

THESE

En vue de l'obtention du : **DOCTORAT**

Structure de Recherche : Physique des Hautes Energies, Modélisation et Simulation (LPHE-MS)

Discipline : Physique

Spécialité : Physique Mathématique et Modélisation

Présentée et soutenue le 06/12/2014 par :

Mohamed NACIRI

Étude de l'inflation branaire dans le Modèle Standard Supersymétrique Minimal en relation avec les données Observationnels

JURY

Mohamed DAOUD	PES, Université Ibn Zohr, Faculté des Sciences, Agadir	Président
El Hassan SAIDI	PES, Université Mohammed V Rabat, Faculté des Sciences	Directeur de thèse
Mohamed BENNAI	PES, Université Hassan II, Faculté des Sciences Ben M'sik, Casablanca	Codirecteur de thèse
Ahmed KASSOU-OU-ALI	PES, Université Mohammed V Rabat, Faculté des Sciences	Rapporteur/Examineur
Hamid CHAKIR	PES, Université Hassan II, Faculté des Sciences Ben M'sik, Casablanca	Rapporteur/Examineur
Nour-Eddine FAHSSI	PH, Université Hassan II, Faculté des sciences et techniques, Mohammedia	Examineur
Rachid AHL LAAMARA	PA, CRMEF de Fés-Meknés, Meknés	Invité

Année Universitaire : 2014 -2015

إهداء

إلى من انتظرت هذا اليوم لكن القدر
كان الأسبق إلى روح والدي العزيزة

Remerciements

Les travaux présentés dans cette thèse ont été réalisés au sein du Laboratoire de Physique des Hautes Energies, Modélisation et Simulation (LPHE-MS) du département de physique de la Faculté des Sciences de Rabat sous la direction de Mr El Hassan SAIDI, Professeur de l'Enseignement Supérieur à la Faculté des sciences de Rabat et la co-direction de Mr Mohamed BENNAI, Professeur l'Enseignement Supérieur à la Faculté des sciences Ben M'sik de Casablanca.

Tout d'abord mes remerciements vont vers mon directeur de thèse, Mr El Hassan SAIDI, professeur à la Faculté des sciences de Rabat et, Je tiens à le remercier de m'avoir soutenu, couvé, conseillé durant cette période, Je remercie également mon co-encadrant Mr. Mohamed BENNAI professeur à la Faculté des sciences Ben M'sik de Casablanca pour de m'avoir accueillie, codirigé et intégré dans l'équipe de recherche « Cosmologie » au sein du LPMC. Ses conseils, sa disponibilité et ses connaissances ont largement contribué à la réussite de cette thèse.

J'en viens maintenant à remercier Monsieur, Mohamed DAOUD professeur à la Faculté des Sciences Agadir, qui m'a fait l'honneur d'accepter la présidence du jury. Veuillez agréer, Monsieur, l'assurance de mon profond respect.

J'adresse mes remerciements à Mr. Ahmed KASSOU-OU-ALI professeur à la Faculté des Sciences, Rabat, pour avoir accepté d'être rapporteur de ma thèse et pour l'honneur et le privilège qu'il me fait de juger ce modeste travail. Veuillez recevoir, Monsieur, l'expression de mon respect et de ma profonde gratitude.

Un grand merci à Mr. Hamid .CHAKIR professeur à la Faculté des Sciences Ben M'sik, Casablanca, pour avoir accepté d'être rapporteur de ma thèse et faire partie du jury et d'apporter ses vives contributions à l'enrichissement de ce travail. Veuillez agréer, Monsieur, l'assurance de mon profond respect.

Je tiens également à adresser mes remerciements à Mr. Nour-Edine FAHSSI professeur à la Faculté des Sciences et Techniques, Mohammedia, pour avoir accepté de faire partie de mon jury de thèse, Veuillez recevoir, Monsieur, l'expression de mon respect et de ma profonde gratitude.

Un grand merci à Mr. Rachid Ahl LAAMARA, professeur au CRMEF, Meknès, pour avoir également accepté de faire partie de mon jury de thèse, pour son aide, sa disponibilité, ses nombreux conseils et son soutien sans faille. Soyez assuré, Monsieur, de ma profonde gratitude.

Je voudrais adresser un remerciement particulier à tous le corps professoral du LPHE-MS, pour leur soutien et pour leur patience : Prof T. Lhallabi , Prof M.B Sedra, Prof A. Jelal, Prof J. Zerouaoui , Prof. L.B. Drissi, Prof A. Belhaj et Dr. M. Kessabi, Ils ont contribué à nous transmettre leur savoir pour assurer notre formation.

Je remercie aussi les gens avec qui j'ai interagi par de nombreuses discussions et grâce à qui j'ai appris énormément : les Docteurs Z. Sakhi, R. Zarrouki , A. Bouaouda , A. Safsafi et S-E. Ennadifi Merci et bonne continuation à mes compagnons avec qui j'ai eu de nombreuses discussions qui m'ont beaucoup éclairé : M. Ferricha-Alami, Z. Mounzi .

Je profite de cette occasion pour remercier tous les professeurs de la Laboratoire de Physique de la Matière Condensée (LPMC) du département de physique de la Faculté des Sciences Ben M'sik de Casablanca . Et pour finir, mes pensées vont à ma femme, mes frères et mes amis, qui m'ont fait confiance dans mes études et spécialement au cours de mes années de thèse.

Résumé

L'inflation cosmologique est un mécanisme par lequel l'on peut résoudre divers problèmes du modèle standard de la cosmologie, apportant ainsi des explications à la formation des grandes structures de l'univers en assurant des fluctuations quantiques d'un champ scalaire dont son présence est largement indispensable au cours de cette phase de l'univers primordial. En effet, l'étude de l'inflation a connu un regain d'intérêt suite aux résultats importants des observations récentes obtenus par les satellites COBE, WMAP, Planck et plus récemment par le télescope BICEP2. La description de l'inflation cosmologique dans le cadre du modèle standard supersymétrique minimal (MSSM) motive la construction de scénarios faisant intervenir plusieurs champs scalaires.

Le travail de recherche présenté dans cette thèse porte sur l'étude de l'inflation Branaire dans le cadre du modèle MSSM en relation avec les données observationnelles. Notre intérêt est porté en premier lieu sur un nouveau potentiel dans la théorie de l'inflation. D'abord, nous avons commencé par l'étude de la théorie d'inflation standard avec un CNM à la gravité. Ainsi, nous étudions plus en détails les fondements conceptuels et analytiques de la théorie d'inflation branaire. Ensuite nous avons effectué des études détaillées dans le cadre du MSSM en utilisant le potentiel de la brisure douce de la SUSY. Enfin, dans ce cadre motivé, nous avons étudié l'inflation par le potentiel de Higgs issue du MSSM.

Mots-clefs : Cosmologie, Inflation, Randall-Sundrum II, Perturbation, MSSM, WMAP.

Abstract

Cosmological inflation is a mechanism by which one can solve various problems of the cosmological standard model, thus providing explanations to the formation of large structures of the universe by ensuring quantum fluctuations of a scalar field whose presence is largely essential during this phase of the primordial universe. Indeed, the study of inflation has known renewed interest after the important results of the recent observations obtained by the satellites COBE, WMAP, Planck and more recently the BICEP2 telescope. The description of the cosmological inflation in the minimal supersymmetric standard model-MSSM motivates the construction of scenarios involving several scalar fields.

The research work presented in this thesis deals with the study of the brane inflation in the MSSM framework in relation with the observational data. Our interest is given, in the first place, to a new potential in the inflation theory. First, we started by the study of the standard inflation theory with a CNM to gravity. So we study in more detail the conceptual and analytical foundations of the brane inflation theory. Then, we performed detailed studies in the MSSM framework by using the soft supersymmetry breaking potential. Finally, in this motivated frame, we studied the inflation driven by the MSSM Higgs potential.

Key Words : Cosmology, Inflation, Randall-Sundrum II, Perturbation Spectrum, MSSM, WMAP.

Table des matières

Introduction Générale	5
1 Inflation standard et le couplage non-minimal à la gravité	9
1.1 Introduction	9
1.2 Technique de la transformation conforme.	11
1.3 Couplage non-minimal de champ scalaire	12
1.4 Modèle standard de la cosmologie	18
1.4.1 Principe de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (<i>FLRW</i>)	18
1.4.2 Équations de Friedmann	19
1.4.3 Matière et la densité de l'énergie	20
1.4.4 Modèle de Big Bang	21
1.5 Fond Diffus Cosmologique CMB	23
1.5.1 Notion de CMB	23
1.5.2 Description qualitative	23
1.5.3 Description quantitative	24
1.6 Données observationnelles	25
1.6.1 Wilkinson Microwave Anisotropies Probe WMAP	25
1.6.2 Satellite Planck	27
1.6.3 Télescope du pôle Sud BICEP	28
1.7 Potentiel de la nouvelle inflation.	29

1.8	Spectre de perturbation dans l'approximation du roulement lent	31
1.9	Résultats et observations	32
1.9.1	Cas du couplage minimal ($\xi = 0$)	32
1.9.2	Cas du couplage non minimal ($\xi \neq 0$)	34
1.10	Conclusion	36
1.11	Contribution1 : A new Inflation Potential with NMC to Gravity in light of BICEP2 data.	38
2	Cosmologie branaire et Inflation	39
2.1	Introduction	39
2.2	Cosmologie branaire	40
2.2.1	Scénario Branaire	40
2.2.2	Inflation branaire	41
2.2.3	Approximation du roulement lent	42
2.2.4	Nombre e-foldings	43
2.2.5	Spectre des perturbations	43
2.3	Certains Modèles d'inflation Supersymétriques	45
2.3.1	Motivation	45
2.3.2	Formalisme de la théorie supersymétrique N=1	46
2.3.3	Inflation hybride supersymétrique	48
2.3.4	Inflation hybride par terme F	49
2.3.5	Inflation hybride par terme D	50
2.3.6	Résultats et Obsevation	51
2.3.7	Paramètres des perturbations inflationnistes	54
2.3.8	Conclusion	56
2.4	Contribution 2 : On Brane Inflation Potentials and Black Hole Attractors	57

3	Inflation dans le Modèle Standard Supersymétrique Minimal	59
3.1	Introduction	59
3.2	Inflation du MSSM	60
3.2.1	Potentiel du MSSM	60
3.2.2	Point de selle	61
3.2.3	Roulement lent	62
3.2.4	Sensibilité de l'inflation au point selle	67
3.3	Inflation avec un champ de Higgs dans le MSSM	71
3.3.1	Potentiel de higgs dans le MSSM	72
3.3.2	Spectre de Perturbation	74
3.3.3	Conséquences observationnelles	76
3.4	Conclusion	80
3.5	Contribution 3 : MSSM Braneworld Inflation	81
3.6	Contribution 4 : Observational Constraints on MSSM Braneworld Scenario and Supergravity Corrections	82
4	Bibliographie	85

Introduction Générale

La cosmologie est la science qui étudie les lois gouvernant l'univers dans son ensemble. Elle se base sur la théorie de la relativité générale développée par A. Einstein en 1915[1, 2] et s'applique à donner une vision cohérente de l'Univers à de très grandes échelles d'espace et de temps. Les modèles cosmologiques s'attellent à en expliquer la formation, l'évolution, la topologie, et la composition. Ces modèles s'appuient sur le principe Cosmologique, la théorie de la relativité générale, et le cadre de la métrique de Friedmann-Robertson-Walker.

La théorie de la Relativité Générale est certainement l'une des théories les plus fascinantes de la physique moderne ; elle allie l'élégance d'une formulation géométrique des lois de la gravité à une capacité inégalée de description des phénomènes gravitationnels du monde physique qui nous entoure. S'appuyant sur cette théorie, le modèle cosmologique standard parvient à expliquer, avec une dizaine de paramètres, toutes les observations cosmologiques qu'il s'agisse de la nucléosynthèse, du fond diffus cosmologique, de la forme des grandes structures de l'Univers, ou encore de phénomènes proprement relativistes comme les effets de lentille gravitationnelle. Il parvient à donner une description cohérente de notre Univers, depuis le "Big-Bang" et les premières "graines" des structures jusqu'aux galaxies que nous observons aujourd'hui.

La cosmologie moderne remonte aux premières observations réalisées par Hubble [3] de la fuite des galaxies par rapport à la nôtre, avec une vitesse proportionnelle à leur distance. C'est sur cette base observationnelle forte que s'est bâti le modèle cosmologique standard du big bang dont nous développerons les éléments essentiels dans le deuxième chapitre. La relativité générale, développée quelques années avant cette découverte, apporte un cadre théorique dans

lequel il est possible d'expliquer élégamment cette fuite des galaxies à partir du principe cosmologique d'homogénéité et d'isotropie de l'Univers. L'évolution de l'Univers se trouve décrite, dans cette théorie, par quelques paramètres (densité de matière, taux d'expansion) dont la mesure précise constitue un des enjeux majeurs de la cosmologie observationnelle.

L'univers est devenu beaucoup moins simple dans la dernière génération. Par exemple, la théorie des cordes et la M -théorie [4] ont prédit que l'espace a plusieurs dimensions supplémentaires. Habituellement, ces dimensions supplémentaires sont considérées comme très faibles et efficacement négligeables, mais il a récemment été montré qu'ils ne doivent pas être si petites. Un modèle simple qui utilise cette idée est celui de Randall-Sundrum type II [5].

Cependant, des énergies plus élevées pourraient modifier les propriétés de la gravitation que nous observons. Des scientifiques ont supposé que ces hautes énergies remplissaient très tôt l'univers, conformément à la cosmologie standard du Big Bang. Ceci a motivé les investigations de la théorie d'inflation branaire [6].

L'inflation est un phénomène de l'univers primordial, ce qui est supposé pour les signatures laissées dans le fond diffus cosmologique (CMB). Il est à espérer que les observations (par exemple, du CMB) peuvent la rendre possible pour déterminer si le modèle de Randall-Sundrum II est une bonne description de l'Univers dans lequel nous vivons.

Actuellement, la théorie d'inflation est devenue une théorie de base pour tout modèle cosmologique de l'univers, vu son succès à reproduire, avec une précision extra-ordinaire, les différentes valeurs du spectre de perturbation observées récemment par les nouveaux satellites tels que $WMAP$ et $Planck$ [7, 8] et très récemment le télescope $BICEP2$ [9].

Cependant, une nouvelle théorie fondamentale de l'univers a été introduite récemment, selon laquelle notre univers à quatre dimensions se trouverait intégré dans un espace-temps à cinq dimensions. Ces développements récents sont basés sur l'idée selon laquelle les champs de la matière ordinaire pourraient être restreints à un univers à quatre dimensions qui correspond à notre univers apparent, alors que la gravité pourrait se propager dans la dimension supplémentaire. Dans cette théorie dite de *Randall-Sundrum type II*, la dimension supplémentaire

n'a pas besoin d'être compacte, et notre univers est en réalité une 3-brane [10] émergeant dans un univers à cinq dimensions (*bulk*) qui devient un espace-temps *anti-de Sitter* (*AdS5*) lorsqu'il est associé à une constante cosmologique fondamentale négative Λ_5 . Ce modèle appelé modèle branaire constitue notre modèle de base pour décrire la théorie d'inflation. L'importance de ce modèle est qu'il nous permet de retrouver le modèle cosmologique standard dans un cas particulier où une propriété intrinsèque de la brane appelée tension de la brane T devient dominante devant la densité d'énergie de la matière prépondérante dans la brane.

L'inflation peut être réalisée dans le Modèle Standard Supersymétrique Minimal [11]. Dans ce cas, le champ inflaton est considéré comme une invariante de jauge qui combine les quarks et les leptons correspondant à une direction plate du Modèle Standard Supersymétrique Minimal (*MSSM*). Ses couplages à d'autres degrés de liberté de *MSSM* sont donc entièrement déterminés et au moins en principe mesurable dans des expériences de laboratoire telles que le *LHC* (Large Hadron Collider). C'est dans ce cadre que se situe le travail de thèse présenté dans ce mémoire.

La première contribution originale de cette thèse est d'étudier un nouveau type de potentiel que nous avons proposé dans [12], en présence d'un champ scalaire interagissant avec la gravité. Nous avons présenté une nouvelle contrainte sur l'indice spectrale scalaire n_s , le rapport scalaire-tensoriel r et le "running" de l'indice spectral $\frac{dn_s}{d\ln(k)}$ à partir des récentes données obtenues par l'expérience *Planck* et *BICEP2*. Nous vous montrons que les conséquences observationnelles de ce modèle pour les petites et positives valeurs du couplage non minimal ξ , les conséquences observationnelles de ce modèle sont parfaitement compatibles avec les dernières données de *Planck* et *BICEP2*. pour $N = 50$. Ce travail a fait l'objet d'une publication dans **"General Relativity and Gravitation journal"**

La deuxième contribution de cette thèse, nous avons proposé un nouveau potentiel d'inflation. Ce potentiel a de nombreuses fonctionnalités intéressantes, il reproduit les potentiels chaotiques et *MSSM*. Elle permet, dans la grande approximation du champ, de mettre en œuvre le mécanisme d'attraction pour les trous noirs du "*bulk*" où la géométrie de la Brane

est de Sitter. Ce travail a donné lieu à une publication dans "**International Journal of Modern Physics D**".

La troisième contribution est basée sur une nouvelle classe d'inflation dans Modèle Standard Supersymétrique Minimal (*MSSM*). Le résultat principal de ce travail a fait l'objet d'un troisième article publié au journal "**Advanced Studies in Theoretical Physics**"

Enfin, la dernière contribution est motivée par l'étude des effets des corrections de la supergravité sur les prédictions inflationnaires dans le *MSSM*. Ce travail a fait l'objet d'une publication dans "**Gravitation and Cosmology journal**"

Cette thèse est organisée de la manière suivante : Dans le premier chapitre, nous allons présenter des généralités sur le modèle standard et l'inflation cosmologique ainsi que sur divers aspects de la théorie de l'inflation standard le couplage non-minimal à la gravité par l'utilisation d'un nouveau potentiel d'inflation qui nous avons introduit dans [12], nous commencerons par une brève histoire sur la théorie tenseur-scalaire, puis nous présenterons la technique de la transformation conforme qui nous sera utile par la suite. Nous détaillerons ensuite le calcul de l'inflation non-minimale dans le cas standard les résultats sont comparés aux données du BICEP2 .

Dans le deuxième chapitre, nous allons étudier la cosmologie branaire dans le cadre du modèle de Randall-Sundrum type 2, nous présentons ici les éléments essentiels de la supersymétrie, et nous allons étudier certains modèles de l'inflation avec termes D et F en supergravité et nous terminerons par nos résultats dans l'inflation branaire.

Le dernier chapitre est consacré à l'étude de la cosmologie branaire, dans le cadre de la Modèle Standard Supersymétrique Minimal (*MSSM*). et l'inflation avec champ de Higgs. Enfin, nous terminons ce travail par une conclusion générale.

Chapitre 1

Inflation standard et le couplage non-minimal à la gravité

1.1 Introduction

Les champs scalaires avec un **Couplage Non-Minimal** (*CNM*) à la gravité sont omniprésents dans la physique des particules et la cosmologie. Le *CNM* est nécessaire dans de nombreuses situations d'intérêt physique et cosmologique; ils apparaissent dans les théories tenseur-scalaire telles que les modèles de Jordan-Brans-Dicke [13], les modèles de la gravité induites[14] et d'autres modèles de Kaluza-Klein[15] et les modèles $f(R)$ de la gravité suite à une transformation conforme . Dans la plupart de ces théories utilisées pour décrire les scénarios inflationnistes, il s'avère qu'on ne peut pas éviter la valeur non nulle de la constante de couplage non-minimal ξ [16]. Dans la relativité générale[17], et dans toutes les autres théories de la gravité, la constante de couplage suppose nécessairement une valeur non nulle[16].

Alors, il est naturel d'intégrer un *CNM* explicite entre le champ scalaire et le scalaire de courbure de Ricci dans le paradigme de l'inflation. Par conséquent, avec un couplage non-minimal de champ scalaire à la gravité, il est plus difficile d'atteindre l'expansion accélérée de l'Univers, même avec des potentiels qui sont connus pour avoir un effet inflationniste dans le

cas minimal [16]. Néanmoins, plusieurs scénarios inflationnistes ont été proposés afin d'étudier cette difficulté et en particulier dans le cadre de répondre à des questions telles que les contraintes observationnelles sur la valeur du constant de couplage non-minimal qui peuvent atteindre afin d'avoir un scénario inflationniste réussi[18]. D'autre part, les récentes observations astronomiques, et les données spécialement élevées par *WMAP*[19] nous permettent d'ouvrir de nouvelles fenêtres dans le domaine de la cosmologie observationnelles. Par conséquent, ces données ont un impact significatif sur le paradigme de l'inflation. À ce point, ces données de haute précision nous donneront des contraintes plus précises sur les valeurs de couplage non-minimal dans les modèles d'inflation.

D'autre part, l'utilisation de la transformation conforme à partir d'un cadre de Jordan vers un nouveau cadre d'Einstein, pour n'importe quel modèle inflationniste basé sur un champ scalaire couplé non-minimalement, il est possible de construire plusieurs modèles utiles pour étudier le scénario inflationniste[20]. Cependant, une question importante se pose : ces cadres sont ils vraiment équivalents du point de vue physique ? Cette question a été examinée par plusieurs auteurs[21] et dans le cadre de notre objectif principal, nous allons aborder cette question à partir d'une analyse détaillée des paramètres inflationnistes dans ces deux cadres (Jordan et Einstein).

Dans la section suivante, nous allons faire un bref rappel historique sur la théorie tenseur-scalaire. Il nous incombe, dans un premier temps de présenter la technique de la transformation conforme. Dans la section 2, nous nous intéressons aux équations du modèle standard de Big Bang régissant l'expansion l'espace-temps. Dans la section 3, nous allons discuter Fond Diffus Cosmologique *CMB*. Une brève description des observations (satellites) sera donnée à la section 4, puis on établira la solution aux problèmes de modèle standard et nous terminons ce chapitre par une étude de l'inflation et les effets de couplage non-minimal sur la dynamique inflationniste dans le cas de l'inflation standard.

1.2 Technique de la transformation conforme.

Jusqu'à maintenant il n'existe pas un modèle universel accepté de l'inflation, et plusieurs scénarios, ont été proposés, basés soit sur la relativité générale ou sur des théories alternatives de la gravitation. Plusieurs des théories alternatives utilisées, impliquent une transformation conforme à partir d'un cadre de Jordan vers un nouveau cadre d'Einstein. Il est clair qu'il y a un problème de savoir à quel niveau ces deux cadres répondent aux questions et aux problèmes posés dans la cosmologie, et en particulier avec l'utilisation des transformations conformes a fin de simplifier l'étude des équations du mouvement[16].

La confusion actuelle sur la question de savoir quel est le cadre physique parmi les deux cadres (Jordan et d'Einstein) est particulièrement évidente dans la littérature de l'inflation, et affecte profondément la viabilité des scénarios inflationnistes basés sur une théorie de la gravitation qui utilise la transformation conforme comme un ingrédient. Bien que plusieurs auteurs négligent complètement ce problème, d'autres auteurs présentent des calculs dans un seul cadre, et d'autres effectuent des calculs dans les deux cadres sans décider quel cadre est physiquement préféré. Parfois, les deux cadres sont implicitement traités comme s'ils étaient à la fois deux cadres physiques, et une partie des résultats est présentée dans le cadre de Jordan, et une autre dans le cadre d'Einstein. Il est souvent connu que tous les modèles d'inflation basés sur une transition de phase du premier ordre peuvent être reformulés comme inflation de roulement lent en utilisant une transformation conforme, mais les transformations conformes sont souvent réalisées sans une motivation physique. La justification d'étudier la théorie originale de la gravité (c'est à dire avant la transformation conforme) ou d'un scénario inflationniste, qui repose souvent sur une théorie spécifique de la physique des hautes énergies, est alors complètement perdue de cette manière. La transformation conforme a été utilisée même pour faire varier la théorie gravitationnelle de cadre de Jordan en vue d'obtenir un potentiel effectif de champ scalaire dans le cadre d'Einstein, ou bien comme un outil mathématique permettant de cartographier les équations du mouvement de systèmes physiques dans des ensembles

mathématiques équivalent aux équations qui sont plus faciles à résoudre et des calculs plus faciles à étudier. Cette situation provient essentiellement dans trois domaines différents de la physique gravitationnelle : les théories alternatives (y compris non linéaire) de la gravitation, les théories unifiées dans des espaces multidimensionnels, et des études des champs scalaires couplés non-minimalement à la gravité [22].

Dans ce qui suit, nous allons étudier la technique de transformation conforme pour un champ scalaire couplé d'une manière non-minimale à la gravité comme le montre la Réf [23]. Notons ici qu'il y a d'autres techniques de transformations conformes que nous ne traitons pas ici comme la transformation conforme de champ de Brans-Dicke qui a été trouvée pour la première fois par Dicke en 1962.

1.3 Couplage non-minimal de champ scalaire

De nombreux modèles intéressants incorporent des champs scalaires couplés non-minimalement avec la courbure de Ricci d'espace-temps. Comme nous l'avons déjà mentionné, si un seul champ scalaire est non-minimalement couplé, alors on peut effectuer une transformation conforme à un nouveau cadre dans lequel à la fois la partie gravitationnelle du lagrangien et le terme cinétique pour le champ prend une forme canonique.

Nous allons travailler dans un espace-temps à D -dimensions, la métrique prend les signes $(-, +, +, +, +, \dots)$. Nous prenons les symboles de Christoffel suivant [23]

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = \frac{1}{2}g^{\lambda\sigma} [\partial_{\mu}g_{\sigma\nu} + \partial_{\nu}g_{\sigma\mu} - \partial_{\sigma}g_{\mu\nu}], \quad (1.1)$$

et le tenseur de Riemann prend

$$R^{\lambda}_{\mu\nu\sigma} = \partial_{\nu}\Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda} - \partial_{\sigma}\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} + \Gamma_{\mu\sigma}^{\eta}\Gamma_{\eta\nu}^{\lambda} - \Gamma_{\mu\nu}^{\eta}\Gamma_{\eta\sigma}^{\lambda}. \quad (1.2)$$

Le tenseur et la courbure scalaire de Ricci sont

$$\begin{aligned} R_{\mu\nu} &= R^{\lambda}_{\mu\lambda\nu}, \\ R &= g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}. \end{aligned} \quad (1.3)$$

tion dans le cadre Jordan est donnée par

$$S = \int d^D x \sqrt{-g} \left[f(\phi) R - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \nabla_\mu \phi \nabla_\nu \phi - V(\phi) \right]. \quad (1.4)$$

Les dérivées covariantes sont désignées par ∇ . $f(\phi)$ est définie positive. Le couplage minimal correspond à $f(\phi) \rightarrow (16\pi G_D)^{-1}$. Où G_D est la valeur de la constante gravitationnelle à D dimensions.

Nous supposons des unités naturelles ($c = \hbar = 1$) et nous prenons le tenseur métrique, $g_{\mu\nu}$, sans dimension. Puis à D dimensions, les temps et les longueurs prennent des dimensions de $(mass)^{-1}$, et l'élément covariant de volume dans l'intégrale d'action, $d^D x \sqrt{-g}$, prend des dimensions de $(mass)^{-D}$. Le scalaire de Ricci, $R(g_{\mu\nu})$, a des dimensions $[(\partial_x g)^2] \sim (mass)^2$. Pour que l'intégrand reste sans dimension, le terme cinétique pour le champ scalaire exige que ϕ prend les dimensions $[\phi] \sim (mass)^{(D-2)/2}$.

Nous pouvons écrire la masse de Planck (réduite) en D dimensions comme

$$M_{(D)}^{D-2} \equiv \frac{1}{8\pi G_D}, \quad (1.5)$$

Quand $D = 4$, nous avons $M_{(4)} = M_{\text{pl}} = 1/\sqrt{8\pi G_4} = 2.43 \times 10^{18}$ GeV.

Plusieurs modèles ont une action sous la forme de l'équation. (1.4), dans lequel le champ scalaire entre avec le terme cinétique, mais le secteur de la gravité s'éloigne de la forme d'Einstein-Hilbert. Par exemple, la fonction $f(\phi)$ de couplage non-minimal prend la forme :

$$f(\phi) = \frac{1}{2} [M_0^{D-2} + \xi \phi^2], \quad (1.6)$$

où ξ est la constante de couplage non-minimal et M_0 est une échelle de masse.

Le champ peut être couplé de façon conforme telle que :

$$\xi = \frac{1}{4} \frac{(D-2)}{(D-1)}, \quad (1.7)$$

quand $D = 4$, nous avons $\xi = 1/6$. Notons ici que l'échelle de masse M_0 ne doit pas être

identique à M_D . On pourrait même avoir $M_0 = 0$, comme dans les modèles de la gravité induite[24].

Un autre modèle commun est le modèle de Jordan-Brans-Dicke[13], l'action pour laquelle est écrite prend la forme suivante :

$$S_{JBD} = \int d^D x \sqrt{-g} \left[\Phi R - \frac{\omega}{\Phi} g^{\mu\nu} \nabla_\mu \Phi \nabla_\nu \Phi \right]. \quad (1.8)$$

Définissons le champ $\Phi \rightarrow \phi^2/(8\omega)$, qui met l'action sous la forme d'Eq. (1.4), avec un terme cinétique canonique pour le champ ϕ et le couplage non-minimal, $f(\phi)$, prend la forme de l'Eq. (1.6), avec $M_0 = 0$ et $\xi = 1/(8\omega)$.

Nous pouvons faire une transformation conforme de la métrique, définie comme

$$\hat{g}_{\mu\nu} = \Omega^2(x) g_{\mu\nu}. \quad (1.9)$$

Nous supposons que $\Omega(x)$ est réelle et donc $\Omega^2(x)$ est défini positive. Noter que nous n'avons pas fait une transformation de coordonnées ; les coordonnées x^μ restent les mêmes dans chaque cadre. Nous allons utiliser un signe pour indiquer les quantités dans le cadre transformé. A partir de l'équation. (1.9), on voit immédiatement que :

$$\begin{aligned} \hat{g}^{\mu\nu} &= \frac{1}{\Omega^2(x)} g^{\mu\nu}, \\ \sqrt{-\hat{g}} &= \Omega^D(x) \sqrt{-g}. \end{aligned} \quad (1.10)$$

Après avoir effectué la transformation de l'équation. (1.9), on peut calculer les symboles de Christoffel et le scalaire courbure de Ricci dans le nouveau cadre. On trouve[22]

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma}_{\beta\gamma}^\alpha &= \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha + \frac{1}{\Omega} [\delta_\beta^\alpha \nabla_\gamma \Omega + \delta_\gamma^\alpha \nabla_\beta \Omega - g_{\beta\gamma} \nabla^\alpha \Omega], \\ \hat{R} &= \frac{1}{\Omega^2} \left[R - \frac{2(D-1)}{\Omega} \square \Omega - (D-1)(D-4) \frac{1}{\Omega^2} g^{\mu\nu} \nabla_\mu \Omega \nabla_\nu \Omega \right], \end{aligned} \quad (1.11)$$

où

$$\square \Omega = g^{\mu\nu} \nabla_\mu \nabla_\nu \Omega = \frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_\mu [\sqrt{-g} g^{\mu\nu} \partial_\nu \Omega]. \quad (1.12)$$

Il faut être prudent de spécifier si l'on prend les dérivées par rapport à l'original métrique, $g_{\mu\nu}$, ou la métrique transformé, $\hat{g}_{\mu\nu}$, parce que les symboles de Christoffel sont transformés sous la transformation de l'équation. (1.9).

En utilisant les Eqs. (1.9) - (1.12), on peut réécrire le premier terme de l'action :

$$\int d^D x \sqrt{-g} f(\phi) R = \int d^D x \frac{\sqrt{-\hat{g}}}{\Omega^D} f(\phi) \left[\Omega^2 \hat{R} + \frac{2(D-1)}{\Omega} \square \Omega + \frac{(D-1)(D-4)}{\Omega^2} g^{\mu\nu} \nabla_\mu \Omega \nabla_\nu \Omega \right]. \quad (1.13)$$

Nous étudions chacun de ces termes à son tour. Le premier terme du côté droit devient

$$\int d^D x \sqrt{-\hat{g}} \left[\left(\frac{f}{\Omega^{D-2}} \right) \hat{R} \right]. \quad (1.14)$$

Pour obtenir la forme canonique de l'action gravitationnelle d'Einstein-Hilbert dans le cadre transformé, nous pouvons identifier

$$\Omega^{D-2}(x) = \frac{2}{M_{(D)}^{D-2}} f[\phi(x)]. \quad (1.15)$$

Nous pouvons intégrer le second terme du côté droit de l'équation (1.13) par parties. Notez que l'opérateur \square agissant sur Ω est définie en fonction de la métrique originale, $g_{\mu\nu}$, plutôt que la métrique transformée. En utilisant les équations (1.10), (1.12), et (1.15), on trouve

$$\begin{aligned} & \int d^D x \sqrt{-\hat{g}} \frac{2(D-1)}{\Omega^{D+1}} f \square \Omega \\ &= - \int d^D x \sqrt{-\hat{g}} (D-1)(D-3) M_{(D)}^{D-2} \frac{1}{\Omega^2} \hat{g}^{\mu\nu} \hat{\nabla}_\mu \Omega \hat{\nabla}_\nu \Omega. \end{aligned} \quad (1.16)$$

Rappelons que x^μ n'est pas affectée par la transformation conforme, de sorte que $\hat{\partial}_\mu = \partial_\mu$. Parce que les dérivées covariantes dans l'équation. (1.16) n'agissent que sur les fonctions scalaires, nous avons $\nabla_\mu \Omega = \partial_\mu \Omega$, et donc $\hat{\nabla}_\mu \Omega = \nabla_\mu \Omega$.

Le dernier terme du côté droit de l'équation. (1.13) est

$$\begin{aligned} & \int d^D x \sqrt{-\hat{g}} (D-1)(D-4) \left(\frac{f}{\Omega^{D+2}} \right) g^{\mu\nu} \nabla_\mu \Omega \nabla_\nu \Omega \\ &= \int d^D x \sqrt{-\hat{g}} \frac{1}{2} (D-1)(D-4) M_{(D)}^{D-2} \frac{1}{\Omega^2} \hat{g}^{\mu\nu} \hat{\nabla}_\mu \Omega \hat{\nabla}_\nu \Omega, \end{aligned} \quad (1.17)$$

où nous avons utilisé de nouveau les équations (1.10) et (1.15). En combinant les équations (1.13), (1.16), et (1.17), on trouve

$$\int d^D x \sqrt{-g} f(\phi) R = \int d^D x \sqrt{-\hat{g}} \frac{M_{(D)}^{D-2}}{2} \left[\hat{R} - (D-1)(D-2) \frac{1}{\Omega^2} \hat{g}^{\mu\nu} \hat{\nabla}_\mu \Omega \hat{\nabla}_\nu \Omega \right]. \quad (1.18)$$

La partie gravitationnelle de l'action inclut désormais un terme canonique d'Einstein-Hilbert. Pour cette raison, le cadre correspondant à $\hat{g}_{\mu\nu}$ est souvent désigné comme le cadre d'Einstein.

Nous pouvons maintenant examiner comment les champs scalaires cinétiques et les termes de potentielle dans l'action transforment sous $g_{\mu\nu} \rightarrow \hat{g}_{\mu\nu}$. Nous avons

$$\int d^D x \sqrt{-g} \left[-\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \nabla_\mu \phi \nabla_\nu \phi - V(\phi) \right] = \int d^D x \sqrt{-\hat{g}} \left[-\frac{1}{2} \frac{1}{\Omega^{D-2}} \hat{g}^{\mu\nu} \hat{\nabla}_\mu \phi \hat{\nabla}_\nu \phi - \hat{V} \right], \quad (1.19)$$

où nous avons introduit un potentiel transformé

$$\hat{V} \equiv \frac{V}{\Omega^D}. \quad (1.20)$$

L'action complète de l'équation. (1.4) peut alors s'écrire comme

$$\begin{aligned} & \int d^D x \sqrt{-g} \left[f(\phi) R - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \nabla_\mu \phi \nabla_\nu \phi - V \right] \\ = & \int d^D x \sqrt{-\hat{g}} \left[\frac{M_{(D)}^{D-2}}{2} \hat{R} - \frac{1}{2} (D-1)(D-2) M_{(D)}^{D-2} \frac{1}{\Omega^2} \hat{g}^{\mu\nu} \hat{\nabla}_\mu \Omega \hat{\nabla}_\nu \Omega \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} \frac{1}{\Omega^{D-2}} \hat{g}^{\mu\nu} \hat{\nabla}_\mu \phi \hat{\nabla}_\nu \phi - \hat{V} \right]. \end{aligned} \quad (1.21)$$

En utilisant l'équation. (1.15), l'action dans le cadre transformé devient

$$\int d^D x \sqrt{-\hat{g}} \left[\frac{M_{(D)}^{D-2}}{2} \hat{R} - \frac{1}{2} \frac{(D-1)}{(D-2)} M_{(D)}^{D-2} \frac{1}{f^2} \hat{g}^{\mu\nu} \hat{\nabla}_\mu f \hat{\nabla}_\nu f - \frac{1}{4f} M_{(D)}^{D-2} \hat{g}^{\mu\nu} \hat{\nabla}_\mu \phi \hat{\nabla}_\nu \phi - \hat{V} \right]. \quad (1.22)$$

Dans le cas d'un seul champ, on peut faire $\phi \rightarrow \hat{\phi}$, de sorte que le nouveau champ scalaire dans le cadre transformé a un terme cinétique et canonique dans l'action de l'équation. (1.22).

Nous définissons $\hat{\phi}$ telle que

$$-\frac{1}{2} \hat{g}^{\mu\nu} \hat{\nabla}_\mu \hat{\phi} \hat{\nabla}_\nu \hat{\phi} = -\frac{M_{(D)}^{D-2}}{4f} \hat{g}^{\mu\nu} \left[\hat{\nabla}_\mu \phi \hat{\nabla}_\nu \phi + \frac{2(D-1)}{(D-2)} \frac{1}{f} \hat{\nabla}_\mu f \hat{\nabla}_\nu f \right]. \quad (1.23)$$

Dans le cas d'un seul champ, on peut supposer une correspondance entre $\hat{\phi}$ et ϕ , en particulier nous supposons que $\hat{\phi} \rightarrow \hat{\phi}(\phi)$, ou

$$\frac{d\hat{\phi}}{d\phi} = F(\phi), \quad (1.24)$$

nous avons aussi $f = f(\phi)$, de sorte que l'équation. (1.23) donne

$$F(\phi) = \left(\frac{d\hat{\phi}}{d\phi} \right) = \sqrt{\frac{M_{(D)}^{D-2}}{2f^2(\phi)}} \sqrt{f(\phi) + \frac{2(D-1)}{(D-2)} [f'(\phi)]^2}, \quad (1.25)$$

où la prime représente la dérivée par rapport à ϕ . En fonction de champ transformé, l'action de l'équation (1.22) peut s'écrire comme

$$\begin{aligned} & \int d^D x \sqrt{-g} \left[f(\phi) R - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \nabla_\mu \phi \nabla_\nu \phi - V(\phi) \right] \\ &= \int d^D x \sqrt{-\hat{g}} \left[\frac{M_{(D)}^{D-2}}{2} \hat{R} - \frac{1}{2} \hat{g}^{\mu\nu} \hat{\nabla}_\mu \hat{\phi} \hat{\nabla}_\nu \hat{\phi} - \hat{V}(\hat{\phi}) \right]. \end{aligned} \quad (1.26)$$

L'action de la seconde ligne est désignée à la fois la forme canonique d'Einstein-Hilbert pour la partie gravitationnelle et le terme canonique cinétique pour le champ scalaire.

Puisque nous ne sommes intéressés que par des modèles dans lesquels $f(\phi)$ est définie positive et réelle, la combinaison sur le côté droit de l'équation (1.25) est toujours différent de zéro. Dans ces conditions, les modèles avec un champ scalaire couplé non-minimalement peuvent être liés, par une transformation conforme et un champ redimensionné, à un modèle équivalent impliquant la gravité ordinaire et un champ scalaire avec un couplage minimal.

Dans la section suivante nous allons étudier l'effet de couplage non-minimal de champ scalaire à la gravité sur la dynamique inflationniste dans le cas de l'inflation standard en se basant sur l'étude faite dans la référence[25].

Dans ce qui suit, nous allons appliquer le formalisme ci-dessus avec le nouveau potentiel dans le cadre Einstein pour obtenir le spectre de perturbation par rapport à l'observation récente.

1.4 Modèle standard de la cosmologie

1.4.1 Principe de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW)

Le modèle standard de la cosmologie considère que l'univers à grande échelle est homogène et isotrope, ceci est connu comme le principe de la cosmologie. Pour la décrire, nous supposons la métrique de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker [26, 27] dans espace-temps, donné par :

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = -dt^2 + a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right] \quad (1.27)$$

où $a(t)$ est le facteur d'échelle, qui mesure le rayon de l'univers selon l'écoulement du temps t cosmique. La constante k est la courbure cosmologique, qui peut prendre les valeurs $k = 0$ (plat Univers), $k = 1$ (fermé de l'Univers sphérique) ou $k = -1$ (ouvert de l'Univers hyperbolique).

En plus de la structure géométrique de l'univers, l'abondance en matière est principalement importante pour son évolution. Elle est définie par l'équation d'état entre la densité d'énergie $\rho(t)$ et la pression $p(t)$. Pour un univers, elle est dominée par le rayonnement en impliquant $p = \rho/3$, alors qu'elle est dominée par la matière (ou la poussière) $p = 0$.

Compte tenu de la métrique et le teneur de matière, la dynamique de l'univers est déterminée par la solution de l'équation d'Einstein en relativité générale, avec une constante cosmologique Λ qui a été postulé par Einstein [26] pour obtenir un univers stationnaire donnée par :

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} \quad (1.28)$$

où $R_{\mu\nu}$ est le tenseur de Ricci, R est la courbure scalaire, $T_{\mu\nu}$ est le tenseur énergie-impulsion et $G_{\mu\nu}$ est le tenseur d'Einstein. G est la constante gravitationnelle de Newton qui est liée à la masse de Planck $M_P = 1.2211 \times 10^{19} GeV$ (la masse réduite de Planck est $m_p = M_P/\sqrt{8\pi} = 2,43 \times 10^{18} GeV$).

Remarquablement, les équations d'Einstein (1.28) résument les principaux défis de la cosmologie contemporaine tel que le terme $(R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu})$ contient la structure géomé-

trique de l'univers, qui peut être modifié en utilisant soit la constante cosmologique ou bien en modifiant le tenseur d'Einstein. Cette dernière approche est discutée dans les théories de gravitation modifiée [28], qui ont été récemment proposées comme une alternative à l'énergie sombre. D'autre part, la dynamique de l'énergie tenseur $T_{\mu\nu}$ correspond aux constituants de la matière dont la matière noire.

1.4.2 Équations de Friedmann

En utilisant la métrique FRW (1.27), l'homogénéité et l'isotropie imposent au tenseur énergie-impulsion d'être celui d'un fluide parfait. Les équations d'Einstein (1.28) appliquées à la métrique (1.27) et à un tel fluide permettent d'obtenir l'équation de Friedmann :

$$H^2 = \frac{8\pi}{3M_p^2}\rho - \frac{k}{a^2} \quad (1.29)$$

où le taux d'expansion de Hubble est défini comme $H = \frac{\dot{a}}{a}$. La dynamique du facteur d'échelle $a(t)$ est donnée comme :

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi}{3M_p^2}(\rho + 3p). \quad (1.30)$$

Dans ce qui précède, nous supposons que la forme de fluide parfait pour le tenseur énergie-impulsion s'écrit comme :

$$T^{\mu\nu} = (\rho + p)u^\mu u^\nu + pg^{\mu\nu} \quad (1.31)$$

En combinant (1.29) et (1.30), on retrouve l'équation de continuité :

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0. \quad (1.32)$$

Notre univers est rempli de matière ordinaire, (c'est-à-dire de matière satisfaisant la condition d'énergie forte $\rho + 3p \geq 0$), l'équation (1.30) implique que l'univers est nécessairement en décélération, $\ddot{a} \leq 0$. Dans un univers en expansion, $\dot{a} > 0$, cela implique l'existence d'une

singularité initiale à un temps fini dans le passé . Cette conclusion repose bien entendu sur les hypothèses que la relativité générale est applicable au voisinage de telles singularités et que la matière n'est pas sous une forme exotique.

1.4.3 Matière et la densité de l'énergie

La dynamique d'expansion dépend des caractéristiques du fluide remplissant l'univers. On peut définir l'équation du paramètre d'état w comme $w = \frac{p}{\rho}$. De la conservation du tenseur équation énergie-impulsion de l'équation (1.32), on conclut que la densité d'énergie d'un fluide parfait caractérisée par une constante w se comporte comme $\rho \propto a^{-3(1+w)}$, combinée avec Eq. (1.29), si $k = 0$ donne l'échelle de facteur qui évolue comme $a \propto t^{\frac{2}{3(1+w)}}$. En relation avec ce qui précède, la dynamique et l'évolution de la densité d'énergie pour certains liquides typiques sont déterminés par la valeur de w .

Dans cas $w = 0$, domination de la matière. Ainsi la densité d'énergie diminue comme $\rho \propto a^{-3}$.

Dans le cas $w = 1/3$, on a la domination du rayonnement, la densité d'énergie diminue comme a^{-4} par rapport au cas de la matière non-relativiste, le facteur supplémentaire $1/a$ peut être considéré comme la diminution de l'énergie des photons dont il augmente en raison de l'expansion de la longueur d'onde. Le facteur d'échelle évolue comme $a \propto t^{\frac{1}{2}}$.

Dans le cas $w = -1$, la domination de la constante cosmologique, l'univers est rempli d'un tel fluide, le terme d'expansion H est constante et le facteur d'échelle croît de façon exponentielle, en $a \propto \exp(Ht)$.

Dans le scénario standard de la cosmologie, le modèle Λ CDM (*Lambda Cold Dark Matter*) considère que l'univers a été successivement dominé par le rayonnement, la matière sans pression et, enfin, par la constante cosmologique, ou identique à un fluide avec $w = -1$. Il est habituellement d'introduire la notion de la densité critique d'énergie ρ_c correspondant à la densité d'énergie d'un univers plat,

$$\rho_c = \frac{3M_P^2 H^2}{8\pi} \quad (1.33)$$

Pour chaque fluide remplissant l'univers, on peut définir le rapport de sa densité d'énergie à la densité critique $\Omega_f = \frac{\rho_f}{\rho_c}$. On définit également $\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H^2}$ et $\Omega_k = \frac{k}{a^2 H^2}$. Ensuite, la première équation de FL sans dimensions s'écrit comme :

$$\sum_f \Omega_f + \Omega_\Lambda + \Omega_k = 1 \quad (1.34)$$

1.4.4 Modèle de Big Bang

Problème de platitude

L'équation de Friedmann (1.29) peut s'écrire :

$$\Omega - 1 = \frac{k}{a^2 H^2} \quad (1.35)$$

avec Ω est la densité totale. L'univers est dominé par le rayonnement ou la matière qui voit son expansion ralentir au cours du temps, donc $\dot{a} = aH$ décroît. Ainsi, si $\Omega = 1$ à un instant, il garde cette valeur tout le temps. Mais en revanche, si elle diffère de 1, elle s'en éloigne au cours du temps. Sachant qu'aujourd'hui la densité totale diffère de moins d'un ordre de grandeur de la densité critique. On peut calculer qu'au temps de Planck, elle devrait être $|\Omega - 1| \sim 10^{-60}$ [29]. Il est étonnant que la densité initiale ait été si proche de la densité critique, d'autant plus que si elle avait été légèrement supérieure ou inférieure à 1. L'univers serait soit décontracté, soit dilué tellement vite que les galaxies n'auraient pas eu le temps de se former. Ce problème d'ajustement des conditions initiales constitue le problème de la platitude.

Les mesures actuelles indiquent que $|\Omega^{-1} - 1| < 0.01$, ce qui implique qu'il doit avoir été extrêmement proche de zéro à la suite du Big Bang. Sans un mécanisme pour expliquer cette caractéristique de l'univers primitif, il semble peu probable et affiné à un degré extrêmement élevé.

Problème de l'horizon

L'horizon est la distance maximale parcourue par un rayon lumineux et qui s'exprime comme [30] :

$$d_H(t) = a(t) \int_{t_i}^t \frac{dt'}{a(t')} \quad (1.36)$$

avec $a(t) \propto t^p$. Pour la cosmologie standard ($p < 1$), l'intégrale est convergente dans la limite t_i tend vers 0 et l'horizon a une taille finie de l'ordre du rayon de Hubble $R_H(t) = H^{-1}(t)$

$$d_H(t) = \frac{p}{1-p} R_H(t) \quad (1.37)$$

À partir de la mesure du rayon de Hubble actuel H_0 et en considérant son évolution dans un univers dominé par la matière, on peut calculer la taille de l'horizon au moment du découplage. Or les observations du *CMB* prouvent que l'univers au moment du découplage était extrêmement homogène (à 10^{-5} près) sur des distances beaucoup plus grandes. Par conséquent, la thermalisation n'aurait pas eu lieu et l'homogénéité de la *CMB* doit être comprise comme une coïncidence.

Problème des reliques

Selon le modèle standard de la physique des particules, les lois physiques étaient plus simples dans l'univers avant que certaines symétries de jauge ne soient brisées. Lors de telles symétries sont brisées, de nombreux reliques (vestige) indésirables tels que les monopoles, cordes cosmiques et d'autres défauts topologiques sont produites [29]. La théorie des cordes prédit également l'existence de particules supersymétriques. La densité d'énergie de ces particules massives décroît comme $\rho_m = \rho_{im}/a^3$ quand la température devient inférieure à leur masse et la densité d'énergie de ces particules massives décroît comme $\rho_r = \rho_{ir}/a^4$ (ρ_{im} et ρ_{ir} sont les densités de l'énergie initiale). Par conséquent, la densité d'énergie de ces particules lourdes diminue plus lentement que celle du rayonnement. Cela signifie qu'il soit susceptible d'être dominante dans l'univers actuel. Il serait en contradiction avec la donnée d'observations telles

que comme celle de l'abondance des éléments légers. Ce problème est le troisième problème du scénario standard du Big Bang qui s'appelle le problème des reliques.

1.5 Fond Diffus Cosmologique CMB

1.5.1 Notion de CMB

La découverte de la fossile cosmique en 1964 [31], a joué un grand rôle dans la reconnaissance d'une conception évolutive de l'univers traduite par la fameuse théorie du Big Bang. Aujourd'hui universellement admise par les cosmologistes. Le fond diffus cosmologique *CMB* (*Cosmological Microwave Background*) est un rayonnement électromagnétique isotrope (c'est-à-dire provenant de toutes les directions de l'espace avec la même intensité) correspondant avec une très bonne approximation au rayonnement émis par un corps noir à une température d'environ $3^{\circ}K$ ($2,725^{\circ}K$ selon les dernières mesures).

1.5.2 Description qualitative

Dans le cadre de la théorie du Big Bang, l'univers est en expansion et a évolué à partir d'un état extraordinairement dense tel que la matière se présentait sous forme des particules élémentaires libres. En outre, la température continuant de décroître sous l'effet de la dilution de l'énergie dûe à l'expansion de l'univers, elle atteint à un certain moment un niveau suffisamment bas pour que les noyaux d'hydrogène (et d'hélium) captent les électrons pour devenir des atomes neutres. Dès lors, les photons présents n'interagissant pratiquement plus avec ces atomes qui sont libérés et se propagent indéfiniment dans l'espace. Cette température dite de recombinaison a pour valeur estimée : $T_{rec} = 3700^{\circ}K$.

Le flux des photons ainsi libérés au moment de la recombinaison nous parvient aujourd'hui depuis l'horizon correspondant à cette époque estimée à environ 380000 ans après le Big Bang . Le décalage vers le rouge correspondant à l'expansion de l'univers depuis cette époque fait que

ce rayonnement nous parvient à des longueurs d'ondes beaucoup plus longues correspondant à des densités d'énergie beaucoup plus faibles et donc à une température plus basse : $T_0 = 2,725K$.

1.5.3 Description quantitative

Les moyens de mesure récents permettent de mesurer la température du *CMB* en fonction de la direction visée avec une résolution de plus en plus grande. La direction de propagation est repérée dans un système de coordonnées sphériques par les angles θ (par rapport à la normale au plan galactique) et φ (par rapport à une direction de référence dans le plan galactique). La mesure correspond à des points d'une fonction $\Delta T(\theta, \varphi)/T_0$ représentant l'écart relatif dans la direction (θ, φ) par rapport à la température moyenne T_0 sur tout l'espace.

La décomposition sur des harmoniques sphériques est utilisée pour exprimer le spectre des fluctuations spatiales de température ℓ de l'anisotropie d'une fonction de la position sur une sphère.

L'ensemble des fonctions harmoniques sphériques est définie par :

$$Y(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{2\ell + \ell(\ell - m)}{4\pi(\ell + m)!}} e^{im\varphi} P_{\ell m}(\cos \theta), \quad (1.38)$$

où $P_{\ell m}(\cos \theta)$ sont les polynômes de Legendre de première espèce, constituent une base orthonormée de cet espace sur laquelle on peut décomposer la variation de température du *CMB* de la manière suivante :

$$\frac{\Delta T(\theta, \varphi)}{T_0} = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} a_{\ell m}^T Y_{\ell m}(\theta, \varphi). \quad (1.39)$$

En raison de l'orthogonalité des harmoniques sphériques, on pourra calculer les coefficients du développement à l'aide de la formule ci-dessous :

$$a_{\ell m}^T = \left\langle \frac{\Delta T(\theta, \varphi)}{T_0} \mid Y_{\ell m} \right\rangle. \quad (1.40)$$

Le spectre angulaire spatial de puissance de la température est défini par :

$$C_\ell^T = \sum_{\ell=-m}^{\ell=+m} |a_{\ell m}^T|^2. \quad (1.41)$$

La variable ℓ homogène à l'inverse d'une échelle angulaire est appelée multipôle. Les faibles valeurs de ℓ correspondent à des fluctuations de grande amplitude spatiale tandis que les valeurs de ℓ élevées correspondent à des fluctuations locales données dans la figure (1 – 1) par l'observation Planck 2013 [8].

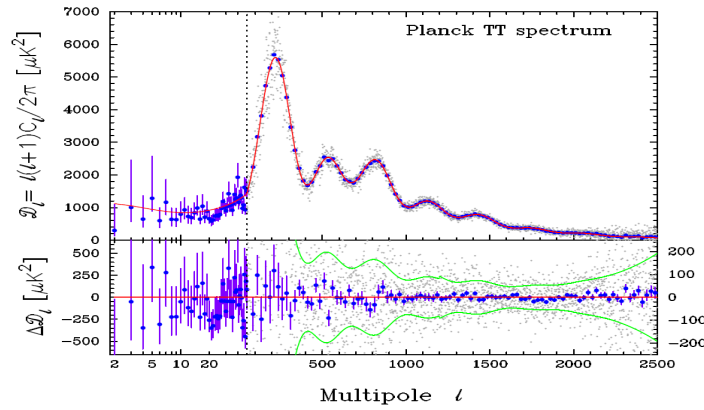


FIG. 1.1 – : la variation de la puissance de la perturbation en fonction de fluctuations spatiales de température ℓ .

1.6 Données observationnelles

1.6.1 Wilkinson Microwave Anisotropies Probe WMAP

Le satellite américain *WMAP* (Wilkinson Microwave Anisotropies Probe) a été lancé en 2001 sous la responsabilité de la *NASA* figure (1 – 2). Elle a pour but de mesurer les anisotropies en température avec précision et de fournir une première observation sur tout le ciel de la polarisation du *CMB*. Il est placé sur une orbite solaire, au point de Lagrange *L2*, à 1,5 million de km du soleil. Il possède un double télescope de type grégorien. Chaque télescope

est constitué d'un miroir primaire de 1,40m x 1,60m et d'un miroir secondaire de 0,90 m x 1m, ces miroirs étant placés dos à dos afin de permettre des mesures simultanées dans deux directions opposées. Les détecteurs permettent d'effectuer des mesures sur 5 bandes de fréquences (23 GHz, 33 GHz, 41 GHz, 61GHz, 94 GHz) ce qui permet d'éliminer les émissions parasites en avant-plan. Ils sont composés de 5 radiomètres différentiels sensibles à la polarisation. Les radiomètres mesurent avec une grande précision la différence de puissance rayonnée entre deux directions opposées.

Les données fournies par ce satellite ont été traitées durant plusieurs années : au bout d'un an, 5 ans, 7ans et dernière synthèse à 9 ans parue Décembre 2012 constitue la cinquième version de données traitées du CMB le plus récent à ce jour qui sont analysées et diffusées en Juin 2012. Nous donnons quelques résultats concernant l'évaluation des paramètres cosmologiques [7]. Les données de WMAP obtenues après neuf ans d'observation, combinées a d'autres données astrophysiques, ont permis de contraindre les paramètres du modèle cosmologique standard. Les résultats de WMAP sont améliorées par l'utilisation de données indépendantes, comme la mesure des oscillations acoustiques baryoniques (BAO pour Baryon Acoustique Oscillations) [32] et la mesure de la constante de Hubble H_0 .

Le satellite WMAP a permis d'estimer le spectre de puissance de la corrélation croisée température/polarisation C_ℓ^T jusqu'au second pic ($\ell \simeq 450$) avec une grande précision[33]. La quantité d'émission mesurée pour ($\ell < 10$) étant proportionnelle a l'épaisseur optique τ_a l'époque de la réionisation. Cette mesure constitue une sonde unique de cette période. Le spectre de puissance en polarisation C_ℓ^{EE} a pu être mesuré pour la première fois à très grande échelle angulaire. En utilisant les "cartes nettoyées", un signal $\ell(\ell + 1)C_\ell^{EE}/2\pi = 0.074_{-0.025}^{+0.034} K_\mu^2$ (68%*C.L.*) a été détecté dû à la rediffusion des photons du CMB sur les électrons libres durant la période de réionisation. Bien que le spectre C_ℓ^{BB} à bas ℓ attendu comme preuve de l'existence des ondes gravitationnelles primordiales, n'ait pas encore été mesuré a ce jour, les données WMAP permettent néanmoins de fixer une limite supérieure : $\ell(\ell + 1)C_\ell^{EE}/2\pi < 0.055 K_\mu^2$ (95%*C.L.*) [33].

L'utilisation conjointe de ces données WMAP, des mesures de BAO et l'étude des Supernovae de type I a permis d'apporter des contraintes sur la géométrie de l'Univers, celui-ci pouvant être considéré comme plat.

Les trois paramètres inflationnistes de spectre de perturbation données WMAP en 9ans des mesures qui combinent le CMB, le BAO et le paramètre de Hubble H_0 : $(eCMB + BAO + H_0)$

$$n_s = 0.9636 \pm 0.0084, \quad r < 0.13(95\%CL) \quad \text{et} \quad \frac{dn_s}{d \ln k} = -0.023 \pm 0.011 \quad (1.42)$$

1.6.2 Satellite Planck

Le satellite Planck est lancé par l'Agence Spatiale Européenne (ESA) en Mai 2009 pour mesurer le rayonnement fossile CMB, il a achevé sa mission en Août 2013. Le satellite Planck contient deux instruments HFI "High frequency instrument" est composé de 54 bolomètres (100 ; 143 ; 217 ; 353 ; 545 et 857 GHz) refroidis à 100 mK. LFI "Low frequency instrument" est composé de 22 radiomètres refroidis à 18 K. Il est conçu pour la mesure ultime des anisotropies en températures du rayonnement fossile et pour améliorer significativement la mesure de sa polarisation. Cette mesure n'est pas limitée par les incertitudes expérimentales mais seulement par les propriétés statistiques du rayonnement fossile (auxquelles s'ajoutent les erreurs de soustraction des avant-plan).

Les résultats cosmologiques de Planck basée sur des mesures du fond diffus cosmologique (CMB) et la température des spectres de puissance lensing-potential (lentille-potentiel). Nous constatons que les spectres de Planck à multipôles élevés ($\ell > 40$) sont extrêmement bien décrit par la norme dans l'espace plat de six paramètres cosmologique Λ MDP avec un spectre de perturbations scalaires adiabatiques en loi de puissance. Dans le cadre général de l'inflation, les données de Planck déterminent les paramètres inflationnaires avec une grande précision. En commençant par l'indice spectral scalaire, le satellite fournit la valeur suivante : $n_s = 0,9603 \pm 0,0073$, avec une barre d'erreur allant jusqu'à (68% d'incertitude). Le paramètre de Hubble atteint une faible valeur de l'ordre, $H_0 = 67,3 \pm 1.2 \text{ Km}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. Remarquant

que l'écart de l'indice spectral scalaire n'est pas sensible à l'ajout de modes d'abondances à l'évolution de l'univers. Les résultats de Planck fournissent un rapport tensoriel-scalaire $r < 0.11$ avec une certitude de 95% et variation de l'indice spectral "running" $\frac{dn_s}{d \ln k} = -0,0134 \pm 0,0090$ (68% d'incertitude) [8].

1.6.3 Télescope du pôle Sud BICEP

Les données BICEP2 par le télescope du pôle Sud "The South Pole Telescope (SPT)" située à la station polaire Amundsen-Scott sur l'Antarctique. Le télescope est conçu pour observer les régions de micro-ondes, d'ondes millimétriques et d'ondes sous-millimétriques du spectre électromagnétique, avec le dessin particulier de mesurer les émissions en provenance du fond diffus cosmologique. Son premier arpentage cherchait à repérer les gros amas de galaxies lointains par leur interaction avec le fond diffus cosmologique, en vue de contraindre l'équation d'état de l'énergie noire. Au début de 2012, un nouveau appareil capteur fut installé sur le SPT ayant la vocation d'étudier le fond diffus cosmologique. Encore plus sensible et capable d'évaluer la polarisation de la lumière entrante. Cet appareil cherche à mesurer le composant rotationnel (ou mode-B) du rayonnement fossile polarisé pour définir les contraintes sur la masse du neutrino et l'échelle de longueur de l'inflation cosmique.

Le pôle sud se trouve à l'élévation de 2800 m qui garantit une atmosphère raréfiée et ses conditions outre-froides limitent la teneur en eau de l'air. Ces facteurs sont particulièrement importants à cette longueur d'onde puisque la vapeur d'eau peut absorber les signaux entrants et les rayonnements qu'elle émet peuvent brouiller les signaux astronomiques. L'absence de lever ou coucher de soleil journalier rend son atmosphère singulièrement stable alors que les longues nuits polaires assurent des observations sans interférence solaire. Malgré les avantages liées à sa position sur Terre, il est à noter que la longue-vue ne peut observer que le ciel méridional.

La collaboration de BICEP2 a signalé la détection de la polarisation en B-mode du CMB [9]. Si le traitement du modèle d'avant-plan est correct, le résultat de la BICEP2 indique la

découverte des ondes gravitationnelles primordiales (PGWs). Les frontières de la physique fondamentale seront poussées vers l'avant d'une manière sans précédent, tant que le résultat de la BICEP2 est confirmée par des expériences à venir. L'adoption du modèle de $\Lambda MDP + r$ -mode, l'ajustement au spectre de puissance en B-mode observé donne un rapport plus élevé que prévu tenseur-scalaire, $r = 0.2_{-0.05}^{+0.07}$ [9]. Ce résultat est très différent (en tension) avec la limite supérieure, $r < 0.11(95\%CL)$ donnée par la combinaison : Planck + WP + BAO [8].

1.7 Potentiel de la nouvelle inflation.

Nous introduisons dans cette section le nouveau potentiel propose dans [12], qui est donne par l'arc-tangente du carré du champ scalaire. Il présente plusieurs caractéristiques intéressantes similaires à ceux du modèle chaotique. Ce potentiel est donne par :

$$V(\phi) = \lambda f\left(\frac{\phi}{\nu}\right), \quad (1.43)$$

Où λ représentant la densité d'énergie du vide et ν correspond aux changements dans la valeur du champ $\Delta\phi$ durant l'inflation. Nous faisons un choix particulier de ce paramètre d'être égal à un. Notons que cette généralisation permet un choix libre du potentiel d'inflation. Par exemple on peut choisir un potentiel quadratique $\frac{1}{2}m^2\phi^2$ [34](simples chaotique version), ou bien le potentiel associe avec la brisure de la symétrie électrofaible $\lambda(\phi^2 - \nu^2)$ [35]. Le potentiel d'inflation que nous nous proposons d'étudier est :

$$V(\phi) = \lambda f(\phi) = \lambda \arctan(\phi^2). \quad (1.44)$$

Il est clair qu'à partir de la forme de ce potentiel par rapport à ϕ (Fig 1), pour les valeurs de champ proche de son minimum, il se comporte comme les potentiels inflationnaires chaotiques. Pour les faibles valeurs de ϕ on peut utiliser le développement de Taylor de cette fonction. Au second ordre on obtient le scenario d'inflation chaotique $V = \lambda\phi^2$.identification avec le modèle chaotique le plus simple $\frac{1}{2}m^2\phi^2$ nous a permis d'obtenir une contrainte sur λ , donne par $\lambda = \frac{1}{2}m^2$.

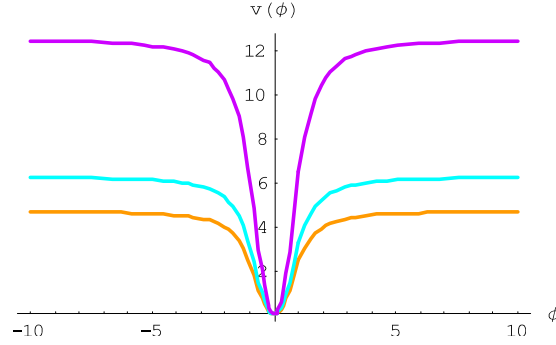


FIG. 1.2 – Figure 1.1 : famille des potentiels scalaires (équation 1.44) pour différentes valeurs de λ .

En plus, dans Refs [11] un potentiel chaotique a été suggéré dans le contexte de la brisure douce de la supersymétrie qui est de la forme

$$V(\phi) = \frac{1}{2}m^2\phi^2 - A\frac{\alpha_6}{6M_P^3}\phi^6 + \frac{\alpha_6^2}{6M_P^6}\phi^{10}. \quad (1.45)$$

D'autre part, le développement de Taylor du potentiel en arctangente à l'ordre 10 est donné par

$$V(\phi) = \lambda\left(\phi^2 - \frac{1}{3}\phi^6 + \frac{1}{5}\phi^{10}\right). \quad (1.46)$$

L'identification de ce développement avec (1.46), conduit aux contraintes sur les paramètres supersymétriques

$$\frac{1}{2}m^2 = \frac{A\alpha_6}{2M_p^3} = \frac{5\alpha_6^2}{6M_p^6}. \quad (1.47)$$

Dans ce qui va suivre, nous devons appliquer les paramètres du roulement lent physiques pour ce nouveau potentiel et donnons un calcul détaillé pour certains paramètres d'inflation.

1.8 Spectre de perturbation dans l'approximation du roulement lent

Il est beaucoup plus difficile de réaliser le roulement lent du champ scalaire pendant l'inflation quand $\xi \neq 0$, car le potentiel $V(\phi)$ est déformé par le terme NMC $\frac{\xi}{2}\phi^2 R$ dans la densité lagrangienne. le terme extra joue le rôle du terme de masse effective de l'inflaton [20].

Nous considérons le cas du nouveau potentiel, dans le cadre de Jordan, $V_J(\phi) = \lambda \arctan(\phi^2)$, conduit au potentiel dans le cadre d'einstein.

$$V_E(\phi) = \frac{\lambda \arctan(\phi^2)}{\left(1 + \frac{\xi\phi^2}{m_p^2}\right)^2} \quad (1.48)$$

Le modèle avec $\xi = 0$, est équivalent à considérer comme le champ d'inflaton minimalement couplé à la gravité, est unique et le potentiel $V(\phi)$ est plat. Dans ce contexte, on peut aussi considérer les paramètres de roulement lent pour étudier le spectre de perturbation. Les deux premiers paramètres, pour ce modèle, sont donnés par :

$$\epsilon = Z\epsilon(\phi) = \frac{2\phi^2 (m_p^2 + \xi\phi^2 - 2 \arctan(\phi^2) \xi - 2 \arctan(\phi^2) \xi\phi^4)^2}{\arctan(\phi^2)^2 (1 + \phi^4)^2 (m_p^2 + \xi\phi^2 + 6\xi^2\phi^2)}, \quad (1.49)$$

$$\begin{aligned} \eta &= Z\eta(\phi) + \frac{dZ}{d\phi} m_p \sqrt{\frac{\epsilon(\phi)}{2}} \\ &= \frac{m_p^2}{\arctan(\phi^2)} \left[\begin{array}{c} \frac{2Z \left(1 - 7\frac{\xi\phi^2}{m_p^2}\right)}{(1+\phi^4)\left(1+\frac{\xi\phi^2}{m_p^2}\right)} + \frac{\frac{dZ}{d\phi} \phi (1+\phi^4) - 8Z\phi^4}{(1+\phi^4)^2} \\ -2Z \arctan(\phi^2) \frac{\xi}{m_p^2} \frac{2\left(1 - 5\frac{\xi\phi^2}{m_p^2}\right) + \phi\left(1 + \frac{\xi\phi^2}{m_p^2}\right)}{\left(1 + \frac{\xi\phi^2}{m_p^2}\right)^2} \end{array} \right], \end{aligned} \quad (1.50)$$

ou

$$Z = \frac{\left(1 + \frac{\xi\phi^2}{m_p^2}\right)^2}{1 + \frac{\xi\phi^2}{m_p^2} + 6\frac{\xi^2\phi^2}{m_p^2}}. \quad (1.51)$$

d'autre part, le calcul mène au nombre e-folding suivant

$$\begin{aligned} N &\approx \left| \int \frac{d\phi}{Z \sqrt{2\epsilon(\phi)}} \right| \\ &= -\frac{1}{2m_p^2} \int_{\phi_*}^{\phi_{end}} \frac{\arctan(\phi^2) (m_p^2 + \xi\phi^2) (1 + \phi^4)}{Z \phi (m_p^2 + \xi\phi^2 - 2 \arctan(\phi^2) \xi - 2 \arctan(\phi^2) \xi\phi^4)} d\phi. \end{aligned} \quad (1.52)$$

bien que nous avons des résultats analytiques pour les paramètres de roulement lent, il n'est pas simple de résoudre pour obtenir ϕ_* au cours de laquelle les observables n_s , r et $\frac{dn_s}{d\ln(k)}$ doivent être évalués. Au lieu de cela, nous procédons numériquement pour trouver ϕ_{end} puis aller à $N = N_{COBE}$ e-folds pour obtenir ϕ_* tout en s'assurant que les paramètres de roulement lent restent faibles dans cette gamme de ϕ . L'amplitude de perturbation de la courbure devient :

$$\Delta_R^2 = \frac{1}{48\pi^2 m_p^6} \times \frac{\lambda \phi^2 \arctan(\phi^2) \left(1 + \frac{\xi \phi^2}{m_p^2} + 6 \frac{\xi^2 \phi^2}{m_p^2}\right)}{\left(1 + \frac{\xi \phi^2}{m_p^2}\right) \left(1 - \frac{\xi \phi^2}{m_p^2}\right)^2}. \quad (1.53)$$

Après la construction du formalisme de base, nous allons étudier deux cas de couplage ξ . Nos résultats seront comparés aux observations et l'effet de couplage sur le spectre inflationnaire de perturbation seront étudiés.

1.9 Résultats et observations

1.9.1 Cas du couplage minimal ($\xi = 0$)

Dans cette section, nous étudions le cas le plus simple décrit par un champ scalaire avec un potentiel de la forme $V = \lambda \arctan(\phi^2)$. Eq. (1.52) donne le développement intégration de ϕ_* jusqu'à ϕ_{end} de la forme :

$$N = \frac{1}{m_p} \left[\arctan(\phi^2) \times \ln(\phi) + \frac{\sqrt{2}}{4} (\arctan(1 + \sqrt{2}\phi) - \arctan(1 - \sqrt{2}\phi)) - \ln(2\phi^2 - \phi^4) - \frac{\phi^2}{4} \right]_{\phi_{end}}^{\phi_*} + \frac{\arctan(\phi^2)}{4} + \frac{1}{2}\phi^4 \arctan(\phi^2) \quad (1.54)$$

Ensuite, nous considérons la valeur du champ scalaire à la fin de l'inflation, en termes de λ et N . Cette équation (1.54) peut être résolue pour donner $\phi_*(\lambda, N)$, où ϕ_* est la valeur du champ scalaire et N est le nombre e-foldings avant la fin de l'inflation. Finalement, commençons de $\Delta_R^2 \simeq 2.215 \times 10^{-9}$ à partir des mesures de planck [8], on peut tracer les variations de la densité d'énergie du vide λ en fonction de N (voir Figure 2.1).

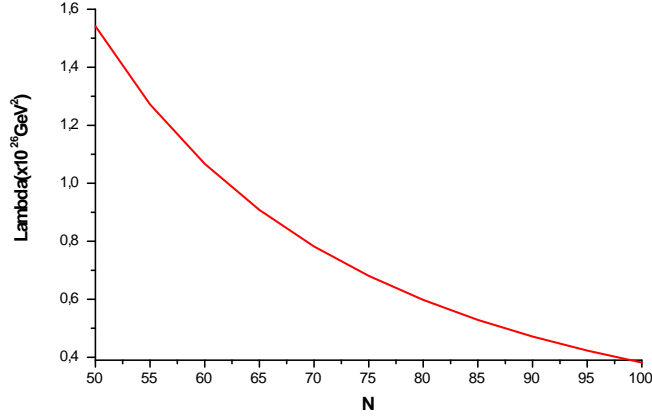


FIG. 1.3 – Figure 2.1 : variations de la densité d’énergie du vide λ en fonction de N

Cette figure montre les valeurs prédites de λ et on remarque que λ décroît lorsque N augmente. Noter que, les valeurs de λ obtenues pour ce modèle sont similaires à la masse d’inflaton m dans le modèle chaotique le plus simple. on note aussi, dans le scénario d’inflation chaotique usuel basé sur la théorie d’Einstein a quatre dimensions, la valeur de la masse d’inflaton m devrait être de l’ordre $\approx 10^{13} \text{ GeV}$ afin d’obtenir le niveau d’anisotropie observé dans le rayonnement cosmique micro-onde [56].

finalement , nous avons obtenu les variations de quantités physiques pour différentes valeurs de N et sont résumés dans le tableau suivant :

Tableau1 : les valeurs de certains paramètres d’inflation avec le modèle $\lambda \arctan(\phi^2)$ pour $\xi = 0$.

N	$\lambda \times 10^{26} \text{ GeV}^2$	n_s	r	$dn_s/d \ln(k)$
50	1.5412	0.9595	0.1616	-0.8162
60	1.0670	0.9663	0.1344	-0.5649
70	0.7820	0.9712	0.1151	-0.4140
Planck + BICEP2 data	$n_s = 0.9603 \pm 0.0073$	$r = 0.2^{+0.07}_{-0.05}$	$dn_s/d \ln(k) = -0.0134 \pm 0.0090$	

Selon ce tableau on peut déduire que la seule valeur du nombre e-folding qui soit compatible

avec les mesures de *BICEP2* et de *Planck* se trouve autour de 50, mais le running de l'indice spectrale scalaire prend des valeurs à l'extérieur du domaine exigé par les données de *Planck*. Nous interprétons ce fait par un manque d'un certain paramètre fondamentale qui aurait ajusté la situation.

Dans ce qui va suivre, on montrera que, l'introduction du paramètre de couplage ξ ($\xi \neq 0$) aura un impact significatif sur le spectre de perturbation du modèle en particulier pour le running $\frac{dn_s}{d\ln(k)}$. Donc, l'inflation peut avoir lieu avec succès en relation avec les observations récentes.

1.9.2 Cas du couplage non minimal ($\xi \neq 0$)

Maintenant, nous discuterons les implications possibles des solutions dans le cas $\xi \neq 0$ où nous avons introduit le potentiel dans le cadre d'Einstein de la forme :

$$V_E(\phi) = \frac{\lambda \arctan(\phi^2)}{(1 + \frac{\xi\phi^2}{m_P^2})^2}. \quad (1.55)$$

La constante de couplage ξ est souvent considérée comme un paramètre libre dans les scénarios inflationnistes et que les valeurs acceptables sont seulement ceux qui suivent de près les prédictions des scénarios inflationnaires [25]. Ce point de vue apparait naturellement du fait qu'il n'existe pas une valeur universelle de ξ [20]. Donc, dans le contexte de la cosmologie, il a été reconnu que les champs couplé non minimalement pourraient être utilisés pour résoudre quelques problèmes liés à l'inflation. Avec ces préliminaires, l'objectif de cette section est d'examiner si ce modèle avec $\xi \neq 0$ coïncide avec l'observation.

Dans notre paramétrisation du potentiel effectif de l'équation Eq. (1.55), les paramètres de roulement lent aussi bien que le nombre e-foldings dépendent seulement de deux paramètres, ξ et N . Donc, les prédictions pour n_s , r et $\frac{dn_s}{d\ln(k)}$ sont données pour des valeurs fixées de N autour de 50, alors que le paramètre de mass est déterminé afin de satisfaire $\Delta_R^2 \simeq 2.215 \times 10^{-9}$ à partir de l'équation Eq. (1.53) (voir Figure 3.1)

Cette figure montre les valeurs prédites de λ par rapport au couplage ξ . Nous avons montré

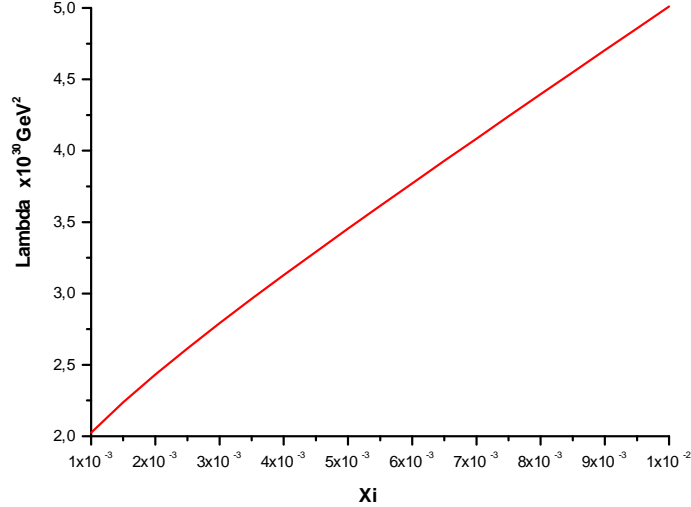


FIG. 1.4 – Figure3.1 :les valeurs predites de λ par rapport au couplage ξ

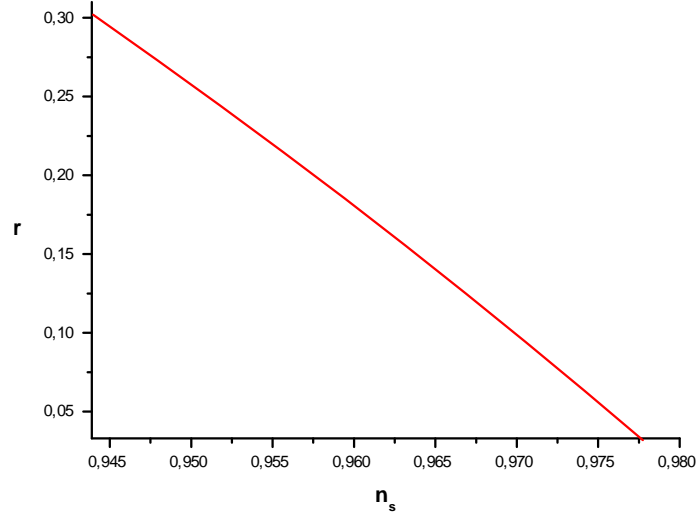
que l'introduction du couplage nonminimal ξ augmente la valeur de λ par rapport au cas minimal et nous remarquons que pour les valeurs observés de $\xi \sim O(10^{-3} - 10^{-2})$, nous obtenons des valeurs de la racine carrée de la tension de la brane $\sqrt{\lambda}$ de l'ordre de l'échelle de la grande unification GUT , $O(10^{15} GeV)$.

Dans ce qui va suivre , nous utilisons une formulation générale que nous avons décrite , nous traçons la variations relative des observables n_s, r et $\frac{dn_s}{d\ln(k)}$.

la figure 4.1 : montre le comportement du rapport scalaire tensoriel r en terme de l'indice spectral scalaire n_s .

Cette figure montre que l'indice spectral scalaire devient important alors que le rapport scalaire tensoriel devient de plus en plus petit. Notons aussi que, les valeurs de n_s et r sont en bon accord avec les mesures de *Planck* et *BICEP2*.

dans la figure5.1 nous avons tracé le running de l'indice spectral scalaire $\frac{dn_s}{d\ln(k)}$ en terme de l'indice spectrale scalaire n_s . On voit que, pour des valeurs du couplage non minimal ξ dans



l'intervalle $[10^{-3} - 10^{-2}]$, le running de l'indice spectral scalaire est négatif et proche de zéro. Nous observons qu'il est possible d'obtenir le running cherché par rapport au cas minimale, pour un intervalle petit, compatible avec les données de planck pour les grandes valeurs de n_s .

la figure 6.1 montre les variations du $\frac{dn_s}{d\ln(k)}$ en terme du rapport scalaire tensoriel r . on peut remarquer qu'un grand domaine de r se trouve à l'intérieur des données de BICEP2 correspondant aux valeurs du running exigées par les données de Planck.

En résumé, les résultats ré-visités par le cas nonminimal pour n_s , r et $\frac{dn_s}{d\ln(k)}$ sont compatibles avec les données de Planck+BICEP2 pour ξ petite et positive.

1.10 Conclusion

Nous avons étudié un nouveau modèle d'inflation dans la formulation d'Einstein avec champ scalaire ϕ nonminimalement couplé à la gravité. les paramètres de roulement lent, dans l'inflation standard, sont reformulés dans le cas du couplage nonminimal du champ scalaire à la gravité. nous avons étudié le cas du couplage minimal et nonminimal et nous avons montré que, dans le couplage minimal couplé à la courbure scalaire ($\xi = 0$), le spectre de perturbation est

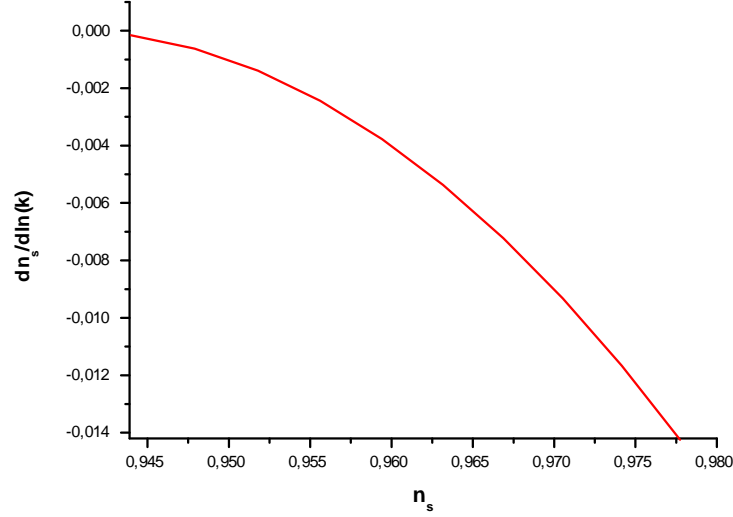


FIG. 1.5 – Figure 5.1 : $\frac{dn_s}{d\ln(k)}$ en terme de l'indice spectrale scalaire n_s .

en bon accord avec les données de Planck et BICEP2 pour des valeurs du nombre e-folding autour de 50, en particulier pour n_s et r . Dans le second cas, nous avons montré que, en adoptant le cas du couplage nonminimal, qu'une confrontation avec les données récentes de Planck et BICEP2 montre qu'un bon fit est atteint pour ξ ayant des valeurs dans l'intervalle $[10^{-3}, 10^{-2}]$. Ce résultat est différent par rapport aux études antérieures qui exigent un couplage très grand et négatif du paramètre de couplage à la gravité ξ . Nous avons montré que l'inflation peut avoir lieu pour des valeurs du champ far below the four-dimensional Planck scale for two cases. Aussi, pour les deux cas, nous avons contraint la valeur de la densité d'énergie λ pour satisfaire l'amplitude de la perturbation de courbure donnée par les mesures de Planck. Nous avons aussi montré que les valeurs de l'indice spectral n_s , le rapport scalaire tensoriel r et le running de l'indice spectral $\frac{dn_s}{d\ln(k)}$ sont en bon accord avec les dernières observations du satellite Planck et BICEP2 pour un choix particulier de l'espace des paramètres du modèle.

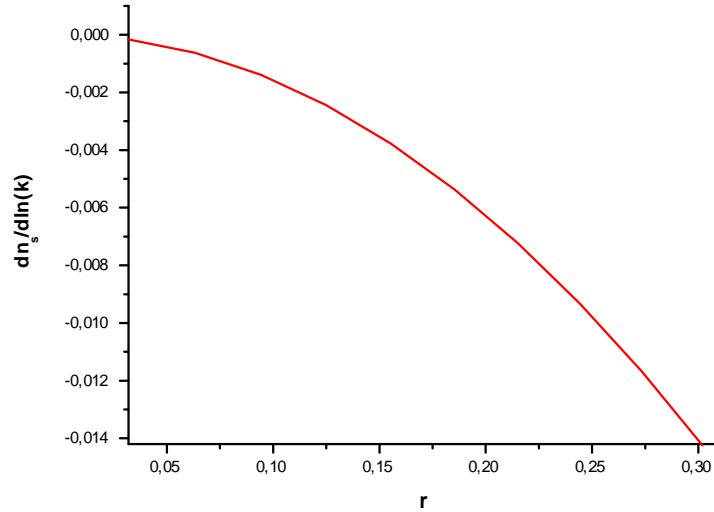


FIG. 1.6 – Figure6.1 : variations du $\frac{dn_s}{d\ln(k)}$ en terme du rapport scalaire tensoriel r

1.11 Contribution1 : A new Inflation Potential with NMC to Gravity in light of BICEP2 data.

Résumé

Dans ce papier, nous étudions un nouveau type de potentiel proposé dans [12], en présence d'un champ scalaire interagissant avec la gravité. Nous présentons une nouvelle contrainte sur l'indice spectral scalaire n_s , le rapport scalaire-tensoriel r et le "running" de l'indice spectral $\frac{dn_s}{d\ln(k)}$ à partir des récentes données obtenues par l'expérience Planck et BICEP2. Les paramètres de roulement lent sont reformulés dans le cas d'un champ scalaire non minimalement couplé avec la gravité. Nous montrons que pour l'espace des paramètres du modèle, l'inflation peut avoir lieu pour des valeurs du champ très éloigné de l'échelle de planck quadridimensionnelle. Nous montrons que les conséquences observationnelles de ce modèle pour les petites et positives valeurs du couplage non minimal ξ , les conséquences observationnelles de ce modèle sont parfaitement compatibles avec les dernières données de planck et BICEP2. pour $N = 50$.

Article 1

A new Inflation Potential with NMC to Gravity in light of BICEP2 data

General Relativity and Gravitation journal
46 (2014) 1786.

A new inflation potential with NMC to gravity in light of Planck and BICEP2 data

M. Naciri · Z. Mounzi · A. Safsafi · M. Bennai · E. H. Saidi

Received: 21 May 2014 / Accepted: 7 August 2014
© Springer Science+Business Media New York 2014

Abstract In this paper we study a new inflation potential proposed in Belhaj et al. (Int J Mod Phys D 17:911–920, 2008), in the presence of a scalar field which interacts nonminimally with gravity. We present new constraints on the scalar spectral index n_s , the tensor-to-scalar ratio r and running of the spectral index $\frac{dn_s}{d \ln(k)}$ from the recent data obtained by the Planck and BICEP2 experiment. The slow-roll parameters are reformulated in the case of a nonminimally coupled scalar field. We show that for parameter spaces of the models, inflation can occur at field values far below the four-dimensional Planck scale. We show also that for small and positive values of the nonminimal coupling ξ , the observational consequences of this model are in perfect compatibility with the latest observations data especially for $N = 50$.

Keywords Inflation · Nonminimal coupling · Planck · BICEP2

Contents

1	Introduction	1
2	Inflation potential	2
3	Slow-roll approximation with a NMC to gravity	3
4	Perturbation spectrum for a new potential	4

M. Naciri · M. Bennai · E. H. Saidi
Laboratoire de Physique des Hautes Energies, Modelisation et Simulation, Faculté des Sciences,
Université Mohammed V-Agdal, Rabat, Morocco
e-mail: mohamed.bennai@univh2m.ma

M. Naciri · Z. Mounzi · A. Safsafi · M. Bennai (✉)
Laboratoire de Physique de la Matière Condensée (URAC10), Equipe physique quantique et applica-
tions, Faculté des Sciences Ben M'sik, Université Hassan II-Mohammedia, B.P. 7955, Casablanca,
Morocco
e-mail: mdbennai@yahoo.fr

17	4.1 Minimal coupling case ($\xi = 0$)
18	4.2 Nonminimal coupling case ($\xi \neq 0$)
19	5 Conclusion
20	References

21 1 Introduction

22 It is well known that inflationary paradigme can solve many cosmological problems
 23 [1] such as flatness problem, homogeneity problem and isotropy problem and could
 24 provide initial conditions required for the subsequent hot big bang cosmology [2].
 25 According to particle physics models, inflation can occur when one or more scalar
 26 fields, the inflaton fields, dominate the energy density of the universe Lyth and Riotto
 27 [3].

28 One of the best known models, that has many successes to reproduce the pertur-
 29 bation spectrum, is chaotic model [4]. It seems that the shape of that potential is of
 30 crucial importance since it give rise to successful inflation. On the other hand, the
 31 study of the various inflationary scenarios considered in the literature assume that the
 32 performance of an inflationary scenario and the constraints on the inflationary model
 33 are affected by the presence of non minimal coupling (NMC) to gravity and by the
 34 value of the coupling constant ξ [5]. Thus, nonminimal coupling of scalar field with
 35 gravity is necessary in many situations of physical and cosmological interest [6–9].
 36 There are several compelling reasons to include an explicit nonminimal coupling in
 37 the action, see for example [10–12]. Nevertheless, several inflationary scenarios have
 38 been proposed to find the observational constraints on the values that nonminimal
 39 coupling constant [13, 14].

40 Recently, BICEP2 has made a dramatic discovery of inflationary gravitational waves
 41 [15]. If verified by Planck, would have far reaching implications both for inflationary
 42 cosmology and particle physics. BICEP2 reported the first discovery of these gravity
 43 waves. The observed tensor to scalar ratio r , a canonical measure of gravity waves
 44 from inflation, is estimated by BICEP2 to be $r = 0.2_{-0.05}^{+0.07}$. Most recently a new class
 45 of models, based on superconformal theories and called T-Model [16], have been
 46 suggested in order to describe a large cathégories of inflationary models. T-Model has
 47 the same behaviour of chaotic potential in the small field regime. It turns out that it is
 48 fruitful to study the cosmological consequences of that kind of potential.

49 In light of this discussion and motivated by the Planck and BICEP2 results, we
 50 study a new type of potential proposed in Belhaj et al. [17] which has the general
 51 form $V = \lambda \arctan(\phi^2)$. This model has similar features of chaotic model as well
 52 as T-model for small field regime. We will investigate in this work the inflationary
 53 prediction of that potential in the minimal ($\xi = 0$) and non-minimal ($\xi \neq 0$) case.
 54 We note that, there are another models which exhibit a similar behavior, and leads
 55 to similar predictions [18–22]. The difference between these models with $\xi < 0$ or
 56 $\xi \gg 1$ and the models with small and positive ξ studied in our paper is that in our case,
 57 inflation can occur at field values far below the four-dimensional Planck scale for two
 58 cases as in Ref. [23] for nonminimal case. Hence, the number of e-foldings is not large
 59 ($N = 50$). Also, we show that the scalar–gravitational coupling constant in our model
 60 helps realizing the successful inflation for vacuum energy density λ of about GUT scale

61 and the predictions of our new class of models with small and positive ξ are stable.
 62 One remarkable feature in our scenario is that the values of the tensor-to-scalar ratio r
 63 given by BICEP2 are obtained. Different attempts have been made to raise the value of
 64 r , see for example [24,25]. Note also that, Bezrukov and Shaposhnikov [26] showed
 65 that non-minimal coupling of the scalar Higgs particle could give rise to inflation, in
 66 order to account for perturbation spectrum, with an extremely large coupling constant
 67 ξ to gravity. That value seem unnatural and it is worthwhile to attempt to reduce that
 68 large coupling to Ricci scalar.

69 In this regard we explore in this study the two cases. We begin by the minimal
 70 coupling to the scalar curvature ($\xi = 0$), by treating the scalar potential of the form
 71 $V = \lambda \arctan(\phi^2)$. We found that perturbation spectrum is a good agreement for
 72 values of e-folding number around 50, especially for n_s lying inside the range of
 73 values required by Planck data [27]. As well, we can obtain values for r which are
 74 preferred by BICEP2 experiment [15], but the running of the spectral index lie outside
 75 the values required by observation. In the second case, we extend this study by adding
 76 a nonminimal coupling of the inflaton field to gravity. We also calculate the spectral
 77 index n_s , the tensor-to-scalar ratio r and running of the spectral index $\frac{dn_s}{d \ln(k)}$ for various
 78 values of the nonminimal coupling ξ . We show that, depending on the parameter spaces
 79 of the model, one can cover a perturbation spectrum which presents a good agreement
 80 with Planck and BICEP2 data.

81 An outline of the remainder of this paper is as follows: In the next section, we
 82 recall briefly some features about the new potential. In Sect. 3, we study the Slow-roll
 83 approximation with a nonminimally coupled scalar field to gravity. In the Sect. 4 we
 84 present our results for this model, by adopting a minimal and nonminimal coupling
 85 cases. A conclusion is given in the last section.

86 2 Inflation potential

87 We introduce in this section the new potential proposed in Belhaj et al. [17], which
 88 is given by the arctangent of the square of the scalar field. It has many interesting
 89 features similar to those of chaotic inflation model. This potential is given by

$$90 \quad V(\phi) = \lambda f \left(\frac{\phi}{\nu} \right), \quad (2.1)$$

91 where λ representing the vacuum energy density and ν corresponds to changes in the
 92 field value $\Delta\phi$ during inflation. We make a special choice of that parameter to be
 93 equal to one. We note that this generalization allow a functional freedom of choice of
 94 the inflaton potential. For instance one may choose the quadratic potential $\frac{1}{2}m^2\phi^2$
 95 (simplest chaotic version) or those associated with electroweak symmetry breaking
 96 potential $\lambda(\phi^2 - \nu^2)^2$. The inflation potential that we propose to study is

$$97 \quad V(\phi) = \lambda f(\phi) = \lambda \arctan(\phi^2). \quad (2.2)$$

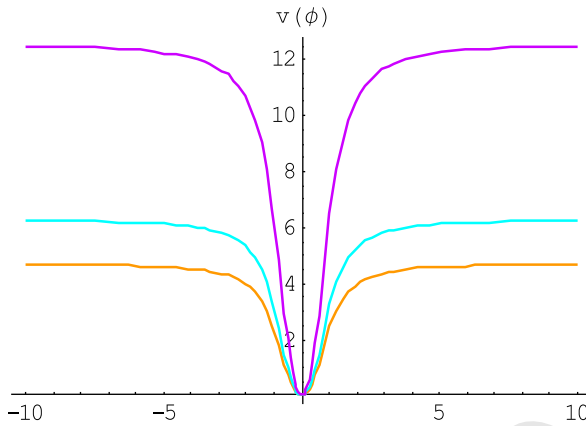


Fig. 1 Family of scalar potentials Eq. (2.2) for different values of λ

98 As can be noticed from the shape of that potential with respect to ϕ (see Fig. 1), for
 99 field values closer to it's minimum, it behave like chaotic inflationary potentials. For
 100 smaller values of ϕ one may use Taylor expansion of that function. At second order one
 101 obtain a chaotic inflation scenario $V = \lambda\phi^2$. Identification with the simplest chaotic
 102 model $\frac{1}{2}m^2\phi^2$ allow us to get a constraint on λ , which is given by

$$103 \quad \lambda = \frac{1}{2}m^2 \tag{2.3}$$

104 Furthermore, in Refs. [28,29] a polynomial potential was suggested in the context
 105 of soft supersymmtery breaking which is of the form

$$106 \quad V(\phi) = \frac{1}{2}m^2\phi^2 - A\frac{\alpha_6}{6M_p^3}\phi^6 + \frac{\alpha_6^2}{6M_p^6}\phi^{10}. \tag{2.4}$$

107 On the other hand, Taylor expansion of an arctangent potential at order 10 is given by

$$108 \quad V(\phi) = \lambda \left(\phi^2 - \frac{1}{3}\phi^6 + \frac{1}{5}\phi^{10} \right). \tag{2.5}$$

109 Identification of that expansion with (2.5), leads to the following constraints on the
 110 supersymmetric parameter

$$111 \quad \frac{1}{2}m^2 = \frac{A\alpha_6}{2M_p^3} = \frac{5\alpha_6^2}{6M_p^6}. \tag{2.6}$$

112 In the following, we shall apply the physical slow-roll parameters for this new potential
 113 and give a detailed computation for some inflation quantities.

114 3 Slow-roll approximation with a NMC to gravity

115 We start this section by recalling briefly some background about non-minimally cou-
 116 pled scalar field to gravity. The lagrangian density, of the inflaton field non-minimally
 117 coupled to Ricci scalar in the Jordan frame action is given by

$$118 \quad L = \frac{1}{2} \sqrt{-g_J} \left((m_P^2 + \xi \phi^2) R_J - g_J^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - 2V_J(\phi) \right), \quad (3.1)$$

119 where J refer to the Jordan frame, R denotes the Ricci curvature of spacetime, g is
 120 the determinant of the metric $g_{\mu\nu}$ and $m_P = 2.4 \times 10^{18}$ GeV. The term $\xi R\phi^2$ in the
 121 Lagrangian density describes the nonminimal coupling of the field to the curvature.
 122 In quantum field theory in curved spacetimes it is argued that a nonminimal coupling
 123 is to be expected when the spacetime curvature is large. Nonminimal couplings are
 124 generated by quantum corrections even if they are not present in the classical action [30,
 125 31]. The coupling is actually required if the scalar field theory is to be renormalizable
 126 in a classical gravitational background [32].

127 In order to use the familiar equations of general relativity and consequently the slow
 128 roll analysis, we perform a conformal transformation from the Jordan frame to the
 129 Einstein frame. To this end, we proceed by a redefinition of the metric g_J and the
 130 scalar field ϕ as follows

$$131 \quad g_E^{\mu\nu} = \frac{1}{1 + \frac{\xi \phi^2}{m_P^2}} g_J^{\mu\nu} \quad (3.2)$$

$$132 \quad \left(\frac{d\phi}{d\varphi} \right)^2 = \frac{\left(1 + \frac{\xi \phi^2}{m_P^2} \right)^2}{1 + \frac{\xi \phi^2}{m_P^2} + 6 \frac{\xi^2 \phi^2}{m_P^2}} = Z(\phi), \quad (3.3)$$

133 leading to the following action in the Einstein frame

$$134 \quad L = \frac{1}{2} \sqrt{-g_E} \left(m_P^2 R_E - g_E^{\mu\nu} \partial_\mu \varphi \partial_\nu \varphi - 2V_E(\varphi) \right), \quad (3.4)$$

135 where the potential in that frame is

$$136 \quad V_E(\varphi) = \frac{V_J(\phi)}{\left(1 + \frac{\xi \phi^2}{m_P^2} \right)^2}. \quad (3.5)$$

137 Therefore we can use all results of the standard slow-roll analysis. In doing the slow-
 138 roll analysis, we should note that slow roll approximation puts a constraint on the
 139 slope and the curvature of the potential. This is clearly seen from the field expressions

of ϵ and η parameters. Now, we define the slow-roll parameters in Einstein frame as

$$\epsilon = \frac{m_p^2}{2} \left(\frac{V'}{V} \right)^2, \quad \eta = m_p^2 \left(\frac{V''}{V} \right), \quad (3.6)$$

where prime means $d/d\phi$. We signal that, the slow-roll approximation takes place if these parameters are such that $\max\{\epsilon, |\eta|\} \ll 1$ and inflationary phase ends when ϵ or $|\eta|$ are equal to one.

Another important characteristic inflationary parameter is the number of e-folding N defined by

$$N \approx \left| \int \frac{d\phi}{\sqrt{2\epsilon}} \right|. \quad (3.7)$$

The small quantum fluctuations in the scalar field lead to fluctuations in the energy density. For these reasons, we define the amplitude of the curvature perturbation by [3]

$$\Delta_R^2 = \frac{V}{24\pi^2 m_p^2 \epsilon}. \quad (3.8)$$

One can also define the scalar spectral index n_s , the ratio of tensor to scalar perturbations r and the running of the scalar index $\frac{dn_s}{d \ln(k)}$ as

$$n_s \simeq -6\epsilon + 2\eta + 1, \quad (3.9)$$

$$r \simeq 16\epsilon, \quad (3.10)$$

$$\frac{dn_s}{d \ln(k)} = 16\epsilon\eta - 24\epsilon^2. \quad (3.11)$$

In what follows, we shall apply the above formalism with a new potentials in the Einstein frame to derive perturbation spectrum in relation to recent observation.

4 Perturbation spectrum for a new potential

It's more difficult to achieve the slow rolling of the scalar field in inflation when $\xi \neq 0$, because the potential $V(\phi)$ is distorted by the NMC term $\frac{\xi}{2}\phi^2 R$ in the Lagrangian density. The extra term plays the role of an effective mass term for the inflaton [32].

We will consider the case of a new potential, in the Jordan frame, $V_J(\phi) = \lambda \arctan(\phi^2)$, which leads to the Einstein frame potential

$$V_E(\phi) = \frac{\lambda \arctan(\phi^2)}{\left(1 + \frac{\xi\phi^2}{m_p^2} \right)^2} \quad (4.1)$$

The model with $\xi = 0$, which is equivalent to considering the inflaton field minimally coupled to gravity, is singled out by its simplicity and the potential $V(\phi)$ is very flat. In

168 this context, one can also consider the slow-roll parameters to study the perturbation
 169 spectrum. The two first parameters are given for this model by

170
$$\epsilon = Z\epsilon(\phi) = \frac{2\phi^2 \left(m_p^2 + \xi\phi^2 - 2 \arctan(\phi^2) \xi - 2 \arctan(\phi^2) \xi\phi^4 \right)^2}{\arctan(\phi^2)^2 (1 + \phi^4)^2 \left(m_p^2 + \xi\phi^2 + 6\xi^2\phi^2 \right)}, \quad (4.2)$$

171
$$\eta = Z\eta(\phi) + \frac{dZ}{d\phi} m_p \sqrt{\frac{\epsilon(\phi)}{2}}$$

172
$$= \frac{m_p^2}{\arctan(\phi^2)} \left[\begin{array}{l} \frac{2Z \left(1 - 7 \frac{\xi\phi^2}{m_p^2} \right)}{(1 + \phi^4) \left(1 + \frac{\xi\phi^2}{m_p^2} \right)} + \frac{\frac{dZ}{d\phi} \phi (1 + \phi^4) - 8Z\phi^4}{(1 + \phi^4)^2} \\ - 2Z \arctan(\phi^2) \frac{\xi}{m_p^2} \frac{2 \left(1 - 5 \frac{\xi\phi^2}{m_p^2} \right) + \phi \left(1 + \frac{\xi\phi^2}{m_p^2} \right)}{\left(1 + \frac{\xi\phi^2}{m_p^2} \right)^2} \end{array} \right], \quad (4.3)$$

173 where

174
$$Z = \frac{\left(1 + \frac{\xi\phi^2}{m_p^2} \right)^2}{1 + \frac{\xi\phi^2}{m_p^2} + 6 \frac{\xi^2\phi^2}{m_p^2}}. \quad (4.4)$$

175 On the other hand, one can derive the number of e-folding as

176
$$N \approx \left| \int \frac{d\phi}{Z\sqrt{2\epsilon(\phi)}} \right|$$

177
$$= -\frac{1}{2m_p^2} \int_{\phi_*}^{\phi_{end}} \frac{\arctan(\phi^2) \left(m_p^2 + \xi\phi^2 \right) (1 + \phi^4)}{Z\phi \left(m_p^2 + \xi\phi^2 - 2 \arctan(\phi^2)\xi - 2 \arctan(\phi^2)\xi\phi^4 \right)} d\phi.$$

178
$$(4.5)$$

179 Although we have analytic results for slow-roll parameters, it is not easy to solve them
 180 to obtain ϕ_* at which the observables n_s , r and $\frac{dn_s}{d \ln(k)}$ should be evaluated. Instead,
 181 we proceed numerically by finding ϕ_{end} and then going $N = N_{COBE}$ e-folds back to
 182 obtain ϕ_* while making sure that the slow-roll parameters remain small in this range
 183 of ϕ .

184 The amplitude of the curvature perturbation become

185
$$\Delta_R^2 = \frac{1}{48\pi^2 m_p^6} \times \frac{\lambda\phi^2 \arctan(\phi^2) \left(1 + \frac{\xi\phi^2}{m_p^2} + 6 \frac{\xi^2\phi^2}{m_p^2} \right)}{\left(1 + \frac{\xi\phi^2}{m_p^2} \right) \left(1 - \frac{\xi\phi^2}{m_p^2} \right)^2}. \quad (4.6)$$

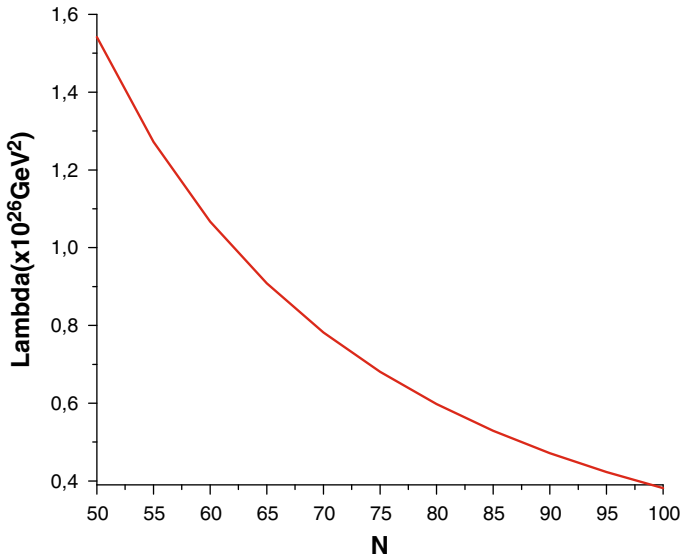


Fig. 2 λ versus N for $\xi = 0$

186 After constructing the basic formalism, we will study two cases of coupling ξ . Our
 187 results will be compared to observations and the coupling effect on perturbation infla-
 188 tionary spectrum will be studied.

189 4.1 Minimal coupling case ($\xi = 0$)

190 In this section, we investigate the simplest case driven by a scalar field with potential
 191 of the form $V = \lambda \arctan(\phi^2)$. Equation (4.5) gives the integrated expansion from
 192 ϕ_* to ϕ_{end} as form

$$193 \quad N = \frac{1}{m_p} \left[\arctan(\phi^2) \times \ln(\phi) + \frac{\sqrt{2}}{4} \left(\arctan(1 + \sqrt{2}\phi) - \arctan(1 - \sqrt{2}\phi) \right) \right]_{\phi_{end}}^{\phi_*} \cdot \quad (4.7)$$

$$- \ln(2\phi^2 - \phi^4) - \frac{\phi^2}{4} + \frac{\arctan(\phi^2)}{4} + \frac{1}{2}\phi^4 \arctan(\phi^2)$$

194 Next, we consider the value of the scalar field at the end of inflation, in terms of λ and N .
 195 Using this Eq. (4.7) can be solved to give $\phi_*(\lambda, N)$, where ϕ_* is the value of the scalar
 196 field e-foldings before the end of inflation. Finally, starting from $\Delta_R^2 \simeq 2.215 \times 10^{-9}$
 197 from the Planck measurement [27], we can plot the variations of vacuum energy
 198 density λ as function of N (see Fig. 2). This figure shows the predicted values of λ
 199 and we remark that λ decreases as N increases. Note that, the values of λ obtained for
 200 this model is similar to inflaton mass m in the simplest chaotic model, see Eq. (2.3).
 201 We note also, in the usual chaotic inflation scenario based on Einstein gravity in four
 202 dimensions, the value of the inflaton mass m is required to be $\approx 10^{13}$ GeV in order to
 203 obtain the observed level of anisotropies in the cosmic microwave background [4].

Table 1 The values of some inflation parameters with $\lambda \arctan(\phi^2)$ model for $\xi = 0$

N	$\lambda \times 10^{26} \text{ GeV}^2$	n_s	r	$dn_s/d \ln(k)$
50	1.5412	0.9595	0.1616	-0.8162
60	1.0670	0.9663	0.1344	-0.5649
70	0.7820	0.9712	0.1151	-0.4140
Planck + BICEP2 data		$n_s = 0.9603 \pm 0.0073$	$r = 0.2^{+0.07}_{-0.05}$	$dn_s/d \ln(k) = -0.0134 \pm 0.0090$

204 Finally, we get the variations of physical quantities for various values of N which
 205 are summarized in the following table (Table 1).

206 According to that table we can deduce that the only value of e-folding number that
 207 is consistent with the BICEP2 and Planck measurements is around 50, but the running
 208 of the scalar spectral index lie outside the values required by Planck data. We interpret
 209 this fact as a missing of some fundamental parameter that could adjust the situation.

210 In what follows, we will show that, the introduction of the coupling parameter
 211 ξ ($\xi \neq 0$) will has a significant impact on the perturbation spectrum of the model
 212 especially for the running $\frac{dn_s}{d \ln(k)}$. Thus, the inflation can occur successfully in relation
 213 to recent observations.

214 **4.2 Nonminimal coupling case ($\xi \neq 0$)**

215 Now, we will discuss a possible physical implications of the solutions in the case of
 216 $\xi \neq 0$ where we have introduced the potential in the Einstein frame of the form

217
$$V_E(\phi) = \frac{\lambda \arctan(\phi^2)}{\left(1 + \frac{\xi \phi^2}{m_p^2}\right)^2}. \tag{4.8}$$

218 The coupling constant ξ is often regarded as a free parameter in inflationary scenarios
 219 and only the acceptable values are those that, a posteriori, make a specific inflationary
 220 scenario viable [33]. This view arises from the fact that there is no universal prescription
 221 for the value of ξ [5]. Thus, in the context of cosmology, it has been recognized that
 222 nonminimal fields could be employed to solve some problems associated with inflation
 223 [19]. With these preliminaries, the goal of this section is to examine whether this model
 224 with the value of $\xi \neq 0$ coincides with the observations.

225 In our parameterization of the effective potential of Eq. (4.8), the slow roll para-
 226 meters as well as the number of e-foldings only depend on two parameters, ξ and N .
 227 Thus, the predictions for n_s , r and $\frac{dn_s}{d \ln(k)}$ are given for fixed values of N around 50,
 228 while the mass parameter is determined so as to satisfy $\Delta_R^2 \simeq 2.215 \times 10^{-9}$ from
 229 Eq. (4.6) (see Fig. 3). This figure shows the predicted values of λ with respect to cou-
 230 pling constant ξ . We show that the introduction of the nonminimal coupling constant
 231 ξ increases the value of λ with respect to minimal case and we observe that for values
 232 of $\xi \sim O(10^{-3} - 10^{-2})$, we obtain values of $\sqrt{\lambda}$ of about GUT scale, $O(10^{15} \text{ GeV})$.

Author Proof

1

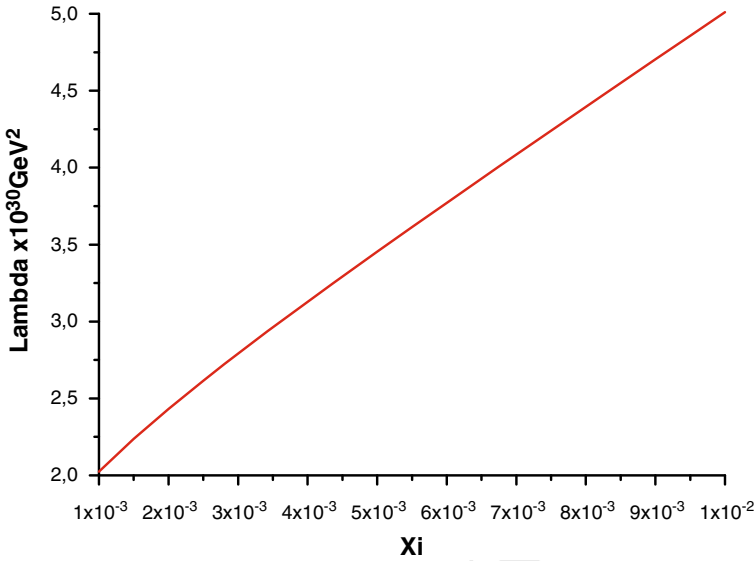


Fig. 3 λ versus ξ for $N = 50$

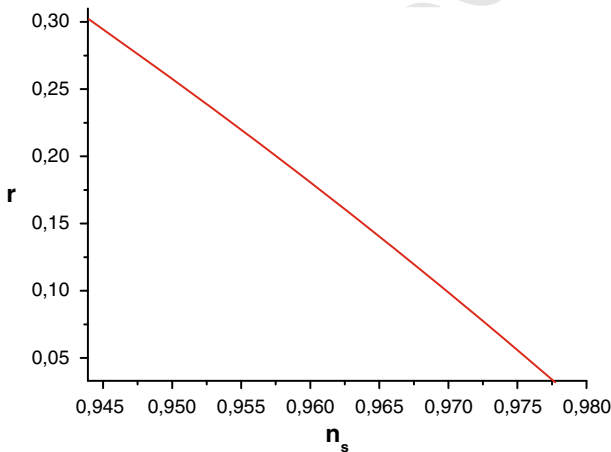


Fig. 4 The evolution of the r versus n_s for $\xi \sim O(10^{-3} - 10^{-2})$ and $N = 50$

233 In what follows, we use the general formulation we described, we can plot the
 234 relative variation of the observables n_s , r and $\frac{dn_s}{d \ln(k)}$.

235 The Fig. 4 shows the behavior of the tensor to scalar ratio r versus the scalar spectral
 236 index n_s . This figure shows that the scalar spectral index becomes larger but the tensor
 237 to scalar ratio gets smaller. We note also that, the n_s and r values are in good agreement
 238 with Planck and BICEP2 measurements. In Fig. 5, we have plotted the evolution of
 239 the running of the spectral index $\frac{dn_s}{d \ln(k)}$ versus the scalar spectral index n_s . We see
 240 that, for values of nonminimal coupling constant ξ in the range $[10^{-3} - 10^{-2}]$, the

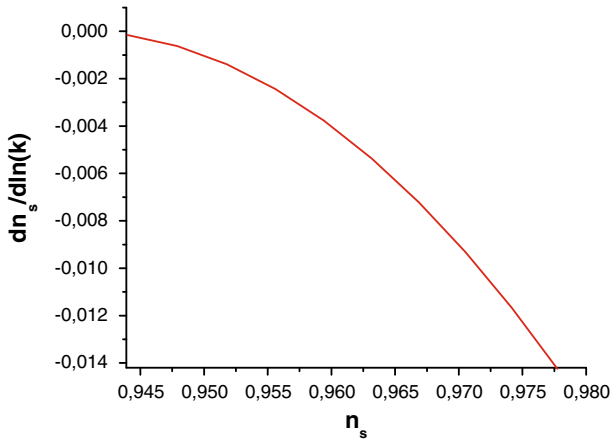


Fig. 5 The evolution of the $\frac{dn_s}{d\ln(k)}$ versus n_s for $\xi \sim O(10^{-3} - 10^{-2})$ and $N = 50$

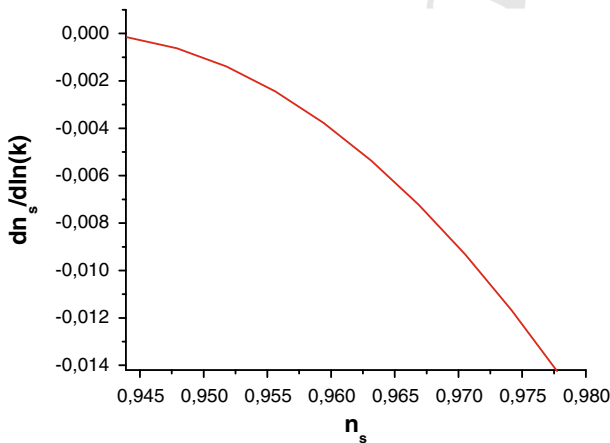


Fig. 6 The evolution of the $\frac{dn_s}{d\ln(k)}$ versus r for $\xi \sim O(10^{-3} - 10^{-2})$ and $N = 50$

241 running of the scalar spectral index is negative and close too zero. We observe that
 242 it is possible to obtain the required running with respect to minimal case, for small
 243 interval, consistent with the Planck data according to large n_s . The Fig. 6 shows the
 244 variation of the running $\frac{dn_s}{d\ln(k)}$ versus the tensor to scalar ratio r . We can remark that
 245 a large domain of r is well inside the BICEP2 data corresponding to the values of the
 246 running required by Planck data.

247 In summary, the results reviewed by nonminimal case for n_s, r and $\frac{dn_s}{d\ln(k)}$ are
 248 compatibles with Planck + BICEP2 data for small and positive ξ .

5 Conclusion

In this paper, we have studied the new inflation model in the Einstein frame with the scalar field ϕ is nonminimally coupled to gravity. The slow-roll parameters, in standard inflation, are reformulated in the case of a nonminimally coupled scalar field and gravity. We have study the minimal and nonminimal coupling case and we have shown that, in the minimal coupling to the scalar curvature ($\xi = 0$), the perturbation spectrum is a good agreement with Planck and BICEP2 data for values of e-folding number around 50, especially for n_s and r . In the second case, we have shown that, by adopting a nonminimal coupling case, a confrontation with recent planck and BICEP2 data shows that the best fit is achieved for ξ in the range of the interval $[10^{-3}, 10^{-2}]$. This result is different with previous studies which an extremely large or negative coupling constant to gravity ξ is necessary to give rise to inflation. We have shown that inflation can occur at field values far below the four-dimensional Planck scale for tow cases. Also, for both cases, we have constrained the value of of vacuum energy density λ so as to satisfy the amplitude of the curvature perturbation given by the Planck measurement. We have also shown that the values for the spectral index n_s , the tensor to scalar ratio r and running of the spectral index $\frac{dn_s}{d \ln(k)}$ are in excellent agreement with the latest observations of the Planck satellite and the BICEP2 for a particular choice of the parameter spaces of the model.

References

- Guth, A.H.: The inflationary universe: a possible solution to the horizon and flatness problems. *Phys. Rev. D* **23**, 347 (1981)
- Linde, A.D.: A new inflationary universe scenario: a possible solution of the horizon, flatness, homogeneity, isotropy and primordial monopole problems. *Phys. Lett. B* **108**, 389 (1982)
- Lyth, D.H., Riotto, A.: Particle physics models of inflation and the cosmological density perturbation. *Phys. Rept.* **314**, 1–146 (1999)
- Linde, A.D.: Chaotic inflation. *Phys. Lett. B* **129**, 177 (1983)
- Faraoni, V.: Non-minimal coupling of the scalar field and inflation. *Phys. Rev. D* **53**, 6813–6821 (1996)
- Ghalee, A.: Minimally slow-roll inflationary model with non-minimal coupling to gravity, [arXiv:1402.6798](https://arxiv.org/abs/1402.6798)
- Joergensen, J., Sannino, F., Svendsen, Ole: Non-analytic inflation. [arXiv:1403.3289](https://arxiv.org/abs/1403.3289)
- Edwards, D.C., Liddle, A.R.: The observational position of simple non-minimally coupled inflationary scenarios. [arXiv:1406.5768](https://arxiv.org/abs/1406.5768)
- Chen, B., Jin, Z.: Anisotropy in inflation with non-minimal coupling. [arXiv:1406.1874](https://arxiv.org/abs/1406.1874)
- Bouhamdi-Lopez, M., Wands, D.: Induced gravity with a non-minimally coupled scalar field on the brane. *Phys. Rev. D* **71**, 024010 (2005)
- Farakos, K., Paspoularides, P.: Second Randall–Sundrum brane world scenario with a nonminimally coupled bulk scalar field. *Phys. Rev. D* **73**, 084012 (2006)
- Farakos, K., Paspoularides, P.: Brane world scenario in the presence of a non-minimally coupled bulk scalar field. *Phys. Lett. B* **621** (2006)
- Kalosh, R., Linde, A.: New models of chaotic inflation in supergravity. *JCAP* **11**(2010) 011
- Linde, A., Noorbala, M., Westphal, A.: Observational consequences of chaotic inflation with nonminimal coupling to gravity. *JCAP* **1103**, 013 (2011)
- BICEP2 Collaboration, Ade, P. et al.: BICEP2 I: Detection of B-mode polarization at degree angular scales. [arXiv:1403.3985](https://arxiv.org/abs/1403.3985) [astro-ph.CO]
- Kalosh, R., Linde, A.: Non-minimal inflationary attractors. *J. Cosmol. Astroparticle Phys.* **10**, 033 (2013)

- 296 17. Belhaj, A., Diaz, P., Naciri, M., Segui, A.: On brane inflation potentials and black hole attractors. *Int.*
297 *J. Mod. Phys. D* **17**, 911–920 (2008)
- 298 18. Futamase, T., Maeda, K.: Chaotic inflationary scenario of the Universe with a nonminimally coupled
299 “inflaton” field. *Phys. Rev. D* **39**, 399 (1989)
- 300 19. Fakir, R., Unruh, W.G.: Improvement on cosmological chaotic inflation through nonminimal coupling.
301 *Phys. Rev. D* **41**, 1783 (1990)
- 302 20. Mukaigawa, S., Muta, T., Odintsov, S.D.: Finite grand unified theories and inflation. *Int. J. Mod. Phys.*
303 *A* **13**, 2739–2746 (1998)
- 304 21. Spokoiny, B.L.: Inflation and generation of perturbations in broken-symmetric theory of gravity. *Phys.*
305 *Lett. B* **147**(1–3), 39–43 (1984)
- 306 22. Salopek, D.S., Bond, J.R., Bardeen, J.M.: Designing density fluctuation spectra in inflation. *Phys. Rev.*
307 *D* **40**, 1753 (1989)
- 308 23. Libanov, M.V., Rubakov, V.A., Tinyakov, P.G.: Cosmology with non-minimal scalar field: graceful
309 entrance into inflation. *Phys. Lett. B* **442**, 63 (1998)
- 310 24. Nakayama, K., Takahashi, F.: Higgs chaotic inflation and the primordial B-mode polarization discov-
311 ered by BICEP2. *Phys. Lett. B* **734**, 96–99 (2014)
- 312 25. Hamada, Y., Kawai, H., Oda, K., Park, S.C.: Higgs inflation still alive. [arXiv:1403.5043](https://arxiv.org/abs/1403.5043) [hep-ph]
- 313 26. Bezrukov, F.L., Shaposhnikov, M.: The Standard Model Higgs boson as the inflaton. *Phys. Lett. B* **659**,
314 703 (2008)
- 315 27. Planck Collaboration, Ade, P. et al.: Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters,
316 [arXiv:1303.5076](https://arxiv.org/abs/1303.5076) [astro-ph.CO]
- 317 28. David, H.: Lyth, MSSM inflation. *JCAP* **0704**, 006 (2007)
- 318 29. Bueno Sanchez, J.C., Dimopoulos, K., Lyth, D.H.: A-term inflation and the MSSM. *JCAP* **0701**, 015
319 (2007)
- 320 30. Buchbinder, I.L., Odintsov, S.D., Shapiro, I.L.: *Effective Action in Quantum Gravity*, p. 413. IOP, CRC
321 Press, Bristol, UK (1992)
- 322 31. De Simone, A., Hertzberg, M.P., Wilczek, F.: Running inflation in the standard model. *Phys. Lett. B*
323 **678**, 1–8 (2009)
- 324 32. Faraoni, V.: Inflation and quintessence with nonminimal coupling. *Phys. Rev. D* **62**, 023504 (2000)
- 325 33. Nozari, K., Sadatian, S.D.: Non-minimal inflation after WMAP3. *Mod. Phys. Lett. A* **23**, 2933–2945
326 (2008)

Chapitre 2

Cosmologie branaire et Inflation

2.1 Introduction

L'inflation branaire est un type particulier des modèles d'inflation, elle repose par exemple sur le modèle cosmologique branaire de *Randall-Sundrum* type II qui décrit l'univers en cinq dimensions avec la présence d'une brane qui englobe toute la matière ordinaire. La dynamique d'inflation branaire est décrite par un champ scalaire caractérisé par sa pression et sa densité d'énergie. La présence de ce champ scalaire responsable de l'inflation engendre des fluctuations quantiques scalaires et tensorielles, donnant naissance aux petites inhomogénéités dans la distribution de la densité d'énergie dans l'univers aussi que des petites fluctuations dans la métrique de l'espace-temps. L'étude rigoureuse des modèles d'inflation nécessite l'introduction de différents types du potentiel du champ scalaire car on suppose durant la phase d'inflation que le champ scalaire évolue lentement vers sa valeur finale.

2.2 Cosmologie branaire

2.2.1 Scénario Branaire

Dans cette section, nous allons élaborer un bref rappel sur la cosmologie branaire dans l'espace-temps à cinq dimensions .les details peuvent être trouvés dans [36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44]. Dans ce scénario cosmologique la métrique projetée sur la brane est un espace plat de modèle de Friedmann-Robertson-Walker, avec un facteur d'échelle $a(t)$, une densité d'énergie $\rho(t)$ et une pression $p(t)$, l'équation généralisée de Friedmann sur la brane prend la forme suivante

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi}{3M_4^2} \rho \left[1 + \frac{\rho}{2T}\right] + \frac{\Lambda_4}{3} + \frac{\mu}{a^4}, \quad (2.1)$$

décrivant l'évolution du temps de $a(t)$. Ici $H(t) = \frac{\dot{a}}{a}$ définit le paramètre de Hubble et le premier terme de (2.1) est le responsable de l'inflation. M_4 est l'échelle de Planck à 4 dimensions qui est liée à M_5 à 5 dimension par :

$$M_4 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \left(\frac{M_5^2}{\sqrt{T}}\right) M_5$$

avec T is the 3-brane tension. Λ_4 is the current cosmological constant.

L'équation d'accélération nous indique si l'expansion va accélérer ou décélérer :

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} (\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3} \quad (2.2)$$

Les équations de Friedman et de l'accélération se combinent pour donner l'équation du fluide (ou équation de continuité) qui représente la conservation de l'énergie :

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0 \quad (2.3)$$

Si nous connaissons la densité et la pression des constituants de l'univers (homogène), ces équations nous permettent de décrire précisément comment l'univers évolue.

2.2.2 Inflation branaire

On considère que la brane durant la phase d'inflation est dominé par un champ scalaire homogène caractérisé par une densité d'énergie ρ et une pression p de la forme

$$\rho = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) \quad \text{et} \quad p = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi)$$

où $\dot{\phi} = \frac{d\phi}{dt}$ et $V(\phi)$ est le potentiel du champ scalaire.

L'équation de *Klein-Gordon* qui gouverne la dynamique du champ scalaire est présentée par

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi) = 0, \quad (2.4)$$

où $\ddot{\phi} = \frac{d^2\phi}{dt^2}$ et $V'(\phi) = \frac{dV(\phi)}{d\phi}$

La période d'inflation ne peut pas être réalisée que lorsque certaines conditions sont vérifiées. Pour illustrer ce fait, nous allons calculer l'équation d'accélération ou la variation seconde du facteur d'échelle par rapport au temps \ddot{a}

$$\frac{\ddot{a}}{a} = \dot{H} + H^2, \quad (2.5)$$

$$= -\frac{4\pi}{3m_{pl}^2} \left[(\rho + 3p) + \frac{\rho}{\lambda} (2\rho + 3p) \right]. \quad (2.6)$$

Durant l'inflation $\ddot{a} \succ 0$, donc l'équation (1.20) indique que

$$p \prec -\frac{\rho(\lambda + 2\rho)}{3(\lambda + \rho)}. \quad (2.7)$$

Pour $\rho \ll \lambda$, l'inéquation (1.21) se réduit au condition d'inflation standard $p \prec -\frac{\rho}{3}$.

Pour $\rho \gg \lambda$, on a la nouvelle condition $p \prec -\frac{2\rho}{3}$.

Le seul type de matière qui peut vérifier cette condition et au même temps peut donner lieu à une phase d'inflation est la constante cosmologique effective caractérisée par une équation d'état $p = -\rho$. Mais durant la domination de ce type de matière, l'inflation ne peut pas être arrêtée, il faut donc assimiler le champ scalaire à une constante cosmologique effective. Cela peut être justifiée physiquement du fait que le paramètre du *Hubble* est très grand durant

l'inflation et d'après l'équation de *Klein-Gordon* cela signifie que les variations du champ scalaire sont très petites durant l'inflation de telle manière que ce champ garde pratiquement la même valeur.

2.2.3 Approximation du roulement lent

La condition $p = -\rho$ se traduit par la relation $\frac{\dot{\phi}^2}{2} \ll V(\phi)$. Cette dernière condition constitue une approximation appelée approximation du roulement lent qui est une condition nécessaire et suffisante pour l'inflation. Pour assurer la contrainte sur $\dot{\phi}$ on doit exiger aussi que $\ddot{\phi}$ soit négligeable .

$$\left| \dot{H} \right| \ll H^2, \quad (2.8)$$

$$|\ddot{\phi}| \ll |H\dot{\phi}|. \quad (2.9)$$

Donc, on considère que l'inflation a lieu dès que ces conditions sont réalisées. Dans ces conditions, les équations (1.15) et (1.18) deviennent

$$H^2 = \frac{8\pi}{3m_{pl}^2} V \left(1 + \frac{V}{2\lambda} \right), \quad (2.10)$$

$$3H\dot{\phi} \simeq -V'. \quad (2.11)$$

Les conditions du roulement lent prennent donc les nouvelles expressions

$$\frac{m_{pl}^2}{16\pi} \left(\frac{V'}{V} \right)^2 \frac{1}{1 + \frac{V}{2\lambda}} \ll 1, \quad (2.12)$$

$$\left| \frac{m_{pl}^2}{8\pi} \left(\frac{V''}{V} \right) \frac{1}{1 + \frac{V}{2\lambda}} \right| \ll 1, \quad (2.13)$$

où $V''(\phi) = \frac{d^2V(\phi)}{d\phi^2}$ On définit ainsi les paramètres du roulement lent suivants[?]

$$\epsilon = \frac{m_{pl}^2}{16\pi} \left(\frac{V'}{V} \right)^2 \times \frac{\left(1 + \frac{V}{\lambda} \right)}{\left(1 + \frac{V}{2\lambda} \right)^2}, \quad (2.14)$$

$$\eta = \frac{m_{pl}^2}{8\pi} \left(\frac{V''}{V} \right) \times \frac{1}{\left(1 + \frac{V}{2\lambda} \right)}. \quad (2.15)$$

Durant l'inflation, les deux paramètres du roulement lent vérifient

$$\epsilon \ll 1, \quad (2.16)$$

$$|\eta| \ll 1. \quad (2.17)$$

Dans la limite des basses énergies i.e. $V \ll \lambda$, on retrouve les paramètres du roulement lent d'inflation standard.

2.2.4 Nombre e-foldings

On définit le nombre e-foldings N qui traduit le nombre de fois que la taille de l'univers a augmenté comme

$$N = -\frac{8\pi}{m_{pl}^2} \int_{\phi_i}^{\phi_f} \frac{V}{V'} \left(1 + \frac{V}{2\lambda}\right) d\phi, \quad (2.18)$$

où ϕ_i et ϕ_f sont les valeurs du champ scalaire respectivement au début et à la fin d'inflation.

2.2.5 Spectre des perturbations

Pour le spectre des perturbations scalaires en termes de H est donne par :

$$A_S^2 = \frac{4}{25} \left[\left(\frac{H}{\dot{\phi}} \right) \left(\frac{H}{2\pi} \right) \right]_{k=aH}^2 \quad (2.19)$$

$$\simeq \frac{512\pi}{75M_4^6} \frac{V^3}{V'^2} \left(1 + \frac{V}{2\lambda}\right)^3, \quad (2.20)$$

sous l'approximation du roulement lent [45]. Cependant, pour les perturbations tensorielles, il y a un changement de l'équation (2.20). L'équation ce leur spectre devient [46] :

$$A_T^2 = \frac{4}{25\pi M_4^2} H^2 F^2 (H/\mu) |_{k=aH} \quad (2.21)$$

$$\simeq \frac{32}{75M_4^4} V \left(1 + \frac{V}{2\lambda}\right) F^2 (H/\mu), \quad (2.22)$$

où

$$F(x) = \left[\sqrt{1+x^2} - x^2 \ln \left(\frac{1}{x} + \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} \right) \right]^{-1/2} \quad (2.23)$$

$$= \left(\sqrt{1+x^2} - x^2 \sinh^{-1} \frac{1}{x} \right)^{-1/2}, \quad (2.24)$$

et μ l'échelle de masse, est donnée par :

$$\mu = \frac{1}{M_4} \sqrt{\frac{4\pi\lambda}{3}}. \quad (2.25)$$

En comparant l'équation pour μ avec celle (2.33) pour H^2 , on a :

$$x^2 = \frac{H^2}{\mu^2} \simeq \frac{2V}{\lambda} \left(1 + \frac{V}{2\lambda}\right). \quad (2.26)$$

L'équation pour F se simplifie dans les limites de haute et basse énergie. Dans la limite de basse énergie nous avons $x^2 \simeq 2V/\lambda \ll 1$, et dans la limite des hautes énergies on a $x^2 \simeq (V/\lambda)^2 \gg 1$.

Alors dans la limite des basses énergies on trouve

$$F^2 \simeq \left(1 - x^2 \ln \frac{2}{x}\right)^{-1} \quad (2.27)$$

$$\simeq 1. \quad (2.28)$$

Puisque $y \succ \ln y$, pour y positif, ce qui implique que

$$2/x \succ \ln(2/x) \text{ ou } (2/x) \ln(2/x) \prec 1 \quad (2.29)$$

et donc

$$x^2 \ln(2/x) = 2x(2/x) \ln(2/x) \prec 2x \ll 1. \quad (2.30)$$

C'est comme prévu, puisque dans la limite de basse énergie, les expressions doivent être les mêmes que celles dérivées sans tenir compte des effets branaire. Dans la limite de haute énergie, utilisant $\sinh^{-1}y \simeq y - y^3/6$ pour y petite. Ainsi :

$$F^2 \simeq \left[\sqrt{1 + \left(\frac{V}{\lambda}\right)^2} - \left(\frac{V}{\lambda}\right)^2 \sinh^{-1} \frac{\lambda}{V} \right]^{-1} \quad (2.31)$$

$$\simeq \left[\frac{V}{\lambda} \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda}{V}\right)^2} - \left(\frac{V}{\lambda}\right)^2 \left(\frac{\lambda}{V} - \frac{\lambda^3}{6V^3}\right) \right]^{-1} \quad (2.32)$$

$$\simeq \left[\frac{V}{\lambda} \left(1 + \frac{\lambda^2}{2V^2}\right) - \frac{V}{\lambda} + \frac{\lambda}{6V} \right]^{-1} \quad (2.33)$$

$$= \left(\frac{\lambda}{2V} + \frac{\lambda}{6V}\right)^{-1} \quad (2.34)$$

$$= \frac{3V}{2\lambda} \gg 1 \quad (2.35)$$

que l'on trouve par [46]. Cela peut s'attendre à une augmentation de l'amplitude des ondes gravitationnelles produites dans le régime des hautes énergies, mais qui est dépendant de la valeur du champ scalaire où elle a été évalué. (Ceci est équivalent à une augmentation en R puisque A_S est fixé par la normalisation COBE.)

Le rapport entre tenseur les perturbations tensorielle et scalaires défini comme avant :

$$\mathcal{R} \equiv 16 \frac{A_T^2}{A_S^2}, \quad (2.36)$$

Lequel [47] trouve d'obeir à la même équation de cohérence que celle déjà trouvée avant :

$$\mathcal{R} \equiv -8n_T, \quad (2.37)$$

où n_T l'indice spectrale tensorielle est défini comme dans le cas standard.

Pour l'indice spectral scalaire, on peut dériver une expression sous l'approximation du roulement lent, tel que $n_s - 1 = \frac{d \ln A_S^2}{d \ln k}$ Dans le scénario branaire, nous avons $d \ln \simeq -dN \simeq -\frac{8\pi}{M_4^2} \frac{V}{V'} \left(1 + \frac{V}{2\lambda}\right) d\phi$ Ainsi, $n_s - 1 = -6\epsilon + 2\eta$, Un autre paramètre essentiel d'inflation pouvant décrire l'invariance d'échelle du spectre de puissance de perturbations scalaires, c'est ce qu'on appelle le "running" de l'indice spectral scalaire $\frac{dn_s}{d \ln k}$ définit par

$$\frac{dn_s}{d \ln k} = \frac{m_{pl}^2}{2\pi} \frac{V' \lambda}{V^2} \left(3 \frac{\partial \epsilon}{\partial \phi} - \frac{\partial \eta}{\partial \phi} \right). \quad (2.38)$$

Après cette description détaillée de la théorie de l'inflation branaire. La section suivante sera consacre à l'étude des Certains Modèles d'inflation Supersymétriques

2.3 Certains Modèles d'inflation Supersymétriques

2.3.1 Motivation

Dans les récents travaux faites à facultés des sciences ben m'sik pour le groupe de recherche de la "Cosmologie", [48, 49, 50, 51, 52] ont appliqués le formalisme du modèle de Randall Sundrum pour étudier des modèles qui semblent intéressants pour l'inflation dans le cas branaire.

Ici, nous présentons le cas d'un modèle d'inflation supersymétrique venant de terme F et terme D dans le cadre de la cosmologie branaire qui étudier dans [50, 51]

2.3.2 Formalisme de la théorie supersymétrique N=1

Les théories supersymétriques (*SUSY*) [53] sont actuellement les extensions du modèle standard (*MS*) les plus étudiés, car elles constituent une façon élégante de stabiliser la grande hiérarchie entre les échelles de grande unification (*GUT*) et électrofaible et de supprimer les divergences quadratiques dans les corrections radiatives à la masse du Higgs. L'extension du *MS* à basse énergie la plus économique, le Modèle Standard Supersymétrique Minimal, fournit de plus une unification cohérente des couplages de jauge, un mécanisme élégant de brisure radiative de la symétrie électrofaible, et une solution naturelle au problème de la matière noire. En Conséquence la recherche des particules supersymétriques et d'un spectre de Higgs étendu (comme prédit par le *MSSM*) est devenu un objectif principal pour les collisionneurs présents et futurs.

Algèbre supersymétrique

En théorie quantique des champs, une densité lagrangienne est construite de manière à être invariante sous le groupe de Poincaré. Ce groupe est lui-même une extension du groupe de Lorentz (groupe des rotation à quatre dimensions), qui possède le tenseur M_{mn} pour générateur, auquel on adjoint le vecteur P_m : le générateur du groupe des translations, avec m, n , des indices de Lorentz (ou indices vectoriels). L'algèbre du groupe de Poincaré est donnée par les relations de commutations de ses générateurs :

$$[P_m, P_n] = 0, \quad (2.39)$$

$$[M_{mn}, P_p] = i(\eta_{mp}P_n - \eta_{np}P_m), \quad (2.40)$$

$$[M_{mn}, M_{pk}] = i(\eta_{mp}M_{nk} - \eta_{mk}M_{np} - \eta_{np}M_{mk} + \eta_{nk}M_{mp}). \quad (2.41)$$

Ce groupe est étendu au groupe de super-Poincaré en ajoutant les générateurs fermioniques : Q_α et $\bar{Q}^{\dot{\beta}}$, qui sont des spineurs de Weyl ; α et $\dot{\beta}$ étant des indices spinoriels : $\alpha = 1, 2$; $\dot{\alpha} = \dot{1}, \dot{2}$. Ces générateurs satisfont les relations supplémentaires :

$$\{Q_\alpha, Q_\beta\} = 0, \quad \{\bar{Q}^{\dot{\alpha}}, \bar{Q}^{\dot{\beta}}\} = 0, \quad \{Q_\alpha, \bar{Q}^{\dot{\beta}}\} = -2(\sigma^m \epsilon)_\alpha^{\dot{\beta}} P_m \quad (2.42)$$

$$[P_m, Q_\alpha] = 0, \quad [P_m, \bar{Q}^{\dot{\beta}}] = 0, \quad [P_m, Q_\alpha] = 0, \quad (2.43)$$

$$[M_{mn}, Q_\alpha] = -i(\sigma_{mn})_\alpha^\beta Q_\beta, \quad [M_{mn}, \bar{Q}^{\dot{\alpha}}] = -i(\bar{\sigma}_{mn})^{\dot{\alpha}}_{\dot{\beta}} \bar{Q}^{\dot{\beta}} \quad (2.44)$$

avec σ_m , les matrices de Pauli. L'algèbre ainsi obtenue (relation (2.39) à (2.44)) sont alors dites graduées car elles contiennent en plus des commutateurs, des anticommutateurs. On parle aussi de superalgèbre du groupe de super-Poincaré. Alors que le groupe de Poincaré contient 10 générateurs bosoniques : P_m et M_{mn} , le groupe de Poincaré élargi contient de plus 4 générateurs fermioniques : Q_α et $\bar{Q}^{\dot{\beta}}$, soit un total de 14 générateurs.

En utilisant les matrices de Pauli et leurs propriétés par rapport à l'algèbre de Clifford, nous pouvons mettre en évidence la relation suivante :

$$\sigma^m \bar{\sigma}^n = -\eta^{mn} + 2\sigma^{mn}. \quad (2.45)$$

Il s'ensuit que :

$$tr(\sigma^m \bar{\sigma}^n) = -2\eta^{mn}. \quad (2.46)$$

Si nous appliquons cette identité à la dernière relation de la ligne (2.42), on obtient alors :

$$(\bar{\sigma}^n)^{\dot{\beta}\alpha} \{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\} = 4P^n. \quad (2.47)$$

Maintenant, prenons : $n = 0$. Si nous nous limitons aux éléments de matrice de type :

$$4\langle \psi | P^0 | \psi \rangle = \langle \psi | Q_1 \bar{Q}_{\dot{1}} + \bar{Q}_{\dot{1}} Q_1 + Q_2 \bar{Q}_{\dot{2}} + \bar{Q}_{\dot{2}} Q_2 | \psi \rangle, \quad (2.48)$$

où la relation de conjugaison pour un spineur de Weyl : $\bar{\chi}_{\dot{\alpha}} \equiv (\chi_\alpha)^*$ a été utilisée, nous obtenons :

$$4\langle \psi | P^0 | \psi \rangle = \langle \psi | Q_\alpha (Q_\alpha)^* + (Q_\alpha)^* Q_\alpha | \psi \rangle \geq 0. \quad (2.49)$$

Donc, dans une théorie supersymétrique l'énergie de tout état est définie positive. Et l'absence d'énergie du vide est la condition nécessaire et suffisante pour l'existence d'un vide supersymétrique

$$\langle 0 | P^0 | 0 \rangle = 0 \Leftrightarrow Q_\alpha | 0 \rangle = 0. \quad (2.50)$$

Cette remarque va se révéler très importante lors de l'étude de la brisure de supersymétrie.

2.3.3 Inflation hybride supersymétrique

Motivation

Nous signalons dans un premier temps qu'il existe une grande variété de modèles d'inflation. Dans les scénarios décrites par un seul champ scalaire, le modèle le plus générale et renormalisable assurant la symétrie discrète Z_2 prend la forme suivante [54]

$$V = \frac{1}{2}m^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4, \quad (2.51)$$

où ϕ représente l'inflaton, m sa masse, et λ est une constante de couplage.

La comparaison des prédictions du modèle, Eq.(2.51), avec les données observationnelles exige que [55] :

$$\left(\frac{\delta T}{T_0}\right)_Q = 6,6 \times 10^{-6} \Leftrightarrow \lambda = 6 \times 10^{-14} \text{ et } m \lesssim 10^{13} \text{ GeV}. \quad (2.52)$$

Il se trouve que cette contrainte sur λ n'est pas naturelle. L'inflation hybride a été introduite afin de résoudre ce problème à travers l'introduction d'un champ scalaire supplémentaire χ couplé à l'inflaton ϕ . Le potentiel hybride de *Linde* est défini par [56]

$$V(\phi, \chi) = \frac{1}{4}\lambda(\chi^2 - M^2)^2 + \frac{1}{2}m^2\phi^2 + \frac{1}{2}\lambda'\phi^2\chi^2, \quad (2.53)$$

où M est associé au champ scalaire χ et λ' est une constante de couplage. Notons que ce modèle résout le problème d'ajustement fin (fine tuning problem) Cependant, il souffre d'un spectre rouge (red spectrum) lié à l'indice spectrale scalaire. Par conséquent il est intéressant de considérer un potentiel d'inflation supersymétrique ayant des contributions venant des F-term et D-term [57]

2.3.4 Inflation hybride par terme F

L'inflation par terme F constitue une généralisation de la version non-supersymétrique de l'inflation hybride décrite par le potentiel (2.51). Dans ce modèle, le superpotentiel consiste en un couplage de superchamps $\Phi, \bar{\Phi}$ et le superchamp S singulet sous le groupe de jauge de la théorie de grande unification. Il est donné par [58].

$$W = \kappa S (-\mu^2 + \bar{\Phi}\Phi), \quad (2.54)$$

où κ et μ sont deux constantes positives. Le superpotentiel donné par 2.54 est le potentiel le plus générale consistant avec la symétrie continue R sous laquelle les champs se transforme comme $S \rightarrow e^{i\gamma}S$, $W \rightarrow e^{i\gamma}W$ et $\bar{\Phi}\Phi$ est un invariant.

Le potentiel scalaire obtenu à partir du superpotentiel ci-dessus est donné par :

$$V = \kappa^2 |-\mu^2 + \bar{\phi}\phi|^2 + \kappa^2 |S|^2 (|\bar{\phi}|^2 + |\phi|^2) + D - terms. \quad (2.55)$$

Les champs ϕ et $\bar{\phi}$, représentant deux champs de Higgs, font partie des supechamps Φ et $\bar{\Phi}$ respectivement. Notons que ces champs, pour un choix de représentation approprié, brisent la symétrie de jauge $U(1)$. Les corrections radiatives sont données par la formule de *Coleman-Weinberg* [59]

$$\Delta V = \frac{1}{64\pi^2} \sum (-1)^{F_i} m_i^4 \ln \left(\frac{m_i^2}{\Lambda^2} \right), \quad (2.56)$$

où la somme porte sur tous les états d'hélicité i , F_i et m_i sont les nombre fermioniques et la masse du i^{th} état respectivement, et Λ est une échelle de masse de la renormalisation. Si on se restreint aux directions plates (D -flat direction) et en portant $S, \bar{\phi}, \phi$ sur l'axe réel on obtient : $S = \sigma/\sqrt{2}$, $\phi = \bar{\phi} = \chi/\sqrt{2}$, où σ, χ sont des champs scalaires réelles normalisés, le potentiel effectif, incluant les corrections radiatives à une boucle, est le suivant :

$$V_{eff} = \kappa^2 \mu^4 \left(1 + \frac{\kappa^2}{16\pi^2} \left(\ln \left(\frac{\kappa^2 \sigma^2}{2\Lambda^2} \right) + \frac{3}{2} + \dots \right) \right). \quad (2.57)$$

Dans la suite, on utilisera ce potentiel effectif dans le but d'étudier le spectre de perturbation d'inflation dans le scénario branaire.

2.3.5 Inflation hybride par terme D

Notons que le potentiel par terme D exige l'introduction de la symétrie $U(1)$ avec le terme ξ de *Fayet-Iliopoulos*, qui est d'origine étrange. Dans le contexte de la supersymétrie globale, l'inflation par terme D est obtenue à partir du superpotentiel [60] suivant,

$$W = \lambda \Phi \Phi_+ \Phi_-, \quad (2.58)$$

où Φ , Φ_+ et Φ_- représentent trois superchamps chiraux et λ est un couplage du superpotentiel. Sous la symétrie de jauge $U(1)$, les trois superchamps chiraux prennent respectivement les charges $Q_\Phi = 0$, $Q_{\Phi_+} = +1$ et $Q_{\Phi_-} = -1$. Le potentiel scalaire obtenu à partir du superpotentiel ci-dessus est donné par

$$V(\phi_+, \phi_-, |\phi|) = \lambda^2 (|\phi|^2 (|\phi_+|^2 + |\phi_-|^2) + |\phi_+ \phi_-|^2) \quad (2.59)$$

$$+ \frac{g^2}{2} (|\phi_+|^2 - |\phi_-|^2 + \xi)^2, \quad (2.60)$$

où ϕ , ϕ_\pm représentent les composantes scalaires des superchamps Φ , Φ_\pm respectivement, g est un couplage de jauge de la symétrie $U(1)$. Le minimum globale preserve la supersymétrie, mais le groupe de jauge $U(1)$ est spontanément brisé

$$\langle \phi \rangle = \langle \phi_+ \rangle = 0, \quad \langle \phi_- \rangle = \sqrt{\xi}. \quad (2.61)$$

D'autre part, si on minimise le potentiel, pour certaines valeurs fixes de ϕ , par rapport aux autres champs, on trouve que pour $\phi > \phi_c = \frac{g}{\lambda} \sqrt{\xi}$, le minimum se trouve à $\phi_+ = \phi_- = 0$. donc, pour $\phi > \phi_c$ et $\phi_+ = \phi_- = 0$ le potentiel tree-level a une courbure nulle dans la direction de ϕ et une courbure positive et importante dans les deux directions restantes $m_\pm^2 = \lambda^2 |\phi|^2 \pm g^2 \xi$. pour des valeurs arbitraires et grandes de ϕ la valeur du potentiel tree-level reste constante et égale à $V_0 = (g^2/2) \xi^2$, donc ϕ joue naturellement le rôle du champ d'inflaton. Tout au long du processus d'inflation le terme F s'annule et l'Univers se retrouve par conséquent dominé par le terme D. Les corrections radiatives fournies par (2.56) conduisent au potentiel effectif suivant pour l'inflation D-terme [61]

$$V_{eff}(\phi) = \frac{g^2 \xi^2}{2} \left(1 + \frac{g^2}{16\pi^2} \ln\left(\frac{\phi^2 \lambda}{\Lambda^2}\right) \right). \quad (2.62)$$

Notons que la fin de l'inflation est déterminée soit par les conditions du roulement lent ou bien quand ϕ devient égale à ϕ_c .

2.3.6 Résultats et Observations

Inflation venant de terme F

Dans cette sous section, on introduit le potentiel avec terme F dans le contexte du modèle de RS [52, ?] le but de cette section est de donner des contraintes sur une variété de paramètres branaire et inflationnaire dans la limite des hautes énergies ($V \gg 2\lambda$). L'inflation se termine à $\sigma = \sigma_c$ si $\sigma_c \geq \sigma_{end}$. les valeurs du champ σ_c et σ_{end} sont données par

$$|\eta| = 1 \quad \Longrightarrow \quad \sigma_{end} = \frac{m_{pl}\sqrt{T}}{4\sqrt{2}\pi^{\frac{3}{2}}\mu^2}, \quad (2.63)$$

$$\left(\frac{\partial^2 V}{\partial \chi^2}\right)_{\chi=0} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \sigma_c = \sqrt{2}\mu \quad (2.64)$$

Ceci est équivalent à la condition

$$\sigma_c \geq \sigma_{end} \Rightarrow \sqrt{T} \leq \frac{8\pi^{\frac{3}{2}}\mu^3}{m_{pl}} \quad (2.65)$$

Eqs.(2.63 et 2.64) permet d'écrire

$$\kappa^2 < 8\pi^2 \sqrt{6P_R(k)} \quad (2.66)$$

En tenant compte de l'approximation à très hautes énergies et les Eqs.(2.64 et 2.66), on obtient

$$\mu^2 < \frac{\sqrt{6P_R(k)}}{16\pi} m_{pl}^2, \quad (2.67)$$

$$T < \frac{(6P_R(k))^{\frac{3}{2}}}{64} m_{pl}^4. \quad (2.68)$$

l'échelle fondamentale de planck est $M_5^3 = \sqrt{\frac{4\pi T}{3}} m_{pl}$, ainsi Eq.(2.68) montre que

$$M_5 < \left(\frac{\pi}{48}\right)^{\frac{1}{6}} (6P_R(k))^{\frac{1}{4}} m_{pl}. \quad (2.69)$$

La combinaison des données observationnelles de *WMAP7*, *BAO* et H_0 donnent les résultats suivants [62]

$$n_s = 0.963 \pm 0.012 \quad (68\%CL) \quad (2.70)$$

$$r < 0.24 \quad (95\%CL) \quad (2.71)$$

$$-0.061 < \frac{dn_s}{d \ln k} < 0.017 \quad (95\%CL) \quad (2.72)$$

$$P_R(k) = (2.441_{-0.092}^{+0.088}) \times 10^{-9} \quad (68\%CL) \quad (2.73)$$

En utilisant Eq.(2.73), on obtient

$$\kappa \lesssim 0.097, \quad (2.74)$$

$$\mu \lesssim 1.86 \times 10^{16} GeV, \quad (2.75)$$

$$T \lesssim 5.74 \times 10^{62} GeV^4, \quad (2.76)$$

$$M_5 \lesssim 8.38 \times 10^{16} GeV. \quad (2.77)$$

la contrainte trouvée dans l'Eq(2.74) montre que le problème de fine tuning relatif à la constante de couplage k du superpotentiel est résolu. Ces contraintes seraient utilisées dans le reste de cette section afin d'évaluer tous les paramètres du spectre de perturbation. D'autre part, la valeur du champ d'inflaton avant la fin de l'inflation σ_* , peut être obtenue à partir de Eq.(??)

$$\sigma_*^2 \simeq \frac{N m_{pl}^2 T}{16\pi^3 \mu^4} + 2\mu^2. \quad (2.78)$$

L'inflation avec terme D

Considérons maintenant, l'inflation avec terme-D dans le même contexte du scénario branaire. en se basant sur le potentiel effectif Eq (2.62). L'inflation se termine pour $\phi = \phi_c$ si $\phi_c \geq \phi_{end}$. Ces valeurs du champ d'inflaton sont données par

$$|\eta| = 1 \implies \phi_{end} = \frac{m_{pl} \sqrt{T}}{4(\pi)^{3/2} \xi}, \quad (2.79)$$

$$\left(\frac{\partial^2 V}{\partial \phi_-^2} \right)_{\phi_{\pm}=0} = 0 \implies \phi_c = \frac{g}{\lambda} \sqrt{\xi}. \quad (2.80)$$

Dans la suite, on suppose que l'inflation se termine à ϕ_c . La condition $\phi_c \geq \phi_{end}$ conduit à

$$T \leq \frac{16\pi^3 g^2 \xi^3}{m_{pl}^2 \lambda^2} \quad (2.81)$$

Eqs.(2.80 et 2.81) permet d'écrire

$$\lambda^2 < 8\pi^2 \sqrt{3P_R(k)}. \quad (2.82)$$

Dans la limite de l'approximation des très hautes énergies, à partir de Eqs.(2.81,2.82), on obtient les conditions suivantes :

$$\xi < \frac{\sqrt{3P_R(k)}}{8\pi} m_{pl}^2, \quad (2.83)$$

$$T < \frac{g^2 (3P_R(k))^{\frac{3}{2}}}{32\lambda^2} m_{pl}^4. \quad (2.84)$$

Ainsi, on peut déduire la contrainte suivante sur la masse de planck à cinq dimension

$$M_5 < \left(\frac{\pi g^2}{24\lambda^2} \right)^{\frac{1}{6}} (3P_R(k))^{\frac{1}{4}} m_{pl}. \quad (2.85)$$

Utilisant l'Eq.(2.73) et supposant que $g \sim 0.5[61]$, nous obtenons une limite supérieure sur les paramètres du modèle tel que :

$$\lambda \lesssim 0.082, \quad (2.86)$$

$$\sqrt{\xi} \lesssim 2.21 \times 10^{16} GeV, \quad (2.87)$$

$$T \lesssim \frac{10^{62}}{\lambda^2} GeV^4, \quad (2.88)$$

$$M_5 \lesssim \frac{6.27 \times 10^{16}}{\lambda^{\frac{1}{3}}} GeV. \quad (2.89)$$

la contrainte trouvée dans l'Eq (2.86) montre que le problème de fine tuning relatif à la constante de couplage λ est résolu. Pour évaluer, la valeur du champ d'inflaton correspondante ϕ_* , Eq.(2.18) permet d'écrire

$$\phi_*^2 \simeq \frac{TN m_{pl}^2}{8\pi^3 \xi^2} + \left(\frac{g}{\lambda} \right)^2 \xi. \quad (2.90)$$

Comme le cas précédent, on doit utiliser la dernière équation afin d'évaluer les paramètres inflationnaires du spectre de perturbation.

2.3.7 Paramètres des perturbations inflationnistes

Afin de comparer les contributions provenant soit du "terme-F" ou bien du "terme-D" d'inflation, nous procédons par une analyse d'une variété de paramètres de perturbation inflationnaire, en particulier l'indice spectrale scalaire n_s , le rapport tensoriel-scalaire r et le 'running' de l'indice spectrale scalaire $\frac{dn_s}{d \ln k}$ en terme du nombre d' e-foldings N . Dans la figure 1.4, nous

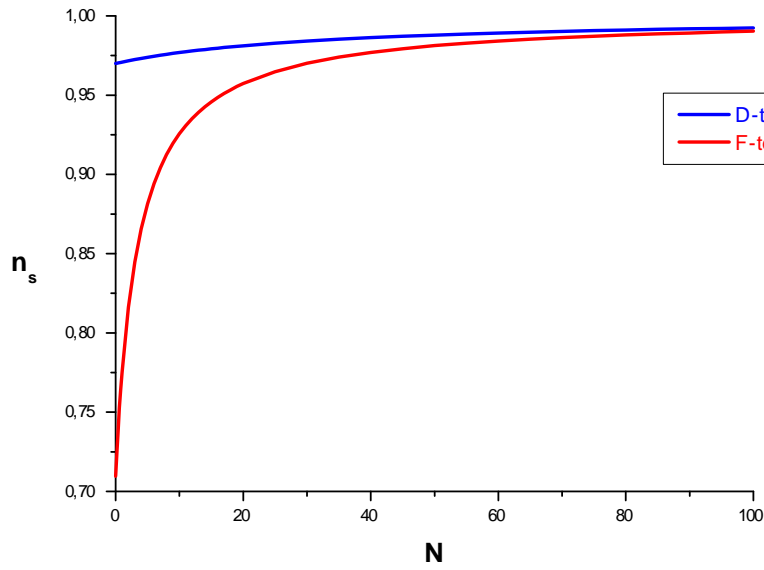


FIG. 2.1 – Figure 1.4 : n_s en fonction N pour l'inflation supersymétrique avec terme F et D.

avons tracé l'indice spectrale scalaire n_s en fonction du nombre de e-foldings N . Dans le cas du terme-F, l'indice spectrale scalaire varie lentement dans un large de domaine de variation du nombre de e-folding N . La condition observationnelle est satisfaite seulement si $16 \leq N \leq 36$.

Dans le cas du terme-D, l'indice spectrale scalaire est pratiquement constant et $n_s > 0.98$ pour n'importe quelle valeur de N .

La figure 2.4 montre un comportement décroissant de r en fonction de N . Ceci signifie que pour les grandes valeurs du nombre de e-folding la contribution des perturbations tensorielles devient plus petite, notamment négligeable dans le cas du terme-F. Cependant, le rapport r

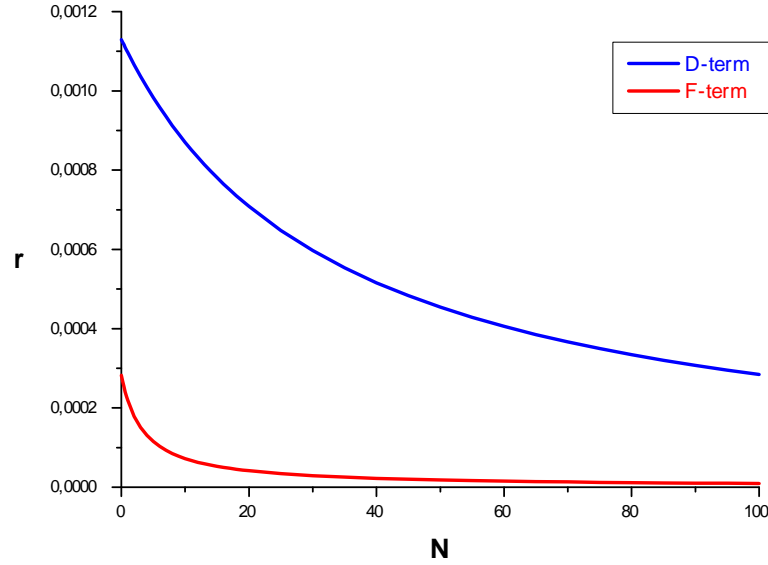


FIG. 2.2 – Figure 2.4 : r en fonction N pour l'inflation supersymétrique avec terme F et D.

est extrêmement compatible avec les données *WMAP*, *BAO* et H_0 quel que soit la valeur de N . On remarque dans la figure (3.4) que pour un large domaine de variation du nombre e-fold N le 'running' de l'indice spectral scalaire $\frac{dn_s}{d\ln k}$ est presque négligeable pour les deux cas supersymétrique et largement consistant avec les données *WMAP7*, *BAO* et H_0 .

À partir de cette étude, nous pouvons dire que les résultats théoriques obtenus par les deux modèles sont compatibles avec l'observation en particulier pour le rapport r et le "running" de l'indice spectral scalaire $\frac{dn_s}{d\ln k}$ même si la contribution des perturbations tensorielles est négligeable. Concernant l'indice spectral n_s les valeurs satisfaites par l'observation dans le cas de F-term ne sont trouvés que pour des petites valeurs de N . Ainsi, pour des grandes valeurs de N l'indice spectral $n_s > 0.98$ dans les deux cas.

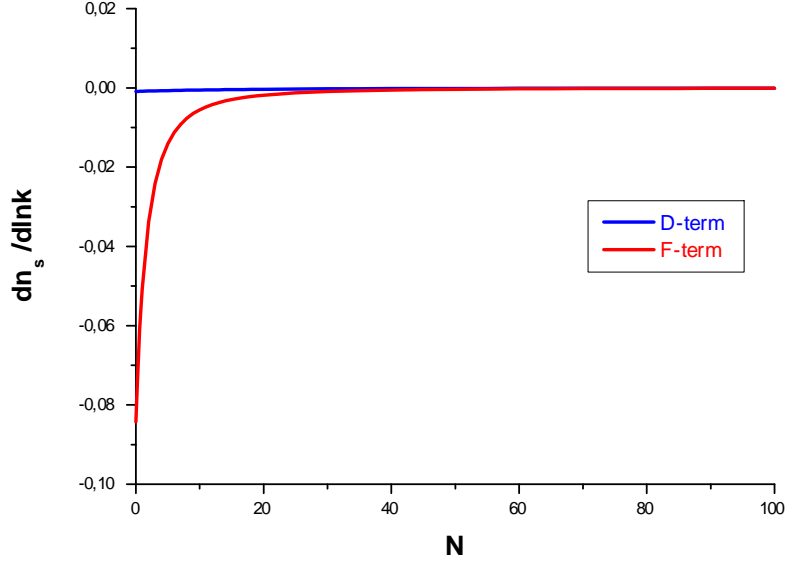


FIG. 2.3 – Figure 2.4 : $\frac{dn_s}{d\ln k}$ en fonction N pour l'inflation supersymétrique avec terme F et D.

2.3.8 Conclusion

Nous avons étudié l'inflation hybride supersymétrique avec terme F . Nous avons montré que le problème de fine tuning relatif à la constante de couplage κ est résolu. Cette étude est faite dans le cas de la grande unification supersymétrique. Puis, nous avons calculé les valeurs des observables de l'inflation qui sont compatible avec l'observation. Nous avons étudié aussi, dans la deuxième partie de ce chapitre un autre modèle de linflation hybride : l'inflation avec teme D . Nous avons utilisé un potentiel effectif en introduisant des corrections à l'aide de la formule de Coleman-Weinberg afin d'évaluer les différents paramètres du spectre de perturbations. Nous avons montré qu'on a pu ajuster le problème de fine tuning relatif à la constante de couplage λ , en adoptant une valeur de $\sqrt{\xi}$ de l'ordre de l'échelle de la grande unification. Nous avons aussi calculé les valeurs du spectre de perturbations avec un choix convenable de λ et k , de la tension de la brane T_b et du paramètre de Fayet-Iliopoulos μ et ξ .

2.4 Contribution 2 : On Brane Inflation Potentials and Black Hole Attractors

Résumé

Dans ce papier, nous avons proposé un nouveau potentiel d'inflation qui est donné par $\lambda \arctan(\phi^2)$ avec ϕ un champ scalaire. Ensuite, nous effectuons un calcul explicite des quantités inflationnistes. Ce potentiel a de nombreuses fonctionnalités intéressantes, Dans la petite approximation du champ, il reproduit les potentiels chaotiques et *MSSM*. Elle permet, dans la grande approximation du champ, de mettre en œuvre le mécanisme d'attraction pour les trous noirs du "bulk" où la géométrie de la Brane est de Sitter. En particulier, nous montrons, jusqu'à certaines hypothèses, que l'équation Friedman peut être réinterprétée comme une équation d'attraction du trou noir pour son paramètre de masse.

Article 2

On Brane Inflation Potentials and Black Hole Attractors

**International Journal of Modern Physics D, Vol. 17,
No. 6 (2008) p911--920**

ON BRANE INFLATION POTENTIALS AND BLACK HOLE ATTRACTORS

ADIL BELHAJ*, PABLO DIAZ† and ANTONIO SEGUI‡

*Departamento de Física Teórica,
Universidad de Zaragoza,
50009-Zaragoza, Spain*

*belhaj@unizar.es

†pdiaz@unizar.es

‡segui@unizar.es

MOHAMED NACIRI

*Lab/UFR–Physique des Hautes Energies,
Faculté des Sciences (FS), Rabat, Morocco*

*Groupement National de Physique des Hautes Energies,
Siège focal, FS Rabat, Morocco*

Received 29 March 2007

Revised 30 October 2007

Communicated by J. Pullin

We propose a new potential in brane inflation theory, which is given by the arctangent of the square of the scalar field. Then we perform an explicit computation for inflationary quantities. This potential has many nice features. In the small field approximation, it reproduces the chaotic and MSSM potentials. It allows one, in the large field approximation, to implement the attractor mechanism for bulk black holes where the geometry on the brane is de Sitter. In particular, we show, up to some assumptions, that the Friedmann equation can be reinterpreted as a Schwarzschild black hole attractor equation for its mass parameter.

Keywords: Inflation; braneworld model; attractor mechanism; black hole.

1. Introduction

Recently, increasing attention has been devoted to the study of inflation in connection with string theory,^{1–6} black holes^{7,8} and brane physics.^{9,10} In this regard, one of the famous works is the Randall–Sundrum (RS) model, which has been shown to be classified into two types: a model containing two branes with opposite tensions and another in which there is only one brane with positive tension. It may be thought of as sending the negative tension brane off to infinity.

The scalar potential shape turns out to be essential in inflationary models.¹¹ The well-known examples are the chaotic inflation potential dealt with in Refs. 12

and 13 and the minimal supersymmetric standard model (MSSM) inflation studied recently in Refs. 14 and 15. Besides these examples, there are several other models which have been much discussed in the literature. In particular, one has the exponential and the inverse power law potentials¹⁷ which may be used in the study of quintessence in brane and tachyonic inflation.

One of the aims of the present work is to contribute to this program by proposing a new potential in the brane inflation scenario. This potential is given by $V(\phi) = \lambda f(\frac{\phi}{\nu})$, where $f(\frac{\phi}{\nu}) = \arctg(\phi^2)$ and λ is a mass parameter specified later on. In this study ν is fixed to 1. An objective of the paper is to give an explicit computation for inflationary quantities corresponding to this potential. Then we make contact with observational results. We will see that for a large range of values of λ , one can get results in agreement with the observations.

On the other hand, the potential that we propose here has interesting features. In the very small field regime, it behaves as the chaotic potential. In this way, λ can be related to the inflaton mass. If we expand our potential at order 10, it can be identified with the one involved in the MSSM inflation. We will see that a trivial identification of these potentials puts strong constraints on the MSSM parameters. Finally, one of the nice features of our potential is that, in the large field approximation, it allows one to implement the attractor mechanism in the presence of a black hole in the bulk. For a Schwarzschild black hole, we show, up to some assumptions, that its mass is proportional to λ defining the asymptotic value of the potential. In this way, the Friedmann equation can be interpreted as an attractor equation involving the mass parameter of a bulk black hole when the geometry on the brane is a de Sitter one. We consider the presence of two effective cosmological constants; one drives the inflationary era and the other accounts for the current observations. The attractor mechanism with a bulk black hole is the one responsible for the cancellation of the inflationary cosmological constant, as observed today.

After a brief summary of brane inflation in Sec. 2, we propose the new potential, and then we discuss its inflationary aspects in Sec. 3. The idea is to give a detailed computation for some inflation quantities and make contact with the observations. Section 4 concerns a connection between the black hole in the bulk and the scale of the potential. In particular, we interpret the Friedmann equation as an attractor equation for the Schwarzschild black hole in the bulk. In this sense, we find that the mass of the black hole can be related to the asymptotic value of the potential. A conclusion is presented in Sec. 5.

2. Overview of Brane Inflation

In this section, we briefly review some basic facts on three-brane cosmology in five-dimensional space–time.¹² Related works can be found in Refs. 9, 10, 18–24. We assume that the universe is filled with a perfect fluid with energy density $\rho(t)$ and pressure $p(t)$. In the framework of the flat Friedmann–Robertson–Walker model, with a scale

factor $a(t)$, the Friedmann equation is

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi}{3M_4^2}\rho \left[1 + \frac{\rho}{2T}\right] + \frac{\Lambda_4}{3} + \frac{\mu}{a^4}, \tag{2.1}$$

describing the time evolution of $a(t)$. Here $H(t) = \frac{\dot{a}}{a}$ defines the Hubble parameter and the first term of (2.1) is responsible for inflation. M_4 is the four-dimensional Planck scale, which is related to the five-dimensional one, M_5 , by $M_4 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}}\left(\frac{M_5^2}{\sqrt{T}}\right)M_5$, where T is the three-brane tension. Λ_4 is the current cosmological constant. μ is related to the mass of the black hole in the bulk by $\mu = M_{\text{BH}}G_N^{(5)}$, where $G_N^{(5)}$ is the Newton constant in five-dimensions.¹⁸ Consider now an inflationary theory driven by a scalar field ϕ . The dynamics can be described by a perfect fluid with a time-dependent energy density $\rho = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)$ and pressure $p = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi)$. $V(\phi)$ is the dominant energy contribution to inflation. The scalar field satisfies the Klein–Gordon equation; namely,

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi) = 0, \quad V' = \frac{dV}{d\phi}. \tag{2.2}$$

The dynamics of inflation requires that the scalar field move away from the false vacuum and slowly roll down to the minimum of its effective potential.¹⁷ The slow-roll condition is characterized by two parameters:

$$\epsilon = \frac{M_4^2}{4\pi} \left(\frac{V'}{V}\right)^2 \left[\frac{T(T+V)}{(2T+V)^2}\right], \quad \eta = \frac{M_4^2}{4\pi} \left(\frac{V''}{V}\right)^2 \left[\frac{T}{2T+V}\right].$$

Inflation ends when any of the two parameters equals 1. In the slow-roll approximation, these parameters are very small, namely $\max\{\epsilon, |\eta|\} \ll 1$. In this case, it is easy to compute the number of e-foldings between the beginning and the end of inflation, given by $N = \int_{t_i}^{t_e} H dt$. If ϕ_i and ϕ_e are the values of the scalar field at the beginning and at the end of inflation respectively, then N takes the form

$$N = -8\frac{\pi}{M_4^2} \int_{\phi_i}^{\phi_e} \frac{V}{V'} \left[1 + \frac{V(\phi)}{2T}\right] d\phi. \tag{2.3}$$

The inflationary model can be tested by computing the spectrum of perturbations produced by quantum fluctuations of fields around their homogeneous background values. In the large brane tension limit, the scalar amplitude A_s^2 of density perturbation is given by

$$A_s^2 \sim \frac{512\pi}{75M_4^6} \frac{V^3}{V'^2}, \tag{2.4}$$

and the spectral index reads

$$n_s = 1 - 6\epsilon + 2\eta. \tag{2.5}$$

The above brane-world formalism has been applied to inflationary models involving many potential forms. In the present work, we shall apply this formalism

for a new potential and give a detailed computation for some inflation quantities. Then we make contact with the black hole attractor.

3. A New Inflation Potential

In this section we propose a new potential for inflation. Recall that a generic single scalar field potential, which can be characterized by two independent parameters, has the form

$$V(\phi) = \lambda f\left(\frac{\phi}{\nu}\right), \tag{3.1}$$

where λ corresponds to the vacuum energy density and ν corresponds to changes in the field value $\Delta\phi$ during inflation, which will be fixed to 1.¹¹ Different models can be obtained by taking different choices for the function f . The most famous example, which has been intensively studied, is the chaotic inflation and its phenomenological hybrid extension.⁴ It has the form

$$V(\phi) = \frac{1}{2}m^2\phi^2, \tag{3.2}$$

where m is the mass of the inflaton. Besides this example, there are several other models which have been much discussed in the literature.⁴ As mentioned in the introduction, they involve, among others, the exponential potential $V(\phi) = V_0 \exp(-\beta\phi)$ and the inverse power law potential $V(\phi) = \frac{\mu^{\alpha+4}}{\phi^\alpha}$.

The brane inflation potential that we propose to study is

$$V(\phi) = \lambda f\left(\frac{\phi}{\nu}\right) = \lambda \arctg(\phi^2). \tag{3.3}$$

This potential has many nice features; we will mention just some of them. For very small values of the field, the potential behaves as the chaotic one. Indeed, when ϕ^2 is very close to zero, at second order, one gets a chaotic inflation scenario with

$$V(\phi) = \lambda\phi^2, \tag{3.4}$$

where now λ is related to the mass of the inflaton as

$$\lambda = \frac{1}{2}m^2. \tag{3.5}$$

On the other hand, there has been proposed in Refs. 15 and 16 a potential, corresponding to soft supersymmetry breaking, with the form

$$V(\phi) = \frac{1}{2}m^2\phi^2 - A \frac{\alpha_p \phi^p}{pM_p^{p-3}} + \alpha_p^2 \frac{\phi^{2(p-1)}}{pM_p^{2(p-3)}}, \tag{3.6}$$

to study the MSSM inflation. In particular, it has been suggested in Ref. 14 that we are dealing with one of the flat directions of the MSSM. In particular, for $p = 6$ we have

$$V(\phi) = \frac{1}{2}m^2\phi^2 - A \frac{\alpha_6 \phi^6}{6M_6^3} + \alpha_6^2 \frac{\phi^{10}}{6M_6^6}. \tag{3.7}$$

This is a new type of inflation model which might work with any flat direction generating an A term. More details can be found in Refs. 14–16. It is easy to see that (3.7) can be rederived from (3.3). In the small field approximation, the Taylor expansion at order 10 of the function (3.3) gives the potential

$$V(\phi) = \lambda \left(\phi^2 - \frac{1}{3}\phi^6 + \frac{1}{5}\phi^{10} \right), \tag{3.8}$$

which has a form similar to the MSSM potential given in (3.7). A trivial identification constrains the MSSM parameters:

$$\frac{1}{2}m^2 = \frac{A\alpha_6}{2M_6^3} = \frac{5\alpha_6^2}{6M_6^6}. \tag{3.9}$$

Lastly, we mention that the computation of some inflation quantities is in agreement with the observable results.¹² Let us discuss this feature in detail. Within the slow-roll regime, we shall compute the spectral index, which is an essential quantity in inflation theory. To obtain it, we need to calculate the value of the scalar field ϕ_i at the beginning of inflation. A way of getting this value is to use the formula for the number of e-foldings and then make appropriate assumptions. Imposing the condition that the scalar field ϕ is very large, N , in our model, can be written as

$$N \simeq 4 \frac{\pi^2}{M_4^2} \left(1 + \frac{\lambda\pi}{4T} \right) \int_{\phi_e}^{\phi_i} \frac{1 + \phi^4}{\phi} d\phi. \tag{3.10}$$

Identifying ϕ_i with ϕ_{cobe} and getting ϕ_e from the end of inflation, we can find an expression for N . Performing the integral, within the slow-roll regime and at high energy physics ($V \gg T$), we get

$$N \simeq \frac{\lambda\pi 3}{TM_4^2} \left[\ln \frac{\phi_{\text{cobe}}}{\phi_{\text{end}}} + \frac{1}{4}(\phi_{\text{cobe}}^4 - \phi_{\text{end}}^4) \right]. \tag{3.11}$$

Note that, after neglecting the first term, this equation is similar to the usual chaotic inflation one, which is given by

$$N \simeq m^2(\phi_{\text{cobe}}^4 - \phi_{\text{end}}^4). \tag{3.12}$$

Setting $\varepsilon_{\text{end}} \simeq 1$, which defines the end of inflation, and taking the limit $\lambda\pi \gg 2T$, we obtain

$$\phi_{\text{end}}^4 \simeq \frac{3}{32\lambda\pi^5} M_5^6. \tag{3.13}$$

In order to estimate the value of ϕ_{cobe} , we assume that the second term on the right of (3.11) dominates. Then, we can deduce the expression of ϕ_{cobe} in terms of the number of e-foldings N :

$$\phi_{\text{cobe}}^4 \simeq \frac{3N}{\lambda\pi^4} M_5^6. \tag{3.14}$$

As we show below, to test our inflation model we have to compute the spectrum of perturbations. Indeed, a simple calculation from (2.4) reveals that the spectrum of perturbations takes the form

$$A_s^2 \simeq \frac{\pi^7 \lambda^6}{300 T^3 M_4^6} \phi_{\text{cobe}}^6. \quad (3.15)$$

The scaling relation between the tension and the mass of the inflaton, which is consistent with the observations, is obtained from (3.14) and (3.15) and reads

$$A_s \sim \frac{\lambda^3}{T^{3/2}} \frac{\phi_{\text{cobe}}^3}{M_4^3}. \quad (3.16)$$

The analogous result was obtained in Ref. 12,

$$A_s \sim \frac{\lambda^2}{T^{3/2}} \frac{\phi_{\text{cobe}}^5}{M_4^3}, \quad (3.17)$$

and plotted in Fig. 1 of that reference. We can now make use of numerical results. We assume that the number of e-foldings before the end of inflation, at which observable perturbations are generated, corresponds to $N \simeq 55$ and we take $A_s = 2 \cdot 10^{-5}$. Varying ϕ_{cobe} in terms of λ and taking different values of $M_5 < 10^{17}$ GeV, we can see that ϕ_{cobe} is always less than M_4 , which is consistent with the observations.

Using the above results and the same method used in the literature,¹² one can easily obtain the spectral index for our model. A straightforward computation from (2.5) shows that

$$1 - n_s \simeq \frac{\pi}{N\lambda}. \quad (3.18)$$

Fixing N , the spectral index will depend only on the parameter λ . When $\lambda \rightarrow \infty$, the spectral index is driven toward the Harrison–Zeldovich spectrum, $n_s = 1$.

As we have seen at the beginning of this section, in the small field regime λ is related to the mass of the inflaton in the chaotic scenario. This can be seen directly from the formula for the number of e-foldings (3.12). One might ask the following question: Is there any interpretation of λ in the large field limit? This question will be addressed in the next section.

4. Large Field Approximation and the Attractor Mechanism in Inflation

In this section we consider the large field approximation for the potential proposed in the previous section and then make contact with the attractor mechanism in the presence of a black hole in the bulk. Motivated by the result of the attractor mechanism given in Refs. 25 and 26, we will interpret the Friedmann equation (2.1) as an attractor equation involving the mass of the black hole. To do this, let us consider nonzero values for Λ_4 and μ . Recall that the parameter μ is the mass of the black hole in the bulk. For simplicity, we consider the case of a Schwarzschild black hole which is characterized only by its mass.

Let us take the large field approximation. In this regime, one has

$$V(\phi) \sim \lambda. \tag{4.1}$$

In the vanishing limit $\mu = 0$, it follows, from the Friedmann equation, that $H(t)$ should be constant, defining a de Sitter geometry. In this case the Universe expands exponentially and so the scale factor is given by

$$a(t) = a_0 \exp(Ht), \tag{4.2}$$

where a_0 is a free constant parameter, which can be fixed to 1. By integration (2.2), one can derive the time evolution of the scalar field which is consistent with (4.2). In the above approximation, (2.2) can be simplified as

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} = 0. \tag{4.3}$$

Using (4.2), the last equation is solved by

$$\phi(t) = \xi + \exp(-3Ht), \tag{4.4}$$

where ξ is a constant field. At this point, there are some comments. The first one is that, in the case of $\xi = 0$, the field solution becomes

$$\phi(t) = \exp(-3Ht) \tag{4.5}$$

and goes rapidly to zero so that the potential tends to the chaotic limit. The second one is that we may interpret ξ as the value of the scalar field when t goes to infinity and so we can write

$$\phi(t) = \phi_\infty + \phi_0 \exp(-3Ht). \tag{4.6}$$

The large field approximation requires that ϕ_∞ should be very large. In this way, the scalar field is almost constant and tends to a very large value as t tends to infinity.

Take now a generic nonzero value for μ . In this way H is no longer constant. However, a constant value for H requires a particular form for the mass of the black hole in the bulk. A simple inspection shows that μ should take the form

$$\mu \sim a^4. \tag{4.7}$$

With this condition at hand we will interpret the Friedmann equation as an attractor equation. To do so, we will restrict ourself to a de Sitter geometry corresponding to a specific constraint on H^a :

$$3H^2 = \Lambda_4. \tag{4.8}$$

For a large value of the brane tension, we can show that

$$\mu(t) \sim -\lambda e^{4Ht}. \tag{4.9}$$

^aNote that this equation may be interpreted as the four-dimensional Einstein equations on the brane in the presence of a positive cosmological constant.

In the case where H takes small values, i.e. in the limit $Ht \ll 1$, the mass of the black hole becomes

$$\mu(t) = \mu \sim -\lambda. \quad (4.10)$$

This equation relates the mass of the black hole in the bulk to the asymptotic value of the potential. If we forget, for a while, about the negative sign, it can be interpreted as an attractor equation for a Schwarzschild black hole. Note that (4.10) is slightly different from the one used in the attractor mechanism of an $N = 2$ supersymmetric extremal black hole embedded in string theory compactified on Calabi–Yau threefolds.²⁵ In our case we obtain a relation involving the mass of the black hole instead of the mass square, as usually appears in the $N = 2$ attractor equations. The mass parameter, in our case, seems to behave as the charge in the attractor mechanism, although it is fixed at infinity and not at the horizon. We believe that this difference is due to the absence of supersymmetry in this study. There has been discovered a sort of susy (pseudosusy) in a relation between domain wall and cosmological solutions²⁷; the deviation of our analysis from the standard result might be related to this fact. Recently a relation between the wrapped D3 and D5 branes on cycles of the resolved conifold and inflation has been reported in Refs. 28 and 29. Our model can be understood by the supersymmetric ones when susy is broken by the presence of the D3–D5 brane system and fluxes; a sort of pseudosusy would be behind the attractor mechanism we commented on before. In this way, the above scalar field appearing in our potential could be identified with a scalar mode of the R – R B field on the two-cycle of the small resolution of the conifold. In connection with nonsupersymmetric Calabi–Yau black hole attractor,³⁰ it should be interesting to determine the entropy function using flux compactification on the resolved conifold. We hope some new results in this direction will be presented in the future.³¹

As is usual, the instability corresponding to negative mass can be solved by introducing a brane with negative tension. Indeed, using the Friedmann equation and (4.8), we have

$$\mu = -\frac{2\pi^2}{3M_4^2} \lambda a_0^4 \left[1 + \frac{\pi\lambda}{2T} \right]. \quad (4.11)$$

This equation indicates that the mass of the black hole in the bulk is related to the brane tension and the value of the potential at infinity. In the high energy limit, $\pi\lambda \gg 2|T|$, (4.11) gets reduced to

$$\mu = \frac{\pi^3}{3|T|M_4^2} \lambda^2 a_0^4. \quad (4.12)$$

From this relation it is clear that in order to interpret it as an attractor equation, $\mu \simeq \frac{\pi}{2}\lambda = V(\phi)|_{\phi \rightarrow \infty}$, a constraint on the brane tension is required. This is given by

$$|T| = \frac{\pi^2\lambda}{3M_4^2} a_0^4. \quad (4.13)$$

We interpret this result in the following way. The black hole in the bulk is placed near the second brane with negative tension ($T < 0$). The radiation of this black hole contributes to the Friedmann equation (2.1) with the term $\frac{\mu}{a^4}$.

5. Conclusion

In this paper, we have proposed a new potential in the brane inflation scenario. After computing the main inflation parameters and checking that they agree with the observational results, we have implemented the attractor mechanism using a black hole in the bulk in a particular way. The discussion of the fourth section is easily extended to more general potentials. It is only necessary for there to be a constant positive value of the potential at infinity. Potentials of this kind are, in general, consistent with the slow-roll conditions. Our potential has an extra bonus. In the small field regime, it reproduces the chaotic model as well as the MSSM inflation potential.

The result may be summarized as follows:

- (1) First, we have achieved a quantitative study and computed inflationary quantities. In order to make contact with the observational data, several bounds can be imposed on our potential so that the results are in agreement.
- (2) In the large field approximation, we have made contact with the black hole in the bulk. For a Schwarzschild black hole solution, we have shown that its mass is proportional to λ defining the asymptotic value of the potential. This has been done with the help of the Friedmann equation, which may be reinterpreted as an attractor equation in the de Sitter background.

Our work opens the way for further studies. In connection with inflation in string theory, one may consider models with several scalar fields, ϕ_i . These fields can be identified with the R - R B field on two-cycles of the Calabi–Yau manifolds. In this way, the total potential takes the form

$$V(\phi_i) = \sum_i \lambda_i \operatorname{arctg}(\phi_i^2), \quad i = 1, \dots, h^{1,1}, \tag{5.1}$$

where $h^{1,1}$ is the number of the Kahler deformations of the Calabi–Yau manifold. Another natural extension of the present results includes other types of black hole solutions. We think that the relation between the inflationary potential and the attractor mechanism in the Calabi–Yau black hole physics deserves a better understanding. We hope to report elsewhere on these open questions.

Acknowledgments

We are grateful to E. H. Saidi for discussions and collaborations related to this work. A. Belhaj and M. Naciri would like to thank J. Houda for discussions. A. Belhaj thanks S. Montanez for discussions and hospitality. This work has been supported by MCYT (Spain) under grant FPA 2003-02948. M. Naciri is supported by the program Protars III D12/25, CNRST (Morocco).

References

1. R. Brandenberger, hep-th/0701157.
2. C. P. Burgess, *Pramana* **63** (2004) 1269 [hep-th/0408037].
3. J. M. Cline, hep-th/0501179.
4. A. Linde, eConf C040802 (2004) L024; *J. Phys. Conf. Ser.* **24** (2005) 151 [hep-th/0503195].
5. L. Pilo, A. Riotto and A. Zaffaroni, *J. High Energy Phys.* **0407** (2004) 052 [hep-th/0401004].
6. S. Kachru, R. Kallosh, A. Linde, J. Maldacena, L. McAllister and S. P. Trivedi, *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **0310** (2003) 013 [hep-th/0308055].
7. S. G. Rubin, astro-ph/0511181.
8. P. P. Velino, *Phys. Rev. D* **72** (2005) 124004 [astro-ph/0510052].
9. L. Randall and R. Sundrum, *Phys. Rev. Lett.* **83** (1999) 3370 [hep-ph/9905221].
10. L. Randall and R. Sundrum, *Phys. Rev. Lett.* **83** (1999) 4690 [hep-th/9906064].
11. A. Riotto, hep-ph/0210162.
12. R. Maartens, D. Wands, B. A. Bassett and I. P. C. Heard, hep-ph/9912464.
13. E. Papantonopoulos and V. Zamarias, *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **10** (2004) 001 [gr-qc/0403090].
14. R. Allahverdi, J. Garcia-Bellido, K. Enqvist and A. Mazumdar, hep-ph/0605035.
15. D. H. Lyth, hep-ph/0605283.
16. J. C. Bueno Sanchez, K. Dimopoulos and D. H. Lyth, *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **0701** (2007) 015 [hep-ph/0608299].
17. A. D. Linde, *Phys. Lett. B* **108** (1982) 389.
18. P. Brax, C. Van de Bruck and A. C. Davis, *Rep. Prog. Phys.* **67** (2004) 2183 [hep-th/0404011].
19. P. Binetruy, C. Deffayet, U. Ellwanger and D. Langlois, *Phys. Lett. B* **477** (2000) 2815 [hep-th/9910219].
20. R. Maartens, D. Wands, B. A. Bassett and I. Heard, *Phys. Rev. D* **62** (2000) 041301.
21. R. Maartens, *Living Rev. Rel.* **7** (2004) 7 [gr-qc/0312059].
22. E. E. Flanagan, S.-H. Tye and I. Wasserman, *Phys. Rev. D* **62** (2000) 044039 [hep-ph/9910498].
23. E. Papantonopoulos and V. Zamarias, *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **11** (2006) 005 [gr-qc/0608026].
24. A. R. Liddle, astro-ph/9901124.
25. R. Kallosh, N. Sivanandam and M. Soroush, *J. High Energy Phys.* **0603** (2006) 060 [hep-th/0602005].
26. D. Astefanesei, K. Goldstein and S. Mahapatra, hep-th/0611140.
27. K. Skenderis and P. K. Townsend, hep-th/0610253.
28. M. Becker, L. Leblond and S. E. Shandera, 0709.1170 [hep-th].
29. T. W. Grimm, 0710.3883 [hep-th].
30. P. Kaura and A. Misra, *Fortschr. Phys.* **54** (2006) 1109 [hep-th/0607132].
31. Work in progress.

Chapitre 3

Inflation dans le Modèle Standard Supersymétrique Minimal

3.1 Introduction

L'inflation du *MSSM* (*Model Minimal Supersymétrique Standard*) se produit avec les valeurs des champs bien au-dessous de l'échelle de Planck. Ainsi, il est en fort contraste avec les modèles d'inflation classiques qui sont basés sur les champs singulet ad hoc de jauge et emploient souvent des valeurs de champ proche de l'échelle de Planck. Dans ces modèles, les couplages de l'inflaton à la physique du *MS* ne sont pas connus. En conséquence, une grande partie de l'évolution post-inflationniste, comme réchauffage, thermalisation, la génération d'asymétrie baryonique et matière noire froide, qui dépendent tous sur la façon dont l'inflation se couple au secteur du *MS*, n'est pas calculable à partir des premiers principes. Le grand mérite de l'inflation du *MSSM* basée sur les directions planes, c'est que les couplages de l'inflaton des particules du modèle standard sont connues et, du moins en principe, mesurables dans des expériences de laboratoire tels que le *LHC* ou un futur collisionneur linéaire.

Cependant, comme dans presque tous les modèles d'inflation, un réglage fin de la condition initiale est nécessaire pour placer la direction du champ ϕ plate au voisinage immédiat du

point selle ϕ_0 au début de l'inflation. En outre, il y a la question de la stabilité de la solution du point selle et de l'existence d'un régime de *roulement lent*. Ce sont des questions que nous souhaitons aborder dans le détail dans le présent document. La supergravité et les corrections radiatives au potentiel inflaton de la direction plane doivent être pris en considération. C'est pourquoi nous avons besoin d'écrire et de résoudre les équations du groupe de renormalisation (*GR*) pour les directions planes du *MSSM*. Les équations du *GR* sont également nécessaires pour mettre en échelle les paramètres du modèle, telles que la masse de l'inflaton, jusqu'à l'échelle du *TeV*, puisque la masse de l'inflaton est liée soit aux squarks ou aux masses des sleptons, elle peut être mesurée par *LHC* ou un futur collisionneur linéaire.

Comme les couplages de l'inflaton à la matière ordinaire sont connus, la désintégration de l'inflaton et la thermalisation sont des processus qui peuvent être calculés de façon non ambiguë. Contrairement à beaucoup de modèles avec un inflaton singulet, dans l'inflation du *MSSM*, le potentiel approprié pour la désintégration et la thermalisation ne peut pas être réglée indépendamment de la partie roulement lent du potentiel.

3.2 Inflation du MSSM

3.2.1 Potentiel du MSSM

Résumons les principales caractéristiques de l'inflation du *MSSM* dans une direction plane [63]. Comme on le sait, dans la limite de la brisure de la supersymétrie, les directions planes ont exactement un potentiel nul. Cette situation change si l'on tient compte de la brisure douce de la supersymétrie et les termes du superpotentiel non-renormalisables de type[64] :

$$W_{non} = \sum_{n>3} \frac{\lambda_n}{n} \frac{\Phi^n}{M^{n-3}}, \quad (3.1)$$

où Φ est un superchamp qui contient la direction plane. Dans le *MSSM*, toutes les directions planes sont levées par des opérateurs non renormalisables avec $4 \leq n \leq 9$ [65], où n dépend de la direction plane. Nous nous attendons à ce que les effets quantiques de la gravité produisent

$M = M_P = 2,4 \times 10^{18} GeV$ et $\lambda_n \sim \mathcal{O}(1)$.

Concentrons-nous sur le terme du superpotentiel d'ordre plus bas dans l'équation. (3.1) qui lève la direction plane. La brisure de la supersymétrie douce induit un terme de masse pour ϕ et un A-terme de sorte que le potentiel scalaire le long de la direction plane se traduit

$$V = \frac{1}{2}m_\phi^2\phi^2 + A \cos(n\theta + \theta_A) \frac{\lambda_n\phi^n}{nM_P^{n-3}} + \lambda_n^2 \frac{\phi^{2(n-1)}}{M_P^{2(n-3)}}, \quad (3.2)$$

Ici ϕ et θ dénotent respectivement les coordonnées radial et angulaire du champ scalaire complexe $\Phi = \phi \exp[i\theta]$, tandis que θ_A est la phase du terme A (A est donc une quantité positive de dimension de masse). Notez que les premier et troisième termes de l'équation. (3.2) sont définis positifs, tandis que les termes A mènent à une contribution négative le long des directions chaque fois que $\cos(n\theta + \theta_A) < 0$.

En principe, dans le terme A tous les termes du superpotentiel d'une dimension donnée n peuvent entrer avec un coefficient différent A_n , qu'ils soient liés ou non dépendent des détails du mécanisme de la brisure de la supersymétrie.

3.2.2 Point de selle

L'impact maximum du terme A est obtenue lorsque $\cos(n\theta + \theta_A) = -1$ (ce qui se produit pour n valeurs de θ). Le long de ces directions V possède un minimum secondaire à $\phi = \phi_0 \sim (m_\phi M_P^{n-3})^{1/n-2} \ll M_P$ (le minimum global est à $\phi = 0$), à condition que [63]

$$A^2 \geq 8(n-1)m_\phi^2. \quad (3.3)$$

À ce minimum la courbure du potentiel est positive à la fois le long de la direction radiale et angulaire avec

$$V \sim m_\phi^2\phi_0^2 \sim m_\phi^2 (m_\phi M_P^{n-3})^{2/(n-2)}.$$

Comme discuté dans [63], si le minimum local est trop raide, le champ est pris au piège avec une inflation qui n'a pas de sortie gracieuse comme dans le scénario d'inflation ancienne [66].

D'autre part, dans une limite opposée, avec un point d'inflexion, une seule direction plane ne peut pas soutenir l'inflation.

Toutefois, dans le cas de la brisure de la supersymétrie de la gravité, le A -terme et le terme de masse de la brisure douce de la supersymétrie doivent être du même ordre de grandeur que la masse du gravitino, c'est à dire :

$$m_\phi \sim A \sim m_{3/2} \sim \mathcal{O}(1) \text{ TeV} \quad (3.4)$$

Par conséquent, comme cela a été souligné dans [63], dans la brisure de la supersymétrie de la gravité, il est possible que la barrière de potentiel disparaît réellement et l'inégalité dans l'équation (3.3) est saturée de telle sorte que A et m_ϕ sont liés par

$$A^2 = 8(n-1)m_\phi^2. \quad (3.5)$$

Cela représente un réglage fin et sera discuté en détail dans les sections suivantes. Cependant, nous allons maintenant supposer, pour les besoins de l'argumentation que l'équation (3.5) détient. Ensuite, les dérivées première et seconde de V s'annulent à ϕ_0 , soit $V'(\phi_0) = 0$, $V''(\phi_0) = 0$. Comme les résultats, si initialement $\phi \sim \phi_0$, une phase de roulement lent de l'inflation est entraînée par la troisième dérivée du potentiel.

Notez que ce comportement ne semble pas possible pour d'autres scénarios de brisure de la supersymétrie tels que la brisure de la jauge de médiation [67] or "split" SUSY [68]. Dans la supersymétrie "split", le terme A est protégé par une R -symétrie, qui maintient également la lumière des gauginos tandis que les sfermions sont assez lourds [68].

3.2.3 Roulement lent

Le potentiel proche du point selle équation (3.5) est très plane le long de la direction réelle, mais pas dans le sens imaginaire. Le long de la direction de l'imaginaire la courbure est déterminée par m_ϕ . Autour de ϕ_0 le domaine se trouve sur un plateau avec une énergie potentielle

$$V(\phi_0) = \frac{(n-2)^2}{2n(n-1)} m_\phi^2 \phi_0^2 \quad (3.6)$$

avec

$$\phi_0 = \left(\frac{m_\phi M_P^{n-3}}{\lambda_n \sqrt{2n-2}} \right)^{1/(n-2)} \quad (3.7)$$

Il en résulte un taux d'expansion de Hubble au cours de l'inflation qui est donnée par :

$$H_{\text{inf}} = \frac{(n-2)}{\sqrt{6n(n-1)}} \frac{m_\phi \phi_0}{M_P}. \quad (3.8)$$

Lorsque ϕ est très proche de ϕ_0 , la dérivée première est extrêmement faible. Le champ est efficace dans un contexte de Sitter, et nous sommes dans un régime d'auto-reproduction (ou d'inflation éternelle) où la fonction à deux points de corrélation pour la fluctuation de la direction plane croît avec le temps. Mais finalement les frottements classiques et le roulement lent commence à $\phi \approx \phi_{\text{self}}$ [63].

$$(\phi_0 - \phi_{\text{self}}) \simeq \left(\frac{m_\phi \phi_0^2}{M_P^3} \right)^{1/2} \phi_0. \quad (3.9)$$

Le potentiel du roulement lent dans ce cas, se lit

$$V(\phi) = V(\phi_0) + \frac{1}{3!} V'''(\phi_0) (\phi - \phi_0)^3 + \dots, \quad (3.10)$$

$$V'''(\phi_0) = 2(n-2)^2 \frac{m_\phi^2}{\phi_0}. \quad (3.11)$$

Nous pouvons maintenant résoudre l'équation du mouvement pour le champ ϕ dans l'approximation du roulement lent,

$$3H\dot{\phi} = -\frac{1}{2} V'''(\phi_0) (\phi - \phi_0)^2, \quad (3.12)$$

En supposant que les conditions initiales telles que la direction plane commence au voisinage de ϕ_0 avec $\dot{\phi} \approx 0$. L'inflation se termine lorsque le paramètre du roulement lent, $\epsilon \equiv (M_P^2/2) (V'/V)^2$ devient à $\mathcal{O}(1)$. Cela se produit à

$$(\phi_0 - \phi_{\text{end}}) \sim \frac{\phi_0^3}{2n(n-1)M_P^2}. \quad (3.13)$$

qui se trouve être aussi le lieu où l'autre paramètre de roulement lent $\eta \equiv M_P^2 (V''/V)$ devient $\mathcal{O}(1)$. Le nombre de "e-foldings" pendant le roulement lent de ϕ à ϕ_{end} est donné par

$$\mathcal{N}_e(\phi) = \int_\phi^{\phi_{\text{end}}} \frac{H_{\text{inf}} d\phi}{\dot{\phi}} \simeq \frac{\phi_0^3}{2n(n-1)M_P^2(\phi_0 - \phi)}, \quad (3.14)$$

où nous avons utilisé $V'(\phi) \sim (\phi - \phi_0)^2 V'''(\phi_0)$ (cela est justifié puisque $V'(\phi_0) \sim 0$, $V''(\phi_0) \sim 0$), et l'équation (3.12). Le nombre total de "e-foldings" dans le régime de roulement lent est alors trouvé à partir de l'équation (3.9)

$$\mathcal{N}_{tot} = \frac{1}{2n(n-1)} \left(\frac{\phi_0^2}{m_\phi M_P} \right)^{1/2} \quad (3.15)$$

Les perturbations observationnelles importantes sont générées lorsque le nombre de e-folding entre ϕ_{COBE} et ϕ_{end} , désignés par \mathcal{N}_{COBE} suivant l'équation (3.14).

$$\mathcal{N}_{COBE} \simeq \frac{\phi_0^3}{2n(n-1)M_P^2(\phi_0 - \phi_{COBE})}. \quad (3.16)$$

L'amplitude de la perturbation ainsi produite est donnée par

$$\delta_H \equiv \frac{1}{5\pi} \frac{H_{inf}^2}{\phi} \simeq \frac{1}{5\pi} \sqrt{\frac{2}{3}n(n-1)(n-2)} \left(\frac{m_\phi M_P}{\phi_0^2} \right) \mathcal{N}_{COBE}^2, \quad (3.17)$$

où nous avons utilisé les équations. (3.8, 3.10 et 3.16). En plus, après l'utilisation de ces équations, l'inclinaison spectrale du spectre de puissance et son fonctionnement sont obtenus :

$$n_s = 1 + 2\eta - 6\epsilon \simeq 1 - \frac{4}{\mathcal{N}_{COBE}} \quad (3.18)$$

$$\frac{dn_s}{d \ln k} = -\frac{4}{\mathcal{N}_{COBE}^2} \quad (3.19)$$

Propriétés et prédictions

Comme discuté dans [63], parmi les quelque 300 directions planes, il y a deux qui peuvent conduire à une inflation de succès selon les lignes décrites ci-dessus. L'une est *udd* qui, à un facteur de phase global, est paramétré par

$$u_i^\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}\phi, d_j^\beta = \frac{1}{\sqrt{3}}\phi, d_k^\gamma = \frac{1}{\sqrt{3}}\phi. \quad (3.20)$$

Ici, $1 \leq \alpha, \beta, \gamma \leq 3$ sont des indices de couleur, et $1 \leq i, j, k \leq 3$ désignent les familles de quarks. Les contraintes de planéité exigent que $\alpha \neq \beta \neq \gamma$ et $i \neq j$. L'autre direction est *LLe*, paramétré par (jusqu'à un facteur de phase global)

$$L_i^a = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 0 \\ \phi \end{pmatrix}, L_j^b = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} \phi \\ 0 \end{pmatrix}, e_k = \frac{1}{\sqrt{3}}\phi, \quad (3.21)$$

où $1 \leq a, b \leq 2$ sont les indices d'isospin faible et $1 \leq i, j, k \leq 3$ représentent les familles des leptons. Les contraintes de planéité exigent que $a \neq b$ et $i \neq j \neq k$. Ces deux directions planes sont soulevés par $n = 6$ opérateurs non renormalisables.

$$W_6 \supset \frac{1}{M_P^3} (LLe)(LLe), \quad W_6 \supset \frac{1}{M_P^3} (udd)(udd). \quad (3.22)$$

La raison du choix de l'une de ces deux directions planes est double : (i) un terme A non trivial se pose, à l'ordre plus bas, seulement pour $n = 6$, et (ii) nous souhaitons obtenir la normalisation *COBE* correcte du spectre *CMB*. Ces directions planes du *MSSM* qui sont soulevés par les opérateurs de dimension $n = 7, 9$ sont tels que le terme du superpotentiel contient au moins deux monomes, soit

$$W \sim \frac{1}{M_P^{n-3}} \Psi \Phi^{n-1}. \quad (3.23)$$

Si ϕ représente la direction plane, alors sa *VEV* induit un grand terme de masse effective pour ψ , à travers les couplages de Yukawa, de sorte que $\langle \psi \rangle = 0$. D'où l'équation (3.23) ne contribue pas pour le terme A . Plus important encore, comme nous allons le voir, toutes les autres directions planes, à l'exception de celles soulevées par $n = 6$, ne parviennent pas à obtenir l'amplitude droit pour les perturbations de densité. En effet, comme on peut le voir dans l'équation. (3.7), la valeur de ϕ_0 , et donc également la densité d'énergie, dépendent de n . Selon les arguments présentés ci-dessus, avec une inflation sur la direction plane du *MSSM* dispose d'autres paramètres du modèle, ci-dessous :

$$m_\phi \sim (1 - 10) \text{ TeV}, \quad n = 6, \quad A = \sqrt{40} m_\phi, \quad \lambda \sim \mathcal{O}(1). \quad (3.24)$$

Ici, nous supposons que λ est d'ordre un, ce qui est l'hypothèse la plus naturelle lorsque $M = M_P$. Le taux d'expansion de Hubble pendant l'inflation et le *VEV* du point selle sont :

$$H_{\text{inf}} \sim 1 - 10 \text{ GeV}, \quad \phi_0 \sim (1 - 3) \times 10^{14} \text{ GeV}. \quad (3.25)$$

Notons que les deux échelles sont sous-Planck. La densité d'énergie totale emmagasinée dans le potentiel inflaton est $V_0 \sim 10^{36}$ à 10^{38} GeV . Le fait que ϕ_0 est sous-Planck garantit que

le potentiel inflationniste est libre à partir des incertitudes de la physique des $VEVs$ super-Planck . Le nombre total de "e-foldings" au cours de l'évolution du roulement lent est assez grand pour, voir Eq. (3.15) :

$$\mathcal{N}_{tot} \sim 10^3, \quad (3.26)$$

Les zones qui sont initialement proches de ϕ_{self} à ϕ_0 voir (3.9), peuvent entrer en auto-reproduction pour une inflation éternelle, sans conséquences observables. À ces échelles faibles comme dans l'inflation du $MSSM$, le nombre de "e-foldings", \mathcal{N}_{COBE} nécessaire pour les observations, les perturbations pertinentes, est bien inférieur à 60 [69]. Si l'inflaton se désintègre immédiatement après la fin de l'inflation, on obtient $\mathcal{N}_{COBE} \simeq 50$. Malgré l'échelle faible, la direction plane peut générer des perturbations de densité adéquate afin d'expliquer la normalisation $COBE$. Ceci est dû à la planéité du potentiel extrême (rappelons que $V' = 0$), ce qui provoque la vitesse du roulement de la direction plane d'être très faible. A partir de l'équation.(3.17), nous trouvons une amplitude de

$$\delta_H \simeq 1.91 \times 10^{-5}. \quad (3.27)$$

Il existe une contrainte sur la masse de la direction plane de l'amplitude de l'anisotropie CMB :

$$m_\phi \simeq (100 \text{ GeV}) \times \lambda^{-1} \left(\frac{\mathcal{N}_{COBE}}{50} \right)^{-4} \quad (3.28)$$

Nous obtenons une limite inférieure du paramètre de masse quand $\lambda \leq 1$. Pour les petites valeurs de $\lambda \ll 1$, la masse de la direction plane doit être supérieure. Notons que la limite supérieure de la masse de l'inflaton s'élève à des grandes échelles ie $\phi = \phi_0$. Cependant, à travers les flux du groupe de renormalisation, il est lié à la masse de petite échelle. L'inclinaison spectrale du spectre de puissance n'est pas négligeable car, même si le premier paramètre du roulement lent est $\epsilon \sim 1/\mathcal{N}'_{COBE}$, l'autre paramètre du roulement lent est donné par $\eta = -2/\mathcal{N}_{COBE}$ et ainsi

$$n_s \sim 0.92 \quad (3.29)$$

$$\frac{dn_s}{d \ln k} \sim -0.002 \quad (3.30)$$

où nous avons pris $\mathcal{N}_{COBE} \sim 50$ (qui est la valeur maximale autorisée pour l'échelle de l'inflation dans notre modèle). En l'absence de modes tensoriels, ce qui concorde avec les données actuelles de *WMAP* ans, 2σ [70]. Notons que l'inflation du *MSSM* ne produit pas de fond stochastique grande d'onde gravitationnelle lors de l'inflation. Les ondes de gravité dépendent du taux d'expansion de Hubble, et dans notre cas, la densité d'énergie stockée dans l'inflation du *MSSM* est très faible.

3.2.4 Sensibilité de l'inflation au point selle

Dans les sections précédentes, et en Réf. [63] la dynamique de la direction plane de l'inflaton a été discuté en supposant que l'équation condition du point selle. (3.5) est satisfaite exactement. La question est alors de savoir comment une grande déviation peut être accordée avant qu'un roulement lent de l'inflation soit détruit. Il y a évidemment deux possibilités distinctes : soit $A \succ \sqrt{8(n-1)}m_\phi$ ou $A \prec \sqrt{8(n-1)}m_\phi$. (Bien que nous prenons toujours $n = 6$ dans le présent document, nous gardons n ici pour généraliser le formalisme.) Dans le premier cas, il y a une barrière qui sépare le minimum global $\phi = 0$ et le faux minimum à $\phi \simeq \phi_0$. La trajectoire éventuelle de l'inflation commence près du haut de la barrière. Le champ peut soit commencer par le haut, soit vers le voisinage du faux minimum via l'effet tunnel de Coleman-de Luccia [?]. Comme nous le verrons, si la barrière est trop élevée, il n'y aura pas d'inflation vers le haut. Dans ce dernier cas il n'y a pas de minimum, mais le potentiel peut être trop raide pour l'inflation du roulement lent. Par conséquent, nous devons analyser les deux cas séparément. Toutefois, la pente du potentiel est un problème qui est commun aux deux cas et est adressée à la fin de la présente section.

Pour faciliter la discussion, nous allons définir

$$\delta \equiv \frac{A^2}{8(n-1)m_\phi^2} \equiv 1 \pm \left(\frac{n-2}{2}\right)^2 \alpha^2. \quad (3.31)$$

Ici, nous allons supposer que $\alpha \ll 1$. Avant de commencer les calculs, nous tenons à souligner que les principaux résultats de cette section sont résumés dans la figure.(5.2)

Ce rendement n'a pas de contrainte sur la pente spectrale comme une valeur compatible avec une inflation du roulement lent suffisant (ie un nombre $\geq \mathcal{N}_{COBE}$ des e-folding) permis.

Le potentiel pour $\delta > 1$

Dans ce cas il existe deux extrema, un maximum(-) et un minimum (+),

$$\phi_{\pm} = \phi_0 \left[\sqrt{\delta} \pm \sqrt{\delta - 1} \right]^{\frac{1}{N6\epsilon}} = \phi_0 \left(1 \pm \frac{\alpha}{2} + \mathcal{O}(\alpha^2) \right), \quad (3.32)$$

et un point d'inflexion ϕ_i

$$\phi_i = \phi_0 \left(1 + \frac{n-2}{32} \alpha^2 + \mathcal{O}(\alpha^4) \right). \quad (3.33)$$

On peut alors exprimer le potentiel et ses dérivées aux extrema ϕ_- et ϕ_+ comme des fonctions de α ,

$$V(\phi_{\pm}) = V(\phi_0) \left(1 - \frac{n-1}{2} \alpha^2 \pm \frac{n(n-1)}{6} \alpha^3 \right), \quad (3.34)$$

$$V''(\phi_{\pm}) = \pm \alpha (n-2)^2 m_{\phi}^2, \quad (3.35)$$

$$V'''(\phi_{\pm}) = V'''(\phi_0) \left(1 \pm \frac{3}{2} (n-2) \alpha \right) \quad (3.36)$$

Notez que $\alpha \rightarrow 0$ quand $\delta \rightarrow 1$, ainsi nous pouvons développer le potentiel autour du maximum et inclure la correction α faible en raison de déviations par rapport au point selle

$$V(\phi) = (n-2)^2 m_{\phi}^2 \phi_0^2 \left[\frac{1}{2n(n-1)} - \frac{\alpha}{2} \left(\frac{\phi}{\phi_0} - 1 + \frac{\alpha}{2} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{\phi}{\phi_0} - 1 + \frac{\alpha}{2} \right)^3 \right]. \quad (3.37)$$

Le maximum est à

$$\phi_{\max} = \phi_0(1 - \alpha/2), \quad (3.38)$$

et le minimum est à

$$\phi_{\min} = \phi_0(1 + \alpha/2), \quad (3.39)$$

avec des masses (courbure du potentiel) proposés par

$$m_{\pm}^2 = \pm (n-2)^2 m_{\phi}^2 \alpha, \quad (3.40)$$

qui coïncide avec l'équation. (3.5), alors qu'il est maintenant un point d'inflexion à ϕ_0 . Notons que la différence de hauteur entre le potentiel maximum et minimum est

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{V(\phi)} = \frac{n(n-1)}{3} \alpha^3. \quad (3.41)$$

Dans la limite de $\alpha \rightarrow 0$, on récupère le point selle. Nous allons travailler dans la limite quand $\alpha \ll 1$

Nous allons maintenant définir quelques variables,

$$x = \phi/\phi_0, \tau = (n-2) m_\phi \text{ et } h = H_{\text{inf}}/(n-2) m_\phi \quad (3.42)$$

Ensuite, l'équation du mouvement pour le champ scalaire vers le bas du potentiel peut être écrite comme.

$$x'' + 3hx' + V'(x) = x'' + 3hx' + \left(x - 1 + \frac{\alpha}{2}\right)^2 - \alpha \left(x - 1 + \frac{\alpha}{2}\right) = 0 \quad (3.43)$$

où nous avons utilisé (3.7).

La trajectoire éventuelle de l'inflation va commencer dans le voisinage du maximum $x = 1 - \alpha/2$ et va rouler en bas en direction de $x = 0$. Le champ peut commencer soit proche du maximum, ou un tunnel à sa proximité du faux vide. l'effet Tunnel a lieu en présence d'une énergie du vide non nulle, $H_{\text{inf}} \neq 0$, et est connu comme l'effet tunnel de Coleman-de Luccia [?].

Afin de trouver la solution d'interpolation entre le faux et le vrai vide on résout l'équation du mouvement euclidienne

$$x'' + 3hx' - V'(x) = x'' + 3hx' - \left(x - 1 + \frac{\alpha}{2}\right)^2 + \alpha \left(x - 1 + \frac{\alpha}{2}\right) = 0 \quad (3.44)$$

dont la solution exacte est

$$x(\tau) = 1 - \frac{\alpha}{2} \tanh \frac{\alpha\tau}{6h}. \quad (3.45)$$

Cette solution commence à

$$x(-\infty) = 1 + \alpha/2 = \phi_+/\phi_0 \quad (3.46)$$

et se termine à

$$x(\infty) = 1 - \alpha/2 = \phi_-/\phi_0. \quad (3.47)$$

Le "tunnel" de ϕ_{\min} à ϕ_{\max} peut effectivement être compris comme la diffusion due aux fluctuations de Sitter. Elle est valable aussi longtemps que $V''(\phi_{\min}) \ll H_{\text{inf}}^2$. Cela implique, voir Eq. (3.35),

$$\alpha \ll \frac{1}{6n(n-1)} \frac{\phi_0^2}{M_P^2}. \quad (3.48)$$

Cela assure également que $|\eta| \ll 1$, au maximum, et donc l'inflation peut avoir lieu après un tunnel. Sinon, il n'y aura pas d'inflation, ni à l'auto-reproduction, ni dans le régime de roulement lent. Nous allons maintenant discuter de l'effet des solutions de tunnel sur l'inclinaison du spectre du CMB. Là encore, il y a auto-reproduction proche du maximum aussi longtemps que la courbure est plus petit que le taux d'expansion au carré, $\alpha \ll 1/180 (\phi_0/M_P)^2$. Le régime du roulement lent commence à $\phi \approx \phi_{\text{self}}$ lorsque

$$|(\phi_{\text{self}} - \phi_-)(\phi_{\text{self}} - \phi_+)| \leq \frac{m_\phi \phi_0^4}{M_P^3}, \quad (3.49)$$

Notons que

$$|(\phi_{\text{self}} - \phi_-)| \simeq |(\phi_+ - \phi_-)| = \alpha\phi_0, \quad (3.50)$$

voir équation (3.34), et

$$|(\phi_{\text{self}} - \phi_+)| \simeq |(\phi_{\text{self}} - \phi_0)|, \quad (3.51)$$

nous trouvons alors

$$(\phi_0 - \phi_{\text{self}}) \simeq \frac{m_\phi \phi_0^4}{\alpha M_P^3} \quad (3.52)$$

Maintenant, nous intégrons l'équation. (3.44) dans l'approximation du roulement lent, à l'aide d'une nouvelle variable $u = x - x_-$, pour laquelle l'équation de mouvement devient $3hu' = -u(u - \alpha)$. La solution exacte est, en termes de nombre de e-folding, $\mathcal{N} = h\tau$

$$x(\mathcal{N}) = 1 - \frac{\alpha}{2} \coth(\beta\mathcal{N}) \quad (3.53)$$

où nous avons défini

$$\beta = \frac{\alpha}{6h^2} = n(n-1)\alpha \frac{M_P^2}{\phi_0^2}. \quad (3.54)$$

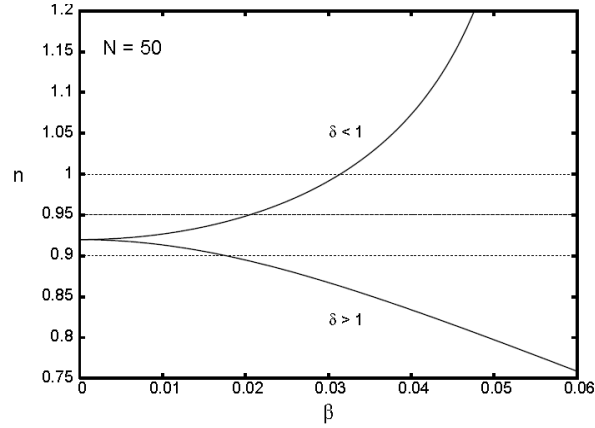


FIG. 3.1 – Figure 5.2

Notons que dans la limite $\phi \rightarrow 0$, on retrouve l'équation habituelle. (3.14). À partir des équations. (3.13), (3.52), (3.53), il s'avère que le nombre de e-folding de ϕ_{self} à la fin de l'inflation à ϕ_{end} est encore de l'ordre 10^3 . Le nombre requis de e-folding électroniques pour les perturbations concernées ($\mathcal{N}_{COBE} \sim 50$) détermine la valeur de ϕ_{COBE} ,

$$|(\phi_{COBE} - \phi_-)(\phi_{COBE} - \phi_+)|^{1/2} = \frac{\phi}{2 \sinh \beta \mathcal{N}} \quad (3.55)$$

3.3 Inflation avec un champs de Higgs dans le MSSM

Dans cette section, nous étudions l'inflation avec un champs de Higgs dans le Modèle standard Supersymétrique Minimal dans un contexte branaire. nous calculons explicitement les quantités inflationnaires correspondant à ce Modèle; et nous comparons nos résultat avec les données récentes observationnelles .

3.3.1 Potentiel de higgs dans le MSSM

Le Modèle Standard Minimale supersymétrique étudié dans [71, 72] est caractérisé par le superpotentiel [73] suivant :

$$\mathcal{W} = \sum_{k \geq 2} \frac{\lambda_k}{k} \frac{\Phi^k}{M_P^{2k-3}} + W_{renorm}, \quad (3.56)$$

où le premier terme est la partie du superpotentiel non-renormalisable et W_{renorm} correspond à la partie renormalisable du superpotentiel qui est défini par ;

$$W_{renorm} = \lambda_u Q H_u u + \lambda_d Q H_d d + \lambda_e L H_d e + \mu H_u H_d, \quad (3.57)$$

où H_u, H_d, Q, L, u, d, e dans l'Eq. (3.57) sont les superchamps chiraux et le couplage de Yukawa adimensionnel $\lambda_u, \lambda_d, \lambda_e$ sont des matrices 3×3 dans l'espace des familles, le dernier terme est le terme μ qui représente la version supersymétrique de la masse du Boson de Higgs dans le Modèle Standard. Notons que les seules directions plates impliquant les champ de Higgs sont par conséquent $H_u H_d$ et $H_u L$ [74].

Considérons le terme μ du superpotentiel du Modèle Standard Supersymétrique Minimal. En plus du superpotentiel du *MSSM*, il est possible d'avoir des termes non-renormalisables dans le superpotentiel ayant la forme suivante [73] :

$$\mathcal{W} = \mu \mathbf{H}_u \cdot \mathbf{H}_d + \frac{\lambda_k (\mathbf{H}_u \cdot \mathbf{H}_d)^k}{k M_P^{2k-3}}, \quad (3.58)$$

où \mathbf{H}_u et \mathbf{H}_d sont les superchamps de Higgs paramétrisant les directions plates par $H_u = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi \\ 0 \end{pmatrix}$,

$H_d = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \phi \end{pmatrix}$ (ϕ est un champ complexe) et $M_P = 2.4 \times 10^{18} GeV$ dénote la masse de Planck réduite. Dans l'équation ci-dessous $k \geq 2$. le potentiel scalaire tout au long de la direction plate D $H_u H_d$ D-flat est [75] le suivant :

$$V(\varphi, \theta) = \frac{1}{2} m^2(\theta) \varphi^2 + (-1)^{(k-1)} 2\mu\beta_k \cos((2k-2)\theta) \varphi^{2k} + 2\beta_k^2 \varphi^{2(2k-1)}, \quad (3.59)$$

où $\phi = |\phi|e^{i\theta}$, $\varphi = \sqrt{2}|\phi|$ et

$$m^2(\theta) = \frac{1}{2}(m_{H_u}^2 + m_{H_d}^2 + 2\mu^2 - 2B\mu \cos 2\theta), \quad (3.60)$$

$$\beta_k = \frac{\lambda_k}{2^{(2k-1)}M_P^{2k-3}}. \quad (3.61)$$

Les paramètres $m_{H_u}^2$, $m_{H_d}^2$ et B sont des termes quadratiques douces de Higgs dans le potentiel. Ici, nous considérons que tous les paramètres sont positifs. Le potentiel est minimal tout au long de la direction angulaire quand $\theta = 0$, avec une masse effective θ en dessous de la masse de Hubble durant l'inflation. Il est donné par :

$$V(\phi, 0) = \frac{1}{2}m_0^2(\theta = 0)\phi^2 + (-1)^{(k-1)}2\beta_k\mu\phi^{2k} + 2\beta_k^2\varphi^{2(2k-1)}, \quad (3.62)$$

$$\frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi} = m_0^2\varphi + (-1)^{k-1}4k\beta_k\mu\phi^{2k-1} + 4(2k-1)\beta_k^2\phi^{4k-3}, \quad (3.63)$$

où $V(\phi) = V(\phi, 0)$, $m_0 = m(\theta = 0)$. La condition nécessaire d'existence d'un second minimum local, exigé par un ϕ réelle, est donnée par

$$k^2\mu^2 \geq m_0^2(2k-1), \quad (3.64)$$

au minimum, nous avons :

$$\phi = \phi_0 \sim (m_0M_P^{2k-3})^{1/2k-2} \ll M_P. \quad (3.65)$$

Le point d'inflexion peut être obtenu si la condition suivante est satisfaite

$$m_0^2 = \frac{k^2\mu^2}{(2k-1)} + \tilde{\alpha}^2. \quad (3.66)$$

Le paramètre α qui paramétrise l'ajustement nécessaire par le roulement lent d'inflation est donné par :

$$\alpha = \frac{2k-1}{8(k-1)^2} \frac{\tilde{\alpha}}{\mu^2 k^2} = \frac{\tilde{\alpha}}{8(k-1)^2 m_0^2}. \quad (3.67)$$

Si cette relation reste valable à une échelle d'énergie appropriée, un point d'inflexion apparaît pour ϕ_0 , où :

$$\phi_0 = \left(\frac{m_0 |\beta_k|^{-1}}{\sqrt{2k-1}} \right)^{1/2k-2} (1 - \alpha^2) + 0(\alpha^4). \quad (3.68)$$

Au voisinage du point d'inflexion ϕ_0 , le potentiel d'inflaton pourrait être développé en série de Taylor

$$V(\phi) = V_0 + A(\phi - \phi_0) + \frac{1}{3!}C(\phi - \phi_0)^3 + \dots \quad (3.69)$$

où $V_0 = V(\phi_0)$, $A = \frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi}|_{\phi=\phi_0}$ et $C = \frac{\partial^3 V(\phi)}{\partial \phi^3}|_{\phi=\phi_0}$.

Le potentiel près du point selle, Eq. (3.66), est très plat tout au long de la direction réelle ce qui n'est pas réalisé dans la direction imaginaire. Dans la quelle, la courbure est déterminée par m_0 . Au voisinage de ϕ_0 le champ s'étend sur un plateau avec une énergie potentielle

$$V_0 = \frac{(k-1)^2 m_0^2}{k(2k-1)} \phi_0^2 + 0(\alpha^4), \quad (3.70)$$

$$A = 8(k-1)^2 \alpha^2 m_0^2 \phi_0 + 0(\alpha^4),$$

$$C = 8(k-1)^2 \frac{m_0^2}{\phi_0} + 0(\alpha^4). \quad (3.71)$$

Dans ce qui va suivre, on appliquera le formalisme ci-dessus avec le potentiel de Higgs dans le contexte du Modèle de *RSII* pour retrouver le spectre de perturbation en relation avec les données récentes du *WMAP9*.

3.3.2 Spectre de Perturbation

La plupart des scénarios inflationnaires dans le Modèle Branair de *RSII* sont basés sur l'approximation du roulement lent. Dans ce scénario, notre univers est considéré comme une brane à trois dimension incorporée dans l'espace Anti-de-sitter (*AdS5*) à cinq dimensions dans lequel la gravitation se propage à travers la dimension supplémentaire. Parmi les conséquences de ce Modèle, est ya la modification de l'équation de Friedman pour une densité d'énergie de l'ordre de la tension de la brane [76].

Dans ce contexte, on peut aussi considérer l'approximation du roulement lent ($\dot{\phi}^2 \ll V(\phi)$ et $\ddot{\phi} \ll H\dot{\phi}$), dans le cas $\rho \gg 2T$, pour étudier le spectre de perturbation. Les deux premiers paramètres, dans le Modèle Branair *RS II* 1, sont donnés par [76].

$$\epsilon = 2M_p^2 \frac{TV'^2}{V^3}, \quad \eta = 2M_p^2 \frac{TV''}{V^2}. \quad (3.72)$$

Signalons que l'approximation du roulement lent devient valable si ceux-ci sont tels que $\max\{\epsilon, |\eta|\} \ll 1$ et la phase inflationnaire se termine quand ϵ ou $|\eta|$ sont égales à 1. Les paramètres du roulement lent ϵ et η sont donnés par :

$$\epsilon(\phi) = \frac{2M_p^2 T}{V_0^3} \left(A + \frac{1}{2} C(\phi - \phi_0)^2 \right)^2 \quad (3.73)$$

$$\eta(\phi) = \frac{2M_p^2 TC}{V_0^2} (\phi - \phi_0). \quad (3.74)$$

En utilisant l'Eq. (3.74), pour $|\eta| \simeq 1$ qui peut être résolue pour trouver ϕ_{end} , tel que :

$$\phi_{end} - \phi_0 = \frac{V_0^2}{2M_p^2 TC}. \quad (3.75)$$

Dans ce cas, l'indice spectrale scalaire n_s , le rapport des perturbations tensorielles et scalaires r et le running de l'indice spectrale scalaire $\frac{dn_s}{d \ln k}$ devient :

$$n_s - 1 \sim 2\eta + 6\epsilon, \quad (3.76)$$

$$r = 24\epsilon, \quad (3.77)$$

$$\frac{dn_s}{d \ln k} \sim -\frac{8M_p^4 T^2}{V^4} \left(V''' V' - 2 \frac{V'' V'^2}{V} \right). \quad (3.78)$$

Le spectre de puissance des perturbations de courbure, dans l'approximation du roulement lent, est donné par l'expression suivante :

$$P_R = \frac{1}{96\pi^2 M_p^6 T^3} \frac{V_0^6}{\left(A + \frac{1}{2} C(\phi - \phi_0)^2 \right)^2}. \quad (3.79)$$

Un autre paramètre inflationnaire caractéristique et important, est le nombre e -folding N défini par [76] :

$$N \simeq -\frac{4\pi}{m_{pl}^2 T} \int_{\phi_*}^{\phi_{end}} \frac{V^2}{V'} d\phi. \quad (3.80)$$

Les équations (3.75) et (3.80) nous permettent d'écrire :

$$\phi_* - \phi_0 = \sqrt{\frac{A}{2C}} \left[\tan\left(\frac{Tm_p^2 AN}{4\pi V_0}\right) + \text{Arc tan}\left(\sqrt{\frac{C}{2A}}(\phi_{end} - \phi_0)\right) \right], \quad (3.81)$$

où ϕ_* est le champ scalaire au début de l'inflation.

Le résultat de WMAP9 [77], combinés avec les données de *CMB* est donnés par :

$$n_s = 0.9608 \pm 0.0080 \quad (68\%CL) \quad (3.82)$$

$$r < 0.13 \quad (95\%CL) \quad (3.83)$$

$$\frac{dn_s}{d\ln(k)} = -0.022^{+0.012}_{-0.011} \quad (95\%CL) \quad (3.84)$$

$$P_R(k) \simeq (2.464 \pm 0.072) \times 10^{-9} (68\%CL). \quad (3.85)$$

Si on suppose que toutes ces données sont bien décrites par leurs incertitudes publiées, alors ces paramètres fournissent une description précise de notre univers. Ces contraintes sont suffisamment fortes pour éliminer ou bien défavoriser la majorité des modèles inflationnaires les plus simples et les plus populaires.

D'autre part, ces résultats ont été utilisés dans plusieurs travaux, par exemple [78], où on montre que les corrections à une boucle de l'indice spectrale et le rapport tensoriel-scalaire sont compatibles avec *WMAP9* et les nouvelles données de Planck avec 1σ de confiance. Donc, dans la référence [79], un potentiel simple de type logarithmique a été proposé. Les prédictions de ce Modèle particulier pour un nombre de e-foldings $N = 50 - 60$ sont compatibles avec les observations récentes, à savoir, l'indice spectrale scalaire $n_s = 0.977 - 0.983$ et le rapport tensoriel scalaire $r < 0.012 - 0.010$. Dans la section suivante, on confronte nos résultats avec ces données observationnelles récentes.

3.3.3 Conséquences observationnelles

Dans cette sous section, on va discuter les conséquences physiquement possibles des solutions dans le cas de $\alpha^2 \sim 0$ où nous avons introduit le potentiel (Eq. 3.62) et la condition (3.66). L'objectif est de voir si ce modèle avec $\alpha^2 \sim 0$ coïncide avec l'observation. En utilisant l'Eq. (3.81) qui peut être résolue pour donner ϕ_* où ϕ_* est la valeur du champ scalaire avant la fin d'inflation. Finalement, commençant par l'Eq. (3.85), on peut tracer la variation de la masse de Higgs m_0 en fonction de la tension de la brane T , pour différentes valeurs de λ_k et pour $k = 2; 3$ (voir Fig.5.1). l'objectif de cette figure est d'étudier l'effet de la brane sur la

valeur de la masse de Higgs m_0 et de montrer que l'inflation peut être réalisée par des valeurs de T de l'ordre $10^{31} GeV^4$ pour des valeurs convenables de $m_0 \simeq 125 GeV$. On remarque aussi que la masse du Higgs est sensible à la variation de T en particulier pour les petites valeurs de λ_k . En utilisant la formulation générale que nous avons décrite avant, on peut calculer les

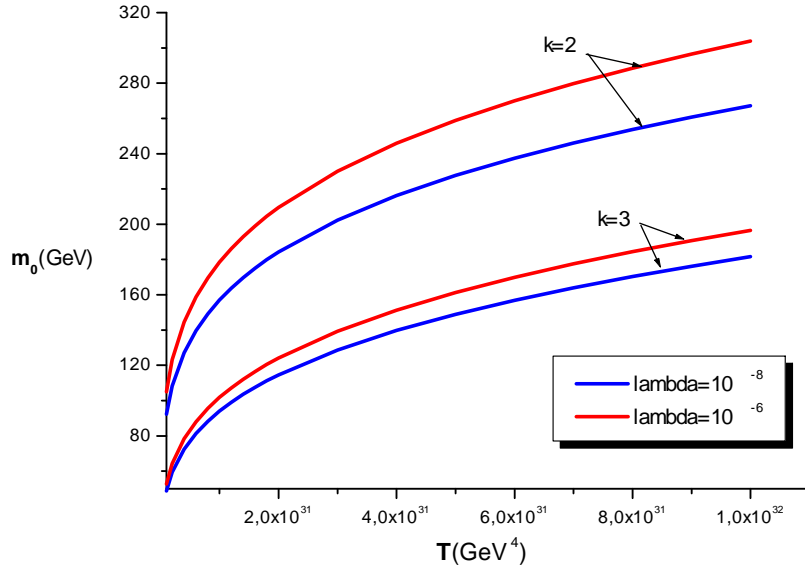


FIG. 3.2 – Figure 5.1 : m_0 vs T pour différentes valeurs de λ_k , $k = 2, 3$ et $N = 60$.

paramètres d'inflation n_s , r et $\frac{dn_s}{d \ln(k)}$ pour des valeurs particulières de k , λ_2 , m_0 et T à partir de la figure 1. On montre que dans le cas de $k = 2$, avec $m_0 = 125$, λ_2 de l'ordre $10^{-8} - 10^{-6}$, et $T \sim O(10^{30} GeV^4)$ on trouve

$$0,972 \preceq n_s \preceq 0,998 \quad (3.86)$$

$$0,00037 \preceq r \preceq 0,0083 \quad (3.87)$$

$$1,34 \times 10^{-7} \preceq \frac{dn_s}{d \ln(k)} \preceq 0,0000503 \quad (3.88)$$

Dans ce cas, on ne peut pas reproduire les résultats récents des données de *WMAP9* avec succès, en particulier pour n_s et $\frac{dn_s}{d \ln(k)}$.

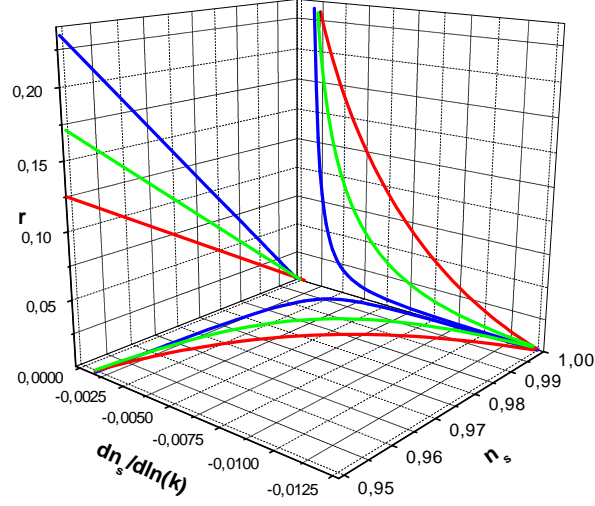


FIG. 3.3 – Figure 5.2 : n_s vs r , $\frac{dn_s}{d\ln(k)}$ vs n_s et $\frac{dn_s}{d\ln(k)}$ vs r pour $k = 2$, $N = 60$ et $\alpha = 10^{-15}$ (lignes bleues), $\alpha = 10^{-13}$ (lignes vertes) et $\alpha = 10^{-13}$ (lignes rouge).

Dans le cas de $k = 3$, il est difficile d'atteindre les observations du CMB pour n_s et $\frac{dn_s}{d\ln(k)}$ pour $m_0 = 125 GeV$; En particulier pour $T \sim O(10^{31} GeV^4)$ et λ_3 de l'ordre $10^{-8} - 10^{-6}$, on montrera que, l'introduction du paramètre d'ajustement α^2 aura un impact significatif sur le spectre de perturbation du modèle. Donc, l'inflation peut avoir lieu avec succès en relation avec les observations récentes. Nous avons exploré dans ce cas le potentiel mentionné dans Eq. (3.62) et la condition (3.66). nous avons appliqué le formalisme Branair dans section 3 pour retrouver le spectre de perturbation en relation avec les données récentes WMAP9. Dans ce contexte, on peut considérer les paramètres du roulement lent décrites par les Eqs. (3.73 et 3.74). Dans la suite, on va étudier la variation relative des observables n_s , r et $\frac{dn_s}{d\ln(k)}$. Les figures (5.2) et (5.3) ont été tracés pour trois valeurs du paramètre d'ajustement $\alpha = 10^{-13}$, 10^{-14} et 10^{-15} dans les deux cas $k = 2; 3$ respectivement et pour $N = 60$ et $T \sim O(10^{31} GeV^4)$ et pour une masse de Higgs $m_0 = 125 GeV$.

Le panel de droite de la figure (5.2) montre le comportement du rapport tensoriel-scalaire r en fonction de l'indice spectrale scalaire n_s . Ce panel montre que l'indice spectrale scalaire devient plus large mais le rapport tensoriel-scalaire devient plus petit. Notons aussi que, les valeurs de n_s et r sont en bonne accord avec les données de WMAP9 pour les différentes valeurs de α . Nous avons aussi tracé l'évolution du "running" de l'indice spectral $\frac{dn_s}{d\ln(k)}$ en fonction de l'indice spectrale scalaire n_s . On voit que, pour toutes les trois valeurs du paramètre d'ajustement, le "running" de l'indice spectral scalaire est négatif et proche de zéro. On observe qu'il est possible d'obtenir les valeurs de running souhaitées, pour les petits intervalles, qui sont en coincidence avec les données de WMAP9 malgré le grand domaine de variation de $\frac{dn_s}{d\ln(k)}$ qui s'étend à l'extérieur de l'observation correspondant à n_s . Le panel droite de la figure (5.2) montre la variation du rapport tensoriel-scalaire en fonction du running. On peut remarquer qu'un grand domaine de variation de r se trouve à l'intérieur des données observationnelles WMAP9 correspondant à un running négatif pour un choix particulier de α . Dans le panel gauche de la figure (5.3), on voit l'évolution du rapport tensoriel-scalaire r en fonction de l'indice spectrale scalaire n_s avec $k = 3$ pour différentes valeurs du paramètre $\alpha = 10^{-13}$, 10^{-14} et 10^{-15} . Notre analyse numérique montre que r est une fonction décroissante par rapport n_s . On observe que r et n_s prennent des valeurs qui coïncident avec les données observationnelles pour un choix particulier de α . Le panel droite de la figure (5.3) montre l'évolution du rapport tensoriel-scalaire r en fonction du running de l'indice spectrale scalaire $\frac{dn_s}{d\ln(k)}$. Comme la figure le montre, pour ce modèle, le running de l'indice spectrale scalaire est négatif, petit et se trouve à l'extérieur des valeurs permises par l'observation. Nous avons aussi tracé la variations du running en fonction de l'indice spectrale scalaire (le panel de la figure 2). Pour ce cas, le running est négatif et très proche de zero pour n'importe quelle valeur de n_s qui est compatible avec l'observation.

Finalement, nous observons que, après avoir introduit le paramètre d'ajustement α , le modèle pour un certain intervalle de α est compatible avec les nouvelles données observationnelles récentes.

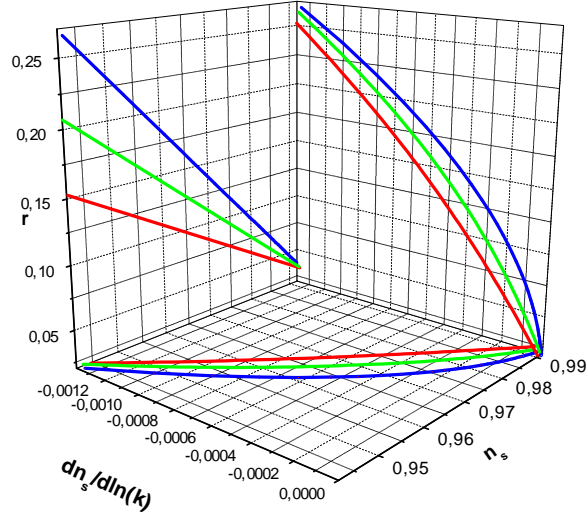


FIG. 3.4 – Figure 5.3 : n_s vs r , $\frac{dn_s}{d\ln(k)}$ vs n_s et $\frac{dn_s}{d\ln(k)}$ vs r pour $k = 3$, $N = 60$ et $\alpha = 10^{-15}$ (lignes bleues), $\alpha = 10^{-13}$ (lignes vertes) et $\alpha = 10^{-13}$ (lignes rouges).

3.4 Conclusion

Dans cette section, nous avons étudié MSSM en particulier le terme μ dans le contexte du modèle branaire Randall-Sundrum type-2. En faisant un choix justifié des valeurs des paramètres du modèle, nous avons étudié l'évolution des paramètres inflationnaires à la lumière des nouvelles données de $WMAP9 + BAO + H_0$. Dans le cas de $\alpha^2 \sim 0$, nous avons étudié l'évolution de la masse de Higgs m_0 pour différentes valeurs de la tension de la brane T et nous avons montré que la masse de Higgs m_0 est sensible aux variations de la tension de la brane T dans le modèle de $RSII$. Dans ce cas, il est difficile d'avoir des résultats qui coïncident avec l'observation du CMB dans les deux cas ($k = 2; 3$) et pour un choix particulier de λ . Dans le cas de $\alpha^2 \neq 0$, nous avons trouvé que les paramètres d'inflation du modèle, avec des valeurs spécifiques de N et T , prennent des valeurs compatibles avec les données de $WMAP9$.

3.5 Contribution 3 : MSSM Braneworld Inflation

Résumé

Dans ce papier : nous considérons l'inflation dans le Modèle Standard Supersymétrique Minimal (MSSM) dans le cadre du Modèle Braneworld de Randall-Sundrum de type-2. Nous appliquons l'approximation de roulement lent, dans la limite des très hautes énergies, dans le but de poser des contraintes sur une variété du spectre de paramètres inflationnaires en relation avec les données récentes de *WMAP9*. Nous montrons que, pour certaines valeurs du nombre *e*-folding N , l'inflation braneworld du MSSM s'adapte mieux avec les observations récentes.

Article 3

MSSM Braneworld Inflation

Adv. Studies Theor. Phys., Vol. 8, 2014, no. 6, 277 - 283

MSSM Braneworld Inflation

M. Naciri¹, A. Safsafi², R. Zarrouki² and M. Bennai^{1,2,3}

¹Laboratoire de Physique des Hautes Energies, Modelisation et Simulation
Faculté des Sciences, Université Mohammed V-Agdal, Rabat, Maroc

²Laboratoire de Physique de la Matière Condensée (URAC10)
Equipe Physique Quantique et Applications. Faculté des Sciences Ben M'sik
B.P. 7955, Casablanca, Maroc

³Groupement National de Physique des Hautes Energies
Siège focal: Lab PHE-MS FS Rabat, Morocco

Copyright © 2014 M. Naciri et al. This is an open access article distributed under the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Abstract

We consider a Minimal Supersymmetric Standard Model (MSSM) inflation in the context of the Randall-Sundrum type-2 braneworld model. We apply the slow-roll approximations, in high-energy limit, to constraint various inflationary spectrum parameters in relation with recent WMAP9 data. We show that, for some values of the number of e-folding N , the MSSM braneworld inflation provides the best fit results according to recent observations.

Keywords: MSSM, RS Braneworld, Perturbation Spectrum, WMAP9

1 Introduction

In the last few years, it has been shown that the Minimal Supersymmetric Standard Model (MSSM) has all the ingredients to give rise to a successful inflation with two flat directions which may serve as a low-scale inflaton[1]. In minimal supersymmetric version, the standard model of particle physics is lifted by a soft supersymmetry breaking mass term, the trilinear A -term and by

non-renormalizable superpotential corrections at scales below the fundamental scale $M_p = 2.8 \times 10^{18} \text{GeV}$. However, this consideration has affected by a large total e-foldings number ($N \sim 1000$) in standard inflation[1]. However, it's very important to show how the MSSM inflation behaves in another model like the braneworld scenario. The braneworld inflation play a fundamental rol for describing a successful model of inflation. One of the most used scenario is the *Randall-Sundrum* type-2 model[2]. In this theory, our four-dimensional Universe is considered as a 3-brane embedded in five-dimensional anti-de Sitter space-time (*AdS5*), while gravity can be propagated in the bulk. The main characteristic feature of this model is that the *Friedmann* equation is modified by an additional term proportional to quadratic energy density[3]. Recently, some generalized potentials in the supersymmetric versions have been studied in the framework of Randall-Sundrum model and a best fit to recent observations have been obtained[4, 5, 6].

In the present work, we consider MSSM braneworld inflation, in particular the A-term model. We have analyzed in some details various inflationary spectrum parameters and show that, for some range of number of e-folding N , our results provides the best fit results to more recent WMAP9 data[7].

In the next section, we recall first, the basic equations of the Randall-Sundrum type-2 model and different perturbation spectrum expressions. In Sec.3, we present our work concerning the A-term model on the brane. A conclusion is given in the last section.

2 Pertubation spectrum

In this section, we start by recalling briefly some fundamentals of *Randall-Sundrum* type-2 model. One of the most relevant consequences of this model is the modification of the *Friedmann* equation for energy density of the order of the brane tension, and also the appearance of an additional term, usually considered as dark radiation term. In the case where the dark radiation term is neglected, the gravitational *Einstein* equations, leads to the modified *Friedmann* equation on the brane as[3]

$$H^2 = \frac{\rho}{3M_p^2} \left[1 + \frac{\rho}{2\lambda} \right], \quad (1)$$

where H is the *Hubble* parameter, ρ is the energy density and λ is the brane tension. Note that the crucial correction to standard inflation is given by the density quadratic term ρ^2 .

Note also that in the limit $\lambda \rightarrow \infty$, we recover standard four-dimensional general relativistic results. Moreover, in the high energy limit i.e. $\rho \gg 2\lambda$, the dynamic of the universe in 5 dimensions will be governed by the simplest

equation given by

$$H^2 = \frac{\rho^2}{6\lambda M_p^2}. \quad (2)$$

On the other hand, the matter in 3-brane is dominated by a scalar field with energy density of the form $\rho = \frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi)$, where $V(\phi)$ is the scalar field potential responsible of inflation. Along with these equations, one also has a second inflation *Klein-Gordon* equation governing the dynamic of the scalar field as

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V' = 0, \quad (3)$$

where $\dot{\phi} = \frac{\partial\phi}{\partial t}$, $\ddot{\phi} = \frac{\partial^2\phi}{\partial t^2}$ and $V' = \frac{dV(\phi)}{d\phi}$.

This is a second-order evolution equation which follows from conservation condition of energy-momentum tensor $T_{\mu\nu}$. To calculate some physical quantities as scale factor or perturbation spectrum, one has to solve Eqs.(1,3) for some specific potentials $V(\phi)$. To do so, the slow-roll approximation was introduced and applied by many authors to derive perturbation spectrum of inflation[8]. In this work, we apply slow-roll approximation ($\dot{\phi}^2 \ll V(\phi)$ and $\ddot{\phi} \ll H\dot{\phi}$) and we use the well known slow-roll parameters[9] to calculate perturbation spectrum.

$$\epsilon = \frac{2M_p^2\lambda V'^2}{V^3}, \quad \eta = \frac{2M_p^2\lambda V''}{V^2}, \quad (4)$$

where $V'' = \frac{d^2V}{d\phi^2}$. We signal that, during inflation we have the following conditions

$$\epsilon \ll 1, \quad |\eta| \ll 1. \quad (5)$$

The small quantum fluctuations in the scalar field lead to fluctuations in the energy density which was studied in a perturbative theory[10]. As discussed in[11] quantum fluctuations effect of the inflaton are generally negligibles, since the coupling of the scalar field to bulk gravitational fluctuations only modifies the usual 4D predictions at the next order in the slow-roll expansion. So, one can define the power spectrum of the curvature perturbations as

$$P_R(k) = \left(\frac{H^2}{2\pi\dot{\phi}} \right)^2 \simeq \frac{V^6}{24\pi^2 M_p^6 \lambda^3 V'^2}, \quad (6)$$

where k is the wave number.

On the other hand, the quantum fluctuations in the scalar field lead also to fluctuations in the metric. In this way, one can define the amplitude of tensor perturbations as[12]

$$P_g(k) = \frac{8}{M_p^2} \left(\frac{H}{2\pi} \right)^2 F^2(x), \quad (7)$$

where $x = Hm_{pl}\sqrt{\frac{3}{4\pi\lambda}}$ and $F^2(x) = (\sqrt{1+x^2} - x^2 \sinh^{-1}(\frac{1}{x}))^{-1}$. Note that in the high-energy limit ($V \gg 2\lambda$), $F^2(x) \approx \frac{3}{2}x = \frac{3}{2}\frac{V}{\lambda}$. These results lead to the ratio of tensor to scalar perturbations r

$$r = \frac{P_g(k)}{P_R(k)} \simeq 24\epsilon. \quad (8)$$

In relation to $P_R(k)$, the scalar spectral index is defined as[10]

$$n_s - 1 = \frac{d \ln P_R(k)}{d \ln k} \simeq -6\epsilon + 2\eta. \quad (9)$$

Other perturbation quantity is the running of the scalar index $\frac{dn_s}{d \ln k}$, which is given in terms of $V(\phi)$ as

$$\begin{aligned} \frac{dn_s}{d \ln k} &\simeq \frac{4M_p^2 V' \lambda}{V^2} \left(3 \frac{\partial \epsilon}{\partial \phi} - \frac{\partial \eta}{\partial \phi} \right), \\ &\simeq -8M_p^2 \lambda^2 \left(9 \frac{V'^4}{V^6} - 8 \frac{V'' V'^2}{V^5} + \frac{V''' V'}{V^4} \right), \end{aligned} \quad (10)$$

where $V''' = \frac{d^3 V}{d\phi^3}$.

Another important characteristic inflationary parameter is the number of e-folding N defined by[9]

$$N \simeq -\frac{1}{2\lambda M_p^2} \int_{\phi_*}^{\phi_{end}} \frac{V^2}{V'} d\phi, \quad (11)$$

where ϕ_* and ϕ_{end} are the values of the scalar field at the epoch when the cosmological scales exit the horizon and at the end of inflation, respectively.

3 The A-term braneworld model

This model is characterised by the following tree-level potential

$$V = \frac{1}{2}m^2\phi^2 - A \frac{\kappa\phi^n}{nM_p^{n-3}} + \kappa^2 \frac{\phi^{2(n-1)}}{M_p^{2(n-3)}}, \quad (12)$$

where A is a positive number, κ is some coupling parameter and m is the soft supersymmetry breaking mass for ϕ .

This potential corresponds to soft supersymmetry breaking, keeping only a term $W = \frac{\kappa\phi^n}{M_p^{n-3}}$ in the superpotential with $n > 3$. It is suggested in[1] that we are dealing with one of the flat directions of the MSSM, which provides two candidates with $n = 6$.

On the other hand, the flatness conditions $\epsilon \ll 1$ and $|\eta| \ll 1$ require that $V' = V'' \sim 0$, which corresponds to a saddle point ϕ_0 described by $\phi_0 = \left(\frac{mM_p^{n-3}}{\kappa\sqrt{2n-2}}\right)^{\frac{1}{n-2}}$. Around $\phi = \phi_0$ we can thus expand the potential as

$$V(\phi) = \frac{(n-2)^2}{2n(n-1)}m^2\phi_0^2 + \frac{(n-2)^2m^2}{3} \times \frac{(\phi - \phi_0)^3}{\phi_0}. \tag{13}$$

In the regim $\frac{|\phi - \phi_0|}{|\phi_0|} \ll 1$ a good approximation is $\epsilon \ll |\eta|$. It's clear that the contribution of the tensor perturbations is negligible. In this case the scalar spectral index n_s and the running of the scalar spectral index $\frac{dn_s}{d \ln k}$ become

$$n_s - 1 \sim 2\eta, \tag{14}$$

$$\frac{dn_s}{d \ln k} \sim -\frac{8M_p^4\lambda^2}{V^4}(V''''V' - 2\frac{V''V'^2}{V}). \tag{15}$$

Inflation ends when $\eta = 1$, the equation $\eta = 12M_p^2\lambda\frac{k(\phi - \phi_0)}{V_0^2}$ leads to

$$\phi_{end} - \phi_0 = \frac{V_0^2}{12M_p^2\lambda k}, \tag{16}$$

where $V_0 = \frac{(n-2)^2}{2n(n-1)}m^2\phi_0^2$ and $k = \frac{(n-2)^2m^2}{3\phi_0}$.

Eq.(11) enable us to write

$$\phi_* - \phi_0 = \frac{V_0^2}{6M_p^2\lambda k(2-N)}. \tag{17}$$

In terms of N the scalar spectral index n_s and the running of the scalar spectral index $\frac{dn_s}{d \ln k}$ become

$$n_s - 1 \sim \frac{6-N}{2-N}, \text{ and } \frac{dn_s}{d \ln k} \sim -\frac{4}{(2-N)^2}. \tag{18}$$

On the other hand, the combination of *WMAP9*, *BAO* and H_0 data gives the following results[7]

$$n_s = 0.9608 \pm 0.0080 \text{ (68\%CL) and } \frac{dn_s}{d \ln(k)} = -0.022_{-0.011}^{+0.012} \text{ (95\%CL)}. \tag{19}$$

By using Eqs.(18 and 19) we can show that

$$86 < N \leq 130. \quad (20)$$

Thus, we can deduce the necessary range for the number of e-foldings according to recent experimental data.

The power spectrum of the curvature perturbations is given by

$$P_R = \frac{2^{\frac{n+1}{n-2}} n^2 (n-1)^{\frac{2n-1}{n-2}} \lambda (2-N)^4}{3\pi^2 m^{\frac{6}{n-2}} M_p^{\frac{4n-14}{n-2}}}, \quad (21)$$

where κ has been set to be equal to 1. The observed value for P_R from *WMAP9*, *BAO* and H_0 data is[7]

$$P_R(k) \simeq (2.464 \pm 0.072) \times 10^{-9} (68\%CL). \quad (22)$$

According to Eq.(21), the brane tension is described by

$$\lambda = \left[\frac{3\pi^2 P_R(k)}{2^{\frac{n+1}{n-2}} n^2 (n-1)^{\frac{2n-1}{n-2}} (2-N)^4} \right] m^{\frac{6}{n-2}} M_p^{\frac{4n-14}{n-2}}, \quad (23)$$

For soft supersymmetry breaking parameters m in the range of $1 - 10TeV$ [1] and $n = 6$ taking into account the condition (Eq.(20)), we find

$$3 \times 10^{20} GeV^4 \leq \lambda \leq 4 \times 10^{21} GeV^4 \quad \text{for } m = 1TeV, \quad (24)$$

$$9 \times 10^{21} GeV^4 \leq \lambda \leq 10^{23} GeV^4 \quad \text{for } m = 10TeV, \quad (25)$$

which constitute the necessary and sufficient conditions on the brane tension so that the *A*-term model can describe the early inflation of the Universe in *Randall-Sundrum* type-2 braneworld model. Note that the brane tension increase with respect to n .

4 Conclusion

In this work, we have studied the *MSSM* inflation in the context of the *Randall-Sundrum* type-2 braneworld model. In particular we have considered the *A*-term model to study various inflationary spectrum parameters. We have shown that our results for the scalar spectral index n_s and the running of the scalar spectral index $\frac{dn_s}{d \ln k}$ are inside the range allowed by *WMAP9*, *BAO* and H_0 data provided that the number of e-foldings N satisfies $86 < N \leq 130$. The power spectrum of the curvature perturbations allowed us to constraint the brane tension T so that the *A*-term model can describe the early inflation of the Universe in the *Randall-Sundrum* type-2 braneworld model according to *WMAP9* data.

References

- [1] R. Allahverdi, J. Garcia-Bellido, K. Enqvist, A. Mazumdar, "Gauge invariant MSSM inflaton," *Phys. Rev. Lett.* *97* (2006) 191304.
- [2] L. Randall and R. Sundrum, "An Alternative to Compactification," *Phys. Rev. Lett.* *83* (1999) 4690-4693.
- [3] P. Binetruy, C. Deffayet, U. Ellwanger, D. Langlois, "Brane cosmological evolution in a bulk with cosmological constant," *Phys. Lett. B* *477* (2000) 285-291; P. Binetruy, C. Deffayet, D. Langlois, "Non-conventional cosmology from a brane-universe," *Nucl. Phys. B* *565* (2000) 269-287.
- [4] R. Zarrouki, Z. Sakhi, M. Bennai, "WMAP5 Observational Constraints on Braneworld New Inflation Model," *Int. J. Mod. Phys. A* *25* (2010) 171-183.
- [5] A. Bouaouda, R. Zarrouki, H. Chakir and M. Bennai, "F-term Braneworld inflation in Light of Five-year WMAP observations," *Int. J. Mod. Phys. A* *25* (2010) 3445-3451.
- [6] A. Belhaj, P. Diaz, A. Segui, M. Naciri, "On brane inflation potentials and black hole attractors," *Int. J. Mod. Phys. D* *17*, 911 (2008).
- [7] C. Bennett, et al., "Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Final Maps and Results," (2012), *arXiv:1212.5225*.; G. Hinshaw, et al., "Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Parameter Results," (2012), *arXiv:1212.5226*.
- [8] A.R. Liddle, Anthony J. Smith, "Observational constraints on braneworld chaotic inflation," *Phys. Rev. D* *68* (2003) 061301.
- [9] R. Maartens, "Brane-world gravity," *Living Rev. Rel.* *7* (2004) 7.
- [10] D.H. Lyth, A. Riotto, "Particle Physics Models of Inflation and the Cosmological Density Perturbation," *Phys. Rept.* *314* (1999) 1-146.
- [11] K. Koyama, A. Mennim, D. Wands, "Brane-world inflation: slow-roll corrections to the spectral index" *Phys. Rev. D* *77* (2008) 021501.
- [12] D. Langlois, R. Maartens and D. Wands, "Gravitational waves from inflation on the brane," *Phys. Lett. B* *489* (2000) 259.

Received: January 11, 2014

3.6 Contribution 4 : Observational Constraints on MSSM Braneworld Scenario and Supergravity Corrections

Résumé

Dans ce papier, nous étudions l'inflation dans le Modèle Standard Supersymétrique Minimal (MSSM) dans le cadre du Modèle Branair de Randall-Sundrum de *type II*. En utilisant les données combinant *WMAP9*, *eCMB*, *BAO* et H_0 , nous montrons que les observables d'inflation du MSSM, et sans aucune correction, dépendent seulement du nombre *e*-folds N et fournissent un rapport négligeable r . Nous examinons aussi l'effet des corrections de la supergravité sur les prédictions inflationnaires et nous trouvons qu'elles peuvent modifier le rapport r et la tension de la brane T . Des valeurs observationnelles bien appropriées de n_s sont obtenues pour des valeurs bien choisies de N , T et le coefficient ζ .

Article 4

Observational Constraints on MSSM Braneworld Scenario and Supergravity Corrections

**Soumis à la revue « Gravitation and Cosmology
journal »**

En phase de publication

Observational Constraints on MSSM Braneworld Scenario and Supergravity Corrections

M.Naciri^{1,2*}, A. Safsafi², M. Bennai^{1,2,+} and E.H. Saidi¹

¹Laboratoire de Physique des Hautes Energies, Modelisation et Simulation,
Faculté des Sciences, Université Mohammed V-Agdal, Rabat, Maroc

²Laboratoire de Physique de la Matière Condensée (URAC10),
Faculté des Sciences Ben M'sik, B.P. 7955, Université Hassan II-Mohammedia,
Casablanca, Maroc.

August 17, 2014

Abstract

We study the Minimal Supersymmetric Standard Model (MSSM) inflation in the context of the Randall-Sundrum type-2 braneworld model. Using the latest release from the combination of *WMAP9*, *eCMB*, *BAO* and H_0 , we show that the inflation observables, for the MSSM inflation without any corrections, depend only on the number of e-folds N and provides a negligible ratio r . We also examine the effect of supergravity corrections on inflationary predictions and find that they can alter the values of the ratio r and the brane tension T . A suitable observational values of n_s are also obtained for some values of N , T and the coefficient ζ .

Keywords: MSSM, RS Braneworld, Perturbation Spectrum, WMAP9.

PACS numbers: 98.80. Cq

Contents

1	Introduction	3
2	Minimal Supersymmetric Standard Model (MSSM)	4
2.1	MSSM Potential	4
2.2	Supergravity scalar potential	5

*Corresponding authors: mhnaciri@gmail.com

3	MSSM Braneworld Inflation in Light of WMAP9 Observations	6
3.1	The A-term braneworld model	6
3.2	Supergravity corrections	10
4	Conclusion	12

1 Introduction

Recently, some interesting proposition of inflationary model building was brought forth by Minimally Supersymmetric Standard Model (MSSM) where the inflaton is a gauge invariant [1, 2]. In minimal supersymmetric version, the standard model of particle physics is lifted by a soft supersymmetry breaking mass term, the trilinear A -term and by non-renormalizable superpotential corrections at scales below the fundamental scale $M_p = 2.8 \times 10^{18} GeV$ [3]. However, this consideration has affected by a large total e-foldings number ($N \sim 1000$) in standard inflation [1].

In the MSSM model, the inflaton is identified with a flat direction, a gauge invariant combination of either squark or slepton fields [4]. Thus, if model parameters are fine-tuned, the potential along the flat direction may have a saddle point and inflation can occur there [5]. Consequently, the saddle point condition must be satisfied with an accuracy of about 10^{-18} [6]. On the other hand, this apparent fine-tuning problem can be solved naturally in a class of supergravity models [7]. Also, it is shown that this can be achieved with Kahler potentials that up to quadratic part in $|\phi|$ have a fairly natural form encountered in various string theory compactifications [8].

However, it's very important to show how the MSSM inflation behaves in another model like the braneworld scenario. The braneworld inflation play a fundamental role for describing a successful model of inflation. One of the most used scenario is the *Randall-Sundrum* type-2 model [9]. In this theory, our four-dimensional Universe is considered as a 3-brane embedded in five-dimensional anti-de Sitter space-time (AdS_5), while gravity can be propagated in the bulk. The main characteristic feature of this model is that the *Friedmann* equation is modified by an additional term proportional to quadratic energy density [10]. Recently, some generalized potentials and supersymmetric versions were studied in the framework of *Randall-Sundrum* model and a best fit to recent observations was given [11, 12].

In the present work, we consider the MSSM braneworld inflation, in particular the A -term model. We have analyzed in some details divers perturbation parameter spectrum and show that our results provides the best fit results to more recent *WMAP9*, *eCMB*, *BAO* and H_0 data [13] for a particular choice of values N , T and the coefficient ζ . This paper is organized as follows. In Sec.2, we begin by recalling the foundation of the model of MSSM inflation and its predictions. In Sec.3, we present our work concerning the braneworld inflation in light of *WMAP9* observations and we discuss the effect of supergravity corrections on inflationary parameter. We find that generic supergravity corrections tend to change the value of the cosmological parameter. The last section is devoted to a conclusion.

2 Minimal Supersymmetric Standard Model (MSSM)

2.1 MSSM Potential

It is shown that in a renormalizable supersymmetric field theory, the interactions and masses of all particles are determined just by their gauge transformation properties and by the holomorphic superpotential W [14]. Often when treating supersymmetry, one comes across so called superfields, which are objects that contain as components all of the bosonic, fermionic and auxiliary fields within the corresponding supermultiplet [15]. Therefore, W is often said to be a function of chiral superfields instead of the bosonic fields. In terms of superfields, the superpotential for the *MSSM* is given by [16]

$$W_{MSSM} = \lambda_u Q H_u u + \lambda_d Q H_d d + \lambda_e L H_d e + \mu H_u H_d, \quad (2.1)$$

where H_u, H_d, Q, L, u, d, e in Eq. (2.1) are chiral superfields and the dimensionless Yukawa couplings $\lambda_u, \lambda_d, \lambda_e$ are 3×3 matrices in the family space. Furthermore all of the gauge and family indices are suppressed in Eq. (2.1). The H_u, H_d, Q, L fields are $SU(2)$ doublets, while u, d, e are $SU(2)$ singlets. The last term is the μ term, which is a supersymmetric version of the Higgs boson mass in the Standard Model.

It was found that the question of which non-renormalizable terms in the superpotential also lift a given flat direction is more complicated [16]. It is useful to think of the non-renormalizable superpotential as an expansion in inverse powers of some large mass scale M_P , schematically [17]

$$W_{non} = \sum_{n>3} \frac{\kappa}{n} \frac{\Phi^n}{M_P^{n-3}}, \quad (2.2)$$

where Φ is a superfield which contains the flat direction. Within *MSSM* all the flat directions are lifted by non-renormalizable operators with $4 \leq n \leq 9$ [16], where n depends on the flat direction. Let us focus on the lowest order superpotential term in Eq. (2.2) which lifts the flat direction.

In the *MSSM* there are several proposals for *SUSY* breaking, but most of the time it's not important to know the exact mechanism of low energy *SUSY* breaking [18]. This ignorance of the origin of *SUSY* breaking can always be hidden by simply writing down explicitly the soft breaking terms. To achieve this, a new kind of inflation model is formulated, in which the potential is of the form [17]

$$V = \frac{1}{2} m^2 \phi^2 + A \cos(n\theta + \theta_A) \frac{\kappa \phi^n}{n M_P^{n-3}} + \kappa^2 \frac{\phi^{2(n-1)}}{M_P^{2(n-3)}}, \quad (2.3)$$

here ϕ and θ denote respectively the radial and the angular coordinates of the complex scalar field $\Phi = \phi \exp[i\theta]$, while θ_A is the phase of the A -term. Note that the first

and third terms in Eq. (2.3) are positive definite, while the A -term leads to a negative contribution along the directions whenever $\cos(n\theta + \theta_A) < 0$. This model is characterised by the following tree-level potential [17]

$$V = \frac{1}{2}m^2\phi^2 - A\frac{\kappa\phi^n}{nM_p^{n-3}} + \kappa^2\frac{\phi^{2(n-1)}}{M_p^{2(n-3)}}, \quad (2.4)$$

where A is a positive number, κ is some coupling parameter and m is the soft supersymmetry breaking mass for ϕ .

2.2 Supergravity scalar potential

In this section we present briefly the supergravity origin of the recently proposed MSSM inflationary model, which relies on the existence of a saddle point along a dimension six flat direction [8]. We focus on soft terms generated through F-term susy breaking (recall that the flat directions are D-flat also in supergravity). In this case, assuming vanishing D-terms in the hidden sector, the tree-level scalar potential reads [19]

$$V = e^G(K^{MN}G_MG_N - 3), \quad (2.5)$$

where $G = K + \ln|W|^2$, W is the superpotential.

In [7] it was found that the class of kähler potentials includes for example the simple logarithmic form

$$K = -\ln\left(\prod_m (h_m + h_m^*)^{-\beta_m} - \tau \prod_m (h_m + h_m^*)^{\alpha_m - \beta_m} \phi^2\right), \quad (2.6)$$

where h_m denote hidden sector fields and τ, β_m, α_m are constants. Our aim is to identify a class of kähler potentials that generate such soft susy breaking terms for the flat direction that the saddle point condition (3.3) is identically satisfied.

The field ϕ parameterizing the flat direction has a non-canonical kinetic term due to the form of the kähler potentials Eq. (2.6). Instead of using ϕ we therefore switch to the canonically normalized field

$$\varphi \equiv \left(\tau \prod_m (h_m + h_m^*)^{\alpha_m}\right)^{1/2} \phi (1 + O(\phi^2)), \quad (2.7)$$

that will be interpreted as the inflaton.

The inflaton potential in the supergravity models given by [7]

$$V(\varphi) = \frac{(n-2)^2}{2n(n-1)}m_0^2\varphi^2 + \frac{(n-2)^2m^2}{3} \times \frac{(\varphi - \varphi_0)^3}{\varphi_0} + \zeta m_0^2\varphi^7(\varphi - \varphi_0), \quad (2.8)$$

where $\zeta m_0^2\varphi^7(\varphi - \varphi_0)$ is the small supergravity correction and the coefficient ζ is determined by the $O(\phi^8)$ part of the kähler potential.

3 MSSM Braneworld Inflation in Light of WMAP9 Observations

3.1 The A-term braneworld model

In this section, we will consider the potential Eq. (2.4) to derive perturbation spectrum in relation to recent WMAP9 data. This potential corresponds to soft supersymmetry breaking, keeping only a term W in the superpotential with $n > 3$. It is suggested in [1] that we are dealing with one of the flat directions of the MSSM, which provides two candidates with $n = 6$. The maximum impact from the A -term is obtained when $\cos(n\theta + \theta_A) = -1$ (which occurs for n values of θ). Along these directions, V has a secondary minimum at $\phi = \phi_0 \sim (mM_P^{n-3})^{1/n-2} \ll M_P$ (the global minimum is at $\phi = 0$), provided that [20]

$$A^2 \geq 8(n-1)m^2. \quad (3.1)$$

Note that, an interesting but rather trivial observation is that the potential barrier disappears when the inequality in Eq.(3.1) so that A and m are related by $A^2 = 8(n-1)m^2$.

Then both the first and second derivatives of V vanish at ϕ_0 and the potential becomes very flat along the real direction. Around ϕ_0 the field lies in a plateau with a potential energy [7, 3]

$$V(\phi_0) = \frac{(n-2)^2}{2n(n-1)} m^2 \phi_0^2, \quad (3.2)$$

which corresponds to a saddle point ϕ_0 described by

$$\phi_0 = \left(\frac{mM_P^{n-3}}{\kappa\sqrt{2n-2}} \right)^{\frac{1}{n-2}}. \quad (3.3)$$

However, although the second derivative of the potential vanishes, the third does not, instead

$$V'''(\phi_0) = \frac{2(n-2)^2 m^2}{\phi_0} \quad (3.4)$$

Around $\phi = \phi_0$ we can thus expand the potential as

$$\begin{aligned} V(\phi) &= V(\phi_0) + \frac{1}{3!} V'''(\phi_0) (\phi - \phi_0)^3 + \dots \\ V(\phi) &= \frac{(n-2)^2}{2n(n-1)} m^2 \phi_0^2 + \frac{(n-2)^2 m^2}{3} \times \frac{(\phi - \phi_0)^3}{\phi_0}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

The dynamics of inflation requires that the scalar field moves away from the false vacuum and slowly rolls down to the minimum of its effective potential.

In this context, one can also consider the slow-roll approximation ($\dot{\phi}^2 \ll V(\phi)$ and $\ddot{\phi} \ll H\dot{\phi}$), in the case of $\rho \gg 2T$, to study the spectrum of the perturbation. The two first parameters, in the RS II braneworld model, are given by [21]

$$\epsilon = 2M_p^2 \frac{TV'^2}{V^3}, \quad \eta = 2M_p^2 \frac{TV''}{V^2}. \quad (3.6)$$

We signal that, the slow-roll approximation takes place if these parameters are such that $\max\{\epsilon, |\eta|\} \ll 1$ and inflationary phase ends when ϵ or $|\eta|$ are equal to one.

We need to calculate the slow-roll approximation in our braneworld model. For ϵ and η we find

$$\epsilon = \frac{18M_p^2 T \varpi^2}{V_0^3} (\phi - \phi_0)^4, \quad \eta = \frac{12M_p^2 T \varpi}{V_0^2} (\phi - \phi_0), \quad (3.7)$$

where $V_0 = \frac{(n-2)^2}{2n(n-1)} m^2 \phi_0^2$ and $\varpi = \frac{(n-2)^2 m^2}{3\phi_0}$.

From these parameters and in the regim $\frac{|\phi - \phi_0|}{|\phi_0|} \ll 1$, we give a good approximation

$$\epsilon \ll |\eta|. \quad (3.8)$$

It's clear that the contribution of the tensor perturbations is negligible. Therefore, the ratio of tensor to scalar perturbations r is also negligible.

In this case the scalar spectral index n_s and the running of the scalar spectral index $\frac{dn_s}{d \ln k}$ become

$$n_s - 1 \sim 2\eta, \quad (3.9)$$

$$\frac{dn_s}{d \ln k} \sim -\frac{8M_p^4 T^2}{V^4} (V'''V' - 2\frac{V''V'^2}{V}). \quad (3.10)$$

Inflation ends when $\eta = 1$, the equation $\eta = 12M_p^2 T \frac{\varpi(\phi - \phi_0)}{V_0^2}$ leads to

$$\phi_{end} - \phi_0 = \frac{V_0^2}{12M_p^2 T \varpi}. \quad (3.11)$$

Another important characteristic inflationary parameter is the number of e-folding N defined by [21]

$$N \simeq -\frac{4\pi}{m_{pl}^2 T} \int_{\phi_*}^{\phi_{end}} \frac{V^2}{V'} d\phi. \quad (3.12)$$

Eqs. (3.11) and (3.12) enable us to write

$$\phi_* - \phi_0 = \frac{V_0^2}{6M_p^2 T \varpi (2 - N_e)}. \quad (3.13)$$

In terms of N the scalar spectral index n_s and the running of the scalar spectral index $\frac{dn_s}{d \ln k}$ become

$$n_s \sim \frac{6 - N}{2 - N}, \quad (3.14)$$

$$\frac{dn_s}{d \ln k} \sim -\frac{4}{(2 - N)^2}. \quad (3.15)$$

On the other hand, the combination of $WMAP9 + eCMB + BAO + H_0$ data gives the following results [13]

$$n_s = 0.9608 \pm 0.0080 \quad (68\%CL) \quad (3.16)$$

$$r < 0.13 \quad (95\%CL) \quad (3.17)$$

$$\frac{dn_s}{d\ln k} = -0.022^{+0.012}_{-0.011} \quad (95\%CL) \quad (3.18)$$

Note that, in our setup, we have used the $WMAP9$ data combined with data from finer scale CMB measurements from ACT and SPT (extended CMB , or " $eCMB$ "), baryon acoustic oscillation (BAO) data, and data from the direct measurements of the Hubble constant (H_0). If we assume that all of these data sets are well-described by their published uncertainties, then these parameters provide a precise and accurate description of our universe.

In the following, we study the relative variation of the observables n_s and $\frac{dn_s}{d\ln k}$. In Figure 1, we shows that the running of the scalar index $\frac{dn_s}{d\ln k}$ is a increasing function with respect to n_s . We observe also that a large domain of variations of $\frac{dn_s}{d\ln k}$ is not consistent with $WMAP9$ data corresponding to n_s for various N . We note also that, the n_s values are in good agreement with the observations for a particular choice of e-folding N .

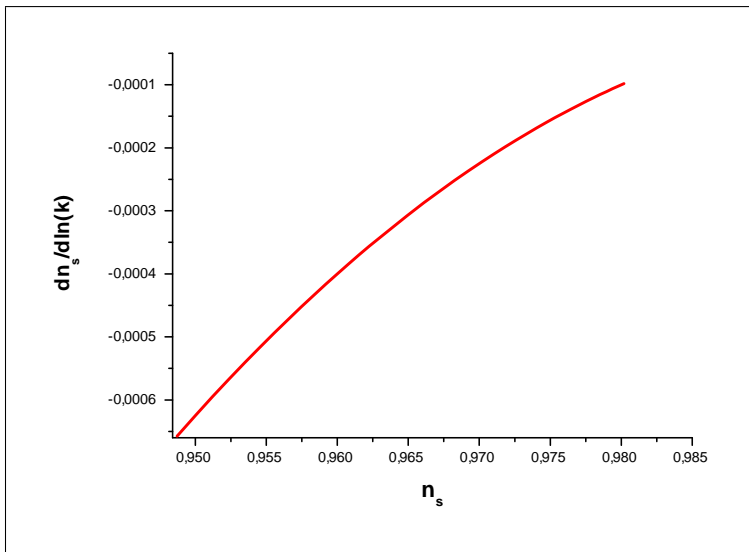


Fig.1: The evolution of the $\frac{dn_s}{d\ln(k)}$ vs r for A-term braneworld model.

From this figure and we use Eq.(3.16), we can show that

$$86 < N \leq 130. \quad (3.19)$$

Thus, we can deduce the necessary range for the number of e-foldings according to recent experimental data. Note that, for the MSSM flat direction lifted by $n = 6$ nonrenormalizable operators, the total number of e-foldings in standard inflation is $N \sim 10^3$ [1].

On the other hand, the inflationary spectrum perturbation is produced by quantum fluctuations of fields around their homogeneous background values. The small quantum fluctuations in the scalar field lead to fluctuations in the energy density and in the metric. For these reasons, the power spectrum of the curvature perturbations is given by the following expression [22]

$$P_R(k) \simeq \frac{1}{96\pi^2 M_p^6} \frac{V^6}{V'^2 T^3}, \quad (3.20)$$

where, in our model, is given by

$$P_R = \frac{2^{\frac{n+1}{n-2}} n^2 (n-1)^{\frac{2n-1}{n-2}} T (2-N)^4}{3\pi^2 m^{\frac{6}{n-2}} M_p^{\frac{4n-14}{n-2}}}. \quad (3.21)$$

The observed value for $P_R(k)$ from *WMAP9 + eCMB + BAO + H₀* data is [13]

$$P_R(k) \simeq (2.464 \pm 0.072) \times 10^{-9} \quad (68\%CL). \quad (3.22)$$

Finally, starting from Eq. (3.22), we can plot the variations of brane tension T as function of parameters m (see figure 2). The aim of this figure is to study the effect of the soft supersymmetry breaking parameters m , in the range of $(1 - 10) \text{ TeV}$ [1], on the value of brane tension T for $n = 6$. The brane tension contribution to the MSSM inflation, without any corrections, is found to be an increasing function of the parameters m .

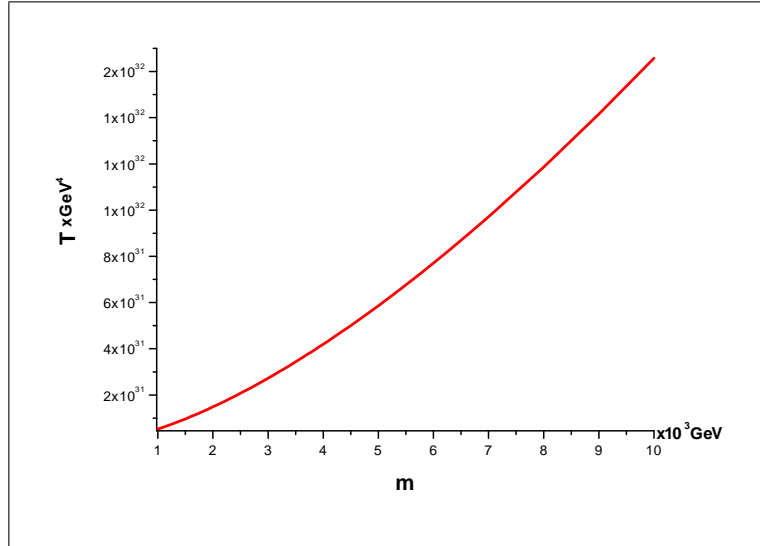


Fig.2: T vs m for $N = 130$ and $n = 6$.

From this figure we find

$$5.24 \times 10^{30} \text{ GeV}^4 \leq T \leq 1.65 \times 10^{32} \text{ GeV}^4 \quad \text{for} \quad 10^3 \text{ GeV} \leq m \leq 10^4 \text{ GeV}, \quad (3.23)$$

which constitute the necessary and sufficient conditions on the brane tension so that the A-term model can describe the early inflation of the Universe in Randall-Sundrum type-2 braneworld model.

In the following, we will study the effect of supergravity corrections on inflationary predictions. Our results will be compared to observations.

3.2 Supergravity corrections

In this section we consider the inflation potential in the supergravity corrections of the type described by Eq. (2.8) [7]. In this context, one can also consider the slow-roll parameters, Eq. (3.6), to study the spectrum of the perturbation. The two first parameters are given for this potential by

$$\epsilon = \frac{16M_p^2 T n^3 (n-1)^3}{(n-2)^6 m^2 \varphi_0^6} \left[\frac{(n-2)^2 (\varphi - \varphi_0)^2}{\varphi_0} + \zeta m^2 \varphi_0^7 \right]^2 \quad (3.24)$$

$$|\eta| = \frac{16M_p^2 T n^2 (n-1)^2 (\varphi - \varphi_0)}{(n-2)^2 m^2 \varphi_0^5}. \quad (3.25)$$

An important point to make is that, the supergravity corrections can be seen as modifications of the ratio r . This is because the parameter ϵ , Eq. (3.24), depends explicitly on ζ , so in this case the contribution of the tensor perturbations becomes not negligible. In this case the scalar spectral index n_s , the ratio of tensor to scalar perturbations r and running of the scalar spectral index $\frac{dn_s}{d \ln k}$ are presented by

$$n_s \simeq -6\epsilon + 2\eta + 1 \quad (3.26)$$

$$r \simeq 24\epsilon \quad (3.27)$$

$$\frac{dn_s}{d \ln k} \simeq 2M_p^2 \frac{V'}{V} \frac{1}{\left(1 + \frac{V}{2T}\right)} \left(3 \frac{\partial \epsilon}{\partial \varphi} - \frac{\partial \eta}{\partial \varphi} \right), \quad (3.28)$$

Setting $|\eta| \simeq 1$, which defines the end of inflation, we obtain

$$\varphi_{end} - \varphi_0 = \frac{(n-2)^2 m^2}{16M_p^2 T n^2 (n-1)^2} \varphi_0^5, \quad (3.29)$$

where we can evaluate the inflaton field value before the end of inflation φ_* from the expression of number of e-folding N such that

$$N = \frac{(n-2)m_0^2 \varphi}{8n^2(n-1)TM_p^2 \sqrt{\zeta}} \left[\text{Arc tan} \left(\frac{(n-2)(\varphi_* - \varphi_0)}{\sqrt{\zeta} \varphi_0^4} \right) - \text{Arc tan} \left(\frac{(n-2)(\varphi_{end} - \varphi_0)}{\sqrt{\zeta} \varphi_0^4} \right) \right]. \quad (3.30)$$

Although we have analytic results for slow-roll parameters, it's not easy to solve them to obtain φ_* at which the observables n_s , r and $\frac{dn_s}{d \ln k}$ should be evaluated. Instead, we use the Eq.(3.29) and then going obtain numerically φ_* while making sure that the slow-roll parameters remain small in this range of φ .

Eqs. (3.29) and (3.30) enable us to write

$$\varphi_* - \varphi_0 = \frac{\sqrt{\zeta} \varphi_0^4}{(n-2)} \tan \left[\frac{8n^2(n-1)TM_p^2 \sqrt{\zeta} N}{(n-2)m_0^2 \varphi} + \text{Arc tan} \left(\frac{(n-2)^3 m_0^2 \varphi}{16TM_p^2 n^2 (n-1) \sqrt{\zeta}} \right) \right] \quad (3.31)$$

From Eq.(3.20), the power spectrum of the curvature perturbations is given by

$$P_R(k) = \frac{m^4(n-2)^4(\varphi_* - \varphi_0)^7}{72\pi^2 M_p^6 T_0^3 \varphi^{113}} \quad (3.32)$$

Starting from $P_R(k) \simeq (2.464 \pm 0.072) \times 10^{-9}$ [13] and taking into account $n = 6$, we can plot the variations of ζ as function of brane tension T for various values of m (see figure 3). In this figure, we study the effect of the ζ on the value of brane tension T for the soft supersymmetry breaking parameters m . We show that T increases with respect to ζ and we observe that in the region of $10^3 GeV \leq m \leq 10^4 GeV$, for small values of ζ , the brane tension T is reduced with respect to MSSM inflation without any corrections. Note that, the standard procedure shows that the supergravity corrections not affect the total number of e-foldings, so the condition of Eq.(3.19) for the MSSM inflation without any corrections remains valid.

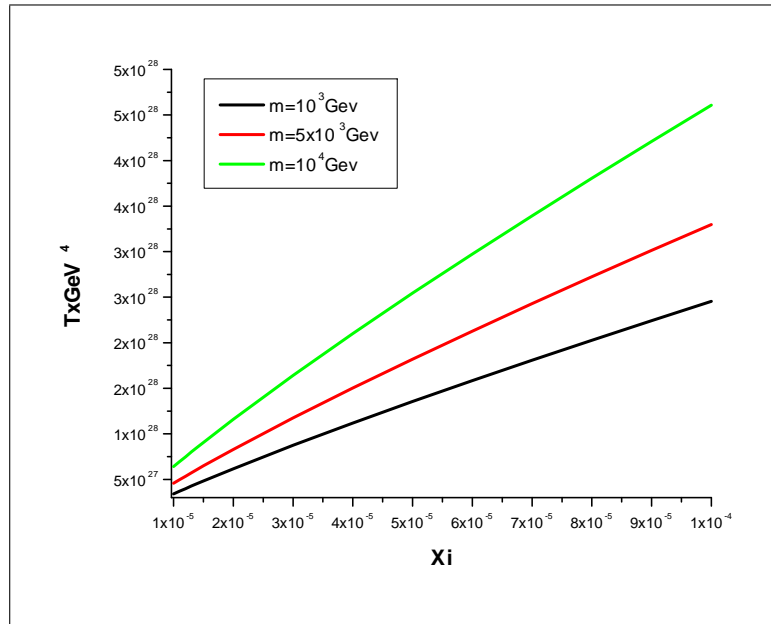


Fig.3: ζ vs T for different values of m for $N = 130$ and $n = 6$.

For example, for $m = 5 \times 10^3 GeV$ and $\zeta = 4 \times 10^{-5}$, we find $T = 1.5 \times 10^{28} GeV^4$. It's clear that the contribution of the supergravity corrections affect also the values of brane tension T .

In the following, we study the relative variation of the observables n_s and r . In Figure 4, we plot the ratio of tensor to scalar perturbations r versus the scalar spectral index n_s . We shows that the paramater r is a decreasing function with respect to n_s . We observe that a large domain of variations of r and n_s are in good agreement with WMAP9 data.

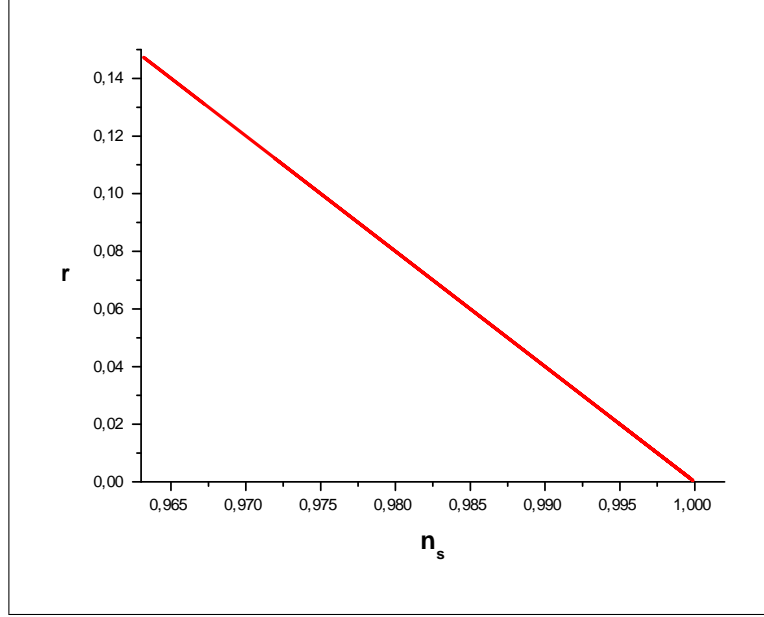


Fig 4: The evolution of the r vs n_s for $m = 5 \times 10^3 GeV$, $\zeta = 4 \times 10^{-5}$ and $T = 1.5 \times 10^{28} GeV^4$.

Finally we give a few comments on the running of the scalar spectral index $\frac{dn_s}{d \ln k}$. The standard procedure shows that the running takes the very small values, especially $\frac{dn_s}{d \ln k} \approx 0$ for different values of T and ζ in the range of $10^3 GeV \leq m \leq 10^4 GeV$.

4 Conclusion

In this work, we have studied the MSSM inflation in the context of the Randall-Sundrum type-2 braneworld model. In particular we have considered the A-term model to study various inflationary perturbation spectrum parameters. We have shown that our results for the scalar spectral index n_s is inside the range allowed by $WMAP9 + eCMB + BAO + H_0$ data provided that the e-foldings number N satisfies $86 < N \leq 130$ for a negligible ratio in the case of the MSSM inflation without any corrections. Also, the introducing a supergravity corrections tend to increase the value of the ratio of tensor to scalar perturbations r , but provides a negligible running. The power spectrum of the curvature perturbations allowed us to constraint the brane tension T for both case. A confrontation with recent $WMAP9 + eCMB + BAO + H_0$ combined data shows that the best fit is achieved by a particular choice of values N , T and the coefficient ζ . Finally, the results obtained here suggest that it might be possible to realize the MSSM inflation naturally in the Randall-Sundrum type-2 braneworld model.

References

- [1] Rouzbeh Allahverdi, Juan Garcia-Bellido, Kari Enqvist, Anupam Mazumdar, "Gauge invariant MSSM inflaton," *Phys. Rev. Lett.* *97* (2006) 191304.
- [2] Juan C. Bueno Sánchez, Kari Enqvist, "On the fate of coupled flat directions during inflation," *arXiv:1210.7007*.
- [3] David H. Lyth, "MSSM inflation," *JCAP04006(2007)*.
- [4] Kohei Kamada, J. Yokoyama, "On the realization of the MSSM inflation," *Prog.Theor.Phys.* *122:(2010)* 969-986.
- [5] S. Choudhury, S. Pal, "Fourth level MSSM inflation from new flat directions," *JCAP 04 (2012) 018*.
- [6] R. Allahverdi, K. Enqvist, J. Garcia-Bellido, A. Jokinen, and A. Mazumdar, "MSSM flat direction inflation: slow roll, stability, fine tuning and reheating," *JCAP 0706:019,2007*.
- [7] K. Enqvist, L. Mether, S. Nurmi, "Supergravity origin of the MSSM inflation," *JCAP 0711:014,2007*.
- [8] S. Nurmi, "Kahler potentials for the MSSM inflation and the spectral index " *JCAP 0801:016,2008*.
- [9] L. Randall and R. Sundrum, "An Alternative to Compactification," *Phys. Rev. Lett.* *83 (1999)* 4690-4693.
- [10] P. Binetruy, C. Deffayet, U. Ellwanger, D. Langlois, "Brane cosmological evolution in a bulk with cosmological constant," *Phys. Lett. B477 (2000)* 285-291; P. Binetruy, C. Deffayet, D. Langlois, "Non-conventional cosmology from a brane-universe," *Nucl. Phys. B565 (2000)* 269-287.
- [11] A. Safsafi, A. Bouaouda, R. Zarrouki, H. Chakir and M. Bennai, "Supersymmetric Braneworld Inflation in Light of WMAP7 Observations," *Int J Theor Phys (2012)* 51:1774-1782.
- [12] A Belhaj, P Diaz, A Segui, M Naciri, "On brane inflation potentials and black hole attractors," *Int. J. Mod. Phys. D 17, 911 (2008)*.
- [13] C. Bennett, et al., "Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Final Maps and Results," (2012), *arXiv:1212.5225*.; G. Hinshaw,

- et al., "Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Parameter Results," (2012), *arXiv:1212.5226*.
- [14] Rouzbeh Allahverdi, Bhaskar Dutta, and Yudi Santoso, "MSSM inflation, dark matter, and the LHC" *Phys. Rev. D* 82, 035012 (2010).
- [15] H. P. Nilles, *Phys. Rept.* 110, 1 (1984).
- [16] Tony Gherghetta, Chris Kolda, and Stephen P. Martin, "Flat directions in the scalar potential of the supersymmetric standard model," *NPB Volume 468* (1996).
- [17] J.C. Bueno Sanchez, K. Dimopoulos, David H. Lyth, "A-term inflation and the MSSM," *JCAP* 0701:015, (2007).
- [18] Michael Dine, Lisa Randall, Scott Thomas, "Supersymmetry Breaking in the Early Universe," *Phys.Rev.Lett.* 75: (1995) 398-401.
- [19] A. Mazumdar, S.Nadathur and P. Stephens "Inflation with large supergravity corrections" *Phys. Rev. D* 85, 045001 (2012).
- [20] S. G. Rubin, "Massive Primordial Black Holes in Hybrid Inflation," astro-ph/0511181
- [21] R Maartens, D Wands, B Bassett, I Heard, "Chaotic inflation on the brane," *Phys.Rev.D* 62:(2000) 041301.; R. Maartens, "Brane-world gravity," *Living Rev. Rel.* 7 (2004) 7.
- [22] David H. Lyth, Antonio Riotto, "Particle Physics Models of Inflation and the Cosmological Density Perturbation," *Phys. Rept.* 314 (1999) 1-146.

Conclusion Générale

Dans cette thèse, nous avons consacré une grande partie à l'étude des divers aspects de la théorie d'inflation standard et branaire. Nous avons d'abord présenté les résultats relatifs à la cosmologie standard, issue de la théorie de la relativité générale d'Einstein en mettant l'accent en particulier sur les diverses phases de l'univers primordiale. Ensuite, nous avons étudié la théorie d'inflation branaire et ses diverses prédictions cosmologiques en relation avec les résultats observationnels récents. En se basant sur le modèle de Randall-Sundrum, les équations de Friedmann gouvernant la dynamique de l'expansion de l'Univers sont modifiées, comparées à celles du cas standard, par l'addition d'un terme quadratique en la densité de matière à savoir la tension de la brane. Cet effet de la brane affectera toutes les grandeurs caractéristiques de la cosmologie inflationnaire, telles que les paramètres du roulement lent ou encore les diverses quantités du spectre de perturbations. Nous avons présenté aussi, dans ce contexte, une approche branaire sur les Trous Noirs.

Nous avons, par la suite, présenté les deux modèles de l'inflation hybride supersymétrique, c'est-à-dire l'inflation par terme F et par terme D. Pour chacun de ces modèles, le problème de fine tuning relatif à la constante du couplage a été étudié, et nous avons montré que ce problème est résolu par un choix convenable des paramètres de l'ordre de l'échelle de la grande unification.

Après, nous avons étudié le Modèle Standard Supersymétrique Minimale dans le cadre de la théorie d'inflation branaire. Dans un premier temps, nous avons calculé les diverses quantités cosmologiques telles que les spectres de perturbations. Nous sommes arrivés à la conclusion

que l'inflation branaire dans le cadre du modèle standard supersymétrique minimal, produit des résultats qui montrent un très bon accord avec l'observation.

Dans un autre contexte, nous avons considéré une partie du potentiel de Higgs appelée le terme- μ issue du modèle minimal supersymétrique. Nous avons montré que la masse du Higgs est sensible aux variations de la tension de la brane T . Il se trouve que, pour un choix particulier de T , la masse du Higgs est de l'ordre de 125GeV . Nous avons discuté aussi l'effet du paramètre de réglage α sur le spectre de perturbation. Nous avons montré que les paramètres inflationnistes de ce type de modèle, avec des valeurs spécifiques de N et T , se trouve dans l'intervalle des données de satellite WMAP9. Signalons, enfin, que tous les résultats théoriques présentés dans cette thèse ont montré un très bon accord avec les données récentes observationnelles des satellites WMAP et Plank.

Bibliographie

- [1] Einstein, A. "The field equations of gravitation." On a Heuristic Point of View about the Creation and Conversion of Light 1 On the Electrodynamics of Moving Bodies 10 The Development of Our Views on the Composition and Essence of Radiation 11 The Field Equations of Gravitation 19 The Foundation of the Generalised Theory of Relativity 22 (1913) : 19.
- [2] Bachas, Costas, et al. String Theory and the Real World : From particle physics to astrophysics : Lecture Notes of the Les Houches Summer School 2007. Elsevier, 2008.
- [3] Hubble, Edwin. "A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae." Proceedings of the National Academy of Sciences 15.3 (1929) : 168-173.
- [4] Banks, Tom, et al. "M theory as a matrix model : A conjecture." Physical Review D 55.8 (1997) : 5112., Becker, Katrin, and Melanie Becker. " M-theory on eight-manifolds." Nuclear Physics B 477.1 (1996) : 155-167. Witten, Edward. "Solutions of four-dimensional field theories via M-theory." Nuclear Physics B 500.1 (1997) : 3-42.
- [5] L. Randall and R. Sundrum, "An Alternative to Compactification," *Phys. Rev. Lett.* 83 (1999) 4690-4693, L. Randall and R. Sundrum, "A Large Mass Hierarchy from a Small Extra Dimension," *Phys. Rev. Lett.* 83 (1999) 3370-3373; "An Alternative to Compactification," *Phys. Rev. Lett.* 83 (1999) 4690-4693;
- [6] P. Brax, C. Bruck and A. Davis, "Brane World Cosmology," *Rept. Prog. Phys.* 67 (2004) 2183-2232.

- [7] C. Bennett, et al., "Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Final Maps and Results," (2012), *arXiv :1212.5225*. ; G. Hinshaw, et al., "Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Cosmological Parameter Results," (2012), *arXiv :1212.5226*.
- [8] Ade, P. A. R., et al. "Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters." arXiv preprint arXiv :1303.5076 (2013).
- [9] Ade, P. A., et al. "BICEP2 I : Detection Of B-mode Polarization at Degree Angular Scales." arXiv preprint arXiv :1403.3985 (2014).
- [10] J. Polchinski, "Dirichlet-Branes and Ramond-Ramond Charges," *Phys. Rev. Lett.* 75 (1995) 4724-4727.
- [11] David H. Lyth, "MSSM inflation," *JCAP04006(2007)*; Rouzbeh Allahverdi, Bhaskar Dutta, and Yudi Santoso , "MSSM inflation, dark matter, and the LHC" *Phys. Rev. D* 82, 035012 (2010). J. C. Bueno Sanchez, K. Dimopoulos and D. H. Lyth, *A-term inflation and the MSSM* , *JCAP* **0701**, 015 (2007), [arXiv :hep-ph/0608299].
- [12] Belhaj, A., Diaz, P., Segui, A., & Naciri, M. (2008). On brane inflation potentials and black hole attractors. *International Journal of Modern Physics D*, 17(06), 911-920.
- [13] P. Jordan, *Schwerkraft and Weltall (Braunschweig : Vieweg, 1955)*; P. Jordan, *Z. Phys.* 157, 112 (1959); C. Brans and R. H. Dicke, *Phys. Rev.* 124, 925 (1961).
- [14] A. Zee, *Phys. Rev. Lett.* 42, 417 (1979); 44, 703 (1980); L. Smolin, *Nucl. Phys. B* 160, 253 (1979); S. Adler, *Rev. Mod. Phys.* 54, 729 (1982); H. Dehnen, H. Frommert, and F. Ghaboussi, *Int. J. Theor. Phys.* 29, 537 (1990); 31, 109 (1992).
- [15] T. Appelquist, A. Chodos, and P. G. O. Freund, eds., *Modern Kaluza-Klein Theories (Reading, MA : Addison-Wesley, 1987)*.
- [16] V. Faraoni, "Inflation and quintessence with nonminimal coupling," *Phys.Rev.D* 62 (2000) 023504
- [17] A. A. Grib and W. A. Rodrigues, *Gravit. Cosmol.* 1 (1995) 273.

- [18] A. Linde, M. Noorbala, A. Westphal, "Observational consequences of chaotic inflation with nonminimal coupling to gravity," *JCAP* 1103 :(2011)013.
- [19] C. Bennett, et al., "Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Final Maps and Results," (2012), *arXiv :1212.5225*. ; G. Hinshaw, et al., "Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Cosmological Parameter Results," (2012), *arXiv :1212.5226*.
- [20] V. Faraoni, "Non-minimal coupling of the scalar field and inflation" *Phys.Rev. D*53 (1996) 6813-6821.
- [21] K. K. Nandi, B. Bhattacharjee, S. M. K. Alam and J. Evans, *Phys. Rev. D*, 57, 823, (1998); Kouros Nozari, M. Shoukrani, "On the dissipative non-minimal braneworld inflation," *Astrophys. Space Sci.* 339 (2012) 111.
- [22] Valerio Faraoni, Edgard Gunzig, Pasquale Nardone "Conformal transformations in classical gravitational theories and in cosmology" *Fund.CosmicPhys.*20(1999) 121.
- [23] David I. Kaiser, "Conformal Transformations with Multiple Scalar Fields," *Phys.Rev. D*81 (2010) 084044.
- [24] D. I. Kaiser, "Induced-gravity Inflation and the Density Perturbation Spectrum," *Phys. Lett. B*340, 23 (1994).
- [25] K. Nozari, S. D. Sadatian, "Non-Minimal Inflation after WMAP3" *Mod.Phys.Lett.A*23 (2008) 2933-2945.
- [26] R. M. Wald, "General Relativity", Chicago University Press, 1984. Chicago, USA : Univ. Pr. (1984) 491.
- [27] P. Peter and J.-P. Uzan, "Cosmologie primordiale", Editions Belin, 2005.
- [28] S. Capozziello and M. Francaviglia, "Extended Theories of Gravity and their Cosmological and Astrophysical Applications", *Gen. Rel. Grav.* 40 (2008) 357.
- [29] B. A. Bassett, S. Tsujikawa and D. Wands, Inflation Dynamics and Reheating, *Rev.Mod.Phys.* 78 (2006) 537,

- [30] S.Tsujikawa, "Introductory review of cosmic inflation", arXiv :hep-ph/0304257.
- [31] Durrer, Ruth. The cosmic microwave background. Vol. 401. Cambridge : Cambridge University Press, 2008.
- [32] W. J. Percival et al, "The seventh data release of the Sloan Digital Sky Survey", 2009, astro-ph/0907.1660.
- [33] D. Larson et al, "Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe", 2010, astro-ph/1001.4635.
- [34] A. D.Linde "Chaotic inflation." (1983) : 177.Linde, Andrei D. "Chaotic inflating universe." JETP lett 38.3 (1983).
- [35] Kallosh, Renata, et al. "Chaotic inflation and supersymmetry breaking." Physical Review D 84.8 (2011) : 083519.
- [36] L. Randall, R. Sundrum, *A Large Mass Hierarchy from a Small Extra Dimension*, Phys. Rev. Lett. **83** (1999) 3370-3373, hep-ph/9905221. L. Randall, R. Sundrum, *An Alternative to Compactification*, Phys. Rev. Lett.**83** (1999)4690-4693, hep-th/9906064.
- [37] L. Randall and R. Sundrum, "An alternative to compactification," *Phys. Rev. Lett.* *83* (1999) 4690.
- [38] P. Brax, C. Van de Bruck, A. C. Davis, *Brane World Cosmology*, Rept. Prog. Phys. **67** (2004) 2183-2232, hep-th/0404011.
- [39] P. Binetruy, C. Deffayet, U. Ellwanger, D. Langlois, Phys. Lett. **B477**, (2000)2815, hep-th/9910219.
- [40] R. Maartens, D. Wands, B. A. Bassett, I. Heard, Phys. Rev. **D 62** (2000) 041301.
- [41] R. Maartens, *Brane-world Gravity*, Living Rev.Rel. **7** (2004) 7, gr-qc/0312059.
- [42] E. E. Flanagan, S.-H. Tye, and I. Wasserman, *Cosmological Expansion in the Randall-Sundrum Brane World Scenario*, Phys. Rev. **D62** (2000) 044039, hep-ph/9910498.
- [43] E. Papantonopoulos, V. Zamarias, *Curvaton Dynamics in Brane-worlds*, JCAP **11** (2006) 005, gr-qc/0608026.

- [44] A. R. Liddle, *Introduction to Cosmological Inflation*, astro-ph/9901124.
- [45] Maartens, Roy, et al. "Chaotic inflation on the brane." *Physical Review D* 62.4 (2000) : 041301.
- [46] Langlois, David, Roy Maartens, and David Wands. "Gravitational waves from inflation on the brane." *Physics Letters B* 489.3 (2000) : 259-267.
- [47] Huey, Greg, and James E. Lidsey. "Inflation, braneworlds and quintessence." *Physics Letters B* 514.3 (2001) : 217-22
- [48] Z.Sakhi, "Etude de la Dynamique du Champ Scalaire dans le Modèle d'Inflation Branair de Randall-Sundrum" *Thèse de doctorat, Faculté des sciences Ben M'sick, Université HassaII-Mohammadia, Casablanca, Maroc (2006)*
- [49] R.Zarrouki "Contraintes Observationnelles du Satellite WMAP sur les Modèles d'Inflation Branair et la Matière Noire Cosmologique" *Thèse de doctorat, Faculté des sciences Ben M'sick, Université HassaII-Mohammadia, Casablanca, Maroc (2010)*
- [50] A. Boaouda "Sur les modèles cosmologiques supersymétriques de l'inflation Branair à la lumière des résultats de l'observation" *Thèse de doctorat, Faculté des sciences Ben M'sick, Université HassaII-Mohammadia, Casablanca, Maroc (2011)*
- [51] A.Safsafi "Contribution à l'étude des modèles d'inflation cosmique à Hautes Energies en relation avec les données expérimentales du Satellite WMAP" *Thèse de doctorat, Faculté des sciences Ben M'sick, Université HassaII-Mohammadia, Casablanca, Maroc (2013)*
- [52] A.Bouaouda, R.Zarrouki, H.Chakir and M.Bennai, "F-term Braneworld inflation in Light of Five-year WMAP observations," *Int. J. Mod .Phys A25 (2010)*
- [53] Schwarz, John H., and Nathan Seiberg. "String theory, supersymmetry, unification, and all that." *Reviews of Modern Physics* 71.2 (1999) : S112.
- [54] A. D. Linde, "Particle Physics and Inflationary Cosmology," *Harwood, Chur, Switzerland, 1990, hep-th/0503203*.
- [55] G. Lazarides, "Inflationary Cosmology," *Lect. Notes Phys. 592 (2002) 351-391*.

- [56] A. D. Linde, "Hybrid Inflation," *Phys. Rev. D* **49** (1994) 748.
- [57] Tomohiro Matsuda "F-term, D-term and hybrid brane inflation" *JCAP* **0311** (2003) 003
- [58] G.R.Dvali, Q.Shafi and R.K.Schaefer, "Large scale structure and supersymmetric inflation without fine tuning" *Phys. Rev. Lett.* **73** (1994) 1886.
- [59] S.R. Coleman and E.Weinberg, "Radiative Corrections As The Origin Of Spontaneous Symmetry Breaking" *Phys. Rev. D* **7** (1973) 1888.
- [60] P.Binetruy and G.R.Dvali, "D-term inflation," *Phys. Lett. B* **388** (1996) 241; E.Halyo, "Hybrid inflation from supergravity D-terms," *Phys. Lett. B* **387** (1996) 43..
- [61] G.Panotopoulos, "D-term inflation in D-brane cosmology", *Phys. Lett. B* **623** (2005) 185-191
- [62] E. Komatsu et al., "Seven year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations : Cosmological Interpretation," *arXiv: 1001.4538. Astrophysical Journal Supplement Series* (2010).
- [63] R. Allahverdi, J. Garcia-Bellido, K. Enqvist and A. Mazumdar, "Gauge-invariant inflaton in the minimal supersymmetric standard model," *Phys. Rev. Lett.* **97**, 191304 (2006).
- [64] K. Enqvist and A. Mazumdar, *Phys. Rept.* **380**, 99 (2003) [hep-ph/0209244]; J.C. Bueno Sanchez, K. Dimopoulos, David H. Lyth, "A-term inflation and the MSSM," *JCAP* **0701 :015**, (2007), Rouzbeh Allahverdi¹ and Anupam Mazumdar, "Spectral tilt in A-term inflation" *arXiv :hep-ph/0610069*.
- [65] T. Gherghetta, C. F. Kolda and S. P. Martin, *Nucl. Phys. B* **468**, 37 (1996) [hep-ph/9510370].
- [66] A. H. Guth, *Phys. Rev. D* **23**, 347 (1981).
- [67] A. Jokinen and A. Mazumdar, *Phys. Lett. B* **597**, 222 (2004) [hep-th/0406074]
- [68] G. F. Giudice and R. Rattazzi, *Phys. Rept.* **322**, 419 (1999) [hep-ph/9801271].
- [69] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, G. F. Giudice and A. Romanino, *Nucl. Phys. B* **709**, 3 (2005) [hep-ph/0409232].

- [70] D.N. Spergel, et.al., astro-ph/0603449.
- [71] H. P.Nilles, "Supersymmetry, supergravity and particle physics". *Physics Reports*, *110(1)*, 1-162 (1984)
- [72] T. Gherghetta,, C. Kolda, and S. P. Martin, "Flat directions in the scalar potential of the supersymmetric standard model," *NPB Volume 468* (1996).
- [73] E. Kari, and A. Mazumdar. "Cosmological consequences of MSSM flat directions." *Physics reports* 380.3 (2003) : 99-234.
- [74] Dine, Michael, Lisa Randall, and Scott Thomas, "Baryogenesis from flat directions of the supersymmetric standard model," *Nuclear Physics B 458.1* (1996) : 291-323.
- [75] C.Arindam, and A.Mazumdar. "Tuned MSSM Higgses as an inflaton." *JCAP. 2011.09* (2011) 009.
- [76] R Maartens, D Wands, B Bassett, I Heard, "Chaotic inflation on the brane," *Phys.Rev.D62* :(2000) 041301.; R. Maartens, "Brane-world gravity," *Living Rev. Rel.* 7 (2004) 7.
- [77] Dunkley, J., et al. "Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe* Observations : Likelihoods and Parameters from The Wmap Data." *The Astrophysical Journal Supplement Series* 180.2 (2009) : 306.Larson, D., et al. "Seven-year wilkinson microwave anisotropy probe (WMAP*) observations : power spectra and WMAP-derived parameters." *The Astrophysical Journal Supplement Series* 192.2 (2011) : 16.
- [78] Lee, Hyun Min, "Running inflation with unitary Higgs," *Physics Letters B 722.1* (2013) : 198-206.
- [79] Hamada, Yuta, Hikaru Kawai, and Kin-ya Oda, "Minimal Higgs inflation," *Progress of Theoretical and Experimental Physics 2014.2* (2014) : 023B02

Résumé

L'inflation cosmologique est un mécanisme par lequel l'on peut résoudre divers problèmes du modèle standard de la cosmologie, apportant ainsi des explications à la formation des grandes structures de l'univers en assurant des fluctuations quantiques d'un champ scalaire dont son présence est largement indispensable au cours de cette phase de l'univers primordial. En effet, l'étude de l'inflation a connu un regain d'intérêt suite aux résultats importants des observations récentes obtenus par les satellites COBE, WMAP, Planck et plus récemment par le télescope BICEP2. La description de l'inflation cosmologique dans le cadre du modèle standard supersymétrique minimal (MSSM) motive la construction de scénarios faisant intervenir plusieurs champs scalaires.

Le travail de recherche présenté dans cette thèse porte sur l'étude de l'inflation Branaire dans le cadre du modèle MSSM en relation avec les données observationnelles. Notre intérêt est porté en premier lieu sur un nouveau potentiel dans la théorie de l'inflation D'abord, nous avons commencé par l'étude de la théorie d'inflation standard avec un CNM à la gravité. Ainsi, nous étudions plus en détails les fondements conceptuels et analytiques de la théorie d'inflation branaire. Ensuite nous avons effectué des études détaillées dans le cadre du MSSM en utilisant le potentiel de la brisure douce de la SUSY. Enfin, dans ce cadre motivé, nous avons étudié l'inflation par le potentiel de Higgs issue du MSSM .

Mots-clefs : Cosmologie, Inflation, Randall-Sundrum II, Perturbation, MSSM, WMAP.

Abstract

Cosmological inflation is a mechanism by which one can solve various problems of the cosmological standard model, thus providing explanations to the formation of large structures of the universe by ensuring quantum fluctuations of a scalar field whose presence is largely essential during this phase of the primordial universe. Indeed, the study of inflation has known renewed interest after the important results of the recent observations obtained by the satellites COBE, WMAP, Planck and more recently the BICEP2 telescope. The description of the cosmological inflation in the minimal supersymmetric standard model-MSSM motivates the construction of scenarios involving several scalar fields.

The research work presented in this thesis deals with the study of the brane inflation in the MSSM framework in relation with the observational data. Our interest is given, in the first place, to a new potential in the inflation theory. First, we started by the study of the standard inflation theory with a CNM to gravity. So we study in more detail the conceptual and analytical foundations of the brane inflation theory. Then, we performed detailed studies in the MSSM framework by using the soft supersymmetry breaking potential. Finally, in this motivated frame, we studied the inflation driven by the MSSM Higgs potential.

Key Words : Cosmology, Inflation, Randall-Sundrum II, Perturbation Spectrum, MSSM, WMAP.

Année Universitaire : 2014 -2015