement notre attention aux deux modèles BRAN A (à l'intérieur, zone fermée) et BRAN B (à l'intérieur, zone ouverte).

Les performances des systèmes MC-CDMA : Canal BRAN A

Les figures 4.14 et 4.15 montrent, respectivement, les résultats de simulations du BER, pour différents SNR obtenus à l'aide des égaliseurs ORC et MMSE, en utilisant les paramètres mesurés, du canal BRAN A, et estimés, avec les algorithmes Algo-PG et Algo-FS. A la lumière des résultats, l'algorithme Algo-FS proposé délivre les meilleures performances en termes de BER, par rapport à l'algorithme Algo-PG.

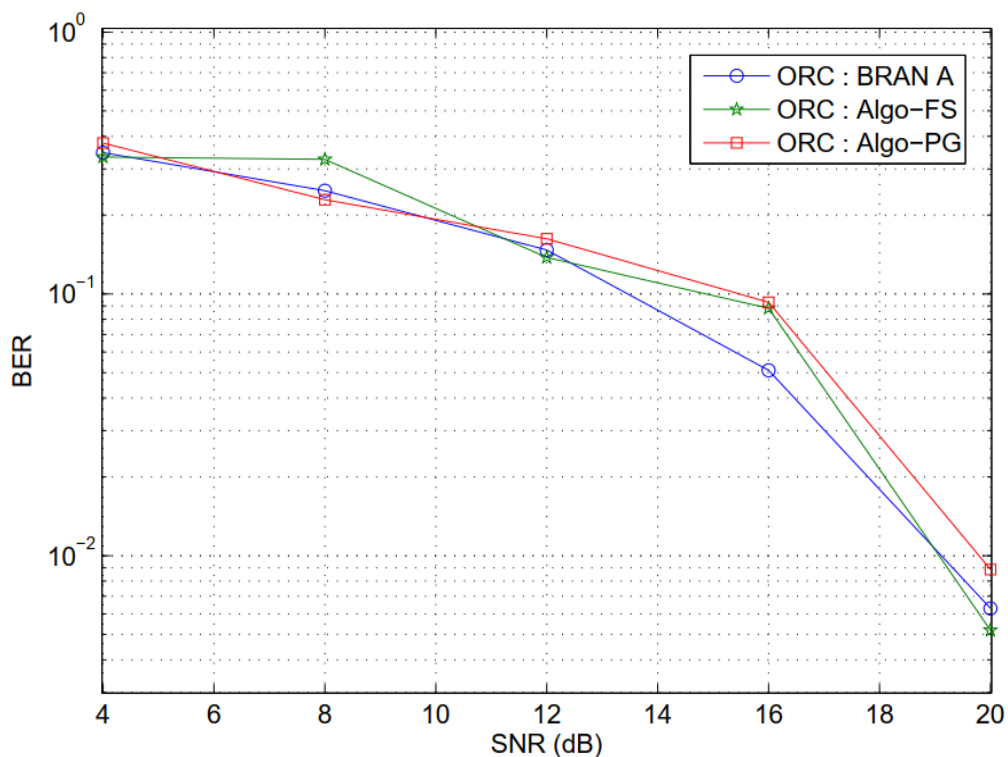


FIGURE 4.14 – BER en fonction du SNR pour le canal BRAN A estimé et mesuré, en utilisant l'égaliseur ORC.

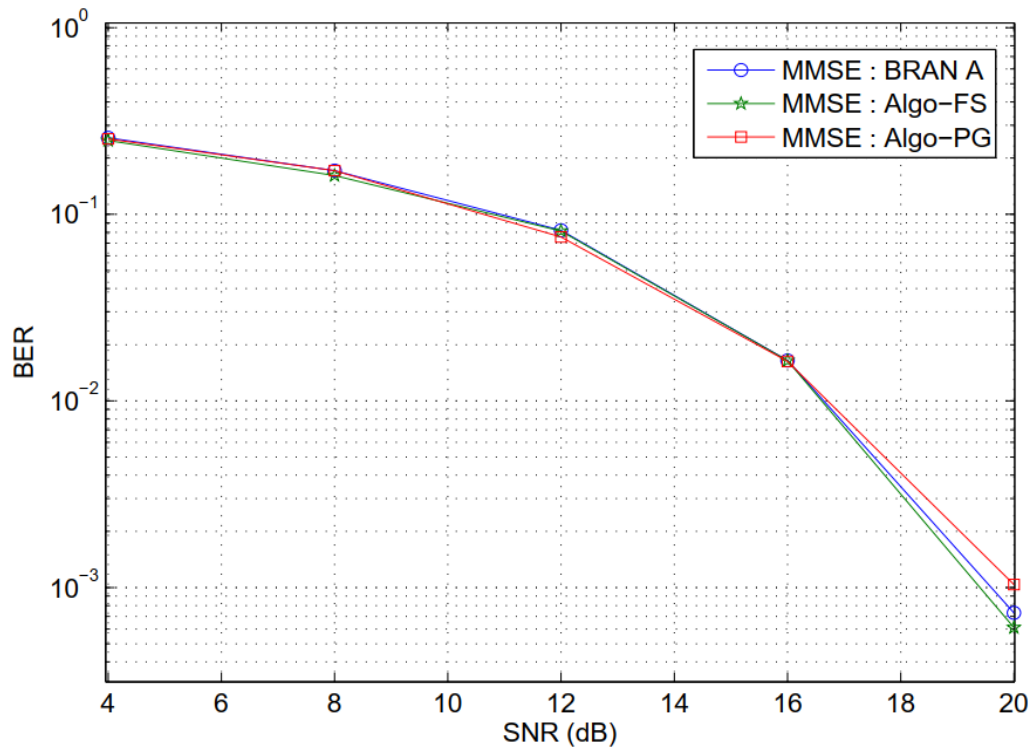


FIGURE 4.15 – BER en fonction du SNR pour le canal BRAN A estimé et mesuré, en utilisant l'égaliseur MMSE.

Ceci découle d'une bonne estimation de l'amplitude et de la phase, par l'algorithme Algo-FS proposé qui s'appuie sur les noyaux définis positifs. En effet, l'égalisation à l'aide de la technique MMSE nous donne approximativement les mêmes résultats obtenus pour les valeurs BRAN A mesurées. Par exemple, si nous avons un $SNR = 20dB$ (Fig. 4.15), un seul bit erroné apparaît lorsque nous recevons 10^4 bits en utilisant l'algorithme Algo-FS proposé. En revanche, en recourant à l'algorithme Algo-PG, nous obtenons un seul bit erroné lorsque nous recevons 10^3 bits.

Dans le cas de canaux pratiques, quand l'évanouissement par trajets multiples s'avère sévère durant la durée de la séquence d'entraînement, la qualité des estimations se révèle peu fiable.

Les performances des systèmes MC-CDMA : Canal BRAN B

Les figures 4.16 et 4.17 représentent, respectivement, les résultats de simulations des BER pour différents SNR obtenus à l'aide des égaliseurs ORC et MMSE, en utilisant les paramètres mesurés, du canal BRAN B, et estimés avec les algorithmes Algo-PG et Algo-FS. Nous constatons une meilleure efficacité de l'algorithme Algo-FS comparativement à l'algorithme Algo-PG. En effet les valeurs du BER fournies par l'approche proposée (Algo-FS) se révèlent inférieures à celles données par l'algorithme Algo-PG.

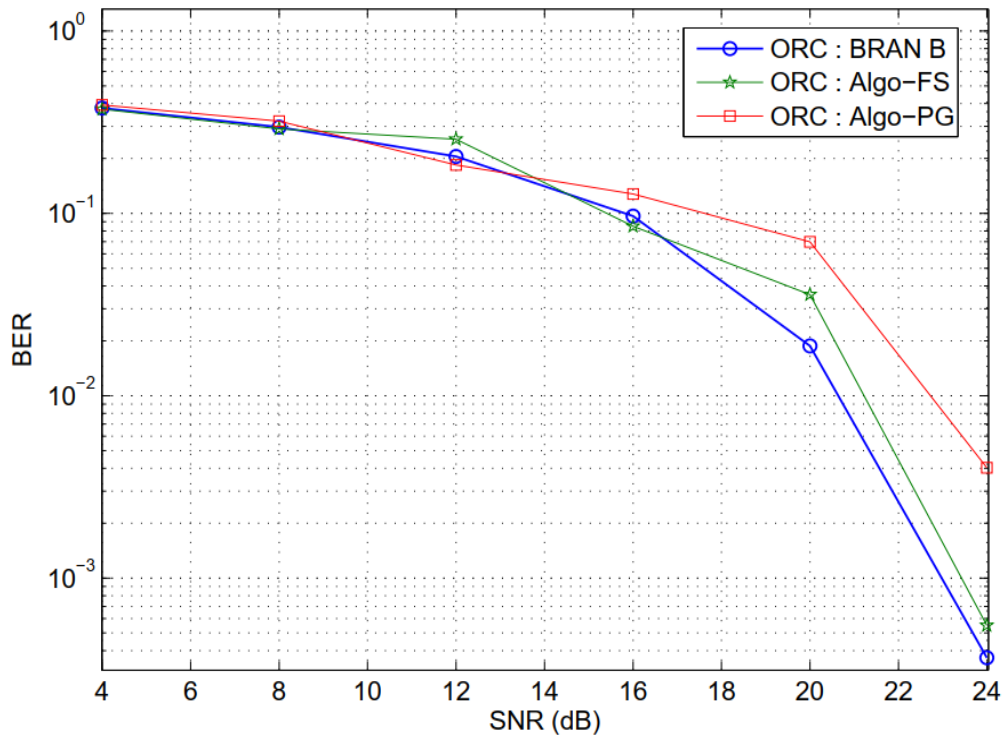


FIGURE 4.16 – BER en fonction du SNR pour le canal BRAN B estimé et mesuré, en utilisant l'égaliseur ORC.

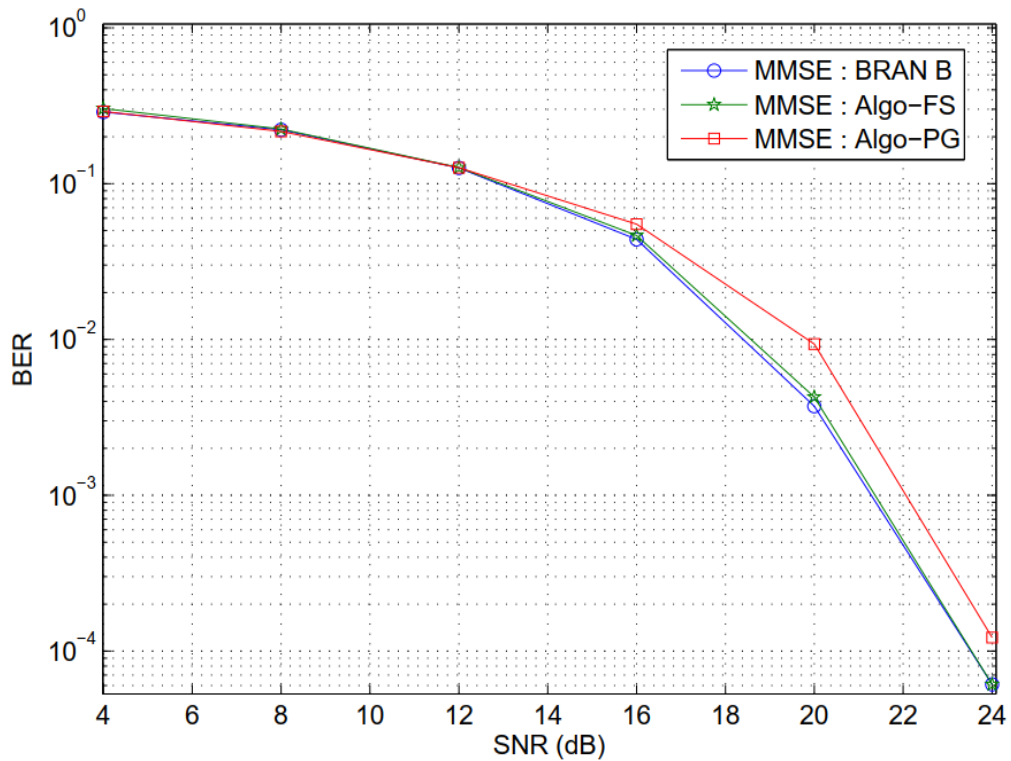


FIGURE 4.17 – BER en fonction du SNR pour le canal BRAN B estimé et mesuré, en utilisant l'égaliseur MMSE.

À partir des figures 4.16 et 4.17, nous en concluons que :

- Lorsque nous utilisons les valeurs mesurées de l'égalisation ORC, la valeur de BER, pour un $SNR = 24dB$, fournie par l'algorithme proposé Algo-FS équivaut à 10^{-4} . En revanche, avec l'algorithme Algo-PG, nous obtenons 10^{-3} (Fig. 4.16).
- Dans le cas de l'égaliseur MMSE, si le $SNR = 24dB$, la valeur de BER, obtenue par l'algorithme proposé Algo-FS est de 10^{-5} . Toutefois l'algorithme Algo-PG, nous permet d'obtenir 10^{-4} (Fig. 4.17).

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les différentes techniques d'accès multiples. Après avoir livré une description détaillée des systèmes de 4^{ème} génération MC-CDMA, nous avons explicité deux techniques d'égalisation mono-utilisateurs mises en œuvre dans les récepteurs MC-CDMA, à savoir : la combinaison à erreur quadratique moyenne minimale (MMSE) et la combinaison à restauration d'orthogonalité (ORC).

La réalisation de simulations ont permis d'évaluer l'efficacité des algorithmes basés sur les noyaux définis positifs (Algo-FS et KLMS). Les performances de ces algorithmes sont comparées avec des méthodes linéaires proposées dans la littérature, à savoir LMS et Algo-PG. Les résultats obtenus, sur les canaux BRAN (A, B, C et E), mettent en lumière que le détecteur basé sur le critère de l'erreur quadratique moyenne offrent les meilleures performances quelle que soit la nature du canal BRAN étudié lors de l'utilisation de l'algorithme Algo-FS proposé.

Chapitre 5

Noyaux définis positifs pour l'identification de systèmes non linéaires à sortie binaire

5.1 Introduction

Les filtres adaptatifs linéaires peuvent être utilisés dans de nombreuses applications, telles que l'annulation de l'écho ou du bruit, l'égalisation des canaux de communication sans fil, etc. Dans les applications d'identification de systèmes, l'objectif principal est d'identifier un système inconnu à l'aide d'un filtre adaptatif [FDS22]. À titre d'exemple, dans le cas des scénarios d'annulation d'écho acoustique et de réseau, le trajet de l'écho est clairsemé par définition, autrement dit, un petit pourcentage des composantes de la réponse impulsionnelle à une magnitude importante, alors que les autres sont nulles ou petites.

Le caractère clairsemé des chemins d'écho a inspiré l'idée de "proportionner" le comportement de l'algorithme, c'est-à-dire de mettre à jour chaque coefficient du filtre indépendamment des autres, en ajustant la taille du pas d'adaptation proportionnellement à l'amplitude du coefficient de filtre estimé [Dut00]. L'algorithme des moindres carrés moyens normalisés proportionnés (PNLMS) [Dut00] constitue l'un des premiers algorithmes de type proportionnel. L'algorithme PNLMS amélioré (IPNLMS) proposé dans [BG02] a des propriétés de convergence supérieures, en particulier pour les trajets d'écho clairsemés. D'autres algorithmes de type proportionnel peuvent être trouvés dans [GJM09, LFS08, ACB06, DD05].

Comme nous l'avons vu aux chapitres précédents, l'un des principaux avantages de la technique de filtrage adaptatif à noyau est l'exploitation de l'astuce du noyau pour reproduire plusieurs méthodes linéaires classiques dans un espace de Hilbert à noyau reproduisant (RKHS) de haute dimension et reformulées comme un produit interne pour obtenir des extensions non linéaires plus robustes, qui représentent une technique émergente pour l'apprentissage automatique et la régression des processus gaussiens (GPR) [WR06].

Dans ce chapitre, nous proposons un nouvel algorithme récursif qui s'appuie sur une fonction à noyau définie positive, en nous concentrant sur la méthode des moindres carrés normalisés proportionnels améliorés (IPNLMS). La contribution de ce chapitre est la suivante : l'idée de proportionnalité est adaptée pour le noyau défini positif. A notre connaissance, ce travail est le premier qui propose le principe du noyau à l'algorithme IPNLMS pour l'identification de systèmes non linéaires avec des observations de sortie à valeur binaire.

Ce chapitre est organisé comme suit : la section 5.2 présente la problématique et certaines hypothèses a priori sur le modèle utilisé. Dans la section 5.3 nous proposons un algorithme pour une identification récursive basée sur le contexte théorique des méthodes à noyaux reproduisants. Dans la section 5.4, des simulations numériques seront présentées. La section 5.5 conclut ce chapitre.

5.2 Formulation du problème d'identification

Conformément aux notations introduites dans le chapitre 3, nous considérons le modèle de Hammerstein à entrée unique et sortie unique (SISO) présenté à la figure 5.1; il est composé d'une fonction statique non linéaire suivie d'une réponse impulsionnelle finie (RIF) d'ordre connu.

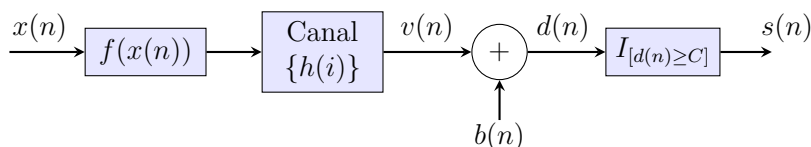


FIGURE 5.1 – Schéma fonctionnel d'un système Hammerstein à sortie binaire en présence d'un bruit.

D'après la figure 5.1, la sortie du système souhaité est obtenue par la formule suivante :

$$\begin{cases} v(n) = \sum_{i=0}^{L-1} h(i)f(x(n-i)) \\ d(n) = v(n) + b(n), \quad n = 0, 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (5.1)$$

où $x(k)$ correspond au signal d'entrée, $h(i)_{(i=0,1,\dots,L-1)}$ représente la réponse impulsionnelle du canal radio mobile SISO, L renvoie à l'ordre du système FIR, $f(\cdot)$ a trait à la non-linéarité et $b(k)$ représente le bruit de mesure.

Un capteur à valeur binaire $I_{[\cdot]}$ ayant un seuil fixe $C \in \mathbb{R}$ peut être utilisé pour mesurer la sortie du système $d(n)$. La sortie binaire $s(n)$ du système peut être représentée par la formule mathématique suivante :

$$s(k) = I_{[d(n) \geq C]} = \begin{cases} 1 & \text{si } d(n) \geq C \\ -1 & \text{sinon} \end{cases} \quad (5.2)$$

Cette modélisation nous conduit à définir le problème d'identification du système de Hammerstein couplé à un capteur binaire et en présence d'un bruit de la manière suivante :

Problème d'identification 5.2.1 *Considérant un ensemble de N échantillons d'observations $\{x(k), s(k)\}_{k=1}^N$ et l'ordre L du système, proposer un algorithme d'identification permettant d'estimer les paramètres de la réponse impulsionnelle $\{h(i)\}_{i=1}^L$ du canal qui représente le fonctionnement du système non-linéaire à sortie binaire.*

Ce problème d'identification est correctement formulé si les hypothèses énoncées ci-dessous sont respectées :

- **Hypothèse 1.** La séquence d'entrée $x(n)$ est indépendante et identiquement distribuée (i.i.d) avec une moyenne nulle.
- **Hypothèse 2.** La séquence du bruit additif $b(n)$ est gaussienne et indépendante de l'entrée $x(n)$ et de la sortie $d(n)$.

- **Hypothèse 3.** La non-linéarité $f(\cdot)$ est continue et inversible pour tout x fini.
- **Hypothèse 4.** Il n'y a pas de retard dans le système, c'est-à-dire, $h(0) \neq 0$.
- **Hypothèse 5.** Le seuil C est connu.

Les hypothèses mentionnées ci-dessus sont formulées pour faciliter l'analyse du système et afin d'obtenir les meilleurs résultats, au sens de l'erreur quadratique moyenne et dans le cadre d'identification de canal considéré. L'objectif principal de ce chapitre est de construire un algorithme d'identification récursif pour les systèmes à réponse impulsionnelle finie (RIF) basé sur les noyaux définis positifs et sur l'observation à valeur binaire $s(n)$, afin d'estimer récursivement les paramètres du canal.

5.3 Algorithme d'identification proposé

Dans cette section, nous commençons par présenter l'idée générale des méthodes à noyau. Les propriétés du noyau et de l'espace d'Hilbert sont expliquées. Ensuite, nous décrivons les algorithmes adaptatifs utilisés pour identifier un canal à réponse impulsionnelle finie, à savoir l'algorithme LMS normalisé proportionnel (PNLMS) et l'algorithme PNLMS amélioré (IPNLMS). Cet ordre de dérivation correspond à l'arrangement historique des algorithmes qui ont été précédemment étendus conformément à [Dut00, BG02]. Ensuite, les méthodes à noyau sont incorporées dans la logique de l'algorithme IPNLMS afin de produire une version à noyau de l'algorithme LMS normalisé proportionnel amélioré à partir de mesures binaires.

Les méthodes à noyaux sont susceptibles d'être utilisées pour résoudre des problèmes de filtrage adaptatif non linéaire dans des espaces à haute dimension. Le problème de la dimensionnalité, qui se rapporte au nombre de paramètres à estimer, se réduit alors à la quantité de données d'apprentissage disponibles. Une caractéristique fondamentale des méthodes à noyau est que le modèle résultant est une combinaison linéaire de fonctions à noyau dont l'ordre est identique à la taille des données d'apprentissage, où toutes les sources d'information d'entrée $\{x(i)\}_{i=1}^N \in \mathcal{X}$ ont été cartographiées (implicitement) dans un espace de haute dimension \mathcal{H} (un espace de produit interne) en profitant de l'idée que la fonction à noyau de Mercer pourrait être utilisée pour exprimer un produit interne dans les espaces de Hilbert. En se basant sur le théorème de Mercer, le mapping $\Phi(\cdot)$ qui a été introduit au moyen de $\kappa(x(i), x(j))$ sera exprimée par la relation suivante [Aro50, Bur98] :

$$\kappa(x(i), x(j)) = \langle \Phi(x(i)), \Phi(x(j)) \rangle_{\mathcal{H}}, \quad \forall x(i), x(j) \in \mathcal{X} \quad (5.3)$$

Le schéma fonctionnel de la figure 5.2 illustre une estimation de canal adaptative à noyau défini positif qui utilise l'algorithme proposé, où $e(n)$ représente l'erreur d'estimation, $y(n)$ est la réponse souhaitée estimée et $x(n)$ correspond au vecteur des N échantillons du signal d'entrée.

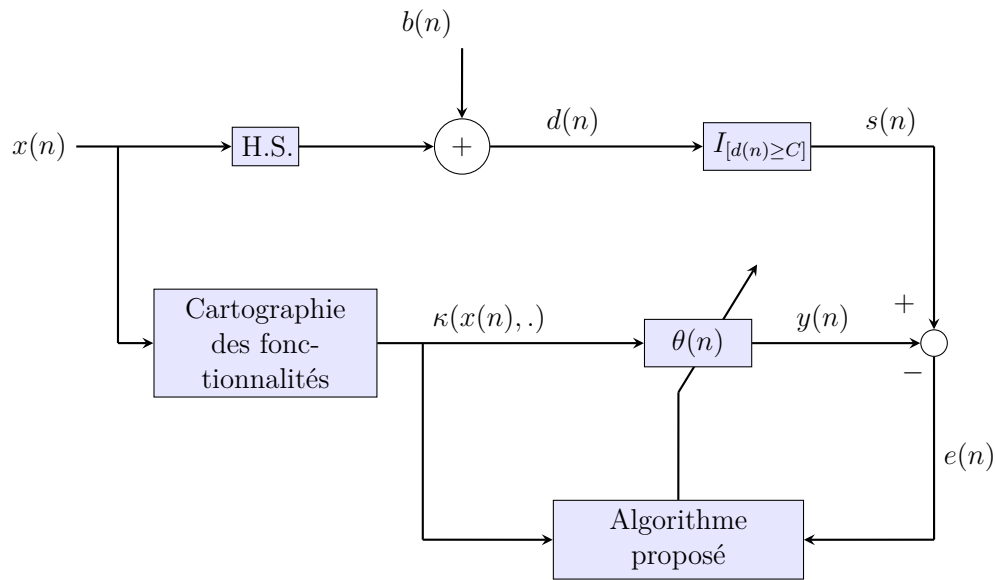


FIGURE 5.2 – Schéma d'un filtre adaptatif à noyau défini positif.

La procédure d'apprentissage se déroule en deux phases distinctes à chaque instant n (Fig. 5.2) :

1. Initialement, en utilisant le système de Hammerstein (H.S) avec des observations de sortie à valeur binaire et du bruit, nous obtenons la sortie binaire $s(n)$.
2. Au cours de la deuxième phase, à partir de la transformation des données mesurées dans un espace non linéaire (RKHS) qui emploie un noyau de Mercer κ , les coefficients du canal $\theta(n)$ sont ajustés en fonction de la minimisation du coût fonctionnel.

Nous commencerons par quelques préliminaires nécessaires qui seront employés dans l'algorithme proposé afin que nous réussissions à déterminer l'espace fonctionnel existant \mathcal{H} . Plus particulièrement, si $\kappa : \mathcal{X} \times \mathcal{X} \mapsto \mathbb{R}$ est défini positivement, il peut être exprimé comme un produit interne dans l'espace des caractéristiques \mathcal{H} , où les données sont projetées. D'autre part, si nous définissons une correspondance entre les données d'entrée et un espace vectoriel, alors le produit interne dans cet espace vectoriel sera un noyau défini positif.

Conformément au théorème de Mercer [Bur98, Aro50], tout noyau $\kappa(x(i), x(j))$ pouvant être redéfini comme suit :

$$\kappa(x(i), x(j)) = \sum_{i=1}^{\infty} \zeta_i \Phi_i(x(i)) \Phi_i(x(j)) \quad (5.4)$$

où ζ_i et Φ_i , $i = 1, 2, \dots$, désignent respectivement les valeurs propres non négatives et les fonctions propres.

La représentation Φ_i dans l'espace de Hilbert à noyau reproduisant est définie comme suit :

$$\Phi(x) = \left[\sqrt{\zeta_1} \Phi_1(x), \sqrt{\zeta_2} \Phi_2(x), \dots \right]^T \quad (5.5)$$

5.3.1 Dérivation de l'algorithme PNLMS

L'algorithme PNLMS a d'abord été proposé en attribuant un paramètre de pas à chaque coefficient à l'aide d'une matrice diagonale de contrôle de pas $G(n) \in \mathbb{R}^{(L) \times (L)}$ [Dut00]. Cet algorithme est capable d'exploiter la faible densité de la réponse impulsionnelle pour obtenir une meilleure adaptation que celle observée dans le cas de l'algorithme NLMS classique. L'algorithme PNLMS nécessite plus d'opérations que l'algorithme NLMS mais a l'avantage de converger plus rapidement que ce dernier. Les équations de mise à jour pratiques de l'algorithme PNLMS sont données par :

$$e(n) = s(n) - \theta^\top(n-1)\mathbf{x}(n) \quad (5.6)$$

$$\mathbf{D}(n-1) = \text{diag}(d_0(n-1), d_1(n-1), \dots, d_{L-1}(n-1)) \quad (5.7)$$

$$\theta(n) = \theta(n-1) + \frac{\mu \mathbf{D}(n-1)\mathbf{x}(n)e(n)}{\delta_{\text{PNLMS}} + \mathbf{x}^\top(n)\mathbf{D}(n-1)\mathbf{x}(n)} \quad (5.8)$$

où $\mathbf{x}(n) = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-L+1)]^\top$ représente le signal d'entrée, dont l'exposant $(.)^\top$ est l'opérateur de transposition, $e(n)$ correspond à l'erreur d'estimation, $\mu \in \mathbb{R}_+^*$ est la taille de pas fixe, $d_l(n) \in \mathbb{R}_+^*$, et δ_{PNLMS} est un paramètre de régularisation :

$$\delta_{\text{PNLMS}} = \frac{\delta_{\text{NLMS}}}{L} \quad (5.9)$$

La définition originale de l'élément de la matrice diagonale $\mathbf{D}(n)$ est décrite comme suit :

$$d_l(n) = \frac{k_l(n)}{\frac{1}{L} \sum_{i=0}^{L-1} k_i(n)}, \quad l = 0, 1, \dots, L-1 \quad (5.10)$$

avec

$$k_l(n) = \max\{|\theta_l(n)|, \rho \max\{\delta_p, |\theta_0(n)|, \dots, |\theta_{L-1}(n)|\}\} \quad (5.11)$$

Les paramètres δ_p et ρ sont utilisés pour protéger $\theta_l(n)$ contre le blocage pendant l'étape d'initialisation. La valeur typique de δ_p est égale à 0,01 et ρ varie de $\frac{1}{L}$ à $\frac{5}{L}$.

5.3.2 Dérivation de l'algorithme IPNLMS

La vitesse de convergence de l'algorithme PNLMS se dégrade considérablement lorsqu'on considère des réponses impulsionnelles non clairsemées (non-sparse). L'algorithme PNLMS amélioré (IPNLMS) est proposé pour éviter la dégradation dans un scénario où l'impulsion sous-jacente à la réponse est non éparse. Dans le cadre de l'algorithme PNLMS amélioré, l'élément diagonal de $\mathbf{D}(n)$ est :

$$d_l(n) = \frac{1-\alpha}{2L} + \frac{|\theta_l(n)|(1+\alpha)}{2 \sum_{i=0}^{L-1} |\theta_i(n)| + \delta_{\text{IPNLMS}}} \quad (5.12)$$

où $\alpha \in [-1, 1]$ et $\delta_{\text{IPNLMS}} = \frac{1-\alpha}{2L} \delta_{\text{NLMS}}$ est l'un des petits nombres positifs afin d'éviter la division par zéro. Nous utiliserons les noyaux définis positifs pour développer l'algorithme PNLMS amélioré de la manière décrite dans la sous-section suivante.

5.3.3 Projection sur les noyaux reproduisants

L'algorithme proposé est présenté dans cette section. L'idée principale est d'exploiter l'algorithme NLMS proportionnel amélioré dans l'espace de caractéristiques à noyau gaussien qui est lié à un noyau reproduisant κ (continu, normalisé et symétrique), en utilisant la carte de caractéristiques $\Phi(\cdot)$ qui nous permet de transformer la séquence d'échantillons comme suit :

$$\begin{aligned} \Phi &: \mathcal{X} \longrightarrow \mathcal{H} \\ x(i) &\longrightarrow \kappa(x(i), \cdot), \quad 0 \leq i \leq N \end{aligned} \quad (5.13)$$

Afin de générer le modèle d'espace à dimension infinie du noyau de Mercer, il existe différents types de noyaux tels que les noyaux sigmoïdes et les noyaux gaussiens radiaux (cf. paragraphe 1.3.3 du chapitre 1).

Dans ce document, nous utiliserons le noyau gaussien à fonction de base radiale (RBF), qui est l'option préférée, principalement grâce à son caractère d'approximation parfaite et à sa stabilité numérique. La cartographie $\Phi(\cdot)$ générée par ce type de noyau est un peu particulier. En effet, les données sont mappées par une fonction gaussienne qui représente la similarité des données à toutes les informations d'espace d'observations \mathcal{X} .

La Figure 5.3 représente l'application du noyau de la fonction à base radiale gaussienne aux deux données $x(i)$ et $x(j)$.

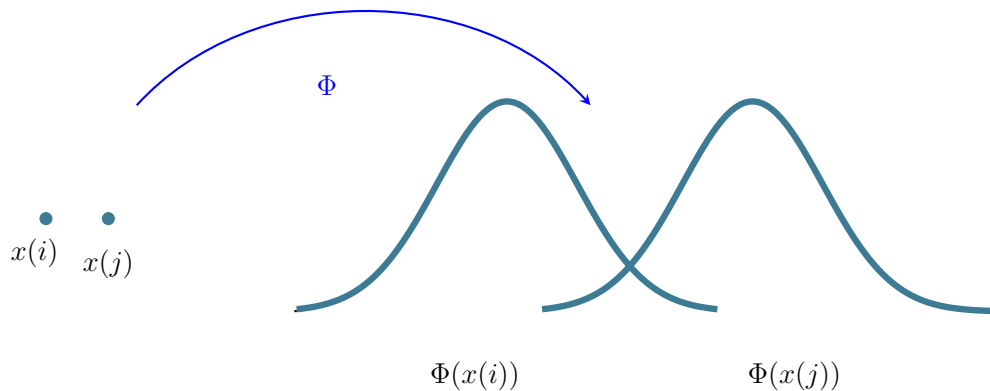


FIGURE 5.3 – La définition d'une carte caractéristique.

L'algorithme KE-IPNLMS proposé est décrit dans le l'algorithme 2. À chaque instant n , l'algorithme se déroule en quatre étapes successives que nous détaillons ci-dessous :

— **Étape 1 : Transformation des données mesurées**

Dans la première étape, une transformation des données mesurées entrées de l'espace \mathcal{X} dans un espace de haute dimension (espace des fonctions \mathcal{H}) est réalisée pour un noyau défini positif donné κ (En suivant la même procédure que dans l'équation (3.34) du chapitre 3).

— **Étape 2 : Application de la méthodologie de l'algorithme IPNLMS**

Dans la deuxième étape, en appliquant la méthodologie de l'algorithme NLMS proportionnel amélioré à la séquence de données d'entrée décrite dans l'équation (3.34) du chapitre 3, nous pouvons minimiser la fonction de coût de la manière suivante :

$$E[|s(k) - \langle (\Phi(x(n))), \theta \rangle_{\mathcal{H}}|^2] \quad (5.14)$$

où θ désigne le vecteur de poids dans l'espace des fonctionnalités \mathcal{H} .

— **Étape 3 : Détermination du noyau reproduisant dans l'espace des caractéristiques RKHS**

Maintenant, nous procédons directement dans l'espace des caractéristiques \mathcal{H} , en supposant que nos données ont déjà été modélisées avec succès dans le RKHS au moyen de la fonction de mappage Φ , i.e :

$$\mathcal{X} \ni x \longrightarrow \Phi(x(n)) := \kappa(x, \cdot) \in \mathcal{H} \quad (5.15)$$

— **Étape 4 : Mettre à jour l'estimation du vecteur des paramètres $\theta(n)$**

Cette dernière étape de l'algorithme est consacrée à la mise à jour du vecteur de paramètres estimé $\hat{\theta}(n)$ à chaque instant n . Il s'agit d'une généralisation d'un algorithme de type IPNLMS :

$$\hat{\theta}(n) = \hat{\theta}(n-1) + \frac{\mu \mathbf{D}(n-1) \kappa(x(n), \cdot) e(n)}{\delta_{\text{KE-PNLMS}} + \kappa(x(n), \cdot)^\top \mathbf{D}(n-1) \kappa(x(n), \cdot)} \quad (5.16)$$

$$\mathbf{D}(n-1) = \text{diag}(d_0(n-1), d_1(n-1), \dots, d_{L-1}(n-1)) \quad (5.17)$$

où :

$$d_l(n) = \frac{1-\alpha}{2L} + \frac{|\hat{\theta}_l(n)|(1+\alpha)}{2 \sum_{i=0}^{L-1} |\hat{\theta}_i(n)| + \delta_{\text{KE-PNLMS}}} \quad (5.18)$$

où α est le paramètre d'ajustement, et $\delta_{\text{KE-PNLMS}}$ est une petite valeur utilisée pour éviter que le dénominateur ne soit nul.

Algorithme 2 KE-IPNLMS.

Entrées : les échantillons $\{x(n), s(n)\}$, $n = 1, 2, \dots, N$;

Initialisation : les paramètres du canal $\theta(0)$ avec des zéros, le paramètre d'ajustement α , la largeur de bande du noyau σ , et le seuil C .

Calcul :

Tant que $\{x(n), s(n)\}_{n=1}^N$ disponible **faire**

(1) calculer $y(n)$ comme suit : $y(n) = \kappa(x(n), \cdot)^\top \hat{\theta}(n-1)$

(2) calculer l'erreur de prédiction comme : $e(n) = s(n) - y(n)$

(3) mise à jour du vecteur de paramètres estimé en utilisant (5.16)

(4) calculer la matrice diagonale \mathbf{D} en utilisant (5.17)

Fin Tant que

5.4 Simulations et résultats

L'objectif principal de cette section est d'étudier l'efficacité de l'algorithme KE-IPNLMS proposé et le comparer à celui des algorithmes PNLMS et IPNLMS. Les données numériques ont été générées selon l'équation (5.1). Les performances ont été mesurées en utilisant l'erreur quadratique moyenne (MSE) en décibels, qui s'exprime comme suit :

$$\text{MSE} = 10 \log_{10} \left(\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (s(n) - y(n))^2 \right) \quad (5.19)$$

où N correspond à la longueur des données, $s(n)$ est la sortie binaire et $y(n)$ représente la réponse souhaitée estimée. La procédure comprenait 50 exécutions d'expériences de Monte Carlo afin de réduire l'incertitude des mesures. Nous avons utilisé deux modèles pour la partie linéaire : le canal de Macchi et le canal BRAN de l'ETSI pour simuler le système de Hammerstein.

Les paramètres sélectionnés pour les simulations sont les suivants : le seuil est $C = 0.5$, le paramètre de pas pour tous les algorithmes est $\mu = 0.05$, le paramètre de régularisation $\delta_{\text{NLMS}} = 0.01$, le paramètre d'ajustement $\alpha = -0.75$, la largeur du noyau $\sigma = 0.2$, nombre d'échantillons $N = 2^{10}$, et $\text{SNR} = 16\text{dB}$. Notez que lorsque nous modifions l'un de ces paramètres de simulation, les autres restent constants. Les simulations sont effectuées à l'aide du logiciel Matlab et sont effectuées pour différents SNR.

5.4.1 Identification du canal de Macchi

La figure 5.4 montre l'estimation de l'amplitude et de la phase des paramètres du canal de Macchi, en utilisant les trois algorithmes pour un nombre d'échantillons $N = 2^{10}$ et un $SNR = 16dB$.

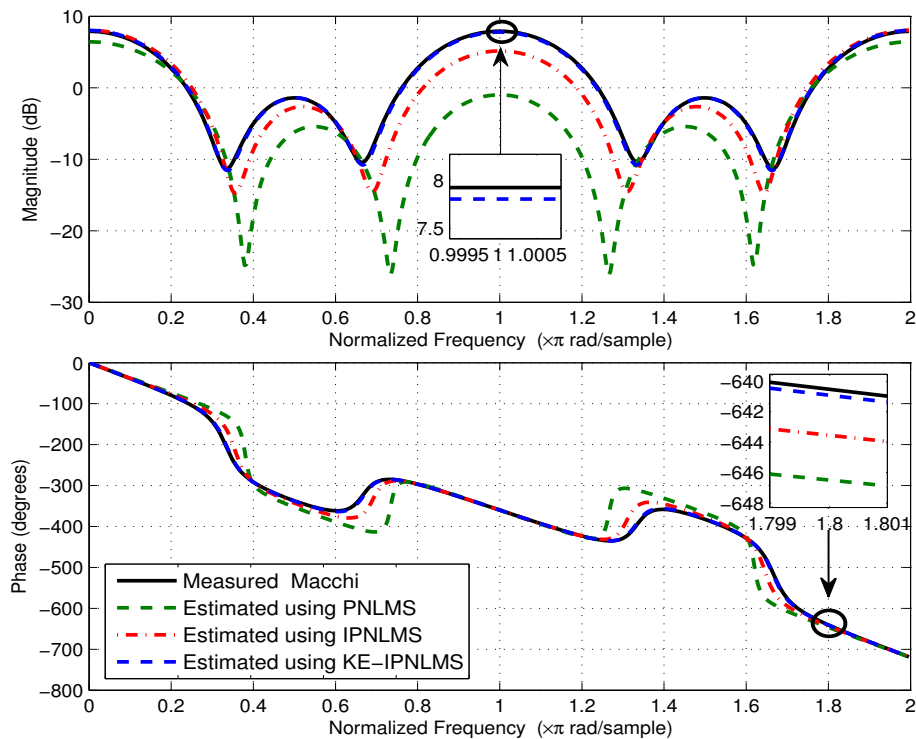


FIGURE 5.4 – Estimation de l'amplitude et de la phase du canal de Macchi, pour $N = 2^{10}$ et $SNR = 16dB$.

Nous observons que l'amplitude et la phase estimées avec l'utilisation de l'algorithme KE-IPNLMS proposé suivent le vrai modèle en parfait accord avec les données mesurées. Mais pour les deux autres algorithmes (PNLMS et IPNLMS), nous pouvons voir une différence significative entre les paramètres mesurés et estimés.

5.4.2 Identification du canal BRAN de l'ETSI

La robustesse des algorithmes d'identification ne peuvent être complètement évalués en les simulant sur des canaux théoriques. Par conséquent, nous avons étudié les modèles de canaux radio mobiles. Nous nous sommes concentrés sur trois modèles (ETSI BRAN C, BRAN D et BRAN E) qui représentent des canaux radio à évanouissement très rapide (les cinq canaux BRAN décrits précédemment dans le paragraphe 3.6 du chapitre 3).

Pour évaluer la précision de l'algorithme KE-IPNLMS proposé, nous avons examiné trois différents modèles BRAN avec des propriétés définies (i.e. des paramètres connus), ensuite nous avons essayé de récupérer ces paramètres en présence d'un bruit additif gaussien pour un $SNR = 16dB$ et un nombre d'échantillons $N = 2^{10}$, puis nous les comparons avec les deux autres algorithmes proposés dans la littérature en effectuant 50 exécutions de Monte Carlo.

La figure 5.5 illustre les paramètres d'amplitude et de la phase estimés de la réponse impulsionnelle du canal radio BRAN C, en utilisant les algorithmes présentés précédemment, pour un nombre d'échantillons $N = 2^{10}$ et un $SNR = 16dB$. Lorsqu'on utilise l'algorithme KE-IPNLMS proposé, l'amplitude et la phase de la réponse sont estimées avec une précision raisonnable, mais plusieurs fluctuations sont observées lorsque les algorithmes PNLMS et IPNLMS sont utilisés.

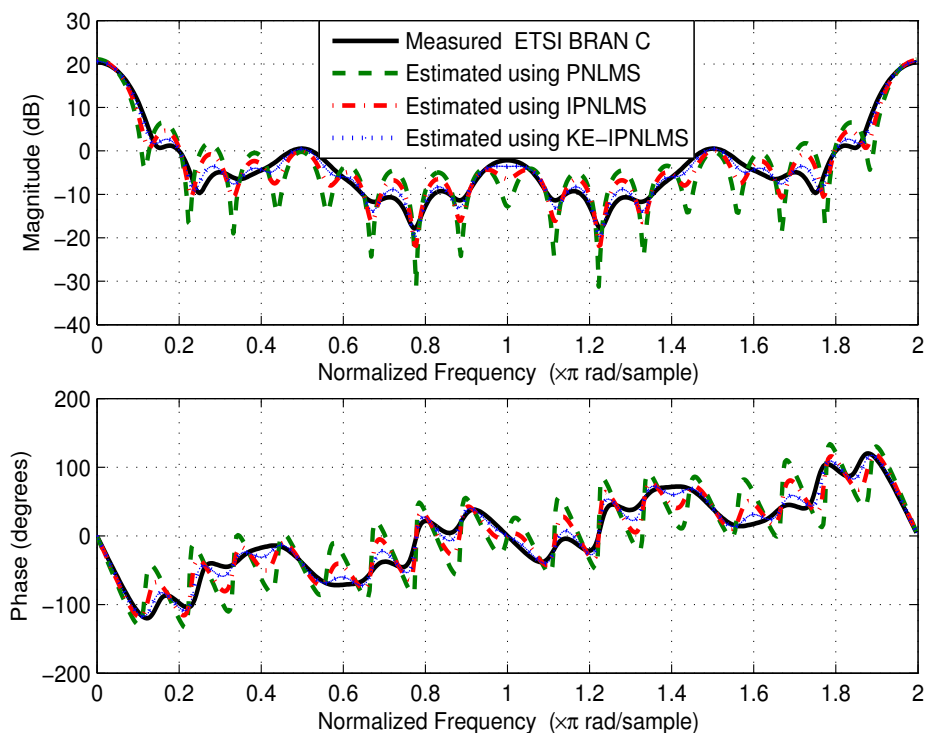


FIGURE 5.5 – Estimation de l'amplitude et de la phase du canal ETSI BRAN C, pour $N = 2^{10}$ et $SNR = 16dB$.

L'estimation de l'amplitude et de la phase de la réponse impulsionnelle du canal radio ETSI BRAN D, à l'aide des trois algorithmes se trouvent exposées à la figure 5.6, pour un nombre d'échantillons $N = 2^{10}$, et un $SNR = 16dB$. À partir de ce résultat, nous observons que les allures de l'amplitude et de la phase estimées, obtenues à l'aide de l'algorithme proposé (KE-IPNLMS), suivent le modèle réel avec une légère déviation. Lorsque les paramètres de réponse impulsionnelle du canal radio BRAN D sont estimés à l'aide de l'algorithme IPNLMS, on observe une légère différence entre l'amplitude estimée et le modèle réel (valeurs mesurées), et une évidente différence si l'algorithme PNLMS est utilisé. Dans les canaux pratiques, lorsque l'évanouissement par trajets multiples est sévère pendant la durée de la séquence d'apprentissage, les valeurs estimées pourraient donner des résultats de mauvaise qualité.

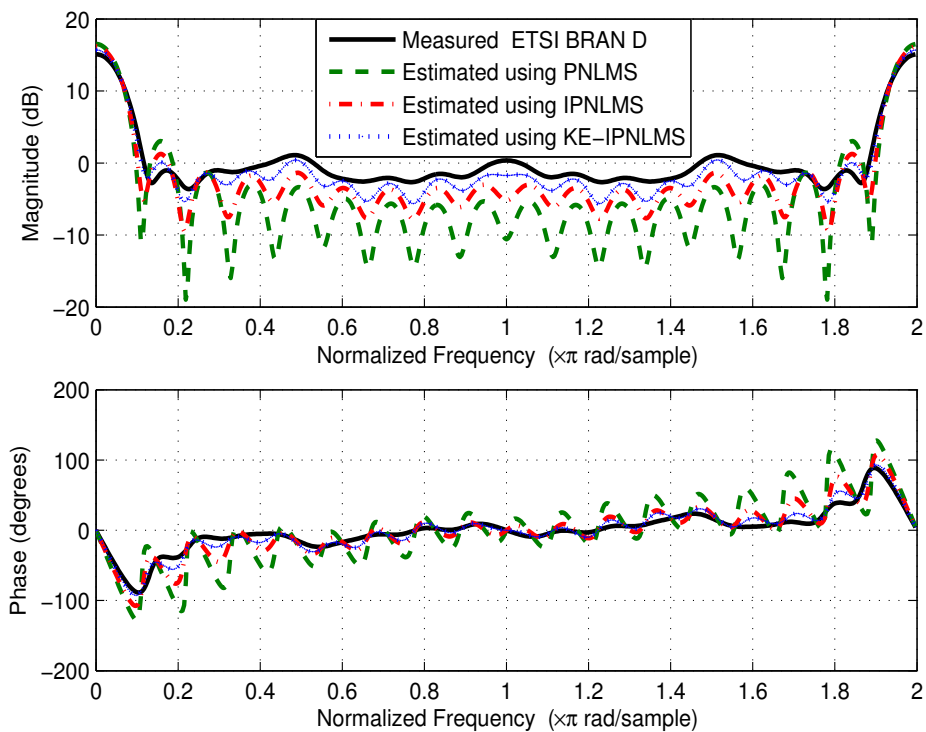


FIGURE 5.6 – Estimation de l'amplitude et de la phase du canal ETSI BRAN D, pour $N = 2^{10}$ et $SNR = 16dB$.

La figure 5.7 présente l'amplitude et la phase estimées des paramètres de réponse impulsionnelle du canal radio de BRAN E, pour un nombre d'échantillons $N = 2^{10}$, et un $SNR = 16dB$. Il convient de noter qu'avec l'algorithme KE-IPNLMS proposé, l'amplitude et la phase estimées ont les mêmes formes que celles mesurées. En comparaison avec les algorithmes PNLMS et IPNLMS, nous constatons que l'amplitude estimée suit les variations des paramètres du modèle réel. Les performances de l'algorithme PNLMS se dégradent pendant l'estimation de la phase et une grande différence entre la réponse impulsionnelle estimée du canal radio BRAN E et la phase mesurée est observable. Pour résumer, le bruit gaussien exerce un impact significatif sur la phase estimée, mais seulement un impact mineur sur l'estimation d'amplitude.

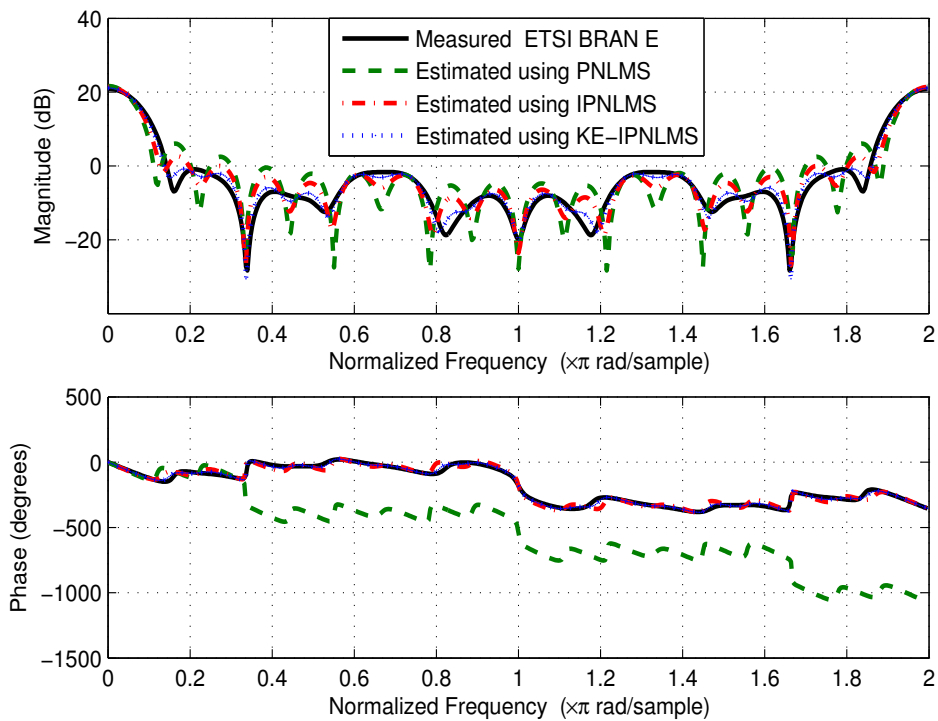


FIGURE 5.7 – Estimation de l'amplitude et de la phase du canal ETSI BRAN E, pour $N = 2^{10}$ et $SNR = 16dB$.

5.4.3 Performance de l'algorithme KE-IPNLMS proposé dans un environnement bruité.

Dans cette partie, nous testons les performances des algorithmes dans un environnement de bruit gaussien, où le SNR varie de $0dB$ à $30dB$ et pour une longueur de données fixe $N = 2^{10}$. Les résultats sont résumés dans les tableaux 5.1, 5.2, 5.3 et 5.4 pour 50 exécutions de Monte Carlo. Après avoir pris en compte tous ces différents résultats, nous avons plusieurs remarques importantes à noter :

- L'algorithme KE-IPNLMS proposé présente une excellente performance de convergence par rapport aux algorithmes PNLMS et IPNLMS, pour toutes les valeurs du rapport signal sur bruit (SNR), même dans un environnement fortement bruité ($SNR = 0dB$), puisque les valeurs de MSE de l'algorithme KE-IPNLMS proposé sont très faibles comparativement à celles obtenues à l'aide des algorithmes PNLMS et IPNLMS.
- Lorsque la valeur du SNR est ajustée de 0 à $30dB$, nous remarquons que, même si le critère MSE diminue pour les trois algorithmes, l'influence du bruit gaussien disparaît et l'algorithme KE-IPNLMS proposé démontre sa supériorité sur les autres algorithmes.
- Comme le montrent les tableaux 5.1-5.4, les performances de la solution KE-IPNLMS proposée sont nettement meilleures que celles des autres algorithmes. Par exemple, dans le cas du canal de Macchi, si nous avons un $SNR = 30dB$, nous pouvons remarquer que les valeurs de MSE en utilisant l'algorithme KE-IPNLMS proposé sont inférieures de sept et quatre fois aux valeurs de l'MSE obtenues respectivement par les algorithmes PNLMS et IPNLMS.
- À partir des tableaux 5.3 et 5.4, nous avons observé que lorsque le $SNR = 10dB$, la valeur de MSE obtenue par l'algorithme KE-IPNLMS proposé est égale à 21% et 37% seulement de la valeur de MSE obtenue en utilisant les algorithmes PNLMS et IPNLMS, respectivement, dans le cas du canal à réponse impulsionnelle BRAN D, ainsi que 38% et 56% de la valeur de MSE en utilisant les algorithmes PNLMS et IPNLMS, respectivement, dans le cas du canal à réponse impulsionnelle BRAN E. Ces résultats montrent clairement la précision et l'efficacité élevées de l'algorithme KE-IPNLMS proposé.

TABLE 5.1 – Les valeurs de MSE pour les trois algorithmes, pour différents SNR et un nombre d'échantillons $N = 2^{10}$, dans le cas du canal de Macchi.

SNR (dB)	Algorithme	MSE (dB)
0	PNLMS	-01.39
	IPNLMS	-04.25
	KE-IPNLMS	-09.88
10	PNLMS	-02.53
	IPNLMS	-04.75
	KE-IPNLMS	-18.41
20	PNLMS	-02.59
	IPNLMS	-04.87
	KE-IPNLMS	-22.12
30	PNLMS	-02.81
	IPNLMS	-05.16
	KE-IPNLMS	-22.47

 TABLE 5.2 – Les valeurs de MSE pour les trois algorithmes, pour différents SNR et un nombre d'échantillons $N = 2^{10}$, dans le cas du canal BRAN C.

SNR (dB)	Algorithme	MSE (dB)
0	PNLMS	-03.80
	IPNLMS	-04.90
	KE-IPNLMS	-05.17
10	PNLMS	-07.64
	IPNLMS	-09.44
	KE-IPNLMS	-12.06
20	PNLMS	-07.79
	IPNLMS	-10.15
	KE-IPNLMS	-13.87
30	PNLMS	-08.19
	IPNLMS	-10.26
	KE-IPNLMS	-14.42

TABLE 5.3 – Les valeurs de MSE pour les trois algorithmes, pour différents SNR et un nombre d'échantillons $N = 2^{10}$, dans le cas du canal BRAN D.

SNR (dB)	Algorithme	MSE (dB)
0	PNLMS	-03.49
	IPNLMS	-05.26
	KE-IPNLMS	-07.54
10	PNLMS	-04.32
	IPNLMS	-06.73
	KE-IPNLMS	-11.04
20	PNLMS	-04.25
	IPNLMS	-06.95
	KE-IPNLMS	-11.18
30	PNLMS	-04.64
	IPNLMS	-07.09
	KE-IPNLMS	-11.49

 TABLE 5.4 – Les valeurs de MSE pour les trois algorithmes, pour différents SNR et un nombre d'échantillons $N = 2^{10}$, dans le cas du canal BRAN E.

SNR (dB)	Algorithme	MSE (dB)
0	PNLMS	-02.00
	IPNLMS	-04.14
	KE-IPNLMS	-04.79
10	PNLMS	-07.52
	IPNLMS	-09.16
	KE-IPNLMS	-11.61
20	PNLMS	-8.00
	IPNLMS	-10.51
	KE-IPNLMS	-14.28
30	PNLMS	-08.21
	IPNLMS	-10.68
	KE-IPNLMS	-14.79

5.4.4 Performance de l'algorithme KE-IPNLMS proposé en fonction du nombre d'échantillons

Maintenant, nous nous concentrons sur l'influence du facteur de paramètre N sur les performances de l'algorithme KE-IPNLMS proposé. Notez que N est une longueur de données qui a un impact sur les paramètres du canal estimé et le niveau de l'erreur quadratique moyenne évaluée. Les résultats sont pondérés par 50 essais de Monte Carlo.

Les courbes d'évolution du critère MSE de ces trois algorithmes sont représentées sur les figures 5.8, 5.9, 5.10 et 5.11, pour différentes réponses impulsionnelles du canal. À partir de ces résultats, nous pouvons observer que l'impact de N est évident, ce qui est lié à la régularité de l'erreur quadratique moyenne évaluée. Il est clairement observé que l'algorithme proposé atteint la meilleure performance et qu'il est également statistiquement important. Par exemple, dans la figure 5.8, si N est 8000, le MSE est inférieure à $-30dB$ dans le cas de l'algorithme KE-IPNLMS proposé. Cependant, nous obtenons une MSE proche de $-15dB$ et inférieure à $-10dB$ respectivement, lorsque nous utilisons les algorithmes IPNLMS et PNLMS.

D'après les figures 5.9, 5.10 et 5.11, il est clair que, lorsque le nombre d'échantillons est faible ($N \leq 2000$), nous remarquons une convergence très lente. Chaque fois que nous augmentons le nombre d'échantillons, nous remarquons une amélioration de la vitesse de convergence. Cela montre que la vitesse de convergence des trois algorithmes est proportionnelle au nombre d'échantillons N . Nous pouvons évidemment voir que l'algorithme KE-IPNLMS proposé converge plus rapidement et atteint une erreur quadratique moyenne (MSE) très faible. Pendant ce temps, les valeurs d'erreur quadratique moyenne de l'algorithme IPNLMS sont inférieures à celles de l'algorithme PNLMS, mais il converge à un rythme lent, ce qui implique que les paramètres estimés à l'aide de l'algorithme KE-IPNLMS proposé sont très proches des valeurs exactes par rapport à celles données par les algorithmes PNLMS et IPNLMS. Il est très important de sélectionner une valeur appropriée de N et de SNR afin d'obtenir un résultat satisfaisant.

En se basant sur notre étude comparative des performances et de la vitesse de convergence de ces algorithmes, nous avons remarqué que cette version algorithmique proposée (KE-IPNLMS) donne de bons résultats expérimentaux pour l'identification des canaux à partir de mesures binaires de sortie.

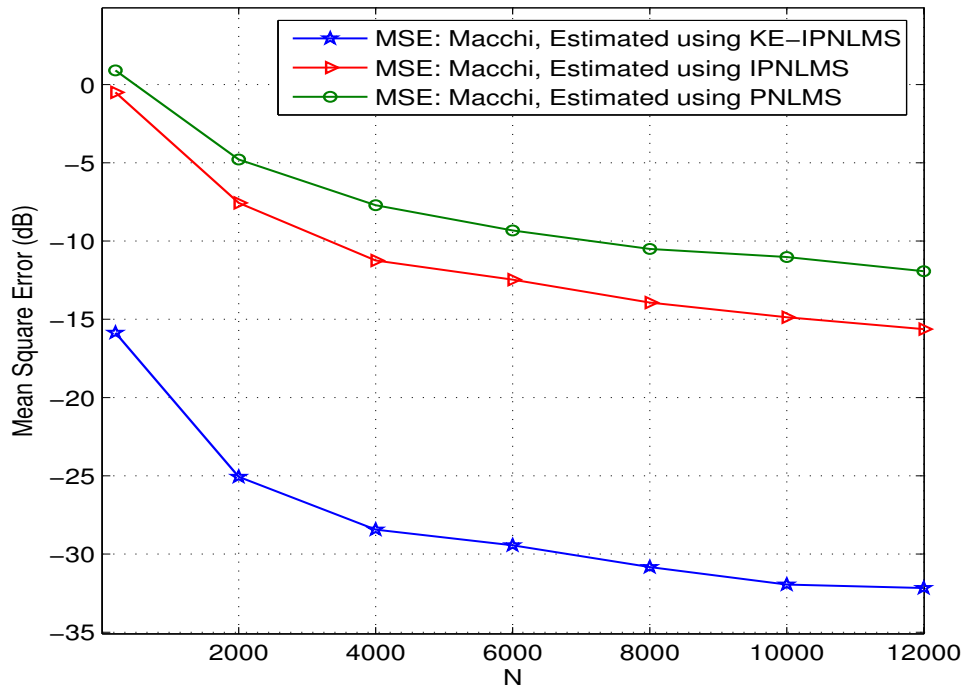


FIGURE 5.8 – Comparaison des algorithmes en termes de MSE pour différents nombres d'échantillons N et pour un $SNR = 16dB$, canal de Macchi.

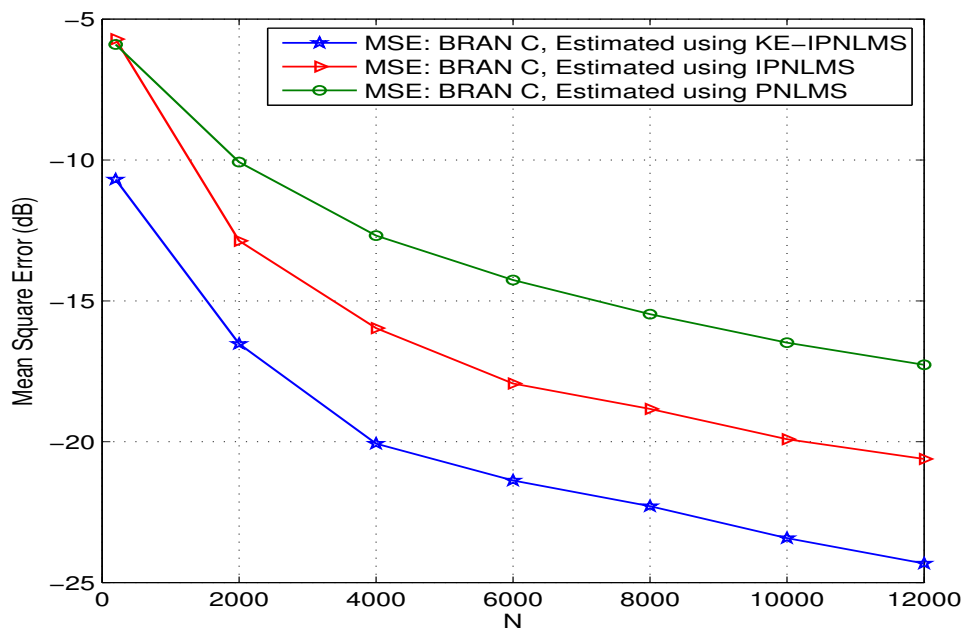


FIGURE 5.9 – Comparaison des algorithmes en termes de MSE pour différents nombres d'échantillons N et pour un $SNR = 16dB$, canal ETSI BRAN C.

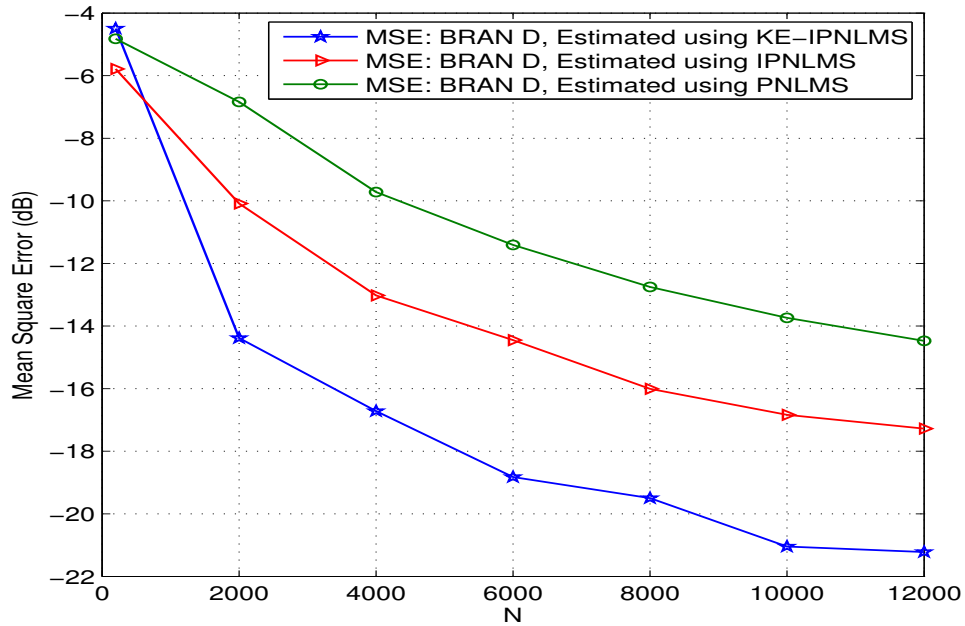


FIGURE 5.10 – Comparaison des algorithmes en termes de MSE pour différents nombres d'échantillons N et pour un $SNR = 16dB$, canal ETSI BRAN D.

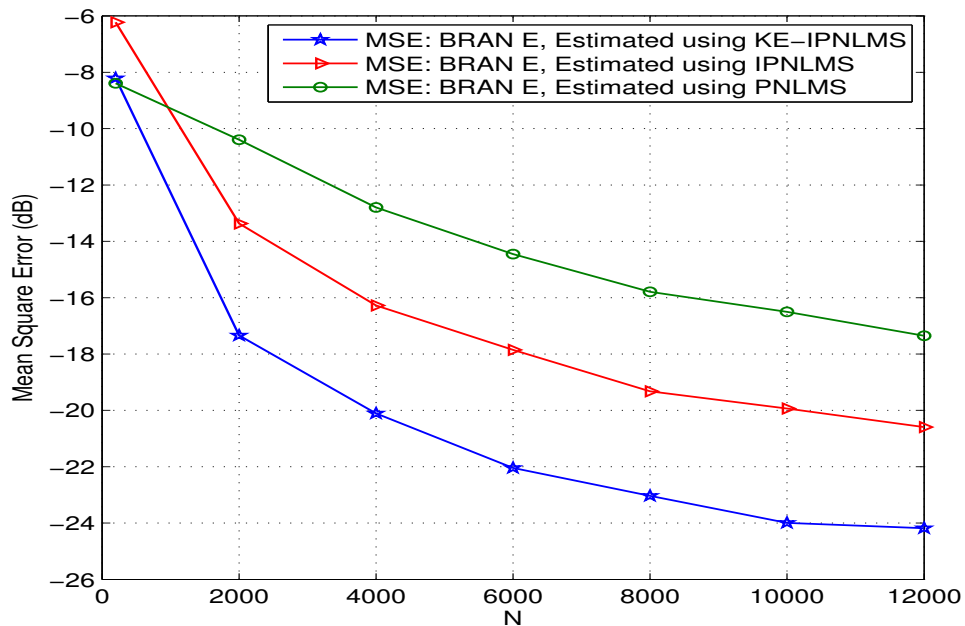


FIGURE 5.11 – Comparaison des algorithmes en termes de MSE pour différents nombres d'échantillons N et pour un $SNR = 16dB$, canal ETSI BRAN E.

5.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé l'algorithme KE-IPNLMS. Il s'agit d'une extension de l'algorithme IPNLMS afin de réaliser l'identification des systèmes non linéaires à sortie binaire décrits par un filtre à réponse impulsionnelle finie en présence d'un bruit additif. Cette approche emploie une fonction du noyau pour effectuer un mappage implicite des données en utilisant l'astuce du noyau. Cette astuce du noyau mappe implicitement l'entrée de données mesurée d'origine dans un espace non linéaire de dimension infinie. Les résultats de la simulation montrent l'efficacité et l'intérêt de l'algorithme KE-IPNLMS proposé en termes d'identification de l'amplitude et de la phase des paramètres de réponse impulsionnelle du canal (canaux BRAN (C, D et E) de l'ETSI et Macchi) comparativement aux autres algorithmes (PNLMS et IPNLMS) qui donnent des valeurs assez différentes des valeurs réelles. Nous avons obtenu un bon résultat en termes de MSE dans toutes les simulations, même dans le cas d'une puissance de bruit élevée (i.e. SNR faible) en utilisant l'algorithme KE-IPNLMS proposé.

Conclusion générale et perspectives

Conclusion

Dans ce mémoire de thèse, nous avons proposé des outils puissants pour l'identification des systèmes de télécommunications à l'aide de méthodes à noyau défini positif. Ce choix repose sur quelques propriétés propres aux méthodes à noyaux à savoir la multiplicité des traitements non-linéaires qu'elles autorisent avec un faible coût calculatoire, l'interprétation d'un noyau reproduisant comme un produit scalaire dans un espace transformé, et le calcul des grandeurs à valoriser se déroule dans l'espace initial d'entrée indépendamment de la dimension de l'espace de Hilbert. Ce document est structuré en cinq chapitres. Les deux premiers chapitres sont dédiés au contexte de le développement théorique des méthodes à noyau et à un tour d'horizon des techniques classique d'identification récursives disponibles dans la littérature. Les deux chapitres suivants constituent nos contributions sur le sujet.

Le premier chapitre a traité les notions fondamentales des méthodes à noyaux définis positifs, ainsi nous avons fait un rappel des concepts de noyau reproduisant et l'espace de Hilbert associé. De plus, nous avons présenté les deux éléments fondamentaux des méthodes à noyaux qui sont l'astuce du noyau et le théorème de représentation. Ensuite, différents types de fonction du noyau sont également présentés. Enfin, ce chapitre a mis en lumière une illustration de la méthode du noyau dans le contexte d'un problème classique d'apprentissage supervisé.

Dans le chapitre 2, nous avons effectué une étude comparative entre des algorithmes basés sur la théorie du filtrage adaptatif linéaire. Ce chapitre a traité le problème de l'identification des systèmes dynamiques linéaires à réponse impulsionnelle finie (RIF) en présence d'un bruit gaussien. Trois algorithmes d'identification ont été présentés dans le contexte de filtrage adaptatif linéaire. De plus, nous avons testé ces algorithmes d'identification sur des systèmes linéaires RIF à phase minimale et non minimale. Il est intéressant de noter que ces algorithmes ont des résultats encourageants, ainsi des performances en fonction des différents paramètres de simulations ont été présentées. Les résultats de la simulation montrent la précision de l'algorithme RLS, d'une part, pour l'estimation de l'amplitude et de la phase des canaux (Macchi et Premier modèle) dans des environnements bruités, et d'autre part, il donne des résultats satisfaisants avec de faibles valeurs de l'erreur quadratique

moyenne (EQM), même si pour des petites tailles d'échantillons, comparativement aux algorithmes LMS et NLMS qui donnent des valeurs assez importantes de l'EQM.

Le troisième chapitre a abordé un nouveau concept des méthodes d'identification des systèmes non-linéaires à une sortie binaire en présence de perturbations. Il s'agit des méthodes à noyaux définis positifs. Nous avons également discuté des méthodes de noyau en ligne les plus importantes et montré comment elles sont obtenues directement en prenant des techniques de filtrage adaptatif linéaire dans l'espace des fonctionnalités. Ces méthodes ont montré plus d'avantages au niveau de l'estimation des réponses impulsionnelles du canal et ont fourni une possibilité de la prédiction dans les environnements en ligne. Ce nouvel outil nous a permis de proposer un algorithme basé sur des méthodes à noyau reproduisant. Celui-ci a été développé afin d'estimer les paramètres du canaux mesurés dans des différents scénarios de transmission (BRAN). Les résultats de la simulation montrent la précision de l'algorithme Algo-FS proposé pour l'estimation de l'amplitude et de la phase des canaux (en dépit de l'environnement bruité et aussi en petites tailles d'échantillons).

Le quatrième chapitre a été consacré à la présentation de notre solution pour d'identification et d'égalisation de canal pour les systèmes MC-CDMA. Nous nous sommes concentrés sur la récupération des symboles transmis en utilisant les estimations du canal obtenus à partir des méthodes à noyau dans le cas un modèle mono-entrée mono-sortie (SISO) et à réponse impulsionnelle finie (FIR). De plus, nous avons évalué la performance des algorithmes (LMS, Algo-PG, KLMS et Algo-FS) compte tenu d'autres scénarios tels que le nombre d'utilisateurs. L'égalisation de la liaison descendante du système MC-CDMA a été effectuée par le biais des égaliseurs, tel que la combinaison à restauration d'orthogonalité (ORC) et la combinaison à erreur quadratique moyenne minimale (MMSE). Pour cela, nous avons présenté les résultats des simulations pour les différents parcours du mobile en NLOS (BRAN A, B, C et E). La technique MMSE a montré un intérêt remarquable au niveau de la récupération des symboles émis.

Le cinquième chapitre est dédié à une extension d'un algorithme adaptatif proportionnel (IPNLMS) pour l'identification des systèmes non linéaires à sortie binaire décrits par un filtre à RIF en présence d'un bruit additif. La solution proposée est intitulée KE-IPNLMS pour "Kernel Extended Improved Proportionate Normalized Least Mean Square". Cette approche emploie une fonction du noyau pour effectuer un mappage implicite des données en utilisant l'astuce du noyau. Cette astuce du noyau mappe implicitement l'entrée de données mesurée d'origine dans un espace non linéaire de dimension infinie. Les résultats de la simulation montrent l'efficacité et l'intérêt de l'algorithme KE-IPNLMS proposé en termes d'identification de l'amplitude et de la phase des paramètres de réponse impulsionnelle du canal (canaux BRAN et Macchi) comparativement aux autres algorithmes (PNLMS et IPNLMS) qui donnent des valeurs assez différentes des valeurs réelles. Nous avons obtenu un bon résultat en termes de MSE dans toutes les simulations, même dans le cas d'une puissance de bruit élevée (i.e. SNR faible) en utilisant l'algorithme KE-IPNLMS proposé.

Perspectives

Notre travail ne s'achève pas à la fin de ce manuscrit. Un certain nombre de pistes méritent encore d'être explorées. Quelques-unes de ces perspectives sont les suivantes :

- Etudier la stabilité et la convergence de notre solution dans le cadre d'identification des canaux extérieurs sans visibilité directe pour les réseaux de capteurs sans fil basée sur la radio impulsionnelle à bande ultra-large. À noter que l'illustration de l'impact positif de l'utilisation du canal BRAN E extérieur sans visibilité directe (NLOS) à l'aide des algorithmes à noyaux définis positifs pour la technologie radio à impulsions ultra-large bande (IR-UWB) a fait l'objet d'une publication [DF22].
- Développement d'une extension de ces algorithmes proposés aux systèmes à entrées multiples et à sorties multiples (MIMO).
- Nous avons employé les méthodes à noyau en sélectionnant une fonction non linéaire bien définie. Une extension de ces méthodes pourrait être d'appliquer la notion de noyaux multiples, en faisant la somme de différents noyaux. Cette opération est équivalente à la concaténation d'espaces fonctionnels.
- Développement des nouvelles méthodes pour l'identification des canaux de communication (i.e. en faisant appel aux méthodes à noyaux multiple).

Bibliographie

- [LP08] W. Liu, J. C. Principe. “Kernel affine projection algorithms”. *EUR-ASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2008 :1–12, 2008. [2](#)
- [CZZP11] B. Chen, S. Zhao, P. Zhu, and J. C. Principe. “Quantized kernel least mean square algorithm”. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 23(1) :22–32, 2011. [2](#)
- [CZZP13] B. Chen, S. Zhao, P. Zhu, and J. C. Principe. “Quantized kernel recursive least squares algorithm”. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 24(9) :1484–1491, 2013. [2](#)
- [WZL15] S. Wang, Y. Zheng, and C. Ling. “Regularized kernel least mean square algorithm with multiple-delay feedback”. *IEEE Signal Processing Letters*, 23(1) :98–101, 2015. [2](#)
- [CLZP16] B. Chen, J. Liang, N. Zheng, and J. C. Principe. “Kernel least mean square with adaptive kernel size”. *Neurocomputing*, 191 :95–106, 2016. [2](#)
- [LWP09] W. Liu, I. Park, Y. Wang, and J. C. Principe. “Extended kernel recursive least squares algorithm”. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 57(10) :3801–3814, 2009. [2](#)
- [ZHL17] H. Zhou, J. Huang, and F. Lu. “Reduced kernel recursive least squares algorithm for aero-engine degradation prediction”. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 95 :446–467, 2017. [2](#)
- [Aro50] N. Aronszajn. “Theory of reproducing kernels”. *Transactions of the American Mathematical Society*, 68(3) :337–404, 1950. [6](#), [9](#), [10](#), [41](#), [47](#)
- [Bil80] S. A. Billings. “Identification of nonlinear systems-a survey”. In : *IEE Proceedings D-Control Theory and Applications*, IET, vol. 127(6) :272–285, 1980. [2](#)
- [SHS01] B. Schölkopf, R. Herbrich, and A. J. Smola. “A generalized representer theorem”. In *Proceedings of the Annual Conference on Computational Learning Theory*, Springer, Berlin, Heidelberg, pp.416–426, 2001. [6](#), [11](#)
- [Bur98] C. J. Burges. “A tutorial on support vector machines for pattern recognition”. *Data Mining and Knowledge Discovery*, 2(2) :121–167, 1998. [6](#)

- [SBT14] K. Slavakis, P. Bouboulis, and S. Theodoridis. “Online learning in reproducing kernel Hilbert spaces”. *Academic Press Library in Signal Processing*, pages 883–987, Elsevier, New York, NY, USA, 2014. [6](#)
- [Mer09] J. Mercer. Functions of positive and negative type and their connection with the theory of integral equations. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, volume A 209, pages 415–446, 1909. [8](#)
- [SC04] J. Shawe-Taylor and N. Cristianini. *Kernel methods for pattern analysis*. Cambridge University Press, June 2004. [8](#), [13](#)
- [WR06] C. K. Williams, and C. E. Rasmussen. *Gaussian processes for machine learning*. Vol. 2. No. 3. Cambridge, MA : MIT press, 2006. [105](#)
- [SS02] B. Scholkopf and A. Smola. *Learning with Kernels : Support Vector Machines, Regularization, Optimization, and Beyond*. Cambridge, MA, USA : MIT Press, 2002. [8](#)
- [Vap95] V. N. Vapnik. *The Nature of Statistical Learning Theory*. Springer Verlag New York, Inc., New York, NY, USA, 1995. [6](#), [13](#), [44](#)
- [Her02] R. Herbrich. *Learning kernel classifiers. Theory and algorithms*. The MIT Press, Cambridge, MA, USA, 2002. [13](#)
- [ABR64] M. Aizerman, E. Braverman, and L. Rozonoer. “Theoretical foundations of the potential function method in pattern recognition learning”. *Automation and Remote Control*, 25 :821–837, 1964. [11](#)
- [KW71] G. S. Kimeldorf and G. Wahba. “Some results on Tchebycheffian spline functions”. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 33(1) :82–95, 1971. [6](#),[11](#),[16](#)
- [Kur04] V. Kurková. “Learning from data as an inverse problem”. in : J. Antoch (Ed.), *Computational Statistics (CompStat’04)*, Physica-Verlag, Springer, Heidelberg, pages 1377–1384, 2004. [11](#)
- [CS04] F. Cucker and S. Smale. “On the mathematical foundations of learning”. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 39(1) :1–49, 2002. [11](#)
- [Say03] A. Sayed. *Fundamentals of Adaptive Filtering*. Wiley, New York, NY, USA, 2003. [15](#)
- [Tik63] A. Tikhonov. “Solution of incorrectly formulated problems and the regularization method”. *In Soviet Mathematics Doklady*, 4 :1035–1038, 1963. [15](#)
- [SGV98] C. Saunders, A. Gammerman, and V. Vovk. “Ridge regression learning algorithm in dual variables”. *In Proceedings of the 15th International Conference on Machine Learning (ICML)*, pages 515–521. Madison, WI, USA, 1998. [16](#)
- [EPP00] T. Evgeniou, M. Pontil, and T. Poggio. “Regularization networks and support vector machines”. *In Advances in Computational Mathematics*, 13(1) :1–50, 2000. [16](#)

- [Lju99] L. Ljung. *System Identification : Theory for the User*. PTR Prentice Hall Information and System Sciences Series. T. Kailath, Series Editor, Upper Saddle River, 2nd edition edition, 1999. 21.
- [Pau08] S. D. Paulo. *Adaptive Filtering : Algorithms and Practical Implementation*. The International Series in Engineering and Computer Scienc, Springer : New York, NY, USA, pages 23–50, 2008. 25
- [PR17] A. D. Poularikas and Z. M. Ramadan. *Adaptive Filtering Primer with MATLAB*. CRC Press : Boca Raton, FL, USA, 2017. 25
- [AAS⁺16] J. Arenas-Garcia, L. A. Azpicueta-Ruiz, M. T. Silva, V. H. Nascimento, and A. H. Sayed. “Combinations of adaptive filters : performance and convergence properties”. *IEEE Signal Processing Magazine*, 33(1) :120–140, 2016. 25
- [WH60] B. Widrow and M. E. Hoff. “Adaptive switching circuits”. In *Convention Records of the Western Conference of the Institute for Radio Engineers*, 4 :96–104, New York, 1960. 26
- [Dou94] S. C. Douglas. “A family of normalized LMS algorithms”. *IEEE signal processing letters*, 1(3) :49–51, 1994. 27
- [Mat91] V. J. Mathews. “Adaptive polynomial filters”. *IEEE Signal Processing Mag.*, 8(3) :10–26, 1991. 26, 28
- [Zid15] M. Zidane. *Contribution à l’identification et égalisation aveugles des canaux de transmission pour des systèmes de 4^{ème} génération MC-CDMA*. Université sultan moulay sliman : Thèse de doctorat, 2015. 28
- [Pem97] G. L. Pemp. *Capacité de poursuite des algorithmes adaptatifs dans un canal de transmission sous-marin à trajets multiples*. Université Laval, 1997. 28
- [Kib05] A. Y. Kibangou. *Modèles de volterra a complexité réduite : estimation paramétrique et application a l’égalisation des canaux de communication*. Université de Nice-Sophia Antipolis : Thèse de doctorat, 2005. 29
- [Bou07] N. Boudriqua. *Etude et optimisation d’une chaîne de transmission numérique par voie optique : vers une compensation électronique des effets de la PMD*. Université Paul Verlaine-Metz : Thèse de doctorat, 2007. 41
- [PMP⁺16] M. Pouliquen, T. Menard, E. Pigeon, O. Gehan, and A. Goudjil. “Recursive system identification algorithm using binary measurements”. In *2016 European Control Conference (ECC)*. IEEE, pp. 1353–1358, June, 2016. 41, 51,81
- [ZLB⁺22] X. Zhao, X. Li, D. Bi, H. Wang, Y. Xie, A. Alhudhaif, and F. Alezzi. “L1-norm constraint kernel adaptive filtering framework for precise and robust indoor localization under the internet of things”. *Information Sciences*. 587 :206–225, 2022. 25

- [FH99] T.T. Frieb and R.F. Harrison. “A kernel-based adaline”. In *Proceedings of the 7th European Symposium on Artificial Neural Networks (ESANN 1999)*. pages 245–250. Bruges, Belgium, 1999. [47](#)
- [LPP08] W. Liu, P. P. Pokharel, and J. C. Príncipe. “The kernel least-means-square algorithm”. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 56(2) :543–554, 2008. [47](#), [47](#)
- [EMM04] Y. Engel, S. Mannor, and R. Meir. “The kernel recursive least-squares algorithm”. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 52(8) :2275–2285, aug. 2004. [47](#), [49](#)
- [GS01] G. Giannakis, and E. Serpedin. “A bibliography on nonlinear system identification”. *Signal Processing*, 81(3) :533–580, 2001. [44](#)
- [Boh06] T. Bohlin. *Practical Grey-box Process Identification*. Springer-Verlag. London, 2006. [44](#)
- [HTF08] T. Hastie, R. Tibshirani, and J. Friedman. *The elements of statistical learning*. Springer series in statistics Springer, Berlin, 2008. [44](#)
- [Bar89] A. R. Barron. “Statistical properties of artificial neural networks”. In : *Proceedings of the 28th IEEE Conference on Decision and Control*. pages 280–285, 1989. [44](#)
- [Lju06] L. Ljung. “Some aspects of nonlinear system identification”. In : *Proc. 14th IFAC Symposium on System Identification*. Newcastle, Australia, 2006. [44](#)
- [BHR19] D. Bouvier, T. Hélie, and D. Roze. “Phase-based order separation for Volterra series identification”. *International Journal of Control*, 94(8) :1–11, 2019. [44](#)
- [Bil13] S.A. Billings. *Nonlinear System Identification : NARMAX Methods in the Time, Frequency, and Spatio-Temporal Domains*. John Wiley & Sons, Chichester, UK, 2013. [44](#)
- [LPH11] W. Liu, J. C. Principe, and S. Haykin. *Kernel Adaptive Filtering : A Comprehensive Introduction*. John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, USA, 2011. [47](#), [47](#)
- [CLLP14] B. Chen, L. Li, W. Liu, and J. C. Príncipe. “Nonlinear adaptive filtering in kernel spaces”. In : *Springer Handbook of Bio-/Neuroinformatics*. Springer, Berlin, Germany, pages 715–734, 2014. [47](#)
- [BF77] S. Billings and S. Fakhouri. “Identification of nonlinear systems using the wiener model”. *Electronics Letters*, 13(17) :502–504, 1977. [45](#)
- [Wie58] N. Wiener. *Nonlinear Problems in Random Theory*. MIT Technology Press and John Wiley and Sons, New York, first edition, 1958. [45](#)
- [Gre04] W. Greblicki. “Nonlinearity recovering in Wiener system driven with correlated signal”. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 49(10) :1805–1812, 2004. [45](#)

- [FDS20a] R. Fateh, A. Darif and S. Safi. “Kernel and Linear Adaptive Methods for the BRAN Channels Identification”. In : *Advanced Intelligent Systems for Sustainable Development (AI2SD’2020)*, pages 579–591, Springer, Cham, 2020. [24](#)
- [FDS20b] R. Fateh, A. Darif and S. Safi. “Identification of the Linear Dynamic Parts of Wiener Model Using Kernel and Linear Adaptive”. In : *Advanced Intelligent Systems for Sustainable Development (AI2SD’2020)*, pages 387–400, Springer, Cham, 2020. [24](#)
- [Feh83] K. Feher. *Digital Communications : Satellite/Earth Station Engineering*. Englewood Cliffs, N.J. : Prentice-Hall, 1983. [45](#)
- [BF79] S. A. Billings and S. Y. Fakhouri. “Nonlinear system identification using the Hammerstein model”. *International Journal of System Sciences*, 10(5) :567–578, 1979. [45](#)
- [BLOS01] A. Balestrino, A. Landi, M. Ould-Zmirli, and L. Sani. “Automatic nonlinear auto-tuning method for Hammerstein modeling of electrical drives”. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 48(3) :645–655, 2001. [45](#)
- [FD21] R. Fateh and A. Darif. “Mean Square Convergence of Reproducing Kernel for Channel Identification : Application to Bran D Channel Impulse Response”. In : *International Conference on Business Intelligence (CBI)*, pages 284–293. Springer : Cham, Switzerland, 2021. [48](#)
- [NS98] K. Ngia and J. Sjobert. “Nonlinear acoustic echo cancellation using a Hammerstein model”. In : *Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)*, pages 1229–1232, Seattle, WA, USA, 1998. [45](#)
- [WK00] D. Westwick and R. Kearney. “Identification of a Hammerstein model of the stretch reflex EMG using separable least squares”. In : *Proceedings of the 22nd Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*, 3 :1901–1904, 2000. [45](#)
- [FSTM10] M. Frikel, S. Safi, B. Targui, and M. M’Saad. “Channel Identification Using Chaos for an Uplink/Downlink Multicarrier Code Division Multiple Access System”. *Journal of Telecommunications and Information Technology*, 1 :91–97, 2010. [43](#)
- [Nob03] S. Nobilet. *Etude et optimisation des techniques MC-CDMA pour les futures générations de systèmes de communications hertziennes*. Institut national des sciences appliquées de Rennes : Thèse de doctorat, Octobre 2003. [85](#), [89](#), [86](#)
- [Yam11] Y. S. Yameogo. *Etudes de nouvelles techniques d’estimation et d’égalisation de canal adaptées au système SC-FDMA*. Université de Rennes 1 : Thèse de doctorat, 2011. [43](#)
- [Gue09] C. L. Guellaut. *Prototypage d’un système MIMO-MC-CDMA sur plate-forme hétérogène*. Institut national des sciences appliquées de Rennes : Thèse de doctorat, Janvier 2009. [53](#)

- [FDS21b] R. Fateh, A. Darif, and S. Safi. “Performance Evaluation of MC-CDMA Systems with Single User Detection Technique using Kernel and Linear Adaptive Method”. *Journal of Telecommunications and Information Technology*, 4 :1–11, September 2021. 86
- [ETSI99] ETSI. *Broadband radio access network (brn); high performance radio local area network (hyperlan) type 2; requirements and architectures for wireless broadband access*. Technical report, European Telecommunications Standards Institute, January 1999. 53
- [ETSI01] ETSI. *Broadband radio access network (brn); high performance radio local area network (hyperlan) type 2; Physical layer*. Technical report, European Telecommunications Standards Institute, Decembre 2001. 53
- [FDS21] R. Fateh, A. Darif, and S. Safi. “Channel Identification of Non-linear Systems with Binary-Valued Output Observations Based on Positive Definite Kernels”. In : *E3S Web of Conferences, EDP Sciences*, 297 :01020, 2021. 52
- [Son18] Q. Song. “Recursive identification of systems with binary-valued outputs and with ARMA noises”. *Automatica*, 93 :106–113, 2018. 45
- [Nas06] Y. Nasser. *Sensibilité des Systèmes OFDM-CDMA aux Erreurs de synchronisation en Réception Radio Mobile*. Institut National Polytechnique de Grenoble : Thèse de doctorat, Octobre 2006. 85
- [Ibr09] K. Ibrahim. *Gestion des ressources des réseaux mobiles de nouvelle génération par rapport à la mobilité des utilisateurs*. Université d’Avignon et des Pays de Vaucluse France et Université Mohammed V-Agdal Rabat Maroc : Thèse de doctorat, Novembre 2009. 84
- [HK06] L. Hanzo, and T. Keller. *OFDM and MC-CDMA : a primer*. John Wiley & Sons; Ltd ; 2006. 85, 84
- [Cas17] R. Castro Garcia. *Structured nonlinear system identification using kernel-based methods*. PhD dissertation, Faculty of Engineering Science, KU Leuven, Belgium, 2017. 45
- [Ber06] A. Berdai. *Egalisation aveugle et turbo égalisation dans les canaux sélectifs en fréquence invariants et variants dans le temps*. Faculté des études supérieures de l’Université Laval : Maîtrise en génie électrique, 2006. 78
- [Mas05] A. Massiani. *Prototypage de Systèmes Haut Débit combinant Étalement de spectre, Multi-porteuses et Multi-antennes*. Thèse de Doctorat, Institut national des sciences appliquées de Rennes, novembre 2005. 86
- [ZD20] M. Zidane and R. Dinis. “A new combination of adaptive channel estimation methods and TORC equalizer in MC-CDMA systems”. *International Journal of Communication Systems*, 33(11) :e4429, 2020. 86

- [SFZM11] S. Safi, M. Frikel, A. Zeroual, and M. M'Saad. "Higher order cumulants for identification and equalization of multicarrier spreading spectrum systems". *Journal of telecommunications and information technology*, 2(1) :74–84, 2011. [87](#)
- [ZSSB14] M. Zidane, S. Safi, M. Sabri, and A. Boumezzough. "Blind Identification Channel Using Higher Order Cumulants with Application to Equalization for MC-CDMA System". *Int. J. of Elec., Robot., Electron. and Commun. Engin.*, 8(2) :369–375, 2014. [87](#)
- [ZSSB⁺14] M. Zidane, S. Safi, M. Sabri, A. Boumezzough, and M. Frikel. "Broadband radio access network channel identification and down-link MC-CDMA equalization". *Int. J. of Energy, Inform. and Commun.*, 5(2) :13–34, 2014. [87](#)
- [ZSS18] M. Zidane, S. Safi, and M. Sabri. "Measured and estimated data of non-linear BRAN channels using HOS in 4G wireless communications". *Data in brief*, 17 :1136–1148, 2018. [88](#), [89](#)
- [Dut00] D. L. Duttweiler. "Proportionate normalized least-mean-squares adaptation in echo cancelers". *IEEE Transactions on speech and audio processing*, 8(5) :508–518, 2000. [109](#), [107](#)
- [BG02] J. Benesty, and S. L. Gay. "An improved PNLMS algorithm". In *2002 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)*, 2 :II-1881–II-1884, 2002. [107](#)
- [DD05] H. Deng, and M. Doroslovacki. "Improving convergence of the PNLMS algorithm for sparse impulse response identification". *IEEE Signal Processing Letters*, 12(3) :181–184, 2005. [105](#)
- [ACB06] P. A. Naylor, J. Cui, and M. Brookes. "Adaptive algorithms for sparse echo cancellation". *Signal Processing*, 86(6) :1182–1192, 2006. [105](#)
- [LFS08] L. Liu, M. Fukumoto, and S. Saiki. "An improved mu-law proportionate NLMS algorithm". In *2008 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, pp. 3797–3800, 2008. [105](#)
- [GJM09] Y. Gu, J. Jin, and S. Mei. " l_0 norm constraint LMS algorithm for sparse system identification". *IEEE Signal Processing Letters*, 16(9) :774–777, 2009. [105](#)
- [FDS22] R. Fateh, A. Darif, and S. Safi. "An Extended Version of the Proportional Adaptive Algorithm Based on Kernel Methods for Channel Identification with Binary Measurements". *Journal of Telecommunications and Information Technology*, 3 :47–58, September 2022. [105](#)
- [DF22] A. Darif, and R. Fateh. "Non-line-of-sight outdoor channel identification for wireless sensor networks based on impulse radio ultra wide band". *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science*, 28(1) :441–449, October 2022. [126](#)