

Faculté des Sciences et Techniques  
*Settat*

**THÈSE DE DOCTORAT**

*Pour l'obtention de grade de Docteur en Physique*

Formation Doctorale: **Physique et Sciences d'Ingénieur**

Spécialité: **Mécanique et Energétique**

*Sous le thème*

**Amélioration de la performance d'un  
système de stockage d'énergie latente  
par la méthode de Lattice Boltzmann**

*Présentée par :*

**Oussama EL MHAMDI**

**Soutenue le: 03/11/2021**

A la Faculté des Sciences et Techniques de Settat devant le jury composé de :

Pr. Khalid SAADOUNI	PES	ENSA Berrechid	Président
Pr. Khadija XHOUKAIRY	PES	ENSA Khouribga	Rapporteur
Pr. Khalid ACHOUBIR	PH	EST Salé	Rapporteur
Pr. Benaissa ABBOUD	PES	FST Settat	Rapporteur
Pr. Hicham ROUIJAA	PES	FST Settat	Examineur
Pr. El Alami SEMMA	PES	FST Settat	Directeur de thèse

# *Remerciements*

*Tout d'abord, je remercie mes parents pour leur soutien moral et matériel durant tout mon cursus scolaire et universitaire.*

*Je tiens à exprimer ma profonde gratitude et ma sincère reconnaissance à mon encadrant Monsieur El Alami SEMMA, professeur à la faculté des sciences et technique de Settat qui a supervisé mes travaux de recherche durant ces années de thèse, qui par sa compétence, sa patience, ses précieux conseils et sa grande disponibilité a su m'introduire à de nouveaux concepts, m'initier à la recherche, et me laisser une grande autonomie pour mener à bien ce travail.*

*Enfin, je remercie tous ceux qui m'ont aidé et soutenu de près ou de loin dans la réalisation de cette thèse.*

# Tables des matières

<b>Remerciements</b> .....	<b>i</b>
<b>Table des matières</b> .....	<b>ii</b>
<b>Résumé</b> .....	<b>iv</b>
<b>Abstract</b> .....	<b>iv</b>
<b>Nomenclature</b> .....	<b>v</b>
<b>Introduction générale</b> .....	<b>1</b>
<b>CHAPITRE 1 : ETAT DE L'ART</b> .....	<b>3</b>
1.1 La méthode de Lattice Boltzmann .....	4
1.2 Stockage d'énergie thermique .....	5
1.2.1 Introduction .....	5
1.2.2 Stockage d'énergie par chaleur latente.....	8
1.2.3 Amélioration des systèmes de stockage d'énergie latente .....	13
1.3 Conclusion.....	16
<b>CHAPITRE 2 : LA METHODE DE LATTICE BOLTZMANN</b> .....	<b>17</b>
2.1 La théorie cinétique .....	18
2.1.1 Introduction .....	18
2.1.2. Dynamique des particules .....	19
2.1.3. Température et pression .....	20
2.2 La méthode de Boltzmann .....	22
2.2.1. Introduction .....	22
2.2.2 Contexte historique .....	22
2.2.3. L'équation de Boltzmann.....	24
2.2.4. Mise en œuvre de l'équation de Boltzmann sur réseau .....	28
2.2.5. Modèle axisymétrique de la méthode LBM.....	34
2.3 Conclusion.....	35

<b>CHAPITRE 3 : VALIDATION DU MODELE DE LATTICE BOLTZMANN AXISYMETRIQUE</b> .....	<b>37</b>
3.1 <i>Ecoulement de Hagen-Poiseuille</i> .....	38
3.2 <i>Ecoulement instationnaire de Womersley</i> .....	41
3.3 <i>Convection naturelle entre deux cylindres coaxiaux</i> .....	43
3.4 <i>Convection naturelle avec changement de phase solide/liquide</i> .....	45
3.5 <i>Conclusion</i> .....	48
<b>CHAPITRE 4 : ETUDE D'UN SYSTEME DE STOCKAGE D'ENERGIE LATENTE - ECHANGEUR DE CHALEUR</b> .....	<b>49</b>
4.1 <i>Configuration du système étudié</i> .....	50
4.2 <i>Modèle mathématique</i> .....	51
4.3 <i>Modèle de Lattice Boltzmann pour un écoulement axisymétrique</i> .....	54
4.4 <i>Résultats et discussion</i> .....	56
4.4.1 <i>Effet de la convection naturelle</i> .....	57
4.4.2 <i>Effet de la température d'entrée</i> .....	61
4.4.3 <i>Effet des ailettes</i> .....	63
4.4.4 <i>Charge et décharge</i> .....	79
4.5 <i>Conclusion</i> .....	83
<i>Conclusion générale et perspectives</i> .....	<b>84</b>
<i>Bibliographie</i> .....	<b>86</b>

## ***Résumé***

Dans ce travail de thèse, le transfert de chaleur est modélisé numériquement par la méthode de Lattice Boltzmann. Dans un premier temps, les fondements de base de cette méthode numérique sont présentés ainsi qu'un bref aperçu sur la théorie cinétique. Ensuite, la méthode LBM est appliquée pour la résolution des problèmes de changement de phase solide/liquide, et plus précisément le problème de stockage d'énergie latente dans un échangeur de chaleur en utilisant un modèle axisymétrique. L'étude a pour but d'évaluer l'effet de plusieurs paramètres sur la performance du système.

## ***Abstract***

In this thesis, the heat transfer is numerically modeled by the method of Lattice Boltzmann. First, the basic foundations of this numerical method are presented as well as a brief overview of kinetic theory. Then, the LBM method is applied for the resolution of the solid / liquid phase change problems, and more precisely the problem of latent energy storage in a heat exchanger using an axisymmetric model. The purpose of this study is to evaluate the effect of various parameters on the system performance.

# Nomenclature

## Alphabet latin

$T$	Température	Re	Nombre de Reynolds	$(\frac{2V_{in}R_0}{\nu})$
$q$	Flux thermique	Fo	Nombre de Fourier	$(\frac{\alpha_{MCP}t}{L^2})$
$t$	Temps			
$P$	Pression			
$u$	Vitesse macroscopique			
$w$	Poids nodal			
$e$	Vitesse nodale			
$c$	Célérité du son			
$f$	Fonction de distribution			
$f^{eq}$	Fonction de distribution à l'équilibre			
$m$	Masse			
$F$	Force			
$a$	Accélération			
$E_c$	Energie cinétique			
$V$	Volume			
$k$	Conductivité thermique			
$N_A$	Nombre d'Avogadro			
$R$	Constante des gaz parfaits			
$L_f$	Chaleur latente de fusion			
$C_p$	Chaleur spécifique à pression constante			
$T_f$	Température de fusion			
$Ste$	Nombre de Stefan			$(\frac{C_p \Delta t}{L_f})$
Ra	Nombre Rayleigh			$(\frac{g\beta\Delta TL^3}{\alpha\nu})$

## Alphabet grec

$\alpha$	diffusivité thermique
$\varepsilon$	énergie interne
$\zeta$	viscosité microscopique
$\lambda$	constante de la solution de Neumann
$\rho$	masse volumique
$\tau$	temps de relaxation
$\mu$	viscosité dynamique
$\nu$	viscosité cinématique
$\delta$	paramètre du rebond partiel
$\Omega$	opérateur de collision
$\Delta t$	pas temporel
$\Delta x$	pas dans la direction x
$\Delta y$	pas dans la direction y
$\Delta z$	pas dans la direction z

## Abréviations

<i>DF</i>	différences finies
<i>EF</i>	éléments finis
<i>VF</i>	volumes finis
<i>LB</i>	Lattice Boltzmann
<i>BGK</i>	Bhatnagar, Gross et Krook
<i>HPP</i>	Hardy, Pazziz et Pomeau
<i>FHP</i>	Frisch- Hasslacher- Pomeau
<i>PCM</i>	Phase Change Material
<i>HTF</i>	Heat transfer fluid

## *Introduction générale*

Les méthodes numériques sont devenues des techniques puissantes pour étudier et explorer les phénomènes physiques et chimiques, et pour résoudre des vrais problèmes d'ingénierie. La méthode des éléments finis (EF) a d'abord été appliquée par Turner et al en 1956 pour résoudre un problème structurel [1]. À la fin des années 1960, la méthode des éléments finis est devenue une technique puissante pour résoudre des problèmes régis par des équations aux dérivées partielles : transfert de chaleur, dynamique des fluides .... De même, la méthode des différences finies (DF) a été utilisée pour résoudre les problèmes de dynamique des fluides. En 1980, l'Imperial College a mis au point la méthode des volumes finis (VF) principalement pour résoudre les problèmes de dynamique des fluides. Depuis lors, la méthode VF a été largement utilisée pour résoudre les problèmes liés aux phénomènes de transport. En effet, les méthodes des différences finies, des éléments finis et des volumes finis appartiennent à la même famille de méthodes résiduelles pondérées, et la seule différence entre ces méthodes réside dans la nature des fonctions de base et de pondération.

Historiquement, la méthode de Lattice Boltzmann a été dérivée de son prédécesseur automates de gaz (LGA) et en particulier du modèle FHP (Frisch, Hasslacher et Pomeau) [2]. Au cours des dernières années, la méthode Lattice Boltzmann (LBM) a été développée à partir de la mécanique statistique et s'impose en tant qu'une très bonne alternative pour la modélisation des phénomènes physiques dans les écoulements de fluides. Contrairement aux schémas numériques traditionnels tels que la méthode des différences finies (DF), la méthode des volumes finis (VF) ou la méthode des éléments finis (EF) basées sur la discrétisation des équations du continuum macroscopique, la méthode de Lattice Boltzmann est enracinée dans des modèles microscopiques des équations cinétiques mésoscopiques [3-6]. Du point de vue physique, la méthode Lattice Boltzmann peut être interpolée en tant que microscope pour la mécanique des fluides, et en tant que télescope pour la dynamique moléculaire [7].

La méthode LBM présente de nombreux avantages, en particulier dans les applications impliquant des géométries complexes et des milieux poreux. Elle a prouvé son efficacité dans le domaine des écoulements de fluides classiques et a été utilisée dans de nombreuses applications pour simuler des écoulements isothermes au cours des dernières années [8-15]. En outre, il y a eu des études visant à construire une méthode stable de Lattice Boltzmann



thermique (TLBM) pour résoudre les problèmes de transfert de chaleur. He et al ont introduit un modèle basé sur une approche de population double qui a une bonne stabilité numérique [16]. Ce modèle a été utilisé par les chercheurs pour résoudre différents problèmes thermo-hydrodynamiques [17-20].

Depuis l'apparition de la méthode de Lattice Boltzmann, on a constaté que son application s'est répandue dans le domaine des méthodes numériques classiques de la dynamique des fluides : la simulation des écoulements laminaire et turbulent [21], suspension de particules colloïdales [22], milieux poreux [23], écoulements multi-phases et multi-composants [24- 25], magnétohydrodynamique [26]...

Dans ce travail de thèse, on se propose de modéliser numériquement le transfert de chaleur par la méthode de Lattice Boltzmann (LBM). Pour ce faire, nous avons présenté dans cette introduction une revue bibliographique afin de situer la méthode de Lattice Boltzmann par rapport aux méthodes basées sur la résolution des équations de Navier-Stokes.

**Dans le premier chapitre**, nous présenterons un état de l'art contenant l'ensemble des travaux antérieurs au nôtre. Cet état de l'art couvrira principalement les systèmes de stockage d'énergie latente.

**Dans le deuxième chapitre**, nous étudierons les fondements de base de la méthode LBM, principalement sa dérivation de la théorie cinétique des gaz, l'approximation BGK, les différents modèles LBM, ainsi que les différents types de conditions aux limites.

**Dans le troisième chapitre**, nous allons résoudre quelques problèmes afin de valider notre code.

**Dans le quatrième chapitre**, nous étudierons un échangeur de chaleur pour évaluer le processus de stockage d'énergie latente. Nous évaluerons l'effet de quelques paramètres du problème sur la performance globale du système, à savoir la convection naturelle, la température d'entrée et l'ajout d'ailettes.

Et enfin dans la conclusion générale, nous mettrons l'accent sur l'ensemble des travaux effectués dans ce mémoire ainsi que sur les perspectives à suivre.

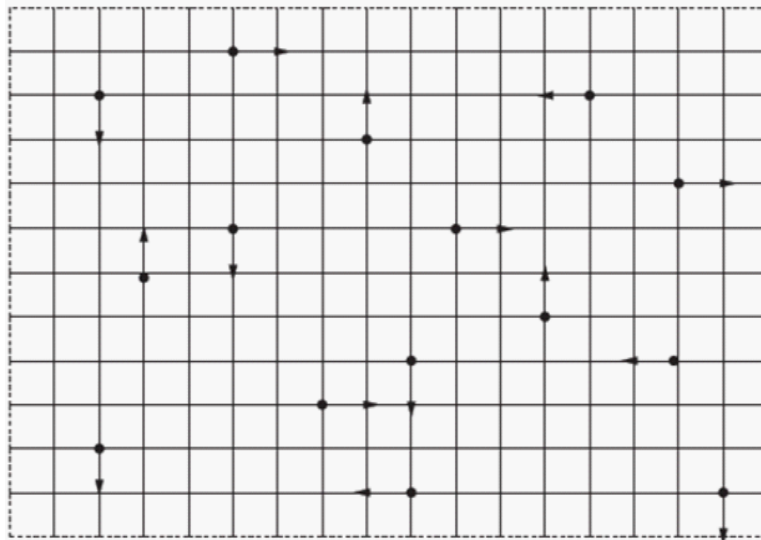
# **CHAPITRE 1 :**

## ***ETAT DE L'ART***

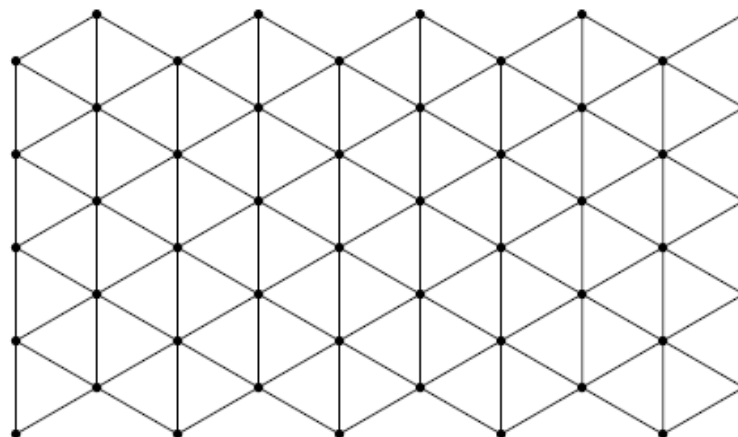
## 1.1 La méthode de Lattice Boltzmann

L'idée fondamentale derrière les automates à gaz sur réseau est que les interactions microscopiques des particules existant sur le réseau microscopique peuvent conduire aux équations macroscopiques correspondantes pour décrire les mêmes écoulements de fluide. Au cours de l'interaction, qui consiste en une collision et une propagation avec des vitesses de réseau, la symétrie de réseau joue un rôle clé pour conserver la masse et la quantité de mouvement, tout en assurant la conservation du moment angulaire. Hardy, de Pazzis et Pomeau ont mis au point en 1973 les premiers automates sur gaz à symétrie de rotation quadratique dans un réseau carré (figure (1.1)), réalisant seulement une conservation de masse et de moment [27]. C'est jusqu'en 1986 que Frisch, Hasslacher et Pomeau ont déclenché une avalanche avec leur symétrie hexagonale (figure (1.2)) suffisante pour conserver le moment cinétique afin de retrouver non seulement les équations de réaction-diffusion mais aussi les équations de Navier-Stokes [2].

Cependant, il a été prouvé que le modèle FHP présentait de nombreuses anomalies, telles que le bruit statistique, l'absence d'invariance galiléenne, le faible nombre de Reynolds, la complexité exponentielle, etc [7]. McNamara et Zanetti [28] ont emprunté l'idée de l'équation de Lattice Boltzmann à Frisch et al. [29] avec les particules artificielles remplacées par des fonctions de distribution continues pour se débarrasser du bruit statistique. Avec la linéarisation et la simplification de l'opérateur de collision dans l'équation de Lattice Boltzmann [30-31], le modèle Boltzmann-BGK est né et a atteint des objectifs marquants tels qu'une plus grande souplesse, invariance galiléenne, nombre élevé de Reynolds et complexité très réduite [32]. Par la suite, le modèle Boltzmann-BGK est passé à la discrétisation directe de l'espace Boltzmann-BGK [33] et s'est développé grâce à l'émergence du modèle de temps de relaxation multiple [34-35] et du modèle entropique [36-37] avec de meilleures performances en termes de stabilité et de précision.



**Fig.1.1** Le modèle HPP, réseau carré



**Fig.1.2** Le réseau triangulaire utilisé dans le modèle FHP

## 1.2 Stockage d'énergie thermique

### 1.2.1 Introduction

Un autre aspect des problèmes de transfert de chaleur est les phénomènes de changement de phase solide-liquide. Ces phénomènes ont attiré une attention considérable dans la recherche en raison de leur importance dans une grande variété de systèmes naturels et d'ingénierie. Les applications incluent le stockage d'énergie thermique, le soudage et le moulage d'un processus de fabrication, la fusion et la congélation des sols, la congélation

artificielle du sol à des fins de construction et d'exploitation minière, la congélation du sol autour des serpentins d'échangeur de chaleur d'une pompe à chaleur au sol, etc...

Cependant, les solutions aux problèmes de changement de phase solide-liquide sont difficiles à obtenir en raison des non-linéarités inhérentes provoquées par la formation et la propagation de l'interface de changement de phase mobile, ainsi que des complexités numériques et physiques associées.

Au fil des années, un certain nombre de travaux de calcul a utilisé diverses techniques dans l'analyse des problèmes de changement de phase. Plusieurs résultats théoriques importants sur l'existence et l'unicité des solutions classiques sont disponibles dans la littérature [38-40]. En outre, la plupart des solutions analytiques traitent des géométries 1-D avec des conditions aux limites très particulières et ne peuvent donc pas être généralisées à des problèmes multidimensionnels. Ainsi, de nombreux schémas numériques [41-45] ont été proposés pour étudier les problèmes de conduction thermique transitoire avec changement de phase en une, deux et trois dimensions.

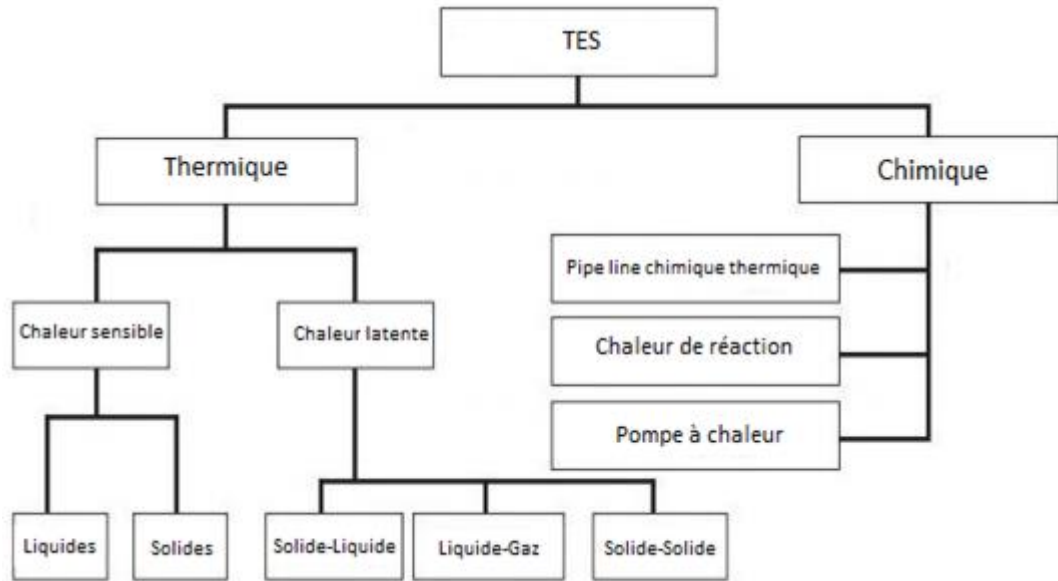
En outre, on trouve des modèles basés sur la méthode LBM à savoir : le travail de EL Ganaoui et al qui a proposé un modèle de traitement du changement de phase unidimensionnel basé sur le modèle PI [46]. D'autre part, Huber et al ont proposé un modèle pour résoudre les problèmes de fusion en conduction et en convection [47]. Et Liu et al. ont proposé un modèle MRT-LBM pour le traitement des problèmes de conduction et de convection dans les milieux poreux [48].

Les problèmes de changement de phase solide/liquide concernent aussi des processus de stockage d'énergie. En effet, des projections récentes prévoient que la consommation d'énergie primaire augmentera de 48% en 2040. D'un autre côté, l'épuisement des ressources fossiles en plus de leur impact négatif sur l'environnement a accéléré la transition vers des sources d'énergie durables. Les énergies renouvelables telles que le rayonnement solaire, les vagues océaniques, le vent et le biogaz ont joué un rôle majeur dans la réforme de l'équilibre naturel et la satisfaction des besoins de la demande croissante de la population. Cependant, en raison des aléas climatiques, les moyens de stocker ces types d'énergies renouvelables sont devenus urgents. Cela a conduit à la nécessité de développer des méthodes efficaces et durables de stockage de l'énergie.

Le stockage de l'énergie est devenu un élément important des systèmes technologiques d'énergie renouvelable. Le stockage d'énergie thermique (TES) est une technologie qui stocke l'énergie thermique en chauffant ou en refroidissant un milieu de stockage afin que l'énergie stockée puisse être utilisée ultérieurement pour des applications de chauffage et de refroidissement ou pour la production d'électricité. Les systèmes TES sont utilisés notamment dans les bâtiments et dans les processus industriels. Les avantages de l'utilisation du TES dans un système énergétique incluent une augmentation de l'efficacité globale et une meilleure fiabilité, et cela peut conduire à une meilleure économie, des réductions des investissements et des coûts de fonctionnement, et moins de pollution de l'environnement, c'est-à-dire moins d'émissions de dioxyde de carbone (CO<sub>2</sub>). Les systèmes solaires thermiques, contrairement aux systèmes photovoltaïques aux rendements efficaces, sont matures sur le plan industriel et utilisent une grande partie de l'énergie thermique du soleil pendant la journée. Pourtant, il n'a pas suffisamment de secours (thermique) pour continuer à fonctionner pendant les heures de rayonnement solaire faibles ou nulles. Le TES devient particulièrement important pour le stockage d'électricité en combinaison avec des centrales à concentration d'énergie solaire où la chaleur solaire peut être stockée pour la production d'électricité lorsque la lumière du soleil n'est pas disponible. De nouveaux matériaux sont sélectionnés, caractérisés et améliorés dans leurs propriétés thermo-physiques pour servir l'objectif d'une opération de 24 heures dans un système TES efficace.

En raison de l'intermittence de la disponibilité et de la variation constante du rayonnement solaire, le TES a trouvé sa place dans les systèmes thermodynamiques. TES réduit non seulement l'écart entre la demande et l'offre en économisant l'énergie, mais améliore également les performances et la fiabilité thermique du système. Par conséquent, la conception de systèmes TES efficaces et économiques est d'une grande importance. Cependant, peu de centrales solaires thermiques dans le monde ont utilisé le TES à grande échelle. De plus, la conception de systèmes TES dans diverses applications solaires domestiques est actuellement à l'étude. L'utilisation d'une approche dynamique des fluides est également une méthode largement utilisée pour économiser de l'argent, où le logiciel FLUENT semble être utilisé avec succès pour la modélisation de différentes applications d'ingénierie.

Les principaux types de stockage d'énergie thermique de l'énergie solaire sont présentés dans la figure (1.3).



**Fig.1.3** Types de TES

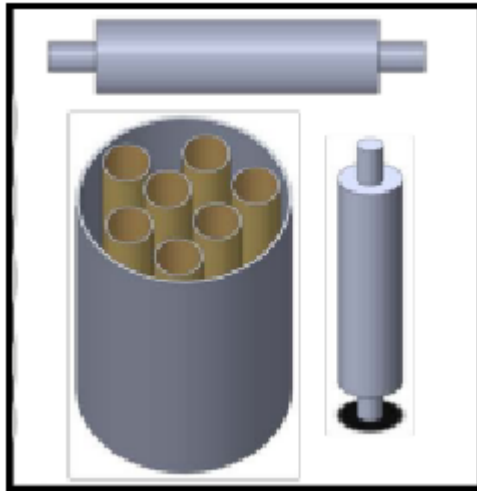
Dans ce qui suit, nous allons nous focaliser sur le stockage d'énergie par chaleur latente.

### 1.2.2 Stockage d'énergie par chaleur latente

La chaleur latente s'accumule dans un matériau pendant le processus de changement de phase et peut être définie comme l'énergie nécessaire à un changement de phase. Le système LHS (stockage d'énergie latente) utilise l'énergie absorbée ou libérée lors du changement de phase isotherme des matériaux. Un PCM (matériau à changement de phase) est une substance à haute chaleur de fusion qui, fondant et se solidifiant à une certaine température, est capable de stocker et de libérer de grandes quantités d'énergie.

#### a) TES à PCM cylindrique

Talmatsky et al. [49] ont utilisé un PCM sous forme de petits récipients cylindriques (figure (1.4)) pour l'application dans l'eau chaude sanitaire solaire. Les résultats obtenus de l'enquête n'ont montré aucun avantage significatif avec la mise en œuvre du PCM. Par conséquent, il a été suggéré qu'une autre géométrie PCM puisse être utilisée afin que la mise en œuvre du PCM soit bénéfique. Mazmana et al. [50] ont utilisé des mélanges 80:20 de divers PCM dans trois modules cylindriques au sommet du système d'eau chaude sanitaire solaire et ont constaté que les performances du réservoir augmentaient à 74% en raison d'une stratification améliorée.



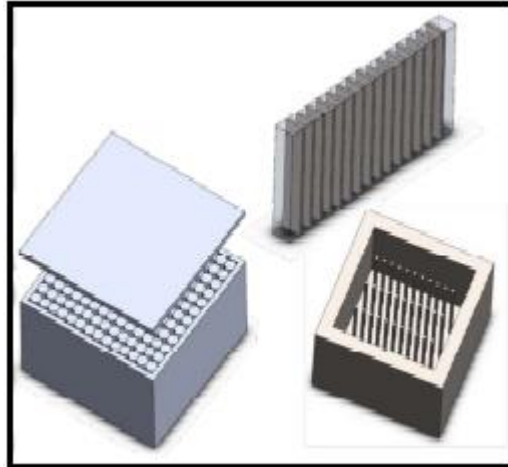
**Fig.1.4** PCM cylindrique

**b) TES à PCM rectangulaire**

Kuznik et al. [51] ont analysé l'épaisseur optimale de la dalle PCM pouvant convenir au confort thermique des bâtiments. Les résultats montrent qu'une épaisseur de PCM optimale existe dont la valeur peut être ensuite calculée pour une utilisation dans la construction. Le PCM rectangulaire simplifié est illustré dans la figure (5.1). Griffiths et Eames [52] ont utilisé des boues à changement de phase microencapsulées pour développer un plafond réfrigéré. Une suspension PCM microencapsulée avec une température de fusion / cristallisation d'environ 18 C a été analysée dans une chambre d'essai contenant un plafond refroidi. Zhou et al. [53] ont développé un matériau à changement de phase stabilisé sous forme de plaques pour fournir un confort thermique dans la pièce. Les résultats indiquent l'effet de stockage thermique des plaques PCM, qui améliore le niveau de confort thermique intérieur et économise environ 47% de la consommation d'énergie normale et aux heures de pointe et 12% de la consommation totale d'énergie en hiver à Pékin. Zhang et al. [54] ont utilisé du PCM dans les murs de briques pour contrôler les fluctuations de température des bâtiments. Les résultats ont montré que l'utilisation de PCM dans les murs de briques est bénéfique pour l'isolation thermique, l'hystérésis de température et le confort thermique d'occupation. Kocaa et al. [55] ont étudié un capteur solaire à plaque plate avec un système TES rectangulaire rempli de PCM. Il a été observé que les rendements énergétiques nets et exergétiques moyens sont de 45%. Azzouz et al. [56] ont utilisé une dalle rectangulaire PCM dans un réfrigérateur à des fins de stockage à froid, améliorant ainsi les performances du réfrigérateur. Gin et al. [57] ont analysé l'utilisation de panneaux PCM rectangulaires le long de la surface intérieure du réfrigérateur domestique. Yang et al. [58] ont développé un dissipateur thermique rempli



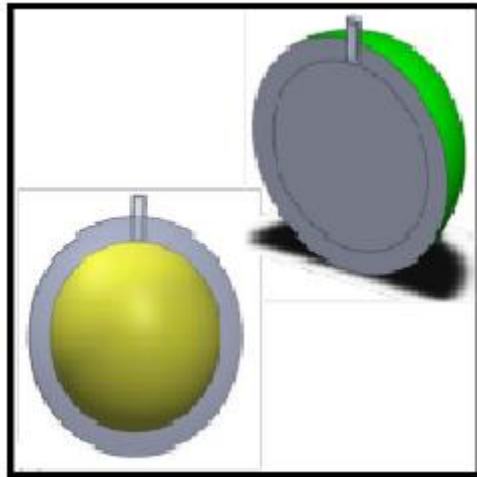
de PCM pour le refroidissement des appareils électroniques. Un entrefer a été prévu afin de supporter l'expansion de volume provoquée lors de la fusion du PCM. Différents niveaux de puissance, orientations ont été étudiés et les résultats ont prouvé que l'utilisation du PCM dans les dissipateurs thermiques en aluminium était utile dans le refroidissement des appareils électroniques.



**Fig.1.5** PCM rectangulaire ou carré

### c) TES à PCM sphérique

Hammou et al. [59] ont développé un système hybride TES avec l'utilisation de capsules sphériques (figure (1.6)) contenant du PCM à des fins de chauffage de l'air par capteur solaire. Les simulations réalisées sur une période de 4 mois d'hiver consécutifs indiquent qu'avec un tel système, la consommation d'électricité pour le chauffage des locaux est réduite de près de 32%. Karthikeyan et al. [60] ont réalisé une étude numérique et comparé trois modèles différents d'un lit compact LHTES (stockage d'énergie par chaleur latente) contenant du PCM sphérique encapsulé comme système de stockage d'énergie. L'air a été utilisé comme HTF (fluide caloporteur) dans l'enquête qui a été fourni par un ventilateur et chauffé par un réchauffeur d'air.



**Fig.1.6** PCM sphérique

#### **d) TES à tubes**

Benli et al. [61] ont construit un réservoir LHS rempli de 300 kg de chlorure de calcium hexahydraté sous forme de PCM mélangé à 6 kg de  $\text{KNO}_3$  pour le stockage de chaleur dans les applications de serre. Tay et al. [62] ont effectué une étude expérimentale d'un tube dans un système TES de réservoir rempli d'hydrate de sel comme PCM pour des applications de stockage à froid et ont déterminé l'influence du facteur de compacité (C.F). Les résultats ont permis de conclure que le C.F peut être considéré comme un paramètre important dans la conception des systèmes TES. Jundika et al. [63] ont conçu et étudié quatre conceptions différentes de tubes en U, avec des ailettes en ligne, des ailettes décalées et une nouvelle conception de feston. L'utilisation de PCM avec un point de fusion plus élevé au sommet a encore amélioré le processus de transfert de chaleur pendant le processus de solidification. Ainsi, la conclusion a été faite que la disposition des multiples PCM était également importante dans le processus de transfert de chaleur du système TES. Gracia et al. [64] ont utilisé des tubes verticaux en PVC contenant du PCM encapsulé dans un ballon d'eau chaude pour réduire la quantité d'électricité utilisée pour produire de l'eau chaude. Les performances du ballon d'eau chaude ont été déterminées pour différents moments de sortie et il a été observé que le PCM dans les tubes en PVC de plus petit diamètre avait fondu et se solidifiait plus rapidement et donc l'utilisation du PCM dans le ballon d'eau chaude a réduit la consommation d'électricité. M.J. Kabbara et al. [65] ont expérimentalement étudié un TES contenant du PCM encapsulé dans des tubes en PVC. Il a été observé que les variations du débit ne modifiaient pas le temps de fusion et de congélation, mais le flux de chaleur augmentait avec l'augmentation des débits.

### e) Echangeurs de chaleur pour TES

Wang et al. [66] ont développé un échangeur de chaleur PCM pour une mise en œuvre dans une usine de réfrigération. Le coefficient de performance s'est révélé passer de 6% à 8%. Medrano et al. [67] ont étudié expérimentalement cinq échangeurs de chaleur. L'échangeur de chaleur compact avec PCM a obtenu de meilleurs résultats que les autres échangeurs de chaleur, ce qui en fait le meilleur échangeur de chaleur approprié pour le stockage d'énergie. Huang et al. [68] ont examiné les performances des suspensions à changement de phase dans les applications résidentielles de stockage d'énergie avec un échangeur de chaleur à serpentin hélicoïdal. Il a été constaté que la taille et l'emplacement de l'échangeur de chaleur avaient une influence significative sur les performances de stockage d'énergie du système. Pandiyarajan et al. [69] ont conçu un TES pour stocker la chaleur des gaz d'échappement d'un moteur à circuit intégré à l'aide d'un échangeur de chaleur à coque et à tube. La mise en œuvre du système avec TES a augmenté le pourcentage d'énergie économisée. Agyenim et al. [70] ont conçu un échangeur de chaleur à enveloppe et tube horizontal contenant un PCM à température moyenne. Les résultats de l'enquête ont prouvé que le système à tubes multiples fonctionnait mieux que le système à tube unique. Hosseini et al. [71] ont étudié expérimentalement et numériquement un échangeur de chaleur à coque et à tube pour déterminer l'effet de la flottabilité pendant la fusion du PCM contenu dans l'échangeur de chaleur. EL-Kaddadi et Asbik [72] ont réalisé une étude expérimentale du stockage de l'énergie latente en utilisant des matériaux à changement de phase (PCM) enfermés dans un cylindrique vertical. Les auteurs ont étudié l'évolution de la température en fonction du temps ainsi que son évolution en fonction du débit du HTF. Fang et Chen [73] ont étudié l'effet de différents PCM multiples sur les performances d'un système de stockage d'énergie latente. Les auteurs ont considéré un cylindre rempli de 3 PCM, et ont évalué la chaleur stockée en fonction de la température ainsi que la fraction du liquide. Fornarelli et al. [74] ont comparé les résultats obtenus à partir de modèles à conduction pure avec les résultats du modèle convectif d'un système LHTES à tubes et à températures élevées pour une application de CSP pendant le processus de fusion. L'étude a confirmé que le mouvement de convection augmente le flux de chaleur vers le PCM, augmentant ainsi efficacement le taux de transfert de chaleur. Muhammad et al. [75] ont modélisé la charge et la décharge d'un système de stockage de chaleur latente à tubes pour les applications à haute température. Les auteurs se sont intéressés à l'étude de la fraction du liquide dans le système. Seddegh et al. [76] ont fait une comparaison entre un système de stockage cylindrique et un système de stockage conique. Les résultats montrent que le système conique peut stocker de l'énergie thermique beaucoup plus rapidement que le système cylindrique dans les mêmes conditions de fonctionnement à un temps de charge spécifique, alors qu'il n'y a pas de différence significative pendant le processus de décharge. Seddegh et al [77] ont réalisé une étude numérique du mécanisme de transfert de chaleur dans un système de stockage d'énergie latente vertical. Les auteurs ont montré que le modèle combiné de convection et de conduction peut mieux décrire le transfert d'énergie dans

les matériaux à changement de phase (PCM) au cours du processus de fusion. En revanche, le transfert de chaleur par conduction est plus important pendant le processus de solidification. En termes de temps de solidification, les deux modèles montrent peu de différence. Seddegh et al [78] ont fait une étude comparative du comportement thermique d'un stockage d'énergie horizontal et vertical à l'aide de matériaux à changement de phase. Les auteurs ont montré que lors du processus de charge pour l'orientation horizontale, le transfert de chaleur par convection a un effet important sur la fusion de la partie supérieure du PCM solide et est moins important lors de la fusion de la moitié inférieure du PCM solide. Cependant, dans le sens vertical, le transfert de chaleur par convection est le même que celui utilisé pendant tout le processus de charge. Dans le processus de décharge, le comportement thermique ne montre aucune différence entre les systèmes horizontaux et verticaux. Tao et al [79] ont élaboré une étude numérique sur les performances d'un système de stockage d'énergie thermique à changement de phase de sel fondu avec des tubes améliorés. Les auteurs se sont intéressés à l'étude de l'effet de la vitesse et de la température du HTF sur le temps de fusion. Ait Adine et El Qarnia [80] ont analysé numériquement le comportement thermique d'une unité de stockage de chaleur à tubes utilisant des matériaux à changement de phase. Les auteurs ont mené plusieurs études numériques afin d'examiner l'impact des paramètres clés: la température d'entrée du HTF (plage de 50 à 60 C), le débit massique du HTF et la proportion en masse de PCM.

### **1.2.3 Amélioration des systèmes de stockage d'énergie latente**

Quoique de nos jours, les matériaux de stockage de chaleur latente ont gagné en popularité pour leurs caractéristiques uniques, leur faible conductivité thermique cependant reste leur principal inconvénient. Ces dernières années, de nombreuses méthodes, notamment l'utilisation d'ailettes, la mise en place de matériaux à changement de phase (PCM) dans des milieux poreux et la dispersion de matériaux à haute conductivité dans le PCM, ont été utilisées par les chercheurs pour améliorer le transfert de chaleur dans le système de stockage.

#### **a) Utilisation de nanoparticules**

La dispersion de matériaux hautement conducteurs, en particulier de nanoparticules, s'est révélée être une méthode prometteuse pour améliorer le transfert de chaleur dans le PCM. L'effet de l'addition de différentes nanoparticules métalliques et non métalliques au PCM a été largement étudié par des chercheurs du monde entier à la fois expérimentalement et numériquement.

Les modèles basés sur l'enthalpie dans un grand nombre d'études ont été utilisées pour prédire le comportement thermique et le transfert de chaleur dans les matériaux à changement

de phase amélioré par des nanoparticules (NePCM). L'effet de l'utilisation du nanofluide CuO-eau comme fluide caloporteur (HTF) et de la CuO paraffine comme NePCM a été étudié numériquement et statistiquement [81]. Les auteurs ont découvert que les trois facteurs de la température d'entrée du HTF et de la concentration de nanoparticules dans l'eau et la paraffine sont efficaces sur le taux de fusion du NePCM, la température d'entrée étant la plus efficace.

Le processus de solidification du PCM dans un système de stockage à tube triplex contenant des nanoparticules d'alumine a été étudié numériquement [82]. Ils ont prédit que l'utilisation de nanoparticules d'alumine à 3 et 8% vol entraînerait un gain de temps de 8 et 20%.

Les impacts de la longueur des ailettes, du diamètre des nanoparticules et de la fraction volumique sur la fusion du NePCM dans une enceinte contenant des ailettes métalliques ont été étudiés numériquement dans [83]. Les résultats ont indiqué qu'en utilisant des ailettes plus longues, le temps de fusion diminue.

L'effet de la température d'entrée de l'eau et de l'addition de nanoparticules de TiO<sub>2</sub> sur la fusion de l'acide stéarique dans un système de stockage de chaleur latente a été étudié numériquement dans [84]. Les résultats ont indiqué que la température d'entrée d'eau a beaucoup plus d'effet sur l'amélioration de la fusion dans l'acide stéarique. La fraction liquide du PCM a augmenté de 44,9% lorsque la température d'entrée est passée de 70 à 80. Alors que la fraction liquide du PCM n'a augmenté que de 4,2%, lorsque 5% en volume de nanoparticules ont été ajoutées.

Jourabian et al ont mené une étude numérique pour améliorer le transfert de chaleur 2-D [85]. Les résultats ont montré que le nano-fluide est plus efficace que le fluide.

Dhaidan et al ont réalisé une étude numérique et expérimentale dans le but d'améliorer le transfert de chaleur en ajoutant différentes fractions de nanoparticules [86]. Les résultats ont montré qu'en ajoutant plus de nanoparticules, on améliore le temps de chargement, le taux de transfert de chaleur et la conductivité thermique.

Parameshwaran et Kalaiselvam ont réalisé une étude numérique et expérimentale dans le but d'améliorer le transfert de chaleur en ajoutant des nanoparticules au PCM [87]. Les résultats ont montré que le système étudié permet d'économiser 58% d'énergie par rapport au système de climatisation conventionnel.

## **b) Utilisation des ailettes internes**

D'autre part, parmi les méthodes d'amélioration, l'application d'ailettes internes au LHTES est l'une des approches les plus efficaces, simples, fiables et rentables pour intensifier le taux de transfert de chaleur. La mise en œuvre d'ailettes dans le PCM améliore les performances thermiques du système au détriment d'une quantité moindre de PCM et d'un poids plus lourd du système. Ainsi, de nombreuses études ont été consacrées à l'étude des paramètres géométriques et de conception des ailettes pour valoriser les unités LHTES.

Lacroix et Benmadda [88] ont étudié numériquement la fusion du PCM à l'intérieur d'une enceinte rectangulaire horizontale. Ils ont constaté qu'il existe un nombre optimal d'ailettes au-delà duquel la vitesse de fusion diminue en raison de l'affaiblissement des courants de convection.

Biwole et al. [89] ont étudié numériquement la fusion de la paraffine (RT25) dans une enceinte verticale à ailettes chauffée d'un côté. Le nombre et l'épaisseur des ailerons ont varié tandis que la masse totale de PCM et d'ailettes a été maintenue constante dans tous les cas simulés. Ils ont montré que l'utilisation d'ailettes plus minces mais plus longues augmente le taux de transfert de chaleur et permet une fusion plus uniforme à une vitesse plus rapide.

Huang et al. [90] ont étudié expérimentalement et numériquement la régulation thermique d'un module photovoltaïque en employant les ailettes internes dans l'enceinte PCM. Il a été rapporté que la diminution de l'espacement des ailettes peut empêcher le mouvement convectif du PCM liquide entre les ailettes et diminue l'effet positif des ailettes.

Kamkari et Shokouhmand [91] ont réalisé une étude expérimentale pour explorer l'effet du nombre d'ailettes sur les taux de fusion et de transfert de chaleur du PCM dans des enceintes rectangulaires verticales. Les résultats ont montré que les temps de fusion pour les enceintes à une et trois ailettes ont été réduits de 18% et 37% par rapport à celle sans ailettes. Cependant, l'augmentation du nombre d'ailettes a entraîné une diminution du nombre de Nusselt.

Kalbasi et Salimpour [92] ont étudié l'effet de l'ajout d'ailettes horizontales sur l'efficacité d'un dissipateur thermique basé sur PCM. Les résultats ont révélé qu'en fonction du rapport d'aspect de l'enceinte, il existe un nombre optimal d'ailettes auquel le temps de fonctionnement du dissipateur thermique est maximisé.

Le processus de fusion dans les enceintes LHTES avec des ailettes internes a été étudié numériquement par Ren et Chan [93]. Il a été constaté que l'utilisation d'un moins grand nombre d'ailettes plus longues est plus efficace que d'utiliser plus d'ailettes d'une longueur plus courte.

Ji et al. [94] ont étudié numériquement le système de stockage d'énergie thermique basé sur PCM chauffé verticalement d'un côté. Des ailettes avec des angles d'inclinaison entre  $-30^\circ$  et  $+30^\circ$  ont été proposées pour améliorer la vitesse de fusion du PCM. L'amélioration maximale de la vitesse de fusion a été obtenue par des ailettes à un angle descendant de  $-15^\circ$ .

Kousha et al. [95] ont étudié expérimentalement la fusion et la solidification de la paraffine dans un échangeur de chaleur à tubes soumis à différents angles d'inclinaison. Les résultats ont indiqué que la vitesse de fusion dans le système horizontal est supérieure aux autres inclinaisons pour la première moitié du processus.

Sharifi et al. [96] ont étudié l'effet du basculement lors de la fusion vers l'extérieur à partir d'une tige chauffée concentriquement placée à l'intérieur d'une enceinte cylindrique. Il a été observé que même une petite inclinaison de l'enceinte affecte significativement la distribution de température et l'évolution temporelle de l'interface solide-liquide.

Kamkari et Groulx [97] ont mené une investigation expérimentale pour visualiser l'évolution de l'interface pendant le processus de fusion du PCM dans les enceintes à ailettes en faisant varier l'angle d'inclinaison de  $90^\circ$  (vertical) à  $0^\circ$  (horizontal). Trois régimes de fusion, à savoir, rapide, modéré et lent ont été reconnus pour la fusion dans l'enceinte verticale à 3 ailettes et pour la fusion dans l'enceinte verticale à 1 ailette, seuls deux régimes de fusion, modérés et lents, ont été détectés.

### **1.3 Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons présenté un état de l'art concernant les principaux axes de notre thèse. Premièrement, nous avons établi l'historique de la méthode Lattice Boltzmann ainsi que son évolution à travers le temps et quelques champs d'application. Et nous avons présenté les différents types de stockage d'énergie, et plus précisément le stockage d'énergie latente, ses types et les méthodes de son amélioration.

**CHAPITRE 2 :**

***LA METHODE DE LATTICE  
BOLTZMANN***



## 2.1 La théorie cinétique

### 2.1.1 Introduction

Il existe deux approches principales pour simuler les équations de transport (chaleur, masse et moment), l'approche continue et l'approche discrète. Dans l'approche continue, des équations différentielles ordinaires ou partielles peuvent être obtenues en appliquant la conservation de l'énergie, de la masse et de quantité de mouvement pour un volume de contrôle infinitésimal.

Comme il est difficile de résoudre les équations différentielles pour de nombreuses raisons (non-linéarité, conditions aux limites complexes, géométrie complexe, ...), les méthodes de modélisation numérique sont utilisées pour convertir les équations différentielles, avec des conditions aux limites et initiales données, à un système d'équations algébriques. Les équations algébriques peuvent être résolues itérativement jusqu'à ce que la convergence soit assurée.

Pour mieux comprendre la méthodologie de résolution, on détaille le processus comme suit : en premier lieu, on identifie les équations, qui sont généralement des équations différentielles. Ensuite, on discrétise le domaine en volumes, nœuds ou éléments, ... ; ce qui dépend essentiellement de la méthode de résolution (éléments finis, volumes finis, ...). Chaque volume, ou élément contient un grand nombre de particules. A l'échelle macroscopique, la vitesse, la pression et la température de ces particules sont représentées par une valeur nodale, ou une valeur moyenne, ou simplement supposées variables linéairement ou bi-linéairement d'un nœud à un autre. Les propriétés telles que la viscosité, la conductivité thermique, la capacité thermique, ... sont généralement des paramètres connus. D'autre part, à l'échelle microscopique, on peut considérer que le milieu est formé de petites particules (atomes, molécules) qui entrent en collision entre elles-mêmes. Cela dit, on a besoin d'identifier les forces inter-particules et résoudre les équations différentielles ordinaires de la deuxième loi de Newton (conservation du moment). A chaque instant, on a besoin d'identifier la position et la vitesse de chaque particule (cela revient à identifier les trajectoires des particules). A ce niveau, on ne définit plus la température, la pression et les propriétés thermo-physiques (viscosité, capacité thermique,...). En effet, la température et la pression sont reliés à l'énergie cinétique des particules, et à la fréquence de la collision des particules avec les limites du milieu.

## 2.1.2. Dynamique des particules

On sait que tous les matériaux présents dans la nature sont essentiellement formés de molécules et sous-molécules. Ces molécules peuvent être visualisées en tant que sphères qui bougent aléatoirement d'une manière conservatrice dans un espace libre. Lors, de ce mouvement, on a une conservation de masse, de quantité de mouvement et de l'énergie. D'où, on peut appliquer la deuxième loi de Newton (conservation de quantité de mouvement), qui spécifie que le taux de changement de la quantité de mouvement linéaire est égal à la force appliquée :

$$F = \frac{d(mc)}{dt} \quad (2.1)$$

Avec  $F$  : La force intermoléculaire et les forces externes

$m$  : La masse de la particule

$c$  : La vitesse d'une particule

$t$  : Le temps

Pour une masse constante, l'équation précédente peut être simplifiée :

$$F = \frac{d(mc)}{dt} = ma \quad (2.2)$$

Le paramètre 'a' désigne l'accélération. La position d'une particule peut être définie à partir de la définition de la vitesse :

$$c = \frac{dr}{dt} \quad (2.3)$$

Avec  $r$  est le vecteur position de la particule par rapport à l'origine.

Si une force  $F$  externe est appliquée à une particule d'une masse  $m$ , sa vitesse changera de  $c$  à  $c + F \frac{dt}{m}$ , et sa position changera de  $r$  à  $r + cdt$ . En absence de forces externes, la particule se déplace librement d'une position à une autre sans changer de direction ni de vitesse.

Quand l'énergie interne d'un système augmente (cas d'un chauffage par exemple), la vitesse des particules et l'interaction entre elles augmentent. L'augmentation de l'énergie

cinétique signifie l'augmentation de la température à l'échelle macroscopique. Les particules bombardent constamment les parois du système. La force exercée par unité de surface représente la pression à l'échelle macroscopique. En se basant sur ce modèle, on peut voir qu'il y a une relation entre la température, la pression et l'énergie cinétique des particules, qu'on définira dans la section suivante.

### 2.1.3. Température et pression

Afin de déterminer la relation qui lie la température et la pression à l'énergie cinétique, considérons une particule se déplaçant avec une vitesse  $c$  dans la direction  $x$  à l'intérieur d'un tube de longueur  $L$  et de section  $S$ . Cette particule entre en collision avec les parois du tube d'une manière continue comme indiqué dans la figure (2.1). La force exercée par la particule sur la paroi verticale du tube est égale au taux de changement de la quantité de mouvement, alors on a :

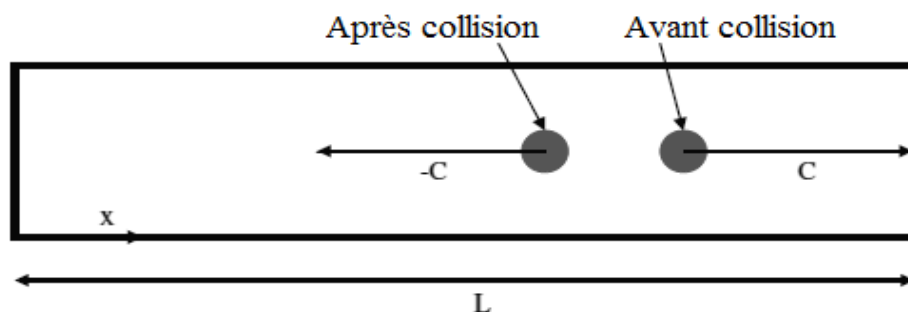
$$F\Delta t = mc_x - (-mc_x) = 2mc_x \quad (2.4)$$

$\Delta t$  représente le temps entre deux collisions successives (le temps nécessaire pour que la particule se déplace d'une extrémité à une autre et revienne à son emplacement initial). Cet intervalle de temps est donné par :

$$\Delta t = \frac{2L}{c_x} \quad (2.5)$$

En remplaçant l'équation (2.5) dans l'équation (2.4), on retrouve :

$$F = \frac{mc_x^2}{L} \quad (2.6)$$



**Fig.2.1** Une particule se déplaçant dans un tube

Si on prend en considération N particules, on retrouve :

$$F = \frac{Nmc_x^2}{L} \quad (2.7)$$

Dans le cas général, 3 directions de mouvement sont permises x , y et z ; les vitesses relatives sont  $c_x$ ,  $c_y$  et  $c_z$  ; et on a  $c^2 = c_x^2 + c_y^2 + c_z^2$ . Si on suppose que toutes les composantes sont égales, on aura :  $c^2 = 3c_x^2$ . D'où, la force totale exercée est donnée par :

$$F = \frac{Nmc^2}{3L} \quad (2.8)$$

La pression est définie comme étant une force par unité de surface (perpendiculaire à la force), telle que  $P = \frac{F}{S}$ , alors la pression exercée par N particules sur la paroi verticale du tube est donnée par :

$$P = \frac{Nmc^2}{3LA} = \frac{Nmc^2}{3V} \quad (2.9)$$

V représente le volume du tube.

On sait que l'expression de l'énergie cinétique ( $E_c$ ) est donnée par :

$$E_c = \frac{mc^2}{2} \quad (2.10)$$

D'où

$$P = \frac{2N}{3V} E_c \quad (2.11)$$

D'autre part, on sait que l'équation d'état pour les gaz parfaits est donnée par :

$$PV = nRT \quad (2.12)$$

n représente le nombre de moles donné par  $n=N/N_A$  ( $N_A$  étant le nombre d'Avogadro) et R la constante des gaz parfaits.

On obtient alors :

$$\frac{N}{N_A} RT = \frac{2N}{3} E_c \quad (2.13)$$

Ce qui implique :

$$E_c = \frac{3R}{2N_A} T = \frac{3}{2} kT \quad (2.14)$$

Avec k : constante de Boltzmann

## 2.2 La méthode de Boltzmann

### 2.2.1. Introduction

La méthode de lattice Boltzmann (LBM) est une méthode de modélisation numérique basée sur la simulation du processus de collision et de propagation sur un nombre limité de particules, qui a un rôle important dans les simulations de flux de micro et macro-fluides.

Alors que les méthodes traditionnelles en dynamique des fluides (CFD) résolvent les équations de Navier-Stokes directement, la méthode de Boltzmann résout l'équation de Boltzmann à partir de laquelle les équations de Navier-Stokes peuvent être récupérées. L'équation de Boltzmann décrit des phénomènes de microscopie basés sur les densités de particules et les collisions.

### 2.2.2 Contexte historique

Pour une meilleure compréhension de la méthode de Lattice Boltzmann, nous présentons une courte introduction aux automates cellulaires et aux automates de gaz sur réseau..

#### a) Les automates cellulaires

Un automate cellulaire est un modèle discret qui a été introduit par John von Neumann [98]. C'est une technique de simulation qui permet de décrire, comprendre et simuler le comportement des systèmes complexes [99]. Ce concept est apparu dans les années 1940 et n'a cessé de se développer permettant ainsi de modéliser les systèmes complexes et variés comme la propagation des ondes, l'écoulement des fluides ...

## **b) Les automates de gaz sur réseau**

Les automates de gaz sur réseau sont dérivés d'automates cellulaires classiques après quelques modifications [100]. Ces modifications simplifient la construction et l'application d'automates à des processus physiques donnés. Par exemple, contrairement au premier automate à gaz en réseau, introduit par Hardy, de Pazzis et Pomeau (modèle HPP) [27], il existe aujourd'hui des automates de gaz sur réseau qui conduisent aux équations de Navier-Stokes dans la limite macroscopique [101]. Par conséquent, ils sont capables de simuler des écoulements de fluides avec succès. En dépit de leur nature relativement simple, les automates de gaz sur réseau peuvent être appliqués dans des thèmes moins simples comme par exemple dans la simulation de flux à travers des milieux poreux [102].

### **Le modèle HPP**

Le modèle HPP [27] a été introduit en 1972 pour étudier les problèmes de l'hydrodynamique bidimensionnelle. Il consiste à travailler sur l'espace carré à deux dimensions avec une constante de réseau unitaire et un temps discret. Chaque particule a la masse unité et la vitesse unité. L'évolution d'un système se fait suivant deux étapes : collision et propagation à chaque instant du temps :

- Le processus de collision implique des particules dans la même position (x,y) en un instant t. Les règles de collision sont désignées pour conserver le nombre de particules, la quantité de mouvement et l'énergie cinétique. La collision est frontale.
  
- La propagation des particules suit les quatre directions possibles lors du mouvement. Puisque la collision est frontale, les vitesses des particules subissent une rotation de  $\frac{\pi}{2}$  ou  $\frac{-\pi}{2}$  (figure (1.1)).

### **Le modèle FHP**

Le modèle FHP, introduit par Frisch, Hasslacher et Pomeau en 1986 [2], a été le premier automate de gaz sur réseau à produire avec succès les équations de Navier-Stokes dans la limite macroscopique. La différence majeure entre les modèle HPP et FHP est l'utilisation d'un réseau triangulaire (figure (1.2)) dans ce dernier par rapport à un réseau carré dans le premier. Ceci conduit à un tenseur isotrope spécifique de rang 4 dans le FHP mais pas dans le HPP, qui est nécessaire pour réaliser les équations de Navier-Stokes [100].

Dans ce modèle, l'évolution du système se fait aussi suivant les deux étapes de collision et de propagation en conservant la masse, la quantité de mouvement et l'énergie. Après la collision, les particules peuvent se propager suivant 6 différentes directions correspondantes aux vecteurs suivants :

$$e_i = \left( \cos\left(\frac{\pi}{3}i\right), \sin\left(\frac{\pi}{3}i\right) \right), \quad i = 1, \dots, 6 \quad (2.15)$$

### 2.2.3. L'équation de Boltzmann

#### a) Fonction de distribution $f_i$

Chaque gaz étant représenté par un système de  $N$  particules ponctuelles, peut être décrit par une fonction des coordonnées et des vitesses de toutes ses particules. La fonction de distribution dépend du temps d'un côté, et aussi de  $6N$  coordonnées et vitesses.

La fonction de distribution peut décrire les propriétés macroscopiques. Nous pouvons ainsi établir une équation d'évolution pour cette fonction de distribution, à partir de l'idée fondamentale selon laquelle, une molécule interagit avec une autre molécule à la fois et peut se déplacer librement entre deux collisions successives. Chaque collision a une durée beaucoup plus courte que le temps moyen qui sépare deux collisions successives. Ainsi, dans un gaz dilué, les molécules, pour l'essentiel du temps, n'interagissent pas avec d'autres molécules. C'est l'une des raisons pour lesquelles les propriétés macroscopiques d'un tel gaz dépendent seulement de la fonction de distribution d'une particule.

Considérons  $N$  le nombre de particules,  $m_0$  la masse d'une particule et  $\xi$  la vitesse microscopique. On peut définir :

La densité numérique :  $n(r, \Gamma, t) = NF_1(r, \Gamma, t)$

La densité massique :  $f(r, \Gamma, t) = m_0NF_1(r, \Gamma, t) = m_0n(r, \Gamma, t)$

La densité de masse :  $\rho(r, t) = \int f(r, \Gamma, t) d\Gamma$

La vitesse macroscopique :  $v(r, t) = \frac{1}{\rho} \int \xi f$

La densité d'énergie interne :  $\varepsilon(r, t) = \frac{1}{\rho} \int (\xi - v)^2 f(r, \Gamma, t) d\Gamma$

## b) L'équation de Boltzmann

L'équation basique de la théorie cinétique est l'équation d'évolution de  $f(\mathbf{r},\Gamma,t)$  en présence des collisions des molécules. La conservation du volume de l'espace de phase (théorème de Liouville) mène à l'équation de transport :

$$\frac{Df}{Dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \xi \nabla f = C(f) \quad (2.16)$$

$C(f)$  étant l'opérateur de collision qui représente le taux de changement de la fonction de distribution  $f(\mathbf{r},\Gamma,t)$  dû à la collision.

La théorie cinétique a pour principal objectif de définir l'équation d'évolution pour la fonction de distribution d'une particule. La forme spécifique de l'équation cinétique dépend de trois paramètres :

- La nature du système : gaz, solide, liquide, ...
- La nature des interactions entre les particules : intensité, portée,...
- La valeur des paramètres fixant l'état macroscopique du système : densité et température.

Dans le cas des gaz classiques dilués, l'équation cinétique pertinente, qu'on peut établir sous certaines hypothèses, est l'équation de Boltzmann [103-104]. Le gaz considéré est supposé admettre un état d'équilibre local au voisinage de chaque point de l'espace. Un certain nombre de champs sont ainsi supposés bien définis :

- La température locale du gaz:  $T(\mathbf{r},t)$
- La densité de particule locale du gaz :  $\rho(\mathbf{r},t)$
- La pression locale du gaz :  $p(\mathbf{r},t)$

En se basant sur l'équation qui régit le modèle FHP, on a :

$$n_i(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i, t + 1) = n_i(\mathbf{x}, t) + C_i(\langle n_i \rangle) \quad (2.17)$$



Avec l'approximation de Boltzmann [7], on obtient l'équation de Boltzmann sur réseau :

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i, t + 1) = f_i(\mathbf{x}, t) + \Omega_i(\langle f_i \rangle) \quad (2.18)$$

Avec  $\mathbf{e}_i$  les vitesses nodales

Avec  $f_i(\mathbf{x}, t)$  est la fonction de distribution de la densité de masse pour une particule simple. ' $f_i$ ' désigne toutes les  $f_i(\mathbf{x}, t)$  et  $\Omega_i(\langle f_i \rangle)$  représente l'opérateur de collision.

### c) L'approximation de Bhatnagar-Gross-Krook (BGK)

Le terme de collision de l'équation de Boltzmann est une intégrale non linéaire complexe, ce qui rend très difficile la résolution de l'équation de Boltzmann, et limite ainsi l'application de l'équation de Boltzmann. Le résultat de deux collisions n'est pas susceptible d'influencer de manière significative les valeurs de nombreuses quantités mesurées, les chercheurs ont proposé alors une variété d'opérateurs de collision simplifiés, dont le plus simple est l'opérateur de collision BGK proposé par Bhatnagar, Gross et Krook en 1954 [105]. Ils ont émis l'hypothèse que le processus de collision moléculaire favorisera la fonction de distribution pour être en équilibre, et le taux de l'état d'équilibre est linéairement lié au degré de déviation de l'état d'équilibre. Au même temps, Welander (1954) a introduit indépendamment un opérateur similaire.

L'opérateur de collision est remplacé par :

$$\Omega_{BGK} = -\omega(f - f^{eq}) = -\frac{1}{\tau}(f - f^{eq}) \quad (2.19)$$

$\omega$  : fréquence de collision

$\tau$  : facteur de relaxation

$f^{eq}$  : fonction de distribution d'équilibre local (fonction de distribution de Maxwell-Boltzmann)

Pour un système sans forces externes, l'équation de Boltzmann peut être approchée par :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + e\nabla f = \frac{1}{\tau}(f^{eq} - f) \quad (2.20)$$

Dans la méthode LBM, l'équation discrète de Boltzmann peut être écrite, pour une direction donnée :

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + e_i \nabla f_i = \frac{1}{\tau} (f_i^{eq} - f_i) \quad (2.21)$$

C'est une équation aux dérivées partielles linéaire. Le côté droit de l'équation représente l'advection (streaming) et le terme de gauche représente le processus de collision.

Après discrétisation, on obtient :

$$f_i(x + e_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(x, t) \frac{\Delta t}{\tau} [f_i^{eq}(x, t) - f_i(x, t)] \quad (2.22)$$

Cette équation est appelée équation de Boltzmann sur réseau avec l'approximation BGK. Elle peut être résolue numériquement suivant deux étapes :

Collision :

$$\tilde{f}_i(x, t) = f_i(x, t) + \frac{\Delta t}{\tau} [f_i^{eq}(x, t) - f_i(x, t)] \quad (2.23)$$

Dispersion :

$$f_i(x + e_i \Delta t, t + \Delta t) = \tilde{f}_i(x, t) \quad (2.24)$$

$f_i$  et  $\tilde{f}_i$  représentent respectivement les fonctions de distribution avant et après collision

$e_i$  représente la vitesse dans la  $i$ -ème direction

Sous les lois de conservation, la densité et la quantité de mouvement macroscopiques sont données par :

$$\rho(x, t) = \sum f_i(x, t) = \sum f_i^{eq}(x, t) \quad (2.25)$$

$$\rho(x, t)u(x, t) = \sum e_i f_i(x, t) = \sum e_i f_i^{eq}(x, t) \quad (2.26)$$

## 2.2.4. Mise en œuvre de l'équation de Boltzmann sur réseau

### a) Le modèle DnQm

Dans cette section, nous présentons quelques choix communs pour la discrétisation utilisée dans les méthodes de Lattice Boltzmann. Les discrétisations sont décrites par des vitesses de réseau adimensionnelles. La terminologie commune utilisée dans LBM est de se référer à la dimension du problème et le nombre de vitesses en utilisant DnQm, où n représente la dimension du problème (1 pour 1-D, 2 pour 2-D et 3 pour 3-D) et m représente le modèle de vitesse, nombre de liens. Dans le paragraphe suivant, différents modèles utilisés sont présentés.

#### Modèles unidimensionnels

Lorsque l'on considère un espace unidimensionnel, la discrétisation la plus simple est la division en intervalles de même longueur où alors l'ensemble des points du réseau est constitué par les limites d'intervalles. Le modèle D1Q3 ainsi que le modèle D1Q5 sont basés sur une telle discrétisation. En plus de la vitesse nulle  $e_0$ , nous avons dans le modèle D1Q3, les vitesses  $e_1 = 1$  et  $e_2 = -1$  (figure (2.2)). Pour chaque direction apparaissent seulement des vecteurs de vitesse uniques. Par contre, le modèle D1Q5 (figure (2.3)) est un modèle dit multi-vitesse, où des vecteurs de différentes longueurs apparaissent pour les mêmes directions.

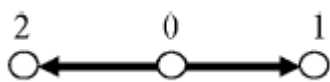


Fig.2.2 Le modèle D1Q3

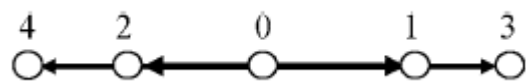


Fig.2.3 Le modèle D1Q5

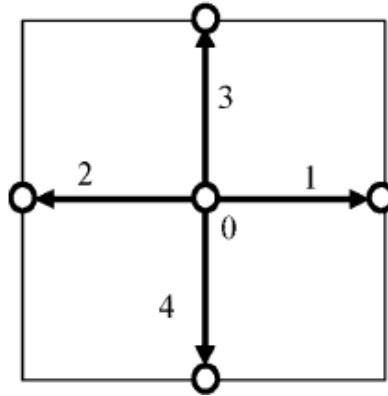
Le modèle D1Q3 est le plus utilisé et dans ce cas, les facteurs de pondération  $w_i$  sont  $4/6$ ,  $1/6$  et  $1/6$  pour  $f_0$ ,  $f_1$  et  $f_2$ , respectivement.

#### Modèles bidimensionnels

##### o Modèle D2Q5

Le modèle D2Q5 possède cinq vecteurs de vitesse : pour la particule résidant au nœud central, la vitesse est nulle  $c(0,0)$ . La fonction de distribution  $f_1$  et  $f_2$  se déplacent

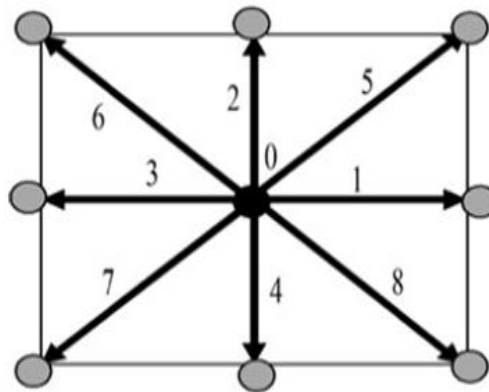
respectivement avec les vitesses  $c(1,0)$  et  $c(-1,0)$  (est et ouest), tandis que  $f_3$  et  $f_4$  se déplacent respectivement avec les vitesses  $c(0,1)$  et  $c(0,-1)$  (nord et sud), comme illustré dans la figure (2.4). Les facteurs de pondération  $w_i$  pour  $f_0, f_1, f_2, f_3,$  et  $f_4$  sont  $2/6, 1/6, 1/6, 1/6$  et  $1/6$ , respectivement. Il convient de mentionner que cet arrangement ne peut être utilisé pour simuler les écoulements des fluides mais peut être adopté pour simuler le comportement thermique. .



**Fig.2.4** Le modèle D2Q5

○ **Modèle D2Q9**

Ce modèle est très utilisé, en particulier pour résoudre les problèmes d'écoulement des fluides. Il a huit vecteurs de vitesses qui s'ajoutent à la vitesse de la particule centrale qui est égale à 0. Les vitesses sont  $c(0,0), c(1,0), c(0,1), c(-1,0), c(0,-1), c(1,1), c(-1,1), c(-1,-1),$  et  $c(1,-1)$ , pour les fonctions de distribution  $f_0, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6, f_7$  et  $f_8$  respectivement (figure (2.5)). Les facteurs de pondération  $w_i$  correspondants aux fonctions de distribution sont respectivement  $4/9, 1/9, 1/9, 1/9, 1/9, 1/36, 1/36, 1/36$  et  $1/36$ .



**Fig.2.5** Le modèle D2Q9

En simulation tridimensionnelle, différents modèles peuvent être utilisés D3Q15, D3Q19 et D3Q27.

## b) Adimensionnement

Relativement à l'approche fondée sur la résolution directe des équations de Navier Stokes, où les valeurs des nombres adimensionnels sont calculées et la simulation est exécutée à partir de ces valeurs, la simulation des écoulements fondée sur la méthode LBM est effectuée directement dans l'espace réseau. C'est un avantage, puisque nous n'avons pas besoin de changer à chaque fois les équations de base dans la résolution du problème. La paramétrisation réseau s'appuie sur la valeur du pas de temps réseau  $\delta t^*$ , la valeur du pas d'espace réseau  $\delta x^*$  et la densité du fluide  $\rho^*$  :

$$\begin{aligned}\delta t^* &= \frac{\Delta t}{\Delta t} = 1 \\ \delta x^* &= \frac{\Delta x}{\Delta x} = 1 \\ \rho^* &= \frac{\rho}{\rho} = 1\end{aligned}\tag{2.27}$$

A partir de ces valeurs réseau, les valeurs relatives de la viscosité cinématique du fluide, de la vitesse et des forces externes sont évaluées :

$$\begin{aligned}\text{La viscosité cinématique: } v^* &= \nu \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \\ \text{La gravité: } g^* &= g \frac{\Delta t^2}{\Delta x} \\ \text{La vitesse: } u^* &= u \frac{\Delta t}{\Delta x} \\ \text{La force: } F^* &= F \frac{\Delta t^2}{\rho \Delta x^4}\end{aligned}\tag{2.28}$$

Notons que la vitesse du son qui est caractéristique dans la méthode de Boltzmann sur réseau, ne correspond pas à la vitesse réelle du son, mais représente la vitesse avec laquelle l'information est transmise dans l'espace réseau.

## c) Conditions aux limites

Les conditions aux limites jouent un rôle très important pour les méthodes numériques classiques pour résoudre n'importe quel système différentiel. De même manière, imposer des

conditions aux limites précises est crucial pour la méthode de Lattice Boltzmann. En général, il existe trois types distincts de conditions aux limites pour les équations différentielles macroscopiques, à savoir les conditions aux limites de Dirichlet qui spécifient la valeur de la fonction sur la limite ; les conditions aux limites de Neumann qui fournissent la dérivée normale de la fonction et la combinaison de la fonction prescrite et sa dérivée normale avec le nom des conditions aux limites de Robin.

Deux approches distinctes sont appliquées pour évaluer la difficulté des conditions aux limites pour la méthode de Lattice Boltzmann. L'une est ce qu'on appelle « Modification de Distribution » tandis que l'autre est « Reconstruction de Distribution ». Par modification de distribution, nous voulons dire que les fonctions de distribution inconnues sont obtenues par des règles physiques telles que la règle de rebond, la loi de conservation de la masse et de l'impulsion ou leur combinaison. La règle dite du rebond intégral, la règle du rebond à mi-chemin [7,106], ainsi que la dynamique des frontières d'Inamuro [107] et la dynamique des limites Zou / He [108] appartiennent à cette école. D'autre part, la reconstruction de distribution signifie reconstruire toutes les fonctions de distribution sur la frontière par leur relation explicite avec les variables macroscopiques : densité, vitesse et leurs dérivées, qui peuvent être approchées par la condition limite donnée. Parmi les méthodes de cette approche, on peut citer la dynamique des limites régularisée [109], la dynamique des frontières des éléments finis [110] ainsi que la dynamique des frontières de Guo et al [111]. La plupart des méthodes susmentionnées pour imposer des conditions aux limites sont développées à l'origine pour la limite droite (straight boundary) la limite avec des bords droits ('straight edges').

Alors que pour les conditions aux limites sur une surface courbe, ce qui est plus réaliste du point de vue physique, une interpolation ou une extrapolation est nécessaire pour approcher les variables situées sur les nœuds limites à l'écart de la paroi limite de la grille cartésienne. Cela diffère de la méthode des éléments finis puisque les nœuds dans le maillage de l'élément fini peuvent être directement placés sur la limite courbe. Les méthodes d'interpolation proposées par Phillipova et Hanel (FH dynamics) [112] et sa version améliorée par Mei et al. (Meidynamics) [113] appartiennent à l'approche « Modification de Distribution ». Deux autres modèles ont été proposés plus tard par Bouzidi et al. (BFL dynamique) [114] et Yu et al. (dynamique uniforme) [115]. Dans la famille de « Reconstruction de Distribution », on trouve la dynamique des limites sur surface courbe récemment développée par Verschaeve et Muller [116].

Afin d'illustrer l'idée de différents types de conditions aux limites droites, on utilise le modèle D2Q9 pour sa simplicité.

- **Conditions aux limites périodiques**

Les conditions aux limites périodiques sont très simples et doivent être appliquées lorsque le système est périodique dans une ou plusieurs directions. En général dans ce genre de problèmes, nous sommes en mesure d'identifier une géométrie élémentaire qui se répète au fil du temps. Ainsi, l'étude de l'ensemble du système se réduit à l'étude de cette cellule fondamentale.

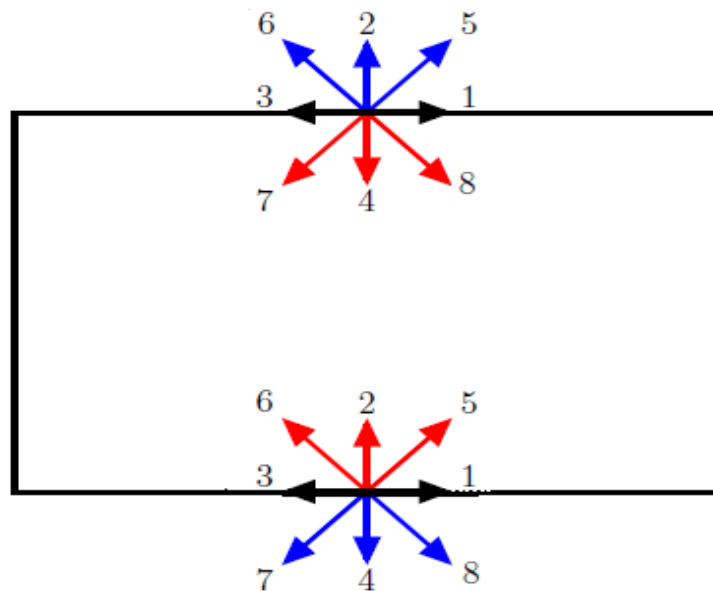
On considère la figure (2.6). Les conditions aux limites périodiques pour les frontières supérieure et inférieure peuvent être représentées par les équations suivantes :

$$f_4(x_s, t) = f_4(x_i, t), \quad f_7(x_s, t) = f_7(x_i, t), \quad f_8(x_s, t) = f_8(x_i, t) \quad (2.29)$$

$$f_2(x_i, t) = f_2(x_s, t), \quad f_5(x_i, t) = f_5(x_s, t), \quad f_6(x_i, t) = f_6(x_s, t) \quad (2.30)$$

$x_s$  : les coordonnées d'un nœud appartenant à la limite supérieure

$x_i$  : les coordonnées d'un nœud appartenant à la limite inférieure

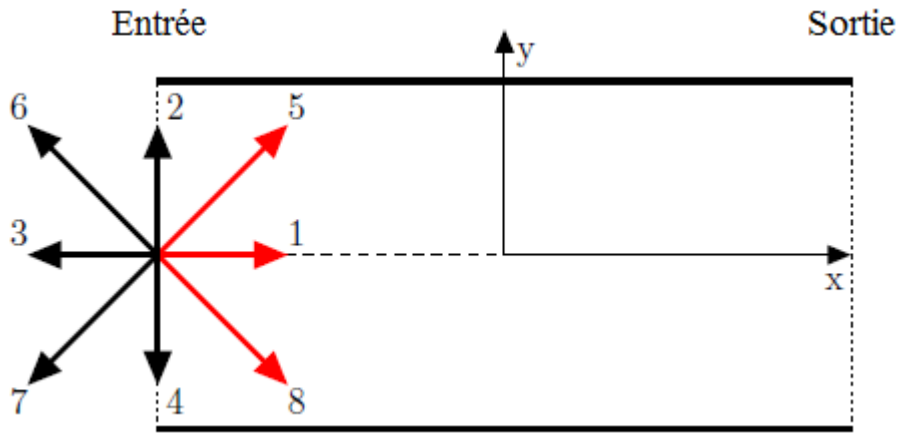


**Fig.2.6** Représentation graphique des conditions aux limites périodiques

Il est clair que les conditions aux limites périodiques consistent à copier les fonctions de distribution inconnues pour une frontière de celles à la frontière opposée.

- **Conditions aux limites Zou-He**

Ce type de conditions aux limites a été introduit par Zou et He [108]. On considère la figure (2.7), et on va analyser le cas où une densité  $\rho$  est imposée, et la composante de la vitesse parallèle à la surface est nulle ( $u_y = 0$ ).



**Fig.2.7** Représentation d'une densité imposée

Dans ce cas, on a :

$$\begin{cases} \rho = f_0 + f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 + f_7 + f_8 \\ \rho u_x = f_1 - f_3 + f_5 - f_6 - f_7 + f_8 \\ \rho u_y = f_2 - f_4 + f_5 + f_6 - f_7 - f_8 \end{cases} \quad (2.31)$$

Les fonctions de distribution inconnues sont  $f_1, f_5$  et  $f_8$ .

Puisque  $\rho u_y = 0$ , on obtient :

$$\begin{cases} f_1 + f_5 + f_8 = \rho - (f_0 + f_2 + f_3 + f_4 + f_6 + f_7) \\ f_1 + f_5 + f_8 = \rho u_x + (f_3 + f_6 + f_7) \\ f_5 - f_8 = -f_2 + f_4 - f_6 + f_7 \end{cases} \quad (2.32)$$

A partir des deux premières équations, on retrouve :

$$u_x = 1 - \frac{f_0 + f_2 + f_4 + 2(f_3 + f_6 + f_7)}{\rho} \quad (2.33)$$



On remarque qu'on a deux équations indépendantes et qu'on a besoin d'une autre équation afin de résoudre le système. Zou et He ont proposé la condition suivante :

$$f_1(x_e, t) - f_1^{eq}(x_e, t) = f_3(x_e, t) - f_3^{eq}(x_e, t) \quad (2.34)$$

$x_e$  représente les coordonnées du nœud d'entrée

Alors le système à trois équations de Zou et He peut s'écrire :

$$\begin{cases} f_1 = f_1^{eq} + f_3 - f_3^{eq} \\ f_1 + f_5 + f_8 = \rho u_x + (f_3 + f_6 + f_7) \\ f_5 - f_8 = -f_2 + f_4 - f_6 + f_7 \end{cases} \quad (2.35)$$

Ce type de conditions aux limites est efficace et facile à programmer, surtout pour le cas bidimensionnel [108].

### 2.2.5. Modèle axisymétrique de la méthode LBM

Dans les équations de Navier Stokes, des termes supplémentaires sont nécessaires pour modéliser les équations de conservation de masse et d'énergie. Pour tenir compte de ces termes, des termes sources appropriés sont rajoutés à l'équation de LB.

Dans ce travail, nous adoptons le modèle LB axisymétrique développé par Li et al. [117], dans lequel la règle du trapèze est utilisée pour la discrétisation des termes sources et un terme de relaxation supplémentaire est appliqué pour représenter les gradients de vitesse dans le terme source de conservation de quantité de mouvement. Ce modèle s'écrit sous la forme :

$$\begin{aligned} & f_\alpha(x + e_\alpha \delta t, t + \delta t) - f_\alpha(x, t) \\ &= \frac{\delta t}{2} [\Omega_\alpha((x, t)) + \Omega_\alpha((x + e_\alpha \delta t, t + \delta t))] \\ &+ \frac{\delta t}{2} [S_\alpha((x, t)) + S_\alpha((x + e_\alpha \delta t, t + \delta t))] - \frac{\delta t}{2} \frac{e_{\alpha r}}{r} (f_\alpha(x, t) - f_\alpha^{eq}(x, t)) \end{aligned} \quad (2.39)$$

Les vecteurs discrets de vitesse  $e_\alpha$  du modèle D2Q9 sont appliqués ici est le terme de la collision est exprimé par :

$$\Omega_\alpha = \frac{1}{\tau} (f_\alpha - f_\alpha^{eq}) \quad (2.40)$$

Avec :

$$f_\alpha^{eq} = r\rho\omega_\alpha \left[ 1 + \frac{e_\alpha u}{c_s^2} + \frac{(e_\alpha u)^2}{2c_s^4} - \frac{u^2}{2c_s^2} \right] \quad (2.41)$$

$S_\alpha$  est le terme source tenant compte des effets axisymétriques et des forces externes, tel que :

$$S_\alpha = \rho\omega_\alpha \left[ \left( c_s^2 - \frac{2vu_r}{r} \right) \frac{e_{\alpha r}}{c_s^2} + \frac{ue_\alpha}{c_s^2} e_{\alpha r} - u_r \right] + \frac{(e_\alpha - u)F}{c_s^2} \quad (2.42)$$

Afin d'éviter des termes implicites, nous reconstruisons la fonction de distribution qui sera réécrite comme suit :

$$f_\alpha^* = f_\alpha - \frac{\delta t}{2} (\Omega_\alpha + S_\alpha) \quad (2.43)$$

Et le terme source peut être approximé par :

$$S_\alpha((x, t)) + S_\alpha((x + e_\alpha \delta t, t + \delta t)) \simeq S_\alpha((x, t)) + S_\alpha((x + e_\alpha \delta t, t)) \quad (2.44)$$

Qui est le schéma centré semi-implicite adopté par Zhou.

L'équation (2.39) peut être écrite :

$$\begin{aligned} & f_\alpha^*(x + e_\alpha \delta t, t + \delta t) - f_\alpha^*(x, t) \\ &= -\frac{1}{\tau} (f_\alpha^* - f_\alpha^{*eq}) + \frac{\delta t}{2} [S_\alpha((x, t)) + S_\alpha((x + e_\alpha \delta t, t + \delta t))] \\ & \quad - \frac{\delta t}{2} \frac{e_{\alpha r}}{r} (f_\alpha(x, t) - f_\alpha^{eq}(x, t)) \end{aligned} \quad (2.45)$$

## 2.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons vu quelques fondamentaux de la théorie cinétique, et nous avons déterminé les expressions de la température et de la pression en fonction de l'énergie cinétique. Les résultats retrouvés montrent que ces grandeurs macroscopiques sont directement proportionnelles à l'énergie cinétique des particules.

D'autre part, nous avons présenté les automates PHP et FHP ainsi qu'une étude détaillée sur la méthode de Lattice Boltzmann en commençant par les hypothèses et l'équation de Boltzmann. Ensuite nous avons détaillé les modèles 1-D et 2-D , et enfin nous avons étudié quelques conditions aux limites relatifs à cette méthode ainsi que le modèle axisymétrique..

**CHAPITRE 3 :**

***VALIDATION DU MODELE DE  
LATTICE BOLTZMANN  
AXISYMETRIQUE***

Au cours de ces dernières années, la simulation numérique a connu un grand développement grâce à la réduction des coûts et l'augmentation de la vitesse des stations de calcul. Grâce à ces améliorations, les algorithmes mathématiques sont capables de fonctionner correctement avec des problèmes de plus en plus réalistes. L'objectif principal des méthodes numériques est de reproduire au plus près le comportement thermique et dynamique des fluides. Ainsi, le modèle mathématique doit intégrer tous les aspects du monde réel et la méthode numérique utilisée doit résoudre exactement les équations de la modélisation mathématique. Pour s'assurer de ces deux conditions, il faut effectuer une validation du modèle numérique. La validation peut être faite par comparaison soit avec une solution analytique soit avec des résultats expérimentaux. Les solutions analytiques sont utilisées généralement dans des problèmes extrêmement simples et permettent de comparer avec la valeur exacte du problème. La Validation à partir des résultats expérimentaux est la plus utilisée puisqu'elle montre la cohérence de la méthode avec la réalité physique.

Dans ce chapitre, pour valider notre code numérique, nous allons considérer trois configurations. L'écoulement laminaire établi dans une conduite cylindrique menant à une solution analytique avec un profil de vitesse parabolique; la deuxième configuration est une cavité cylindrique différentiellement chauffée et dont la solution numérique existe avec plusieurs techniques numériques permettant de tester la capacité de notre code à simuler avec précision les écoulements thermo-convectifs. La troisième configuration concerne les problèmes de changement de phase solide/liquide dans une cavité cylindrique de rapport de forme 2.

### 3.1 Ecoulement de Hagen-Poiseuille

Nous considérons dans cette partie une conduite cylindrique infinie. Pour la simulation de ce type d'écoulement nous considérons un canal cylindrique avec des conditions périodiques à l'entrée et à la sortie, ce qui signifie que la sortie est connectée à l'entrée. L'écoulement est contrôlé par la pression entre les deux extrémités du canal. Le domaine de calcul est  $0 \leq r \leq R$  et  $0 \leq z \leq L$  avec  $r=0$  sur l'axe de symétrie et la paroi solide est située à  $r=R$ . Les conditions aux limites des variables du fluide sont :

$$\begin{aligned}
 r = 0 \quad \frac{\partial \phi}{\partial r} = 0 \quad \forall \phi (\phi, u_r, u_z) \\
 r = R \quad u_z = u_r = 0
 \end{aligned}
 \tag{3.1}$$

Le domaine est initialisé avec une densité uniforme et un profil de vitesse parabolique. La densité est prise constante dans tout le domaine et nous appliquons un gradient de pression le long de l'axe vertical. Dans ces conditions, la solution exacte,  $u_z(r)$ , des équations axisymétriques de Navier-Stokes est donnée par :

$$u_z(r) = V_{max} \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \quad (3.2)$$

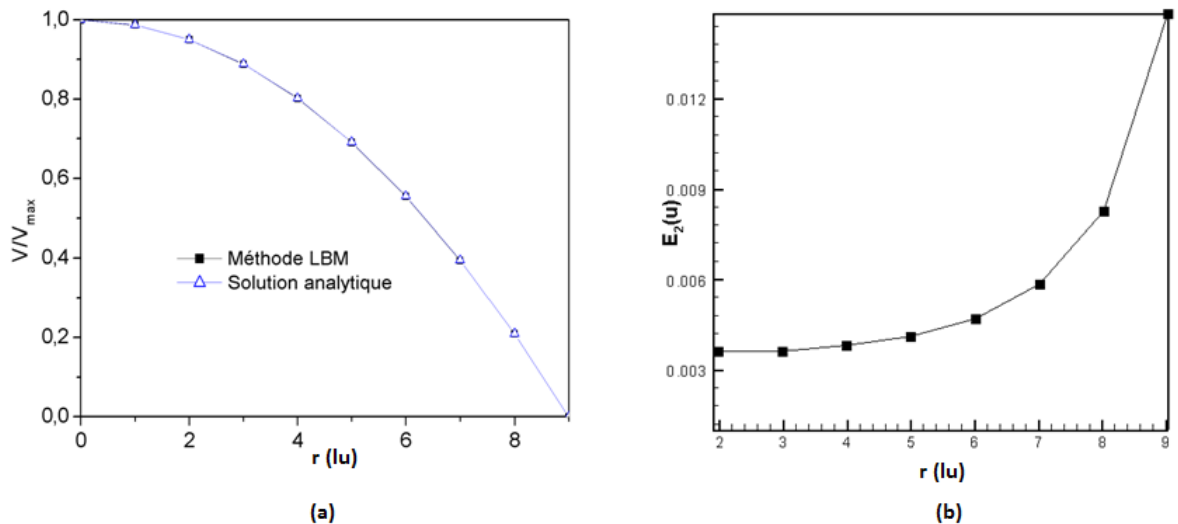
Avec

$$V_{max} = \frac{aR^2}{4\nu\rho} \quad (3.3)$$

Le nombre de Reynolds caractérisant l'écoulement de Poiseuille est défini par :

$$Re = \frac{2V_{max}R}{\nu} \quad (3.4)$$

Cinq grilles de discrétisation sont considérées  $5 \times 5$ ,  $10 \times 10$ ,  $20 \times 20$ ,  $40 \times 40$  et  $80 \times 80$ . Le débit est généré en appliquant une force axiale  $a = \frac{4\rho\nu V_{max}}{R^2}$ . La vitesse axiale simulée suivant la direction radiale est comparée à la solution analytique (figure (3.1)). Même pour des maillages moins denses, la solution numérique est toujours très proche à la solution analytique. Un critère de convergence est adopté afin de décider quand le code LBM converge "suffisamment", ce qui signifie que les itérations ultérieures ne donnent pas une augmentation significative de la précision.



**Fig. 3.1 (a)** Profil de vitesse pour  $Re=40$  et  $\tau=0.9$

**(b)** Erreur relative d'un écoulement Poiseuille

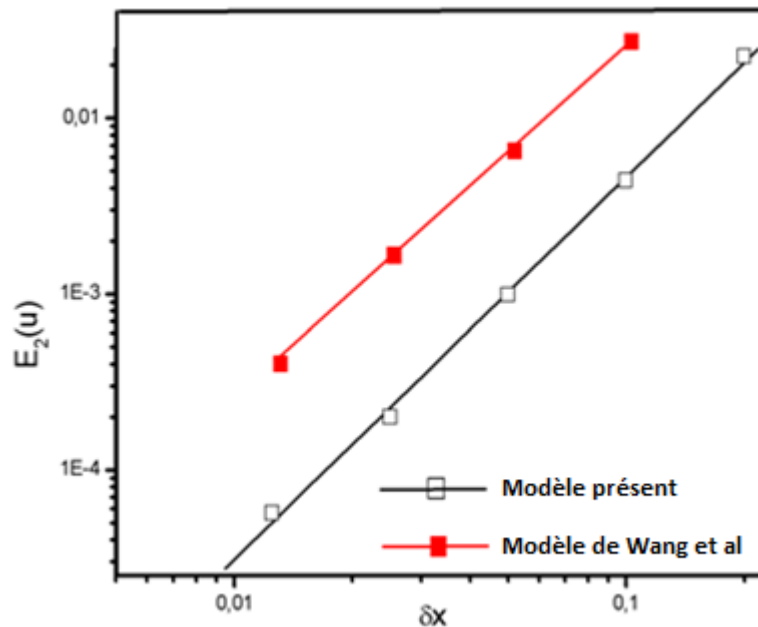
Cette opération est rendue assez facile grâce à l'existence de la solution analytique. En particulier, nous pouvons définir l'erreur entre les vitesses numériques et analytiques le long de la direction Y en utilisant la norme  $E_2$ :

$$E_2(u) = \sqrt{\frac{\sum_{ij}(u_z^{numérique} - u_z^{exacte})^2}{\sum_{ij}(u_z^{exacte})^2}} \quad (3.5)$$

Le régime stationnaire est obtenu lorsque le critère suivant est rempli :

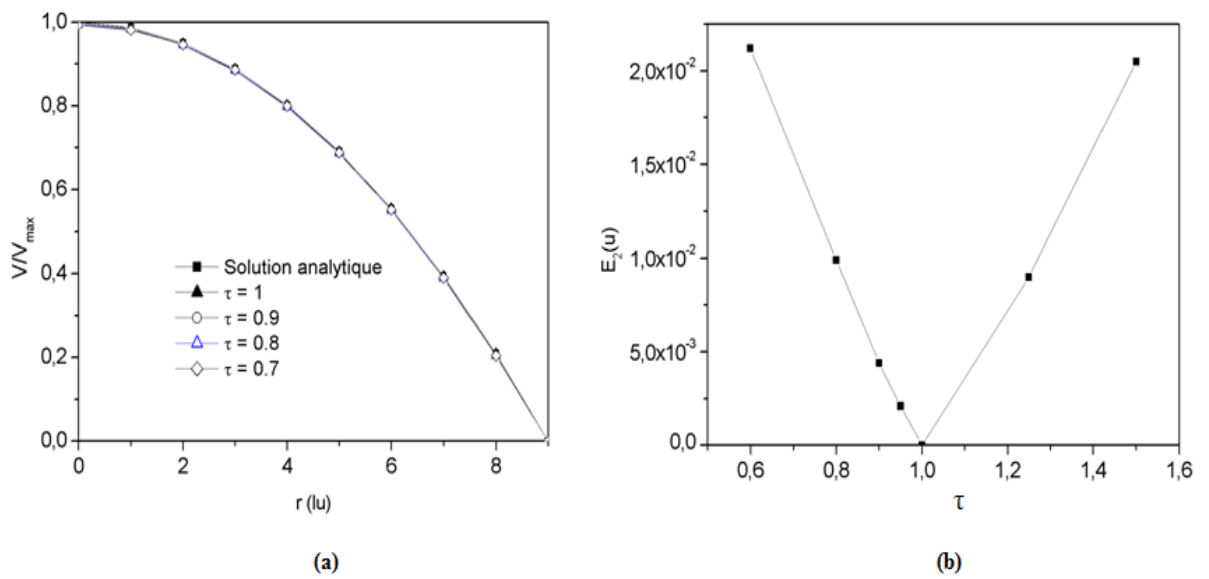
$$\frac{\|u(t) - u(t - 100\delta t)\|}{\|u(t)\|} < 10^{-7} \quad (3.6)$$

L'erreur diminue au fur et à mesure que le maillage devient plus fin. Nous avons tracé la variation de l'erreur en fonction du pas spatiale est nous l'avons comparé aux résultats de Wang *et al.* [118]. L'évolution de l'erreur en fonction du pas de temps montre que la précision spatiale est d'ordre 2 (figure (3.2)).



**Fig.3.2** Erreur relative de la vitesse en fonction du pas spatial pour  $\tau=0.8$ .

D'autre part, l'effet du temps de relaxation en prenant un temps de relaxation variant dans l'intervalle  $0.6 \leq \tau \leq 1.5$  est étudié. La solution numérique est toujours très proche de la solution analytique (figure (3.3)), ce qui montre la capacité de notre code à simuler des écoulements laminaires dans des configurations typiques ce qui montre que la formulation de la méthode LBM introduite dans ce code ainsi que le traitement des conditions aux limites associées est très précise. Ce cas test de Benchmark nous renseigne sur la qualité de notre code dans le cas laminaire à faible nombre de Reynolds en régime stationnaire.



**Fig.3.3(a)** Effet du temps de relaxation sur le profil de vitesse **(b)** erreur relative en fonction du temps de relaxation

### 3.2 Ecoulement instationnaire de Womersley

Dans la suite de cette section, nous avons opté pour l'investigation de la précision de notre code en régime instationnaire par l'implémentation du benchmark du fluide avec force de contrôle variable. En effet, la force constante dans l'écoulement de Hagen-Poiseuille donne une solution stationnaire. Si on considère maintenant une force variable dans le temps sous la forme  $a = A \cos \omega t$ , la vitesse axiale varie périodiquement. La solution analytique du problème est donnée par :

$$u_z(r, t) = \text{Re} \left[ \frac{A}{i\omega} \left( 1 - \frac{J_0\left(\frac{r\varphi}{R}\right)}{J_0(\varphi)} \right) e^{i\omega t} \right] \quad (3.7)$$

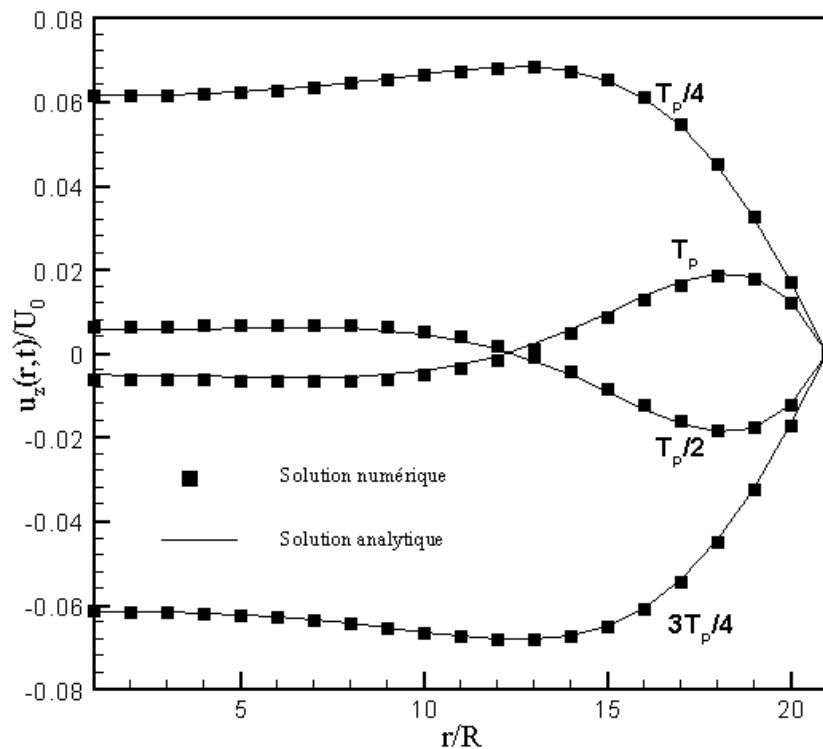


Avec

$$\varphi = \frac{\alpha(i-1)}{\sqrt{2}} \text{ et } \alpha = R \sqrt{\frac{\omega}{\nu}}$$

est le nombre de Womersley et  $J_0$  dénote la fonction de Bessel d'ordre 0 de premier type.

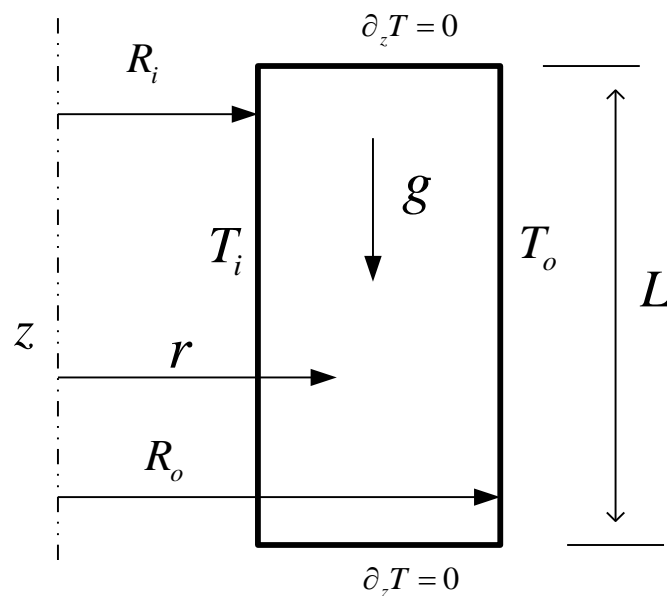
Dans la présente simulation, nous avons considéré un écoulement caractérisé par un nombre de Reynolds  $Re=1200$  et le nombre de Womersley  $\alpha=8$ . Le nombre de Reynolds est défini ici par  $Re = \frac{2RU_0}{\nu}$  et  $U_0 = \frac{AR^2}{4\nu}$ . Le paramètre de relaxation est fixé à  $\tau=0.8$ . Une grille uniforme de  $21 \times 21$  est adoptée dans les calculs. Les conditions initiales pour la vitesse sont prises telles que la vitesse est nulle partout dans le domaine. Les résultats numériques sont extraits après 10 périodes de calcul avec la période donnée par :  $T_p = \frac{2\pi}{\omega}$ . Puisque le problème est physiquement instationnaire, la solution permet de valider la capacité de la méthode à décrire le comportement temporel des problèmes liés aux écoulements des fluides. 4 instants typiques sont considérés pour comparaison avec la solution analytique  $t = \frac{T_p}{4}, \frac{T_p}{2}, \frac{3T_p}{4}$  et  $T_p$ . Dans la figure (3.4) on présente la solution numérique comparée à la solution analytique. Comme on peut le constater, les résultats numériques sont en bon accord avec la solution analytique



**Fig.3.4** Vitesse de l'écoulement de Womersley ( $R=1200$ ,  $\tau=0.8$  et  $\alpha=8$ )

### 3.3 Convection naturelle entre deux cylindres coaxiaux

Le cas suivant de validation concerne la convection naturelle dans un anneau entre deux cylindres verticaux coaxiaux. Le problème est présenté dans la figure (3.5), avec  $g$  l'accélération gravitationnelle,  $T_i$  et  $T_o$  sont les températures constantes imposées sur les cylindres intérieur et extérieur respectivement, avec  $T_i \geq T_o$ . Les parois horizontales sont adiabatiques. Le rapport de rayon  $R_o/R_i$  et le rapport de forme d'aspect  $L/(R_o-R_i)$  sont tous les deux fixés à 2.



**Fig.3.5** Schéma simplifié d'un anneau entre deux cylindres verticaux coaxiaux et différentiellement chauffés

L'écoulement est contrôlé par les nombres adimensionnels: le nombre de Prandtl  $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$  et le nombre de Rayleigh  $Ra = \frac{g\beta(T_i-T_o)(R_o-R_i)^3}{\nu\alpha}$  avec  $\beta$  le coefficient d'expansion thermique et  $g$  l'accélération gravitationnelle. La force de gravitation est donnée par  $F_g = \rho g \beta (T - T_{ref})$  avec la température de référence est égale à la température moyenne  $T_{ref} = \frac{T_i+T_o}{2}$ .

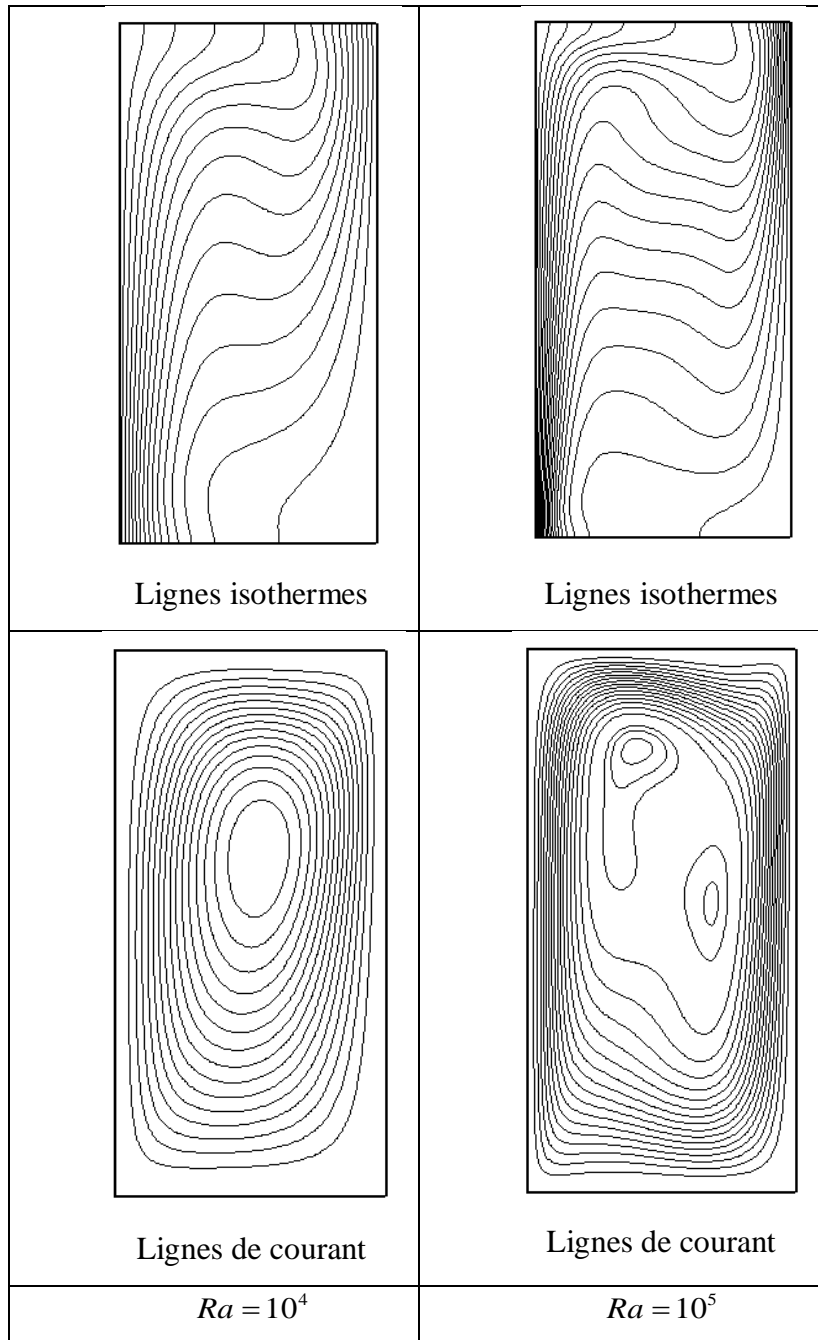
Les simulations numériques sont effectuées pour les nombres de Rayleigh  $Ra = 10^4$  et  $Ra = 10^5$ . Le maillage considéré pour ce cas test est  $100 \times 200$ .

La figure (3.6) présente les lignes de courant et les lignes isothermes. Les lignes isothermes montrent que lorsque le nombre de Rayleigh augmente, la couche limite thermique devient

plus mince et la vitesse devient importante près des parois. Ces résultats sont en bon concordance avec les résultats de référence [117, 119-120]. Quantitativement, nous avons calculé le nombre de Nusselt sur la paroi intérieure défini par :

$$Nu = \frac{R_i}{T_i - T_o} \int_0^2 \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_i dz \quad (3.8)$$

Ce nombre de Nusselt moyen est comparé aux résultats de référence dans le tableau (3.1).



**Fig.3.6** Lignes de courant et lignes isothermes pour différents nombres de Rayleigh

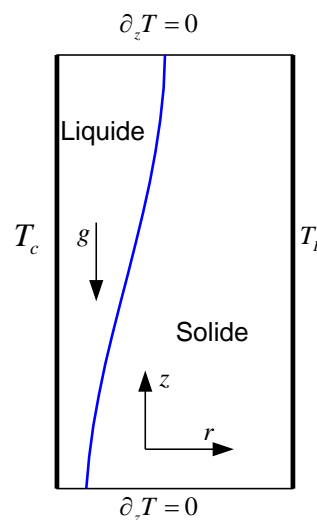
**Tableau.3.1** Comparaison du nombre de Nusselt avec les travaux antérieurs

<b>Ra</b>	<b>[119]</b>	<b>[120]</b>	<b>[117]</b>	<b>Présent travail</b>
$10^4$	3.037	3.163	3.217	3.204
$10^5$	5.760	5.882	5.784	5.734

### 3.4 Convection naturelle avec changement de phase solide/liquide

Dans cette partie nous allons valider notre modèle en considérant la convection thermique couplée au changement de phase solide/liquide. En effet, dans les cas précédents, l'étude concerne une seule phase avec des frontières fixes ou périodiques, alors que dans le présent cas, l'écoulement se passe dans un domaine avec une frontière mobile. L'approche utilisée pour tenir compte de cette frontière est la méthode enthalpique qui permet d'avoir la fraction fondue dans chaque nœud sans savoir la position exacte de l'interface solide/liquide. Ainsi dans la zone solide, l'écoulement est inexistant et seulement les phénomènes thermiques sont présents. Dans cette zone, la fraction liquide est égale à 0. Dans la phase liquide correspondant à une fraction liquide égale à 1, l'écoulement contrôlé par les forces gravitationnelles est couplé aux phénomènes thermiques. Dans la zone intermédiaire, la fraction liquide est comprise entre 0 et 1.

La configuration considérée est une cavité cylindrique de rapport de forme 2. Les parois horizontales sont supposées adiabatiques et les parois verticales isothermes portées à des températures chaude et froide  $T_C$  et  $T_F$  (figure (3.7)).

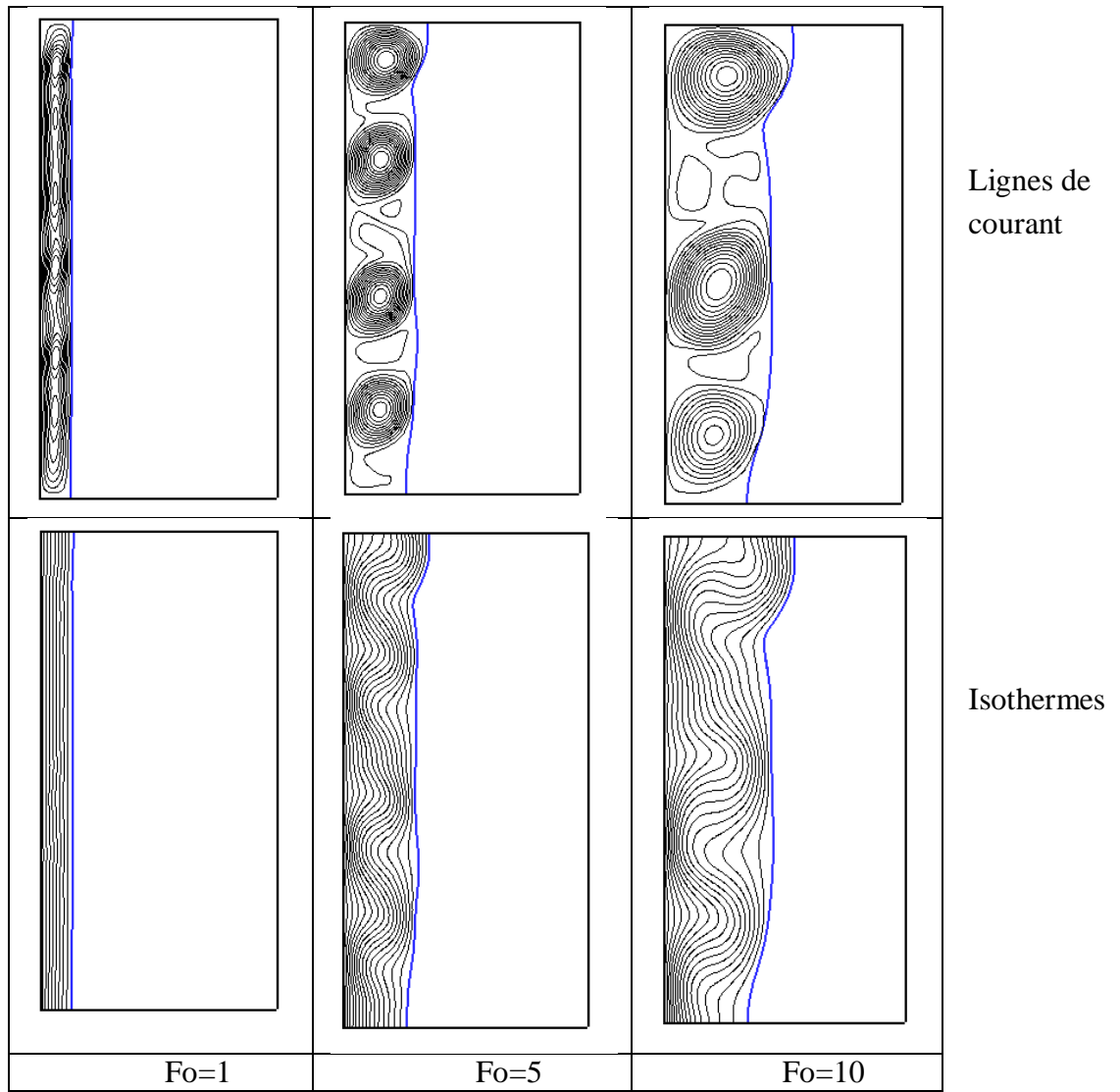


**Fig.3.7** Configuration géométrique du problème de fusion

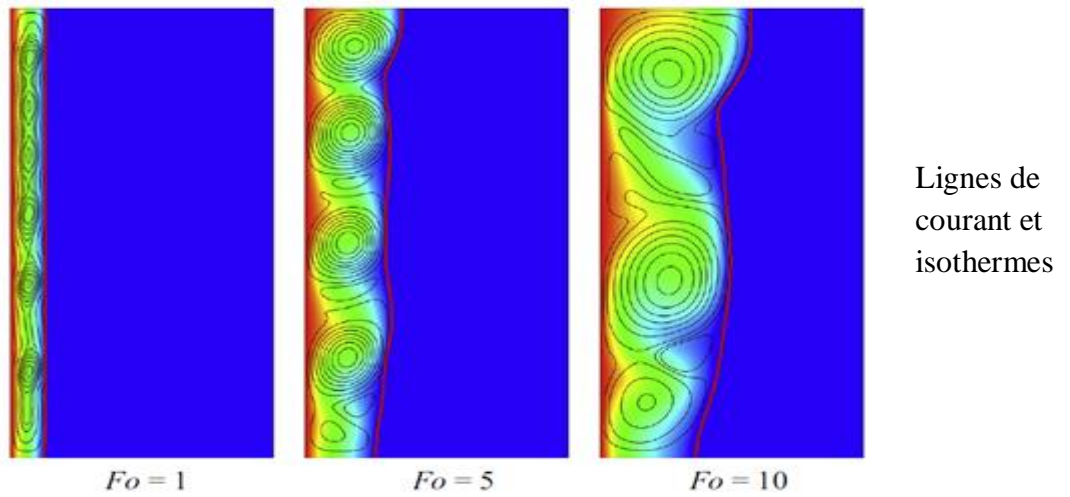
Les paramètres qui contrôlent le problème de fusion sont le nombre de Prandtl  $Pr=0.02$ , le nombre de Rayleigh  $Ra=10^5$  et le nombre de Stefan  $Ste= 0.01$ .

La figure (3.8-a) présente la structure d'écoulement pour différents nombres de Fourier,  $Fo=1$ ,  $Fo=5$  et  $Fo=10$ . Au début de la fusion, le mécanisme de transfert thermique est dominé par la diffusion thermique. L'interface solide/liquide progresse parallèlement à la paroi verticale. A partir de  $Fo=1$ , il y a formation de petits vortex. Ces vortex de petites tailles et faible intensité n'ont pas d'effet significatif sur la déformation et la vitesse de progression de l'interface solide/liquide et la diffusion thermique reste toujours le mécanisme prépondérant. Au cours du temps, l'écoulement est caractérisé par des cellules qui fusionnent les unes avec les autres ce qui justifie le comportement périodique de la vitesse maximale (figure (3.10-b)).

Avec l'avancement du temps, la zone fluide grandit et les cellules deviennent de plus en plus intenses entraînant une déformation nette de l'interface solide/liquide en particulier du côté supérieur de la cavité. La figure (3.9) montre une bonne concordance de notre solution avec les travaux de Li et al. [121], ce qui montre la capacité de notre code à simuler avec précision des problèmes similaires de changement de phase solide/liquide. Dans la figure (3.10-a), on présente l'évolution du nombre de Nusselt en fonction du temps. Le nombre de Nusselt présentant le transfert thermique du côté de la paroi chaude varie périodiquement avec le temps et ceci est dû aux oscillations des vortex avec l'augmentation du nombre de Fourier.



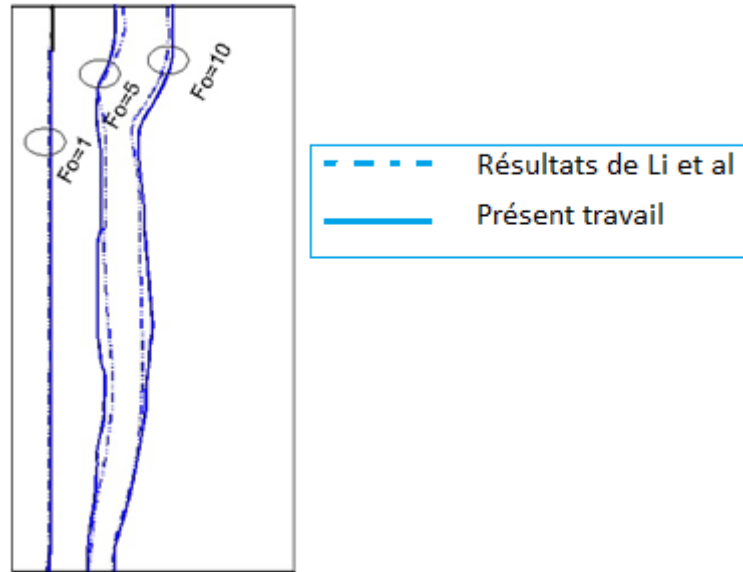
(a)



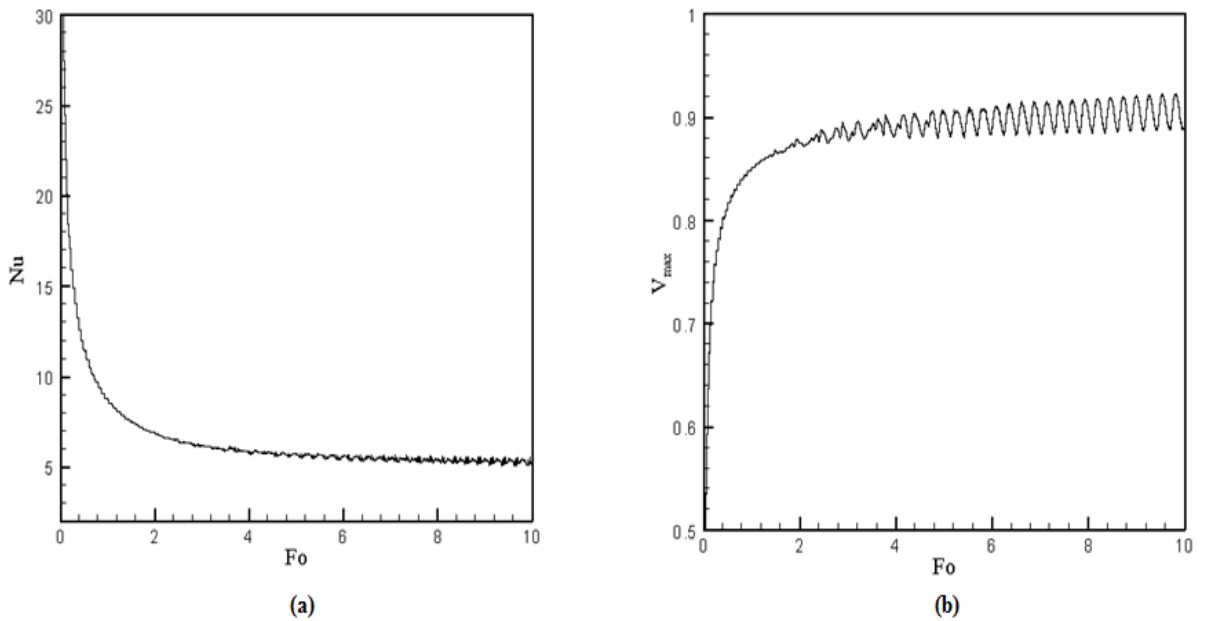
(b)

**Fig. 3.8** Interfaces solide/liquide pour les nombres de Fourier  $Fo=1$  ,  $Fo=5$  et  $Fo=10$ .

(a) Résultats numériques du présent travail, (b) Résultats de Li et al [121]



**Fig.3.9** Interfaces solide/liquide pour les nombres de Fourier  $Fo=1$  ,  $Fo=5$  et  $Fo=10$



**Fig.3.10** Evolution en fonction du temps de **(a)** Nombre du Nusselt et **(b)** La vitesse maximale

### 3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons mené plusieurs études afin de valider notre code. Nous avons traité des problèmes d'écoulement, de convection et de changement de phase. Les résultats simulés sont en très bon accord avec les résultats disponibles dans la littérature, ce qui prouve l'efficacité et la précision de notre code.

**CHAPITRE 4 :**

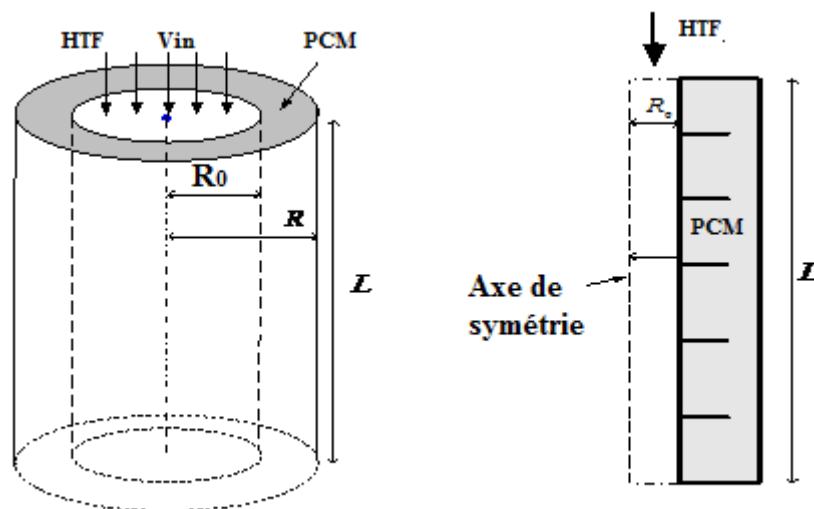
***ETUDE D'UN SYSTEME DE  
STOCKAGE D'ENERGIE LATENTE :  
ECHANGEUR DE CHALEUR***



Les systèmes de stockage d'énergie thermique (TES) sont très préférés dans de nombreuses applications d'ingénierie. Ils ont la capacité de surmonter l'inadéquation entre l'offre et la demande d'énergie. Le TES peut être utilisé pour stocker la chaleur thermo-chimique, sensible ou latente ou une combinaison de celles-ci. Parmi les trois formes, le stockage d'énergie thermique à chaleur latente (LHTES) a pris une importance considérable ces dernières années en tant qu'alternative prometteuse aux systèmes traditionnels. Ces systèmes utilisent des matériaux à changement de phase (PCM), en configuration simple ou en cascade, et stockent la chaleur latente de fusion (processus de charge) et la libèrent lors de la solidification (processus de décharge). Parmi les différentes configurations des systèmes LHTES, les échangeurs de chaleur à tubes et calandre représentent une conception prometteuse et simple en PCM haute température. Dans ce chapitre, nous présentons une nouvelle étude numérique impliquant un échangeur de chaleur à tubes et calandre pour évaluer les phénomènes de stockage de chaleur.

#### 4.1 Configuration du système étudié

La configuration géométrique du système de stockage thermique LHTES (Latent Heat Thermal Energy Storage) est illustré dans la figure (4.1). Le fluide HTF circule dans le tube intérieur du haut vers le bas et le tube externe est rempli d'un matériau PCM. La cavité externe est dotée d'ailettes métalliques pour une meilleure diffusion de la chaleur à travers le PCM.



**Fig.4.1** Configuration de l'échangeur de chaleur étudié

## 4.2 Modèle mathématique

Pour simplifier les modèles physique et mathématique, on adopte les hypothèses suivantes :

- 1- Le flux de HTF entrant dans le tube est supposé laminaire et totalement développé
- 2- Les propriétés thermiques du PCM ne varient pas avec la température
- 3- La paroi externe est supposée adiabatique
- 4- Le modèle 2D axisymétrique est adopté
- 5- Le PCM est homogène et isotrope

### Dans le PCM

Le modèle enthalpique est utilisé pour modéliser le processus de changement de phase du PCM. L'approximation de Boussinesq est utilisée. Le modèle suppose que la densité du fluide est constante dans tous les termes de l'équation de quantité de mouvement, à l'exception du terme de force de gravité. Les équations gouvernantes pour l'écoulement 2D, laminaire, newtonien incluant l'approximation de Boussinesq sont les suivantes :

- Conservation de la masse :

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad (4.1)$$

- Conservation de la quantité de mouvement :

$$\rho \frac{\partial u_z}{\partial t} + \rho u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + \rho u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) + \rho g \beta (T - T_{ref}) \quad (4.2)$$

$$\rho \frac{\partial u_r}{\partial t} + \rho u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \rho u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left( \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} - \frac{u_r}{r^2} \right) \quad (4.3)$$

- Conservation de l'énergie :

$$\frac{\partial \rho H}{\partial t} + u_r \frac{\partial \rho C_p T}{\partial r} + u_z \frac{\partial \rho C_p T}{\partial z} = k \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \quad (4.4)$$

$\mu$ ,  $g$ ,  $\beta$  et  $T_{ref}$  représentent respectivement la viscosité, l'accélération gravitationnelle, le coefficient de dilatation thermique et la température de référence.

On note que  $T$  est la température adimensionnelle telle que  $T = \frac{T' - T'_C}{T'_H - T'_C}$ . Avec  $T'_H$  est la température chaude et  $T'_C$  est la température froide.

H est la somme de l'enthalpie sensible  $C_p T$  et de l'enthalpie latente  $f_l L$ . L'enthalpie totale H est résolue par la méthode de Lattice Boltzmann puis la température peut être déterminée à partir de l'enthalpie totale. Lorsque les coordonnées cylindriques sont utilisées, il y a plusieurs termes supplémentaires dans les équations macroscopiques par rapport à ceux des cavités 2D en coordonnées cartésiennes, ce qui complique la conception du modèle LB correspondant.

### **Conditions aux limites hydrodynamiques**

$$u_r = 0, u_z = V_{in} \text{ sur } 0 \leq r \leq R_0 \text{ et } z = L \text{ (entrée)}$$

$$u_r = 0, u_z = 0 \text{ sur } R_0 \leq r \leq R \text{ et } z = 0 \text{ (paroi inférieure coté PCM)}$$

$$u_r = 0, u_z = 0 \text{ sur } R_0 \leq r \leq R \text{ et } z = L \text{ (paroi supérieure coté PCM)} \quad (4.5)$$

$$u_r = 0, \frac{\partial u_z}{\partial r} = 0 \text{ sur } r = 0 \text{ et } 0 \leq z \leq L \text{ (axe de symétrie)}$$

$$u_r = 0, u_z = 0 \text{ sur } r = R \text{ et } 0 \leq z \leq L \text{ (paroi latérale)}$$

### **Conditions aux limites thermiques**

$$T = T_{in} \text{ sur } 0 \leq r \leq R_0 \text{ et } z = L \text{ (entrée)}$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0 \text{ sur } R_0 \leq r \leq R \text{ et } z = 0 \text{ (paroi inférieure coté PCM)}$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0 \text{ sur } R_0 \leq r \leq R \text{ et } z = L \text{ (paroi supérieure coté PCM)} \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0 \text{ sur } r = 0 \text{ et } 0 \leq z \leq L \text{ (axe de symétrie)}$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0 \text{ sur } r = R \text{ et } 0 \leq z \leq L \text{ (paroi latérale)}$$

A la sortie du canal, on utilise les conditions de périodicité.

Au contact de la phase fluide avec les ailettes désignées ici par s, les conditions aux limites sont données par la condition de continuité de la température et du flux thermique:

$$T_l = T_s \quad (4.7)$$

$$n \cdot (-k \nabla T + \rho C_p u T)_{PCM} = (-k \nabla T)_s \quad (4.8)$$

Le système est contrôlé par un groupe de nombres adimensionnels comprenant le nombre de Prandtl du fluide caloporteur, le nombre de Prandtl du PCM, le nombre de Rayleigh, le nombre de Stefan, le rapport des conductivités thermiques des ailettes et du PCM et le rapport des chaleurs spécifiques des ailettes et du PCM :

- Les nombres de Prandtl

$$Pr_{HTF} = \frac{v_{HTF}}{\alpha_{HTF}}$$

$$Pr_{MCP} = \frac{v_{PCM}}{\alpha_{PCM}}$$

- Le nombre de Rayleigh

$$Ra = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\alpha_{MCP}v_{PCM}}$$

- Le nombre de Stefan

$$Ste = \frac{C_{pPCM}\Delta t}{L_a}$$

- Rapport de conductivité des ailettes par rapport au matériau PCM

$$K_s = \frac{k_s}{k_{PCM}}$$

- Rapport de conductivité du fluide par rapport au matériau PCM

$$K_{HTF} = \frac{k_{HTF}}{k_{PCM}}$$

- Rapport des chaleurs spécifiques des ailettes et du matériau PCM

$$c_s = \frac{(\rho c_p)_s}{(\rho c_p)_{PCM}}$$

- Rapport des chaleurs spécifiques du fluide et du matériau PCM

$$c_{HTF} = \frac{(\rho c_p)_{HTF}}{(\rho c_p)_{PCM}}$$

- Le nombre de Fourier représentant le temps adimensionnel

$$Fo = \frac{\alpha_{PCM}t}{L^2}$$

- Le nombre de Reynolds

$$Re_{HTF} = \frac{2V_{in}R_0}{v_{HTF}}$$

L'équation de conservation d'énergie impliquant un changement de phase pourrait être résolue en ajoutant un terme source dans l'équation d'évolution de l'enthalpie totale (HLBM). Nous adoptons le modèle D2Q5 pour simuler le champ d'enthalpie total. L'équation d'évolution de la fonction de distribution :

$$g_i(x + e_i \delta_t, t + \delta_t) = g_i(x, t) + \frac{1}{\tau} \left( g_i(x, t) - g_i^{eq}(x, t) \right) + \delta_t S_i(x, t) \quad (4.9)$$

La fonction de distribution à l'équilibre est donnée par :

$$g_i^{eq} = \begin{cases} \rho r H - r \rho C_{p0} T + r \omega_i \rho C_p T \left( \frac{\rho_0 C_{p0}}{\rho C_p} - \frac{u^2}{2c_s^2} \right) & i = 0 \\ r \rho \omega_i C_p T \left( \frac{\rho_0 C_{p0}}{\rho C_p} + \frac{e_i u}{c_s^2} + \frac{(e_i u)^2}{c_s^4} - \frac{u^2}{2c_s^2} \right) & i \neq 0 \end{cases} \quad (4.10)$$

Où  $C_{p0}$  est une capacité thermique de référence, qui prend une valeur constante sur tout l'espace lattice. Dans cette étude,  $C_{p0}$  a été spécifié comme la valeur moyenne harmonique des chaleurs spécifiques. L'enthalpie totale macroscopique et la température peuvent être calculées par :

$$H = \frac{1}{\rho r} \sum_0^4 g_i^{eq} \quad (4.11)$$

$$T = \begin{cases} \frac{H}{\rho C_p} & T < T_s \\ \frac{H - H_s}{H_l - H_s} T_l + \frac{H_l - H}{H_l - H_s} T_s & T_s \leq T \leq T_l \\ T_l + \frac{H - H_l}{\rho C_p} & T_l < T \end{cases} \quad (4.12)$$

Avec  $T_l$  et  $T_s$  sont les températures de liquidus et de solidus et  $H_l$  et  $H_s$  sont les enthalpies totales correspondantes aux températures de liquidus et solidus.

### ***4.3 Modèle de Lattice Boltzmann pour un écoulement axisymétrique***

Le modèle LB axisymétrique pour le transport de masse proposé dans [117], est basé sur l'équation axisymétrique de Boltzmann. Le modèle de Lattice Boltzmann basé sur la théorie cinétique proposée par Guo et al. [18] évolue comme suit:

$$\begin{aligned}
& f_i(x + e_i \delta_t, t + \delta_t) \\
&= f_i(x, t) + \frac{1}{\tau} \left( f_i(x, t) - f_i^{eq}(x, t) \right) + \frac{1}{2} \delta_t (F_i(x, t) + F_i(x + e_i \delta_t, t + \delta_t))
\end{aligned} \tag{4.13}$$

Où :

$$f_i^{eq}(x, t) = r \rho \omega_i \left( 1 + \frac{e_i u}{c_s^2} + \frac{(e_i u)^2}{c_s^4} - \frac{u^2}{2c_s^2} \right) \tag{4.14}$$

Avec  $u = (u_r, u_z)$  le vecteur vitesse avec les composantes radiale et verticale et  $\omega_i$  les coefficients de pondération du modèle D2Q9 à savoir,  $\omega_0=4/9$ ,  $\omega_{1,2,3,4}=1/9$  et  $\omega_{5,6,7,8}=1/36$ .

Le terme source  $F_i(x, t)$  tient compte des effets axisymétriques et des effets des forces externes :

$$F_i(x, t) = \rho \omega_i \left[ \left( c_s^2 - \frac{2v u_r}{r} \right) \frac{e_{ir}}{c_s^2} + \frac{u e_i}{c_s^2} e_{ir} - u_r \right] + r \rho \omega_i \frac{(e_{\alpha} - u) a}{c_s^4} \tag{4.15}$$

Les paramètres de relaxation sont donnés par les expressions suivantes :

$$v = (\tau_f - 0.5) \delta_t c_s^2 \tag{4.16}$$

$$k = \rho_0 C_{p0} (\tau_H - 0.5) \delta_t c_s^2 \tag{4.17}$$

Afin d'annuler la vitesse dans la phase solide, nous avons adopté la technique développée par Huang et al [122] utilisant les schémas de solides immergés par la modification des équations de Lattice Boltzmann selon l'expression suivante :

$$f_i(x + e_i \delta_t, t + \delta_t) = f_i(x, t) - \frac{1 - B}{\tau_f} \left( f_i(x, t) - f_i^{eq}(x, t) \right) + B \Omega_i^s + \delta_t S_i \tag{4.18}$$

Avec B est un coefficient de pondération lié à la fraction liquide et au temps de relaxation:

$$B = f_s \frac{(\tau_f - 0.5)}{\tau_f + 0.5 - f_s} \tag{4.19}$$

$\Omega_i^s$  désigne le terme de collision basé sur le principe Bounce Back du terme de non équilibre :

$$\Omega_{\alpha}^s = f_{\dot{\alpha}}(x, t) - f_{\dot{\alpha}}^{eq}(x, t) - f_{\alpha}(x, t) + f_{\alpha}^{eq}(x, t) \tag{4.20}$$

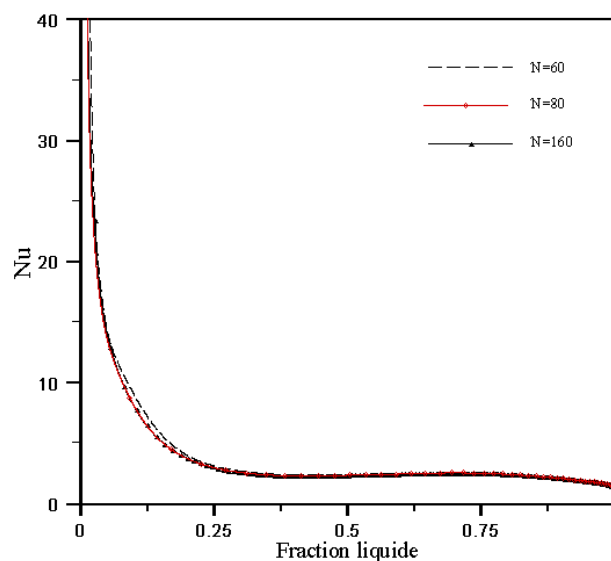
Avec  $\dot{\alpha}$  la direction opposée à  $\alpha$ .

Le temps de relaxation est pris tel que :

$$\tau = \begin{cases} 3 \frac{k_{MCP}}{\rho_0 C_{p0}} + 0.5 \text{ dans le PCM} \\ 3 \frac{k_{ailettes}}{\rho_0 C_{p0}} + 0.5 \text{ dans les ailettes} \\ 3 \frac{k_{HTF}}{\rho_0 C_{p0}} + 0.5 \text{ dans le HTF} \end{cases} \quad (4.21)$$

#### 4.4 Résultats et discussion

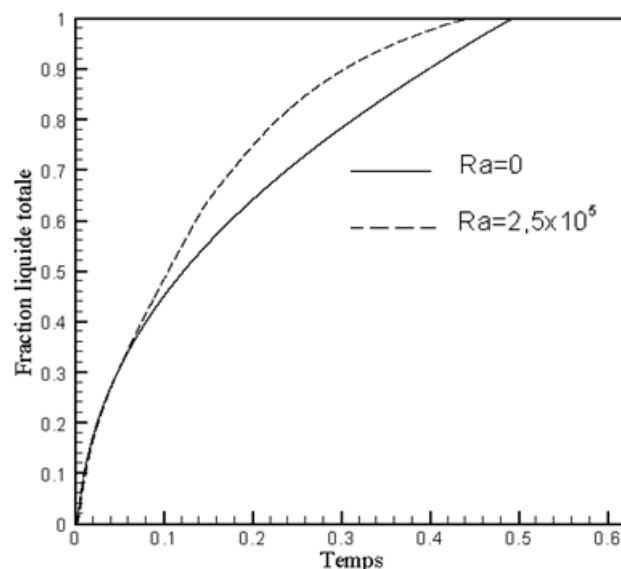
La présente étude est menée pour analyser l'effet de plusieurs paramètres sur la charge et la décharge du système LHTES en utilisant un programme que nous avons créé sur MATLAB. Les calculs sont effectués en utilisant un fluide caloporteur de nombre de Prandtl  $Pr=2.2$ . Le PCM considéré est caractérisé par un nombre de Prandtl  $Pr=12.5$  et les ailettes ont une conductivité thermique 600 fois plus élevée que celle du PCM. Ces ordres de grandeurs sont très proches de la réalité physique. Les paramètres de contrôle restants sont le rapport de forme de la cavité pris égal à 1, le nombre de Reynolds  $Re=51$ , la température d'entrée du fluide caloporteur  $T_{in}=1$  et le nombre d'ailettes montées pour améliorer le système de stockage variera selon chaque cas étudié. Le maillage utilisé est  $80 \times 80$ . Ce choix est fait après comparaison entre 3 grilles  $N=60 - 80$  et 160. La figure (4.2) présente l'évolution du nombre de Nusselt en fonction de la fraction liquide. On peut déduire que le maillage  $80 \times 80$  permet de donner des résultats satisfaisants et peut être adopté pour la simulation de notre problème.



**Fig.4.2** Evolution du nombre de Nusselt en fonction de la fraction liquide

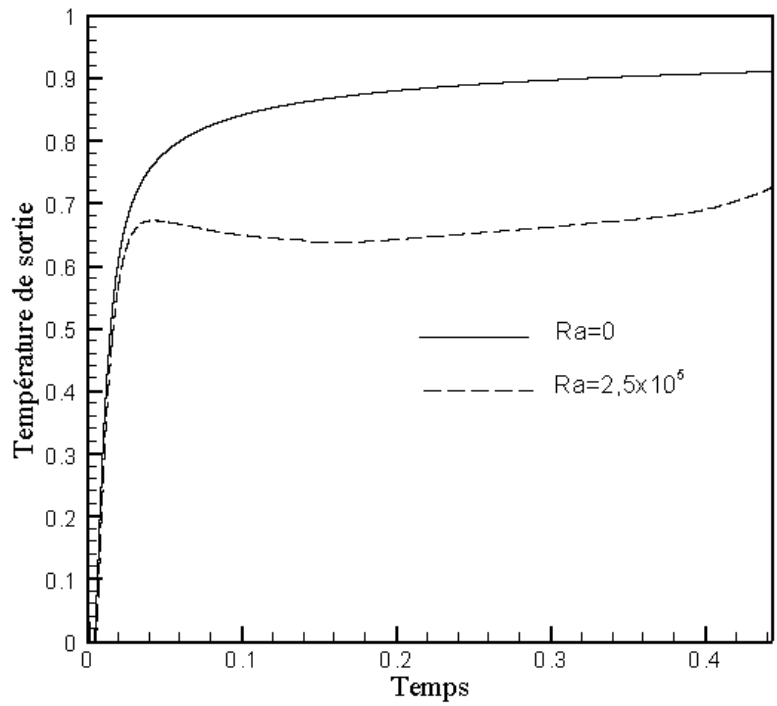
#### 4.4.1 Effet de la convection naturelle

La figure (4.3) montre l'évolution de la fraction liquide PCM pour  $Ra=0$  (sans convection naturelle) et  $Ra=2.5 \times 10^5$  (avec convection naturelle). Le processus de fusion dans le système commence par la formation d'un mince film de liquide autour de tube HTF. Cette couche augmente de taille jusqu'au temps correspondant au nombre de Fourier  $Fo=0,07$ . Durant cette phase, l'évolution de la fraction liquide est la même dans les deux cas avec et sans convection naturelle. Ceci est dû au fait que la zone fluide est mince avec la dominance du régime conductif. Cependant, au fur et à mesure que l'épaisseur de la zone liquide gagne de l'espace, l'effet de la convection naturelle devient significatif, ce qui entraîne une intensification du transfert de chaleur vers le PCM et une plus grande quantité de fraction liquide pour le cas avec convection naturelle. La présence de la convection naturelle pendant cette phase accélère le processus de fusion du PCM. L'effet de la convection naturelle peut être aussi illustré par le comportement de la température à la sortie du canal dans la figure (4.4). En effet pour  $Ra=2.5 \times 10^5$ , le transfert thermique du fluide vers l'échangeur est plus important ce qui entraîne un gradient thermique entre l'entrée et la sortie du canal. Ce transfert thermique important est justifié également par l'évolution du nombre de Nusselt dans la figure (4.5). Au début, le transfert thermique est conductif dans les deux cas avec la même évolution du nombre de Nusselt. Lorsque la zone fluide atteint pratiquement 25% du volume du PCM, la convection se développe et améliore ainsi le transfert thermique.

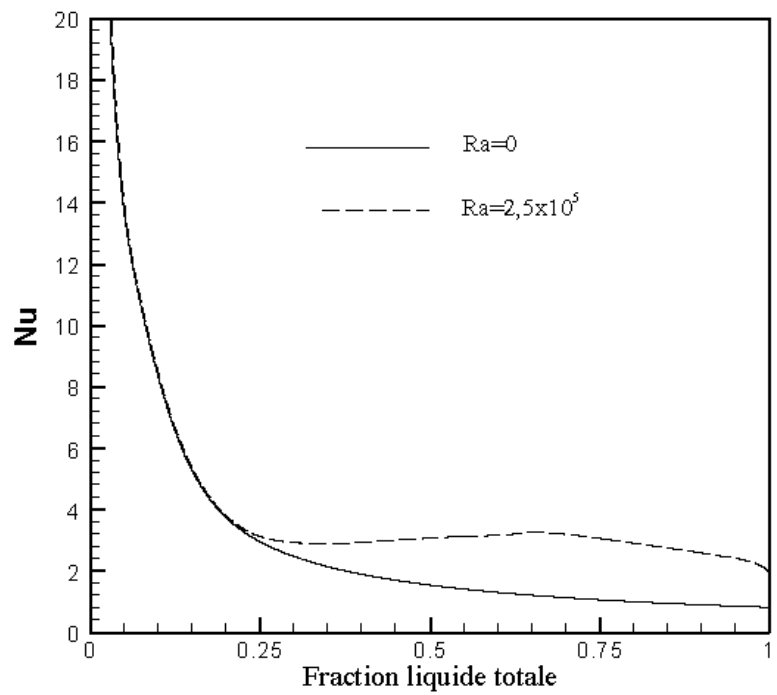


**Fig.4.3** Evolution de la fraction liquide totale en fonction du temps pour  $Ra=0$  et  $Ra=2.5 \times 10^5$

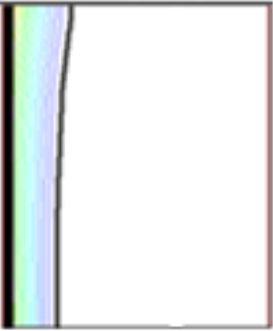
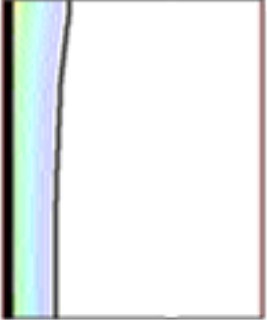
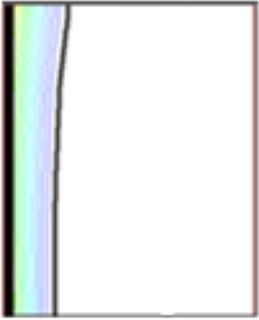
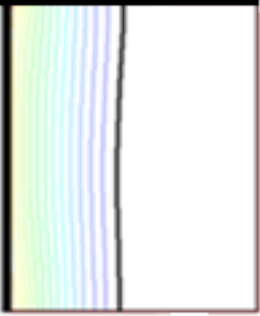
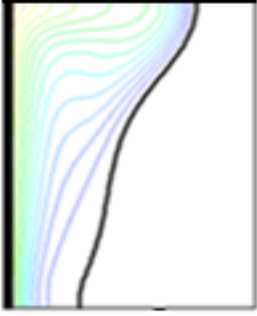
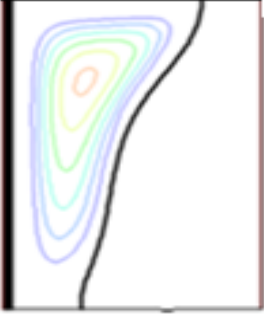
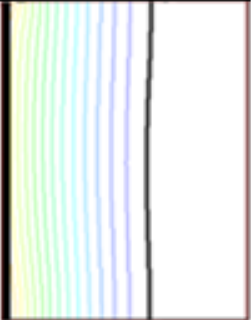
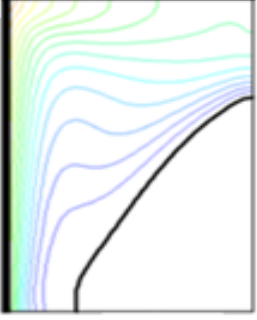
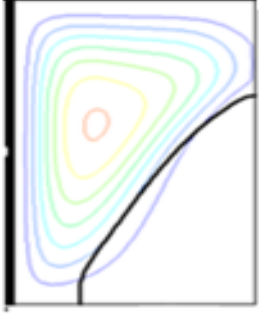
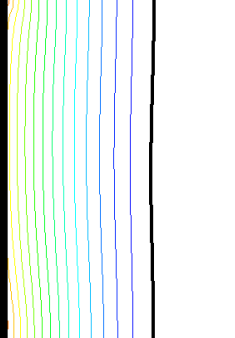
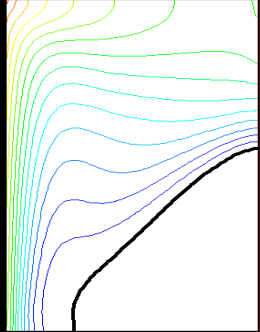
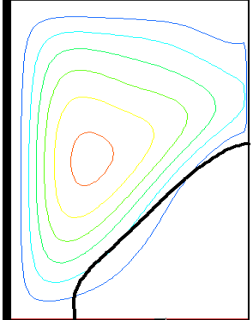


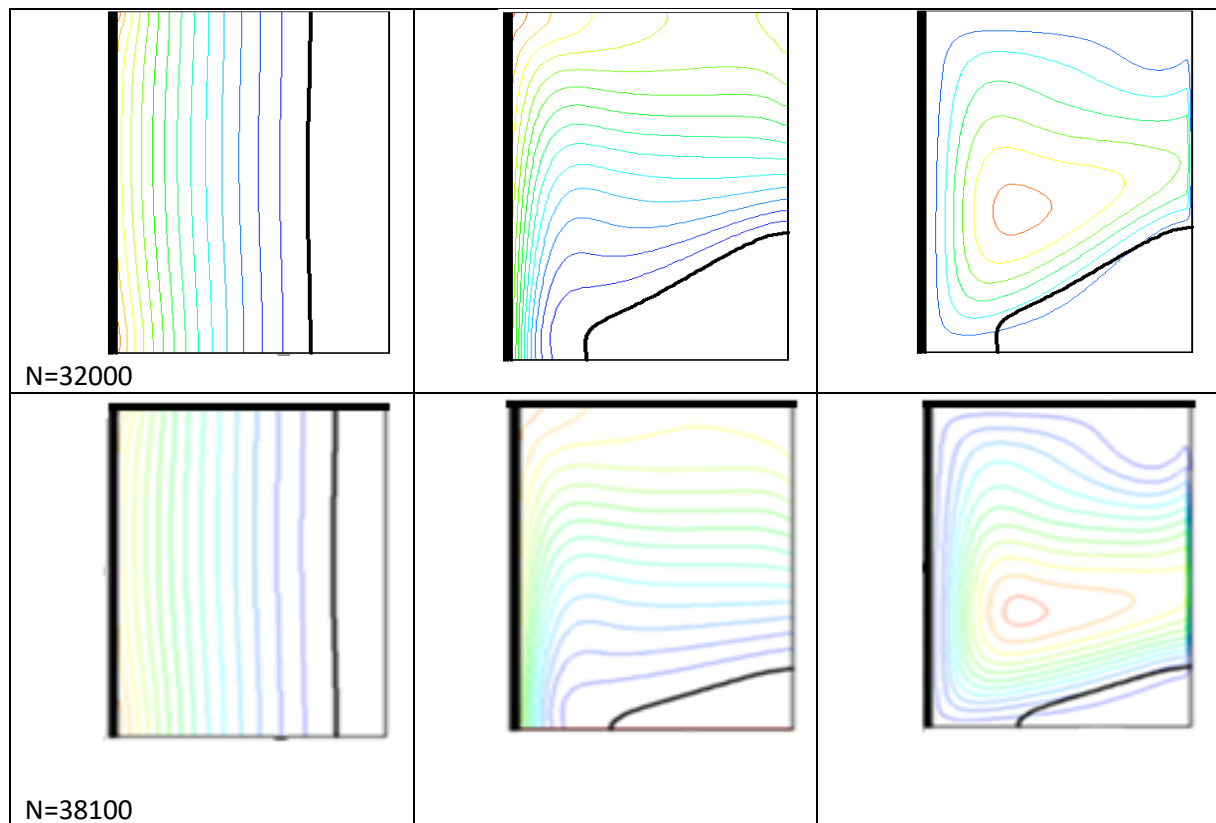


**Fig.4.4** Evolution de la température à la sortie du canal



**Fig.4.5** Evolution du Nombre de Nusselt moyen pour  $Ra=0$  et  $Ra = 2.5 \times 10^5$

Isothermes	Isothermes	Lignes de courant
Ra=0	Ra=2,5x10 <sup>5</sup>	
 <p data-bbox="188 651 284 685">N=3000</p>		
 <p data-bbox="188 1021 300 1055">N=12700</p>		
 <p data-bbox="188 1402 300 1435">N=21800</p>		
 <p data-bbox="188 1783 300 1816">N=25400</p>		



**Fig.4.6** Isothermes et lignes de courant pour  $Ra=0$  et  $Ra = 2.5 \times 10^5$

Afin de comprendre les mécanismes de transfert mis en jeu lors du processus de changement de phases, nous avons tracé les lignes isothermes et lignes de courants pour différents instants.

Pour  $Ra=0$ , les isothermes restent parallèles à la paroi durant le processus de fusion. Le mécanisme de transfert est la conduction thermique qui se fait principalement dans la direction radiale. Au départ, le front de fusion progresse rapidement et le flux thermique transmis est alors important. Au fur et à mesure que l'interface progresse, la résistance thermique entre la zone chaude coté HTF et la zone froide devient importante et le nombre de Nusselt diminue avec une progression plus lente de l'interface.

Pour  $Ra=2.5 \times 10^5$ , les isothermes sont presque parallèles à la paroi au début de la fusion à cause de la dominance de la conduction thermique. Lorsque le front de fusion progresse, la zone fluide devient de plus en plus large ce qui favorise l'apparition des cellules d'écoulement dans la zone fluide. Ceci entraîne une courbure du côté supérieur de l'interface. D'autre part, la cellule d'écoulement accélère le transfert thermique vers la zone solide ce qui entraîne la rapidité de fusion de la partie supérieure du PCM.

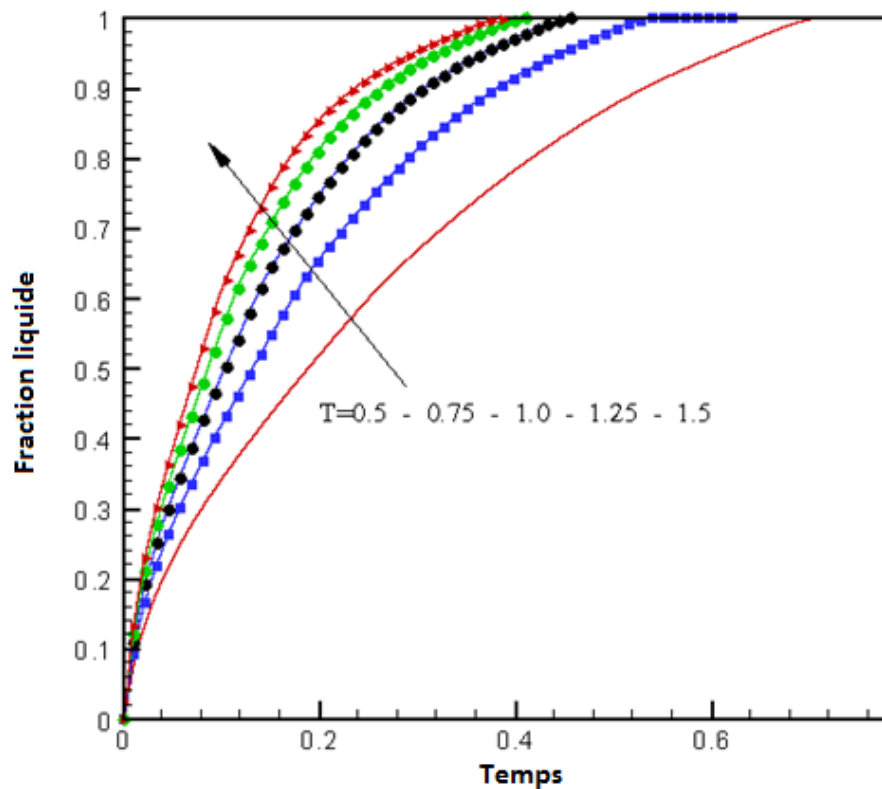
#### 4.4.2 Effet de la température d'entrée

Dans cette partie, nous allons évaluer l'effet de la température d'entrée et ce pour  $Ra=2.5 \times 10^5$ . L'augmentation de la température d'entrée ( $T_{in}$ ) permet d'augmenter l'énergie thermique injectée dans le canal par fluide caloporteur. La figure (4.7) explique bien cette constatation; en effet, plus la température d'entrée augmente, plus le temps de fusion diminue. Le temps de fusion évolue avec la température d'entrée selon l'expression (figure (4.8)) :

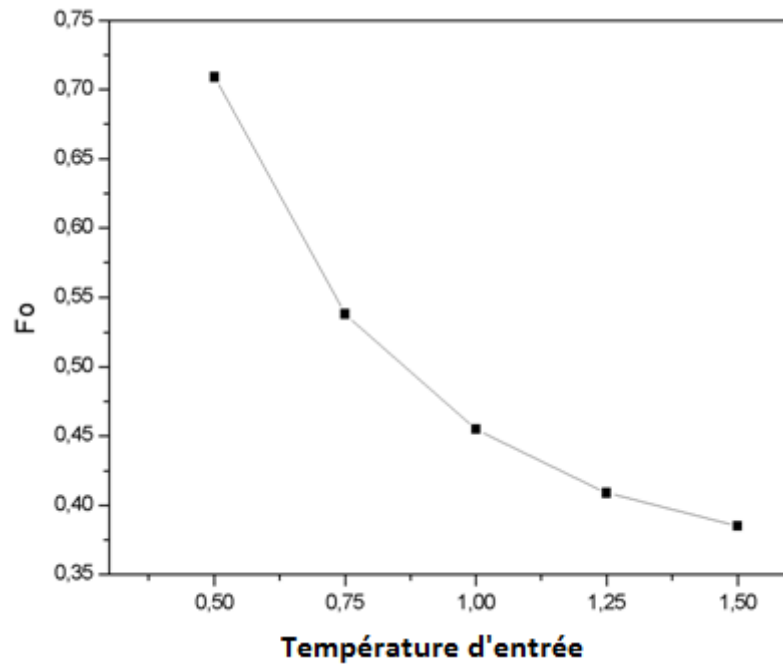
$$t_f = 0.36 + 1.3e^{\frac{-T_{in}}{0.37}} \quad (4.22)$$

Cette évolution du temps de fusion est expliquée aussi par le taux de transfert thermique. En effet, la figure (4.9) montre que plus la température augmente plus le nombre de Nusselt moyen augmente ce qui montre que le stockage est plus rapide pour les températures élevées à l'entrée du canal.

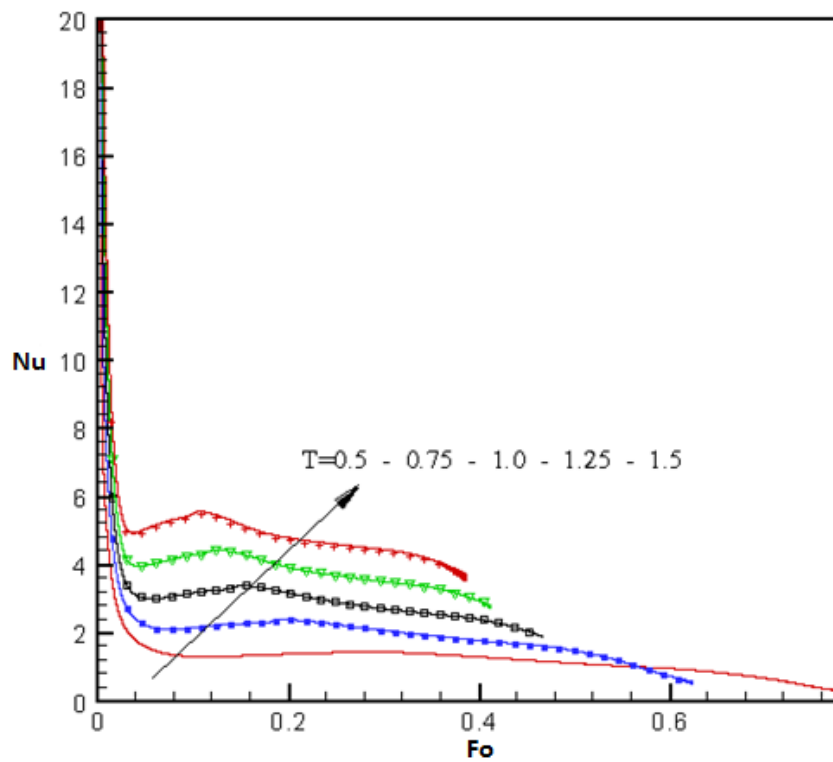
La figure (4.10) donne la température de sortie du HTF en fonction du temps pour différentes valeurs de la température d'entrée du HTF. On peut voir que la différence entre la température d'entrée et de sortie est un indicateur sur le taux d'échange thermique entre le canal et le PCM.



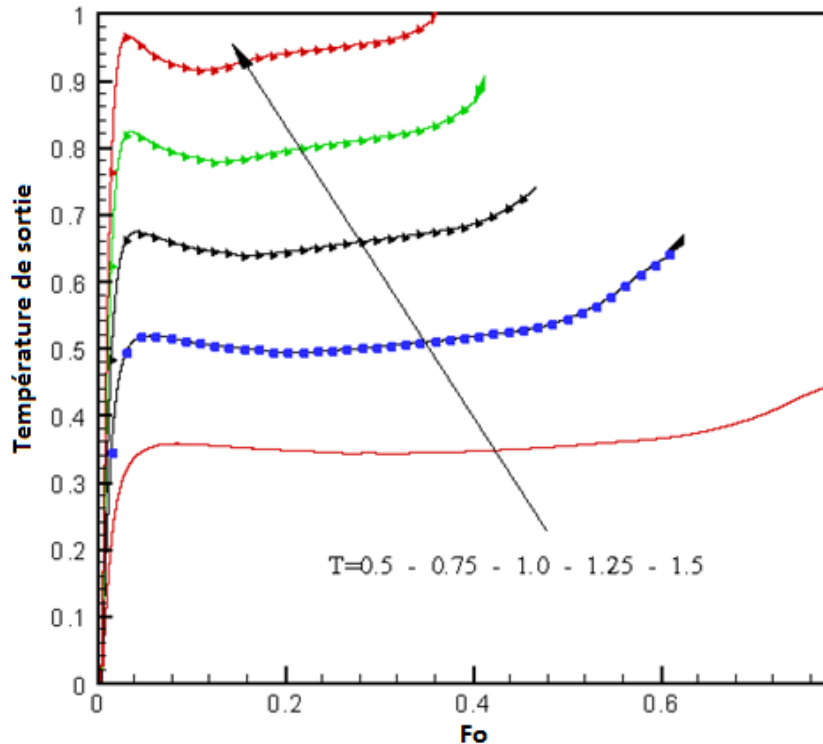
**Fig.4.7** Evolution de la fraction liquide pour différentes températures d'entrée



**Fig.4.8** Variation du temps de fusion en fonction de la température d'entrée



**Fig.4.9** Evolution du nombre Nusselt en fonction du temps pour différentes températures d'entrée



**Fig.4.10** Température de sortie pour différentes valeurs de la température d'entrée

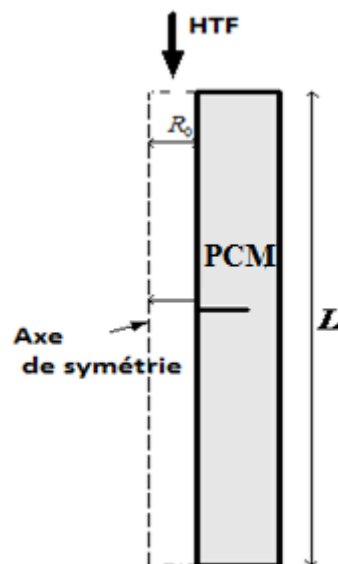
#### 4.4.3 Effet des ailettes

Afin d'étudier l'effet des ailettes sur le comportement thermique et dynamique du PCM, nous avons monté une ailette au milieu de la cavité (figure (4.11)). La taille de l'ailette est caractérisée par sa longueur relative :

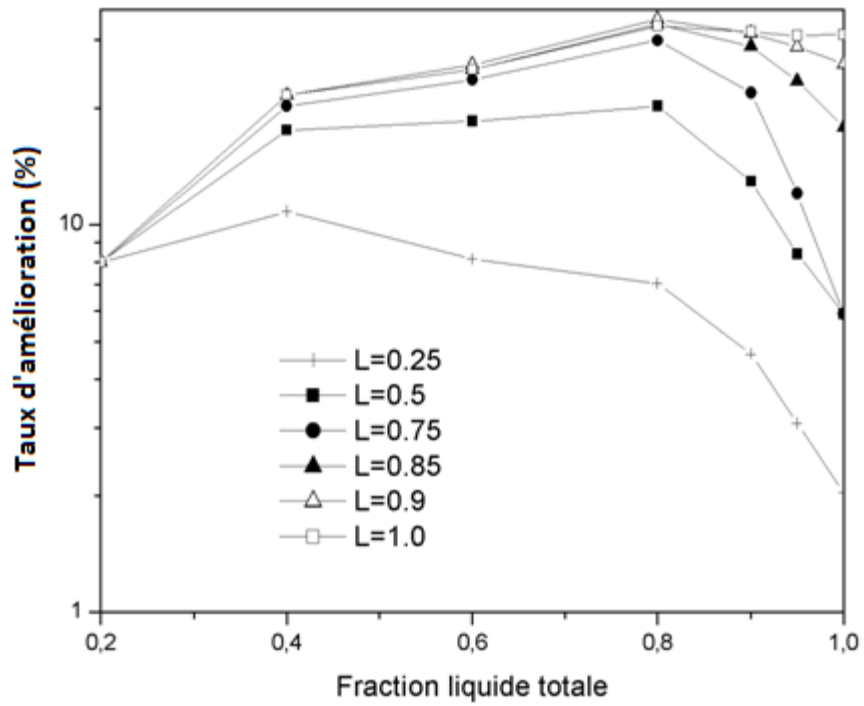
$$L = \frac{l_a}{R - R_1} \quad (l_a \text{ est la taille de l'ailette}) \quad (4.23)$$

Dans cette étude, on essaie d'évaluer l'effet des ailettes en comparant avec le cas de référence sans ailette. La figure (4.12) montre l'effet de la longueur des ailettes sur le temps de fusion. Pour les tailles inférieures à 25%, on remarque une petite amélioration en ce qui concerne le temps de fusion pour les faibles fractions liquides qui atteint 10% pour  $L=0.25$ . Cette amélioration chute lorsqu'on s'approche de la fusion totale et devient très faible. D'autre part, pour les tailles qui dépassent 50% de la hauteur de la zone liquide, on remarque un gain important en temps de fusion qui dépasse parfois les 30% pour une fraction liquide de 90%. Ainsi, on peut considérer une hauteur de 85% de la hauteur de la zone fluide comme taille optimale donnant lieu à un gain acceptable en temps de fusion.

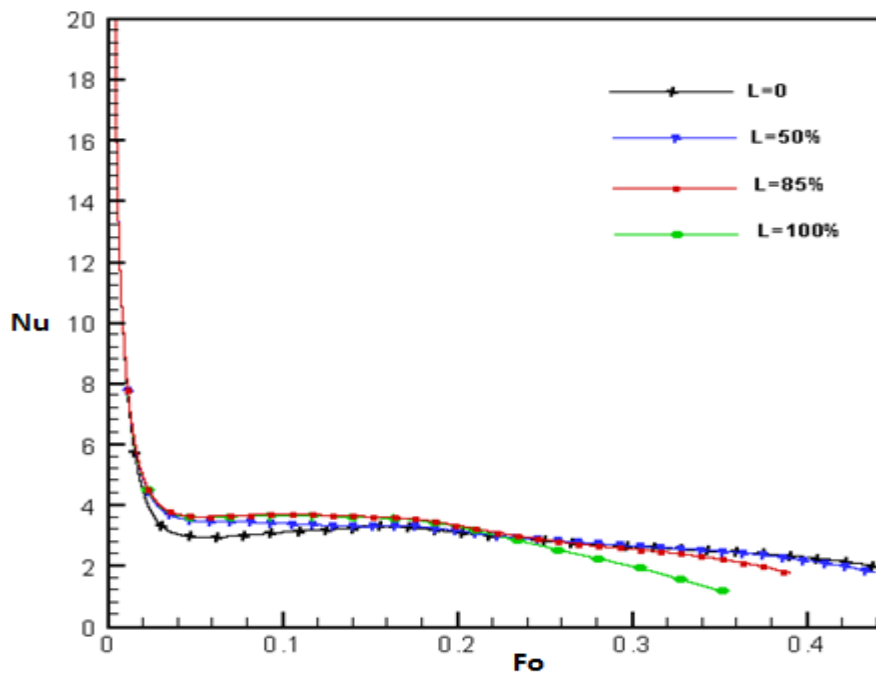
D'un autre côté, les performances de transfert de chaleur peuvent également être observées sur la figure (4.13) qui décrit l'évolution du nombre de Nusselt moyen en fonction du temps. Le flux de chaleur à travers les parois verticales diminue au fur et à mesure que le temps de fusion progresse. Une forte baisse du flux de chaleur est présente au début du processus de fusion et le transfert thermique est effectué par conduction thermique. Avec le temps, la zone fluide devient plus large avec le développement de la convection naturelle entraînant ainsi une augmentation nette des transferts thermiques. Ce phénomène est bien identifié pour les tailles supérieures à 50% (85% et 100%)



**Fig.4.11** Système de stockage muni d'une ailette



**Fig.4.12** Taux d'amélioration de fusion en fonction de la fraction liquide pour différentes longueurs d'ailette



**Fig.4.13** Evolution du nombre de Nusselt en fonction du temps



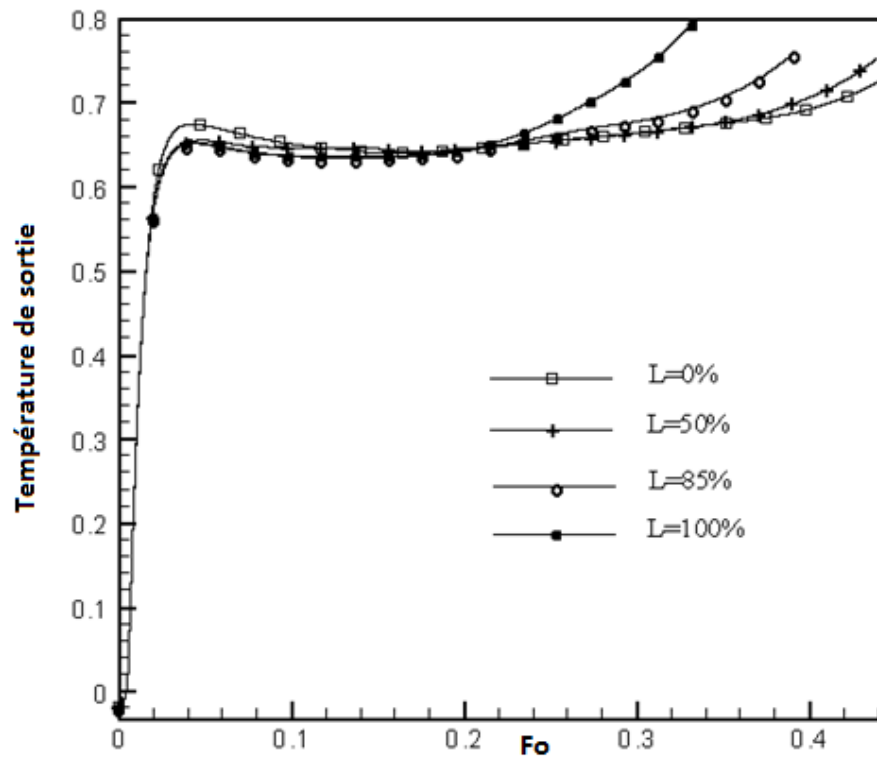
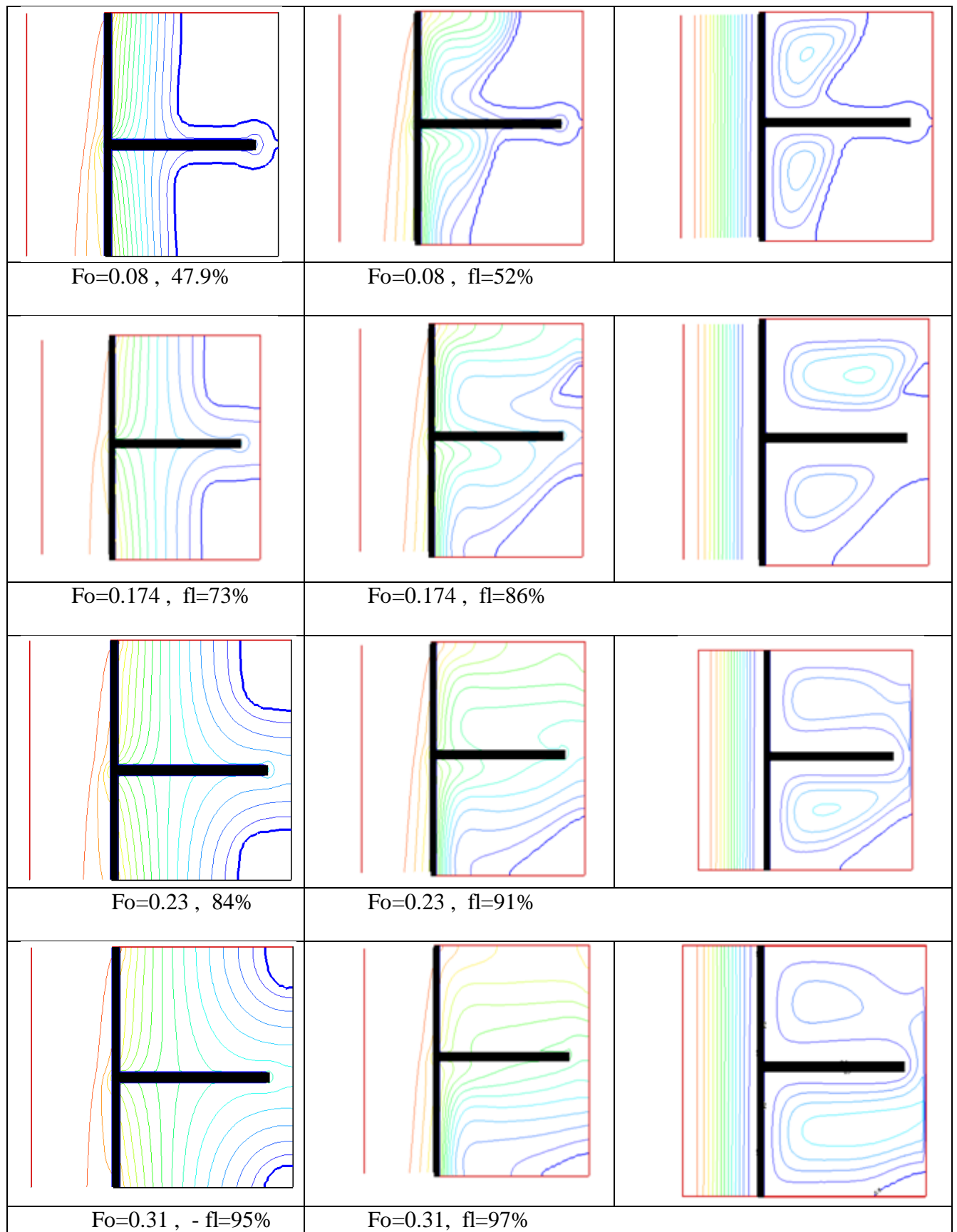


Fig.4.14 . Evolution de la température de sortie pour différentes tailles

Isothermes	Isothermes	Lignes de courant
<b>Ra=0</b>	<b>Ra=2.5x10<sup>5</sup></b>	
Fo=0.029 – fl=24%	Fo=0.029 – fl=18.5% – fl=19%	



**Fig.4.15** Isothermes et lignes de courant pour  $L=0.85$

L'ajout d'ailettes au système LHTES améliore le temps de fusion . En effet, la présence d'ailettes va contribuer à augmenter la surface de transfert de chaleur. Afin de décrire la contribution de la convection naturelle au processus de changement de phase en présence d'ailettes, on présente dans la figure (4.15) les lignes isothermes et lignes de courants pour  $Ra=0$  et  $Ra= 2.5 \times 10^5$  et pour des instants correspondants aux nombres de Fourier :  $Fo=0.029$  -  $0.08$  -  $0.174$  -  $0.23$  -  $0.31$ .

Pour  $Ra=0$ , les isothermes restent pratiquement parallèles à la paroi chaude avec une déformation aux environs de l'ailette, cela est dû à l'effet des grandes valeurs de la conductivité thermique des ailettes entraînant un transfert rapide de la chaleur vers le PCM.

Pour  $Ra=2.5 \times 10^5$ , comme discuté dans le cas sans ailettes, le démarrage de la fusion est régi par le mécanisme de conduction thermique. Ce processus de transfert par conduction est renforcé par les ailettes qui entraînent une déformation des lignes isothermes dans les zones proches des ailettes. Lorsque le temps avance, pour  $Fo=0.08$ , la zone fluide devient plus importante et les espaces confinés des cotés des ailettes sont pratiquement fondus. Le fluide dans les zones confinées se réchauffe le long de la paroi verticale chaude puis dévie vers le PCM solide après avoir atteint la surface supérieure. Ce flux chaud heurte l'interface solide-liquide et se refroidit le long de l'interface. Ceci intensifie les mouvements convectifs produits par le gradient thermique entre l'interface solide/liquide et la paroi du côté HTF donnant lieu à deux cellules d'écoulement dans le sens horaire dans les deux zones confinées.

#### - Cas avec 2 ailettes

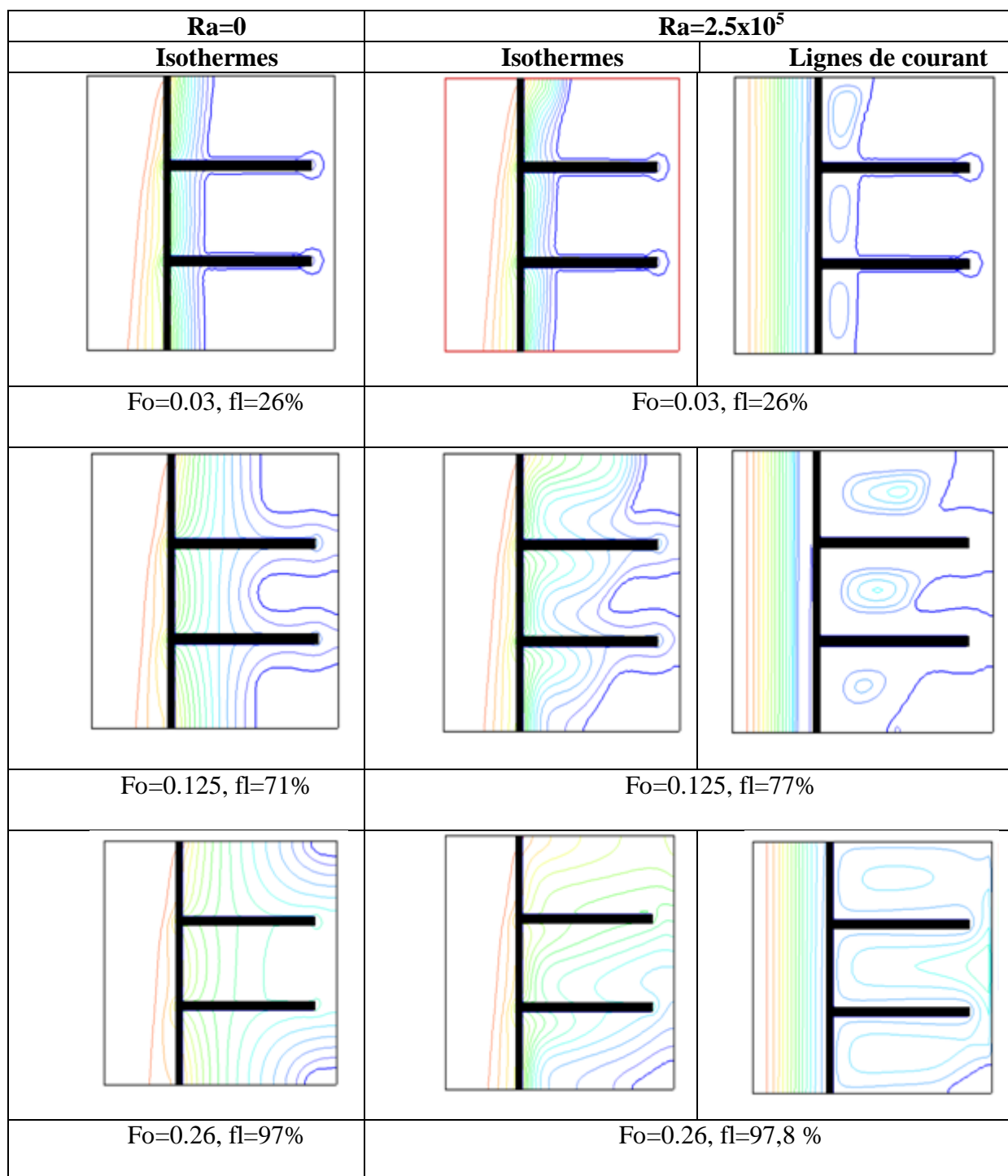
Maintenant, on considère deux ailettes des deux cotés de la cavité. La figure (4.16) présente les lignes isothermes et les structures d'écoulement pour  $Ra=0$  et  $Ra=2.5 \times 10^5$  à des instants correspondants aux nombres de Fourier  $Fo=0.03$  -  $0.125$  -  $0.176$  -  $0.26$ . Pour  $Ra=0$ , les isothermes sont parallèles à la paroi verticale gauche au début, Puis juste après, elles subissent une déformation à cause de la présence des ailettes qui accélèrent le transfert thermique vers le PCM. Ces déformations deviennent plus marquées avec le temps et d'une manière presque symétrique.

Pour  $Ra=2.5 \times 10^5$ , au début de la fusion, le transfert est dominé par la conduction thermique avec une déformation proche des ailettes. Avec le temps, la zone fluide devient plus large et donne lieu au développement de cellules convectives dans les trois microcavités limitées par les ailettes. La cellule supérieure est plus intense ce qui affecte considérablement

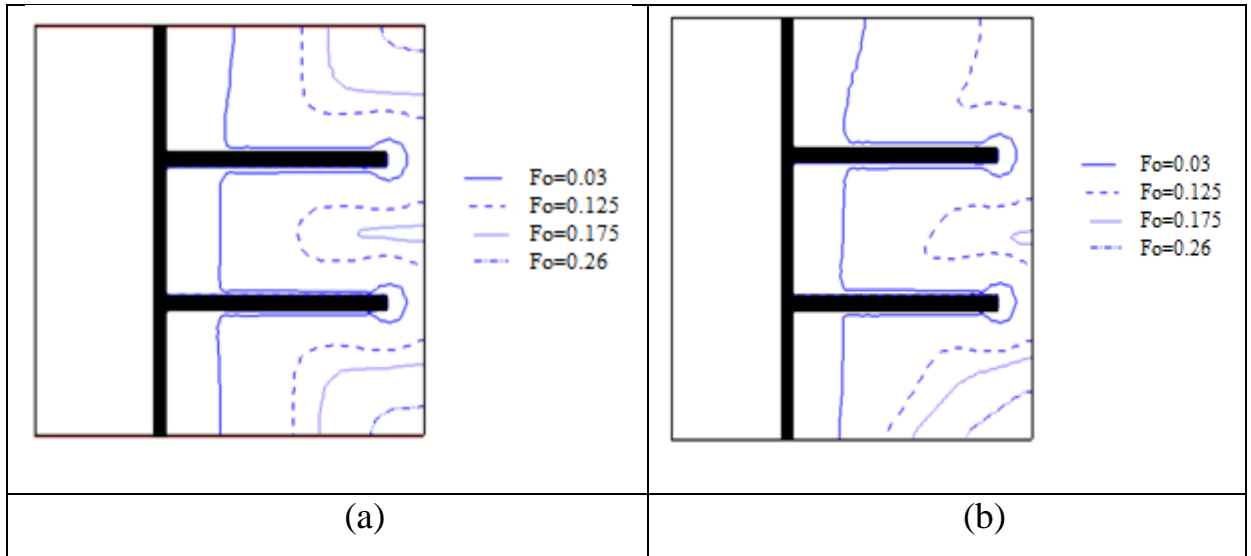
les lignes isothermes dans cette région avec une progression plus rapide de l'interface solide/liquide. A l'instant  $Fo=0.176$ , la vitesse de fusion du PCM change de tendance et la fusion devient très lente. Ceci est dû au fait qu'à partir de cet instant, une grande partie de l'énergie thermique est stockée par chaleur sensible dans les zones fluides supérieures ce qui ralentit le transfert thermique vers la zone solide du PCM.

La figure (4.17) montre l'évolution du front de fusion dans les deux cas  $Ra=0$  et  $Ra=2.5 \times 10^5$  pour différents instants :  $Fo=0,03$ ,  $0,125$ ,  $0,175$  et  $0,26$ . Dans la phase initiale de fusion, il y a une fine couche de PCM fondue qui est parallèle à la surface du tube et des ailettes, en raison du mécanisme dominant de conduction thermique. Pour  $Ra=0$ , l'interface évolue d'une manière symétrique. Cependant, pour  $Ra=2.5 \times 10^5$ , l'épaisseur de la couche de PCM fondue au sommet est plus épaisse que celle du bas en raison de l'effet de la température d'entrée du HTF, qui diminue progressivement le long de la direction d'écoulement. Au fil du temps, on peut voir que le PCM adjacent au tube et à la surface de l'ailette fond complètement, car la température du PCM liquide en haut est plus élevée que celle en bas. La forme de l'interface solide-liquide change de courbure en raison de l'effet de la convection naturelle. A l'instant  $Fo=0.175$ , pratiquement 92% du PCM est fondu dont la grande partie correspond aux deux zones supérieures. Il reste seulement une faible partie de la zone inférieure qui fond très lentement ce qui justifie le point d'inflexion pour  $Fo=0.175$ . Après ce point d'inflexion, la fraction liquide augmente de 92% à 100% et passe beaucoup de temps pour stocker un peu de chaleur.

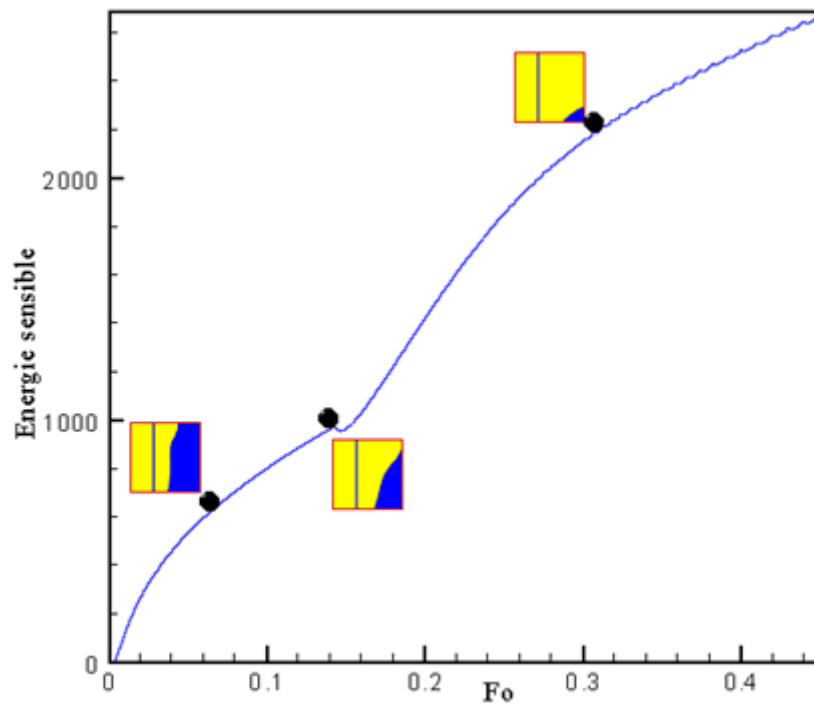
Afin de comprendre le comportement de transfert thermique dans le PCM, nous avons tracé dans la figure (4.18) l'évolution du stockage d'énergie thermique par chaleur sensible dans le PCM durant le processus de fusion. Lorsque le bout supérieur de l'interface n'est plus en contact avec la paroi supérieure et devient lié à la paroi verticale gauche, la surface de contact de l'interface avec les mouvements convectifs diminue avec le temps ce qui diminue le taux de transfert thermique par chaleur latente et augmente le stockage par chaleur sensible. Ceci justifie bien le point d'inflexion observé dans l'évolution de la fraction totale liquide avec le temps. Cette observation reste valable même avec le montage des ailettes qui ont tendance à déplacer ce point d'inflexion vers le haut (figure (4.17)).



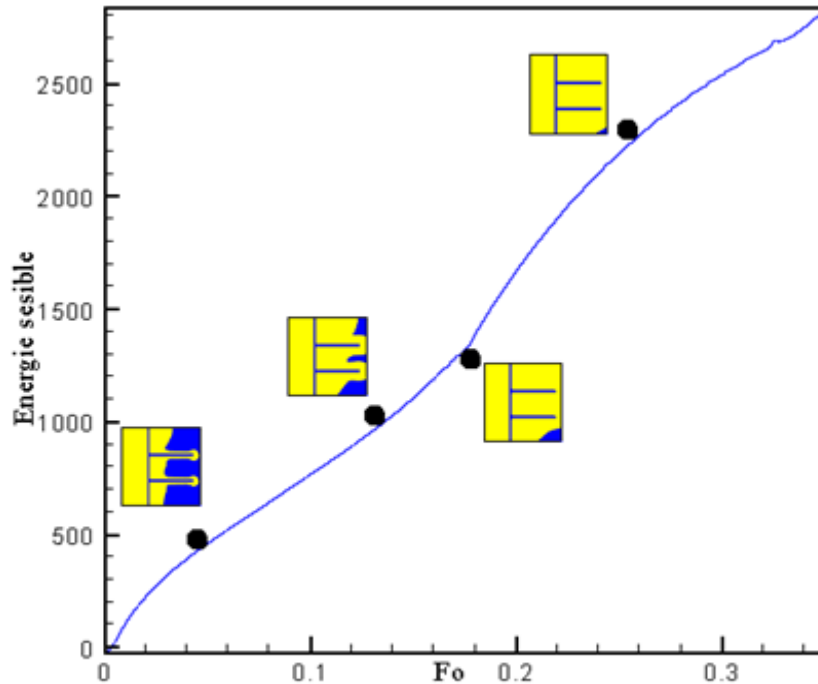
**Fig.4.16** Isothermes et lignes de courant pour L=85%



**Fig.4.17** : forme de l'interface solide liquide pour différents nombres de Fourier pour  
 (a)  $Ra=0$  et (b)  $Ra=2.5 \times 10^5$  .



**Fig.4.18 (a)** Evolution de l'énergie stockée par chaleur sensible et forme de l'interface  
 solide/liquide- Sans ailettes pour  $Ra=2.5 \times 10^5$



**Fig.4.18 (b)** Evolution du stockage de l'énergie sensible en fonction du temps et forme de l'interface solide/liquide-Avec deux ailettes pour  $Ra=2.5 \times 10^5$

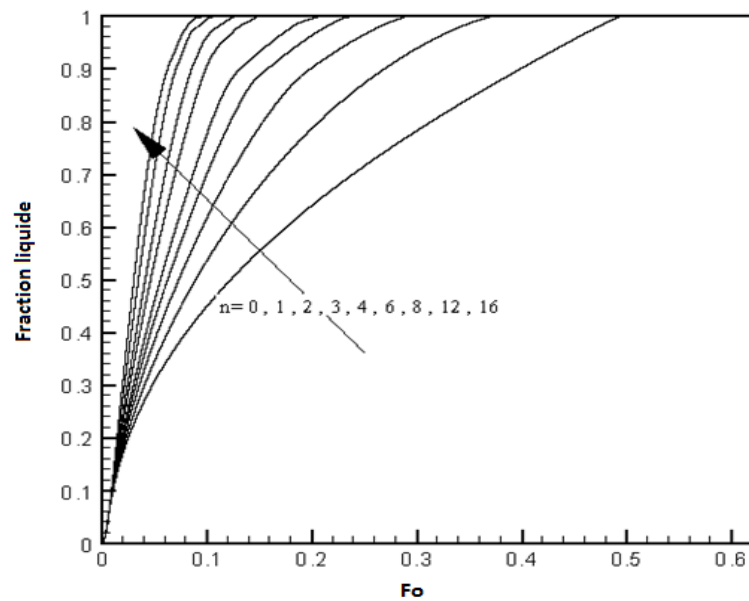
#### a) Effet du nombre d'ailettes sur la fusion

Les figures (4.19) et (4.20) représentent les variations de la fraction liquide en fonction du temps respectivement pour les deux cas avec et sans convection pour différents nombres d'ailettes. Nous avons procédé au montage d'ailettes tout en gardant la même masse du PCM pour avoir une idée plus efficace sur la performance du système. Dans les deux cas avec et sans convection naturelle, plus le nombre d'ailettes devient important plus le temps de fusion est réduit (figure (4.19) et figure (4.20)). Pour la même masse de PCM, avec 16 ailettes, on peut améliorer le temps de fusion à pratiquement 80%. Cette amélioration est impactée par l'intensité de la convection naturelle surtout pour le nombre d'ailettes réduit qui donne plus d'espace au développement de la convection naturelle. Ces mouvements de convection naturelle entraînent un cumul de l'énergie dans les zones supérieures ce qui retarde la fusion des parties inférieures du PCM. L'évolution de la fraction liquide peut être considérablement accélérée en adoptant un grand nombre d'ailettes car les ailettes étendent la zone de transfert de chaleur et conduisent la chaleur directement vers le PCM à l'intérieur.

L'effet de cette augmentation de surface d'échange avec le PCM sur le transfert thermique est bien clair dans le comportement du nombre de Nusselt. L'augmentation du

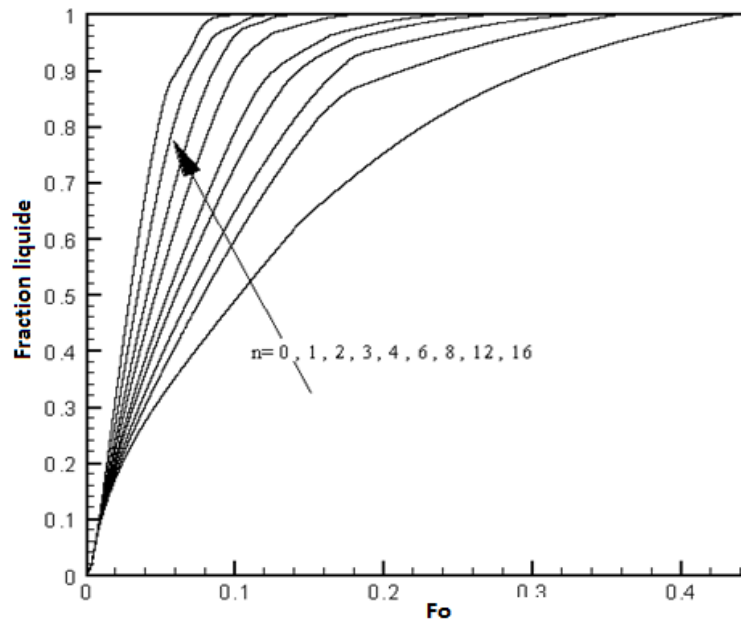
nombre d'ailettes améliore le taux de transfert thermique dans les deux cas étudiés (figures (4.21) et (4.22)) . En outre, lorsque le nombre de Nusselt diminue, il y a plus de chaleur évacuée vers l'extérieur, ce qui justifie l'augmentation de la température de sortie (figures (4.23) et (4.24)).

En conséquence, on peut dire que l'augmentation du nombre d'ailettes dans le système LHS améliore le transfert de chaleur en augmentant la puissance de stockage moyenne et en réduisant ainsi le temps de fusion. Cependant, au-delà d'un certain nombre d'ailettes, l'extension supplémentaire de la surface de transfert thermique a peu d'effet sur les performances du système.

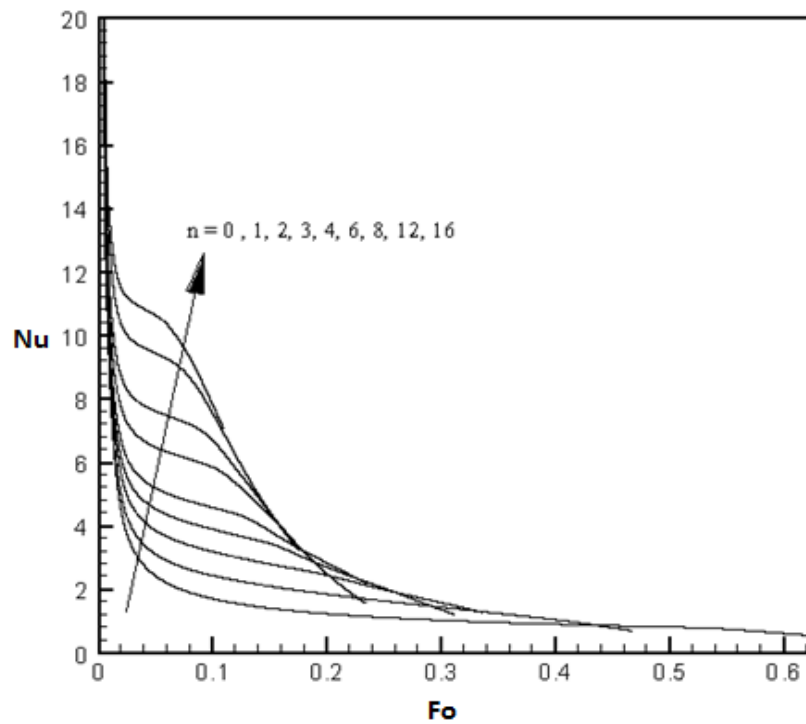


**Fig.4.19** Effet du nombre d'ailettes sur le comportement de la fraction liquide  
pour  $Ra=2.5 \times 10^5$

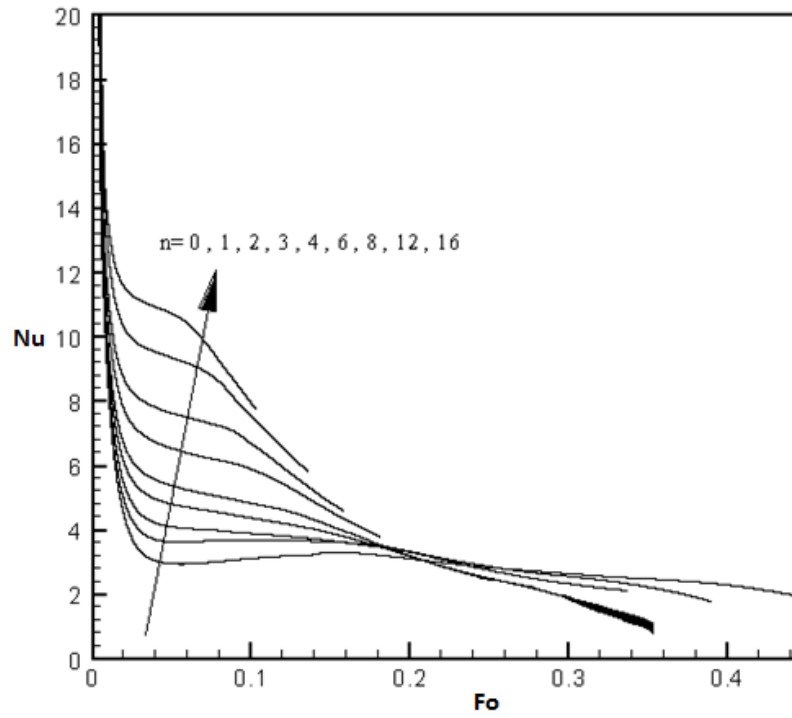




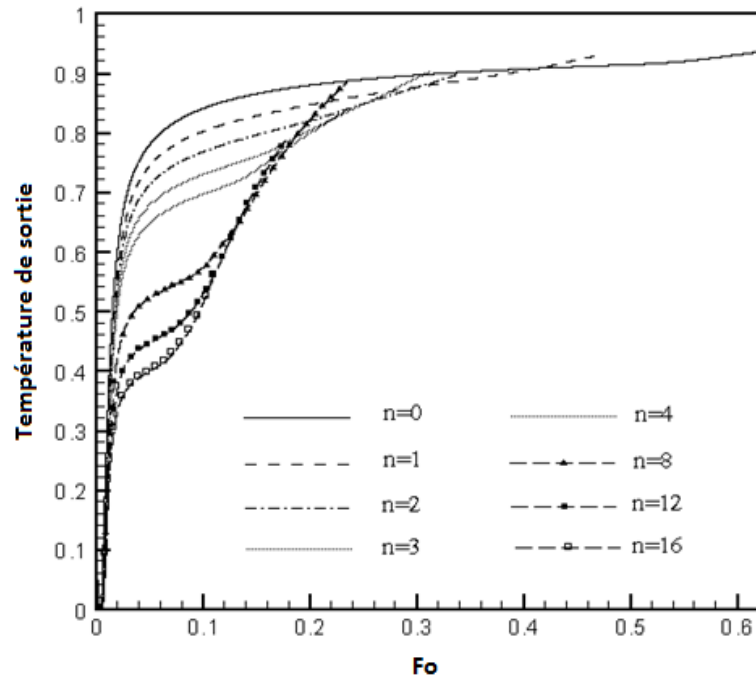
**Fig.4.20** Effet du nombre d'ailettes sur le comportement de la fraction liquide Ra=0



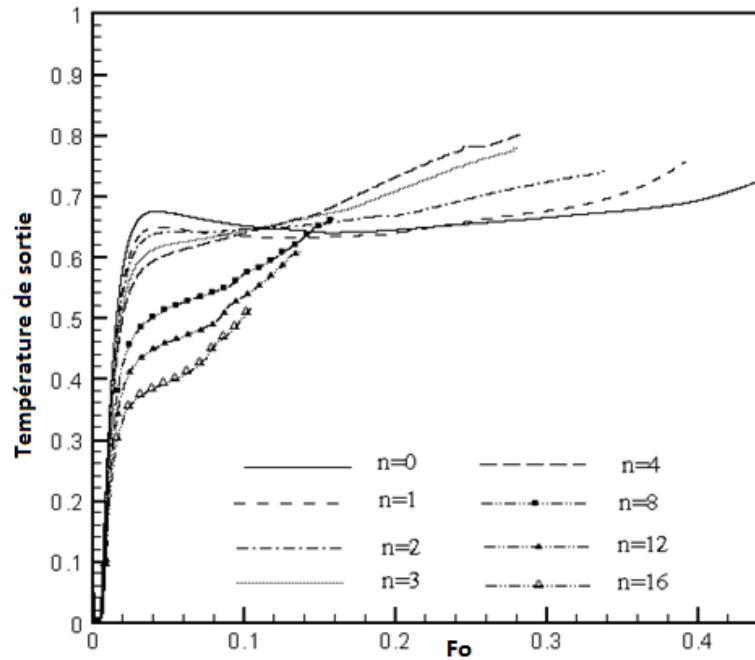
**Fig.4.21** Effet du nombre d'ailettes sur le Nusselt Ra=0



**Fig.4.22** Effet du nombre d'ailettes sur le nombre Nusselt  $Ra=2.5 \times 10^5$



**Fig.4.23** Variation de la température de sortie pour différents nombres d'ailettes,  $Ra=0$

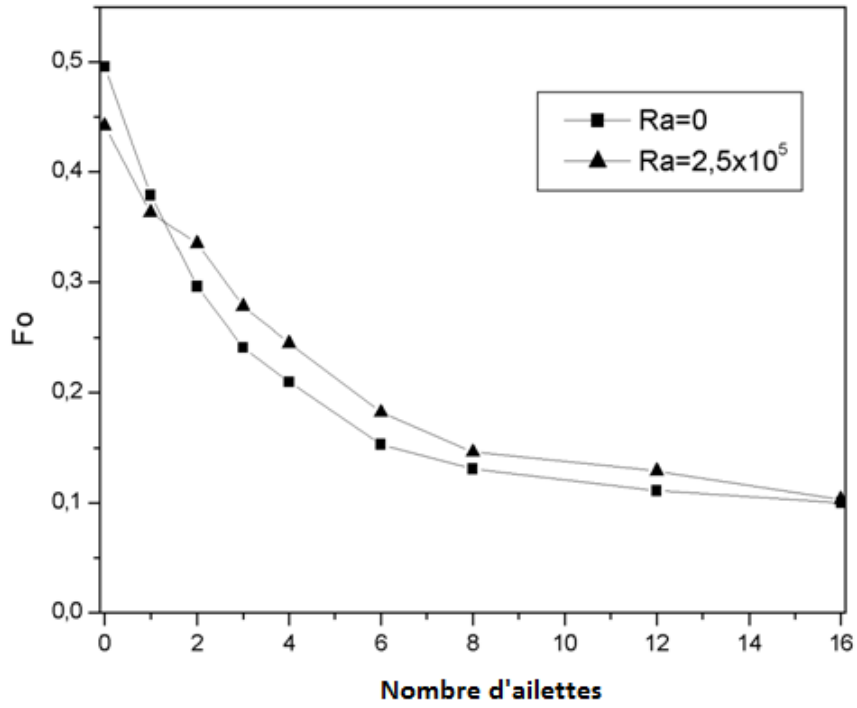


**Fig.4.24** Variation de la température de sortie pour différents nombres d'ailettes,  
 $Ra=2.5 \times 10^5$

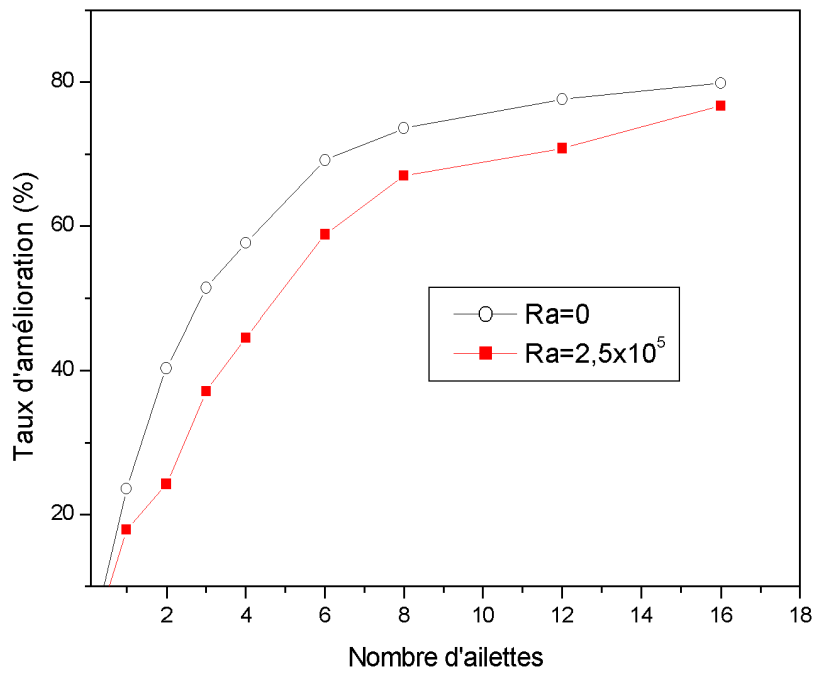
Comme discuté dans les sections précédentes, le temps de fusion complet peut être réduit en rajoutant des ailettes radiales. Avec 4 ailettes, en présence de la convection naturelle, le temps de fusion est amélioré de 44%. Cette amélioration est encore plus importante en régime purement conductif et atteint 57%. Cette différence est due au fait que les mouvements convectifs entraînent un cumul de chaleur dans les zones liquides supérieures et ralentissent ainsi la fusion de la zone inférieure; ainsi, une grande quantité de chaleur serait emprisonnée entre les zones supérieures entre ailettes. Ceci justifie l'écart dans les taux d'amélioration dans les deux cas avec et sans convection naturelle. Plus le nombre d'ailettes est grand, plus le temps de fusion est réduit (figure (4.25)). La figure (4.26) compare le taux d'amélioration pour les deux cas avec et sans convection. On remarque que l'amélioration devient plus importante dans le cas diffusif ( $Ra=0$ ). L'écart devient important lorsque le nombre d'ailettes est supérieur à 2. Lorsque le nombre d'ailettes devient important et supérieur 12, le transfert convectif devient négligeable devant celui conductif et le comportement thermique et dynamique du système devient similaire dans les deux cas. Le temps de fusion en fonction du nombre d'ailettes 'n' peut être estimé par la relation:

$$t_f = 0.103 + 0.39e^{\frac{-n}{3.9}} \text{ pour } Ra = 0$$

$$t_f = 0.119 + 0.45e^{\frac{-n}{6.186}} \text{ pour } Ra = 2.5 \times 10^5 \quad (4.24)$$



**Fig.4.25** Effet du nombre d'ailettes sur le temps de fusion



**Fig.4.26** Effet du nombre d'ailettes sur le taux d'amélioration

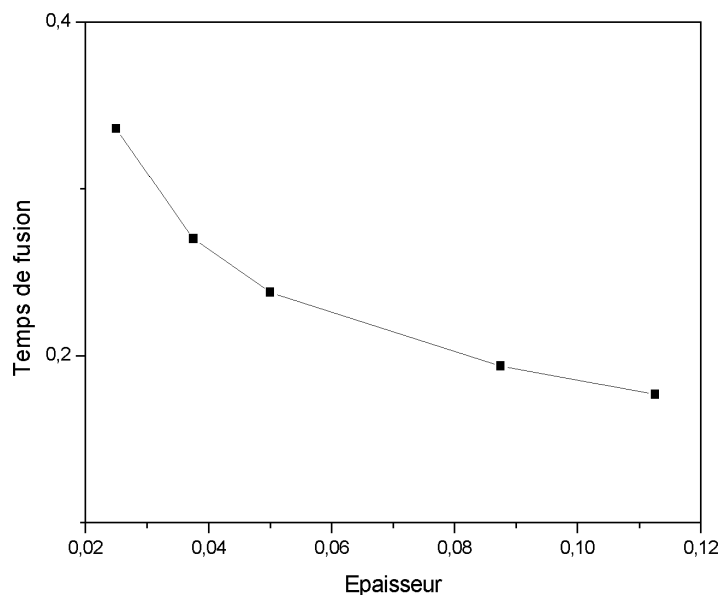
## b) Effet de l'épaisseur des ailettes

L'augmentation de l'épaisseur de l'ailette fait augmenter la surface de contact entre l'ailette et le tube chauffant et réduit la résistance au transfert de chaleur, ceci va augmenter certainement la vitesse de fusion du matériau à changement de phase et réduire ainsi le temps de fusion global.

Pour étudier l'effet de l'épaisseur des ailettes sur la performance du système HTF, nous avons considéré un système avec 3 ailettes et  $Ra=2.5 \times 10^5$ . La figure (4.27) montre la variation du temps de fusion total en fonction de l'épaisseur.

L'augmentation de l'épaisseur des ailettes permet le transfert de plus de chaleur vers le PCM. En effet, la contribution de l'augmentation de l'épaisseur dans l'accélération du processus de fusion est bien claire pour les épaisseurs inférieures à 0.09. Au delà de cette valeur, l'amélioration du temps de fusion reste limitée. D'un autre côté, l'augmentation de l'épaisseur demande plus de masse de métal avec un rapport de forme plus important pour la même masse du PCM. Ainsi une étude technico économique est nécessaire pour le bon choix de l'épaisseur des ailettes. L'effet quantitatif de l'épaisseur sur le temps de fusion peut être donné par l'expression

$$t_f = \text{epaisseur}^{-0.417} \quad (4.25)$$



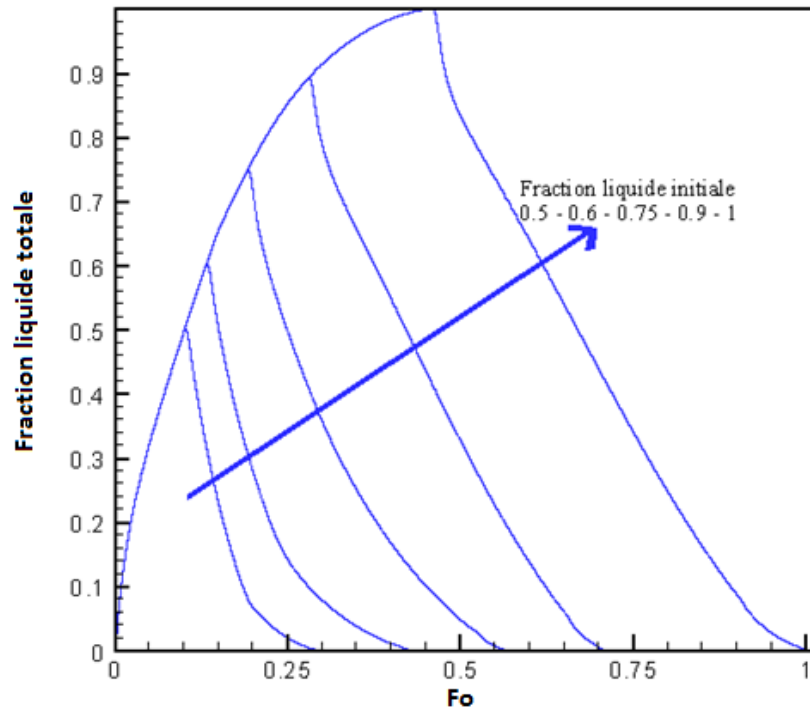
**Fig.4.27** Temps de fusion en fonction de l'épaisseur des ailettes pour n=3

#### 4.4.4 Charge et décharge

La convection naturelle se produit dans le PCM en fusion et elle est contrôlée par le gradient thermique  $T_C - T_f$ . Cependant lors de la solidification le changement de phase est géré par la température de décharge  $T_F - T_f$ . Si au cours de la fusion, la convection naturelle est un mécanisme principal qui influence l'évolution de la fraction liquide, lors de la solidification, la convection naturelle devient juste une condition initiale du problème.

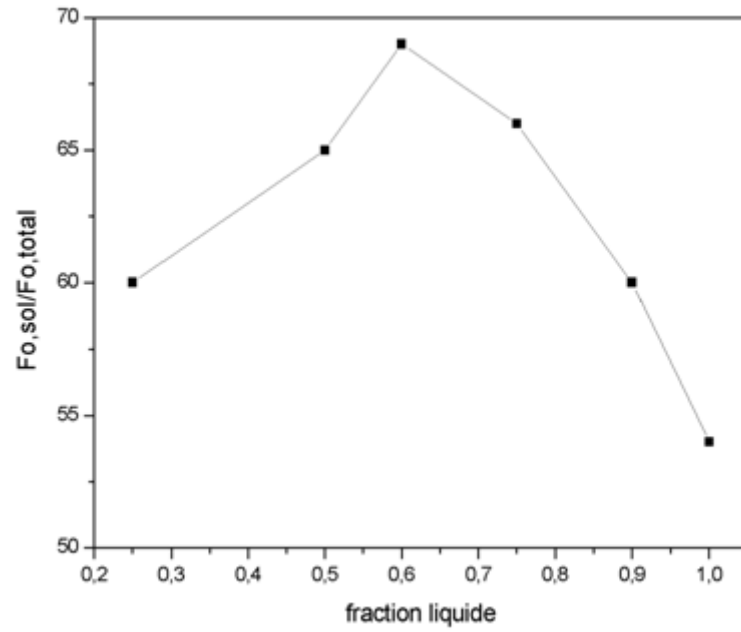
Dans ce travail, nous réalisons les processus de décharge après la fusion d'une partie du PCM correspondant à 0.25 – 0.5 – 0.75 – 0.9 et 1. On présente dans la figure (4.28), l'évolution temporelle de la fraction liquide totale pour différentes conditions initiales de décharge. Pour un cycle complet correspondant à une fusion complète du PCM, le temps de fusion est  $Fo = 0.445$ , En ce moment la solidification commence et la fraction liquide commence à diminuer jusqu'à solidification complète du PCM correspondant à  $Fo = 1$ . La vitesse de solidification, quantifiée par  $\frac{df_l}{dt}$  est presque constante pendant presque tout le processus de solidification pour chaque cas. Cette uniformité du processus indique que le flux de convection naturelle disparaît rapidement pendant la solidification, et la conduction reste le seul mécanisme de transfert de chaleur. Pour la solidification à partir d'une fusion partielle, lors de la décharge un deuxième front de solidification commence à se propager à partir du côté gauche de la cavité.

Le temps de solidification relatif calculé comme étant le rapport du temps de solidification sur le temps total d'un cycle est représenté dans la figure (4.29). On remarque d'une part que le temps de solidification est toujours plus long que le temps de fusion. Cette différence est due à l'apport de la convection dans l'accélération de la fusion et le temps relatif atteint un maximum pour une fraction liquide initiale de 0.6.

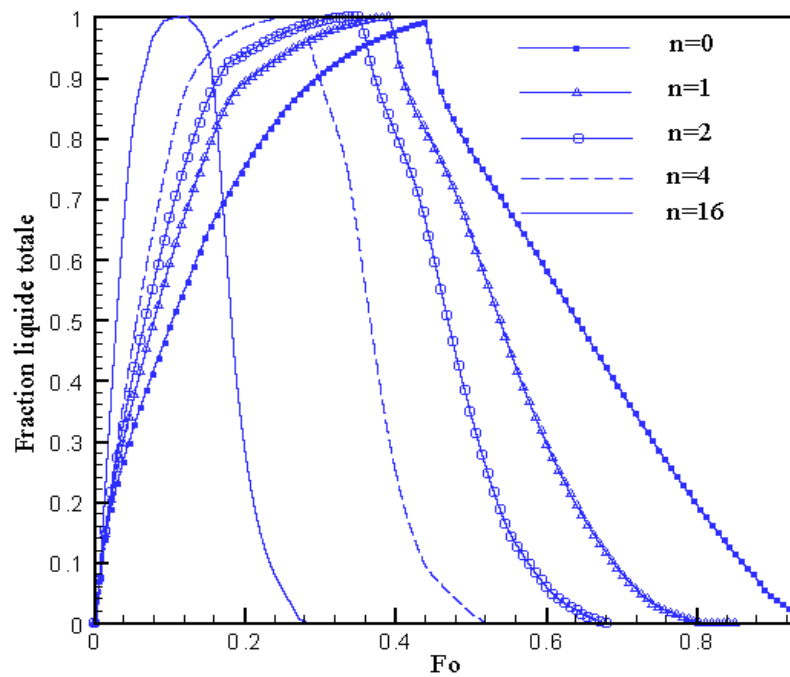


**Fig.4.28** Evolution de la fraction liquide totale pour différentes conditions initiales

L'augmentation de la surface d'échange avec le PCM par le montage d'ailettes améliore le temps de fusion global. L'effet du nombre d'ailettes sur le comportement du PCM pendant un cycle de charge décharge est étudié. La figure (4.31) présente l'évolution du temps de décharge relatif pour des nombres d'ailettes égal à 0 – 1 – 2 – 3 – 4 – 8 – 12. Dans l'ensemble des cas étudiés, le temps de décharge est supérieur au temps de charge et la vitesse de décharge est pratiquement constante et dépend principalement du nombre d'ailettes. Le temps de décharge relatif atteint un minimum pour  $n=2$ , et augmente pour  $n>2$ . La figure (4.32) présente la variation de la température de sortie dans le temps. Pendant la première phase de fusion, la température de sortie diminue avec l'ajout d'ailettes à cause de la surface importante d'échange thermique avec le PCM. Pendant la décharge, la température de sortie change d'une manière plus douce et son comportement dépend fortement du nombre d'ailettes.



**Fig.4.29** Variation du temps de solidification relatif en fonction de la fraction liquide initiale



**Fig.4.30** Fraction liquide pendant la charge et la décharge pour différents nombres d'ailettes



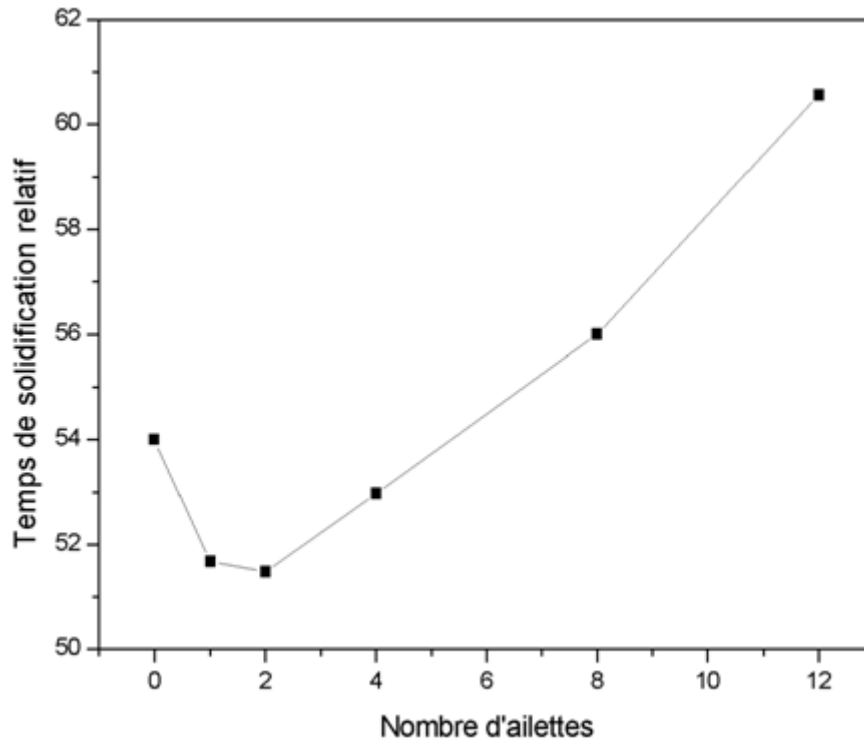


Fig.4.31 Temps de décharge relatif pour différents nombres d'ailettes

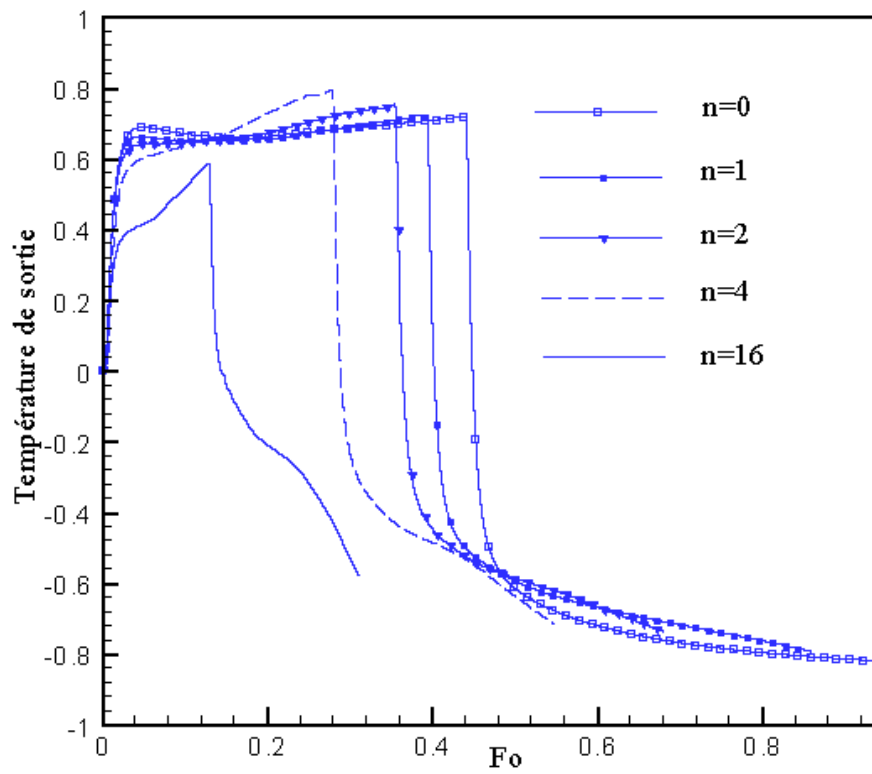


Fig.4.32 Température de sortie pendant la charge et la décharge pour différents nombres d'ailettes

## ***4.5 Conclusion***

Dans ce chapitre, nous avons étudié un échangeur de chaleur pour évaluer le processus de stockage d'énergie latente. Nous avons montré l'effet de quelques paramètres du problème sur la performance globale du système, à savoir la convection naturelle, la température d'entrée et l'ajout d'ailettes. Les résultats obtenus ont montré que le nombre d'ailettes influence significativement la charge et la décharge et que la longueur optimale des ailettes à utiliser est de 85% de la taille du PCM.

Nous avons aussi vu qu'au-delà de 2 ailettes, le mode conductif donne un taux d'amélioration plus important que le mode convectif.

## *Conclusion Générale et Perspectives*

Les processus de stockage de chaleur latente sont devenus primordiaux dans le domaine énergétique. En effet, ce type de production énergétique constitue une alternative prometteuse surtout qu'on se dirige vers l'épuisement des ressources fossiles. Cependant, ces processus souffrent d'un problème majeur qui est la faible conductivité thermique des matériaux de stockage. Différentes méthodes ont été proposées pour remédier à ce problème dont l'utilisation d'ailettes et la dispersion de matériaux à haute conductivité dans le PCM.

Dans ce travail de thèse, nous nous sommes intéressés à l'effet des ailettes sur les processus de stockage et de déstockage d'énergie latente en utilisant la méthode LB.

**Dans le premier chapitre**, nous avons présenté un état de l'art contenant l'ensemble des travaux antérieurs au nôtre. Cet état de l'art a couvert le traitement des problèmes en présence de la Résistance Thermique de Contact, ainsi que les systèmes de stockage d'énergie latente.

**Dans le deuxième chapitre**, nous avons présenté une brève revue afin de situer la méthode LB par rapport aux autres méthodes CFD. Puis, nous avons présenté en détail les fondements de base de cette méthode, à savoir sa relation directe avec la théorie cinétique des gaz, ainsi que sa dérivation des méthodes d'automates cellulaires, à savoir les modèles HPP et FHP. Nous avons aussi détaillé les modèles monodimensionnel et bidimensionnel de cette méthode ainsi que le modèle axisymétrique.

**Dans le troisième chapitre et le quatrième chapitre**, nous avons résolu plusieurs problèmes afin de valider notre modèle axisymétrique et nous avons étudié un échangeur de chaleur pour évaluer le processus de stockage d'énergie latente. Nous avons montré l'effet de quelques paramètres du problème sur la performance globale du système, à savoir la convection naturelle, la température d'entrée et l'ajout d'ailettes. Les résultats obtenus ont montré que le nombre et la taille des ailettes influencent significativement la charge et la décharge et que la longueur optimale des ailettes à utiliser est de 85% de la taille du PCM.

### *Perspectives*

L'objectif poursuivi par cette thèse est d'étudier les problèmes de changement de phase solide/liquide et plus précisément le stockage d'énergie latente. Nous avons opté pour l'ajout des ailettes dans le système dans le but d'améliorer ses performances. Par la suite, il paraît envisageable de :

- Evaluer d'autres moyens d'optimisation comme l'ajout des nanoparticules, qui demeure une méthode intéressante qui a été investiguée dans plusieurs travaux de recherche et qui permet d'améliorer le stockage sans encombrement.
- Mettre des couches de PCM avec différentes caractéristiques en cascade pour contourner la faible vitesse de fusion rencontrée lorsqu'on s'approche de la fusion complète du PCM.
- Réaliser une étude tridimensionnelle avec différentes formes des ailettes.

## *Bibliographie*

- [1] M. J. Turner, R.W. Clough, H.C. Martin and L.C. Topp, Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures, *Journal of the Aeronautical Sciences*, 23 (1956), 807-823.
- [2] U. Frisch, B.Hasslacher and Y. Pomeau, Lattice-gas automata for the Navier-Stokes equations, *Phys. Rev. Lett.*, 56 (1986), 1505-1508.
- [3] M. Griebel, T. Dornseifer, and T. Neunhoeer. Numerical simulation in fluid dynamics: a practical introduction. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, USA, 1998.
- [4] Y.Y. Al-Jahmany. Comparative study of lattice-Boltzmann and finite volume methods for the simulation of non-Newtonian fluid flows through a planar contraction, Thesis, 2004.
- [5] C. Canuto, A. Quarteroni, M.Y. Hussaini, T.A. Zang. Spectral methods in fluid dynamics. Berlin. 1988.
- [6] O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor, and P. Nithiarasu. The Finite Element Method for fluid Dynamics, Sixth Edition. Butterworth-Heinemann, Oxford, 6th edition, 2005.
- [7] S. Succi. The lattice Boltzmann equation for fluid dynamics and beyond, Oxford University Press, 2001.
- [8] C.K. Aidun, Y. Lu, E.-G. Ding, Direct analysis of particulate suspensions with inertia using the discrete Boltzmann equation, *Journal of Fluid Mechanics* 373 (1998), 287–311.
- [9] B.K. Cook, D.R. Noble, J.R. Williams, A direct simulation method for particle-fluid systems, *Engineering Computations* 21 (2–4) (2004), 151–168.
- [10] Z.G. Feng, E.E. Michaelides, Proteus: a direct forcing method in the simulations of particulate flows, *Journal of Computational Physics* 202 (2005), 20–51.
- [11] Y.T. Feng, K. Han, D.R.J. Owen, Coupled lattice Boltzmann method and discrete element modeling of particle transport in turbulent fluid flows: Computational issues, *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 72 (2007), 1111–1134.

- [12] K. Han, Y.T. Feng, D.R.J. Owen, Coupled lattice Boltzmann and discrete element modelling of fluid–particle interaction problems, *Computers and Structures* 85 (2007), 1080–1088.
- [13] K. Han, Y.T. Feng, D.R.J. Owen, Numerical simulations of irregular particle transport in turbulent flows using coupled LBM-DEM, *Computer Modelling in Engineering & Sciences* 18 (2) (2007), 87–100.
- [14] A. Ladd, R. Verberg, Lattice–Boltzmann simulations of particle–fluid suspensions, *Journal of Statistical Physics* 104 (5/6) (2001), 1191–1251.
- [15] H. Yu, S. Girimaji, L. Luo, DNS and LES of decaying isotropic turbulence with and without frame rotation using lattice Boltzmann method, *Journal of Computational Physics* 209 (2005), 599–616.
- [16] X. He, S. Chen, G.R. Doolen, A novel thermal model for the lattice method in incompressible limit, *Journal of Computational Physics* 146 (1998), 282–300.
- [17] S. Feng, P. Dong, M. Tsutahara, N. Takada, Simulation of shockwave propagation with a thermal lattice Boltzmann model, *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 41 (2003), 1137–1146.
- [18] Z. Guo, B. Shi, C. Zheng, A coupled lattice BGK model for the Boussinesq equations, *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 39 (2002), 325–342.
- [19] C. Shu, X.D. Niu, Y.T. Chew, A lattice Boltzmann kinetic model for microflow and heat transfer, *Journal of Statistical Physics* 121 (1/2) (2005), 239–255.
- [20] J. Wang, M. Wang, Z. Li, A lattice Boltzmann algorithm for fluid solid conjugate heat transfer, *International Journal of Thermal Sciences* 46, (2007), 228–234.
- [21] J. Eggels. Direct and large-eddy simulation of turbulent fluid flow using the latticeBoltzmann scheme. *International Journal of Heat and Fluid Flow* Volume 17, Issue3, (1996), 307-323.
- [22] AJC. Ladd. Lattice-Boltzmann simulations of particle-uid suspensions. *Journal of Statistical Physics* (2001), 1191-1251.
- [23] A. Gunstensen, D. Rothman, S. Zaleski. Lattice Boltzmann model of immiscible fluids. *Physical Review A*,43(8) (1991),4320-4327.
- [24] D. Grunau, S. Chen, K. Egger. A Lattice Boltzmann Model for Multi-phase Fluid Flows. arXiv:comp-gas/9303001v2, 1993.

- [25] X. Shan and H. Chen. Lattice Boltzmann model for simulating flows with multiple phases and components. *Phys. Rev. E* 47 (1993), 1815-1819.
- [26] S. Chen, H. Chen, D. Martnez, W. Matthaeus. Lattice Boltzmann model for simulation of magnetohydrodynamics. *Phys. Rev. Lett.* 67 (1991), 3776-3779.
- [27] J. Hardy, Y. Pomeau and O. de Pazzis, Time evolution of two dimensional model system, I. Invariant states and time correlation function, *J. Math. Phys.* 14 (1973), 1746-1759.
- [28] G. R. McNamara and G. Zanetti, Use of the Boltzmann equation to simulate lattice automata, *Phys. Rev. Lett.*, 61 (1988), 2332-2335.
- [29] U. Frisch, D. d'Humieres, B. Hasslacher, P. Lallemand, Y. Pomeau, J.P. Rivet. Lattice gas hydrodynamics in two and three dimensions. *Complex Systems*, 1 (1987), 649-707.
- [30] F. J. Higuera, J. Jimenez, Boltzmann approach to lattice gas simulations, *Europhys. Lett.* 9 (1989), 663-668.
- [31] . M. V. A. Koelman, A simple lattice Boltzmann scheme for Navier Stokes fluid flow, *Europhys. Lett.*, 15 (1991), 603-607.
- [32] P. Lallemand and L. S. Luo, Theory of the lattice Boltzmann method :dispersion, isotropy, Galilean invariance and stability, *Phys. Rev. E*, 61 (2000), 6546.
- [33] X. He, and L.S. Luo. Theory of the lattice Boltzmann method: From the Boltzmann equation to the lattice Boltzmann equation. *Phys. Rev. E* 56 (1997), 6811-6817.
- [34] D. d'Humieres. Generalized lattice-Boltzmann equations. *Progress in Astronautics and Aeronautics*, 159 (1992), 450-458.
- [35] D. dHumieres, I. Ginzburg, M. Krafczyk, P. Lallemand, and L.S.Luo. Multiple relaxation-time lattice Boltzmann models in three dimensions. *Phil. Trans. R. Soc.A*, 360 (2002), 437-451.
- [36] S. Ansumali, I. Karlin, Single relaxation time model for entropic lattice Boltzmann methods, *Phys. Rev. E* 65 (2002) 056312.
- [37] S. Ansumali, I. Karlin, Entropy function approach to the lattice Boltzmann method, *J. Stat. Phys.* 107 (2002) 291-308.
- [38] C. Bonacina and G. Comini, Numerical solution of phase change problems, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 16 (1973), 1825-1832.

- [39] J.R. Cannon and C.D. Hill, Existence, uniqueness, stability and monotone dependence in a Stefan problem for the heat equation, *J. Math. Mech.*, 17 (1967), 1-20.
- [40] J. C. Muehlbauer and J. E. Sunderland, Heat conduction with freezing or melting, *Appl. Mech. Rev.*, 18 (1965), 951-959.
- [41] V. R. Voller, M. Cross and N. C. Markatos, An enthalpy method for Convection/Diffusion phase change, *Int. J. Numerical Methods in Engineering*, 24 (1987), 271-284.
- [42] C. J. Kim and M. Kaviany, A numerical method for phase change problems, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 33 (1990), 2721-2734.
- [43] X. F. Wang, H. S. Liang, Q. Li and Y. L. Deng, Tracking of a moving interface during a 2D melting or solidification process from measurements on the solid part only, *Proceedings of the 3rd World Congress on Intelligent Control and Automation*, (2000), 2240-2243.
- [44] S. Savovic and J. Caldwell, Finite difference solution of one-dimensional Stefan problem with periodic boundary conditions, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, 46 (2003), 2911-2916.
- [45] E. Javierre, C. Vuik, F. J. Vermolen and S. Van der Zwaag, A comparison of numerical models for one-dimensional Stefan problems, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 192 (2006), 445-459.
- [46] M. El Ganaoui, S. Addakiri and E. Semma, Analytical and innovative solutions for heat transfer problems involving phase change and interfaces On the aptitude of the lattice Boltzmann approach for the treatment of the transient heat transfer with crack resistance, *C. R. Mecanique*, 340 (2012), 518-525.
- [47] C. Huber, A. Parmigiani, B. Chopard, M. Manga, O. Bachmann, Lattice Boltzmann model for melting with natural convection, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 29 (2008), 1469-1480.
- [48] Q. Liu, X.-B. Feng and X.-L. Wang, Multiple-relaxation-time lattice Boltzmann model for convection heat transfer in porous media under local thermal non-equilibrium condition, *Physica A* (2019), DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physa.2019.123794>.
- [49] E. Talmatsky and A. Kribus, PCM storage for solar DHW: An unfulfilled promise?, *Solar Energy*, 82 (2008), 861-869.
- [50] M. Mazmana, L. F. Cabeza, H. Mehling, M. Nogues, H. Evliya and H. O. Paksoy, Utilization of phase change materials in solar domestic hot water systems, *Renewable Energy*, 34 (2009), 1639-1643.
- [51] F. Kuznik, J. Virgone, and J. Noel, Optimization of a phase change material wallboard for building use, *Applied Thermal Engineering*, 28 (2008), 1291-1298.



- [52] P.W.Griffiths and P.C.Eames, Performance of chilled ceiling panels using phase change material slurries as the heat transport medium, *Applied Thermal Engineering*, 27 (2007), 1756–1760.
- [53] G.Zhou, Y.Zhang, Q.Zhang, K.Lin and H. Di, Performance of a hybrid heating system with thermal storage using shape-stabilized phase-change material plates, *Applied Energy*, 84 (2007), 1068–1077.
- [54] C. Zhang, Y. Chen, L. Wu and M. Shi, Thermal response of brick wall filled with phase change materials (PCM) under fluctuating outdoor temperatures, *Energy and Buildings*, 43 (2011), 3514–3520.
- [55] A.Kocaa, H. F. Oztopb, T.IKoyunc and Y. Varol, Energy and exergy analysis of a latent heat storage system with phase change material for a solar collector, *Renewable Energy*, 33 (2008), 567–574.
- [56] K.Azzouz, D.Leducq and D.Gobin, Performance enhancement of house hold refrigerator by addition of latent heat storage, *International Journal of Refrigeration*, 31(2008), 892-901.
- [57] B.Gin, M. M. Farid, The use of PCM panels to improve storage condition of frozen food, *Journal of Food Engineering*, 100 (2010,) 372-376.
- [58] Y.T. Yang and Y.H.Wang, Numerical simulation of three-dimensional transient cooling application on a portable electronic device using phase change material, *International Journal of Thermal Sciences*, 51 (2012), 155-162.
- [59] Z.A. Hammou and M. Lacroix, A new PCM storage system for managing simultaneously solar and electric energy, *Energy and Buildings*, 38 (2006), 258-265.
- [60] S.Karthikeyan a d R. Velraj, Numerical investigation of packed bed storage unit filled with PCM encapsulated spherical containers - A comparison between various mathematical models, *International Journal of Thermal Sciences*, 60 (2012), 153-160.
- [61] H.Benli and A.Durmus, Performance analysis of a latent heat storage system with phase change material for a new designed solar collectors in greenhouse heating, *Solar Energy*, 83 (2009), 2109-2119.
- [62] N.H.S.Tay, M. Belusko and F. Bruno, Experimental investigation of tubes in a phase change thermal energy storage system, *Applied Energy*, 90 (2012), 288–297.
- [63] J.C. Kurnia, A.P. Sasmito and S/V. Jangam and A.S. Mujumdar, Improved design for heat transfer performance of a novel phase change material (PCM) thermal energy storage (TES), *Applied Thermal Engineering*, 50 (2013), 896-907.
- [64] A.D.Gracia, E.Oro, M.M.Farid and L.F. Cabeza, Thermal analysis of including phase change material in a domestic hot water cylinder, *Applied Thermal Engineering*, 31 (2011), 3938- 3945.

- [65] M.J. Kabbara and N.Ben Abdallah, Experimental investigation on phase change material based thermal energy storage unit, *Procedia Computer Science*, 19 (2013), 694 – 701.
- [66] F. Wang, G. Maidment, J. Missenden and R. Tozer, The novel use of phase change materials in refrigeration plant. Part 1: Experimental investigation, *Applied Thermal Engineering*, 27 (2007), 2893–2901.
- [67] M. Medrano, M.O. Yilmaz, M. Nogués, I. Martorell, J. Roca, L.F. Cabeza, Experimental evaluation of commercial heat exchangers for use as PCM thermal storage systems, *Applied Energy*, 86 (2009), 2047–2055.
- [68] M. J.Huang, P.C. Eames, S. McCormack, P. Griffiths and N.J. Hewitt, Microencapsulated phase change slurries for thermal energy storage in a residential solar energy system, *Renewable Energy*, 36 (2011), 2932-2939.
- [69] V. vPandiyarajan, M. Chinna Pandian, E. Malan, R. Velraj and R.V. Seeniraj, Experimental investigation on heat recovery from diesel engine exhaust using finned shell and tube heat exchanger and thermal storage system, *Appl. Energy*, 88 (2011), 77–87.
- [70] F. Agyenim, P. Eames and M. Smyth, Heat transfer enhancement in medium temperature thermal energy storage system using a multitube heat transfer array, *Renewable Energy*, 35 (2010), 198–207.
- [71] M.J.Hosseini, A.A. Ranjbar, K. Sedighi, M. Rahimi and A combined experimental and computational study on the melting behavior of a medium temperature phase change storage material inside shell and tube heat exchanger, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 39 (2012), 1416–1424.
- [72] L. EL-Kaddadi1 , M. Asbik, Experimental study of latent thermal energy storage by using phase change materials (PCM) enclosed in a vertical cylindrical annular space, 13ème Congrès de Mécanique, Meknes , Morocco, 2017.
- [73] M. Fang and G. Chen, Effects of different multiple PCMs on the performance of a latent thermal energy storage system, *Applied Thermal Engineering*, 27 (2007), 994-1000.
- [74] F. Fornarelli, S.M. Camporeale, B. Fortunato, M. Torresi, P. Oresta L. Magliocchetti, A. Miliozzi and G. Santoa, CFD analysis of melting process in a shell-and-tube latent heat storage for concentrated solar power plants, *Applied Energy*, 164 (2016), 711-722.
- [75] M.D. Muhammad, O. Badr and H. Yeung, CFD Modeling of the Charging and Discharging of a Shell and-Tube Latent Heat Storage System for High-Temperature Applications, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, 68:8 (2015), 813-826.

- [76] S. Seddegh, S.S.M Tehrani, X. Wang, F. Cao and R.A. Taylor, Comparison of heat transfer between cylindrical and conical vertical shell-and-tube latent heat thermal energy storage systems, *Applied Thermal Engineering*, 130 (2018), 1349-1362.
- [77] S. Seddegh, X. Wang and A.D. Henderson, Numerical investigation of heat transfer mechanism in a vertical shell and tube latent heat energy storage system, *Applied Thermal Engineering*, 87 (2015), 698-706.
- [78] S. Seddegh, X. Wang and A.D. Henderson, A comparative study of thermal behaviour of a horizontal and vertical shell-and-tube energy storage using phase change materials, *Applied Thermal Engineering*, 93 (2016), 348-358.
- [79] Y.B. Tao, Y.L. He and Z.G. Qu, Numerical study on performance of molten salt phase change thermal energy storage system with enhanced tubes, *Solar Energy*, 86 (2012), 1155-1163.
- [80] H. Ait Adine and H. El Qarnia, Numerical analysis of the thermal behaviour of a shell-and-tube heat storage unit using phase change materials, *Applied Mathematical Modelling*, 33 (2009), 2132-2144.
- [81] M. Parsazadeh and X. Duan, Numerical and Statistical Study on Melting of Nanoparticle Enhanced Phase Change Material in a Shell-and-Tube Thermal Energy Storage System, *Applied Thermal Engineering* (2016), DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2016.09.133>.
- [82] J. M. Mahdi and E. C. Nsofor, Solidification of a PCM with nanoparticles in triplex-tube thermal energy storage system, *Applied Thermal Engineering*, 108 (2016), 596-604.
- [83] M. Parsazadeh and X. Duan, Numerical study on the effects of fins and nanoparticles in a shell and tube phase change thermal energy storage unit, *Applied Energy*, 216 (2018), 142-156.
- [84] S. Ranjbar and R. HaghghiKhoshkhou, Numerical investigation of effect of water inlet temperature and nanoparticle concentration on melting of phase change material, *Iranian Conference on Renewable Energy & Distributed Generation (ICREDG)*, Shahid Tehran, Iran, 2019.
- [85] M. Jourabian, M. Farhadi and A. A. R. Darzi, Outward melting of ice enhanced by Cu nanoparticles inside cylindrical horizontal annulus: Lattice Boltzmann approach, *Appl. Math. Modelling*, 37 (2013), 8813-8825.
- [86] N. S. Dhaidan, J. M. Khodadadi, T. A. Al-Hattab and S. M. Al-Mashat, Experimental and numerical study of constrained melting of n-octadecane with CuO nanoparticle dispersions in a horizontal cylindrical capsule subjected to a constant heat flux, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 67 (2013), 523-534.

- [87] R. Parameshwaran and S. Kalaiselvam, Energy conservative air conditioning system using silver nano-based PCM thermal storage for modern buildings, *Energy Buildings*, 69 (2014), 202-212.
- [88] M. Lacroix and M. Benmadda, Analysis of natural convection melting from a heated wall with vertically oriented fins, *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, 8 (1998), 465–478.
- [89] P.H. Biwole, D. Groulx, F.Souayfane and T. Chiu, Influence of fin size and distribution on solid-liquid phase change in a rectangular enclosure, *International Journal of Thermal Sciences*, 124 (2018), 433-446.
- [90] M.J. Huang, B. Norton, P.C. Eames and N. Hewitt, Natural convection in an internally finned phase change material heat sink for the thermal management of photovoltaics, *Solar Energy Materials and Solar Cells*, 95 (2011),1598-1603.
- [91] B. Kamkari and H. Shokouhmand, Experimental investigation of phase change material melting in rectangular enclosures with horizontal partial fins, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 78 (201), 839–851.
- [92] R. Kalbasi and M.R. Salimpour, Constructal design of phase change material enclosures used for cooling electronic devices, *Applied Thermal Engineering* (2015), DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2015.03.031.
- [93] Q. Ren and C.L. Chan, GPU accelerated numerical study of PCM melting process in an enclosure with internal fins using lattice Boltzmann method, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 100 (2016), 522-535.
- [94] C. Ji, Z. Qin, Z. Low and S. Dubey, Non-uniform heat transfer suppression to enhance PCM melting by angled fins, *Applied Thermal Engineering* 129 (2018), 269-279.
- [95] N. Kousha, seyed MJ. Hosseini, M.R. Aligoodarz and R. Pakrouh, Effect of Inclination Angle on the Performance of a Shell and Tube Heat Storage Unit - An Experimental Study, *Applied Thermal Engineering*, 112 (2017), 1497–1509.
- [96] N. Sharifi, T.L. Bergman and A. Faghri, Enhancement of PCM melting in enclosures with horizontally-finned internal surfaces, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 54 (2011), 4182-4192.
- [97] B. Kamkari and D. Groulx, Experimental investigation of melting behaviour of phase change material in finned rectangular enclosures under different inclination angles, *Experimental Thermal and Fluid Science* (2018), DOI: 10.1016/j.expthermflusci.2018.04.007.
- [98] J. von Neumann. *Theory of Self-Reproducing Automata*. University of Illinois Press, Champaign, IL, USA, 1966.

- [99] L. S. Luo, Lattice-Gas Automata and Lattice Boltzmann Equations for two dimensional Hydrodynamics, Thesis, 1993
- [100] D. Wolf-Gladrow. Lattice-Gas Cellular Automata and Lattice Boltzmann Models. Springer Verlag, Berlin, Germany, 2000.
- [101] G. Zanetti. Hydrodynamics of lattice-gas automata. *Physical Review A*, 40(3) (1989),1539–1548.
- [102] S. Chen, K. Diemer, G. D. Doolen, K. Eggert, C. Fu, S. Gutman, and B. J. Travis. Lattice gas automata for flow through porous media. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 47(1-2) (1991), 72–84.
- [103] M. Clément, Etude mathématique de quelques équations cinétiques collisionnelles, Thèse, 25 Octobre 2005.
- [104] P. A. Martin. Physique statistique des processus irréversibles, Lecture Notes of the DEA de Physique Theorique, notes by F.Coppex, ENS Lyon, Fall 2001–Spring 2004.
- [105] P.L. Bhatnagar, E.P. Gross, M. Krook, A model for collision processes in gases. I. Small amplitude processes in charged in neutral one-component systems, *Phys. Rev.* 94 (1954) 511-525.
- [106] D.P. Ziegler, Boundary condition for lattice Boltzmann simulations. *Journal of Statistical Physics*, 71 (1993),1171–1177.
- [107] T. Inamuro, M. Yoshina and F. Ogino A non-slip boundary condition for lattice Boltzmann simulations, *Phys. Fluids*, 7 (1995), 2928-2930.
- [108] Q. Zou and X. He On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model, *Phys. Fluids*, 9 (1997), 1592-1598.
- [109] J. Latt, Hydrodynamic Limit of Lattice Boltzmann Equations, thesis, 2007.
- [110] P.A. Skordos. Initial and boundary conditions for the lattice Boltzmann method.*Phys. Rev. E* 48 (1993), 4823-4842.
- [111] Z. Guo, C. Zheng and B. Shi. An extrapolation method for boundary conditions in lattice Boltzmann method. *Phys. Fluids*, 14 (2002), 2007-2010.
- [112] O. Filippova, D. Hanel, Boundary-Fitting and local grid refinement for lattice-BGK models, *International Journal of Modern Physics C* 9 (1998), 1271-1279.

- [113] R. Mei, L.-S. Luo and W. Shyy An accurate curved boundary treatment in the lattice Boltzmann method, *Journal of Computational Physics* 155 (1999) ,307-330.
- [114] M. Bouzidi, M. Firdaouss, P. Lallemand. Momentum transfer of a lattice Boltzmann fluid with boundaries. *Phys Fluids* 2001;13:34529.
- [115] D. Yu, R. Mei, L.S. Luo and W. Shyy. Viscous flow computations with the method of lattice Boltzmann equation. *Progress in Aerospace Sciences* Volume 39, Issue 5 (2003), 329-367.
- [116] J. Verschaeve, B. Muller A curved no-slip boundary condition for the lattice Boltzmann method. *Journal of Computational Physics*,2010, 6781-6803.
- [117] Q. Li, Y.L. He, G. H. Tang and W-Q. Ta, Lattice Boltzmann model for axisymmetric thermal flows, *PHYSICAL REVIEW E* 80 (2009), 037702.
- [118] Y. Wang, J. Xu and C. Yang Fluid inhomogeneity within nanoslits and deviation from Hagen-Poiseuille flow, *AIChE J* 63(2017), 834–842.
- [119] R. Kumar and M. A. Kalam, *Int. J. Heat Mass Transfer* 34 (1991), 513.
- [120] M. Venkatachalappa, M. Sankar, and A. A. Natarajan, *ActaMech.* 147 (2001), 173.
- [121] D. Li, Q. Ren, Z-X. Tong and Y-L. He, Lattice Boltzmann models for axisymmetric solid–liquid phase change, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 112 (2017), 795-804.
- [122] S. Huang, P. Lv and H. L. Duan, Morphology evolution of liquid-gas interface on submerged solid structured surfaces, *Extreme Mechanics Letters*, 27 (2019), DOI : 10.1016/j.eml.2019.01.005.