



جامعة السلطان مولاي سليمان  
Université Sultan Moulay Slimane

Université Sultan Moulay Slimane

Faculté Polydisciplinaire

Béni Mellal



---

Centre d'Études Doctorales « Sciences Pluridisciplinaires »  
Formation Doctorale : Physique Fondamentale et Appliquée

## THÈSE DE DOCTORAT

pour obtenir le grade de

DOCTEUR EN SCIENCES PHYSIQUES

Spécialité : Physique atomique / Physique des particules

---

**Contribution à l'étude des processus assistés par laser en  
physique atomique et en électrofaible**

---

Présentée par : **Mohamed JAKHA**

Soutenue publiquement le **Lundi 19 Décembre 2022** devant le jury composé de :

- |                    |     |  |                               |
|--------------------|-----|--|-------------------------------|
| • Pr M. B. SEDRA   | PES | <i>École Nationale des Sciences Appliquées, UIT, Kénitra</i> | <b>Président/Rapporteur</b>   |
| • Pr A. BELHAJ     | PH  | <i>Faculté des Sciences, UMV, Rabat</i>                      | <b>Rapporteur</b>             |
| • Pr L. RAHILI     | PH  | <i>Faculté des Sciences, UIZ, Agadir</i>                     | <b>Rapporteur</b>             |
| • Pr R. BENBRIK    | PH  | <i>Faculté Polydisciplinaire de Safi, UCA, Marrakech</i>     | <b>Examineur</b>              |
| • Pr M. EL IDRISSE | PH  | <i>Faculté Polydisciplinaire de Khouribga, USMS</i>          | <b>Examineur</b>              |
| • Pr S. TAJ        | PES | <i>Faculté Polydisciplinaire de Béni Mellal, USMS</i>        | <b>Co-directrice de thèse</b> |
| • Pr B. MANAUT     | PES | <i>Faculté Polydisciplinaire de Béni Mellal, USMS</i>        | <b>Directeur de thèse</b>     |

**Année Universitaire 2022/2023**

## *Dédicace*

*« À tous ceux qui pensent et cherchent à faire progresser la science partout dans le monde. À tous ceux qui m'ont enseigné et contribué à ma formation. À tous ceux qui m'ont soutenu, même avec un sourire, depuis le début de ma carrière universitaire, je dédie cet humble effort. »*

*« À tous ceux qui trouvent leur intérêt et leur inspiration dans ce manuscrit, prenez votre temps et citez ce que vous voulez. S'il y a du succès, cela vient de Dieu, et s'il y a des défauts - il n'y a pas d'échappatoire, puisque c'est la nature de l'être humain - cela vient de moi-même et de Satan. »*

M. JAKHA

*À mes parents, à ma famille et à tous ceux qui me sont chers.*

## *Remerciements*

Tout d'abord, je remercie Dieu tout-puissant de m'avoir accordé la patience et la force de volonté nécessaires pour mener à bien ce travail, qui est le fruit d'un effort de trois ans.

Après, ce travail et les années que j'ai consacrées au doctorat n'auraient pas abouti et n'auraient pas porté leurs fruits sans l'intervention de nombreuses personnes.

Et conformément à la parole du Messager Muhammad (que la paix et la bénédiction d'Allah soient sur lui) : « Celui qui ne remercie pas les gens ne remercie pas Dieu », je dois remercier tous ceux qui ont contribué à la réussite de mon parcours doctoral jusqu'au moment de soutenir cette thèse.

En premier lieu, je remercie mes parents, qui sont la raison de mon existence dans cette vie, pour leur soutien matériel et moral, pour leurs précieux efforts afin d'atteindre un haut niveau académique et pour leur entière confiance dans mes choix. Ce sont eux qui m'ont élevé dans l'amour des sciences quand j'étais jeune, et Dieu a réalisé leur rêve quand j'étais vieux. Ils m'ont appris l'ABC de la lecture dès ma naissance, et c'est d'eux que j'ai tout appris.

En second lieu, je tiens à adresser mes sincères remerciements à mon professeur, mon encadrant et le directeur de cette thèse, Monsieur **Bouid MANAUT**, à qui je ne rendrais pas justice, même si je le remerciais en tous termes. Sous son encadrement, j'ai réalisé le sujet du mémoire de fin d'études du master en 2019. Il m'a surtout encouragé et motivé à m'inscrire au doctorat. Et voilà que je suis aujourd'hui pour soutenir ma thèse sous sa direction. Il nous a toujours proposé des idées pour être le sujet d'articles scientifiques. Il nous a vraiment encadré en nous orientant dans la bonne direction. Je le remercie beaucoup pour les conseils et les recommandations qu'il nous donne toujours. Je le remercie également de nous avoir mis à disposition une machine de calcul rapide dans son bureau et de nous avoir permis d'exécuter nos programmes à distance ou en présentiel.

Troisièmement, je tiens à remercier sincèrement ma professeure et la co-directrice de ma thèse, Madame **Souad TAJ**, pour l'honneur de son co-encadrement. Elle ne nous laisse pas tomber avec ses encouragements et tous les idées à tout moment. J'exprime ma reconnaissance à sa gentillesse, son soutien et ses conseils pertinents.

Quatrièmement, je tiens à remercier mon collègue, mon binôme et mon camarade, le doctorant **Said MOUSLIH**, qui est aussi en train de se préparer pour soutenir sa thèse à la faculté des sciences et techniques (FST) de Béni Mellal. Au début, nous nous sommes inscrits

ensemble, nous avons travaillé ensemble et nous étions inséparables. Nous écrivions des articles ensemble, nous discutons toujours et nous nous entraïdions.

En général, je remercie mes collègues avec qui j'ai passé des moments agréables dans une ambiance de respect, de coopération et de partage. Je mentionne ici certains d'entre eux : **M. Agouri, M. Amzaoued, M. Baouahi, H. Charii, Z. Dahbi, I. Dahiri, A. Daïz, S. El Asri, R. Fateh, M. Krab, Y. Mekaoui, L. Moulaoui, A. Najim, J. Ou Aali, M. Ouali, M. Ouhammou, Y. Sekhmani, A. Waqdim, E. Youssoufi, ...** et la liste est longue.

Je remercie également tous les professeurs qui ont été mes collaborateurs et dont les discussions m'ont été utiles lors de la publication de travaux de recherche et d'articles scientifiques. Je mentionne ici les professeurs : **Y. Attaourti, R. Benbrik, M. El Idrissi, E. Siher.**

Je voudrais également remercier les rapporteurs, les examinateurs et tous les membres du jury qui ont été chargés d'évaluer ce travail pour le temps précieux qu'ils ont consacré à cette fin.

Je tiens aussi à exprimer ma plus vive reconnaissance au professeur **Moulay Brahim SEDRA** qui a présidé le jury de thèse.

Je remercie également tous les professeurs qui nous ont enseigné pendant les deux années du master et nous ont qualifiés pour pratiquer la recherche scientifique. Je cite les professeurs : **A. Arhrib, N. Askour, A. Belhaj, M. Mansour, L. Oufni, L. Rahili, K. Rahmani.**

Je remercie le doyen de la FP, Pr. **B. Elhadadi**, le vice-doyen, Pr. **A. Boumezzough**, et le directeur du centre d'études doctorales, Pr. **M. Farissi**. Je remercie également Pr. **A. Bahlaoui**, le responsable de la formation doctorale PFA, et Pr. **M. Lamsaadi**, directeur du laboratoire LRPSI. Ils ont toujours été à l'écoute et au service.

Je n'oublie pas de remercier également tous les cadres et professeurs de la FP en particulier et de l'USMS en général pour les efforts qu'ils déploient au service de l'étudiant, pour assurer son confort et répondre à ses besoins.

À tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réussite de ma thèse de doctorat, et je n'ai pas cité son nom sans le vouloir, je dis : Merci beaucoup.

**Contribution à l'étude des processus assistés par laser en physique atomique et en électrofaible.**

**Résumé :**

Le développement rapide de la technologie laser a ouvert la voie à l'utilisation de sources laser pour étudier les processus relativistes dans les domaines de l'électrodynamique quantique, de la physique atomique et de la physique des hautes énergies. Dans ce contexte, l'objectif principal de cette thèse est d'approfondir notre compréhension des processus physiques ultrarapides qui se produisent en présence d'un champ laser. Elle appartient donc au domaine de recherche appelé physique des champs forts, qui est le domaine de recherche général de l'interaction rayonnement-matière. Nous nous concentrons précisément sur une nouvelle étude de deux types différents de ces processus dans deux domaines différents, la théorie électrofaible et la physique atomique. Par conséquent, cette thèse est divisée en deux parties. La première partie consiste à étudier théoriquement, dans le cadre de la théorie électrofaible, les processus de désintégration des bosons  $W^-$  et  $Z$  en présence d'un champ laser polarisé circulairement. Cette première partie ravive le débat controversé qui s'est élevé au cours des deux dernières décennies sur la possibilité que le champ électromagnétique affecte la durée de vie ou la largeur de désintégration d'une particule instable. La deuxième partie est consacrée à l'étude d'un processus fondamental dans le domaine de la physique atomique, qui est le processus d'ionisation de l'atome d'hydrogène à partir de son état métastable  $2S$  en l'absence et en présence d'un champ laser polarisé circulairement. Dans cette partie, nous présentons un calcul analytique détaillé des sections efficaces différentielles triples, dans la première approximation de Born, dans les géométries coplanaires symétriques et asymétriques. Ce processus est étudié en utilisant le formalisme de Dirac relativiste où les effets du spin et de la relativité sont pris en compte. Ce travail comprend des calculs analytiques détaillés représentant différentes méthodes de résolution des problèmes en présence du champ électromagnétique. Ces recherches sont menées en vue de la génération actuelle et future de lasers optiques à ultra-haute intensité qui sont censés atteindre des intensités sans précédent de l'ordre de  $10^{24}$  W/cm<sup>2</sup> et au-delà, avec des pulses de l'ordre de quelques femtosecondes.

**Mots clés :** Processus assistés par laser, Formalisme de Dirac-Volkov, Calculs analytiques, Largeur de désintégration, Durée de vie, Rapport d'embranchement, Ionisation de l'atome d'hydrogène, Section efficace différentielle triple.

**Contribution to the study of laser-assisted processes in atomic physics and electroweak theory.****Abstract :**

The rapid development of laser technology has paved the way for the use of laser sources to study relativistic processes in the fields of quantum electrodynamics, atomic physics and high energy physics. In this context, the main purpose of this thesis is to advance our understanding of the ultrafast physical processes that occur in the presence of a laser field. It therefore belongs to the research field called strong-field physics, which is the general research area of laser-matter interaction. Specifically, we focus on a new study of two different types of these processes in two different disciplines, electroweak theory and atomic physics. Accordingly, this thesis is divided into two parts. The first part is devoted to the theoretical study, in the framework of electroweak theory, of the decay processes of the  $W^-$  and  $Z$  bosons in the presence of a circularly polarized laser field. This first part revives the controversial debate that has arisen over the last two decades about the possibility that the electromagnetic field affects the lifetime or decay rate of an unstable particle. The second part is concerned with the study of a fundamental process in atomic physics, which is the ionization of the hydrogen atom from its metastable  $2S$ -state in the absence and presence of a circularly polarized laser field. In this part, we present a detailed analytical calculation of the triple differential cross sections, in the first Born approximation, in symmetric and asymmetric coplanar geometries. This process is investigated by using the relativistic Dirac-formalism where the effects of spin and relativity are taken into account. This work includes detailed analytical calculations representing different methods of solving problems in the presence of electromagnetic fields. This research is conducted in view of the current and future generation of ultra-high intensity optical lasers which are expected to reach unprecedented intensities of the order of  $10^{24}$  W/cm<sup>2</sup> and beyond, with pulse lengths of the order of femtoseconds.

**Keywords :** Laser assisted processes, Dirac-Volkov formalism, Analytical calculations, Decay rate, Lifetime, Branching ratio, Ionization of the hydrogen atom, Triple differential cross section.

Introduction générale	1
<b>I Étude théorique des processus de désintégration des bosons <math>W^-</math> et <math>Z^0</math> en présence d'un champ électromagnétique</b>	<b>5</b>
Introduction	6
<b>I.1 Formalisme et théorie générale</b>	<b>11</b>
1 Système d'unités naturelles . . . . .	11
2 Formalisme quadri-dimensionnel . . . . .	12
3 Équations de la physique quantique . . . . .	14
3.1 Équation d'onde de Schrödinger . . . . .	14
3.2 Équation de Klein-Gordon . . . . .	15
3.3 Équation de Dirac libre . . . . .	15
4 Équation de Dirac en présence d'une onde électromagnétique . . . . .	18
4.1 Onde de Dirac-Volkov . . . . .	18
4.2 Densité de courant correspondante aux fonctions d'ondes de Volkov . . . . .	20
<b>I.2 Étude théorique de la désintégration du boson <math>Z^0</math> assistée par laser</b>	<b>24</b>
1 Introduction . . . . .	24
2 Calcul théorique de la largeur de désintégration . . . . .	25
3 Résultats et discussion . . . . .	33
4 Conclusion . . . . .	36
<b>I.3 Étude théorique de la désintégration hadronique du boson <math>W^-</math> assistée par laser</b>	<b>40</b>
1 Introduction . . . . .	40
2 Calcul théorique . . . . .	41
2.1 Largeur de désintégration hadronique en présence d'un champ laser à polarisation circulaire . . . . .	41
2.2 Durée de vie et rapports d'embranchement . . . . .	47
2.3 Comparaison avec la désintégration leptonique . . . . .	47

3	Résultats et discussion . . . . .	48
4	Conclusion . . . . .	54
<b>Conclusion de partie I</b>		<b>56</b>
<b>II Étude théorique relativiste de l'ionisation de l'atome d'hydrogène H(2S) par impact d'électrons en l'absence et en présence d'un champ laser</b>		<b>59</b>
<b>Introduction</b>		<b>60</b>
<b>II.1 Éléments théoriques de réaction (e, 2e)</b>		<b>66</b>
1	Système d'unités atomiques . . . . .	66
2	Collision . . . . .	67
3	Processus (e, 2e) . . . . .	68
4	Section efficace différentielle d'ionisation . . . . .	69
4.1	Section efficace différentielle triple . . . . .	69
5	Première approximation de Born . . . . .	70
6	Cinématiques de la réaction (e,2e) . . . . .	71
7	Atome d'hydrogène . . . . .	71
7.1	Équation d'onde de Schrödinger . . . . .	72
8	Fonctions d'onde de l'atome d'hydrogène . . . . .	73
8.1	Fonctions d'onde semi-relativistes de Darwin de l'état $2S_{1/2}$ . . . . .	73
8.2	Fonction d'onde relativiste exacte de l'atome d'hydrogène . . . . .	74
<b>II.2 Ionisation de l'atome d'hydrogène H(2S) par impact d'électrons en l'absence du champ laser</b>		<b>80</b>
1	Introduction . . . . .	80
2	Modèles théoriques . . . . .	82
2.1	Géométrie coplanaire asymétrique . . . . .	82
2.2	Géométrie coplanaire symétrique . . . . .	90
3	Résultats et discussion . . . . .	92
3.1	Géométrie coplanaire asymétrique . . . . .	92
3.2	Géométrie coplanaire symétrique . . . . .	95
4	Conclusion . . . . .	103
<b>II.3 Ionisation de l'atome d'hydrogène H(2S) par impact d'électrons en présence du champ laser dans la géométrie binaire coplanaire</b>		<b>105</b>
1	Calcul théorique de la SEDT . . . . .	106
1.1	La SEDT dans l'approximation DVPWBA1 . . . . .	107
1.2	La SEDT dans l'approximation DVPWBA2 . . . . .	109
2	Résultats et discussion . . . . .	110
3	Conclusion . . . . .	114
<b>Conclusion de partie II</b>		<b>115</b>
<b>Conclusion générale et perspectives</b>		<b>118</b>



## TABLE DES FIGURES

1	Le RE (45) du mode de désintégration hadronique en fonction de l'intensité du champ électrique pour différents nombres de photons échangés. La fréquence du champ laser est $\hbar\omega = 1.17$ eV. . . . .	34
2	Le RE des leptons chargés (46) en fonction de l'intensité du champ électrique pour différents nombres de photons échangés. La fréquence du champ laser est $\hbar\omega = 1.17$ eV. . . . .	34
3	Le RE invisible (en neutrinos) (47) en fonction de l'intensité du champ électrique pour différents nombres de photons échangés. La fréquence du champ laser est $\hbar\omega = 1.17$ eV. . . . .	35
4	La durée de vie du boson $Z$ modifiée par le laser en fonction de l'intensité du champ électrique pour différents nombres de photons échangés. La fréquence du champ laser est $\hbar\omega = 1.17$ eV. . . . .	36
5	Variations de la durée de vie du boson $Z$ modifiée par laser en fonction de l'intensité du champ électrique pour un laser Nd:YAG ( $\hbar\omega = 1.17$ eV) et un laser CO <sub>2</sub> ( $\hbar\omega = 0.117$ eV). Le nombre de photons échangés est pris égal à $-10 \leq n \leq +10$ . . . . .	36
1	Diagramme de Feynman, à l'arbre, de la désintégration hadronique du boson $W^-$ . . . . .	41
2	Les variations de la durée de vie assistée par laser en fonction de l'intensité du champ électrique pour un laser CO <sub>2</sub> ( $\hbar\omega = 0.117$ eV), un Nd:YAG laser ( $\hbar\omega = 1.17$ eV) et un He:Ne laser ( $\hbar\omega = 2$ eV). Le nombre de photons échangés est égal à $-20 \leq n \leq +20$ . . . . .	51
3	Le comportement du rapport d'embranchement des hadrons, donné par l'Eq. (36), en fonction de l'intensité électrique pour différents nombres de photons échangés. La fréquence est $\hbar\omega = 1.17$ eV. . . . .	52
4	Le comportement du rapport d'embranchement des leptons, donné par l'Eq. (37), en fonction de l'intensité électrique pour différents nombres de photons échangés. La fréquence est $\hbar\omega = 1.17$ eV. . . . .	52

1	Schéma de la géométrie coplanaire choisie pour notre étude théorique. $\theta_f$ et $\theta_B$ sont, respectivement, les angles des électrons diffusés et éjectés par rapport à la direction du faisceau incident $\mathbf{p}_i$ . Pour les géométries symétriques coplanaires, $\theta_f \simeq \theta_B$ . . . . .	71
1	La SEDT de l'ionisation (e, 2e) de l'hydrogène 2S en fonction de l'angle d'éjection $\theta_B$ . Les énergies cinétiques des électrons incidents et éjectés sont respectivement 250 eV et 5 eV et l'angle de diffusion $\theta_f = 3^\circ$ . La ligne rouge pleine donne nos résultats (NRCBA) donnés dans l'Eq. (51), la ligne noire pleine ceux de Hafid <i>et al.</i> [23] et la ligne en tirets les résultats obtenus par la fonction d'onde de Coulomb. . . . .	93
2	La SEDT de l'ionisation (e, 2e) de l'hydrogène 2S en fonction de l'angle d'éjection $\theta_B$ . Les énergies cinétiques des électrons incidents et éjectés sont respectivement 250 eV et 5 eV et l'angle de diffusion $\theta_f = 5^\circ$ . La ligne rouge pleine donne nos résultats (NRCBA) donnés dans l'Eq. (51), la ligne noire pleine ceux de Hafid <i>et al.</i> [23], la ligne pointillée ceux de Vucic <i>et al.</i> [24] et la ligne en tirets les résultats obtenus en utilisant la fonction d'onde de Coulomb. . . . .	94
3	La SEDT de l'ionisation (e, 2e) de l'hydrogène 2S en fonction de l'angle de diffusion $\theta_f$ . Les énergies cinétiques des électrons incidents et éjectés sont respectivement 250 eV et 5 eV et l'angle d'éjection $\theta_B = 20^\circ$ . La ligne rouge donne nos résultats (NRCBA) donnés dans l'Eq. (51) et la ligne noire ceux de Hafid <i>et al.</i> [23]. . . . .	94
4	Les deux SEDTs en fonction de l'angle $\theta_B$ . Les énergies cinétiques des électrons incidents et éjectés sont respectivement 250 eV et 5 eV et l'angle de diffusion $\theta_f = 3^\circ$ . Les autres angles sont choisis comme suit : $\theta_i = 0^\circ, \phi_i = 0^\circ, \phi_f = 0^\circ$ et $\phi_B = 180^\circ$ . . . . .	95
5	Les trois SEDTs en fonction de l'angle $\theta_B$ . Les énergies cinétiques des électrons incidents et éjectés sont respectivement 4250 eV et 2123.3 eV et l'angle de diffusion $\theta_f = 45^\circ$ . . . . .	96
6	Même chose que dans la Fig. (5) mais pour les énergies cinétiques des électrons incidents et éjectés <b>(a)</b> 10000 eV et 4998.3 eV et <b>(b)</b> 20000 eV et 9998.3 eV respectivement. . . . .	97
7	Les deux SEDTs dans le régime relativiste en fonction de l'angle $\theta_B$ . Les énergies cinétiques de l'électron incident et de l'électron éjecté sont respectivement : 511002 eV et 255499.3 eV, et l'angle de diffusion $\theta_f = 45^\circ$ . . . . .	98
8	La SEDT, dans la RPWBA, en fonction de l'angle $\theta_B$ et l'énergie cinétique de l'électron incident $T_i$ variant de 1000 eV à 3800 eV. Nous avons utilisé la condition $40^\circ \leq \theta_f = \theta_B \leq 50^\circ$ . . . . .	99
9	La SEDT, dans la RPWBA, en fonction de l'angle $\phi_B$ et l'énergie cinétique de l'électron incident $T_i$ variant de 1000 eV à 3800 eV pour $\theta_B = \theta_f = 45^\circ$ . . . . .	99
10	La SEDT, dans la RPWBA, en fonction de l'angle $\theta_B$ et l'angle $\theta_f$ pour $T_i = 5000$ eV et $T_B = 2498.3$ eV. . . . .	100
11	Les deux SEDTs en géométrie coplanaire symétrique en fonction de l'angle $\theta_B$ pour l'angle de diffusion $\theta_f = 45^\circ$ . Les énergies cinétiques de l'électron incident et éjecté sont : <b>(a)</b> $T_i = 10000$ eV et $T_B = 4998.3$ eV, <b>(b)</b> $T_i = 15000$ eV et $T_B = 7498.3$ eV et <b>(c)</b> $T_i = 20000$ eV et $T_B = 9998.3$ eV. . . . .	100

12	Les quatre SEDTs en géométrie coplanaire symétrique en fonction de l'angle $\theta_B$ pour l'angle de diffusion $\theta_f = 45^\circ$ . Les énergies cinétiques de l'électron incident et éjecté sont : <b>(a)</b> $T_i = 250$ eV et $T_B = 123.3$ eV et <b>(b)</b> $T_i = 3250$ eV et $T_B = 1623.3$ eV. . . . .	101
1	La SEDT de l'ionisation (e, 2e) de l'hydrogène 2S en fonction de l'angle $\theta_B$ . Les énergies cinétiques des électrons incidents et éjectés sont respectivement de 4250 eV et 2123.3 eV, et l'angle de diffusion $\theta_f = 45^\circ$ . Pour les paramètres du laser, nous avons fixé (comme indication de l'absence du champ) $\mathcal{E}_0 = 0$ V/cm et $n = n_B = 0$ . L'abréviation RPWBA (NRPWBA) signifie relativistic (nonrelativistic) plane wave Born approximation. Voir chapitre II.2. . . . .	111
2	Même chose que dans la Fig. (1), mais pour les énergies cinétiques de l'électron incident et éjecté <b>(a)</b> 10000 eV et 4998.3 eV, <b>(b)</b> 20000 eV et 9998.3 eV respectivement. . . . .	111
3	Enveloppes de la SEDT dans l'approximation DVPWBA1 en fonction du nombre de photons $n$ pour <b>(a)</b> : $T_i = 4250$ eV, $T_B = 2123.3$ eV, $\theta_f = \theta_B = 45^\circ$ , $\mathcal{E}_0 = 10^7$ V/cm, <b>(b)</b> : $T_i = 511002$ eV, $T_B = 255499.3$ eV, $\theta_f = \theta_B = 45^\circ$ , $\mathcal{E}_0 = 10^7$ V/cm, <b>(c)</b> : $T_i = 511002$ eV, $T_B = 255499.3$ eV, $\theta_f = \theta_B = 45^\circ$ , $\mathcal{E}_0 = 10^8$ V/cm. . . . .	112
4	La SEDT sommée sur différents nombres de photons $n$ dans l'approximation DVPWBA1 en fonction de l'angle $\theta_B$ pour <b>(a)</b> : $T_i = 4250$ eV, $T_B = 2123.3$ eV, $\theta_f = 45^\circ$ , $\mathcal{E}_0 = 10^7$ V/cm, <b>(b)</b> : $T_i = 511002$ eV, $T_B = 255499.3$ eV, $\theta_f = 45^\circ$ , $\mathcal{E}_0 = 10^7$ V/cm. . . . .	113
5	La SEDT pour l'émission et l'absorption d'un seul photon dans les deux approximations <b>(a)</b> : (DVPWBA1) $T_i = 511002$ eV, $T_B = 255499.3$ eV, $\theta_f = 45^\circ$ , $\mathcal{E}_0 = 2.57113 \times 10^8$ V/cm = 0.05 u.a., <b>(b)</b> : (DVPWBA2) $T_i = 20000$ eV, $T_B = 9998.3$ eV, $\theta_f = 45^\circ$ , $\mathcal{E}_0 = 2.57113 \times 10^8$ V/cm = 0.05 u.a. . . . .	113

## LISTE DES TABLEAUX

1	Les valeurs numériques du rapport $R_{avec/sans}$ , défini dans l'Eq. (43), en fonction de l'intensité du champ électrique $\mathcal{E}_0$ pour trois fréquences différentes (CO <sub>2</sub> laser : $\hbar\omega = 0.117$ eV, Nd:YAG laser : $\hbar\omega = 1.17$ eV et He:Ne laser : $\hbar\omega = 2$ eV). Nous avons fait la somme, en présence du champ laser, sur le nombre de photons $-20 \leq n \leq +20$ . . . . .	49
2	Valeurs numériques de la durée de vie modifiée par laser en fonction de l'intensité électrique pour différents nombres de photons échangés. La fréquence est $\hbar\omega = 1.17$ eV. . . . .	50
3	Valeurs numériques des largeurs de désintégration leptonique (34) et hadronique (35) en fonction de l'intensité électrique $\mathcal{E}_0$ pour un nombre de photons échangés $-20 \leq n \leq +20$ . La fréquence est $\hbar\omega = 1.17$ eV. . . . .	53
4	Valeurs numériques du carré des fonctions de Bessel $J_n^2(z)$ et $J_{n+1}^2(z)$ sommées sur différents nombres de photons échangés $n$ pour différentes intensités $\mathcal{E}_0$ . La fréquence du champ laser est $\hbar\omega = 1.17$ eV. . . . .	53
1	Comparaison de nos résultats (61) avec les résultats théoriques de Mukherjee <i>et al.</i> [11] pour la section efficace totale de l'ionisation $e^- - H(2S)$ . . . . .	102
2	Comparaison de nos résultats (61) avec les résultats expérimentaux de Defrance <i>et al.</i> [12] pour la section efficace totale de l'ionisation $e^- - H(2S)$ . . . . .	102

## LISTE DES ABRÉVIATIONS

<b>QED</b>	: Quantum ElectroDynamics
<b>EM</b>	: ÉlectroMagnétique
<b>RE</b>	: Rapport d'Embranchement
<b>SED</b>	: Section Efficace Différentielle Triple
<b>SET</b>	: Section Efficace Totale
<b>NRCBA</b>	: Non-Relativistic Coulomb Born Approximation
<b>SRCBA</b>	: Semi-Relativistic Coulomb Born Approximation
<b>RCBA</b>	: Relativistic Coulomb Born Approximation
<b>RPWBA</b>	: Relativistic Plane Wave Born Approximation
<b>SRPWBA</b>	: Semi-Relativistic Plane Wave Born Approximation
<b>NRPWBA</b>	: Non-Relativistic Plane Wave Born Approximation
<b>BBK</b>	: Brauner-Briggs-Klar
<b>1CW</b>	: One Coulomb Wave
<b>DVPWBA1</b>	: Dirac Volkov Plane Wave Born Approximation 1
<b>DVPWBA2</b>	: Dirac Volkov Plane Wave Born Approximation 2

## INTRODUCTION GÉNÉRALE

Les interactions rayonnement-matière ont suscité l'intérêt des scientifiques et des philosophes dès le 5ème siècle avant J.-C. L'idée que tout doit être constitué de particules élémentaires est aussi ancienne que le philosophe Demokrit qui a vécu vers 460-370 av. J.-C. Il a nommé ces particules élémentaires "atomes", ce qui signifie "indivisible". Lorsqu'ils ont été découverts pour la première fois, les atomes étaient considérés comme les éléments constitutifs de l'univers, ce qui justifie leur nom. Aujourd'hui, nous savons que ce n'est pas le cas, même si le nom n'a pas changé. Les interactions entre le rayonnement et la matière jouent un rôle crucial dans les processus qui rendent la vie possible sur Terre et constituent également l'un des principaux moyens d'obtenir des informations sur le monde. Par conséquent, le besoin de comprendre ces processus est tout à fait évident. Grâce aux avancées technologiques et aux connaissances théoriques sur le rayonnement électromagnétique (EM) et la mécanique quantique, il est désormais possible d'étudier en détail les systèmes et processus atomiques et subatomiques.

La force EM, avec les interactions nucléaires faibles et fortes et la gravité, est l'une des quatre forces fondamentales qui gouvernent notre univers. Si les forces nucléaires sont essentielles à la compréhension microscopique des propriétés des particules subatomiques et subnucléaires et de leurs interactions, ainsi que de l'existence de noyaux stables ou de leur désintégration radioactive, la gravité est une force dominante à l'échelle macroscopique. La force EM, est responsable de nombreux phénomènes à l'échelle macroscopique et microscopique, notamment la force électromotrice, la cohésion de l'atome, la liaison chimique, les différentes phases de la matière et l'ensemble du spectre du rayonnement EM.

Si nous pouvons comprendre comment les particules qui composent l'univers interagissent avec le champ EM et comment leurs propriétés changent en sa présence, nous pourrions mieux comprendre l'interaction rayonnement-matière et découvrir de nouvelles propriétés des

particules [1].

La physique des champs forts (appelée en anglais : strong-field physics [2]) est le domaine de recherche général de l'interaction rayonnement-matière. Elle vise à stimuler et à contrôler les processus ultrarapides et à comprendre le mécanisme qui les régit. Une nouvelle physique se développe à partir de l'interaction des champs EMs intenses avec des atomes, des molécules et des particules.

Il existe plusieurs sources du champ EM intense. Citons notamment :

- Pulsars : un pulsar est une étoile à neutrons tournant très rapidement sur elle-même et émettant périodiquement un fort rayonnement EM.
- Magnétars : un magnétar est une étoile à neutrons disposant d'un champ magnétique extrêmement intense (jusqu'à  $10^{11}$  T), qui émet des radiations EMs de haute énergie, comme les rayons X et gamma.
- Lasers optiques : ils peuvent fournir des champs d'ondes EMs puissants. L'intensité actuellement atteinte est  $I = 2 \times 10^{22}$  W/cm<sup>2</sup>, ce qui est cependant inférieure de plusieurs ordres de grandeur à l'amplitude du champ électrique critique  $E_c \simeq 1.3 \times 10^{16}$  V/cm. De nouvelles installations laser de l'ordre du pétawatt, du multi-pétawatt et même de l'exawatt, qui pourraient atteindre des intensités encore plus élevées, dépassant  $10^{25}$  W/cm<sup>2</sup>, devraient être mises en service dans un avenir proche. Ces systèmes laser à ultra-haute intensité sont considérés aujourd'hui comme l'outil le plus prometteur pour les études expérimentales de la physique des champs forts en laboratoire.
- X-ray free electron lasers (XFELs) : ce sont des sources de lumière cohérente avec des longueurs d'onde dans le régime des rayons X. Ils sont une autre possibilité de produire des champs EMs puissants.

Les lasers sont maintenant la source EM la plus courte qui existe. On peut donc les utiliser pour sonder la matière sur des échelles de temps très courtes. Un laser (light amplification by stimulated emission of radiation) est un appareil qui produit un rayonnement lumineux spatialement et temporellement cohérent reposant sur le processus d'émission stimulée. Le principe de l'émission stimulée est décrit pour la première fois en 1917 par Albert Einstein. En 1960, le physicien américain Théodore Maiman [3] obtient pour la première fois une émission laser au moyen d'un cristal de rubis. Depuis l'avènement de cette nouvelle invention, le laser, qui est une nouvelle source de lumière dotée d'une excellente monochromaticité, d'une grande luminosité, d'une forte orientation et d'une grande cohérence, est devenu largement utilisé dans diverses applications quotidiennes en raison des propriétés particulières de son rayonnement. Il est actuellement considéré comme un outil indispensable pour l'étude des processus physiques dans divers domaines couvrant la physique atomique et des plasmas ainsi que la physique nucléaire et des hautes énergies. Grâce à ces développements continus de la

technologie laser, les scientifiques et les chercheurs déploient plusieurs efforts pour étudier les processus en présence de lasers.

C'est dans ce contexte que cette thèse vient comme une contribution de notre part pour enrichir et élargir la discussion sur ce domaine de recherche en étudiant certains nouveaux processus en présence de lasers à la fois en physique atomique et en théorie électrofaible. Toute la thèse consiste en deux parties. Dans **la première partie**, nous étudions les deux processus de désintégration des bosons vecteurs intermédiaires  $W^-$  et  $Z^0$  en présence d'un champ EM dans le cadre de la théorie électrofaible. Quant à **la deuxième partie**, elle contient l'étude d'un processus atomique en l'absence et en présence du champ laser, qui est l'ionisation relativiste de l'atome d'hydrogène à partir de son état métastable 2S par un impact électronique.



## BIBLIOGRAPHIE

- [1] Y. I. Salamin, S. X. Hu, K. Z. Hatsagortsyan and C. H. Keitel, *Phys. Rep.* **427**, 41 (2006).
- [2] H. R. Reiss, Foundations of strong-field physics *Lectures on Ultrafast Intense Laser Science 1* ((*Springer Series in Chemical Physics* vol 94), ed K. Yamanouchi (Berlin : Springer, 2010)
- [3] T. H. Maiman, *Nature* **187**, 493 (1960).

## Première partie

Étude théorique des processus de désintégration des bosons  $W^-$  et  $Z^0$  en présence d'un champ électromagnétique

Les progrès continus de la technologie laser vers des intensités du champ de plus en plus élevées soulèvent la question de savoir dans quelle mesure les champs laser ultraintenses peuvent devenir un outil utile pour la physique des particules dans la théorie électrofaible [1]. L'étude du comportement des particules et de leurs propriétés lorsqu'elles sont insérées dans un champ EM a reçu beaucoup d'attention dans les années récentes, en raison des progrès réalisés par la technologie laser tant au niveau de son intensité que de ses sources. Parmi ces propriétés, on trouve la durée de vie ou la largeur de désintégration d'une particule instable. L'une des propriétés générales les plus étonnantes des particules élémentaires est leur tendance à se désintégrer. Il existe un principe universel qui dit : « Toute particule se désintègre en particules plus légères, sauf si une loi de conservation l'en empêche. » Comme exemple de lois de conservation évidentes, on peut mentionner la conservation de la charge électrique, l'énergie-impulsion et le spin. La désintégration qui sera étudiée ici ne doit pas être confondue avec la radioactivité en physique nucléaire. Ce qui nous intéresse, c'est la désintégration des particules subatomique, pas des noyaux atomiques. La radioactivité est le phénomène physique par lequel des noyaux atomiques instables (dits radionucléides) se transforment spontanément en d'autres atomes. Ici, la désintégration des particules désigne la transformation d'une particule subatomique en d'autres particules subatomiques fondamentales. Ce type de désintégration est étrange, car les produits finaux ne sont pas des constituants de la particule de départ, mais des particules totalement nouvelles.

Les deux questions principales que nous posons au début sont :

- Comment le comportement et les propriétés des particules peuvent changer en présence d'un champ EM ?
- Quel est l'effet du champ EM (fourni par un laser) sur l'évolution d'un système quantique dans le temps ?

Comme indiqué dans le titre, cette première partie porte sur l'étude théorique relativiste des processus de désintégration en présence d'un champ EM. Ces processus peuvent être divisés

en deux catégories principales :

- 1 Processus **assistés** par laser : qui existent aussi en l'absence du champ mais peuvent être modifiés par le laser.
- 2 Processus **induits** par laser : qui ne peuvent se produire que lorsqu'un champ EM est présent, fournissant un réservoir d'énergie supplémentaire.

Un aperçu général des processus d'interaction faible en présence d'un champ EM intense a été donné par Kurilin en 1999 [2]. La discussion autour de l'effet du champ laser sur la largeur totale de désintégration et la durée de vie a commencé pour la première fois dans les années 1970 [3–5] et a été relancée au début du 21ème siècle jusqu'à aujourd'hui. Comme exemples des processus de la première catégorie, les désintégrations du pion  $\pi \rightarrow \mu \nu$  et du muon  $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$  ont déjà été examinées par Ritus en 1985 [6]. Mouslih *et al.* [7] ont récemment examiné en détail le processus de désintégration des pions dans le cas d'un champ laser polarisé circulairement. La désintégration des muons assistée par laser a également été revue récemment par [8–11]. La désintégration des bosons  $W$  et  $Z^0$  en une paire fermion-antifermion a été calculée par Kurilin [12, 13]. La diffusion élastique d'un neutrino muonique par un électron en présence d'un fort champ laser a été considérée par Bai, Zheng et Wang en 2012 [14] et des effets multiphotons dans la section efficace sont prédits. Ce même processus de diffusion a été récemment étudié par El Asri *et al.* [15] pour le cas d'un champ polarisé circulairement.

Les champs externes peuvent également stimuler les processus de désintégration, qui sont par ailleurs énergétiquement interdits. Kurilin [2] a considéré la désintégration leptonique  $l^- \rightarrow W^- \nu_l$  induite par le champ. Ce processus est clairement impossible dans le vide, puisque la masse de la particule initiale est inférieure à la masse des produits de désintégration. La présence du champ rend possible une telle désintégration exotique. La production d'une paire  $e^+e^-$  par un neutrino de haute énergie en présence d'un champ laser fort a été calculée par Tinsley en 2005 [16]. Cependant, comme l'a montré Tinsley, le processus induit par le laser  $\nu \rightarrow \nu e^+ e^-$  est extrêmement improbable. À une intensité du champ d'environ  $3 \times 10^{18}$  W/cm<sup>2</sup>, la longueur de production est de l'ordre d'une année-lumière, même pour une énergie de neutrino de 1 PeV (1 PeV =  $10^{15}$  eV).

À notre tour et dans le but de contribuer à enrichir la discussion sur ce domaine de recherche, nous avons décidé de mener une série d'études pour connaître et comprendre l'effet du champ EM sur les quantités mesurables expérimentalement pendant les processus de désintégration. Les particules que nous avons choisi pour étudier leur désintégration ici sont les bosons  $W^-$  et  $Z^0$ , les porteurs de la force nucléaire faible. Ce choix n'est pas arbitraire, mais repose sur le fait suivant. La majorité des études et des expériences réalisées dans les collisionneurs électron-positron au cours des deux dernières décennies se sont concentrées sur l'étude des bosons  $W^-$  et  $Z^0$  et la mesure précise de toutes leurs propriétés ; non seulement

parce qu'ils jouent un rôle important dans l'établissement de la théorie du modèle standard et qu'ils fournissent un test précis de ses prédictions sur les interactions entre particules, mais aussi parce qu'ils constituent un outil unique pour sonder les manifestations de la nouvelle physique au-delà du modèle standard [17–19]. Il serait donc particulièrement important de discuter certains des nouveaux phénomènes et changements qui peuvent apparaître dans ces bosons lorsque leur désintégration se produit en présence d'un champ EM externe.

Parlons maintenant brièvement de l'approche théorique suivie et des méthodes de calcul adoptées pour étudier les processus de désintégration en présence d'un champ laser.

Théoriquement, on considère que le champ laser est "monochromatique" (c'est-à-dire qu'il ne comprend que des rayons d'une seule couleur et d'une seule fréquence), bien polarisé (par exemple, nous considérons ici la polarisation circulaire), et défini mathématiquement par le quadri-potential classique suivant (dans le cas de la polarisation circulaire) :

$$A^\mu(\phi) = a_1^\mu \cos(\phi) + a_2^\mu \sin(\phi), \quad \phi = (k \cdot x), \quad (1)$$

où  $k = (\omega, \mathbf{k})$  est le 4-vecteur d'onde ( $k^2 = 0$ ),  $\phi$  est la phase du champ laser et  $\omega$  sa fréquence. Les 4-vecteurs de polarisation  $a_1^\mu = (0, \mathbf{a}_1) = |\mathbf{a}|(0, 1, 0, 0)$  et  $a_2^\mu = (0, \mathbf{a}_2) = |\mathbf{a}|(0, 0, 1, 0)$  sont orthogonaux et de même amplitude, ce qui implique que  $(a_1 \cdot a_2) = 0$  et  $a_1^2 = a_2^2 = a^2 = -|\mathbf{a}|^2 = -(\mathcal{E}_0/\omega)^2$  où  $\mathcal{E}_0$  est l'intensité du champ électrique. Nous supposons que la condition de jauge de Lorentz est appliquée au quadri-potential, de sorte que  $k_\mu A^\mu = 0$ , ce qui implique  $(k \cdot a_1) = (k \cdot a_2) = 0$ , signifiant que le vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  est choisi selon l'axe  $z$ . Notez que les trois vecteurs,  $\mathbf{a}_1$ ,  $\mathbf{a}_2$  et  $\mathbf{k}$ , doivent former une base orthogonale directe  $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{k})$ . Ce champ laser est caractérisé par deux paramètres qui sont l'intensité du champ électrique  $\mathcal{E}_0$  en V/cm et la fréquence  $\hbar\omega$  en eV (dans les unités naturelles).

Les calculs théoriques sont effectués analytiquement dans le cadre du modèle standard électrofaible en utilisant les solutions exactes pour les états des particules habillées par un champ EM polarisé circulairement. Cette approche est bien connue en physique des particules sous la représentation de Furry (Furry picture) [20] des interactions non-perturbatives avec le champ EM externe.

Lorsqu'on parle de la désintégration, on a trois grandeurs importantes, surtout qu'elles sont mesurables expérimentalement, qui doivent être calculées théoriquement.

La première c'est la largeur qui mesure la probabilité d'une désintégration. L'expression générale de la largeur de désintégration d'une particule de masse  $m$  en  $n$  corps, exprimée dans son référentiel au repos, est donnée par :

$$\Gamma = \frac{(2\pi)^4 \delta^4(P - \sum_{i=1}^n P_i)}{2m} \int \underbrace{d\Phi_n(P_1, \dots, P_n)}_{\text{Espace de phase}} \times \overbrace{|\mathcal{M}_{fi}|^2}^{\text{Elément de matrice}}, \quad (2)$$

où

$$d\Phi_n(P_1, \dots, P_n) = \prod_{i=1}^n \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3 2E_i}, \quad (3)$$

avec  $P = (m, 0)$  et  $P_i = (E_i, \vec{p}_i)$  pour  $i = 1, \dots, n$ .

Notons que la largeur de désintégration est exprimée, dans le système d'unités naturelles, en électron-Volt (eV).

La deuxième grandeur qui vient immédiatement après la largeur est la durée de vie qui est définie tout simplement comme étant l'inverse de la largeur de désintégration :

$$\tau = \frac{1}{\Gamma}. \quad (4)$$

La correspondance entre la vie moyenne  $\tau$  exprimée en secondes (s) et la largeur de désintégration  $\Gamma$  exprimée en eV se lit

$$\tau [\text{s}] = \frac{6.58211928 \times 10^{-16} [\text{eV}\cdot\text{s}]}{\Gamma [\text{eV}]} . \quad (5)$$

La troisième et la dernière grandeur est le rapport d'embranchement (RE), qu'on calcule s'il existe plusieurs modes de désintégration. Le RE pour un mode  $i$  est défini par :

$$\text{RE}_i = \frac{\Gamma_i}{\underbrace{\sum_i \Gamma_i}_{\Gamma_{tot}}}. \quad (6)$$

Le reste de cette première partie est organisé comme suit. Dans le premier chapitre, nous rappellerons certains des éléments et concepts théoriques généraux dont nous aurons besoin dans cette partie lors du calcul théorique. Le deuxième chapitre comprend le calcul de la désintégration du boson  $Z^0$  en présence d'un champ EM. Les résultats de ce chapitre ont fait l'objet d'un article scientifique publié dans la revue *Laser Physics Letters* [21]. Le troisième chapitre présente le calcul de la désintégration hadronique du boson  $W^-$  en présence d'un champ EM. Les résultats de ce chapitre sont publiés dans *Chinese Journal of Physics* [22]. Les unités naturelles  $c = \hbar = 1$  sont utilisées tout au long de cette première partie.

- [1] A. Di Piazza, C. Müller, K. Z. Hatsagortsyan and C. H. Keitel, *Rev. Mod. Phys.* **84**, 1177 (2012).
- [2] A. V. Kurilin, *Nuovo Cimento D* **112**, 977 (1999).
- [3] V. I. Ritus, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **56**, 986 (1969).
- [4] W. Becker *et al.*, *Phys. Lett. A* **94**, 131 (1983).
- [5] I. A. Obukhov, V. K. Perez-Fernandez and V. R. Khalilov, *Russ. Phys. J.* **30**, 383 (1987).
- [6] V. I. Ritus, *J. Sov. Laser Res.* **6**, 497 (1985).
- [7] S. Mouslih, M. Jakha, S. Taj, B. Manaut and E. Siher, *Phys. Rev. D* **102**, 073006 (2020).
- [8] A.-H. Liu, S.-M. Li and J. Berakdar, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 251803 (2007).
- [9] N. B. Narozhny and A. M. Fedotov, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 219101 (2008).
- [10] D. A. Dicus, A. Farzinnia, W. W. Repko and T. M. Tinsley, *Phys. Rev. D* **79**, 013004 (2009).
- [11] A. Farzinnia, D. A. Dicus, W. W. Repko and T. M. Tinsley, *Phys. Rev. D* **80**, 073004 (2009).
- [12] A. V. Kurilin, *Phys. At. Nucl.* **67**, 2095 (2004).
- [13] A. V. Kurilin, *Phys. At. Nucl.* **72**, 1034 (2009).
- [14] L. Bai, M.-Y. Zheng and B.-H. Wang, *Phys. Rev. A* **85**, 013402 (2012).
- [15] S. El Asri, S. Mouslih, M. Jakha, B. Manaut, Y. Attaourti, S. Taj and R. Benbrik, *Phys. Rev. D* **104**, 113001 (2021).
- [16] T. M. Tinsley, *Phys. Rev. D* **71**, 073010 (2005).
- [17] A. M. Sirunyan *et al.* (CMS Collaboration), *Phys. Rev. D* **97**, 092005 (2018).
- [18] J. Ellis, G. Ridolfi and F. Zwirner, *Phys. Lett. B* **237**, 423 (1990).
- [19] M. A. Perez, G. Tavares-Velasco and J. J. Toscano, *Int. J. Mod. Phys. A* **19**, 159 (2004).
- [20] W. H. Furry, *Phys. Rev.* **81**, 115 (1951).
- [21] M. Jakha, S. Mouslih, S. Taj and B. Manaut, *Laser Phys. Lett.* **18**, 016002 (2021).
- [22] M. Jakha, S. Mouslih, S. Taj, Y. Attaourti and B. Manaut, *Chin. J. Phys.* **77**, 1156 (2022).

L'objectif de ce chapitre est de rappeler certains concepts théoriques de base en physique des particules, tels que le formalisme relativiste, l'équation de Dirac et les fonctions d'onde qui décrivent les particules chargées relativistes en présence d'un champ EM.

## 1 Système d'unités naturelles

Le système d'unités international (SI) requiert trois étalons de mesure : [masse ou énergie], [temps] et [longueur]. La nature nous fournit deux constantes fondamentales qui sont particulièrement pertinentes pour des systèmes quantiques relativistes :  $c$  (la vitesse de la lumière dans le vide) et  $\hbar$  (la constante de Planck réduite). Il est donc plus naturel d'exprimer une vitesse comme une fraction de  $c$ , et un moment angulaire comme un multiple de  $\hbar$ .

Le système d'unités naturelles consiste à prendre comme étalon

$$\hbar = c = 1. \quad (1)$$

Rappelons que dans le système SI :

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \quad \text{et} \quad \hbar = 1.054 \times 10^{-34} \text{ J.s} = 6.58 \times 10^{-22} \text{ MeV.s}. \quad (2)$$

Par exemple, exprimons le mètre et la seconde en unité naturelle :

$$\begin{aligned} \frac{1\text{m}}{\hbar c} &= \frac{1\text{m}}{3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1} \cdot 6.58 \times 10^{-22} \text{ MeV.s}} = 5.1 \times 10^{12} \text{ MeV}^{-1}, \\ \frac{1\text{s}}{\hbar} &= \frac{1\text{s}}{6.58 \times 10^{-22} \text{ MeV.s}} = 1.52 \times 10^{21} \text{ MeV}^{-1}. \end{aligned} \quad (3)$$



Pour l'intensité du champ électrique  $\mathcal{E}_0$ , nous avons utilisé la conversion d'unités suivante : dans le SI, l'intensité du champ électrique  $\mathcal{E}_0$  [SI] = 4329.0844 [V/cm] correspond, en unités naturelles (UN), à  $\mathcal{E}_0$  [UN] = 1 [eV<sup>2</sup>], c'est à dire

$$\mathcal{E}_0 \text{ [eV}^2\text{]} = 4329.0844 \text{ [V/cm]}. \quad (4)$$

Dans cette première partie, toutes les grandeurs dimensionnelles sont mesurées sur une seule échelle. Si rien d'autre n'est précisé, nous prenons cette échelle comme étant l'énergie, mesurée en MeV. Nous avons la masse de l'électron  $m = 0.511$  MeV. Certains facteurs de conversion sont les suivants :

$$\begin{aligned} (\text{MeV})^2 &= 2.568 \times 10^{21} \frac{1}{\text{cm}^2}, \\ \text{MeV} &= 1.602 \times 10^{-13} \text{ J}, \\ \text{MeV} &= 1.519 \times 10^{21} \frac{1}{\text{s}}, \\ (\text{MeV})^{-1} &= 0.1973 \times 10^{-12} \text{ m}. \end{aligned} \quad (5)$$

## 2 Formalisme quadri-dimensionnel

La similitude entre les notion de temps et d'espace nous suggère d'adopter un formalisme quadri-dimensionnel. Par exemple, le vecteur position  $x$  est représenté par ses composantes contravariantes  $x^\mu$  tel que

$$x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (x^0, \mathbf{x}). \quad (6)$$

En général, dans un espace vectoriel à  $D$  dimensions, il est possible de choisir  $D$  vecteurs de base  $e^\mu$  et de représenter un vecteur  $A$  à partir de ses composantes (contra-variantes)  $A^\mu$ , parallèles aux  $e^\mu$ . Alors, le vecteur  $A$  s'écrit dans un espace à  $4D$

$$A = \sum_{\mu=0}^3 A^\mu e_\mu = A^\mu e_\mu. \quad (7)$$

Le *produit* des vecteurs  $A$  et  $B$  prend la forme

$$A.B = A^\mu B_\mu = A^\mu e_\mu . B^\nu e_\nu = A^\mu B^\nu g_{\mu\nu}, \quad (8)$$

où  $g_{\mu\nu} = e_\mu . e_\nu$  est appelé le *tenseur métrique*. Il est commun et plus simple de choisir une base où les vecteurs sont orthogonaux (i.e.  $g_{\mu\nu} = 0$  si  $\mu \neq \nu$ ). Donc

$$A.B = A^\mu B^\mu e_\mu^2. \quad (9)$$

Pour le cas des 4-vecteurs d'espace-temps dans l'espace de Minkowski, la longueur généralisée d'un vecteur position espace-temps est reliée à l'intervalle, e.g.

$$\begin{aligned} x^2 &= x^\mu x^\mu e_\mu^2, \\ &= t^2 - x^2 - y^2 - z^2. \end{aligned} \quad (10)$$

Ainsi la norme des vecteurs de base est

$$e_\mu^2 = \begin{cases} 1 & \text{si } \mu = 0 \\ -1 & \text{si } \mu = 1, 2, 3 \end{cases} \quad (11)$$

et le tenseur métrique s'écrit

$$g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \text{avec } g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} \text{ et } g_{\mu\nu} g^{\mu\nu} = 4. \quad (12)$$

La définition de quadri-impulsion est telle que

$$p^\mu = (p^0, p^1, p^2, p^3) = (E, p_x, p_y, p_z) = (E, \mathbf{p}). \quad (13)$$

La relation énergie-impulsion est donnée par

$$p^2 = p^\mu p_\mu = E^2 - \mathbf{p}^2 = m^2. \quad (14)$$

Les lettres en gras désignent les vecteurs à trois dimensions, et la sommation sur les indices grecs ( $\mu, \nu, \dots$ ) est implicite. Les dérivées partielles s'écrivent comme suit

$$\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu} \quad \text{ou} \quad \partial^\mu = \frac{\partial}{\partial x_\mu}. \quad (15)$$

Pour tout 4-vecteur  $A$ , la notation "slash" de Feynman,  $\not{A} = \gamma_\mu A^\mu$ , sera utilisée partout dans la théorie. L'opération de conjugaison sur les spineurs est définie par :  $\bar{\Psi} = \Psi^\dagger \gamma^0$ . Pour les matrices, on a  $\bar{M} = \gamma^0 M^\dagger \gamma^0$ .

**Remarque :**

Toute quantité qui a la forme  $a \cdot b = a_\mu b^\mu$  est un invariant de Lorentz si  $a$  et  $b$  sont des vecteurs de Lorentz, c'est-à-dire que cette quantité n'est pas affectée par une transformation de Lorentz et donc a la même valeur dans tous les systèmes de référence inertiels.

### 3 Équations de la physique quantique

La mécanique quantique, qui constitue l'un des piliers de la physique moderne, est la théorie qui a bouleversé, au début du XXe siècle, notre compréhension des phénomènes à une échelle très petite. C'est une théorie physique fondamentale qui fournit une description des propriétés physiques de la nature à l'échelle des atomes et des particules subatomiques [1]. Elle est le fondement de toute la physique quantique, y compris la chimie quantique, la théorie quantique des champs, la technologie quantique et la science de l'information quantique. Par la suite, nous allons rappeler les très importantes équations du mouvement en physique quantique.

#### 3.1 Équation d'onde de Schrödinger

Le passage de la mécanique quantique à la mécanique quantique relativiste a été historiquement basé sur une généralisation de l'équation de Schrödinger à un système relativiste [2]. Rappelons que l'équation d'onde de Schrödinger est obtenue en définissant l'Hamiltonien (dont les valeurs propres sont l'énergie) et l'impulsion par les opérateurs différentiels suivants :

$$\begin{aligned} H &\equiv i\hbar \frac{\partial}{\partial t}, \\ \mathbf{P} &\equiv \left( -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}, -i\hbar \frac{\partial}{\partial y}, -i\hbar \frac{\partial}{\partial z} \right) = -i\hbar \nabla. \end{aligned} \quad (16)$$

Dans le langage quadri-dimensionnel, on écrit ( $\hbar = c = 1$ )

$$p^\mu \equiv \left( i\hbar \frac{\partial}{\partial t}, -i\hbar \nabla \right) = i\hbar \frac{\partial}{\partial x_\mu} = i \frac{\partial}{\partial x_\mu} = i\partial^\mu. \quad (17)$$

En remplaçant dans l'équation de mouvement

$$\frac{\mathbf{P}^2}{2m} + V = E, \quad (18)$$

l'équation de Schrödinger devient

$$-\hbar^2 \frac{\nabla^2}{2m} \psi + V\psi = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi = E\psi, \quad (19)$$

où  $\psi$  est la fonction d'onde du système et  $E$  son énergie.

L'équation de Schrödinger est une équation puissante et utile pour décrire les particules, mais elle n'obéit pas aux principes de la relativité restreinte. À l'énergie relativiste, la physique se comporte différemment et nous avons donc besoin d'une équation d'onde pour décrire les particules relativistes. Une équation respectant les lois de la relativité restreinte est l'équation de Klein-Gordon, qui décrit des particules de spin 0 avec une énergie relativiste.

## 3.2 Équation de Klein-Gordon

Les équations du mouvement relativistes obéissent plutôt à la relation

$$p^\mu p_\mu = E^2 - \mathbf{p}^2 = m^2, \quad (20)$$

qui correspond, après substitution des quantités par leur représentation en terme d'opérateurs, à l'équation de Klein-Gordon

$$-\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + \nabla^2 \psi = m^2 \psi, \quad (21)$$

ou encore

$$(-\partial_\mu \partial^\mu - m^2)\psi = (p^2 - m^2)\psi = 0. \quad (22)$$

Cette équation décrit les particules relativistes de spin nul et elle est non-linéaire en énergie  $E$ . Cependant, il est bien connu que cette équation posait deux problèmes :

- Elle a à la fois des solutions positives et des *solutions négatives*.
- Les solutions négatives sont associées à une *probabilité négative* et ce deuxième problème dépassait tout ce qui pouvait être accepté comme une option raisonnable à l'époque.

Dirac, dans son effort pour découvrir une équation qui soit loin des problèmes rencontrés avec l'équation de Klein-Gordon, a essayé une équation qui soit linéaire dans l'énergie, la masse et l'impulsion.

## 3.3 Équation de Dirac libre

### 3.3.1 Construction de l'équation de Dirac

Dirac a introduit son équation pour remédier aux problèmes posés par l'équation de Klein-Gordon. Comme l'a fait remarqué Dirac en 1927, la source des problèmes de l'équation de Klein-Gordon était due à la présence de dérivées de second ordre conduisant fatalement à une ambiguïté de signe. Dirac chercha à reformuler l'équation de Klein-Gordon de telle sorte qu'elle fasse apparaître une dérivée du première ordre à la fois pour le temps et les coordonnées d'espace. Historiquement Dirac a introduit son équation sous la forme :

$$\hat{H}\psi(x) = (\vec{\alpha} \cdot \hat{\mathbf{p}} + \beta m)\psi(x) = i \frac{\partial \psi(x)}{\partial t}, \quad (23)$$

où  $\hat{H}$  est l'opérateur Hamiltonien,  $\psi(x)$  et  $m$  sont respectivement la fonction d'onde et la masse de la particule relativiste,  $\hat{\mathbf{p}}$  est l'opérateur impulsion et ( $\alpha$  et  $\beta$ ) sont des coefficients à déterminer.

Or, comme  $\hat{p} = -i\vec{\nabla}$ , l'équation de Dirac s'écrit explicitement :

$$(-i\vec{\alpha}\cdot\vec{\nabla} + \beta m)\psi(x) = i\frac{\partial\psi(x)}{\partial t}. \quad (24)$$

Selon la mécanique quantique relativiste [3], on sait très bien que les coefficients  $\alpha_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) et  $\beta$  ne peuvent pas être des nombres. Ce sont des matrices  $n \times n$  et l'équation de Dirac peut-être considérée comme une équation matricielle dans laquelle la fonction d'onde  $\psi$  est une matrice colonne à  $n$  composantes :

$$\begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix}. \quad (25)$$

Pour que l'équation de Dirac soit considérée comme une équation qui décrit le mouvement relativiste d'une particule libre de masse  $m$ , chacune des composantes  $\psi_i$  de la matrice colonne  $\psi$  doit satisfaire l'équation de Klein-Gordon, i.e. :

$$(\partial^2 + m^2)\psi_i(x) = 0 \implies (-\vec{\nabla}^2 + m^2)\psi_i(x) = -\frac{\partial^2\psi_i(x)}{\partial t^2}. \quad (26)$$

On a

$$H^2\psi = H(H\psi) = H(E\psi) = E^2\psi, \quad (27)$$

avec

$$H = \vec{\alpha}\cdot\hat{p} + \beta m. \quad (28)$$

Après certaines manipulations de calcul, on trouve explicitement :

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^3 (\alpha_i\alpha_j + \alpha_j\alpha_i) \frac{\partial^2\psi}{\partial x^i\partial x^j} - im \sum_{i=1}^3 (\alpha_i\beta + \beta\alpha_i) \frac{\partial\psi}{\partial x^i} + \beta^2 m^2\psi &= -\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}, \\ &= (-\vec{\nabla}^2 + m^2)\psi. \end{aligned} \quad (29)$$

Cette relation impose donc, comme on peut le voir, des conditions sur les coefficients  $\alpha_i$  et  $\beta$ . Ces conditions sont :

$$\begin{aligned} \alpha_i\alpha_j + \alpha_j\alpha_i &= \{\alpha_i, \alpha_j\} = 2\delta_{ij}\mathbb{1}, \\ \alpha_i\beta + \beta\alpha_i &= \{\alpha_i, \beta\} = 0, \\ \alpha_i^2 &= \beta^2 = \mathbb{1}, \end{aligned} \quad (30)$$

où  $\mathbb{1}$  est la matrice unité.

La relation d'anti-commutation  $\{\alpha_i, \beta\} = 0$  indique clairement que les coefficients  $\alpha_i$  et  $\beta$  doivent être des matrices et non des nombres. D'autre part pour que l'opérateur Hamiltonien,

$\hat{H} = -i\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \beta m$ , soit un opérateur hermitien, il est nécessaire que les matrices  $\alpha_i$  et  $\beta$  soient des matrices hermitiennes, i.e.  $\beta^\dagger = \beta$  et  $\alpha_i^\dagger = \alpha_i \forall i = 1, 2, 3$ . La plus petite dimension avec laquelle on peut construire les matrices  $\alpha_i$  et  $\beta$  est la dimension  $n = 4$ . Le choix de ces matrices n'est cependant pas unique. En choisissant la représentation dite de Dirac-Pauli, les matrices  $\alpha_i$  et  $\beta$  s'écrivent :

$$\beta = \begin{pmatrix} \mathbb{1}_2 & 0 \\ 0 & -\mathbb{1}_2 \end{pmatrix}, \quad \alpha_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (31)$$

où  $\mathbb{1}$  et  $0$  sont respectivement les matrices unité et nulle  $2 \times 2$  et  $\sigma_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) sont les matrices de Pauli :

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (32)$$

Le fait que les matrices  $\alpha_i$  et  $\beta$  soient d'ordre 4, conduit nécessairement, dans l'équation de Dirac, à ce que la fonction d'onde de la particule soit une matrice colonne à 4 éléments :

$$\begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix}. \quad (33)$$

Cette fonction d'onde à 4 composantes n'est pas un 4-vecteur mais un nouvel objet appelé *bi-spineur de Dirac*. On dit aussi *spineur* par abus de langage.

### 3.3.2 Équation de Dirac sous forme covariante

L'équation de Dirac :

$$(-i\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \beta m)\psi = i\frac{\partial\psi}{\partial t} \quad (34)$$

peut s'écrire sous forme covariante en introduisant les matrices  $\gamma^\mu$  ( $\mu = 0, 1, 2, 3$ ), appelées aussi matrices de Dirac, pour remplacer les matrices  $\beta$  et  $\alpha_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Ces matrices  $\gamma^\mu$  sont construites de façon suivante :

$$\gamma^0 = \beta = \begin{pmatrix} \mathbb{1}_2 & 0 \\ 0 & -\mathbb{1}_2 \end{pmatrix}, \quad \gamma^i = \beta\alpha^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (35)$$

ou de façon équivalente :

$$\gamma^\mu = (\beta, \beta\vec{\alpha}), \quad \mu = 0, 1, 2, 3. \quad (36)$$

On définit aussi une autre matrice gamma,  $\gamma^5$ , construite à partir des quatre premières matrices :

$$\gamma^5 = -i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \frac{i}{4!}\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma = \begin{pmatrix} 0 & \mathbb{1} \\ \mathbb{1} & 0 \end{pmatrix}, \quad (37)$$

où  $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$  est le tenseur antisymétrique de Levi-Civita défini par :

$$\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} = \begin{cases} +1, & \text{si } \mu\nu\rho\sigma \text{ est une permutation paire de } 0123, \\ -1, & \text{si } \mu\nu\rho\sigma \text{ est une permutation impaire de } 0123, \\ 0, & \text{si au moins deux indices sont égaux.} \end{cases}$$

Pour obtenir l'expression de l'équation de Dirac sous forme covariante, il suffit de multiplier l'équation de Dirac à gauche par  $\beta$ , regrouper les termes et utiliser le fait que  $\beta^2 = \mathbb{1}$  :

$$\begin{aligned} \left[ -i \left( \beta \frac{\partial}{\partial t} + \beta \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} \right) + \beta^2 m \right] \psi &= 0, \\ [-i (\gamma^0 \partial_0 + \gamma^i \partial_i) + m] \psi &= 0, \\ (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi &= 0. \end{aligned} \quad (38)$$

La forme covariante de l'équation de Dirac s'écrit donc :

$$(i\gamma_\mu \partial^\mu - m)\psi = 0. \quad (39)$$

Les matrices  $\gamma^\mu$  ainsi définies satisfont les relations d'anticommutation

$$\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} \mathbb{1}. \quad (40)$$

En adoptant la notation slash de Feynman qui consiste à poser  $\gamma^\mu \partial_\mu \equiv \not{\partial}$ , l'équation de Dirac covariante, s'écrit sous la forme compacte :

$$(i\not{\partial} - m)\psi = 0. \quad (41)$$

## 4 Équation de Dirac en présence d'une onde électromagnétique

### 4.1 Onde de Dirac-Volkov

C'est dans le champ d'une onde EM plane que l'équation de Dirac pour l'électron admet une solution exacte (onde de Volkov). Le champ d'une onde plane de 4-vecteur d'onde  $k^\mu$  ( $k_\mu k^\mu = k^2 = 0$ ) ne dépend des coordonnées  $x^\mu$  que par la combinaison  $\phi = k_\mu x^\mu = k \cdot x$  de

sorte que le 4-vecteur potentiel est donné par :

$$A^\mu = A^\mu(k.x) = A^\mu(\phi). \quad (42)$$

Ce 4-vecteur satisfait à la condition de jauge de Lorentz :

$$\partial_\mu A^\mu = 0 \quad \text{ou} \quad k^\mu A_\mu = 0. \quad (43)$$

Le tenseur du champ EM est :

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu. \quad (44)$$

L'équation de Dirac pour un électron dans un champ extérieur est donnée par [5] :

$$\{(\hat{p} - eA)^2 - m^2 - \frac{1}{2}ieF_{\mu\nu}\sigma^{\mu\nu}\}\psi = 0, \quad (45)$$

où  $e = -|e| < 0$  est la charge de l'électron et  $\sigma^{\mu\nu} = \frac{1}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$ .

Après certain calculs, l'équation (45) devient :

$$[-\partial_\mu \partial^\mu - 2ieA_\mu \partial^\mu - m^2 + e^2 A_\mu A^\mu - ie\not{k}\not{A}']\psi = 0. \quad (46)$$

On cherche une solution de cette équation sous la forme :

$$\psi = \exp(-ipx)F(\phi), \quad (47)$$

où  $p$  est un 4-vecteur constant tel que :  $p_\mu p^\mu = p^2 = m^2$ . En insérant  $\psi$  donnée par (47) dans (46), on obtient :

$$\begin{aligned} m^2 \exp(-ipx)F + 2i(pk) \exp(-ipx)F' - m^2 \exp(-ipx)F \\ - 2e(pA) \exp(-ipx)F + e^2 A^2 \exp(-ipx)F - ie\not{k}\not{A}' \exp(-ipx)F = 0, \end{aligned} \quad (48)$$

ou encore :

$$2i(kp)F' + \{-2e(pA) + e^2 A^2 - ie\not{k}\not{A}'\}F = 0. \quad (49)$$

Une solution formelle de cette équation est :

$$F = \exp \left\{ -i \int_0^{kx} \left[ \frac{e}{(kp)}(pA) - \frac{e^2}{2(kp)}A^2 \right] d\phi + e \frac{\not{k}\not{A}}{2(kp)} \right\} \frac{u}{\sqrt{(2p_0)}}, \quad (50)$$



où  $u$  est un spineur constant à 4 composantes. Dans l'Eq. (50), on a le terme  $\exp\{e\cancel{A}/[2(kp)]\}$ ; toutes les puissances de  $\cancel{A}$  supérieure à la première puissance sont nulles parce que :

$$\cancel{A}\cancel{A} = -\cancel{A}^2 = -k^2 A^2 = 0, \quad \text{car } k^2 = 0. \quad (51)$$

Donc :

$$\exp\left\{\frac{e}{2(kp)}\cancel{A}\right\} = 1 + \frac{e}{2(kp)}\cancel{A}, \quad (52)$$

et  $\psi$  solution de l'équation de Dirac en présence du champ EM est telle que :

$$\psi_p = \left[1 + \frac{e}{2(kp)}\cancel{A}\right] \frac{u(p)}{\sqrt{2p_0}} e^{is(x)}, \quad (53)$$

avec

$$s(x) = -px - \int_0^{kx} \frac{e}{(kp)} \left[(pA) - \frac{e}{2}A^2\right] d\phi. \quad (54)$$

Pour déterminer les conditions imposées au bispineur constant  $u(p)$ , on suppose que l'onde s'applique d'une manière adiabatique à partir de  $t \rightarrow -\infty$ . Alors,  $|A| \rightarrow 0$  lorsque  $kx \rightarrow \pm\infty$  et  $\psi$  doit se réduire à la solution de l'équation de Dirac pour la particule libre et doit satisfaire à l'équation :

$$(\not{p} - m)u(p) = 0. \quad (55)$$

La normalisation des fonctions d'onde  $\psi_p$  est donc :

$$\int \psi_{p'}^\dagger(x)\psi_p(x)d\mathbf{x} = \int \bar{\psi}_{p'}\gamma^0\psi_p d\mathbf{x} = (2\pi)^3\delta^3(\mathbf{p}' - \mathbf{p}). \quad (56)$$

C'est la même normalisation que celle des ondes planes libres.

## 4.2 Densité de courant correspondante aux fonctions d'ondes de Volkov

La densité de courant de Dirac correspondante aux fonctions d'onde de Volkov est donnée par [3]

$$j^\mu = \bar{\psi}_p\gamma^\mu\psi_p, \quad (57)$$

avec la fonction d'onde de Dirac-Volkov  $\bar{\psi}_p$  est :

$$\bar{\psi}_p = \frac{\bar{u}(p)}{\sqrt{2p_0}} \left\{ 1 + \frac{e}{2(kp)} \not{A} \not{k} \right\} e^{-is(x)}. \quad (58)$$

En remplaçant  $\bar{\psi}_p$  et  $\psi_p$  dans l'Eq (57), on obtient

$$j^\mu = \frac{\bar{u}(p)}{\sqrt{2p_0}} \left\{ 1 + \frac{e}{2(kp)} \not{A} \not{k} \right\} e^{-is(x)} \gamma^\mu \left\{ 1 + \frac{e}{2(kp)} \not{k} \not{A} \right\} \frac{u(p)}{\sqrt{2p_0}} e^{is(x)}. \quad (59)$$

Cette expression  $j^\mu$  se compose de quatre termes. Le premier est :

$$t_1 = \frac{1}{2p_0} [\bar{u}_p \gamma^\mu u_p]. \quad (60)$$

En utilisant l'identité de Gordon :

$$\begin{aligned} \bar{u}_p \gamma^\mu u(p) &= \frac{1}{2m} \bar{u}(p) \{ (p+p)^\mu - \sigma^{\mu\nu} (p-p)_\nu \} u(p), \\ &= \frac{1}{m} p^\mu \bar{u}(p) u(p), \end{aligned} \quad (61)$$

et la relation  $\bar{u}(p)u(p) = 2m$  (normalisation de Landau), on trouve

$$t_1 = \frac{1}{2p_0} \frac{1}{m} p^\mu 2m = \frac{p^\mu}{p_0}. \quad (62)$$

Les deux autres termes sont :

$$\begin{aligned} t_2 &= \frac{1}{2p_0} \bar{u}_p e^{-is(x)} \gamma^\mu c(p) \not{k} \not{A} u_p e^{is(x)}, \\ t_3 &= \frac{1}{2p_0} \bar{u}(p) e^{is(x)} c(p) \not{A} \not{k} \gamma_\mu u(p) e^{is(x)}, \\ t_2 + t_3 &= \frac{c(p)}{2p_0} \bar{u}(p) [\gamma^\mu \not{k} \not{A} + \not{A} \not{k} \gamma^\mu] u(p), \end{aligned} \quad (63)$$

avec  $c(p) = e/[2(k.p)]$ . Après quelques manipulations, on trouve

$$t_2 + t_3 = \frac{1}{p_0} \left\{ k^\mu e \frac{(p.A)}{(p.k)} - e A^\mu \right\}. \quad (64)$$

Pour le calcul du quatrième terme :

$$t_4 = \frac{c^2(p)}{2p_0} \bar{u}_p \not{A} \not{k} \gamma^\mu \not{k} \not{A} u_p, \quad (65)$$

remarquons que :

$$\begin{aligned} A \not{k} \gamma^\mu \not{k} A &= 2k^\mu A \not{k} A - A \overbrace{\not{k} \not{k}}^{=0} \gamma^\mu A, \\ &= -2k^\mu A^2 \not{k}, \end{aligned} \quad (66)$$

et  $\bar{u}_p \not{k} u_p = 2(kp)$ . Donc :

$$t_4 = -\frac{e^2 A^2}{2(k.p)} \frac{k^\mu}{p_0}. \quad (67)$$

On obtient alors pour le quadri-courant  $j^\mu$  :

$$j^\mu = \frac{1}{p_0} \left\{ p^\mu - eA^\mu + \left( e \frac{(p.A)}{(p.k)} - \frac{e^2 A^2}{2(p.k)} \right) k^\mu \right\}. \quad (68)$$

$A^\mu(\phi)$  sont des fonctions quasi-périodiques, leur valeur moyenne (dans le temps) est nulle  $\overline{A^\mu} = 0$ . Donc, la valeur moyenne de la densité de courant est la suivante :

$$\overline{j^\mu} = \frac{1}{p_0} \left\{ p^\mu - \frac{e^2 \overline{A^2}}{2(k.p)} k^\mu \right\}. \quad (69)$$

On définit :

$$q^\mu = p^\mu - \frac{e^2 \overline{A^2}}{2(k.p)} k^\mu, \quad (70)$$

qui est appelée **la quasi-impulsion**. Son carré donne

$$q^2 = q^\mu q_\mu = p^2 - e^2 \overline{A^2} = m^2 \left( 1 - \frac{e^2 \overline{A^2}}{m^2} \right). \quad (71)$$

On écrit :

$$q^2 = m_*^2, \quad m_* = m \left[ 1 - \frac{e^2 \overline{A^2}}{m^2} \right]^{1/2}, \quad (72)$$

où  $m_*$  est **la masse effective de l'électron dans le champ**. L'équation (69) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\overline{j^\mu} = \frac{q^\mu}{p_0}. \quad (73)$$

La condition de normalisation (56) devient :

$$\int \bar{\psi}_{q'} \gamma^0 \psi_q d\mathbf{x} = (2\pi)^3 \frac{q_0}{p_0} \delta^3(\mathbf{q}' - \mathbf{q}). \quad (74)$$

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] R. P. Feynman, R. B. Leighton and M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, Vol. 3. California Institute of Technology, 1964.
- [2] L. Marleau, *Introduction à la Physique des Particules*, Université Laval, Québec, Canada, 2018.
- [3] W. Greiner, *Relativistic Quantum Mechanics, Wave Equations*, Springer-Verlag, 1990.
- [4] J. D. Bjorken and S. D. Drell, *Relativistic Quantum Mechanics*, McGraw-Hill, New York, 1965.
- [5] V. B. Berestetskii, E. M. Lifshitz and L. P. Pitaevskii, *Quantum Electrodynamics*, second ed., Butterworth-Heinemann, Oxford, 1982.

## 1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons voir l'effet du champ laser sur les différentes grandeurs mesurables lors de la désintégration du boson  $Z^0$ . Nous nous concentrerons précisément sur ce qu'on appelle le rapport d'embranchement (RE) des différents modes de désintégration. Le RE est l'une des propriétés qui n'a pas été suffisamment étudiée dans les processus de désintégration qui se produisent en présence du champ EM, surtout sachant qu'il représente une quantité mesurable expérimentalement. Le boson  $Z^0$ , qui est un boson vecteur électriquement neutre et un analogue lourd du photon, occupe une place particulière en physique en tant que porteur de l'interaction faible. Il a été découvert expérimentalement presque simultanément avec ses "collègues", les bosons chargés  $W^\pm$ , en 1983 [1]. Leur découverte expérimentale a été une grande victoire de la physique expérimentale et un pivot dans l'établissement théorique du modèle standard. Pour cette raison, cette découverte a été couronnée par des prix Nobel pour Carlo Rubbia et Simon van der Meer [2]. Les propriétés de ces particules (masse, largeurs de désintégration, sections efficaces de leur production) ont été étudiées lors d'expériences menées au grand collisionneur électron-positron (LEP) et au collisionneur linéaire de Stanford (SLC) et se sont révélées en parfait accord avec les prédictions de la théorie électrofaible [3]. Dans le modèle standard électrofaible, le boson  $Z$ , de masse  $M_Z = (91.1876 \pm 0.0021)$  GeV et de largeur de désintégration totale  $\Gamma_Z = (2.4952 \pm 0.0023)$  GeV [4], peut se désintégrer en une paire de fermions ( $Z \rightarrow f\bar{f}$ ) à l'exclusion d'une paire de quarks top avec une durée de vie d'environ  $3 \times 10^{-25}$  sec. L'une des quantités importantes mesurées par les collisionneurs LEP et SLC est associée au largeur de désintégration invisible des bosons  $Z$ ,  $\Gamma_{\text{inv}}$ , qui est la largeur de désintégration partielle vers tout état final qui est plutôt difficile à détecter par les détecteurs

standard des collisionneurs.  $\Gamma_{\text{inv}}$  est interprété, dans le modèle standard, comme la largeur partielle correspondant à la désintégration en neutrinos  $\Gamma_{\text{inv}}(Z \rightarrow \nu\bar{\nu})$ . Cette quantité permet de déduire le nombre d'espèces de neutrinos légers [5], et sa mesure précise est particulièrement intéressante pour sonder la nouvelle physique au-delà du modèle standard [6, 7]. La mesure de  $\Gamma_{\text{inv}}$  aux collisionneurs  $e^+e^-$  peut être effectuée à l'aide de deux méthodes différentes (directe et indirecte). Les deux méthodes et leurs résultats sont expliqués en détail dans [7, 8]. La désintégration du boson  $Z$  en une paire de fermions chargés dans un champ EM croisé fort a été calculée en 2009 par Kurilin [9]. Il a étudié les variations de largeur partielle du boson  $Z$  en présence d'un champ EM puissant. Il a constaté que pour des valeurs énormes de l'intensité du champ EM, le processus de production du quark top ( $Z \rightarrow t\bar{t}$ ), qui est interdit énergétiquement en l'absence du champ, commence à contribuer considérablement à la largeur totale du boson  $Z$ . Tinsley a examiné l'effet d'un champ magnétique sur la désintégration de  $Z$  en deux bosons de jauge non massifs ( $Z \rightarrow gg$  et  $Z \rightarrow \gamma\gamma$ ) qui sont autrement interdits selon le théorème de Landau-Yang [10]. Il a trouvé que ces réactions peuvent être favorisées, à l'ordre d'une boucle, par l'existence d'un champ magnétique [11, 12]. L'objectif de ce chapitre est de présenter l'effet d'un champ EM sur le RE des différents modes de désintégration des bosons  $Z$ . Nous supposons que le laser est allumé de manière adiabatique pendant une période de temps suffisamment longue que la durée de vie du boson  $Z$  libre (sans champ), et que l'intensité du champ laser utilisée est prise de manière à ne pas permettre la création de paires [13]. Le reste de ce chapitre est structuré comme suit. Dans la section 2, nous démontrons l'expression analytique pour la largeur de désintégration du boson  $Z$ . Section 3 présente et discute les résultats numériques obtenus. Dans la dernière section, nous présentons les conclusions.

## 2 Calcul théorique de la largeur de désintégration

On considère la désintégration du boson  $Z$  en une paire de fermions,

$$Z(q) \longrightarrow f(p_1) + \bar{f}(p_2), \quad (f = \ell, u, c, d, s, b) \quad (1)$$

où  $f$  peut être un lepton chargé ou un neutrino, ainsi que l'un des deux quarks up ( $u, c$ ) ou l'un des quarks down ( $d, s, b$ ), et les arguments sont nos étiquettes pour les quadri-impulsions associées.

Nous supposons que cette désintégration se produit en présence d'un champ laser monochromatique polarisé circulairement, qui est décrit par le quadri-potentiel classique suivant

$$A^\mu(\phi) = a_1^\mu \cos(\phi) + a_2^\mu \sin(\phi), \quad \phi = (k \cdot x), \quad (2)$$

où  $k = (\omega, \mathbf{k})$  est le 4-vecteur d'onde ( $k^2 = 0$ ),  $\phi$  est la phase du champ laser et  $\omega$  sa fréquence. Les 4-vecteurs de polarisation  $a_1^\mu = |\mathbf{a}|(0, 1, 0, 0)$  et  $a_2^\mu = |\mathbf{a}|(0, 0, 1, 0)$  sont orthogonaux et de même grandeur, ce qui implique  $(a_1 \cdot a_2) = 0$  et  $a_1^2 = a_2^2 = a^2 = -|\mathbf{a}|^2 = -(\mathcal{E}_0/\omega)^2$  où  $\mathcal{E}_0$  est l'intensité du champ électrique. On suppose que la condition de jauge de Lorentz ( $\partial_\mu A^\mu = k_\mu A^\mu = 0$ ) est appliquée au quadri-potentiel, ce qui implique  $(k \cdot a_1) = (k \cdot a_2) = 0$ , ce qui signifie que le vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  est choisi suivant l'axe  $z$ .

L'élément de matrice de diffusion  $S_{fi}$  dans le premier ordre de la théorie des perturbations pour la désintégration  $Z$  assistée par laser se lit comme suit [14] :

$$S_{fi}(Z \rightarrow f\bar{f}) = \frac{-ig}{4 \cos(\theta_W)} \int d^4x \bar{\psi}_f(x) \gamma^\mu (g_V - g_A \gamma_5) \psi_{\bar{f}}(x) Z_\mu(x), \quad (3)$$

où  $\theta_W$  est l'angle de Weinberg.  $g_V$  et  $g_A$  sont, respectivement, les constantes de couplage vectoriel et axial-vecteur. Puisque le boson  $Z$  incident, qui est électriquement neutre, n'interagit pas avec le champ EM, sa fonction d'onde ne change pas et elle est donnée par

$$Z_\mu(x) = \frac{\varepsilon_\mu(q, \lambda)}{\sqrt{2QV}} e^{-iq \cdot x}, \quad (4)$$

où  $Q = q^0$  et  $\varepsilon_\mu(q, \lambda)$  est le vecteur de polarisation du boson  $Z$  tel que la somme sur les trois directions de polarisation  $\lambda$  donne  $\sum_{\lambda=1}^3 \varepsilon_\mu(q, \lambda) \varepsilon_\nu^*(q, \lambda) = -g_{\mu\nu} + q_\mu q_\nu / M_Z^2$ , où  $M_Z$  est la masse au repos du boson  $Z$ . Les neutrinos sortants sont traités comme des particules sans masse décrites par des spineurs de Dirac. Les fermions chargés sortants sont décrits par les fonctions de Dirac-Volkov relativistes normalisées au volume  $V$  comme suit [15] :

$$\begin{aligned} \psi_f(x) &= \left[ 1 + \frac{\eta \not{k} \not{A}}{2(k \cdot p_1)} \right] \frac{u(p_1, s_1)}{\sqrt{2Q_1V}} \times e^{iS(q_1, x)}, \\ \psi_{\bar{f}}(x) &= \left[ 1 - \frac{\eta \not{k} \not{A}}{2(k \cdot p_2)} \right] \frac{v(p_2, s_2)}{\sqrt{2Q_2V}} \times e^{iS(q_2, x)}, \end{aligned} \quad (5)$$

où  $\eta$  représente la charge du fermion ; elle est négative  $\eta = e = -|e|$  pour les leptons chargés et  $\eta = e/3$  pour les quarks down ( $d, s, b$ ) et positive  $\eta = -2e/3$  pour les quarks up ( $u, c$ ).  $Q_1$  et  $Q_2$  sont respectivement les énergies totales de  $f$  et  $\bar{f}$  en présence du champ laser. Les termes  $S(q_1, x)$  et  $S(q_2, x)$  dans l'exponentiel sont exprimés par :

$$\begin{aligned} S(q_1, x) &= -q_1 \cdot x - \frac{\eta(a_1 \cdot p_1)}{k \cdot p_1} \sin(\phi) + \frac{\eta(a_2 \cdot p_1)}{k \cdot p_1} \cos(\phi), \\ S(q_2, x) &= +q_2 \cdot x - \frac{\eta(a_1 \cdot p_2)}{k \cdot p_2} \sin(\phi) + \frac{\eta(a_2 \cdot p_2)}{k \cdot p_2} \cos(\phi). \end{aligned} \quad (6)$$

$u(p_1, s_1)$  et  $v(p_2, s_2)$  représentent les bispineurs de Dirac pour le fermion libre chargé d'impulsion  $p_{i=1,2}$  et de spin  $s_{i=1,2}$  satisfaisant, respectivement,  $\sum_{s_1} u(p_1, s_1) \bar{u}(p_1, s_1) = \not{p}_1 + m_f$  et

$\sum_{s_2} v(p_2, s_2) \bar{v}(p_2, s_2) = \not{p}_2 - m_f$ , où  $m_f$  est la masse au repos du fermion chargé. Le 4-vecteur  $q_i (i = 1, 2) = (Q_i, \mathbf{q}_i) = p_i - [\eta^2 a^2 / 2(k \cdot p_i)] k$  est la quasi-impulsion que le fermion chargé acquiert en présence du champ EM. En insérant les équations (4) et (5) dans (3), on trouve

$$S_{fi} = \frac{-ig}{4 \cos(\theta_W)} \frac{1}{\sqrt{8QQ_1Q_2V^3}} \int d^4x \left[ \bar{u}(p_1, s_1) \left( 1 + \frac{\eta \not{A} k}{2(k \cdot p_1)} \right) \gamma^\mu (g_V - g_A \gamma_5) \right. \\ \left. \times \left( 1 - \frac{\eta \not{k} A}{2(k \cdot p_2)} \right) v(p_2, s_2) \varepsilon_\mu(q, \lambda) \right] e^{i(S(q_2, x) - S(q_1, x))} e^{-iq \cdot x}. \quad (7)$$

On traite d'abord l'exponentiel  $e^{i(S(q_2, x) - S(q_1, x))}$

$$S(q_2, x) - S(q_1, x) = q_2 \cdot x - \frac{\eta(a_1 \cdot p_2)}{k \cdot p_2} \sin(\phi) + \frac{\eta(a_2 \cdot p_2)}{k \cdot p_2} \cos(\phi) \\ + q_1 \cdot x + \frac{\eta(a_1 \cdot p_1)}{k \cdot p_1} \sin(\phi) - \frac{\eta(a_2 \cdot p_1)}{k \cdot p_1} \cos(\phi). \quad (8)$$

Après quelques simplifications, on obtient

$$S(q_2, x) - S(q_1, x) = (q_1 + q_2) \cdot x - \alpha_1 \sin(\phi) + \alpha_2 \cos(\phi), \\ = (q_1 + q_2) \cdot x - z \sin(\phi - \phi_0), \quad (9)$$

où

$$\alpha_1 = \frac{\eta(a_1 \cdot p_2)}{k \cdot p_2} - \frac{\eta(a_1 \cdot p_1)}{k \cdot p_1}, \quad \alpha_2 = \frac{\eta(a_2 \cdot p_2)}{k \cdot p_2} - \frac{\eta(a_2 \cdot p_1)}{k \cdot p_1}, \quad z = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}, \\ \phi_0 = \arctan\left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right). \quad (10)$$

Alors,  $S_{fi}$  devient

$$S_{fi} = \frac{-ig}{4 \cos(\theta_W)} \frac{1}{\sqrt{8QQ_1Q_2V^3}} \int d^4x \left[ \bar{u}(p_1, s_1) F^\mu(\phi) v(p_2, s_2) \varepsilon_\mu(q, \lambda) \right] \\ \times e^{i(q_1 + q_2 - q) \cdot x} e^{-iz \sin(\phi - \phi_0)}, \quad (11)$$

où

$$F^\mu(\phi) = \left( 1 + C(p_1) \not{A} k \right) \gamma^\mu (g_V - g_A \gamma_5) \left( 1 - C(p_2) \not{k} A \right), \quad (12)$$

avec  $C(p_1) = \eta/[2(k \cdot p_1)]$  et  $C(p_2) = \eta/[2(k \cdot p_2)]$ .

Quelques manipulations permettent d'obtenir finalement l'expression

$$F^\mu(\phi) = C_0^\mu + C_1^\mu \cos(\phi) + C_2^\mu \sin(\phi), \quad (13)$$



où les trois quantités  $C_0^\mu$ ,  $C_1^\mu$  et  $C_2^\mu$  sont exprimées comme suit

$$\begin{aligned} C_0^\mu &= \gamma^\mu (g_V - g_A \gamma_5) + 2a^2 k^\mu \not{k} (g_V - g_A \gamma_5) C(p_1) C(p_2), \\ C_1^\mu &= -C(p_2) \gamma^\mu (g_V - g_A \gamma_5) \not{k} \not{p}_1 + C(p_1) \not{p}_1 \not{k} \gamma^\mu (g_V - g_A \gamma_5), \\ C_2^\mu &= -C(p_2) \gamma^\mu (g_V - g_A \gamma_5) \not{k} \not{p}_2 + C(p_1) \not{p}_2 \not{k} \gamma^\mu (g_V - g_A \gamma_5). \end{aligned} \quad (14)$$

Donc,  $S_{fi}$  devient

$$\begin{aligned} S_{fi} &= \frac{-ig}{4 \cos(\theta_W)} \frac{1}{\sqrt{8QQ_1Q_2V^3}} \int d^4x \left[ \bar{u}(p_1, s_1) (C_0^\mu + C_1^\mu \cos(\phi) + C_2^\mu \sin(\phi)) \right. \\ &\quad \left. \times v(p_2, s_2) \varepsilon_\mu(q, \lambda) \right] e^{i(q_1+q_2-q) \cdot x} e^{-iz \sin(\phi-\phi_0)}. \end{aligned} \quad (15)$$

En introduisant la transformation suivante

$$\begin{bmatrix} 1 \\ \cos(\phi) \\ \sin(\phi) \end{bmatrix} \times e^{-iz \sin(\phi-\phi_0)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \begin{bmatrix} B_n(z) \\ B_{1n}(z) \\ B_{2n}(z) \end{bmatrix} e^{-in\phi}, \quad (16)$$

et en intégrant sur  $d^4x$ , on trouve

$$\begin{aligned} S_{fi} &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{-ig}{4 \cos(\theta_W)} \frac{1}{\sqrt{8QQ_1Q_2V^3}} (2\pi)^4 \delta(q_1 + q_2 - q - nk) \left[ \bar{u}(p_1, s_1) (C_0^\mu B_n(z) \right. \\ &\quad \left. + C_1^\mu B_{1n}(z) + C_2^\mu B_{2n}(z)) v(p_2, s_2) \varepsilon_\mu(q, \lambda) \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

Finalement,  $S_{fi}$  peut s'écrire comme suit

$$S_{fi} = \frac{-ig}{4 \cos(\theta_W)} \frac{1}{\sqrt{8QQ_1Q_2V^3}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} M_{fi}^n (2\pi)^4 \delta^4(q_1 + q_2 - q - nk), \quad (18)$$

où  $n$  est le nombre de photons échangés. La quantité  $M_{fi}^n$  est définie par

$$M_{fi}^n = \bar{u}(p_1, s_1) \Lambda_n^\mu v(p_2, s_2) \varepsilon_\mu(q, \lambda), \quad (19)$$

avec

$$\Lambda_n^\mu = C_0^\mu B_n(z) + C_1^\mu B_{1n}(z) + C_2^\mu B_{2n}(z). \quad (20)$$

Les coefficients  $B_n(z)$ ,  $B_{1n}(z)$  et  $B_{2n}(z)$  sont exprimés en termes de fonctions de Bessel par [16] :

$$\begin{bmatrix} B_n(z) \\ B_{1n}(z) \\ B_{2n}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_n(z) e^{in\phi_0} \\ (J_{n+1}(z) e^{i(n+1)\phi_0} + J_{n-1}(z) e^{i(n-1)\phi_0}) / 2 \\ (J_{n+1}(z) e^{i(n+1)\phi_0} - J_{n-1}(z) e^{i(n-1)\phi_0}) / 2i \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Pour évaluer la durée de vie du boson  $Z$ , nous évaluons d'abord la largeur de désintégration du boson  $Z$  par particule et par unité du temps vers les états finaux. Pour ce faire, nous multiplions le carré de l'élément de matrice par la densité des états finaux, ensuite on fait la somme sur les spins finaux et la moyenne sur la polarisation du boson  $Z$  entrant, et enfin on divise par le temps  $T$ . On obtient

$$\Gamma(Z \rightarrow f\bar{f}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \Gamma^n, \quad (22)$$

où la largeur de désintégration associée au nombre de photons,  $\Gamma^n$ , est définie par

$$\Gamma^n = \frac{g^2 N_c}{128 \cos^2(\theta_W) Q} \int \frac{d^3 q_1}{(2\pi)^3 Q_1} \int \frac{d^3 q_2}{(2\pi)^3 Q_2} (2\pi)^4 \delta^4(q_1 + q_2 - q - nk) |\overline{M}_{fi}^n|^2, \quad (23)$$

où  $N_c$  désigne le nombre de couleurs ( $N_c = 3$  pour une paire de quarks, sinon  $N_c = 1$ ) et

$$|\overline{M}_{fi}^n|^2 = \frac{1}{3} \sum_{\lambda} \sum_{s_1, s_2} |M_{fi}^n|^2. \quad (24)$$

En effectuant l'intégration sur  $d^3 q_2$  et en utilisant  $d^3 q_1 = |\mathbf{q}_1|^2 d|\mathbf{q}_1| d\Omega_f$ ,  $\Gamma^n$  devient

$$\Gamma^n = \frac{g^2 N_c}{128 (2\pi)^2 \cos^2(\theta_W) Q} \int \frac{|\mathbf{q}_1|^2 d|\mathbf{q}_1| d\Omega_f}{Q_1 Q_2} \delta(Q_1 + Q_2 - Q - n\omega) |\overline{M}_{fi}^n|^2, \quad (25)$$

avec  $\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 - \mathbf{q} - n\mathbf{k} = 0$ .

Dans le référentiel au repos du boson  $Z$ , ( $Q = M_Z$  et  $\mathbf{q} = 0$ ), l'intégrale qui reste sur  $d|\mathbf{q}_1|$  peut être résolue en utilisant la formule familière suivante [14] :

$$\int dx f(x) \delta(g(x)) = \frac{f(x)}{|g'(x)|} \Big|_{g(x)=0}. \quad (26)$$

Ainsi, on obtient

$$\Gamma^n = \frac{G_F M_Z N_c}{16\sqrt{2} (2\pi)^2} \int \frac{|\mathbf{q}_1|^2 d\Omega_f}{Q_1 Q_2 g'(|\mathbf{q}_1|)} |\overline{M}_{fi}^n|^2, \quad (27)$$

où nous avons utilisé  $g^2 = 8G_F M_Z^2 \cos^2(\theta_W)/\sqrt{2}$ , avec  $G_F = (1.166\ 37 \pm 0.000\ 02) \times 10^{-11} \text{ MeV}^{-2}$  est la constante de couplage de Fermi, et

$$g'(|\mathbf{q}_1|) = \frac{|\mathbf{q}_1|}{\sqrt{|\mathbf{q}_1|^2 + m_{f^*}^2}} + \frac{|\mathbf{q}_1| - n\omega \cos(\theta)}{\sqrt{(n\omega)^2 + |\mathbf{q}_1|^2 - 2n\omega |\mathbf{q}_1| \cos(\theta) + m_{f^*}^2}}. \quad (28)$$

La quantité  $m_{f^*} = \sqrt{m_f^2 - \eta^2 a^2}$  est la masse effective du fermion chargé à l'intérieur du champ EM. L'intégration sur  $d\Omega_f$  ( $d\Omega_f = \sin(\theta)d\theta d\varphi$ ) impliquée dans l'évaluation de  $\Gamma^n$  (27) est effectuée numériquement. Les constantes de couplage  $g_V$  et  $g_A$  sont définies comme suit

$$\begin{aligned} Z \rightarrow l^+l^- & : g_V = -1 + 4 \sin^2(\theta_W) ; g_A = 1, \\ Z \rightarrow \text{up-quarks} & : g_V = 1 - \frac{8}{3} \sin^2(\theta_W) ; g_A = -1, \\ Z \rightarrow \text{down-quarks} & : g_V = -1 + \frac{4}{3} \sin^2(\theta_W) ; g_A = 1, \\ Z \rightarrow \text{neutrinos} & : g_V = g_A = 1. \end{aligned} \quad (29)$$

Le terme  $|\overline{M_{fi}^n}|^2$  peut être calculé comme suit :

$$|\overline{M_{fi}^n}|^2 = \frac{1}{3} \sum_{\lambda} \sum_{s_1, s_2} |M_{fi}^n|^2 = \frac{1}{3} \left( -g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{M_Z^2} \right) \text{Tr}[(\not{p}_1 + m_f)\Lambda_n^\mu(\not{p}_2 - m_f)\overline{\Lambda}_n^\nu], \quad (30)$$

où

$$\overline{\Lambda}_n^\nu = \gamma^0 \Lambda_n^{\nu\dagger} \gamma^0 = \overline{C}_0^\nu B_n^*(z) + \overline{C}_1^\nu B_{1n}^*(z) + \overline{C}_2^\nu B_{2n}^*(z), \quad (31)$$

avec

$$\begin{aligned} \overline{C}_0^\nu &= \gamma^0 C_0^{\nu\dagger} \gamma^0 = \gamma^\nu (g_V - g_A \gamma_5) + 2a^2 k^\nu \not{k} (g_V - g_A \gamma_5) C(p_1) C(p_2), \\ \overline{C}_1^\nu &= \gamma^0 C_1^{\nu\dagger} \gamma^0 = -C(p_2) \not{p}_1 \not{k} \gamma^\nu (g_V - g_A \gamma_5) + C(p_1) \gamma^\nu (g_V - g_A \gamma_5) \not{k} \not{p}_1, \\ \overline{C}_2^\nu &= \gamma^0 C_2^{\nu\dagger} \gamma^0 = -C(p_2) \not{p}_2 \not{k} \gamma^\nu (g_V - g_A \gamma_5) + C(p_1) \gamma^\nu (g_V - g_A \gamma_5) \not{k} \not{p}_2. \end{aligned} \quad (32)$$

Le calcul des traces est effectué à l'aide de FeynCalc [17]. Le résultat obtenu pour  $|\overline{M_{fi}^n}|^2$  est donné par

$$\begin{aligned} |\overline{M_{fi}^n}|^2 &= \frac{1}{3} \left[ A J_n^2(z) + B J_{n+1}^2(z) + C J_{n-1}^2(z) + D J_n(z) J_{n+1}(z) + E J_n(z) J_{n-1}(z) \right. \\ &\quad \left. + F J_{n+1}(z) J_{n-1}(z) \right], \end{aligned} \quad (33)$$

où les six coefficients  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$  et  $F$  sont explicitement exprimés par

$$\begin{aligned} A &= \frac{2}{(k.q_1)^2 (k.q_2)^2 M_Z^2} \left[ a^4 \eta^4 (g_A^2 + g_V^2) (k.k_1)^2 (k.p_1) (k.p_2) - 2a^2 \eta^2 (k.q_1) (k.q_2) (g_A^2 ((k_1.p_2) \right. \\ &\quad \times (k.k_1) (k.p_1) + (k_1.p_1) (k.k_1) (k.p_2) - 2(k.p_1) (k.p_2) M_Z^2 + (k.k_1)^2 (m_f^2 - (p_1.p_2))) \\ &\quad + g_V^2 ((k_1.p_2) (k.k_1) (k.p_1) + (k_1.p_1) (k.k_1) (k.p_2) - 2(k.p_1) (k.p_2) M_Z^2 - (k.k_1)^2 (m_f^2 \\ &\quad + (p_1.p_2))) \left. \right] 2(k.q_1)^2 (k.q_2)^2 (g_A^2 (2(k_1.p_1) (k_1.p_2) + M_Z^2 (-3m_f^2 + (p_1.p_2))) \\ &\quad + g_V^2 (2(k_1.p_1) (k_1.p_2) + M_Z^2 (3m_f^2 + (p_1.p_2)))) \left. \right], \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned}
 B = & \frac{-\eta^2}{2(k.q_1)^2(k.q_2)^2 M_Z^2} \left[ 2(-2(a_1.p_1)(a_1.p_2)(g_A^2 + g_V^2)(k.k_1)^2(k.q_1)(k.q_2) + a^2(g_A^2(2(k_1.p_1) \right. \\
 & \times (k.k_1)(k.p_2)(k.q_1)((k.q_1) - (k.q_2))2(k_1.p_2)(k.k_1)(k.p_1)(k.q_2)(-(k.q_1) + (k.q_2)) \\
 & - 2(k.k_1)^2(k.q_1)(k.q_2)m_f^2(k.p_1)(k.p_2)(k.q_1)^2 M_Z^2 + 2(k.p_1)(k.p_2)(k.q_1)(k.q_2)M_Z^2 \\
 & + (k.p_1)(k.p_2)(k.q_2)^2 M_Z^2 + 2(k.k_1)^2(k.q_1)(k.q_2)(p_1.p_2)) + g_V^2(2(k_1.p_1)(k.k_1)(k.p_2) \\
 & \times (k.q_1)((k.q_1) - (k.q_2)) + 2(k_1.p_2)(k.k_1)(k.p_1)(k.q_2)(-(k.q_1) + (k.q_2)) + 2(k.k_1)^2 \\
 & \times (k.q_1)(k.q_2)m_f^2 + (k.p_1)(k.p_2)(k.q_1)^2 M_Z^2 + 2(k.p_1)(k.p_2)(k.q_1)(k.q_2)M_Z^2 + (k.p_1)(k.p_2) \\
 & \times (k.q_2)^2 M_Z^2 + 2(k.k_1)^2(k.q_1)(k.q_2)(p_1.p_2))) + g_{AGV}(k.k_1)(-(k.q_1)^2 + (k.q_2)^2)(p_1.p_2) \\
 & \times \epsilon(a_1, a_2, k, k_1) + g_{AGV}((k_1.p_2)(k.k_1)(k.q_2)(-(k.q_1) + 3(k.q_2)) + 2(k.p_2)(-(k.q_1)(k.q_2)) \\
 & \times (3(k.q_1) + (k.q_2))M_Z^2)\epsilon(a_1, a_2, k, p_1) - g_{AGV}(((k_1.p_1)(k.k_1)(k.q_1)(3(k.q_1) - (k.q_2)) \\
 & + 2(k.p_1)((k.q_1) - (k.q_2))((k.q_1) + 3(k.q_2))M_Z^2)\epsilon(a_1, a_2, k, p_2) + (k.k_1)((k.p_2)(-(k.q_1)^2 \\
 & + 5(k.q_1)(k.q_2) + 2(k.q_2)^2)\epsilon(a_1, a_2, k_1, p_1) + (k.p_1)(-2(k.q_1)^2 - 5(k.q_1)(k.q_2) \\
 & + (k.q_2)^2)\epsilon(a_1, a_2, k_1, p_2) + ((k.q_1) + (k.q_2))(3(k.k_1)((k.q_1) + (k.q_2))\epsilon(a_1, a_2, p_1, p_2) \\
 & \left. - (a_1.p_2)(k.q_2)\epsilon(a_2, k, k_1, p_1) + (a_1.p_1)(k.q_1)\epsilon(a_2, k, k_1, p_2))\right) \Big], \tag{35}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C = & \frac{-\eta^2}{2(k.q_1)^2(k.q_2)^2 M_Z^2} \left[ 2(-2(a_1.p_1)(a_1.p_2)(g_A^2 + g_V^2)(k.k_1)^2(k.q_1)(k.q_2) + a^2(g_A^2(2(k_1.p_1) \right. \\
 & \times (k.k_1) \times (k.p_2)(k.q_1)((k.q_1) - (k.q_2)) + 2(k_1.p_2)(k.k_1)(k.p_1)(k.q_2)(-(k.q_1) + (k.q_2)) \\
 & - 2(k.k_1)^2(k.q_1)(k.q_2)m_f^2 + (k.p_1)(k.p_2)(k.q_1)^2 M_Z^2 + 2(k.p_1)(k.p_2)(k.q_1)(k.q_2)M_Z^2 \\
 & + (k.p_1)(k.p_2)(k.q_2)^2 M_Z^2 + 2(k.k_1)^2(k.q_1)(k.q_2)(p_1.p_2)) + g_V^2(2(k_1.p_1)(k.k_1)(k.p_2) \\
 & \times (k.q_1)((k.q_1) - (k.q_2)) + 2(k_1.p_2)(k.k_1)(k.p_1)(k.q_2)(-(k.q_1) + (k.q_2)) + 2(k.k_1)^2(k.q_1) \\
 & \times (k.q_2)m_f^2 + (k.p_1)(k.p_2)(k.q_1)^2 M_Z^2 + 2(k.p_1)(k.p_2)(k.q_1)(k.q_2)M_Z^2 + (k.p_1)(k.p_2)(k.q_2)^2 \\
 & \times M_Z^2 + 2(k.k_1)^2(k.q_1)(k.q_2)(p_1.p_2))) + g_{AGV}(k.k_1)((k.q_1) - (k.q_2))((k.q_1) + (k.q_2)) \\
 & \times (p_1.p_2)\epsilon(a_1, a_2, k, k_1) + g_{AGV}((k_1.p_2)(k.k_1)((k.q_1) - 3(k.q_2))(k.q_2) + 2(k.p_2)((k.q_1) \\
 & - (k.q_2))(3(k.q_1) + (k.q_2))M_Z^2)\epsilon(a_1, a_2, k, p_1) + g_{AGV}(((k_1.p_1)(k.k_1)(k.q_1)(3(k.q_1) \\
 & - (k.q_2)) + 2(k.p_1)((k.q_1) - (k.q_2))((k.q_1) + 3(k.q_2))M_Z^2)\epsilon(a_1, a_2, k, p_2) + (k.k_1)((k.p_2) \\
 & \times (-(k.q_1)^2 + 5(k.q_1)(k.q_2) + 2(k.q_2)^2)\epsilon(a_1, a_2, k_1, p_1) + (k.p_1)(-2(k.q_1)^2 - 5(k.q_1)(k.q_2) \\
 & + (k.q_2)^2)\epsilon(a_1, a_2, k_1, p_2) + ((k.q_1) + (k.q_2))(3(k.k_1)((k.q_1) + (k.q_2))\epsilon(a_1, a_2, p_1, p_2) \\
 & \left. - (a_1.p_2)(k.q_2)\epsilon(a_2, k, k_1, p_1) + (a_1.p_1)(k.q_1)\epsilon(a_2, k, k_1, p_2))\right) \Big], \tag{36}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D = & \frac{-2\eta}{(k.q_1)^2(k.q_2)^2 M_Z^2} \left[ (g_A^2 + g_V^2)((k.k_1)(-2(k.q_1)(k.q_2)((a_1.p_2)(k_1.p_1)(k.q_1) + (a_1.p_1) \right. \\
 & \times (k_1.p_2)(k.q_2)) + a^2\eta^2(k.k_1)((a_1.p_1)(k.p_2)(k.q_1) + (a_1.p_2)(k.p_1)(k.q_2))) + (-(a_1.p_2) \\
 & \times (k.p_1) + (a_1.p_1)(k.p_2))(k.q_1)((k.q_1) - (k.q_2))(k.q_2)M_Z^2 + g_{AGV}((k.q_1) - (k.q_2))(a^2\eta^2 \\
 & \times (k.k_1)(k.p_2) - 2(k_1.p_2)(k.q_1)(k.q_2))\epsilon(a_2, k, k_1, p_1) + g_{AGV}((k.q_1) - (k.q_2))(a^2\eta^2(k.k_1) \\
 & \times (k.p_1) - 2(k_1.p_1)(k.q_1)(k.q_2))\epsilon(a_2, k, k_1, p_2) + g_{AGV}((k.q_1) + (k.q_2))(-a^2\eta^2(k.k_1)^2 \\
 & \left. + 4(k.q_1)(k.q_2)M_Z^2)\epsilon(a_2, k, p_1, p_2) + 2(k.k_1)(k.q_1)(k.q_2)\epsilon(a_2, k_1, p_1, p_2) \right] \Big], \tag{37}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E = \frac{-2\eta}{(k.q_1)^2(k.q_2)^2 M_Z^2} & \left[ (g_A^2 + g_V^2)((k.k_1)(-2(k.q_1)(k.q_2)((a_1.p_2)(k_1.p_1)(k.q_1) + (a_1.p_1) \right. \\
 & \times (k_1.p_2)(k.q_2)) + a^2\eta^2(k.k_1)((a_1.p_1)(k.p_2)(k.q_1) + (a_1.p_2)(k.p_1)(k.q_2))) + (-a_1.p_2)(k.p_1) \\
 & + (a_1.p_1)(k.p_2))(k.q_1)((k.q_1) - (k.q_2))(k.q_2)M_Z^2 + g_A g_V(((k.q_1) - (k.q_2))(-a^2\eta^2(k.k_1) \\
 & \times (k.p_2) + 2(k_1.p_2)(k.q_1)(k.q_2))\epsilon(a_2, k, k_1, p_1) + ((k.q_1) - (k.q_2))(-a^2\eta^2(k.k_1)(k.p_1) \\
 & + 2(k_1.p_1)(k.q_1)(k.q_2))\epsilon(a_2, k, k_1, p_2) + ((k.q_1) + (k.q_2))((a^2\eta^2(k.k_1)^2 + 4(k.q_1)(k.q_2)M_Z^2) \\
 & \left. \times \epsilon(a_2, k, p_1, p_2) - 2(k.k_1)(k.q_1)(k.q_2)\epsilon(a_2, k_1, p_1, p_2)) \right], \tag{38}
 \end{aligned}$$

$$F = \frac{4\eta^2(g_A^2 + g_V^2)(k.k_1)^2(a_1.p_1)(a_1.p_2)}{(k.q_1)(k.q_2)M_Z^2}, \tag{39}$$

où, pour tous les 4-vecteurs  $a, b, c$  et  $d$ , on définit

$$\epsilon(a, b, c, d) = \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} a^\mu b^\nu c^\rho d^\sigma. \tag{40}$$

Comme on peut le voir, dans les deux coefficients  $A$  et  $F$ , les tenseurs antisymétriques  $\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$  n'apparaissent pas. Cela implique évidemment qu'ils ont été complètement contractés. Mais les autres coefficients  $B, C, D$  et  $E$  contiennent divers tenseurs non contractés. Afin d'évaluer ces tenseurs, nous rappelons ici que nous avons utilisé la convention de Grozin

$$\epsilon_{0123} = 1. \tag{41}$$

Pour être plus clair, nous donnons ici la façon dont nous avons calculé un de ces tenseurs, par exemple dans les coefficients  $B$  et  $C$  :

$$\begin{aligned}
 \epsilon(a_1, a_2, p_1, p_2) & = \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} a_1^\mu a_2^\nu p_1^\rho p_2^\sigma, \\
 & = |\mathbf{a}|^2 [\epsilon_{1203} p_1^0 p_2^3 + \epsilon_{1230} p_1^3 p_2^0], \\
 & = |\mathbf{a}|^2 \left[ \left( Q_1 + \frac{\eta^2 a^2 \omega}{2(k.q_1)} \right) \left( n\omega - |\mathbf{q}_1| \cos(\theta) + \frac{\eta^2 a^2 \omega}{2(k.q_2)} \right) \right. \\
 & \quad \left. - \left( |\mathbf{q}_1| \cos(\theta) + \frac{\eta^2 a^2 \omega}{2(k.q_1)} \right) \left( Q_2 + \frac{\eta^2 a^2 \omega}{2(k.q_2)} \right) \right]. \tag{42}
 \end{aligned}$$

On revient à la durée de vie du boson  $Z$ , qui est définie par

$$\tau_Z = \frac{1}{\Gamma_{\text{tot}}}, \tag{43}$$

où  $\Gamma_{\text{tot}}$  est la largeur totale de désintégration du boson  $Z$  dans le champ laser donné par

$$\Gamma_{\text{tot}} = \Gamma(Z \rightarrow \text{hadrons}) + \Gamma(Z \rightarrow \ell^+ \ell^-) + \Gamma_{\text{inv}}, \tag{44}$$

où  $\Gamma(Z \rightarrow \text{hadrons}) = \Gamma(Z \rightarrow \text{up-quarks}) + \Gamma(Z \rightarrow \text{down-quarks})$  et  $\Gamma_{\text{inv}} = \Gamma(Z \rightarrow \text{neutrinos})$ . Maintenant, on présente une quantité très importante, surtout qu'elle est mesurée expérimentalement. Il s'agit du RE pour chaque mode de désintégration. Il est défini comme le rapport entre la largeur partielle de chaque mode de désintégration et la largeur totale. Il désigne, en physique des particules, la probabilité qu'une particule se désintègre selon un mode particulier parmi tous les modes de désintégration possibles. La somme des REs de tous les modes de désintégration d'une particule est donc par définition égale à 1 (ou 100%). On définit les trois REs des différents modes de désintégration du boson  $Z$  comme suit :

$$\text{RE}(Z \rightarrow \text{hadrons}) = \frac{\Gamma(Z \rightarrow \text{hadrons})}{\Gamma_{\text{tot}}}, \quad (45)$$

$$\text{RE}(Z \rightarrow \ell^+ \ell^-) = \frac{\Gamma(Z \rightarrow \ell^+ \ell^-)}{\Gamma_{\text{tot}}}, \quad (46)$$

$$\text{RE}_{\text{inv}}(Z \rightarrow \text{neutrinos}) = \frac{\Gamma_{\text{inv}}(Z \rightarrow \text{neutrinos})}{\Gamma_{\text{tot}}}. \quad (47)$$

Leurs valeurs expérimentales en l'absence du champ laser sont [4]

$$\begin{aligned} \text{RE}(Z \rightarrow \text{hadrons}) &= (69.911 \pm 0.056)\%, \\ \text{RE}(Z \rightarrow \ell^+ \ell^-) &= (10.099 \pm 0.011)\%, \\ \text{RE}_{\text{inv}}(Z \rightarrow \text{neutrinos}) &= (20.000 \pm 0.055)\%. \end{aligned} \quad (48)$$

### 3 Résultats et discussion

Dans cette section, nous allons discuter et analyser les résultats numériques obtenus concernant la désintégration du boson  $Z$  en présence d'un champ EM polarisé circulairement. Le point important à aborder est comment un champ EM peut influencer les REs ou contribuer à leur amélioration ou suppression. Comme nous l'avons vu précédemment, il y a trois REs dans la désintégration du boson  $Z$ , qui correspondent aux canaux hadronique, leptonique et invisible. Le RE hadronique  $\text{RE}(Z \rightarrow \text{hadrons})$  est le plus grand parmi ces rapports, ce qui signifie que la désintégration du boson  $Z$  en une paire de quarks en l'absence d'un champ EM a une grande probabilité par rapport aux autres paires. Nous allons voir par la suite si cela reste valable en présence de laser ou non. Dans les Figs. (1) et (2), nous représentons les variations de  $\text{RE}(Z \rightarrow \text{hadrons})$  (45) et  $\text{RE}(Z \rightarrow \ell^+ \ell^-)$  (46) en fonction de l'intensité du champ électrique pour différents nombres de photons échangés. On constate que toutes les courbes équivalentes pour tout nombre donné de photons échangés  $n$  partent de la valeur des REs en absence du champ ( $\sim 69\%$  dans Fig 1 et  $\sim 10\%$  dans Fig 2), et restent constantes et identiques dans l'intervalle des intensités  $[10 - 10^5 \text{ V/cm}]$ . À partir de cette dernière intensité, les courbes commencent à différer et à se séparer. Autrement dit, les deux REs n'étaient pas du tout affectés par le champ EM aux faibles intensités, quel que soit le nombre de photons

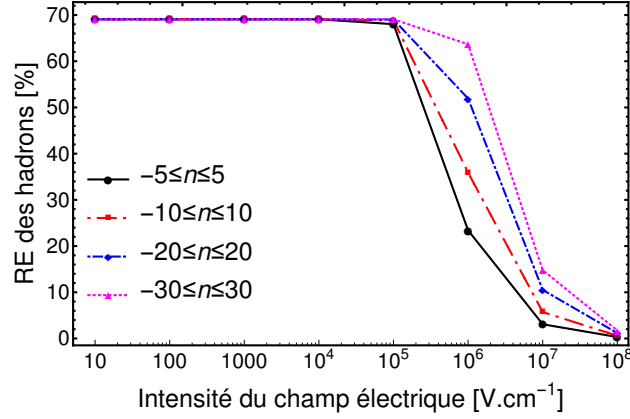


FIGURE 1 – Le RE (45) du mode de désintégration hadronique en fonction de l'intensité du champ électrique pour différents nombres de photons échangés. La fréquence du champ laser est  $\hbar\omega = 1.17$  eV.

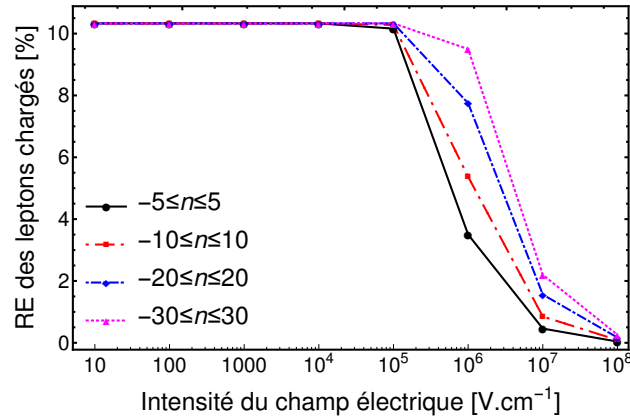


FIGURE 2 – Le RE des leptons chargés (46) en fonction de l'intensité du champ électrique pour différents nombres de photons échangés. La fréquence du champ laser est  $\hbar\omega = 1.17$  eV.

échangés. Mais il est clairement évident que, à partir de l'intensité  $10^5$  V/cm, les deux REs commencent à diminuer selon le nombre de photons échangés  $n$ , où plus  $n$  augmente, plus le degré de décroissance diminue, jusqu'à ce que les deux REs deviennent presque nuls à l'intensité  $10^8$  V/cm. En se basant sur ce qui précède, on peut dire que le champ EM à haute intensité a largement contribué à la suppression des canaux hadroniques et leptoniques chargés. Ils sont devenus, après avoir été favorisés en l'absence du champ, presque interdits par la présence du champ EM. En revanche, en ce qui concerne le RE invisible, la situation est totalement différente. La figure 3 illustre le comportement du RE invisible (47) en fonction de l'intensité électrique pour différents nombres de photons échangés. On remarque que le RE invisible commence à sa valeur en l'absence du champ (20%) et reste constant jusqu'à l'intensité  $10^5$  V/cm, puis il augmente avec l'intensité selon le nombre de photons échangés  $n$ , et finit par atteindre environ 99% à l'intensité  $10^8$  V/cm. Ce résultat est normal et attendu, en tenant compte du comportement des deux REs précédents. Ainsi, la diminution des REs hadronique et leptonique chargé doit être compensée par l'augmentation du RE invisible. La suppression

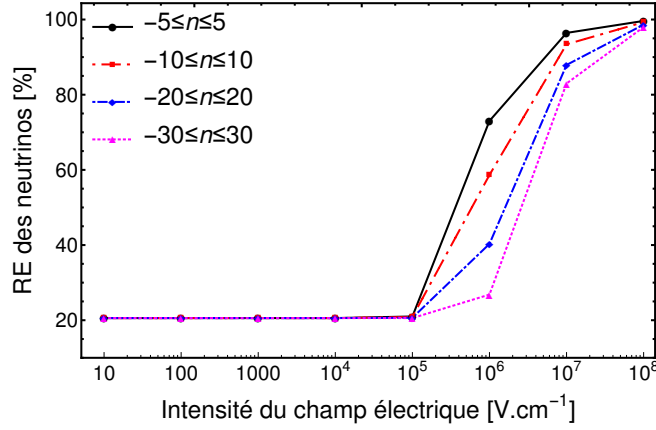


FIGURE 3 – Le RE invisible (en neutrinos) (47) en fonction de l'intensité du champ électrique pour différents nombres de photons échangés. La fréquence du champ laser est  $\hbar\omega = 1.17$  eV.

des modes de désintégration hadronique et leptonique chargé est compensée d'autre part par le renforcement du mode de désintégration invisible.

Le lecteur peut raisonnablement se demander comment le champ EM affecte la désintégration du boson  $Z$  en neutrinos, même si ni le boson  $Z$  ni les neutrinos n'interagissent avec le champ EM. Pour répondre, on dit que le champ EM n'affecte pas directement cette réaction ( $Z \rightarrow$  neutrinos), mais qu'il affecte en réalité la désintégration du boson  $Z$  en fermions chargés. Comme nous l'avons vu plus haut, il empêche les modes de désintégration hadronique et leptonique chargé, et donc la seule option qui reste au boson  $Z$  est de se désintégrer invisiblement en neutrinos. Ce résultat lié à l'effet du champ EM sur les REs hadroniques et leptoniques chargés peut être raisonnablement expliqué en se référant à la masse effective  $m_{f*}$  acquise par les fermions chargés finaux en présence du champ EM. Comme cette quantité est exprimée, ( $m_{f*} = \sqrt{m_f^2 - \eta^2 a^2} = \sqrt{m_f^2 + \eta^2 \mathcal{E}_0^2 / \omega^2}$ ), il apparaît que la masse acquise par l'un des fermions chargés finaux augmente avec l'intensité électrique  $\mathcal{E}_0$  jusqu'à devenir, à une intensité forte spécifique, supérieure à la masse du boson  $Z$ . Par exemple, les valeurs de masse effective pour chaque type de fermions chargés, à l'intensité  $10^{16}$  V/cm et à la fréquence  $\hbar\omega = 1.17$  eV, sont égales et d'environ 168 GeV. Il est alors impossible, selon la loi de conservation de l'énergie, que le boson  $Z$  se désintègre en une paire de fermions chargés en présence d'un champ EM très intense. On donne ici les valeurs des différents REs à l'intensité  $10^{16}$  V/cm et à la fréquence  $\hbar\omega = 1.17$  eV :  $\text{RE}(Z \rightarrow \text{hadrons}) = 1.2781 \times 10^{-7}\%$ ,  $\text{RE}(Z \rightarrow l^+l^-) = 1.90968 \times 10^{-8}\%$  et  $\text{RE}_{\text{inv}}(Z \rightarrow \text{neutrinos}) = 100\%$ .

Après avoir suffisamment discuté de l'effet du champ laser sur les REs, nous aimerions étudier, très brièvement, l'effet de l'intensité électrique et de la fréquence sur la durée de vie du boson  $Z$ . La figure 4 décrit le comportement typique de la durée de vie du boson  $Z$  dans le référentiel au repos de  $Z$  pour la fréquence  $\hbar\omega = 1.17$  eV et pour différents nombres de photons échangés. Comme on peut le voir sur cette figure, il est clair que lorsque le nombre de photons échangés augmente, l'effet du champ laser sur la durée de vie diminue jusqu'à devenir nul lorsqu'on



atteint  $-650 \leq n \leq +650$  photons échangés qui représente le cutoff dans le cas d'une intensité  $10^7$  V/cm et d'une fréquence  $\hbar\omega = 1.17$  eV. Ce résultat confirme exactement ce qui a été obtenu dernièrement dans le cas de la durée de vie des pions [18]. Pour examiner l'effet de la fréquence sur la durée de vie du boson  $Z$ , on trace, dans la Fig. (5), les changements de durée de vie en fonction de l'intensité électrique pour deux fréquences différentes : (Nd:YAG laser :  $\hbar\omega = 1.17$  eV et CO<sub>2</sub> laser :  $\hbar\omega = 0.117$  eV). Apparemment, à haute fréquence, l'effet du

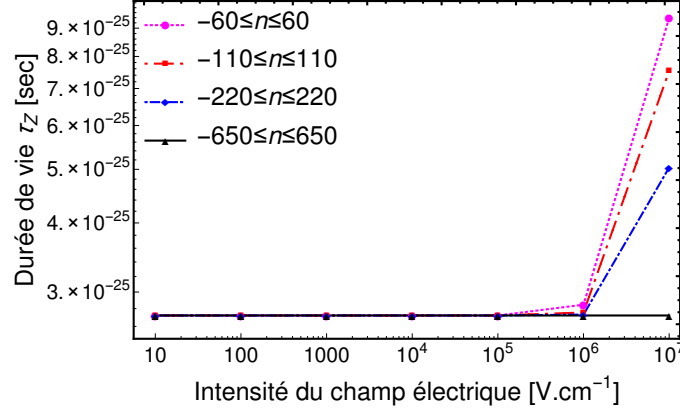


FIGURE 4 – La durée de vie du boson  $Z$  modifiée par le laser en fonction de l'intensité du champ électrique pour différents nombres de photons échangés. La fréquence du champ laser est  $\hbar\omega = 1.17$  eV.

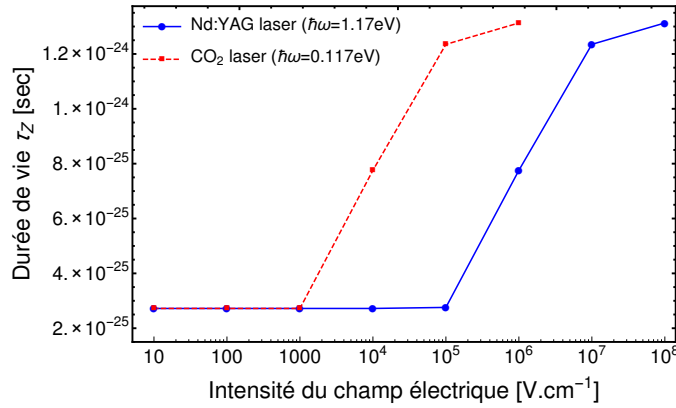


FIGURE 5 – Variations de la durée de vie du boson  $Z$  modifiée par laser en fonction de l'intensité du champ électrique pour un laser Nd:YAG ( $\hbar\omega = 1.17$  eV) et un laser CO<sub>2</sub> ( $\hbar\omega = 0.117$  eV). Le nombre de photons échangés est pris égal à  $-10 \leq n \leq +10$ .

champ laser sur la durée de vie diminue comme dans le cas des durées de vie des pions et des muons [18, 19].

## 4 Conclusion

Nous avons effectué des calculs analytiques pour la désintégration du boson  $Z$  en présence d'un champ laser polarisé circulairement. Il a été théoriquement démontré que le RE du mode

de désintégration invisible du boson  $Z$  peut être optimisé par l'application de champs laser convenables. Le moment est donc venu pour les expérimentateurs de tirer parti du puissant laser et de le considérer comme une technologie proposée permettant de contrôler les rapports d'embranchement. Outre cet avantage, il a été constaté que l'effet des lasers intenses sur la durée de vie donne les mêmes résultats que ceux des désintégrations du pion et du muon.

- [1] G. Arnison *et al.* (UA1 Collaboration), *Phys. Lett. B* **126**, 398 (1983) ; **122**, 103 (1983) ; P. Bagnaia *et al.* (UA2 Collaboration), *Phys. Lett. B* **129**, 130 (1983) ; M. Banner *et al.* (UA2 Collaboration), *Phys. Lett. B* **122**, 476 (1983).
- [2] S. Van der Meer, *Rep. Mod. Phys.* **57**, 689 (1985) ; C. Rubbia, *Rep. Mod. Phys.* **57**, 699 (1985).
- [3] S. L. Glashow, *Rev. Mod. Phys.* **52**, 539 (1980) ; S. Weinberg, *Rev. Mod. Phys.* **52**, 515 (1980) ; A. Salam, *Rev. Mod. Phys.* **52**, 525 (1980).
- [4] P. A. Zyla *et al.* (Particle Data Group), *Prog. Theor. Exp. Phys.* **2020**, 083C01 (2020).
- [5] D. Decamp *et al.* (ALEPH Collaboration), *Phys. Lett. B* **231**, 519 (1989) ; S. Mele, *Adv. Ser. Dir. High Energy Phys.* **23**, 89 (2015).
- [6] J. Ellis, G. Ridolfi and F. Zwirner, *Phys. Lett. B* **237**, 423 (1990) ; K. T. Matchev and S. Thomas, *Phys. Rev. D* **62**, 077702 (2000) ; M. A. Perez, G. Tavares-Velasco and J.J. Toscano, *Int. J. Mod. Phys. A* **19**, 159 (2004) ; A. M. Sirunyan *et al.* (CMS Collaboration), *Phys. Rev. D* **97**, 092005 (2018) ; M. Fabbrichesi, E. Gabrielli and B. Mele, *Phys. Rev. Lett.* **120**, 171803 (2018).
- [7] M. Carena, A. de Gouvea, A. Freitas and M. Schmitt, *Phys. Rev. D* **68**, 113007 (2003).
- [8] N. C. Kolpin, *Ph.D. thesis* (University of Oxford) (2013).
- [9] A. V. Kurilin, *Phys. At. Nucl.* **72**, 1034 (2009).
- [10] L. D. Landau, *Dokl. Akad. Nauk SSSR* **60**, 242 (1948) ; C. N. Yang *Phys. Rev.* **77**, 242 (1950).
- [11] T. M. Tinsley *Phys. Rev. D* **65**, 013008 (2001).
- [12] D. Angom, K. Bhattacharya and S. D. Rindani, *Int. J. Mod. Phys. A* **22**, 707 (2007).
- [13] F. V. Hartemann and A. K. Kerman, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 624 (1996) ; C. Bula *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 3116 (1996).
- [14] W. Greiner and J. Reinhardt, *Quantum Electrodynamics*, (Springer-Verlag, Berlin, 1992).
- [15] D. M. Volkov, *Z. Phys.* **94**, 250 (1935).
- [16] V. B. Berestetskii, E. M. Lifshitz and L. P. Pitaevskii, *Quantum Electrodynamics*, (Butterworth-Heinemann, Oxford, 1982).

- [17] V. Shtabovenko, R. Mertig and F. Orellana, *Comput. Phys. Commun.* **256**, 107478 (2020).
- [18] S. Mouslih, M. Jakha, S. Taj, B. Manaut and E. Siher, *Phys. Rev. D* **102**, 073006 (2020).
- [19] A. -H. Liu, S. -M. Li and J. Berakdar, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 251803 (2007).

## 1 Introduction

Dans ce chapitre, nous avons pour objectif d'étudier l'un des processus fondamentaux de la théorie électrofaible, qui est la désintégration du boson  $W^-$  en présence d'un champ EM. Sans exagération, on peut dire que les bosons  $W$  et leur partenaire neutre, le boson  $Z$ , sont au centre de l'attention de la physique des hautes énergies depuis plus de trois décennies [1]. En fait, la découverte de ces deux bosons en 1983 par les collaborations UA1 [2] et UA2 [3] au collisionneur  $p\bar{p}$  du CERN a fourni une confirmation directe de l'unification des interactions faible et EM dans un cadre commun appelé théorie électrofaible, prédite par les physiciens Sheldon Lee Glashow, Steven Weinberg et Abdus Salam à la fin des années 1960 [4]. Les propriétés de ces particules, considérées comme des médiateurs de l'interaction faible, ont été mesurées avec précision lors d'expériences menées au grand collisionneur électron-positron (LEP) et au collisionneur linéaire de Stanford (SLC). Les résultats de ces expériences ont permis de déterminer, entre autres, la masse du boson  $W$ ,  $M_W = 80.379 \pm 0.012$  GeV, et sa largeur totale de désintégration  $\Gamma_W = 2.085 \pm 0.042$  GeV avec une grande précision [5]. Bien que les bosons  $W$  sont plus connus pour leur rôle dans la désintégration radioactive, leur désintégration pourrait permettre de découvrir des particules supersymétriques et de sonder une nouvelle physique au-delà du modèle standard [6]. Dans le modèle standard électrofaible, le boson  $W^-$  a deux canaux de désintégration. Il peut se désintégrer en un lepton  $\ell^-$  et un antineutrino correspondant  $\bar{\nu}_\ell$ , ( $W^- \rightarrow \ell^- \bar{\nu}_\ell$ ) (canal leptonique), où  $\ell = e, \mu, \tau$  ou en une paire de quarks ( $W^- \rightarrow q\bar{q}'$ ) (canal hadronique) où  $q$  est  $d$  ou  $s$  et  $q'$  est le mélange approprié de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) de  $u$  et  $c$ . D'autres canaux de désintégration hadronique sont fortement supprimés par les éléments de matrice hors diagonale du CKM. Dans un premier

temps, Mouslih *et al.* ont étudié récemment la désintégration leptonique du boson  $W^-$  en présence d'un champ EM polarisé circulairement [7]. Ils ont examiné l'effet des paramètres du laser sur la largeur de désintégration leptonique. Dans un deuxième temps dans ce contexte, ce chapitre vise à étudier principalement la désintégration hadronique du boson  $W^-$ . Nous combinerons les résultats obtenus avec les précédents afin de pouvoir étudier l'effet du champ laser sur la largeur totale de désintégration et la durée de vie ainsi que sur les REs. Ainsi, le présent travail est en fait une extension et une continuation du premier [7]. Les résultats qui y ont été obtenus sont nécessaires pour extraire ceux présentés ici.

En 2004, Kurilin [8] a étudié la désintégration leptonique du boson  $W^-$  dans un champ EM croisé fort, où il a calculé l'expression de largeur de désintégration et étudié ses changements en termes du paramètre  $\varkappa = eM_W^{-3} \sqrt{-(F_{\mu\nu}q^\nu)^2}$ , où  $F_{\mu\nu}$  est le tenseur EM. Il existe également un article plus ancien qui a réalisé la même étude (i.e., la désintégration leptonique du boson  $W^-$ ) en donnant brièvement l'expression de largeur de désintégration en présence d'un champ EM polarisé circulairement [9].

Le reste de ce chapitre est organisé comme suit. Dans la section 2, nous allons formuler, en détail, les expressions théoriques de largeur de désintégration hadronique, la durée de vie et les REs. Puis, dans la section 3, nous allons présenter et discuter les résultats obtenus. La dernière section 4 est consacrée à la synthèse de nos conclusions.

## 2 Calcul théorique

### 2.1 Largeur de désintégration hadronique en présence d'un champ laser à polarisation circulaire

Dans le cadre de la théorie électrofaible, nous considérons la désintégration hadronique du boson chargé négativement  $W^-$  en une paire de quarks, ( $W^- \rightarrow q\bar{q}'$ ), où  $q$  ou  $q'$  représentent un des quarks  $u, d, c, s$ , ou  $b$  sauf  $t$  puisque le quark top est plus lourd que le boson  $W$ . Le diagramme de Feynman correspondant est représenté dans la Fig. (1). Nous considérons le

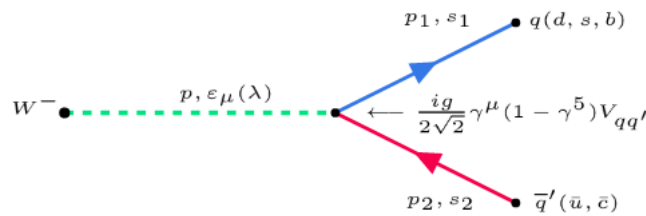


FIGURE 1 – Diagramme de Feynman, à l'arbre, de la désintégration hadronique du boson  $W^-$ .

champ laser comme un champ EM monochromatique polarisé circulairement, qui est décrit

par le quadri-potentiel classique suivant :

$$A^\mu(\phi) = a_1^\mu \cos(\phi) + a_2^\mu \sin(\phi). \quad (1)$$

L'élément de matrice  $S$  pour la désintégration hadronique  $W^-$  assistée par laser est le suivant [10]

$$S_{fi}(W^- \rightarrow q\bar{q}') = \frac{ig V_{qq'}}{2\sqrt{2}} \int d^4x \bar{\psi}_q(x) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \psi_{\bar{q}'}(x) W_\mu^-(x), \quad (2)$$

où  $g$  est la constante de couplage électrofaible et  $V_{qq'}$  est l'élément correspondant de la matrice de mélange des quarks de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM). Afin de tenir compte de l'interaction du boson  $W^-$  (particule de spin 1) avec le champ EM, nous le décrivons par la fonction d'onde suivante [11] :

$$W_\mu^-(x) = \left[ g_{\mu\nu} - \frac{e}{(k.p)} (k_\mu A_\nu - k_\nu A_\mu) - \frac{e^2}{2(k.p)^2} A^2 k_\mu k_\nu \right] \frac{\varepsilon^\nu(p, \lambda)}{\sqrt{2p_0 V}} \times e^{iS(q,x)}, \quad (3)$$

où  $g_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$  est le tenseur métrique de l'espace de Minkowski,  $\varepsilon^\nu(p, \lambda)$  est le 4-vecteur de polarisation du boson  $W^-$  tel que la somme sur les trois directions de polarisation  $\lambda$  donne :  $\sum_{\lambda=1}^3 \varepsilon_\mu(p, \lambda) \varepsilon_\nu^*(p, \lambda) = -g_{\mu\nu} + p_\mu p_\nu / M_W^2$ , et

$$S(q, x) = -q \cdot x + \frac{e(a_1 \cdot p)}{k.p} \sin(\phi) - \frac{e(a_2 \cdot p)}{k.p} \cos(\phi), \quad (4)$$

avec la quasi-impulsion  $q = (Q, \mathbf{q})$  et la masse effective  $M_W^*$  que le boson  $W^-$  acquiert à l'intérieur du champ EM sont, respectivement, telles que

$$q = p - \frac{e^2 a^2}{2(k.p)} k, \quad M_W^* = \sqrt{M_W^2 - e^2 a^2}, \quad (5)$$

où  $M_W$  est la masse au repos du boson  $W^-$ . Les quarks sortants sont décrits par les fonctions de Dirac-Volkov relativistes normalisées au volume  $V$  [12] :

$$\begin{aligned} \psi_q(x) &= \left[ 1 + \frac{\eta e \not{k} \not{A}}{2(k.p_1)} \right] \frac{u(p_1, s_1)}{\sqrt{2Q_1 V}} \times e^{iS(q_1, x)}, \\ \psi_{\bar{q}'}(x) &= \left[ 1 - \frac{\eta' e \not{k} \not{A}}{2(k.p_2)} \right] \frac{v(p_2, s_2)}{\sqrt{2Q_2 V}} \times e^{-iS(q_2, x)}, \end{aligned} \quad (6)$$

où les deux facteurs  $\eta = 1/3$  et  $\eta' = -2/3$  sont, respectivement, dus à la charge fractionnelle des quarks down et up; concernant le signe, il faut noter que  $e = -|e| < 0$  est la charge de

l'électron, et

$$\begin{aligned} S(q_1, x) &= -q_1 \cdot x - \frac{\eta e (a_1 \cdot p_1)}{k \cdot p_1} \sin(\phi) + \frac{\eta e (a_2 \cdot p_1)}{k \cdot p_1} \cos(\phi), \\ S(q_2, x) &= -q_2 \cdot x - \frac{\eta' e (a_1 \cdot p_1)}{k \cdot p_2} \sin(\phi) + \frac{\eta' e (a_2 \cdot p_2)}{k \cdot p_2} \cos(\phi). \end{aligned} \quad (7)$$

$u(p_1, s_1)$  et  $v(p_2, s_2)$  représentent les bispineurs de Dirac pour les quarks sortants d'impulsion  $p_{i=1,2}$  et de spin  $s_{i=1,2}$  satisfaisant

$$\sum_{s_1} u(p_1, s_1) \bar{u}(p_1, s_1) = \not{p}_1 + m_q; \quad \sum_{s_2} v(p_2, s_2) \bar{v}(p_2, s_2) = \not{p}_2 - m_{q'}, \quad (8)$$

où  $m_q$  et  $m_{q'}$  sont, respectivement, les masses au repos du quark  $q$  et de l'antiquark  $q'$ . La quadri-impulsion  $q_i (i = 1, 2) = (Q_i, \mathbf{q}_i)$  est la quasi-impulsion que le quark et l'antiquark acquièrent en présence du champ EM :

$$q_1 = p_1 - \frac{(\eta e)^2 a^2}{2(k \cdot p_1)} k; \quad q_2 = p_2 - \frac{(\eta' e)^2 a^2}{2(k \cdot p_2)} k. \quad (9)$$

Pour obtenir des résultats analytiques, nous procédons comme suit : nous insérons les Eqs. (3) et (6) dans l'Eq. (2) et après quelques manipulations, on trouve que la matrice  $S$  s'écrit comme suit

$$\begin{aligned} S_{fi}(W^- \rightarrow q\bar{q}') &= \frac{ig V_{qq'}}{2\sqrt{2}\sqrt{8Q_2Q_1p_0V^3}} \int d^4x \bar{u}(p_1, s_1) \left\{ \left[ 1 + C(p_1) \not{A} \not{k} \right] \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \right. \\ &\quad \times \left[ 1 - C(p_2) \not{k} \not{A} \right] \left[ g_{\mu\nu} - C(p) (k_\mu A_\nu - k_\nu A_\mu) - \frac{C(p)^2}{2} a^2 k_\mu k_\nu \right] \left. \right\} \\ &\quad \times v(p_2, s_2) \varepsilon^\nu(p, \lambda) e^{i(S(q,x) - S(q_1,x) - S(q_2,x))}, \end{aligned} \quad (10)$$

où

$$C(p_1) = \frac{\eta e}{2(k \cdot p_1)}, \quad C(p_2) = \frac{\eta' e}{2(k \cdot p_2)}, \quad C(p) = \frac{e}{(k \cdot p)}.$$

Transformons maintenant le terme exponentiel en introduisant le paramètre  $z$  suivant :

$$\begin{aligned} z &= \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2} \quad \text{avec} \quad \alpha_1 = -e \left( \frac{a_1 \cdot p}{k \cdot p} + \frac{\eta(a_1 \cdot p_1)}{k \cdot p_1} + \frac{\eta'(a_1 \cdot p_2)}{k \cdot p_2} \right), \\ \alpha_2 &= -e \left( \frac{a_2 \cdot p}{k \cdot p} + \frac{\eta(a_2 \cdot p_1)}{k \cdot p_1} + \frac{\eta'(a_2 \cdot p_2)}{k \cdot p_2} \right), \end{aligned} \quad (11)$$

cela donne

$$e^{i(S(q,x) - S(q_1,x) - S(q_2,x))} = e^{i(q_1 + q_2 - q) \cdot x} e^{-iz \sin(\phi - \phi_0)}, \quad (12)$$



avec  $\phi_0 = \arctan(\alpha_2/\alpha_1)$ . Par conséquent, l'élément de la matrice  $S$  devient

$$S_{fi}(W^- \rightarrow q\bar{q}') = \frac{ig V_{qq'}}{2\sqrt{2}\sqrt{8Q_2Q_1p_0V^3}} \int d^4x \bar{u}(p_1, s_1) [\Delta_\nu^0 + \Delta_\nu^1 \cos(\phi) + \Delta_\nu^2 \sin(\phi)] \times v(p_2, s_2) \varepsilon^\nu(p, \lambda) e^{i(q_1+q_2-q)\cdot x} e^{-iz \sin(\phi-\phi_0)}, \quad (13)$$

où les trois quantités  $\Delta_\nu^0$ ,  $\Delta_\nu^1$  et  $\Delta_\nu^2$  sont exprimées comme suit :

$$\begin{aligned} \Delta_\nu^0 &= \gamma^\mu (1 - \gamma^5) (g_{\mu\nu} - \frac{C(p)^2}{2} a^2 k_\mu k_\nu) + 2k_\nu a^2 \not{k} (1 - \gamma^5), \\ \Delta_\nu^1 &= -C(p_2) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \not{k} \phi_1 (g_{\mu\nu} - \frac{C(p)^2}{2} a^2 k_\mu k_\nu) + C(p_1) \phi_1 \not{k} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \\ &\quad \times (g_{\mu\nu} - \frac{C(p)^2}{2} a^2 k_\mu k_\nu) - C(p) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) (k_\mu a_{1\nu} - k_\nu a_{1\mu}), \\ \Delta_\nu^2 &= -C(p_2) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \not{k} \phi_2 (g_{\mu\nu} - \frac{C(p)^2}{2} a^2 k_\mu k_\nu) + C(p_1) \phi_2 \not{k} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \\ &\quad \times (g_{\mu\nu} - \frac{C(p)^2}{2} a^2 k_\mu k_\nu) - C(p) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) (k_\mu a_{2\nu} - k_\nu a_{2\mu}). \end{aligned} \quad (14)$$

Notons ici qu'il faut faire attention, tout au long du calcul, aux positions des indices ( $\mu$  et  $\nu$ ) qui doivent être respectées pour être contractés.

La combinaison linéaire des trois différentes quantités dans l'Eq. (13) peut être transformée par les identités bien connues impliquant les fonctions de Bessel ordinaires  $J_s(z)$  [13] :

$$\begin{bmatrix} 1 \\ \cos(\phi) \\ \sin(\phi) \end{bmatrix} \times e^{-iz \sin(\phi-\phi_0)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \begin{bmatrix} B_n(z) \\ B_{1n}(z) \\ B_{2n}(z) \end{bmatrix} e^{-in\phi}, \quad (15)$$

où

$$\begin{bmatrix} B_n(z) \\ B_{1n}(z) \\ B_{2n}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_n(z) e^{in\phi_0} \\ (J_{n+1}(z) e^{i(n+1)\phi_0} + J_{n-1}(z) e^{i(n-1)\phi_0})/2 \\ (J_{n+1}(z) e^{i(n+1)\phi_0} - J_{n-1}(z) e^{i(n-1)\phi_0})/2i \end{bmatrix}, \quad (16)$$

où  $z$  est l'argument des fonctions de Bessel défini dans l'Eq. (11) et  $n$ , leur ordre, est interprété comme le nombre de photons échangés. En utilisant ces transformations dans l'Eq. (13) et en intégrant sur  $d^4x$ , l'élément de la matrice  $S_{fi}$  devient

$$S_{fi}(W^- \rightarrow q\bar{q}') = \frac{ig V_{qq'}}{2\sqrt{2}\sqrt{8Q_2Q_1p_0V^3}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathcal{M}_{fi}^n (2\pi)^4 \delta^4(q_1 + q_2 - q - nk), \quad (17)$$

où la quantité  $\mathcal{M}_{fi}^n$  est définie par

$$\mathcal{M}_{fi}^n = \bar{u}(p_1, s_1)\Lambda_\nu^n v(p_2, s_2)\varepsilon^\nu(p, \lambda), \quad (18)$$

où

$$\Lambda_\nu^n = \Delta_\nu^0 B_n(z) + \Delta_\nu^1 B_{1n}(z) + \Delta_\nu^2 B_{2n}(z). \quad (19)$$

La largeur de désintégration du boson  $W^-$  est obtenue en multipliant le carré de l'élément de matrice  $S$  par la densité des états finaux, en faisant la somme sur les spins des quarks et des antiquarks, en faisant la moyenne sur la polarisation du boson  $W^-$ , et enfin en divisant par le temps  $T$ . On obtient

$$\Gamma(W^- \rightarrow q\bar{q}') = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \Gamma^n(W^- \rightarrow q\bar{q}'), \quad (20)$$

où  $\Gamma^n(W^- \rightarrow q\bar{q}')$  est défini par

$$\Gamma^n(W^- \rightarrow q\bar{q}') = \frac{g^2 |V_{qq'}|^2 N_c}{64 p_0} \int \frac{d^3 q_1}{(2\pi)^3 Q_1} \int \frac{d^3 q_2}{(2\pi)^3 Q_2} (2\pi)^4 \delta^4(q_1 + q_2 - q - nk) |\overline{\mathcal{M}_{fi}^n}|^2, \quad (21)$$

où  $N_c = 3$  est le nombre de couleur, et

$$|\overline{\mathcal{M}_{fi}^n}|^2 = \frac{1}{3} \sum_{\lambda} \sum_{s_1, s_2} |\mathcal{M}_{fi}^n|^2 = \frac{1}{3} \sum_{\lambda} \sum_{s_1, s_2} |\bar{u}(p_1, s_1)\Lambda_\nu^n v(p_2, s_2)\varepsilon^\nu(p, \lambda)|^2. \quad (22)$$

En effectuant l'intégration sur  $d^3 q_2$  et en utilisant  $\delta^4(q_1 + q_2 - q - nk) = \delta^3(\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 - \mathbf{q} - n\mathbf{k})\delta(Q_1 + Q_2 - Q - n\omega)$ , la largeur de désintégration  $\Gamma^n$  devient

$$\Gamma^n(W^- \rightarrow q\bar{q}') = \frac{g^2 |V_{qq'}|^2 N_c}{64 (2\pi)^2 p_0} \int \frac{d^3 q_1}{Q_1 Q_2} \delta(Q_1 + Q_2 - Q - n\omega) |\overline{\mathcal{M}_{fi}^n}|^2, \quad (23)$$

avec  $\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 - \mathbf{q} - n\mathbf{k} = 0$ . On choisit le référentiel au repos du boson  $W^-$  dans lequel  $Q = M_W^*$  et  $\mathbf{q} = 0$ , alors  $\mathbf{q}_2 = n\mathbf{k} - \mathbf{q}_1$ . Ainsi, en utilisant  $d^3 q_1 = |\mathbf{q}_1|^2 d|\mathbf{q}_1| d\Omega_q$ , on obtient

$$\Gamma^n(W^- \rightarrow q\bar{q}') = \frac{g^2 |V_{qq'}|^2 N_c}{64 (2\pi)^2 p_0} \int \frac{|\mathbf{q}_1|^2 d|\mathbf{q}_1| d\Omega_q}{Q_1 Q_2} \delta\left(\sqrt{|\mathbf{q}_1|^2 + m_q^{*2}} + \sqrt{(n\omega)^2 + |\mathbf{q}_1|^2 - 2n\omega|\mathbf{q}_1| \cos(\theta) + m_{q'}^{*2} - M_W^* - n\omega}\right) |\overline{\mathcal{M}_{fi}^n}|^2, \quad (24)$$

où  $m_q^*$  et  $m_{q'}^*$  sont, respectivement, les masses effectives des quarks  $q$  et  $q'$  données par

$$m_q^* = \sqrt{m_q^2 + (\eta e)^2 \mathcal{E}_0^2 / \omega^2}; \quad m_{q'}^* = \sqrt{m_{q'}^2 + (\eta' e)^2 \mathcal{E}_0^2 / \omega^2}. \quad (25)$$

Il apparaît donc que la masse effective est presque linéairement proportionnelle à l'intensité du champ électrique  $\mathcal{E}_0$ .

L'intégrale restante sur  $d|\mathbf{q}_1|$  peut être résolue en utilisant la formule familière suivante [10] :

$$\int dx f(x) \delta(g(x)) = \frac{f(x)}{|g'(x)|} \Big|_{g(x)=0}. \quad (26)$$

On obtient donc

$$\Gamma^n(W^- \rightarrow q\bar{q}') = \frac{g^2 |V_{qq'}|^2 N_c}{64(2\pi)^2 p_0} \int \frac{|\mathbf{q}_1|^2 d\Omega_q}{Q_1 Q_2} \frac{|\overline{\mathcal{M}}_{fi}^n|^2}{|g'(|\mathbf{q}_1|)|} \Big|_{g(|\mathbf{q}_1|)=0}, \quad (27)$$

où

$$g'(|\mathbf{q}_1|) = \frac{|\mathbf{q}_1|}{\sqrt{|\mathbf{q}_1|^2 + m_q^{*2}}} + \frac{|\mathbf{q}_1| - n\omega \cos(\theta)}{\sqrt{(n\omega)^2 + |\mathbf{q}_1|^2 - 2n\omega|\mathbf{q}_1| \cos(\theta) + m_q^{*2}}}. \quad (28)$$

La somme des spins dans le terme  $|\overline{\mathcal{M}}_{fi}^n|^2$  (Eq. (22)) peut être réduite au calcul des traces comme suit :

$$|\overline{\mathcal{M}}_{fi}^n|^2 = \frac{1}{3} \left( -g^{\mu\nu} + \frac{p^\mu p^\nu}{M_W^2} \right) \text{Tr}[(\not{p}_1 + m_q) \Lambda_\nu^n (\not{p}_2 - m_{q'}) \overline{\Lambda}_\mu^n], \quad (29)$$

où

$$\overline{\Lambda}_\mu^n = \gamma^0 \Lambda_\mu^{n\dagger} \gamma^0 = \overline{\Delta}_\mu^0 B_n^*(z) + \overline{\Delta}_\mu^1 B_{1n}^*(z) + \overline{\Delta}_\mu^2 B_{2n}^*(z), \quad (30)$$

et

$$\begin{aligned} \overline{\Delta}_\mu^0 &= \gamma^0 \Delta_0^\dagger \gamma^0 = \gamma^\nu (1 - \gamma^5) (g_{\mu\nu} - \frac{C(p)^2}{2} a^2 k_\mu k_\nu) + 2k_\mu a^2 \not{k} (1 - \gamma^5), \\ \overline{\Delta}_\mu^1 &= \gamma^0 \Delta_1^\dagger \gamma^0 = -C(p_2) \not{a}_1 \not{k} \gamma^\nu (1 - \gamma^5) (g_{\mu\nu} - \frac{C(p)^2}{2} a^2 k_\mu k_\nu) + C(p_1) \gamma^\nu (1 - \gamma^5) \not{k} \not{a}_1 \\ &\quad \times (g_{\mu\nu} - \frac{C(p)^2}{2} a^2 k_\mu k_\nu) - C(p) \gamma^\nu (1 - \gamma^5) (k_\nu a_{1\mu} - k_\mu a_{1\nu}), \\ \overline{\Delta}_\mu^2 &= \gamma^0 \Delta_2^\dagger \gamma^0 = -C(p_2) \not{a}_2 \not{k} \gamma^\nu (1 - \gamma^5) (g_{\mu\nu} - \frac{C(p)^2}{2} a^2 k_\mu k_\nu) + C(p_1) \gamma^\nu (1 - \gamma^5) \not{k} \not{a}_2 \\ &\quad \times (g_{\mu\nu} - \frac{C(p)^2}{2} a^2 k_\mu k_\nu) - C(p) \gamma^\nu (1 - \gamma^5) (k_\nu a_{2\mu} - k_\mu a_{2\nu}). \end{aligned} \quad (31)$$

Le calcul de la trace est effectué à l'aide de FeynCalc [14].

## 2.2 Durée de vie et rapports d'embranchement

Dans la section précédente, nous avons démontré l'expression théorique de largeur de désintégration hadronique en présence d'un champ EM polarisé circulairement (Eq. (27)). La quantité bien connue et très importante qui vient directement après la largeur de désintégration est la durée de vie, qui est l'inverse de la largeur totale de désintégration. Cette dernière est la somme des largeurs de désintégration leptonique et hadronique du boson  $W^-$ . En tenant compte des résultats analytiques obtenus précédemment dans l'étude de la désintégration leptonique du boson  $W^-$ , ( $W^- \rightarrow \ell^- \bar{\nu}_\ell$ ) [7], et en les combinant avec les résultats obtenus de la désintégration hadronique, nous pouvons obtenir l'expression de la durée de vie en présence d'un champ EM comme suit :

$$\tau_W = \frac{1}{\Gamma_W^{\text{tot}}}, \quad (32)$$

où

$$\Gamma_W^{\text{tot}} = \Gamma(W^- \rightarrow \text{leptons}) + \Gamma(W^- \rightarrow \text{hadrons}). \quad (33)$$

$\Gamma(W^- \rightarrow \text{leptons})$  est la largeur totale de la désintégration leptonique donnée par

$$\Gamma(W^- \rightarrow \text{leptons}) = \Gamma(W^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e) + \Gamma(W^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu) + \Gamma(W^- \rightarrow \tau^- \bar{\nu}_\tau). \quad (34)$$

Pour la largeur totale de la désintégration hadronique, on considère les deux canaux hadroniques dominants

$$\Gamma(W^- \rightarrow \text{hadrons}) = \Gamma(W^- \rightarrow \bar{u}d) + \Gamma(W^- \rightarrow \bar{c}s). \quad (35)$$

Après avoir donné la définition de la durée de vie, nous définissons les REs pour les canaux de désintégration leptonique et hadronique comme suit :

$$\text{RE}(W^- \rightarrow \text{hadrons}) = \frac{\Gamma(W^- \rightarrow \text{hadrons})}{\Gamma_W^{\text{tot}}}, \quad (36)$$

$$\text{RE}(W^- \rightarrow \text{leptons}) = \frac{\Gamma(W^- \rightarrow \text{leptons})}{\Gamma_W^{\text{tot}}}. \quad (37)$$

Leurs valeurs expérimentales en l'absence du champ laser sont les suivantes [5] :

$$\begin{aligned} \text{RE}(W^- \rightarrow \text{hadrons}) &= (67.41 \pm 0.27)\%, \\ \text{RE}(W^- \rightarrow \text{leptons}) &= (32.58 \pm 0.16)\%. \end{aligned} \quad (38)$$

## 2.3 Comparaison avec la désintégration leptonique

Dans cette section, nous souhaitons faire une comparaison entre les désintégrations leptonique et hadronique du boson  $W^-$  et donner quelques différences entre elles. Le processus de

la désintégration leptonique ( $W^- \rightarrow \ell^- \bar{\nu}_\ell$ ) contient, dans son état final, une particule électriquement neutre (antineutrino  $\bar{\nu}_\ell$ ), et donc son interaction avec le champ EM n'est pas prise en compte. Par conséquent, lorsque nous appliquons le champ EM, nous ne devons habiller que deux particules, le boson entrant  $W^-$  et le lepton final chargé  $\ell^-$ . Mais, la situation est complètement différente dans le cas de la désintégration hadronique, ( $W^- \rightarrow q\bar{q}'$ ), où toutes les particules impliquées sont chargées électriquement et donc seront toutes habillées et décrites théoriquement par les fonctions de Volkov. Le calcul dans ce dernier cas est beaucoup plus compliqué et fastidieux que dans le premier cas. En l'absence du champ laser et dans le cas où les masses des fermions sont négligées, il suffit de considérer le facteur de couleur  $N_c$  et l'élément  $V_{qq'}$  correspondant dans la matrice de mélange CKM afin de rapprocher la désintégration hadronique de la désintégration leptonique, par exemple

$$\Gamma(W^- \rightarrow \bar{u}d) \simeq 3|V_{ud}|^2 \Gamma(W^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e), \quad (39)$$

où la largeur partielle de désintégration est donnée, dans l'approximation des masses négligées, par [10]

$$\Gamma(W^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e) \simeq \frac{G_F M_W^3}{6\pi\sqrt{2}}, \quad (40)$$

où  $G_F = (1.166\ 37 \pm 0.000\ 02) \times 10^{-11}$  MeV<sup>-2</sup> est la constante de couplage de Fermi. En utilisant l'unitarité de la matrice CKM, la largeur totale de la désintégration hadronique est donnée par

$$\Gamma(W^- \rightarrow \text{hadrons}) = \Gamma(W^- \rightarrow \bar{u}d) + \Gamma(W^- \rightarrow \bar{c}s) \simeq 6\Gamma(W^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e), \quad (41)$$

où nous avons considéré la matrice CKM comme matrice d'identité ( $|V_{ud}| \simeq |V_{cs}| \simeq 1$ ). La largeur totale de désintégration de  $W^-$  est donnée par (somme des trois canaux leptoniques et des deux canaux hadroniques)

$$\Gamma_W^{\text{tot}} \simeq 9\Gamma(W^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e). \quad (42)$$

Il faut faire attention à ne pas appliquer ce fait dans le cas où le champ EM est présent.

### 3 Résultats et discussion

Dans cette section, nous allons essayer de présenter et d'analyser les résultats numériques obtenus et discuter de leur interprétation physique. Les paramètres qui caractérisent le champ laser sont l'intensité du champ électrique  $\mathcal{E}_0$  et la fréquence  $\omega$ . Dans ce qui suit, nous allons discuter de l'effet de chacun de ces deux paramètres sur la largeur totale de désintégration, la durée de vie et les rapports d'embranchement. Afin de clarifier l'importance de l'effet du

Tableau 1 – Les valeurs numériques du rapport  $R_{\text{avec/sans}}$ , défini dans l'Eq. (43), en fonction de l'intensité du champ électrique  $\mathcal{E}_0$  pour trois fréquences différentes (CO<sub>2</sub> laser :  $\hbar\omega = 0.117$  eV, Nd:YAG laser :  $\hbar\omega = 1.17$  eV et He:Ne laser :  $\hbar\omega = 2$  eV). Nous avons fait la somme, en présence du champ laser, sur le nombre de photons  $-20 \leq n \leq +20$ .

$\mathcal{E}_0$ [V/cm]	$R_{\text{avec/sans}}$		
	$\hbar\omega = 0.117$ eV	$\hbar\omega = 1.17$ eV	$\hbar\omega = 2$ eV
10	0.999963	0.999964	0.999964
10 <sup>2</sup>	0.999963	0.999964	0.999964
10 <sup>3</sup>	0.999942	0.999963	0.999964
10 <sup>4</sup>	0.8713	0.999963	0.999963
10 <sup>5</sup>	0.243064	0.999942	0.999963
10 <sup>6</sup>	0.0307884	0.8713	0.983108
10 <sup>7</sup>	0.00303762	0.243064	0.497739
10 <sup>8</sup>	0.000300683	0.0307884	0.0879964
10 <sup>9</sup>	0.0000304507	0.00303762	0.00876256
10 <sup>10</sup>	$3.04641 \times 10^{-6}$	0.000300683	0.000892935
10 <sup>11</sup>	$3.01282 \times 10^{-7}$	0.000030451	0.0000884333
10 <sup>12</sup>	$3.06297 \times 10^{-8}$	$3.04709 \times 10^{-6}$	$8.91838 \times 10^{-6}$
10 <sup>13</sup>	$3.05141 \times 10^{-9}$	$3.02022 \times 10^{-7}$	$8.85819 \times 10^{-7}$

champ laser sur la largeur totale de désintégration, on présente ici une quantité notée  $R_{\text{avec/sans}}$  et définie comme le rapport entre la largeur totale de désintégration en présence du champ laser et son équivalent en l'absence du champ laser, soit

$$R_{\text{avec/sans}} = \frac{\Gamma_W^{\text{tot}}(\text{avec laser})}{\Gamma_W^{\text{tot}}(\text{sans laser})}. \quad (43)$$

Dans le Tableau 1, on donne quelques valeurs numériques de ce rapport en fonction de l'intensité du champ électrique  $\mathcal{E}_0$  pour trois fréquences différentes (CO<sub>2</sub> laser :  $\hbar\omega = 0.117$  eV, Nd:YAG laser :  $\hbar\omega = 1.17$  eV et He:Ne laser :  $\hbar\omega = 2$  eV). Nous avons sommé sur  $-20 \leq n \leq +20$ , ce qui signifie l'émission et l'absorption du même nombre de photons (20 photons). Les intensités électriques utilisées dans cette section atteignent jusqu'à  $\mathcal{E}_0 = 10^{13}$  V/cm comme valeur approximativement équivalente à l'intensité EM maximale ( $I = 10^{22}$  W/cm<sup>2</sup>) qui a été obtenue actuellement dans la technologie des sources laser puissantes [15]. Bien que la valeur théorique maximale admissible soit de  $\mathcal{E}_0 = 10^{16}$  V/cm (limite de Schwinger), nous avons simplement fixé l'intensité électrique à  $10^{13}$  V/cm en accord avec les intensités disponibles expérimentalement dans ce domaine et pour éviter la création instantanée de paires électron-positron à partir du vide [16]. D'après le tableau 1, nous pouvons voir que les fortes intensités du champ laser ont largement contribué à la réduction de largeur totale de désintégration. Pour la dépendance en fréquence, on observe que le laser de basse fréquence affecte la

Tableau 2 – Valeurs numériques de la durée de vie modifiée par laser en fonction de l’intensité électrique pour différents nombres de photons échangés. La fréquence est  $\hbar\omega = 1.17$  eV.

$\mathcal{E}_0$ [V/cm]	Durée de vie $\tau_W$ [sec]			
	$-20 \leq n \leq +20$	$-80 \leq n \leq +80$	$-140 \leq n \leq +140$	$-200 \leq n \leq +200$
10	$3.21945 \times 10^{-25}$	$3.21945 \times 10^{-25}$	$3.21945 \times 10^{-25}$	$3.21945 \times 10^{-25}$
$10^2$	$3.21945 \times 10^{-25}$	$3.21945 \times 10^{-25}$	$3.21945 \times 10^{-25}$	$3.21945 \times 10^{-25}$
$10^3$	$3.21945 \times 10^{-25}$	$3.21945 \times 10^{-25}$	$3.21945 \times 10^{-25}$	$3.21945 \times 10^{-25}$
$10^4$	$3.21945 \times 10^{-25}$	$3.21945 \times 10^{-25}$	$3.21945 \times 10^{-25}$	$3.21945 \times 10^{-25}$
$10^5$	$3.21952 \times 10^{-25}$	$3.21945 \times 10^{-25}$	$3.21945 \times 10^{-25}$	$3.21945 \times 10^{-25}$
$10^6$	$3.69486 \times 10^{-25}$	$3.25627 \times 10^{-25}$	$3.2269 \times 10^{-25}$	$3.21945 \times 10^{-25}$
$10^7$	$1.32448 \times 10^{-24}$	$5.29587 \times 10^{-25}$	$4.15166 \times 10^{-25}$	$3.72499 \times 10^{-25}$
$10^8$	$1.04563 \times 10^{-23}$	$3.0093 \times 10^{-24}$	$1.93529 \times 10^{-24}$	$1.33097 \times 10^{-24}$
$10^9$	$1.05982 \times 10^{-22}$	$2.69836 \times 10^{-23}$	$1.53931 \times 10^{-23}$	$1.06366 \times 10^{-23}$
$10^{10}$	$1.07067 \times 10^{-21}$	$2.71445 \times 10^{-22}$	$1.55225 \times 10^{-22}$	$1.08744 \times 10^{-22}$
$10^{11}$	$1.05722 \times 10^{-20}$	$2.70465 \times 10^{-21}$	$1.5511 \times 10^{-21}$	$1.08738 \times 10^{-21}$
$10^{12}$	$1.05653 \times 10^{-19}$	$2.69545 \times 10^{-20}$	$1.54427 \times 10^{-20}$	$1.08148 \times 10^{-20}$
$10^{13}$	$1.06593 \times 10^{-18}$	$2.70132 \times 10^{-19}$	$1.54657 \times 10^{-19}$	$1.0834 \times 10^{-19}$

largeur totale plus rapidement que celui de haute fréquence. En général, l’apparition d’un effet du champ laser de haute fréquence nécessite des intensités très élevées. Ce comportement de la largeur totale se reflète entièrement dans la durée de vie, comme nous le verrons par la suite. Après avoir donné quelques détails sur l’effet du champ laser sur la largeur totale, on passe maintenant à l’étude des changements de la durée de vie en présence du champ laser. Nous avons vu que la largeur totale diminue avec l’augmentation de l’intensité du champ, et donc que la probabilité de désintégration diminue en présence du champ EM fort, ce qui donne au boson la possibilité de vivre longtemps. À l’origine, la durée de vie du boson  $W$  en l’absence du champ laser (environ  $10^{-25}$  sec) est une durée remarquablement longue pour une particule élémentaire dont la masse est supérieure à 80 GeV, mais elle est trop courte pour être mesurée directement dans une expérience. Dans le tableau 2, nous incluons les valeurs numériques des variations de la durée de vie en fonction de l’intensité du champ électrique avec l’échange de différents nombres de photons pour la fréquence laser  $\hbar\omega = 1.17$  eV. À partir de ce tableau, il apparaît que la durée de vie, à faibles champs, reste constante à sa valeur en l’absence du champ. Lorsque l’intensité du champ augmente, on remarque que la durée de vie augmente selon le nombre de photons échangés. Au fur et à mesure que le nombre de photons échangés augmente, l’influence du champ laser sur la durée de vie diminue jusqu’à disparaître lorsqu’un certain nombre de photons est atteint. En raison de nos capacités de calcul limitées, on ne peut pas faire la somme sur un grand nombre de photons pour inclure ce résultat. Le même comportement a été récemment révélé pour les durées de vie du pion et du boson  $Z$  [17, 18]. En ce qui concerne le résultat que nous avons obtenu, à savoir l’augmentation de la durée de

vie, nous l'avons interprété comme une sorte d'effet Zénon quantique [19, 20]. Cela signifie que l'application de mesures répétées bloque l'évolution du système dans le temps et le maintient au niveau fondamental. Dans notre cas, le champ EM externe joue le rôle d'un instrument de mesure. En d'autres termes, une particule instable qui est illuminée de façon continue par un champ laser intense de fréquence adéquate pour voir si elle se désintègre ne se désintègre jamais.

En plus de l'intensité du champ électrique, nous allons voir si la fréquence du champ laser a également un effet sur la durée de vie. Dans la Fig. (2), on montre les variations de la durée de vie en fonction de l'intensité du champ électrique pour trois fréquences différentes. Encore une fois, comme dans le cas de la largeur totale, nous remarquons que l'effet de laser diminue à des fréquences plus élevées. Un autre point important qui doit également être abordé est la

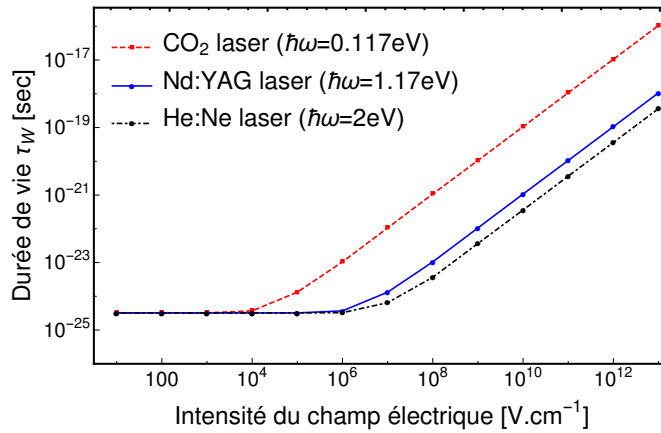


FIGURE 2 – Les variations de la durée de vie assistée par laser en fonction de l'intensité du champ électrique pour un laser  $\text{CO}_2$  ( $\hbar\omega = 0.117 \text{ eV}$ ), un Nd:YAG laser ( $\hbar\omega = 1.17 \text{ eV}$ ) et un He:Ne laser ( $\hbar\omega = 2 \text{ eV}$ ). Le nombre de photons échangés est égal à  $-20 \leq n \leq +20$ .

manière dont le champ EM peut influencer les REs et contribuer à leur renforcement ou à leur suppression. Dans la désintégration du boson  $W^-$ , nous avons deux REs dont l'un concerne le canal hadronique et l'autre le canal leptonique. Dans ce qui suit, nous présentons l'effet de l'intensité du champ électrique sur chacun de ces deux rapports. En l'absence du champ, le RE des hadrons est le plus grand de ces rapports, ce qui signifie que la désintégration du boson  $W$  en une paire de quarks est très probable par rapport à sa désintégration en d'autres paires leptoniques. Le comportement de  $\text{RE}(W^- \rightarrow \text{hadrons})$  et  $\text{RE}(W^- \rightarrow \text{leptons})$  et leurs variations en termes d'intensité électrique pour trois nombres différents de photons échangés sont présentés respectivement dans les Figs. (3) et (4). On peut voir sur ces deux figures que toutes les courbes correspondantes pour chaque nombre donné de photons échangés débutent à partir de la valeur normale de chaque RE en l'absence du champ laser ( $\sim 66\%$  dans la Fig. (3) et  $\sim 33\%$  dans la Fig. (4)), puis elles restent constantes et identiques dans la gamme d'intensités entre  $10^2$  et  $10^5 \text{ V}/\text{cm}$ . Une fois cette dernière valeur est dépassée, les courbes commencent à se désaccorder et à différer. En d'autres termes, les REs n'ont pas été affectés



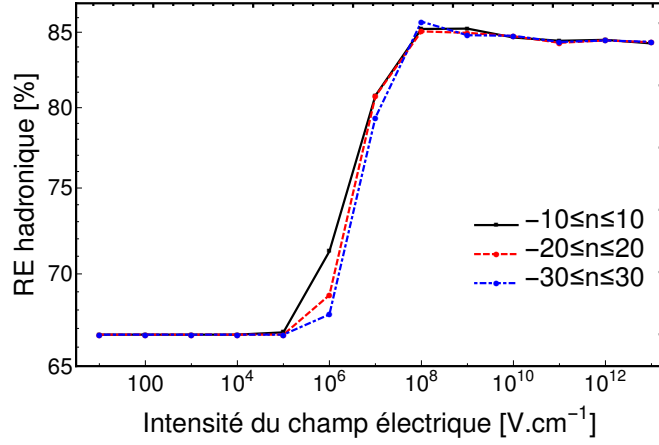


FIGURE 3 – Le comportement du rapport d'embranchement des hadrons, donné par l'Eq. (36), en fonction de l'intensité électrique pour différents nombres de photons échangés. La fréquence est  $\hbar\omega = 1.17$  eV.

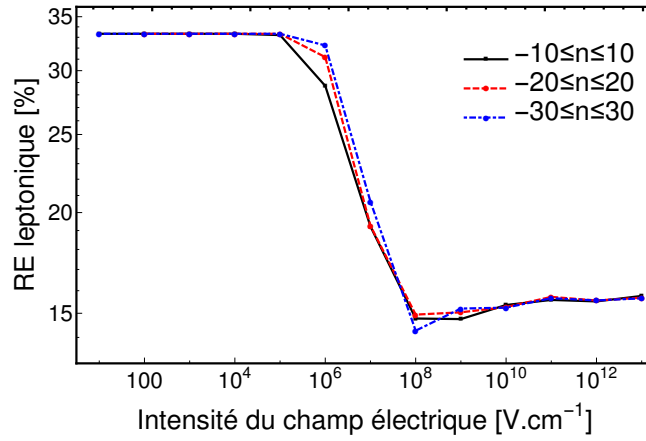


FIGURE 4 – Le comportement du rapport d'embranchement des leptons, donné par l'Eq. (37), en fonction de l'intensité électrique pour différents nombres de photons échangés. La fréquence est  $\hbar\omega = 1.17$  eV.

par le champ EM à faibles intensités ( $10^2 - 10^5$  V/cm), quel que soit le nombre de photons échangés. En dehors de cette gamme d'intensités (i.e.,  $\mathcal{E}_0 > 10^5$  V/cm), on remarque que le RE des hadrons, qui est dominant en l'absence du champ laser, augmente et celui des leptons diminue jusqu'à ce que les deux atteignent une valeur saturée ( $\sim 85\%$  dans la Fig. (3) et  $\sim 15\%$  dans la Fig. (4)) où ils sont presque stables. Cela signifie que le laser a contribué à renforcer le RE hadronique en le rendant plus dominant, tandis que le RE leptonique a été affaibli et réduit. L'augmentation du RE des hadrons a été compensée par la diminution de celui des leptons ; ce qui est normal, de sorte que la somme des deux rapports reste égale à 100%. Il est donc clair que le RE des leptons a diminué dans la même mesure que le RE des hadrons a augmenté. Théoriquement, le changement du comportement du RE est principalement dû à la différence d'espace de phase des particules finales dans les deux canaux de désintégration. Le canal de désintégration hadronique semble être plus stable grâce au réservoir d'énergie fourni

Tableau 3 – Valeurs numériques des largeurs de désintégration leptonique (34) et hadronique (35) en fonction de l’intensité électrique  $\mathcal{E}_0$  pour un nombre de photons échangés  $-20 \leq n \leq +20$ . La fréquence est  $\hbar\omega = 1.17$  eV.

$\mathcal{E}_0$ [V/cm]	$\Gamma(W^- \rightarrow \text{leptons})$ [GeV]	$\Gamma(W^- \rightarrow \text{hadrons})$ [GeV]
10	0.681497	1.36299
$10^2$	0.681497	1.36299
$10^3$	0.681497	1.36299
$10^4$	0.681497	1.36299
$10^5$	0.681454	1.36299
$10^6$	0.555517	1.22591
$10^7$	0.095728	0.401231
$10^8$	0.00940642	0.0535423

Tableau 4 – Valeurs numériques du carré des fonctions de Bessel  $J_n^2(z)$  et  $J_{n+1}^2(z)$  sommées sur différents nombres de photons échangés  $n$  pour différentes intensités  $\mathcal{E}_0$ . La fréquence du champ laser est  $\hbar\omega = 1.17$  eV.

$\mathcal{E}_0$ [V/cm]	$-10 \leq n \leq +10$		$-20 \leq n \leq +20$		$-30 \leq n \leq +30$	
	$J_n^2(z)$	$J_{n+1}^2(z)$	$J_n^2(z)$	$J_{n+1}^2(z)$	$J_n^2(z)$	$J_{n+1}^2(z)$
10	1	1	1	1	1	1
$10^2$	1	1	1	1	1	1
$10^3$	1	1	1	1	1	1
$10^4$	1	1	1	1	1	1
$10^5$	1	1	1	1	1	1
$10^6$	0.999326	0.997721	1	1	1	1
$10^7$	0.0884456	0.0876473	0.176802	0.170476	0.267065	0.258847
$10^8$	0.00861296	0.00893359	0.0168299	0.0174297	0.0250733	0.0259046

par le champ EM. D’après le tableau 3, on note que les deux largeurs hadronique et leptonique diminuent avec l’intensité électrique, mais la largeur hadronique reste toujours supérieure à la largeur leptonique, ce qui explique le comportement des REs montrés dans les Figs. (3) et (4). Pour plus de clarté, le lecteur peut se demander pourquoi  $\mathcal{E}_0 = 10^6$  V/cm est une valeur critique à partir de laquelle l’effet significatif du champ laser apparaît. On peut répondre à cette question en consultant les valeurs numériques des fonctions de Bessel  $J_n^2(z)$  et  $J_{n+1}^2(z)$  présentées dans le tableau 4. Une analyse de l’expression de l’amplitude au carré  $|\overline{\mathcal{M}}_{fi}^n|^2$  dans l’Eq. (33) montre que l’intensité électrique  $\mathcal{E}_0$  et la fréquence  $\omega$  sont impliquées dans la détermination du comportement de largeur de désintégration par le biais de l’argument de la fonction de Bessel  $z \propto \mathcal{E}_0/\omega^2$  défini dans l’Eq. (11). Une grande partie du comportement des trois grandeurs mesurables étudiées ici, comme les oscillations et les chutes ou pics abrupts,

est due à l'introduction des fonctions de Bessel tout au long du calcul théorique. D'après le tableau 4, il apparaît que les deux fonctions de Bessel, sommées sur le nombre de photons  $n$ , prennent une valeur constante (e.g.,  $\sum_{n=-10}^{10} J_n^2(z) = \sum_{n=-10}^{10} J_{n+1}^2(z) = 1$ ) dans l'intervalle des faibles intensités de champ. Ensuite, lorsque l'intensité augmente, elles commencent à changer en fonction du nombre de photons échangés. Cependant, lorsque le nombre de photons augmente, l'effet de l'intensité sur ces fonctions disparaît progressivement. De plus, il est clairement affiché que  $10^6$  V/cm est la valeur seuil de l'intensité électrique à laquelle le laser de fréquence  $\hbar\omega = 1.17$  eV commence à avoir un effet. Pour éviter toute ambiguïté, on mentionne ici que les valeurs listées dans le tableau 4 n'impliquent pas que les propriétés des fonctions de Bessel soient les seules responsables des changements dans les quantités étudiées, mais qu'elles font partie d'autres paramètres tels que la masse effective et l'énergie-impulsion supplémentaire fournie par le champ laser.

## 4 Conclusion

À la suite des travaux de Mouslih *et al.* [7], qui ont étudié la désintégration leptonique du boson  $W^-$  ( $W^- \rightarrow \ell^- \bar{\nu}_\ell$ ) en présence d'un champ EM polarisé circulairement, nous nous sommes concentrés dans ce chapitre sur la désintégration hadronique assistée par laser du boson  $W^-$  ( $W^- \rightarrow q\bar{q}'$ ) afin de mettre en évidence l'effet d'un champ laser puissant sur la largeur totale de désintégration et la durée de vie ainsi que sur les rapports d'embranchement. En combinant les résultats présentés ici avec ceux obtenus précédemment, nous avons constaté que le laser a considérablement prolongé la durée de vie du boson  $W^-$  en réduisant largement sa largeur totale de désintégration. Un autre résultat intéressant obtenu dans cette étude est que le laser a augmenté le RE des hadrons de sa valeur normale de 67% à environ 85%, entraînant une diminution de celui des leptons dans la même mesure. De plus, nous soulignons que des canaux de désintégration très rares qui n'ont pas été considérés dans ce travail sont encore négligés et n'ont pas de contribution significative à la largeur totale de désintégration même en présence du champ laser.

- [1] C. Rubbia, *Rev. Mod. Phys.* **57**, 699 (1985).
- [2] UA1 Collaboration, *Phys. Lett.* **122B**, 103 (1983); **126B**, 398 (1983).
- [3] UA2 Collaboration, *Phys. Lett.* **122B**, 476 (1983); **129B**, 130 (1983).
- [4] S. L. Glashow, *Rev. Mod. Phys.* **52**, 539 (1980); S. Weinberg, *Rev. Mod. Phys.* **52**, 515 (1980); A. Salam, *Rev. Mod. Phys.* **52**, 525 (1980).
- [5] P. A. Zyla *et al.* (Particle Data Group), *Prog. Theor. Exp. Phys.* **2020**, 083C01 (2020).
- [6] R. M. Barnett, K. S. Lackner and H. E. Haber, *Phys. Rev. Lett.* **51**, 176 (1983); R. M. Barnett and H. E. Haber, *Phys. Rev. D* **31**, 85 (1985).
- [7] S. Mouslih, M. Jakha, I. Dahir, S. Taj, B. Manaut and E. Siher, *Phys. Scr.* **97**, 045306 (2022).
- [8] A. V. Kurilin, *Phys. Atom. Nucl.* **67**, 2095 (2004).
- [9] I. A. Obukhov, V. K. Perez-Fernandez and V. R. Khalilov, *Russ. Phys. J.* **30**, 383 (1987).
- [10] W. Greiner and B. Müller, *Gauge Theory of Weak Interactions*, 3rd ed. (Springer, Berlin, 2000).
- [11] A. V. Kurilin, *Nuovo Cimento Soc. Ital. Fiz.* **112D**, 977 (1999); I. A. Obukhov, V. K. Perez-Fernandez and V. R. Khalilov, *Russ. Phys. J.* **26**, 1117 (1984).
- [12] D. M. Volkov, *Z. Phys.* **94**, 250 (1935).
- [13] V. B. Berestetskii, E. M. Lifshitz and L. P. Pitaevskii, *Quantum Electrodynamics*, 2nd ed. (Butterworth-Heinemann, Oxford, 1982).
- [14] V. Shtabovenko, R. Mertig and F. Orellana, *Comput. Phys. Commun.* **256**, 107478 (2020).
- [15] S.-W. Bahk *et al.*, *Opt. Lett.* **29**, 2837 (2004).
- [16] E. Brezin and C. Itzykson, *Phys. Rev. D* **2**, 1191 (1970); N. B. Narozhny and A. I. Nikishov, *Sov. Phys. JETP* **38**, 427 (1974); V. S. Popov, *J. Exp. Theor. Phys.* **94**, 1057 (2002).
- [17] S. Mouslih, M. Jakha, S. Taj, B. Manaut and E. Siher, *Phys. Rev. D* **102**, 073006 (2020).
- [18] M. Jakha, S. Mouslih, S. Taj and B. Manaut, *Laser Phys. Lett.* **18**, 016002 (2021).
- [19] E. Mihokova, S. Pascazio and L. S. Schulman, *Phys. Rev. A* **56**, 25 (1997).
- [20] A. D. Panov, *Phys. Lett. A* **281**, 9 (2001).

## CONCLUSION DE PARTIE I

Dans cette première partie, nous avons étudié théoriquement les processus de désintégration des bosons  $W^-$  et  $Z^0$  assistés par un champ laser polarisé circulairement dans le cadre de la théorie électrofaible. Les trois quantités importantes sur lesquelles nous avons analysé l'effet du champ laser sont la largeur de désintégration, la durée de vie et le rapport d'embranchement. Comme résultats, nous avons trouvé que le champ laser a provoqué la diminution de la largeur de désintégration, ce qui a rendu la durée de vie plus longue, car cette dernière est inversement proportionnelle à la largeur de désintégration. Les rapports d'embranchement sont également modifiés, que ce soit par augmentation ou par diminution, en présence du champ laser. D'autre part, en utilisant une polarisation différente, l'effet du champ laser sur la durée de vie du muon a été étudié par Liu *et al.* en immergeant le muon dans un champ EM fort et polarisé linéairement [1]. Ils ont constaté que la durée de vie des muons diminue et devient plus courte (plus précisément de sa valeur normale de  $2.2 \times 10^{-6}$  sec à une valeur inférieure à  $5 \times 10^{-7}$  sec). Contrairement aux résultats que nous avons obtenus, que ce soit ici ou dans le cas du pion [2], où nous avons utilisé un champ laser polarisé circulairement et constaté que la durée de vie est plus longue. Ainsi, on ne peut nier que la polarisation du champ laser joue un rôle important dans le contraste des résultats. On peut dire la même chose à propos des différents changements qui peuvent se produire dans la section efficace différentielle dans les processus de diffusion assistés par laser [3–5] pour différentes polarisations du champ laser. Cependant, cette différence du comportement de la durée de vie dans les deux cas de polarisation peut être largement acceptée en référence à l'effet Zénon quantique [6, 7] ou à l'effet anti-Zénon quantique [8, 9], selon que la désintégration est décélérée ou accélérée.

Ces résultats obtenus, particulièrement en ce qui concerne les rapports d'embranchement, sont très importants et nécessitent une investigation expérimentale pour les confirmer afin de répondre aux besoins de la communauté scientifique dans le futur en parallèle avec le développement remarquable de la technologie laser.

Ces résultats illustrent clairement comment un champ EM externe pourrait modifier fonda-

mentalement les propriétés standards des processus quantiques dans le vide et servir à explorer une nouvelle physique et à générer un certain nombre de phénomènes non triviaux.

Néanmoins, ces résultats restent purement théoriques et ils nécessitent une investigation expérimentale dans le future proche.

- [1] A.-H. Liu, S.-M. Li and J. Berakdar, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 251803 (2007).
- [2] S. Mouslih, M. Jakha, S. Taj, B. Manaut and E. Siher, *Phys. Rev. D* **102**, 073006 (2020).
- [3] I. Dahiri, M. Jakha, S. Mouslih, B. Manaut and S. Taj, *Laser Phys. Lett.* **18**, 096001 (2021).
- [4] A.-H. Liu and S.-M. Li, *Phys. Rev. A* **90**, 055403 (2014).
- [5] N. Wang, L. Jiao and A. Liu, *Chin. Phys. B* **28**, 093402 (2019).
- [6] E. Mihokova, S. Pascazio and L. S. Schulman, *Phys. Rev. A* **56**, 25 (1997).
- [7] A. D. Panov, *Phys. Lett. A* **281**, 9 (2001).
- [8] A. G. Kofman and G. Kurizki, *Nature* **405**, 546 (2000).
- [9] M. C. Fischer, B. Gutiérrez-Medina and M. G. Raizen, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 040402 (2001).

## Deuxième partie

Étude théorique relativiste de l'ionisation  
de l'atome d'hydrogène H(2S) par impact  
d'électrons en l'absence et en présence  
d'un champ laser



La théorie de la diffusion consiste à étudier la collision entre deux ou plusieurs particules [1]. Généralement, l'étude des collisions est très importante en physique des particules. En effet, la découverte du monde quantique et la connaissance des propriétés fondamentales des particules se sont faites en étudiant des processus de collision et en se servant de plusieurs expériences en physique. Les expériences de diffusion sont les outils de recherche les plus efficaces qui nous permettent d'étudier les interactions entre les particules et de sonder la structure de la matière. C'est grâce à elles que nous recueillons de nombreuses informations sur le monde physique. Parmi les premières expériences est celle du physicien de Nouvelle-Zélande Ernest Rutherford, en année 1909 [2]. Le but de cette expérience était la reformulation du modèle atomique de Thomson. À l'aide d'un modèle théorique de diffusion fondé sur une collision élastique entre deux particules chargées repoussées par une force électrique et d'une expérience réalisée par ses étudiants Hans Geiger et Ernest Marsden, Rutherford démontra qu'un atome était constitué d'un petit noyau de charges positives entouré d'un nuage de charges négatives dont la masse de l'atome était essentiellement située dans le noyau. L'expérience menée à l'accélérateur SLAC (Stanford Linear Accelerator Collider) par Jerome Friedman, Henry Kendall et Richard Taylor [3], a permis de démontrer en 1968 la présence de structures ponctuelles chargées (quarks et gluons) à l'intérieur du proton, ainsi que l'expliquera quelques années plus tard la théorie de la chromodynamique quantique. Plus récemment, en année 2012, les physiciens des particules ont annoncé la découverte tant attendue du Boson de Higgs dans les processus de collision de deux faisceaux de protons au LHC (Large Hadron Collider) [4, 5].

La physique atomique est une partie de la physique qui s'occupe de la compréhension de la structure des atomes et des molécules, elle s'intéresse aux processus et propriétés physiques et chimiques à l'échelle microscopique, ainsi qu'à l'interaction avec le rayonnement électromagnétique (EM).

Historiquement, cette discipline est à l'origine de la physique quantique, elle a joué un rôle absolument déterminant dans la physique de tout le 20ème siècle. De nos jours, cette discipline

couvre un champ très vaste et ses développements se trouvent dispersés dans de nombreuses spécialités. Ces applications en sciences fondamentales et appliquées sont innombrables. Nous citons par exemple, l'électronique quantique (e.g., les lasers et leurs applications), l'exploration des milieux hostiles ou lointains au moyen du rayonnement émis, absorbé et diffusé, la résonance magnétique nucléaire (RMN) et applications à l'analyse chimique et à l'imagerie, les horloges atomiques et GPS . . .

L'étude théorique de la diffusion des atomes ou des molécules par l'impact des particules chargées représente l'un des domaines les plus importants de la physique des collisions. L'analyse des informations qu'apportent ces études joue un rôle essentiel pour la compréhension de nombreux phénomènes naturels dans plusieurs domaines de la physique, tels que la biophysique, la physique des plasmas et l'astrophysique.

L'ionisation des atomes par impact d'électrons est l'un des processus de base de la physique atomique. Elle correspond à l'arrachement d'un ou plusieurs électrons de la cible en raison de la collision entre celle-ci et un électron. Nous pouvons distinguer différents types d'ionisation, il y a une ionisation simple, appelée processus  $(e, 2e)$ , qui se produit lorsque l'ion résultant quitte la région de collision avec une seule charge positive ; nous pouvons également avoir une ionisation multiple où plusieurs électrons du cortège électronique sont éjectés et l'ion peut avoir plusieurs charges positives. L'ionisation par impact électronique de systèmes atomiques, ioniques ou moléculaires est l'un des processus importants de la physique collisionnelle, notamment pour l'étude de la structure de la matière. Elle trouve également son application dans divers domaines tels que l'astrophysique et la physique des plasmas [6]. En particulier, l'ionisation simple par impact électronique s'est révélée être un outil puissant pour étudier la structure des atomes et leur dynamique. L'ionisation des atomes d'hydrogène par impact électronique est le processus d'ionisation fondamental le plus simple.

L'atome d'hydrogène est une cible idéale en raison de ses fonctions d'onde connues analytiquement, mais c'est une cible particulièrement difficile à exploiter au niveau expérimental. Comme l'atome d'hydrogène, l'hélium est un atome cible avantageux car sa structure électronique est suffisamment simple pour être manipulée théoriquement et peut facilement être préparée comme atome cible dans les expériences de collision [7].

Dans cette deuxième partie, cependant, nous allons traiter seulement le cas d'une ionisation simple de l'atome d'hydrogène à partir de son état métastable  $2S$  en l'absence et en présence du champ laser, lorsqu'il est bombardé par un électron d'énergie  $E_i$  supérieure au potentiel d'ionisation.

Ces dernières années, une grande attention a été accordée aux aspects expérimentaux et théoriques des processus de collision impliquant des atomes métastables. Ceci est principalement dû au fait que les atomes dans les états métastables possèdent certaines propriétés telles que de longues durées de vie, la capacité de transmettre de grandes quantités d'énergie [8], de faibles potentiels d'excitation et d'ionisation et, par conséquent, de très grandes sections

efficaces. Du point de vue des collisions, l'ionisation des atomes métastables est très importante pour comprendre les mécanismes qui se produisent dans les plasmas astrophysiques et de fusion et dans les systèmes partiellement ionisés ; elle joue également un rôle majeur dans le phénomène de décharge des gaz. En outre, les états métastables des atomes revêtent aujourd'hui une importance croissante dans de nombreux domaines de recherche, par exemple la physique atomique froide, en particulier la condensation de Bose-Einstein, la nanolithographie et la physique des lasers [9].

La quantité importante qui compte beaucoup dans les processus d'ionisation est la section efficace différentielle triple (SED $T$ ) qui est liée à la probabilité d'interaction et qui contient toute l'information sur le processus concerné.

Il existe actuellement de nombreux modèles théoriques permettant de calculer les sections efficaces de l'ionisation des atomes d'hydrogène à l'état fondamental et métastable à différentes énergies cinétiques incidentes et dans différentes conditions cinématiques.

Malheureusement, l'ionisation à partir d'états métastables n'a pas été étudiée dans la même mesure, surtout dans le régime relativiste, que l'ionisation à partir de l'état fondamental ; et ceci est principalement dû au manque d'études expérimentales sur ce type d'ionisation. L'étude de l'ionisation des atomes d'hydrogène à partir d'états métastables par des particules chargées est désormais tout aussi intéressante et les résultats expérimentaux seront bientôt disponibles dans ce domaine. En particulier, la SED $T$  pour le processus  $(e, 2e)$  a été largement étudiée pour l'atome d'hydrogène à l'état fondamental, que ce soit au niveau théorique [10–17] ou expérimental [18–20], tandis que pour l'ionisation à partir de l'état métastable, aucune mesure de SED $T$  n'est encore disponible dans la littérature, bien que la section efficace totale (SET) ait été mesurée beaucoup plus tôt [21, 22]. Cependant, au niveau théorique, de nombreux calculs ont été effectués sur la SED $T$  de l'atome d'hydrogène métastable  $H(2S)$  par impact électronique [23–29], et des différences significatives ont été observées dans les structures de SED $T$  par rapport à celle de l'ionisation de l'état fondamental. De plus, la SED $T$  dans la première approximation de Born pour l'ionisation d'atomes d'hydrogène métastables à l'état  $3S$  par des électrons dans une géométrie coplanaire a été calculée par Dhar *et al.* dans [30], et en tenant compte de l'effet d'échange par Noor *et al.* dans [31]. Tous ces calculs théoriques disponibles dans la littérature à ce jour ont été effectués dans le cadre de la géométrie asymétrique et à basses énergies. Les sections efficaces totales et différentielles pour l'ionisation par impact électronique des ions hydrogénoïdes ont été calculées suivant une approche relativiste par [32]. Une expression générale pour la SED $T$  théorique de l'ionisation des atomes par impact électronique a été donnée très tôt par Huang dans [33].

Cette deuxième partie, comme la première, contient également trois chapitres. Le premier contient les éléments théoriques de base nécessaires pour l'étude des réactions  $(e, 2e)$ . Dans le deuxième chapitre, nous présenterons une étude théorique de l'ionisation relativiste de l'atome d'hydrogène à partir de son état métastable ( $2S$ ) en l'absence d'un champ laser. Cette étude

et ses résultats sont publiés dans *Chinese Journal of Physics* [34]. Dans le troisième chapitre, nous étudions le même processus en présence d'un champ laser polarisé circulairement. L'article scientifique de ce dernier chapitre est en cours de préparation.

Les unités atomiques  $\hbar = m_e = e = 1$ , où  $m_e$  et  $e$  sont respectivement la masse et la charge de l'électron, sont utilisées tout au long de cette deuxième partie.

- [1] R. G. Newton, *Scattering Theory of Waves and Particles*, 2nd edition, Springer-Verlag New York, 1982.
- [2] E. Rutherford, *Philos. Mag.* **21**, 669 (1911).
- [3] R. E. Taylor, *Rev. Mod. Phys.* **63**, 573 (1991).
- [4] S. Chatrchyan *et al.* (CMS Collaboration), *Phys. Lett. B* **716**, 30 (2012).
- [5] G. Aad *et al.* (ATLAS collaboration), *Phys. Lett. B* **716**, 1 (2012).
- [6] R. Dhawan and H. K. Malik, *Chin. J. Phys.* **66**, 560 (2020).
- [7] M. K. Pandey, Y.-C. Lin and Y. K. Ho, *Chin. J. Phys.* **54**, 175 (2016) ; **51**, 1192 (2013).
- [8] S. Trajmer and J. C. Nickel, *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **30**, 45 (1992).
- [9] S. Ghosh Deb, A. Biswas and C. Sinha, *J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys.* **44**, 215201 (2011).
- [10] C. M. DeMars, S. J. Ward, J. Colgan, S. Amami and D. H. Madison, *Atoms* **8**, 26 (2020).
- [11] Y. Attaourti, S. Taj and B. Manaut, *Phys. Rev. A* **71**, 062705 (2005).
- [12] Y. Attaourti and S. Taj, *Phys. Rev. A* **69**, 063411 (2004).
- [13] W. Nakel and C. T. Whelan, *Phys. Rep.* **315**, 409 (1999).
- [14] M. Brauner and J. S. Briggs, *J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys.* **19**, L325 (1986) ; **24**, 2227 (1991).
- [15] J. Berakder and H. Klar, *J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys.* **26**, 3891 (1993).
- [16] A. Kover and G. Laricchia, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 5309 (1998).
- [17] C. Arcidiacono, A. Kover and G. Laricchia, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 223202 (2005).
- [18] M. Dorr, *et al.*, *Phys. Rev. A* **77**, 032717 (2008).
- [19] A. Dorn, M. Dorr, B. Najjari, N. Haag, C. Dimopoulou, D. Nandi and J. Ullrich, *J. Electron Spectrosc.* **161**, 2 (2007).

- [20] X. Ren, A. Dorn and J. Ullrich, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 093201 (2008).
- [21] A. J. Dixon, A. Von Engel and M. F. A. Harrison, *Proc. R. Soc. Lond. A.* **343**, 333 (1975).
- [22] P. Defrance, W. Clays, A. Cornet and G. Poulaert, *J. Phys. B : At. Mol. Phys.* **14**, 111 (1981).
- [23] H. Hafid, B. Joulakian and C. Dal Cappello, *J. Phys. B* **26**, 3415 (1993).
- [24] S. Vucic, R. M. Potvliege and C. J. Joachain, *Phys. Rev. A* **35**, 1446 (1987)
- [25] M. Brauner, J. S. Briggs and H. Klar, *J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys.* **22**, 2265 (1989).
- [26] S. Dhar, *Aust. J. Phys.* **49**, 937 (1996).
- [27] J. N. Das and S. Dhar, *Pramana J. Phys.* **47**, 263 (1996).
- [28] R. Biswas and C. Sinha, *Nuovo Cimento D* **16**, 571 (1994).
- [29] H. Ray and A. C. Roy, *J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys.* **21**, 3243 (1988).
- [30] S. Dhar, T. Noor and F.S. Chowdhury, *Am. J. Mod. Phys.* **4**, 261 (2015).
- [31] T. Noor and S. Dhar, *Open J. Microphys.* **7**, 53 (2017).
- [32] H.-C. Kao, T.-Y. Kuo, H.-P. Yen, C.-M. Wei and K.-N. Huang, *Phys. Rev. A* **45**, 4646 (1992).
- [33] K.-N. Huang, *Phys. Rev. A* **28**, 1869 (1983).
- [34] M. Jakha, S. Mouslih, S. Taj, B. Manaut, M. El Idrissi, E. Hrouer and E. Siher, *Chin. J. Phys.* **77**, 1048 (2022).

## CHAPITRE II.1

# ÉLÉMENTS THÉORIQUES DE RÉACTION (E, 2E)

Dans ce chapitre, nous présentons les outils théoriques de base nécessaires pour l'étude des processus d'ionisation par impact électronique, appelés réactions (e, 2e).

## 1 Système d'unités atomiques

Pour simplifier les expressions des quantités physiques tout au long de cette partie, on va utiliser les unités atomiques (u.a). Ces unités réduisent la masse  $m_e$  et la charge de l'électron ainsi que la constante réduite de Planck ( $\hbar = h/2\pi$ ) et la constante de Coulomb à l'unité :

$$\hbar = m_e = e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 1, \quad (1)$$

où  $\epsilon_0$  est la permittivité du vide. Avec cette définition, on peut construire des quantités dont la valeur est égale à 1 et qui possèdent la dimension physique de grandeurs fondamentales. On obtient donc une unité atomique de la distance égale au rayon de Bohr  $a_0$  ( $a_0 = \hbar/m_e\alpha c$ ) qui est le rayon de la première orbite de l'atome d'hydrogène et une unité atomique de l'énergie (énergie de Hartree,  $E_H = \alpha^2 m_e c^2$ ), avec  $\alpha$  est la constante de structure fine sans dimension définie par :

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \sim \frac{1}{137.036}, \quad (2)$$

ce qui donne pour la vitesse de la lumière dans le vide  $c$  :

$$c \simeq 137.036 \text{ u.a.} \quad (3)$$

Ainsi, l'unité atomique de mesure de l'énergie est :  $1 \text{ u.a.} = 27.2116 \text{ eV}$ . De même, on peut donner une unité atomique de l'intensité, du champ électrique et de la fréquence :

Pour l'intensité :

$$I = \frac{E_H^2}{\hbar a_0^2} = 1 \text{ u.a.} \simeq 3.5 \times 10^{16} \text{ W/cm}^2. \quad (4)$$

Pour le champ électrique :

$$\mathcal{E}_0 = \frac{E_H}{ea_0} = 1 \text{ u.a.} \simeq 0.5 \times 10^9 \text{ V/cm}. \quad (5)$$

Pour la fréquence :

$$\omega = \frac{E_H}{\hbar}. \quad (6)$$

## 2 Collision

Les interactions entre les particules sont étudiées par des expériences de diffusion dans lesquelles un faisceau de particules bien défini peut interagir avec une cible et les produits de la diffusion sont détectés et mesurés par des détecteurs situés à une distance macroscopique de la cible. Lors d'une collision électronique, un faisceau d'électrons monocinétiques heurte les électrons d'une cible atomique ou moléculaire. Durant ce processus, trois types de collision peuvent se produire [1] :

1. **Collision élastique** : les deux particules initiales sont simplement dispersées sans modification de leur structure interne :



2. **Collision inélastique** : les deux particules initiales subissent un changement de leur état quantique interne qui se traduit par une excitation des particules initiales au cours du processus de diffusion :



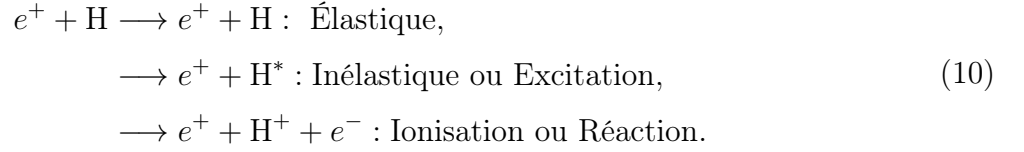
3. **Réaction** : le système composite initial ( $A+B$ ) se divise en deux particules qui diffèrent de  $A$  et  $B$  :



Pour illustrer ces différents types de processus de collision, considérons un positron  $e^+$  incident, avec une énergie supérieure au potentiel d'ionisation, sur un atome d'hydrogène dans son état



fondamental. Les processus qui peuvent se produire sont les suivants :

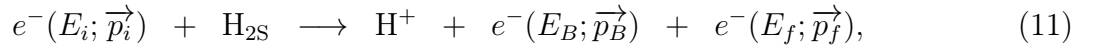


Dans ce travail, nous nous intéressons uniquement aux processus d'ionisation et en particulier, au processus d'ionisation de l'atome d'hydrogène à partir de son état métastable 2S.

### 3 Processus (e, 2e)

Ce processus consiste à envoyer à la cible atomique (e.g., H dans son état métastable 2S) un électron appartenant à un faisceau électronique mono-énergétique. Dans la voie de sortie, on a l'émission de deux électrons. Dans ce processus, il y a une ionisation directe d'un seul électron où la plupart de l'énergie de l'électron incident est transférée à l'électron éjecté de la cible. Il est d'usage de considérer l'électron le plus rapide comme étant le diffusé, et l'électron le plus lent comme étant l'éjecté.

D'une façon générale, les processus d'ionisation simple d'un atome H(2S) par impact électronique peuvent être représentés comme suit :



où  $\text{H}_{2\text{S}}$  désigne la cible et  $\text{H}^+$  l'ion résiduel. Les indices  $i$ ,  $f$  et  $B$  dans les impulsions  $\vec{p}$  et les énergies cinétiques ( $E = \vec{p}^2/2$ ) font références aux électrons incident, diffusé et éjecté respectivement. Ainsi, la condition de conservation d'énergie donne :

$$E_i = E_f + E_B + E_I,
 \tag{12}$$

avec  $E_I = -3.4$  eV est l'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène de son état 2S. La condition de conservation d'impulsion donne :

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f + \vec{p}_B.
 \tag{13}$$

Au moment de la collision, une partie d'impulsion du projectile est transférée à la cible :

$$\vec{\Delta} = \vec{p}_i - \vec{p}_f.
 \tag{14}$$

Cette quantité est connue par le transfert d'impulsion, ou précisément l'impulsion perdue par l'électron rapide (diffusé). Dans le cas de la crête de Bethe, il n'y a pas de recul et toute

l'impulsion sera transférée au seul électron éjecté  $\vec{\Delta} = \vec{p}_B$ .

## 4 Section efficace différentielle d'ionisation

En général, la section efficace est une mesure de la probabilité d'un processus de diffusion. Dans un processus classique (e.g., la lumière qui éclaire un objet), elle correspond à la surface perpendiculaire au flux des projectiles qui décrit la zone d'interaction autour de la cible. Cependant, même si cette analogie est parfois utile, la section efficace est plutôt identifiable à la probabilité de diffusion et ne doit pas être confondue avec la vraie zone d'interaction, c'est-à-dire l'endroit physique où l'interaction est ressentie. Donc, si l'interaction entre les particules est plus importante, la section efficace augmente et la probabilité de diffusion en est d'autant plus élevée [2]. L'unité de section efficace couramment utilisée au niveau subatomique est le *barn* défini comme suit :

$$1 \text{ barn} = 10^{-24} \text{ cm}^2 = 10^{-28} \text{ m}^2. \quad (15)$$

Les collisions à hautes énergies ont des sections efficaces de l'ordre du *picobarn* (1 *pbarn* =  $10^{-12}$  *barn* =  $10^{-40}$   $\text{m}^2$ ) ou du *femtobarn* (1 *fbarn* =  $10^{-15}$  *barn* =  $10^{-43}$   $\text{m}^2$ ).

Les résultats obtenus lors d'une expérience (e, 2e) sont représentés en termes de section efficace. Cette quantité donne une mesure de la probabilité qu'un certain type de réaction se produise. En réalité, lors d'une réaction, seule une fraction des particules émises est mesurée, la détection étant limitée à une fenêtre spatiale  $\Delta\Omega$  et une fenêtre énergétique  $\Delta E$ . Les sections efficaces observées sont donc différentielles en énergie et/ou en angle pour les électrons incident et/ou émis.

La section efficace totale décrit la réaction globale, elle tient compte de toutes les particules sortantes à travers un angle solide  $\Omega$ , puis intégrées sur tout l'espace.

Les sections efficaces différentielles donnent plus d'informations que celles totales puisque elles sont dépendantes de l'énergie des particules et/ou de la direction dans laquelle ces particules sont éjectées et/ou diffusées.

### 4.1 Section efficace différentielle triple

La section efficace différentielle triple (SEDТ) mesure la probabilité pour qu'un électron incident d'énergie  $E_i$  entre en collision avec la cible atomique. L'électron diffusé et l'électron éjecté sont détectés en coïncidence dans l'état final avec des énergies  $E_f$  et  $E_B$ , respectivement,

qui sont proches et dans la direction  $\Omega_f$  et  $\Omega_B$ . On la note :

$$\sigma^{(3)} = \frac{d^3\sigma}{dE_B d\Omega_B d\Omega_f}. \quad (16)$$

La SEDT fournit une description plus détaillée du processus d'ionisation simple. Elle est dite complètement différentielle puisqu'elle fait intervenir tous les paramètres cinématiques entrant en jeu, à savoir les énergies  $E_i$ ,  $E_f$  et  $E_B$  ainsi que les angles solides  $\Omega_B$  et  $\Omega_f$ .

## 5 Première approximation de Born

L'ordre correspondant à la série de Born représente le nombre d'interactions de la particule incidente avec la cible. Pour Born 1 une seule interaction, deux fois pour Born 2 ... etc. Alors la première approximation de Born consiste à retenir que le premier terme du développement en négligeant la contribution des termes d'ordre supérieur. Cette approche développée par Born [3] est l'une des approximations les plus utilisées pour le calcul des sections efficaces, elle joue un rôle dominant dans l'étude des collisions atomiques. Dans cette approximation, on suppose que le potentiel diffuseur décrivant l'interaction coulombienne du projectile avec la cible est petit devant l'énergie totale de la cible ainsi que celle de l'électron incident ; il peut par conséquent être considéré comme une perturbation. Dans cette approximation, les particules incidentes et diffusées sont représentées par des ondes planes.

L'amplitude de diffusion devient en vertu de ce développement :

$$f_{bn} = \sum_{j=1}^n \widetilde{f}_{bj}, \quad (17)$$

où

$$\widetilde{f}_{bj} = -2\pi^2 \langle \phi_f | V | \phi_{j-1} \rangle, \quad j \geq 1 \quad (18)$$

représente la  $j$ ième approximation de Born.

Pour la première valeur de  $j$  par exemple, on aura :

$$f_{b1} = \widetilde{f}_{b1} = -2\pi^2 \langle \phi_f | V | \phi_i \rangle, \quad (19)$$

avec  $f_{b1}$  est l'amplitude de diffusion dans la première approximation de Born.  $\phi_i$  et  $\phi_f$  sont, respectivement, les fonctions d'ondes dans les états initial et final.

L'amplitude de diffusion est la quantité fondamentale pour la description du phénomène de collision, mais le calcul de cette quantité présente un certain nombre de difficultés qui nécessitent des approximations pour son traitement. On trouve, parmi les approches les plus utilisées pour éviter ces difficultés, l'approximation de Born. Jost [4] et Kohn [5] ont montré que cette

approximation est valable pour des énergies de particules incidentes élevées par rapport au potentiel d'ionisation des couches externes des cibles étudiées.

## 6 Cinématiques de la réaction (e,2e)

Toutes les réactions d'ionisation sont étudiées dans deux cadres géométriques. La première est appelée géométrie asymétrique et la seconde est la géométrie symétrique, et chacune d'elles peut être coplanaire ou non coplanaire. Dans les géométries asymétriques, un électron rapide d'énergie  $E_i$  est incident sur l'atome cible, et un électron diffusé rapide est détecté en coïncidence avec un électron éjecté lent. Ce type d'expérience a été réalisé pour la première fois par Ehrhardt *et al.* [6]. Les géométries symétriques, qui sont définies par l'exigence que les deux électrons sortants soient détectés avec les mêmes énergies et des angles de diffusion et d'éjection égaux (i.e.,  $E_f \simeq E_B$  et  $\theta_f \simeq \theta_B$ ), ont été introduites par Amaldi *et al.* [7]. En géométrie coplanaire, les trois impulsions  $\mathbf{p}_i$ ,  $\mathbf{p}_f$  et  $\mathbf{p}_B$  sont dans le même plan, alors qu'en géométrie non coplanaire l'impulsion  $\mathbf{p}_B$  est hors du plan  $(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_f)$  (voir la Fig. (1)).

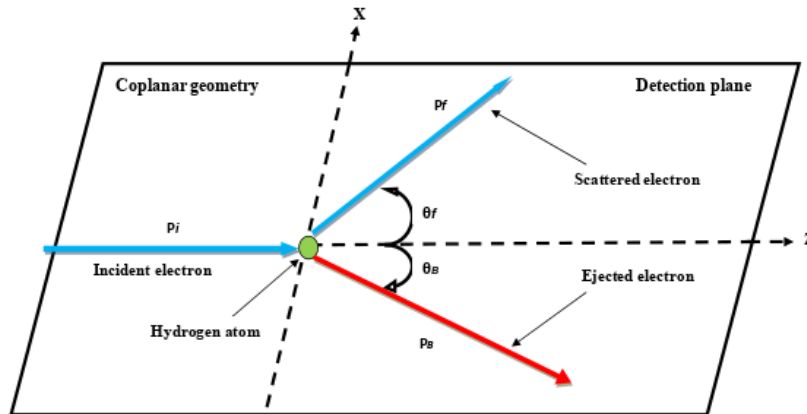


FIGURE 1 – Schéma de la géométrie coplanaire choisie pour notre étude théorique.  $\theta_f$  et  $\theta_B$  sont, respectivement, les angles des électrons diffusés et éjectés par rapport à la direction du faisceau incident  $\mathbf{p}_i$ . Pour les géométries symétriques coplanaires,  $\theta_f \simeq \theta_B$ .

## 7 Atome d'hydrogène

L'étude de l'atome d'hydrogène a une grande importance historique. Ce fut Bohr qui décrivit, dès 1910, un premier modèle semi-empirique de l'atome d'hydrogène permettant de trouver les niveaux d'énergie de l'électron dans cet atome et d'en déduire les longueurs d'onde du spectre expérimental. En 1926, Erwin Schrödinger écrivit sa fameuse équation pour l'atome d'hydrogène. Il montra que les solutions de cette équation permettaient de retrouver les valeurs

des niveaux d'énergie obtenus par Bohr. L'équation de Schrödinger allait rapidement servir de fondement à la mécanique quantique en étant généralisée à tous les systèmes.

Dans cette section, nous allons nous intéresser à l'atome d'hydrogène, le plus simple des atomes, constitué d'un seul électron et d'un proton. En plus de son caractère fondamental, son étude présente de nombreux intérêts :

- L'atome d'hydrogène est de loin le plus abondant des éléments dans l'univers,
- De nombreux systèmes ont une constitution analogue :
  - Les isotopes deutérium, tritium,
  - Le positronium ( $e^+ ; e^-$ ), .....
  - Les ions qui ne contiennent qu'un seul électron ( $He^+, Li^{2+}, \dots U^{91+} \dots$ ).
- De nombreux atomes excités peuvent être considérés comme constitués d'un cœur contenant le noyau et tous les électrons sauf un, et d'un électron périphérique interagissant avec ce cœur via un potentiel en grande partie assimilable à un potentiel en  $1/r$ .

## 7.1 Équation d'onde de Schrödinger

L'équation de Schrödinger pour l'atome d'hydrogène sera écrite en faisant l'approximation que le noyau (dont la masse est 1836 fois celle de l'électron) constitue le centre de gravité du système où il est immobile, ce qui revient à négliger son énergie cinétique. L'énergie cinétique de l'atome se réduit donc à celle de l'électron ; il lui est associé l'opérateur

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta, \quad (20)$$

avec  $m$  est la masse de l'électron. L'énergie potentielle de l'atome, de nature purement électrostatique, s'écrit en fonction de la distance  $r$  de l'électron au noyau

$$V = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}. \quad (21)$$

L'équation de Schrödinger en système international et en coordonnées cartésiennes s'écrit :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi(x, y, z) - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\Psi(x, y, z) = E\Psi(x, y, z). \quad (22)$$

En unité atomique ( $\hbar = e = m = 1$ ), cette équation devient sous la forme :

$$-\frac{1}{2}\Delta\Psi(x, y, z) - \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\Psi(x, y, z) = E\Psi(x, y, z). \quad (23)$$

Cette équation est résolue par le passage aux coordonnées sphériques, adaptées à la symétrie sphérique du système.

La transformation du Laplacien en coordonnées sphériques, en unité atomique, conduit à l'expression suivante de  $\hat{H}$  :

$$\hat{H} = -\frac{1}{2} \frac{1}{r^2} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \frac{\partial}{\partial r}) + \frac{1}{\sin(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin(\theta) \frac{\partial}{\partial \theta}) + \frac{1}{\sin^2(\theta)} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right] - \frac{1}{r}. \quad (24)$$

On peut mesurer simultanément une composante du moment cinétique orbital  $L$  et son carrée  $L^2$ . On a pour cette composante  $L_z$  :

$$\begin{aligned} \hat{L}_z &= -i\hbar \frac{\partial}{\partial \phi}, \\ \hat{L}^2 &= -\hbar^2 \left[ \frac{1}{\sin(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin(\theta) \frac{\partial}{\partial \theta}) + \frac{1}{\sin^2(\theta)} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right]. \end{aligned} \quad (25)$$

L'opérateur  $\hat{H}$  prend alors la forme :

$$\hat{H} = -\frac{1}{2} \frac{1}{r^2} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \frac{\partial}{\partial r}) - \hat{L}^2 \right] - \frac{1}{r}. \quad (26)$$

Les trois opérateurs  $\hat{H}$ ,  $\hat{L}^2$  et  $\hat{L}_z$  commutent : ils ont un ensemble commun de fonctions propres  $\Psi(r, \theta, \phi)$ .

## 8 Fonctions d'onde de l'atome d'hydrogène

### 8.1 Fonctions d'onde semi-relativistes de Darwin de l'état $2S_{1/2}$

La fonction d'onde de Darwin, dans le cas où  $Z\alpha \ll 1$ , est donnée par :

$$\varphi^{(\pm)}(r) = \left(1 - \frac{i\hbar}{2c} \vec{\alpha} \cdot \hat{\nabla}\right) U^{(\pm)} \varphi_{2s_{1/2}}(r), \quad (27)$$

avec  $\varphi_{2s_{1/2}}(r)$  est la fonction d'onde de l'atome dans le cas non relativiste donnée par :

$$\varphi_{2s_{1/2}}(r) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} (2-r) e^{-r/2}. \quad (28)$$

$U^{(+)}$  et  $U^{(-)}$  sont les quadri-composantes pour la particule avec spin Up et Down respectivement, telles que :

$$U^{(+)} = \begin{pmatrix} 1 \\ U_1^+ \\ U_2^+ \\ 0 \end{pmatrix}, \quad U^{(-)} = \begin{pmatrix} 0 \\ U_1^- \\ U_2^- \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \text{et } \vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}. \quad (29)$$

Après calcul, on trouve l'état  $\varphi^{(+)}(r)$  (pour le spin Up) sous la forme :

$$\varphi^{(+)}(r) = \begin{pmatrix} 2 - r \\ 0 \\ \frac{i(4 - r)}{4cr} z \\ \frac{(r-4)}{4cr} (y - ix) \end{pmatrix} \frac{e^{-r/2}}{4\sqrt{2\pi}}. \quad (30)$$

## 8.2 Fonction d'onde relativiste exacte de l'atome d'hydrogène

Dans cette section, on présente les résultats de la construction de la fonction d'onde de l'atome d'hydrogène, qui sont détaillés dans les références [8]. On considère l'électron dans le potentiel Colombien du noyau, l'équation de Dirac s'écrit :

$$H_D = c\hat{\alpha}\hat{p} + \hat{\beta}mc^2 + V(r) \quad ; \quad V(r) = -\frac{Z\alpha}{r}. \quad (31)$$

On cherche la solution sous la forme :

$$\psi_{jm_j}(\mathbf{r}, t) = \begin{pmatrix} \phi_{j,\ell,m_j}(\mathbf{r}, t) \\ \chi_{j,\ell',m_j}(\mathbf{r}, t) \end{pmatrix}. \quad (32)$$

On pose alors :

$$\psi_{jm_j}(\mathbf{r}, t) = \begin{pmatrix} ig(r)\Omega_{j,\ell,m_j}(\hat{r}, t) \\ -f(r)\Omega_{j,\ell',m_j}(\hat{r}, t) \end{pmatrix}. \quad (33)$$

On définit le nombre quantique  $\kappa$  par :

$$\kappa = \begin{cases} -(\ell + 1) = -(j + \frac{1}{2}) & \text{pour } j = \ell + 1, \\ \ell = j + \frac{1}{2} & \text{pour } j = \ell - \frac{1}{2}. \end{cases} \quad (34)$$

On a  $|\kappa| = j + 1/2$ , alors  $j = |\kappa| - 1/2$ .

Les équations différentielles couplées, pour les fonction radiales  $f(r)$  et  $g(r)$  de l'équation de Dirac dans le cas d'un potentiel à symétrie sphérique, sont données par :

$$\frac{dg(r)}{dr} + \frac{1 + \kappa}{r}g(r) - \frac{1}{\hbar c} [E + mc^2 - V(r)] f(r) = 0, \quad (35)$$

$$\frac{df(r)}{dr} + \frac{1 - \kappa}{r}f(r) + \frac{1}{\hbar c} [E - mc^2 - V(r)] g(r) = 0. \quad (36)$$

Si on effectue les substitutions suivantes :

$$\rho = 2\lambda r, \quad \lambda = \frac{(m^2c^4 - E^2)}{\hbar c}, \quad \gamma = \sqrt{\kappa^2 - (Z\alpha)^2}, \quad (37)$$

le système d'équations différentielles devient comme suit :

$$\frac{dg(\rho)}{d\rho} + \frac{1 + \kappa}{\rho}g(\rho) - \frac{(E + mc^2)}{2\hbar c\lambda}f(\rho) - \frac{Z\alpha}{\rho}f(\rho) = 0, \quad (38)$$

$$\frac{df(\rho)}{d\rho} + \frac{1 - \kappa}{\rho}f(\rho) + \frac{(E - mc^2)}{2\hbar c\lambda}g(\rho) - \frac{Z\alpha}{\rho}g(\rho) = 0. \quad (39)$$

On cherche une solution de ces équations sous la forme :

$$g(\rho) = \sqrt{mc^2 + E}\rho^{\gamma-1} \exp(-\rho/2) (\varphi_1(\rho) + \varphi_2(\rho)), \quad (40)$$

$$f(\rho) = -\sqrt{mc^2 + E}\rho^{\gamma-1} \exp(-\rho/2) (\varphi_1(\rho) - \varphi_2(\rho)). \quad (41)$$

Les solutions qui restent finies, en  $\rho = 0$ , sont les fonctions hypergéométriques confluentes [9] :

$$\varphi_1(\rho) = A {}_1F_1\left(\gamma - \frac{Z\alpha E}{\hbar c\lambda}, 2\gamma + 1, \rho\right), \quad (42)$$

$$\varphi_2(\rho) = B {}_1F_1\left(\gamma + 1 - \frac{Z\alpha E}{\hbar c\lambda}, 2\gamma + 1, \rho\right), \quad (43)$$

avec

$$B = -\frac{(\gamma - Z\alpha E/\hbar c\lambda)}{(k - Z\alpha mc^2/\hbar c\lambda)}A. \quad (44)$$

Les fonction  $f(\rho)$  et  $g(\rho)$  donnent des solutions inacceptables (infinies) lorsque  $\rho \rightarrow \infty$ . Par conséquent, le premier paramètre dans les deux fonctions hypergéométriques doit être nul ou un entier négatif, nous avons donc :

$$\gamma - \frac{Z\alpha E}{\hbar c\lambda} = -n_r, \quad n_r = 1, 2, 3, \dots \quad (45)$$

Pour  $n_r = 0$ , on a

$$\begin{aligned} \gamma = \frac{Z\alpha E}{\hbar c\lambda} \implies \gamma^2 = \kappa^2 - Z^2\alpha^2 &= \frac{(Z\alpha E)^2}{(\hbar c\lambda)^2}, \\ \kappa^2 = \frac{(Z\alpha mc^2)^2}{(\hbar c\lambda)^2} \implies |\kappa| &= \frac{Z\alpha mc^2}{\hbar c\lambda}. \end{aligned} \quad (46)$$

Les valeurs admises pour le nombre quantique radial  $n_r$  sont :

$$n_r = 0, 1, 2, 3, \dots \quad \text{pour } \kappa < 0, \quad (47)$$

$$n_r = 1, 2, 3, \dots \quad \text{pour } \kappa > 0. \quad (48)$$

De la relation (45), l'énergie s'écrit :

$$E_{n_r} = mc^2 \left[ 1 + \frac{(Z\alpha)^2}{(\gamma + n_r)^2} \right]^{1/2}. \quad (49)$$



Le nombre quantique principal est défini par :  $n = n_r + |\kappa| = n_r + j + 1/2$  avec  $n = 1, 2, 3, \dots$ , et  $\kappa = \pm(j + 1/2) = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

L'expression de l'énergie devient :

$$E_{n_r} = mc^2 \left[ 1 + \frac{(Z\alpha)^2}{(n - j - 1/2 + \sqrt{[(j + 1/2)^2 - Z^2\alpha^2]^2}} \right]^{-1/2}. \quad (50)$$

Pour trouver l'expression complète des fonctions radiales  $g$  et  $f$ , on doit normaliser les fonctions d'onde  $\psi$  (on impose à  $g(r)$  et  $f(r)$  d'être normalisées) telles que :

$$\int_0^\infty \psi^+ \psi d\mathbf{r} = 1, \quad (51)$$

avec

$$\psi = \begin{pmatrix} ig(r)\Omega_{j,\ell,m_j}(\hat{r}, t) \\ -f(r)\Omega_{j,\ell',m_j}(\hat{r}, t) \end{pmatrix}. \quad (52)$$

Il est immédiat de voir que :

$$\int_0^\infty r^2 (g^2(r) + f^2(r)) dr = 1, \quad (53)$$

où l'expression complète de  $g(r)$  et  $f(r)$  est donnée par :

$$g(r) = \frac{(2\lambda)^{3/2}}{\Gamma(2\gamma+1)} \left\{ \frac{(mc^2+E)}{4mc^2} \frac{\Gamma(2\gamma+1+n_r)}{(\frac{Z\alpha mc^2}{\hbar c \lambda})(\frac{Z\alpha mc^2}{\hbar c \lambda} - k)n_r!} \right\}^{1/2} \exp(-\rho/2) \rho^{\gamma-1} \times \left\{ \left( \frac{Z\alpha mc^2}{\hbar c \lambda} - k \right) {}_1F_1(-n_r, 2\gamma, \rho) - n_r {}_1F_1(1 - n_r, 2\gamma + 1, \rho) \right\}, \quad (54)$$

et

$$f(r) = \frac{(2\lambda)^{3/2}}{\Gamma(2\gamma+1)} \left\{ \frac{(mc^2-E)}{4mc^2} \frac{\Gamma(2\gamma+1+n_r)}{(\frac{Z\alpha mc^2}{\hbar c \lambda})(\frac{Z\alpha mc^2}{\hbar c \lambda} - k)n_r!} \right\}^{1/2} \exp(-\rho/2) \rho^{\gamma-1} \times \left\{ \left( \frac{Z\alpha mc^2}{\hbar c \lambda} - k \right) {}_1F_1(-n_r, 2\gamma, \rho) + n_r {}_1F_1(1 - n_r, 2\gamma + 1, \rho) \right\}. \quad (55)$$

Pour le spectre continu  $E > mc^2$ , les fonctions radiales  $g(r)$  et  $f(r)$  se déduisent à partir des fonctions précédentes par substitutions :

$$\sqrt{mc^2 - E} \longrightarrow -i\sqrt{E - mc^2}, \quad \lambda \longrightarrow -ip, \quad -n_r \longrightarrow \gamma - i\frac{Z\alpha E}{\hbar cp}. \quad (56)$$

$$\nu = \frac{Z\alpha E}{\hbar cp}, \quad \exp(-i2\zeta) = \frac{(\gamma - i\nu)}{(k - i\frac{Z\alpha mc^2}{\hbar cp})}, \quad Q = {}_1F_1(\gamma - i\nu, 2\gamma + 1, -2ipr). \quad (57)$$

Finalement, et après un long calcul, les fonctions  $f(r)$  et  $g(r)$  sont données par :

$$f(r) = 2^{3/2} \sqrt{\frac{E + mc^2}{E}} e^{\pi\nu/2} \frac{|\Gamma(\gamma + 1 + i\nu)|}{\Gamma(2\gamma + 1)} \frac{(2pr)^{\gamma-1}}{r} \Im(e^{i(pr+\zeta)} Q), \quad (58)$$

$$g(r) = 2^{3/2} \sqrt{\frac{E - mc^2}{E}} e^{\pi\nu/2} \frac{|\Gamma(\gamma + 1 + i\nu)|}{\Gamma(2\gamma + 1)} \frac{(2pr)^{\gamma-1}}{r} \Re(e^{i(pr+\zeta)} Q). \quad (59)$$

Les fonctions propres normalisées qui correspondent au spin down et au spin up pour l'atome d'hydrogène sont données par :

$$\psi_{n=1,j=1/2,m=1/2}(r, \theta, \varphi) = \psi_{n=1,j=1/2,\uparrow}(r, \theta, \varphi) = \begin{pmatrix} ig(r)Y_{1/2,0,1/2}(\theta, \varphi) \\ -f(r)Y_{1/2,1,1/2}(\theta, \varphi) \end{pmatrix}, \quad (60)$$

avec les harmoniques sphériques sont définies par :

$$Y_{1/2,0,1/2}(\theta, \varphi) = \begin{pmatrix} Y_{0,0}(\theta, \varphi) \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (61)$$

$$Y_{1/2,1,1/2}(\theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} -Y_{1,0}(\theta, \varphi) \\ \sqrt{2}Y_{1,1}(\theta, \varphi) \end{pmatrix} = -\frac{1}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta)e^{i\varphi} \end{pmatrix}. \quad (62)$$

Ainsi, la fonction d'onde pour l'état  $1s_{1/2}$  de spin up est donnée par :

$$\psi_{n=1,j=1/2,\uparrow}(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} ig(r) \\ 0 \\ f(r) \cos \theta \\ f(r) \sin \theta e^{i\varphi} \end{pmatrix}, \quad (63)$$

de même la fonction d'onde pour le spin down est donnée par :

$$\psi_{n=1,j=1/2,\downarrow}(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ ig(r) \\ f(r) \sin \theta e^{i\varphi} \\ -f(r) \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (64)$$

Pour l'état fondamental  $n = 1$ ,  $\kappa = -1$  on a  $\gamma = \sqrt{\kappa^2 - Z^2\alpha^2} = \sqrt{1 - Z^2\alpha^2}$ , les fonctions  $g_{1s_{1/2}}(r)$  et  $f_{1s_{1/2}}(r)$  sont données par :

$$g_{1s_{1/2}}(r) = \left(\frac{2Z\alpha mc^2}{\hbar c}\right)^{3/2} \sqrt{\frac{(1+\gamma)}{2\Gamma(2\gamma+1)}} \left(\frac{2Z\alpha mc^2 r}{\hbar c}\right)^{\gamma-1} \exp\left(\frac{-Z\alpha mc^2}{\hbar c} r\right), \quad (65)$$

$$f_{1s_{1/2}}(r) = - \left( \frac{2Z\alpha mc^2}{\hbar c} \right)^{3/2} \sqrt{\frac{(1+\gamma)}{2\Gamma(2\gamma+1)}} \left( \frac{2Z\alpha mc^2 r}{\hbar c} \right)^{\gamma-1} \exp\left(\frac{-Z\alpha mc^2}{\hbar c} r\right) \left( \frac{1-\gamma}{Z\alpha} \right). \quad (66)$$

Pour l'état métastable H(2S), la fonction d'onde exacte relativiste est exprimée par :

$$\begin{aligned} \varphi_{Exact}^{(+),2S}(\mathbf{r}_2) &= \frac{1}{2\sqrt{4\pi}} \frac{(2Z)^{\gamma_H+1/2}}{a_{2S}^{\gamma_H+1}} \sqrt{\frac{2\gamma_H+1}{(a_{2S}+1)\Gamma(2\gamma_H+1)}} r_2^{\gamma_H-1} e^{-Zr_2/a_{2S}} \\ &\times \begin{pmatrix} ig_{2s_{1/2}}(r_2) \\ 0 \\ f_{2s_{1/2}}(r_2) \cos(\theta) \\ f_{2s_{1/2}}(r_2) \sin(\theta) e^{i\phi} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (67)$$

où  $\theta$  et  $\phi$  sont les coordonnées sphériques de  $\mathbf{r}_2$ . Les deux quantités  $g_{2s_{1/2}}(r_2)$  et  $f_{2s_{1/2}}(r_2)$  sont telles que :

$$\begin{aligned} g_{2s_{1/2}}(r_2) &= \sqrt{1 + \frac{Z\alpha}{\sqrt{2(1-\gamma_H)}}} \left[ \left( 1 - \frac{2Zr_2}{a_{2S}(2\gamma_H+1)} \right) (a_{2S}+1) - 1 \right], \\ f_{2s_{1/2}}(r_2) &= \sqrt{1 - \frac{Z\alpha}{\sqrt{2(1-\gamma_H)}}} \left[ \left( 1 - \frac{2Zr_2}{a_{2S}(2\gamma_H+1)} \right) (a_{2S}+1) + 1 \right], \end{aligned} \quad (68)$$

où  $Z$  est le numéro atomique, et les deux paramètres  $\gamma_H$  et  $a_{2S}$  sont donnés par :

$$\begin{aligned} \gamma_H &= \sqrt{1 - Z^2\alpha^2}, \\ a_{2S} &= \sqrt{2(\gamma_H+1)}, \end{aligned} \quad (69)$$

avec  $\alpha = 1/c$  est la constante de structure fine.

- [1] C. J. Joachain, *Quantum Collision Theory*, North-Holland Publishing Company Amsterdam, 1975.
- [2] L. Marleau, *Introduction à la Physique des Particules*, Université Laval, Québec, Canada, 2018.
- [3] M. Born, *Z. Phys.* **38**, 803 (1926).
- [4] R. Jost and A. Pais, *Phys. Rev.* **82**, 840 (1951).
- [5] W. Kohn, *Phys. Rev.* **87**, 539 (1952); *Rev. Mod. Phys.* **26**, 292 (1954).
- [6] H. Ehrhardt, M. Schulz, T. Tekaats and K. Willmann, *Phys. Rev. Lett.* **22**, 89 (1969).
- [7] U. Amaldi, A. Egidi, R. Marconero and G. Pizzella, *Rev. Sci. Instrum.* **40**, 1001 (1969).
- [8] J. D. Bjorken and S. D. Drell, *Relativistic Quantum Mechanics* (Mac Graw Hill, New York, 1964); C. Itzykson and J. B. Zuber, *Quantum field Theory* (Mac Graw Hill, New York, 1985).
- [9] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions* (New York : Dover, 1968).

# IONISATION DE L'ATOME D'HYDROGÈNE H(2S) PAR IMPACT D'ÉLECTRONS EN L'ABSENCE DU CHAMP LASER

## 1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons traiter l'ionisation relativiste simple de l'atome d'hydrogène à partir de son état métastable 2S en l'absence du champ laser, lorsqu'il est bombardé par un électron d'énergie  $E_i$  supérieure au potentiel d'ionisation. Dans la zone de collision, deux électrons émergent avec des énergies  $E_f$  et  $E_B$ . Même si ces deux électrons ne peuvent être distingués, il est commode d'appeler l'électron le plus rapide "électron diffusé" et le plus lent "électron éjecté".

À notre connaissance, il n'y a pas d'étude disponible sur l'ionisation de l'atome d'hydrogène à partir de son état 2S métastable en utilisant le formalisme relativiste à hautes énergies. Ce travail aborde, pour la première fois, une étude théorique et un calcul analytique de l'ionisation de l'atome d'hydrogène à partir de son état 2S métastable à des énergies élevées dans des géométries coplanaires symétriques et asymétriques en tenant compte des effets du spin et de la relativité. Dans la géométrie coplaire asymétrique, nous présentons l'approximation SRCBA (semirelativistic Coulomb Born approximation) pour la description de l'ionisation de l'atome d'hydrogène par impact électronique dans la première approximation de Born. Dans cette approximation, les électrons incidents et diffusés sont décrits par des fonctions d'onde planes relativistes de Dirac, tandis que l'électron éjecté est décrit par une fonction d'onde coulombienne semi-relativiste de Sommerfeld-Maue et que l'atome d'hydrogène, dans son état métastable, est décrit par la fonction d'onde semi-relativiste de Darwin. La SEDT obtenue dans l'approximation SRCBA sera comparée à celle correspondante dans l'approximation NRCBA (nonrelativistic Coulomb Born approximation). Dans la géométrie coplaire symétrique, nous présentons le formalisme relativiste de la réaction (e, 2e) dans l'approximation RPWBA (re-

ativistic plane wave Born approximation), où les électrons incidents, diffusés et éjectés sont décrits par des ondes planes relativistes, et l'atome d'hydrogène dans son état 2S est décrit par la fonction d'onde exacte relativiste, et elle sera comparée, dans le domaine non relativiste, avec l'approximation NRPWBA (nonrelativistic plane wave Born approximation).

Nous confirmons ici que ce travail est en fait une extension d'un travail publié en 2005 [1], dans lequel, pour la première fois, le modèle SRCBA a été appliqué à l'état fondamental de l'atome d'hydrogène et a prouvé sa validité par rapport aux résultats expérimentaux et aux résultats d'autres approches théoriques. Un calcul détaillé de la SEDT dans l'état fondamental de l'atome d'hydrogène a également été présenté, sur la base d'un formalisme relativiste, dans l'article [2], et sa validité a été vérifiée par la comparaison avec le modèle NRPWBA dans le domaine non relativiste en raison de l'absence de résultats à hautes énergies. Si ces approximations ont donné de bons résultats dans l'état fondamental de l'atome d'hydrogène, on s'attend à ce que les résultats obtenus dans l'état métastable 2S soient également satisfaisants et valables.

La seule différence entre ce travail et le précédent [1, 2] réside dans la fonction d'onde qui décrit l'atome d'hydrogène dans tous les modèles calculés. Cette seule différence est capable de changer complètement le calcul et de donner lieu à de nouvelles intégrales analytiquement complexes.

Nous soulignons ici que notre objectif dans ce travail n'est pas exactement d'étudier le processus d'ionisation dans le régime non relativiste, mais plutôt de l'étudier à hautes énergies en appliquant le formalisme relativiste de Dirac. Ainsi, l'approximation NRCBA que nous avons calculé ici n'est qu'un moyen pour vérifier la SEDT obtenue dans l'approximation SRCBA.

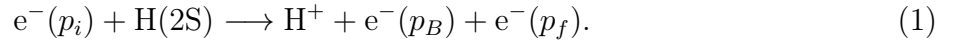
De nombreuses approches relativement complexes sont appliquées à l'étude du processus d'ionisation dans le domaine non relativiste. Nous mentionnons ici, à titre d'exemple, la théorie R-matrix (RM) [3], la méthode CCC (Convergent Close-Coupling) [4], et l'approximation DWBA (distorted-wave Born approximation) [5].

Étant donné que notre objectif est d'étudier cette réaction à des énergies élevées, nous avons décidé de nous contenter, dans le domaine non relativiste, de l'application du modèle NRCBA en raison de la simplicité relative de sa fonction d'onde coulombienne. On rappelle ici que, dans tous nos calculs dans les différentes approximations, nous n'avons pas tenu compte de l'ion résiduel  $H^+$ , ni des effets d'échange (puisque nous travaillons à des énergies élevées dans lesquelles les effets d'échange sont négligeables) ou des diverses interactions qui peuvent se produire entre les deux électrons finaux. Nous avons constaté que les effets relativistes et ceux du spin deviennent de plus en plus importants lorsque l'énergie de l'électron incident augmente. Tous les tests numériques nécessaires pour vérifier la validité des résultats analytiques que nous avons trouvés ont été effectués avec un très bon degré de précision. Ce chapitre est structuré de la manière suivante. Dans la section 2, nous présentons les différents modèles théoriques dans les géométries coplanaires asymétriques et symétriques et donnons, pour chaque modèle,

un descriptif détaillé des techniques que nous avons utilisées pour évaluer la SEDT. Dans la section 3, nous discutons les résultats numériques que nous avons obtenus dans chaque géométrie. Enfin, la section 4 est consacrée aux conclusions.

## 2 Modèles théoriques

Considérons une collision entre un atome d'hydrogène dans son état métastable 2S et un électron incident se déplaçant le long de l'axe  $z$ . À la suite de cette collision, l'atome d'hydrogène devient ionisé et l'électron projectile change son impulsion de  $p_i$  à  $p_f$ . Dans l'état final, deux électrons (diffusés et éjectés) émergent avec quadri-impulsions  $p_f$  et  $p_B$ . Cette réaction peut être décrite, symboliquement, comme suit :



Au cours de ce travail, nous étudierons le processus (1) sous deux géométries différentes. Nous commencerons d'abord par la géométrie coplanaire asymétrique, puis dans un deuxième temps par la géométrie coplanaire symétrique. Le calcul détaillé de chaque SEDT dans chaque géométrie sera présenté.

### 2.1 Géométrie coplanaire asymétrique

On rappelle que dans le cas de la géométrie asymétrique coplanaire d'Ehrhardt, un électron rapide d'énergie cinétique  $T_i$  est incident sur la cible d'hydrogène, et un électron rapide diffusé d'énergie cinétique  $T_f$  est détecté en coïncidence avec un électron lent éjecté d'énergie cinétique  $T_B$ . De plus, les trois impulsions  $\mathbf{p}_i$ ,  $\mathbf{p}_f$  et  $\mathbf{p}_B$  sont dans le même plan et l'angle de diffusion  $\theta_f$  de l'électron diffusé est fixe et petit, tandis que l'angle  $\theta_B$  de l'électron éjecté varie. Dans cette géométrie, nous calculons étape par étape l'expression analytique exacte de la SEDT semirelativiste de spin non polarisé dans l'approximation SRCBA correspondant à l'ionisation par impact électronique de l'hydrogène atomique dans son état 2S métastable.

#### 2.1.1 Élément de matrice $S$

Nous commençons par l'élément de matrice  $S$  d'ionisation dans la première approximation de Born pour le processus (1) dans le canal direct où les effets d'échange sont négligés. Il peut être écrit comme suit [6]

$$\begin{aligned} S_{fi} &= -\frac{i}{c} \int_{-\infty}^{+\infty} dx^0 \langle \psi_{p_f}(x_1) \phi_f(x_2) | V_d | \psi_{p_i}(x_1) \phi_i(x_2) \rangle, \\ &= -i \int_{-\infty}^{+\infty} dt \int d\mathbf{r}_1 \psi_{p_f}^\dagger(t, \mathbf{r}_1) \psi_{p_i}(t, \mathbf{r}_1) \langle \phi_f(x_2) | V_d | \phi_i(x_2) \rangle. \end{aligned} \quad (2)$$

Ici, le potentiel  $V_d = 1/r_{12} - 1/r_1$  présente l'interaction directe entre l'électron incident et l'atome d'hydrogène, où  $r_{12} = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$  et  $r_1 = |\mathbf{r}_1|$ . Le noyau de l'atome cible, qui est supposé être infiniment massif, est choisi comme origine du système de coordonnées. Les coordonnées des électrons incidents et atomiques sont désignées par  $\mathbf{r}_1$  et  $\mathbf{r}_2$ , respectivement.  $\psi_{p_i}$  et  $\psi_{p_f}$  sont les fonctions d'onde décrivant, respectivement, les électrons incidents et diffusés. Elles sont données par une solution libre de Dirac normalisée au volume  $V$  :

$$\psi_{p_i}(x_1) = \frac{u(p_i, s_i)}{\sqrt{2E_i V}} e^{-ip_i \cdot x_1}; \quad \psi_{p_f}(x_1) = \frac{u(p_f, s_f)}{\sqrt{2E_f V}} e^{-ip_f \cdot x_1}, \quad (3)$$

où  $E_i$  et  $E_f$  sont, respectivement, les énergies totales des électrons incidents et diffusés.  $\phi_i(x_2) = \phi_i(t, \mathbf{r}_2)$  est la fonction d'onde semirelativiste de Darwin de l'hydrogène atomique dans son état 2S métastable, qui est exacte à l'ordre de  $Z/c$  dans les corrections relativistes. Elle est donnée par

$$\phi_i(t, \mathbf{r}_2) = \exp[-i\mathcal{E}_b(2S)t] \varphi_{2S}^{(\pm)}(\mathbf{r}_2), \quad (4)$$

où  $\mathcal{E}_b(2S)$  est l'énergie de liaison de l'état 2S métastable de l'hydrogène atomique donnée par

$$\mathcal{E}_b(2S) = \frac{c^2}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \sqrt{1 - \alpha^2}} - c^2, \quad (5)$$

où  $\alpha = 1/c$  est la constante de structure fine. Pour le spin up,  $\varphi_{2S}^{(+)}(\mathbf{r}_2)$  est exprimée par

$$\varphi_{2S}^{(+)}(\mathbf{r}_2) = N_{D_2} \begin{pmatrix} 2 - r_2 \\ 0 \\ \frac{i(4-r_2)}{4c} \cos(\theta) \\ \frac{i(4-r_2)}{4c} \sin(\theta) e^{i\phi} \end{pmatrix} \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} e^{-r_2/2}, \quad (6)$$

où  $\theta$  et  $\phi$  sont les coordonnées sphériques de  $\mathbf{r}_2$ , et

$$N_{D_2} = \frac{4c}{\sqrt{32c^2 + 10}} \quad (7)$$

est la constante de normalisation. La fonction d'onde  $\phi_f(x_2) = \phi_f(t, \mathbf{r}_2)$  dans l'Eq. (2) est la fonction d'onde de Sommerfeld-Maue pour les états continus [6], également exacte à l'ordre  $Z/c$  dans les corrections relativistes. On a

$$\phi_f(t, \mathbf{r}_2) = e^{-iE_B t} \psi_{p_B}^{(-)}(\mathbf{r}_2), \quad (8)$$



où  $\psi_{p_B}^{(-)}(\mathbf{r}_2)$  est donnée, dans sa forme compacte finale normalisée au volume  $V$ , par

$$\psi_{p_B}^{(-)}(\mathbf{r}_2) = e^{\pi\eta_B/2}\Gamma(1+i\eta_B)e^{i\mathbf{p}_B\cdot\mathbf{r}_2} \left\{ {}_1F_1(-i\eta_B, 1, -i(p_B r_2 + \mathbf{p}_B\cdot\mathbf{r}_2)) + \frac{i}{2cp_B}(\alpha\cdot\mathbf{p}_B + p_B\alpha\cdot\hat{\mathbf{r}}_2) {}_1F_1(-i\eta_B + 1, 2, -i(p_B r_2 + \mathbf{p}_B\cdot\mathbf{r}_2)) \right\} \frac{u(p_B, s_B)}{\sqrt{2E_B V}}. \quad (9)$$

$\eta_B$  est le paramètre de Sommerfeld donné par

$$\eta_B = \frac{E_B}{c^2 p_B}, \quad (10)$$

où  $E_B$  est l'énergie totale de l'électron éjecté et  $p_B = |\mathbf{p}_B|$  est la norme de l'impulsion de l'électron éjecté. Dans l'Eq. (9), l'opérateur  $[\alpha\cdot\mathbf{p}_B]$  agit sur le spineur libre  $u(p_B, s_B)$  et l'opérateur  $[\alpha\cdot\hat{\mathbf{r}}_2]$  agit sur la partie radiale de la fonction d'onde de Darwin.

L'intégrale sur le temps dans l'Eq. (2) peut être résolue pour donner

$$\int dt \exp[i(E_f + E_B - E_i - \mathcal{E}_b(2S))t] = 2\pi\delta(E_f + E_B - E_i - \mathcal{E}_b(2S)), \quad (11)$$

tandis que l'intégration sur  $d\mathbf{r}_1$  peut être effectuée en utilisant l'intégrale de Bethe suivante

$$\int d\mathbf{r}_1 e^{i(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_f)\cdot\mathbf{r}_1} \left( \frac{1}{r_{12}} - \frac{1}{r_1} \right) = \frac{4\pi}{\Delta^2} (e^{i\Delta\cdot\mathbf{r}_2} - 1), \quad (12)$$

où la quantité  $\Delta = \mathbf{p}_i - \mathbf{p}_f$  est le transfert d'impulsion.

L'élément direct de la matrice  $S$  dans l'Eq. (2) devient

$$\begin{aligned} S_{fi} = & -i \int d\mathbf{r}_2 \frac{\bar{u}(p_f, s_f)}{\sqrt{2E_f V}} \gamma^0 \frac{u(p_i, s_i)}{\sqrt{2E_i V}} \left\{ {}_1F_1(i\eta_B, 1, i(p_B r_2 + \mathbf{p}_B\cdot\mathbf{r}_2)) - \frac{i}{2cp_B}(\alpha\cdot\mathbf{p}_B \right. \\ & \left. + p_B\alpha\cdot\hat{\mathbf{r}}_2) {}_1F_1(i\eta_B + 1, 2, i(p_B r_2 + \mathbf{p}_B\cdot\mathbf{r}_2)) \right\} \frac{\bar{u}(p_B, s_B)\gamma^0}{\sqrt{2E_B V}} \varphi_{2S}^{(+)}(\mathbf{r}_2) e^{-i\mathbf{p}_B\cdot\mathbf{r}_2} (e^{i\Delta\cdot\mathbf{r}_2} - 1) \\ & \times \frac{8\pi^2}{\Delta^2} \delta(E_f + E_B - E_i - \mathcal{E}_b(2S)) e^{\pi\eta_B/2} \Gamma(1 - i\eta_B). \end{aligned} \quad (13)$$

Cet élément de matrice  $S$  contient deux termes,  $S_{fi}^{(1)}$  et  $S_{fi}^{(2)}$ . Le premier est donné par

$$\begin{aligned} S_{fi}^{(1)} = & -i \int d\mathbf{r}_2 \frac{\bar{u}(p_f, s_f)}{\sqrt{2E_f V}} \gamma^0 \frac{u(p_i, s_i)}{\sqrt{2E_i V}} \frac{\bar{u}(p_B, s_B)\gamma^0}{\sqrt{2E_B V}} \left\{ {}_1F_1(i\eta_B, 1, i(p_B r_2 + \mathbf{p}_B\cdot\mathbf{r}_2)) \right\} \varphi_{2S}^{(+)}(\mathbf{r}_2) \\ & \times e^{-i\mathbf{p}_B\cdot\mathbf{r}_2} (e^{i\Delta\cdot\mathbf{r}_2} - 1) \frac{8\pi^2}{\Delta^2} \delta(E_f + E_B - E_i - \mathcal{E}_b(2S)) e^{\pi\eta_B/2} \Gamma(1 - i\eta_B). \end{aligned} \quad (14)$$

Ce premier terme peut être reformulé sous la forme suivante :

$$S_{fi}^{(1)} = -i[H_1(\mathbf{q} = \mathbf{\Delta} - \mathbf{p}_B) - H_1(\mathbf{q} = -\mathbf{p}_B)] \frac{\bar{u}(p_f, s_f) \gamma^0 u(p_i, s_i) \bar{u}(p_B, s_B) \gamma^0}{\sqrt{2E_f V} \sqrt{2E_i V} \sqrt{2E_B V}} \quad (15)$$

$$\times \frac{8\pi^2}{\Delta^2} \delta(E_f + E_B - E_i - \mathcal{E}_b(2S)) e^{\pi\eta_B/2} \Gamma(1 - i\eta_B),$$

où  $H_1(\mathbf{q})$  est donné par

$$H_1(\mathbf{q}) = \int d\mathbf{r}_2 e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_2} {}_1F_1(i\eta_B, 1, i(p_B r_2 + \mathbf{p}_B \cdot \mathbf{r}_2)) \varphi_{2S}^{(+)}(\mathbf{r}_2). \quad (16)$$

Selon l'expression de  $\varphi_{2S}^{(+)}(\mathbf{r}_2)$  donnée dans l'Eq. (6),  $H_1(\mathbf{q})$  peut être écrit comme

$$H_1(\mathbf{q}) = \frac{N_{D_2}}{4\sqrt{2\pi}} (I_1, 0, I_2, I_3)^T, \quad (17)$$

et il faut évaluer l'intégrale

$$I_1 = \int d\mathbf{r}_2 (2 - r_2) e^{-r_2/2} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_2} {}_1F_1(i\eta_B, 1, i(p_B r_2 + \mathbf{p}_B \cdot \mathbf{r}_2)). \quad (18)$$

Dans cette intégrale, on est confronté à la tâche d'évaluer deux types d'intégrales, dont l'une est

$$I'_1 = 2 \int d\mathbf{r}_2 e^{-r_2/2} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_2} {}_1F_1(i\eta_B, 1, i(p_B r_2 + \mathbf{p}_B \cdot \mathbf{r}_2)), \quad (19)$$

et l'autre est

$$I''_1 = \int d\mathbf{r}_2 r_2 e^{-r_2/2} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_2} {}_1F_1(i\eta_B, 1, i(p_B r_2 + \mathbf{p}_B \cdot \mathbf{r}_2)). \quad (20)$$

Afin d'évaluer les deux intégrales  $I'_1$  et  $I''_1$ , on fait appel à l'intégrale bien connue [7]

$$I(\lambda) = \int d\mathbf{r} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \frac{e^{-\lambda r}}{r} {}_1F_1(i\eta_B, 1, i(p_B r_2 + \mathbf{p}_B \cdot \mathbf{r}_2)), \quad (21)$$

$$= \frac{4\pi}{q^2 + \lambda^2} \exp \left[ i\eta_B \ln \left( \frac{q^2 + \lambda^2}{q^2 + \lambda^2 + 2\mathbf{q}\cdot\mathbf{p}_B - 2i\lambda p_B} \right) \right],$$

où  $\lambda$  est une variable réelle. En regardant les expressions des intégrales  $I'_1$  et  $I''_1$  ci-dessus, il devient clair qu'elles sont, respectivement, les dérivées première et seconde de l'intégrale  $I(\lambda)$ .

Cela donne

$$I'_1 = 2 \left( - \frac{\partial I(\lambda)}{\partial \lambda} \right) \Big|_{\lambda=1/2}, \quad (22)$$

$$I''_1 = \left( \frac{\partial^2 I(\lambda)}{\partial \lambda^2} \right) \Big|_{\lambda=1/2}. \quad (23)$$

Les autres intégrales  $I_2$  et  $I_3$  dans (17) peuvent être résolues en notant que

$$\cos(\theta)e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_2} = -\frac{i}{r_2}\frac{\partial}{\partial q_z}e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_2}, \quad (24)$$

et

$$\sin(\theta)e^{i\phi}e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_2} = -\frac{i}{r_2}\left(\frac{\partial}{\partial q_x} + i\frac{\partial}{\partial q_y}\right)e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_2}. \quad (25)$$

Ainsi, on obtient finalement

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial q_z}\left[I(\lambda) + \frac{1}{4}\frac{\partial I(\lambda)}{\partial \lambda}\right]\Bigg|_{\lambda=1/2}, \\ I_3 &= \frac{1}{c}\left[\frac{\partial}{\partial q_x} + i\frac{\partial}{\partial q_y}\right]\left[I(\lambda) + \frac{1}{4}\frac{\partial I(\lambda)}{\partial \lambda}\right]\Bigg|_{\lambda=1/2}. \end{aligned} \quad (26)$$

Le deuxième terme dans l'élément de matrice  $S$  donné dans l'Eq. (13) est

$$S_{fi}^{(2)} = S_{fi}^{(2),1} + S_{fi}^{(2),2}, \quad (27)$$

avec

$$\begin{aligned} S_{fi}^{(2),1} &= -\int d\mathbf{r}_2 \frac{\bar{u}(p_f, s_f)}{\sqrt{2E_f V}} \gamma^0 \frac{u(p_i, s_i)}{\sqrt{2E_i V}} \frac{1}{2cp_B} \frac{\bar{u}(p_B, s_B)\gamma^0}{\sqrt{2E_B V}} \left[\gamma^0 \frac{E_B}{c} - \not{p}_B\right] \varphi_{2S}^{(+)}(\mathbf{r}_2) \\ &\quad \times {}_1F_1(i\eta_B + 1, 2, i(p_B r_2 + \mathbf{p}_B \cdot \mathbf{r}_2)) e^{-i\mathbf{p}_B \cdot \mathbf{r}_2} (e^{i\Delta \cdot \mathbf{r}_2} - 1) \\ &\quad \times \frac{8\pi^2}{\Delta^2} \delta(E_f + E_B - E_i - \mathcal{E}_b(2S)) e^{\pi\eta_B/2} \Gamma(1 - i\eta_B), \end{aligned} \quad (28)$$

et

$$\begin{aligned} S_{fi}^{(2),2} &= -\int d\mathbf{r}_2 \frac{\bar{u}(p_f, s_f)}{\sqrt{2E_f V}} \gamma^0 \frac{u(p_i, s_i)}{\sqrt{2E_i V}} \frac{1}{2c} \frac{\bar{u}(p_B, s_B)\gamma^0}{\sqrt{2E_B V}} \varphi_{2S}^{\prime(+)}(\mathbf{r}_2) {}_1F_1(i\eta_B + 1, 2, i(p_B r_2 + \mathbf{p}_B \cdot \mathbf{r}_2)) \\ &\quad \times e^{-i\mathbf{p}_B \cdot \mathbf{r}_2} (e^{i\Delta \cdot \mathbf{r}_2} - 1) \frac{8\pi^2}{\Delta^2} \delta(E_f + E_B - E_i - \mathcal{E}_b(2S)) e^{\pi\eta_B/2} \Gamma(1 - i\eta_B). \end{aligned} \quad (29)$$

L'opérateur  $[\alpha \cdot \mathbf{p}_B]$  dans l'Eq. (28) est remplacé par  $[\gamma^0 \frac{E_B}{c} - \not{p}_B]$ , et dans l'Eq. (29)  $\varphi_{2S}^{\prime(+)}(\mathbf{r}_2)$  est donné par

$$\varphi_{2S}^{\prime(+)}(\mathbf{r}_2) = [\alpha \cdot \hat{\mathbf{r}}_2] \varphi_{2S}^{(+)}(\mathbf{r}_2) = \frac{N_{D_2}}{4\sqrt{2\pi}} e^{-r_2/2} \begin{pmatrix} \frac{i(4-r_2)}{4c} \\ 0 \\ (2-r_2)\cos(\theta) \\ (2-r_2)\sin(\theta)e^{i\phi} \end{pmatrix}. \quad (30)$$

$S_{fi}^{(2),1}$  peut être reformulé sous la forme suivante

$$S_{fi}^{(2),1} = -[H_2(\mathbf{q} = \mathbf{\Delta} - \mathbf{p}_B) - H_2(\mathbf{q} = -\mathbf{p}_B)] \frac{\bar{u}(p_f, s_f)}{\sqrt{2E_f V}} \gamma^0 \frac{u(p_i, s_i)}{\sqrt{2E_i V}} \frac{1}{2cp_B} \frac{\bar{u}(p_B, s_B) \gamma^0}{\sqrt{2E_B V}} \quad (31)$$

$$\times \left[ \gamma^0 \frac{E_B}{c} - \not{p}_B \right] \frac{8\pi^2}{\Delta^2} \delta(E_f + E_B - E_i - \mathcal{E}_b(2S)) e^{\pi\eta_B/2} \Gamma(1 - i\eta_B),$$

où  $H_2(\mathbf{q})$  est l'intégrale exprimée par

$$H_2(\mathbf{q}) = \int d\mathbf{r}_2 e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_2} {}_1F_1(i\eta_B + 1, 2, i(p_B r_2 + \mathbf{p}_B \cdot \mathbf{r}_2)) \varphi_{2S}^{(+)}(\mathbf{r}_2). \quad (32)$$

En remplaçant la fonction de Darwin dans l'Eq. (32) par son expression (6), on obtient

$$H_2(\mathbf{q}) = \frac{N_{D_2}}{4\sqrt{2\pi}} (J_1, 0, J_2, J_3)^T, \quad (33)$$

où

$$J_1 = \int d\mathbf{r}_2 e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_2} e^{-r_2/2} (2 - r_2) {}_1F_1(i\eta_B + 1, 2, i(p_B r_2 + \mathbf{p}_B \cdot \mathbf{r}_2)),$$

$$J_2 = \frac{i}{4c} \int d\mathbf{r}_2 e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_2} e^{-r_2/2} (4 - r_2) \cos(\theta) {}_1F_1(i\eta_B + 1, 2, i(p_B r_2 + \mathbf{p}_B \cdot \mathbf{r}_2)), \quad (34)$$

$$J_3 = \frac{i}{4c} \int d\mathbf{r}_2 e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_2} e^{-r_2/2} (4 - r_2) \sin(\theta) e^{i\phi} {}_1F_1(i\eta_B + 1, 2, i(p_B r_2 + \mathbf{p}_B \cdot \mathbf{r}_2)).$$

Pour évaluer ces trois intégrales, nous introduisons une nouvelle intégrale qui a été calculée analytiquement par Attaourti *et al.* dans [1] :

$$J(\lambda) = \int d\mathbf{r} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \frac{e^{-\lambda r}}{r} {}_1F_1(i\eta_B + 1, 2, i(p_B r_2 + \mathbf{p}_B \cdot \mathbf{r}_2)), \quad (35)$$

$$= \frac{4\pi}{(q^2 + \lambda^2)} {}_2F_1\left(i\eta_B + 1, 1, 2, -2 \frac{(\mathbf{q} \cdot \mathbf{p}_B - i\lambda p_B)}{q^2 + \lambda^2}\right),$$

où  $\lambda$  est une variable réelle.

De la même manière qu'avant et après certaines manipulations, on obtient

$$J_1 = -2 \left( \frac{\partial J(\lambda)}{\partial \lambda} \right) - \left. \frac{\partial^2 J(\lambda)}{\partial \lambda^2} \right|_{\lambda=1/2},$$

$$J_2 = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial q_z} \left[ J(\lambda) + \frac{1}{4} \frac{\partial J(\lambda)}{\partial \lambda} \right] \Big|_{\lambda=1/2}, \quad (36)$$

$$J_3 = \frac{1}{c} \left[ \frac{\partial}{\partial q_x} + i \frac{\partial}{\partial q_y} \right] \left[ J(\lambda) + \frac{1}{4} \frac{\partial J(\lambda)}{\partial \lambda} \right] \Big|_{\lambda=1/2}.$$

Pour le terme  $S_{fi}^{(2),2}$ , on peut l'écrire comme suit

$$S_{fi}^{(2),2} = -[H_3(\mathbf{q} = \mathbf{\Delta} - \mathbf{p}_B) - H_3(\mathbf{q} = -\mathbf{p}_B)] \frac{\bar{u}(p_f, s_f) \gamma^0 u(p_i, s_i)}{\sqrt{2E_f V}} \frac{1}{\sqrt{2E_i V}} \frac{1}{2c} \frac{\bar{u}(p_B, s_B) \gamma^0}{\sqrt{2E_B V}} \times \frac{8\pi^2}{\Delta^2} \delta(E_f + E_B - E_i - \mathcal{E}_b(2S)) e^{\pi\eta_B/2} \Gamma(1 - i\eta_B). \quad (37)$$

La quantité  $H_3(\mathbf{q})$  est donnée par

$$H_3(\mathbf{q}) = \frac{N_{D_2}}{4\sqrt{2\pi}} (K_1, 0, K_2, K_3)^T, \quad (38)$$

où  $K_1$ ,  $K_2$  et  $K_3$  sont trois intégrales dont les solutions sont

$$\begin{aligned} K_1 &= -\frac{i}{c} \left[ \frac{\partial J(\lambda)}{\partial \lambda} + \frac{1}{4} \frac{\partial^2 J(\lambda)}{\partial \lambda^2} \right] \Big|_{\lambda=1/2}, \\ K_2 &= -i \frac{\partial}{\partial q_z} \left[ 2J(\lambda) + \frac{\partial J(\lambda)}{\partial \lambda} \right] \Big|_{\lambda=1/2}, \\ K_3 &= -i \left[ \frac{\partial}{\partial q_x} + i \frac{\partial}{\partial q_y} \right] \left[ 2J(\lambda) + \frac{\partial J(\lambda)}{\partial \lambda} \right] \Big|_{\lambda=1/2}. \end{aligned} \quad (39)$$

### 2.1.2 SEDT non polarisée dans la SRCBA

En utilisant les méthodes standards de la QED (Quantum Electrodynamics) [8], on obtient pour la SEDT non polarisée

$$\frac{d\bar{\sigma}^{(SRCBA)}}{dE_B d\Omega_B d\Omega_f} = \frac{1}{16\pi^3 c^6} \frac{|\mathbf{p}_f| |\mathbf{p}_B| e^{\pi\eta_B}}{|\mathbf{p}_i| \Delta^4} |\Gamma(1 - i\eta_B)|^2 \left| \widehat{S}_{fi}^{(1)} + \widehat{S}_{fi}^{(2),1} + \widehat{S}_{fi}^{(2),2} \right|^2 \Big|_{E_f=E_i+\mathcal{E}_b(2S)-E_B}, \quad (40)$$

avec

$$\widehat{S}_{fi}^{(1)} = \frac{1}{2} \sum_{s_i, s_f} \sum_{s_B} [\bar{u}(p_f, s_f) \gamma^0 u(p_i, s_i)] [\bar{u}(p_B, s_B) \gamma^0] [i(H_1(\mathbf{q} = \mathbf{\Delta} - \mathbf{p}_B) - H_1(\mathbf{q} = -\mathbf{p}_B))], \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \widehat{S}_{fi}^{(2),1} &= \frac{1}{2} \sum_{s_i, s_f} \sum_{s_B} [\bar{u}(p_f, s_f) \gamma^0 u(p_i, s_i)] [\bar{u}(p_B, s_B) \gamma^0] \left[ \gamma^0 \frac{E_B}{c} - \not{p}_B \right] \frac{1}{2c p_B} \\ &\times [H_2(\mathbf{q} = \mathbf{\Delta} - \mathbf{p}_B) - H_2(\mathbf{q} = -\mathbf{p}_B)], \end{aligned} \quad (42)$$

$$\widehat{S}_{fi}^{(2),2} = \frac{1}{2} \sum_{s_i, s_f} \sum_{s_B} [\bar{u}(p_f, s_f) \gamma^0 u(p_i, s_i)] [\bar{u}(p_B, s_B) \gamma^0] \frac{1}{2c} [H_3(\mathbf{q} = \mathbf{\Delta} - \mathbf{p}_B) - H_3(\mathbf{q} = -\mathbf{p}_B)]. \quad (43)$$

Dans l'Eq. (40),  $|\mathbf{p}_i|$  et  $|\mathbf{p}_f|$  sont, respectivement, les normes des impulsions initiale et finale de l'électron. Tous les calculs dans l'Eq. (40) peuvent être effectués analytiquement et seuls cinq termes sur neuf sont non nuls, les termes diagonaux  $|\widehat{S}_{fi}^{(1)}|^2$ ,  $|\widehat{S}_{fi}^{(2),1}|^2$ ,  $|\widehat{S}_{fi}^{(2),2}|^2$  et  $\widehat{S}_{fi}^{(1)\dagger}\widehat{S}_{fi}^{(2),1}$ , ainsi que  $\widehat{S}_{fi}^{(2),1\dagger}\widehat{S}_{fi}^{(1)}$ . Dans les Eqs. (41-43), les différentes sommes sur les états de spin donnent les résultats suivants :

$$\frac{1}{2} \sum_{s_i, s_f} |\bar{u}(p_f, s_f) \gamma^0 u(p_i, s_i)|^2 = 2c^2 \left( \frac{2E_i E_f}{c^2} - (p_i \cdot p_f) + c^2 \right), \quad (44)$$

$$\sum_{s_B} \left| \bar{u}(p_B, s_B) \gamma^0 \left[ \gamma^0 \frac{E_B}{c} - \not{p}_B \right] \right|^2 = 4E_B \left( \frac{E_B^2}{c^2} - c^2 \right), \quad (45)$$

$$\sum_{s_B} |\bar{u}(p_B, s_B) \gamma^0|^2 = 4E_B, \quad (46)$$

$$\frac{1}{2} \sum_{s_t} (\dots) = 1(\dots), \quad (47)$$

où  $(p_i \cdot p_f)$  dans l'Eq. (44) est le produit scalaire des quadri-impulsions initiale et finale, et  $\sum_{s_t} (\dots)/2$  désigne la somme et la moyenne sur les états de spin de l'hydrogène atomique cible. On doit comparer la SEDT dans l'Eq. (40) avec celle correspondante dans l'approximation NRCBA, où les électrons incidents et diffusés sont décrits par des ondes planes non relativistes :

$$\psi_{p_{i,f}}(\mathbf{r}_1) = (2\pi)^{-3/2} e^{i\mathbf{p}_{i,f} \cdot \mathbf{r}_1}, \quad (48)$$

alors que l'électron éjecté est décrit par une fonction d'onde de Coulomb :

$$\psi_{c,p_B}(\mathbf{r}_2) = (2\pi)^{-3/2} e^{i\mathbf{p}_B \cdot \mathbf{r}_2} e^{\pi/2p_B} \Gamma \left( 1 + \frac{i}{p_B} \right) {}_1F_1 \left( -\frac{i}{p_B}, 1, -i(p_B r_2 + \mathbf{p}_B \cdot \mathbf{r}_2) \right), \quad (49)$$

et l'atome d'hydrogène dans son état 2S métastable est décrit par la fonction d'onde non relativiste (NR) [9]

$$\psi_{2S}^{NR}(\mathbf{r}_2) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} (2 - r_2) e^{-r_2/2}. \quad (50)$$

Ainsi, la SEDT dans la NRCBA est donnée par :

$$\frac{d\bar{\sigma}^{(NRCBA)}}{dE_B d\Omega_B d\Omega_f} = \frac{|\mathbf{p}_f| |\mathbf{p}_B|}{|\mathbf{p}_i|} |f_{ion}^{CBA}|^2, \quad (51)$$

où  $f_{ion}^{CBA}$  est la première amplitude de Coulomb-Born correspondante à l'ionisation de l'atome d'hydrogène à l'état métastable 2S par l'impact d'un électron qui est donnée par :

$$f_{ion}^{CBA} = -\frac{2}{\Delta^2} \frac{e^{\pi/2p_B}}{4(2\pi)^2} \Gamma \left( 1 - \frac{i}{p_B} \right) \left[ -2 \frac{\partial I(\mathbf{q} = \mathbf{\Delta} - \mathbf{p}_B)}{\partial \lambda} - \frac{\partial^2 I(\mathbf{q} = \mathbf{\Delta} - \mathbf{p}_B)}{\partial \lambda^2} \right] \Bigg|_{\lambda=1/2}, \quad (52)$$

où l'intégrale  $I(\mathbf{q})$  est la même que celle donnée précédemment dans l'Eq. (21), mais ici  $\eta_B = 1/|\mathbf{p}_B|$ .

## 2.2 Géométrie coplanaire symétrique

La géométrie coplanaire symétrique peut être considérée comme un cas particulier de la géométrie coplanaire asymétrique. Rappelons tout d'abord que la géométrie symétrique, également appelée géométrie binaire, est définie par la condition que les énergies cinétiques des électrons diffusés et éjectés soient presque les mêmes, et que les angles des électrons diffusés et éjectés par rapport à la direction du faisceau incident soient égaux entre eux. Dans cette section, on présente le formalisme relativiste de la réaction ( $e, 2e$ ) dans l'approximation de Born des ondes planes relativistes (RPWBA), où les électrons incidents, diffusés et éjectés sont décrits par des ondes planes relativistes, et l'atome d'hydrogène dans son état 2S métastable est décrit par la fonction exacte relativiste donnée par :

$$\phi_i(t, \mathbf{r}_2) = \exp[-i\mathcal{E}_b(2S)t]\varphi_{Exact}^{(\pm),2S}(\mathbf{r}_2), \quad (53)$$

où  $\mathcal{E}_b(2S)$  est l'énergie de liaison de l'état 2S métastable de l'hydrogène atomique donnée dans l'Eq. (5). Pour le spin up,  $\varphi_{Exact}^{(+),2S}(\mathbf{r}_2)$  est exprimée par :

$$\begin{aligned} \varphi_{Exact}^{(+),2S}(\mathbf{r}_2) &= \frac{1}{2\sqrt{4\pi}} \frac{(2Z)^{\gamma_H+1/2}}{a_{2S}^{\gamma_H+1}} \sqrt{\frac{2\gamma_H+1}{(a_{2S}+1)\Gamma(2\gamma_H+1)}} r_2^{\gamma_H-1} e^{-Zr_2/a_{2S}} \\ &\times \begin{pmatrix} ig_{2S_{1/2}}(r_2) \\ 0 \\ f_{2S_{1/2}}(r_2) \cos(\theta) \\ f_{2S_{1/2}}(r_2) \sin(\theta) e^{i\phi} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (54)$$

où  $\theta$  et  $\phi$  sont les coordonnées sphériques de  $\mathbf{r}_2$ . Les deux quantités  $g_{2S_{1/2}}(r_2)$  et  $f_{2S_{1/2}}(r_2)$  sont telles que :

$$\begin{aligned} g_{2S_{1/2}}(r_2) &= \sqrt{1 + \frac{Z\alpha}{\sqrt{2(1-\gamma_H)}}} \left[ \left(1 - \frac{2Zr_2}{a_{2S}(2\gamma_H+1)}\right) (a_{2S}+1) - 1 \right], \\ f_{2S_{1/2}}(r_2) &= \sqrt{1 - \frac{Z\alpha}{\sqrt{2(1-\gamma_H)}}} \left[ \left(1 - \frac{2Zr_2}{a_{2S}(2\gamma_H+1)}\right) (a_{2S}+1) + 1 \right], \end{aligned} \quad (55)$$

où  $Z$  est le numéro atomique, et les deux paramètres  $\gamma_H$  et  $a_{2S}$  sont donnés par :

$$\gamma_H = \sqrt{1 - Z^2\alpha^2}; \quad a_{2S} = \sqrt{2(\gamma_H+1)}, \quad (56)$$

avec  $\alpha = 1/c$  est la constante de structure fine.

En substituant toutes ces expressions dans l'élément de matrice  $S$  (Eq. (2)) et après quelques manipulations, on obtient

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{\sigma}^{(RPWBA)}}{dE_B d\Omega_B d\Omega_f} &= \frac{1}{2} \frac{|\mathbf{p}_f||\mathbf{p}_B|}{c^6 |\mathbf{p}_i| \Delta^4} \left( \frac{1}{2} \sum_{s_i, s_f} |\bar{u}(p_f, s_f) \gamma^0 u(p_i, s_i)|^2 \right) \sum_{s_B} |\bar{u}(p_B, s_B) \gamma^0|^2 \\ &\times \left| \Phi_{2,1/2,1/2}(\mathbf{q} = \mathbf{\Delta} - \mathbf{p}_B) - \Phi_{2,1/2,1/2}(\mathbf{q} = -\mathbf{p}_B) \right|^2. \end{aligned} \quad (57)$$

Les différentes sommes sur les états de spin  $s_i$ ,  $s_f$  et  $s_B$  sont données précédemment dans les Eqs. (44-46). Les fonctions  $\Phi_{2,1/2,1/2}(\mathbf{q})$  sont les transformées de Fourier des fonctions d'onde relativistes de l'hydrogène atomique

$$\Phi_{n=2, j=1/2, m=1/2}(\mathbf{q}) = (2\pi)^{-3/2} \int d\mathbf{r}_2 e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_2} \varphi_{Exact}^{(+), 2S}(\mathbf{r}_2), \quad (58)$$

et  $\mathbf{\Delta} = \mathbf{p}_i - \mathbf{p}_f$  est le transfert d'impulsion. En remplaçant la fonction exacte  $\varphi_{Exact}^{(+), 2S}(\mathbf{r}_2)$  par son expression (54), on obtient

$$\begin{aligned} \Phi_{n=2, j=1/2, m=1/2}(\mathbf{q}) &= (2\pi)^{-3/2} \frac{1}{2\sqrt{4\pi}} \frac{(2Z)^{\gamma_H+1/2}}{a_{2S}^{\gamma_H+1}} \sqrt{\frac{2\gamma_H+1}{(a_{2S}+1)\Gamma(2\gamma_H+1)}} \\ &\times \begin{pmatrix} \int d\mathbf{r}_2 e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_2} r_2^{\gamma_H-1} e^{-Zr_2/a_{2S}} i g_{2S_{1/2}}(r_2) \\ 0 \\ \int d\mathbf{r}_2 e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_2} r_2^{\gamma_H-1} e^{-Zr_2/a_{2S}} f_{2S_{1/2}}(r_2) \cos(\theta) \\ \int d\mathbf{r}_2 e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_2} r_2^{\gamma_H-1} e^{-Zr_2/a_{2S}} f_{2S_{1/2}}(r_2) \sin(\theta) e^{i\phi} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (59)$$

L'expression de la SEDT dans l'approximation SRPWBA (semirelativistic plane wave Born approximation) reste similaire à celle donnée dans l'approximation RPWBA (57), sauf l'expression de la transformée de Fourier qui change puisque la fonction d'onde décrivant l'atome d'hydrogène dans la SRPWBA est remplacée par la fonction d'onde de Darwin que nous avons précédemment exprimée dans l'Eq. (6). Cette SEDT dans l'Eq. (57) doit être comparée à celle correspondante dans l'approximation de Born des ondes planes non relativistes (NRPWBA), où les électrons incidents, diffusés et éjectés sont décrits par des ondes planes non relativistes :

$$\frac{d\bar{\sigma}^{(NRPWBA)}}{dE_B d\Omega_B d\Omega_f} = \frac{2^{10}}{\pi^2 \Delta^4} \frac{|\mathbf{p}_f||\mathbf{p}_B|}{|\mathbf{p}_i|} \left[ \frac{4\mathbf{q}^2 - 1}{(1 + 4\mathbf{q}^2)^3} - \frac{4\mathbf{q}_0^2 - 1}{(1 + 4\mathbf{q}_0^2)^3} \right]^2, \quad (60)$$

où  $\mathbf{q} = \mathbf{\Delta} - \mathbf{p}_B$  et  $\mathbf{q}_0 = -\mathbf{p}_B$ .



### 3 Résultats et discussion

Dans ce qui précède, nous avons développé un modèle relativiste exact, dans la première approximation de Born, pour étudier l'ionisation de l'atome d'hydrogène métastable à l'état 2S par impact électronique à haute énergie dans les géométries coplanaires asymétriques et symétriques. Les dérivées requises des fonctions hypergéométriques et toutes les intégrales résultant des transformées de Fourier des fonctions d'onde de l'hydrogène atomique relativiste et semi-relativiste sont calculées sous des formes analytiques à l'aide du langage de programmation MATHEMATICA, qui est également utilisé pour tracer les différentes figures qui viendront par la suite. Dans cette section, on va présenter tous les résultats numériques obtenus dans les géométries asymétriques et symétriques. Pour cela, on va suivre la même disposition que celle adoptée dans la section précédente. Nous commencerons d'abord par les résultats obtenus dans le cas de la géométrie asymétrique, puis de la géométrie symétrique. Toutes les SEDTs sont données en unités atomiques.

#### 3.1 Géométrie coplanaire asymétrique

On commence notre discussion, dans ce cas, en comparant nos résultats avec ceux obtenus par Hafid *et al.* [23] dans le domaine non relativiste. Les résultats de Hafid ont été obtenus en utilisant l'approximation bien connu BBK (Brauner-Briggs-Klar) de Brauner *et al.* [25], et lorsque Hafid a présenté ses résultats, il les a également comparés à ceux obtenus par la fonction d'onde coulombienne et les calculs de la deuxième approximation de Born de Vucic *et al.* [24] pour l'énergie cinétique de l'électron incident de 250 eV et l'énergie cinétique de l'électron éjecté de 5 eV. Dans les figures suivantes (Fig. (1), Fig. (2) et Fig. (3)), qui contiennent la comparaison avec d'autres calculs théoriques, le choix des angles est le suivant :  $p_i$  est le long de l'axe  $z$  et  $\theta_i = 0^\circ$ ,  $\phi_i = 0^\circ$ . Pour l'électron diffusé, on choisit  $\phi_f = 0^\circ$  et  $\theta_f$  est fixé dans les Figs. (1) et (2), respectivement, aux valeurs  $\theta_f = 3^\circ$  et  $\theta_f = 5^\circ$ , tandis que dans la Fig. (3)  $\theta_f$  varie de  $-12^\circ$  à  $12^\circ$ . Pour l'électron éjecté, on choisit  $\phi_B = 0^\circ$  et  $\theta_B$  varie de  $0^\circ$  à  $360^\circ$  dans les Figs. (1) et (2) et il est fixé à la valeur  $\theta_B = 20^\circ$  dans la Fig. (3).

Nous comparons, dans la Fig (1), nos résultats dans la NRCBA (Eq. (51)) avec ceux de Hafid *et al.* et ceux obtenus par la fonction d'onde de Coulomb (où une onde de Coulomb est utilisée pour l'électron éjecté et des ondes planes pour les électrons incidents et diffusés : ce modèle est appelé 1CW (one Coulomb wave)) pour l'énergie cinétique incidente de 250 eV, la valeur de l'énergie cinétique d'éjection de 5 eV et l'angle de diffusion de  $\theta_f = 3^\circ$ . Nos résultats dans le modèle NRCBA ont été obtenus, comme nous l'avons vu dans les calculs théoriques de la section précédente, en utilisant une fonction d'onde coulombienne pour décrire uniquement l'électron éjecté, alors que les électrons rapides incidents et diffusés sont décrits par des fonctions d'onde planes non relativistes, négligeant ainsi l'interaction coulombienne de l'électron rapide diffusé avec le système. Donc, notre modèle NRCBA est le même que le modèle

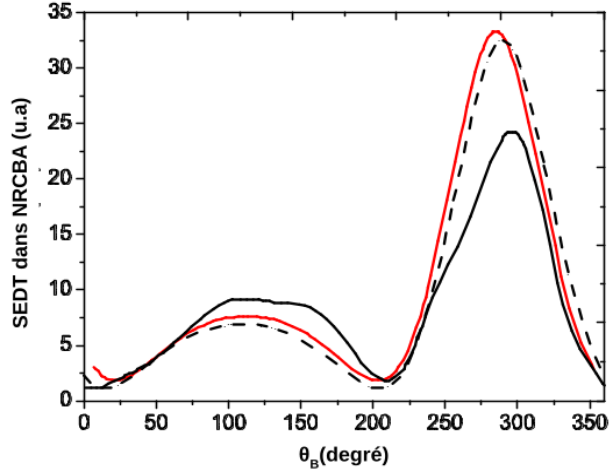


FIGURE 1 – La SEDT de l'ionisation ( $e, 2e$ ) de l'hydrogène 2S en fonction de l'angle d'éjection  $\theta_B$ . Les énergies cinétiques des électrons incidents et éjectés sont respectivement 250 eV et 5 eV et l'angle de diffusion  $\theta_f = 3^\circ$ . La ligne rouge pleine donne nos résultats (NRCBA) donnés dans l'Eq. (51), la ligne noire pleine ceux de Hafid *et al.* [23] et la ligne en tirets les résultats obtenus par la fonction d'onde de Coulomb.

1CW bien connu. Par conséquent, les résultats obtenus dans les deux modèles devraient être compatibles entre eux. Comme on peut le voir sur la Fig. (1), les deux courbes représentant ces résultats (courbes rouge et pointillée respectivement) présentent un bon accord et une bonne convergence. Elles sont très proches, tant par la forme de la courbe et l'emplacement des pics que par l'ordre de grandeur. Ces deux résultats obtenus en utilisant les fonctions d'onde de Coulomb restent différents en ordre de grandeur, ainsi qu'en hauteur du pic binaire du résultat obtenu par Hafid *et al.* en utilisant l'approximation BBK. La Figure (2) représente la même chose que dans la Fig. (1), mais pour un angle de diffusion  $\theta_f = 5^\circ$ . Nous avons également inclus ici les résultats de la deuxième approximation de Born de Vucic *et al.* [24]. Encore une fois, on voit clairement sur cette figure, que notre modèle NRCBA donne toujours les mêmes résultats par rapport au modèle 1CW avec une différence apparente entre eux et les résultats obtenus par d'autres calculs. Dans la région du recul, tous les résultats restent proches en forme et en ordre de grandeur. Il est intéressant de constater que les résultats de Hafid *et al.* révèlent un pic qui est également présent dans le calcul de Vucic *et al.* et absent dans le résultat de la première approximation de Born-Coulomb. En comparant les Figs. (1) et (2), on remarque que l'amplitude des deux pics diminue avec l'augmentation de l'angle de diffusion  $\theta_f$ . Nous étudions sur la Fig. (3), pour une même énergie cinétique, la variation de la NRCBA en fonction de l'angle de diffusion  $\theta_f$  pour l'angle d'éjection  $\theta_B = 20^\circ$ . La comparaison avec les résultats de Hafid *et al.* est également incluse. Cela donne un pic très net, plus élevé que les autres pics des figures précédentes. On observe également que l'électron diffusé, qui est relativement plus rapide que l'électron éjecté, sort avec de petits angles. Les divergences entre les résultats obtenus à l'aide des fonctions d'onde de Coulomb et d'autres résultats théoriques obtenus à

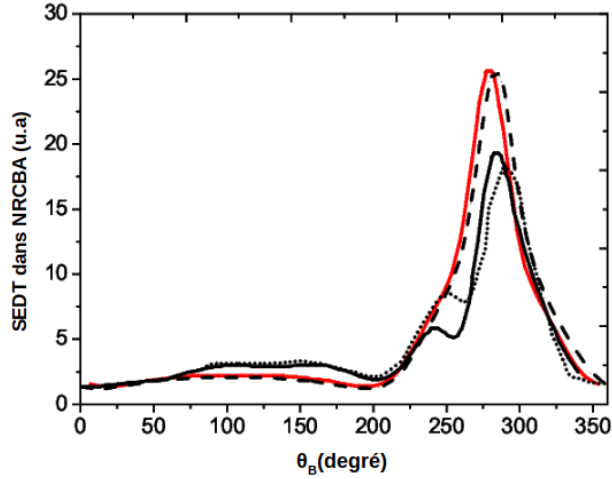


FIGURE 2 – La SEDT de l'ionisation (e, 2e) de l'hydrogène 2S en fonction de l'angle d'éjection  $\theta_B$ . Les énergies cinétiques des électrons incidents et éjectés sont respectivement 250 eV et 5 eV et l'angle de diffusion  $\theta_f = 5^\circ$ . La ligne rouge pleine donne nos résultats (NRCBA) donnés dans l'Eq. (51), la ligne noire pleine ceux de Hafid *et al.* [23], la ligne pointillée ceux de Vucic *et al.* [24] et la ligne en tirets les résultats obtenus en utilisant la fonction d'onde de Coulomb.

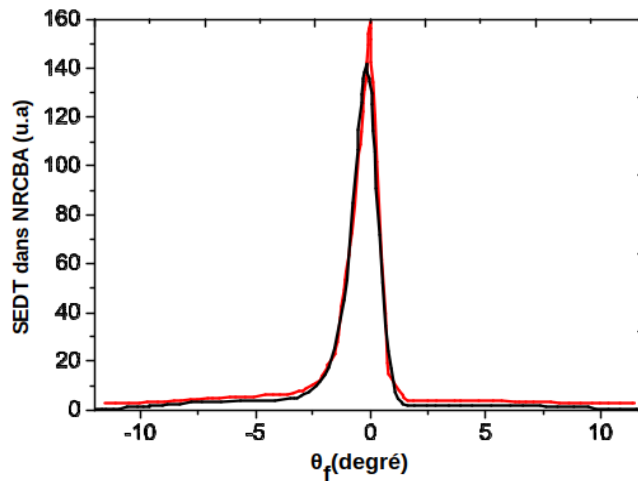


FIGURE 3 – La SEDT de l'ionisation (e, 2e) de l'hydrogène 2S en fonction de l'angle de diffusion  $\theta_f$ . Les énergies cinétiques des électrons incidents et éjectés sont respectivement 250 eV et 5 eV et l'angle d'éjection  $\theta_B = 20^\circ$ . La ligne rouge donne nos résultats (NRCBA) donnés dans l'Eq. (51) et la ligne noire ceux de Hafid *et al.* [23].

partir des approximations de BBK et de Born II présentées sur les Figs. (1) et (2) sont prévues en raison de la différence des approches utilisées dans chaque étude théorique. La fonction d'onde de l'état final dans les résultats BBK de Hafid *et al.* est améliorée en incluant les effets de toutes les interactions coulombiennes à longue portée et la répulsion entre les deux électrons finaux, ce qui conduit à des résultats comparables à la deuxième approximation de Born (Vucic *et al.*). Il a été prouvé, pour l'ionisation de l'atome d'hydrogène (1S) par impact électronique, que c'est le modèle BBK qui donne l'excellent accord avec l'expérience à des énergies d'impact

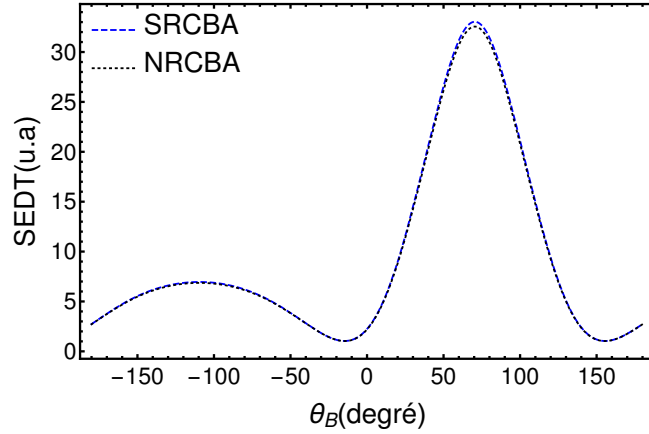


FIGURE 4 – Les deux SEDTs en fonction de l'angle  $\theta_B$ . Les énergies cinétiques des électrons incidents et éjectés sont respectivement 250 eV et 5 eV et l'angle de diffusion  $\theta_f = 3^\circ$ . Les autres angles sont choisis comme suit :  $\theta_i = 0^\circ$ ,  $\phi_i = 0^\circ$ ,  $\phi_f = 0^\circ$  et  $\phi_B = 180^\circ$ .

supérieures à 150 eV [25]. D'un point de vue théorique, la difficulté réside dans la description de l'état final à trois corps (ion résiduel, électrons diffusé et éjecté) en interaction coulombienne. La question des corrélations des différentes fonctions d'onde impliquées dans sa description reste, jusqu'à aujourd'hui, une question sans réponse. De nombreuses tentatives ont été faites pour déterminer la SEDT en négligeant l'interaction de l'électron diffusé rapide avec le système ou en utilisant un produit de deux fonctions d'onde de Coulomb pour les électrons diffusés et éjectés. Seule une étude expérimentale de référence pourrait juger de la validité ou non d'une approche théorique. Notre seul espoir réside donc dans les expériences futures qui nous donneront l'occasion de valider nos résultats à différentes énergies. La figure (4) représente la SEDT dans la SRCBA et celle correspondante dans la NRCBA pour l'angle de diffusion  $\theta_f = 3^\circ$ . On constate, comme dans le cas de l'état fondamental [1], que les deux courbes sont identiques et présentent deux pics, l'un dans l'intervalle entre  $-180^\circ$  et  $0^\circ$  (pic de recul) dû à l'interaction projectile-noyau et l'autre dans l'intervalle entre  $0^\circ$  et  $180^\circ$  (pic binaire) dû à l'interaction électron-électron. Le fait que l'approximation SRCBA donne les mêmes résultats que la NRCBA à basses énergies peut être considéré comme un critère pour vérifier sa cohérence et sa validité. Cependant, même dans le régime non relativiste, de petits effets sont présentés, en raison du traitement semi-relativiste des fonctions d'onde que nous avons utilisé dans la SRCBA, et ceux-ci ne peuvent être liés qu'à l'effet de spin.

### 3.2 Géométrie coplanaire symétrique

En géométrie symétrique, comme nous l'avons mentionné précédemment, les énergies cinétiques des électrons diffusés et éjectés doivent être presque égales. La SEDT, dans tous les modèles étudiés dans la section précédente, dépend explicitement des valeurs d'énergie cinétique des électrons diffusés et éjectés, en plus des différentes coordonnées sphériques liées à

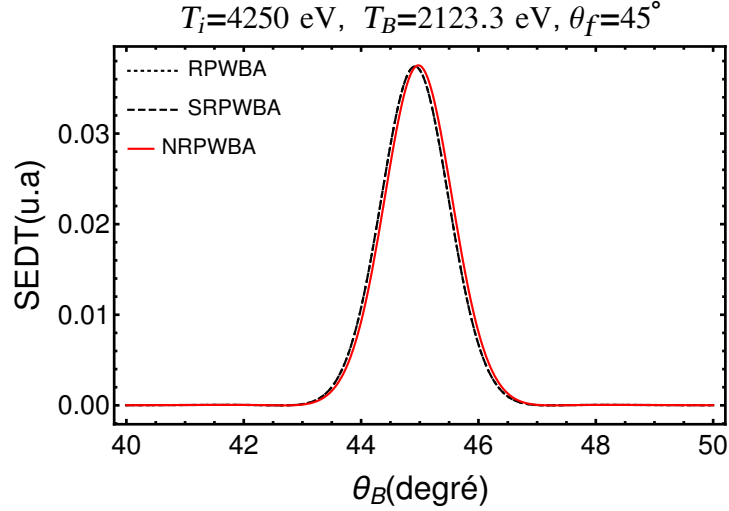


FIGURE 5 – Les trois SEDTs en fonction de l'angle  $\theta_B$ . Les énergies cinétiques des électrons incidents et éjectés sont respectivement 4250 eV et 2123.3 eV et l'angle de diffusion  $\theta_f = 45^\circ$ .

chaque électron. Il faut donc choisir avec soin les valeurs de ces énergies cinétiques, afin que la condition de géométrie mentionnée ci-dessus soit respectée. Nous rappelons ici au lecteur la relation qui nous permet d'obtenir ces valeurs sans violer la condition de géométrie symétrique. En utilisant la conservation de l'énergie cinétique  $T_f = T_i + \varepsilon_{2S} - T_B$ , on trouve que, selon la condition  $T_f = T_B$ ,  $T_B = (T_i + \varepsilon_{2S})/2$ , où  $\varepsilon_{2S} = -3.4 \text{ eV} = -0.125 \text{ u.a}$  est l'énergie de liaison non relativiste de l'hydrogène atomique dans son état 2S métastable. Ainsi, chaque énergie cinétique de l'électron incident correspond à une énergie cinétique de l'électron éjecté déterminée à partir de cette relation, de sorte que la condition de géométrie symétrique reste toujours vérifiée. Pour la géométrie coplanaire symétrique, nous choisissons la situation angulaire suivante où  $p_i$  est le long de l'axe  $z$  ( $\theta_i = 0^\circ, \phi_i = 0^\circ$ ). Pour l'électron diffusé, on choisit ( $\theta_f = 45^\circ, \phi_f = 0^\circ$ ) et pour l'électron éjecté on choisit  $\phi_B = 180^\circ$  et l'angle  $\theta_B$  varie différemment d'une figure à l'autre. Tout d'abord, nous précisons la limite entre les domaines relativiste et non relativiste dans le cas de l'ionisation de l'atome d'hydrogène à partir de son état 2S métastable. Car, par rapport aux résultats de l'état fondamental (1S), nous avons constaté qu'il existe une différence significative entre les deux valeurs des limites non relativistes. Si l'atome d'hydrogène est ionisé à partir de son état fondamental 1S, la valeur de la limite non relativiste est définie par la valeur du paramètre relativiste ( $\gamma = [1 - (\beta/c)^2]^{-1/2}$ ) de 1.0053 qui correspond à une énergie cinétique de l'électron incident de 2700 eV [1]. Nous rappelons ici que, en unités atomiques, l'énergie cinétique est liée au paramètre  $\gamma$  par la relation suivante :  $T_i = c^2(\gamma - 1)$ . Cela signifie que lorsque la valeur du paramètre relativiste  $\gamma$  est supérieure à 1.0053, une différence entre les énergies cinétiques relativiste et non relativiste apparaît. Dans le cas de l'ionisation de l'atome d'hydrogène à partir de son état 2S métastable, nous avons constaté que la limite non relativiste changeait et augmentait légèrement de 2700 eV jusqu'à atteindre la valeur de 4250 eV. Dans la Fig. (5), on constate qu'il n'y

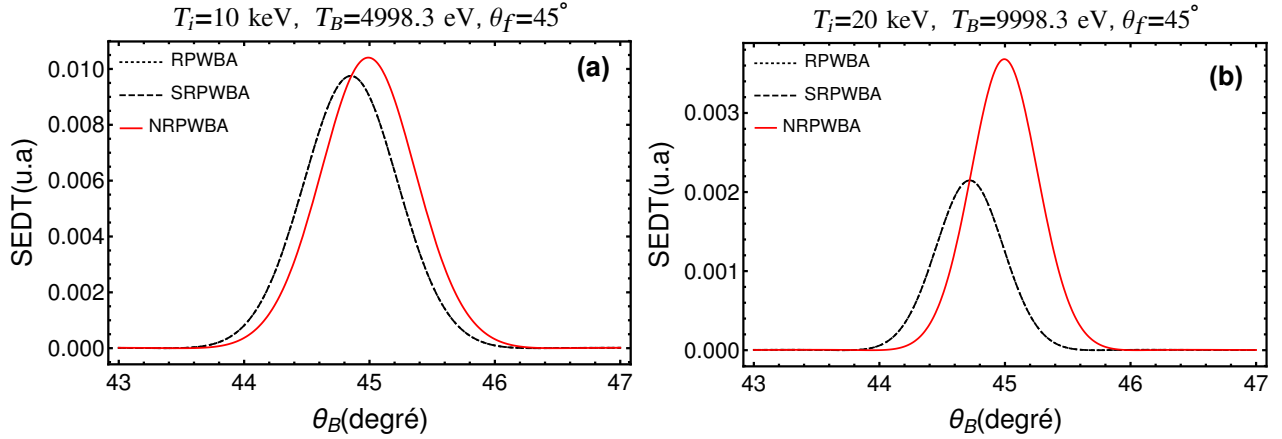


FIGURE 6 – Même chose que dans la Fig. (5) mais pour les énergies cinétiques des électrons incidents et éjectés **(a)** 10000 eV et 4998.3 eV et **(b)** 20000 eV et 9998.3 eV respectivement.

a aucune différence entre les SEDTs (RPWBA, SRPWBA et NRPWBA) dans la limite non relativiste, puisque toutes les courbes des trois SEDTs sont presque égales et identiques. Cette figure représente la première vérification de nos modèles, en particulier dans la limite non relativiste ( $T_i = 4250$  eV,  $T_f = T_B = 2123.3$  eV). Cependant, on note que lorsqu'on dépasse cette limite en élevant l'énergie cinétique de l'électron incident à 10 keV et 20 keV, la SEDT non relativiste commence à différer des deux autres SEDTs qui restent égales comme le montre la Fig. (6). Ainsi, l'accord entre les modèles relativiste et non relativiste est bon à partir de la limite non relativiste et en dessous ( $T_i \leq 4250$  eV), mais le désaccord augmente à hautes énergies. Il apparaît à partir de la Fig. (6) que dans le domaine relativiste, les effets des termes de spin et de la relativité commencent à être perceptibles et que le formalisme non relativiste n'est plus valable. On remarque dans la Fig. (5) qu'il y a une symétrie parfaite autour de la valeur  $\theta_B = 45^\circ$  et que les trois SEDTs sont toutes maximales au voisinage de la même valeur. On note également sur la Fig. (6) que la position du pic binaire dans le domaine relativiste se déplace vers des valeurs plus petites que  $45^\circ$ . En comparant les Figs. (5) et (6), on voit clairement que l'ordre de grandeur du pic binaire diminue avec l'augmentation de l'énergie cinétique de l'électron incident, ce qui est le comportement habituel dans l'ionisation d'un atome par impact de particules chargées. D'ailleurs, ces deux SEDTs (RPWBA et SRPWBA) relativiste et semi-relativiste restent les mêmes et égales, quelle que soit la valeur de l'énergie cinétique de l'électron incident. Par exemple, nous donnons dans la Fig. (7) une représentation de la RPWBA et de la SRPWBA à une énergie cinétique incidente élevée de 511002 eV. Il nous apparaît à travers la Fig. (7) que les deux SEDTs (RPWBA et SRPWBA), malgré les différentes fonctions d'onde utilisées pour décrire l'atome d'hydrogène dans chacune d'elles, donnent les mêmes résultats même à des énergies élevées. Ce phénomène a été prouvé et appliqué à plusieurs cas lors de l'étude de l'excitation ou de l'ionisation de l'atome d'hydrogène où il suffit d'utiliser la fonction d'onde de Darwin, au lieu de la fonction d'onde analytique

exacte, comme état semi-relativiste pour représenter l'hydrogène atomique, et il a été constaté que cela donne presque les mêmes résultats que la description exacte uniquement lorsque la condition  $Z\alpha \ll 1$  est vérifiée. C'est précisément la raison pour laquelle, lors de l'étude théorique de la géométrie asymétrique dans la section précédente, nous nous sommes contentés du traitement du modèle SRCBA sans le modèle correspondant dans l'approximation relativiste de Coulomb Born (RCBA). Il n'est donc pas nécessaire de compliquer davantage le calcul tant que les deux donnent les mêmes résultats. À titre d'illustration, de manière similaire

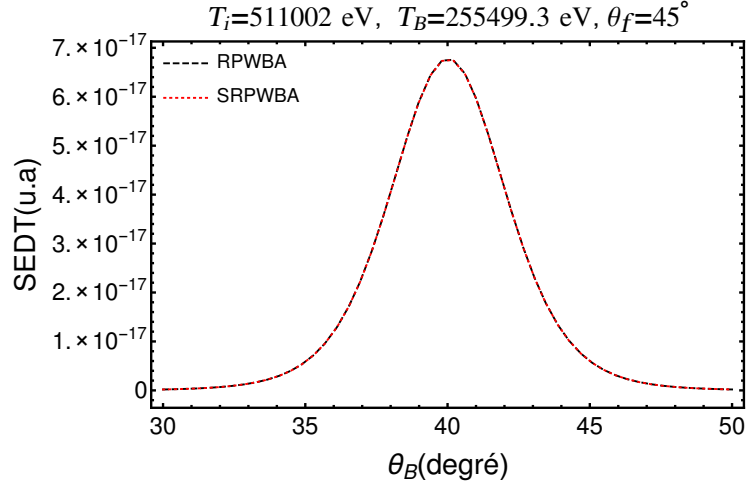


FIGURE 7 – Les deux SEDTs dans le régime relativiste en fonction de l'angle  $\theta_B$ . Les énergies cinétiques de l'électron incident et de l'électron éjecté sont respectivement : 511002 eV et 255499.3 eV, et l'angle de diffusion  $\theta_f = 45^\circ$ .

au graphe 2D, le graphe de contours de la Fig. (8) présente davantage d'informations sur la variation et la forme de SEDT dans la RPWBA en fonction de l'énergie cinétique de l'électron incident et de l'angle  $\theta_B$  dans la géométrie coplanaire binaire. Pour la variation par rapport à  $\theta_B$ , on observe que la SEDT diminue aux petits et grands angles. Nous voyons également que la SEDT présente un maximum uniquement au point  $\theta_B = \theta_f = 45^\circ$ , et son ordre de grandeur à ce point particulier diminue lorsque l'énergie cinétique de l'électron incident augmente. La Figure (9) montre que lorsque l'énergie cinétique de l'électron incident augmente à condition que  $\theta_B = \theta_f = 45^\circ$ , le pic de SEDT diminue et reste presque autour de  $\phi_B = 180^\circ$ . D'après la Fig. (9), on voit que lorsque l'énergie augmente, la probabilité d'observer l'électron éjecté dans la direction  $\phi_B = 180^\circ$  diminue progressivement. La Figure (9) indique également que pour toutes les figures de la géométrie symétrique, dans lesquelles nous choisissons  $\phi_B$  comme constante, elle doit être égale à  $180^\circ$ , puisque le pic est clairement situé autour de cette valeur. Figure (10) représente les variations de SEDT dans la RPWBA en fonction des angles  $\theta_B$  et  $\theta_f$  à des énergies  $T_i = 5000 \text{ eV}$  et  $T_B = 2498.3 \text{ eV}$ . Le but d'inclure cette figure est de montrer l'importance de la condition sur les deux angles  $\theta_B$  et  $\theta_f$  à vérifier dans la géométrie symétrique coplanaire. À travers cette figure, il nous apparaît clairement que la SEDT

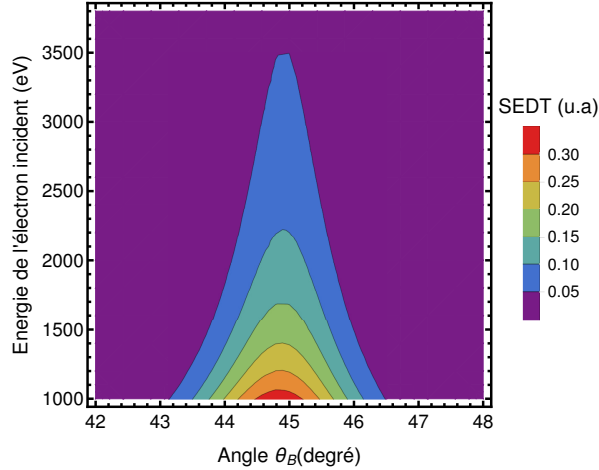


FIGURE 8 – La SEDT, dans la RPWBA, en fonction de l'angle  $\theta_B$  et l'énergie cinétique de l'électron incident  $T_i$  variant de 1000 eV à 3800 eV. Nous avons utilisé la condition  $40^\circ \leq \theta_f = \theta_B \leq 50^\circ$ .

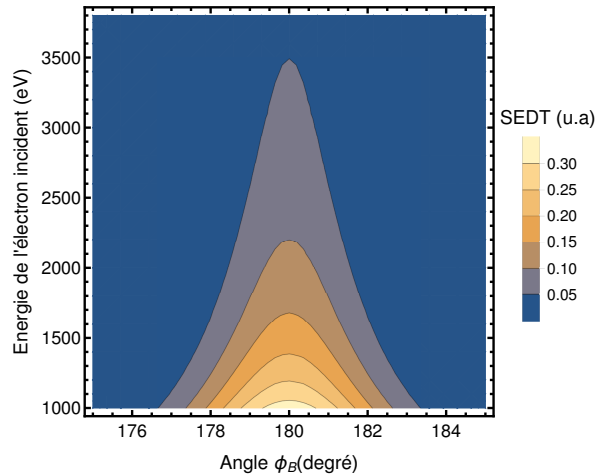


FIGURE 9 – La SEDT, dans la RPWBA, en fonction de l'angle  $\phi_B$  et l'énergie cinétique de l'électron incident  $T_i$  variant de 1000 eV à 3800 eV pour  $\theta_B = \theta_f = 45^\circ$ .

représente une valeur maximale à  $\theta_f = \theta_B = 45^\circ$  et commence à diminuer directement dans les zones où cette condition est violée. Il est donc évident que nous devons toujours respecter cette condition et la prendre en compte lorsque nous travaillons dans le cadre de la géométrie symétrique coplanaire. Dans la Fig. (11), nous traçons les deux SEDTs (SRCBA et NRCBA) dans la géométrie symétrique coplanaire à des énergies relativistes. Dans le régime relativiste, en augmentant la valeur de l'énergie cinétique incidente (10 keV, 15 keV, 20 keV), on remarque le déplacement du maximum de la SEDT dans la SRCBA vers des valeurs plus petites que  $\theta_B = 45^\circ$ , ainsi que le fait que la SRCBA est toujours inférieure à la NRCBA. On rappelle que dans le domaine non relativiste, nous avons déjà comparé nos résultats pour les deux géométries coplanaires asymétrique et symétrique. Dans la Fig. (12), nous traçons la RPWBA et la NRPWBA avec les deux SEDTs (SRCBA et NRCBA). On voit que la NRCBA et la



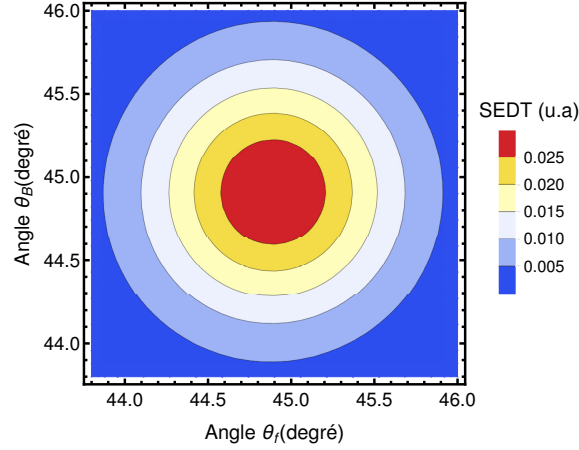


FIGURE 10 – La SEDT, dans la RPWBA, en fonction de l'angle  $\theta_B$  et l'angle  $\theta_f$  pour  $T_i = 5000$  eV et  $T_B = 2498.3$  eV.

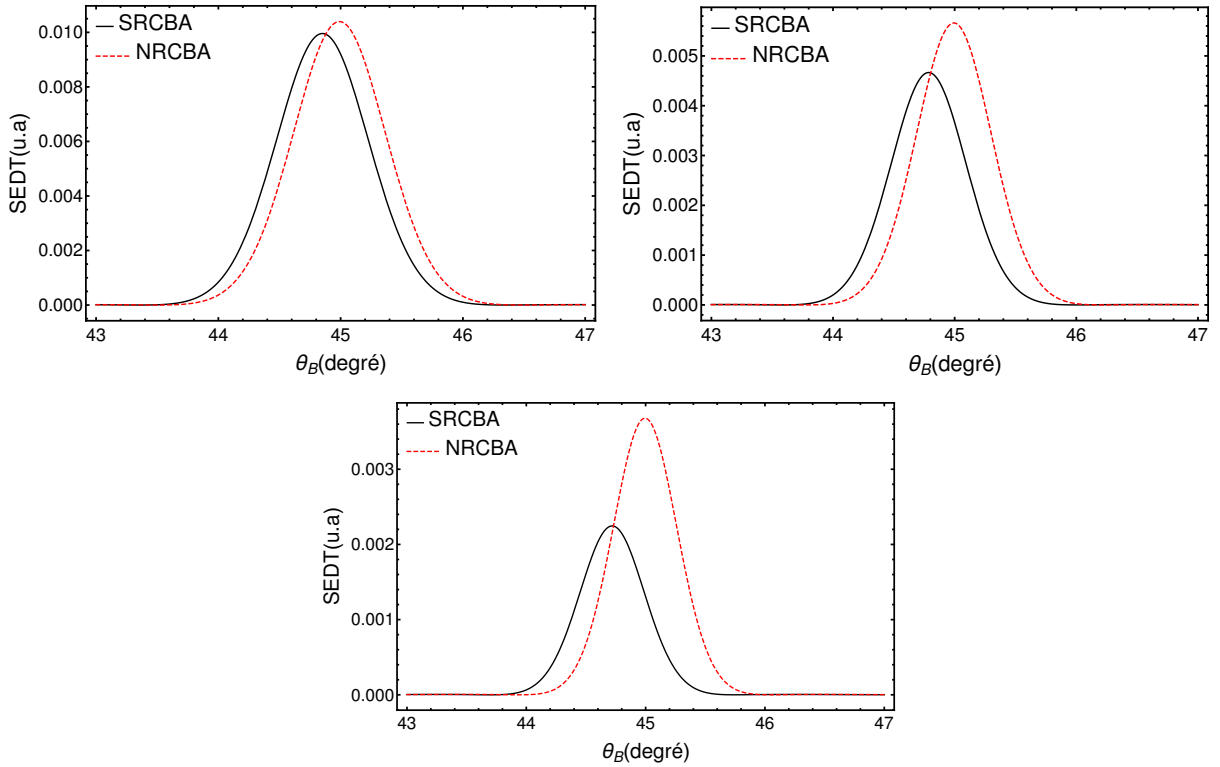


FIGURE 11 – Les deux SEDTs en géométrie coplanaire symétrique en fonction de l'angle  $\theta_B$  pour l'angle de diffusion  $\theta_f = 45^\circ$ . Les énergies cinétiques de l'électron incident et éjecté sont : (a)  $T_i = 10000$  eV et  $T_B = 4998.3$  eV, (b)  $T_i = 15000$  eV et  $T_B = 7498.3$  eV et (c)  $T_i = 20000$  eV et  $T_B = 9998.3$  eV.

SRCBA sont les mêmes et qu'ils donnent une SEDT plus faible dû au fait que l'électron éjecté subit encore l'effet coulombien de l'ion résiduel tant que son énergie cinétique ( $T_B = 123.3$  eV dans ce cas) est insuffisante pour franchir la barrière de Coulomb imposée par l'ion résiduel. En augmentant simultanément l'énergie cinétique des électrons incident et éjecté (toujours en vérifiant la géométrie coplanaire symétrique), on constate que l'électron éjecté commence

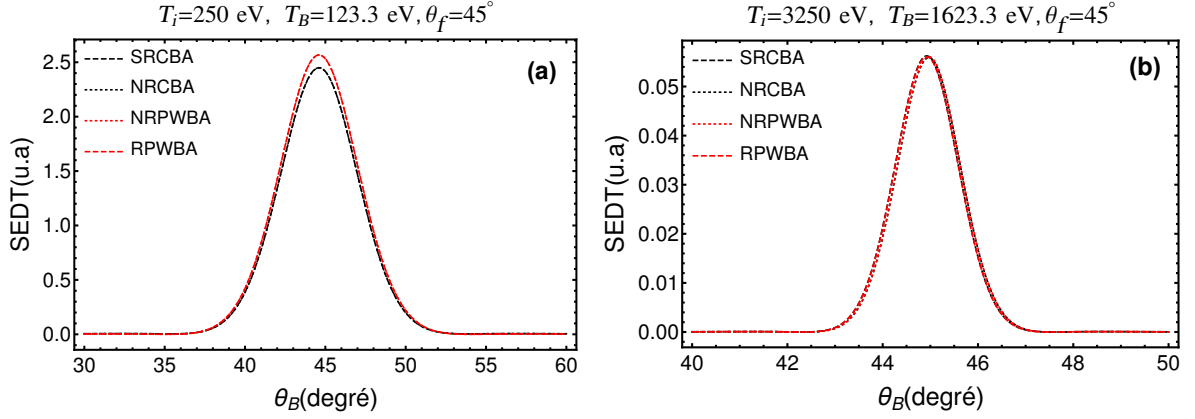


FIGURE 12 – Les quatre SEDTs en géométrie coplanaire symétrique en fonction de l'angle  $\theta_B$  pour l'angle de diffusion  $\theta_f = 45^\circ$ . Les énergies cinétiques de l'électron incident et éjecté sont : (a)  $T_i = 250$  eV et  $T_B = 123.3$  eV et (b)  $T_i = 3250$  eV et  $T_B = 1623.3$  eV.

lentement à s'échapper de l'effet Coulomb jusqu'à ce qu'il le traverse complètement à l'énergie cinétique  $T_B = 1623.3$  eV. Dans la Fig. 12(b), il y a un très bon accord entre les quatre modèles et ils produisent les mêmes résultats car l'utilisation de la fonction d'onde de Coulomb n'est plus nécessaire.

Afin de comparer avec les résultats expérimentaux disponibles dans la littérature pour la SET, nous avons tenté de calculer notre SET dans la RPWBA en effectuant l'intégration numérique de SEDT (57). Après cela, la SET ne dépend que de  $E_i$ , l'énergie cinétique de l'électron incident. On a :

$$\bar{\sigma}_{tot}^{RPWBA} = 4\pi^2 \int_0^{E_B^{max}/2} \frac{d\bar{\sigma}^{(RPWBA)}}{dE_B d\Omega_B d\Omega_f} dE_B \int_0^\pi \sin(\theta_B) d\theta_B \int_0^\pi \sin(\theta_f) d\theta_f, \quad (61)$$

où  $E_B^{max}$  est la valeur maximale de l'énergie cinétique de l'électron éjecté ; elle est choisie, conformément à la conservation de l'énergie cinétique, pour être  $E_B^{max} = E_i + \mathcal{E}_b(2S)$  où  $\mathcal{E}_b(2S)$  est l'énergie de liaison de l'état 2S métastable de l'hydrogène atomique donnée dans (5). La division par 2 dans la limite maximale de l'intégrale sur  $E_B$  est inspirée de l'auteur Prasad [10]. Dans le tableau 1, nous comparons nos résultats (61) avec ceux obtenus théoriquement par Mukherjee *et al.* [11] en utilisant une méthode rigoureuse d'onde déformée dans laquelle les effets des distorsions du canal initial et final sont pris en compte. Le tableau 2 résume la comparaison de nos résultats avec les résultats expérimentaux mesurés par Defrance *et al.* en utilisant une méthode de faisceau croisé où un faisceau d'électrons croise un faisceau d'hydrogène atomique à  $90^\circ$  [12]. Les différences notables qui apparaissent entre nos résultats et ceux de Mukherjee ou les résultats expérimentaux peuvent être principalement dues à deux facteurs principaux. La première est que les résultats expérimentaux sont obtenus en faisant entrer en collision un faisceau d'électrons avec un faisceau d'atomes d'hydrogène, et donc en obtenant les données de la SET en termes d'énergie du centre de masse, alors que

nous avons supposé que l'atome d'hydrogène était stable et l'avons bombardé avec un électron. Cela signifie que nous entrons comme variable l'énergie cinétique de l'électron incident. Cette différence dans les paramètres d'entrée conduira inévitablement à des résultats finaux différents. Le deuxième facteur est que la limite maximale de l'énergie cinétique de l'électron éjecté  $E_B^{max}$  ne peut être déterminée par une méthode convenue et contrôlée. Chacun et la méthode qu'il pense être logique et suit pour définir cette valeur maximale. Cette différence, ainsi que celle de l'approche théorique appliquée pour étudier le processus d'ionisation, peut constituer un obstacle à la comparaison des résultats théoriques entre eux. Notre SET relativiste calculée dans le cadre du modèle RPWBA devrait donner un bon ajustement, surtout à hautes énergies où les effets de la relativité et du spin sont notables. Néanmoins, tous les résultats seront acceptables tant qu'ils sont approximativement égaux, au moins, en ordre de grandeur autour de  $10^{-16}\text{cm}^2$ .

Tableau 1 – Comparaison de nos résultats (61) avec les résultats théoriques de Mukherjee *et al.* [11] pour la section efficace totale de l'ionisation  $e^- - \text{H}(2S)$ .

Énergie de l'électron incident [eV]	Section efficace totale [ $10^{-16}\text{cm}^2$ ]	
	Résultats théoriques [11]	Nos résultats
5.1	4.665	2.43
7.65	8.416	7.13
10.2	10.03	9.48
13.6	9.424	10.36
17	8.672	10.19
20.4	7.968	9.67
30.6	6.608	7.93
40.8	5.360	6.56
68	3.792	4.32

Tableau 2 – Comparaison de nos résultats (61) avec les résultats expérimentaux de DeFrance *et al.* [12] pour la section efficace totale de l'ionisation  $e^- - \text{H}(2S)$ .

Énergie au centre de masse [eV]	$\sigma_{tot}^{2S}$ [ $10^{-16}\text{cm}^2$ ]	Énergie de l'électron incident [eV]	$\bar{\sigma}_{tot}^{RPWBA}$ [ $10^{-16}\text{cm}^2$ ]
	Résultats expérimentaux [12]		Nos résultats
6.3	5.94	6.3	4.31
8.3	8.75	8.3	6.98
10.3	10.5	10.3	8.39
12.3	7.67	12.3	8.99
14.3	8.06	14.3	9.13
18.3	7.56	18.3	8.81
23.3	6.22	23.3	8.06
25.3	6.92	25.3	7.75
31.8	6.63	31.8	6.82

## 4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons calculé les sections efficaces différentielles triples (SEDTs) pour l'ionisation de l'atome d'hydrogène H(2S) par impact électronique pour les géométries coplanaires asymétriques et symétriques. Dans la géométrie coplaire asymétrique, nous avons comparé nos résultats non relativistes avec ceux d'autres théories et constaté que le modèle actuel est très proche de celui obtenu par la fonction d'onde de Coulomb à des angles de diffusion  $\theta_f = 3^\circ$  et  $\theta_f = 5^\circ$ . Dans la géométrie coplaire symétrique, une nouvelle valeur de la limite non relativiste est déterminée théoriquement pour être de 4250 eV, qui est très différente de celle connue pour l'état fondamental H(1S) (2700 eV) [1]. La SEDT relativiste a été évaluée dans le cadre du modèle relativiste (RPWBA) dans la première approximation de Born. La cohérence de ce modèle théorique est vérifiée en prenant la limite non relativiste. La SEDT semi-relativiste dans la SRPWBA donne pratiquement les mêmes résultats que la RPWBA, quelle que soit l'énergie cinétique de l'électron incident, si la condition  $Z\alpha \ll 1$  est satisfaite. Nous avons montré que le formalisme non relativiste n'est plus valable, dans les deux géométries, pour des énergies cinétiques incidentes supérieures à 10 keV, en raison des effets du spin et de relativité qui commencent à apparaître à hautes énergies. En comparant nos résultats pour les deux géométries coplanaires asymétrique et symétrique, nous avons constaté que l'utilisation de la fonction d'onde coulombienne pour décrire l'électron éjecté n'est plus nécessaire tant que son énergie cinétique  $T_B \geq 1623.3$  eV. La comparaison des résultats de la SET relativiste avec ceux disponibles théoriquement et expérimentalement a donné lieu à un bon accord à hautes énergies, avec peu de différence pour les raisons mentionnées ci-dessus. Nous espérons que nos résultats serviront de motivation pour réaliser de telles expériences de collision à haute énergie dans le futur.

- [1] Y. Attaourti, S. Taj and B. Manaut, *Phys. Rev. A* **71**, 062705 (2005).
- [2] Y. Attaourti and S. Taj, *Phys. Rev. A* **69**, 063411 (2004).
- [3] P. Descouvemont and D. Baye, *Rep. Prog. Phys.* **73**, 036301 (2010).
- [4] I. Bray and D. V. Fursa, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 2674 (1996).
- [5] D. H. Madison and O. Al-Hagan, *J. At. Mol. Opt. Phys.* **2010**, 1 (2010).
- [6] J. Eichler and W. E. Meyerhof, *Relativistic Atomic Collisions* (Academic, New York, 1995).
- [7] H. S. W. Massey and C. B. O. Mohr, *Proc. R. Soc. London* **140**, 613 (1933).
- [8] W. Greiner and J. Reinhardt, *Quantum Electrodynamics* (Springer-Verlag, Berlin, 1992).
- [9] C. J. Joachain, *Quantum Collision Theory*, (Edition North-Holland Publishing Company Amsterdam, 1975).
- [10] S. S. Prasad, *Proc. Phys. Soc.* **87**, 393 (1966).
- [11] K. K. Mukherjee, K. B. Choudhury, N. R. Singh, P. S. Mazumdar and S. Brajamani, *Aust. J. Phys.* **42**, 475 (1989).
- [12] P. Defrance, W. Clays, A. Cornet and G. Poulaert, *J. Phys. B : At. Mol. Phys.* **14**, 111 (1981).

## CHAPITRE II.3

# IONISATION DE L'ATOME D'HYDROGÈNE H(2S) PAR IMPACT D'ÉLECTRONS EN PRÉSENCE DU CHAMP LASER DANS LA GÉOMÉTRIE BINAIRE COPLANAIRE

Dans ce chapitre, nous établissons un modèle théorique pour l'ionisation relativiste de l'hydrogène atomique H(2S) par impact d'électrons rapides en présence d'un champ laser polarisé circulairement dans la géométrie binaire coplanaire. L'étude effectuée en l'absence du champ laser dans le chapitre précédent sert à assurer les tests de validité indispensables pour nos calculs.

En présence du champ laser, nous introduisons dans la première étape l'approximation DVPWBA1 (Dirac-Volkov Plane Wave Born-Approximation 1) où nous tenons compte seulement de l'habillage relativiste des électrons incident et diffusé. Nous montrons que cette approximation introduit une asymétrie dans la description du processus de diffusion, puisqu'il n'y a pas d'échange de photons entre le champ laser et l'électron éjecté, avec un domaine de validité limité aux champs très faibles et des basses énergies cinétiques de l'électron. Ensuite, nous introduisons l'approximation DVPWBA2 (Dirac-Volkov Plane Wave Born-Approximation 2) où nous tenons compte de l'habillage relativiste total de tous les électrons (incident, diffusé et éjecté).

L'organisation de ce chapitre est la suivante : dans la section 1, nous étudions l'approximation relativiste DVPWBA1 et après nous introduisons l'approximation DVPWBA2. Remarquons toutefois que dans ce travail, nous n'avons pas tenu compte de l'habillage de la cible atomique car cela reviendrait à résoudre le problème de Coulomb-Volkov (résolution de l'équation de Dirac pour l'électron de l'hydrogène atomique en présence du champ laser). Or, jusqu'à présent, aucune solution même approchée de ce problème n'existe [1]. Dans la section 2, nous discutons les résultats obtenus et nous terminons par une conclusion dans la section 3. Au long de ce chapitre, nous utilisons les unités atomiques (u.a) ( $\hbar = m_e = e = 1$ ) avec  $m_e$

est la masse au repos de l'électron.

## 1 Calcul théorique de la SEDT

En présence d'un champ EM monochromatique classique de quadri-potentiel  $A^\mu$ , l'électron relativiste, considéré comme une particule de Dirac de spin- $\frac{1}{2}$  avec une quadri-impulsion  $p^\mu$ , est décrit par une fonction bispineure  $\psi$  qui obéit à l'équation de Dirac suivante [2] :

$$\left\{ \left( \hat{p} - \frac{A}{c} \right)^2 - c^2 - \frac{i}{2c} F_{\mu\nu} \sigma^{\mu\nu} \right\} \psi(x) = 0, \quad (1)$$

où  $c \simeq 137$  u.a est la vitesse de la lumière dans le vide.  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$  est le tenseur du champ EM et  $\sigma^{\mu\nu} = \frac{1}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$ . Pour un champ de polarisation circulaire ( $A^\mu = a_1^\mu \cos(\phi) + a_2^\mu \sin(\phi)$ ) avec un 4-vecteur d'onde  $k$ , la solution de l'Eq. (1), également appelée fonction d'onde relativiste de Dirac-Volkov [3], est donnée lorsqu'elle est normalisée au volume  $V$  par :

$$\psi(x) = \left\{ 1 + \frac{k \cdot A}{2c(k \cdot p)} \right\} \frac{u(p, s)}{\sqrt{2QV}} \times \exp \left[ -i(q \cdot x) - i \int_0^{kx} \frac{(p \cdot A)}{c(k \cdot p)} d\phi \right], \quad (2)$$

où  $u(p, s)$  représente le bispineur de l'électron libre et  $q^\mu = p^\mu - A^2 k^\mu / [2c^2(k \cdot p)] = (Q/c, \mathbf{q})$  est la quadri-impulsion habillée (quasi-impulsion) que l'électron acquiert en présence d'un champ laser. Son carré donne  $q^2 = m_*^2 c^2$ , où  $m_* = \sqrt{1 - A^2/c^4}$  est la masse effective de l'électron à l'intérieur du champ EM.

On considère le processus de diffusion inélastique suivant :

$$e^-(p_i) + \text{H}(2\text{S}) \longrightarrow \text{H}^+ + e^-(p_B) + e^-(p_f), \quad (3)$$

qui schématise l'ionisation de l'hydrogène atomique métastable H(2S) par impact électronique.  $p_i$ ,  $p_f$  et  $p_B$  sont, respectivement, les quadri-impulsions des électrons incident, diffusé et éjecté. Nous appliquons à ce processus un champ laser que nous choisissons monochromatique et polarisé circulairement. Il peut être décrit par le quadri-potentiel classique suivant

$$A^\mu = a_1^\mu \cos(\phi) + a_2^\mu \sin(\phi), \quad \phi = (k \cdot x), \quad (4)$$

où  $\phi$  est la phase du champ laser.  $k = (\omega/c, \mathbf{k})$  est le 4-vecteur d'onde et  $\omega$  est la fréquence du laser. Ce quadri-potentiel satisfait la condition de Lorentz ( $\partial_\mu A^\mu = 0 \Rightarrow (k \cdot a_1) = (k \cdot a_2) = 0$ ). Les 4-vecteurs de polarisation  $a_1^\mu$  et  $a_2^\mu$  sont orthogonaux et de même ordre de grandeur, ce qui implique  $(a_1 \cdot a_2) = 0$  et  $a_1^2 = a_2^2 = a^2 = -|\mathbf{a}|^2 = -(\mathcal{E}_0/\omega)^2$ , où  $\mathcal{E}_0$  est l'intensité du champ

électrique.

Dans ce cas, la fonction de Volkov donnée dans l'Eq. (2) devient

$$\psi(x) = \left\{ 1 + \frac{kA}{2c(k.p)} \right\} \frac{u(p, s)}{\sqrt{2QV}} \times \exp[iS(q, x)], \quad (5)$$

où

$$S(q, x) = -q.x - \frac{(a_1.p)}{c(k.p)} \sin(\phi) + \frac{(a_2.p)}{c(k.p)} \cos(\phi). \quad (6)$$

Pour étudier notre processus (3) en présence d'un champ EM, nous procédons en deux étapes. Dans la première, nous habillons uniquement les électrons incident et diffusé. Dans la deuxième étape, nous habillons tous les électrons, y compris celui qui est éjecté.

## 1.1 La SEDT dans l'approximation DVPWBA1

On commence l'étude du processus (3) en considérant d'abord la DVPWBA1 où nous considérons uniquement l'habillage relativiste des électrons incident et diffusé. Par conséquent, dans la première approximation de Born, l'élément de matrice de transition pour le canal direct peut être écrit comme suit :

$$\begin{aligned} S_{fi} &= -\frac{i}{c} \int_{-\infty}^{+\infty} dx^0 \langle \psi_{q_f}(x_1) \phi_f(x_2) | V_d | \psi_{q_i}(x_1) \phi_i(x_2) \rangle, \\ &= -i \int_{-\infty}^{+\infty} dt \int d\mathbf{r}_1 \bar{\psi}_{q_f}(t, \mathbf{r}_1) \gamma^0 \psi_{q_i}(t, \mathbf{r}_1) \langle \phi_f(x_2) | V_d | \phi_i(x_2) \rangle, \end{aligned} \quad (7)$$

où  $V_d = 1/r_{12} - 1/r_1$  est le potentiel d'interaction directe entre l'électron incident et l'atome d'hydrogène.  $\psi_{q_i}(t, \mathbf{r}_1)$  et  $\psi_{q_f}(t, \mathbf{r}_1)$  représentent les fonctions d'onde de Dirac-Volkov décrivant, respectivement, les électrons incident et diffusé. Ces fonctions d'onde, normalisées par rapport au volume  $V$ , sont données par

$$\begin{aligned} \psi_{q_i}(t, \mathbf{r}_1) &= \left\{ 1 + \frac{kA_{(1)}}{2c(k.p_i)} \right\} \frac{u(p_i, s_i)}{\sqrt{2Q_i V}} \times \exp[iS(q_i, x_1)], \\ \psi_{q_f}(t, \mathbf{r}_1) &= \left\{ 1 + \frac{kA_{(1)}}{2c(k.p_i)} \right\} \frac{u(p_f, s_f)}{\sqrt{2Q_f V}} \times \exp[iS(q_f, x_1)], \end{aligned} \quad (8)$$

où  $A_{(1)}^\mu = a_1^\mu \cos(\phi_1) + a_2^\mu \sin(\phi_1)$  et  $\phi_1 = (k.x_1) = \omega t - \mathbf{k}.\mathbf{r}_1$ .  $Q_i$  et  $Q_f$  sont, respectivement, les énergies totales des électrons incident et diffusé en présence du champ laser données par

$$Q_i = E_i - \frac{a^2 \omega}{2c^2(k.p_i)}, \quad Q_f = E_f - \frac{a^2 \omega}{2c^2(k.p_f)}. \quad (9)$$



$\phi_i(x_2) = \phi_i(t, \mathbf{r}_2)$  est la fonction d'onde exacte relativiste qui décrit l'atome d'hydrogène dans son état 2S métastable donnée dans le chapitre II.2 (voir l'Eq. (53)). L'électron éjecté (non habillé) est décrit par une onde plane de Dirac relativiste libre  $\phi_f(x_2)$  donnée par

$$\phi_f(x_2) = \psi_{p_B}(x_2) = \frac{u(p_B, s_B)}{\sqrt{2E_B V}} e^{-ip_B \cdot x_2}. \quad (10)$$

En insérant les différentes fonctions d'onde présentées ci-dessus dans l'expression de l'élément de la matrice (7) et après quelques manipulations détaillées précédemment dans le chapitre II.2, on trouve

$$S_{fi} = -i8\pi^2(2\pi)^{3/2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{\delta(Q_f - Q_i - n\omega + E_B - \mathcal{E}_b(2S))}{\Delta_n^2 \sqrt{8Q_i Q_f E_B V^3}} \left[ \bar{u}(p_f, s_f) \Gamma^n u(p_i, s_i) \right] \bar{u}(p_B, s_B) \gamma^0 \quad (11)$$

$$\times \left( \Phi_{2,1/2,1/2}(\mathbf{q} = \mathbf{\Delta}_n - \mathbf{p}_B) - \Phi_{2,1/2,1/2}(\mathbf{q} = -\mathbf{p}_B) \right),$$

où  $n$  est le nombre de photons échangés entre le champ laser et les électrons incident et diffusé.  $\mathcal{E}_b(2S)$  est l'énergie de liaison de l'état 2S métastable de l'hydrogène atomique.  $\mathbf{\Delta}_n = \mathbf{q}_i - \mathbf{q}_f + n\mathbf{k}$  est le transfert d'impulsion. Les fonctions  $\Phi_{n=2,j=1/2,m=1/2}(\mathbf{q})$  sont les transformées de Fourier des fonctions d'onde de l'hydrogène atomique relativiste (Voir leur expression (59) dans le chapitre précédent). La sommation sur le nombre  $n$  apparaît en effectuant la transformation suivante qui introduit les fonctions de Bessel ordinaires,

$$e^{iz \sin(\phi)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(z) e^{in\phi}. \quad (12)$$

La quantité  $\Gamma^n$  dans (11) est définie par

$$\Gamma^n = [\gamma^0 - 2(\omega/c)a^2 \not{k} / [4c^2(k \cdot p_i)(k \cdot p_f)]] B_n$$

$$+ [(1/[2c(k \cdot p_i)])\gamma^0 \not{k} \not{a}_1 + (1/[2c(k \cdot p_f)])\not{a}_1 \not{k} \gamma^0] B_{1n} \quad (13)$$

$$+ [(1/[2c(k \cdot p_i)])\gamma^0 \not{k} \not{a}_2 + (1/[2c(k \cdot p_f)])\not{a}_2 \not{k} \gamma^0] B_{2n},$$

où les coefficients  $B_n$ ,  $B_{1n}$  et  $B_{2n}$  sont exprimés en termes de fonctions de Bessel ordinaires par :

$$B_n = J_n(z_n) \exp[in\phi_{10}],$$

$$B_{1n} = \frac{1}{2} \left( J_{n+1}(z_n) \exp[i(n+1)\phi_{10}] + J_{n-1}(z_n) \exp[i(n-1)\phi_{10}] \right), \quad (14)$$

$$B_{2n} = \frac{1}{2i} \left( J_{n+1}(z_n) \exp[i(n+1)\phi_{10}] - J_{n-1}(z_n) \exp[i(n-1)\phi_{10}] \right),$$

où  $z_n$  est l'argument de la fonction de Bessel donné par

$$z_n = \sqrt{\left[ \frac{a_1 \cdot p_i}{c(k \cdot p_i)} - \frac{a_1 \cdot p_f}{c(k \cdot p_f)} \right]^2 + \left[ \frac{a_2 \cdot p_i}{c(k \cdot p_i)} - \frac{a_2 \cdot p_f}{c(k \cdot p_f)} \right]^2}, \quad (15)$$

et

$$\phi_{10} = \arccos \left( \frac{(a_1 \cdot p_i)/[c(k \cdot p_i)] - (a_1 \cdot p_f)/[c(k \cdot p_f)]}{z_n} \right). \quad (16)$$

En utilisant les techniques standards de la QED, nous avons pour la SEDT non polarisée dans l'approximation DVPWBA1

$$\left( \frac{d\bar{\sigma}}{dE_B d\Omega_B d\Omega_f} \right)^{\text{DVPWBA1}} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{d\bar{\sigma}^n}{dE_B d\Omega_B d\Omega_f} \Big|_{Q_f=Q_i+n\omega+\varepsilon_b(2S)-E_B}, \quad (17)$$

où

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{\sigma}^n}{dE_B d\Omega_B d\Omega_f} &= \frac{1}{2} \frac{|\mathbf{q}_f| |\mathbf{p}_B|}{|\mathbf{q}_i| c^6 \Delta_n^4} \left( \frac{1}{2} \sum_{s_i, s_f} |\bar{u}(p_f, s_f) \Gamma^n u(p_i, s_i)|^2 \right) \left( \sum_{s_B} |\bar{u}(p_B, s_B) \gamma^0|^2 \right) \\ &\times |\Phi_{2,1/2,1/2}(\mathbf{q} = \mathbf{\Delta}_n - \mathbf{p}_B) - \Phi_{2,1/2,1/2}(\mathbf{q} = -\mathbf{p}_B)|^2. \end{aligned} \quad (18)$$

En utilisant les techniques standards de l'algèbre des matrices de Dirac  $\gamma$ , on obtient

$$\frac{1}{2} \sum_{s_i, s_f} |\bar{u}(p_f, s_f) \Gamma^n u(p_i, s_i)|^2 = \frac{1}{2} \text{Tr} [(\not{p}_f c + c^2) \Gamma^n (\not{p}_i c + c^2) \bar{\Gamma}^n] \text{ and } \sum_{s_B} |\bar{u}(p_B, s_B) \gamma^0|^2 = 4E_B, \quad (19)$$

où

$$\begin{aligned} \bar{\Gamma}^n &= \gamma^0 \Gamma^{n+} \gamma^0 = [\gamma^0 - 2(\omega/c) a^2 \not{k} / [4c^2 (k \cdot p_i) (k \cdot p_f)]] B_n^* \\ &+ [(1/[2c(k \cdot p_i)]) \not{\epsilon}_1 \not{k} \gamma^0 + (1/[2c(k \cdot p_f)]) \gamma^0 \not{k} \not{\epsilon}_1] B_{1n}^* \\ &+ [(1/[2c(k \cdot p_i)]) \not{\epsilon}_2 \not{k} \gamma^0 + (1/[2c(k \cdot p_f)]) \gamma^0 \not{k} \not{\epsilon}_2] B_{2n}^*. \end{aligned} \quad (20)$$

Le calcul de trace est effectué numériquement à l'aide de FeynCalc [4].

## 1.2 La SEDT dans l'approximation DVPWBA2

Dans cette section, nous considérerons l'habillage relativiste de tous les électrons incident, diffusé et éjecté, qui seront donc décrits par des fonctions d'onde de Dirac-Volkov normalisées au volume  $V$ . Dans l'approximation DVPWBA2, nous introduirons une autre sommation sur le nombre de photons,  $n_B$ , qui peuvent être échangés entre le champ laser et l'électron éjecté en raison de l'habillage relativiste de ce dernier. La différence entre les approximations DVPWBA1 et DVPWBA2 réside dans le choix de la fonction d'onde décrivant l'électron éjecté.

Maintenant, la fonction d'onde de Dirac-Volkov de l'électron éjecté habillé est la suivante :

$$\phi_f(x_2) = \psi_{q_B}(x_2) = \left\{ 1 + \frac{\not{k}A_{(2)}}{2c(k \cdot p_B)} \right\} \frac{u(p_B, s_B)}{\sqrt{2Q_B V}} \times \exp[iS(q_B, x_2)], \quad (21)$$

où  $A_{(2)} = a_1^\mu \cos(\phi_2) + a_2^\mu \sin(\phi_2)$  est le quadri-potentiel du champ laser que l'électron éjecté ressent, il diffère de  $A_{(1)}$  dans la phase  $\phi_2$ , où  $\phi_2 = (k \cdot x_2) = \omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_2$ . En procédant de la même manière que précédemment, on obtient pour la SEDT non polarisée dans l'approximation DVPWBA2

$$\left( \frac{d\bar{\sigma}}{dQ_B d\Omega_B d\Omega_f} \right)^{\text{DVPWBA2}} = \sum_{n, n_B = -\infty}^{+\infty} \frac{d\bar{\sigma}^{n, n_B}}{dQ_B d\Omega_B d\Omega_f} \Big|_{Q_f = Q_i + (n + n_B)\omega + \mathcal{E}_b(2S) - Q_B}, \quad (22)$$

avec

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{\sigma}^{n, n_B}}{dQ_B d\Omega_B d\Omega_f} &= \frac{1}{2} \frac{|\mathbf{q}_f| |\mathbf{q}_B|}{|\mathbf{q}_i| c^6 \Delta_n^4} \left( \frac{1}{2} \sum_{s_i, s_f} |\bar{u}(p_f, s_f) \Gamma^n u(p_i, s_i)|^2 \right) \left( \sum_{s_B} |\bar{u}(p_B, s_B) \Gamma^{n_B} \gamma^0|^2 \right) \\ &\times |\Phi_{2,1/2,1/2}(\mathbf{q} = \mathbf{\Delta}_{n+n_B} - \mathbf{q}_B) - \Phi_{2,1/2,1/2}(\mathbf{q} = -\mathbf{q}_B + n_B \mathbf{k})|^2, \end{aligned} \quad (23)$$

où  $\mathbf{\Delta}_{n+n_B} = \mathbf{q}_i - \mathbf{q}_f + (n + n_B)\mathbf{k}$ . La somme sur les spins de l'électron éjecté peut être convertie en calcul de trace comme suit :

$$\sum_{s_B} |\bar{u}(p_B, s_B) \Gamma^{n_B} \gamma^0|^2 = \text{Tr}[(\not{p}_B c + c^2) \Gamma^{n_B} \gamma^0 \bar{\Gamma}^{n_B}], \quad (24)$$

où

$$\Gamma^{n_B} = B_{n_B} + (1/[2c(k \cdot p_B)])(\not{\phi}_1 \not{k} B_{1n_B} + \not{\phi}_2 \not{k} B_{2n_B}). \quad (25)$$

Les trois coefficients  $B_{n_B}$ ,  $B_{1n_B}$  et  $B_{2n_B}$  peuvent être exprimés de la même manière que dans l'Eq. (14) avec un nouvel argument,  $z_B$ , et  $\phi_{20}$  définis comme suit :

$$\begin{aligned} z_B &= (1/[c(k \cdot p_B)]) \sqrt{(a_1 \cdot p_B)^2 + (a_2 \cdot p_B)^2}, \\ \phi_{20} &= \arccos \left( \frac{-(a_1 \cdot p_B)/[c(k \cdot p_B)]}{z_B} \right). \end{aligned} \quad (26)$$

## 2 Résultats et discussion

Dans cette section, consacrée à la présentation et à la discussion des résultats numériques, nous commençons par examiner la validité et la précision de notre calcul théorique. Pour ce faire, nous examinerons la limite non relativiste trouvée dans le chapitre précédent II.2, qui est de 4250 eV comme énergie cinétique de l'électron incident. Nous allons également considérer la limite de l'absence du champ dans les approximations DVPWBA1 et DVPWBA2 en fixant

l'intensité du champ à zéro et en annulant les deux nombres de photons échangés  $n$  et  $n_B$ . Dans la géométrie binaire coplanaire, nous avons choisi pour l'électron incident  $\theta_i = 0^\circ$  et  $\phi_i = 0^\circ$ , pour l'électron diffusé  $\theta_f = 45^\circ$  et  $\phi_f = 0^\circ$  et pour l'électron éjecté  $\phi_B = 180^\circ$  et l'angle  $\theta_B$  varie de  $0^\circ$  à  $360^\circ$ . Le résultat obtenu est présenté dans la Fig. (1). Toutes les courbes sont difficiles à distinguer en raison de la coïncidence des résultats dans ce cas. Cependant, on

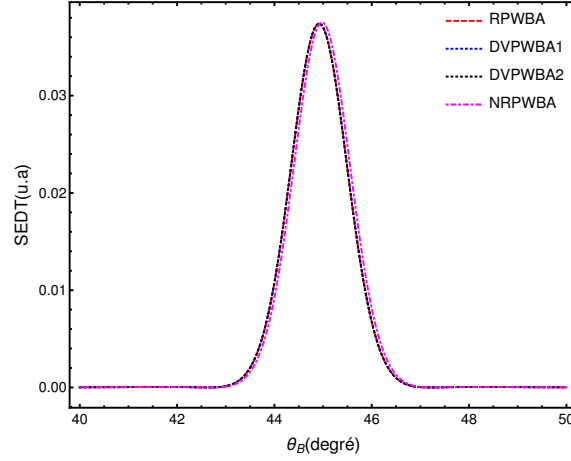


FIGURE 1 – La SEDT de l'ionisation ( $e, 2e$ ) de l'hydrogène 2S en fonction de l'angle  $\theta_B$ . Les énergies cinétiques des électrons incidents et éjectés sont respectivement de 4250 eV et 2123.3 eV, et l'angle de diffusion  $\theta_f = 45^\circ$ . Pour les paramètres du laser, nous avons fixé (comme indication de l'absence du champ)  $\mathcal{E}_0 = 0$  V/cm et  $n = n_B = 0$ . L'abréviation RPWBA (NRPWBA) signifie relativistic (nonrelativistic) plane wave Born approximation. Voir chapitre II.2.

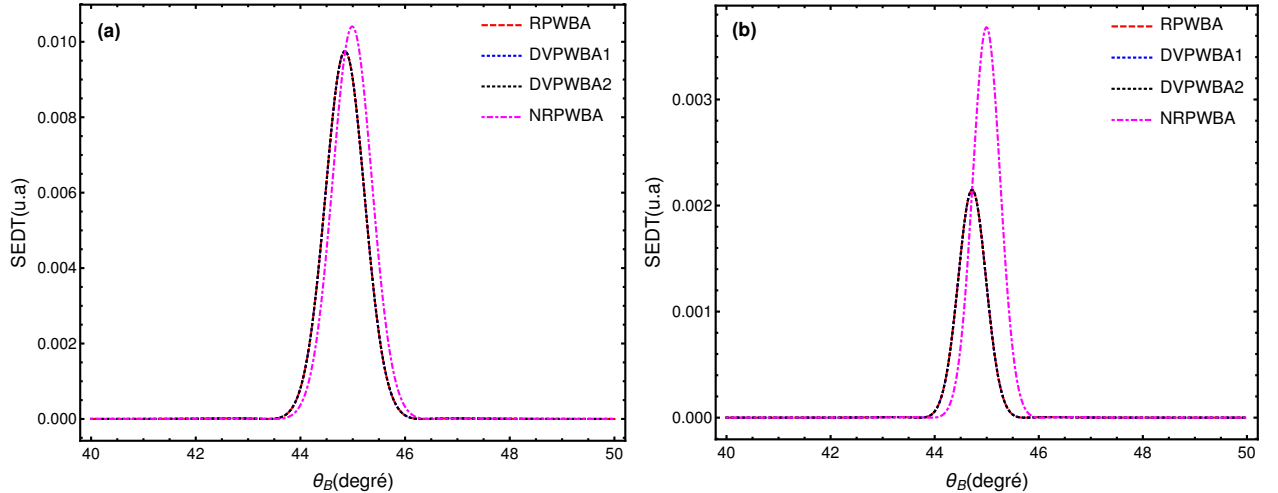


FIGURE 2 – Même chose que dans la Fig. (1), mais pour les énergies cinétiques de l'électron incident et éjecté (a) 10000 eV et 4998.3 eV, (b) 20000 eV et 9998.3 eV respectivement.

note que lorsqu'on dépasse cette limite en élevant l'énergie cinétique de l'électron incident à 10 keV et 20 keV, la SEDT non relativiste commence à différer des trois autres SEDTs comme le montre la Fig. (2). Ainsi, l'accord entre les modèles relativistes et non relativistes est bon

à partir de la limite non relativiste et en dessous ( $T_i \leq 4250$  eV), mais le désaccord augmente à hautes énergies. Il apparaît à partir de la Fig. (2) que dans le domaine relativiste, les effets des termes du spin et de la relativité commencent à être perceptibles et que le formalisme non relativiste n'est plus valable.

En présence du champ laser, la fréquence utilisée pour extraire tous les résultats est :  $\omega = 0.043$  u.a. = 1.17 eV, qui correspond à la transition d'un laser Neodymium Nd. Il a été montré [5] que pour une fréquence laser  $\omega = 0.043$  u.a., qui correspond à une énergie de photon de 1.17 eV, les effets d'habillage dus à la cible atomique ne sont pas importants. Pour

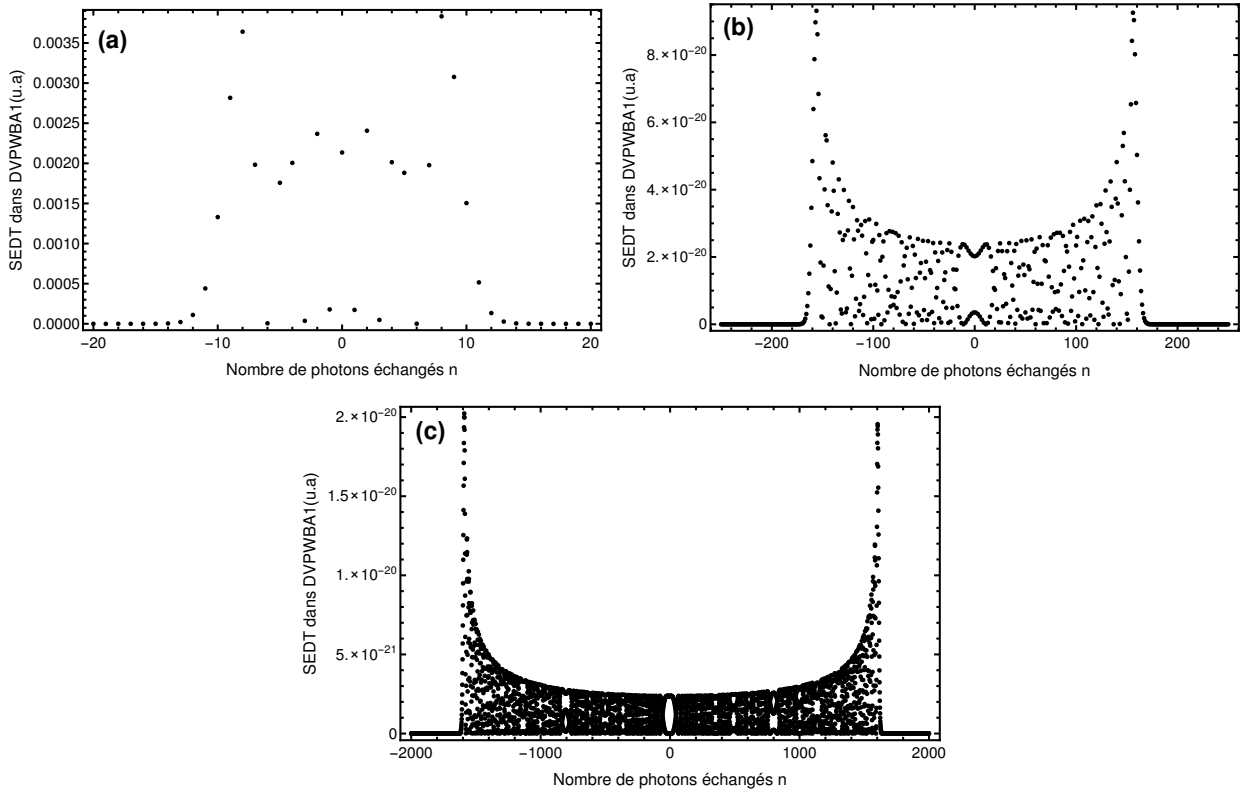


FIGURE 3 – Enveloppes de la SEDT dans l'approximation DVPWBA1 en fonction du nombre de photons  $n$  pour **(a)** :  $T_i = 4250$  eV,  $T_B = 2123.3$  eV,  $\theta_f = \theta_B = 45^\circ$ ,  $\mathcal{E}_0 = 10^7$  V/cm, **(b)** :  $T_i = 511002$  eV,  $T_B = 255499.3$  eV,  $\theta_f = \theta_B = 45^\circ$ ,  $\mathcal{E}_0 = 10^7$  V/cm, **(c)** :  $T_i = 511002$  eV,  $T_B = 255499.3$  eV,  $\theta_f = \theta_B = 45^\circ$ ,  $\mathcal{E}_0 = 10^8$  V/cm.

illustrer la localisation de cut-off de la SEDT relativiste dans l'approximation DVPWBA1, nous avons présenté dans la Fig. (3) les variations de la SEDT en fonction du nombre de photons  $n$  pour différentes énergies et intensités du champ. On obtient des enveloppes qui tombent soudainement dans les deux côtés ( $n > 0$  et  $n < 0$ ) à cause des propriétés des fonctions de Bessel ordinaires introduites lors du calcul. D'après cette figure, plus l'énergie cinétique de l'électron incident ou l'intensité du champ électrique est grande, plus le nombre de photons échangés,  $n$ , est élevé.

Pour avoir une convergence des enveloppes **(a)** et **(b)**, il faut sommer la SEDT sur le

nombre de photons  $n$ . La figure 4 représente la SEDT sommée sur différents nombres de photons  $n$  dans l'approximation DVPWBA1. Cette figure montre clairement que plus on somme sur  $n$ , plus la SEDT se rapproche de celle en l'absence du champ, jusqu'à ce qu'elles soient égales lorsqu'on atteint le nombre de cut-off lié à chaque énergie. Selon les deux Figs. 3(a) et (b), le nombre de cut-off est  $n = \pm 20$  et  $n = \pm 200$  respectivement. Pour cette raison, nous constatons que la SEDT en présence du champ coïncide avec celle en l'absence du champ lorsqu'on somme sur  $n = \pm 20$  dans Fig. 4(a) et sur  $n = \pm 200$  dans Fig. 4(b). Cette convergence est appelée la règle de somme [6]. Dans la figure (5), on présente deux cas intéressants

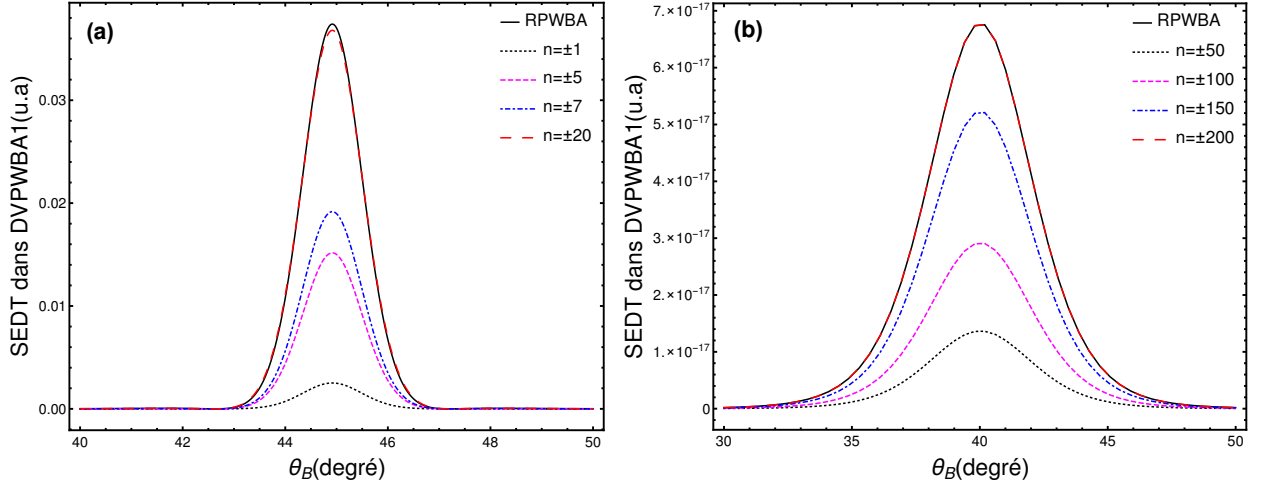


FIGURE 4 – La SEDT sommée sur différents nombres de photons  $n$  dans l'approximation DVPWBA1 en fonction de l'angle  $\theta_B$  pour (a) :  $T_i = 4250$  eV,  $T_B = 2123.3$  eV,  $\theta_f = 45^\circ$ ,  $\mathcal{E}_0 = 10^7$  V/cm, (b) :  $T_i = 511002$  eV,  $T_B = 255499.3$  eV,  $\theta_f = 45^\circ$ ,  $\mathcal{E}_0 = 10^7$  V/cm.

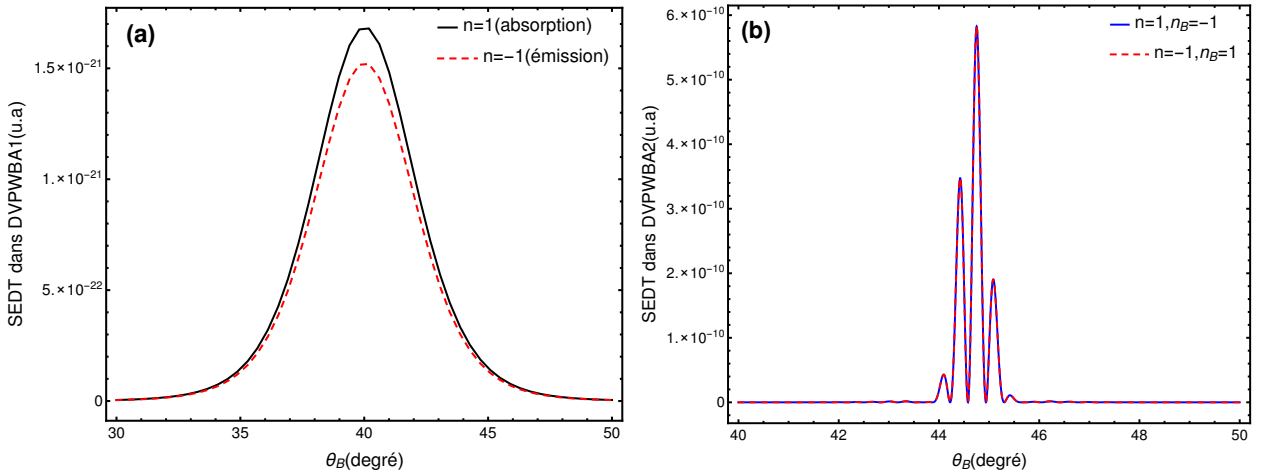


FIGURE 5 – La SEDT pour l'émission et l'absorption d'un seul photon dans les deux approximations (a) : (DVPWBA1)  $T_i = 511002$  eV,  $T_B = 255499.3$  eV,  $\theta_f = 45^\circ$ ,  $\mathcal{E}_0 = 2.57113 \times 10^8$  V/cm = 0.05 u.a., (b) : (DVPWBA2)  $T_i = 20000$  eV,  $T_B = 9998.3$  eV,  $\theta_f = 45^\circ$ ,  $\mathcal{E}_0 = 2.57113 \times 10^8$  V/cm = 0.05 u.a.

qui correspondent à l'absorption et à l'émission d'un seul photon. Il a été montré que lorsque

tous les électrons sont décrits par des ondes planes de Dirac-Volkov, les sections efficaces différentielles correspondantes pour les processus d'absorption et d'émission d'un seul photon sont identiques. Mais, d'après la Fig. 5(a), on voit que l'émission est inférieure à l'absorption dans l'approximation DVPWBA1. Dans l'approximation DVPWBA2, l'émission et l'absorption sont les mêmes comme on peut le voir clairement dans la Fig. 5(b). Par conséquent, il semble que l'approximation DVPWBA1 introduit une asymétrie dans la description du processus d'ionisation, car il n'y a pas d'échange de photons entre le champ laser et l'électron éjecté.

### 3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons calculé les sections efficaces différentielles triples (SEDTs) assistées par laser pour l'ionisation de l'atome d'hydrogène H(2S) par impact électronique. Nous avons utilisé la géométrie coplanaire symétrique où il n'est pas nécessaire de décrire l'électron éjecté par les fonctions d'onde coulombiennes. Une comparaison entre les domaines relativiste et non relativiste ainsi qu'avec les résultats en l'absence du champ est effectuée avec précision. Le champ laser a contribué fortement à la diminution de la SEDT suite à l'absorption et l'émission de photons. La règle de somme, selon laquelle la SEDT sommée sur tous les nombres de photons échangés donne la SEDT sans champ, est bien vérifiée.

- [1] S. Taj, Thèse de Doctorat Nationale, *Étude théorique relativiste de l'ionisation de l'hydrogène atomique par impact d'électrons en l'absence et en présence du champ laser*, Université Moulay Ismail, (2005).
- [2] V. B. Berestetskii, E. M. Lifshitz and L.P. Pitaevskii, *Quantum Electrodynamics*, second ed., Butterworth-Heinemann, Oxford, 1982.
- [3] D. M. Volkov, *Z. Phys.* **94**, 250 (1935).
- [4] V. Shtabovenko, R. Mertig and F. Orellana, *Comput. Phys. Commun.* **256**, 107478 (2020).
- [5] P. Francken, Phd Thesis, Université Libre de Bruxelles, 1988.
- [6] H. Krüger and C. Jung, *Phys. Rev. A* **17**, 1706 (1978); *Phys. Rev. A* **21**, 408 (1980).



## CONCLUSION DE PARTIE II

Dans cette deuxième partie, nous avons présenté une étude théorique relativiste de l'ionisation de l'hydrogène atomique H(2S) par impact d'électrons. Cette étude est réalisée en deux étapes, la première est consacrée au développement des modèles théoriques pour calculer la SEDT dans les géométries coplanaires symétriques et asymétriques sans introduction du champ laser. Dans la deuxième étape, nous avons fait la même étude dans la géométrie binaire coplanaire en présence du champ laser et en tenant compte uniquement de l'habillage relativiste des électrons.

Dans le premier chapitre, nous nous sommes familiarisés avec le formalisme relativiste et quelques notions élémentaires nécessaires pour le calcul de la section efficace différentielle triple des processus (e, 2e). Après, nous avons présenté l'approximation de Born et les fonctions d'onde semi-relativistes et relativistes qui décrivent l'atome d'hydrogène dans son état métastable 2S. Nous avons utilisé le système des unités atomiques  $\hbar = m_e = e = 1$  tout au long du calcul théorique.

Dans le deuxième chapitre, nous avons développé un modèle semi-relativiste (SRPWBA) de l'ionisation de l'hydrogène atomique H(2S) par impact d'électrons sans champ laser dans la géométrie asymétrique coplanaire. Dans ce modèle, nous avons utilisé la fonction d'onde de Sommerfeld-Maue pour décrire l'électron éjecté, cette fonction d'onde donne les mêmes résultats que les fonctions d'ondes analytiques exactes, si la condition  $Z\alpha \ll 1$  est satisfaite. L'hydrogène atomique dans son état métastable 2S est décrit par la fonction d'onde de Darwin. Dans la géométrie coplanaire asymétrique, nous avons comparé nos résultats non relativistes avec ceux d'autres théories et constaté que notre modèle est très proche de celui obtenu par la fonction d'onde de Coulomb à des angles de diffusion  $\theta_f = 3^\circ$  et  $\theta_f = 5^\circ$ . Nous avons présenté également, dans la géométrie symétrique coplanaire, le modèle relativiste (RPWBA) dans la première approximation de Born. La cohérence de ce modèle théorique est vérifiée en prenant la limite non relativiste. Nous avons montré que le formalisme non relativiste n'est plus valable, dans les deux géométries, pour des énergies cinétiques incidentes supérieures

à 10 keV, en raison des effets du spin et de la relativité qui commencent à apparaître à hautes énergies. Nous avons constaté que l'approximation relativiste n'est valable que pour des énergies cinétiques de l'électron éjecté supérieurs à  $T_B = 1623.3$  eV car à partir de cette énergie, l'électron perd son caractère coulombien. La comparaison des résultats de la SET relativiste avec ceux disponibles théoriquement et expérimentalement a donné lieu à un bon accord à hautes énergies.

Dans le troisième chapitre, nous avons présenté un modèle théorique relativiste de l'ionisation de l'hydrogène atomique H(2S) par impact d'électrons en présence d'un champ laser polarisé circulairement dans la géométrie binaire coplanaire, où nous avons fait appel à deux approximations : DVPWBA1 et DVPWBA2. Dans la première, nous tenons compte seulement de l'habillage des électrons incident et diffusé, tandis que dans la deuxième tous les électrons (incident, diffusé et éjecté) sont habillés. Nous avons obtenu que le champ laser a contribué fortement à la diminution de la SEDT suite à l'absorption et l'émission de photons.

Nous espérons que nos résultats serviront de motivation pour réaliser de telles expériences de collision à haute énergie dans le futur.

## CONCLUSION GÉNÉRALE

Dans sa globalité, le contenu de cette thèse se compose de deux parties. La première partie porte sur l'étude des processus de désintégration des bosons vecteurs intermédiaires  $W^-$  et  $Z^0$  en présence d'un champ laser polarisé circulairement dans le cadre de la théorie électrofaible. La deuxième partie aborde l'étude d'un processus fondamental en physique atomique, à savoir l'ionisation de l'atome d'hydrogène dans son état métastable 2S par un impact électronique en l'absence et en présence du champ laser.

Cette thèse vise à répondre à un vieux problème dans le domaine de la physique des champs forts, qui est la possibilité qu'un champ laser fort affecte les propriétés des particules élémentaires et la dynamique de certains processus dans le modèle standard. Parmi ces propriétés très importantes, telles qu'elles sont mesurées expérimentalement, on trouve la largeur de désintégration, la durée de vie et le rapport d'embranchement relatifs aux processus de désintégration. Nous trouvons également la section efficace dans le cas des processus de diffusion.

Ce qui nous a motivé à réaliser les études contenues dans la première partie est un travail pionnier réalisé par Liu *et al.* [1], dans lequel ils ont examiné l'effet du champ laser sur la durée de vie d'un muon lorsqu'il se désintègre en présence d'un champ laser polarisé linéairement. Comme résultat surprenant, ils ont constaté que la durée de vie était considérablement réduite. Ce travail a suscité la controverse et a fait l'objet de critiques et de commentaires [2, 3], et a été revu deux fois de plus par d'autres chercheurs par la suite [4, 5]. Dans ce contexte, nous avons posé la question suivante. Est-ce qu'un champ électromagnétique externe peut réellement affecter la durée de vie d'une particule et contribuer à son augmentation ou à sa diminution? Afin de répondre à cette question, nous avons réalisé une étude théorique des processus de désintégration des bosons  $W^-$  et  $Z^0$  en présence d'un champ laser à polarisation circulaire.

Selon les résultats obtenus, nous avons effectivement constaté que le champ laser a un effet important sur toutes les grandeurs calculées. Dans le cas de la polarisation circulaire, nous avons observé que le champ laser a contribué de manière significative à la diminution

de la largeur de désintégration, ce qui a conduit à une durée de vie plus longue. Le même résultat a été trouvé par Mouslih *et al.* lorsqu'ils ont étudié l'effet d'un champ laser polarisé circulairement sur la durée de vie du pion [6]. Les rapports d'embranchement ont également modifiés par la présence du champ laser, car certains canaux sont devenus stimulés après avoir été exclus en l'absence du champ. Enfin, nous avons conclu que le laser peut réellement contrôler le comportement des particules et modifier leurs propriétés. Nous avons également montré que la nature de la polarisation du champ laser joue un rôle important dans la façon dont il affecte. Le champ polarisé linéairement réduit la durée de vie comme l'ont constaté Liu *et al.* [1], tandis que le champ polarisé circulairement l'augmente. Cette différence de résultats peut être acceptée à bras ouverts et s'explique par l'effet Zénon quantique [7,8] ou son contraire (anti-Zénon) [9,10], selon que la désintégration est ralentie ou accélérée.

La deuxième partie de cette thèse, qui se situe dans le cadre de la physique atomique, s'inspire des travaux réalisés par Attaourti *et al.* [11,12] dans l'étude du processus d'ionisation de l'atome d'hydrogène dans son état fondamental en l'absence et en présence d'un champ laser [13]. Nous avons étudié le même processus d'ionisation, mais à partir de l'état métastable 2S de l'atome d'hydrogène, en utilisant deux géométries différentes. Pour vérifier notre approche théorique permettant de calculer la SEDT, nous avons effectué des comparaisons avec d'autres travaux théoriques et expérimentaux ou en prenant des limites comme la limite non relativiste utilisée pour tester l'approximation relativiste (RPWBA). Une fois encore, nous avons constaté que le laser affectait la SEDT, en la réduisant considérablement. Une nouvelle valeur de la limite non relativiste est déterminée théoriquement à 4250 eV, qui est très différente de celle connue pour l'état fondamental (2700 eV) [12]. L'approximation DVPWBA2 (Dirac Volkov Plane Wave Born Approximation 2) donne de meilleurs résultats que DVPWBA1 (Dirac Volkov Plane Wave Born Approximation1), car l'électron éjecté n'est pas correctement décrit (il n'est pas habillé par le champ laser) dans DVPWBA1.

Comme tout domaine de recherche, nous sommes confrontés à de nombreux défis et limites, tant au niveau théorique que numérique, comme des difficultés techniques telles que nos programmes, qui sont lourds et nécessitent des machines de calcul performantes et rapides. De plus, nous savons très bien qu'il existe des obstacles et des limites, notamment au niveau expérimental, car il est difficile de traiter expérimentalement les processus à hautes énergies au moyen d'un champ laser externe. Même sur le plan théorique, la difficulté est inimaginable avec les calculs analytiques fastidieux que nous rencontrons.

Nous espérons que ce travail ouvrira la voie à d'autres travaux dans le futur. Comme perspectives futures de ce travail, nous appliquerons le même concept aux autres processus de la théorie électrofaible et considérerons les autres polarisations du champ laser, linéaire et elliptique. Nous avons même entamé un travail en collaboration [14] sur le processus de diffusion d'un neutrino muonique par un électron en présence d'un champ laser polarisé elliptiquement. Le problème qui nous a été présenté est que dans le cas de la polarisation linéaire et elliptique,

les fonctions de Bessel généralisées sont introduites par le calcul théorique, contrairement aux fonctions ordinaires qui apparaissent dans le cas de la polarisation circulaire. Les fonctions de Bessel généralisées ne sont pas définies dans le programme avec lequel nous travaillons, et nous nous efforçons maintenant de les programmer en utilisant des approximations mathématiques qui ont les mêmes caractéristiques que les fonctions de Bessel généralisées.

En ce qui concerne la partie de la physique atomique, nous tenterons d'aborder certains des problèmes qui se posent encore et que nous n'avons pas pris en compte dans le présent travail. Par exemple, l'habillage atomique de l'atome-cible et l'habillage électronique coulombien de l'électron éjecté. Nous pouvons également prêter attention aux ions hydrogénoïdes pour voir le rôle de la charge atomique de l'ion. Nous envisageons également d'inclure les effets d'échange qui sont négligés ici.

Finalement, nous affirmons, en tant que physiciens théoriciens, que la base sur laquelle reposent les résultats obtenus est purement théorique; en croyant que ces résultats peuvent ouvrir la voie à d'éventuelles expériences dans le futur.

Ces résultats obtenus nécessitent une investigation expérimentale pour les confirmer afin de répondre aux besoins de la communauté scientifique dans le futur, parallèlement au développement remarquable de la technologie laser. Il était temps de profiter du puissant laser et de le considérer comme une technologie prometteuse.

- [1] A.-H. Liu, S.-M. Li and J. Berakdar, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 251803 (2007).
- [2] N. B. Narozhny and A. M. Fedotov, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 219101 (2008).
- [3] A.-H. Liu, S.-M. Li and J. Berakdar, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 219102 (2008).
- [4] D. A. Dicus, A. Farzinnia, W. W. Repko and T. M. Tinsley, *Phys. Rev. D* **79**, 013004 (2009).
- [5] A. Farzinnia, D. A. Dicus, W. W. Repko and T. M. Tinsley, *Phys. Rev. D* **80**, 073004 (2009).
- [6] S. Mouslih, M. Jakha, S. Taj, B. Manaut and E. Siher, *Phys. Rev. D* **102**, 073006 (2020).
- [7] E. Mihokova, S. Pascazio and L. S. Schulman, *Phys. Rev. A* **56**, 25 (1997).
- [8] A. D. Panov, *Phys. Lett. A* **281**, 9 (2001).
- [9] A. G. Kofman and G. Kurizki, *Nature* **405**, 546 (2000).
- [10] M. C. Fischer, B. Gutiérrez-Medina and M. G. Raizen, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 040402 (2001).
- [11] Y. Attaourti and S. Taj, *Phys. Rev. A* **69**, 063411 (2004).
- [12] Y. Attaourti, S. Taj and B. Manaut, *Phys. Rev. A* **71**, 062705 (2005).
- [13] S. Taj, Thèse de Doctorat Nationale, *Étude théorique relativiste de l'ionisation de l'hydrogène atomique par impact d'électrons en l'absence et en présence du champ laser*, Université Moulay Ismail, (2005).
- [14] R. Chahri, S. El Asri, S. Mouslih, M. Jakha, B. Manaut and S. Taj, Relativistic elastic scattering of a muon neutrino by an electron in an elliptically polarized laser field, *Phys. Lett. B* **836**, 137620 (2023).